



HAL
open science

La co-magnétométrie mercure pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron : Optimisation et application au test de l'invariance de Lorentz

Stephanie Roccia

► **To cite this version:**

Stephanie Roccia. La co-magnétométrie mercure pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron : Optimisation et application au test de l'invariance de Lorentz. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2009. Français. NNT : . tel-00440287

HAL Id: tel-00440287

<https://theses.hal.science/tel-00440287>

Submitted on 10 Dec 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

Présentée pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences de l'Université Joseph Fourier
Spécialité : Physique Subatomique et Astroparticules

LA CO-MAGNÉTOMÉTRIE MERCURE POUR LA MESURE DU MOMENT
ÉLECTRIQUE DIPOLAIRE DU NEUTRON

— — —
OPTIMISATION ET APPLICATION AU TEST DE L'INVARIANCE DE
LORENTZ

par
STÉPHANIE ROCCIA

Soutenue le 30 septembre 2009 devant un jury composé de :

J. Collot	Université Joseph Fourier, Grenoble	Président du jury
J. Martino	SUBATECH, Nantes	Examineur
K. Protassov	Université Joseph Fourier, Grenoble	Examineur
M. Van der Grinten	Rutherford Appleton Laboratory, Didcot UK	Rapporteur
P. Knowles	Université de Fribourg, Suisse	Rapporteur
G. Quéméner	LPC, Caen	Co-Directeur de thèse
D. Rebreyend	LPSC, Grenoble	Directeur de thèse

Résumé

Cette thèse traite de la magnétométrie dans le cadre de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron avec le spectromètre RAL/Sussex/ILL. En particulier, le co-magnétomètre mercure, pré-existant, a été modélisé et optimisé en vue de son utilisation pour les prochaines mesures au Paul Scherrer Institut (Villigen, Suisse) en 2010-2012. Sur la base de données prises à l'Institut Laue-Langevin (Grenoble, France), la complémentarité entre la magnétométrie externe césium et la co-magnétométrie mercure a été étudiée. Un tel système de double magnétométrie est unique. Cette étude débouche sur une méthode permettant un meilleur contrôle des erreurs systématiques liées au co-magnétomètre mercure et sur une nouvelle contrainte sur des couplages exotiques du neutron libre violant l'invariance de Lorentz.

Abstract

In this thesis, magnetometry is studied in the context of the neutron Electric Dipole Moment (nEDM) measurement with the RAL/Sussex/ILL spectrometer. In particular, the pre-existing mercury co-magnetometer has been modeled and optimized to be used in the next nEDM measurement at the Paul Scherrer Institut (Villigen Switzerland) in 2010-2012. Using data taken at the Institut Laue-Langevin (Grenoble, France), the complementarity between external cesium magnetometry and mercury co-magnetometry has been studied, bringing two results :

- a best way to control systematics due to the co-magnetometer
- a limit on the neutron anomalous couplings that violates Lorentz invariance.

Remerciements

Je tiens à remercier en tout premier lieu les membres de mon jury, qui ont apporté un regard critique sur mon travail, soldant ainsi parfaitement l'exercice de prise de recul vis-à-vis de son propre travail qu'est l'écriture d'une thèse. Mais bien plus qu'un exercice d'écriture, une thèse c'est aussi trois ans de travail et beaucoup de rencontres. Mes directeurs de thèse bien sûr, Dominique et Gilles, qui m'ont appris la patience, celle qu'il faut pour mener une mesure à son terme et celle qui faut pour raffiner, tester et retester une analyse. Merci pour tout ce temps passé ensemble à imaginer des projets fous ou simplement à prendre des données dans un hall expérimental bruyant. Merci aussi pour votre accueil chaleureux à toutes mes questions qui ont été nombreuses au début et délicates à la fin. Au delà du petit groupe de Grenoble, c'est toute la collaboration nEDM que je souhaiterais remercier, pour la confiance qui m'a été accordée, mais, surtout, pour l'aide apportée dans les développements techniques et lors des prises de "mes" données, pour les discussions critiques, pour toutes les nouvelles bières que j'ai découvertes aux quatre coins de l'Europe durant les réunions de collaboration. Enfin, je voudrais saluer tout particulièrement Thomas et Peter, les deux responsables de l'instrument PF2 de l'Institut Laue-Langevin pour leur assistance et pour l'ambiance de grande famille qu'ils ont créé au niveau D.

Le problème avec une thèse, c'est que l'on ne peut plus vraiment dissocier sa vie privée de sa vie au laboratoire tellement la dernière prend le dessus sur la première. Alors merci à tous ceux qui ont permis que mes années au LPSC soient pleines d'humour et d'entraide : mon cobureau, les fillasses, les allemands de l'est et de l'ouest, les rescapés de PSA et les autres aussi. Merci aussi à ceux qui ont réussi à me faire sortir de mon laboratoire, mes deux familles (la vraie, petite et ma famille d'adoption, grande), mes amis et surtout, Mon Yo, le grand champion pour me faire oublier mes problèmes de compilation. Merci à toi de m'avoir appris à prendre des vacances, à partir en week-end, à faire du roller, à dire oui à une question complètement incensée. Merci de me soutenir encore et toujours.

Table des matières

I	La mesure du moment électrique dipolaire du neutron	13
1	Motivations physiques	16
1.1	<i>Historique</i>	16
1.2	<i>Le moment électrique dipolaire du neutron dans le Modèle Standard</i> . . .	17
1.3	<i>Le moment électrique dipolaire du neutron et les extensions du Modèle Standard</i>	19
1.4	<i>Le moment électrique dipolaire des atomes</i>	22
2	Principe de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron	24
2.1	<i>Historique</i>	24
2.2	<i>Etat de l'art</i>	25
3	Les neutrons ultra-froids	27
3.1	<i>Vous avez dit ultra-froids ?</i>	27
3.2	<i>Les interactions des neutrons ultra-froids</i>	28
3.3	<i>Un gaz de neutrons</i>	29
3.4	<i>La production des neutrons ultra-froids</i>	30
4	L'appareillage OILL	32
4.1	<i>L'Institut Laue-Langevin et la ligne PF2</i>	32
4.2	<i>Vue d'ensemble de OILL</i>	33
4.3	<i>Des neutrons dans un spectromètre</i>	35
4.4	<i>Le co-magnétomètre mercure</i>	42
4.5	<i>Les magnétomètres césium</i>	47
5	La dynamique du spin	50
5.1	<i>Les équations de Bloch</i>	51
5.2	<i>La méthode de Ramsey</i>	54
5.3	<i>La mesure de la fréquence de précession du neutron</i>	58
5.4	<i>La mesure de la fréquence de précession du mercure</i>	64
II	Optimisation des performances du magnétomètre mercure	69
1	Vers un fonctionnement optimal du co-magnétomètre	71
1.1	<i>Diagnostiquer les performances du co-magnétomètre</i>	71
1.2	<i>La remise en route d'un spectromètre</i>	72
1.3	<i>Tests et caractérisation des lampes à mercure</i>	73
1.4	<i>Tests et caractérisation des générateurs micro-ondes</i>	76
2	Modélisation de la chambre de polarisation du mercure	79
2.1	<i>Le pompage optique en équations</i>	79
2.2	<i>Les processus de dépolarisation</i>	82
2.3	<i>L'évolution des populations</i>	84
2.4	<i>Estimation des paramètres du modèle</i>	85
2.5	<i>Test du modèle</i>	91
3	Vers une nouvelle chambre de polarisation	97
3.1	<i>Le dimensionnement</i>	97
3.2	<i>Le choix du matériau</i>	104

4	Conclusion	106
III	De l'intérêt d'une double magnétométrie	109
1	La mesure du moment électrique dipolaire du neutron	110
	1.1 Particularité d'une mesure avec un co-magnétomètre	111
	1.2 Le moyennage du champ magnétique	113
	1.3 Premières données	116
	1.4 Conclusion	122
2	Etude de corrélation des mesures du champ magnétique	123
	2.1 Corrélations entre les mesures des gradients par les magnétomètres cé-	
	sium et les temps de décroissance de la polarisation des neutrons	124
	2.2 La corrélation G-R	129
	2.3 Conclusion	135
3	La symétrie de Lorentz à l'épreuve de la dynamique du spin	136
	3.1 Motivations	136
	3.2 Principe	137
	3.3 La mesure	138
	3.4 L'analyse statistique	140
	3.5 Le contrôle des erreurs systématiques	140
	3.6 Interprétation	143
	3.7 Conclusions et perspectives	144
4	Conclusion	145
IV	Annexes	151
1	Les équations de Bloch de la résonance magnétique pour les spins 1/2	152
2	La fonction de l'ajustement du temps de relaxation	154
3	Les sections efficaces de photo-absorption	156
	3.1 La section efficace résonnante	156
	3.2 Les sections efficaces effectives	157
4	Résumé de toutes les données de mesure du moment électrique dipolaire du neutron	159

Introduction

La mesure du moment électrique dipolaire du neutron est un projet ambitieux qui nécessite de repousser les limites des techniques expérimentales de la physique de précision à basse énergie. Cette mesure est à l'origine de la plus forte contrainte sur le terme violant la symétrie CP dans le secteur de l'interaction forte et elle joue un rôle central dans le test des extensions du Modèle Standard de la physique des particules. Toute amélioration de la limite actuelle est donc un enjeu pour la physique fondamentale et c'est pourquoi on dénombre actuellement cinq projets visant à mesurer le moment électrique dipolaire du neutron.

Cette thèse s'est déroulée au sein de la collaboration européenne qui utilisera la source du Paul Scherrer Institut (Villigen, Suisse) dès décembre 2009. Le projet se décline en trois phases :

– **Phase I (2005-2009) : Tests à l'Institut Laue-Langevin (Grenoble, France)**

Cette première étape consiste à reprendre en main le spectromètre de la collaboration RAL/Sussex/ILL, de l'améliorer et de le préparer pour les prises de données futures.

– **Phase II (2009-2012) : Mesure du moment électrique dipolaire du neutron au Paul Scherrer Institut**

Après quelques mois de remise en route, le spectromètre RAL/Sussex/ILL sera utilisé durant deux ans (2010-2012) afin d'établir une limite sur la valeur du moment électrique dipolaire du neutron au niveau de 5×10^{-27} ecm. En parallèle, la conception d'un autre spectromètre sera effectuée.

– **Phase III (2012-2020) : Deuxième mesure du moment électrique dipolaire de neutron au Paul Scherrer Institut**

Avec le futur spectromètre, la sensibilité pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron devrait diminuer au niveau de 5×10^{-28} ecm.

Cette thèse se place dans le cadre des trois dernières années de la phase I. Son objectif est donc clairement de préparer les prises de données futures en proposant un système de magnétométrie performant basé sur un co-magnétomètre mercure optimisé et une utilisation conjointe de magnétomètres césium et du co-magnétomètre mercure. C'est ce que reflètent les trois parties de ce document :

La première commence par un aperçu des motivations pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron et par une introduction du contexte expérimental de cette mesure. En particulier, le spectromètre RAL/Sussex/ILL est décrit. Pour finir, un rappel plus théorique de la dynamique du spin est présentée.

La deuxième partie est dédiée au co-magnétomètre mercure. Développé par la collaboration RAL/Sussex/ILL, il va être réutilisé pour la suite des prises de données. Dans cet objectif, quelques améliorations techniques ont été mises en place afin d'optimiser sa sensibilité. Elles sont le résultat d'un travail de modélisation et d'une série de mesures qui sont décrites dans ce document.

La troisième et dernière partie présente une étude des nouvelles possibilités offertes par la double magnétométrie mercure/césium pour le contrôle des erreurs systématiques liées au co-magnétomètre mercure. Leur origine est introduite et illustrée par les premières mesures du moment électrique dipolaire du neutron effectuées par notre collaboration et

analysées dans le cadre de cette thèse. Enfin, il est montré que l'on peut tirer avantage de ce système de double magnétométrie pour une recherche de nouvelle physique avec l'obtention d'une contrainte sur un couplage du neutron violant la symétrie de Lorentz. Cette étude se caractérise par les mêmes observables et les mêmes sources d'erreurs systématiques que celles étudiées dans le cadre de cette thèse pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron. Elle est donc complémentaire à cette dernière en plus de fournir un résultat novateur.

La mesure du moment électrique dipolaire du neutron

Classiquement, un moment électrique dipolaire est créé par deux charges de signe opposé $\pm q$ séparées d'une distance D . Le moment électrique dipolaire d qui en résulte vaut : $\vec{d} = q\vec{D}$ où \vec{D} est le vecteur distance entre les deux charges pointant vers la charge positive. Pour une distribution classique de charge électrique $\rho(\vec{x})$, le moment électrique dipolaire est alors : $\vec{d} = \int \vec{x}\rho(\vec{x}) d^3\vec{x}$. Ce vecteur va être nul dans le cas d'une répartition symétrique de la charge électrique.

Pour une particule telle que le neutron, on peut définir un moment électrique dipolaire qui sera une quantité vectorielle caractéristique de la particule. Pour le neutron, particule de spin 1/2, la seule quantité vectorielle connue étant le spin, son moment électrique dipolaire doit être aligné sur le spin (il en va de même de son moment magnétique). Ceci est formellement démontré par le théorème de Wigner-Ekart.

Une autre similitude importante entre le moment magnétique et le moment électrique dipolaire est la forme de l'Hamiltonien d'interaction. En effet, le neutron, plongé dans un champ magnétique \vec{B} , va effectuer une précession, ce que décrit l'Hamiltonien \hat{H} suivant :

$$\hat{H} = -\widehat{\vec{\mu}}_n \cdot \vec{B} \quad (1)$$

$$\nu_L = \frac{2}{h} \left| \widehat{\vec{\mu}}_n \cdot \vec{B} \right| \quad (2)$$

où $\vec{\mu}_n$ est le moment magnétique du neutron et ν_L est la fréquence de précession de Larmor. En présence d'un champ électrique \vec{E} le spin neutron va aussi effectuer une précession mais selon l'Hamiltonien suivant :

$$\hat{H} = -\widehat{\vec{d}}_n \cdot \vec{E} \quad (3)$$

$$\nu = \frac{2}{h} \left| \widehat{\vec{d}}_n \cdot \vec{E} \right| \quad (4)$$

qui lui, fait intervenir \vec{d}_n , le moment électrique dipolaire du neutron.

La similitude entre ces deux moments s'arrête ici puisqu'ils ont des valeurs qui diffèrent de plusieurs ordres de grandeur comme le montrent les contraintes expérimentales suivantes :

$$\mu_n = -6.03077397 \times 10^{-8} \text{eV} \cdot \text{T}^{-1} [1]. \quad (5)$$

$$|d_n| < 3 \times 10^{-26} \text{eV} \cdot (\text{V/cm})^{-1} [2]. \quad (6)$$

D'autre part, ils se comportent de manière différente vis-à-vis des symétries fondamentales. On définit trois symétries fondamentales discrètes :

- C, la symétrie de conjugaison de charge transforme une particule en son anti-particule qui porte la même quantité de mouvement, mais dont tous les autres nombres quantiques changent de signe : la charge électrique, le nombre baryonique, l'étrangeté, le nombre leptonique ...
- P, la symétrie de parité consiste en une inversion du signe de toutes les coordonnées dans un espace euclidien. De plus, on peut définir un nombre quantique (± 1), la parité intrinsèque pour chaque particule élémentaire.
- T, la symétrie de renversement du temps est la dernière symétrie discrète. Elle consiste à inverser le sens d'écoulement du temps.

Il est utile de résumer l'action de ces symétries sur les quantités physiques communes ce qui est l'objet du tableau 1.

quantité		C	P	T
vecteur position	\vec{r}	\vec{r}	$-\vec{r}$	\vec{r}
temps	t	t	t	$-t$
quantité de mouvement	\vec{p}	\vec{p}	$-\vec{p}$	$-\vec{p}$
moment angulaire, spin	$\vec{\sigma}$	$\vec{\sigma}$	$\vec{\sigma}$	$-\vec{\sigma}$
moment magnétique	$\vec{\mu}$	$-\vec{\mu}$	$\vec{\mu}$	$-\vec{\mu}$
moment électrique dipolaire	\vec{d}	$-\vec{d}$	$-\vec{d}$	\vec{d}
champ magnétique	\vec{B}	$-\vec{B}$	\vec{B}	$-\vec{B}$
champ électrique	\vec{E}	$-\vec{E}$	$-\vec{E}$	\vec{E}

FIG. 1 – Tableau récapitulatif des transformations des principales quantités physiques sous les trois symétries fondamentales.

On remarque que le moment magnétique se transforme comme un spin sous les symétries P et T contrairement au moment électrique dipolaire. Cela implique que le moment électrique dipolaire est une observable vectorielle nouvelle et supplémentaire à laquelle doit être associé un nouveau nombre quantique.

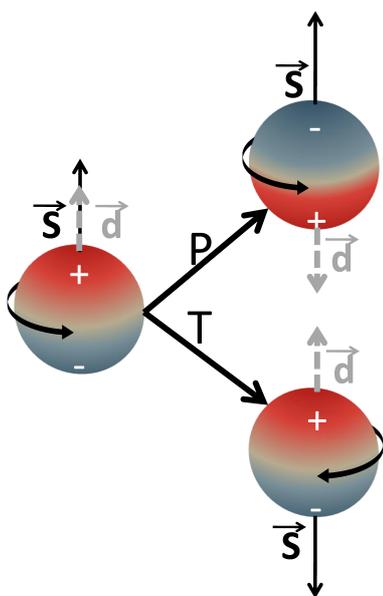


FIG. 2 – Schématisation du neutron avec son spin \vec{S} et son moment électrique dipolaire \vec{d}_n . On observe que ce neutron n'est pas invariant sous les transformations P ou T.

A cause de ce nouveau nombre quantique, l'état fondamental du neutron serait dégénéré ce qui modifierait la structure des noyaux et que l'on exclut expérimentalement. Cette inconsistance a deux solutions : soit le moment électrique dipolaire du neutron est nul, soit les symétries T et P sont violées. Ce raisonnement est illustré par la figure 2.

Ainsi l'existence même d'un moment électrique dipolaire non nul pour une particule élémentaire est une preuve que les symétries P et T sont violées. De plus, d'après le théorème CPT qui stipule que tout système est invariant sous le produit des trois symétries, la violation de T est équivalente à celle de CP. L'existence d'un moment électrique dipolaire non nul pour une particule est de ce fait une indication que la symétrie CP n'est pas une symétrie de la nature.

Nous allons voir que le comportement du moment électrique dipolaire vis-à-vis des symétries discrètes est central dans les motivations de sa mesure.

1. Motivations physiques

1.1 Historique

L'histoire de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron est étroitement liée à celle de notre compréhension des symétries discrètes de la physique. Ce sont Purcell et Ramsey [3] qui, en 1950, proposèrent pour la première fois de mesurer le moment électrique dipolaire du neutron. A cette époque, la symétrie de parité était considérée comme inviolable, ce que la mesure du moment électrique dipolaire du neutron avait pour but de vérifier. Historiquement, ce fut la première fois que l'idée de tester expérimentalement une symétrie discrète fut formulée. L'expérience pionnière qui en résulta donna en 1957 la première limite supérieure de la valeur du moment électrique dipolaire du neutron [4] :

$$|d_n| < 5 \cdot 10^{-20} \text{ e cm (95 \% C.L.)}. \quad (1.1)$$

Mais durant ces sept années, une "petite" révolution scientifique eut lieu.

En effet, en 1956, Lee et Yang [5] écrivirent un article fondateur qui proposait pour la première fois la violation de la parité lors des interactions faibles comme solution du puzzle $\theta - \tau$: Le τ^+ et le θ^+ étaient deux mésons connus comme ayant de grandes similitudes (masses et durées de vie similaires) mais la conservation de la parité lors de leur décroissance impliquait l'existence de deux particules distinctes. En proposant la violation de la parité lors des processus faibles, Lee et Yang résolvaient le problème de ces deux mésons quasi-identiques qui étaient en fait une seule et même particule (aujourd'hui connue sous le nom de K^+). Cet article, de plus, proposait une série de mesures permettant de tester la violation de la parité dans le secteur faible et discutait déjà le rôle du moment électrique dipolaire des baryons. Finalement, la violation de la parité dans les processus faibles fut mise en évidence expérimentalement en 1957 par Wu *et al* [6] ce qui relança l'intérêt pour le test des symétries discrètes et la mesure du moment électrique dipolaire du neutron. Dans ce contexte, la limite sur le moment électrique dipolaire du neutron fut interprétée comme étant en accord avec le fait que la symétrie temporelle T ainsi que la combinaison des symétries CP étaient conservées [7, 8].

Lorsqu'en 1964 la violation de CP fut mise en évidence expérimentalement dans la décroissance des mésons K^0 [9], les motivations pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron furent très largement ravivées. En effet, pour tenter d'inclure la violation de CP dans un modèle global de la physique, de nombreuses théories furent proposées avec comme principale contrainte la limite sur le moment électrique dipolaire du neutron.

Depuis, la situation est demeurée globalement inchangée, hormis les violations de CP et de P qui sont désormais incluses dans le Modèle Standard de la physique des particules.

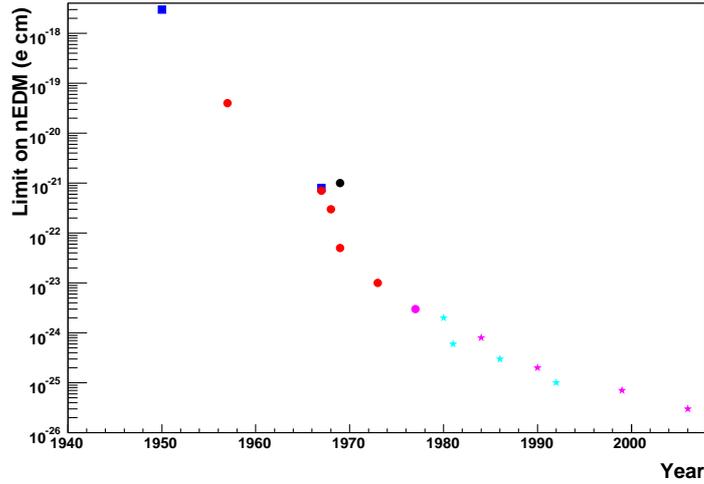


FIG. 1.1 – Evolution de la limite supérieure du moment électrique dipolaire du neutron. Les carrés sont les expériences de diffraction, les ronds sont les expériences en faisceau de neutrons (en rouge au ORNL, en bleu au BNL, en rose à l'ILL), les étoiles sont les expériences avec des neutrons ultra-froids stockés (en bleu clair au PNPI et en rose à l'ILL).

Pour conclure, la figure 1.1 montre l'évolution depuis les années 1950 de la limite supérieure du moment électrique dipolaire du neutron. On y observe qu'en l'espace de cinquante ans, la limite sur la valeur du moment électrique dipolaire du neutron a diminué de sept ordres de grandeurs et la limite actuelle [2] :

$$d_n < 3 \cdot 10^{-26} \text{ e cm (95 \% C.L.)} \quad (1.2)$$

est encore en accord avec la valeur prédite par le Modèle Standard comme nous allons le voir dans la prochaine section.

1.2 Le moment électrique dipolaire du neutron dans le Modèle Standard

Dans ce modèle, il existe deux sources de violation de CP et donc deux contributions différentes au moment électrique dipolaire du neutron, l'une dans le secteur fort, la seconde dans le secteur électrofaible [10].

Bien qu'il n'existe aucune preuve expérimentale de la violation de CP lors d'une interaction forte, le Modèle Standard la prédit naturellement. La chromodynamique quantique est la théorie de jauge qui décrit l'interaction forte. Son lagrangien \mathcal{L}_{QCD} se décompose en deux parties distinctes :

$$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_\theta \quad (1.3)$$

la première, \mathcal{L}_0 décrit les quarks, les gluons et leurs interactions alors que la seconde, \mathcal{L}_θ , est une conséquence de la complexité du vide en chromodynamique quantique. C'est à cette dernière, violant CP, que l'on doit s'intéresser pour prédire la valeur du moment électrique dipolaire du neutron. Elle est paramétrée par un angle θ auquel la théorie ne prédit pas de valeur précise dans l'intervalle $[0, 2\pi]$. La plus grosse contrainte existant sur ce terme vient du moment électrique dipolaire du neutron dont le calcul théorique fait intervenir $\bar{\theta}$, un paramètre qui est lui-même dérivé de θ . Ainsi la limite expérimentale sur d_n se traduit

directement en limite supérieure sur $\bar{\theta} : \bar{\theta} < 10^{-10}$ [11] alors que son ordre de grandeur naturel est l'unité. Une valeur aussi petite n'est pas impossible formellement parlant mais elle nécessite un ajustement fin autour de zéro, ce qui est inattendu. Ceci est un paradoxe du Modèle Standard connu sous l'expression anglaise de "strong CP problem". Une tentative de solution a été apportée à ce problème par Peccei et Quinn [12] en introduisant une symétrie supplémentaire. Dans ce modèle, la valeur prédite pour $\bar{\theta}$ est zéro et, lors de la brisure spontanée de cette symétrie supplémentaire, une nouvelle particule scalaire est produite : l'axion. Cet axion, qui est aussi un bon candidat pour la matière noire, n'a encore jamais été observé malgré de nombreuses tentatives. Sa fenêtre d'existence est maintenant très étroite puisque sa masse m_a est contrainte : $(10^{-6} < m_a < 10^{-3})$ eV [13] si bien que l'incohérence d'échelle du terme θ n'a pas trouvé de solution satisfaisante.

Dans le secteur électrofaible, la source de violation de CP est la phase complexe de la matrice Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [14, 15]. Cette matrice décrit les transitions entre les familles de quarks. De telles transitions sont observées expérimentalement, elles permettent par exemple, d'expliquer la désintégration des particules étranges. Une paramétrisation possible de la matrice V_{CKM} est celle proposée par Kobayashi et Maskawa [15], elle est construite à partir des matrices de rotation et d'une phase complexe δ_{CKM} .

$$\begin{aligned}
V_{CKM} &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta_{CKM}} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta_{CKM}} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta_{CKM}} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta_{CKM}} \end{pmatrix} \quad (1.4)
\end{aligned}$$

où s est l'abréviation de sinus et c celle de cosinus.

On peut, connaissant cette matrice, avoir une intuition sur les contributions dans le domaine électrofaible au moment électrique dipolaire de chaque quark. La figure 1.2 montre les diagrammes à une et deux boucles pour le quark d .

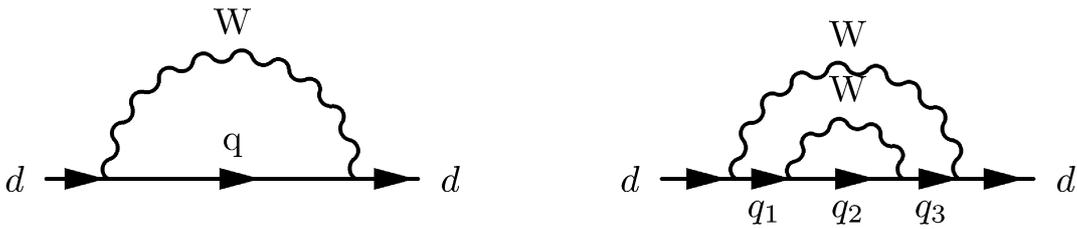


FIG. 1.2 – Diagrammes pour les contributions à une (à gauche) et deux (à droite) boucles au moment électrique dipolaire du quark d .

La contribution du diagramme à une boucle est proportionnelle à $V_{dq}V_{dq}^*$, c'est donc un nombre purement réel. On peut en conclure que les diagrammes à une boucle ne contribuent pas au moment électrique dipolaire du quark d ni à celui du quark u . Au contraire, un diagramme à deux boucles peut conduire à une amplitude complexe, qui contribue donc

au moment électrique dipolaire du quark. Cependant, on peut montrer qu'en utilisant une propriété de la matrice V_{CKM} : $\sum_j V_{ij} V_{jk}^* = \delta_{ik}$, la somme de toutes les contributions des diagrammes à deux boucles est réelle [16, 17]. On peut en conclure que le moment électrique dipolaire des quarks provient des contributions des diagrammes à trois boucles et l'on a [18] :

$$\begin{aligned} d_d &= -0.7 \times 10^{-34} e \text{ cm pour } m_d = 10 \text{ MeV} \\ d_u &= -0.15 \times 10^{-34} e \text{ cm pour } m_u = 5 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Le moment électrique dipolaire du neutron est relié à celui des quarks et vaut, d'après un développement des fonctions d'onde du groupe $SU(6)$ [18] :

$$d_n = \frac{4}{3}d_d - \frac{1}{3}d_u \approx 1 \times 10^{-34} e \text{ cm}. \quad (1.6)$$

Finalement, la plus grosse contribution au moment électrique dipolaire du neutron se calcule dans un modèle à deux quarks (u et d ou d et d) où le troisième quark est spectateur [19]. Les deux quarks interagissant faiblement, une seule boucle est nécessaire pour produire un moment électrique dipolaire au système de deux quarks et donc au neutron. Dans le Modèle Standard, le moment électrique dipolaire du neutron vaut, en ne tenant compte que des contributions électrofaibles :

$$d_n \approx 1 \times 10^{-31, -32} e \text{ cm} \quad (1.7)$$

soit plusieurs ordres de grandeur en dessous de la limite expérimentale.

Le moment électrique dipolaire du neutron joue un rôle important dans le test et la remise en question du Modèle Standard, rôle que l'on peut résumer par les ordres de grandeur suivants :

$$\begin{aligned} \frac{(d_n)_{\text{fort}}}{(d_n)_{\text{exp}}} &\approx 10^9 \\ \frac{(d_n)_{\text{faible}}}{(d_n)_{\text{exp}}} &\approx 10^{(-5, -6)}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Dans le Modèle Standard, la mesure du moment électrique dipolaire teste la violation de CP dans le domaine de l'interaction forte.

1.3 Le moment électrique dipolaire du neutron et les extensions du Modèle Standard

Pour apprécier le rôle central du moment électrique dipolaire du neutron dans le test des extensions du Modèle Standard, il faut comprendre les motivations qui poussent les théoriciens à développer de tels modèles. Le Modèle Standard a un défaut majeur, il n'explique ni ne prédit un phénomène pourtant bien réel : l'asymétrie baryonique de l'Univers ou pourquoi notre Univers est composé de manière quasi exclusive de matière. L'absence de l'anti-matière ne peut s'expliquer puisque si tous les phénomènes physiques sont symétriques pour la matière et l'antimatière, comment la première peut-elle, au final, dominer ?

Une solution a été proposée en 1967 par Sakharov [20] pour expliquer l'asymétrie baryonique mais elle impose trois conditions :

- la violation du nombre baryonique,
- la violation des symétries C et CP,
- un processus primordial hors équilibre.

Les deux sources de violation de CP prédites par le Modèle Standard sont trop faibles pour expliquer l'asymétrie baryonique η de l'univers : $\eta = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_B + n_{\bar{B}}} \approx \frac{n_B}{n_\gamma}$ où n_B est le nombre de baryons, $n_{\bar{B}}$ celui d'anti-baryons et n_γ celui de photons. $\eta \approx 3.10^{-10}$ d'après les observations [21] alors que le Modèle Standard prédit $n_B \approx n_{\bar{B}} \approx 10^{-19} n_\gamma$ [22]. Une motivation forte des extensions du Modèle Standard est donc de prédire de nouvelles sources de violation de CP de manière à prédire une asymétrie baryonique en accord avec les observations.

