



HAL
open science

Fatigue polycyclique multiaxiale de l'acier C35 : caractérisation et modélisation des mécanismes d'endommagement

Quoc Huy Vu

► **To cite this version:**

Quoc Huy Vu. Fatigue polycyclique multiaxiale de l'acier C35 : caractérisation et modélisation des mécanismes d'endommagement. Sciences de l'ingénieur [physics]. ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique - Poitiers, 2009. Français. NNT : . tel-00445429

HAL Id: tel-00445429

<https://theses.hal.science/tel-00445429>

Submitted on 8 Jan 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET D'AÉROTECHNIQUE

(Diplôme national – Arrêté du 7 août 2006)

Ecole doctorale : Sciences pour l'Ingénieur et Aérotechnique

Secteur de Recherche : Mécanique des Solides, des Matériaux,
des Structures et des Surfaces

Présentée par :

Quoc Huy VU

Fatigue polycyclique multiaxiale de l'acier C35 : caractérisation et modélisation des mécanismes d'endommagement

Directeurs de thèse : **Damien HALM et Yves NADOT**

Soutenue le 02 Décembre 2009
devant la Commission d'Examen

- JURY -

MM. N. RANGANATHAN	Professeur, LMR, Université de Tours	<i>Président</i>
E. CHARKALUK	Chargé de recherche CNRS, LML, EC-Lille	<i>Rapporteur</i>
F. MOREL	Maître de Conférences, LAMPA, ENSAM, Angers	<i>Rapporteur</i>
J. L. ROBERT	Professeur, LaMI, IUT de Montluçon	<i>Examineur</i>
D. HALM	Professeur, LMPM, ENSMA, Poitiers	<i>Examineur</i>
Y. NADOT	Maître de Conférences, LMPM, ENSMA, Poitiers	<i>Examineur</i>
C. DUMAS	Ingénieur, Technocentre RENAULT, Guyancourt	<i>Invité</i>

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Mécanique et de Physique des Matériaux (LMPM) de l'ENSMA. Je remercie Monsieur José Mendez, ancien directeur et Madame Marie-Christine Lafarie, directrice du laboratoire pour m'avoir permis d'effectuer ce travail dans de bonnes conditions scientifiques bien sûr, mais aussi morales et amicales.

Je tiens à remercier Monsieur Narayanaswami Ranganathan d'avoir présidé le jury de thèse et tous les autres membres du jury d'avoir accepté de juger ce travail et d'avoir ouvert les discussions le jour de la soutenance grâce à leurs expériences respectives. Monsieur Eric Charkaluk et Monsieur Franck Morel m'ont fait le plaisir et l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse, je les remercie vivement pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Leur recul scientifique et leurs compétences techniques sont des sources d'inspiration.

Je me tourne maintenant vers mon équipe encadrante. Je remercie tout particulièrement Damien Halm et Yves Nadot qui m'ont encadré au quotidien. Leur disponibilité, leur attention et leur exigence ont été primordiales dans l'accomplissement de ce travail. C'est Damien qui m'a consacré une bonne part de son temps à des discussions précieuses, même à 19h ! Il m'a prodigué de nombreux conseils et a fait preuve d'une grande gentillesse, d'une compétence scientifique et pédagogique admirative et de beaucoup de patience. Je lui en suis reconnaissant. Par ailleurs, les résultats présentés dans ce mémoire n'auraient vu le jour sans l'intervention, appréciable, de Yves. Il s'est fortement impliqué dans ce travail grâce à son recul scientifique et son esprit de chercher des nouveaux. Je me permets de citer une parole de Yves, d'après moi, qui incarne sa rigueur professionnelle : « on ne se cache pas pour dire des bêtises et on apprend comme ça ! ». Ce fut un véritable plaisir de travailler avec lui.

Je remercie sincèrement André Dragon pour sa direction au cours des deux premières années de thèse. Il m'a fait bénéficier de son intégrité, de sa rigueur scientifique et de sa longue expérience dans le domaine. J'ai eu également le plaisir de travailler avec Laurent Flacelière en première année. Je le remercie.

J'aurais une pensée particulière pour deux amis respectables Denys Gamby et Lionel Buthaud. J'avais eu la chance de les connaître depuis que j'étais en cursus d'ingénieur au Vietnam. Je tiens à les remercier vivement de m'avoir apporté leur soutien moral et amical tout au long de cette étude. Je remercie également Sylvie Castagnet, ma responsable de Master, pour ses encouragements chaleureux.

Je ne pourrais oublier de remercier mes collègues de bureau 40 : Claire, François, Jean-Charles et Gaëlle. Si j'avais une progression en langue et une bonne humeur de venir travailler chaque matin, c'est en grande partie grâce à leur convivialité. Merci à Claire d'avoir joué des sacrés rôles pour le bureau : le secrétaire, le porte parole. Merci à François de nous avoir fait des blagues tous les jours. L'ambiance humoristique est sans doute une spéciale épice du bureau. Merci à Jean-Charles pour des blanquettes et merci à Gaëlle pour des gâteaux d'ananas. Merci également à ATEM pour les activités organisées. Et puis, je voudrais remercier toutes les autres personnes du laboratoire qui ont apporté une ambiance de travail agréable et amicale. Merci à Brigitte, Eliane, Francine et Patrick pour leurs sourires et leur travail de l'administration.

Enfin, je n'oublie pas ma famille qui m'entoure depuis toutes ces années. Leur soutien permanent est un trésor précieux en toutes circonstances. Cette thèse est pour eux. Mais également pour Thu, avec qui j'ai pu partager pleinement les joies et les soucis malgré une dizaine de mille kilomètres de distance. Sa patience, sa compréhension et sa confiance ont tout simplement été admirables.

*A ma famille,
A mes amis...*

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	13
CHAPITRE I - QUELQUES ELEMENTS SUR L'ENDOMMAGEMENT EN FATIGUE A GRAND NOMBRE DE CYCLES DES METAUX.....	19
I.1 Mécanismes d'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles	21
I.1.1 Amorçage et propagation des fissures courtes.....	22
I.1.2 Stade 1 – stade 2	25
I.1.3 Cumul non linéaire du dommage	27
I.1.3.1 Effet de niveau de charge.....	27
I.1.3.2 Effet de séquence de chargement.....	29
I.1.4 Synthèse de l'étude des mécanismes d'endommagement	31
I.2 Critères d'endurance	32
I.2.1 Approches par plan critique	32
I.2.1.1 Critère de Findley	32
I.2.1.2 Critère de Dang Van	34
I.2.1.3 Critère de Robert.....	34
I.2.2 Approches intégrales.....	35
I.2.2.1 Critère de Papadopoulos	35
I.2.2.2 Critère de Papuga.....	37
I.2.3 Approches énergétiques	37
I.2.3.1 Critère de Palin-Luc et Lasserre	37

I.2.4	Approches par invariants de contraintes	40
I.2.4.1	Critère de Crossland.....	40
I.2.4.2	Critère de Li et de Freitas.....	41
I.2.4.3	Critère de Mamiya et Araújo	42
I.2.5	Synthèse de l'étude des critères d'endurance	44
I.3	Modèles d'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles	44
I.3.1	Modèle de Lemaitre – Sermage – Desmorat.....	45
I.3.2	Modèle de Doudard – Calloch – Hild	48
I.3.3	Modèle de Monchiet – Charkaluk – Kondo.....	52
I.3.4	Modèle de Flacelière – Morel – Dragon	54
I.3.5	Modèle de Huyen – Flacelière – Morel	55
I.3.6	Synthèse de l'étude des modèles d'endommagement.....	57
I.4	Conclusions de l'analyse bibliographique	58

CHAPITRE II - FATIGUE MULTIAXIALE D'UN ACIER C35 A AMPLITUDE CONSTANTE – CARTOGRAPHIE DES MECANISMES D'ENDOMMAGEMENT.. 61

II.1	Matériau et techniques expérimentales.....	63
II.1.1	Matériau de l'étude : l'acier C35	63
II.1.2	Préparation des éprouvettes	64
II.1.3	Essais mécaniques	66
II.1.4	Technique de réplique	68
II.2	Mécanismes d'endommagement sous chargement proportionnel.....	70
II.2.1	Définition des plans critiques	70
II.2.2	Amorçage et propagation de l'endommagement.....	71
II.2.2.1	Traction alternée	73
II.2.2.2	Torsion alternée	73
II.2.2.3	Traction – torsion en phase.....	74
II.2.2.4	Synthèse des mécanismes observés pour le chargement proportionnel	74
II.3	Mécanismes d'endommagement sous chargement non – proportionnel.....	75
II.3.1	Description des essais	75
II.3.2	Amorçage et propagation de l'endommagement.....	77
II.3.2.1	Hors phase de 90°, $k = 0.5$	78
II.3.2.2	Hors phase de 90°, $k = 1$	80
II.3.2.3	Hors phase de 45°, $k = 0.5$	82
II.3.2.4	Hors phase de 45°, $k = 1$	84
II.3.2.5	Conclusions aux observations des mécanismes en chargement non proportionnel	86
II.3.3	Influence des défauts	87

II.3.4 Analyse des faciès de rupture	88
II.4 Cartographie des mécanismes d'endommagement.....	89
II.5 Propagation de la fissure naturelle.....	91
II.5.1 Stade 1 – stade 2	91
II.5.2 Phase d'amorçage – phase de propagation	94
II.5.3 Calcul de la durée de vie en propagation des fissures naturelles.....	96
II.5.3.1 Loi de propagation des fissures naturelles.....	96
II.5.3.2 Durée de propagation.....	99
II.5.4 Conclusions sur les mécanismes d'endommagement sous chargement à amplitude constante.....	101
II.6 Influence de la séquence de chargement	101
II.6.1 Récapitulatif des essais	101
II.6.2 Séquence Traction – Torsion	103
II.6.3 Séquence Torsion – Traction	105
II.6.4 Conclusions de l'effet de la séquence de chargement	106
II.7 Conclusions de l'étude expérimentale	107

CHAPITRE III - UN CRITERE DE FATIGUE MULTIAXIALE BASE SUR DES INVARIANTS DE CONTRAINTE POUR CHARGEMENTS COMPLEXES 109

III.1 Introduction	111
III.2 Un critère basé sur des invariants de contrainte	113
III.2.1 Formulation	113
III.2.1.1 Quelques tentatives de formulation.....	115
III.2.1.2 Formulation proposée.....	117
III.2.2 Identification des paramètres	117
III.2.2.1 Effet de déphasage	117
III.2.2.2 Effet de contrainte hydrostatique	120
III.2.3 Synopsis du critère proposé.....	121
III.3 Capacité de prédiction en fatigue multiaxiale	123
III.3.1 Application pour le chargement de traction (flexion) – torsion	123
III.3.2 Application à un chargement de traction – pression interne – torsion	126
III.3.3 Application à un chargement asynchrone	128
III.3.3.1 Définition de la période commune	128
III.3.3.2 Application pour le chargement asynchrone sinusoïdal de traction – torsion	131
III.3.3.3 Application pour un chargement asynchrone sinusoïdal de traction biaxiale	134
III.3.4 Effet de forme des signaux	136

III.3.5 Synthèse	138
III.4 Extension vers la prédiction de la durée de vie	139
III.4.1 Méthodologie de la prédiction de la durée de vie	139
III.4.2 Application pour l'acier C35	140
III.5 Conclusions	143

**CHAPITRE IV - UN MODELE D'ENDOMMAGEMENT POUR LA FATIGUE
MULTIAXIALE A GRAND NOMBRE DE CYCLES 145**

IV.1 Introduction	147
IV.1.1 Hypothèses de modélisation.....	148
IV.1.1.1 Echelles de modélisation.....	148
IV.1.1.2 Glissement simple	149
IV.1.1.3 Comportement plastique des polycristaux	149
IV.1.1.4 Endommagement des polycristaux	150
IV.2 Modèle de Flacelière – Morel – Dragon	150
IV.2.1 Energie libre et dissipation volumique.....	153
IV.2.2 Lois d'état	153
IV.2.2.1 Comportement élastique	153
IV.2.2.2 Méso – plasticité	153
IV.2.2.3 Méso – dommage	154
IV.2.3 Lois d'évolution	154
IV.2.4 Récapitulatif du modèle	156
IV.2.5 Analyse critique du modèle de Flacelière – Morel – Dragon	157
IV.3 Modification du seuil de l'écoulement plastique	158
IV.4 Modification de l'évolution de l'endommagement.....	161
IV.4.1 Suppression du facteur d'instabilité.....	161
IV.4.2 Constat expérimental sur l'évolution d'endommagement	163
IV.4.3 Lois d'évolution d'endommagement en deux phases	165
IV.5 Accumulation de plasticité et d'endommagement	167
IV.6 Récapitulatif du modèle amélioré	168
IV.7 Implantation numérique	170
IV.8 Procédure d'identification des paramètres	172
IV.8.1 Paramètre d'élasticité.....	172
IV.8.2 Paramètres de plasticité.....	172
IV.8.2.1 Paramètres liés à la surface de charge.....	172
IV.8.2.2 Paramètres d'écrouissage	173
IV.8.3 Paramètres d'endommagement	174
IV.9 Confrontation du modèle aux résultats expérimentaux.....	180

IV.9.1	Chargements à amplitude constante.....	180
IV.9.1.1	Chargement sous la limite de fatigue.....	180
IV.9.1.2	Chargements multiaxiaux proportionnels.....	182
IV.9.1.3	Chargements multiaxiaux non – proportionnels.....	183
IV.9.1.4	Chargements avec contrainte moyenne.....	185
IV.9.2	Chargements par blocs.....	186
IV.9.2.1	Chargements par blocs à deux niveaux Haut – Bas, Bas – Haut.....	186
IV.9.2.2	Chargement par blocs de sollicitations différentes.....	190
IV.10	Conclusions.....	193
 CHAPITRE V - PROPOSITION D'UNE METHODE D'ESTIMATION DE DUREE DE VIE DES STRUCTURES SOUS CHARGEMENT QUELCONQUE.....		195
V.1	Généralités.....	197
V.1.1	Méthode de comptage.....	198
V.1.2	Lois d'endommagement.....	200
V.2	Quelques méthodes de prévision de durée de vie.....	201
V.2.1	Méthode de Robert.....	201
V.2.2	Méthode de Morel.....	203
V.2.3	Discussion.....	207
V.2.4	Proposition d'une méthode de calcul de la durée de vie.....	208
V.2.5	Analyse de la méthode.....	213
V.3	Conclusion.....	214
 CONCLUSION GENERALE		215
 ANNEXES.....		221
	Annexe A - Banque de données et prédictions de certains critères.....	223
	Annexe B - Quelques tentatives de formulation d'un critère de fatigue.....	229
 BIBLIOGRAPHIE.....		233

INTRODUCTION

De nombreuses structures mécaniques subissent des chargements cycliques dans leurs conditions réelles de fonctionnement. Pour répondre à des exigences de fiabilité et d'économie dans la conception des composants, les industriels doivent disposer d'outils capables de mieux prévoir le comportement en fatigue des structures. En effet, les composants mécaniques supportent souvent des états de contrainte multiaxiaux dus aux efforts extérieurs appliqués ou à la géométrie de la structure. Afin de remplir un cahier de charges de plus en plus exigeant, les outils du dimensionnement en fatigue doivent être capables de traiter des cas de chargements complexes multiaxiaux à la fois proportionnels et non proportionnels, avec ou sans contrainte moyenne et parfois à amplitude variable. Un autre critère important étant la simplicité et l'économie du temps de calcul des outils requis.

L'objectif de cette thèse est d'établir un outil de prédiction de la durée de vie pour un métal polycristallin sain soumis à des chargements multiaxiaux complexes en Fatigue à Grand Nombre de Cycles (FGNC). Certes, le nombre d'études existantes dans ce domaine est important tant en expérience qu'en modélisation. Dans cette étude, nous nous intéressons à la prévision à la fois du domaine de l'endurance infinie et celui de la durée de vie limitée ($10^5 - 10^7$ cycles). Afin de dépasser une description purement phénoménologique, nous faisons le choix de répondre à cet objectif en associant d'une part un critère de fatigue et d'autre part un modèle d'endommagement construit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles et censé traduire le plus fidèlement possible les mécanismes de dégradation à l'échelle du grain. Pour des raisons de simplicité, le critère suit l'approche par invariants de contrainte. Le modèle, quant à lui, se fonde sur une démarche de type multiéchelles utilisée dans les années récentes [Flaceliere et al. 2007a; Lemaitre et al. 1999; Monchiet et al. 2008]. Sur la base des travaux de [Flaceliere et al. 2007a], le modèle proposé insiste sur le rôle majeur de la plasticité et de l'endommagement à l'échelle locale (échelle du grain), permettant de simuler la dégradation puis la rupture d'un grain favorablement orienté. Les hypothèses de construction du modèle sont justifiées par une étude expérimentale menée sur un acier type C35. Cette étude a permis de mettre en défaut sur certains points le modèle de [Flaceliere et al. 2007a] ainsi que suggérer une extension vers le traitement du déphasage et du cumul non linéaire du dommage. Les options de modélisation sont choisies en lien avec une caractérisation précise des mécanismes. Outre les chargements à amplitude constante, le caractère incrémental du modèle ouvre une perspective du traitement des chargements à amplitude variable.

Le manuscrit se décompose en cinq chapitres.

Le premier chapitre aborde quelques éléments généraux sur l'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles. Dans ce contexte, nous choisissons de discuter trois points clés : les mécanismes d'endommagement, les critères d'endurance et les modèles

d'endommagement. Pour le premier point, nous nous intéressons aux mécanismes d'amorçage et de propagation des fissures courtes, la caractérisation des stade 1 et stade 2 et le cumul non linéaire du dommage. Ces principaux mécanismes d'endommagement communément observés pour plusieurs matériaux seront retenus par la suite pour la simulation de la durée de vie (Chapitre IV). Le deuxième point de ce chapitre aborde différentes approches de construction d'un critère de fatigue (critère d'amorçage). Pour chaque catégorie, quelques critères représentatifs sont présentés. L'analyse critique de ces critères décide de l'approche proposée dans le Chapitre III. En ce qui concerne le dernier point, quelques modèles récents spécifiques de la fatigue polycyclique (modèles de types multiéchelles) sont discutés. Ce point intervient directement dans les options de modélisation proposée dans le Chapitre IV.

Le Chapitre II présente l'ensemble des résultats de la durée de vie (courbes S-N) et des observations des mécanismes d'endommagement menés sur l'acier C35. Les mécanismes d'amorçage et de propagation des fissures sous chargement non proportionnel retiendront particulièrement notre attention. Une question nous intéresse : quels sont les mécanismes d'endommagement gouvernant la durée de vie de structures en acier C35 sous chargement multiaxial complexe à amplitude constante en FGNC ? Une campagne d'expériences de chargements par blocs est également présentée. Nous essayons d'extraire des informations afin de prendre en compte le cumul non linéaire du dommage dans le modèle proposé au Chapitre IV.

Suite à l'étude expérimentale sur l'effet de déphasage dans le Chapitre II, un critère de fatigue multiaxiale est proposé dans le Chapitre III. Nous cherchons un critère qui est non seulement un outil de prédiction de la limite de fatigue mais également un ingrédient d'un modèle d'endommagement pour estimer les durées de vie finies. Nous tenterons de répondre à la question : quelle approche permet, dans une formulation simple, de capter les effets clés de la fatigue polycyclique multiaxiale tels que l'effet de déphasage, l'effet de contrainte moyenne et l'effet de fréquence ? Une extension du critère vers le domaine de l'endurance limitée est également montrée, visant à une prédiction rapide de la courbe S-N pour des chargements à amplitude constante.

Le Chapitre IV est consacré à la question : est-il possible, en intégrant le critère de fatigue (Chapitre III), de proposer une extension vers le domaine de l'endurance limitée permettant de décrire les mécanismes de dégradation des grains ainsi que capter l'effet de déphasage et le cumul non linéaire du dommage ? Pour ce faire, les outils de la Mécanique Continue de l'Endommagement sont utilisés. Sur la base du modèle de Flacelière – Morel – Dragon [*Flaceliere et al.* 2007], nous proposons un modèle d'endommagement à deux échelles tendant à améliorer la qualité de prévision de durée de vie des chargements multiaxiaux non proportionnels et des chargements par blocs. Le modèle proposé est identifié,

validé à partir des données expérimentales sur l'acier C35 obtenues au Chapitre II et comparé au modèle [*Flaceliere et al. 2007*].

Une des perspectives du modèle proposé consiste dans la capacité de traitement des chargements à amplitude variable. Cette perspective est le sujet du Chapitre V. Il s'agit d'une proposition d'une méthode d'estimation de durée de vie des structures sous chargement quelconque. Il sera nécessaire de confronter cette méthode à des résultats expérimentaux. Quelques éléments généraux et méthodes représentatives de prévision de durée de vie sont également abordés.

- CHAPITRE I -

**Quelques éléments sur l'endommagement
en fatigue à grand nombre de cycles des
métaux**

Sommaire

I.1 Mécanismes d'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles	21
I.1.1 Amorçage et propagation des fissures courtes	22
I.1.2 Stade 1 – stade 2	25
I.1.3 Cumul non linéaire du dommage	27
I.1.4 Synthèse de l'étude des mécanismes d'endommagement	31
I.2 Critères d'endurance	32
I.2.1 Approches par plan critique	32
I.2.2 Approches intégrales	35
I.2.3 Approches énergétiques	37
I.2.4 Approches par invariants de contraintes	40
I.2.5 Synthèse de l'étude des critères d'endurance	44
I.3 Modèles d'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles	44
I.3.1 Modèle de Lemaitre – Sermage – Desmorat	45
I.3.2 Modèle de Doudard – Calloch – Hild	48
I.3.3 Modèle de Monchiet – Charkaluk – Kondo	52
I.3.4 Modèle de Flacelière – Morel – Dragon	54
I.3.5 Modèle de Huyen – Flacelière – Morel	55
I.3.6 Synthèse de l'étude des modèles d'endommagement	57
I.4 Conclusions de l'analyse bibliographique	58

L'objectif de cette étude consiste à modéliser des phénomènes d'endommagement en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles pour un matériau métallique sain (i.e. sans défaut) isotrope. Nous souhaitons construire un outil simple du dimensionnement en fatigue, en particulier, permettant de prendre en compte l'effet de déphasage et le cumul non linéaire du dommage. Nous nous intéressons à la prédiction tant de la limite d'endurance que de la durée de vie limitée du matériau. Dans ce contexte, ce chapitre bibliographique tend à analyser des éléments généraux, communément observés de la fatigue à grand nombre de cycles. Ce chapitre porte sur deux aspects.

Dans un premier temps, un certain nombre d'observations expérimentales liées aux mécanismes d'endommagement seront présentées. Il s'agit des processus d'amorçage et propagation de fissure, le rôle du déphasage ainsi que le cumul non linéaire de l'endommagement en fatigue polycyclique. Ces constats expérimentaux, communs à plusieurs types de matériaux, permettent de dégager les mécanismes importants du dommage devant être modélisés.

La deuxième partie aborde un certain nombre de modélisations dédiées à la fatigue polycyclique, à savoir les critères d'endurance multiaxiaux et les modèles d'endommagement. Parmi un grand nombre d'approches existantes, seuls des critères représentatifs adaptés aux chargements multiaxiaux complexes sont présentés. Ainsi, les modèles choisis (en particulier les modèles de types multiéchelles) sont spécifiques de la fatigue polycyclique. Cette analyse sert de référence aux modélisations proposées dans les chapitres III et IV.

I.1 Mécanismes d'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles

La ruine due à la fatigue à grand nombre de cycles est un problème fréquemment observé sur les pièces en service. Les études existantes sont nombreuses tant en expérience qu'en modélisation mais ne répondent pas à tous les défis. Les chercheurs ainsi que les industriels tendent toujours à élaborer des outils fiables dans le calcul des structures réelles. La complexité de la modélisation résulte de l'intervention simultanée de plusieurs facteurs tels que le mode et le trajet de chargement, la microstructure du matériau et l'état de surface ou l'environnement. Une compréhension complète des mécanismes d'endommagement intervenants est donc indispensable avant d'aborder les études de la modélisation.

D'abord, une distinction entre la fatigue à grand nombre de cycles et la fatigue oligocyclique est nécessaire. La dernière est caractérisée par des niveaux de déformation plastique importants (quelques %) et des durées de vie faibles (< 10000 cycles). Les grains

subissent une déformation homogène conduisant à un amorçage des fissures de fatigue dans les bandes de glissement. La phase de propagation occupe donc une partie importante de la durée de vie totale. En fatigue à grand nombre de cycles ($10^5 - 10^7$ cycles), on ne peut généralement pas mesurer de déformation plastique à l'échelle macroscopique. Il y a une très grande hétérogénéité de la déformation plastique au niveau des grains. Seuls les grains favorablement orientés subissent un glissement plastique. Ainsi, l'amorçage des fissures occupe une grande partie de la durée de vie. Pour cette raison, l'étude du critère d'amorçage en fatigue à grand nombre de cycles retient particulièrement l'attention des chercheurs.

En fatigue à grand nombre de cycles, les niveaux de charge appliqués sont suffisamment faibles (autour de la limite de fatigue) pour admettre que le comportement macroscopique du composant reste purement élastique. Les auteurs s'intéressent souvent aux cinétiques d'amorçage et de propagation des fissures courtes (naturelles). Dans la suite de cette analyse de mécanisme d'endommagement, nous allons aborder les mécanismes de l'amorçage et la propagation des fissures courtes, du stade 1 – stade 2 et du cumul non linéaire du dommage. Ces mécanismes semblent être des points cruciaux de la fatigue à grand nombre de cycles et seront retenus pour les modélisations proposées dans les Chapitres III, IV.

I.1.1 Amorçage et propagation des fissures courtes

En fatigue polycyclique, une décomposition habituelle de la durée de vie N est donnée par :

$$N = N_i + N_p \quad (\text{I-1})$$

où N_i est le nombre de cycles à l'amorçage et N_p est celui dédié à la phase de propagation. La valeur de N_p peut être déterminée à l'aide de la Mécanique de la Rupture. La détermination de N_i est plus difficile car plusieurs mécanismes interviennent dans cette phase. Il est à noter que la phase d'amorçage est constituée par l'initiation ainsi que la propagation des fissures courtes.

Les fissures courtes ont une taille inférieure à $500 \mu\text{m}$ et l'amorçage ainsi que la propagation occupent une part importante de la durée de vie en fatigue polycyclique. Dans ce cas, la grandeur caractéristique est la longueur de fissure, notée a . En fatigue polycyclique, l'initiation d'une microfissure se fait souvent sur une bande de glissement sur la surface libre ou à partir d'un défaut ou une inclusion. Après l'initiation, on peut distinguer trois régimes de propagation de fissure suivant le rapport entre la taille de fissure (a) et le diamètre moyen des grains (\varnothing_g) (Figure I-1) [Miller 1987a] :

- MSC (Microstructurally Short Crack, $a/\varnothing g \approx 1$) : la microstructure a un effet important sur la propagation de la fissure.
- PSC (Physically Small Crack, $a/\varnothing g \approx 3$ à 5 et $a < 500 \mu\text{m}$) : l'effet de la microstructure est moins fort, la fissure commence à propager.
- Fissure longues ($a > 500 \mu\text{m}$) : domaine de la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture.

Sur la Figure I-1, trois barrières microstructurales sont représentées (d_1 , d_2 , d_3) dans le domaine de MSC. La contrainte appliquée doit atteindre un niveau spécifique pour que la fissure puisse franchir ces barrières. Conventionnellement, la dernière barrière caractérise la limite de fatigue du matériau.

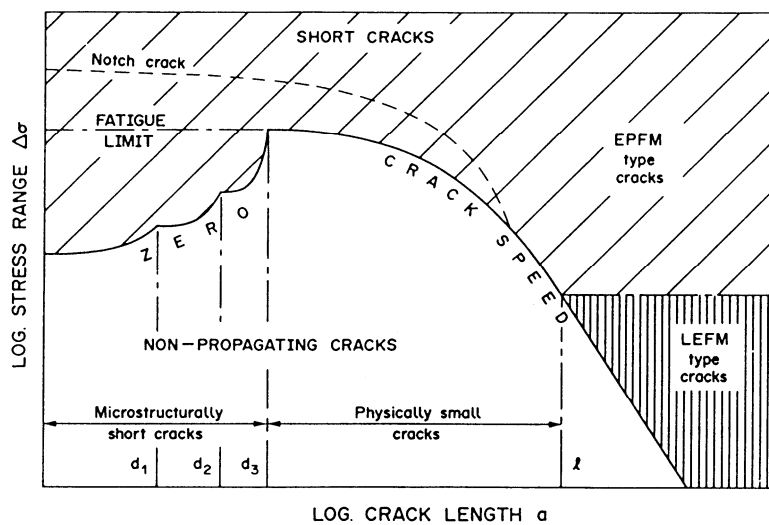


Figure I-1. Régimes de propagation des fissures courtes [Miller 1987a]

La fissure en régime MSC est marquée par une grande variation de vitesse de propagation, alternant phases d'accélération et phases d'arrêt. Cette caractéristique est rapportée par [Tanaka et Akiniwa 1989] sur un alliage d'aluminium (Figure I-2). Ces variations de vitesse sont expliquées par une forte interaction des fissures MSC avec des barrières microstructurales tels les joints de grains, inclusions ou précipités [McDowell 1996]. Chaque franchissement d'une barrière demande une force motrice suffisante. Cette dernière correspond à une accumulation locale de déformation plastique. Une force motrice insuffisante peut entraîner l'arrêt ou la non propagation d'une fissure. De plus, à chaque franchissement, la fissure doit trouver un système de glissement bien orienté dans le grain suivant permettant de continuer sa propagation. Le passage d'une barrière occupe une fraction de durée de vie non négligeable, rendant compte de la durée importante de la phase d'amorçage constituée de plusieurs barrières microstructurales successives.

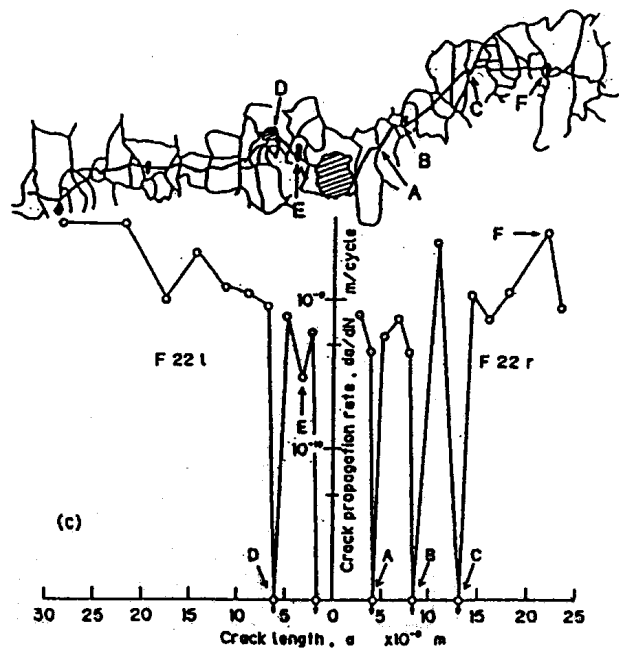


Figure I-2. Vitesse de fissuration en régime MSC pour un alliage 2024-T3 Al
[Tanaka et Akiniwa 1989]

Lorsque la fissure passe en régime MSC, sa propagation n'est quasiment plus affectée par la microstructure. Dans ce domaine, la fissure peut propager à des niveaux de contraintes inférieurs à la limite de fatigue (Figure I-1). En ce qui concerne la répartition entre les deux régimes des fissures courtes (MSC et MSC), [Miller 1987a] montre que le régime MSC est prédominant pour des contraintes appliquées élevées. Pour des niveaux plus faibles mais supérieurs à la limite de fatigue, c'est le régime MSC qui occupe une grande partie de la phase d'amorçage. Ainsi, pour des niveaux en dessous de la limite de fatigue, la fissure ne sort jamais du régime MSC tout en accumulant un certain niveau de déformation plastique, conduisant ainsi au phénomène de non propagation de fissure.

Une caractéristique fondamentale en fatigue multiaxiale est la dépendance non linéaire de la propagation de fissure au mode de chargement et à l'amplitude de charge [McDowell 1996]. La Figure I-3 présente la longueur de fissure normalisée (a/a_f) en fonction de la fraction de vie (N/N_f) dans l'intervalle de $7 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^7$ cycles pour un acier 1045. Deux observations sont particulièrement importantes. En premier, à la fois pour le chargement de traction et de torsion, une augmentation de l'amplitude de contrainte ou de déformation (correspondant à une réduction de la durée de vie) entraîne une propagation plus linéaire de la longueur de fissure avec le nombre de cycles. En deuxième, un chargement de torsion représente une non linéarité moins forte que le chargement de traction, en particulier dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles ($N_f = 7 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^7$ sur la Figure I-3). Comme indiqué dans [Miller 1993], la différence de non linéarité dans la propagation de fissure entraîne un effet important de la séquence de chargement (voir le paragraphe I.1.3.2).

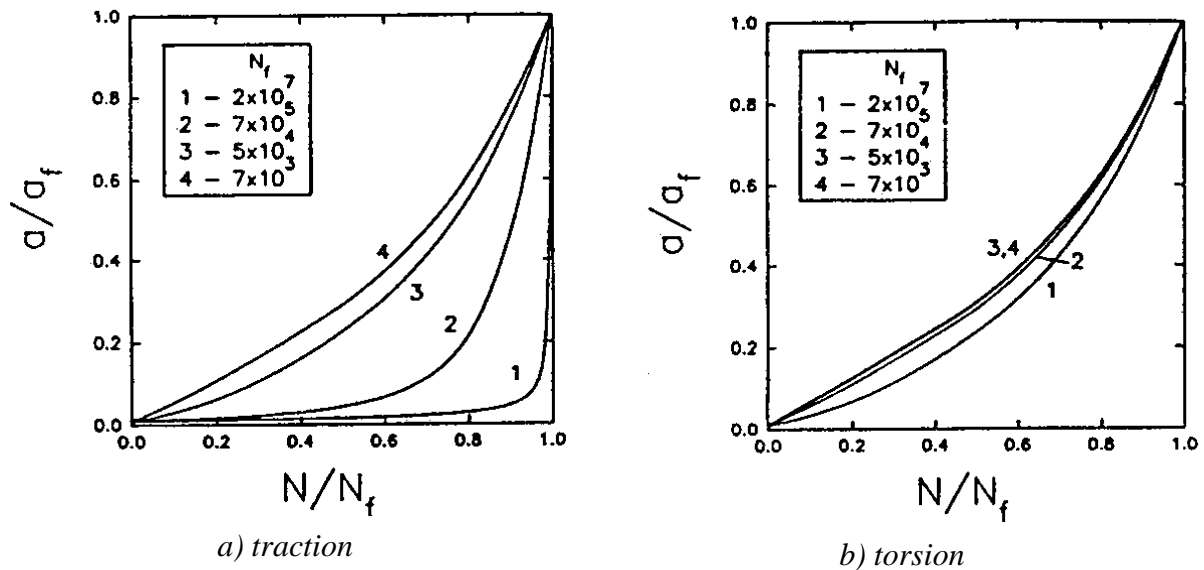


Figure I-3. Non linéarité de propagation de fissure en fonction des fractions de durée de vie pour l'acier 1045 [McDowell 1996]

Sans distinction précise des régimes de MSC et PSC, il semble que la non linéarité de la propagation de fissure, surtout dans le cas de la traction, a un lien avec la phase d'amorçage et la phase de propagation des fissures courtes. Il est logique d'observer une faible vitesse de propagation de fissure en phase d'amorçage caractérisée par une forte influence des barrières microstructurales ainsi qu'une accélération de la vitesse en phase de propagation gérée par mode I du chargement. N'oublions pas que ce type de courbe est le reflet d'un comportement moyen qui ne décrit pas les aspects probabilistes liés à tous les effets de la microstructure que nous venons d'évoquer.

I.1.2 Stade 1 – stade 2

C'est la vitesse de fissuration qui distingue les phases d'amorçage et de propagation. La microstructure du matériau joue un rôle important dans cette transition. Lorsque les fissures courtes sont étudiées sous l'angle du mécanisme d'endommagement, après l'initiation des fissures sur des bandes de glissement, on peut distinguer deux stades de la propagation : stade 1 sur le plan de la contrainte de cisaillement maximale et stade 2 sur le plan de la contrainte normale maximale (contrainte principale maximale) [Brown et Miller 1979]. Ces plans maximaux sont aussi appelés les « plans critiques » d'un chargement. Le stade 1 est contrôlé par la contrainte de cisaillement (mode II) alors que le stade 2 est gouverné par la contrainte normale (mode I). La durée de chaque stade dépend du matériau, du mode de chargement et du niveau de charge [Socie 1993].

Plusieurs études ont abordé les mécanismes d'endommagement en chargement proportionnel [Brown et Miller 1979; Flaceliere et al. 2007a; Hua et Socie 1984]. [Hua et Socie 1984] rapportent une campagne d'essais sous traction, torsion et traction – torsion combinées en phase pour l'acier 1045 dans le domaine de durée de vie aux alentours de 10^5 cycles. Les auteurs montrent que l'initiation, le stade 1 et le stade 2 sont en bon accord avec les plans critiques du chargement considéré. La profondeur de fissure est considérée comme un paramètre d'endommagement pour construire et comparer les courbes de dommage pour différents modes de chargement. Il est montré que la courbe de dommage obtenu en traction peut être utilisée pour évaluer le comportement de dommage en traction – torsion combinée. Au contraire, le comportement de dommage en torsion est totalement différent de celui des deux autres modes de chargement. Récemment, [Flaceliere et al. 2007a] ont observé les mécanismes d'endommagement en traction, torsion et traction – torsion combinées à différents rapports d'amplitude ($k = \Sigma_{xa} / \Sigma_{xya}$, Σ_{xa} amplitude de traction, Σ_{xya} amplitude de torsion) pour l'acier C35 dans le domaine de durée de vie caractéristique de la fatigue à grand nombre de cycles ($10^5 - 10^6$ cycles). Il est aussi confirmé que la propagation de fissure respecte les plans critiques du chargement. D'autre part, les auteurs mettent en avant la différence entre les mécanismes d'endommagement en traction et en torsion et suggèrent que les modèles d'endommagement doivent correctement refléter cette caractéristique. Se fondant sur ce raisonnement, le modèle d'endommagement proposé par [Flaceliere et al. 2007a] distingue le mode de torsion des autres modes de chargement à travers l'effet de la contrainte hydrostatique, permettant des prédictions assez bonnes des durées de vie en fatigue polycyclique pour des chargements proportionnels.

En ce qui concerne le chargement non proportionnel, un grand nombre d'études s'intéresse à caractériser l'effet du déphasage sur la limite de fatigue d'un matériau (voir Chapitre III). En parallèle, un nombre abondant de critères d'endurance (c'est-à-dire de critères d'amorçage) a été proposé dans la littérature. Néanmoins, il existe un peu moins d'études dédiées aux différences entre les mécanismes d'endommagement en chargement proportionnel et en chargement non proportionnel. [Ohkawa et al. 1997] observent la propagation de fissures sous traction – torsion combinée en phase et hors phase pour l'acier S45C dans le domaine de durée de vie de 10^5 cycles. Ils trouvent que l'initiation et le stade 1 de propagation apparaissent dans le plan de la contrainte de cisaillement maximale quel que soit le rapport d'amplitude k et l'angle de déphasage. La longueur de fissure à la transition stade 1 – stade 2 augmente avec le rapport d'amplitude. Néanmoins, la fissure finale se forme par coalescence de plusieurs petites fissures, ce qui est plus représentatif du régime de la fatigue oligocyclique. Récemment, [Verreman et Guo 2007] ont réalisé une série d'observations sur l'acier 1045 pour différents types de chargements (traction, torsion, en phase, hors phase) dans le domaine $10^5 - 10^6$ cycles. Les mécanismes rapportés sont aussi en

bon accord avec le concept de plan critique : l'initiation de fissure sur les bandes de glissement, le stade 1 dans le plan de la contrainte de cisaillement maximale et le stade 2 dans le plan de la contrainte normale maximale. Les auteurs recommandent de faire attention au chargement hors phase à 90° avec $k = 0.5$ dans lequel l'amplitude de la contrainte de cisaillement est identique sur tous les plans matériels, favorisant l'initiation et la propagation des fissures. Plusieurs critères et modèles donnent des prédictions non conservatives dans ce cas.

I.1.3 Cumul non linéaire du dommage

Le cumul non linéaire du dommage est une caractéristique importante de la fatigue à grand nombre de cycles. Le cumul non linéaire se manifeste notamment lors de l'application de niveaux de charge et de séquences de chargement différents. Pour quantifier la non linéarité du cumul, les essais à différents blocs sont souvent menés en laboratoire. Lors du cas d'un chargement à amplitude variable, l'influence du cumul non linéaire est primordiale sur la durée de vie de la pièce. Il s'agit donc d'un effet de premier ordre à prendre en compte pour toute modélisation de la durée de vie en fatigue à grand nombre de cycles.

I.1.3.1 Effet de niveau de charge

Afin de caractériser l'effet de niveau de charge, on applique généralement un chargement constitué de deux blocs de même nature (traction ou torsion) mais à deux niveaux différents d'amplitude (Haut – Bas, Bas – Haut). Plusieurs modèles ont été proposés pour traiter le problème du cumul du dommage en fatigue [Fatemi et Yang 1998]. Parmi les lois du cumul du dommage en fatigue, la loi de cumul linéaire de Palmgren – Miner est probablement celle la plus connue. [Miner 1945] décrit le cumul du dommage d'une manière linéaire, indépendante du niveau de charge et de l'ordre de séquence :

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \quad (\text{I-2})$$

où D est la valeur de dommage, n_i est le nombre de cycles appliqué correspondant au i -ième niveau de charge, N_i est le nombre de cycles à rupture pour un chargement uniaxial correspondant au i -ième niveau de charge. La loi de Miner prévoit la rupture lorsque la valeur de D atteint la valeur de 1. Cependant, il est bien connu que le cumul du dommage est souvent non linéaire pour des chargements à différents niveaux :

- Pour un chargement Bas – Haut : $\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} > 1$
- Pour un chargement Haut – Bas : $\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} < 1$

Parmi les nombreuses approches proposées dans la littérature [Fatemi et Yang 1998], l'approche basée sur la mécanique de l'endommagement bénéficie de certains avantages, notamment lors du traitement d'un chargement à amplitude variable. Chaboche est l'un des premiers à mettre en avant l'importance de la mécanique de l'endommagement dans l'analyse du cumul du dommage. [Chaboche et Lesne 1988] formulent un dommage dépendant de la fraction de vie n/N comme suit :

$$D = 1 - \left[1 - \left(\frac{n}{N} \right)^{1/(1-\alpha)} \right]^{1/(1+\beta)} \quad (\text{I-3})$$

où β est un paramètre du matériau et α est une fonction du chargement. L'évolution du dommage en fonction de la fraction de vie est fortement non linéaire, permettant de décrire un cumul non linéaire ($\sum n_i/N_i \neq 1$) (Figure I-4).

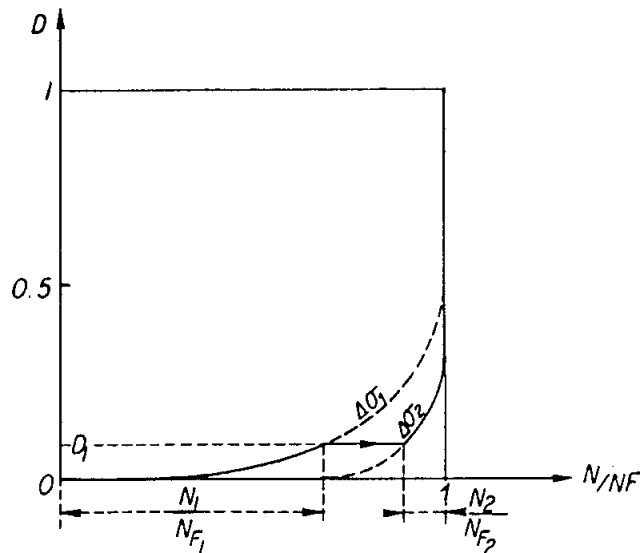


Figure I-4. Cumul non linéaire d'un chargement à deux blocs pour le modèle de Chaboche [Chaboche et Lesne 1988]

Outre le cumul non linéaire du dommage, le modèle de Chaboche a deux autres avantages. D'abord, il permet une évolution du dommage en dessous de la limite de fatigue, après l'activation de l'endommagement. Ensuite, il prend en compte directement l'influence de la contrainte moyenne. Ce modèle décrit complètement la courbe S-N (de 10^1 à 10^7 cycles) du matériau avec un seul jeu de paramètres. Ce dernier point conduit à une interrogation sur la réalité physique des mécanismes décrits par ce modèle dans la mesure où les modes d'endommagement en fatigue polycyclique sont fondamentalement différents de ceux liés à la fatigue oligocyclique. Ainsi, la justification physique du concept de contrainte effective pour le cas de la fatigue polycyclique reste à démontrer.

I.1.3.2 Effet de séquence de chargement

Le cumul non linéaire lié aux effets de séquence de chargement est souvent quantifié à l'aide d'essais mettant en jeu deux blocs de nature différente (traction alternée et torsion alternée). [Zhang et Miller 1996] rapportent une série d'expériences constituées de deux blocs (traction et torsion) pour un acier C45. Deux ordres de séquence ont été testés : la traction alternée suivie par la torsion alternée (Ta – To) et inversement (To – Ta). Lorsque chaque mode de chargement est appliqué séparément, ils conduisent à une même durée de vie de 4.10^5 cycles. L'ordre de séquence entraîne des variations fortes des durées de vie, la valeur de dommage $\Sigma n_i/N_i$ variant de 0.6 à 2 (Figure I-5).

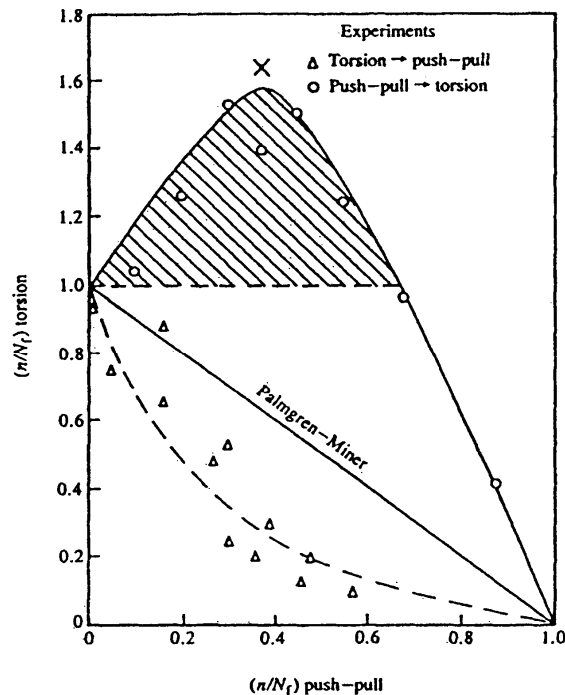


Figure I-5. Cumul du dommage pour l'acier C45 [Zhang et Miller 1996]

D'après [Zhang et Miller 1996], l'origine de ce phénomène provient de l'interaction entre stades de propagation (stade 1 (mode II) – stade 2 (mode I)) de fissures en traction et torsion. Pour une sollicitation de traction, il est souvent de distinguer un système de type A et un système de type B parmi tous les systèmes bien orientés (l'angle α peut varier dans le rang $0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$). L'angle α définit l'orientation de fissures sur la surface libre de l'éprouvette (Figure I-6). Pour les fissures de type A, le vecteur normal du plan de propagation et le vecteur associé à la direction de glissement sont dans le plan de la surface libre. Pour le système B, ces deux vecteurs forment un angle de 45° avec la surface libre et la propagation de fissures induit un relief. Dans le cas de la torsion, il n'apparaît que deux systèmes, de type A.

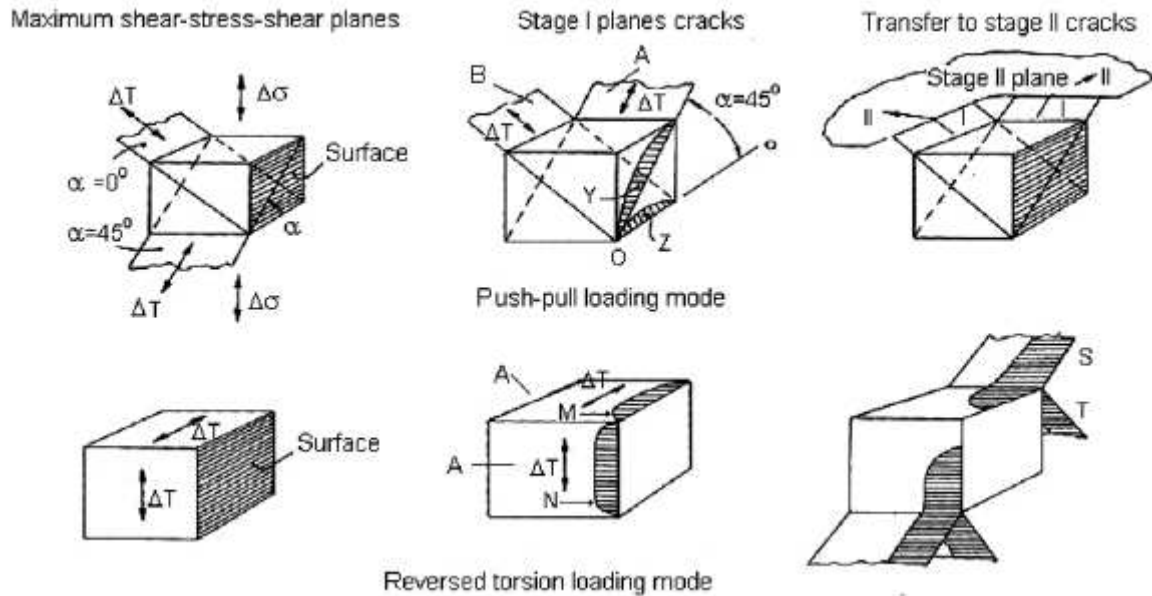


Figure I-6. Stades 1 et 2 de la propagation de fissures et type A, type B sous chargements de traction et torsion [Zhang et Miller 1996]

Lorsque le premier bloc est en torsion, seules deux orientations du stade 1 peuvent se développer (M et N - Figure I-6). Le plan M a la même orientation que le plan de propagation en stade 2 de traction. Par conséquent, l'application du premier bloc en torsion permet une propagation immédiate en stade 2 (mode I) de traction, conduisant à une réduction conséquente de la durée de vie de l'éprouvette ($\sum n_i / N_i < 1$) (Figure I-5).

Le scénario devient plus complexe lorsque le premier bloc est en traction. Initialement, plusieurs orientations en stade 1 sont possibles, entre 0° et 45° . Aucune de ces orientations ne correspond au stade 1 de torsion. Lors du changement de blocs, les fissures amorcées en bloc de traction s'arrêtent de propager et de nouvelles fissures se créent en stade 1 de torsion. Ce retard de propagation conduit à une augmentation de la durée de vie de l'éprouvette ($\sum n_i / N_i > 1$). Ainsi, la résistance en fatigue d'une éprouvette soumise au chargement $T_a - T_o$ peut être meilleure qu'une éprouvette soumise à la torsion pure, i.e. $(n/N)_{T_o} > 1$ (Figure I-5).

Récemment, [Chen et al. 2006] rapportent une série d'expériences menées sur l'acier S45C soumis à deux ordres de séquence de chargement: $T_a - T_o$ et $T_o - T_a$. Les essais sont pilotés en déformation pour des durées de vie autour de 10^5 cycles. Les auteurs retrouvent ainsi que la valeur de dommage à rupture est inférieure à 1 pour le cas de $T_o - T_a$ ($\sum n_i / N_i < 1$) et supérieure à 1 pour $T_a - T_o$ ($\sum n_i / N_i > 1$) (Figure I-7). Les auteurs observent que dans le cas de $T_o - T_a$, le mode de torsion engendre un écrouissage important, conduisant à une augmentation de la contrainte normale lors du bloc de traction. Cette augmentation est

considérée comme l'origine de la réduction de la durée de vie de l'éprouvette ($\sum n_i/N_i < 1$). Au contraire, ce phénomène n'est pas observé pour le cas de Ta – To.

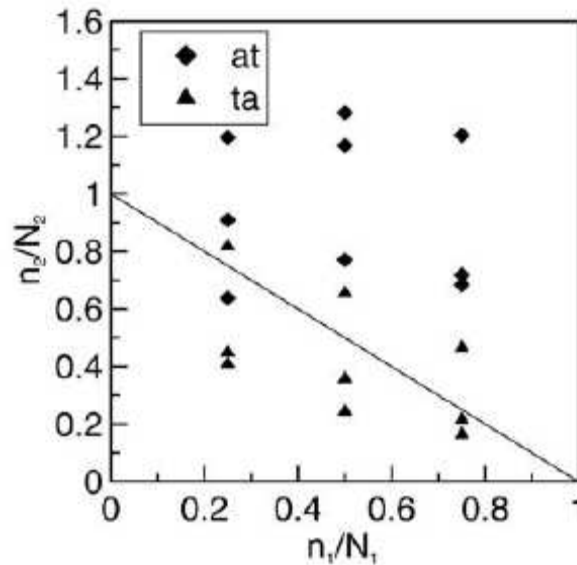


Figure I-7. Cumul du dommage pour l'acier S45C sous chargements de Ta – To (at) et de To – Ta (ta) [Chen et al. 2006]

I.1.4 Synthèse de l'étude des mécanismes d'endommagement

L'étude des mécanismes d'endommagement illustre la complexité des phénomènes à modéliser. L'effet de la microstructure sur la propagation de fissure est fréquemment observé mais n'est pas évident à décrire, d'autant plus que cet effet dépend fortement du type de matériau. Le lien entre la distinction phase d'amorçage/ phase de propagation avec la non linéarité de la propagation de fissure semble être une démarche intéressante.

L'interprétation des mécanismes d'endommagement en chargements proportionnels semble satisfaisante. Néanmoins, les mécanismes d'endommagement en chargement non proportionnel demeurent sujets à discussions. La transition stade 1 – stade 2 ainsi que la caractérisation du stade 2 sont encore peu étudiées ou bien mal compris.

Le cumul non linéaire du dommage est un caractère important de la fatigue à grand nombre de cycles. L'origine de cette non linéarité provient de l'effet de niveau de charge (Bas – Haut) et de l'effet de séquence (Traction – Torsion). Parmi les approches existantes, les modèles d'endommagement ont des avantages particuliers, notamment dans la prise en compte des chargements inférieurs à la limite de fatigue, la commodité de simuler les chargements multiaxiaux complexes et la description des phénomènes d'écrouissage et

d'endommagement en jeu. La différence de cinétique d'évolution de fissure en traction et en torsion semble la principale source de l'effet de séquence.

Les mécanismes considérés dans cette partie semblent être des points capitaux de la fatigue à grand nombre de cycles. Les travaux dans la suite de cette thèse tendent à mieux appréhender ces mécanismes pour un matériau particulier (l'acier C35 – Chapitre II) ainsi qu'à proposer un outil de modélisation en prenant en compte les mécanismes en question (Chapitres III, IV).

I.2 Critères d'endurance

Depuis quelques dizaines d'années, de nombreux chercheurs s'intéressent à établir des critères d'endurance distinguant le domaine de non amorçage de celui d'amorçage des fissures dans une pièce. La plupart des critères sont formulés à partir de deux grandeurs mécaniques : un terme lié au cisaillement et un terme traduisant l'effet de la contrainte normale associée à un plan particulier ou de la contrainte hydrostatique. Nous proposons ici de classer les critères en quatre catégories (voir également la synthèse [Papadopoulos et al. 1997]) : l'approche par plan critique [Dang Van 1973; Findley 1959; McDiarmid 1991; Robert 1992], l'approche intégrale [Papadopoulos 1994; Papuga et Růžička 2008; Zenner et al. 2000], l'approche par invariants de contrainte [Crossland 1956; Li et al. 2001; Mamiya et al. 2009; Sines 1959] et l'approche énergétique [Ellyin et Xia 1993; Palin-Luc et Lasserre 1998]. Dans les paragraphes suivants, seuls certains critères bien connus sont rappelés et discutés.

I.2.1 Approches par plan critique

Les ingrédients des critères de plan critique sont les contraintes normales et de cisaillement associées à un plan matériel. Différentes formulations sont proposées mais le principe est commun. D'abord, il faut chercher un plan matériel sur lequel la combinaison f de certaines composantes des contraintes atteint sa valeur maximale. La vérification est ensuite effectuée sur ce plan critique. Dès que $f > 0$, l'amorçage d'une fissure se fait. Ainsi, l'orientation de la fissure créée coïncide avec l'orientation du plan critique.

I.2.1.1 Critère de Findley

[Findley 1959] propose une combinaison linéaire de l'amplitude de cisaillement C_a et la valeur maximale de la contrainte normale N_{\max} agissant sur un plan matériel Δ . Ce dernier est défini

à l'aide des coordonnées sphériques (φ, θ) du vecteur unitaire \vec{n} normal au plan Δ (Figure I-8). D'après Findley, le plan critique correspondant au couple (φ^*, θ^*) est déterminé par :

$$(\varphi^*, \theta^*) : \max_{\varphi, \theta} \{C_a(\varphi, \theta) + \alpha N_{\max}(\varphi, \theta)\} \quad (I-4)$$

Une fois ce couple trouvé, le critère d'endurance s'exprime par :

$$C_a(\varphi^*, \theta^*) + \alpha N_{\max}(\varphi^*, \theta^*) \leq \beta \quad (I-5)$$

où α et β sont les constantes du matériau. Ces constantes sont estimées à partir de la limite de fatigue en torsion alternée t_{-1} et la limite de fatigue en flexion alternée f_{-1} :

$$\alpha = \frac{2t_{-1}/f_{-1} - 1}{\sqrt{1 - (2t_{-1}/f_{-1} - 1)^2}} \quad \beta = \frac{t_{-1}}{\sqrt{1 - (2t_{-1}/f_{-1} - 1)^2}} \quad (I-6)$$

L'application de ce critère pour un chargement de torsion avec contrainte de cisaillement moyenne imposée ($\Sigma_{xy} = \Sigma_{xya} \sin(2\pi t/T) + \Sigma_{xym}$) conduit à :

$$\Sigma_{xya} = \sqrt{\beta^2 - \alpha^2 (\Sigma_{xya} + \Sigma_{xym})^2} \quad (I-7)$$

Ce critère prévoit donc une influence du cisaillement moyen sur la limite de fatigue en torsion, ce qui est désaccord avec la tendance générale des résultats expérimentaux [Davoli et al. 2003; Sines 1959].

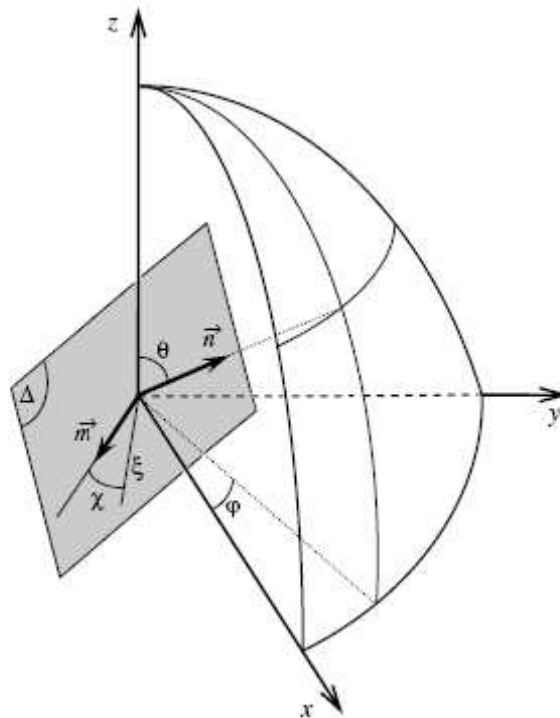


Figure I-8. Plan matériel Δ [Bernasconi et al. 2008]

I.2.1.2 Critère de Dang Van

[Dang Van 1973] introduit l'approche mésoscopique dans la modélisation de la fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles. Cette approche se base sur le fait que des fissures de fatigue apparaissent à l'échelle des grains (échelle microscopique ou mésoscopique). Dang Van précise qu'il n'y a pas de ruine en fatigue si les contraintes microscopiques dans l'état adapté demeurent dans le domaine élastique. Le critère proposé repose donc sur une double maximisation sur toutes les directions de l'espace \vec{n} et sur le temps t :

$$\max_t \left\{ \max_{\vec{n}} \left[\|\hat{\tau}(\vec{n}, t)\| + \alpha \Sigma_H(t) \right] \right\} \leq \beta \quad (\text{I-8})$$

où $\hat{\tau}(\vec{n}, t)$ est la cisssion mésoscopique dans l'état adapté, Σ_H est la pression hydrostatique. L'application du critère de Dang Van demande de chercher, à chaque instant t , un plan critique sur lequel $\|\hat{\tau}(\vec{n}, t)\|$ atteint sa valeur maximale. La valeur de $\hat{\tau}(\vec{n}, t)$ peut être déterminée par la construction du cercle de plus petit diamètre circonscrit au trajet de chargement dans le plan d'une facette définie par \vec{n} . L'algorithme de construction de ce cercle peut être trouvé dans [Bernasconi et Papadopoulos 2005]. Dans le cas d'un chargement proportionnel alterné, les contraintes mésoscopiques sont identiques aux contraintes macroscopiques. Ceci permet d'identifier les constantes du critère à partir de deux limites de fatigue en torsion alternée (t_{-1}) et en flexion alternée (f_{-1}) :

$$\alpha = 3 \left(\frac{t_{-1}}{f_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \quad \beta = t_{-1} \quad (\text{I-9})$$

Le défaut du critère de Dang Van est sa mise en œuvre complexe. Les temps de calcul pour la construction du plus petit cercle circonscrit et pour la double maximisation sur \vec{n} et t peuvent être très longs. D'autre part, la capacité de prédiction de ce critère n'est pas satisfaisante pour les chargements non proportionnels [Banvillet et al. 2003; Papuga et Růžička 2008].

I.2.1.3 Critère de Robert

[Robert 1992] propose de séparer les effets respectifs des parties moyenne N_m et alternée $N(t) - N_m$ de la contrainte normale agissant sur un plan matériel et de les combiner avec la partie alternée $\|C(t) - C_m\|$ de la contrainte de cisaillement associée à ce plan. Comme les critères de Findley et Dang Van, la détermination de $\|C(t) - C_m\|$ recourt à la construction du plus petit cercle circonscrit au trajet de $C(t)$. La définition du plan critique et le critère d'endurance établi sur ce plan sont présentés en même temps dans l'expression suivante :

$$\max_{\varphi, \theta, t} \left\{ \|C(\varphi, \theta, t) - C_m(\varphi, \theta)\| + \alpha [N(\varphi, \theta, t) - N_m(\varphi, \theta)] + \beta N_m(\varphi, \theta) \right\} \leq \lambda \quad (\text{I-10})$$

où α, β, λ sont trois constantes du matériau. Ces constantes peuvent être déterminées à l'aide de trois limites de fatigue en torsion alternée t_{-1} , en flexion alternée f_{-1} et en flexion répétée f_0 :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{2 \frac{t_{-1}}{f_{-1}} - 1}{\sqrt{2 \frac{t_{-1}}{f_{-1}} \left(2 - 2 \frac{t_{-1}}{f_{-1}} \right)}} \\ \beta &= \frac{2\lambda}{f_0} - \frac{f_0}{8\lambda} - \alpha \\ \lambda &= t_{-1} \sqrt{\alpha^2 + 1}\end{aligned}\tag{I-11}$$

D'après [Papadopoulos et al. 1997], le critère de Robert prédit une influence de la contrainte moyenne de cisaillement sur la limite de fatigue en torsion, ce qui est en désaccord avec les constatations expérimentales. D'autre part, même pour le chargement en phase, ce critère ne se réduit pas à une expression simple et nécessite dans tous les cas des calculs relativement lourds.

I.2.2 Approches intégrales

Les ingrédients des critères intégraux sont les grandeurs moyennes issues des contraintes agissant sur un plan matériel (cisaillement et contrainte normale) au sein d'un volume élémentaire représentatif V . En général, ces grandeurs moyennes sont décrites par une double intégration sur φ et θ qui sont les coordonnées sphériques du vecteur unitaire \vec{n} normal à un plan Δ . L'angle φ s'intègre sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ alors que θ s'intègre sur l'intervalle $[0, \pi]$. Ainsi, toutes les orientations possibles du plan Δ à l'intérieur du volume V sont prises en compte (Figure I-8).

I.2.2.1 Critère de Papadopoulos

Le critère de [Papadopoulos 1994] est également basé sur l'approche mésoscopique et le concept d'adaptation élastique mais l'expression finale fait intervenir des grandeurs des contraintes macroscopiques habituelles. Papadopoulos a montré que la déformation plastique mésoscopique accumulée est à peu près proportionnelle à l'amplitude de la cission résolue macroscopique T_a quand le nombre de cycles devient très grand. Le vecteur cission résolue \underline{T} est la cission agissant sur une direction \vec{m} du plan matériel Δ et est égale à la projection du vecteur cission \underline{C} sur cette direction. \underline{C} et \underline{T} sont définis par :

$$\underline{C} = \underline{\underline{\Sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} - \left(\underline{\underline{n}} \cdot \underline{\underline{\Sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} \right)\tag{I-12}$$

$$\underline{T} = (\underline{m} \cdot \underline{C}) \underline{m} \quad (\text{I-13})$$

Le vecteur unitaire \underline{m} est caractérisé par l'angle χ variant dans l'intervalle $[0, 2\pi]$ (Figure I-8). T_a est donc une fonction de φ , θ et χ , i.e. $T_a(\varphi, \theta, \chi)$.

Un critère établi sur la déformation plastique (et donc T_a) peut conduire à une condition de non-amorçage de microfissure dans un grain. Papadopoulos suggère que, dans un contexte de calcul de structure, il convient d'utiliser des quantités moyennes issues de la déformation plastique accumulée dans tous les grains plastifiés du volume élémentaire représentatif. La grandeur proposée est comme suit :

$$\sqrt{\langle T_a^2 \rangle} = \sqrt{5} \sqrt{\frac{1}{8\pi^2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} (T_a(\varphi, \theta, \chi))^2 d\chi \sin\theta d\theta d\varphi} \quad (\text{I-14})$$

En fait, $\sqrt{\langle T_a^2 \rangle}$ mesure la valeur moyenne de l'amplitude de cisaillement sur toutes les directions de glissement appartenant à un plan matériel (intégration sur χ) et sur l'ensemble des plans possibles passant par un point considéré (intégrations sur φ et θ) à l'intérieur du volume élémentaire. Pour tenir compte de l'effet de contrainte normale $N(\varphi, \theta)$ sur la tenue en fatigue, la valeur moyenne de $N(\varphi, \theta)$ sur l'ensemble des plans matériels est également introduite :

$$\langle N \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} N(\varphi, \theta) d\theta d\varphi \quad (\text{I-15})$$

Cette quantité n'est rien d'autre que la pression hydrostatique Σ_H . Enfin, le critère d'endurance multiaxial est formulé par une combinaison linéaire :

$$\sqrt{\langle T_a^2 \rangle} + \alpha \Sigma_{H, \max} \leq \beta \quad (\text{I-16})$$

Les deux constantes du matériau α et β peuvent être identifiées à l'aide de deux limites de fatigue, par exemple, en torsion alternée t_{-1} et en flexion alternée f_{-1} :

$$\alpha = 3 \frac{t_{-1}}{f_{-1}} - \sqrt{3} \quad \beta = t_{-1} \quad (\text{I-17})$$

Dans le cas d'un chargement de traction – torsion combinée déphasée, l'expression analytique de ce critère est très simple :

$$\sqrt{\frac{\Sigma_{xa}^2}{3} + \Sigma_{xya}^2} + \alpha \frac{\Sigma_{xa} + \Sigma_{xm}}{3} \leq \beta \quad (\text{I-18})$$

où $\Sigma_{xa}, \Sigma_{xya}$ sont respectivement les amplitudes des composantes macroscopiques de traction et de torsion, Σ_{xm} est la valeur moyenne de traction. Le critère ne prévoit donc aucun effet du déphasage sur la limite de fatigue. Les prédictions de ce critère se montrent satisfaisantes pour

des métaux présentant un rapport t_{-1}/f_{-1} compris entre 0.6 et 0.8 (cette inégalité correspond à des métaux durs). Pour d'autres métaux, l'effet du déphasage sur la limite de fatigue se trouve plus prononcé. D'autre part, les prédictions du critère pour des chargements avec contraintes moyennes ne sont pas très satisfaisantes [Papuga et Růžička 2008].

I.2.2.2 Critère de Papuga

Récemment, [Papuga et Růžička 2008] proposent un critère basé sur l'intégration d'un paramètre de fatigue sur l'ensemble des plans matériels possibles :

$$\sqrt{\frac{1}{4\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \left[\frac{5}{2} C_a^2 + \alpha \left(N_a + \frac{f_{-1}}{t_{-1}} N_m \right) \right] \sin \theta d\theta d\varphi} \leq \beta \quad (\text{I-19})$$

où C_a, N_a, N_m sont respectivement l'amplitude de cission, l'amplitude et la valeur moyenne de la contrainte normale associées à un plan matériel donné. Les constantes α et β peuvent être déterminées à l'aide de deux limites de fatigue en torsion alternée et en flexion alternée :

$$\alpha = f_{-1} \left(3 \frac{t_{-1}^2}{f_{-1}^2} - 1 \right) \quad \beta = t_{-1} \quad (\text{I-20})$$

La formulation de ce critère est inspirée des travaux de [Zenner et al. 2000]. L'intérêt de l'étude de [Papuga et Růžička 2008] réside dans le fait que les auteurs ont analysé attentivement plusieurs approches existantes ainsi que testé de nombreuses décompositions possibles avant l'expression finale (I-19). Les auteurs mettent en avant l'importance de l'effet de déphasage et la prise en compte de la contrainte moyenne. Les effets respectifs des parties d'amplitude N_a et moyenne N_m de la contrainte normale sont proportionnels au ratio f_{-1}/t_{-1} . La validation du critère sur une grande base de données de 119 essais donne des résultats très satisfaisants pour les aciers.

Le temps de calcul est l'inconvénient majeur de ce critère. Il est acceptable en un point matériel mais il devient lourd pour un calcul de structure. D'autre part, le manque d'une formulation analytique simple pour le cas de chargement en phase peut s'avérer pénalisant. Le ratio f_{-1}/t_{-1} intervenant dans le critère est satisfaisant pour la classe des métaux durs mais n'est plus adapté pour d'autres classes des métaux, par exemple pour des métaux plus doux.

I.2.3 Approches énergétiques

I.2.3.1 Critère de Palin-Luc et Lasserre

La première version du critère énergétique de Palin-Luc et Lasserre est proposée dans [Palin-Luc et Lasserre 1998]. L'intérêt de ce critère consiste à prendre en compte des effets de gradients de contraintes issus de différents modes de chargement (traction, flexion plane,

flexion rotative) sur la tenue en fatigue des pièces. Dans la première version, les effets des contraintes moyennes ne sont pas pris en compte. La version proposée récemment par [Banvillet *et al.* 2003] a complété ce manque et sera discutée ci-après.

[Banvillet *et al.* 2003] considèrent la densité volumique du travail de déformation élastique fourni en un point M du matériau $W_g(M)$ sur une période de chargement T comme le paramètre du dommage :

$$W_g(M) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \int_T \langle \sigma_{ij}(M,t) \dot{\epsilon}_{ij}^e(M,t) \rangle dt \quad (I-21)$$

où :

- $\sigma_{ij}(M,t)$ sont les composantes du tenseur des contraintes au point M à l'instant t
- $\dot{\epsilon}_{ij}^e(M,t)$ sont les composantes du tenseur des vitesses de déformation élastique en M à l'instant t
- $\langle a \rangle = a$ si $a \geq 0$ et $\langle a \rangle = 0$ si $a < 0$

La valeur de $W_g(M)$ dépend de la distribution des contraintes sur la section droite d'une éprouvette cylindrique, traduisant l'effet de gradient des contraintes (Figure I-9).

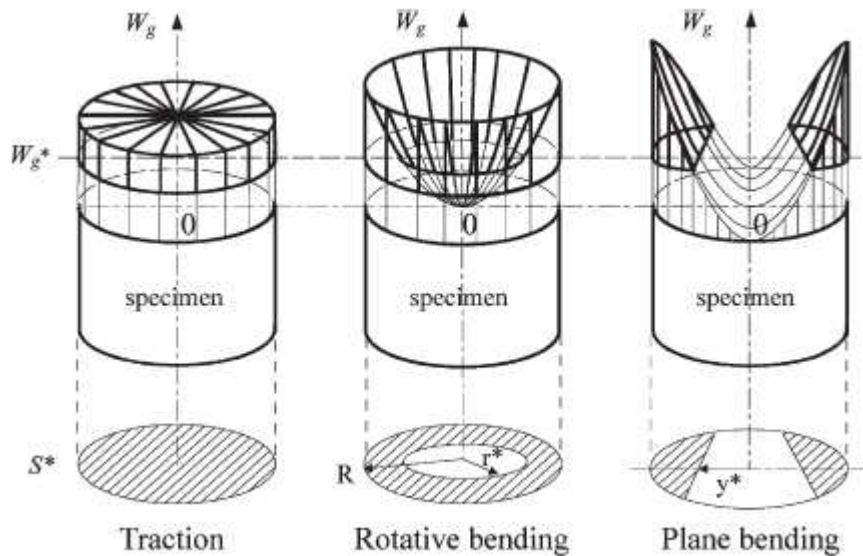


Figure I-9. Distributions de W_g sur la section droite d'une éprouvette cylindrique en traction, flexion rotative et flexion plane [Banvillet *et al.* 2003]

Les auteurs supposent que les points potentiellement critiques C_i (où une fissure de fatigue peut s'amorcer) sont les points de la pièce où $W_g(C_i)$ est un maximum local de $W_g(M)$. Autour de chacun des points critiques C_i , un volume d'influence $V^*(C_i)$ est défini,

représentant l'ensemble des points où le travail fourni $W_g(M)$ est supérieur au travail minimum $W_g^*(C_i)$ nécessaire à l'apparition d'un endommagement.

$$V^*(C_i) = \left\{ \text{points } M(x, y, z) \text{ autour du point } C_i \text{ tels que } W_g(M) \geq W_g^*(C_i) \right\} \quad (\text{I-22})$$

En supposant que l'ensemble des points du volume d'influence $V^*(C_i)$ joue un rôle significatif dans l'amorçage d'une fissure au point critique C_i , la moyenne volumique du travail fourni est introduite :

$$\bar{\omega}_g(C_i) = \frac{1}{V^*(C_i)} \iiint_{V^*(C_i)} [W_g(M) - W_g^*(C_i)] dv \quad (\text{I-23})$$

Finalement, le critère proposé s'exprime par :

$$\bar{\omega}_g(C_i) \leq \bar{\omega}_g^D(C_i) \quad (\text{I-24})$$

La valeur limite admissible $\bar{\omega}_g^D(C_i)$ est calculée par :

$$\bar{\omega}_g^D(C_i) = \frac{F(dT(C_i), \beta)}{F(dT_{uniax}, \beta)} \bar{\omega}_{g,uniax}^D \quad (\text{I-25})$$

où :

- la valeur limite $\bar{\omega}_{g,uniax}^D$ en chargement uniaxial (traction, flexion plane, flexion rotative) est déterminée à l'aide des limites de fatigue en flexion rotative (σ_{Rot}^D), en traction alternée (σ_{Ta}^D) et le module d'Young du matériau E :

$$\bar{\omega}_{g,uniax}^D = \frac{(\sigma_{Rot}^D)^2 - (\sigma_{Ta}^D)^2}{E} \quad (\text{I-26})$$

- la fonction empirique F dépend d'un paramètre matériau β et du degré de triaxialité des contraintes dT au point critique C_i :

$$F(dT(C_i), \beta) = \frac{1}{1-dT(C_i)} \left\{ 1 - \frac{1}{\beta} \ln [1 + (e^\beta - 1) dT(C_i)] \right\} \quad (\text{I-27})$$

- le degré de triaxialité est le rapport de la partie sphérique du travail fourni W_g^s sur le travail total fourni W_g :

$$dT(M) = \frac{W_g^s(M)}{W_g(M)} = \frac{\int \langle \sigma_{kk} \dot{\epsilon}_{kk} \rangle dt}{W_g(M)} \quad (\text{I-28})$$

- le degré de triaxialité en chargement uniaxial dépend du coefficient de Poisson ν :

$$dT_{uniax} = \frac{1-2\nu}{3} \quad (\text{I-29})$$

Le critère de [Banvillet et al. 2003] est intéressant pour sa capacité de prendre en compte des effets de gradient de contraintes sous chargement multiaxial. Le critère traduit la

sensibilité de la limite de fatigue à la distribution des contraintes dans la section droite d'une éprouvette cylindrique. Néanmoins, la mise en œuvre de ce critère est assez délicate. La détermination des points critiques C_i et des volumes d'influence $V^*(C_i)$ peuvent s'avérer longue. De plus, l'extension du critère pour des chargements aléatoires n'est pas évidente.

I.2.4 Approches par invariants de contraintes

Les critères de cette catégorie sont composés des invariants du tenseur des contraintes macroscopiques. Les grandeurs communément utilisées sont le premier invariant du tenseur des contraintes $tr(\underline{\underline{\Sigma}})$, ou la pression hydrostatique Σ_H , et le deuxième invariant du déviateur des contraintes J_2 . Les avantages principaux de ces critères consistent dans l'économie du temps de calcul.

I.2.4.1 Critère de Crossland

Le critère de [Crossland 1956] figure parmi les critères les plus utilisés en fatigue à grand nombre de cycles. Crossland propose une combinaison linéaire de l'amplitude de la racine carrée de J_2 et de la contrainte hydrostatique maximale $\Sigma_{H,\max}$:

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha \Sigma_{H,\max} \leq \beta \quad (\text{I-30})$$

La racine carrée de J_2 est définie par :

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{S}}} \quad (\text{I-31})$$

où $\underline{\underline{S}}$ est le déviateur des contraintes. Pour définir $\sqrt{J_{2,a}}$, on construit l'hypersphère circonscrite minimum (unique) au trajet de chargement dans l'espace à cinq dimensions [Papadopoulos et al. 1997]. La longueur du vecteur $\underline{\underline{S}}_m$ dont l'extrémité se situe au centre de cette hypersphère est égale à la valeur moyenne $\sqrt{J_{2,m}}$, alors que $\sqrt{J_{2,a}}$ est égale au rayon de cette sphère. Dans le cas d'un chargement de traction – torsion déphasé, l'hypersphère circonscrite minimum se réduit à un cercle circonscrit minimum dans un espace à deux dimensions, la valeur de $\sqrt{J_{2,a}}$ peut être exprimée par une fonction algébrique des composantes des contraintes macroscopiques :

$$\sqrt{J_{2,a}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{\Sigma_{xa}^2}{3} + \Sigma_{xya}^2 \right) + \sqrt{\left(\frac{\Sigma_{xa}^2}{3} + \Sigma_{xya}^2 \right)^2 - \frac{4}{3} \Sigma_{xa}^2 \Sigma_{xya}^2 \sin^2 \delta_{xy}}} \quad (\text{I-32})$$

où δ_{xy} est l'angle de déphasage entre les composantes de traction et de torsion.

La contrainte hydrostatique Σ_H est définie par :

$$\Sigma_H = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\Sigma}}) \Rightarrow \Sigma_H(t) = \frac{1}{3} (\Sigma_{xx}(t) + \Sigma_{yy}(t) + \Sigma_{zz}(t)) \quad (\text{I-33})$$

Pour un chargement cyclique, l'amplitude, la moyenne et la valeur maximale de Σ_H sont déterminées comme suit :

$$\Sigma_{H,a} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\Sigma}}(t))}{3} - \min_{t \in T} \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\Sigma}}(t))}{3} \right\} \quad (\text{I-34})$$

$$\Sigma_{H,m} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\Sigma}}(t))}{3} + \min_{t \in T} \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\Sigma}}(t))}{3} \right\} \quad (\text{I-35})$$

$$\Sigma_{H,max} = \Sigma_{H,a} + \Sigma_{H,m} \quad (\text{I-36})$$

Les constantes α et β du critère peuvent être identifiées à l'aide de deux limites de fatigue en torsion alternée t_{-1} et en flexion alternée f_{-1} :

$$\alpha = 3 \frac{t_{-1}}{f_{-1}} - \sqrt{3} \quad \beta = t_{-1} \quad (\text{I-37})$$

Le critère de Crossland est simple et pratique à utiliser mais les prédictions du critère ne sont pas satisfaisantes pour des chargements déphasés. En fait, ce critère prédit une augmentation trop élevée de la limite de fatigue pour les chargements déphasés, entraînant les prédictions largement non conservatives [Banvillet et al. 2003; Papuga et Růžička 2008].

