



HAL
open science

Production et étude de lasers à atomes guidés, et de leur interaction avec des défauts contrôlés

Antoine Couvert

► **To cite this version:**

Antoine Couvert. Production et étude de lasers à atomes guidés, et de leur interaction avec des défauts contrôlés. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. Français. NNT: . tel-00442294

HAL Id: tel-00442294

<https://theses.hal.science/tel-00442294>

Submitted on 19 Dec 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT DE
L'UNIVERSITÉ PARIS VI – PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité : Physique quantique
École doctorale de physique de la région parisienne

présentée par
Antoine Couvert
pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE
L'UNIVERSITÉ PARIS VI – PIERRE ET MARIE CURIE

**Production et étude de lasers à atomes guidés,
et de leur interaction avec des défauts contrôlés**

dirigée par David Guéry-Odelin

soutenue le 21/10/09
devant le jury composé de :

M	Alain Aspect	Examineur
M	Cristiano Ciuti	Examineur
M	David Guéry-Odelin	Directeur de thèse
M	Robin Kaiser	Rapporteur
Mme	Hélène Perrin	Rapporteur
M	Jakob Reichel	Président du jury

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du laboratoire Kastler-Brossel, de septembre 2006 à septembre 2009. Je remercie son directeur, Paul Indelicato, de m'y avoir accueilli, ainsi que les personnels techniques et administratifs pour l'aide qu'ils ont pu m'apporter. Je remercie également l'ensemble des chercheurs temporaires ou permanents qui y travaillent, pour l'environnement scientifique riche dont j'ai bénéficié. Je remercie bien sûr l'IFRAF et sa directrice, Michèle Leduc, pour le soutien financier dont j'ai pu bénéficier en fin de thèse.

Je remercie plus particulièrement David Guéry-Odelin pour m'avoir accueilli dans son équipe et avoir dirigé ma thèse, ainsi que Gaël Reinaudi, Thomas Kawalek, Matthew Jeppesen, Gianluca Gattobigio et Renaud Mathévet, avec qui j'ai eu le plaisir de travailler sur le montage expérimental.

Je remercie également Alain Aspect, Cristiano Ciuti, Robin Kaiser, Héliane Perrin et Jakob Reichel d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Enfin, je tiens à saluer ici les amis qui ont su rendre ces trois ans (à Paris!) fort agréables : Claire, Gaser, Thomek, Matt, Benchal, PH, Sylvain, Nir, Thomix, Armin, Ny Haja, Miali, Bric, Gandran, Anne, Binpin, Mich et bien d'autres.

Table des matières

Introduction	9
1 Piégeage dipolaire d'atomes de ^{87}Rb	15
1.1 Piégeage d'atomes par force dipolaire	16
1.1.1 Le potentiel dipolaire	16
1.1.2 Le taux de diffusion de photons	17
1.2 Dispositif expérimental	17
1.2.1 La source atomique	18
1.2.2 Amélioration de la durée de vie	18
1.2.3 La source du faisceau dipolaire	19
1.2.4 Mise en forme du faisceau dipolaire	21
1.2.5 Contrôle de la puissance du faisceau dipolaire	21
1.2.6 Séquence expérimentale et valeurs typiques	25
1.3 Caractérisation des pertes atomiques	26
1.3.1 Rappels théoriques	26
1.3.2 Protocole expérimental	31
1.3.3 Analyse des résultats	32
1.4 Transport optimal d'une onde de matière	34
1.4.1 Rappel de nos résultats	35
1.4.2 Calcul quantique du transport	38
2 Condensation de Bose-Einstein	43
2.1 Considérations théoriques préliminaires	44
2.1.1 La transition de phase de Bose-Einstein	44
2.1.2 Caractéristiques de notre piège dipolaire croisé	46
2.1.3 Un modèle simplifié d'évaporation	50
2.2 Dispositif expérimental	53
2.2.1 Mise en forme des faisceaux	54
2.2.2 Contrôle des puissances des faisceaux	60
2.3 Préparation du CBE	62
2.3.1 Signature expérimentale de la transition	63
2.3.2 Rampes d'évaporations	64
2.3.3 Mesure des fréquences de piégeage	66

2.3.4	Durée de vie du condensat et taux de chauffage	67
3	Contrôle de l'état interne	71
3.1	Interaction atome–champ magnétique	72
3.1.1	Interaction avec un champ statique	73
3.1.2	Force magnétique résultant d'un champ statique	74
3.1.3	Interaction avec un champ oscillant	76
3.2	Distillation du spin	77
3.2.1	Purification des différents sous-états	78
3.2.2	Mécanisme de la distillation	79
3.2.3	Cinétique de la distillation	82
3.3	Transitions micro-ondes dans l'espace libre	84
3.3.1	La source de micro-ondes	84
3.3.2	Protocole expérimental	85
3.3.3	Transition d'horloge	86
3.3.4	Oscillations de Rabi	89
3.3.5	Les autres transitions	91
3.4	Transitions micro-ondes en espace confiné	92
3.4.1	Considérations théoriques	93
3.4.2	Mise en évidence de la transition	93
3.4.3	Estimation du temps de cohérence	94
3.4.4	Franges de Ramsey	96
4	Laser à atomes guidé	99
4.1	Protocole expérimental	100
4.1.1	Le guide optique	101
4.1.2	Le découplage magnétique	101
4.1.3	La séquence expérimentale	103
4.2	Caractérisation des lasers à atomes	104
4.2.1	Mode longitudinal	104
4.2.2	Flux atomique	106
4.2.3	Mode transverse	108
4.3	Analyse thermodynamique	111
4.3.1	Description du modèle	111
4.3.2	Détermination des paramètres thermodynamiques . . .	113
4.4	Analyse entropique du découplage	114
4.4.1	Expression de l'entropie du laser à atomes	115
4.4.2	Expression de l'entropie du nuage source	117
4.4.3	Analyse du condensat source	117
4.4.4	Analyse des lasers à atomes produits	119
4.4.5	Mesures des entropies	122
4.4.6	Commentaires	125
4.5	Découplage optique de lasers	127

5 Propagation en présence d'un défaut	133
5.1 Dispositif expérimental	134
5.1.1 Troisième faisceau croisé à 90°	135
5.1.2 Troisième faisceau croisé à 45°	138
5.2 Interaction avec un défaut : résultats préliminaires	140
5.2.1 Protocole expérimental	140
5.2.2 Nombre de modes transverses peuplés	141
5.2.3 Influence sur la propagation	144
5.3 Diffusion en espace confiné	144
5.3.1 Position du problème	145
5.3.2 Formalisation du problème	146
5.3.3 Solution formelle	146
5.3.4 Approximation de Born	149
5.3.5 Le défaut gaussien séparable	149
5.3.6 Excitation d'un seul état	150
5.3.7 Longueur de cohérence	151
5.4 Formalisme non perturbatif	152
5.4.1 Formalisation du problème	152
5.4.2 Approximation semi-classique	153
5.4.3 Retour sur l'approximation de Born	155
5.5 Séparation du flux atomique	155
5.6 Annexe : calcul d'éléments de matrice	159
5.6.1 Résolvante de la particule guidée	159
5.6.2 Opérateur gaussien centré en zéro	159
Conclusion	161
A Articles publiés	165
Bibliographie	183

Introduction

La réalisation expérimentale de condensats de Bose-Einstein dans un gaz d'atomes alcalins bosoniques extrêmement dilué, rapportée pour la première fois par Anderson *et al.* en 1995 [1], a mis à la portée des physiciens un champ de recherche vaste et fascinant : l'étude d'un système où un seul état quantique est occupé par un nombre macroscopique de particules, et qui correspond à l'émergence de la mécanique quantique à l'échelle macroscopique. En fait, un condensat de Bose-Einstein gazeux n'est pas le premier objet à posséder cette propriété ; en effet, les supraconducteurs et les superfluides, comme par exemple l'hélium 4, sont également des systèmes dans lesquels un nombre macroscopique de particules (paires de Cooper ou atomes d'hélium 4) s'accumulent dans un seul état quantique, et sont étudiés depuis de nombreuses décennies.

Toutefois, un condensat gazeux présente des avantages considérables pour le physicien désireux d'étudier un fluide quantique dégénéré par rapport aux supraconducteurs ou à l'hélium 4 superfluide [2]. Contrairement aux paires de Cooper dans un supraconducteur, les atomes constituant le condensat sont aisément observables par des techniques de microscopie classique. Par ailleurs, et en opposition avec l'hélium 4, qui est un fluide dans lequel les atomes interagissent plutôt fortement et difficile à comprendre de manière élémentaire, les atomes d'un condensat sont suffisamment éloignés les uns des autres pour que les interactions soient faibles et puissent être traitées de manière perturbative : ce système est de ce fait bien plus proche de la situation initialement imaginée par Einstein en 1925 [3]. De plus, ces interactions de basse énergie entre atomes alcalins sont bien connues, et simplement décrites par un seul paramètre, la longueur de diffusion a , à l'aide de la théorie de la diffusion en mécanique quantique. Un condensat gazeux est donc un système de choix pour l'étude de phénomènes traditionnellement associés à la physique de la matière condensée, comme la mesure de la chaleur spécifique à la traversée de la transition de phase, l'observation des modes d'oscillations collectifs, ou celle des tourbillons quantiques [4].

Un troisième objet présente la même propriété que les condensats : les systèmes lasers, où cette fois-ci ce sont des photons qui s'accumulent dans un seul mode d'une cavité optique. Il était donc naturel de s'intéresser à la réalisation de l'analogie du laser avec des atomes, c'est-à-dire un « laser

à atomes ». Mais qu'est-ce qu'un laser à atomes ? et avant cela, qu'est-ce qu'un laser ? Nous allons ici suivre la prescription de Kleppner [5] : un laser est un dispositif émettant un rayonnement cohérent (en fait une onde électromagnétique dans un état cohérent [6]). La définition du laser à atomes est donc logiquement un dispositif émettant de la *matière cohérente*, c'est-à-dire ayant des propriétés de cohérence similaires à celles d'un état cohérent.

Une des premières questions qui se sont posées après l'observation de condensats gazeux a d'ailleurs été celle de la cohérence de cette onde de matière, qui a rapidement été confirmée par une série d'expériences : l'observation d'interférences entre deux condensats indépendants [7], ainsi que du battement entre deux faisceaux atomiques découplés du même condensat [8], a démontré la cohérence de *premier ordre* ; l'analyse de l'énergie de champ moyen [9] et l'observation de la suppression du groupement des bosons dans une expérience de Hanbury Brown Twiss [10] a montré la cohérence de *second ordre* ; enfin, l'observation du déclin du nombre d'atomes par recombinaison à trois corps [11] a permis d'établir la cohérence de *troisième ordre*. L'extraction des atomes du condensat par un procédé conservant la cohérence constitue alors un rayonnement de matière « cohérent », analogue aux faisceaux lumineux cohérents extraits à partir des photons accumulés dans un seul mode d'une cavité optique. Par exemple, la coupure soudaine du confinement du gaz permet d'obtenir le plus simple des lasers à atomes : un condensat en vol balistique, qui constitue le pendant du laser déclenché.

Notons que s'il y a effectivement une analogie entre un condensat de Bose-Einstein gazeux et une cavité laser, une grande différence persiste : le condensat est dans un état d'équilibre thermique¹ ; en revanche, les photons accumulés dans un mode d'une cavité laser sont dans un état très hors d'équilibre, qui nécessite deux ingrédients fondamentaux : une *inversion de population* et l'effet d'*émission stimulée*. L'effet de statistique de Bose responsable de l'apparition d'un condensat sous un seuil critique peut être réinterprété comme l'*amplification bosonique* de la population de l'état fondamental par une stimulation de la diffusion élastique dans cet état [12]. Toutefois, il n'y a rien d'analogue à une inversion de population et l'état condensé est parfaitement décrit dans le formalisme de la mécanique statistique à l'équilibre.

Un laser à atomes est donc un dispositif de condensation de Bose-Einstein permettant l'extraction cohérente des atomes du piège dans lequel ils sont préparés. Cette extraction peut être effectuée de plusieurs manières différentes :

- depuis un piège magnétique, par couplage radio-fréquence vers un

1. Un condensat gazeux n'est pas à l'équilibre thermodynamique mais dans un état métastable, car aux températures ultra-basses auxquelles il est obtenu tous les corps sont sous forme solide ou liquide — cependant, le temps de retour à l'équilibre chimique est très long devant le temps de thermalisation et on peut traiter le gaz comme étant à l'équilibre thermique.

état non piégé : la première démonstration expérimentale utilisait des impulsions radio-fréquences permettant d'obtenir des « bouffées » d'atomes en chute libre [13]; ensuite, à l'aide d'un meilleur contrôle du champ magnétique de confinement, un découplage radio-fréquence continu a été démontré par Bloch *et al.* [14];

- toujours depuis un piège magnétique, par couplage Raman vers un état non piégé : là aussi, la première démonstration utilisait des impulsions Raman [15], puis un découplage continu a pu être démontré [16];
- depuis un piège optique constitué d'un réseau d'interférences unidimensionnel vertical, par couplage tunnel induit par gravité [17]; le caractère cohérent de l'onde de matière extraite se manifeste par les interférences entre les faisceaux émis par les divers micro-puits;
- depuis un piège optique constitué d'un faisceau désaccordé vers le rouge et très focalisé, par déversement progressif des atomes depuis le piège en diminuant la profondeur de celui-ci [18].

La cohérence de l'onde de matière a pu être vérifiée dans le cas des lasers extraits par couplage radio-fréquence : le motif d'interférence observé après réflexion normale du faisceau sur un miroir a montré qu'un tel laser a une cohérence du premier ordre limitée par la transformée de Fourier du temps de découplage [19]; le comptage un par un des atomes du laser passant au travers d'une cavité optique de grande finesse a permis de mettre en évidence la statistique poissonnienne des temps d'arrivée et la cohérence de second ordre du faisceau [20].

Une autre caractéristique du laser que l'on retrouve dans le contexte des lasers à atomes est la directivité de l'émission. Il a été montré que l'on peut décrire la propagation spatiale d'un laser à atomes pour lequel les non-linéarités causées par les interactions sont négligeables par un formalisme analogue à celui des matrices $ABCD$, et introduire un facteur M^2 pour décrire la qualité du mode transverse analogue à celui utilisé pour les faisceaux lasers [21]. Il a également été montré qu'au moyen d'un découplage Raman, la qualité du mode transverse pouvait s'approcher de près de la limite de Heisenberg (correspondant à $M^2 = 1$), avec un facteur $M^2 = 1,3$ [22].

Il reste un point qui différencie le laser à atomes du laser : les atomes sont des particules massives qui se déplacent à des vitesses (en général) faible devant la vitesse de la lumière ; un faisceau d'atomes ne peut être parfaitement monocinétique, il présente nécessairement une dispersion de vitesse longitudinale ; enfin, il peut être accéléré ou décéléré. Ceci implique que la longueur d'onde d'un laser à atomes, définie comme étant sa longueur d'onde de de Broglie moyenne $\Lambda_{dB} = h/(m\bar{v})$, avec h la constante de Planck, m la masse des atomes et \bar{v} leur vitesse moyenne, *varie* en fonction des caractéristiques de la propagation (accélérée ou décélérée). La plupart des lasers à atomes réalisés jusqu'ici se propageaient dans l'espace libre, et subissaient donc l'influence de l'accélération de pesanteur. Après seulement 1 mm de chute libre, la longueur d'onde d'un laser à atomes se trouve réduite à 30 nm ! À cet

égard, le *guidage horizontal* de l'onde de matière par un potentiel optique créé par un faisceau laser très désaccordé, réalisé par Guerin *et al.* [23], permet de conserver la longueur d'onde de de Broglie constante tout au long de la propagation. Un autre avantage du guidage de l'onde découplée réside dans l'annulation de la divergence du faisceau : le mode transverse du faisceau est alors plus aisément manipulable.

Ce mémoire présente un résumé de l'essentiel des travaux effectués au cours de la préparation de ma thèse de doctorat, et visant à concevoir et réaliser une expérience de lasers à atomes guidés de nouvelle génération, et explorer une partie de la physique rendue accessible grâce à ce nouveau dispositif.

Nous avons mis en place un nouvel outil pour la manipulation de gaz d'atomes ultra-froids : un laser à fibre dopé ytterbium, émettant en continu plus de 300 W de lumière de longueur d'onde $1,072 \mu\text{m} \pm 0,002 \mu\text{m}$, et de mode transverse TEM₀₀. Le chapitre 1 de ce mémoire est consacré à la présentation de ce dispositif et à son utilisation en conjonction avec un piège magnéto-optique bidimensionnel : nous pouvons ainsi créer en quelques secondes des nuages atomiques de ⁸⁷Rb très denses (plus de $2 \times 10^{13} \text{ at/cm}^3$) piégés au voisinage du point focal d'un faisceau dérivé de ce laser. Nous présentons une étude des pertes observées dans cette *pince optique*, et montrons qu'on peut les attribuer à un mécanisme de collisions binaires assistées par la lumière. Enfin, nous présentons des expériences de transport optimal d'atomes thermiques sur des distances macroscopiques à l'aide de cette pince, et montrons qu'il est possible d'appliquer la même méthode au transport d'un gaz dégénéré.

Dans le chapitre 2, nous montrons comment, à l'aide d'un piège dipolaire croisé dérivé du laser de puissance, nous pouvons atteindre le régime de dégénérescence quantique avec plus de 200 000 atomes condensés en un temps typiquement dix fois plus court que dans une expérience de condensation utilisant un piège magnétique macroscopique. Cela est rendu possible par le grand volume de capture dont nous bénéficions grâce à la grande longueur de Rayleigh des faisceaux utilisés, soit près de 5 mm, due à la taille de col utilisée (de l'ordre de 40 μm) et à la longueur d'onde du rayonnement. Ce résultat a également nécessité un contrôle fin de l'intensité des faisceaux dipolaires, pour éliminer le bruit en puissance naturellement présent dans la lumière émise.

L'ensemble des sous-états de l'état fondamental $5S_{1/2}$ des atomes de ⁸⁷Rb subissent le même potentiel optique et sont donc piégés simultanément à l'intersection des deux faisceaux dipolaires. Nous montrons au chapitre 3 comment tirer parti de ce degré de liberté interne supplémentaire, en utilisant une technique originale de *distillation du spin* au cours de la préparation du condensat pour purifier celui-ci dans un état interne bien défini. Nous montrons ensuite que nous sommes capables de produire des superpo-

sitions d'états contrôlées au moyen d'impulsions micro-ondes entre les états insensibles au premier ordre au champ magnétique du niveau fondamental du ^{87}Rb ; à condition de contrôler très précisément le champ magnétique résiduel au niveau des atomes, ceci ouvre la voie à la préparation d'états quelconques dans l'espace de configuration de dimension 8 que constitue le niveau fondamental du ^{87}Rb , à l'aide de transitions à plusieurs photons, et donc au contrôle total du degré de liberté interne des atomes du condensat.

Dans le chapitre 4, nous décrivons deux méthodes originales de production de laser à atomes guidés à partir des condensats produits. Ces méthodes reposent sur le déversement progressif des atomes piégés à l'intersection des faisceaux croisés dans le guide horizontal constitué par l'un des faisceaux; pour l'une, une force magnétique est utilisée pour découpler les atomes; pour l'autre, c'est la force gravitationnelle qui joue ce rôle grâce à un petit angle donné au faisceau de guidage. Nous montrons que le nombre moyen d'excitations transverses $\langle n \rangle$ caractérise la qualité du laser ainsi produit, et présentons une analyse thermodynamique du faisceau d'atomes ainsi que du mécanisme de découplage. Cette analyse montre que celui-ci est essentiellement *isentropique* et que nous pouvons contrôler le caractère monomode ou multimode des lasers produits par l'intermédiaire de la température du nuage source, et avons ainsi la maîtrise optimale des degrés de liberté externes transverses des atomes guidés. Par ailleurs, le découplage optique permet le contrôle de leur degré de liberté interne grâce aux techniques développées au chapitre 4, qui constitue l'analogie de la *polarisation* pour un laser à photons.

Enfin, dans le chapitre 5 nous mettons à profit le dispositif que nous avons construit et caractérisé pour étudier de manière préliminaire l'interaction d'un laser à atomes guidé avec des défauts contrôlés du potentiel de guidage. Nous introduisons le cadre théorique d'un tel processus en utilisant deux angles d'approche: d'une part, on peut utiliser le formalisme de la diffusion quantique en espace confiné; d'autre part, on peut utiliser une approximation semi-classique pour le degré de liberté longitudinal. Ce système constitue en fait un simulateur quantique pour la théorie de la diffusion quantique non perturbative en espace confiné. Nous présentons également quelques exemples des résultats expérimentaux obtenus. Une étude quantitative du phénomène fera l'objet d'un futur mémoire de thèse au sein de notre groupe.

Chapitre 1

Manipulation d'atomes de ^{87}Rb avec un piège dipolaire simple

Le piégeage d'atomes à l'aide de faisceaux lasers intenses et très désaccordés a été démontré expérimentalement pour la première fois en 1986 par Chu *et al.* [24]. Cette technique de *piégeage dipolaire* s'est avérée être très intéressante pour la manipulation de gaz ultra-froids. On peut par ce biais préparer des nuages atomiques très denses, permettant par exemple de mesurer des spectres de photo-association [25]; on peut également atteindre le régime de dégénérescence quantique sur de nombreux gaz, dont le ^{87}Rb [26]. Cette technique offre également une grande souplesse de mise en œuvre, grâce aux nombreux éléments d'optique à disposition : lentilles sphériques ou asphériques pour la mise en forme du faisceau, modulateur acousto-optique pour le contrôle de sa puissance ou de sa position, lames de phase ou modulateur de phase pour obtenir des géométries complexes, interférences entre plusieurs faisceaux pour obtenir des réseaux...

Dans ce chapitre, nous montrons comment, avec un laser fibré de grande puissance (jusqu'à 300 W en continu) émettant un rayonnement de longueur d'onde $1,072\ \mu\text{m}$ (avec une dispersion de 2 nm), il est possible de préparer rapidement des paquets d'atomes froids relativement denses, et adaptés de ce fait à la mise en œuvre d'un refroidissement par évaporation. Nous avons étudié la géométrie de piégeage dipolaire la plus simple : nous focalisons le faisceau laser désaccordé, de façon à créer un piège au niveau du point focal. Cette géométrie permet d'étudier le transport de paquets d'atomes par déplacement de ce point focal, et on parle donc de *pince optique*.

Après avoir rappelé quelques éléments théoriques sur le piégeage d'atomes par force dipolaire, nous analysons les pertes atomiques mesurées dans la pince optique, puis nous montrons comment il est possible de déplacer un paquet d'atomes sur une échelle de temps de l'ordre de la période d'oscilla-

tion dans le piège sans excitation notable du mouvement du centre de masse du nuage après transport.

1.1 Piégeage d'atomes par force dipolaire

1.1.1 Le potentiel dipolaire

Lorsqu'un atome traverse une zone de l'espace dans laquelle se trouve un rayonnement électromagnétique de fréquence très décalée par rapport à ses résonances d'absorption, il subit une force appelée *force dipolaire*, qui est la contrepartie de l'effet d'indice de l'atome sur la lumière (responsable d'une courbure des rayons lumineux). Cette force a la particularité d'être *non dissipative*, et dérive donc d'un potentiel dipolaire. Dans le cas d'un atome de ^{87}Rb dans son état fondamental $5S_{1/2}$ éclairé par un faisceau polarisé linéairement, ce potentiel prend l'expression suivante [27] :

$$U(\mathbf{r}) = \chi I(\mathbf{r}) , \quad (1.1)$$

où $I(\mathbf{r})$ est l'intensité locale du rayonnement et où la constante de proportionnalité χ est donnée par :

$$\chi = \frac{\Gamma \lambda^3}{16\pi^2 c} \left[\frac{1}{\omega_L - \omega_1} + \frac{1}{\omega_L + \omega_1} + 2 \left(\frac{1}{\omega_L - \omega_2} + \frac{1}{\omega_L + \omega_2} \right) \right] , \quad (1.2)$$

où Γ est la durée de vie de l'état excité, λ est la longueur d'onde du rayonnement dans le vide, c est la vitesse de la lumière dans le vide, ω_L est la pulsation du rayonnement, et ω_1 et ω_2 sont les pulsations associées aux raies D_1 et D_2 du ^{87}Rb [28]. Pour la longueur d'onde que nous avons utilisée, soit $1,07 \mu\text{m}$, cette constante vaut $\chi = -2,06 \times 10^{-36} \text{ J}(\text{W}/\text{m}^2)^{-1}$, soit $\chi/k_B = -1,49 \text{ mK}(\text{MW}/\text{cm}^2)^{-1}$.

Une telle lumière, désaccordée vers le rouge par rapport aux raies D_1 et D_2 , constitue donc un piège à atomes au voisinage des maxima d'intensité. En particulier, nous pouvons piéger des atomes au voisinage du point focal d'un faisceau laser dont le mode spatial est le mode gaussien TEM_{00} :

$$I(\mathbf{r}) = \frac{2P}{\pi w(x)^2} e^{-\frac{2(y^2+z^2)}{w(x)^2}} , \quad (1.3)$$

où P est la puissance du faisceau et $w(x) = w_0 \sqrt{1 + (x/z_R)^2}$ est sa largeur, avec w_0 la largeur de son col et $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ sa longueur de Rayleigh.

Notons que *tous* les sous-états du fondamental $5S_{1/2}$ subissent le *même* potentiel, et sont donc piégeables simultanément, dans une pince optique polarisée linéairement. Ce résultat remarquable permet de conserver le spin comme un degré de liberté supplémentaire, contrôlable grâce à des champs électromagnétiques statiques ou périodiques (*cf* chapitre 3).

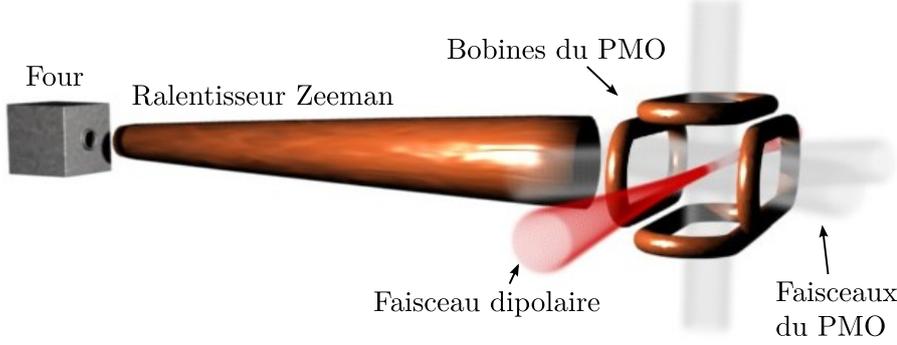


Figure 1.1 – Vue d’ensemble du dispositif expérimental.

1.1.2 Le taux de diffusion de photons

Bien que la lumière utilisée soit très désaccordée, la probabilité pour un atome piégé de diffuser un photon n’est pas complètement négligeable, et ces diffusions de photons se traduiront par un chauffage du nuage piégé dans la pince optique. Ce taux de diffusion Γ_{dif} a l’expression approchée suivante [27] :

$$\Gamma_{\text{dif}} \simeq I \frac{\Gamma^2 \lambda^3}{16\pi^2 c \hbar} \left(\frac{1}{\delta_1^2} + \frac{2}{\delta_2^2} \right). \quad (1.4)$$

On peut estimer le taux de chauffage correspondant par l’équation

$$\dot{T} = \Gamma_{\text{dif}} \frac{m v_{\text{rec}}^2}{k_B} \simeq I \frac{\Gamma^2 \hbar \lambda}{4ck_B m} \left(\frac{1}{\delta_1^2} + \frac{2}{\delta_2^2} \right), \quad (1.5)$$

où $v_{\text{rec}} = \hbar \omega_L / (mc)$ est la vitesse de recul du ^{87}Rb à la longueur d’onde du laser. Pour une profondeur de piégeage $U_0 = k_B T_0$ donnée, on obtient un taux de chauffage $\dot{T} \sim 2,4 \times 10^{-3} \times T_0 \text{ s}^{-1}$.

1.2 Dispositif expérimental

L’idée de base de notre dispositif expérimental est de superposer sur l’axe long d’un piège magnéto-optique bidimensionnel un faisceau de piégeage dipolaire, de façon à avoir le meilleur recouvrement possible des deux pièges, et ainsi à maximiser le nombre d’atomes transférés dans la pince optique. La figure 1.1 présente une vue d’ensemble du dispositif, dont nous détaillons les différents éléments dans les paragraphes suivants.

1.2.1 La source atomique

La source des atomes de ^{87}Rb que nous avons utilisée dans toutes les expériences présentées dans cette thèse est constituée d'un dispositif de piégeage magnéto-optique bidimensionnel, alimenté par un flux d'atomes ralentis par effet Zeeman et issus d'un four à recirculation. Les différents éléments constituant ce dispositif sont détaillés dans le chapitre 2 de la thèse de Thierry Lahaye [29]; ils permettent de préparer en une seconde un nuage d'atomes froids comportant jusqu'à 10^{10} atomes à une température comprise entre $100\ \mu\text{K}$ et $200\ \mu\text{K}$.

Dans la perspective de transférer ces atomes dans la pince optique constituée par le faisceau dipolaire, nous avons modifié ce piège magnéto-optique en masquant la lumière du faisceau repompeur au centre du piège, pour avoir une zone centrale où les atomes sont dépompés dans l'état $F = 1$, et n'échangent plus alors de photons avec les faisceaux de refroidissement, ce qui permet d'augmenter la densité au centre du piège en supprimant les interactions répulsives dues aux absorptions et ré-émissions de lumière [30, 31]. Nous gagnons typiquement un facteur deux sur le nombre d'atomes piégés dans la pince grâce à ce piège magnéto-optique « sombre ».

Nous avons donc placé un obstacle allongé d'un mm de large sur le trajet du faisceau repompeur, et imageons celui-ci sur le centre du piège au moyen d'un montage $4f$ avec une lentille de focale 200 mm (voir figure 1.2). Nous obtenons ainsi un plan vertical contenant le faisceau dipolaire dans lequel il n'y a plus de lumière repompeur. Pour conserver un taux de chargement important, nous avons gardé un faisceau repompeur normal sur un autre axe, que nous pouvons utiliser en plus du repompeur « sombre » durant la phase de chargement du piège magnéto-optique (cf §1.2.6). Le repompeur normal a une intensité typique d'environ $1\ \text{mW}/\text{cm}^2$, le repompeur sombre est entre 50 et 100 fois moins intense.

1.2.2 Amélioration de la durée de vie

La durée de vie du piège magnéto-optique due aux collisions avec le gaz résiduel dans notre enceinte est de l'ordre de 15 s. Dans la perspective de préparer et de manipuler sur des durées importantes des nuages d'atomes piégés (et éventuellement de préparer des condensats de Bose-Einstein), nous avons voulu augmenter cette durée de vie. Comme nous ne pouvions pas augmenter le taux de pompage de l'enceinte sans détruire le vide, nous avons décidé de diminuer la température du four pour réduire le flux d'atomes chauds en provenance du ralentisseur Zeeman. Nous avons constaté qu'en descendant à 100°C , la durée de vie se trouve plus que doublée, pour atteindre 33 s, tout en gardant un taux de chargement du piège magnéto-optique raisonnable. La figure 1.3 montre la décroissance du nombre d'atomes d'un piège magnéto-optique en fonction du temps, à partir de laquelle on extrait la

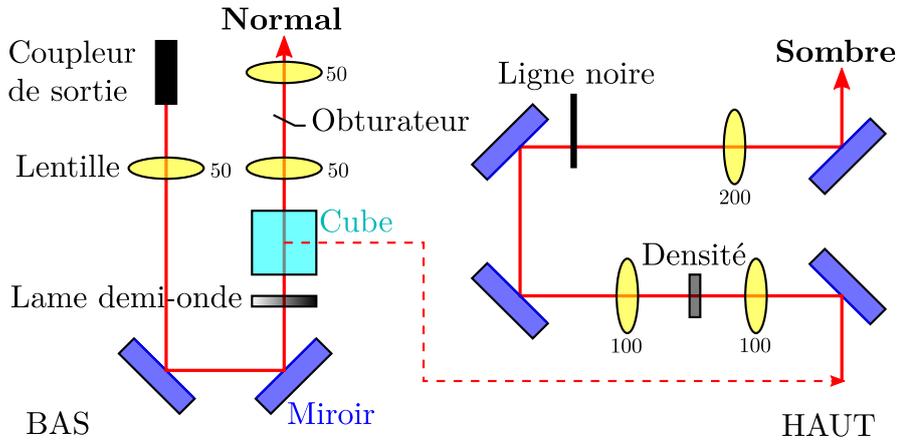


Figure 1.2 – Montage optique utilisé pour le faisceau repompeur. Deux bras sont préparés : l'un sans ligne noire pour le chargement du piège (**normal**), l'autre avec un obstacle imagé sur le piège pour la phase d'augmentation de densité (**sombre**).

durée de vie.

1.2.3 La source du faisceau dipolaire

Le laser choisi pour émettre le faisceau de piégeage dipolaire est un laser à fibre¹ dopée à l'ytterbium. Il a pour caractéristique d'émettre en continu un rayonnement de longueur d'onde $1,072 \mu\text{m}$, sous la forme d'un faisceau gaussien² TEM₀₀ polarisé linéairement, d'une puissance maximale de 300 W. La largeur de raie du laser est importante : elle vaut 2 nm, il est donc *a priori* impossible de l'utiliser pour créer un réseau optique.

Le choix de ce laser suit la ligne de raisonnement suivante. Pour piéger le plus grand nombre d'atomes possible, il faut disposer du volume de capture le plus important possible, celui-ci étant proportionnel à $z_R w^2$ [31]. Deux points sont à considérer :

- on peut utiliser une largeur de col du faisceau importante, ce qui nécessite de disposer de beaucoup de puissance pour conserver une profondeur de piégeage suffisante. Ainsi, avec un faisceau de $100 \mu\text{m}$ de large à la longueur d'onde que nous utilisons, 100 W sont nécessaires pour obtenir une profondeur de 1 mK ;
- on peut utiliser une longueur d'onde faible (tout en restant désaccordé vers le rouge de la transition). On augmente ainsi la longueur de Rayleigh, tout en nécessitant moins de puissance pour obtenir les profondeurs désirées. L'inconvénient réside dans le taux de diffusion

1. IPG YLR-300.

2. Le facteur M^2 du faisceau vaut 1,02.

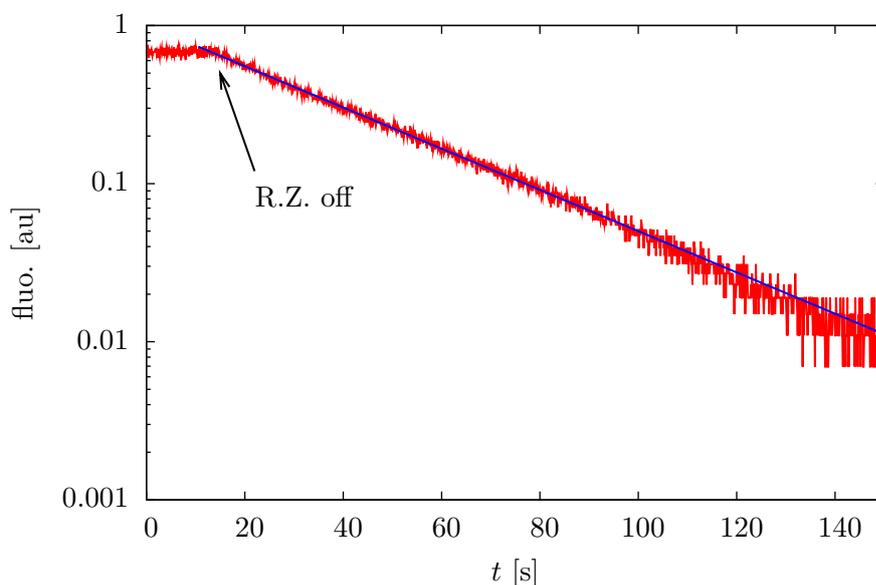


Figure 1.3 – *Mesure du niveau de fluorescence en fonction du temps après l’extinction du ralentisseur Zeeman, pour un nuage piégé magnéto-optiquement dans notre chambre après diminution de la température du four. L’ajustement linéaire du logarithme de la fluorescence en fonction du temps donne un taux de décroissance exponentiel égal à 33 s.*

de photons (1.4) qui se trouve augmenté, ce qui est préjudiciable au piégeage d’atomes ultra-froids.

Toutefois, deux inconvénients viennent contrebalancer ces considérations :

- l’utilisation d’un faisceau large, combinée avec la grande longueur de Rayleigh résultant de la faible longueur d’onde utilisée (comparée aux lasers à CO_2 par exemple, dont la longueur d’onde est d’environ $10\ \mu\text{m}$), résulte en une fréquence de piégeage longitudinale faible, voire très faible, ce qui est défavorable vis-à-vis de l’obtention de la condensation de Bose-Einstein par refroidissement évaporatif ;
- la grande puissance disponible se paye par une largeur de raie très importante (et valant $2\ \text{nm}$), ce qui rend possible l’excitation par le laser de résonances de photo-association ou de photo-ionisation [32], susceptibles de causer des pertes importantes.

Nous verrons au chapitre 2 qu’il est possible de contourner la première limitation en croisant un second faisceau dipolaire avec le premier, pour constituer un piège suffisamment raide dans les trois directions de l’espace. Nous verrons plus loin dans ce chapitre, au §1.3, que nous avons effectivement des pertes assistées par la lumière, heureusement suffisamment peu importantes pour ne pas gêner les expériences que nous avons menées.

1.2.4 Mise en forme du faisceau dipolaire

Le schéma du montage optique utilisé pour mettre en forme le faisceau dipolaire à la taille voulue (soit entre $35\ \mu\text{m}$ et $50\ \mu\text{m}$ de large selon les expériences) au niveau du centre du piège magnéto-optique est présenté sur la figure 1.4. Nous allons commenter les quelques points les plus significatifs :

- nous avons installé une séparatrice de faisceau 50/50 très en amont du dispositif, afin de disposer facilement d'un second faisceau en vue de réaliser un piège croisé (*cf* chapitre 2) ;
- nous avons ensuite installé un modulateur acousto-optique³ (MAO) pour disposer d'un contrôle précis et rapide de la puissance du faisceau. Le cristal du modulateur est en silice fondue, matériau présentant l'avantage d'être extrêmement transparent à la longueur d'onde du laser, et d'avoir un coefficient de dilatation thermique très faible. En revanche, le couplage d'une onde acoustique y est difficile, et nous devons donc utiliser près de 40 W de puissance radio-fréquence pour une efficacité de diffraction mesurée de 85 % ;
- la focalisation dans la chambre est effectuée au moyen d'une lentille de 802 mm de focale. Pour obtenir la largeur voulue, deux télescopes ont été mis en place après le modulateur : le premier nous permet d'obtenir un faisceau d'environ 1 mm de large, ajustable à l'aide d'une translation manuelle, qui est ensuite agrandi d'un facteur 6 par un télescope commercial⁴ ;
- le mode transverse du faisceau a été mesuré en l'imageant directement sur une caméra CCD, la figure 1.5 présente un résultat typique obtenu par ce procédé. En raison de la conception de la chambre, nous sommes obligés d'utiliser une lentille de grande focale, et le faisceau présente une importante aberration sphérique, ainsi qu'un astigmatisme assez prononcé. La fréquence de piégeage longitudinale peut ainsi être notablement plus faible que la valeur théorique pour un faisceau TEM₀₀, nous l'avons donc mesurée expérimentalement lorsque c'était nécessaire.

1.2.5 Contrôle de la puissance du faisceau dipolaire

Le laser que nous utilisons présente le défaut d'avoir un bruit en intensité important. En particulier nous avons observé une modulation de la puissance émise de quelques pourcents à une fréquence d'environ 200 Hz. De plus, ce bruit est très sensible à l'intensité d'émission choisie et à la température de fonctionnement du laser (et donc de l'eau de refroidissement utilisée). Dans la perspective de manipuler des nuages d'atomes ultra-froids avec une pince optique, nous devons nous débarrasser de ce bruit pour éviter un éventuel

3. Modèle sur mesure de chez AA opto-electronics.

4. Melles-Griot 09 LBZ 103.

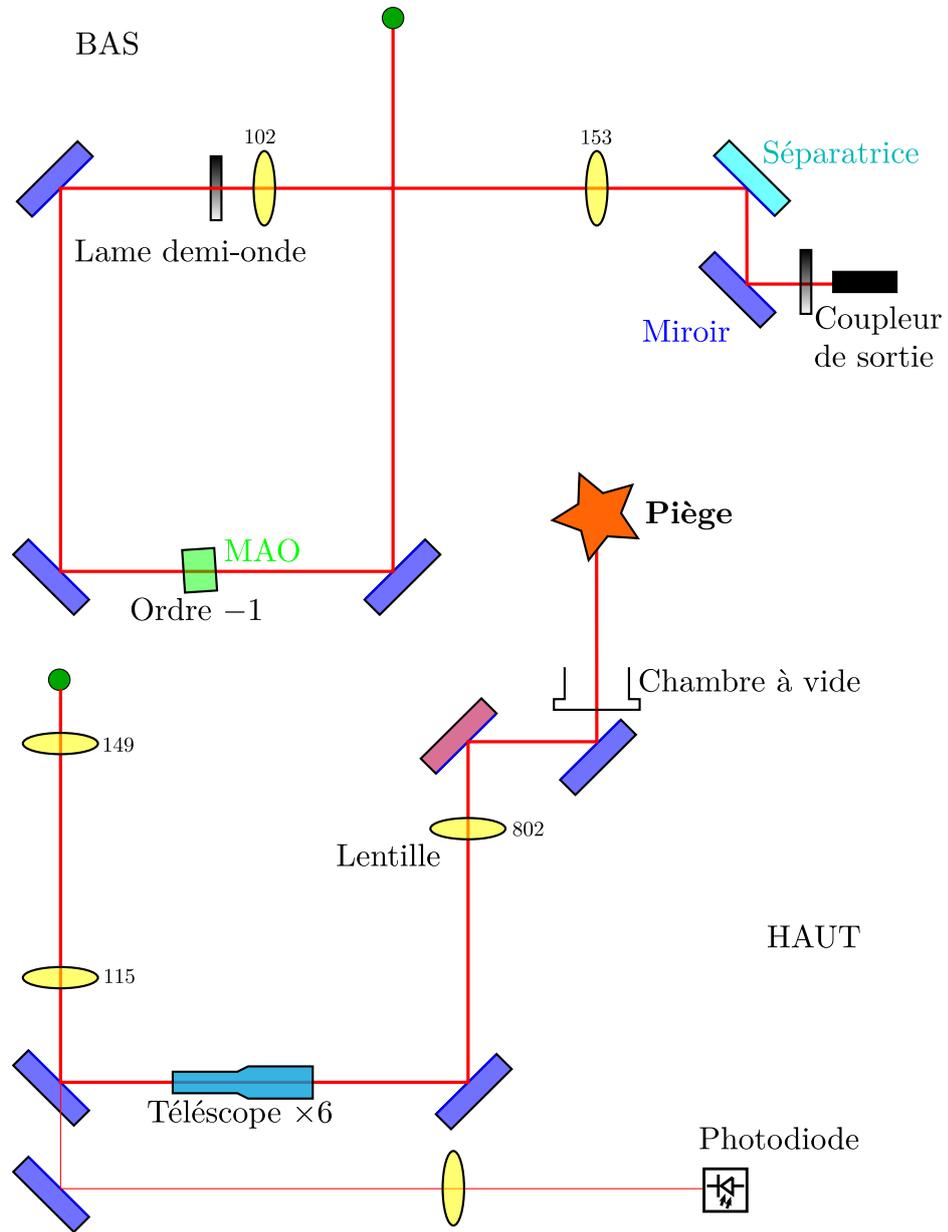


Figure 1.4 – Montage optique utilisé pour mettre en forme le faisceau dipolaire. Les nombres mentionnés au côté des lentilles sont leur focale en mm.

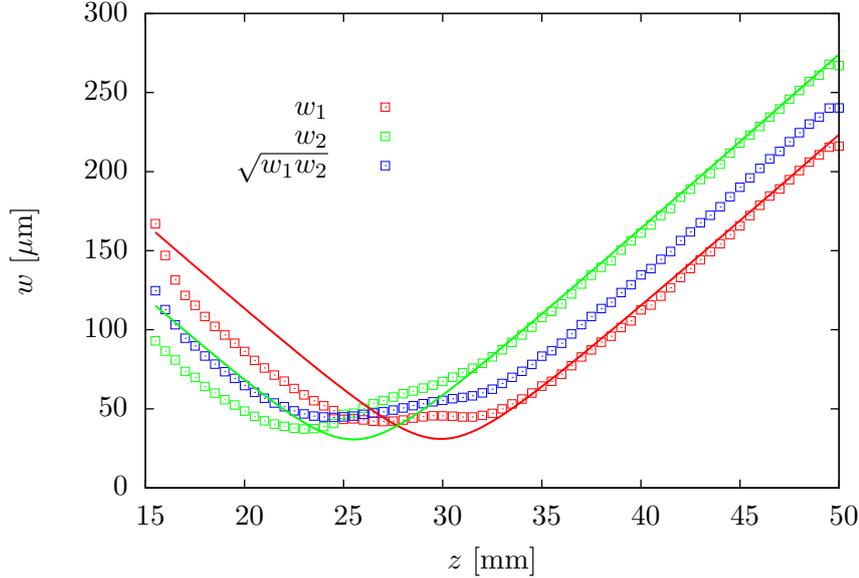


Figure 1.5 – Mesure des largeurs transverses du faisceau w_1 et w_2 en fonction de la position longitudinale z . D’importantes aberrations optiques le rendent non gaussien. Les ajustements réalisés après le col donne une divergence compatible avec un faisceau de $30 \mu\text{m}$. La largeur moyenne minimale vaut $44 \mu\text{m}$.

chauffage paramétrique des atomes piégés [33, 34].

Grâce au modulateur acousto-optique, nous pouvons contrôler la puissance du faisceau dipolaire diffracté par l’intermédiaire de la puissance de la radio-fréquence couplée dans le cristal. Notre générateur de radio-fréquence⁵ dispose d’une entrée analogique à cet effet. Nous avons décidé de mettre en place un contrôle actif de la puissance lumineuse en utilisant une photodiode pour la mesurer et pouvoir rétroagir sur la consigne. Ce dispositif présente deux avantages :

- la réponse du système est linéarisée ;
- le bruit peut être réduit sur la bande passante de l’asservissement.

En revanche, la vitesse de réponse du dispositif est réduite, ce qui nécessite l’utilisation d’un interrupteur analogique rapide pour éteindre le faisceau rapidement. Nous avons mesuré un temps d’extinction avec cet interrupteur inférieur à $25 \mu\text{s}$, limite supérieure donnée par le temps de réponse de la photodiode utilisée, ce qui est suffisant puisque nos fréquences de piégeage sont toujours inférieures à quelques kHz.

Le schéma de principe du dispositif est présenté sur la figure 1.6. Nous utilisons les quelques dixièmes de pourcent du faisceau traversant un miroir pour mesurer sa puissance. La lame demi-onde nous permet de minimiser cette fuite, et ainsi d’être insensible au premier ordre aux fluctuations de

5. Fourni avec le MAO par AA opto-electronics.

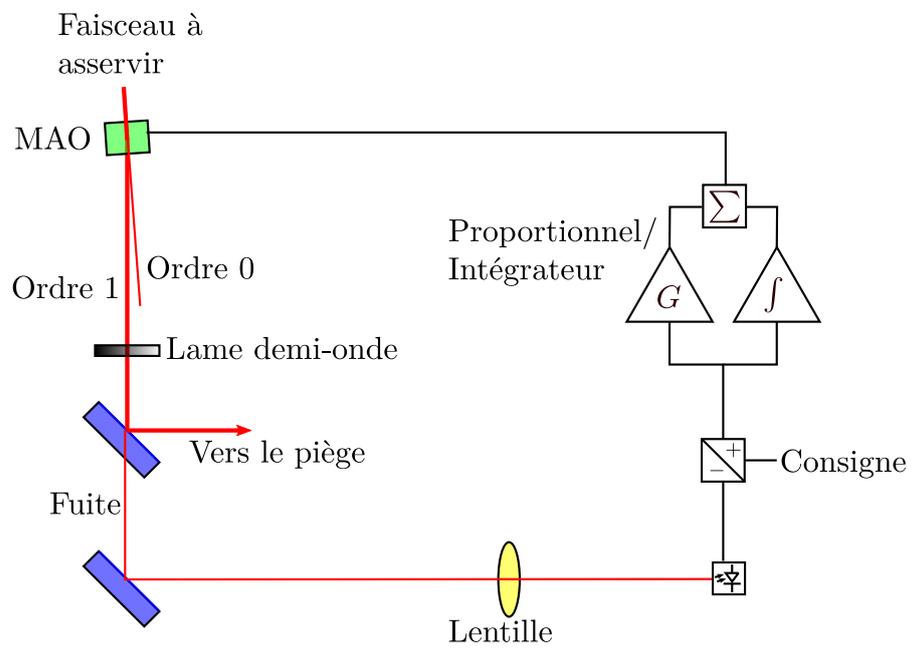


Figure 1.6 – Schéma du dispositif d'asservissement de la puissance du faisceau horizontal.

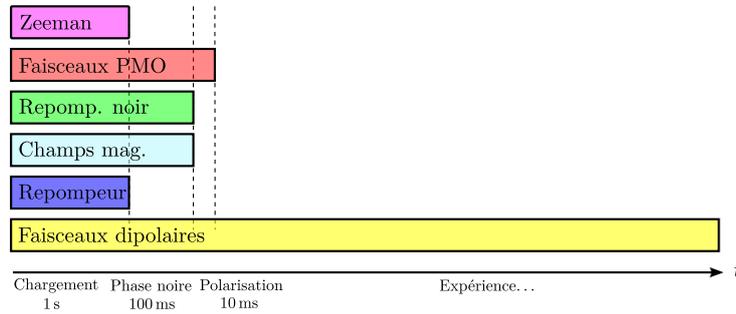


Figure 1.7 – Séquence expérimentale d’une expérience de piégeage dipolaire d’atomes de ^{87}Rb .

polarisation. Le signal donné par la photodiode est comparé à la consigne, puis le résultat passe par un montage proportionnel/intégrateur avant d’être transmis au contrôleur du modulateur magnéto-optique. Nous avons mesuré une bande passante du dispositif de l’ordre de 10 kHz en observant sa réponse à une marche de consigne. Cette bande passante correspond à une atténuation de 40 dB du bruit à 200 Hz qui n’est alors plus mesurable.

1.2.6 Séquence expérimentale et valeurs typiques

Au fil du temps, nous avons convergé vers la séquence expérimentale présentée sur la figure 1.7. Le chargement du piège dipolaire se décompose en quatre phases distinctes, au cours desquelles sa puissance est maintenue constante à sa valeur initiale :

1. le piège magnéto-optique est chargé en présence du repompeur normal (cf §1.2.1) pendant 1 s. Nous obtenons ainsi quelques 10^9 atomes à une température d’environ $200 \mu\text{K}$;
2. le repompeur normal est obturé pour la phase d’augmentation de la densité par la technique du piège magnéto-optique sombre, qui dure 100 ms ;
3. le repompeur sombre et les champs magnétiques sont coupés, ne laissant ainsi que les faisceaux pièges, pendant 10 ms afin de dépomper les atomes dans $F = 1$ et éviter ainsi les pertes par relaxation de spin ;
4. tous les faisceaux du piège magnéto-optique sont obturés.

La suite de la séquence constitue l’expérience proprement dite, et commence en général par une phase de refroidissement par évaporation (cf §2.1.3).

Pour un faisceau de $40 \mu\text{m}$ de largeur de col, nous obtenons typiquement 3×10^7 atomes à $150 \mu\text{K}$ dans la pince optique après la phase de chargement et 100 ms de maintien à la puissance initiale, soit 20 W. Compte-tenu des

fréquences d'oscillations importantes, une évaporation libre a déjà lieu au cours de ces 100 ms, et le nombre d'atomes initial est très certainement plus important. Nous ne pouvons malheureusement pas mesurer ce nombre initial car les atomes prisonniers de la pince sont alors masqués par les atomes du piège magnéto-optique, en chute libre après l'extinction de celui-ci.

Malgré de nombreux efforts, nous ne sommes pas parvenus à refroidir le gaz en dessous de quelques μK par évaporation forcée en appliquant des rampes de puissance. Nous soupçonnons la faible fréquence de piégeage longitudinale d'être responsable d'un ralentissement dramatique de l'évaporation. En effet, lorsque la profondeur atteint $10\ \mu\text{K}$ (soit pour une puissance de 250 mW), la fréquence de piégeage longitudinale vaut environ 1 Hz. Nous avons pour cette profondeur pu obtenir environ 10^6 atomes à $2\ \mu\text{K}$; on évalue alors un taux de collisions de seulement $3\ \text{s}^{-1}$!

1.3 Caractérisation des pertes atomiques

Lors d'expériences préliminaires de compression du nuage atomique piégé dans la pince optique, nous nous sommes rendu compte que le taux de pertes augmente considérablement avec la densité, et que la décroissance du nombre d'atomes ne suit pas une loi exponentielle, comme on peut le constater sur la figure 1.8. Nous en avons déduit qu'il doit exister un processus de pertes *dépendant de la densité*. Un tel processus ne peut pas être expliqué par les collisions avec le gaz résiduel ; il provient nécessairement de collisions inélastiques au sein du gaz, ou de collisions assistées par la lumière [32].

Nous pouvons exclure le processus inélastique de recombinaison, dans lequel trois atomes interagissent pour former un dimère, l'atome restant assurant la conservation de l'énergie et de l'impulsion. En effet, le taux mesuré pour ce phénomène vaut $K_3 = (4,3 \pm 1,8) \times 10^{-29} \text{ s}^{-1} (\text{at}/\text{cm}^3)^{-2}$ [11], et est donc négligeable pour les densités auxquelles nous avons observé des pertes importantes, soit environ $10^{13} \text{ at}/\text{cm}^3$. Nous en déduisons donc que nous devons être en présence d'un processus de collisions assistées par la lumière, dont le taux dépend de l'intensité lumineuse au niveau des atomes. Nous avons donc établi un protocole expérimental pour mesurer cette dépendance et déterminer s'il s'agit d'un phénomène à un photon, deux photons...

Avant de présenter ce protocole et ses résultats, nous allons rappeler quelques éléments théoriques concernant les pertes atomiques dans un piège quelconque.

1.3.1 Rappels théoriques

Expression générale du taux de collisions. Nous nous inspirons ici du calcul de la section efficace de collision à deux corps effectué dans le

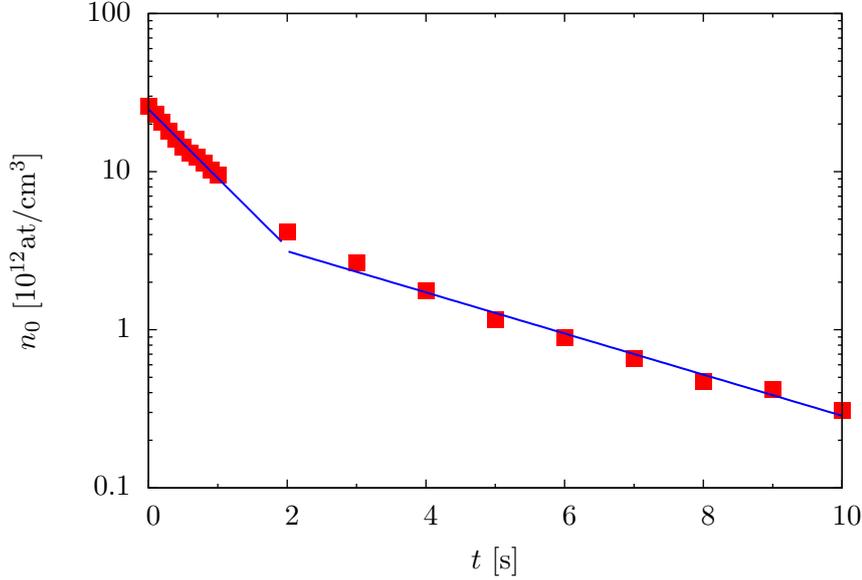


Figure 1.8 – Mesure de la décroissance de la densité n_0 du gaz au centre de la pince optique, pour un faisceau de $41 \mu\text{m}$ de largeur de col et une puissance de 22 W , en fonction du temps de maintien t . On constate qu'elle n'est clairement pas exponentielle : il y a donc un processus dépendant de la densité à l'œuvre.

chapitre 4 de la thèse de David Guéry-Odelin [35]. La probabilité d'avoir une particule d'impulsion \mathbf{p} à la position \mathbf{r} est donnée par :

$$d^6P = \frac{1}{N} \frac{f(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{(2\pi\hbar)^3} d^3r d^3p, \quad (1.6)$$

où $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ est la densité de particules dans l'espace des phases, normalisée au nombre total de particules N . La probabilité pour cette particule d'entrer en collision avec une autre particule d'impulsion \mathbf{p}' pendant le temps dt est donnée par :

$$d^4P = \frac{f'(\mathbf{r}, \mathbf{p}')}{(2\pi\hbar)^3} d^3p' \sigma(v_r) v_r dt, \quad (1.7)$$

avec $v_r = |\mathbf{v} - \mathbf{v}'|$ la vitesse relative des deux particules, et σ la section efficace de collision. Nous notons f' la densité dans l'espace des phases des particules « cibles » pour pouvoir traiter différents cas (collisions avec le gaz résiduel, collisions avec une autre espèce...). Dans le cas des collisions élastiques ultra-froides, cette section efficace ne dépend pas de la vitesse relative des particules. En revanche, cela n'est pas le cas pour les processus inélastiques qui nous intéressent ici [36, 37], et nous garderons donc cette dépendance.

La probabilité qu'une particule donnée subisse une collision pendant le

temps dt est donc donnée par :

$$\gamma dt = \frac{1}{N(2\pi\hbar)^6} \int d^3r d^3p_r d^3P f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) f'(\mathbf{r}, \mathbf{p}') \sigma(v_r) v_r dt, \quad (1.8)$$

où par définition γ est le *taux de collision*, et où l'on a utilisé le système de coordonnées barycentriques défini par :

$$\begin{cases} \mathbf{p}_r = \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}'}{2} \\ \mathbf{P} = \mathbf{p} + \mathbf{p}' . \end{cases} \quad (1.9)$$

Expression de la densité de particules dans l'espace des phases. Nous considérons ici un gaz classique confiné dans un puits de potentiel $U(\mathbf{r})$. La densité de particules dans l'espace des phases s'écrit alors :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathcal{Z} e^{-\frac{\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{k_B T}}, \quad (1.10)$$

où \mathcal{Z} est une constante de normalisation, et $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ est l'énergie d'une particule située en \mathbf{r} et d'impulsion \mathbf{p} :

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r}) . \quad (1.11)$$

\mathcal{Z} est lié au nombre d'atomes N et à la température T par la normalisation :

$$N = \int d^3r d^3p f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) . \quad (1.12)$$

La densité du gaz a pour expression :

$$n(\mathbf{r}) = n_0 e^{-\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T}}, \quad (1.13)$$

où n_0 est la densité au centre du piège, reliée à \mathcal{Z} et T par :

$$\mathcal{Z} = n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3, \quad (1.14)$$

où $\Lambda_{\text{dB}} = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_B T)}$ est la longueur d'onde de de Broglie thermique du gaz piégé.

Pertes dues à la vapeur résiduelle. La vapeur résiduelle dans l'enceinte à vide constitue un gaz dont la densité est uniforme, à l'équilibre thermodynamique à la température ambiante, très grande devant la température du gaz piégé. La vitesse relative au cours d'une collision entre un atome piégé et un atome de la vapeur résiduelle est donc dominée par la vitesse de ce dernier. Le taux de collisions par atome piégé correspondant s'écrit donc :

$$\gamma_1 = n' \Lambda_{\text{dB}}^3 \int d^3p' \sigma(v') v' e^{-\frac{\mathbf{p}'^2}{2mk_B T}} . \quad (1.15)$$

Cette quantité est indépendante des paramètres du gaz piégé, et est proportionnelle à la densité n' , et donc à la pression, de la vapeur résiduelle. Chaque collision correspond à une perte; on a donc $dN = -\gamma_1 N dt$, soit :

$$\frac{\dot{N}}{N} = -\frac{1}{\tau}, \quad (1.16)$$

avec $\tau = 1/\gamma_1$ la *durée de vie* du gaz piégé.

Pertes dues aux collisions inélastiques à deux corps. Le taux correspondant est donné par l'équation (1.8) avec $f = f'$. On obtient donc :

$$\gamma_2 = \bar{n} \langle \sigma v \rangle, \quad (1.17)$$

en définissant la densité moyenne \bar{n} par :

$$\bar{n} = \frac{2^{3/2}}{N} \int [n(\mathbf{r})]^2 d^3 r, \quad (1.18)$$

et le taux de collision par unité de densité atomique $\langle \sigma v \rangle$ par :

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{\Lambda_{\text{dB}}^3}{(2\pi\hbar)^3} \int \sigma(v_r) v_r e^{-\frac{v_r^2}{2mk_{\text{B}}T}} d^3 p_r. \quad (1.19)$$

D'après [36, 37], on peut approximer la section efficace d'un processus inélastique à deux corps dans le régime de température ultra-basse par $\sigma(v_r) = \kappa_2/v_r$. L'équation (1.19) se réduit alors à $\langle \sigma v \rangle = \kappa_2$. Le nombre total de collisions pendant dt vaut⁶ $N\gamma_2 dt/2$, et l'équation de pertes s'écrit⁷ $dN = -\kappa_2 N \bar{n} dt$, soit :

$$\frac{\dot{N}}{N} = -\kappa_2 \bar{n}. \quad (1.20)$$

Application à un piège harmonique. Au cours de notre étude expérimentale des pertes, nous avons utilisé des nuages suffisamment froids par rapport à la profondeur du piège pour que l'on puisse considérer celui-ci comme harmonique, grâce à une recompression de la pince optique⁸ (cf §1.3.2). Nous allons donc évaluer l'équation (1.18) en prenant comme potentiel de piégeage un potentiel harmonique $U(\mathbf{r}) = \sum_i m\omega_i x_i^2/2$, où les ω_i sont les pulsations propres du piège :

$$\bar{n} = \frac{2^{3/2}}{N} \int n_0^2 e^{-\sum_i \frac{m\omega_i x_i^2}{k_{\text{B}}T}} d^3 r = n_0, \quad (1.21)$$

en utilisant la relation $N = n_0 \int \exp(-\sum_i m\omega_i x_i^2/(2k_{\text{B}}T)) d^3 r$. On en déduit donc :

$$\frac{\dot{N}}{N} = -\kappa_2 n_0. \quad (1.22)$$

6. Le facteur 1/2 est là pour ne pas compter les collisions deux fois.

7. Chaque collision entraîne la perte des deux atomes impliqués.

8. Le paramètre $\eta = U_0/(k_{\text{B}}T)$ est toujours supérieur à 10.

Pertes dues aux collisions inélastiques à trois corps. Le calcul des pertes à trois corps est beaucoup plus complexe, puisqu'il ne peut être décrit par une simple section efficace. On peut toutefois modéliser les pertes dues à de tels processus par [11] :

$$\frac{\dot{N}}{N} = -\kappa_3 n_0^2, \quad (1.23)$$

où κ_3 est le taux de pertes par unité de densité atomique au carré, et est relié au K_3 de [11] par $\kappa_3 = K_3/3^{3/2}$.

Processus de pertes assistées par la lumière. Dans le cas d'un processus assisté par la lumière, la section efficace doit dépendre de l'intensité lumineuse. Un processus mettant en jeu un seul photon a une section efficace proportionnelle à l'intensité lumineuse, un processus à deux photons a une section efficace proportionnelle au carré de cette intensité... Or dans notre cas l'intensité lumineuse varie spatialement, et ceci va modifier les équations (1.18) et (1.19). Toutefois, dans le cas où $\eta \gg 1$, on peut négliger cette modification, et le résultat (1.22) reste valable, à ceci près que κ_2 dépend alors de l'intensité au centre du faisceau.

Équation portant sur la densité seule. Il est possible d'interpréter les données expérimentales en utilisant directement l'équation (1.22) (cf [11]). Cependant, il est plus simple d'établir une équation ne portant que sur la densité atomique. Pour cela, il faut déterminer les pertes en énergies dues aux collisions, puis utiliser l'équation d'état $E = \mathcal{F}(N, T)$. Le taux de pertes en énergie est donné par :

$$\dot{E} = \frac{\kappa_2}{N(2\pi\hbar)^6} \int d^3r d^3p_r d^3P (\mathcal{H} + \mathcal{H}') f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}'), \quad (1.24)$$

où l'énergie de la paire de particules vaut $\mathcal{H} + \mathcal{H}' = 2U(\mathbf{r}) + \mathbf{P}^2/m + \mathbf{p}_r^2/4m$. Dans le cas d'un piège harmonique, on trouve alors que :

$$\frac{\dot{E}}{E} = \frac{3}{4} \frac{\dot{N}}{N}. \quad (1.25)$$

L'équation d'état dans un tel piège s'écrit $E = 3Nk_B T$, et la densité atomique au centre y est proportionnelle à $NT^{-3/2}$. On en déduit donc que :

$$\frac{\dot{n}_0}{n_0} = -\frac{11}{8} \kappa_2 n_0, \quad (1.26)$$

qui se résout en :

$$\frac{1}{n_0(t)} = \frac{1}{n_0(0)} + \frac{11}{8} \kappa_2 t, \quad (1.27)$$

équation que nous allons utiliser pour extraire le paramètre κ_2 de nos données expérimentales.

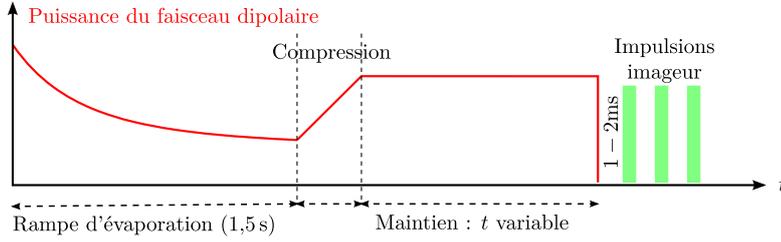


Figure 1.9 – Diagramme temporel de la séquence utilisée pour mesurer le taux de pertes dans la pince optique.

1.3.2 Protocole expérimental

Nous voulons mesurer le taux de pertes lorsque le gaz piégé a une densité élevée (de l'ordre de 10^{13} at/cm³) pour différentes valeurs de l'intensité lumineuse, tout en nous assurant que l'évaporation joue un rôle négligeable afin de ne pas brouiller les résultats. Pour cela, nous commençons par préparer un nuage d'atomes froids comportant environ 10^7 atomes à une température de $10\ \mu\text{K}$, grâce à une rampe d'évaporation d'une durée de 1,5 s. On comprime ensuite ce nuage par une augmentation de la puissance, jusqu'à obtenir l'intensité lumineuse désirée. Grâce à cette compression, on augmente le paramètre $\eta = U_0/k_B T$ comme la racine de la puissance P : en effet, au cours d'une compression adiabatique, le rapport de l'énergie totale $E \propto T$ à la fréquence de piégeage moyenne $\omega \propto \sqrt{P} \propto \sqrt{U_0}$ reste constant. Pour finir, on mesure la décroissance du nombre d'atomes (ainsi que la variation de température) après différents temps de maintien dans la pince. La figure 1.9 présente un diagramme temporel de la séquence.

Nous avons réalisé deux jeux de données : l'un utilise un faisceau de $41\ \mu\text{m}$ de largeur de col et des puissances allant de 10 W à 20 W, l'autre un faisceau de $44\ \mu\text{m}$ de largeur de col et des puissances allant de 30 W à 60 W. Nous couvrons ainsi une plage de près d'un ordre de grandeur d'intensité lumineuse, allant de $0,4\ \text{MW}/\text{cm}^2$ à $2\ \text{MW}/\text{cm}^2$.

L'évaporation avant la compression permet de rendre négligeable l'évaporation libre du piège. En utilisant l'équation (2.18), on trouve en effet que dans la situation la moins favorable (avec la plus faible recompression), ce taux est de l'ordre de $10^{-3}\ \text{s}^{-1}$, négligeable devant le taux de pertes obtenu dans ce cas (soit $0,2\ \text{s}^{-1}$).