Mais, une grande majorité de ces extensions, en introduisant de nouvelles sources de violation de CP, prédisent aussi une valeur du moment électrique dipolaire du neutron (entre 10^{-25} et 10^{-28} e cm) supérieure à celle du Modèle Standard. La figure 1.3 permet d'avoir une intuition des nouvelles contributions au moment électrique dipolaire des quarks dans les modèles de supersymétrie (SUSY). On y voit que dans le Modèle Standard, les contributions au moment électrique dipolaire du quark des diagrammes à une boucle sont nulles car l'amplitude ($\propto e^{i\delta_{CKM}} \times e^{-i\delta_{CKM}}$) est réelle. Au contraire, dans le cadre des extensions du Modèle Standard, les diagrammes à une boucle contribuent par l'intermédiaire des termes croisés des différentes phases.

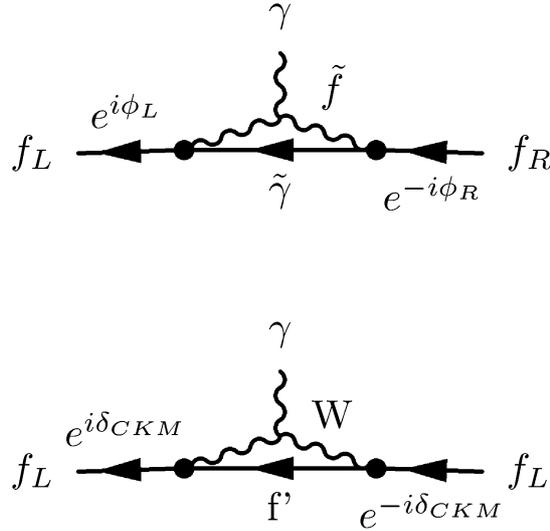


FIG. 1.3 – Figure du bas, une contribution à une boucle au moment électrique dipolaire du quark dans le Modèle Standard. Cette contribution est nulle puisque l'amplitude associée au diagramme est réelle. Figure du haut, une contribution à une boucle au moment électrique dipolaire du quark dans un modèle supersymétrique. Cette contribution est non nulle car en introduisant de nouvelles particules (les superpartenaires des particules du Modèle Standard), la supersymétrie introduit aussi de nouvelles phases.

C'est pourquoi la limite expérimentale actuelle est un test pour ces nouveaux modèles et contraint un certain nombre de leurs paramètres [17]. Pour illustrer cette affirmation, on peut choisir un modèle de supersymétrie en particulier, le MSSM (Minimal Supersym-

metric Standard Model). Si on impose la conservation de la R-parité¹, ce modèle compte une centaine de paramètres libres parmi lesquels quelques douzaines de phases violant CP. Diminuer ces quantités est nécessaire pour faire des prédictions. Un certain nombre d'hypothèses décrites en détails dans [17] permettent de diminuer le nombre de phases violant CP à deux (θ_A et θ_μ). Il est alors possible de dériver les valeurs théoriques du moment électrique dipolaire du neutron, de l'électron et des atomes en fonction de θ_A , θ_μ , $\tan(\beta)$ et M_{SUSY} où M_{SUSY} est l'échelle de la supersymétrie et $\tan(\beta)$ est le rapport des valeurs moyennes dans le vide des masses des deux doublets de Higgs. Ce dernier paramètre est contraint par les résultats combinés de LEP [23]. La figure 1.4 montre les contraintes obtenues pour $\tan(\beta) = 3$ et $M_{SUSY} = 500$ GeV.

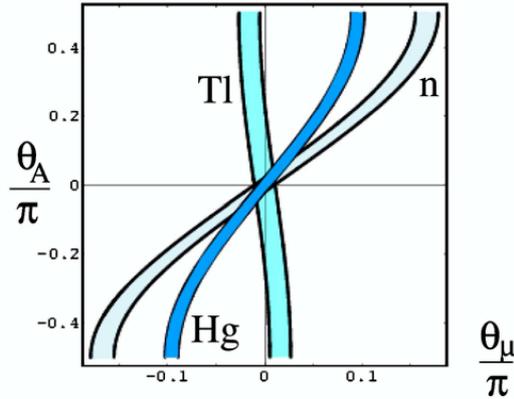


FIG. 1.4 – Contraintes combinées des différentes mesures des moments électriques dipolaires du neutron, du thallium et du mercure dans l'espace des paramètres θ_A et θ_μ . Figure extraite de [17].

Cette figure 1.4 permet de conclure que la mesure des moments électriques dipolaires contraint les phases de la supersymétrie à être très proches de zéro. C'est ce que l'on peut appeler le "problème CP de SUSY". Une large littérature traite des solutions possibles à ce problème, la référence [17] en fait une revue.

Avant même d'entrer dans les détails du principe de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron, attardons-nous sur la question suivante : Pourquoi attacher autant d'importance au moment électrique dipolaire du neutron en particulier puisque tous les arguments du chapitre précédent sont valables pour toutes les particules (neutron, proton, électron, muon) ? La réponse est d'ordre expérimental : le neutron, particule neutre par définition interagit avec un champ électrique exclusivement via son moment électrique dipolaire alors que son frère le proton (ou l'électron) va interagir fortement avec le champ électrique qui va courber sa trajectoire. Une autre approche intéressante consiste en la mesure du moment électrique dipolaire d'atomes ayant eux aussi une charge nulle. Les atomes contiennent des informations sur le moment électrique dipolaire du neutron, du proton et de l'électron. Il est donc intéressant de comprendre ce que l'on peut apprendre de la mesure du moment électrique dipolaire des atomes.

¹La R-parité est une symétrie ad-hoc dans le MSSM qui permet d'assurer la conservation du nombre baryonique et leptonique. Les particules ont une R-parité de +1 alors que leurs super-partenaires ont une R-parité de -1.

1.4 Le moment électrique dipolaire des atomes

Il existe deux types fondamentaux d'atomes, les atomes paramagnétiques et les atomes diamagnétiques.

Les atomes paramagnétiques sont des atomes qui ont un électron célibataire. La principale contribution au moment électrique dipolaire des atomes paramagnétiques vient du moment électrique dipolaire de l'électron. La raison est loin d'être évidente puisqu'au premier ordre le théorème d'écrantage de Schiff [24] prédit qu'au sein d'un atome neutre, les charges électriques s'arrangent de manière à annuler les champs électriques externes. De ce fait, le moment électrique dipolaire de l'électron célibataire n'induit pas de moment électrique dipolaire à l'atome. Le théorème n'est exact que dans le cas purement électrostatique classique. En tenant compte des effets relativistes, une contribution au moment électrique dipolaire liée au mouvement des électrons apparaît [25]. Cette contribution est d'autant plus grande que le numéro atomique est grand. La relation entre le moment électrique dipolaire de l'atome paramagnétique d_{para} et celui de l'électron d_e est

$$d_{\text{para}} \approx 10 \frac{Z^3 \alpha^2}{J(J+1/2)(J+1)^2} d_e \quad [17] \quad (1.9)$$

avec J , le moment angulaire de l'atome, Z son numéro atomique et α est sa polarisabilité. On peut voir que pour les atomes de grand numéro atomique, l'effet d'amplification est conséquent et explique pourquoi les atomes paramagnétiques lourds sont un moyen efficace de mesurer d_e . La meilleure limite actuelle, $d_e = (0.069 \pm 0.074) \times 10^{-26} e \text{ cm}$ est ainsi extraite de la mesure du moment électrique dipolaire du thallium, le ^{205}Tl pour être précis [26].

En plus de la contribution du moment électrique dipolaire de l'électron, des couplages violant CP entre les électrons et les nucléons contribuent au moment électrique total des atomes paramagnétiques. La mesure du moment électrique dipolaire des atomes paramagnétiques permet aussi de contraindre de tels couplages qui contribuent au deuxième ordre.

Le cas des atomes diamagnétiques (ceux dont le moment angulaire électronique total est égal à zéro) est assez différent. Dans ces systèmes, le théorème de Schiff est bien entendu valable au premier ordre. Ce même théorème prédit qu'au deuxième ordre, en prenant en compte les effets de taille finie, l'effet d'écrantage du champ électrique extérieur n'est pas parfait. Le résultat, contrairement au cas des atomes paramagnétiques est une suppression si bien que le moment électrique dipolaire de l'atome est plus faible que celui de ses constituants et notamment que celui du neutron. Le moment électrique dipolaire de l'atome vient alors principalement des couplages violant CP entre les nucléons d'une part et entre les électrons et les nucléons d'autre part. Ces couplages font intervenir le moment électrique dipolaire des constituants de l'atome. C'est de cette façon qu'est mesuré le moment électrique dipolaire du proton : $|d_p| < 0.54 \times 10^{-23} e \text{ cm}$ à partir de la mesure du moment électrique dipolaire du mercure ^{199}Hg [27].

On pourra donc retenir que, la mesure du moment électrique dipolaire des atomes posent les meilleurs contraintes sur le moment électrique dipolaire de l'électron d'une part et du proton d'autre part. Au contraire, pour mesurer le moment électrique dipolaire du neutron la méthode la plus efficace est d'utiliser le neutron lui-même. L'ensemble de ces mesures combinées permet de contraindre les extensions du Modèle Standard de manière complémentaire (voir Fig. 1.4) :

- Le moment électrique dipolaire du neutron teste les contributions dans les domaines faible et fort.
- Le moment électrique dipolaire de l'électron teste les contributions dans le domaine faible uniquement.

2. Principe de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron

Le principe de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron se comprend via l'hamiltonien d'interaction d'un neutron dans des champs électrique et magnétique statiques :

$$H = -\vec{\mu}_n \cdot \vec{B} - \vec{d}_n \cdot \vec{E} = h\nu_L/2. \quad (2.1)$$

Le terme dominant est le terme d'interaction avec le champ magnétique si bien que l'approche expérimentale a toujours été la même : mesurer le moment électrique dipolaire du neutron en champ magnétique faible et en champ électrique fort. Le principe est alors de mesurer la fréquence de précession de Larmor ν_L dans une configuration où les champs magnétique et électrique sont parallèles et dans une autre où ils sont anti-parallèles. La différence entre ces deux fréquences vaut alors :

$$\nu_L(\uparrow\uparrow) - \nu_L(\uparrow\downarrow) = -\frac{4d_n}{h}E. \quad (2.2)$$

Mesurer la fréquence de précession du spin d'une particule est une méthode très précise pour mesurer son énergie qui est maîtrisée depuis 1950 [28] et a toujours été utilisée pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron dont nous allons brièvement retracer l'histoire.

2.1 Historique

En 1957, la première limite fut publiée par Smith, Purcell et Ramsey [4]. L'expérience utilisait un faisceau polarisé de neutrons dont la vitesse était de 2050 m.s^{-1} . Les neutrons étaient alors guidés dans une région de champ magnétique homogène permettant à leur spin d'opérer une précession. En appliquant ou pas un champ électrique pendant cette phase et en observant que la fréquence de précession n'en dépendait pas, la limite sur le moment électrique dipolaire du neutron fut fixée à $|d_n| < 5 \cdot 10^{-20} \text{ e cm}$ [4].

Cet article mentionnait déjà qu'en ne choisissant que les neutrons les plus lents, la résolution en fréquence serait meilleure : il existe deux raisons pour diminuer la vitesse des neutrons. La première suit le principe suivant : plus le neutron est lent, plus il passe de temps dans le champ électrique et donc plus il en ressent l'effet. Cette idée va être le fil conducteur des expériences suivantes. L'autre raison est l'effet dit $\vec{v} \times \vec{E}$. Cet effet relativiste a pour conséquence que, dans son référentiel, le neutron en mouvement voit le champ électrique comme un champ magnétique. Ce champ magnétique supplémentaire, proportionnel au champ électrique, modifie la fréquence de précession du neutron de façon similaire à un moment électrique dipolaire. Cet effet relativiste peut, a priori, être annulé par une orientation judicieuse du vecteur vitesse, mais la divergence du faisceau devient alors le facteur limitant.

En 1968, au PNPI de Gatchina, fut produit et observé pour la première fois un faisceau de neutrons de très basse énergie, dont la vitesse n'était plus que de quelques mètres par seconde : les neutrons ultra-froids. Dès lors, les neutrons ultra-froids vont être utilisés de manière quasi-systématique et leurs propriétés remarquables vont dicter la géométrie des

expériences modernes. En effet, les neutrons ultra-froids peuvent être stockés et manipulés pendant plusieurs centaines de secondes (voir le chapitre 3 pour une revue des propriétés des neutrons ultra-froids).

2.2 Etat de l'art

Très vite après leur découverte, les neutrons ultra-froids s'imposent pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron. Dès lors, les expériences ne se font plus avec un faisceau de neutrons mais dans une chambre de stockage où le spin des neutrons polarisés opère une précession dans des champs électrique et magnétique pendant une centaine de secondes (à comparer avec le temps de vol des neutrons dans un faisceau qui est de quelques milli-secondes). En plus d'avoir l'avantage d'utiliser les neutrons longtemps, ces expériences sont compactes, ce qui leur permet d'avoir un champ magnétique plus homogène. Car maintenant, l'homogénéité du champ magnétique est un problème majeur puisque l'effet $\vec{v} \times \vec{E}$ est géométriquement supprimé, la valeur moyenne de \vec{v} étant nulle. Si les avantages de l'utilisation de neutrons ultra-froids sont nombreux, l'inconvénient majeur est la faible statistique disponible (≈ 1 neutron par cm^3) jusqu'à très récemment.

Type d'expérience (Laboratoire)	Vitesse m.s^{-1}	E kV.cm^{-1}	B Gauss	Temps s	EDM $e \text{ cm}$	Année
Diffusion (ANL)	2200	$\approx 10^{15}$	-	$\approx 10^{-20}$	$< 3.10^{-18}$	1950
RMN faisceau (ORNL)	2050	71.6	150	0.00077	$< 4.10^{-20}$	1957
RMN faisceau (ORNL)	60	140	9	0.014	$< 7.10^{-22}$	1967
Réflexion de Bragg (MIT/BNL)	2200	$\approx 10^9$	-	$\approx 10^{-7}$	$< 8.10^{-22}$	1967
RMN faisceau (ORNL)	130	140	9	0.00625	$< 3.10^{-22}$	1968
RMN faisceau (BNL)	2200	50	1.5	0.0009	$< 1.10^{-21}$	1969
RMN faisceau (ORNL)	115	120	17	0.015	$< 5.10^{-23}$	1969
RMN faisceau (ORNL)	154	120	14	0.012	$< 1.10^{-23}$	1973
RMN faisceau (ILL)	154	100	17	0.0125	$< 3.10^{-24}$	1977
RMN chambre (PNPI)	6.9	25	0.028	5	$< 2.10^{-24}$	1980
RMN chambre (PNPI)	6.9	20	0.025	5	$< 6.10^{-25}$	1981
RMN chambre (ILL)	6.9	10	0.01	60-80	$< 8.10^{-25}$	1984
RMN chambre (PNPI)	6.9	12-15	0.025	50-55	$< 3.10^{-25}$	1986
RMN chambre (ILL)	6.9	16	0.01	70	$< 2.10^{-25}$	1990
RMN chambre (PNPI)	6.9	12-15	0.018	70-100	$< 1.10^{-25}$	1992
RMN chambre (ILL)	6.9	4.5	0.01	120-150	$< 7.10^{-26}$	1999
RMN chambre (ILL)	6.9	11	0.01	130	$< 3.10^{-26}$	2006

FIG. 2.1 – Résumé des expériences de mesure du moment électrique dipolaire du neutron. RMN est l'abréviation de l'expression résonance magnétique nucléaire.

On peut citer les deux expériences modernes de mesure du moment électrique dipolaire du neutron. La première a été conçue par une collaboration russe à la fin des années 70 auprès du réacteur de Gatchina (Russie). La seconde est une expérience de l'Institut Laue-Langevin (France), conçue par une collaboration majoritairement anglaise. La compétition de ces deux collaborations est visible dans la table 2.1 et la figure 1.1 résumant les limites

expérimentales. Ces deux expériences bien qu'assez similaires avaient été le résultat de compromis différents pour le contrôle des erreurs systématiques.

Le spectromètre de Gatchina possède deux chambres de précession, ce qui permet de mesurer les deux configurations (champs électrique et magnétique parallèles et anti-parallèles) en même temps, autrement dit, dans le même champ magnétique. Au contraire, celui de Grenoble ne se compose que d'une seule chambre mais un co-magnétomètre lui a été ajouté en 1998 pour mesurer le champ magnétique. Les détails du spectromètre grenoblois font l'objet du chapitre 4.

Dans le tableau 2.1, on peut voir deux résultats utilisant la diffraction neutronique. L'intérêt de cette méthode réside dans le fait que le champ électrique que ressent le neutron à proximité immédiate des électrons atomiques est intense. En contre partie, cela dure un temps très court. On ne recense qu'une seule expérience de diffraction dédiée à la mesure du moment électrique dipolaire puisque le résultat de 1950 est une réanalyse due à Purcell et Ramsey. Pourtant, parmi les propositions pour des expériences futures, l'idée de la diffraction apparaît occasionnellement.

3. Les neutrons ultra-froids

3.1 Vous avez dit ultra-froids ?

En 1932, les neutrons furent découverts par Chadwick [29] grâce à leur propriété remarquable qui est de pénétrer profondément dans la matière. Cette propriété, qui est toujours utilisée pour des études de matériaux, est celle des neutrons rapides uniquement. Les neutrons plus lents, dits neutrons optiques peuvent être réfléchis par la matière. Ce phénomène a été tout d'abord formulé par Fermi en 1936 [30]. On peut en effet définir la condition pour qu'un neutron dont la trajectoire d'incidence fait un angle θ par rapport à la surface et d'énergie E soit réfléchi :

$$\sin \theta \leq \sin \theta_c = \left(\frac{V_F}{E} \right)^{1/2}, \quad (3.1)$$

où θ_c est l'angle critique et V_F est le potentiel effectif de Fermi. L'équation précédente 3.1 s'interprète classiquement de la manière suivante : un neutron est réfléchi si l'énergie cinétique associée à la composante de sa vitesse normale à la surface de réflexion est inférieure au potentiel de Fermi du matériau. Ce dernier est le potentiel effectif créé par un très grand nombre d'atomes et se calcule selon :

$$V_F = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \sum_i N_i b_i \quad (3.2)$$

où m est la masse du neutron, b_i est la longueur de diffusion cohérente de l'élément i et N_i est le nombre d'atomes de cet élément par unité de volume. Il faut noter que le neutron, lors de l'interaction avec une surface voit un très grand nombre d'atomes (les neutrons optiques ont une longueur d'onde supérieure à 10^{-10} m la distance caractéristique inter-atomique).

L'équation 3.1 met en évidence une condition limite intéressante, si $E \leq V_F$ alors les neutrons sont réfléchis, et ce, quel que soit leur angle d'incidence. C'est la définition que l'on donne des neutrons ultra-froids. Etant réfléchis quel que soit leur angle d'incidence, on peut les embouteiller ce qui permet en principe d'augmenter leur temps d'utilisation au niveau de leur durée de vie soit environ 886 s.

La condition $E \leq V_F$ est souvent réécrite en terme de vitesse ce qui permet de définir la vitesse limite v_l :

$$v \leq v_l = \sqrt{2V_F/m}. \quad (3.3)$$

Tous les neutrons ayant une vitesse inférieure à cette vitesse limite seront stockés par le matériau. Cette vitesse limite dépend du matériau en question. La table 3.1 donne différents potentiels de Fermi et les vitesses limites associées [31, 32].

Matériau	Potentiel de Fermi (neV)	Vitesse limite (m.s ⁻¹)
Ni ⁵⁸	335	8.02
C (diamant)	305	7.65
Ni	252	6.94
Be	252	6.94
Cu ⁶⁵	244	6.83
Fe	210	6.35
C (graphite)	194	6.11
Cu	168	5.68
Teflon	123	4.68
Al	54	3.22
Polyethylene	-8.7	-
H ₂ O	-14.7	-

FIG. 3.1 – Potentiels de Fermi et vitesses limites associées pour les matériaux courants en physique des neutrons ultra-froids. Les potentiels de Fermi négatifs caractérisent les matériaux neutrophages. On appréciera l'ordre de grandeur des vitesses des neutrons, inférieures à celles des athlètes à la course.

Le tableau 3.2 précise la terminologie utilisée pour qualifier les neutrons en fonction de leur énergie typique. Cette terminologie est judicieusement définie puisque à chaque type de neutron on peut associer des propriétés précises.

Terme	Energie	Longueur d'onde (nm)	Température (K)
ultra-froid	$< 0.2 \mu\text{eV}$	> 64	< 0.002
très froid	$< 0.2 \mu\text{eV} < E < 50 \mu\text{eV}$	$4 < \lambda < 64$	$0.002 < T < 0.6$
froid	$0.05 \text{ meV} < E < 25 \text{ meV}$	$0.18 < \lambda < 4$	$0.6 < T < 300$
thermique	25 meV	0.18	300
épithermique	$25 \text{ meV} < E < 500 \text{ keV}$	$1 \times 10^{-3} < \lambda < 0.18$	$300 < T < 6 \times 10^6$
rapide	$> 500 \text{ keV}$	$< 1 \times 10^{-3}$	$> 6 \times 10^6$

FIG. 3.2 – Le spectre des neutrons et la terminologie associée.

3.2 Les interactions des neutrons ultra-froids

Du point de vue de la physique fondamentale, les neutrons ultra-froids restent avant tout des neutrons, c'est-à-dire des fermions sans charge. Ce qui différencie vraiment les neutrons ultra-froids des autres neutrons et des autres particules élémentaires en général est leur énergie cinétique ($\approx 100 \text{ neV}$) qui est du même ordre de grandeur que les énergies mises en jeu lors des interactions avec les quatre forces fondamentales :

- L'interaction forte entre la matière et les neutrons ultra-froids se modélise par le potentiel de Fermi (voir table 3.1) dont la valeur typique pour une large gamme de matériaux est 100 neV .
- L'interaction électromagnétique qui, pour un fermion neutre, prend la forme d'un couplage Zeeman. Dans un champ magnétique de 1 T , la différence d'énergie entre les spins "up" et "down" est de 120 neV .

- Un neutron en chute libre dans le champ de pesanteur terrestre acquiert une énergie cinétique de 100 neV pour une chute de 1 m.
- L’interaction faible quant à elle se matérialise par la décroissance β du neutron. Si il est difficile d’associer une énergie à ce phénomène, on peut dire que le temps de vie du neutron, 886 s, est assez long pour que les effets des autres interactions soient visibles et donc que cette interaction est faible pour le neutron.

Le fait qu’aucune interaction ne domine réellement les autres permet d’utiliser les neutrons pour étudier les interactions elles-mêmes. C’est par exemple avec des neutrons ultra-froids que sont obtenues les mesures les plus précises du temps de vie du neutron. On peut citer une autre expérience représentative, celle de la mesure des états quantiques gravitationnels [33] qui est une des seules expériences d’étude de la gravitation avec des particules élémentaires. Ce type d’expérience met en avant le comportement quantique du neutron qui domine pour les distances caractéristiques comparables à leur longueur d’onde soit 10-100 nm.

3.3 Un gaz de neutrons

On a vu que les neutrons ultra-froids sont réfléchis par les surfaces ayant un potentiel de Fermi plus grand que leur énergie cinétique. Cela s’explique par le fait qu’ils ont une longueur d’onde de typiquement 1000 Å soit beaucoup plus grande que la distance interatomique. Les neutrons ultra-froids interagissent avec un ensemble d’atomes. Il existe une autre grandeur caractéristique importante à laquelle il est utile de comparer la longueur d’onde des neutrons, c’est la taille caractéristique de la chambre de stockage, soit le mètre. Il y a un rapport 10^7 entre ces longueurs qui nous permet de considérer les neutrons comme des particules ponctuelles dont les trajectoires suivent les lois classiques de la physique. Ainsi, la dynamique des neutrons est assez similaire à celle des gaz parfaits. On peut noter malgré tout quelques différences :

- Les collisions des neutrons avec les parois sont très majoritairement élastiques ($\approx 1 - 1 \times 10^{-5}$ [31]) et spéculaires ($\approx 1 - 1 \times 10^{-3}$ [34]). C’est l’exact opposé des gaz parfaits pour lesquels les collisions sont inélastiques et diffuses.

- La densité de neutrons reste très faible (de l’ordre de un neutron par cm^3 !) si bien que les collisions neutron-neutron ont une probabilité quasi-nulle de se produire.

- L’énergie cinétique des neutrons ultra-froids, de l’ordre de 100 neV, est comparable à l’énergie cinétique qu’un neutron gagne en faisant une chute de 1 m dans le champ gravitationnel terrestre. Ainsi dans une chambre de 12 cm de haut, le rôle de la gravité est non négligeable : les neutrons ont des trajectoires paraboliques et le centre de gravité des neutrons est 3 mm sous le centre de la chambre.

La figure 3.3, résume le comportement des neutrons dans une boîte. Ils ont une trajectoire parabolique et n’interagissent pas entre eux.

Pour un gaz, il existe une notion importante, celle de l’équilibre thermique. Un gaz se thermalise avec les parois qui le confinent par diffusions inélastiques. Ceci permet à la distribution des vitesses d’être isotrope. Pour les neutrons ultra-froids, on parle plutôt d’équilibre mécanique. Le résultat de cet équilibre est le même : l’isotropie de la distribution de vitesse, mais le mécanisme qui y conduit est différent.

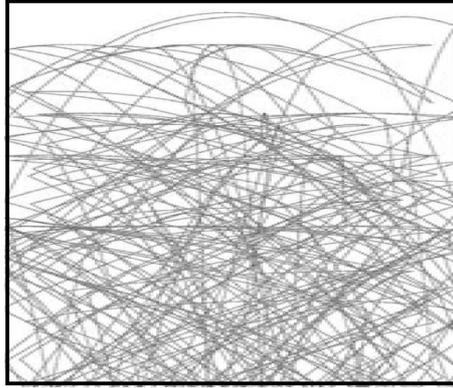


FIG. 3.3 – Simulation à l'aide de l'outil *GEANT4* de trajectoires de neutrons ultra-froids dans une chambre de stockage.

L'équilibre mécanique est atteint grâce à la composante diffuse des réflexions aux parois. Il faut noter que si les diffusions aux parois des neutrons étaient inélastiques, cela se traduirait par un réchauffement du gaz de neutrons et donc nos neutrons seraient très vite trop énergétiques pour pouvoir être stockés.

3.4 La production des neutrons ultra-froids

Les neutrons libres ne sont pas stables, c'est pourquoi il faut produire les neutrons à partir des noyaux. Il existe deux méthodes pour extraire les neutrons des noyaux :

- La spallation qui consiste à diriger un faisceau de protons d'énergie $\approx 600\text{-}1200$ MeV sur une cible fixe de noyaux lourds (fer, uranium par exemple). Les noyaux sont cassés par les protons qui ont une énergie bien supérieure à l'énergie de liaison nucléaire. En particulier, ce processus émet des neutrons [35]. La source du Paul Scherrer Institut est de ce type [36].
- La fission qui consiste à envoyer un neutron sur un noyau lourd (le plus souvent de l'uranium ^{235}U) pour entraîner la fission qui elle-même produit des neutrons (2.5 neutrons par fission pour l' ^{235}U). La source de neutrons de l'Institut Laue-Langevin est de ce type.

Ces deux types de production, impliquant des réactions nucléaires, produisent des neutrons de haute énergie ≥ 2 MeV. Il est donc nécessaire de les refroidir.

Le ralentissement des neutrons se fait par collisions des neutrons avec un milieu modérateur par diffusion élastique. Lors de la collision, une partie de l'énergie du neutron est transférée au milieu sous la forme d'énergie de recul. Les neutrons vont ainsi se thermaliser avec le modérateur. Le spectre des vitesses des neutrons est alors un spectre maxwellien à une température très proche de celle du modérateur. La figure 3.4 montre deux spectres maxwelliens pour deux températures différentes 300 et 20 K. On voit donc en particulier que pour augmenter la densité de neutrons ultra-froids dans le spectre de neutrons, il faut des modérateurs à basse température (20 K pour le modérateur à deutérium liquide de la source froide de l'Institut Laue-Langevin). La densité de neutrons de vitesse $v < v_L$ vaut [31] :

$$\rho_n(v < v_L) = \frac{2}{3}\phi_0 \left(\frac{m_n}{2k_B T} \right)^2 v_L^3 \quad (3.4)$$

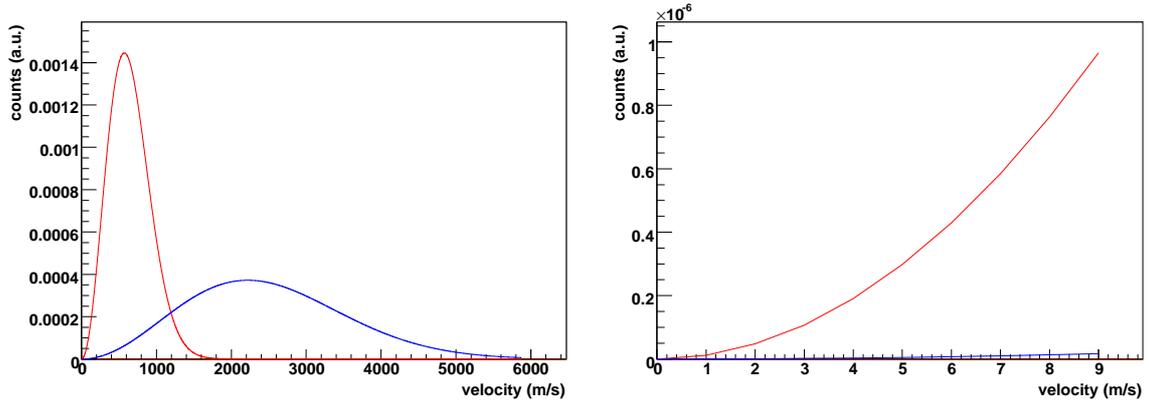


FIG. 3.4 – A gauche, le spectre maxwellien des vitesses pour une température de 300 K en bleu et 20 K en rouge. A droite, un gros plan de la figure de gauche pour les vitesses typiques des neutrons ultra-froids (< 10 m/s).

avec ϕ_0 le flux initial de neutrons, m_n la masse du neutron, k_B la constante de Boltzmann et T la température du modérateur. Cette expression donne, dans le cas d'un modérateur à 300 K $\rho_n(v < 7 \text{ m/s}) = \phi_0 * 10^{-13} \text{ cm}^{-3}$, alors qu'un modérateur à 20 K donne une densité 200 fois plus grande. On comprend qu'il faille des sources de neutrons à très haut flux pour produire des neutrons ultra-froids, à l'Institut Laue-Langevin, $\phi_0 = 10^{15} \text{ cm}^{-1}\text{s}^{-1}$ et $\rho_n(v < 7 \text{ m/s}) = 10^2 \text{ cm}^{-3}$ au niveau de la source froide.