I.2.4.2 Critère de Li et de Freitas

[Li et al. 2001] proposent une modification du critère de Crossland :

$$\tau_{eq} + \alpha \Sigma_{H,max} \leq \beta \quad (\text{I-38})$$

où τ_{eq} est l'amplitude de la contrainte de cisaillement équivalente. Les auteurs remarquent que la mesure de la contrainte de cisaillement par l'approche du Cercle Circonscrit Minimum (CCM) (critère de Crossland) ne peut pas différencier le trajet de chargement proportionnel du trajet de chargement non proportionnel. Ils proposent donc l'approche d'Ellipse Circonscrite Minimum (ECM) définissant la contrainte de cisaillement équivalent à partir des demi-axes de l'ellipse minimum :

$$\tau_{eq} = \sqrt{R_a^2 + R_b^2} \quad (\text{I-39})$$

Cette approche exige deux étapes pour déterminer l'Ellipse Circonscrite Minimum. D'abord, le cercle circonscrit minimum de rayon R_a est construit suivant l'approche CCM. Ensuite, le demi-petit axe R_b est obtenu par la construction de l'ellipse circonscrite minimum avec R_a comme demi-grand axe (Figure I-10).

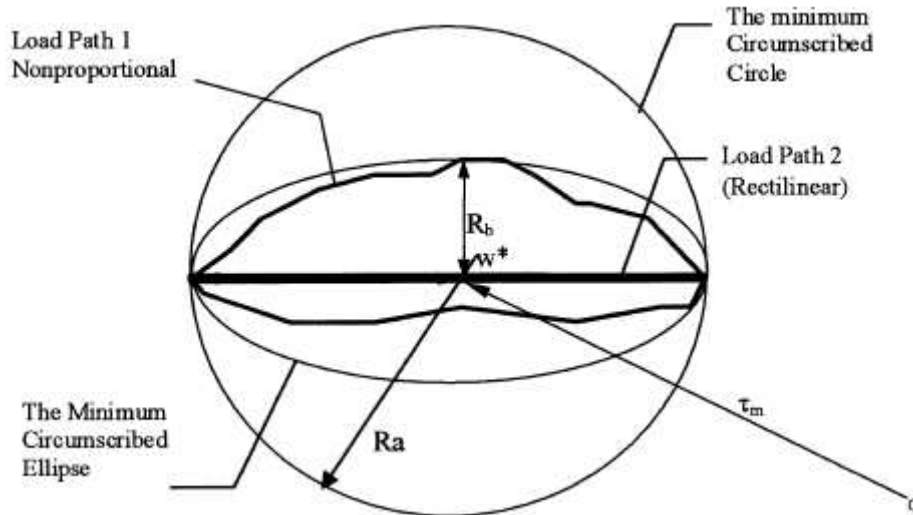


Figure I-10. Mesure de l'amplitude de la contrainte de cisaillement équivalent par les approches CCM et ECM [Li et al. 2001]

La Figure I-10 montre que l'approche CCM prédit une même contrainte de cisaillement ($\sqrt{J_{2,a}} = R_a$) pour un chargement non proportionnel (trajet 1) et un chargement proportionnel (trajet 2) alors que l'approche ECM les différencie. Bien que cette évaluation du cisaillement soit attrayante et, dans plusieurs cas, donne de bons résultats, des algorithmes assez élaborés doivent être mis en oeuvre pour construire l'ellipse circonscrite minimum [Li et al. 2009].

I.2.4.3 Critère de Mamiya et Araújo

[Mamiya et al. 2009] proposent une autre mesure de l'amplitude de contrainte de cisaillement reposant aussi sur le trajet de chargement, à l'aide de la construction d'une enveloppe prismatique (« prismatic hull » en anglais). D'abord, le tenseur déviatorique des contraintes macroscopique $\underline{\underline{S}}(t)$ est transformé en vecteur dans l'espace déviatorique de dimension cinq :

$$\begin{aligned}
 s_1(t) &= \sqrt{\frac{3}{2}} S_{xx}(t) \\
 s_2(t) &= \sqrt{\frac{1}{2}} (S_{yy}(t) - S_{zz}(t)) \\
 s_3(t) &= \sqrt{2} S_{xy}(t) \\
 s_4(t) &= \sqrt{2} S_{xz}(t) \\
 s_5(t) &= \sqrt{2} S_{yz}(t)
 \end{aligned} \tag{I-40}$$

Le trajet de chargement se décompose donc sur une base de cinq vecteurs :

$$s(t) = [s_1(t) \quad s_2(t) \quad s_3(t) \quad s_4(t) \quad s_5(t)] \tag{I-41}$$

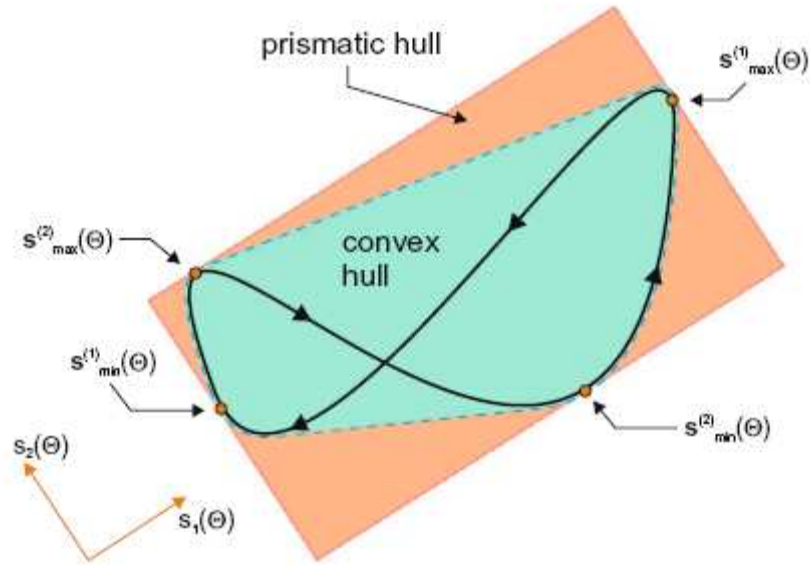


Figure I-11. Enveloppe convexe et enveloppe prismatique pour un trajet de chargement
[Mamiya et al. 2009]

Pour définir la contrainte de cisaillement équivalente, les auteurs proposent de construire l'enveloppe convexe (« convex hull » en anglais) et l'enveloppe prismatique rectangulaire entourant le trajet de chargement (Figure I-11). Pour une orientation donnée Θ de l'enveloppe prismatique, les composantes a_i ($i=1, \dots, 5$) de l'amplitude sont définies par :

$$a_i = \frac{1}{2} \left(\max_t s_i(t) - \min_t s_i(t) \right) \quad (\text{I-42})$$

L'amplitude correspondant à l'orientation Θ est calculée par :

$$\tau_a(\Theta) = \sqrt{\sum_{i=1}^5 a_i^2(\Theta)} \quad (\text{I-43})$$

L'amplitude de la contrainte de cisaillement équivalente est obtenue par :

$$\tau_{eq} = \max_{\Theta} \tau_a(\Theta) \quad (\text{I-44})$$

Finalement, le critère est formulé classiquement :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \tau_{eq} + \alpha \Sigma_{H, \max} \leq \beta \quad (\text{I-45})$$

Cette proposition de [Mamiya et al. 2009] donne aussi de bonnes prédictions pour des chargements non proportionnels, même pour des chargements asynchrones périodiques. Pourtant, par analogie avec le critère de [Li et al. 2009], l'algorithme de recherche de l'enveloppe prismatique est assez délicat à programmer. D'autre part, pour des chargements plus complexes tels que les chargements aléatoires, il est difficile de définir l'ellipse circonscrite (approche ECM) ou l'enveloppe prismatique associées.

I.2.5 Synthèse de l'étude des critères d'endurance

Parmi les approches existantes, les critères de type plan critique et intégral exigent des temps de calcul importants. De ce point de vue, l'approche par invariants de contraintes a un avantage appréciable sur la durée de calcul. Si le temps de calcul n'est pas un problème lorsque le calcul est effectué en un point matériel, cela devient un enjeu important lorsqu'il faut l'appliquer à toute une structure par exemple en chaque point de Gauss d'un maillage élément fini.

Plusieurs critères de plan critique (Findley, Dang Van) ne sont pas appropriés pour un chargement déphasé. Les critères intégraux (Papadopoulos, Papuga) et les critères par invariants proposés récemment (Li et de Freitas, Mamiya et Araújo) fournissent de bonnes prédictions, à la fois pour un chargement proportionnel et pour un chargement non proportionnel. Ces approches ont en commun une évaluation moyenne et globale de la contrainte de cisaillement permettant de traduire correctement l'effet de déphasage. La distinction des influences respectives de la partie amplitude et moyenne de la contrainte normale proposée par [Papuga et Růžička 2008] est un point intéressant.

Certaines approches sont attrayantes par leur démarche scientifique (Palin-Luc et Lasserre, Mamiya et Araújo) mais elles exigent des algorithmes assez délicats pour la mise en œuvre. Ceci engendre des difficultés certaines lors de l'extension du critère pour d'autres applications, par exemple l'intégration dans un modèle d'endommagement. Dans le cadre de cette thèse, nous souhaitons trouver un critère d'endurance simple mais également un ingrédient d'un modèle d'endommagement pour estimer les durées de vie finies ($10^5 - 10^7$ cycles). Nous tendons à un couplage de la plasticité et l'endommagement afin de capter à la fois l'effet de déphasage et le cumul non linéaire du dommage. L'approche par invariants de contraintes est donc retenue tant pour l'économie du temps de calcul que pour la simplicité du modèle d'endommagement. La construction d'une modélisation simple en fatigue à grand nombre de cycles est le sujet des chapitres III et IV.

I.3 Modèles d'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles

Outre le dimensionnement en endurance illimitée, il est naturel de considérer le problème de calcul de durée de vie finie en fatigue à grand nombre de cycles. Il s'agit non seulement de prédire l'amorçage des fissures dans une pièce mais aussi de contrôler la propagation de ces fissures. En fait, l'extension d'un critère d'endurance vers le domaine de l'endurance limitée peut être réalisée facilement à l'aide de formulations empiriques [Y. Liu et Mahadevan 2005;

[Papadopoulos 2001]. Néanmoins, cette méthodologie ne prend pas en compte le rôle explicite des processus de plasticité et d'endommagement en fatigue. Ainsi, le cumul du dommage est linéaire et aucun effet des chargements inférieurs à la limite de fatigue n'est pris en compte. Dans ce contexte, l'approche par la Mécanique Continue de l'Endommagement s'avère adéquate pour modéliser les processus irréversibles intervenants en fatigue.

En fatigue à grand nombre de cycles, l'amorçage et la propagation d'une fissure se produisent à l'échelle locale (grains, bandes de glissement). Ces mécanismes occupant une grande partie de la durée de vie avant la ruine finale de la pièce à l'échelle macroscopique. Cet argument justifie l'approche multi-échelle (macro – méso/micro) largement utilisée dans ce domaine (FGNC) dont nous présentons quelque exemples dans les pages qui suivent. Ces modèles tout récents sont retenus car ils bénéficient des progressions des méthodes de caractérisation expérimentale permettant de prendre en compte de plus en plus mieux les mécanismes de la plasticité et de l'endommagement en jeu.

I.3.1 Modèle de Lemaitre – Sermage – Desmorat

[Lemaitre et al. 1999] supposent que les phénomènes d'endommagement sont localisés uniquement à l'échelle microscopique (l'échelle inférieure à celle du Volume Élémentaire Représentatif (VER)) et négligeables pour le comportement élastique macroscopique. On se place sur une inclusion ou un défaut noyé(e) dans une matrice ayant les propriétés élastiques E et ν du VER. Cette inclusion a les mêmes propriétés élastiques que la matrice mais elle est en état plastique endommageable avec une limite d'écoulement prise égale à la limite de fatigue du matériau σ_f . Le schéma du modèle est décrit sur la Figure I-12.

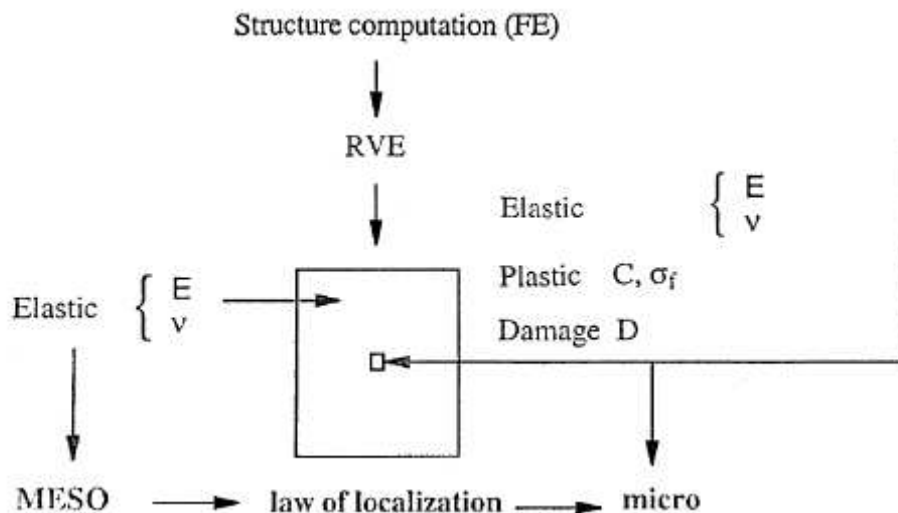


Figure I-12. Schéma du modèle à deux échelles [Lemaitre et al. 1999]

L'endommagement (uniquement à l'échelle microscopique) est décrit par une variable scalaire notée D ($0 \leq D \leq D_c < 1$), basée sur le concept de la contrainte effective [Kachanov 1958]. La contrainte effective microscopique $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$ est liée à $\underline{\underline{\sigma}}$ et D :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} = \frac{\underline{\underline{\sigma}}}{1-D} \quad (\text{I-46})$$

L'endommagement peut donc être vu comme une réduction de surface portante. Les contraintes microscopiques $\underline{\underline{\sigma}}$ sont évaluées à partir des contraintes mésoscopiques $\underline{\underline{\Sigma}}$ à l'aide d'une loi de localisation de type auto-cohérent :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - aE\underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (\text{I-47})$$

où $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ est le tenseur des déformations plastiques microscopiques,

a est obtenue par l'analyse de [Eshelby 1957] pour une inclusion sphérique :

$$a = \frac{1-\beta}{1+\nu} \quad \beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)} \quad (\text{I-48})$$

ν étant le coefficient de Poisson.

La partition de la déformation microscopique entraîne :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (\text{I-49})$$

La déformation élastique est obtenue à partir de la loi de Hooke dans laquelle la contrainte effective $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$ remplace la contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}) \underline{\underline{1}} \quad (\text{I-50})$$

La surface de charge de micro-plasticité (à l'échelle de l'inclusion) fait intervenir la contrainte effective $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$, la limite de fatigue σ_f et une variable d'écrouissage cinématique effective $\underline{\underline{\tilde{X}}}^D$:

$$f = \left(\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{X}}}^D \right)_{eq} - \sigma_f \quad (\text{I-51})$$

L'écrouissage cinématique linéaire effectif est donné par :

$$\underline{\underline{\dot{\tilde{X}}}}^D = \frac{2}{3} C \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p (1-D) \quad (\text{I-52})$$

C étant le module d'écrouissage cinématique.

L'évolution de la plasticité est gouvernée par une loi de normalité :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (\text{I-53})$$

Le multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$ est obtenu par la condition de cohérence $df = 0$:

$$\dot{\lambda} = \frac{\dot{p}}{1-D} \quad (\text{I-54})$$

p étant la déformation plastique accumulée.

L'endommagement est gouverné par la plasticité : le taux de dommage est une fonction du taux de restitution de l'énergie Y et de la déformation plastique accumulée p :

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S} \right)^s \dot{p} \quad \text{si } p \geq p_D \quad (\text{I-55})$$

où p_D est le seuil d'endommagement lié à l'énergie stockée dans le matériau,

s et S sont des coefficients caractéristiques du dommage.

Le seuil d'endommagement p_D est lié au seuil de dommage en traction ε_{pD} , à la contrainte à la rupture σ_u , à la contrainte équivalent de Von Mises σ_{eq} et à la limite de fatigue σ_f :

$$p_D = \varepsilon_{pD} \frac{\sigma_u - \sigma_f}{\sigma_{eq} - \sigma_f} \quad (\text{I-56})$$

La loi d'évolution de D prend en compte l'effet de fermeture de fissure (différence de comportement en traction et en compression) à travers du terme Y :

$$Y = \frac{1+\nu}{2E} \left[\frac{\sum_J \langle \sigma_J \rangle^2}{(1-D)^2} + \frac{h \sum_J \langle -\sigma_J \rangle^2}{(1-hD)^2} \right] - \frac{\nu}{E} \left[\frac{\langle 3\sigma_H \rangle^2}{(1-D)^2} + \frac{h \langle -3\sigma_H \rangle^2}{(1-hD)^2} \right] \quad (\text{I-57})$$

où σ_J ($J=1,2,3$) sont les contraintes principales, h est le paramètre de fermeture de fissure ($0 \leq h \leq 1$) et $\langle . \rangle$ représente la partie positive. Une fissure mésoscopique apparaît pour $D = D_c$ où D_c est la valeur critique du dommage.

La mise en œuvre de ce modèle nécessite d'identifier 10 paramètres :

- deux coefficients d'élasticité : E, ν
- deux coefficients de micro-plasticité : σ_f, C
- cinq coefficients de micro-dommage : $S, s, \varepsilon_{pD}, h, D_c$
- un coefficient de la loi de localisation : a

Les quatre premiers paramètres E, ν, σ_f, C sont identifiés à partir des essais de traction en supposant que l'écroutissage cinématique à l'échelle microscopique est le même que celui à l'échelle mésoscopique. D'après l'analyse d'Eshelby (I-48), la valeur de a est proche de 0.4 pour $\nu = 0.3$. Les cinq autres peuvent être déterminés à partir d'essais en fatigue : une courbe de Wöhler pour évaluer S et s , quelques essais en compression pour le paramètre h et quelques essais à deux niveaux de fatigue pour ε_{pD} et D_c . En fait, une procédure d'optimisation est nécessaire pour faire concorder les paramètres avec les données expérimentales.

Ce modèle est construit dans un cadre rigoureux de la thermodynamique des processus irréversibles. Il s'avère refléter correctement certains effets caractéristiques de la fatigue à grand nombre de cycles tels que les effets des contraintes moyennes, le cumul non linéaire du

dommage et l'effet de chargement non proportionnel en fatigue biaxiale. Une principale limitation du modèle réside dans la modélisation isotrope de l'endommagement par une unique variable scalaire. L'orientation du dommage n'est donc pas prise en compte. Le traitement des chargements par blocs ou aléatoires risque d'être pénalisant par ce manque.

I.3.2 Modèle de Doudard – Calloch – Hild

[Doudard *et al.* 2005] proposent un modèle probabiliste à deux échelles prenant en compte le comportement thermique du matériau sous sollicitation cyclique. Les auteurs considèrent que le phénomène d'endommagement en fatigue polycyclique est localisé à l'échelle microscopique et est induit par l'apparition progressive de sites de microplasticité. Le modèle proposé est basé sur l'approche à deux échelle de [Lemaitre *et al.* 1999]. Le modèle de [Doudard *et al.* 2005] est construit en deux phases successives. D'abord, sur un plan déterministe, un modèle à deux échelles permet de déterminer l'énergie dissipée par les sites de microplasticité au cours d'un cycle. Cette dernière est intégrée dans une équation de la chaleur, permettant de rendre compte du comportement thermique de l'éprouvette en fatigue. Ensuite, dans un cadre probabiliste, les théories du maillon le plus faible et d'énergie dissipée critique sont utilisées pour obtenir respectivement la probabilité de rupture et la durée de vie de l'éprouvette.

Modèle déterministe à deux échelles

Les auteurs supposent que un site de microplasticité peut être modélisé par une simple inclusion élasto-plastique de volume V_0 noyée dans une matrice purement élastique de volume total V_{VER} . Les tenseurs d'élasticité de l'inclusion et de la matrice sont supposés identiques. La limite d'élasticité de l'inclusion (échelle microscopique) σ_y^{μ} est inférieure à celle de la matrice (échelle mésoscopique). Les concepts de la thermodynamique des processus irréversibles sont utilisés pour interpréter les mesures de la température de l'éprouvette. L'énergie libre de Helmholtz du VER, Ψ , est composée de l'énergie libre de la matrice Ψ_{mat} et celle de l'inclusion Ψ_{in} :

$$\Psi = \Psi_{mat} (1 - f_v) + \Psi_{in} f_v \quad (I-58)$$

où $f_v = V_0/V_{VER}$ est la fraction volumique de l'inclusion dans le VER.

La puissance dissipée volumique Δ dans un VER s'écrit alors :

$$\Delta = f_v \left(\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^p} \right) : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \frac{f_v \sigma_y^{\mu} H(f)}{h} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\Sigma}}} \quad (I-59)$$

avec $\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\Sigma}}$ les tenseurs des contraintes microscopiques et mésoscopiques, $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ le tenseur des déformations plastiques microscopiques, f la fonction de charge de microplasticité, $H(f)$ la fonction d'Heaviside de f et $h = C + 3\mu(1 - \beta)$ le module d'érouissage cinématique..

L'énergie dissipée volumique D est obtenue par intégration de Δ au cours d'un cycle, dépendant de l'amplitude de chargement uniaxial Σ_0 et de la limite d'élasticité microscopique σ_y^μ :

$$D = \int_{\text{cycle}} \frac{f_v \sigma_y^\mu H(f)}{h} \dot{\Sigma} dt = \frac{4 f_v \sigma_y^\mu}{h} \langle \Sigma_0 - \sigma_y^\mu \rangle \quad (\text{I-60})$$

L'équation de la chaleur s'écrit :

$$\dot{\theta} + \frac{\theta}{\tau_{eq}} = \frac{f_r D}{\rho c} \quad (\text{I-61})$$

avec θ la variation de la température moyenne de l'éprouvette, τ_{eq} le temps caractéristique thermique de l'éprouvette, f_r la fréquence de sollicitation, ρ la masse volumique et c la chaleur massique. La température moyenne stabilisée $\bar{\theta}$ est la solution de l'équation (I-61) :

$$\bar{\theta} = \eta f_v \sigma_y^\mu \langle \Sigma_0 - \sigma_y^\mu \rangle \quad (\text{I-62})$$

où $\eta = 4 f_r \tau_{eq} / h \rho c$ est un paramètre du modèle. L'équation (I-62) prévoit que pour une amplitude de chargement inférieure à σ_y^μ , aucune variation de la température n'est observée. Au-delà de σ_y^μ , la température moyenne stabilisée est une fonction linéaire de Σ_0 .

La prédiction de la durée de vie repose sur un critère d'énergie dissipée critique. En supposant que l'énergie dissipée volumique D est constante par cycle, la ruine d'une structure est atteinte pour un nombre de cycle N tel que :

$$N = \frac{E_c}{D} = \frac{h E_c}{4 f_v \bar{\Sigma}_\infty \langle \Sigma_0 - \bar{\Sigma}_\infty \rangle} = \frac{A}{\bar{\Sigma}_\infty \langle \Sigma_0 - \bar{\Sigma}_\infty \rangle} \quad (\text{I-63})$$

où E_c est l'énergie dissipée critique, $A = h E_c / 4 f_v$ est un paramètre dépendant du matériau et $\bar{\Sigma}_\infty = \sigma_y^\mu$ est la limite d'endurance moyenne.

Modèle probabiliste à deux échelles

Les auteurs supposent que la limite d'élasticité microscopique σ_y^μ est une variable probabiliste. Un site de microplasticité devient actif lorsque la contrainte équivalente de Von Mises de l'inclusion est supérieure au seuil σ_y^μ . La description des sites actifs repose sur un

processus ponctuel de Poisson. La probabilité de trouver k sites actifs dans un domaine Ω de volume V_Ω suit une distribution de Poisson :

$$P_k(V_\Omega) = \exp(-\lambda V_\Omega) \frac{(\lambda V_\Omega)^k}{k!} \quad (\text{I-64})$$

où λ est l'intensité du processus et correspond à la densité moyenne de sites actifs pour une amplitude du chargement appliquée Σ :

$$\lambda = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\Sigma}{S_0} \right)^m \quad (\text{I-65})$$

Le paramètre d'échelle $V_0 S_0^m$ et le module de Weibull m sont deux paramètres dépendant du matériau considéré. D'après l'hypothèse du maillon le plus faible, la probabilité de rupture d'un domaine Ω de volume V_Ω soumis à un état de contrainte homogène Σ est égale à la probabilité de trouver au moins une inclusion active dans le volume V_Ω :

$$P_F = P_{k \geq 1}(V_\Omega) = 1 - \exp(-\lambda V_\Omega) = 1 - \exp \left[-\frac{V_\Omega}{V_0} \left(\frac{\Sigma}{S_0} \right)^m \right] \quad (\text{I-66})$$

Lorsque le champ des contraintes est non homogène, la dernière expression peut être généralisée :

$$P_F = 1 - \exp \left[-\frac{V_\Omega H_m}{V_0} \left(\frac{\Sigma_F}{S_0} \right)^m \right] \quad (\text{I-67})$$

où $H_m = \frac{1}{V_\Omega} \int_V \left(\frac{\Sigma}{\Sigma_F} \right) dV$ est le facteur d'hétérogénéité des contraintes et $\Sigma_F = \max(\Sigma)$.

$V_{eff} = V_\Omega H_m$ est le volume effectif dépendant du chargement appliqué.

Afin de décrire la distribution de la limite d'endurance, on définit la limite d'endurance moyenne $\bar{\Sigma}_\infty$ et l'écart type associé $\bar{\Sigma}_\infty^2$:

$$\bar{\Sigma}_\infty = S_0 \left(\frac{V_0}{V_\Omega H_m} \right)^{\frac{1}{m}} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \quad (\text{I-68})$$

$$\bar{\Sigma}_\infty^2 = S_0^2 \left(\frac{V_0}{V_\Omega H_m} \right)^{\frac{2}{m}} \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{m} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{m} \right) \right] \quad (\text{I-69})$$

avec $\Gamma(p) = \int_0^\infty t^{p-1} \exp(-t) dt$ la fonction gamma.

Le comportement thermique de l'éprouvette est redéfini avec la distribution aléatoire de la limite d'élasticité microscopique σ_y^μ . Cette fois-ci, la température moyenne stabilisée s'exprime par :

$$\bar{\theta} = \eta V_0 \frac{m}{(m+1)(m+2)} \frac{\Sigma_0^{m+2}}{(V_0 S_0^m)} \quad (\text{I-70})$$

Le nombre de cycles à rupture est calculé à l'aide du concept d'énergie dissipée critique :

$$N = \frac{A}{\Sigma_\infty (P_f) \langle \Sigma_0 - \Sigma_\infty (P_f) \rangle} \quad (\text{I-71})$$

où $\Sigma_\infty (P_f)$ est défini par : $\frac{\ln(1-P_f)}{\ln(1-0.5)} = \left[\frac{\Sigma_\infty (P_f)}{\Sigma_\infty (0.5)} \right]^m$

Les paramètres du modèle sont au nombre de 4 : le module de Weibull m , le facteur d'échelle $V_0 S_0^m$, le facteur d'intensité d'auto-échauffement ηV_0 et le facteur de durée de vie A . L'identification de A et $\bar{\Sigma}_\infty$ est effectuée à partir de la courbe de Wöhler (Figure I-13a). Le facteur $V_0 S_0^m$ est alors obtenue par la relation (I-68). Les valeurs de m et ηV_0 sont ensuite déterminées à l'aide de la courbe d'auto-échauffement satisfaisant la relation (I-70) (Figure I-13b).

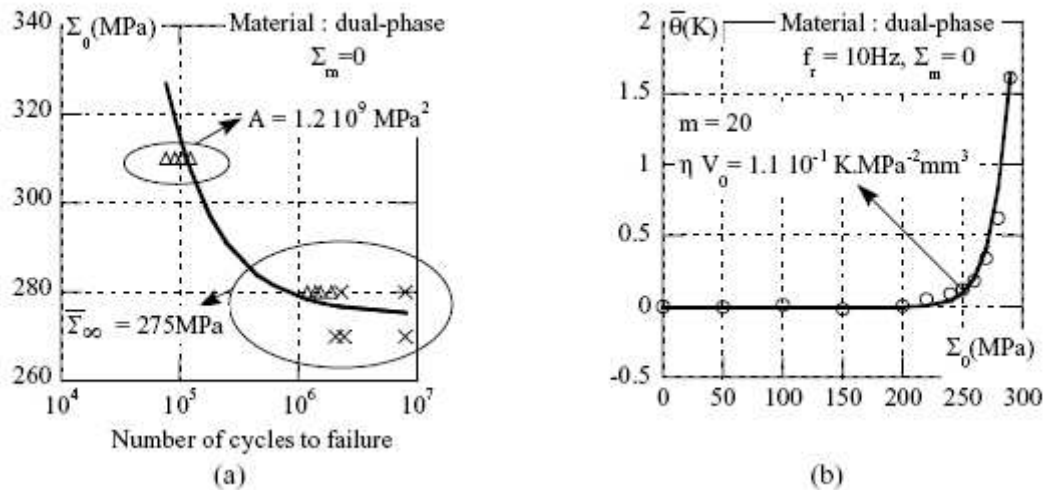


Figure I-13. Identifications de $A, \bar{\Sigma}_\infty, m, \eta V_0$ pour un acier dual-phase [Doudard et al. 2005]

Ce modèle permet d'obtenir une estimation rapide de la limite d'endurance ainsi que la courbe S-N associée à différentes probabilités de rupture. Il demande seulement un essai d'auto-échauffement et 15 essais pour la courbe Wöhler par rapport à 30 – 50 essais pour les méthodes classiques (par exemple la méthode par paliers). La probabilité de rupture peut être prédite par le modèle pour différents volumes effectifs (traction alternée et flexion plane). Récemment, des améliorations de ce modèle ont été proposées [Doudard, Poncelet, et al. 2007; Poncelet et al. 2007] permettant de prendre en compte les effets de la multiaxialité des contraintes sur la limite d'endurance. Néanmoins, actuellement, le modèle ne tient pas compte de l'effet de la contrainte moyenne.

I.3.3 Modèle de Monchiet – Charkaluk – Kondo

[Monchiet et al. 2008] propose un critère de fatigue à grand nombre de cycles, fondé sur les mécanismes physiques microscopiques entraînant l'endommagement et l'amorçage de fissures. Le couplage entre les mécanismes de plasticité et d'endommagement est formulé à l'échelle des grains les plus sollicités. La nucléation et la croissance des microcavités situées le long des Bandes de Glissement Persistantes (BGP) sont considérées comme la source de l'endommagement. Un critère d'amorçage de fissure est donc établi sur une valeur critique de la porosité considérée comme variable d'endommagement à l'échelle des BGP. La transition de ce critère à l'échelle macroscopique est effectuée à l'aide d'un schéma autocohérent.

Comportement plastique à l'échelle du grain

On se place à l'échelle du grain caractérisé par le tenseur des contraintes σ . Dans un monocristal, la relation entre la contrainte de cisaillement $\tau = \sigma : \Delta$ (Δ est le tenseur d'orientation) et le glissement plastique γ^p est régie par la loi de Schmid :

$$|\tau - X| - \tau_0 - R = 0 \quad (\text{I-72})$$

où $X = c\gamma^p$ et $R = R_0 p$ sont respectivement les variables d'érouissage cinématique et isotrope. c, R_0 sont les modules d'érouissage et p est le glissement plastique cumulé.

Deux mécanismes d'endommagement

Les auteurs proposent de différencier les mécanismes de nucléation et de croissance des microcavités le long des BGP. La nucléation des microcavités est gouvernée par un mécanisme d'annihilation des dislocations. La porosité induite par ce mécanisme, notée η_a , est donnée par :

$$\eta_a(p) = A_0 [k_a p - 1 + \exp(-k_a p)] \quad (\text{I-73})$$

où A_0 et k_a sont deux paramètres du modèle. Le mécanisme d'annihilation est uniquement piloté par le glissement plastique cumulé. Afin de prendre en compte l'effet de la pression hydrostatique sur le critère de fatigue, les auteurs ont introduit le deuxième mécanisme de la croissance des microcavités correspondant à une porosité induite η_g . La porosité totale est donc la somme des porosités $\eta = \eta_a + \eta_g$. La déformation plastique ε^p résultant de la nucléation et la croissance des microcavités à l'échelle du grain s'écrit :

$$\varepsilon^p = \gamma^p \Delta + \varepsilon_h^p \mathbf{1} \quad (\text{I-74})$$

La partie hydrostatique de la déformation plastique ε_h^p due à la croissance des cavités est liée à η_g en utilisant la conservation de la masse :

$$\dot{\eta}_g = (1 - \eta) 3\dot{\varepsilon}_h^p \approx 3\dot{\varepsilon}_h^p \quad (\text{I-75})$$

Le critère local d'amorçage de fissures reposant sur une valeur critique de la porosité η_c s'écrit alors :

$$\eta = \eta_a(p) + \eta_g(\varepsilon_h^p) = \eta_c \quad (\text{I-76})$$

Couplage plasticité – endommagement à l'échelle du grain

Afin de déterminer les lois d'évolution de p et ε_h^p , les auteurs proposent d'utiliser un critère de plasticité de type Gurson avec la prise en compte de l'érouissage isotrope et cinématique, s'écrivant sous la forme suivant :

$$F = \left(\frac{\mathbf{B} : \Delta}{\tau_d} \right)^2 + 2\eta \cosh \left\{ \frac{\sqrt{3} B_h}{2 \tau_h} \right\} - 1 - \eta^2 \leq 0 \quad (\text{I-77})$$

où $\mathbf{B} = \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}$, \mathbf{X} étant la variable d'érouissage cinématique définissant le centre du domaine élastique, $B_h = \text{tr}(\mathbf{B})/3$. \mathbf{X} se décompose en une partie hydrostatique $X_h = \text{tr}(\mathbf{X})/3$ et une partie déviatorique $X_d = 2\mathbf{X} : \Delta$. Pour prendre en compte l'érouissage isotrope, le seuil de plasticité τ_0 (dans la loi (I-72)) est remplacé par deux paramètres τ_h et τ_d , définis par : $\tau_h = \tau_0 + R_h$ et $\tau_d = \tau_0 + R_d$. Les paramètres X_h, X_d, R_h, R_d sont donnés par :

$$R_d = R_0 p; \quad X_d = (1 - \eta) c \gamma^p; \quad X_h = \frac{2c}{\sqrt{3}} \alpha; \quad R_h = -\frac{R_0}{\ln(\eta)} \alpha_{cum} \quad (\text{I-78})$$

où $\alpha = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\text{dilog} \left(\frac{\eta_a}{\eta} \right) - \eta_g \right]$ et $\alpha_{cum} = \int_0^t |\dot{\alpha}| dt'$ est la valeur cumulée de la variable α .

Les lois d'évolutions de p et ε_h^p sont obtenues par la loi de normalité associée à F (I-77) :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \Rightarrow \begin{cases} \dot{p} = 2\dot{\lambda} \frac{|\mathbf{B} : \Delta|}{\tau_d^2} \\ \dot{\varepsilon}_h^p = \dot{\lambda} \frac{\eta}{\sqrt{3}\tau_h} \sinh \left\{ \frac{\sqrt{3} B_h}{2 \tau_h} \right\} \end{cases} \quad (\text{I-79})$$

où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique.

Transition micro – macro

La transition du critère local à l'échelle macroscopique est effectuée à l'aide du schéma autocohérent de Kröner permettant d'exprimer la contrainte de cisaillement τ et la pression hydrostatique locale σ_h en fonction du tenseur des contraintes macroscopique Σ par :

$$\tau = \Sigma : \Delta - \mu^* \gamma^p; \quad \sigma_h = \Sigma_h - 3k^* \varepsilon_h^p \quad (\text{I-80})$$

où $\mu^* = \frac{\mu}{15} \frac{7-5\nu}{1-\nu}$ et $k^* = \frac{2k}{3} \frac{1-2\nu}{1-\nu}$ avec k le module d'Young et μ le module de cisaillement du matériau. La surface de charge $F \leq 0$ est réécrite :

$$F = \left(\frac{\Sigma : \Delta - X_d^*}{\tau_h} \right)^2 + 2\eta \cosh \left\{ \frac{\sqrt{3} \Sigma_h - X_h^*}{2 \tau_h} \right\} - 1 - \eta^2 \leq 0 \quad (\text{I-81})$$

avec $X_d^* = X_d + \mu^* \gamma^p$ et $X_h^* = X_h + 3k^* \varepsilon_h^p$. Les lois d'évolutions de p et ε_h^p sont alors :

$$\begin{cases} \dot{p} = 2\dot{\lambda} \frac{|\Sigma : \Delta - X_d^*|}{\tau_d^2} \\ \dot{\varepsilon}_h^p = \dot{\lambda} \frac{\eta}{\sqrt{3}\tau_h} \sinh \left\{ \frac{\sqrt{3} \Sigma_h - X_h^*}{2 \tau_h} \right\} \end{cases} \quad (\text{I-82})$$

Pour la mise en œuvre, les paramètres du modèle ($\tau_0, R_0, c, A_0, k_a, k, \mu$) sont déduits du comportement plastique de monocristaux dans la littérature.

Ce modèle permet de simuler l'évolution de la porosité en fonction de la sollicitation macroscopique appliquée. Les effets de la pression hydrostatique moyenne et de sa partie alternée sont pris en compte de manière adéquate. Ainsi, le critère est insensible à la contrainte moyenne de cisaillement, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux de la littérature. Le critère donne de bonnes prédictions pour des chargements multiaxiaux proportionnels avec contraintes moyennes. La démarche aboutissant à la construction du critère est élégante mais on peut s'interroger sur la pertinence du choix de la porosité comme variable d'endommagement : est-elle adaptée à la prise en compte de l'effet du déphasage des contraintes. La confrontation du critère aux chargements non proportionnels reste à effectuer.

I.3.4 Modèle de Flacelière – Morel – Dragon

[Flaceliere et al. 2007a] proposent un modèle dédié à la fatigue à grand nombre de cycles pour des métaux polycristallins. Ce modèle se base sur des mécanismes d'endommagement observés expérimentalement en fatigue polycyclique, en particulier en traction et en torsion. Afin de décrire les processus de plasticité et d'endommagement intervenant à l'échelle des grains, les auteurs utilisent une approche mésomécanique simple. Cette dernière repose sur l'approche multiéchelle de Dang Van et Papadopoulos [Dang Van 1973; Papadopoulos 1987], développée ensuite par Morel pour des chargements multiaxiaux à amplitude constante [Morel 1998], à amplitude variable [Morel 2000] et pour des chargements non proportionnels [Morel 2001]. Concrètement, le comportement d'un cristal est modélisé en trois phases : durcissement, saturation et adoucissement. [Flaceliere et al. 2007a] insistent ainsi sur le couplage entre la plasticité et l'endommagement à l'échelle des grains (échelle mésoscopique)

tout au long de la durée de vie de l'éprouvette. La relation entre les contraintes mésoscopiques et macroscopiques est obtenue par la loi de localisation de Lin – Taylor.

Ce modèle est construit dans le cadre rigoureux de la thermodynamique des processus irréversibles tout en utilisant des ingrédients simples de modélisation. En particulier, le comportement plastique à l'échelle mésoscopique est décrit par une combinaison d'écoulement cinématique et isotrope ainsi qu'une surface de charge classique de type Von Mises. Quant à l'endommagement, deux variables (d et β) sont introduites pour rendre compte de l'effet du dommage agissant sur les propriétés du matériau (d) et du dommage cumulé (β). Le couplage fort entre la plasticité et l'endommagement intervient dans les expressions du seuil de plasticité mésoscopique et de la force thermodynamique motrice de l'endommagement associée à la variable d . Un point intéressant dans ce modèle consiste en l'introduction de l'effet de contrainte hydrostatique σ_h sur l'évolution de la variable d , permettant de transcrire la différence entre des mécanismes d'endommagement en traction et en torsion.

Malgré une construction simple, ce modèle permet de capter les phénomènes essentiels en fatigue polycyclique tels que le cumul non linéaire du dommage et l'effet des contraintes moyennes. Le modèle conduit à la prédiction de la limite de fatigue en conformité avec le concept d'adaptation élastique. Dans le domaine d'endurance limitée, le comportement plastique est aussi similaire à l'adaptation plastique. Les courbes S-N prédites par ce modèle pour des chargements multiaxiaux sont satisfaisantes. Deux limitations principales de ce modèle concernent la capacité de prédiction des chargements non proportionnels et la description des chargements par blocs. Ce modèle servira de base aux travaux de modélisation proposée dans la suite de cette thèse. La construction et les analyses critiques de ce modèle seront décrites en détail au Chapitre IV. Par où, les améliorations pour ce modèle sont proposées (Chapitre IV).

I.3.5 Modèle de Huyen – Flacelière – Morel

Dans la foulée du modèle de Flacelière – Morel – Dragon, [Huyen et al. 2008] proposent aussi une modélisation de type plan critique à deux échelles du couplage mésoplasticité – endommagement. Le principe du couplage ainsi que le comportement plastique en trois phases proposé par [Flaceliere et al. 2007a] sont retenus. [Huyen et al. 2008] s'intéressent au caractère directionnel du dommage, c'est-à-dire que la description de l'endommagement est attachée à un système de glissement spécifique (défini par un plan de normale \underline{n} et une direction de glissement \underline{m} de ce plan).

Pour modéliser les deux échelles (macro – méso), les auteurs utilisent aussi la loi de localisation de Lin – Taylor. Pour un système de glissement particulier, cette dernière devient :

$$\underline{\tau} = \underline{T} - \mu \underline{\gamma}^p \quad (\text{I-83})$$

où $\underline{\tau} = (\underline{m}, \underline{\sigma}, \underline{n}) \underline{m}$ et $\underline{T} = (\underline{m}, \underline{\Sigma}, \underline{n}) \underline{m}$ sont les cissions résolues mésoscopique et macroscopique selon la direction de glissement \underline{m} , $\underline{\sigma}$ et $\underline{\Sigma}$ étant les tenseurs des contraintes mésoscopique et macroscopique. μ est le module de cisaillement et $\underline{\gamma}^p$ est le glissement plastique mésoscopique selon la direction \underline{m} .

La déformation plastique mésoscopique est considérée comme la source principale du dommage accumulé. Pour représenter l'accumulation du glissement plastique dans une direction particulière, le seuil d'écoulement est décrit par une loi de type Schmid :

$$f(\underline{\tau}, \underline{b}, \tilde{\tau}) = \sqrt{(\underline{\tau} - \underline{b}) \cdot (\underline{\tau} - \underline{b})} - (\tilde{\tau} + \tilde{\tau}_0) \leq 0 \quad (\text{I-84})$$

où $\tilde{\tau}_0$ est la limite d'élasticité initiale en cisaillement, \underline{b} et $\tilde{\tau}$ sont les forces thermodynamiques associées à l'écroutissage cinématique et isotrope et sont définis par dérivation d'un potentiel thermodynamique :

$$\underline{b} = c \underline{\gamma}^p \quad (\text{I-85})$$

$$\tilde{\tau} = \tilde{\tau}_\infty (1 - \exp(-gp)) \exp(-sd) \quad (\text{I-86})$$

où $c, \tilde{\tau}_\infty, g, s$ sont des paramètres du matériau. Les lois d'évolution de $\underline{\gamma}^p$ et p sont dérivées de $f(\underline{\tau}, \underline{b}, \tilde{\tau})$ selon la loi de normalité.

Ce modèle fait intervenir aussi deux variables d'endommagement : d et β . Les lois d'évolution de d et β sont régies par une loi non associée ; la fonction seuil du dommage h est distincte du potentiel de dissipation de dommage H :

$$h(F_d, k; \sigma_n) = F_d (1 + a\sigma_n) - (k + k_0) \leq 0 \quad (\text{I-87})$$

$$H(F_d, k; \sigma_n) = F_d (1 + b\sigma_n) - k \quad (\text{I-88})$$

F_d et k sont respectivement les forces thermodynamiques associées aux variables d et β :

$$F_d = \tilde{\tau}_\infty s \exp(-sd) \left(p + \frac{\exp(-gp)}{g} \right) \quad (\text{I-89})$$

$$k = q\beta \quad (\text{I-90})$$

a, b, k_0, q sont des paramètres du modèle. La loi d'évolution de d dérivée de H dépend de la contrainte normale σ_n ($\sigma_n = (\underline{n}, \underline{\sigma}, \underline{n}) \underline{n} = (\underline{n}, \underline{\Sigma}, \underline{n}) \underline{n} = \Sigma_n$) et est liée à l'évolution de β par la relation suivante :

$$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H}{\partial F_d} \right) = \dot{\lambda}^d (1 + b\sigma_n) = \dot{\beta} (1 + b\sigma_n) \quad (\text{I-91})$$

avec $\dot{\lambda}^d$ le multiplicateur du dommage. Pour un chargement de torsion pure, la contrainte normale associée au système de glissement critique est nulle et donc $\dot{d} = \dot{\beta}$. Pour tous les autres chargements où $\sigma_n \neq 0$, les deux évolutions sont distinctes.

Ce modèle permet de prédire la limite de fatigue (endurance illimitée) ainsi que le domaine de la durée de vie limitée. Les prédictions du modèle sont satisfaisantes pour des chargements multiaxiaux à la fois proportionnels et non proportionnels. La capacité de traiter des chargements à amplitude variable est aussi un point fort du modèle. Pourtant, comme les critères d'endurance de type plan critique, ce modèle nécessite une première étape de recherche de plan critique du chargement, dont le temps de calcul peut être important. D'autre part, ce modèle introduit une sensibilité à la contrainte normale σ_n dans la fonction seuil du dommage h , ce qui engendre une discontinuité des forces thermodynamiques F_d et k au moment du changement torsion/traction lors d'un chargement par blocs. Ce problème, également constaté pour le modèle de [Flaceliere et al. 2007a], sera détaillé dans le Chapitre IV.

I.3.6 Synthèse de l'étude des modèles d'endommagement

Une famille de modèles d'endommagement pour la fatigue à grand nombre de cycles est abordée. Il s'agit des modèles de type multiéchelles où le couplage entre les mécanismes de plasticité et d'endommagement à l'échelle des grains (méso/micro) est la source principale pilotant les processus de détérioration du matériau. Certains traits de ces modèles sont communs, par exemple le cumul non linéaire du dommage, la prise en compte des effets de contrainte moyenne.

La construction de chacun de ces modèles s'appuie sur une étude précise des mécanismes d'endommagement. Parmi les modèles considérés, il semble que les approches proposées par [Flaceliere et al. 2007a] et [Huyen et al. 2008] sont plus adaptées pour traiter différents types de chargement multiaxial à amplitude constante tels que les chargements proportionnels, non proportionnels avec ou sans contraintes moyennes. Ces modèles semblent également capables de simuler directement des chargements à amplitude variable grâce au caractère incrémental de la loi de comportement et au cumul non linéaire du dommage.

I.4 Conclusions de l'analyse bibliographique

L'analyse bibliographique donne une image générale sur la caractérisation expérimentale ainsi que sur la modélisation des phénomènes physiques essentiels de la fatigue à grand nombre de cycles. Pour les travaux de la suite de cette thèse, les conclusions tirées de cette analyse sont primordiales.

D'abord, l'analyse des mécanismes d'endommagement révèle l'effet important de la microstructure, notamment dans la phase d'amorçage, sur la propagation de fissure. La non linéarité de cette dernière permet d'expliquer le cumul non linéaire du dommage fréquemment observé en fatigue à grand nombre de cycles. L'approche par la mécanique de l'endommagement s'avère adéquate dans la description du cumul non linéaire du dommage, notamment pour des chargements multiaxiaux complexes. Il nous semble donc important de mener une étude expérimentale de sorte à bien identifier les mécanismes d'endommagement par fatigue dans notre matériau sous chargement complexe.

De nombreuses tentatives de modélisation mettent en évidence le rôle primordial du couplage des mécanismes de plasticité et d'endommagement à l'échelle locale (micro ou méso) dans l'amorçage et la propagation de fissures. Le caractère localisé de l'endommagement à l'échelle micro/mésoscopique justifie le formalisme multiéchelles des modèles existants dans ce domaine. Malgré les différents points de vue physiques, tous les modèles considérés sont capables de capter les phénomènes essentiels en fatigue polycyclique tels que le cumul non linéaire du dommage ou l'effet des contraintes moyennes. Néanmoins, les modèles dédiés aux chargements multiaxiaux non proportionnels semblent plus limités ([Flaceliere et al. 2007a; Huyen et al. 2008]).

Il apparaît que l'effet de déphasage n'est considéré attentivement qu'à la limite d'endurance du matériau. De nombreux critères d'endurance ont été proposés dans la littérature. Parmi les approches, les critères de type intégral ([Papadopoulos 1994; Papuga et Růžička 2008]) et les critères par invariants de contrainte ([Li et al. 2009; Mamiya et al. 2009]) donnent les résultats les plus satisfaisants. Pourtant, il existe des limitations pour ces approches, soit le temps de calcul prolongé (Papadopoulos, Papuga) soit l'algorithme numérique complexe (Li, Mamiya). D'autre part, lors du passage au domaine de la durée de vie limitée, les critères peinent à traduire l'effet du cumul non linéaire du dommage, l'effet des sollicitations d'amplitude inférieure à la limite de fatigue. Vu les défauts d'une part des modèles d'endommagement et d'autre part des critères d'endurance, une question logique se pose : **Est-ce qu'il est possible de coupler un critère d'endurance avec un modèle d'endommagement ?** La réponse à cette question serait un outil complet permettant de capter

à la fois l'effet de déphasage et l'effet du cumul non linéaire du dommage dans tous les domaines de la durée de vie (limitée et illimitée). Pour cela, le critère d'endurance doit être basé sur des grandeurs mécaniques simples du chargement appliqué. La motivation de la construction d'un tel outil conduit à choisir l'approche par invariants de contraintes pour le critère proposé dans le Chapitre III, notamment en raison de la simplicité de son écriture.

A partir de tous les points dégagés, au Chapitre II, une campagne d'expériences menées sur l'acier C35 sera présentée. L'objectif est de compléter la carte des mécanismes de l'acier C35 par des essais non proportionnels et des essais par blocs. Les données obtenues serviront ainsi à valider le modèle d'endommagement proposé plus tard (Chapitre IV) et aussi à justifier les choix de modélisation.

- CHAPITRE II -

**Fatigue multiaxiale d'un acier C35 à
amplitude constante – cartographie des
mécanismes d'endommagement**

Sommaire

II.1 Matériau et techniques expérimentales.....	63
II.1.1 Matériau de l'étude : l'acier C35	63
II.1.2 Préparation des éprouvettes	64
II.1.3 Essais mécaniques	66
II.1.4 Technique de réplique	68
II.2 Mécanismes d'endommagement sous chargement proportionnel.....	70
II.2.1 Définition des plans critiques	70
II.2.2 Amorçage et propagation de l'endommagement.....	71
II.3 Mécanismes d'endommagement sous chargement non – proportionnel.....	75
II.3.1 Description des essais	75
II.3.2 Amorçage et propagation de l'endommagement.....	77
II.3.3 Influence des défauts	87
II.3.4 Analyse des faciès de rupture	88
II.4 Cartographie des mécanismes d'endommagement.....	89
II.5 Propagation de la fissure naturelle.....	91
II.5.1 Stade 1 – stade 2	91
II.5.2 Phase d'amorçage – phase de propagation	94
II.5.3 Calcul de la durée de vie en propagation des fissures naturelles.....	96
II.5.4 Conclusions sur les mécanismes d'endommagement sous chargement à amplitude constante.....	101
II.6 Influence de la séquence de chargement	101
II.6.1 Récapitulatif des essais	101
II.6.2 Séquence Traction – Torsion	103
II.6.3 Séquence Torsion – Traction	105
II.6.4 Conclusions de l'effet de la séquence de chargement	106
II.7 Conclusions de l'étude expérimentale	107

Ce chapitre résume l'ensemble des résultats mécaniques et des observations des mécanismes d'endommagement lors des essais conduits sur un acier C35. Cette étude expérimentale répond à deux objectifs. D'abord, elle permet de construire de manière complète une cartographie des mécanismes d'endommagement de l'acier C35 pour des sollicitations à amplitude constante et différents trajets de chargement. Ensuite, côté modélisation, cette base de données permet de développer un modèle d'endommagement, identifier les paramètres et valider sa capacité de prédiction. Nous allons chercher les réponses aux questions suivantes :

- Quels sont les effets de la phase (chargement non proportionnel) sur le comportement mécanique et sur les mécanismes d'endommagement en FGNC (Fatigue en Grand Nombre de Cycles) de l'acier C35 ? Est-ce qu'il peut grouper les modes d'endommagement communs de plusieurs types d'essais pour construire une cartographie des mécanismes pour ce matériau en fonction du chargement ?
- Quelle est la grandeur mécanique pertinente applicable en modélisation permettant de capter certains phénomènes physiques caractéristiques de la FGNC ?

II.1 Matériau et techniques expérimentales

II.1.1 Matériau de l'étude : l'acier C35

Le matériau choisi pour cette étude expérimentale est un acier mi-dur C35. Plusieurs campagnes d'essais réalisées au LMPM pour ce matériau ont permis de déterminer les caractéristiques mécaniques, ainsi que les courbes de Wöhler en traction et en torsion [Billaudeau 2002; Flaceliere 2004]. La composition chimique et des caractéristiques mécaniques de cet acier sont données au sein des Tableaux II-1, II-2.

Tableau II-1. Composition chimique de l'acier C35 en poids moyen (%)

C	Si	Mn	S	P	Ni	Cr	Co	Mo	W	V	Ti
0.36	0.27	0.6	0.009	0.034	0.07	0.14	0.07	0.01	0.01	0.005	0.009

Tableau II-2. Caractéristique mécanique de l'acier C35

E (GPa)	R _{p0.2 mono} (MPa)	R _{p0.2 cyc} (MPa)	R _m (MPa)	Allongement A (%)
205	350	280	580	30%

La microstructure du matériau a été révélée par une attaque au Nital 3%. Ce matériau présente deux phases : perlite et ferrite. Le laminage effectué sur le matériau provoque l'apparition de bandes de perlite mais n'affecte ni la taille moyenne ni la morphologie des grains. La taille moyen est d'environ :

- ϕ_{moy} grain ferrite : 22 μm
- ϕ_{moy} grain perlite : 16 μm

La répartition des grains est uniforme suivant les trois dimensions de l'espace. La distance entre deux bandes de perlite correspond à un ou deux grains de ferrite (Figure II-1)

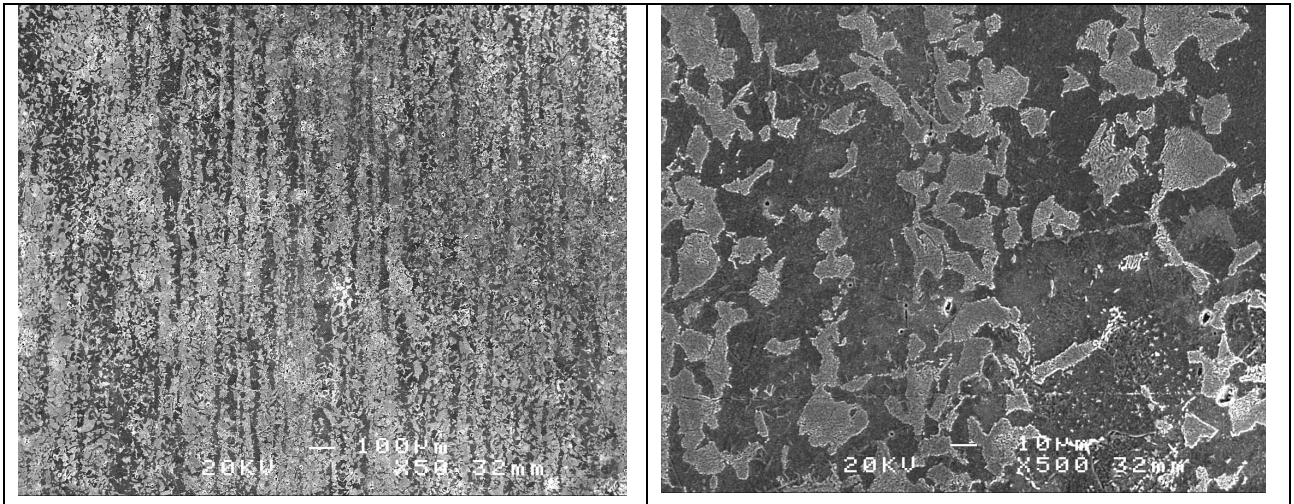


Figure II-1. Microstructure de C35 avec des grains de ferrite en blanc et des grains de perlite en noir

II.1.2 Préparation des éprouvettes

Toutes les éprouvettes de cette étude sont prélevées dans un barreau de 80 mm de diamètre ; l'axe des éprouvettes correspond au sens long du barreau (Figure II-2). La géométrie et les dimensions de l'éprouvette sont montrées sur la Figure II-3. Afin de limiter la dispersion des résultats, l'ensemble des éprouvettes ont subi une même procédure de polissage mécanique et de traitement thermique avant l'essai. D'abord, le polissage est réalisé au papier abrasif jusqu'au grade 4000. Les éprouvettes destinées à observation sous MEB sont polies à la pâte diamant jusqu'au 1 μm . Ensuite, toutes les éprouvettes ont subi un revenu à 500 °C durant 1 H sous vide secondaire. Le but de ce traitement thermique est d'éliminer les contraintes résiduelles engendrées au cours de la préparation de l'éprouvette (usinage, polissage).

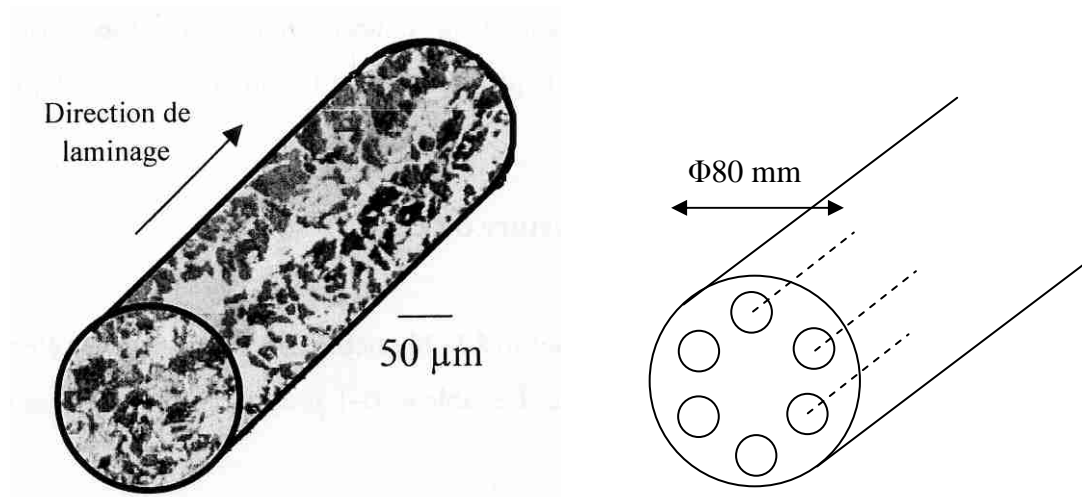


Figure II-2. Représentation de la microstructure sur le barreau et schéma de prélèvement des éprouvettes de traction - torsion

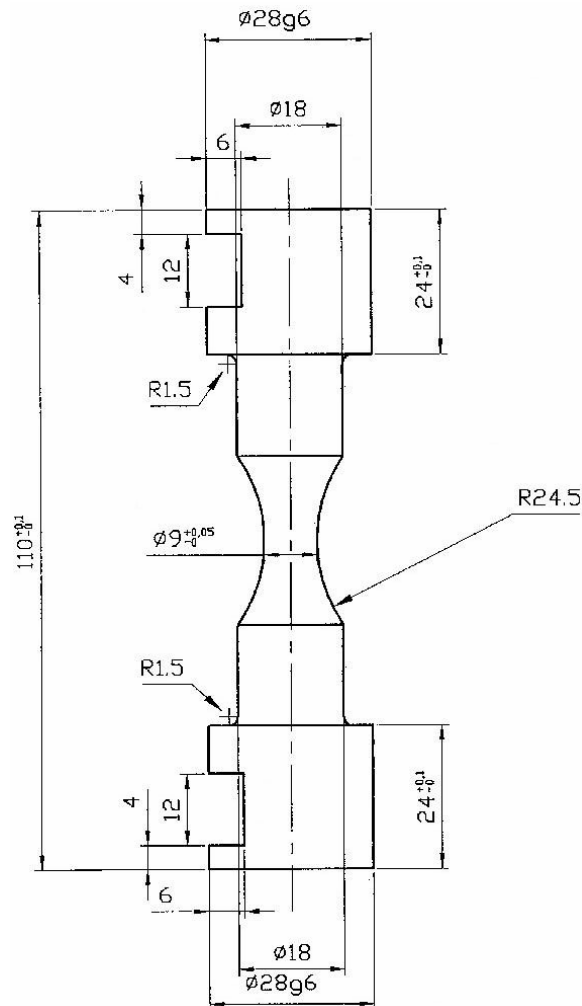


Figure II-3. Eprouvette torique utilisée pour tous les essais

II.1.3 Essais mécaniques

Tous les essais sont réalisés sur une machine servo-hydraulique de traction-torsion Instron type 1343, équipée de deux asservissements indépendants en traction et torsion (Figure II-4).



Figure II-4. Machine de traction – torsion Instron type 1343

Les consignes appliquées sont pilotées en force pour le chargement de traction – compression ($R = -1$) et en couple pour le chargement de torsion alternée ($R = -1$). Le repère local lié à l'éprouvette correspondant à la plus petite section utile, est illustré sur la Figure II-5. Comme le domaine de l'étude est celui de FGNC ($10^5 - 10^6$ cycles), les amplitudes de la contrainte axiale (Σ_{xa}) et de la contrainte de cisaillement (Σ_{xya}) sont calculées suivant les hypothèses de la résistance des matériaux en élasticité :

$$\Sigma_{xa} = \frac{4F}{\pi d^2} \quad (\text{II-1})$$

$$\Sigma_{xya} = \frac{16C}{\pi d^3} \quad (\text{II-2})$$

avec F la force, C le couple et d le diamètre de la section utile de l'éprouvette.

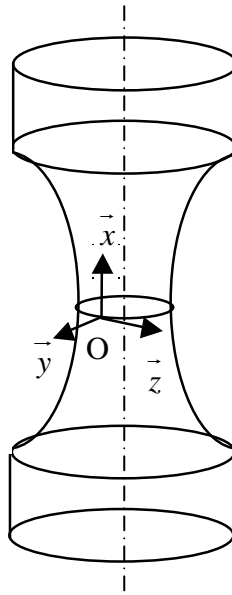


Figure II-5. Repère local lié à la section utile de l'éprouvette

Les signaux appliqués sont de type sinusoïdaux à amplitude constante. A chaque instant, la contrainte axiale est calculée par :

$$\Sigma_{xx}(t) = \Sigma_{xm} + \Sigma_{xa} \sin(\omega t) \quad (\text{II-3})$$

Pour un angle de déphasage donné, la contrainte de cisaillement est calculée par :

$$\Sigma_{xy}(t) = \Sigma_{xym} + \Sigma_{xya} \sin(\omega t - \delta_{xy}) \quad (\text{II-4})$$

Σ_{xm} et Σ_{xym} sont respectivement les valeur moyenne statique de la contrainte axiale et de la contrainte de cisaillement. Des cas de chargement considérés dans cette étude comprennent : la traction alternée, la torsion alternée, la traction – torsion en phase et hors phase à différents rapport d'amplitude de contrainte k ($k = \Sigma_{xya} / \Sigma_{xa}$) et le chargement par blocs.

II.1.4 Technique de réplique



Figure II-6. Dispositif d'enregistrement de l'état de surface

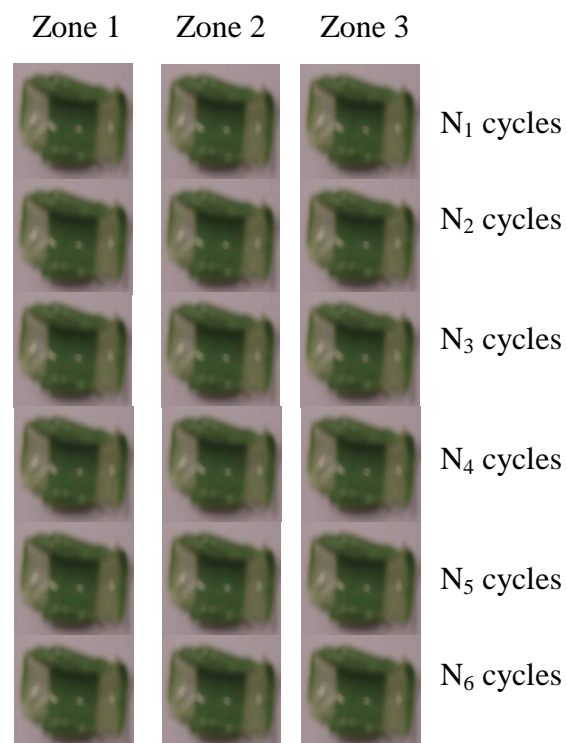


Figure II-7. Exemple des répliques réalisées pour un essai à 6 reprises d'arrêt de machine
($N_6 \approx N_f$)

La technique de réplique est utilisée pour suivre l'amorçage et la propagation des fissures sur la surface externe de l'éprouvette [Palin-Luc et al. 2002]. Un moule adapté à la géométrie de l'éprouvette et au montage a été produit (Figure II-6). Ainsi, la résine souple de type dentaire bi – composant permet d'enregistrer exactement l'état de la surface au cours de l'essai sans besoin de monter et démonter l'éprouvette. Tous les 10 % ($3.10^5 - 5.10^5$ cycles) de la durée de vie totale, la machine est arrêtée pour appliquer des répliques sur la partie utile de l'éprouvette. A chaque arrêt de machine, 3 répliques correspondant à 3 zones distinctes ont été créées de telle manière que toute la surface de la partie utile est recouverte. La position relative de ces 3 zones est gardée identiquement tout au long de la durée de vie. La Figure II-7 présente un exemple des répliques réalisées pour un essai à 6 reprises d'arrêt de machine. La dernière réplique est à N_6 cycles étant approximativement la durée totale N_f de l'éprouvette.

Après métallisation, les répliques sont observées au MEB à faible tension d'accélération Figure II-8. La procédure d'observation commence avec la dernière réplique où la fissure principale est facilement identifiée, et recule les étapes précédentes de la fissuration. Une remarque importante est que la réplique est une image négative de la surface réelle. La résolution de cette technique est de l'ordre de 5 – 10 μm selon l'ouverture de la fissure.

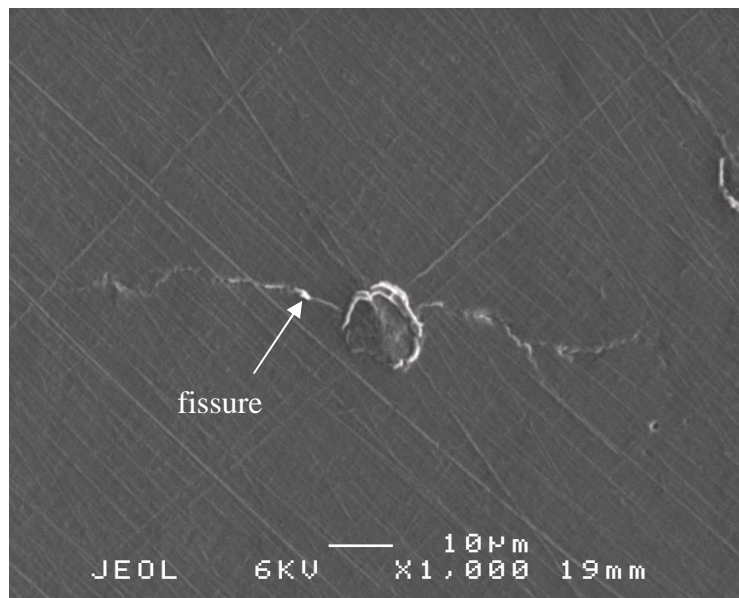


Figure II-8. Exemple d'une réplique observée au MEB

II.2 Mécanismes d'endommagement sous chargement proportionnel

II.2.1 Définition des plans critiques

Plusieurs travaux de la littérature s'accordent sur le point que l'amorçage d'une fissure se produit sur des bandes de glissement persistantes pour tous les modes de chargement [Flaceliere et al. 2007a; Morel et Huyen 2008; Verreman et Guo 2007]. Le premier stade de propagation après l'initiation suit donc des plans critiques de contrainte de cisaillement maximale (mode II). La propagation de fissure en stade 2 se trouve souvent sur des plans critiques de contrainte normale maximale (mode I). Les orientations de ces plans critiques peuvent être calculées par une méthode d'accumulation du dommage pour chaque cas de chargement considéré [Karolczuk et Macha 2005]. A chaque instant, les contraintes axiales et de cisaillement appliquées s'expriment par :

$$\Sigma_{xx}(t) = \Sigma(t) = \Sigma_{xm} + \Sigma_{xa} \sin(\omega t) \quad (\text{II-5})$$

$$\Sigma_{xy}(t) = T(t) = \Sigma_{xym} + \Sigma_{xya} \sin(\omega t - \delta_{xy}) \quad (\text{II-6})$$

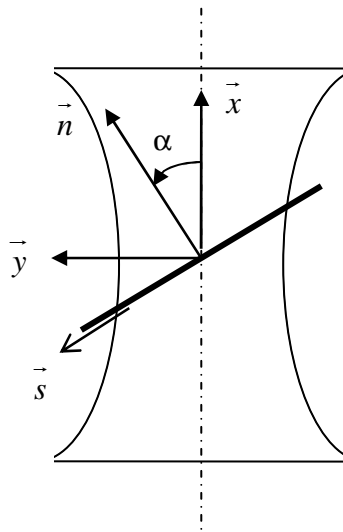


Figure II-9. Détermination de l'orientation d'un plan arbitraire par l'angle α

La Figure II-9 présente la définition de l'angle α servant à déterminer l'orientation d'un plan quelconque dans le repère associé à l'échantillon. Comme la fissure s'amorce sur la surface de l'échantillon, les contraintes normales (σ_n) et de cisaillement (τ_{ns}) sur un plan arbitraire sont souvent calculées en état de contrainte plane et valent :

$$\sigma_n(t) = \Sigma(t) \cos^2 \alpha + T(t) \sin 2\alpha \quad (\text{II-7})$$

$$\tau_{ns}(t) = T(t) \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \Sigma(t) \sin 2\alpha \quad (\text{II-8})$$

Les valeurs de α ($-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) correspondant à des plans critique de cisaillement ($\tau_{ns, \max}$) et de contrainte normale ($\sigma_{n, \max}$) pour tous les cas de chargement abordés dans ce travail sont regroupées dans le Tableau II-3.

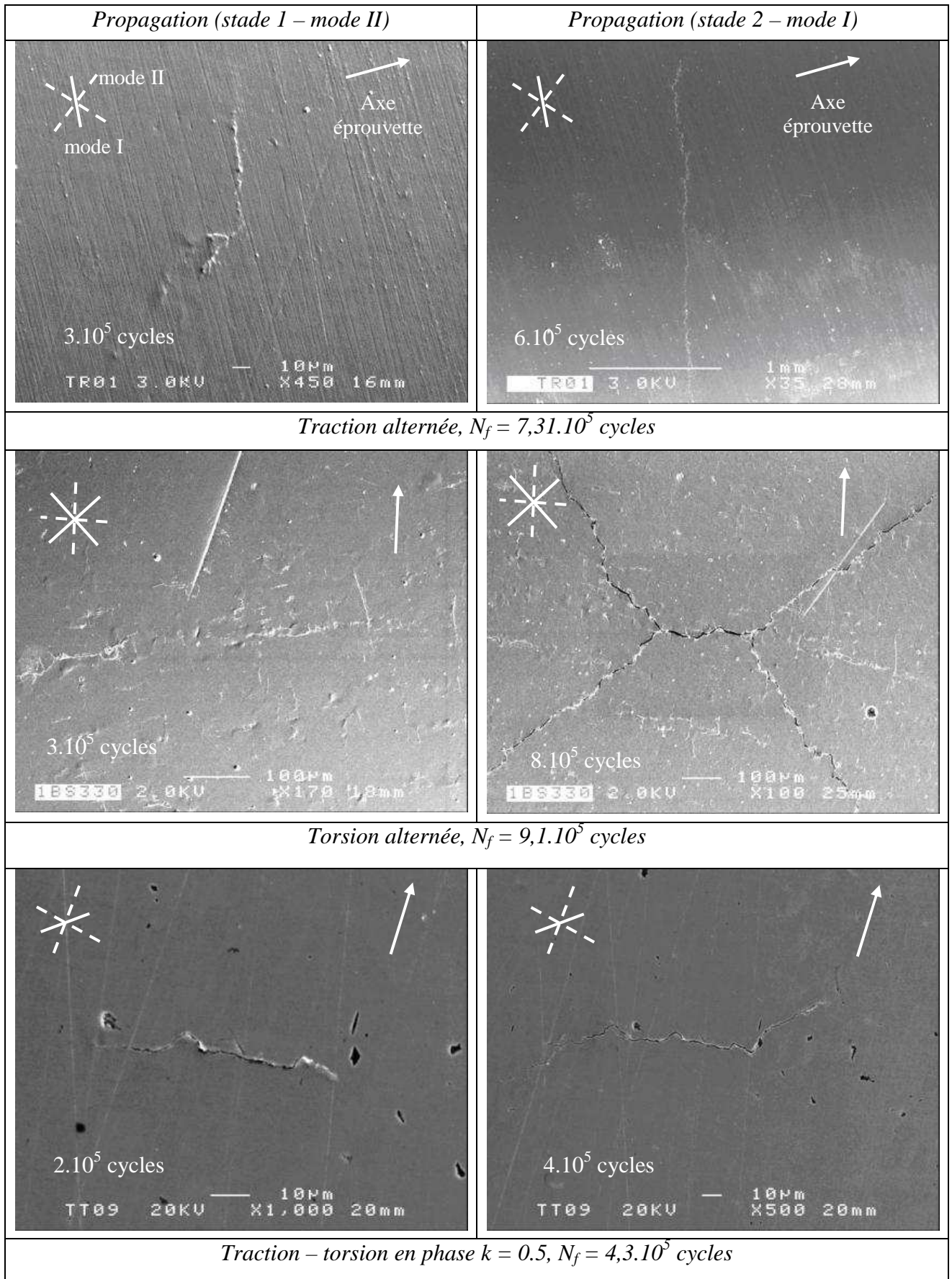
Tableau II-3. Orientations des plans critiques

No.	δ_{xy} (°)	$k = \tau_a/\sigma_a$	$\alpha(\tau_{ns, \max})$ (°)	$\alpha(\sigma_{n, \max})$ (°)
1	0	0	± 45	0
2	0	∞	0 et 90	± 45
3	0	0.5	-22.5 et 67.5	22.5
4	0	1	-13.3 et 76.7	31.7
5	45	0.5	-22.5 et 67.5	20
6	45	1	-11.25 et 78.75	32
7	90	0.5	-	0
8	90	1	0 et 90	± 35

II.2.2 Amorçage et propagation de l'endommagement

Dans la même coulée de l'acier C35, certains travaux dans le laboratoire [Flaceliere et al. 2007a; Morel et Huyen 2008] ont porté sur le mécanisme d'endommagement du matériau dans quelques cas de chargement simple, à savoir la traction alternée, la torsion alternée et la traction – torsion combinée en phase ($\delta_{xy} = 0$). Ce paragraphe a pour objectif de faire une synthèse des mécanismes d'endommagement observés pour l'acier C35 sous chargement proportionnel.

La Figure II-10 présente la propagation des fissures pour des chargements proportionnels appliqués sur l'acier C35. Tous les essais sont réalisés à amplitude constante, contrainte moyenne nulle, avec le rapport de charge $R = -1$ et des durées de vie étant dans le domaine de $2 \cdot 10^5$ cycles – 10^6 cycles. Seules des images représentatives de deux stades de propagation sont montrées sur la Figure II-10, une description détaillée de propagation pour chaque cas de chargement pourrait être trouvée dans certains travaux [Flaceliere et al. 2007a; Morel et Huyen 2008]. Sur chaque image, des plans de contrainte de cisaillement maximale sont représentés par des lignes pointillées (mode II), ceux de contrainte normale maximale sont illustrés par des lignes entières (mode I). L'axe de l'éprouvette se désigne par une flèche blanche.



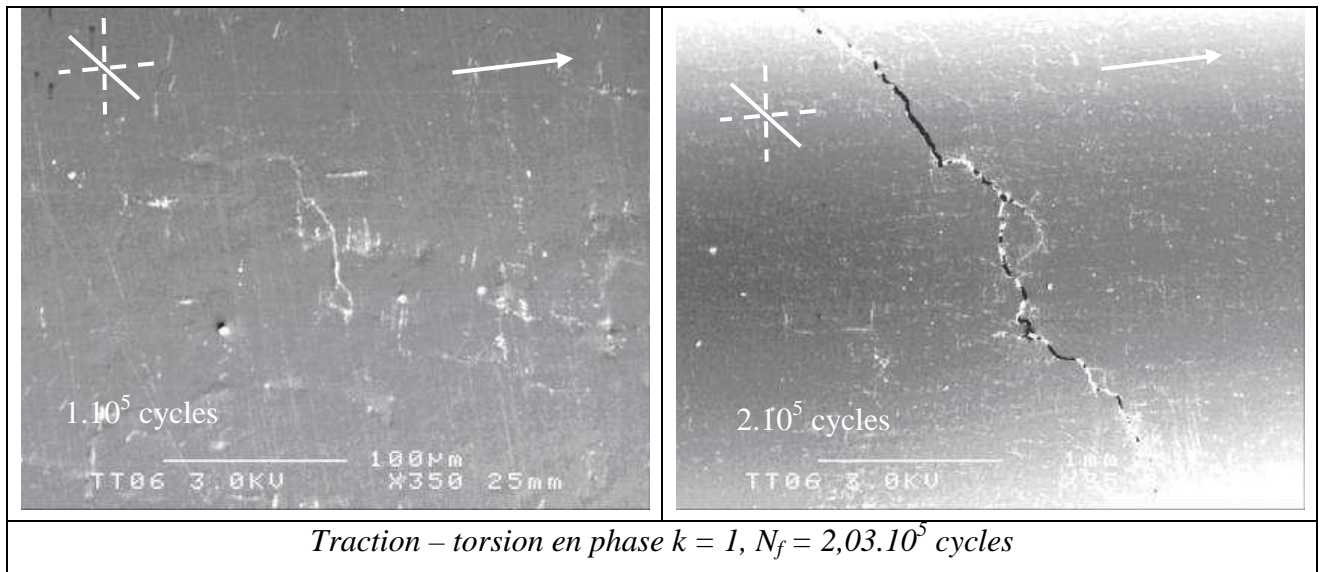


Figure II-10. Propagation de fissures pour des chargements proportionnels

II.2.2.1 Traction alternée

Pour des chargements de traction – torsion, des plans critiques de cisaillement sont toujours perpendiculaires à la surface de l'échantillon [Verreman et Guo 2007] sauf le cas de la traction alternée où la distinction de fissure (mode II) de type A et type B classifiée par Miller est nécessaire [Miller 1993]. L'apparition d'une fissure de traction en mode II, vue de la surface de l'échantillon peut être sur des plans critiques de cisaillement ($\pm 45^\circ$) (type A) ou sur un plan de contrainte normale maximale, de même orientation qu'une fissure de type B en mode II. Pour le cas de traction alternée sur la Figure II-10, une seule fissure significative observée est à l'origine de la rupture de cet échantillon. Il s'agit d'une fissure initiée en mode II de type A dont la bifurcation en mode I est visible sur l'image à 3.10^5 cycles. La propagation de la fissure respecte les plans critiques de cisaillement (mode II) et de contrainte normale (mode I) jusqu'à la rupture finale à $7,31.10^5$ cycles.

II.2.2.2 Torsion alternée

Pour le cas de torsion alternée, on observe un état de surface totalement différent par rapport au cas de traction alternée. Plusieurs fissures et marques de glissement plastique apparaissent de façon homogène et diffuse correspondant à deux plans de contrainte de cisaillement maximale $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$. Ce constat est commun sur tous les échantillons subis de cette sollicitation [Flaceliere et al. 2007a; Morel et Huyen 2008]. La transition de stade 1 à stade 2 se trouve approximativement à 50% de la durée de vie de l'échantillon, i.e. plus tard par rapport au cas de traction alternée. Ainsi, la taille de la fissure à la bifurcation est très importante, supérieure à $200 \mu\text{m}$ sachant que la taille moyenne d'un grain ferrite est de $22 \mu\text{m}$ et celle d'un grain perlite est de $16 \mu\text{m}$.

