



HAL
open science

Etude et modélisation des mécanismes d'endommagement en forge à froid

Ludovic Bourgeon

► **To cite this version:**

Ludovic Bourgeon. Etude et modélisation des mécanismes d'endommagement en forge à froid. Mécanique [physics.med-ph]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2009. Français. NNT : 2009ENMP1671 . tel-00451888

HAL Id: tel-00451888

<https://pastel.hal.science/tel-00451888>

Submitted on 1 Feb 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ED n° 364 : Sciences Fondamentales et Appliquées

T H E S E

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE PARIS

Spécialité “Mécanique Numérique”

présentée et soutenue publiquement par

Ludovic BOURGEON

le 15 décembre 2009

**ETUDE ET MODELISATION DES MECANISMES
D'ENDOMMAGEMENT EN FORGE A FROID**

Encadrant de thèse : Pierre-Olivier BOUCHARD

Jury

M. Fodil MERAGHNI	Rapporteur
M. José CESAR DE SA	Rapporteur
M. Jean-Claude GELIN	Président et examinateur
Mme Joelle DEMURGER	Examinatrice
M. Richard SPATARO	Examineur
M. François BAY	Directeur de thèse
M. Pierre-Olivier BOUCHARD	Encadrant de thèse

Remerciements

Tout d'abord, je souhaite remercier le Centre de Mise en Forme des Matériaux (CEMEF) de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris ainsi que les différents partenaires industriels (ASCOMETAL CREAS, CETIM, LISI AUTOMOTIVE, SETFORGE et SNR) qui ont financé ma thèse. Je les remercie de m'avoir proposé ce sujet de recherche et de s'être investis dans ce projet.

Merci aussi à Patrick COELS pour avoir cru en moi lorsque j'ai fait acte de candidature pour cette thèse.

Je tiens à exprimer toute ma profonde reconnaissance à mon encadrant de thèse, Pierre-Olivier BOUCHARD. Merci d'avoir suivi mon travail avec assiduité et de m'avoir toujours épaulé dans les moments un peu plus difficile de part notamment ton optimisme (normal quant on supporte le PSG...). Merci également pour ta bonne humeur et ta sympathie qui ont fait que ces trois années de thèse sont passées extrêmement vite.

Je remercie également Fodil MERAGHNI et José CESAR DE SA de m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse. Merci aussi à Jean-Claude GELIN, Richard SPATARO et Joelle DEMURGER d'avoir accepté de faire parti de mon jury de thèse en tant qu'examinateurs. Merci particulièrement à Joelle DEMURGER pour avoir toujours cru aux avancées apportées au modèle d'endommagement tout au long de ma thèse.

Je souhaiterais remercier toutes les personnes au sein du CEMEF qui m'ont aidé à avancer dans mon travail. Marc BOUYSSOU et Eric BROTONS pour l'usage des éprouvettes. Gilbert FIORUCCI pour les essais mécaniques. Suzanne JACOMET pour les observations microscopiques. Emmanuel LEVRAT pour le support informatique, ainsi que parfois le dépannage de mon pc personnel ...

Merci aussi à Hélène LACHAPELE d'avoir aussi contribué à l'avancement de ma thèse au cours de son année de mastère au CEMEF (notamment sur la partie concernant les essais in situ).

Je voudrais remercier mes collègues de travail que j'ai eu le plaisir de côtoyer durant ces trois années au CEMEF. Je pense à mes différents collègues de bureau, Isabelle, Aliza, Audrey, Sébastien, Claire et Raphaëlle. A mes collègues de midi au Resto U, Makhlof, Olivier, Yoann, Omar, Hicham et Martin.

Un immense merci à mes parents et mon frère qui m'ont aidé lorsque je suis descendu dans le Sud et qui m'ont toujours soutenu durant ces trois années.

Enfin merci à ma future femme, Claire, et déjà maman de notre petite Valentine, de m'avoir suivi dans le sud par Amour. Tu as eu le courage de quitter ta formation d'ingénieur à l'UTC de Compiègne afin de préparer le concours de professeurs des écoles à Nice. Et cela a payé puisque tu as eu le concours du premier coup. Cette thèse t'est dédiée.

Table des matières

Chapitre 1 : Endommagement ductile des métaux _____ **5**

1.1 Introduction au forgeage à froid des métaux _____ **5**

1.2 Les mécanismes d'endommagement ductile _____ **6**

1.2.1 Généralités _____ 6

1.2.2 Les mécanismes physiques _____ 6

1.2.2.1 Germination _____ 7

1.2.2.2 Croissance _____ 7

1.2.2.3 Coalescence _____ 8

1.2.2.4 Couplage endommagement/comportement _____ 9

1.3 Modélisation de l'endommagement ductile _____ **10**

1.3.1 Introduction _____ 10

1.3.2 Modèles découplés _____ 10

1.3.3 Modèles couplés de type micromécanique _____ 12

1.3.3.1 Le modèle de Gurson _____ 12

1.3.3.2 Le modèle de Gurson, Tvergaard et Needleman (GTN) _____ 13

1.3.3.3 Le modèle de Gologanu, Leblond et Devaux (GLD) _____ 16

1.3.4 Modèles couplés de type macromécanique _____ 18

1.3.4.1 Variables d'endommagement _____ 18

1.3.4.2 Concept de variables effectives _____ 19

1.3.4.3 Cadre thermodynamique _____ 20

1.3.4.4 Potentiel d'état pour endommagement isotrope _____ 23

1.3.4.5 Formulation du modèle de Lemaitre _____ 24

1.4 Conclusion _____ **26**

Chapitre 2 : Formulation du couplage comportement / endommagement _____ **29**

2.1 Introduction _____ **29**

2.2 Problème mécanique _____ **29**

2.2.1 Formulation générale du problème continu _____ 29

2.2.1.1 Equations de conservation _____ 30

2.2.1.2 Conditions limites _____ 31

2.2.1.3	Lois mécaniques	33
2.2.1.4	Formulation faible à deux champs (vitesse/pression)	34
2.2.2	Formulation du problème discrétisé	35
2.2.2.1	Discrétisation spatiale	35
2.2.2.2	Discrétisation temporelle	37
2.2.2.3	Gestion du contact	38
2.2.2.4	Résolution du système	39
2.3	Intégration d'une loi de comportement élasto-plastique endommageable	42
2.3.1	Equations de base sans endommagement	42
2.3.2	Couplage fort avec endommagement isotrope	44
2.3.2.1	Equations de base avec endommagement	44
2.3.2.2	Résolution incrémentale	46
2.3.2.3	Module tangent discret	51
2.3.3	Couplage faible avec endommagement isotrope	53
2.4	Comparaison entre couplage fort et couplage faible	55
2.5	Conclusion	59
Chapitre 3 : Analyse et caractérisation des matériaux		63
3.1	Introduction	63
3.2	Analyse microstructurale	63
3.2.1	Présentation des matériaux	63
3.2.2	Etude statistique des inclusions	65
3.2.2.1	Conditions opératoires	65
3.2.2.2	Résultats	65
3.3	Essais de traction	68
3.3.1	Géométries	68
3.3.2	Résultats – Nuance 1 (bainitique)	70
3.3.3	Résultats – Nuance 2 (ferrito-perlitique)	74
3.3.4	Faciès de rupture	77
3.3.5	Conclusion	79
3.4	Essais de compression/traction	80
3.4.1	Géométries et montage expérimental	80
3.4.2	Résultats - Nuance 1 (bainitique)	83
3.4.3	Résultats - Nuance 2 (ferrito-perlitique)	88

3.4.4	Conclusion	92
3.5	Essais in situ	93
3.5.1	Microscopie Electronique à Balayage (MEB)	93
3.5.1.1	Influence du sens de prélèvement	94
3.5.1.2	Influence de la compression	97
3.5.2	Tomographie X	99
3.5.2.1	Principe de fonctionnement	99
3.5.2.2	Géométrie et montage expérimental	100
3.5.2.3	Visualisation des porosités dans le volume	101
3.5.2.4	Visualisation des porosités en coupe	103
3.5.2.5	Mise en évidence des mécanismes d'endommagement	106
3.5.3	Conclusion	109

Chapitre 4 : Développement d'un modèle plus adapté aux chargements complexes en mise en forme à froid 113

4.1	Introduction	113
4.2	Modifications apportées au modèle d'endommagement	114
4.2.1	Prise en compte de l'endommagement en compression	114
4.2.2	Seuil limite pour une triaxialité négative	117
4.2.3	Modification du potentiel d'endommagement	123
4.2.4	Formulation anisotrope	131
4.2.4.1	Variable d'endommagement tensorielle (3D)	131
4.2.4.2	Prise en compte de l'orientation des inclusions	134
4.3	Identification des paramètres par analyse inverse	142
4.3.1	Introduction	142
4.3.2	Algorithmes de minimisation	143
4.3.2.1	Méthodes à direction de descente	143
4.3.2.2	Méthodes d'ordre 0	144
4.3.3	Identification des paramètres	146
4.3.3.1	Paramètres rhéologiques	146
4.3.3.2	Paramètres d'endommagement	151
4.4	Conclusion générale	156

Chapitre 5 : Applications numériques et validations	161
5.1 Introduction	161
5.2 Validation à partir d'essais mécaniques simples	162
5.2.1 Essais de traction uni axiale	162
5.2.2 Essais TELE (Taux d'Ecrasement Limite Equivalent)	169
5.2.2.1 Résultats expérimentaux	169
5.2.2.2 Simulations	171
5.2.3 Conclusion	182
5.3 Validation à partir de cas industriels	184
5.3.1 Forgeage d'un arbre de boîte de vitesse	184
5.3.2 Forgeage d'écrous à embase	191
5.3.3 Conclusion	201
Conclusions & perspectives	203
Références bibliographiques	209

Contexte général

Afin de rester compétitive, l'industrie de la forge à froid doit sans cesse diminuer ses coûts de production, tout en augmentant la qualité de ses produits. Pour ce faire, les entreprises de forgeage s'appuient de plus en plus sur les logiciels de simulation numérique afin de pouvoir prédire par exemple le remplissage, la présence de repli ou l'usure des outillages. Concernant ces différents aspects, les résultats obtenus en simulation sont généralement assez proches de la réalité. En revanche, il existe encore bien d'autres domaines où simulation et réalité ne sont pas encore en accord. Ceci est notamment le cas pour la modélisation de l'endommagement au cours du forgeage. Pourtant, au cours de ces quarante dernières années, de nombreux modèles ont été développés et testés mais leur fiabilité dans certains cas de figure peut être défailante, notamment en ce qui concerne la localisation de l'endommagement et la prédiction de l'instant de rupture. En effet, les procédés de forge à froid nécessitent souvent plusieurs passes ce qui soumet la matière à des chargements multiaxiaux et non monotones. La prédiction de l'endommagement (localisation, instant de rupture) est alors souvent mise à mal avec les modèles classiques.

C'est pourquoi l'objectif de la thèse est de réaliser une étude approfondie des problèmes d'endommagement pouvant apparaître en forge à froid. Pour cela, la thèse sera menée à travers une approche couplée expérimentale et numérique afin de mieux cerner les limites des modèles actuels et d'en proposer de nouveaux plus adaptés. L'étude s'appuiera également sur différents cas industriels ayant fait apparaître des problèmes d'endommagement, afin que les modèles proposés soient identifiés et validés pour des sollicitations mécaniques complexes.

Ainsi, le projet a été financé et réalisé en collaboration avec un consortium d'industriels travaillant dans le domaine du forgeage à froid, à savoir :

- ASCOMETAL CREAS,
- CETIM,
- LISI AUTOMOTIVE,
- SETFORGE,
- SNR.

Plan du manuscrit

Le mémoire se divise en cinq chapitres. Le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique sur l'endommagement ductile des métaux. Les différents mécanismes physiques (croissance, nucléation et coalescence) y sont présentés et différents modèles d'endommagement (découplés et couplés) y sont détaillés.

Au cours du deuxième chapitre, la formulation du couplage entre comportement et endommagement est traitée. Après une présentation du problème mécanique appliqué à la méthode des éléments finis, l'intégration d'une loi de comportement élasto-plastique endommageable au sein du logiciel Forge2005[®] est décrite.

Une fois l'approche numérique développée, le troisième chapitre est consacré à l'approche expérimentale. Une étude approfondie de deux nuances de forge à froid est réalisée à travers différents essais mécaniques (traction, compression/traction). L'orientation des inclusions dans la matière est également prise en compte. Enfin des essais in-situ (MEB et

Tomographie X) sont réalisés afin de mieux comprendre les mécanismes physiques de l'endommagement à l'échelle microscopique.

Le quatrième chapitre est lui consacré au développement d'un nouveau modèle d'endommagement basé sur l'approche de Lemaitre. Différentes améliorations sont apportées au modèle afin de le rendre plus prédictif sur des trajets de chargement complexes. Dans un deuxième temps, l'identification des paramètres d'écrouissage et d'endommagement est réalisée par analyse inverse pour le nouveau modèle et les deux nuances étudiées.

Le cinquième chapitre traite des aspects de validation et d'applications numériques avec le logiciel Forge2005[®]. Tout d'abord, des essais mécaniques simples (traction, compression d'un lopin entaillé) sont simulés afin de confronter le nouveau modèle à la réalité expérimentale. Puis, ce sont deux cas d'application industrielle qui sont traités pour tester le nouveau modèle sur des trajets de chargement plus complexes.

Pour finir, le manuscrit se termine par le bilan des travaux réalisés ainsi que les perspectives à venir.

Chapitre 1 :

Endommagement ductile des métaux

1. Endommagement ductile des métaux	5
1.1 Introduction au forgeage à froid des métaux	5
1.2 Les mécanismes d'endommagement ductile	6
1.2.1 Généralités	6
1.2.2 Les mécanismes physiques	6
1.2.2.1 Germination	7
1.2.2.2 Croissance	7
1.2.2.3 Coalescence	8
1.2.2.4 Couplage endommagement/comportement	9
1.3 Modélisation de l'endommagement ductile	10
1.3.1 Introduction	10
1.3.2 Modèles découplés	10
1.3.3 Modèles couplés de type micromécanique	12
1.3.3.1 Le modèle de Gurson	12
1.3.3.2 Le modèle de Gurson, Tvergaard et Needleman (GTN)	13
1.3.3.3 Le modèle de Gologanu, Leblond et Devaux (GLD)	16
1.3.4 Modèles couplés de type macromécanique	18
1.3.4.1 Variables d'endommagement	18
1.3.4.2 Concept de variables effectives	19
1.3.4.3 Cadre thermodynamique	20
1.3.4.4 Potentiel d'état pour endommagement isotrope	23
1.3.4.5 Formulation du modèle de Lemaitre	24
1.4 Conclusion	26

1. Endommagement ductile des métaux

1.1 Introduction au forgeage à froid des métaux

Le forgeage est une famille de procédés de mise en forme permettant la fabrication de pièces mécaniques par déformation plastique du matériau. Cette technique consiste à comprimer le métal entre un poinçon et une matrice ou entre deux matrices, afin de reproduire des pièces de forme géométriquement bien définies : vis, pignons, têtes d'essieu, rotules, écrous ... L'opération de forgeage à froid est réalisée à température ambiante et permet la production de pièces mécaniques ébauchées ou finies dont les hautes caractéristiques mécaniques sont très recherchées. Pour obtenir la forme finale, il est souvent nécessaire d'effectuer plusieurs passes de manière à ne pas endommager la matière.

Le développement du forgeage à froid peut s'expliquer par un certain nombre d'avantages économiques [Bostborge01]. Tout d'abord ce procédé autorise la conception de formes sans dépouille et de géométries complexes souvent irréalisables par d'autres procédés. Les cadences de production obtenues sont également élevées : plusieurs milliers de pièces par heures. Ce procédé permet aussi une économie de matière mise en forme par rapport à d'autres techniques (forgeage à chaud, usinage) et l'obtention de tolérances précises.

Enfin, le forgeage à froid confère à la pièce une microstructure particulièrement bien adaptée pour résister aux sollicitations en service. Le fibrage ainsi que le corroyage obtenus augmentent sensiblement les propriétés en fatigue des pièces forgées ([Milesi09]).

Mais ce procédé possède également un certain nombre d'inconvénients. Il est en effet nécessaire de fabriquer des outillages particulièrement résistants (donc onéreux) pour pouvoir déformer la matière à froid. De plus, les aciers utilisés doivent être particulièrement ductiles pour pouvoir être déformés à froid dans un environnement qui génère de la fissure.

Durant les différentes phases du forgeage à froid, la matière va subir de forts niveaux de déformation plastique qui peuvent alors l'amener à s'endommager (rupture de la pièce, fissures en surface ou à cœur, ...). Il est donc tout à fait primordial de connaître et mieux comprendre les mécanismes qui peuvent produire ces défauts.

1.2 Les mécanismes d'endommagement ductile

1.2.1 Généralités

Il existe différents types d'endommagement (fragile, ductile). Dans le cas du forgeage à froid, nous nous intéresserons uniquement à l'endommagement ductile qui accompagne les grandes déformations plastiques des métaux aux températures ambiantes ou peu élevées. Lors de la mise en forme, la déformation plastique du matériau s'accompagne d'une évolution progressive de sa microstructure. L'endommagement ductile correspond alors à la formation de microcavités qui vont croître puis coalescer, conduisant ainsi à la rupture ductile du matériau.

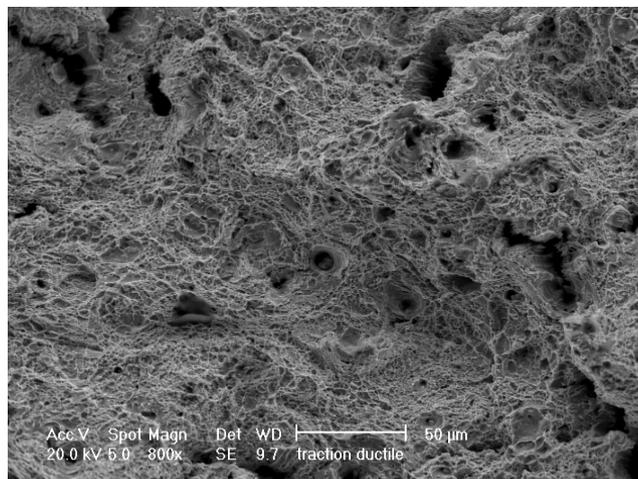


Figure 1.1 : Faciès de rupture d'un acier pour forgeage à froid

Les faciès de rupture sont caractérisés par la présence de cupules (Figure 1.1). L'observation d'inclusions ou de fragments d'inclusions au fond des cupules indique que l'amorçage de l'endommagement est fortement lié à la présence d'hétérogénéités dans le matériau ([Montheillet86]).

1.2.2 Les mécanismes physiques

Le processus qui mène les matériaux ductiles à la rupture peut être décrit par trois principaux mécanismes successifs qui sont :

- la germination des cavités,
- la croissance de ces cavités,
- la coalescence des cavités.

1.2.2.1 Germination

La germination correspond à la création de cavités au cours du processus de déformation plastique. Les métaux sont constitués d'une matrice élasto-plastique et de particules de seconde phase (inclusions, précipités) considérées comme quasi-rigides. Ce sont ces inclusions (sulfures, oxydes pour les aciers) qui sont à l'origine de la germination. Lorsqu'il n'y a pas de sollicitation, ces particules sont solidaires de la matrice mais il existe tout de même une concentration de contraintes à l'interface matrice/inclusion. Une sollicitation mécanique, même faible, peut alors entraîner une décohésion (Figure 1.2b) des inclusions dans la matrice ou même une rupture (Figure 1.2a) de celles-ci.

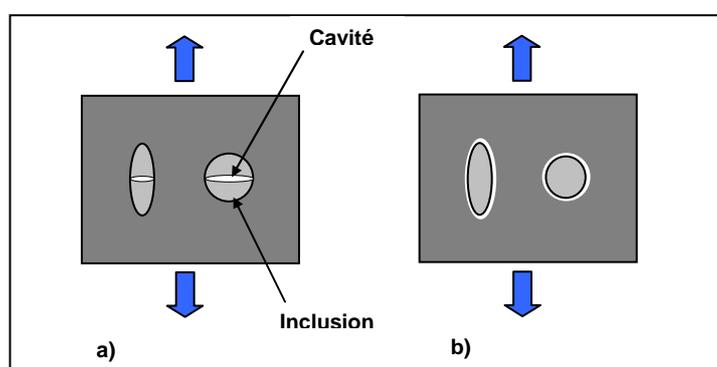


Figure 1.2 : Germination de l'inclusion par a) rupture b) décohésion inclusion/matrice

Le vide ainsi créé est appelé cavité. Cependant durant ce stade de germination, les cavités créées sont tellement petites qu'elles n'affectent pas encore le comportement macroscopique du matériau. D'un point de vue mécanique, les propriétés élastiques et plastiques seront considérées comme inchangées.

1.2.2.2 Croissance

Le mécanisme de croissance est certainement celui qui a le plus été étudié expérimentalement dans le passé et pour lequel de nombreux modèles ont été développés pour le décrire. Durant ce mécanisme, les microcavités voient leur taille croître, notamment sous l'effet de la tension hydrostatique qui est un facteur prédominant. Celles-ci peuvent se développer sous forme de cavités sphériques, ellipsoïdales ou de fissures.

Si la décohésion entre la matrice et une inclusion est totale (Figure 1.3b), alors celle-ci ne joue plus un rôle prépondérant. Dans le cas contraire (Figure 1.3a), il faut en tenir compte. Durant cette phase de croissance, on observe un adoucissement du comportement mécanique du matériau.

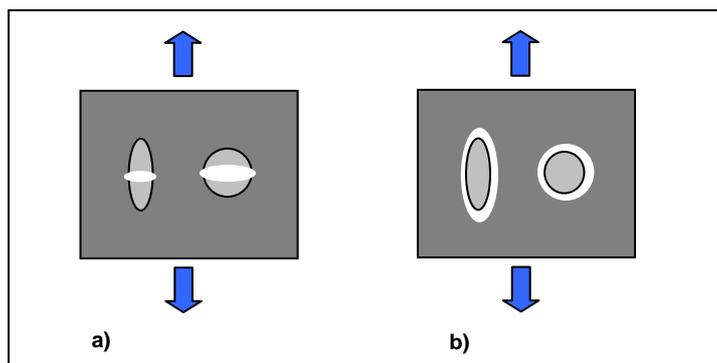


Figure 1.3 : Croissance des cavités

1.2.2.3 Coalescence

Lorsque le taux de porosités atteint une valeur critique de l'ordre de 10% à 15%, il se produit alors un phénomène d'interaction entre les différentes cavités. Effectivement, dès lors que la distance séparant deux cavités est suffisamment faible, celles-ci tendent à se réunir de façon assez brutale (Figure 1.4). Un deuxième phénomène, mettant en jeu la striction des ligaments entre cavités existantes, peut également se produire.

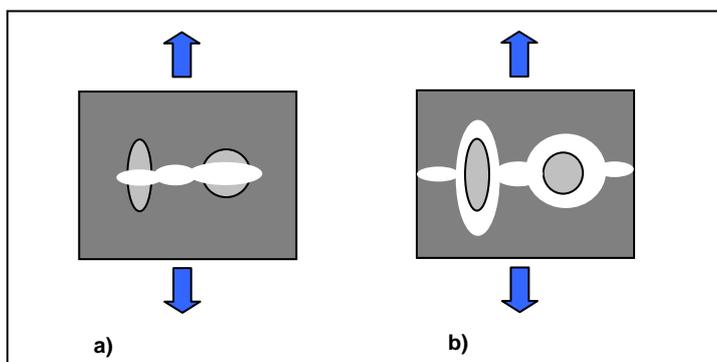


Figure 1.4 : Coalescence des cavités

La prédominance de l'un de ces deux phénomènes est fortement liée à l'existence et la répartition de particules de seconde phase. La fin du stade de coalescence correspond à l'amorçage d'une fissure macroscopique qui conduira de manière irréversible à la rupture du matériau.

1.2.2.4 Couplage endommagement/comportement

Les mécanismes physiques qui gouvernent l'endommagement interagissent fortement sur le comportement du matériau. Au fur et à mesure que le matériau subit une déformation plastique, ces propriétés mécaniques sont alors altérées par la création d'endommagement. On parle ainsi de couplage entre l'endommagement et la plasticité. Ceci peut s'illustrer simplement en prenant par exemple le cas d'une éprouvette axisymétrique subissant un essai de traction uniaxiale. La réponse schématique obtenue sur la courbe Contrainte/Déformation est représentée par la Figure 1.5 :

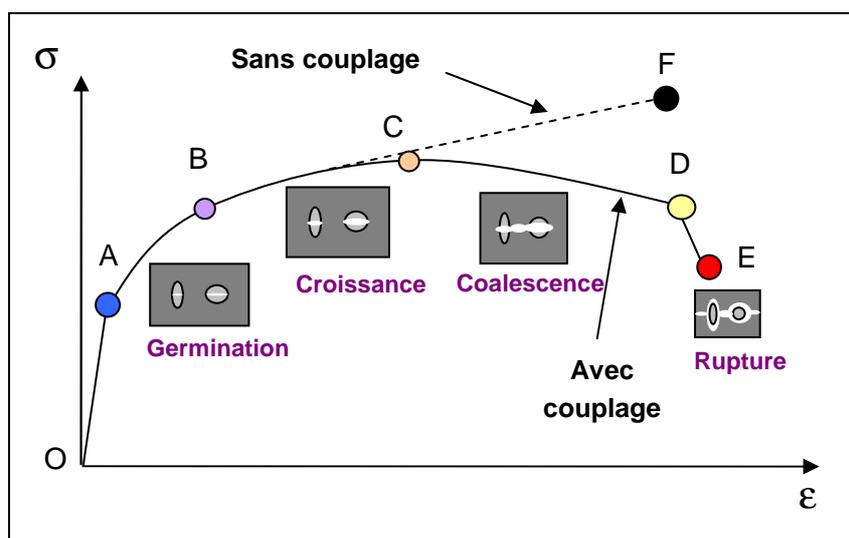


Figure 1.5 : Réponse schématique d'une éprouvette à un essai de traction uniaxiale ([Mariage03])

Dans un premier temps, la déformation appliquée à l'éprouvette est **élastique** et linéaire (**trajet OA**). L'endommagement est alors nul. Viennent ensuite les trois mécanismes physiques définis précédemment et amenant à la rupture ductile :

- la phase de **germination** des cavités qui sont encore trop petites pour modifier le comportement macroscopique du matériau (**trajet AB**).
- la **croissance** des cavités qui va entraîner un adoucissement progressif du matériau. Le couplage entre le comportement et l'endommagement ne peut plus être négligé car il devient prépondérant (**trajet BC**).
- la phase de **coalescence** entre cavités (**trajet CD**).

Pour finir, l'apparition de fissures macroscopiques qui vont se propager et provoquer la rupture de l'éprouvette (point E).

Sans couplage entre l'endommagement et la plasticité du matériau, la réponse schématique serait le **trajet OABF**, ce qui n'est pas en accord avec la réalité expérimentale.

C'est pourquoi l'endommagement joue un rôle majeur sur le comportement du matériau et doit nécessairement être pris en compte au travers d'un couplage avec la loi de comportement lorsque le matériau subit de grandes déformations.

1.3 Modélisation de l'endommagement ductile

1.3.1 Introduction

La modélisation de l'endommagement ductile a fait l'objet de nombreuses études depuis les années 70. Plusieurs approches ont été développées et proposées dans la littérature par de nombreux auteurs. Deux catégories de modèles d'endommagement existent : les modèles découplés ([Mc Clintock68], [Rice69], [Oyane80], ...) et les modèles couplés au comportement du matériau ([Gurson77], [Lemaitre85], [Rousselier81], ...).

L'approche découplée est basée sur des modèles prenant en compte une variable externe qui prédit la rupture lorsqu'une valeur critique est atteinte. En revanche, l'endommagement calculé n'interagit pas sur les caractéristiques mécaniques du matériau.

La deuxième approche (modèles couplés) permet de rendre compte de l'affaiblissement des propriétés mécaniques dû au développement de l'endommagement. Cette approche peut être décomposée en deux catégories différentes :

- les modèles basés sur une approche micromécanique,
- les modèles basés sur une approche macromécanique ou phénoménologique.

Nous présentons ici quelques modèles permettant de décrire, tout ou en partie, les trois mécanismes décrits précédemment.

1.3.2 Modèles découplés

Modèle de Oyane [Oyane80] :

D'après Oyane, la rupture du matériau se produit lorsque le volume des cavités atteint une valeur critique donnée. Sous forme intégrée, Oyane propose la relation suivante :

$$\ln\left(\frac{V_R}{V_0}\right) = \int_0^{\bar{\epsilon}^R} \left(a + b \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right) d\bar{\epsilon}^P \quad (1.1)$$

avec :

- V_0 : volume de cavité initial,
- V_R : volume de cavité à rupture,
- $\bar{\epsilon}^R$: déformation équivalente à rupture,
- σ_{eq} : contrainte équivalente de von Mises,
- $\sigma_H = (1/3)\text{Trace}(\sigma)$: contrainte hydrostatique.
- a et b sont deux paramètres matériaux à identifier.

Finalement, le critère de rupture suivant est proposé :

$$I_{cr} = \frac{1}{b} \int_0^{\bar{\epsilon}^R} \left(1 + a \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right) d\bar{\epsilon}^p \quad (1.2)$$

La rupture se produira lorsque I_{cr} sera égal à 1.

Modèle de Mc Clintock :

Mc Clintock [McClintock68] considère la croissance de cavités cylindriques de rayon R (Figure 1.6) dans un matériau parfaitement plastique.

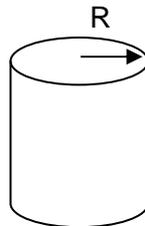


Figure 1.6 : Cavité cylindrique de rayon R

Il fait également l'hypothèse de négliger l'interaction entre cavités. L'expression de l'évolution de l'endommagement ductile est alors donnée par :

$$\frac{dR}{R} = 0.8 \exp\left(\sqrt{3} \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) d\bar{\epsilon}^p \quad (1.3)$$

Modèle de Rice et Tracey :

Rice et Tracey ([Rice69]) ont développé un modèle basé sur la croissance de cavités. L'approche considère la croissance d'une cavité sphérique en milieu infini rigide parfaitement plastique. L'expression de l'évolution de l'endommagement ductile est donnée par :

$$\frac{dR}{R} = \alpha \exp\left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) d\bar{\epsilon}^p \quad (1.4)$$

avec :

- R : rayon actuel de la cavité,
- α : constante (0.283 pour le modèle original).

Cependant, le modèle de Rice et Tracey est basé sur l'analyse d'une cavité isolée et ne prend pas en compte les interactions entre les différentes cavités. Les modèles présentés par la suite, de type micromécanique, tendent à résoudre ce problème.

Généralement, les modèles découplés ont l'avantage d'être faciles à implémenter et possèdent peu de paramètres à identifier. En revanche, ils apparaissent comme souvent insuffisants pour des chemins de chargement complexes et de grandes déformations plastiques, ce qui est le cas notamment lors du forgeage à froid de pièces mécaniques.

1.3.3 Modèles couplés de type micromécanique

1.3.3.1 Le modèle de Gurson

Le modèle de Gurson ([Gurson77]) est le premier modèle micromécanique qui a introduit un couplage entre le comportement et l'endommagement. Le modèle est basé sur la croissance de cavités sphériques et s'inspire des travaux préalables de Rice et Tracey ([Rice69]). La présence de cavités dans le matériau, modifie le comportement plastique macroscopique de celui-ci. Il paraît donc intéressant d'introduire une variable d'endommagement relative à ce phénomène physique. La variable d'endommagement f est alors définie comme étant la fraction volumique de vide (volume des cavités/volume total).

Gurson propose un potentiel plastique de la forme suivante ([Gurson77]) :

$$\Phi = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0}\right)^2 + 2f \cosh\left(\frac{3\sigma_H}{2\sigma_0}\right) - 1 - f^2 = 0 \quad (1.5)$$

avec :

- $\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}} s : s$: contrainte de von Mises (s étant le déviateur des contraintes),
- $\sigma_H = \frac{1}{3} \text{Trace}(\sigma)$: contrainte hydrostatique,
- σ_0 : contrainte d'écoulement de la matrice.

L'endommagement, par l'intermédiaire de la variable f, va modifier la surface de charge du critère de plasticité, et ainsi traduire la baisse de capacité résistante du matériau. Dans le cas particulier où f est égal à 0 (matériau vierge sans endommagement), le critère de plasticité correspond alors à celui de von Mises ($\Phi = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0}\right)^2 = 1$).

La vitesse d'évolution de la fraction volumique, due à la croissance des microcavités, est déterminée à partir de la conservation de la masse :

$$\dot{f}_{\text{croissance}} = (1-f) \text{tr}(\dot{\epsilon}_{pl}) \quad (1.6)$$

où $\dot{\epsilon}_{pl}$ représente le tenseur du taux de déformation plastique.

Néanmoins, ce modèle ne prend pas en compte les interactions entre microcavités.

1.3.3.2 Le modèle de Gurson, Tvergaard et Needleman (GTN)

Pour rendre compte du phénomène d'interaction, Tvergaard et Needleman ([Tvergaard84]) ont modifié le modèle de Gurson en ajoutant de nouveaux paramètres q_1 , q_2 et q_3 tels que :

$$\Phi = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0}\right)^2 + 2q_1 f^* \cosh\left(\frac{3q_2 \sigma_H}{2\sigma_0}\right) - 1 - q_3 f^{*2} = 0 \quad (1.7)$$

où q_1 , q_2 et q_3 sont les paramètres constitutifs du modèle.

Généralement, ces paramètres sont fixés à $q_1 = 1.5$, $q_2 = 1$ et $q_3 = (q_1)^2$ pour les aciers.

Le mécanisme de germination des microcavités est maintenant pris en compte dans l'évolution de la fraction volumique de vide :

$$\dot{f} = \dot{f}_{\text{croissance}} + \dot{f}_{\text{germination}} \quad (1.8)$$

Le terme de germination est contrôlé par la déformation plastique et de nombreux auteurs utilisent une expression sous la forme d'une probabilité Gaussienne (Figure 1.7) introduite par Chu et Needleman [Chu80] :

$$\dot{f}_{\text{nucleation}} = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\epsilon}_{pl} - \epsilon_N}{S_N}\right)^2\right) \dot{\bar{\epsilon}}_{pl} \quad (1.9)$$

avec :

- f_N : fraction volumique de cavités créées par nucléation,
- ϵ_N : déformation plastique moyenne pour laquelle la nucléation est maximum,
- S_N : écart type de la distribution normale de Gauss.

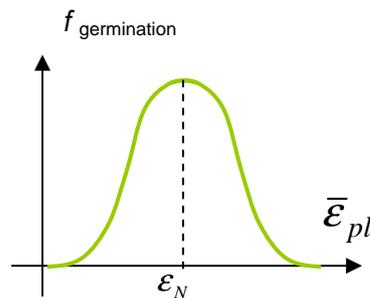


Figure 1.7 : Loi de germination de type Chu et Needleman [Chu80]

La coalescence est également prise en compte par l'intermédiaire de la variable f^* (porosité fictive) qui représente la fraction volumique modifiée de vide :

$$f^* = \begin{cases} f & \text{si } f < f_c \\ f_c + \frac{f_u^* - f_c}{f_f - f_c} (f - f_c) & \text{si } f > f_c \end{cases} \quad (1.10)$$

avec :

- f_c : fraction volumique de cavités pour laquelle la coalescence débute,
- f_f : valeur finale de f à la rupture ductile,
- f_u^* : valeur ultime de f^* ($=1/q_1$).

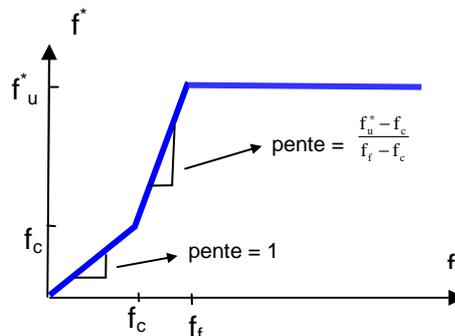


Figure 1.8 : Evolution de la porosité fictive f^*

L'utilisation de la variable f^* permet de simuler la rapide augmentation de la fraction volumique de porosités (Figure 1.8) due à la coalescence des microcavités et ainsi de simuler la chute des contraintes.

Remarque : En cisaillement pur ($\sigma_{kk}=0$), l'évolution de l'endommagement reste nulle pour ce type de modèle. Néanmoins, des contraintes tangentielles apparaissent aux interfaces des particules de seconde phase entraînant une décohésion locale. C'est pourquoi dans les cas de fort cisaillement, certains auteurs [Croix02] ont introduit une composante supplémentaire faisant intervenir une nucléation due au cisaillement.

$\dot{f}_{\text{cisaillement}}$ est alors de forme comparable à $\dot{f}_{\text{nucléation}}$ et dépend de la déformation tangentielle ϵ_{xy} ainsi que de la vitesse de déformation tangentielle $\dot{\epsilon}_{xy}$:

$$\dot{f}_{\text{cisaillement}} = \frac{f_{\text{cis}}}{S_{\text{cis}} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{xy} - \epsilon_{\text{cis}}}{S_{\text{cis}}}\right)^2\right] \dot{\epsilon}_{xy}$$

avec :

- f_{cis} : fraction volumique de cavités créées par décohésion locale de particules de seconde phase.
- ϵ_{cis} : déformation plastique moyenne pour laquelle la décohésion locale est maximale.
- S_{cis} : écart type de la distribution normale de Gauss.

Remarque : Même si cela permet d'introduire la nucléation en cisaillement, la croissance quant à elle restera nulle en cisaillement pur puisqu'elle est basée sur la Trace du tenseur $\dot{\epsilon}_{\text{pl}}$.

En résumé, le modèle GTN nécessite la connaissance de 9 paramètres d'endommagement ($q_1, q_2, q_3, f_0, f_c, f_f, f_N, \epsilon_N, S_N$) ou bien 12 si l'on prend également en compte le cisaillement ($f_{\text{cis}}, \epsilon_{\text{cis}}$ et S_{cis} en plus).

Le nombre élevé de paramètres à déterminer complique l'utilisation d'un tel modèle. Certains peuvent être déterminés plus facilement par le biais d'analyses micrographiques (f_0, f_c, f_f, f_N), d'autres sont accessibles dans la littérature ou par le biais d'essais mécaniques et d'analyse inverse ($q_1, q_2, q_3, \epsilon_N, S_N, f_{\text{cis}}, \epsilon_{\text{cis}}, S_{\text{cis}}$). Il est toute fois possible de déterminer tous ces paramètres par analyse inverse mais leur nombre élevé augmente considérablement le temps de calcul de l'analyse inverse et l'obtention d'un jeu de paramètres unique n'est pas garantie. En effet, la quantité d'informations contenue dans la ou les observables (courbe force/déplacement par exemple) utilisées pour l'analyse inverse, est relativement faible comparé au nombre de paramètres inconnus du modèle ([Springmann05]). Le nombre de paramètres identifiés simultanément ne doit guère être supérieur à 3 du fait de leur grande sensibilité sur les simulations ([Berdin et al.04]). C'est pourquoi il est recommandé d'utiliser

au maximum les observations microscopiques pour déterminer les paramètres d'endommagement pour ce modèle.

1.3.3.3 Le modèle de Gologanu, Leblond et Devaux (GLD)

Une des limitations majeures du modèle GTN est qu'il ne considère que la croissance de cavités initialement sphériques et qui le restent. Ceci n'est vrai que pour des taux de triaxialité moyen d'environ 1,5. Les cavités peuvent également ne pas être initialement de forme sphérique mais allongées ou aplaties à cause du procédé de mise en forme.

C'est pour ces raisons que le modèle GLD a été développé par Gologanu, Leblond et Devaux ([Gologanu et al.93]). Ce modèle considère que le matériau est constitué d'une matrice incompressible et de microcavités pouvant changer de forme, de volume et d'orientation. Le volume élémentaire représentatif est constitué d'un volume ellipsoïdal Ω (matrice et microcavité) contenant une microcavité confocale ellipsoïdale de volume w (Figure 1.9). Le chargement est axisymétrique par hypothèse.

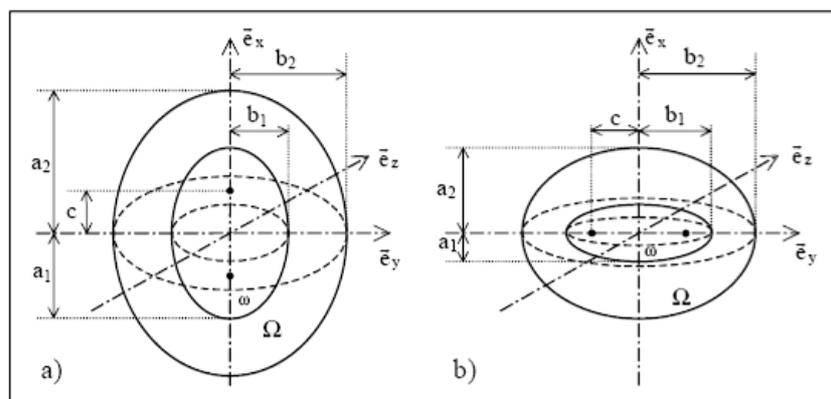


Figure 1.9 : Microcavité allongée a) et aplatie b) [Croix02]

Le modèle GLD est défini à partir des 3 paramètres suivants :

- la fraction volumique de microcavité : $f = \frac{w}{\Omega} = \frac{a_1 b_1^2}{a_2 b_2^2}$

où a_1 , b_1 , a_2 et b_2 sont respectivement les demi axes de la microcavité ellipsoïdale et de la matrice (cf Figure 1.9).

- le paramètre de forme de la microcavité : $S_{GLD} = \ln(a_1/b_1)$,

($S_{GLD} < 0$: cavité aplatie, $S_{GLD} > 0$: cavité allongée, $S_{GLD} = 0$: cavité sphérique)

- l'orientation de la cavité donnée par le vecteur \vec{e}_x .

Le potentiel plastique s'exprime alors de la façon suivante :

$$\Phi = \frac{C}{\sigma_0^2} \|s + \eta \sigma_H \chi\|^2 + 2q_{GLD} (g+1)(g+f) \cosh\left(\frac{\kappa \sigma_H}{\sigma_0}\right) - (g+1)^2 - (q_{GLD})^2 (g+f)^2 = 0 \quad (1.11)$$

où :

- s est le déviateur des contraintes macroscopiques σ ,
- $\|\cdot\|$ représente la norme au sens de von Mises : $\|T\| = \sqrt{\frac{3}{2} T_{ij} T_{ij}}$,
- $\sigma_H = (1 - 2\alpha_2)\sigma_{xx} + \alpha_2(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})$,
- $\chi = \frac{1}{3}(2e_x \otimes e_x - e_y \otimes e_y - e_z \otimes e_z)$.

Les paramètres α_2 , C , η , κ et g sont exprimés en fonction de f et S_{GLD} [Croix 02].

Le paramètre de Tvergaard q_1 a été modifié par Gologanu pour rendre compte de la nouvelle forme du volume élémentaire et il dépend maintenant de la forme de la microcavité :

$$q_{GLD} = 1 + 2(q_1 - 1) \frac{h_{GLD}}{1 + (h_{GLD})^2} \quad (1.12)$$

avec $h_{GLD} = \exp(S_{GLD})$ et q_1 représentant le paramètre de Tvergaard pour une cavité sphérique (généralement $q_1 = 1.5$).

L'évolution de la fraction volumique de vide f est comparable au modèle GTN :

$$\dot{f} = \dot{f}_{\text{nucléation}} + \dot{f}_{\text{croissance}} \quad (1.13)$$

De même, la prise en compte de la coalescence est effectuée par le biais de la porosité fictive f^* . Ce modèle apporte une bonne avancée car il permet de prendre en compte l'anisotropie de l'endommagement. Il repose à l'origine sur l'hypothèse d'un chargement axisymétrique avec triaxialité positive mais est couramment utilisé pour toutes conditions de chargement.

Une remarque analogue au modèle GTN peut être faite concernant la prise en compte du cisaillement à savoir que ce modèle n'endommage pas en cisaillement.

En résumé, le modèle GLD nécessite la connaissance de 8 paramètres d'endommagement (q_1 , f_0 , S_0 , f_c , f_f , f_N , ε_N et S_N) ou bien 11 si l'on prend également en compte le cisaillement (f_{cis} , ε_{cis} et S_{cis} en plus). Dans sa thèse, Croix ([Croix02]) a étudié la sensibilité de paramètres d'endommagement (q_1 , f_0 , S_0 , f_N , ε_N et S_N) à partir de l'analyse inverse d'un essai de traction

sur éprouvettes entaillées. Il en ressort que certains paramètres comme q_1 et f_0 ont plus d'influence sur l'endommagement que les autres.

Là encore, le nombre élevé de paramètres à déterminer représente un inconvénient pour ce type de modèle. Ceux-ci sont également accessibles par le biais de la littérature, d'analyses microscopiques et d'essais mécaniques combinés à l'analyse inverse. Les remarques faites précédemment pour le modèle GTN restent vraies.

1.3.4 Modèles couplés de type macromécanique

Cette approche est une représentation phénoménologique de la mécanique de l'endommagement continu (MEC) qui a été initiée par Kachanov ([Kachanov58]) et Rabotnov ([Rabotnov68]). Mais c'est Chaboche ([Chaboche77]) qui a véritablement structuré cette approche dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus avec variables internes. Cette théorie a depuis été largement développée et utilisée par de nombreux auteurs pour modéliser l'endommagement.

1.3.4.1 Variables d'endommagement

Dans cette formulation, l'endommagement est décrit par des variables scalaires ou tensorielles. Considérons un matériau endommagé à l'intérieur duquel on isole un élément de volume représentatif (EVR) de taille suffisamment grande par rapport aux hétérogénéités du milieu. On désigne par S l'aire d'une section de ce volume coupé (Figure 1.10) par un plan de normal \vec{n} et S_D la surface endommagée (cavités, fissures).

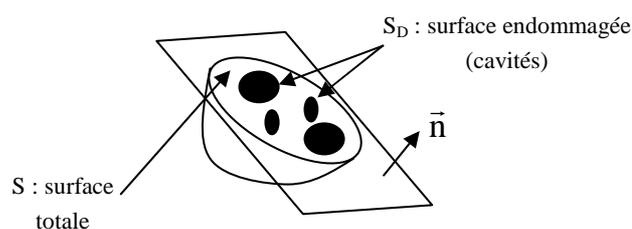


Figure 1.10 : Coupe d'un élément endommagé

La variable d'endommagement est donnée, pour chaque direction \vec{n} , par le rapport entre la surface S_D et la surface S :

$$D_n = \frac{S_D}{S} \quad (1.14)$$

Cette variable D_n représente la densité surfacique de défauts dans le plan de normal \vec{n} :

$D_n = 0$ correspond au matériau initialement non endommagé,

$D_n = 1$ correspond au matériau totalement rompu dans le plan de normale \vec{n} .

Cette représentation générale permet de rendre compte d'un endommagement anisotrope.

Si l'on considère que les défauts sont répartis de manière uniforme pour toutes les directions \vec{n} alors l'endommagement peut être considéré comme isotrope, soit $D_n = D \quad \forall \vec{n}$.

Cette forme d'endommagement scalaire a été utilisée par de nombreux auteurs de par sa simplicité. Notons qu'il est tout à fait possible d'utiliser plusieurs variables scalaires pour des directions prédéfinies.

Cependant, l'hypothèse d'isotropie n'est pas toujours vérifiée. Il est alors nécessaire d'utiliser des lois d'évolution différentes suivant les directions.

1.3.4.2 Concept de variables effectives

La notion de contrainte effective introduite par Kachanov ([Kachanov58]) découle directement de la densité surfacique de discontinuités. Lorsqu'un matériau est endommagé, les sections élémentaires ne résistent pas dans leur totalité aux efforts. Dans le cas d'un matériau sain, la contrainte exercée sur une surface S soumise à une force perpendiculaire F s'exprime par la relation :

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (1.15)$$

Dans un matériau endommagé, la section effective résistante \tilde{S} est plus faible que S du fait de la création de microcavités. Dans le cas d'un endommagement isotrope, on définit \tilde{S} comme suit :

$$\tilde{S} = S(1 - D) < S \quad (1.16)$$

Dans le cas uniaxial, la contrainte effective est alors définie par :

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (1.17)$$

Dans le cas tridimensionnel d'un endommagement isotrope, le tenseur des contraintes effectives s'écrit :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1 - D} \quad (1.18)$$

Afin de tenir compte des effets de concentration de contraintes au voisinage de microdéfauts, une hypothèse d'équivalence en déformation (Figure 1.11) a été introduite par Chaboche ([Chaboche77]) et Lemaitre ([Lemaitre85]). Le tenseur des contraintes effectives est alors défini de la façon suivante :

« Le tenseur des contraintes effectives $\tilde{\sigma}$ est celui qu'il faudrait appliquer à l'EVR vierge afin d'obtenir la même déformation que dans l'EVR endommagé soumis à la contrainte σ . »

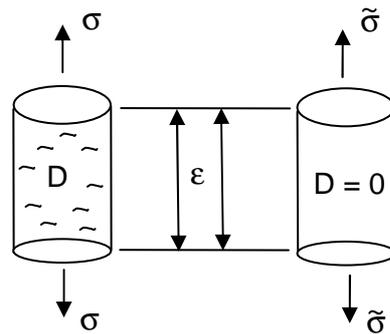


Figure 1.11 : Principe d'équivalence en déformation

1.3.4.3 Cadre thermodynamique

Pour modéliser l'endommagement, nous nous plaçons dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus ([Germain73], [Sidoroff76]). Le comportement thermomécanique est décrit en introduisant dans un premier temps des variables d'état observables telles que la déformation totale ε et la température T . En considérant l'hypothèse des petites déformations, la déformation totale est dissociée en une partie relative à la déformation thermo élastique ε^e et une partie relative à la déformation plastique ε^p :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (1.19)$$

Des variables d'état internes sont également introduites pour décrire les phénomènes dissipatifs d'écrouissage et d'endommagement. Ces variables représentent l'état interne de la matière (densité de dislocations, micro cavités, ...) mais ne sont pas mesurables directement. Pour chacune de ces variables d'état, il existe une variable associée (duale) comme l'indique le Tableau 1.1.

Mécanismes	Variables d'état observables	Variables d'état internes	Variables associées
Thermo élasticité	ε_{ij}		σ_{ij}
Entropie	T		S
Plasticité		ε_{ij}^p	$-\sigma_{ij}$
Ecrouissage isotrope		r	R
Ecrouissage cinématique		α_{ij}	X_{ij}
Endommagement		D	-Y

Tableau 1.1 : Variables d'état et variables associées

L'énergie libre de Helmholtz Ψ est utilisée comme potentiel thermodynamique d'état et est fonction de toutes ces variables d'état : $\Psi(\varepsilon^e, D, r, \alpha_{ij}, T)$.

Les propriétés élastiques n'étant pas affectées par l'écrouissage, le potentiel d'état Ψ est la somme des contributions thermo élastique Ψ_e , plastique Ψ_p et purement thermique Ψ_T :

$$\Psi = \Psi_e + \Psi_p + \Psi_T \quad (1.20)$$

Par la suite, nous utiliserons le potentiel d'enthalpie libre de Gibbs Ψ^* qui est déduit de celui de Helmholtz par la relation suivante :

$$\Psi^* = \sup_{\varepsilon} \left[\frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} - \Psi \right] = \sup_{\varepsilon^e} \left[\frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^e - \Psi_e \right] + \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^p - \Psi_p - \Psi_T \quad (1.21)$$

Finalement,

$$\Psi^* = \Psi_e^* + \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^p - \Psi_p - \Psi_T \quad (1.22)$$

où :

- ρ est la densité,
- Ψ_e^* est la contribution élastique affectée par l'endommagement de part le concept de contrainte effective,
- $\Psi_p = \frac{1}{\rho} \left(\int_0^r R dr + \frac{1}{3} C \alpha_{ij} \alpha_{ij} \right)$ est la contribution plastique due à l'écrouissage du matériau,
- Ψ_T est la contribution due uniquement à la température.

L'évolution des variables d'état dérive du potentiel d'état ψ^* :

$$\varepsilon_{ij} = \rho \frac{\partial \psi^*}{\partial \sigma_{ij}} = \rho \frac{\partial \psi_e^*}{\partial \sigma_{ij}} + \varepsilon_{ij}^p, \quad (1.23)$$

$$S = \frac{\partial \psi^*}{\partial T}. \quad (1.24)$$

De la même façon, les variables associées sont définies par :

$$R = -\rho \frac{\partial \psi^*}{\partial r}, \quad (1.25)$$

$$X_{ij} = -\rho \frac{\partial \psi^*}{\partial \alpha_{ij}}, \quad (1.26)$$

$$Y = \rho \frac{\partial \psi^*}{\partial D}. \quad (1.27)$$

Le second principe de la thermodynamique (inégalité de Clausius Duhem) impose que la dissipation mécanique soit positive :

$$\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - R \dot{r} - X_{ij} \dot{\alpha}_{ij} + Y \dot{D} - \frac{\vec{q} \cdot \text{grad}(T)}{T} \geq 0 \quad (\vec{q} : \text{flux thermique}) \quad (1.28)$$

Finalement, les lois d'évolution des variables internes dérivent d'un potentiel de dissipation (F) dont l'existence est postulée. Cette fonction, qui est convexe et dépend des variables associées, permet d'assurer le second principe de la thermodynamique :

$$F = F(\sigma, R, X_{ij}, Y, D, T) \quad (1.29)$$

Ce potentiel de dissipation peut être décomposé en 3 termes :

$$F = f + F_x + F_D \quad (1.30)$$

où :

- f est la fonction relative au critère de plasticité,
- F_x est un terme relatif à l'écroissage cinématique non linéaire,
- F_D est le potentiel d'endommagement.

Les lois de normalité qui en découlent s'expriment par :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial(-\sigma_{ij})} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.31)$$

$$\dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial R} \quad (1.32)$$

$$\dot{\alpha}_{ij} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial X_{ij}} \quad (1.33)$$

$$\dot{D} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial(-Y)} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial Y} \quad (1.34)$$

$\dot{\lambda}$ correspond au multiplicateur plastique, scalaire strictement positif, qui est calculé à partir de la condition de consistance : $f = 0$ et $\dot{f} = 0$.

1.3.4.4 Potentiel d'état pour endommagement isotrope

D'après le principe d'équivalence en déformation, la contribution élastique ψ_e^* s'exprime, dans le cas isotherme, sous la forme suivante :

$$\psi_e^* = \frac{1}{2\rho} C_{ijkl} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{kl}^e (1-D) = \frac{1}{2\rho} \left(\frac{1+\nu}{E} \frac{\sigma_{ij} \sigma_{ij}}{1-D} - \frac{\nu}{E} \frac{\sigma_{kk}^2}{1-D} \right) \quad (1.35)$$

où \mathbf{C} est le tenseur élastique d'ordre quatre, E le module d'Young et ν le coefficient de Poisson.

Y , qui est la variable associée à la variable d'endommagement D , dérive du potentiel d'état ψ^* et peut être écrite sous la forme suivante :

$$Y = \rho \frac{\partial \psi^*}{\partial D} = \rho \frac{\partial \psi_e^*}{\partial D} = \frac{1}{2E(1-D)^2} \left[(1+\nu)(\sigma : \sigma) - \nu(\text{trace}(\sigma))^2 \right] \quad (1.36)$$

$$Y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \quad (1.37)$$

avec :

- $\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} s : s}$: contrainte de von Mises (s étant le déviateur des contraintes),
- $\sigma_H = \frac{1}{3} Trace(\sigma)$: contrainte hydrostatique.

Le rapport (σ_H / σ_{eq}) représente le taux de triaxialité des contraintes dont l'influence sur la cinétique de l'endommagement est très importante et a été largement démontrée expérimentalement.

1.3.4.5 Formulation du modèle de Lemaitre

De nombreuses observations et expérimentations ont montré que l'endommagement était gouverné par la déformation plastique, qui elle-même dépend du multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$:

$$\dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial Y} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_D}{\partial Y} \quad (1.38)$$

Comme nous l'avons déjà vu (éq. 1.30), le potentiel de dissipation (F) se décompose en 3 termes (f, F_x et F_D). f est la fonction relative au critère de plasticité et est déterminée par le critère de von Mises :

$$f = \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-D} - \mathbf{X} \right)_{eq} - R - \sigma_y = 0 \quad (1.39)$$

où :

- $\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-D} - \mathbf{X} \right)_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{s_{ij}}{1-D} - X_{ij} \right) \left(\frac{s_{ij}}{1-D} - X_{ij} \right)}$,
- $R = R(r)$ représente la loi d'écrouissage isotrope,

D'après les lois de normalité, le tenseur des déformations plastiques est donné par :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2} \frac{\frac{s_{ij}}{1-D} - X_{ij}}{\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-D} - \mathbf{X} \right)_{eq}} \frac{\dot{\lambda}}{1-D} \quad (1.40)$$

Le taux de déformation plastique cumulée $\dot{\bar{\epsilon}}_p$ étant défini par :

$$\dot{\bar{\epsilon}}_p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p} \quad (1.41)$$

On obtient finalement :

$$\dot{\bar{\epsilon}}_p = \frac{\dot{\lambda}}{1-D} \quad (1.42)$$

D'après l'expression (1.38), l'évolution de l'endommagement dépend du potentiel d'endommagement choisi. Lemaitre ([Lemaitre83]) propose une expression qui est une fonction non linéaire de Y :

$$F_D = \frac{S_0}{(b+1)(1-D)} \left(\frac{Y}{S_0} \right)^{b+1} \quad (1.43)$$

$$\text{Soit } \dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_D}{\partial Y} = \left(\frac{Y}{S_0} \right)^b \dot{\bar{\epsilon}}_p \quad (1.44)$$

S_0 et b sont deux paramètres propres au matériau et qui caractérisent l'endommagement.

Un troisième paramètre (ϵ_D) est également introduit pour rendre compte du fait que l'endommagement ductile n'intervient qu'au-delà d'un certain seuil de déformation plastique cumulée ϵ_D :

$$\begin{cases} \dot{D} = \left(\frac{Y}{S_0} \right)^b \dot{\bar{\epsilon}}_p & \text{si } \bar{\epsilon}_p \geq \epsilon_D \\ \dot{D} = 0 & \text{si } \bar{\epsilon}_p < \epsilon_D \end{cases} \quad (1.45)$$

Enfin, un quatrième paramètre (D_c) peut être ajouté pour rendre compte de la rupture. L'amorçage d'une fissure macroscopique est sensé se produire lorsque l'endommagement atteint la valeur de 1. Mais généralement, pour les matériaux métalliques, cette valeur est plus faible et comprise entre 0.2 et 0.8 selon la ductilité du matériau. La valeur de l'endommagement à rupture correspond ainsi au paramètre D_c . Lorsqu'un élément atteint cette valeur critique, celui-ci n'a alors plus aucune capacité résistante.

Cette formulation de l'endommagement ductile correspond à l'approche classique développée par Lemaitre ([Lemaitre85]). Dans ce cas de figure, il est alors nécessaire d'identifier 3 paramètres : b , S_0 et D_c .

En ce qui concerne des trajets de chargements plus complexes, ce modèle de base nécessitera la prise en compte d'un certain nombre d'améliorations qui seront détaillées dans le Chapitre 4.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, les différents mécanismes physiques de l'endommagement ductile ont été présentés. Un certain nombre de modèles d'endommagement ont également été présentés. Les modèles micromécaniques ont pour avantage de réellement modéliser les phénomènes physiques de l'endommagement à savoir la nucléation, la croissance et la coalescence de cavités. Le modèle GLD semble le plus évolué car il prend en compte l'anisotropie de l'endommagement à travers des cavités ellipsoïdales pouvant changer de forme, de volume et d'orientation sans introduire plus de paramètres que le modèle GTN.

En revanche, ces modèles requièrent la connaissance de nombreux paramètres (8 à 12) souvent assez délicats à déterminer précisément. Ces modèles apparaissent donc difficilement utilisables notamment dans le cadre de projets industriels et c'est pourquoi par la suite nous nous orienterons plutôt vers le choix de modèles de type macromécanique.

Les modèles macromécaniques ont l'avantage de posséder peu de paramètres à déterminer (3 à 4 en général) ce qui facilite leur identification par analyse inverse. Dans un premier temps, l'approche thermodynamique a été présentée ainsi que le modèle développé par Lemaitre. Dans le cas de trajets de chargements complexes, ce modèle de base nécessitera la prise en compte d'un certain nombre d'améliorations pour optimiser la modélisation de l'endommagement. Ceci fera l'objet du Chapitre 4.

Chapitre 2 :

Formulation du couplage comportement / endommagement

2	Formulation du couplage comportement / endommagement	29
2.1	Introduction	29
2.2	Problème mécanique	29
2.2.1	Formulation générale du problème continu	29
2.2.1.1	Equations de conservation	30
2.2.1.2	Conditions limites	31
2.2.1.3	Lois mécaniques	33
2.2.1.4	Formulation faible à deux champs (vitesse/pression)	34
2.2.2	Formulation du problème discrétisé	35
2.2.2.1	Discrétisation spatiale	35
2.2.2.2	Discrétisation temporelle	37
2.2.2.3	Gestion du contact	38
2.2.2.4	Résolution du système	39
2.3	Intégration d'une loi de comportement élasto-plastique endommageable	42
2.3.1	Equations de base sans endommagement	42
2.3.2	Couplage fort avec endommagement isotrope	44
2.3.2.1	Equations de base avec endommagement	44
2.3.2.2	Résolution incrémentale	46
2.3.2.3	Module tangent discret	51
2.3.3	Couplage faible avec endommagement isotrope	53
2.4	Comparaison entre couplage fort et couplage faible	55
2.5	Conclusion	59

2 Formulation du couplage comportement / endommagement

2.1 Introduction

Au cours du chapitre précédent, différents modèles d'endommagement ont été présentés. Au final, notre choix s'est orienté vers un modèle de type macromécanique basé sur l'approche de Lemaitre. Afin de pouvoir simuler l'évolution de l'endommagement au cours du forgeage à froid, ce modèle a été implémenté au sein du logiciel Forge2005[®]. Ce logiciel éléments finis permet de simuler le forgeage des métaux à chaud, mi-chaud et à froid, pour des pièces 2D (axisymétriques ou déformation plane) et 3D.

Ses principales caractéristiques sont :

- des lois de comportement matériau variées : élastique, élasto-plastique, élasto-visco-plastique,
- la gestion des grandes déformations plastiques,
- un algorithme de maillage et remaillage automatique et robuste,
- la modélisation de la rupture par la méthode du « kill element ».

Dans ce chapitre, nous commencerons par détailler les différentes formulations du problème mécanique ainsi que la résolution des équations relatives au calcul mécanique. Puis nous traiterons de l'intégration d'une loi de comportement élasto-plastique endommageable au sein du logiciel Forge2005. Enfin, une comparaison sera réalisée entre un couplage faible de l'endommagement et un couplage fort.

2.2 Problème mécanique

2.2.1 Formulation générale du problème continu

Le logiciel Forge2005[®] est un logiciel basé sur la méthode des éléments finis permettant de modéliser la mise en forme (forgeage, laminage, ...) de pièces complexes. Forge2005[®] est basé sur une formulation mixte en vitesse/pression. La vitesse (\mathbf{v}) et la pression (p) sont donc considérées comme deux variables indépendantes et toutes les équations seront définies en fonction du champ (\mathbf{v} , p).

On considère que le métal à forger occupe un domaine fini Ω et de frontière $d\Omega$. Le comportement du métal est régi par les équations fondamentales de la mécanique des milieux continus que sont la conservation de la masse et la conservation de la quantité de mouvement. De plus, pour que le problème soit correctement posé, ces équations sont complétées par des conditions aux limites et des lois de comportement (rhéologiques, tribologiques).

2.2.1.1 Equations de conservation

L'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{d\rho}{dt} + \text{div}(\rho\mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

où ρ représente la masse volumique.

Cette équation se simplifie en supposant que le comportement du matériau est parfaitement incompressible (la déformation élastique est négligée devant la déformation pastique et cette dernière est supposée incompressible) ce qui conduit à une masse volumique constante. L'équation (2.1) se réduit donc à :

$$\text{div}(\mathbf{v}) = 0 \quad (2.2)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f}_v = \rho\gamma \quad (2.3)$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ représente le tenseur des contraintes, \mathbf{f}_v les forces volumiques gravitationnelles et γ l'accélération.

Dans le cas particulier de la mise en forme des matériaux, on considère que la matière ne se déforme que sous l'action des outils. C'est pourquoi, les forces de gravité \mathbf{f}_v et d'inertie $\rho\gamma$ sont négligées devant les forces de plasticité. L'équation (2.3) se réduit alors à :

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \quad (2.4)$$

Finalement, le système d'équations à résoudre se résume à :

$$\begin{cases} \text{div}(\mathbf{v}) = 0 \\ \text{div}(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

2.2.1.2 Conditions limites

Le métal à forger (appelé aussi « lopin ») occupe un domaine fini de volume Ω et de frontière $d\Omega$. Cette frontière peut alors se décomposer en plusieurs parties disjointes telles que :

$$\begin{cases} \partial\Omega = \partial\Omega_1 + \partial\Omega_T + \partial\Omega_v + \partial\Omega_c \\ \partial\Omega_1 \cap \partial\Omega_T \cap \partial\Omega_v \cap \partial\Omega_c = \emptyset \end{cases} \quad (2.6)$$

où $\partial\Omega_1$ représente la surface libre, $\partial\Omega_T$ la surface à chargement imposé, $\partial\Omega_v$ la surface à vitesse imposée et $\partial\Omega_c$ la surface en contact avec les outils (cf. Figure 2.1).

Les conditions limites appliquées au lopin sur les différentes surfaces sont les suivantes :

- aucune contrainte sur la surface libre $\partial\Omega_1$ soit :

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

- contrainte imposée \mathbf{T} sur $\partial\Omega_T$ soit :

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{T} \quad (2.8)$$

où \mathbf{n} est la normale extérieure à la surface du lopin.

- vitesse imposée \mathbf{v}_0 sur $\partial\Omega_v$ soit :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 \quad (2.9)$$

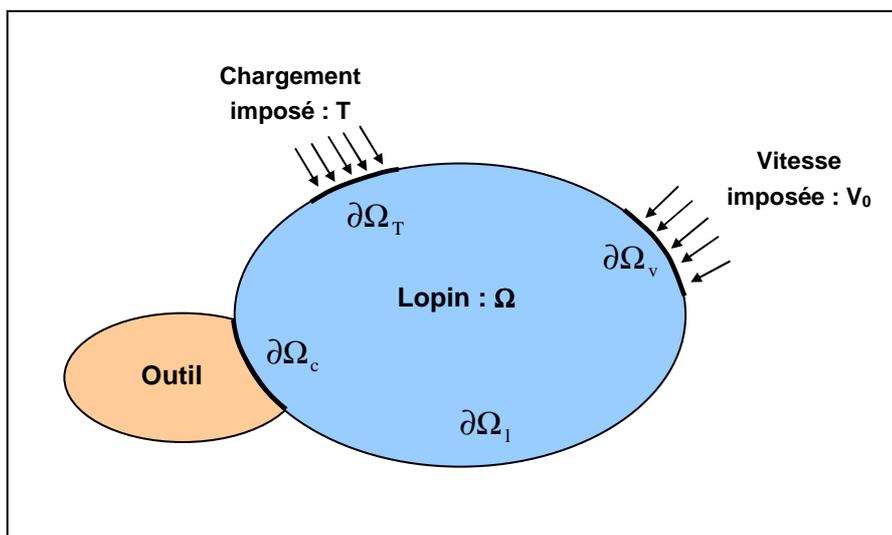


Figure 2.1 : Conditions aux limites du problème mécanique

Sur la surface de contact $\partial\Omega_c$, deux types de conditions sont imposées :

- une condition de contact unilatéral entre la pièce et les outils. Celle-ci traduit la non pénétration du lopin dans les outils et correspond aux conditions de Signorini :

$$\begin{cases} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{outil}}) \cdot \mathbf{n} \leq 0 \\ \sigma_n \leq 0 \\ \sigma_n (\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{outil}}) \cdot \mathbf{n} = 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

où $\mathbf{v}_{\text{outil}}$ est la vitesse de l'outil et σ_n est la pression de contact.

- une condition de frottement entre la pièce et les outils. La cission de frottement $\boldsymbol{\tau}$ est alors introduite. Celle-ci est orientée tangentiellment à la surface et s'exprime par :

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} - \sigma_n \mathbf{n} \quad (2.11)$$

C'est à partir de cette cission que sont introduites les différentes lois de frottement telles que Tresca, Coulomb, etc.

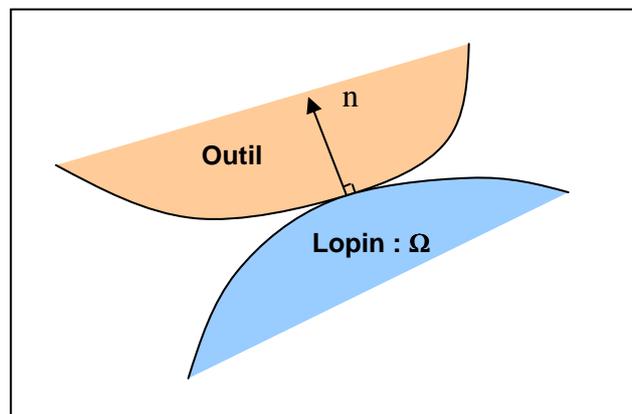


Figure 2.2 : Définition de la normale sortante \mathbf{n}

2.2.1.3 Lois mécaniques

- Lois de comportement :

Les lois d'écoulement permettent de modéliser le comportement rhéologique du matériau au cours de sa mise en forme. Dans le logiciel Forge2005®, plusieurs types de lois de comportement existent et sont disponibles : élastique, élasto-plastique, élasto-viscoplastique. Ces lois permettent de relier notamment la contrainte σ à la déformation ε , à la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ et à la température T . Un modèle combinant écoulement isotrope et cinématique de Hughes a également été introduit par Aliaga ([Aliaga00]) mais uniquement pour un critère de plasticité de type von Mises. Plusieurs coefficients intervenant dans la loi d'écoulement, aussi appelés paramètres rhéologiques, doivent nécessairement être identifiés pour modéliser le comportement du matériau.

Dans le cadre du forgeage à froid, nous nous limiterons à la présentation de lois élasto-plastiques qui sont généralement utilisées pour modéliser le comportement rhéologique de la pièce forgée. Plusieurs types de lois élasto-plastiques sont disponibles dans Forge2005® et permettent de définir la contrainte d'écoulement σ_0 :

- loi puissance :

$$\sigma_0 = \sqrt{3}K(\bar{\varepsilon}_0 + \bar{\varepsilon}^p)^n \exp(\beta/T) \quad (2.12)$$

- loi linéaire puissance :

$$\sigma_0 = \sqrt{3}K(1 + a(\bar{\varepsilon}^p)^n) \exp(\beta/T) \quad (2.13)$$

K est la consistance, $\bar{\varepsilon}_0$ et a sont des termes de régularisation de l'écoulement, n correspond au coefficient d'écoulement et β est un terme lié à la température T .

Le comportement élasto-plastique est résolu en utilisant la loi de Prandtl-Reuss avec le critère de von Mises.

- Lois de frottement :

Lorsqu'un mouvement de glissement apparaît entre deux corps, une force se crée à l'interface de contact, ce qui correspond au frottement. Cet effort résulte d'une contrainte tangentielle nommée scission de frottement τ . Dans le cas de la mise en forme des matériaux, le frottement intervient fortement puisque la matière est sans cesse en contact avec les différents outils. Pour cela, différentes lois de frottement existent dans Forge2005® et permettent de modéliser ce comportement : Tresca, Coulomb, viscoplastique, etc.

Le modèle de frottement que nous avons utilisé dans le cadre du forgeage à froid est de type Coulomb limité Tresca. Celle-ci fait intervenir la contrainte normale σ_n , la contrainte d'écoulement σ_0 et la différence de vitesse entre les deux corps $\Delta \mathbf{v}$. On a alors :

$$- \boldsymbol{\tau} = -\mu \sigma_n \frac{\Delta \mathbf{v}}{\|\Delta \mathbf{v}\|} \quad \text{si } \mu \sigma_n < \bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (2.14)$$

$$- \boldsymbol{\tau} = -\bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\|\Delta \mathbf{v}\|} \quad \text{si } \mu \sigma_n > \bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (2.15)$$

où μ est le coefficient de frottement et \bar{m} est le coefficient de Tresca.

Pour obtenir plus de détails sur d'autres types de lois de frottement, le lecteur pourra se reporter à [Mocellin99], [Barboza04].

2.2.1.4 Formulation faible à deux champs (vitesse/pression)

Le logiciel Forge2005® est basé sur une formulation mixte en vitesse/pression. La formulation faible du problème est obtenue en multipliant les deux équations de conservation par des fonctions tests (\mathbf{v}^* , p^*) puis par intégration spatiale sur Ω . Le problème faible revient alors à trouver $(\mathbf{v}, p) \in (V^{ca}, P)$ tels que :

$$\begin{cases} \forall \mathbf{v}^* \in V_0^{ca} & \int_{\Omega} \mathbf{s}(\mathbf{v}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}^*) d\Omega - \int_{\Omega} p \cdot \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}^*)) d\Omega - \int_{\partial\Omega_c} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}^* dS = 0 \\ \forall p^* \in P & \int_{\Omega} p^* (\text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v})) + \frac{\dot{p}}{\chi}) d\Omega = 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

P et V^{ca} sont respectivement les espaces des pressions et des vitesses cinématiquement admissibles c'est-à-dire respectant les conditions limites sur $\partial\Omega_v$ et $\partial\Omega_T$. V_0^{ca} est l'espace des vitesses cinématiquement admissibles et nulles sur la frontière du domaine.

χ représente le coefficient de compressibilité du matériau. Celui-ci est déduit du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν par la relation suivante :

$$\chi = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2.17)$$

2.2.2 Formulation du problème discrétisé

2.2.2.1 Discrétisation spatiale

Le problème mécanique faible est résolu par la méthode des éléments finis. Celle-ci consiste à effectuer une approximation des espaces d'admissibilité V^{ca} et P par des espaces discrets de dimensions finies V_h^{ca} et P_h . Les inconnues du problème $(\mathbf{v}, p) \in (V^{ca}, P)$ seront approchées par les solutions de dimensions finies $(\mathbf{v}_h, p_h) \in (V_h^{ca}, P_h)$.

Soit Ω_h une approximation du domaine continu Ω . La méthode des éléments finis consiste à subdiviser le domaine Ω_h en sous domaines Ω_e (éléments). La réunion de ces éléments forme la triangulation ou maillage éléments finis du domaine Ω_h :

$$\Omega_h = \bigcup_e \Omega_e$$

Le problème faible discrétisé revient donc à rechercher les solutions $(\mathbf{v}_h, p_h) \in (V_h^{ca}, P_h)$ telles que :

$$\begin{cases} \forall \mathbf{v}_h^* \in V_h^0 & \int_{\Omega_h} \mathbf{s}(\mathbf{v}_h) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^*) d\Omega_h - \int_{\Omega_h} p_h \cdot \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^*)) d\Omega_h - \int_{\partial\Omega_{hc}} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_h^* dS_h = 0 \\ \forall p_h^* \in P_h & \int_{\Omega_h} p_h^* \left(\text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h)) + \frac{\dot{p}_h}{\chi} \right) d\Omega_h = 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

P_h et V_h^{ca} sont respectivement les espaces des pressions et des vitesses cinématiquement admissibles sur Ω_h . V_h^0 est l'espace des vitesses cinématiquement admissibles et nulles sur la frontière du domaine Ω_h .

Le choix du degré d'interpolation des variables v_h et p_h sur chaque élément est un point crucial de la méthode des éléments finis. L'existence et l'unicité des solutions (\mathbf{v}_h, p_h) sont assurées par les conditions de compatibilité de Brezzi-Babuska [Babuska73] qui imposent des degrés d'interpolation aux variables \mathbf{v}_h et p_h . Ces conditions ont amené au choix de l'élément mixte P1+/P1 en vitesse/pression dit « mini-élément » pour discrétiser le domaine (Figure 2.3). Celui-ci est de forme tétraédrique dans le cas de simulations en 3 dimensions et triangulaire en 2 dimensions. Les champs de vitesse et pression sont interpolés linéairement à partir des valeurs aux sommets. Afin d'assurer la compatibilité de l'élément, le champ de vitesse est enrichi par l'ajout d'un degré de liberté supplémentaire au centre de l'élément appelé aussi « bulle ».

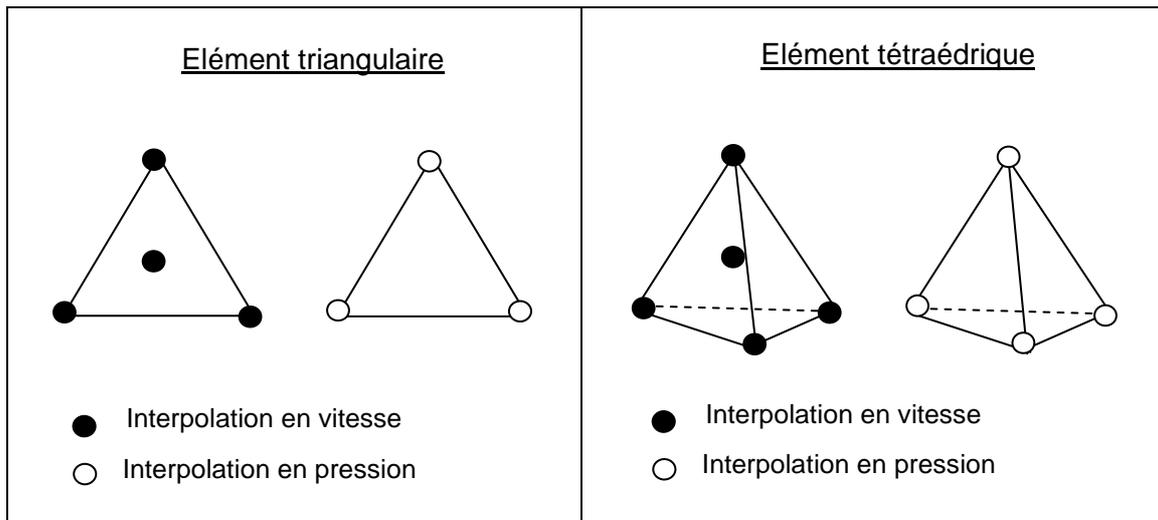


Figure 2.3 : Mini-élément P1+/P1 utilisé dans Forge2005®

Cet élément permet un bon compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats [Gay95]. Il possède notamment une bonne stabilité numérique de part la condensation de la bulle qui améliore le conditionnement de la matrice du système linéaire à résoudre [Coupez94]. Cet élément tétraédrique ou triangulaire autorise également le maillage de formes géométriques complexes et est tout à fait adapté au remaillage automatique.

Du fait de la présence de la bulle, le champ de vitesse solution du problème discrétisé se décompose en une partie linéaire \mathbf{v}_h^l et une partie bulle \mathbf{v}_h^b :

$$\mathbf{v}_h = \mathbf{v}_h^l + \mathbf{v}_h^b = \sum_{i=1}^{Nbnoe} \mathbf{v}_i^l N_i^l + \sum_{j=1}^{Nbelt} \mathbf{v}_j^b N_j^b \quad (2.19)$$

où Nbnoe et Nbelt sont respectivement le nombre de nœuds et d'éléments du maillage.