Les images du nuage par absorption enregistrées nous permettent de déterminer directement le nombre d'atomes et la température du nuage, en ajustant le profil par une gaussienne. Nous calculons ensuite la densité atomique au centre du piège n_0 dans l'approximation harmonique [27]. Nous n'avons pas mesuré la fréquence d'oscillation longitudinale pour ces expériences ; il y a donc une erreur systématique que l'on estime inférieure à 25 % sur les densités calculées.

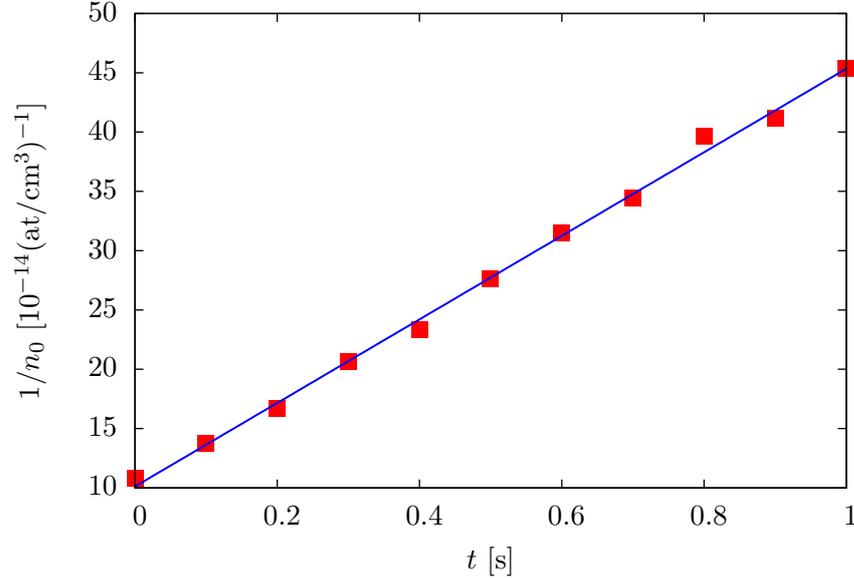


Figure 1.10 – Tracé de l'inverse de la densité atomique n_0 en fonction du temps de maintien t , pour les conditions de la figure 1.8. On constate que les points s'alignent tous sur une même droite, dont le coefficient directeur vaut $(6,7 \pm 0,1) \times 10^{-14} \text{ s}^{-1} (\text{at}/\text{cm}^3)^{-1}$.

1.3.3 Analyse des résultats

Nombre de corps impliqués. Nous avons représenté sur la figure 1.10 l'inverse de la densité atomique sur la première seconde de maintien dans le piège, pour une puissance finale de 62 W et une largeur de col de 44 μm . On constate que les points s'alignent tous sur une même droite, dont le coefficient directeur vaut $\beta = (35,2 \pm 0,6) \times 10^{-14} \text{ s}^{-1} (\text{at}/\text{cm}^3)^{-1}$. On en déduit donc trois points :

- on retrouve le fait que la décroissance n'est pas exponentielle. En effet, dans le cas contraire on aurait $1/n_0(t) = n_0^{-1}(0)e^{t/\tau}$, et $\beta = (\tau n_0(0))^{-1}$, soit $\tau \simeq 0,3 \text{ s}$. Au bout d'une seconde, on devrait donc avoir $1/n_0 \simeq 33/n_0(0)$, soit plus de 7 fois ce que l'on mesure !
- cette courbe n'est pas non plus compatible avec un processus à trois corps ; on peut placer une limite supérieure au taux correspondant en remarquant que $\kappa_3 n_0(0)^2 \ll 1 \text{ Hz}$, soit $\kappa_3 \ll 10^{-26} \text{ s}^{-1} (\text{at}/\text{cm}^3)^{-2}$;
- cette courbe est parfaitement en accord avec des pertes inélastiques à deux corps (cf §1.3.1). Nous en déduisons que pour cette intensité lumineuse, le taux de pertes vaut $\kappa_2 = (25,6 \pm 0,4) \times 10^{-14} \text{ s}^{-1} (\text{at}/\text{cm}^3)^{-1}$.

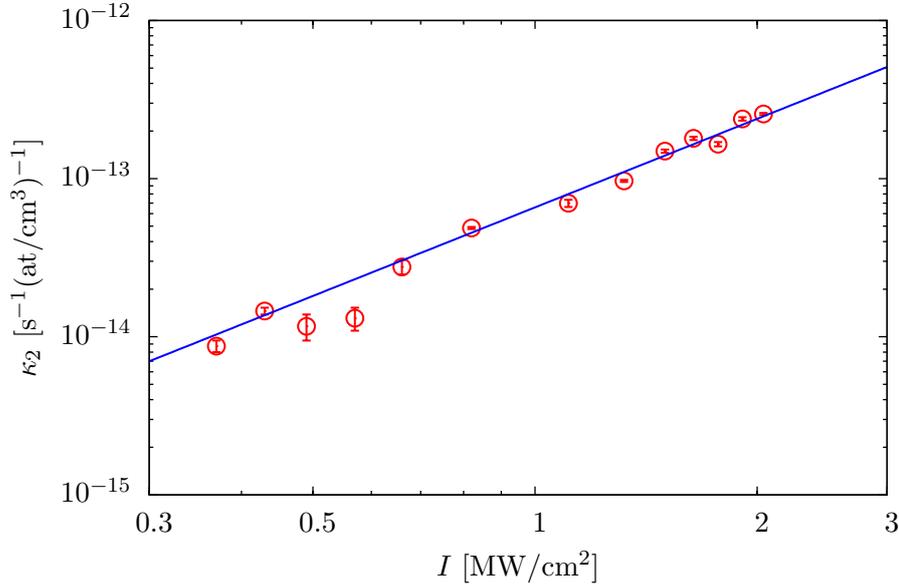


Figure 1.11 – Variation du taux de pertes à deux corps en fonction de l'intensité lumineuse au centre du faisceau. Les points dans ce diagramme log-log s'alignent sur une droite de coefficient directeur $2,02 \pm 0,09$; le taux de pertes est donc proportionnel au carré de l'intensité.

On a négligé ici l'influence des pertes dues aux collisions avec le gaz résiduel. En effet, on s'attend à ce que le taux correspondant soit de ⁹ $3 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, soit une correction de l'ordre de 10% au coefficient directeur β trouvé précédemment, qui rentre dans les barres d'erreurs de l'ajustement linéaire.

Dépendance en intensité lumineuse. Nous avons procédé comme précédemment pour plusieurs puissances finales et deux largeurs de faisceaux, comme expliqué au §1.3.2. Nous avons ensuite tracé les taux obtenus en fonction de l'intensité au centre du faisceau sur un diagramme log-log (voir figure 1.11); on constate que les points s'alignent sur une droite de coefficient directeur $2,02 \pm 0,09$. Le taux de pertes à deux corps est donc proportionnel au carré de l'intensité lumineuse; nous en déduisons que le processus en œuvre est un processus à *deux photons*.

Nous obtenons finalement le taux de pertes dépendant de l'intensité suivant :

$$\kappa_2 = I^2 \cdot (6,2 \pm 0,2) \times 10^{-14} \text{ s}^{-1} (\text{at}/\text{cm}^3)^{-1} (\text{MW}/\text{cm})^{-2} . \quad (1.28)$$

L'erreur est déduite de l'ajustement et ne tient pas compte des éventuelles

9. Les expériences présentées ici ont été effectuées après l'augmentation de la durée de vie dans l'enceinte à 33 s, cf §1.2.2.

erreurs systématiques de l'expérience. Cette valeur est donc plutôt qualitative, mais donne une excellente indication quant au niveau de pertes auquel on doit s'attendre pour une densité et une intensité donnée.

1.4 Transport optimal d'une onde de matière

Un des problèmes expérimentaux majeurs qui se pose lors de la conception d'un dispositif de préparation de condensats de Bose-Einstein est de pouvoir bénéficier de l'accès optique et du vide nécessaires pour réaliser les expériences scientifiques pour lesquelles a été conçu le projet.

En effet, tous ces dispositifs ont pour point commun l'utilisation d'un piège magnéto-optique comme source d'atomes pré-refroidis, ceux-ci étant ensuite transférés dans un piège non dissipatif magnétique ou optique. Or la mise en œuvre d'un piège magnéto-optique apporte deux contraintes :

- il faut trois axes orthogonaux pour les faisceaux lasers de refroidissement, ainsi qu'au moins deux bobines pour générer les champs magnétiques. Ce sont autant d'accès perdus pour l'installation des éléments scientifiques, comme par exemple un réseau optique ou un dispositif d'imagerie à haute résolution ;
- il faut une pression résiduelle du gaz que l'on souhaite piéger suffisante pour que le chargement du piège soit suffisamment rapide, ou utiliser encore un autre axe pour mettre en place une source d'atomes, comme un ralentisseur Zeeman ou un piège magnéto-optique bidimensionnel. Dans tous les cas, le vide dans la chambre du piège ne peut être assez bon pour bénéficier d'une durée de vie de plusieurs minutes.

Pour contourner ces difficultés, la grande majorité des expériences utilisent un *transfert* des atomes pré-refroidis depuis la chambre du piège magnéto-optique vers une chambre d'expérimentations, qui peut revêtir plusieurs formes :

- le transfert magnétique, au cours duquel les atomes sont déplacés par le mouvement d'un piège magnétique, réalisé par la translation physique des bobines le générant [38, 39] ou par la commutation de courants dans un jeu de bobines judicieusement choisi [40] ;
- le transfert optique par mouvement du col d'un faisceau dans lequel sont piégés les atomes [41], ou par décalage du motif d'interférence d'un réseau optique unidimensionnel [42, 43].

Ces transports ont jusqu'à présent été réalisés dans le *régime adiabatique*, c'est-à-dire sur une durée grande devant la période d'oscillations dans le piège déplacé. Ceci permet d'éviter d'exciter le nuage atomique, mais nécessite des durées de transport importantes qui limitent le taux de répétition de l'expérience.

Nous avons donc exploré la possibilité de réaliser un transport optique d'atomes thermiques dans le régime *non-adiabatique* et *sans excitation rési-*

duelle du nuage après transport. Cette étude est détaillée dans le chapitre 5 de la thèse de Gaël Reinaudi [44]; nous nous contenterons donc de rappeler ici les résultats importants. Nous montrerons ensuite que le principe de transport non-adiabatique optimal peut être étendu au déplacement d'un condensat de Bose-Einstein.

1.4.1 Rappel de nos résultats

Principe de l'expérience. Nous nous intéressons à un nuage atomique confiné dans un piège harmonique, que l'on met en mouvement pour déplacer les atomes. Au cours d'une telle expérience, l'accélération et la décélération du piège vont exciter le mode d'oscillation dipolaire du paquet piégé. À cet égard, se placer dans le régime adiabatique permet de s'assurer que cette excitation va rester négligeable. En fait, ceci constitue la définition du régime de déplacement adiabatique : l'amplitude de l'oscillation dipolaire causée par le transport doit rester très petite devant l'extension spatiale Δ du nuage, ce qui se traduit par :

$$\forall t, \frac{|\ddot{x}_c(t)|}{\omega_0^2} \ll \Delta \implies (\omega T)^2 \gg \frac{4d}{\Delta}, \quad (1.29)$$

où $\ddot{x}_c(t)$ est l'accélération imposée au piège, ω_0 est la pulsation de piégeage dans la direction du mouvement, T est la durée du transport et d est la distance parcourue¹⁰. Notons que la condition (1.29) est nécessaire mais non suffisante : on peut toujours imaginer un transport lent mais comportant de grandes accélérations...

Nous voulons déterminer s'il est possible de déplacer ce paquet d'atomes en un temps de l'ordre de la période d'oscillation, *sans excitation résiduelle* de l'oscillation dipolaire après transport. L'extension de nos nuages dans la direction du transport est de l'ordre du mm, et nous allons transporter le paquet sur plusieurs cm; la fréquence d'oscillation longitudinale est de l'ordre de 10 Hz. Le régime adiabatique est donc obtenu pour un transport dont la durée est grande devant 100 ms. En raison des limitations de notre platine de translation, nous ne pouvions pas effectuer le transport en moins de 300 ms; toutefois, comme on le verra par la suite, on est alors déjà bien dans le régime non-adiabatique.

Protocole expérimental. Pour déplacer les nuages d'atomes piégés dans la pince optique, nous avons monté la lentille de focalisation du faisceau dans la chambre à vide sur une platine de translation contrôlée par ordinateur¹¹ (voir figure 1.12). Grâce à ce système, nous pouvons déplacer le point focal

10. Pour établir la seconde condition, on utilise $\dot{x}_c(0) = \dot{x}_c(T) = 0$, où \dot{x}_c est la vitesse du piège, et le théorème des accroissements finis.

11. Newport, modèle XMS100.

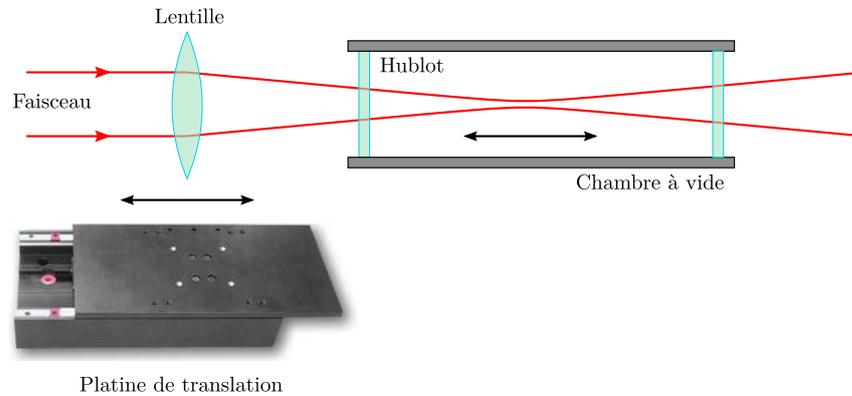


Figure 1.12 – Schéma du dispositif expérimental de transport d'atomes froids dans une pince optique.

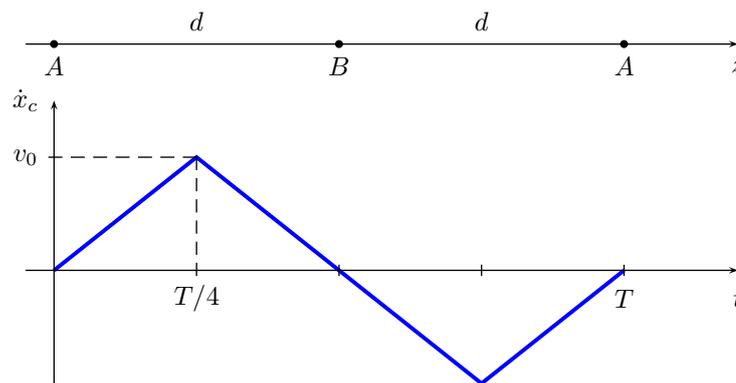


Figure 1.13 – Profil de vitesse $\dot{x}_c(t)$ imposé au piège au cours de nos expériences. La durée T est variée entre 300 ms et 1,4 s, et la vitesse v_0 est ajustée de manière à garder la distance $d = 22,5$ mm constante.

du laser, et donc le piège, sur 10 cm (l'amplitude de mouvement de la platine) avec une précision et une répétabilité inférieure au micron.

En revanche, notre système d'imagerie est fixe et a une largeur de champ de quelques mm seulement. Nous voulions démontrer le procédé sur des distances importantes, et avons donc procédé à des aller-retours du nuage, entre le point A où les atomes sont initialement piégés et un point B situé 22,5 mm plus loin, avec le profil de vitesse représenté sur la figure 1.13.

Pour mesurer l'amplitude \mathcal{A} des oscillations après transport, nous enregistrons une séquence d'images par absorption du nuage juste après la fin du transport, typiquement 30 images séparées par des intervalles de 10 ms. Bien sûr, le processus d'imagerie étant destructif, l'ensemble de la séquence

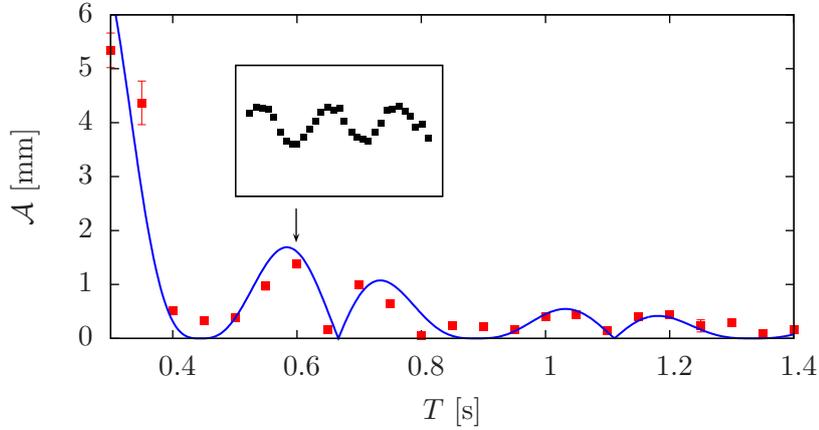


Figure 1.14 – Amplitude de l’oscillation résiduelle d’un nuage d’atomes confiné dans la pince optique après un transport de durée T suivant le profil de vitesse de la figure 1.13. La courbe en trait plein est la prédiction théorique (1.30) sans paramètre ajustable.

doit être répété avant la prise de chaque image. Nous extrayons ensuite la position moyenne du nuage de chaque image au moyen d’un ajustement gaussien du paquet d’atomes. Pour finir, nous ajustons la première période des données d’oscillations obtenues par un sinus.

Résultats. Les résultats sont rappelés sur la figure 1.14 extraite de la référence [45]. On constate que l’amplitude des oscillations ne décroît pas de manière monotone avec la durée du transport, et qu’il y a même des valeurs de transport spécifiques telles que cette amplitude s’annule ! On a alors réalisé un transport non-adiabatique *optimal* du paquet atomique.

Interprétation. Pour comprendre ce phénomène, il est intéressant d’étudier la situation plus simple dans laquelle on effectue un aller simple de A à B d’une seule particule piégée de masse m . Prenons par exemple le profil triangulaire de la figure 1.15a. Il comporte une phase d’accélération constante $a_0 = 4d/T^2$ immédiatement suivie d’une phase de décélération constante $-a_0$. Ceci correspond à de simples rotations autour des points $\mp a_0/\omega_0^2$ dans l’espace des phases de la particule piégée, dans le référentiel lié au centre du piège¹². La condition de transport optimale $T = 2nT_0$, avec $n \in \mathbb{N}^*$, se comprend alors aisément, et correspond au diagramme « lunettes » de la figure 1.15b : au milieu et à la fin du mouvement, la particule se trouve de nouveau au repos dans le référentiel du piège.

12. Dans le référentiel du piège, une accélération a de celui-ci correspond à une force constante $-ma$.

D'un point de vue énergétique, l'énergie acquise à mi-course, soit $mv_0^2/2$, où $v_0 = \dot{x}_c(T/2)$ est la vitesse maximale atteinte par le piège, est restituée dans la deuxième partie du trajet, exactement comme dans le cas d'un transport adiabatique. La différence réside dans le fait que la particule est *transitoirement excitée* : la distance au centre du piège atteint $2a_0/\omega_0^2$ au cours du mouvement, valeur pouvant être arbitrairement élevée en fonction de la distance d à parcourir.

Dans le cas d'un aller-retour, on va bien sûr retrouver les mêmes annulations que pour l'aller simple, pour $T = 2nT_0$. Il va s'y ajouter une deuxième série de zéros de l'amplitude, correspondant aux trajectoires pour lesquelles l'énergie reçue après l'aller est restituée au retour, et à des temps de transports $T = (2n - 1)T_0$. Ces zéros sont les annulations aiguës que l'on peut voir sur la figure 1.13.

Un modèle simple, traitant de la dynamique unidimensionnelle du mouvement longitudinal du centre de masse d'un nuage piégé dans un potentiel harmonique déplacé, permet de rendre compte de nos résultats expérimentaux. On se reportera au chapitre 5 de la thèse de Gaël Reinaudi [44] pour les détails des calculs, qui mènent à l'expression suivante de l'amplitude après transport :

$$\mathcal{A} = |\mathcal{F}[\dot{x}_c](\omega_0)|, \quad (1.30)$$

où $\mathcal{F}[f](\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$ est la transformée de Fourier de la fonction $f(t)$ appliquée à la pulsation ω .

Cette formulation en terme de transformée de Fourier ouvre des perspectives très intéressantes quant à l'optimisation du transport adiabatique : on peut mettre à profit la grande quantité de travaux réalisés sur l'apodisation de profils de diffraction [46], ou de manière équivalente ceux concernant les fonctions de fenêtrage utilisées pour l'analyse spectrale [47], pour choisir un profil de vitesse dont la transformée de Fourier présente les caractéristiques voulues. Par exemple, le profil ¹³ de Blackman-Harris d'ordre 4 présente la particularité de n'avoir aucun lobe latéral dans sa transformée de Fourier (voir figure 1.15a), et par suite de permettre un transport non adiabatique optimal *robuste* dès que le temps de transport est supérieur à 4 périodes d'oscillations.

1.4.2 Calcul quantique du transport

Hypothèses. Nous considérons dans la suite une particule unique de masse m , piégée dans un potentiel harmonique à une dimension de pulsation ω_0 , dont le centre x_c est déplacé au cours du temps. Les résultats obtenus seront donc applicable à un condensat sans interaction, où tous les atomes partagent la même fonction d'onde. En revanche, le cas d'un condensat dans le

13. $\dot{x}_c(t) = 0,35875 - 0,48829 \cos(2\pi t/T) + 0,14128 \cos(4\pi t/T) - 0,01168 \cos(6\pi t/T)$.

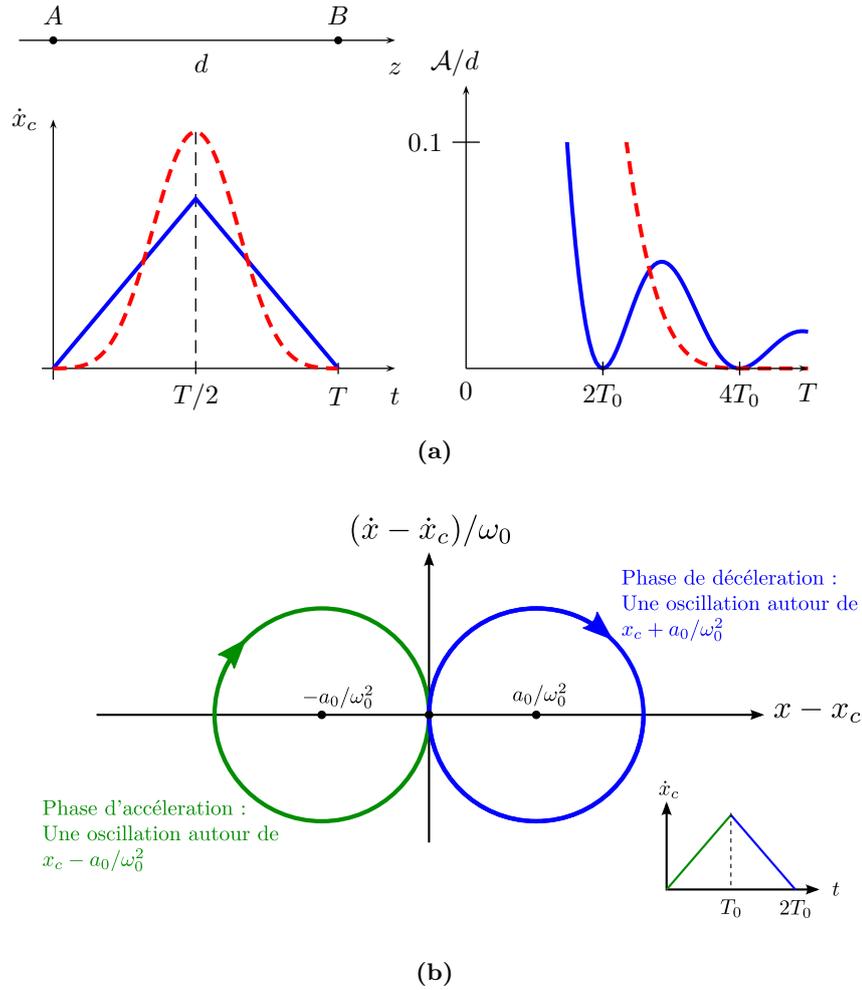


Figure 1.15 – *Transport optimal dans le cas d'un aller simple. (a) À gauche : profils de vitesse ; à droite : amplitude d'oscillations correspondantes. Le profil en pointillé est le profil de Blackman-Harris. (b) Visualisation du mouvement d'une particule dans l'espace des phases lié au centre du piège, dans le cas d'un transport optimal en deux périodes d'oscillation T_0 avec le profil en triangle.*

régime de Thomas-Fermi n'est pas contenu dans notre traitement, et nécessitera l'utilisation d'un formalisme plus élaboré comme par exemple celui de l'équation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps [48].

Le hamiltonien du système s'écrit :

$$\hat{H}(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 [\hat{x} - x_c(t)]^2 , \quad (1.31)$$

où \hat{x} et \hat{p} sont les opérateurs position et impulsion de la particule. On notera $|\varphi_n\rangle$ les états propres du hamiltonien de l'oscillateur harmonique fixe $\hat{H}_0 = \hat{p}^2/2m + m\omega_0^2\hat{x}^2/2$. Le problème consiste donc à résoudre l'équation de Schrödinger suivante :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \hat{H}(t)\Psi(x, t) . \quad (1.32)$$

Une telle équation n'est en général pas soluble analytiquement. Nous présentons ici une méthode originale qui permet de la résoudre pour notre problème particulier ; nous démontrons par là même que l'oscillateur harmonique forcé en mécanique quantique est soluble exactement !

Solution exacte. Pour l'établir, nous allons effectuer un changement de référentiel quantique, en nous plaçant dans le référentiel de la particule classique soumise au même hamiltonien. En notant $\tilde{x}(t)$ la position de cette particule classique, ce changement consiste à utiliser la fonction d'onde suivante :

$$\Phi(X, t) = \Psi(x, t)e^{-\frac{i}{\hbar}mX\dot{\tilde{x}}} , \quad (1.33)$$

où $X = x - \tilde{x}$ est la coordonnée relative à la particule classique et où on a opéré une translation de la quantité de mouvement classique $m\dot{\tilde{x}}$. On établit alors l'équation vérifiée par $\Phi(X, t)$:

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 X^2 \Phi + \left[-m\frac{\dot{\tilde{x}}^2}{2} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 (\tilde{x} - x_c)^2 \right] \Phi . \quad (1.34)$$

Le dernier terme peut être éliminé au moyen du changement de variable suivant :

$$\tilde{\Phi}(X, t) = \Phi(x, t)e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' \mathcal{L}(t')} , \quad (1.35)$$

où l'on a introduit le lagrangien classique :

$$\mathcal{L}(t) = \frac{1}{2}m\dot{\tilde{x}}^2 - \frac{1}{2}m\omega_0^2 (\tilde{x} - x_c)^2 . \quad (1.36)$$

Finalement, on obtient que la fonction d'onde $\tilde{\Phi}$ évolue sous l'effet du hamiltonien indépendant du temps de l'oscillateur harmonique \hat{H}_0 , et que la solution de l'équation (1.32) s'écrit :

$$\Psi(x, t) = \tilde{\Phi}(X, t)e^{\frac{i}{\hbar}mX\dot{\tilde{x}} - \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' \mathcal{L}(t')} . \quad (1.37)$$

Application au transport optimal. On suppose maintenant que la particule est initialement dans l'état fondamental du hamiltonien \hat{H}_0 :

$$\Psi(x, 0) = \tilde{\Phi}(X, 0) = \varphi_0(X) . \quad (1.38)$$

L'évolution de $\tilde{\Phi}$ en fonction du temps est triviale et s'écrit :

$$\tilde{\Phi}(X, t) = \varphi_0(X) e^{-\frac{i}{\hbar} E_0 t} , \quad (1.39)$$

où E_0 est l'énergie du fondamental de \hat{H}_0 . L'état final du système après un déplacement du piège d'une manière arbitraire en un temps T s'écrit :

$$\Psi(x, T) = e^{i\chi(T)} e^{\frac{i}{\hbar} \tilde{p}_T (x - \tilde{x}_T)} \varphi_0(x - \tilde{x}_T) , \quad (1.40)$$

où \tilde{x}_T et \tilde{p}_T sont la position et l'impulsion finale de la particule classique ayant subi le même mouvement, et où la fonction $\chi(T)$ est définie par :

$$\chi(T) = -\frac{E_0 T}{\hbar} + \frac{1}{\hbar} \int_0^T dt' \mathcal{L}(t') . \quad (1.41)$$

On remarque donc qu'un transport optimal au sens classique, tel que $\tilde{x}_T = x_c(T)$ et $\tilde{p}_T = 0$, est aussi optimal au sens quantique : une particule initialement dans l'état fondamental du piège termine son mouvement dans l'état fondamental du piège déplacé !

Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre qu'il nous est possible de manipuler un gaz d'atomes froids avec une pince optique dérivée d'un laser fibré émettant un rayonnement de longueur d'onde $1,072 \mu\text{m}$. Nous avons constaté la présence de pertes inélastiques à deux corps assistées par la lumière, heureusement relativement peu importantes (la durée de vie est d'une seconde lorsque $I \sim 2 \text{ MW/cm}^2$ et $n_0 \sim 10^{12} \text{ at/cm}^3$).

Nous avons ainsi pu réaliser des expériences de transport de paquets d'atomes, et montré comment il était possible de déplacer de manière optimale un nuage confiné dans un piège harmonique sur des durées de l'ordre de la période d'oscillation. Nous avons également vérifié que la durée de vie est meilleure dans la chambre annexe, hors du flux d'atomes chauds. La stratégie consistant à capturer les atomes puis les transporter dans la chambre annexe (après un pré-refroidissement et une recompression) semble donc prometteuse pour bénéficier d'un accès optique et mécanique excellent et atteindre le régime de dégénérescence quantique.

Il est aussi possible en principe de transporter de manière optimale un condensat de Bose-Einstein ; toutefois, un tel objet est extrêmement sensible aux perturbations, et son transport nécessite des précautions importantes (en particulier pour éviter les vibrations), contrairement au transport

d'atomes chauds [41]. Par ailleurs, nous avons vérifié que les nuages obtenus après transport sont compatibles avec la réalisation de condensat de Bose-Einstein, en utilisant un second faisceau dipolaire croisé au niveau du col du premier (*cf* chapitre 2). Transporter le nuage thermique avant refroidissement paraît donc être la meilleure stratégie pour obtenir des condensats avec un grand nombre d'atomes.

En revanche, l'utilisation d'un faisceau unique ne nous a pas permis d'atteindre le régime de dégénérescence quantique. Après évaporation, nous avons pu obtenir des nuages dont la densité dans l'espace des phases s'approche de 10^{-3} , et comportant environ 10^6 atomes à $2\ \mu\text{K}$. Nous pouvons par contre atteindre des densités élevées, de l'ordre de $2 \times 10^{13}\ \text{at}/\text{cm}^3$, en recomprimant les nuages après un pré-refroidissement : cette pince optique constitue donc *a priori* un outil très intéressant pour l'étude de la diffusion multiple de photons dans une vapeur atomique, comme celle effectuée au sein du groupe atomes froids de l'institut non-linéaire de Nice¹⁴, qui nécessite des densités supérieures à $\lambda_0^{-3} \simeq 2 \times 10^{12}\ \text{cm}^{-3}$, avec λ_0 la longueur d'onde des photons, soit 780 nm dans le cas du ^{87}Rb .

14. <http://www.kaiserlux.eu/coldatoms/>.

Chapitre 2

Réalisation d'un condensat de Bose-Einstein avec un piège dipolaire croisé

Le dispositif expérimental présenté au chapitre 1, très simple à mettre en œuvre, puisqu'il ne nécessite qu'un seul faisceau intense pour réaliser le piège dipolaire, nous a permis de préparer des paquets d'atomes à des températures de l'ordre du microkelvin. Cependant, il présente une limitation importante : nous n'avons pas réussi à atteindre le régime de dégénérescence quantique par ce biais, en raison de la faible fréquence de piégeage longitudinale (*cf* §1.2.6). Pour contourner le problème, il faut donc fournir un meilleur confinement longitudinal. Plusieurs stratégies sont envisageables :

- l'utilisation d'une longueur d'onde plus grande pour le faisceau dipolaire, avec par exemple un laser à CO₂ [49]. En effet, la fréquence de piégeage longitudinale est proportionnelle à la longueur d'onde, et celle-ci est dix fois plus grande pour un laser à CO₂ que pour notre laser à ytterbium. Cependant, cette méthode aurait nécessité une refonte totale de notre dispositif ;
- l'utilisation de bobines pour produire un champ magnétique créant un potentiel confinant dans la direction longitudinale. On peut par exemple utiliser deux bobines en configuration anti-Helmholtz, dont l'axe est colinéaire au faisceau de piégeage, pour créer un tel potentiel au voisinage du centre du système. La simplicité de cette configuration la rend attractive, mais elle présente l'inconvénient de ne piéger qu'une espèce Zeeman ($m_F = +1$ pour cette configuration de champ magnétique) ;
- l'utilisation d'un deuxième faisceau de piégeage croisé avec le premier [26, 49, 50, 51, 52, 53, 54]. C'est cette méthode que nous avons retenue. Elle présente l'avantage de piéger toutes les espèces Zeeman, et de conserver le champ magnétique comme un moyen de contrôle sup-

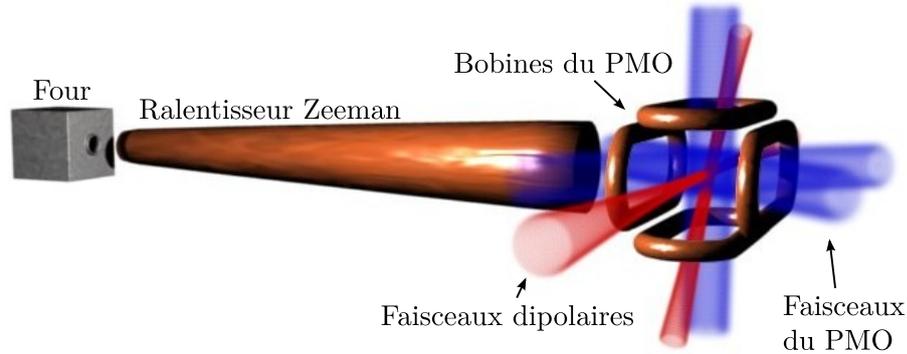


Figure 2.1 – *Vue d'ensemble du dispositif expérimental.*

plémentaire, ce qui s'avèrera très utile pour contrôler l'état interne des condensats (*cf* chapitre 3) et pour extraire des lasers à atomes guidés (*cf* chapitre 4). Pour des raisons techniques, nos faisceaux sont croisés à 45° dans un plan vertical, l'un des deux faisceaux étant horizontal (voir figure 2.1).

Dans ce chapitre, après avoir rappelé quelques résultats concernant la transition de Bose-Einstein et déterminé les caractéristiques théoriques de notre piège dipolaire croisé, nous donnerons les détails du dispositif expérimental puis nous présenterons les caractéristiques des condensats que nous avons obtenus.

2.1 Considérations théoriques préliminaires

Avant de détailler le dispositif expérimental et les méthodes employées pour réaliser un condensat de Bose-Einstein, il convient de rappeler quelques résultats théoriques préliminaires. Nous donnerons quelques précisions sur la transition de Bose-Einstein, puis nous caractériserons le piège constitué de deux faisceaux dipolaires croisés à 45° ; enfin, nous présenterons un modèle simplifié de refroidissement évaporatif dans un piège dipolaire.

2.1.1 La transition de phase de Bose-Einstein

Considérons donc un gaz de particules de masse m , indiscernables et de spin entier (des bosons), soumises à un potentiel harmonique tridimensionnel de pulsations ω_1 , ω_2 et ω_3 . On suppose de plus que ce gaz est fortement dilué, de sorte que l'on puisse négliger les interactions entre particules. Le

hamiltonien régissant l'évolution d'une particule s'écrit :

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} m \omega_i x_i^2 . \quad (2.1)$$

Les états propres de ce hamiltonien sont les produits tensoriels des états propres des trois oscillateurs harmoniques, on peut les numéroter avec trois nombres quantiques n_1 , n_2 et n_3 . On notera $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ ce triplet. L'énergie d'un tel état vaut $\varepsilon_{\mathbf{n}} = \sum_i \hbar \omega_i (n_i + 1/2)$. La densité d'état a pour expression :

$$\rho(\varepsilon) = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{(\hbar \omega)^3} , \quad (2.2)$$

où on a défini la pulsation moyenne de piégeage $\omega^3 = \prod_i \omega_i$.

Pour étudier ce gaz à l'équilibre thermodynamique, on se place dans l'ensemble grand-canonique, et on introduit les paramètres $\beta = (k_B T)^{-1}$ et $Z = e^{\beta \mu}$ (que l'on appelle *fugacité*). Le facteur d'occupation d'un état \mathbf{n} a alors pour expression :

$$N_{\mathbf{n}} = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_{\mathbf{n}} - \mu)} - 1} = \sum_{p=1}^{+\infty} Z^p e^{-p\beta\varepsilon_{\mathbf{n}}} . \quad (2.3)$$

Dans la limite semi-classique où l'énergie thermique moyenne $k_B T$ est grande devant le quantum moyen d'énergie du piège $\hbar \omega$, soit lorsque le paramètre $X = \beta \hbar \omega \ll 1$, on peut remplacer les sommations sur l'ensemble des états \mathbf{n} par une intégrale sur l'énergie pondérée par la densité d'état¹. On peut alors calculer le nombre total de particules en fonction de X et Z :

$$N = N_0 + \int_0^{+\infty} N(\varepsilon) \rho(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{Z}{1-Z} + \frac{g_3(Z)}{X^3} , \quad (2.4)$$

où on a introduit une fonction de Bose $g_s(Z) = \sum_p Z^p / p^s$. On constate sur cette expression que le nombre d'atomes que l'on peut placer dans les états excités à une température T donnée est borné par $g_3(1)/X^3$: c'est la signature de la transition de phase. Lorsque la fugacité s'approche de sa valeur limite 1, l'état fondamental se voit peuplé d'un nombre macroscopique de particules N_0 donné par la relation :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 , \quad (2.5)$$

où on a introduit la température critique de la transition T_c définie par :

$$k_B T_c = \hbar \omega \left(\frac{N}{g_3(1)} \right)^{1/3} . \quad (2.6)$$

1. Il est indispensable de traiter à part la population de l'état fondamental car la densité d'état s'annule à énergie nulle.

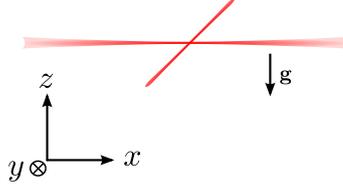


Figure 2.2 – Configuration du piège croisé.

Nous n’irons pas plus loin ici, car ce sujet est déjà amplement traité dans la littérature. Nous ne mentionnerons que deux remarques particulières :

- l’équation (2.5) n’est valable qu’à la limite semi-classique et pour un très grand nombre d’atomes. L’effet d’un nombre fini d’atomes est d’adoucir la transition au voisinage de T_c [55]. Cet effet est faible dans notre cas car nous traitons de gaz comportant environ 10^5 atomes ;
- La température de transition est déplacée par les interactions ; toutefois ce déplacement ne dépasse pas quelques pourcents de la température critique [56].

2.1.2 Caractéristiques de notre piège dipolaire croisé

On veut décrire ici les caractéristiques du piège résultant de l’intersection de deux faisceaux gaussiens TEM₀₀ croisés à 45°, l’un étant horizontal, l’autre situé dans le plan vertical contenant le premier (voir figure 2.2). On repérera les grandeurs relatives au faisceau horizontal par un indice h , et celles relatives au faisceau vertical par un indice v . On notera U la profondeur des potentiels créés par les faisceaux dipolaires, w la largeur de leur col, $z_R = \pi w^2 / \lambda$ leur longueur de Rayleigh, et $\omega = \sqrt{4U / (mw^2)}$ la pulsation des petites oscillations transverses d’une particule de masse m au voisinage du col du faisceau [27].

En supposant les faisceaux parfaitement croisés, et en négligeant la variation axiale de leur intensité lumineuse², le potentiel auquel sont soumis les atomes s’écrit :

$$U(\mathbf{r}) = -U_h e^{-\frac{2y^2+z^2}{w_h^2}} - U_v e^{-\frac{2y^2+(z-x)^2/2}{w_v^2}} + mgz . \quad (2.7)$$

Centre du piège. Pour déterminer le centre du piège \mathbf{r}_0 , il faut résoudre $\nabla U(\mathbf{r}_0) = \mathbf{0}$. La projection sur l’axe y de cette équation donne $y_0 = 0$, et la projection sur l’axe x implique que $x_0 = z_0$. La dernière projection permet de déterminer la valeur z_0 :

$$z_0 = -\frac{w_h}{2} \sqrt{-W\left(-A_h^{-2}/e\right)} , \quad (2.8)$$

2. Pour pouvoir faire cette simplification, il faut que $x^2 \ll z_{R,h}^2$ et $x^2, z^2 \ll z_{R,v}^2$, ce qui sera bien vérifié par la suite.

où on a introduit la fonction W de Lambert, qui est la réciproque de la fonction $u \mapsto u \cdot e^u$ sur l'intervalle $[-1, +\infty[$, ainsi que le paramètre adimensionné A_h défini par :

$$A_h = \frac{2U_h}{mgw_h\sqrt{e}}, \quad (2.9)$$

qui compare la force maximale exercée par le piège horizontal, obtenue pour $r = w_h/2$ et valant $2U_h/(w_h\sqrt{e})$, à la force de gravitation. On remarque que z_0 ne dépend que des caractéristiques du faisceau horizontal ; ceci provient du fait que nous avons négligé la variation axiale des potentiels.

Il n'y a de solution que lorsque le faisceau horizontal est suffisamment raide pour compenser la gravité, c'est-à-dire pour $A_h > 1$. On peut donc réécrire A_h sous la forme :

$$A_h = \frac{P_h}{P_c}, \quad (2.10)$$

où P_h est la puissance du faisceau horizontal et $P_c = mgw_h^3\sqrt{e}/(2\chi)$ est la puissance critique en dessous de laquelle celui-ci ne constitue plus un piège. Pour un col $w_h \sim 40 \mu\text{m}$, cette puissance critique est de l'ordre de 50 mW. La variation de z_0 en fonction du paramètre A_h est représentée sur la figure 2.3. La valeur maximale de $|z_0|$ vaut $w_h/2$, ce qui justifie le fait d'avoir négligé les variations axiales des potentiels, car pour les faisceaux que nous avons utilisés en pratique, $w_h \ll z_{R,h}, z_{R,v}$.

Les puissances les plus faibles que nous avons utilisées sont de l'ordre de $5P_c$ en fin de rampe (cf §2.3.2), soit un décalage du centre du piège de 6 % de la largeur du col, soit 2,4 μm .

Fréquences propres du piège. Pour déterminer les axes propres et les fréquences propres du piège, il faut diagonaliser la matrice Hessienne du potentiel $\Omega[U]$ au niveau de son minimum. En effet, les valeurs propres de $\tilde{\Omega} = \Omega[U](\mathbf{r}_0)/m$ sont les carrés des pulsations propres ; les vecteurs propres donnent les axes propres du piège. Cette matrice s'écrit $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}_h + \tilde{\Omega}_v$ en séparant les contributions des faisceaux :

$$\tilde{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_z^2 \end{pmatrix} + \omega_v^2 \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

en introduisant les pulsations modifiées par le déplacement gravitationnel $\omega_y^2 = \omega_h^2 \exp(-2z_0^2/w_h^2)$ et $\omega_z^2 = \omega_y^2(1 - 4z_0^2/w_h^2)$. Nous les avons tracé en fonction de A_h sur la figure 2.3. La fréquence ω_y reste proche de sa valeur à forte puissance ω_h quel que soit A_h ; par contre, la fréquence ω_z tend vers 0 quand A_h tend vers 1, ce qui est la trace du fait que le système n'est plus piégeant pour $A_h < 1$. Pour nos rampes expérimentales, $A_h \gtrsim 5$, et $\omega_y = \omega_z = \omega_h$ à 1 % près.

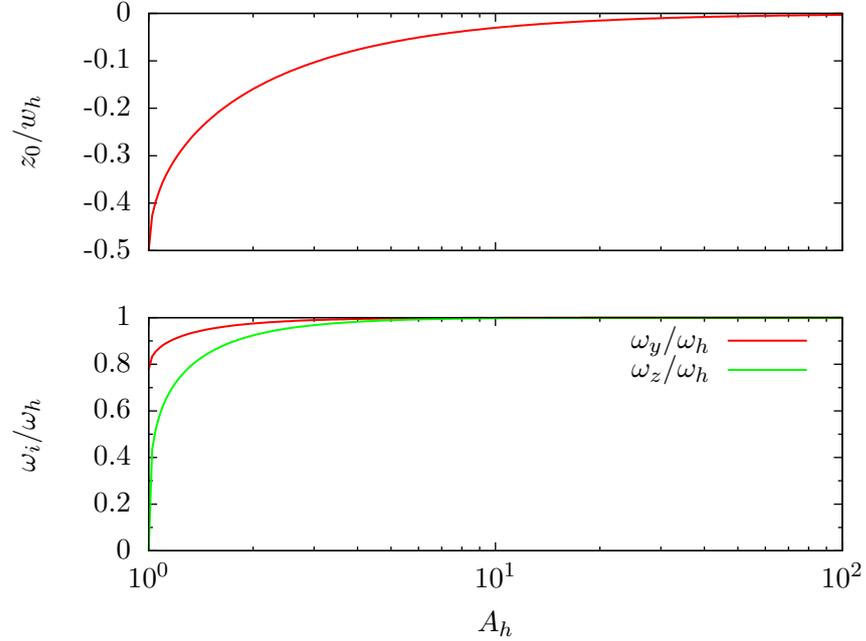


Figure 2.3 – Influence de la gravité au travers du paramètre $A_h = P_h/P_c$. En haut, nous avons représenté la position du centre du piège ; il est d'autant plus décalé vers le bas que P_h se rapproche de la valeur critique P_c . En bas, nous avons représenté les fréquences propres de piégeage transverse dans le faisceau horizontal seul, relativement à la fréquence ω_h en l'absence de gravité. La fréquence transverse horizontale reste peu affectée quel que soit A_h , alors que la fréquence transverse verticale tend vers 0 pour $A_h \rightarrow 1$.

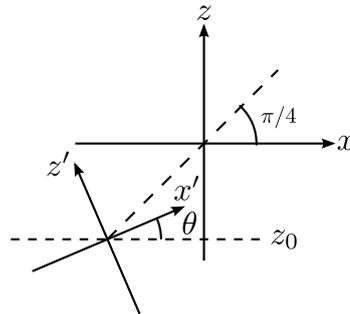


Figure 2.4 – Centre et axes propres du piège constitué par les deux faisceaux dipolaires. L'axe x est l'axe du faisceau horizontal, et le trait en pointillés est celui du faisceau vertical.

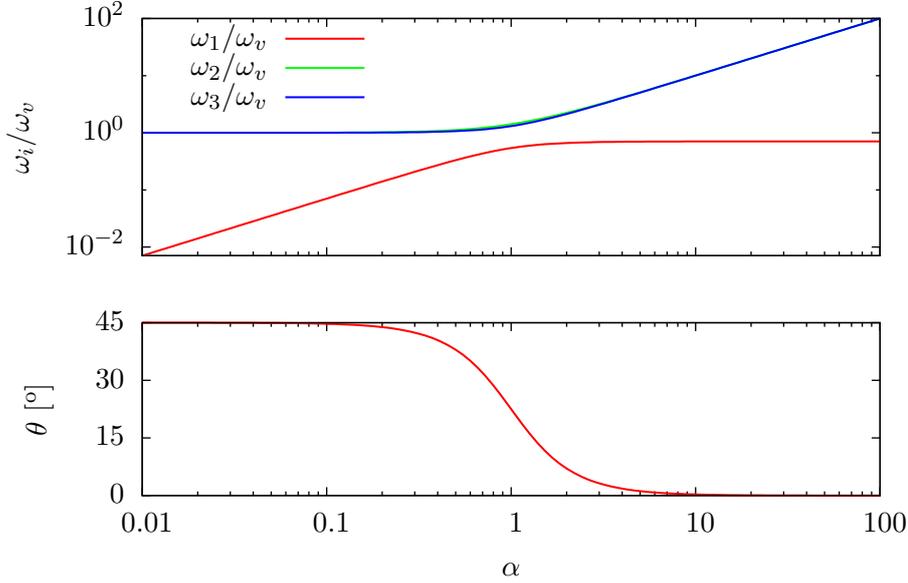


Figure 2.5 – Variation des pulsations propres ainsi que de l'angle entre les axes propres et les axes (x, z) en fonction du rapport α , pour $P_h/P_c \gg 1$.

En examinant l'expression de $\tilde{\Omega}$, on voit immédiatement que l'axe y reste un axe propre du piège, et que la fréquence sur cet axe vaut $\omega_2^2 = \omega_y^2 + \omega_v^2$. La diagonalisation du reste de la matrice ne pose pas de problème, et on obtient, en introduisant le rapport $\alpha = \omega_z/\omega_v$:

$$\omega_1^2 = \frac{\omega_v^2}{2} \left(1 + \alpha^2 - \sqrt{1 + \alpha^4} \right) \quad \text{sur l'axe } x' \quad (2.12)$$

$$\omega_3^2 = \frac{\omega_v^2}{2} \left(1 + \alpha^2 + \sqrt{1 + \alpha^4} \right) \quad \text{sur l'axe } z', \quad (2.13)$$

l'axe x' faisant un angle θ avec l'horizontale (voir figure 2.4) donné par :

$$\tan \theta = \frac{1}{\alpha^2 + \sqrt{1 + \alpha^4}}. \quad (2.14)$$

L'axe associé à la pulsation z' se déduit du précédent par une rotation d'angle $\pi/2$ autour de l'axe y . On a représenté sur la figure 2.5 la variation des fréquences propres et de l'angle θ en fonction du paramètre α pour $A_h \gg 1$, ce qui est le cas pour la majeure partie des rampes expérimentales.

La lecture de ces résultats amène plusieurs remarques :

- les fréquences propres de piégeage dépendent de deux paramètres : l'un, A_h , compare la force de gravitation à la force maximale exercée par le faisceau *horizontal* sur les atomes ; l'autre, α , compare les fréquences de piégeage transverse des faisceaux.

- le piège ne peut pas être isotrope. Il s'en rapproche le plus lorsque $A_h \gg 1$ et $\alpha = 1$, et les trois fréquences sont alors dans le rapport $0,54 : 1 : 1,30$.

Profondeur du piège. Pour déterminer la profondeur de piégeage U_0 , il faut analyser les voies de sorties les plus favorables. Il y en a *a priori* deux : les atomes peuvent s'échapper sur l'axe du faisceau horizontal ou sur l'axe du faisceau vertical. Toutes les autres possibilités sont nécessairement moins avantageuses d'un point de vue énergétique puisqu'il faut gravir les potentiels créés par les deux faisceaux. La voie la plus favorable va donc dépendre de la profondeur respective de chacun des potentiels horizontaux et verticaux.

Nous avons utilisé deux approches au cours de nos expériences (*cf* §2.3.2) : dans la première, nous avons maintenu constant le rapport des puissances des deux faisceaux, de façon à ce que le paramètre α soit voisin de 1. La profondeur se déduit alors de l'un ou l'autre des deux faisceaux indifféremment ; dans la seconde, on a utilisé des intensités verticales plus importantes que l'intensité horizontale, de façon à conserver une fréquence de piégeage élevée. La profondeur du piège est alors dictée par la profondeur du faisceau horizontal.

Dans tous les cas, il suffit de s'intéresser à la profondeur du piège constitué par le faisceau horizontal pour déterminer la profondeur du piège dipolaire croisé. Nous avons tracé celle-ci sur la figure 2.6 en fonction de $A_h = P/P_c$, qui constitue le seul paramètre intervenant. Dès que l'on dépasse le seuil, la profondeur augmente quasi-linéairement avec la puissance (comme en l'absence de gravité).

2.1.3 Un modèle simplifié d'évaporation

Après chargement dans le piège dipolaire, la densité dans l'espace des phases du gaz est de l'ordre de 10^{-5} ; il faut donc encore gagner cinq ordres de grandeur pour atteindre le régime de dégénérescence quantique. Ce gain est possible en utilisant un refroidissement par évaporation [57].

Nous présentons ici un modèle d'évaporation dans un piège dipolaire s'inspirant de celui présenté dans la référence [58]. Dans la suite, nous considérons un gaz piégé dans le potentiel créé par deux faisceaux dipolaires croisés, dont le rapport des puissances est maintenu constant. En négligeant l'influence de la gravité, la fréquence moyenne de piégeage est donc proportionnelle à la racine de la profondeur du piège (*cf* §2.1.2).

Description du modèle. Quatre hypothèses sont à la base des calculs :

1. le taux de collisions est suffisamment grand pour qu'à tout instant, le gaz soit dans un quasi-état d'équilibre thermodynamique malgré la hauteur finie du potentiel ;

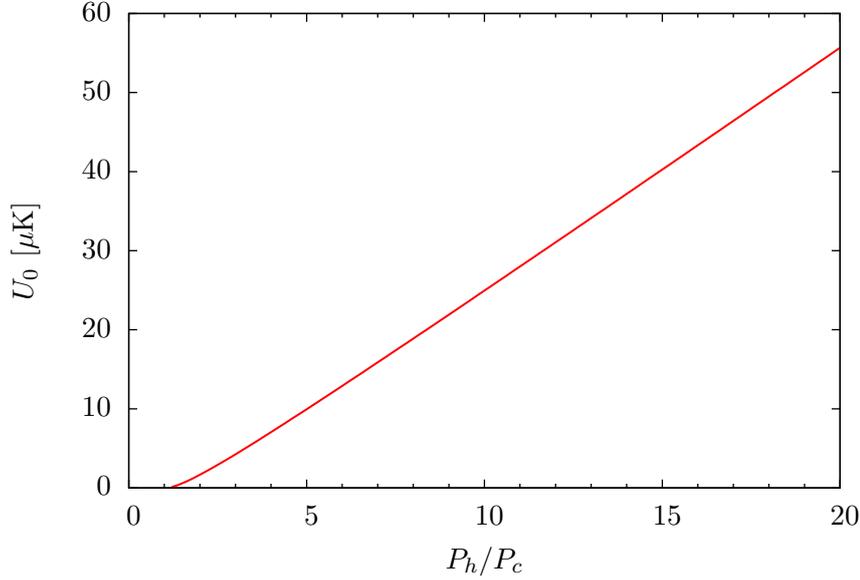


Figure 2.6 – Profondeur U_0 de notre piège dipolaire croisé en fonction de P_h/P_c , pour un faisceau horizontal de $40\ \mu\text{m}$ de largeur. On retrouve le seuil pour $P_h = P_c$; la profondeur augmente ensuite quasi-linéairement avec la puissance.

2. l'énergie thermique $k_B T$ est faible devant la profondeur du piège $U(t)$ à tout instant t ;
3. la température est grande devant la température critique T_c de la transition de Bose-Einstein;
4. le potentiel créé par les faisceaux dipolaires est remplacé par un potentiel harmonique de profondeur finie $U(t)$.

Dans ces conditions, on peut approximer la densité de particules dans l'espace des phases par une distribution de Maxwell-Boltzmann tronquée à ³ $U(t)$ [59] :

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = Z e^{-\beta\epsilon} \Theta[U(t) - \epsilon] , \quad (2.15)$$

avec $\epsilon = \mathbf{p}^2/(2m) + \sum_i m\omega_i^2 x_i^2/2$ l'énergie d'une particule située en \mathbf{x} et d'impulsion \mathbf{p} , $\beta = (k_B T)^{-1}$ et Z analogue à la fugacité introduite au §2.1. Cette pseudo-fugacité Z est également la densité de particules dans l'espace des phases au centre du piège. Sa valeur est fixée par la condition de normalisation $\int f = N$, et vaut $Z = N (\beta\hbar\omega)^3 / P_3(\eta)$, où $P_3(x)$ est une fonction Gamma incomplète [60].

Le paramètre $\eta = \beta U_0$, qui compare la profondeur du piège à l'énergie thermique moyenne, est le paramètre le plus important à considérer lorsqu'on s'intéresse au refroidissement par évaporation. Comme on le verra, les

3. $\Theta(x)$ est la fonction de Heaviside.

exposants apparaissant dans les lois d'échelles ne dépendent que de η , et la cinétique de l'évaporation est également régie par η (et le taux de collisions élastiques initial). On supposera dans la suite que η est suffisamment grand pour pouvoir simplifier les expressions, soit en pratique⁴ $\eta \gtrsim 5$.

Taux de pertes. À partir de l'équation de Boltzmann en onde s [61] et de la distribution (2.15), on peut déterminer les taux de pertes d'atomes et d'énergie dues à la hauteur finie du potentiel :

$$\left(\frac{\dot{N}}{N}\right)_{\text{ev}} = -\Gamma_{\text{ev}} \quad (2.16)$$

$$\left(\frac{\dot{E}}{E}\right)_{\text{ev}} = -\Gamma_{\text{ev}} \frac{\eta + \kappa}{3}, \quad (2.17)$$

où $\kappa = (\eta - 5)/(\eta - 4)$ et où le taux d'évaporation Γ_{ev} est donné par l'équation :

$$\Gamma_{\text{ev}} = 2\gamma e^{-\eta}(\eta - 4), \quad (2.18)$$

avec γ le taux de collisions élastiques.

Au cours de l'évaporation, on va diminuer la hauteur de potentiel U pour empêcher la *stagnation* de l'évaporation, c'est-à-dire son ralentissement exponentiel à mesure que η augmente. Pour diminuer U , on diminue la puissance des faisceaux de piégeage dipolaire ; il se produit donc également une décompression que l'on va supposer adiabatique. Au cours d'une telle évolution, on montre que E/ω reste constant. Il y a alors une diminution de l'énergie donnée par :

$$\left(\frac{\dot{E}}{E}\right)_{\text{ad}} = \frac{1}{2} \frac{\dot{U}}{U}. \quad (2.19)$$

Lois d'échelle. On suppose maintenant que la diminution de profondeur du potentiel est telle que η reste constant tout au long de l'évolution du système. On a alors $T \propto U$ et on peut alors montrer à partir de (2.15) que l'énergie vérifie :

$$\frac{\dot{E}}{E} = \frac{\dot{N}}{N} + \frac{\dot{U}}{U}. \quad (2.20)$$

En négligeant tous les types de collisions inélastiques (et donc les pertes associées), les équations (2.16), (2.17), (2.19) et (2.20) régissent entièrement l'évolution du système. En les combinant on peut établir les lois d'échelles reliant les diverses quantités physiques importantes du problème. Tout d'abord, le nombre d'atomes est lié à la profondeur par :

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{U}{U_0}\right)^{\frac{3/2}{\eta-3}}, \quad (2.21)$$

4. On veut en fait que $e^{-\eta}(1 + \eta + \eta^2/2) \ll 1$; cette quantité est inférieure à 0,1 quand $\eta > 5,3$.

où $\eta' = \eta + \kappa$. Ensuite, comme mentionné précédemment, la densité dans l'espace des phases Z est proportionnelle à $N\omega^3/T^3$. On a donc :

$$\frac{Z}{Z_0} = \left(\frac{U}{U_0}\right)^{-\frac{3}{2}\frac{\eta'-4}{\eta'-3}} = \left(\frac{N}{N_0}\right)^{-(\eta'-4)}. \quad (2.22)$$

Enfin le taux de collisions élastiques γ est proportionnel à $N\omega^3/T$, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \left(\frac{U}{U_0}\right)^{\frac{\eta'/2}{\eta'-3}}. \quad (2.23)$$

Lois d'évolution temporelle. En combinant les équations (2.16), (2.23) et (2.21), on peut pour finir déterminer la dépendance temporelle de la profondeur du piège, car celle-ci est imposée par l'hypothèse d'évaporation à η constant :

$$\frac{U}{U_0} = \left(1 + \frac{t}{\tau}\right)^{-2\frac{\eta'-3}{\eta'}}, \quad (2.24)$$

où la constante de temps τ est donnée par :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2}{3}\eta'(\eta - 4)e^{-\eta}\gamma_0. \quad (2.25)$$

Compte-tenu des lois d'échelles (2.21), (2.22) et (2.23), on déduit de cette dépendance temporelle celle du nombre d'atomes, de la densité dans l'espace des phases et du taux de collisions. On constate que dans la limite étudiée ($\eta > 5$), le taux de collisions reste borné à tout instant, il n'a pas d'*emballement* de l'évaporation, caractérisé par la divergence de γ en temps fini. En fait, il ne peut jamais y avoir emballement dans cette configuration, en raison de la décompression accompagnant la baisse de profondeur du piège. Ce résultat est à contraster avec la situation d'évaporation dans un piège magnétique, où les fréquences de piégeage ne dépendent pas de la profondeur du piège (imposée par un couteau radio-fréquence), et pour laquelle il y a emballement dès que $\eta > 4,6$ (en négligeant les collisions inélastiques) [62].

Récemment, Clément *et al.* [63] ont montré qu'en utilisant une géométrie de piège croisé particulière, où l'un des deux faisceaux est très large devant l'autre et où le croisement est imparfait, on peut contrôler indépendamment la profondeur et les fréquences du piège ainsi constitué; ils ont ainsi pu retrouver un emballement de l'évaporation.

2.2 Dispositif expérimental

La base du montage est celle présentée au chapitre 1 : nous superposons sur l'axe longitudinal d'un piège magnéto-optique bidimensionnel un faisceau de piégeage dipolaire, de façon à optimiser le transfert d'atomes. La

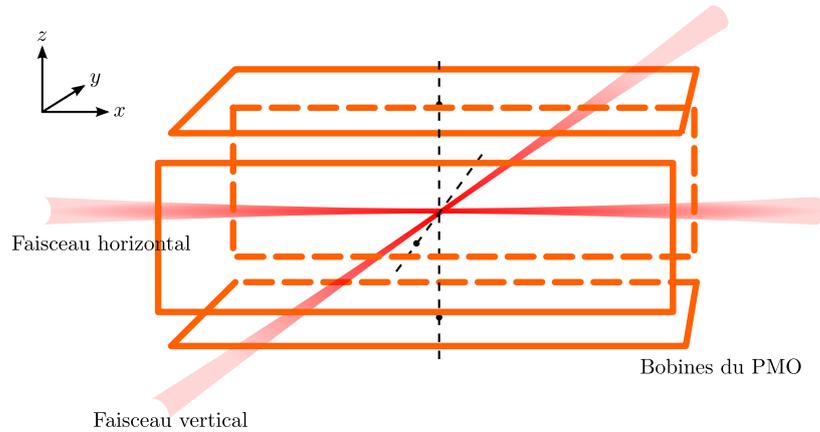


Figure 2.7 – Vue schématique du dispositif expérimental. Le faisceau vertical fait un angle de 45° avec le faisceau horizontal et avec la verticale. Les faisceaux sont croisés au centre du piège magnéto-optique.

différence réside dans l'ajout d'un second faisceau dipolaire, dérivé du même laser, et croisé avec le précédent au centre du piège magnéto-optique. Pour des raisons d'encombrement du dispositif, le seul accès optique praticable imposait que ce faisceau soit orienté selon un angle de 45° par rapport au précédent et à la verticale. La figure 2.7 présente une vue d'ensemble du dispositif.

Pour préparer le deuxième faisceau dipolaire, nous avons utilisé la partie du faisceau non déviée par la séparatrice située après la fibre, qui jusqu'alors ne servait pas (*cf* §1.2.4). On dispose ainsi de deux voies complètement indépendantes. Un modulateur acousto-optique a été mis en place sur chaque voie de façon à pouvoir contrôler indépendamment leur puissance. Nous utilisons des ordres diffractés différents pour chaque faisceau ; on obtient ainsi une différence de fréquence de 80 MHz qui permet de s'affranchir d'éventuelles interférences. Enfin, les faisceaux sont préparés par un jeu de lentilles pour avoir les caractéristiques voulues dans la chambre.

Dans cette section, nous détaillons le montage optique permettant la mise en forme des faisceaux, puis nous présentons succinctement l'électronique d'asservissement de la puissance de ceux-ci.

2.2.1 Mise en forme des faisceaux

Nous avons représenté sur la figure 2.8 le montage optique utilisé pour mettre en forme les deux faisceaux constituant le piège dipolaire. Les deux faisceaux proviennent du laser IPG ; ils sont séparés peu après la sortie de la fibre. Chaque faisceau passe ensuite par un modulateur acousto-optique permettant de contrôler sa puissance, après avoir été mis en forme par un premier télescope, de façon à ce que leur col ait la bonne largeur et au niveau

du cristal acousto-optique. Le reste des éléments optiques sert à obtenir les cols voulus au centre du piège magnéto-optique.

Mise en forme du faisceau horizontal : le zoom. Lors de l'étude initiale du montage expérimental, il nous est apparu intéressant d'avoir la possibilité de réaliser une compression du nuage par changement de la largeur du col du faisceau pour augmenter la densité atomique [53]. Nous avons donc conçu un dispositif de *zoom*, avec les contraintes expérimentales suivantes :

- mettre en œuvre au plus deux lentilles sur translation, car nous disposons de deux platines de translation du type de celle utilisée pour réaliser le transport optimal d'atomes (*cf* §1.4.1), l'une ayant un débattement de 10 cm, l'autre de 5 cm ;
- utiliser des lentilles de focales disponibles aisément sur catalogue ;
- réaliser au niveau de la chambre du piège magnéto-optique (soit 50 cm en aval du dispositif) une variation de largeur du col d'un facteur au moins 5 ;
- avoir une largeur de 40 μm de col accessible dans la plage du zoom.

Un zoom « géométrique ». Nous commençons par nous placer dans le cadre de l'optique géométrique paraxiale, et cherchons à concevoir un dispositif afocal dont le grandissement est variable par déplacement d'une ou deux lentilles. Nous allons étudier un dispositif centré à trois lentilles, deux convergentes et de même focale f , et une divergente située entre les deux précédentes et de focale $-f_d$ (voir figure 2.9).