II.2.2.3 Traction – torsion en phase

Pour un chargement en phase ($k = 0.5$ et $k = 1$), l'état de surface de l'éprouvette dépend de la valeur du rapport de contrainte k ($k = \Sigma_{xya} / \Sigma_{xa}$). Lorsque $k = 0.5$, la composante de traction est dominante par rapport à celle de torsion, un nombre limité de site d'amorçage est identifié sur la surface de l'éprouvette, l'état d'endommagement étant proche à celui observé en traction pure. En revanche, la composante de torsion est importante dans le cas $k = 1$, l'état d'endommagement se caractérisant par plusieurs sites d'accumulation plastique, i.e. proche à l'état d'endommagement de la torsion pure. En terme de propagation, pour tous les chargements en phase, les fissures principales (conduisant la rupture finale de l'éprouvette) respectent des plans critiques calculés montrés dans le Tableau II-3.

II.2.2.4 Synthèse des mécanismes observés pour le chargement proportionnel

Des observations réalisées auparavant permettent de faire un résumé sur le mécanisme d'endommagement de l'acier C35 sous des chargements proportionnels à amplitude constante. Il apparaît que l'état de l'endommagement gouvernant la traction pure est totalement différent par rapport à celui gouvernant la torsion pure. La traction pure est caractéristique par un mode d'endommagement localisé, avec peu de sites d'accumulation de glissement plastique détectés sur la surface. Au contraire, la surface sollicitée en torsion pure se forme par plusieurs fissures et marques de glissement plastique. L'état de l'endommagement créé est quasiment homogène et diffus sur toutes les parties de l'éprouvette. Ainsi, une fissure de même taille est moins dangereuse en torsion pure qu'en traction pure [Flaceliere et al. 2007a; Morel et Huyen 2008; Verreman et Guo 2007]. Pour des chargements combinés en phase de traction – torsion, la proportion entre les deux composantes détermine l'état de l'endommagement créé. Plus la composante de traction est importante, plus le mode d'endommagement est localisé et inversement. Le point commun pour ces deux modes d'endommagement est que l'évolution des fissures est conforme à des plans critiques théoriques en mode II (stade1) aussi bien qu'en mode I (stade 2). La durée de vie de chaque stade de propagation est aussi une information importante. La traction pure est un cas spécial, dès que la fissure s'amorce sur des bandes de glissement, elle se propage immédiatement en mode I sur le plan de contrainte normale maximale sans passer par l'étape de propagation en mode II. Ce constat est similaire à l'observation réalisée sur un acier 1045 dans le domaine de $10^5 - 10^6$ cycles [Hua et Socie 1984]. Pour des autres cas (torsion pure, traction – torsion combinée), la durée de stade 1 comprenant l'étape de l'amorçage et l'étape de propagation en mode II est de l'ordre de 50% de l'endurance totale. Il est donc nécessaire de regarder de façon équitable le rôle du stade 1 et stade 2 lors de la modélisation de la durée de vie totale.

II.3 Mécanismes d'endommagement sous chargement non – proportionnel

Il est bien connu que plusieurs pièces mécaniques en service subissent souvent des chargements multiaxiaux complexes (non proportionnel). Pourtant, il y a peu d'études portant sur l'aspect de l'observation des mécanismes d'endommagement [Ohkawa *et al.* 1997; Verreman *et Guo* 2007]. Dans le cadre de cette étude, une campagne d'essais non – proportionnels a été réalisée sur l'acier C35 en insistant sur l'effet de la phase. Cette étude répond à deux objectifs distincts. D'abord, l'observation de la propagation des fissures à l'échelle mésoscopique permet de compléter la carte des mécanismes d'endommagement de l'acier C35 pour le chargement non proportionnel. Ensuite, les résultats mécaniques en terme des durées de vie seront utilisés pour une évaluation d'un modèle d'endommagement proposé au chapitre IV.

II.3.1 Description des essais

Lors de ces essais, les éprouvettes sont soumises à la superposition hors phase d'un chargement de traction – compression et d'un chargement de torsion. Tous les chargement sont à amplitude constante, contrainte moyenne nulle et le rapport de charge $R = -1$. Quatre cas de chargement correspondant à deux angles de déphasage (δ_{xy}) et deux rapports de contrainte (k) sont considérés : hors phase 90° ($k = 0.5$ et $k = 1$) et hors phase 45° ($k = 0.5$ et $k = 1$). Les amplitudes de contraintes appliquées sont ajustées afin d'obtenir des durées de vie dans le domaine de la FGNC ($10^5 - 10^6$ cycles). Pour chaque cas de chargement, les plans critiques sont montrés dans le Tableau II-3. Tous les essais hors phase sont résumés dans le Tableau II-4.

Des courbes S-N en phase et hors phase sont tracées simultanément pour illustrer clairement l'effet de la phase (Figure II-11). Des résultats de chargement en phase sont rapportés du travail de Flacelière [Flacelière 2004]. Les courbes S-N représentent l'évolution de l'amplitude de la contrainte axiale appliquée (Σ_a) en fonction du nombre de cycles à rupture. Comme le rapport de contrainte k est fixe ($k = 0.5$ et $k = 1$), la représentation des courbes S-N à travers l'amplitude de la contrainte de cisaillement (T_a) ou à travers une contrainte équivalent ($\sqrt{\Sigma_a^2 + 3T_a^2}$) donne la même tendance (Figure II-11) de l'évolution et de l'écart entre des chargements proportionnels et non proportionnels.

Tableau II-4. Récapitulatif des essais de traction – torsion alternée hors phase (R = -1)

Chargement	Eprouvette	Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	k (T_a/Σ_a)	δ_{xy} (°)	N_f (cycles)
Hors phase 90°	TrTo90 - 1	240	120	0.5	90	$1,75 \cdot 10^5$
	TrTo90 - 3	235	117	0.5	90	$1,92 \cdot 10^5$
	TrTo90 - 4	235	117	0.5	90	$1,65 \cdot 10^5$
	TrTo90 - 5	232	116	0.5	90	$2,39 \cdot 10^5$
	TrTo90 - 8	230	115	0.5	90	$4,27 \cdot 10^5$
	TrTo90 - 2	175	175	1	90	$1,32 \cdot 10^5$
	TrTo90 - 6	172	172	1	90	$1,81 \cdot 10^5$
	TrTo90 - 7	170	170	1	90	$1,61 \cdot 10^5$
	TrTo90 - 10	165	165	1	90	$3,00 \cdot 10^5$
Hors phase 45°	TrTo45 - 1	230	115	0.5	45	10^6 – non rupture
	TrTo45 - 2	230	115	0.5	45	$4,04 \cdot 10^5$
	TrTo45 - 5	232	116	0.5	45	$2,51 \cdot 10^5$
	TrTo45 - 9	232	116	0.5	45	$2,77 \cdot 10^5$
	TrTo45 - 6	170	170	1	45	$3,07 \cdot 10^5$

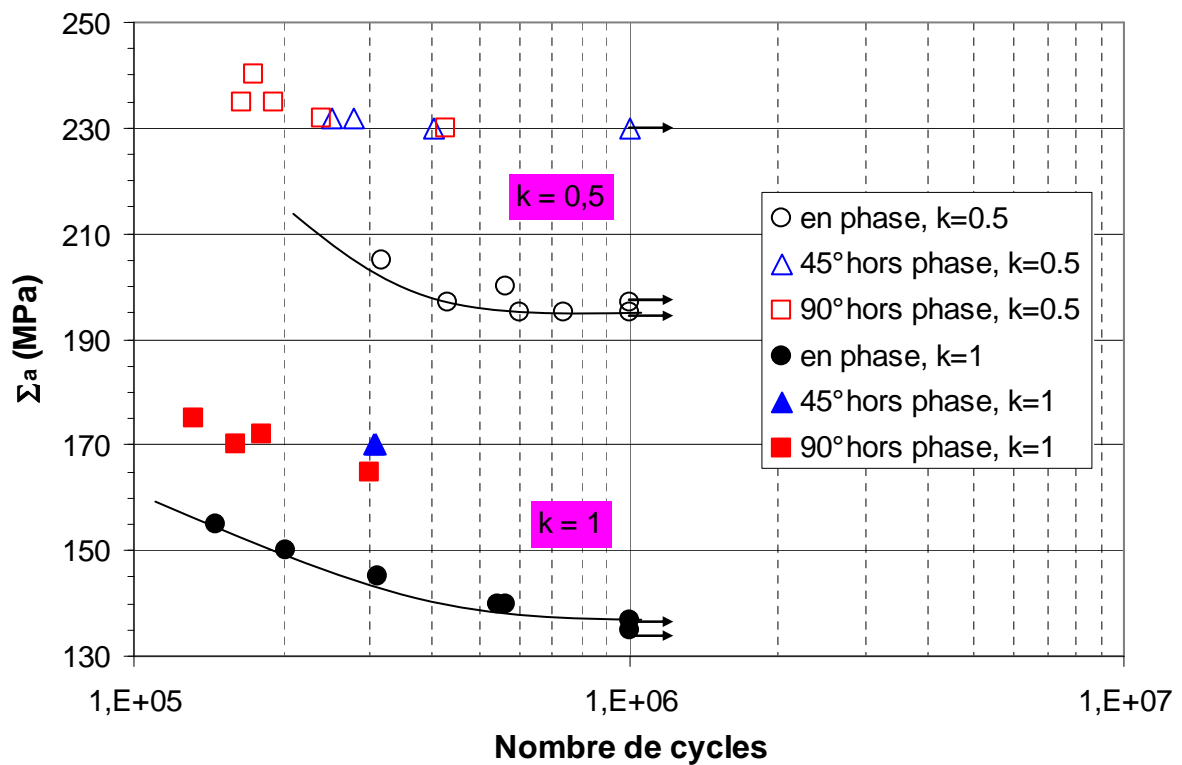


Figure II-11. Résultats expérimentaux des chargements combinés de traction – torsion

La Figure II-11 montre l'augmentation de la tenue en fatigue sous le chargement hors phase par rapport au chargement en phase. Pour la même durée de vie, le matériau peut subir la contrainte axiale appliquée supérieure en cas de chargement hors phase. Ce constat est en accord avec des résultats obtenus par [Verreman et Guo 2007] sur un acier 1045. Pour le C35, la différence de Σ_a est de l'ordre de 25 MPa pour les deux rapports de contraintes $k = 0.5$ et $k = 1$. Il apparaît que cette différence est similaire pour un chargement à la limite de fatigue (endurance illimitée) et pour un chargement en domaine de l'endurance limitée. Ainsi, on a choisi de regarder en particulier le domaine de l'endurance autour de 3.10^5 cycles comme le domaine représentatif de la fatigue à grand nombre de cycles ($10^5 - 10^6$ cycles). La Figure II-12 représente la relation entre l'amplitude de la contrainte de traction (Σ_{xa}) et l'amplitude de la contrainte de torsion (Σ_{xya}) pour la durée de vie de 3.10^5 cycles. Les courbes obtenues sont assez proches des quadrants de l'ellipse. L'effet de la phase est assez remarquable pour ce matériau. Il est important de noter que l'effet de la phase à la limite de fatigue (10^6 cycles) et celui à 3.10^5 cycles sont similaires. Cette similarité suggère la nécessité de prédire correctement la limite de fatigue (durée de vie illimitée) avant de passer à estimer l'endurance limitée.

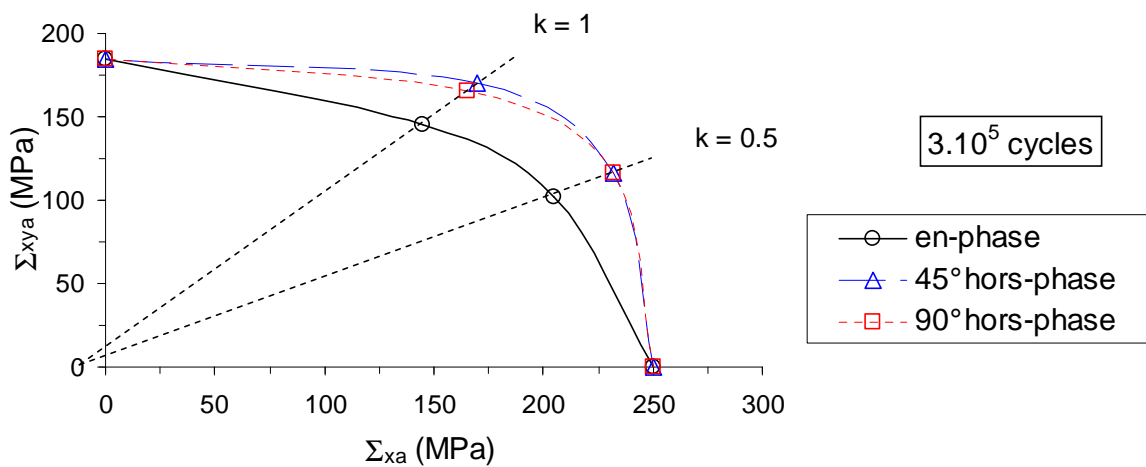


Figure II-12. Résultats expérimentaux à 3.10^5 cycles de C35

II.3.2 Amorçage et propagation de l'endommagement

Outre l'aspect mécanique, une question importante se pose : quel est le lien entre les effets de la multiaxialité, du déphasage et les mécanismes d'endommagement ? Afin de répondre à cette question, l'amorçage et la propagation de la fissure ont été observés sur plusieurs éprouvettes soumises à différentes conditions du chargement non proportionnel.

II.3.2.1 Hors phase de 90° , $k = 0.5$

Pour ce cas de chargement, le signal de torsion est décalé d'un quart de période par rapport au signal de traction. En terme de plans critiques, il s'agit d'un cas particulier dans lequel la valeur maximale de la contrainte de cisaillement ($\tau_{ns,max}$) sur un plan quelconque est indépendante de l'angle α (Section II.2.1). Ainsi, tous les plans peuvent être considérés comme les plans critiques de la contrainte de cisaillement (mode II). Le plan critique de $\sigma_{n,max}$ est celui perpendiculaire à l'axe de l'éprouvette ($\alpha = 0^\circ$) (Figure II-13) (schéma positif visuel).

Plusieurs observations de la propagation de la fissure ont été réalisées sur des éprouvettes soumises à cette sollicitation. Un exemple représentatif mené sur l'éprouvette TrTo90 – 5 est résumé sur la Figure II-14. Il faut rappeler que les répliques présentées sur la Figure II-14 sont les images négatives de la surface de l'éprouvette. La Figure II-14 illustre l'évolution de la fissure principale entraînant l'éprouvette à la rupture finale. Les deux autres fissures détectées sont plus petites, leurs longueurs sont de l'ordre de la moitié de celle de la fissure principale. Toutes les trois fissures sont amorcées sur des inclusions (sulfure) orientées le long de la bande de perlite. Il est important de noter que l'endommagement est fortement localisé, avec très peu de signes d'endommagement ou d'accumulation plastique en dehors de trois fissures détectées. De plus, ces trois fissures sont éloignées les unes des autres, il n'y a donc pas d'interaction entre elles dans la phase de propagation avant la ruine finale. Ce mode d'endommagement est proche de celui de la traction pure.

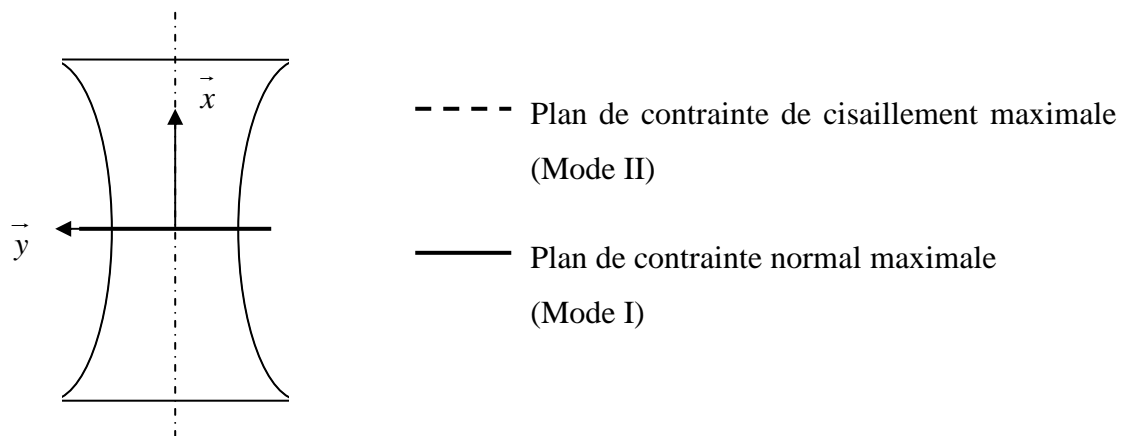


Figure II-13. Plan critique lié au chargement hors phase de 90° , $k = 0.5$ (schéma positif)

Il est montré que l'amorçage et la propagation de la fissure ont lieu sur des plans proches du plan de la contrainte normale maximale ($\alpha = 0^\circ$). Même s'il y a des fluctuations de la propagation, aucune bifurcation remarquable n'est observée pour cette sollicitation. Comme tous les plans sont les plans de la contrainte de cisaillement maximale et que

plusieurs plans subissent une contrainte normale importante (des plans voisins de $\alpha = 0^\circ$), l'existence des fluctuations de la propagation est raisonnable. D'ailleurs, l'interaction entre la propagation de la fissure et des barrières microstructurales telle que la bande de perlite peut être considéré comme une raison de la fluctuation. Les deux autres petites fissures révèlent le même scénario de la propagation, i.e. la propagation sur le plan $\alpha = 0^\circ$ et il n'y a pas de bifurcation du stade 1 au stade 2. Ces observations sont en accord avec celles réalisées par [Verreman et Guo 2007] sur l'acier 1045. Le fait que tous les plans sont les plans critique du mode II, le stade 1 (mode II) et le stade 2 (mode I) se produisent quasiment sur le même plan, pourraient engendrer une vitesse élevée de la propagation de la fissure. Il s'agit d'un cas le plus dangereux vis-à-vis les prédictions de la limite de fatigue et de la durée de vie. Ce cas de chargement justifie l'approche probabiliste dans le traitement des chargements non proportionnels. Le critère probabiliste proposé par [Morel et Huyen 2008] traduit correctement la croissance de la probabilité d'amorçage d'une fissure dans ce cas particulier.

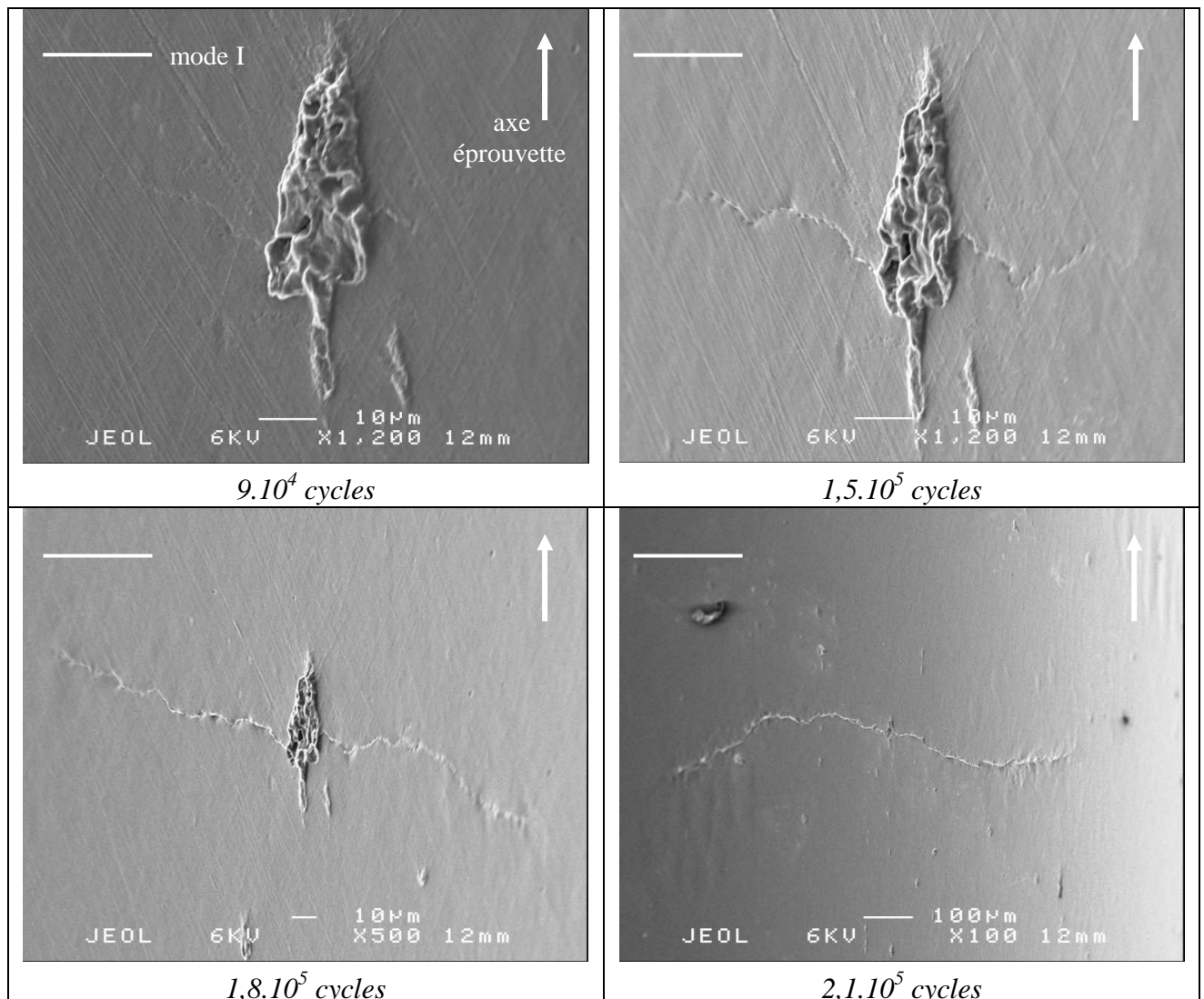


Figure II-14. Propagation de la fissure sous chargement hors phase de 90° , $k = 0.5$, $N_f = 2,39.10^5$ cycles (éprouvette TrTo90 – 5) (images négatives)

Il est indiqué que ce type de chargement est assez proche à la traction pure, non seulement sur le mode localisé de l'endommagement mais aussi sur la cinétique de propagation de la fissure. En traction pure, le stade 1 (mode II) est court et difficile à observer, la propagation se passe sur un même plan (mode I) dans la plupart de la durée de vie.

II.3.2.2 Hors phase de 90° , $k = 1$

Pour ce type de sollicitation, il y a deux plans de la contrainte de cisaillement maximale (0° et 90°) (mode II) et deux plans de la contrainte normale maximale ($\pm 35^\circ$) (mode I). Ces plans critiques sont illustrés sur la Figure II-15 (schéma positif visuel). Il est à noter que les plans critiques intégrés dans chaque réplique (Figure II-16) sont les images négatives des plans présentés sur la Figure II-15. Pourtant, dans ce cas, deux systèmes de plans (positif et négatif) sont coïncidents.

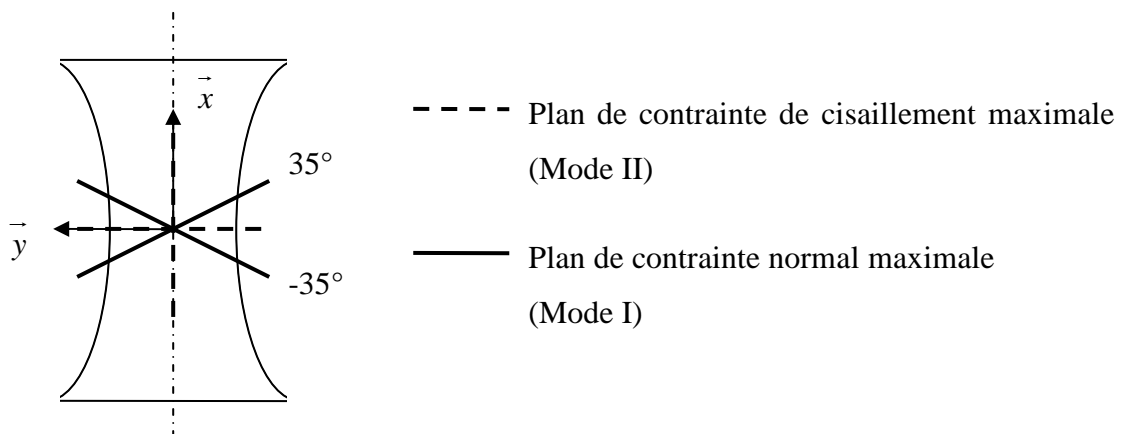


Figure II-15. Plans critiques liés au chargement hors phase de 90° , $k = 1$ (schéma positif)

Sur la réplique à $1,8 \cdot 10^5$ cycles, on observe deux macrofissures qui sont à l'origine de la ruine de l'éprouvette. Nous avons choisi de montrer l'évolution de la fissure la plus dangereuse (la fissure au-dessus) qui est aussi la première fissure apparue. Les durées de l'amorçage sont de l'ordre de $6 \cdot 10^4$ cycles pour la première fissure et de 10^5 cycles pour la deuxième. Il existe aussi une microfissures (réplique $1,8 \cdot 10^5$ cycles) qui n'évolue pas de façon significative au cours de l'essai. Outre ces fissures, quelques traces d'accumulation plastique sont détectées, se rapprochant de ce que l'on observe en traction pure.

Considérons la propagation de la fissure principale, après l'amorçage à partir d'une inclusion, elle se propage sur le plan critique de la contrainte de cisaillement à 0° (réplique $8 \cdot 10^4$ cycles). Les autres fissures préfèrent aussi l'amorçage sur le plan critique à 0° au lieu de

sur celui à 90° grâce à la contrainte normale plus importante agissant sur le plan à 0° . Il apparaît que la bifurcation du stade 1 (mode II) au stade 2 (mode I) est assez nette pour cette sollicitation. Le moment de la transition est aux environs de $9 \cdot 10^4$ cycles avec la longueur de la fissure de $150 \mu\text{m}$. Le stade 2 de la propagation respecte le plan critique de la contrainte normale ($\alpha = 35^\circ$).

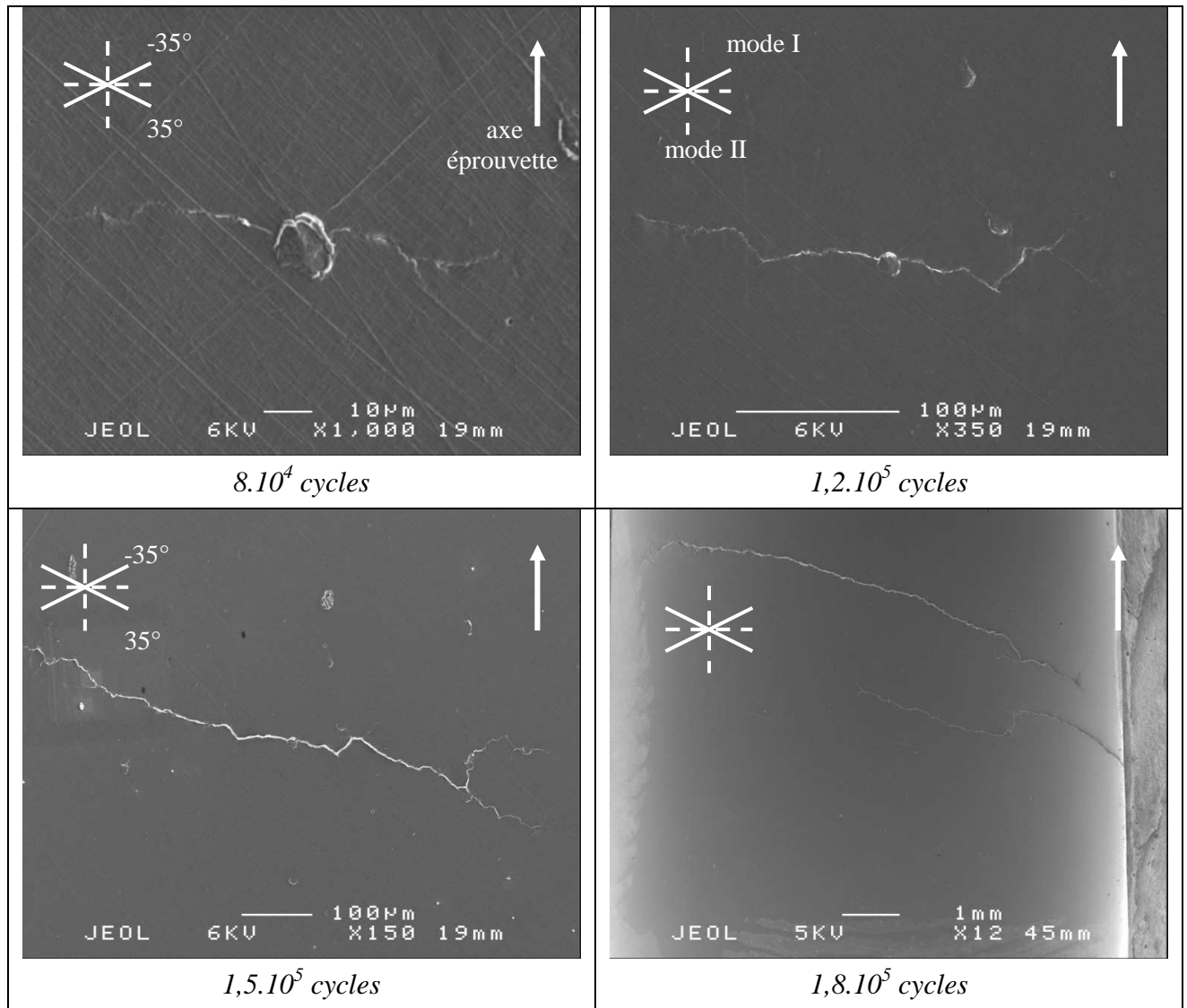


Figure II-16. Propagation de la fissure sous chargement hors phase de 90° , $k = 1$, $N_f = 1,81 \cdot 10^5$ cycles (éprouvette TrTo90 – 6) (images négatives)

Il est intéressant de remarquer que l'endommagement créé est localisé malgré la valeur important de la composante de torsion dans cette sollicitation. Ceci montre l'influence de la phase sur la redistribution de l'état de contrainte, atténuant donc le rôle de la contrainte de cisaillement dans la création de l'endommagement. Pour une mesure relative de

l'endommagement, la longueur de la fissure (principale) est légèrement plus grand par rapport à celle du cas de chargement hors phase de 90° , $k = 0.5$.

II.3.2.3 Hors phase de 45° , $k = 0.5$

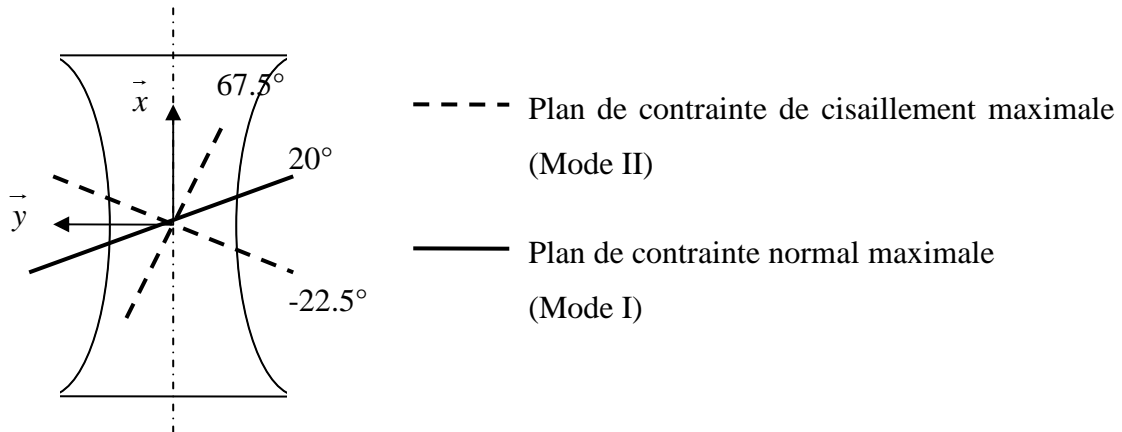


Figure II-17. Plans critiques liés au chargement hors phase de 45° , $k = 0.5$ (schéma positif)

Sous le chargement hors phase de 45° , $k = 0.5$, l'analyse du tenseur des contraintes permet de déterminer deux plans de contrainte de cisaillement maximale (-22.5° et 67.5°) et un seul plan de contrainte normale maximale (20°). Les plans critiques intégrés dans chaque réplique (image négative) (Figure II-18) sont inversés par rapport à ceux liés au chargement (Figure II-17). Une seule fissure est détectée sur toute la surface de l'éprouvette. Il n'est pas surpris de la localisation forte de l'endommagement car les mêmes états du dommage ont été observés pour le chargement en phase ($k = 0.5$) et pour celui hors phase de 90° ($k = 0.5$). Le point irrégulier est la propagation de la fissure. Il apparaît que la fissure n'est pas vraiment changée le plan de propagation tout le long de la durée de vie. Il rend difficile de déterminer le stade 1, le stade 2 de propagation aussi que le moment de la bifurcation. De toute façon, le plan de propagation se conforme au plan de la contrainte de cisaillement maximale.

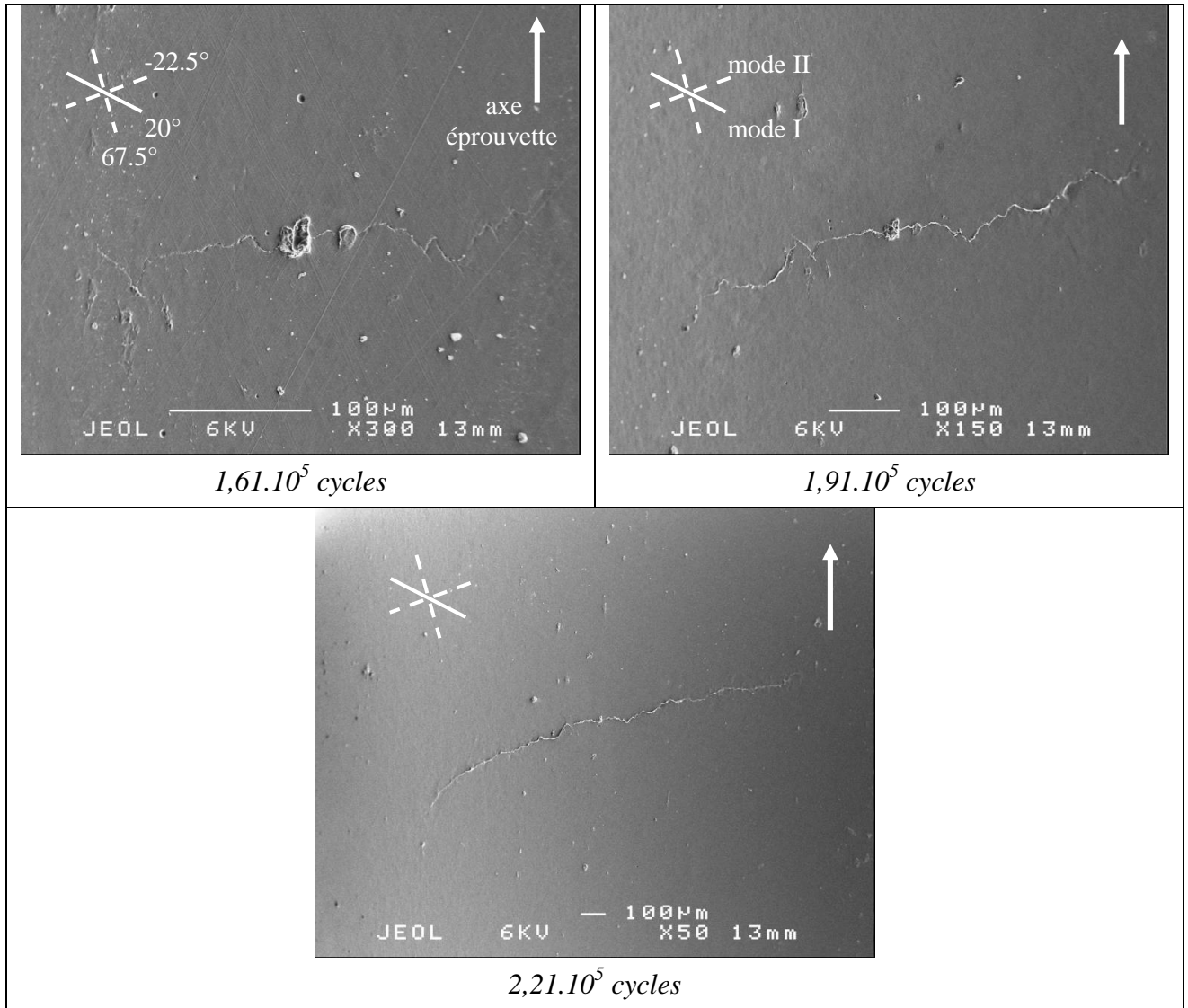


Figure II-18. Propagation de la fissure sous chargement hors phase de 45°, $k = 0.5$, $N_f = 2,51.10^5$ cycles (éprouvette TrTo45 – 5) (images négatives)

II.3.2.4 Hors phase de 45° , $k = 1$

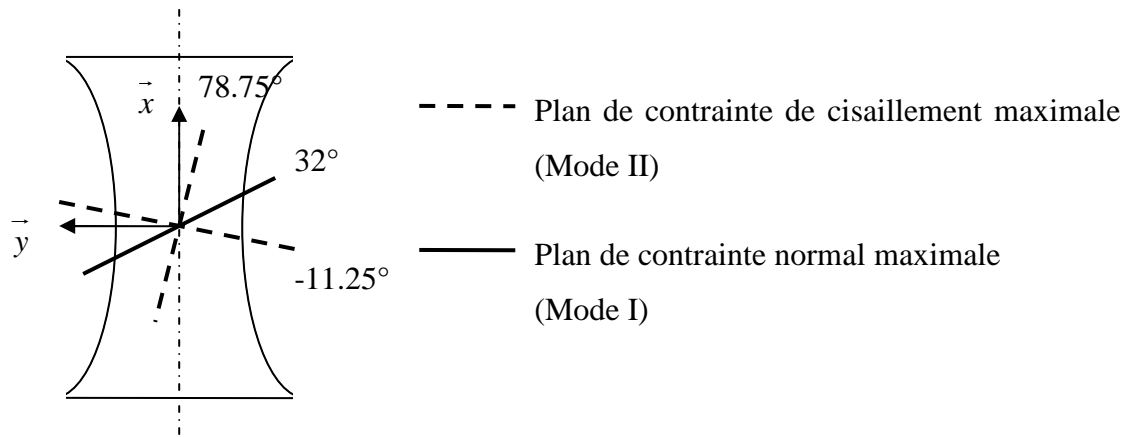
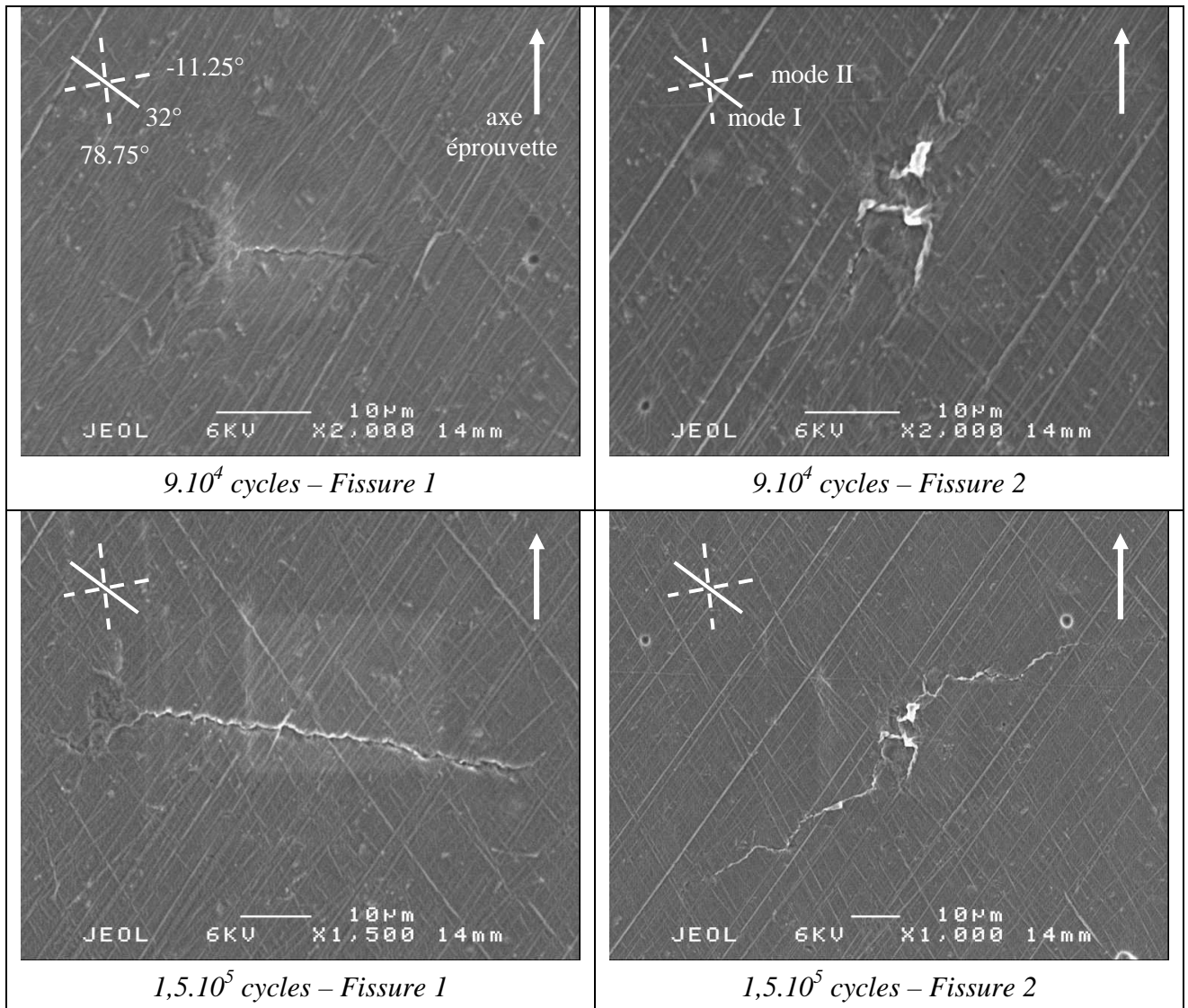


Figure II-19. Plans critiques liés au chargement hors phase de 45° , $k = 1$ (schéma positif)



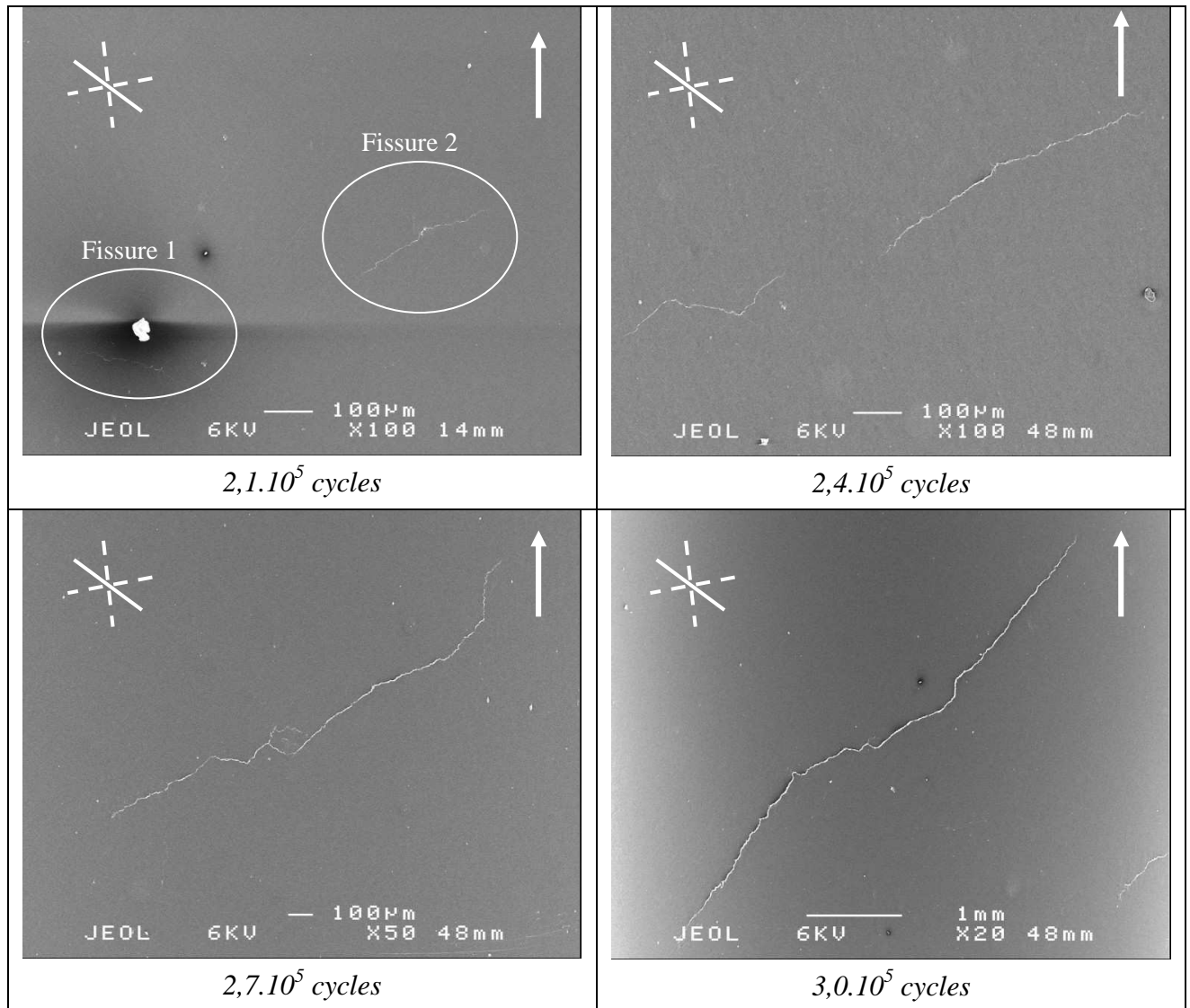


Figure II-20. Propagation de la fissure sous chargement hors phase de 45° , $k = 1$, $N_f = 3,07.10^5$ cycles (éprouvette TrTo45 – 6) (images négatives)

Similaire au cas précédent, le chargement hors phase de 45° , $k = 1$ dispose de deux plans de contrainte de cisaillement maximale (-11.25° et 78.75°) et d'un plan de contrainte normale maximale (32°) (Figure II-19). Les plans critiques intégrés dans chaque réplique sont les images négatives. Il est intéressant d'observer une coalescence de deux microfissures dans cette éprouvette. Après l'amorçage à partir des défauts superficiels, les deux microfissures évoluent séparément en mode II sur des plans proche au plan critique de la contrainte de cisaillement maximale (-11.25°) (Figure II-20). La coalescence a lieu aux environs de $2,5.10^5$ cycles. Sur la réplique à $2,7.10^5$ cycles, la fissure unifiée continue à évoluer sur les deux extrémités, avec une bifurcation observée sur la partie droite. Sur la dernière réplique ($3,0.10^5$ cycles), les propagations des deux branches de la macrofissure ne suivent pas de plan critique de la contrainte normale. On peut remarquer que la coalescence et la bifurcation ont lieu dans

la même période de $2,4.10^5$ à $2,7.10^5$ cycles. Il semble que la redistribution des contraintes en raison de l'interaction (et la coalescence) des fissures perturbe les mécanismes d'endommagement, engendrant une durée importante du stade 1 (environ 80% de la durée de vie) et la propagation irrégulière en stade 2. Concernant la mesure de la longueur de la fissure, pour des raisons de compatibilité, on compte à la fois la longueur de la fissure 1 et celle de la fissure 2 pour les étapes avant la coalescence. Ainsi, la taille effective de la fissure est assez importante et comparable avec la taille de la fissure principale créée en torsion pure. Néanmoins, la surface critique de l'éprouvette est très peu marquée par des traces d'accumulation plastique excepté les fissures présentées ci-dessus, ce qui retombe au mode d'endommagement en traction pure.

II.3.2.5 Conclusions aux observations des mécanismes en chargement non proportionnel

Les observations effectuées sous le chargement non proportionnel conduisent à plusieurs conclusions. D'abord, pour la gamme de durée de vie choisie, le mode localisé de l'endommagement est commun pour tous les cas du chargement non proportionnel. La surface de l'éprouvette est peu marquée par des traces d'accumulation plastique en dehors des quelques fissures détectées (1 – 4 fissures). L'amorçage se produit généralement sur des inclusions ou des défauts surfaciques apparus lors du polissage mécanique.

Le stade 1 de propagation (mode II) reste contrôlable en respectant le plan critique de la contrainte de cisaillement. Néanmoins, dans certains cas du chargement non proportionnel (hors phase de 45° $k = 0.5$ et $k = 1$), la propagation de la fissure en stade 2 ne suit plus le plan critique de la contrainte normale. Certes, la variation des directions principales du tenseur des contraintes sous le chargement non proportionnel influence la propagation de fissure. Il apparaît que, sous le chargement proportionnel (paragraphe II.5.1), la contrainte normale joue un rôle primordial en stade 2 alors que ce rôle n'est plus vraiment important lors du chargement non proportionnel. Il est à noter que le stade 1 en chargement proportionnel prend une fraction moins importante de la durée de vie totale (30 – 50 %) par rapport à celui en chargement non proportionnel (50 – 80 %). Comme la bifurcation intervient plus tardivement, le rôle de la contrainte de cisaillement pourrait être comparable avec celui de la contrainte normale, en gouvernant la propagation de la fissure en stade 2. Ceci pourrait être une raison de la propagation irrégulière observée dans certains cas. En raison de la localisation de l'endommagement, l'interaction entre des fissures est rarement observée. Généralement, l'interaction apparaît à la fin de la durée de vie lorsque des microfissures passent à des macrofissures, son influence sur la durée de vie étant négligeable.

De point de vue de la modélisation, les remarques sur le rôle de la contrainte normale et sur les stades de propagation sont significatives. Il est confirmé que le stade 1 de la propagation respecte le plan de contrainte de cisaillement maximale quelque soit la nature de chargement (proportionnel et non proportionnel). Pourtant, des cas irréguliers de la propagation en stade 2 mettent en question la pertinence de l'approche par plan critique. La question des grandeurs mécaniques appropriées permettant de capter l'effet de la phase, l'effet de la contrainte hydrostatique et le cumul non linéaire de l'endommagement reste ouverte.

II.3.3 Influence des défauts

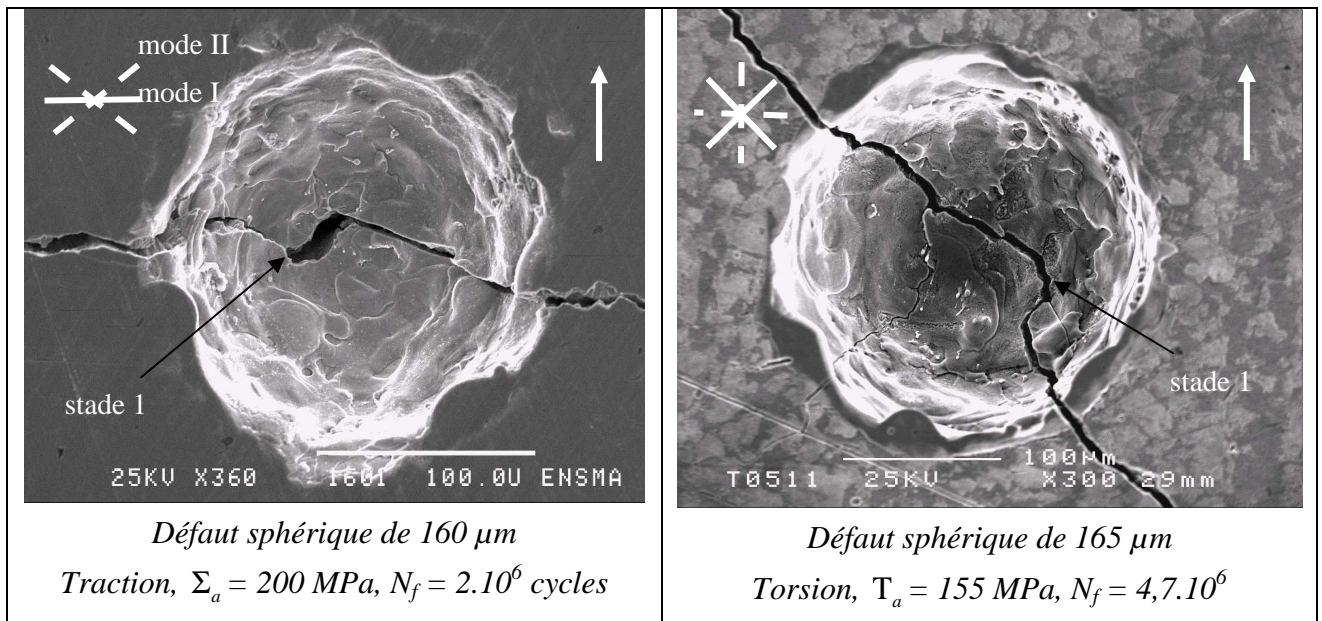


Figure II-21. Amorçage et propagation de fissures dans le matériau (l'acier C35) à défaut (observation directe – images positives) [Billaudeau et al. 2004]

Lorsque le matériau (l'acier C35) contient des défauts artificiels (Figure II-21), les mécanismes d'amorçage aux défauts sont identiques à ceux du matériau sain : la création de la fissure (stade 1) se fait dans le système de glissement le plus favorable situé sur le plan de contrainte de cisaillement maximale (mode II). Dans le fond du défaut, une fois la fissure créée, elle bifurque en stade 2 (mode I) sans se propager en stade 1 en raison de la répartition des contraintes autour des défauts. Les défauts présentent un accroissement local des contraintes qui engendre une perte d'homogénéité de l'état de contrainte. Une fissure créée va être forcée de propager dans la région la plus sollicitée et va donc bifurquer en mode I pour une longueur très faible. Néanmoins, la durée du stade 1 peut être importante en FGNC. Après l'amorçage à petite longueur, la fissure se propage toujours sur le plan critique du mode I quelque soit le chargement et la morphologie de défaut. C'est aussi dû à la répartition des contraintes autour des défauts. Il est à noter que les mécanismes observés sont identiques pour

la traction et la torsion (Figure II-21). Ainsi, l'endommagement créé est toujours très localisé quelque soit le mode de chargement (même en torsion pure). Des études plus détaillées sur le mécanisme du matériau à défaut (C35) sous des sollicitations différentes et des géométries différentes de défaut sont rapportées par Nadot et Billaudeau [Billaudeau *et al.* 2004; Nadot *et Billaudeau* 2006].

II.3.4 Analyse des faciès de rupture

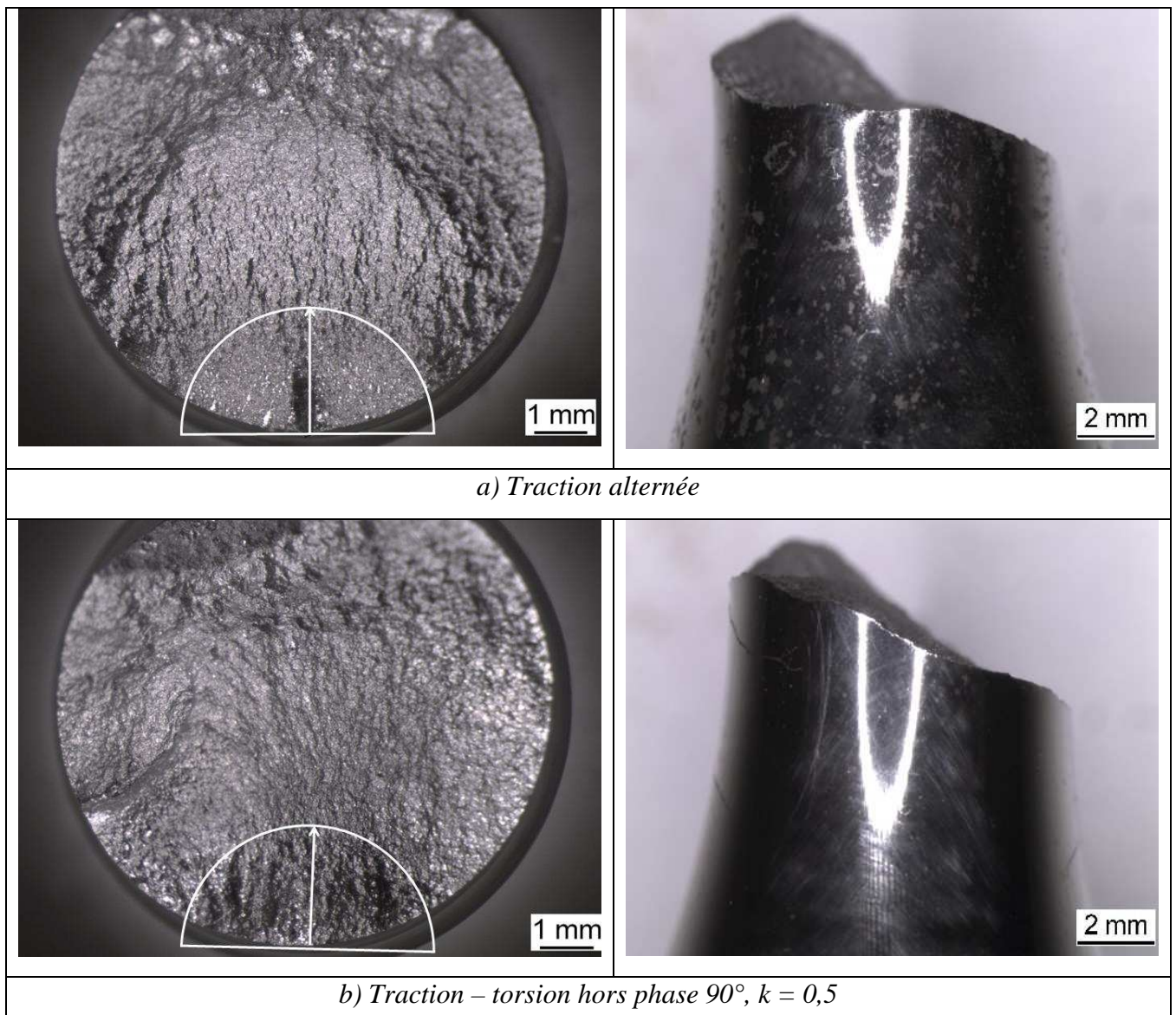


Figure II-22. *Faciès de rupture en mode d'endommagement localisé*

Correspondant à la distinction des mécanismes d'endommagement entre le mode localisé (traction pure, traction - torsion) et le mode diffus (torsion pure), nous observons respectivement deux types des faciès de rupture dans l'acier C35.

Pour le mode d'endommagement localisé (Figure II-22), la ruine de l'éprouvette est engendrée par une seule fissure. En observant le faciès de rupture pour plusieurs cas (traction pure, traction – torsion), on constate que le front de fissure est de type semi-circulaire dans la plupart des cas. Au moment juste avant la rupture, le front de fissure est de type semi-elliptique, ce qui concerne des profondeurs de fissure de 1,5 à 2,5 mm [Nadot 1997]. La durée de ce dernier stade de propagation est très faible (inférieure à 5% de la durée de vie totale). Lors d'un calcul de durée de propagation, nous pourrions donc en première approximation négliger l'évolution du front de fissure vers une forme semi-elliptique.

Dans le mode d'endommagement diffus de la torsion pure (Figure II-23), l'existence de plusieurs sites d'accumulation plastique donne lieu à l'amorçage et la propagation de plusieurs systèmes de fissure en même temps. Par conséquent, le faciès de rupture est caractérisé par plusieurs sites d'amorçage concentrique. Vu de la surface de l'éprouvette, la rupture finale sur les plans à $\pm 45^\circ$ (plans critiques de contrainte normale en torsion) engendre des formes triangulaires successives.

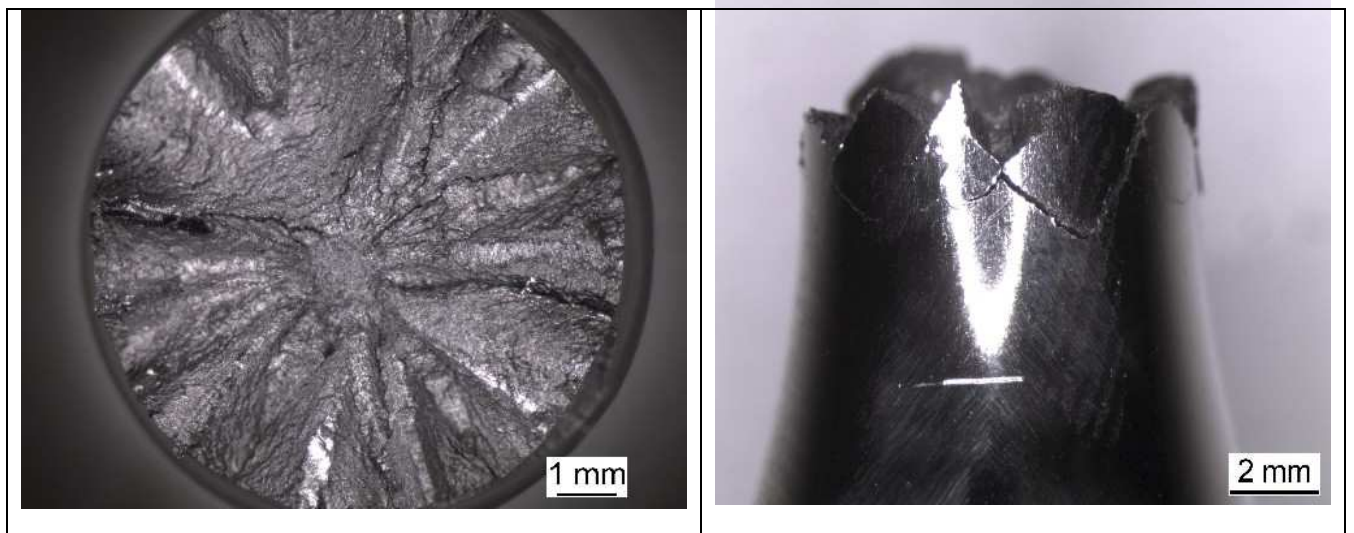


Figure II-23. *Faciès de rupture en mode d'endommagement diffus (torsion pure)*

II.4 Cartographie des mécanismes d'endommagement

Le problème du chargement multiaxial non proportionnel a été étudié depuis une cinquantaine d'années. L'aspect le plus rapporté concerne la caractérisation de la limite de fatigue dans des

conditions complexes de la sollicitation en prenant en compte attentivement l'effet de la phase et l'effet de la contrainte moyenne. Ainsi, un nombre abondant des critères d'amorçage a été proposé dans la littérature pour l'objectif de prédire la limite de fatigue (voir par exemple [Papadopoulos et al. 1997]). Cependant, le nombre des études portées sur des mécanismes d'endommagement pour à la fois les chargements proportionnel et non proportionnel est limité [Ohkawa et al. 1997; Verreman et Guo 2007]. De plus, le lien entre les mécanismes d'endommagement observés et leur application en modélisation n'est pas encore considéré consciencieusement. Par conséquent, avec toutes les observations de mécanismes effectuées dans des paragraphes précédents, on propose dans ce paragraphe une synthèse des mécanismes d'endommagement pour l'acier C35 sous des chargements complexes à amplitude constante.

Les mécanismes observés à partir de plusieurs éprouvettes soumises à différent type de sollicitation montrent deux modes d'endommagement distinctes pour l'acier C35. Un mode d'endommagement diffus spécifique est observé dans le cas de torsion pure et certains cas de chargement en phase avec le rapport de contrainte k important. La surface de l'échantillon dans ce mode est caractérisée par plusieurs sites d'accumulation de glissement plastique, donnant lieu à l'amorçage en même temps de nombreuses fissures. La longueur de la fissure principale est nettement plus importante par rapport aux autres cas de chargement pour une même fraction de la durée de vie, conséquence de la distribution homogène de la plasticité au sein de l'éprouvette. La rupture finale est donc engendrée par plusieurs systèmes différents de fissures (Figure II-23).

Le deuxième mode d'endommagement – le mode localisé se trouvant dans la plupart des cas de chargement (traction pure, traction – torsion en phase et hors phase, défaut) apparaît comme le mode principal de ce matériau. Dans ce mode, la fissure s'amorçant dans les grains les plus favorables orientés n'intervient que sur quelques zones fortement sollicitées de la surface, à savoir le défaut ou des inclusions. La vitesse de propagation de la fissure est plus faible par rapport au cas de torsion pure, en raison de l'interaction plus fréquente de la propagation avec des barrières microstructurales – l'origine des phénomènes d'arrêt de fissure et de fluctuation de propagation. La ruine de l'éprouvette est cause de la fissure la plus dangereuse (Figure II-22). Lorsque le matériau présente des défauts, le mode localisé d'endommagement gouverne tous les types de chargement (même la torsion pure), conséquence de la répartition des contraintes autour des défauts. Dans ce cas, au contraire de plusieurs conclusions des différents auteurs dans la littérature, le stade d'amorçage n'est pas négligeable et la création de la fissure sur le plan de contrainte de cisaillement maximale est encore prédominante. En résumé, la Figure II-24 présente une cartographie des mécanismes constituée de deux modes d'endommagement. Cette Figure est construite dans l'espace des amplitudes de contraintes appliquées.

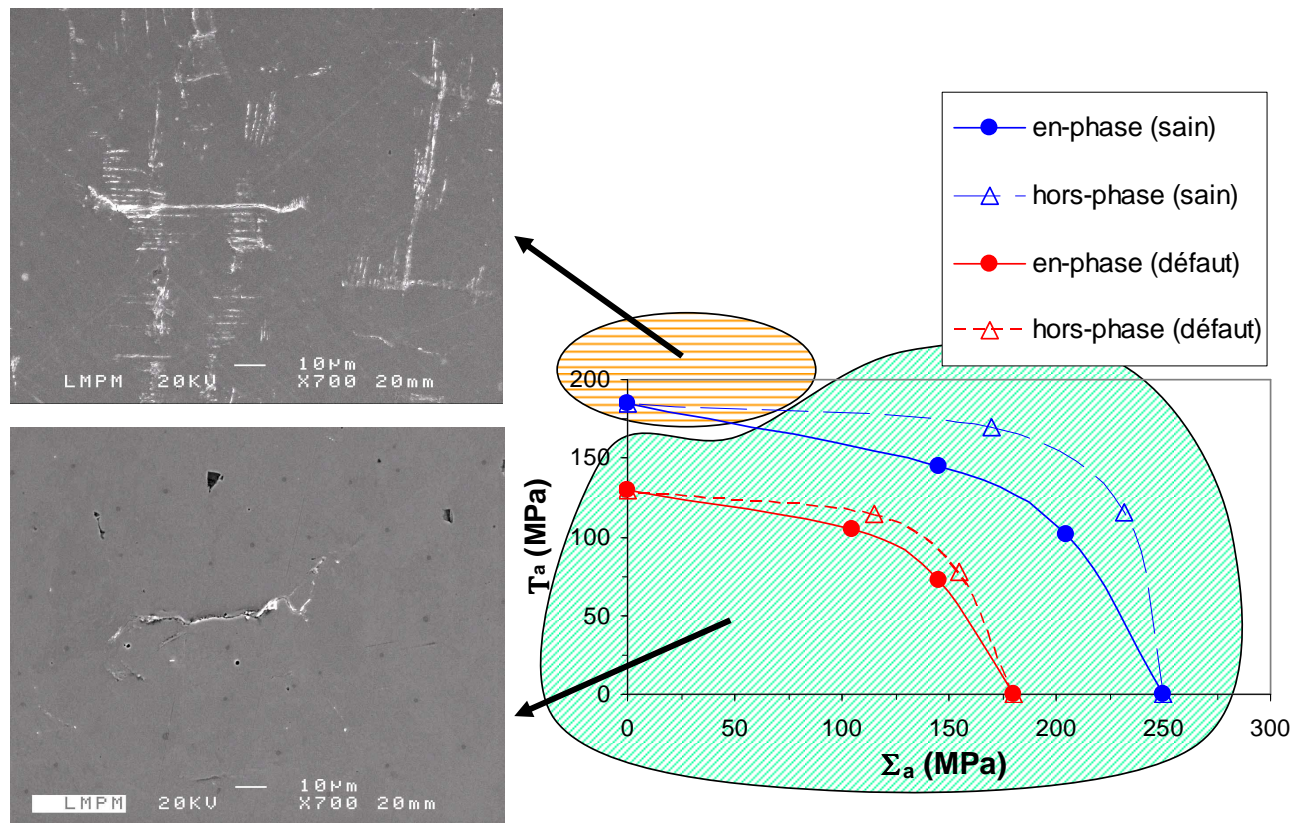


Figure II-24. Cartographie des mécanismes d'endommagement de l'acier C35 sous le chargement complexe

II.5 Propagation de la fissure naturelle

II.5.1 Stade 1 – stade 2

La longueur de fissure est une quantité importante permettant de caractériser l'état de l'endommagement à chaque instant de la durée de vie [Flaceliere et al. 2007a; Hua et Socie 1984; Ohkawa et al. 1997; Verreman et Guo 2007]. Dans cette étude, la longueur de fissure en surface est mesurée à l'aide de répliques à différents instants de la durée de vie (Figure II-25) ($2a = 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + \dots$). Les résultats obtenus sont tracés en fonction de la fraction de durée de vie N/N_f pour plusieurs cas de chargement dans le domaine de $2 \cdot 10^5$ à 10^6 cycles (Figure II-26).

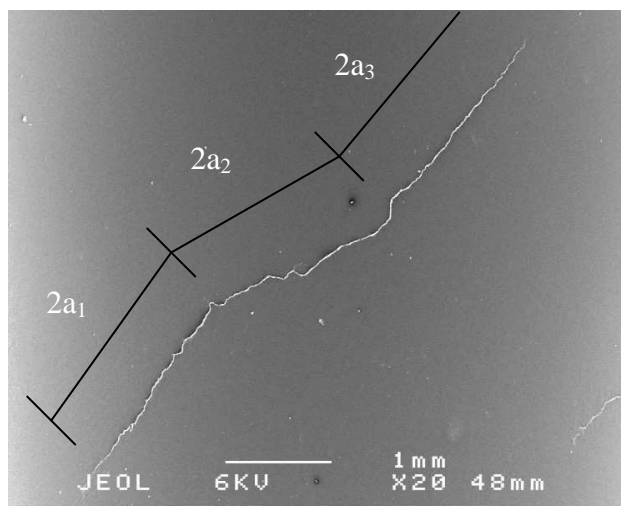


Figure II-25. Exemple de la mesure de longueur de fissure

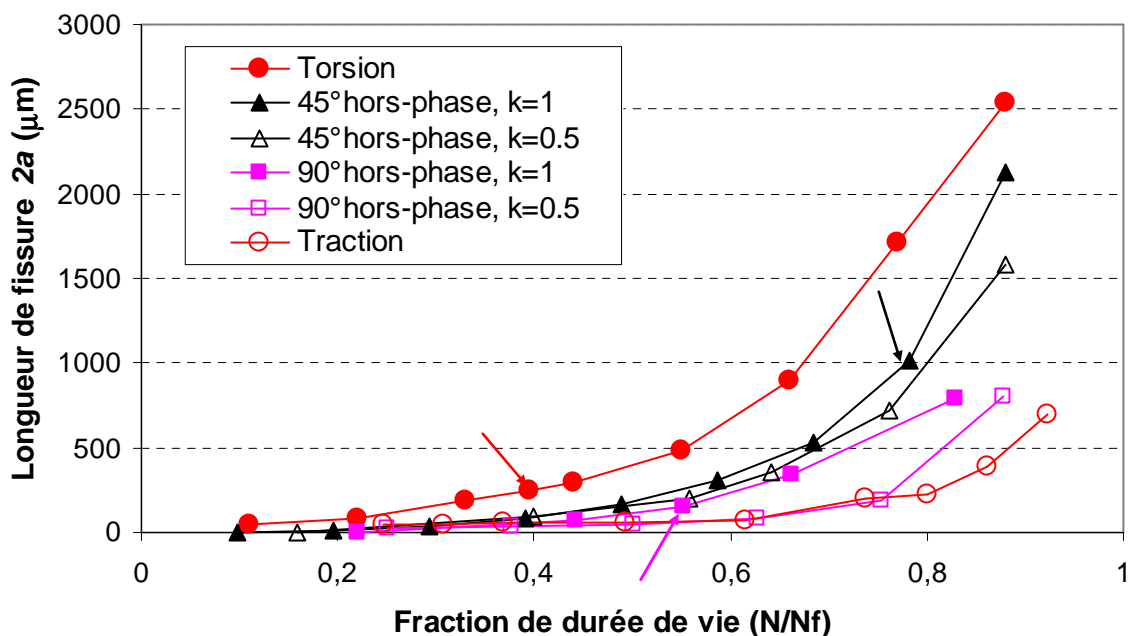


Figure II-26. Evolution de longueur de fissure en surface

Il est constaté que l'allure de l'évolution de la longueur de fissure est assez similaire pour tous les types de chargement considérés (Figure II-26). Les courbes de chargement non proportionnel sont bornées par deux cas extrêmes : la traction pure et la torsion pure. Pour la lisibilité, des courbes de chargement proportionnel ne sont pas présentées sur la Figure II-26 mais elles retombent aussi dans les bornes de traction et de torsion. Sauf le cas de torsion conduisant à une évolution assez linéaire, les autres cas présentent plus ou moins un degré de non linéarité de l'évolution. Ceci pourrait être expliqué à partir de la cartographie des mécanismes du matériau : l'endommagement homogène et diffus (en torsion) donne lieu à une évolution linéaire alors que l'endommagement localisé (les autres chargements) subit

relativement une influence de la hétérogénéité de la microstructure du matériau étant à l'origine de la non linéarité de la propagation de fissure. Même si la longueur de fissure est une grandeur en surface, elle permet de refléter la cinétique du dommage du matériau. Comme montré dans le Chapitre I, l'évolution de la longueur de fissure peut traduire l'arrêt ou la non propagation éventuel d'une fissure à cause des barrières microstructurales (paragraphe I.1.1).

A une fraction de durée de vie donnée, la longueur de fissure augmente avec le rapport de contrainte k , ce qui est proportionnel à l'effet de la composante de torsion du chargement. Le moment de la transition du stade 1 au stade 2 pour chaque cas de chargement se désigne par une flèche sur la Figure II-26 et la Figure II-28. Il est à noter que les bifurcations en traction pure et en chargement hors phase de 90° , $k = 0.5$ ne sont pas présentées sur ces figures, à cause d'une bifurcation très tôt (traction pure) et d'une non bifurcation. Pour les autres cas, une remarque importante est que la cinétique de l'évolution ne varie pas fortement lors la transition. Certains travaux rapportent que la longueur de fissure à la transition dépend de la contrainte normale appliquée [Morel et Huyen 2008; Ohkawa et al. 1997]. Notre résultat obtenu sur l'acier C35 confirme le constat que la longueur de bifurcation est proportionnelle à l'inverse de la contrainte normale appliquée dans le cas de chargement en phase. Néanmoins, cette relation n'est plus valable lors de la présence de la phase (Figure II-27). Il apparaît que le chargement proportionnel donne une relation linéaire entre deux composantes de traction et de torsion. Une modélisation correcte des états de traction pure et de torsion pure permet mathématiquement une bonne prédiction pour le cas de chargement combiné traction – torsion en phase. Lors de la modélisation d'un chargement non proportionnel, la description honnête de l'effet de la contrainte normale est encore une question ouverte.

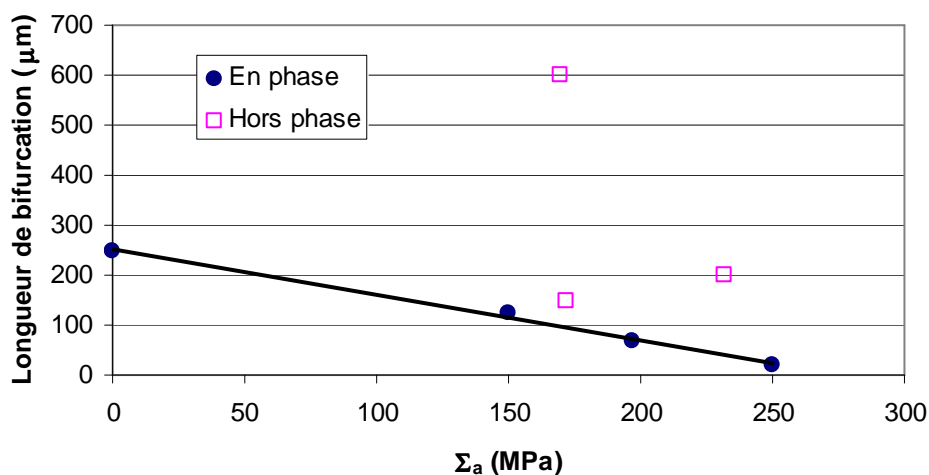


Figure II-27. Relation entre la longueur de bifurcation et la contrainte normale appliquée

II.5.2 Phase d'amorçage – phase de propagation

Alors que le stade 1 et le stade 2 sont caractérisés grâce aux grandeurs mécaniques du chargement, la distinction entre la phase d'amorçage et la phase de propagation semble reliée plutôt à la microstructure du matériau. Cette distinction vise à répondre à une question importante : quel est le lien entre la microstructure du matériau et la cinétique de l'évolution de la longueur. Afin de voir clairement la phase d'amorçage et la phase de propagation pour chaque cas de chargement, une zone agrandie de 0 à 500 μm de la Figure II-26 est présentée sur la Figure II-28.

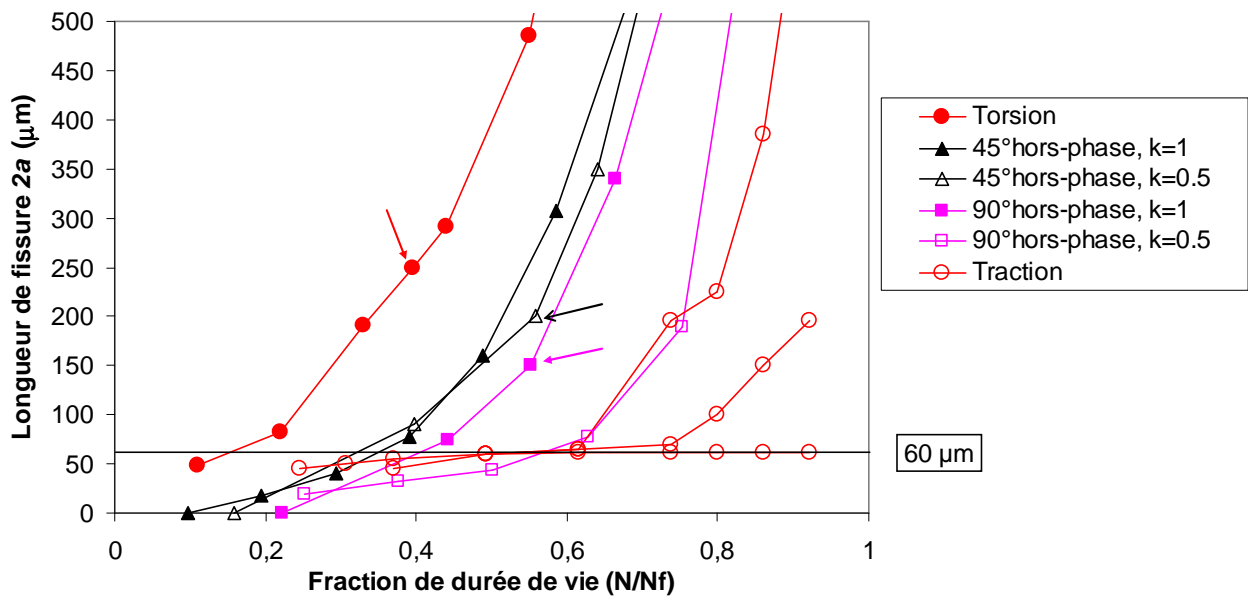


Figure II-28. Evolution de longueur de fissure (0 – 500 μm)

Une ligne correspondant à $2a = 60 \mu\text{m}$ est ajoutée sur la Figure II-28 permettant de séparer le stade d'amorçage de fissure et le stade de propagation. Cette longueur caractérise le nombre de cycles nécessaire pour qu'une fissure semi circulaire amorcée dans un grain de ferrite puisse franchir les joints de grains voisins – la barrière microstructurale la plus importante pour ce matériau (Figure II-29). Cette longueur est de 60 μm en surface (1 grain de ferrite + 2 grains de perlite). Contrairement à la longueur de bifurcation variant en fonction du chargement (Figure II-27), la longueur d'amorçage est indépendante pour tous les types de chargement. Cette indépendance est significative. Du point de vue de la modélisation, la longueur d'amorçage pourrait être considérée comme un seuil de la contrainte appliquée ou de la force motrice d'endommagement en dessous duquel les fissures évoluent de manière difficile à cause de la forte interaction avec des barrières microstructurales. Comme indiqué sur la Figure II-28, la durée du stade d'amorçage est différente pour chaque cas de chargement, en particulier entre la torsion pure et la traction pure. Pendant que la fissure

(principale) atteint très rapidement la longueur d'amorçage en torsion (10 % de la durée de vie), elle a besoin de beaucoup plus de temps en traction (60 % de la durée de vie). On pourrait expliquer que la distribution homogène de la plasticité en torsion pousse l'accumulation plastique et donc l'accroissement rapide de la longueur de fissure. Au contraire, l'endommagement localisé en traction retardant l'accumulation plastique, la fissure doit prendre plus de temps pour franchir des joints de grains voisins.