N_i^l est la fonction d'interpolation d'ordre 1 associée au nœud i et qui est utilisée pour interpoler les champs de vitesse et de pression. N_j^b est la fonction d'interpolation associée à l'élément j et qui est utilisée pour interpoler le terme bulle du champ de vitesse.

Pour la pression, on a également :

$$p_h = \sum_{i=1}^{Nbnoe} p_i N_i^l \quad (2.20)$$

Le champ bulle possède une propriété permettant de simplifier les équations ce qui a été détaillé par Aliaga [Aliaga00]. Son gradient est notamment orthogonal à tout tenseur constant \mathbf{C} sur un élément e du maillage :

$$\int_{\Omega_e} \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^b) d\Omega_h = 0 \quad (2.21)$$

Cette propriété implique que pour toute composante linéaire de la vitesse \mathbf{v}_h^l , on a :

$$\int_{\Omega_e} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^l) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^b) d\Omega_h = 0 \quad (2.22)$$

A partir de la décomposition du champ de vitesse et de la propriété de la bulle, la formulation discrétisée du problème mécanique revient donc à trouver $(\mathbf{v}_h^l, \mathbf{v}_h^b, p_h) \in (V_1^{ca}, V_b^{ca}, P_h)$ tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \mathbf{v}_h^l \in V_1^{ca} \quad \int_{\Omega_h} \mathbf{s}(\mathbf{v}_h^l) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{l*}) d\Omega_h - \int_{\Omega_h} p_h \cdot \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{l*})) d\Omega_h - \int_{\partial\Omega_{hc}} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_h^{l*} dS_h = 0 \\ \forall \mathbf{v}_h^b \in V_b^{ca} \quad \int_{\Omega_h} \mathbf{s}(\mathbf{v}_h^b) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{b*}) d\Omega_h - \int_{\Omega_h} p_h \cdot \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{b*})) d\Omega_h - \int_{\partial\Omega_{hc}} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_h^{b*} dS_h = 0 \\ \forall p_h^* \in P_h \quad \int_{\Omega_h} p_h^* \left(\text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^l + \mathbf{v}_h^b)) + \frac{\dot{p}_h}{\chi} \right) d\Omega_h = 0 \end{array} \right. \quad (2.23)$$

P_h et V_1^{ca} sont respectivement les espaces des pressions et des vitesses linéaires cinématiquement admissibles sur Ω_h . V_b^{ca} est l'espace des fonctions bulle, affines par morceaux et s'annulant sur la frontière des éléments.

2.2.2.2 Discrétisation temporelle

Le système d'équation de la formulation faible, qui vient d'être présenté, doit être satisfait à chaque instant de la discrétisation temporelle. Pour cela, l'espace de temps total (T_{total}) de la simulation numérique est décomposé en N intervalles à partir du pas de temps Δt :

$$T_{\text{total}} = \bigcup_{k=1, N} [t_i, t_i + \Delta t] \quad (2.24)$$

A l'instant t , la configuration est connue. Le logiciel Forge2005® est basé sur une formulation Lagrangienne réactualisée. C'est-à-dire que la nouvelle configuration (instant $t + \Delta t$) est calculée à partir de l'instant précédent t et non t_0 comme dans le cas d'une formulation

Lagrangienne totale. Le pas de temps doit être choisi suffisamment faible pour que l'hypothèse des petites déformations (<1% par incrément) soit vérifiée.

Le schéma d'intégration temporelle utilisé est de type Euler implicite :

$$\mathbf{X}^{t+\Delta t} = \mathbf{X}^t + \mathbf{V}^t \Delta t \quad (2.25)$$

Le logiciel Forge2005® permet également d'utiliser un schéma d'intégration d'ordre 2 de type Runge-Kutta pour lequel le calcul d'une configuration intermédiaire ($t + \Delta t/2$) est nécessaire. Ce schéma est plus performant mais très coûteux en temps de calcul. L'erreur commise est notamment proportionnelle à $(\Delta t)^3$ contre $(\Delta t)^2$ pour un schéma d'Euler ce qui permet une meilleure précision ([Boyère99]).

2.2.2.3 Gestion du contact

Dans le logiciel Forge2005®, le contact est géré par la méthode de pénalisation. Pour cela, il est nécessaire d'introduire la notion de distance δ_k entre un nœud k et le point le plus proche de la surface de l'outil. Cette distance correspond à la distance de pénétration. La convention suivante est alors utilisée :

- $\delta_k > 0$ si le nœud est à l'extérieur de l'outil,
- $\delta_k = 0$ si le nœud est sur la surface de l'outil,
- $\delta_k < 0$ si le nœud est à l'intérieur de l'outil.

Durant un incrément de temps, aucun nœud ne peut pénétrer dans les outils. Cette condition de non pénétration est alors imposée et peut s'écrire :

$$\forall k = 1, \dots, \text{nbnoe} \quad \delta_k \geq 0 \quad (2.26)$$

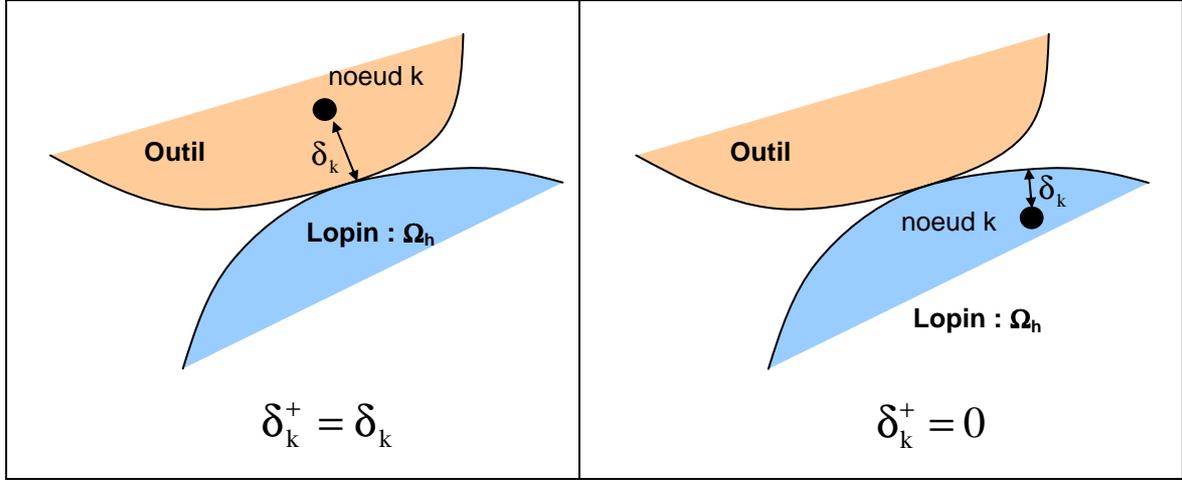
Pour cela, une contrainte normale σ_n^k est imposée au nœud k ayant pénétré l'outil dans le but de le ramener sur la surface de celui-ci :

$$\sigma_n^k = -\rho_c \delta_k^+ \mathbf{n} \quad (2.27)$$

où ρ_c est le coefficient de pénalisation, \mathbf{n} est la normale extérieure à la surface du lopin.

δ_k^+ est défini par :

- $\delta_k^+ = 0$ si le nœud k est à l'extérieur de l'outil,
- $\delta_k^+ = \delta_k$ si le nœud k est à l'intérieur ou à la surface de l'outil.


 Figure 2.4 : Définition de la distance δ_k^+ associée au nœud k

La formulation discrétisée du problème mécanique tenant compte de la condition de contact revient donc à trouver $(\mathbf{v}_h^l, \mathbf{v}_h^b, p_h) \in (V_1^{ca}, V_b^{ca}, P_h)$ tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \mathbf{v}_h^{l*} \in V_1^{ca} \quad \int_{\Omega_h} \mathbf{s}(\mathbf{v}_h^l) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{l*}) d\Omega_h - \int_{\Omega_h} p_h \cdot \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{l*})) d\Omega_h - \int_{\partial\Omega_{hc}} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_h^{l*} dS_h \\ \quad + \rho_c \int_{\partial\Omega_{hc}} \delta_k^+ \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_h^{l*} dS_h = 0 \\ \forall \mathbf{v}_h^{b*} \in V_b^{ca} \quad \int_{\Omega_h} \mathbf{s}(\mathbf{v}_h^b) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{b*}) d\Omega_h - \int_{\Omega_h} p_h \cdot \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{b*})) d\Omega_h - \int_{\partial\Omega_{hc}} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_h^{b*} dS_h = 0 \\ \forall p_h^* \in P_h \quad \int_{\Omega_h} p_h^* \left(\text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^l + \mathbf{v}_h^b)) + \frac{\dot{p}_h}{\chi} \right) d\Omega_h = 0 \end{array} \right. \quad (2.28)$$

2.2.2.4 Résolution du système

Le système d'équations obtenu précédemment peut s'écrire sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\mathbf{R}(\mathbf{v}_h^l, \mathbf{v}_h^b, p_h) = \begin{cases} \mathbf{R}^l(\mathbf{v}_h^l, \mathbf{v}_h^b, p_h) = 0 \\ \mathbf{R}^b(\mathbf{v}_h^l, \mathbf{v}_h^b, p_h) = 0 \\ \mathbf{R}^p(\mathbf{v}_h^l, \mathbf{v}_h^b, p_h) = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

avec :

$$\begin{cases} \mathbf{R}^l = \int_{\Omega_h} \mathbf{s}(\mathbf{v}_h^l) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{l*}) d\Omega_h - \int_{\Omega_h} p_h \cdot \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{l*})) d\Omega_h - \int_{\partial\Omega_{hc}} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_h^{l*} dS_h \\ \mathbf{R}^b = \int_{\Omega_h} \mathbf{s}(\mathbf{v}_h^b) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{b*}) d\Omega_h - \int_{\Omega_h} p_h \cdot \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^{b*})) d\Omega_h - \int_{\partial\Omega_{hc}} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_h^{b*} dS_h \\ \mathbf{R}^p = \int_{\Omega_h} p_h^* \left(\text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{v}_h^l + \mathbf{v}_h^b)) + \frac{\dot{p}_h}{\chi} \right) d\Omega_h \end{cases} \quad (2.30)$$

Ce système est fortement non linéaire de part la présence des termes de frottement et de comportement, et est résolu par un schéma itératif de type Newton-Raphson. Celui-ci consiste à résoudre, pour chaque itération, un système linéaire $\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{R}$ défini par :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}^{ll} & \mathbf{K}^{lb} & \mathbf{K}^{lp} \\ {}^T \mathbf{K}^{bl} & \mathbf{K}^{bb} & \mathbf{K}^{bp} \\ {}^T \mathbf{K}^{lp} & {}^T \mathbf{K}^{lb} & \mathbf{K}^{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{v}^l \\ \Delta \mathbf{v}^b \\ \Delta p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{R}^l \\ \mathbf{R}^b \\ \mathbf{R}^p \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

\mathbf{K} représente la matrice Hessienne ou de raideur définie par :

$$\mathbf{K}^{ij} = \frac{\partial \mathbf{R}^i(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_j} \quad \text{avec } (x_1, x_2, x_3) = (\mathbf{v}_h^l, \mathbf{v}_h^b, p_h) \quad (2.32)$$

$(\Delta \mathbf{v}^l, \Delta \mathbf{v}^b, \Delta p)$ correspond aux corrections apportées à la solution $(\mathbf{v}_h^l|_n, \mathbf{v}_h^b|_n, p_h|_n)$ de l'incrément n et qui est connue. L'inversion de la matrice Hessienne permet d'obtenir ces corrections $(\Delta \mathbf{v}^l, \Delta \mathbf{v}^b, \Delta p)$ et ainsi de trouver une solution candidate pour l'incrément $n+1$ telle que :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_h^l|_{n+1} = \mathbf{v}_h^l|_n + \Delta \mathbf{v}^l \\ \mathbf{v}_h^b|_{n+1} = \mathbf{v}_h^b|_n + \Delta \mathbf{v}^b \\ p_h|_{n+1} = p_h|_n + \Delta p \end{cases} \quad (2.33)$$

Le processus est réitéré en actualisant le système et ce jusqu'à convergence de l'algorithme de telle sorte que la norme du résidu soit inférieure à une certaine tolérance ε :

$$\|\mathbf{R}_{n+1} - \mathbf{R}_n\| < \varepsilon \quad (2.34)$$

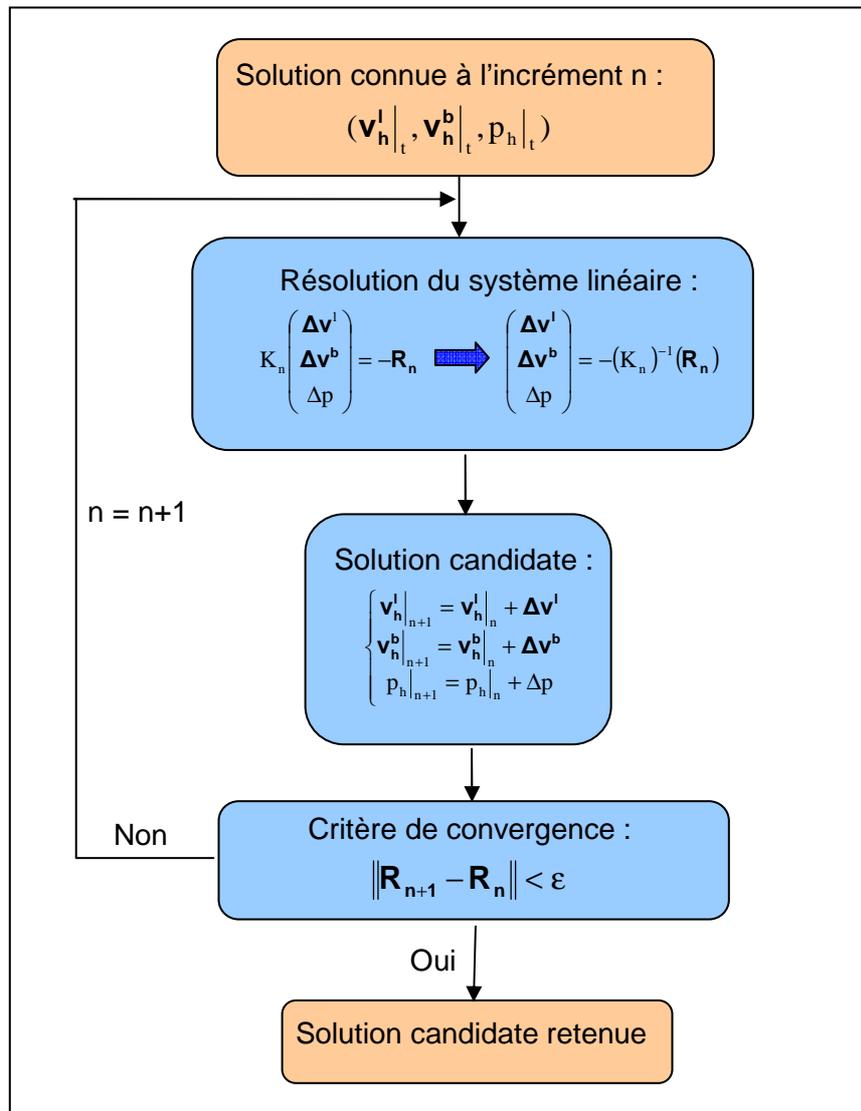


Figure 2.5 : Schéma de résolution en vitesse/pression par un algorithme de Newton-Raphson

Pour simplifier le système linéaire, il est possible de démontrer que le terme R^l ne dépend pas de \mathbf{v}_h^b ([Aliaga00]), soit $\mathbf{R}^l(\mathbf{v}_h^l, p_h)$ et donc :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}^{ll} & 0 & \mathbf{K}^{lp} \\ 0 & \mathbf{K}^{bb} & \mathbf{K}^{bp} \\ {}^T \mathbf{K}^{lp} & {}^T \mathbf{K}^{bp} & \mathbf{K}^{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{v}^l \\ \Delta \mathbf{v}^b \\ \Delta p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{R}^l \\ \mathbf{R}^b \\ \mathbf{R}^p \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Le terme bulle peut également être éliminé en utilisant une technique de condensation de la bulle. D'après la deuxième équation du système (2.35), on a :

$$\Delta \mathbf{v}^b = -(\mathbf{K}^{bb})^{-1} (\mathbf{K}^{bp} \Delta p + \mathbf{R}^b) \quad (2.36)$$

Cette expression est ensuite injectée dans la troisième équation du système ((2.35) ce qui conduit à la disparition du terme bulle et finalement au système suivant :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}^{ll} & & \mathbf{K}^{bp} \\ {}^T \mathbf{K}^{bp} & \mathbf{K}^{pp} - \mathbf{K}^{bp}(\mathbf{K}^{bb})^{-1} {}^T \mathbf{K}^{bp} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{v}^l \\ \Delta p \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{R}^l \\ \mathbf{R}^p - {}^T \mathbf{K}^{bp}(\mathbf{K}^{bb})^{-1} \mathbf{R}^b \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Le système à résoudre pour chaque nœud possède ainsi 4 inconnues : 3 pour la vitesse et 1 pour la pression. La condensation de la bulle permet notamment d'accroître la stabilité du système grâce au meilleur conditionnement de la matrice Hessienne (disparition des termes nuls sur la diagonale) [Perchat00].

Le système linéaire (2.37) est ensuite résolu itérativement par une méthode de type résidu minimal préconditionné [Marie97].

2.3 Intégration d'une loi de comportement élasto-plastique endommageable

2.3.1 Equations de base sans endommagement

On se place ici dans le cadre d'un écrouissage isotrope avec une plasticité de von Mises.

Le tenseur des vitesses de déformation $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ est fonction du champ de vitesse \mathbf{v} et est défini par :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{1}{2} (\text{grad}(\mathbf{v}) + \text{grad}(\mathbf{v})^T) \quad (2.38)$$

Ce tenseur se décompose en une partie élastique réversible $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e$ et une partie plastique incompressible et irréversible $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \quad (2.39)$$

Le tenseur des vitesses de déformation $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ est également couramment décomposé en une partie déviatorique $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ et une partie sphérique tel que :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + \frac{1}{3} \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}) \mathbf{I}_d \quad (2.40)$$

De la même façon, les tenseurs $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e$ et $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ se décomposent en deux parties :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e + \frac{1}{3} \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e) \mathbf{I}_d \\ \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p + \frac{1}{3} \text{trace}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p) \mathbf{I}_d = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \end{cases} \quad (2.41)$$

Le taux de déformation plastique $\dot{\bar{\epsilon}}_p$ et la déformation plastique équivalente $\bar{\epsilon}_p$ sont alors définis par :

$$\dot{\bar{\epsilon}}_p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p} \quad \text{et} \quad \bar{\epsilon}_p = \int_0^t \dot{\bar{\epsilon}}_p \, dt \quad (2.42)$$

Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est lui aussi décomposé en une partie déviatorique \mathbf{s} et une partie sphérique $p \mathbf{I}_d$ telles que :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{s} - p \mathbf{I}_d \quad (2.43)$$

où \mathbf{I}_d correspond au tenseur identité.

Le déviateur des contraintes \mathbf{s} et la pression hydrostatique p sont définis par :

$$\begin{cases} \mathbf{s} = 2\mu \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e \\ p = -\frac{1}{3} \text{trace}(\boldsymbol{\sigma}) = -\chi \text{trace}(\boldsymbol{\epsilon}^e) \end{cases} \quad (2.44)$$

μ et χ étant respectivement les modules de cisaillement et de compressibilité.

La contrainte équivalente de von Mises q est également définie par :

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} \quad (2.45)$$

Le critère de plasticité de von Mises est défini par sa surface de charge f telle que :

$$f = q - R \leq 0 \quad (2.46)$$

où R représente l'écroutissage isotrope.

Deux cas de figure sont alors possibles :

- * $f < 0$ comportement purement élastique
 - * $f = 0$ comportement plastique
- (2.47)

Dans notre cas, nous utilisons une loi d'écroissage de type linéaire puissance et donc :

$$R = R(r) = \sqrt{3}K(1 + a r^n) \quad (2.48)$$

où K , a et n sont les paramètres relatifs à la loi d'écroissage. r correspond à la variable d'état interne associée à la variable d'écroissage isotrope R .

D'après les lois de normalité, le déviateur du tenseur des vitesses de déformation plastique $\dot{\mathbf{e}}^p$ et le taux d'écroissage \dot{r} sont donnés par :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} = \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{\mathbf{s}}{q} \\ \dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial R} = \dot{\lambda} \end{cases} \quad (2.49)$$

où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique.

Finalement en combinant les équations (2.42) et (2.49), on obtient :

$$\dot{\lambda} = \dot{r} = \dot{\bar{\epsilon}}_p \quad (2.50)$$

La variable d'écroissage r est donc égale à la déformation plastique cumulée $\bar{\epsilon}_p$ tant qu'il n'y a pas d'endommagement.

Le comportement élasto-plastique est résolu en utilisant la loi de Prandtl-Reuss. Celle-ci consiste à déterminer, à chaque incrément de temps, l'incrément d'écroissage Δr qui correspond également à l'incrément de déformation plastique équivalente $\Delta \bar{\epsilon}_p (= \Delta r)$.

Par conséquent, une seule inconnue Δr est à déterminer lorsqu'il n'y a pas d'endommagement.

2.3.2 Couplage fort avec endommagement isotrope

2.3.2.1 Equations de base avec endommagement

Nous considérons que nous sommes dans une approche de type Lemaitre.

Du fait de la présence de l'endommagement D dans le matériau, le concept de contrainte effective est introduit pour le déviateur des contraintes et la pression hydrostatique :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{s}} = \frac{\mathbf{s}}{(1-D)} = 2\mu\dot{\mathbf{e}}^e \\ \tilde{p} = \frac{p}{(1-D)} = -\chi\text{trace}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \end{cases} \quad (2.51)$$

L'effet de l'endommagement sur le comportement plastique est pris en compte en remplaçant \mathbf{s} par $\tilde{\mathbf{s}}$ dans la définition du critère de von Mises :

$$f = \tilde{q} - R = \sqrt{\frac{3}{2} \tilde{\mathbf{s}} : \tilde{\mathbf{s}}} - R = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\mathbf{s} : \mathbf{s}}}{(1-D)}} - R \quad (2.52)$$

D'après les lois de normalité, le déviateur du tenseur des vitesses de déformation plastique $\dot{\mathbf{e}}^p$ et le taux d'érouissage \dot{r} sont donnés par :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\lambda}}{(1-D)} \frac{\mathbf{s}}{q} \\ \dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial R} = \dot{\lambda} \end{cases} \quad (2.53)$$

Finalement en combinant les équations (2.42) et (2.53), on obtient :

$$\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_p = \frac{\dot{\lambda}}{(1-D)} = \frac{\dot{r}}{(1-D)} \quad (2.54)$$

Dès lors que l'endommagement est non nul, la vitesse de déformation plastique équivalente $\dot{\tilde{\mathbf{e}}}_p$ est déduite de la variable d'érouissage \dot{r} par la relation 2.54.

L'évolution de l'endommagement est donnée par la relation suivante :

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S_0} \right)^b \dot{\tilde{\mathbf{e}}}_p = \left(\frac{Y}{S_0} \right)^b \frac{\dot{r}}{(1-D)} \quad (2.55)$$

Le comportement élasto-plastique endommageable est résolu en utilisant la loi de Prandtl-Reuss couplée à l'endommagement. Celle-ci consiste alors à déterminer, pour chaque incrément de temps, l'incrément d'érouissage Δr et l'endommagement D_{n+1} de l'instant $n+1$. Par conséquent lorsque l'on est en présence d'endommagement, deux inconnues (Δr et D_{n+1}) sont à déterminer. Ces deux inconnues sont calculées simultanément, pour chaque itération, par la résolution d'un système non linéaire à deux équations. C'est le principe même du **couplage fort**. En revanche, celui-ci nécessite d'être intégré au cœur même du logiciel Forge2005® et non juste à partir de routines utilisateurs.

2.3.2.2 Résolution incrémentale

On suppose connues les variables \mathbf{s}_n , p_n , r_n et D_n satisfaisant l'équilibre à l'instant t_n . Le but est de déterminer ces variables à l'instant t_{n+1} : \mathbf{s}_{n+1} , p_{n+1} , r_{n+1} et D_{n+1} . L'incrément de déformation $\Delta\boldsymbol{\epsilon}$ correspondant à l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$ est également connu.

Un schéma d'intégration numérique de type Euler implicite est alors utilisé pour intégrer ces variables sur l'intervalle $\Delta t = [t_n, t_{n+1}]$:

$$\begin{cases} \mathbf{s}_{n+1} = \mathbf{s}_n + \dot{\mathbf{s}}\Delta t = \mathbf{s}_n + \Delta\mathbf{s} \\ p_{n+1} = p_n + \dot{p}\Delta t = p_n + \Delta p \\ r_{n+1} = r_n + \dot{r}\Delta t = r_n + \Delta r \\ D_{n+1} = D_n + \dot{D}\Delta t = D_n + \Delta D \end{cases} \quad (2.56)$$

Les lois d'évolution plastique endommageable sont intégrées en utilisant un algorithme de type « prédiction élastique/correction plastique (par retour radial - Figure 2.6) ». La première étape de cet algorithme est l'évaluation de prédicteurs élastiques effectifs où l'incrément est supposé purement élastique. Les prédicteurs élastiques effectifs $\tilde{\mathbf{s}}_{n+1}^T$, \tilde{q}_{n+1}^T et \tilde{p}_{n+1}^T sont définis par :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{s}}_{n+1}^T = \tilde{\mathbf{s}}_n + 2\mu \Delta\boldsymbol{\epsilon}_n^e \\ \tilde{p}_{n+1}^T = \tilde{p}_n - \chi \text{trace}(\boldsymbol{\epsilon}_n^e) \\ \tilde{q}_{n+1}^T = \sqrt{\frac{3}{2} \tilde{\mathbf{s}}_{n+1}^T : \tilde{\mathbf{s}}_{n+1}^T} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \tilde{\mathbf{s}}_n = \mathbf{s}_n / (1 - D_n) \\ \tilde{p}_n = p_n / (1 - D_n) \end{cases} \quad (2.57)$$

Une évaluation du critère de plasticité est alors réalisée à partir du prédicteur élastique $\tilde{\mathbf{s}}_{n+1}^T$:

$$f^{\text{Trial}} = \tilde{q}_{n+1}^T - R_n \quad (2.58)$$

Deux cas de figure sont envisageables (Figure 2.6) :

- si $f^{\text{Trial}} < 0$, le chargement est alors purement élastique (pas de déformation plastique) et les prédicteurs élastiques coïncident avec la solution de l'instant t_{n+1} :

$$\begin{cases} \mathbf{s}_{n+1} = \tilde{\mathbf{s}}_{n+1}^T \\ p_{n+1} = \tilde{p}_{n+1}^T \\ q_{n+1} = \tilde{q}_{n+1}^T \\ r_{n+1} = r_n \quad (\text{car } \Delta r = 0) \\ D_{n+1} = D_n \end{cases} \quad (2.59)$$

- si $f^{\text{trial}} \geq 0$, le chargement est dans ce cas plastique et un algorithme de type « retour radial » est alors utilisé pour déterminer l'incrément plastique Δr et l'endommagement D_{n+1} à l'instant t_{n+1} .

Le calcul de ces deux inconnues Δr et D_{n+1} est obtenu en résolvant un système de deux équations à deux inconnues.

La première équation (f_1) est obtenue par le biais du critère de plasticité :

$$f_1 = \tilde{q}_{n+1} - R_{n+1} = \frac{q_{n+1}}{(1 - D_{n+1})} - R_{n+1} = 0 \quad (2.60)$$

On a également :

$$q_{n+1} = (1 - D_{n+1}) \tilde{q}_{n+1}^T - 3\mu\Delta r \quad (2.61)$$

Soit,

$$f_1 = \tilde{q}_{n+1}^T - \frac{3\mu\Delta r}{(1 - D_{n+1})} - R_{n+1} = 0 \quad (2.62)$$

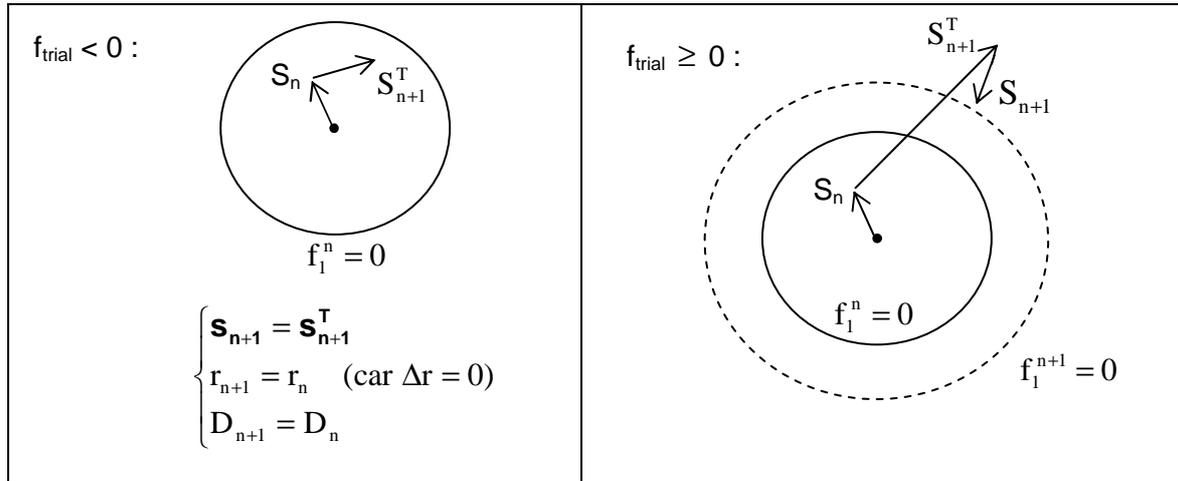


Figure 2.6 : Représentation schématique du retour radial.

La deuxième équation (f_2) est directement obtenue par le biais de la loi d'évolution de l'endommagement (2.55) :

$$f_2 = D_{n+1} - D_n - \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^b \frac{\Delta r}{(1 - D_{n+1})} = 0 \quad (2.63)$$

$$\text{avec } Y_{n+1} = \frac{q_{n+1}^2}{2E(1-D_{n+1})^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{p_{n+1}}{q_{n+1}} \right)^2 \right] \quad (2.64)$$

En utilisant la relation (2.17) qui lie le module de compressibilité χ , le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν , on obtient la relation suivante :

$$Y_{n+1} = \left(\frac{q_{n+1}^2}{6\mu} + \frac{p_{n+1}^2}{2\chi} \right) \frac{1}{(1-D_{n+1})^2} \quad (2.65)$$

Le système à résoudre se résume donc à ces deux équations :

$$\begin{cases} f_1 = \tilde{q}_{n+1}^T - \frac{3\mu\Delta r}{(1-D_{n+1})} - R_{n+1} = 0 \\ f_2 = D_{n+1} - D_n - \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^b \frac{\Delta r}{(1-D_{n+1})} = 0 \end{cases} \quad (2.66)$$

Ce système ($f_i(x_j) = 0$) étant non linéaire, il est résolu par un schéma itératif de type Newton-Raphson. Dans notre cas, $i = 1,2$ et x_j correspond au vecteur des inconnues ($x_1 = \Delta r$ et $x_2 = D_{n+1}$). Considérons que x_j^k est la solution du système à l'itération k . La vraie solution du système est alors donnée par :

$$x_j = x_j^k + \delta x_j^k \quad (2.67)$$

où δx_j^k est la quantité qui différencie la vraie solution x_j de la solution itérée x_j^k .

Le système à résoudre est ainsi linéarisé pour conduire au système suivant :

$$J_{ij} \delta x_j^k = -f_i(x_j^k) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \Delta r \\ \delta D_{n+1} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

où $J_{ij} = \frac{\partial f_i(x_j^k)}{\partial x_j^k}$ est la matrice Jacobienne.

Les dérivées qui composent la matrice Jacobienne sont calculées analytiquement et sont données par les équations (2.69) à (2.74).

$$\bullet J_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial \Delta r} = -\frac{3\mu}{(1-D_{n+1})} - \frac{\partial R_{n+1}}{\partial \Delta r} \quad (2.69)$$

$$\bullet J_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial D_{n+1}} = -\frac{3\mu\Delta r}{(1-D_{n+1})^2} \quad (2.70)$$

$$\bullet J_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial \Delta r} = -\frac{1}{(1-D_{n+1})} \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^b - \frac{b}{S_0} \frac{\Delta r}{(1-D_{n+1})} \frac{\partial Y_{n+1}}{\partial \Delta r} \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^{b-1} \quad (2.71)$$

où :

$$\frac{\partial Y}{\partial \Delta r} = \frac{3\mu\Delta r - (1-D_{n+1})\tilde{q}^T}{(1-D_{n+1})^2} \quad (2.72)$$

$$\bullet J_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial D_{n+1}} = 1 - \frac{\Delta r}{(1-D_{n+1})^2} \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^b - \frac{b}{S_0} \frac{\Delta r}{(1-D_{n+1})} \frac{\partial Y_{n+1}}{\partial D_{n+1}} \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^{b-1} \quad (2.73)$$

où

$$\frac{\partial Y_{n+1}}{\partial D_{n+1}} = \frac{(-\tilde{q}_{n+1}^T ((1-D_{n+1})\tilde{q}_{n+1}^T - 3\mu\Delta r)(1-D_{n+1})) + (\tilde{q}_{n+1}^T (1-D_{n+1}) - 3\mu\Delta r)^2}{3\mu(1-D_{n+1})^3} \quad (2.74)$$

La matrice Jacobienne J_{ij} est ainsi calculée pour chaque itération de Newton-Raphson, ce qui permet d'obtenir la nouvelle solution x_j^{k+1} par le biais de la correction à apporter δx_j^k :

$$x_j^{k+1} = x_j^k + \delta x_j^k \quad \text{et} \quad \delta x_j^k = J_{ij}^{-1}(-f_i(x_j^k)) \quad (2.75)$$

Les itérations de Newton-Raphson sont poursuivies jusqu'à convergence du système, soit jusqu'à ce que la norme euclidienne de f_i soit inférieure à une certaine tolérance égale à 10^{-10} . Dès lors qu'il y a convergence, le système est résolu et les deux inconnues Δr et D_{n+1} sont déterminées simultanément (couplage fort).

La mise à jour des variables est ensuite effectuée pour obtenir leurs valeurs à l'instant t_{n+1} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{s}_{n+1} = \mathbf{s}_{n+1}^T \left(1 - D_{n+1} - \frac{3\mu\Delta r}{\tilde{q}_{n+1}^T} \right) \\ p_{n+1} = (1 - D_{n+1})\tilde{p}_{n+1}^T \\ q_{n+1} = (1 - D_{n+1})\tilde{q}_{n+1}^T - 3\mu\Delta r \\ r_{n+1} = r_n + \Delta r \\ \bar{\epsilon}_{n+1}^p = \bar{\epsilon}_n^p + \Delta r / (1 - D_{n+1}) \end{array} \right. \quad (2.76)$$

L'algorithme de résolution du couplage fort est présenté en Figure 2.7.

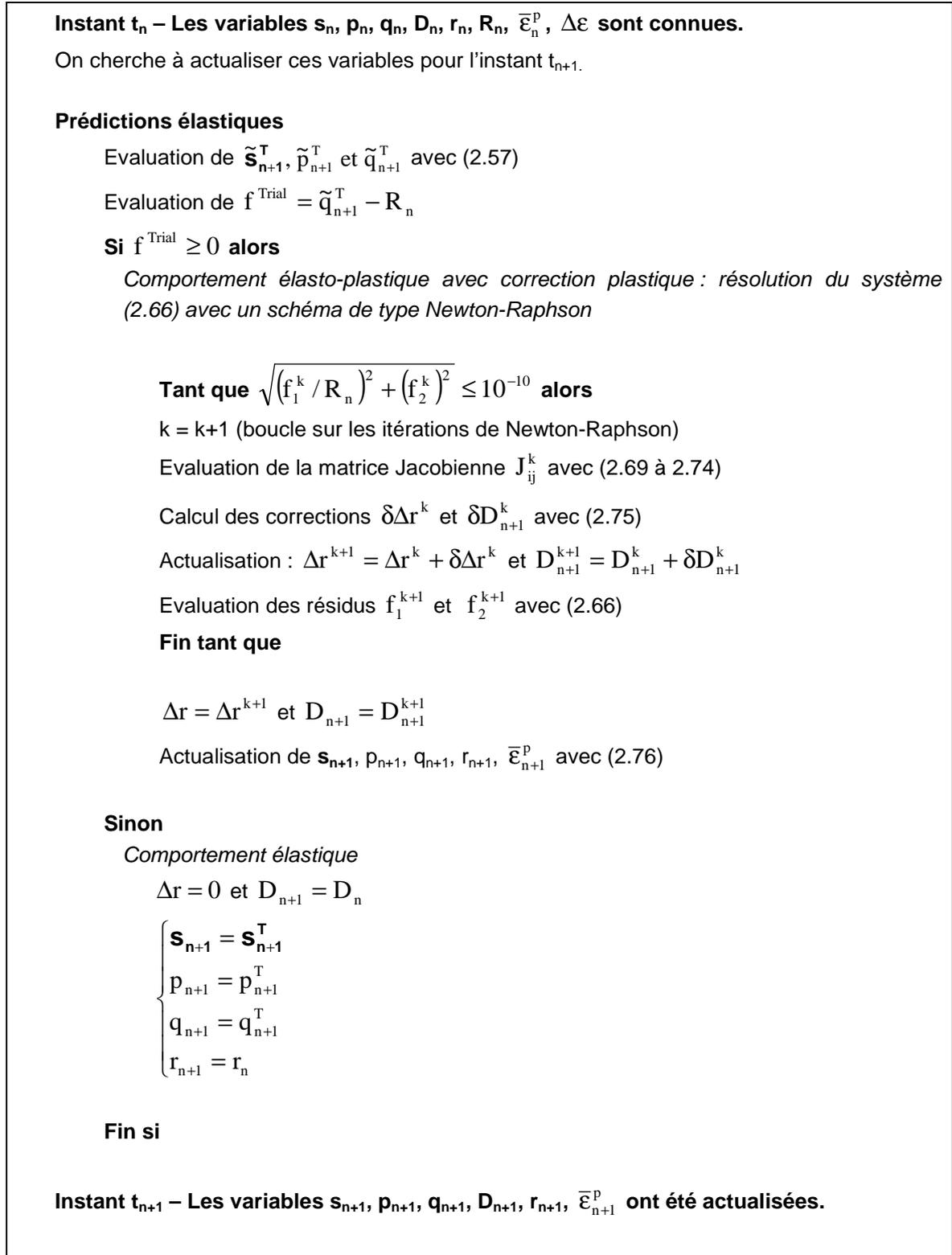


Figure 2.7 : Algorithme de résolution pour l'intégration des équations relatives au couplage fort comportement/endommagement

2.3.2.3 Module tangent discret

La résolution du système global (équations d'équilibre, équation de comportement) nécessite le calcul du module tangent. Dans le but de préserver le caractère de convergence quadratique du schéma de Newton-Raphson du problème mécanique, il est nécessaire de déterminer le module tangent discret et non le module tangent continu. Le module tangent discret \mathbf{C}_{n+1}^d est alors défini par :

$$\mathbf{C}_{n+1}^d = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} \quad (2.77)$$

Celui-ci a été évalué par une procédure basée sur les travaux d'Aravas [Aravas87] et Zhang [Zhang95]. Cette approche a notamment l'avantage de ne nécessiter aucune inversion de matrice. L'expression du module tangent discret avec retour radial, couplée à un endommagement isotrope de Lemaitre, est finalement donnée par l'expression suivante [Neto02] :

$$\mathbf{C}_{n+1}^d = C_1 \left(\mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \right) + C_2 \mathbf{N}_{n+1} \otimes \mathbf{N}_{n+1} + C_3 \mathbf{N}_{n+1} \otimes \mathbf{I} + C_4 \mathbf{I} \otimes \mathbf{N}_{n+1} + C_5 \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \quad (2.78)$$

où \mathbf{I} est le tenseur identité d'ordre 4 et $\mathbf{N}_{n+1} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{s}_{n+1}}{q_{n+1}}$ est le vecteur normal à la surface de plasticité.

Les scalaires C_1 , C_2 , C_3 , C_4 et C_5 sont donnés par :

$$C_1 = \frac{2\mu(1-D_{n+1})R_{n+1}}{\tilde{q}_{n+1}^T} \quad (2.79)$$

$$C_2 = \frac{4}{3} \mu \left(a_1(1-D_{n+1}) \frac{\partial R}{\partial r} \Big|_{n+1} + a_4 R_{n+1} - \frac{(1-D_{n+1})R_{n+1}}{\tilde{q}_{n+1}^T} \right) \quad (2.80)$$

$$C_3 = \frac{2}{3} \chi \left(a_2(1-D_{n+1}) \frac{\partial R}{\partial r} \Big|_{n+1} + a_3 R_{n+1} \right) \quad (2.81)$$

$$C_4 = 2\mu a_4 \tilde{p}_{n+1} \quad (2.82)$$

$$C_5 = \chi((1-D_{n+1}) + a_3 \tilde{p}_{n+1}) \quad (2.83)$$

Les coefficients a_1 , a_2 , a_3 et a_4 sont définis par :

$$a_1 = \left(1 - \frac{\Delta r}{(1 - D_{n+1})^2} \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^b \right) \frac{(1 - D_{n+1})}{(\tilde{q}_{n+1}^T - R_{n+1}) F'} \quad (2.84)$$

$$a_2 = \frac{b \Delta r}{\chi (1 - D_{n+1}) S_0} \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^{b-1} \frac{\tilde{p}_{n+1}}{F'} \quad (2.85)$$

$$a_3 = a_2 w' \quad (2.86)$$

$$a_4 = a_1 w' - \frac{(1 - D_{n+1})}{\tilde{q}_{n+1}^T - R_{n+1}} \quad (2.87)$$

Les coefficients F' et w' sont définis par :

$$F' = w' + \frac{1}{(1 - D_{n+1})} \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^b \left(1 - \frac{\Delta r w'}{(1 - D_{n+1})} \right) + \frac{b \Delta r}{S_0 (1 - D_{n+1})} \left(\frac{Y_{n+1}}{S_0} \right)^{b-1} \frac{\partial R}{\partial r} \Big|_{n+1} \frac{R_{n+1}}{3\mu} \quad (2.88)$$

$$w' = \frac{3\mu + (1 - D_{n+1}) \frac{\partial R}{\partial r} \Big|_{n+1}}{\tilde{q}_{n+1}^T - R_{n+1}} \quad (2.89)$$

Dans le cas particulier du logiciel Forge2005®, le module tangent discret est calculé à partir du déviateur des contraintes :

$$\mathbf{C}_{n+1}^d = \frac{\partial \mathbf{s}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} \quad (2.90)$$

De ce fait, seuls les termes déviatoriques de l'expression (2.78) sont considérés, ce qui conduit à l'expression suivante :

$$\mathbf{C}_{n+1}^d = C_1 \left(\mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \right) + C_2 \mathbf{N}_{n+1} \otimes \mathbf{N}_{n+1} + C_3 \mathbf{N}_{n+1} \otimes \mathbf{I} + C_4 \mathbf{I} \otimes \mathbf{N}_{n+1} \quad (2.91)$$

2.3.3 Couplage faible avec endommagement isotrope

Comme nous l'avons vu précédemment, le couplage fort nécessite la résolution d'un système non linéaire de deux équations à deux inconnues. Ceci nécessite l'intégration et la modification de nombreuses routines au cœur même du logiciel Forge2005®, ce qui n'est pas permis aux utilisateurs de base.

Cependant, une deuxième possibilité de couplage existe par le biais des routines utilisatrices. Ces routines sont accessibles et modifiables par chaque utilisateur de Forge2005®. Celles-ci permettent notamment de coupler l'endommagement au comportement mais par le biais d'un **couplage faible**. Ce couplage entre l'endommagement et le comportement est réalisé en multipliant la fonction d'écroûissage R et le module de Young E par le facteur $(1 - D_{n+1})$. A la différence du couplage fort, l'incrément d'écroûissage (Δr) et l'endommagement D_{n+1} ne sont pas calculés simultanément. Dans un premier temps, seul l'incrément d'écroûissage est calculé en résolvant l'équation relative au critère de plasticité :

$$f_1 = q_{n+1}^T - 3\mu\Delta r - (1 - D_n)R_{n+1} = 0 \quad (2.92)$$

Puis l'incrément d'endommagement ΔD est déduit par la relation suivante :

$$\Delta D = \left(\frac{Y_n}{S_0} \right)^b \frac{\Delta r}{(1 - D_n)} \quad (2.93)$$

Finalement l'endommagement à la fin de l'incrément (instant n+1) est calculé :

$$D_{n+1} = D_n + \Delta D \quad (2.94)$$

Le couplage faible est donc un peu moins précis que le couplage fort mais il reste beaucoup plus simple à implémenter dans le logiciel Forge2005®. Une comparaison entre ces deux types de couplage est présentée dans le paragraphe 2.3.

La Figure 2.8 présente l'algorithme de résolution pour le couplage faible.

Instant t_n – Les variables $\mathbf{s}_n, \mathbf{p}_n, \mathbf{q}_n, \mathbf{D}_n, \mathbf{r}_n, \mathbf{R}_n, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p, \Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ sont connues.

On cherche à actualiser ces variables pour l'instant t_{n+1} .

Prédictions élastiques

Evaluation de $\mathbf{s}_{n+1}^T, \mathbf{p}_{n+1}^T$ et \mathbf{q}_{n+1}^T avec (2.57)

Evaluation de $\mathbf{f}^{\text{Trial}} = \mathbf{q}_{n+1}^T - \mathbf{R}_n (1 - \mathbf{D}_n)$

Si $\mathbf{f}^{\text{Trial}} \geq 0$ alors

Comportement élasto-plastique avec correction plastique : résolution de l'équation.(2.92) avec un schéma de type Newton-Raphson

Tant que $\mathbf{f}_I^k \leq 10^{-10} \mathbf{R}_n (1 - \mathbf{D}_n)$ alors

$k = k+1$ (boucle sur les itérations de Newton-Raphson)

Calcul de la correction $\delta \Delta \mathbf{r}^k$

Actualisation : $\Delta \mathbf{r}^{k+1} = \Delta \mathbf{r}^k + \delta \Delta \mathbf{r}^k$

Evaluation des résidus \mathbf{f}_I^{k+1}

Fin tant que

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta \mathbf{r}^{k+1} \text{ et } \Delta \mathbf{D} = \left(\frac{\mathbf{Y}_n}{\mathbf{S}_0} \right)^b \frac{\Delta \mathbf{r}}{(1 - \mathbf{D}_n)}$$

$$\mathbf{D}_{n+1} = \mathbf{D}_n + \Delta \mathbf{D}$$

Actualisation de $\mathbf{s}_{n+1}, \mathbf{p}_{n+1}, \mathbf{q}_{n+1}, \mathbf{r}_{n+1}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p$

Sinon

Comportement élastique

$$\Delta \mathbf{r} = 0 \text{ et } \mathbf{D}_{n+1} = \mathbf{D}_n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{s}_{n+1} = \mathbf{s}_{n+1}^T \\ \mathbf{p}_{n+1} = \mathbf{p}_{n+1}^T \\ \mathbf{q}_{n+1} = \mathbf{q}_{n+1}^T \\ \mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{r}_n \end{array} \right.$$

Fin si

Instant t_{n+1} – Les variables $\mathbf{s}_{n+1}, \mathbf{p}_{n+1}, \mathbf{q}_{n+1}, \mathbf{D}_{n+1}, \mathbf{r}_{n+1}, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p$ ont été actualisées.

Figure 2.8 : Algorithme de résolution pour l'intégration des équations relatives au couplage faible comportement/endommagement

2.4 Comparaison entre couplage fort et couplage faible

Au cours des précédents paragraphes, deux formes différentes de couplage entre endommagement et comportement ont été présentées. Afin de pouvoir comparer ces deux modes de couplage, un essai de traction sur éprouvette axisymétrique a été simulé. Les simulations ont été menées avec le logiciel Forge2005 en 2D axisymétrique et 3D (un tiers de l'éprouvette en révolution). Seule la zone utile de l'éprouvette a été simulée comme le montre la Figure 2.9. La taille moyenne des éléments est de 0.25 mm et le pas de temps utilisé est fixé à 0.25s. La vitesse de traction est égale à 0.1 mm/s. Les paramètres d'érouissage et d'endommagement utilisés pour ces simulations sont les mêmes que ceux identifiés au cours du Chapitre 4 pour la nuance 2 (cf. Tableau 4.5).

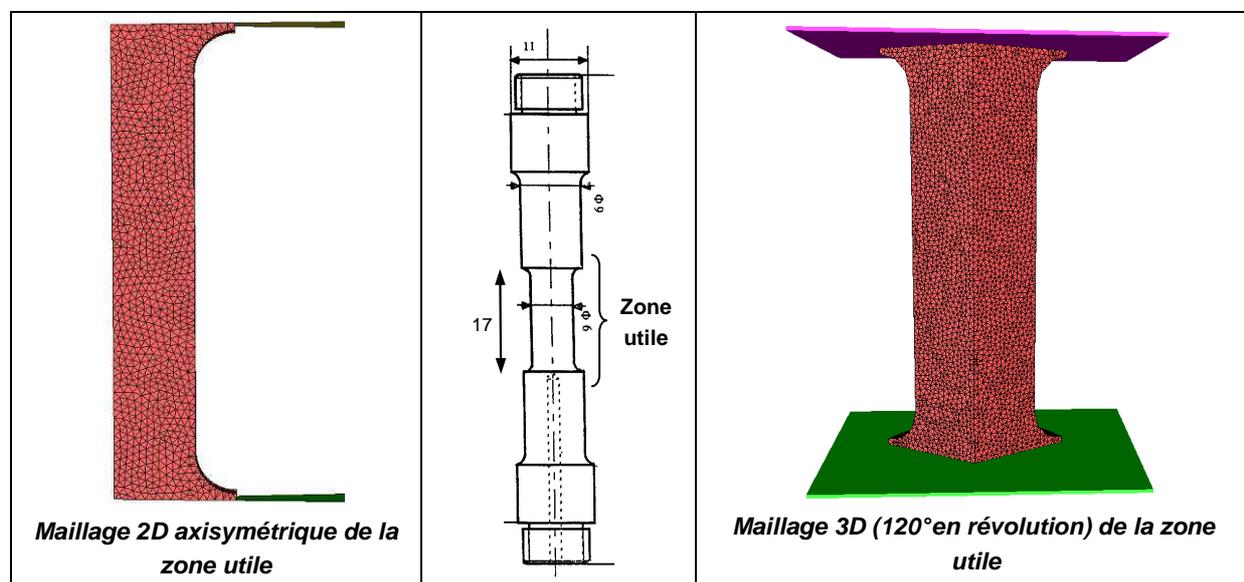


Figure 2.9 : Géométries et maillages éléments finis de l'éprouvette utilisée

Les résultats obtenus en termes de répartition d'endommagement au cours de la simulation de traction sont présentés par la Figure 2.10 et la Figure 2.11. Ils montrent que pour les deux formes de couplage, la répartition de l'endommagement est quasiment identique que l'on soit en 2D ou en 3D. L'endommagement obtenu au centre de l'éprouvette en fin de simulation est également très proche entre le couplage faible et le couplage fort (cf. Tableau 2-1).

	Endommagement au centre de l'éprouvette		
	Couplage Fort	Couplage Faible	Ecart en %
Simulation 2D	0.2988	0.2853	- 4.5%
Simulation 3D	0.3089	0.3034	- 1.8%

Tableau 2-1 : Comparaison de l'endommagement obtenu au centre de l'éprouvette ($u=5.6\text{mm}$) pour les couplages fort et faible

Les valeurs d'endommagement obtenues pour le couplage faible sont légèrement plus faibles que pour le couplage fort. Ceci pourrait notamment s'expliquer par le fait que l'équation 2.92 est résolue en utilisant l'endommagement de l'incrément n au lieu de l'incrément $n+1$.

La comparaison entre 2D et 3D permet également de mettre en évidence que les résultats sont très proches, ce qui est cohérent.

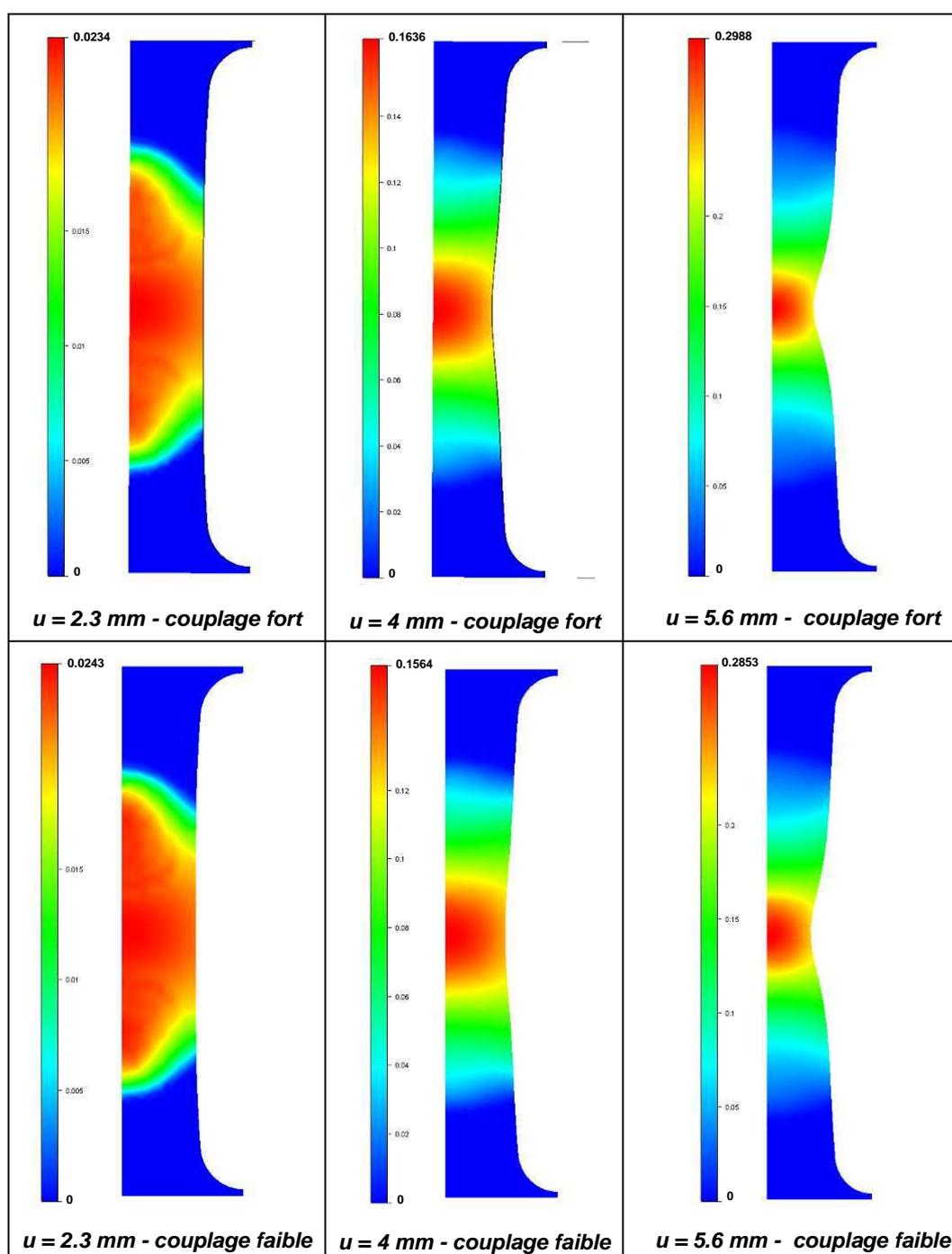


Figure 2.10 : Simulation 2D (axisymétrique) de l'essai de traction uniaxiale – Visualisation de l'endommagement pour le couplage fort et le couplage faible

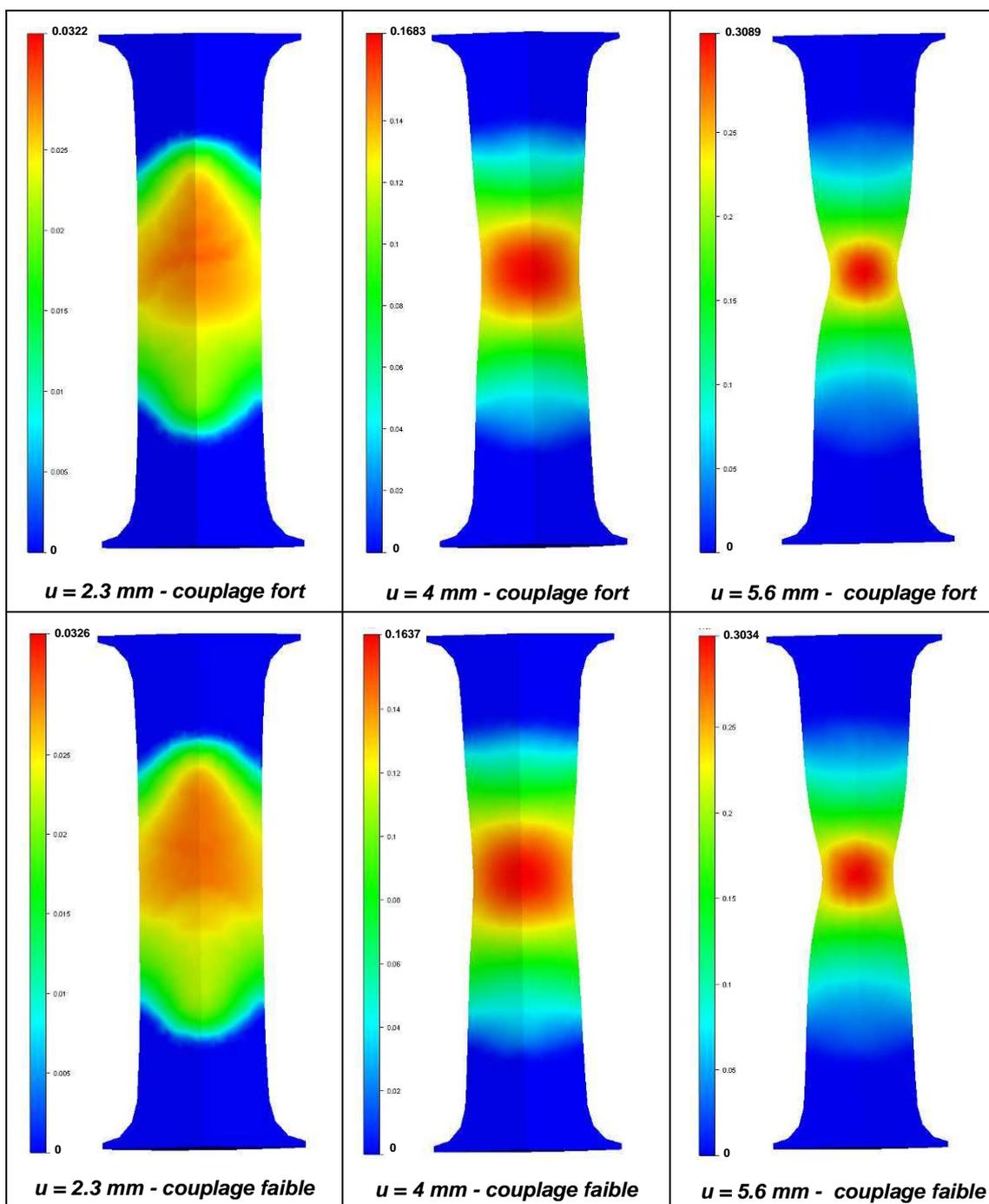


Figure 2.11 : Simulation 3D de l'essai de traction uniaxiale – Visualisation de l'endommagement pour le couplage fort et le couplage faible

Afin de visualiser l'influence du couplage sur le comportement en striction de l'éprouvette, le déplacement radial obtenu en fin d'essai est présenté par la Figure 2.12. Les résultats obtenus entre le couplage fort et le couplage faible montrent une différence très faible de l'ordre du dixième de millimètre.

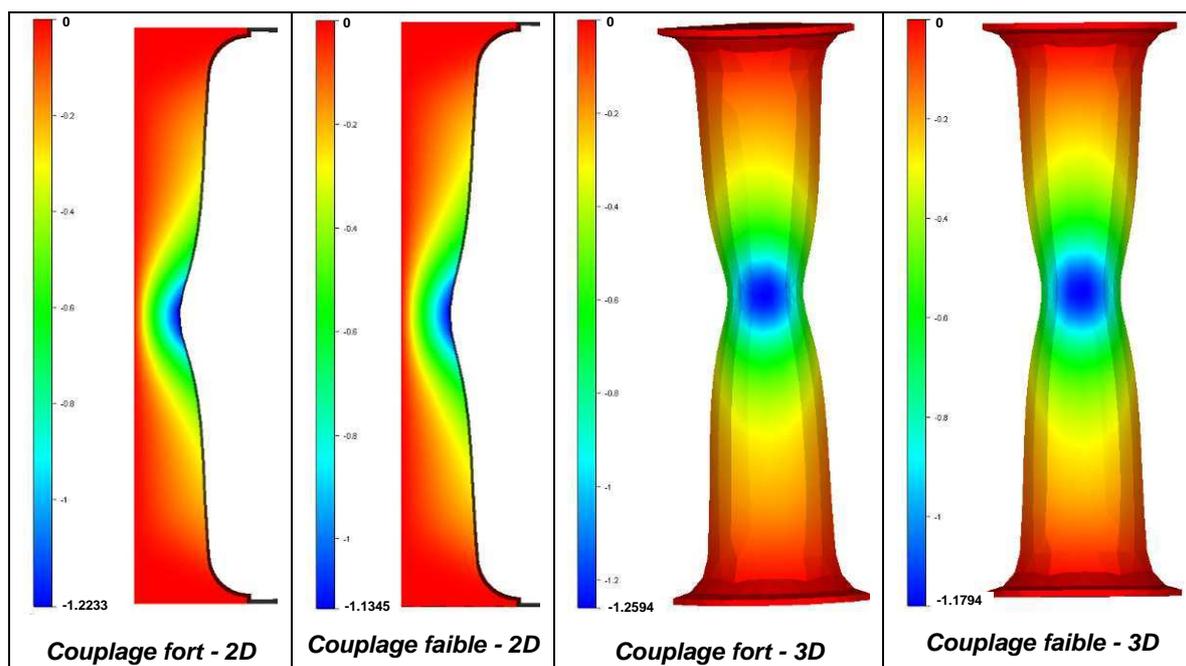


Figure 2.12 : Simulation 2D (axisymétrique) et 3D de l'essai de traction uniaxiale – Visualisation du déplacement radial pour le couplage fort et le couplage faible ($u=5.6\text{mm}$)

L'évolution de l'endommagement au centre de l'éprouvette en fonction de la déformation plastique équivalente est présentée par la Figure 2.13.

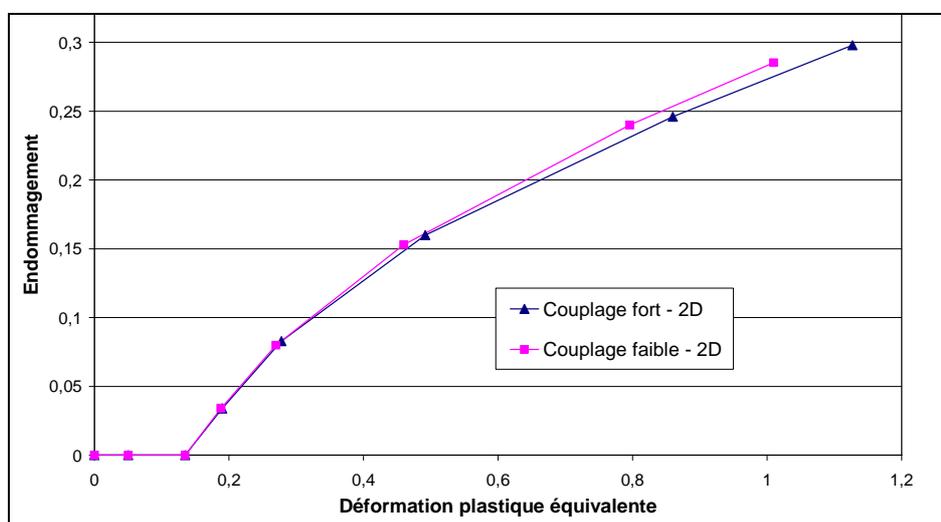


Figure 2.13 : Evolution de l'endommagement en fonction de la déformation plastique au centre de l'éprouvette pour les couplages fort et faible – Simulation 2D (axisymétrique)

L'évolution obtenue par ces deux couplages est alors assez proche. Des résultats équivalents ont également été obtenus pour le cas 3D.

La comparaison du temps de calcul entre couplage faible et couplage fort a également été effectuée. Les résultats obtenus sont regroupés dans le Tableau 2-2.

	Temps de calcul		
	Couplage Fort	Couplage Faible	Ecart en %
Simulation 2D	1min 56s	1min 10s	-40%
Simulation 3D	1h 23min 36s	55min 19s	-34%

Tableau 2-2 : Comparaison des temps de calcul pour les couplages fort et faible – Eprouvette axisymétrique de traction

Comme on pouvait s’y attendre, les simulations réalisées avec un couplage faible sont bien plus rapides que celles réalisées avec un couplage fort. La diminution est de 40% pour le cas 2D et de 34% pour le cas 3D. Ceci peut aisément s’expliquer par le fait que lors du couplage faible, une seule équation non linéaire est résolue, contre deux pour le couplage fort.

Au final, les deux formes de couplage sont très proches en ce qui concerne la répartition de l’endommagement, son évolution et l’influence qu’il a sur la striction. Ceci est notamment dû à la valeur du pas de temps utilisée qui est assez faible (0.25s). Un pas de temps plus grand aurait alors conduit à une baisse de la précision et donc à une différence plus marquée entre couplage fort et faible.

En ce qui concerne le temps CPU, nous observons un gain significatif avec l’utilisation du couplage faible et ce, même pour un pas de temps faible (nécessaire à la bonne précision du couplage faible). C’est pourquoi, seul le couplage faible sera utilisé dans la suite de ce travail.

2.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, une approche numérique a été développée afin d’intégrer une loi de comportement élasto-plastique endommageable au sein du logiciel Forge2005[®]. Le modèle utilisé était de type Lemaitre avec endommagement isotrope. L’intégration de la loi de comportement et sa résolution par un algorithme de type « prédiction élastique/correction plastique par retour radial » ont alors été détaillées.

Deux formes de couplage (fort et faible) entre endommagement et comportement ont été présentées puis une comparaison a été effectuée sur un essai de traction avec éprouvette axisymétrique (2D et 3D). L’écart obtenu en termes d’endommagement (répartition, valeur maximale et striction) pour ces deux couplages est alors très faible. En revanche, le gain de temps obtenu avec le couplage faible est très important, ce qui nous poussera à l’utiliser pour la suite de l’étude.

Chapitre 3 :

Analyse et caractérisation des matériaux

3	<i>Analyse et caractérisation des matériaux</i>	63
3.1	Introduction	63
3.2	Analyse microstructurale	63
3.2.1	Présentation des matériaux	63
3.2.2	Etude statistique des inclusions	65
3.2.2.1	Conditions opératoires	65
3.2.2.2	Résultats	65
3.3	Essais de traction	68
3.3.1	Géométries	68
3.3.2	Résultats – Nuance 1 (bainitique)	70
3.3.3	Résultats – Nuance 2 (ferrito-perlitique)	74
3.3.4	Faciès de rupture	77
3.3.5	Conclusion	79
3.4	Essais de compression/traction	80
3.4.1	Géométries et montage expérimental	80
3.4.2	Résultats - Nuance 1 (bainitique)	83
3.4.3	Résultats - Nuance 2 (ferrito-perlitique)	88
3.4.4	Conclusion	92
3.5	Essais in situ	93
3.5.1	Microscopie Electronique à Balayage (MEB)	93
3.5.1.1	Influence du sens de prélèvement	94
3.5.1.2	Influence de la compression	97
3.5.2	Tomographie X	99
3.5.2.1	Principe de fonctionnement	99
3.5.2.2	Géométrie et montage expérimental	100
3.5.2.3	Visualisation des porosités dans le volume	101
3.5.2.4	Visualisation des porosités en coupe	103
3.5.2.5	Mise en évidence des mécanismes d'endommagement	106
3.5.3	Conclusion	109

3 Analyse et caractérisation des matériaux

3.1 Introduction

Au cours des deux premiers chapitres, nous avons présenté les mécanismes physiques ainsi que différents modèles d'endommagement. Afin de mieux comprendre ces phénomènes physiques et de déterminer les paramètres relatifs aux modèles, il s'avère nécessaire d'effectuer des observations à la fois microscopiques et macroscopiques. C'est pourquoi, des analyses ont été réalisées au cœur de la matière par le biais de microscopie électronique à balayage et de tomographie X. De plus, des essais macroscopiques (traction, compression/traction) ont également été réalisés pour caractériser le comportement de nos matériaux.

3.2 Analyse microstructurale

3.2.1 Présentation des matériaux

Les matériaux retenus pour l'étude des mécanismes d'endommagement sont deux nuances d'aciers (Nuances 1 et 2) communément utilisées pour des opérations de forgeage à froid. Ces deux aciers ont été produits par l'aciériste *Ascometal CREAS*. La matière est délivrée sous forme de barres obtenues par un procédé de laminage.

Les informations concernant ces deux aciers sont les suivantes :

- une nuance **bainitique (nuance 1)** qui est réputée plutôt difficile à forger à froid. Celle-ci n'a pas subi de traitement analytique mais juste un traitement isotherme pour diminuer sa dureté.
- une nuance **ferrito-perlitique (nuance 2)** qui est classiquement livrée pour la forge à froid. Celle-ci a subi un traitement analytique et un traitement thermique, ce qui lui confère une **bonne ductilité**.

L'état dans lequel se trouve la matière est le même que celui livré aux différents forgerons. L'ensemble des propriétés de ces deux nuances est alors récapitulé dans le Tableau 3.1.

	Nuance bainitique (nuance 1)	Nuance ferrito-perlitique (nuance 2)
Désignation	23MnCrMo5	20NiCrMo2
Structure	Bainite avec îlots de ferrite	Ferrito-perlitique
Traitement thermique	Recuit d'adoucissement isotherme	Recuit perlitique
Traitement analytique	Aucun	Globulisation des sulfures
Dureté	228 Hv	150 Hv
Diamètre de barre	70 mm	51 mm
Taux de corroyage	15	28.2
Niveau de Soufre	30 millièmes	25 millièmes

Tableau 3.1 : Récapitulatif des propriétés des deux nuances

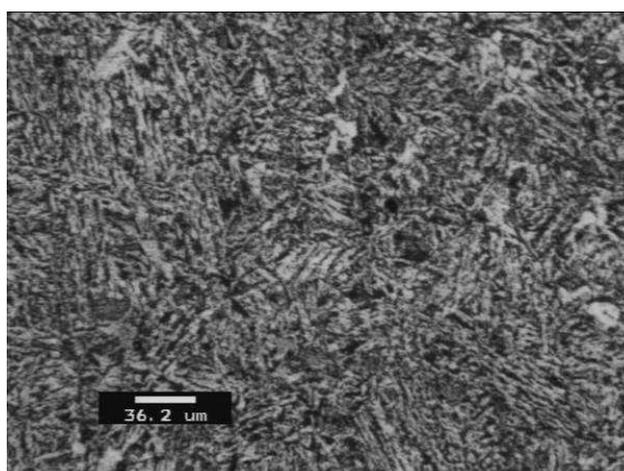


Figure 3.1 : Microstructure de la nuance 1 (bainitique)

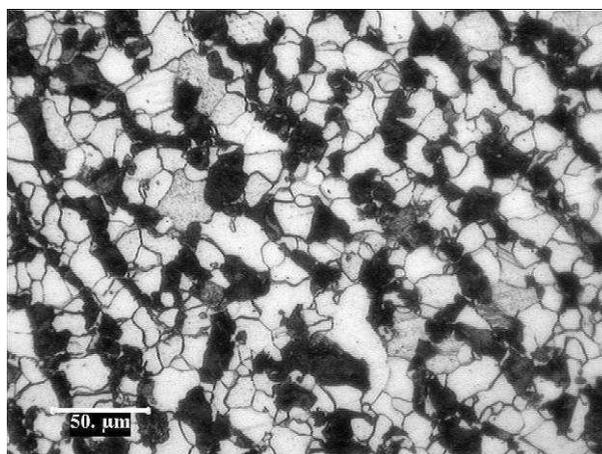


Figure 3.2 : Microstructure de la nuance 2 (ferrito-perlitique)

3.2.2 Etude statistique des inclusions

3.2.2.1 Conditions opératoires

L'analyse inclusionnaire a été réalisée par le laboratoire de la société *Ascometal CREAS*. Cette étude de caractérisation a été obtenue en couplant un MEB à un système d'analyse d'images. Ce couplage, MEB FEG – EDS – AI, a été réalisé dans les conditions indiquées par le Tableau 3.2. Le but de cette étude est de caractériser les différentes populations d'inclusion avec une limite de détection de 2.8 microns, et ceci sur une surface d'environ 50 mm².

Les différentes inclusions ont été classées en trois grandes familles :

- les sulfures,
- les oxydes,
- les oxydes et sulfures.

Etant donné la très faible teneur en Titane des deux nuances étudiées, il n'y a pas d'inclusion de nitrure de titane. Dans un premier temps, des images en niveau de gris sont acquises avec un MEB dans les zones observées. Un double seuillage est également réalisé pour séparer les phases d'oxydes des phases de sulfure. Puis, des analyses par EDS sont réalisées au centre géodésique de chaque phase distincte. Si le plus petit diamètre de l'oxyde est supérieur à 0.5 µm, l'inclusion sera alors jugée comme biphasée (sulfure+oxyde).

Appareil utilisé	MEB FEG couplé au logiciel de micro analyse SPIRIT
Grossissement de balayage	430
Grossissement d'analyse	1600
Limite de détection (petit diamètre des inclusions)	2.8 µm
Zone de mesure	Environ 50mm ² (10*5 mm ²) située au centre des échantillons
Type de balayage	Total

Tableau 3.2 : Conditions opératoires

3.2.2.2 Résultats

Les résultats obtenus sont rassemblés dans le Tableau 3.3. La majorité des inclusions sont des sulfures isolés ou des sulfures associés à des oxydes (cf Figure 3.3). La densité des sulfures isolés (Nombre/mm²) est deux fois plus grande pour la nuance 2 (ferrito-perlitique) que pour la nuance 1 (bainitique) bien que la composition en Soufre soit proche pour ces deux nuances. Le même résultat est obtenu pour les sulfures avec oxydes. En revanche, les

diamètres équivalents moyens et l'allongement sont plus faibles dans le cas de la nuance 2 (ferrito-perlitique) (cf Figure 3.4 et Figure 3.5). Ceci peut notamment s'expliquer par le traitement analytique qui vise à diminuer le caractère anisotrope de la ductilité en globulisant les sulfures.

La densité des oxydes est proche pour les deux nuances étudiées. Le diamètre équivalent moyen et l'allongement sont également assez voisins.

Nuance	Surface analysée (mm ²)	Type d'inclusions	Nombre d'inclusions	Densité (Nbre/mm ²)	Diamètre équivalent (µm)		Allongement	
					Moy	Maxi	Moy	Maxi
Nuance 2 (ferrito-perlitique)	52.1	Sulfure	895	17.2	6.11	19.7	2.8	9.3
		Oxyde	16	0.3	3.9	6.3	1.2	1.6
		MnS+Ox	584	11.2	4.9	20.3	1.5	7.8
Nuance 1 (bainitique)	52.1	Sulfure	441	8.5	7.8	19.6	8.5	26.9
		Oxyde	9	0.2	4.5	6.4	1.2	2.1
		MnS+Ox	273	5.2	6.3	16.9	4.6	23.9

Tableau 3.3 : Nombre, densité et diamètres équivalents moyen et maxi de chaque type d'inclusions

Les sulfures isolés sont quasiment des Sulfures de Manganèse (MnS) purs. Les sulfures associés aux oxydes sont plus riches en Calcium que les sulfures isolés car celui-ci diffuse de l'oxyde vers le sulfure au cours du refroidissement et de la solidification.

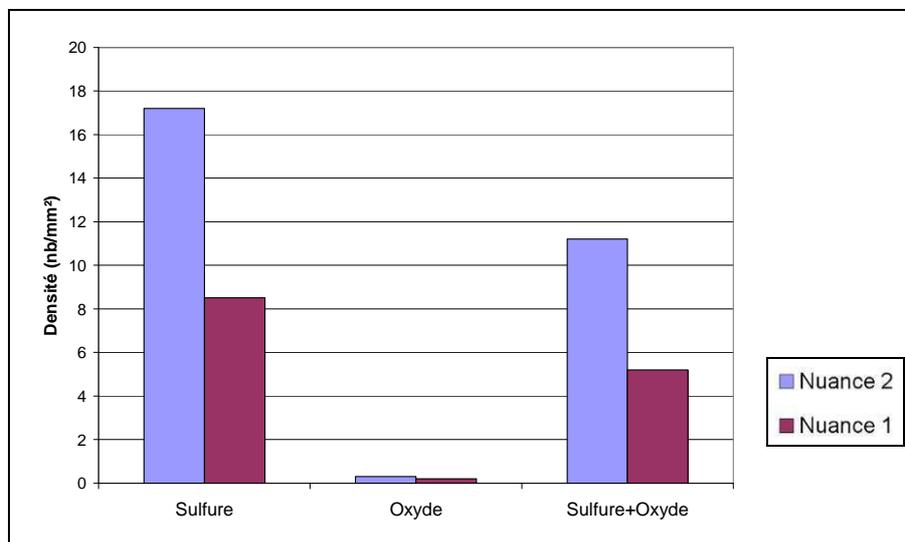


Figure 3.3 : Densité de chaque type d'inclusions

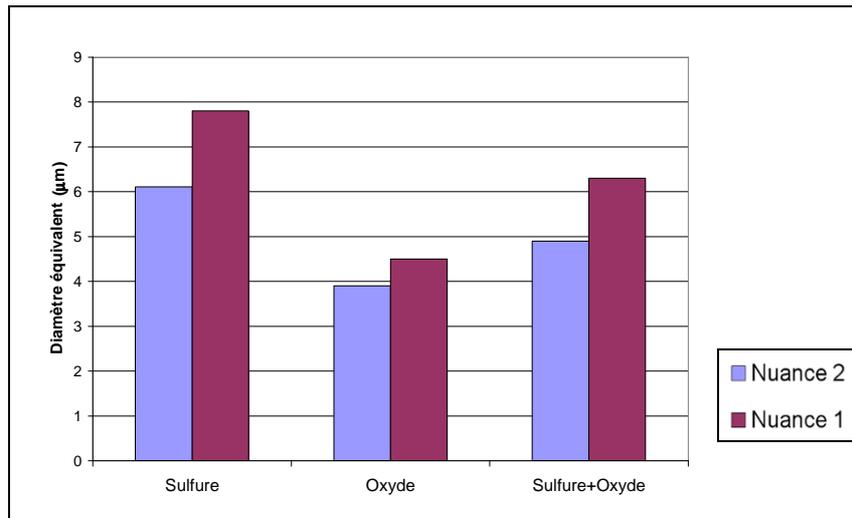


Figure 3.4 : Diamètre équivalent de chaque type d'inclusions

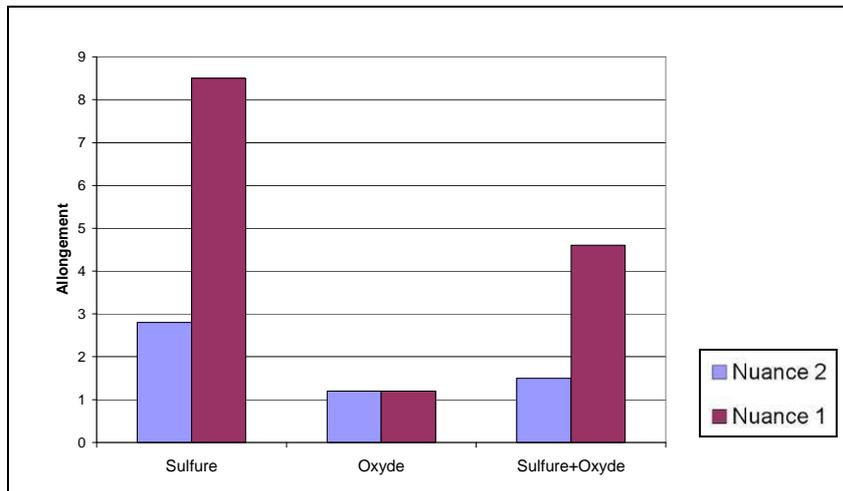


Figure 3.5 : Allongement de chaque type d'inclusions

Les observations au MEB ont également permis de mettre en évidence l'orientation des inclusions pour les deux nuances étudiées. Ces inclusions sont allongées et orientées suivant la direction du barreau (direction longitudinale) comme le montre la Figure 3.6. Cette orientation est notamment due au procédé de mise en forme des barreaux (laminage). En ce qui concerne la nuance 1 (bainitique), les inclusions sont plutôt alignées en chapelet alors que pour la nuance 2 (ferrito-perlitique), les inclusions sont plus dispersées dans la matrice.