Historiquement, la modération des neutrons ultra-froids s'est toujours faite comme celle des neutrons, par la diffusion élastique sur des noyaux légers. Il existe maintenant un nouveau type de source de neutron ultra-froids beaucoup plus efficace (densité accessible sont de l'ordre de $10^{3,4} \text{ n.cm}^{-3}$). Son principe consiste à faire perdre de l'énergie aux neutrons par excitation de phonons dans un bain d'hélium 4 superfluide [37]. En effet, contrairement à l'hélium 3, l'hélium 4 n'absorbe pas les neutrons. La courbe de dispersion de l'énergie cinétique des neutrons $E = Q^2/2m_n$ coupe la courbe de dispersion de Landau-Feynmann des excitations élémentaires de l'hélium 4 superfluide pour l'énergie de 0.95 meV (soit 11 K ou $\lambda_n = 0.89 \text{ nm}$). Les neutrons dont le moment cinétique Q est proche de cette énergie peuvent être diffusés vers $Q \approx 0$ en excitant un phonon. Le processus inverse est supprimé par le facteur de Boltzmann $e^{-11k_B/T}$ où T est la température du bain d'hélium superfluide. Cette technique de production des neutrons ultra-froids est celle choisie par deux expériences de mesure du moment électrique dipolaire du neutron [38, 39].

4. L'appareillage OILL

Cet appareillage a été développé sur une vingtaine d'années par la collaboration RAL/Sussex/ILL [2] avec laquelle nous avons passé un accord pour son utilisation durant quelques années depuis 2005 et jusqu'en 2011. Les performances de cet appareillage, qui a donné la limite la plus sensible sur le moment électrique dipolaire du neutron, sont limitées par la statistique, autrement dit par le flux de neutrons ultra-froids de la ligne PF2 de l'ILL où il est installé. Le projet de notre collaboration est de déplacer cet appareillage vers la source beaucoup plus intense du PSI (1000 neutrons par cm^3 contre 1). Avant cela, quatre ans ont été dévolus au redémarrage et à un programme de recherche et développement pour l'amélioration de cet appareillage. C'est durant cette période que cette thèse a eu lieu et c'est pourquoi l'appareillage OILL (Old ILL spectrometer) est au cœur de ce document.

4.1 L'Institut Laue-Langevin et la ligne PF2

L'Institut Laue-Langevin de Grenoble exploite un réacteur nucléaire de 58 MW qui constitue actuellement la source de neutrons la plus intense au monde avec un flux continu de $1.5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. On peut y trouver des lignes qui délivrent des neutrons rapides, thermiques, froids et ultra-froids, bien qu'au départ tous les neutrons soient créés avec une énergie typique de 2 MeV lors de la fission de l'uranium. Les neutrons des différentes gammes d'énergie sont obtenus grâce à des combinaisons de différents modérateurs (sources froides et chaudes).

C'est le cas de PF2 qui est le nom de l'ensemble des sources, des modérateurs et lignes qui distribuent les neutrons très froids et ultra-froids. Le ralentissement des neutrons de fission pour en faire des neutrons ultra-froids se fait en plusieurs étapes :

- Tout d'abord, un pré-modérateur constitué d'eau lourde à température ambiante modifie le spectre d'énergie (de vitesse) des neutrons de fission. Les neutrons thermiques ainsi créés ont une vitesse répartie selon un spectre maxwellien dont le maximum est autour de $2200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ soit une énergie de 25 meV. Une partie de ces neutrons va diffuser sur la source froide (du deutérium liquide à 25 K) et ainsi, en se thermalisant par collisions élastiques sur le modérateur, leur énergie va diminuer jusqu'au niveau du meV, l'énergie des neutrons froids.
- Le spectre des neutrons froids peut encore être refroidi. Pour cela, on fait monter les neutrons dans un guide vertical de 17 m de long soit une perte d'énergie d'environ 1.7 meV. Au bout du guide vertical, les neutrons sont admis dans une turbine [40] qui opère un ralentissement mécanique des neutrons. Le principe est le suivant : soit un neutron avec une vitesse \vec{v} qui frappe un mur ayant lui-même une vitesse \vec{V} dans la même direction. Vis-à-vis du mur sa vitesse est de $\vec{v} - \vec{V}$ avant la collision est de $\vec{V} - \vec{v}$ après, ce qui dans le référentiel du laboratoire équivaut à une vitesse de $2\vec{V} - \vec{v}$ qui peut être annulée pour un faisceau entrant parfaitement monochromatique. Un exemple de ce type de ralentissement est l'amorti au tennis qui permet de ralentir une balle.

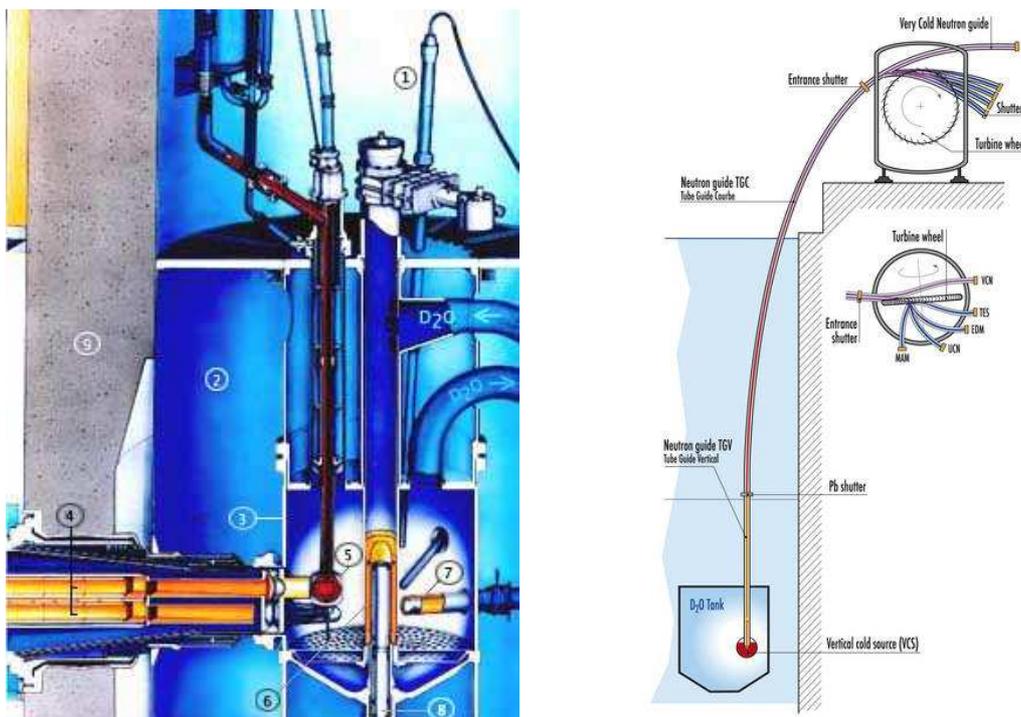


FIG. 4.1 – A gauche, schéma général du réacteur de l'ILL : 1- barre de sécurité, 2- eau de protection contre les rayonnements, 3- enceinte du réacteur, 4- guides neutrons, 5- source froide verticale, 6- coeur du réacteur, 7- source froide horizontale, 8- barre de contrôle. A droite, schéma des lignes PF2. On y retrouve la source froide verticale de laquelle part le guide de neutrons froids. A l'autre bout du guide se trouve la turbine qui dessert les quatre lignes de neutrons ultra-froids et celle de neutrons très froids.

4.2 Vue d'ensemble de OILL

La figure 4.2 est le schéma général du spectromètre OILL. On peut y voir les quatre couches du blindage magnétique cylindrique constitué d'un alliage de fer (20 %) et de nickel (80 %) à très haute perméabilité magnétique qui entoure la chambre de précession et atténue le champ magnétique terrestre et les fluctuations extérieures. A l'intérieur de ce blindage magnétique se trouve la chambre à vide autour de laquelle la bobine principale est enroulée. Cette bobine crée un champ magnétique vertical homogène de $1 \mu\text{T}$. Enfin, le cœur de la partie haute du spectromètre est la chambre de précession cylindrique dont le volume est de 24ℓ (25 cm de rayon et 12 cm de haut). Elle est close en haut et en bas par les deux électrodes qui servent à créer le champ électrique de $8 \text{ kV}\cdot\text{cm}^{-1}$: l'électrode du haut est portée à une tension de $\pm 100 \text{ kV}$ alors que celle du bas est à la masse. Ces électrodes sont en aluminium recouvert d'une couche mince de DLC (Diamon-Like Carbon). Ce traitement de surface donne un haut potentiel de Fermi ($186 \pm 32 \text{ neV}$ [41]) aux électrodes et augmente ainsi la vitesse limite de stockage des neutrons ultra-froids ($v_l = 7.4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$). Un cylindre est placé entre les deux électrodes et forme ainsi la paroi verticale de la chambre. Initialement, ce cylindre était en quartz, mais, depuis 2008 un nouveau matériau est utilisé : le polystyrène deutéré. Le développement de ce matériau a fait l'objet de la thèse de M. Kuzniak [41].

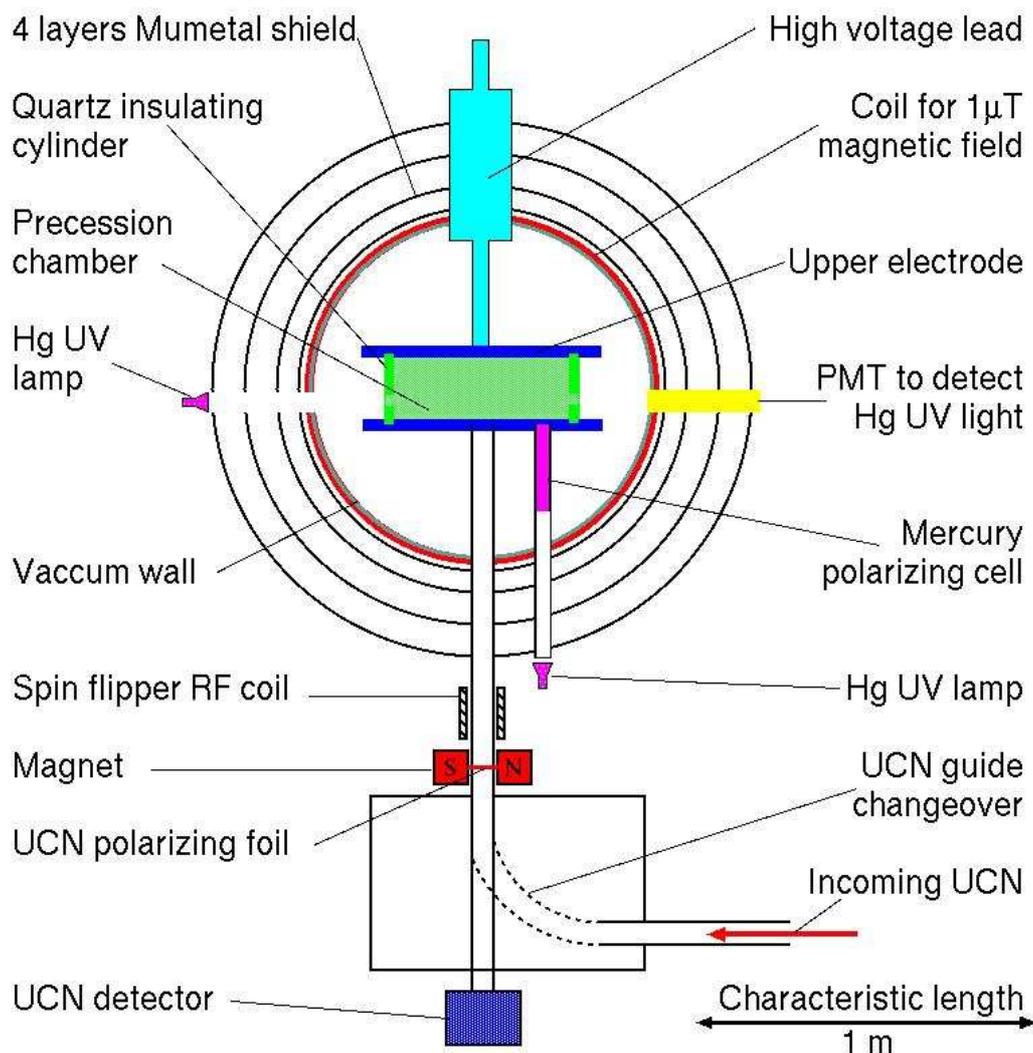


FIG. 4.2 – Schéma de l'appareillage OILL.

Ce cylindre doit satisfaire de nombreux critères : être le plus isolant possible (résistivité $> 10^{15} \Omega \cdot \text{cm}$), avoir un potentiel de Fermi aussi grand que possible ($161 \pm 10 \text{ neV}$ [42]) et aussi permettre de stocker un gaz d'atomes de mercure polarisé.

Dans la partie basse du spectromètre, on reconnaît le guide horizontal (à droite) par lequel arrivent les neutrons, le polariseur et le détecteur de neutrons qui est le point le plus bas du système (à environ deux mètres au-dessous de la chambre).

Enfin, juste sous la chambre de précession, on peut voir la chambre de polarisation du mercure qui est l'objet de la partie suivante de ce document 4.4. Avant de parler du mercure nous allons décrire en détails le parcours d'un neutron dans le spectromètre, depuis son arrivée jusqu'à sa détection.

4.3 Des neutrons dans un spectromètre

4.3.1 La polarisation des neutrons

Les neutrons arrivent dans le spectromètre depuis la turbine de PF2 par le guide horizontal. Ils sont alors dirigés vers la partie haute du spectromètre par le guide courbé puis le guide vertical. C'est à l'entrée du guide vertical que les neutrons sont polarisés. Pour cela on tire profit du fait que, dans un champ magnétique, les deux états de spin du neutron n'ont pas la même énergie. En effet, en l'absence de champ magnétique, un neutron peut traverser une couche mince d'un matériau donné si son énergie cinétique est supérieure au potentiel de Fermi V_F de ce matériau. En présence d'un champ magnétique \vec{B} , le potentiel total vu par le neutron vaut $V = V_F - \vec{\mu} \cdot \vec{B}$ où $\vec{\mu}$ est le moment magnétique du neutron.

La figure 4.3 schématise le dispositif de polarisation des neutrons dans OILL. On peut

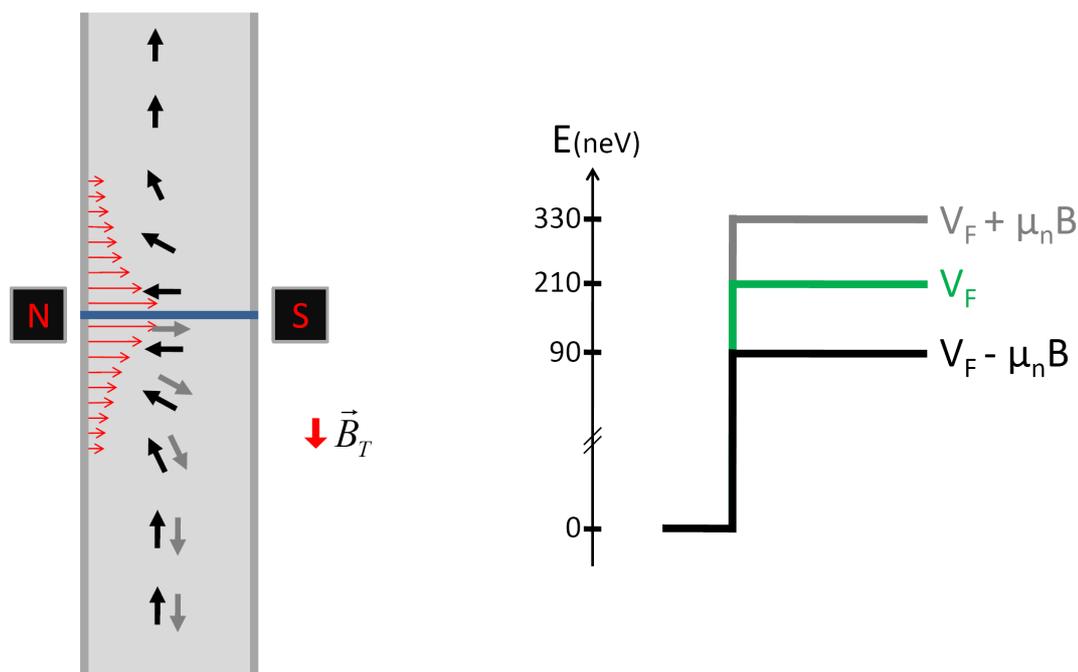


FIG. 4.3 – Schéma de principe de la feuille de polarisation. À gauche, comportement de deux spins (flèches noires et grises) dans le guide vertical. Le spin anti-parallèle au champ (en noir) traverse la feuille alors que le spin parallèle au champ est bloqué. Cela s'explique par le potentiel différent qu'ils subissent (figure de droite avec le même code couleur). Le champ (flèches rouges) en question est la somme du champ terrestre ($|\vec{B}_T| \approx 50 \text{ mT}$) et du champ de fuite d'un aimant ($\approx 1 \text{ T}$). Sur ce schéma de niveau, μ_n est la norme du moment magnétique du neutron $\vec{\mu}_n$.

voir les deux éléments nécessaires à la polarisation des neutrons en champ magnétique intermédiaire ($< 1 \text{ T}$) : un aimant permanent et une feuille dite de polarisation (produite à Caen [43]). Dans notre cas, c'est une fine feuille d'aluminium ($100 \mu\text{m}$) sur laquelle est effectué un dépôt de fer (200 nm). Cette feuille est plongée dans le champ créé par l'aimant ($\approx 1 \text{ T}$) de manière à ce qu'elle soit magnétisée pratiquement à saturation du fer ($\approx 1.6 \text{ T}$). Cette magnétisation s'aligne avec le champ de l'aimant, lui-même transverse au guide vertical.

Le champ de fuite de l'aimant vérifie les conditions d'adiabaticité :

$$\frac{|\partial \vec{B} / \partial t|}{|\vec{B}|} < \gamma_n |\vec{B}| \quad (4.1)$$

avec γ_n le facteur gyromagnétique du neutron. Si le taux de changement du champ magnétique vu par le neutron en mouvement est plus petit que la fréquence de précession de Larmor dans ce même champ, le moment magnétique va garder son orientation vis-à-vis du champ magnétique. C'est ce qui est schématisé sur la figure 4.3. Au niveau de la feuille de polarisation, le potentiel $V = V_F - \vec{\mu} \cdot \vec{B}$ est tel que seule une composante de spin des neutrons ou ceux ayant une "grande" énergie cinétique (> 330 neV) peuvent la traverser. Cette méthode de polarisation fait perdre par principe la moitié des neutrons. Son efficacité est telle que la polarisation finale est d'environ 90 %. Les neutrons, après avoir traversé la feuille, vont rester polarisés en suivant adiabatiquement le champ magnétique ambiant et ce jusqu'à leur admission dans la chambre de précession. En dehors du blindage, le champ terrestre suffit amplement mais lors du passage des différentes couches du blindage, le champ terrestre est atténué, c'est pourquoi un solénoïde enroulé autour du guide (nommé bottom2) crée un champ de guidage. On peut alors optimiser la polarisation des neutrons en adaptant au mieux ce champ de guidage.

Expérimentalement, on observait une défaillance lorsque l'on souhaitait guider les neutrons du champ terrestre vers le champ principal quand ce dernier était dirigé vers le haut. Pour comprendre ce qui se passait et y remédier, nous avons fait une cartographie sommaire du guide vertical.

4.3.2 La cartographie du guide vertical

Sur le schéma 4.2, on peut voir que le guide vertical est aligné avec le système permettant de porter l'électrode supérieure à la haute tension. Nous avons profité de cette configuration pour faire une cartographie du guide vertical avec le blindage magnétique fermé en traversant tout le système par ces deux trous. Pour cela il nous a fallu enlever (du haut vers le bas) le système qui fournit la haute tension, les deux électrodes, la chambre de précession, la feuille de polarisation, le guide courbé, le détecteur de neutrons ce qui nécessite aussi de démonter entièrement le système de pompage qui n'est pas représenté sur ce schéma. Nous avons utilisé une sonde de la compagnie Bartington qui mesure des champs magnétiques dans la gamme $\pm 500 \mu\text{T}$ avec une précision de 1 nT que nous avons fait descendre en la retenant par son propre câble de connexion dans le système. Ce procédé expérimental rudimentaire fait que la sonde peut, dans une certaine mesure, tourner sur elle-même et ainsi, bien que cette sonde mesure le champ magnétique sur trois axes, on ne peut connaître que deux composantes du champ, la composante verticale B_z et la composante transverse $B_T = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$.

La figure 4.4 résume une partie des résultats de la cartographie. Dans ce système de coordonnées (où le zéro est au point le plus haut du système : le point haut de la couche externe du blindage), les quatre couches de blindage sont aux positions suivantes : 175 cm pour la plus interne, 185 cm pour la seconde, 195 cm pour la troisième et enfin, la plus externe des couches est à 215 cm. On voit que des courants positifs dans bottom2 permettent de diminuer adiabatiquement le champ magnétique vers 1 μT qui est la valeur du champ magnétique dans la chambre de précession quand celui-ci pointe vers le bas sans

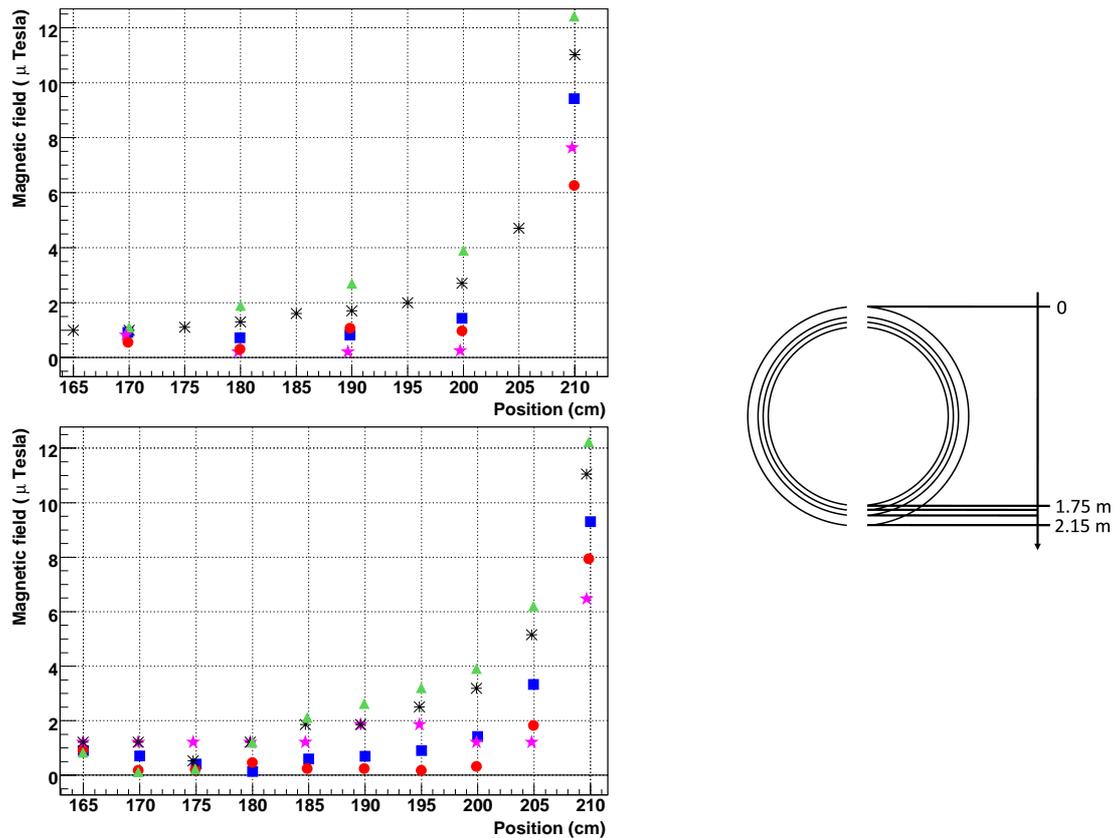


FIG. 4.4 – Résultats de la cartographie du guide vertical (module du champ magnétique), en haut lorsque le champ magnétique dans la chambre de précession pointe vers le bas, en bas lorsqu’il pointe vers le haut. L’origine des positions est au point le plus haut de l’appareillage (voir schéma à droite), les positions sont positives vers le bas. Pour les deux figures, les différents points sont des mesures pour différents courants dans bottom2 : triangles verts $+20 \mu A$, étoiles noires $+10 \mu A$, carrés bleus $0 \mu A$, points rouges $-10 \mu A$, étoiles roses $-20 \mu A$.

jamais que le champ soit nul. Au contraire quand le champ dans la chambre de précession pointe vers le haut, aucun réglage de bottom2 ne permet cela : on observe que le champ s’annule en un point. Dans ce cas, les neutrons se dépolarisent. En fait, on comprend la différence entre ces deux situations de la manière suivante : quand le champ dans la chambre pointe vers le bas, le passage du champ terrestre (pointant globalement à 45° vers la bas) au champ dans le système se fait simplement par une diminution vérifiant les conditions d’adiabaticité 4.1 de la composante verticale du champ. Au contraire, quand le champ dans la chambre pointe vers le haut, le passage depuis le champ terrestre inverse obligatoirement la composante verticale. Pour éviter la dépolarisation des neutrons il faudrait qu’au point où la composante verticale s’annule, les composantes transverses soient non nulles ce qui assurerait un module différent de zéro du champ magnétique. Bottom2 est un solénoïde enroulé autour du guide vertical, il crée donc un champ principalement vertical qui n’est pas adapté pour maintenir la polarisation quand le champ magnétique dans la chambre pointe vers le haut. Pour générer le champ transverse nécessaire, il existe plusieurs solutions, mettre des aimants permanents ou une paire de bobines de Helmholtz. La deuxième solution a été choisie car elle permet, en variant le courant avec lequel on alimente la paire de bobines, de modifier et de régler finement l’intensité du champ magnétique. L’autre avantage est que lorsque l’on change l’orientation du champ magnétique,

il suffit d'allumer ou d'éteindre ces bobines de Helmholtz alors qu'avec l'autre solution il faut faire des changements physiques sur l'appareillage.

La mise en œuvre de cette solution, qui consiste à enrouler le fil et à positionner correctement l'enroulement dans le système a été testée rapidement et a permis d'avoir une polarisation des neutrons identique quelle que soit la direction du champ magnétique dans la chambre de précession.

4.3.3 Le remplissage de la chambre

Après ce petit détour expérimental, continuons de suivre notre neutron qui, du guide vertical va aller dans la chambre de précession (voir schéma général 4.2).

Le remplissage de la chambre mérite quelques lignes de description pour comprendre ce qui limite la densité de neutrons dans la chambre. C'est une conséquence directe du théorème de Liouville :

Le volume d'une région de l'espace des phases reste constant lorsqu'on suit cette région dans le temps.

Dans notre cas cela veut dire que l'espace des phases accessible dans la chambre de précession est limité par celui de la source.

On peut modéliser le remplissage de la chambre de précession en utilisant un résultat de la théorie cinétique des gaz à savoir que le taux de collisions par unité de surface vaut $\frac{1}{4}n \langle v \rangle$ où n est la densité du gaz et $\langle v \rangle$ est la vitesse moyenne des particules pour écrire la relation suivante :

$$\frac{d}{dt}N(\epsilon_0, t) = \frac{1}{4}n_{source}(\epsilon_0)v(\epsilon_0)A_{guide} - \frac{1}{4}\frac{N(\epsilon_0, t)}{\gamma_0(\epsilon_0)}v(\epsilon_0)A_{guide} - \frac{N(\epsilon_0, t)}{\tau_{tot}(\epsilon_0)} \quad [31]. \quad (4.2)$$

Cette équation décrit l'évolution du nombre de neutrons $N(\epsilon_0, t)$ d'énergie ϵ_0 présents dans la chambre de précession au temps t . Le premier terme du membre de droite est l'apport continu de la source, lorsque la vanne est ouverte, à travers la section du guide de surface A_{guide} . Il fait intervenir la densité de neutrons dans la source qui dépend de l'énergie de ces derniers. Le deuxième terme est la perte de neutrons à travers la même surface (i.e. les neutrons qui ressortent de la chambre). Ici la définition de la densité de neutrons est plus délicate car le volume accessible à ces neutrons dépend de leur énergie à cause de la gravitation (les neutrons les plus lents ne touchent pas l'électrode du haut). Il est remplacé par le paramètre $\gamma_0(\epsilon_0)$, lui-même défini de la manière suivante :

$$\gamma_0(\epsilon_0) = \int_{z=0}^{b^*} A_{ch} \sqrt{\frac{(\epsilon_0 - mgz)}{\epsilon_0}} dz \quad (4.3)$$

avec A_{ch} la surface de l'électrode, et si H est la distance entre les deux électrodes :

$$\begin{aligned} b^* &= H & \text{si } \epsilon_0/(mg) > H \\ b^* &= \epsilon_0/(mg) & \text{si } \epsilon_0/(mg) < H \end{aligned} \quad (4.4)$$

si bien que $\int_{z=0}^{b^*} A_{ch} dz$ est le volume physique accessible aux neutrons. Dans $\gamma_0(\epsilon_0)$, ce volume est pondéré pour tenir compte de la contraction de l'espace des phases due à la gravitation. L'argument est le suivant, $\rho = \frac{d^6 N}{d^3 r d^3 p}$, la densité dans l'espace des phases est constante d'après le théorème de Liouville. Or, à cause de la gravitation, la quantité de

mouvement maximum pour un neutron d'énergie ϵ_0 diminue quand z augmente ce qui diminue l'espace des phases disponible et donc limite d'autant plus la densité de neutrons. La démonstration exacte est disponible dans [31] par exemple.

Enfin le dernier terme de l'équation 4.2 est le terme de perte de neutrons. Il fait intervenir τ_{tot} , le temps caractéristique de stockage des neutrons. Parmi les différents processus qui participent à cette perte, on peut citer la décroissance β des neutrons, les collisions inélastiques sur les parois ou encore l'absorption des neutrons.

La solution de l'équation 4.2, est une fonction exponentielle qui tend vers une valeur maximale $N_{max} = V \frac{n_{source}}{1 + \tau_{fill}/\tau_{tot}}$ où V est le volume de la chambre de stockage et qui permet de définir le temps de remplissage $\tau_{fill} = \frac{4\gamma_0(\epsilon_0)}{A_{guide}v(\epsilon_0)}$ qui ne dépend que de la géométrie de la chambre de précession et de l'énergie des neutrons. Le nombre maximum de neutrons, N_{max} , dépend principalement de la densité de la source (n_{source}).

Dans notre système, le remplissage dure typiquement 40 s et ainsi environ 22000 neutrons sont admis dans la chambre de 24 ℓ soit ≈ 1 neutron ultra-froid par cm^3 .