Un constat important est que la vitesse de propagation d'une fissure augmente significativement lorsque la fissure passe de la phase d'amorçage à la phase de propagation. Ceci est moins prononcé en torsion pure et plus marqué en traction pure (Figure II-28). Sur la Figure II-28, on présente également l'évolution de deux autres fissures détectées dans le cas de traction pure. Une fissure dépasse la longueur d'amorçage à 70 % de la durée de vie et amplifie la vitesse de propagation pendant que l'autre ne franchit jamais le seuil de la propagation s'agissant d'un cas d'arrêt de propagation. On peut imaginer que la phase d'amorçage est gouvernée uniquement par la contrainte de cisaillement (mode II) tandis que la phase de propagation est dominée en même temps par la contrainte de cisaillement et la contrainte normale, la dernière est l'auteur de l'accroissement de la vitesse de propagation. A titre de comparaison, le changement de vitesse de propagation est plus remarquable à la transition amorçage/propagation phase qu'à la bifurcation stade 1/stade 2. Comme prononcé en traction pure, la bifurcation stade 1/stade 2 intervient très rapidement (10 – 20 % de la durée de vie) mais la vitesse de propagation ne varie pas significativement jusqu'à 60 % de la durée de vie. Ceci met en question la pertinence de prendre en compte la distinction stade 1/stade 2 en modélisation.

La Figure II-29 permet de voir le rapport entre la taille de fissure à l'amorçage et la microstructure. La longueur de 60 μm servira dans la modélisation plus tard (Chapitre IV) à identifier la transition amorçage/propagation. Il est à noter que la définition de la longueur d'amorçage (60 μm) prend en compte la micro-plasticité ainsi que la propagation des microfissures selon le sens de [Miller 1987b].

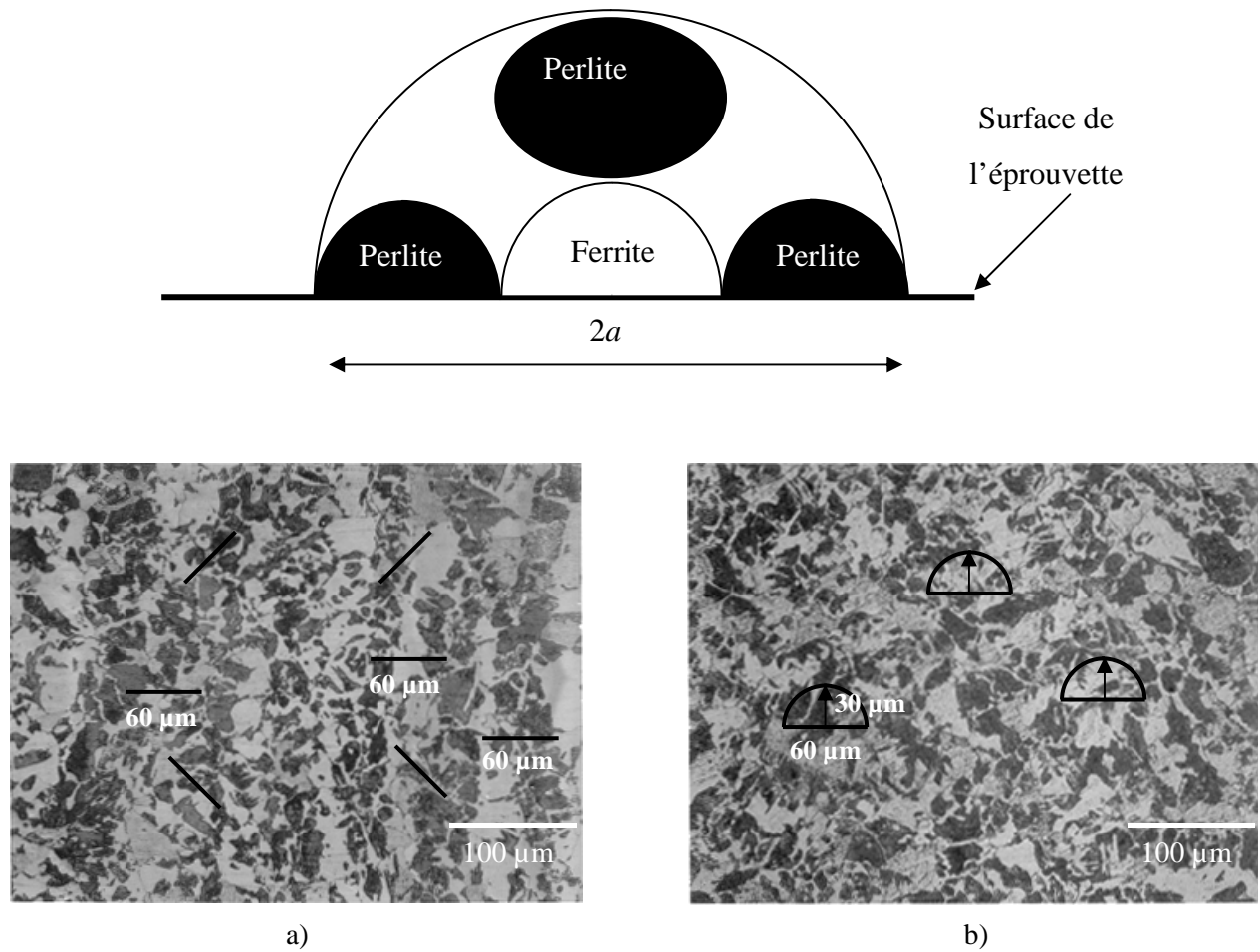


Figure II-29. Amorçage des fissures semi circulaires
 (a) direction longitudinale (b) direction transversale

II.5.3 Calcul de la durée de vie en propagation des fissures naturelles

II.5.3.1 Loi de propagation des fissures naturelles

Comme la longueur d'amorçage est indépendante du type et du niveau de chargement, nous pouvons penser à employer un outil simple permettant de calculer la durée à l'amorçage d'un chargement donné. La durée de vie totale N_R de l'éprouvette est partitionnée classiquement comme suit:

$$N_R = N_a + N_p \quad (\text{II-9})$$

où N_a est la durée d'amorçage et N_p est la durée de propagation. Alors que la détermination directe de N_a est complexe à cause de la taille mésoscopique de longueur d'amorçage ($2a = 60 \mu\text{m}$), la valeur de N_p peut être définie aisément en supposant que la propagation de la fissure respecte la Mécanique de la Rupture en Elasticité Linéaire. Le front de fissure est considéré semi-circulaire quelle que soit la profondeur de fissure. Une fissure de longueur de $2a$ en

surface correspond alors à une profondeur de a (Figure II-30). Il faut dire que l'hypothèse du front de fissure est valable au premier ordre mais n'est pas pour une analyse très fine.

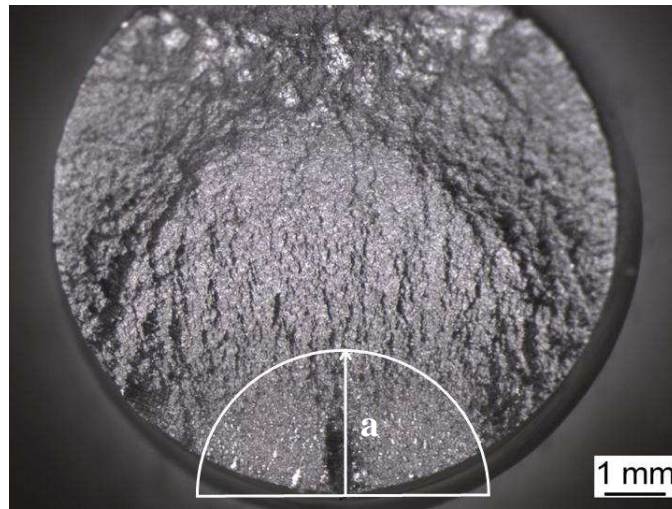


Figure II-30. Allure du front de fissure : semi-circulaire

Pour un chargement à une amplitude donnée ($\Delta\sigma$), le facteur d'intensité de contrainte d'une fissure naturelle a pour expression :

$$\Delta K = Y \cdot \Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi a} \quad (\text{II-10})$$

Y : Facteur de forme

$\Delta\sigma$: Contrainte appliquée (contrainte principale maximale)

a : Profondeur de fissure

$\Delta\sigma$ vaut la partie positive de la contrainte appliquée ($\Delta\sigma = \Sigma_m + \Sigma_a$). Le facteur de forme Y évolue avec la profondeur de fissure. Pour une éprouvette cylindrique de diamètre D , la relation entre le facteur de forme et la profondeur d'une fissure semi-circulaire est exprimé sous forme polynomiale [A. Carpinteri 1993] :

$$Y = 0.64 + 0.986 \left(\frac{a}{D} \right) - 1.36 \left(\frac{a}{D} \right)^2 + 4.17 \left(\frac{a}{D} \right)^3 \quad (\text{II-11})$$

Dans notre étude, $a \ll D$ pour la plupart de durée de vie totale, on va prendre $Y = 0.64$ quelle que soit la profondeur de fissure. Le calcul de ΔK sera utilisé pour déterminer la loi de propagation d'une fissure naturelle en respectant la loi de Paris :

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (\text{II-12})$$

C, m : coefficients de loi de Paris

N : nombre de cycles

Afin de déduire la valeur de da/dN à chaque cycle, on a besoin des points expérimentaux représentant l'évolution de la longueur de fissure $2a$ en fonction du nombre de cycle N (Figure II-31). Ceux-là sont obtenus grâce à la technique des répliques comme montrée dans le paragraphe précédent. L'évolution des points expérimentaux peut se décrire de façon raisonnable par une fonction exponentielle comme suit :

$$2a = k_1 \exp(k_2 N) \quad (\text{II-13})$$

k_1, k_2 : coefficients à définir

La dérivée de a suivant la variable N donne :

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{2} k_1 k_2 \exp(k_2 N) \quad (\text{II-14})$$

Lorsque les valeurs de da/dN (II-14) et de ΔK (II-10) sont calculées à chaque point expérimental (Figure II-30), on peut tracer l'évolution de da/dN en fonction de ΔK sur un diagramme bi – logarithmique (Figure II-31). Ce diagramme nous permet de déterminer les coefficients C, m de la loi de Paris (II-12).

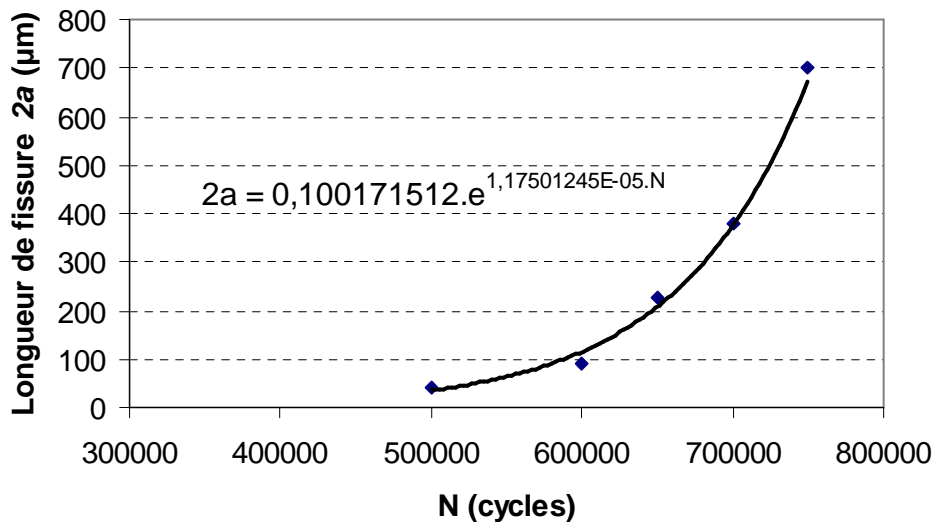


Figure II-31. Evolution de longueur de fissure en traction pure ($\Sigma_a = 250 \text{ MPa}$)

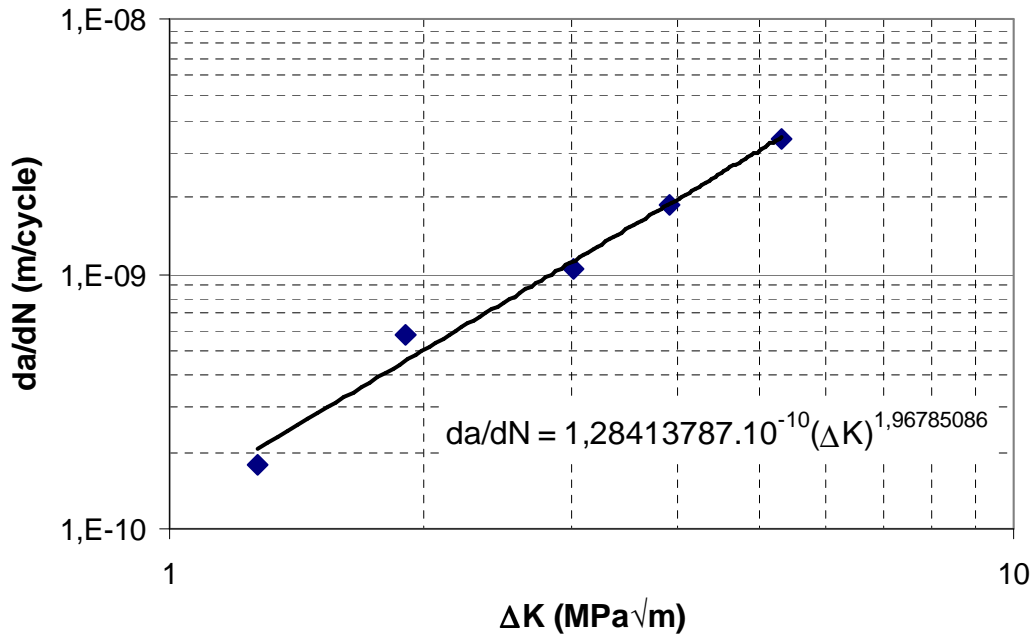


Figure II-32. Loi de propagation d'une fissure naturelle en traction pure ($\Sigma_a = 250 \text{ MPa}$)

II.5.3.2 Durée de propagation

Alors que l'évolution de la longueur de fissure $2a$ en fonction de N (Figure II-31) dépend fortement du niveau de contrainte appliquée, la relation entre da/dN et ΔK (Figure II-32) est unique quel que soit le niveau de contrainte, i.e. les valeurs de C et m sont constantes pour chaque type de chargement (traction, torsion, en phase, hors phase). Cette relation sera retenue pour le calcul de N_p . Une hypothèse a été admise que la phase de propagation d'une fissure naturelle correspond à l'évolution de sa profondeur de a_i jusqu'à a_f avec a_i profondeur d'amorçage ($2a_i = 60 \mu\text{m}$), a_f profondeur finale. Ainsi, la valeur de a_f est supposé être égale à $D/2$ (D : diamètre de l'éprouvette) (Figure II-33).

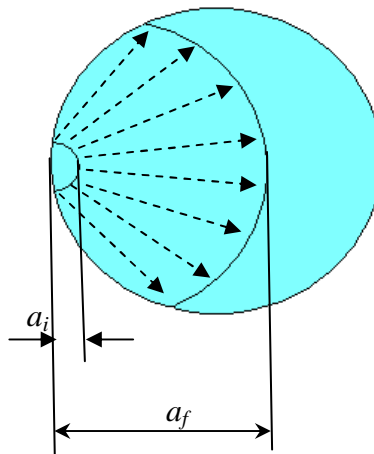


Figure II-33. Propagation d'une fissure naturelle de a_i à a_f

Le développement de la loi de Paris (II-12) nous donne une formule simple pour calculer N_p comme suit :

$$dN = \frac{1}{C \cdot \Delta K^m} da \quad (\text{II-15})$$

$$\int_0^{N_p} dN = \int_{a_i}^{a_f} \frac{1}{C \cdot \Delta K^m} da \quad (\text{II-16})$$

$$N_p = \int_{a_i}^{a_f} \frac{1}{C \cdot \Delta K^m} da \quad (\text{II-17})$$

Remplaçons ΔK par l'équation (II-10), nous obtenons l'expression de N_p en fonction de la contrainte appliquée $\Delta \sigma$:

$$N_p = \frac{2}{2-m} \left(\frac{a_f^{2-m}}{2} - \frac{a_i^{2-m}}{2} \right) \frac{1}{C (Y \cdot \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi})^m} \quad (\text{II-18})$$

Dans le cas particulier présenté sur la Figure II-32 où $\Delta \sigma = \Sigma_a = 250$ MPa, $C = 1.28413787 \cdot 10^{-10}$, $m = 1.96785086$, $a_i = 3 \cdot 10^{-5}$ m, $a_f = D/2 = 4,5 \cdot 10^{-3}$ m, nous obtenons :

$$N_p = 512444 \text{ (cycles)} \quad (\text{II-19})$$

La durée d'amorçage N_a est donc calculée par :

$$N_a = N_R - N_p = 300556 \text{ (cycles)} \quad (\text{II-20})$$

Cette méthode est applicable pour le niveau de contrainte appliquée Σ_a dans l'intervalle [240, 255] MPa sachant que la valeur de 240 MPa est la limite de fatigue en traction alternée du matériau. Au-delà de cet intervalle, l'évolution de la déformation plastique est importante, l'hypothèse de la propagation respectant la Mécanique de la Rupture en Elasticité Linéaire ne semble plus appropriée. D'autre part, certaines hypothèses utilisées dans cette méthode restent discutables. D'abord, le front de fissure semi circulaire est une hypothèse raisonnable mais n'est pas une analyse fine. Ensuite, nous avons utilisé la partie positive du cycle ($R = -1$) pour déterminer la valeur de $\Delta \sigma$. Néanmoins, il est connu que l'amplitude à considérer dans un calcul de propagation au début de la propagation est plus grande que la partie positive [Verreman et Espinosa 1997]. En résumé, l'utilisation de ΔK pour des fissures naturelles est à faire avec prudence.

En effet, lors d'une sollicitation en FGNC, le comportement macroscopique de l'éprouvette est considéré comme élastique. Pourtant, le couplage fort de la plasticité et l'endommagement à l'échelle des grains (mésoscopique) est le facteur capital gouvernant la propagation de fissure naturelle. Il est donc indispensable de prendre en compte l'évolution de plasticité et d'endommagement lors de la prédiction de durée de propagation. Une telle prise

en compte sera présentée dans le chapitre IV dans le cadre d'un modèle élasto-plastique endommageable.

II.5.4 Conclusions sur les mécanismes d'endommagement sous chargement à amplitude constante

Les mécanismes d'endommagement ont été étudiés pour de nombreux types de chargement sous amplitude constante. Deux mode d'endommagement ont été identifiés : mode diffus spécifique pour la torsion pure et mode localisé pour la plupart des types de chargement (traction, traction – torsion en phase et hors phase, défaut). Dans tous les cas, l'amorçage et le stade 1 de propagation respectent le plan de contrainte de cisaillement maximale. En stade 2 de propagation, la contrainte normale joue un rôle primordial sous chargement proportionnel mais ce rôle est moins important sous chargement non proportionnel. Ainsi, la longueur de fissure à bifurcation stade 1/stade 2 est proportionnelle à l'inverse de la contrainte normale dans le cas de chargement en phase mais irrégulière sous chargement hors phase. La cinétique d'évolution de fissures présente plus de non linéarité en mode d'endommagement localisé par rapport au mode diffus. Il est trouvé que la répartition de durée de vie en deux phase suivant le point de vue microstructural (phase d'amorçage et phase de propagation) permet de rendre compte de la non linéarité de l'évolution. Le changement de vitesse de propagation est plus marqué à la transition amorçage/propagation qu'à la bifurcation stade 1/stade 2.

II.6 Influence de la séquence de chargement

II.6.1 Récapitulatif des essais

Il est connu que l'effet de séquence de chargement est important en FGNC. Le changement d'ordre de séquence (traction puis torsion ou torsion puis traction) engendre une forte non linéarité du cumul de dommage entre deux blocs de chargement en terme de durée de vie [Miller 1993]. Afin de quantifier le cumul non linéaire, une campagne d'essais a été réalisée sous des chargements à deux blocs de traction alternée et de torsion alternée. Deux ordres de séquence sont utilisés : la traction alternée suivi par la torsion alternée ($T_a - T_o$) et inversement ($T_o - T_a$). Pour chaque essai, l'éprouvette subit un nombre de cycles défini en bloc 1 (N_1 défini) et un nombre de cycles inconnu en bloc 2 (N_2 inconnu) jusqu'à la rupture (N_f connu). A la ruine de l'éprouvette, le nombre de cycles appliqué en bloc 2 est calculé par : $N_2 = N_f - N_1$. Les amplitudes de contrainte appliquée sont de 250 MPa pour la traction et de 185 MPa pour la torsion. Les essais séparés à ces niveaux de chargements choisis en traction pure et en torsion pure conduisent à une même durée de vie de l'ordre de $3,2 \cdot 10^5$ cycles ($N_{f,Ta}$

= $N_{f,To} = 3,2 \cdot 10^5$ cycles). Une partie des éprouvettes a été observée par la technique de réplique afin de relier le résultat mécanique (en terme de durée de vie) avec les mécanismes d'endommagement. Tous les essais effectués sont résumés dans le Tableau II-5. Les résultats obtenus sont tracés en fonction des fractions de la durée de vie de chaque bloc de chargement, à savoir $N_{Ta}/N_{f,Ta}$ pour la traction et $N_{To}/N_{f,To}$ pour la torsion (Figure II-34).

Tableau II-5. Récapitulatif des essais de chargement par blocs (R = -1)

Séquence	Eprouvette	Bloc 1	N_1 (cycles)	Bloc 2	$N_2 = N_f - N_1$ (cycles)	N_f (cycles)
Ta - To	TaTo - M1	Traction	$1,5 \cdot 10^5$	Torsion	$1,15 \cdot 10^5$	$3,65 \cdot 10^5$
	TaTo - M2	pure	$2,0 \cdot 10^5$	pure	$2,31 \cdot 10^5$	$4,31 \cdot 10^5$
	TaTo - M3	$\Sigma_a = 250$	$1,0 \cdot 10^5$	$T_a = 185$	$2,58 \cdot 10^5$	$3,58 \cdot 10^5$
	TaTo - M4	MPa	$3,0 \cdot 10^5$	MPa	$0,38 \cdot 10^5$	$3,38 \cdot 10^5$
To - Ta	ToTa - M1	Torsion	$1,0 \cdot 10^5$	Traction	$2,07 \cdot 10^5$	$3,07 \cdot 10^5$
	ToTa - M2	pure	$2,0 \cdot 10^5$	pure	$2,48 \cdot 10^5$	$4,48 \cdot 10^5$
	ToTa - M3	$T_a = 185$	$1,5 \cdot 10^5$	$\Sigma_a = 250$	$1,80 \cdot 10^5$	$3,30 \cdot 10^5$
	ToTa - M4	MPa	$3,0 \cdot 10^5$	MPa	$0,60 \cdot 10^5$	$3,60 \cdot 10^5$

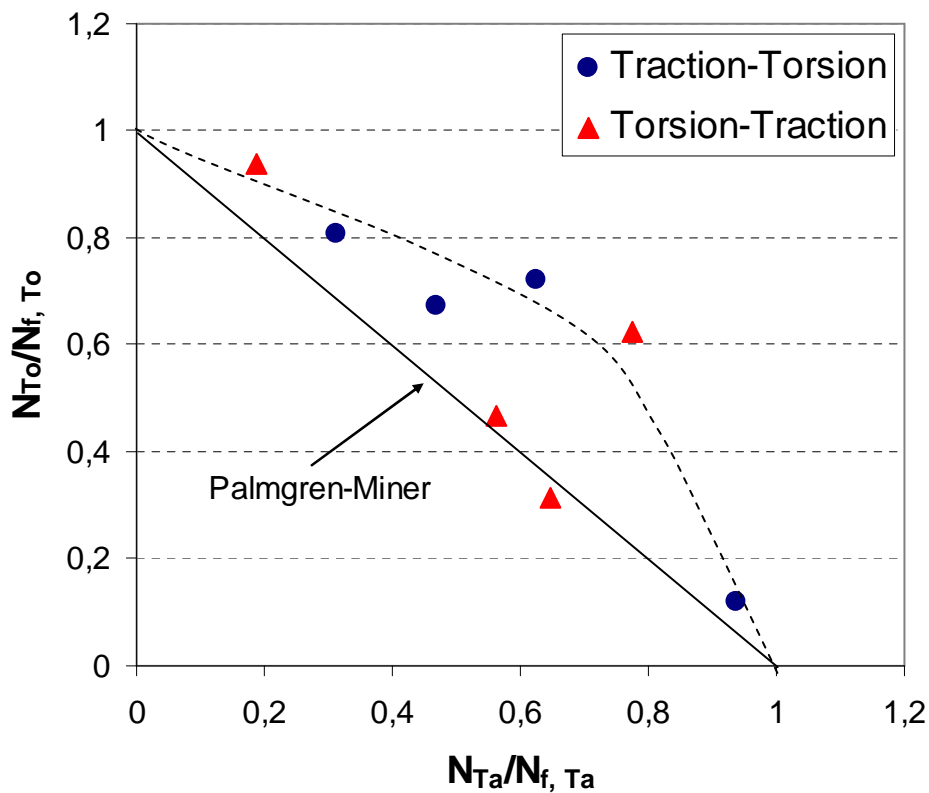


Figure II-34. Résultats expérimentaux des chargements par blocs de l'acier C35

Il apparaît que l'effet de séquence de chargement est faible pour ce matériau. Les points expérimentaux sont proche de la ligne droite de la loi de cumul linéaire de Palmgren – Miner ($N_{Ta}/N_{f,Ta} + N_{To}/N_{f,To} = 1$). Dans les deux ordres de séquence, la durée de vie augmente par rapport aux cas de chargement séparé par traction seule ou par torsion seule. Le facteur de sommation $\Sigma(N/N_f)$ varie de 0,96 (éprouvette ToTa – M1) jusqu'à 1,4 (éprouvette ToTa – M2). Ce résultat signifie que le cumul de dommage entre les blocs de chargement est modeste pour l'acier C35. D'après [Miller 1993], l'origine du cumul de dommage est l'interaction entre fissures de mode II (stade 1) et fissures de mode I (stade 2). L'ordre de séquence différente entraîne une forte variation du facteur de sommation, à savoir de 0,6 à 2,0 pour l'acier C45. Le résultat obtenu avec l'acier C35 indique que l'intensité du cumul de dommage dépend de plusieurs facteurs, l'interaction mode II/mode I ne pourrait pas être le facteur primordial gouvernant le cumul de dommage en ce matériau.

II.6.2 Séquence Traction – Torsion

Cette éprouvette (TaTo – M2) est d'abord soumise à la sollicitation de traction ($\Sigma_a = 250$ MPa) jusqu'à 2.10^5 cycles (Figure II-35). Ce nombre de cycles est suffisant pour l'amorçage d'une fissure. Sur la réplique $1,5.10^5$ cycles, une fissure de $60 \mu\text{m}$ ayant initié à partir d'une inclusion est observée. Le plan de propagation de cette fissure pourrait correspondre au plan de contrainte de cisaillement maximale de fissure type B (stade 1 - mode II) ou au plan de contrainte normale maximale de fissure type A (stade 2 – mode I). Lorsque le deuxième bloc de torsion est appliqué, la fissure principale continue de propager en mode II de torsion avant de bifurquer en mode I de torsion (réplique $2,5.10^5$ cycles). D'autre part, ce bloc de chargement permet d'amorcer plusieurs fissures secondaires en respectant les plans critiques de la torsion (répliques $3,5.10^5$ cycles, 4.10^5 cycles). Pour cette éprouvette, malgré une bonne continuité de la propagation de la fissure principale, l'éprouvette est plus résistante à la fatigue par rapport à celle soumise uniquement à la traction ou à la torsion. Il apparaît que quelque soit la type de la fissure initiée en bloc de traction (type A ou type B), sa reprise en mode II (stade 1) de torsion va ralentir la vitesse de propagation. Si la fissure initiée en bloc de traction est de type B (mode II), le passage de fissure type B à fissure type A (mode II en torsion) empêche pour quelques temps sa propagation. Dans le cas d'une fissure de type A (mode I), la transition en mode II de torsion engendre la même ralentissement.

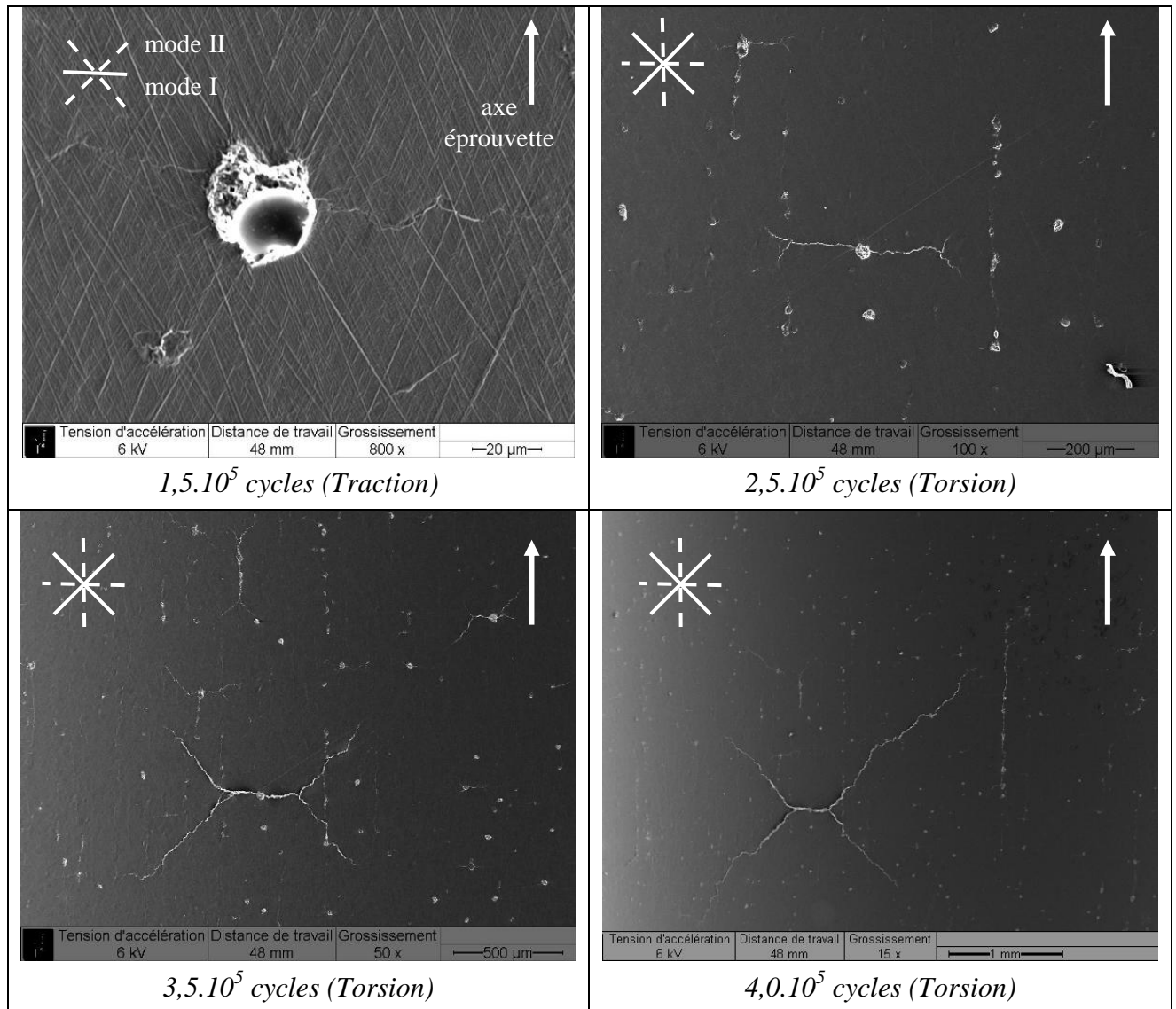


Figure II-35. Propagation de la fissure sous chargement par blocs, $N_f = 4,31 \cdot 10^5$ cycles (éprouvette TaTo – M2)

Cette éprouvette montre un exemple d'interaction entre une fissure amorcée en bloc de traction et continue de propager lors de l'application du bloc de torsion. La différence de vitesse de propagation de fissure pour chaque stade (stade 1, 2) et aussi pour chaque type de chargement (traction, torsion) semble être un facteur important gouvernant le cumul de dommage.

II.6.3 Séquence Torsion – Traction

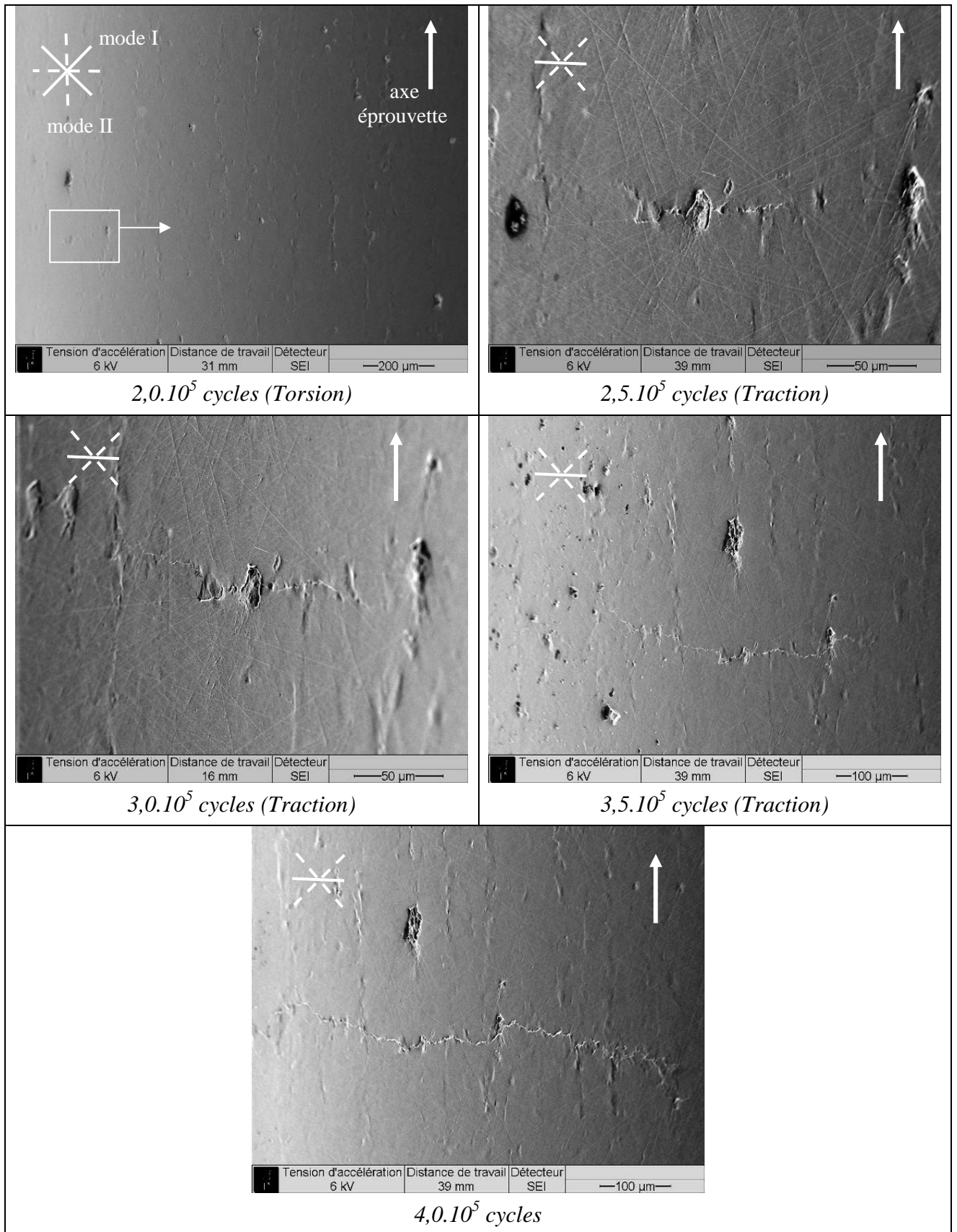


Figure II-36. Propagation de la fissure sous chargement par blocs, $N_f = 4,48 \cdot 10^5$ cycles (éprouvette ToTa – M2)

Pour ce type de chargement, l'éprouvette (ToTa – M2) subit premièrement la sollicitation de torsion ($T_a = 185$ MPa) pendant $2,0 \cdot 10^5$ cycles (Figure II-36). A la fin de ce bloc, la surface de l'éprouvette est marquée par plusieurs sites d'accumulation plastique orientés suivant le plan de contrainte de cisaillement maximale à $\alpha = 90^\circ$ (coïncident à l'axe de l'éprouvette) (réplique $2 \cdot 10^5$ cycles). Il est à noter que ce plan n'est pas favorable pour la propagation de fissure en stade 1 (mode II) de traction lors de l'application du deuxième bloc de traction ($\Sigma_a = 250$ MPa). Ainsi, une nouvelle fissure de traction s'amorce habituellement à partir de défauts de surface correspondant aux plans critiques en mode de traction (réplique $2,5 \cdot 10^5$ cycles). La propagation de cette fissure est à l'origine de la ruine de l'éprouvette (répliques $4,0 \cdot 10^5$ cycles). Malgré plusieurs marques d'accumulation plastique créées à la fin du bloc de torsion, aucun amorçage de fissure à partir de ces marques n'est détecté. Ceci montre un cas de non interaction entre l'endommagement créé au bloc de torsion et la fissure amorcée au bloc de traction. Par conséquent, la tenue en fatigue de cette éprouvette (ToTa – M2) augmente par rapport à une éprouvette soumise à la torsion seule.

La faible interaction entre deux blocs pour les essais de type To – Ta est assez fréquemment observée pour notre matériau (l'acier C35). Il faut dire que cette interaction est plus marquée pour d'autre matériau. [Zhang et Miller 1996] a rapporté un fort cumul de dommage pour ce type d'essai en acier C45. Rappelons qu'il existe deux plans critiques de contrainte de cisaillement ($\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$) en stade 1 (mode II) de torsion. Le fait que le plan $\alpha = 0^\circ$ coïncide avec le plan critique en stade 2 (mode I) de traction pourrait engendrer une accélération de la vitesse de propagation en mode I de traction lors du changement de bloc, conduisant à une diminution de la durée de vie de l'éprouvette. Dans l'acier C35, la faible présence des fissures amorcées sur le plan $\alpha = 0^\circ$ ne favorise pas une forte interaction entre deux blocs. Ceci caractérise l'effet de microstructure sur le cumul de dommage. En effet, l'amorçage de fissure en mode II de torsion préfère le plan critique orienté le long des bandes de perlite ($\alpha = 90^\circ$) plutôt que le plan transversal ($\alpha = 0^\circ$) (Figure II-29a).

II.6.4 Conclusions de l'effet de la séquence de chargement

L'effet de la séquence de chargement est faible pour l'acier C35. Pour le type d'essai Ta – To, le ralentissement de la propagation de fissure lors du changement de blocs augmente la tenue en fatigue de l'éprouvette. L'essai de type To – Ta obtient également un gain de la durée de vie en raison de l'effet de microstructure. Pourtant, il semble que l'effet de microstructure est relative faible et n'est pas le facteur primordial gouvernant le cumul de dommage. Il apparaît que la diminution de la durée de vie lors des essais To – Ta à cause de l'accélération de la

vitesse de propagation est plus souvent observée. Il se trouve que la grandeur mécanique commun qui pilote le cumul de dommage entre les blocs de chargement est la vitesse de propagation de fissure dans chaque bloc. L'interaction entre les blocs à cause de la variation de vitesse de propagation est marquée d'autant plus que la distinction phase d'amorçage/phase de propagation (ou stade 1/stade 2) est prise en compte. Cette conclusion est significative lors de la modélisation du phénomène du cumul de dommage. La prise en compte de la vitesse de propagation de fissure dans un modèle d'endommagement continu va être détaillée dans le chapitre IV.

II.7 Conclusions de l'étude expérimentale

Les mécanismes d'endommagement de l'acier C35 soumis aux chargements non proportionnel ont été observés grâce à la technique des répliques. En synthétisant les autres travaux du laboratoire menés sur ce matériau (chargement proportionnel, matériau à défaut) une cartographie des mécanismes a été proposée. L'amorçage et la propagation de la fissure sont considérés sous l'angle de la microstructure du matériau. Les conclusions suivantes sont dégagées :

- Pour l'acier C35, le chargement hors phase augmente la tenue en fatigue par rapport au chargement en phase à même rapport de contrainte k . L'effet de la phase est assez similaire pour le domaine de durée de vie limitée ($3 \cdot 10^5$ cycles) et pour celui illimitée (10^6 cycles). Il convient donc de prédire correctement la limite de fatigue liée à un chargement donné avant de passer au domaine de durée de vie limitée ($10^5 - 10^6$ cycles).
- La cartographie des mécanismes regroupe tous les chargements à amplitude constante en deux modes d'endommagement. Alors que le mode diffus homogène est spécifique pour le cas de torsion pure, le mode localisé se trouve dans la plupart des chargements : proportionnel ou non proportionnel, avec ou sans défaut. Lors de la modélisation, il sera nécessaire de faire la distinction entre ces deux modes d'endommagement.
- La vitesse de propagation de fissure se trouve être la grandeur mécanique pertinente permettant de capter certains phénomènes caractéristiques de la FGNC. Cette grandeur est reproductible en mesurant la longueur de fissure en surface grâce à la technique de réplique. Le changement de vitesse de propagation est plus marqué à la transition amorçage/propagation qu'à la bifurcation stade 1/stade 2. La distinction entre la phase d'amorçage et la phase de propagation permet d'une part d'interpréter la différence de cinétique d'évolution de fissure entre deux modes d'endommagement (localisé – diffus) et d'autre part de refléter le cumul d'endommagement non linéaire entre des

blocs de chargement. La transition amorçage/propagation sera donc retenue lors de la modélisation du cumul non linéaire de dommage (Chapitre IV).

L'étude expérimentale étant achevée, nous allons dans la suite proposer un modèle d'endommagement permettant de prédire la durée de vie de l'éprouvette soumise aux chargements complexes, à savoir le chargement non proportionnel et le chargement par blocs. Le modèle prévu doit répondre à plusieurs objectifs : prédire à la fois la limite de fatigue et la durée de vie limitée, capter l'effet de séquence de chargement lors d'un chargement par blocs. Nous sommes donc motivés pour construire d'abord un critère d'endurance permettant de répondre au premier objectif (Chapitre III). Ensuite, ce critère sera intégré dans un modèle d'endommagement dans lequel la modélisation de durée de vie et notamment celle de chargement par blocs nécessitent absolument la description des évolutions de plasticité et d'endommagement (Chapitre IV). Comme le critère fatigue sera employé en tant que surface de charge de plasticité dans le modèle d'endommagement, une approche par des invariants de contrainte a été choisie pour le critère.

- CHAPITRE III -

**Un critère de fatigue multiaxiale basé sur
des invariants de contrainte pour
chargements complexes**

Sommaire

III.1 Introduction	111
III.2 Un critère basé sur des invariants de contrainte	113
III.2.1 Formulation	113
III.2.1.1 Quelques tentatives de formulation	115
III.2.1.2 Formulation proposée	117
III.2.2 Identification des paramètres	117
III.2.2.1 Effet de déphasage	117
III.2.2.2 Effet de contrainte hydrostatique	120
III.2.3 Synopsis du critère proposé	121
III.3 Capacité de prédiction en fatigue multiaxiale	123
III.3.1 Application pour le chargement de traction (flexion) – torsion	123
III.3.2 Application à un chargement de traction – pression interne – torsion	126
III.3.3 Application à un chargement asynchrone	128
III.3.3.1 Définition de la période commune	128
III.3.3.2 Application pour le chargement asynchrone sinusoïdal de traction – torsion	131
III.3.3.3 Application pour un chargement asynchrone sinusoïdal de traction biaxiale	134
III.3.4 Effet de forme des signaux	136
III.3.5 Synthèse	138
III.4 Extension vers la prédiction de la durée de vie	139
III.4.1 Méthodologie de la prédiction de la durée de vie	139
III.4.2 Application pour l’acier C35	140
III.5 Conclusions	143

III.1 Introduction

Dans le dernier chapitre, nous avons observé l'effet de déphasage sur la tenue en fatigue pour l'acier C35. Quelques questions se posent : « Est-ce que l'effet de déphasage est similaire pour tous les aciers ? » et « Comment peut-t-on capter correctement cet effet dans la modélisation des chargements complexes ? ». L'objectif de ce Chapitre est de répondre les questions évoquées. En ce qui concerne la dernière question, plusieurs critères d'endurance de fatigue multiaxiale ont été proposés dans la littérature pour des matériaux métalliques. Comme illustré dans l'analyse bibliographique (Chapitre I), les critères peuvent être classés en quatre catégories : l'approche par plan critique [*Dang Van 1973; Findley 1959; McDiarmid 1991; Robert 1992*], l'approche intégrale [*Papadopoulos 1994; Papuga et Růžička 2008; Zenner et al. 2000*], l'approche par invariants de contrainte [*Crossland 1956; Deperrois 1991; Li et al. 2001; Mamiya et al. 2009; Sines 1959*] et l'approche énergétique [*Ellyin et Xia 1993; Palin-Luc et Lasserre 1998*].

La caractéristique du chargement non proportionnel consiste dans la variation des directions principales de contraintes qui sont fixes sous chargement proportionnel. Parmi les approches, celle du plan critique et celle intégrale font intervenir des contraintes associées à un plan matériel [*Andrea Carpinteri et Spagnoli 2001; Papadopoulos et al. 1997*]. Les critères de type plan critique cherchent d'abord un plan matériel sur lequel la combinaison des composantes de contraintes (contrainte normale et contrainte de cisaillement) atteint sa valeur maximale. La vérification des critères est ensuite effectuée sur ce plan critique. Le temps de calcul assez long pour déterminer le plan matériel critique est un inconvénient de l'approche par plan critique. Par ailleurs, dans le cas où le plan critique est défini comme le plan de contrainte de cisaillement maximale, certaines conditions de chargement conduisent à un nombre infini de plan critique. Ainsi, la composition de plusieurs critères de plan critique (Findley, Dang Van, McDiarmid) n'est pas appropriée pour un chargement déphasé. L'approche intégrale permet de franchir la limitation de l'approche par plan critique en intégrant un paramètre de fatigue sur tous les plans matériels [*Papadopoulos 1994; Papuga et Růžička 2008; Zenner et al. 2000*]. La prédiction des critères intégraux est bonne pour un chargement non proportionnel. Pourtant, le temps de calcul des critères intégraux est plus lourd que celui des critères de plan critique. Cependant, la durée de calcul reste acceptable pour un calcul d'ingénieur.

L'approche basée sur des invariants de contrainte présente un intérêt certain sur le temps de calcul par rapport aux approches de plan critique et intégrale. L'évaluation de ces critères pour l'amorçage ou le non-amorçage d'une fissure de fatigue peut être effectuée directement à partir de grandeurs de contraintes macroscopiques. Un critère représentatif de

cette approche est proposé par [Crossland 1956]. Ce critère fait intervenir une combinaison linéaire entre l'amplitude du second invariant du tenseur déviatorique et la contrainte hydrostatique maximale. Néanmoins, cette proposition n'est pas adaptée pour décrire la variation des directions principales de contraintes sous chargement non proportionnel. [Deperrois 1991] propose le premier critère basé sur la représentation du trajet de chargement donnant de meilleurs résultats que ceux obtenus par le critère de Crossland. Le défaut du critère de Deperrois concerne la non-unicité de la mesure de l'amplitude de contrainte de cisaillement dans certains cas de sollicitation [Papadopoulos et al. 1997]. Récemment, différents auteurs développent le concept de l'Ellipse Circonscrite Minimum [Li et al. 2001] et celui de l'enveloppe prismatique [Mamiya et al. 2009] pour mesurer l'amplitude effective de contrainte de cisaillement. Ces méthodes permettent de capter le caractère non proportionnel du trajet de chargement. Cependant, la procédure pour chercher l'ellipse minimum ou l'enveloppe prismatique demeure encore difficile à programmer.

Dans le but de construire un critère simple et facile à intégrer dans un modèle d'endommagement (cf. Chapitre IV), nous proposons dans ce chapitre un critère d'endurance de fatigue multiaxiale basé purement sur des invariants de contrainte macroscopique. Chaque grandeur relative à un invariant de contrainte (amplitude, valeur moyenne, valeur maximum) est testée afin de découvrir la plus pertinente permettant de refléter correctement les effets de déphasage et de contrainte moyenne sur la limite de fatigue. Il convient de noter que la plupart des critères dans la littérature ne prennent pas en compte les propriétés du matériau sur l'effet de déphasage. Ils sont donc limités pour une classe restreinte de matériaux. Un caractère important du critère proposé consiste à traiter le problème du déphasage en fonction des différentes catégories de matériaux. Le même principe est appliqué pour gérer l'effet de contrainte moyenne.

Ce chapitre est composé de trois parties. Dans la première partie, on présentera la formulation du critère ainsi que la méthode d'identification des paramètres. La deuxième partie est dédiée à la validation du critère sur des chargements multiaxiaux classiques (chargement combiné de flexion (traction) – torsion) ainsi que des sollicitations plus complexes telles que le chargement de traction – pression interne – torsion ou le chargement asynchrone. La description des signaux asynchrones suggère l'application du critère proposé pour un chargement aléatoire. En fin, l'extension du critère vers la prédiction de la durée de vie sera discutée.

III.2 Un critère basé sur des invariants de contrainte

III.2.1 Formulation

Dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles, les contraintes appliquées sont principalement au-dessous de la limite d'élasticité. Les critères d'endurance suivent volontairement l'approche en contrainte. Afin de caractériser le comportement du matériau dans ce domaine par des grandeurs telles que la limite de fatigue et les courbes S-N, les essais multiaxiaux de traction (flexion) – torsion en laboratoire sont habituellement menés sur des échantillons cylindriques soumis à des chargements sinusoïdaux. Nous nous plaçons en un point d'un échantillon dont l'état de contraintes est caractéristique d'un chargement de traction (flexion) – torsion combiné au cours d'une période $[0, T]$. Les composantes du tenseur des contraintes macroscopiques $\underline{\underline{\Sigma}}$ à chaque instant t s'expriment par :

$$\Sigma_{xx}(t) = \Sigma_{xm} + \Sigma_{xa} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad (\text{III-1})$$

$$\Sigma_{xy}(t) = \Sigma_{xym} + \Sigma_{xya} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \delta_{xy}\right) \quad (\text{III-2})$$

où Σ_{xx} et $\Sigma_{xy} = \Sigma_{yx}$ sont respectivement la composante normale et celle de cisaillement. Les indices a et m désignent l'amplitude et la valeur moyenne d'une composante. δ_{xy} représente l'angle de déphasage entre la contrainte normale et la contrainte de cisaillement. On définit $k = \Sigma_{xya}/\Sigma_{xa}$ comme le rapport d'amplitude de contrainte. Les autres composantes du tenseur des contraintes sont égales à zéro. A chaque instant, le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\Sigma}}$ est décomposé en un tenseur moyen ($\underline{\underline{\Sigma}}^m$) et un tenseur alterné ($\underline{\underline{\Sigma}}^a(t)$) :

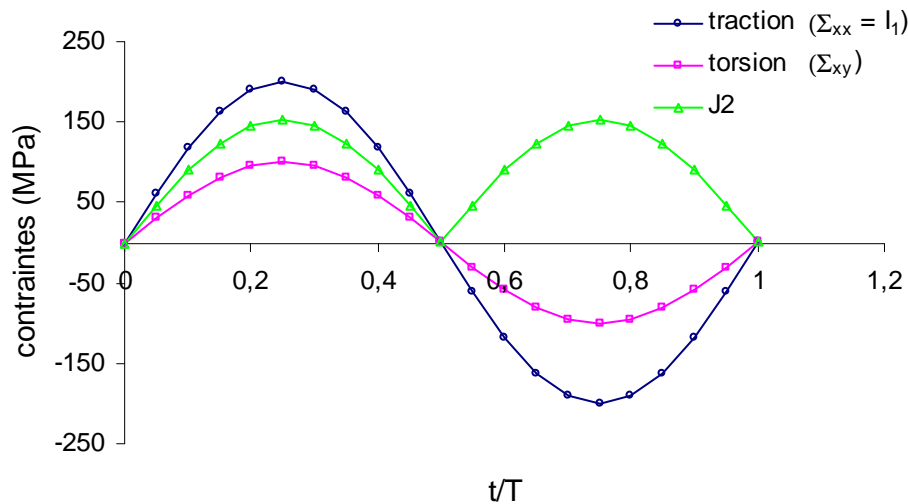
$$\underline{\underline{\Sigma}}(t) = \underline{\underline{\Sigma}}^m + \underline{\underline{\Sigma}}^a(t) \quad (\text{III-3})$$

Pour l'approche par invariants de contrainte, on fait souvent intervenir le premier invariant du tenseur des contraintes I_1 et le second invariant du déviateur des contraintes J_2 [Crossland 1956; Sines 1959] :

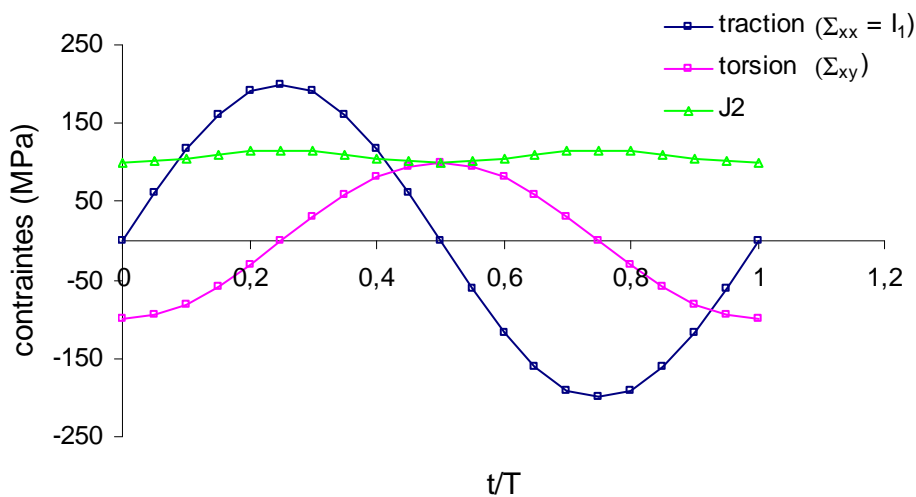
$$I_1(t) = \text{tr}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \Sigma_{xx}(t) \quad (\text{III-4})$$

$$J_2(t) = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{S}}(t) : \underline{\underline{S}}(t)} = \sqrt{\frac{\Sigma_{xx}(t)^2}{3} + \Sigma_{xy}(t)^2} \quad (\text{III-5})$$

avec $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\Sigma}}) \underline{\underline{1}}$ le déviateur des contraintes, $\text{tr}(\cdot)$ l'opérateur de trace et $\underline{\underline{1}}$ le tenseur unité.



a) Traction – torsion en phase ($k = 0.5$)



b) Traction – torsion hors phase $\delta_{xy} = 90^\circ$ ($k = 0.5$)

Figure III-1. Evolution des contraintes en fonction du temps au cours d'une période

Dans le cas du chargement proportionnel (pas d'évolution des directions principales des contraintes) (Figure III-1a), la combinaison de J_2 et I_1 est suffisante pour prédire la limite de fatigue. Plusieurs auteurs [Papadopoulos et al. 1997; Papuga et Růžička 2008] montrent que la prédiction du critère de Crossland est assez bonne pour le chargement proportionnel. Lors du chargement avec les directions principales variables (chargement non proportionnel), les critères doivent être capables de saisir la variation temporelle et spatiale du tenseur des contraintes [Zenner et al. 2000]. Des critères basés uniquement sur $J_{2,a}$ (amplitude de J_2) (Crossland, Sines) peinent à traduire cette variation, notamment pour le cas du chargement hors phase à 90° (Figure III-1b). L'analyse du critère de Crossland dans ce cas particulier ($\delta_{xy} = 90^\circ$, $\Sigma_{xm} = \Sigma_{xym} = 0$) montre que la limite de fatigue prédite est identique à

celle en traction alternée lorsque le rapport de contrainte k satisfait $0 < k \leq 1/\sqrt{3}$. De même, la limite de fatigue prédite est égale à celle en torsion alternée quand $k > 1/\sqrt{3}$. Ainsi, la combinaison entre $J_{2,a}$ et I_1 proposée par Crossland n'est pas adaptée pour le chargement de déphasage.

Dans le critère de Crossland, seule la valeur maximum $J_{2,\max}$ de $J_2(t)$ joue un rôle primordial. Ainsi, deux essais de nature différente (traction – torsion en phase, Figure III-1a ; traction – torsion hors phase, Figure III-1b) peuvent présenter des niveaux de $J_{2,\max}$ comparables alors que les limites de fatigue sont différentes. Ces deux essais diffèrent par la valeur de la moyenne de $J_2(t)$ au cours d'une période. En effet, l'évolution de $I_1(t)$ est identique quelque soit l'angle de déphasage, l'amplitude de $J_2(t)$ diminue avec la phase alors que la valeur moyenne de $J_2(t)$ augmente avec la phase (Figure III-1). Afin de décrire complètement l'effet du déphasage, on introduit une grandeur $J_{2,moy}$, valeur moyenne de $J'_2(t)$ au cours d'une période afin de capter l'influence de la phase, avec :

$$\underline{\underline{S}}^a = \underline{\underline{\Sigma}}^a - \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\Sigma}}^a) \underline{\underline{1}} \quad (\text{III-6})$$

$$J'_2(t) = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{S}}^a(t) : \underline{\underline{S}}^a(t)} = \sqrt{\frac{(\Sigma_{xx}(t) - \Sigma_{xm})^2}{3} + (\Sigma_{xy}(t) - \Sigma_{xym})^2} \quad (\text{III-7})$$

$$J_{2,moy} = \frac{1}{T} \int_0^T J'_2(t) dt \quad (\text{III-8})$$

$\underline{\underline{S}}^a$ est le tenseur déviatorique des contraintes alternées, $J'_2(t)$ est le second invariant de $\underline{\underline{S}}^a$. Un critère composé de $J'_2(t)$, $J_{2,moy}$ et $I_1(t)$ est donc envisageable. Le choix d'utiliser le terme $J'_2(t)$ (au lieu de $J_2(t)$) est motivé pour traduire l'insensibilité de la contrainte moyenne de cisaillement sur la limite de fatigue – un constat expérimental largement adopté par plusieurs auteurs [Davoli et al. 2003; Sines 1959].

III.2.1.1 Quelques tentatives de formulation

Habituellement, un critère de fatigue est construit à partir de deux composantes, l'une prend en compte l'effet de contrainte de cisaillement et l'autre traduit l'effet de contrainte normale. Comme le rôle de la contrainte de cisaillement est plus important que celui de la contrainte normale dans l'amorçage de fissure, de nombreuses méthodes ont été proposées pour mesurer son influence. Il s'agit de $J_{2,a}$ dans le critère de Crossland [Crossland 1956], de l'amplitude

de la cission résolue dans le critère de Papadopoulos [Papadopoulos 1994] ou de la contrainte effective de cisaillement dans des approches par trajet de chargement [Deperrois 1991; Li et al. 2001; Mamiya et al. 2009]. Dans cette étude, en introduisant la grandeur $J_{2,moy}$, plusieurs tentatives ont été testées :

$$\text{- Formulation 1 : } f = \gamma_1 J_2'(t) + \gamma_2 J_{2,moy} + \gamma_3 I_{1,max} \leq \beta \quad (\text{III-9})$$

$$\text{- Formulation 2 : } f = \sqrt{\gamma_1 J_2'(t)^2 + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_{1,max}} \leq \beta \quad (\text{III-10})$$

$$\text{- Formulation 3 : } f = \sqrt{\gamma_1 J_2'(t)^2 + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_{1,max}^2} \leq \beta \quad (\text{III-11})$$

$$\text{- Formulation 4 : } f = \sqrt{\gamma_1 J_2'(t)^2 + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_{1,max}} \leq \beta \quad (\text{III-12})$$

où $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ et β sont les paramètres du matériau. Dans un premier temps, l'effet de la contrainte hydrostatique est capté par le terme $I_{1,max} = I_{1,a} + I_{1,m} = 3\Sigma_{H,max}$, $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ étant respectivement l'amplitude et la partie moyenne de $I_1(t)$, $\Sigma_{H,max}$ étant la valeur maximale de la contrainte hydrostatique. Les formulations testées traduisent différentes façons de prendre en compte l'effet du déphasage via les grandeurs $J_2'(t)$ et $J_{2,moy}$ et l'effet de la contrainte hydrostatique via $I_{1,max}$. Les capacités de prédiction des formulations sont vérifiées sur une base de données de 119 essais pour différents aciers rapportés par plusieurs auteurs (Annexes A, B). De plus, on divise les 119 essais en plusieurs catégories pour tester séparément les effets. Il s'agit de la catégorie des chargements en phase sans contrainte moyenne (test de l'effet de multiaxialité), celle des chargements hors phase sans contrainte moyenne (test de l'effet du déphasage), celle des chargements en phase avec contrainte moyenne (test de l'effet des contraintes moyennes) et celle des chargements hors phase avec contrainte moyenne (test sur l'ensemble des effets). Le résultat obtenu pour chaque catégorie permet de choisir la formulation reflétant le mieux tous les effets. En effet, toutes les formulations sont satisfaisantes pour capter l'effet de la multiaxialité (catégorie 1). Les prédictions pour l'effet du déphasage (catégorie 2) sont comparables pour toutes les quatre formulations mais les dernières se distinguent par la capacité à décrire l'effet des contraintes moyennes (catégorie 3). Il est indiqué que la formulation 4 donne les meilleures prédictions pour les chargements avec contrainte moyenne. D'autre part, les résultats de la formulation 4 peuvent être encore améliorés à l'aide de l'utilisation d'une fonction $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ au lieu du terme $I_{1,max}$ classique (cf. Paragraphe III.2.2.2). Il faut préciser que la comparaison entre les critères est quantitative sur une base d'essais important (119 essais) mais ce n'est pas basé sur la compréhension des phénomènes physiques. Ainsi, nous nous limitons à tester des critères identifiables avec seulement deux essais de fatigue.

III.2.1.2 Formulation proposée

Grâce aux remarques sur la formulation 4, un critère d'endurance de fatigue multiaxial est alors construit sous la forme :

$$f = \sqrt{\gamma_1 J_2'(t)^2 + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_f(I_{1,a}, I_{1,m})} \leq \beta \quad (\text{III-13})$$

dans laquelle $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ et β sont les paramètres du matériau. Dans la formule (III-13), $J_2'(t)$ et $J_{2,moy}$ captent l'effet de contrainte de cisaillement (et l'effet de la phase) alors que $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ est une fonction de $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ reflétant respectivement les effets de l'amplitude et de la partie moyenne de la contrainte hydrostatique. Les valeurs de $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ sont définies classiquement par :

$$I_{1,a} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} I_1(t) - \min_{t \in T} I_1(t) \right\} \quad (\text{III-14})$$

$$I_{1,m} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} I_1(t) + \min_{t \in T} I_1(t) \right\} \quad (\text{III-15})$$

L'expression de $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ est telle que, dans le cas de chargement alterné ($I_{1,m} = 0$), on a $I_f = I_{1,a}$. Pour les autres cas ($I_{1,m} \neq 0$) une expression générale de $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ sera analysée au prochain paragraphe. Le terme $J_2'(t)$ est utilisé (au lieu de $J_2(t)$) pour rendre le critère insensible au cisaillement moyen. Au contraire, le critère prédit une forte dépendance de la limite de fatigue à la contrainte normale moyenne. D'un point de vue phénoménologique, cette prise en compte des effets des contraintes moyennes du critère (III-13) est conforme aux constats expérimentaux largement connus [Davoli et al. 2003; Papadopoulos et al. 1997; Sines 1959].

Pour une sollicitation appliquée, on cherche la valeur maximale de f en fonction du temps au cours d'une période T et on la compare avec la valeur de β - paramètre du matériau. La sollicitation appliquée est au-dessous de la limite de fatigue si $f_{\max} \leq \beta$ et au-dessus si $f_{\max} > \beta$.

III.2.2 Identification des paramètres

III.2.2.1 Effet de déphasage

Comme la plupart des critères dans la littérature, le critère proposé est identifié à partir de deux limites de fatigue, par exemple en torsion purement alternée (t_{-1}) et en traction purement alternée (f_{-1}) (ou en torsion alternée t_{-1} et en traction répétée f_0). Dans le cas de torsion purement alternée ($\Sigma_{xya} = t_{-1}$, $\Sigma_{xym} = 0$, $I_f = I_{1,a} = 0$, $\delta_{xy} = 0$), le critère (III-13) devient :

$$f_{\max} = \Sigma_{xy,a} \sqrt{\gamma_1 + \frac{4}{\pi^2} \gamma_2} \leq \beta \quad (\text{III-16})$$

Comme $\Sigma_{xya} = t_{-1}$, on peut choisir:

$$\beta = t_{-1} \quad (\text{III-17})$$

$$\gamma_1 + \frac{4}{\pi^2} \gamma_2 = 1 \quad (\text{III-18})$$

Les coefficients γ_1 et γ_2 sont identifiés pour chaque matériau en respectant (III-18). La valeur de γ_3 est déterminée à l'aide de la limite de fatigue en traction purement alternée. Dans ce cas ($\Sigma_{xa} = f_{-1}$, $\Sigma_{xm} = 0$, $I_f = I_{1,a} = \Sigma_{xa}$, $\delta_{xy} = 0$), on a :

$$f_{\max} = \sqrt{\left(\gamma_1 + \frac{4}{\pi^2} \gamma_2\right) \frac{\Sigma_{xa}^2}{3} + \gamma_3 \Sigma_{xa}} \leq \beta \quad (\text{III-19})$$

d'où, en tenant compte de (III-17) et (III-18) :

$$\gamma_3 = \frac{t_{-1}^2 - f_{-1}^2/3}{f_{-1}} \quad (\text{III-20})$$

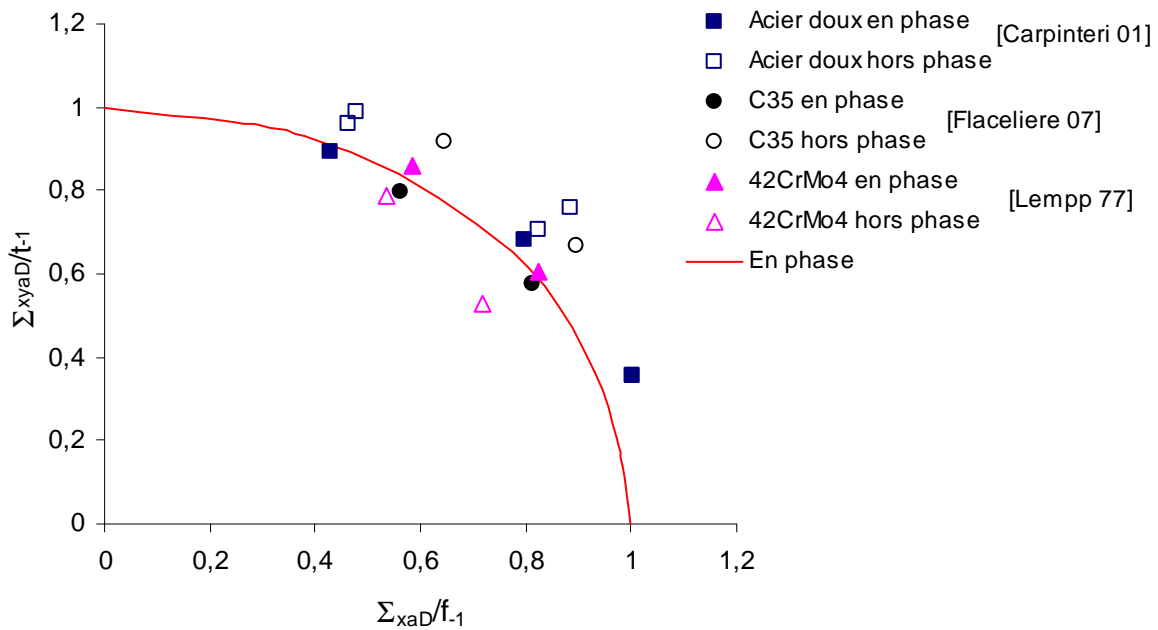


Figure III-2. Effet de déphasage sur la limite de fatigue pour quelques aciers

Parmi quatre paramètres du critère ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \beta$), β et γ_3 sont identifiés directement à l'aide de deux limites de fatigue. Pour γ_1 et γ_2 , leurs valeurs sont déterminées grâce à l'effet du déphasage de chaque matériau. Par comparaison au chargement proportionnel (même rapport de contrainte k), il est très important de remarquer que la limite de fatigue augmente avec le déphasage pour certains aciers à faible résistance (acier doux [Andrea Carpinteri et Spagnoli 2001], C35 [Flaceliere et al. 2007a]) et diminue pour certains autres à haute

résistance (42CrMo4 [Lempp 1977], 30NCD16 [Banvillet et al. 2003]) (Figure III-2). La Figure III-2 présente l'effet de déphasage pour quelques aciers dans l'espace des limites de fatigue normées. Σ_{xaD} et Σ_{xyaD} définissent respectivement les amplitudes de contrainte normale et de cisaillement, associées à la limite de fatigue pour un chargement multiaxial. La courbe « en phase » résume l'effet général des chargements en phase des trois aciers. La plupart des critères existants traitent l'effet de déphasage suivant une seule tendance (augmentation ou diminution de limite de fatigue); cela ne permet pas de prédire correctement la limite de fatigue sous chargement non proportionnel pour différentes classes d'aciers. Le critère proposé permet de prendre en compte différents effets de déphasage en variant les valeurs de γ_1 et γ_2 à condition de respecter la relation (III-18) et alors les bornes : $0 \leq \gamma_1 \leq 1$ et $0 \leq \gamma_2 \leq \pi^2/4$. En effet, les conditions $\gamma_1 \geq 0$ et $\gamma_2 \geq 0$ sont choisies moins strictement mais pour assurer la positivité de l'expression sous la racine. De plus, les valeurs identifiées de γ_1 et γ_2 sont au milieu dans les bornes proposées. L'influence du déphasage peut être caractérisée par le rapport entre la limite de fatigue sous chargement hors phase ($\delta_{xy} = 90^\circ$) et celle sous chargement en phase tout en conservant un même rapport k :

$$\text{rapport de déphasage} = \Sigma_{xaD}(\delta_{xy} = 90^\circ) / \Sigma_{xaD}(\delta_{xy} = 0^\circ) \quad (\text{III-21})$$

L'influence de γ_1 sur le rapport de déphasage (III-21) (pour $k = 0.5$) pour l'acier C35 est illustrée sur la Figure III-3.

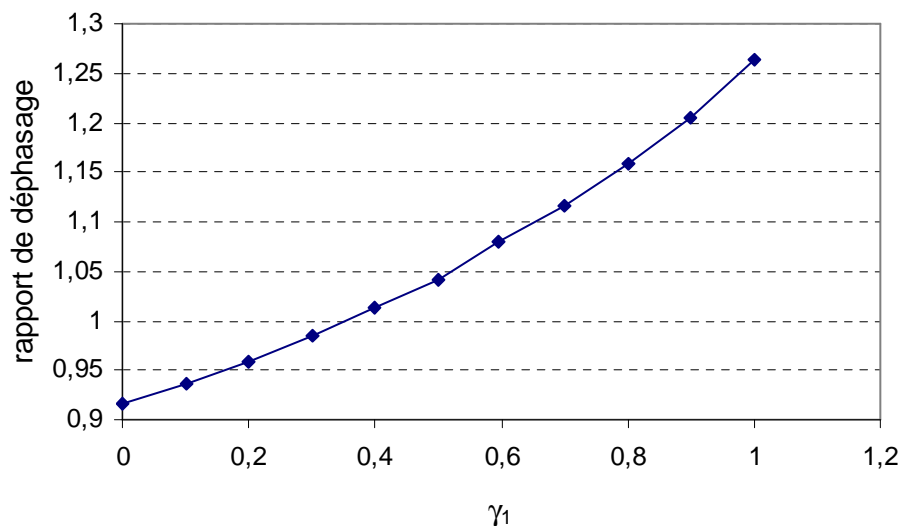


Figure III-3. Influence de γ_1 sur le rapport de déphasage pour l'acier C35 ($k = 0.5$)

Comme le montre la Figure III-3, on peut ajuster la valeur de γ_1 (ou, de manière équivalente, γ_2 car γ_1 et γ_2 sont liés par (III-18)) afin d'obtenir un rapport de déphasage supérieur ou inférieur à 1, selon la classe d'aciers considérée. Fondée sur une grande base de

données de 119 essais pour divers aciers rapportés par plusieurs auteurs [Banvillet *et al.* 2003; Andrea Carpinteri et Spagnoli 2001; Froustey et Lasserre 1989; Papadopoulos *et al.* 1997; Papuga et Růžička 2008], une procédure d'optimisation a été effectuée pour chercher les valeurs les plus pertinentes de γ_1 et γ_2 pour différentes classes d'aciers. Pour des raisons de simplicité, nous proposons de séparer deux classes d'acier suivant deux tendances de l'effet de déphasage, la distinction se faisant sur la valeur de la contrainte à la rupture R_m :

$$- \text{ Acier à faible résistance } (R_m < 750 \text{ MPa}) : \gamma_1 = 0.65 \text{ et } \gamma_2 = 0.8636 \quad (\text{III-22})$$

$$- \text{ Acier à haute résistance } (R_m > 750 \text{ MPa}) : \gamma_1 = 0.3 \text{ et } \gamma_2 = 1.7272 \quad (\text{III-23})$$

La catégorie de l'acier à faible résistance correspond à un rapport de déphasage supérieur à 1 (augmentation de limite de fatigue par effet de déphasage) et la catégorie de l'acier à haute résistance reflète la tendance à la diminution de la limite de fatigue.

III.2.2.2 Effet de contrainte hydrostatique

Alors que l'indépendance du cisaillement moyen sur la tenue en fatigue est largement admise, l'influence de la contrainte moyenne de traction (ou flexion) est encore une question ouverte. On peut citer plusieurs lois empiriques (Söderberg, Goodman, Gerber, Marin) qui décrivent l'influence d'une contrainte moyenne sur la limite de fatigue pour des essais du type traction – compression ou flexion. Elles prennent différentes formes (ligne droite, ellipse ou parabole) dans un diagramme de Haigh (contrainte moyenne – amplitude admissible). Dans les critères multiaxiaux, il semble que deux approches ont été largement admises. Les critères basés sur des invariants emploient souvent la contrainte hydrostatique maximale, soit l'intervention du terme $\sigma_{H,\max} = I_{1,a} + I_{1,m}$ [Crossland 1956; Deperrois 1991; Li *et al.* 2001; Mamiya *et al.* 2009], ou la séparation des influences de l'amplitude et de la partie moyenne [Kakuno *et Kawada* 1979]. Les critères de type plan critique ou intégral font intervenir la contrainte normale sur un plan matériel [Findley 1959; Papuga et Růžička 2008; Robert 1992; Zenner *et al.* 2000].

Dans le critère proposé (III-13), la prise en compte de la contrainte hydrostatique est gérée par l'expression du terme $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$. En effet, l'influence relative de l'amplitude $I_{1,a}$ et de la partie moyenne $I_{1,m}$ dépend du type de matériau. Différents auteurs [Sonsino *et Grubisic* 1996; Zenner *et al.* 2000] rapportent que la sensibilité à la contrainte hydrostatique moyenne augmente avec la valeur de la contrainte à rupture R_m du matériau. Récemment, [Papuga et Růžička 2008] mettent en évidence une influence plus prononcée de $I_{1,m}$ que celle de $I_{1,a}$. Il a été constaté que le rapport f_{-1}/t_{-1} amplifiant l'influence de la partie moyenne $I_{1,m}$ donne les meilleures prédictions pour des aciers à haute résistance. Sur le même principe que

pour l'effet de déphasage, nous proposons de distinguer l'effet de la contrainte hydrostatique moyenne pour deux catégories d'aciers :

$$- \text{ Acier à faible résistance } (R_m < 750 \text{ MPa}) : I_f(I_{1,a}, I_{1,m}) = I_{1,a} + I_{1,m} \quad (\text{III-24})$$

$$- \text{ Acier à haute résistance } (R_m > 750 \text{ MPa}) : I_f(I_{1,a}, I_{1,m}) = I_{1,a} + \frac{f_{-1}}{t_{-1}} I_{1,m} \quad (\text{III-25})$$

Il est à noter que les expressions de $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ sont optimisées à partir de données expérimentales pour des aciers. Le critère proposé est donc ouvert : d'autres expressions de $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ peuvent être ajoutées selon la classe de matériaux considérée.

III.2.3 Synopsis du critère proposé

Le critère proposé est construit uniquement sur des invariants du tenseur des contraintes macroscopique. Du point de vue phénoménologique, ce critère tient compte des effets clés de contrainte moyenne sur la limite de fatigue : non influence du cisaillement moyen et forte dépendance à la contrainte moyenne de traction (ou flexion). Outre les grandeurs classiques ($J'_2(t), I_{1,a}, I_{1,m}$), la grandeur $J_{2,moy}$ joue un rôle majeur pour saisir l'effet de déphasage. Il faut ajouter que plusieurs formulations avec différentes composantes des invariants ont été testées avant la forme proposée (III-13). La construction du critère est modulaire : on cherche d'abord la description de déphasage et ensuite la prise en compte de contrainte hydrostatique. Les versions testées sont présentées dans l'Annexe B. Certaines versions donnent aussi des prédictions satisfaisantes pour la base de données de 119 essais (formulation 1), néanmoins moins conservatives que la formulation 4.

Nous avons besoin de connaître trois propriétés mécaniques t_{-1} , f_{-1} et R_m pour la mise en œuvre du critère proposé pour chaque matériau. Les valeurs proposées pour γ_1, γ_2 (III-22), (III-23) et les expressions pour $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ (III-24), (III-25) sont optimisées à partir de la base de données de 119 essais pour huit aciers. La distinction entre les aciers à faible résistance et ceux à haute résistance se trouve être pertinente pour ces matériaux comme le montrera le prochain paragraphe. Pour un matériau dont le comportement est différent des classes proposées, un essai caractérisant le rapport de déphasage (III-21) du matériau est suffisant pour évaluer les valeurs de γ_1 et γ_2 (Figure III-3). En perspective, d'autres classes de matériau telles que des alliages d'aluminium peuvent être envisagées selon la disponibilité des données expérimentales.

Du point de vue du calcul, l'implantation numérique du critère est simple, sans procédure spécifique. Pour le cas de chargement proportionnel ($\delta_{xy} = 0$), l'évaluation du critère peut être résolue analytiquement (voir paragraphe III.3.2). Pour les autres cas ($\delta_{xy} \neq 0$), seul le calcul de $J_{2,moy}$ demande une intégration numérique. La Figure III-4 illustre l'algorithme du critère proposé pour un chargement multiaxial périodique synchrone. Dans les paragraphes suivants, la capacité de prédiction du critère sera confrontée à différents types de chargements multiaxiaux complexes issus de la littérature.