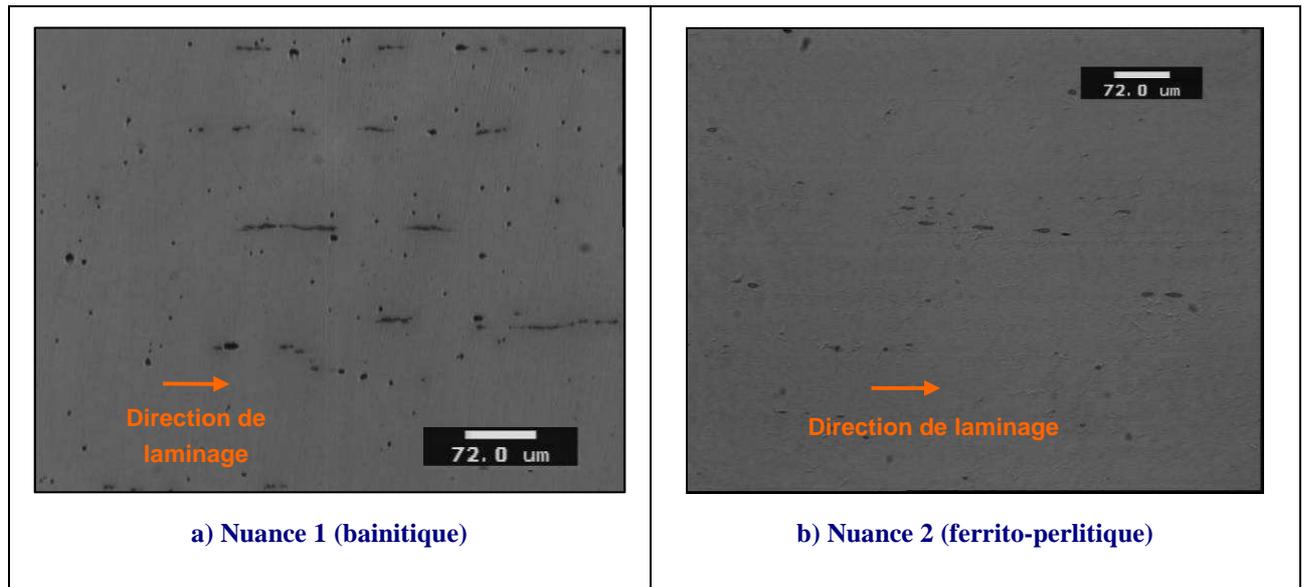


Figure 3.6 : Inclusions dans la matrice, section longitudinale – a) Nuance 1 (bainitique) b) Nuance 2 (ferrito-perlitique)

Finalement, cette étude inclusionnaire a permis de mettre en évidence les différences existantes entre les deux nuances étudiées. La densité inclusionnaire est notamment deux fois plus grande pour la nuance 2 (ferrito-perlitique) que pour la nuance 1 (bainitique). L'allongement et le diamètre équivalent sont plus faibles pour la nuance 2 (ferrito-perlitique) où les inclusions sont également plus dispersées dans la matrice.

C'est pourquoi, ces différences marquées au niveau des inclusions (taille, densité, dispersion, orientation, ...) auront sûrement une forte influence sur le comportement et l'endommagement de la matière.

3.3 Essais de traction

3.3.1 Géométries

Comme nous venons de le voir précédemment, les observations microscopiques ont mis en évidence la présence d'inclusions de Sulfure de Manganèse orientées suivant le sens de mise en forme du barreau (Figure 3.7). C'est pourquoi deux types d'éprouvettes axisymétriques ont été réalisés pour tester le comportement du matériau suivant deux directions différentes :

- longitudinale (direction de laminage),
- transverse (perpendiculaire à la direction de laminage).

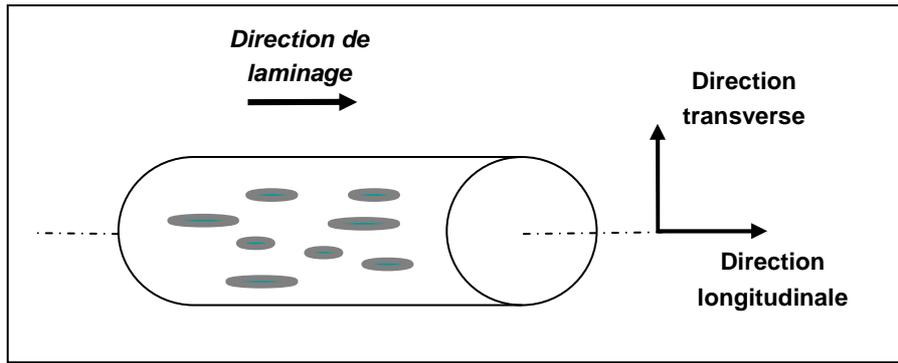


Figure 3.7 : Orientation des inclusions de Sulfure de Manganèse dans un barreau cylindrique

Dans un premier temps, des éprouvettes ont été taillées dans le sens de laminage (sens longitudinal) du barreau. La géométrie de ces éprouvettes est donnée par la Figure 3.8.

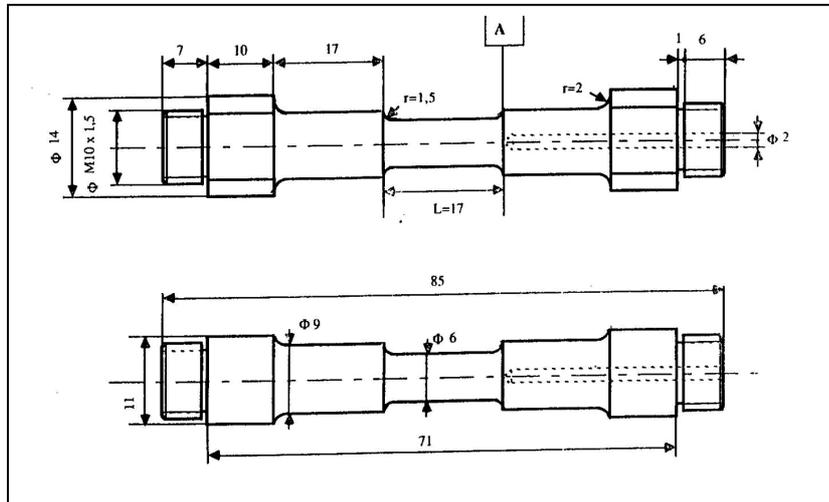


Figure 3.8 : Géométrie des éprouvettes longitudinales (dimensions en mm)

Dans un deuxième temps, des éprouvettes ont été taillées dans le sens transverse (perpendiculairement au sens de laminage). La géométrie de ces éprouvettes est donnée par la Figure 3.9. La zone utile de ces éprouvettes est identique aux éprouvettes taillées dans le sens longitudinal.

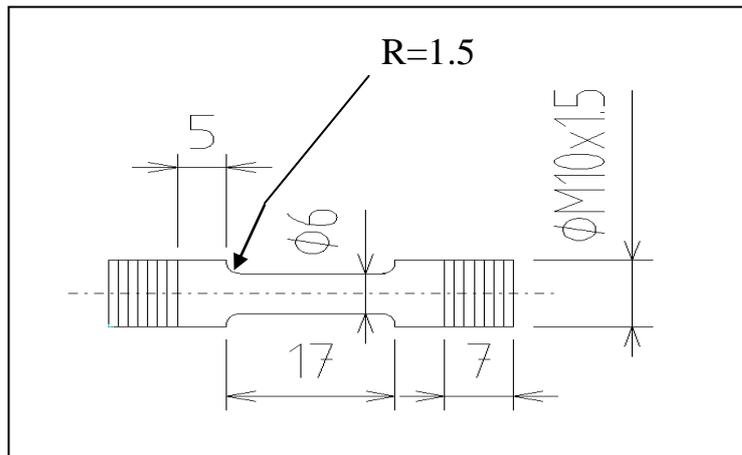


Figure 3.9 : Géométrie des éprouvettes transverses (dimensions en mm)

Les essais de traction ont été réalisés à température ambiante sur une machine hydraulique DARTEC de capacité maximale 30 tonnes. Celle-ci est munie d'une cellule d'effort de 50kN permettant de mesurer la force de traction (F) au cours de l'essai. Le déplacement dans la zone utile (L-L₀) est mesuré par un extensomètre. Pour chaque direction, 3 essais au minimum sont effectués pour vérifier la reproductibilité ou non des résultats.

3.3.2 Résultats – Nuance 1 (bainitique)

Grâce à la mesure de l'effort en traction F et de l'allongement (L-L₀), il est possible d'en déduire la courbe conventionnelle de traction. Celle-ci lie la contrainte conventionnelle σ_{conv} à la déformation conventionnelle ϵ_{conv} par la relation suivante :

$$\epsilon_{conv} = \frac{L - L_0}{L_0} \quad \text{et} \quad \sigma_{conv} = \frac{F}{S_{ini}} \quad (3.1)$$

où S_{ini} est l'aire de la section initiale de l'éprouvette.

Pour décrire quantitativement la courbe conventionnelle (cf. Figure 3.10), un certain nombre de paramètres sont généralement introduits tels que :

- la limite élastique : R_e
- la résistance à la traction : R_m
- l'allongement à R_m : A_m en %
- l'allongement à rupture : A_r en %

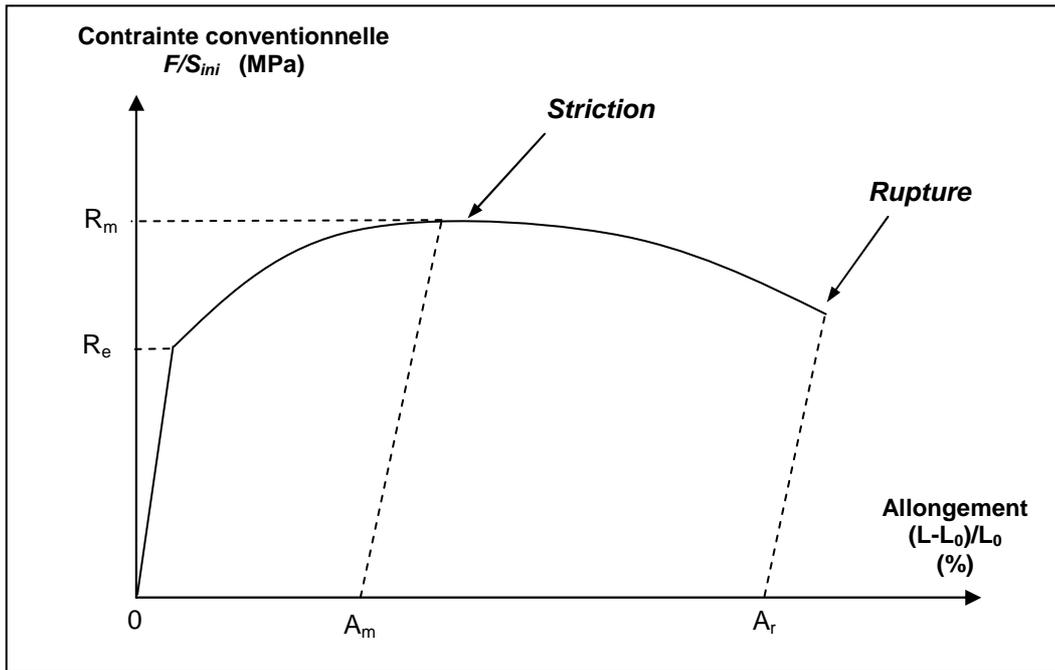


Figure 3.10 : Paramètres caractéristiques des propriétés mécaniques

A partir de la courbe conventionnelle, il est tout à fait possible d'en déduire la courbe rationnelle. En ce qui nous concerne, nous nous limiterons dans un premier temps à la courbe conventionnelle, qui à partir des différents paramètres classiquement introduits, permet de présenter les propriétés mécaniques des matériaux étudiés, en particulier la ductilité.

• **Direction longitudinale :**

Trois essais de traction ont été réalisés pour cette direction et sont représentés par la Figure 3.11.

Les paramètres caractéristiques du matériau sont les suivants :

- Limite élastique : **$R_e = 500 \text{ MPa}$**
- Résistance à la traction : **$R_m = 640 \text{ MPa}$**
- Allongement à R_m : **$A_m = 8.5 \%$**
- Allongement à la rupture : **$A_{r \text{ moyen}} = 32.9 \% \pm 0.9 \%$**

Les résultats obtenus montrent une bonne reproductibilité des essais. L'allongement à rupture est assez important (32.9%) avec notamment la création d'une striction importante.

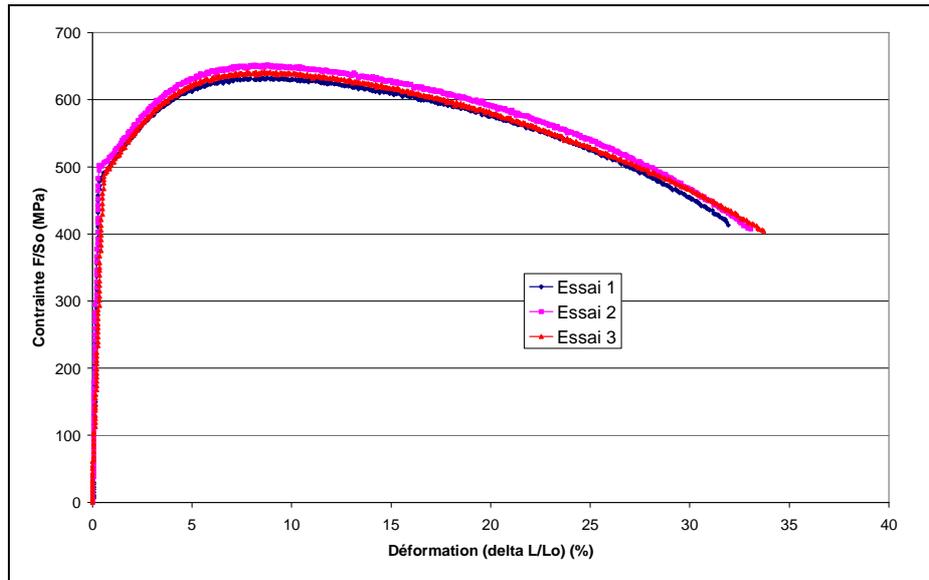


Figure 3.11 : Courbes Contrainte/Déformation conventionnelles – Nuance 1 (bainitique) - Longitudinale

• *Direction transverse :*

Quatre essais de traction ont été réalisés pour cette direction et sont représentés par la Figure 3.12.

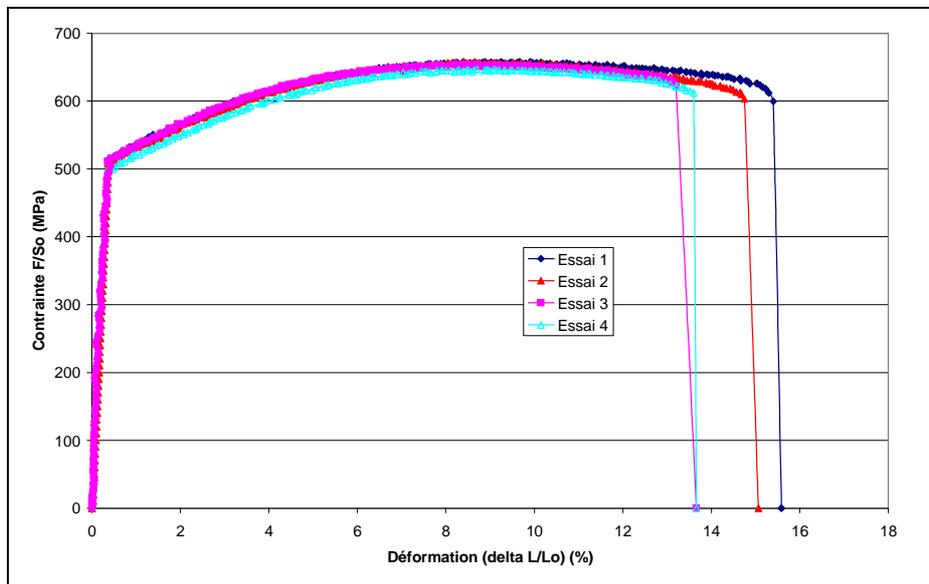


Figure 3.12 : Courbes Contrainte/Déformation conventionnelles – Nuance 1 (bainitique) - Transverse

Les paramètres caractéristiques du matériau sont les suivants :

- Limite élastique : $R_e = 505 \text{ MPa}$
- Résistance à la traction : $R_m = 645 \text{ MPa}$
- Allongement à R_m : $A_m = 9 \%$
- Allongement à la rupture : $A_r \text{ moyen} = 14.3 \% \pm 1 \%$

On remarque que le comportement élasto-plastique (R_e , R_m , A_m) est équivalent pour les deux directions et qu'il semble donc isotrope.

En revanche, l'allongement à la rupture obtenu dans le sens transverse est beaucoup plus faible que celui obtenu dans le sens longitudinal (14.3% contre 32.9%), ce qui démontre un endommagement fortement anisotrope. La striction ne se propage pas du tout à la différence du sens longitudinal comme le montre la Figure 3.13.

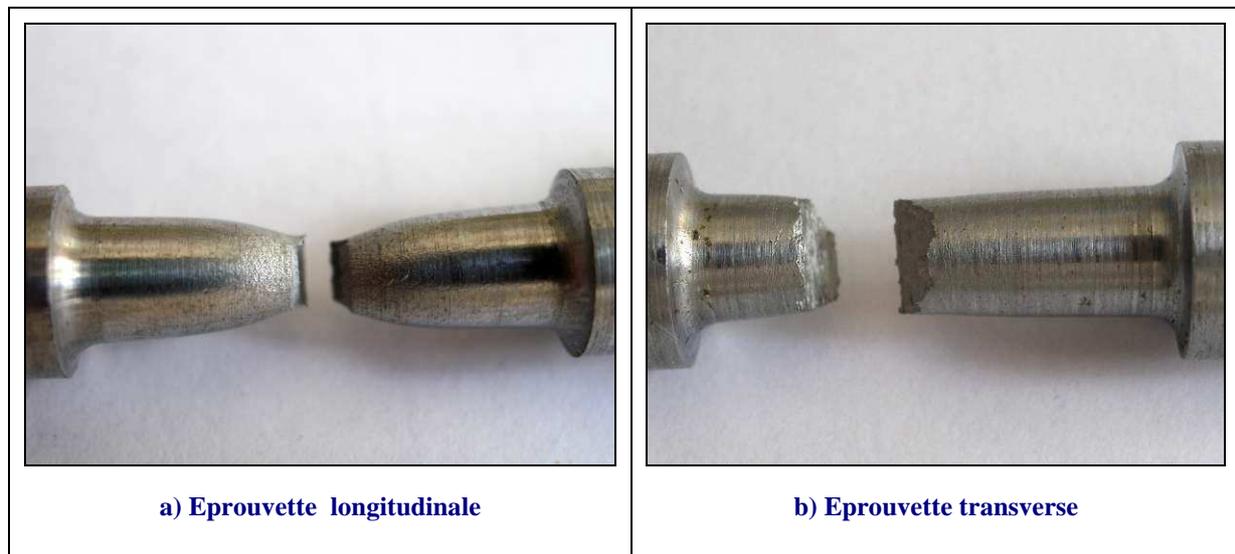


Figure 3.13 : Epreuves après rupture – Nuance 1 (bainitique)

En traçant sur un même graphe (Figure 3.14), un essai réalisé dans le sens longitudinal et un essai dans le sens transverse, la différence entre les deux directions est flagrante. L'orientation des inclusions par rapport à la direction de sollicitation joue donc un rôle primordial vis-à-vis de l'évolution de l'endommagement.

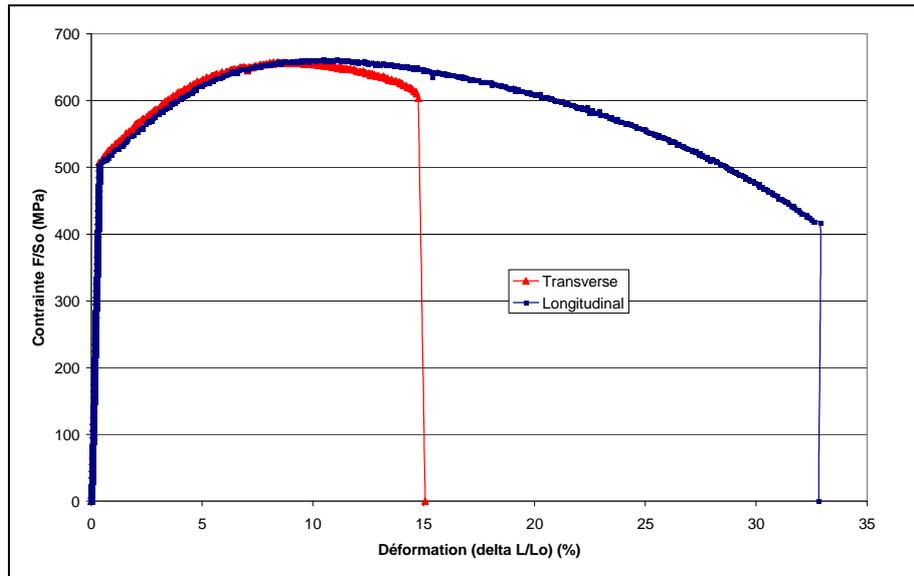


Figure 3.14 : Courbes Contrainte/Déformation conventionnelles – Nuance 1 (bainitique) – Longitudinale et transverse

3.3.3 Résultats – Nuance 2 (ferrito-perlitique)

- *Direction longitudinale :*

Quatre essais de traction ont été réalisés pour cette direction et sont représentés par la Figure 3.15. A la différence de la nuance 1 (bainitique), on remarque la présence d'un crochet de traction et d'un palier de limite d'élasticité.

Les paramètres caractéristiques du matériau sont les suivants :

- Limites élastiques : **$Re_H = 405 \text{ MPa}$** (limite supérieure - crochet de traction)
 $Re_L = 375 \text{ MPa}$ (limite supérieure - palier)
- Résistance à la traction : **$R_m = 560 \text{ MPa}$**
- Allongement à R_m : **$A_m = 18\%$**
- Allongement à la rupture : **$A_{r \text{ moyen}} = 40.1 \% \pm 0.8 \%$**

Les résultats obtenus montrent une bonne reproductibilité des essais. L'allongement à rupture est assez important (40.1%) avec la création d'une striction.

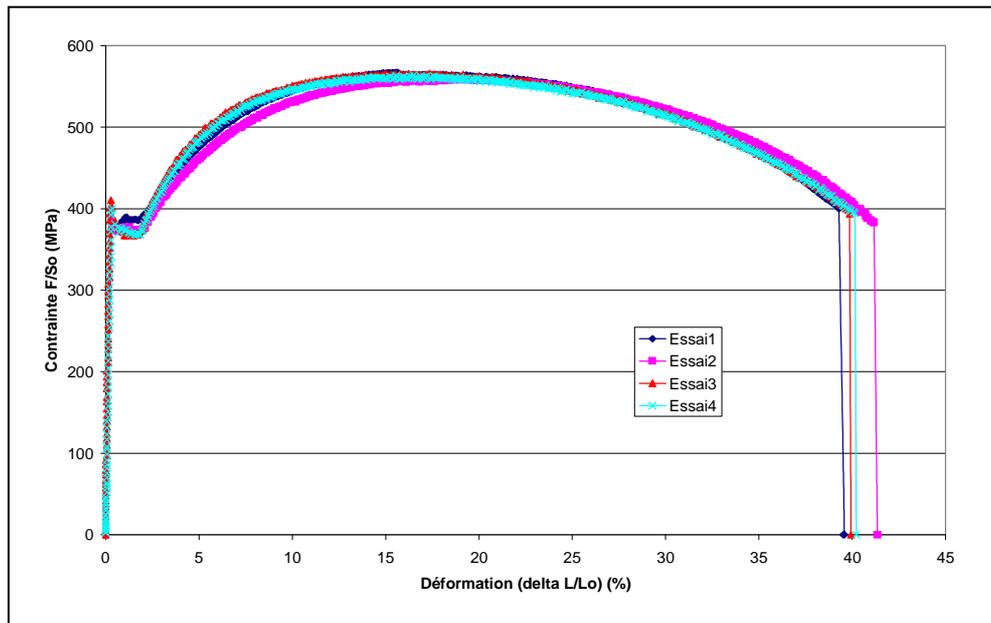


Figure 3.15 : Courbes Contraite/Déformation conventionnelles – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Longitudinale

• **Direction transverse :**

Six essais de traction ont été réalisés pour cette direction et sont représentés par la

Figure 3.16. Comme dans le cas longitudinal, la présence d'un crochet de traction et d'un palier de limite d'élasticité est à noter.

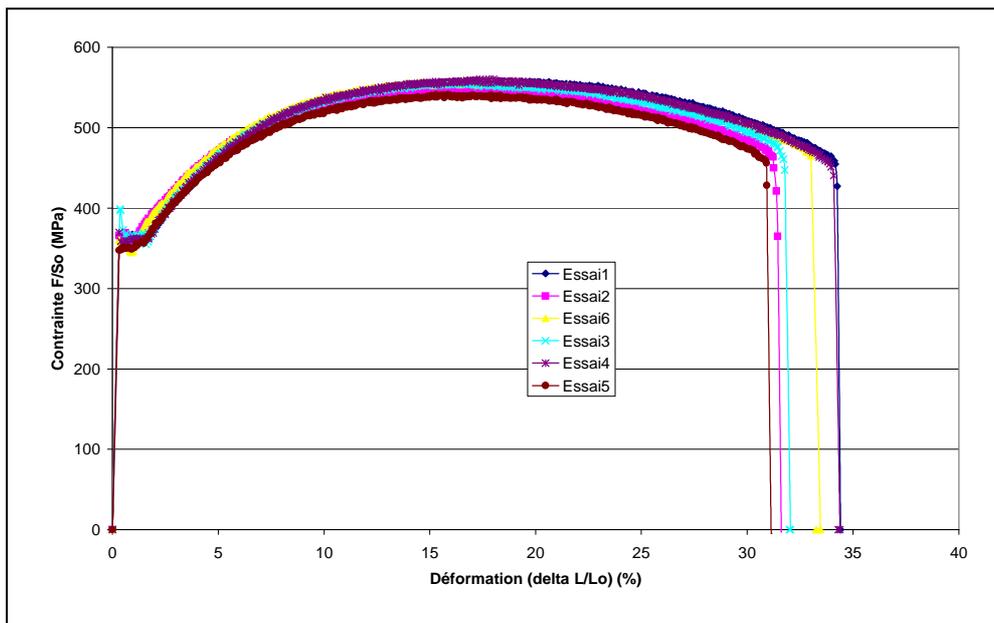


Figure 3.16 : Courbes Contraite/Déformation conventionnelles – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Transverse

Les paramètres caractéristiques du matériau sont les suivants :

- Limites élastiques : $R_{eH} = 400 \text{ MPa}$ (limite supérieure - crochet de traction)
 $R_{eL} = 360 \text{ MPa}$ (limite inférieure - palier)
- Résistance à la traction : $R_m = 550 \text{ MPa}$
- Allongement à R_m : $A_m = 17\%$
- Allongement à la rupture : $A_r \text{ moyen} = 32.5 \% \pm 1.4 \%$

L'allongement à la rupture est plus faible dans le sens transverse que dans le sens longitudinal (32.5% contre 40.1%), comme c'est le cas pour la nuance 1 (bainitique), mais la différence est moins marquée. La striction se propage tout de même, à la différence de la nuance 1 (bainitique), mais tout de même moins que pour le sens longitudinal (Figure 3.17).

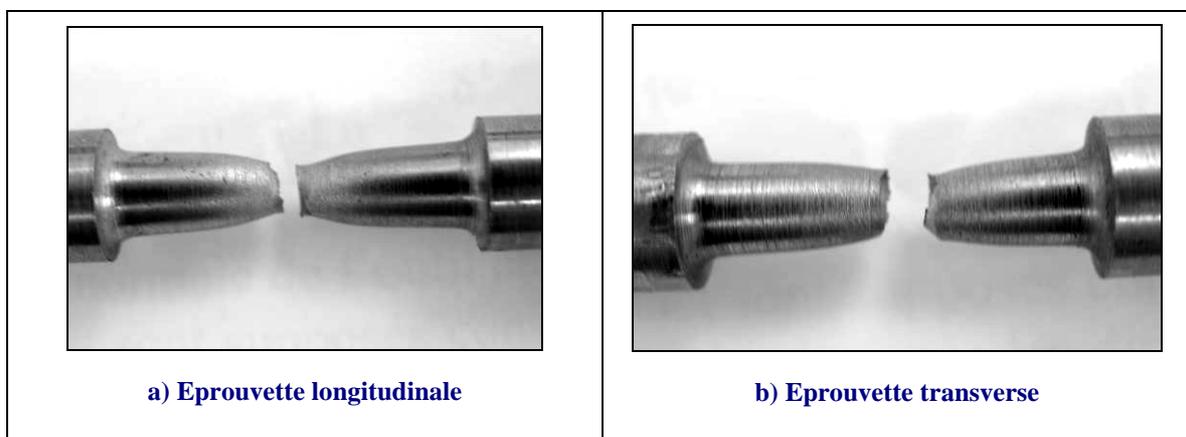


Figure 3.17 : Eprouvettes Nuance 2 (ferrito-perlitique) après rupture a) direction longitudinale b) direction transverse

En traçant sur le même graphe un essai réalisé dans le sens longitudinal et un autre dans le sens transverse, on obtient le résultat présenté par la Figure 3.18.

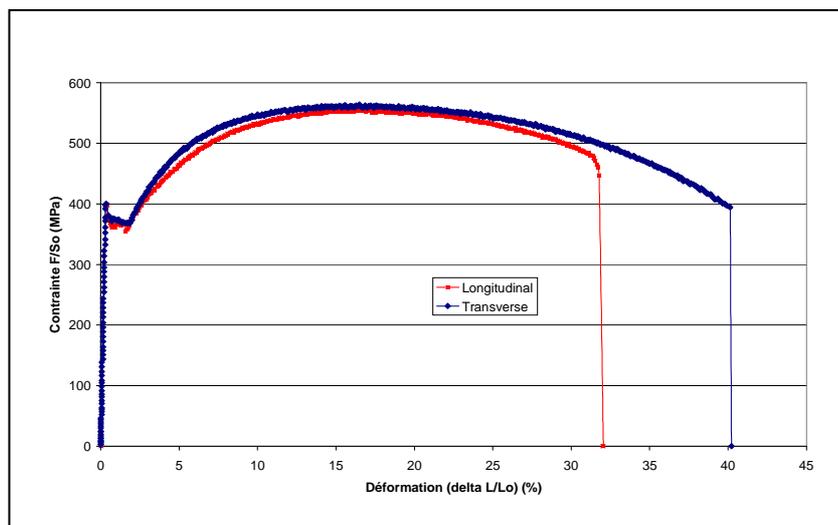


Figure 3.18 : Courbes Contrainte/Déformation conventionnelles – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Longitudinale et transverse

On remarque, là encore, que le comportement élasto-plastique (R_e , R_m , A_m) est identique pour les deux directions et qu'il est donc isotrope. En revanche, l'allongement à la rupture (A_r) est plus faible dans le sens transverse ce qui démontre un endommagement anisotrope mais tout de même beaucoup moins important que dans le cas de la nuance 1 (bainitique). Cette différence entre nuances peut notamment s'expliquer par les résultats de l'analyse microstructurale et inclusionnaire. A savoir que la nuance 2 (ferrito-perlitique) possède des inclusions plus petites, moins allongées et plus dispersées dans la matrice que la nuance 1 (bainitique). De plus, la microdureté de la nuance 2 (ferrito-perlitique) est plus faible, d'où une déformation plus aisée de la matrice par rapport aux inclusions et notamment celles orientées en sens transverse. Tout ceci confère à cette nuance une anisotropie d'endommagement moins marquée que la nuance 1 (bainitique).

3.3.4 Faciès de rupture

L'observation des faciès de rupture au microscope électronique à balayage a montré des différences notables entre les deux directions de traction et ceci pour les 2 nuances étudiées. En ce qui concerne la nuance 1 (bainitique), la différence est encore plus marquée. Dans le cas d'une sollicitation longitudinale, l'observation microscopique des faciès de rupture montre un aspect rugueux avec la présence de cupules (Figure 3.19b) au centre de l'éprouvette, ce qui est typique d'une rupture ductile par *déchirure* (tearing mode) [Montheillet86].

Un deuxième mode de rupture coexiste également avec le premier. Cette zone de rupture appelée *lèvres ductiles* présente un aspect différent (Figure 3.20b), moins rugueux et se situe près des bords de l'éprouvette. Cette rupture correspond à une zone de concentration de la déformation en cisaillement (shearing mode) [Montheillet86]. Les lèvres ductiles suivent alors les plans de scission maximale et sont orientées à 45° .

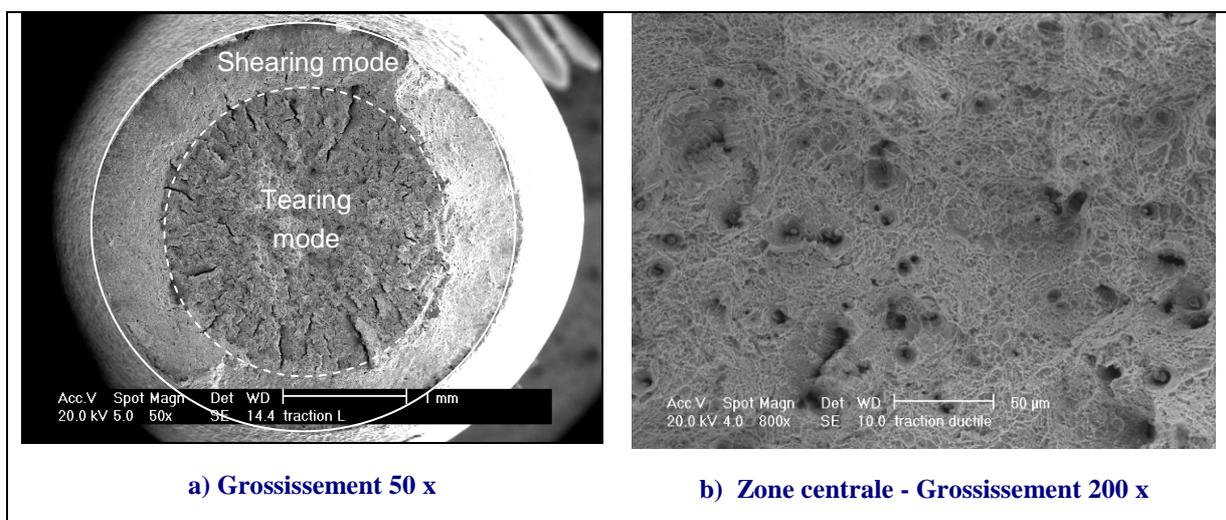


Figure 3.19 : Faciès de rupture pour traction longitudinale – Nuance 1 (bainitique)

La transition entre les deux modes de rupture est tout à fait visible comme le montre la Figure 3.20a.

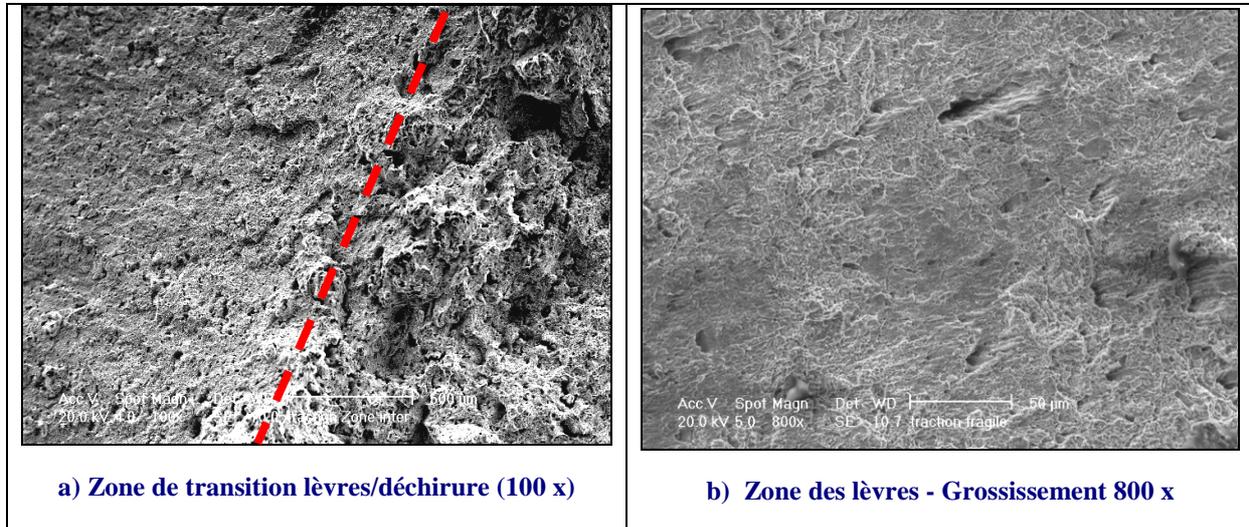


Figure 3.20: Faciès de rupture pour traction longitudinale – Nuance 1 (bainitique)

Ce type de rupture est typique d'une rupture dite en « cup cone » où la rupture s'amorce au centre de l'éprouvette, se propage perpendiculairement à l'axe de traction dans un premier temps, puis bifurque à 45° vers les bords de l'éprouvette.

En revanche, dans le cas d'une sollicitation transverse aux inclusions, les faciès de rupture observés sont complètement différents. Ceux-ci font apparaître la présence de facettes, de plans (Figure 3.21) avec une rupture de type « bois pourri ».

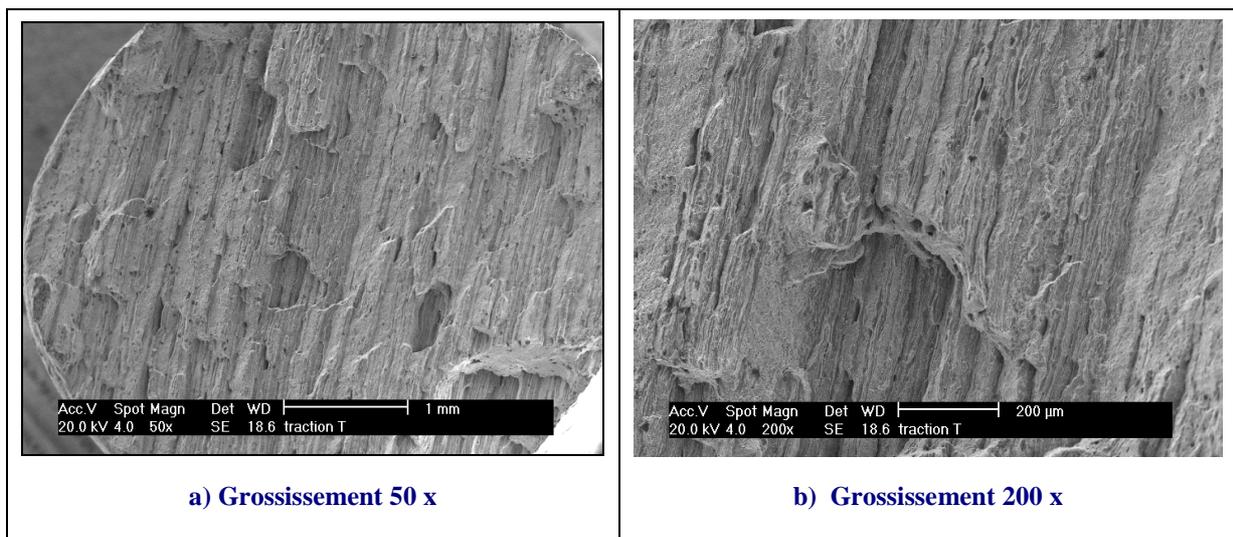


Figure 3.21 : Faciès de rupture pour traction transverse – Nuance 1 (bainitique)

L'orientation des inclusions par rapport à la sollicitation joue donc un rôle prépondérant sur le type de rupture.

3.3.5 Conclusion

Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence la forte anisotropie de l'endommagement, notamment pour la nuance 1 (bainitique). L'allongement à rupture passe de 32.9% dans le cas longitudinal à 14.3% pour le cas transverse pour cette nuance.

En ce qui concerne la nuance 2 (ferrito-perlitique), l'influence de l'orientation des inclusions est moins importante que pour la nuance 1 (bainitique). L'allongement à rupture passe de 40.1% dans le cas longitudinal à 32.5% pour le cas transverse. En revanche, le comportement élastoplastique avant striction reste le même pour les deux sens de sollicitation (longitudinal et transverse).

Ces résultats sont en accord avec les premières observations obtenues lors de l'analyse inclusionnaire. A savoir que pour la nuance 2 (ferrito-perlitique), les inclusions sont plus petites et plus dispersées dans la matrice, ce qui confère un comportement moins anisotrope que la nuance 1 (bainitique). Les propriétés de microdureté de la matrice vont aussi dans ce sens puisque la nuance 2 (ferrito-perlitique) a une dureté plus faible (150 Hv) que la nuance 1 (bainitique) (228 Hv). Lorsque la matière se déforme, les inclusions sont alors plus à même de subir des déformations dans une matrice plus ductile.

L'observation des faciès de rupture montre également une grande différence entre les deux directions de sollicitation :

- observation de cupules pour les éprouvettes longitudinales,
- observation de facettes, de plans pour les éprouvettes transverses.

Par conséquent, la connaissance de l'orientation des inclusions par rapport à la sollicitation maximale sera primordiale pour obtenir une bonne prédiction de la rupture.

3.4 Essais de compression/traction

Lors de la mise en forme par forgeage, la matière subit le plus souvent des trajets de chargement complexes, et non monotones. Les chemins de triaxialité ont notamment été étudiés dans le cadre de cas réels de forgeage proposés par nos partenaires industriels (cf. Chapitre 5). Il ressort de cette étude que la matière est souvent dans un premier temps en compression puis que certaines zones de la pièce sont amenées à passer en traction. Ce sont généralement ces zones, où la matière passe en traction après avoir été en compression, qui sont les plus susceptibles de s'endommager puis de se rompre.

C'est pourquoi, des essais de compression/traction ([Bouchard et al.08], [Bouchard et al.09]) ont été réalisés sur les deux nuances d'acier étudiées : nuance 1 (bainitique) et nuance 2 (ferrito-perlitique). Le but étant de mettre ou non en évidence l'influence de la pré compression sur la rupture en traction et d'étudier également l'influence de la triaxialité sur l'endommagement.

Les essais de compression/traction présentés ici s'appuient sur des travaux antérieurs menés par Bao [Bao03] sur un alliage d'Aluminium (Al2024-T351). Les essais de compression/traction de Bao sur éprouvettes entaillées ont permis notamment de mettre en évidence l'influence de la pré compression sur la rupture en traction. A savoir que pour cet alliage d'aluminium (Al2024-T351), plus la matière est pré comprimée et plus la rupture en traction intervient tôt. La pré compression diminue donc la ductilité de l'alliage Al2024-T351.

3.4.1 Géométries et montage expérimental

Deux géométries d'éprouvettes (Type A et C) dites « diablo » ont été testées. Ces géométries permettent de pouvoir réaliser successivement des sollicitations en compression puis en traction. La géométrie et les dimensions de ces éprouvettes sont données par la Figure 3.22.

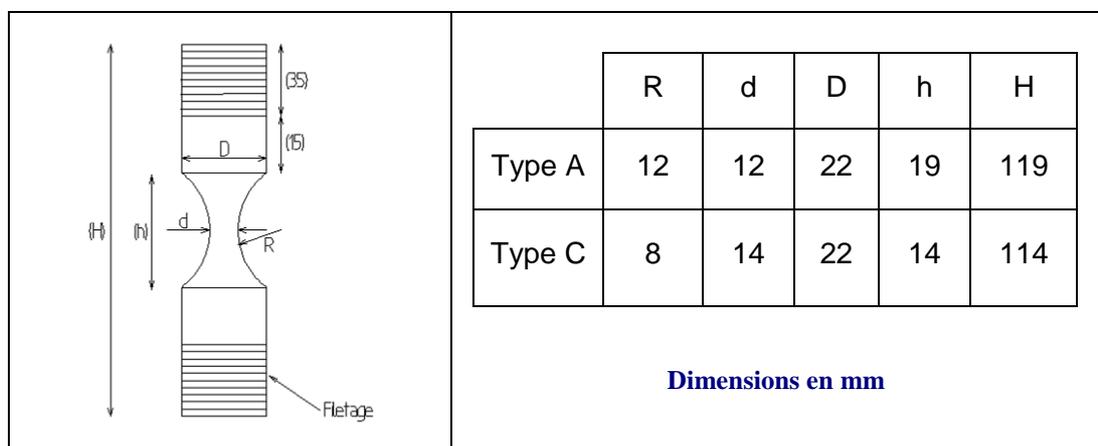


Figure 3.22 : Géométrie et dimensions des éprouvettes de type « diablo »

La différence majeure entre ces deux géométries d'éprouvette est le rayon de courbure ($R=12$ mm pour Type A et 8 mm pour Type C). La dimension du rayon de courbure influence notamment fortement la triaxialité des contraintes au cours de l'essai. Plus le rayon est faible et plus la triaxialité des contraintes sera fortement positive en traction et négative en compression.

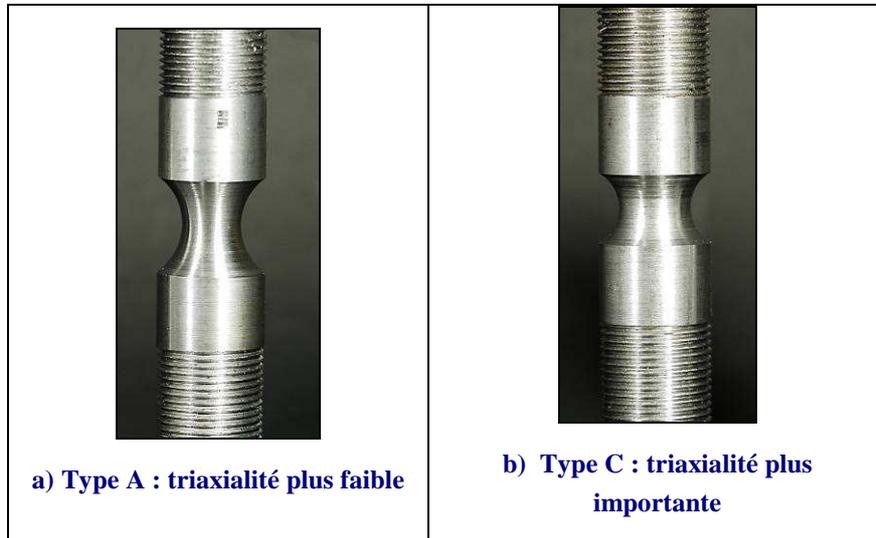


Figure 3.23 : Epreuves « diabolos » de Compression/Traction

Pour mesurer précisément les déplacements imposés en compression et traction, un extensomètre INSTRON a été utilisé. Celui-ci permet notamment de s'affranchir des déformations et des jeux induits par la machine de traction lors de l'essai et d'obtenir ainsi des mesures précises.

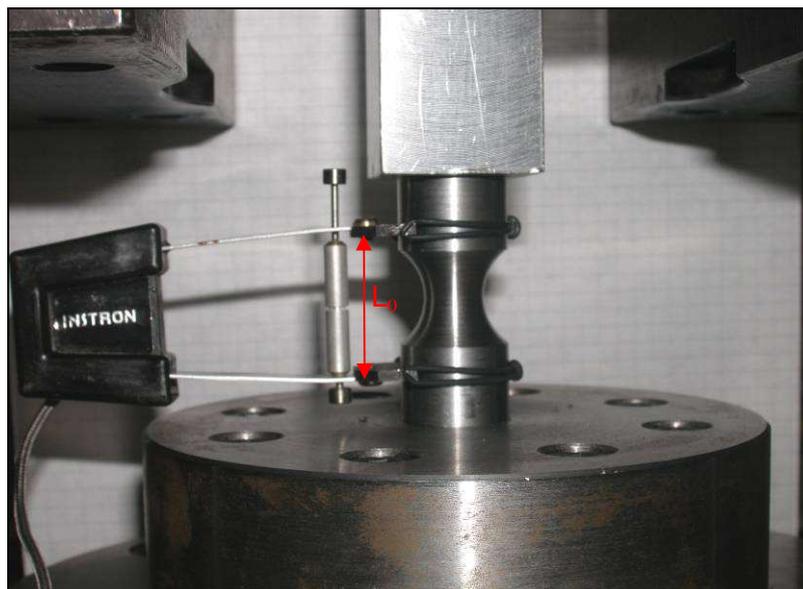


Figure 3.24 : Montage expérimental - Extensomètre longitudinal

La longueur initiale L_0 entre les deux couteaux de l'extensomètre est de 27,1 mm. Un extensomètre diamétral a également été utilisé pour suivre l'évolution du diamètre minimum au cours de l'essai. Cet extensomètre permet d'obtenir un deuxième observable en plus de la courbe Force/Déplacement. Ceci peut alors être un moyen intéressant pour dissocier l'adoucissement dû à l'endommagement de celui dû à la striction. Pour des raisons techniques, seuls les résultats obtenus pour les éprouvettes diabolos de Type A ont pu être exploités pour l'extensomètre diamétral.

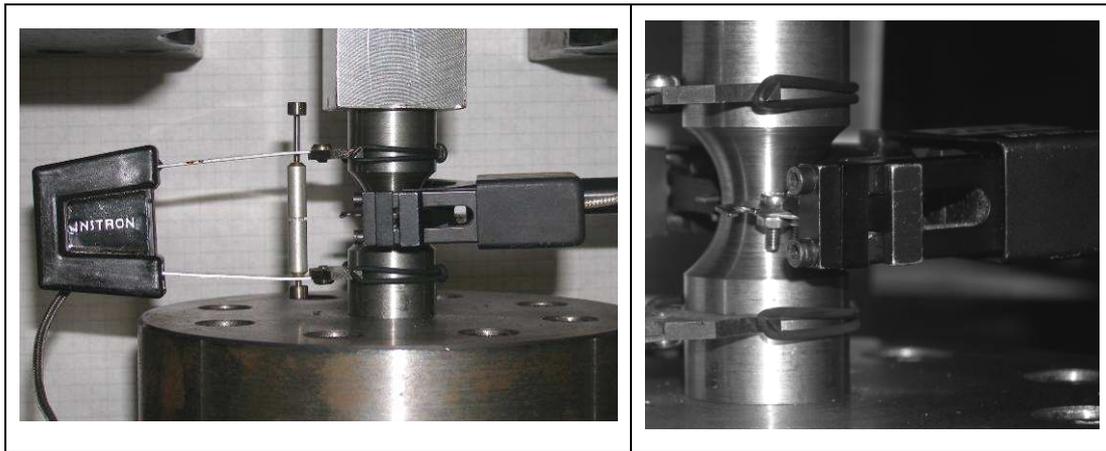


Figure 3.25 : Montage expérimental - Extensomètres longitudinal et diamétral

Les essais ont été réalisés à température ambiante sur une machine hydraulique DARTEC de capacité maximale 30 tonnes. Celle-ci est munie d'une cellule d'effort de 50kN permettant de mesurer la force de traction et de compression au cours de l'essai.

Pour tester l'influence de la pré compression sur la rupture en traction, plusieurs trajets de chargement ont été réalisés sur les deux géométries d'éprouvettes. Trois niveaux de pré compression différents ont été effectués :

- déplacement de 0.5 mm en compression puis traction jusqu'à rupture,
- déplacement de 1 mm en compression puis traction jusqu'à rupture,
- déplacement de 1.5 mm en compression puis traction jusqu'à rupture.

Des essais de traction simples (sans pré compression) ont également été réalisés.

Tous ces essais ont été effectués à la vitesse de 0.1 mm/sec et les éprouvettes ont été prélevées dans le sens de laminage du barreau (longitudinal). Il faut noter que les nuances d'aciers étudiées sont communément utilisées dans l'industrie du forgeage à froid. A température ambiante, le comportement de celles-ci n'est quasiment pas dépendant de la vitesse, c'est pourquoi tous les essais ont été réalisés à la même vitesse.

Pour étudier l'influence ou non de la pré compression sur la rupture en traction, nous avons suivi le processus suivant. Dans un premier temps, le déplacement à rupture en traction simple (d_1) est relevé (Figure 3.26). Puis ce déplacement est comparé à celui obtenu en

traction après un certain niveau de pré compression (d_2). En comparant ces déplacements, il est ainsi possible de voir l'influence de la pré compression sur la rupture en traction.

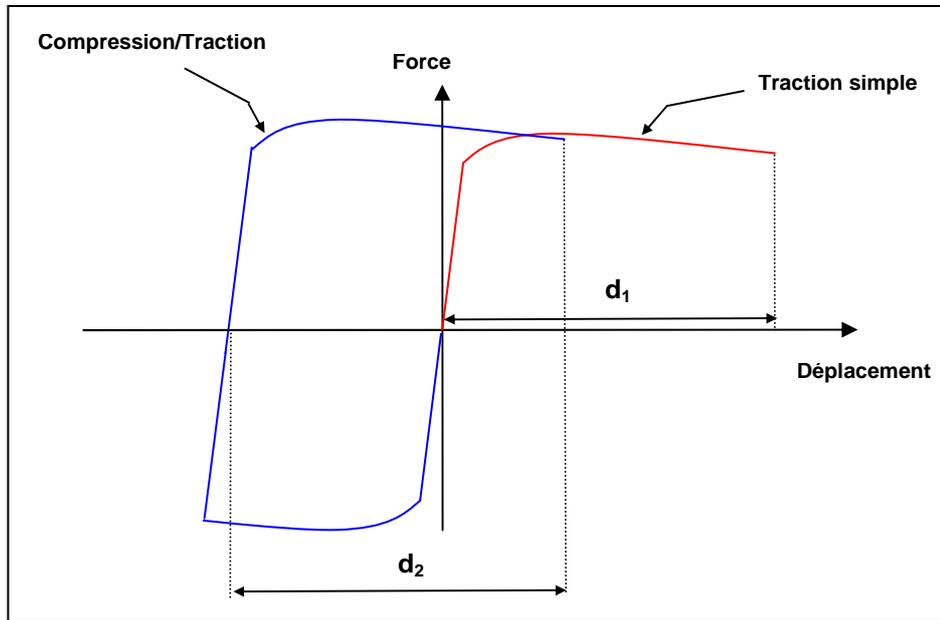


Figure 3.26 : Courbes Force/Déplacement schématiques

Tous ces essais ont été répétés au moins trois fois pour chaque niveau de pré compression et ont montré une assez bonne reproductibilité.

3.4.2 Résultats - Nuance 1 (bainitique)

- *Eprouvettes de Type A :*

Les résultats obtenus en termes de Force/Déplacement sont donnés par la Figure 3.27.

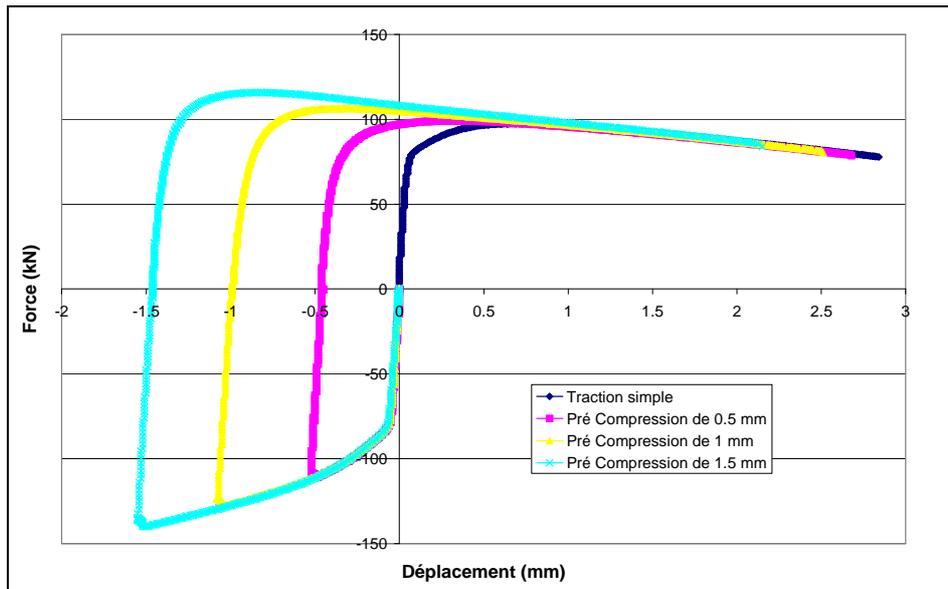


Figure 3.27 : Courbes Force/Déplacement – Nuance 1 (bainitique) – Type A

Dans un premier temps, nous pouvons déjà remarquer la présence d'un écrouissage cinématique typique de l'effet Bauschinger. Ce phénomène correspond à la différence entre les limites élastiques en traction (R_e (traction)) et compression (R_e (compression)) comme le montre la Figure 3.28.

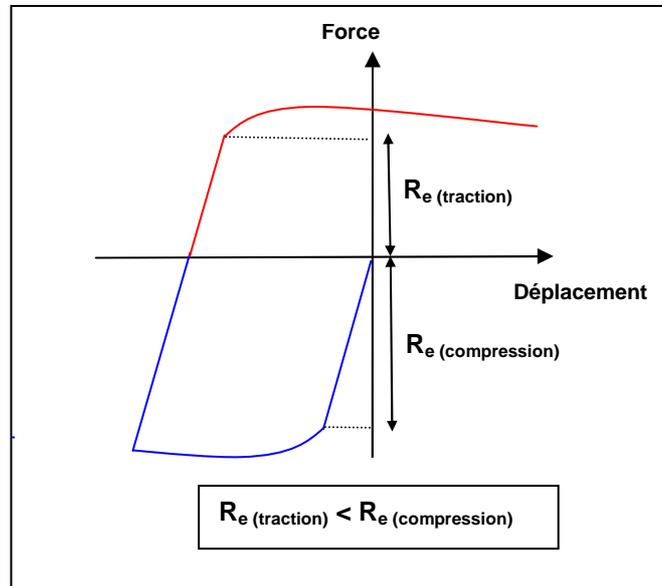


Figure 3.28 : Ecrouissage cinématique – Effet Bauschinger

Les résultats obtenus en termes de déplacement sont donnés dans le Tableau 3.4. Pour chaque niveau de pré compression, plusieurs essais ont été réalisés et la moyenne des résultats a été calculée. Le déplacement à rupture obtenu en traction simple (d_1) fait office de valeur de référence. Ce déplacement est ensuite comparé à ceux obtenus en traction pour des éprouvettes ayant déjà subi une pré compression (d_2). Le pourcentage de différence

entre le déplacement de référence (traction pure) et les autres déplacements (avec pré compression) est indiqué dans le Tableau 3.4.

Niveau de pré compression (mm)	Déplacement à rupture en traction (mm)	% de différence par rapport à la traction simple
0	$d_1 = 2.87$	$\Delta = 0 \%$
-0.5	$d_2 = 3.12$	$\Delta = 8.7\%$
-1	$d_2 = 3.50$	$\Delta = 22.0 \%$
-1.5	$d_2 = 3.65$	$\Delta = 27.2 \%$

Tableau 3.4 : Moyenne des résultats en déplacement – Nuance 1 (bainitique) – Type A

On remarque une réelle influence de la pré compression sur le déplacement à la rupture (augmentation de 27%). Plus la matière est pré comprimée et plus le déplacement à rupture en traction est important (Figure 3.29).

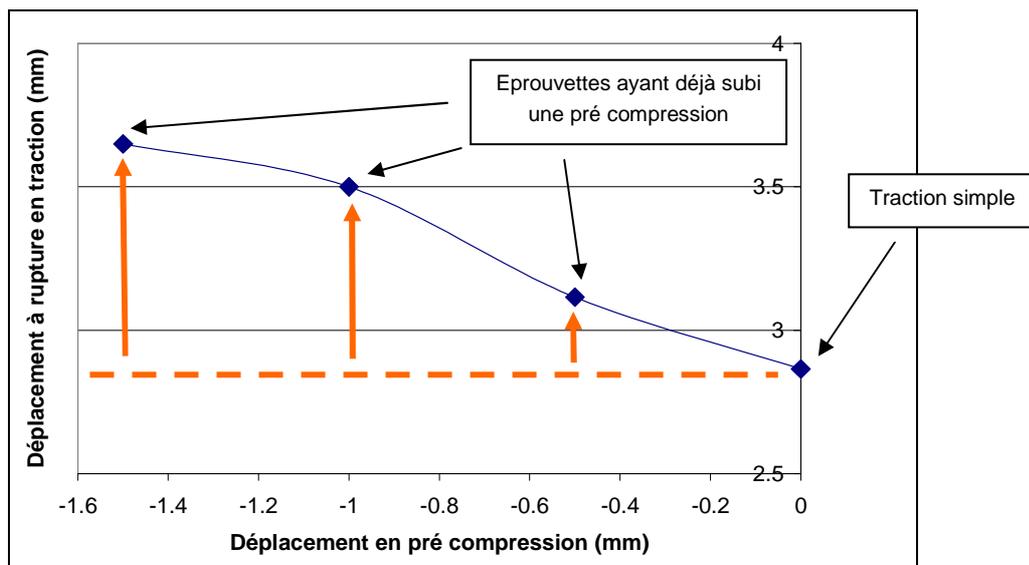


Figure 3.29 : Influence de la pré compression rupture en traction – Nuance 1 (bainitique) – Type A

Cette influence semble cependant se stabiliser à partir d'un certain taux de compression. Les résultats obtenus par le biais de l'extensomètre diamétral sont présentés sur la Figure 3.30. La variation du diamètre minimum par rapport au diamètre initial ($D_{ini} - D$) de l'éprouvette est tracée en fonction du déplacement imposé. Cette variation est positive lors de la phase de compression puisque le diamètre augmente par rapport à sa taille initiale. Lors de la phase de traction, la variation du diamètre décroît jusqu'à atteindre 0 (taille initiale du diamètre), puis devient négative (taille inférieure au diamètre initial). L'évolution observée peut être considérée comme linéaire, que ce soit pour la phase de compression ou pour la phase de traction.

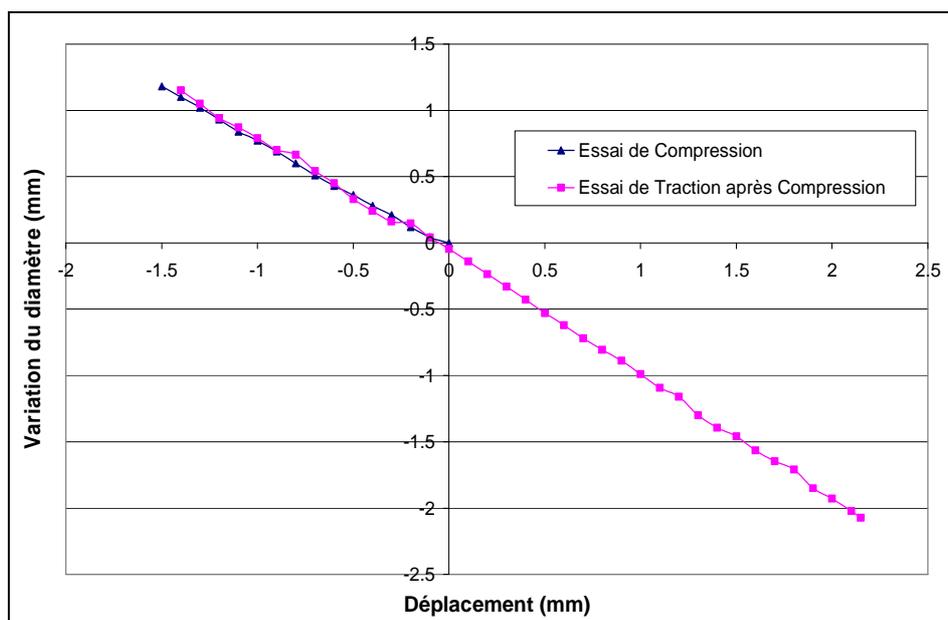


Figure 3.30 : Variation du diamètre au cours d'un essai de Compression/Traction – Nuance 1 (bainitique)
– Type A

• *Eprouvettes de Type C :*

Les résultats obtenus en terme de Force/Déplacement sont donnés par la Figure 3.31.

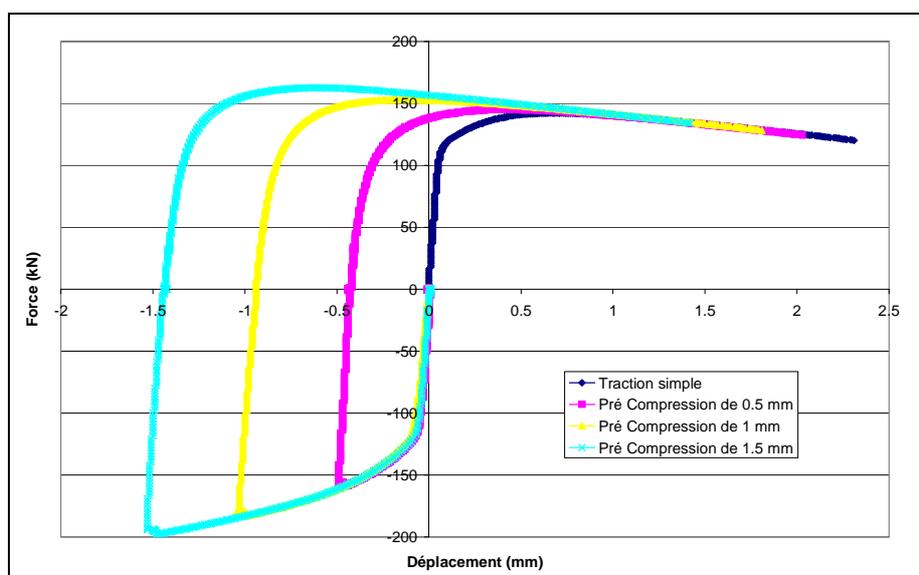


Figure 3.31 : Courbes Force/Déplacement – Nuance 1 (bainitique) – Type C

Les résultats obtenus en terme de déplacement sont donnés dans le Tableau 3.5. Pour chaque niveau de pré compression, plusieurs essais ont été réalisés et la moyenne des résultats a été calculée.

Niveau de pré compression (mm)	Déplacement à rupture en traction (mm)	% de différence par rapport à la traction simple
0	$d_1 = 2.31$	$\Delta = 0 \%$
-0.5	$d_2 = 2.55$	$\Delta = 10.4 \%$
-1	$d_2 = 2.75$	$\Delta = 19.0 \%$
-1.5	$d_2 = 2.85$	$\Delta = 23.4 \%$

Tableau 3.5 : Moyenne des résultats en déplacement – Nuance 1 (bainitique) – Type C

On remarque également une réelle influence de la pré compression sur le déplacement à la rupture pour cette géométrie d'éprouvette (augmentation de 23%). Plus la matière est pré comprimée et plus le déplacement à rupture en traction est important (Figure 3.32).

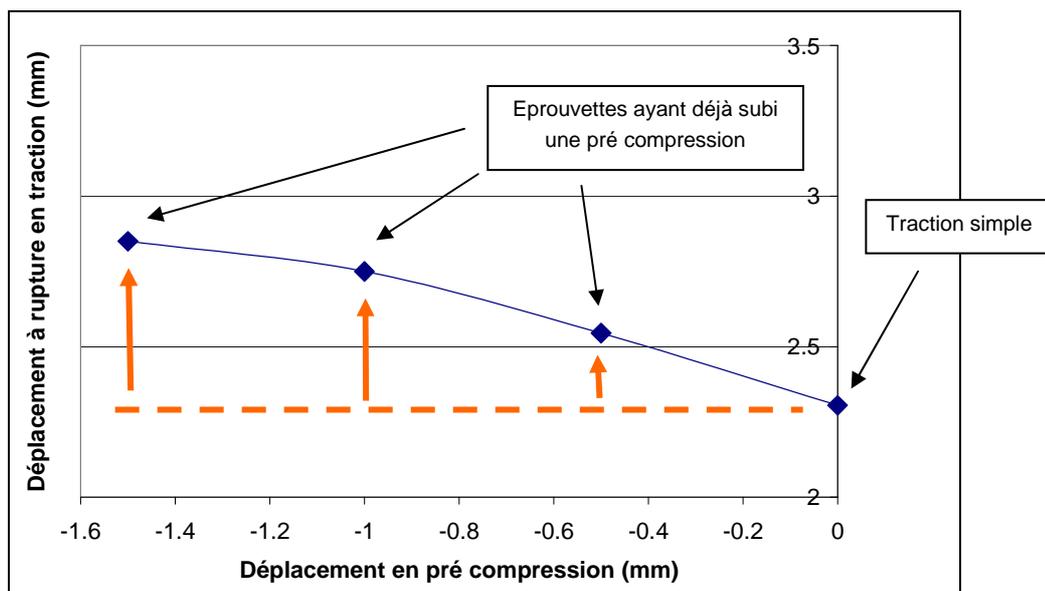


Figure 3.32 : Influence de la pré compression sur rupture en traction – Nuance 1 (bainitique) – Type C

Ces résultats confirment également ceux obtenus pour la géométrie de Type A, avec là aussi une certaine stabilisation à partir d'un certain taux de pré compression.

3.4.3 Résultats - Nuance 2 (ferrito-perlitique)

• *Eprouvettes de Type A :*

Les résultats obtenus en termes de Force/Déplacement sont donnés par la Figure 3.33.

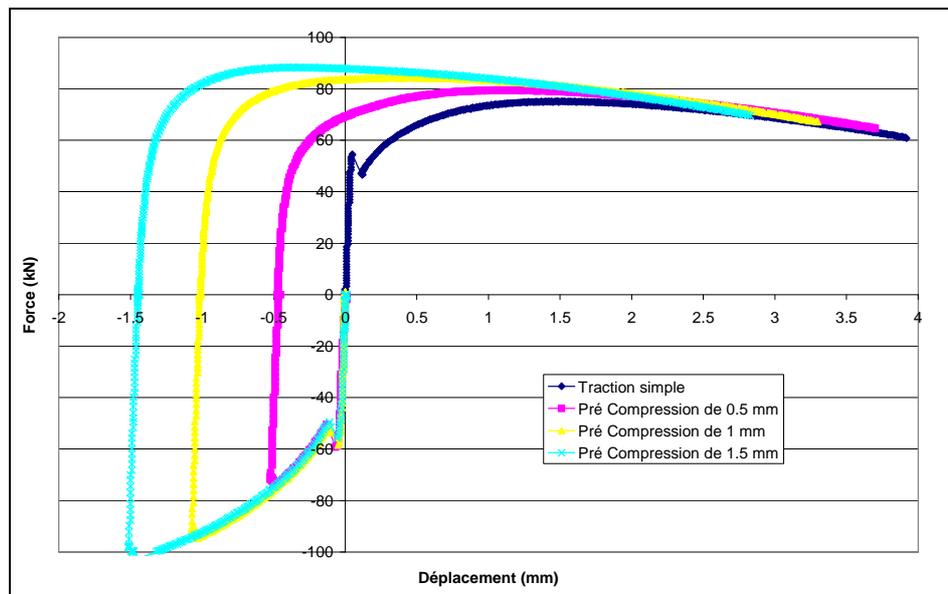


Figure 3.33 : Courbes Force/Déplacement – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Type A

Pour cette nuance, nous pouvons remarquer à nouveau la présence d'un écrouissage cinématique typique de l'effet Bauschinger.

Les résultats obtenus en termes de déplacement à rupture sont donnés dans le Tableau 3.6. Pour chaque niveau de pré compression, plusieurs essais ont été réalisés et la moyenne des résultats a été calculée.

Niveau de pré compression (mm)	Déplacement à rupture en traction (mm)	% de différence par rapport à la traction simple
0	$d_1 = 3.93$	$\Delta = 0 \%$
-0.5	$d_2 = 4.13$	$\Delta = 5.1 \%$
-1	$d_2 = 4.30$	$\Delta = 9.4 \%$
-1.5	$d_2 = 4.27$	$\Delta = 8.7 \%$

Tableau 3.6 : Moyenne des résultats en déplacement – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Type A

L'influence de la pré compression sur le déplacement à rupture, pour cette nuance, est nettement moins importante. L'augmentation du déplacement est de 9% contre 29% pour la nuance 1 (bainitique).

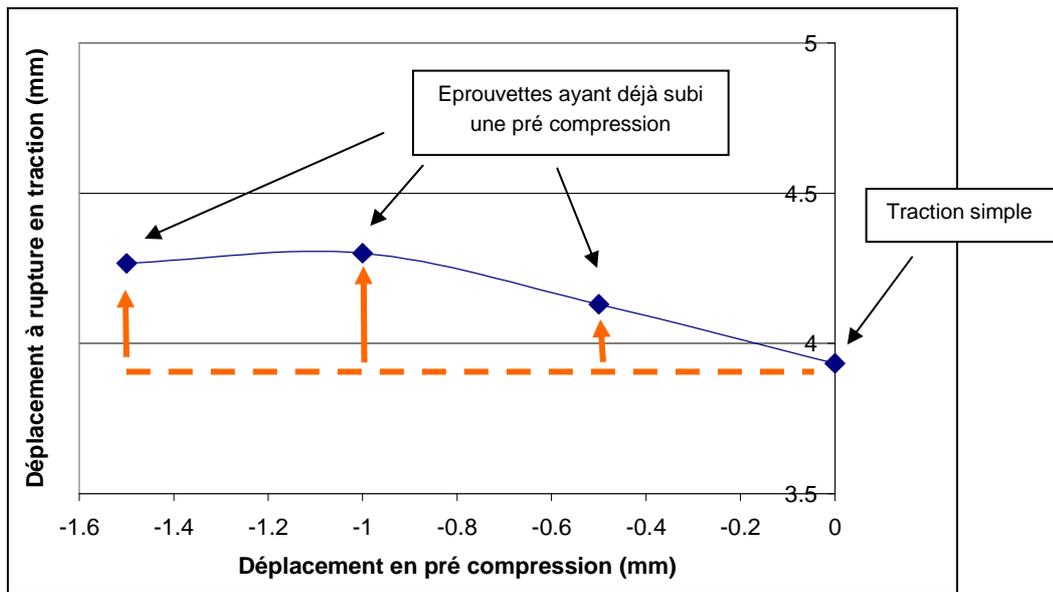


Figure 3.34 : Influence de la pré compression sur la rupture en traction – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Type A

Les résultats obtenus par le biais de l'extensomètre diamétral sont présentés sur la Figure 3.35. La variation du diamètre minimum par rapport au diamètre initial ($D_{ini} - D$) de l'éprouvette est tracée en fonction du déplacement imposé. Comme dans le cas de la nuance 1 (bainitique), l'évolution observée peut être considérée comme linéaire, que ce soit pour la phase de compression ou pour la phase de traction.

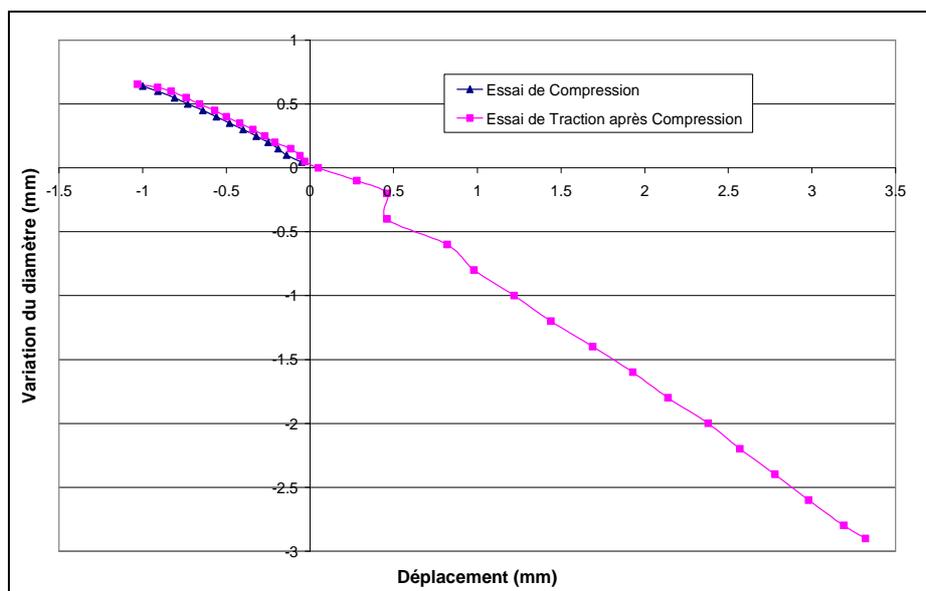


Figure 3.35 : Variation du diamètre au cours d'un essai de Compression/Traction – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Type A

• **Eprouvettes de Type C :**

Les résultats obtenus en termes de Force/Déplacement sont donnés par la Figure 3.36.