4.3.4 Le stockage des neutrons

Dans la section précédente, nous avons décrit le remplissage de la chambre par l'équation 4.2. Si on ferme la vanne entre la chambre et le guide vertical, cela revient à annuler les deux premiers termes du membre de droite. Ainsi le nombre de neutrons dans la chambre va diminuer exponentiellement avec un temps caractéristique τ_{tot} . On peut distinguer deux contributions majeures à τ_{tot} :

$$\frac{1}{\tau_{tot}} = \frac{1}{\tau_{\beta}} + \frac{1}{T_0}. \quad (4.5)$$

$\tau_{\beta} = 886$ s est le temps caractéristique de la décroissance β du neutron. C'est une composante irréductible de la perte des neutrons dans la chambre de précession. Au contraire, T_0 , que l'on appellera le temps de stockage des neutrons, est un temps qui ne dépend que des conditions expérimentales. On peut dégager trois contributions à T_0 :

- τ_{mur} est le temps caractéristique de la perte de neutrons lors des collisions sur les parois. Il est égal au rapport du nombre de collisions par seconde sur la probabilité de perte par collision $\epsilon(v)$. On obtient ainsi $\tau_{mur} = \frac{\lambda}{v} \frac{1}{\epsilon(v)}$ pour un neutron de vitesse v et de libre parcours moyen λ . L'expression exacte de $\epsilon(v)$ [44] a peu d'importance ici mais il est par ailleurs notable qu'il dépend de la vitesse des neutrons si bien que τ_{mur} aussi. La décroissance exponentielle du nombre de neutrons dans la chambre est donc exacte pour une vitesse seulement. Les neutrons les plus rapides disparaissant plus vite, le spectre des neutrons dépend donc du temps de stockage.
- τ_{gaz} est le temps caractéristique de la perte de neutrons lors de la collision avec le gaz présent dans la chambre. Ils peuvent en effet absorber et diffuser les neutrons (autrement dit leur apporter de l'énergie qui leur permet de sortir de la chambre). Ce temps va dépendre de la pression et de la composition du gaz dans la chambre. Dans notre cas, le vide est assez poussé ($\approx 10^{-4}$ mbar) pour que cette contribution soit négligeable.
- τ_{fuite} est le temps qui caractérise la fuite des neutrons par des trous (ou plutôt par des défauts d'étanchéité de la chambre elle-même). Il est donc d'autant plus petit que la surface des trous est grande et que le taux de collisions par unité de surface ($\frac{1}{4}n \langle v \rangle$ d'après la théorie cinétique des gaz) est important.

Dans le cas de notre chambre de précession, la contribution principale est τ_{mur} . La figure 4.5 est un exemple d'une mesure du temps de stockage τ_{tot} qui nous donne la valeur typique de $\tau_{tot} = 160$ s. Compte tenu des ordres de grandeur mis en jeu on peut écrire $\tau_{tot} \simeq T_0$, ce qui revient à négliger la part de neutrons perdus par décroissance β .

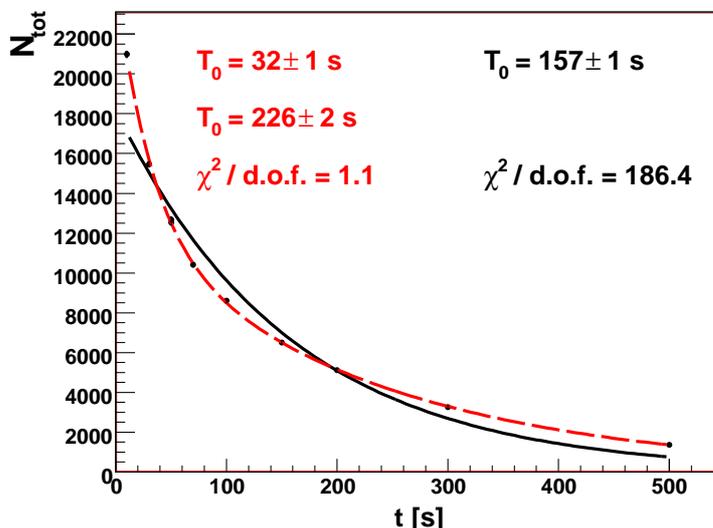


FIG. 4.5 – Courbe de stockage des neutrons dans la chambre de précession. On obtient une telle courbe en comptant le nombre de neutrons pour différents temps de stockage. La courbe en trait plein est l'ajustement avec une fonction exponentielle, alors que la courbe en trait discontinu est l'ajustement avec deux fonctions exponentielles. Les barres d'erreurs sur cette courbe sont ici purement statistiques : $\sigma(N_{tot}) = \sqrt{N_{tot}}$ et sont plus petites que la taille des points.

Il est évident que l'ajustement de la courbe de stockage 4.5 par une exponentielle pure n'est pas satisfaisant (figure 4.5, courbe en trait plein) puisque le temps de stockage est différent pour chaque vitesse. Au contraire, on peut voir (figure 4.5, courbe en trait discontinu) qu'un ajustement par une somme de deux exponentielles est suffisant ($\chi^2 = 1.1$). Il met en évidence une composante très rapide que l'on associe aux neutrons dont l'énergie cinétique est très proche du potentiel de Fermi des parois.

4.3.5 L'analyse de la polarisation

A la fin du stockage, la vanne qui permet de remplir la chambre s'ouvre et les neutrons sont de nouveau admis dans le guide vertical. Lors de leur descente, ils vont retraverser la feuille de polarisation qui ne laisse passer que les spins "up" comme précédemment. Pour pouvoir compter les spins "down", on a à notre disposition un "spin flipper" autrement dit une bobine radio-fréquence qui renverse le spin des neutrons.

Cette bobine est alimentée par un courant alternatif et crée ainsi un champ magnétique radio-fréquence \vec{B}_1 à une pulsation ω donnée. Ce champ est perpendiculaire au champ principal $\vec{B}_0(z)$ qui est inhomogène. Dans le dispositif expérimental, le champ \vec{B}_0 n'est autre que le champ de fuite de l'aimant qui entoure la feuille de polarisation.

Dans le repère lié au champ tournant, le champ \vec{B}_1 est constant mais selon l'axe z , le champ devient $\vec{B}_0 - \vec{B}_\omega$ avec $\vec{B}_\omega = \omega/\gamma_n$ [45]. Si bien que le champ effectif \vec{B}_{eff} vu par le spin est, dans le repère tournant, $B_{eff} = \sqrt{(B_0 - B_\omega)^2 + B_1^2}$.

Si dans un quelconque point de l'espace $B_0 = B_\omega$ alors qu'à l'extrémité du parcours on a $|B_0 - B_\omega| \gg B_1$ on observe que dans le référentiel en rotation, le champ effectif a tourné de 180° . Le spin du neutron va suivre le champ magnétique (et donc s'inverser) si les conditions d'adiabaticité sont respectées (voir équation 4.1). On peut réécrire cette condition sous une forme plus simple et mieux adaptée à notre discussion :

$$\frac{\partial B_0}{\partial z} v \ll \gamma_n B_1^2 \quad (4.6)$$

qui fait intervenir la vitesse v des neutrons.

La cartographie du guide vertical donne une mesure de $\frac{\partial B_0}{\partial z}$ qui permet de vérifier l'adiabaticité du champ de fuite de l'aimant. Elle permet aussi de vérifier que la condition $\vec{B}_0 - \vec{B}_\omega = \vec{0}$ est remplie quand la fréquence du champ B_1 est comprise entre 9 et 90 kHz, la fréquence d'utilisation étant de 19 kHz. La figure 4.6 montre le résultat de la cartographie au niveau du "spin flipper". On remarque que la cartographie ne recouvre pas toute la

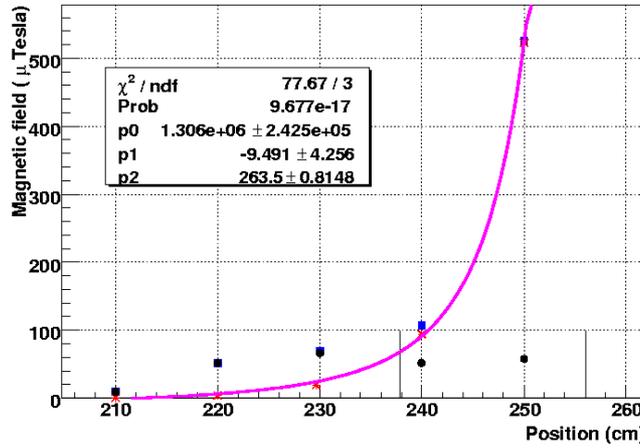


FIG. 4.6 – Carte de champ magnétique dans la zone de renversement de la polarisation. Les points noirs sont une mesure du champ vertical B_z , les étoiles rouges du module du champ transverse $|B_t|$ et les carrés bleus du module du champ total $|B|$. La courbe magenta est un ajustement par un polynôme du deuxième ordre du champ transverse permettant d'extraire $\frac{\partial B_0}{\partial z}$. Les deux traits noirs symbolisent la région du "spin-flipper".

longueur utile. Cela s'explique par le fait qu'à proximité de l'aimant le champ est très intense et sort de la gamme de la sonde utilisée lors de la cartographie.

Pour résumer cette section, la feuille de polarisation ne laissant passer que les spins "up" on va pouvoir dans le détecteur compter :

- soit les neutrons de spin "up",
- soit les neutrons de spin "down" si le spin flipper fonctionne.

D'où l'idée d'un comptage séquentiel en trois étapes : d'abord on compte les neutrons de spin "up" puis ceux de spin "down" et enfin de nouveau ceux de spin "up". Le temps de chacun des ces trois comptages doit être ajusté puisque pendant le premier comptage des neutrons de spin "up", les neutrons de spin "down" sont stockés et donc disparaissent selon la constante de temps τ_{tot} . On peut équilibrer ceci grâce au troisième comptage. On voit bien que l'ajustement de ces trois temps de comptage est central car il gouverne la justesse de la polarisation mesurée. On peut aussi noter qu'il dépend du temps de stockage lui-

même. Dans la pratique, le temps de stockage est très stable et la séquence de comptage toujours la même.

4.3.6 La détection des neutrons

Le guide vertical conduit directement les neutrons dans le détecteur qui est un compteur proportionnel à gaz. Ce gaz est constitué d'argon (97%) et d'hélium 3 (3%). L'hélium 3 a été choisi pour sa grande section efficace de capture des neutrons alors que l'argon (mot grec signifiant inactif) est un gaz ionisable, inerte et bon marché. Le détecteur lui-même se compose d'une électrode centrale à la tension de +1.1 kV, la surface périphérique étant à la masse.

Lorsqu'un neutron pénètre dans le détecteur la réaction suivante se produit :



L' ${}^1\text{H}$ est ionisé et le proton va lui-même ioniser le gaz ce qui initie un mouvement de charges sous l'effet du champ électrique.

On peut faire deux remarques sur ce type de détecteur. La première est que le flux de neutrons est assez faible (22000 neutrons en 40 s) pour que l'on puisse compter les neutrons un à un. Cela ne sera plus le cas pour les prochaines générations d'expériences qui auront beaucoup plus de neutrons et pour lesquelles de nouveaux types de détecteurs sont en cours de développement [43]. La seconde est, que pour passer du guide au détecteur, les neutrons doivent traverser une feuille d'aluminium dont le potentiel de Fermi est de 55 neV. Une partie des neutrons ne peuvent passer cette barrière que grâce à l'énergie cinétique acquise lors de la chute de deux mètres de la chambre vers le détecteur.

En conclusion, le spectromètre OILL peut polariser des neutrons, les stocker et analyser leur polarisation à la fin de ce stockage. Bien entendu, la physique va dépendre de ce qui se passe dans la chambre de stockage ce qui est l'objet du chapitre suivant. Mais avant cela, il reste encore à décrire le co-magnétomètre mercure.

4.4 Le co-magnétomètre mercure

Le co-magnétomètre mercure est schématisé sur la figure 4.7 où l'on peut distinguer deux parties :

Dans sa partie basse, on peut voir la source et la chambre de polarisation. La source produit une vapeur de mercure qui est ensuite dirigée vers la chambre de polarisation. C'est dans cette chambre cylindrique de 30 cm de haut et dont le rayon vaut 3.5 cm qu'a lieu le pompage optique. Pour cela, elle est éclairée par de la lumière à 253.7 nm fournie par une ampoule à plasma contenant du mercure ${}^{204}\text{Hg}$ et polarisée circulairement par un polariseur linéaire et une lame $\lambda/4$. La chambre de polarisation elle-même sera décrite dans les sections suivantes et sa modélisation le sera dans la partie II.

Une fois la vapeur de mercure polarisée, elle est admise dans la chambre de stockage qui est traversée par de la lumière similaire à la lumière de pompage optique (même polarisation, même longueur d'onde). Cette lumière traverse la vapeur puis est détectée par un photomultiplicateur à l'autre extrémité de la chambre. De l'intensité de la lumière transmise on peut extraire la fréquence de précession des atomes de mercure, ce sera l'objet du chapitre suivant.

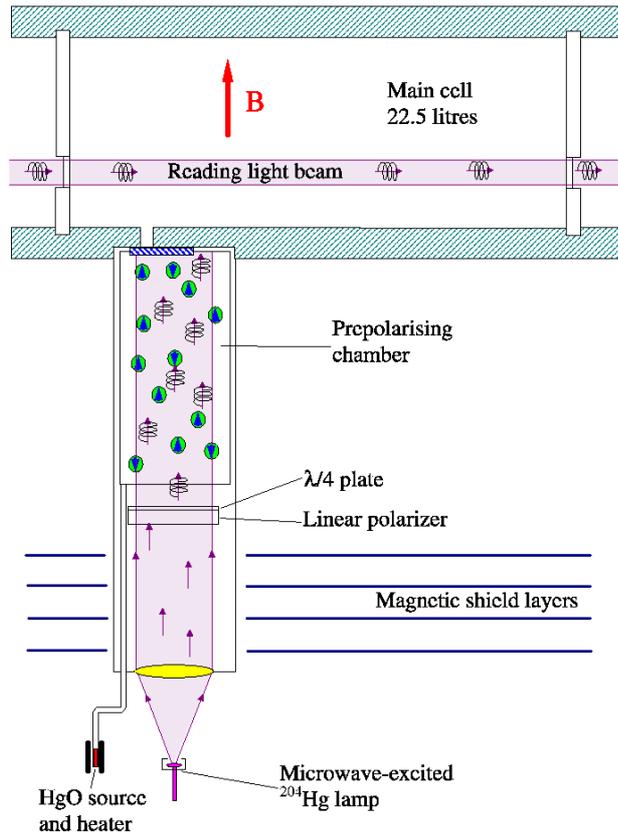


FIG. 4.7 – Schéma général du co-magnétomètre mercure.

De la même façon que pour le neutron, suivons un atome de mercure dans le spectromètre, de sa production jusqu'à sa détection. Pour cela, on se reportera à la figure 4.7.

4.4.1 La production du mercure (quel mercure ?)

Tout commence dans la source de mercure dans laquelle de l'oxyde de mercure (une poudre orange-vif) est dissocié à environ 180-200 °C :



Typiquement, 10^{12} atomes par seconde sont produits mais ce chiffre dépend fortement de la température à laquelle la source est maintenue (on peut doubler la production en augmentant la température d'une dizaine de degrés).

Le mercure a une configuration électronique du type $[\text{Xe}]4f^{14}5d^{10}6s^2$ c'est-à-dire que tous ses électrons sont appariés et que son spin électronique, J , est nul. C'est la seule information importante à retenir sur sa structure électronique. Au contraire, sa structure nucléaire est pour nous beaucoup plus essentielle. Le tableau suivant 4.8 résume la composition isotopique du mercure naturel.

isotope	abondance naturelle %	nombre de neutrons
^{196}Hg	0,15	116
^{198}Hg	9,97	118
^{199}Hg	16,87	119
^{200}Hg	23,1	120
^{201}Hg	13,18	121
^{202}Hg	29,86	122
^{204}Hg	6,87	124

FIG. 4.8 – Table de la composition isotopique du mercure naturel.

On peut y différencier deux cas. Le premier concerne les isotopes pairs qui ont donc un nombre pair de protons et de neutrons. Ces atomes ont par conséquent dans leur niveau fondamental un spin nucléaire nul. Au contraire, les isotopes impairs du mercure portent un spin nucléaire $I=3/2$ pour l'isotope ^{201}Hg et $I=1/2$ pour l'isotope ^{199}Hg . C'est ce dernier que l'on utilise. Il porte un spin total $F=I+J=1/2+0=1/2$ d'origine nucléaire, apporté par un neutron célibataire. Nous verrons par la suite les similitudes que cela confère au neutron et au mercure ^{199}Hg .

4.4.2 La polarisation du mercure

Une fois dissocié, le mercure atomique est conduit dans la chambre de polarisation par un tube très fin qui assure le non-retour des atomes dans la source. Dans cette chambre le mercure va être polarisé par pompage optique. Le principe du pompage optique est représenté sur la figure 4.9. La figure de gauche simplifie à souhait le principe du pompage

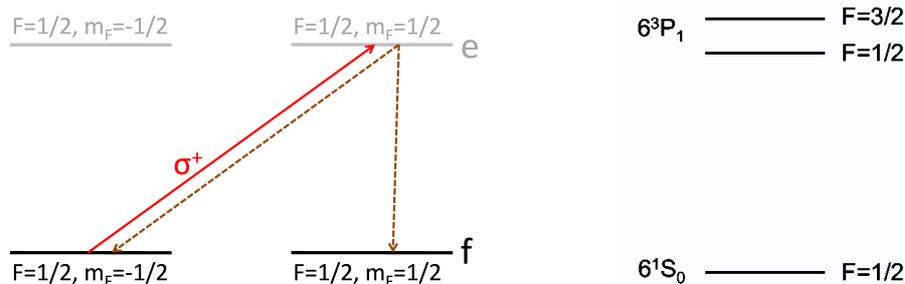


FIG. 4.9 – Figure de gauche, le cas d'école du pompage optique. Figure de droite, les deux premiers niveaux hyperfins du mercure ^{199}Hg .

optique. Ici, l'état fondamental (mais aussi l'état excité) se subdivise en deux niveaux Zeeman en présence d'un champ magnétique. Les atomes de l'état fondamental sont soumis à de la lumière polarisée σ^+ (c'est-à-dire portant un moment cinétique +1). La longueur d'onde de la lumière (253.7 nm) est résonnante pour la transition de l'état fondamental vers l'état excité mais son absorption doit vérifier la conservation du moment cinétique. Autrement dit, seuls les atomes de l'état fondamental dont la composante σ_z du spin vaut $-1/2$ peuvent l'absorber, le moment cinétique de la lumière étant transféré à l'atome. L'état excité possède alors une projection de spin $+1/2$. La décroissance radiative de l'état excité

peut se faire vers l'un des deux niveaux Zeeman de l'état fondamental. Par ce processus, un déséquilibre se crée entre les populations des deux niveaux d'énergie de l'état fondamental : celui de spin $-1/2$ est à la fois dépeuplé et repeuplé par le pompage optique alors que celui de spin $+1/2$ est uniquement repeuplé. Le pompage optique permet ainsi de créer une surpopulation dans le niveau $+1/2$ ce que macroscopiquement parlant nous appelons une polarisation.

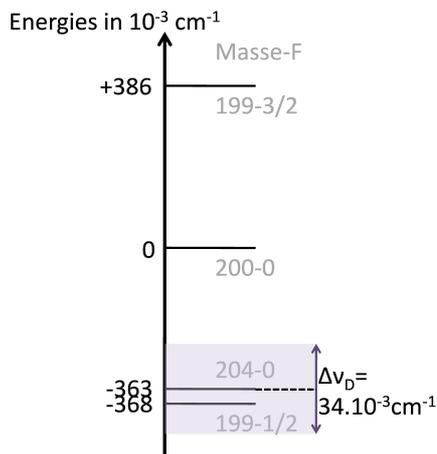


FIG. 4.10 – Structure hyperfine de la raie à 253.7 nm du mercure pour les différents isotopes (Diagramme des énergies de transition). L'isotope est représenté par son numéro atomique et le niveau hyperfin par le spin total associé.

La possibilité qu'offre l'isotope ^{204}Hg de faire un pompage optique sélectif est la raison pour laquelle il est utilisé dans nos lampes ¹. Ainsi, on peut complètement oublier le niveau 6^3P^1 ($F=3/2$) ce qui nous ramène au cas simple de la figure de gauche de 4.9 ... ou presque.

Presque, parce qu'il ne faut pas oublier que l'on parle de pompage optique nucléaire, ce dernier adjectif n'étant pas anodin. Le champ électrique de l'onde lumineuse se couple au moment électrique des électrons, il n'interagit pas avec le noyau au premier ordre. Alors comment le spin nucléaire peut-il être orienté par pompage optique ? La figure 4.11 illustre le procédé de pompage optique nucléaire.

Cette figure se lit comme un tableau où chaque colonne correspond à une projection du spin électronique M_J et chaque ligne à une projection du spin nucléaire M_I . Il y a deux tableaux superposés, en haut, celui qui représente l'état excité, et en bas, celui qui représente l'état fondamental.

Partons du niveau ($m_J=0$, $m_I=-1/2$) de l'état fondamental. Suite à l'absorption d'un photon σ^+ , le moment cinétique électronique de l'atome augmente d'une unité : il est donc dans l'état excité ($m_J=+1$, $m_I=-1/2$). Pendant le temps de vie $1/\Gamma$ des états excités, l'interaction hyperfine couple tous les états tels que $\Delta(m_I+m_J) = 0$. En particulier, notre état excité ($m_J=+1$, $m_I=-1/2$) est couplé avec l'état excité ($m_J=0$, $m_I=+1/2$). Du point de vue de la physique on peut dire que le spin nucléaire se polarise par interaction avec l'électron polarisé.

¹Il est possible de faire du pompage optique lorsque la lumière est produite par du mercure ^{199}Hg mais dans ce cas, une partie de la lumière va exciter les transitions vers les niveaux 6^3P^1 , $F=3/2$.

Le couplage hyperfin doit cependant avoir le temps de se mettre en place ce qui donne une condition pour que le pompage optique nucléaire ait lieu :

$$W_{hf} \left(\frac{1}{\Gamma} \right) \gg 1 \quad (4.9)$$

ici W_{hf} est l'intensité du couplage hyperfin. Enfin notre état excité va décroître radiativement, ce qui va influencer son spin électronique uniquement.

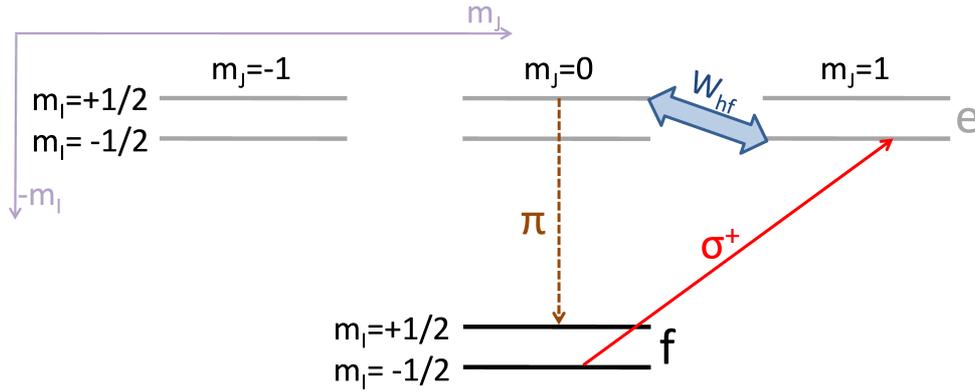


FIG. 4.11 – Le pompage optique nucléaire du mercure ^{199}Hg dans la base (m_J, m_I) . Une absorption (flèche pleine rouge) et une émission (flèche pointillée marron) doivent vérifier $\Delta m_I = 0$. Au contraire un couplage hyperfin vérifie la relation : $\Delta(m_I + m_J) = 0$.

En fait, si l'on se place dans la base du spin total, le schéma de la figure 4.11 devient exactement celui de la figure de gauche de 4.9. Mais, un tel raccourci, s'il est exact dès lors que la condition 4.9 est vérifiée, cache le rôle central du couplage hyperfin dans le pompage optique nucléaire. Cela dit, dans la suite du document, nous utiliserons la représentation dans la base de la projection du spin total.

4.4.3 Le stockage du mercure

Le mercure est polarisé dans la chambre de polarisation puis admis dans la chambre de précession. Les problèmes de transport de la polarisation d'une chambre à l'autre sont très limités par le fait que les deux chambres sont dans le champ magnétique principal. On voit en effet sur la figure 4.7 que la chambre de polarisation est à l'intérieur du blindage. Dans la chambre de précession, la densité de mercure va diminuer. Comme nous allons le voir, les processus de perte des neutrons et des atomes de mercure sont différents. Déjà, il n'y a pas d'équivalent à la décroissance β puisque le mercure ^{199}Hg est stable. Le temps de stockage τ_{tot} vaut donc ici exactement T_0 qui lui-même vérifie :

$$\frac{1}{T_0} = \frac{1}{\tau_{mur}} + \frac{1}{\tau_{fuite}} \quad (4.10)$$

où $\frac{1}{\tau_{mur}}$ est la perte de mercure lors des collisions sur les parois qui est totalement négligeable et $\frac{1}{\tau_{fuite}}$ est la perte de mercure due aux défauts d'étanchéité de la chambre qui est

en fait la principale cause de perte de mercure. En pratique, la mesure du T_0 du mercure sera un outil de diagnostic utile pour détecter les fuites de la chambre. En effet, le mercure va très vite, si bien que l'effet d'une petite fuite est détectable.

Pour le neutron comme pour le mercure, nous nous sommes restreints pour l'instant à décrire ce qui se passe dans la chambre uniquement en termes de densité. A aucun moment nous n'avons abordé le comportement des spins. Pourtant pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron, ce qui nous intéresse est de mesurer des fréquences de précession. La dynamique des spins sera détaillée dans le chapitre suivant, mais avant cela, décrivons le principe de fonctionnement des magnétomètres césium que nous utilisons sur OILL.

4.5 Les magnétomètres césium

Les magnétomètres césium ont une place particulière au sein du spectromètre OILL car ils ont été ajoutés par notre collaboration. Ils forment donc un nouveau moyen de diagnostic qui va nous permettre d'augmenter la sensibilité du spectromètre grâce à un meilleur contrôle des erreurs systématiques liées au champ magnétique. Ils ont été développés [47] par le laboratoire FRAP (FRibourg Atomic Physics, Fribourg, Suisse) et la troisième partie de cette thèse présente les premiers résultats, tests et études théoriques pour l'utilisation d'un système de double magnéto-métrie dans un appareillage de mesure du moment électrique dipolaire du neutron.

Le césium a une structure électronique du type hydrogène $[Xe]6s^1$ qui lui procure, dans l'état fondamental, un spin électronique $J = 1/2$. Le césium naturel est composé d'un seul isotope stable, le ^{133}Cs qui a 78 neutrons. C'est cet isotope qui est présent dans nos magnétomètres. Son spin nucléaire vaut $I = 7/2$ et ainsi son spin total ($\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$) peut prendre deux valeurs dans son état fondamental : $F = 3, 4$ (Voir Fig. 4.12). Via la

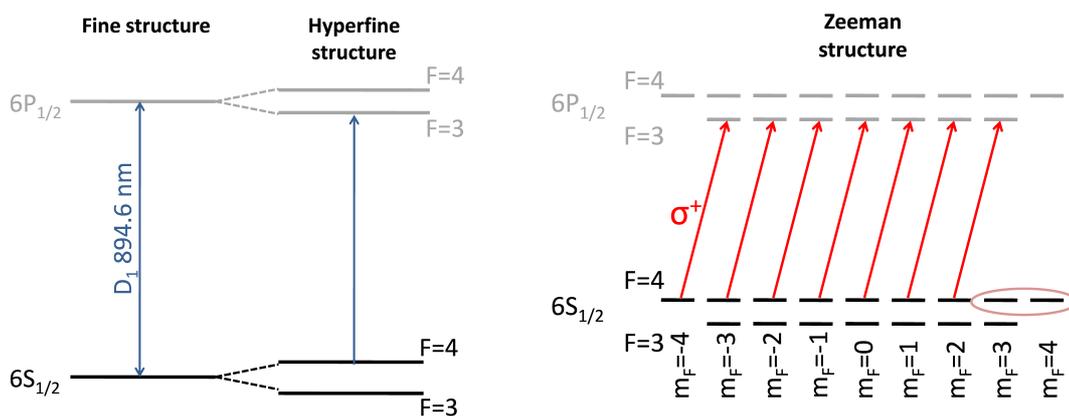


FIG. 4.12 – Figure de gauche, la structure fine et hyperfine du césium ^{133}Cs . On peut y voir en noir la longueur d'onde utilisée pour le pompage optique. La figure de droite est un détail de celle de gauche autour de la transition entre le niveau $F=4$ de l'état fondamental et le niveau $F=3$ de l'état excité. Y est représenté le principe du pompage optique du césium ^{133}Cs .

transition D_1 dans le proche infrarouge (894.6 nm), l'atome peut être excité vers le niveau $6P_{1/2}$ qui se décompose lui-même en deux niveaux hyperfins $f=3$ ou 4 . Il est possible

d'exciter une transition de manière sélective entre deux niveaux hyperfins ici entre les niveaux ($6S_{1/2}$, $F=4$) et ($6P_{1/2}$, $f=3$) grâce à l'utilisation d'un laser accordable.

Le principe même du pompage optique pour le césium est similaire à celui du mercure mais la complexité de la structure hyperfine rend les schémas plus denses (voir figure 4.12). On peut voir par ailleurs sur cette figure que dans le cas du césium il y a deux états pièges. Lorsqu'un atome est dans l'un de ces états, il ne peut plus absorber la lumière de pompage. En théorie, après un certain temps, on s'attend donc à ce que les seuls niveaux peuplés soient les niveaux ($F=3$, $-3 \leq m_F \leq 3$) et ($F=4$, $m_F=3,4$) de l'état fondamental. Cette situation, qui viole l'équilibre thermique (dans lequel tous les sous niveaux hyperfins sont équitablement peuplés), est instable. La vapeur va donc naturellement se dépolariser, et ceci, avec un temps caractéristique de 0.2 s. Grâce au dépôt d'une fine couche de paraffine sur les parois, ce temps peut être augmenté au niveau de la seconde [48, 49] mais on comprend bien que pour pouvoir fonctionner pendant tout le temps de précession (≈ 100 s), le pompage optique doit être permanent, contrairement au cas du mercure ².