Nous allons utiliser le formalisme des matrices $ABCD$ [64] pour déterminer les caractéristiques du faisceau émergent lorsque le faisceau incident est parallèle et de taille r_e . On a donc :

$$\begin{pmatrix} r_s \\ \theta_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_e \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ avec} \quad (2.26)$$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/f_d & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Pour que le dispositif soit afocal, nous imposons que $\theta_s(x, y) = 0$ quels que soient x et y , soit $C = 0$. En posant $\bar{x} = x - f$ et $\bar{y} = y - f$, nous obtenons l'équation :

$$\bar{x}\bar{y} + f_d(\bar{x} + \bar{y}) = 0, \quad (2.28)$$

dont nous déduisons le déplacement à imposer à la dernière lentille pour une position de la lentille divergente donnée :

$$\bar{y} = -f_d \frac{\bar{x}}{\bar{x} + f_d}. \quad (2.29)$$

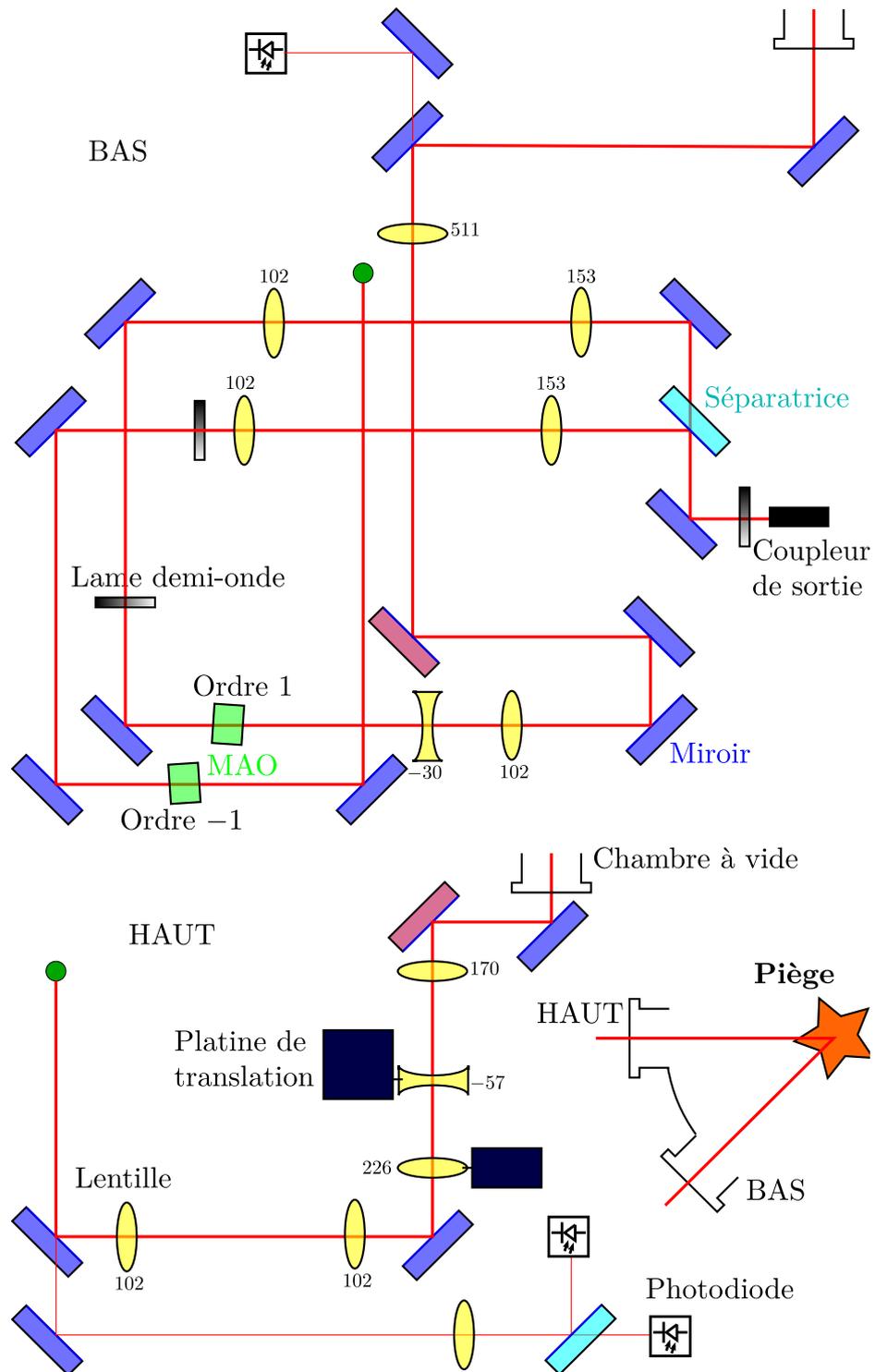


Figure 2.8 – Montage optique utilisé pour mettre en forme les faisceaux dipolaires. Les valeurs mentionnées au côté des lentilles sont leur focale en mm.

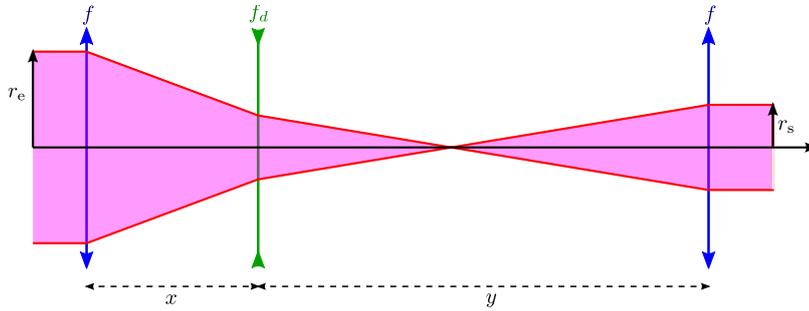


Figure 2.9 – Un zoom afocal en optique géométrique. Pour changer le grandissement du dispositif, il faut déplacer la lentille divergente, en ajustant la position de la dernière lentille pour conserver le caractère afocal du système optique.

Le grandissement du système, défini par $G = r_s/r_e$, est égal à A et vaut :

$$G = - \left(1 + \frac{\bar{x}}{f_d} \right) . \quad (2.30)$$

Pour se faire une idée plus précise du déplacement des lentilles, introduisons la longueur totale du dispositif d :

$$d - 2f = \bar{x} + \bar{y} = \frac{\bar{x}^2}{\bar{x} + f_d} . \quad (2.31)$$

Nous avons représenté sur la figure 2.10 la longueur du dispositif en fonction de la position x de la lentille divergente, ainsi que le grandissement associé, dans le cas particulier où $f_d = f/3$. On constate que la plage de position accessible à la lentille divergente est bornée ; la borne supérieure est donnée par l'équation $d = x$, soit $\bar{x} = f f_d / (f_d - f)$. On voit sur cet exemple simple qu'il est possible de changer la taille d'un faisceau classique sur une large plage en translatant deux lentilles.

Un zoom « gaussien ». En fait, nous manipulons un faisceau gaussien dans notre expérience ; le formalisme géométrique précédent doit être adapté à l'optique gaussienne. Le but d'un zoom gaussien est de pouvoir faire varier la taille du col du faisceau sans changer sa position. Malheureusement, un zoom géométrique afocal ne vérifie pas cette propriété ! L'étude précédente nous a tout de même montré qu'un système de trois lentilles dont deux mobiles doit nous permettre d'atteindre notre objectif, et nous avons donc analysé cette option numériquement.

Cette analyse nous a montré qu'un triplet de lentilles de focales $f_1 = 226$ mm, $f_2 = -57$ mm et $f_3 = 170$ mm permet de réaliser un zoom gaussien qui, à partir d'un faisceau de 4 mm de large, donne un faisceau de $27 \mu\text{m}$ à $154 \mu\text{m}$ de large au niveau des atomes, tout en respectant les contraintes

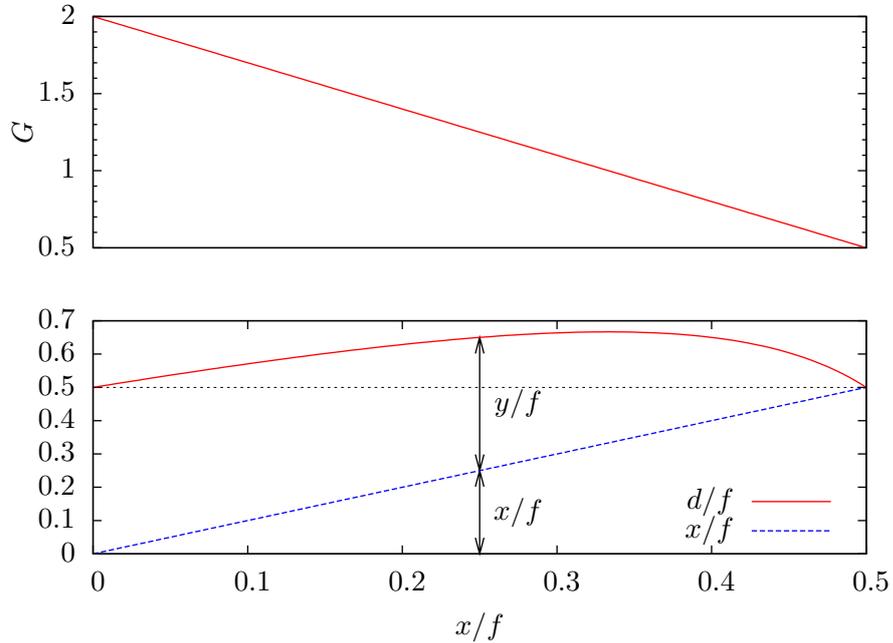


Figure 2.10 – Longueur du zoom géométrique (en bas) et grandissement correspondant (en haut), en fonction de la position x de la lentille divergente.

spatiales concernant le mouvement des lentilles dues aux platines de translation et aux montures de nos optiques. Les lentilles de focales 226 mm et 170 mm sont des doublets disponibles chez CVI, corrigés pour les aberrations sphériques à notre longueur d'onde. La lentille de focale -57 mm est constituée de deux lentilles CVI de focales 114 mm accolées.

Calibration du zoom. Nous avons calibré expérimentalement le dispositif au moyen de notre caméra CCD, placée sur le trajet du faisceau après transmission par le dernier miroir. La caméra est placée sur le point symétrique du centre du piège par rapport au miroir. On scanne ensuite la position x_1 de la première translation, en ajustant à chaque fois la position x_2 de la seconde de façon à avoir le col du faisceau au niveau du capteur CCD (en minimisant la largeur de col mesurée). Le résultat de cette procédure est présenté sur la figure 2.11 ; nous avons accès à la fois à la calibration de la largeur du col du faisceau en fonction de x_1 et à la position x_2 à imposer à la seconde platine pour que le col ne bouge pas.

La plage de cols accessible va de $30 \mu\text{m}$ à $150 \mu\text{m}$, ce qui est remarquablement proche des valeurs calculées ; le dispositif satisfait en tous points le cahier des charges que nous avons établi. Les expériences présentées dans cette thèse ne tirent pas parti des possibilités offertes par ce zoom, car cela n'a pas été nécessaire pour obtenir la condensation de Bose-Einstein avec

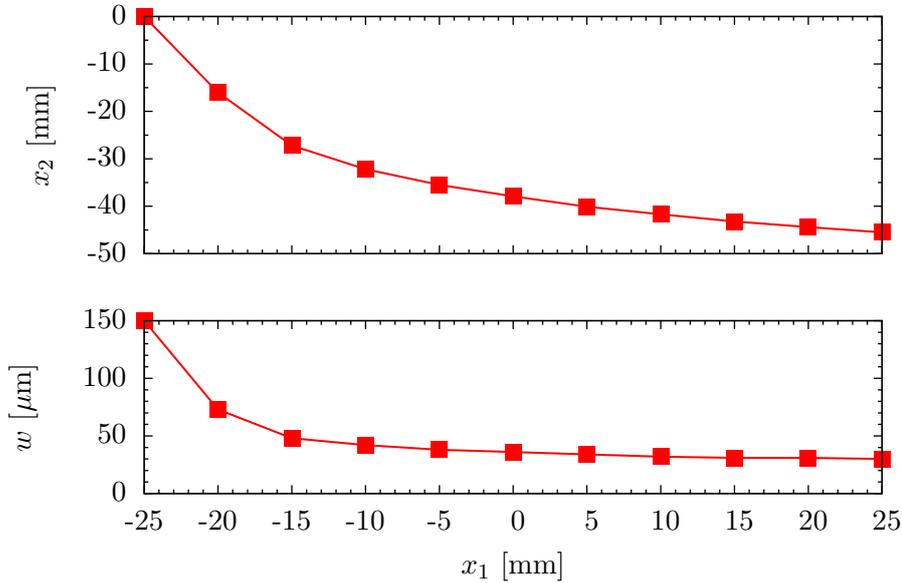


Figure 2.11 – Calibration de la largeur du col du faisceau ainsi que de la position x_2 de la seconde platine en fonction de la position x_1 de la première platine, de façon à avoir le col du faisceau au centre du piège magnéto-optique. L’origine des axes x_1 et x_2 est arbitraire.

un nombre suffisant d’atomes. Toutefois, nous espérons pouvoir augmenter significativement le nombre d’atomes condensés dans un avenir proche en utilisant un faisceau large pour le chargement, et donc un volume de capture plus grand, puis en comprimant celui-ci au cours de la phase initiale d’évaporation, pour avoir des fréquences d’oscillations suffisamment élevées et pouvoir ainsi aller jusqu’à la condensation.

Mise en forme du faisceau vertical. Nous avons également utilisé un jeu de trois lentilles pour obtenir la largeur de col désirée au niveau du centre du piège magnéto-optique (voir figure 2.8). L’ensemble des deux premières lentilles nous permet de préparer un faisceau de taille contrôlable « à la main » grâce à une platine de translation manuelle, qui est ensuite focalisé à l’endroit voulu par la dernière lentille. La largeur du faisceau au niveau du piège dépend de la largeur incidente sur la dernière lentille. Ce dispositif nous a permis de préparer des faisceaux de largeur comprise entre 100 μm et 300 μm . Pour nos premières expériences, nous utilisons un faisceau de 250 μm de large ; puis, au fil du temps, nous avons convergé vers un faisceau de 150 μm de large. Notons que l’obtention de la condensation n’est pas crucialement liée à la largeur choisie : cette variation résulte de l’optimisation progressive du nombre d’atomes, ayant conduit à un gain d’un facteur 2 sur celui-ci.

2.2.2 Contrôle des puissances des faisceaux

Comme expliqué au §1.2.5, nous devons stabiliser activement la puissance des faisceaux dipolaires, et nous mesurons pour cela la puissance des faisceaux au moyen de photodiodes, pour rétroagir sur la puissance de la radio-fréquence injectée dans le modulateur acousto-optique.

Asservissement de la puissance du faisceau horizontal. Pour atteindre le régime de dégénérescence quantique, il nous faut maintenant être capable de maîtriser la puissance du faisceau horizontal sur deux ordres de grandeur : la puissance initiale est de l'ordre d'une dizaine de Watts, pour transférer un maximum d'atomes du piège magnéto-optique dans le piège dipolaire, et la puissance finale est de l'ordre de quelques centaines de mW.

Cette large gamme dynamique rend la conception du dispositif d'asservissement malaisée. En effet, avec les composants « classiques » à notre disposition, leur intégration manuelle sur des plaques d'essais et l'utilisation de câbles BNC pour relier les divers éléments entre eux (l'ordinateur, l'asservissement, les photodiodes et le modulateur acousto-optique), le bruit électronique que nous mesurons sur nos signaux est de l'ordre de 10 mV. Nous voulons donc travailler avec des signaux (au moins) de l'ordre du Volt pour ne pas être gênés par ce bruit, ce qui limite la plage dynamique à un seul ordre de grandeur !

Pour contourner le problème, nous avons suivi la méthode proposée par Fuchs *et al.* [65]. Il s'agit d'utiliser deux photodiodes de sensibilités différentes pour mesurer la puissance lumineuse et de sommer les tensions obtenues. De cette manière, on obtient deux gains différents en fonction de la puissance lumineuse : à basse puissance, la contribution de la photodiode sensible domine ; à plus haute puissance, son électronique sature à une valeur maximale, et c'est la photodiode moins sensible qui détermine le niveau du signal. Le schéma du dispositif complet est présenté sur la figure 2.12.

La figure 2.13 montre une courbe de calibration typique du dispositif, réalisée à l'aide d'un puissance-mètre placé en aval sur le faisceau. Le système remplit bien son rôle, le signal à stabiliser en fin de rampe est maintenant de l'ordre du Volt. Toutefois, cette technique présente deux inconvénients :

- l'augmentation de précision à basse puissance se paye nécessairement par une diminution de la bande passante à haute puissance. Dans notre cas, nous avons mesuré une bande passante de l'ordre de 30 kHz pour les faibles puissances, et de 5 kHz pour les hautes puissances, conséquence du facteur 6 sur les sensibilités des photodiodes ;
- il est indispensable de tenir compte de la rupture de pente présentée par la puissance de sortie en fonction de la consigne, ce qui rend la programmation des rampes d'évaporation moins aisée.

Nous envisageons d'améliorer cet asservissement en utilisant une seule photodiode suivi par un amplificateur logarithmique, ce qui permet d'aug-

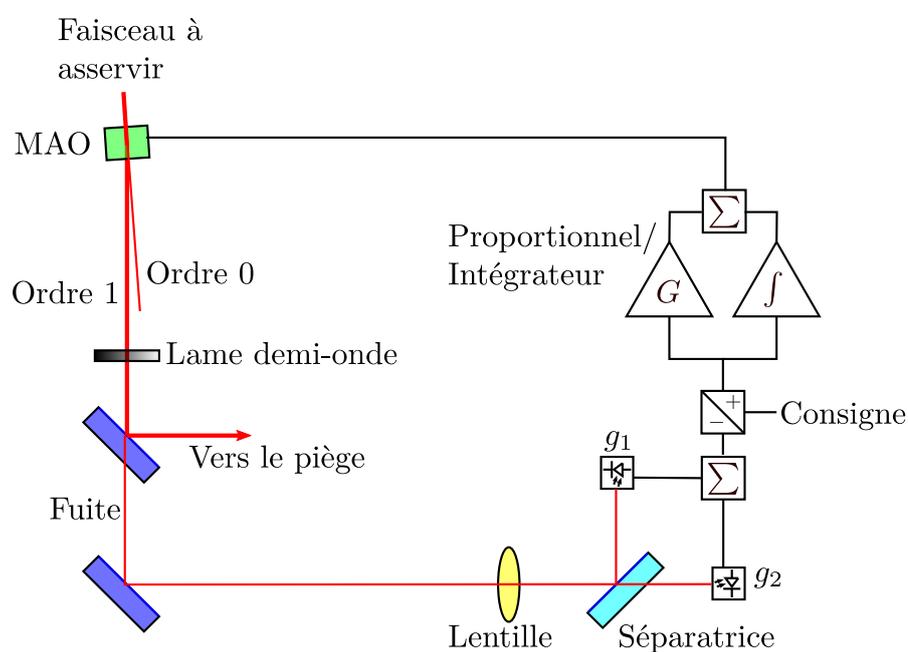


Figure 2.12 – Schéma du dispositif d'asservissement de la puissance du faisceau horizontal. Deux photodiodes de gains différents sont utilisées pour augmenter la plage dynamique de l'asservissement.

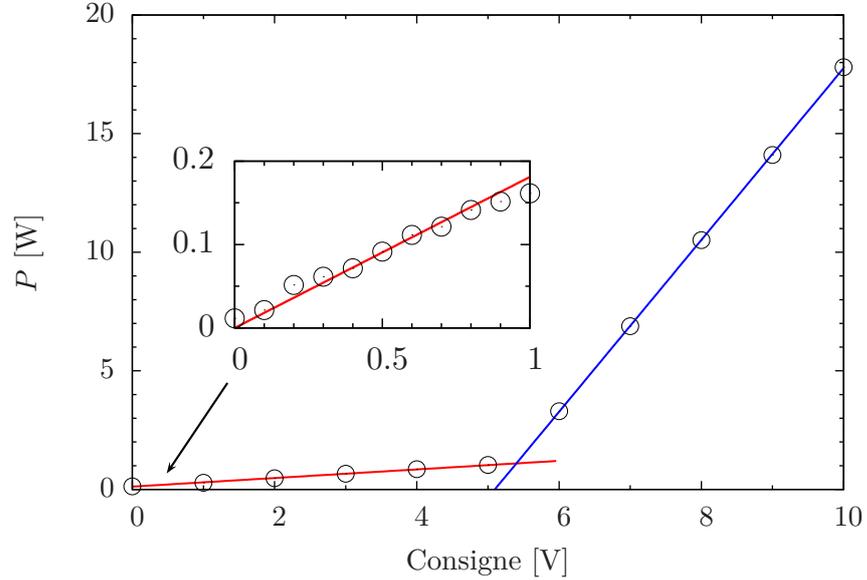


Figure 2.13 – Courbe de calibration du dispositif d’asservissement de puissance du faisceau horizontal. La rupture de pente correspond à la saturation de la photodiode sensible ; le gain est alors divisé par un facteur 6.

menter la gamme dynamique du dispositif sans rupture de pente de la réponse du système.

Asservissement de la puissance du faisceau vertical. L’échelle de puissance utilisée est bien plus réduite pour le faisceau vertical, en raison de sa largeur de col bien plus importante. Nous avons donc utilisé l’asservissement présenté au chapitre 1, dont nous nous servions pour contrôler la puissance du faisceau unique utilisé pour les expériences de transport d’atomes.

2.3 Préparation de condensats de Bose-Einstein

La préparation de condensats de Bose-Einstein avec notre dispositif expérimental se décompose en deux étapes principales, que l’on retrouve sur la figure 2.14 :

- le chargement du piège à partir du piège magnéto-optique. Cette étape est calquée sur le chargement du piège simple présenté au chapitre 1. La seule différence notable est que le second faisceau est lui aussi allumé au début de la phase de chargement du piège magnéto-optique à une puissance de l’ordre de 50 W. Nous avons vérifié que la présence de ce second faisceau ne perturbe pas le chargement du piège constitué par

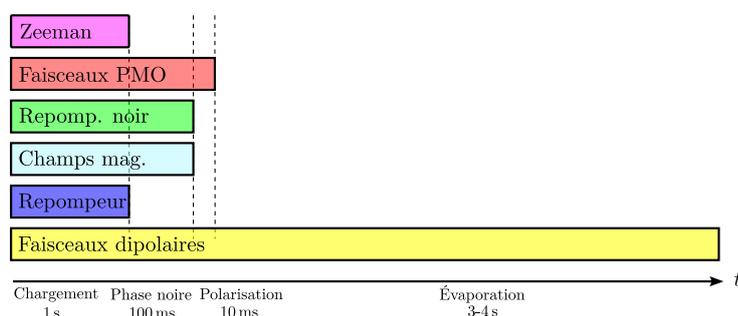


Figure 2.14 – Diagramme temporel de la séquence utilisée pour préparer un condensat de Bose-Einstein.

le faisceau horizontal. En fait, compte-tenu de la différence de largeur des cols des faisceaux et des puissances initiales employées, le second faisceau n'a qu'une faible incidence sur le piège vu par les atomes lors de la phase de chargement et du début de l'évaporation ;

- l'évaporation jusqu'au régime de dégénérescence quantique. Comme au chapitre 1, nous effectuons un refroidissement par évaporation forcée du gaz piégé dès la fin de la phase de chargement, cette fois-ci en diminuant conjointement la puissance des deux faisceaux dipolaires. Au cours de ce processus, la densité dans l'espace des phases du gaz piégé augmente très rapidement jusqu'à atteindre la valeur critique de condensation après seulement 3 s à 4 s d'évaporation.

Nous obtenons ainsi quotidiennement des condensats quasi-purs (sans nuage thermique observable) contenant 2×10^5 atomes, la température critique de transition se situant autour de 200 nK.

2.3.1 Signature expérimentale de la transition

Pour savoir si nous avons franchi le seuil de condensation, il est nécessaire de disposer d'une signature claire permettant de distinguer un nuage thermique d'un nuage condensé. En raison de la faible anisotropie de notre piège (*cf* §2.3.3), l'inversion d'ellipticité, caractéristique des nuages dans le régime hydrodynamique, et donc des condensats par opposition aux nuages thermiques, n'est pas une signature suffisamment claire dans notre cas.

Par contre, lorsque l'on franchit la transition, le nuage présente un profil de densité *bimodal*, avec un cœur dense constitué par les atomes condensés et des ailes plus diluées constituées des atomes thermiques restants (*cf* §4.4.3). C'est cette signature qui nous a servi à identifier le franchissement de la transition de Bose-Einstein et l'entrée de nos gaz dans le régime de dégénérescence quantique. La figure 2.15 présente une suite typique d'images de nuages, prises à des temps d'évaporation croissants, et montrant clairement l'apparition de la double structure lorsque l'on descend sous la température

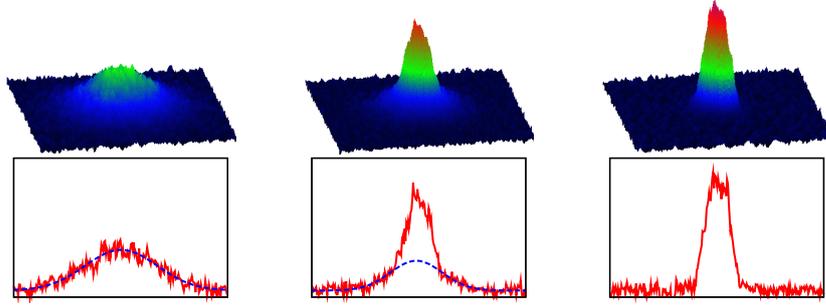


Figure 2.15 – Signature de la transition de Bose-Einstein dans notre dispositif. Lorsque la température est inférieure à la température critique (sans toutefois être trop basse), le profil de densité du nuage présente une double structure caractéristique de la présence d'un condensat.

critique, puis la disparition de celle-ci lorsque l'on ne peut plus distinguer les ailes thermiques en raison du trop faible nombre d'atomes non condensés.

Disposer d'une signature claire est crucial pour pouvoir affirmer sans aucun doute possible que le nuage préparé est dans le régime de dégénérescence quantique. Il n'était par exemple pas réellement possible de distinguer un profil gaussien d'un profil de Thomas-Fermi avec notre système d'imagerie, ce qui nous a conduit à passer deux mois à essayer de refroidir un gaz déjà dégénéré, croyant qu'il était thermique ! Ce n'est que quand nous avons pris la décision d'interrompre la phase d'évaporation *plus tôt* que nous avons compris que l'objectif était atteint, en voyant apparaître la fameuse double structure.

2.3.2 Rampes d'évaporations

Au cours des deux années d'expériences menées impliquant la production de condensats de Bose-Einstein, les rampes utilisées expérimentalement ont beaucoup évolué. Le premier signal a été obtenu avec une rampe affine par morceaux, en sept morceaux, durant lesquelles le rapport de la puissance horizontale à la puissance verticale était maintenu environ constant à la valeur 30. Ce rapport est tel que les intensités (et donc les profondeurs) des deux faisceaux étaient maintenues environ égales, compte-tenu de la différence de largeur des faisceaux (soit $45\ \mu\text{m}$ et $250\ \mu\text{m}$ environ à ce moment là).

Ensuite, nous avons très rapidement mis en place la possibilité de programmer des rampes quelconques pour chaque faisceau, en discrétisant deux fonctions mathématiques en 1000 segments affines. Nous avons alors suivi la prescription du modèle simple d'évaporation présenté au §2.1.3 pour fixer les rampes de puissance utilisées pour atteindre le régime de dégénérescence quantique, en gardant toujours le rapport des puissances constant égal à

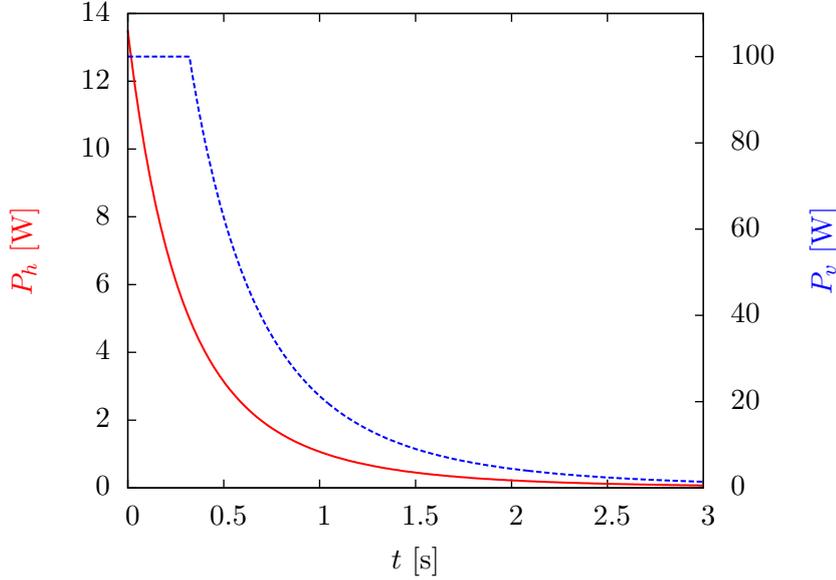


Figure 2.16 – Rampes utilisées pour l’obtention des premiers condensats comportant 10^5 atomes, avec des faisceaux de $45 \mu\text{m}$ et $250 \mu\text{m}$ de largeur.

30, et en laissant libre l’exposant et la constante de temps de la loi (2.24). Nous avons empiriquement optimisé ces quantités pour obtenir le plus grand nombre d’atomes possible dans les condensats produits, jusqu’à obtenir la rampe suivante :

$$P = P_0 \left(1 + \frac{t}{1,3 \text{ s}}\right)^{-4}. \quad (2.32)$$

La valeur de l’exposant ainsi déterminé est hors des valeurs prédites par le modèle. On peut le comprendre en considérant les deux points suivants :

- l’évaporation ne s’effectue pas à η constant. En effet, en début de séquence les fréquences de piégeage sont très importantes, donnant un taux de collisions de plusieurs milliers par seconde. L’évaporation est alors extrêmement efficace et s’effectue à η voisin de 10. En fin de séquence, le taux de collisions a beaucoup chuté, et l’évaporation ralentit beaucoup, et s’effectue à η de l’ordre de 5 ;
- le taux de pertes à deux corps est important en début de rampe ; il faut donc diminuer très rapidement la puissance juste après le chargement pour conserver suffisamment d’atomes. À cet égard, utiliser un exposant élevé est intéressant.

Nous avons obtenu avec ces rampes des condensats comportant environ 10^5 atomes. Nous avons par la suite utilisé des faisceaux plus étroits, de largeur $38 \mu\text{m}$ et $150 \mu\text{m}$, et modifié les rampes, pour augmenter le nombre d’atomes condensés. Nous nous sommes en effet rendu compte qu’il était bien plus intéressant de disposer d’une fréquence de piégeage relativement

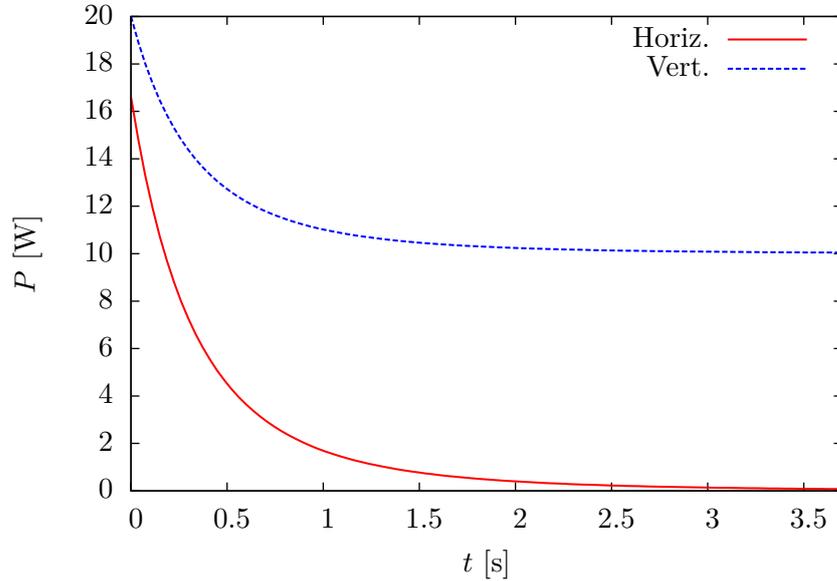


Figure 2.17 – Rampes utilisées pour l’obtention de condensats comportant 2×10^5 atomes, avec des faisceaux de $38 \mu\text{m}$ et $150 \mu\text{m}$ de largeur.

élevée grâce au faisceau vertical, et de contrôler la profondeur à l’aide du faisceau horizontal, ce qui nous a conduit à utiliser les rampes présentées sur la figure 2.17. Nous avons ainsi pu obtenir quotidiennement des condensats comportant 2×10^5 atomes, et aller jusqu’à 3×10^5 atomes en optimisant tous les paramètres de l’expérience.

2.3.3 Mesure des fréquences de piégeage

Pour caractériser nos premiers condensats, et vérifier la cohérence de nos résultats, nous avons procédé à des mesures des fréquences propres du piège par excitation paramétrique du gaz, juste au seuil de condensation.

Il s’agit de moduler une des fréquences de piégeage f_i à une fréquence f_{ex} (ce qui constitue l’*excitation paramétrique*), puis de mesurer la température du gaz après excitation. On montre qu’il y a un transfert important d’énergie lorsque la fréquence d’excitation vérifie $f_{\text{ex}} = 2f_i$, et donc un fort chauffage des atomes piégés [34]. Comme nous travaillons avec des pièges de profondeur finie, ce chauffage doit également s’accompagner de pertes atomiques. Nous enregistrons donc également le nombre d’atomes après excitation. Une forte hausse de la température accompagnée de pertes atomiques est la signature que la fréquence d’excitation utilisée est voisine du double d’une fréquence propre de piégeage.

Avec un piège dipolaire il est aisé de moduler les fréquences de piégeage : il suffit de moduler l’intensité des faisceaux pièges. En fait, comme les fré-

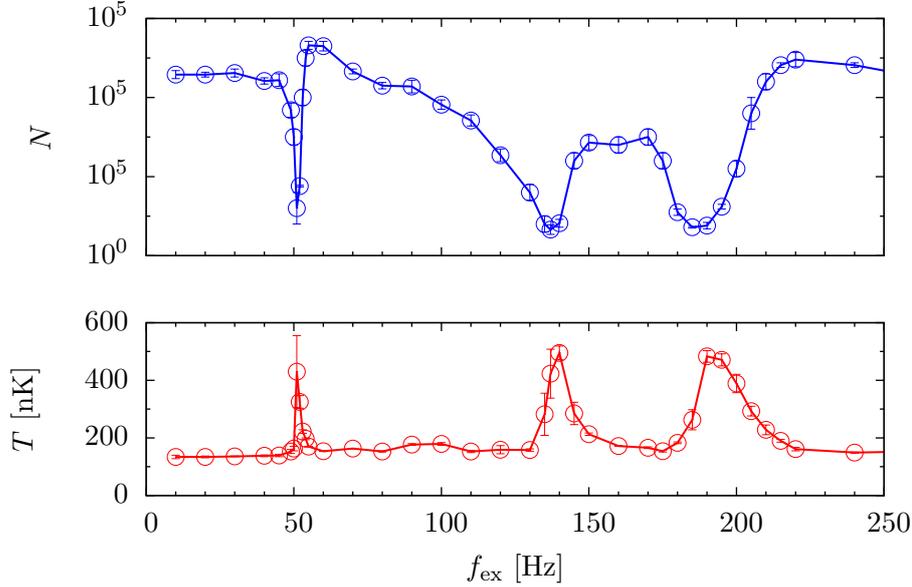


Figure 2.18 – Mesure des fréquences de piégeage au seuil de condensation par excitation paramétrique du piège. Les pics obtenus correspondent au double des fréquences propres du piège. On a donc $\omega/(2\pi) = (25 \text{ Hz}, 70 \text{ Hz}, 85 \text{ Hz})$, et la pulsation moyenne vaut $\omega/(2\pi) = 53 \text{ Hz}$.

quences propres dépendent des paramètres des deux faisceaux (cf §2.1.2), il suffit de moduler l’intensité d’un seul d’entre eux pour moduler les trois fréquences de piégeage. En scannant la fréquence d’excitation f_{ex} , on aura donc accès aux trois fréquences propres du piège.

La figure 2.18 montre les résultats obtenus au cours d’une telle expérience ; on y a représenté le nombre d’atomes et la température en fonction de la fréquence d’excitation. On en déduit les fréquences propres de piégeage, qui valent 25 Hz, 70 Hz et 85 Hz, ce qui correspond à une pulsation moyenne $\omega = 2\pi \times (53 \text{ Hz})$. Cette mesure nous permet de calculer la température de transition théorique pour 10^5 atomes en utilisant l’équation (2.6) : on trouve $T_c = 140 \text{ nK}$, valeur en accord avec la température à laquelle on constate l’apparition d’une double structure caractéristique du condensat de Bose-Einstein, soit environ 150 nK pour nos paramètres expérimentaux.

2.3.4 Durée de vie du condensat et taux de chauffage

Pour bien caractériser notre dispositif, il ne nous reste plus qu’à mesurer la durée de vie des condensats produits, ainsi que le taux de chauffage d’un nuage d’atomes maintenu dans le piège dipolaire. Pour cela, nous commençons par préparer un condensat pur dans le piège dipolaire. Puis nous augmentons la profondeur du piège par un facteur 1,4 en 100 ms, afin de

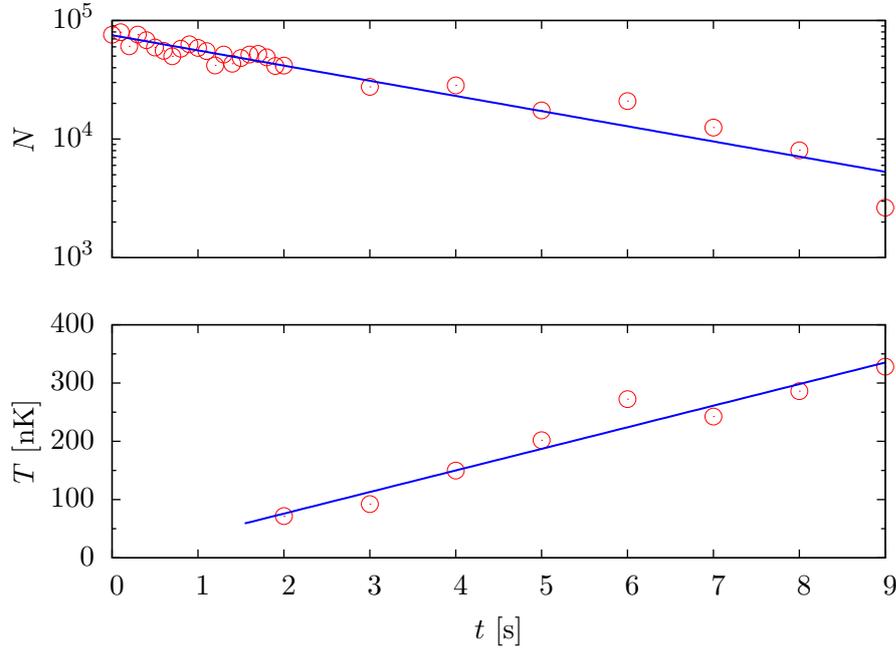


Figure 2.19 – Mesure de la durée de vie du condensat et du taux de chauffage dans le piège dipolaire. On obtient une décroissance exponentielle du nombre d’atome de constante de temps 3,4s, et un taux de chauffage de 37 nK/s. Le nuage reste condensé sur les deux premières secondes de l’expérience.

diminuer l’évaporation libre résiduelle. Enfin, nous enregistrons des images du nuage après un temps de maintien t variable dans le piège.

L’analyse des images nous permet d’extraire le nombre d’atomes (en sommant la contribution de chaque pixel) et la température par ajustement gaussien lorsque les ailes thermiques sont suffisamment importantes (soit pour $t \gtrsim 2$ s). On constate en effet que le nuage reste condensé à près de 100 % durant les deux premières secondes de l’expérience. Les résultats sont présentés sur la figure 2.19 ; le nombre d’atomes décroît exponentiellement avec une constante de temps de 3,4s, et le nuage se réchauffe de 37 nK/s. Notons que la régression linéaire de la température en fonction du temps donne une température initiale inférieure à 20 nK, soit $T/T_c < 0.1$ et $N_0/N > 99,9\%$!

La durée de vie mesurée est faible comparée à celle des atomes dans le piège magnéto-optique (*cf* §1.3). Deux raisons peuvent expliquer cette différence :

- il peut y avoir de la lumière résonnante résiduelle dans l’enceinte, bien que nous ayons utilisé des obturateurs mécaniques avant chaque fibre amenant cette lumière sur le montage ;
- la profondeur du piège dipolaire en fin de rampe, soit 10 μ K, est bien

plus faible que la profondeur d'un piège magnéto-optique (soit plusieurs mK). Le gaz dégénéré est donc bien plus sensible aux collisions avec les atomes relativement froids sortant du ralentisseur Zeeman.

Le taux de chauffage mesuré résulte de la compétition entre les diverses sources de chauffage de l'expérience et l'évaporation libre résiduelle. D'après les puissances et les largeurs de faisceaux utilisées, on estime avec l'équation (1.5) que le taux de chauffage dû à la diffusion de photons est d'environ 50 nK/s. Nous en concluons que les autres sources de chauffage, comme le bruit en intensité résiduel des faisceaux dipolaires, sont négligeables.

Les taux de pertes et de chauffage mesurés sont suffisamment faibles pour envisager l'utilisation de ce dispositif pour manipuler des paquets d'atomes dans le régime de dégénérescence quantique, et en particulier contrôler leur état interne avec un champ micro-onde (*cf* chapitre 3), ou extraire des lasers à atomes guidés par application d'une force magnétique ou gravitationnelle (*cf* chapitre 4) : pour ces expériences, l'échelle de temps caractéristique est de quelques centaines de ms, sur laquelle les pertes et le chauffage sont négligeables.

Conclusion

Nous avons dans ce chapitre décrit le dispositif expérimental nous permettant de produire quotidiennement des condensats de Bose-Einstein contenant 2×10^5 atomes, par un procédé tout-optique, au moyen d'un piège dipolaire dérivé d'un laser fibré IPG. La durée de vie de plusieurs secondes mesurée, ainsi que le faible taux de chauffage observé, nous ont permis de valider l'utilisation de ce type de laser pour la production et la manipulation d'atomes dans le régime de dégénérescence quantique, ce qui n'était pas garanti compte-tenu de la largeur spectrale de plusieurs nm du laser, qui rendait possible l'excitation de raies de photo-ionisation ou de photo-association du ^{87}Rb . Nous avons d'ailleurs observé des pertes inélastiques lors de l'utilisation de densités atomiques élevées et de fortes puissances (*cf* chapitre 1).

L'obtention de condensats de Bose-Einstein par un procédé tout-optique, comme réalisé ici, offre l'avantage d'avoir un taux de répétition très élevé : la séquence ne dure que quelques secondes, contre plusieurs dizaines de secondes à plusieurs minutes pour les expériences utilisant un piège magnétique macroscopique. Combinée à l'analyse en temps réel des images enregistrées dont nous disposons, cette rapidité d'exécution permet de réduire significativement la durée de l'optimisation d'une séquence expérimentale. La mise en route du dispositif nous prenait ainsi typiquement moins d'une heure, la limite fondamentale étant le temps que le laser IPG et les optiques de puissance mettent à se stabiliser en température.

Le nombre d'atomes condensés obtenus, autour de 2×10^5 , permet de

réaliser nos expériences avec un excellent rapport signal à bruit. De plus, la bonne reproductibilité des nuages produits, avec des fluctuations de l'ordre de 5 % du nombre d'atomes, nous permet d'éviter de devoir effectuer de long moyennages lors de l'acquisition des données.

Ces divers points font donc de ce nouveau dispositif expérimental un instrument de choix pour la production et la manipulation de condensats de Bose-Einstein. Nous prévoyons de l'améliorer encore en tirant parti du zoom que nous avons implémenté sur le faisceau vertical, pour bénéficier d'un nombre initial d'atomes plus important, avec comme objectif d'atteindre 10^6 atomes condensés.

Chapitre 3

Contrôle de l'état interne du condensat

L'utilisation de faisceaux très désaccordés permet de piéger indifféremment les atomes dans les divers états internes du niveau fondamental (*cf* chapitre 1). Ce degré de liberté interne enrichit beaucoup l'étude des gaz piégés ultra-froids. En particulier, le paramètre d'ordre de la transition dans cette configuration est un spineur [66, 67] ; il est donc possible d'étudier la dynamique des collisions échangeant le spin, du point de vue temporel [68, 69] ou spatial, où des domaines de polarisations différentes peuvent se former en fonction du caractère dia- ou para-magnétique du gaz [70, 71]. D'un point de vue thermodynamique, aux paramètres N et T décrivant le gaz, on doit ajouter l'aimantation \mathbf{M} , auquel est associée la variable intensive \mathbf{B} : l'état thermodynamique du gaz peut donc être modifié en jouant sur le champ magnétique, pour par exemple refroidir le gaz par démagnétisation adiabatique [72]. Enfin on peut étudier des superpositions d'états quantiques, et leur utilisation potentielle à des fins d'interférométrie atomique [73].

Dans le contexte de la production de lasers à atomes à partir du condensat, la maîtrise de l'état interne de celui-ci permet de contrôler la *polarisation* du laser émis. La structure de l'état fondamental du ^{87}Rb , dont tous les états sont piégeables simultanément par notre piège dipolaire (*cf* §1.1.1), offre un espace de polarisation de dimension 8, plus grand que celui de dimension 2 de la polarisation de l'analogie lumineuse du laser à atomes. On reviendra sur ce point au §4.5, concernant la production de lasers à atomes guidés par un procédé tout-optique.

Au chapitre 2, nous avons présenté le protocole permettant d'obtenir un condensat dans un piège dipolaire croisé. Pour éviter les pertes par relaxation de spin, les atomes sont pompés dans le niveau hyperfin $F = 1$ à la fin du chargement du piège. En revanche, l'évaporation est effectuée à champ nul, de sorte que les trois sous-états magnétiques du niveau $F = 1$ sont dégénérés, et le condensat obtenu est un mélange statistique de ces trois

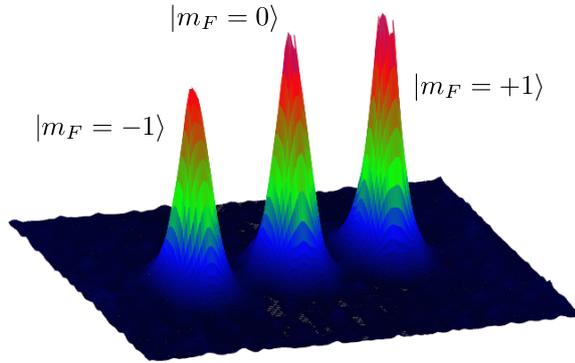


Figure 3.1 – *Expérience de Stern et Gerlach sur un condensat préparé à champ magnétique nul. Le condensat est préparé dans l'état $F = 1$ du fondamental $5S_{1/2}$; toutefois, si on ne fait rien pour purifier un sous-état magnétique donné, on obtient un mélange en proportions voisines des états $m_F = -1, 0, +1$.*

états. Pour le vérifier, on peut séparer les divers composants du gaz en utilisant un gradient de champ au cours du temps de vol (expérience de Stern et Gerlach [74, 75]); la figure 3.1 est un exemple d'image obtenue par cette technique. Les populations des états magnétiques sont *a priori* données par les populations initiales dans le PMO, soit une répartition équitable entre les trois espèces.

Pour contrôler le sous-état magnétique dans lequel se trouvent les atomes, il faut donc ajouter un élément au protocole expérimental. Nous avons mis en place deux techniques distinctes :

- nous avons purifié l'échantillon en ajoutant un champ magnétique durant l'évaporation, de façon à créer une force magnétique dépendant du sous-état et permettant de se débarrasser sélectivement de certains sous-états. La configuration de champ utilisée, combinée à la géométrie du piège croisé, contrôle le sous-état magnétique que l'on obtient à la fin de la rampe d'évaporation. Ce schéma de *distillation du spin* est présenté dans la section 3.2 ;
- nous avons utilisé une source micro-onde pour effectuer des transitions entre les états hyperfins $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$. Nous avons ainsi pu observer en particulier des oscillations de Rabi du gaz entre les états $|1, 0\rangle$ et $|2, 0\rangle$. Les résultats obtenus avec notre source micro-onde sont détaillés dans les sections 3.3 et 3.4.

3.1 Interaction atome–champ magnétique

Dans toutes les expériences présentées dans ce chapitre, nous avons utilisé des champs magnétiques pour manipuler l'état interne des atomes de ^{87}Rb . Il nous a donc semblé utile de rappeler ici quelques résultats sur l'in-

teraction atome–champ magnétique, pour un champ statique tout d’abord, puis pour un champ oscillant dans le temps.

Nous piégeons et manipulons des atomes de ^{87}Rb dans leur état fondamental $5S_{1/2}$, qui est un système à 8 états (2 pour l’électron et 4 pour le noyau, qui porte un spin $3/2$). Nous restreindrons donc notre étude aux perturbations de ces 8 états par un champ magnétique statique, et aux transitions entre ces états engendrées par un champ magnétique oscillant. Cette approximation est justifiée si les décalages énergétiques engendrés par le champ statique restent faible devant la séparation des niveaux $5S$ et $5P$, et si la fréquence du champ oscillant est loin d’une résonance entre l’état fondamental et les états excités. Nous sommes largement dans ce cadre, puisque les champs que nous utilisons ne dépassent pas les 15 mT, et les fréquences utilisées pour les champs oscillants sont dans le domaine micro-onde ($\sim 10^9$ Hz), alors que les transitions vers les états excités sont dans le domaine optique ($\sim 10^{15}$ Hz).

3.1.1 Interaction avec un champ statique

Dans cette section, on considère un atome de ^{87}Rb plongé dans un champ magnétique uniforme et statique $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{u}_z$, qui fixe l’axe de projection des moments magnétiques. La restriction du hamiltonien d’interaction au sous-espace associé à l’état fondamental s’écrit [76] :

$$\hat{H}_M = \frac{A_{\text{SHF}}}{\hbar^2} \hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{S}} + \frac{\mu_B}{2} (g_S \hat{\mathbf{S}} + g_I \hat{\mathbf{I}}) \cdot \mathbf{B}_0, \quad (3.1)$$

où $\hat{\mathbf{S}}$ est l’opérateur moment cinétique de spin de l’électron, $\hat{\mathbf{I}}$ est l’opérateur moment cinétique de spin du noyau, A_{SHF} est la constante de séparation hyperfine, et g_S et g_I sont les facteurs gyromagnétiques respectivement de l’électron et du noyau.

Lorsque le champ \mathbf{B}_0 est nul, les états propres du hamiltonien (3.1) sont les états propres du moment cinétique total $\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{S}}$; on peut donc les numéroter $|F, m_F\rangle$. Leur énergie est donnée par :

$$E_{|1, m_F\rangle} = E_1 = -\frac{5}{8} \Delta E_{\text{SHF}} \quad (3.2)$$

$$E_{|2, m_F\rangle} = E_2 = \frac{3}{8} \Delta E_{\text{SHF}}, \quad (3.3)$$

où $\Delta E_{\text{SHF}} = E_2 - E_1 = A_{\text{SHF}}(3/2 + 1/2)$ est l’énergie de séparation hyperfine et vaut pour le ^{87}Rb [77] :

$$\Delta E_{\text{SHF}} = h \cdot \nu_0 = h \cdot 6,834\,682\,610 \text{ GHz}, \quad (3.4)$$

où ν_0 est la fréquence de transition entre les états $|1, 0\rangle$ et $|2, 0\rangle$ à champ nul.

Lorsque \mathbf{B}_0 est non nul, il est encore possible de diagonaliser ce hamiltonien, et on obtient l'expression suivante du décalage de l'énergie du fondamental pour les différents états¹ $|\pm, m\rangle$:

$$E_{|\pm, m\rangle} = -\frac{\Delta E_{\text{SHF}}}{8} \pm \frac{\Delta E_{\text{SHF}}}{2} \sqrt{1 + mx + x^2} + g_I \mu_B m B_0, \quad (3.5)$$

où x est le rapport entre l'énergie d'interaction magnétique $(g_S - g_I)\mu_B B_0$ et l'énergie de séparation hyperfine ΔE_{SHF} :

$$x = \frac{(g_S - g_I)\mu_B B_0}{\Delta E_{\text{SHF}}}, \quad (3.6)$$

et m est le nombre quantique magnétique total. Cette équation est appelée *formule de Breit-Rabi* car elle a été établie en premier par Breit et Rabi en 1931 [78].

En pratique, nous n'avons utilisé que des champs tels que² $x \ll 1$; dans ce régime, le champ \mathbf{B}_0 perturbe les énergies des états $|F, m_F\rangle$. On parle alors de l'*effet Zeeman* pour évoquer ces perturbations. On peut développer l'équation (3.5) à l'ordre 1 en x , pour obtenir l'expression des décalages Zeeman :

$$E_{|1, m_F\rangle} = E_1 - \mu B_0 m_F \quad (3.7)$$

$$E_{|2, m_F\rangle} = E_2 + \mu B_0 m_F, \quad (3.8)$$

où μ est le moment magnétique du ^{87}Rb à bas champ et vaut [28] :

$$\mu = \frac{g_S + 3g_I}{4} \mu_B \simeq \frac{\mu_B}{2}. \quad (3.9)$$

Les états correspondants à $m_F = 0$ sont insensibles au champ au premier ordre ; leur décalage Zeeman au second ordre est donné par :

$$E_{|1, 0\rangle} = E_1 - \frac{(g_I - g_S)^2 (\mu_B B_0)^2}{4 \Delta E_{\text{SHF}}} \simeq E_1 - \frac{(\mu_B B_0)^2}{\Delta E_{\text{SHF}}} \quad (3.10)$$

$$E_{|2, 0\rangle} = E_2 + \frac{(g_I - g_S)^2 (\mu_B B_0)^2}{4 \Delta E_{\text{SHF}}} \simeq E_2 + \frac{(\mu_B B_0)^2}{\Delta E_{\text{SHF}}}. \quad (3.11)$$

3.1.2 Force magnétique résultant d'un champ statique

Cas général. On considère maintenant que l'atome est plongé dans un champ statique mais non uniforme $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Si la vitesse de l'atome est telle que le taux de variation du champ magnétique vu par l'atome au cours de

1. Il y en a 8 en tout, trois états $|-, m\rangle$ ($m = -1, \dots, 1$) et cinq états $|+, m\rangle$ ($m = -2, \dots, 2$).

2. Le champ correspondant à $x = 1$ vaut environ 240 mT.

son déplacement est petit devant la fréquence de précession de Larmor du moment magnétique porté par l'atome dans le champ local \mathbf{B} :

$$\left| \mathbf{v} \cdot \frac{\nabla \|\mathbf{B}\|}{\|\mathbf{B}\|} \right| \ll \frac{2\mu \|\mathbf{B}\|}{\hbar} , \quad (3.12)$$

alors son moment magnétique suit adiabatiquement la direction du champ. En d'autres termes, la projection du moment magnétique de l'atome sur l'axe du champ $m\hbar = \langle \psi | \hat{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{u}_B | \psi \rangle$ est une constante du mouvement. Le terme d'interaction atome–champ dans le hamiltonien résulte donc en une force dont l'expression est donnée par :

$$\mathbf{F}_{|1\pm 1\rangle} = \mu m_F \nabla \|\mathbf{B}\| \quad (3.13)$$

$$\mathbf{F}_{|10\rangle} \simeq 2 \frac{\mu_B \|\mathbf{B}\|}{\Delta E_{\text{SHF}}} \mu_B \nabla \|\mathbf{B}\| . \quad (3.14)$$

Comme nous utilisons des champs de l'ordre du mT et des distances typiques de variation du champ de l'ordre du cm, nous sommes toujours dans le cadre de validité de ces équations.

Force créée par une bobine sur son axe. Que ce soit pour la distillation du spin (*cf* §3.2) ou pour le découplage magnétique d'atomes (*cf* §4.1.2), nous avons utilisé des bobines pour créer les forces magnétiques nous servant à contrôler l'échantillon atomique. Pour la distillation, nous avons utilisé les bobines du PMO, qui sont en bonne approximation des spires rectangulaires ; pour le découplage, nous avons utilisé des bobines supplémentaires, les bobines « pinch », situées dans l'axe du faisceau horizontal, de part et d'autre du piège, et qui sont des spires circulaires. Dans tous les cas, l'échantillon atomique est situé au voisinage de l'axe des bobines. Nous allons donc rappeler ici l'expression du champ créé par une bobine au voisinage de son axe, afin d'établir la force magnétique résultante sur les atomes.

On considère une bobine d'axe z et admettant les plans xOz et yOz comme plans d'anti-symétrie. On montre alors que le champ en un point $\mathbf{r} = (dx, dy, z)$ a pour expression, au premier ordre en dx et dy :

$$\mathbf{B}(x, y, z) \simeq B_z \mathbf{u}_z + dx \partial_x B_x \mathbf{u}_x + dy \partial_y B_y \mathbf{u}_y , \quad (3.15)$$

où le champ B_z et les gradients $\partial_i B_i$ sont calculés au point $\mathbf{z} = (0, 0, z)$. On en déduit l'expression du gradient de $\|\mathbf{B}\|$ en \mathbf{z} :

$$\nabla \|\mathbf{B}\| \simeq \partial_z B_z \frac{B_z}{|B_z|} \mathbf{u}_z . \quad (3.16)$$

La force s'exerçant sur un atome au voisinage de l'axe d'une bobine est donc en bonne approximation colinéaire à l'axe. Si de plus la bobine est constituée

d'un enroulement dans le plan xOy , autour de l'axe z , on peut montrer que B_z garde un signe constant et que $\partial_z B_z$ a le signe de $-B_z z$: on en déduit que $\nabla \|\mathbf{B}\|$ est dirigé *vers la bobine*, quel que soit le sens du courant.

Un atome dans l'état $|1, -1\rangle$ (chercheur de champ faible) situé au voisinage de l'axe est donc *repoussé* par la bobine, alors qu'un atome dans l'état $|1, 0\rangle$ ou $|1, +1\rangle$ (chercheur de champ fort) est *attiré* par elle.

Cas d'une bobine circulaire de rayon R . On montre que le champ sur l'axe d'une bobine circulaire de rayon R et parcourue par un courant I a pour expression :

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I}{2R} \left[1 + \left(\frac{z}{R} \right)^2 \right]^{-3/2}. \quad (3.17)$$

On a donc, d'après (3.16) :

$$\nabla \|\mathbf{B}\| \simeq -\frac{3\mu_0 |I|}{2R^2} \left[1 + \left(\frac{z}{R} \right)^2 \right]^{-5/2} \frac{z}{R} \mathbf{u}_z. \quad (3.18)$$

Cas d'une bobine rectangulaire de dimension $2a \times 2b$. Dans ce cas, le champ sur l'axe z de la bobine parcourue par un courant d'intensité I s'écrit :

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{4ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + z^2}} \left(\frac{1}{a^2 + z^2} + \frac{1}{b^2 + z^2} \right), \quad (3.19)$$

expression qui se simplifie pour une bobine très allongée, quand $z^2 \ll b^2$:

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \left[1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (3.20)$$

On en déduit l'expression du gradient :

$$\nabla \|\mathbf{B}\| \simeq -\frac{2\mu_0 |I|}{\pi a^2} \left[1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right]^{-2} \frac{z}{a} \mathbf{u}_z. \quad (3.21)$$

3.1.3 Interaction avec un champ oscillant

On considère maintenant l'interaction de l'atome avec un petit champ magnétique oscillant à la pulsation ω et d'amplitude B_1 , en présence d'un champ statique homogène \mathbf{B}_0 . Nous n'allons pas développer les calculs ici, mais simplement rappeler que cette interaction peut être responsable de transitions entre différents sous-états du fondamental, à condition qu'une condition de résonance soit satisfaite.

Plus particulièrement, considérons un champ dont la fréquence est proche de ν_0 . On pourra alors observer des oscillations de Rabi entre deux sous-états, l'un dans la multiplicité $F = 1$, l'autre dans la multiplicité $F = 2$. La

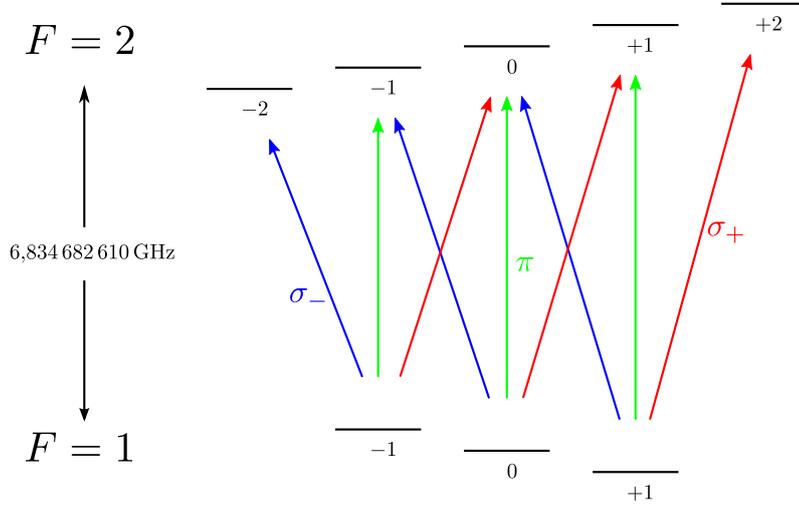


Figure 3.2 – Structure hyperfine de l'état fondamental $5S_{1/2}$ du ^{87}Rb . Un champ magnétique statique $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{u}_z$ perturbe les états $|F, m_F\rangle$, l'axe de projection étant défini par le champ. Le moment magnétique dans l'état $F = 1$ vaut $-\mu \simeq h \cdot (-7,0 \text{ MHz/mT})$, dans l'état $F = 2$ il vaut $+\mu \simeq h \cdot (7,0 \text{ MHz/mT})$.

probabilité de transition dans l'état $|2, m'_F\rangle$ d'un atome initialement dans l'état $|1, m_F\rangle$ lorsqu'il est soumis à l'excitation depuis le temps $t = 0$ jusqu'au temps t est donnée par :

$$\mathcal{P}_{|1, m_F\rangle \rightarrow |2, m'_F\rangle}(t) = \left(\frac{\Omega_R}{\Omega} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\Omega t}{2} \right), \quad (3.22)$$

où $\Omega_R = \mu B_1 / (2\hbar)$ est la pulsation de Rabi du couplage, la pulsation $\Omega = \sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \Omega_R^2}$, et $\hbar\omega_0$ est l'écart en énergie entre les niveaux $|1, m_F\rangle$ et $|2, m'_F\rangle$. Cette transition n'est permise que si $m_F - m'_F = 0, \pm 1$, l'écart $m_F - m'_F$ étant plus précisément fixé par la polarisation du champ oscillant relativement au champ statique \mathbf{B}_0 . Nous avons représenté sur la figure 3.2 les diverses transitions possibles en fonction de cette polarisation.

3.2 Distillation du spin

Pour préparer des condensats dans un sous-état magnétique donné, nous nous sommes inspirés de la référence [18]. Dans cette référence, les auteurs utilisent un gradient de champ magnétique pendant la phase d'évaporation, de façon à se débarrasser des atomes dans les états sensibles au champ magnétique $m_F = \pm 1$ en les expulsant le long de l'axe « faible » de leur piège dipolaire, constitué d'un seul faisceau dérivé d'un laser à CO_2 .

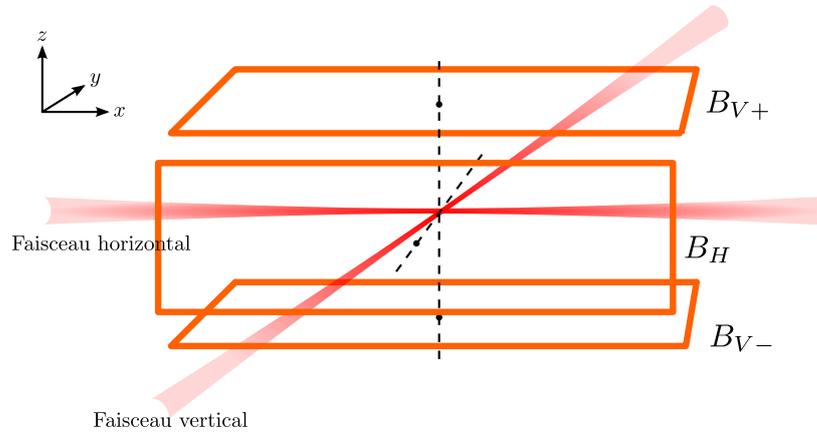


Figure 3.3 – Schéma du dispositif expérimental. La bobine B_H est utilisée pour la distillation de l'espèce $m_F = 0$, B_{V+} pour la distillation de $m_F = +1$ et B_{V-} pour $m_F = -1$.

Dans notre cas le piège dipolaire n'a pas d'axe faible, puisque ses trois fréquences sont du même ordre de grandeur (cf §2.3.3), et nous ne pouvons pas générer de force suffisante pour directement expulser les atomes du piège, même à la fin de la rampe d'évaporation. En effet, les bobines nous permettant de générer le plus grand gradient au niveau des atomes sont les bobines du PMO ; compte-tenu du courant maximal que nous pouvons utiliser (soit 200 A dans chaque bobine), la force maximale que nous sommes capable de créer avec une bobine³ est de l'ordre de $0,7 \times mg$, alors que le piège est suffisamment raide pour compenser la gravité à tout instant⁴. Toutefois, utiliser une force insuffisante pour extraire directement les atomes du piège s'est avéré être une méthode très intéressante et donnant de très bon résultats.

3.2.1 Purification des différents sous-états

Comme notre piège n'a pas d'axe faible, il n'y avait pas de direction à privilégier pour la force magnétique ; nous avons donc étudié trois configurations de champ différentes. Dans chacune de ces configurations, on utilise une unique bobine (notées B_H , B_{V+} et B_{V-} sur la figure 3.3) qui crée un gradient horizontal (dans le cas de B_H) ou vertical (dans le cas de B_{V+} et B_{V-}). On établit un courant d'intensité I constante dans la bobine tout au long de l'évaporation, et on mesure les populations des sous-espèces magnétiques à la fin de la rampe par une expérience de Stern et Gerlach. Le champ utilisé pour le Stern et Gerlach est généré par la bobine utilisée en cours de

3. On peut la tripler en utilisant conjointement trois bobines, mais nous n'en avons pas eu besoin, comme on le verra par la suite.

4. Dans le cas contraire, ce ne serait plus un piège.

rampe, de façon à garder l'axe de quantification fixe et ainsi prévenir tout retournement de spin par des modifications non adiabatiques du champ.

Les résultats sont présentés sur la figure 3.4. On constate que l'utilisation d'un gradient horizontal permet de préparer des condensats entièrement polarisés dans l'état $m_F = 0$; il semble donc qu'il ne soit pas nécessaire d'utiliser des forces plus importantes. Ajoutons que le nombre d'atomes obtenu en fin de rampe dans le condensat polarisé est de l'ordre de celui qu'on obtient dans un condensat non polarisé, soit environ 10^5 atomes. Le mécanisme en œuvre n'est donc pas un simple filtrage !

On voit également que l'utilisation d'un gradient vertical permet d'obtenir des condensats polarisés, mais dans les états $m_F = \pm 1$! Si la force en jeu avait été suffisante pour extraire les atomes du piège, nous aurions purifié l'état $m_F = 0$... Le mécanisme, là encore, s'avère plus complexe qu'un simple filtrage.

3.2.2 Mécanisme de la distillation

Pour comprendre le mécanisme en œuvre au cours de l'évaporation en présence d'un gradient de champ magnétique, il faut regarder plus en détail le potentiel vu par chacune des sous-espèces magnétiques. En effet, la présence du gradient de champ va introduire des différences de *profondeur de piégeage*, tout en ne modifiant que peu la position du centre des pièges. Les nuages correspondant aux différentes espèces se recouvrent donc tout au long de la rampe d'évaporation, ce qui assure une bonne thermalisation des différentes espèces (voir figure 3.5). Dans cette situation, le paramètre η (cf §2.1.3), et donc la vitesse d'évaporation, dépend de la sous-espèce magnétique. C'est dans ce sens que l'on peut parler de *distillation* du spin : certaines espèces sont rendues plus « volatiles » par l'adjonction d'une force magnétique, et sont donc évaporées en premier.

En utilisant une force horizontale, on diminue la profondeur des pièges vus par les espèces $m_F = \pm 1$ par rapport à celle du piège vu par l'espèce $m_F = 0$, comme le montre la figure 3.6a. C'est pourquoi l'espèce $m_F = 0$ est purifiée au cours de la rampe d'évaporation.

La figure 3.6b montre l'allure du potentiel vu par chaque sous-espèce magnétique lorsqu'on ajoute un gradient de champ vertical. Ajouter cette force verticale a pour effet d'*augmenter* la profondeur du piège vu par l'espèce soutenue par le champ : elle devient donc l'espèce la mieux piégée, et sera purifiée au cours de l'évaporation. Si on utilise B_{V+} pour créer le gradient, c'est l'espèce $m_F = +1$ (chercheuse de champ fort) qui est soutenue par le champ, et qui se trouve donc purifiée ; *a contrario*, si on utilise B_{V-} c'est l'espèce $m_F = -1$ qui est purifiée.

Notons que la distillation des espèces $m_F = \pm 1$ n'est possible que parce que les profondeurs de piégeages sont déjà modifiées par la gravitation ; dans le cas contraire, ce serait l'espèce $m_F = 0$ qui serait purifiée.