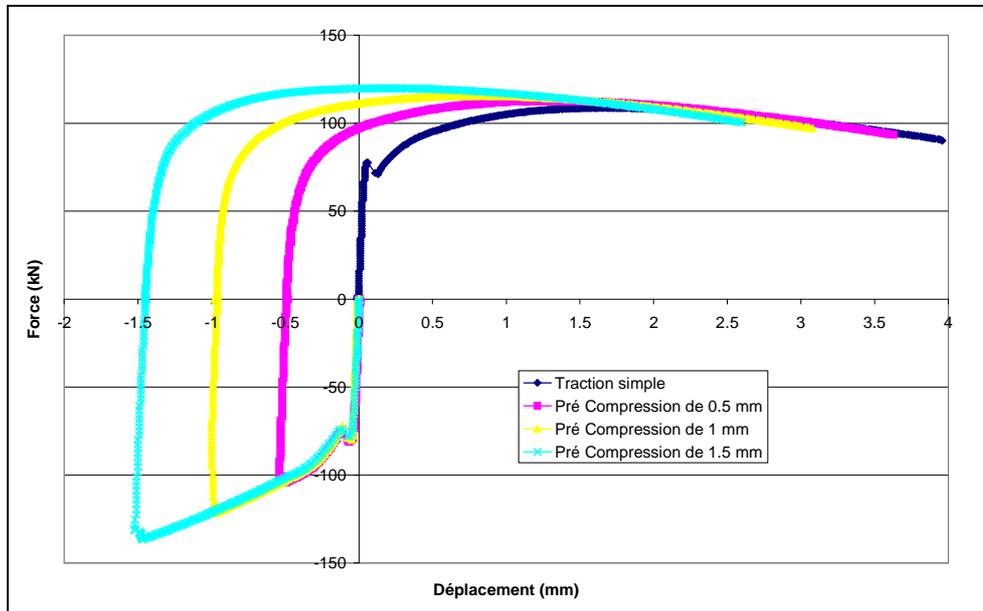


Figure 3.36 : Courbes Force/Déplacement – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Type C

Les résultats obtenus en termes de déplacement à rupture sont donnés dans le Tableau 3.7. Pour chaque niveau de pré compression, plusieurs essais ont été réalisés et la moyenne des résultats a été calculée.

Niveau de pré compression (mm)	Déplacement à rupture en traction (mm)	% de différence par rapport à la traction simple
0	$d_1 = 3.94$	$\Delta = 0 \%$
-0.5	$d_2 = 4.13$	$\Delta = 4.8 \%$
-1	$d_2 = 4.08$	$\Delta = 3.6 \%$
-1.5	$d_2 = 4.05$	$\Delta = 2.8 \%$

Tableau 3.7 : Moyenne des résultats en déplacement – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Type C

Les résultats obtenus ne montrent pas d'influence notable de la pré compression sur la rupture en traction pour cette géométrie (Type C). Le pourcentage de différence par rapport à la traction simple est vraiment très faible.

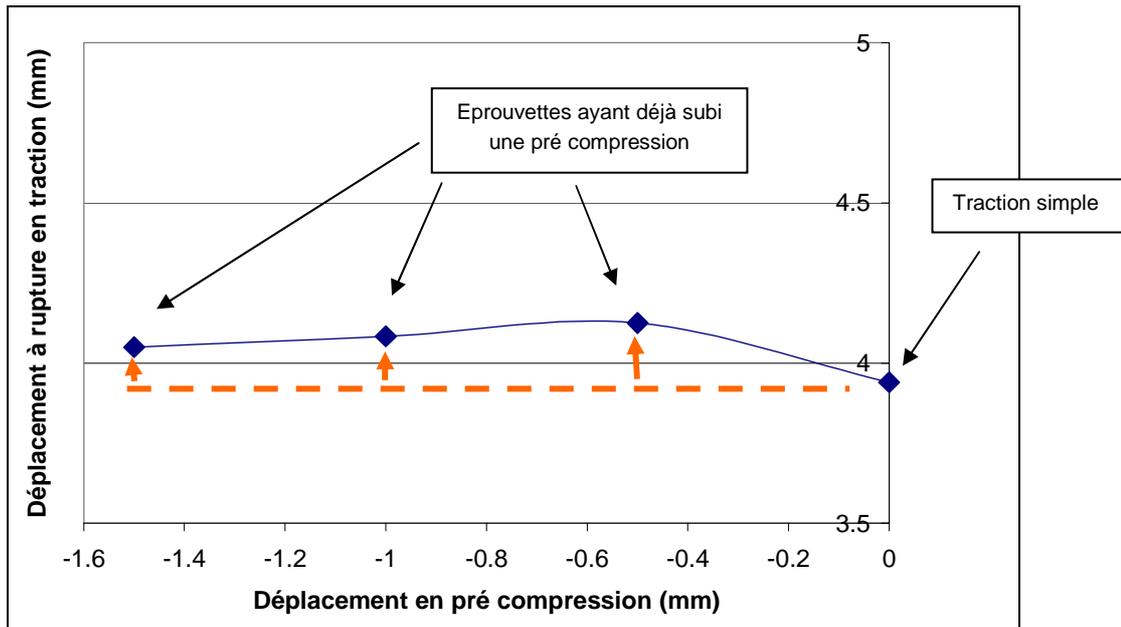


Figure 3.37 : Influence de la pré compression sur la rupture en traction – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Type C

Finalement en ce qui concerne la nuance 2 (ferrito-perlitique), l'influence de la pré compression est nettement moins marquée que pour la nuance 1 (bainitique).

3.4.4 Conclusion

Des essais de compression/traction ([Bouchard et al.08], [Bouchard et al.09]) ont été effectués sur des éprouvettes entaillées (diabolo), ayant été prélevées dans le sens de mise en forme du barreau (longitudinal). L'influence de la pré compression sur la rupture en traction a été étudiée pour les deux nuances et les résultats obtenus sont les suivants :

- nuance 1 (bainitique) : les résultats expérimentaux ont montré une certaine influence de la pré compression sur la rupture en traction. Plus le niveau de pré compression est élevé et plus le déplacement à rupture en traction est élevé (gain en ductilité > 20%).
- nuance 2 (ferrito-perlitique) : les résultats expérimentaux n'ont pas montré d'influence notable de la pré compression sur la rupture en traction.

Notons que des essais de compression/traction ont également été effectués sur des éprouvettes entaillées (diabolo), ayant été prélevées perpendiculairement au sens de mise en forme du barreau (transverse). Ces essais ont été réalisés par Hélène Lachapèle ([Lachapèle07]) dans le cadre d'un master effectué au CEMEF. Les résultats obtenus ont confirmé la tendance déjà observée précédemment pour les deux nuances. En outre, l'influence de la pré compression semble avoir encore plus d'effet pour les éprouvettes transverses.

Il est pour l'instant difficile de formuler une explication quant à la différence observée pour ces deux nuances. Celle-ci est sûrement imputable à leur microstructure mais seuls des essais in situ seraient peut être à même de nous fournir cette explication.

Il faut aussi noter que la tendance obtenue pour nos deux nuances, va à l'encontre de celle obtenue par Bao [Bao03] pour un alliage d'Aluminium (Al2024-T351) où la pré compression avait plutôt tendance à diminuer la ductilité.

Enfin, les essais de compression/traction ont également permis de mettre en évidence la présence d'un écrouissage cinématique pour les deux nuances étudiées, ce qui devra être pris en compte lors des simulations numériques.

3.5 Essais in situ

Comme nous venons de le voir, des essais mécaniques de type macroscopique ont été réalisés et ont permis de mettre en évidence l'anisotropie de l'endommagement ainsi que l'influence de la pré compression sur la rupture en traction. Afin de mieux comprendre les mécanismes liés à l'endommagement au niveau de la microstructure (décohésions au niveau d'inclusions, fragmentation d'inclusions, comportement de porosités en compression-traction, ...), une étude a été menée en collaboration avec le laboratoire GEMPPM de l'INSA de Lyon pour réaliser des essais in situ. Pour cela, deux types d'essai ont été effectués :

- des essais in situ au MEB,
- des essais in situ en tomographie X.

Tous ces essais ont été mis au point de manière à observer le comportement de la microstructure au cours des essais ([Bouchard et al.08], [Bouchard et al.09]). Cette étude s'est inscrite dans le cadre d'un master effectué au CEMEF et réalisé par Héléne Lachapèle ([Lachapèle07]).

3.5.1 Microscopie Electronique à Balayage (MEB)

Les essais de traction in situ au MEB vont permettre de visualiser les différents mécanismes d'endommagement et de mettre ainsi en évidence les différences d'évolution entre les éprouvettes radiales et longitudinales. Ces essais ont été réalisés uniquement sur la nuance la plus anisotrope à savoir la **nuance 1 (bainitique)**. Ceux-ci ont été effectués sur des éprouvettes plates polies de 1 mm d'épaisseur et dont les dimensions sont indiquées sur la Figure 3.39. Etant donné la faible disponibilité du MEB du GEMPPM (INSA de Lyon), seules trois configurations de traction ont été réalisées comme le montre la Figure 3.38. La première (A) a été effectuée sur une éprouvette prélevée radialement au sens de laminage, la deuxième (B) sur une éprouvette pré comprimée dans le sens de la longueur prélevée longitudinalement au sens de laminage et la troisième (C) sur une éprouvette pré comprimée dans le sens de l'épaisseur prélevée à 45°.

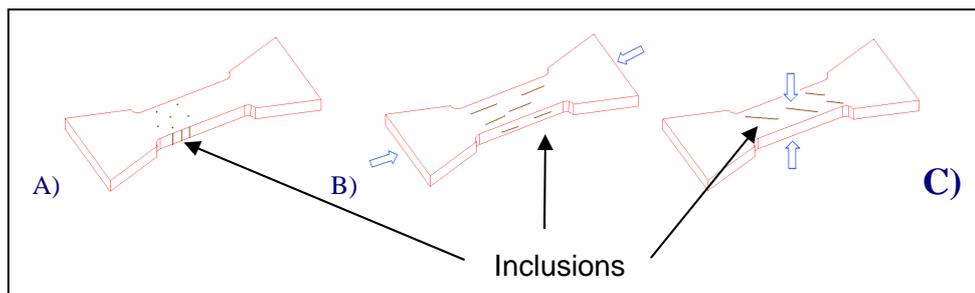


Figure 3.38 : Sens de prélèvement et de pré compression des éprouvettes pour le MEB

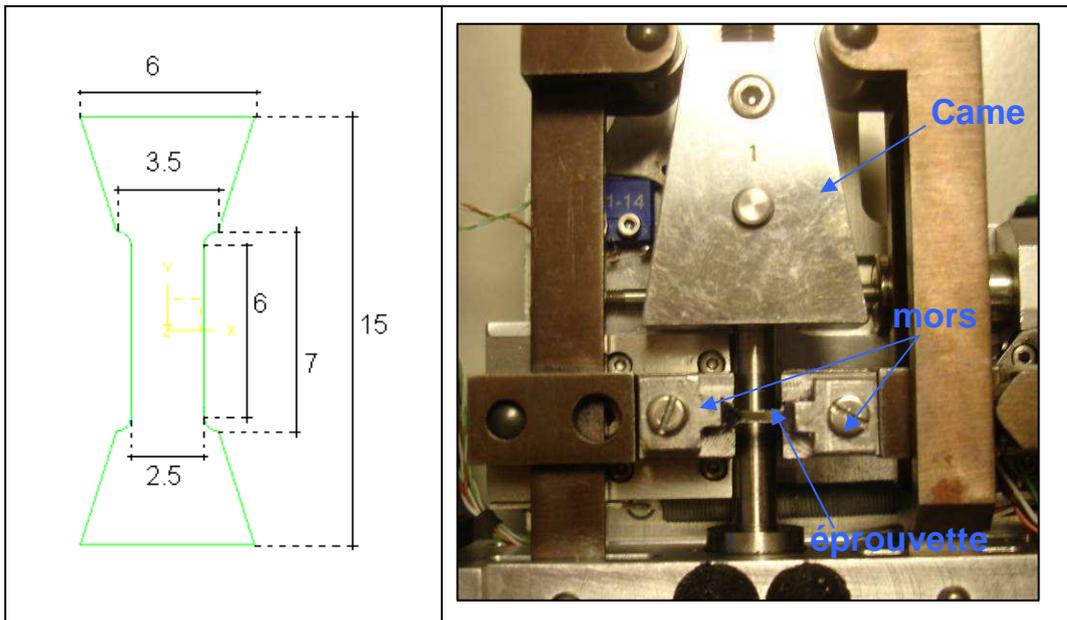


Figure 3.39 : Dimensions (mm) des éprouvettes MEB et montage expérimental

3.5.1.1 Influence du sens de prélèvement

- **Eprouvette radiale (A) :**

Les inclusions sont ici dans le sens de l'épaisseur (cf. Figure 3.38A), nous ne visualisons donc que des coupes d'inclusions. Les phases de germination et de croissance des porosités ont pu être observées. Dans un premier temps, la Figure 3.40 présente la décohésion entre la matrice et une inclusion, et ceci pour différents niveaux de chargement.

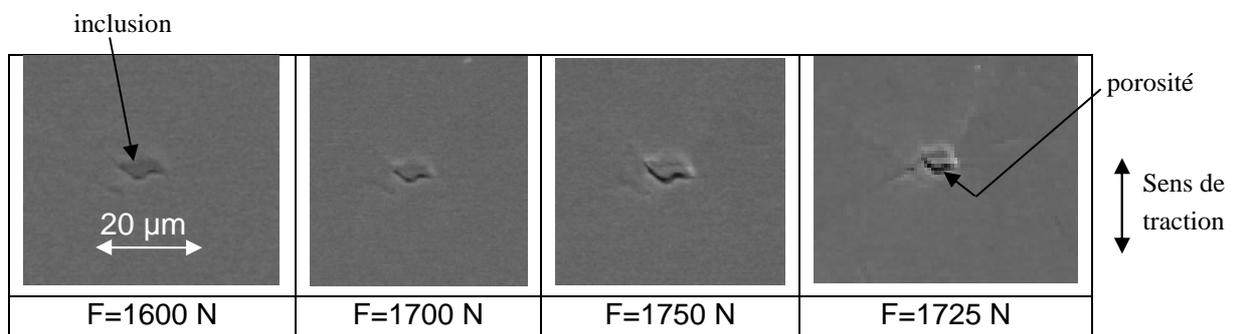


Figure 3.40 : Décohésion entre la matrice et une inclusion

Comme le montre la Figure 3.40, il est possible d'observer la création et la croissance d'une porosité à la limite d'une inclusion. Il s'avère, au vu des observations, que les porosités se créent de manière privilégiée au niveau des inclusions. D'une manière plus globale, nous

observons des créations de porosités sur une grande partie de l'éprouvette, le phénomène ne semble pas être localisé.

• **Eprouvette longitudinale (B) :**

Dans ce cas de figure, les inclusions sont vues suivant leur longueur et sont orientées dans la direction de traction (cf. Figure 3.38B). Lors de l'essai de traction, une fragmentation des inclusions a été observée (Figure 3.41). Le mode de germination des porosités semble donc différent du cas précédent.

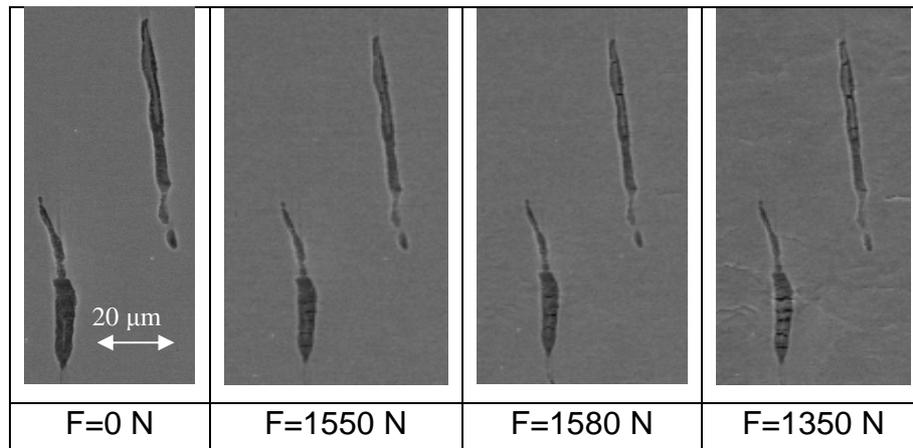


Figure 3.41 : Séquence de fragmentation d'inclusions

Lors de cet essai, nous ne voyons quasiment pas de création de porosités hormis la fragmentation des inclusions. Le phénomène d'endommagement ne semble pas apparaître en surface et s'avère localisé sur une petite zone de l'éprouvette.

• **Eprouvette à 45°(C) :**

Les inclusions sont vues suivant leur longueur mais sont orientées à 45° (cf. Figure 3.38C). Comme précédemment, les inclusions se fragmentent lors de l'essai de traction et les porosités s'agrandissent nettement au cours du chargement (Figure 3.42).

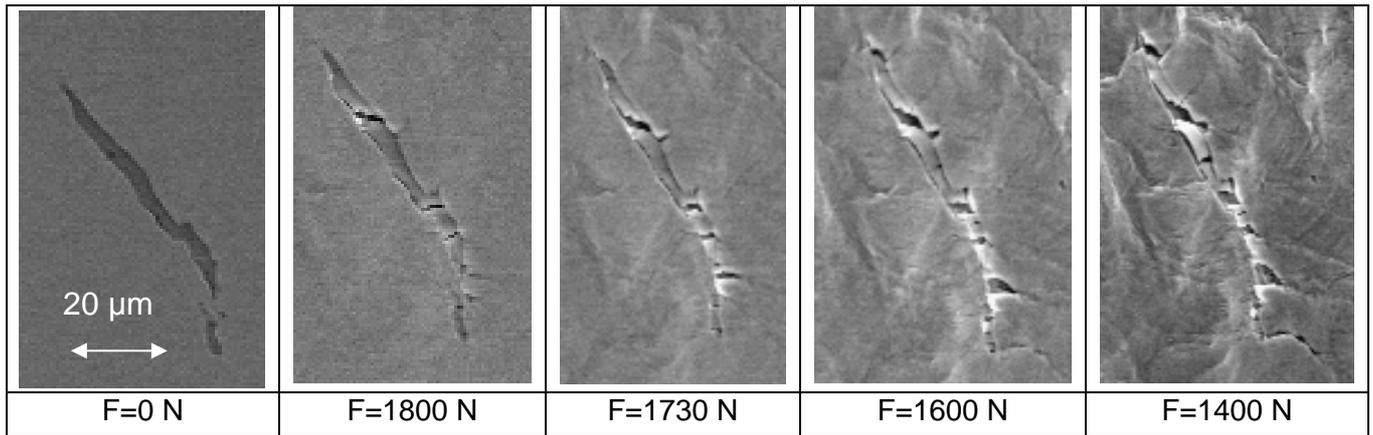


Figure 3.42 : Séquence montrant la fragmentation des inclusions

Contrairement à l'essai précédent (éprouvette longitudinale), nous pouvons voir l'apparition de quelques fissures. Certaines semblent provenir de la décohésion entre la matrice et les inclusions, comme le montre la séquence représentée par la Figure 3.43.

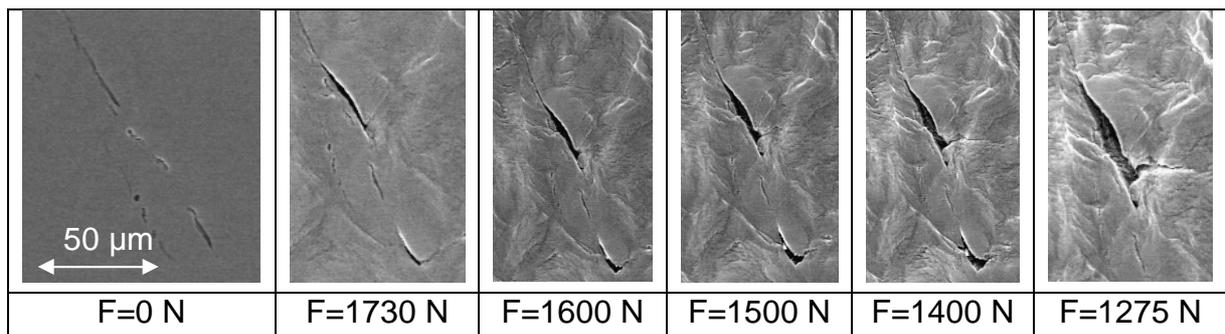


Figure 3.43 : Séquence montrant la progression d'une fissure

L'inclusion visualisée ci-dessus paraît être légèrement en profondeur et engendre l'apparition d'une fissure à la surface. Dans certains cas, des porosités apparaissent ailleurs qu'au voisinage d'inclusions. L'amorçage peut avoir lieu dans le volume et, par conséquent, ne pas apparaître en surface.

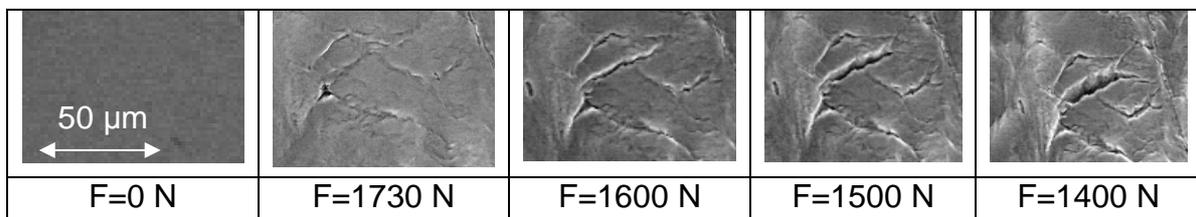


Figure 3.44 : séquence montrant l'apparition de porosités

Après une phase de nucléation et de croissance, la coalescence donne lieu à des fissures qui sont majoritairement orientées perpendiculairement à la direction de la traction (Figure 3.44).

Ces observations au MEB in situ nous ont donc permis d'observer certains mécanismes de l'endommagement comme la germination, la croissance de porosités, la décohésion/fragmentation des inclusions. Cependant, il est très difficile de mettre en évidence la zone de l'éprouvette où la rupture s'amorce car celle-ci apparaît vraisemblablement dans le volume et non en surface.

Lorsque les inclusions sont perpendiculaires au sens de traction (cas A), la germination semble être créée par la rupture de l'interface inclusion/matrice. Pour des inclusions orientées suivant l'axe de chargement (cas B), celle-ci est plutôt due à la fragmentation des inclusions. Enfin pour les inclusions orientées à 45°, la germination semble être un mixte des deux cas précédents.

3.5.1.2 Influence de la compression

Etant donné la faible disponibilité du MEB, il n'a pas été possible de faire d'essai in situ sur des échantillons ayant différents niveaux de compression. Cependant, nous nous sommes demandés si la fragmentation des inclusions ne venait pas d'une fragilisation des inclusions au cours de la phase de pré compression. C'est pourquoi, des observations ont été réalisées avec le MEB du CEMEF sur un échantillon (nuance 1 (bainitique)) de géométrie cubique avant et après compression afin de vérifier si la compression entraîne ou non la fragmentation des inclusions.

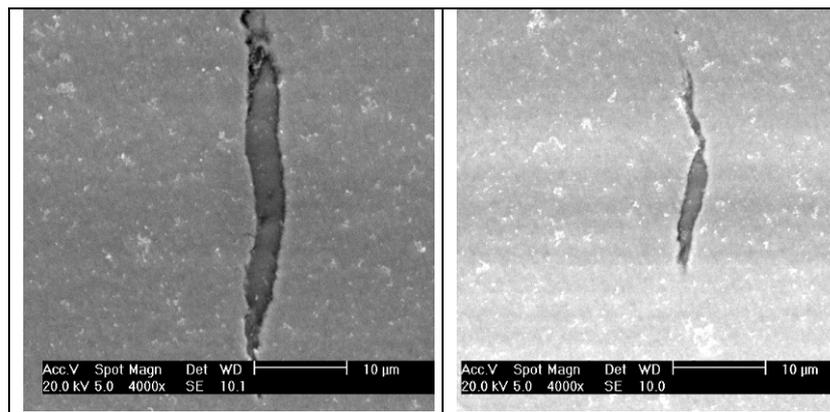


Figure 3.45 : Inclusions avant compression

A l'état initial, les inclusions ne sont pas fragmentées et il n'y a pas de décohésion avec la matrice. Aucune porosité n'a également été observée.

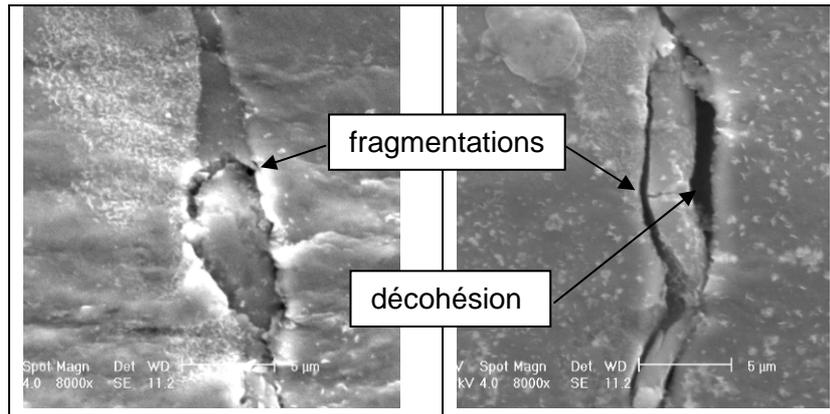


Figure 3.46 : Inclusions après compression - Surface de l'échantillon

Après compression, il est difficile de retrouver les inclusions observées à l'état initial. Cependant, comme le montre la Figure 3.46, les inclusions sont en majorité fragmentées et certaines ont même perdu un fragment laissant place à une porosité. Nous observons aussi des décohésions entre la matrice et les inclusions.

Néanmoins, nous ne pouvons pas assurer que la fragmentation des inclusions est due à la compression. En effet, la compression entraîne un léger bombé des faces de l'éprouvette, provoquant ainsi une triaxialité positive en surface. La fragmentation provient alors peut-être de la flexion des inclusions.

Au cœur de l'échantillon comprimé, nous n'avons trouvé qu'une ou deux inclusions fragmentées. Les inclusions élancées, qui étaient fragmentées en surface, semblent intactes au cœur de l'éprouvette. Néanmoins, nous retrouvons les décohésions entre matrice et inclusions sur la majorité des inclusions comme le montre la Figure 3.47.

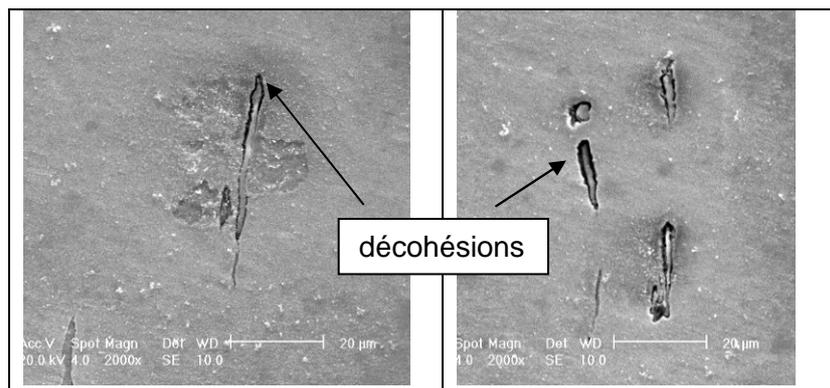


Figure 3.47 : Inclusions après compression - Coeur de l'échantillon

Ainsi, il semble que la compression soit à l'origine de la décohésion entre la matrice et les inclusions mais il est plus difficile à conclure quant à son influence sur la fragmentation. Celle-ci apparaît plutôt sur la surface libre de l'échantillon ce qui semble plutôt résulter de la mise en traction des éprouvettes (bombé).

L'inconvénient majeur des essais in situ au MEB est que leur visualisation ne peut se faire qu'en surface. Or le phénomène de coalescence intervient vraisemblablement au cœur de l'éprouvette. C'est pourquoi, des essais in situ en tomographie X ont été réalisés pour permettre des observations dans le volume des échantillons et ainsi mieux comprendre l'évolution de l'endommagement.

3.5.2 Tomographie X

3.5.2.1 Principe de fonctionnement

Cette technique relativement récente permet d'observer l'endommagement au cœur du matériau de manière non destructive et ce, pour une résolution pouvant atteindre le micromètre. La tomographie X est obtenue en irradiant un échantillon par un faisceau de rayons X. L'intensité du rayonnement transmis en chaque point derrière l'échantillon est mesurée par un détecteur. Lors de l'irradiation, l'échantillon est également en rotation dans le but d'obtenir plusieurs images sous différents angles de vue. Les informations de ces radiographies X sont ensuite combinées à partir d'un ordinateur pour obtenir une image 3D. Il est également possible de réaliser des essais in situ pour suivre l'évolution de l'endommagement au cours d'essais de traction par exemple.

La phase d'acquisition d'une mesure par tomographie consiste à irradier un objet par un faisceau de rayons X (dans notre cas, le faisceau est monochromatique mais ceci n'est pas général). L'intensité du rayonnement transmis en chaque point derrière l'échantillon, mesurée par un détecteur, résulte de l'intégration des absorptions provoquées par les divers matériaux rencontrés au sein de la matière. Cette quantité dépend du coefficient d'absorption μ du matériau le long du trajet. La projection de μ varie donc en fonction de la composition et de l'épaisseur du matériau traversé : si le matériau est homogène, le nombre de photons reçus ne dépend que de l'épaisseur traversée mais si le matériau est hétérogène, ce nombre dépend également de l'atténuation locale en tout point du matériau. Il est nécessaire d'enregistrer plusieurs de ces radioscopies pour observer l'échantillon sous différents angles et pouvoir reconstruire l'absorption locale en tout point dans le volume de l'objet. On obtient ainsi une matrice qui cartographie l'absorption locale des rayons X, ce qui permet d'obtenir une image en 3D. La Figure 3.48 représente le schéma du dispositif expérimental.

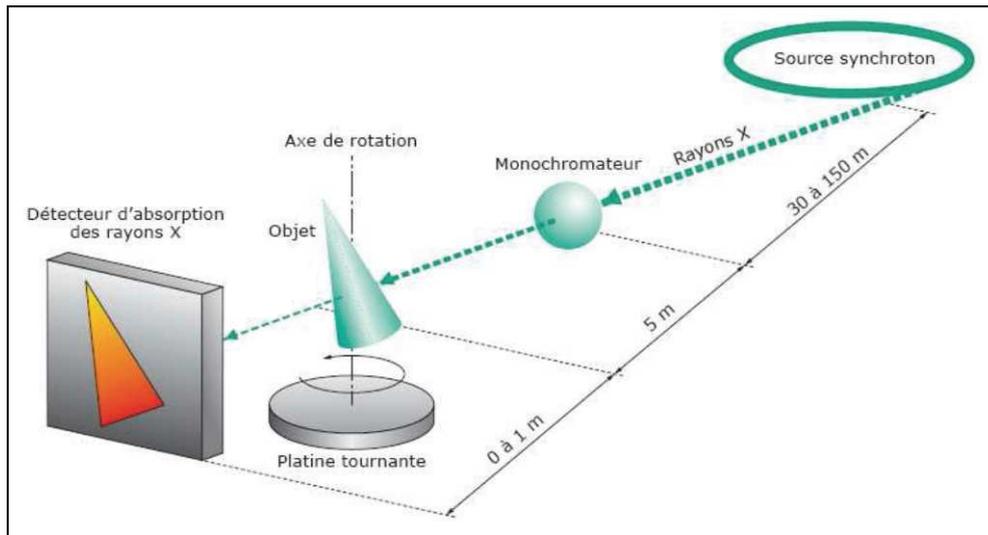


Figure 3.48 : Schéma du dispositif expérimental dans une expérience de tomographie à rayons X synchrotron [Maire et al.04].

Les essais en tomographie X ont été réalisés à l'ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) de Grenoble. Ce synchrotron possède deux lignes : ID15 et ID19. La principale différence entre ces deux lignes est la résolution finale et par conséquent, le temps nécessaire à un scan :

- la ligne ID19 a une résolution de 0,7 microns. Un essai de traction sur une éprouvette de 1 mm de diamètre demande 8 heures de manipulation car l'énergie du faisceau est faible et par conséquent les temps d'acquisition sont longs.
- la ligne ID15 a une résolution de 1,56 microns et l'énergie disponible atteint 60keV ([DiMichiel et al.05]). Un essai de traction dure environ 1 heure.

C'est pourquoi, la ligne ID15 semble être la meilleure pour pouvoir comparer un nombre suffisant d'éprouvettes et faire des mesures régulières d'évolution du taux de porosité, même si toutes les inclusions ou porosités ne seront pas forcément visibles. En outre, les inclusions et les porosités ont le même contraste sur les images obtenues. Nous ne pourrions donc pas les différencier sur les images que nous allons analyser. Cependant, en comparant les images initiales et celles obtenues au cours de l'essai, nous pourrions étudier la germination, la croissance et la coalescence des porosités.

3.5.2.2 Géométrie et montage expérimental

Pour ces essais, une machine spécialement adaptée à la traction in-situ en tomographie X a été utilisée ([Buffière et al.99]). Les éprouvettes utilisées sont de forme diabolos et leurs dimensions sont données par la Figure 3.49.

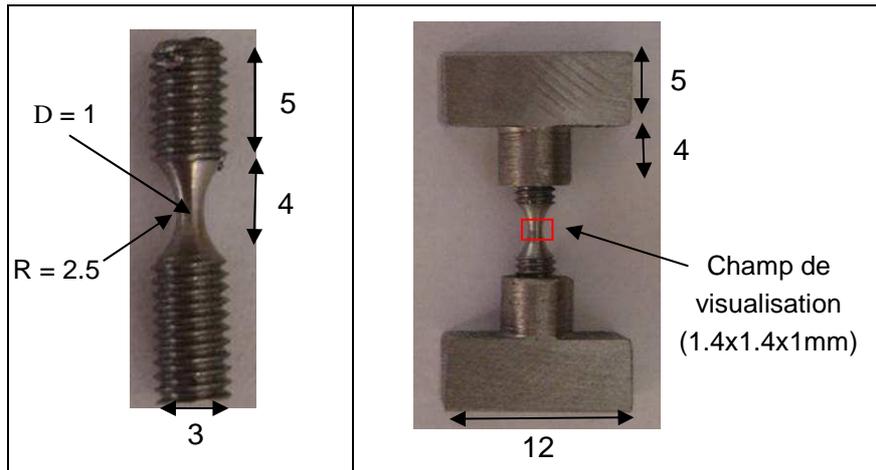


Figure 3.49 : Dimensions (mm) des éprouvettes de tomographie et montage expérimental

Différentes configurations d'éprouvette ont été réalisées faisant intervenir des paramètres comme l'orientation des inclusions ainsi que la pré compression. Au final, quatre configurations ont été retenues et sont représentées par la Figure 3.50 :

- Longitudinale (1)
- Radiale (2)
- Radiale pré comprimée dans le sens radial (3)
- Longitudinale pré comprimée dans le sens longitudinal (4)

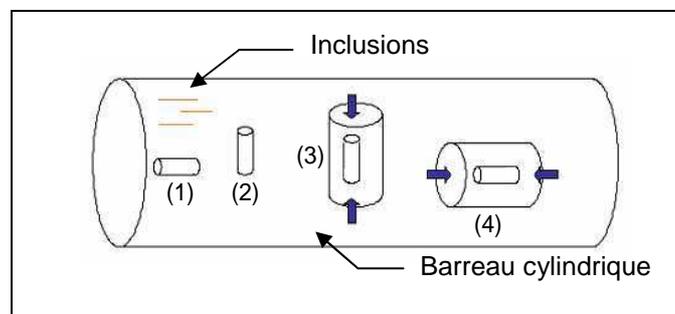


Figure 3.50 : Sens de prélèvement et de pré compression des éprouvettes de tomographie

Ainsi, nous pourrions comparer le comportement d'une éprouvette longitudinale et d'une éprouvette radiale et mettre en évidence l'influence d'une pré compression.

3.5.2.3 Visualisation des porosités dans le volume

Grâce à la tomographie X, la création de micro porosités à l'intérieur du matériau peut être visualisée dans le volume. L'analyse des images, pour obtenir une visualisation 3D des porosités, est réalisée à partir du logiciel ImageJ et notamment du plugin « volumeviewer » ([Lachapèle07]). Dans un premier temps, l'observation des porosités a été effectuée, lors

d'un essai de traction (suivant z), pour une éprouvette longitudinale et pour une éprouvette radiale. Les résultats obtenus pour différents niveaux de déformation sont présentés par les Figures 3.51 et 3.52. Les éprouvettes étant de type diabolo, la déformation plastique se concentre au niveau de la section minimum de l'éprouvette. Le calcul de la déformation plastique est alors effectué en considérant que celle-ci est constante au niveau du diamètre minimal et en utilisant la formule suivante :

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{S_0}{S}\right) \quad (3.2)$$

où S représente la surface actuelle et S_0 la surface initiale.

Cette hypothèse permet d'obtenir une première évaluation de la déformation plastique et non une valeur précise car en réalité celle-ci est hétérogène au niveau de la section minimum.

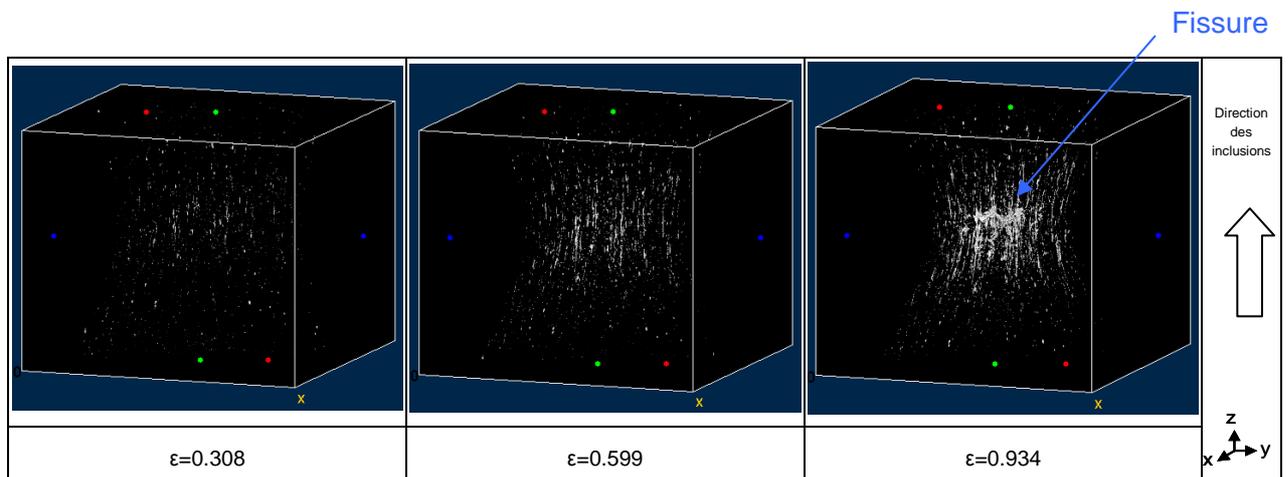


Figure 3.51 : Visualisation des porosités dans le volume lors d'un essai de traction pour différents niveaux de déformation - Epreuve longitudinale

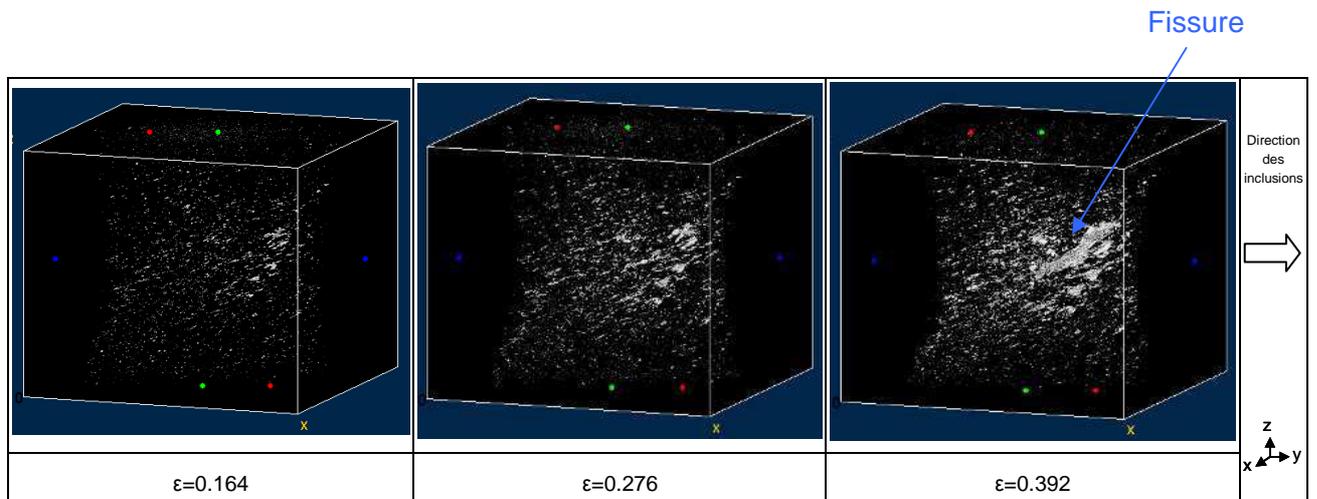


Figure 3.52 : Visualisation des porosités dans le volume lors d'un essai de traction pour différents niveaux de déformation - Epreuve radiale

Les résultats obtenus montrent que les porosités se créent majoritairement au niveau du diamètre minimum. Ceci est en accord avec la théorie et l'expérience qui prévoient une déformation et une triaxialité maximale dans cette zone de l'éprouvette.

De plus, l'orientation des inclusions peut être clairement identifiée par le biais des porosités : verticales pour l'éprouvette longitudinale et horizontales pour l'éprouvette radiale. Ceci traduit ainsi la forte influence de l'orientation des inclusions sur la création des porosités et donc sur le mécanisme d'endommagement. Les porosités semblent également être plus localisées dans le cas radial que dans le cas longitudinal. Pour ces deux cas, nous pouvons noter la création d'une fissure mais qui apparaît pour des niveaux de déformation totalement différents. Dans le cas d'une éprouvette radiale, la déformation est de 0.392 alors qu'elle atteint 0.934 pour une éprouvette longitudinale. Ces résultats montrent bien la forte variation de ductilité due à l'orientation des inclusions par rapport à la sollicitation. Ceci confirme totalement les résultats obtenus précédemment lors des essais macroscopiques.

3.5.2.4 Visualisation des porosités en coupe

- **Eprouvette radiale :**

La Figure 3.53 représente la séquence de déformation de l'éprouvette radiale non pré comprimée. Une inclusion a été repérée dès l'état initial sur l'éprouvette et suivie durant l'essai de traction.

Dans ce cas, nous voyons clairement que les porosités se créent à partir de l'inclusion, cependant la résolution n'est pas assez précise pour déterminer le mode de création des porosités. Il est difficile de dire si les porosités proviennent d'une décohésion entre la matrice et l'inclusion ou si l'inclusion s'est fragmentée. Le parallèle avec les observations faites au MEB in situ n'est donc pas évident. Nous ne pourrions étudier ici que l'évolution des porosités.

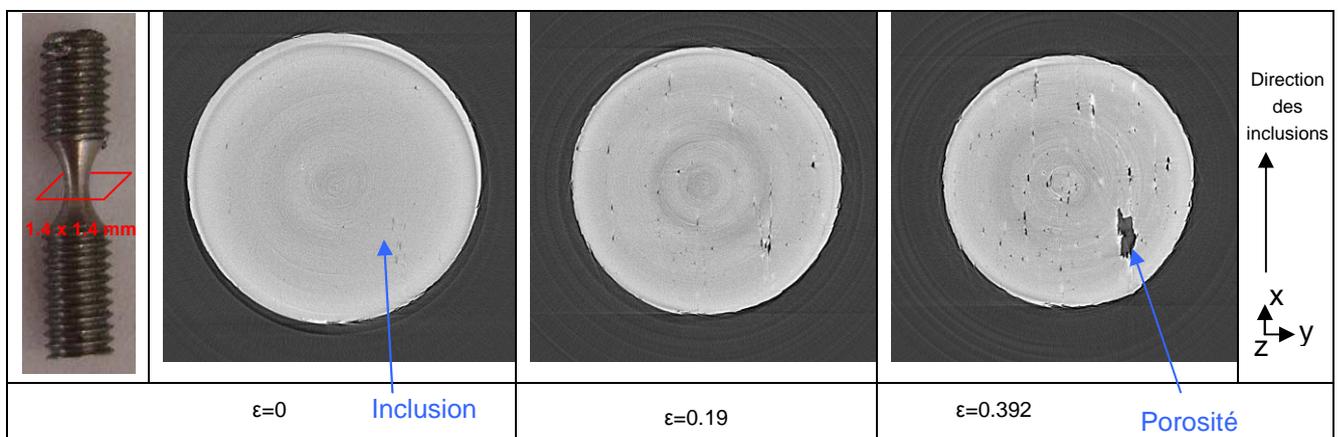


Figure 3.53 : Suivi de l'état d'une inclusion pour différents niveaux de déformation - Eprouvette radiale non pré comprimée

Dans un deuxième temps, nous sommes partis d'une porosité pour tenter de retrouver l'inclusion où la porosité s'amorce (Figure 3.54). Cependant, la qualité de l'image et la résolution ne nous permettent pas de l'identifier. L'inclusion est sans doute trop petite pour pouvoir être identifiée avec la résolution de la ligne ID15.

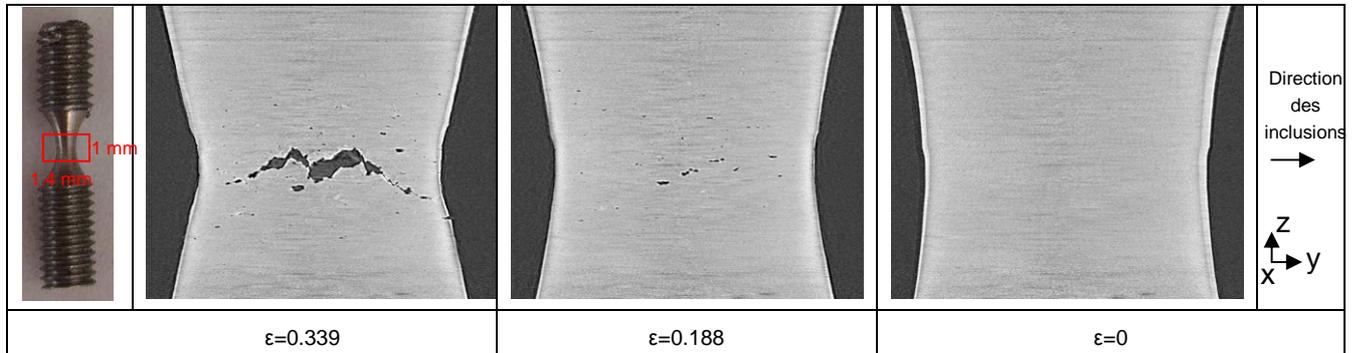


Figure 3.54 : Suivi de l'état de porosités pour différents niveaux de déformation - Epreuve radiale pré comprimée vue dans la longueur

On remarque néanmoins que les porosités se forment bien au niveau du diamètre minimal de l'éprouvette, c'est-à-dire le lieu où la déformation et la triaxialité sont maximales. La coalescence apparaît très tôt, et est également mise en évidence d'un scan à l'autre. Elle se fait clairement suivant la direction d'alignement des inclusions et au cœur de l'éprouvette. Ceci nous permet d'expliquer en grande partie l'anisotropie de ductilité observée sur ce matériau.

- **Epreuve longitudinale :**

La Figure 3.55 représente la séquence de déformation de l'éprouvette longitudinale non pré comprimée.

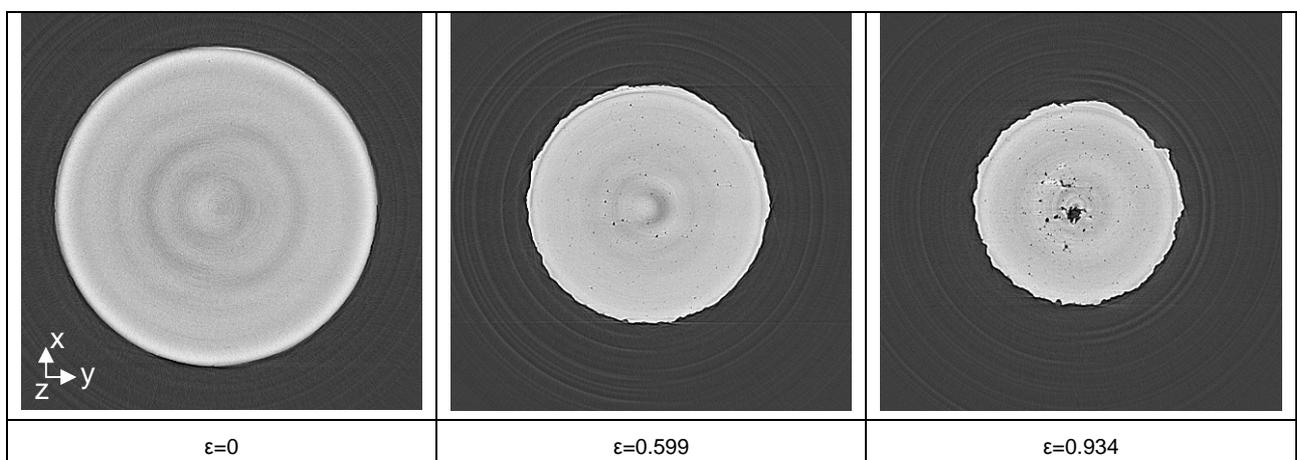


Figure 3.55 : Suivi de l'état de porosités pour différents niveaux de déformation - Epreuve longitudinale non pré comprimée

Les inclusions ne sont toujours pas identifiables mais nous pouvons observer la croissance des porosités. Celles-ci se concentrent au centre de l'éprouvette et il semble que la dernière coupe représente la phase de coalescence. La visualisation d'une coupe longitudinale (Figure 3.56) nous permet de comparer la localisation de création des porosités avec le cas de l'éprouvette radiale (Figure 3.54).

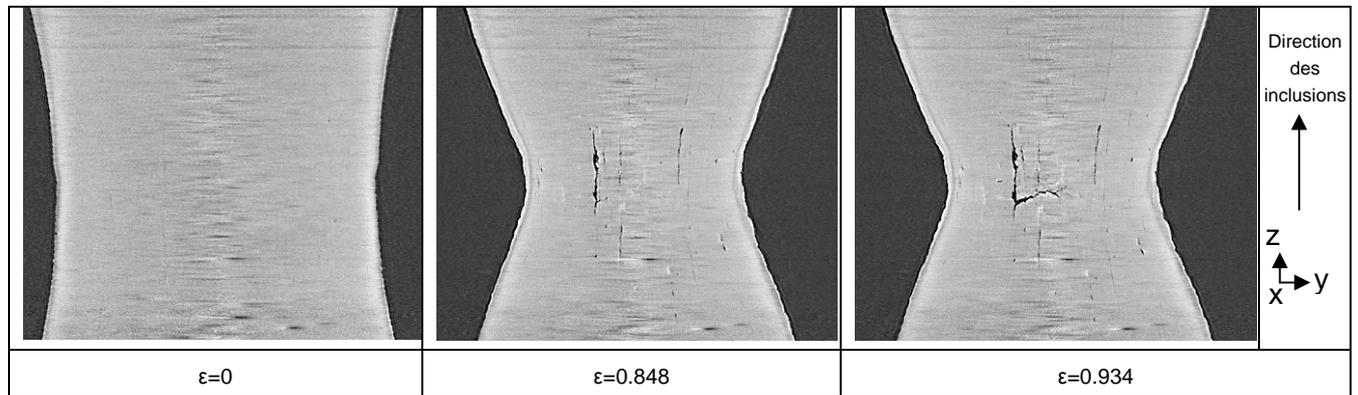


Figure 3.56 : Suivi de l'état de porosités pour différents niveaux de déformation - Eprouvette longitudinale non pré comprimée vue dans la longueur

Notons que sur la première coupe de la Figure 3.56, les lignes horizontales ne représentent pas des inclusions mais sont des défauts de visualisation. Même si les inclusions ne sont pas visibles à l'état initial (orientation suivant z), les porosités croissent suivant la direction de celles-ci. En revanche, la résolution ne nous permet pas de voir si les porosités se créent par décohésion de la matrice et de l'inclusion ou par fragmentation de l'inclusion.

Les porosités ont une croissance assez lente par rapport au cas radial. Le diamètre de celles-ci augmente légèrement sans que leur longueur n'évolue vraiment. La phase de coalescence est quant à elle beaucoup plus tardive que dans le cas radial. Un début de fissure de coalescence est observé entre deux porosités parallèles voisines et ce pour une déformation élevée (0,93 sur la Figure 3.56). Les chapelets d'inclusion ont l'air de gouverner l'évolution des porosités. La distance entre deux chapelets semble être une caractéristique microstructurale importante et ayant un impact direct sur la coalescence. Il semblerait que plus ces chapelets d'inclusions sont proches, et plus la coalescence a des chances d'apparaître tôt au cours de la déformation.

3.5.2.5 Mise en évidence des mécanismes d'endommagement

A partir du logiciel « ImageJ », il est possible de sélectionner uniquement les porosités sur les coupes des échantillons. Ainsi des informations telles que le nombre total de porosités ou leur surface totale peuvent être facilement obtenues.

- **Germination :**

Pour mettre en évidence le mécanisme de germination, l'évolution du nombre de porosités est tracée en fonction de la déformation subie par l'éprouvette (Figure 3.57). Ce calcul a été réalisé sur un petit volume constitué d'environ une dizaine de coupes consécutives au niveau du diamètre le plus faible de l'échantillon afin d'avoir une déformation relativement homogène sur ce volume.

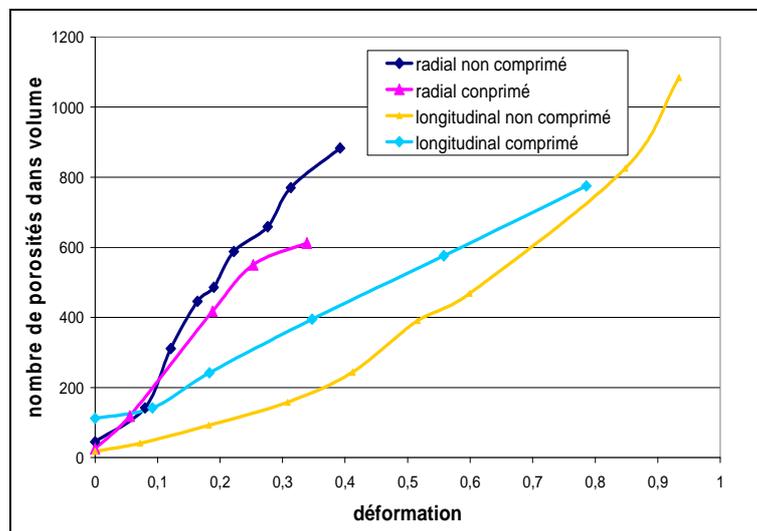


Figure 3.57 : Evolution du nombre de porosités en fonction de la déformation

On remarque une nette augmentation du nombre de porosités au cours de la déformation pour les quatre cas étudiés, ce qui correspond bien à la phase de germination des porosités. Celle-ci est plus lente pour les éprouvettes longitudinales que pour les éprouvettes radiales, ce qui confirme la différence de ductilité observée lors des essais macroscopiques. En revanche, l'effet de la pré compression semble accélérer la germination dans les deux sens de prélèvement. Ceci est en contradiction avec les résultats macroscopiques qui montrent plutôt un accroissement de la ductilité dû à la pré compression. Manifestement la ductilité est donc plutôt contrôlée par les phases de croissance et de coalescence que par la phase de germination.

On observe également un nombre de porosités non nul à l'état initial pour l'éprouvette longitudinale comprimée. Ceci confirme les observations faites au MEB et montre l'apparition de porosités lors de la phase de pré compression.

• **Croissance :**

Afin de mettre en évidence la croissance des porosités, le volume total des porosités a été mesuré. Celui-ci a été divisé par le nombre de porosités pour obtenir le volume moyen d'une porosité sur une coupe. Nous observons une nette différence de croissance des porosités entre les éprouvettes radiales et longitudinales (Figure 3.58). Le volume moyen des porosités augmente fortement dans le cas des éprouvettes radiales mais reste quasiment constant pour les éprouvettes longitudinales.

Ce résultat avait déjà été observé précédemment dans la partie 3.5.2.4). Les porosités croissent rapidement autour des inclusions pour les éprouvettes radiales, atteignant des surfaces importantes. Dans le cas d'éprouvettes longitudinales, les surfaces des porosités sont moins étendues.

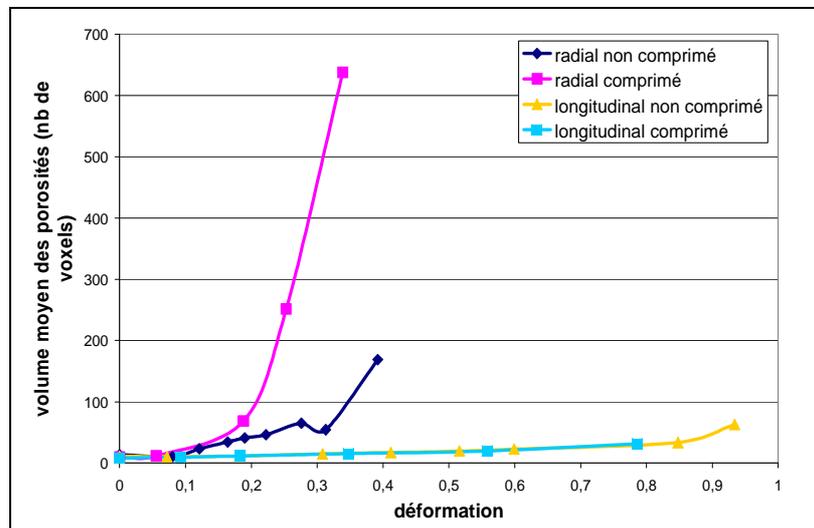


Figure 3.58 : Evolution du volume moyen de porosités en fonction de la déformation

• **Coalescence :**

Pour rendre compte de la phase de coalescence, les dix plus grosses porosités de chaque scan ont été sélectionnées et leur volume a été tracé en fonction de la déformation (Figure 3.59).

Le trait pointillé rouge symbolise le début de la coalescence. Cette limite en déformation correspond à une forte croissance du volume d'une ou de deux porosités. Dès lors, l'évolution de la taille des porosités n'est plus linéaire et une énorme porosité fait son apparition. Celle-ci provient de la coalescence de plusieurs autres.

Seul l'essai sur l'éprouvette longitudinale pré comprimée ne met pas en évidence la coalescence : celle-ci commence sûrement après 0.8 de déformation comme dans le cas de l'éprouvette longitudinale non comprimée.

Nous pouvons également remarquer qu'il existe une grande différence de taille de porosité, juste avant rupture, entre une éprouvette longitudinale et une éprouvette radiale. La taille de

la plus grosse porosité d'une éprouvette radiale est entre trois et six fois plus grande que celle d'une éprouvette longitudinale. De plus, la coalescence débute bien avant (déformation plus faible) dans le cas d'éprouvettes radiales. Tous ces éléments permettent d'expliquer à nouveau la plus faible ductilité obtenue dans le cas d'éprouvettes radiales.

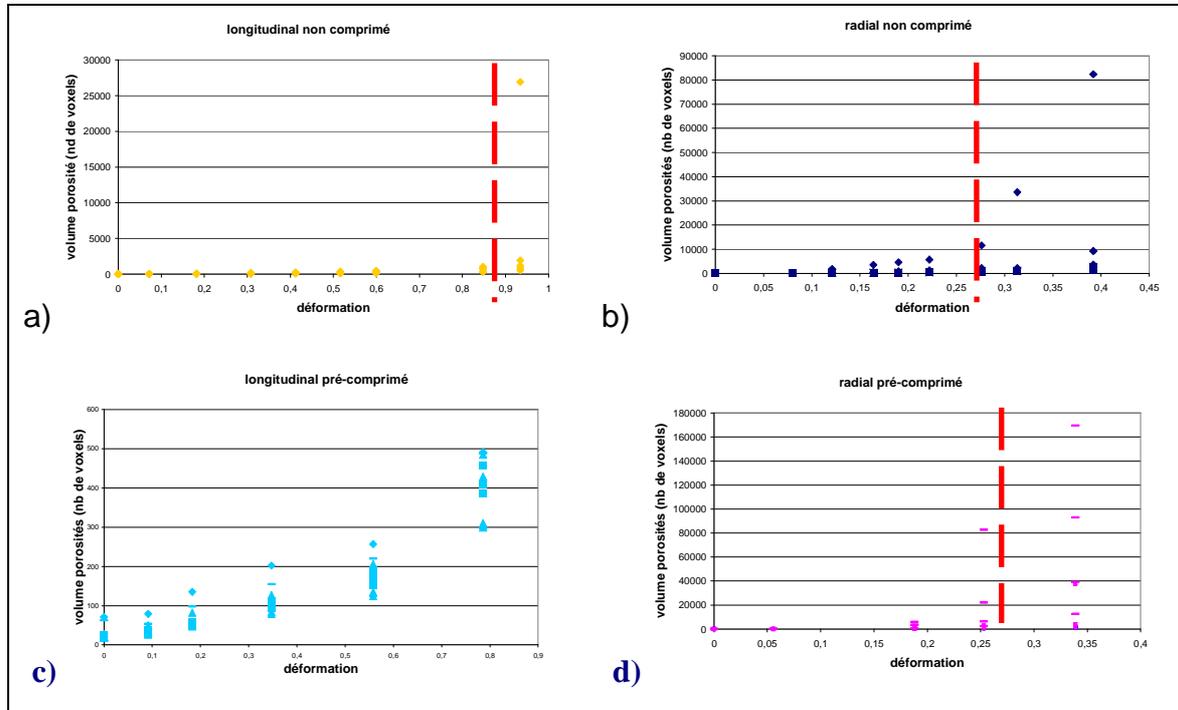


Figure 3.59 : Volume des dix plus grosses porosités en fonction de la déformation pour une éprouvette a) longitudinale non pré-comprimée, b) radiale non pré-comprimée, c) longitudinale pré-comprimée et d) radiale pré-comprimée.

3.5.3 Conclusion

L'objectif des essais in situ était de mieux comprendre les différents mécanismes de l'endommagement et de dégager les différences d'évolution des porosités en fonction du sens de sollicitation imposé.

Les essais au microscope électronique à balayage ont permis de comparer le mode de germination des porosités lorsque les inclusions sont dans le sens de traction ou orthogonales à celui-ci. Ainsi, dans le cas d'éprouvettes longitudinales, les porosités semblent se créer au sein des inclusions par fragmentation de celles-ci alors que, dans le cas d'éprouvettes radiales, les porosités se créent majoritairement par décohésion entre la matrice et les inclusions. Nous avons également pu remarquer l'apparition de porosités, soit par fragmentation, soit par décohésion lors des essais de pré compression.

Les essais in situ en tomographie X ont permis de démontrer la forte influence de l'orientation des inclusions sur la croissance des porosités. En effet, dans le cas d'éprouvettes radiales, la croissance est rapide et la coalescence apparaît pour de faibles déformations par rapport à celles observées pour des éprouvettes longitudinales. Dans ce dernier cas, les porosités ont une croissance lente et la coalescence se fait beaucoup plus tardivement. Notons également que des chapelets d'inclusions proches les uns des autres ont tendance à accélérer la phase de coalescence.

En revanche, les études menées n'ont pas permis de bien expliquer l'effet de la pré compression sur la ductilité du matériau. L'observation au MEB a tout de même permis de mettre en évidence la décohésion des inclusions lorsque celles-ci sont dans le sens de la compression, ce qui a pour conséquence de multiplier les sites de nucléation. Ceci pourrait donc ralentir la localisation de l'endommagement et donc augmenter la ductilité. Mais il ne s'agit là que d'une hypothèse qui n'a pas pu être validée lors de nos observations.

Les essais en tomographie X ont révélé que les croissances de porosités après pré compression semblaient être plus rapides ce qui est plutôt en contradiction avec les essais menés macroscopiquement. Ceci peut peut-être s'expliquer par le fait que le volume étudié, lors des essais microscopiques, est trop petit et n'est donc pas représentatif. Pour des éprouvettes si petites, l'endommagement et la rupture finale dépendent directement de la configuration des chapelets d'inclusion. Des essais de reproductibilité sont nécessaires pour confirmer cette tendance.

Il aurait été intéressant de pouvoir compléter cette étude par des essais de compression traction in situ au tomographe sur la ligne ID19 afin de mieux visualiser les inclusions ainsi que la localisation des porosités par rapport à celles-ci.

Chapitre 4 :

Développement d'un modèle plus adapté aux chargements complexes en mise en forme à froid

4	<i>Développement d'un modèle plus adapté aux chargements complexes en mise en forme à froid</i>	113
4.1	Introduction	113
4.2	Modifications apportées au modèle d'endommagement	114
4.2.1	Prise en compte de l'endommagement en compression	114
4.2.2	Seuil limite pour une triaxialité négative	117
4.2.3	Modification du potentiel d'endommagement	123
4.2.4	Formulation anisotrope	131
4.2.4.1	Variable d'endommagement tensorielle (3D)	131
4.2.4.2	Prise en compte de l'orientation des inclusions	134
4.3	Identification des paramètres par analyse inverse	142
4.3.1	Introduction	142
4.3.2	Algorithmes de minimisation	143
4.3.2.1	Méthodes à direction de descente	143
4.3.2.2	Méthodes d'ordre 0	144
4.3.3	Identification des paramètres	146
4.3.3.1	Paramètres rhéologiques	146
4.3.3.2	Paramètres d'endommagement	151
4.4	Conclusion générale	156

4 Développement d'un modèle plus adapté aux chargements complexes en mise en forme à froid

4.1 Introduction

Lors de la mise en forme par forgeage à froid, certaines zones endommagées de la pièce subissent des trajets de chargement complexes, multiaxiaux et non monotones (compression, traction, cisaillement, ...). Les modèles d'endommagement présentés dans le cadre du Chapitre 1 ne sont pas forcément bien adaptés à ces trajets de chargement. Le modèle d'endommagement qui a été développé, est basé sur une approche macroscopique et s'appuie sur le modèle de Lemaitre. Différentes modifications ont été apportées à la forme originale du modèle de Lemaitre pour rendre compte de certains phénomènes lors de trajets de chargements complexes ([Bourgeon07], [Bouchard07], [Bouchard et al.07], [Bouchard08a], [Bouchard et al.]). Les modifications apportées portent notamment sur les points suivants :

- prise en compte de l'endommagement en compression,
- introduction d'une limite en triaxialité négative,
- introduction d'un nouveau potentiel d'endommagement,
- mise en place d'un tenseur d'endommagement,
- prise en compte de l'orientation des inclusions.

L'objet final de ces évolutions est le développement d'un modèle qui permette à la fois d'obtenir une bonne localisation de l'endommagement et une prédiction correcte de la rupture. Ce dernier point est notamment le plus délicat à mettre en œuvre et n'est que très peu rencontré dans la littérature. Dans la plupart des cas, seule la localisation de l'endommagement est étudiée pour valider les modèles et non la prédiction à rupture.

L'objet de ce chapitre sera donc de présenter les évolutions apportées au nouveau modèle et de comparer également les résultats obtenus par rapport au modèle initial.

4.2 Modifications apportées au modèle d'endommagement

4.2.1 Prise en compte de l'endommagement en compression

D'après l'équation 1.37, l'évolution de l'endommagement dépend fortement du taux de triaxialité des contraintes (σ_H / σ_{eq}). Cette hypothèse a depuis été largement vérifiée par de nombreuses études expérimentales. Cependant, le signe de la pression hydrostatique σ_H doit lui aussi être pris en compte, ce qui n'est pas le cas pour le modèle de Lemaitre de base. A savoir que pour ce modèle, la croissance de l'endommagement est identique (Figure 4.1) en traction ($\sigma_H > 0$) et en compression ($\sigma_H < 0$).

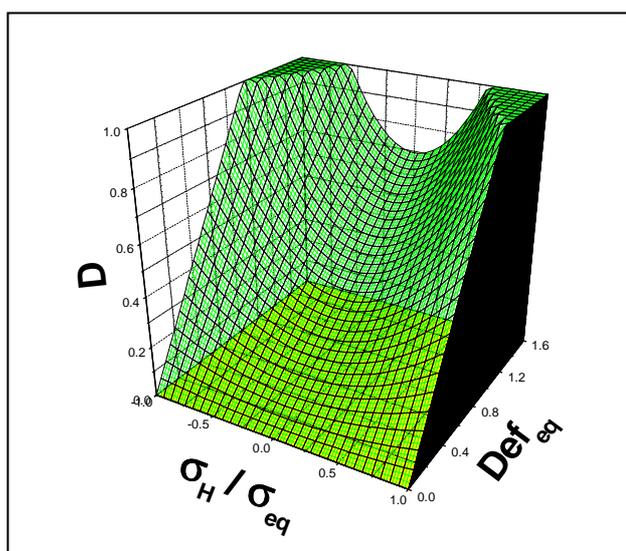


Figure 4.1 : Représentation de l'endommagement pour le modèle de Lemaitre dans sa forme originale

Pourtant dans un état de compression, les microfissures et les microcavités ont tendance à se refermer partiellement. La surface effective \tilde{S} ($= S_{totale} - S_{cavités}$) obtenue en compression est ainsi inférieure à celle obtenue en traction ce qui a pour conséquence de réduire notablement la croissance de l'endommagement mais aussi de donner lieu à une reprise de la rigidité puisque les faces précédemment ouvertes des porosités sont de nouveau en contact.

En se plaçant dans le cas uni axial, une première solution est de dissocier la contrainte effective $\tilde{\sigma}$ en deux parties :

$$\bullet \quad \tilde{\sigma}^+ = \frac{\sigma}{1-D} \quad \text{en traction,} \quad (4.1)$$

$$\bullet \quad \tilde{\sigma}^- = \frac{\sigma}{1-hD} \quad \text{en compression.} \quad (4.2)$$

où h ($0 \leq h \leq 1$) est une constante du matériau relative à la fermeture de fissure. Pour les aciers ordinaires, h est le plus souvent pris égal à 0,2 ([Lemaitre96]). Le cas particulier où h est égal à 0 correspond à un matériau qui ne s'endommage pas en compression.

Dans le cas multiaxial, ce qui est le cas lors d'opérations de forgeage, nous avons adopté l'approche plus complexe introduite par Ladevèze ([Ladevèze83]). Celle-ci consiste à décomposer le tenseur des contraintes (σ) en deux parties, l'une relative à la traction (σ_+) et l'autre relative à la compression (σ_-) :

$$\sigma = \sigma_+ + \sigma_- \quad (4.3)$$

avec :

$$\bullet \quad \sigma_+ = \sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle e_i \otimes e_i \quad (4.4)$$

$$\bullet \quad \sigma_- = \sum_{i=1}^3 \langle -\sigma_i \rangle e_i \otimes e_i \quad (4.5)$$

où σ_i et e_i sont respectivement les valeurs propres et vecteurs propres du tenseur des contraintes σ .

Le symbole $\langle x \rangle$ désigne la partie positive de x :

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{si } x < 0. \end{cases} \quad (4.6)$$

La décomposition du tenseur des contraintes est alors intégrée à l'évolution de l'endommagement par le biais de la variable associée (Y), qui est redéfinie de la façon suivante :

$$Y = \frac{1}{2E(1-D)^2} [(1+\nu)\sigma_+ : \sigma_+ - \nu \langle \text{tr}\sigma \rangle^2] + \frac{h}{2E(1-hD)^2} [(1+\nu)\sigma_- : \sigma_- - \nu \langle -\text{tr}\sigma \rangle^2] \quad (4.7)$$

Il est à noter que pour un état de contrainte purement en traction ($\sigma_- = 0$), la variable Y retrouve l'expression (1.37) définie pour le modèle de Lemaitre de base. En revanche, pour un état de contrainte purement compressif ($\sigma_+ = 0$), l'expression (4.7) donne une valeur de Y plus faible qu'avec l'expression (1.37). L'évolution de l'endommagement sera, par conséquent, plus faible qu'avec le modèle de Lemaitre de base pour un état compressif.

L'importance de cette décomposition du tenseur des contraintes peut être illustrée en considérant par exemple le cas d'un lopin cylindrique (Hauteur = 15 mm, Diamètre = 10 mm) en compression. Dans un premier temps, une simulation a été réalisée avec le modèle de Lemaitre ne prenant pas en compte la décomposition du tenseur des contraintes. Dans ce cas, l'évolution de l'endommagement est identique en traction et en compression. Le résultat obtenu prévoit une rupture ($D = 1$) au centre du cylindre et ce pour un faible taux d'écrasement (Figure 4.2a). Ceci ne correspond pas du tout à la réalité expérimentale pour laquelle la rupture se produit à la surface du lopin (sur le bombé) et pour un taux d'écrasement beaucoup plus important.

Dans un deuxième temps, une simulation a été réalisée avec le modèle de Lemaitre ($h=0.2$) prenant en compte la décomposition du tenseur des contraintes (Figure 4.2b). L'écrasement du cylindre a pu être mené plus loin que précédemment et la zone d'endommagement maximal n'est plus située au centre du lopin. Celle-ci se situe plus près de la surface mais ne prédit toujours pas la rupture en surface. La prise en compte de l'endommagement en compression apporte une certaine amélioration quant à la localisation de la rupture pour un essai de compression.

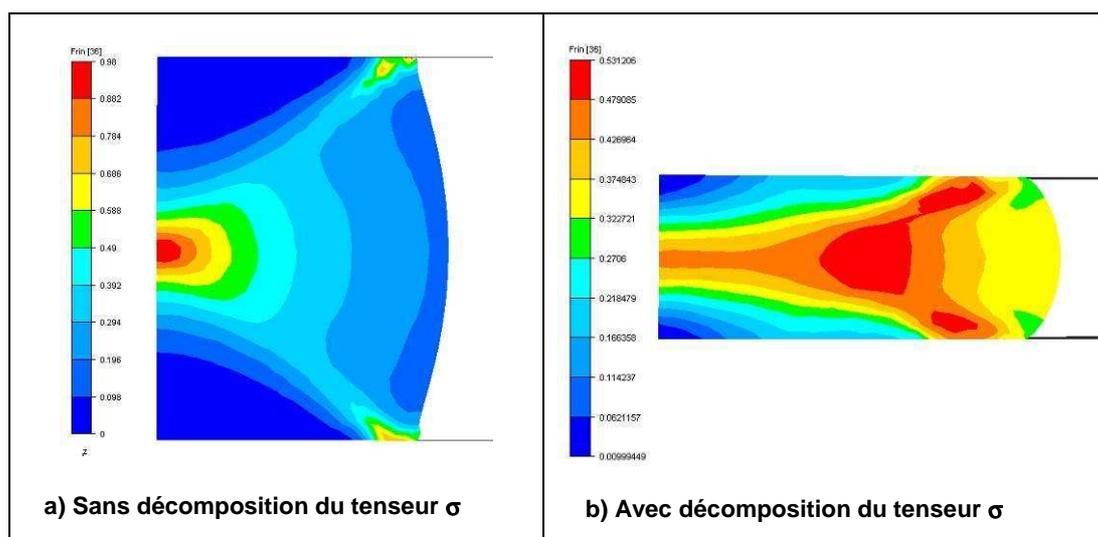


Figure 4.2 : Simulation de la compression d'une éprouvette cylindrique - Endommagement

Cependant, ceci n'est pas encore suffisant puisque les observations expérimentales montrent une rupture en surface sur le bombé. C'est pourquoi, une deuxième amélioration, basée sur une limite en triaxialité négative, a été apportée au modèle d'endommagement.

4.2.2 Seuil limite pour une triaxialité négative

Depuis de nombreuses années, la rupture ductile des métaux a été étudiée et il est maintenant admis que la triaxialité des contraintes (σ_H / σ_{eq}) y joue un rôle prépondérant. Les premières études menées par Mc Clintock ([Mc Clintock68]) puis Rice et Tracey ([Rice69]) ont montré cette forte dépendance sur la croissance des cavités.

Depuis, de nombreuses campagnes expérimentales ([Hancock76], [Hopperstad et al.03], [Borvik et al.03], ...) ont été menées notamment pour des niveaux de triaxialité positifs et élevés (essais de traction sur éprouvettes entaillées). Les résultats ont montré une forte influence du niveau de triaxialité sur la ductilité des matériaux.

Des essais de compression sur éprouvettes cylindriques peuvent également apporter des informations sur la rupture ductile pour des niveaux de triaxialité négatifs ([Kudo67], [Ganser et al.01]). D'autres types d'essais ont également été réalisés pour étudier l'influence d'une triaxialité négative sur la rupture ductile. Ceux-ci consistent à effectuer des essais de traction sur des éprouvettes subissant une pression hydrostatique ([Bridgman64]). Ceci permet de conserver une triaxialité négative, même lorsque la striction apparaît.

C'est à partir de ces différents résultats expérimentaux que Bao ([Bao04]) a postulé l'existence d'une limite en triaxialité négative. Sous cette valeur limite, la rupture ductile ne se produira pas.

Les essais expérimentaux menés par Kudo ([Kudo67]) ont consisté à compresser des cylindres de différents ratios (hauteur/diamètre) et avec des conditions de frottement différentes. Des courbes limites en déformation ont alors été tracées (Figure 4.3), et ceci pour différents types d'aciers.

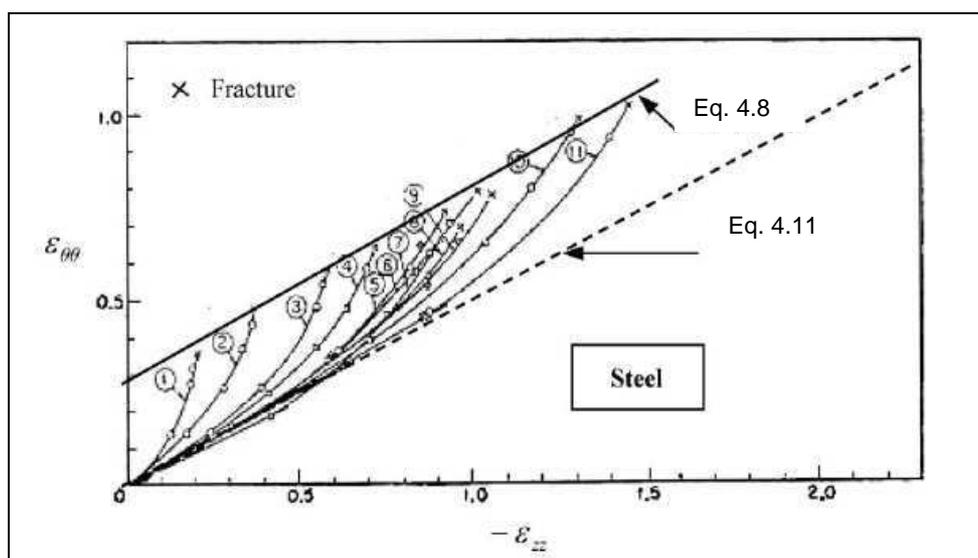


Figure 4.3 : Chemins de déformation dans la zone de rupture pour différents coefficients de frottement et différents ratios (diamètre/hauteur) d'éprouvettes ([Kudo67])

Il est intéressant de voir que le lieu de rupture déterminé est toujours représenté par une droite dans l'espace des déformations (Figure 4.3). De plus, celle-ci est indépendante du coefficient de frottement et du ratio entre hauteur et diamètre. Cette droite s'exprime sous la forme :

$$\tilde{\varepsilon}_{\theta\theta} + \frac{1}{2}\tilde{\varepsilon}_{zz} = C \quad (4.8)$$

où $\tilde{\varepsilon}_{\theta\theta}$ et $\tilde{\varepsilon}_{zz}$ sont les composantes respectivement circonférentielle et axiale du tenseur des déformations au point de rupture (surface du cylindre) et à l'instant de rupture. C est une constante dépendante du matériau.