En pratique, ces magnétomètres sont composés d'une cellule de 70 mm de diamètre traversée par de la lumière polarisée circulairement produite par une diode laser. La lumière de pompage optique est apportée par une fibre optique puis détectée par une photodiode de l'autre côté de la cellule. La lumière de pompage est aussi la lumière d'analyse. La figure 4.13 est un schéma de principe de nos magnétomètres dont on peut comprendre

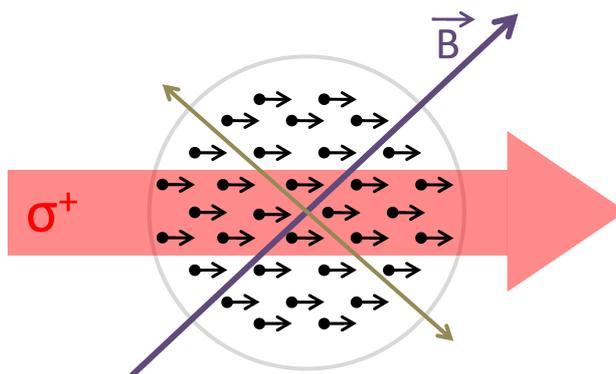


FIG. 4.13 – Schéma de principe des magnétomètres césium. On peut y reconnaître le faisceau polarisé de pompage/analyse incliné de 45° par rapport au champ principal B_0 lui-même étant parallèle au champ radio-fréquence.

le fonctionnement à partir d'un modèle en trois étapes [50]. Un point crucial de cette technique est que la dimension de la cellule dans laquelle les atomes de césium sont confinés doit être plus grande que la section du faisceau lumineux de pompage optique, section caractérisée par sa direction de propagation \vec{k} . Durant la première étape, dite de pompage optique, l'atome traverse la lumière de pompage. Cette lumière est assez intense pour qu'une traversée unique polarise cet atome. Il est alors dans un état qui ne peut absorber

²Le mercure a un temps de dépolarisation plus long (≈ 100 s dans la chambre de polarisation) car cette chambre est plus grosse que la cellule d'un magnétomètre césium mais surtout parce que la polarisation du mercure étant nucléaire, la probabilité de dépolarisation par collision est plus faible.

la lumière. Après être sorti du faisceau lumineux, l'atome va opérer une précession libre à la fréquence de Larmor pendant un temps T . C'est la deuxième étape. Alors qu'il parcourt l'ensemble du volume de la cellule, l'atome va accumuler une phase $\omega_L T$ qui contient toutes les informations sur le champ magnétique via la valeur de la fréquence de Larmor, $\omega_L = \gamma_C B$. Plus ce temps de précession libre est long, plus la mesure du champ magnétique sera précise, ce qui met en évidence le rôle du revêtement en paraffine qui limite les déphasages lors des collisions aux parois. Enfin, au bout du temps T , la troisième et dernière phase commence lorsque notre atome traverse de nouveau le faisceau lumineux. En fonction de la direction du spin par rapport à celle du vecteur directeur \vec{k} du faisceau lumineux, la quantité de lumière absorbée varie. A la fin de cette étape, l'atome est de nouveau dans le même état qu'au début de la deuxième étape et le cycle recommence. Si, lors d'une collision avec les parois, l'atome est dépolarisé, le cycle reprend à la première étape.

Ce cycle en trois étapes se produit pour tous les atomes à la fois. Cependant, pour qu'ils créent un signal macroscopique et cohérent, il faut que leur précession soit cohérente. Cela est assuré par un champ radio-fréquence (à une fréquence proche de ω_L) appliqué perpendiculairement au champ principal qui synchronise la précession des atomes. Ainsi, la fréquence de précession des atomes va être extraite via la mesure de la différence de phase entre la fréquence du champ radio-fréquence et la fréquence de modulation de la lumière.

On peut démontrer à l'aide des équations de Bloch l'ensemble de ces comportements et donc justifier que l'inclinaison de 45° entre le champ principal et le faisceau lumineux est optimum. Ceci est fait dans la référence [50]. On peut cependant retenir ici l'idée que cette orientation permet une mesure directe de la fréquence de précession à condition que le champ radio-fréquence soit ajusté à la bonne fréquence. Pour garantir cela, il suffit de maximiser l'amplitude de la modulation de la lumière ce qui est fait par le biais d'une boucle de rétroaction.

5. La dynamique du spin

La dynamique du spin est un phénomène purement quantique. On peut décrire notre système comme une superposition d'états quantiques $\{|\Phi_n\rangle\}$, de probabilité p_n , par son opérateur densité $\hat{\rho}$

$$\hat{\rho}(t) = \sum_n p_n |\Phi_n(t)\rangle \langle \Phi_n(t)| \quad (5.1)$$

Cette description contient les informations suivantes :

- les éléments diagonaux de cet opérateur ρ_{ii} sont les probabilités de mesurer le système dans l'état $|\Phi_i\rangle$
- les éléments non-diagonaux ρ_{ij} sont les cohérences entre les deux états $|\Phi_i\rangle$ et $|\Phi_j\rangle$.

On peut alors décrire l'évolution du système par l'équation suivante

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] \quad (5.2)$$

qui peut être vue comme l'analogie en mécanique quantique de l'équation de Liouville en mécanique statistique classique. On va pouvoir décrire l'évolution de notre système dans un champ magnétique en spécifiant l'hamiltonien qui intervient dans 5.2 :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z \quad (5.3)$$

dans lequel $\omega_0 = \frac{2}{\hbar} \vec{\mu} \cdot \vec{B}$ est la pulsation de Larmor, $\hat{\sigma}_z$ est la matrice de Pauli et l'axe z est défini comme l'axe du champ magnétique ($\vec{B} = b_z \hat{z}$).

L'équation 5.2 s'écrit alors pour un spin 1/2 :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & \rho_{11} \end{pmatrix} = i\omega_0 \begin{pmatrix} 0 & \rho_{01} \\ -\rho_{10} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

dont les solutions décrivent la précession de Larmor :

$$\begin{aligned} \rho_{00}(t) &= \rho_{00}(0) \\ \rho_{01}(t) &= \rho_{01}(0) e^{i\omega_0 t} \\ \rho_{10}(t) &= \rho_{10}(0) e^{-i\omega_0 t} \\ \rho_{11}(t) &= \rho_{11}(0) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Maintenant, il s'agit de décrire l'évolution d'un ensemble de spins. Ces spins n'interagissent avec le reste de l'univers pas uniquement via leur moment magnétique, mais ils interagissent aussi avec les parois par exemple. Lors des collisions avec les parois, chaque spin a une probabilité d'être renversé ce qui macroscopiquement dépoliarise la vapeur. La question de la description de ce type de phénomène de manière purement quantique n'est pas simple. En effet, la mécanique quantique classique suppose que toutes les interactions entre notre système et le reste de l'univers sont décrites par des hamiltoniens. Dans certains cas, comme ici pour la dépoliarisation, il n'est pas facile d'écrire un tel hamiltonien alors que la dépoliarisation est facile à décrire en termes de temps de dépoliarisation.

Pour résoudre ce problème on peut :

- soit décrire la dépolarisation dans le cadre de la mécanique quantique des systèmes ouverts ce qui fait intervenir des objets nommés lindbladiens. C'est ce qui est fait dans l'annexe 1.
- soit décrire la dépolarisation et l'évolution des spins dans un modèle classique sous la forme des équations de Bloch.

Cette deuxième approche, plus simple, est l'objet de la section suivante.

5.1 Les équations de Bloch

Les équations de Bloch sont des équations phénoménologiques, introduites en 1946 par Bloch [51], qui décrivent l'évolution de la magnétisation en présence de phénomènes de dépolarisation.

Soit $\vec{M}(t)$ la magnétisation nucléaire au temps t , son évolution se décrit alors par le système d'équations couplées suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{dM_x(t)}{dt} &= \gamma(\vec{M}(t) \times \vec{B}(t))_x - \frac{M_x(t) - M_x^{eq}}{T_2} \\ \frac{dM_y(t)}{dt} &= \gamma(\vec{M}(t) \times \vec{B}(t))_y - \frac{M_y(t) - M_y^{eq}}{T_2} \\ \frac{dM_z(t)}{dt} &= \gamma(\vec{M}(t) \times \vec{B}(t))_z - \frac{M_z(t) - M_z^{eq}}{T_1}\end{aligned}\quad (5.6)$$

avec γ le facteur gyromagnétique.

Ces équations décrivent l'évolution d'une magnétisation, donc d'un ensemble de spins dans un champ magnétique principalement selon l'axe z , ce qui justifie que le temps de dépolarisation (le retour vers la magnétisation d'équilibre \vec{M}^{eq}) soit différent suivant l'axe privilégié du champ magnétique. On a coutume de définir T_1 comme le temps de dépolarisation longitudinal et T_2 comme le temps de dépolarisation transverse (ceci étant bien entendu relatif à la direction principale du champ magnétique).

Pour décrire la dynamique du spin dans la chambre de stockage il faudra tenir compte de T_1 et T_2 qui, pour le neutron et le mercure ont des contributions et des valeurs différentes.

5.1.1 Le temps de dépolarisation longitudinal T_1

La dépolarisation longitudinale peut avoir deux origines. Tout d'abord, les inhomogénéités du champ magnétique qui peuvent être reliées à T_1 par la formule suivante :

$$\frac{1}{T_{1,magn}} = D \frac{|\vec{\nabla} B_x|^2 + |\vec{\nabla} B_y|^2}{B^2} \quad (5.7)$$

dans laquelle D est le coefficient de diffusion du gaz et B est le champ magnétique principal. Cette formule, établie pour des gaz [52] est aussi valable pour un gaz de neutrons ultra-froids sous la condition de définir le coefficient de diffusion par $D = v_{xy} \frac{\lambda}{3}$ [67] où v_{xy} est la vitesse moyenne des neutrons dans le plan transverse au champ magnétique et λ est le libre parcours moyen des neutrons. Cette contribution est très faible car elle est supprimée par la valeur du champ principal au carré.

Les principales sources de dépolarisation selon la direction longitudinale sont finalement les collisions avec les parois. On peut alors relier T_1 à la probabilité de dépolarisation par collision et caractériser les matériaux qui stockent le mieux la polarisation des neutrons et des atomes de mercure. Un certain nombre de résultats sont regroupés dans [54] et sont retranscrits ici pour le téflon et le quartz dans le tableau 5.1. Ces deux matériaux

Matériau	ξ_n	ξ_{Hg}
Téflon	$(1.8 \pm 1) \times 10^{-6}$	1.4×10^{-6}
Quartz	14×10^{-6}	3.5×10^{-6}

FIG. 5.1 – Probabilité de dépolarisation des neutrons ξ_n et des atomes de mercure ξ_{Hg} lors d'une collision avec les parois.

sont des isolants communs qui peuvent être utilisés comme parois verticales de la chambre de précession. On peut conclure de ces valeurs que le comportement des neutrons et des atomes de mercure lors d'une collision est très similaire, mais ce qui diffère entre les neutrons et les atomes de mercure c'est leur vitesse moyenne et donc le nombre de ces collisions. Ce nombre conduit à $T_1 \approx 100$ s pour le mercure et $T_1 \approx 1000$ s pour les neutrons.

Les équations de Bloch 5.6 nous montrent que pour mesurer T_1 il faudrait préparer nos spins dans un état propre aligné sur le champ magnétique (donc spin "up" ou "down") et mesurer l'évolution de sa polarisation en fonction du temps. La figure 5.2 est un exemple de la mesure de T_1 avec les neutrons.

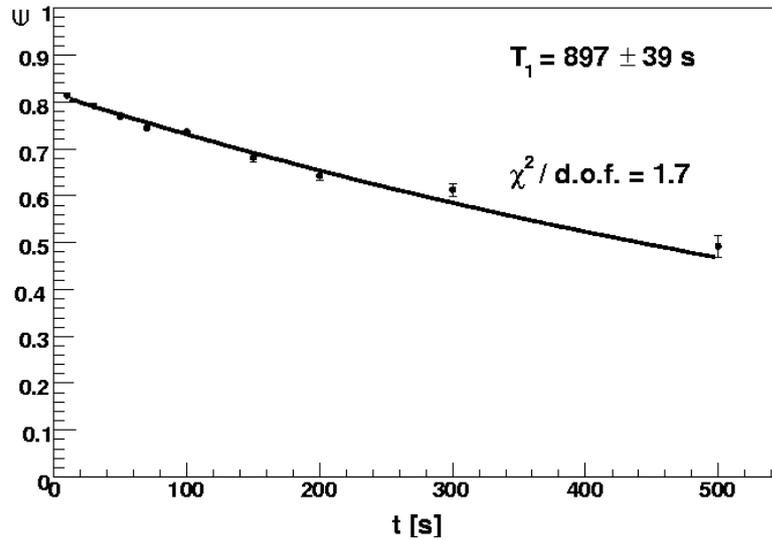


FIG. 5.2 – Mesure de l'asymétrie $(N_\uparrow - N_\downarrow)/(N_\uparrow + N_\downarrow)$ du nombre de neutrons de spin "up" N_\uparrow par rapport à celui de spin "down" N_\downarrow pour différents temps de stockage. Initialement, le système est préparé de sorte que la majorité des spins soit "up" (>80% d'après la mesure).

5.1.2 Le temps de dépolarisation transverse T_2

La dépolarisation transverse, à l'inverse de la dépolarisation longitudinale, est dominée par les gradients magnétiques. On peut résumer les différentes contributions pour une chambre cylindrique de rayon R et de hauteur L , par la formule suivante [55] :

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_{1,murs}} + \frac{1}{2T_{1,magn}} + \frac{\gamma^2 L^4}{120D} \left[\frac{\partial B_z}{\partial z} \right]^2 + \frac{7\gamma^2 R^4}{96D} \left[\frac{\partial B_z}{\partial y} \right]^2 \quad (5.8)$$

Dans cette expression, on retrouve γ , le facteur gyromagnétique du système. Tout comme pour l'équation 5.7, cette dernière expression établie pour un gaz de coefficient de diffusion D peut être adaptée au gaz de neutrons en utilisant la même redéfinition de ce coefficient. La pondération 1/2 entre $1/T_1$ et $1/T_2$ est démontrée dans l'annexe 1. On remarque aussi en faisant les applications numériques des expressions 5.7 et 5.8 que l'effet d'un même gradient est plus important sur T_2 par plus d'un ordre de grandeur pour les neutrons ($D/B^2 < \gamma^2 L^4/120D$). Au contraire pour les atomes de mercure, le terme dominant de l'expression 5.8 est $1/T_{1,murs}$.

Pour mesurer T_2 , il faut préparer un ensemble de spins de façon à ce qu'ils opèrent une précession tous en phase dans le plan perpendiculaire au champ principal et mesurer leur polarisation en fonction du temps. La figure 5.3 est un exemple de mesure effectuée avec des neutrons.

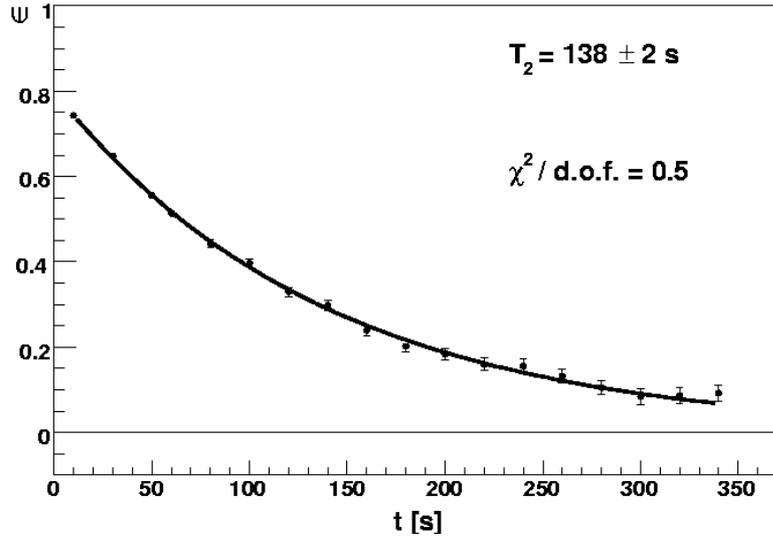


FIG. 5.3 – Mesure de l'asymétrie $(N_{\uparrow} - N_{\downarrow})/(N_{\uparrow} + N_{\downarrow})$ du nombre de neutrons de spin "up" N_{\uparrow} par rapport à celui de spin "down" N_{\downarrow} pour différents temps de stockage. Initialement, le système est préparé de sorte que tous les spins soient en phase lors de leur précession dans le plan perpendiculaire au champ principal.

Le fait que T_2 dépende drastiquement des gradients pour les neutrons nous permet d'utiliser T_2 comme diagnostic de la qualité du champ magnétique. Par exemple, on a pu comparer le gradient mesuré par un couple de magnétomètres césium placés de part et d'autre de la chambre de stockage au T_2 (voir la figure 5.4). La dépendance quadratique attendue d'après l'équation 5.8 est vérifiée en tenant compte du fait que les gradients ne sont pas indépendants à cause des équations de Maxwell.

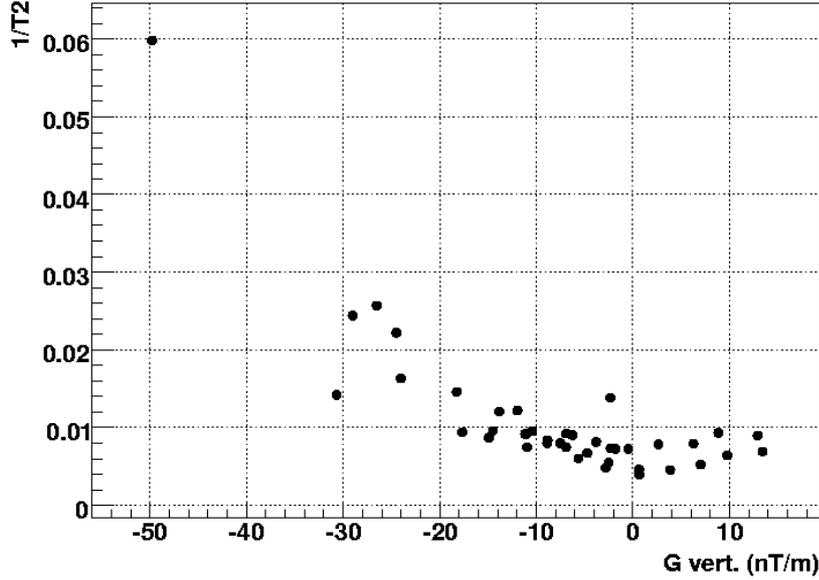


FIG. 5.4 – Etude de la corrélation entre le gradient vertical (mesuré par un couple de magnétomètres césium) et $1/T_2$ où T_2 est le temps de dépolarisation transverse des neutrons.

5.2 La méthode de Ramsey

On a vu au chapitre précédent que la seule quantité mesurable liée au spin des neutrons est la polarisation à la fin du temps de précession. La méthode la plus efficace pour que cette polarisation dépende de la fréquence de précession est de faire subir aux neutrons la méthode de Ramsey des champs oscillants alternés [28].

Le principe de cette technique consiste à ajouter un champ \vec{B}_1 en rotation à la pulsation ω dans le plan perpendiculaire au champ principal, lui-même demeurant statique. Afin d'utiliser une terminologie plus adaptée aux neutrons, la magnétisation \vec{M} utilisée dans les équations de Bloch (Eq. 5.6) va être remplacée par la polarisation $\vec{P} = \vec{M}/\gamma$. De plus, l'écriture des équations de Bloch en présence d'un champ tournant est plus aisée dans le référentiel en rotation avec le champ tournant. On va donc effectuer un changement de référentiel du référentiel statique (x,y,z) vers le référentiel tournant $(x',y',z'=z)$ orienté de manière à ce que \vec{B}_1 soit en permanence aligné selon l'axe x' . Le changement de référentiel s'écrit

$$\left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_{rot} = \left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_{lab} - \vec{\omega} \times \vec{P} = \vec{P} \times (\omega_L \vec{z} + \vec{\omega}) \quad (5.9)$$

Dans cette expression, $\vec{\omega}$ est la vitesse angulaire du système (x',y',z') autour de l'axe $z=z'$ et ω_L est la pulsation de Larmor des spins dans le champ total $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 \approx \vec{B}_0$.

Ce changement de référentiel nous permet de réécrire les équations de Bloch dans le référentiel en rotation avec \vec{B}_1 :

$$\begin{aligned}\frac{dP_{x'}}{dt} &= P_{y'}\delta\omega && -\frac{1}{T_2}P_{x'} \\ \frac{dP_{y'}}{dt} &= -P_{x'}\delta\omega + P_{z'}\Omega_R && -\frac{1}{T_2}P_{y'} \\ \frac{dP_{z'}}{dt} &= && -P_{y'}\Omega_R -\frac{1}{T_1}(P_{z'} - P_0)\end{aligned}\quad (5.10)$$

Dans cette expression, $\delta\omega = \omega - \omega_L$ est l'écart à la résonance de la pulsation du champ oscillant \vec{B}_1 par rapport à la pulsation de Larmor $\omega_L = \gamma B_0$ et $\Omega_R = \gamma B_1$ est la pulsation de Rabi. Si $\delta\omega = 0$, c'est-à-dire si on est à la résonance, les premiers termes du membre de droite de 5.10 s'annulent, c'est comme si le champ principal lui-même était nul. Au contraire, on observe une précession de Rabi autour du champ B_1 , statique dans ce référentiel.

On peut résoudre ce système d'équations couplées en annulant les derniers termes de dépolarisation. Sous ces hypothèses la résolution est analytique et l'évolution de la polarisation selon les trois axes du référentiel en rotation est :

$$\begin{aligned}P_{x'}(t) &= \frac{\delta\omega\Omega_R}{\Omega_{eff}} (-\cos(\Omega_{eff}t)) \\ P_{y'}(t) &= \frac{\Omega_R}{\Omega_{eff}} \sin(\Omega_{eff}t) \\ P_{z'}(t) = P_z(t) &= \frac{\delta\omega^2 + \Omega_R^2 \cos(\Omega_{eff}t)}{\Omega_{eff}^2} = 1 - \frac{2\Omega_R^2}{\delta\omega^2 + \Omega_R^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right)\end{aligned}\quad (5.11)$$

où l'on a introduit $\Omega_{eff} = \sqrt{\delta\omega^2 + \Omega_R^2}$, la pulsation effective dans le champ effectif $\vec{B}_{eff} = \frac{\vec{\omega} - \vec{\omega}_L}{\gamma} + \vec{B}_1$ que voit le spin dans le référentiel tournant.

Les équations 5.11 mettent en évidence une résonance dans le cas où à la fois $\Omega_R t_R = \pi/2$ et $\delta\omega = 0$:

$$\begin{aligned}P_{x'}(t_R) &= 0 \\ P_{y'}(t_R) &= 1 \\ P_{z'}(t_R) = P_z(t) &= 0\end{aligned}\quad (5.12)$$

c'est ce que l'on appelle un basculement de spin de $\pi/2$. On peut de la même façon inverser le spin selon l'axe z pour $\Omega_R t = \pi$ et $\delta\omega = 0$.

On a maintenant tous les outils nécessaires pour comprendre la méthode de Ramsey des champs oscillants alternés. Elle se fait en cinq étapes que l'on va détailler.

1. La première étape consiste à préparer nos spins de manière à ce qu'ils soient tous "up" dans le champ magnétique principal lui-même orienté selon l'axe $z' = z$. On a donc comme condition initiale

$$\begin{aligned}P_{x'}(0) &= 0 \\ P_{y'}(0) &= 0 \\ P_{z'}(0) = P_z(t) &= 1\end{aligned}\quad (5.13)$$

2. La deuxième étape consiste à faire un basculement de spin de $\pi/2$. Pour cela, on applique pendant un temps τ un champ magnétique \vec{B}_1 oscillant à la pulsation ω . On impose (pour simplifier les calculs) la condition $\Omega_R\tau = \pi/2$ mais on se laisse la possibilité de ne pas être à la résonance en fréquence : $\delta\omega \neq 0$. Ces hypothèses reflètent assez bien la réalité puisque la condition $\Omega_R\tau = \pi/2$ est aisée à réaliser alors que la condition $\delta\omega = 0$ dépend de ω_L que l'on cherche justement à mesurer. De plus, dans la pratique, $\tau = 2$ s ainsi les premiers termes du membre de droite de l'expression 5.10 qui sont une intégration du déphasage ($\delta\omega \approx 0$) * τ peuvent être négligés. Sous ces approximations on peut calculer la polarisation au temps τ :

$$\begin{aligned} P_{x'}(\tau) &= 0 \\ P_{y'}(\tau) &= 1 \\ P_{z'}(\tau) = P_z(\tau) &= 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

Durant cette deuxième étape, les spins subissent une oscillation de Rabi.

3. La troisième phase, dite de précession libre, dure typiquement $T = 100$ s pendant lesquelles seul le champ principal est présent. De ce fait, les termes centraux de l'équation 5.10 sont nuls. On va observer deux phénomènes : d'une part, on va intégrer le déphasage $\delta\omega * T$ sur un temps assez long pour qu'il soit significatif et d'autre part, à cause de la dépolarisation transverse, la polarisation va diminuer. A la fin de la précession libre la polarisation s'écrit :

$$\begin{aligned} P_{x'}(\tau + T) &= e^{-T/T_2} \sin(\delta\omega T) \\ P_{y'}(\tau + T) &= e^{-T/T_2} \cos(\delta\omega T) \\ P_{z'}(\tau + T) = P_z(\tau + T) &= 0 \end{aligned} \quad (5.15)$$

4. La quatrième étape consiste en un second basculement de spin, qui vérifie les mêmes conditions que le premier mais avec des conditions initiales différentes. A la suite de ce basculement, la polarisation vaut :

$$\begin{aligned} P_{x'}(\tau + T + \tau) &= e^{-T/T_2} \sin(\delta\omega T) \\ P_{y'}(\tau + T + \tau) &= 0 \\ P_{z'}(\tau + T + \tau) = P_z(\tau + T + \tau) &= -e^{-T/T_2} \cos(\delta\omega T) \end{aligned} \quad (5.16)$$

5. La cinquième et dernière étape consiste en l'analyse de la polarisation selon la direction $z' = z$.

On comprend donc que la méthode des champs oscillants alternés de Ramsey permet en mesurant la polarisation du gaz de neutrons selon z de déterminer la quantité $\delta\omega = \omega - \omega_L$ qui, connaissant la pulsation ω du champ oscillant appliqué nous donne directement une mesure de $f_L = \omega_L/(2\pi)$, la fréquence de Larmor des neutrons.

Il est intéressant de faire deux remarques au sujet de $P_z(\tau + T + \tau)$, la polarisation selon l'axe z à la fin du processus de Ramsey. Tout d'abord, comme l'essentiel des déphasages intégrés le sont durant la précession libre, plus celle-ci est longue, plus le déphasage sera important. On a donc tout intérêt à faire en sorte que T soit aussi long que possible. Bien entendu, on va être limité par T_2 puisque si $T \gg T_2$ la polarisation tend vers zéro. La

seconde remarque est que cette expression, qui néglige l'effet de $\delta\omega$ pendant les phases 2 et 4, n'est valable qu'au premier ordre (ou pour des valeurs de $\delta\omega$ réellement faibles).

La formule exacte, valable pour toutes les valeurs de $\delta\omega$ a été établie dans [54] par exemple, mais elle n'inclut pas la dépolarisation :

$$P_z(\tau+T+\tau) = 1 - \frac{8\Omega_R^2 \sin^2\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) \left[\Omega_{eff} \cos\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) \cos\left(\frac{T\delta\omega}{2}\right) - \delta\omega \sin\left(\frac{T\delta\omega}{2}\right) \sin\left(\frac{\Omega_{eff}\tau}{2}\right) \right]^2}{\Omega_{eff}^4} \quad (5.17)$$

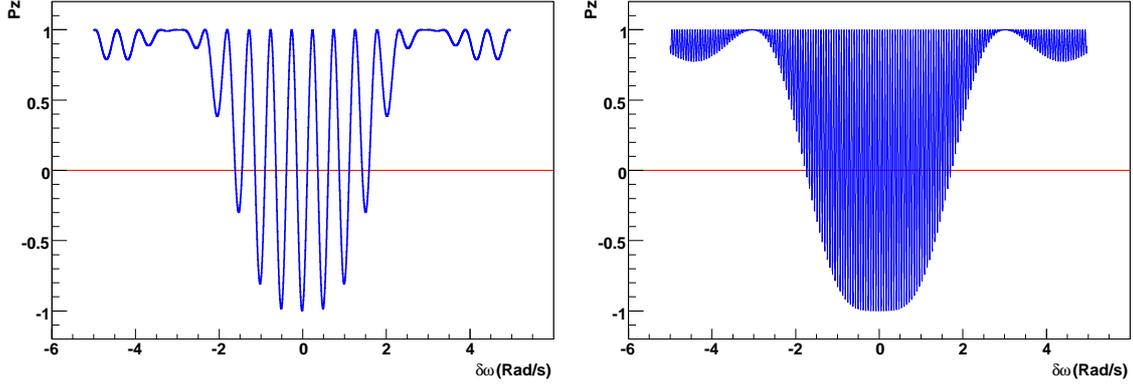


FIG. 5.5 – Courbes de résonance de Ramsey optimisée ($\Omega_R\tau = \pi/2$) pour $T = 10$ s à gauche et $T = 100$ s à droite. On y reconnaît le terme dominant $\cos(\delta\omega T)$ de l'équation 5.16 modulé par les effets de plus basse fréquence (similaires pour les deux courbes).

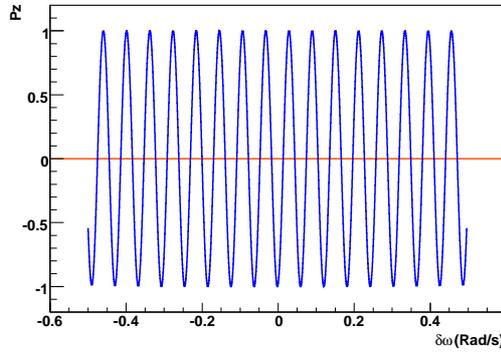


FIG. 5.6 – Détail de la courbe de résonance de Ramsey optimisée ($\Omega_R\tau = \pi/2$) pour $T = 100$ s (Fig. 5.5, à droite). On y reconnaît le terme dominant $\cos(\delta\omega T)$ de l'équation 5.16 mais la modulation due aux effets de plus basse fréquence est négligeable autour de la frange centrale ($\delta\omega \approx 0$).

Les figures 5.5 et 5.6 illustrent cette équation 5.17. En comparant les figures 5.5 on constate l'effet du temps de précession libre. Plus il est grand, plus l'effet du déphasage $\delta\omega T$ (oscillations rapides) est important et plus la sensibilité de la polarisation à la fréquence de précession est grande. La figure 5.6, quant à elle, met en évidence le fait que dès lors que $T \gg \tau$, la courbe de Ramsey autour de $\delta\omega \approx 0$ est très proche de celle d'un cosinus, ce qui valide l'expression 5.16. On peut aussi la valider par un développement limité au premier ordre en $\delta\omega$ de l'équation 5.17.

5.3 La mesure de la fréquence de précession du neutron

La section précédente, en introduisant la méthode des champs oscillants alternés de Ramsey, a aussi largement introduit la méthode d'extraction de la fréquence de précession des neutrons via la mesure de la polarisation à la fin du cycle de Ramsey. On a vu (équation 5.16) que la polarisation à la fin d'un cycle Ramsey optimisé ($\Omega_R \tau = \pi/2$) est donnée par

$$P_z(\tau + T + \tau) = -e^{-T/T_2} \cos(\delta\omega T). \quad (5.18)$$

Dans cette expression on retrouve $\delta\omega = \omega - \omega_L$ où ω est la pulsation du champ oscillant et ω_L la pulsation de Larmor des neutrons dans le champ principal. Cette expression implique aussi T_2 , le temps de dépolarisation transverse et T , le temps de précession libre.