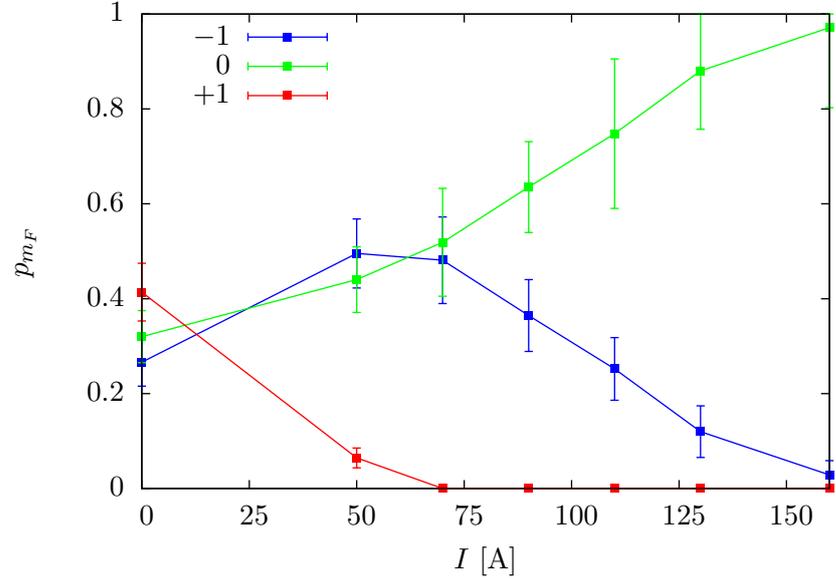
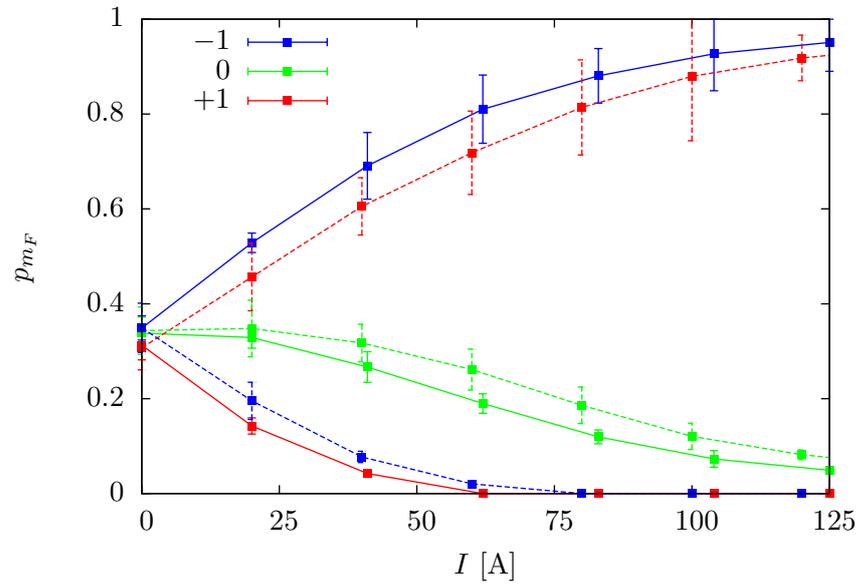

 (a) Gradient horizontal, réalisé avec B_H .

 (b) Gradient vertical. Les traits plein correspondent à B_{V-} , les traits pointillés à B_{V+} .

Figure 3.4 – Populations obtenues dans les différents sous-états magnétiques à la fin de la rampe d'évaporation en fonction du gradient appliqué, (a) pour un gradient horizontal, (b) pour un gradient vertical.

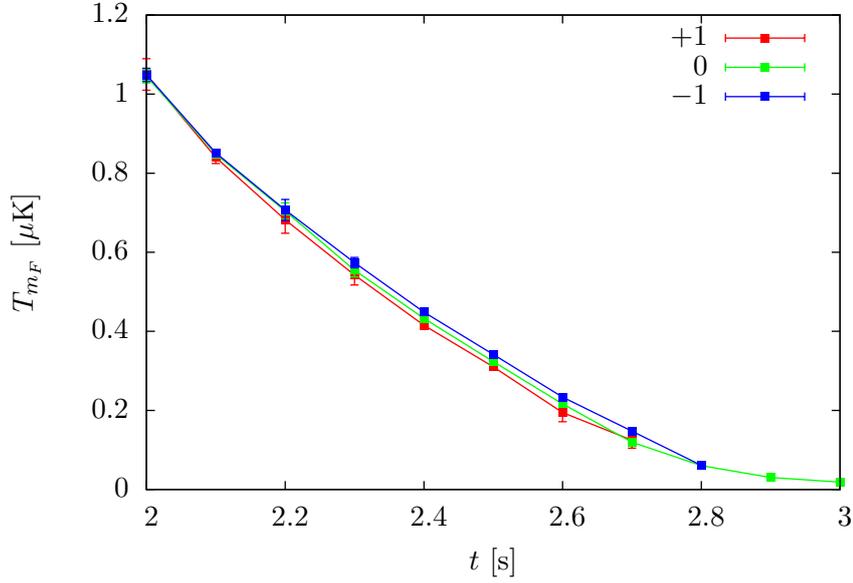


Figure 3.5 – Température des différentes sous-espèces au cours de la dernière seconde de la rampe, dans le cas de l’utilisation de la bobine B_H . On voit que les trois espèces sont bien thermalisées tout au long de la rampe. Nous avons vérifié que ceci est également vrai pour la distillation utilisant une force verticale.

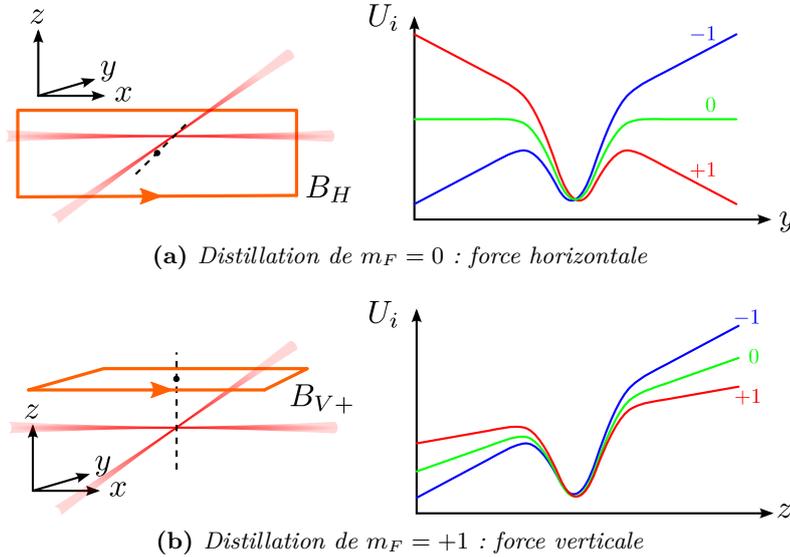


Figure 3.6 – Allure du potentiel vu par les différentes espèces. (a) Quand on utilise B_H , le piège est rendu moins profond pour les espèces $m_F = \pm 1$ sur la direction y ; (b) quand on utilise B_{V+} , l’effet de la gravité est atténué pour $m_F = +1$ et augmenté pour $m_F = -1$, le piège est donc le plus profond pour $m_F = +1$. Utiliser B_{V-} inverse le sens des forces obtenues avec B_{V+} , et c’est donc pour $m_F = -1$ que le piège est le plus profond.

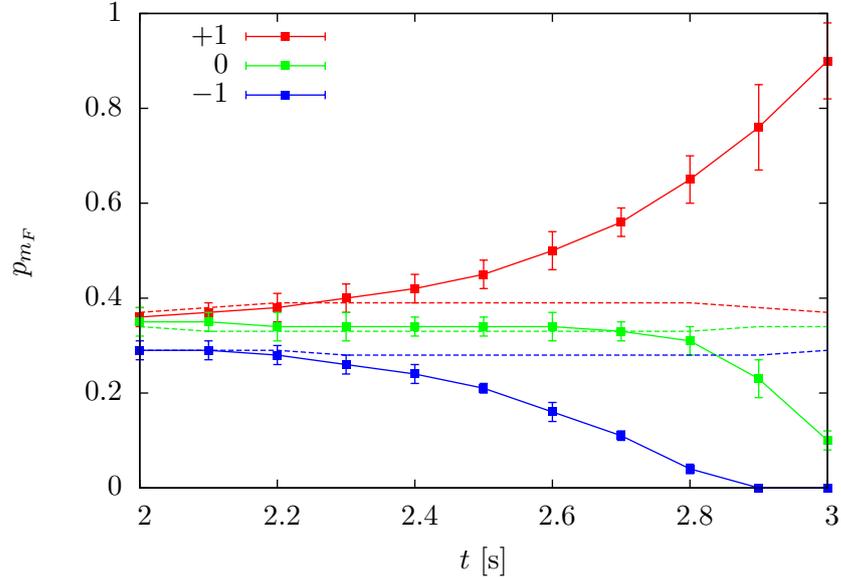


Figure 3.7 – Cinétique de la distillation de l'espèce $m_F = +1$ avec la bobine B_{V+} . L'espèce $m_F = +1$ est graduellement purifiée au cours de la rampe d'évaporation. On a représenté en pointillés l'évolution des populations lorsqu'aucun champ n'est utilisé pendant la séquence, ce qui conduit à des populations constantes.

3.2.3 Cinétique de la distillation

L'analyse qualitative du mécanisme de la distillation présenté au paragraphe précédent a montré que l'évaporation devait être plus rapide pour les espèces les moins bien piégées. Pour le vérifier, nous avons étudié la cinétique du processus, en mesurant les populations et les températures de chaque sous-espèce à plusieurs instants au cours de la rampe d'évaporation. Pour des raisons techniques, liées à la taille de notre fenêtre d'observation et à l'intensité limitée des forces magnétiques que nous pouvons mettre en œuvre, nous ne pouvons résoudre les nuages correspondant aux trois sous-espèces magnétiques que quand leur température est inférieure au μK , soit pendant la dernière seconde de la rampe d'évaporation. Cependant, cette limitation n'est pas gênante, puisque l'effet de la force magnétique ne se fait sentir qu'en fin d'évaporation également (lorsque la raideur du piège a suffisamment diminué en raison de la baisse de puissance des faisceaux pour l'évaporation forcée).

La figure 3.7 montre l'évolution des populations au cours de la rampe ; on y voit clairement la purification progressive de l'espèce $m_F = +1$, ce qui montre bien que les autres espèces sont évaporées plus rapidement, et confirme l'analyse du §3.2.2. Les espèces moins bien piégées s'évaporant plus vite, leur température devrait diminuer plus vite ; la thermalisation des

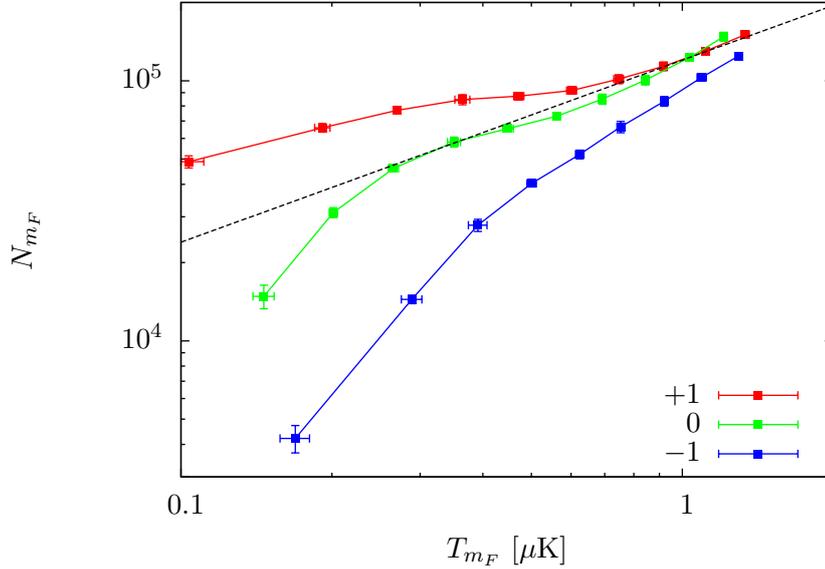


Figure 3.8 – Trajectoire d'évaporation dans le cas de la distillation de l'espèce $m_F = +1$. En cours de rampe, la diminution du nombre d'atomes de l'espèce purifiée pour une diminution de température donnée est réduite en raison d'un effet de refroidissement sympathique des espèces évaporées plus rapidement sur l'espèce purifiée.

espèces entre elles a donc pour effet de diminuer la température de l'espèce la mieux piégée par refroidissement sympathique [79]. Ceci est confirmé par l'analyse des trajectoires d'évaporation dans le plan $(\ln N, \ln T)$ des trois espèces magnétiques, que nous avons représentées sur la figure 3.8, et où l'on observe plusieurs régimes d'évaporation différents au cours de la rampe :

1. initialement, les trois espèces sont évaporées au même rythme, comme en l'absence de champ. La force magnétique est alors négligeable devant les forces dipolaires et les profondeurs ne sont pas modifiées ;
2. la diminution du nombre d'atomes dans l'état $m_F = -1$ pour une diminution de température donnée est augmentée ; conjointement, les espèces $m_F = 0$ et $m_F = +1$ sont refroidies au prix d'une baisse moins importante du nombre d'atomes. C'est la signature du refroidissement sympathique ;
3. comme le nombre d'atomes dans l'espèce $m_F = +1$ devient négligeable, c'est l'espèce $m_F = 0$ qui est évaporée plus rapidement ; l'effet de refroidissement sympathique devient moins important, et l'efficacité de l'évaporation de l'espèce $m_F = +1$ se rapproche de celle que l'on a au cours d'une évaporation sans champ.

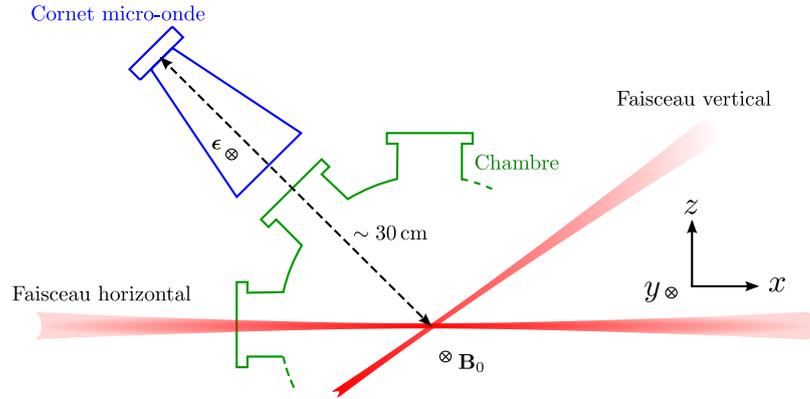


Figure 3.9 – Vue d'ensemble du dispositif expérimental utilisé pour effectuer des transitions micro-ondes entre les états $F = 1$ et $F = 2$. La polarisation ϵ de l'onde émise est parallèle au champ magnétique \mathbf{B}_0 fixant l'axe de quantification. Toutefois, la propagation à travers le guide circulaire constitué par le port d'accès optique et les réflexions éventuelles de l'onde sur les parois de la chambre modifient probablement la polarisation de l'onde au niveau des atomes.

3.3 Transitions micro-ondes dans l'espace libre

Nous sommes donc capables de préparer des condensats dans n'importe quel sous-état magnétique de $F = 1$; nous voudrions maintenant pouvoir également préparer des condensats dans l'état $F = 2$. Pour cela, nous allons utiliser une source micro-onde pour réaliser des transitions entre les états hyperfins du niveau fondamental du ^{87}Rb . Cependant, notre chambre à vide étant métallique, il n'était pas assuré que nous puissions coupler efficacement une micro-onde dans l'enceinte. Pour estimer l'intensité de l'onde à l'intérieur de la chambre, nous avons commencé par effectuer des transitions sur un gaz non condensé dans l'espace libre (après coupure du piège). Nous présenterons les résultats obtenus avec des condensats piégés au §3.4.

3.3.1 La source de micro-ondes

Comme on l'a vu au §3.1.1, la fréquence de transition entre les niveaux $F = 1$ et $F = 2$ de l'état fondamental du ^{87}Rb à champ nul est de l'ordre de 6,8 GHz. Pour la générer, nous avons utilisé un synthétiseur de fréquence dont la fréquence maximale d'émission est égale à 3 GHz, couplé à une chaîne de multiplication de la fréquence par 7, développée par Thierry Lahaye au cours de sa thèse [29].

L'émission de l'onde dans la chambre est effectuée au moyen d'un cornet micro-onde émettant une onde polarisée linéairement. Comme la chambre est métallique, nous devons utiliser un port d'accès optique pour espérer que

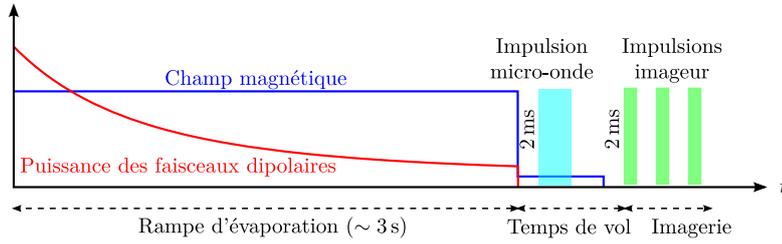


Figure 3.10 – Séquence temporelle utilisée pour les transitions micro-ondes en espace libre. L’impulsion micro-onde est effectuée 2 ms après la coupure du piège et le changement de champ magnétique, pour laisser le temps à celui-ci de se stabiliser.

l’onde y pénètre⁵. La figure 3.9 présente une vue d’ensemble du dispositif.

On peut estimer grossièrement la pulsation de Rabi que l’on obtiendrait au niveau des atomes, en l’absence d’enceinte métallique, pour une onde polarisée linéairement relativement au champ magnétique statique \mathbf{B}_0 fixant l’axe de quantification, par :

$$\hbar\Omega_R = \frac{\mu B_1}{2} \sim \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 P}{2\pi(1 - \cos\theta) R^2 c}} \sim \hbar \cdot (10 \text{ krad/s}) , \quad (3.23)$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide, P la puissance de l’onde émise par le cornet, soit 31 dBm pour toutes nos expériences, c la vitesse de la lumière dans le vide, R la distance de l’antenne émettrice aux atomes, soit ~ 30 cm, et $\theta \sim 15^\circ$ est la demi-largeur à 3 dB du faisceau micro-onde. Cependant, en raison de la traversée d’un guide circulaire puis des réflexions éventuelles sur les parois de la chambre, il est possible que la polarisation ne soit plus parfaitement linéaire au niveau des atomes, et l’intensité de l’onde peut être modifiée. Nous y reviendrons au §3.3.3.

3.3.2 Protocole expérimental

Nous commençons par préparer des nuages froids mais au dessus du seuil de condensation (à une température de l’ordre de $1 \mu\text{K}$), contenant environ 2×10^5 atomes dans l’état $|1, 0\rangle$, puis nous coupons le piège et soumettons les atomes à la micro-onde pendant le temps de vol. On a représenté sur la figure 3.10 un diagramme temporel de la séquence.

L’imagerie du nuage telle que réalisée jusqu’à présent ne permet pas de distinguer les atomes dans l’état $F = 1$ de ceux dans l’état $F = 2$, puisque nous utilisons à la fois de la lumière accordée sur la transition quasi-cyclante $F = 2 \rightarrow F' = 3$ et de la lumière repompeur, accordée sur la transition

5. La longueur d’onde d’un rayonnement à 6,8 GHz est de 4,4 cm dans le vide, inférieure au diamètre d’un port.

$F = 1 \rightarrow F' = 2$ (cf chapitre 6 de la thèse de Gaël Reinaudi [44]). Il faut donc changer le protocole d'imagerie. Le moyen que nous avons retenu est d'imager le nuage sans le repompeur accordé sur la transition $F = 1 \rightarrow F' = 2$, de façon à ne détecter que les atomes initialement dans l'état $F = 2$. L'absence du repompeur peut conduire à un signal d'absorption plus faible qu'en présence de celui-ci, puisque les atomes dé pompés vers $F = 1$ ne participeront plus à l'absorption du nuage. Dans notre cas, puisque nous utilisons un faisceau imageur peu saturant ($s \sim 0,1$) et une impulsion d'imagerie courte ($\tau = 120 \mu\text{s}$), cet effet peut être négligé.

Cette technique d'imagerie permet de déterminer le nombre d'atomes dans l'état $F = 2$, mais on n'a plus aucune information sur le nombre d'atomes dans l'état $F = 1$! Il faut effectuer deux mesures distinctes pour déterminer les populations des deux états. Dans les expériences présentées dans la suite de ce chapitre, la fraction d'atomes transférée dans l'état $F = 2$ a été déterminée en mesurant à la fois le nombre d'atomes dans l'état initial (soit par exemple $|1, 0\rangle$ pour la transition d'horloge), en utilisant le repompeur et un champ de Stern et Gerlach pendant l'imagerie, et le nombre d'atomes dans $F = 2$, en n'utilisant pas le repompeur. Ces deux mesures ne pouvant être effectuées sur le même nuage, puisque destructives, nous répétons la même expérience plusieurs fois, pour extraire les deux informations et avoir une idée des fluctuations. En raison de la bonne stabilité du nombre d'atomes préparés dans l'état $|1, 0\rangle$ à la fin de la rampe d'évaporation (avec des fluctuations de l'ordre de 5%), celui-ci n'est pas mesuré systématiquement, mais vérifié périodiquement (en général avant et après chaque jeu de mesures).

Pour certaines expériences, la température des atomes est trop élevée pour que l'on puisse parfaitement séparer les nuages correspondant aux différentes sous-espèces magnétiques. Ceci conduit à une surestimation du nombre d'atomes initialement dans l'état $|1, 0\rangle$, et c'est pourquoi le taux de transfert n'atteint pas toujours les 100 % attendus sur les courbes présentées. Ce problème de calibration du nombre d'atomes n'est toutefois pas gênant pour déterminer la pulsation de Rabi, ni pour vérifier le caractère cohérent ou non des transitions effectuées, puisque pour cela, c'est notre capacité à retrouver un transfert de population rigoureusement nul après une oscillation de Rabi complète qui constitue la meilleure signature de la cohérence de la manipulation de l'état interne des atomes.

3.3.3 Transition d'horloge

Nous avons en premier lieu cherché à mettre en évidence la *transition d'horloge* du ^{87}Rb :

$$|1, 0\rangle \rightarrow |2, 0\rangle , \quad (3.24)$$

car la fréquence associée à cette transition est insensible au champ magnétique au premier ordre, ce qui la rend plus simple à localiser en présence d'un

champ dont l'intensité n'est pas parfaitement connue. Pour isoler cette transition, nous effectuons les impulsions micro-onde en présence d'un champ magnétique de quelques centaines de μT , ce qui a pour effet de décaler les fréquences des autres transitions de quelques MHz, ce qui est très grand devant la largeur de la transition, comme on le verra par la suite.

Mise en évidence de la transition. Avec une pulsation de Rabi de 10 krad/s , la durée d'une impulsion π , permettant de transférer 100 % des atomes dans l'état $F = 2$, vaut environ $300 \mu\text{s}$. Pour tenir compte des effets potentiels de la présence de la chambre métallique sur la propagation de l'onde, susceptibles d'atténuer notablement la pulsation de Rabi effective au niveau des atomes (*cf* §3.3.1), nous avons commencé par utiliser des impulsions d'une durée de 5 ms , afin d'avoir un transfert mesurable même si la pulsation de Rabi n'est que de 1 krad/s , et nous avons balayé la fréquence émise pour déterminer la fréquence de résonance atomique. La figure 3.11 présente des mesures de la fraction transférée en fonction de la fréquence de la micro-onde pour deux champs magnétiques directeurs différents, estimés à $460 \mu\text{T}$ et $540 \mu\text{T}$ (en utilisant l'équation (3.20)). On a donc transféré près de 50 % des atomes dans l'état $F = 2$.

Pour extraire quantitativement la fréquence centrale et la pulsation de Rabi de ces courbes, nous avons ajusté un profil de Lorentz sur les points expérimentaux :

$$p_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Omega_R^2/2}{\Omega_R^2 + (2\pi\delta)^2}, \quad (3.25)$$

où $\delta = \nu - \nu_0(B_0)$ est le désaccord à résonance, $\nu_0(B_0)$ étant la fréquence de la transition (3.24) pour un champ magnétique B_0 . Nous avons laissé libre quatre paramètres : la pulsation de Rabi Ω_R , la fréquence de résonance $\nu_0(B_0)$, ainsi que l'amplitude totale de la courbe et un décalage du zéro, pour tenir compte des incertitudes expérimentales sur la calibration du nombre d'atomes (*cf* §3.3.2). Une telle forme de la courbe de résonance correspond à des transferts de population incohérents. On ne peut pas l'expliquer par la chute du nuage au cours de l'impulsion, car il se déplace de $125 \mu\text{m}$, distance faible devant la longueur d'onde du rayonnement, valant $4,4 \text{ cm}$; l'intensité et la polarisation de l'onde doivent donc être relativement uniforme sur la durée de l'impulsion. Il semble donc que le temps de cohérence soit inférieur à 5 ms . Nous étudierons plus en détail ce temps de cohérence au §3.4.3.

Pour les deux champs, nous extrayons de ces ajustements une fréquence centrale de l'ordre de $\nu_0 + 40 \text{ kHz}$: l'écart entre les fréquences centrales pour les deux champs différents vaut $5,3 \text{ kHz} \pm 0,5 \text{ kHz}$, en accord raisonnable avec le décalage de la fréquence d'horloge théorique, et qui vaut $4,6 \text{ kHz}$. Ceci confirme que nous avons observé la transition d'horloge, et pas l'une des transitions σ_{\pm} , bien plus sensibles au champ magnétique. Nous reviendrons sur la fréquence de transition au paragraphe suivant.

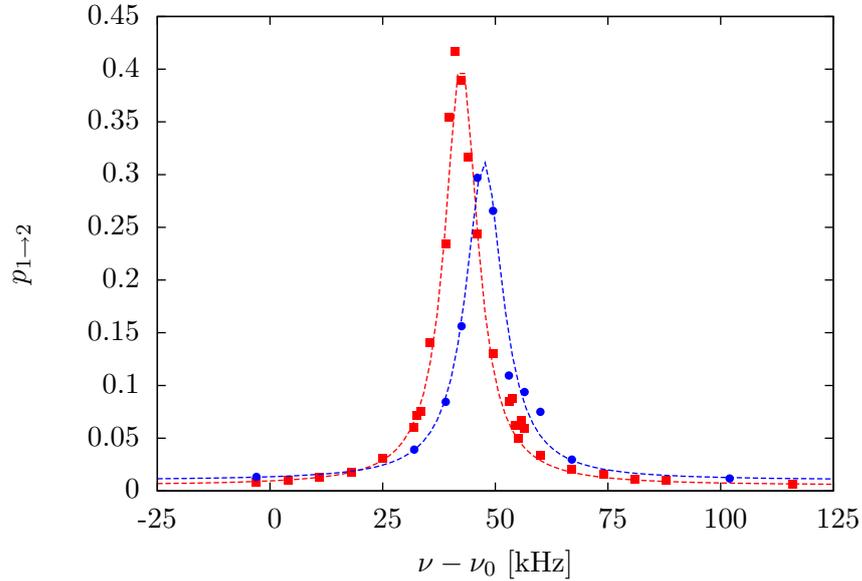


Figure 3.11 – Mise en évidence de la transition par une impulsion micro-onde d’une durée de 5 ms. Les carrés sont les points expérimentaux pris à un champ de 460 μT , les ronds ceux pris à un champ de 540 μT . Les lignes pointillées correspondent aux ajustement des points expérimentaux par le profil (3.25).

Enfin, nous obtenons une pulsation de Rabi de $27 \text{ krad/s} \pm 1 \text{ krad/s}$ pour le champ de 460 μT , et de $31 \text{ krad/s} \pm 2 \text{ krad/s}$ pour le champ de 540 μT . La pulsation de Rabi déterminée expérimentalement est donc supérieure à la pulsation estimée au §3.3.2 en négligeant la présence de l’enceinte! Deux raisons peuvent expliquer ce résultat : la présence d’un guide sur une partie du trajet peut être responsable d’un meilleur transport de la puissance jusqu’aux atomes, et les réflexions sur les parois de la chambre peuvent augmenter l’intensité de l’onde localement. Quoi qu’il en soit, l’impulsion que nous avons utilisée est très longue devant une impulsion π , dont la durée pour une pulsation de Rabi de 30 krad/s est de 100 μs .

Courbe de résonance. Nous avons donc refait la même expérience avec une impulsion π , d’une durée $\tau = 100 \mu\text{s}$, et en présence du champ estimé à 460 μT . La courbe obtenue de la fraction d’atomes dans l’état $F = 2$ en fonction de la fréquence de l’onde est présentée sur la figure 3.12. On constate que le transfert est cette fois-ci de 100 %, et qu’on distingue nettement des zéros sur les ailes de la courbe de résonance. On a donc réalisé des transferts cohérents de population, et le temps de cohérence est nécessairement grand devant 100 μs .

Pour exploiter quantitativement cette courbe, nous l’ajustons cette fois-ci avec le profil théorique correspondant à une transition parfaitement cohé-

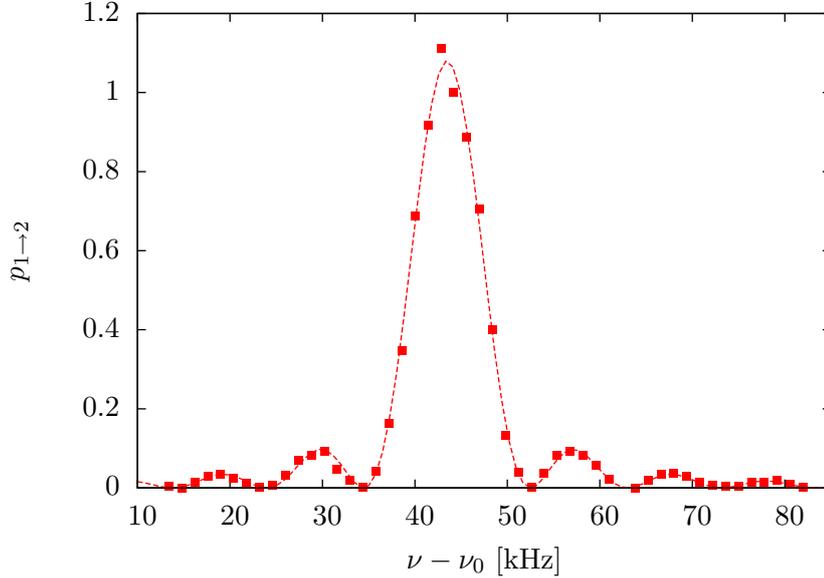


Figure 3.12 – Courbe de résonance avec une impulsion micro-onde de $100 \mu\text{s}$. Les carrés sont les points expérimentaux, et la courbe en pointillés l’ajustement réalisé avec le profil (3.26).

rente, sans relaxation, donné par (cf §3.1.3) :

$$p_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2 + (2\pi\delta)^2} \sin^2 \left(\frac{\tau}{2} \sqrt{\Omega_R^2 + (2\pi\delta)^2} \right). \quad (3.26)$$

Les paramètres libres sont les mêmes que précédemment. On trouve que la fréquence centrale vaut $\nu_0 + 43,48 \text{ kHz} \pm 0,03 \text{ kHz}$, alors qu’on attendait $12,17 \text{ kHz}$. Le champ au niveau des atomes est donc différent du champ estimé par l’équation (3.20) ; d’après l’équation (3.5) et la valeur de la fréquence de transition déterminée expérimentalement, il vaut $0,87 \text{ mT}$. La pulsation de Rabi vaut toujours $27 \text{ kHz} \pm 1 \text{ kHz}$, comme au § précédent.

Nous avons donc mis en évidence la transition d’horloge du ^{87}Rb , et déterminé que la fréquence de Rabi du couplage que nous sommes capable de générer à l’aide de notre dispositif expérimental vaut 30 krad/s , ce qui est raisonnable compte-tenu de la présence de la chambre métallique.

3.3.4 Oscillations de Rabi

Pour vérifier plus clairement le caractère cohérent du transfert de population réalisé, en s’affranchissant des incertitudes liées à la calibration du nombre d’atomes, nous avons effectué une expérience d’oscillations de Rabi. Si nous pouvons observer, en augmentant la durée de l’impulsion au delà des $100 \mu\text{s}$ utilisées précédemment, un nuage entièrement dans l’état $|1, 0\rangle$, c’est

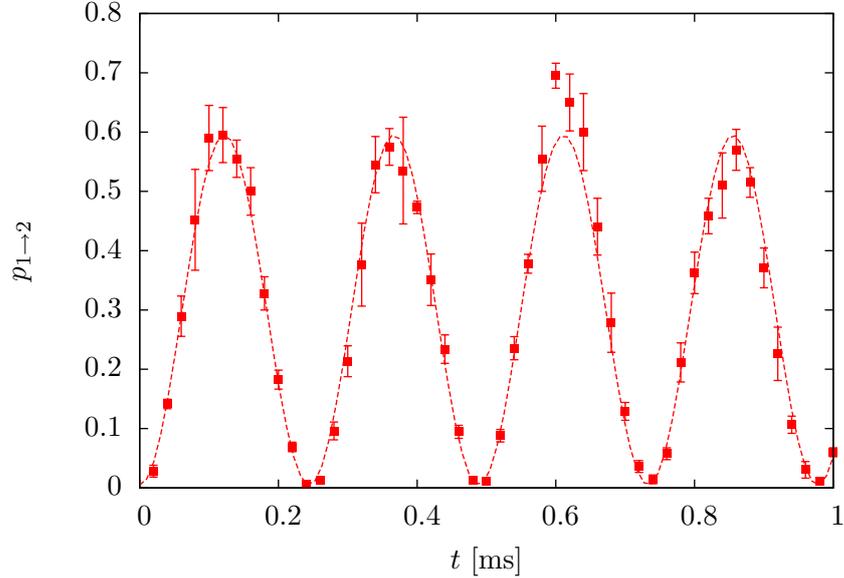


Figure 3.13 – Oscillations de Rabi du nuage atomique entre les états $|1, 0\rangle$ et $|2, 0\rangle$. Les carrés sont les points expérimentaux, et la courbe en pointillés correspond à l’ajustement réalisés avec l’équation (3.27).

que nous effectuons bien un processus de transfert cohérent de population, et que nous sommes capable en particulier de préparer des superpositions d’états cohérentes en appliquant par exemple une impulsion $\pi/2$ à l’échantillon atomique.

La figure 3.13 présente la fraction transférée dans l’état $|2, 0\rangle$ en fonction de la durée de l’impulsion. On y voit les quatre premières oscillations de Rabi du gaz, la population dans l’état $|2, 0\rangle$ revenant à zéro à la fin de chaque oscillation : ceci confirme le caractère parfaitement cohérent de la manipulation de l’état interne des atomes. On a ajusté les points avec le transfert théorique de population à désaccord nul, et en l’absence de toute relaxation :

$$p_{1 \rightarrow 2}(t) = \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right). \quad (3.27)$$

Les paramètres libres sont la pulsation de Rabi, ainsi que l’amplitude globale et un décalage du zéro, toujours pour tenir compte des incertitudes expérimentales sur la calibration du nombre d’atomes. On voit d’ailleurs qu’ici, notre détermination du nombre d’atomes initialement présent dans l’état $|1, 0\rangle$ n’est pas excellente, puisque l’amplitude déterminée expérimentalement vaut 0,6 alors qu’on s’attend à avoir une amplitude unité. La pulsation de Rabi extraite de cet ajustement vaut $25,71 \text{ krad/s} \pm 0,03 \text{ krad/s}$, en bon accord avec les valeurs trouvées précédemment.

3.3.5 Les autres transitions

Pour terminer l'étude des transitions micro-ondes en espace libre, nous avons voulu mettre en évidence les transitions σ_{\pm} entre sous-états magnétiques différant d'une unité. Comme nous avons pu déterminer que l'intensité de la composante de la micro-onde polarisée parallèlement à l'axe y correspond à une pulsation de Rabi de 30 krad/s, nous avons décidé de changer l'orientation du champ magnétique utilisé pendant l'impulsion, pour être certain d'avoir des composantes polarisées σ_{\pm} . En utilisant la bobine B_{V+} (*cf* figure 3.3), la polarisation π précédente devient une superposition équitable des polarisations σ_{\pm} , et on s'attend donc à avoir des pulsations de Rabi de 15 krad/s pour chacune des transitions σ_{\pm} .

Toutefois, nous ne pouvons pas affirmer qu'il n'y a pas de composante π dans la micro-onde au niveau des atomes avec cette configuration de champ magnétique. Pour lever toute ambiguïté, nous avons donc cherché à mettre en évidence la transition :

$$|1, +1\rangle \rightarrow |2, +2\rangle , \quad (3.28)$$

qui est bien séparée en énergie de toutes les autres transitions pour le champ que nous utilisons, soit environ 460 μT . Pour avoir un meilleur signal, nous avons donc également utilisé B_{V+} lors de la phase d'évaporation, afin d'augmenter la proportion d'atomes dans l'état $|1, +1\rangle$ en fin de rampe (par distillation).

Nous avons observé un transfert de population pouvant aller jusqu'à 100 % pour une impulsion d'une durée de 300 μs , et de fréquence $\nu_0 + 1,86 \text{ MHz}$, correspondant à la fréquence de la transition recherchée pour un champ de 700 μT , en bon accord avec notre estimation trouvée au §3.3.3. Cependant, ces transferts ne sont pas reproductible d'une expérience à l'autre, et pour une même séquence, nous avons observé des transferts de population allant de 0 à 100 % !

Cette grande instabilité du transfert de population s'explique par des fluctuations du champ magnétique sur une échelle de temps relativement lente, de l'ordre la durée d'une expérience. En effet, de telles fluctuations ont pour effet de modifier la fréquence centrale de la transition d'une expérience à l'autre. Pour une fluctuation donnée, cette modification est bien plus prononcée pour une transition faisant intervenir un état sensible au champ magnétique au premier ordre, comme celle étudiée ici, que pour la transition d'horloge : le décalage vaut 21 kHz/ μT pour la transition (3.28), alors qu'il est inférieur à 100 Hz/ μT pour des champs inférieurs à 1 mT pour la transition (3.24). Or nous savons que nous ne contrôlons pas le champ magnétique au niveau des atomes à mieux que quelques μT , ce qui conduit à des variations de la fréquence centrale de la transition (3.28) plus grande que sa largeur, alors que dans le cas de la transition (3.24), ces variations sont petites devant sa largeur.

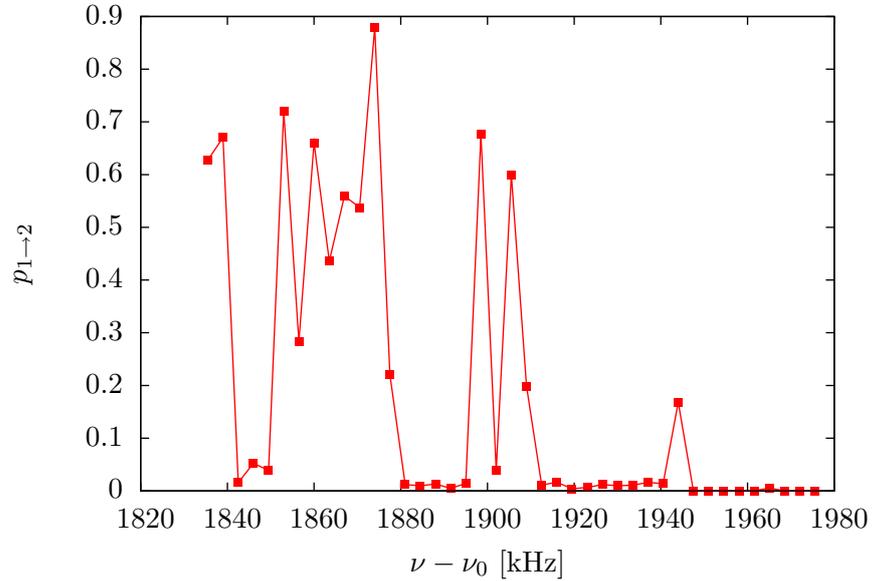


Figure 3.14 – Transition σ_+ . La population transférée dans l'état $|2, +2\rangle$ ne suit pas du tout le profil attendu, qu'il soit donné par l'équation (3.25) (transfert incohérent) ou par l'équation (3.26) (transfert cohérent). Ce résultat s'explique par des fluctuations du champ magnétique sur une échelle relativement lente.

Pour tirer le meilleur parti de notre dispositif micro-onde, il faudrait donc revoir la conception de l'expérience, afin d'avoir un bien meilleur contrôle des champs magnétiques. En particulier, il serait très intéressant de disposer d'un blindage magnétique pour isoler le système des fluctuations du champ magnétique ambiant, voire de mettre en place un contrôle actif du champ magnétique, où une mesure du champ au voisinage des atomes servirait à rétroagir sur les intensités du courant traversant les bobines de compensation du champ ambiant.

3.4 Transitions micro-ondes en espace confiné

Le but que nous poursuivons est d'étudier la possibilité de préparer un *condensat* dans un état interne quelconque ; nous voulons donc pouvoir effectuer des transitions micro-ondes du nuage *alors qu'il est piégé*. Pour étudier ces transitions en espace confiné, nous avons donc effectué l'impulsion micro-onde *avant* la coupure du piège et le temps de vol. La séquence temporelle est présentée sur la figure 3.15. Nous avons également utilisé un champ magnétique bien plus faible, pour réduire encore la sensibilité de la transition d'horloge aux fluctuations du champ magnétique. Nous estimons le champ utilisé à $23 \mu\text{T}$, ce qui correspond à un décalage de la transition d'horloge de 30 Hz, les autres transitions étant décalées de plus de 100 kHz.

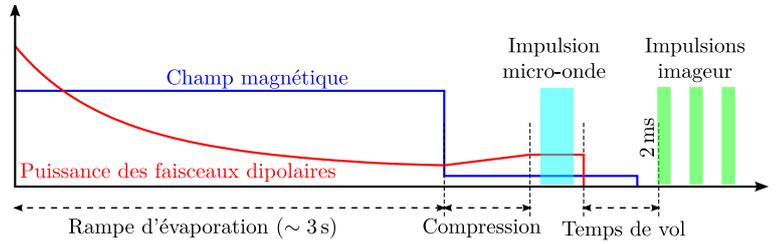


Figure 3.15 – Séquence temporelle utilisée pour les transitions micro-ondes en espace confiné. Avant d’effectuer l’impulsion micro-onde, on recomprime le piège pour éviter une évaporation libre résiduelle, qui se traduirait par une perte d’atomes.

Nous voudrions en principe pouvoir réaliser n’importe quelle transition (π , σ_{\pm}) ; toutefois, compte-tenu des limites de notre dispositif mises en évidence au §3.3.5, nous n’avons étudié que la transition d’horloge (3.24), mais cela constitue une démonstration de principe de la faisabilité de toutes les autres transitions, à condition bien sûr d’être capable de contrôler très finement le champ magnétique au niveau des atomes.

3.4.1 Considérations théoriques

Avant de présenter les résultats des expériences, il est intéressant de faire deux remarques :

- la présence du potentiel dipolaire pendant les transitions ne doit pas décaler la fréquence centrale, car les décalages lumineux sont égaux pour tous les sous-états du fondamental $5S_{1/2}$ lorsque l’on utilise une onde polarisée linéairement (voir §1.1.1) ;
- un nuage piégé, et plus particulièrement un condensat, a une densité bien plus élevée qu’un nuage après quelques ms de temps de vol. Toutefois, le décalage collisionnel de quelques Hz qui en résulte [11] est négligeable devant la pulsation de Rabi que nous utilisons et ne pourra être observé expérimentalement.

3.4.2 Mise en évidence de la transition

Courbe de résonance. Nous avons en premier lieu vérifié que la fréquence de la transition (3.24) est bien là où on l’attend. On a procédé comme au §3.3.3 : nous avons balayé la fréquence de la micro-onde pour une impulsion de durée fixe égale à $50 \mu\text{s}$. Le résultat est présenté sur la figure 3.16 ; on retrouve bien une fréquence centrale de transition égale à $\nu_0 \pm 100 \text{ Hz}$. La pulsation de Rabi, quant à elle, vaut $18 \text{ krad/s} \pm 14 \text{ krad/s}$, compatible avec celles mesurées précédemment. Les incertitudes sont plus grandes qu’au §3.3 car nous avons exploré un domaine de fréquence moins

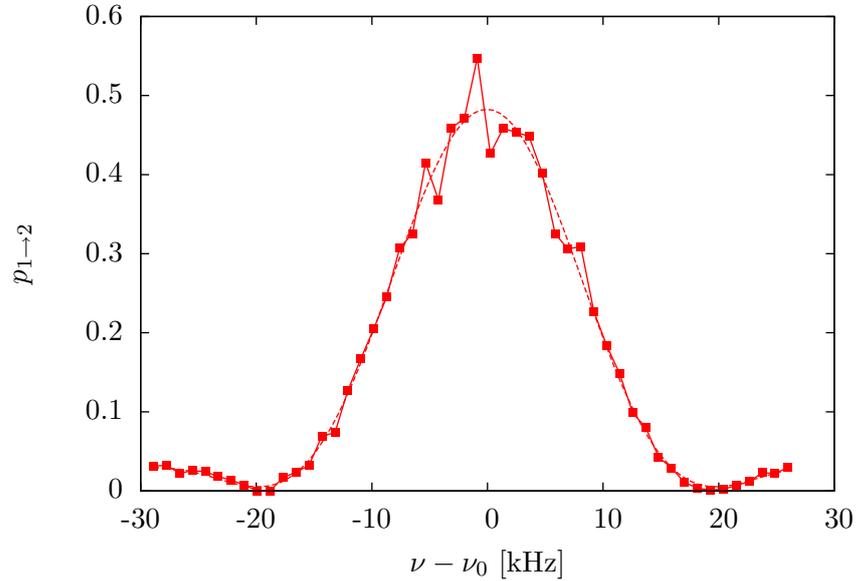


Figure 3.16 – Courbe de résonance pour une impulsion de $50 \mu\text{s}$. Le transfert n'atteint pas 100 % car l'impulsion est plus courte qu'une impulsion π , sa durée est plutôt voisine d'une impulsion $\pi/2$.

important.

Oscillations de Rabi. Nous avons ensuite confirmé le caractère cohérent de la transition en effectuant des oscillations de Rabi, comme au §3.3.4. La figure 3.17 montre que le temps de cohérence est grand devant $500 \mu\text{s}$. Nous tenons à souligner que ces transferts cohérents de population ont été effectués sur des *condensats piégés*. Nous sommes donc capable de produire des condensats dans n'importe quelle superposition des états $|1, 0\rangle$ et $|2, 0\rangle$.

La pulsation de Rabi extraite de l'ajustement de ces oscillations avec l'équation (3.27) vaut $27,89 \text{ krad/s} \pm 0,06 \text{ krad/s}$, en parfait accord avec les valeurs extraites précédemment.

3.4.3 Estimation du temps de cohérence

Nous avons ensuite voulu mesurer le temps de cohérence de la transition. Pour cela, nous voulons étudier des temps d'interaction pouvant être beaucoup plus long, jusqu'à une centaine de ms. La figure (3.18) présente le transfert de population en fonction de la durée de l'impulsion.

On constate que dès que la durée de l'impulsion dépasse quelques ms, les oscillations se brouillent, mais qu'il y a toujours des points pour lesquels la population transférée avoisine les 100 %. Il n'est donc pas possible de définir directement un temps de cohérence, qui se traduirait par un amortissement

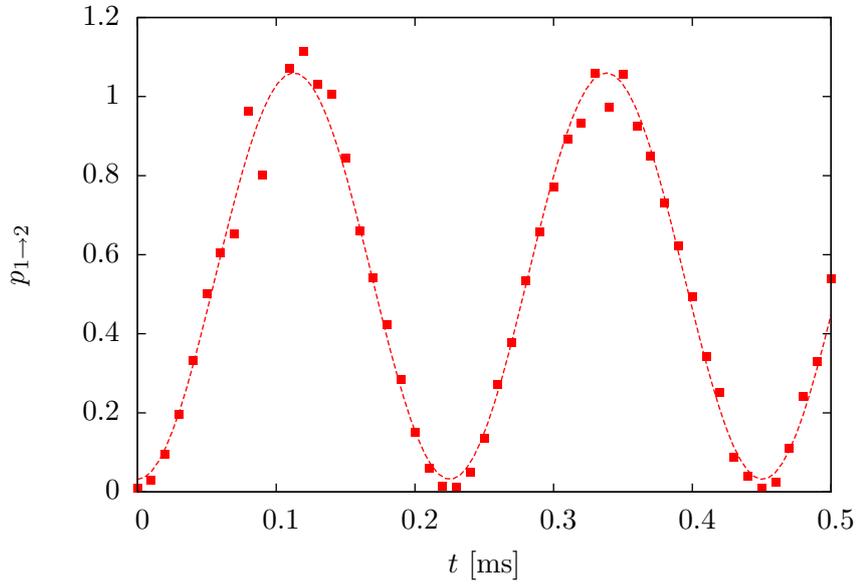


Figure 3.17 – Oscillation de Rabi du nuage piégé entre les états $|1, 0\rangle$ et $|2, 0\rangle$.

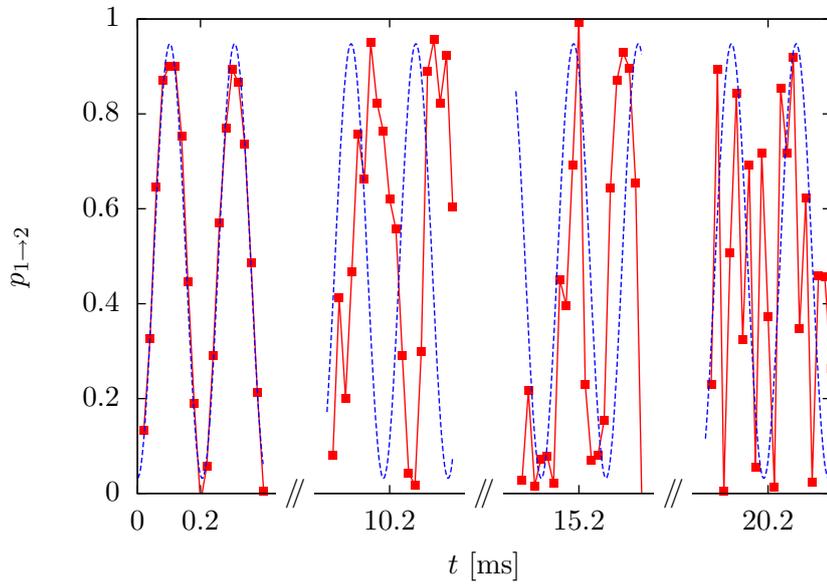


Figure 3.18 – Oscillations de Rabi du gaz piégé, pour des durées d'impulsions allant jusqu'à 20,4 ms. On constate que les oscillations se brouillent dès que l'impulsion dépasse quelques ms, mais qu'il y a toujours des points pour lesquels le transfert avoisine les 100%. La courbe en pointillés est un ajustement avec l'équation (3.27) des deux premières oscillations.

exponentiel des oscillations de Rabi vers un taux de transfert de 50 %. On retrouve ici le phénomène de fortes fluctuations déjà évoqué au §3.3.5 ; nous estimons que ce sont des fluctuations lentes du champ magnétique qui sont responsables de ce brouillage des oscillations.

3.4.4 Franges de Ramsey

Pour compléter notre étude des transitions micro-ondes, nous avons effectué une expérience du type « franges de Ramsey » [80]. C'est une expérience d'interférométrie atomique, dans laquelle on utilise deux impulsions séparées pour interroger un jet ou un nuage d'atomes. Dans le contexte du contrôle de la polarisation d'un laser à atomes guidé, ce type d'expériences s'avèrera très important, puisqu'il sera nécessaire d'utiliser des zones d'interactions séparées spatialement pour préparer et mesurer l'état de polarisation de l'onde atomique au cours de sa propagation.

Pour l'instant, nous manipulons l'état interne d'un gaz piégé ; nous allons donc réaliser deux impulsions séparées temporellement et non spatialement pour préparer et mesurer la polarisation de nos condensats. Nous utilisons donc deux impulsions $\pi/2$, durant chacune 59 μs , séparées par un laps de temps où les atomes ne sont soumis à aucun rayonnement micro-onde, d'une durée de 0,5 ms, choisie suffisamment courte pour que les transitions restent parfaitement cohérentes. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 3.19 ; on obtient bien les franges attendues, démontrant par là-même notre capacité à réaliser un interféromètre atomique à champs oscillants séparés dans le domaine temporel.

Conclusion

L'utilisation de champs magnétiques statiques ou oscillants est un outil de choix pour manipuler l'état interne de nuages atomiques piégés à l'aide de forces dipolaires : nous pouvons ainsi préparer les atomes dans un sous-état magnétique choisi $|1, m_F\rangle$ par distillation du spin au cours de la phase d'évaporation, mais aussi préparer un état du type $\alpha|1, 0\rangle + \beta|2, 0\rangle$ en utilisant une impulsion micro-onde réglée sur la fréquence de la transition d'horloge des atomes de ^{87}Rb . Si nous pouvions bénéficier d'un meilleur contrôle du champ magnétique au niveau des atomes, et en particulier réduire ses fluctuations à un niveau bien inférieur au μT , il serait possible, toujours en utilisant une impulsion micro-onde, de réaliser des transitions σ_{\pm} changeant m_F d'une unité. L'étape suivante serait alors d'utiliser des impulsions à deux fréquences (deux fréquences micro-ondes ou une fréquence micro-onde et une radio-fréquence [81]), pour réaliser des transitions plus complexes, susceptibles de changer m_F de deux unités, et nous permettant de réaliser n'importe quel état de l'espace de Hilbert $\mathcal{E}_{F=1} \oplus \mathcal{E}_{F=2}$, ouvrant la voie au

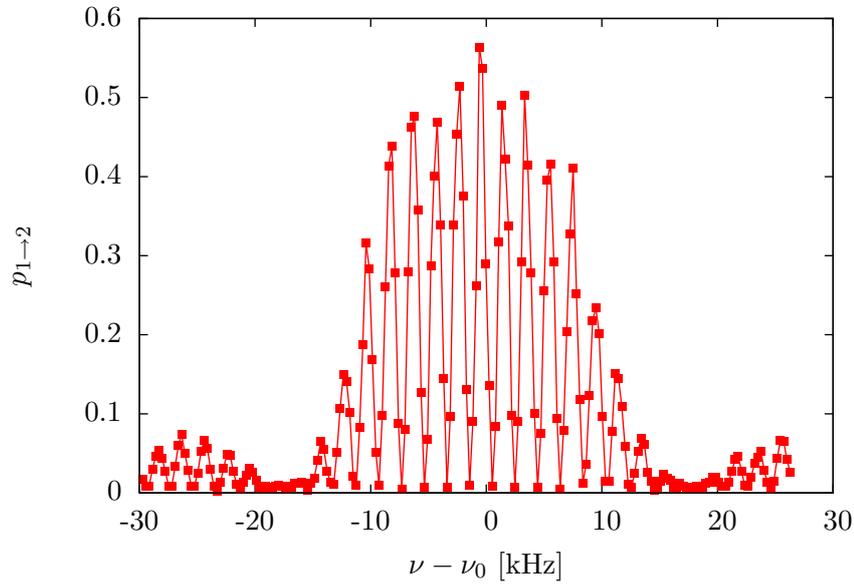


Figure 3.19 – *Franges de Ramsey observées sur un nuage piégé, en le soumettant à deux impulsions micro-onde d’une durée de $59 \mu\text{s}$ chacune (soit des impulsions $\pi/2$), séparées de $500 \mu\text{s}$.*

contrôle total de la polarisation des lasers à atomes guidés extraits de nos condensats.

Chapitre 4

Réalisation d'un laser à atomes dans un guide optique

Lorsque l'on extrait des atomes d'un condensat de Bose-Einstein, ils forment un *laser à atomes*, c'est-à-dire une onde de matière cohérente qui se propage. Un tel système constitue une source d'atomes de luminance bien plus grande que n'importe quelle source classique (comme un four, ou la sortie d'un ralentisseur Zeeman) [14], ce qui en fait un outil très intéressant dans le contexte de l'interférométrie atomique [73], ainsi que pour des applications de nano-lithographie par ingénierie de leur phase [82]. De telles sources sont également intéressantes pour l'étude de l'intrication atomes-lumière ou des corrélations entre particules massives [83]. Dans le contexte de la métrologie, on s'attend également à des gains très importants en précision pour les mesures des champs inertiels en utilisant des sources atomiques par rapport aux interféromètres optiques existant, en raison de la bien plus grande sensibilité des atomes à ce type de champs.

Les lasers à atomes produits jusqu'à présent ont tous été extraits de condensats de Bose-Einstein, même si d'autres voies sont étudiées pour y parvenir [84, 85]. On peut tout de même les classer selon deux critères distincts, qui ont de grandes conséquences sur la physique des jets atomiques produits¹ :

- *la méthode de découplage employée* : elle peut faire intervenir des changements d'état interne, en faisant passer les atomes d'un état piégé à un état libre, à l'aide de champs électromagnétiques (radio-fréquences ou optiques [14, 15, 16]), ou reposer sur le déversement des atomes hors du piège par une réduction de la profondeur de celui-ci [18]. Les méthodes

1. On a écarté de cette discussion le caractère pulsé ou quasi-continu des lasers à atomes, car pour toutes les applications pratiques, il est bien plus intéressant de disposer d'un laser quasi-continu ; nous ne parlerons donc dans la suite que de ce type de laser.

de découplage par changement d'état interne nécessitent l'utilisation d'un dispositif piégeant sélectivement certains états internes. Jusqu'à présent, ce sont donc des pièges magnétiques qui ont été utilisés. La polarisation des lasers à atomes extraits de tels dispositifs est imposée par la conception même de l'expérience (et sera un état interne insensible au premier ordre au champ magnétique). Au contraire, l'utilisation d'une technique de déversement permet, elle, le contrôle total de la polarisation du laser émis à condition d'être capable de contrôler l'état interne du condensat source. Nous avons montré au chapitre 3 comment un tel contrôle était réalisable en utilisant un piège dipolaire et des champs magnétiques ;

- *le type de propagation du laser* : libre ou confinée [23]. La propagation de l'onde dans l'espace libre est régie par le potentiel gravitationnel ; les atomes sont donc très fortement accélérés, ce qui conduit à une diminution très rapide de la longueur d'onde de de Broglie du laser. D'autre part, le faisceau va diverger au cours de sa propagation, ainsi que son analogue à photons, ce qui conduit à une dilution de la densité atomique et rend difficile l'adaptation de mode nécessaire aux expériences d'interférométrie. L'équivalent de la limite de diffraction n'est même jamais atteint en raison des interactions condensat-faisceau au moment du découplage ou des interactions intra-faisceau [21]. Au contraire, la propagation confinée permet de s'affranchir du potentiel gravitationnel en utilisant un guide horizontal ; il est donc possible de contrôler la longueur d'onde de de Broglie du faisceau et de la maintenir constante au cours de la propagation [23]. De plus, le potentiel de guidage prévient toute dispersion, et rend possible le contrôle du mode transverse, par des transferts de population entre niveaux vibrationnels, ou par le contrôle de la température du condensat source, comme on le verra au §4.4.

Dans ce chapitre, nous montrerons comment, à partir des condensats polarisés produit par notre dispositif, nous pouvons extraire des lasers à atomes guidés par le potentiel créé par le faisceau dipolaire horizontal. Nous donnerons les caractéristiques des faisceaux obtenus, puis présenterons un modèle thermodynamique nous permettant de déterminer les populations des divers niveaux vibrationnels transverses. Enfin, nous montrerons que la transformation subie par l'ensemble atomique est isentropique.

4.1 Protocole expérimental

En raison de la grande longueur de Rayleigh du faisceau horizontal, soit 4,7 mm pour une largeur du col du faisceau valant 40 μm , celui-ci peut constituer un guide pour les atomes au voisinage de son point focal. En effet, la fréquence de piégeage longitudinale est négligeable devant les fréquences

de piégeage transverse, et les fréquences transverses varient peu à l'échelle du mm. Nous allons donc extraire des atomes du condensat à l'intérieur de ce guide pour réaliser des lasers à atomes guidés.

4.1.1 Le guide optique

Pour caractériser le guide, il faut déterminer les fréquences d'oscillations des atomes piégés dans celui-ci. Le faisceau horizontal est légèrement elliptique en raison d'inévitables aberrations optiques, mais ses axes propres sont quasi-confondus avec les directions y et z (voir figure 4.2), comme nous avons pu le constater en imageant le faisceau dipolaire directement sur une caméra CCD. Le piège a donc deux fréquences propres différentes ω_y et ω_z .

Pour les mesurer, nous avons étudié le mode d'oscillation dipolaire d'un ensemble d'atomes piégés dans le guide. Pour cela, on commence par préparer un paquet d'atomes froids dans le piège croisé, puis on coupe le faisceau vertical. Les atomes sont donc confinés uniquement par le guide. On excite alors le mode dipolaire par une impulsion de champ magnétique. Nous voulons connaître la fréquence ω_z avec la meilleure précision possible. En effet, nous nous intéresserons ultérieurement à des grandeurs caractérisant le mode transverse *vertical* des atomes guidés, faisant intervenir ω_z , car nous ne pouvons observer que la largeur verticale du faisceau guidé². Nous avons donc utilisé une bobine générant un gradient de champ vertical, pour exciter au maximum l'oscillation dans cette direction.

On enregistre ensuite une séquence d'images correspondant à des durées d'oscillations croissantes, typiquement de 0 à 50 ms. Comme toujours, l'imagerie étant destructive, il est indispensable de répéter l'ensemble de la séquence pour l'acquisition de chaque image. On peut ensuite extraire la position du nuage sur chaque image, puis, par une transformée de Fourier de ces données, en extraire les fréquences d'oscillations. La figure 4.1 présente les résultats d'une telle mesure, indiquant une fréquence d'oscillation de $248 \text{ Hz} \pm 7 \text{ Hz}$ pour les paramètres expérimentaux utilisés alors.

4.1.2 Le découplage magnétique

Comme le piège dipolaire retient les atomes quel que soit leur état interne, on ne peut pas les extraire par un changement d'état. En revanche, la profondeur finie du piège nous permet de déverser progressivement les atomes dans le guide. Pour cela, nous commençons par purifier les atomes dans un sous-état magnétique donné (*cf* chapitre 3), puis nous utilisons une force magnétique colinéaire à l'axe du faisceau horizontal dont nous augmentons graduellement l'intensité pour diminuer la profondeur de piégeage et « pousser » les atomes dans le guide. La figure 4.2 présente un schéma de principe du dispositif ; on y a représenté les faisceaux dipolaires et la bobine

2. L'axe selon lequel nous imageons les atomes est situé dans un plan horizontal.

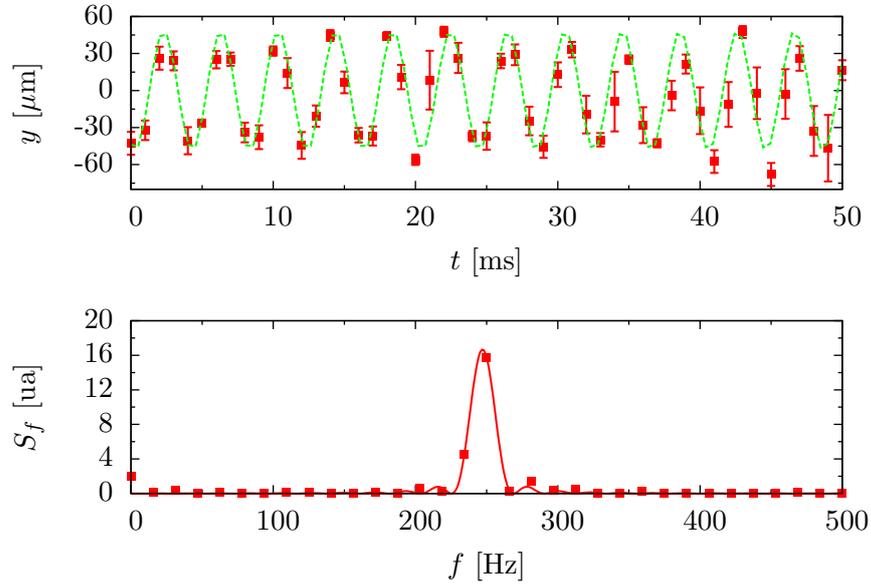


Figure 4.1 – Position du nuage en fonction du temps et puissance spectrale associée, obtenue par une transformée de Fourier rapide. On en déduit une fréquence d'oscillation de $248 \text{ Hz} \pm 7 \text{ Hz}$ en ajustant un sinus cardinal carré sur le spectre.

utilisée pour manipuler les atomes, ainsi que l'allure du potentiel vu par les atomes.

La force magnétique ressentie par les atomes dépend du sous-état magnétique dans lequel ils se trouvent ; le découplage est donc sélectif quant à l'état interne. Les atomes dans les états $m_F = \pm 1$ ressentent des forces opposées, et sont donc extraits de part et d'autre du condensat. Les atomes dans l'état $m_F = 0$ nécessitent des gradients de champ plus élevés pour être extraits, puisque insensible au champ à l'ordre 1. Au cours d'une expérience de découplage, les lasers à atomes générés correspondant aux divers sous-états magnétiques sont donc séparés spatialement ou temporellement.

Pour générer la force magnétique de découplage, nous utilisons une bo-

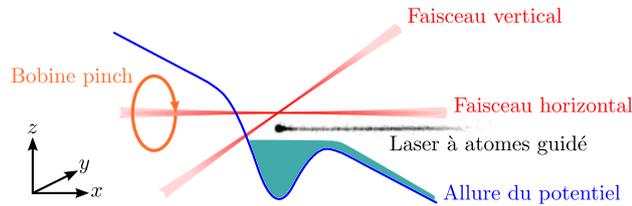


Figure 4.2 – Schéma de principe du dispositif permettant le découplage d'atomes du piège croisé dans le faisceau horizontal à l'aide de la force magnétique générée par la bobine pinch.

bine « pinch », dont l'axe est confondu avec l'axe du faisceau dipolaire, située à 10 cm du centre du piège. Cette bobine est constituée de 25 tours de fil de cuivre, et a un rayon de 4,5 cm. D'après l'équation (3.18), le champ au niveau des atomes vaut donc $24 \mu\text{T}/\text{A}$, et le gradient vaut $0,6 \text{ mT m}^{-1}/\text{A}$. On en déduit les valeurs maximales des accélérations exercées sur les atomes, pour un courant de 200 A parcourant la bobine³, d'après les équations (3.13) et (3.14) :

$$\mathbf{a}_{m_F=\pm 1} = \pm 3,9 \mathbf{u}_z \text{ m s}^{-2} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{a}_{m_F=0} = 0,15 \mathbf{u}_z \text{ m s}^{-2} \quad (4.2)$$

Ces accélérations ne sont pas suffisantes pour directement extraire les atomes du piège croisé. Il faut diminuer au préalable l'intensité du faisceau vertical pour diminuer la profondeur de piégeage et rendre possible l'extraction. En pratique, on choisit l'intensité de champ magnétique que l'on veut utiliser pour découpler, puis on diminue l'intensité finale du faisceau vertical jusqu'à observer un découplage.

4.1.3 La séquence expérimentale

La figure 4.3 présente un diagramme temporel de la séquence, qui est composée de quatre étapes principales :

1. la création du condensat source, qui dure environ 4 s, et comprenant la phase de chargement et la rampe d'évaporation. Nous avons distillé l'une ou l'autre des sous-espèces magnétiques lors de la rampe d'évaporation pour disposer d'une source d'atomes polarisés (*cf* chapitre 3). Ainsi, nous avons plus d'atomes dans l'état choisi et augmentons le rapport signal à bruit, ce qui facilite la caractérisation des lasers à atomes produits ;
2. la mise en forme des potentiels, qui dure 200 ms, pendant laquelle on effectue trois opérations :
 - (a) on coupe le champ magnétique de purification de 10 mT en 100 ms ;
 - (b) on augmente l'intensité du faisceau horizontal pour avoir des fréquences de guidage plus grandes et minimiser les pertes d'atomes pouvant résulter d'une évaporation libre résiduelle. Nous avons utilisé des fréquences de guidage de quelques centaines de Hz typiquement. Le choix de la fréquence de guidage résulte d'un compromis : une fréquence de guidage élevée permet d'être relativement insensible aux éventuelles fluctuations de position du faisceau, mais nécessite plus de puissance et donc un taux de chauffage plus important, à cause de la diffusion de photons (*cf* §1.1.1) ;

3. Rappelons que le sens de la force est indépendant du sens du courant.

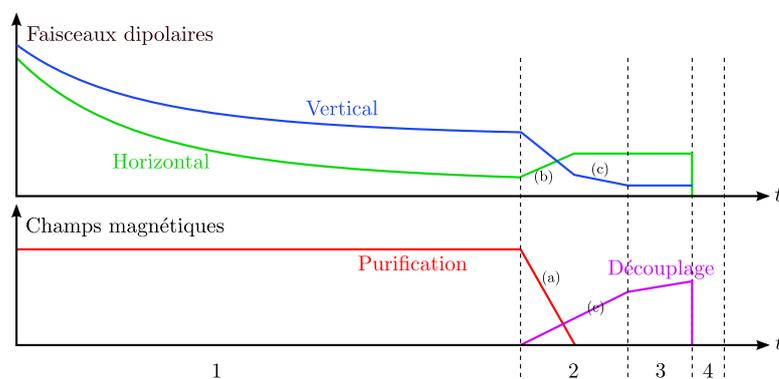


Figure 4.3 – Diagramme temporel de la séquence de découplage magnétique de lasers à atomes.