Sans frottement entre la surface de l'outil et le cylindre, la compression reste homogène car aucun bombé ne se développe. Les déformations à la surface du cylindre sont uniformes. La relation entre la déformation ortho radiale ($\varepsilon_{\theta\theta}$) et axiale (ε_{zz}) est obtenue en utilisant l'équation de conservation du volume :

$$\frac{h_0}{h} = \left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \quad (4.9)$$

En prenant le logarithme de cette expression, on obtient :

$$\ln\left(\frac{h_0}{h}\right) = 2\ln\left(\frac{d}{d_0}\right) \quad (4.10)$$

Soit finalement,

$$\varepsilon_{\theta\theta} + \frac{1}{2}\varepsilon_{zz} = 0 \quad (4.11)$$

Comme le montre la Figure 4.3, les deux lignes représentées par les équations 4.8 et 4.11 sont parallèles et ne s'intersectent jamais. Une éprouvette subissant une compression, sans aucun frottement avec l'outil, ne subira pas de rupture. Dans ce cas, la triaxialité est égale à -1/3, ce qui nous renseigne sur la valeur de la limite en triaxialité.

Une autre preuve de l'existence de cette limite en triaxialité vient du critère de rupture de Latham-Cockcroft ([Cockcroft68]) :

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \frac{\sigma_1}{\sigma_{eq}} d\bar{\varepsilon} = C_{cr} \quad (4.12)$$

où σ_1 est la contrainte principale maximale et C_{cr} est une constante matériau.

D'après cette équation, la rupture ne s'amorce qu'en la présence de contraintes ortho radiales positives, $\sigma_1 / \sigma_{eq} > 0$, ce qui implique $\sigma_H / \sigma_{eq} > -1/3$.

Cette limite en triaxialité est également en accord avec les données expérimentales obtenues pour des essais de traction avec éprouvettes subissant une pression

hydrostatique. La campagne expérimentale la plus complète menée pour ce type d'essais fut réalisée par Bridgman ([Bridgman64]) sur une large variété de métaux. Les résultats montrèrent que la déformation à rupture augmente avec la pression hydrostatatique imposée. Plus cette pression hydrostatatique est grande et plus la striction peut se développer avant que la rupture n'ait lieu. Des études plus récentes réalisées par différents auteurs ([Margevicius94], [Liu93] et [Kao et al.90]) ont confirmé ce phénomène (Figure 4.4). Dès lors que la pression hydrostatatique appliquée à l'éprouvette est suffisamment élevée, la rupture ne se produira théoriquement pas.

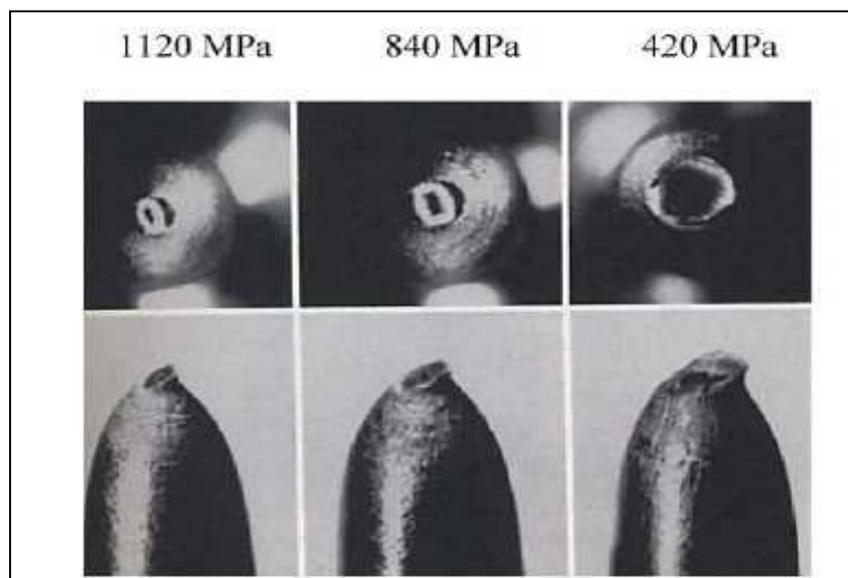


Figure 4.4 : Epreuves ayant subi un essai de traction pour différents niveaux de pression hydrostatique ([Kao et al.90]) – acier 1045

Les résultats expérimentaux de Bridgman ([Bridgman64]) ont notamment été étudiés et synthétisés par Bao ([Bao04]). Ces essais de traction ont été réalisés sur 20 différents types d'acier et ceci pour différents niveaux de pression hydrostatatique (de 0 à 2700 MPa). Au total, environ 350 essais ont ainsi été réalisés et documentés avec des informations telles que la pression imposée, la déformation à rupture, la contrainte vraie à rupture, les dimensions de la striction, la rupture ou non de l'éprouvette. Ces résultats ont ensuite été analysés pour 126 cas représentatifs puis tracés dans un graphique (Figure 4.5).

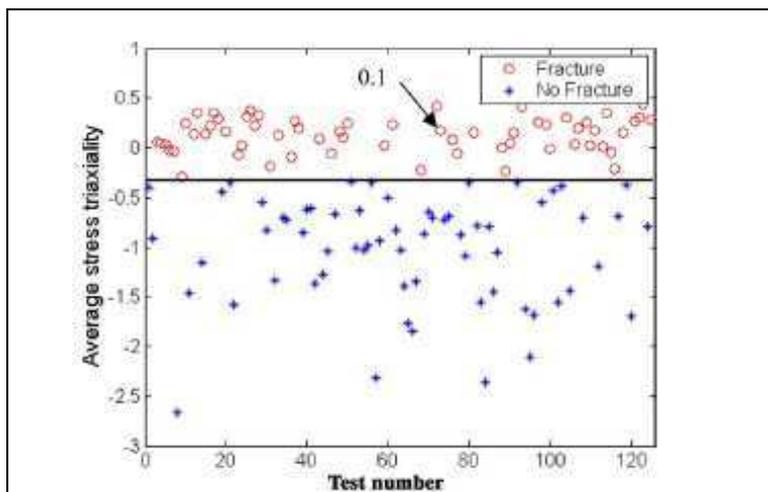


Figure 4.5 : Triaxialité moyenne dans le cas d'essais de traction avec pression hydrostatique réalisés par Bridgman ([Bao04])

Pour simplifier l'analyse, les résultats des essais ont été recalculés en termes de triaxialité des contraintes. Les essais pour lesquels la rupture a été observée sont représentés par un cercle rouge alors que ceux sans rupture sont représentés par une croix bleue. La Figure 4.5 montre bien l'existence d'une limite en triaxialité de l'ordre de -0,3 entre les éprouvettes rompues et non rompues, ce qui est en accord avec la limite à -1/3 postulée par Bao ([Bao04]).

C'est pourquoi, à partir de tous ces différents travaux expérimentaux, cette limite en triaxialité est introduite dans notre formulation de l'endommagement, à savoir :

$$\dot{D} = \begin{cases} 0 & \text{si } \sigma_H / \sigma_{eq} \leq -1/3 \\ \left(\frac{Y}{S_0} \right)^b \dot{\epsilon}_p & \text{si } \sigma_H / \sigma_{eq} > -1/3 \end{cases} \quad (4.13)$$

Cela revient à considérer que l'évolution de l'endommagement est nulle lorsque la matière est trop fortement en compression.

Reprenons le cas précédemment étudié et qui correspond à la compression d'un lopin cylindrique. Une simulation a été réalisée avec le modèle de Lemaitre prenant en compte l'endommagement en compression et avec une limite en triaxialité fixée à -1/3.

Dans ce cas, l'endommagement maximal relevé est bien situé sur la surface du bombé (Figure 4.6), ce qui est en accord avec les observations expérimentales.

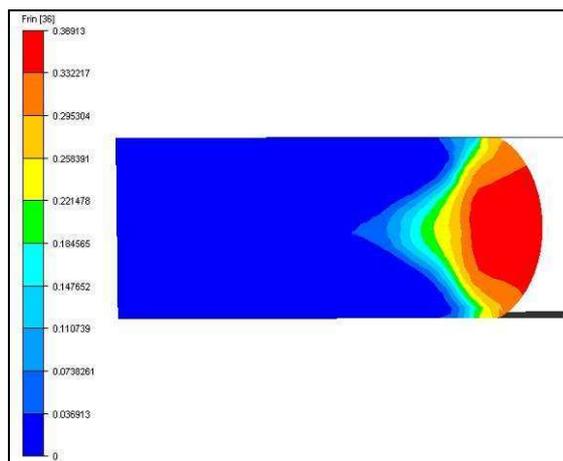


Figure 4.6 : Simulation de la compression d'un lopin cylindrique - Endommagement

L'importance de cette limite en triaxialité peut également être illustrée en considérant le procédé de filage avant. Celui-ci est très utilisé dans l'industrie de la forge. Il consiste à réduire le diamètre d'un lopin cylindrique en le forçant, sous l'action d'un poinçon, à passer dans une filière de forme conique (Figure 4.7a). Au cours de ce procédé de mise en forme, des zones endommagées peuvent se former au centre du lopin et ainsi conduire à l'apparition de défauts de chevrons. (Figure 4.7b). Du fait de leur localisation à cœur, ces défauts sont invisibles en surface et ne peuvent être décelés qu'à partir de contrôles non destructifs par ultrasons ou rayons X, ce qui les rend particulièrement redoutables dans l'industrie.

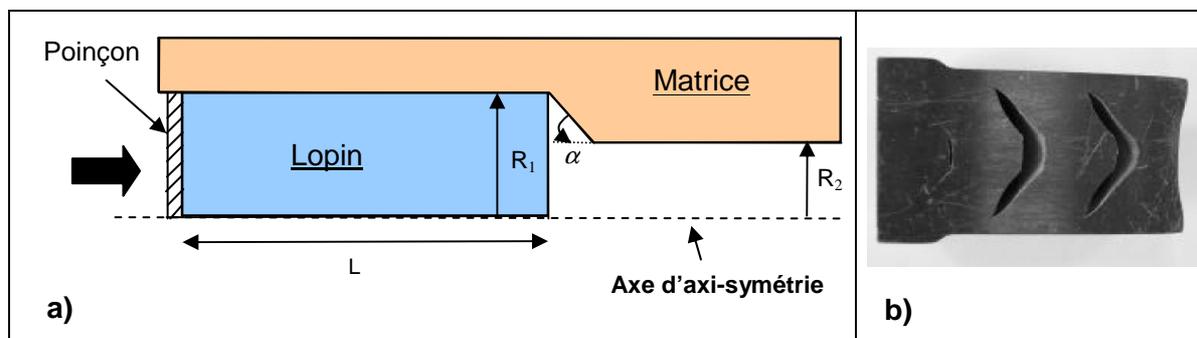


Figure 4.7 : a) Procédé de filage avant b) Défauts de chevrons

Le procédé de filage avant a été simulé avec le logiciel Forge2005®. Les dimensions du lopin et de la filière sont données par la Figure 4.8.

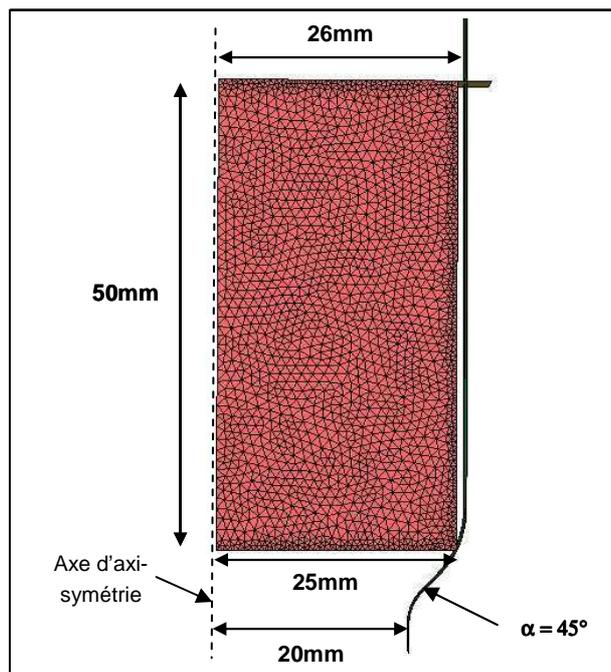


Figure 4.8 : Géométrie de la filière et du lopin

Une première simulation a été réalisée en prenant en compte l'endommagement en compression mais sans limite en triaxialité. Le résultat obtenu (Figure 4.9a) montre la création d'endommagement dans une zone proche de la surface du lopin, ce qui est dû au frottement. Cette localisation n'est pas correcte et ne correspond pas aux observations expérimentales des défauts de chevrons (Figure 4.7b). Ceci peut s'expliquer par le fait que la matière proche de la surface est fortement en compression lorsqu'elle passe dans la filière, d'où cette création d'endommagement.

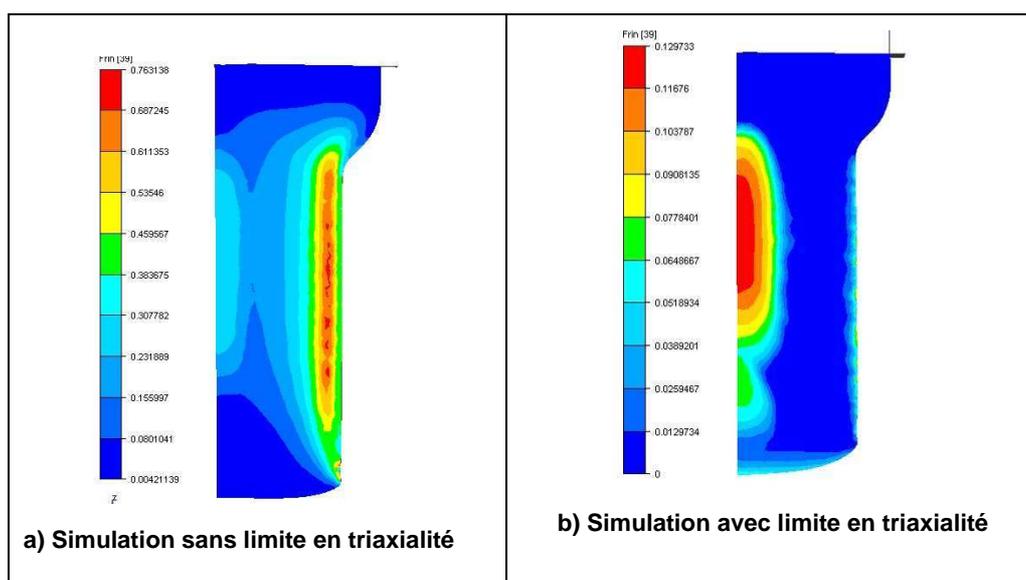


Figure 4.9 : Simulation du procédé de filage avant – Endommagement

Une deuxième simulation a ensuite été réalisée. Cette fois, le modèle utilisé prend en compte l'endommagement en compression mais possède également une limite en triaxialité négative fixée à $-1/3$. Le résultat est représenté sur la Figure 4.9b et montre bien une localisation correcte de l'endommagement au centre du lopin. Dans ce cas de figure, l'option « kill element » de Forge2005® n'a pas été activée. Celle-ci permet notamment de supprimer des éléments lorsqu'une valeur critique d'endommagement est atteinte. Une troisième simulation a donc été réalisée en activant cette option « kill element ». Le résultat obtenu est représenté par la Figure 4.10 et montre bien la création de chevrons au cœur du lopin. Par conséquent, le nouveau modèle d'endommagement est tout à fait à même de reproduire ce type de défaut rencontré dans l'industrie, ce qui n'était pas le cas du modèle de Lemaitre dans sa forme originale.

La limite en triaxialité joue donc un rôle primordial sur la localisation de l'endommagement notamment lorsque le procédé de mise en forme est fortement compressif. Cette limite permet ainsi de ne pas créer d'endommagement dans des zones où la matière est très fortement en compression, ce qui est vérifié expérimentalement.

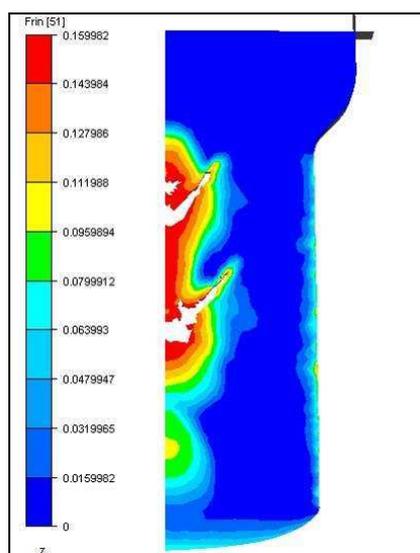


Figure 4.10 : Simulation avec l'option « kill element »

4.2.3 Modification du potentiel d'endommagement

L'évolution de l'endommagement est fortement liée au choix du potentiel d'endommagement (cf. Equation 1.43) et reste un point clé pour les modèles de type macroscopique. Les travaux expérimentaux menés par Le Roy [Le Roy et al. 81] ont notamment montré que la relation entre l'endommagement et la plasticité n'était pas linéaire. Lemaitre ([Lemaitre83]) a par exemple proposé un potentiel de la forme suivante :

$$F_D = \frac{S_0}{(b+1)(1-D)} \left(\frac{Y}{S_0} \right)^{b+1} \quad (4.14)$$

Cette forme du potentiel d'endommagement est généralement la plus utilisée dans la littérature. D'autres formes de potentiels ont également été proposées par différents auteurs, pour rendre compte de l'évolution de l'endommagement pour certains métaux particuliers :

- $F_D = \frac{S_0 \cdot D}{2} \left(\frac{Y}{S_0} \right)^2$ [Tai86] (4.15)

- $F_D = \frac{1}{2} \frac{S_0}{D^{\alpha/n} (\bar{\epsilon}_p)^{\alpha/n}} \left(\frac{Y}{S_0} \right)^2$ [Chandranth95] (4.16)

- $F_D = \frac{1}{2} \frac{S_0 (D_c - D)^{(\alpha-1)/\alpha}}{(1-D) \cdot (\bar{\epsilon}_p)^{(2+n)/n}} \left(\frac{Y}{S_0} \right)^2$ [Bonora97] (4.17)

Les paramètres S_0 , D_c , b , α et n sont propres à chaque matériau et caractérisent l'endommagement. Le choix du potentiel dépend du matériau que l'on veut modéliser et notamment de sa plus ou moins grande ductilité. Suivant la forme du potentiel F_D , la croissance de l'endommagement sera alors plus ou moins rapide au cours de la déformation.

Dans le cas du forgeage à froid, les aciers utilisés possèdent généralement une très grande ductilité avant rupture. C'est pourquoi nous proposons ici un nouveau potentiel d'endommagement qui sera utilisé par la suite :

$$F_D = \frac{S_0}{(b+1)(1-D)} \left(\frac{Y}{S_0} \right)^{b+1} \frac{1}{(\bar{\epsilon}_p)^\alpha} \quad (4.18)$$

Ce potentiel reprend celui établi par Lemaitre (Equation 4.14) mais a été modifié en y rajoutant un terme supplémentaire. Celui-ci fait intervenir la déformation plastique cumulée $\bar{\epsilon}_p$ comme dans les cas des potentiels définis par les équations 4.16 et 4.17.

Le nouveau potentiel permet, dans notre cas (matériaux fortement ductile), d'obtenir une meilleure corrélation entre l'expérience et la simulation par rapport au potentiel proposé initialement par Lemaitre (Equation 4.14).

La Figure 4.11 présente notamment les résultats obtenus pour la simulation d'un essai de traction sur une éprouvette non entaillée.

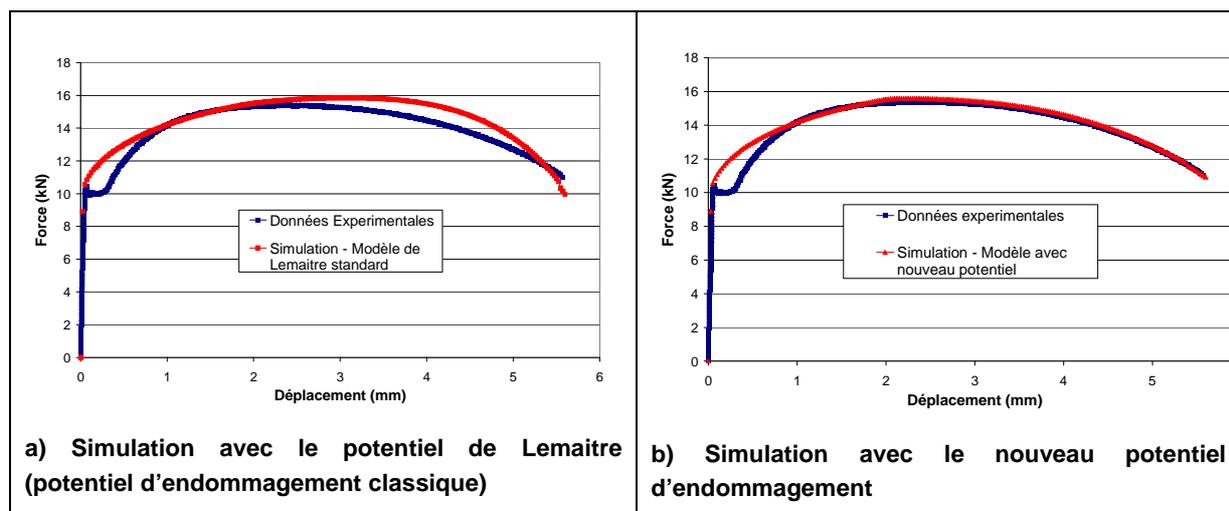


Figure 4.11 : Courbes Force/Déplacement expérimentales et numériques pour un essai de traction – Nuance 2 (ferrito-perlitique)

Dans le cas du modèle de Lemaitre standard, l'identification menée par analyse inverse (la méthodologie d'identification sera détaillée en 4.3.3) ne permet pas l'obtention d'un jeu correct de paramètres d'endommagement car la corrélation entre l'expérience et la simulation n'est pas satisfaisante (Figure 4.11a). Au début, l'évolution de l'endommagement reste trop faible puis celle-ci devient trop importante vers la fin de l'essai d'où cette différence entre l'expérience et la simulation. En revanche, l'utilisation du nouveau potentiel va modifier considérablement l'évolution de l'endommagement au cours de la déformation, ce qui permet une meilleure corrélation entre l'expérience et la simulation (Figure 4.11b).

Les résultats obtenus pour des essais de Compression/Traction sur éprouvettes diablo (Type A) sont également représentés par la Figure 4.12 et la Figure 4.13.

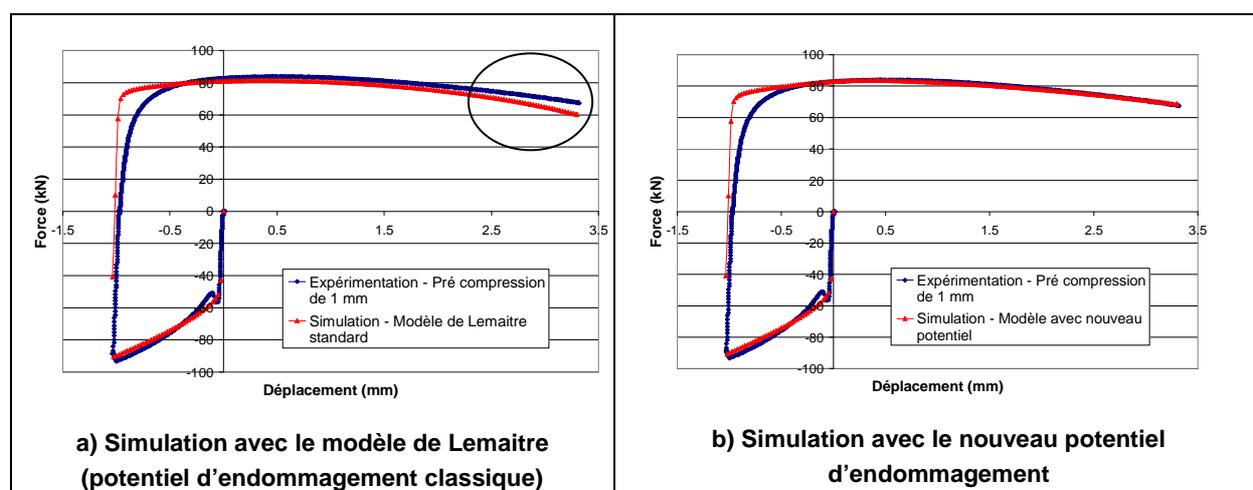


Figure 4.12 : Courbes Force/Déplacement expérimentales et numériques pour un essai de Compression/Traction – Nuance 2 (ferrito-perlitique)

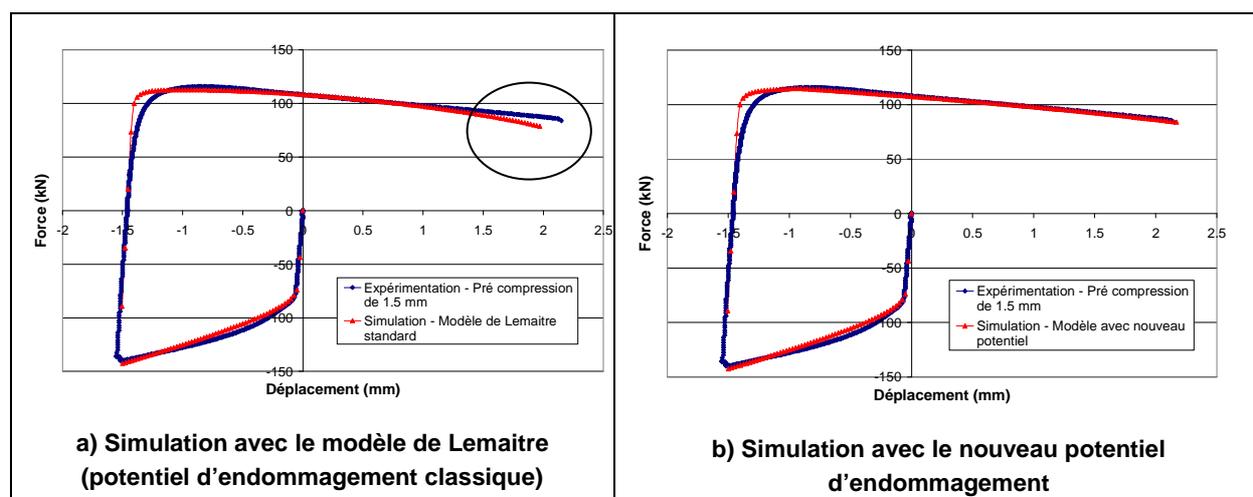


Figure 4.13 : Courbes Force/Déplacement expérimentales et numériques pour un essai de Compression/Traction – Nuance 1 (bainitique)

Là encore, le modèle d'endommagement avec le nouveau potentiel (Figure 4.12b et Figure 4.13b) permet une meilleure corrélation entre l'expérience et la simulation. En revanche, on peut remarquer que l'utilisation du modèle de Lemaitre standard, pour la nuance 1 (bainitique) (Figure 4.13a), ne permet pas de simuler correctement l'essai de compression/traction jusqu'au bout. En effet avec ce modèle, la croissance de l'endommagement est trop rapide et l'éprouvette se rompt ($D_{max} = 1$) avant le déplacement expérimental à rupture. Il n'est donc pas possible d'utiliser le modèle de Lemaitre standard pour simuler l'essai de compression/traction de la nuance 1 (bainitique).

La variation du diamètre minimum par rapport au diamètre initial ($D_{ini} - D$) de l'éprouvette a également été tracée en fonction du déplacement imposé. Les résultats expérimentaux obtenus par le biais de l'extensomètre diamétral ainsi que ceux obtenus par le biais des simulations sous Forge2005® sont présentés par les figures 4.14 et 4.15. Dans le cas numérique, un capteur a été placé sur un nœud de l'éprouvette pour pouvoir suivre le déplacement de celui-ci et ainsi l'évolution du diamètre lors des simulations.

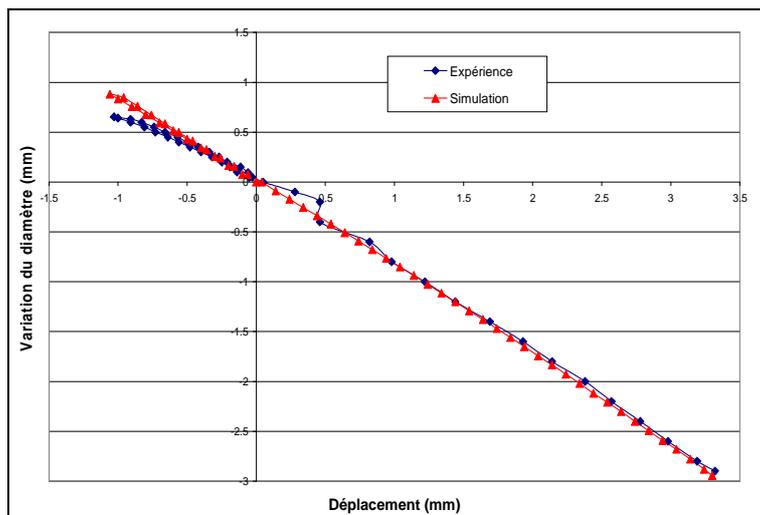


Figure 4.14 : Variation du diamètre au cours d'un essai de Compression/Traction – Nuance 2 (ferrito-perlitique) - Type A

Les résultats obtenus montrent une bonne corrélation entre l'expérimentation et la simulation. L'endommagement étant couplé au comportement du matériau, il a donc une forte influence sur la courbe Force/Déplacement ainsi que sur la variation du diamètre. C'est pourquoi la bonne corrélation entre expérience et simulation, pour deux observables différents, indique que l'évolution de l'endommagement est correcte.

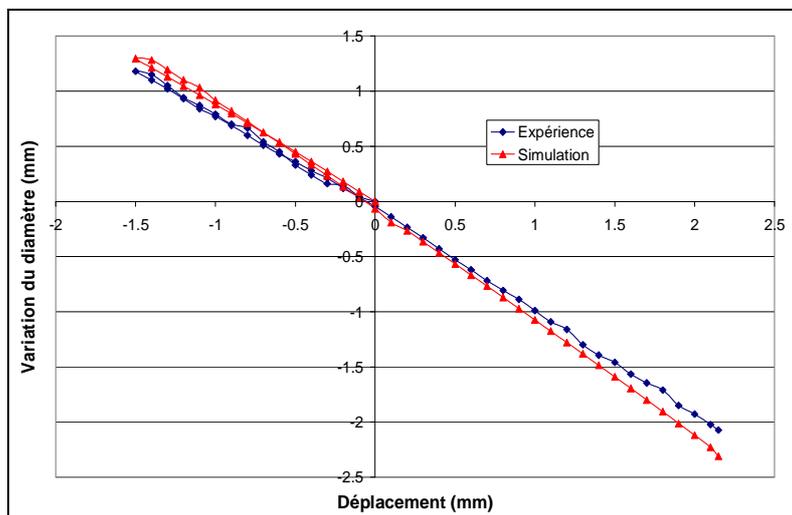


Figure 4.15 : Variation du diamètre au cours d'un essai de Compression/Traction – Nuance 1 (bainitique) - Type A

Comme nous venons de le voir, la croissance de l'endommagement est moins importante pour ce type de potentiel que pour celui de Lemaitre. Celui-ci est alors mieux adapté à nos

matériaux. L'évolution du taux d'endommagement est alors donnée par l'expression suivante :

$$\dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_D}{\partial Y} = \left(\frac{Y}{S_0} \right)^b \dot{\bar{\epsilon}}_p \frac{1}{(\bar{\epsilon}_p)^\alpha} \quad (4.19)$$

Etant donné que le terme supplémentaire du potentiel fait intervenir la déformation plastique cumulée, il est alors nécessaire de dissocier la déformation plastique cumulée créée en traction de celle créée en compression puisque l'évolution de l'endommagement est différente en traction et en compression. Ceci s'appuie sur des travaux menés par Pironi ([Pironi03]) sur la modélisation de l'endommagement ductile en fatigue. Cette dissociation est également importante en ce qui nous concerne car lors de trajets de chargements complexes (cas industriels de forgeage), la matière subit généralement différents états de contrainte successifs ou alternés (compression, traction, cisaillement).

Deux nouvelles variables internes ($\bar{\epsilon}_p^+$ et $\bar{\epsilon}_p^-$) sont alors introduites pour décrire la déformation plastique cumulée créée respectivement en traction et en compression. Celles-ci sont définies par :

$$\bullet \quad \bar{\epsilon}_p^+ \Big|_{n+1} = \bar{\epsilon}_p^+ \Big|_n + \dot{\bar{\epsilon}}_p^+ \Big|_{n+1} dt \quad (4.20)$$

$$\text{avec} \quad \dot{\bar{\epsilon}}_p^+ \Big|_{n+1} = \begin{cases} 0 & \text{si } \sigma_H / \sigma_{eq} < 0 \\ \dot{\bar{\epsilon}}_p \Big|_{n+1} & \text{si } \sigma_H / \sigma_{eq} \geq 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

$$\bullet \quad \bar{\epsilon}_p^- \Big|_{n+1} = \bar{\epsilon}_p^- \Big|_n + \dot{\bar{\epsilon}}_p^- \Big|_{n+1} dt \quad (4.22)$$

$$\text{avec} \quad \dot{\bar{\epsilon}}_p^- \Big|_{n+1} = \begin{cases} 0 & \text{si } \sigma_H / \sigma_{eq} \geq 0 \\ 0 & \text{si } \sigma_H / \sigma_{eq} \leq -1/3 \\ \dot{\bar{\epsilon}}_p \Big|_{n+1} & \text{si } -1/3 < \sigma_H / \sigma_{eq} < 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

La Figure 4.16 représente schématiquement l'évolution des variables $\bar{\epsilon}_p$, $\bar{\epsilon}_p^+$ et $\bar{\epsilon}_p^-$ au cours d'une déformation cyclique de traction/compression. Lors de cet essai virtuel, la déformation plastique cumulée $\bar{\epsilon}_p$ va croître constamment durant les différents cycles. En revanche, les variables $\bar{\epsilon}_p^+$ et $\bar{\epsilon}_p^-$ croissent uniquement lorsque la triaxialité est respectivement positive (traction) ou négative (compression).

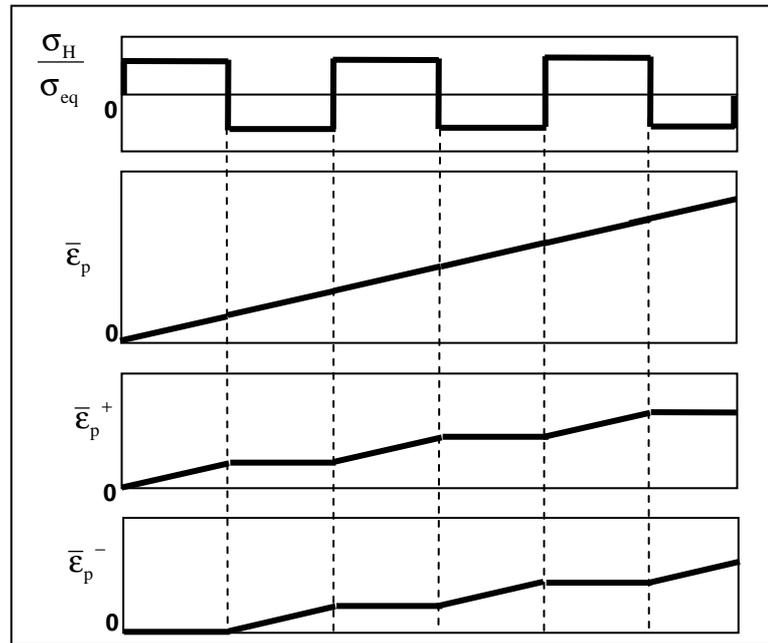


Figure 4.16 : Evolution schématique des variables $\bar{\epsilon}_p$, $\bar{\epsilon}_p^+$ et $\bar{\epsilon}_p^-$ au cours de cycles de traction – compression [Pirondi03]

De la même manière, deux nouvelles variables internes (D^+ et D^-) sont introduites pour décrire l'endommagement créé respectivement en traction et en compression. La dissociation de l'endommagement est alors définie de la façon suivante :

$$\bullet \quad D^+|_{n+1} = D^+|_n + \dot{D}^+|_{n+1} dt \quad (4.24)$$

$$\text{avec } \dot{D}^+|_{n+1} = \begin{cases} 0 & \text{si } \bar{\epsilon}_p^+|_{n+1} < \epsilon_D \\ \left(\frac{Y}{S_0}\right)^b \dot{\bar{\epsilon}}_p^+|_{n+1} \frac{1}{\left(\bar{\epsilon}_p^+|_{n+1}\right)^\alpha} & \text{si } \bar{\epsilon}_p^+|_{n+1} \geq \epsilon_D \end{cases} \quad (4.25)$$

$$\bullet \quad D^-|_{n+1} = D^-|_n + \dot{D}^-|_{n+1} dt \quad (4.26)$$

$$\text{avec } \dot{D}^-|_{n+1} = \begin{cases} 0 & \text{si } \bar{\epsilon}_p^-|_{n+1} < \epsilon_D \\ \left(\frac{Y}{S_0}\right)^b \dot{\bar{\epsilon}}_p^-|_{n+1} \frac{1}{\left(\bar{\epsilon}_p^-|_{n+1}\right)^\alpha} & \text{si } \bar{\epsilon}_p^-|_{n+1} \geq \epsilon_D \end{cases} \quad (4.27)$$

L'intérêt de cette dissociation est de permettre une meilleure prise en compte de l'évolution de l'endommagement notamment lors de trajets de chargement complexes tels que l'on peut en rencontrer pour des cas industriels de forgeage.

La dissociation de la déformation plastique cumulée influence également fortement le déclenchement de l'endommagement. Par exemple si dans un premier temps la matière est fortement en compression, la variable $\bar{\varepsilon}_p^+$ restera nulle alors que la variable $\bar{\varepsilon}_p$ évoluera et pourra même dépasser ε_D . Dès lors que la matière passe en traction, l'endommagement ne se déclenchera pas tout de suite car $\bar{\varepsilon}_p^+$ sera inférieure à ε_D . En revanche, avec le modèle classique de Lemaitre, l'endommagement se serait de suite déclenché car $\bar{\varepsilon}_p$ serait déjà supérieure à ε_D dès la phase de compression.

La Figure 4.17 présente les résultats obtenus sans et avec dissociation de la déformation plastique et ceci pour un essai de Compression/Traction (éprouvette diablo - Type A).

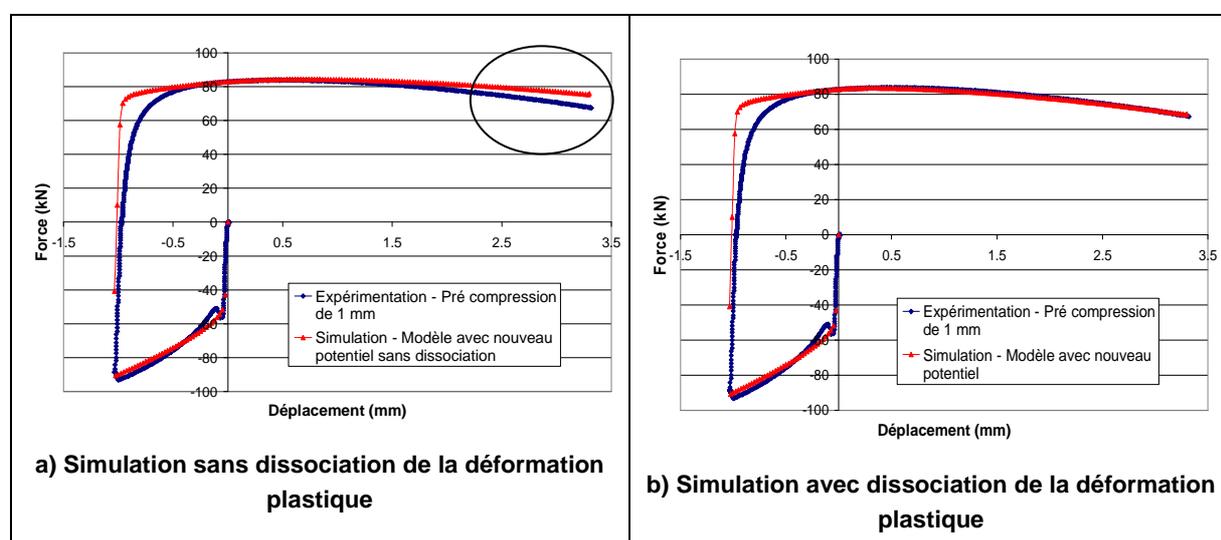


Figure 4.17 : Courbes Force/Déplacement expérimentale et numérique pour un essai de Compression/Traction – Nuance 2 (ferrito-perlitique)

La corrélation entre simulation et expérimentation est alors bien meilleure dans le cas où la déformation plastique est dissociée. Cette dissociation est donc tout à fait nécessaire lorsque l'on est en présence de trajets de chargements complexes comme c'est le cas lors d'essais de compression/traction ou encore dans de nombreux procédés de mise en forme à froid (comme nous le verrons dans le Chapitre 5).

4.2.4 Formulation anisotrope

Lors d'opérations de forgeage, les trajets de chargement sont le plus souvent complexes, ce qui introduit différentes formes d'anisotropie. Tout d'abord, il s'avère difficile de considérer que la croissance de l'endommagement est identique pour chaque direction et donc isotrope. C'est pourquoi un modèle d'endommagement basé sur une approche tensorielle (3D) a été développé où l'anisotropie peut être introduite par le biais du tenseur des déformations. Deuxièmement, l'anisotropie induite par l'orientation des inclusions, lors du procédé de forgeage, a été prise en compte. Celle-ci est particulièrement marquée comme nous avons pu le voir lors du Chapitre 3.

4.2.4.1 Variable d'endommagement tensorielle (3D)

Le passage d'un endommagement scalaire à un endommagement tensoriel n'est pas trivial, notamment en ce qui concerne son couplage avec l'élasticité. Lorsque l'endommagement est isotrope (variable scalaire D), le couplage est effectué par le biais de la contrainte effective :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1-D} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e \quad (4.28)$$

Le cas le plus général d'un endommagement anisotrope doit être représenté par un tenseur d'ordre 4. Dans les faits, cette représentation est complexe et difficile à mettre en œuvre. En ce qui nous concerne, nous adopterons une représentation de l'endommagement plus simple et définie par un tenseur d'ordre 2. Cette approximation d'orthotropie est justifiée par le fait que les mécanismes physiques de l'endommagement sont liés aux déformations plastiques et que celles-ci sont représentées par un tenseur d'ordre 2. En revanche, dans le but de conserver notamment les propriétés de symétrie de $\tilde{\sigma}_{ij}$, le couplage ne peut pas être semblable au cas isotrope car par exemple $\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} (I_d - D)_{kj}^{-1}$ ne serait pas symétrique (I_d correspondant à la matrice identité).

Une formulation thermodynamique de l'endommagement anisotrope (tenseur d'ordre 2) a été développée par les auteurs Lemaitre, Desmorat et Sauzay ([Lemaitre et al.00]). Le potentiel élastique (sous la forme de l'énergie de Gibbs) est alors décomposé en une partie déviatorique affectée par le tenseur d'endommagement \mathbf{D} et une partie hydrostatique affectée par une autre variable scalaire d'endommagement d_H . En considérant qu'il n'existe qu'un seul mécanisme d'endommagement gouverné par la variable \mathbf{D} , ces auteurs ont alors proposé une fonction linéaire de la trace de \mathbf{D} pour décrire d_H :

$$d_H = \eta D_H \quad \text{et} \quad D_H = \frac{\text{Trace}(\mathbf{D})}{3} \quad (4.29)$$

Le paramètre η dépend peu du matériau et traduit sa sensibilité à la contrainte hydrostatique. Pour la plupart des métaux, η est environ égal à 3 ([Lemaitre04]).

Le potentiel d'état élastique est donné par :

$$\rho\psi_e^* = \frac{1+\nu}{2E} H_{ij} s_{jk} H_{kl} s_{li} + \frac{3(1-2\nu)}{2E} \frac{\sigma_H^2}{1-\eta D_H} \quad (4.30)$$

$$\text{avec } H_{ij} = (I_d - D)_{ij}^{-1/2} \quad (4.31)$$

s_{ij} représente le déviateur des contraintes.

La loi d'élasticité dérive de ce potentiel d'état et introduit un tenseur de contraintes effectives symétrique défini par :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = (H_{ik} s_{kl} H_{lj})^D + \frac{\sigma_H}{1-\eta D_H} \delta_{ij} \quad (4.32)$$

où $(x)^D$ correspond au déviateur du tenseur x .

Une loi d'évolution de l'endommagement induit par la plasticité est alors formulée. Le potentiel d'endommagement considéré est une extension simple du cas isotrope :

$$F_D = \left(\frac{\bar{Y}}{S_0} \right)^b Y_{ij} \left| \frac{d\mathbf{e}^p}{dr} \right|_{ij} \quad (4.33)$$

où le symbole $|x|$ désigne la valeur absolue appliquée à un tenseur x en termes de composantes principales. Dans un premier temps, le tenseur x est diagonalisé ($P^{-1} x P$) par le biais de la matrice de passage P . Puis la valeur absolue $|P^{-1} x P|$ de ce tenseur est calculée. Enfin la valeur absolue en termes de composantes principales $|x|$ est obtenue :

$$|x| = P |P^{-1} x P| P^{-1} \quad (4.34)$$

Ce potentiel d'endommagement est fonction de l'énergie élastique effective \bar{Y} déjà définie dans le cas isotrope :

$$\bar{Y} = \frac{\tilde{\sigma}_{eq}^2}{2E} \left[\frac{2}{3} (1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\tilde{\sigma}_H}{\tilde{\sigma}_{eq}} \right)^2 \right] \quad (4.35)$$

$$\text{avec } \tilde{\sigma}_{eq} = (HsH)_{eq} = \sqrt{(3/2) ((HsH)^D : (HsH)^D)} \quad \text{et} \quad \tilde{\sigma}_H = \frac{\sigma_H}{1-\eta D_H} \quad (4.36)$$

La loi d'évolution de l'endommagement, qui dérive du potentiel d'endommagement F_D , s'écrit alors de la façon suivante :

$$\dot{D}_{ij} = \lambda \frac{\partial F_D}{\partial Y_{ij}} \text{ et } \dot{\lambda} = \dot{\epsilon} \quad (4.37)$$

$$\text{Soit } \dot{D}_{ij} = \dot{\epsilon} \left(\frac{\bar{Y}}{S_0} \right)^b \left| \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^p}{dr} \right|_{ij} = \left(\frac{\bar{Y}}{S_0} \right)^b \left| \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \right|_{ij} \quad (4.38)$$

Finalement,

$$\begin{cases} \dot{D}_{ij} = \left(\frac{\bar{Y}}{S_0} \right)^b \left| \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \right|_{ij} & \text{si } \bar{\epsilon}_p \geq \epsilon_D \\ \dot{D}_{ij} = 0 & \text{si } \bar{\epsilon}_p < \epsilon_D \end{cases} \quad (4.39)$$

Pour une telle loi, les directions principales du taux d'endommagement coïncident avec celles du taux de déformation plastique.

La rupture du matériau se produit lorsque l'intensité de l'endommagement dans un plan atteint la valeur critique D_c . D'après la définition physique de l'endommagement, la rupture apparaît lorsque la norme du vecteur d'endommagement $D_{ij} n_j$ ou lorsque la plus grande des valeurs principales de \mathbf{D} atteint D_c :

$$\max_{1 \leq l \leq 3} (D_l) = D_c \rightarrow \text{rupture} \quad (4.40)$$

Finalement, le passage du modèle isotrope classique développé par Lemaitre ([Lemaitre85]) au modèle 3D tensoriel d'ordre 2 proposé par Lemaitre et Desmorat ([Lemaitre et al.00]), ne demande pas plus de paramètres à identifier. Il y a toujours 4 paramètres à identifier qui sont : S_0 , b , ϵ_D et D_c .

Dans ce cas de figure, l'anisotropie de l'endommagement peut être introduite par le tenseur des déformations plastiques. En revanche, l'orientation des inclusions par rapport aux sollicitations n'est pas prise en compte dans l'évolution de l'endommagement. Les paramètres S_0 , b , ϵ_D et D_c restent constants quelle que soit l'orientation des inclusions. C'est pourquoi si l'on veut réellement prendre en compte l'anisotropie de l'endommagement induite par l'orientation des inclusions, il faut que les paramètres d'endommagement (S_0 , b , ϵ_D et D_c) soient dépendants de celle-ci.

4.2.4.2 Prise en compte de l'orientation des inclusions

Comme nous l'avons vu précédemment dans le chapitre 3, l'orientation des inclusions par rapport à la direction de sollicitation, joue un rôle primordial sur la déformation à rupture. La forme allongée des inclusions ainsi que leurs orientations confèrent à l'endommagement une très forte anisotropie. Il est donc nécessaire de prendre en compte cette orientation par rapport à la contrainte maximale au cours du processus de déformation. Nous prendrons également comme hypothèse que les inclusions sont indéformables.

Prenons le cas par exemple d'une éprouvette cylindrique soumise à un essai de compression. Dans un premier temps, pour rendre compte de l'orientation des inclusions, il est possible de placer une grille de marquage avec des éléments initialement carrés qui se déformeront au cours de l'essai de compression. L'évolution de la grille de marquage est donnée par la Figure 4.18 et montre bien la rotation de certains éléments de la grille.

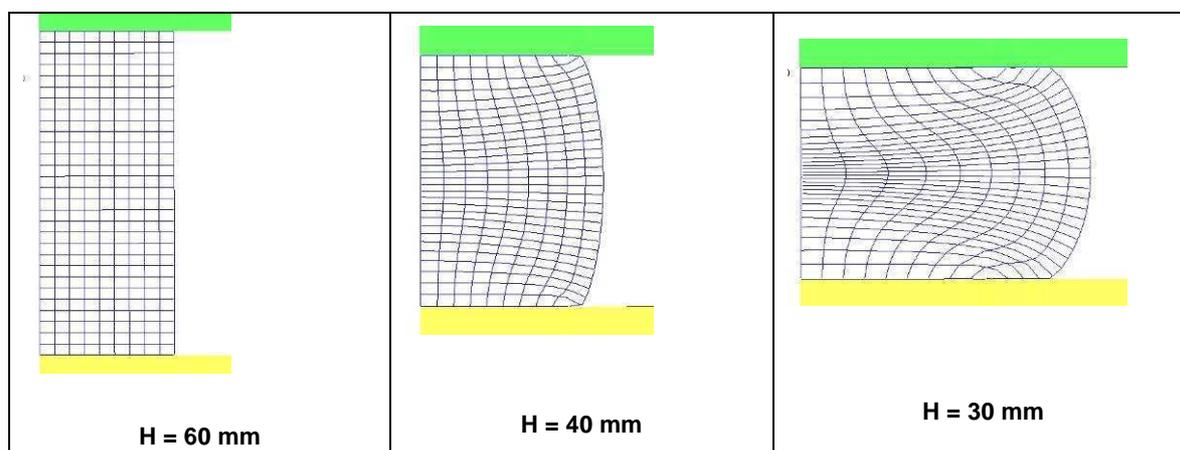


Figure 4.18 : Evolution d'une grille de marquage au cours d'un essai de compression

Ce sont notamment les éléments de grille proche des outils et du bombé qui subissent les plus grandes rotations. Considérons par exemple que les inclusions sont initialement orientées suivant l'axe x_1 . La Figure 4.19 montre qu'après l'essai de compression, certaines inclusions ont subi une forte rotation (orientation suivant x_2) alors que d'autres ont gardé leur orientation initiale ($x_1 = x$).

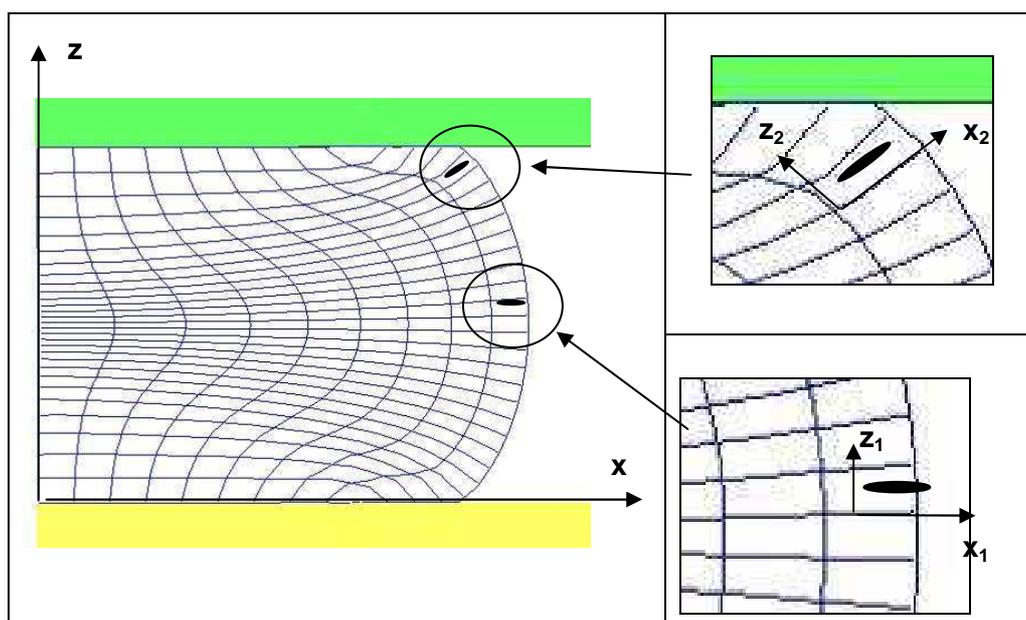


Figure 4.19 : Rotation d'éléments de la grille de marquage

Pour calculer l'orientation des inclusions au cours de la déformation, il faut revenir aux bases de la mécanique des milieux continus.

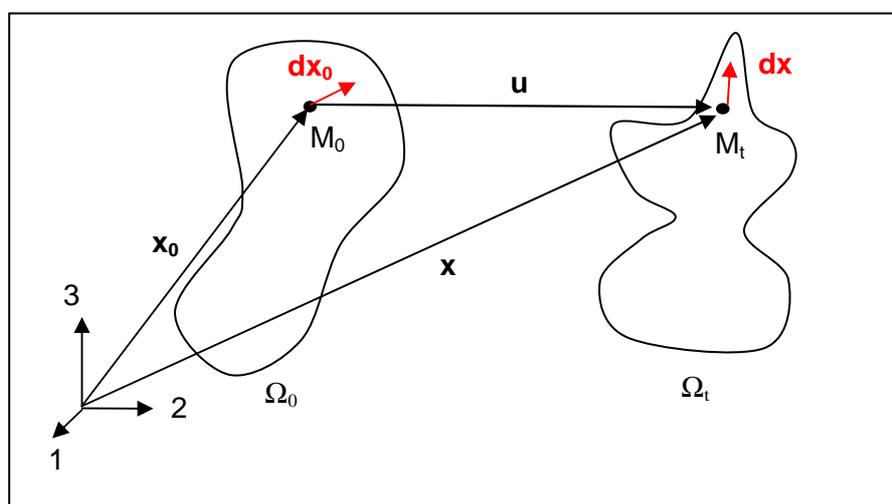


Figure 4.20 : Configurations initiale (Ω_0) et courante (Ω_t) d'un système déformable

Considérons un milieu déformable défini par les deux configurations Ω_0 et Ω_t et représenté par la Figure 4.20. Le milieu étant déformable, il est possible d'évaluer les déformations autour d'un point matériel M_0 . Considérons un vecteur infinitésimal dx_0 au point M_0 et regardons comment celui-ci se transforme en un vecteur dx au point M_t . Soit u le déplacement entre la configuration initiale et actuelle. On a alors la relation suivante :

$$x = x_0 + u(x_0, t) \quad (4.41)$$

Soit en différentiant,

$$dx = dx_0 + \frac{\partial u}{\partial x_0} dx_0 \quad (4.42)$$

Ou bien encore,

$$dx = dx_0 + \text{Grad}(u) dx_0 = (I_d + \text{Grad}(u)) dx_0 \quad (4.43)$$

$F = I_d + \text{Grad}(u)$ est un tenseur d'ordre 2 qui caractérise localement la transformation. F est appelé « tenseur gradient » ou « application linéaire tangente ». Finalement, le vecteur dx_0 est transformé en un vecteur dx par le biais du tenseur gradient F :

$$dx = F dx_0 \quad (4.44)$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ dx_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1^0} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2^0} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3^0} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1^0} & 1 + \frac{\partial u_2}{\partial x_2^0} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3^0} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1^0} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2^0} & 1 + \frac{\partial u_3}{\partial x_3^0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1^0 \\ dx_2^0 \\ dx_3^0 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Le calcul du tenseur gradient F a été implémenté dans le logiciel Forge2005® pour permettre de suivre l'orientation des inclusions au cours de la déformation. Une fois le tenseur F calculé, il suffit de le multiplier par le vecteur représentant l'orientation initiale des inclusions pour obtenir ainsi la nouvelle orientation. La Figure 4.21 montre le résultat obtenu pour des inclusions orientées initialement suivant l'axe z.

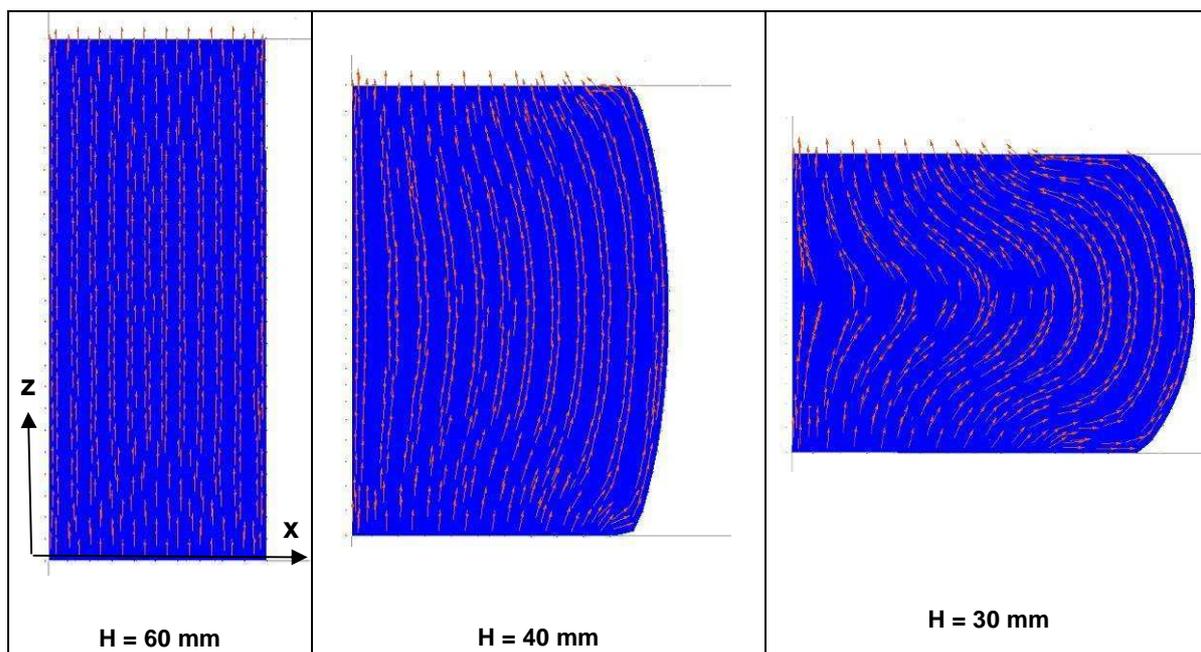


Figure 4.21 : Evolution de l'orientation des inclusions au cours d'un essai de compression

Pour vérifier que le calcul est en accord avec l'expérience, une comparaison a été réalisée avec une micrographie expérimentale (Figure 4.22). Le résultat obtenu montre une bonne corrélation entre la simulation et l'expérience, en ce qui concerne l'orientation des inclusions.

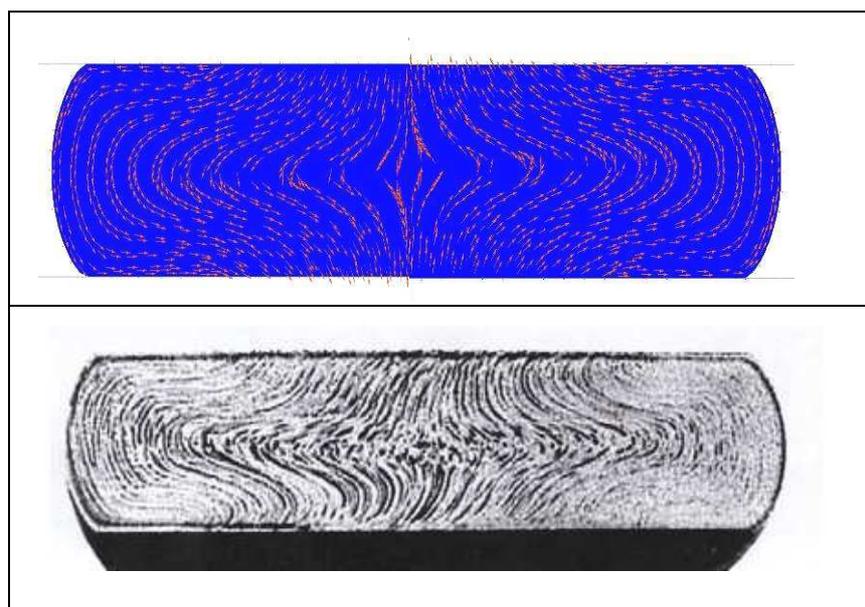


Figure 4.22 : Comparaison entre simulation et micrographie expérimentale ([Caillet07])

Dès lors que l'orientation des inclusions est connue à chaque instant, celle-ci est comparée à l'orientation de la contrainte principale maximale. Pour cela, le tenseur des contraintes est diagonalisé ($[\sigma]_{\text{diag}}$) dans le but d'obtenir les valeurs propres et les vecteurs propres associés.

$$[\sigma]_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{bmatrix} = [P]^{-1} [\sigma] [P] \quad (\sigma_{III} < \sigma_{II} < \sigma_I) \quad (4.46)$$

où $[P]$ est la matrice de passage contenant les vecteurs propres e_I , e_{II} et e_{III} associés aux valeurs propres σ_I , σ_{II} et σ_{III} .

Considérons que les inclusions sont orientées suivant la direction $d\vec{x}$. Le produit scalaire entre les vecteurs $d\vec{x}$ et e_I est alors calculé :

$$d\vec{x} \cdot \vec{e}_I = \|d\vec{x}\| \|\vec{e}_I\| \cos(\beta) \quad (4.47)$$

β correspond ainsi à l'angle entre la direction des inclusions et la contrainte principale maximale (Figure 4.23). Celui-ci est obtenu par la relation suivante :

$$\beta = \text{Arc cos} \left(\frac{d\vec{x} \cdot \vec{e}_I}{\|d\vec{x}\| \|\vec{e}_I\|} \right) \quad (4.48)$$

Maintenant que l'angle β est connu, celui-ci doit être mis en relation avec les paramètres d'endommagement pour rendre compte de l'anisotropie.

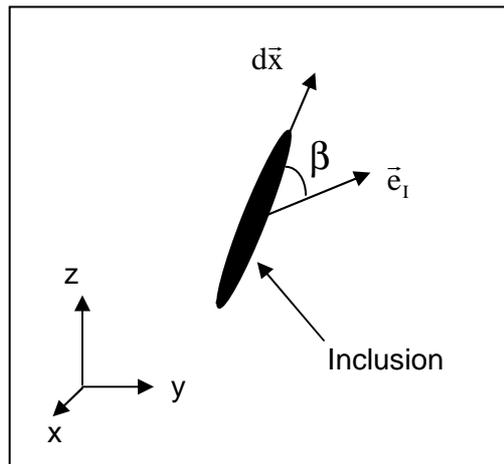


Figure 4.23 : Angle entre l'inclusion et la direction principale maximale

Pour cela, trois différentes orientations d'inclusions (0° , 45° , 90°) par rapport à la sollicitation ont été testées lors d'essais de traction. Les résultats obtenus en terme de courbes Force/Déplacement, pour la nuance 1 (bainitique), sont représentés par la Figure 4.24. On

remarque que la courbe obtenue pour la direction 45° se superpose à la courbe 0°. Seul le déplacement à rupture est différent. Le modèle étant développé dans un cadre phénoménologique (approche macroscopique), nous ferons donc l'approximation que les paramètres S_0 , b , α et ε_D , qui influent directement sur la croissance de l'endommagement, sont constants. Seul le paramètre D_c , qui n'a pas d'influence sur la croissance de l'endommagement, sera fonction de l'orientation des inclusions et donc de l'angle β . Cette approximation sur la constance des paramètres d'endommagement vis-à-vis de l'orientation des inclusions, est une simplification. En réalité, comme nous avons pu le voir dans le chapitre 3, les phases de germination et de croissance diffèrent suivant que l'on soit dans le sens longitudinal ou transverse. La germination et la croissance sont notamment plus rapides dans le cas transverse que dans le cas longitudinal.

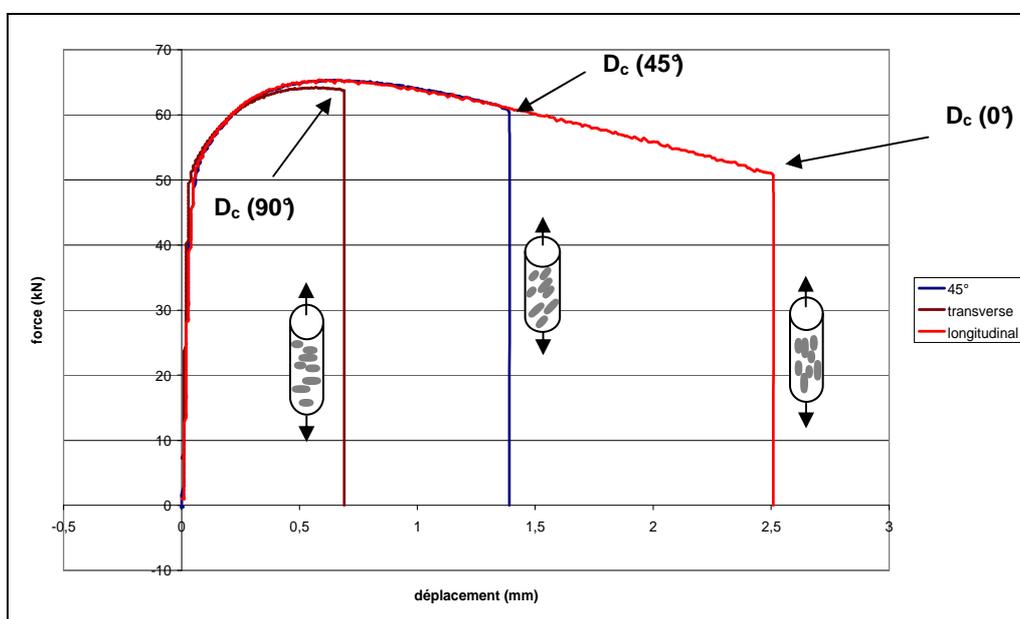


Figure 4.24 : Essais de traction pour 3 directions de sollicitation – Nuance 1 (bainitique)

Finalement, les paramètres S_0 , b , α et ε_D seront identifiés par le biais d'un essai de traction suivant le sens longitudinal (0°) et ces paramètres seront identiques pour les autres directions de sollicitation (indépendants de β).

Une fois ces paramètres déterminés, le paramètre D_c est identifié à posteriori et ce pour les trois orientations d'inclusions 0°, 45° et 90°. Ceci permet ainsi d'obtenir l'évolution du paramètre D_c en fonction de l'angle β comme le montre la Figure 4.25.

Remarque : cette approche est adaptée aux deux nuances d'acier que nous traitons car les courbes force/déplacement se superposent quasiment pour les 3 directions de sollicitation. Si ce n'était pas le cas, les paramètres S_0 , b , α et ε_D seraient alors différents pour chaque direction de sollicitation, ce qui rendrait les choses plus complexes.

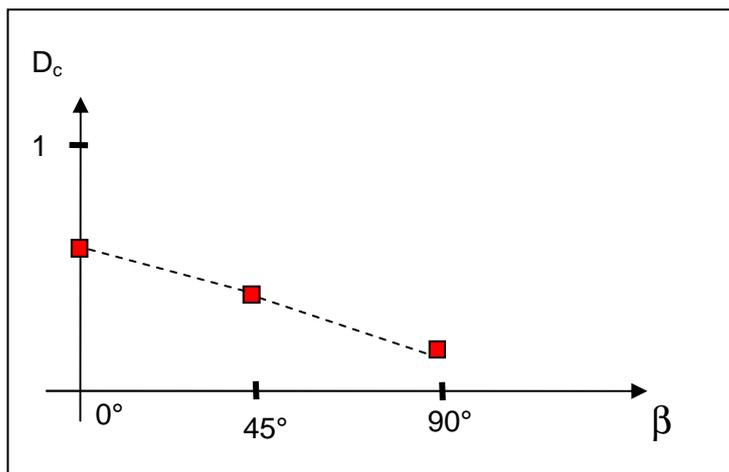


Figure 4.25 : Evolution du paramètre D_c en fonction de l'angle β

Pour valider le calcul de l'angle β ainsi que l'évolution du paramètre D_c , reprenons le cas précédent de compression d'une éprouvette cylindrique, simulé avec le logiciel Forge2005®. L'orientation des inclusions est supposée être initialement suivant l'axe x . Lors de la phase de compression, la contrainte principale maximale σ_1 est située au niveau du bombé et est orientée tangentielle, suivant la direction θ (Figure 4.26a). C'est pourquoi dans le plan zOy , σ_1 est parallèle à la direction des inclusions soit $\beta=0^\circ$ (Figure 4.26b). En revanche, dans le plan zOx , σ_1 est perpendiculaire à la direction des inclusions soit $\beta=90^\circ$.

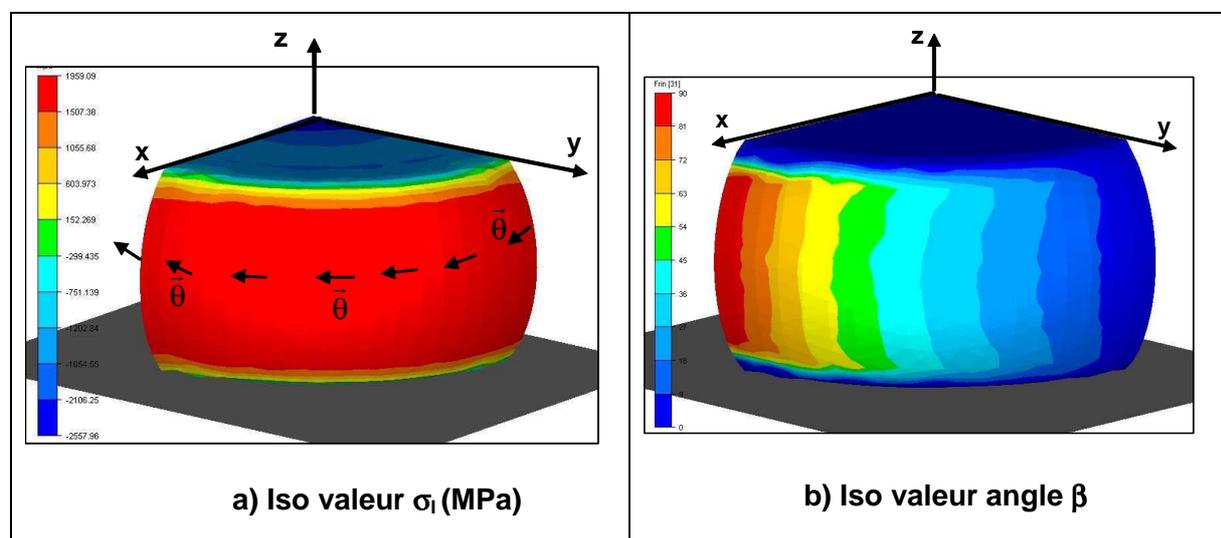


Figure 4.26 : Simulation d'un essai de compression : a) contrainte principale b) angle β

Considérons par exemple que le paramètre D_c , pour les trois orientations d'inclusions 0° , 45° et 90° , est donné par :

$$D_c^{0^\circ} = 0.5, D_c^{45^\circ} = 0.25 \text{ et } D_c^{90^\circ} = 0.1$$

La Figure 4.27 montre alors l'évolution du paramètre D_c suivant l'orientation des inclusions. Celui-ci est bien égal à 0.5 lorsque $\beta=0^\circ$ (plan zOy) et vaut 0.1 pour $\beta=90^\circ$ (plan zOx).

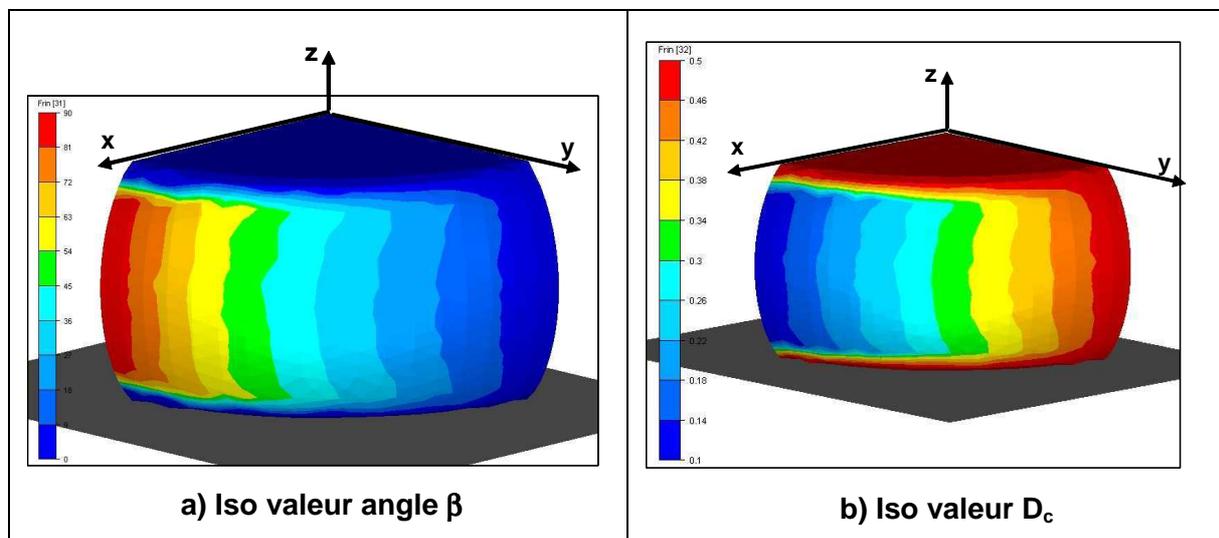


Figure 4.27 : Simulation d'un essai de compression

Le modèle ainsi développé est maintenant capable de prendre en compte l'orientation des inclusions lors du fibrage de la matière. Cette anisotropie de l'endommagement, induite par les inclusions, est effectuée par le biais du paramètre D_c qui évoluera en fonction de l'orientation de celles-ci. En fait, la fonction $D_c(\beta)$ est connue. En chaque point d'intégration, l'endommagement D et l'angle β sont calculés. L'endommagement D est alors comparé à $D_c(\beta)$ et dans le cas où $D > D_c(\beta)$ il y a alors rupture.

4.3 Identification des paramètres par analyse inverse

4.3.1 Introduction

L'intérêt des méthodes inverses est de pouvoir identifier des grandeurs difficilement estimables à partir de grandeurs facilement observables. Dans notre cas, l'identification portera sur les paramètres élasto-plastiques et d'endommagement. Ces méthodes combinent à la fois des données expérimentales et numériques dans le but de déterminer les paramètres en question.

Dans un premier temps, des essais sont réalisés et des données expérimentales sont recueillies (R_{exp}). Puis, ces mêmes essais sont réalisés par le biais de simulations numériques pour permettre l'obtention de données numériques (R_{simu}). La corrélation entre données numériques et expérimentales est obtenue par minimisation d'une fonction coût représentant l'écart au sens des moindres carrés entre les valeurs expérimentales et numériques. La recherche du meilleur jeu de paramètres est obtenue par le biais d'un algorithme de minimisation. Pour cela, nous avons utilisé un outil d'analyse inverse « Rhéoforge » développé par le CEMEF dont le fonctionnement schématique est décrit par la Figure 4.28.

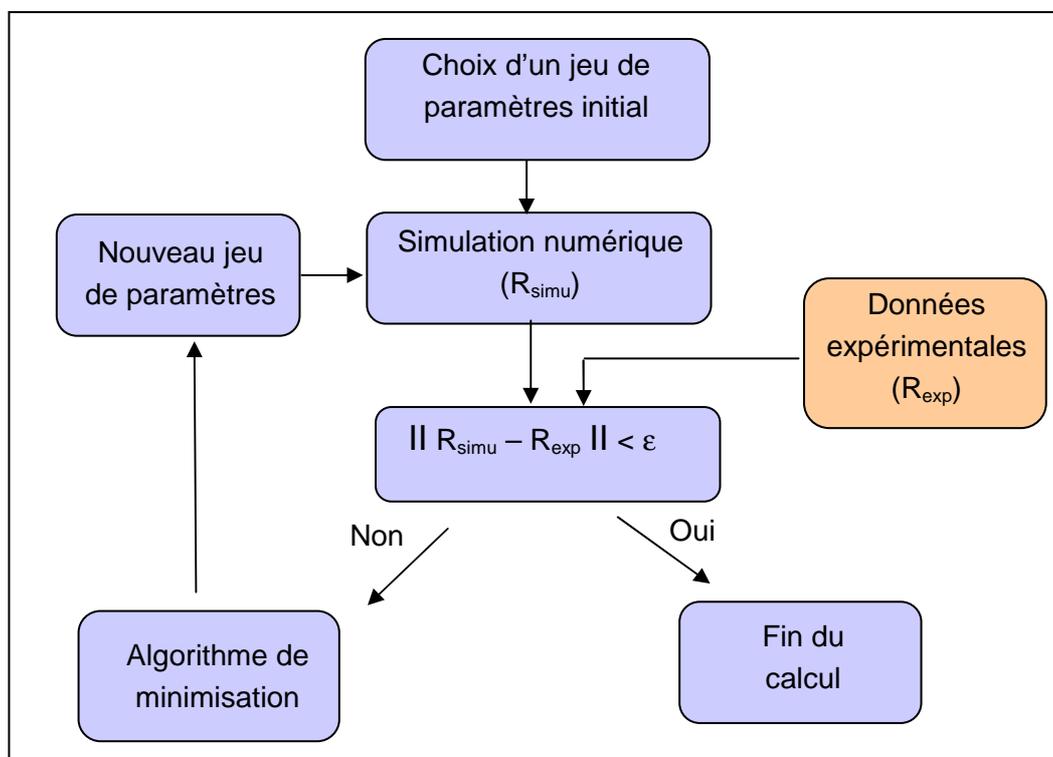


Figure 4.28 : Module d'analyse inverse

De nombreux algorithmes de minimisation existent et ceux-ci peuvent être classés en deux grandes catégories :

- les méthodes à direction de descente,
- les méthodes d'ordre 0.