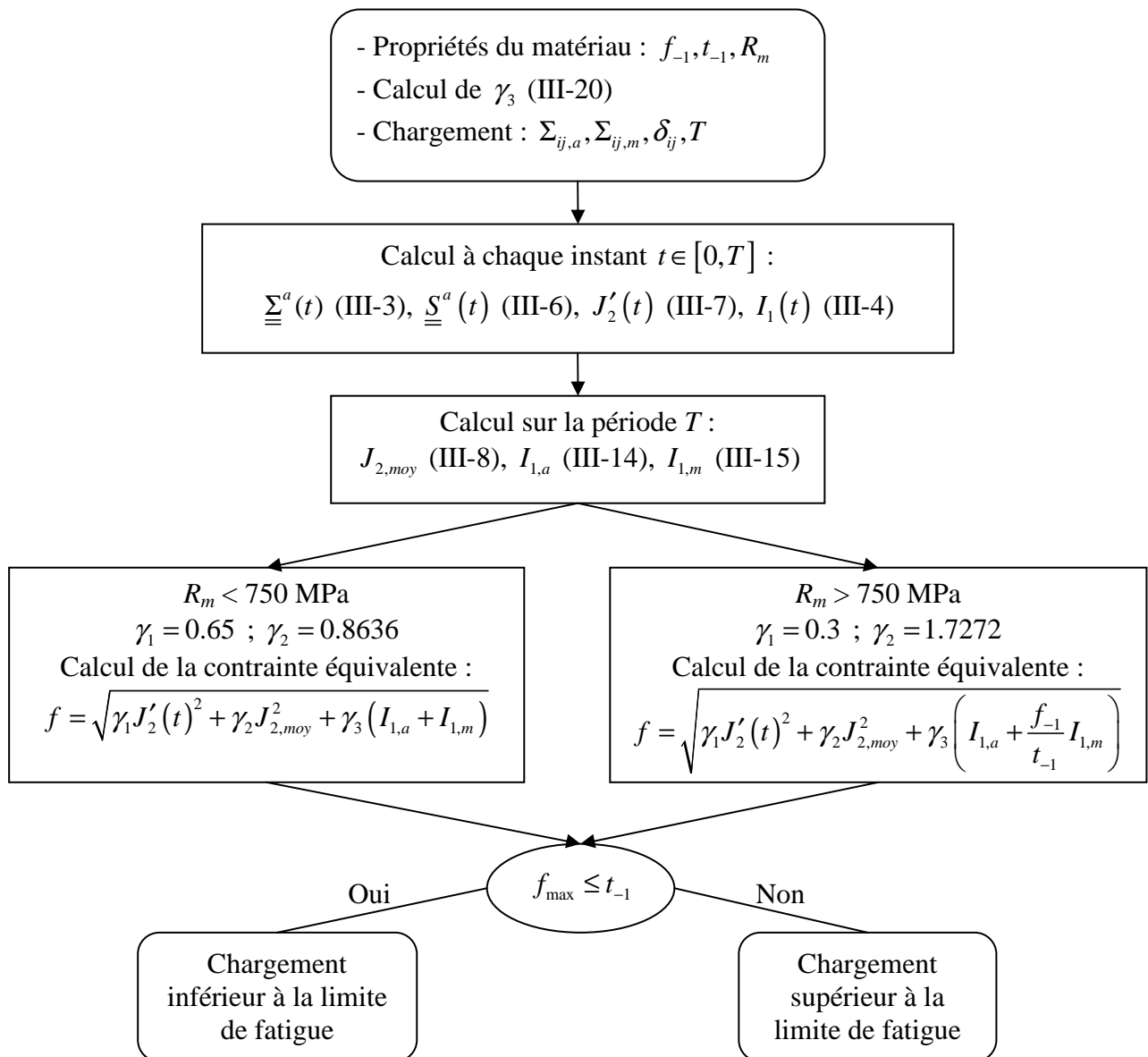


Figure III-4. Algorithme du critère proposé pour un chargement multiaxial périodique synchrone

III.3 Capacité de prédiction en fatigue multiaxiale

Le critère sera examiné d'abord pour une large base de données d'essais sinusoïdaux synchrones de traction (flexion) – torsion combinée avant de passer aux chargements plus complexes (traction – pression interne – torsion, chargement asynchrone). La qualité de prédiction du critère est évalué à l'aide d'un indice d'erreur I définie par :

$$I = \left(\frac{f_{\max} - \beta}{\beta} \right) \cdot 100 \text{ (\%)} \quad (\text{III-26})$$

Cet indice mesure la différence relative entre l'estimation du critère et la donnée expérimentale. Une valeur négative de I signifie que le critère prédit une limite de fatigue supérieure à celle expérimentale, conduisant à une prédiction non-conservative. Inversement, une valeur positive de I correspond à une prédiction conservative.

III.3.1 Application pour le chargement de traction (flexion) – torsion

Toutes les données expérimentales abordées dans ce paragraphe concernent des histoires de chargement sinusoïdales, de même fréquence pour toutes les composantes du tenseur des contraintes :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{pmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} & 0 \\ \Sigma_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_{xm} + \Sigma_{xa} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) & \Sigma_{xym} + \Sigma_{xya} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \delta_{xy}\right) & 0 \\ \Sigma_{xym} + \Sigma_{xya} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \delta_{xy}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III-27})$$

Un grand nombre de résultats expérimentaux permet une évaluation sûre de la qualité de prédiction du critère. Il s'agit de 119 essais pour huit aciers en provenance des publications [Froustey et Lasserre 1989], [Papadopoulos et al. 1997], [Andrea Carpinteri et Spagnoli 2001], [Banvillet et al. 2003] et [Papuga et Růžička 2008] (cf. Annexe A). A titre de comparaison, les prédictions des critères de [Crossland 1956], [Dang Van et al. 1989], [Papadopoulos et al. 1997] et [Papuga et Růžička 2008] sont également présentées. Le critère de Crossland est représentatif des approches classiques basées sur des invariants de contrainte. Le critère de Dang Van donne les meilleurs résultats parmi les approches de plan critique, d'après [Papuga et Růžička 2008]. Le critère de Papadopoulos est largement utilisé et cité alors que les prédictions du critère de Papuga sont très bonnes pour 119 essais. L'indice d'erreur I^a représente les résultats de prédiction du critère de Crossland, I^b pour le critère de Dang Van, I^c pour le critère de Papadopoulos, I^d pour le critère de Papuga et I^e pour le critère proposé (III-13). Les valeurs de I^b et I^d proviennent de [Papuga et Růžička 2008] alors que les autres ont été programmés dans le cadre de cette comparaison.

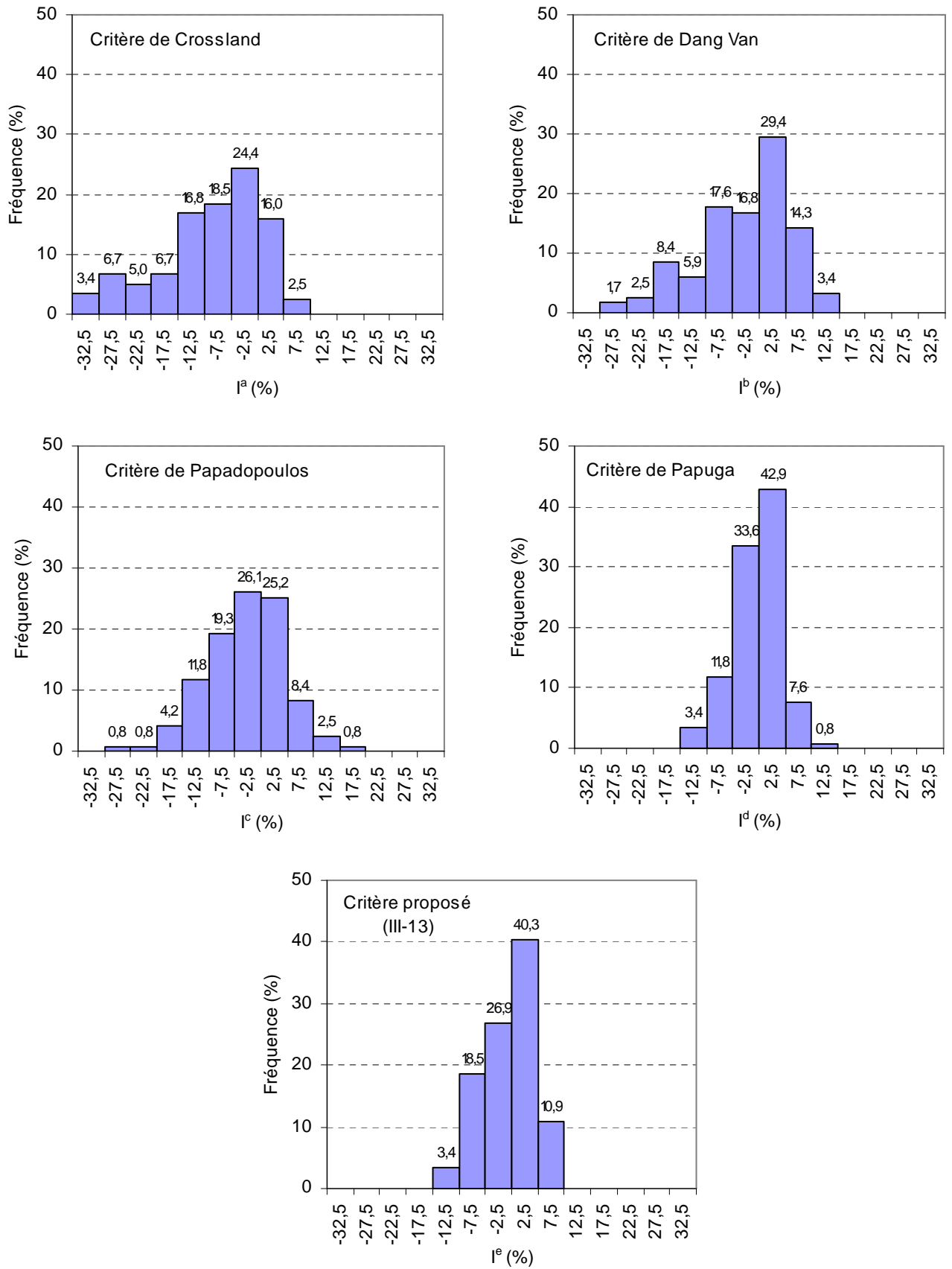


Figure III-5. Histogramme des indices d'erreur pour les critères testés

A des fins de comparaison, tous les résultats de prédiction sont regroupés dans un histogramme (Figure III-5), permettant d'observer la statistique de dispersion de chaque critère [Andrea Carpinteri et Spagnoli 2001; Papadopoulos et al. 1997; Papuga et Růžička 2008]. Chaque valeur calculée de I est placée dans des intervalles de 5% pour construire l'histogramme total. Le nombre de résultats dans l'intervalle de [-10, 10] % peut être employé pour comparer quantitativement les qualités de prédiction des critères testés. Afin de mieux appréhender les raisons de la dispersion des résultats, il est important d'analyser séparément chaque effet, à savoir l'effet de déphasage et l'effet de contrainte moyenne. Comme montré également par [Papuga et Růžička 2008], les propositions des critères de Crossland et Dang Van ne sont pas adaptées pour décrire l'effet de déphasage. Ces deux critères prédisent une forte augmentation de la limite de fatigue dans le cas de chargement hors phase par rapport au cas de chargement en phase. Cela conduit à de nombreuses prédictions non-conservatives, en particulier pour le chargement hors phase à 90° : I^a et I^b sont dans l'intervalle de [-20, -30] % (cf. Annexe A). Au contraire, pour ce type de chargement, le critère de Papadopoulos ne prévoit aucun effet du déphasage sur la limite de fatigue. Par conséquent, le critère de Papadopoulos reflète bien l'effet du déphasage pour la classe des aciers à haute résistance mais mène à des prédictions trop conservatives ($I^c > 15\%$) pour des aciers à faible résistance. De plus, la dispersion des résultats du critère de Papadopoulos augmente pour le chargement avec contrainte moyenne. Le critère de Papuga apporte de bonnes prédictions pour l'effet du déphasage et l'effet de la contrainte moyenne. Toutefois, le temps de calcul reste l'inconvénient majeur de ce critère de type intégral.

Les prédictions du critère proposé (III-13) présentées sur la Figure III-5 sont très encourageantes pour une formulation simple et facile à utiliser. Les grandeurs mises en jeu ($J_2'(t)$, $J_{2,moy}$ et $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$) sont calculées facilement à partir du tenseur des contraintes macroscopique. La détermination de la contrainte équivalente f (III-13) (fonction du temps) ne demande pas les calculs lourds liés aux plans matériels comme les critères de type plan critique et intégral. Pour le type de chargement en question (sinusoïdal périodique synchrone) le temps de calcul est négligeable. Plus de 67 % des résultats figurent dans l'intervalle de [-5, 5] % et plus de 96 % tombent dans l'intervalle de [-10, 10] %. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus par le critère de Papuga et plus performants que les critères de Crossland, Dang Van et Papadopoulos. Grâce à cette base de données (119 essais), le critère proposé s'avère pertinent pour refléter deux effets prépondérants de la fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles : l'effet du déphasage et l'effet de la contrainte moyenne.

III.3.2 Application à un chargement de traction – pression interne – torsion

En service, les pièces mécaniques peuvent subir en même temps des sollicitations suivant des axes différents. On peut citer, par exemple, le triangle de suspension automobile. Dans le laboratoire, on peut tester ce type de chargement grâce à des essais de traction biaxiale sur éprouvettes cruciformes ou des essais de traction – pression interne (avec la présence éventuelle de la composante de torsion) sur éprouvettes cylindriques creuses. Pour le dernier cas, à priori, l'épaisseur des parois de l'éprouvette est suffisamment petite par rapport au diamètre de l'éprouvette, assurant l'état de contraintes planes. Le tenseur des contraintes est donc donné par:

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{pmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xy} & 0 \\ \Sigma_{xy} & \Sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_{xm} & \Sigma_{xym} & 0 \\ \Sigma_{xym} & \Sigma_{ym} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Sigma_{xa} \sin(\omega t) & \Sigma_{ya} \sin(\omega t - \delta_{xy}) & 0 \\ \Sigma_{ya} \sin(\omega t - \delta_{xy}) & \Sigma_{ya} \sin(\omega t - \delta_{yy}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III-28})$$

où δ_{yy} désigne l'angle de déphasage entre les deux composantes de contrainte normale (Σ_{xx} et Σ_{yy}), $\omega = 2\pi/T$ avec T la période du chargement (période commune pour toutes les composantes). Nous allons présenter la solution analytique du critère pour le cas de chargement proportionnel ($\delta_{xy} = \delta_{yy} = 0$) sachant que cette solution est aussi applicable pour le cas de traction (flexion) – torsion (cas $\Sigma_{yy} = 0$ - paragraphe III.3.1).

Sous chargement proportionnel, les valeurs de $J'_2(t)$, $J_{2,moy}$ et $I_1(t)$ sont déterminées comme suit :

$$J'_2(t) = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{S}}^a(t) : \underline{\underline{S}}^a(t)} = \sqrt{\left(\frac{1}{3} (\Sigma_{xa}^2 - \Sigma_{xa} \Sigma_{ya} + \Sigma_{ya}^2) + \Sigma_{xya}^2 \right) \cdot \sin^2(\omega t)} \quad (\text{III-29})$$

$$J_{2,moy} = \frac{1}{T} \int_0^T J'_2(t) dt = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1}{3} (\Sigma_{xa}^2 - \Sigma_{xa} \Sigma_{ya} + \Sigma_{ya}^2) + \Sigma_{xya}^2} \quad (\text{III-30})$$

$$I_1(t) = \text{tr}(\underline{\underline{\Sigma}}(t)) = \Sigma_{xm} + \Sigma_{xa} \sin(\omega t) + \Sigma_{ym} + \Sigma_{ya} \sin(\omega t) \quad (\text{III-31})$$

Les valeurs de $I_{1,a}$, $I_{1,m}$ et alors f_{\max} sont calculées au cours de la période T :

$$I_{1,a} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} I_1(t) - \min_{t \in T} I_1(t) \right\} = \Sigma_{xa} + \Sigma_{ya} \quad (\text{III-32})$$

$$I_{1,m} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} I_1(t) + \min_{t \in T} I_1(t) \right\} = \Sigma_{xm} + \Sigma_{ym} \quad (\text{III-33})$$

$$f_{\max} = \sqrt{\frac{1}{3} (\Sigma_{xa}^2 - \Sigma_{xa} \Sigma_{ya} + \Sigma_{ya}^2) + \Sigma_{xya}^2} + \gamma_3 I_f(I_{1,a}, I_{1,m}) \quad (\text{III-34})$$

L'expression de f_{\max} pour le chargement proportionnel est simple. Il est intéressant de noter que les coefficients γ_1 et γ_2 n'interviennent pas dans l'équation (III-34) grâce à la relation $\gamma_1 + (4/\pi^2)\gamma_2 = 1$ (III-18). Cela signifie que l'intervention de la grandeur $J_{2,moy}$ traduit le caractère non proportionnel du chargement. L'implantation numérique du critère pour le cas général ($\delta_{xy} \neq 0$, $\delta_{yy} \neq 0$) suit simplement l'algorithme exposé sur la Figure III-4. Seule l'évaluation de $J_{2,moy}$ nécessite un traitement numérique spécifique peu complexe. Le Tableau III-1 présente les confrontations des prédictions du critère aux résultats expérimentaux rapportés par Mielke pour l'acier 25CrMo4 [Mielke 1980]. Il est montré que les prédictions du critère sont bonnes et conservatives. Tous les résultats (I^e) se situent dans l'intervalle de [0, 15] %.

Tableau III-1. Limites d'endurance en traction – pression interne – torsion pour l'acier 25CrMo4 ($f_{-1} = 361$ MPa, $t_{-1} = 228$ MPa, $R_m = 780$ MPa) [Mielke 1980]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{ya} (MPa)	Σ_{ym} (MPa)	δ_{yy} (°)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^e (%)
261	340	261	170	0	0	0	0	2.1
275	340	275	170	60	0	0	0	15.0
240	340	240	170	90	0	0	0	14.2
196	340	196	170	180	0	0	0	5.2
220	340	0	170	0	110	0	60	2.2
233	340	0	170	0	117	0	90	5.1
155	340	0	170	0	155	0	60	4.5
159	340	0	170	0	159	0	90	6.2

Pour mieux illustrer l'effet du déphasage entre les deux composantes de contrainte normale, nous pouvons tracer l'évolution de la limite de fatigue en fonction de l'angle δ_{yy} . Les essais caractérisés sont donc constitués par deux composantes de contrainte normale de même amplitude ($\Sigma_{xa} = \Sigma_{ya}$) et de même valeur moyenne ($\Sigma_{xm} = \Sigma_{ym}$), les rapports de charge choisis sont à peu près de ceux de traction répétée ($R_x = R_y = \Sigma_{xx,\min} / \Sigma_{xx,\max} = 0.05$ ou 0.1). La Figure III-6 présente les courbes prédites par le critère et les points expérimentaux rapportés par [J. Liu et Zenner 2003] pour trois aciers (42CrMo4, 34Cr4, St35). La variation de la limite de fatigue est représentée par le rapport $\Sigma_{xaD}(\delta_{yy}) / \Sigma_{xaD}(\delta_{yy} = 0)$ où Σ_{xaD} définit l'amplitude de contrainte normale associé à la limite de fatigue. Les résultats expérimentaux indiquent une

réduction de la limite de fatigue avec l'augmentation de l'angle de déphasage δ_{yy} . La valeur minimale se trouve au cas de $\delta_{yy} = 180^\circ$ qui correspond au cas de chargement de torsion ($\Sigma_{xx}(t) = -\Sigma_{yy}(t)$). Les deux courbes prédites par le critère sont distinctes pour deux catégories d'aciers, l'acier St 35 est représentatif pour la catégorie $R_m < 750$ MPa, l'acier 42CrMo4 est typique pour la catégorie $R_m > 750$ MPa. La courbe prédite pour l'acier 34Cr4 est donc identique avec celle de l'acier 42CrMo4. Il est montré que l'influence du déphasage δ_{yy} est correctement décrite par le critère proposé. Les prédictions du critère sont aussi comparables avec celles du critère de [Zenner *et al.* 2000] et de [Morel *et Huyen* 2008].

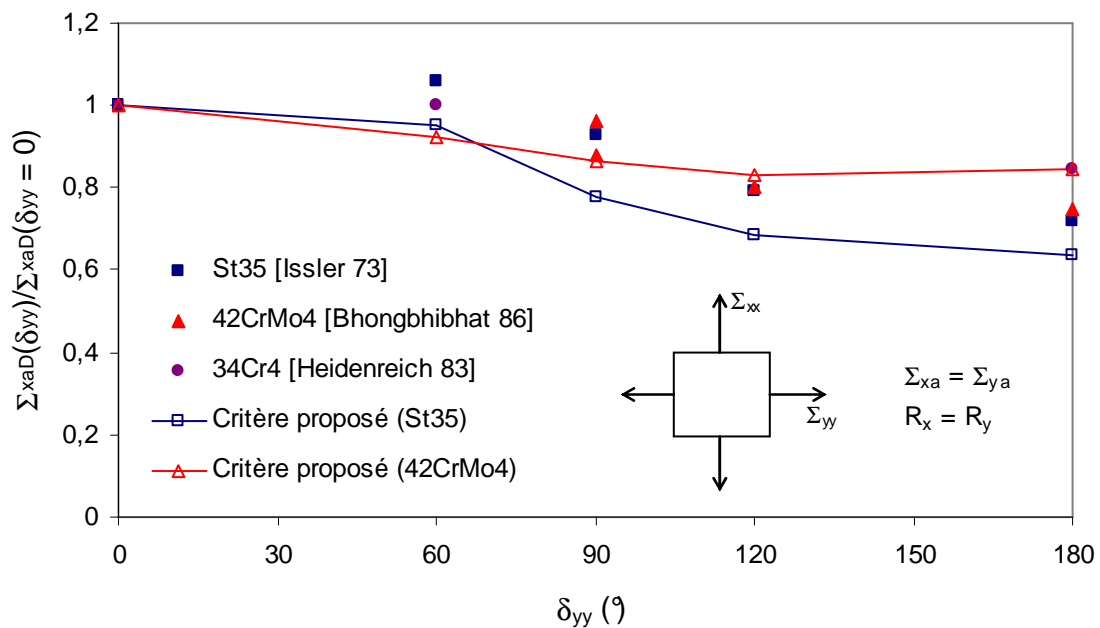


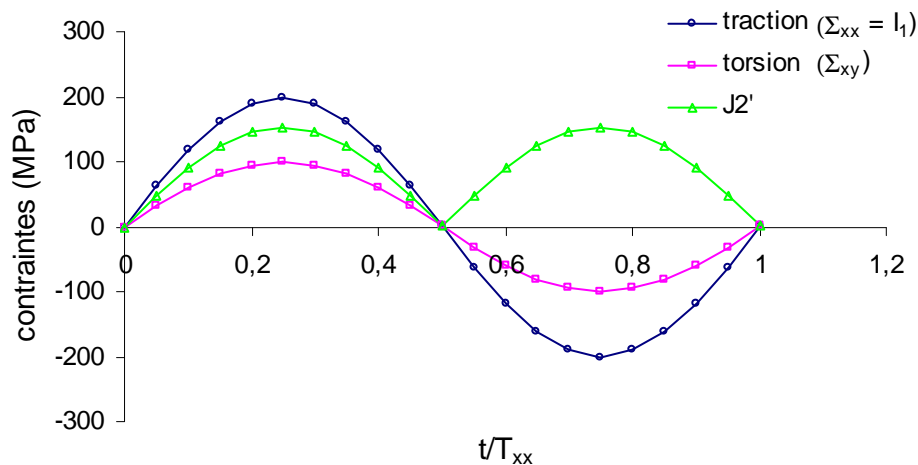
Figure III-6. Effet du déphasage entre deux contraintes normales cycliques

III.3.3 Application à un chargement asynchrone

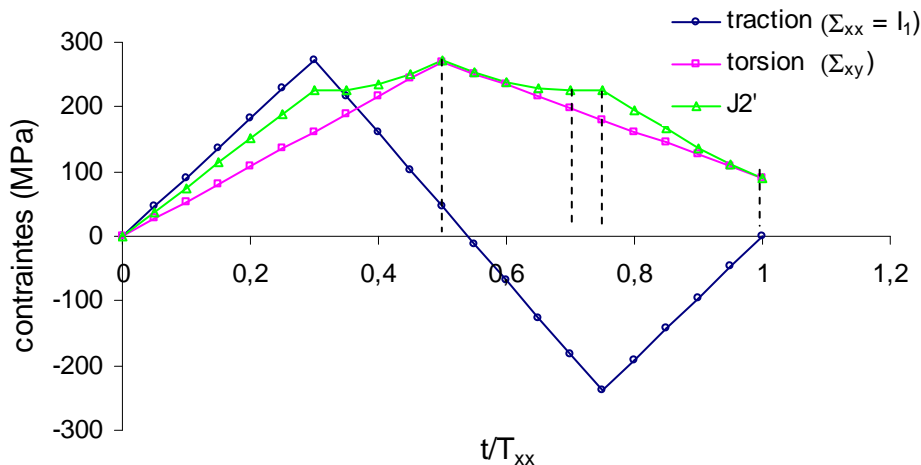
III.3.3.1 Définition de la période commune

Dans la formulation du critère proposé (III-13), la valeur de $J'_2(t)$ peut être déterminée facilement à chaque instant par l'équation (III-7) pour tous les cas de chargement. Les valeurs de $J_{2,moy}$ (III-8), $I_{1,a}$ (III-14), $I_{1,m}$ (III-15) et $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ (III-24), (III-25) doivent être calculées sur une période définie du chargement appliqué. Considérons le chargement habituel de traction – torsion. On définit respectivement T_{xx} et T_{xy} comme la période de la

composante normale Σ_{xx} et celle de la composante de cisaillement Σ_{xy} . Lors d'un chargement synchrone, les valeurs de $J_{2,moy}$, $I_{1,a}$, $I_{1,m}$ et $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ sont simplement calculées au cours de la période commune T des deux composantes ($T = T_{xx} = T_{xy}$). Lorsque le chargement est asynchrone ($T_{xx} \neq T_{xy}$), une nouvelle définition de la période commune T est donc nécessaire. A titre d'illustration, la Figure III-7 présente des exemples d'évolutions des contraintes au cours de la période T_{xx} pour un chargement synchrone (Figure III-7a) et pour un chargement asynchrone (Figure III-7b).



a) Chargement synchrone ($T = T_{xx} = T_{xy}$)



b) Chargement asynchrone ($T_{xx} \neq T_{xy}$)

Figure III-7. Evolution des contraintes en fonction du temps au cours la période de la contrainte normale

Dans le cas d'un chargement synchrone, $J_2'(t)$ est périodique de période $T_{xx}/2$ (Figure III-7a). Il suffit de déterminer $J_{2,moy}$ en intégrant $J_2'(t)$ sur l'intervalle $[0, T_{xx}/2]$. On

peut constater qu'il n'y a qu'un couple de maximum – minimum de $J'_2(t)$ au cours de l'intervalle $[0, T_{xx}/2]$ en chargement synchrone. Contrairement au chargement synchrone, un chargement asynchrone se compose de plusieurs maxima et minima locaux de $J'_2(t)$ au cours de la période T_{xx} (Figure III-7b). En reconduisant le principe de recherche de la valeur moyenne de $J'_2(t)$ entre deux extrémités adopté pour le chargement synchrone, nous proposons de calculer une valeur de $J_{2,moy}$ pour chaque couple de maximum – minimum local pour le chargement asynchrone. Par exemple, dans le cas présenté sur la Figure III-7b, nous devons calculer 4 valeurs de $J_{2,moy}$ correspondant aux 4 couples de maximum – minimum local de $J'_2(t)$ comme suit :

$$\bullet \quad 0 \leq \frac{t}{T_{xx}} < 0.5 : J_{2,moy}^{(1)} = \frac{1}{0.5} \int_0^{0.5} J'_2(t) dt \quad (\text{III-35})$$

$$\bullet \quad 0.5 \leq \frac{t}{T_{xx}} < 0.7 : J_{2,moy}^{(2)} = \frac{1}{0.2} \int_{0.5}^{0.7} J'_2(t) dt \quad (\text{III-36})$$

$$\bullet \quad 0.7 \leq \frac{t}{T_{xx}} < 0.75 : J_{2,moy}^{(3)} = \frac{1}{0.05} \int_{0.7}^{0.75} J'_2(t) dt \quad (\text{III-37})$$

$$\bullet \quad 0.75 \leq \frac{t}{T_{xx}} \leq 1 : J_{2,moy}^{(4)} = \frac{1}{0.25} \int_{0.75}^1 J'_2(t) dt \quad (\text{III-38})$$

Comme les effets de contrainte hydrostatique sont indépendants de la composante de cisaillement, les valeurs de $I_{1,a}$, $I_{1,m}$ et $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ sont toujours définies sur la période de la composante normale T_{xx} pour les deux cas de chargement synchrone et asynchrone de la façon suivante :

$$I_{1,a} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T_{xx}} I_1(t) - \min_{t \in T_{xx}} I_1(t) \right\} \quad (\text{III-39})$$

$$I_{1,m} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T_{xx}} I_1(t) + \min_{t \in T_{xx}} I_1(t) \right\} \quad (\text{III-40})$$

Ensuite, les valeurs de $f(t)$ (III-13) sont déterminées sur les 4 intervalles de temps définis par les couples maximum – minimum :

$$f(t) = f\left(J'_2(t), J_{2,moy}^{(i)}, I_f(I_{1,a}, I_{1,m})\right) \quad i = 1, \dots, 4 \quad (\text{III-41})$$

Enfin, on cherche la valeur maximale de $f(t)$ au cours des 4 intervalles de temps et on la compare avec la valeur de β (limite de fatigue en torsion purement alternée du matériau).

Il est important de remarquer que le principe proposé de la recherche de la « période commune » (et donc $J_{2,moy}$) est général et applicable à plusieurs types de chargement.

Lorsque le chargement est synchrone, il s'agit la période commune de toutes les composantes des contraintes. Lors d'un chargement asynchrone, plusieurs « périodes communes » seront définies correspondant aux intervalles de temps associées à un couple de maximum – minimum local de $J'_2(t)$. Le principe proposé convient ainsi à différentes formes du signal (sinusoïdal, triangulaire ou trapézoïdal).

III.3.3.2 Application pour le chargement asynchrone sinusoïdal de traction – torsion

Les essais asynchrones disponibles dans la littérature sont souvent de type traction – torsion sinusoïdale avec différentes fréquences des composantes des contraintes. Les expressions des composantes des contraintes sont données par :

$$\Sigma_{xx}(t) = \Sigma_{xm} + \Sigma_{xa} \sin(\omega t) \quad (\text{III-42})$$

$$\Sigma_{xy}(t) = \Sigma_{xym} + \Sigma_{xya} \sin(\lambda_{xy} \omega t - \delta_{xy}) \quad (\text{III-43})$$

où λ_{xy} est le rapport de fréquence définissant également la relation entre la période de la composante normale (T_{xx}) et celle de la composante de cisaillement (T_{xy}) :

$$\lambda_{xy} = \frac{T_{xx}}{T_{xy}} \quad (\text{III-44})$$

Il est à noter qu'une sollicitation sinusoïdale avec différentes fréquences est un cas particulier du chargement asynchrone, permettant d'évaluer le principe de la recherche de la période commune proposé dans le dernier paragraphe. La Figure III-8 présente un exemple de chargement asynchrone sinusoïdal avec $\lambda_{xy} = 2$. Pour cette sollicitation, la valeur de $J'_2(t)$ est répétée après une demie de la période T_{xx} , il suffit de considérer l'intervalle $[0, T_{xx}/2]$ dans lequel 4 couples de maximum – minimum local de $J'_2(t)$ sont trouvés (Figure III-8). Les valeurs de $J_{2,moy}$ sont donc déterminées sur 4 segments de temps au cours de l'intervalle $[0, T_{xx}/2]$ similairement à la proposition du dernier paragraphe ((III-35) - (III-38)). $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ est simplement calculée sur la période T_{xx} (III-39), (III-40) et $f(t)$ est ensuite définie par (III-41).

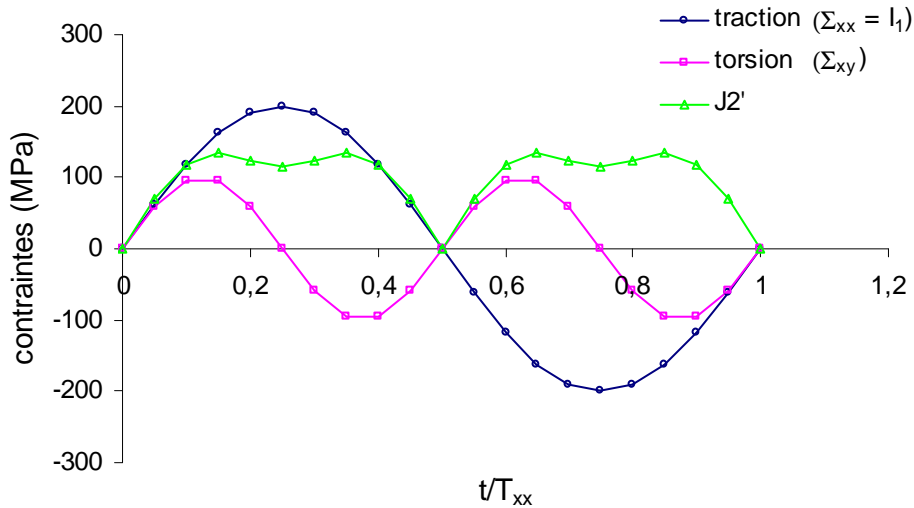


Figure III-8. Evolution des contraintes en fonction du temps au cours de la période de la contrainte normale d'un chargement asynchrone sinusoïdal ($\lambda_{xy} = 2$)

Le Tableau III-2 présente les comparaisons des prédictions de différents critères avec les essais asynchrones pour l'acier 25CrMo4 [Kaniut 1983]. Les résultats des critères de Dang Van et Papadopoulos sont rapportés par [Mamiya et al. 2009]. Les résultats montrent que les prédictions du critère proposé et du critère de Papadopoulos sont raisonnables par rapport aux données expérimentales. Les prédictions du critère de Dang Van tombent largement dans le domaine dangereux.

Tableau III-2. Limites d'endurance en traction – torsion asynchrone pour l'acier 25CrMo4 ($f_{-1} = 340$ MPa, $t_{-1} = 228$ MPa, $R_m = 780$ MPa) [Kaniut 1983]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	λ_{xy}	I^b (%)	I^c (%)	I^e (%)
210	0	105	0	0	0.25	-21.5	-4.2	-6.6
220	0	110	0	0	2	-26.3	-6.3	-4.5
242	0	121	0	90	2	-18.1	-4.9	1.6
196	0	98	0	0	8	-25.4	-8.9	-7.9

I^b Critère de Dang Van

I^c Critère de Papadopolous

I^e Critère proposé (III-13)

[Bernasconi et al. 2008] ont confronté les prédictions de quelques critères multiaxiaux de type plan critique ([Findley 1959], [Dang Van 1973]) et de type intégral ([Papadopoulos 1994], [Zenner et al. 2000]) aux résultats expérimentaux menés sur l'acier 39NiCrMo3. Ils

ont indiqué que les prédictions des critères de type intégral sont plus proches des données expérimentales que celles des critères de type plan critique. D'autre part, un constat expérimental important est que la limite de fatigue en chargement asynchrone ($\lambda_{xy} \neq 1$) est inférieure par rapport à celle en chargement synchrone ($\lambda_{xy} = 1$). Ce constat est en accord avec les essais rapportés par [Kaniut 1983] pour l'acier 25CrMo4 (Tableau III-2) et par [Heidenreich et al. 1983] pour l'acier 34Cr4 (Figure III-9).

Tableau III-3. Limites d'endurance en traction – torsion asynchrone pour l'acier 39NiCrMo3 ($f_{-1} = 367.5 \text{ MPa}$, $t_{-1} = 265 \text{ MPa}$, $R_m = 856 \text{ MPa}$) [Bernasconi et al. 2008]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	λ_{xy}	I^e (%)
294.5	0	170.0	0	0	1	5.4
259.5	0	150.0	0	0	2	5.1
266.0	0	153.6	0	0	3	10.5

Le Tableau III-3 résume les résultats expérimentaux ainsi que les prédictions du critère proposé pour l'acier 39NiCrMo3. Afin de caractériser la variation de la limite de fatigue, on trace le rapport $\Sigma_{xaD}(\lambda_{xy}) / \Sigma_{xaD}(\lambda_{xy} = 1)$ en fonction du rapport de fréquence λ_{xy} , sachant que Σ_{xaD} est l'amplitude de contrainte normale associée à la limite de fatigue (Figure III-9). Outre les prédictions du critère proposé, celles de critère de Papadopoulos collectées à partir de [Bernasconi et al. 2008] sont aussi présentées sur la Figure III-9. Il apparaît que le critère proposé reproduit correctement la diminution de la limite de fatigue dans le cas d'une différence de fréquence entre les composantes des contraintes. Pour $\lambda_{xy} > 1$ ainsi que pour $\lambda_{xy} < 1$, les réductions de la limite de fatigue sont identiques. Les résultats obtenus sont aussi très proches de ceux du critère de Papadopoulos. Ces résultats confirment la pertinence du principe de la recherche de la période commune proposé dans la Section III.3.3.1 .

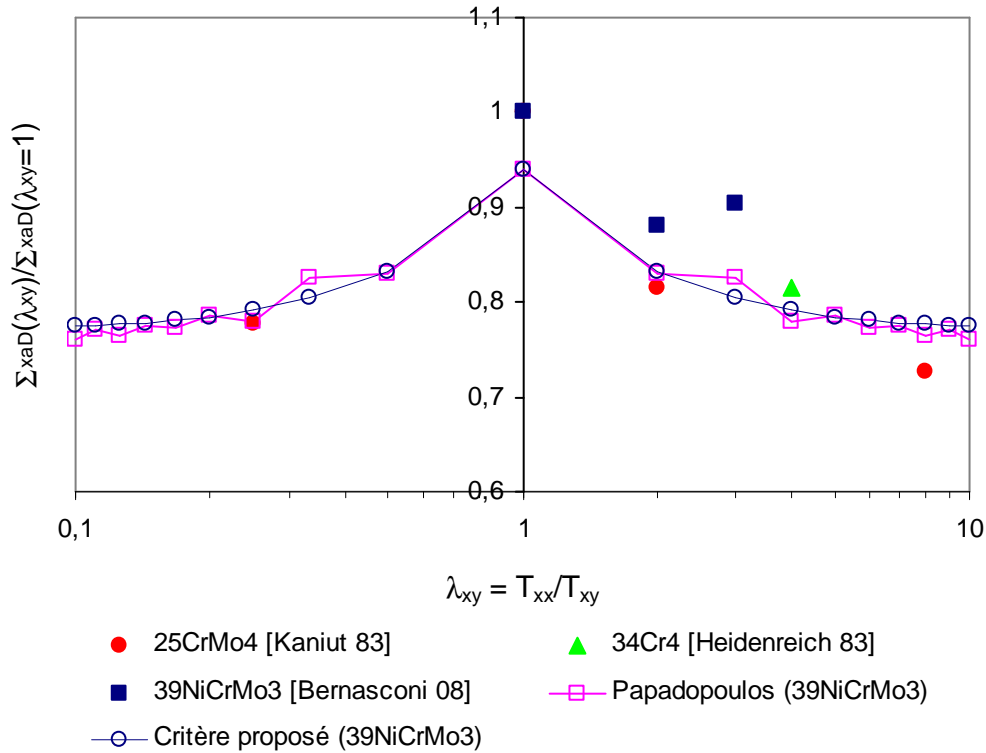


Figure III-9. Effet de la différence de fréquence entre une contrainte normale et une contrainte de cisaillement

III.3.3.3 Application pour un chargement asynchrone sinusoïdal de traction biaxiale

Une différence de fréquence entre deux composantes normales des contraintes (traction biaxiale) conduit également à une réduction de la limite de fatigue (Figure III-10). Cette fois-ci, le rapport de fréquence est défini par :

$$\lambda_{yy} = \frac{T_{xx}}{T_{yy}} \quad (\text{III-45})$$

où T_{yy} est la période de la composante normale Σ_{yy} . Similairement au cas de traction – torsion asynchrone, les valeurs de $J_{2,moy}$ correspondant aux couples de maximum – minimum locaux seront déterminées de la manière proposée dans la Section III.3.3.1. Comme les deux composantes participent à la partie hydrostatique du tenseur des contraintes, les définitions de $I_{1,a}$ (III-39) et $I_{1,m}$ (III-40) sur la seule période T_{xx} ne sont plus valables dans tous les cas. Ainsi, nous proposons les nouvelles définitions de $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ comme suit :

- $\lambda_{yy} > 1$: $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ restent identiques aux définitions (III-39) et (III-40)
- $\lambda_{yy} < 1$: $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ sont déterminées sur la période T_{yy} ($T_{yy} > T_{xx}$)

$$I_{1,a} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T_{yy}} I_1(t) - \min_{t \in T_{yy}} I_1(t) \right\} \quad (\text{III-46})$$

$$I_{1,m} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T_{yy}} I_1(t) + \min_{t \in T_{yy}} I_1(t) \right\} \quad (\text{III-47})$$

Il faut remarquer que les calculs de $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ sont indépendants de la définition de la période commune nécessaire au calcul de $J_{2,moy}$ (Section III.3.3.1 car les natures de $I_{1,a}$, $I_{1,m}$ et $J_{2,moy}$ sont différentes. Alors que la définition de la période commune consiste à capter la variation temporelle et spatiale du tenseur des contraintes, les déterminations de $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ ne s'intéressent qu'aux effets de l'amplitude et de la valeur moyenne de la contrainte hydrostatique.

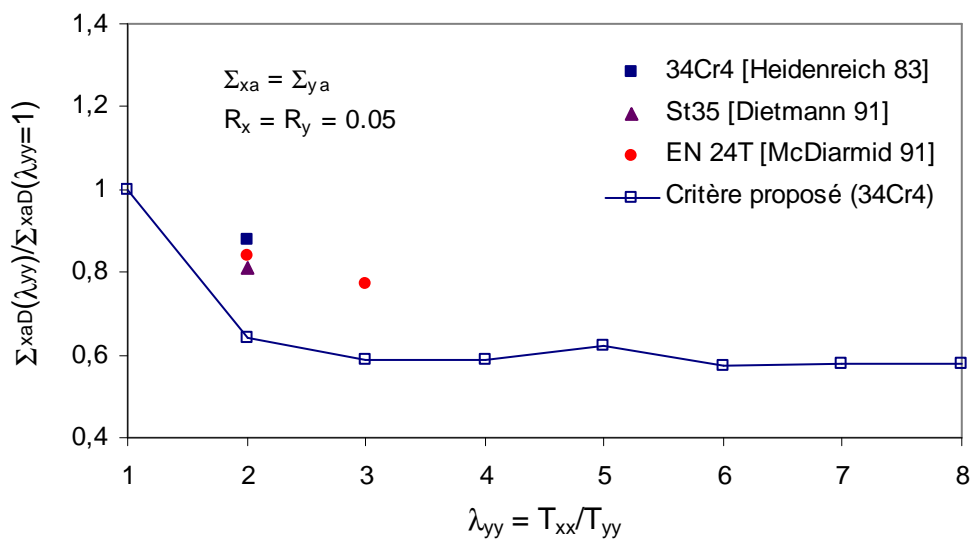


Figure III-10. Effet de la différence de fréquence entre deux contraintes normales cycliques

Les résultats expérimentaux existants pour ce type de chargement sont très limités [Dietmann *et al.* 1991; Heidenreich *et al.* 1983; McDiarmid 1991]. La Figure III-10 présente les points expérimentaux et les prédictions du critère pour l'acier 34Cr4. Le chargement appliquée est caractérisé par $\Sigma_{xa} = \Sigma_{ya}$, $R_x = R_y = 0,05$ et λ_{yy} variant de 1 à 8. Comme illustré par la Figure III-10, le critère décrit bien la diminution de la limite de fatigue ($\Sigma_{xaD}(\lambda_{yy})/\Sigma_{xaD}(\lambda_{yy}=1) < 1$) lorsque les fréquences sont différentes ($\lambda_{yy} > 1$). Les limites de fatigue prédites sont quasiment constantes pour les rapports λ_{yy} élevés.

III.3.4 Effet de forme des signaux

En service réel, les formes des signaux appliqués sont souvent irrégulières et différentes de la forme sinusoïdale. Certains résultats expérimentaux montrent que l'effet du déphasage sur la limite d'endurance change avec la forme des composantes des contraintes [J. Liu et Zenner 2003]. Pour le critère proposé, le changement de forme des signaux influe significativement sur l'évolution de $J'_2(t)$ et donc sur la détermination de $J_{2,moy}$. La Figure III-11 présente un exemple d'un chargement trapézoïdal synchrone hors phase à 90° de traction – torsion. Pour ce cas, il y a plusieurs couples de maximum – minimum locaux de $J'_2(t)$ au cours d'une période. La détermination des valeurs de $J_{2,moy}$ fait intervenir le principe de la recherche de la période commune proposé dans la Section III.3.3.1 .

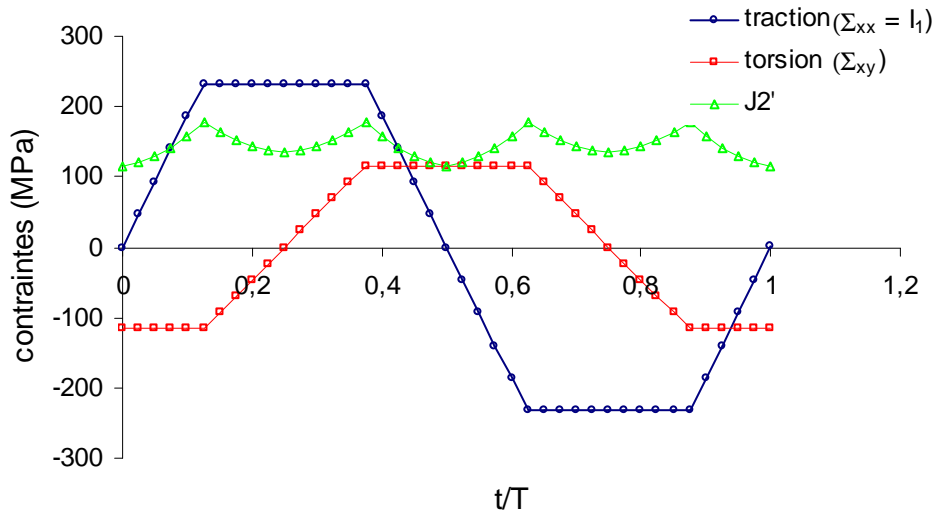


Figure III-11. Evolutions des contraintes d'un chargement trapézoïdal hors phase à 90° de traction – torsion

Pour un chargement de traction – torsion, l'influence du déphasage sur la limite d'endurance avec différentes formes (sinus, trapèze, triangle) des signaux est présentée sur la Figure III-12. Les points expérimentaux pour l'acier 34Cr4 sont rapportés par [Heidenreich et al. 1983]. Les simulations sont réalisées avec le rapport de contrainte $k = \Sigma_{xya} / \Sigma_{xa} = 0.5$ et les rapports de charge $R_x = R_{xy} = -1$. Il apparaît que le critère prédit une faible influence de la forme des signaux pour un chargement de traction – torsion, en accord avec les données expérimentales. La tendance prédite par le critère pour différentes formes est en bon accord avec la prédiction du critère de Liu et Zenner [J. Liu et Zenner 2003].

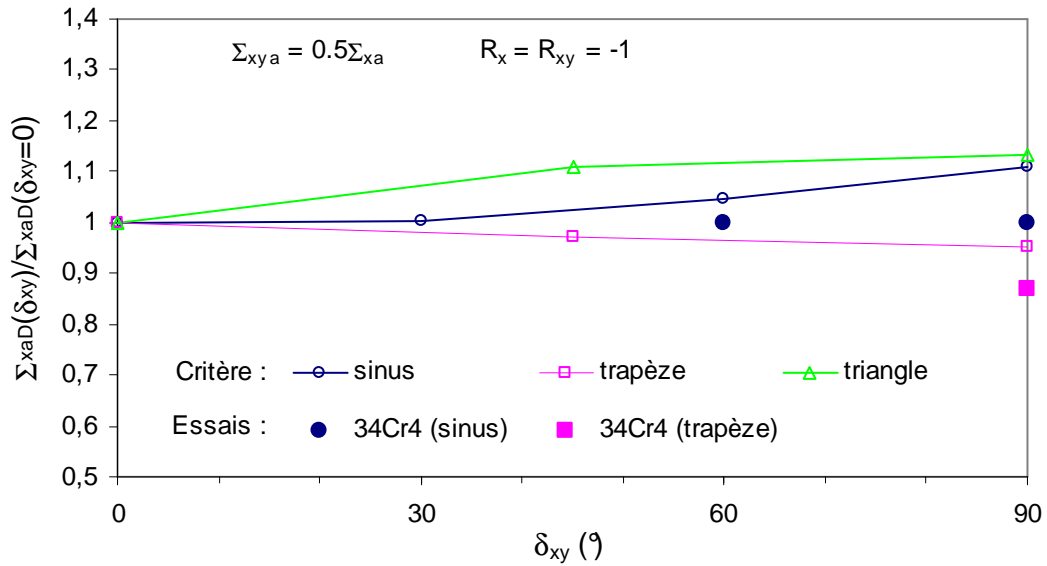


Figure III-12. Effets de déphasage et de forme de signaux sur la limite d'endurance d'un chargement de traction – torsion

Une étude similaire est réalisée pour un chargement de traction biaxiale synchrone. La Figure III-13 résume les points expérimentaux pour l'acier St35 rapportés par [Bhonghibhat 1986] et les simulations du critère proposé. La traction biaxiale est caractérisée par $\Sigma_{xa} = \Sigma_{ya}$ et $R_x = R_y = 0.05$. Il apparaît que la phase δ_{yy} a tendance à diminuer la limite de fatigue pour les trois formes des signaux. Le trapèze aboutit à une limite inférieure à celle obtenue par sinus et triangle. Pour un faible nombre de points expérimentaux disponibles, il est montré que le critère traduit correctement l'effet de déphasage ainsi que l'effet de forme de signaux.

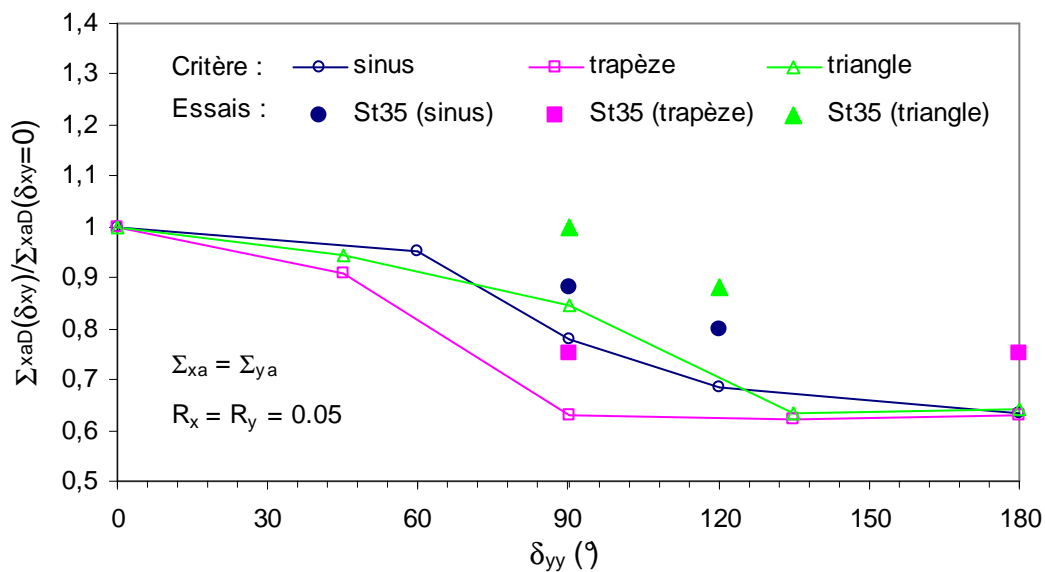


Figure III-13. Effets de déphasage et de forme de signaux sur la limite d'endurance d'un chargement de traction biaxiale

III.3.5 Synthèse

Les résultats montrés dans la Section III.3.3 mettent en évidence l'adéquation du critère proposé dans la description de l'effet de différence de fréquence. En tenant compte des effets de multiaxialité, de déphasage, de contrainte normale et de forme des signaux considérés dans les paragraphes précédents, la capacité de prédiction du critère proposé est prometteuse. Il apparaît que $J_{2,moy}$ est une grandeur pertinente permettant de capter les effets importants de la fatigue en grand nombre de cycles. La distinction des catégories d'aciers semble être raisonnable, permettant d'englober des effets (effet de déphasage, effet de contrainte moyenne) parfois très différents selon le matériau considéré. La définition de la période commune entre des composantes des contraintes est générale et applicable pour plusieurs types de chargement. L'application du critère pour un chargement aléatoire constitue ainsi une perspective directe (cf. Chapitre V).

Le critère proposé utilise la contrainte hydrostatique générale $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ pour corriger la différence de limite de fatigue entre torsion et traction. Ce type de correction trouve sa limite pour des essais particuliers rapportés par [Marquis et Socie 2000] où le chargement est composé de torsion alternée et deux composantes de contrainte normale statique en signe opposée ($\Sigma_{xm} = -\Sigma_{ym}$) dues à la traction – compression et à la pression interne. Dans ce cas, le critère ne prédit aucun effet de contrainte hydrostatique ($I_{1,m} = 0$) alors que l'expérience montre une faible diminution de la limite de fatigue (moins de 5 %) due à ces contraintes statiques. Naturellement, cette erreur est acceptable vis-à-vis de la qualité de prédiction du critère.

Le principal atout du critère est sa formulation simple basée sur des invariants du tenseur des contraintes macroscopique. Il est simple tant pour l'implantation numérique que pour une intégration dans un code d'éléments finis servant à des analyses plus complexes. La mise en œuvre du critère ne nécessite que l'évaluation de $J_{2,moy}$, les autres grandeurs étant locales en temps. Pour un calcul utilisant la méthode des éléments finis, le critère peut être vu comme un outil de post-traitement en chaque point de Gauss, une fois les contraintes élastiques calculées. L'identification du critère est également simple en utilisant deux limites de fatigue et l'effet du déphasage de la catégorie de l'acier considéré. D'autre part, le critère peut être couplé avec un modèle d'endommagement pour la prédiction de durée de vie. Ainsi, il est envisageable d'étendre le critère vers des problèmes locaux tels que l'effet de défaut, l'effet de contrainte résiduelle et l'effet de surface.

III.4 Extension vers la prédiction de la durée de vie

III.4.1 Méthodologie de la prédiction de la durée de vie

Les prédictions de la limite de fatigue (endurance illimitée) du critère proposé pour les chargements multiaxiaux complexes sont très raisonnables par rapport aux données expérimentales. Lorsque la contrainte appliquée est supérieure à la limite de fatigue, la pièce est dans le domaine de l'endurance limitée, à savoir $10^5 - 10^7$ cycles. L'extension du critère pour prédire la durée de vie dans ce domaine peut se faire en utilisant une méthodologie simple basée sur des formulations empiriques [Y. Liu et Mahadevan 2005; Papadopoulos 2001]. Il s'agit de corrélérer la contrainte équivalente (f_{\max}) avec la durée de vie à rupture (N). La formulation (III-13) est réécrite de la façon suivante :

$$f_{\max} = \max_{t \in T} \left\{ \sqrt{\gamma_1 J_2'(t)^2 + \gamma_2 J_{2, moy}^2 + \gamma_3 I_f(I_{1,a}, I_{1,m})} \right\} = \beta(N) \quad (\text{III-48})$$

Pour un chargement proportionnel, la valeur de f_{\max} peut être calculée par la formule analytique (III-34). A titre d'exemple, la valeur de $\beta(N)$ n'est rien d'autre que l'amplitude de contrainte de cisaillement appliquée $f_{\max} = \Sigma_{xya} = \beta(N)$ pour le cas de la torsion purement alternée ; $\beta(N) = t_{-1}$ lorsque $N \rightarrow \infty$. Afin de simuler les courbes S-N de tous les chargements multiaxiaux à amplitude constante, il nous reste deux étapes :

- Choisir une courbe S-N de référence
- Choisir une formule $\beta(N)$ pour la courbe S-N de référence

Il est à noter que les utilisateurs sont libres à choisir la courbe S-N de référence et la formule $\beta(N)$ de telle manière que la courbe choisie représente le mieux les données expérimentales. Dans cette étude, nous choisissons la courbe S-N en torsion purement alternée comme celle de référence. On peut la choisir de la forme ([Papadopoulos 2001]):

$$\beta(N) = \Sigma_{xya} = \frac{t_{-1}}{1 - \kappa N^{-\lambda}} \quad (\text{III-49})$$

où t_{-1} est la limite de fatigue en torsion purement alternée. $\kappa > 0$ et $\lambda > 0$ sont les paramètres du matériau qui vont être identifiés à partir de données expérimentales en torsion alternée. Pour l'identification, la formule (III-49) est équivalente à :

$$N = \kappa^{1/\lambda} \left(\frac{\Sigma_{xya}}{\Sigma_{xya} - t_{-1}} \right)^{1/\lambda} \quad (\text{III-50})$$

Dans un diagramme bi - logarithmique, (III-50) figure une ligne droite de pente $1/\lambda$ et d'ordonnée à l'origine $\log(\kappa^{1/\lambda})$, permettant une identification simple des paramètres κ et λ :

$$\log N = \frac{1}{\lambda} \log \left(\frac{\Sigma_{xya}}{\Sigma_{xya} - t_{-1}} \right) + \log(\kappa^{1/\lambda}) \quad (\text{III-51})$$

Lorsque la formule (III-50) est identifiée, les courbes S-N prédites seront exprimées en fonction de la contrainte normale appliquée $\Sigma_{xx,a}$ comme suit :

$$N = \kappa^{1/\lambda} \left(\frac{\Sigma_{xa}}{\Sigma_{xa} - \Sigma_{xaD}} \right)^{1/\lambda} \quad (\text{III-52})$$

où Σ_{xaD} est l'amplitude de contrainte normale associée à la limite de fatigue, prédite par le critère pour n'importe quel type de chargement multiaxial à amplitude constante.

III.4.2 Application pour l'acier C35

Pour illustrer la méthodologie de prédiction de durée de vie, l'application du critère pour l'acier C35 sera réalisée. Etant donné que les résultats expérimentaux sont très dispersés, une courbe expérimental S-N à 50% associée à la limite de fatigue de $t_{-1} = 169$ (MPa) servira à identifier les paramètres κ et λ . La Figure III-14 présente les données de torsion alternée dans un diagramme bi – logarithmique satisfaisant la relation (III-51). Cela permet de déterminer les valeurs de κ et λ :

$$\kappa = 1206.39, \lambda = 0.7805 \quad (\text{III-53})$$

Avec les valeurs de κ et λ , la courbe S-N identifiée en torsion pure s'exprime par :

$$N = 1206.39^{1.2812} \left(\frac{\Sigma_{xya}}{\Sigma_{xya} - 169} \right)^{1.2812} \quad (\text{III-54})$$

Enfin, les courbes S-N prédites associées à la limite de fatigue pour quelques cas de chargement multiaxial à amplitude constante sont obtenues suivant la formule (III-52) :

- En traction purement alternée ($R = -1$): $N = 1206.39^{1.2812} \left(\frac{\Sigma_{xa}}{\Sigma_{xa} - 240} \right)^{1.2812}$
- En traction répétée ($R = 0$) : $N = 1206.39^{1.2812} \left(\frac{\Sigma_{xa}}{\Sigma_{xa} - 198} \right)^{1.2812}$
- En traction – torsion en phase ($k = 1$) : $N = 1206.39^{1.2812} \left(\frac{\Sigma_{xa}}{\Sigma_{xa} - 132} \right)^{1.2812}$
- En traction – torsion en phase ($k = 0.5$) : $N = 1206.39^{1.2812} \left(\frac{\Sigma_{xa}}{\Sigma_{xa} - 190} \right)^{1.2812}$
- En traction – torsion hors phase 90° ($k = 0.5$) : $N = 1206.39^{1.2812} \left(\frac{\Sigma_{xa}}{\Sigma_{xa} - 208} \right)^{1.2812}$

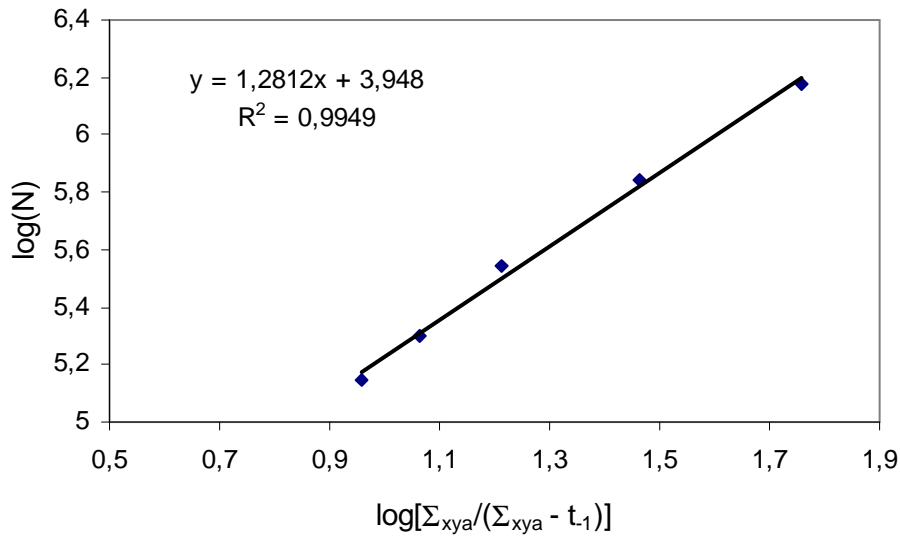
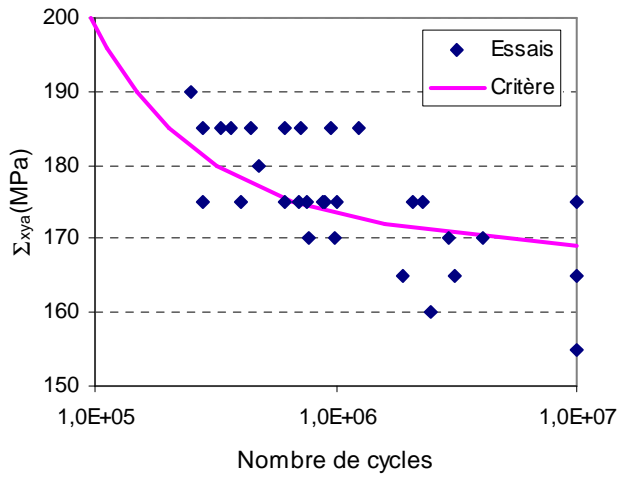
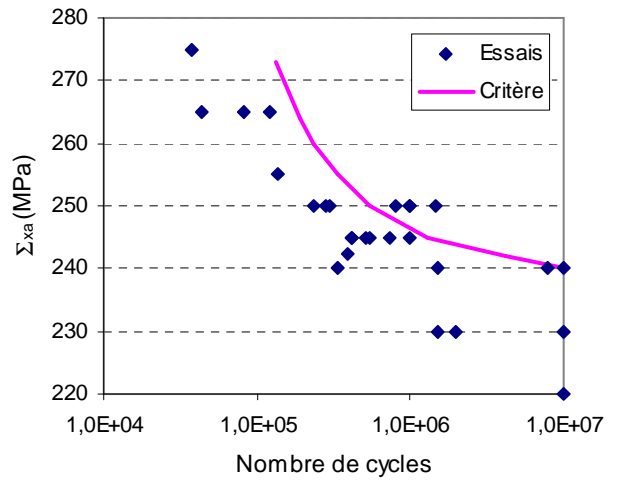


Figure III-14. Identification de κ et λ à partir de données de torsion alternée (acier C35)

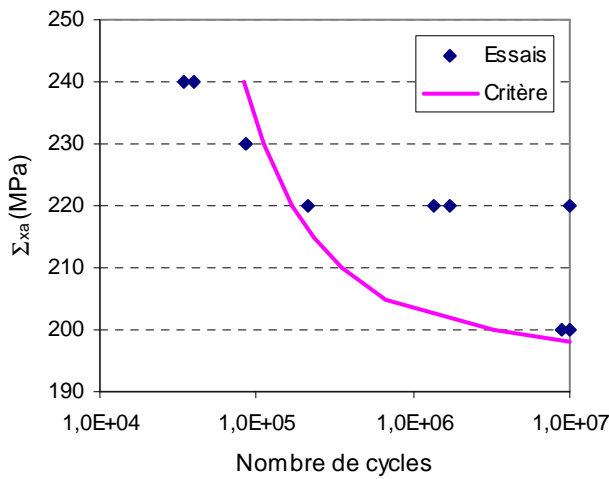
La courbe S-N identifiée en torsion pure et toutes les courbes prédites sont présentées sur la Figure III-15. On peut constater que les prédictions du critère sont très raisonnables par rapport aux données expérimentales. La tendance générale est bien décrite malgré le rôle non explicite de l'endommagement cumulé. Il est aussi intéressant de noter que les dispersions des résultats, en particulier en torsion alternée et en traction alternée, peuvent être captées aisément en faisant intervenir les courbes S-N identifiées à 10% et 90% ainsi que les limites de fatigue associées à ces niveaux.



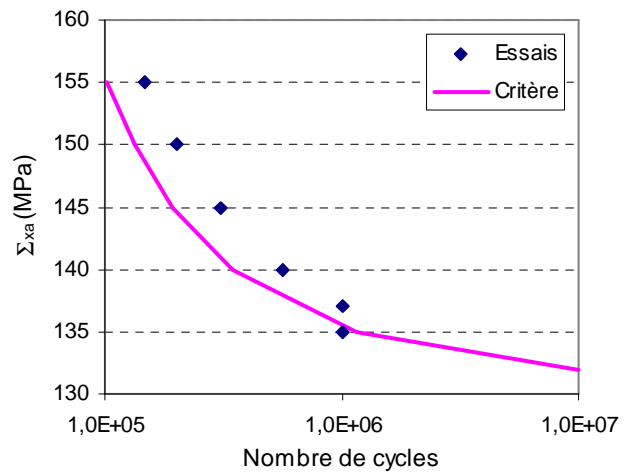
a) En torsion alternée



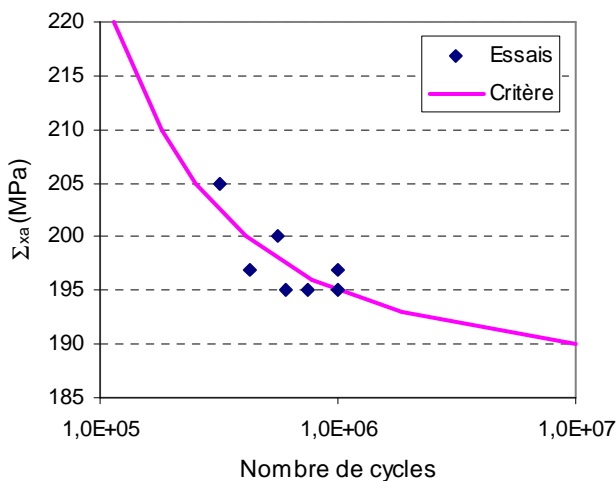
b) En traction alternée ($R = -1$)



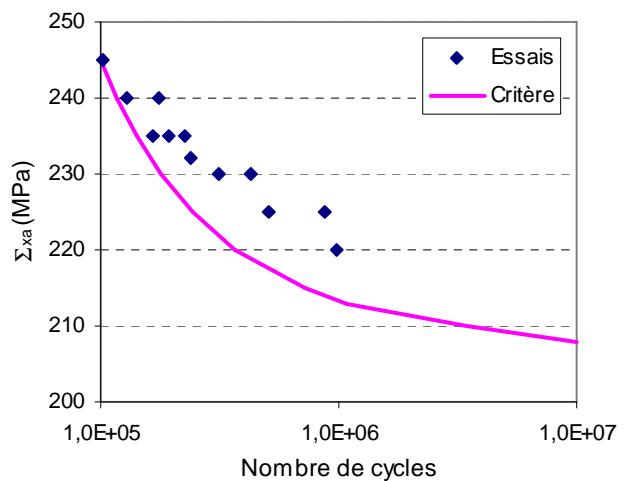
c) En traction répétée ($R = 0$)



d) En traction – torsion en phase ($k = 1$)



e) En traction – torsion en phase ($k = 0.5$)



f) En traction – torsion hors phase 90° ($k = 0.5$)

Figure III-15. Courbes S-N simulées et les données expérimentales pour l'acier C35

III.5 Conclusions

Un critère de fatigue multiaxiale basé sur des invariants du tenseur des contraintes macroscopique est proposé dans ce chapitre. L'originalité de ce critère consiste à introduire la grandeur $J_{2,moy}$ permettant de refléter des effets essentiels de la fatigue à grand nombre de cycles tels que l'effet de déphasage et l'effet de différence de fréquence. La prise en compte des catégories des aciers est raisonnable au vu des constats expérimentaux illustrant les effets évoqués. La qualité de prédiction du critère est vraiment satisfaisante et comparable aux autres critères performants pour un grand nombre de données expérimentales menées sur plusieurs aciers. Outre les essais habituels de laboratoire, l'application du critère pour des chargements aléatoires est envisageable. Du point de vue numérique, le critère a le même ordre de simplicité que le critère de Crossland. L'implantation du critère est simple et le temps de calcul est négligeable. L'approche proposée, sous réserve d'extension, permet également de refléter les effets de défaut, de contraintes résiduelles et de surface.

L'extension du critère vers la prédiction de durée de vie est simple et efficace pour tous les types de chargement multiaxial à amplitude constante. Néanmoins, cette méthode de calcul de durée de vie a plusieurs limitations. Comme elle n'introduit pas de notion de dommage, elle ne permet pas de traduire le cumul non linéaire ni de capter l'influence des cycles d'amplitude inférieure à la limite de fatigue. Elle devrait faire appel à une méthode de comptage et une loi d'endommagement pour traiter un chargement à amplitude variable. Dans la suite de ces travaux, on suit une autre démarche basée sur la Mécanique Continue de l'Endommagement permettant de compter explicitement le rôle de l'endommagement ainsi que son cumul non linéaire. L'objectif est une intégration de ce critère dans un modèle d'endommagement. Il s'agit d'une part de traduire correctement l'effet de déphasage, l'effet de contrainte moyenne pour un chargement à amplitude constante et d'autre part de capter le cumul non linéaire en chargement par blocs, chargement quelconque. L'étude menée dans cette direction sera présentée dans les chapitres suivants.

- CHAPITRE IV -

**Un modèle d'endommagement pour la
fatigue multiaxiale à grand nombre de
cycles**

Sommaire

IV.1 Introduction	147
IV.1.1 Hypothèses de modélisation.....	148
IV.2 Modèle de Flacelière – Morel – Dragon	150
IV.2.1 Energie libre et dissipation volumique.....	153
IV.2.2 Lois d'état	153
IV.2.3 Lois d'évolution	154
IV.2.4 Récapitulatif du modèle	156
IV.2.5 Analyse critique du modèle de Flacelière – Morel – Dragon	157
IV.3 Modification du seuil de l'écoulement plastique	158
IV.4 Modification de l'évolution de l'endommagement.....	161
IV.4.1 Suppression du facteur d'instabilité.....	161
IV.4.2 Constat expérimental sur l'évolution d'endommagement	163
IV.4.3 Lois d'évolution d'endommagement en deux phases	165
IV.5 Accumulation de plasticité et d'endommagement	167
IV.6 Récapitulatif du modèle amélioré	168
IV.7 Implantation numérique	170
IV.8 Procédure d'identification des paramètres	172
IV.8.1 Paramètre d'élasticité	172
IV.8.2 Paramètres de plasticité.....	172
IV.8.3 Paramètres d'endommagement	174
IV.9 Confrontation du modèle aux résultats expérimentaux.....	180
IV.9.1 Chargements à amplitude constante.....	180
IV.9.2 Chargements par blocs	186
IV.10 Conclusions	193

IV.1 Introduction

Le critère proposé dans le chapitre précédent est un outil simple et efficace pour prédire la limite de fatigue pour un chargement périodique quelconque. On montre également comment étendre ce critère vers le domaine de l'endurance limitée. Dans certains cas simples, cette méthode est acceptable pour une prédiction rapide de la courbe $S - N$ sans tenir compte explicitement de l'endommagement. Lors de la prédiction de la durée de vie pour un chargement à amplitude variable, une approche classique est de faire intervenir une loi de cumul linéaire du dommage (règle de Miner) [Macha 1989; Robert 1992]. Les défauts de la prise en compte des cycles d'amplitude inférieure à la limite d'endurance et de l'influence des séquences de chargement sont les inconvénients principaux de cette approche. Sur ce point-là, l'approche visant à coupler le critère à un modèle d'endommagement spécifique permettant de compter de manière incrémentale et non linéaire l'évolution d'endommagement est beaucoup plus adaptée.

Dans le régime de fatigue à grand nombre de cycles, le rôle prépondérant de la plasticité et de l'endommagement à l'échelle locale (grains, bandes de glissement) sur l'amorçage et la propagation d'une fissure est largement admis. Cet argument est le point de départ pour plusieurs modèles de type multi-échelle proposés dans la littérature. [Dang Van 1973] introduit une approche microscopique utilisant le théorème d'adaptation élastique et la loi de Schmid pour établir un critère de non amorçage de fissure. Dans la foulée de cette approche, les modèles proposés par [Papadopoulos 1987] et [Morel 1998, 2000, 2001] permettent de calculer la durée de vie à l'amorçage pour plusieurs types de chargements même multiaxiaux à amplitude variable. Le manque commun de ces modèles est le rôle non explicite des phénomènes d'endommagement à l'échelle locale, la déformation plastique cumulée étant considérée comme la variable d'endommagement.

En insistant sur le rôle également majeur de l'endommagement sur la création des microfissures et microcavités, les concepts et outils de la plasticité et de la mécanique de l'endommagement sont largement utilisés dans les années récentes. Parmi les approches, celle de type « deux échelles » (macro – méso/micro) semble faire l'unanimité [Doudard, Hild, et al. 2007; Flaceliere et al. 2007b; Huyen et al. 2008; Lemaitre et al. 1999; Monchiet et al. 2008]. Même si la plupart des modèles proposés sont capables de traiter le cas de chargements multiaxiaux, leurs qualités de prédiction à la fois pour la limite de fatigue (endurance illimitée) et pour la durée de vie (endurance limitée) notamment pour des chargements non proportionnels ne sont pas encore confirmées. En ce qui concerne le cumul non linéaire du dommage, de nombreux modèles se concentrent sur l'effet induit par le niveau de charge (essai de type Haut – Bas, Bas – Haut) [Lemaitre et al. 1999]. Les modèles permettant de décrire à la fois la non linéarité due au niveau de charge et au mode de chargement sont

limités [Flaceliere et al. 2007b; Huyen et al. 2008]. Lors du passage à un chargement multiaxial à amplitude variable, le problème reste encore difficile à cause des effets multiples et temporels de niveau de la charge, et du mode de chargement.

Dans ce chapitre, un modèle d'endommagement à deux échelles dédié à la fatigue multiaxiale à grand nombre de cycle sera présenté. La version de base de ce modèle a été développée par Flacelière – Morel – Dragon [Flaceliere et al. 2007b]. Certaines originalités de la version de base sont respectées, à savoir le couplage de la plasticité et de l'endommagement à l'échelle mésoscopique, la loi d'érouissage gouvernée par une combinaison d'érouissage isotrope et cinématique linéaire. Néanmoins, deux limitations principales de ce modèle concernent l'insécurité de prédiction des chargements non proportionnels et les incohérences apparaissant dans des simulations de chargement par blocs. La nouvelle version se concentre sur la qualité de prédiction de la limite de fatigue et la durée de vie dans le domaine limité ($10^5 - 10^7$ cycles) pour des chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels à amplitude constante, avec ou sans contrainte moyenne. Ainsi, la description de l'endommagement sera soignée afin de capter les effets de séquences connus en FGNC (i.e le cumul non linéaire du dommage) dus au niveau de charge et au mode de chargement. De plus, le caractère incrémental de ce modèle permet une application pour des chargements multiaxiaux à amplitude variable. Le modèle est identifié et validé à partir des observations expérimentales réalisées sur l'acier C35 (Chapitre II).

Avant de détailler les améliorations apportées sur la nouvelle version, un bref rappel des hypothèses de modélisation ainsi que la construction du modèle de Flacelière – Morel – Dragon est nécessaire.

IV.1.1 Hypothèses de modélisation

Ce paragraphe résume un certain nombre d'hypothèses sur le comportement du matériau et sur le couplage entre plasticité et endommagement. Elles serviront de base à la future modélisation.

IV.1.1.1 Echelles de modélisation

En FGNC, la source principale de la dégradation du matériau étant attribuée à la micro-plasticité et au micro-endommagement, une description des mécanismes intervenant au niveau des grains ou des bandes de glissement semble être inévitable. Cependant, la sollicitation est appliquée sur la structure, c'est-à-dire à l'échelle macroscopique, justifiant le choix de modélisation dans un formalisme à deux échelles. Une loi de localisation est donc nécessaire pour relier les échelles choisies.

IV.1.1.2 Glissement simple

Une hypothèse importante et propre à la fatigue à grand nombre de cycle est celle de glissement simple. Le processus de l'amorçage de fissure est considéré comme l'action d'un seul système de glissement au sein d'un ou plusieurs grains. Cette hypothèse est en accord avec les observations effectuées sur différents matériaux [Rasmussen et Pedersen 1980] ainsi qu'avec l'étude expérimentale des mécanismes d'endommagement présentée dans le Chapitre II. Ainsi, l'utilisation d'une variable scalaire d'endommagement, associée au système de glissement critique, semble être un compromis entre la complexité des mécanismes à décrire et la simplicité du modèle.

IV.1.1.3 Comportement plastique des polycristaux

Afin d'être applicable pour plusieurs matériaux, il est choisi de modéliser un comportement plastique assez général pour des métaux polycristallins. Des études sur des monocristaux dont un seul système de glissement est activé, en particulier pour des métaux à structure cfc (cuivre), montrent trois régions de comportement en fonction de la déformation plastique imposée (Figure IV-1). La région A correspond à l'adaptation élastique et la non-rupture, la région B caractérise la formation de bandes de glissement et la propagation de fissures longues tandis que la région C est liée au glissement multiple (fatigue oligocyclique). Pour des polycristaux en régime de fatigue à grand nombre de cycles, seuls des grains favorablement orientés présentent un certain nombre de bandes de glissement, ceci entraîne une prédominance du glissement simple. Ainsi, les modélisations proposées doivent prendre en compte la phase de durcissement (région A) et la phase de saturation (région B) dans la description de plasticité.

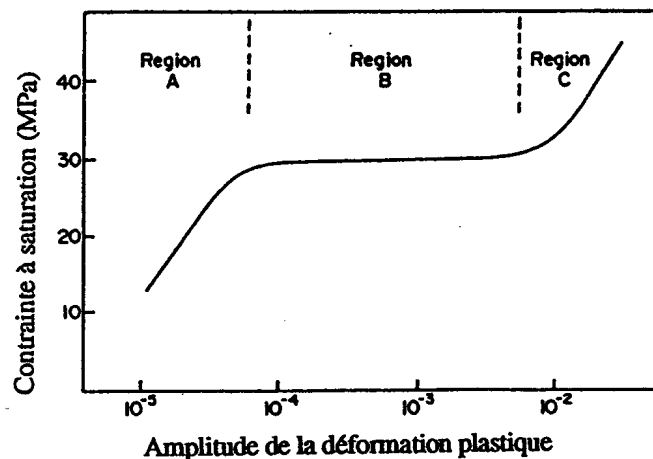


Figure IV-1. Evolution de contrainte à saturation en fonction de la déformation plastique imposée [Z. Basinski et S. Basinski 1992]

IV.1.1.4 Endommagement des polycristaux

Dans le cristal, le mécanisme d'endommagement est lié au processus de micro-décohésion entre bandes de glissement et grain. L'incompatibilité des déformations plastiques dans le grain ou au joint de grain est à l'origine de la micro-décohésion [Doquet 1997]. Il est donc logique de considérer que l'apparition de l'endommagement se fait lors d'une localisation prononcée du glissement plastique. Une fois l'endommagement activé, son évolution entraîne la dégradation des propriétés physiques du matériau jusqu'à la ruine finale du cristal. Ainsi, la phase d'adoucissement du cristal semble être liée à l'effet de l'endommagement.