- (c) on augmente le champ de découplage tout en diminuant l'intensité du faisceau vertical pour se placer à la limite d'extraction du faisceau. En fonction de l'intensité du champ choisie pour le découplage, la puissance finale du faisceau vertical sera différente pour atteindre le seuil. De plus, pour une intensité de champ donnée, la puissance finale du faisceau vertical au seuil de découplage est plus basse pour les lasers dans l'état $m_F = 0$ que pour les lasers dans l'état $m_F = \pm 1$, en raison de la différence de sensibilité des atomes au champ magnétique en fonction de leur état interne ;
3. le découplage proprement dit, qui dure environ 100 ms. Les atomes extraits sont guidés par le faisceau horizontal et se propagent sur plusieurs mm ;
 4. la phase d'imagerie après un temps de vol variable, allant de 2 ms à 30 ms.

4.2 Caractérisation des lasers à atomes

4.2.1 Mode longitudinal

Pour déterminer la longueur d'onde de de Broglie du laser à atomes formé lors de l'extraction, nous avons mesuré la vitesse de propagation de l'onde de matière. Pour cela, nous interrompons la phase de découplage à un temps t que l'on varie entre typiquement 0 et 100 ms, pour prendre une image des atomes découplés. Nous pouvons ainsi reconstituer le film du découplage et déterminer la vitesse de propagation moyenne du paquet d'atomes.

Pour extraire la position moyenne du paquet atomique des images d'absorption que nous avons enregistrées, nous commençons par intégrer sur la

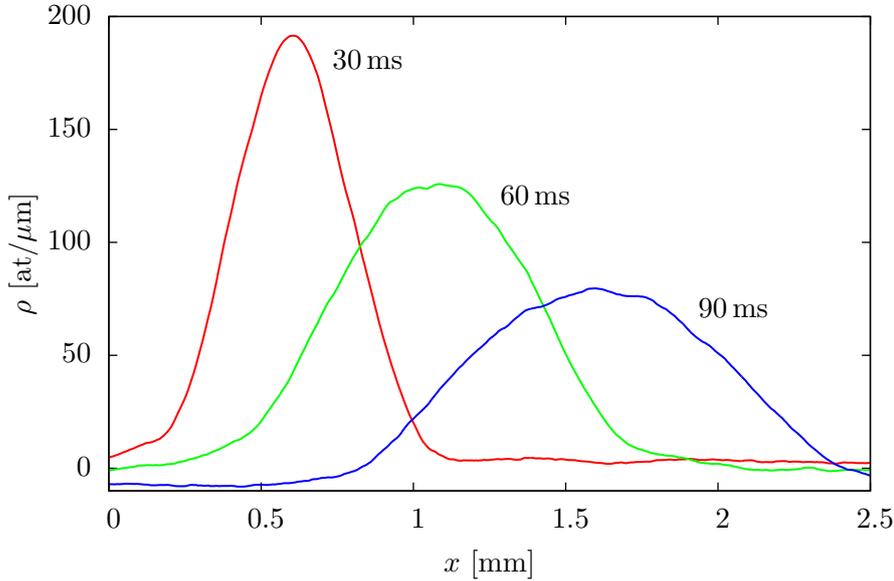


Figure 4.4 – Profils longitudinaux d’un laser à atomes dans l’état $m_F = 0$ à divers temps de propagation (avec un moyennage glissant sur 50 pixels). Le champ magnétique d’extraction au niveau des atomes vaut 4,8 mT, et son gradient vaut 120 mT/m, ce qui correspond à une accélération d’environ 150 mm/s².

direction perpendiculaire au faisceau de façon à obtenir le profil de densité longitudinale $\rho[x]$. Les densités longitudinales typiques obtenues sont de l’ordre de 100 atomes/ μm . Ce profil est ensuite lissé par un moyennage glissant pour s’affranchir du bruit de l’imagerie (*cf* figure 4.4). Enfin, nous définissons la position moyenne du paquet d’atomes à partir des flancs du laser : c’est le barycentre des deux points situés à mi-hauteur de la courbe.

La figure 4.5 représente cette position moyenne en fonction du temps de propagation, pour un laser à atomes dans l’état $m_F = 0$ et un champ magnétique d’extraction au niveau des atomes valant 4,8 mT et de gradient 120 mT/m, ce qui correspond à une accélération d’environ 150 mm/s². On a clairement une avancée quadratique du paquet d’onde, correspondant à une accélération quasi-constante. Cette accélération provient de la conjonction de trois forces : la force magnétique de découplage, la force dipolaire résultant de la courbure longitudinale du potentiel optique, et la force gravitationnelle résultant d’un éventuel petit angle entre le faisceau et l’horizontale. Toutefois, on a pris soin de se placer au niveau du col du faisceau et d’utiliser un faisceau le plus horizontal possible pour minimiser ces deux dernières forces. La valeur de $232 \text{ mm/s}^2 \pm 17 \text{ mm/s}^2$ obtenue par ajustement quadratique du profil est donc en accord raisonnable avec la valeur attendue, et indique qu’il doit y avoir un angle résiduel de moins d’un demi degré, responsable de cette accélération plus importante que prévue.

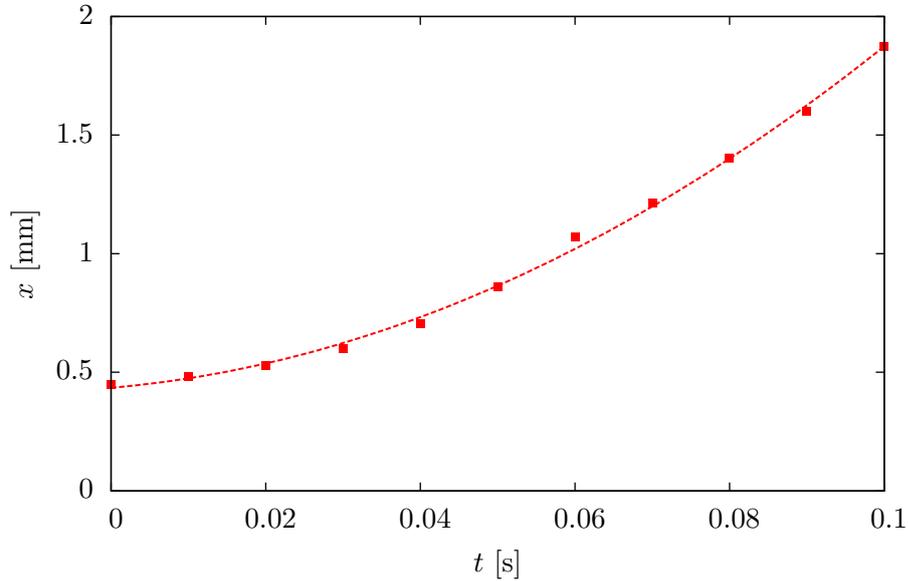


Figure 4.5 – Position moyenne du paquet d’atomes en fonction du temps extraite des profils de densité longitudinale, pour le laser à atomes de la figure 4.4. La courbe en pointillés est un ajustement quadratique des données donnant une accélération de $232 \text{ mm/s}^2 \pm 17 \text{ mm/s}^2$.

D’après cet ajustement, la vitesse du laser est multipliée par dix durant les 100 ms de propagation, passant d’environ 2,8 mm/s à 26 mm/s, ce qui correspond à une longueur d’onde de de Broglie passant de 1,6 μm à 0,25 μm .

Enfin, nous pouvons extraire la dispersion de vitesse longitudinale à partir de l’évolution temporelle de la demi-largeur à mi-hauteur du paquet atomique extrait (voir figure 4.6). Nous obtenons une dépendance de cette demi-largeur linéaire en temps dès que celui-ci dépasse 20 ms, de laquelle on extrait une dispersion en vitesse valant $6,1 \text{ mm/s} \pm 0,1 \text{ mm/s}$, soit une longueur d’onde de de Broglie thermique de l’ordre de 0,75 μm .

4.2.2 Flux atomique

Pour déterminer le flux, nous allons utiliser les profils de densité tirés des images par absorption et de la connaissance que nous avons de l’évolution temporelle du paquet d’atomes. Pour simplifier, nous allons négliger la dispersion, ce qui est assez brutal mais nous permettra d’obtenir une bonne estimation du flux sans nécessiter de modèle plus précis de la densité atomique.

Dans ce cadre, un atome découplé à l’instant t se trouve au moment de la prise d’image, repérée par l’instant τ , à la position $x_\tau(t)$:

$$x_\tau(t) - x_0 = \frac{a_0}{2} (\tau - t)^2 + v_0 (\tau - t) , \quad (4.3)$$

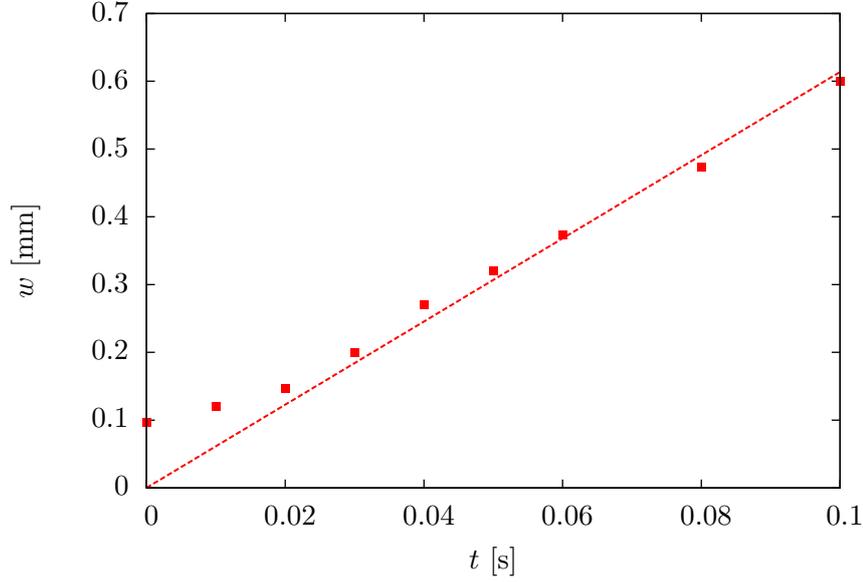


Figure 4.6 – Demi-largeur à mi-hauteur du paquet d’atomes en fonction du temps, pour le laser à atomes de la figure 4.4. La courbe en pointillé est un ajustement linéaire passant par l’origine des points tels que $t > 20$ ms, et donne une dispersion en vitesse valant $6,1 \text{ mm/s} \pm 0,1 \text{ mm/s}$.

où x_0 , v_0 et a_0 sont respectivement la position initiale, la vitesse initiale et l’accélération déduite de l’ajustement de la position moyenne du paquet en fonction du temps de propagation. Les images d’absorption donnent directement accès à la densité longitudinale $\rho_\tau[x]$. On peut donc en déduire le flux d’atomes en x_0 par l’équation suivante :

$$\Phi(t) = \rho_\tau[x_\tau(t)] \left| \frac{dx_\tau(t)}{dt} \right|. \quad (4.4)$$

En pratique, nous n’avons accès qu’à des valeurs de $\rho_\tau[x]$ discrètes en raison de la pixelisation de l’image. Les valeurs de t accessibles nous sont donc imposées, et on les calcule en inversant la relation (4.3) :

$$\tau - t[x] = \sqrt{\left(\frac{v_0}{a_0}\right)^2 + 2\frac{x - x_0}{a_0}} - \frac{v_0}{a_0}. \quad (4.5)$$

De chaque couple (x, ρ) on déduit donc un couple (t, Φ) , ce qui nous permet de tracer le flux en fonction du temps (voir figure 4.7). Le flux maximal atteint pour le laser présenté au paragraphe précédent vaut donc $2,5 \times 10^6 \text{ at/s}$, le flux moyen vaut 10^6 at/s , l’ensemble du condensat étant découplé en 100 ms. En utilisant un découplage plus lent (soit en ajustant plus finement la valeur du champ magnétique de découplage) on peut obtenir un flux crête plus faible, de l’ordre de $5 \times 10^5 \text{ at/s}$ [86].

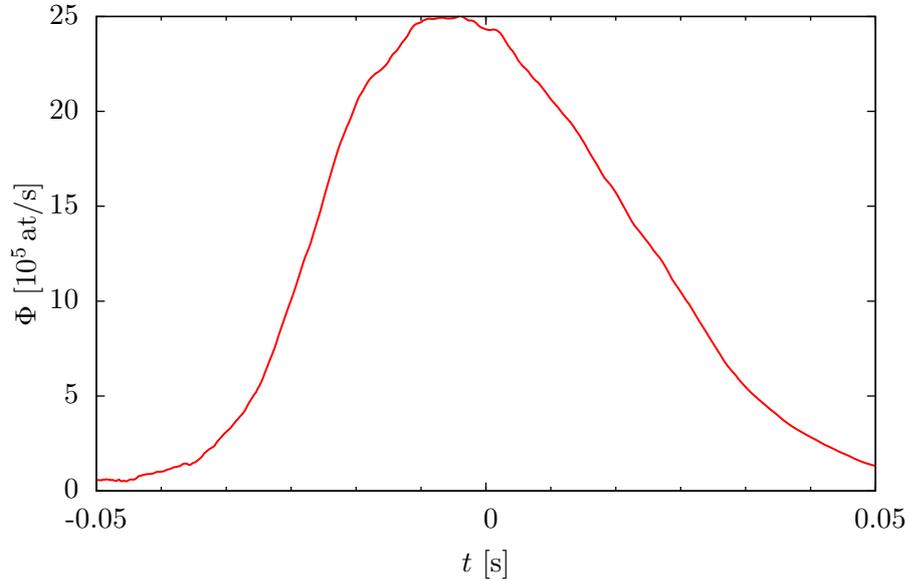


Figure 4.7 – Flux atomique en fonction du temps déduit des profils de densité longitudinale, pour un laser à atomes dans l'état $m_F = 0$ et un champ magnétique d'extraction au niveau des atomes valant 4,8 mT et de gradient 120 mT/m.

4.2.3 Mode transverse

Pour terminer la caractérisation des lasers à atomes produits par notre dispositif, il reste à déterminer le mode transverse du faisceau. Pour cela, nous voudrions mesurer les populations des différents états vibrationnels transverses.

Malheureusement, les fréquences de piégeage transverse sont trop faibles pour permettre une spectroscopie directe de ces niveaux, contrairement par exemple aux expériences utilisant des réseaux optiques, qui sont en général bien plus confinantes. Une forte recompression de la pince permettrait d'avoir des fréquences de l'ordre du kHz, mais l'intensité lumineuse élevée nécessaire induirait de nombreuses diffusions de photons, ainsi que des pertes assistées par la lumière (*cf* §1.3), qui détruiraient le mode transverse.

Il n'est pas non plus possible d'observer de marches dans les pertes d'atomes en diminuant progressivement la profondeur du piège. En effet, pour le col de faisceau que nous utilisons, la différence d'intensité lumineuse correspondant au changement d'une unité du nombre de niveaux d'énergie du piège est trop faible pour espérer la contrôler expérimentalement (il faudrait une précision sur la puissance lumineuse de l'ordre du μW !). Pour observer de telles marches, il faudrait donc avoir un faisceau bien plus étroit, de façon à avoir des fréquences de piégeage plus grandes à profondeur donnée. Cependant, un tel faisceau se prête mal au guidage d'une onde de

matière en raison de sa faible longueur de Rayleigh.

Principe de la mesure. Si nous n'avons pas accès aux populations elles-mêmes, nous pouvons mesurer des quantités moyennes dépendant de ces populations, comme la densité longitudinale (*cf* § précédent) ou la dispersion de vitesse transverse, que l'on détermine en mesurant la largeur quadratique moyenne du faisceau après temps de vol. Nos lasers à atomes après 100 ms de propagation sont dans le régime de faible interaction, puisqu'on a $\rho a \sim 0,2 < 1$ [87, 88]. On peut donc utiliser le théorème du Viriel pour établir que :

$$\langle E_z^{\text{cin.}} \rangle = \frac{1}{2} m \Delta v_z^2 = \frac{1}{2} \langle E_z^{\text{tot.}} \rangle = \frac{\hbar \omega_z}{2} (\langle n_z \rangle + 1/2) , \quad (4.6)$$

ce qui nous permet de relier $\langle n_z \rangle$, le nombre d'excitations moyen selon l'axe z , à la dispersion de vitesse Δv_z et à la pulsation de piégeage ω_z . On supposera dans la suite qu'il y a invariance par rotation du faisceau, de sorte que $\omega_y = \omega_z = \omega_\perp$ et $\langle n_y \rangle = \langle n_z \rangle$, et on appellera $\langle n \rangle$ leur valeur commune. Cette hypothèse est justifiée par la faible anisotropie du potentiel de piégeage.

Comme mentionné précédemment, nous utilisons Δv_z plutôt que Δv_y en raison de l'axe d'imagerie, qui se situe dans un plan horizontal : nous avons accès à la largeur du faisceau d'atomes selon la direction verticale, mais pas selon la direction horizontale.

Lien avec la fraction d'atomes condensés. Le nombre d'excitations moyen caractérise la qualité du mode transverse : plus il est proche de 0, plus le nombre d'états transverses peuplés est faible. Connaissant $\langle n \rangle$, on peut donner une borne inférieure à la population π_0 de l'état fondamental transverse. En effet, on a :

$$\pi_0 = \left(1 - \sum_{n_x \neq 0} \pi_{n_x} \right) \left(1 - \sum_{n_y \neq 0} \pi_{n_y} \right) \geq (1 - \langle n \rangle)^2 , \quad (4.7)$$

où on a utilisé l'invariance par rotation et supposé de plus que les excitations selon les deux axes ne sont pas corrélées. On voit donc que dès que $\langle n \rangle < 1$, l'état fondamental transverse est occupé par une fraction macroscopique des atomes.

Détermination pratique de Δv_z . Au cours d'un temps de vol t , la largeur quadratique moyenne du faisceau d'atomes évolue selon la loi :

$$\Delta z^2 = \sigma_0^2 + \Delta v_z^2 t^2 , \quad (4.8)$$

où σ_0 est la taille initiale du faisceau telle qu'on peut le voir à travers notre dispositif d'imagerie (et qui dépend donc de la résolution de celui-ci). Pour mesurer la dispersion de vitesse Δv_z , nous avons donc enregistré des images

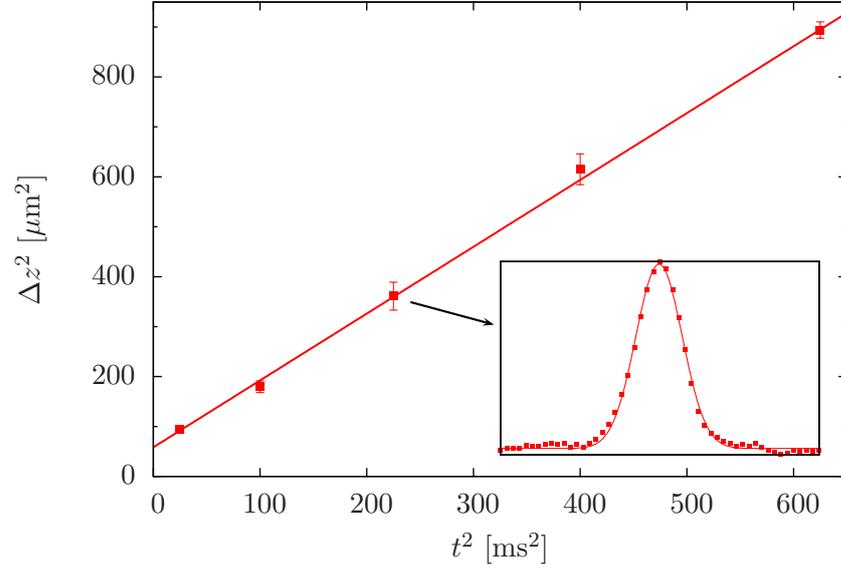


Figure 4.8 – Principe de la mesure de la dispersion de vitesse Δv_z . La largeur Δz du laser à atomes est extraite à différents temps de vols t des profils transverses par un ajustement gaussien. La dispersion de vitesse Δv_z se déduit de la régression linéaire des données $(t^2, \Delta z^2)$.

par absorption du faisceau à différents temps de vol. Nous avons ensuite intégré ces images selon la direction de propagation, pour obtenir les profils transverses, que nous avons ajustés par des fonctions gaussiennes pour extraire leur largeur Δz . On obtient ainsi une série de points $(t^2, \Delta z^2)$ qui permettent de déterminer σ_0 et Δv_z^2 par une régression linéaire. Le principe de la méthode est présenté sur la figure 4.8.

L'ajustement gaussien présente l'avantage d'être insensible au bruit (à condition que le rapport signal à bruit soit suffisamment grand, ce qui est le cas pour nos images) ; en revanche, le profil réel n'est pas nécessairement gaussien (comme on le verra au §4.4.4). Toutefois, pour les lasers à atomes quasi-monomodes (soit pour $\langle n \rangle < 1$), et dans le régime de faible interaction, la valeur de $\langle n \rangle$ ainsi extraite est très proche de la valeur exacte.

Résultats obtenus. Après optimisation de l'expérience, en particulier du croisement et des intensités des faisceaux dipolaires, ainsi que de la rampe d'intensité du champ magnétique de découplage, nous avons mesuré des nombres d'excitations moyens aussi faible que $0,65 \pm 0,05$ pour les lasers à atomes dans l'état $m_F = 0$, et $0,8 \pm 0,3$ pour ceux dans l'état $m_F = -1$. L'incertitude plus grande sur cette dernière valeur provient de la plus grande sensibilité des atomes dans l'état $m_F = -1$ au champ magnétique et donc à ses fluctuations, ce qui rend la production de ce type de lasers moins stable

que celle des lasers dans l'état $m_F = 0$.

Nous avons donc une population macroscopique d'atomes occupant l'état fondamental du guide ; pour les lasers dans l'état $m_F = 0$, l'estimation (4.7) donne au moins 12,5 % d'atomes dans l'état fondamental ! On verra d'ailleurs au §4.3.2 que ce nombre est largement sous-estimé, puisqu'il suppose que tous les autres atomes sont dans un état ne portant qu'un quantum d'excitation transverse. Il reste tout de même une certaine population d'atomes dans les états excités, ce qui peut s'expliquer par deux hypothèses :

- les imperfections expérimentales, qui conduisent à une excitation du laser. Il y a trois sources possibles d'excitation : les fluctuations de position des faisceaux, les fluctuations d'intensité du faisceau guide, et les fluctuations de champ magnétique ;
- la fraction thermique résiduelle du nuage source, qui peuple des niveaux excités du guide lors du découplage. Dans ces expériences, nous n'avons pas poussé l'évaporation au delà du moment où le nuage thermique n'est plus réellement observable : la fraction thermique résiduelle peut être de l'ordre de 20 %.

4.3 Analyse thermodynamique

On peut estimer la densité *in situ* d'atomes ρ_0 des lasers au centre du guide à partir des mesures de la densité longitudinale ($\rho \sim 40$ atomes/ μm) et du nombre d'excitations moyen :

$$\rho^{3\text{D}} \sim \frac{\rho}{\Delta r^2} = \frac{\rho}{a_{\text{oh}}^2 (\langle n \rangle + 1/2)} \sim 100 \text{ atomes}/\mu\text{m}^3, \quad (4.9)$$

où $a_{\text{oh}} = \sqrt{\hbar/(m\omega)}$ est la longueur d'oscillateur et vaut environ 0,6 μm pour nos fréquences de piégeage. Nous avons estimé la taille transverse du faisceau par le théorème du Viriel. Le taux de collisions γ « classique » correspondant vaut donc :

$$\gamma \sim \rho^{3\text{D}} \sigma v_{\text{oh}} \sqrt{\langle n \rangle + 1/2} \sim 50 \text{ s}^{-1}, \quad (4.10)$$

où $\sigma = 8\pi a_0^2$ est la section efficace de collision, $a_0 = 5$ nm est la longueur de diffusion des atomes de ^{87}Rb , et $v_{\text{oh}} = \sqrt{\hbar\omega_{\perp}/m}$ est la vitesse d'oscillateur. Ce taux est encore augmenté par l'amplification bosonique résultant de la population macroscopique d'atomes occupant l'état fondamental [89]. On en déduit que le gaz est localement à l'équilibre thermodynamique, et que l'on peut donc le décrire à l'aide d'un modèle thermodynamique.

4.3.1 Description du modèle

Nous allons décrire l'état du gaz dans le référentiel du centre de masse du laser à atomes. Nous nous plaçons dans l'ensemble grand-canonique et

considérons un gaz piégé transversalement par un potentiel harmonique bi-dimensionnel isotrope, et longitudinalement par une boîte de dimension L (on prendra des conditions aux limites périodiques sur les bords de la boîte pour les calculs). Nous nous intéressons aux grandeurs linéiques, qui sont indépendantes de L à la limite thermodynamique, *ie* quand $N, L \rightarrow +\infty$ à densité linéique $\rho = N/L$ constante.

Le hamiltonien du système s'écrit :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \hbar\omega_{\perp} \left(\hat{a}_y^{\dagger}\hat{a}_y + \hat{a}_z^{\dagger}\hat{a}_z + 1 \right) , \quad (4.11)$$

où \hat{p}_x est l'opérateur impulsion selon la direction du guide, et \hat{a}_i^{\dagger} et \hat{a}_i sont les opérateurs création et annihilation de quantum d'excitation transverse dans la direction i . Les états propres de ce hamiltonien sont les états $|\mathbf{n}\rangle$, avec $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$, où n_y et n_z sont les nombres d'excitations transverses, et où n_x caractérise l'état longitudinal. L'énergie associée à cet état s'écrit :

$$\varepsilon_{\mathbf{n}} = \frac{(2\pi\hbar n_x)^2}{2mL^2} + \hbar\omega_{\perp} (n_y + n_z + 1) . \quad (4.12)$$

À l'équilibre thermodynamique, le système est entièrement caractérisé par deux paramètres intensifs, la température T et le potentiel chimique μ . Pour simplifier les expressions, nous utiliserons deux paramètres adimensionnés déduits de T et μ , la fugacité $\zeta = e^{\beta\mu}$ et $\xi = e^{-\beta\hbar\omega_{\perp}}$, avec $\beta = 1/(k_B T)$. L'état du système est décrit par la matrice densité :

$$\hat{\rho} = \frac{e^{-\beta(\hat{H}-\mu)}}{\text{Tr} e^{-\beta(\hat{H}-\mu)}} . \quad (4.13)$$

On en déduit que le nombre d'atomes dans l'état $|\mathbf{n}\rangle$ s'écrit :

$$N_{\mathbf{n}} = \frac{1}{\zeta^{-1}e^{\beta\varepsilon_{\mathbf{n}}} - 1} = \sum_{p=1}^{+\infty} \zeta^p e^{-p\beta\varepsilon_{\mathbf{n}}} . \quad (4.14)$$

Pour rendre les calculs plus simples, on absorbe l'énergie de l'état fondamental $\varepsilon_0 = \hbar\omega_{\perp}$ dans la définition de la fugacité, de sorte que celle-ci varie entre les valeurs extrêmes 0, limite dans laquelle on retrouve la distribution de Maxwell-Boltzmann, et 1.

Dans le cadre de ce modèle, on prédit une condensation de Bose-Einstein *transverse*, au cours de laquelle un nombre macroscopique d'atomes occupent l'état fondamental transverse, indépendamment de leur état longitudinal. La densité linéique critique au dessus de laquelle la transition se produit est donnée par [90] :

$$\rho_c = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega_{\perp}} \right)^2 \zeta^{(5/2)} , \quad (4.15)$$

dans la limite où $k_B T \gg \hbar\omega_{\perp}$.

4.3.2 Détermination de ζ et ξ

Comme on l'a vu au §4.2, on n'a accès expérimentalement qu'à des valeurs moyennes sur l'ensemble des atomes, comme la densité linéique du laser ou le nombre moyen d'excitations. Nous allons donc exprimer ces deux quantités en fonction des paramètres ζ et ξ .

La densité linéique d'atomes s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{L} \sum_{\mathbf{n}} N_{\mathbf{n}} \\ &= \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{(1-\xi^p)^2} \sum_{n_x=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{L} e^{-p\pi\left(\frac{\Lambda_{\text{dB}}}{L}\right)^2 n_x^2} \\ &= \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{p^{1/2}} \frac{1}{(1-\xi^p)^2}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

où l'on s'est placé à la limite thermodynamique⁴. Le nombre moyen d'excitation s'exprime sous la forme⁵ :

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{n}} n_y N_{\mathbf{n}} \\ &= \frac{1}{\rho \Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{p^{1/2}} \frac{\xi^p}{(1-\xi^p)^3}, \end{aligned} \quad (4.17)$$

toujours à la limite thermodynamique. On peut donc déterminer les valeurs des paramètres ζ et ξ à partir des mesures de ρ et $\langle n \rangle$, en résolvant les équations (4.16) et (4.17).

Connaissant ces paramètres, on peut déterminer toutes les autres quantités physiques intéressantes par des formules simples. En particulier, on peut calculer la fraction d'atomes portant n quanta d'excitation transverse :

$$\begin{aligned} \pi_n &= \frac{1}{N} \sum_{n_x} \sum_{n_y+n_z=n} N_{\mathbf{n}} \\ &= \frac{1}{\rho \Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{(\zeta \xi^n)^p}{p^{1/2}}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Nous avons tracé sur la figure 4.9 ces populations pour les paramètres obtenus pour le laser à atomes dans l'état $m_F = 0$ après 100 ms de propagation, soit $\langle n \rangle = 0,65$ et $\rho = 50$ atomes/ μm . On constate que près de 70 % des atomes sont dans l'état fondamental du guide ! Le faisceau est loin dans le régime de dégénérescence quantique ; la densité linéique critique calculée avec l'équation (4.15) vaut en effet $\rho_c \simeq 11$ atomes/ μm . À titre de

4. On a utilisé la relation $\sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-an^2} \sim \sqrt{\pi/a}$.

5. Ce calcul est analogue au précédent ; on utilise $\sum na^n = a/(1-a)^2$.

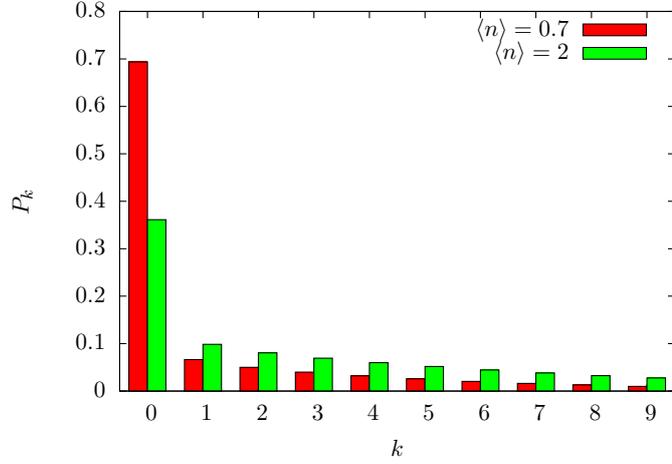


Figure 4.9 – Fraction d’atomes portant k quanta d’excitation transverse. Pour $\langle n \rangle = 0.7$, près de 70% des atomes sont dans l’état fondamental. À titre de comparaison, nous avons également représenté ces fractions pour les paramètres expérimentaux de la référence [23].

comparaison, nous avons également représenté les populations correspondantes pour les paramètres expérimentaux de la référence [23], où $\langle n \rangle = 2$ et $\rho = 40$ atomes/ μm . Ce faisceau est également dans le régime de dégénérescence, mais pour ces paramètres $\rho_c \simeq 23$ atomes/ μm .

Au cours de sa propagation, le laser à atomes se dilue du fait de la dispersion de vitesse longitudinale. Cette expansion doit s’accompagner d’une diminution de la température du gaz, de telle sorte que $\langle n \rangle$ reste constant, puisqu’il n’y a pas d’échanges d’énergie avec l’extérieur, et que les degrés de liberté transverses ne sont pas couplés au degré de liberté longitudinal. Les populations des différents niveaux excités évoluent donc *a priori* au cours de la propagation.

4.4 Analyse entropique du découplage

Nous avons mentionné au §4.2.3 que deux hypothèses pouvaient expliquer le caractère multimode résiduel des lasers à atomes produits par notre dispositif : la qualité du nuage source, et les imperfections expérimentales. On peut réinterpréter ces deux points en terme d’entropie de l’ensemble de particules, le nuage source définissant l’entropie initiale et les imperfections déterminant la quantité d’entropie créée lors du découplage.

Nous avons donc conduit des expériences visant à mesurer la qualité du découplage en terme d’entropie créée. Pour cela, nous avons comparé l’entropie initiale du nuage piégé à l’entropie du laser à atomes extrait, pour des températures initiales différentes, et donc des fractions d’atomes condensés

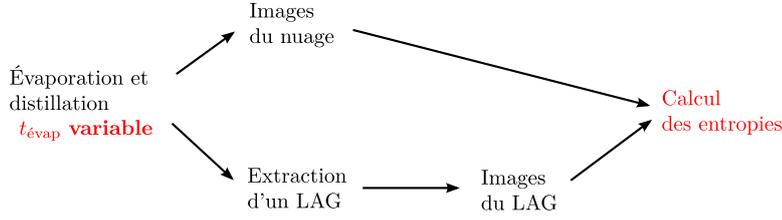


Figure 4.10 – Diagramme expliquant la procédure expérimentale utilisée pour les expériences de mesure d’entropies.

différentes. La figure 4.10 résume la procédure expérimentale utilisée.

Dans cette section, nous allons tout d’abord donner les expressions des entropies des nuages sources et des lasers à atomes guidés extrait en fonction des paramètres thermodynamiques les caractérisant, puis nous montrerons comment extraire ces paramètres des images par absorption du gaz, avant de présenter les résultats expérimentaux de mesures d’entropies ; ces résultats ont fait l’objet d’une publication [91].

4.4.1 Expression de l’entropie du laser à atomes

Nous allons à nouveau utiliser le formalisme grand-canonique introduit au §4.3 pour décrire le laser à atomes. Dans ce formalisme, l’entropie a pour expression générale :

$$\frac{S}{k_B} = \beta E - N\beta\mu - \sum_{\mathbf{n}} \ln \left(1 - \zeta e^{-\beta\epsilon_{\mathbf{n}}} \right) , \quad (4.19)$$

où \mathbf{n} est l’ensemble des nombres quantiques numérotant les états propres du hamiltonien, $N_{\mathbf{n}}$ est le nombre d’atomes occupant l’état $|\mathbf{n}\rangle$, donné par l’équation (4.14), $E = \sum_{\mathbf{n}} \epsilon_{\mathbf{n}} N_{\mathbf{n}}$ est l’énergie totale (l’énergie du fondamental étant prise nulle) et $N = \sum_{\mathbf{n}} N_{\mathbf{n}}$ est le nombre total d’atomes du gaz. Comme nous allons nous placer à la limite thermodynamique, nous considérerons plutôt l’entropie par unité de longueur $s = S/L$, ou encore l’entropie par atome $s^* = S/N = s/\rho$, qui sont des quantités intensives indépendantes de L .

Énergie longitudinale linéique. En utilisant les équations (4.12) et (4.14), on peut exprimer l'énergie longitudinale linéique e_{\parallel} sous la forme⁶ :

$$\begin{aligned}
\beta e_{\parallel} &= \frac{1}{L} \sum_{p=1}^{+\infty} \zeta^p \sum_{\mathbf{n}} \pi \left(\frac{\Lambda_{\text{dB}}}{L} \right)^2 n_x^2 e^{-p\beta\varepsilon_{\mathbf{n}}} \\
&= \frac{\pi}{L} \left(\frac{\Lambda_{\text{dB}}}{L} \right)^2 \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{(1-\xi^p)^2} \sum_{n_x} n_x^2 e^{-p\pi \left(\frac{\Lambda_{\text{dB}}}{L} \right)^2 n_x^2} \\
&= \frac{1}{2} \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{p^{3/2}} \frac{1}{(1-\xi^p)^2} .
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Énergie transverse linéique. Un calcul analogue nous donne l'expression de l'énergie transverse par atome e_{\perp} :

$$\begin{aligned}
\frac{e_{\perp}}{\hbar\omega_{\perp}} &= \frac{1}{L} \sum_{p=1}^{+\infty} \zeta^p \sum_{\mathbf{n}} (n_y + n_z) e^{-p\beta\varepsilon_{\mathbf{n}}} \\
&= 2\rho\langle n \rangle \\
&= 2 \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{p^{1/2}} \frac{\xi^p}{(1-\xi^p)^3} .
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Fonction de partition grand-canonique. D'après l'équation (4.19), la fonction de partition grand-canonique linéique j s'écrit :

$$\begin{aligned}
\beta j &= -\frac{1}{L} \sum_{\mathbf{n}} \ln \left(1 - \zeta e^{-\beta\varepsilon_{\mathbf{n}}} \right) \\
&= \frac{1}{L} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{p} \sum_{\mathbf{n}} e^{-p\beta\varepsilon_{\mathbf{n}}} \\
&= \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{p^{3/2}} \frac{1}{(1-\xi^p)^2} .
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Entropie du laser à atomes. Connaissant ζ et ξ , on peut donc calculer l'entropie linéique s_{LA} du laser à atomes par l'intermédiaire de l'expression :

$$\frac{s_{\text{LA}}}{k_{\text{B}}} = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{p^{1/2} (1-\xi^p)^2} \left[-\ln \zeta - \frac{2\xi^p \ln \xi}{1-\xi^p} + \frac{3}{2p} \right] . \tag{4.23}$$

6. On a utilisé la relation $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} n^2 e^{-an^2} \sim \sqrt{\pi/(4a^3)}$.

4.4.2 Expression de l'entropie du nuage source

Nous nous sommes servis de nuages partiellement condensés comme source pour la production de lasers à atomes. Compte-tenu du nombre d'atomes condensés, pouvant atteindre 10^5 , ces nuages sont dans le régime de Thomas-Fermi où les interactions entre particules jouent un rôle prépondérant, notamment pour déterminer le profil spatial du nuage. Toutefois, dans la gamme de température $\hbar\omega \leq gn_s \leq k_B T_s \leq 0,9k_B T_s^c$, où n_s est la densité atomique du nuage, T_s sa température et T_s^c la température critique de la transition de Bose-Einstein, les théories de Hartree-Fock et de Popov donnent des prédictions semblables pour les quantités thermodynamiques telles que l'entropie, qui de plus sont bien reproduites par le modèle du gaz parfait [92, 93]. Nous allons donc utiliser ici ce modèle pour déterminer l'entropie.

Nous allons donc décrire le nuage source comme un ensemble d'atomes sans interaction, confiné dans un piège harmonique isotrope tridimensionnel de pulsation ω_s , à l'équilibre thermodynamique dans l'ensemble grand-canonique. L'état du système est donc entièrement déterminé par les paramètres $Z = e^{\beta_s \mu_s}$ et $X = e^{-\beta_s \hbar \omega_s}$, où on a noté μ_s le potentiel chimique du condensat source et $\beta_s = 1/(k_B T_s)$, et l'entropie du système est donnée par l'équation (4.19). Un calcul analogue à celui conduit au paragraphe précédent donne :

$$\frac{S_{\text{BEC}}}{k_B} = \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{Z^p}{(1-X^p)^3} \left[-\ln Z - \frac{3X^p \ln X}{1-X^p} + \frac{1}{p} \right]. \quad (4.24)$$

4.4.3 Analyse du condensat source

La source d'atomes est un nuage piégé à l'intersection des faisceaux dipolaires et partiellement condensé. Nous avons utilisé des nuages dont la fraction condensée varie de 10 % à près de 100 %. Pour extraire des informations quantitatives de ces nuages, il est donc indispensable de tenir compte de la double structure spatiale de leur densité.

Densité spatiale d'un nuage thermique. On montre qu'après un temps de vol t tel que $(\omega_s t)^2 \gg 1$, la densité spatiale d'un nuage thermique (*i.e.* au dessus du seuil de condensation) a pour expression [94] :

$$n_{\text{th}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2} \left(Z e^{-\frac{m\beta_s}{2} \frac{r^2}{t^2}} \right), \quad (4.25)$$

où λ_{dB} est la longueur d'onde de de Broglie thermique du nuage. Lorsque $Z \rightarrow 0$, on retrouve le profil gaussien attendu pour un nuage classique (pour lequel la statistique de Bose ne joue aucun rôle). Lorsque $Z \rightarrow 1$, au contraire, le profil du nuage s'écarte de la gaussienne classique en raison

de l'amplification bosonique : l'état fondamental est plus peuplé que ne le prédit la distribution de Maxwell-Boltzmann, ce qui se traduit par une augmentation de la densité au centre du nuage par un facteur $g_{3/2}(1) \simeq 2,6$. En revanche, les ailes de la distribution rejoignent la gaussienne classique, il est toujours possible d'avoir accès à la température du nuage en étudiant leur décroissance exponentielle.

Densité spatiale d'un condensat à température nulle. Pour nos paramètres expérimentaux, les condensats que nous produisons sont très bien décrits dans l'approximation de Thomas-Fermi [94]. Leur densité après temps de vol a donc pour expression ⁷ :

$$n_b(\mathbf{r}, t) = n_b(\mathbf{0}, t) \left[1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{R_i^2(t)} \right], \quad (4.26)$$

où $n_b(\mathbf{0}, t)$ est la densité d'atomes condensés au centre du nuage et où $R_i(t)$ sont les rayons de Thomas-Fermi du condensat, où la densité devient nulle. L'expansion d'un condensat n'est pas isotrope, même si elle préserve la forme d'ellipsoïde du nuage. L'expression de $R_i(t)$ peut se calculer dans des cas simple, comme pour un condensat ayant un axe de symétrie de révolution [94].

Densité spatiale d'un nuage partiellement condensé. Nous avons utilisé la forme la plus simple possible pour cette densité spatiale, qui consiste à superposer à un condensat de température nulle un nuage classique ⁸ :

$$n(\mathbf{r}, t) = n_{th}(\mathbf{0}, t) e^{-\frac{r^2}{2\Delta^2(t)}} + n_b(\mathbf{0}, t) \left[1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{R_i^2(t)} \right] \quad (4.27)$$

Cette hypothèse conduit à des résultats suffisamment précis sur les paramètres thermodynamiques caractérisant le condensat pour que nous puissions nous passer d'un traitement plus approfondi.

Densité intégrée. En réalité, nous n'avons pas directement accès à la densité tridimensionnelle précédente mais seulement à la densité colonne, intégrée selon l'axe d'imagerie. L'expression du profil thermique intégré ne pose pas de problème et s'écrit :

$$\tilde{n}_{th}(u, z) = \tilde{n}_{th}(\mathbf{0}) e^{-\frac{u^2+z^2}{2\Delta(t)^2}}, \quad (4.28)$$

où $\tilde{n}_{th}(\mathbf{0})$ est la densité au centre du profil, u est la direction perpendiculaire à l'axe d'imagerie et à z , et où $\Delta(t)$ est la demi-largeur de la gaussienne à

7. Bien sûr, il faut prendre le contenu des crochets égal à zéro s'il est négatif.

8. Voir note 7.

$1/e^2$, reliée à la température et à la durée du temps de vol par :

$$\Delta(t) = v_{\text{th}} t , \quad (4.29)$$

avec $v_{\text{th}} = \sqrt{k_{\text{B}} T_s / m}$ la vitesse quadratique moyenne d'un nuage classique à température T_s .

En revanche, le profil du condensat n'est pas isotrope, et l'axe x' de notre imagerie n'est pas confondu avec un axe propre de l'ellipsoïde. L'intégration est donc non triviale. Toutefois, on obtient des résultats très satisfaisants en utilisant un profil de la forme⁹ :

$$\tilde{n}_{\text{b}}(u, z) = \tilde{n}_{\text{b}}(\mathbf{0}) \left[1 - U^{\text{T}} M(R_1, R_2, \theta) U \right]^{3/2} , \quad (4.30)$$

où U est le vecteur de coordonnées (u, z) , et où $M(R_1, R_2, \theta)$ est la matrice décrivant la forme quadratique de valeurs propres R_1 et R_2 et dont les axes propres font un angle θ par rapport aux axes (u, z) . Notons que ce profil décrirait exactement le nuage si l'axe d'imagerie était un axe propre de celui-ci.

Analyse des images. On veut donc ajuster sur les profils de densité colonne obtenus la fonction suivante :

$$\tilde{n}(u, z) = \tilde{n}_{\text{th}}(\mathbf{0}) e^{-\frac{u^2+z^2}{2\Delta^2}} + \tilde{n}_{\text{b}}(\mathbf{0}) \left[1 - U^{\text{T}} M(R_1, R_2, \theta) U \right]^{3/2} , \quad (4.31)$$

où les 6 paramètres $\tilde{n}_{\text{th}}(\mathbf{0})$, $\tilde{n}_{\text{b}}(\mathbf{0})$, Δ , R_1 , R_2 et θ sont laissés libres. Pour que l'ajustement converge rapidement vers des valeurs raisonnables, il est plus judicieux de commencer par masquer la partie centrale (contenant le condensat) pour ajuster le profil (4.28) aux ailes, puis de soustraire celui-ci de l'image afin d'ajuster le condensat seul avec le profil (4.30). Nous avons donc implémenté cette méthode pour extraire le nombre total d'atomes N , le nombre d'atomes condensés N_0 et la température T_s .

4.4.4 Analyse des lasers à atomes produits

L'observation attentive des lasers à atomes produits par notre dispositif lorsque l'évaporation initiale est stoppée avant que le nuage ne soit totalement purifié montre la présence d'une double structure dans le profil spatial de ceux-ci (voir figure 4.11), de manière tout-à-fait similaire à celles observées sur les nuages sources. Nous allons donc déterminer l'expression générale du profil transverse d'un laser à atomes guidés dans le régime sans interaction.

9. Voir note 7.

Densité *in situ*. Nous allons utiliser le même formalisme que pour la détermination de l'entropie (cf §4.4.1). Sous ces hypothèses, le profil de densité *in situ* a pour expression :

$$\rho^{3D}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{n}} N_{\mathbf{n}} \rho_{\mathbf{n}}^{3D}(\mathbf{r}), \quad (4.32)$$

où $\rho_{\mathbf{n}}^{3D}(\mathbf{r}) = |\langle \mathbf{r} | \mathbf{n} \rangle|^2$ représente le profil de densité d'un atome dans l'état \mathbf{n} et s'écrit :

$$\rho_{\mathbf{n}}^{3D}(\mathbf{r}) = \frac{1}{L} \frac{1}{a_{\text{oh}}^2} \psi_{n_y}^2\left(\frac{y}{a_{\text{oh}}}\right) \psi_{n_z}^2\left(\frac{z}{a_{\text{oh}}}\right), \quad (4.33)$$

où $\psi_n(\tilde{x})$ est la fonction d'onde de l'état propre de nombre d'excitation n de l'oscillateur harmonique adimensionné.

La sommation sur les états longitudinaux se fait aisément :

$$\rho^{3D}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}} a_{\text{oh}}^2} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{\sqrt{p}} \sum_{n_y=0}^{+\infty} \xi^{pn_y} \psi_{n_y}^2\left(\frac{y}{a_{\text{oh}}}\right) \sum_{n_z=0}^{+\infty} \xi^{pn_z} \psi_{n_z}^2\left(\frac{z}{a_{\text{oh}}}\right). \quad (4.34)$$

Il ne reste plus qu'à sommer sur n_y et n_z pour obtenir ¹⁰ :

$$\rho^{3D}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}} a_{\text{oh}}^2} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{\sqrt{p}} \frac{\tanh(p\beta\hbar\omega_{\perp}/2)}{\pi(1-\xi^p)^2} e^{-\tanh\left(\frac{p\beta\hbar\omega_{\perp}}{2}\right) \frac{(y^2+z^2)}{a_{\text{oh}}^2}}. \quad (4.35)$$

On peut étudier deux limites intéressantes :

- à la limite classique, $\zeta \rightarrow 0$ et $\beta\hbar\omega_{\perp} \rightarrow 0$. On peut donc ne garder que les termes d'ordre 1 en ζ et $\beta\hbar\omega_{\perp}$ dans (4.35), ce qui donne :

$$\rho_{\text{class.}}^{3D}(\mathbf{r}) = \frac{\zeta}{\Lambda_{\text{dB}}^3} e^{-\frac{1}{2} \frac{m\omega_{\perp}^2}{k_{\text{B}}T} (y^2+z^2)}. \quad (4.36)$$

On trouve le résultat attendu, une gaussienne dont la largeur est donnée par la température.

- à la limite de température nulle, $\beta\hbar\omega_{\perp} \rightarrow +\infty$. On a alors $\tanh(p\beta\hbar\omega_{\perp}/2) \rightarrow 1$, et on trouve :

$$\rho_{T=0}^{3D}(\mathbf{r}) = \frac{g_{1/2}(\zeta)}{\pi \Lambda_{\text{dB}} a_{\text{oh}}^2} e^{-\frac{(y^2+z^2)}{a_{\text{oh}}^2}}. \quad (4.37)$$

Ici encore, on trouve le résultat attendu, soit la densité atomique de l'état fondamental.

10. On a utilisé le résultat $\sum_{n=0}^{+\infty} u^n \psi_n^2(\tilde{x}) = \frac{1}{\sqrt{\pi(1-u^2)}} e^{-\frac{1-u}{1+u} \tilde{x}^2}$.

Densité linéique. En intégrant (4.35) sur y et z , on obtient l'expression de la densité linéique :

$$\rho = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{\sqrt{p}} \frac{1}{(1 - \xi^p)^2}. \quad (4.38)$$

La densité linéique d'atomes dans l'état fondamental transverse ρ_0 est obtenue en ne gardant que le terme $(n_x, n_y) = (0, 0)$ dans (4.34) et en intégrant sur x et y :

$$\rho_0 = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{\sqrt{p}} = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} g_{1/2}(\zeta). \quad (4.39)$$

On en déduit la densité linéique d'atomes dans les états transversalement excités $\rho' = \rho - \rho_0$:

$$\rho' = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{\sqrt{p}} \left[\frac{1}{(1 - \xi^p)^2} - 1 \right]. \quad (4.40)$$

Sur cette expression, on retrouve la trace de la transition de phase (cf §4.3.1) : quand $\mu \rightarrow 0$, ρ' tend vers une limite finie, et les atomes s'accumulent en nombre macroscopique dans l'état fondamental transverse.

Évolution de la densité lors d'un temps de vol. On peut montrer que l'évolution de la densité lors d'un temps de vol pour un potentiel harmonique bidimensionnel isotrope suit une loi d'échelle, avec une dilatation en $\sqrt{1 + \omega_{\perp}^2 t^2}$, où t est le temps de vol. En utilisant ce résultat et (4.35), on obtient l'expression de la densité après temps de vol :

$$\rho^{3\text{D}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}} a_{\text{oh}}^2 (1 + \omega_{\perp}^2 t^2)} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{\sqrt{p}} \frac{\tanh(p\beta\hbar\omega_{\perp}/2)}{\pi (1 - \xi^p)^2} e^{-\tanh\left(\frac{p\beta\hbar\omega_{\perp}}{2}\right) \frac{(y^2+z^2)}{a_{\text{oh}}^2 (1+\omega_{\perp}^2 t^2)}}. \quad (4.41)$$

Pour $\omega_{\perp}^2 t^2 \gg 1$, cette expression devient :

$$\rho^{3\text{D}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}} v_{\text{oh}}^2 t^2} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{\sqrt{p}} \frac{\tanh(p\beta\hbar\omega_{\perp}/2)}{\pi (1 - \xi^p)^2} e^{-\tanh\left(\frac{p\beta\hbar\omega_{\perp}}{2}\right) \frac{(y^2+z^2)}{v_{\text{oh}}^2 t^2}}. \quad (4.42)$$

En intégrant sur x' (l'axe d'imagerie, qui, rappelons-le, est situé dans un plan horizontal et fait un angle de 45° avec l'axe y), on obtient l'expression de la densité surfacique mesurée expérimentalement en prenant une image par absorption¹¹ :

$$\tilde{\rho}(z, t) = \frac{\sqrt{2}}{\Lambda_{\text{dB}} v_{\text{oh}} t} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\zeta^p}{\sqrt{p}} \frac{\sqrt{\tanh(p\beta\hbar\omega_{\perp}/2)}}{\sqrt{\pi} (1 - \xi^p)^2} e^{-\tanh\left(\frac{p\beta\hbar\omega_{\perp}}{2}\right) \frac{z^2}{v_{\text{oh}}^2 t^2}}. \quad (4.43)$$

11. Celle-ci ne dépend pas de u en raison de l'invariance par translation selon la direction x du laser à atomes.

Limite semi-classique. Pour nos conditions expérimentales, la température du laser à atomes reste telle qu'on a $\xi \ll 1$. On peut réécrire (4.43) sous la forme :

$$\tilde{\rho}_{\xi \ll 1}(z, t) = \frac{\sqrt{2}}{\Lambda_{\text{dB}} v_{\text{oh}} t} \left[\frac{g_{1/2}(\zeta)}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{z^2}{v_{\text{oh}}^2 t^2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi (\beta \hbar \omega_{\perp})^3}} g_2 \left(\zeta e^{-\frac{\beta \hbar \omega_{\perp}}{2} \frac{z^2}{v_{\text{oh}}^2 t^2}} \right) \right]. \quad (4.44)$$

Le premier terme correspond aux atomes occupant l'état fondamental, le second aux atomes excités thermiquement. On a bien un profil en double structure, comme pour un condensat classique. Comme pour l'analyse des condensats, nous avons simplifié ce profil en prenant la limite classique du profil thermique. La densité colonne semi-classique correspondante est donc la somme de deux gaussiennes :

$$\tilde{\rho}_{\text{s.cl.}}(z, t) = \frac{\rho_{\text{th}}}{\sqrt{\pi} \Delta_{\text{th}}} e^{-\frac{z^2}{2\Delta_{\text{th}}^2}} + \frac{\rho_0 \sqrt{2}}{\sqrt{\pi} \Delta_0} e^{-\frac{z^2}{\Delta_0^2}}, \quad (4.45)$$

où ρ_{th} est la densité linéique d'atomes thermiques, ρ_0 la densité linéique d'atomes dans l'état fondamental, $\Delta_{\text{th}} = v_{\text{th}} t$ est la largeur de la gaussienne thermique et $\Delta_0 = v_{\text{oh}} t$ est la largeur de l'état fondamental.

Exploitation des images. Plutôt que d'ajuster directement le profil de densité 2D (4.45) sur l'image, on commence par l'intégrer selon la direction de propagation u , sur une distance L . Cela permet d'augmenter le rapport signal à bruit, et d'inclure d'éventuelles excitations collectives dans la largeur mesurée. L'intégration de (4.45) sur u est triviale et donne :

$$\hat{\rho}_{\text{s.cl.}}(z, t) = \frac{\rho_{\text{th}} L}{\sqrt{\pi} \Delta_{\text{th}}} e^{-\frac{z^2}{2\Delta_{\text{th}}^2}} + \frac{\rho_0 L \sqrt{2}}{\sqrt{\pi} \Delta_0} e^{-\frac{z^2}{\Delta_0^2}}. \quad (4.46)$$

On ajuste donc le profil intégré obtenu avec une somme de deux gaussiennes. On classe ces deux gaussiennes en fonction de leur largeur : la plus large correspond aux atomes thermiques, et la moins large aux atomes dans l'état fondamental. On en déduit ainsi $\Delta_{\text{th}}(t)$ et $\Delta_0(t)$. L'exploitation de plusieurs temps de vol différents permet de tracer les largeurs au carré en fonction de t^2 , et, par ajustement linéaire, de déterminer T et ω_{\perp} (voir fig. 4.11). Les nombres d'atomes thermiques et condensés sont donnés par l'aire sous leur gaussienne respective.

4.4.5 Mesures des entropies

Détermination de Z et X . On a vu au §4.4.3 comment extraire N , N_0 et T_s des images par absorption du nuage source. Pour en déduire les

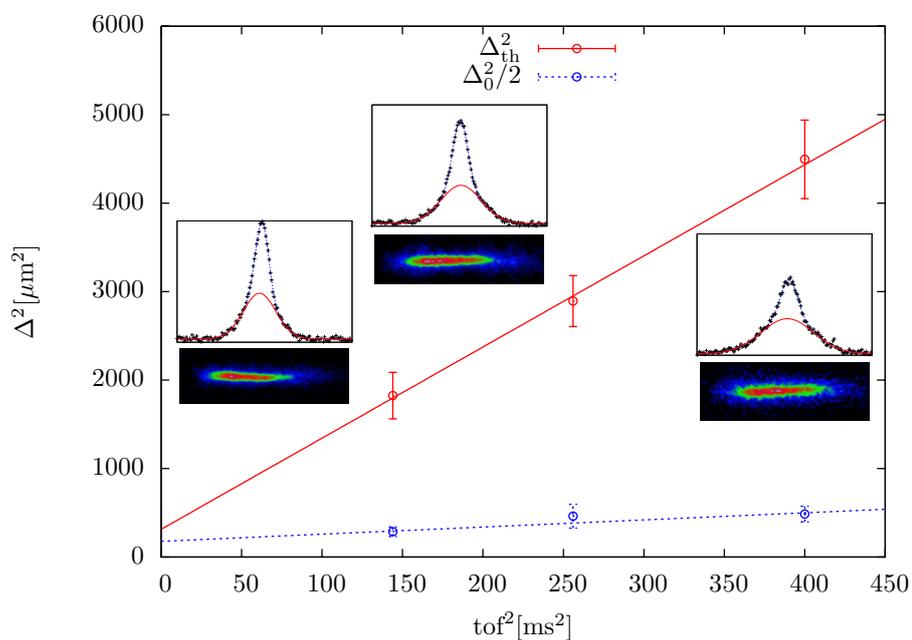


Figure 4.11 – Mesure des largeurs d'un laser à atomes par temps de vol. Ce laser a été extrait d'un nuage d'atomes partiellement condensé après une durée d'évaporation de 3,65 s. Les ajustements linéaires donnent $v_{th} = 11 \mu\text{m}/\text{ms} \pm 1 \mu\text{m}/\text{ms}$ et $v_{oh} = 0,8 \mu\text{m}/\text{ms} \pm 0,4 \mu\text{m}/\text{ms}$.

paramètres Z et X , il reste à déterminer ω_s et μ . En utilisant une image prise pour un nuage au seuil de condensation, on trouve ω_s par l'équation :

$$N_c = g_3(1) \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \omega_s} \right)^3, \quad (4.47)$$

où N_c est le nombre d'atomes au seuil et T_c la température critique de transition. Enfin, μ se calcule aisément par l'équation :

$$\mu^{5/2} = \frac{15\hbar^2 \sqrt{m}}{2^{5/2}} N_0 \omega_s^3 a_0. \quad (4.48)$$

Détermination de ζ et ξ . On a vu au §4.4.4 comment extraire ρ_0 , ρ' et T des images par absorption du laser à atomes. Si l'on est capable de déterminer $\langle n \rangle$ à partir de ces mesures (et de la connaissance de ω_\perp , mesurée par ailleurs), on pourra déterminer ζ et ξ en utilisant la méthode présentée au §4.3.2. Par définition, $\langle n \rangle$ est relié à l'énergie transverse par :

$$e_\perp = \rho \sum_{\mathbf{n}} \hbar \omega_\perp (n_x + n_y + 1) \pi_{\mathbf{n}} = \rho \hbar \omega_\perp (2\langle n \rangle + 1), \quad (4.49)$$

où $\pi_{\mathbf{n}}$ est la population de l'état \mathbf{n} . Par un jeu d'écriture on peut réécrire $\langle n \rangle$ sous la forme :

$$\begin{aligned} \langle n \rangle &= \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{n}} (n_x + n_y) \frac{\pi_{\mathbf{n}}}{\rho - \rho_0} \\ &= \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) \langle n \rangle^{\text{th}}, \end{aligned} \quad (4.50)$$

où $\langle n \rangle^{\text{th}}$ est la valeur moyenne de n pour un gaz dont les populations transverses sont données par :

$$\begin{aligned} \pi_{\mathbf{0}}^{\text{th}} &= 0 \\ \pi_{\mathbf{n}}^{\text{th}} &= \frac{\pi_{\mathbf{n}}}{\rho - \rho_0} \quad \forall \mathbf{n} \neq \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

La valeur $\pi_{\mathbf{0}}^{\text{th}} = 0$ est imposée par la normalisation $\sum_{\mathbf{n}} \pi_{\mathbf{n}}^{\text{th}} = 1$. $\langle n \rangle^{\text{th}}$ est donc l'excitation moyenne du gaz dont on a retiré les atomes du fondamental, et vérifie :

$$e_\perp - \rho_0 \hbar \omega_\perp = (\rho - \rho_0) (2\langle n \rangle^{\text{th}} + 1). \quad (4.52)$$

En utilisant le formalisme grand-canonique développé précédemment et dans les limites considérées jusqu'à présent pour la partie thermique du nuage ($\xi \ll 1$ et $\zeta \ll 1$) :

$$\langle n \rangle^{\text{th}} = \frac{k_B T}{\hbar \omega_\perp} - \frac{1}{2}. \quad (4.53)$$

On peut faire deux remarques sur ce résultat :

1. Dans le développement effectué dans l'équation (4.53), on n'a considéré que des fonctions ayant une limite finie quand $\zeta \rightarrow 1$. De cette manière, le développement en puissances de ξ reste vrai dans cette limite.
2. On peut adopter un autre point de vue : $\langle n \rangle$ est en fait relié à la *largeur* Δ du profil de densité par¹² :

$$\begin{aligned}\Delta^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\rho}(z) dz = \sum_{\mathbf{n}} \pi_{\mathbf{n}} \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 \psi_{n_z}^2(z) dz \\ &= a_{\text{oh}}^2 \left(\langle n \rangle + \frac{1}{2} \right) .\end{aligned}\quad (4.54)$$

La largeur quadratique moyenne du profil en double gaussienne est donnée par :

$$\Delta_{2g}^2 = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{a_{\text{oh}}^2}{2} + \frac{\rho'}{\rho} \frac{k_B T}{m \omega_{\perp}^2} .\quad (4.55)$$

On en déduit :

$$\langle n \rangle = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega_{\perp}} - \frac{1}{2} \right) ,\quad (4.56)$$

où toutes les grandeurs introduites (ρ , ρ_0 et T) sont issues de l'ajustement !

Résultats obtenus. La figure 4.12 présente la variation de la fraction condensée du nuage source et du nombre d'excitations moyen du laser extrait en fonction de la température initiale. On y voit une claire corrélation entre ces deux quantités, comme espéré : plus le condensat source est pur, et plus le laser à atomes guidé extrait est monomode. La valeur la plus basse extraite pour $\langle n \rangle$ vaut $0,2 \pm 0,2$ pour une densité linéique de 70 atomes/ μm , soit 84 % des atomes dans l'état fondamental du guide ! On est alors très proche d'avoir un laser à atomes *monomode*.

Nous avons ensuite représenté sur la figure 4.13 l'entropie par atome du laser en fonction de l'entropie par atome du nuage source ; les points s'alignent sur la première bissectrice du diagramme, ce qui montre que le découplage est une transformation *isentropique* de l'ensemble d'atomes. Nous n'avons représenté sur le graphe 4.13 que les points correspondant à un nuage source suffisamment froid. Les autres points s'accumulent sur la valeur $S/Nk_B = 7/2$, valeur maximale de l'entropie par atome pour notre système, obtenue pour un gaz de Boltzmann thermique.

4.4.6 Commentaires

Au cours de cette expérience, nous purifions le nuage source vers l'état $m_F = 0$ par distillation du spin (*cf* chapitre 3), puis nous nous intéressons

12. On a utilisé la relation $x\psi_n(x) = \sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}(x) + \sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1}(x)$.

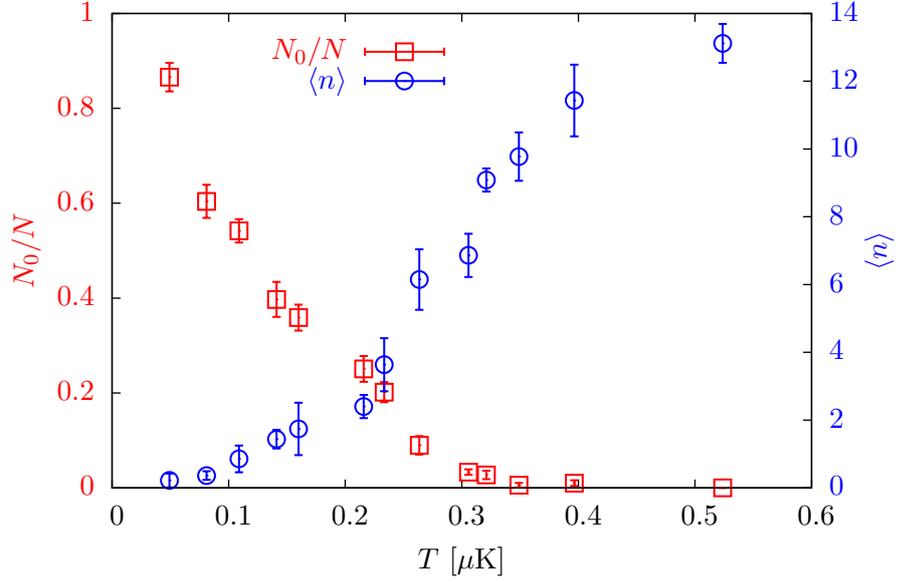


Figure 4.12 – Fraction d’atomes condensés dans le nuage source et nombre d’excitations moyen en fonction de la température initiale. On constate que ces deux quantités sont bien corrélées.

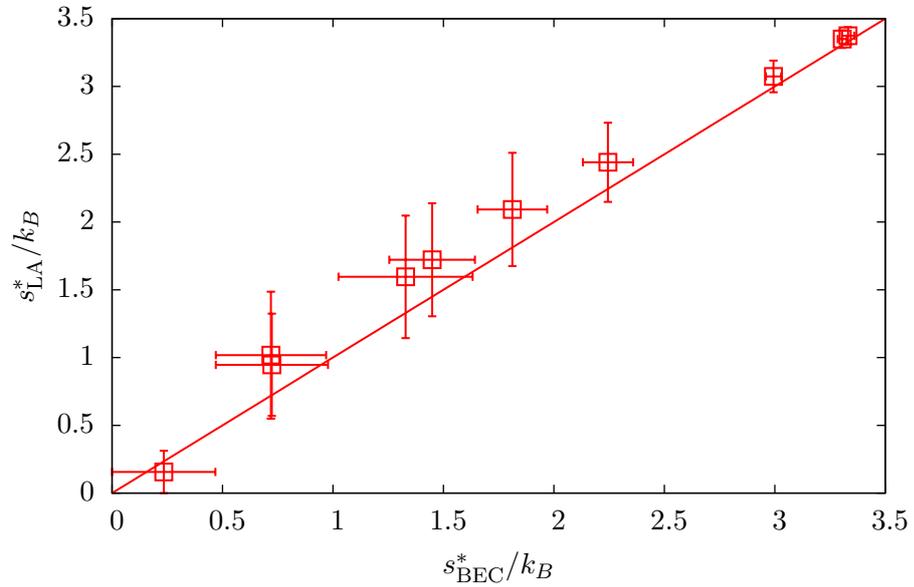


Figure 4.13 – Entropie du laser à atomes en fonction de l’entropie du nuage source. On constate que les points s’alignent sur la première bissectrice du graphe, ce qui montre que la transformation effectuée est isentropique.

au laser extrait dans cet état. Toutefois, le degré de purification du nuage dépend de la durée de l'évaporation. Par souci de simplicité, nous n'avons pas utilisé de champ magnétique au cours du temps de vol pour distinguer les sous-espèces magnétiques ; les informations extraites du nuage source concernent donc l'ensemble des trois espèces magnétiques. En revanche, les atomes dans un état sensible au champ au premier ordre sont extraits avant ceux dans l'état $m_F = 0$; nous avons donc accès directement aux paramètres thermodynamiques du laser polarisé. Il peut y avoir une grande différence entre le nombre total d'atomes dans le nuage initial et le nombre d'atomes dans l'état $m_F = 0$ que l'on retrouve dans ce laser (jusqu'à presque un facteur 3 pour les temps d'évaporation courts!).