En définissant la polarisation P_z comme

$$P_z = \frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \quad (5.19)$$

où N_{\uparrow} (respectivement N_{\downarrow}) est le nombre de neutrons spin "up" (respectivement "down"), on peut réécrire l'équation 5.18 en termes de nombre de neutrons :

$$N_{\uparrow/\downarrow} = N_{\uparrow/\downarrow}^{avg} \left(1 \mp e^{-T/T_2} \cos(\delta\omega T) \right). \quad (5.20)$$

Dans laquelle $N_{\uparrow/\downarrow}^{avg}$ est le nombre moyen de neutrons de spin "up", respectivement "down" lorsque $\delta\omega T = \pi/2$. Il est utile de rajouter deux phénomènes dans cette dernière expression. Tout d'abord, la polarisation des neutrons n'est pas parfaite au début du cycle de Ramsey puisqu'on a vu que la feuille de polarisation a un pouvoir d'analyse typique de 90 %. Pour tenir compte de cela, on va introduire le paramètre α_0 , égal au carré du pouvoir d'analyse de la feuille puisque la polarisation initiale des neutrons est égale au pouvoir d'analyse de cette feuille et qu'à la fin du cycle Ramsey, la polarisation est analysée par cette même feuille. La seconde correction à apporter consiste à tenir compte du déphasage accumulé pendant les renversements de spins. Elle se calcule [54] grâce à l'équation 5.17.

On va donc réécrire 5.20 comme :

$$N_{\uparrow/\downarrow} = N_{\uparrow/\downarrow}^{avg} \left(1 \mp \alpha_0 e^{-T/T_2} \cos(\delta\omega(T + 2\tau/\pi)) \right). \quad (5.21)$$

On peut alors introduire $\alpha(T) = \alpha_0 e^{-T/T_2}$ qui est un facteur de qualité incluant la dépolarisation pendant la précession libre et le pouvoir d'analyse de la feuille. Ainsi, l'équation 5.21 devient :

$$\begin{aligned} N_{\uparrow/\downarrow} &= N_{\uparrow/\downarrow}^{avg} (1 \mp \alpha(T) \cos((f_n - f_1)2\pi(T + 2\tau/\pi))) \\ &= N_{\uparrow/\downarrow}^{avg} \left(1 \mp \alpha(T) \cos\left(\frac{(f_n - f_1)\pi}{\Delta\nu}\right) \right) \end{aligned} \quad (5.22)$$

où f_n est la fréquence de précession des neutrons et $f_1 = \omega/(2\pi)$ est la fréquence du champ oscillant. Exprimée de la sorte, $\alpha(T)$ peut se voir comme la visibilité de la frange centrale de la courbe de résonance de Ramsey et $\Delta\nu = \frac{1}{2(T+2\tau/\pi)}$ comme la largeur de cette même frange.

L'expression 5.22 est la base de l'ajustement qui permet d'extraire la fréquence de précession des neutrons [56]. Pour en comprendre la philosophie, effectuons un bilan des

paramètres expérimentalement connus et inconnus dans l'expression 5.22. Lors de chaque cycle de mesure, on connaît les conditions expérimentales et donc f_1 et $\Delta\nu$ et on mesure N_\uparrow et N_\downarrow . Il nous faut déterminer N_\uparrow^{avg} , N_\downarrow^{avg} , $\alpha(T)$ et bien sûr f_n . On est donc dans une situation où il y a trop d'inconnues. Pour s'affranchir de ce problème, on fait l'hypothèse que N_\uparrow^{avg} , N_\downarrow^{avg} et α sont constants durant une série de cycles. Par série de cycles, il faut comprendre cycles pris avec une configuration identique en termes de champs électrique et magnétique et pour une même durée de la période de précession. On va alors ajuster la valeur de N_\uparrow^{avg} , N_\downarrow^{avg} et α sur toute la série de cycles. Pour cela, modifions l'expression 5.22 de manière à y introduire $f_0 = f_{Hg} \frac{\gamma_n}{\gamma_{Hg}}$, la fréquence de précession du mercure f_{Hg} corrigée par le rapport des rapports gyromagnétiques de manière à ce que numériquement elle soit très proche de la fréquence de précession du neutron :

$$\begin{aligned} N_{\uparrow/\downarrow} &= N_{\uparrow/\downarrow}^{avg} \left(1 \mp \alpha(T) \cos \left(\frac{(f_n - f_1 + f_0 - f_0)\pi}{\Delta\nu} \right) \right) \\ &= N_{\uparrow/\downarrow}^{avg} \left(1 \mp \alpha(T) \cos \left(\frac{(f_0 - f_1)\pi}{\Delta\nu} - \phi_{avg} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.23)$$

avec $\phi_{avg} = (f_0 - f_n)\pi/\Delta\nu$, une phase qui est nulle si les neutrons et les atomes de mercure voient exactement le même champ magnétique (il sera démontré plus loin que pour cela, il faut que les gradients de champ magnétique soient nuls). Cependant, au sein d'une même série de cycles, les gradients ne varient pas significativement et pour chaque série de cycles, on peut ajuster les valeurs de ϕ_{avg} , N_\uparrow^{avg} , N_\downarrow^{avg} et $\alpha(T)$ avec l'équation 5.23 dans laquelle tous les autres paramètres sont connus puisque la fréquence de précession des atomes de mercure est mesurée indépendamment.

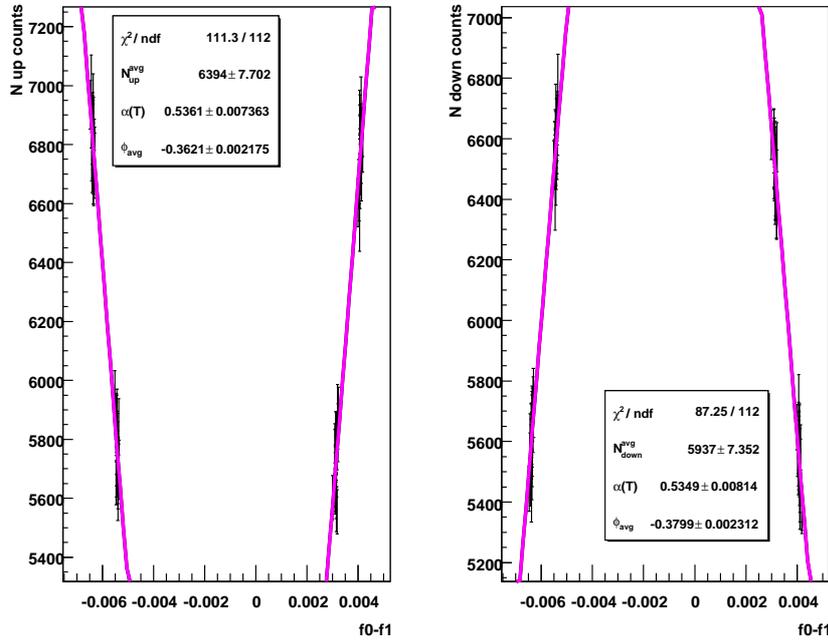


FIG. 5.7 – Exemple d'un ajustement des taux de comptage de neutrons ayant un spin "up" sur la figure de droite et un spin "down" sur celle de gauche par l'expression 5.23. On peut voir sur la figure, le χ^2 de l'ajustement mais aussi la valeur des paramètres ajustés.

La figure 5.7 est un exemple de cet ajustement des données (100 cycles Ramsey) par l'expression 5.23.

On obtient ainsi deux valeurs indépendantes de ϕ_{avg} et $\alpha(T)$ via ces deux ajustements (un par direction du spin des neutrons) que l'on combine. La figure 5.7 illustre un détail de la procédure de Ramsey. Expérimentalement, on choisit la fréquence du champ B_1 de manière à ce que la quantité $f_0 - f_1$ corresponde à la zone de la courbe de résonance de Ramsey où la pente est la plus forte. Cela maximise la sensibilité de la mesure.

Une fois les paramètres N_{\uparrow}^{avg} , N_{\downarrow}^{avg} et $\alpha(T)$ connus, on peut inverser l'équation 5.22 pour extraire, pour chaque cycle, f_n :

$$f_n = f_1 + \frac{\Delta\nu}{\pi} \arccos \left(\frac{N_{\uparrow/\downarrow} - N_{\uparrow/\downarrow}^{avg}}{\mp \alpha(T) N_{\uparrow/\downarrow}^{avg}} \right) \quad (5.24)$$

Ici aussi, on obtient deux valeurs quasi-indépendantes de f_n que l'on combine. Il faut garder à l'esprit que, finalement, cette méthode fournit des fréquences corrélées aux valeurs moyennes de l'ajustement, donc à l'ensemble des fréquences. Pour que cette corrélation soit la plus petite possible, il faut appliquer cette procédure au plus grand nombre possible de cycles Ramsey.

Le dernier point important est le calcul de l'erreur statistique lors de l'extraction de la fréquence. Cela est possible analytiquement :

$$\begin{aligned} (\Delta f_n)^2 &= \left(\frac{\partial f_n}{\partial N} \Delta N \right)^2 + \left(\frac{\partial f_n}{\partial N_{avg}} \Delta N_{avg} \right)^2 + \left(\frac{\partial f_n}{\partial \alpha} \Delta \alpha \right)^2 \\ &= \left(\frac{\Delta\nu}{\pi \alpha N_{avg}} \right)^2 \times \left(\frac{1}{1 - \frac{(N_{avg} - N)^2}{\alpha^2 N_{avg}^2}} \right) \times \\ &\quad \left[N + N^2 \left(\frac{\Delta N_{avg}}{N_{avg}} \right)^2 + (N_{avg} - N)^2 \left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (5.25)$$

Les deux derniers termes de l'équation 5.25, sont très petits devant le premier (ils contribuent à 1 % de l'erreur totale). Si on les néglige et qu'on fait l'approximation $N_{avg} = N$ cette expression se réduit à :

$$\Delta f_n = \frac{\Delta\nu}{\alpha \sqrt{N} \pi} \approx \frac{1}{2\pi T \alpha \sqrt{N}} \quad (5.26)$$

Cette équation résume bien comment diminuer l'erreur sur la fréquence de précession des neutrons. Il faut augmenter

- le temps de précession libre (ce qui augmente le déphasage intégré $\delta\omega T$),
- la visibilité de la frange centrale (par un meilleur pouvoir d'analyse de la feuille de polarisation ou en augmentant T_2),
- le nombre de neutrons (pour diminuer l'erreur statistique standard).

5.3.1 Tests de la procédure d'extraction de la fréquence neutron

La méthode présentée dans le début de cette section a été mise en œuvre sous la forme d'un code informatique dans le cadre de cette thèse. Il est indispensable de tester cette mise en œuvre autant que possible puisque ce programme est en amont de toutes les analyses et résultats physiques présentés dans la troisième et dernière partie de ce document.

Le premier test à faire est d'évaluer l'ajustement des valeurs moyennes N_{\uparrow}^{avg} , N_{\downarrow}^{avg} , α et ϕ_{avg} par l'expression 5.23. Pour cela, on utilise une série de 344 cycles Ramsey. On découpe cette série en tranches de taille fixe et on fait l'ajustement par l'expression 5.23 dans chaque tranche de façon à étudier l'évolution du χ^2 en fonction de la taille de la tranche. Il est clair que plus la tranche est petite et plus le nombre d'ajustements sera grand. Les résultats de cette étude sont représentés sur la figure 5.8 et regroupés dans le tableau 5.9.

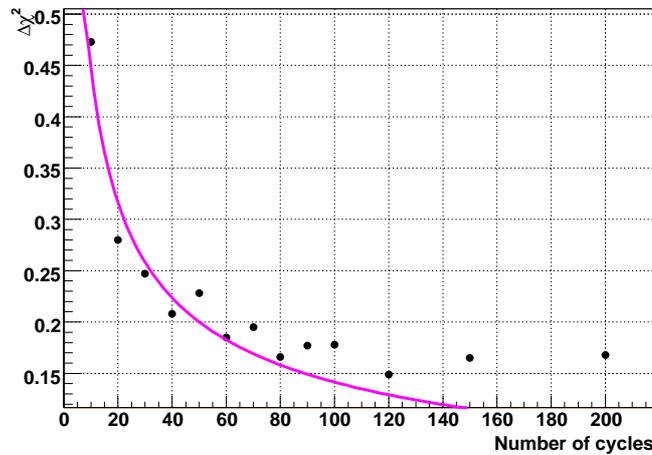


FIG. 5.8 – Etude de la largeur de la distribution du χ^2 de l'ajustement par l'expression 5.23 en fonction du nombre de cycles dans l'ajustement. Les points sont issus du tableau 5.9. La courbe rose est la courbe théoriquement attendue pour une distribution de χ^2 idéale : $\Delta\chi_{theo}^2 = \sqrt{\frac{2}{n}}$ où n est le nombre de points dans l'ajustement ici c'est donc le nombre de cycles [57].

On peut conclure que les ajustements effectués sur un nombre limité (typiquement inférieur à 100) de cycles Ramsey ont un χ^2 qui se comporte très correctement (voir Fig. 5.8). Dès lors que l'on fait notre ajustement sur un trop grand nombre de cycles, on observe des χ^2 en moyenne trop loin de 1. On peut expliquer cela si la valeur des paramètres évolue un peu avec le temps, auquel cas, l'ajustement par une unique valeur n'est plus parfait.

Le deuxième test à faire est de comparer la valeur de la fréquence de précession obtenue avec celle qui nous est fournie par l'analyse en ligne. L'analyse en ligne se fait en une seule étape sur une série de quatre cycles Ramsey consécutifs dans une fenêtre glissante. Pour chaque série de quatre cycles, les taux de comptage (pour chaque direction du spin) sont ajustés par l'expression 5.22 qui donne ainsi une valeur de la fréquence de précession des neutrons, moyennée sur quatre cycles. La figure 5.10 montre l'évolution, en fonction du temps, de la fréquence extraite par la méthode décrite ici et de la fréquence analysée en ligne. On observe deux choses sur cette figure. La première est l'effet de moyennage qui est clair lorsque la fréquence de précession varie vite (par exemple autour de 13.5 h sur la figure). La seconde est la différence de la taille des barres d'erreurs.

Nombre de cycles	Nombre d'ajustements	χ^2 moyen	$\Delta\chi^2$ (RMS)
10	138	1.143	0.472
20	70	1.016	0.280
30	46	1.009	0.247
40	36	0.997	0.208
50	28	1.003	0.228
60	24	0.999	0.185
70	20	1.011	0.195
80	18	1.005	0.166
90	16	1.004	0.177
100	14	1.016	0.178
120	12	1.021	0.149
150	10	1.004	0.165
200	8	1.013	0.168

FIG. 5.9 – Etude du χ^2 de l'ajustement par 5.23 en fonction du nombre de cycles dans l'ajustement.

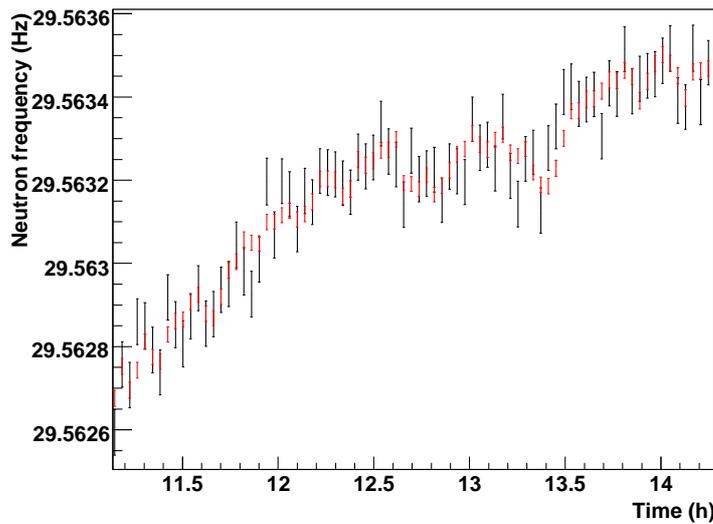


FIG. 5.10 – Evolution de la fréquence de précession des neutrons en fonction du temps. Les points rouges montrent le résultat de l'analyse en ligne, les points noirs celui de l'analyse faite dans le cadre de cette thèse. Les barres d'erreur associées sont issues de l'analyse en ligne dans le premier cas et calculées à partir de l'équation 5.25 dans le second.

C'est aussi une conséquence du moyennage puisque la moyenne de quatre mesures a une incertitude deux fois plus petite que l'incertitude de chaque mesure prise indépendamment. Enfin, on peut calculer l'autocorrélation pour chacune des séries de points de la figure 5.10. Pour que cette étude d'autocorrélation ne soit pas une étude des variations du champ magnétique, il faut choisir un paramètre qui soit constant mais proportionnel à la fréquence de précession du neutron. Un tel paramètre existe, c'est le paramètre $R = \frac{f_n}{f_{Hq}}$ qui re-

viendra très souvent dans ce document. Ce rapport est constant au premier ordre puisque $R = \left| \frac{\gamma_n B}{\gamma_{Hg} B} \right| = \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{Hg}} \right|$. De plus, l'erreur que l'on fait dans l'évaluation de ce rapport provient essentiellement de l'erreur sur la fréquence de précession des neutrons puisque $\frac{\Delta f_n}{\Delta f_{Hg}} \approx 100$. On peut ainsi conclure que l'étude de l'autocorrélation du paramètre R est une étude de l'autocorrélation de la fréquence de précession des neutrons indépendante des effets de variation du champ magnétique. C'est donc une étude de l'autocorrélation de la fréquence de précession des neutrons due à l'analyse elle-même. On définit l'autocorrélation comme :

$$\text{Auto}(\Delta i) = \frac{1}{2} \frac{\langle (R[j + \Delta i] - R[j])^2 \rangle_j}{\langle (R[j] - \langle R \rangle)^2 \rangle_j}. \quad (5.27)$$

Définie de la sorte, $\text{Auto}(\Delta i)$ est l'autocorrélation entre chaque point j et son Δi^{me} suivant. $\text{Auto}(\Delta i) = 1$ pour une série de points non corrélés, au contraire, $\text{Auto}(\Delta i) = 0$ pour une série de points complètement corrélés. La figure 5.11 résume les résultats de cette étude. Ce

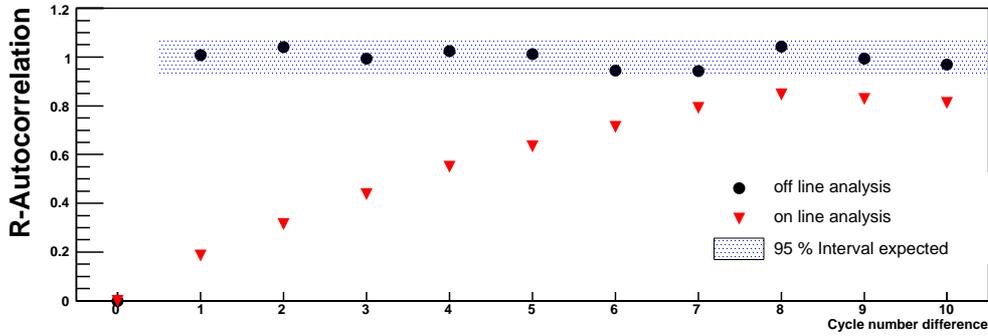


FIG. 5.11 – Valeur de l'autocorrélation du paramètre R , $\text{Auto}(\Delta i)$, définie par l'équation 5.27 en fonction du nombre de cycles de différence Δi . Les points rouges représentent l'autocorrélation dans le cas où la fréquence de précession des neutrons utilisée est celle fournie par l'analyse en ligne, les points noirs représentent l'autocorrélation dans le cas où la fréquence utilisée est calculée à partir de l'expression 5.23. La zone bleue est la région dans laquelle doivent se trouver 95 % des points d'un signal complètement non corrélé. Elle a été calculée par Monte-Carlo en simulant des séries de points complètement non corrélés ayant les mêmes barres d'erreur que le signal à étudier.

test permet de conclure que l'analyse présentée ci-dessus fournit une valeur de la fréquence de précession des neutrons non corrélée d'un cycle à l'autre. La fenêtre glissante, large de quatre cycles, explique parfaitement la structure observée sur la figure 5.11.

Le dernier test à faire consiste à confirmer la valeur de l'incertitude sur l'extraction de la fréquence de précession des neutrons. Pour cela, on peut étudier la dispersion de la quantité $f_n - f_0 = f_n - f_{Hg} \frac{\gamma_n}{\gamma_{Hg}}$. Contrairement à f_n , cette quantité est constante mais elle a la même dispersion que f_n puisque l'incertitude sur f_{Hg} est négligeable. La figure 5.12 est un histogramme de $f_n - f_0$. Elle met en évidence le fait que l'écart quadratique moyen de la distribution de $f_n - f_0$ est égal à la largeur de la gaussienne ajustée à cette distribution, ce qui en fait donc une distribution gaussienne. Cet écart (5×10^{-5} Hz) est par ailleurs égal à la valeur moyenne des incertitudes estimée à partir de l'expression 5.25. Cette cohérence valide la valeur des barres d'erreur fournies par le code.

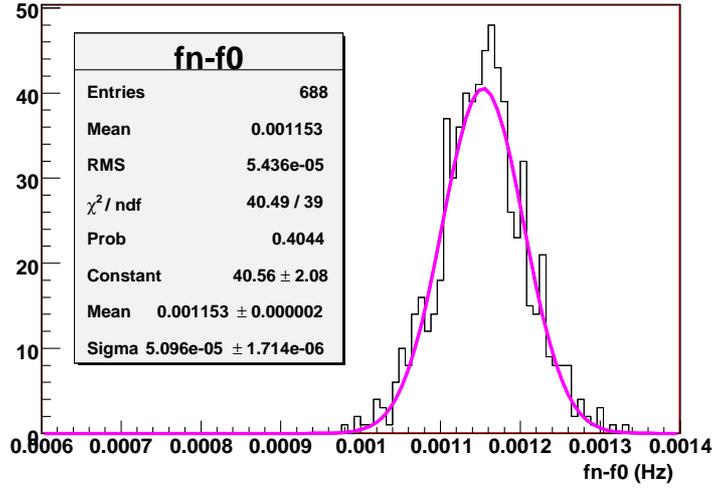


FIG. 5.12 – Histogramme de la quantité $f_n - f_0$. La courbe rose est l’ajustement gaussien de cet histogramme.

La méthode d’extraction de la fréquence de précession des neutrons est finalement validée. Elle sera utilisée systématiquement pour tous les résultats présentés dans cette thèse. Cette méthode inclut la valeur de la fréquence de précession des atomes de mercure qui est une mesure indépendante. La description de cette mesure est l’objet de la section suivante.

5.4 La mesure de la fréquence de précession du mercure

Les atomes de mercure sont polarisés spin ”up” dans la chambre de polarisation puis admis dans la chambre de précession. Immédiatement après leur admission, ils subissent un basculement de spin vérifiant la condition $\Omega_R \tau = \pi/2$, avec $\Omega_R = \gamma B_1$ la pulsation de Rabi, et τ le temps pendant lequel le champ oscillant B_1 est appliqué. Il est bien entendu que, dès lors que l’on parle des atomes de mercure, le rapport gyromagnétique γ à considérer est celui du mercure. Après ce renversement du spin de $\pi/2$, la précession libre commence. A tout instant t de cette précession libre la polarisation s’exprime, dans le référentiel tournant lié à $\vec{B}_1 = B_1 \vec{x}'$ par :

$$\begin{aligned}
 P_{x'}(\tau + t) &= e^{-t/T_2} \sin(\delta\omega t) \\
 P_{y'}(\tau + t) &= e^{-t/T_2} \cos(\delta\omega t) \\
 P_{z'}(\tau + t) &= 0
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

Dans le référentiel fixe du laboratoire, la polarisation s’écrit :

$$\begin{aligned}
 P_x(\tau + t) &= -e^{-t/T_2} \sin(\omega_L t) \\
 P_y(\tau + t) &= e^{-t/T_2} \cos(\omega_L t) \\
 P_z(\tau + t) &= 0
 \end{aligned} \tag{5.29}$$

La chambre de précession est traversée par de la lumière σ^+ parallèle à l’axe x . Ainsi, les atomes ayant un spin $-1/2$ suivant l’axe de quantification défini par la direction du

faisceau de la lumière d'analyse, (l'axe x), peuvent absorber cette lumière. Au contraire, les atomes ayant un spin $+1/2$ ne peuvent pas l'absorber. Si l'on traduit ceci en termes de polarisation de la vapeur de mercure, cela donne :

- si $P_x = -1$, la transmission lumineuse est maximale (absorption minimale)
- si $P_x = 1$, la transmission lumineuse est minimale (absorption maximale)

L'intensité lumineuse transmise I_T s'écrit :

$$I_T(t) = I_0 \exp\left(-\frac{N(t)(1 + P_x(t))\sigma D}{V}\right) \approx I_0 \left(1 - N(t)(1 + P_x(t))\frac{\sigma D}{V}\right) \quad (5.30)$$

où N est le nombre total d'atomes, σ la section efficace d'absorption de la lumière, D le diamètre de la chambre de précession et V son volume. Le développement limité au premier ordre est justifié car l'épaisseur optique $\frac{N\sigma D}{V}$ vaut $\approx 10^{-2}$. D'après l'équation 5.29, l'intensité transmise sera modulée selon l'expression :

$$I_T(t) = I_0 e^{-\frac{N(t)(1 - e^{-t/T_2} \sin(\omega_L t))\sigma D}{V}} \approx I_0 \left(1 - N(t)(1 - e^{-t/T_2} \sin(\omega_L t))\frac{\sigma D}{V}\right). \quad (5.31)$$

On va donc pouvoir extraire directement la fréquence de précession des atomes de mercure $f_{Hg} = \omega_L/(2\pi)$ à partir de l'intensité lumineuse transmise. La figure 5.13 illustre le signal lumineux détecté. La procédure d'extraction de la fréquence f_{Hg} à partir du signal 5.31

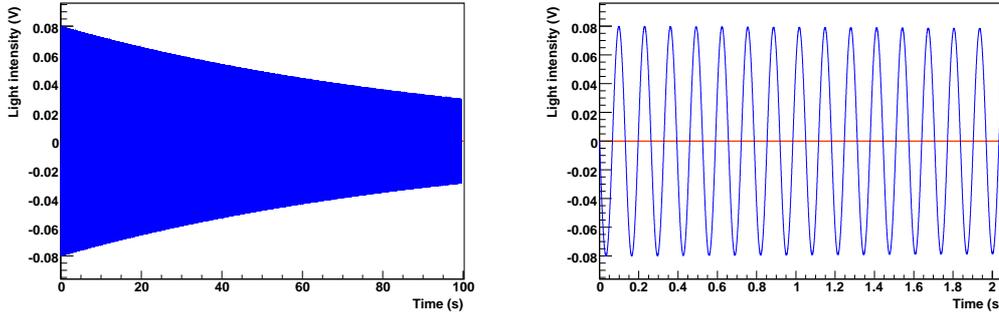


FIG. 5.13 – Exemple du signal oscillant (le niveau continu est soustrait) transmis à travers la chambre de précession et détecté dans le photomultiplicateur. La figure de gauche représente 100 s de précession libre. A cette échelle on ne voit que la décroissance exponentielle liée à T_2 . La figure de droite est un détail de la précédente. On y voit la précession à 7.59 Hz. Lors de cette mesure, $T_2 = 100$ s et $I_0 = 2.0$ V.

est décrite dans les références [56, 58]. Dans la mesure où il n'y a eu aucun nouvel apport à la procédure d'extraction de la fréquence de précession des atomes de mercure pendant cette thèse, seuls les résultats utiles seront rappelés.

Le principe de cette extraction est qu'il n'est pas nécessaire d'ajuster la fréquence sur le signal pendant toute la précession libre, il suffit de connaître les phases de début et de fin. C'est une approche similaire à la méthode de Ramsey. Finalement, ne sont ajustées que les 7.5 premières et dernières secondes. On définit $T' = T - 15$ s, le temps entre les deux périodes de mesure. La méthode d'extraction de la fréquence de précession des atomes de mercure est l'optimum en termes de précision [58] et fournit aussi une mesure du temps de décroissance de l'amplitude du signal oscillant.

Ce qui nous intéresse en premier lieu ici, c'est l'origine des erreurs lors de l'extraction de f_{Hg} que l'expression suivante résume :

$$\sigma f_{Hg} = \frac{1}{4T'} \frac{a_n}{a_s} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(1 + e^{2T'/\tau}\right)^2 \quad (5.32)$$

avec :

- a_n , l'amplitude du bruit dans la lumière transmise.
- a_s , l'amplitude du signal oscillant au début du temps T' . D'après l'équation 5.31 $a_s(t) = I_0 e^{-N(t)\sigma D/V} (e^{-N(t)P_x(t)\sigma D/V} - 1)$, on peut donc accroître l'amplitude du signal en augmentant le nombre d'atomes polarisés. Pour ce faire il faut augmenter le nombre d'atomes ou la polarisation moyenne de la vapeur.
- n , le nombre de points de mesure dans les deux périodes de 7.5 s. La dépendance en $\frac{1}{\sqrt{n}}$ doit être modifiée à cause des filtres qui coupent les fréquences en dehors d'une bande très fine autour de 8 Hz et corrélient les mesures successives. On ne peut pas doubler la précision en multipliant par quatre le nombre de points lors de l'échantillonnage du signal.
- τ est le temps caractéristique de décroissance de l'amplitude du signal. Il a deux contributions principales T_2 que l'on retrouve dans l'équation 5.31 et T_0 , le temps de stockage qui est implicitement contenu dans N puisque $N(t) = N(t=0)e^{-t/T_0}$. D'une manière générale, $\left(1 + e^{2T'/\tau}\right)^2$ est à rattacher à a_s : pour diminuer l'incertitude sur f_{Hg} il faut non seulement augmenter l'amplitude du signal mais aussi mieux conserver cette amplitude.

L'intégralité de la partie suivante de ce document est dédiée à l'optimisation des performances du co-magnétomètre mercure. Cela veut bien sûr dire diminuer l'incertitude de mesure mais aussi obtenir un fonctionnement stable et fiable.

Optimisation des performances du magnétomètre mercure

L'objectif de ce travail de thèse vis-à-vis du co-magnétomètre mercure est de fournir, pour la prise de données de 2010-2012 au Paul Scherrer Institut (PSI), un système aussi performant et fiable que possible. La première étape naturelle a été de retrouver les performances optimales du système pré-existant, elle est relatée dans le premier chapitre. Le reste de cette partie est dédié aux améliorations proposées.

Les différents facteurs pour les améliorations possibles se retrouvent dans l'équation I.5.32 que l'on retranscrit ici :

$$\sigma f_{Hg} = \frac{1}{4T'} \frac{a_n}{a_s} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(1 + e^{2T'/\tau}\right)^2. \quad (33)$$

Elle résume les sources d'erreurs statistiques sur la mesure de la fréquence de précession des atomes de mercure. Pour minimiser cette erreur, il existe donc plusieurs pistes :

- L'augmentation de τ , le taux de décroissance de la polarisation dans la chambre de précession. Ce point particulier sera brièvement discuté dans la suite du document puisque cette étude n'a pas été effectuée dans le cadre de cette thèse.
- La diminution de l'amplitude du bruit a_n . Les résultats de ces tests sont l'objet des sections 1.4 et 1.3.
- L'essentiel des résultats présentés dans ce document concerne l'étude de la possibilité d'augmenter l'amplitude du signal de précession des atomes de mercure a_s . A travers une modélisation de la chambre de polarisation (chapitre 2), une nouvelle géométrie réaliste, maximisant l'amplitude du signal a pu être proposée (chapitre 3).