Le détail de ces méthodes est notamment présenté par Forestier ([Forestier04]) et Do [Do06]. L'outil « Rhéoforge » possède deux algorithmes de minimisation appartenant chacun aux deux grandes catégories.

4.3.2 Algorithmes de minimisation

4.3.2.1 Méthodes à direction de descente

Ces méthodes sont généralement les plus utilisées du fait notamment de leur simplicité d'implémentation. Elles sont basées sur l'étude des caractéristiques de la courbe de la fonction de coût. Ceci nécessite que cette fonction soit au moins une fois différentiable. Plusieurs méthodes à direction de descente ont été proposées : plus forte pente, gradient conjugué, etc.

Une des deux méthodes implémentées dans « Rhéoforge » est du type « plus forte pente ». La direction de descente est calculée dans un premier temps à partir du gradient de la fonction coût ($\nabla F(x_i)$) évalué en un point de départ x_i . Un nouveau point x_{i+1} est ensuite déterminé à partir du gradient calculé et du pas de descente λ_i tel que :

$$x_{i+1} = x_i - \lambda_i \nabla F(x_i) \quad (4.49)$$

λ_i (< 1) est choisi tel qu'il satisfasse la condition :

$$F(x_{i+1}) < F(x_i) \quad (4.50)$$

Le pas de descente est calculé de telle sorte qu'il minimise la fonction coût. Mais dans la pratique, il est généralement constant et pris suffisamment petit pour satisfaire la condition (4.50).

L'algorithme du gradient est le suivant :

Choix d'un point de départ x_0 et un critère d'arrêt ε

► **Tant que** $\|\nabla F(x_i)\| \geq \varepsilon$ (où i varie de 1 au nombre de paramètres à identifier)

 Calcul de la direction de descente : $-\nabla F(x_i)$

 Calcul du pas de descente λ_i tel que $F(x_{i+1}) < F(x_i)$

 Mise à jour $x_{i+1} = x_i - \lambda_i \nabla F(x_i)$

Fin Tant que

Les méthodes à direction de descente requièrent au moins le calcul du gradient de la fonction coût, ce qui peut s'avérer complexe et coûteux en temps de calcul surtout si on a beaucoup de paramètres car cela fait autant de gradients à calculer. De plus, ces méthodes ne permettent pas de converger vers un minimum global mais local. Cela signifie que le résultat de l'optimisation peut dépendre du jeu initial des paramètres.

En revanche, ces méthodes ont pour avantage leur rapide convergence vers un point stationnaire. Leur taux de convergence est notamment plus élevé que pour les méthodes d'ordre 0.

4.3.2.2 Méthodes d'ordre 0

Les algorithmes d'ordre 0 ne nécessitent pas le calcul du gradient de la fonction coût. Ces méthodes sont basées sur une exploration plus ou moins structurée de l'espace que peuvent prendre les différents paramètres. Les plus connus de ces algorithmes sont inspirés de la nature comme par exemple les algorithmes évolutionnaires (algorithmes génétiques, stratégies d'évolution, programmation génétique, programmation évolutionnaire), la méthode du simplex, la méthode de recherche aléatoire, etc.

La deuxième méthode, qui est implémentée dans « Rhéoforge », est un algorithme évolutionnaire de type « stratégies d'évolution ». Ce type d'algorithme a été développé dans les années 60 en Allemagne par Rechenberg et Schwefel. Le principe est de générer aléatoirement une population initiale composée d'un certain nombre d'individus. Chaque individu représente un point de l'espace des paramètres auquel est associé la valeur de la fonction coût. Les performances (calcul de la fonction coût) de tous les individus de la population sont évaluées. La population initiale va ensuite évoluer par le biais de 3 différentes lois d'évolution issues de l'évolution naturelle :

- la sélection : cette loi consiste à ne garder que les meilleurs individus (faible fonction coût) à la fin de chaque itération. Lors de cette phase, l'âge des individus intervient également. A savoir que chaque individu a une durée de vie maximale et ne peut survivre qu'à un nombre limité d'itérations.
- le croisement : cette phase permet la reproduction de l'espèce. De nouveaux individus (enfants) sont ainsi créés à partir du croisement d'individus existants (parents). Les enfants reprennent ainsi tout ou en partie l'héritage génétique des parents.
- la mutation : cette phase permet d'assurer l'élargissement du champ de recherche. Elle est primordiale car elle permet notamment aux algorithmes génétiques de pouvoir converger vers un minimum global. A chaque itération, un ou plusieurs individus peuvent être amenés à muter et ainsi éviter de se restreindre à un minimum local.

La Figure 4.29 présente le diagramme général d'un algorithme génétique. Au fur et à mesure des itérations, les individus vont alors tendre vers un jeu de paramètres optimal. La condition d'arrêt de ce type d'algorithmes n'est pas basée sur un seuil minimal à atteindre mais généralement sur un nombre maximal d'itérations à atteindre.

Les algorithmes évolutionnaires nécessitent de nombreuses estimations de la fonction coût, d'où un temps de calcul élevé. En revanche, l'intérêt majeur de ces méthodes est leur convergence vers un minimum global et non local comme pour les méthodes à direction de descente. Le résultat obtenu ne dépend donc pas du choix de la population initiale.

L'identification des paramètres rhéologiques et d'endommagement sera donc réalisée avec un algorithme évolutionnaire de type « stratégies d'évolution ». Ce type d'algorithme a notamment déjà été utilisé pour l'identification de paramètres mécaniques ([Peyrot et al.09]).

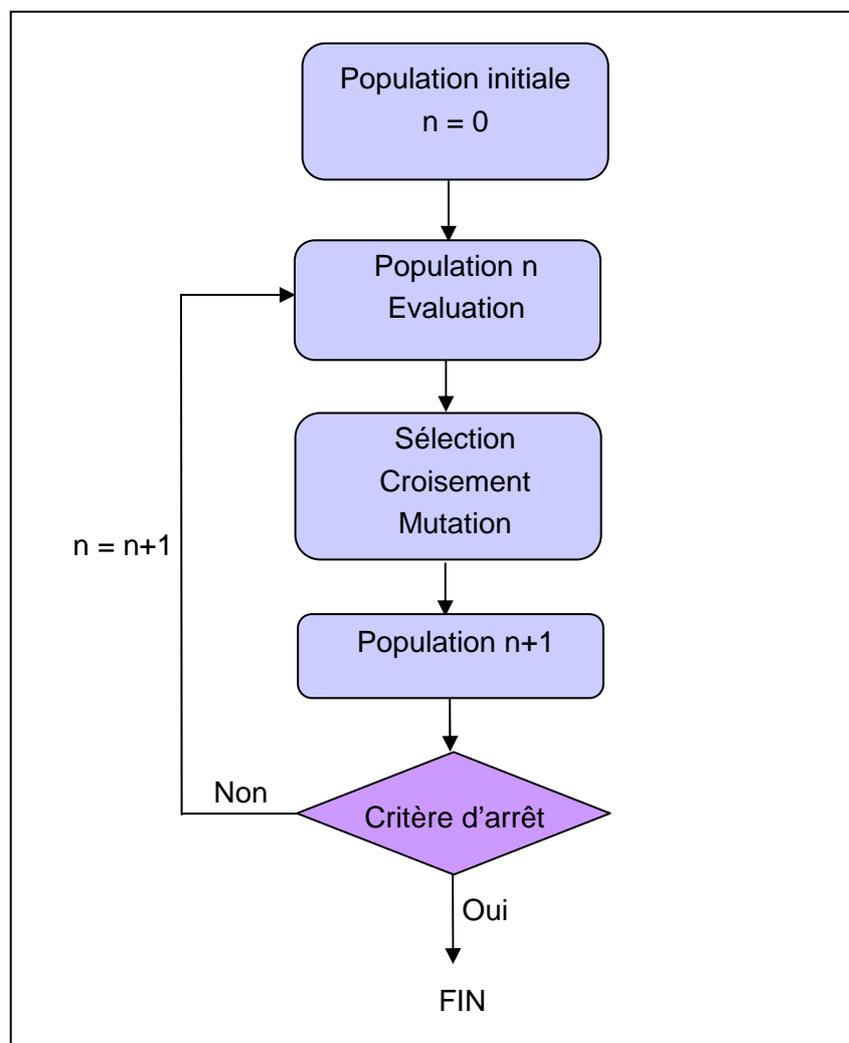


Figure 4.29 : Organigramme général d'un algorithme génétique ou à stratégie d'évolution

4.3.3 Identification des paramètres

Pour simuler numériquement la mise en forme de nos matériaux lors d'opérations de forgeage à froid, il est nécessaire d'identifier précisément les différents paramètres. Ceux-ci peuvent être divisés en deux groupes : les paramètres rhéologiques (élastoplasticité en l'occurrence) et les paramètres d'endommagement. L'identification de ces paramètres a été menée avec le logiciel « Rhéoforge » et en utilisant un algorithme évolutionnaire de type « stratégies d'évolution ». Cette identification est menée en deux phases bien distinctes, avec dans un premier temps l'identification des paramètres rhéologiques puis celle des paramètres d'endommagement par la suite.

4.3.3.1 Paramètres rhéologiques

Afin de modéliser le forgeage à froid des métaux (réalisé à température ambiante), nous pouvons considérer que l'écouissage est indépendant de la température et de la vitesse de déformation plastique. La loi d'écouissage utilisée sera donc de type élasto-plastique.

- **Ecrouissage isotrope :**

Dans le cas d'un écouissage isotrope, l'évolution de la surface de charge au cours du temps se traduit par une dilatation de la surface d'écoulement initiale dans l'espace des contraintes (Figure 4.30). L'écouissage isotrope correspond donc à un durcissement du matériau au cours de la déformation d'où une augmentation de la limite d'élasticité.

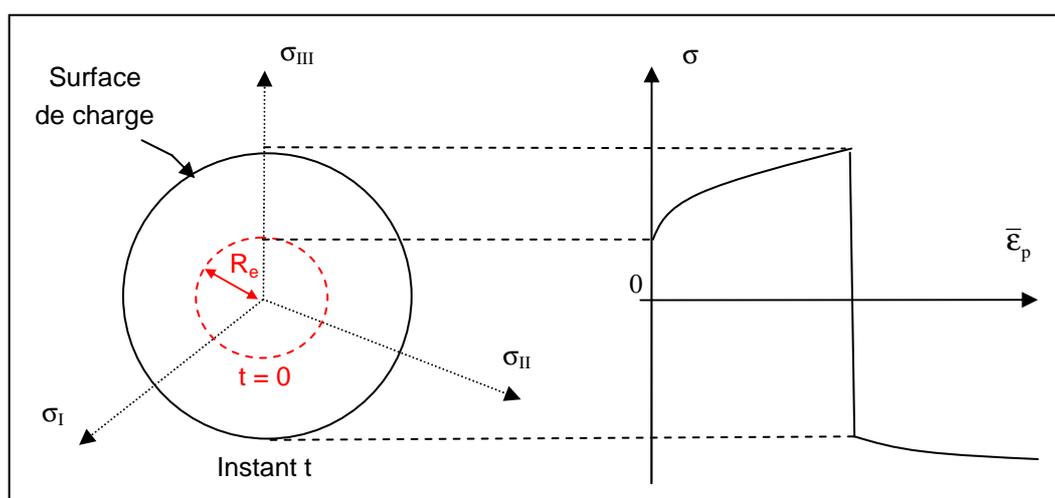


Figure 4.30 : Représentation de l'écrouissage isotrope lors d'un essai de traction/compression

Pour cela, de nombreuses lois d'écrouissage ont déjà été proposées dans la littérature pour modéliser l'évolution de la contrainte d'écoulement. Plusieurs lois sont également

disponibles sous Forge2005®. Dans notre cas, nous utiliserons une loi d'écouissage isotrope de type linéaire puissance définie par la relation suivante :

$$\sigma_0 = \sqrt{3}K(1 + a (\bar{\epsilon}_p)^n) \quad (4.51)$$

Cette loi demande donc l'identification de 3 paramètres distincts qui sont :

- K : consistance du matériau (MPa),
- a : terme de régularisation de l'écouissage,
- n : coefficient d'écouissage.

Les paramètres rhéologiques sont identifiés par analyse inverse à partir d'essais de traction expérimentaux sur éprouvettes non entaillées. Cette identification est notamment menée en utilisant comme observable la courbe Force/Déplacement. En revanche, seul le début de la courbe Force/Déplacement (avant striction) sera utilisé pour identifier ces paramètres comme le montre la Figure 4.31.

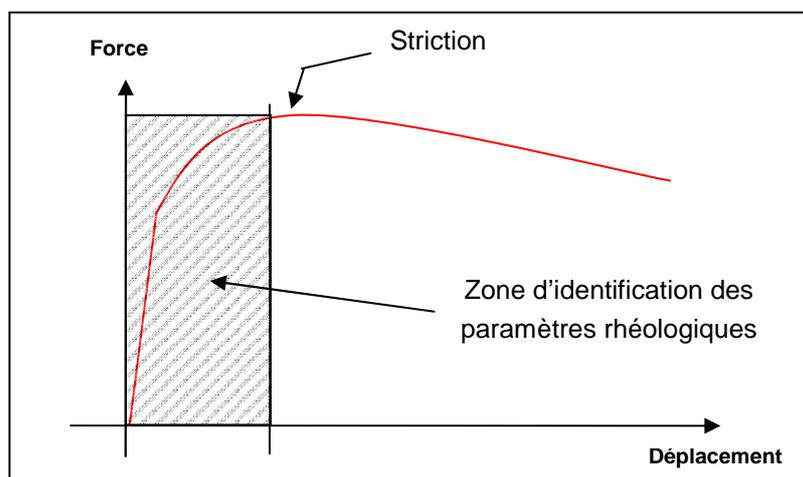


Figure 4.31 : Zone d'identification des paramètres d'écouissage

Lors de cette phase d'identification, la déformation est homogène et l'endommagement est considéré comme négligeable. L'endommagement ne sera donc pas simulé lors de cette phase d'identification et considéré comme nul. Les paramètres d'écouissage isotrope (K, a et n) ont été identifiés par analyse inverse et leurs valeurs sont données dans le Tableau 4.1.

	<i>Paramètres d'écouissage isotrope</i>		
	K (MPa)	a	n
<i>Nuance 1 (bainitique)</i>	299	1.77	0.63
<i>Nuance 2 (ferrito-perlitique)</i>	200	2.57	0.60

Tableau 4.1 : Paramètres d'écouissage isotrope

Les résultats obtenus en termes de courbes Force/Déplacement sont également présentés par la Figure 4.32. Nous noterons que la présence d'un crochet de traction pour la nuance 2 (ferrito-perlitique) ne peut pas être prise en compte par le modèle d'écouissage, d'où cette différence obtenue entre la simulation et l'expérimentation.

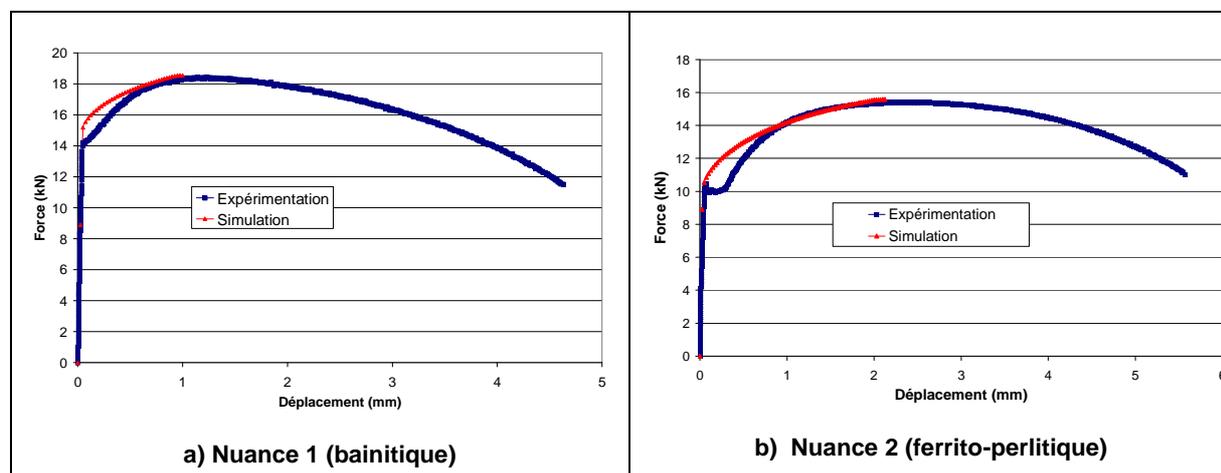


Figure 4.32 : Identification des paramètres d'écouissage– Courbes Force/Déplacement

• **Ecrouissage cinématique :**

L'écouissage isotrope permet de modéliser correctement le durcissement du matériau pour une déformation monotone. En revanche, il ne permet pas de représenter correctement l'effet Bauschinger souvent rencontré lors de déformations non monotones. Ce phénomène a notamment été mis en évidence lors d'essais expérimentaux de compression/traction pour les nuances 1 et 2.

L'utilisation d'un écouissage cinématique est alors nécessaire pour représenter correctement ce phénomène. Ce type d'écouissage correspond à une translation du centre de la surface de charge au cours du temps. Le déplacement de la surface de charge étant piloté par une variable interne tensorielle \mathbf{X} .

Pour cela, plusieurs modèles d'écouissage cinématique (plus ou moins complexes) existent dans la littérature. Les deux principaux étant le modèle linéaire de Prager et le modèle non linéaire de Lemaitre-Chaboche.

Afin de régler les quelques problèmes liés aux modèles d'écouissage cinématique pur, des modèles superposant l'écouissage isotrope et cinématique ont été proposés par Chaboche ([Chaboche89]) et Hughes ([Hughes84]). Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à [Lange06]. La Figure 4.33 représente un écouissage mixte dans l'espace des contraintes avec un déplacement du centre de la surface de charge et une dilatation de celle-ci.

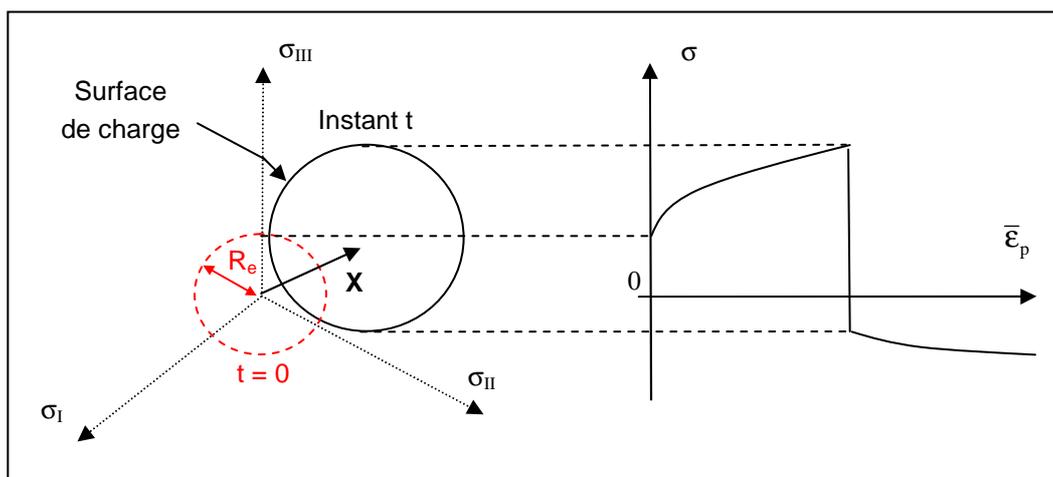


Figure 4.33 : Représentation d'un écrouissage mixte (isotrope et cinématique) lors d'un essai de traction/compression

Le modèle retenu pour modéliser l'écrouissage est celui proposé par Hughes et déjà utilisé par Aliaga ([Aliaga00]) pour la simulation numérique d'opérations de trempe de pièces forgées en acier. Ce modèle combine à la fois un écrouissage isotrope et cinématique et ne fait intervenir qu'un seul paramètre supplémentaire à identifier noté β_{cin} . Ce paramètre correspond à un coefficient pondérateur entre l'écrouissage isotrope et cinématique :

- $\beta_{cin} = 0$ correspond à un écrouissage purement isotrope,
- $0 < \beta_{cin} < 1$ correspond à un écrouissage mixte isotrope/cinématique,
- $\beta_{cin} = 1$ correspond à un écrouissage purement cinématique.

La Figure 4.34 montre des courbes d'écrouissage en compression/traction pour différentes valeurs du paramètre β_{cin} comprises entre 0 et 1.

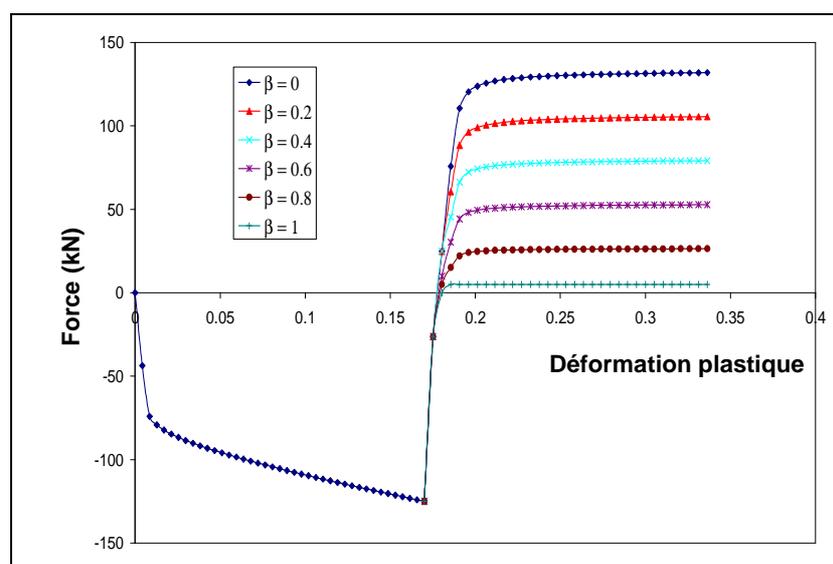


Figure 4.34 : Courbes d'écrouissage en compression/traction pour différents coefficients β_{cin}

La partie isotrope de l'érouissage est régie par la loi suivante :

$$\sigma_0 = (1 - \beta_{cin}) R(\bar{\epsilon}_p) \quad (4.52)$$

où $R(\bar{\epsilon}_p)$ correspond à la loi d'érouissage isotrope.

Dans notre cas par exemple, $R(\bar{\epsilon}_p) = \sqrt{3}K(1 + a(\bar{\epsilon}_p)^n)$.

L'érouissage cinématique est lui régi par la variable tensorielle \mathbf{X} et par la loi suivante :

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} \beta_{cin} \frac{\partial R(\bar{\epsilon}_p)}{\partial \bar{\epsilon}_p} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \quad (4.53)$$

Le paramètre β_{cin} influence uniquement sur l'effet Bauschinger. Lors d'une traction simple ou d'une compression simple, ce paramètre n'aura aucune incidence sur la contrainte.

C'est pourquoi, les paramètres d'érouissage isotrope (K , a et n) sont identifiés à partir d'essais de traction simple. En revanche, le paramètre d'érouissage cinématique (β_{cin}) sera lui identifié à partir des essais de compression/traction.

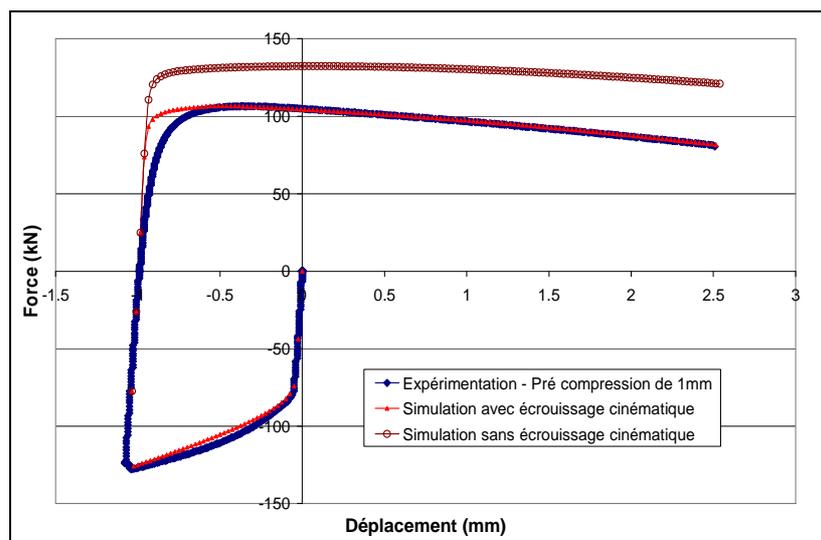


Figure 4.35 : Courbes Force/Déplacement – Nuance 1 (bainitique) – Type A

Comme le montre les Figures 4.35 et 4.36, la prise en compte d'un érouissage cinématique est indispensable pour obtenir une bonne corrélation entre l'expérimentation et la simulation. Sans érouissage cinématique, l'effort obtenu en traction (après compression) est beaucoup trop important par rapport à celui obtenu expérimentalement (différence de 30 kN pour la nuance 1 (bainitique) et 14 kN pour la nuance 2 (ferrito-perlitique)).

Une légère différence subsiste en traction lorsque le matériau atteint la limite élastique. L'utilisation d'un modèle d'érouissage cinématique à 2 variables d'érouissage cinématique serait nécessaire pour améliorer cette partie de la courbe.

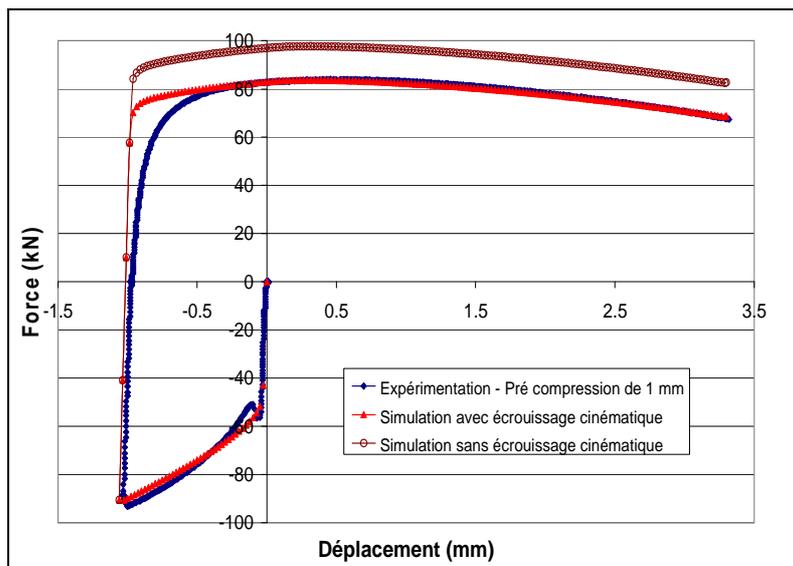


Figure 4.36 : Courbes Force/Déplacement – Nuance 2 (ferrito-perlitique) – Type A

Le paramètre d'écrouissage cinématique (β_{cin}) a été identifié par le biais des essais de compression/traction et pour les deux nuances étudiées. Les valeurs obtenues sont données dans le Tableau 4.2.

	Paramètre d'écrouissage cinématique (β_{cin})
Nuance 1 (bainitique)	0.6
Nuance 2 (ferrito-perlitique)	0.5

Tableau 4.2 : Paramètre d'écrouissage cinématique

4.3.3.2 Paramètres d'endommagement

En ce qui concerne l'endommagement, le modèle macroscopique utilisé nécessite la connaissance de 5 paramètres : S_0 , b , α , ε_D et D_c . L'identification des paramètres S_0 , b , α , ε_D a été menée avec le logiciel « Rhéoforge » et en utilisant un algorithme évolutionnaire de type « stratégies d'évolution ». Il faut noter que le modèle d'endommagement utilisé pour l'identification des paramètres correspond à la version scalaire et non à la version avec variable d'endommagement tensorielle car celle-ci est restée à l'état d'essai. Le paramètre D_c sera quant à lui identifié à posteriori.

Notons qu'il existe une forte dépendance entre les paramètres d'endommagement et la taille de maille des éléments. Cette dépendance de la solution vis-à-vis du maillage, au-delà d'un certain point de bifurcation, a été largement mise en évidence au cours de ces 20 dernières années par de nombreux auteurs ([Pijaudier87]).

Pour mettre en évidence cette dépendance au maillage, un essai de traction sur une éprouvette axisymétrique a été simulé pour différentes tailles de maille (1, 2, 3 et 4 mm) de la zone utile. Du fait des symétries, seule la moitié en longueur de l'éprouvette a été modélisée ($L = 65$ mm) et un tiers en révolution (120°) comme le montre la Figure 4.37. L'influence du maillage a été observée sur la réponse globale de l'éprouvette à savoir la courbe Force/Déplacement (Figure 4.37).

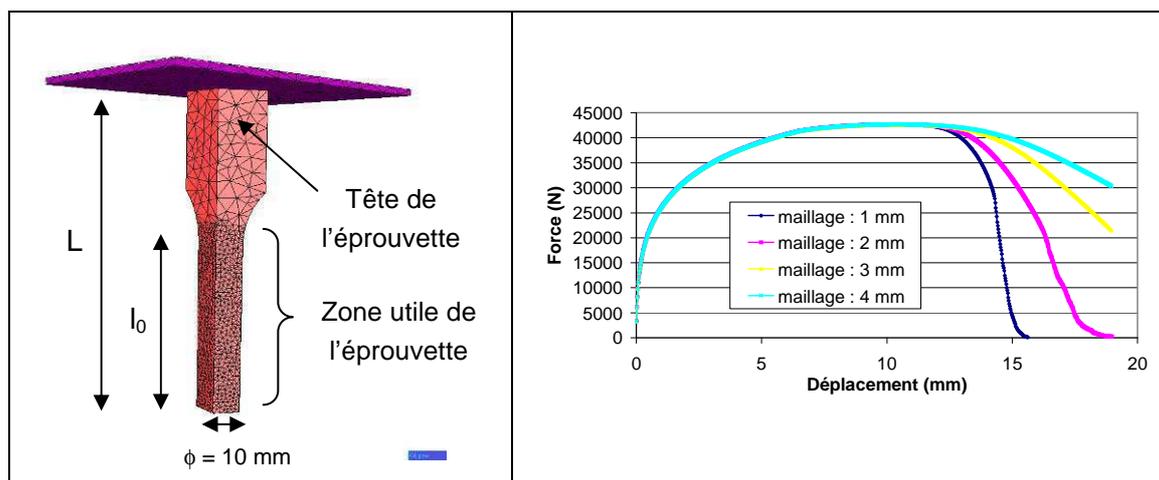


Figure 4.37 : Influence de la taille de maille dans la zone utile pour un essai de traction

Les résultats obtenus montrent une réelle influence de la taille de maille et confirment ceux déjà obtenus par les précédents auteurs. A savoir que plus le maillage est fin et plus la vitesse de l'endommagement est rapide.

Pour palier à cette dépendance due à toute formulation locale, de nombreuses méthodes de régularisation ont été proposées dans la littérature, dont les plus répandues sont les modèles non locaux :

- à formulation intégrale ([Bazant et al. 02]),
- à gradient de variables internes ([Abu Al-Rub et al. 04]).

En revanche, tous ces modèles nécessitent la prise en compte d'un paramètre supplémentaire appelé « longueur caractéristique » et qui est intrinsèque au matériau. Dans le cadre de ce travail, nous ne rentrerons pas plus dans le détail, en ce qui concerne ces formulations non locales. Pour plus d'informations sur le sujet, le lecteur pourra notamment se référer à la thèse de S. Fayolle ([Fayolle08]).

Le modèle d'endommagement développé aura quant à lui une formulation locale et c'est pourquoi l'identification des paramètres d'endommagement se fera pour une taille de maille précise et constante. Lors des simulations de cas industriels de forgeage par exemple, cette taille de maille devra nécessairement être respectée, ne serait-ce que pour les zones où il y aura création d'endommagement.

• **Identification des paramètres $S_0, b, \alpha, \epsilon_D$:**

L'endommagement, de part son couplage sur le comportement élasto-plastique, a une forte influence sur la courbe Force/Déplacement. Cette décroissance de la courbe Force/Déplacement est notamment due à l'effet conjugué de l'endommagement et de la striction. Les paramètres rhéologiques ayant déjà été identifiés, ceux-ci resteront constants durant cette phase d'identification. L'identification des paramètres d'endommagement est menée en utilisant toujours comme observable la courbe Force/Déplacement. En revanche, la totalité de la courbe Force/Déplacement est maintenant utilisée pour identifier ces paramètres comme le montre la Figure 4.38.

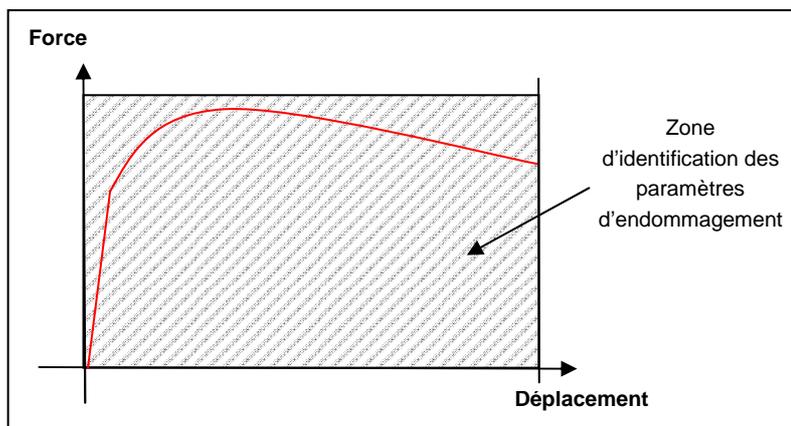


Figure 4.38 : Zone d'identification des paramètres d'endommagement

Le paramètre ϵ_D correspond au seuil de déclenchement de l'endommagement, en termes de déformation plastique équivalente. Ce paramètre peut être évalué dans un premier temps approximativement en effectuant une simulation de l'essai de traction jusqu'au déplacement à striction. La valeur de la déformation plastique équivalente obtenue, permet ainsi d'obtenir une première approximation du paramètre ϵ_D comme le montre la Figure 4.39. Ceci permet de réduire l'intervalle d'identification de ce paramètre, ce qui rendra l'identification plus rapide.

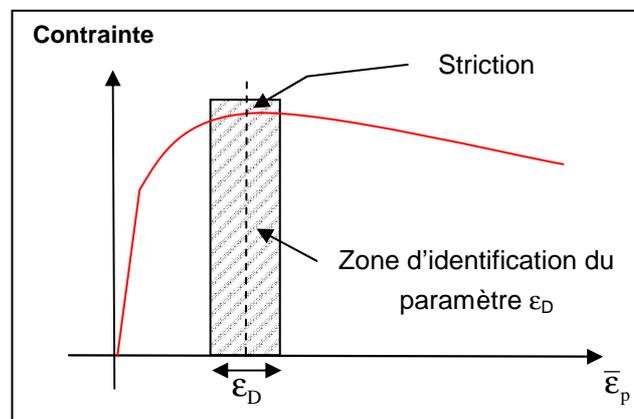


Figure 4.39 : Première approximation du paramètre ϵ_D

Les paramètres d'endommagement (S_0 , b , α et ε_D) ont alors été identifiés par analyse inverse et leurs valeurs sont données dans le Tableau 4.3. On notera que l'identification des paramètres d'endommagement a été réalisée pour une taille de maille de 0,25 mm et avec le modèle d'endommagement à variable scalaire.

	Paramètres d'endommagement			
	S_0 (MPa)	b	α	ε_D
Nuance 1 (bainitique)	40	0.93	1.45	0.07
Nuance 2 (ferrito-perlitique)	35	0.85	1.60	0.145

Tableau 4.3 : Paramètres d'endommagement (version scalaire)

Les résultats obtenus en termes de courbes Force/Déplacement sont également présentés par la Figure 4.40.

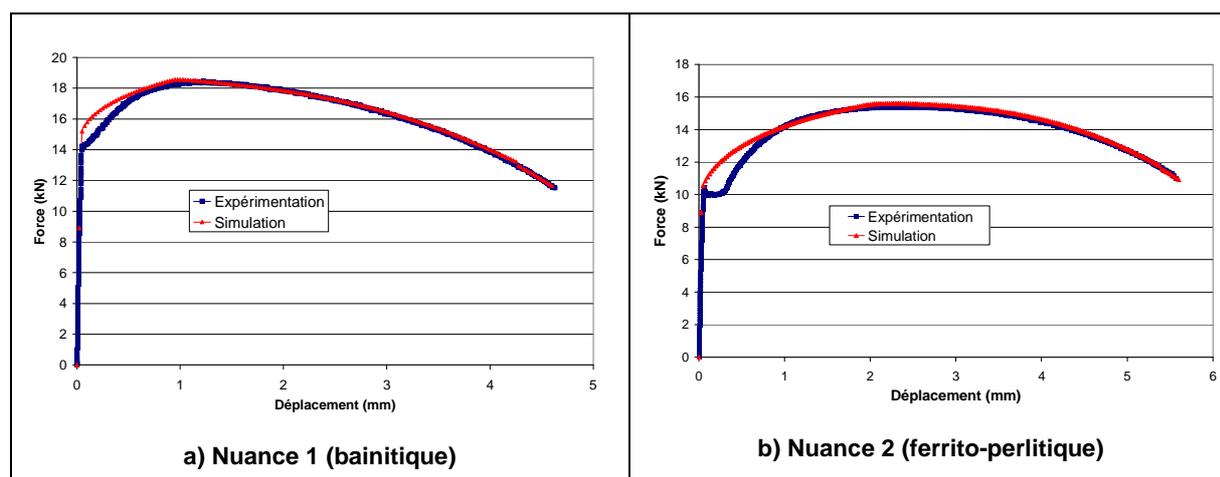


Figure 4.40 : Identification des paramètres d'endommagement - Courbes Force/Déplacement

On remarque que l'identification des paramètres permet une bonne corrélation entre la courbe expérimentale et la simulation. Il faut noter que la phase d'identification des paramètres est très délicate et que les jeux de paramètres identifiés ne sont pas toujours uniques. C'est pourquoi il peut s'avérer nécessaire d'avoir plusieurs observables (courbe Force/Déplacement, diamètre de la striction, ...) ou d'utiliser des observations microscopiques comme la tomographie.

• **Identification du paramètre D_c :**

Les paramètres d'érouissage (K , a , n , β_{cin}) et d'endommagement (S_0 , b , α , ε_D) ayant déjà été identifiés par analyse inverse, ils sont maintenant considérés comme connus.

Le paramètre D_c correspond à la valeur critique de l'endommagement pour laquelle le matériau va se rompre. Ce paramètre n'intervenant pas explicitement dans l'évolution de l'endommagement, celui-ci est identifié a posteriori et non par analyse inverse.

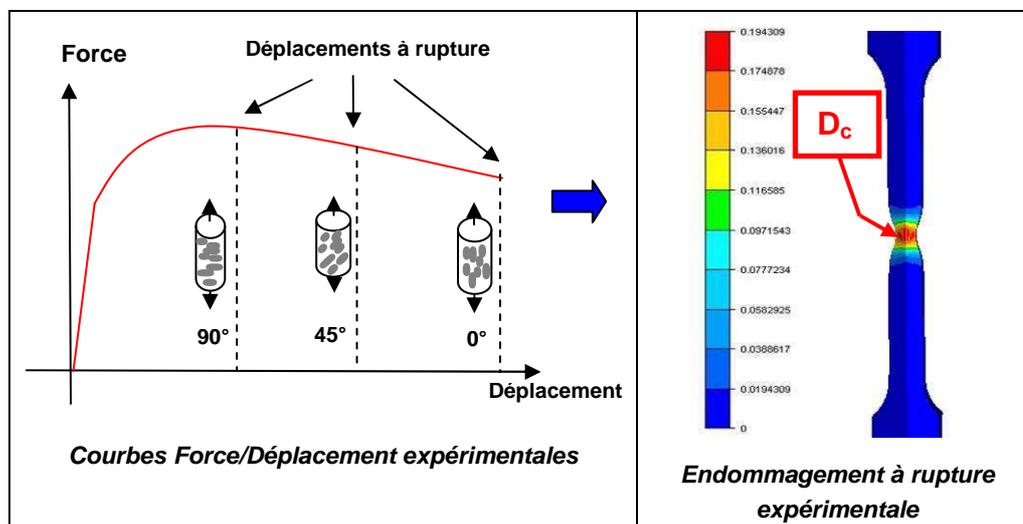


Figure 4.41 : Identification à posteriori du paramètre d'endommagement D_c

Etant donné l'anisotropie de l'endommagement, le paramètre D_c est identifié pour 3 différentes directions de sollicitation par rapport à l'orientation des inclusions (0° , 45° , 90°), comme nous l'avons vu précédemment. Un essai de traction est alors simulé avec les paramètres déjà identifiés et ce jusqu'au déplacement expérimental à rupture (Figure 4.41), pour chaque direction de sollicitation. La valeur maximale de l'endommagement, obtenue pour chaque essai, correspond ainsi au paramètre D_c . Les résultats de l'identification sont indiqués dans le Tableau 4.4 et ont été obtenus pour une taille de maille de 0,25 mm.

	Paramètre d'endommagement D_c		
	0°	45°	90°
Nuance 1 (bainitique)	0.38	0.26	0.15
Nuance 2 (ferrito-perlitique)	0.31	0.27	0.22

Tableau 4.4 : Paramètre d'endommagement D_c en fonction de l'orientation des inclusions

L'ensemble des résultats de l'identification des paramètres d'érouissage et d'endommagement a été regroupé dans le Tableau 4.5.

	<i>Paramètres d'érouissage isotrope et cinématique</i>				<i>Paramètres d'endommagement</i>						
	K (MPa)	a	n	β_{cin}	S_0 (MPa)	b	α	ϵ_D	$D_{c_{0^\circ}}$	$D_{c_{45^\circ}}$	$D_{c_{90^\circ}}$
<i>Nuance 1 (bainitique)</i>	299	1.77	0.63	0.6	40	0.93	1.45	0.070	0.38	0.26	0.15
<i>Nuance 2 (ferrito- perlitique)</i>	200	2.57	0.60	0.5	35	0.85	1.60	0.145	0.31	0.27	0.22

Tableau 4.5 : Récapitulatif des paramètres d'érouissage et d'endommagement

En ce qui concerne le paramètre h relatif à l'endommagement en compression, nous considérerons qu'il est constant et égal à 0,2.

4.4 Conclusion générale

Un nouveau modèle d'endommagement basé sur une approche de type Lemaitre a été présenté et implémenté dans le logiciel Forge2005®. Différentes modifications ont été présentées dans le but d'améliorer la modélisation de l'endommagement lors de trajets de chargements complexes.

Dans un premier temps, l'évolution de l'endommagement en compression a été prise en compte par une décomposition du tenseur des contraintes. Ceci permet notamment d'obtenir une croissance de l'endommagement plus faible en compression qu'en traction, ce qui est connu expérimentalement.

Deuxièmement, une limite en triaxialité des contraintes négative (égale à $-1/3$) a été introduite dans le modèle d'endommagement. Cette valeur s'appuie notamment sur des travaux expérimentaux menés par différents auteurs ([Kudo67], [Bridgman64], [Bao04]), dont les résultats ont montré l'absence de rupture pour de forts niveaux de compression. L'intégration de cette limite au modèle d'endommagement a dès lors mis en évidence sa forte influence sur la localisation de l'endommagement. Ceci a notamment permis d'obtenir une bonne localisation de l'endommagement dans le cas du filage avant avec l'obtention de chevrons et lors de la compression d'un cylindre avec une rupture sur le bombé, ce qui n'est pas le cas avec le modèle de Lemaitre standard. Cette limite en triaxialité est donc primordiale sur la bonne localisation de l'endommagement lors de simulations de forgeage.

Troisièmement, un nouveau potentiel d'endommagement a été proposé. Celui-ci influence fortement l'évolution de l'endommagement, ce qui nous a permis d'obtenir une meilleure corrélation entre l'expérimentation et la simulation notamment lors d'essais de traction et de compression/traction. Notons que l'utilisation du modèle de Lemaitre standard n'a pas permis l'obtention de résultats conformes à l'expérimentation.

De plus, l'anisotropie de l'endommagement a été prise en compte par le biais de deux modifications majeures :

- passage d'une variable scalaire à une variable tensorielle d'ordre 2 afin d'obtenir un modèle d'endommagement 3D. L'anisotropie de l'endommagement est alors introduite par le biais du tenseur des déformations.
- prise en compte de l'orientation des inclusions par rapport à la sollicitation. L'anisotropie de l'endommagement est alors réalisée en considérant que le paramètre D_c évolue avec l'orientation des inclusions.

En ce qui concerne l'identification des paramètres, plusieurs algorithmes de minimisation ont été présentés. Notre choix s'est alors porté sur un algorithme évolutionnaire de type stratégies d'évolution dont l'intérêt majeur est de converger vers un minimum global et non local comme pour les méthodes à direction de descente.

L'identification des paramètres a été conduite avec le logiciel d'analyse inverse « Rhéoforge ». Celle-ci est menée en deux phases bien distinctes avec dans un premier temps l'identification des paramètres d'écrouissage isotrope (K , a , n) par le biais d'essais de traction et du paramètre cinématique (β_{cin}) par le biais d'essais de compression/traction. Puis les paramètres d'endommagement (S_0 , b , α , ε_D) sont identifiés toujours par le biais d'essais de traction. Notons que pour l'identification de tous ces paramètres, les éprouvettes de traction et de compression/traction ont été taillées dans le sens du barreau (longitudinal). Les inclusions sont donc parallèles à la sollicitation.

Enfin, pour rendre compte de l'anisotropie de l'endommagement, le paramètre D_c est identifié a posteriori et ceci pour trois directions différentes de sollicitation (0° , 45° , 90°) par rapport à l'orientation des inclusions.

Chapitre 5 :

Applications numériques et validations

5	<i>Applications numériques et validations</i>	161
5.1	Introduction	161
5.2	Validation à partir d'essais mécaniques simples	162
5.2.1	Essais de traction uni axiale	162
5.2.2	Essais TELE (Taux d'Ecrasement Limite Equivalent)	169
5.2.2.1	Résultats expérimentaux	169
5.2.2.2	Simulations	171
5.2.3	Conclusion	182
5.3	Validation à partir de cas industriels	184
5.3.1	Forgeage d'un arbre de boîte de vitesse	184
5.3.2	Forgeage d'écrous à embase	191
5.3.3	Conclusion	201

5 Applications numériques et validations

5.1 Introduction

Comme cela a déjà été évoqué dans les chapitres précédents, nous avons décidé d'utiliser le modèle d'endommagement avec couplage faible afin de diminuer le temps de calcul des simulations (cf. Chapitre 2). Concernant les améliorations apportées au modèle d'endommagement (cf. Chapitre 4), celles-ci ont toutes été intégrées ([Bourgeon07], [Bouchard08a], [Bouchard08b], [Bouchard et al.]), mise à part la variable d'endommagement tensorielle qui est restée en version d'essai.

Au final, le modèle utilisé dans ce chapitre comporte donc les améliorations suivantes :

- prise en compte de l'endommagement en compression par la décomposition du tenseur des contraintes en partie positive et négative, et introduction de la variable h pour intégrer l'effet de refermeture des fissures,
- introduction d'un seuil limite en triaxialité égal à $-1/3$ en dessous duquel l'évolution de l'endommagement est considérée comme nulle,
- modification du potentiel d'endommagement afin d'obtenir une meilleure corrélation simulation/expérimentation pour les nuances étudiées au cours de la thèse,
- prise en compte de l'orientation des inclusions par rapport à la sollicitation en considérant que le paramètre D_c évolue avec cette orientation.

Ce modèle prend donc bien en compte l'anisotropie de l'endommagement mais à travers une variable d'endommagement scalaire et non tensorielle. L'anisotropie de l'endommagement étant prise en compte par l'évolution du paramètre D_c qui varie suivant l'orientation des inclusions par rapport à la sollicitation.

Dans un premier temps, des essais mécaniques simples (traction, compression d'un lopin entaillé) seront présentés et simulés. Puis dans un deuxième temps, de réels cas industriels seront aussi étudiés. Le but de ce chapitre est alors de pouvoir confronter simulation et réalité expérimentale ou industrielle.

5.2 Validation à partir d'essais mécaniques simples

5.2.1 Essais de traction uni axiale

Afin de tester le modèle d'endommagement, des essais de traction sur éprouvettes axisymétriques ont été simulés. La géométrie des éprouvettes est identique à celle utilisée lors des essais expérimentaux (cf. Figure 3.8). La vitesse de traction est égale à 0.1 mm/s et les simulations sont menées jusqu'au déplacement expérimental de rupture (direction longitudinale).

Les paramètres d'endommagement utilisés pour les deux nuances (bainitique et ferrito-perlitique) sont donnés par le Tableau 4.5.

Les simulations ont été menées avec le logiciel Forge2005 (en 3D) mais en ne simulant qu'un tiers de l'éprouvette en révolution et uniquement la zone utile de celle-ci (cf. Figure 5.1). La taille moyenne des éléments est de 0.25 mm et le pas de temps utilisé est fixé à 0.25s.

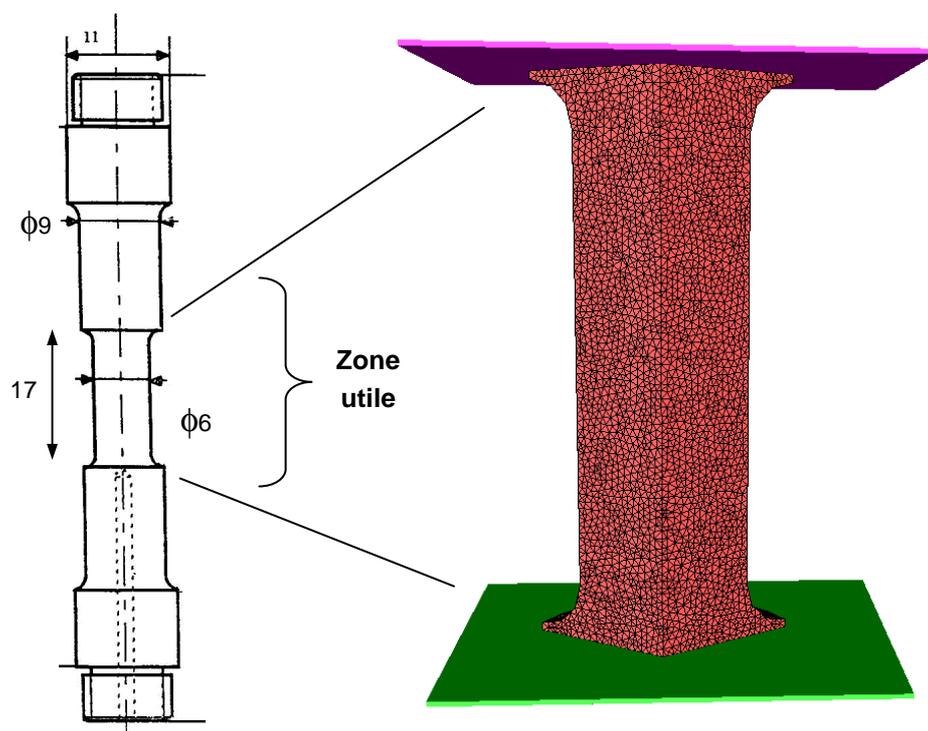


Figure 5.1 : Géométrie et maillage éléments finis de l'éprouvette axisymétrique utilisée

L'évolution de l'endommagement pour différents déplacements est représentée par la Figure 5.2 et la Figure 5.3.

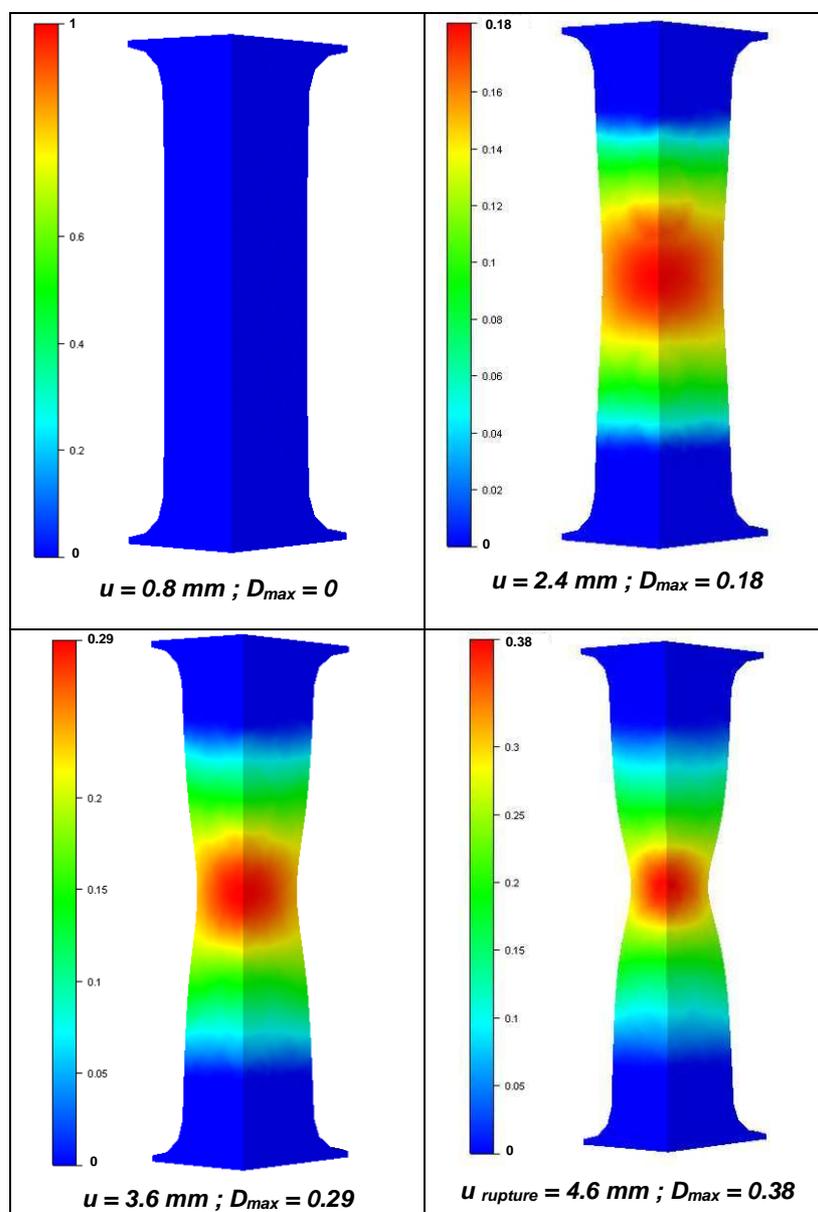


Figure 5.2 : Visualisation de l'endommagement D – Nuance 1 (bainitique)

Tant que la déformation plastique n'atteint pas le seuil fixé par ε_D , l'endommagement reste nul. Ceci est notamment le cas pour les déplacements de 0.8 mm (Figure 5.2 - Nuance 1) et de 1.4 mm (Figure 5.3 - Nuance 2).

L'endommagement maximum est bien localisé au centre de l'éprouvette.

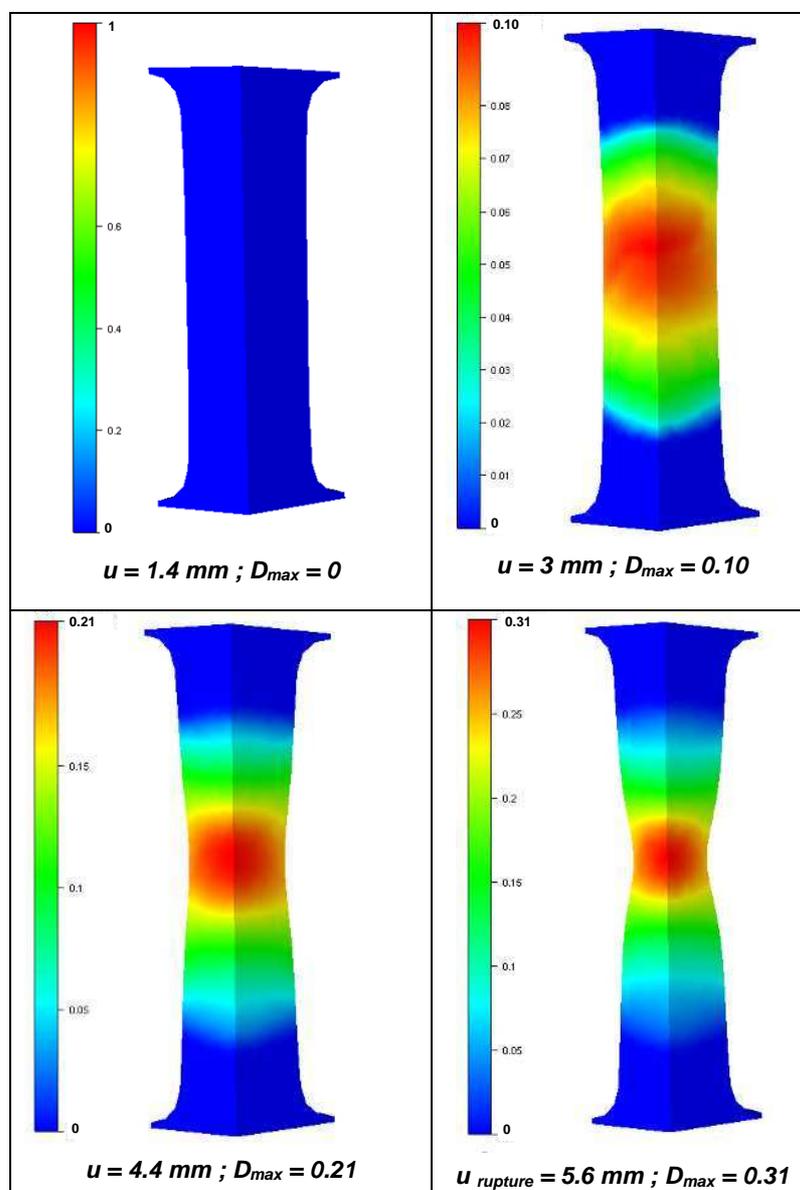


Figure 5.3 : Visualisation de l'endommagement D – Nuance 2 (ferrito-perlitique)

L'évolution de l'endommagement à cœur de l'éprouvette est représentée par la Figure 5.4. On remarque bien que l'endommagement de la nuance 1 se déclenche avant celui de la nuance 2. Ensuite, la croissance de l'endommagement entre les deux nuances semble assez comparable. A rupture, l'endommagement à cœur est de 0.38 pour la nuance 1 et de 0.31 pour la nuance 2.

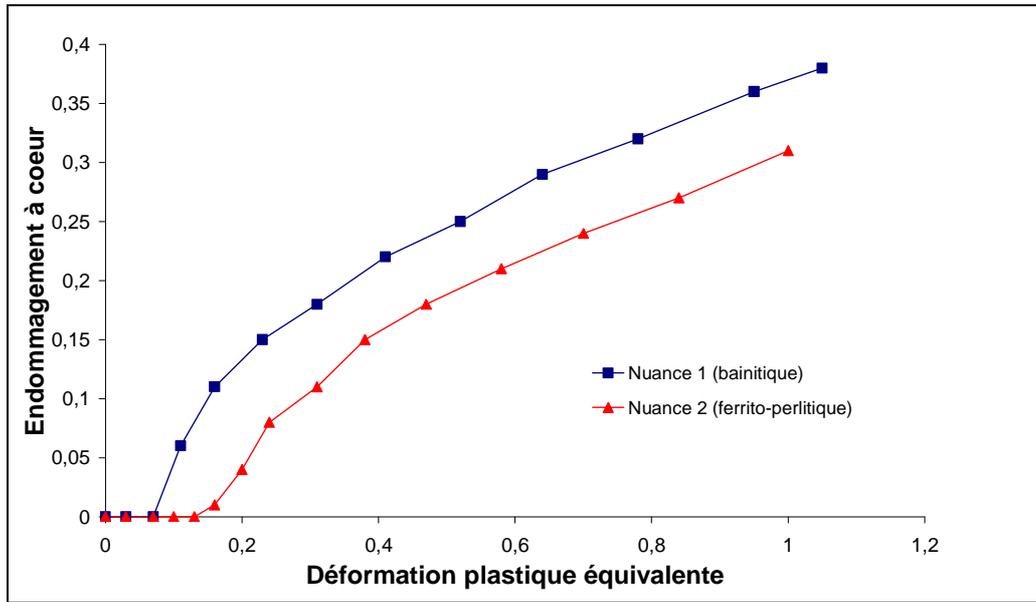


Figure 5.4 : Evolution de l'endommagement au centre de l'éprouvette axisymétrique de traction

Au cours de la simulation, une striction se forme dans la zone utile de l'éprouvette, ce qui a pour conséquence de faire croître la triaxialité des contraintes à cœur (cf. Figure 5.5). Sans striction, la triaxialité serait constante et proche d'une valeur de 1/3 (cf. Figure 5.5 - Sans endommagement). Ceci est également le cas au début de l'essai de traction lorsqu'aucune striction n'est encore présente. Par la suite, la triaxialité des contraintes croît pour finalement atteindre une valeur à rupture de 0.7 pour la nuance 1 et 0.6 pour la nuance 2.

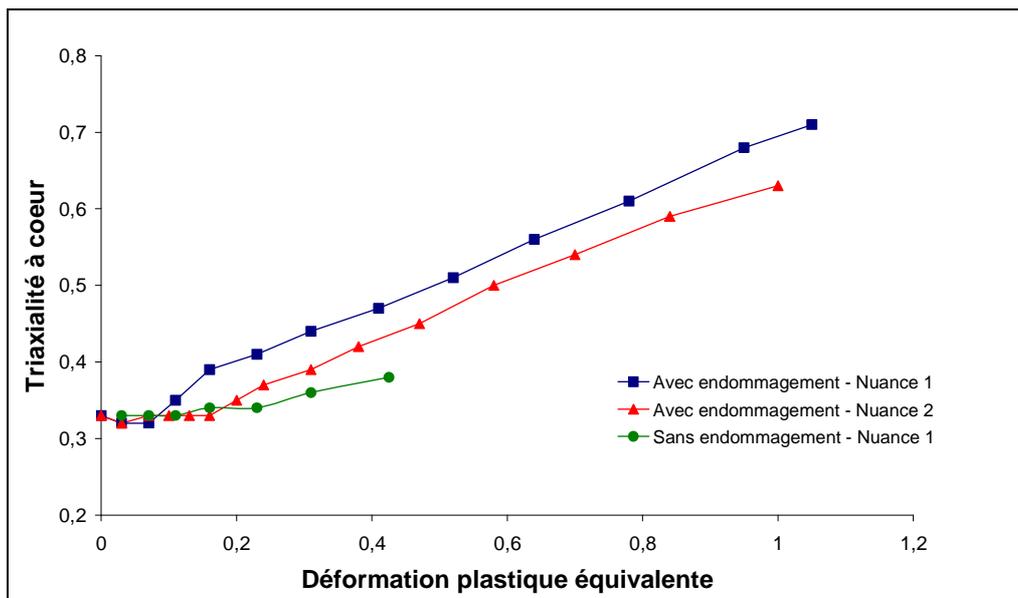


Figure 5.5 : Evolution de la triaxialité au centre de l'éprouvette de traction jusqu'à rupture

Comme le montre la Figure 5.6, la prise en compte de l'endommagement est primordiale pour que la simulation soit représentative de la réalité.

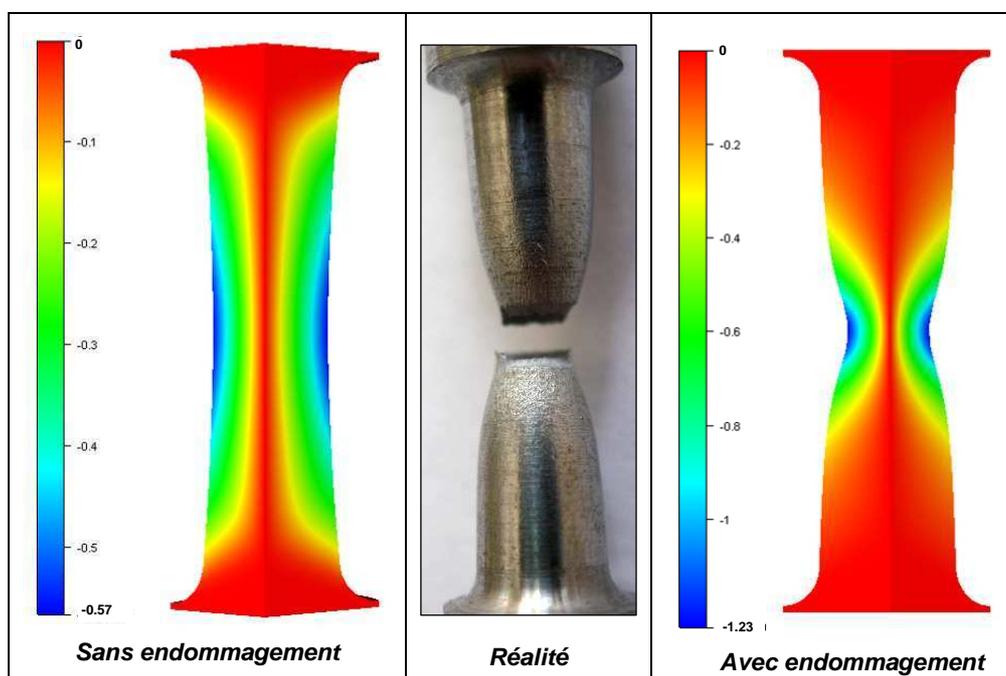


Figure 5.6 : Simulation du déplacement radial à rupture avec et sans endommagement – Nuance 1

Sans endommagement, seule une faible striction diffuse se crée dans la zone utile de l'éprouvette, ce qui est en désaccord avec la réalité. La déformation plastique équivalente à rupture est également beaucoup plus faible (0.4 contre 1 avec endommagement – cf. Figure 5.5) ainsi que le niveau de triaxialité (0.4 contre 0.7 avec endommagement – cf. Figure 5.5).

La simulation permet également de mettre en évidence que l'endommagement est plus élevé au cœur de l'éprouvette qu'en surface. En réalisant une coupe transversale à mi longueur de l'éprouvette, les évolutions de l'endommagement (Figure 5.7) et de la triaxialité (Figure 5.8) ont été tracées. Les résultats obtenus sont tout à fait en accord avec les résultats expérimentaux où la rupture s'amorçait au centre de l'éprouvette puis se propageait vers la surface (cf. Chapitre 3).

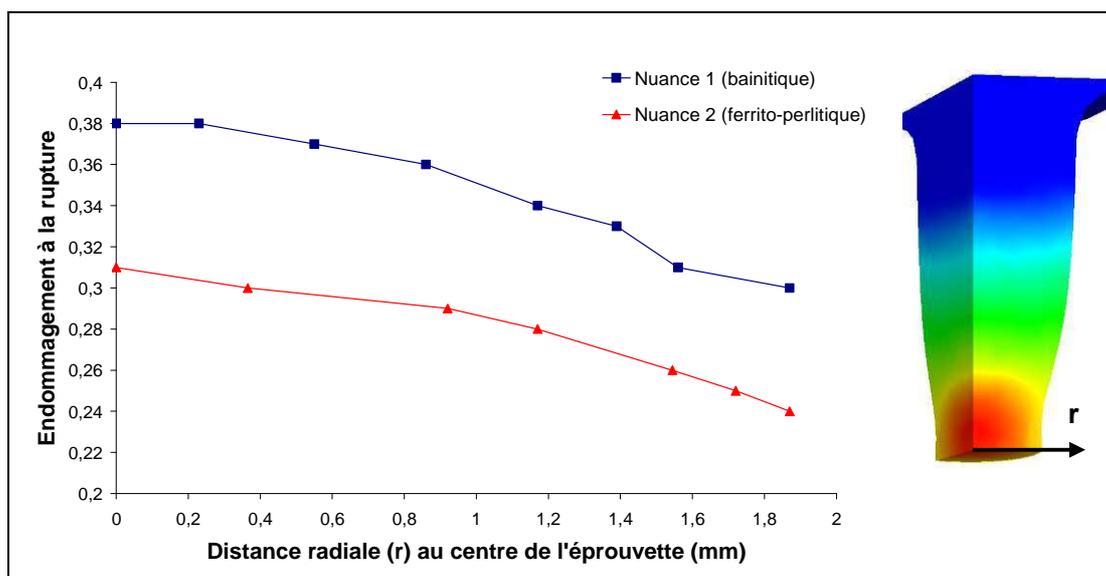


Figure 5.7 : Variation de l'endommagement à rupture sur une coupe transversale à mi hauteur

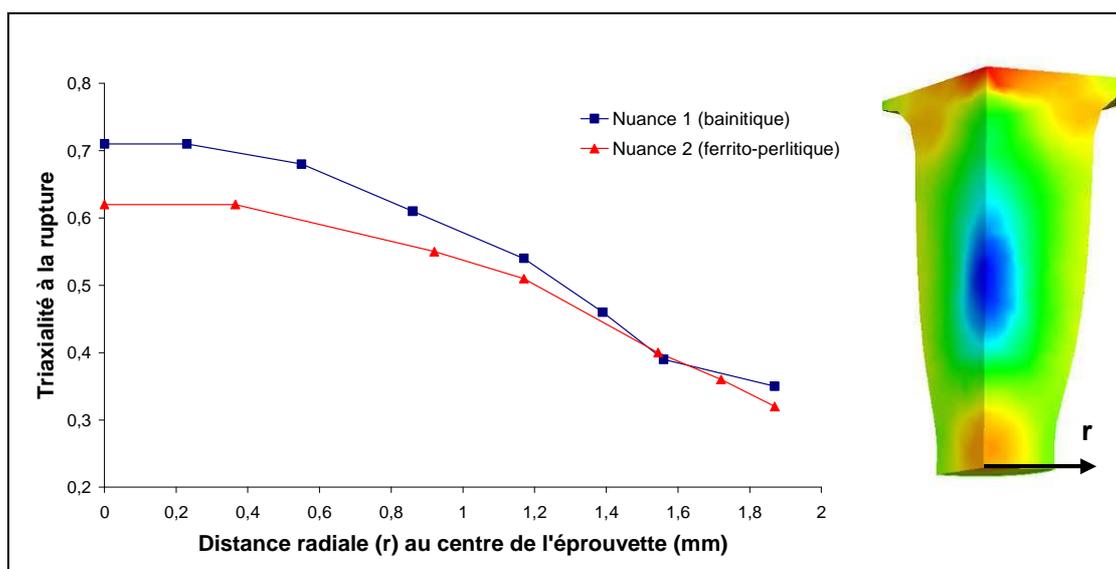


Figure 5.8 : Variation de la triaxialité à rupture sur une coupe transversale à mi hauteur

Lors des simulations précédentes, l'option « kill element » n'était pas activée. Afin de pouvoir observer le faciès de rupture obtenu par simulation, l'option « kill element » a été activée. Le résultat est présenté par la Figure 5.9 et montre bien un faciès de rupture de type « cup cone » avec une rupture qui s'amorce à cœur puis qui se propage vers la surface de l'éprouvette en formant des « lèvres ductiles » (cf. Chapitre 3). Le faciès de rupture ainsi obtenu n'est pas plan comme ce qui est observé en réalité.

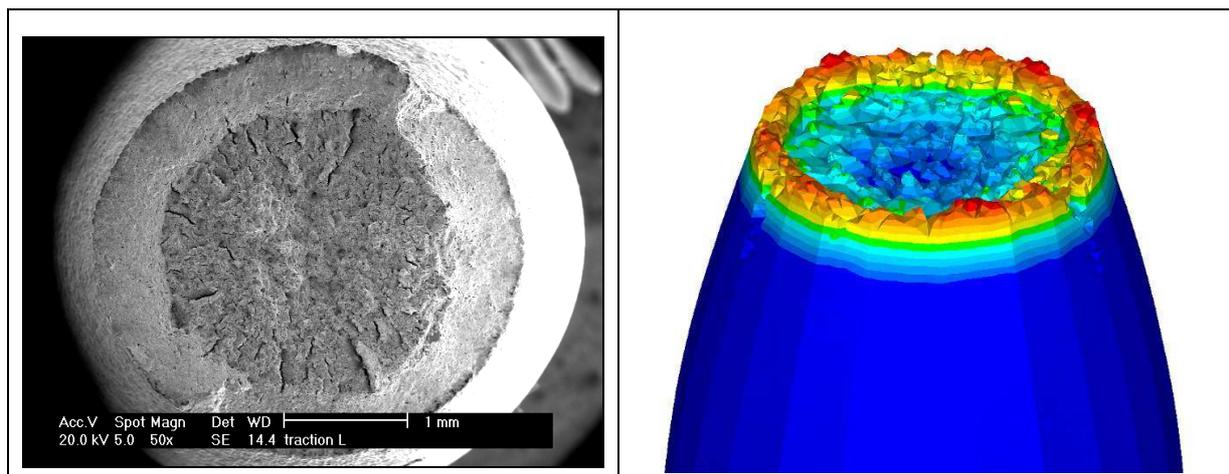


Figure 5.9 : Visualisation du faciès de rupture en « cup cone » - Nuance 1 (bainitique)

Remarque : La simulation présentée Figure 5.9 ne représente pas l'endommagement mais le déplacement suivant l'axe longitudinal. Ceci dans le but de bien mettre en évidence le relief du faciès de rupture.

Le diamètre au niveau de la striction a été mesuré au pied à coulisse après rupture pour la nuance 1 et celui-ci est de 3,82 mm. En ce qui concerne la simulation, le diamètre obtenu à rupture est de 3,74 mm, ce qui est très proche de la valeur expérimentale. Par conséquent, le couplage de l'endommagement avec le matériau permet de reproduire correctement le phénomène de striction au cours de l'essai de traction.

5.2.2 Essais TELE (Taux d'Ecrasement Limite Equivalent)

5.2.2.1 Résultats expérimentaux

Afin de pouvoir tester la formabilité des aciers en forge à froid, la société Ascométal-Creas a mis au point un essai de compression sur éprouvette entaillée désigné par « essai TELE ». L'éprouvette est de forme cylindrique et est entaillée suivant sa hauteur comme le montre la Figure 5.10.

Ces éprouvettes sont comprimées entre deux tas plats, et ce pour différentes hauteurs d'écrasement. Le but étant de déterminer la hauteur d'écrasement pour laquelle une fissure apparaît dans l'entaille de l'éprouvette. L'avantage de cet essai est qu'il permet de localiser la fissure toujours au même endroit à savoir à mi hauteur et au centre de l'entaille.

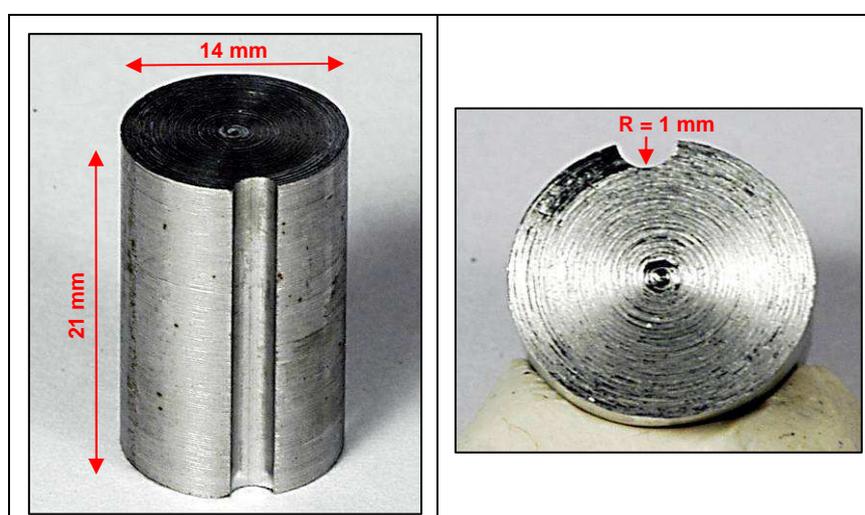


Figure 5.10 : Géométrie d'une éprouvette TELE (Taux d'Ecrasement Limite Equivalent)

Des essais TELE expérimentaux ont alors été menés sur les deux nuances étudiées (bainitique et ferrito-perlitique). Etant donné l'influence que peut avoir l'orientation des inclusions sur l'endommagement, les éprouvettes TELE ont été usinées suivant deux orientations différentes. Une moitié des éprouvettes a été usinée dans le sens de mise en forme des barreaux et l'autre moitié perpendiculairement à celui-ci. Dans une configuration, nous avons donc des chapelets d'inclusions orientés selon l'axe de l'entaille (orientation 1 - suivant z) alors que dans la seconde configuration, les inclusions se présentent de manière perpendiculaire à l'axe de l'entaille (orientation 2 – suivant x) comme le montre la Figure 5.11.

Au cours d'un essai TELE, la surface extérieure du cylindre se bombe du fait que les frottements entre le tas plat et l'éprouvette sont assez élevés (utilisation de tas plats rainurés). Ainsi, bien qu'une majeure partie de l'éprouvette soit soumise à des efforts de compression, la zone centrale de l'entaille (à mi hauteur) se retrouve soumise à des efforts de traction à partir d'un certain niveau de déplacement des tas plats. Dans cette zone où se

produit la rupture, le tenseur des contraintes ne possède alors quasiment qu'une seule composante de traction et qui est orientée suivant la direction x.

C'est pourquoi, lors d'un essai TELE avec « orientation 1 » (suivant z), les inclusions de la zone de rupture sont perpendiculaires à la contrainte principale de traction (suivant x). En revanche pour des éprouvettes avec « orientation 2 » (suivant x), les inclusions de la zone de rupture sont parallèles à la contrainte principale de traction (suivant x).