IV.2 Modèle de Flacelière – Morel – Dragon

Le modèle proposé par Flacelière – Morel – Dragon [Flaceliere et al. 2007b] repose sur l'approche multiéchelle de Dang Van et Papadopoulos [Dang Van 1973; Papadopoulos 1987]. Il s'agit d'un modèle micromécanique simple dans lequel le couplage entre la plasticité locale et l'endommagement se produisant à l'échelle des grains (échelle mésoscopique) va piloter l'évolution de la dégradation du matériau. Le comportement à l'échelle microscopique (échelle des bandes de glissement) n'est pas explicité dans ce modèle, par raison de simplicité. Le volume élémentaire représentatif (VER) est donc un agrégat de grain. Afin de relier le champ de contraintes macroscopique $\underline{\underline{\Sigma}}$ associé au VER et celui mésoscopique $\underline{\underline{\sigma}}$ au niveau des grains, la loi de localisation de Lin – Taylor est utilisée :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (\text{IV-1})$$

où $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ représente le tenseur de déformation plastique à l'échelle mésoscopique et μ est le module de cisaillement. Il est à noter que cette loi de localisation considère le matériau, aux échelles mésoscopique et macroscopique, sans dommage. Cette loi simple évalue les valeurs moyennes des champs de contraintes et déformations dans les grains déformés plastiquement. Il est évident que ce type d'expression (modèle de Lin – Taylor) ne permet pas de déterminer les contraintes et déformations dans tous les grains individuellement. Ainsi, ce modèle d'endommagement est isotrope et les variables de dommage caractérisant la dégradation et la décohésion du cristal sont de type scalaire.

Les auteurs s'appuient sur le concept de comportement à trois phases (durcissement – saturation – adoucissement) proposé initialement par Papadopoulos pour modéliser le comportement du matériau polycristallin en FGNC (Figure IV-2). L'idée originale consiste à coupler la plasticité due au glissement dans les bandes et l'endommagement se produisant par la décohésion à l'échelle mésoscopique (Figure IV-3). Pour ce faire, leur modèle est formulé dans le cadre rigoureux de la thermodynamique des processus irréversibles à variables

internes, pour des transformations isothermes, indépendantes du temps et en petites déformations. La formulation thermodynamique suppose l'existence d'un potentiel d'état, en l'occurrence l'énergie libre volumique. L'évolution des variables internes est régie par : (i) une (ou des) fonction(s) seuil répondant à la question « quand évoluent la plasticité et l'endommagement ? », (ii) un (ou des) potentiel(s) de dissipation indiquant, par hypothèse de normalité, comment évoluent ces mécanismes [Germain et al. 1983; Maugin 1998].

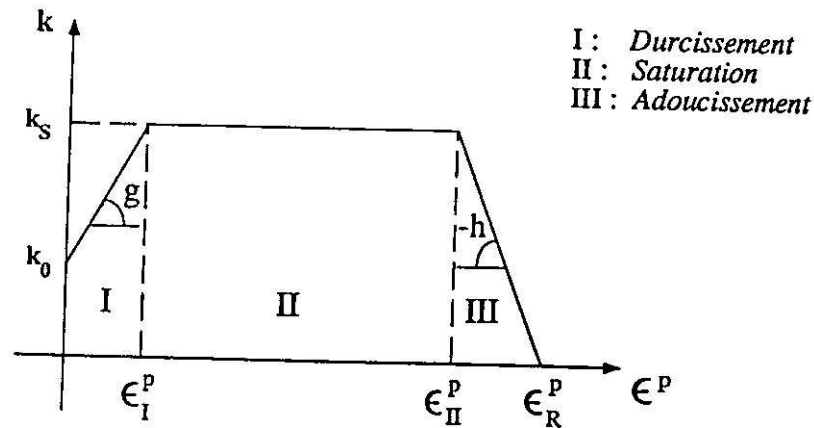


Figure IV-2. Evolution de la limite d'élasticité k en fonction de la déformation plastique cumulée dans la modélisation à trois phases de comportement [Papadopoulos 1987]

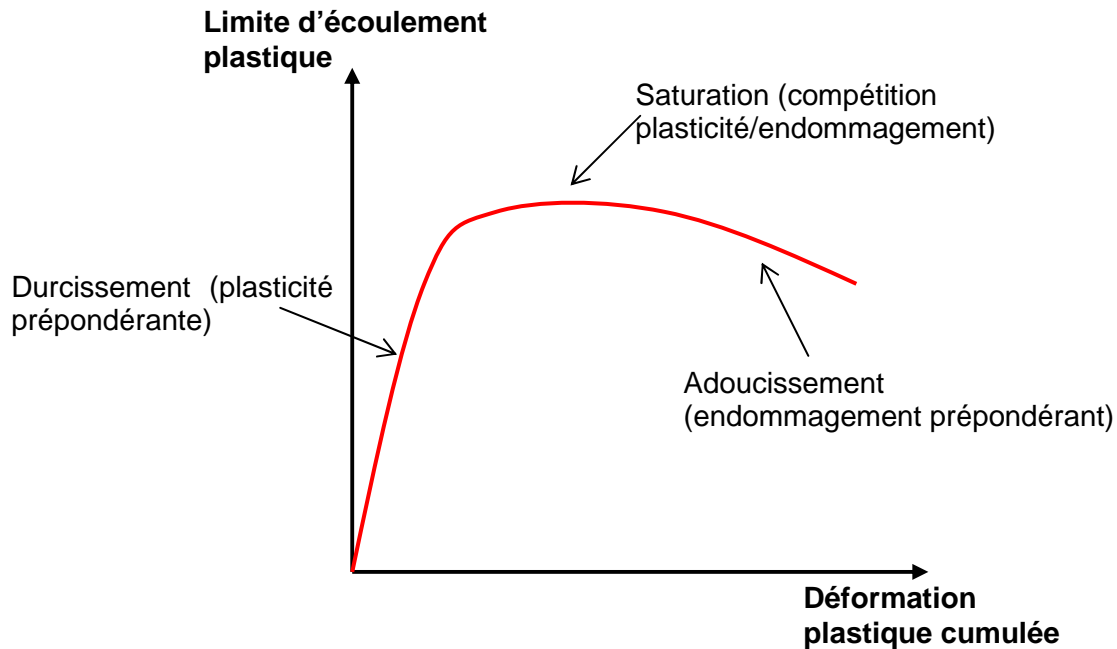


Figure IV-3. Modélisation du comportement à trois phases grâce à la compétition entre la plasticité et l'endommagement à l'échelle mésoscopique [Flaceliere et al. 2007b]

Ce modèle tend à décrire la phase d'amorçage et le premier stade de propagation de fissure (stade 1 – mode II). La déformation plastique cumulée est considérée comme la cause principale du dommage cumulé. L'endommagement est supposé apparaître quand la déformation plastique cumulée atteint un seuil. Au – delà de ce seuil, les évolutions simultanées de la déformation plastique et de l'endommagement entraînent une dégradation des propriétés locales du matériau, en particulier en terme de limite d'écoulement plastique. Au bout d'un certain nombre de cycles ($10^5 - 10^6$ cycles), la ruine du cristal est atteinte pour une valeur critique d_c de la variable d'effet du dommage d . Pour la comparaison avec le résultat expérimental, les auteurs admettent que le nombre de cycles du stade 1 est proche du nombre de cycles à la rupture. Ainsi, l'identification et la validation du modèle se basent sur des courbes S-N expérimentales à la rupture de l'éprouvette.

Dans ce modèle, en plus de la déformation plastique $\underline{\underline{\epsilon}}^p$ et des variables d'écrouissage isotrope (p) et cinématique ($\underline{\underline{\alpha}}$), deux variables d'endommagement distinctes (d et β) sont introduites pour rendre compte du phénomène d'endommagement. Ce formalisme est proche de celui proposé par [Murakami et Kamiya 1997]. La première variable (d) est la variable d'effet du dommage, agissant sur les propriétés du matériau, en particulier sur l'écrouissage isotrope. Elle conduit à une dissipation d'énergie, traduisant les mécanismes de décohérence du cristal. La deuxième variable (β) joue le rôle de mesure scalaire de dommage cumulé, rendant compte de l'énergie stocké dans le matériau (par exemple par frottement des lèvres de la fissure). Son rôle est similaire à la déformation plastique p en écrouissage isotrope. La force conjuguée à cette variable est notée k , et joue le rôle de seuil pour la surface de charge en endommagement. Le Tableau IV-1 récapitule l'ensemble des variables d'état et des forces associées de ce modèle à l'échelle mésoscopique.

Tableau IV-1. Variables d'état et forces associées du modèle de Flacelière – Morel - Dragon

Variable d'état	Description	Force associée	Descriptions
$\underline{\underline{\epsilon}}^e$	Déformation élastique	$\underline{\underline{\sigma}}$	Tenseur des contraintes
$\underline{\underline{\alpha}} = \underline{\underline{\epsilon}}^p$	Déformation plastique (et variable d'écrouissage cinématique)	$\underline{\underline{x}} ; -\underline{\underline{\sigma}}$	Tenseur d'écrouissage cinématique
p	Déformation plastique cumulée	r	Seuil d'écrouissage isotrope
d	Effet du dommage	F_d	Force motrice d'endommagement
β	Dommage cumulé	k	Seuil d'endommagement

IV.2.1 Energie libre et dissipation volumique

Les parties élastique et inélastique de l'énergie libre volumique ω dans un grain (ou des grains) sont écrites comme suit (ρ masse volumique):

$$\omega = \rho\psi = \omega^e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e) + \omega^p(\underline{\underline{\alpha}}, p, d) + \omega^d(p, d, \beta) \quad (\text{IV-2})$$

$$\omega = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) : \underline{\underline{\underline{C}}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \frac{1}{2} c \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\alpha}} + \tilde{r}_\infty p \exp(-sd) + \frac{\tilde{r}_\infty}{g} \exp(-gp) \exp(-sd) + \frac{1}{2} q \beta^2 \quad (\text{IV-3})$$

où $c, \tilde{r}_\infty, s, g$ et q sont des paramètres du matériau. La dissipation volumique intrinsèque au niveau des grains est donnée par la formule (IV-4) se composant de la dissipation due à la plasticité et due à l'endommagement :

$$\Phi = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \underline{\underline{x}} : \underline{\underline{\dot{\alpha}}} - r \cdot \dot{p} + F_d \dot{d} - k \dot{\beta} \quad (\text{IV-4})$$

Le couplage fort impose que la somme de ces termes satisfasse l'inégalité de Clausius – Duhem. Dans cette expression, le signe précédent chaque terme dépend de sa signification physique, à savoir stockage ou dissipation d'énergie. Le 1^{er} terme présente l'énergie de déformation irréversible ; les 2^e et 3^e termes correspondent à l'énergie stockée due à l'écroutissage cinématique et isotrope alors que les 4^e et 5^e termes traduisent respectivement la dissipation et le stockage d'énergie par dommage local.

IV.2.2 Lois d'état

IV.2.2.1 Comportement élastique

Le comportement élastique linéaire isotrope est défini par la dérivée de l'énergie libre (IV-3) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} = \underline{\underline{\underline{C}}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (\text{IV-5})$$

où $\underline{\underline{\underline{C}}}$ est le tenseur de rigidité élastique. Il est à noter que le dommage n'a pas d'influence sur l'élasticité du matériau dans ce modèle. En effet, la présence d'endommagement sous forme d'un processus de décohésion va entraîner une dégradation des propriétés élastiques du cristal. Ainsi, ce modèle donne une surestimation de l'énergie élastique du matériau. D'après les auteurs, l'effet du dommage sur l'élasticité est négligeable comparé au rôle du couplage plasticité – endommagement dans l'amorçage de fissure dans un grain. L'influence du dommage sur le comportement plastique semble plus importante, en particulier sur la limite élastique r (IV-7).

IV.2.2.2 Méso – plasticité

Les forces thermodynamiques associées aux écroutissages cinématique et isotrope sont données par :

$$\underline{x} = \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\alpha}} = c \underline{\alpha} = c \underline{\varepsilon}^p \quad (\text{IV-6})$$

$$r = \frac{\partial \omega}{\partial p} = \tilde{r}_\infty (1 - \exp(-gp)) \exp(-sd) \quad (\text{IV-7})$$

Dans ces expressions, c est le module d'érouissage cinématique ; \tilde{r}_∞ désigne la valeur de saturation de la force thermodynamique r ; g est le module de durcissement et s est le module de sensibilité au dommage. L'érouissage cinématique linéaire (IV-6) reposant sur le modèle simple proposé par Prager permet de refléter l'effet Bauschinger induisant des limites d'écoulement différentes en traction et compression. L'équation (IV-7) montre le couplage entre la plasticité et l'endommagement à l'échelle locale. Dans un premier temps, la déformation plastique cumulée p domine l'évolution de la limite d'élasticité r . Le matériau est dans la phase de durcissement due à la forme exponentielle de p . Lorsque le dommage est actif, le rôle de l'érouissage isotrope disparaît progressivement, le matériau tend vers la phase de saturation. En même temps, l'érouissage cinématique n'est pas affecté par l'endommagement, un état d'accommodation plastique est atteint. Quand la valeur de d devient importante (près de d_c), la limite d'élasticité décroît rapidement par la forme exponentielle liée à la variable d , reflétant la phase d'adoucissement du matériau (Figure IV-3). L'influence du dommage sur la limite d'élasticité semble justifiée pour traduire la perte de ductilité dans le grain provenant de l'amorçage et de l'évolution de fissure.

IV.2.2.3 Méso – dommage

F_d est la force conjuguée correspondant à la variable d'effet du dommage d . Cette force dépend en même temps de la déformation plastique cumulée p et de la variable d :

$$F_d = -\frac{\partial \omega}{\partial d} = \tilde{r}_\infty s \exp(-sd) \left(p + \frac{\exp(-gp)}{g} \right) \quad (\text{IV-8})$$

La deuxième variable d'endommagement β mesure le « dommage cumulé ». La force conjuguée à β est notée k jouant le rôle du seuil dans la surface d'endommagement (paragraphe suivant) :

$$k = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = q\beta \quad (\text{IV-9})$$

IV.2.3 Lois d'évolution

La surface de charge f de plasticité à l'échelle mésoscopique utilisant le critère de Von Mises associé à l'érouissage isotrope et cinématique est donné par (IV-10) où \underline{s} est le déviateur des contraintes mésoscopique, \underline{x} et r figurent respectivement le centre et le rayon de la surface de charge :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{x}}, r) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) - (r + r_0) \leq 0 \quad (\text{IV-10})$$

avec

$$J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) = \sqrt{\frac{1}{2}(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}}) : (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}})} \quad (\text{IV-11})$$

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} \text{Tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{1}} \quad (\text{IV-12})$$

Les évolutions de la déformation plastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ et de la déformation plastique cumulée p respectant la loi associée (normalité par rapport à f), leur valeurs sont définies par :

$$\underline{\underline{\dot{\alpha}}} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{x}}} \right) = \frac{1}{2} \dot{\lambda}^p \frac{\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}}}{J_2(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}})} = \frac{1}{2} \dot{\lambda}^p \frac{\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}}}{r + r_0} \quad (\text{IV-13})$$

$$\dot{p} = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial f}{\partial r} \right) = \dot{\lambda}^p \quad (\text{IV-14})$$

avec $\dot{\lambda}^p$ multiplicateur plastique obtenu par résolution de l'équation de cohérence $\dot{f} = 0$.

Un caractère important de ce modèle est l'introduction d'une loi d'endommagement non associée : la fonction seuil de dommage h se distingue du potentiel de dissipation de dommage H par le coefficient de sensibilité à la contrainte hydrostatique mésoscopique σ_h :

$$h(F_d, k; \sigma_h) = F_d(1 + a\sigma_h) - (k + k_0) \leq 0 \quad (\text{IV-15})$$

$$H(F_d, k; \sigma_h) = F_d(1 + b\sigma_h) - (k + k_1) \quad (\text{IV-16})$$

Dans la fonction seuil (IV-15), a est le paramètre de sensibilité de la contrainte hydrostatique mésoscopique sur l'amorçage de fissure, k_0 est le seuil initial d'endommagement alors que k gouverne l'évolution du seuil d'endommagement. La fonction H possède une expression similaire à la fonction seuil h mais un autre paramètre b de sensibilité à la contrainte hydrostatique est utilisé pour gérer l'évolution de l'endommagement. Il est à noter que les auteurs ont choisi de considérer la contrainte hydrostatique mésoscopique comme un paramètre, et non une force thermodynamique. Les évolutions des variables d'endommagement sont obtenues par les relations de normalité :

$$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H}{\partial F_d} \right) = \dot{\lambda}^d (1 + b\sigma_h) \quad (\text{IV-17})$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H}{\partial k} \right) = \dot{\lambda}^d \quad (\text{IV-18})$$

avec $\dot{\lambda}^d$ multiplicateur de dommage obtenu par résolution de l'équation de cohérence $\dot{h} = 0$. La distinction entre les effets de la contrainte hydrostatique sur l'amorçage et sur l'évolution de l'endommagement est un caractère intéressant et nouveau dans la modélisation de la fatigue polycyclique. Pourtant, cette distinction entraîne certains problèmes lors de la

modélisation des chargements par blocs, en particulier au moment de passage d'un bloc de torsion à un bloc de traction.

IV.2.4 Récapitulatif du modèle

Le Tableau IV-2 récapitule toutes les équations constitutives du modèle de Flacelière – Morel – Dragon. La procédure d'identification des paramètres du modèle utilisant deux courbes S-N (traction alternée et torsion alternée) et une courbe d'écrouissage cyclique peut être trouvée dans [Flaceliere et al. 2007b].

Tableau IV-2. Récapitulatif des équations du modèle de Flacelière – Morel – Dragon

Localisation : $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}}^p$	
Energie libre mésoscopique (Helmholtz)	
$\omega = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) : \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \frac{1}{2} c \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\alpha}} + \tilde{r}_\infty p \exp(-sd) + \frac{\tilde{r}_\infty}{g} \exp(-gp) \exp(-sd) + \frac{1}{2} q \beta^2$	
Méso - plasticité	Méso - dommage
Lois d'état	Lois d'état
$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e$	$F_d = -\frac{\partial \omega}{\partial d} = \tilde{r}_\infty s \exp(-sd) \left(p + \frac{\exp(-gp)}{g} \right)$
$\underline{\underline{x}} = \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\alpha}}} = c \underline{\underline{\alpha}} = c \underline{\underline{\varepsilon}}^p$	$k = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = q \beta$
$r = \frac{\partial \omega}{\partial p} = \tilde{r}_\infty (1 - \exp(-gp)) \exp(-sd)$	
Lois d'évolution (associée)	Lois d'évolution (non - associée)
$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{x}}, r) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) - (r + r_0) \leq 0$	$h(F_d, k; \sigma_h) = F_d (1 + a \sigma_h) - (k + k_0) \leq 0$
$\underline{\underline{\dot{\alpha}}} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{x}}} \right) = \frac{1}{2} \dot{\lambda}^p \frac{s - \underline{\underline{x}}}{r + r_0}$	$H(F_d, k; \sigma_h) = F_d (1 + b \sigma_h) - (k + k_1)$
$\dot{p} = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial f}{\partial r} \right) = \dot{\lambda}^p$	$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H}{\partial F_d} \right) = \dot{\lambda}^d (1 + b \sigma_h)$
	$\dot{\beta} = -\dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H}{\partial k} \right) = \dot{\lambda}^d$
Dissipation volumique intrinsèque mésoscopique	
$\Phi = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \underline{\underline{x}} : \underline{\underline{\dot{\alpha}}} - r \cdot \dot{p} + F_d \dot{d} - k \dot{\beta}$	

IV.2.5 Analyse critique du modèle de Flacelière – Morel – Dragon

Le modèle de Flacelière – Morel – Dragon présente certains caractères intéressants pour la modélisation de la fatigue polycyclique. D'abord, le modèle est construit dans le cadre rigoureux de la thermodynamique des processus irréversible permettant de décrire explicitement les évolutions incrémentales de la déformation plastique et de l'endommagement. Ensuite, le choix d'un modèle à deux échelles (mésoscopique – macroscopique) permet de transcrire des processus physiques de dégradation du matériau (plasticité, endommagement) à l'échelle des grains tout en conservant la bonne lisibilité du modèle. Le rôle primordial du couplage plasticité – endommagement à l'échelle mésoscopique dans l'amorçage et la propagation de microfissures semble être justifié dans le domaine de fatigue polycyclique. La loi de localisation choisie (modèle de Lin – Taylor), par sa simplicité, limite les développements mathématiques, tout en restant satisfaisante face aux phénomènes physiques à refléter : effet de contrainte résiduelle à l'échelle mésoscopique et capacité de transmission intégrale de la contrainte hydrostatique d'une échelle à l'autre. Enfin, un grand nombre d'effets propres à la fatigue polycyclique est pris en compte, à savoir : le cumul non linéaire, l'endommagement sous la limite de fatigue, l'effet de la contrainte moyenne. En ce qui concerne la mise en oeuvre, le modèle permet de prédire relativement bien les courbes S-N pour les chargements uniaxiaux et les chargements multiaxiaux proportionnels à amplitude constante, avec et sans contrainte moyenne.

En perfectionnant le modèle vers des applications plus complexes (chargement multiaxial non – proportionnel, chargement par blocs, chargement à amplitude variable), il apparaît que deux points méritent d'être améliorés. D'abord, la description de l'écoulement plastique par le critère de Von Mises (IV-10) ne permet pas de capter l'effet de la phase lors d'une sollicitation déphasée. Comme énoncé lors du chapitre III, ce point a été la motivation de la recherche d'un nouveau critère plus performant face au problème de la phase. Une autre limitation du modèle apparaît lors de la simulation d'une sollicitation par blocs de type Torsion/Traction (torsion suivi par traction). Comme il sera montré dans ce Chapitre, un tel chargement induit une discontinuité des variables d'endommagement (d, β) au moment du passage du bloc de torsion à celui de traction, entraînant l'instabilité de la loi de comportement. L'origine de ce problème provient de la prise en compte de la contrainte hydrostatique dans la fonction seuil de dommage h (IV-15). Il est donc nécessaire de proposer une nouvelle description de l'endommagement permettant de franchir le problème rencontré. Une autre modification apportée concerne la distinction d'une phase d'amorçage et d'une phase de propagation dans l'évolution de l'endommagement, tentant à traduire des observations expérimentales obtenues (cf. Chapitre II).

IV.3 Modification du seuil de l'écoulement plastique

Afin de conserver les points originaux proposés par les auteurs (Flacelière, Morel, Dragon), nous avons choisi d'être fidèle à toutes les lois d'état dérivées de l'énergie libre mésoscopique (IV-3). Seules les lois complémentaires sont remises en question afin de refléter l'effet de la phase. En profitant des capacités du critère proposé dans le chapitre III, nous proposons une nouvelle surface de charge $f \leq 0$ de plasticité à l'échelle mésoscopique sous la forme :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{x}}, r) = \sqrt{\gamma_1 J_2^2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_f(I_{1,a}, I_{1,m})} - (r + r_0) \leq 0 \quad (IV-19)$$

avec
$$J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) = \sqrt{\frac{1}{2}(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}}) : (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}})} \quad (IV-11)$$

$$J_{2,moy} = \frac{1}{T} \int_0^T J_2'(t) dt \quad (IV-20)$$

$$J_2'(t) = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{S}}^a(t) : \underline{\underline{S}}^a(t)} = \sqrt{\frac{(\underline{\underline{\Sigma}}_{xx}(t) - \underline{\underline{\Sigma}}_{xm})^2}{3} + (\underline{\underline{\Sigma}}_{xy}(t) - \underline{\underline{\Sigma}}_{xym})^2} \quad (IV-21)$$

$$I_{1,a} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} Tr(\underline{\underline{\Sigma}}(t)) - \min_{t \in T} Tr(\underline{\underline{\Sigma}}(t)) \right\} \quad (IV-22)$$

$$I_{1,m} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} Tr(\underline{\underline{\Sigma}}(t)) + \min_{t \in T} Tr(\underline{\underline{\Sigma}}(t)) \right\} \quad (IV-23)$$

○ $R_m < 750$ MPa : $\gamma_1 = 0.65$, $\gamma_2 = 0.8636$, $I_f(I_{1,a}, I_{1,m}) = I_{1,a} + I_{1,m}$ (IV-24)

○ $R_m > 750$ MPa : $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 1.7272$, $I_f(I_{1,a}, I_{1,m}) = I_{1,a} + \frac{f-1}{t-1} I_{1,m}$ (IV-25)

On rappelle que $\underline{\underline{S}}^a$ est le déviateur de l'amplitude des contraintes.

Remarque 1 :

La forme (III-13) du critère d'endurance est établie de manière à ce que la limite de fatigue en torsion soit insensible à la contrainte moyenne. Comme la plupart des critères d'endurance, on laisse de côté volontairement le rôle de la déformation plastique. Pour le domaine de l'endurance limitée, l'évolution de la déformation plastique nécessite désormais la prise en compte de la totalité du terme J_2 . C'est pourquoi on choisit de remplacer $J_2'(t)$ par le terme $J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})$ permettant de décrire l'évolution de la déformation plastique. Il est à noter que ces deux termes $J_2'(t)$ et $J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})$ sont identiques lorsque la déformation plastique tend vers zéro, i.e. le matériau est dans l'état d'adaptation élastique. Cette condition est atteinte quand le chargement appliqué est inférieur ou égal à la limite de fatigue (contrainte moyenne nulle).

Par conséquent, le modèle bénéficie de la capacité de prédiction de la limite de fatigue du critère proposé dans le chapitre III.

Remarque 2 :

La surface de charge (IV-19) est affectée par $J_{2,moy}$ et $I_f(I_{1,a}, I_{1,f})$ qui sont des grandeurs macroscopiques. Ces valeurs sont déterminées directement à partir de l'évolution de tenseur des contraintes macroscopique au cours d'une période de chargement (Chapitre III). Ces grandeurs dans la surface de charge de mésoplasticité sont considérées comme paramètres et non comme forces thermodynamiques. Pour une sollicitation macroscopique imposée (déformation ou contrainte), les valeurs $J_{2,moy}$ et $I_f(I_{1,a}, I_{1,f})$ sont indépendantes des variables internes mésoscopiques du modèle. Au contraire, $J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})$ est une grandeur mésoscopique dépendant du tenseur des contraintes mésoscopiques $\underline{\underline{\sigma}}$ et du tenseur d'écroissage cinématique $\underline{\underline{x}}$ (IV-11).

Afin de retrouver les lois d'évolution classiques de $\underline{\underline{\epsilon}}^p$, $\underline{\underline{\alpha}}$ et p , nous avons choisi de ne pas ne pas tenir compte des grandeurs $J_{2,moy}$ et $I_f(I_{1,a}, I_{1,f})$ dans l'évolution de la déformation plastique. Les lois d'évolution sont donc gérées par un potentiel de dissipation F différent de f (loi non associée) :

$$F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{x}}, r) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) - r \quad (IV-26)$$

$$\underline{\underline{\dot{\alpha}}} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{x}}} \right) = \frac{1}{2} \dot{\lambda}^p \frac{\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}}}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})} \quad (IV-27)$$

$$\dot{p} = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial F}{\partial r} \right) = \dot{\lambda}^p \quad (IV-28)$$

Remarque 3 :

Il est important de noter que les formes choisies de la surface de charge (IV-19) et du potentiel de dissipation (IV-26) rendent également compte de l'insensibilité à la contrainte moyenne de torsion. En effet, la présence de la contrainte moyenne en torsion ajoute une partie moyenne de déformation plastique $\underline{\underline{\epsilon}}^p$, son évolution $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p$ par contre n'est pas affectée par cette partie. Ainsi, l'évolution de la déformation plastique cumulée \dot{p} est indépendante de la contrainte moyenne de torsion, \dot{p} étant relié à $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p$ par l'expression :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \left(\frac{1}{2} \dot{\lambda}^p \right)^2 \frac{(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}}) : (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}})}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})} = \frac{1}{2} \dot{p}^2 \quad (IV-29)$$

La contrainte moyenne en traction a , elle, a une influence forte sur l'évolution de l'écoulement plastique à travers le terme $I_f(I_{1,a}, I_{1,f})$. A titre d'illustration, les allures des variations de la déformation plastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ au cours d'un chargement périodique (valeurs maximale (ε_{\max}^p) et minimale (ε_{\min}^p) dans un cycle) sont représentées sur la Figure IV-4 où ε_{11}^p et ε_{12}^p sont respectivement les composantes en traction et en torsion de déformation plastique, ε_m^p est la partie moyenne de la déformation plastique générée par le cisaillement moyen imposé. La Figure IV-4 illustre l'insensibilité de $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ au cisaillement moyen. En effet, l'indépendance du modèle au cisaillement moyen et la forte dépendance à la contrainte normale moyenne sont en accord avec le constat expérimental pour de nombreux aciers [Davoli *et al.* 2003; Papadopoulos *et al.* 1997; Sines 1959].

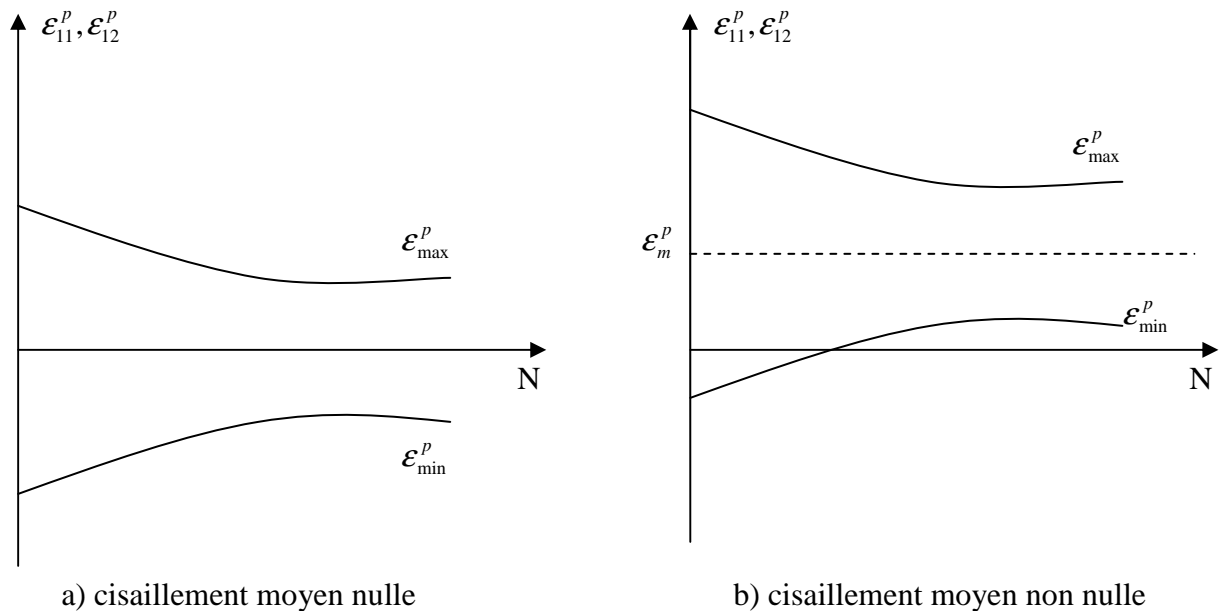


Figure IV-4. Variation de déformation plastique au cours d'un chargement périodique

Les descriptions de l'écrouissage isotrope (IV-6) et cinématique (IV-7) ont été retenues. La nouvelle surface de charge proposée (IV-19) tend à rendre compte des effets de la phase et de la contrainte moyenne sur l'activation de l'écoulement plastique dans un grain. Cette surface fournit au modèle une bonne capacité de prédiction de la limite de fatigue pour à la fois le chargement proportionnel et non proportionnel, avec ou sans contrainte moyenne. C'est le point de départ pour modéliser le comportement plastique lors des chargements au delà de la limite de fatigue.

IV.4 Modification de l'évolution de l'endommagement

IV.4.1 Suppression du facteur d'instabilité

Dans le modèle de Flacelière – Morel – Dragon, la distinction entre l'effet de la contrainte hydrostatique sur le seuil d'activation du dommage et celui sur l'évolution du dommage est un nouveau point dans le domaine de la modélisation de la fatigue polycyclique. L'intervention de la contrainte hydrostatique dans la description du dommage semble être justifiée, par le rôle de la contrainte d'ouverture sur l'amorçage et l'évolution des microfissures en fatigue. La contrainte de compression, quant à elle, peut bloquer la propagation de fissures. Pourtant, la prise en compte de la contrainte hydrostatique dans la fonction seuil de dommage h engendre une perte de stabilité du modèle au moment du changement torsion/traction lors d'un chargement par blocs. On suppose qu'à la fin d'un bloc de chargement de torsion, on a atteint un état d'endommagement tel que $\beta = \beta_{To}$. On cherche à déterminer le comportement de β au moment du passage à un bloc de traction. Le chargement est tel que $h = 0$ avec :

$$h(F_d, k; \sigma_h) = F_d(1 + a\sigma_h) - (q\beta + k_0) \leq 0 \quad (IV-15)$$

$$\text{A la fin du bloc de torsion : } h = 0, \sigma_h = 0 \rightarrow (F_d)_{To} = q\beta_{To} + k_0 \quad (IV-30)$$

$$\text{Au début du bloc de traction : } h = 0, \sigma_h \neq 0 \rightarrow (F_d)_{Ta}(1 + a\sigma_h) = q\beta_{Ta} + k_0 \quad (IV-31)$$

Comme d et β sont des fonctions continues du chargement, l'expression (IV-8) impose que F_d soit continu au moment du passage d'un bloc à l'autre : $(F_d)_{To} = (F_d)_{Ta}$. La variable de dommage cumulé β subit donc un saut de valeur $[\beta]$ correspondant à un taux $\dot{\beta}$ infini :

$$[\beta] = \beta_{Ta} - \beta_{To} = \left(\beta_{To} + \frac{k_0}{q} \right) a\sigma_h \quad (IV-32)$$

La Figure IV-5 présente un exemple du saut de valeur de β au moment du passage torsion/traction d'un chargement par blocs de type Torsion – Traction.

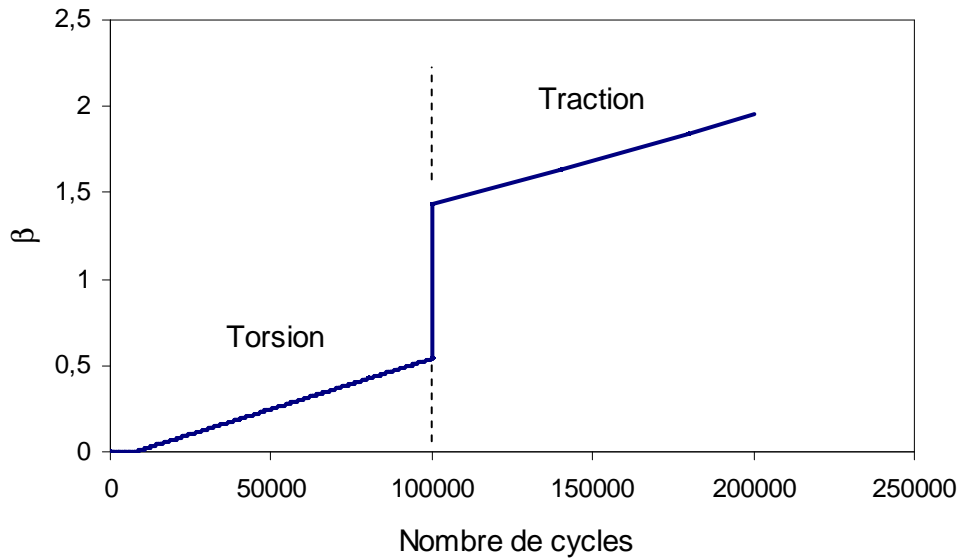


Figure IV-5. Evolution de β au cours d'un chargement par blocs de type Torsion – Traction

Plusieurs tentatives ont été essayées pour contourner cette difficulté. Nous constatons que la prise en compte de la contrainte hydrostatique dans l'évolution des variables d'endommagement est le point essentiel dans la physionomie du modèle. L'intervention de la contrainte hydrostatique dans le potentiel de dissipation du dommage H est suffisante pour traduire ce phénomène. En effet, dans le modèle de [Flaceliere et al. 2007b], l'utilisation du seuil de plasticité de Von Mises (IV-10) conduit à un rapport $\sqrt{3}$ entre les limites de fatigue en traction alternée pure et en torsion alternée pure. Expérimentalement, ce rapport n'est pas constant et dépend du matériau considéré. Le rôle de σ_h dans le seuil d'endommagement h (IV-15) consiste à corriger le rapport $\sqrt{3}$ selon le matériau étudié. Grâce au nouveau seuil de plasticité (IV-19), le rapport correct entre les limites de fatigue est désormais assuré, la présence de σ_h dans le seuil h devient inutile. Par conséquent, nous proposons de supprimer l'influence de σ_h au niveau de la fonction seuil d'endommagement h afin d'assurer la stabilité du modèle lors d'un chargement par blocs. Le potentiel de dissipation H est légèrement modifié de telle manière qu'il n'y ait pas d'évolution de la variable d'effet du dommage (d) dans la phase de compression :

$$h(F_d, k; \sigma_h) = F_d - (k + k_0) \leq 0 \quad (\text{IV-33})$$

$$H(F_d, k; \sigma_h) = F_d \langle 1 + b\sigma_h \rangle - k \quad (\text{IV-34})$$

où $\langle . \rangle$ est défini par : $\langle u \rangle = u$ si $u > 0$, $\langle u \rangle = 0$ sinon. Les lois d'évolution sont obtenues par dérivation du potentiel H (normalité) :

$$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H}{\partial F_d} \right) = \dot{\lambda}^d \langle 1 + b\sigma_h \rangle \quad (\text{IV-35})$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H}{\partial k} \right) = \dot{\lambda}^d \quad (\text{IV-36})$$

Le modèle demeure non associé pour la loi d'endommagement. Les modifications portées sur la fonction seuil h (IV-33) et le potentiel de dissipation H (IV-34) maintiennent l'effet de contrainte hydrostatique sur l'évolution de la variable d dans la phase de traction. Quant à la phase de compression, seule évolue la variable de dommage cumulé β , la variable d est bloquée ($\dot{d} = 0$). En torsion, les évolutions de d et β sont identiques ($\dot{d} = \dot{\beta} = \dot{\lambda}^d$).

Si nous restons à cette étape avec les modifications rapportées dans la description de l'écoulement plastique (IV-19), (IV-26) et de l'endommagement (IV-33), (IV-34), la capacité de prédiction du modèle a été déjà nettement améliorée par rapport à la version de base, en particulier pour des chargements non proportionnels. Des confrontations du modèle amélioré aux résultats expérimentaux (chargement en phase, chargement hors phase 90° , chargement avec contrainte moyenne) sont rapportées par [Vu *et al.* 2009]. Le modèle franchit aussi le problème de l'instabilité lors du passage d'un bloc à l'autre. Toutefois, la version rapportée par [Vu *et al.* 2009] ne distingue pas les cinétiques de l'endommagement (évolution de l'endommagement en fonction de la fraction de durée de vie) entre traction et torsion. Afin de mieux refléter cette distinction, d'autres modifications inspirées de constats expérimentaux (Chapitre II) seront présentées dans la suite.

IV.4.2 Constat expérimental sur l'évolution d'endommagement

Plusieurs constats expérimentaux importants ont été retenus lors de la campagne expérimentale (Chapitre II). Il a été conclu que la vitesse de propagation de fissure est la grandeur mécanique pertinente permettant de rendre compte de certains phénomènes caractéristiques de la fatigue polycyclique, à savoir la distinction entre le mode d'endommagement de traction et celui de torsion et le cumul non linéaire des blocs de chargement. Il est à noter que la différence de cinétique d'évolution de fissure entre le mode de traction et le mode de torsion est assez commune pour plusieurs matériaux. La Figure IV-6 et la Figure IV-7 présentent la non-linéarité de la vitesse de propagation en fonction des fractions de durée de vie en traction et torsion respectivement pour l'acier 1045 [McDowell 1996] et pour l'acier C35.

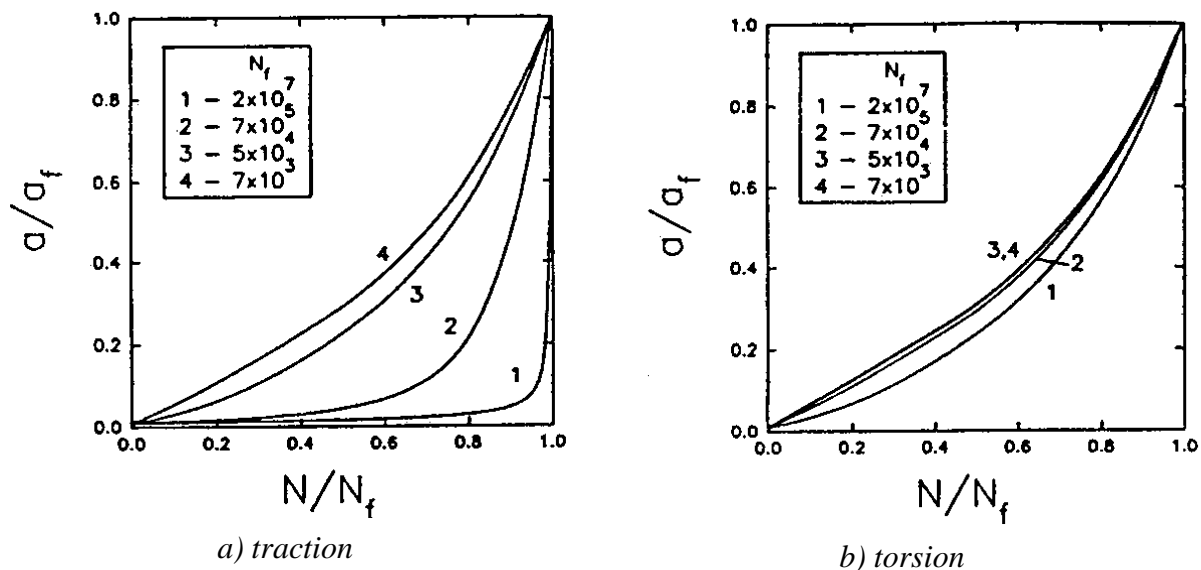


Figure IV-6. Non linéarité de la vitesse de propagation en fonction des fractions de durée de vie pour l'acier 1045 [McDowell 1996]

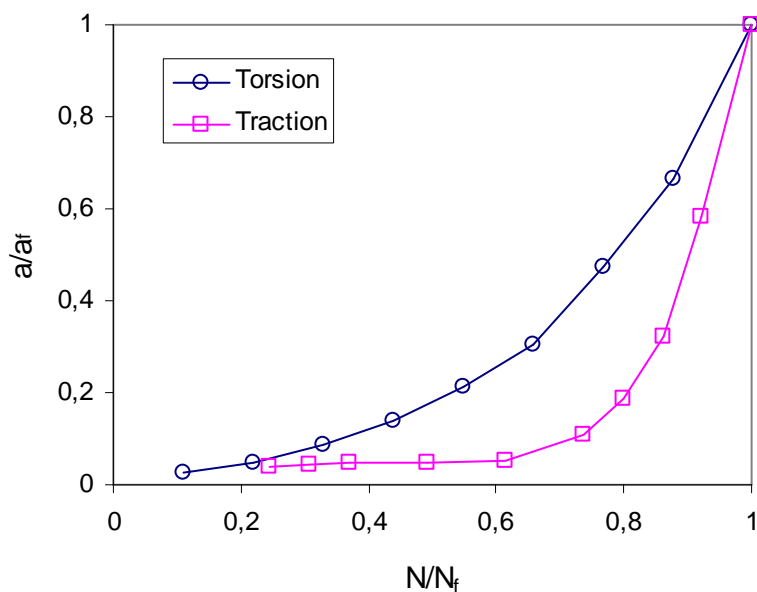


Figure IV-7. Non linéarité de la vitesse de propagation en fonction des fractions de durée de vie pour l'acier C35 (cf. Chapitre II)

Pour le domaine de fatigue polycyclique ($10^5 - 10^6$ cycles), il apparaît qu'un chargement de torsion entraîne une non-linéarité beaucoup moins forte qu'un chargement de traction. Nous pouvons constater que la longueur de fissure même mesurée en surface est une grandeur importante permettant éventuellement d'évaluer quantitativement l'état d'endommagement de l'éprouvette. Nous pouvons donc imaginer une bonne similitude entre l'évolution de la longueur de fissure $2a$ et le processus de dégradation du cristal présenté par

la variable d'effet du dommage d . Ainsi, une modélisation de la non linéarité de l'évolution de la variable d permet de transcrire la non linéarité observée expérimentale. Comme analysé expérimentalement dans la Section II.5.2, une distinction entre une partie d'amorçage et une partie de propagation permet de rendre compte de la non linéarité de la propagation de fissure constatée expérimentalement. Ainsi, nous proposons de modéliser l'évolution de l'endommagement en deux phases : phase d'amorçage et phase de propagation. Tout en respectant les non linéarités des différents modes de chargement (traction et torsion), les hypothèses suivantes sont admises pour des raisons de simplicité :

- En torsion : la vitesse d'endommagement varie légèrement lors de la transition amorçage/propagation.
- En traction : la vitesse d'endommagement augmente significativement lors de la phase de propagation.

IV.4.3 Lois d'évolution d'endommagement en deux phases

Les modifications apportées concernent le potentiel de dissipation du dommage et les lois d'évolution de la variable d'effet du dommage d . Il est supposé que la variable de dommage cumulé β n'est pas affectée par la transition amorçage/propagation. Dans un premier temps, la condition de transition est établie sur la valeur de la variable d en introduisant un paramètre d_p :

- o Fonction seuil de dommage : $h(F_d, k) = F_d - (k + k_0) \leq 0$ (IV-33)

- o Potentiel de dissipation de dommage :

- Phase d'amorçage ($0 \leq d \leq d_p$): $H_1(F_d, k) = aF_d - k$ (IV-37)

- Phase de propagation ($d_p < d \leq d_c$): $H_2(F_d, k; \sigma_h) = F_d (1 + b \langle \sigma_h \rangle) - k$ (IV-38)

- o Lois d'évolution :

- Phase d'amorçage ($0 \leq d \leq d_p$):

$$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H_1}{\partial F_d} \right) = a \dot{\lambda}^d \quad (IV-39)$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H_1}{\partial k} \right) = \dot{\lambda}^d \quad (IV-40)$$

- Phase de propagation ($d_p < d \leq d_c$):

$$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H_2}{\partial F_d} \right) = \dot{\lambda}^d (1 + b \langle \sigma_h \rangle) \quad (IV-41)$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H_2}{\partial k} \right) = \dot{\lambda}^d \quad (IV-42)$$

Remarque 1 :

Les formes différentes proposées du potentiel de dissipation (IV-37), (IV-38) proviennent des constats expérimentaux dans les deux cas extrêmes de chargement : traction et torsion. La distinction de vitesse d'endommagement est portée par l'effet de contrainte hydrostatique. Ce choix est motivé pour isoler le cas de torsion pure ($\sigma_h = 0$) par rapport à tous les autres cas de chargement ($\sigma_h \neq 0$). Rappelons que la contrainte hydrostatique intervient dans la loi d'endommagement comme un paramètre, et non comme une force thermodynamique. L'hypothèse de la variation légère de la vitesse d'endommagement en torsion lors de la transition amorçage/propagation semble être justifiée par le constat que la fissure en torsion dépasse très rapidement le seuil de propagation (Section II.5.2). Ainsi, dans les deux phases (pour la torsion), les vitesses d'endommagement ne diffèrent que sur un coefficient a (amorçage : $\dot{d} = a\dot{\lambda}^d$, propagation : $\dot{d} = \dot{\lambda}^d$).

Remarque 2 :

Pour tous les chargements présentant une composante de contrainte hydrostatique, en particulier le cas de traction pure, la vitesse d'endommagement est ralentie par des barrières microstructurales dans la phase d'amorçage avant une accélération dans la phase de propagation. Les potentiels proposés (IV-37), (IV-38) tendent à transcrire ces mécanismes d'endommagement en jouant simplement sur les coefficients de sensibilité à la contrainte hydrostatique. Ainsi, les coefficients a , b doivent satisfaire les conditions suivantes :

- Phase d'amorçage : $0 < a \leq 1$
- Phase de propagation : $b > 0$

L'évolution de la variable β est la même dans les deux phases ($\dot{\beta} = \dot{\lambda}^d$). Il est à noter que la forme (IV-37) en phase d'amorçage permet de modéliser le cas où $\dot{d} < \dot{\lambda}^d$ ($0 < a \leq 1$) alors que la forme (IV-38) en phase de propagation conduit toujours à $\dot{d} \geq \dot{\lambda}^d$.

Remarque 3 :

La transition amorçage/propagation dépend du paramètre d_p caractérisant la valeur d'endommagement au seuil de la phase de propagation. Grâce à la similitude entre l'évolution de longueur de fissure et l'évolution de l'endommagement, la valeur de d_p peut être identifiée à partir d'une courbe expérimentale traçant la longueur de fissure en fonction de durée de vie (Figure IV-6). Afin de faciliter l'identification, il convient d'utiliser la courbe expérimentale en cas de traction pure. Cette courbe est reproductible grâce à la technique de réplique présentée dans le Chapitre II. Une fois la courbe expérimentale obtenue, il suffit de tracer deux courbes de tendance correspondant à deux phases et déterminer la valeur de d_p comme l'intersection de ces deux courbes (Figure IV-8).

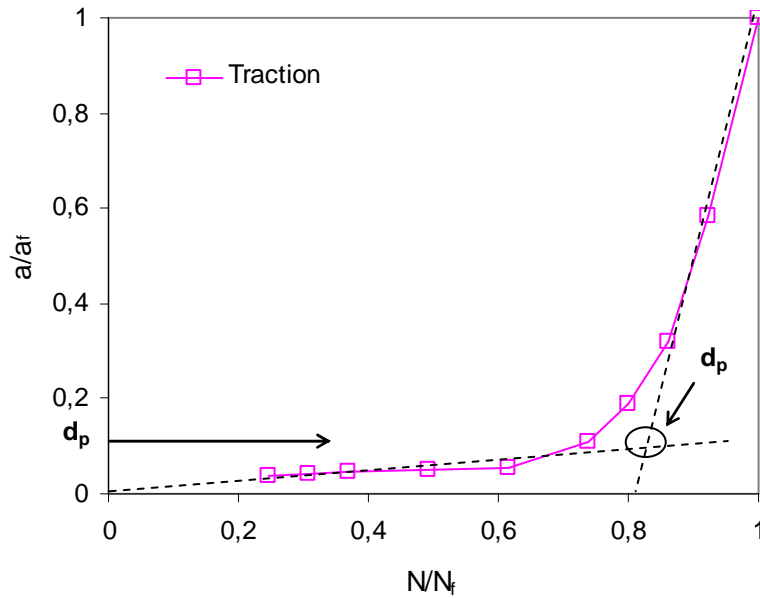


Figure IV-8. Détermination de d_p de la courbe d'évolution de longueur de fissure en traction alternée pure pour l'acier C35

IV.5 Accumulation de plasticité et d'endommagement

Les conditions de cohérence liées au seuil de plasticité f (IV-19) et au seuil d'endommagement h (IV-33) permettent de déterminer respectivement les expressions du multiplicateur plastique $\dot{\lambda}^p$ et du multiplicateur d'endommagement $\dot{\lambda}^d$.

$$\dot{f} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{x}}} : \underline{\underline{\dot{x}}} + \frac{\partial f}{\partial r} \dot{r} = 0 \quad (\text{IV-43})$$

En tenant compte des notations du Tableau IV-2 et de (IV-19), on obtient :

$$\dot{p} = \dot{\lambda}^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial p \partial d} \dot{d}}{\frac{1}{2} c \frac{\gamma_1^2 J_2^2 (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})}{(r + r_0)^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2}} \quad (\text{IV-44})$$

L'équation (IV-44) montre l'effet du couplage entre plasticité et endommagement sur l'accumulation plastique. L'évolution de la déformation plastique accumulée p dépend de l'évolution des contraintes, mais aussi de l'évolution de la variable d . Ainsi, il y a influence des grandeurs macroscopiques $J_{2, moy}$ et $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ sur le multiplicateur plastique à travers le terme $J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})$ lié au seuil de plasticité ($f = 0$).

Avec une démarche identique pour le dommage :

$$\dot{h} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial F_d} \dot{F}_d + \frac{\partial h}{\partial k} \dot{k} = 0 \quad (\text{IV-45})$$

$$\text{- Phase d'amorçage : } \dot{d} = a\lambda^d \Rightarrow \lambda^d = \frac{-\frac{\partial^2 \omega}{\partial p \partial d} \dot{p}}{a \frac{\partial^2 \omega}{\partial d^2} + q} \quad (\text{IV-46})$$

$$\text{- Phase de propagation : } \dot{d} = \lambda^d (1 + b \langle \sigma_h \rangle) \Rightarrow \lambda^d = \frac{-\frac{\partial^2 \omega}{\partial p \partial d} \dot{p}}{(1 + b \langle \sigma_h \rangle) \frac{\partial^2 \omega}{\partial d^2} + q} \quad (\text{IV-47})$$

En remplaçant le terme \dot{d} dans l'équation (IV-44) par les expressions obtenues en (IV-46) et (IV-47), nous pouvons exprimer l'évolution de la variable p uniquement en fonction de l'évolution des contraintes pour les deux phases, les variables d'endommagement devenant implicites.

$$\dot{p} = \lambda^p = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}}}{A} \quad (\text{IV-48})$$

- Phase d'amorçage :

$$A = \frac{1}{2} c \frac{\gamma_1^2 J_2^2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})}{(r + r_0)^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} - \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial p \partial d} \right)^2 \frac{a}{a \frac{\partial^2 \omega}{\partial d^2} + q} \quad (\text{IV-49})$$

- Phase de propagation :

$$A = \frac{1}{2} c \frac{\gamma_1^2 J_2^2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})}{(r + r_0)^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} - \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial p \partial d} \right)^2 \frac{(1 + b \langle \sigma_h \rangle)}{(1 + b \langle \sigma_h \rangle) \frac{\partial^2 \omega}{\partial d^2} + q} \quad (\text{IV-50})$$

L'équation (IV-48) permet de déterminer l'ensemble des évolutions liées à la plasticité ainsi que celles de d et β à tout instant du cycle de chargement.

IV.6 Récapitulatif du modèle amélioré

Nous venons de présenter un modèle d'endommagement dédié à la fatigue polycyclique. Le modèle proposé est construit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles tout en respectant les points originaux de la version de base développée par [Flaceliere et al. 2007b], à savoir les descriptions de l'écrouissage et de l'endommagement et le couplage plasticité – dommage à l'échelle mésoscopique. Dans le modèle proposé, une nouvelle surface de charge en plasticité a été mise en place permettant au modèle de décrire des chargements multiaxiaux non proportionnels. De plus, une attention particulière est portée à la description des évolutions de la plasticité et de l'endommagement tendant à transcrire le cumul non

linéaire d'endommagement lors des chargements par blocs. Avant de parler de l'identification et de la validation du modèle proposé, nous donnons dans le Tableau IV-3 un récapitulatif des équations afin de faciliter la lecture dans la suite.

Tableau IV-3. Récapitulatif des équations du modèle proposé

Localisation : $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}}^p$	
Energie libre mésoscopique (Helmholtz)	
$\omega = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) : \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \frac{1}{2}c\underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\alpha}} + \tilde{r}_\infty p \exp(-sd) + \frac{\tilde{r}_\infty}{g} \exp(-gp) \exp(-sd) + \frac{1}{2}q\beta^2$	
Lois d'état	
Méso - plasticité	Méso - dommage
$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e$	$F_d = -\frac{\partial \omega}{\partial d} = \tilde{r}_\infty s \exp(-sd) \left(p + \frac{\exp(-gp)}{g} \right)$
$\underline{\underline{x}} = \frac{\partial \omega}{\partial \underline{\underline{\alpha}}} = c\underline{\underline{\alpha}} = c\underline{\underline{\varepsilon}}^p$	$k = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = q\beta$
$r = \frac{\partial \omega}{\partial p} = \tilde{r}_\infty (1 - \exp(-gp)) \exp(-sd)$	
Lois d'évolution en plasticité (non - associée)	
$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{x}}, r) = \sqrt{\gamma_1 J_2^2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) + \gamma_2 J_{2, moy}^2 + \gamma_3 I_f(I_{1,a}, I_{1,m})} - (r + r_0) \leq 0$	
$F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{x}}, r) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) - r$	
$\underline{\underline{\dot{\alpha}}} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{x}}} \right) = \frac{1}{2} \dot{\lambda}^p \frac{\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{x}}}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})}$	
$\dot{p} = -\dot{\lambda}^p \left(\frac{\partial F}{\partial r} \right) = \dot{\lambda}^p$	
Lois d'évolution en endommagement (non - associée)	
$h(F_d, k) = F_d - (k + k_0) \leq 0$	
Phase d'amorçage	Phase de propagation
$H_1(F_d, k) = aF_d - k \quad (0 < a \leq 1)$	$H_2(F_d, k; \sigma_h) = F_d (1 + b \langle \sigma_h \rangle) - k \quad (b > 0)$
$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H_1}{\partial F_d} \right) = a \dot{\lambda}^d$	$\dot{d} = \dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H_2}{\partial F_d} \right) = \dot{\lambda}^d (1 + b \langle \sigma_h \rangle)$
$\dot{\beta} = -\dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H_1}{\partial k} \right) = \dot{\lambda}^d$	$\dot{\beta} = -\dot{\lambda}^d \left(\frac{\partial H_2}{\partial k} \right) = \dot{\lambda}^d$
Dissipation volumique intrinsèque mésoscopique	
$\Phi = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \underline{\underline{x}} : \underline{\underline{\dot{\alpha}}} - r \cdot \dot{p} + F_d \dot{d} - k \dot{\beta}$	

IV.7 Implantation numérique

Afin de déterminer les valeurs des variables internes à chaque instant du cycle de chargement à partir des équations constitutives du modèle (Tableau IV-3), il nous faut résoudre un système d'équations différentielles non linéaires du premier ordre. Il s'agit d'une intégration locale en un point de Gauss des lois de comportement. L'histoire de déformation est supposée connue, ce qui revient à étudier des chargements à déformation totale imposée. Le but de l'intégration locale est de déterminer l'état mécanique à l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ en supposant connu celui à l'instant t_n ; Δt représente l'intervalle de temps connu durant lequel un incrément de déformation totale $\Delta \varepsilon$ est imposé tel que $\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n + \Delta \varepsilon$.

Dans un premier temps, une subroutine de type UMAT pour l'intégration locale est écrite en Fortran 90. Les lois d'évolution sont discrétisées sous forme incrémentale suivant un schéma purement implicite de la méthode du point – milieu généralisé. Une méthode de Newton-Raphson reposant sur un schéma de type « prédiction élastique – correction non linéaire » est ensuite appliquée. A la fin d'un incrément, la subroutine UMAT permet de réactualiser les contraintes ainsi que les variables internes à leur nouvelle valeur. Cette subroutine est intégrée à un programme principal permettant de piloter le chargement en déformation et sortir le nombre de cycle à rupture lorsque la variable d atteint la valeur critique d_c . L'algorithme de ce programme de calcul de durée de vie est montré dans la Figure IV-7.

Remarques :

- Le chargement peut être appliqué sous forme de contrainte macroscopique. Il est alors transformé en déformation totale imposée grâce au comportement élastique du matériau à l'échelle macroscopique.
- Lorsque d atteint la valeur critique d_c , le programme est terminé. Le temps total de calcul compté par la variable t sert à calculer le nombre de cycle à rupture N_r , sachant que $N_r = t/T$ où T est la période du chargement appliqué.

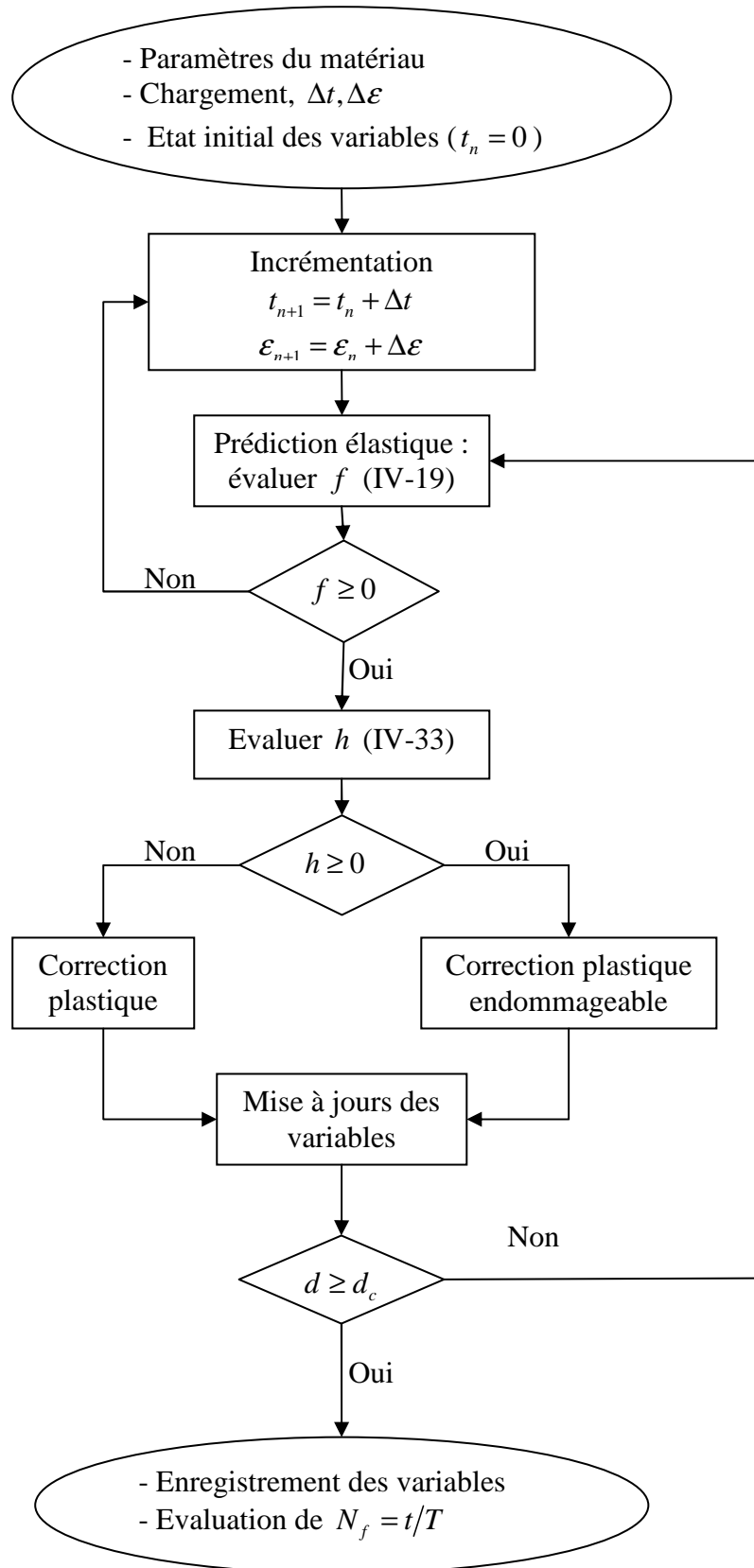


Figure IV-9. Algorithme du programme de calcul de durée de vie

IV.8 Procédure d'identification des paramètres

Pour un matériau particulier, la mise en œuvre du modèle proposé nécessite l'identification d'un certain nombre de paramètres répertoriés par catégorie dans le Tableau IV-4. Ce paragraphe propose une étude paramétrique rapide permettant d'explicitier le rôle de chaque paramètre et de les identifier d'une manière simple et compréhensible. Dans un premier temps, les paramètres sont estimés à partir de données expérimentales liées au comportement de plasticité et d'endommagement de l'acier C35 [Billaudeau 2002; Flaceliere 2004].

Tableau IV-4. Paramètres à identifier pour le modèle proposé

Paramètre d'élasticité	
μ	Module de cisaillement
Paramètres de plasticité	
c	Module d'écroissage cinématique
r_0	Seuil initial d'écoulement plastique
$r_0 + \tilde{r}_\infty$	Seuil à saturation d'écoulement plastique
g	Module de durcissement
$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$	Paramètres du critère d'endurance
Paramètres d'endommagement	
k_0	Seuil initial d'endommagement
s	Sensibilité de l'écroissage isotrope au dommage
q	Module d'évolution du seuil d'endommagement
a	Coefficient du ralentissement de l'évolution du dommage en phase d'amorçage
b	Sensibilité de l'évolution du dommage à la contrainte hydrostatique en phase de propagation
d_p	Seuil d'endommagement de la phase de propagation
d_c	Valeur critique de la variable d'effet du dommage

IV.8.1 Paramètre d'élasticité

Un seul paramètre d'élasticité décrivant le comportement élastique du matériau et participant à la loi de localisation est le module de cisaillement μ dont la valeur pour l'acier C35 est de 70000 MPa.

IV.8.2 Paramètres de plasticité

IV.8.2.1 Paramètres liés à la surface de charge

La surface de charge f satisfait le concept d'adaptation élastique en fatigue polycyclique.

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{x}}, r) = \sqrt{\gamma_1 J_2^2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_f(I_{1,a}, I_{1,m})} - (r + r_0) \leq 0 \quad (IV-19)$$

Lorsque le chargement macroscopique appliqué est inférieur ou égal à la limite de fatigue, le comportement du cristal tend vers une réponse purement élastique après un certain nombre de cycles. Ainsi, les paramètres apparaissant dans la surface de charge ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ et $r_0 + \tilde{r}_\infty$) et l'expression de la fonction $I_f(I_{1,a}, I_{1,m})$ sont identifiés suivant la même procédure proposée pour le critère dans le Chapitre III, i.e. à partir de deux limites de fatigue f_{-1} (traction alternée), t_{-1} (torsion alternée) et la contrainte de rupture R_m du matériau. Pour l'acier C35, nous obtenons les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} f_{-1} = 240 \text{ (MPa)} \\ t_{-1} = 169 \text{ (MPa)} \\ R_m = 580 \text{ (MPa)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_1 = 0.65 \\ \gamma_2 = 0.8636 \\ \gamma_3 = \frac{t_{-1}^2 - f_{-1}^2/3}{f_{-1}} = 39 \text{ (MPa)} \\ r_0 + \tilde{r}_\infty = t_{-1} = 169 \text{ (MPa)} \\ I_f(I_{1,a}, I_{1,m}) = I_{1,a} + I_{1,m} \end{cases}$$

Il est à noter que la forme (IV-19) de la surface de charge implique une condition de limite supplémentaire pour la valeur de r_0 . Dans les premiers cycles, la valeur de r (IV-7) étant négligeable ($r \approx 0$) et $J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}})$ étant toujours positive, la valeur de r_0 doit satisfaire la condition suivante :

$$t_{-1} > r_0 > \sqrt{\gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 (I_{1,a} + I_{1,m})} \quad (IV-51)$$

Pour l'acier C35, les limites de fatigue en traction et en torsion valent $f_{-1} = 240$ MPa et $t_{-1} = 169$ MPa. Considérons le chargement de traction alternée, pour le domaine d'application du modèle ($10^5 - 10^7$ cycles), on suppose que la valeur maximale admissible de la contrainte normale macroscopique Σ_{1a} est aux alentours de 320 MPa (la limite d'élasticité monotone de C35 est de 350 MPa). Dans le cas extrême ($\Sigma_{1a} = 320$ MPa) la condition (IV-51) devient $169 > r_0 > 156$ (MPa). Par conséquent, on choisit la valeur $r_0 = 160$ MPa pour l'acier C35. Cette valeur assure la mise en œuvre du modèle dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles. Les chargements à déformation imposée importante (fatigue oligocyclique) sont en dehors du domaine d'application du modèle.

IV.8.2.2 Paramètres d'écrouissage

Comme le modèle est construit sur des hypothèses dédiées à la fatigue polycyclique, on préfère de ne pas utiliser des courbes d'écrouissage oligocyclique pour identifier c . La valeur de c est calée à partir de la courbe S – N en torsion alternée ($c = 2000$ MPa).

Le module de durcissement g contrôle l'évolution de r en fonction de la déformation plastique cumulée p (IV-7). Plus g est grand, plus le comportement du cristal tend rapidement vers l'état stabilisé (phase de saturation) (Figure IV-10). Après le régime stabilisé, la fin de durée de vie est gérée par l'endommagement. Pour l'acier C35, on suppose que la phase de durcissement a peu d'influence sur la durée de vie totale du cristal, ce qui induit un rôle mineur du paramètre g (on choisit $g = 0.1$).

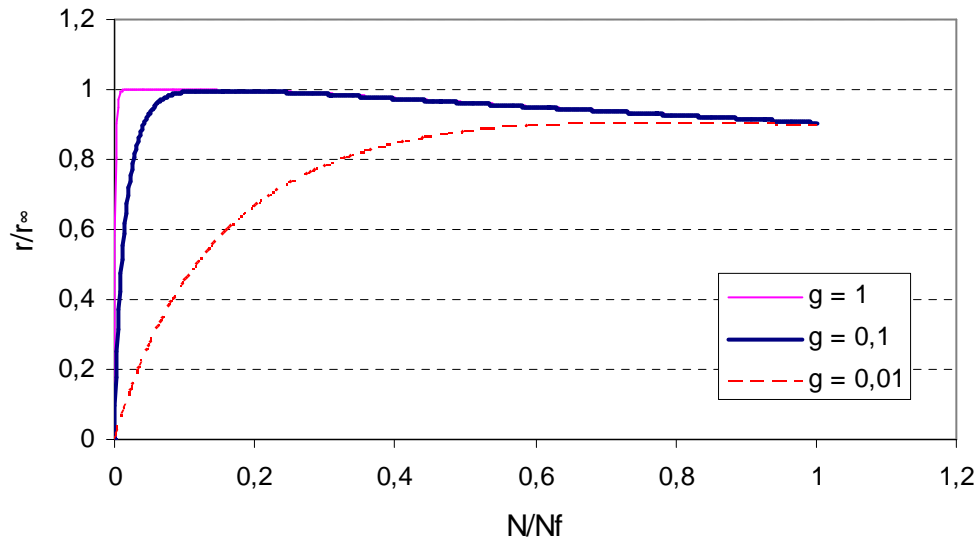


Figure IV-10. Effet de g sur la phase de durcissement du comportement en torsion
($\Sigma_{xya} = 185 \text{ MPa}$)

IV.8.3 Paramètres d'endommagement

Les paramètres d'endommagement gouvernent l'apparition et l'évolution du dommage à l'échelle mésoscopique. Il est supposé que la ruine du cristal est complète lorsque la variable d'effet du dommage d atteint la valeur critique d_c (on choisit arbitrairement $d_c = 1$). L'identification des paramètres d'endommagement est réalisée à l'aide de deux courbes S – N (torsion et traction) et une courbe d'évolution de longueur de fissure (Figure IV-7).

Le paramètre k_0 intervient dans la fonction seuil de dommage h (IV-33). Lorsque la force motrice F_d atteint la valeur k_0 , l'endommagement est activé. Ainsi, l'augmentation de k_0 retarde l'activation de l'endommagement (Figure IV-11). La valeur de k_0 est déterminée de telle manière que le nombre de cycles nécessaire pour l'activation du dommage est autour de 10 % de la durée de vie totale du cristal ($k_0 = 40 \text{ MPa}$).

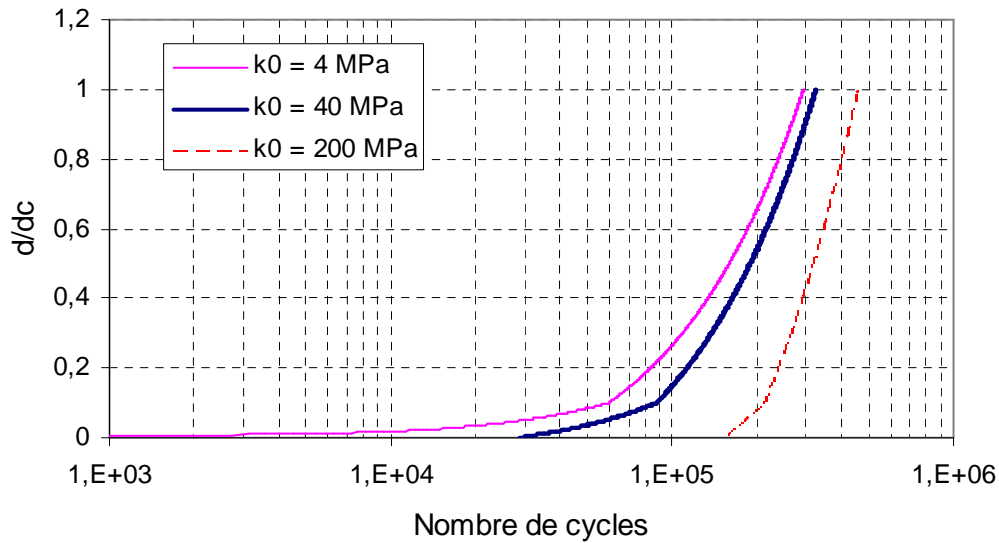


Figure IV-11. Effet de k_0 sur l'activation de l'endommagement en torsion ($\Sigma_{xya} = 185$ MPa)

Le paramètre s , module de sensibilité au dommage, gouverne la décroissance de r avec l'évolution de la variable d'effet du dommage d . L'augmentation de s entraîne une vitesse d'endommagement supérieure, et induit donc une diminution de durée de vie. Le paramètre q pilote la vitesse d'évolution du dommage, intervenant explicitement au dénominateur des expressions de \dot{d} et $\dot{\beta}$ (IV-46), (IV-47), (IV-48). L'effet de q sur la vitesse d'endommagement est proche de celui du paramètre s mais dans le sens opposé : l'augmentation de q conduit à des durées de vie supérieures. La Figure IV-12 et la Figure IV-13 illustrent les effets de s et q sur l'évolution du dommage (a), sur la limite d'écoulement (b) et sur la courbe S – N pour un chargement de torsion alternée. L'effet est similaire pour un chargement de traction. Les valeurs de s et q sont identifiées à partir de la courbe S – N en torsion alternée. Il est à noter qu'il existe plusieurs paires de valeurs de s et q donnant la même durée de vie prédite. On choisit $s = 0.1$ et $q = 300$ MPa .

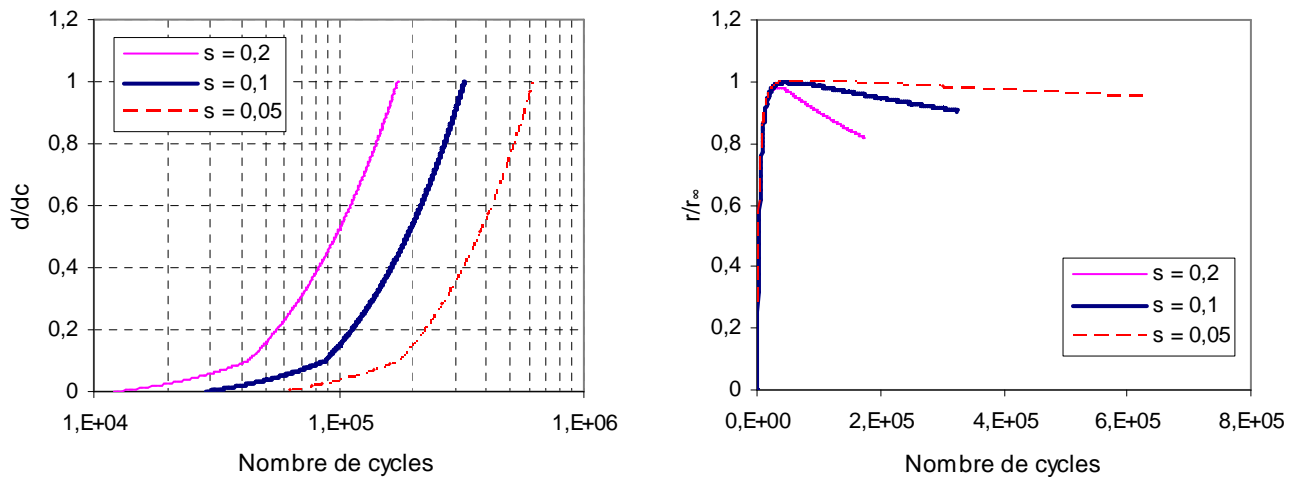


Figure IV-12. Effet de s pour un chargement de torsion alternée ($\Sigma_{xya} = 185$ MPa)

a) sur l'évolution du dommage

b) sur la limite d'écoulement

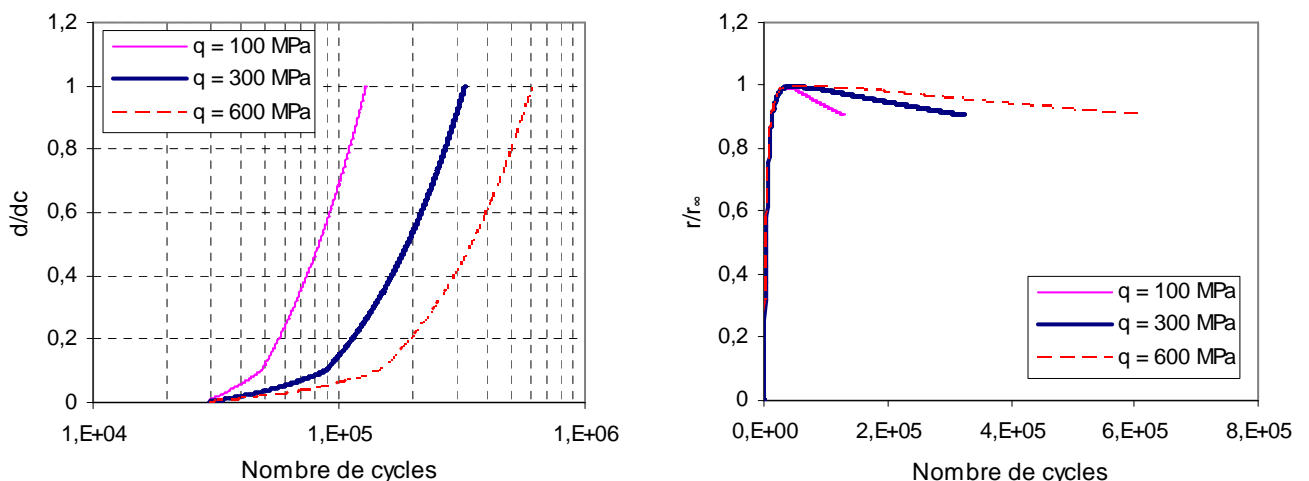


Figure IV-13. Effet de q pour un chargement de torsion alternée ($\Sigma_{xya} = 185$ MPa)

a) sur l'évolution du dommage

b) sur la limite d'écoulement

Les paramètres a et b interviennent respectivement dans les potentiels de dissipation de dommage en phase d'amorçage (H_1) et en phase de propagation (H_2). Pour un chargement de torsion, seul le paramètre a influence l'évolution de l'endommagement. Comme illustré sur la Figure IV-14, une diminution de a engendre une non linéarité plus importante de l'évolution du dommage. Afin de garder une faible non linéarité observée en torsion, la valeur de a doit être prise dans l'intervalle $0.4 \leq a \leq 1$. Au contraire, la cinétique du dommage est plus non linéaire avec l'augmentation du coefficient b (Figure IV-15).