1. Vers un fonctionnement optimal du co-magnétomètre

1.1 Diagnostiquer les performances du co-magnétomètre

Lors du fonctionnement du magnétomètre mercure, on ne mesure pas uniquement le signal sinusoïdal qui permet d'extraire la fréquence de précession des atomes. On effectue également un certain nombre de mesures pour quantifier les performances du magnétomètre.

Un premier type de paramètres de contrôle correspond à ceux extraits des mesures de l'intensité de la lumière transmise. Du signal mesuré par le photomultiplicateur, on sépare la partie oscillante (8 Hz) et le niveau continu. D'après l'équation I.5.31, le niveau continu vaut :

$$I_{T,DC}(t) = I_0 e^{-\frac{Ne^{-t/T_0}\sigma D}{V}} \approx I_0 \left(1 - Ne^{-t/T_0} \frac{\sigma D}{V} \right) \quad (1.1)$$

On fait trois mesures de ce niveau continu :

- La première, nommée *DC1* est effectuée juste avant l'admission des atomes de mercure dans la chambre de précession ($N = 0, t < 0$).

$$DC1 = I_0 \quad (1.2)$$

- La deuxième, nommée *DC2* est effectuée juste après l'admission des atomes de mercure dans la chambre de précession ($t = 0$).

$$DC2 = I_0 e^{-N\sigma D/V} \quad (1.3)$$

- La troisième et dernière, nommée *DC3* est effectuée juste avant la fin du temps de précession libre ($t = T$).

$$DC3 = I_0 e^{-\frac{Ne^{-T/T_0}\sigma D}{V}} \quad (1.4)$$

On peut alors définir l'absorption dans la chambre de précession

$$A = \frac{DC1 - DC2}{DC1} = 1 - e^{-N\sigma D/V}. \quad (1.5)$$

Tous les autres paramètres étant connus, l'absorption A est une mesure du nombre total N d'atomes admis lors du cycle. L'autre information que l'on peut obtenir des niveaux continus est une évaluation du temps de stockage T_0 en faisant un développement limité au premier ordre en $N\sigma D/V < 10^{-2}$:

$$T_0 \approx \frac{T}{\frac{DC1 - DC2}{DC1 - DC3}}. \quad (1.6)$$

Le signal sinusoïdal, lui, nous fournit la mesure de la fréquence mais pas uniquement puisque par exemple son amplitude $a(t)$, qui est la différence entre la valeur maximale et

la valeur moyenne de $I_T(t)$ donne une mesure de la polarisation de la vapeur. En effet, on peut écrire :

$$a(t) = I_0 e^{-N(t)(1+P_x(t))\sigma D/V} - I_0 e^{-N(t)\sigma D/V} = I_0 e^{-N(t)\sigma D/V} \left(e^{-N(t)P_x(t)\sigma D/V} - 1 \right) \quad (1.7)$$

Donc $P_x(0)$ vaut :

$$P_x(0) = \frac{\ln \left(1 + \frac{a(0)}{I_0(1-A)} \right)}{\ln(1-A)} \quad (1.8)$$

où l'on retrouve l'absorption A . Cette quantité est très utile pour quantifier la qualité du pompage optique. D'autre part, en comparant l'amplitude à $t = 0$ avec celle à $t = T$, on a une mesure de τ , le temps de décroissance de l'amplitude du signal. Pour rappel $1/\tau = 1/T_0 + 1/T_2$ où T_0 est le temps de stockage des atomes de mercure, il décrit donc le taux de perte des atomes et T_2 est le temps de dépolarisation, il décrit donc le taux de perte de la polarisation.

Si l'on se concentre sur l'amplitude à $t = 0$ et que l'on pose $e^{-\frac{N(t)\sigma D}{V}} = (1 - A)$ (voir équation 1.5), on peut exprimer l'amplitude initiale en fonction de la polarisation initiale P et de l'absorption initiale A :

$$a(t = 0) = I_0(1 - A) \left((1 - A)^{-P} - 1 \right). \quad (1.9)$$

Cette expression nous montre que pour augmenter l'amplitude du signal il faut soit augmenter le nombre d'atomes soit augmenter la polarisation moyenne de la vapeur.

La dernière information importante que l'on extrait de la lumière transmise est l'amplitude du bruit. On la mesure juste avant l'admission de la vapeur de mercure dans la chambre de précession. Cette quantité informe sur la qualité de la lumière d'analyse.

En plus des mesures de la lumière d'analyse, on effectue deux autres mesures :

- celle de la température de la source qui informe indirectement sur la quantité de mercure produit,
- celle de l'intensité de la lumière I_p de pompage optique qui informe indirectement sur la qualité de la polarisation.

Nous avons maintenant défini les paramètres nécessaires pour diagnostiquer les performances du co-magnétomètre mercure. Nous allons les retrouver dans la suite du document.

1.2 La remise en route d'un spectromètre

Le spectromètre RAL-Sussex est l'instrument qui a permis d'établir la meilleure limite sur la valeur du moment électrique dipolaire du neutron et ses performances intrinsèques ne sont pas à remettre en question. Pourtant, la remise en route de cet appareillage, qui a plus de vingt ans, a été un long processus. En effet, Il nous a fallu près de deux ans pour atteindre le fonctionnement optimal du co-magnétomètre mercure et trois pour retrouver les performances globales du spectromètre et ainsi faire une mesure du moment électrique dipolaire du neutron.

Les raisons de ces délais sont d'une part le manque d'expérience de notre collaboration dans ce type de mesure et d'autre part la vétusté de certaines composantes du système comme l'électronique.

La conclusion de ces mois de travail, pour le co-magnétomètre mercure peut être présentée sous la forme du tableau 1.1. Il compare les performances du co-magnétomètre en

juillet 2006 à celles que l'on observe depuis mai 2008 et aux performances initiales du système en 1997 [56].

Quantité	1997 [56]	07/06	05/08
T_0	?	86 s	900 s
τ	(100-200) s	34 s	>100 s
$a(0)/DC1$	0.03	0.01	0.05
$a_n/DC1$?	8×10^{-5}	8×10^{-5}
$\sigma f_{Hg}(100 \text{ s})$	0.4 μHz	800 μHz	0.3 μHz
$\sigma B_{Hg}(100 \text{ s})$	50 fT	100 pT	40 fT

FIG. 1.1 – Comparaison des performances du co-magnétomètre mercure en 1997, en juillet 2006 et depuis mai 2008. Ces performances se traduisent par une augmentation de la précision sur la mesure de la fréquence de précession des atomes de mercure de 800 μHz à 0.3 μHz pour des cycles de 100 s.

L'ensemble de cette deuxième partie discute des moyens mis en œuvre pour arriver à ce degré de précision et conclut par une solution réaliste pour atteindre une précision statistique de 0.1 μHz .

Dans l'ordre d'apparition dans le tableau, le retour aux performances initiales a nécessité de combattre une fuite de la chambre de précession. Pour cela nous avons (avec le soutien des services techniques du LPSC et du PSI) construit de nouvelles électrodes pour remplacer les anciennes, déformées. Nous avons aussi eu à remettre en œuvre le nettoyage à décharges dans l'oxygène, technique bien connue de la collaboration RAL-Sussex [54] qui consiste à utiliser la haute tension pour nettoyer la surface de la chambre de précession en brûlant les impuretés de surface. Or la haute tension était peut-être le système le plus vétuste et sa totale rénovation a été nécessaire.

Tous ces efforts se sont conclus par un retour aux performances initiales du co-magnétomètre en mai 2008.

Comme nous allons le voir dans ce qui suit, en plus du retour aux performances initiales, j'ai contribué pendant ma thèse à un certain nombre d'améliorations de l'ancien système, notamment au niveau des lampes et des générateurs micro-ondes.

1.3 Tests et caractérisation des lampes à mercure

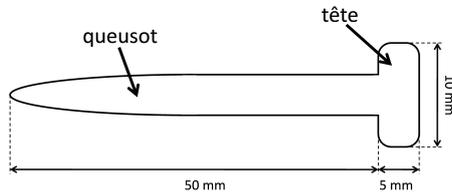


FIG. 1.2 – Schéma d'une ampoule.

Les lampes que l'on utilise sont produites par le groupe FRAP (FRibourg Atomic Physics) de l'université de Fribourg (Suisse). Leurs parois sont en quartz afin de laisser passer les rayons ultra-violet. Elles contiennent 1 mg de mercure ^{204}Hg mélangé à de l'argon à une pression de 1 mbar. A température ambiante, on peut voir une goutte noire qui est le condensat de mercure. La figure 1.2 est un schéma d'une de ces ampoules.

A température ambiante, la lampe n'émet aucune lumière puisque l'énergie d'excitation des niveaux atomiques est supérieure à l'énergie d'agitation thermique. Pour apporter l'énergie nécessaire à l'excitation des atomes de mercure, on va mettre la lampe dans une

cavité micro-ondes. On alimente cette cavité avec un générateur d'ondes à 2.54 GHz. La cavité est résonnante pour cette longueur d'onde puisqu'elle est sphérique de diamètre $\lambda/4$. En apportant une puissance de quelques Watts à l'ampoule, on forme un plasma froid à partir du gaz d'argon. Dans un tel plasma, seuls les électrons ont assez d'énergie pour effectuer des réactions, cela s'explique par la différence de masse entre les électrons et les ions (les électrons ont une masse 40 000 fois plus faible que celle des ions). Les ions, eux, ont une énergie égale à l'énergie d'agitation thermique à température ambiante, d'où le nom de plasma froid. Ce sont les électrons très énergétiques, qui, lors des collisions avec les atomes de mercure, leur transfèrent suffisamment d'énergie pour les exciter. Lorsque les atomes de mercure retournent à leur niveau fondamental, ils émettent de la lumière, c'est celle-ci qui nous intéresse en tout premier lieu. Bien sûr, ce qui se produit avec le mercure se produit aussi avec l'argon, on va donc observer dans le spectre des lampes, les raies de l'argon en plus de celles du mercure. Ceci a été confirmé en collaboration avec le groupe plasma du LPSC : j'ai mesuré le spectre de toutes nos ampoules en utilisant un spectromètre optique. Les figures 1.4 et 1.5 montrent les spectres de deux lampes, l'une neuve au moment de la mesure, l'autre après une utilisation continue pendant trois mois. Sur ces figures, on reconnaît un certain nombre de raies, listées dans le tableau 1.3.

Numéro	λ (nm)	Intensité	Espèce
1	184.950	1 000	Hg I
2	253.6521	150 000	Hg I
3			
4			
5	313.2	300	Hg I
6			
7	365.0158	2 800	Hg I
8			
9			
10	435.8335	4000	Hg I
11			
12			
13	546.0750	1 100	Hg I
14	579.0670 et/ou 580.578	280/140	Hg I
15			
16			
17	696.5431	10 000	Ar I
18	706.7218	10 000	Ar I
19	727.0664	2 000	Ar I
20	738.3980	10 000	Ar I
21	750.3869	20 000	Ar I
22	763.5106	25 000	Ar I
23	772.3760 et/ou 772.4207	15 000/10 000	Ar I
24	794.8176	20 000	Ar I

FIG. 1.3 – Liste des raies identifiées dans les spectres des lampes.

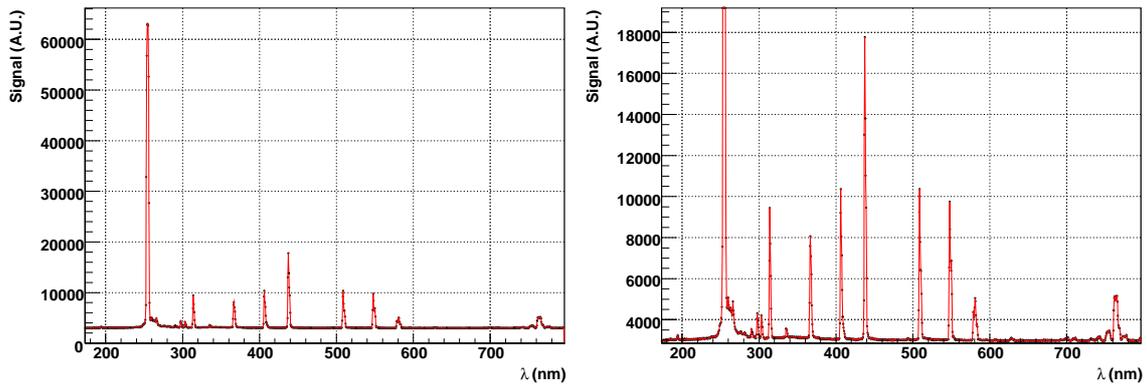


FIG. 1.4 – Spectre de la lampe numéro 12, neuve au moment de la mesure. La figure de gauche est le spectre à pleine échelle, celle de droite montre les détails des raies de moindre intensité. Lors de la mesure, le générateur fournissait 4 W.

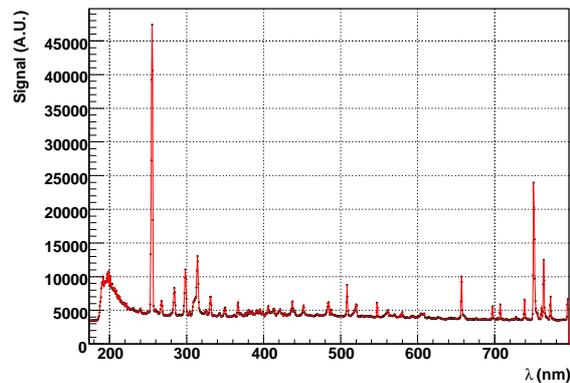


FIG. 1.5 – Spectre de la lampe numéro 5, utilisée en continu pendant trois mois avant la prise du spectre. Lors de la prise du spectre, le générateur fournissait 15 W.

Sur le spectre de la lampe numéro 12, les raies les plus marquées sont celles du mercure Hg I c'est-à-dire le mercure non ionisé. La série de raies de l'argon (raie dont la longueur d'onde est supérieure à 700 nm) est moins intense. Au contraire, dans le spectre de la lampe 5, beaucoup plus usée, les raies de l'argon sont, proportionnellement à celles du mercure, plus intenses. Pour produire la quantité nécessaire de lumière à 254 nm avec des lampes, il faut fournir d'autant plus d'énergie avec le générateur micro-ondes que le temps d'utilisation est grand, ce qui explique le fait que l'intensité des raies de l'argon augmente. De la même façon, les raies des polluants deviennent visibles, comme par exemple autour de 200 nm avec une structure due à la molécule H_2 . En mesurant l'intensité de la raie à 254 nm pour une même puissance fournie par le générateur et ce, pour toutes les ampoules, il apparaît qu'après quelques mois d'utilisation, l'intensité est divisée par 5 voire 10.

Il reste à expliquer pourquoi l'intensité des raies du mercure diminue, c'est-à-dire quel est l'origine du vieillissement des ampoules ?

On pense qu'une ampoule s'use parce que le mercure adhère sur la surface du quartz, la liaison avec la paroi, étant chimique, est relativement faible. En effet, le temps d'utilisation

augmentant, une fine couche noire apparaît sur la surface interne de l'ampoule pouvant être le résultat de l'oxydation du mercure. Il semble donc possible de la détruire en chauffant. Cela a été tenté sur l'ampoule numéro 4 que l'on a chauffée au chalumeau (avec l'aide du soudeur du LPSC) afin de porter le quartz au rouge. Après ce traitement, l'aspect de l'ampoule a changé, le dépôt noir ayant disparu. J'ai pu vérifier que l'intensité de la raie à 254 nm remonte au niveau de la moitié de celle d'une ampoule neuve, ce qui est suffisant pour utiliser de nouveau cette ampoule. Ce résultat est intéressant compte tenu du coût de l'isotope ^{204}Hg qui est rare à l'état naturel (voir tableau 4.8). Ce procédé semble très prometteur, par contre, je n'ai pour le moment pas assez de recul sur le procédé pour évaluer la durée de vie d'une ampoule "régénérée".

Le dernier résultat qu'il faut retenir de cette série de mesures est une condition de bon fonctionnement de nos ampoules. En effet, le générateur micro-ondes fournit une puissance de quelques Watts, ce qui chauffe la tête de l'ampoule. Le queusot devient alors le point le plus froid. Si le queusot est à température ambiante, le mercure se condense à son extrémité, loin du plasma d'argon et donc il n'y a qu'une infime quantité de lumière émise à 254 nm. Pour pallier à cela, il faut chauffer le queusot. Deux systèmes de chauffage préexistaient au niveau des ampoules (d'analyse et de pompage). J'ai pu déterminer la température minimale de chauffage qui est de l'ordre de 40°C . Compte tenu de l'importance du chauffage, les systèmes de chauffage pré-existants ont été améliorés. En particulier le contact entre le queusot et le chauffage au niveau de la lampe de pompage a été revu de même que l'isolation thermique entre les lampes et l'extérieur pour éviter les courants d'air froid.

1.4 Tests et caractérisation des générateurs micro-ondes

Lorsque le système nous a été confié, les générateurs micro-ondes étaient usés et peu fiables. Les magnétrons, qui sont la partie active de ces générateurs ont été plusieurs fois changés avant que la décision soit prise de changer les générateurs eux-mêmes.

Le choix des générateurs s'est fait en collaboration avec le groupe plasma du LPSC. En particulier, nous avons pu utiliser leurs générateurs pour les tester avec nos ampoules. Ces tests nous ont permis de porter notre choix sur un modèle de Kuhne electronics (référence KU SG 2.45-30A) qui fournit une puissance de 2 à 30 W sous la forme d'ondes à 2450 MHz. Ce générateur fournit par ailleurs plus de mesures de contrôle que nos anciens générateurs. En particulier il fournit une mesure de la puissance réfléchie qui nous permet de régler finement les cavités, ce qui est une avancée par rapport à la situation précédente où le réglage des cavités était fait en aveugle. Lors de cette première série de tests, on a pu remarquer qu'il est quasiment impossible de faire fonctionner nos ampoules dans les halls expérimentaux très bruyants du groupe plasma. Nous reviendrons par la suite sur la sensibilité de nos ampoules au bruit acoustique.

Le critère de choix de ce générateur est le niveau de bruit de la lumière émise par l'ampoule lorsqu'elle est alimentée par un générateur. On veut que ce bruit soit minimal et pour cela il faut une alimentation stable. Ce bruit contribue de façon linéaire à l'incertitude sur la mesure de la fréquence de précession des atomes de mercure (voir Eqt. I.5.32).

La mesure de ce bruit est assez simple à mettre en œuvre, elle consiste à mesurer les fluctuations de l'intensité lumineuse en alignant un photomultiplicateur avec la lampe. Ce photomultiplicateur, qui est un modèle récent équivalent à celui que l'on trouve sur le spectromètre, a une gamme de détection fine autour de 254 nm et ainsi seule la raie du mercure est visible.

La limite inférieure de ce bruit est le "bruit de photons" qui est une conséquence de l'aspect quantique du photon. L'expression de son amplitude au niveau de la cathode du photomultiplicateur par rapport à celle du signal est [59] :

$$\frac{a_n}{I_0} = \sqrt{\frac{2e\Delta f(1 + V_G)}{I_c}} \quad (1.10)$$

où e est la charge de l'électron, Δf est la bande passante de l'électronique, V_G est la variance relative du gain du photomultiplicateur et I_c est le courant au niveau de la cathode. Si l'on se place au niveau de l'anode, sachant que l'intensité à ce niveau vaut $I_a = I_c G$ où G est le gain du photomultiplicateur et que l'on mesure une tension U via une résistance de charge $R = 1 \text{ M}\Omega$, on s'attend à :

$$\frac{a_n}{I_0} = \sqrt{\frac{2e\Delta f(1 + V_G)G}{U/R}} \quad (1.11)$$

Notre chaîne d'acquisition se caractérise par un filtrage $Q = 5$ ce qui permet de poser $\Delta f \approx 2 \text{ Hz}$. On sait par ailleurs [59] que $0.3 < V_G < 1$ pour les photomultiplicateurs et que sous une tension de 500 V le gain de notre photomultiplicateur est de 2.5×10^3 . Lorsque la tension mesurée est 1 V, la valeur repère de fonctionnement cela conduit à un bruit minimum :

$$4.6 \times 10^{-5} < \frac{a_n}{I_0} < 5.7 \times 10^{-5} \quad (1.12)$$

Des mesures dédiées, ont permis de mesurer l'amplitude du bruit de la lumière lorsque l'énergie est fournie à l'ampoule par l'ancien générateur (l'amplitude sera notée dans ce cas $a_{n,\text{ancien}}$) d'une part et celle lorsque l'énergie est fournie à l'ampoule par le nouveau générateur ($a_{n,\text{nouveau}}$).

$$\begin{aligned} \frac{a_{n,\text{ancien}}}{DC} &= 7 - 9 \times 10^{-5} \\ \frac{a_{n,\text{nouveau}}}{DC} &= 7 - 9 \times 10^{-5} \end{aligned} \quad (1.13)$$

On observe que le niveau de bruit mesuré est très proche du bruit minimal prédit ne tenant compte que des effets quantiques. Cela nous montre que la marge de manœuvre pour diminuer le bruit est très faible. L'autre observation est que le niveau de bruit du nouveau générateur semble être le même que celui de l'ancien. C'est exact si l'on compare les valeurs de 1.13 qui sont le niveau de bruit minimal observé. On a pu observer que lorsque l'ampoule est contrôlée par l'ancien générateur, ce niveau de bruit peut augmenter d'un facteur dix pendant un intervalle de temps très court. Cette observation n'a jamais été faite avec les nouveaux générateurs qui semble donc avoir un comportement plus stable qui maintient le niveau de bruit mesuré au niveau le plus bas, proche du minimum. Les mesures, faites sur l'appareillage, confirment ces mesures.

Ces mesures de bruit nous ont de plus permis de déterminer les facteurs environnementaux qui influencent ce niveau de bruit :

- les courant d'air froids,
- le bruit acoustique,
- les vibrations.

On peut s'étonner de ne voir aucune différence notable entre le niveau de bruit des ampoules lors des tests dans une salle calme et à l'ILL quand on connaît le niveau du fond sonore du niveau D de l'ILL. Nous pensons que tant que le fond sonore est constant il influence peu le fonctionnement des ampoules.

2. Modélisation de la chambre de polarisation du mercure

Dans le but de diminuer l'erreur statistique de mesure du champ magnétique par le co-magnétomètre mercure, un modèle de la chambre de polarisation a été développé. Il a pour objectif de comprendre les principaux paramètres qui influencent la polarisation de la vapeur à la fin d'un cycle de pompage optique. Une caractéristique de notre système rend notre modélisation plus complexe et doit être prise en considération, c'est le fait que la chambre se remplit au fur et à mesure en mercure. En effet, la source produit du mercure en continu. La densité dans la chambre de polarisation n'est de ce fait pas constante dans le temps, ce qui complique un peu le système d'équations établi dans ce chapitre.

Dans un premier temps, je vais décrire le processus de pompage optique lui-même et dans un second, tous les processus de dépolarisation vont lui être ajoutés.

2.1 Le pompage optique en équations

Le processus de pompage optique dépend de l'intensité de la lumière de pompage, de la section efficace de photoabsorption ou encore de la densité de la vapeur. Pourtant, le pompage optique peut être décrit par un seul et même paramètre, le temps de pompage.

Dans toute la suite du chapitre, pour des raisons de lisibilité des formules, les notations vont être les suivantes :

- la population de l'état fondamental ($F=1/2, m_F=+1/2$) sera notée N_g^+
- la population de l'état fondamental ($F=1/2, m_F=-1/2$) sera notée N_g^-
- la population de l'état excité ($F=1/2, m_F=+1/2$) sera notée N_e^+
- la population de l'état excité ($F=1/2, m_F=-1/2$) sera notée N_e^- .

Le schéma 2.1 résume les notations utilisées¹.

2.1.1 Le temps de pompage

Pour calculer le temps de pompage, imaginons le cas idéal pour lequel la lumière est parfaitement polarisée σ^+ et pour lequel il n'y a aucun processus de relaxation. La lumière σ^+ ne pouvant être absorbée que par les atomes N_{g-} (en application des lois de conservation du moment angulaire total), après avoir traversé une longueur L de vapeur, elle voit son intensité diminuer selon l'expression :

$$I(L) = I_0 \cdot e^{-\frac{\sigma L}{V} N_g^-} \quad (2.1)$$

où σ est la section efficace effective (tenant compte de l'élargissement Doppler, voir annexe 3) de photo-absorption de la lumière émise par l'ampoule, V est le volume de la chambre de polarisation et I_0 est l'intensité initiale. De cette façon la probabilité pour qu'un photon σ^+ soit absorbé s'exprime par :

$$P = 1 - e^{-N_g^- \frac{\sigma L}{V}}. \quad (2.2)$$

¹Sur ce schéma, les deux niveaux N_g^+ et N_g^- d'une part et N_e^+ et N_e^- d'autre part peuvent être considérés comme quasi-dégénérés. En effet, la différence d'énergie entre ces deux niveaux est très faible devant l'énergie d'excitation thermique. En l'absence de lumière ils sont équi-peuplés.

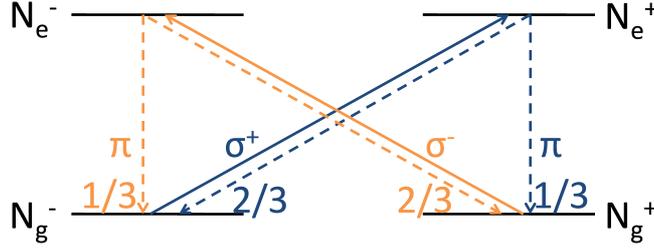


FIG. 2.1 – Les flèches continues sont les transitions induites par la lumière de pompage optique, en bleu avec une lumière polarisée σ^+ et en orange avec une lumière polarisée σ^- . Les flèches pointillées sont les décroissances radiatives (leur couleur est celle de la lumière de pompage associée). Les rapports de branchement de la lumière de décroissance radiative sont indiqués à côté du type de polarisation de la lumière.

Dans l'approximation des cibles fines, on peut faire un développement limité de l'exponentiel et écrire le nombre de photons σ^+ absorbés par unité de temps (n_{σ^+}) comme :

$$n_{\sigma^+} = \Phi N_g^- \frac{\sigma L}{V} \quad (2.3)$$

où Φ est le nombre de photons qui pénètrent dans la chambre par seconde, quantité qui, par abus de langage sera appelée le flux initial de photons.

D'après les rapports de branchement (Fig. 2.1), il faut en moyenne trois photons absorbés pour augmenter d'une unité la population N_g^+ ce qui par la même occasion diminue d'une unité la population N_g^- . Cette dernière remarque nous permet d'écrire :

$$\frac{d(N_g^+ - N_g^-)}{dt} = \frac{2}{3} \Phi \frac{\sigma L}{V} N_g^- \quad (2.4)$$

Si on introduit les quantités $n = N_g^+ - N_g^-$ et $N = N_g^+ + N_g^-$, l'équation 2.4 se réécrit :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{3} \Phi \frac{\sigma L}{V} (N - n). \quad (2.5)$$

En introduisant la polarisation $p = n/N$, on obtient :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{3} \Phi \frac{\sigma L}{V} (1 - p). \quad (2.6)$$

La solution de cette équation différentielle est $p(t) = 1 - e^{-t/T_P}$ en posant comme condition initiale $p(t=0) = 0$. Cette solution définit aussi le temps de pompage² par :

$$T_P = \frac{3V}{\Phi \sigma L} \quad (2.7)$$

²Le temps de pompage est généralement défini uniquement par les caractéristiques de la lumière de pompage, si bien qu'il est surprenant de voir les dimensions de la chambre de polarisation apparaître dans l'équation 2.7. Pour retrouver la définition "classique" du temps de pompage il faut remplacer V/L par S , la section de la chambre de polarisation, elle-même égale à la section du faisceau de pompage optique.

2.1.2 Les probabilités de transition associées à la lumière σ^+

Le temps de pompage 2.7 est défini comme la constante de temps de la croissance de la polarisation. Si l'on parle en terme de populations, on peut définir la probabilité d'une transition entre le niveau fondamental et le niveau excité par unité de temps en présence de lumière σ^+ par :

$$P_{N_g^- \rightarrow N_e^+} = \frac{\Phi}{N_g^-} \left(1 - e^{-N_g^- \frac{\sigma L}{V}} \right) \approx \frac{3}{T_P}. \quad (2.8)$$

Le facteur 3 apparaît car dans cette probabilité on ne tient pas compte de l'émission spontanée et du rapport de branchement 1/3. Ce rapport de branchement va apparaître dans la probabilité d'émission spontanée depuis le niveau N_e^+ .

Remarque

Le développement limité (Eq. 2.8) n'est valable que lorsque $N_g^- \frac{\sigma L}{V} < 1$ ce qui n'est pas toujours vérifié dans notre cas. C'est pourquoi dans la suite du document l'expression complète de l'équation 2.8 sera utilisée. On gardera tout de même comme paramètre du modèle le temps de pompage qui est plus explicite que le flux de photons Φ .

2.1.3 Les probabilités de transition associées à la lumière σ^-

Vis-à-vis de ce type de lumière (polarisée σ^-), l'état N_g^- est l'état piège. En d'autres termes, la lumière σ^- diminue la population N_g^+ et augmente la population N_g^- , elle est un problème pour nous. Ce processus est relié au même temps de pompage puisque l'équation 2.7 montre que celui-ci ne dépend que de la géométrie et de la section efficace, elle-même ne dépendant que de la longueur d'onde. On peut alors écrire la probabilité d'un changement de la population par unité de temps en présence de lumière polarisée σ^- :

$$P_{N_g^+ \rightarrow N_e^-} = \frac{\Phi}{N_g^+} \left(1 - e^{-N_g^+ \frac{\sigma L}{V}} \right) \approx \frac{3}{T_P} \quad (2.9)$$

2.1.4 Les décroissances radiatives

Les deux niveaux excités décroissent radiativement vers les deux niveaux fondamentaux avec les probabilités suivantes (en accord avec les rapports de branchement résumés sur la figure 2.1) :

$$P_{N_e^+ \rightarrow N_g^-} = \frac{2}{3} \frac{1}{\tau} \quad (2.10)$$

$$P_{N_e^+ \rightarrow N_g^+} = \frac{1}{3} \frac{1}{\tau} \quad (2.11)$$

$$P_{N_e^- \rightarrow N_g^+} = \frac{2}{3} \frac{1}{\tau} \quad (2.12)$$

$$P_{N_e^- \rightarrow N_g^-} = \frac{1}{3} \frac{1}{\tau} \quad (2.13)$$

où τ est la durée de vie des états N_e^+ et N_e^- .

2.2 Les processus de dépolarisation

Les processus de dépolarisation sont de deux sortes, les processus radiatifs d'une part, qui font intervenir la lumière de décroissance et les processus non radiatifs d'autre part qui ont lieu même en l'absence de lumière de pompage. On va tout d'abord décrire les processus non radiatifs.