Nous nous sommes donc intéressés à l'entropie *par atome* pour pouvoir comparer les entropies initiales et finales. On s'attend en effet à ce qu'initialement, l'entropie soit équirépartie entre les différents atomes indépendamment de leur état interne, puisque les trois espèces sont à l'équilibre thermodynamique.

Le fait d'avoir pu mesurer une création d'entropie compatible avec zéro montre que le découplage utilisé est un moyen très propre de créer des lasers à atomes, et suggère que la seule limite présente sur le nombre d'excitations moyen des lasers à atomes produit provient du degré de pureté du condensat source.

Enfin, comme le montre la figure 4.12, nous disposons d'un moyen de contrôle très simple du caractère multimode des lasers à atomes produits. En effet, en choisissant la durée de l'évaporation, nous pouvons passer d'une situation quasi-classique, avec un nombre d'excitations moyen $\langle n \rangle \gg 1$, au régime quantique, avec $\langle n \rangle \ll 1$; il est ainsi possible d'explorer la transition entre ces deux régimes.

4.5 Découplage optique de lasers

Le découplage magnétique présenté aux paragraphes précédents souffre d'un inconvénient : il n'est pas possible de jouer sur la polarisation des lasers extraits, puisque le découplage est sensible à l'état interne. Nous avons donc mis au point un découplage similaire mais n'utilisant pas de champ magnétique. Il s'appuie sur l'utilisation d'une faible pente du guide optique pour découpler les atomes.

Séquence expérimentale. Celle-ci est très voisine de la séquence utilisée pour le découplage magnétique, à ceci près que l'on n'utilise pas la bobine pinch pour pousser les atomes dans le guide. Durant la phase de mise en forme des potentiels, on se contente de diminuer beaucoup plus l'intensité du faisceau vertical. Les atomes sont alors extraits dans le guide optique par la force résultant d'une faible pente donnée au guide (de l'ordre du degré).

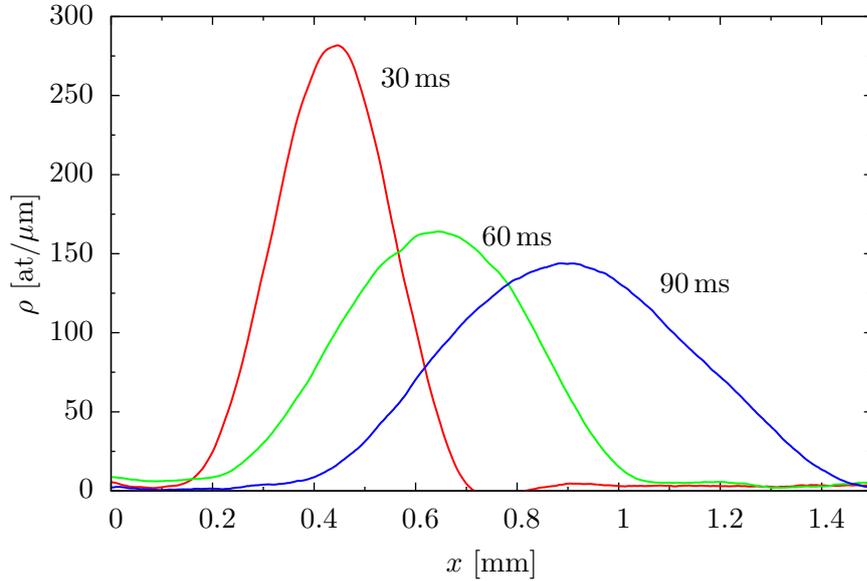


Figure 4.14 – Profils longitudinaux d'un laser à atomes dans l'état $m_F = 0$ à divers temps de propagation (avec un moyennage glissant sur 50 pixels), extrait par un procédé tout-optique.

Caractérisation des lasers produits. En utilisant les mêmes procédures que pour les lasers découplés magnétiquement, nous avons pu caractériser les lasers à atomes découplés optiquement. La densité linéique typique est voisine de $140 \text{ at}/\mu\text{m}$, et le flux, présenté sur la figure 4.16, atteint $1,6 \times 10^6 \text{ at/s}$.

Outre l'avantage de ne requérir aucun champ magnétique, cette technique d'extraction permet aussi d'avoir des accélérations plus faibles : elle vaut ici $109 \text{ mm/s}^2 \pm 4 \text{ mm/s}^2$, soit deux fois moins que pour le découplage magnétique (cf §4.1.2), et correspondant à un angle d'environ un demi-degré. La longueur d'onde de de Broglie reste ainsi plus constante durant le découplage ; elle passe de $3,5 \mu\text{m}$ à $0,4 \mu\text{m}$ sur les 100 ms de propagation.

Enfin, nous avons procédé à une analyse entropique du découplage, dont le résultat est présenté sur la figure 4.17 ; ici aussi, la transformation subie par l'ensemble d'atomes est isentropique, ce qui montre que ce découplage est d'aussi bonne qualité que le découplage magnétique. Le nombre d'excitations moyen le plus faible mesuré vaut ici $\langle n \rangle = 0,3$. Il y a alors près de 83 % des atomes dans l'état fondamental du guide.

Commentaires. L'utilisation de cette technique d'extraction de lasers tout-optique ouvre la voie au contrôle de la polarisation des lasers à l'aide d'impulsions micro-ondes ou radio-fréquences, comme présenté au chapitre 3. Si un tel contrôle est réalisé, il devient possible de produire, transporter et

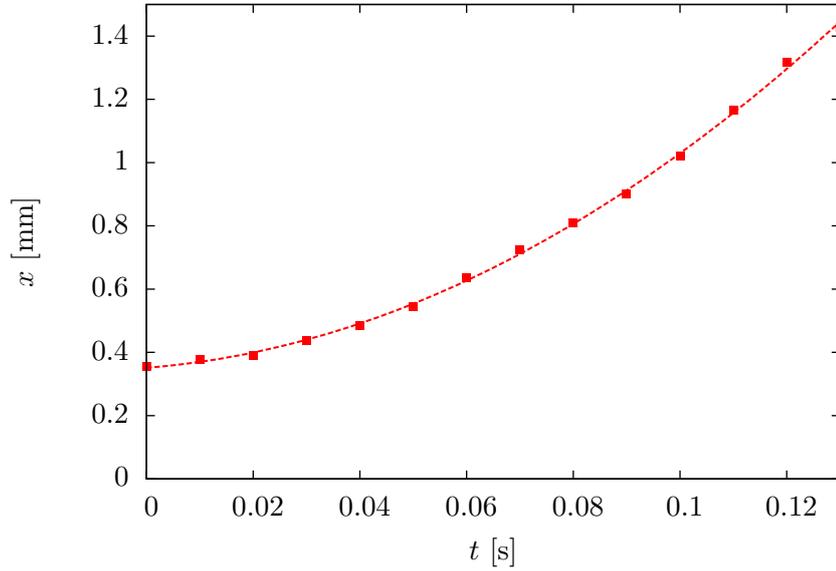


Figure 4.15 – Position moyenne du paquet d’atomes en fonction du temps extraite des profils de densité longitudinale, pour le laser à atomes de la figure 4.14. La courbe en pointillés est un ajustement quadratique des données donnant une accélération de $109 \text{ mm/s}^2 \pm 4 \text{ mm/s}^2$.

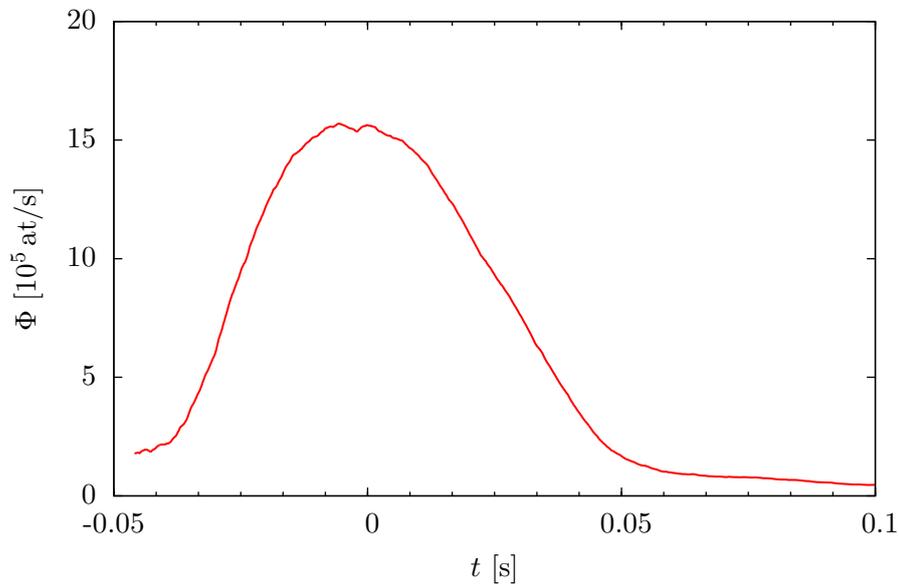


Figure 4.16 – Flux atomique en fonction du temps déduit des profils de densité longitudinale, pour le laser à atomes de la figure 4.14.

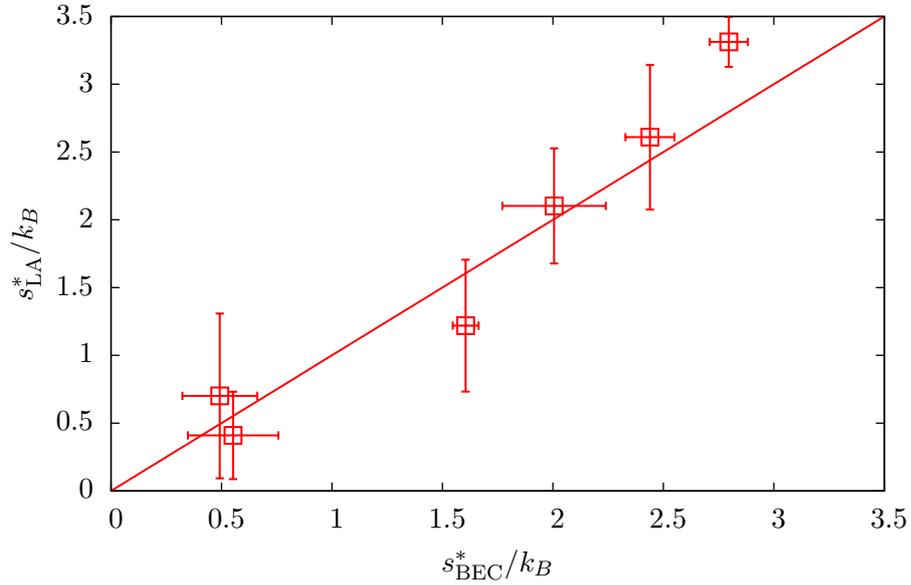


Figure 4.17 – Entropie du laser à atomes en fonction de l’entropie du nuage source. On constate que les points s’alignent sur la première bissectrice du graphe, ce qui montre que la transformation effectuée est isentropique.

manipuler de l’information quantique à l’aide de l’état interne des atomes du laser. Cela ouvre également la porte à des expériences d’interférométries atomiques utilisant l’état interne des atomes, permettant de sonder avec une très grande précision des champs électromagnétiques, voir de réaliser un nouveau type d’horloge atomique.

Conclusion

Nous avons dans ce chapitre présenté un nouveau procédé d’extraction de lasers à atomes à partir de condensats de Bose-Einstein. Nous avons montré que ce procédé offrait l’avantage d’être très propre, puisque la transformation subie par le gaz d’atomes est isentropique. Il est ainsi possible de contrôler le nombre de modes transverses peuplés dans les lasers produits, depuis une situation quasi-classique (où $\langle n \rangle \gg 1$) jusqu’au régime de dégénérescence quantique (où $\langle n \rangle \ll 1$), ce qui ouvre des perspectives très intéressantes pour l’étude de systèmes physiques où l’on s’attend à observer des comportements fondamentalement différents dans ces deux limites, comme la réflexion quantique sur un puits de potentiel par exemple.

Par ailleurs, la différence importante d’accélération entre atomes sensibles et insensibles au champ magnétique à l’ordre 1 permet d’envisager un découplage de laser guidés par changement d’état : en se plaçant dans la situation où les atomes dans l’état $m_F = 0$ sont piégés, alors que ceux dans

l'état $m_F = \pm 1$ ne le sont pas, et en utilisant un champ radio-fréquence, on peut faire basculer les atomes d'un état piégé à un état non piégé, et extraire ainsi un laser à atomes guidés dans l'état $m_F = \pm 1$ d'un condensat dans l'état $m_F = 0$. Un tel mécanisme offre l'avantage de pouvoir être réalisé de manière continue, et, combiné à une technique de renouvellement des atomes du condensat comme celui présenté dans la référence [95], il permettrait la réalisation de laser à atomes réellement continus.

Enfin, nous avons également montré qu'il était possible d'extraire des lasers à atomes par un procédé tout-optique avec la même qualité de contrôle que pour l'extraction magnétique, ce qui rend possible la manipulation de la polarisation de ces lasers avec, par exemple, des impulsions radio-fréquences ou micro-ondes, avec comme perspective le transport et la manipulation d'information quantique, mais aussi des expériences d'interférométrie atomique utilisant l'état interne des atomes.

Chapitre 5

Propagation en présence d'un défaut

Nous avons développé au chapitre 4 les techniques expérimentales permettant de réaliser un laser à atomes guidé avec une fraction macroscopique d'atomes dans l'état fondamental. Un tel objet constitue un nouvel outil très intéressant pour l'optique atomique guidée. La description de sa propagation en présence d'un potentiel supplémentaire localisé (comme une constriction [96, 97], ou une courbure locale du guide [87]) est un préliminaire à l'exploration de structures de propagation plus complexes. Ce problème peut être caractérisé plus généralement comme l'analyse de la diffusion élastique d'une onde de matière sur un défaut contrôlé d'un guide quantique multimode. Le confinement peut modifier de manière importante les propriétés de la diffusion quantique, comme l'ont montré les récentes études théoriques de l'interaction entre deux atomes en dimension réduite [98, 99].

Ce sujet a également déjà fait l'objet d'investigations expérimentales et théoriques, à la fois dans le domaine de la matière condensée, pour clarifier l'effet joué par le désordre sur la transmission des électrons [100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107], et dans le domaine de la physique atomique, où des études de propagation d'un condensat dans un guide de matière ont été menées [108, 109, 110, 111].

La compréhension de la diffusion dans ce contexte pourra aider à la conception d'un séparateur de flux atomique pour lasers à atomes monomodes. Des études de séparation de flux guidés ont déjà été effectuées, mais jamais dans le régime de forte occupation de l'état fondamental [112, 113, 114, 115]; l'excitation des modes transverses après séparation n'a, à notre connaissance, pas été mesurée.

Pour approfondir notre connaissance de ces divers problèmes, nous avons mis en place un troisième faisceau dipolaire croisé avec le guide horizontal, sur le trajet des lasers à atomes découplés, pour observer d'une part l'influence d'un tel défaut du potentiel de guidage sur la propagation de l'onde

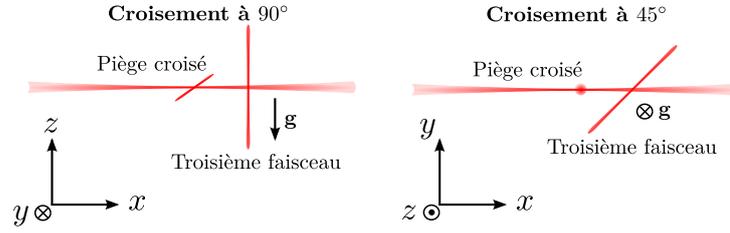


Figure 5.1 – Schéma du dispositif horizontal, à gauche pour l'étude d'un défaut couplant faiblement les degrés de liberté, à droite pour l'étude de la séparation du flux atomique.

atomique, et d'autre part la possibilité de séparer le jet atomique incident en deux flux distincts. Après avoir décrit le dispositif expérimental, nous exposerons dans ce chapitre les résultats préliminaires concernant la propagation d'un laser à atomes quasi-momode en présence du défaut constitué par le troisième faisceau. Nous exposerons ensuite une formalisation théorique de ce problème. Enfin, nous montrerons qu'il est possible de séparer le flux atomique avec notre dispositif, au prix d'une excitation importante des modes transverses des faisceaux émergents.

5.1 Dispositif expérimental

Nous avons étudié deux modifications différentes du potentiel de guidage par addition d'un troisième faisceau gaussien croisé avec le guide horizontal (voir figure 5.1) :

- le troisième faisceau est vertical et est croisé à 90° avec le guide, afin d'étudier l'influence d'un « défaut » du potentiel de guidage sur la propagation de l'onde atomique. On peut, en suivant le principe du raisonnement présenté au §2.1.2, déterminer les caractéristiques du potentiel ainsi réalisé :

$$U^{(90^\circ)}(\mathbf{r}) = -U_h e^{-2\frac{y^2+z^2}{w_h^2}} - U_3 e^{-2\frac{y^2+x^2}{w_3^2}} + mgz, \quad (5.1)$$

où U_3 est la profondeur du potentiel créé par le troisième faisceau et où w_3 est la largeur du col de ce faisceau au niveau du croisement. L'analyse est ici grandement facilitée par l'angle droit entre les faisceaux : l'addition du défaut de potentiel a pour effet d'induire un puits de potentiel longitudinal gaussien de largeur $w_3/2$, et une constriction horizontale du guide, telle que la fréquence de piégeage horizontale est donnée par :

$$\omega_y^{\text{mod.}}(x) = \omega_y \sqrt{1 + \frac{\omega_3^2}{\omega_y^2} e^{-2x^2/w_3^2}}, \quad (5.2)$$

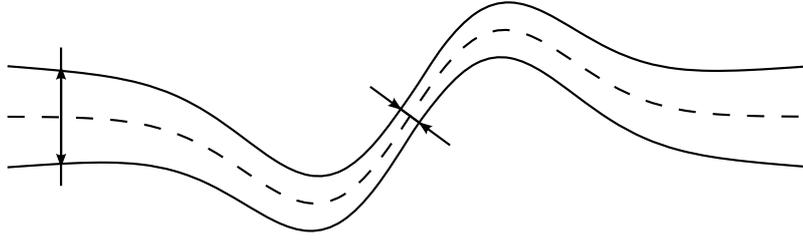


Figure 5.2 – Déplacement du centre du guide et effet de constriction dans le plan horizontal.

où $\omega_3 = \sqrt{4U_3/(mw_3^2)}$ est la fréquence des petites oscillations d’une particule de masse m au voisinage du centre du troisième faisceau. Cette situation correspond à un couplage faible entre le degré de liberté transverse horizontal et le degré de liberté longitudinal ;

- le troisième faisceau est horizontal et est croisé à 45° avec le guide, dans la perspective de réaliser un séparateur de flux atomique. Le potentiel s’écrit alors :

$$U^{(45^\circ)}(\mathbf{r}) = -U_h e^{-2\frac{y^2+z^2}{w_h^2}} - U_3 e^{-2\frac{z^2+(x-y)^2/2}{w_3^2}} + mgz . \quad (5.3)$$

Il est maintenant beaucoup plus difficile à analyser : on a à la fois une constriction verticale du guide, un puits de potentiel longitudinal, une constriction horizontale et un déplacement horizontal du centre du guide (voir figure 5.2). Dans le cas où $\omega_3 \ll \omega_y$, on peut déterminer le déplacement $y_c(x)$ du centre du guide, en annulant $\partial U^{(45^\circ)}/\partial y$:

$$y_c(x) = \frac{\omega_3^2}{\omega_y^2 \sqrt{2}} x e^{-x^2/w_3^2} . \quad (5.4)$$

La constriction selon z donne une variation de la fréquence de guidage verticale analogue à l’expression (5.2), avec des corrections dues à la gravité. La constriction selon y est par contre très difficile à calculer en raison du déplacement du centre du piège. Cette situation correspond à un régime de couplage fort entre tous les degrés de liberté.

Avant d’exposer les résultats expérimentaux obtenus concernant la propagation de lasers à atomes guidés sur ces défauts de potentiel, nous allons montrer dans les prochains paragraphes comment nous les avons mis en place.

5.1.1 Troisième faisceau croisé à 90°

Axe utilisé. En raison de l’encombrement important des accès optiques limités de notre dispositif (et en particulier de la présence du ralentisseur Zeeman et du four), croiser un troisième faisceau dipolaire perpendiculairement au guide horizontal n’a été possible que selon la direction verticale, de

bas en haut, bien que celle-ci ne soit pas libre non plus, puisqu'un faisceau de piégeage magnéto-optique y passe déjà. Ce troisième faisceau doit donc être superposé au faisceau du piège magnéto-optique (PMO) et être réfléchi par un miroir traité à 780 nm pour entrer dans la chambre avec l'incidence correcte.

Précaution due au miroir à 780 nm. Le coefficient de réflexion d'un miroir du PMO pour un faisceau dérivé du laser de puissance, incident à 45° , vaut environ 10%. Pour obtenir 1 W dans la chambre, nous avons donc dû utiliser pas loin de 10 W de lumière incidente sur le miroir du PMO! Le matériau utilisé pour le substrat de ce miroir (du BK7) a un coefficient de dilatation thermique non négligeable de l'ordre de $7 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ et une transmission pour une longueur d'onde de $1 \mu\text{m}$ de seulement 92%. La passage du faisceau de puissance au travers du miroir peut produire une déformation locale de celui-ci, qui modifiera le mode transverse du faisceau après réflexion, par un effet de « lentille thermique ». Nous avons donc pris soin de garder les périodes d'utilisation du troisième faisceau courtes, et le taux de répétition faible, de façon à avoir une puissance moyenne faible et à minimiser l'échauffement du miroir.

Source du troisième faisceau. Nous avons choisi d'utiliser comme source pour ce troisième faisceau la partie *non diffractée* de la lumière servant à préparer le faisceau horizontal. Nous pouvons le faire car lorsque nous utilisons le troisième faisceau, le faisceau horizontal est presque éteint, et le mode du faisceau non diffracté par le modulateur acousto-optique n'est que très peu déformé. En effet, nous voulons utiliser ce troisième faisceau après extraction d'un laser à atomes, et donc à un moment de la séquence où la puissance diffractée dans le faisceau horizontal, de l'ordre de quelques centaines de milliwatts, est inférieure à un pourcent de la puissance totale incidente sur le modulateur.

Montage optique. Nous avons représenté sur la figure 5.3 un schéma du montage optique servant à mettre en forme le troisième faisceau au niveau des atomes. Le télescope commercial¹ $\times 3$ utilisé dispose d'un réglage nous permettant d'ajuster la position du col du faisceau après focalisation par la lentille de 802 mm de focale, de telle sorte que la largeur du faisceau au niveau de la zone de croisement peut être variée de $45 \mu\text{m}$ à $150 \mu\text{m}$, comme nous avons pu le constater en observant le profil du faisceau avec une caméra CCD. L'utilisation d'une lentille de très grande focale, rendue nécessaire par l'encombrement du dispositif, ne permet pas de réaliser des faisceaux plus étroits au niveau des atomes, à cause des fortes aberrations sphériques qu'elle produit.

1. Melles Griot 09 LBZ 101.

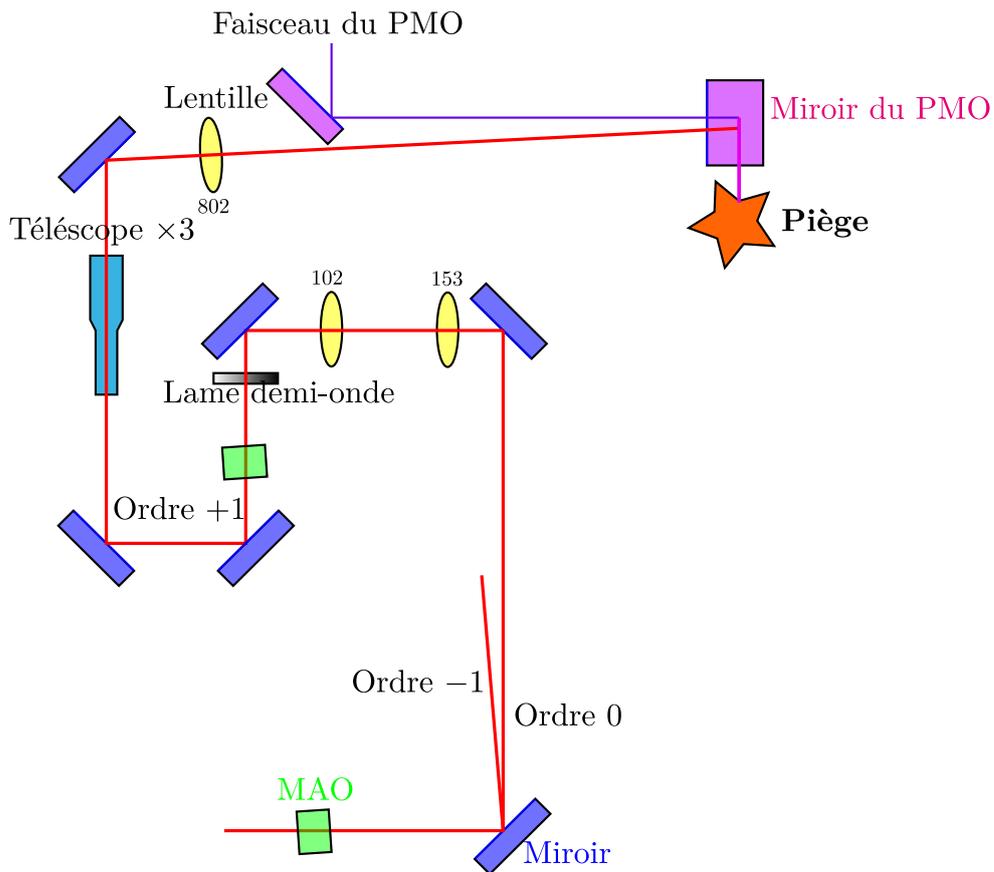


Figure 5.3 – Montage optique utilisé pour la mise en forme du troisième faisceau, dans le cas où il est croisé à 90° avec le guide horizontal. Le même dispositif a été utilisé pour préparer le faisceau croisé à 45° , mis à part bien sûr le trajet suivi par le faisceau et le hublot d'entrée.

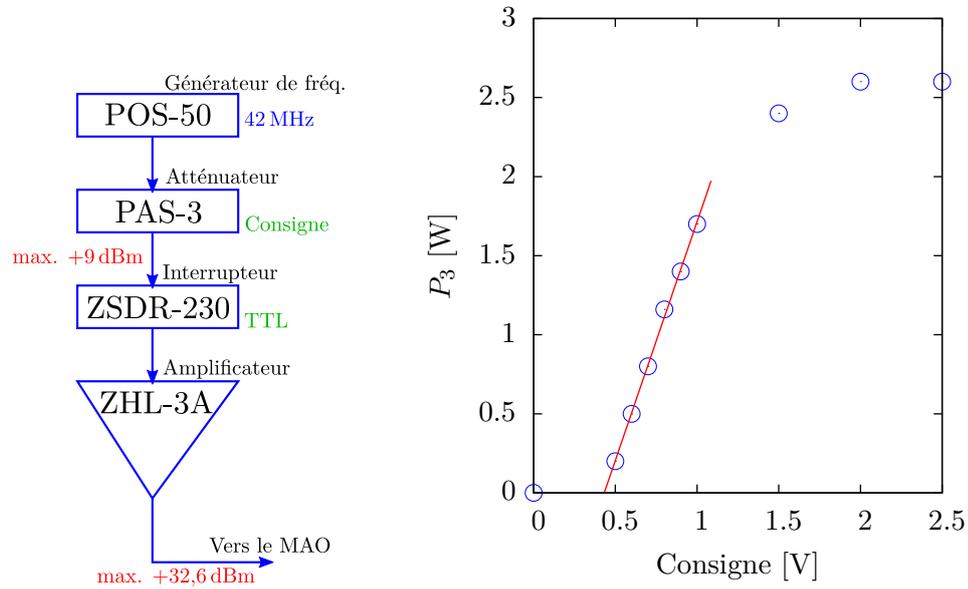


Figure 5.4 – Chaîne radio-fréquence pour le contrôle de la puissance diffractée par le modulateur acousto-optique (à gauche) et courbe de calibration typique du dispositif (à droite), obtenue en mesurant la puissance du troisième faisceau après traversée de la chambre.

Contrôle de la puissance. Le modulateur acousto-optique nous permet de contrôler l'intensité du faisceau au niveau des atomes par l'intermédiaire de la puissance de l'onde radio-fréquence injectée dans celui-ci. L'ordre de diffraction utilisé est tel que la différence de fréquence entre le troisième faisceau et le faisceau de guidage vaut 80 MHz, prévenant toute interférence entre ceux-ci. Nous avons réalisé une chaîne radio-fréquence comportant un atténuateur variable et un interrupteur rapide pour contrôler la puissance de la radio-fréquence injectée dans le modulateur, et donc la puissance du faisceau diffracté. Une calibration typique de la puissance obtenue au niveau des atomes (mesurée après le passage du faisceau dans la chambre) en fonction de la tension de consigne est présentée sur la figure 5.4.

5.1.2 Troisième faisceau croisé à 45°

Axe utilisé. Dans cette configuration, le troisième faisceau doit pouvoir servir de guide d'onde et doit donc être horizontal. Nous l'avons donc superposé avec un des faisceaux horizontaux du PMO. Toutefois, et contrairement à la situation précédente, la distance entre le miroir traité à 780 nm servant pour le faisceau du PMO et le hublot d'entrée dans la chambre est relativement grande (près de 40 cm), et nous pouvons donc passer à côté de celui-ci et n'utiliser que de l'optique traitée à 1,072 μm pour manipuler le

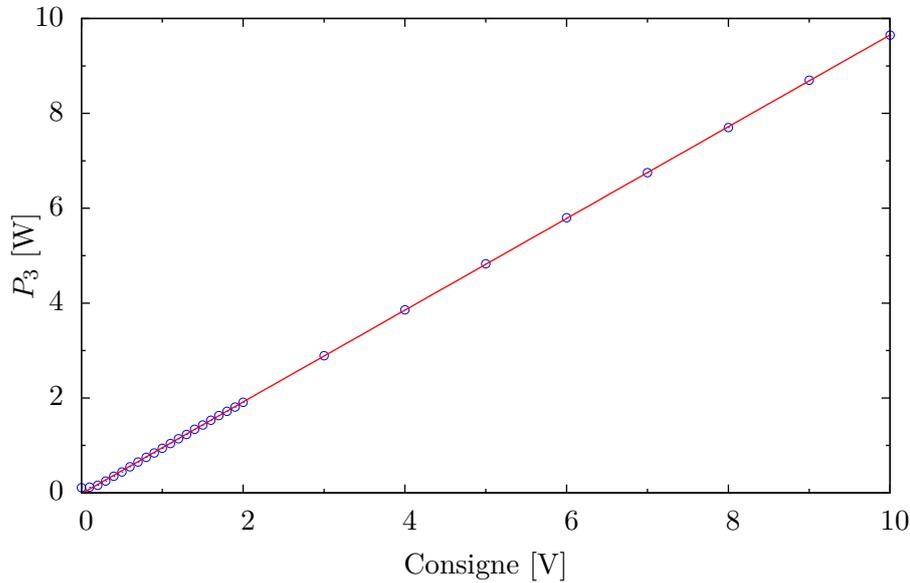


Figure 5.5 – Calibration de la puissance du troisième faisceau croisé à 45° en fonction de la consigne, avec l’asservissement mis en place. La puissance maximale obtenue est plus importante que pour le faisceau croisé à 90° car il n’y a pas de miroir traité à 780 nm sur le trajet du faisceau.

faisceau dipolaire. Le prix à payer est un angle entre les faisceaux dipolaires de seulement 40° au lieu des 45° prévus initialement ; toutefois, cette configuration correspond encore à notre objectif d’étudier expérimentalement un séparateur de flux atomique.

Montage optique. La source du faisceau et le montage optique sont les mêmes que pour le faisceau croisé à 90° , mis à part bien sûr le trajet effectivement suivi par la lumière et le point d’entrée dans la chambre.

Contrôle de la puissance. Nous avons mis en place un asservissement de la puissance pour supprimer une partie du bruit d’intensité, dans la perspective de guider les atomes dans ce troisième bras. Cet asservissement s’inspire de celui utilisé pour le faisceau vertical (cf §2.2.2). La figure 5.5 montre une courbe de calibration typique obtenue avec ce nouveau montage radio-fréquence asservi, la puissance du troisième faisceau étant ici aussi mesurée après la chambre. La bande passante du dispositif est de l’ordre de quelques kHz.

5.2 Interaction avec un défaut : résultats préliminaires

Nous allons maintenant exposer quelques résultats préliminaires obtenus en faisant interagir un laser à atomes guidé avec un défaut constitué du troisième faisceau croisé à 90° avec le guide horizontal, en aval de la zone de découplage. L’analyse détaillée de ce mécanisme fera l’objet d’une partie d’un prochain travail de thèse au sein de notre groupe.

5.2.1 Protocole expérimental

Pour cette expérience, nous avons utilisé un faisceau de largeur de col $w_3 = 65 \mu\text{m}$. La distance de propagation de l’onde de matière entre la zone de découplage et le défaut est de 1,09 mm.

En raison de la géométrie choisie pour le défaut, il devient plus intéressant de pouvoir observer la largeur *horizontale* des lasers à atomes après temps de vol. En effet, le potentiel créé par le troisième faisceau dépend de x et de y , mais pas de z en première approximation. Nous avons donc modifié le système d’imagerie de façon à pouvoir observer cette largeur horizontale, en utilisant un axe compris dans un plan vertical et faisant un angle de 45° avec le guide horizontal.

Pour optimiser le croisement entre le troisième faisceau et le guide horizontal, nous avons monté le dernier miroir du système optique du troisième faisceau sur un support muni de cales piezoélectriques², permettant un mouvement d’environ $120 \mu\text{rad}$ pour une tension appliquée de 100 V (soit le maximum à notre disposition). La lentille de focalisation convertit ce mouvement angulaire en un déplacement du point focal valant $96 \mu\text{m}$ pour 100 V appliqués. Nous pouvons donc ajuster finement la position du troisième faisceau relativement au guide horizontal.

Nous utilisons les atomes comme sonde du croisement des deux faisceaux, en mesurant le nombre d’atomes piégés à l’intersection de ceux-ci après une phase de chargement analogue à celle utilisée pour le piège croisé (*cf* §2.3), en fonction de la tension appliquée à la cale piezoélectrique déplaçant le faisceau perpendiculairement au guide horizontal. Nous observons la présence d’un optimum, et l’interprétons comme la condition de bon croisement (*cf* figure 5.6).

Une expérience typique d’interaction avec le défaut suit la séquence suivante :

1. on optimise le croisement du troisième faisceau par la procédure décrite précédemment ;
2. on prépare un condensat polarisé dans l’état $m_F = 0$ (*cf* chapitres 2 et 3), puis on découple un laser à atome guidé dans le guide horizontal

2. Thorlabs KC1-PZ/M.

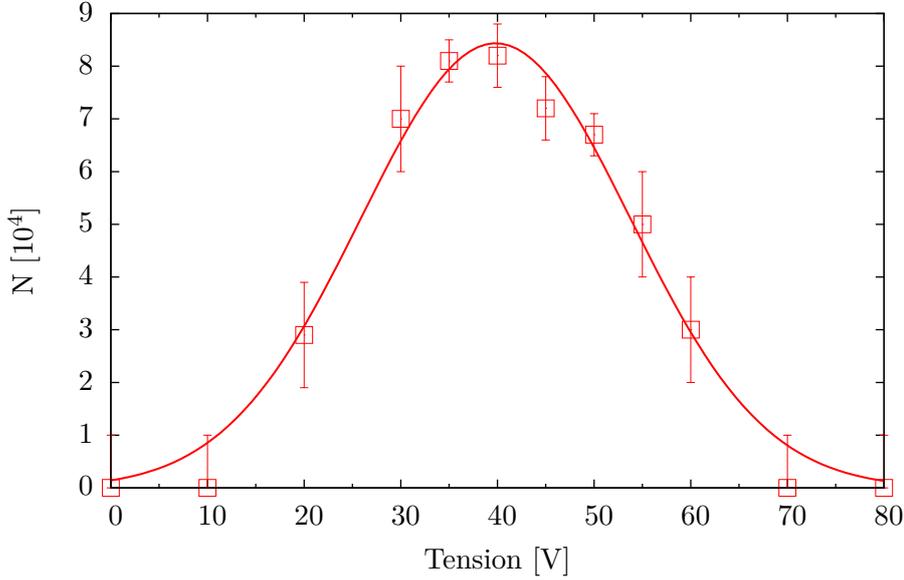


Figure 5.6 – Nombre d’atomes piégés à l’intersection du faisceau guide et du troisième faisceau, en fonction de la tension appliquée à la cale piézoélectrique contrôlant le déplacement du troisième faisceau perpendiculairement au guide.

- par un moyen optique ou magnétique (*cf* chapitre 4), en direction du défaut ;
3. au début du découplage, on allume le troisième faisceau avec la puissance voulue ;
 4. on enregistre une image d’absorption des atomes après temps de vol, une fois que le laser a interagit avec le défaut.

5.2.2 Nombre de modes transverses peuplés

Pour étudier quantitativement l’influence du défaut sur la propagation du laser à atomes, nous nous sommes intéressés à l’élargissement du laser en aval du défaut, en fonction de la puissance P_3 du troisième faisceau.

Mesure des largeurs. Nous avons extrait les largeurs $\delta(P_3)$ et $\Delta(P_3)$ du laser avant et après le défaut par la procédure suivante : nous séparons l’image au niveau du défaut, puis intégrons les deux sous-images selon la direction de propagation. Nous obtenons ainsi deux profils transverses, l’un correspondant au laser en aval du défaut, l’autre au laser en amont (*cf* figure 5.7). Nous ajustons une gaussienne sur le profil amont pour extraire $\delta(P_3)$. La largeur moyenne amont vaut $\delta = 17 \mu\text{m} \pm 2 \mu\text{m}$ pour le temps de vol choisit, soit 15 ms. Pour extraire $\Delta(P_3)$, nous ajustons la fonction

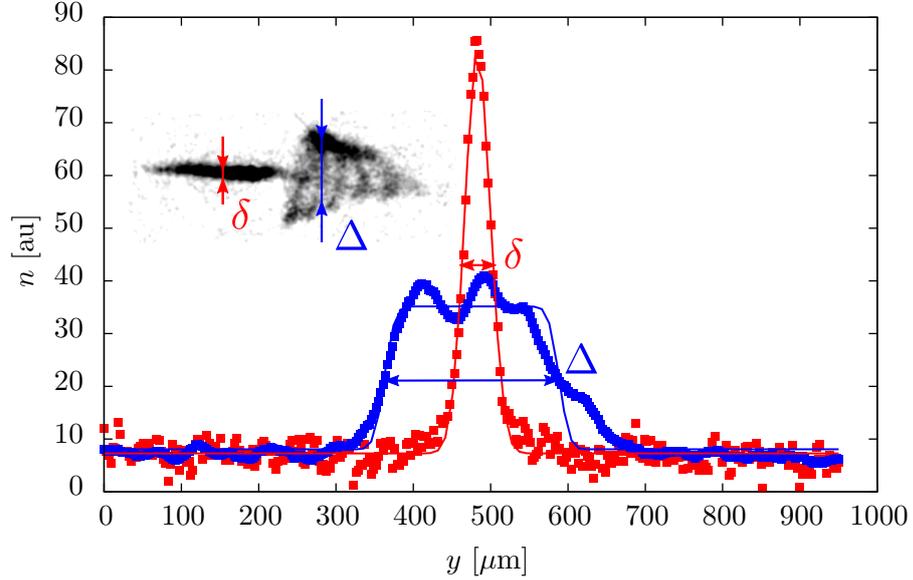


Figure 5.7 – Procédure utilisée pour extraire les largeurs $\delta(P_3)$ et $\Delta(P_3)$ du laser à atomes, avant et après son interaction avec le défaut. Les profils sont obtenus par intégration de l'image en insert le long de la direction de propagation. Les largeurs sont extraites par ajustement d'une gaussienne pour le profil amont, et d'un créneau aux flancs adoucis pour le profil aval.

suivante sur le profil aval :

$$C(y) = \frac{A}{4} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{y - c + d}{\delta} \right) \right] \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{c + d - y}{\delta} \right) \right]. \quad (5.5)$$

$C(y)$ est une fonction créneau d'amplitude A entre les points $y_g = c - d$ et $y_d = c + d$, dont les flancs sont adoucis de façon à obtenir en bonne approximation une gaussienne de largeur δ quand $d \sim \delta$. On trouve numériquement que la largeur quadratique moyenne de cette fonction est bien approximée par³ $\Delta(P_3) = \sqrt{(0,64\delta)^2 + d^2/3}$.

Fréquence de guidage et vitesse incidente. Nous avons mesuré la fréquence de guidage par la procédure présentée au §4.1.1. Nous obtenons une fréquence selon la direction horizontale de $\omega_{\perp}/(2\pi) = 344 \text{ Hz} \pm 13 \text{ Hz}$. Ceci nous permet de déduire un nombre d'excitations moyen en amont du défaut de l'ordre de $\langle n \rangle \sim 0,35$. La densité linéique mesurée vaut 36 atomes/ μm . On a donc 79% des atomes dans l'état fondamental du guide (cf §4.3). Nous avons également mesuré la vitesse de propagation du laser : les atomes

3. Il est naturel de trouver $\Delta \sim d/\sqrt{3}$ pour d grand devant δ puisqu'alors $C(x)$ tend vers une fonction créneau.

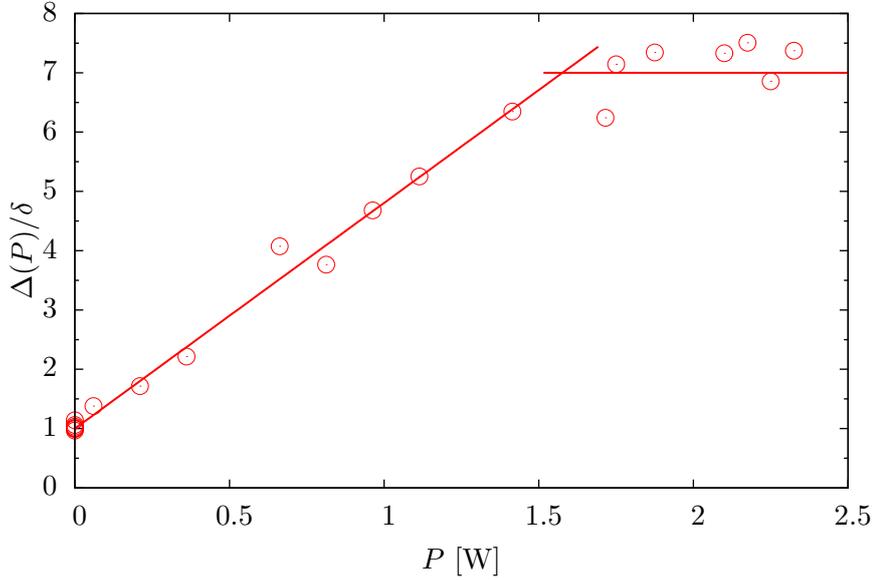


Figure 5.8 – Largeur du laser à atomes après le défaut en fonction de la puissance du faisceau servant à créer celui-ci. On constate une augmentation linéaire de la largeur du laser en fonction de la profondeur du défaut pour $P_3 \lesssim 1,5$ W, puis une saturation de la largeur à une valeur d'environ 7δ .

abordent le défaut avec une vitesse $v_x = 12 \text{ mm/s} \pm 1 \text{ mm/s}$. La barre d'erreur tient compte de la dispersion de vitesse mesurée.

Résultats et discussion. Nous présentons sur la figure 5.8 le résultat de l'expérience ; on constate que la largeur du laser à atomes en aval du défaut augmente linéairement avec la puissance du troisième faisceau, jusqu'à une puissance de l'ordre de 1,5 W ; on observe ensuite une *saturation* de l'excitation, à une valeur de Δ/δ de l'ordre de 7, ce qui correspond à un nombre d'excitations de l'ordre de 49.

Le défaut a deux effets principaux : il crée un puits de potentiel longitudinal, et une constriction horizontale du guide. La constriction couple le degré de liberté transverse horizontal et le degré de liberté longitudinal ; on s'attend donc à observer des transferts d'énergie entre ces deux degrés de liberté. L'énergie longitudinale disponible vaut $mv_x^2/2 = (46 \pm 9) \hbar\omega_\perp$: ceci explique la saturation observée !

La vitesse de l'onde incidente est telle que le défaut est franchi en moins d'une période d'oscillation : $w_3/v_x = 5 \text{ ms} < 2\pi/\omega_\perp = 18 \text{ ms}$. La situation étudiée est donc loin du régime adiabatique dans lequel les énergies des états vibrationnels transverse varient lentement à l'échelle du mouvement, où il n'y aurait pas de transferts entre états vibrationnels différents.

En revanche, on notera que la constriction réalisée reste relativement

faible : on estime la fréquence transverse donnée par le troisième faisceau à 360 Hz pour $P_3 = 2,5 \text{ W}$ (en utilisant la largeur de col mesurée), soit une constriction d’un facteur $\sqrt{2}$ d’après l’équation (5.2). Ce couplage faible entre les degrés de liberté peut difficilement expliquer une telle excitation du laser à atomes. Nous pensons qu’un petit défaut d’alignement, qui brise la symétrie du problème et provoque un couplage beaucoup plus fort entre les degrés de liberté, doit expliquer nos observations : nous ne pouvons en effet pas garantir la stabilité du croisement à mieux que $10 \mu\text{m}$ près. Ce point fait l’objet de simulations numérique en collaboration avec B. Georgeot du laboratoire de physique théorique de l’université Toulouse III ; s’il était confirmé, cela constituerait une condition de croisement optimale des faisceaux.

5.2.3 Influence sur la propagation

L’excitation des modes transverses s’accompagne d’une modification de la vitesse de propagation du laser, qui est la trace du transfert d’énergie entre le degré de liberté longitudinal et le degré de liberté transverse. L’insert de la figure 5.7 montre que sur une seule réalisation de l’expérience, on observe une séparation spatiale des différentes composantes de nombres d’excitations transverses différents : les atomes très excités se sont peu propagés, alors que les atomes peu excités ont quasiment conservé leur vitesse initiale.

En fait, à forte puissance on constate que les atomes restent plus longtemps dans la zone du défaut, et sont finalement *réfléchis* par le défaut, comme le montre la figure 5.9 : la densité longitudinale en amont est augmentée, alors que la densité en aval est diminuée. On observe une réflexion importante dès que la puissance $P_3 \geq 1,5 \text{ W}$, soit sur la plage de puissance pour laquelle il y a saturation de l’excitation transverse (*cf* § précédent).

Enfin, on constate qu’à faible puissance P_3 , le profil longitudinal aval présente des fluctuations de fort contraste. Nous interprétons ces fluctuations comme la trace de l’observation avec un angle de 45° relativement à l’axe de propagation des atomes, qui a pour effet d’intégrer la densité atomique selon un axe qui n’est pas bien adapté au mouvement.

5.3 Diffusion en espace confiné

Nous allons proposer un formalisme pour décrire l’interaction d’un laser à atomes guidé, dans l’état fondamental du guide, avec un défaut du potentiel de guidage. Dans un premier temps, nous développons un formalisme de *diffusion en espace confiné*, de manière analogue au formalisme de la diffusion usuel. L’approximation de Born peut être insuffisante pour rendre compte de nos résultats expérimentaux ; nous introduirons donc au §5.4 un formalisme *non perturbatif* pour analyser nos résultats.

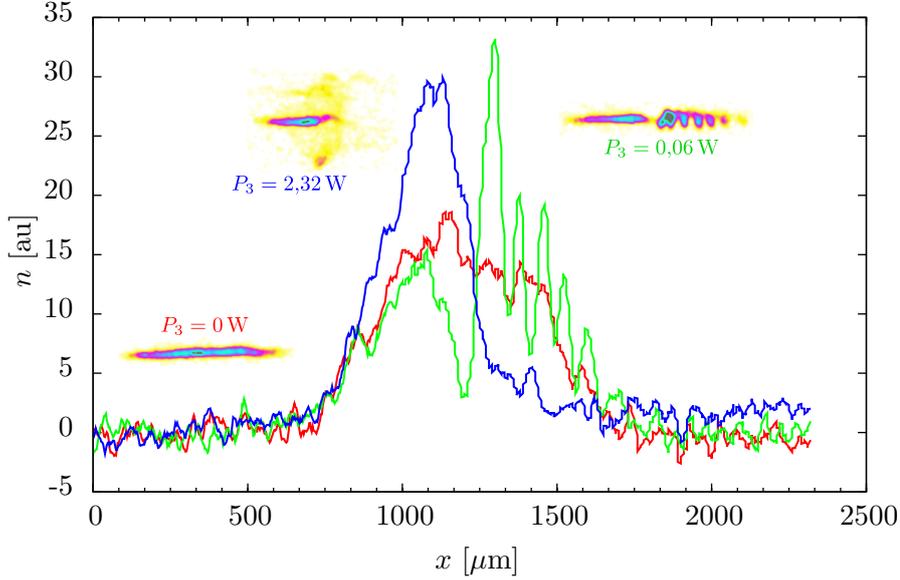


Figure 5.9 – Profils longitudinaux de lasers à atomes guidés, pour trois puissances différentes du troisième faisceau : 0 W, 0,06 W et 2,32 W. Un moyennage glissant sur 10 pixels a été effectué pour s’affranchir d’une partie du bruit d’imagerie.

5.3.1 Position du problème

Nous voulons étudier le processus dans lequel on envoie une onde *guidée* sur un potentiel diffuseur à courte portée. Pour simplifier, nous ne considérerons que deux dimensions de l’espace : la direction de propagation x , et la direction perpendiculaire y selon laquelle l’onde est piégée harmoniquement. Le hamiltonien d’un tel système physique s’écrit :

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(\hat{x}, \hat{y}) , \quad (5.6)$$

où \hat{H}_0 est le hamiltonien de l’onde guidée :

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2\hat{y}^2 , \quad (5.7)$$

et où $\hat{V}(\hat{x}, \hat{y})$ est le potentiel diffuseur, qui vérifie $V(x, y) \rightarrow 0$ quand $|x| \rightarrow +\infty$. On suppose de plus que l’onde est *asymptotiquement libre*, c’est-à-dire qu’elle n’a pas d’interaction avec le potentiel à l’infini. Loin du potentiel, on a donc « conservation de l’énergie » : la somme de l’énergie cinétique et de l’énergie potentielle de piégeage est conservée.

Les états propres de \hat{H}_0 s’écrivent sous la forme d’un produit tensoriel d’un état propre de l’oscillateur harmonique à une dimension $|n\rangle$, $n \in \mathbb{N}$ et

d'une onde plane, que l'on note $|k\rangle$ avec k son vecteur d'onde :

$$\hat{H}_0 |n\rangle \otimes |k\rangle = \left(\hbar\omega_0 [n + 1/2] + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) |n\rangle \otimes |k\rangle . \quad (5.8)$$

5.3.2 Formalisation du problème

Nous voulons trouver les états stationnaires de diffusion $|\psi\rangle$ solutions de l'équation de Schrödinger suivante :

$$E |\psi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle . \quad (5.9)$$

Nous travaillons avec une onde asymptotiquement libre, et sommes donc dans le continuum du spectre de \hat{H} : l'énergie E est une donnée du problème. Ce sont donc les conditions aux limites qui vont fixer la forme des solutions. Nous supposons que l'onde incidente sur le potentiel diffuseur est dans l'état fondamental transverse, et imposons les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} \langle x | \psi(\mathbf{r}) \rangle &\sim \mathcal{N} \left[|0\rangle e^{ik_0 x} + \sum_{n=0}^N f(+n) |n\rangle e^{ik_n x} \right] && \text{pour } x \rightarrow +\infty \\ &\sim \mathcal{N} \left[|0\rangle e^{ik_0 x} + \sum_{n=0}^N f(-n) |n\rangle e^{-ik_n x} \right] && \text{pour } x \rightarrow -\infty \end{aligned} \quad (5.10)$$

où \mathcal{N} est une constante de normalisation et où on a défini k_n de façon à respecter la conservation de l'énergie :

$$E = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} + \frac{\hbar\omega_0}{2} = \hbar\omega_0 \left[n + \frac{1}{2} \right] + \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} , \quad (5.11)$$

pour tout $n \leq N$ défini par⁴ :

$$N = \left\lfloor \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} / \hbar\omega_0 \right\rfloor . \quad (5.12)$$

$f(\pm n)$ est l'*amplitude de diffusion* sur le mode n de l'oscillateur transverse, le signe + correspondant à une onde *transmise* et le signe – à une onde *réfléchie*. La situation décrite ici est schématisée sur la figure 5.10.

5.3.3 Solution formelle

En introduisant la résolvante $G(z)$ du hamiltonien \hat{H} définie par :

$$\hat{G}(z) = (z\hat{1} - \hat{H})^{-1} , \quad (5.13)$$

4. $[\cdot]$ représente la partie entière.

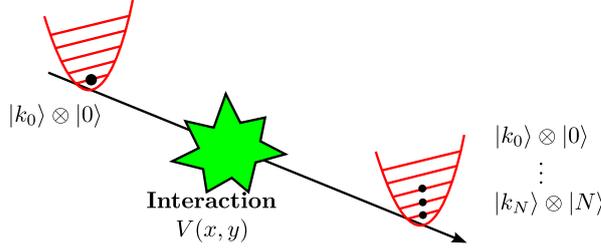


Figure 5.10 – Diffusion quantique de l’onde de matière sur un défaut de potentiel.

la solution de l’équation (5.9) s’écrit formellement :

$$|\psi_{k_0}\rangle = [1 + \hat{G}(E + i\varepsilon)\hat{V}] |\psi_{k_0}^0\rangle, \quad (5.14)$$

où $|\psi_{k_0}^0\rangle = |0\rangle \otimes |k_0\rangle$ est l’onde incidente, $E = \hbar\omega_0/2 + \hbar^2 k_0^2/(2m)$ est l’énergie de cette onde et $\varepsilon \rightarrow 0^+$. Pour le montrer, commençons par vérifier que (5.14) est bien un état propre de \hat{H} d’énergie E :

$$\begin{aligned} (E + i\varepsilon - \hat{H}) |\psi_{k_0}\rangle &= (E + i\varepsilon - \hat{H}_0 - \hat{V}) |\psi_{k_0}^0\rangle + \hat{V} |\psi_{k_0}^0\rangle \\ &= i\varepsilon |\psi_{k_0}^0\rangle \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Il reste maintenant à montrer que (5.14) vérifie bien la condition aux limites (5.10). Pour cela, rappelons que $\hat{G} = \hat{G}_0 + \hat{G}_0 \hat{V} \hat{G}$, avec \hat{G}_0 la résolvante de \hat{H}_0 , ce qui permet d’écrire :

$$|\psi_{k_0}\rangle = \left(1 + \hat{G}_0(E + i\varepsilon) [\hat{V} + \hat{V} \hat{G}(E + i\varepsilon) \hat{V}]\right) |\psi_{k_0}^0\rangle. \quad (5.16)$$

On introduit alors la « matrice \hat{T} » définie par :

$$\hat{T} = \hat{V} + \hat{V} \hat{G}(E + i\varepsilon) \hat{V}, \quad (5.17)$$

et il s’agit de calculer les produits scalaires :

$$\begin{aligned} \langle n, x | \psi_{k_0}\rangle &= \langle n, x | \psi_{k_0}^0\rangle \\ &+ \int dx' \sum_{n'=0}^{+\infty} \langle n, x | \hat{G}_0(E + i\varepsilon) | n', x'\rangle \langle n', x' | \hat{T} | \psi_{k_0}^0\rangle, \end{aligned} \quad (5.18)$$

où l’on a injecté une relation de fermeture $\sum_n |n'\rangle \langle n'| \otimes \int dx' |x'\rangle \langle x'| = \hat{1}$ et où $|n, x\rangle = |n\rangle \otimes |x\rangle$. Le calcul du premier élément de matrice s’effectue simplement :

$$\langle n, x | \hat{G}_0(E + i\varepsilon) | n', x'\rangle = \delta_{n,n'} g_0(E - \hbar\omega_0 [n + 1/2]; x - x'), \quad (5.19)$$

où $g_0(E'; x - x')$ est l'élément de matrice de la résolvante du hamiltonien d'une particule libre à une dimension, d'énergie E' , entre les états $|x\rangle$ et $|x'\rangle$, et a pour expression :

$$g_0(E'; x - x') = -\frac{mi}{\hbar^2 \kappa(E')} e^{i\kappa(E')|x-x'|}, \quad (5.20)$$

avec $\kappa(E') = \sqrt{2mE'/\hbar^2}$ (réel pour $E' > 0$, imaginaire pur pour $E' < 0$). Le lecteur intéressé se reportera au §5.6.1 pour avoir les grandes lignes de la démonstration de ce résultat.

Le point clé du calcul de (5.18) consiste à remarquer que \hat{T} est à courte portée : dans l'intégrale, seuls contribuent les x' suffisamment petits. Les modes tels que $n > N$ ne sont donc pas peuplés à distance du potentiel (à cause de l'exponentielle décroissante dans (5.20)) : ce sont des modes évanescents, qui ne peuvent exister à grande distance du défaut en raison de la conservation de l'énergie. De plus, lorsque $|x| \gg |x'|$, on a :

$$|x - x'| \simeq |x| \left(1 - \frac{x'}{x}\right). \quad (5.21)$$

Sachant que $e^{\mp ik_n x'} = \sqrt{2\pi} \langle \pm k_n | x' \rangle$, on a donc loin du potentiel diffuseur et pour $n \leq N$:

$$\langle n, x | \psi_{k_0} \rangle = \delta_{n,0} \langle 0 | \frac{e^{ik_0 x}}{\sqrt{2\pi}} - \frac{\sqrt{2\pi} mi}{\hbar^2 k_n} e^{\pm ik_n x} \int dx' \langle \pm k_n | x' \rangle \langle n, x' | \hat{T} | \psi_{k_0}^0 \rangle, \quad (5.22)$$

le signe + correspondant à $x > 0$ et le signe - à $x < 0$. On obtient donc finalement :

$$\begin{aligned} \langle x | \psi_k \rangle &\sim \mathcal{N} \left[|0\rangle e^{ik_0 x} + \sum_{n=0}^N \frac{-2\pi mi}{\hbar^2 k_n} \langle n, +k_n | \hat{T} | 0, k_0 \rangle |n\rangle e^{ik_n x} \right] \quad (x \rightarrow +\infty), \\ &\sim \mathcal{N} \left[|0\rangle e^{ik_0 x} + \sum_{n=0}^N \frac{-2\pi mi}{\hbar^2 k_n} \langle n, -k_n | \hat{T} | 0, k_0 \rangle |n\rangle e^{-ik_n x} \right] \quad (x \rightarrow -\infty), \end{aligned} \quad (5.23)$$

avec $\mathcal{N} = 1/\sqrt{2\pi}$. L'état (5.14) est donc bien solution du problème (5.9) avec les conditions aux limites (5.10).

Nous avons au passage établi l'expression de l'amplitude de diffusion :

$$f(\pm n) = -\frac{2\pi mi}{\hbar^2 k_n} \langle n, \pm k_n | \hat{T} | 0, k_0 \rangle \quad \text{pour } n \leq N, \quad (5.24)$$

$$= 0 \quad \text{pour } n > N. \quad (5.25)$$

5.3.4 Approximation de Born

On peut développer perturbativement la résolvante sous la forme :

$$\hat{G} = \hat{G}_0 + \hat{G}_0 \hat{V} \hat{G}_0 + \hat{G}_0 \hat{V} \hat{G}_0 \hat{V} \hat{G}_0 + \dots \quad (5.26)$$

La matrice \hat{T} peut donc également être développée sous la forme :

$$\hat{T} = \hat{V} + \hat{V} \hat{G}_0 \hat{V} + \hat{V} \hat{G}_0 \hat{V} \hat{G}_0 \hat{V} + \dots \quad (5.27)$$

L'approximation de Born consiste à ne garder que le premier terme de ce développement ; on obtient alors l'expression suivante de l'amplitude de diffusion :

$$f(\pm n) = -\frac{2\pi m i}{\hbar^2 k_n} \langle n, \pm k_n | \hat{V} | 0, k_0 \rangle \quad \text{pour } n \leq N \quad (5.28)$$

$$= 0 \quad \text{pour } n > N. \quad (5.29)$$

5.3.5 Le défaut gaussien séparable

Comme première application de la théorie développée aux paragraphes précédents, nous allons expliciter les calculs dans le cas d'un défaut gaussien séparable⁵ :

$$V(x, y) = V_0 e^{-\frac{x^2}{2\Delta_x^2} - \frac{y^2}{2\Delta_y^2}}. \quad (5.30)$$

Cette situation correspond expérimentalement au cas du croisement parfait du troisième faisceau à 90°. Du fait de sa symétrie, ce potentiel ne couple l'état $|0, k_0\rangle$ qu'avec des états de nombre d'excitation n pair. L'élément de matrice du potentiel diffuseur intervenant dans l'expression de l'amplitude de diffusion (5.28) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \langle 2p, \pm k_{2p} | \hat{V} | 0, k_0 \rangle &= \frac{V_0}{2\pi} \int dx e^{-i(\pm k_{2p} - k_0)x} e^{-\frac{x^2}{2\Delta_x^2}} \int dy \psi_{2p}^*(y) \psi_0(y) e^{-\frac{y^2}{2\Delta_y^2}} \\ &= \frac{V_0}{\sqrt{2\pi}} \Delta_x e^{-(\pm k_{2p} - k_0)^2 \Delta_x^2 / 2} I_{2p}(\Delta_y / a_{\text{oh}}), \end{aligned} \quad (5.31)$$

où $I_{2p}(\vartheta)$ est l'élément de matrice de l'opérateur gaussien centré en zéro et de largeur $\Delta_y / a_{\text{oh}} = \vartheta$ entre les états $|2p\rangle$ et $|0\rangle$:

$$\begin{aligned} I_{2p}(\vartheta) &= \langle 2p | \exp(-\hat{y}^2 / 2\vartheta^2 a_{\text{oh}}^2) | 0 \rangle \\ &= (-1)^p \frac{\sqrt{2(2p)!}}{2^p p!} \vartheta \left(\frac{1}{1 + 2\vartheta^2} \right)^{p+1/2}. \end{aligned} \quad (5.32)$$

5. C'est-à-dire qu'il est possible d'écrire le potentiel comme un produit d'un terme dépendant de x et d'un terme dépendant de y .

On se reportera au §5.6.2 pour avoir une démonstration de ce résultat. Pour simplifier, nous allons considérer que $\Delta = \Delta_x = \Delta_y$. On obtient alors :

$$f(\pm 2p) = i(-1)^{p+1} \frac{\sqrt{\pi(2p)!}}{2^{p-1}p!} \vartheta^3 \left(\frac{1}{1+2\vartheta^2} \right)^{p+1/2} \frac{e^{-(\pm k_{2p}-k_0)^2 \Delta^2/2}}{k_{2p}\Delta} \frac{V_0}{\hbar\omega_0}. \quad (5.33)$$

Expérimentalement, nous n'avons pu mettre en place que des défauts de grande taille, ayant au minimum une largeur de col de $65 \mu\text{m}$. À cause des termes $I_{2p}(\vartheta)$ et $\exp\left[(\pm k_{2p}-k_0)^2 \Delta_x^2/2\right]$, les amplitudes $f(\pm 2p)$ pour $p > 0$ et $f(-0)$ sont négligeables devant $f(+0)$: le défaut n'a pas d'effet au premier ordre de perturbation. Il n'est donc *pas possible* d'expliquer les résultats expérimentaux par cette théorie !

Deux hypothèses peuvent nous réconcilier avec nos observations :

- le croisement est imparfait, et le couplage entre degrés de libertés est alors bien plus important ;
- l'approximation de Born est insuffisante : il faut poursuivre le développement perturbatif à un ordre plus élevé, ou utiliser un formalisme intrinsèquement *non perturbatif* ; c'est ce que nous nous attachons à faire dans le §5.4.

5.3.6 Excitation sélective d'un seul état propre de l'oscillateur transverse

Nous allons montrer qu'en modélant le potentiel $V(x, y)$ à l'échelle de la longueur d'oscillateur a_{oh} , il est possible d'exciter sélectivement certains états transverses. En effet, si nous considérons le potentiel $V_m(x, y)$ défini par :

$$V_m(x, y) = V_0 e^{-\frac{x^2}{2\Delta_x^2}} \frac{1}{\sqrt{m!2^m}} H_m(y/a_{\text{oh}}) e^{-\frac{y^2}{2\Delta_y^2}}, \quad (5.34)$$

où $H_m(x)$ est le polynôme d'Hermite d'ordre m , on obtient pour l'amplitude de transition :

$$f(\pm n) = -i \frac{V_0}{\hbar\omega_0} \frac{1}{a_{\text{oh}}^2 k_n} \int dx e^{-i(\pm k_n - k_0)x} e^{-\frac{x^2}{2\Delta_x^2}} \int dy \psi_n^*(y) \psi_m(y) e^{-\frac{y^2}{2\Delta_y^2}}. \quad (5.35)$$

Si $\Delta_y \gg a_{\text{oh}}$, on a $e^{-\frac{y^2}{2\Delta_y^2}} \simeq 1$ dans la seconde intégrale et on obtient alors :

$$f(\pm n) \simeq -i \frac{V_0}{\hbar\omega_0} \frac{\sqrt{2\pi}}{a_{\text{oh}} k_n} \frac{\Delta_x}{a_{\text{oh}}} e^{-(\pm k_n - k_0)^2 \Delta_x^2/2} \delta_{n,m}; \quad (5.36)$$

à condition d'avoir $(k_m - k_0)\Delta_x \lesssim 1$, l'état m (et lui seul !) est peuplé par la diffusion. De plus, une superposition linéaire de plusieurs V_m peuplera une superposition contrôlée d'états ; on a donc accès au *contrôle cohérent* de la population des états transverses.

Un tel potentiel peut être créé expérimentalement au moyen de la force dipolaire avec un faisceau laser très désaccordé à condition de garder un signe constant. Malheureusement, les polynômes de Hermite ne satisfont pas cette propriété ; toutefois, on peut contourner le problème pour les polynômes de Hermite d'ordre pair H_{2p} . En effet, ceux-ci admettent un minimum, que l'on va noter A_{2p} . Le potentiel suivant garde donc un signe constant :

$$V_{2p}(x, y) = V_0 e^{-\frac{x^2}{2\Delta_x^2}} \frac{1}{\sqrt{(2p)!2^{2p}}} [H_{2p}(y/a_{\text{oh}}) + A_{2p}] e^{-\frac{y^2}{2\Delta_y^2}} . \quad (5.37)$$

On peut donc le réaliser en mettant en forme un faisceau, avec par exemple des lames de phases ou un modulateur de phase, en travaillant avec de l'optique proche de la limite de diffraction, puisque la longueur d'oscillateur est de l'ordre du micromètre. Quant au terme supplémentaire du potentiel, il n'a pas d'effet au premier ordre de perturbation, comme on l'a vu au §5.3.5.

5.3.7 Longueur de cohérence

L'étude du problème par le formalisme de la diffusion quantique suppose en fait que la longueur de cohérence de l'onde incidente est grande devant les dimensions caractéristiques du défaut, puisqu'on utilise des ondes planes pour le traitement mathématique du problème. Dans la réalité, la dispersion de vitesse longitudinale limite la longueur de cohérence du laser à atomes.