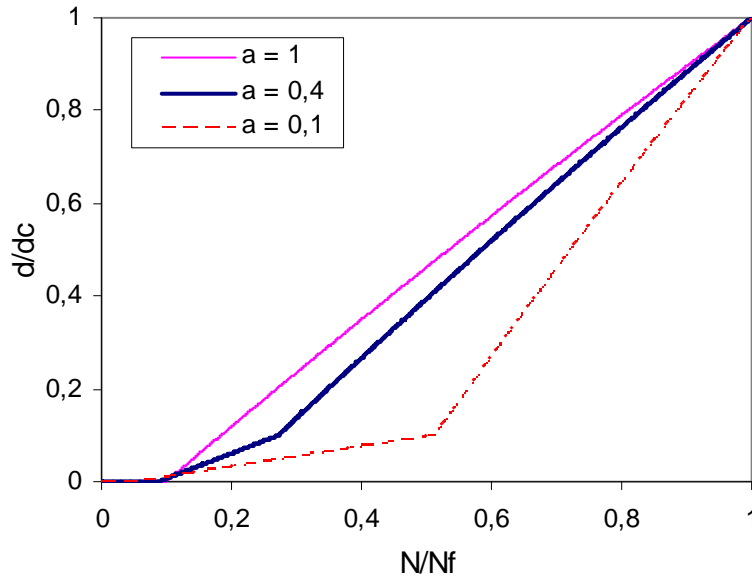


Figure IV-14. Effet de a sur la cinétique du dommage en torsion ($\Sigma_{xya} = 185$ MPa)

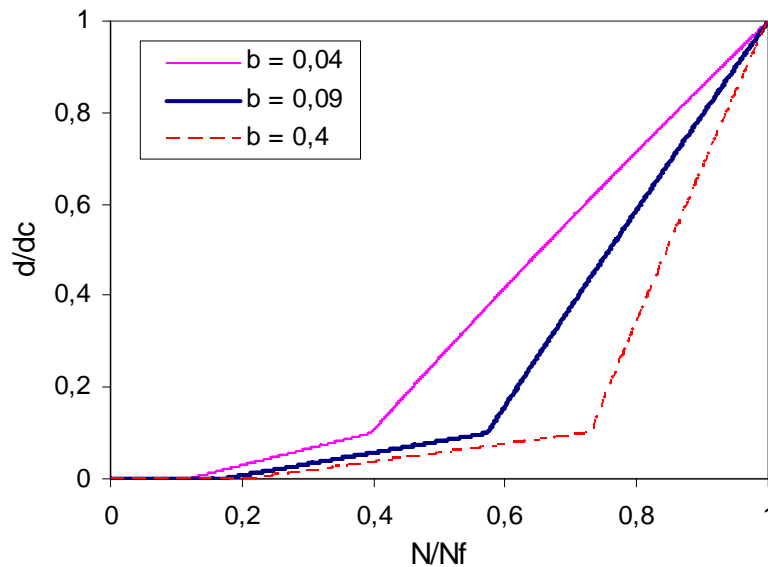


Figure IV-15. Effet de b sur la cinétique du dommage en traction ($\Sigma_{xa} = 250$ MPa)

Pour tous les chargements présentant une composante de contrainte hydrostatique ($\sigma_h \neq 0$), la cinétique de l'évolution du dommage est pilotée en même temps par deux paramètres a , b et le paramètre d_p caractérisant le seuil d'endommagement de la phase de propagation. Pour identifier ces paramètres, nous supposons une similitude entre l'évolution de l'endommagement et l'évolution de la longueur de fissure (Figure IV-16). Une courbe expérimentale de l'évolution de longueur de fissure en traction alternée est donc nécessaire pour déterminer la valeur de d_p . En effet, l'identification de a et b nécessite la courbe de longueur de fissure (pour la cinétique d'évolution d'endommagement) ainsi que les courbes $S - N$ en torsion alternée et en traction alternée (pour les durées de vie). Il est intéressant de

remarquer qu'on pourrait se passer de la courbe de longueur de fissure dans la mesure où sa forme est assez commune à plusieurs aciers (Figure IV-6 et Figure IV-7). Pareillement, une valeur de d_p aux alentours de 0.1 pourrait être considérée comme celle de référence pour de nombreux aciers. Pour l'acier C35 ($d_p = 0.1$), les valeurs identifiées de a et b sont respectivement $a = 0.4$ et $b = 0.09$.

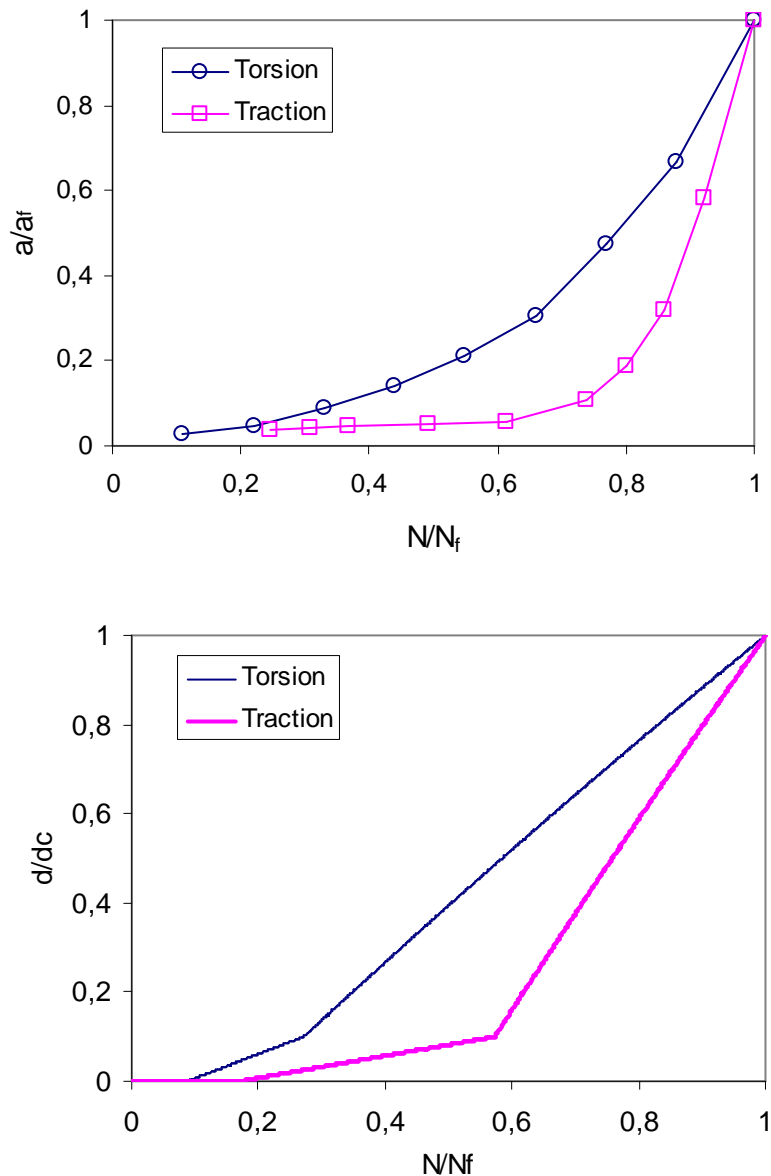


Figure IV-16. Evolutions des grandeurs en fonction de la fraction de durée de vie ($N_f \approx 8.10^5$ cycles) a) la longueur de fissure b) la variable d'effet du dommage d

L'ensemble des paramètres identifiés pour l'acier C35 est résumé dans le Tableau IV-5. La procédure d'identification demande trois propriétés du matériau (f_{-1}, t_{-1}, R_m), deux courbes S – N (torsion alternée, traction alternée) et une courbe de l'évolution de longueur de fissure en traction alternée. Parmi tous les paramètres, les rôles de c , g et k_0 sont moins

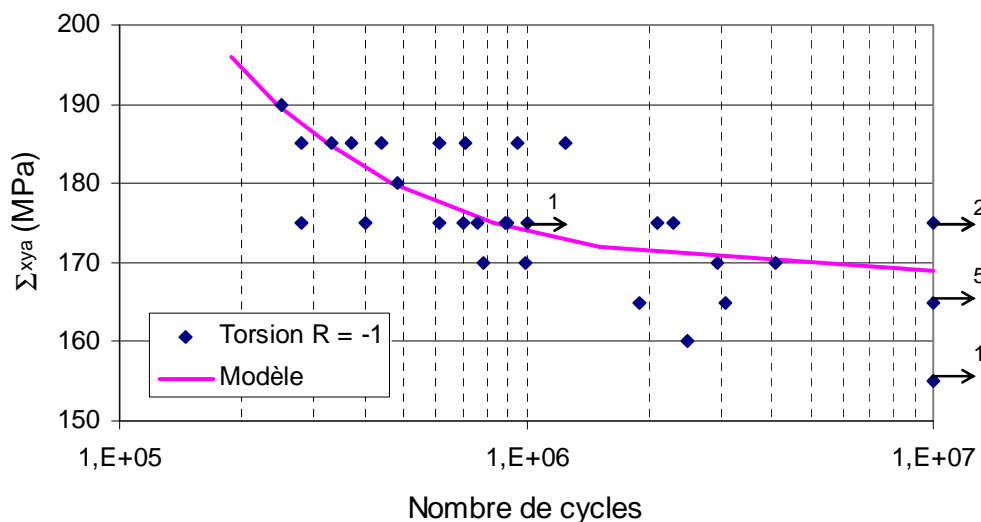
importants par rapport aux autres dans le sens où leurs variations ont une faible influence sur la prédiction du modèle. L'identification basée sur deux courbes S – N implique l'existence de plusieurs jeux de paramètres pour une même réponse.

Tableau IV-5. Paramètres du modèle pour l'acier C35 ($f_{-1} = 240$ MPa, $t_{-1} = 169$ MPa, $R_m = 580$ MPa)

μ (MPa)	γ_1	γ_2	γ_3 (MPa)	r_0 (MPa)	\tilde{r}_∞ (MPa)	c (MPa)	g
70000	0.65	0.8636	39	160	9	2000	0.1

k_0 (MPa)	s	q (MPa)	a	b	d_p	d_c
40	0.1	300	0.4	0.09	0.1	1

Les courbes S – N ayant servi à l'identification des paramètres en torsion et en traction purement alternée sont présentées sur la Figure IV-17. Il est à noter que les limites de fatigue (f_{-1}, t_{-1}) sont exactement reproduites par le modèle proposé. La version de base (modèle de Flacelière – Morel – Dragon) ne satisfait pas cette caractéristique [Flaceliere et al. 2007b]. Nous pouvons observer la dispersion habituelle des résultats expérimentaux, par exemple pour une amplitude de contrainte $\Sigma_{xy,a} = 175$ MPa, des durées de vie variant de 2.10^5 cycles à 2.10^6 cycles. Ainsi, les paramètres du modèle sont identifiés de telle sorte que les prédictions du modèle sont corrélées à la courbe S – N expérimentale à 50%.



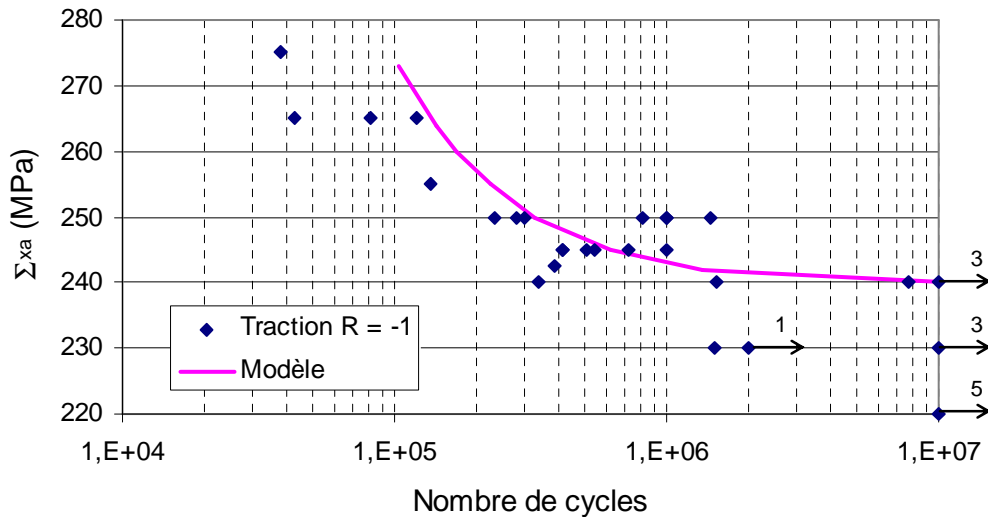


Figure IV-17. Courbes S–N identifiées sur l’acier C35 ; en torsion, en traction

IV.9 Confrontation du modèle aux résultats expérimentaux

La phase d’identification utilise des données expérimentales simples, à savoir deux courbes S – N (torsion alternée, traction alternée) et une courbe d’évolution de longueur de fissure en traction alternée. Afin de valider la capacité de prédiction du modèle proposé, il est nécessaire de confronter des prédictions du modèle à des essais plus complexes que ceux utilisés pour l’identification. Il s’agit de chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels, de chargements avec contrainte moyenne et de chargements par blocs. La présence de deux phases d’évolution (phase d’amorçage et phase de propagation) permet de refléter correctement des effets de cumul non linéaire de dommage bien connus en fatigue polycyclique. A titre de comparaison, des prédictions du modèle de Flacelière – Morel – Dragon (appelé modèle A) seront également présentées.

IV.9.1 Chargements à amplitude constante

IV.9.1.1 Chargement sous la limite de fatigue

Il est largement admis qu’une sollicitation inférieure à la limite de fatigue peut conduire à un certain niveau de plasticité et d’endommagement cumulés tout en assurant une non – rupture de l’échantillon. Il est donc important de vérifier la capacité de décrire une telle accumulation pour un modèle d’endommagement. En particulier lors de la simulation d’un chargement à amplitude variable, la prise en compte de la plasticité et de l’endommagement cumulés de tous les niveaux de charge est absolument indispensable.

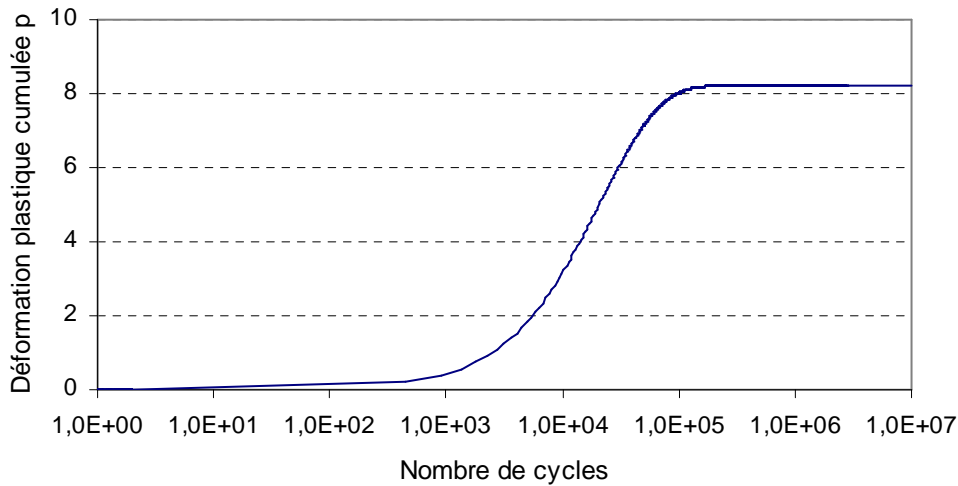


Figure IV-18. Evolution de la déformation plastique cumulée p obtenue avec le modèle proposé pour la sollicitation de torsion alternée à amplitude $\Sigma_{xya} = 165$ MPa

La Figure IV-18 montre la courbe prédite d'évolution de la déformation plastique p pour un chargement de torsion alternée à amplitude $\Sigma_{xy} = 165$ MPa (limite de fatigue en torsion $t_{-1} = 169$ MPa). Pendant à peu près 10^5 cycles, la valeur de p augmente progressivement jusqu'à une valeur de saturation. Cette accumulation de déformation plastique est insuffisante pour faire apparaître l'endommagement dont le seuil d'activation est réglé par le paramètre k_0 . Ceci rend compte de la non-rupture de l'échantillon malgré une accumulation de déformation plastique à faible niveau de contrainte appliquée.

IV.9.1.2 Chargements multiaxiaux proportionnels

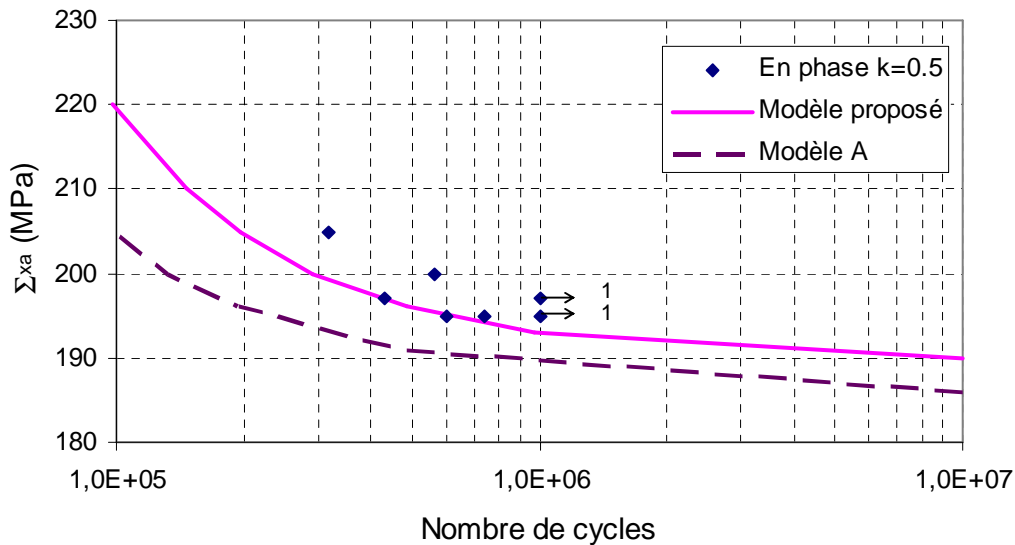


Figure IV-19. Courbes $S - N$ prédites par les modèles et points expérimentaux obtenus en traction – torsion alternée en phase pour le rapport de contrainte $k = 0.5$

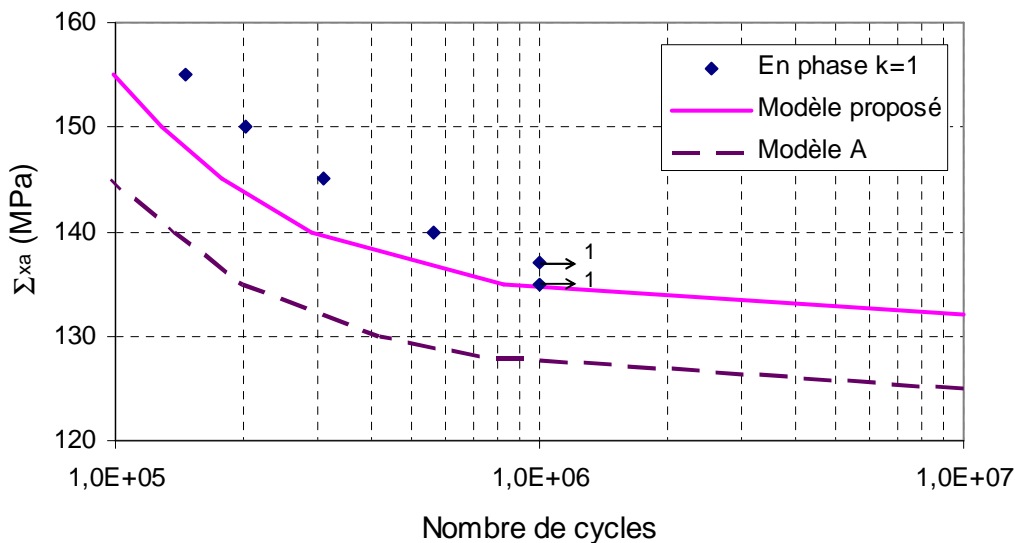


Figure IV-20. Courbes $S - N$ prédites par les modèles et points expérimentaux obtenus en traction – torsion alternée en phase pour le rapport de contrainte $k = 1$

Les essais proportionnels en phase de traction – torsion sous amplitude constante pour l'acier C35 sont rapportés par [Flaceliere et al. 2007b]. Les courbes $S - N$ prédites par le modèle A (modèle de Flacelière – Morel – Dragon) et par le modèle proposé sont présentés sur la Figure IV-19 (rapport de d'amplitude de contrainte $k = \Sigma_{xya} / \Sigma_{xa} = 0.5$) et sur la Figure IV-20 ($k = 1$). Il apparaît que les prédictions du modèle proposé sont plus proches des résultats

expérimentaux que celles du modèle A pour les deux rapports d'amplitude ($k = 0.5$ et $k = 1$), à la fois au niveau de la limite de fatigue et dans le domaine des durées de vie limitées. Pour une durée de vie donnée, les niveaux prédits de chargement appliqué par les modèles sont inférieurs aux résultats expérimentaux, signifiant que les prédictions des modèles sont conservatives. Les erreurs de prédiction en terme de contrainte appliquée sont de moins de 5% pour le modèle proposé et de moins de 10% pour le modèle A.

La forme de la courbe S – N prédite par le modèle proposé est en bon accord avec l'allure de la distribution des points expérimentaux. Ce caractère est important, qualifiant l'exactitude de la description de l'évolution de plasticité et de l'endommagement du modèle. L'intérêt de l'introduction de la nouvelle surface de charge $f \leq 0$ (IV-19) est net : les prédictions des limites de fatigue sont corrélées aux résultats expérimentaux. Sachant que le modèle est identifié à partir d'essais uniaxiaux simples, il permet de décrire fidèlement les chargements multiaxiaux proportionnels à différents rapports de contrainte k .

IV.9.1.3 Chargements multiaxiaux non – proportionnels

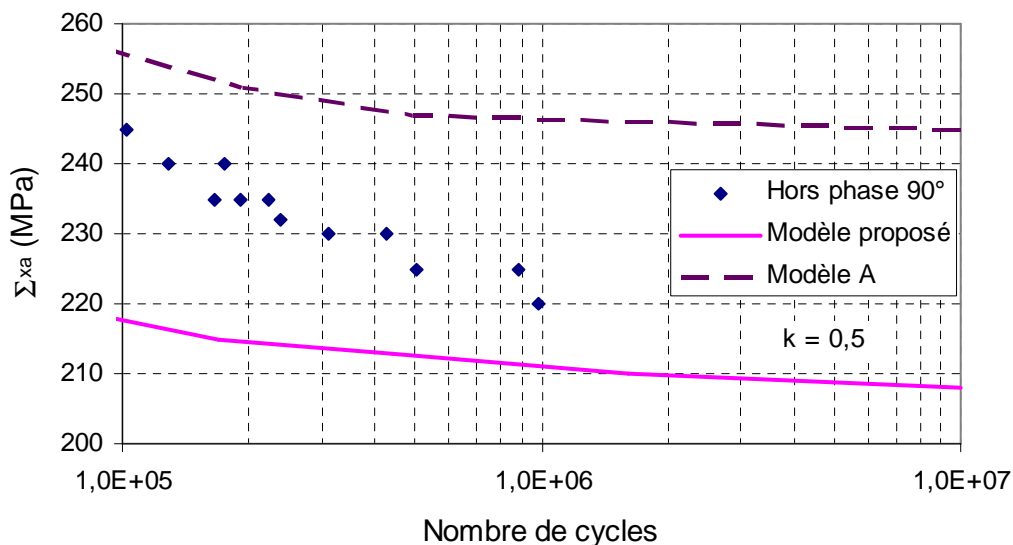


Figure IV-21. Courbes S – N prédites par les modèles et points expérimentaux obtenus en traction – torsion alternée hors phase de 90° , pour le rapport de contrainte $k = 0.5$

Nous vérifions maintenant les prédictions des modèles pour un chargement multiaxial hors phase de 90° au rapport d'amplitude $k = 0.5$. Il s'agit là du cas le plus critique et difficile à traiter. Cette fois-ci, les prédictions des deux modèles ne vont pas dans même sens (Figure IV-19). La courbe S – N prédite par le modèle A est largement tombée dans le domaine de prédiction dangereuse : tous les points expérimentaux sont dans le domaine de non amorçage de fissure prédit par le modèle A. Par contre, les prédictions du modèle proposé demeurent

conservatives, l'erreur de prédiction en terme de contrainte appliquée est de l'ordre de 10%. Nous pouvons constater que la prédiction de la limite de fatigue d'un modèle joue un rôle décisif sur sa qualité globale de prédiction. On peut se baser sur cette grandeur pour évaluer la qualité de prédiction de durée de vie d'un modèle. Comme analysé dans le Chapitre III, un critère de fatigue de type Von Mises (Crossland, Sines) ne permet pas de capter l'effet de la phase, engendrant des prédictions de limite de fatigue largement dangereuses (erreur de prédiction de l'ordre de -20%, -30%). En utilisant la surface de charge de Von Mises, le modèle A subit la même limitation lors du traitement des chargements hors phase non proportionnels (erreur de prédiction aux environs de -15%). C'est pourquoi l'introduction de la nouvelle surface de charge (IV-19) apporte une amélioration de la qualité de prédiction.

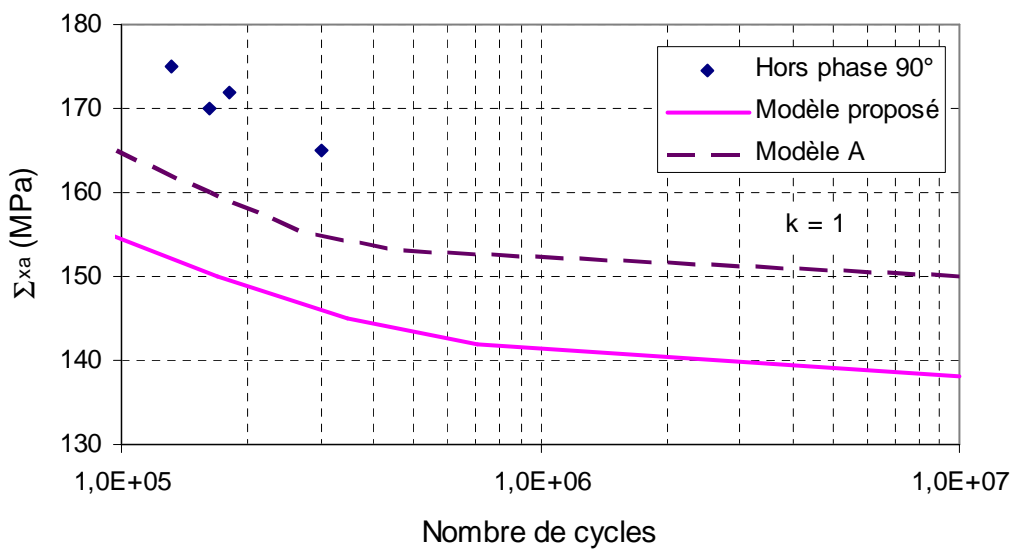


Figure IV-22. Courbes $S - N$ prédites par les modèles et points expérimentaux obtenus en traction – torsion alternée hors phase de 90° , pour le rapport de contrainte $k = 1$

Pour un chargement hors phase de 90° au rapport d'amplitude $k = 1$ (Figure IV-22), les prédictions des deux modèles sont conservatives. Les erreurs de prédiction en terme de contrainte appliquée sont de l'ordre de 5% pour le modèle A et de 10% pour le modèle proposé. La forme des courbes prédites est en bon d'accord avec la distribution des points expérimentaux. Ce résultat conforte la qualité de prédiction du modèle proposé pour des chargements non proportionnels. Pour les deux rapport d'amplitude ($k = 0.5$ et $k = 1$), les prédictions sont satisfaisantes dans l'ordre de 10% d'erreur.

IV.9.1.4 Chargements avec contrainte moyenne

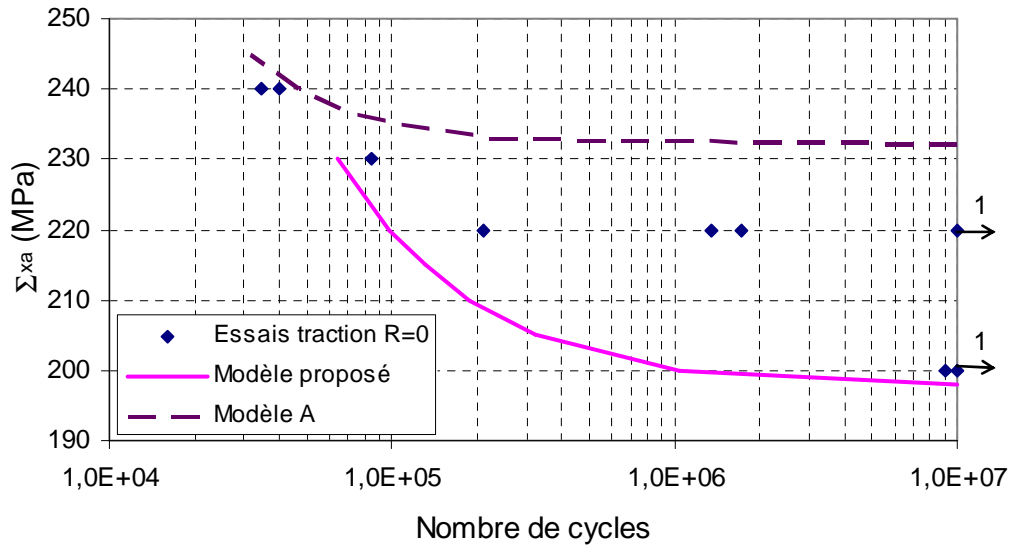


Figure IV-23. Courbes $S - N$ prédites par les modèles et points expérimentaux obtenus en traction répétée (rapport de charge $R = 0$)

Un autre effet important de la fatigue polycyclique concerne celui de la contrainte moyenne. Plusieurs auteurs ont mentionné qu'une contrainte moyenne de traction engendre une baisse de limite de fatigue [Papadopoulos et al. 1997] alors qu'une contrainte moyenne de torsion n'a aucune influence sur limite de fatigue pour de nombreux aciers [Davoli et al. 2003]. Comme remarqué lors de l'introduction de la nouvelle surface de charge, le modèle proposé satisfait l'indépendance de la tenue en fatigue par rapport à la contrainte moyenne de torsion imposée. Nous ne regardons que l'effet de contrainte moyenne de traction dans ce paragraphe. Sur la Figure IV-23, nous présentons des points expérimentaux obtenus en traction répétée (rapport de charge $R_x = \Sigma_{xx,\min} / \Sigma_{xx,\max} = 0$) et les courbes $S - N$ prédites par les modèles. Les simulations de ces essais permettent d'évaluer également la prise en compte de la contrainte hydrostatique prévue par les modèles. En effet, ce type de sollicitation ajoute une partie statique de contrainte hydrostatique, proportionnelle à l'amplitude de contrainte normale appliquée, suivant le rapport R_x .

Il apparaît que le modèle A ne prédit qu'un faible effet de la contrainte moyenne de traction, notamment au niveau de la limite de fatigue. La courbe $S - N$ prédite par le modèle A tombe donc dans le domaine de prédiction dangereuse. Le modèle proposé donne une bonne prédiction à la fois de la limite de fatigue et du domaine de l'endurance limitée. Ce résultat confirme la pertinence de la prise en compte de l'effet de contrainte hydrostatique non seulement au niveau des lois d'évolution d'endommagement mais aussi dans la surface de charge de plasticité. Il semble favorable de passer d'un critère d'endurance à une surface de

charge en plasticité. La qualité de prédiction de limite de fatigue est améliorée tout en gardant une bonne description de l'évolution de plasticité (et endommagement) dans le domaine de l'endurance limitée.

IV.9.2 Chargements par blocs

L'étude des chargements à amplitude constante a montré l'efficacité du modèle proposé dans la description de la multiaxialité, la non – proportionnalité et la contrainte hydrostatique. L'une des attentes de ce modèle est la capacité de traitement des chargements aléatoires à amplitude variable. Avant d'aborder ce sujet, il est naturel de confronter le modèle aux données issues des essais de chargements par blocs. Ce type d'essai permet de quantifier le cumul non linéaire de l'endommagement entre des blocs de chargement. Pour le modèle proposé, la non – linéarité du cumul a deux origines :

- L'effet du niveau de chargement appliqué sur la cinétique d'évolution de l'endommagement. Cet effet permet de refléter le cumul non linéaire lors d'un chargement par blocs à deux niveaux Haut – Bas, Bas – Haut.
- L'introduction de deux phases d'évolution de l'endommagement (phase d'amorçage et phase de propagation) engendrant une forte différence de la cinétique du dommage entre le mode de torsion et le mode de traction. Cela permet de transcrire les effets de séquence observés fréquemment dans un chargement par blocs de sollicitations différentes (Traction – Torsion, Torsion – Traction).

IV.9.2.1 Chargements par blocs à deux niveaux Haut – Bas, Bas – Haut

Ce type d'essai comporte deux blocs de chargement de même nature mais à deux niveaux différents de contrainte appliquée. Sur la courbe S – N (traction alternée ou torsion alternée), le niveau Haut correspond à une faible durée de vie et le niveau Bas correspond à une durée de vie importante plus (Figure IV-24). On note n_1 le nombre de cycles appliqués dans le premier bloc de chargement et n_2 est la durée restant pour le deuxième bloc. N_{f1} et N_{f2} sont respectivement les durées de vie associées aux chargements du bloc 1 et du bloc 2.

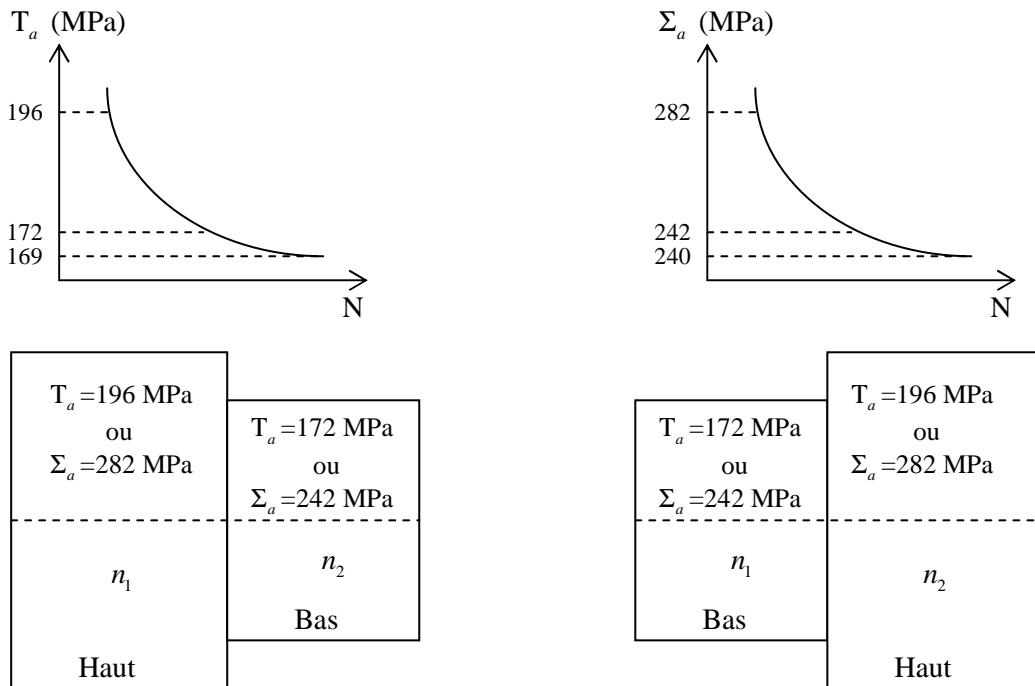


Figure IV-24. Torsion ou traction alternée à deux niveaux

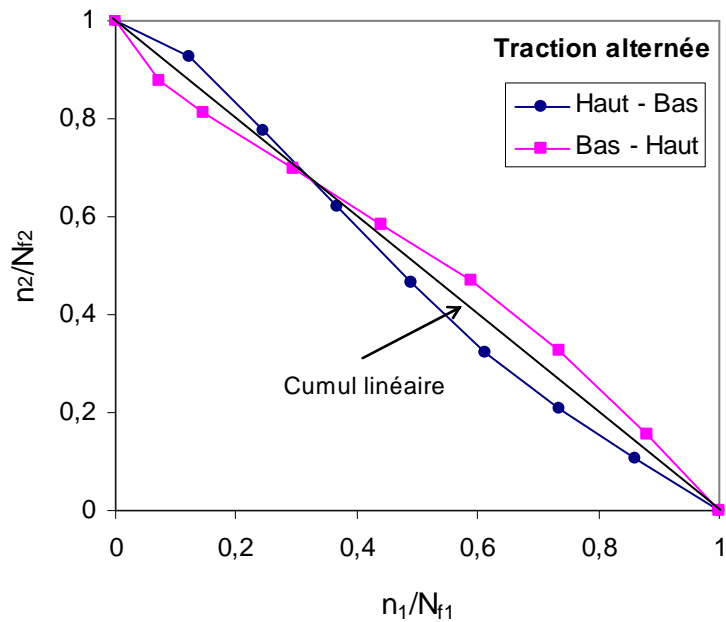


Figure IV-25. Prédiction de la durée de vie pour des essais à deux niveaux en traction alternée pour l'acier C35

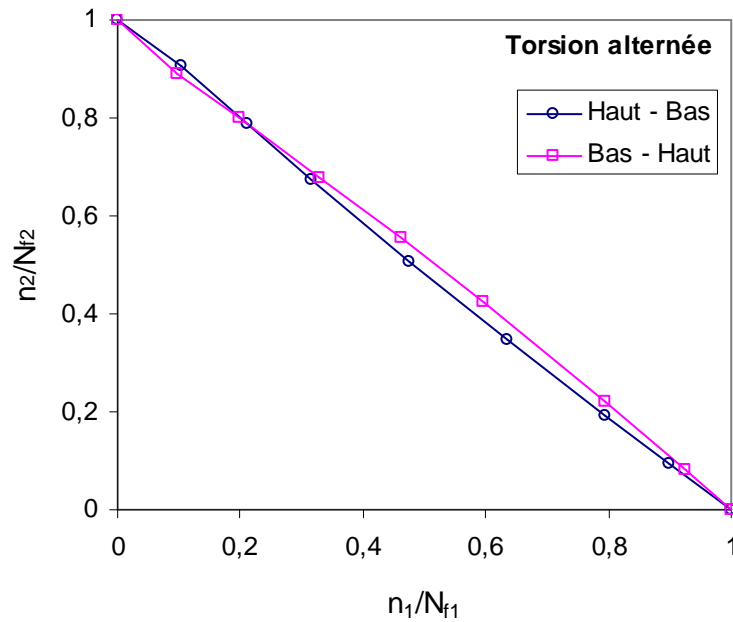


Figure IV-26. Prédiction de la durée de vie pour des essais à deux niveaux en torsion alternée pour l'acier C35

La Figure IV-25 et la Figure IV-26 montrent les prédictions du modèle proposé pour des essais à deux niveaux en traction alternée et torsion alternée pour l'acier C35. Il apparaît que le modèle prédit un faible cumul non linéaire pour les deux modes de chargement, notamment pour celui de torsion alternée. La durée de vie prédite en torsion est presque similaire à la règle de cumul linéaire de Miner ($n_1/N_{f1} + n_2/N_{f2} = 1$). Ce résultat provient d'une faible influence du niveau de charge sur la courbe d'évolution de l'endommagement (d/d_c) en fonction de la fraction de durée de vie (N/N_f) (Figure IV-27b) même si on constate une différence conséquente de la durée de vie (Figure IV-27a). Le cas de traction présente un effet plus important du niveau de charge (Figure IV-28), conduisant un cumul non linéaire un peu plus marqué (Figure IV-25). La non linéarité plus prononcée en traction qu'en torsion semble logique avec les mécanismes d'endommagement observés au Chapitre II, i.e. un mode d'endommagement homogène diffus en torsion et un mode d'endommagement localisé (plus d'hétérogénéité) en traction. A côté de l'effet de niveau de charge, l'intervention de la contrainte hydrostatique ajoute un degré de non linéarité pour l'évolution de l'endommagement (Figure IV-27, Figure IV-28).

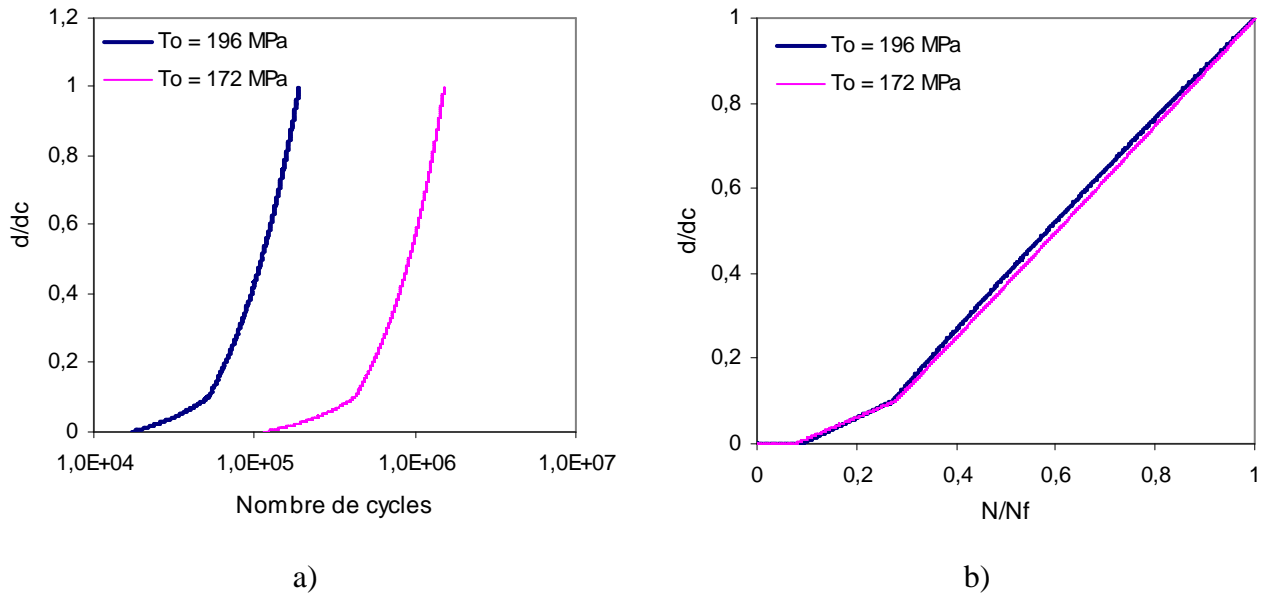


Figure IV-27. Influence de niveau de charge sur l'évolution de l'endommagement en torsion
 a) suivant la durée de vie b) suivant la fraction de durée de vie

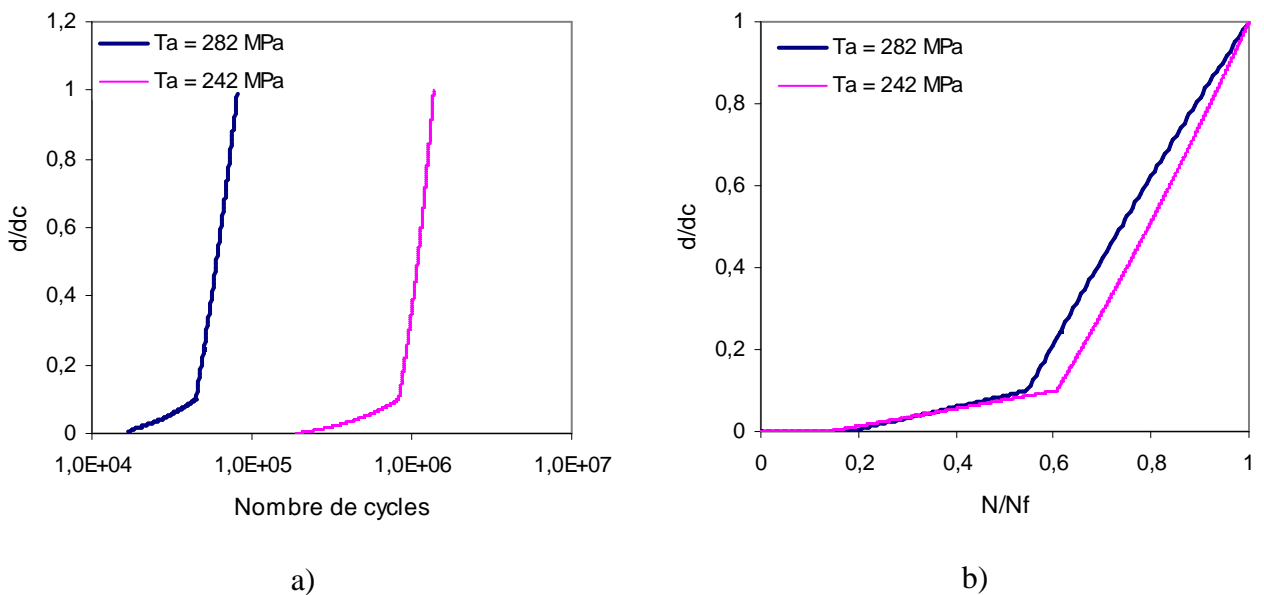


Figure IV-28. Influence de niveau de charge sur l'évolution de l'endommagement en traction
 a) suivant la durée de vie b) suivant la fraction de durée de vie

Le cumul du dommage dépend aussi du nombre de cycles appliqués dans le premier bloc (n_1). La durée de vie prédite est augmentée par rapport à la règle linéaire ($n_1/N_{f1} + n_2/N_{f2} > 1$) dans les deux cas suivants :

- Chargement Haut – Bas, à la fin de n_1 cycles, le comportement du cristal est dans la phase de durcissement ou au début de la phase de saturation.

- Chargement Bas – Haut, à la fin de n_1 cycles, le comportement du cristal est entré en phase de saturation.

Dans les autres cas, la durée de vie prédite est inférieure à celle obtenue par le règle de cumul linéaire ($n_1/N_{f1} + n_2/N_{f2} < 1$) (Figure IV-29). Ce caractère du cumul du dommage est similaire à celui du modèle de Papadopoulos [Papadopoulos 1987].

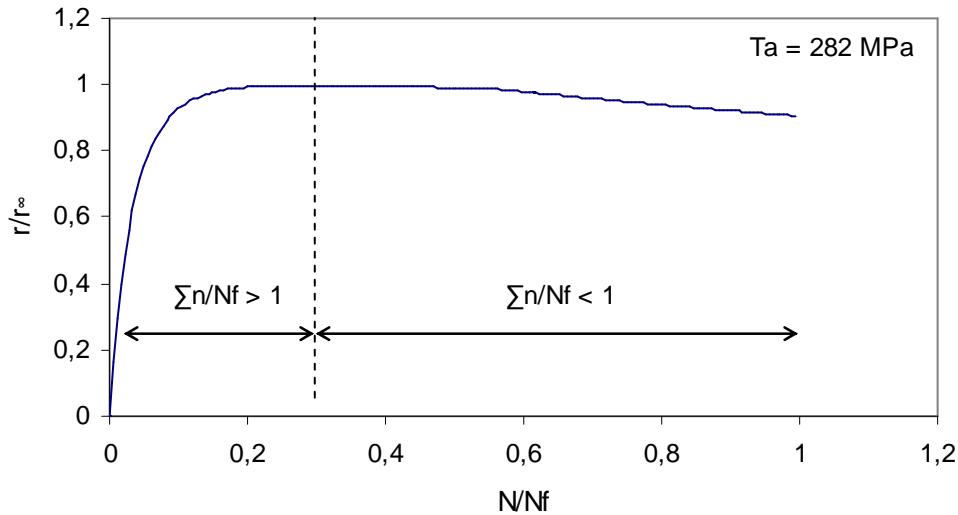


Figure IV-29. Influence du premier bloc (n_1) sur le cumul du dommage pour le chargement Haut – Bas en traction alternée (282 MPa – 242 MPa)

IV.9.2.2 Chargement par blocs de sollicitations différentes

Ce type d'essai est formé de deux blocs de nature différente (traction alternée et torsion alternée). Comme montré dans le Chapitre II, deux ordres de séquence ont été considérés : traction alternée suivie de torsion alternée (Ta – To) ou inversement (To – Ta). Les amplitudes de contrainte appliquée sont de 250 MPa pour la traction et de 185 MPa pour la torsion. Les essais à ces niveaux de chargements en traction pure ou en torsion pure conduisent à une même durée de vie de l'ordre de $3,2 \cdot 10^5$ cycles ($N_{f,Ta} = N_{f,To} = 3,2 \cdot 10^5$ cycles). Afin de réaliser la confrontation, les simulations sont effectuées sous les mêmes niveaux de charge que les essais expérimentaux. Les durées de vie prédites par le modèle sont également de l'ordre de $3,2 \cdot 10^5$ cycles ($N_{f,Ta} = 3,27 \cdot 10^5$ cycles, $N_{f,To} = 3,24 \cdot 10^5$ cycles). Les prédictions du modèle proposé et les points expérimentaux obtenus pour des chargements par blocs de Ta – To et To – Ta sont présentés sur la Figure IV-30.

Il apparaît que le modèle prédit un cumul non linéaire important pour des chargements par blocs de sollicitations différentes. La durée de vie prédite par le modèle est supérieure à

celle obtenue par la règle de cumul linéaire de Palmgren – Miner ($(n/N_f)_{Ta} + (n/N_f)_{To} = 1$) lors du chargement Ta – To ($\sum n/N_f > 1$) et inférieure dans le cas de To – Ta ($\sum n/N_f < 1$) (Figure IV-27). Ces tendances indépendantes du type de matériau, sont en accord avec le constat expérimental rapporté par [Miller 1993] sur l'acier C45 et par [Chen et al. 2006] sur l'acier S45C. Dans notre étude réalisée sur l'acier C35, le modèle traduit correctement le cumul non linéaire induit par le chargement de type Ta – To, les prédictions en cas de To – Ta sont moins bonnes mais toujours conservatives. Comme remarqué lors de l'étude expérimentale (Chapitre II), il semble que le chargement de type To – Ta subit un effet assez conséquent de la microstructure empêchant l'évolution de l'endommagement et engendrant ainsi une augmentation de la durée de vie. En effet, les points expérimentaux présentés sur la Figure IV-28 semblent aussi plus réguliers en Ta – To qu'en To – Ta. Le modèle proposé ne prend pas en compte cet effet de microstructure conduisant ainsi à des prédictions conservatives en To – Ta.

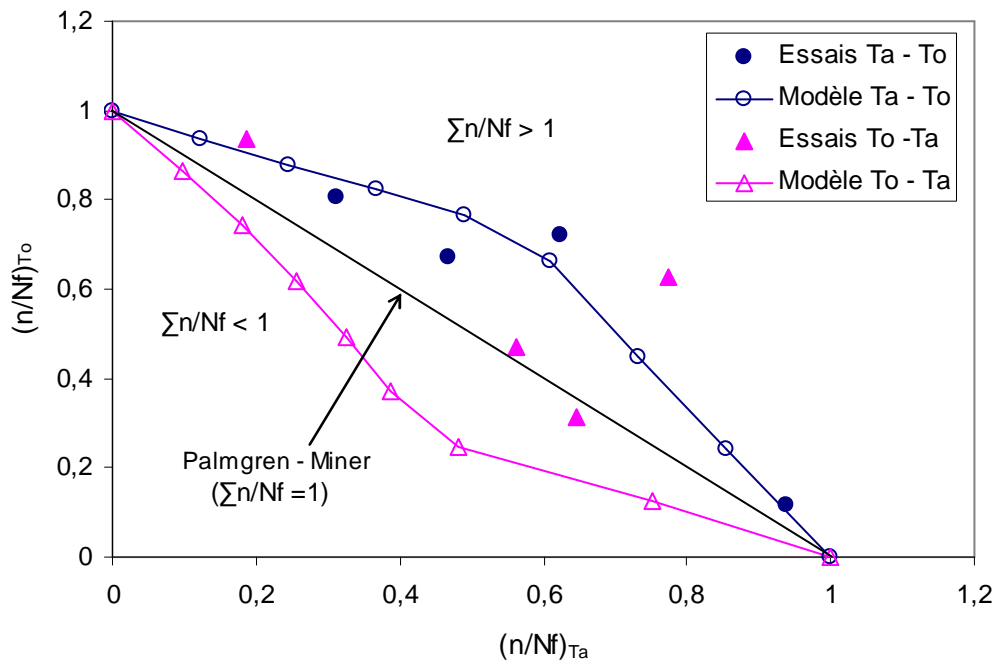


Figure IV-30. Prédications du modèle et points expérimentaux obtenus pour des chargements par blocs de Ta – To et To – Ta pour l'acier C35

L'origine du cumul non linéaire représenté par le modèle provient des descriptions différentes de la cinétique du dommage en traction et en torsion. Alors que l'évolution de l'endommagement est presque linéaire en torsion, la non linéarité est accentuée en traction grâce à la distinction de deux phases de l'évolution du dommage (phase d'amorçage et phase de propagation). Il est à rappeler que cette distinction est motivée par le constat expérimental sur l'évolution de la longueur de fissure, tentant de transcrire des effets des barrières microstructurales lors des tous premiers stades d'évolution d'une fissure en fatigue

polycyclique. Sur la Figure IV-31, nous présentons des courbes prédites d'évolution de l'endommagement sous des chargements simples (Traction, Torsion) et des chargements par blocs (Ta – To, To – Ta) pour l'acier C35. Les durées de vie des chargements simples sont de l'ordre de $3,2 \cdot 10^5$ cycles. Pour des chargements par blocs, le nombre de cycles choisi pour le premier bloc est de $2 \cdot 10^5$ cycles, le changement de bloc est illustré par une ligne pointillée. On peut observer la variation de la vitesse d'endommagement suivant le mode de chargement et suivant la phase d'évolution. Dans le cas de Ta – To, après le premier bloc en traction (la courbe d'évolution est identique à celle de Ta), la vitesse d'endommagement diminue dans le deuxième bloc de torsion, conduisant à une durée de vie supérieure par rapport à celle de traction pure. Par contre, le deuxième bloc dans le cas de To – Ta bénéficie d'une forte vitesse de propagation du mode de traction, engendrant une perte de durée de vie par rapport aux cas des chargements simples.

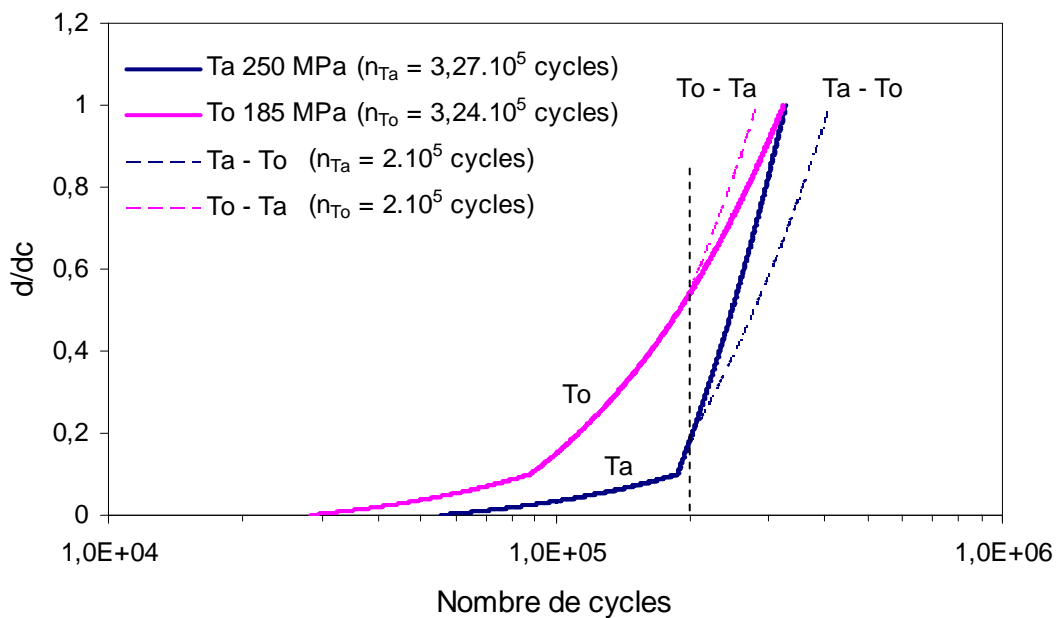


Figure IV-31. Evolution prédite de l'endommagement sous des chargements simples (Traction, Torsion) et des chargements par blocs (Ta – To, To – Ta) pour l'acier C35

Pour le modèle A, sa prédiction n'est plus correcte lors du changement de blocs de torsion à traction (pour le cas To – Ta) à cause du saut de valeur des variables d'endommagement accompagnant la perte de stabilité du modèle (paragraphe IV.4.1). La Figure IV-32 montre un exemple du saut de la variable d'effet du dommage d au moment du changement de blocs. Les modifications apportées sur le modèle proposé assurent une transition continue entre les blocs ainsi qu'une description pertinente du cumul non linéaire induit par le changement de blocs.

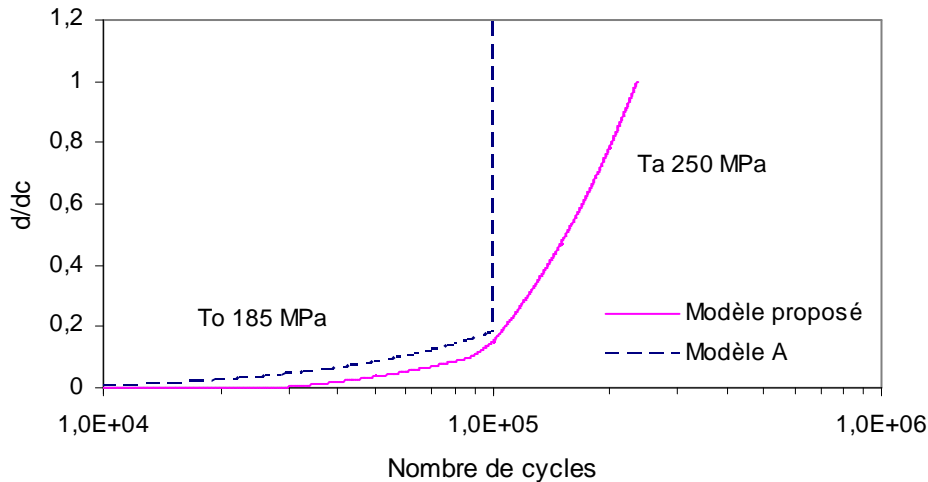


Figure IV-32. Evolutions d'endommagement prédites par les modèles pour un chargement de $T_o - T_a$ (T_o 185 MPa – T_a 250 MPa, $n_{T_o} = 10^5$ cycles)

IV.10 Conclusions

Un modèle d'endommagement à deux échelles dédié à la fatigue multiaxiale à grand nombre de cycle pour un métal polycristallin a été proposé. La modélisation du couplage de la plasticité et de l'endommagement à l'échelle mésoscopique respecte celle proposée par Flacelière – Morel – Dragon. L'introduction d'une surface de charge complexe en plasticité issue d'un critère d'endurance apporte au modèle proposé une très bonne qualité de prédiction pour à la fois la limite de fatigue et la durée de vie des chargements multiaxiaux à amplitude constante, proportionnels ou non proportionnels, avec ou sans contraintes moyennes. En ce qui concerne l'endommagement, la distinction entre deux phases d'évolution (phase d'amorçage et phase de propagation) permet de refléter de manière satisfaisante le cumul non linéaire du dommage justifié par la simulation des chargements par blocs. Cette distinction retranscrit l'évolution de la longueur de fissure, rendant compte éventuellement des effets de microstructure sur l'amorçage et la propagation de fissures en fatigue polycyclique.

Par comparaison à la version de base, plusieurs points ont été améliorés dans le modèle proposé. D'abord, il s'agit de la qualité des prédictions, notamment pour des chargements hors phase et des chargements avec contrainte moyenne. Autre modification importante consiste à supprimer le facteur de l'instabilité et introduire deux phases d'évolution du dommage, permettant de décrire correctement des chargements par blocs. Le dernier point est significatif dans l'application envisageable du modèle pour des chargements quelconques.

Formulé dans le cadre rigoureux de la thermodynamique des processus irréversibles et géré par des lois incrémentales, le modèle est favorable pour traiter des chargements multiaxiaux à amplitude variable. Naturellement, la complexité du problème des chargements aléatoires nécessite des traitements spécifiques dont la discussion sera abordée dans le chapitre suivant.

- CHAPITRE V -

**Proposition d'une méthode d'estimation de
durée de vie des structures sous
chargement quelconque**

Sommaire

V.1 Généralités.....	197
V.1.1 Méthode de comptage	198
V.1.2 Lois d'endommagement	200
V.2 Quelques méthodes de prévision de durée de vie.....	201
V.2.1 Méthode de Robert	201
V.2.2 Méthode de Morel	203
V.2.3 Discussion	207
V.2.4 Proposition d'une méthode de calcul de la durée de vie	208
V.2.5 Analyse de la méthode	213
V.3 Conclusion.....	214

Dans le chapitre précédent, nous avons validé la capacité de prédiction du modèle proposé pour des chargements périodiques multiaxiaux à amplitude constante. Bien que ces derniers permettent déjà de traiter certaines complexités des phénomènes mis en jeu (notamment l'effet de déphasage et le cumul non linéaire du dommage), ils demeurent loin des chargements quelconques rencontrés en réel. Pour la mise en œuvre du modèle pour un chargement périodique, on peut facilement extraire des grandeurs mécaniques nécessaires à partir d'un cycle de sollicitation ($J_{2,moy}$, $I_{1,a}$, $I_{1,m}$). Ceci n'est pas évident lors d'un chargement quelconque pour lequel les niveaux d'amplitude sont variables et il n'est plus question de parler de cycles. En effet, l'étude des chargements asynchrones dans le Chapitre III ouvre une piste sur le traitement des chargements quelconques. L'objectif de ce chapitre est donc de proposer une méthode permettant d'estimer la durée de vie des structures soumises à un chargement multiaxial quelconque grâce au modèle proposé. Cette méthode constitue une perspective directe de l'étude de cette thèse qu'il sera nécessaire de confronter à des résultats expérimentaux. Avant de discuter notre méthode, nous rappelons quelques notions et méthodes répandues de prévision de durée de vie pour un chargement quelconque.

V.1 Généralités

En général, pour traiter un chargement aléatoire, il est habituel de décomposer la séquence de charge en cycles élémentaire. L'évolution de la sollicitation en fonction du temps est représentée d'une manière simple et concise. Cette réduction du signal est appelée « méthode de comptage ». Une fois les cycles élémentaires extraits, on utilise un critère multiaxial de fatigue et son extension au domaine de l'endurance finie pour déterminer la durée de vie relative à chaque cycle obtenu. Ensuite, on calcule l'endommagement élémentaire de chaque cycle. Finalement, on fait appel à une loi de cumul d'endommagement pour calculer la durée de vie de la pièce. Cette démarche classique est récapitulée sur la Figure V-1.

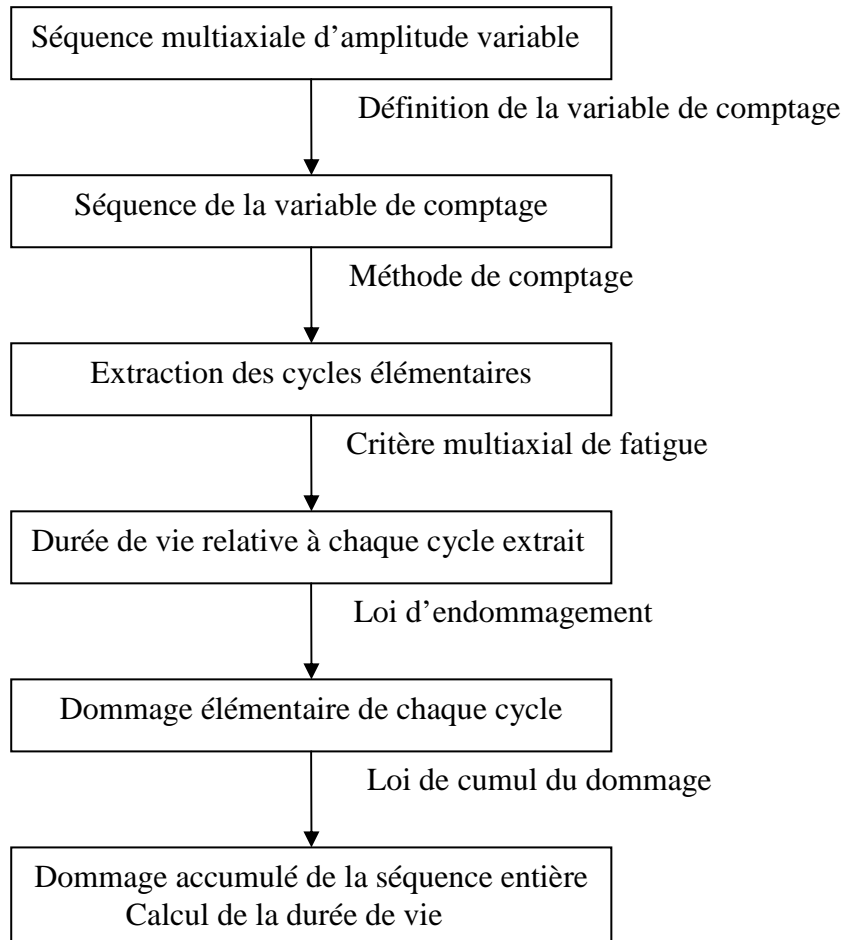


Figure V-1. Synoptique de la méthode classique de prévision de durée de vie [Weber 1999]

V.1.1 Méthode de comptage

La variable de comptage désigne une déformation ou une contrainte « équivalente » à laquelle on applique un comptage. La méthode de comptage permet une extraction des cycles élémentaires. Parmi différentes techniques de comptage, la méthode de Rainflow (la goutte d'eau) est celle la plus utilisée par les auteurs dans la littérature. Le principe de cette méthode est illustré sur la Figure V-2. Cette méthode permet de définir des boucles hystérésis contrainte – déformation correspondant à des périodes courtes où l'endommagement apparaît.

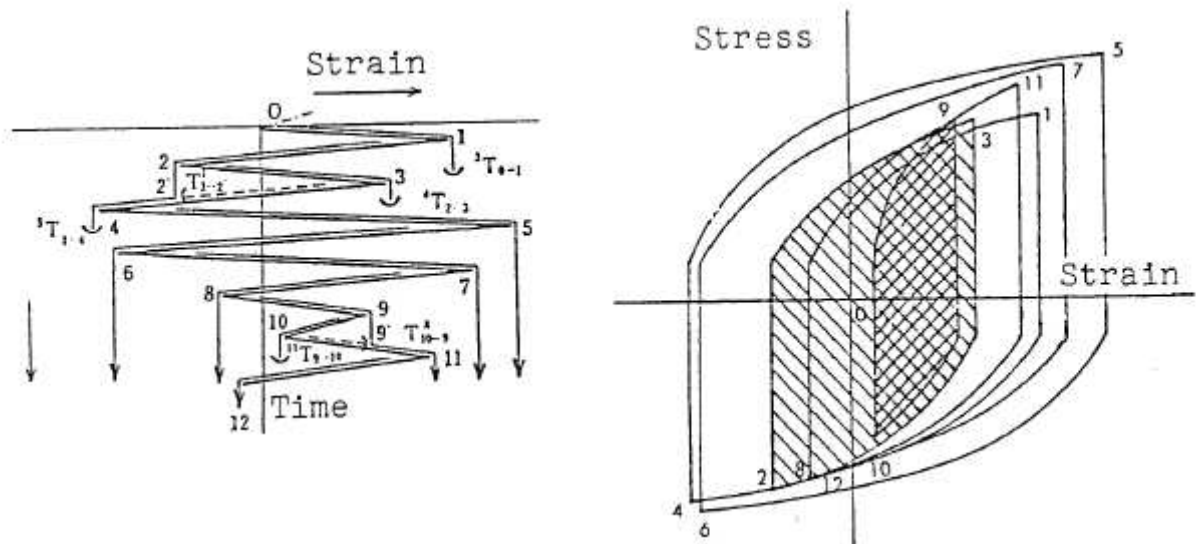


Figure V-2. Méthode Rainflow – Extraction des cycles décrivant des boucles d'hystérésis contrainte – déformation [Endo et al. 1974]

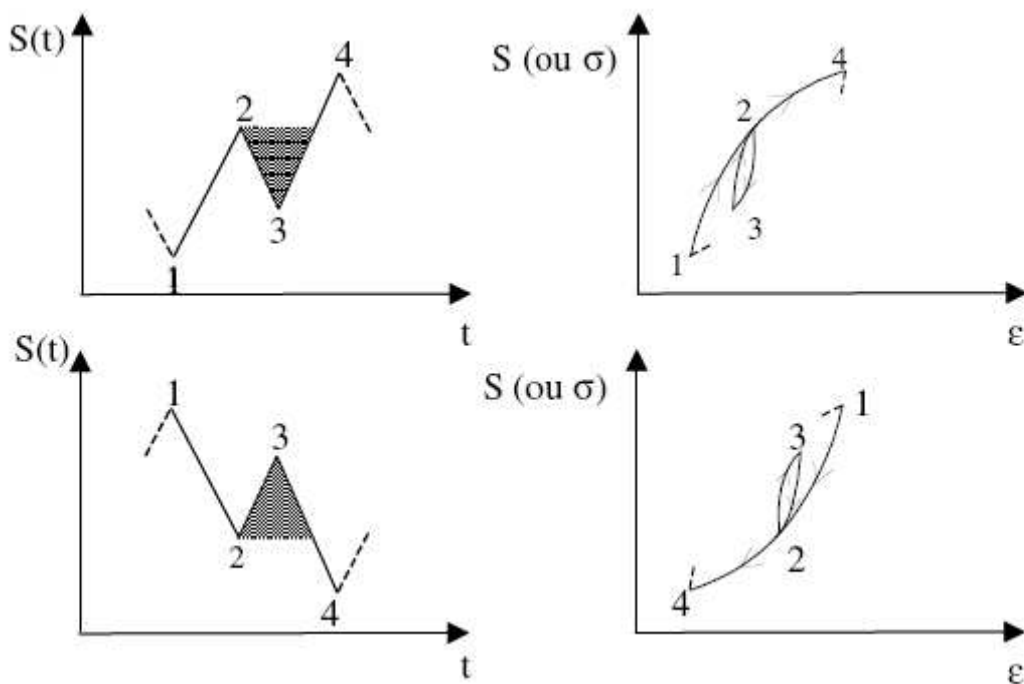


Figure V-3. Méthode de comptage Rainflow AFNOR [Henaff et Morel 2005]

Plusieurs variantes de la méthode Rainflow existent dans la littérature mais le comptage Rainflow « quatre points » préconisé par la norme AFNOR semble le plus utilisé en France. Dans l'algorithme AFNOR, l'extraction d'un cycle est basée sur la comparaison de trois étendues successives composées de quatre points (Figure V-3). Un cycle est compté lorsque les étendues X, Y, Z remplissent la condition :

$$Y \leq X \text{ et } Y \leq Z \quad (\text{V-1})$$

avec $X = |S_4 - S_3|$, $Y = |S_3 - S_2|$, $Z = |S_2 - S_1|$.

On peut montrer que le cycle est représenté dans le plan contrainte – déformation (σ, ε) par une boucle fermée ou assimilée comme telle. Néanmoins, avec cet algorithme, il subsiste une partie du signal, désignée comme le résidu, qu'il est impossible de réduire. Les différentes versions du comptage Rainflow se proposent de traiter ce résidu. Cette méthode de comptage présente l'avantage d'être très simple à implanter pour traiter un chargement complexe mais l'inconvénient de ne pas vraiment représenter la physique de l'endommagement et en particulier les interactions possibles d'un cycle à l'autre.

V.1.2 Lois d'endommagement

Après l'étape de calcul de la durée de vie relative de chaque cycle extrait, une loi d'endommagement est nécessaire pour déterminer le dommage élémentaire de chaque cycle ainsi que le dommage accumulé de la séquence entière. La loi de cumul linéaire de Miner, grâce à sa simplicité, est la plus employée. Pour décrire le cumul non linéaire du dommage, la loi non linéaire de Lemaitre – Chaboche [Lemaitre et Chaboche 1996] est aussi souvent utilisée.

Loi de Miner

La loi linéaire de Miner suppose que le cycle extrait, pour lequel la pièce a une durée de vie N_i , crée le dommage élémentaire d_i défini par :

$$d_i = \frac{1}{N_i} \quad (\text{V-2})$$

Le dommage cumulé d'une séquence entière D et la durée de vie N (nombre de la séquence à l'amorçage d'une fissure) de la pièce sont déterminés par :

$$D = \sum_i d_i \quad (\text{V-3})$$

$$N = \frac{1}{D} \quad (\text{V-4})$$

Cette loi de Miner ne prend pas en compte l'endommagement associé aux cycles d'amplitude inférieure à la limite de fatigue (les petits cycles) et ignore l'interaction entre les différents niveaux de charge. Malgré ces défauts, cette loi est la plus utilisée grâce à sa simplicité et donne des résultats plutôt satisfaisants dans les métaux à grand nombre de cycles pour des sollicitations relativement peu chaotiques.

Loi de Lemaitre – Chaboche

La loi non linéaire de Lemaitre – Chaboche est initialement dédiée aux chargements uniaxiaux aléatoires, son utilisation a été étendue au cas de chargements multiaxiaux en particulier par [Chaudonneret 1993]. Cette loi prédit une évolution non linéaire du dommage en fonction du nombre de cycles ainsi que sa dépendance au niveau de chargement. Elle s'exprime par :

$$D = 1 - \left[1 - \left(1 - \frac{N}{N_R} \right)^{1/(1-\alpha)} \right]^{1/(\beta+1)} \quad (\text{V-5})$$

où β est un paramètre du matériau et α est une fonction de la contrainte maximale Σ_{\max} et de la contrainte moyenne $\bar{\Sigma}$ (pour le cas uniaxial). L'intérêt de la loi de Lemaitre – Chaboche consiste dans la prise en compte de l'influence de tous les cycles appliqués, y compris les petits cycles dès que l'endommagement est activé ainsi que dans le cumul non linéaire du dommage, conformément aux constatations expérimentales. Cette loi permet de rendre compte des principaux phénomènes de cumul mais est un peu éloignée de la physique.

V.2 Quelques méthodes de prévision de durée de vie

On rappelle dans cette partie deux méthodes répandues de prévision de durée de vie pour des chargements multiaxiaux quelconques. La première méthode (méthode de Robert) suit la démarche classique (Figure V-1) alors que la deuxième (méthode de Morel) s'affranchit du problème du comptage de cycles à l'aide d'un modèle d'endommagement.

V.2.1 Méthode de Robert

La méthode de prévision de durée de vie de Robert a connu plusieurs évolutions depuis sa première formulation [Robert 1992]. Les derniers travaux sur cette méthode ont été réalisés par [Weber 1999].

Robert précise que la variable de comptage doit être représentative de l'évolution au cours du temps du tenseur des contraintes. La variable choisie est la contrainte normale $\sigma_{h_0/h_0}(t)$ au plan dont le vecteur normal \vec{h}_0 est défini par les angles $\varphi_0 = \frac{\pi}{\sqrt{7}}$ et $\gamma_0 = \frac{\pi}{\sqrt{19}}$

(Figure V-4). La méthode de comptage Rainflow est ensuite appliquée pour extraire des cycles élémentaires à partir de la séquence de la variable $\sigma_{h_0 h_0}(t)$.

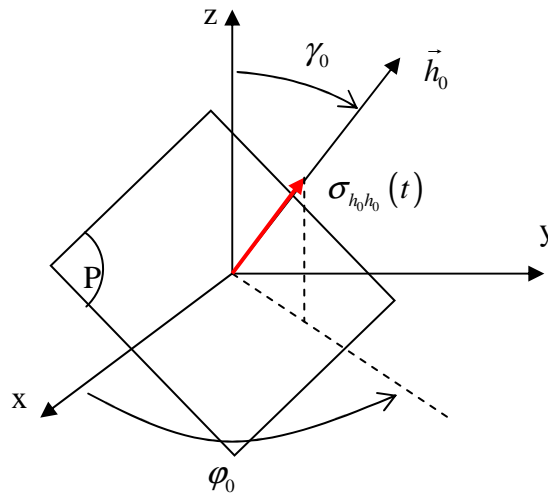


Figure V-4. Définition de la variable de comptage $\sigma_{h_0 h_0}(t)$ [Weber 1999]

Un cycle extrait de la séquence de la variable $\sigma_{h_0 h_0}(t)$ est constitué de l'évolution des six composantes du tenseur des contraintes appliquées. La variable de comptage $\sigma_{h_0 h_0}(t)$ n'est donc utilisée que pour l'identification et le comptage des cycles. Néanmoins, les résultats des calculs de durées de vie donnés par la méthode dépendent du plan de comptage choisi ($\varphi_0 = \frac{\pi}{\sqrt{7}}, \gamma_0 = \frac{\pi}{\sqrt{19}}$). L'auteur a choisi ce plan de façon que la variable de comptage $\sigma_{h_0 h_0}(t)$ n'est pas constante lorsque le tenseur des contraintes varie au cours du temps.

L'estimation de la durée de vie relative correspondant à chaque cycle extrait (six composantes) est effectuée à l'aide du critère de fatigue de type plan critique de Robert (Chapitre I). Pour le domaine de l'endurance limitée, le critère s'écrit :

$$C_a + \alpha(N_r)N_a + \beta(N_r)N_m \leq \lambda(N_r) \quad (V-6)$$

où C_a, N_a, N_m sont respectivement l'amplitude du cisaillement, l'amplitude et la valeur moyenne de la contrainte normale associé à un plan particulier. Les paramètres $\alpha(N_r), \beta(N_r), \lambda(N_r)$ sont déterminés à l'aide des limites de fatigue en traction alternée, en traction répétée et en torsion (équation I-11).

Pour calculer l'endommagement élémentaire et cumulé, l'auteur utilise la loi linéaire de Miner. Après le calcul de l'endommagement élémentaire de chaque cycle extrait D_i et l'endommagement cumulé D d'une séquence entière pour un plan particulier, il faut chercher

la valeur maximale D_{\max} correspondant au plan critique. Finalement, la durée de vie totale N de la pièce (nombre de répétitions de la séquence) est déterminée par :

$$N = \frac{1}{D_{\max}} \quad (\text{V-7})$$

La loi non linéaire de Lemaitre – Chaboche peut être utilisée comme une alternative à la loi de Miner. La comparaison entre deux lois d'endommagement est rapportée par [Weber 1999].

V.2.2 Méthode de Morel

[Morel 2000] poursuit l'approche mésoscopique de type plan critique de [Dang Van 1973] et de [Papadopoulos 1987]. Comme Papadopoulos, Morel utilise le concept d'accumulation de la déformation plastique mésoscopique pour expliquer l'amorçage d'une fissure de fatigue. Le passage de l'échelle macroscopique à l'échelle mésoscopique est réalisé à l'aide de la loi de localisation de Lin – Taylor. Pour décrire le comportement du cristal, Morel utilise le critère de plasticité de type Schmid avec écrouissages isotrope et cinématique. La déformation plastique mésoscopique accumulée Γ est considérée comme la variable de dommage D . Le comportement du cristal est décrit en trois phases successives (Figure V-5) comme suit :

$$\text{- Durcissement : } \dot{\tau}_y = g\dot{\Gamma} \Rightarrow \dot{D} = \dot{\Gamma} = \frac{1}{c + \mu + g} \sqrt{\dot{\underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}}} \quad (\text{V-8})$$

$$\text{- Saturation : } \dot{\tau}_y = 0 \left(\tau_y = \tau_{\text{lim}} \right) \Rightarrow \dot{D} = \dot{\Gamma} = \frac{1}{c + \mu} \sqrt{\dot{\underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}}} \quad (\text{V-9})$$

$$\text{- Adoucissement : } \dot{\tau}_y = -h\dot{\Gamma} \Rightarrow \dot{D} = \dot{\Gamma} = \frac{1}{c + \mu - h} \sqrt{\dot{\underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}}} \quad (\text{V-10})$$

où c est le module d'écrouissage cinématique, g et h sont les paramètres d'écrouissage isotrope ($g, h > 0$) et μ est le module de cisaillement. τ_y est la limite d'écoulement du cristal et τ_{lim} est la contrainte à saturation jouant le rôle d'une limite d'endurance. $\dot{\underline{T}}$ est le taux de cission résolue macroscopique selon une direction de glissement, relié linéairement au taux de glissement plastique mésoscopique $\dot{\underline{\gamma}}^p$. L'évolution de la déformation plastique mésoscopique est donnée par : $\dot{\Gamma} = \sqrt{\dot{\underline{\gamma}}^p \cdot \dot{\underline{\gamma}}^p}$.

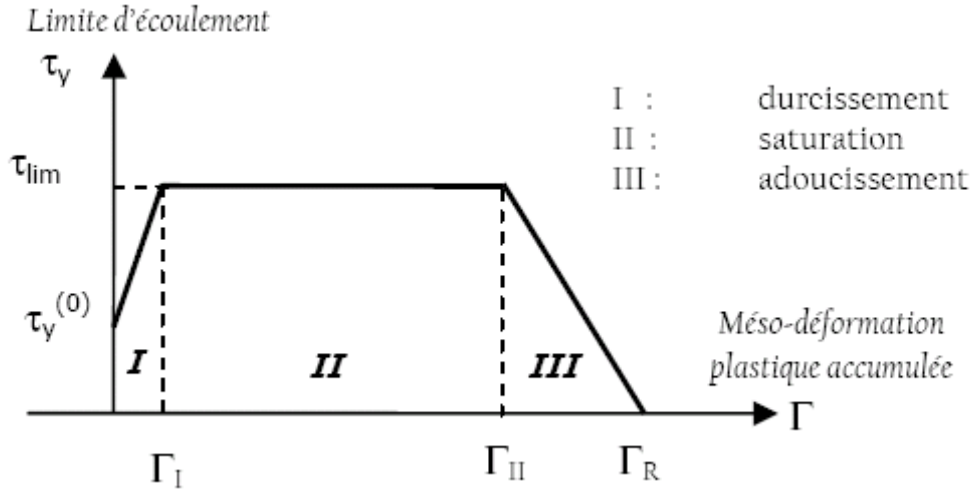


Figure V-5. Comportement du cristal en trois phases successives [Morel 1998]

Afin de déterminer τ_{lim} , Morel utilise un critère d'endurance de Papadopoulos s'écrivant :

$$\max_{\theta, \varphi} [T_{\sigma}(\theta, \varphi)] + \alpha \Sigma_{H, \max} \leq \beta \quad (V-11)$$

où $T_{\sigma}(\theta, \varphi) = \sqrt{\int_{\chi=0}^{2\pi} T_a^2(\theta, \varphi, \chi) d\chi}$ avec T_a l'amplitude de la cission résolue macroscopique,

θ, φ les coordonnées sphériques du vecteur normal \vec{n} d'un plan matériel et χ l'angle du vecteur de glissement \vec{m} sur le plan considéré (voir Figure I-7). Pour un chargement à amplitude constante, la valeur de τ_{lim} est définie par :

$$\tau_{lim} = \frac{-\alpha \Sigma_{H, m} + \beta}{\alpha \frac{\Sigma_{H, a}}{C_A} + H} \quad (V-12)$$

où $\Sigma_{H, a}, \Sigma_{H, m}$ sont l'amplitude et la valeur moyenne de la contrainte hydrostatique macroscopique. $H = T_{\Sigma} / C_A$ est le coefficient de déphasage, $T_{\Sigma} = \max_{\theta, \varphi} [T_{\sigma}(\theta, \varphi)]$ étant la valeur de $T_{\sigma}(\theta, \varphi)$ sur le plan critique, C_A (associée à T_{Σ}) étant l'amplitude de la cission sur ce plan. Avec la valeur de τ_{lim} , le nombre de cycles à l'amorçage N_a est obtenu :

$$N_a = \frac{c + \mu}{4} \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) \ln \left(\frac{C_A}{C_A - \tau_{lim}} \right) + \frac{c + \mu}{4l} \left(\frac{\tau_{lim}}{C_A - \tau_{lim}} \right) - \frac{c + \mu}{4g} \frac{\tau_y^{(0)}}{C_A} \quad (V-13)$$

avec $\tau_y^{(0)}$ la limite d'écoulement initial du cristal, l une constante du modèle.