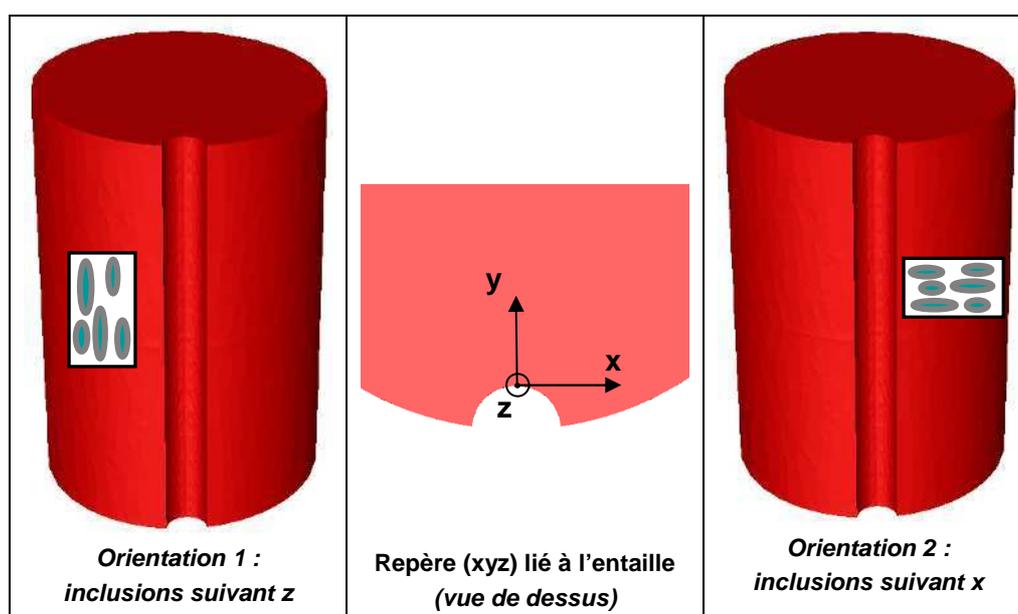


Figure 5.11 : Visualisation des deux configurations d'orientation (1 et 2) pour les éprouvettes TELE

Grâce à une technique de ressuage, il est possible d'identifier la hauteur de compression à partir de laquelle une première fissure s'amorce. Ces essais ont été réalisés au CREAS ASCOMETAL. Les résultats obtenus en terme de déplacement (du tas plat) à première fissure sont présentés dans le Tableau 5-1.

	Nuance 1 (bainitique)	Nuance 2 (ferrito-perlitique)
Déplacement à 1^{ère} fissure (mm) « Orientation 1 »	8.4	10.9
Déplacement à 1^{ère} fissure (mm) « Orientation 2 »	9.7	11.3

Tableau 5-1 : Résultats expérimentaux des essais TELE

Comme on pouvait s'y attendre, la nuance 2 possède une meilleure formabilité que la nuance 1, c'est-à-dire qu'il est possible d'aller plus loin en compression avant qu'une fissure n'apparaisse dans l'entaille de l'éprouvette. Ceci confirme bien les résultats obtenus dans le Chapitre 3 où il avait été mis en évidence que la nuance 2 était plus ductile que la nuance 1.



Figure 5.12 : Epreuve TELE avec rupture dans l'entaille

On remarque également qu'une meilleure formabilité est obtenue avec l'« orientation 2 », et ce pour les deux nuances. Ceci est en accord avec l'anisotropie d'endommagement observée au Chapitre 3. Ainsi, lorsque les inclusions sont orientées dans la même direction que la contrainte principale (« Orientation 2 »), la formabilité est améliorée. On note également que la différence entre « orientation 1 » et « orientation 2 » est plus marquée pour la nuance 1 (+15% en déplacement) que pour la nuance 2 (+4% en déplacement). Ce résultat confirme donc bien que la nuance 1 possède une anisotropie de l'endommagement plus importante que la nuance 2 (cf. Chapitre 3).

5.2.2.2 Simulations

Afin de tester le modèle d'endommagement, les essais TELE ont été simulés. La géométrie des éprouvettes est identique à celle utilisée lors des essais expérimentaux (cf. Figure 5.10). La vitesse de compression est de 0.1 mm/s et les simulations sont menées jusqu'aux déplacements expérimentaux de rupture (apparition de la première fissure - cf. Tableau 5-1). Les paramètres d'endommagement utilisés pour les deux nuances (bainitique et ferrito-perlitique) sont donnés par le Tableau 4.5. Les simulations ont été menées avec le logiciel Forge2005 mais en ne simulant que un quart de l'éprouvette du fait des symétries. La taille moyenne des éléments dans la zone de rupture est de 0.25 mm et le pas de temps utilisé est fixé à 0.25s. Les tas étant striés lors des essais TELE, le frottement utilisé lors de la simulation est de type « bilatéral collant ».

Pour commencer, une première simulation d'essai TELE a été effectuée en utilisant le modèle d'endommagement sans limite de triaxialité et avec le paramètre h égal à 1 (au lieu de 0.2). Cette configuration correspond en fait au modèle de Lemaitre de base où la croissance de l'endommagement en compression est égale à celle de traction (car $h=1$) et où l'endommagement croît même pour de forts niveaux de compression.

Le résultat obtenu est représenté par la Figure 5.13 et montre que l'endommagement est maximum dans les zones de contact entre le tas plat et l'éprouvette.

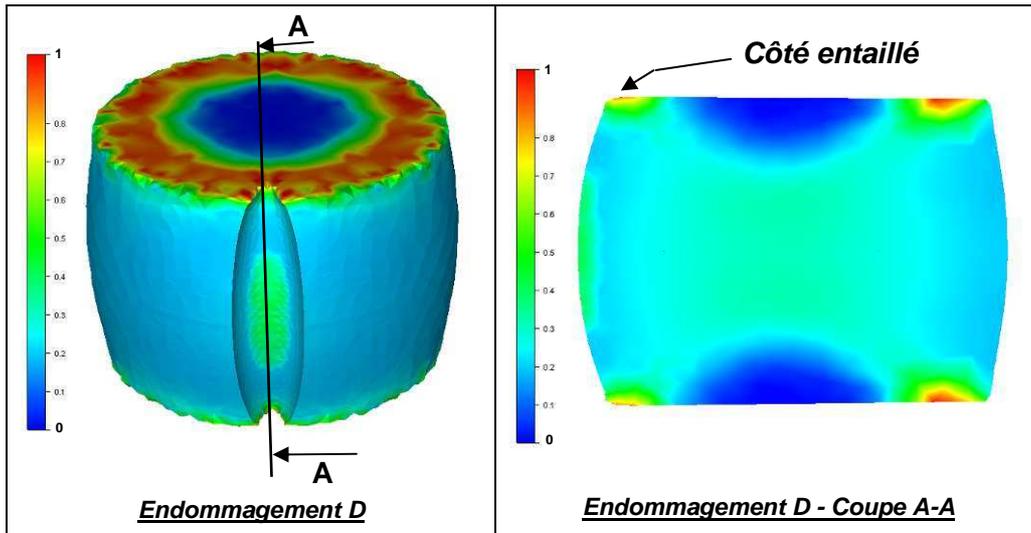


Figure 5.13 : Visualisation de l'endommagement en fin d'essai TELE (modèle sans limite de triaxialité et $h = 1$) – Nuance 1 (bainitique)

Cette localisation de l'endommagement n'est pas du tout en accord avec les résultats expérimentaux, où la rupture apparaît toujours au centre de l'entaille. Une coupe (A-A) au niveau de l'entaille permet également de voir que l'endommagement au centre de l'éprouvette est quasiment du même ordre de grandeur que celui de l'entaille, ce qui n'est pas vraisemblable. C'est pourquoi des modifications ont été apportées au modèle d'endommagement de base (cf. Chapitre 4).

A partir de maintenant, le modèle d'endommagement utilisé correspond à celui défini dans le Chapitre 4. De nouvelles simulations d'essais TELE ont alors été effectuées avec ce modèle. Afin de pouvoir visualiser la triaxialité en fin d'essai au sein de l'éprouvette, une coupe (A-A) passant par l'entaille, a été réalisée comme le montre la Figure 5.14.

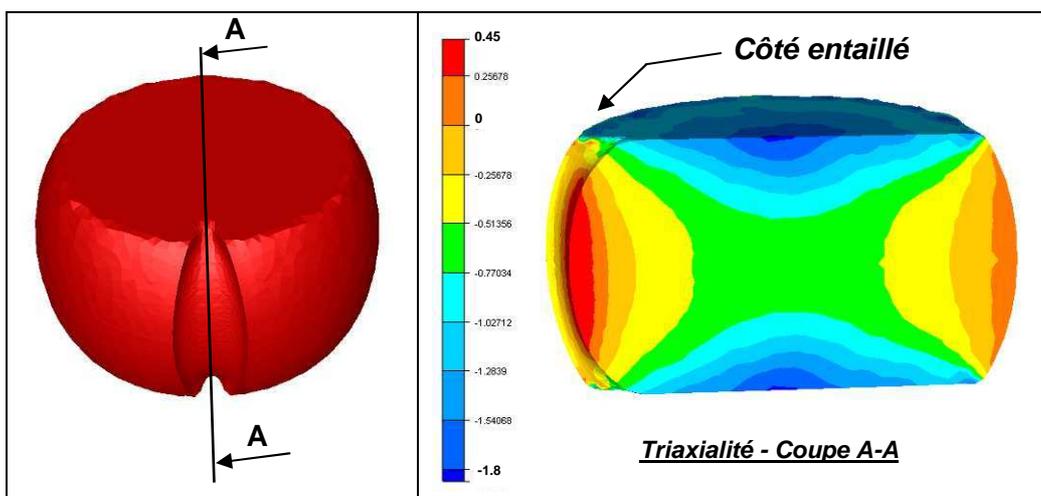


Figure 5.14 : Visualisation de la triaxialité en fin d'essai TELE suivant coupe AA – Nuance 1 (bainitique) et orientation 2

Nous pouvons remarquer que presque toute l'éprouvette est en compression (triaxialité négative). Seule la matière proche des surfaces bombées est en traction (niveaux en orange foncé et rouge sur la Figure 5.14).

Nous remarquons également qu'en fin d'essai, la triaxialité maximale (0.45) est bien située au niveau de l'entaille. De l'autre côté (sans entaille), la triaxialité est également positive, du fait que la surface est bombée, mais sa valeur (0.10) est bien moins élevée. L'entaille a donc bien pour conséquence d'augmenter le niveau de triaxialité et ainsi de favoriser la rupture dans cette zone.

Un capteur a été placé à mi hauteur dans l'entaille afin de pouvoir suivre l'évolution de la triaxialité, de la déformation plastique et de l'endommagement dans la zone de rupture au cours des simulations. Le résultat concernant la triaxialité est présenté par la Figure 5.15 et met en évidence deux phases bien distinctes lors de l'essai.

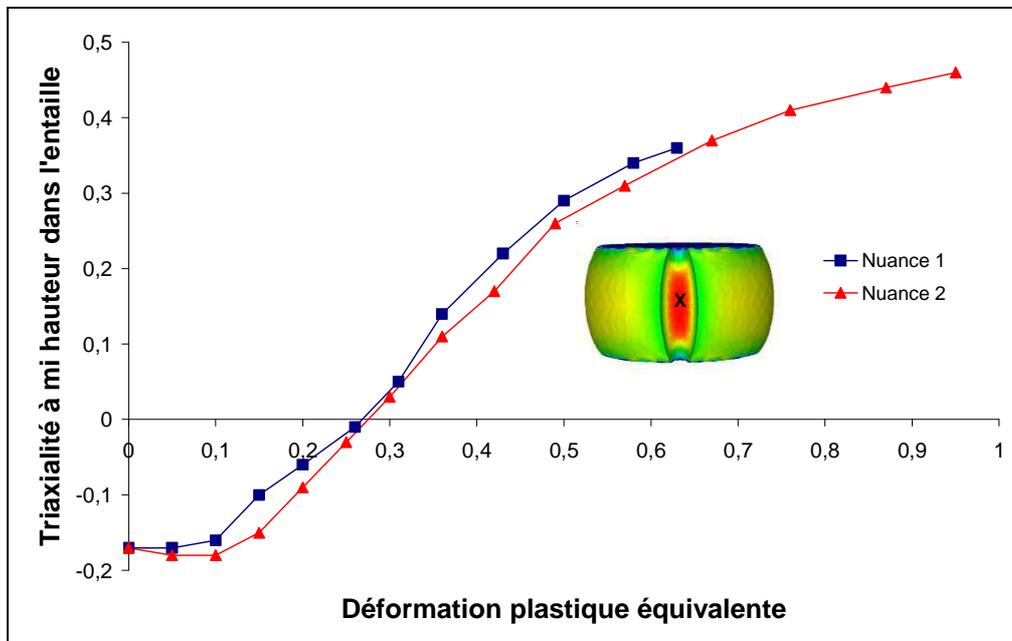


Figure 5.15 : Evolution de la triaxialité au centre de l'entaille jusqu'à première fissure (orientation 1)

Dans un premier temps, la matière au centre de l'entaille est en compression (triaxialité < 0) puis passe en traction (triaxialité > 0) du fait que l'éprouvette se bombe en surface.

Afin de vérifier que la dissociation de la déformation plastique ($\bar{\epsilon}_p^+$ et $\bar{\epsilon}_p^-$) est cohérente avec la théorie (cf. Chapitre 4), l'évolution de ces variables a été tracée sur la Figure 5.16.

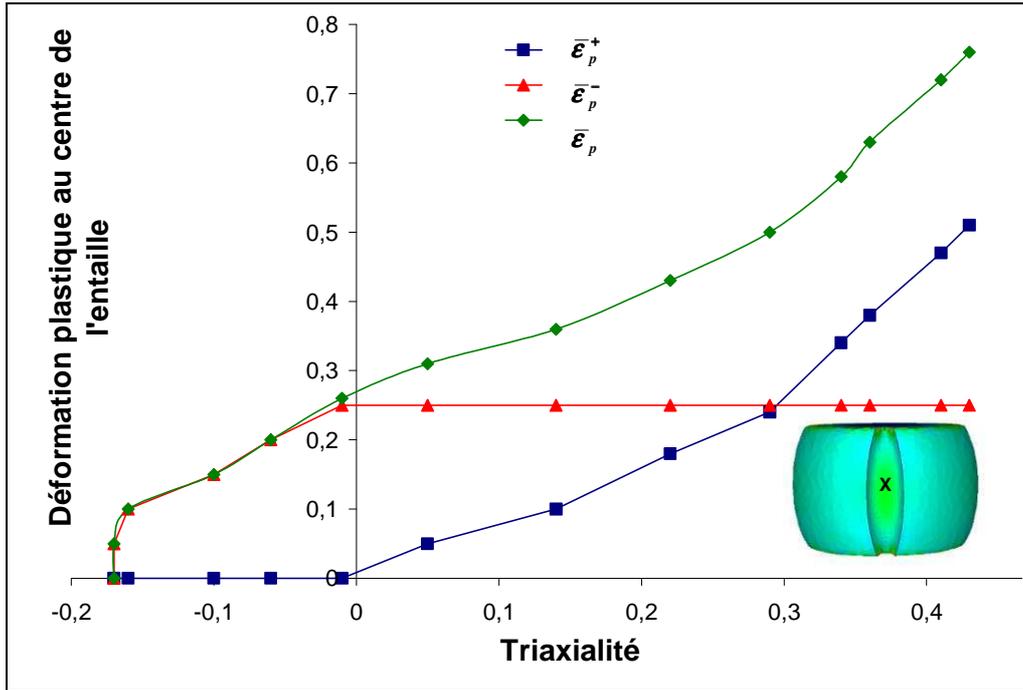


Figure 5.16 : Evolution de la déformation plastique équivalente au centre de l'entaille jusqu'à première fissure (orientation 2) – Nuance 1 (bainitique)

Tant que la triaxialité est négative, $\bar{\epsilon}_p^+$ reste nulle et par conséquent seul $\bar{\epsilon}_p^-$ croît. Lorsque la triaxialité devient positive, $\bar{\epsilon}_p^-$ stoppe de croître et devient ainsi constante. C'est alors au tour d' $\bar{\epsilon}_p^+$ de croître. Ceci est conforme avec le modèle implémenté. De plus, pour ce cas de figure où la triaxialité est toujours supérieure à $-1/3$, on vérifie également que la somme de $\bar{\epsilon}_p^+$ et $\bar{\epsilon}_p^-$ est égale à $\bar{\epsilon}_p$.

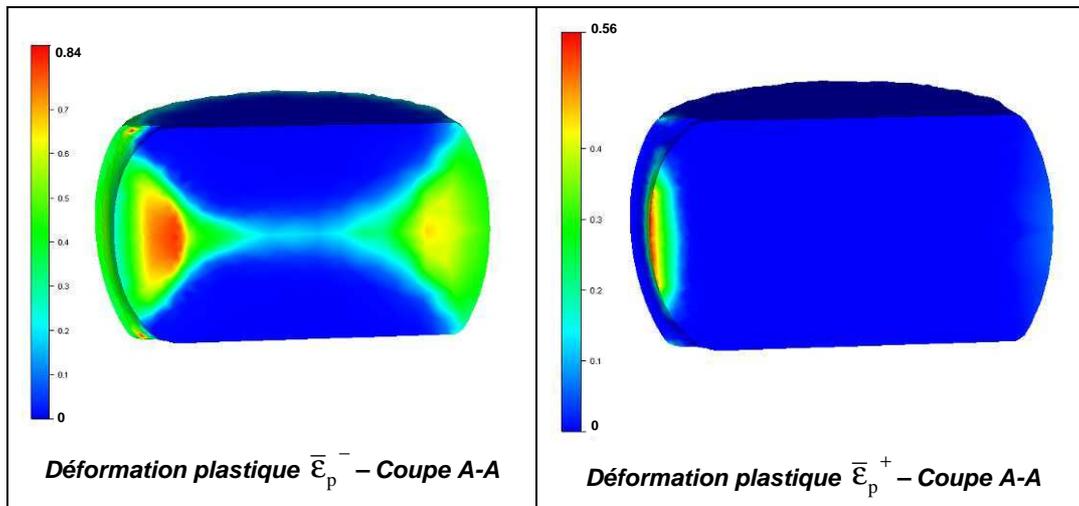


Figure 5.17 : Visualisation de la déformation plastique en fin d'essai TELE – Nuance 1 (bainitique) et orientation 2

Une coupe (A-A) passant par l'entaille a également été réalisée afin de pouvoir visualiser la cartographie des variables $\bar{\epsilon}_p^+$ et $\bar{\epsilon}_p^-$, comme le montre la Figure 5.17. On remarque que la variable $\bar{\epsilon}_p^+$ s'est accumulée majoritairement au niveau de l'entaille, zone où la triaxialité est positive. En revanche, la variable $\bar{\epsilon}_p^-$ s'est accumulée dans les zones en compression mais ayant tout de même une triaxialité supérieure à $-1/3$. C'est pourquoi $\bar{\epsilon}_p^-$ n'est pas maximale au centre de l'éprouvette (contrairement à $\bar{\epsilon}_p$) car la triaxialité y est le plus souvent inférieure à $-1/3$.

La visualisation de l'endommagement pour différents déplacements est représentée par la Figure 5.18 et la Figure 5.20.

L'endommagement maximum est donc bien localisé dans l'entaille de l'éprouvette et à mi-hauteur. Ceci est tout à fait en accord avec les résultats expérimentaux.

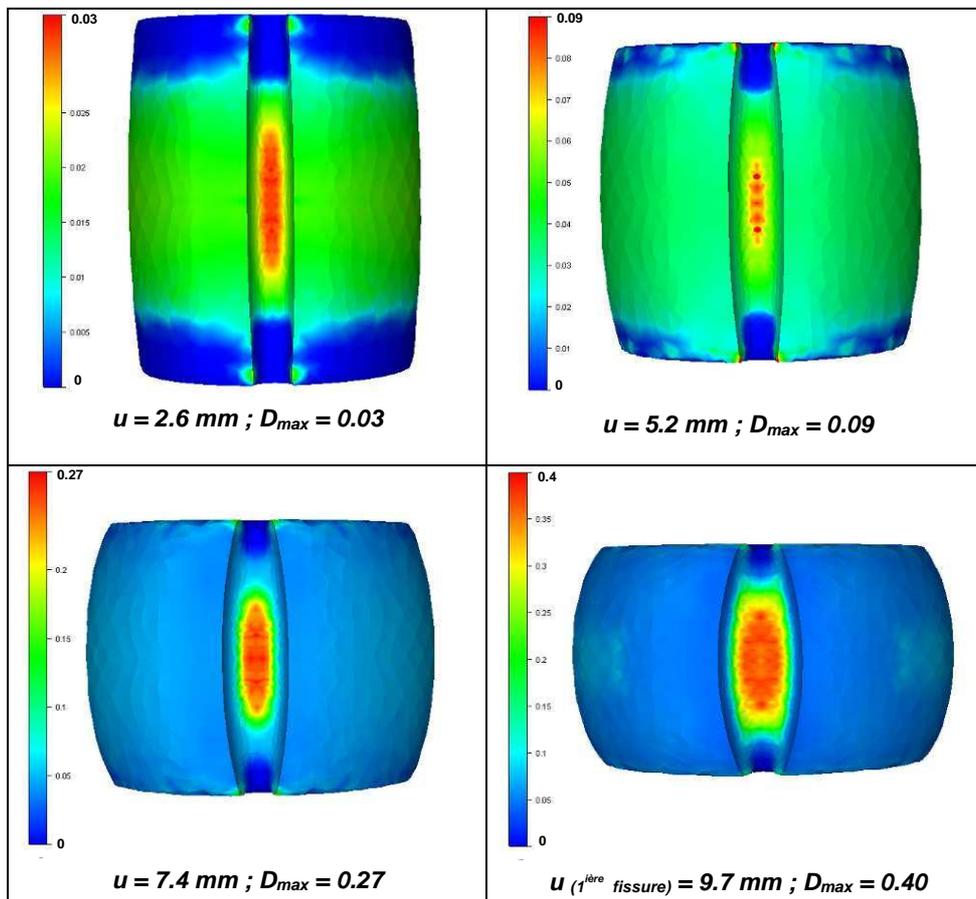


Figure 5.18 : Visualisation de l'endommagement D au cours de l'essai TELE (orientation 2) – Nuance 1 (bainitique)

Une coupe (A-A) de l'éprouvette permet aussi de visualiser que l'endommagement maximal est vraiment localisé très proche de la surface de l'entaille et qu'au centre, l'endommagement est quasiment nul (Figure 5.19).

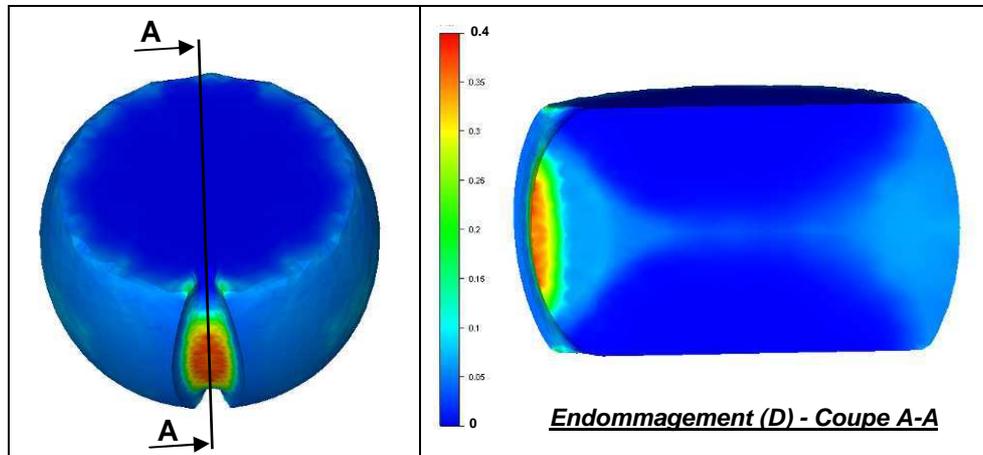


Figure 5.19 : Visualisation de l'endommagement D en fin d'essai TELE suivant coupe AA – Nuance 1 (bainitique) et orientation 2

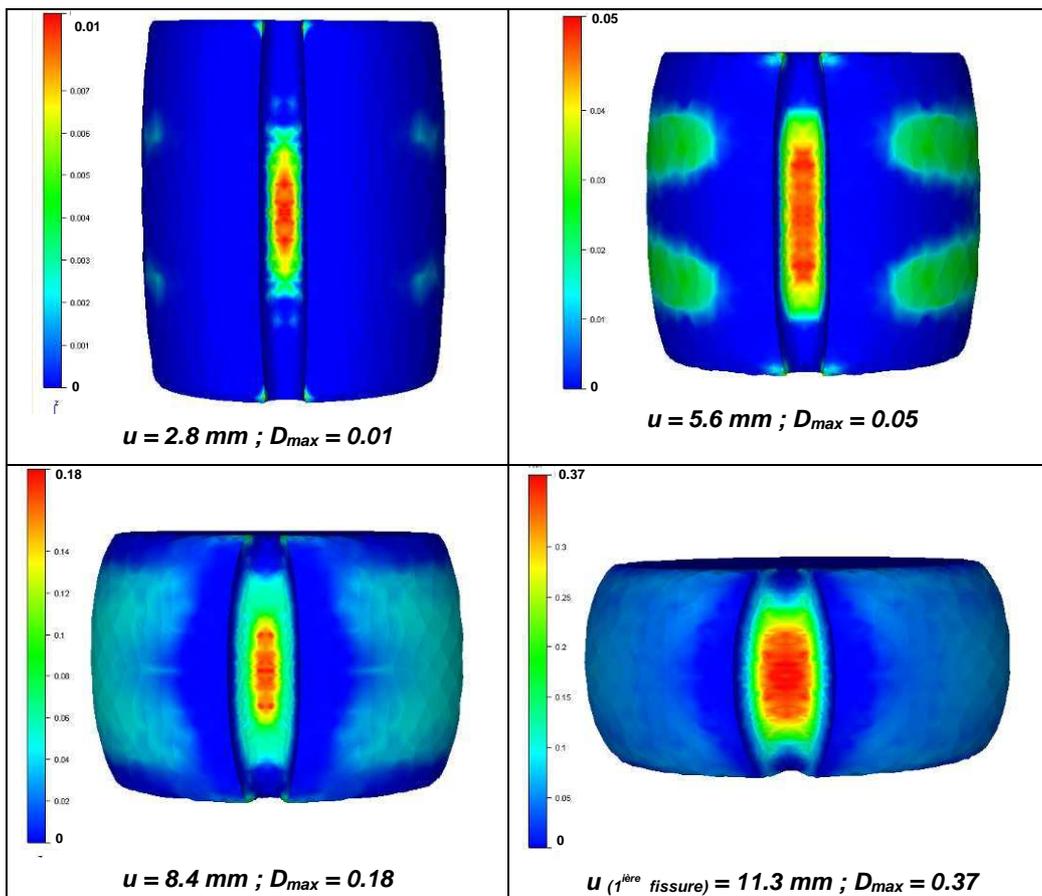


Figure 5.20 : Visualisation de l'endommagement D au cours de l'essai TELE (orientation 2) – Nuance 2 (ferrito-perlitique)

Pour vérifier que la dissociation de l'endommagement (D^+ et D^-) est également cohérente avec la théorie (cf. Chapitre 4), l'évolution de ces variables a été tracée sur la Figure 5.21. Le même raisonnement que celui concernant la déformation plastique peut être tenu. On notera que l'endommagement total final est très majoritairement composé d'endommagement créé en traction ($D^+ = 0.35$). L'endommagement de compression ($D^- = 0.05$) est minoritaire car il n'est créé qu'au début de l'essai, tant que la surface de l'éprouvette n'est pas trop bombée. Dans le cas de forgeage de pièces industrielles, plusieurs passes sont parfois nécessaires pour aboutir à la géométrie finale. Pour certaines configurations, l'endommagement en compression D^- peut jouer un rôle important.

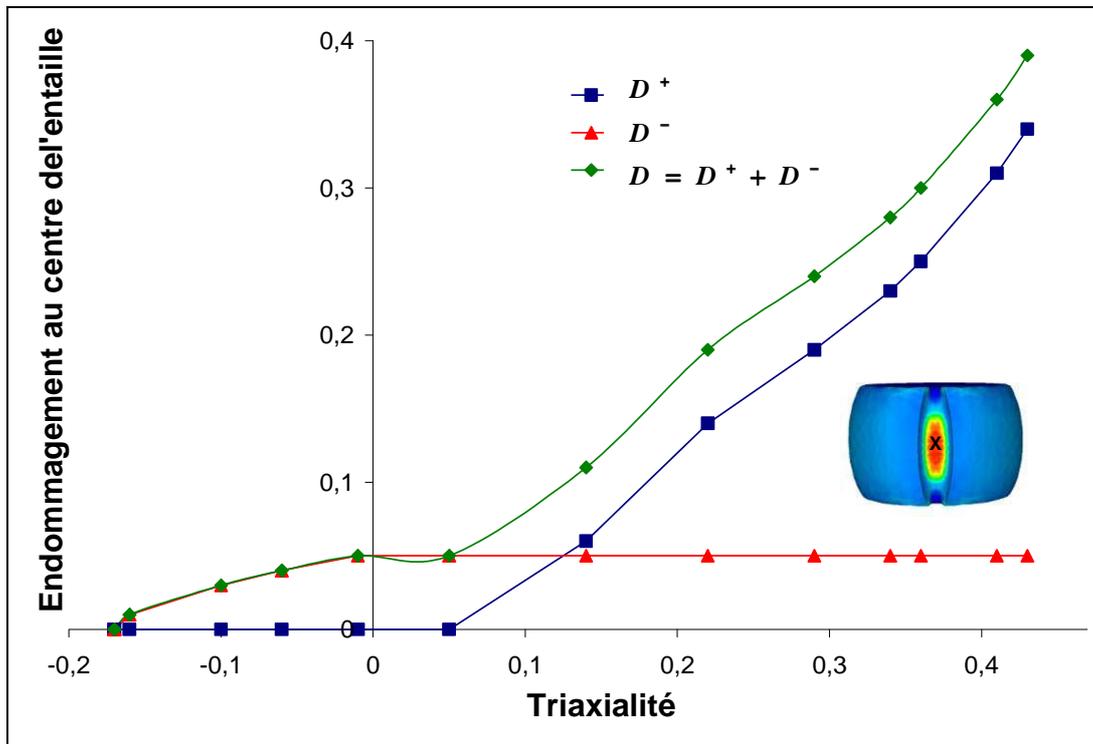


Figure 5.21 : Evolution de l'endommagement au centre de l'entaille jusqu'à première fissure (orientation 2) – Nuance 1 (bainitique)

Les évolutions de l'endommagement total D , au centre de l'entaille, sont représentées par la Figure 5.22.

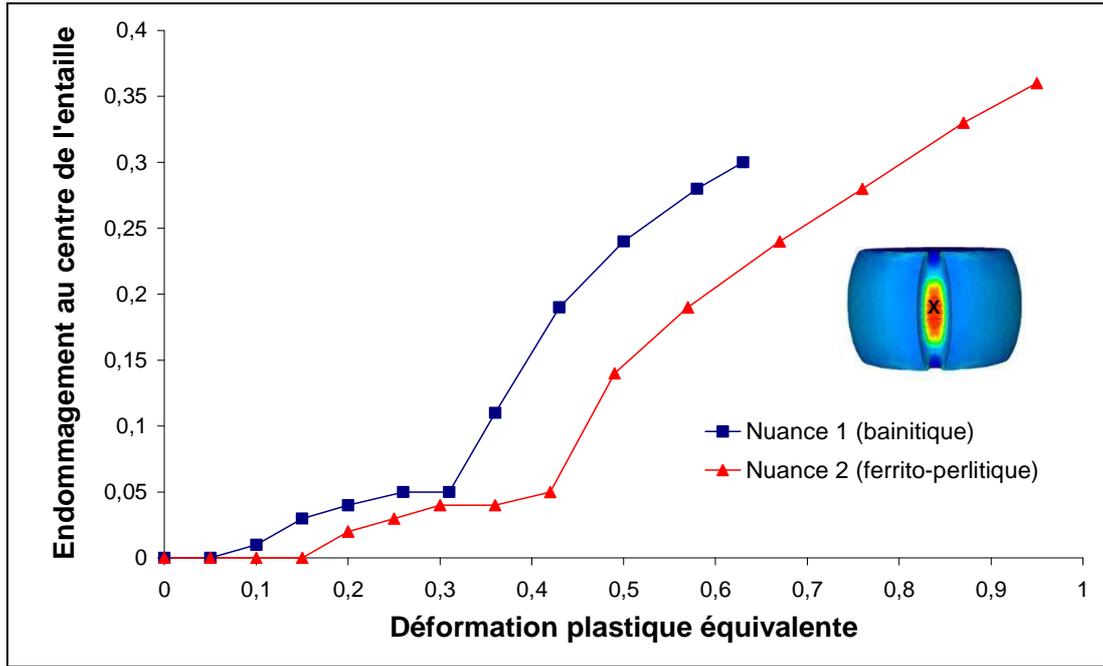


Figure 5.22 : Evolution de l'endommagement D au centre de l'entaille jusqu'à première fissure (orientation 1)

On peut remarquer qu'il existe une forte accélération de l'endommagement à partir d'un certain niveau de déformation plastique (0,3 pour la nuance 1 et 0,45 pour la nuance 2). En effet, lorsque la matière est en compression, la croissance de l'endommagement est faible à cause du paramètre h fixé à 0,2. Dès lors que la matière est suffisamment en tension ($\bar{\epsilon}_p^+ > \epsilon_D$), de l'endommagement de traction (D^+) est créé et celui-ci a une croissance plus rapide que D^- d'où cette accélération.

Comme cela a déjà été évoqué précédemment, l'orientation des inclusions par rapport aux contraintes principales est à prendre en compte. La Figure 5.23 représente le cas d'une éprouvette TELE où les inclusions sont orientées initialement selon l'axe de l'entaille (orientation 1 - suivant z). La Figure 5.24 représente de la même façon une éprouvette TELE avec des inclusions perpendiculaires à l'axe de l'entaille (orientation 2 - suivant x). L'orientation des inclusions est alors calculée tout au long de la simulation par le biais notamment du « tenseur gradient F » (cf. Chapitre 4). L'orientation des inclusions est représentée par un vecteur pour chaque élément de volume. Au final, les résultats montrent que l'orientation des inclusions dans la zone de rupture (centre de l'entaille) reste très proche de l'orientation initiale.

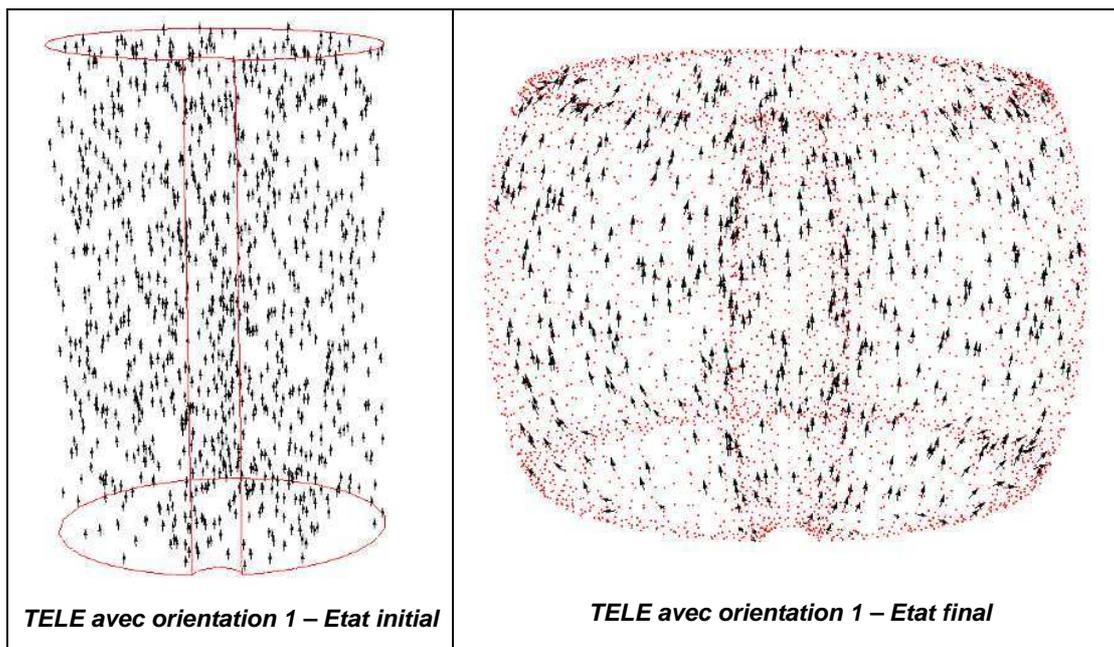


Figure 5.23 : Visualisation de l'orientation des inclusions au début et à la fin de l'essai TELE – Nuance 1 (bainitique) avec orientation 1 (suivant z)

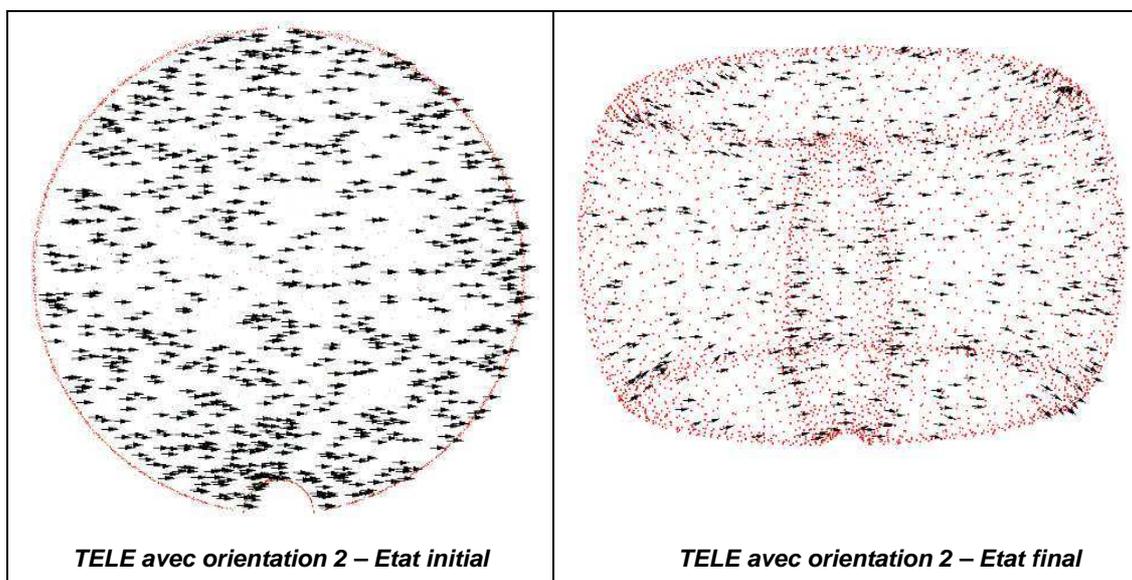


Figure 5.24 : Visualisation de l'orientation des inclusions au début et à la fin de l'essai TELE – Nuance 1 (bainitique) avec orientation 2 (suivant x)

L'angle β , formé entre inclusion et contrainte principale, est lui aussi calculé afin de pouvoir déduire la valeur du paramètre d'endommagement critique D_c . Si la triaxialité est positive, l'angle β est calculé par rapport à σ_I sinon celui-ci est calculé par rapport à σ_{III} . Ceci est effectué dans le but de bien prendre en compte l'orientation de la contrainte principale par rapport aux inclusions que l'on soit en traction ou en compression. Les résultats obtenus sont représentés Figure 5.25 et Figure 5.26.

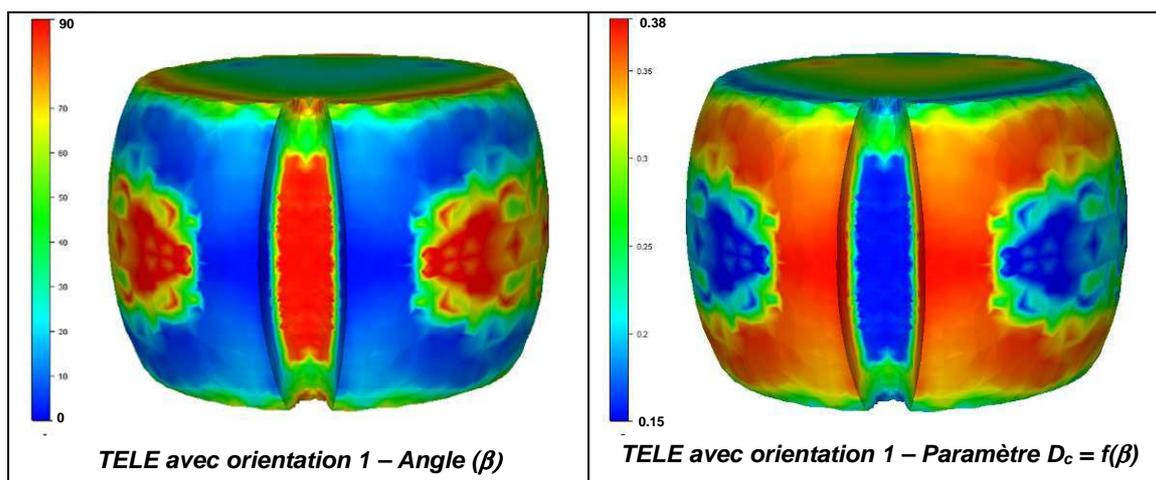


Figure 5.25 : Visualisation de l'angle β (entre inclusion et contrainte principale) et du paramètre évolutif d'endommagement critique D_c – Nuance 1 (bainitique) avec orientation 1 (suivant z)

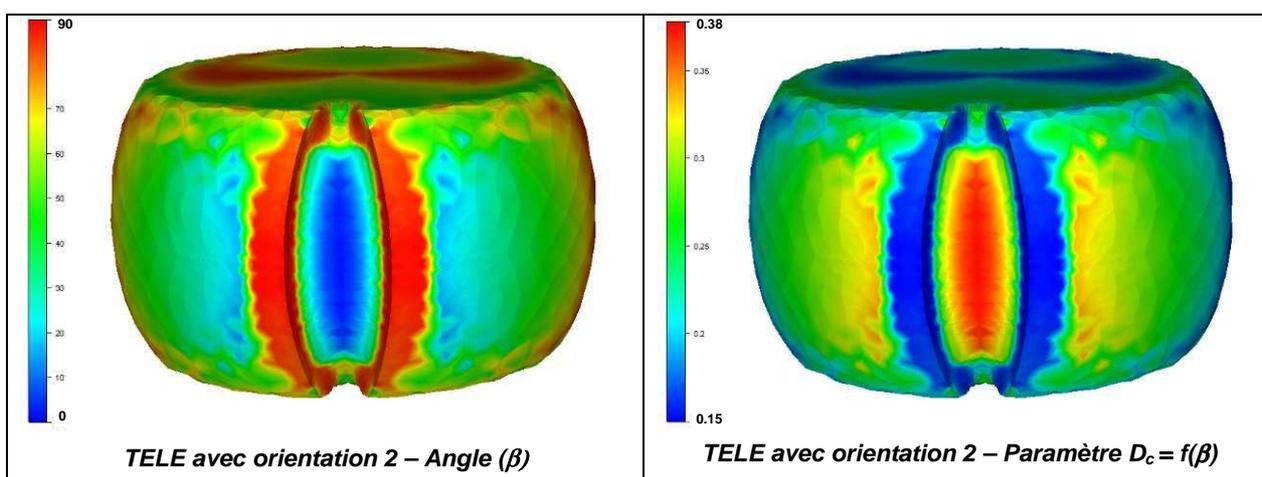


Figure 5.26 : Visualisation de l'angle β (entre inclusion et contrainte principale) et du paramètre évolutif d'endommagement critique D_c – Nuance 1 (bainitique) avec orientation 2 (suivant x)

Lors de l'essai TELE avec « orientation 1 – suivant z » (cf. Figure 5.25), les inclusions de la zone de rupture sont perpendiculaires à la contrainte principale (traction suivant x) d'où un angle β égal à 90° au centre de l'entaille et une valeur de D_c égale à 0.15 ($= D_{c_{90^\circ}}$). En revanche pour l'éprouvette avec « orientation 2 – suivant x » (cf. Figure 5.26), les inclusions de la zone de rupture sont parallèles à la contrainte principale (traction suivant x) d'où un angle β proche de 0° au centre de l'entaille et une valeur de D_c proche de 0.38 ($= D_{c_{0^\circ}}$). Par conséquent, les valeurs obtenues pour β et D_c sont conformes à ce que l'on pouvait s'attendre. Les résultats obtenus pour la nuance 2 sont également conformes.

Les valeurs d'endommagement obtenues pour les différents déplacements expérimentaux à rupture (apparition d'une première fissure – orientations 1 et 2) sont synthétisées dans le

Tableau 5-2 et sont notées D_{max} . Ce tableau reprend également les valeurs obtenues pour D_c dans la zone de rupture, avec prise en compte de l'orientation des inclusions.

L'endommagement final obtenu pour l'essai TELE avec « orientation 1 » est alors comparé à celui obtenu pour l'essai de traction transverse car pour ces deux configurations, les inclusions sont orientées perpendiculairement à la contrainte principale.

De la même façon, l'endommagement final obtenu pour l'essai TELE avec « orientation 2 » est comparé à celui obtenu pour l'essai de traction longitudinal car pour ces deux configurations, les inclusions sont orientées dans le même sens que la contrainte principale.

	Nuance 1	Nuance 2
Essai TELE avec « orientation 1 » : D_{max} dans la zone de rupture	0.32	0.35
Essai TELE avec « orientation 1 » : D_c dans la zone de rupture	0.15	0.22
Essai TELE avec « orientation 2 » : D_{max} dans la zone rupture	0.40	0.37
Essai TELE avec « orientation 2 » : D_c dans la zone de rupture	0.38	0.31

Tableau 5-2 : Comparaison entre l'endommagement D_{max} obtenu en fin d'essai TELE (première fissure observée expérimentalement) et D_c obtenu avec prise en compte de l'orientation des inclusions

Les résultats obtenus montrent qu'il est difficile de prévoir précisément la rupture d'un essai TELE à partir de valeurs d'endommagement critique obtenues par le biais d'essais de traction.

On note cependant que pour l'orientation 2, les valeurs obtenues sont tout de même meilleures que pour l'orientation 1. Notamment pour la nuance 1 où l'endommagement final (0.40) est très proche du D_c identifié en traction (0.38).

En revanche pour l'orientation 1, où les inclusions sont perpendiculaires à la contrainte principale, les résultats sont assez éloignés.

Afin d'expliquer ces différences, plusieurs pistes peuvent être évoquées. Tout d'abord, le paramètre D_c est identifié par un essai de traction, où la rupture se produit à cœur et non en surface comme pour l'essai TELE. Or il a notamment été mis en évidence lors des observations en tomographie X, que les microfissures s'amorcent à cœur en premier puis se propagent vers la surface de l'éprouvette.

Deuxièmement au niveau de la zone de rupture, il existe également un bombé suivant z (le bombé le plus important étant suivant x) ce qui signifie qu'il existe aussi une contrainte de

traction dans le sens des inclusions pour l'orientation 1 ou perpendiculaire aux inclusions pour l'orientation 2. Cet aspect n'est pas pris en compte par notre modèle car seule l'orientation de la contrainte principale par rapport aux inclusions est calculée. Dans ce cas de figure, un modèle d'endommagement tensoriel serait alors peut-être plus à même de se rapprocher de la réalité.

Troisièmement comme cela a déjà été évoqué, il est possible que la pré compression créée dans l'entaille lors de l'essai TELE, induise une augmentation de la ductilité (cf. Chapitre 3). En effet au centre de l'entaille (dans la zone de rupture), la matière est dans un premier temps en compression puis passe en traction (cf. Figure 5.15), ce qui peut augmenter la ductilité donc D_c . En revanche, on ne rencontre pas cet effet lors d'un essai de traction.

Enfin, la mesure du déplacement à rupture par Ascométal-Creas se fait par paliers et par une technique de ressuage. Ainsi il se peut que la fissure s'amorce un peu plus tôt que le palier identifié, ou que l'amorçage d'une microfissure ne soit pas visible par ressuage par manque de précision. Cela signifierait un déplacement à rupture « réel » plus faible, et par conséquent un D_{max} plus faible, ce qui serait plus en adéquation avec nos résultats.

5.2.3 Conclusion

Des essais de traction uni axiale sur éprouvettes axisymétriques ont été simulés avec le modèle d'endommagement modifié. Les résultats ont montré qu'il était nécessaire de coupler endommagement et comportement afin d'obtenir une striction à rupture proche de celle obtenue expérimentalement. L'endommagement relevé est maximal au cœur de l'éprouvette, ce qui est en accord avec l'expérimentation, où la rupture s'amorce à cœur. L'utilisation de l'option « kill element » a également permis de simuler la rupture en traction et ainsi d'obtenir un faciès de rupture de type « cup cone », semblable à celui obtenu expérimentalement.

Concernant les essais TELE, ceux-ci ont également été simulés avec le nouveau modèle. La différence, en termes de localisation d'endommagement avec le modèle de base, est flagrante. Les modifications apportées au modèle ont permis d'obtenir une localisation correcte de l'endommagement au centre de l'entaille, ce qui est en accord avec l'expérimentation. La visualisation des variables de déformation plastique et d'endommagement dissociées a permis de vérifier qu'elles étaient cohérentes par rapport à la théorie.

En revanche, la rupture lors des essais TELE est difficilement prévisible à partir des valeurs d'endommagement critique obtenues par le biais d'essais de traction. Pour expliquer cela, plusieurs hypothèses ont été évoquées comme notamment la zone de rupture (en surface pour TELE et à cœur pour l'essai de traction), l'influence de la pré compression sur la ductilité et la précision du déplacement à rupture identifié.

L'aspect 3D peut également influencer les résultats obtenus. En effet, les paramètres d'endommagement critique ont été identifiés par le biais d'essais de traction où le

chargement est uni axial. En ce qui concerne l'essai TELE dans la zone de rupture, le chargement est plutôt de type bi axial à cause de la présence d'un double bombé (suivant x et z).

Au final, la capacité à prédire l'instant de rupture pour différents cas de chargement reste encore un point à améliorer. Pour l'instant, seule la localisation de la zone critique d'endommagement apparaît comme fiable, ce qui est également le cas pour la majorité des modèles développés actuellement. Dans le cas du forgeage à froid, il serait donc plus prudent d'identifier les paramètres d'endommagement sur un essai de traction, mais de se fier à un essai de ductilité de type TELE pour calibrer le paramètre D_c .

5.3 Validation à partir de cas industriels

5.3.1 Forgeage d'un arbre de boîte de vitesse

La pièce étudiée est un arbre de boîte de vitesse, mis en forme par forgeage à froid et fabriqué par l'entreprise SETFORGE. Trois passes de forgeage sont nécessaires pour passer du lopin initial à la pièce finale (brute de forge). Dans le but de réduire la consommation matière, une nouvelle gamme a été conçue en modifiant uniquement la troisième passe de la gamme actuelle. Les passes 1 et 2 restent donc communes aux deux gammes. En ce qui concerne la troisième passe, l'outil a été modifié de façon à introduire une forme de « cuvette » au niveau de la tête de la pièce comme le montre la Figure 5.27.

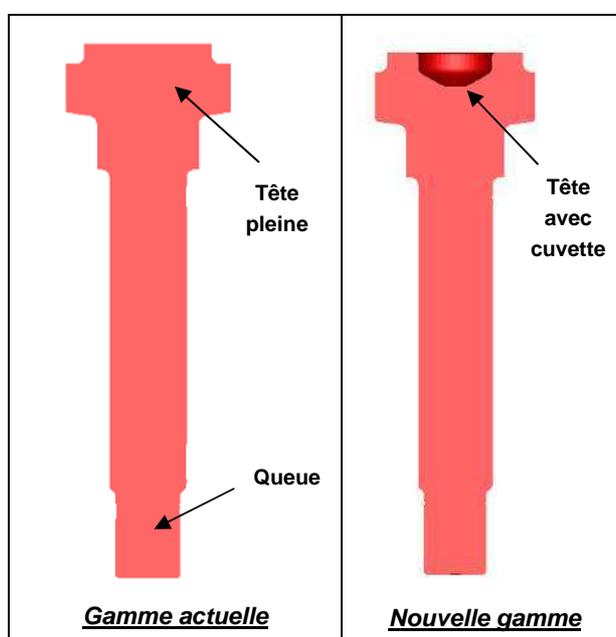


Figure 5.27 : Visualisation de la fin de troisième passe pour les gammes actuelle et nouvelle

Il s'est alors avéré que cette modification apportée à la gamme pouvait poser problème lors de la production des pièces. Comme le montre la Figure 5.28, des cas de rupture ont notamment été constatés sur certaines pièces au niveau de la tête. En revanche avec la gamme actuelle, aucun problème de ce genre n'a été constaté.

Les deux gammes ont alors été simulées avec le logiciel Forge2005 en utilisant le fait que la pièce soit axisymétrique. La taille moyenne des éléments est de 1 mm et la vitesse de l'outil supérieur est de 20 mm/s.



Figure 5.28 : Exemple d'une pièce fissurée avec la nouvelle gamme

Normalement, le matériau utilisé par SETFORGE pour forger cette pièce est l'acier 20MoCrS4. Etant donné qu'aucune campagne expérimentale concernant des essais de traction transverse n'a été menée pour cette nuance, les paramètres d'endommagement n'ont pu être identifiés pour le nouveau modèle. Il a donc été décidé de simuler les deux gammes en utilisant la nuance 1 comme matériau. Notre but étant alors de vérifier si la nouvelle gamme est plus endommageante que la gamme actuelle.

Au cours de la passe n°1, un premier filage de la matière est effectué ce qui correspond à une réduction du diamètre initial du lopin. Pour cette première réduction, aucun endommagement n'est créé comme le montre la Figure 5.29.

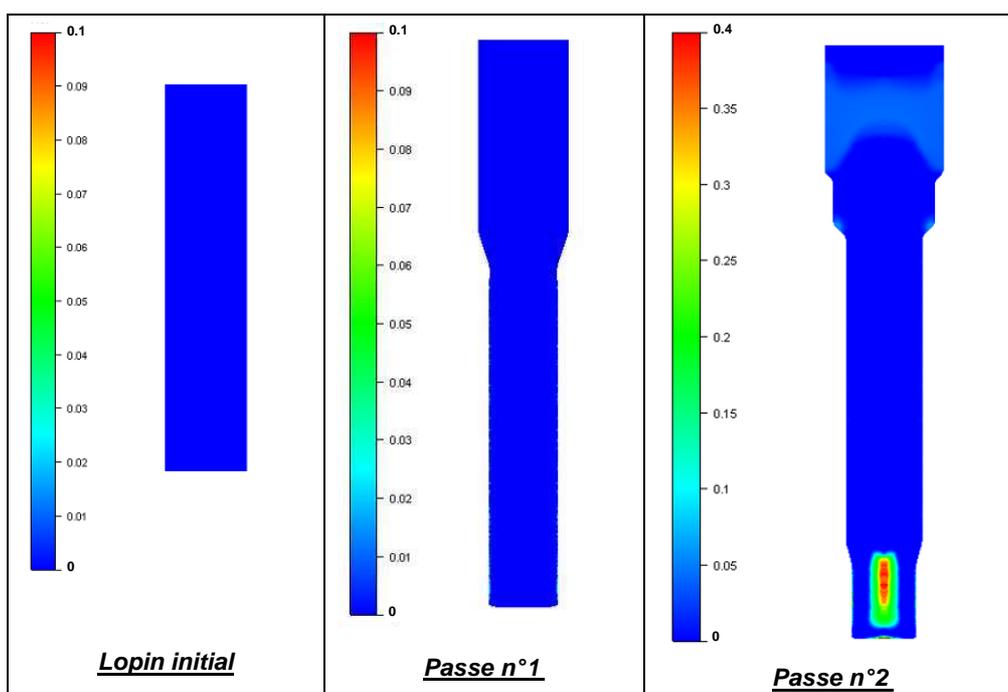


Figure 5.29 : Visualisation de l'endommagement D en fin de première et deuxième passe

Le début de la passe n°2 correspond également à un filage de la matière afin de créer la partie inférieure de la pièce (queue). Au cours de cette étape, de l'endommagement peut se créer au cœur de la pièce, ce qui est notamment le cas avec la nuance 1. Comme le montre la Figure 5.30, l'endommagement total créé à cœur est à la fois la somme d'un endommagement de traction et de compression. En ce qui concerne la pièce réellement fabriquée en 20MoCrS4, aucune rupture (effet de chevron) n'a été détectée dans cette zone au cours de la production. De l'endommagement est peut-être tout de même créé lors du deuxième filage mais de façon limitée, ce qui n'engendre pas de défaut interne dans la pièce.

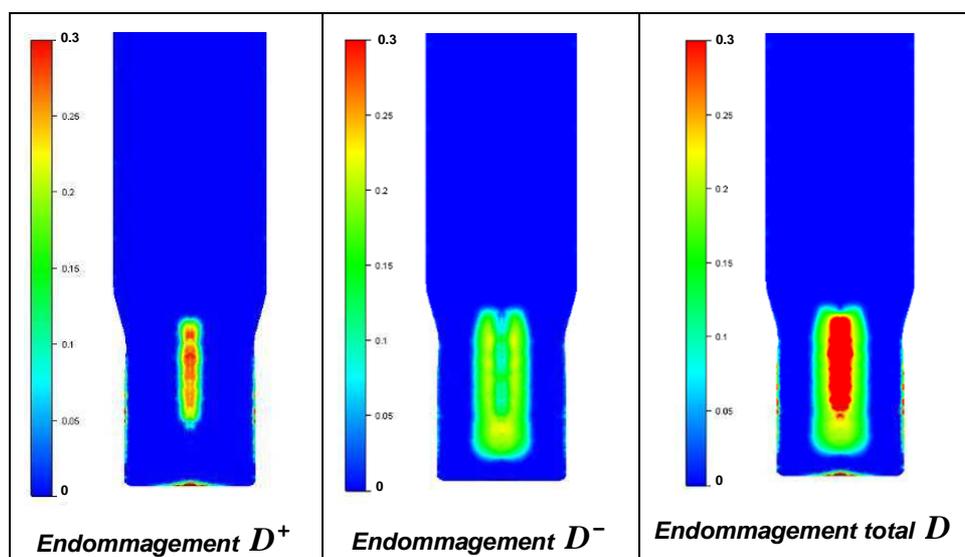


Figure 5.30 : Visualisation de l'endommagement créé en traction (D^+), compression (D^-) et total (D) - Fin de deuxième passe

Durant la passe n°3, seule la partie supérieure de la pièce (tête) est mise en forme. Le résultat obtenu en fin de passe montre une nette différence entre les gammes actuelle et nouvelle. Comme le met en évidence la Figure 5.31, l'endommagement créé dans la tête est plus important pour la nouvelle gamme que pour la gamme actuelle où celui-ci est nettement plus local. Ceci est donc bien cohérent avec les résultats obtenus en production.

En ce qui concerne la localisation de l'endommagement au niveau de la tête, celle-ci est également en accord avec la réalité comme le montre la Figure 5.28 avec une pièce réellement rompue.

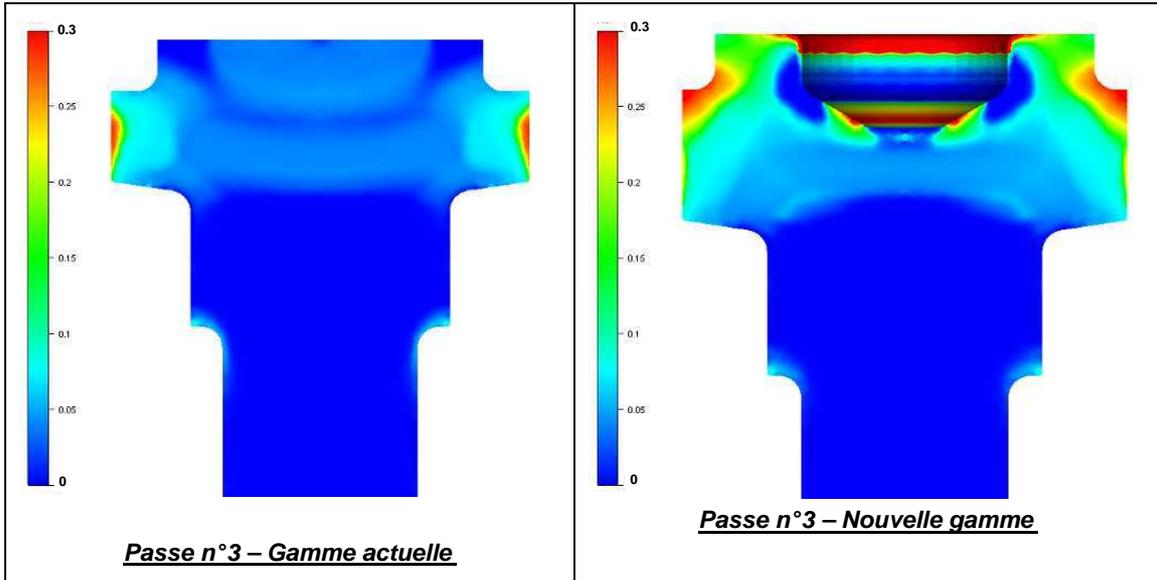


Figure 5.31 : Visualisation de l'endommagement en fin de troisième passe pour les gammes actuelle et nouvelle

A partir de la cartographie de l'endommagement obtenue en fin de passe n° 3 (gamme actuelle et nouvelle gamme), un capteur a été placé dans la zone la plus endommagée de la tête. L'évolution de la triaxialité en fonction de la déformation plastique est alors présentée par la Figure 5.32 et Figure 5.33.

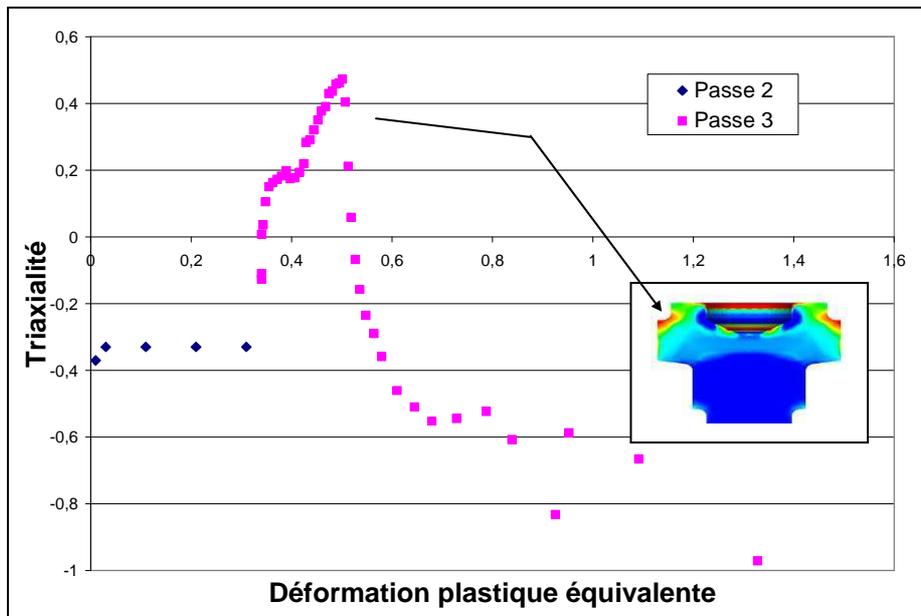


Figure 5.32 : Evolution de la triaxialité dans la zone la plus endommagée de la tête – Nouvelle gamme

On remarque alors que la zone de la tête ne subit pas de déformation plastique lors de la passe n°1. Au cours de la passe n°2, la matière est constamment en compression avec une triaxialité proche de $-1/3$. C'est durant la passe n°3 que la matière va subir de la traction, notamment lors de la mise en forme de la cuvette (nouvelle gamme). Par conséquent, dans les zones fortement endommagées, on retrouve une alternance entre compression et traction, ce qui avait déjà été évoqué précédemment.

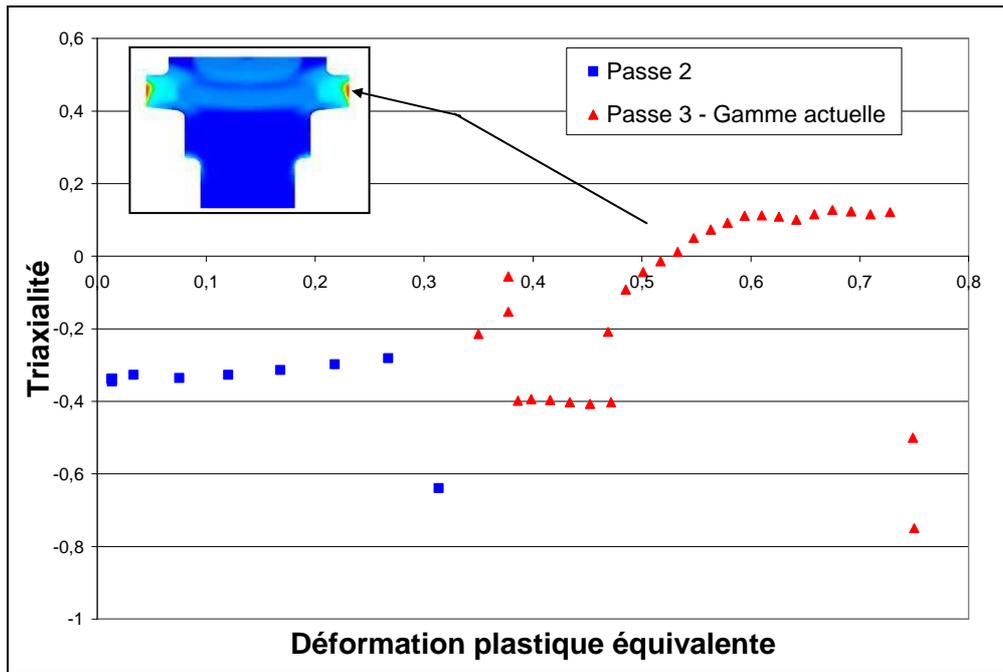


Figure 5.33 : Evolution de la triaxialité dans la zone la plus endommagée de la tête – Gamme actuelle

De la même façon pour la gamme actuelle, la matière est d'abord en compression puis passe en traction avec la création d'un bombé. Cependant, la comparaison entre les deux gammes met bien en évidence que pour la gamme actuelle, le niveau de triaxialité atteint (0,1) est bien moins élevé que pour la nouvelle gamme (0,5). Ces résultats confortent donc ceux déjà obtenus pour l'endommagement.

La décomposition de l'endommagement total (D) en endommagement de traction (D^+) et de compression (D^-) est présentée par la Figure 5.34 et la Figure 5.35. Ceci permet ainsi de mieux visualiser la nature de l'endommagement (traction et/ou compression) dans les différentes zones de la pièce.

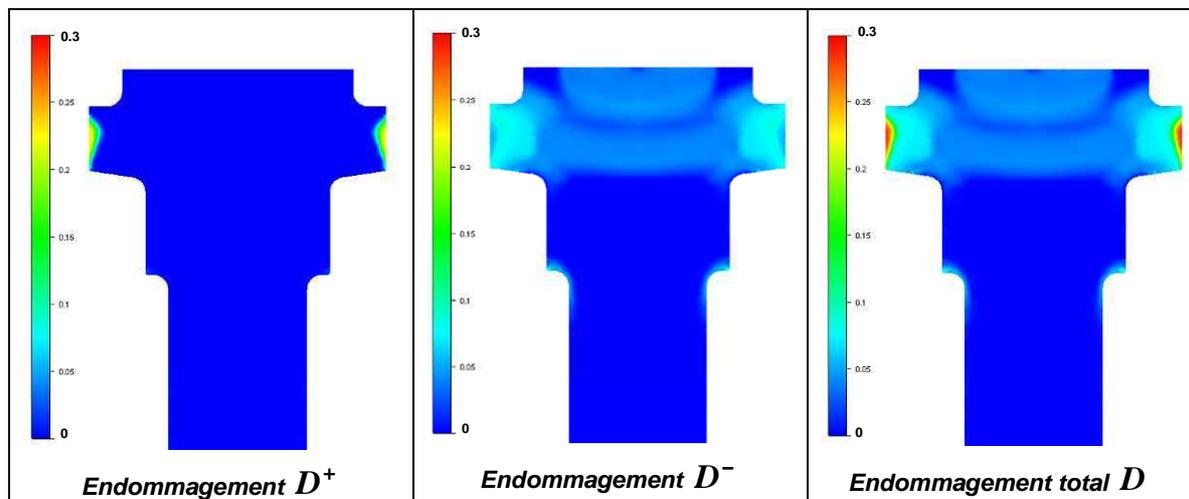


Figure 5.34 : Visualisation de l'endommagement créé en traction (D^+), compression (D^-) et total (D) – Gamme actuelle ; Fin de troisième passe

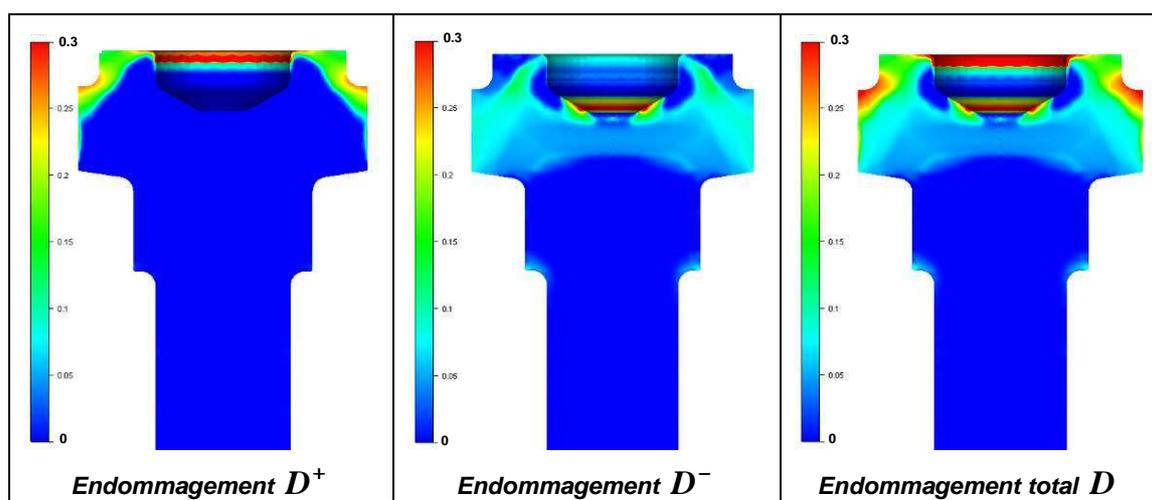


Figure 5.35 : Visualisation de l'endommagement créé en traction (D^+), compression (D^-) et total (D) – Nouvelle gamme - Fin de troisième passe

On remarque notamment qu'au sein de la zone de la tête correspondant à la rupture réelle, l'endommagement est plutôt de type traction que compression. Ceci conforte donc l'idée que l'endommagement de traction est généralement prépondérant sur l'endommagement de compression dans les zones de rupture.

L'orientation des inclusions a également été simulée comme le montre la Figure 5.36.

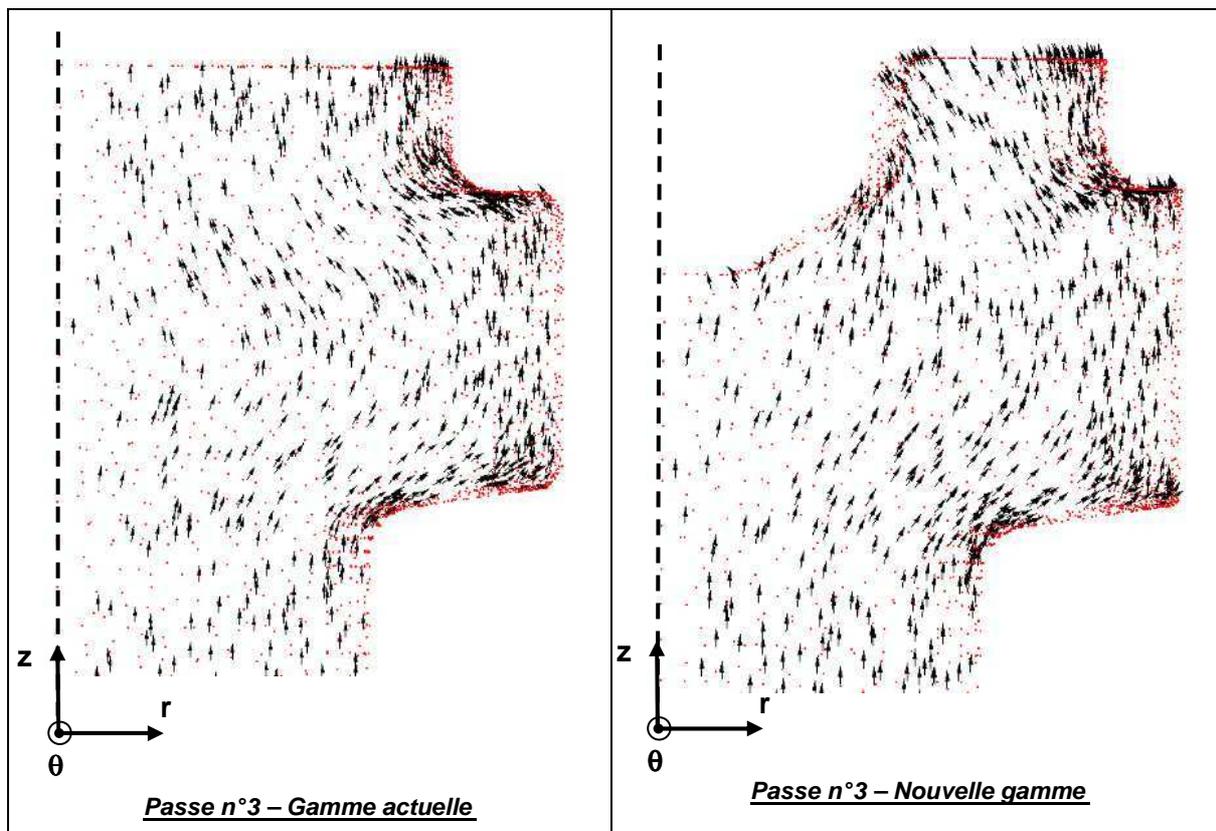


Figure 5.36 : Visualisation de l'orientation des inclusions en fin de troisième passe pour les gammes actuelle et nouvelle

La différence obtenue entre le fibrage de la gamme actuelle et celui de la nouvelle gamme n'est pas très marquée. Par conséquent, le fait que la nouvelle gamme soit plus endommageante que la gamme actuelle, n'est a priori pas imputable à l'orientation des inclusions. De plus lors de la création de l'endommagement dans la tête, la contrainte principale σ_1 est positive (traction) et est orientée suivant la direction θ . Ainsi les inclusions sont toujours perpendiculaires à la contrainte principale quelle que soit l'orientation des inclusions dans le plan (z, r) .

5.3.2 Forgeage d'écrous à embase

Les pièces étudiées sont deux écrous à embase (gamme A et gamme B), mis en forme par forgeage à froid et fabriqués par la société LISI AUTOMOTIVE. Quatre passes de forgeage sont nécessaires pour passer du lopin initial à la pièce brute de forge (avant débouchage).

D'après l'expérience que possède LISI AUTOMOTIVE sur la production de ses pièces, il s'avère que la gamme B est plus endommageante que la gamme A, avec parfois la création de criques sur l'embase des pièces.

A partir de ce constat, les deux gammes (A et B) ont été simulées avec le logiciel Forge2005 et en utilisant l'existence de plans de symétrie. Ainsi seul 1/6 de la pièce en rotation a été simulé. La taille moyenne des éléments est de 0.25 mm et la vitesse de l'outil supérieur est de 20 mm/s.

Le matériau utilisé par LISI AUTOMOTIVE pour forger ces pièces est l'acier C10C. Etant donné qu'aucune campagne expérimentale concernant des essais de traction transverses n'a été menée pour cette nuance, les paramètres d'endommagement n'ont pu être identifiés pour le nouveau modèle. Nous avons donc décidé de simuler les deux gammes en utilisant les paramètres matériaux de la nuance 2. C'est pourquoi l'objectif sera de vérifier s'il existe ou non une différence de niveau d'endommagement entre les gammes A et B (étude qualitative plutôt que quantitative).

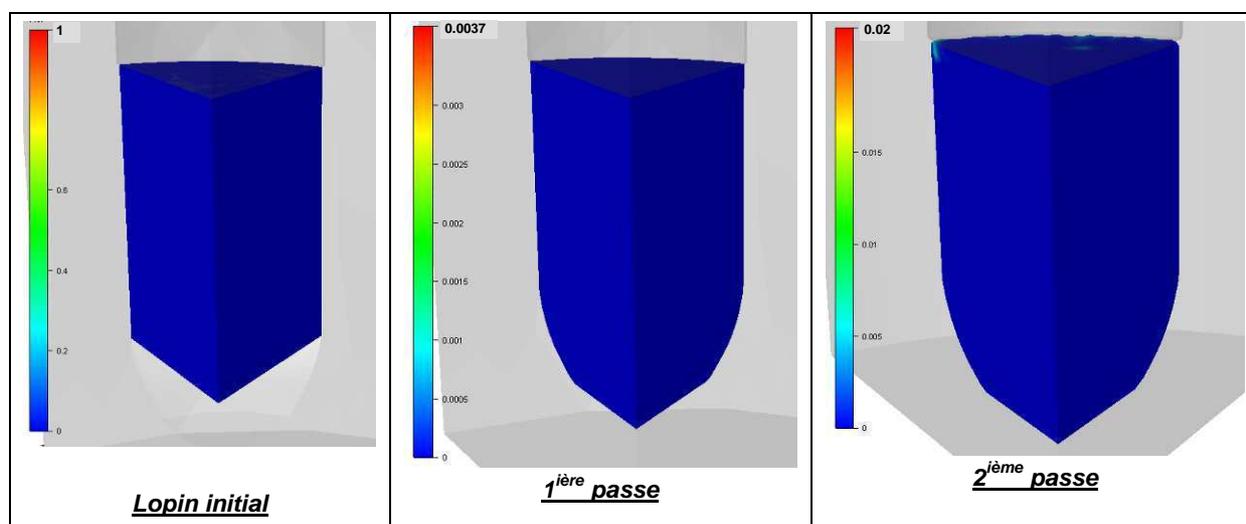


Figure 5.37 : Visualisation de l'endommagement D en fin de première et deuxième passe – Gamme A

En ce qui concerne les deux premières passes de forgeage de la gamme A, quasiment aucun endommagement n'est créé dans la pièce (Figure 5.37). En revanche, pour la gamme B, de l'endommagement commence à se créer dès la passe n°2 (Figure 5.38).