Les propriétés de cohérence d'un laser à atomes guidé à l'équilibre thermodynamique ont été étudiées par Castin *et al.* [90]. Reprenons le modèle thermodynamique présenté au §4.3.1. La distribution en impulsion $f(k_x - k_0)$ des atomes dans l'état fondamental est donnée par :

$$\begin{aligned} f(k_x - k_0) &= \frac{1}{\zeta^{-1} e^{\beta \hbar^2 (k_x - k_0)^2 / (2m)} - 1} \\ &\simeq \frac{4\pi}{\Lambda_{\text{dB}}^2 (k_x - k_0)^2 + 4\pi^2 / (\Lambda_{\text{dB}} \rho)^2} , \end{aligned} \quad (5.38)$$

dans la limite où $\beta|\mu| \ll 1$, soit dans le régime de dégénérescence quantique où l'état fondamental du guide est macroscopiquement occupé. On a utilisé le fait que $\rho \simeq \rho_0$, avec ρ_0 la densité linéique des atomes dans l'état fondamental du guide, et :

$$\Lambda_{\text{dB}} \rho = \left(\frac{\pi k_{\text{B}} T}{|\mu|} \right)^{1/2} , \quad (5.39)$$

obtenu par intégration de (5.38) sur k_x et valable à la limite thermodynamique. Pour les paramètres expérimentaux du §5.2.2, on obtient une largeur de la distribution en vitesse de 0,1 mm/s.

La cohérence longitudinale est caractérisée par la fonction de corrélation du premier ordre $g_1(x)$, définie par :

$$g_1(x) = \langle \hat{\psi}^\dagger(x, 0, 0) \hat{\psi}(0, 0, 0) \rangle , \quad (5.40)$$

où $\hat{\psi}(x, y, z)$ est l'opérateur champ atomique dans le référentiel du centre de masse des atomes, se déplaçant à la vitesse $\hbar k_0/m$. Dans la limite où tous les atomes sont dans l'état fondamental transverse, on obtient :

$$g_1(x) = \frac{1}{\pi L a_{\text{oh}}^2} \sum_{n_x} N_{(n_x, 0, 0)} e^{i2\pi n_x x/L} . \quad (5.41)$$

En utilisant l'approximation lorentzienne de la distribution en impulsion (recentrée en 0), on trouve finalement une fonction de corrélation qui décroît exponentiellement avec $|x|$:

$$g_1(x) \simeq \frac{\rho}{\pi a_{\text{oh}}^2} e^{-|x|/l_c} , \quad (5.42)$$

où la longueur de cohérence l_c vaut :

$$l_c = \frac{\Lambda_{\text{dB}}^2}{2\pi} \rho . \quad (5.43)$$

Pour nos paramètres expérimentaux, $\Lambda_{\text{dB}} \simeq 1 \mu\text{m}$ et donc $l_c \simeq 7 \mu\text{m}$.

Un faisceau d'atomes guidé à l'équilibre thermodynamique n'est donc pas *a priori* dans la situation décrite par le formalisme de diffusion quantique. Notons cependant que les lasers à atomes que nous produisons ne sont pas à l'équilibre thermodynamique (bien qu'ils soient à l'équilibre thermodynamique *local*). Il est donc possible que leur longueur de cohérence dépasse celle calculée ici, en raison des propriétés de cohérence du condensat source.

Nous développons au §5.4.2 un formalisme semi-classique, valable à la limite où la longueur de cohérence est petite devant la taille du défaut. Si l'on obtient des résultats significativement différents de ceux obtenus pour le formalisme quantique, la diffusion d'un laser à atomes guidé sur un défaut de potentiel contrôlé pourrait permettre de sonder la cohérence longitudinale des atomes ! Des simulations numériques, en collaboration avec B. Georgeot du laboratoire de physique théorique de l'université Toulouse III, sont en cours de développement, afin de vérifier cette possibilité.

5.4 Formalisme non perturbatif

5.4.1 Formalisation du problème

Nous allons présenter dans ce paragraphe une autre approche pour résoudre l'équation de Schrödinger (5.9) décrivant la diffusion en espace confiné sur un défaut du potentiel de guidage. Pour cela, nous cherchons une solution sous la forme⁶ :

$$\langle x | \psi \rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} \phi_n(x) |n\rangle , \quad (5.44)$$

6. Dans cette expression, il faut noter que $\langle x | = \langle x | \otimes \mathbb{1}$; c'est pourquoi le résultat du produit reste un ket.

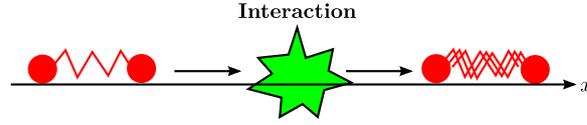


Figure 5.11 – Le problème que nous étudions présente une analogie formelle avec la diffusion inélastique à une dimension d’une molécule liée harmoniquement sur un centre diffuseur. Au degré de liberté transverse du laser à atomes correspond le degré de liberté vibrationnel de la molécule.

où $\phi_n(x)$ est la fonction d’onde longitudinale associée à l’état transverse excité $|n\rangle$. En injectant l’expression (5.44) dans l’équation (5.9), on établit que les fonctions $\phi_n(x)$ vérifient un système d’équations différentielles couplées :

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \kappa_n^2 - \tilde{V}_{n,n}(x) \right] \phi_n(x) = \sum_{n' \neq n} \tilde{V}_{n,n'}(x) \phi_{n'}(x), \quad (5.45)$$

où ⁷ $\kappa_n = \kappa(E_n)$, avec $E_n = E - \hbar\omega_0 [n + 1/2]$, et où l’on a défini les éléments de matrice réduits $\tilde{V}_{n,n'}(x)$ par :

$$\tilde{V}_{n,n'}(x) = \frac{2m}{\hbar^2} \langle n | V(x, \hat{y}) | n' \rangle. \quad (5.46)$$

Les termes ne comportant que l’indice n décrivent la partie « élastique » de la diffusion, alors que ceux faisant intervenir l’indice n' décrivent la partie inélastique de celle-ci, au sens où il y a eu changement de niveau vibrationnel : on fait apparaître ainsi l’analogie entre le problème que nous étudions et le processus de diffusion à une dimension d’une molécule liée harmoniquement sur un centre diffuseur (voir figure 5.11). La seule différence formelle entre ces deux problèmes sont les conditions aux limites à imposer.

Cette formulation permet de résoudre numériquement le problème de diffusion de manière non perturbative, à condition de négliger les modes transverses excités au dessus d’une certaine coupure \tilde{N} . Nous allons voir dans le prochain paragraphe comment simplifier plus avant le problème tout en restant non-perturbatif.

5.4.2 Approximation semi-classique

La situation physique que nous avons étudiée expérimentalement est telle que la longueur d’onde de de Broglie de l’onde incidente sur le défaut est petite devant les dimensions caractéristiques du défaut : l’onde incidente a une vitesse moyenne de l’ordre de 15 mm/s, soit une longueur d’onde de de Broglie de l’ordre de 0,3 μm , alors que les défauts que nous avons réalisés ont une forme gaussienne de largeur supérieure à 45 μm . Nous sommes donc

7. On a $\kappa_n = k_n$ pour $n \leq N$, et $\kappa_n \in i\mathbb{R}$ pour $n > N$ (ce qui correspond aux modes évanescents).

dans les conditions d'application de l'approximation *quasi-classique*, pour le mouvement *longitudinal*.

Les degrés de liberté transverses ne peuvent par contre pas être traités de manière quasi-classique, puisque la quantification des niveaux de l'oscillateur harmonique joue un rôle crucial dans nos expériences. Nous sommes donc dans une situation mixte quantique–quasi-classique, et allons établir les équations régissant l'évolution du système dans ce contexte.

Pour tenir compte du caractère quasi-classique du mouvement longitudinal, nous allons reprendre l'expression (5.44) de la solution en faisant l'hypothèse suivante pour la fonction d'onde longitudinale [116] :

$$\phi_n(x) = \frac{c_n(x)}{\sqrt{\hbar k_n(x)}} e^{i \int_0^x k_n(x') dx'} \quad \text{pour } n \leq N \quad (5.47)$$

$$= 0 \quad \text{pour } n > N, \quad (5.48)$$

où $k_n^2(x) = k_n^2 - \tilde{V}_{n,n}(x)$. Pour simplifier la présentation, nous avons négligé l'éventuelle réflexion de l'onde sur le défaut. Celle-ci est toutefois facile à prendre en compte, en ajoutant un second terme semblable au premier, dans lequel on a changé le signe de l'argument de l'exponentiel, et représentant donc une onde se propageant vers les x négatifs. Par ailleurs, dans l'approximation semi-classique les modes évanescents ne peuvent être pris en compte dans une région où des modes non évanescents sont peuplés, c'est pourquoi on a pris $\phi_n = 0$ pour $n > N$.

En injectant cette expression dans l'équation (5.45), on obtient, à l'ordre le plus bas en $1/(\hbar k_n)$:

$$2i c_n' k_n(x) \frac{\phi_n(x)}{c_n} = \sum_{n' \neq n} \tilde{V}_{n,n'}(x) \phi_{n'}(x), \quad (5.49)$$

que l'on peut réécrire sous la forme :

$$\frac{dC}{dx} = M(x)C, \quad (5.50)$$

où $C(x)$ est le vecteur des $c_n(x)$ et où la matrice $M(x)$ est définie par :

$$M_{n,n'}(x) = \frac{1}{2i} \tilde{V}_{n,n'}(x) \frac{e^{i \int_0^x (k_{n'}(x') - k_n(x')) dx'}}{\sqrt{k_{n'}(x) k_n(x)}} \quad \text{pour } n \neq n', \text{ et} \quad (5.51)$$

$$M_{n,n}(x) = 0. \quad (5.52)$$

On obtient ainsi un système de N équations différentielles couplées d'ordre 1, à coefficients non constants, qu'il est possible d'intégrer numériquement pour déterminer l'évolution des $c_n(x)$ et donc la population des états excités après le défaut.

5.4.3 Retour sur l'approximation de Born

Appliquons ce formalisme dans le cas où la profondeur du défaut est suffisamment faible pour que l'on puisse faire un développement perturbatif en puissances de V_0 du vecteur C :

$$C(x) = C^{(0)}(x) + V_0 C^{(1)}(x) + \dots \quad (5.53)$$

En injectant (5.53) dans l'équation (5.50), et en identifiant les termes d'ordre 0 et d'ordre 1, on obtient :

$$\frac{dC^{(0)}}{dx} = 0 \quad (5.54)$$

$$\frac{dC^{(1)}}{dx} = M(x) \frac{C^{(0)}}{V_0} . \quad (5.55)$$

$C^{(0)}$ est la solution du problème (5.50) en l'absence de défaut, et s'écrit donc :

$$C^{(0)} = \begin{pmatrix} \sqrt{\hbar k_0 / (2\pi)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (5.56)$$

L'équation (5.55), où on doit évaluer les $k_i(x)$ à l'ordre 0 en V_0 , soit $k_i(x) \simeq k_i$, se réduit donc à :

$$V_0 \frac{dc_n^{(1)}}{dx} = -\sqrt{\frac{\hbar}{2\pi}} \frac{mi}{\hbar^2} \langle n | V(x, \hat{y}) | 0 \rangle \frac{e^{i(k_0 - k_n)x}}{\sqrt{k_n}} . \quad (5.57)$$

Il vient alors, en utilisant le fait que $c_n^{(1)}(x \rightarrow -\infty) = 0$:

$$V_0 [c_n^{(1)}(x \rightarrow +\infty)] = -\sqrt{\frac{\hbar}{2\pi}} \frac{2\pi mi}{\hbar^2 \sqrt{k_n}} \langle n, k_n | \hat{V} | 0, k_0 \rangle , \quad (5.58)$$

soit pour la fonction d'onde longitudinale loin après le défaut :

$$\langle x | \psi_k \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[|0\rangle e^{ikx} + \sum_{n=0}^N \frac{-2\pi mi}{\hbar^2 k_n} \langle n, k_n | \hat{V} | 0, k \rangle |n\rangle e^{ik_n x} \right] . \quad (5.59)$$

On retrouve bien l'expression (5.23) trouvée dans le cadre du formalisme de diffusion en espace confiné à l'approximation de Born, développé au §5.3.4, avec en prime l'évolution des populations des états excités en fonction de la position le long du guide !

5.5 Séparation du flux atomique

Nous n'allons présenter ici que quelques images obtenues avec le faisceau croisé à 45° ; l'étude détaillée du processus de séparation fera l'objet d'une partie du travail d'une prochaine thèse au sein de notre groupe.

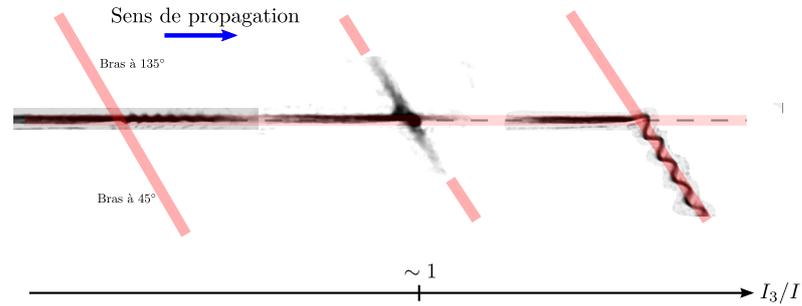


Figure 5.12 – *Effet du troisième faisceau croisé à 45° sur la propagation du flux atomique guidé, pour un rapport des intensités des deux faisceaux I_3/I croissant.*

Paramètres expérimentaux. La largeur de col utilisée pour le troisième faisceau vaut $45\ \mu\text{m}$, et le protocole utilisé est le même que celui présenté au §5.2.1. La fréquence de piégeage dans le guide horizontal vaut $170\ \text{Hz}$, et le nombre d’excitations moyen du laser aval est d’environ $\langle n \rangle = 0,8$, soit 66 % d’atomes dans l’état fondamental du guide. La vitesse des atomes à l’abord du défaut vaut $17\ \text{mm/s}$.

Observations. Nos expériences nous ont permis d’identifier trois régimes distincts (voir figure 5.12) :

- à faible puissance, le troisième faisceau agit comme un défaut et perturbe la propagation de l’onde de matière ;
- à puissance intermédiaire, il y a séparation du flux atomique ;
- à haute puissance, le flux atomique est entièrement dévié dans le bras à 45°.

La plage de puissance pour laquelle on observe une séparation du flux atomique correspond à des intensités voisines pour les deux faisceaux dipolaires, comme on pouvait s’y attendre : les profondeurs des deux guides sont alors voisines. Le laser à atomes transmis est très excité par la présence du potentiel de guidage à 45°. En outre, les faisceaux déviés sont également dans un état transverse très excité. Il ne semble donc pas qu’il soit possible d’effectuer une séparation de flux monomode avec ce type de dispositif. La figure 5.13 montre les différents régimes qu’il est possible d’explorer avec notre système.

Commentaire. Un contrôle plus précis du potentiel au niveau de la zone de séparation, avec par exemple l’utilisation d’un troisième faisceau dipolaire perpendiculaire aux deux précédents, et désaccordé vers le bleu, pour aplanir le puits de potentiel, pourrait permettre de s’affranchir des excitations parasites du laser à atomes. Une étude numérique est nécessaire pour répondre à cette question. Disposer d’un séparateur de flux monomode per-

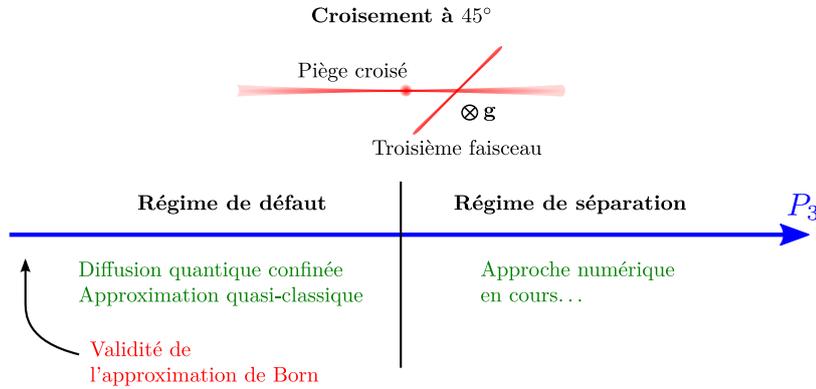


Figure 5.13 – Vue d'ensemble de la physique qu'il est possible d'explorer en croisant un troisième faisceau à 45° avec le guide horizontal.

mettrait la réalisation d'interféromètres atomiques de surface non nulle avec des lasers à atomes guidés dans l'état fondamental du guide, et permettrait ainsi d'avoir l'adaptation de mode la meilleure possible et ainsi le meilleur contraste possible des interférences produites.

Conclusion

La situation de diffusion quantique sur un potentiel localisé que nous avons explorée dans ce chapitre, où des canaux ouverts et fermés sont couplés dans le processus de diffusion, est une situation commune à de nombreux domaines de la mécanique quantique, depuis la physique moléculaire jusqu'à la propagation d'ondes électroniques en physique mésoscopique.

L'interaction d'un laser à atomes guidé, dans l'état fondamental du guide, avec un potentiel supplémentaire local bien contrôlé superposé au guide, permet le contrôle cohérent des populations des états excités du confinement transverse, et constitue donc un système intéressant dans la perspective du stockage et du transport d'information quantique. Ce contrôle cohérent repose sur la mise en forme du potentiel supplémentaire à l'échelle de la longueur d'oscillateur, soit à l'échelle du micromètre, ce qui est envisageable pour un faisceau laser en utilisant un système optique proche de la limite de diffraction. L'utilisation d'un défaut très localisé présente un autre avantage : les propriétés de réflexion et de transmission deviennent alors moins sensibles à la longueur d'onde de de Broglie des atomes incidents, et donc à sa dispersion, ce qui permet un contrôle plus robuste de l'état de diffusion lorsque l'onde incidente n'est pas parfaitement monochromatique.

Ce système constitue en fait un simulateur quantique pour la théorie de la diffusion quantique non perturbative en espace confiné, et peut permettre l'étude de problèmes de diffusion inverse [117], en exploitant le caractère discret des états de sortie possibles du dispositif.

Une extension naturelle de ce travail sera l’inclusion des interactions interatomiques. De nombreux nouveaux effets sont attendus : par exemple, la propagation d’un faisceau guidé au travers d’une constriction du guide [96] n’a pas de solution stationnaire si la constriction est suffisamment importante, et on s’attend à une transmission de type solitonique [97]. Cet effet est causé par la non-linéarité du terme de champ moyen qui décrit les interactions. D’autres effets sont reliés au régime de turbulence quantique en aval de l’obstacle constitué par le potentiel localisé [118, 119].

Enfin, nous espérons que le meilleur contrôle de la forme des faisceaux utilisés pour créer le défaut nous permettra de réaliser un séparateur de flux atomique monomode, ce qui ouvrirait la voie à la réalisation d’interféromètres atomiques de surface non nulle, pour par exemple mesurer des champs de rotation avec une sensibilité bien meilleure que celle des gyromètres lasers, en raison du couplage bien plus important des particules massives avec les champs d’inertie.

5.6 Annexe : calcul d'éléments de matrice

5.6.1 Résolvante de la particule guidée

Nous voulons calculer l'élément de matrice $\langle n, x | \hat{G}_0(E + i\varepsilon) | n', x' \rangle$, où \hat{G}_0 est la résolvante du hamiltonien de la particule guidée \hat{H}_0 . Ce élément s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle n, x | \hat{G}_0(E + i\varepsilon) | n', x' \rangle &= \langle n, x | \int_{-\infty}^{+\infty} dk \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{|p, k\rangle \langle p, k|}{E + i\varepsilon - E_{p,k}} | n', x' \rangle \\ &= \delta_{n,n'} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{ik(x-x')}}{E + i\varepsilon - E_{n,k}}, \end{aligned} \quad (5.60)$$

où $E_{p,k} = \hbar\omega_0 [p + 1/2] + \hbar^2 k^2 / (2m)$. On pose alors $E' = E - \hbar\omega_0 [n + 1/2]$, et on reconnaît l'expression de la résolvante de la particule libre à une dimension. Son calcul est simple grâce au théorème des résidus, en fermant le contour par un demi-cercle de rayon $R \rightarrow +\infty$ dans le demi-plan supérieur pour $x > x'$ et dans le demi-plan inférieur pour $x < x'$, et on obtient finalement :

$$\langle n, x | \hat{G}_0(E + i\varepsilon) | n', x' \rangle = \delta_{n,n'} \frac{-mi}{\hbar^2 \kappa(E')} e^{i\kappa(E')|x-x'|}, \quad (5.61)$$

où $\kappa(E') = \sqrt{2mE'/\hbar^2}$ (réel pour $E' > 0$, imaginaire pur pour $E' < 0$).

5.6.2 Opérateur gaussien centré en zéro

Nous voulons ici déterminer l'élément de matrice de l'opérateur gaussien centré en zéro et de largeur ϑa_{oh} entre les états $|n\rangle$ et $|0\rangle$ de l'oscillateur harmonique unidimensionnel :

$$\left\langle n \left| \exp\left(-\frac{\hat{y}^2}{2\vartheta^2 a_{\text{oh}}^2}\right) \right| 0 \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dy \psi_n^*(y) \exp\left(-\frac{y^2}{2\vartheta^2 a_{\text{oh}}^2}\right) \psi_0(y), \quad (5.62)$$

où $\psi_m(y)$ est la fonction d'onde de l'état propre $|m\rangle$ de l'oscillateur harmonique, et a pour expression :

$$\psi_m(y) = \frac{1}{\sqrt{a_{\text{oh}} n! 2^n \sqrt{\pi}}} H_n\left(\frac{y}{a_{\text{oh}}}\right) e^{-\frac{y^2}{2a_{\text{oh}}^2}}, \quad (5.63)$$

avec $H_n(u)$ le polynôme d'Hermite d'ordre n . On obtient donc :

$$\left\langle n \left| \exp\left(-\frac{\hat{y}^2}{2\vartheta^2 a_{\text{oh}}^2}\right) \right| 0 \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{n! 2^n \pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} du H_n(u) e^{-u^2(1+\frac{1}{2\vartheta^2})}, \quad (5.64)$$

sachant que $H_0(u) = 1$. On pose alors $\alpha^2 = 1 + 1/(2\vartheta^2)$; il s'agit donc de calculer :

$$J_n = \int_{-\infty}^{+\infty} du H_n(u) e^{-\alpha^2 u^2} . \quad (5.65)$$

Introduisons la série génératrice :

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} J_n \frac{z^n}{n!} , \quad (5.66)$$

dont on suppose que le rayon de convergence R est strictement positif. Pour $|z| < R$, on peut donc écrire :

$$f(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{n=0}^{+\infty} H_n(u) \frac{z^n}{n!} \right) e^{-\alpha^2 u^2} du ,$$

et on reconnaît l'expression de la fonction génératrice des polynômes d'Hermitte, ce qui permet d'écrire :

$$f(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{2uz - z^2} e^{-\alpha^2 u^2} du .$$

Le calcul de l'intégrale ne présente alors plus de difficulté, et on trouve :

$$f(z) = e^{-z^2} e^{z^2/\alpha^2} \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} .$$

Cette fonction est développable en série entière, avec un rayon de convergence infini, et son développement s'écrit :

$$f(z) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^{2n}}{n!} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 \right)^n . \quad (5.67)$$

Il suffit d'identifier les termes portant la même puissance de z dans les expressions (5.66) et (5.67) de $f(z)$ pour obtenir le résultat :

$$\begin{aligned} I_{2p} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}(2p)!2^{2p}} \frac{\sqrt{\pi}(2p)!}{\alpha} \frac{1}{p!} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 \right)^p \\ I_{2p+1} &= 0 . \end{aligned}$$

Après quelques simplifications, on trouve :

$$I_{2p} = (-1)^p \frac{\sqrt{2(2p)!}}{2^p p!} \vartheta \left(\frac{1}{1 + 2\vartheta^2} \right)^{p+1/2} .$$

Conclusion

Nous avons montré dans ce mémoire que nous sommes en mesure de préparer et d'utiliser des lasers à atomes guidés, comportant près de 90 % des atomes dans l'état fondamental du guide.

Nous avons tout d'abord présenté un nouvel outil pour la manipulation et le guidage d'atomes : un laser à fibre dopée ytterbium de grande puissance. Nous avons montré que malgré l'observation de pertes à deux corps assistées par la lumière, conduisant à un taux de pertes proportionnel au carré de l'intensité $\kappa_2 = I^2 \cdot (6,2 \pm 0,2) \times 10^{-14} \text{ s}^{-1} (\text{at}/\text{cm}^3)^{-1} (\text{MW}/\text{cm})^{-2}$, cet outil nous permet de préparer des paquets de plusieurs millions d'atomes à une température de l'ordre du μK . Après recompression d'un tel nuage, on obtient un échantillon très dense ($n_0 \sim 2 \times 10^{13} \text{ at}/\text{cm}^3$) bien adapté par exemple à la réalisation d'expériences de diffusion multiple de la lumière, pour lesquels il faut disposer de densités supérieures à l'inverse de la longueur d'onde du rayonnement au cube ($\lambda_0^{-3} \sim 2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$). Nous avons également montré comment on peut transporter de manière optimale ces nuages sur des distances macroscopiques à l'aide de notre pince optique, en des temps de l'ordre de la période d'oscillation dans le piège : il est ainsi possible d'utiliser une chambre annexe disposant d'un meilleur vide et de meilleurs accès optiques pour préparer et utiliser les atomes froids.

Nous avons ensuite montré comment, en croisant un second faisceau dipolaire avec la pince optique, il est possible d'obtenir un condensat de Bose-Einstein comportant jusqu'à 3×10^5 atomes en moins de 5 s. Ceci a nécessité la mise en place d'asservissements actifs de la puissance des faisceaux. Nous espérons augmenter encore le nombre d'atomes condensés grâce à un dispositif de zoom optique.

Nous tirons parti du degré de liberté interne laissé libre par l'emploi de la force dipolaire pour piéger les atomes en utilisant une méthode de distillation du spin originale, dans laquelle un champ magnétique statique inhomogène permet de rendre certaines sous-espèces Zeeman plus volatiles au cours de l'évaporation, et ainsi d'obtenir un échantillon polarisé. Nous pouvons également réaliser des transitions cohérentes entre les états $|1, 0\rangle$ et $|2, 0\rangle$ à l'aide d'impulsions micro-ondes, dont le temps de cohérence est limité par les fluctuations du champ magnétique résiduel. À condition d'avoir un contrôle plus fin de ce champ résiduel, il est ainsi possible, en combinant

plusieurs impulsions couplant des états de moments magnétiques différents, de réaliser une superposition d'états quelconques dans l'espace de dimension 8 que constitue le niveau fondamental $5S_{1/2}$ de l'atome de ^{87}Rb .

La fin du mémoire est consacrée au cœur du sujet : la réalisation et l'utilisation de lasers à atomes guidés. Nous présentons deux nouvelles méthodes d'extraction d'atomes du condensat dans le guide constitué par la pince optique. Ces nouvelles méthodes reposent sur le déversement progressif des atomes dans le guide à l'aide d'une force magnétique ou gravitationnelle. Nous caractérisons ensuite les lasers à atomes ainsi formés à l'aide du nombre moyen d'excitations transverses dans le guide, et nous montrons que la donnée de ce nombre moyen d'excitation et de la densité linéique du jet permettent d'extraire toutes les autres quantités physiques au travers d'un modèle thermodynamique. En particulier, nous avons mesuré $\langle n \rangle = 0,3$ et $\rho = 70 \text{ at}/\mu\text{m}$ pour les lasers découplés par des moyens tout-optique, ce qui implique que 83 % des atomes sont dans l'état fondamental du guide!

L'analyse thermodynamique du processus de découplage a également montré que celui-ci est essentiellement isentropique : la connaissance du degré de pureté du condensat initial permet de prédire celui des lasers extraits, et nous avons ainsi accès au contrôle fin des degrés de libertés externes transverses du laser à atomes. Il nous est ainsi possible de passer continûment d'une situation classique, où $\langle n \rangle \gg 1$, à une situation quantique, où $\langle n \rangle \simeq 0$, ce qui peut s'avérer très intéressant pour l'étude de systèmes où l'on s'attend à avoir des comportements qualitativement différents pour ces deux limites, comme par exemple la réflexion quantique sur un puits de potentiel.

L'interaction de lasers à atomes guidés avec des défauts contrôlés fait d'ailleurs l'objet du dernier chapitre de ce mémoire. Si nous n'avions pas la possibilité de réaliser des défauts suffisamment petits pour observer la réflexion quantique, nous avons pu étudier la contamination des états transverses excités résultant de la propagation sur un défaut gaussien. Nous avons proposé deux approches théoriques différentes pour étudier l'effet d'un défaut sur la propagation : un formalisme de diffusion quantique en espace confiné, et une approche non perturbative, pouvant être simplifiée dans le cas où l'onde est quasi-classique vis-à-vis de sa propagation longitudinale. Nous montrons que l'interaction avec un défaut permet le contrôle cohérent des états transverses, et nous pensons qu'elle peut constituer une sonde de la cohérence de l'onde de matière guidée.

Enfin, nous avons montré qu'il est possible de séparer le flux atomique en utilisant une zone de croisement horizontale de deux guides optiques. Ce résultat encourageant pour la réalisation d'interféromètres à ondes de matières guidées nécessite toutefois de plus amples développements pour s'affranchir des excitations transverses résultant de la séparation ; nous espérons que l'étude des défauts sera instructive pour déterminer la géométrie la plus appropriée pour la réalisation d'un séparateur de flux monomode.

Les travaux présentés dans ce mémoire ouvrent de nombreuses perspec-

tives quant au futur de l'optique atomique guidée. En particulier, le contrôle de l'état transverse constitue le préliminaire indispensable aux expériences d'holographie atomique ou de nano-lithographie, en permettant l'ingénierie de la phase transverse de l'onde guidée. Le contrôle de l'état interne des atomes guidés, analogue à la polarisation d'un laser, laisse entrevoir des applications possibles dans le domaine de l'interférométrie atomique. Pour terminer, l'addition de potentiels complexes au guide optique s'est avéré receler une physique très riche, allant de la diffusion en géométrie confinée au sondage de la cohérence longitudinale du faisceau, sans oublier le contrôle cohérent de l'état transverse.

Annexe A

Articles publiés

Optimal transport of ultracold atoms in the non-adiabatic regime

A. COUVERT¹, T. KAWALEC¹, G. REINAUDI¹ and D. GUÉRY-ODELIN^{1,2(a)}

¹ *Laboratoire Kastler Brossel, CNRS UMR 8852, Ecole Normale Supérieure - 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France, EU*

² *Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, CNRS UMR 5589, IRSAMC, Université Paul Sabatier 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse CEDEX 4, France, EU*

received 16 April 2008; accepted in final form 16 May 2008
published online 11 June 2008

PACS 37.10.Vz – Mechanical effects of light on atoms, molecules, and ions

PACS 37.10.Gh – Atom traps and guides

PACS 37.90.+j – Other topics in mechanical control of atoms, molecules, and ions

Abstract – We report the transport of ultracold atoms with optical tweezers in the non-adiabatic regime, *i.e.* on a time scale on the order of the oscillation period. We have found a set of discrete transport durations for which the transport is not accompanied by any excitation of the centre of mass of the cloud after the transport. We show that the residual amplitude of oscillation of the dipole mode is given by the Fourier transform of the velocity profile imposed to the trap for the transport. This formalism leads to a simple interpretation of our data and simple methods for optimizing trapped particles displacement in the non-adiabatic regime.

Copyright © EPLA, 2008

The controlled transport of ultracold atoms is crucial for the development of experiments in atomic physics. It makes possible the delivery of cold atoms in a region free of the laser beams and coils of the magneto-optical trap (MOT), allowing a better optical and mechanical access. It also opens new perspectives for probing a surface or any material structure, and for loading atoms in optical lattices, or for positioning atoms in a high- Q optical cavity [1,2]. In addition it opens the way to a new generation of experimental setups where ultracold clouds of atoms would be delivered on demand on a variety of different experimental platforms separated by macroscopic distances. This is standard for charged particles and energetic neutral particles, while it has only been recently accomplished with ultracold atoms by moving slowly optical tweezers [3]. Transport of cold packets of atoms is also of importance as a step towards the continuous production of a Bose-Einstein condensate [4,5].

Macroscopic transport of cold atoms has been demonstrated using several different configurations. One can move mechanically a pair of coils [6,7] or use a set of coils with time-varying currents [8]. Such quadrupolar traps are non-harmonic. Alternatively one can use traps with a harmonic shape near their bottom, such as Ioffe-Pritchard traps [5,9–11], optical tweezers as recently demonstrated

on Bose-condensed clouds [4] or 1D optical lattices [12,13]. The harmonic potential is of particular interest since the centre-of-mass motion (also referred to as Kohn's mode) is not coupled to the other degrees of freedom, and this is true both in the presence and in the absence of interactions between atoms and both for classical and quantum physics. However all these studies have been performed in the adiabatic regime where the duration of the transport is long with respect to the typical oscillation period of the trapped atoms. This is because a lot of energy is given to the trapped cloud when it is transported in the non-adiabatic regime, giving rise to heating and to a strong excitation of the dipole mode. This, in turn, can result in atom losses due to the finite depth of the trap. While microtraps can have high-oscillation frequencies, the traps allowing to transport a large number of atoms are not very steep and thus an adiabatic transport is quite long, limiting the repetition rate of the experiments performed. To our knowledge, the issue of an optimal transport beyond this limit has only been addressed numerically for ions in Paul traps [14].

In this letter we report the transport of a cold atom cloud in the non-adiabatic regime with a high degree of control by means of optical tweezers with no residual excitation of the dipole mode of oscillation, moderate heating and no losses. We also provide a simple theoretical model which permits to work out a new picture of the

^(a)E-mail: dgo@lkb.ens.fr

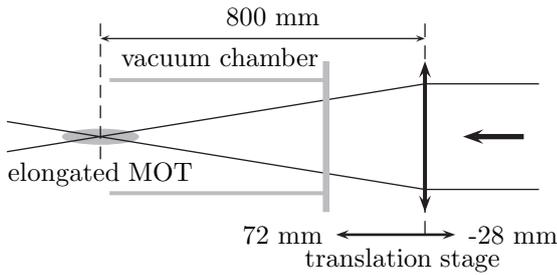


Fig. 1: Sketch of the main part of the experimental setup (not to scale) —see text.

transport. The residual amplitude of oscillation of the cloud can be expressed as the Fourier transform of the velocity profile imposed to the trap, yielding a simple interpretation of our data and providing simple methods for optimizing trapped particles displacement.

Our optical tweezers are generated by an ytterbium fibre laser (IPG LASER, model YLR-300-LP) with a central wavelength of 1072 nm. The wavelength of the laser is larger than the atomic resonance wavelengths of 780.24 nm and 794.98 nm of the rubidium 87 atoms, and thus, atoms are attracted to the region of maximum intensity [15]. The beam is focused inside the vacuum chamber by a lens with a 802 mm focal length mounted on a translation stage (Newport linear motor stage, model XMS100), allowing one to move the optical tweezers longitudinally on a 100 mm range with an absolute repeatability on the order of a few hundreds of nm (see fig. 1). The resulting waist has been measured to be $44 \mu\text{m}$, corresponding to a Rayleigh length of 5.7 mm.

The optical tweezers are loaded from an elongated MOT. The cigar shape of the MOT results from the two-dimensional magnetic gradients: $(0, 5, -5) \text{ G/cm}$. To maximize the loading of atoms into the dipole beam, the optical tweezers are superimposed on the MOT along its long axis. In addition, we favorize the selection of atoms in the hyperfine low level $5S_{1/2}, F=1$ by removing the repump light in the overlapping region similarly to the dark MOT technique [16].

The dipole trapping beam is turned on at a power of 80 W during the 500 ms loading time of the MOT. Then, we increase the MOT detuning in 5 ms from -3Γ to -7.7Γ , Γ being the natural frequency width of the excited state. This procedure improves significantly the optical tweezers loading efficiency. Then, the magnetic field and repumping light are switched off to optically depump atoms to the $F=1$ ground sublevel. Finally all the remaining MOT beams are turned off. The number of atoms in the optical tweezers is as high as 3×10^7 , corresponding to a peak atomic density of $5 \times 10^{12} \text{ at/cm}^3$. These numbers are measured 50 ms after switching off the MOT beams, so a first evaporation has already occurred on this time scale since the collision rate is larger than 500 s^{-1} .

In order to transport a cloud in the non-adiabatic regime without spilling atoms, one has to maximize the parameter

$\eta = U_0/k_B T$ which is the ratio between the potential well depth U_0 and the average potential energy $k_B T$. We proceed in two steps. First, we cool down the sample by forced evaporation by lowering the beam power P . During this whole phase η remains roughly constant. Second, we adiabatically re-compress the trap by increasing the beam power P . In this process, U_0 scales as P and the temperature T scales as $P^{1/2}$, and thus the dimensionless parameter η increases as $P^{1/2}$. This way we can control the value of η for a given power P after compression.

Two different atom cloud preparation schemes were used. In the first one, referred to scheme 1, the initial trapping beam power is lowered in two linear ramps by a factor of 23 within 600 ms. The atomic cloud temperature before re-compression is $27 \pm 1.0 \mu\text{K}$. In scheme 2 the beam power is decreased in four linear ramps by a factor of 170 within 3300 ms, resulting in a $3.7 \pm 0.5 \mu\text{K}$ temperature of the atomic packet. The trapping beam power after compression and before transporting the atoms reaches 37 W (respectively, 42 W), and the temperature of the transported packets is $160 \pm 11 \mu\text{K}$ (respectively, $43 \pm 2 \mu\text{K}$) for scheme 1 (respectively, 2). The η parameter is thus equal to 13 for scheme 1 and 50 for scheme 2. The initial number of atoms before the transport is 2.1×10^6 (respectively, 5.7×10^6) for scheme 1 (respectively, 2).

The radial angular frequencies of the recompressed trap were inferred from a parametric heating experiment, and are on the order of 2 kHz for both schemes. The longitudinal angular frequency was measured by examining the cloud dipole mode oscillations. We find $\omega_0 = 2\pi \times (8.1 \pm 0.3) \text{ Hz}$ (respectively, $\omega_0 = 2\pi \times (8.9 \pm 0.3) \text{ Hz}$) for the scheme 1 (respectively, 2).

The transport experiment has been carried out in a single vacuum chamber. We consequently imposed a “round trip” displacement to the optical tweezers, going from the MOT location A to a point B placed at $d = 22.5 \text{ mm}$ from it along the beam direction, and back to A (see fig. 2a). The velocity of the trap as a function of time is deliberately chosen as a succession of constant acceleration for the sake of simplicity. First, the trap is accelerated at a constant rate a during a time $T/4$, decelerated at the opposite rate $-a$ during $T/2$, and finally re-accelerated at a to stop after a total transport time T . This simple velocity profile will allow us to exhibit the main features of non-adiabatic transport, and hence does not restrict the generality of the conclusions that we will draw from our experiments. The distance of transport $2d$ is simply related to the acceleration a and the transport duration T by $2d = aT^2/8$. In practice, the different transport durations that have been used were obtained by varying the acceleration a from 0.2 to 3.3 ms^{-2} , in order to investigate the non-adiabatic regime.

The transport is accompanied by a moderate heating of the cloud (on the order of $40 \mu\text{K}$ for both schemes) and no detectable atom loss as soon as the transport duration is longer than two periods of oscillation. For shorter

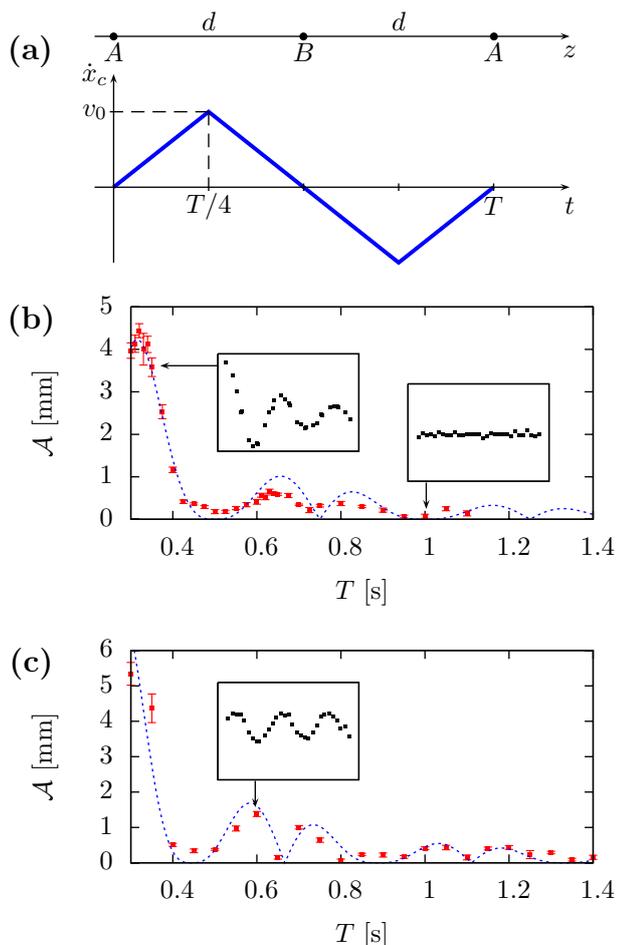


Fig. 2: (Colour on-line) (a) Velocity profile imposed to the trap to do the back and forth transport between A and B separated by $d = 22.5$ mm. (b) (respectively, (c)) The measured amplitude \mathcal{A} of the centre-of-mass dipole oscillation for the conditions of scheme 1 (respectively, 2), see text. The dashed line is the theoretical prediction of eq. (4) with the measured angular frequency ω_0 of the trap.

times the acceleration is sufficient to spill atoms out of the tweezers when $\eta = 13$. The increase of temperature is attributed to the transverse shaking of the cloud that occurs during the transport. To circumvent this limitation, we plan to use for future experiments an air-bearing translation stage instead of the standard linear rail-guided translation stage we are currently using. Note that the photon scattering rate remains relatively small for both schemes (we evaluate the photon-scattering-induced heating rate to be $3 \mu\text{K/s}$).

To infer the residual amplitude of oscillation \mathcal{A} (see fig. 2b and c), we measure the centre-of-mass oscillations after the transport by recording a set of typically 30 images separated from one another by 10 ms after the transport. The images are acquired using a standard absorption imaging technique on a CCD camera. Since the imaging process is destructive, the whole experimental sequence has to be redone for each picture. The position of the

centre of mass of the cloud as a function of time is inferred from a 2D Gaussian fit. We deduce the amplitude of oscillation by fitting the first period of this position data (see inset of fig. 2b) with a sine function.

For both schemes the variation of the amplitude as a function of the transport duration is non-monotonic. There are specific discrete transport durations for which the measured amplitude of oscillation is zero within our error bars (see second inset of fig. 2b). This shows our ability to move a packet of atoms in the non-adiabatic regime (*i.e.* in a time on the order of a few oscillation periods) with no excitation of the dipole mode of oscillation *after* the transport. Note that the dipole mode of oscillation is excited during the transport process since the transport is non-adiabatic. We point out that after such an optimal transport over a macroscopic distance, the number of atoms and temperature of the remaining cloud are compatible with the evaporative cooling to degeneracy in a crossed dipole trap geometry. Indeed we have been able to achieve Bose-Einstein condensation with such clouds by crossing vertically a $200 \mu\text{m}$ waist beam with our tweezers and ramping down both powers.

To interpret our data a simple one-dimensional analytical model is sufficient and provides a good quantitative understanding of the physics of the centre-of-mass motion of a packet of atoms transported by a moving harmonic potential. A similar formalism has been developed to transport ions in segmented Paul trap arrays [17]. We consider an atomic packet initially at rest in a harmonic trap of angular frequency ω_0 . The trap position is given by the position of its centre $x_c(t)$. As mentioned earlier, the movement of the centre of mass is decoupled from the other degrees of freedom and hence can be treated as a single particle in the harmonic trap. For a particle of mass m , the imposed motion of the trap can be considered as an extra force whose expression is $-m\ddot{x}_c(t)$ in the frame attached to the trap. According to Newton's law, the time-dependent position $x(t)$ of the centre of mass obeys the relation

$$x(t) = x_c(t) + \frac{1}{\omega_0} \int_0^t dt' \sin[\omega_0(t' - t)] \ddot{x}_c(t'). \quad (1)$$

The amplitude \mathcal{A} of the oscillatory motion after transport is readily inferred from eq. (1), and corresponds to the Fourier transform of the velocity profile of the trap's centre position

$$\mathcal{A} = |\mathcal{F}[\dot{x}_c](\omega_0)|, \quad (2)$$

with $\mathcal{F}[f] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$.

In the case of a one-way transport over a distance $d = aT^2/4$ of duration T with the simple velocity profile shown in fig. 3a (solid line), the final amplitude of oscillation is plotted in fig. 3b (solid line) and reads

$$\mathcal{A} = d \text{sinc}^2(\omega_0 T/4) \quad (3)$$

where the $\text{sinc}(x)$ function is defined as $\sin(x)/x$. It exhibits a series of discrete optimal transport durations

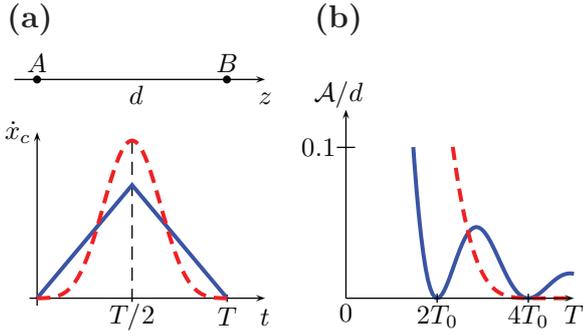


Fig. 3: (Colour on-line). (a) Two different velocity profiles to go from a point A to a point B separated by a distance d : the triangular profile (solid line) and the 4-term Blackman-Harris profile [18] (dashed line). (b) The residual amplitude \mathcal{A} of oscillation of the centre of mass after transport for these velocity profiles (see text). An optimal transport ($\mathcal{A}=0$) can be performed in two periods of oscillation in the triangle case, and in any time greater than $4T_0$ in the Blackman case.

$T_n = 2nT_0$, where $T_0 = 2\pi/\omega_0$ is the period of oscillation of the trap, and n a non-zero integer, for which the amplitude after the transport vanishes. They correspond to a transport without residual dipole mode excitation. We find, for this specific example, that it is possible to move optimally a packet of atoms on any distance d on a time as short as twice the oscillation period. This is to be contrasted with the transport in the adiabatic limit ($\omega_0 T \gg 1$) for which the transport’s duration is long compared to $T_0 = 2\pi/\omega_0$. We emphasize that these optimal strategies are robust against experimental uncertainties: indeed an error of 10% on the transport duration $2T_0$ would lead to a residual amplitude of oscillation less than the one obtained when transporting ten times slower in a non-optimal manner (in $21T_0$).

In the case of a “round trip”, the amplitude of oscillation after a transport of duration T reads

$$\mathcal{A} = 2d \operatorname{sinc}^2(\omega_0 T/8) |\sin(\omega_0 T/4)|. \quad (4)$$

As expected, we find optimal transport duration corresponding to a cloud stopped after the forward motion $A \rightarrow B$. Indeed the backward motion $B \rightarrow A$ is then optimal too, and we recover the sinc^2 factor obtained for the one-way transport. In addition we obtain another set of zeros (due to the $|\sin|$ factor) for which the cloud is not at rest after the forward move. In this case, the energy given to the cloud in the first half of the motion is removed during the second part due to the time symmetry of the trajectory around $T/2$.

The dashed line in fig. 2a is given by eq. (4) rescaled by a factor of 0.6 and is in good agreement with our experimental data. The measured amplitude of oscillation is smaller than the predicted one because in our experiments the oscillation of the centre of mass is damped when its amplitude is large (see first inset of fig. 2b).

This is due to the fact that the cloud explores a potential region far away from the minimum where non-linearities play an increasing role. In this instance, particles have different periods of oscillation depending on their energy, and the observed damping results from the average taken over this spectrum of oscillation frequencies involved in a transport experiment. It means that, strictly speaking, it is impossible to transport in an optimal manner a packet of atoms in the non-adiabatic regime as soon as the potential exhibits non-linearities.

Two strategies can be used to avoid this effect. First, a longer transport time whilst remaining in the non-adiabatic regime minimizes this problem, because the cloud then remains close to the harmonic bottom of the trap. For scheme 1, we indeed observe that the damping is negligible for longer transport duration.

Alternatively, one can use a larger η parameter. The involved spectrum of oscillation frequency is then narrower, resulting in partial damping suppression. This is exemplified by the data of scheme 2 represented in fig. 2c for which $\eta=50$ (to be compared to $\eta=13$ for scheme 1), where the dashed line represents the theoretical prediction of eq. (4) without any adjustment on the amplitude. For this sufficiently large η , we recover the expected contrast of the amplitude curve (see figs. 2b and c). The simple theoretical framework that we have developed is then in very good agreement with our data.

The occurrence of optimal transport durations is a general feature of the transport in the non-adiabatic regime with a harmonic trap. They can be adjusted at will by choosing a proper velocity profile for the displacement of the trap. The duration of an optimal transport can in principle be reduced to very short time in comparison to the period of oscillation. However for practical reasons, including the finite depth of the trapping potential, there is always a limit on the acceleration one can use and thus on the minimum transportation time.

The Fourier-transform formulation (eq. (2)) of the transport allows for many enlightening analogies. For instance, the modulus square of the amplitude \mathcal{A}^2 is mathematically identical to the intensity profile for the far-field Fraunhofer diffraction pattern of an object with a transmittance having the same shape as the velocity profile for the transport. An optimal transport condition is equivalent to a dark fringe in the corresponding diffraction pattern. The “round trip” $A \rightarrow B \rightarrow A$ (see fig. 2a) considered in our experiment is made of two triangular velocity profiles corresponding to a one-way transport $A \rightarrow B$ and another in the opposite direction $B \rightarrow A$. In optics, we know that the repetition of a pattern in the transmittance yields interferences. We can thus re-interpret formula (4) where the factor term $\operatorname{sinc}^2(\omega_0 T/8)$ plays the role of a diffraction pattern for a one way transport, and the factor term $|\sin(\omega_0 T/4)|$ accounts for “interferences” between the two one-way velocity profiles. The optimization of the conditions under which a non-adiabatic transport

should be carried out with a “harmonic” optical tweezers is then equivalent to apodization problems in optics, which is a thoroughly studied problem [19]. We further emphasize that the finite width of the spectrum of periods of oscillation due to non-linearities involved in a non-adiabatic transport is reminiscent of the finite temporal coherence of the illuminating source in an optical diffraction experiment. In the case of transport the width of this spectrum depends on the duration of the transport. In optics the spectrum width is an intrinsic property of the illuminating source and therefore affects globally the whole diffraction pattern.

Another interesting analogy based on the Fourier transform formulation lies in the minimization of side lobes of the spectrum when choosing a window to perform spectral analysis, or when choosing the time shape of a Raman pulse [18,20]. For instance, the use of a 4-term Blackman-Harris shape for the velocity profile¹ should ensure a robust optimal transport as soon as its duration is bigger than $4T_0$ (see fig. 3, dashed lines), yielding a very robust optimal transport.

In conclusion, we have demonstrated the implementation of an optimal transport with optical tweezers in the non-adiabatic regime along with a simple theoretical formalism. The results presented in this letter are of interest not only for cold atoms experiments to increase their repeating rate, but also to any experiment where transport using harmonic traps is achievable like, for instance, trapped-ions experiments.

We thank J. DALIBARD and T. LAHAYE for careful reading of the manuscript. Support for this research came from the Délégation Générale pour l’Armement (DGA, contract No. 05-251487), the Institut Francilien de Recherche sur les Atomes Froids (IFRAF) and the Plan-Pluri Formation (PPF) devoted to the manipulation of cold atoms by powerful lasers. GR acknowledges support from the DGA.

¹ $\dot{x}_c(t) = 0.35875 - 0.48829 \cos(2\pi t/T) + 0.14128 \cos(4\pi t/T) - 0.01168 \cos(6\pi t/T)$.

REFERENCES

- [1] SAUER J. A., FORTIER K. M., CHANG M. S., HAMLEY C. D. and CHAPMAN M. S., *Phys. Rev. A*, **69** (2004) 051804.
- [2] COLOMBE Y., STEINMETZ T., DUBOIS G., LINKE F., HUNGER D. and REICHEL J., *Nature*, **450** (2007) 272.
- [3] GUSTAVSON T. L., CHIKKATUR A. P., LEANHARDT A. E., GÖRLITZ A., GUPTA S., PRITCHARD D. E. and KETTERLE W., *Phys. Rev. Lett.*, **88** (2001) 020401.
- [4] CHIKKATUR A. P., SHIN Y., LEANHARDT A. E., KIPLINSKI D., TSUKATA E., GUSTAVSON T. L., PRITCHARD D. E. and KETTERLE W., *Science*, **296** (2002) 2193.
- [5] LAHAYE T., REINAUDI G., WANG Z., COUVERT A. and GUÉRY-ODELIN D., *Phys. Rev. A*, **74** (2006) 033622.
- [6] LEWANDOWSKI H., HARBER D., WHITAKER D. and CORNELL E., *J. Low Temp. Phys.*, **132** (2003) 309.
- [7] NAKAGAWA K., SUZUKI Y., HORIKOSHI M. and KIM J., *Appl. Phys. B*, **81** (2005) 791.
- [8] GREINER M., BLOCH I., HÄNSCH T. W. and ESSLINGER T., *Phys. Rev. A*, **63** (2001) 031401.
- [9] HÄNSEL W., REICHEL J., HOMMELHOFF P. and HÄNSCH T. W., *Phys. Rev. Lett.*, **86** (2001) 608.
- [10] HOMMELHOFF P., HAENSEL W., STEINMETZ T., HAENSCH T. and REICHEL J., *New J. Phys.*, **7** (2005) 3.
- [11] GÜNTHER A., KEMMLER M., KRAFT S., VALE C. J., ZIMMERMANN C. and FORTÁGH J., *Phys. Rev. A*, **71** (2005) 063619.
- [12] KUHR S., ALT W., SCHRADER D., MÜLLER M., GOMER V. and MESCHEDÉ D., *Science*, **293** (2001) 278.
- [13] SCHMID S., THALHAMMER G., WINKLER K., LANG F. and DENSCHLAG J., *New J. Phys.*, **8** (2006) 159.
- [14] SCHULZ S., POSCHINGER U., SINGER K. and SCHMIDT-KALER F., *Fortschr. Phys.*, **54** (2006) 648.
- [15] GRIMM R., WEIDEMÜLLER M. and OVCHINNIKOV Y. B., *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, **42** (2000) 95.
- [16] KETTERLE W., DAVIS K. B., JOFFE M. A., MARTIN A. and PRITCHARD D. E., *Phys. Rev. Lett.*, **70** (1993) 2253.
- [17] REICHEL R., LEIBFRIED D., BLAKESTAD R., BRITTON J., JOST J., KNILL E., LANGER C., OZERI R., SEIDELIN S. and WINELAND D., *Fortschr. Phys.*, **54** (2006) 666.
- [18] HARRIS F., *Proc. IEEE*, **66** (1978) 51.
- [19] JACQUINOT P. and ROIZEN-DOSSIER B., *Prog. Opt.*, **3** (1964) 31.
- [20] KASEVICH M. and CHU S., *Phys. Rev. Lett.*, **69** (1992) 1741.

A quasi-monomode guided atom laser from an all-optical Bose-Einstein condensate

A. COUVERT¹, M. JEPPESEN^{1,2}, T. KAWALEC¹, G. REINAUDI¹, R. MATHEVET³ and D. GUÉRY-ODELIN^{1,3(a)}

¹ *Laboratoire Kastler Brossel, CNRS UMR 8852, Ecole Normale Supérieure - 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France, EU*

² *Australian Centre for Quantum Atom Optics, Physics Department, The Australian National University Canberra, 0200, Australia*

³ *Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, CNRS UMR 5589, IRSAMC, Université Paul Sabatier 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse CEDEX 4, France, EU*

received 7 July 2008; accepted in final form 21 July 2008

published online 4 August 2008

PACS 03.75.Pp – Atom lasers

PACS 03.75.Mn – Multicomponent condensates; spinor condensates

PACS 37.10.Gh – Atom traps and guides

Abstract – We report the achievement of an optically guided and quasi-monomode atom laser, in all spin projection states ($m_F = -1, 0$ and $+1$) of $F = 1$ in rubidium 87. The atom laser source is a Bose-Einstein condensate (BEC) in a crossed dipole trap, purified to any one spin projection state by a spin-distillation process applied during the evaporation to BEC. The atom laser is outcoupled by an inhomogeneous magnetic field, applied along the waveguide axis. The mean excitation number in the transverse modes is $\langle n \rangle = 0.65 \pm 0.05$ for $m_F = 0$ and $\langle n \rangle = 0.8 \pm 0.3$ for the low-field seeker $m_F = -1$. Using a simple thermodynamical model, we infer from our data the population in each excited mode.

Copyright © EPLA, 2008

When atoms are coherently extracted from a Bose-Einstein condensate (BEC) they form an atom laser, a coherent matter wave in which many atoms occupy a single quantum mode. Atom lasers are orders of magnitude brighter than thermal atom beams, and are first- and second-order coherent [1,2]. They are of fundamental interest, for example, for studies of atom-light entanglement, quantum correlations of massive particles [3] and quantum transport phenomena [4–10]. They are of practical interest for matter-wave holography through the engineering of their phase [11], and for atom interferometry because of their sensitivity to inertial fields [12].

Many prospects for atom lasers depend upon a high degree of control over the internal and external degrees of freedom and over the flux. The control of the output flux in a pulsed or continuous manner has been investigated using different outcoupling schemes: short and intense radiofrequency pulses [13], gravity-induced tunneling [14], optical Raman pulses [15], long and weak radiofrequency fields [16], and by decreasing the trap depth [17].

The control of their internal state is intimately related to the outcoupling strategy. Atoms are either outcoupled in the magnetically insensitive (to first order) Zeeman state $m_F = 0$ or another Zeeman state, each offering different advantages. Atom lasers in $m_F = 0$ are ideal for precision measurement [18] because of their low magnetic sensitivity. Atoms in other Zeeman states, however, are ideal for measurements of magnetic fields because of their high magnetic sensitivity [19].

The control of the external degrees of freedom has been investigated through the atom laser beam divergence while propagating downwards due to gravity [20,21]. Inhomogeneous magnetic fields have been used to realize atom optical elements [22]. Recently, a guided and quasi-continuous atom laser from a magnetically trapped BEC has been reported [23].

In this letter, we report on a new approach to generate a guided atom laser. This method can produce an atom laser in *any* Zeeman state. In addition, our non-state changing outcoupling scheme leads to an intrinsically good transverse mode-matching, that enables the production of a *quasi-monomode* guided atom laser. Therefore, we

^(a)E-mail: dgo@lkb.ens.fr

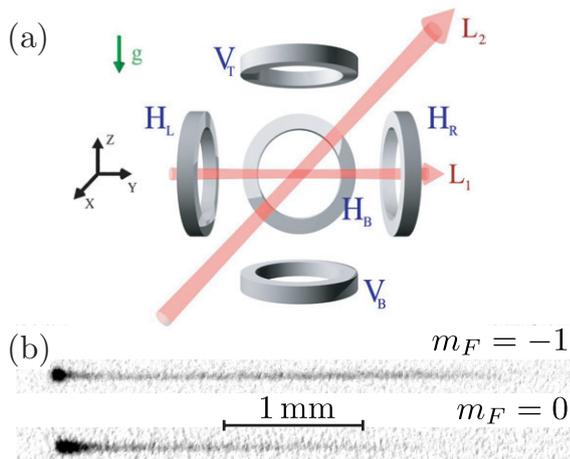


Fig. 1: (Colour on-line). (a) Schematic of experiment, showing trapping lasers and magnetic coils. The cross dipole optical trap is formed by two lasers of wavelength $\lambda = 1.07 \mu\text{m}$, one horizontal (L_1) and one at 45° (L_2). The coils are used individually to produce magnetic-field gradients: during the evaporation ramp, the top coil V_T is used for production of $m_F = +1$ condensates, the bottom coil V_B for $m_F = -1$, and the off-axis horizontal coil H_B for $m_F = 0$. Atom laser outcoupling is done with either on-axis coil, H_L or H_R . (b) Absorption images for $m_F = -1$ and $m_F = 0$ atom lasers in waveguides, taken after a 15 ms expansion time.

achieve simultaneously a high degree of control of the internal and external degrees of freedom.

The atom laser is extracted from a Bose-Einstein condensate produced in a dipole trap. The trap is made from a ytterbium fiber laser (IPG LASER, model YLR-300-LP) with a central wavelength of 1072 nm and a FWHM linewidth of 4 nm. We have used an intersecting beams configuration, formed by two focused linearly polarized beams: beam (L_1) is horizontal and has a waist of $w_1 \simeq 40 \mu\text{m}$, and beam (L_2) which is in the y - z plane at a 45 degree angle with respect to the horizontal beam, and a waist of $w_2 \simeq 150 \mu\text{m}$ (see fig. 1(a)).

In order to control the laser power P_i ($i = 1, 2$) of each beam, we used the first-order diffracted beam from water-cooled acousto-optic modulators, made in fused silica and designed for high-power lasers. The selected diffraction order ensures that beams (L_1) and (L_2) have a frequency difference of 80 MHz. We actively stabilized the pointing of the vertical beam, and passively stabilized the pointing of the horizontal beam to less than $50 \mu\text{rad}$.

The experimental sequence begins by collecting around 10^9 atoms of ^{87}Rb , in an elongated magneto-optical trap (MOT), loaded from a Zeeman slower source in less than 2 seconds. The elongated shape of the MOT results from the two-dimensional magnetic-field gradient configuration. The dipole trap is on during the MOT loading, with powers $P_1 = 24 \text{ W}$ and $P_2 = 96 \text{ W}$. To maximize the loading of atoms into the dipole trap, the horizontal beam L_1

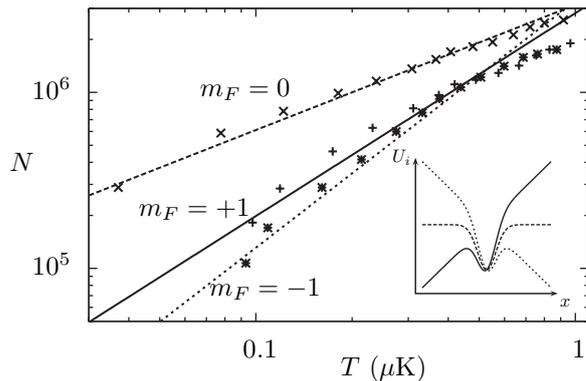


Fig. 2: Spin distillation. Number of atoms in each spin state *vs.* temperature during the evaporation process, showing the sympathetic cooling and purification of $m_F = 0$ down to degeneracy. The purification is due to a horizontal magnetic-field gradient, applied during the evaporation ramp. This field induces a force on $m_F = \pm 1$ that reduces the effective depth that they experience (see inset, U_i is the potential experienced by an atom in a m_i Zeeman sublevel ($i = -1, 0, +1$)).

is overlapped on the long axis of the MOT, and provides a reservoir of cold atoms [24]. In addition, we favor the selection of atoms in the hyperfine level $5S_{1/2}$, $F = 1$ by removing the repump light in the overlapping region, similar to the dark MOT technique [25].

To evaporate, we switch off the MOT and we reduce the power in each beam by typically two orders of magnitude, following the procedures shown in ref. [26], and we produce spinor condensates of around 10^5 atoms¹. The entire experimental cycle is less than six seconds.

To analyze the properties of the condensate, we use low-intensity absorption imaging, with a variable time of flight (TOF), after switching off the dipole beams. In addition, we can use the Stern and Gerlach effect by applying a magnetic-field gradient during the expansion to spatially separate the spin components.

When evaporating with no magnetic field, we produce a condensate with an approximately equal number of atoms in each m_F spin state. To produce the atom laser, we require a BEC of one pure spin state. To do this, we use a single magnetic coil to produce a gradient in the magnetic-field amplitude $\nabla|\mathbf{B}|$, and hence a force on the atoms due to the Zeeman effect. At the location of the atoms, this force is almost purely in one direction, along the axis of whichever coil is being used. We use such a force, perpendicular to the guide axis (L_1), to produce a spin-polarized BEC of an arbitrary m_F state.

Spin distillation to one m_F state occurs because, when the force is applied during evaporation, the trap is less deep for the other m_F states (see inset of fig. 2), and they are evaporated first [17]. For example, to purify $m_F = 0$,

¹For $m_F = 0$ (respectively, $m_F = -1$) spin state experiments, the horizontal beam has a final power of 100 mW (respectively, 85 mW) at the end of the evaporation, and the vertical beam a final power of 9.77 W (respectively, 9.54 W).

we use the horizontal coil H_B (see fig. 1(a)), which forces the other m_F states out of the trap, attracting the $m_F = +1$ and repelling the $m_F = -1$ [27]. To purify $m_F = -1$, we use the bottom coil V_B , which partially cancels the effect of gravity for $m_F = -1$, has little effect on $m_F = 0$, and increases the effect of gravity for $m_F = +1$. Because atoms in the selected spin state are sympathetically cooled by the other atoms, the evaporation is more efficient, and we can produce condensates with a number of atoms in a given spin state approximately three times greater than when evaporating with no field. We have confirmed that the three spin states are approximately at the same temperature during the entire evaporation. In fig. 2, we show the evolution of each spin state population in the course of evaporation for a spin distillation to the $m_F = 0$ state. From the slope of the evaporation trajectories in the number of atoms - temperature plot, we infer (using the evaporation model of ref. [26]) that during the last second of evaporation, the ratio between trap depth and temperature η is 5.1 for $m_F = 0$ and 4.6 for $m_F = \pm 1$, which is further evidence for sympathetic cooling.

We demonstrate in the following that a BEC in a pure spin state held in an optical trap can be coupled to the horizontal arm of the trap in a very controlled manner, using magnetic forces along the guide axis. The large Rayleigh length (5 mm for the horizontal beam L_1) of the laser we use for the trap enables us to guide the atom laser over several millimeters (see fig. 1(b)). The data reported on in this letter are for the $m_F = 0$ and the $m_F = -1$ spin states. Similar results have been obtained with the $m_F = +1$ state, using the same sequence as for $m_F = -1$ but with the magnetic fields reversed.

After the evaporation is complete, we prepare to outcouple the atom laser by linearly *increasing* over 200 ms the power in the horizontal beam to 200 mW for $m_F = \pm 1$ (respectively, 400 mW for $m_F = 0$) and *decreasing* the power in the vertical beam to 1 W for $m_F = \pm 1$ (respectively, 800 mW for $m_F = 0$). This is done so that the maximum available magnetic force will be sufficient to outcouple. At the same time, we linearly increase a magnetic gradient along the horizontal guide axis from 0 to 0.18 T/m, to reach the threshold of outcoupling. Finally, to outcouple we hold the power in each beam constant and increase the magnetic gradient from 0.18 T/m to 0.22 T/m over a further 200 ms to generate the beam. For atoms in the $m_F = 0$ state, the force exerted by the magnetic field is weaker than the one experienced by atoms in $m_F = \pm 1$, since it relies on the second-order Zeeman effect. Nevertheless, we have demonstrated this magnetic-outcoupling method for all three spin states.

The role played by the magnetic field is twofold: i) it lowers the trap depth along the optical guide axis and favors the progressive spilling of atoms, and ii) it accelerates the atoms coupled into the guide, similar to gravity for standard non-guided atom lasers. Note that unlike gravity, we can control and even turn off this inhomogeneous magnetic field at will.