Pour les chargements d'amplitude variable, Morel précise que le calcul de la déformation plastique mésoscopique accumulée Γ permet de s'affranchir de l'utilisation

d'une méthode de comptage. Morel a choisi la cission résolue $\underline{T}(t)$ (associée à un système de glissement (\vec{n}, \vec{m}) particulier) et la contrainte hydrostatique $\Sigma_H(t)$ pour représenter la variation temporelle du chargement appliquée.

La première étape de calcul consiste à repérer le plan critique de l'ensemble du signal (une séquence de chargement) à l'aide de la mesure de $T_{\sigma RMS}$:

$$T_{\sigma RMS}(\theta, \varphi) = \sqrt{\int_0^{2\pi} T_{RMS}^2(\theta, \varphi, \chi) d\chi} \quad (V-14)$$

où $T_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i (T_i - \underline{T}_{moy})^2}$ est la valeur quadratique moyenne de la séquence appliquée,

$\underline{T}_{moy} = \frac{1}{N} \sum_i T_i$ étant la moyenne de $\underline{T}(t)$ au cours de la séquence. Le plan critique est défini

lorsque $T_{\sigma RMS}$ atteint sa valeur maximale : $T_{\Sigma RMS} = \max_{\theta, \varphi} T_{\sigma RMS}(\theta, \varphi)$. On définit ainsi la valeur

maximale prise par T_{RMS} sur le plan critique : $C_{RMS} = \max_{\chi} [T_{RMS}(\chi)]$. Le rapport

$T_{\Sigma RMS} / C_{RMS} = H$ définit le coefficient de déphasage pour l'ensemble du signal.

Sur chaque direction \vec{m} du plan critique, on détermine les évolutions de $\underline{T}(t)$ et $\Sigma_H(t)$. La séquence de chargement est décomposée en plusieurs transitions de la cission résolue $\underline{T}(t)$. Une transition correspond à un passage d'un minimum local (une vallée) à un maximum local (un pic) (intervalle de temps $[t_i, t_j]$ sur la Figure V-6). Une valeur de τ_{lim} est calculée pour chaque transition de $\underline{T}(t)$ par :

$$\tau_{lim} = \frac{-\alpha \Sigma_{H,m} + \beta}{\alpha \frac{\Sigma_{H,a}}{T_a} + H} \quad (V-15)$$

où $\Sigma_{H,a}, \Sigma_{H,m}, T_a$ sont les paramètres associés à chaque transition.

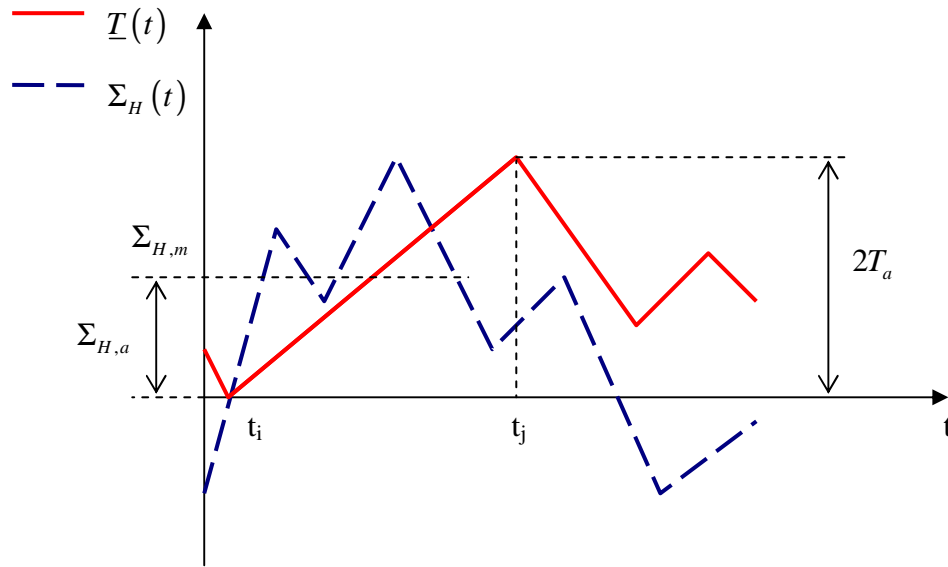


Figure V-6. Définitions des paramètres $\Sigma_{H,a}$, $\Sigma_{H,m}$, T_a associés à une transition

La quantité $(\tau_{lim})_{moyen}$ est ensuite déterminée comme la valeur moyenne des τ_{lim} sur l'ensemble de la séquence. La valeur de $(\tau_{lim})_{moyen}$ est utilisée dans la modélisation du comportement du cristal en trois phases. Le nombre de séquences associées à la direction \vec{m} pour atteindre Γ_R (déformation plastique mésoscopique accumulée critique – Figure V-5) est alors déterminé. On a besoin ensuite de boucler le programme pour chercher la direction du dommage maximale ($D = \Gamma$). Finalement, le nombre de séquences à l'amorçage (N_{seqa}) est évalué sur la direction la plus endommageante du plan critique. L'algorithme de la méthode de prévision de durée de vie de Morel pour un chargement multiaxial quelconque est présenté sur la Figure V-7.

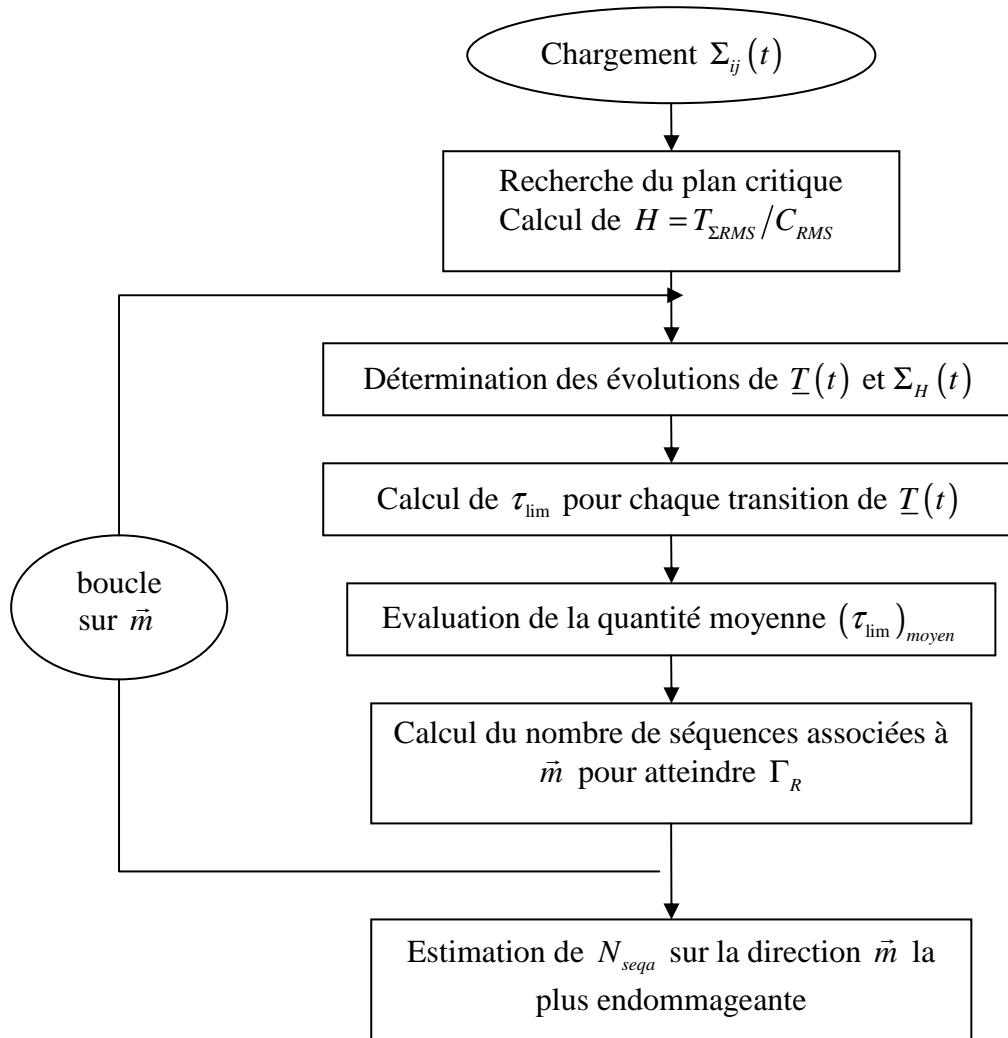


Figure V-7. Algorithme de la méthode de prévision de durée de vie de [Morel 2000]

V.2.3 Discussion

Parmi plusieurs méthodes de calcul de la durée de vie pour des chargements quelconques, seules les méthodes de Robert et de Morel ont été abordées. Ce sont des méthodes représentatives de deux démarches différentes. La première utilise une démarche classique faisant appel à une méthode de comptage (Rainflow) et une loi d'endommagement (Miner, Lemaitre – Chaboche). L'utilisation d'une méthode de comptage pour extraire des cycles élémentaires engendre certains inconvénients, notamment dans le choix de la variable de comptage. La proposition de Robert conduit à une dépendance de la durée de vie calculée à la variable de comptage choisie. La deuxième méthode (Morel) se base sur un modèle d'endommagement, permettant de s'affranchir du problème du comptage des cycles. Bien que cette méthode soit limitée dans la description de l'endommagement (identique à la déformation plastique mésoscopique cumulée), le traitement direct du signal de chargement

est un point intéressant. En cherchant à bénéficier de cette capacité de traitement du signal, nous tenterons dans le prochain paragraphe de proposer une méthode de calcul de la durée de vie reposant sur le modèle d'endommagement proposé dans le Chapitre IV.

V.2.4 Proposition d'une méthode de calcul de la durée de vie

La méthode présentée dans ce paragraphe consiste à étendre le modèle d'endommagement à deux échelles proposé dans le Chapitre IV pour les chargements multiaxiaux à amplitude variable. Cette méthode s'affranchit aussi de l'utilisation d'une méthode de comptage grâce à une description incrémentale et continue des processus de plasticité et d'endommagement. La question la plus difficile concerne la détermination des grandeurs $J_{2,moy}$, $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ intervenant dans la surface de charge $f \leq 0$ de plasticité à l'échelle mésoscopique :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{x}}, r) = \sqrt{\gamma_1 J_2^2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{x}}) + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_f(I_{1,a}, I_{1,m})} - (r + r_0) \leq 0 \quad (V-16)$$

avec

$$J_{2,moy} = \frac{1}{T} \int_0^T J_2'(t) dt \quad (V-17)$$

$$I_{1,a} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} Tr(\underline{\underline{\Sigma}}(t)) - \min_{t \in T} Tr(\underline{\underline{\Sigma}}(t)) \right\} \quad (V-18)$$

$$I_{1,m} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in T} Tr(\underline{\underline{\Sigma}}(t)) + \min_{t \in T} Tr(\underline{\underline{\Sigma}}(t)) \right\} \quad (V-19)$$

Chacune des trois grandeurs $J_{2,moy}$, $I_{1,a}$, $I_{1,m}$ est déterminée sur une période T du chargement. Il est évident qu'il faut chercher une nouvelle définition pour la période T dans le cas d'un chargement d'amplitude variable. Il est donc choisi de représenter la variation temporelle du chargement appliqué à travers les termes $J_2'(t)$ et $I_1(t)$ ($I_1(t) = Tr(\underline{\underline{\Sigma}}(t))$).

La valeur du premier invariant du tenseur des contraintes $I_1(t)$ est calculée facilement à chaque instant t quelle que soit la forme du chargement. La détermination de $J_2'(t)$ est un peu plus difficile. Dans le cas d'un chargement d'amplitude constante, le tenseur des contraintes macroscopique est décomposé en deux parties, une partie moyenne ($\underline{\underline{\Sigma}}^m$) et une partie d'amplitude ($\underline{\underline{\Sigma}}^a$). $J_2'(t) = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{S}}^a : \underline{\underline{S}}^a}$ est le deuxième invariant du déviateur de l'amplitude $\underline{\underline{S}}^a$ ($\underline{\underline{S}}^a = \underline{\underline{\Sigma}}^a - \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\Sigma}}^a) \underline{\underline{1}}$). Pour un chargement d'amplitude variable, on cherche

d'abord les valeurs moyennes $\Sigma_{ij,m}$ des composantes du tenseur des contraintes sur l'ensemble de la séquence de chargement comme suit :

$$\Sigma_{ij,m} = \frac{1}{N_k} \sum_{t_k} \Sigma_{ij}(t_k) \quad (\text{V-20})$$

où $\Sigma_{ij}(t_k)$ sont les extrema du signal $\Sigma_{ij}(t)$, N_k est le nombre d'extrema. Ensuite, à chaque instant t , on peut définir un tenseur « équivalent » de l'amplitude des contraintes $\underline{\underline{S}}_{eq}^a$ de manière suivante :

$$\underline{\underline{S}}_{eq}^a(t) = \begin{pmatrix} \Sigma_{xx}(t) & \Sigma_{xy}(t) & \Sigma_{xz}(t) \\ \Sigma_{xy}(t) & \Sigma_{yy}(t) & \Sigma_{yz}(t) \\ \Sigma_{xz}(t) & \Sigma_{yz}(t) & \Sigma_{zz}(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Sigma_{xx,m} & \Sigma_{xy,m} & \Sigma_{xz,m} \\ \Sigma_{xy,m} & \Sigma_{yy,m} & \Sigma_{yz,m} \\ \Sigma_{xz,m} & \Sigma_{yz,m} & \Sigma_{zz,m} \end{pmatrix} \quad (\text{V-21})$$

On peut alors déterminer $\underline{\underline{S}}_{eq}^a$ et $J'_2(t)$ par :

$$\underline{\underline{S}}_{eq}^a(t) = \underline{\underline{S}}_{eq}^a(t) - \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{S}}_{eq}^a(t)) \underline{\underline{1}} \quad (\text{V-22})$$

$$J'_2(t) = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{S}}_{eq}^a : \underline{\underline{S}}_{eq}^a} \quad (\text{V-23})$$

La Figure V-8 présente un exemple du trajet de $I_1(t)$ et $J'_2(t)$ ($J'_2(t) \geq 0$) pour une séquence de chargement d'amplitude variable.

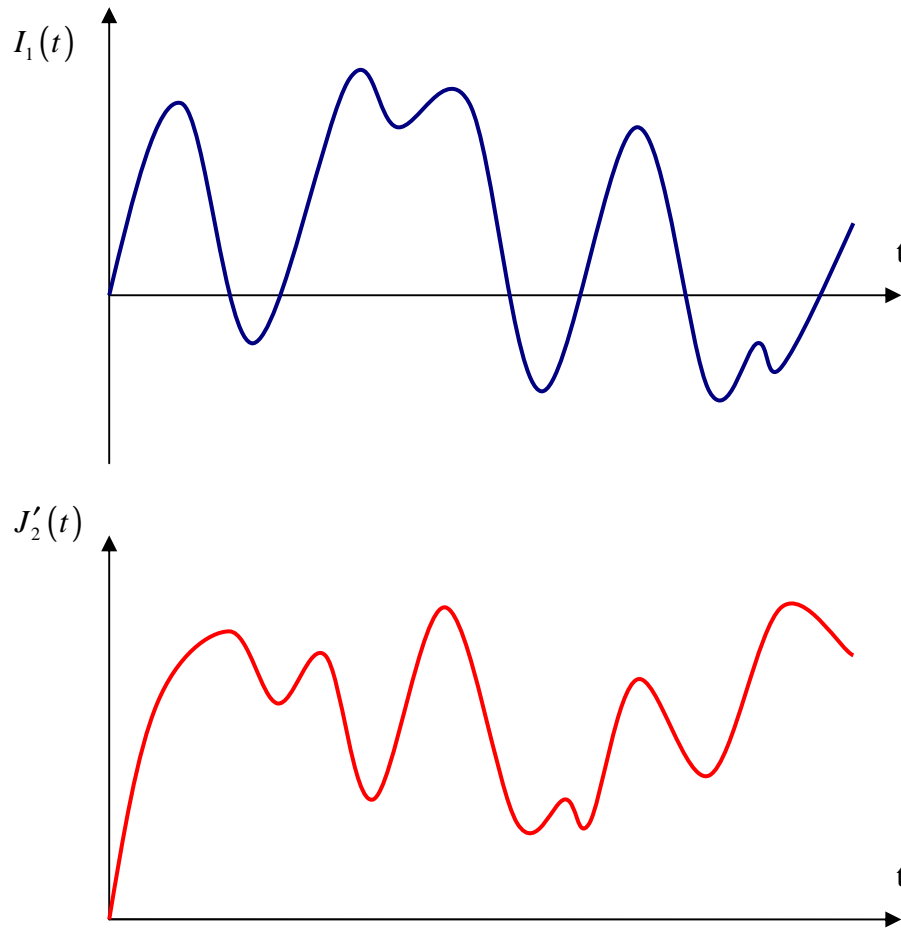


Figure V-8. Evolution de $I_1(t)$ et $J_2'(t)$ au cours d'une séquence de chargement

Les évolutions temporelles des six composantes du tenseur des contraintes sont réduites à celles de deux invariants $I_1(t)$ et $J_2'(t)$. Il nous reste à déterminer $J_{2,moy}$, $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$. Nous avons montré dans le Chapitre III que la détermination de plusieurs valeurs de $J_{2,moy}$ correspondant à plusieurs couples de maximum – minimum locaux de $J_2'(t)$ est nécessaire même pour des chargements périodiques à amplitude constante. Pour le cas de chargement d'amplitude variable, on utilise le même principe de la recherche de la période commune proposé dans le paragraphe III.3.3.1. Il s'agit de calculer une valeur de $J_{2,moy}$ pour chaque couple de maximum – minimum local de $J_2'(t)$. Il est à noter que la définition d'un couple de maximum – minimum est similaire à une transition (de la cission résolue) dans la méthode de Morel. Pour un intervalle de temps $[t_u, t_{u+1}]$ relatif à un couple de maximum – minimum de $J_2'(t)$, on peut définir la valeur associée $J_{2,moy}^{(u+1)}$ par :

$$J_{2,moy}^{(u+1)} = \frac{1}{t_{u+1} - t_u} \int_{t_u}^{t_{u+1}} J_2'(t) dt \quad (V-24)$$

Pour le cas de chargement présenté sur la Figure V-8 par exemple, on peut déterminer plusieurs couples de maximum – minimum locaux de $J'_2(t)$ comme illustré sur la Figure V-9.

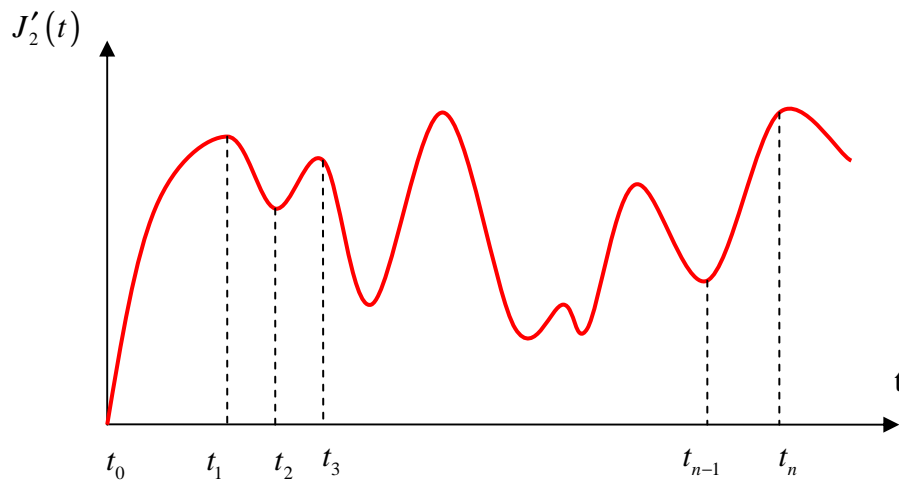


Figure V-9. Détermination des couples maximum – minimum locaux de $J'_2(t)$

Pour la détermination de $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$, on utilise une autre démarche pour chercher la période T intervenant dans les équations (V-18) et (V-19). Ceci n'est pas contradictoire avec la méthode de la recherche de $J_{2,moy}$ car les natures de $I_{1,a}$, $I_{1,m}$ et $J_{2,moy}$ sont différentes. Alors que la grandeur $J_{2,moy}$ capte la variation temporelle et spatiale du tenseur des contraintes, les grandeurs $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ ne traduisent que les effets de l'amplitude et de la valeur moyenne de la contrainte hydrostatique. Ainsi, nous choisissons de calculer $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ sur l'ensemble du signal $I_1(t)$ d'une séquence de chargement, c'est-à-dire que la période T intervenant dans les équations (V-18) et (V-19) est égale au temps relatif de la séquence T_{seq} . Pour le cas de chargement sur la Figure V-8, la détermination de $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ est illustrée sur la Figure V-10.

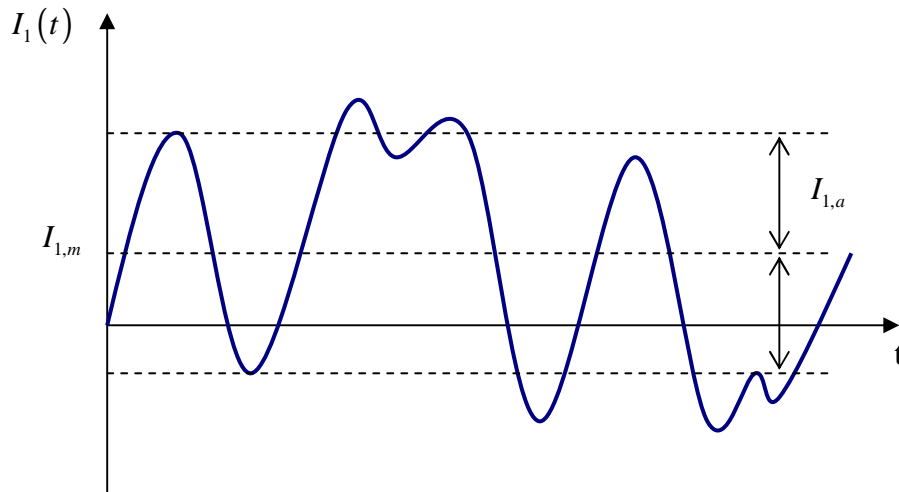


Figure V-10. Détermination de $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ sur l'ensemble du signal $I_1(t)$

Les valeurs de $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ sont constantes dans l'ensemble de la séquence de chargement alors qu'il y a plusieurs valeurs de $J_{2,moy}$ correspondant à plusieurs couples de maximum – minimum locaux de $J'_2(t)$ trouvés dans la séquence. Après l'étape de recherche des couples de maximum – minimum, le modèle d'endommagement (Chapitre IV) est appliqué pour calculer de façon incrémentale les variables internes à l'échelle mésoscopique (déformation plastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$, écrouissage cinématique $\underline{\underline{\alpha}}$, écrouissage isotrope p , variables d'endommagement d, β) à chaque instant t . Pour un couple maximum – minimum particulier (intervalle de temps $[t_u, t_{u+1}]$), $J_{2,moy}^{(u+1)}$, $I_{1,a}$ et $I_{1,m}$ sont des grandeurs macroscopiques constantes et sont considérées comme des paramètres dans l'expression de la surface de charge (V-16). L'endommagement est pris en compte à tous les instants du chargement. La rupture de la pièce apparaît lorsque la variable d atteint la valeur du dommage critique d_c . La durée de vie de la pièce est alors déterminée. L'algorithme de la méthode de prévision de la durée de vie pour un chargement multiaxial aléatoire est montré sur la Figure V-11.

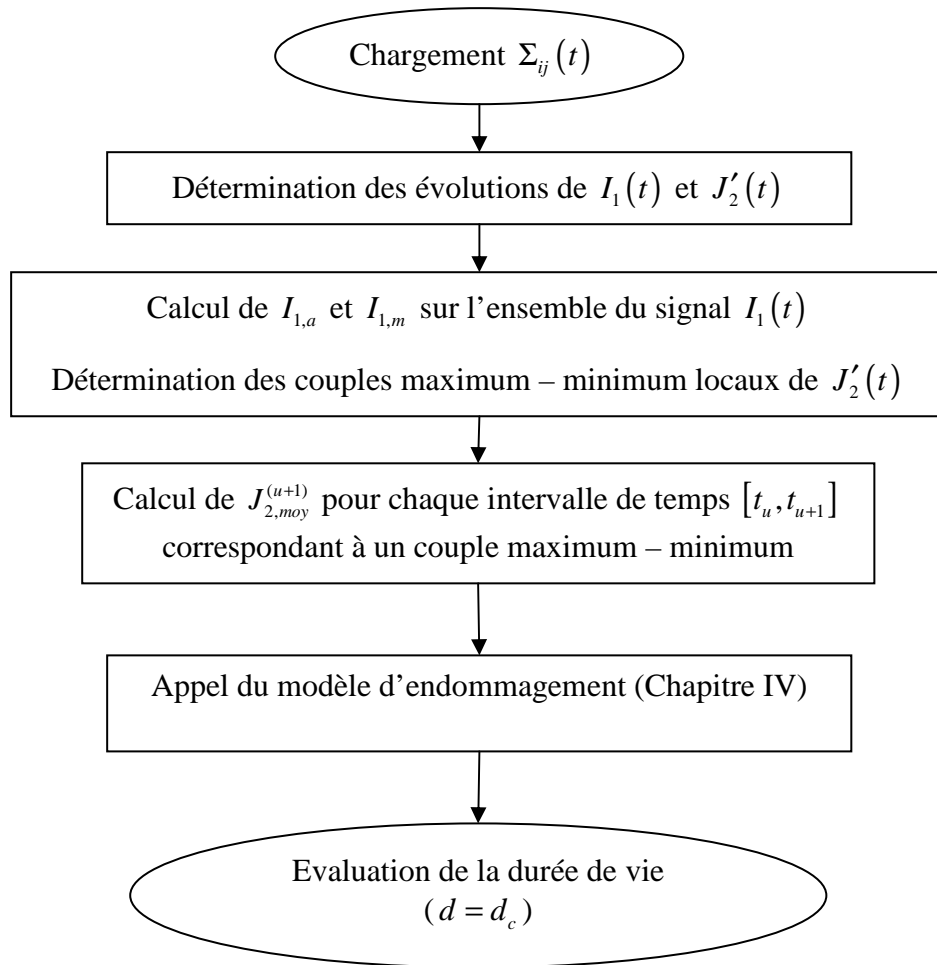


Figure V-11. Algorithme de la méthode proposée de prévision de la durée de vie pour un chargement multiaxial quelconque

V.2.5 Analyse de la méthode

Le point le plus important de la méthode proposée consiste à décomposer le signal $J_2'(t)$ en plusieurs couples de maximum – minimum locaux correspondant à plusieurs intervalles de temps $[t_u, t_{u+1}]$. Pour chaque intervalle de temps, on calcul une valeur de $J_{2,moy}$. On peut trouver que $J_2'(t)$ joue un rôle similaire à celui d'une variable de comptage sans faire intervenir de méthode de comptage. Ainsi, il n'est pas besoin de définir des cycles entiers. La décomposition de $J_2'(t)$ ne sert qu'à définir les valeurs de $J_{2,moy}$ et ne modifie pas la forme originale du chargement appliquée. En effet, le modèle d'endommagement (Chapitre IV) permet le calcul de la plasticité et de l'endommagement à tous les instants et pour chaque intervalle de temps on a une valeur de $J_{2,moy}$. Rappelons qu'une méthode comptage comme la

méthode Rainflow demande un traitement spécifique pour le problème de résidu après l'extraction des cycles.

L'effet de déphasage est pris en compte grâce à la présence de la grandeur $J_{2,moy}$ (Chapitre III). Ainsi, les effets des contraintes moyennes et le cumul non linéaire du dommage (interactions entre les différents niveaux de charge et entre les différents modes de chargement) sont traduits correctement par le modèle d'endommagement (Chapitre IV). D'autre part, le modèle permet de prendre en compte l'endommagement associé aux cycles d'amplitude inférieure à la limite de fatigue (les petits cycles).

Il est à noter que la méthode proposée pour le cas de chargement d'amplitude variable se réduit à celle présentée dans le Chapitre IV pour les signaux à amplitude constante. Pour ces derniers, la recherche des couples maximum – minimum peut être effectuée sur un cycle de sollicitation.

V.3 Conclusion

Une méthode simple de prévision de la durée de vie pour un chargement multiaxial quelconque a été proposée. Cette méthode basée sur un modèle d'endommagement permet de s'affranchir de l'utilisation d'une méthode de comptage. Vu la qualité de prédiction du modèle pour des chargements à amplitude constante, notamment pour des chargements non proportionnels et des chargements par blocs, l'application de la méthode proposée pour des chargements quelconques est prometteuse. La confrontation du modèle à une base de donnée des chargements multiaxiaux à amplitude variable constitue une perspective à court terme de notre travail.

CONCLUSION GENERALE

Cette étude a été consacrée à l'élaboration d'un outil de prédiction de la durée de vie pour des métaux polycristallins soumis à des chargements multiaxiaux complexes en fatigue à grand nombre de cycles. L'observation expérimentale des mécanismes d'endommagement sur un acier a permis d'identifier les mécanismes de plasticité et d'endommagement à prendre en compte dans la modélisation.

Notre étude expérimentale a insisté sur les mécanismes d'amorçage et de propagation des fissures pour des chargements multiaxiaux non proportionnels et pour des chargements par blocs. L'observation de l'évolution des fissures est effectuée grâce à la technique des répliques. Les mécanismes observés en chargement non proportionnel ont complété la cartographie des mécanismes sous chargements à amplitude constante pour l'acier C35. Deux modes d'endommagement principaux ont été identifiés. Il s'agit du mode diffus homogène spécifique de la torsion pure et du mode localisé se retrouvant dans la plupart des autres chargements, y compris en traction pure, proportionnels et non proportionnels, avec ou sans défaut. Ce constat expérimental justifie le choix de deux modes d'endommagement dans la modélisation proposée.

La vitesse de propagation de fissure semble être une grandeur mécanique pertinente permettant de capter certains phénomènes caractéristiques de la fatigue à grand nombre de cycles. Il est raisonnable de quantifier cette grandeur par la mesure de la longueur de fissure en surface grâce à la technique des répliques. Dans la partition de la durée de vie totale d'une pièce, deux transitions sont souvent mises en évidence, à savoir la distinction amorçage/propagation et la distinction stade 1 – stade 2. En analysant l'évolution de la longueur de fissure, nous avons remarqué que le changement de vitesse de propagation est plus prononcé à la transition amorçage/propagation qu'à la bifurcation stade 1 – stade 2. De plus, c'est le changement de vitesse de propagation qui permet d'expliquer la non linéarité du cumul du dommage lors des chargements par blocs. Ces arguments suggèrent d'intégrer explicitement la distinction amorçage/propagation dans la modélisation du cumul non linéaire.

Le critère d'endurance proposé dans cette étude répond à un double objectif. Il est d'une part un outil efficace de prédiction de la limite de fatigue et d'autre part un ingrédient d'un modèle d'endommagement pour estimer les durées de vie finies. En tant que critère de fatigue, il s'agit d'un critère multiaxial simple et facile à utiliser. Le principal atout de ce critère est sa formulation basée sur les invariants du tenseur des contraintes macroscopiques. Chaque grandeur relative à un invariant de contrainte (amplitude, valeur moyenne, valeur maximum) a été testée afin de découvrir la plus pertinente. Outre les grandeurs classiques ($J'_2(t), I_{1,a}, I_{1,m}$), nous avons fait intervenir la grandeur $J_{2,moy}$ (la valeur moyenne de $J'_2(t)$) au

cours d'une période du chargement) permettant de refléter des effets essentiels de la fatigue à grand nombre de cycles tels que l'effet de déphasage et l'effet de différence de fréquence. Afin de tenir compte des effets (déphasage, contrainte moyenne) parfois très différents selon le matériau considéré, nous avons proposé de distinguer deux classes d'acier, à savoir les aciers à faible résistance ($R_m < 750$ MPa) et les aciers à haute résistance ($R_m > 750$ MPa). L'identification du critère nécessite donc seulement deux limites de fatigue et la valeur de R_m du matériau considéré. Du point de vue numérique, la mise en œuvre du critère est simple, seule la valeur de $J_{2,moy}$ nécessite une évaluation, les autres grandeurs étant locales en temps. Pour le cas de chargements proportionnels, l'évaluation du critère peut être résolue analytiquement. L'avantage du critère sur le temps de calcul offre une perspective d'application en post traitement d'un calcul par éléments finis sur structure.

La confrontation à une large base de données atteste de la capacité de prédiction du critère pour de nombreux types de chargement multiaxial, y compris le chargement proportionnel ou non proportionnel, avec ou sans contrainte moyenne et le chargement asynchrone. Pour la base de 119 essais de type flexion (traction) – torsion combinées, les prédictions du critère sont tout aussi performantes que les critères de type intégral (Papadopoulos, Papuga) et meilleures que les critères classiques (Crossland, Dang Van). Lors du traitement des chargements asynchrones, la différence de fréquence (et donc de période) des composantes de contrainte nécessite une nouvelle définition de la période commune sur laquelle la valeur de $J_{2,moy}$ est évaluée. L'analyse de l'évolution des contraintes en fonction du temps a mis en évidence l'existence de plusieurs couples de maximum – minimum local de $J'_2(t)$ en chargement asynchrone par rapport à un seul couple en chargement synchrone sinusoïdal. En reconduisant le principe de recherche de la valeur moyenne de $J'_2(t)$ entre deux extrémités adopté pour le chargement synchrone, nous avons proposé de calculer une valeur de $J_{2,moy}$ pour chaque couple de maximum – minimum local pour le chargement asynchrone. Un bon accord entre les prédictions du critère et les données asynchrones a confirmé le principe de la recherche des périodes communs proposé. Nous avons montré également comment étendre le critère proposé vers le domaine de l'endurance limitée. Les prévisions du critère conduisent à des résultats raisonnables par rapport aux données de l'acier C35. Néanmoins, cette méthode classique, comme tous les critères de fatigue, ne permet pas de traduire le cumul non linéaire ni l'effet des cycles d'amplitude inférieure à la limite de fatigue.

Le modèle d'endommagement à deux échelles (méso – macro) proposé dans cette étude a intégré les observations de l'étude expérimentale et les ingrédients du critère d'endurance. Comme la plupart des modèles récents dans le domaine de la fatigue

polycyclique, le rôle prépondérant de la plasticité et de l'endommagement à l'échelle locale (échelle des grains) sur l'amorçage et la propagation d'une fissure est admis. La modélisation du couplage de la plasticité et de l'endommagement à l'échelle mésoscopique respecte celle proposée par Flacelière – Morel – Dragon (version de base). L'introduction d'un seuil d'écoulement plastique complexe issu du critère d'endurance apporte au modèle proposé une bonne qualité de prévision pour à la fois la limite de fatigue et la courbe S-N associée pour des chargements multiaxiaux à amplitude constante. En ce qui concerne les chargements par blocs, nous avons indiqué les incohérences apparaissant dans des simulations de la version de base. Notre amélioration consiste dans la distinction de deux phases d'évolution de l'endommagement (phase d'amorçage et phase de propagation), en s'inspirant du constat expérimental du phénomène du cumul non linéaire du dommage.

Afin de modéliser l'évolution de l'endommagement en deux phases, nous avons admis une similitude entre l'évolution de la longueur de fissure et le processus de dégradation du cristal engendré par l'évolution de la variable d'effet du dommage. La cinétique du dommage est donc simulée de sorte à suivre la courbe d'évolution de la longueur de fissure. Ainsi, l'identification de la transition amorçage/propagation est réalisée à partir d'une courbe d'évolution de la longueur de fissure en traction pure sur laquelle le changement de la vitesse de propagation de fissure est le plus marqué. Cette courbe est obtenue grâce à la technique des répliques. La modélisation en deux phases traduit éventuellement des effets de microstructure sur l'amorçage et la propagation de fissures en fatigue polycyclique.

Sur une base de données de l'acier C35, les confrontations du modèle proposé et de la version de base ont été effectuées. Les résultats ont montré que les prévisions du modèle proposé sont en bon accord avec les données expérimentales et meilleures que celles de la version de base. Les améliorations importantes concernent les chargements non proportionnels, les chargements avec contrainte moyenne et les chargements par blocs. Ces confrontations permettent de confirmer la pertinence de la prise en compte de l'effet de déphasage, de l'effet de contrainte moyenne et du cumul non linéaire du dommage du modèle proposé. Ces résultats sont encourageants mais les confrontations aux bases de données des autres matériaux sont à envisager afin de conforter nos conclusions.

Parce que formulé dans le cadre rigoureux de la thermodynamique des processus irréversibles et géré par des lois incrémentales, le modèle proposé offre des perspectives dans le traitement des chargements quelconques. Dans un premier temps, nous avons proposé une méthode de prévision de la durée de vie des structures sous de tels chargements. Grâce au caractère incrémental du modèle d'endommagement, cette méthode permet de s'affranchir de l'utilisation d'une méthode de comptage. La confrontation du modèle à une base de données constitue un prolongement à court terme de cette étude.

Dans cette étude, l'implantation numérique du modèle n'est réalisée que sur un point de Gauss. Il serait nécessaire d'intégrer le modèle dans un code d'éléments finis pour un calcul de structure. Certes, cette application du modèle n'est pas une tâche simple notamment dans le choix de la stratégie de simulation. En effet, le temps de calcul sur un point de Gauss est assez important (une demi heure pour un million de cycles). Un calcul coûteux est à craindre si l'on fait une intégration sur tous les points de Gauss d'une structure complète. Une stratégie à deux étapes, impliquant d'abord une recherche des points critiques de la structure à l'aide du critère de fatigue et ensuite une application du modèle d'endommagement sur ces points, semble une voie possible pour réduire la durée de calcul. La méthode numérique de saut de cycle rapportée par [Cojocar et Karlsson 2006] peut également être un outil permettant d'accélérer la simulation des chargements cycliques. Ces perspectives constituent la suite logique de cette thèse.

ANNEXES

- Annexe A -

Banque de données et prédictions de certains critères

Cette annexe présente 119 essais de limite d'endurance pour huit aciers en provenance de différentes publications. Le chargement est de type flexion (traction) – torsion combinées. I^a, I^b, I^c, I^d, I^e représentent les indices d'erreur de prédiction pour, respectivement, le critère de Crossland, le critère de Dang Van, le critère de Papadopoulos, le critère de Papuga et le critère proposé (III-13).

Tableau A-1. Limites d'endurance en flexion – torsion pour un acier dur ($f_{-1} = 313.9$ MPa, $t_{-1} = 196.2$ MPa, $R_m = 680$ MPa) [Papadopoulos et al. 1997]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
138.1	0	167.1	0	0	-2.3	1.0	-2.3	0.3	-2.3
140.4	0	169.9	0	30	-2.5	1.1	-0.6	1.0	-0.9
145.7	0	176.3	0	60	-3.6	1.3	3.1	2.5	1.1
150.2	0	181.7	0	90	-3.7	2.2	6.3	4.2	2.8
245.3	0	122.6	0	0	1.5	4.0	1.5	2.1	1.3
249.7	0	124.8	0	30	0.0	2.7	3.3	2.6	2.5
252.4	0	126.2	0	60	-8.3	-5.2	4.4	0.9	-0.2
258.0	0	129.0	0	90	-17.8	-17.8	6.7	1.2	-3.6
299.1	0	62.8	0	0	0.9	1.7	0.9	0.9	0.8
304.5	0	63.9	0	90	2.7	-3.0	2.7	0.9	1.1

I^a Critère de Crossland

I^b Critère de Dang Van

I^c Critère de Papadopolous

I^d Critère de Papuga

I^e Critère proposé (III-13)

Tableau A-2. Limites d'endurance en flexion – torsion pour l'acier 42CrMo4 ($f_{-1} = 398$ MPa, $t_{-1} = 260$ MPa, $R_m = 1025$ MPa) [Papadopoulos et al. 1997]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
328	0	157	0	0	4.2	6.7	4.2	4.8	3.7
286	0	137	0	90	-28.1	-28.1	-9.1	-11.3	-7.1
233	0	224	0	0	7.3	10.8	7.3	9.8	6.7
213	0	205	0	90	-14.9	-8.6	-1.8	-3.3	0.6
266	0	128	128	0	-15.3	-13.3	-15.3	-9.2	-14.1
283	0	136	136	90	-28.9	-28.9	-10.0	-7.9	-7.9
333	0	160	160	180	5.9	8.4	5.9	10.3	5.3
280	280	134	0	0	-2.9	7.5	-2.9	3.0	2.1
271	271	130	0	0	-24.0	-15.9	-5.9	-2.8	0.6

Tableau A-3. Limites d'endurance en flexion – torsion pour l'acier 34Cr4 ($f_{-1} = 410$ MPa, $t_{-1} = 256$ MPa, $R_m = 795$ MPa) [Papadopoulos et al. 1997]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
314	0	157	0	0	-0.5	2.0	-0.5	0.2	-0.6
315	0	158	0	60	-12.3	-9.3	-0.1	-3.2	2.5
316	0	158	0	90	-22.9	-22.9	0.1	-4.7	1.5
315	0	158	0	120	-12.3	-9.3	-0.1	-3.2	2.5
224	0	224	0	90	-8.4	-1.6	5.2	1.5	7.8
380	0	95	0	90	-7.3	-7.3	0.4	-1.8	2.9
316	0	158	158	0	0.1	2.6	0.1	3.6	0.0
314	0	157	157	60	-12.7	-9.7	-0.5	-0.7	2.1
315	0	158	158	90	-23.2	-23.0	-0.1	-1.9	1.3
279	279	140	0	0	-6.4	4.3	-6.4	-1.8	-2.4
284	284	142	0	90	-25.5	-16.9	-4.8	-4.7	0.1
355	0	89	178	0	-6.2	-5.2	-6.2	-2.3	-5.8
212	212	212	0	90	-9.4	3.4	3.4	2.4	7.9
129	0	258	0	90	3.2	7.0	7.3	8.6	9.4

Tableau A-4. Limites d'endurance en flexion – torsion pour l'acier 30NCD16 ($f_{-1} = 660$ MPa, $t_{-1} = 410$ MPa, $R_m = 1160$ MPa) [Froustey et Lasserre 1989; Papadopoulos et al. 1997]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
485	0	280	0	0	1.8	4.7	1.8	2.6	1.6
480	0	277	0	90	-27.3	-18.2	0.7	-4.6	1.2
480	300	277	0	0	3.9	12.5	3.9	6.3	5.5
480	300	277	0	45	-3.4	5.8	3.9	3.8	8.0
470	300	270	0	60	-10.9	-1.1	1.6	0.4	5.9
473	300	273	0	90	-25.1	-10.6	2.5	-0.8	4.7
590	300	148	0	0	0.1	6.8	0.1	2.2	2.1
565	300	141	0	45	-7.2	-1.2	-4.1	-2.5	0.0
540	300	135	0	90	-15.0	-9.3	-8.1	-7.0	-3.1
211	300	365	0	0	-0.7	7.8	-0.7	4.1	1.2
630	300	0	0	0	-1.3	4.3	-1.3	0.8	0.8
0	300	370	0	0	-6.5	-0.9	-6.5	0.6	-4.4
220	300	385	0	90	-0.5	9.3	4.4	6.7	8.3

Tableau A-5. Limites d'endurance en flexion – torsion pour un acier doux ($f_{-1} = 235.4$ MPa, $t_{-1} = 137.3$ MPa, $R_m = 518.8$ MPa) [Andrea Carpinteri et Spagnoli 2001]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
235.6	0	48.9	0	0	6.3	7.2	6.3	6.2	6.2
187.3	0	93.6	0	0	5.0	7.8	5.0	5.0	4.9
101.3	0	122.3	0	0	-0.8	2.6	-0.8	-0.5	-0.8
194.2	0	97.1	0	60	-5.1	-1.7	8.9	3.6	3.8
108.9	0	131.5	0	60	-0.5	4.7	6.6	3.0	4.6
235.6	0	48.9	0	90	0.1	0.1	6.3	3.9	4.6
208.1	0	104.1	0	90	-11.6	-11.6	16.7	8.6	4.5
112.6	0	136	0	90	-0.5	5.9	10.3	5.0	6.8

Tableau A-6. Limites d'endurance en flexion – torsion pour l'acier C20 ($f_{-1} = 332$ MPa, $t_{-1} = 186$ MPa, $R_m = 520$ MPa) [Banvillet et al. 2003]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
246	0	138	0	0	4.2	7.4	4.2	3.9	4.3
246	0	138	0	45	-3.9	-0.1	4.2	-0.1	1.9
264	0	148	0	90	-20.5	-11.9	11.8	2.3	-2.5

Tableau A-7. Limites d'endurance en flexion – torsion pour l'acier EN-GJS800-2 ($f_{-1} = 294$ MPa, $t_{-1} = 220$ MPa, $R_m = 795$ MPa) [Banvillet et al. 2003]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
228	0	132	0	0	2.5	5.0	2.5	4.5	1.6
245	0	142	0	90	-16.4	-7.8	10.1	7.6	8.6
199	0	147	0	0	0.3	3.1	0.3	3.9	-0.3
184	225	0	0	0	-19.9	-12.0	-19.9	-5.0	-5.1

Tableau A-8. Limites d'endurance en flexion rotative – torsion pour l'acier 30NCD16 ($f_{-1} = 658$ MPa, $t_{-1} = 428$ MPa, $R_m = 1200$ MPa) [Banvillet et al. 2003]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
337	0	328	0	0	-5.1	-2.0	-5.1	-1.9	-5.0
482	0	234	0	0	-6.8	-4.6	-6.8	-5.3	-6.3

Tableau A-9. Limites d'endurance en traction pour l'acier 30NCD16 ($f_{-1} = 560$ MPa, $t_{-1} = 428$ MPa, $R_m = 1200$ MPa) [Banvillet et al. 2003]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
235	745	0	0	0	-25.5	-12.0	-25.5	1.4	1.4
251	704	0	0	0	-24.4	-11.7	-24.4	0.7	0.7
527	222	0	0	0	3.8	7.8	3.8	6.4	6.4

Tableau A-10. Limites d'endurance en flexion plane – torsion pour l'acier 30NCD16 ($f_{-1} = 690$ MPa, $t_{-1} = 428$ MPa, $R_m = 1200$ MPa) [Banvillet et al. 2003]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
575	375	0	0	0	-12.9	-6.1	-12.9	-8.9	-8.9
558	428	0	0	0	-14.8	-7.1	-14.8	-10.1	-10.1
627	273	0	0	0	-6.4	-1.5	-6.4	-4.0	-4.0
679	156	0	0	0	0.0	2.8	0.0	1.0	1.0
519	0	291	0	0	2.8	5.7	2.8	3.5	2.6
514	0	288	0	90	-25.5	-18.3	1.8	-3.7	2.5
451	294	250	191	0	-8.2	-0.4	-8.2	-4.3	-5.6
462	294	258	191	90	-30.1	-18.5	-5.7	-7.1	-2.7
474	294	265	0	45	-10.1	-1.6	-3.3	-2.7	1.1
464	294	259	0	60	-17.0	-8.1	-5.3	-5.8	-0.7
554	287	135	0	45	-13.3	-7.5	-10.4	-8.3	-6.0
474	0	265	0	90	-31.3	-24.8	-6.2	-10.7	-5.2
220	199	368	0	90	-9.8	-2.2	-4.8	-2.8	-1.2
470	299	261	0	90	-28.9	-17.4	-4.3	-6.5	-1.4
527	287	129	0	90	-20.7	-15.6	-14.6	-12.8	-9.3
433	472	240	0	90	-32.5	-18.5	-10.0	-9.6	-5.1
418	622	234	0	90	-33.2	-16.1	-11.0	-9.0	-5.0
0	299	396	0	0	-4.5	0.9	-4.5	2.3	-2.6
0	486	411	0	0	0.9	9.7	0.9	8.4	3.6
0	655	364	0	0	-8.4	3.5	-8.4	0.9	-3.7
482	0	268	0	0	-4.9	-2.2	-4.9	-3.9	-4.7
207	299	350	0	0	-8.5	-0.5	-8.5	-3.4	-6.2
474	294	265	0	0	-3.3	4.6	-3.3	-0.4	-1.2
584	281	142	0	0	-5.8	0.2	-5.8	-3.4	-3.5
447	473	252	0	0	-6.5	4.6	-6.5	-2.0	-2.8
425	635	223	0	0	-11.9	1.8	-11.9	-5.5	-6.2

Tableau A-11. Limites d'endurance en flexion – torsion pour l'acier S65A ($f_{-1} = 583.8$ MPa, $t_{-1} = 370.7$ MPa, $R_m = 1000.8$ MPa) [Papuga et Růžička 2008]

Σ_{xa} (MPa)	Σ_{xm} (MPa)	Σ_{xya} (MPa)	Σ_{xym} (MPa)	δ_{xy} (°)	I^a (%)	I^b (%)	I^c (%)	I^d (%)	I^e (%)
52.90	266.41	0.00	0.00	0	-1.2	4.4	-1.2	1.5	1.5
532.83	532.83	0.00	0.00	0	-0.5	10.7	-0.5	4.7	4.7
0.00	0.00	339.00	169.89	0	-8.5	-8.5	-8.5	0.7	-8.6
0.00	0.00	343.63	343.63	0	-7.3	-7.3	-7.3	4.5	-7.3
549.82	0.00	0.00	169.89	0	-5.8	-5.8	-5.8	-2.7	-5.3
540.55	0.00	0.00	343.63	0	-7.4	-7.4	-7.4	-1.4	-6.8
555.99	266.41	0.00	169.89	0	-0.6	4.9	-0.6	2.7	2.0
555.99	266.41	0.00	343.63	0	-0.6	4.9	-0.6	4.6	2.0
469.51	532.83	0.00	169.89	0	-11.3	-0.2	-11.3	-3.6	-3.9
472.59	532.83	0.00	343.63	0	-10.8	0.3	-10.8	-2.0	-3.5
0.00	266.41	311.97	0.00	0	-11.7	-6.1	-11.7	-2.5	-8.7
0.00	532.83	284.17	0.00	0	-15.1	-3.9	-15.1	-2.8	-8.5
0.00	266.41	304.25	169.89	0	-13.8	-8.2	-13.8	-3.7	-10.7
0.00	532.83	281.09	169.89	0	-15.9	-4.8	-15.9	-3.3	-9.2
0.00	266.41	308.89	343.63	0	-12.5	-7.0	-12.5	-0.5	-9.5
0.00	532.83	293.44	343.63	0	-12.6	-1.4	-12.6	0.8	-6.4
547.50	0.00	155.99	0.00	0	3.6	4.9	3.6	3.5	3.3
389.20	0.00	259.46	0.00	0	-1.4	1.7	-1.4	0.1	-1.4
168.34	0.00	335.91	0.00	0	-3.0	-0.4	-3.0	1.2	-3.1
496.53	266.41	141.31	169.89	0	-1.9	4.8	-1.9	1.7	0.8
374.52	266.41	249.42	169.89	0	-1.0	7.5	-1.0	3.5	1.4
161.39	266.41	322.01	169.89	0	-2.9	5.1	-2.9	4.2	-0.5
428.58	532.83	121.24	343.63	0	-10.7	1.4	-10.7	-1.9	-3.6
315.06	532.83	210.04	343.63	0	-11.9	1.7	-11.9	-2.1	-4.9
126.64	532.83	251.74	343.63	0	-19.0	-6.0	-19.0	-6.2	-11.3
386.11	266.41	257.15	0.00	0	1.9	10.5	1.9	5.4	4.0
383.79	0.00	255.60	169.89	0	-2.8	0.2	-2.8	1.3	-2.7

- Annexe B -

Quelques tentatives de formulation d'un critère de fatigue

Nous présentons dans cette annexe quelques versions testées du critère de fatigue avant la formule finale (III-13) proposée dans le Chapitre III. Les prédictions de chaque formulation pour la base de 119 essais (Annexe A) sont regroupées dans un histogramme, permettant d'évaluer la statistique de dispersion. Pour rester cohérent avec le critère proposé (III-13), les valeurs de γ_1, γ_2 sont déterminées suivant deux classes d'acier alors que les valeurs de γ_3 et β sont identifiées directement à l'aide de deux limites de fatigue en flexion (traction) alternée (f_{-1}) et en torsion alternée (t_{-1}).

Conformément à ce qui est exposé au Chapitre III, le critère de fatigue est supposé faire intervenir $J'_2(t), J_{2,moy}$ et $I_{1,max}$. Quatre combinaisons ont été testées, en plus de la formule (III-13), soit linéaires, soit quadratiques, soit les deux.

B1. Formulation 1 : $f = \gamma_1 J'_2(t) + \gamma_2 J_{2,moy} + \gamma_3 I_{1,max} \leq \beta$

$$\text{Identification : } \begin{cases} R_m < 750 \text{ MPa} : \gamma_1 = 0.65, \gamma_2 = 0.5497 \\ R_m > 750 \text{ MPa} : \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 1.1 \\ \gamma_3 = \frac{t_{-1}}{f_{-1}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \beta = t_{-1} \end{cases}$$

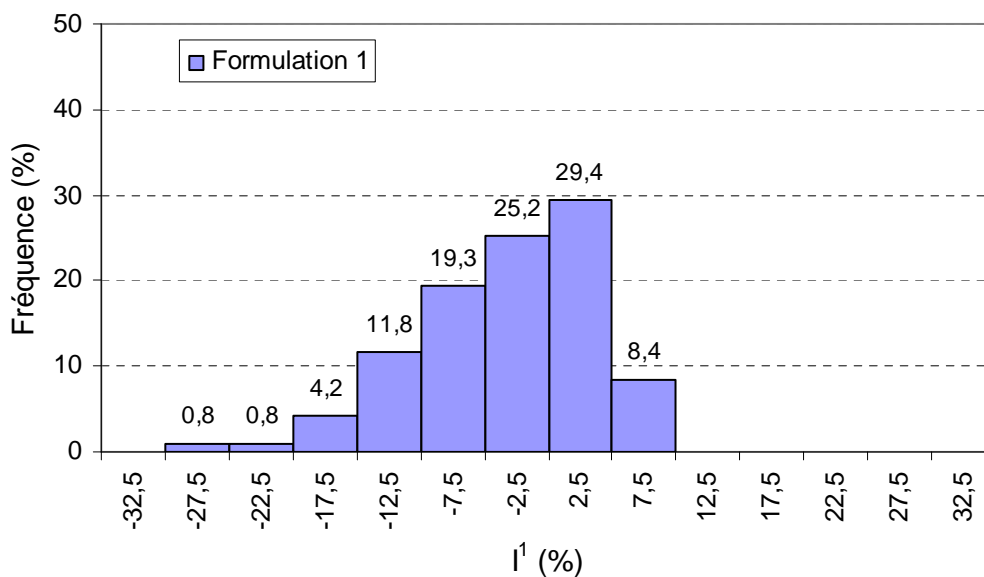


Figure B-1. Histogramme des indices d'erreur pour la formulation 1

B2. Formulation 2 : $f = \sqrt{\gamma_1 J_2'(t)^2 + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_{1,max}} \leq \beta$

Identification :

$$\begin{cases} R_m < 750 \text{ MPa} : \gamma_1 = 0.65, \gamma_2 = 0.8636 \\ R_m > 750 \text{ MPa} : \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 1.7272 \\ \gamma_3 = \frac{t_{-1}}{f_{-1}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \beta = t_{-1} \end{cases}$$

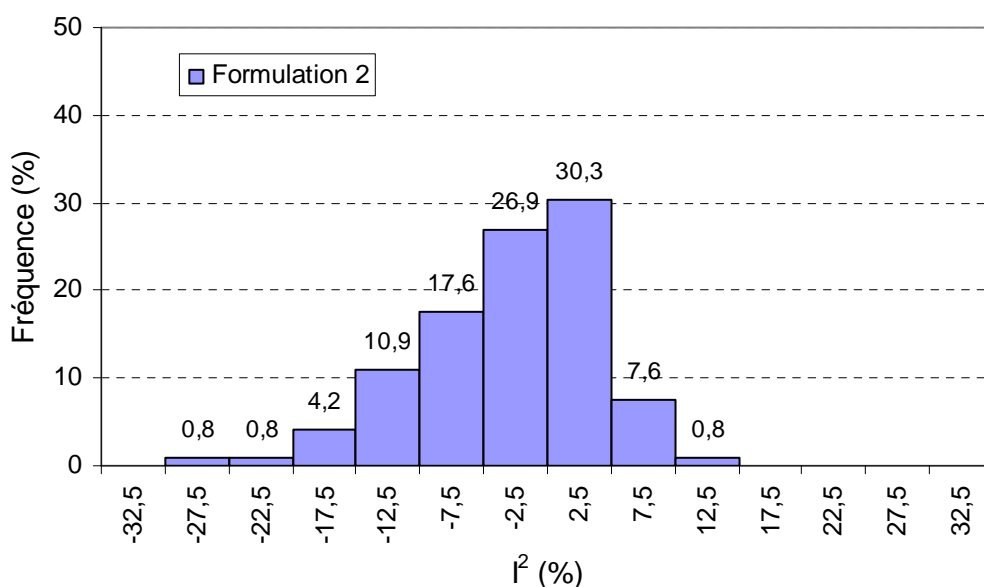


Figure B-2. Histogramme des indices d'erreur pour la formulation 2

B3. Formulation 3 : $f = \sqrt{\gamma_1 J_2'(t)^2 + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_{1,max}^2} \leq \beta$

Identification :

$$\begin{cases} R_m < 750 \text{ MPa} : \gamma_1 = 0.65, \gamma_2 = 0.8636 \\ R_m > 750 \text{ MPa} : \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 1.7272 \\ \gamma_3 = \left(\frac{t_{-1}}{f_{-1}}\right)^2 - \frac{1}{3} \\ \beta = t_{-1} \end{cases}$$

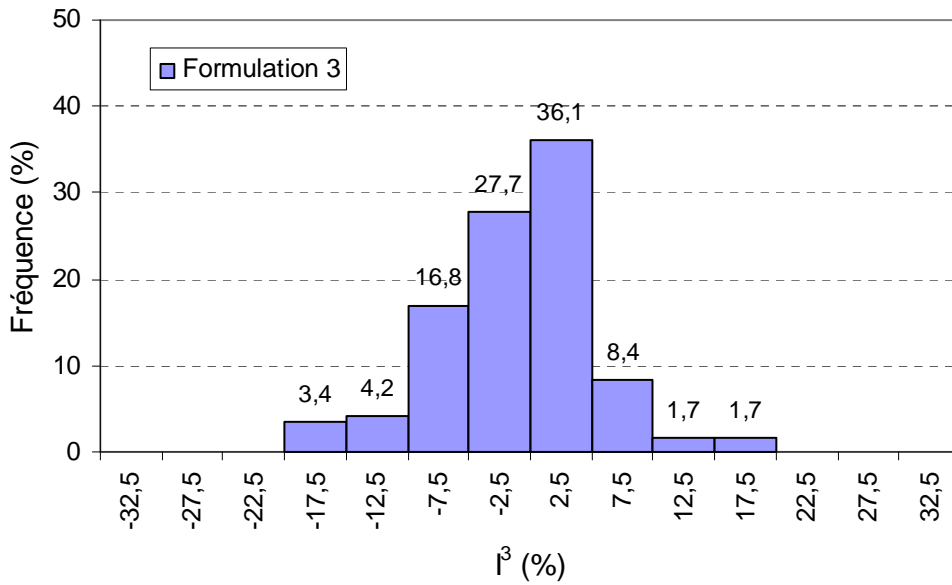


Figure B-3. Histogramme des indices d'erreur pour la formulation 3

B4. Formulation 4 : $f = \sqrt{\gamma_1 J_2'(t)^2 + \gamma_2 J_{2,moy}^2 + \gamma_3 I_{1,max}^2} \leq \beta$

Identification :

$$\begin{cases} R_m < 750 \text{ MPa} : \gamma_1 = 0.65, \gamma_2 = 0.8636 \\ R_m > 750 \text{ MPa} : \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 1.7272 \\ \gamma_3 = \frac{t_{-1}^2 - f_{-1}^2}{3f_{-1}} \\ \beta = t_{-1} \end{cases}$$

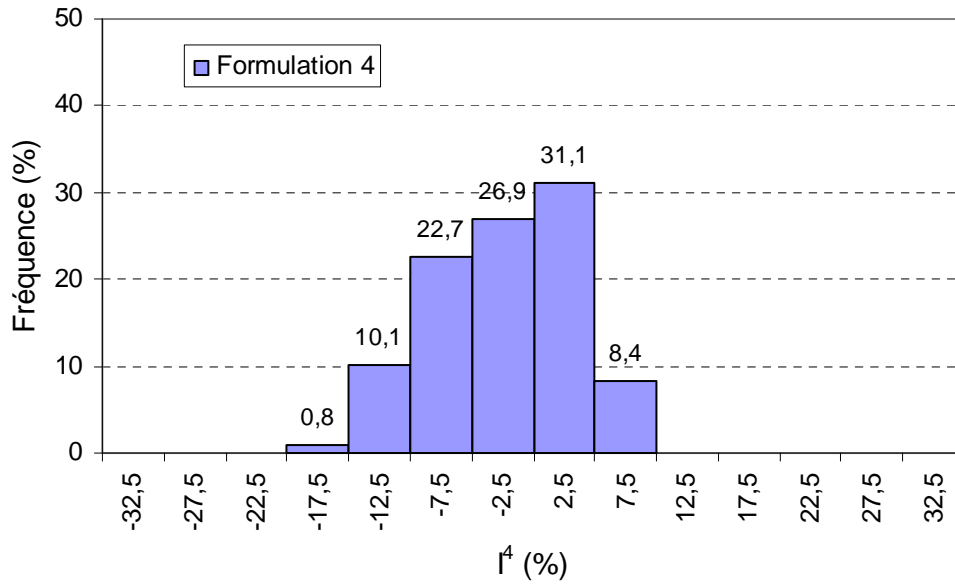


Figure B-4. Histogramme des indices d'erreur pour la formulation 4

BIBLIOGRAPHIE

- Banvillet, A., Palin-Luc, T., et Lasserre, S. (2003), A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion, *International Journal of Fatigue*, 25(8), 755-769.
- Basinski, Z., et Basinski, S. (1992), Fundamental aspects of low amplitude cyclic deformation in face-centred cubic crystals, *Progress in Materials Science*, 36, 89-148.
- Bernasconi, A., Foletti, S., et Papadopoulos, I. V. (2008), A study on combined torsion and axial load fatigue limit tests with stresses of different frequencies, *International Journal of Fatigue*, 30(8), 1430-1440.
- Bernasconi, A., et Papadopoulos, I. V. (2005), Efficiency of algorithms for shear stress amplitude calculation in critical plane class fatigue criteria, *Computational Materials Science*, 34(4), 355-368.
- Bhongbhibhat, T. (1986), Festigkeitsverhalten von Stählen unter mehrachsiger phasenverschobener Schwingbeanspruchung mit unterschiedlichen Schwingungsformen und Frequenzen, Diss. Uni. Stuttgart.
- Billaudeau, T. (2002), Fatigue multiaxiale des matériaux à défaut: Mécanismes et critère d'endurance, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers.
- Billaudeau, T., Nadot, Y., et Bezine, G. (2004), Multiaxial fatigue limit for defective materials: mechanisms and experiments, *Acta Materialia*, 52(13), 3911-3920.
- Brown, M. W., et Miller, K. J. (1979), Initiation and growth of cracks in biaxial fatigue, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1(2), 231-246.

- Carpinteri, A. (1993), Shape change of surface cracks in round bars under cyclic axial loading, *International Journal of Fatigue*, 15(1), 21-26.
- Carpinteri, A., et Spagnoli, A. (2001), Multiaxial high-cycle fatigue criterion for hard metals, *International Journal of Fatigue*, 23(2), 135-145.
- Chaboche, J. L., et Lesne, P. M. (1988), A non-linear continuous fatigue damage model, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 11(1), 1-17.
- Chaudonneret, M. (1993), A simple and efficient multiaxial fatigue damage model for engineering applications of macro-crack initiation, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 115, 373-379.
- Chen, X., Jin, D., et Kim, K. S. (2006), Fatigue damage of medium carbon steel under sequential application of axial and torsional loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 29(3), 191-199.
- Cojocar, D., et Karlsson, A. (2006), A simple numerical method of cycle jumps for cyclically loaded structures, *International Journal of Fatigue*, 28(12), 1677-1689.
- Crossland, B. (1956), Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel, dans *Proceedings of the international conference on fatigue of metals*, London, UK, pp. 138-149.
- Dang Van, K. (1973), Sur la résistance à la fatigue des métaux, *Sciences et Technique de l'Armement*, 47(3), 647-722.
- Dang Van, K., Griveau, B., et Message, O. (1989), On a new multiaxial fatigue limit criterion: theory and application, dans *Biaxial and multiaxial fatigue, EGF 3*, Brown MW, Miller KJ, editors, London: Mechanical Engineering Publications, pp. 479-496.
- Davoli, P., Bernasconi, A., Filippini, M., Foletti, S., et Papadopoulos, I. V. (2003), Independence of the torsional fatigue limit upon a mean shear stress, *International Journal of Fatigue*, 25(6), 471-480.
- Deperrois, A. (1991), Sur le calcul de limites d'endurance des aciers, PhD thesis, Ecole polytechnique, Paris, France .
- Dietmann, H., Bhonghibhat, T., et Schmid, A. (1991), Multiaxial fatigue behaviour of steels under in-phase and out-of-phase loading, including different wave forms and frequencies, dans *Fatigue under biaxial and multiaxial loadings, ESIS 10*, Kussmaul K, McDiarmid DL, Socie D, editors, London: Mechanical Engineering Publications, pp. 449-464.
- Doquet, V. (1997), Crack initiation mechanisms in torsional fatigue, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 20(2), 227-235.
- Doudard, C., Calloch, S., Cugy, P., Galtier, A., et Hild, F. (2005), A probabilistic two-scale model for high-cycle fatigue life predictions, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 28(3), 279-288.

- Doudard, C., Hild, F., et Calloch, S. (2007), A probabilistic model for multiaxial high cycle fatigue, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 30(2), 107-114.
- Doudard, C., Poncelet, M., Calloch, S., Boue, C., Hild, F., et Galtier, A. (2007), Determination of an HCF criterion by thermal measurements under biaxial cyclic loading, *International Journal of Fatigue*, 29(4), 748-757.
- Ellyin, F., et Xia, Z. (1993), A general fatigue theory and its application to out-of-phase cyclic loading, *Trans. ASME JEMT*, 115(4), 411-416.
- Endo, T., Mitsunaga, K., Takahashi, K., Kobayashi, K., et Matsuishi, M. (1974), Damage evolution of metals for random or varying loading - three aspects of rainflow method, dans *Proceedings of the 1974 Symposium on Mechanical Behaviour of Materials*, Society of Material Science, Japan, pp. 371-380.
- Eshelby, J. D. (1957), The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problem, *Proceedings of the Royal Society of London A*, 241, 376-396.
- Fatemi, A., et Yang, L. (1998), Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials, *International Journal of Fatigue*, 20(1), 9-34.
- Findley, W. N. (1959), A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending, *ASME J Eng Ind*, 301-306.
- Flaceliere, L. (2004), Contribution à la modélisation du dommage en fatigue multiaxiale d'un acier C36 - Confrontation à l'expérience, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers.
- Flaceliere, L., Morel, F., et Dragon, A. (2007a), Competition between mesoplasticity and damage under HCF – Elasticity/damage shakedown concept, *International Journal of Fatigue*, 29(12), 2281-2297.
- Flaceliere, L., Morel, F., et Dragon, A. (2007b), Coupling Between Mesoplasticity and Damage in High-cycle Fatigue, *International Journal of Damage Mechanics*, 16(4), 473-509.
- Froustey, C., et Lasserre, S. (1989), Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel, *International Journal of Fatigue*, 11(3), 169-175.
- Germain, P., Nguyen, Q. S., et Suquet, P. (1983), Continuum thermodynamics, *ASME Journal of Applied Mechanics*, 50, 1010-1020.
- Heidenreich, R., Zenner, H., et Richter, I. (1983), Dauerschwingfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung, *Forschungshefte FKM*, Heft 105.
- Henaff, G., et Morel, F. (2005), *Fatigue des structures : Endurance, critères de dimensionnement, propagation des fissures, rupture*, Ellipses, Paris (France).

- Hua, C. T., et Socie, D. F. (1984), Fatigue damage in 1045 steel under constant amplitude biaxial loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 7(3), 165-179.
- Huyen, N., Flaceliere, L., et Morel, F. (2008), A critical plane fatigue model with coupled meso-plasticity and damage, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 31(1), 12-28.
- Kachanov, L. M. (1958), Time of the rupture process under creep conditions, *Izv. Akad. Nauk. SSR - Otd. Nauk.*, 8, 26-31.
- Kakuno, H., et Kawada, Y. (1979), A new criterion of fatigue strength of a round bar subjected to combined static and repeated bending and torsion, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2(2), 229-236.
- Kaniut, C. (1983), Zur Betriebsfestigkeit metallischer Werkstoffe bei mehrachsiger Beanspruchung, Diss. RWTH Aachen .
- Karolczuk, A., et Macha, E. (2005), A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials, *International Journal of Fracture*, 134(3), 267-304.
- Lemaitre, J., et Chaboche, J. L. (1996), *Mécanique des matériaux solides*, 2 éd., Dunod, Paris.
- Lemaitre, J., Sermage, J. P., et Desmorat, R. (1999), A two scale damage concept applied to fatigue, *International Journal of Fracture*, 97(1), 67-81.
- Lempp, W. (1977), Festigkeitsverhalten von Stählen bei mehrachsiger Dauerschwingbeanspruchung durch Normalspannungen mit überlagerten phasengleichen und phasenverschobenen Schubspannungen, Diss. Uni. Stuttgart.
- Li, B., Reis, L., et Freitas, M. D. (2009), Comparative study of multiaxial fatigue damage models for ductile structural steels and brittle materials, *International Journal of Fatigue*, 31(11-12), 1895-1906.
- Li, B., Santos, J. L. T., et de Freitas, M. (2001), A computerized procedure for long-life fatigue assessment under complex multiaxial loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 24(3), 165-177.
- Liu, J., et Zenner, H. (2003), Fatigue limit of ductile metals under multiaxial loading, dans *Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture, ESIS Publication 31*, Carpinteri A, de Freitas M, Spagnoli A, editors , Elsevier, pp. 147-163.
- Liu, Y., et Mahadevan, S. (2005), Multiaxial high-cycle fatigue criterion and life prediction for metals, *International Journal of Fatigue*, 27(7), 790-800.
- Macha, E. (1989), Generalization of fatigue fracture criteria for multiaxial sinusoidal loading in the range of random loadings, dans *Biaxial and multiaxial fatigue, EGF 3*, Brown MW, Miller KJ, editors, London: Mechanical Engineering Publications, pp. 425-436.

- Mamiya, E., Araújo, J., et Castro, F. (2009), Prismatic hull: A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue, *International Journal of Fatigue*, 31(7), 1144-1153.
- Marquis, G., et Socie, D. F. (2000), Long-life torsion fatigue with normal mean stresses, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 23(4), 293-300.
- Maugin, G. A. (1998), *The thermomechanics of nonlinear irreversible behaviours - An introduction*, World Scientific Series on Nonlinear Science, Series A, Vol 27.
- McDiarmid, D. L. (1991), A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 14(4), 429-453.
- McDowell, D. L. (1996), Basic issues in the mechanics of high cycle metal fatigue, *International Journal of Fracture*, 80(2), 103-145.
- Mielke, S. (1980), Festigkeitsverhalten metallischer Werkstoffe unter zweiachsig schwingender Beanspruchung mit verschiedenen Spannungszeitverläufen, Diss. RWTH Aachen .
- Miller, K. J. (1993), Materials science perspective of metal fatigue resistance, *Materials science and technology*, 9, 453-462.
- Miller, K. J. (1987a), The behaviour of short fatigue cracks and their initiation Part I - A review of two recent books, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 10(1), 75-91.
- Miller, K. J. (1987b), The behaviour of short fatigue cracks and their initiation Part II - A general summary, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 10(2), 93-113.
- Miner, M. A. (1945), Cumulative damage in fatigue, *Journal of Applied Mechanics*, 67, A159-A164.
- Monchiet, V., Charkaluk, E., et Kondo, D. (2008), A micromechanical explanation of the mean stress effect in high cycle fatigue, *Mechanics Research Communications*, 35(6), 383-391.
- Morel, F. (2000), A critical plane approach for life prediction of high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading, *International Journal of Fatigue*, 22(2), 101-119.
- Morel, F. (2001), A critical plane fatigue model applied to out-of-phase bending and torsion load conditions, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 24(3), 153-164.
- Morel, F. (1998), A fatigue life prediction method based on a mesoscopic approach in constant amplitude multiaxial loading, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 21(3), 241-256.

- Morel, F., et Huyen, N. (2008), Plasticity and damage heterogeneity in fatigue, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 49(1), 98-127.
- Murakami, S., et Kamiya, K. (1997), Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics, *International Journal of Mechanical Sciences*, 39(4), 473-486.
- Nadot, Y. (1997), Influence de défauts de fonderie sur la résistance à la fatigue d'une fonte GS, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers.
- Nadot, Y., et Billaudeau, T. (2006), Multiaxial fatigue limit criterion for defective materials, *Engineering Fracture Mechanics*, 73(1), 112-133.
- Ohkawa, I., H. Takahashi, M. Moriwaki, et M. Misumi (1997), A study on fatigue crack growth under out-of-phase combined loadings, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 20(6), 929-940.
- Palin-Luc, T., et Lasserre, S. (1998), An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 17(2), 237-251.
- Palin-Luc, T., Sellier, E., d'Errico, F., et Vanhaeren, M. (2002), Elastomer and resin replicas for SEM observation of metallic materials, *Experimental Techniques*, 26(3), 33-37.
- Papadopoulos, I. V. (1994), A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals, *International Journal of Fatigue*, 16(6), 377-384.
- Papadopoulos, I. V. (1987), Fatigue polycyclique des métaux: une nouvelle approche, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- Papadopoulos, I. V. (2001), Long life fatigue under multiaxial loading, *International Journal of Fatigue*, 23(10), 839-849.
- Papadopoulos, I. V., Davoli, P., Gorla, C., Filippini, M., et Bernasconi, A. (1997), A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals, *International Journal of Fatigue*, 19(3), 219-235.
- Papuga, J., et Růžička, M. (2008), Two new multiaxial criteria for high cycle fatigue computation, *International Journal of Fatigue*, 30(1), 58-66.
- Poncelet, M., Doudard, C., Calloch, S., Hild, F., Weber, B., et Galtier, A. (2007), Prediction of self-heating measurements under proportional and non-proportional multiaxial cyclic loadings, *Comptes Rendus Mécanique*, 335(2), 81-86.
- Rasmussen, K., et Pedersen, O. (1980), Fatigue of copper polycrystals at low plastic strain amplitudes, *Acta Metallurgica*, 28(11), 1467-1478.
- Robert, J. L. (1992), Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations périodiques ou aléatoires, Thèse de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.

- Sines, G. (1959), Behaviour of metals under complex static and alternating stresses, dans *Metal fatigue*, Sines G, Waisman JL, editors, Mc Graw Hill, New York, pp. 145-169.
- Socie, D. F. (1993), Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment, dans *Advances in Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1191*, D. L. McDowell and R. Ellis, editors, ASTM, Philadelphia, pp. 7-36.
- Sonsino, C. M., et Grubisic, V. (1996), Requirements for operational fatigue strength of high quality cast components, *Sonderdruck aus Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 27(8), 373-390.
- Tanaka, K., et Akiniwa, Y. (1989), Propagation and non-propagation of small fatigue cracks, dans *Advances in Fracture Research, Proceeding ICF7*, Houston.
- Verreman, Y., et Espinosa, G. (1997), Mechanically short crack growth from notches in a mild steel, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 20(2), 129-142.
- Verreman, Y., et Guo, H. (2007), High-cycle fatigue mechanisms in 1045 steel under non-proportional axial-torsional loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 30(10), 932-946.
- Vu, Q. H., Halm, D., et Nadot, Y. (2009), Une approche par invariants de la fatigue multiaxiale sous chargement complexe: prédiction de la durée de vie, dans *19ème Congrès Français de Mécanique*, Marseille.
- Weber, B. (1999), Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque, Thèse de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- Zenner, H., Simbürger, A., et Liu, J. (2000), On the fatigue limit of ductile metals under complex multiaxial loading, *International Journal of Fatigue*, 22(2), 137-145.
- Zhang, W., et Miller, K. J. (1996), A study of cumulative fatigue damage under variable loading-mode conditions, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 19(2-3), 229-239.

Fatigue polycyclique multiaxiale de l'acier C35 : caractérisation et modélisation des mécanismes d'endommagement

Résumé : Cette étude est dédiée à établir un outil de prédiction de durée de vie pour un métal polycristallin soumis à des chargements multiaxiaux complexes en fatigue à grand nombre de cycles. Afin d'appréhender les mécanismes de plasticité et d'endommagement à modéliser, une campagne d'expériences menées sur un acier type C35 est effectuée dans la première partie de l'étude. Les options de modélisation sont choisies en lien avec cette caractérisation précise des mécanismes.

La modélisation s'intéresse à la prévision à la fois du domaine de l'endurance infinie et celui de la durée de vie limitée ($10^5 - 10^7$ cycles). Pour répondre au premier objectif, un critère de fatigue multiaxiale basé sur des invariants des contraintes est proposé. Malgré une formulation simple, les confrontations du critère avec une large base de données sont satisfaisantes. En ce qui concerne le deuxième objectif, afin de dépasser une description purement phénoménologique, un modèle d'endommagement à deux échelles (macro – méso) intègre le critère proposé et est construit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles permettant de traduire le plus fidèlement possible les mécanismes de dégradation à l'échelle mésoscopique ainsi que capter l'effet de déphasage et le cumul non linéaire du dommage. Au-delà des chargements à amplitude constante, le caractère incrémental du modèle ouvre la perspective du traitement des chargements à amplitude variable.

Mots clés : Critère de fatigue ; Approche par invariant ; Durée de vie ; Chargement par blocs ; Modèle incrémental ; Effet de déphasage ; Cumul non linéaire du dommage.

Multiaxial high cycle fatigue in C35 steel : characterization and modelling of damage mechanisms

Abstract : This study is dedicated to establish a model of life prediction for a polycrystalline metal subjected to multiaxial complex loading in high cycle fatigue. In order to understand the mechanisms of plasticity and damage to be modelled, a campaign of experiments conducted on a steel type C35 is carried out in the first part of the study. The modelling options are chosen according to this precise observation of mechanisms.

The modelling focuses on the prediction of both infinite life regime and finite life regime ($10^5 - 10^7$ cycles). To address the first objective, a multiaxial fatigue criterion based on stress invariants is proposed. In spite of a simple formulation, the predictions of the criterion are in very good agreement with a wide range of experimental data conducted on various steels. In regard to the second objective, in order to overcome a purely phenomenological description, a two-scale damage model (macro – meso) integrates the proposed criterion and is formulated in the framework of thermodynamics of irreversible processes allowing to capture as closely as possible degradation mechanisms at mesoscopic scale as well as phase shift effect and non linear fatigue damage accumulation. The incremental formulation of the proposed model is an asset to deal with variable amplitude loadings in future works.

Keywords : Fatigue criterion, Stress invariants approach, Life prediction, Blocks loading, Incremental model, Phase shift effect, Non linear cumulative damage.