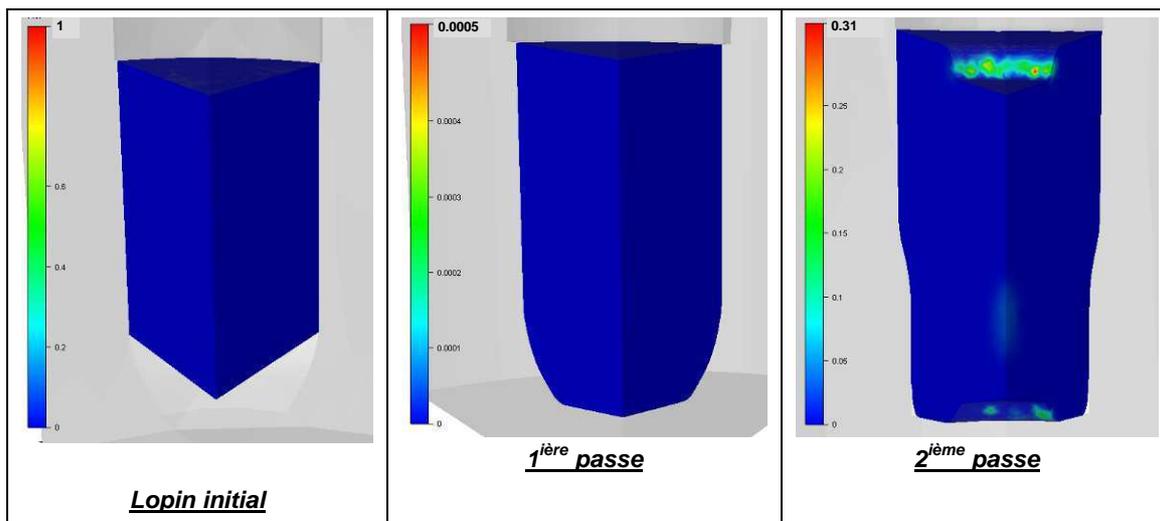


Figure 5.38 : Visualisation de l'endommagement D en fin de première et deuxième passe – Gamme B

Au cours de la passe n° 3, de l'endommagement se crée dans la pièce pour les deux gammes (Figure 5.39 et Figure 5.40). On remarque notamment que pour la gamme A, l'endommagement est plus local et que la valeur maximale obtenue ($D_{\max}=0.20$) est bien plus faible que pour la gamme B ($D_{\max}=0.70$). La passe n° 3 de la gamme A apparaît donc déjà comme plus endommageante que celle de la gamme B.

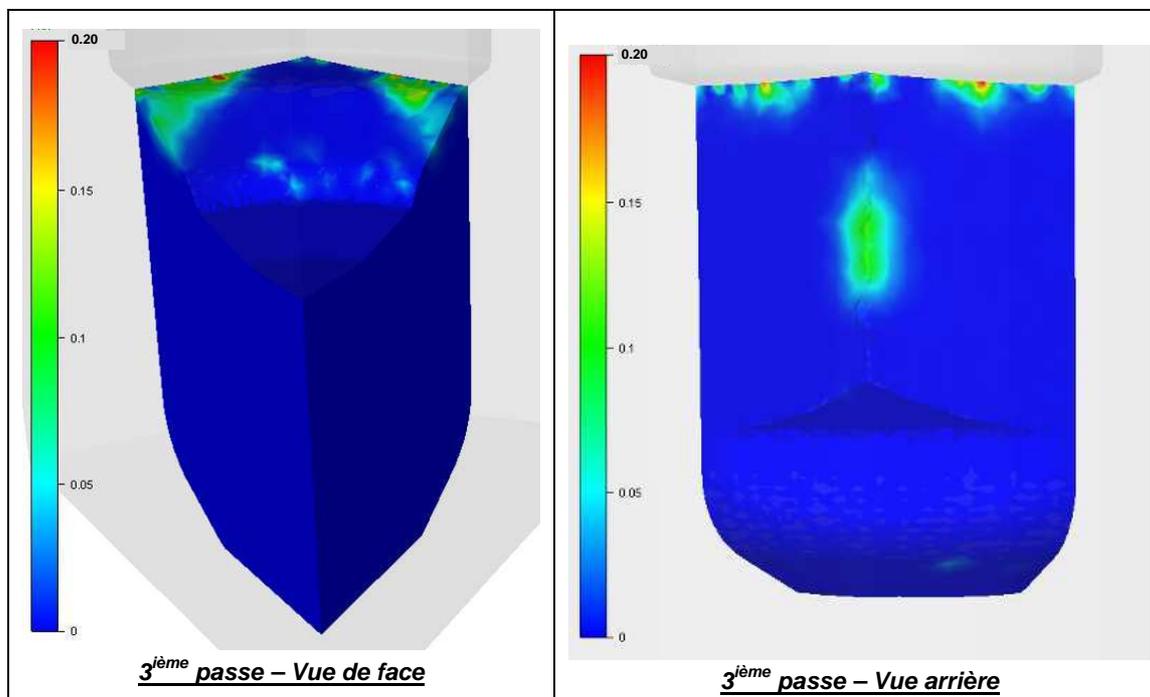


Figure 5.39 : Visualisation de l'endommagement en fin de troisième passe - Gamme A

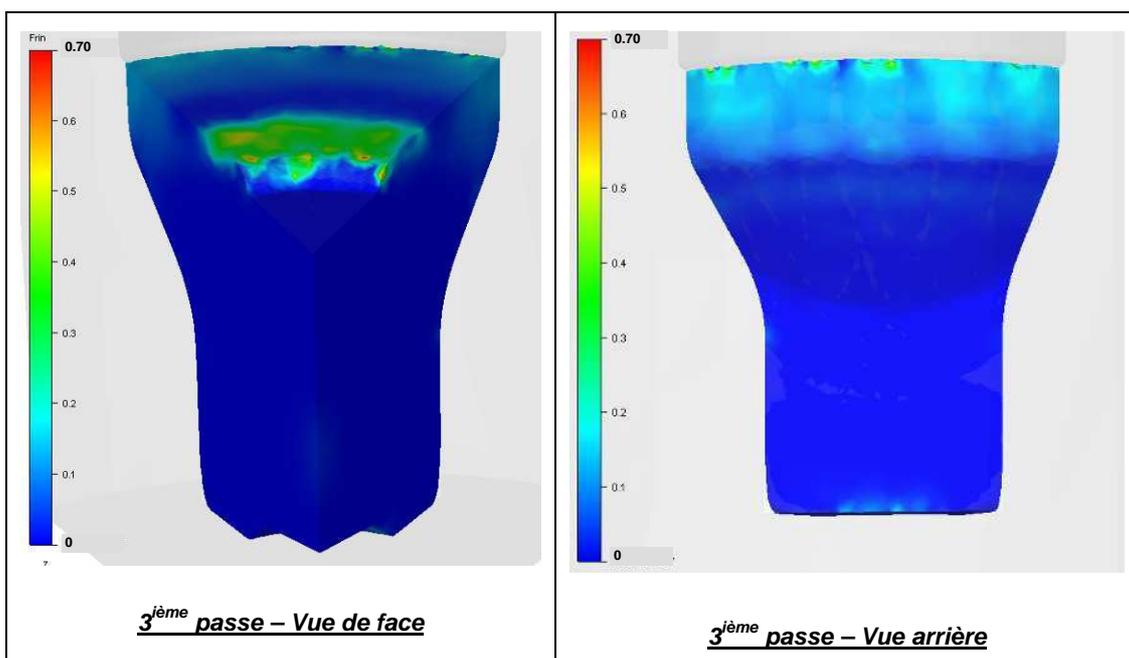


Figure 5.40 : Visualisation de l'endommagement en fin de troisième passe - Gamme B

Pour finir, la passe n° 4 a été simulée (Figure 5.41 et Figure 5.42). Pour les deux gammes, l'endommagement formé se concentre sur l'embase de l'écrou alors qu'il est quasiment nul sur le reste de la pièce. C'est en effet sur l'embase de l'écrou que la triaxialité devient la plus importante.

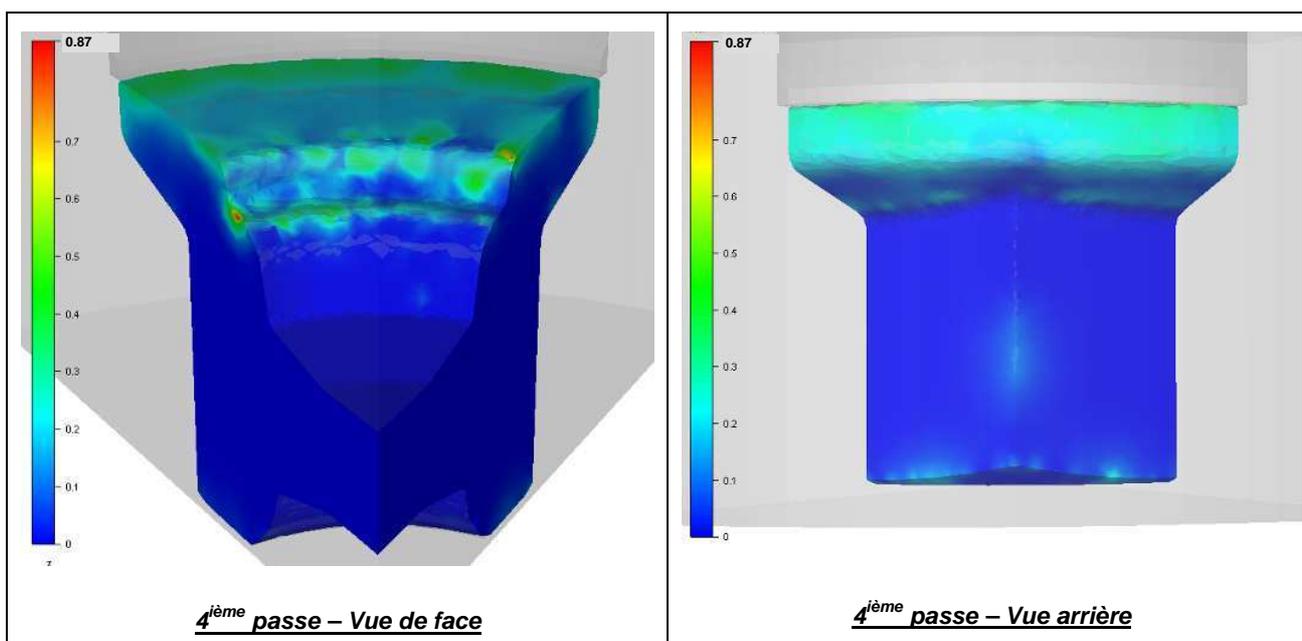


Figure 5.41 : Visualisation de l'endommagement en fin de quatrième passe - Gamme A

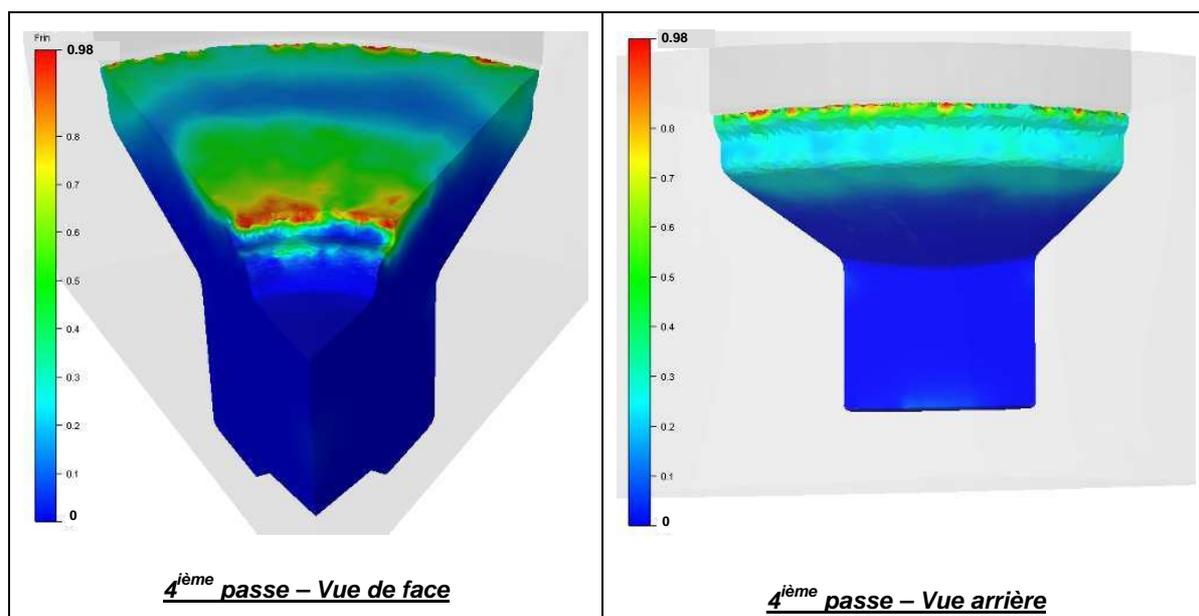


Figure 5.42 : Visualisation de l'endommagement en fin de quatrième passe - Gamme B

La comparaison obtenue en fin de passe n° 4 entre les 2 gammes (Figure 5.43 et Figure 5.44) permet de bien mettre en évidence le fait que la gamme B est plus endommageante que la gamme A. Les niveaux d'endommagement atteints pour la gamme B sur l'embase sont bien plus élevés que pour la gamme A.

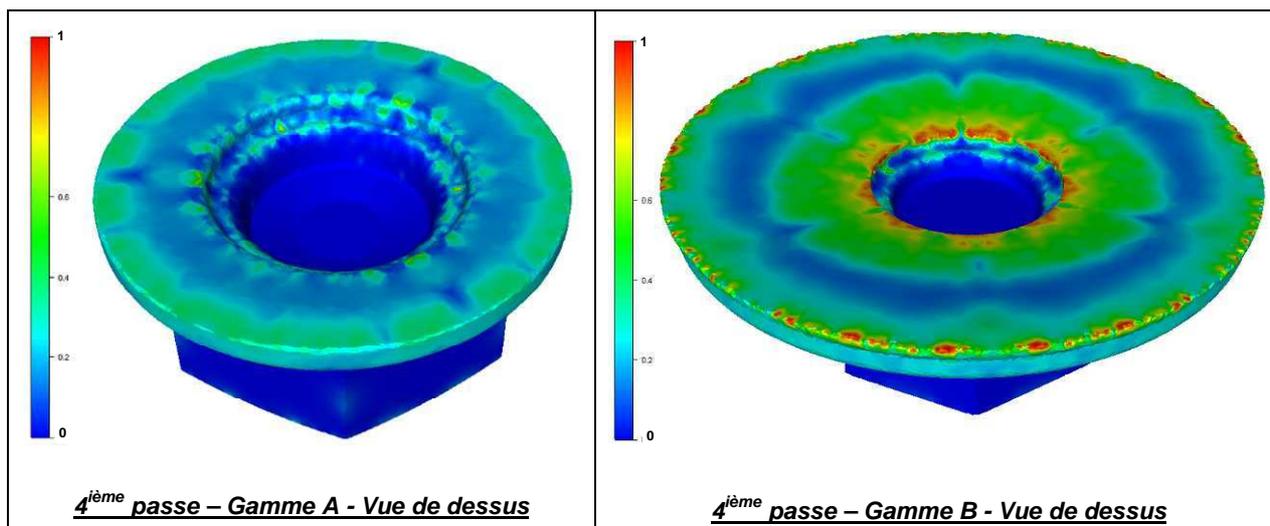


Figure 5.43 : Visualisation de l'endommagement en fin de quatrième passe - Gammes A et B

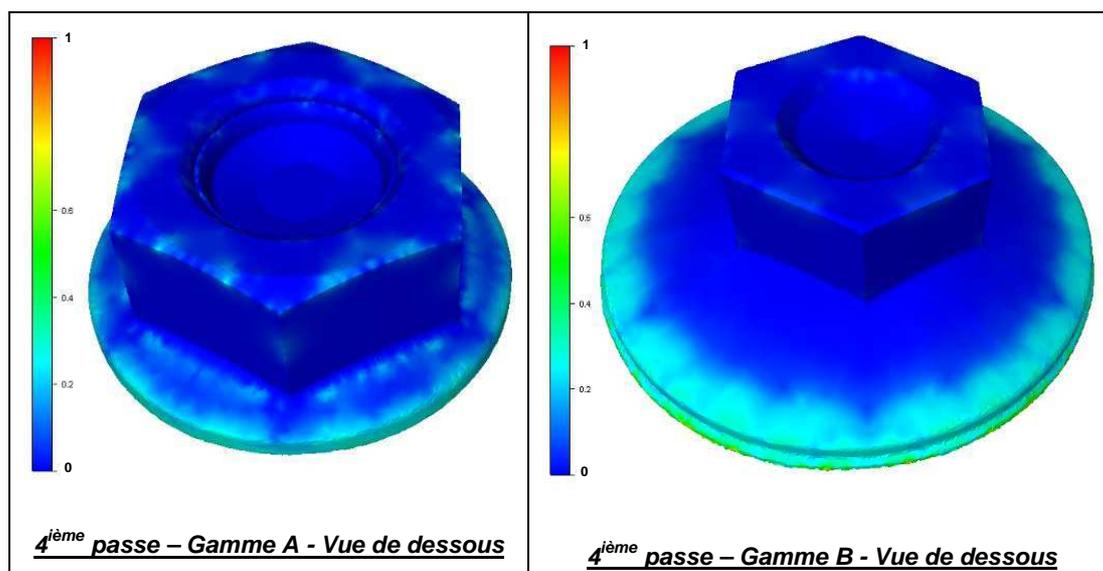


Figure 5.44 : Visualisation de l'endommagement en fin de quatrième passe - Gammes A et B

A partir de la visualisation de l'endommagement en fin de passe n°4, un capteur a été placé sur l'embase des écrous (gammes A et B). Il est alors possible de suivre l'évolution de la triaxialité en fonction de la déformation plastique, et ce pour les zones les plus endommagées. Le résultat obtenu est présenté par la Figure 5.45 pour la gamme A et la Figure 5.46 pour la gamme B. On remarque alors qu'au cours des premières passes (n°1, 2 et 3) la matière est fortement en compression. C'est seulement au cours de la dernière passe que la matière va subir de la traction. On retrouve donc dans les zones fortement endommagées, une alternance entre compression et traction, ce qui a déjà été évoqué précédemment.

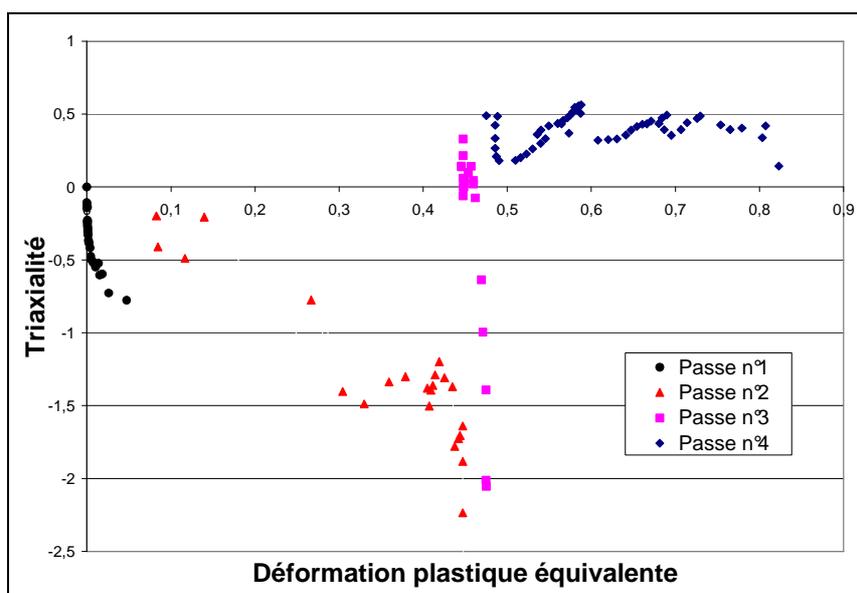


Figure 5.45 : Evolution de la triaxialité sur l'embase – Gamme A

De plus, on peut remarquer que le niveau de déformation plastique équivalente obtenu sur l'embase en fin de passe n° 4 est plus élevé pour la gamme B que pour la gamme A. De même, nous pouvons remarquer que le niveau de triaxialité atteint est plus important pour la gamme B que pour la gamme A. Ceci est donc bien en accord avec le fait que la gamme B est plus endommageante.

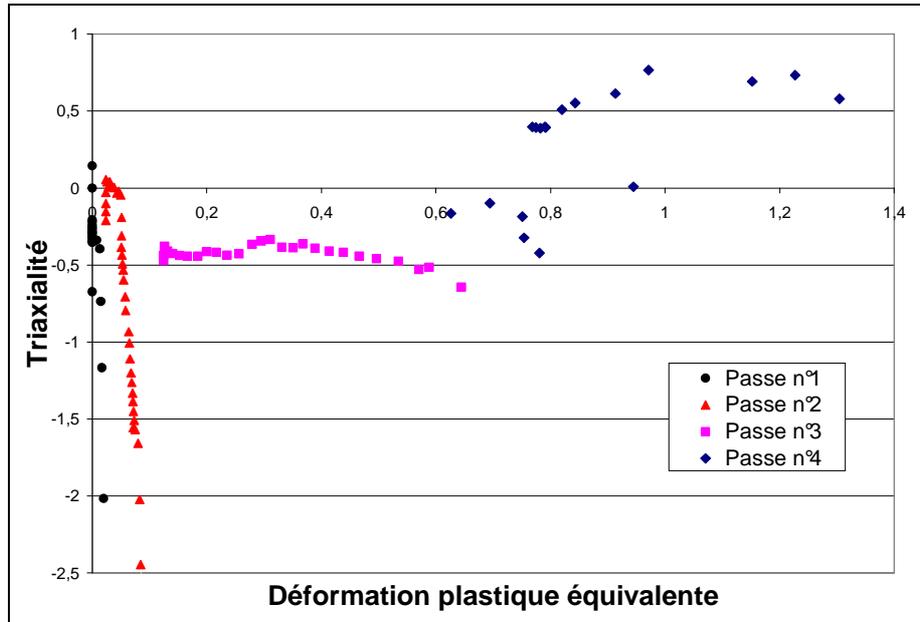


Figure 5.46 : Evolution de la triaxialité sur l'embase – Gamme B

La décomposition de l'endommagement total (D) en endommagement de traction (D^+) et de compression (D^-) est présentée par la Figure 5.47 et la Figure 5.48. Ceci permet ainsi de mieux visualiser la nature de l'endommagement (traction et/ou compression) dans les différentes zones de la pièce. On remarque ainsi que l'endommagement créé sur l'embase est très majoritairement de traction. Ceci est accord avec les chemins de triaxialité obtenus (Figure 5.45 et Figure 5.46) où la triaxialité en compression est le plus souvent inférieure à $-1/3$ soit un taux d'endommagement nul en compression ($\dot{D}^- = 0$).

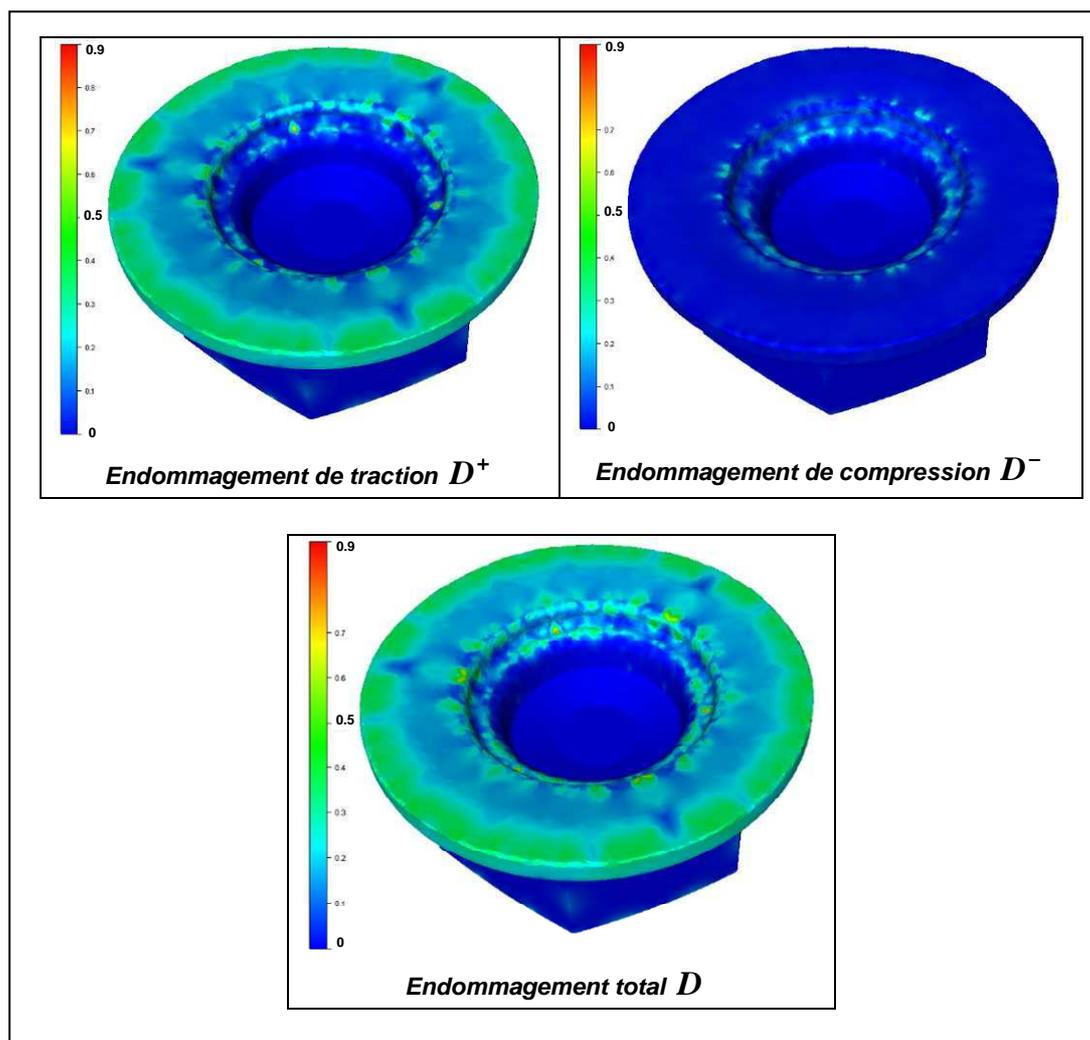


Figure 5.47 : Visualisation de l'endommagement créé en traction (D^+), compression (D^-) et total (D) - Fin de quatrième passe – Gamme A

Au final, les résultats obtenus sont donc bien en accord avec l'expérience que peut en avoir LISI AUTOMOTIVE. A savoir que la gamme B est plus endommageante que la gamme A et que l'endommagement est maximum sur l'embase de l'écrou.

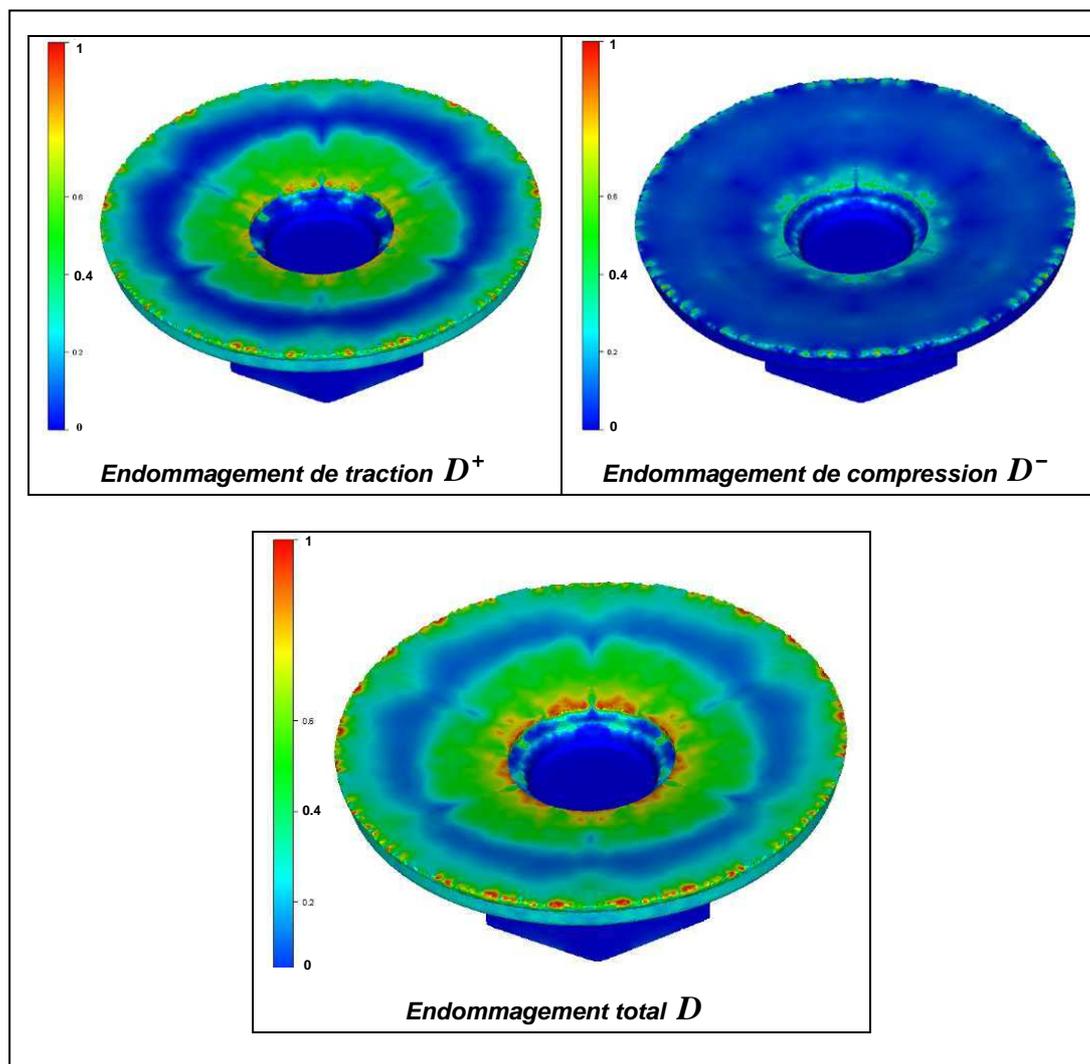


Figure 5.48 : Visualisation de l'endommagement créé en traction (D^+), compression (D^-) et total (D) - Fin de quatrième passe – Gamme B

L'orientation des inclusions a également été simulée pour les gammes A et B comme le montre la Figure 5.49. La différence obtenue en termes de fibrage sur l'embase entre les deux gammes n'est pas très marquée. Il est par conséquent difficile d'imputer l'orientation des inclusions à la différence d'endommagement obtenu expérimentalement entre ces deux gammes.

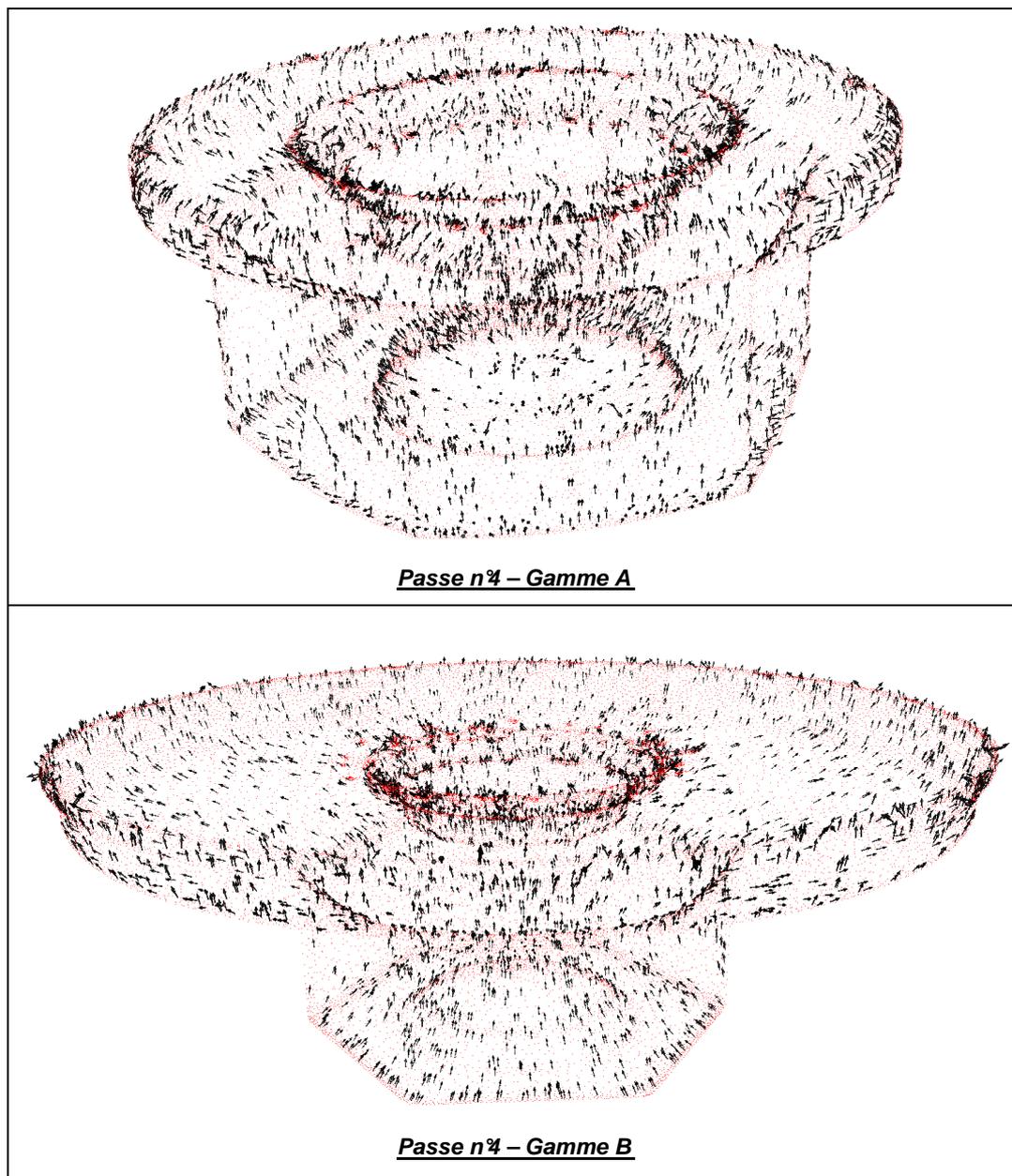


Figure 5.49 : Visualisation de l'orientation des inclusions en fin de quatrième passe pour les gammes A et B

Afin de comparer les deux nuances étudiées, la gamme A a également été simulée avec la nuance 1. Les résultats obtenus en fin de quatrième passe sont représentés par la Figure 5.50 et la Figure 5.51. Les niveaux d'endommagement obtenus pour la nuance 1 sont alors nettement supérieurs à ceux obtenus pour la nuance 2. Ceci met bien en évidence que la nuance 1 est plus endommageante que la nuance 2, et ce pour une même gamme de

forgeage. Le modèle d'endommagement développé permet donc bien de différencier 2 nuances pour une même gamme.

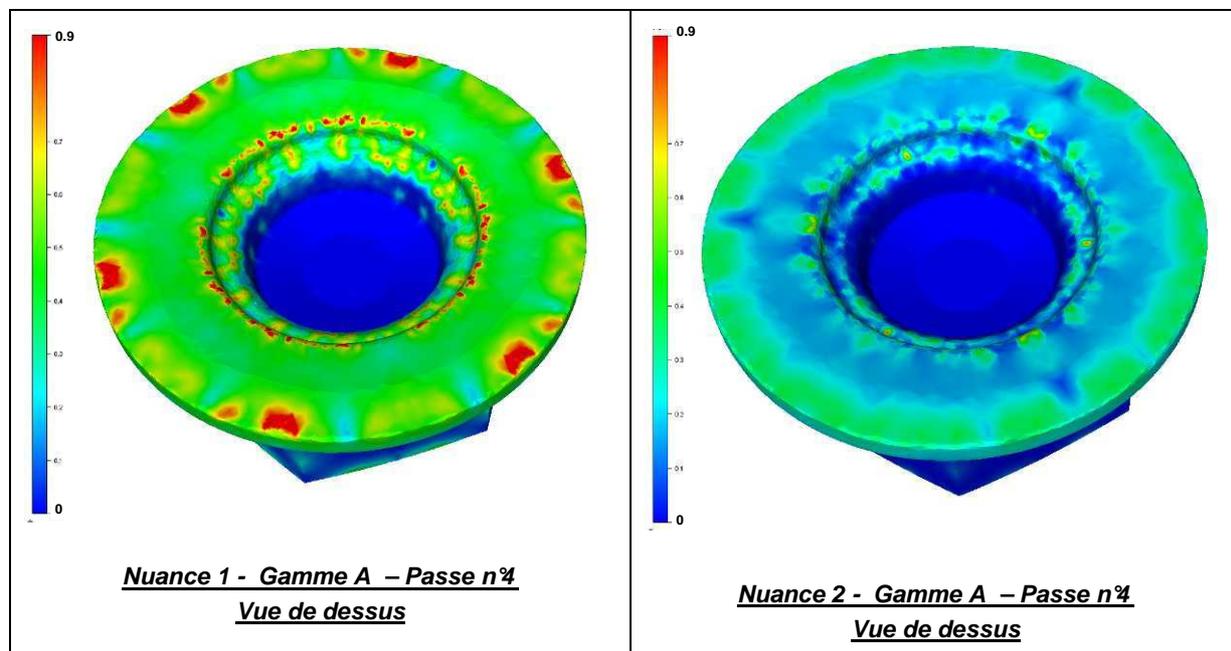


Figure 5.50 : Visualisation de l'endommagement en fin de quatrième passe - Gamme A – Nuances 1 et 2

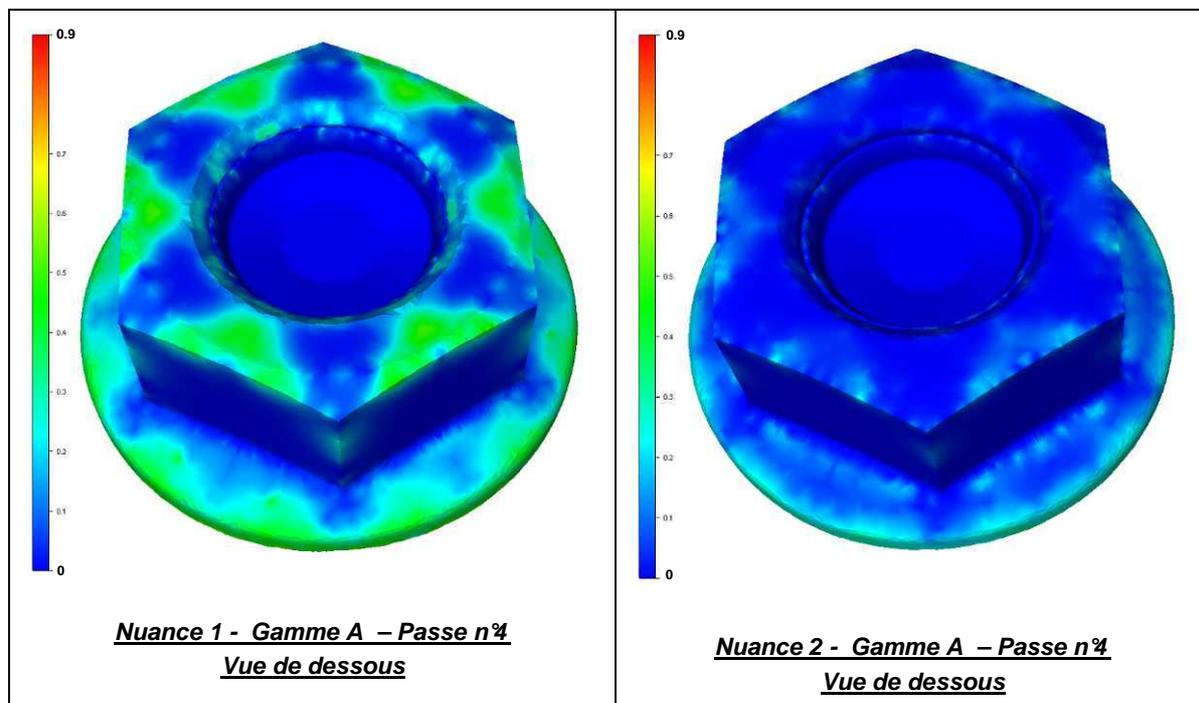


Figure 5.51 : Visualisation de l'endommagement en fin de quatrième passe - Gamme A – Nuances 1 et 2

5.3.3 Conclusion

Deux cas d'applications industrielles ont été simulés avec le logiciel Forge2005 tout en utilisant le modèle d'endommagement amélioré.

Pour chaque cas industriel, deux gammes ont été simulées et comparées afin de mettre en évidence d'éventuelles différences. Les résultats obtenus sont alors en accord avec l'expérience que peuvent en avoir les industriels.

En ce qui concerne l'arbre de boîte de vitesse SETFORGE, la simulation a bien mis en évidence que la nouvelle gamme (avec cuvette dans la tête) était plus endommageante que la gamme actuelle. La localisation dans la tête de l'endommagement (nouvelle gamme) est également en accord avec les ruptures de pièces constatées. En revanche, en ce qui concerne l'orientation des inclusions, celle-ci n'a pas permis de mettre en évidence de différence notable entre les deux gammes.

Pour ce qui est du cas LISI AUTOMOTIVE, la simulation a bien confirmé que la gamme B était plus endommageante que la gamme A, ce qui est en accord avec les observations de l'industriel. De plus, les zones ayant le plus d'endommagement en fin de simulation, sont celles situées sur l'embase de l'écrou comme le constate déjà LISI AUTOMOTIVE en production.

La comparaison pour une même gamme (A) des deux nuances étudiées a également permis de mettre en évidence que la nuance 1 était plus endommageante que la nuance 2. La simulation permet donc bien de reproduire le comportement observé expérimentalement, à savoir que la nuance ferrito-perlitique (nuance 2) possède une plus grande ductilité que la nuance bainitique (nuance 1).

Nous avons également pu constater que pour ces deux cas industriels, l'endommagement obtenu dans les zones de rupture était très majoritairement composé d'endommagement de traction (D^+). Ceci conforte donc l'idée que l'endommagement de traction est prépondérant dans les zones critiques, même si la pré compression que peut subir la matière dans ces zones peut aussi avoir une influence sur la ductilité.

En ce qui concerne l'approche que nous avons eue pour ces deux cas industriels, celle-ci est plus qualitative que quantitative car les nuances réellement utilisées n'ont pas été identifiées avec le nouveau modèle d'endommagement. Cependant, l'outil logiciel ainsi développé peut d'ores et déjà permettre aux utilisateurs de différencier deux gammes de mises en forme. La comparaison de deux nuances entre elles est également possible pour une même gamme.

La possibilité de visualiser l'orientation des inclusions par rapport aux contraintes principales au cours du forgeage est aussi un outil qui peut s'avérer très intéressant, surtout pour des nuances fortement anisotropes.

Enfin, ces différents cas nous ont confirmé que la matière est soumise à de la compression avant d'être mise en traction et de conduire à la fissuration. Il serait donc intéressant de mieux caractériser l'effet de la pré compression sur la ductilité.

Conclusions & perspectives

Conclusions

Le sujet de thèse qui a été abordé concernait la modélisation numérique de l'endommagement en forge à froid. En général, les procédés de forge à froid nécessitent souvent plusieurs passes de mise en forme, ce qui soumet la matière à des chargements multiaxiaux et non monotones. La prédiction de l'endommagement (localisation, instant de rupture) est alors souvent mise à mal avec les modèles classiques. L'objectif du sujet de thèse était donc le développement d'un modèle d'endommagement permettant une bonne localisation ainsi qu'une meilleure prédiction de l'instant de rupture. Pour cela, une approche couplant à la fois des moyens expérimentaux et des moyens numériques a été mise en place.

Tout d'abord, au cours de l'approche expérimentale, des essais de traction ont été réalisés en tenant compte de l'orientation des inclusions par rapport à la direction de chargement. Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence la forte anisotropie de l'endommagement, notamment pour la nuance 1 (bainitique). Des essais de compression/traction ont également été effectués sur des éprouvettes entaillées (type diabolos). Les résultats obtenus ont montré une certaine influence de la pré compression sur la rupture en traction, avec notamment une augmentation de la ductilité en ce qui concerne la nuance 1 (bainitique). En revanche pour la nuance 2 (ferrito-perlitique), aucune influence notable n'a été relevée. Enfin, la présence d'un écrouissage cinématique a été mise en évidence pour les deux nuances au cours des essais de compression/traction.

Des observations microscopiques ont aussi été menées par le biais d'essais in situ au MEB et de tomographie X en collaboration avec le laboratoire MATEIS de l'INSA de Lyon. Différents modes de germination (fragmentation, décohésion) ont alors été mis en évidence au cours de la rupture ductile, et la forte influence de l'orientation des inclusions sur la croissance des porosités a été démontrée. Ces techniques ont alors permis d'obtenir des résultats très prometteurs pour l'avenir en ce qui concerne la compréhension de ces mécanismes microscopiques. L'observation des faciès de rupture a également mis en évidence une grande différence suivant l'orientation des inclusions : cupules et lèvres ductiles (rupture en « cup cone ») pour les éprouvettes longitudinales, facettes planes pour les éprouvettes transverses.

En parallèle, une approche numérique a été développée afin d'intégrer une loi de comportement élasto-plastique endommageable au sein du logiciel Forge2005®. Le modèle

utilisé était de type Lemaitre avec endommagement isotrope. L'intégration de la loi de comportement et sa résolution par un algorithme de type « prédiction élastique/correction plastique par retour radial » ont alors été détaillées. Une étude de différents couplages (fort et faible) a également été réalisée. Par la suite, plusieurs améliorations ont été apportées au modèle original afin de le rendre plus adapté aux trajets de chargements complexes. Dans un premier temps, l'évolution de l'endommagement en compression a été prise en compte par une décomposition du tenseur des contraintes. Ceci permet notamment de prendre en compte l'effet de refermeture des porosités ainsi qu'une croissance de l'endommagement plus faible en compression qu'en traction, ce qui est en accord avec l'expérimentation. Deuxièmement, une limite en triaxialité des contraintes (égale à $-1/3$) a été introduite dans le modèle d'endommagement. Cette valeur s'appuie notamment sur des travaux expérimentaux menés par différents auteurs ([Kudo67], [Bridgman64], [Bao04]), et dont les résultats ont montré l'absence de rupture pour de forts niveaux de compression. L'intégration de cette limite au modèle d'endommagement a dès lors mis en évidence sa forte influence sur la localisation de l'endommagement. Ceci a notamment permis d'obtenir une bonne localisation de l'endommagement dans le cas du filage avant et le cas de compression d'un lopin, ce qui n'était pas le cas avec le modèle de Lemaitre original. Cette limite en triaxialité est donc primordiale sur la bonne prédiction de la zone d'endommagement maximal lors de simulations de forgeage. Troisièmement, un nouveau potentiel d'endommagement a été proposé, ce qui influence fortement l'évolution de l'endommagement. Ceci nous a alors permis d'obtenir une meilleure corrélation entre expérimentation et simulation, notamment lors d'essais de traction et de compression/traction. Enfin, l'anisotropie de l'endommagement a été prise en compte par le biais de l'orientation des inclusions par rapport à la sollicitation. L'anisotropie de l'endommagement a alors été réalisée en considérant que le paramètre D_c évoluait en fonction de l'orientation des inclusions et de la sollicitation. Nous avons également évoqué la possibilité de travailler avec un tenseur d'endommagement, ce qui serait sans doute plus adapté aux sollicitations multiaxiales, comme nous y reviendrons dans les perspectives.

Enfin, les aspects de validation entre expérimentation et simulation ont été étudiés. Des essais mécaniques simples (traction et TELE) ont été simulés. En ce qui concerne les essais de traction sur éprouvettes axisymétriques, les résultats ont montré que le couplage entre endommagement et comportement était nécessaire afin d'obtenir une striction à rupture proche de la réalité expérimentale. De plus à rupture, l'endommagement simulé est maximal à cœur, ce qui est en accord avec l'expérimentation. L'utilisation de l'option « kill element » a également permis de bien simuler la rupture en traction et d'obtenir ainsi un faciès de rupture de type « cup cone », semblable à celui observé expérimentalement. Concernant les essais TELE, la différence obtenue, en termes de localisation de l'endommagement avec le modèle de base de Lemaitre, est flagrante. Les modifications apportées au modèle ont permis d'obtenir une localisation de l'endommagement au centre de l'entaille, ce qui est en accord avec l'expérimentation.

En revanche, le déplacement à rupture reste difficilement prévisible à partir des valeurs d'endommagement critique obtenues par le biais d'essais de traction. Pour expliquer cela,

plusieurs hypothèses ont été évoquées comme notamment la zone de rupture (en surface pour TELE et à cœur pour l'essai de traction), l'influence de la pré compression sur la ductilité, la précision du déplacement à rupture identifié expérimentalement et le chargement bi axial dans la zone de rupture pour l'essai TELE. L'utilisation d'un tenseur d'endommagement serait également sans doute plus appropriée.

En ce qui concerne la validation industrielle, l'étude des cas d'application a été qualitative plutôt que quantitative. Les résultats numériques obtenus sont en accord avec les observations expérimentales fournies par nos partenaires industriels. L'outil logiciel ainsi développé peut d'ores et déjà permettre aux utilisateurs de différencier deux gammes de mise en forme ainsi que de comparer deux nuances entre elles pour une même gamme. La visualisation de l'orientation des inclusions au cours du forgeage est également une évolution intéressante et qui doit surtout être prise en compte pour des nuances fortement anisotropes. La prise de conscience que la pré-compression de la matière pouvait souvent être bénéfique sur la rupture, est un élément important pour les partenaires industriels. Des modifications pourront alors être apportées au niveau des gammes de forgeage afin d'optimiser les zones critiques d'endommagement pour les pièces.

La prédiction de l'amorçage de fissures reste malgré tout particulièrement délicate à prendre en compte industriellement. En effet, les problèmes de criques rencontrés dans l'industrie touchent parfois un très faible pourcentage de pièces sur l'ensemble de la production. Les modèles numériques proposés permettent donc de prédire les zones d'endommagement potentiellement critiques. Mais ce sont souvent des défauts géométriques ou microstructuraux locaux qui vont engendrer l'apparition d'une crique. Il est important d'être conscient de cette variabilité lorsque l'on utilise de tels modèles d'endommagement. Le logiciel de simulation devient alors un outil d'aide à la décision dans la mesure où il permet de comparer deux gammes entre elles, ou encore deux nuances d'acier. Il constitue également un outil d'aide à l'innovation car il permet de faire évoluer les gammes de forgeage vers des solutions minimisant l'endommagement.

Perspectives

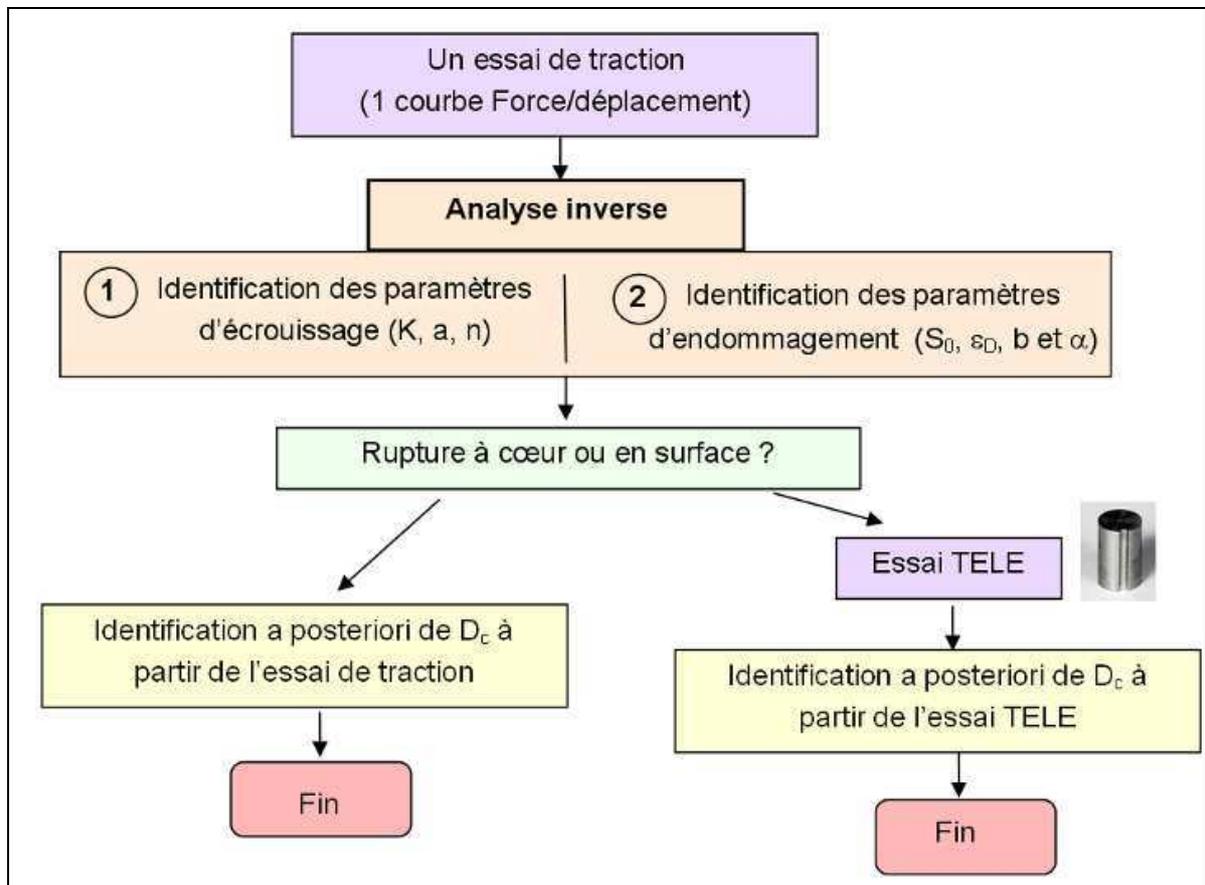
Les différents travaux menés au cours de la thèse ont permis de faire évoluer la prise en compte de l'endommagement. Cependant, certains points restent encore à améliorer afin d'être encore plus performant.

Tout d'abord, le développement d'un modèle d'endommagement tensoriel serait sans doute plus approprié dans le cas de trajets de chargements multiaxiaux. Une première version d'endommagement tensoriel a été implémentée mais celle-ci n'a pas pu être validée.

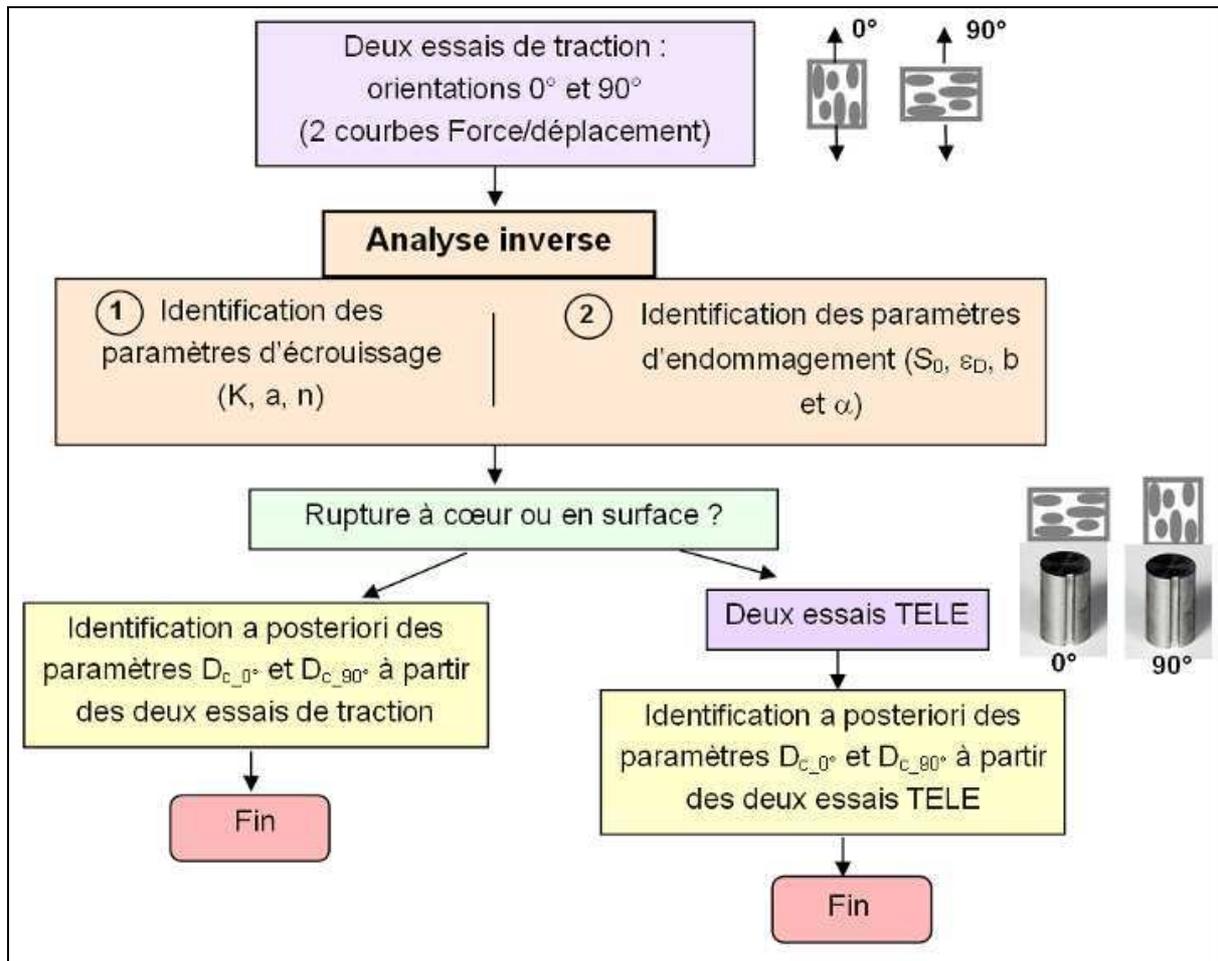
Deuxièmement, le paramètre d'endommagement critique D_c a été mis en relation avec l'orientation des inclusions afin de rendre compte de l'anisotropie. La prise en compte de l'effet de pré compression sur la matière pourrait alors également être reliée au paramètre D_c .

Troisièmement, une nouvelle méthodologie d'identification des paramètres d'endommagement pourrait être proposée pour l'avenir, afin d'améliorer la prédiction de l'instant de rupture. Celle-ci aurait pour but de fournir une procédure d'identification des paramètres suivant que les matériaux utilisés aient un endommagement isotrope ou anisotrope, et que la rupture se produise à cœur ou en surface. La méthodologie pourrait alors être la suivante :

- *Matériaux avec endommagement isotrope :*



• *Matériaux avec endommagement anisotrope :*



Enfin, dans le but de s'affranchir de la taille de maille, un modèle d'endommagement avec une méthode de calcul non local pourrait être développé. Cela éviterait ainsi d'avoir à utiliser la même taille de maille pour l'identification des paramètres d'endommagement et les cas d'applications industrielles.

Références bibliographiques

- [Abu Al-Rub et al. 04] **R.K. Abu Al-Rub, G.Z. Voyiadjis**, « Analytical and experimental determination of the material intrinsic length scale and strain gradient plasticity theory from micro- and nano-indentation experiments ». *Int. J. of Plast.*, vol.20, p. 1139-1182, 2004.
- [Aliaga00] **C. Aliaga**, « Simulation numérique par éléments finis 3D du comportement thermomécanique au cours du traitement thermique d'aciers : application à la trempe de pièces forgées ou coulées ». *Thèse de doctorat*, École Normale Supérieure des Mines de Paris, Sophia Antipolis, Avril 2000.
- [Aravas87] **N. Aravas**, « On the numerical integration of class of pressure-dependent plasticity models ». *Internat. J. Numer. Methods Engrg*, vol.24, p.1395-1416, 1987.
- [Babuska73] **I. Babuska**, « The finite element method with penalty ». *Math. Comp.*, vol. 27, p. 221-228, 1973.
- [Bao03] **Y. Bao**, « Prediction of ductile crack formation in uncracked bodies ». *Thèse de doctorat*, Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [Bao04] **Y. Bao, T. Wierzbicki**, « On the cut-off value of negative triaxiality for fracture ». *Engineering Fracture mechanics*, p.1049-1069, 2004.
- [Barboza04] **J. Barboza**, « Traitement de contact entre corps déformables et calcul parallèle pour la simulation 3D du forgeage multicorps ». *Thèse de doctorat*, École Normale Supérieure des Mines de Paris, Sophia Antipolis, Février 2004.
- [Bazant et al. 02] **Z.P. Bažant, M. Jirásek**, « Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: Survey of progress ». *J. Engng. Mech.*, vol.128, p.1119-1149, 2002.
- [Berdin et al.04] **C. Berdin, J. Besson, S. Bugat, R. Desmorat, F. Feyel, S. Forest, E. Lorentz, E. Maire, T. Pardoen, A. Pineau, B. Tanguy**, « Local to approach fracture », Les presses de l'École des Mines, 2004.

- [Bonora97] **N. Bonora**, « A nonlinear CDM model for ductile failure ». *Engng. Fract. Mech.*, Vol.58, p.11-28, 1997.
- [Borvik et al.03] **T. Borvik, OS. Hopperstad, T. Berstad**, « On the influence of stress triaxiality and strain rate on the behavior of a structural steel. Part II, Numerical study ». *Euro J. Mech. A/Solids*, vol.22, p.15-32, 2003.
- [Bostbarga01] **G. Bostbarga, H. Faure**, « Forgeage à froid de l'acier – Choix de l'acier et procédés ». *Techniques de l'Ingénieur*, dossier M3085, 2001.
- [Bouchard07] **P.-O. Bouchard, L. Bourgeon**, « Numerical modelling of cold forging processes and predictive damage computation ». *The 5th International Conference on Materials Processing Defects*, Ithaca Cornell University, USA, July 18-20, 2007.
- [Bouchard08a] **P.-O. Bouchard, L. Bourgeon**, « Enriched Lemaitre damage approach for cold forging applications ». *International Symposium on Plasticity*, p.103-105, Kona, Hawaii, USA, January 2-8, 2008.
- [Bouchard08b] **P.-O. Bouchard, L. Bourgeon**, « Damage computation for non-monotonic multiaxial loadings applied to anisotropic ductile steel grades ». *World Congress in Computational Mechanics (WCCM8)*, Venice, Italy, June 30-July 5, 2008.
- [Bouchard et al.07] **P.-O. Bouchard, L. Bourgeon, R. Spataro, Y. Gobard, J. Demurger, B. Starck, Ph. Croissant**, « Numerical modelling of cold forging processes and predictive damage computation ». *International Conference on Computational Fracture and Failure of Materials and Structures*, Nantes, June 11-13, 2007.
- [Bouchard et al.] **P.-O. Bouchard, L. Bourgeon, S. Fayolle, K. Mocellin**, « An enhanced anisotropic Lemaitre damage model to deal with complex multiaxial loadings ». *International Journal of Damage Mechanics*, soumis.
- [Bouchard et al.08] **P.-O. Bouchard, L. Bourgeon, H. Lachapèle, E. Maire, C. Verdu, R. Forestier, R.E. Logé**, « On the influence of particle distribution and reverse loading on damage mechanisms of ductile steels ». *Materials Science and Engineering*, vol.496, p.223-233, 2008.
- [Bouchard et al.09] **P.-O. Bouchard, L. Bourgeon, R.E. Logé, C. Verdu, E. Maire**, « A multiscale analysis of ductile steel grades damage and fracture mechanisms ». *12th International Conference on Fracture*, Ottawa, Canada, July 12-17, 2009.

- [Bourgeon07] **L. Bourgeon, P.-O. Bouchard** « Modélisation numérique de l'endommagement ductile pour le forgeage à froid des métaux ». *18ième Congrès Français de Mécanique*, Grenoble, 27-31 Août, 2007.
- [Bousseta05] **R. Boussetta**, « Estimateurs d'erreur et remaillage adaptatif : application à la simulation 3D des procédés de mise en forme des matériaux ». *Thèse de doctorat*, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Sophia Antipolis, 2005.
- [Boyère99] **E. Boyère**, « Contribution à la modélisation numérique thermomécanique tridimensionnelle du forgeage ». *Thèse de doctorat*, Ecole Normale Supérieure des Mines de Paris, Sophia Antipolis, Juin 1999.
- [Bridgman64] **PW. Bridgman**, « Studies in large plastic flow and fracture. Cambridge ». *MA: Harvard University Press*, 1964.
- [Buffière et al.99] **J.-Y. Buffière, E. Maire, P. Cloetens, G. Lormand, R. Fougères**, *ActaMater.*, vol. 47, 1999.
- [Caillet07] **N. Caillet**, « Prise en compte des spécificités des pièces forgées en fatigue illimitée ». *Thèse de doctorat de l'Ecole des Mines de Paris – CEMEF*, Sophia-Antipolis, 2007.
- [Chu80] **C. Chu, A. Needleman**, « Void nucleation effects in biaxially stretched sheets ». *J. of Engng Mater. Technology*, p.249-256, 1980.
- [Chaboche77] **J. L. Chaboche**, « Sur l'utilisation des variables d'état interne pour la description du comportement viscoplastique et de la rupture par endommagement », *Symp. Franco-Polonais de Rhéologie et Mécanique*, Cracovie, 1977.
- [Chaboche89] **J. L. Chaboche**, « Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity », *Int. J. of Plasticity*, vol.5, p.247-302, 1989.
- [Chandrakanth95] **S. Chandrakanth, P. C. Pandey**, « An isotropic damage model for ductile material ». *Engng. Fract. Mech.*, vol.50, p.457-465, 1995.
- [Cockcroft68] **MG. Cockcroft, DJ. Latham**, « Ductility and the workability of metals ». *J. Inst. Metals*, 96:33-9, 1968.

- [Coupez 94] **T. Coupez**, « A mesh improvement method for 3D automatic remeshing ». *4th International Conference of Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields*. Swansea, Wales 6th – 8th April 1994.
- [Croix02] **P. Croix**, « Endommagement et rupture des métaux anisotropes pour la dynamique et les crash de véhicules ». *Thèse de doctorat*, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2002.
- [DiMichiel et al.05] **M. DiMichiel, J.M. Merino, D. Fernandez-Carreiras, T. Buslaps, V. Honkimäki, P. Falus, T. Martins, O. Svensson**, *Rev. Sci. Instrum.*, 76 (2005) 043702.
- [Do06] **T. T. Do**, « Optimisation de forme en forgeage 3D ». *Thèse de doctorat de l'Ecole des Mines de Paris – CEMEF*, Sophia-Antipolis, 2006.
- [Fayolle08] **S. Fayolle**, « Modélisation numérique de la mise en forme et de la tenue mécanique d'assemblages par déformation plastique – Application au rivetage auto poinçonnant ». *Thèse de doctorat de l'Ecole des Mines de Paris – CEMEF*, Sophia-Antipolis, 2008.
- [Forestier04] **R. Forestier**, « Développement d'une méthode d'identification de paramètres par analyse couplée inverse avec un modèle éléments finis 3D ». *Thèse de doctorat de l'Ecole des Mines de Paris – CEMEF*, Sophia-Antipolis, 2004.
- [Ganser et al.01] **HP. Ganser, AG. Atkins, O. Kolednik, FD. Fischer, O. Richard**, « Upsetting of cylinders : a comparison of two different damage indicators ». *J. Eng. Mater. Technol.*, 123:94-9, 2001.
- [Gay95] **C. Gay**, « Contribution à la simulation numérique 3D du forgeage à froid ». *Thèse de doctorat*, Ecole des Mines de Paris, CEMEF, Sophia Antipolis, 1995.
- [Germain73] **P. Germain**, « Cours de mécanique des milieux continus ». Masson, Tome1, Paris, 1973.
- [Gologanu et al.93] **M. Gologanu, J. Leblond, J. Devaux**, « Approximate models for ductile metals containing non-spherical voids – case of axisymmetric prolate ellipsoidal cavities ». *J. Mech. Phys. Solids* 41 (11), p.1723-1754, 1993.

- [Gurson77] **A. L. Gurson**, «Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part I – Yield criteria and flow rules for porous ductile media ». *J. of Eng. Mat. Tech.*, vol.99, 1977.
- [Hancock76] **JW. Hancock, AC. Mackenzie**, « On the mechanisms of ductile failure in high-strength steels subjected to multi-axial stress-states ». *J. Mech. Phys. Solids*, vol.24, p.147-169, 1976.
- [Holland75] **J. H. Holland**, « Adaptation in natural and artificial system ». Ann Harbor, *The University of Michigan Press*, 1975.
- [Hopperstad et al.03] **OS. Hopperstad, T. Borvik, M. Langseth, C. Albertini**, « On the influence of stress triaxiality and strain rate on the behavior of a structural steel. Part I, Experiments ». *Euro J. Mech. A/Solids*, vol.22, p.1-13, 2003.
- [Hughes84] **T. J. R. Hughes**, « Numerical implementation of constitutive models : rate-independent deviatoric plasticity, Martinus Nijhoff, Dordrecht, The Netherlands, 1984.
- [Kachanov58] **L. Kachanov**, «Time of the rupture process under creep conditions ». *Izv. Akad. NAUK. SSR – Otd. Nauk*, vol.8, p.26-31, 1958.
- [Kao et al.90] **AS. Kao, HA. Kuhn, O. Richmond, WA. Spitzig**, « Tensile fracture and fractographic analysis of 1045 spheroidized steel under hydrostatic pressure ». *J. Mater. Res.*, vol.5, p.83-91, 1990.
- [Kudo67] **H. Kudo, K. Aoi**, «Effect of compression test conditions upon fracturing of medium carbon steel». *J. Jap Soc Technol Plastic*, vol.18, p.17-27, 1967.
- [Lachapèle07] **H. Lachapèle**, « Vers une meilleure compréhension des mécanismes régissant l'endommagement grâce à une analyse micromécanique ». Rapport de projet. *Mastère en mécanique numérique de l'Ecole des Mines de Paris – CEMEF*, Sophia-Antipolis, 2007.
- [Ladevèze83] **P. Ladevèze**, «On an anisotropic damage theory». *In: Proc. CNRS Int. Coll. 351 – Failure criteria of structured media*, Villars-de-Lans, 1983.

- [Lange06] **C. Lange**, « Etude physique et modélisation numérique du procédé de sertissage de pièces de carrosserie ». *Thèse de doctorat de l'Ecole des Mines de Paris – CEMEF*, Sophia-Antipolis, 2006.
- [Lemaitre83] **J. Lemaitre**, « A continuous damage mechanics model for ductile fracture ». *J. of Engng. Mat. and Technology*, Vol.107, p.83-89, 1983.
- [Lemaitre85] **J. Lemaitre, J. L. Chaboche**, « Mécanique des matériaux solides ». *Dunod*, Paris, 1985.
- [Lemaitre96] **J. Lemaitre**, « A course on damage mechanics (second edition) ». *Springer-Verlag*, 1996.
- [Lemaitre et al.00] **J. Lemaitre, R. Desmorat, M. Sauzay**, « Anisotropic damage law of evolution ». *Eur. J. Mech.* , vol.19, p.187-208, 2000.
- [Lemaitre04] **J. Lemaitre, R. Desmorat**, « Engineering damage mechanics : ductile, creep, fatigue and brittle failures ». *Springer*, 2004.
- [Le Roy et al. 81] **G. Le Roy, J. D. Embury, G. Edward, M. F. Ashby**, « A model of ductile fracture based on the nucleation and growth of voids ». *Acta Metallurgical*, vol. 29, p.1509-1522, 1981.
- [Liu93] **DS. Liu, JJ. Lewandowski**, « The effects of superimposed hydrostatic pressure on deformation and fracture : part I. Monolithic 6061 aluminium ». *Metall. Mater. Trans*, 24A :601-8, 1993.
- [Maire et al.04] **E. Maire, L. Salvo, P. Cloetens, M. Di Michiel**, « Tomographie à rayons X appliquée à l'étude des matériaux », *Techniques de l'ingénieur*, Septembre 2004.
- [Margevicius94] **RW. Margevicius, JJ. Lewandowski**, « The influence of hydrostatic pressure on fracture of single-crystal and polycrystalline NiAl ». *Metall. Mater. Trans*, 25A :1457-70, 1994.
- [Mariage03] **J. F. Mariage**, « Simulation numérique de l'endommagement ductile en formage de pièces massives ». *Thèse de doctorat*, Université de Technologie de Troyes, 2003.

- [Marie97] **S. Marie**, « Un modèle de parallélisation S.P.M.D. pour la simulation numérique de procédés de mise en forme de matériaux ». *Thèse de doctorat*, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Sophia Antipolis, 1997.
- [McClintock68] **McClintock**, « A criterion for ductile fracture by growth of holes », *J. of Applied Mechanics*, 1968.
- [Milesi09] **M. Milesi**, « Impact des caractéristiques microstructurales des pièces forgées sur leur tenue en fatigue à grand nombre de cycles ». *Thèse de doctorat de l'École des Mines de Paris – CEMEF*, Sophia-Antipolis, 2009.
- [Mocellin99] **K. Mocellin**, « Contribution à la simulation numérique tridimensionnelle du forgeage à chaud : étude du contact et calcul multigrille ». *Thèse de doctorat de l'École des Mines de Paris – CEMEF*, Sophia-Antipolis, 1999.
- [Montheillet86] **F. Montheillet, F. Moussy**, « Physique et mécanique de l'endommagement ». *Les éditions de physique*, 1986.
- [Neto02] **E. A. de Souza Neto**, « A fast, one-equation integration algorithm for the Lemaitre ductile damage model ». *Commun. Numer. Mech. Engng*, vol.18, p.541-554, 2002.
- [Oyane80] **Oyane et al.**, « Criteria for ductile fracture and their applications ». *J. of Mechanical Working Technology*, vol.4, p.65-81, 1980.
- [Perchat00] **E. Perchat**, « MINI-Éléments et factorisations incomplètes pour la parallélisation d'un solveur de Stokes 2D. Application au forgeage ». *Thèse de doctorat*, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Sophia Antipolis, 2000.
- [Peyrot et al.09] **I. Peyrot, P.-O. Bouchard, R. Ghisleni, J. Michler** « Determination of plastic properties of metals by instrumented indentation using a stochastic optimization algorithm ». *Journal of materials research*, vol. 24, n°3, p. 936-947, 2009.
- [Pijaudier87] **G. Pijaudier, Z.P. Bazant**, « Nonlocal damage theory ». *ASCE J. Eng. Mech.*, vol. 113, p.1512-1533, 1987.
- [Pirondi03] **A. Pirondi, N. Bonora**, « Modeling ductile damage under fully reversed cycling ». *Computational Materials Science*, vol. 26, p.129-141, 2003.

- [Rabotnov68] **Y. Rabotnov**, « Creep rupture ». Proc. 12th Int. Congress on Applied Mechanics, Standford, 1968.
- [Rice69] **Rice, Tracey**, « On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields ». *J. of Mechanics and Physics of Solids*, vol.17, p.201-217, 1969.
- [Rousselier81] **G. Rousselier**, « Three dimensionnal constitutive relations and ductile fracture ». *IUTAM Symp. On three dimensionnal constitutive relations and fraction*, p.197-226, 1981.
- [Sidoroff76] **F. Sidoroff**, « Variables internes en viscoélasticité et plasticité ». *Thèse de doctorat*, 1976.
- [Springmann05] **M. Springmann, M. Kuna**, « Identification of material parameters of the Gurson-Tvergaard-Needleman model by combined experimental and numerical techniques ». *Computational Materials Science*, p.544-552, 2005.
- [Tai86] **W. H. Tai, B. X. Yang**, « A new microvoid-damage model for ductile fracture ». *Engng. Fract. Mech.*, Vol.48, p.151-166, 1986.
- [Tvergaard84] **V. Tvergaard, A. Needleman**, « Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar ». *Acta Metall. Mater.*, vol.32, p.157-169, 1984.
- [Zhang95] **Z. L. Zhang**, « Explicit consistent tangent moduli with a return mapping algorithm for pressure-dependent elastoplasticity models ». *Compt. Methods Appl. Mech. Engrg*, vol.121, p.29-44, 1995.

Résumé :

Le procédé de forgeage à froid permet d'obtenir des pièces de géométrie complexe et présentant une très bonne précision dimensionnelle. La forme finale est obtenue en une ou plusieurs passes, et la matière est soumise à des chargements à la fois multiaxiaux et non monotones accompagnés de forts niveaux de déformation plastique qui peuvent l'amener à s'endommager : rupture de la pièce, fissures en surface ou à cœur, ... Il est alors tout à fait primordial de connaître et mieux comprendre les mécanismes qui peuvent produire ces défauts. Le sujet de thèse concerne donc la modélisation numérique de l'endommagement en forge à froid.

Dans un premier temps, le contexte bibliographique concernant les mécanismes d'endommagement et leurs modélisations ont été étudiés. Un modèle d'endommagement, basé sur le modèle de Lemaitre, a alors été implémenté dans le logiciel éléments finis Forge2005®.

Dans un deuxième temps, une étude expérimentale concernant la caractérisation de deux nuances en forge à froid a été réalisée. Différents essais de traction ont été menés afin d'étudier notamment l'influence de l'orientation des inclusions sur l'endommagement. Des essais de compression/traction ont également été réalisés dans le but d'examiner l'influence éventuelle de la pré-compression sur la matière. Enfin des essais in-situ (MEB et tomographie X) ont été menés pour analyser l'endommagement au cœur de la matière et mieux en comprendre les mécanismes.

Sur la base de ces observations expérimentales, plusieurs améliorations ont été apportées au modèle de Lemaitre afin de le rendre plus adapté aux chargements complexes. Parmi ces améliorations, nous pouvons citer par exemple la prise en compte de l'endommagement en compression, l'introduction d'une limite en triaxialité des contraintes négative, l'introduction d'un nouveau potentiel d'endommagement et la prise en compte de l'orientation des inclusions.

Pour finir, des simulations numériques ont été réalisées par le biais du logiciel Forge2005® afin de tester le modèle d'endommagement implémenté. Des cas de validations portant sur des essais mécaniques simples (traction, TELE) ainsi que sur des cas industriels ont alors été simulés et comparés aux résultats expérimentaux.

Mots-clés : couplage comportement-endommagement, forgeage à froid, endommagement anisotrope, observations microstructurales, essais mécaniques, modèle d'endommagement de Lemaitre enrichi.

Abstract :

The process of cold forging enables to produce parts that exhibit a complex geometry and a very good dimensional accuracy. The final shape is obtained by a forging sequence, and the material is subjected to non-monotonic complex multiaxial loadings together with high plastic strain which can lead to damage: surface or internal cracks initiation. It is consequently very important to get a better understanding of the mechanisms that can produce these defects. The aim of this work thus concerns the numerical modeling of damage growth in cold forging processes.

After a literature survey on ductile damage mechanisms and models, the phenomenological Lemaitre damage model has been implemented in the finite element software Forge2005 ®. In a second step, an experimental study on the characterization of two ductile steels was carried out. Different tensile tests were conducted to study the influence of particles orientation on damage growth. Compression / traction tests have also been made in order to examine the possible influence of pre-compression on the material ductility. Finally in situ tests (SEM and X-ray tomography) were conducted to observe and understand microstructural damage mechanisms.

Based on these observations, several improvements have been made to make damage computation more suitable to complex loadings. Among these improvements, we can cite a particular formulation to account for damage in compression, the introduction of a negative stress triaxiality limit, the definition of a new damage potential and finally the use of particles orientation to account for damage anisotropy.

Finally, numerical simulations have been carried using the Forge2005 ® software in order to validate the new damage model implemented. Validation cases involving simple mechanical tests (tensile, TELE) and industrial cases were then simulated and compared with experimental results.

Keywords : damage-material behaviour coupling, cold forging, damage anisotropy, microstructural observations, mechanical tests, extended Lemaitre damage model.