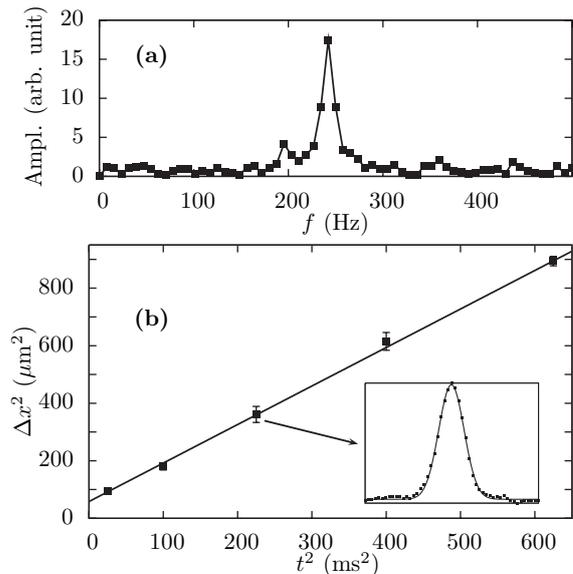


Fig. 3: Measurements of the trapping frequency and the velocity dispersion for rubidium atoms in $|F=1, m_F=0\rangle$. (a) Fourier transform of atom cloud oscillations in the waveguide. The peak has a frequency of 245 Hz and a width of 10 Hz. (b) Plot of measurements of $(\Delta x(t))^2$ against t^2 for the time-of-flight expansion of the atom laser, and the straight line fit to the data, from which we infer the velocity dispersion $\Delta v = 1.2$ mm/s. Inset: example of Gaussian fit to integrated data, for a 15 ms TOF.

The figure of merit for a guided atom beam is the number of transverse modes that are populated. Experimentally, we cannot measure directly those populations, but we have access to the mean excitation number of the transverse modes $\langle n \rangle$. Using the virial theorem for a non-interacting beam² in a harmonic guide, one can show that the transverse velocity dispersion Δv obeys

$$\frac{1}{2}m(\Delta v)^2 = \frac{\hbar\omega_z}{2} \left(\langle n \rangle + \frac{1}{2} \right). \quad (1)$$

To infer $\langle n \rangle$, one needs to measure Δv and ω_z . The trap frequency ω_z of the optical guide is determined by observing the centre-of-mass oscillation of an atom cloud prepared at this location. The transverse excitation is produced by giving a momentum kick with a pulsed magnetic field. Figure 3(a) shows the Fourier transform of the oscillations from which we infer a trap frequency $\omega_z = 2\pi \times (245 \pm 10)$ Hz. The same method gives a trap frequency of 170 Hz for the experimental conditions used to investigate atom lasers in the internal state $|F=1, m_F=1\rangle$.

The velocity dispersion Δv is inferred from a TOF measurement. We integrate the absorption images along the atom laser propagation direction over one millimeter, *i.e.* on a distance over which the transverse frequency

²The outcoupled beam is in the low-density regime $\rho a \leq 0.1 < 1$, where a is the scattering length and ρ the linear density [4,5].

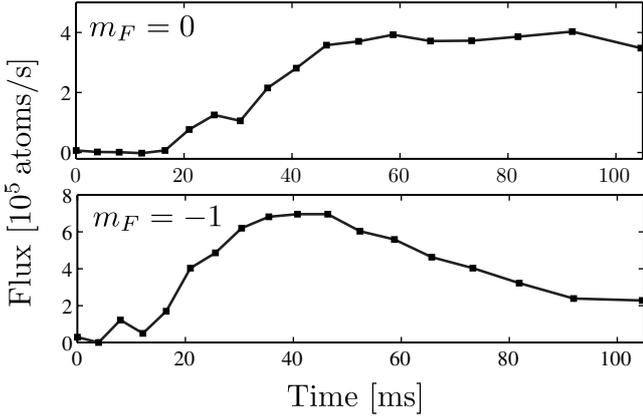


Fig. 4: Flux of atom laser *vs.* time for the guided atom lasers depicted in fig. 1(b), in the $m_F = 0$ and $m_F = -1$ spin states (a binning procedure has been used to smooth out the noise due to the CCD camera).

is constant to within a few percent. The resulting one-dimensional profiles are fitted with a Gaussian function to find the width $\Delta x(t)$, t being the TOF duration. We then find Δv through the relation $(\Delta x(t))^2 = (\Delta x_0)^2 + (\Delta v)^2 t^2$. A typical fit and TOF measurement can be seen in fig. 3(b).

Using eq. (1), we find $\langle n \rangle = 0.8 \pm 0.3$ for a guided atom laser of atoms in the $m_F = -1$ state, and $\langle n \rangle = 0.65 \pm 0.05$ for the $m_F = 0$ state³. From our data, we conclude that this quality is preserved as the beam propagates in the optical guide over several millimeters. We have therefore produced a quasi-monomode guided atom laser for any Zeeman state. Before analyzing in more detail the transverse-mode distribution, we discuss the issue of the flux of the laser beam.

The control of the output flux is also a crucial issue for most applications. Its variation as a function of time can be extracted from the absorption images of fig. 1(b). Those images are taken after a 15 ms time of flight in the absence of any magnetic force. An atom that experiences the mean acceleration \bar{a} ($= \mu_B b / 2m$ for an $m_F = -1$ atom) where $b = 20$ T/m during a time τ , is located after a time of flight of duration t at $y - y_0 = \bar{a}\tau^2/2 + \bar{a}\tau t$, where y_0 is the point of outcoupling. From the absorption images we have a direct access to the mean linear atomic density $\rho[y]$ along the propagation axis. The flux is thus given by⁴ $\Phi(\tau) = \rho[y(\tau)](dy/d\tau)$. We have shown in fig. 4 two examples of the flux as a function of time, deduced from the measured density in the absorption images of a guided atom laser in $m_F = 0$ and in $m_F = -1$. For the $m_F = 0$ state, the flux increases over the 30 first milliseconds to 4×10^5 atoms/s, and then remains constant over more than 70 ms. For the

³The larger error bar for the $m_F = -1$ state might be attributed to a higher sensitivity to technical noises due to the lower guide frequencies.

⁴The classical reasoning performed here is justified since the length scales of interest are much larger than the quantum length $\ell = (\hbar^2/m^2\bar{a})^{1/3} < 1 \mu\text{m}$ on which the Airy-like wave function oscillates.

$m_F = -1$ state, a flux up to 7×10^5 atoms/s is reached in just 20 ms. The flux decreases afterwards as the BEC get depleted. For our experimental sequence, the magnetic force is smaller for the $m_F = 0$ state compared to the $m_F = -1$ state, and the smaller outcoupling rate yields a nearly constant output flux for $m_F = 0$. During the outcoupling process, the flux is determined by the chemical potential which is equal to the trap depth. Therefore, to have the flux constant and stable over a long period of time would require precise control of each beam's power and position, and of the magnetic-field gradient, all over the entire outcoupling.

The linear density ρ extracted from our data ranges from 5×10^7 to 10^7 atoms/m. We propose in the following a simple model that gives the whole excitation spectrum for the transverse degrees of freedom from the experimental values of the linear density ρ and the mean excitation number $\langle n \rangle$. The beam is assumed to be a perfect Bose gas at thermodynamical equilibrium made of N atoms confined longitudinally by a box of size $L = N/\rho$ with periodic boundary conditions and transversally by a harmonic potential of angular frequency ω . The one-particle eigenstates of the system are then labelled by three integers: the non-negative integers n_X and n_Z labelling the eigenstates of the harmonic oscillator along the transverse X - and Z -axis, and the integer ℓ_Y labelling the momentum along Y . Replacing in the large- L limit the sum over ℓ_Y by an integral, the normalization condition reads

$$\rho\lambda = g_{1/2}(z) + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{z^p}{p^{1/2}} \left(\frac{1}{(1 - e^{-p\xi})^2} - 1 \right), \quad (2)$$

where we have introduced the de Broglie wavelength $\lambda = \hbar/(2\pi m k_B T)^{1/2}$, the fugacity $z = \exp(\beta\mu)$, the dimensionless parameter $\xi = \beta\hbar\omega_z$ and the $p = 1/2$ Bose function $g_{1/2}(z) = \sum_{n=1}^{\infty} z^n/n^{1/2}$. Note that the function $g_{1/2}(z)$ is not bounded when $z \rightarrow 1$, which means physically that, in our trapping geometry, there is no Bose-Einstein condensation in the thermodynamical limit defined as $L, N \rightarrow \infty$ with a fixed linear density $\rho = N/L$. However, in such a combined box + harmonic confinement, Bose-Einstein condensation in the *transverse*-ground-state level does occur at thermodynamical equilibrium [28]. The expression for the critical temperature is

$$T_c = \frac{\hbar\omega}{k_B} \left(\frac{\rho\lambda}{\zeta(5/2)} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

with $\zeta(5/2) \simeq 1.34$.

The mean excitation number $\langle n \rangle$ is obtained by calculating the transverse energy $E_{\perp} = 2N\hbar\omega\langle n \rangle$. We find

$$\langle n \rangle = \frac{1}{\rho\lambda_0\xi^{1/2}} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{z^p}{p^{1/2}} \frac{e^{-p\xi}}{(1 - e^{-p\xi})^3}, \quad (4)$$

with $\lambda_0 = \hbar/(2\pi m\hbar\omega)^{1/2}$. From eqs. (2) and (4) and the experimental measurements of $\langle n \rangle$ and ρ , we determine

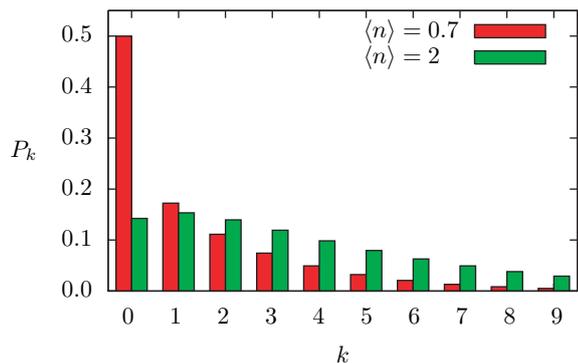


Fig. 5: (Colour on-line) Transverse excitation spectrum. Measuring the linear atomic density and the mean excitation number $\langle n \rangle$, one can infer the distribution of the transverse energy states $\epsilon_k = k\hbar\omega$ using a thermodynamical-equilibrium approach where the atom laser beam is modelled by a Bose gas confined by a box longitudinally and a harmonic potential transversally. For a linear density equal to 5×10^7 atoms/m, the occupation number of the ground state is on the order of 50% for our data where we measure $\langle n \rangle \simeq 0.7$, and 14% when $\langle n \rangle \simeq 2.0$ as reported in ref. [23].

numerically the dimensionless parameters ξ and z that allow one to infer all the equilibrium properties of the Bose gas. As an example, the occupation numbers P_k of all transverse energy states $\epsilon_k = k\hbar\omega$ are given by

$$P_k = \frac{1}{\rho\lambda} (k+1) g_{1/2}(ze^{-k\xi}), \quad (5)$$

where the $(k+1)$ factor accounts for the degeneracy of the state k . For our data with a linear density equal to $\rho = 5 \times 10^7$ atoms/m and $\langle n \rangle \simeq 0.7$, we find 50% of atoms in the transverse ground state and a temperature of 20 nK, well below the critical temperature of 60 nK obtained for this linear density according to eq. (3). The same calculation yields 14% of atoms in the transverse ground state for the parameters and data reported in ref. [23] where $\langle n \rangle \simeq 2.0$ (see fig. 5). The thermodynamical equilibrium assumption made in the previous reasoning is approximately valid for the data presented in this letter. Indeed, we have estimated that each atom undergoes a few collisions after being outcoupled from the Bose-Einstein condensate.

The atomic intensity fluctuations of the atom laser beam are related to the dimensionless parameter $\chi = \hbar^2 \rho^3 g / (mk_B^2 T^2)$, where $g = g_{3D} / (2\pi a_0^2)$ with $g_{3D} = 4\pi\hbar^2 a / m$, a being the scattering length and $a_0 = (\hbar / m\omega_{z,x})^{1/2}$ [29]. For $\chi \gg 1$, small atomic intensity fluctuations are expected, and conversely for $\chi \ll 1$. With our parameters, the decrease of the atomic density as the atom laser propagates yields a decrease of χ from 100 to 1 in 100 ms. An interesting prospect, with a better imaging system, deals with the study of atomic intensity fluctuations and the investigation of the longitudinal coherence with guided atom lasers produced in different interacting regimes, including out-of-thermal-equilibrium states.

Two effects are probably involved in the residual multi-mode character of our atom laser. First, the residual thermal fraction in equilibrium with the condensate in the trap can populate the excited transverse modes. Second, slight shaking of the position of the relative position of beams (L_1) and (L_2) during the outcoupling process can result in an increase value of the mean excitation number. We therefore envision two main improvements for future experiments: i) a position locking scheme for the guide with a bandwidth of a few kHz, and ii) a more adiabatic outcoupling by shaping the ramp of the magnetic field, which would require a numerical optimization by solving the three-dimensional Gross-Pitaevskii equation.

In conclusion, we have succeeded in smoothly coupling an optically trapped BEC to a horizontal optical guide with low transverse excitation. The near monomode nature of the atom laser will be important in all applications which use phase engineering such as matter-wave holography [30]. A guided atom laser is an ideal tool to investigate the transmission dynamics of coherent matter waves through different structures. Such studies have their counterpart in electronic-transport phenomena, including the generalization to cold atoms of Landauer's theory of conductance [31], the atom-blockade phenomenon [6–8], non-linear resonant transport [9,10]. Guided atom lasers in magnetically sensitive states are ideal to combine with magnetic structures, such as on atom chips [32].

Finally, we emphasize that this work, combined with a continuous replenishing of the optical dipole trap [33], can be viewed as a promising strategy to generate a continuous guided atom laser.

We thank C. COHEN-TANNOUJJI, J. DALIBARD, Y. CASTIN and I. CARUSOTTO for useful comments and fruitful discussions. Support for this research came from the Délégation Générale pour l'Armement (DGA, contract No. 05-251487), the Institut Francilien de Recherche sur les Atomes Froids (IFRAF) and the Plan-Pluri Formation (PPF) devoted to the manipulation of cold atoms by powerful lasers. GR acknowledges support from the DGA, and MJ from IFRAF.

REFERENCES

- [1] BLOCH I., HÄNSCH T. and ESSLINGER T., *Nature*, **403** (2000) 166.
- [2] ÖTTL A., RITTER S., KÖHL M. and ESSLINGER T., *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 090404.
- [3] HAINE S. A., OLSEN M. K. and HOPE J. J., *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006) 133601.
- [4] LEBOEUF P. and PAVLOFF N., *Phys. Rev. A*, **64** (2001) 033602.
- [5] PAVLOFF N., *Phys. Rev. A*, **66** (2002) 013610.
- [6] CARUSOTTO I. and LA ROCCA G. C., *Phys. Rev. Lett.*, **84** (2000) 399.
- [7] CARUSOTTO I., *Phys. Rev. A*, **63** (2001) 023610.

- [8] CARUSOTTO I., EMBRIACO D. and LA ROCCA G. C., *Phys. Rev. A*, **65** (2002) 053611.
- [9] PAUL T., RICHTER K. and SCHLAGHECK P., *Phys. Rev. Lett.*, **94** (2005) 020404.
- [10] PAUL T., LEBOEUF P., PAVLOFF N., RICHTER K. and SCHLAGHECK P., *Phys. Rev. A*, **72** (2005) 063621.
- [11] OLSHANII M., DEKKER N., HERZOG C. and PRENTISS M., *Phys. Rev. A*, **62** (2000) 033612.
- [12] BERMAN P. (Editor), *Atom Interferometry* (Academic Press, San Diego) 1997.
- [13] MEWES M.-O., ANDREWS M. R., KURN D. M., DURFEE D. S., TOWNSEND C. G. and KETTERLE W., *Phys. Rev. Lett.*, **78** (1997) 582.
- [14] ANDERSON B. P. and KASEVICH M. A., *Science*, **282** (1998) 1686.
- [15] HAGLEY E. W., DENG L., KOZUMA M., WEN J., HELMERSON K., ROLSTON S. L. and PHILLIPS W. D., *Science*, **283** (1999) 1706.
- [16] BLOCH I., HÄNSCH T. W. and ESSLINGER T., *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999) 3008.
- [17] CENNINI G., RITT G., GECKELER C. and WEITZ M., *Phys. Rev. Lett.*, **91** (2003) 240408.
- [18] GILL P. (Editor), *Proceedings of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology* (World Scientific) 2002.
- [19] VENGALATTORE M., HIGBIE J. M., LESLIE S. R., GUZMAN J., SADLER L. E. and STAMPER-KURN D. M., *Phys. Rev. Lett.*, **98** (2007) 200801.
- [20] RIOU J.-F., GUERIN W., LE COQ Y., FAUQUEMBERGUE M., JOSSE V., BOUYER P. and ASPECT A., *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006) 070404.
- [21] JEPPESEN M., DUGUÉ J., DENNIS G. R., JOHNSON M. T., FIGL C., ROBINS N. P. and CLOSE J. D., *Phys. Rev. A*, **77** (2008) 063618.
- [22] BLOCH I., KÖHL M., GREINER M., HÄNSCH T. W. and ESSLINGER T., *Phys. Rev. Lett.*, **87** (2001) 030401.
- [23] GUERIN W., RIOU J.-F., GAEBLER J. P., JOSSE V., BOUYER P. and ASPECT A., *Phys. Rev. Lett.*, **97** (2006) 200402.
- [24] TAKASU Y., HONDA K., KOMORI K., KUWAMOTO T., KUMAKURA M., TAKAHASHI Y. and YABUZAKI T., *Phys. Rev. Lett.*, **90** (2003) 023003.
- [25] KETTERLE W., DAVIS K. B., JOFFE M. A., MARTIN A. and PRITCHARD D. E., *Phys. Rev. Lett.*, **70** (1993) 2253.
- [26] O'HARA K. M., GEHM M. E., GRANADE S. R. and THOMAS J. E., *Phys. Rev. A*, **64** (2001) 051403.
- [27] LUNDBLAD N., THOMPSON R. J., AVELINE D. C. and MALEKI L., *Opt. Express*, **14** (2006) 10164.
- [28] MANDONNET E., MINGUZI A., DUM R., CARUSOTTO I., CASTIN Y. and DALIBARD J., *Eur. Phys. J. D*, **10** (2000) 9.
- [29] CASTIN Y., *J. Phys. IV*, **116** (2004) 89.
- [30] FUJITA J., MITAKE S. and SHIMIZU F., *Phys. Rev. Lett.*, **84** (2000) 4027.
- [31] THYWISSEN J. H., WESTERVELT R. M. and PRENTISS M., *Phys. Rev. Lett.*, **83** (1999) 3762.
- [32] REICHEL J., *Appl. Phys. B: Lasers Opt.*, **74** (2002) 469.
- [33] CHIKKATUR A. P., SHIN Y., LEANHARDT A. E., KIELPINSKI D., TSIKATA E., GUSTAVSON T. L., PRITCHARD D. E. and KETTERLE W., *Science*, **296** (2002) 2193.

Erratum

A quasi-monomode guided atom laser from an all-optical Bose-Einstein condensate

A. COUVERT¹, M. JEPPESEN^{1,2}, T. KAWALEC¹, G. REINAUDI¹, R. MATHEVET³ and D. GUÉRY-ODELIN^{1,3(a)}

¹ *Laboratoire Kastler Brossel, CNRS UMR 8852, Ecole Normale Supérieure - 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France, EU*

² *Australian Centre for Quantum Atom Optics, Physics Department, The Australian National University Canberra, 0200, Australia*

³ *Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, CNRS UMR 5589, IRSAMC, Université Paul Sabatier 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse CEDEX 4, France, EU*

Original article: *Europhysics Letters (EPL)*, **83** (2008) 50001.

PACS 99.10.Cd – Errata

Copyright © EPLA, 2009

After publication, we became aware of an error in a definition which changes slightly the results presented in fig. 5 and the corresponding comment. In eq. (2), the de Broglie wavelength should be defined as $\lambda = h/(2\pi mk_B T)^{1/2}$, and the parameter λ_0 in eq. (4) as $\lambda_0 = h/(2\pi m \hbar \omega)^{1/2}$. This error does not affect the line of arguments of our publication. Actually, it shows that the guided atom laser that we have produced with a mean excitation number of the transverse modes $\langle n \rangle \simeq 0.7$ is even closer to the transverse monomode regime than what we claimed, with about 70% of atoms in the ground state of the transverse confinement. For $\langle n \rangle \simeq 2.0$ as in ref. [1], one finds a ground-state population of 35%. The corrected version of fig. 5 is published here below. In addition, a misprint on the value of the gradient we used to evaluate the acceleration \bar{a} was made, one should read $b = 0.2$ T/m.

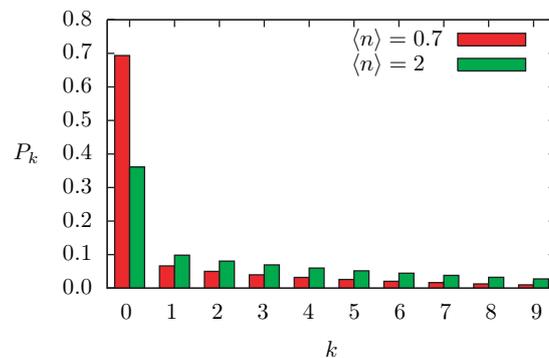


Fig. 5: (Colour on-line) Transverse excitation spectrum. Measuring the linear atomic density and the mean excitation number $\langle n \rangle$, one can infer the distribution of the transverse energy states $\epsilon_k = k\hbar\omega$ using a thermodynamical-equilibrium approach where the atom laser beam is modelled by a Bose gas confined by a box longitudinally and by a harmonic potential transversally. For a linear density equal to 5×10^7 atoms/m, the occupation number of the ground state is on the order of 70% for our data where we measure $\langle n \rangle \simeq 0.7$, and 35% when $\langle n \rangle \simeq 2.0$ as reported in ref. [1].

REFERENCES

- [1] GUERIN W., RIOU J.-F., GAEBLER J. P., JOSSE V., BOUYER P. and ASPECT A., *Phys. Rev. Lett.*, **97** (2006) 200402.

^(a)E-mail: dgo@irsamc.ups-tlse.fr

Multimode-to-monomode guided-atom lasers: An entropic analysis

G. L. Gattobigio,^{1,2} A. Couvert,¹ M. Jeppesen,^{1,3} R. Mathevet,² and D. Guéry-Odelin^{1,2}

¹Laboratoire Kastler Brossel, Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, France

²Laboratoire de Collisions Agrégats Réactivité, CNRS UMR 5589, IRSAMC, Université Paul Sabatier, 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 4, France

³Australian Centre for Quantum Atom Optics, Physics Department, The Australian National University, Canberra 0200, Australia

(Received 29 May 2009; published 19 October 2009)

We have experimentally demonstrated a high level of control of the mode populations of guided-atom lasers (GALs) by showing that the entropies per particle of an optically GAL and the one of the trapped Bose-Einstein condensate (BEC) from which it has been produced are the same. The BEC is prepared in a crossed beam optical dipole trap. We have achieved isentropic outcoupling for both magnetic and optical schemes. We can prepare GAL in a nearly pure monomode regime (85% in the ground state). Furthermore, optical outcoupling enables the production of spinor guided-atom lasers and opens the possibility to tailor their polarization.

DOI: [10.1103/PhysRevA.80.041605](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.041605)

PACS number(s): 03.75.Pp, 37.25.+k, 41.85.Ew, 42.60.Jf

Isentropic transformations have been used extensively to manipulate classical and degenerate quantum gases. For instance, the reversible formation of a molecular Bose-Einstein condensate (BEC) from ultracold fermionic atoms having two spin components was performed by adiabatically tuning the interspecies scattering length from positive to negative values [1–5]. Another illustration is the adiabatic change of the shape of the confining trap of cold atoms giving the possibility to change the phase-space density in a controlled manner [6,7]. A spectacular demonstration of this idea has been the multiple reversible formations of BEC by adiabatically superimposing an optical dimple trap on a magnetically trapped and precooled sample of atoms [7]. For an ideal transformation, the entropy of the initial cloud should remain constant. However, the limitations of the experimental setup always introduce an extra source of entropy. The challenge for the experimentalists is to minimize this latter contribution.

In this Rapid Communication, we demonstrate the control and the characterization of a guided-atom laser (GAL) [8,9]. The experiments performed to date on the beam quality were addressing the spatial mode of free-falling-atom lasers. The importance of the outcoupling scheme or the role played by atom-atom interactions has been extensively studied [10–12]. GALs are characterized by their population in each transverse modes of the guide. We have extended the use of isentropic analysis to propagating matter waves in order to relate quantitatively these populations to the characteristics of the BEC from which the GAL originates. This approach turns out to be possible because of both the validity of the local thermal equilibrium and the sufficiently large reduction in the extra entropy production generated by the experimental manipulation. Improvements to the production and characterization of the GAL are crucial for fundamental studies such as quantum transport [13] and applications in metrology [14], among others.

The experiment starts by loading 3×10^7 ^{87}Rb atoms in a crossed beam optical dipole trap at a wavelength of 1070 nm from an elongated magneto-optical trap (MOT). To transfer the atoms in the lower hyperfine level $F=1$, we align the horizontal arm (1) of the optical trap with the long \hat{y} axis of

the MOT [see the inset of Fig. 1(a)] and we mask the repump light in the overlapping region between the two traps. The other arm (2) of the crossed dipole trap makes an angle of $\theta=45^\circ$, in the \hat{y} - \hat{z} plane, where the \hat{z} axis is the vertical axis [9]. In practice, beam (1) [(2)] has a waist of $w_1=40 \mu\text{m}$ ($w_2=130 \mu\text{m}$) and an initial power of $P_1 \approx 20 \text{ W}$ ($P_2 \approx 100 \text{ W}$).

The BEC transition temperature is on the order of 300 nK. Typically, a BEC of 2×10^5 atoms is formed after a 4 s evaporation ramp carried out by lowering the power of both beams (see Fig. 2). Using the spin-distillation technique during the evaporation process [9], we prepare the BEC in a purely $F=1$, $m_F=0$ state. The density profile distribution of the BEC is obtained from absorption images after a 20 ms time of flight (TOF). Figure 1(a) shows a typical BEC profile with a significant thermal fraction.

We first describe experiments performed using magnetic

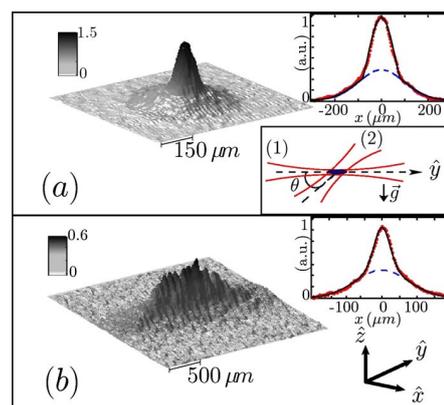


FIG. 1. (Color online) (a) Absorption image of a BEC of ^{87}Rb atoms released from a crossed dipole trap, after 20 ms time of flight. Inset, top right: atom density across a line through the cloud center. Inset, bottom right: crossed dipole trap laser geometry. (b) Absorption image of a guided-atom laser, outcoupled from the same BEC and imaged in the same conditions. The atom laser has a mean excitation number in the transverse modes of $\langle n \rangle = 4$. Inset: atom density integrated along the guide axis (1). A bimodal density structure is evident, as in (a) above.

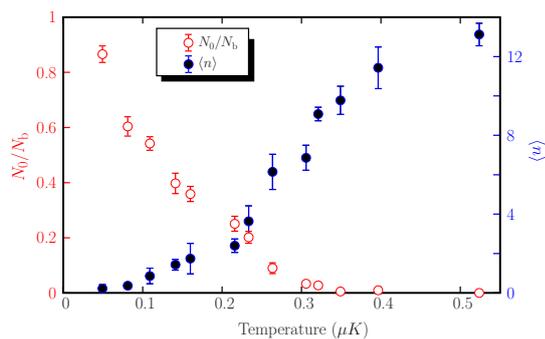


FIG. 2. (Color online) Measured condensed fraction N_0/N_b (open circles) of the source BEC and mean excitation number $\langle n \rangle$ (solid circles) of the guided-atom laser produced from the source BEC by magnetic outcoupling. Both are shown as a function of the temperature of the trapped source BEC immediately prior to the outcoupling.

outcoupling. At the desired temperature, we prepare the cloud by increasing the power of the two beams in 200 ms to limit residual evaporation. Beam (1) is used as a horizontal guide whose frequency $\omega_{\perp}/2\pi=289$ Hz is measured by exciting the transverse sloshing mode and varies by less than 4% over 1 mm. The power of beam (2) is then reduced to facilitate the outcoupling, while the power of beam (1) is kept constant [inset of Fig. 1(a)]. The outcoupling is performed by applying a magnetic gradient with increasing strength as a function of time. During this 100 ms outcoupling phase, outcoupled atoms propagate in the optical guide over 1 mm before being imaged. Figure 1(b) shows a density profile of the GAL generated from the BEC of Fig. 1(a). Such pairs of images have been acquired for different temperatures of the atomic cloud.

To relate quantitatively the characteristics of the GAL to those of the cloud it originated from, we model the GAL using a thermodynamic approach within the grand-canonical ensemble [9,15,16]. We consider an ideal Bose gas enclosed in a fictitious box along the longitudinal axis and confined transversally by a harmonic potential. For a given linear density ρ , a transverse condensation occurs below a critical temperature T_a^c , i.e., a macroscopic fraction of the atoms occupy the transverse ground state independently of their longitudinal state [17]. Indeed, there is no Bose-Einstein condensation in the true ground state (transverse and longitudinal) of this quasi-one-dimensional system in the thermodynamic limit [16].

The transverse profile (integrated along the \hat{y} axis) is readily inferred from the thermodynamic model

$$\lambda\rho(x) = \frac{g_{1/2}(z_a)}{\sqrt{\pi\sigma^2}} e^{-x^2/\sigma^2} + \frac{1}{a_0\sqrt{2\pi\xi_a^3}} g_2(z_a e^{-\xi_a x^2/2a_0^2}), \quad (1)$$

where $a_0=(\hbar/m\omega_{\perp})^{1/2}$ is the transverse harmonic-oscillator length, σ is the size of the ground state [18], $z_a=\exp(\beta\mu)$ is the fugacity, $\xi_a=\beta\hbar\omega_{\perp}$ with $\beta=1/k_B T$ [19], $\lambda=h/(2\pi mk_B T)^{1/2}$, and $g_p(z)=\sum_{n=1}^{\infty} z^n/n^p$ is the Bose function of index p .

To extract quantitative data from our profiles, we have approximated the g_2 function by a Gaussian and fit our data with the sum of two Gaussians. We have checked numerically that this method does not introduce significant errors with respect to experimental uncertainties. In this way, we can calculate the fraction of condensed atoms, the temperature, and we can thus obtain the mean excitation number through the formula [20] $\langle n \rangle = [1 - (\rho_0/\rho)] \langle n \rangle_{\text{th}}$, where $\rho_0 = g_{1/2}(z_a)/\lambda$ is the mean linear density in the transverse ground state and $\langle n \rangle_{\text{th}}$ is the average excitation number of the excited atoms, which is a function of ξ_a . The first-order expansion $\langle n \rangle_{\text{th}} \approx \xi_a^{-1} - 1/2$ gives a satisfactory estimate over the whole range of parameters that we have used.

In practice, the two measurements of the linear density and of $\langle n \rangle$ give access to the two parameters ξ_a and z_a , and therefore characterize completely the thermodynamic equilibrium quantities. We have plotted in Fig. 2 the measured value for $\langle n \rangle$ along with the condensed fraction of the source cloud of atoms, from which the GAL has been produced, as a function of the temperature of the cloud. There is a clear correlation between the two quantities: the colder the sample, the more monomode the guided-atom laser. The mean number of populated energy levels, taking into account their degeneracy, varies from more than ~ 100 levels for the atom laser extracted from a cloud at 500 nK to just one level populated. Indeed, for the coldest point at 50 nK, 85% of atoms are in the transverse ground state of the guide, to be compared with previously reported values of 70% [9], 65% [21], and 40% [8]. This unprecedented value is due to the intrinsically better mode matching between the initial trap and the guide.

In the following, we compare quantitatively the entropy per atom in both systems. This comparison is carried out in a range of temperature for the source cloud such that $\hbar\omega \leq gn_b \leq k_B T < 0.9k_B T_b^c$, where T_b^c is the BEC transition temperature, n_b is the atomic density of the condensate, and $g=4\pi\hbar^2 a/m$ is the strength of the interaction. In this temperature regime, the Hartree-Fock and Popov theories yield very similar predictions for thermodynamic quantities, which are well reproduced by the ideal gas formula [1,22]. For our GAL, the interactions are such that $\rho_0 a < 0.5$, which validates the use of a noninteracting model described above.

We have therefore computed independently the entropy per particle $S/k_B N$ using the noninteracting formula for both systems. This quantity is intensive and, in both cases, depends only on the two dimensionless and intensive parameters: the fugacity z and $\xi=\beta\hbar\omega$. Within our thermodynamic model, the entropy per particle of the GAL reads

$$\begin{aligned} \frac{S_a(z_a, \xi_a)}{k_B N_a} = & -\ln z_a + \rho\lambda^{-1} \sum_{p=1}^{\infty} \left[\frac{z_a^p}{p^{3/2}} \frac{1}{(1 - e^{-p\xi_a})^2} \right. \\ & \left. + \frac{p+1}{2} g_{3/2}(z_a e^{-p\xi_a}) + \frac{2\xi_a z_a^p e^{-p\xi_a}}{p^{1/2}} \frac{1}{(1 - e^{-p\xi_a})^3} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Figure 3 shows experimental measurements of the entropy per particle of the source BEC compared to the

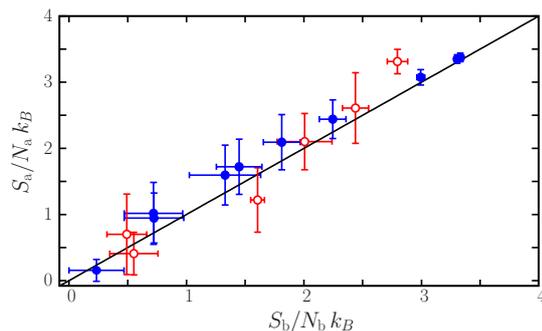


FIG. 3. (Color online) Entropy per atom of the atom laser ($S_a/N_a k_B$) against the entropy per atom of the source BEC ($S_b/N_b k_B$). Each point is the average of ten measurements. The different points correspond to different initial temperatures of the BEC. Solid circles are for magnetic outcoupling, while open circles are for optical outcoupling. The solid line is the expected result for equal entropy per particle of both systems.

corresponding GAL. The solid line represents perfect isentropic outcoupling (that is, $S_a/N_a k_B = S_b/N_b k_B$). Our data (solid circles) are therefore in good agreement with the isentropic assumption used to model the outcoupling. The error bars originate from the nonperfect pointing stability of both dipole beams yielding fluctuations of the temperature and the number of atoms of the BEC, and residual excitations of the propagating atom laser.

The robustness of the entropic analysis has been confirmed by studying the GAL generated by optical outcoupling (i.e., outcoupling by reducing the power in laser beam (2), with no magnetic field used). After the evaporation ramp and subsequent recompression of the crossed dipole trap (as with magnetic outcoupling), the outcoupling is performed by decreasing the intensity of beam (2) progressively until atoms spill into the optical guide formed by beam (1) (see Fig. 1). The outcoupled atoms experience a force due both to gravity [since beam (1) is not perfectly horizontal] and the local dipole force [since beam (2) does not necessarily cross beam (1) at its waist position]. The comparison between the entropies of the atom laser and the BEC from which it has been generated are plotted in Fig. 3 (open circles), which confirms that this optical scheme is also nearly isentropic. Conversely, one can predict the characteristics of the guided-atom laser by knowing those of the condensate from which it has been outcoupled (assuming an isentropic transformation).

The control of the mean number of excitations $\langle n \rangle$ could be used to explore the transition between the classical regime, in which a large number of energy levels are populated, and a pure quantum regime where nearly all atoms are in the transverse ground state. For instance, this system could be well suited to investigate classical versus quantum chaos where significant differences are expected between the two regimes [23].

The model used to deduce the entropy assumes that the GAL is at local thermodynamic equilibrium. The collision rate evaluated in the moving frame and using the formula of the classical limit is on the order of 25 s^{-1} for typical experimental parameters. It is strongly enhanced because of

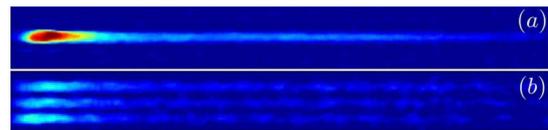


FIG. 4. (Color online) (a) Spinor guided-atom laser obtained by optically outcoupling atoms from a spinor condensate. (b) The three components $m_F = -1, 0, +1$ are separated by applying a Stern and Gerlach field during the time of flight.

bosonic amplification [24]. During the 100 ms of the outcoupling process, the local thermal equilibrium assumption is thus valid. We have also performed outcoupling over shorter times (50 ms) and obtained similar agreement for the entropy per particle.

As the GAL propagates, its density is diluted due to velocity dispersion and inhomogeneous forces on the atoms. The propagation is therefore accompanied by a modification of the transverse mode population, as soon as the collision rate is sufficient to validate the local equilibrium assumption. This is a significant difference with light propagation in fibers. The expected modification for a 1 mm propagation length is compatible with our error bars when we compare the results of long outcoupling time with respect to short outcoupling time. After a sufficiently long propagation, the mode population is expected to freeze out since the atomic density decreases and the collision rate becomes too small for restoring the thermal equilibrium. In this limit, the thermodynamic model no longer applies.

The optical outcoupling process affects atoms of all Zeeman states equally. Also, the optical waveguide confines all Zeeman states equally, compared to a magnetic guides in which only certain Zeeman states may propagate. It is therefore possible to produce atom lasers that contain mixtures of atoms in different spin states, or even linear superpositions of spin states. Starting with a spinor BEC (see [25], and references therein) in a incoherent mixture of $m_F = \pm 1, 0$, we have been able to generate a spinor guided-atom laser as shown in Fig. 4 where the three components are separated using a Stern and Gerlach field during the TOF.

As a preliminary study, we have produced a BEC in superposition of states of the $F=1$ and $F=2$ hyperfine levels, by combining the spin-distillation technique [9], and microwave pulses with well-defined polarization [26]. The internal degrees of freedom of the atoms are the analog of polarization for light. The dimension of the corresponding subspace is much larger for atoms than for light. An appealing perspective, which requires a well-controlled magnetic environment, lies in the full control of the polarization of the guided-atom laser over its propagation.

In this Rapid Communication, we have demonstrated an unprecedented control over the transverse degrees of freedom of a guided-atom laser. Two different outcoupling schemes are analyzed by a quantitative model based on an entropy analysis. In addition, optical outcoupling offers the possibility to control the internal degrees of freedom. A related prospect is the generation of a GAL with a very narrow

longitudinal velocity dispersion. This is in principle achievable by exploiting the tunnel effect for the outcoupling [27].

Another promising perspective of the techniques developed in this Rapid Communication is the production of a continuous guided-atom laser. The periodic replenishing of Bose-Einstein condensates held in an optical trap has already been demonstrated in Ref. [28]. Using the spin-distillation technique [9], this reservoir of condensates could be produced in a $m_F=0$ state. Applying a gradient of magnetic field along one arm of the dipole trap, atoms could be continuously extracted in it by applying a radio frequency

to transfer atoms into a magnetically sensitive state $m_F = \pm 1$.

We acknowledge fruitful discussions with T. Lahaye, Y. Castin, and J. Dalibard and financial support from the Délégation Générale pour l'Armement, the Institut Francilien de Recherche sur les Atomes Froids (IFRAF), the Plan-Pluri Formation (PPF), Région Midi-Pyrénées, and the Agence Nationale de la Recherche (Contract No. ANR-09-BLAN-0134-01).

- [1] L. D. Carr, G. V. Shlyapnikov, and Y. Castin, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 150404 (2004).
- [2] J. E. Williams, N. Nygaard, and C. W. Clark, *New J. Phys.* **6**, 123 (2004).
- [3] T. Bourdel *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 050401 (2004).
- [4] G. B. Partridge, K. E. Strecker, R. I. Kamar, M. W. Jack, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 020404 (2005).
- [5] M. W. Zwierlein, C. H. Schunck, C. A. Stan, S. M. F. Raupach, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 180401 (2005).
- [6] P. W. H. Pinkse *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 990 (1997).
- [7] D. M. Stamper-Kurn *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2194 (1998).
- [8] W. Guerin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 200402 (2006).
- [9] A. Couvert *et al.*, *EPL* **83**, 50001 (2008); **85**, 19901 (2009).
- [10] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [11] J.-F. Riou *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 070404 (2006).
- [12] M. Jeppesen *et al.*, *Phys. Rev. A* **77**, 063618 (2008).
- [13] P. Leboeuf and N. Pavloff, *Phys. Rev. A* **64**, 033602 (2001); I. Carusotto and G. C. La Rocca, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 399 (2000); T. Paul, K. Richter, and P. Schlagheck, *ibid.* **94**, 020404 (2005).
- [14] *Proceedings of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology*, edited by P. Gill (World Scientific, Singapore, 2002).
- [15] T. T. Chou, C. N. Yang, and L. H. Yu, *Phys. Rev. A* **53**, 4257 (1996).
- [16] E. Mandonnet *et al.*, *Eur. Phys. J. D* **10**, 9 (2000); Y. Castin *et al.*, *J. Mod. Opt.* **47**, 2671 (2000).
- [17] $k_B T_a^c = \hbar \omega_{\perp} [\rho \lambda_c / \zeta(5/2)]^{1/2}$, with $\zeta(5/2) \approx 1.34$ and $\lambda_c = h / (2\pi m k_B T_a^c)^{1/2}$. This semiclassical expression is valid for our parameters since, for the lowest measured temperature, we found $k_B T \approx 4\hbar \omega_{\perp}$.
- [18] A two-dimensional Gaussian ansatz for the transverse degrees of freedom inserts in the Gross-Pitaevskii energy functional yields the size of the ground state for our model $\sigma = a_0(1 + 2\rho_0 a)^{1/4}$, where a is the scattering length and ρ_0 is the linear density of the ground state.
- [19] We use the index b for the BEC cloud and a for the guided-atom laser.
- [20] $\langle n \rangle = \sum_{\mathbf{n}} (n_x + n_y) \pi_{\mathbf{n}} / 2$, where $\pi_{\mathbf{n}}$ is the population of the state $\mathbf{n} = (n_x, n_y)$. Therefore, $\langle n \rangle = (1 - N_0/N) \sum_{\mathbf{n} \neq 0} (n_x + n_y) \pi_{\mathbf{n}}^{\text{th}} / 2 = (1 - N_0/N) \langle n \rangle_{\text{th}}$ with $\pi_{\mathbf{n}}^{\text{th}} = \pi_{\mathbf{n}} N_0 / (N - N_0)$ and $\pi_0^{\text{th}} = 0$.
- [21] R. G. Dall, S. S. Hodgman, M. T. Johnsson, K. G. H. Baldwin, and A. G. Truscott (unpublished).
- [22] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3987 (1997).
- [23] Katsuhiko Nakamura, *Quantum versus Chaos: Questions Emerging from Mesoscopic Cosmos* (Kluwer Academic, New York, 2002).
- [24] D. Jaksch, C. W. Gardiner, and P. Zoller, *Phys. Rev. A* **56**, 575 (1997).
- [25] D. M. Stamper-Kurn and W. Ketterle, in *Les Houches Summer School Session LXXII, 1999*, edited by R. Kaiser, C. Westbrook, and F. David (Springer, New York, 2001).
- [26] M. R. Matthews *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 243 (1998).
- [27] F. Delgado, J. G. Muga, and A. Ruschhaupt, *Phys. Rev. A* **74**, 063618 (2006).
- [28] A. P. Chikkatur *et al.*, *Science* **296**, 2193 (2002).

Bibliographie

- [1] M.H. ANDERSON, J.R. ENSHER, M.R. MATTHEWS, C.E. WIEMAN AND E.A. CORNELL. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science* **269** (5221), 198–201 (1995).
- [2] E. CORNELL. Very Cold Indeed : The Nanokelvin Physics of Bose-Einstein Condensation. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology* **101** (4), 419 (1996).
- [3] A. EINSTEIN. Zur quantentheorie des idealen gases. *Sitzungsberichte der Preussische Akademie der Wissenschaften* **3** , 18 (1925).
- [4] W. KETTERLE. Nobel lecture : When atoms behave as waves : Bose-Einstein condensation and the atom laser. *Reviews of Modern Physics* **74** (4), 1131–1151 (2002).
- [5] D. KLEPPNER. A Beginner’s Guide to the Atom Laser. *Physics Today* **50** (8), 11–13 (1997).
- [6] R.J. GLAUBER. Coherent and Incoherent States of the Radiation Field. *Physical Review* **131** (6), 2766–2788 (1963).
- [7] M.R. ANDREWS, C.G. TOWNSEND, H.J. MIESNER, D.S. DURFEE, D.M. KURN AND W. KETTERLE. Observation of Interference Between Two Bose Condensates. *Science* **275** (5300), 637–641 (1997).
- [8] I. BLOCH, T.W. HANSCH AND T. ESSLINGER. Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition. *Nature* **403** (6766), 166–170 (2000).
- [9] W. KETTERLE AND H.J. MIESNER. Coherence properties of Bose-Einstein condensates and atom lasers. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **56** (4), 3291–3293 (1997).
- [10] M. SCHELLEKENS, R. HOPPELER, A. PERRIN, J.V. GOMES, D. BOIRON, A. ASPECT AND C.I. WESTBROOK. Hanbury Brown Twiss Effect for Ultracold Quantum Gases. *Science* **310** (5748), 648–651 (2005).
- [11] E.A. BURT, R.W. GHRIST, C.J. MYATT, M.J. HOLLAND, E.A. CORNELL AND C.E. WIEMAN. Coherence, Correlations, and Collisions : What One Learns about Bose-Einstein Condensates from Their Decay. *Physical Review Letters* **79** (3), 337–340 (1997).

- [12] H.J. MIESNER, D.M. STAMPER-KURN, M.R. ANDREWS, D.S. DURFEE, S. INOUE AND W. KETTERLE. Bosonic Stimulation in the Formation of a Bose-Einstein Condensate. *Science* **279** (5353), 1005–1007 (1998).
- [13] M.O. MEWES, M.R. ANDREWS, D.M. KURN, D.S. DURFEE, C.G. TOWNSEND AND W. KETTERLE. Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms. *Physical Review Letters* **78** (4), 582–585 (1997).
- [14] I. BLOCH, T.W. HÄNSCH AND T. ESSLINGER. Atom Laser with a cw Output Coupler. *Physical Review Letters* **82** (15), 3008–3011 (1999).
- [15] E.W. HAGLEY, L. DENG, M. KOZUMA, J. WEN, K. HELMERSON, S.L. ROLSTON AND W.D. PHILLIPS. A Well-Collimated Quasi-Continuous Atom Laser. *Science* **283** (5408), 1706–1709 (1999).
- [16] N.P. ROBINS, C. FIGL, S.A. HAINE, A.K. MORRISON, M. JEPPESEN, J.J. HOPE AND J.D. CLOSE. Achieving Peak Brightness in an Atom Laser. *Physical Review Letters* **96** (14), 140403 (2006).
- [17] B.P. ANDERSON AND M.A. KASEVICH. Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays. *Science* **282** (5394), 1686–1689 (1998).
- [18] G. CENNINI, G. RITT, C. GECKELER AND M. WEITZ. All-Optical Realization of an Atom Laser. *Physical Review Letters* **91** (24), 240408 (2003).
- [19] M. KÖHL, T.W. HÄNSCH AND T. ESSLINGER. Measuring the Temporal Coherence of an Atom Laser Beam. *Physical Review Letters* **87** (16), 160404 (2001).
- [20] A. ÖTTL, S. RITTER, M. KÖHL AND T. ESSLINGER. Correlations and Counting Statistics of an Atom Laser. *Physical Review Letters* **95** (9), 090404 (2005).
- [21] J.F. RIOU, W. GUERIN, Y.L. COQ, M. FAUQUEMBERGUE, V. JOSSE, P. BOUYER AND A. ASPECT. Beam Quality of a Nonideal Atom Laser. *Physical Review Letters* **96** (7), 070404 (2006).
- [22] M. JEPPESEN, J. DUGUÉ, G.R. DENNIS, M.T. JOHNSON, C. FIGL, N.P. ROBINS AND J.D. CLOSE. Approaching the Heisenberg limit in an atom laser. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **77** (6), 063618 (2008).
- [23] W. GUERIN, J.F. RIOU, J.P. GAEBLER, V. JOSSE, P. BOUYER AND A. ASPECT. Guided Quasicontinuous Atom Laser. *Physical Review Letters* **97** (20), 200402 (2006).
- [24] S. CHU, J.E. BJORKHOLM, A. ASHKIN AND A. CABLE. Experimental Observation of Optically Trapped Atoms. *Physical Review Letters* **57** (3), 314–317 (1986).
- [25] R.A. CLINE, J.D. MILLER AND D.J. HEINZEN. Study of Rb₂ Long-Range States by High-Resolution Photoassociation Spectroscopy. *Physical Review Letters* **73** (5), 632–635 (1994).

-
- [26] M.D. BARRETT, J.A. SAUER AND M.S. CHAPMAN. All-Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate. *Physical Review Letters* **87** (1), 010404 (2001).
- [27] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER AND Y.B. OVCHINNIKOV. Optical Dipole Traps for Neutral Atoms. *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics* **42**, 95–170 (2000).
- [28] D.A. STECK. Rubidium 87 D Line Data. Available online at <http://steck.us/alkalidata> (2009).
- [29] T. LAHAYE. Refroidissement par évaporation d'un jet atomique guidé magnétiquement. Thèse de doctorat, *Université Pierre et Marie Curie* (2006).
- [30] W. KETTERLE, K.B. DAVIS, M.A. JOFFE, A. MARTIN AND D.E. PRITCHARD. High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap. *Physical Review Letters* **70** (15), 2253–2256 (1993).
- [31] S.J.M. KUPPENS, K.L. CORWIN, K.W. MILLER, T.E. CHUPP AND C.E. WIEMAN. Loading an optical dipole trap. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **62** (1), 013406 (2000).
- [32] J. WEINER, V.S. BAGNATO, S. ZILIO AND P.S. JULIENNE. Experiments and theory in cold and ultracold collisions. *Reviews of Modern Physics* **71** (1), 1–85 (1999).
- [33] M.E. GEHM, K.M. O'HARA, T.A. SAVARD AND J.E. THOMAS. Dynamics of noise-induced heating in atom traps. *Phys. Rev. A* **58** (5), 3914–3921 (1998).
- [34] R. JÁUREGUI. Nonperturbative and perturbative treatments of parametric heating in atom traps. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **64** (5), 053408 (2001).
- [35] D. GUÉRY-ODELIN. Dynamique collisionnelle des gaz d'alcalins lourds : du refroidissement évaporatif à la condensation de Bose-Einstein. Thèse de doctorat, *Université Pierre et Marie Curie* (1998).
- [36] C. JOACHAIN. Quantum collision theory. *North-Holland Publishing Company* (1975).
- [37] K.M. JONES, E. TIESINGA, P.D. LETT AND P.S. JULIENNE. Ultracold photoassociation spectroscopy : Long-range molecules and atomic scattering. *Reviews of Modern Physics* **78** (2), 483 (2006).
- [38] H.J. LEWANDOWSKI, D.M. HARBER, D.L. WHITAKER AND E.A. CORNELL. Simplified System for Creating a Bose-Einstein Condensate. *Journal of Low Temperature Physics* **132** (5), 309–367 (2003).
- [39] K. NAKAGAWA, Y. SUZUKI, M. HORIKOSHI AND J. KIM. Simple and efficient magnetic transport of cold atoms using moving coils for the production of Bose-Einstein condensation. *Applied Physics B : Lasers and Optics* **81** (6), 791–794 (2005).

- [40] M. GREINER, I. BLOCH, T.W. HÄNSCH AND T. ESSLINGER. Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **63** (3), 031401 (2001).
- [41] T.L. GUSTAVSON, A.P. CHIKKATUR, A.E. LEANHARDT, A. GÖRLITZ, S. GUPTA, D.E. PRITCHARD AND W. KETTERLE. Transport of Bose-Einstein Condensates with Optical Tweezers. *Physical Review Letters* **88** (2), 020401 (2001).
- [42] S. KUHR, W. ALT, D. SCHRADER, M. MULLER, V. GOMER AND D. MESCHÉDE. Deterministic Delivery of a Single Atom. *Science* **293** (5528), 278–280 (2001).
- [43] S. SCHMID, G. THALHAMMER, K. WINKLER, F. LANG AND J.H. DENSCHLAG. Long distance transport of ultracold atoms using a 1D optical lattice. *New Journal of Physics* **8** (8), 159 (2006).
- [44] G. REINAUDI. Manipulation et refroidissement par évaporation forcée d'ensembles atomiques ultra-froids pour la production d'un jet intense dans le régime de dégénérescence quantique : vers l'obtention d'un "laser à atomes continu". Thèse de doctorat, *Université Pierre et Marie Curie* (2008).
- [45] A. COUVERT, T. KAWALEC, G. REINAUDI AND D. GUERY-ODELIN. Optimal transport of ultracold atoms in the non-adiabatic regime. *EPL (Europhysics Letters)* **83** (1), 13001 (2008).
- [46] P. JACQUINOT AND B. ROIZEN-DOSSIER. Apodization. *Progress in Optics* **3**, 31–182. Édité par E. Wolf. *Amsterdam : North Holland* (1964).
- [47] F. HARRIS. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. *Proceedings of the IEEE* **66** (1), 51–83 (1978).
- [48] A. FETTER AND J. WALECKA. Quantum theory of many-particle systems. *Courier Dover Publications* (2003).
- [49] G. CENNINI, G. RITT, C. GECKELER AND M. WEITZ. Bose-Einstein condensation in a CO₂-laser optical dipole trap. *Applied Physics B : Lasers and Optics* **77** (8), 773–779 (2003).
- [50] Y. TAKASU, K. MAKI, K. KOMORI, T. TAKANO, K. HONDA, M. KUMAKURA, T. YABUZAKI AND Y. TAKAHASHI. Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms. *Physical Review Letters* **91** (4), 040404 (2003).
- [51] T. WEBER, J. HERBIG, M. MARK, H.C. NAGERL AND R. GRIMM. Bose-Einstein Condensation of Cesium. *Science* **299** (5604), 232–235 (2003).
- [52] A. GRIESMAIER, J. WERNER, S. HENSLER, J. STUHLER AND T. PFAU. Bose-Einstein Condensation of Chromium. *Physical Review Letters* **94** (16), 160401 (2005).

-
- [53] T. KINOSHITA, T. WENGER AND D.S. WEISS. All-optical Bose-Einstein condensation using a compressible crossed dipole trap. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **71** (1), 011602 (2005).
- [54] R. DUMKE, M. JOHANNING, E. GOMEZ, J.D. WEINSTEIN, K.M. JONES AND P.D. LETT. All-optical generation and photoassociative probing of sodium Bose-Einstein condensates. *New Journal of Physics* **8** (5), 64 (2006).
- [55] W. KETTERLE AND N.J. DRUTEN. Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **54** (1), 656–660 (1996).
- [56] S. PILATI, S. GIORGINI AND N. PROKOF'EV. Critical Temperature of Interacting Bose Gases in Two and Three Dimensions. *Physical Review Letters* **100** (14), 140405 (2008).
- [57] W. KETTERLE AND N. VAN DRUTEN. Evaporative cooling of trapped atoms. *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics* **37** (0), 181 (1996).
- [58] K.M. O'HARA, M.E. GEHM, S.R. GRANADE AND J.E. THOMAS. Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **64** (5), 051403 (2001).
- [59] O.J. LUITEN, M.W. REYNOLDS AND J.T.M. WALRAVEN. Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **53** (1), 381–389 (1996).
- [60] Handbook of Mathematical Functions. Édité par M. Abramowitz and I.A. Stegun. *New York : Dover* (1965).
- [61] K. HUANG. Statistical Mechanics. *Richard Dennis Publications* (1988).
- [62] C. COHEN-TANNOUDJI. Atomes ultra-froids - piégeage non-dissipatif et refroidissement évaporatif. *Cours donnés au collège de France* (1996-1997).
- [63] J.F. CLÉMENT, J.P. BRANTUT, M.R. SAINT-VINCENT, R.A. NYMAN, A. ASPECT, T. BOURDEL AND P. BOUYER. All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **79** (6), 061406 (2009).
- [64] M. BORN AND E. WOLF. Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. *Cambridge University Press* (1999).
- [65] J. FUCHS, G.J. DUFFY, G. VEERAVALLI, P. DYKE, M. BARTENSTEIN, C.J. VALE, P. HANNAFORD AND W.J. ROWLANDS. Molecular Bose-Einstein condensation in a versatile low power crossed dipole trap. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* **40** (20), 4109-4118 (2007).

- [66] T.L. HO. Spinor Bose Condensates in Optical Traps. *Physical Review Letters* **81** (4), 742–745 (1998).
- [67] D. STAMPER-KURN AND W. KETTERLE. Spinor condensates and light scattering from Bose-Einstein condensates. *Proceedings of the Les Houches summer school, Session LXXII* Édité par R. Kaiser, C. Westbrook and F. David. Berlin : Springer-Verlag (1999).
- [68] M.S. CHANG, C.D. HAMLEY, M.D. BARRETT, J.A. SAUER, K.M. FORTIER, W. ZHANG, L. YOU AND M.S. CHAPMAN. Observation of Spinor Dynamics in Optically Trapped ^{87}Rb Bose-Einstein Condensates. *Physical Review Letters* **92** (14), 140403 (2004).
- [69] M.S. CHANG, Q. QIN, W. ZHANG, L. YOU AND M.S. CHAPMAN. Coherent spinor dynamics in a spin-1 Bose condensate. *Nature Physics* **1** (2), 111–116 (2005).
- [70] J. STENGER, S. INOUE, D.M. STAMPER-KURN, H.J. MIESNER, A.P. CHIKKATUR AND W. KETTERLE. Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates. *Nature* **396** (6709), 345–348 (1998).
- [71] H.J. MIESNER, D.M. STAMPER-KURN, J. STENGER, S. INOUE, A.P. CHIKKATUR AND W. KETTERLE. Observation of Metastable States in Spinor Bose-Einstein Condensates. *Physical Review Letters* **82** (11), 2228–2231 (1999).
- [72] W.F. GIAUQUE. A thermodynamic treatment of certain magnetic effects. A proposed method of producing temperatures considerably below 1° absolute. *Journal of the American Chemical Society* **49** (8), 1864–1870 (1927).
- [73] Atom Interferometry. Édité par P. Berman. San Diego : Academic Press (1997).
- [74] W. GERLACH AND O. STERN. Über die Richtungsquantelung im Magnetfeld. *Annalen der Physik* **379** (16), 673–699 (1924).
- [75] D.E. PLATT. A modern analysis of the Stern-Gerlach experiment. *American Journal of Physics* **60** (4), 306–308 (1992).
- [76] J. BASDEVANT, J. DALIBARD AND M. JOFFRE. Mécanique quantique. Les Editions de l'Ecole polytechnique (2002).
- [77] S. BIZE, Y. SORTAIS, M.S. SANTOS, C. MANDACHE, A. CLAIRON AND C. SALOMON. High-accuracy measurement of the ^{87}Rb ground-state hyperfine splitting in an atomic fountain. *EPL (Europhysics Letters)* **45** (5), 558–564 (1999).
- [78] G. BREIT AND I.I. RABI. Measurement of Nuclear Spin. *Physical Review* **38** (11), 2082–2083 (1931).
- [79] C.J. MYATT, E.A. BURT, R.W. GHRIST, E.A. CORNELL AND C.E. WIEMAN. Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling. *Physical Review Letters* **78** (4), 586–589 (1997).

-
- [80] N.F. RAMSEY. A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields. *Physical Review* **78** (6), 695–699 (1950).
- [81] D.S. HALL, M.R. MATTHEWS, C.E. WIEMAN AND E.A. CORNELL. Measurements of Relative Phase in Two-Component Bose-Einstein Condensates. *Physical Review Letters* **81** (8), 1543–1546 (1998).
- [82] M. OLSHANII, N. DEKKER, C. HERZOG AND M. PRENTISS. de Broglie wave-front engineering. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **62** (3), 033612 (2000).
- [83] S.A. HAINE, M.K. OLSEN AND J.J. HOPE. Generating Controllable Atom-Light Entanglement with a Raman Atom Laser System. *Physical Review Letters* **96** (13), 133601 (2006).
- [84] E. MANDONNET, A. MINGUZZI, R. DUM, I. CARUSOTTO, Y. CASTIN AND J. DALIBARD. Evaporative cooling of an atomic beam. *European Physical Journal D : Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics* **10** (1), 9–18 (2000).
- [85] T. LAHAYE, Z. WANG, G. REINAUDI, S.P. RATH, J. DALIBARD AND D. GUÉRY-ODELIN. Evaporative cooling of a guided rubidium atomic beam. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **72** (3), 033411 (2005).
- [86] A. COUVERT, M. JEPPESEN, T. KAWALEC, G. REINAUDI, R. MATHEVET AND D. GUÉRY-ODELIN. A quasi-monomode guided atom laser from an all-optical Bose-Einstein condensate. *EPL (Europhysics Letters)* **83** (5), 50001 (2008).
- [87] P. LEBOEUF AND N. PAVLOFF. Bose-Einstein beams : Coherent propagation through a guide. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **64** (3), 033602 (2001).
- [88] N. PAVLOFF. Breakdown of superfluidity of an atom laser past an obstacle. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **66** (1), 013610 (2002).
- [89] D. JAKSCH, C.W. GARDINER AND P. ZOLLER. Quantum kinetic theory. II. Simulation of the quantum Boltzmann master equation. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **56** (1), 575–586 (1997).
- [90] Y. CASTIN, R. DUM, E. MANDONNET, A. MINGUZZI AND I. CARUSOTTO. Coherence properties of a continuous atom laser. *Journal of Modern Optics* **47** (14), 2671–2695 (2000).
- [91] G.L. GATTOBIGIO, A. COUVERT, M. JEPPESEN, R. MATHEVET AND D. GUÉRY-ODELIN. Multimode-to-monomode guided-atom lasers : An entropic analysis. *Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics)* **80** (4), 041605 (2009).

- [92] S. GIORGINI, L.P. PITAEVSKII AND S. STRINGARI. Scaling and Thermodynamics of a Trapped Bose-Condensed Gas. *Physical Review Letters* **78** (21), 3987–3990 (1997).
- [93] L.D. CARR, G.V. SHLYAPNIKOV AND Y. CASTIN. Achieving a BCS Transition in an Atomic Fermi Gas. *Physical Review Letters* **92** (15), 150404 (2004).
- [94] W. KETTERLE, D. DURFEE AND D. STAMPER-KURN. Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates.. *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXL*, 67–176. Édité par M. Inguscio, S. Stringari and C. Wieman. Amsterdam : IOS Press (1999).
- [95] A.P. CHIKKATUR, Y. SHIN, A.E. LEANHARDT, D. KIELPINSKI, E. TSIKATA, T.L. GUSTAVSON, D.E. PRITCHARD AND W. KETTERLE. A Continuous Source of Bose-Einstein Condensed Atoms. *Science* **296** (5576), 2193–2195 (2002).
- [96] T. LAHAYE, P. CREN, C. ROOS AND D. GUÉRY-ODELIN. Propagation of guided cold atoms. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **8** (3-4), 315 - 328 (2003).
- [97] P. LEBOEUF, N. PAVLOFF AND S. SINHA. Solitonic transmission of Bose-Einstein matter waves. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **68** (6), 063608 (2003).
- [98] T. BERGEMAN, M.G. MOORE AND M. OLSHANII. Atom-Atom Scattering under Cylindrical Harmonic Confinement : Numerical and Analytic Studies of the Confinement Induced Resonance. *Physical Review Letters* **91** (16), 163201 (2003).
- [99] D.S. PETROV AND G.V. SHLYAPNIKOV. Interatomic collisions in a tightly confined Bose gas. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **64** (1), 012706 (2001).
- [100] J. FAIST, P. GUÉRET AND H. ROTHUIZEN. Possible observation of impurity effects on conductance quantization. *Physical Review B : Condensed Matter and Materials Physics* **42** (5), 3217–3219 (1990).
- [101] P.F. BAGWELL. Evanescent modes and scattering in quasi-one-dimensional wires. *Physical Review B : Condensed Matter and Materials Physics* **41** (15), 10354–10371 (1990).
- [102] K.S. RALLS, D.C. RALPH AND R.A. BUHRMAN. Impact of a single defect on the conductance : Local interference and universal conductance fluctuations. *Physical Review B : Condensed Matter and Materials Physics* **47** (16), 10509–10514 (1993).
- [103] D. BOESE, M. LISCHKA AND L.E. REICHL. Resonances in a two-dimensional electron waveguide with a single δ -function scatterer. *Physical Review B : Condensed Matter and Materials Physics* **61** (8), 5632–5636 (2000).

-
- [104] C.S. KIM, A.M. SATANIN, Y.S. JOE AND R.M. COSBY. Resonant tunneling in a quantum waveguide : Effect of a finite-size attractive impurity. *Physical Review B : Condensed Matter and Materials Physics* **60** (15), 10962–10970 (1999).
- [105] G. CATTAPAN AND E. MAGLIONE. Coupled-channel integral equations for quasi-one-dimensional systems. *American Journal of Physics* **71** (9), 903-911 (2003).
- [106] E. GRANOT. Universal conductance reduction in a quantum wire. *EPL (Europhysics Letters)* **68** (6), 860-866 (2004).
- [107] H. LEE, H. HSU AND L.E. REICHL. Modeling conduction in electron waveguides with finite-range impurities. *Physical Review B : Condensed Matter and Materials Physics* **71** (4), 045307 (2005).
- [108] K. BONGS, S. BURGER, S. DETTMER, D. HELLWEG, J. ARLT, W. ERTMER AND K. SENGSTOCK. Waveguide for Bose-Einstein condensates. *Physical Review A : Atomic, Molecular, and Optical Physics* **63** (3), 031602 (2001).
- [109] A.E. LEANHARDT, A.P. CHIKKATUR, D. KIELPINSKI, Y. SHIN, T.L. GUSTAVSON, W. KETTERLE AND D.E. PRITCHARD. Propagation of Bose-Einstein Condensates in a Magnetic Waveguide. *Physical Review Letters* **89** (4), 040401 (2002).
- [110] C. FORT, L. FALLANI, V. GUARRERA, J.E. LYE, M. MODUGNO, D.S. WIERSMA AND M. INGUSCIO. Effect of Optical Disorder and Single Defects on the Expansion of a Bose-Einstein Condensate in a One-Dimensional Waveguide. *Physical Review Letters* **95** (17), 170410 (2005).
- [111] M. ALBERT, T. PAUL, N. PAVLOFF AND P. LEBOEUF. Dipole Oscillations of a Bose-Einstein Condensate in the Presence of Defects and Disorder. *Physical Review Letters* **100** (25), 250405 (2008).
- [112] D. MÜLLER, E.A. CORNELL, M. PREVEDELLI, P.D.D. SCHWINDT, A. ZOZULYA AND D.Z. ANDERSON. Waveguide atom beam splitter for laser-cooled neutral atoms. *Optics Letters* **25** (18), 1382–1384 (2000).
- [113] D. CASSETTARI, B. HESSMO, R. FOLMAN, T. MAIER AND J. SCHMIEDMAYER. Beam Splitter for Guided Atoms. *Physical Review Letters* **85** (26), 5483–5487 (2000).
- [114] O. HOUDE, D. KADIO AND L. PRUVOST. Cold Atom Beam Splitter Realized with Two Crossing Dipole Guides. *Physical Review Letters* **85** (26), 5543–5546 (2000).
- [115] R. DUMKE, T. MÜTHER, M. VOLK, W. ERTMER AND G. BIRKL. Interferometer-Type Structures for Guided Atoms. *Physical Review Letters* **89** (22), 220402 (2002).
- [116] L. LANDAU AND E. LIFSHITZ. Quantum Mechanics Non-Relativistic Theory : Volume 3. *Butterworth-Heinemann* (1981).

BIBLIOGRAPHIE

- [117] K. CHADAN AND P. SABATIER. Inverse Problems in Quantum Scattering Theory. *Springer Verlag* (1989).
- [118] N.G. BERLOFF. Vortex nucleation by a moving ion in a Bose condensate. *Physics Letters A* **277** (4-5), 240 - 244 (2000).
- [119] N.G. BERLOFF AND P.H. ROBERTS. Motions in a Bose condensate : VII. Boundary-layer separation. *Journal of Physics A : Mathematical and General* **33** (22), 4025-4038 (2000).