2.2.1 La dépolarisation non radiative

La dépolarisation non radiative dans la chambre de polarisation peut être décrite par un temps de dépolarisation noté T_R mais qui en fait n'est rien d'autre que T_1 , le temps de dépolarisation longitudinal. En effet, dans la chambre de polarisation, la polarisation de la vapeur de mercure est selon la direction du champ magnétique. On va donc retrouver les contributions décrites dans la section I.5.1.1 pour la chambre de précession :

- les inhomogénéités du champ magnétique,
- les collisions atome-atome,
- les collisions sur les parois.

Pour notre système, il se trouve que la dernière contribution domine malgré un traitement de surface des parois (elles sont recouvertes d'huile Fomblin) connue pour bien conserver la polarisation de la vapeur de mercure.

On va pouvoir écrire les probabilités de changement de la population par unité de temps, conséquences des dépolarisations non radiatives :

$$P_{N_g^- \rightarrow N_g^+} = \frac{1}{2T_R} \quad (2.14)$$

$$P_{N_g^+ \rightarrow N_g^-} = \frac{1}{2T_R} \quad (2.15)$$

Le facteur 1/2 provient du fait que le temps T_R est usuellement défini pour la polarisation et non pour les populations.

2.2.2 La dépolarisation radiative

Sur la figure 2.1, on peut voir que de la lumière est émise lors de la décroissance spontanée des états excités vers les niveaux fondamentaux. Cette lumière peut être absorbée par les autres atomes, en fonction, bien entendu, de leur configuration électronique.

On peut distinguer trois types de lumière réémise en fonction de la polarisation de celle-ci :

- La décroissance spontanée du niveau N_e^- vers le niveau N_g^- et du niveau N_e^+ vers le niveau N_g^+ s'accompagne de l'émission d'un photon π . Le nombre de photons π émis par seconde, F_π , est donc égal à la somme des transitions $N_e^- \rightarrow N_g^-$ et $N_e^+ \rightarrow N_g^+$.
- La décroissance spontanée depuis le niveau N_e^+ vers le niveau N_g^- s'accompagne de l'émission d'un photon σ^+ . Le nombre de photons σ^+ émis par seconde, F_{σ^+} , est donc égal au nombre de transitions $N_e^+ \rightarrow N_g^-$.
- La décroissance spontanée depuis le niveau N_e^- vers le niveau N_g^+ s'accompagne de l'émission d'un photon σ^- . Le nombre de photons σ^- émis par seconde, F_{σ^-} , est donc égal au nombre de transitions $N_e^- \rightarrow N_g^+$.

Cet effet dépend de la transparence de la vapeur, autrement dit de la densité de mercure dans la chambre de polarisation.

D'après les probabilités établies dans la section précédente, les trois flux de photons valent :

$$F_{\sigma^+} = N_e^+ \cdot P_{N_e^+ \rightarrow N_g^-} = \frac{2}{3\tau} N_e^+ \quad (2.16)$$

$$F_{\sigma^-} = N_e^- \cdot P_{N_e^- \rightarrow N_g^+} = \frac{2}{3\tau} N_e^- \quad (2.17)$$

$$F_{\pi} = N_e^- \cdot P_{N_e^- \rightarrow N_g^-} + N_e^+ \cdot P_{N_e^+ \rightarrow N_g^+} = \frac{1}{3\tau} (N_e^- + N_e^+) \quad (2.18)$$

Pour établir la probabilité d'absorption de la lumière réémise de polarisation σ^+ et σ^- , on peut adapter les expressions obtenues pour la lumière de pompage optique :

$$1 - \exp\left(-\frac{\sigma'\xi}{V} N_g^-\right) \quad (2.19)$$

$$1 - \exp\left(-\frac{\sigma'\xi}{V} N_g^+\right) \quad (2.20)$$

respectivement pour la polarisation σ^+ et σ^- . Dans ces expressions, la longueur L de la chambre de polarisation a été remplacée par ξ , la distance moyenne parcourue par la lumière dans la chambre de polarisation de la lumière réémise (il est fait l'hypothèse ici que cette distance ne dépend pas de la polarisation de la lumière, nous reviendrons sur cette hypothèse plus loin). σ' qui remplace σ , est la section efficace de photo-absorption de la lumière émise par des atomes de mercure ^{199}Hg (qui a une section efficace effective différente de celle émise par les atomes de mercure ^{204}Hg , voir annexe 3).

Pour leur part, les photons polarisés π ont des probabilités d'être absorbés différentes selon le niveau considéré :

$$1 - \exp\left(-\frac{\sigma'\xi}{V} N_g^-\right) \quad \text{pour l'état } N_g^- \quad (2.21)$$

$$1 - \exp\left(-\frac{\sigma'\xi}{V} N_g^+\right) \quad \text{pour l'état } N_g^+ \quad (2.22)$$

En combinant, le flux de photons réémis avec la probabilité d'absorption de chaque type de polarisation de la lumière, on peut calculer les probabilités de changement de populations suivantes :

$$P_{N_g^- \rightarrow N_e^+} = \frac{2}{3\tau} N_e^+ (1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V} N_g^-)) \quad (2.23)$$

$$P_{N_g^+ \rightarrow N_e^-} = \frac{2}{3\tau} N_e^- (1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V} N_g^-)) \quad (2.24)$$

$$P_{N_g^- \rightarrow N_e^-} = \frac{1}{3\tau} (N_e^- + N_e^+) \times (1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V} N_g^-)) \quad (2.25)$$

$$P_{N_g^+ \rightarrow N_e^+} = \frac{1}{3\tau} (N_e^- + N_e^+) \times (1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V} N_g^-)) \quad (2.26)$$

Remarque

Sur la figure 2.1, on peut voir que tous les processus qui impliquent un photon π sont symétriques par rapport aux états fondamentaux. Ce qui explique pourquoi on ne peut pas polariser une vapeur avec ce type de lumière. Mais dès lors que, à cause du pompage optique, la population N_g^+ devient plus importante que la population N_g^- , on crée une asymétrie qui implique (d'après les équations 2.25 et 2.26) : $P_{N_g^+ \rightarrow N_e^+} > P_{N_g^- \rightarrow N_e^-}$ et donc procure aux photons π un effet dépolarisant. Ces photons sont la principale source de dépolérisation radiative dans notre système.

2.3 L'évolution des populations

On est maintenant dans la situation où l'on connaît les probabilités de transitions pour tous les phénomènes inclus dans le modèle, il ne reste plus qu'à poser le système (et à le résoudre). Pour cela, il faut encore introduire un nouveau coefficient, γ qui est la proportion de lumière σ^+ dans la lumière de pompage. $(1 - \gamma)$ est alors la proportion de lumière σ^- et la polarisation de la lumière P_l se définit comme $P_l = \frac{\gamma - (1-\gamma)}{\gamma + (1-\gamma)} = 2\gamma - 1$.

Pour l'évolution des quatre populations, le système couplé est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_g^-}{dt} = -\frac{1}{2T_R}N_g^- + \frac{1}{2T_R}N_g^+ - \gamma\Phi\left(1 - e^{-N_g^- \frac{\sigma L}{V}}\right) + \frac{2}{3\tau}N_e^+ + \frac{1}{3\tau}N_e^- \\ \quad - \frac{2}{3\tau}N_e^+(1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V}N_g^-)) - \frac{1}{3\tau}(N_e^- + N_e^+)(1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V}N_g^-)) \\ \quad + \Gamma_0/2 \\ \frac{dN_g^+}{dt} = -\frac{1}{2T_R}N_g^+ + \frac{1}{2T_R}N_g^- - (1-\gamma)\Phi\left(1 - e^{-N_g^+ \frac{\sigma L}{V}}\right) + \frac{2}{3\tau}N_e^- + \frac{1}{3\tau}N_e^+ \\ \quad - \frac{2}{3\tau}N_e^-(1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V}N_g^+)) - \frac{1}{3\tau}(N_e^- + N_e^+)(1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V}N_g^+)) \\ \quad + \Gamma_0/2 \\ \frac{dN_e^-}{dt} = \quad \quad \quad + (1-\gamma)\Phi\left(1 - e^{-N_g^+ \frac{\sigma L}{V}}\right) - \frac{1}{3\tau}N_e^- - \frac{2}{3\tau}N_e^- \\ \quad + \frac{2}{3\tau}N_e^-(1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V}N_g^+)) + \frac{1}{3\tau}(N_e^- + N_e^+)(1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V}N_g^-)) \\ \frac{dN_e^+}{dt} = \quad \quad \quad + \gamma\Phi\left(1 - e^{-N_g^- \frac{\sigma L}{V}}\right) - \frac{2}{3\tau}N_e^+ - \frac{1}{3\tau}N_e^+ \\ \quad + \frac{2}{3\tau}N_e^+(1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V}N_g^-)) + \frac{1}{3\tau}(N_e^- + N_e^+)(1 - \exp(-\frac{\sigma'\xi}{V}N_g^+)) \end{array} \right. \quad (2.27)$$

Il apparaît en particulier deux termes $\Gamma_0/2$ qui décrivent l'apport continu de mercure non polarisé. En effet, on observe que :

$$\frac{d(N_g^- + N_g^+ + N_e^- + N_e^+)}{dt} = \Gamma_0 \quad (2.28)$$

ce qui définit Γ_0 comme le taux de production de mercure non polarisé par la source. Si la température de chauffage de la source est suffisamment stable, ce taux de production est constant.

On peut vérifier aussi que si $\gamma = 1/2$, les deux niveaux restent équi-peuplés.

Ce système ne peut se résoudre analytiquement, j'ai donc mis en place deux méthodes de résolution numérique :

- une intégration pas à pas (à pas fixe),
- une intégration par Runge-Kutta à pas adaptatif [60].

Les deux intégrations donnent le même résultat et ont été testées avec une version simplifiée du système 2.27. En effet, si l'on néglige les termes sur la deuxième ligne, le

système se résout analytiquement. Les résolutions numériques et la résolution analytique donnent dans ce cas le même résultat. Les approximations dues à la résolution numérique sont négligeables.

Un précédent modèle [61] avait en particulier servi au développement du système par la collaboration anglaise. Le présent modèle est plus réaliste. Dans la suite de ce chapitre, nous verrons qu'il explique toutes les dépendances observées et en particulier celle entre la polarisation et la densité [56].

Pourtant, plusieurs approximations ont été faites dans le traitement des dépolarisations radiatives. Paramétriser cet effet, très complexe, par un unique paramètre est un choix qui permet d'avoir un modèle effectif capable de décrire le système. Il n'est pas question ici d'une étude fine de l'interaction photon-atome. Parmi les approximations qui sont faites, on peut citer la dépendance angulaire de la section efficace d'émission des photons de décroissance [62], les réflexions de la lumière de décroissance sur les parois ou encore le pompage optique vers les niveaux hyperfins $F=3/2$ qui peut avoir lieu dès lors que la lumière de décroissance est émise par des atomes de mercure ^{199}Hg .

Nous aurons l'occasion de revenir sur ces approximations lors de la confrontation entre les valeurs des paramètres ajustées aux données et les valeurs que l'on peut déterminer par ailleurs. La section suivante est dédiée à ces déterminations.

2.4 Estimation des paramètres du modèle

Nous allons maintenant estimer les quatre paramètres du modèle :

- T_R , le temps de relaxation lié aux processus non radiatifs,
- T_P , le temps de pompage défini par l'équation 2.7,
- ξ , la distance moyenne parcourue par les photons de décroissance,
- P_l (ou γ), la polarisation de la lumière de pompage.

Chaque paramètre va être plus ou moins bien contraint par des mesures, des évaluations théoriques ou des simulations.

2.4.1 Le temps de relaxation

Evaluation théorique

Evaluons les temps de relaxation associés aux trois contributions possibles que sont les collisions sur les parois, les inhomogénéités magnétiques et les collisions atome-atome.

- Lors d'une collision avec une paroi, les atomes de mercure ont une certaine probabilité ϵ d'être dépolarisés. La chambre de polarisation étant couverte d'huile Fomblin, la valeur de ϵ est [54]

$$\epsilon = 2.7 \times 10^{-6}. \quad (2.29)$$

Le temps de dépolarisation lié aux collisions avec les parois $T_{R(coll)}$ dépend de la probabilité ϵ mais aussi du taux de collision sur les parois :

$$T_{R(coll)} = \frac{1}{\epsilon} \frac{N}{N_{col} S} = \frac{1}{\epsilon} \frac{n_{Hg} V}{N_{col} S} \quad (2.30)$$

où N est le nombre d'atomes de mercure, N_{col} le nombre de collisions par unité de surface et par seconde, S la surface des parois, V le volume de la chambre et $n_{Hg} = N/V$ la densité de mercure.

Pour une vapeur mono-atomique, d'après la théorie des gaz parfaits de Maxwell-Boltzmann, $N_{col} = \frac{n_{Hg}\bar{v}}{4}$, et $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 178 \text{ m.s}^{-1}$, avec R la constante de Boltzmann des gaz parfaits, T la température et M la masse de l'atome de mercure. L'expression 2.30 peut alors se simplifier comme :

$$T_{R(coll)} = \frac{4V}{\epsilon S \bar{v}} \approx 70 \text{ s.} \quad (2.31)$$

- Les inhomogénéités du champ magnétique dépolarisent la vapeur dans la chambre de polarisation selon l'expression I.5.7 :

$$\frac{1}{T_{1,magn}} = D \frac{|\vec{\nabla} B_x|^2 + |\vec{\nabla} B_y|^2}{B_0^2} \quad (2.32)$$

ici $D = v_{xy}\lambda/3$ est le coefficient de diffusion de la vapeur de mercure avec v_{xy} la vitesse typique dans le plan xy et λ le libre parcours moyen des atomes. Sachant que $B_0 = 1 \mu\text{T}$, $|\vec{\nabla} B_x| = |\vec{\nabla} B_y| < 10 \text{ nT.m}^{-1}$, $v_{xy} = 2/3\sqrt{\bar{v}^2} = 120 \text{ m.s}^{-1}$ et $\lambda < 0.3\text{m}$, on obtient une limite inférieure pour $T_{1,magn}$:

$$T_{1,magn} > 800 \text{ s.} \quad (2.33)$$

Cette valeur confirme l'aspect négligeable de cette contribution par rapport à la contribution de $T_{R(coll)}$.

- La dernière source de dépolarisation possible correspond aux collisions atome-atome. La section efficace de collision Hg-Hg peut être estimée par la section efficace géométrique : $\sigma_{Hg-Hg} \approx 4\pi r_0^2 \approx 3 \times 10^{-19} \text{ m}^2$ où $r_0 = 150 \text{ pm}$ est le rayon atomique de l'atome de mercure. Le libre parcours moyen typique est alors supérieur à 20 m ce qui est deux ordres de grandeur plus élevé que le libre parcours moyen lié aux collisions avec les parois. On va donc négliger la contribution des collisions Hg-Hg. On verra dans la section suivante que cette hypothèse a pu être vérifiée expérimentalement.

La conclusion de ces évaluations donne une estimation théorique pour $T_R = T_{R(coll)} \approx 70 \text{ s}$.

Mesure du temps de relaxation

Son principe est de mesurer le temps caractéristique de décroissance de la polarisation dans le noir. Pour cela, il suffit de stopper la lumière de pompage ce qui annule tous les termes du système 2.27 sauf ceux impliquant T_R . Expérimentalement, la procédure est très simple, elle consiste à polariser la vapeur pendant un temps T_{pol} de manière à atteindre la polarisation maximale puis à stopper la lumière de pompage pendant un temps T_{nuit} . En variant le temps T_{nuit} , on peut mesurer la décroissance exponentielle de la polarisation. Cette approche n'est rien d'autre qu'une adaptation à notre système de la méthode utilisée en 1960 par Cagnac pour étudier cette dépolarisation pour la première fois [46].

Dans notre cas, il faut tenir compte de l'apport continu de mercure non polarisé. En particulier, le mercure non polarisé admis dans la chambre pendant le temps T_{nuit} diminue la polarisation moyenne de la vapeur. En conséquence, la dépolarisation observée est plus rapide que celle uniquement due aux collisions sur les parois. Pour extraire uniquement cette composante, il faut corriger l'effet de l'apport continu de mercure.

L'autre alternative serait de stopper l'apport de mercure pour faire une mesure à densité fixe de mercure. Cette solution a été testée mais les résultats ne sont pas concluants

à cause du temps nécessaire à l'obtention de l'équilibre des pressions entre la source et la chambre de polarisation. Le capillaire qui lie ces deux éléments est tellement fin que ce temps est de l'ordre de 100 s. Ainsi, à chaque fois que la source est isolée de la chambre de polarisation, l'équilibre est perturbé et la quantité de mercure admise dans la chambre lors de la mesure suivante est très variable, ce qui biaise la mesure. Il est finalement apparu plus simple de faire une mesure à densité croissante, plus reproductible et précise, en corrigeant le résultat.

Les mesures ont été prises sous la forme de cycles de durée fixe de manière à ce que $T_{pol} + T_{nuit} = 400$ s. La figure 2.2 est un exemple d'une mesure du temps de relaxation dans le noir.

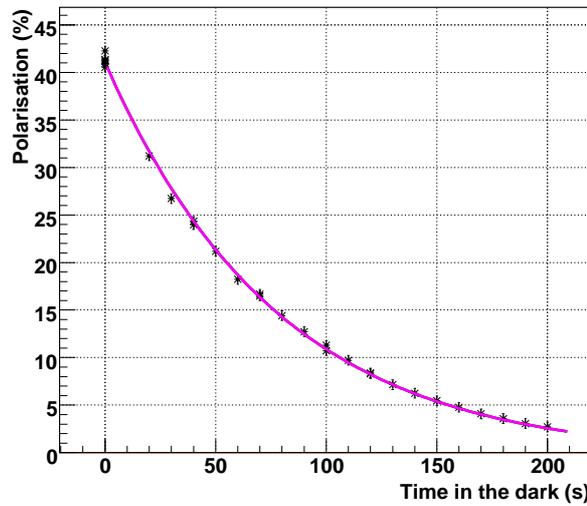


FIG. 2.2 – Polarisation en fonction de T_{noir} , temps pendant lequel la lumière de pompage optique est stoppée. Les étoiles noires sont les mesures faites au début du temps de stockage et qui reflètent donc la polarisation à la fin du pompage optique. Les barres d'erreur sont évaluées au point $T_{noir} = 0$ et valent 5 %. Etant évaluées au point de plus forte polarisation, elles sont très légèrement sur-évaluées, ce qui n'est pas un problème car elles ne servent en fait qu'au moment de l'ajustement. Cela se traduit par un $\chi^2 = 0.5$ lors de l'ajustement. La courbe rose est l'ajustement en question, fait à partir de l'expression 2.34.

Les données peuvent être ajustées par l'expression suivante, démontrée dans l'annexe 2 :

$$p(T_{nuit}) = P_{max} e^{-T_{nuit}/T_R} \frac{T_{pol}}{(T_{pol} + T_{nuit})} \quad (2.34)$$

où l'on retrouve T_R , le temps de dépolariation, T_{nuit} , le temps pendant lequel le système est resté dans le noir, et $(T_{pol} + T_{nuit})$, la durée totale du cycle de mesure qui est fixe ($(T_{pol} + T_{nuit}) = 400$ s). Dans cette expression, on retrouve la décroissance exponentielle classique qui est exacte pour une densité constante dans la chambre et un facteur correctif $\frac{T_{pol}}{(T_{pol} + T_{nuit})}$ qui est le rapport de la quantité de mercure admise durant le pompage optique ($\propto T_{pol}$) et de la quantité totale de mercure ($\propto (T_{pol} + T_{nuit})$).

Les résultats de l'ajustement des données de la figure 2.2 sont :

$$\begin{aligned} P_{max} &= 0.410 \pm 0.002 \\ T_R &= 96.2 \pm 0.9 \text{ s} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Ces données ont été prises alors que l'absorption mesurée dans la chambre de stockage était de $(16.1 \pm 0.4)\%$. Il est important pour ce type de mesure que cette quantité, qui informe sur le nombre total d'atomes de mercure, soit constante tout au long de la mesure. En effet, nous verrons par la suite que la valeur de l'absorption est corrélée avec la valeur de P_{max} et donc que tout changement de l'absorption, en entraînant un changement de P_{max} , peut être à tort interprété comme de la relaxation. La variation observée de l'absorption de 0.4 % est très satisfaisante car elle provoque une variation de P_{max} de 0.5 % négligeable devant les barres d'erreur individuelles valant typiquement 5 %.

Dans la mesure où cela était possible, j'ai mené une étude de la dépendance en densité du temps de relaxation de la polarisation. A priori, aucune dépendance n'est prédite puisque les collisions Hg-Hg sont les seuls phénomènes dépendant de la densité et qu'ils sont supposés négligeables. Malgré tout, il est intéressant de le vérifier.

On a pour cela appliqué l'ajustement 2.34 pour différentes températures de la source. On observe alors que l'absorption change dans la chambre de stockage. Bien entendu, chaque mesure de T_R est faite à densité constante et on ne change cette densité que d'une mesure à l'autre. En pratique, il faut 12 h pour que la densité se stabilise, la série de mesures présentée sur la figure 2.3 a donc demandé près d'une semaine. L'absence d'évolution de la mesure du temps de relaxation de la polarisation en fonction de la densité de mercure confirme que les collisions Hg-Hg ne dépolarisent pas la vapeur.

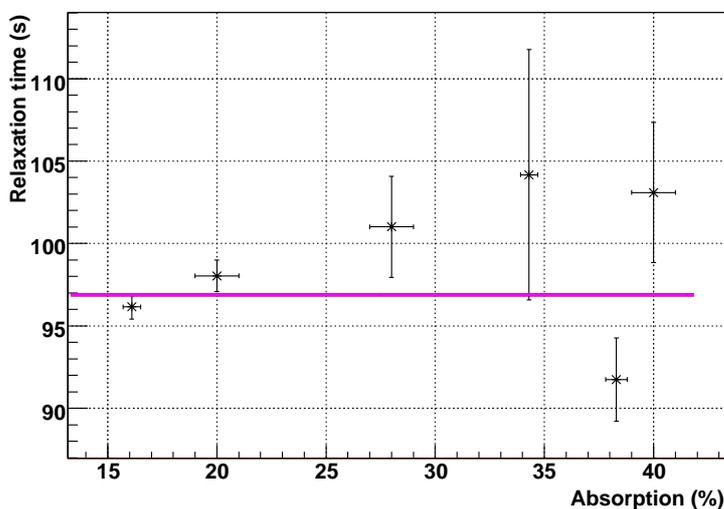


FIG. 2.3 – T_R en fonction de l'absorption. Aucune dépendance claire n'apparaît, les données étant compatibles avec un ajustement par une valeur constante. Le χ^2 de l'ajustement est relativement grand ($\chi^2 = 2$) ce qui est certainement dû à une sous évaluation des barres d'erreur sur la mesure de T_R .

Ainsi, on peut prendre la valeur moyenne des différentes mesures comme la mesure finale du temps de relaxation dans le noir de la polarisation :

$$T_R = 96.9 \pm 0.6 \text{ s} \quad (2.36)$$

valable pour des absorptions inférieures à 40 %.

La compatibilité entre cette mesure et l'évaluation théorique est très bonne compte tenu des incertitudes sur la valeur de ϵ .

2.4.2 Le temps de pompage

Evaluation théorique

En suivant la même logique que pour l'évaluation du temps de relaxation, on peut essayer de contraindre théoriquement la valeur de T_P à partir de l'expression 2.7 :

$$T_P = \frac{3V}{\Phi\sigma L}. \quad (2.37)$$

Le volume V et la longueur L sont connus, la section efficace de photo-absorption σ se calcule (voir annexe 3 pour les détails) :

$$\sigma = 2.64 \times 10^{-17} \text{ m}^2. \quad (2.38)$$

Ce qui pose le plus de problèmes est de déterminer Φ , le nombre de photons arrivant dans la chambre de polarisation chaque seconde. La collaboration RAL/Sussex [63] a mesuré ce flux comme valant $\Phi = 1.5 \times 10^{12} \text{ photons.s}^{-1}$ pour une ampoule neuve. Ceci conduit d'après l'équation 2.7 à $T_P = 2.5 \text{ s}$. On a vu à la section 1.3 que l'intensité d'une lampe (et donc le flux) peut être divisée par un facteur dix ce qui conduit à l'estimation suivante pour T_P :

$$(2.5 \leq T_P \leq 25) \text{ s}. \quad (2.39)$$

Mesure du temps de pompage

La mesure du temps de pompage s'avère être beaucoup plus difficile à mettre en œuvre que celle du temps de relaxation dans le noir. En effet, pour les mêmes raisons que dans le cas de la mesure du temps de relaxation dans le noir, il est impossible de faire des mesures à densité constante. Dans ce cas, il faut également corriger de l'apport continu de mercure. Cette correction revient à tenir compte de tous les termes du système 2.27, autrement dit à ajuster la valeur du temps de pompage sur le modèle. C'est la seule méthode possible sans banc de test dédié.

Compte tenu des difficultés pour évaluer et mesurer le temps de pompage, celui-ci sera considéré comme un paramètre libre du modèle.

2.4.3 La distance moyenne parcourue par les photons de décroissance

Pour évaluer la valeur de la distance moyenne parcourue par les photons de décroissance ξ , j'ai fait une simulation Monte-Carlo. On répartit uniformément dans la chambre de polarisation les atomes émetteurs de photons. Ces photons sont émis uniformément dans toutes les directions (ce qui est une approximation). Connaissant ces conditions initiales

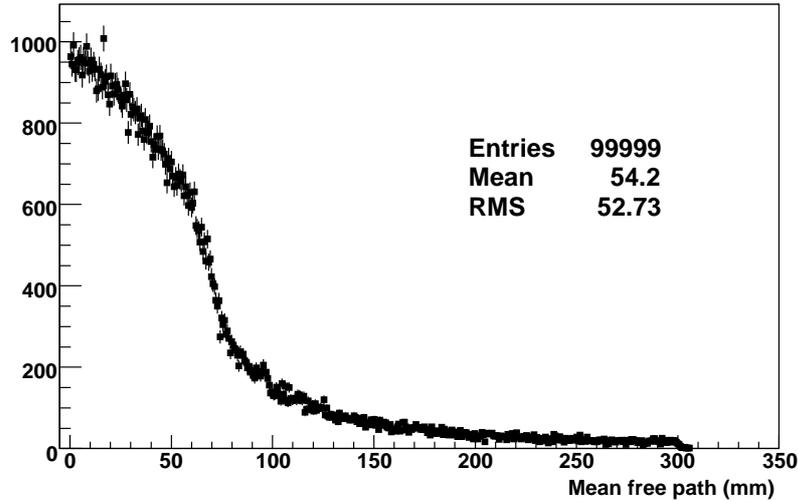


FIG. 2.4 – Histogramme de la distance parcourut par les photons émis par les atomes lors de la décroissance radiative.

et la géométrie de la chambre, nous pouvons calculer la distance que va parcourir chaque photon avant d’atteindre les parois. La figure 2.4 est le résultat de cette simulation. On y voit l’histogramme de la distance parcourue par chaque photon entre son point d’émission et la paroi. La valeur moyenne de ce libre parcours moyen fournit une première évaluation de ξ :

$$\xi = 5.4 \text{ cm.} \quad (2.40)$$

Cette valeur est sous-évaluée car elle ne tient pas compte de la probabilité de réflexion de la lumière par la paroi. Compte tenu de l’indice de réfraction du quartz ($n=1.54$), cette probabilité vaut en moyenne entre 0.1 et 0.2 suivant la polarisation du photon [64].

Il est utile de connaître la distance moyenne parcourue par les photons mais pour autant on ne peut pas l’utiliser directement. En effet, dans le système 2.27, on voit apparaître e^ξ or la valeur moyenne de e^ξ n’est pas égale à l’exponentielle de la valeur moyenne de ξ . En particulier, la queue de la distribution de ξ (Fig. 2.4) contribue beaucoup à la dépolarisation même si peu de photons sont concernés.

Finalement, on peut voir la valeur théorique évaluée ici comme la limite inférieure de la distance moyenne effective parcourue par les photons de décroissance nécessaire au modèle. Cette valeur effective sera ajustée aux données.

2.4.4 La polarisation de la lumière

La polarisation de la lumière s’effectue en deux étapes. Tout d’abord, la lumière est polarisée linéairement par un prisme de Glan-Taylor puis une lame à retard transforme la polarisation linéaire en polarisation circulaire.

Un polarisateur de Glan-Taylor est constitué de deux prismes en calcite séparés par une couche d’air d’indice de réfraction $n_{air} = 1.0$. La calcite est choisie pour sa propriété de biréfringence (on note $n_e = 1.5533$ l’indice extraordinaire et $n_o = 1.5442$ l’indice ordinaire

de la calcite) mais aussi par sa capacité de transmission de la lumière ultra-violette. Les prismes sont taillés parallèlement à l'axe optique de telle sorte que ce dernier soit parallèle à l'arête du prisme. Pour le rayon extraordinaire, l'angle limite i_e à partir duquel il y a réflexion totale sur l'interface de sortie du premier prisme est $i_e = \arcsin\left(\frac{n_{air}}{n_e}\right) = 42.28^\circ$. Pour le rayon ordinaire, l'angle limite i_o à partir duquel il y a réflexion totale est $i_o = \arcsin\left(\frac{n_{air}}{n_o}\right) = 37.08^\circ$. Si l'angle au sommet des prismes est égal à 40° , le rayon ordinaire subit une réflexion totale tandis que le rayon extraordinaire est transmis. Le second prisme permet au rayon transmis d'être parallèle au rayon incident. Ce type de polariseur fournit une polarisation linéaire très proche de 100 %.

La lame à retard utilise aussi la propriété de biréfringence de certains cristaux. Lorsqu'une onde plane, quasi-monochromatique (de longueur d'onde λ) arrive perpendiculairement à la surface d'un cristal biréfringent d'épaisseur e , les rayons ordinaires et extraordinaires suivent la même trajectoire mais ils sont déphasés l'un par rapport à l'autre à la sortie de la lame. Le déphasage provient du fait que le chemin optique n'est pas le même pour ces deux types de rayons. En effet, le rayon ordinaire traverse l'épaisseur e du cristal en subissant l'effet de l'indice n_o tandis que le rayon extraordinaire subit celui de l'indice n_e . Le déphasage de la composante extraordinaire par rapport à la composante ordinaire est égal à : $\phi = \frac{2\pi(n_e - n_o)}{\lambda}e$. Si $(n_e - n_o)e$ est égal à $\lambda/4$, la lame est dite quart d'onde et le déphasage peut être ajusté en jouant avec l'épaisseur. En particulier, un déphasage de $\pi/2$ transforme une polarisation linéaire en une polarisation circulaire. L'efficacité de ce processus dépend de la qualité de la lame et du positionnement relatif de la lame par rapport au prisme.

Compte tenu de la bonne qualité de l'optique utilisée pour polariser la lumière, on peut estimer que $P_L > 0.9$.

2.4.5 Conclusion

Les diverses évaluations des paramètres vont être utilisées différemment en fonction de leur précision. Le temps de relaxation sera utilisé comme une donnée initiale pour le test du modèle. Au contraire, les trois autres paramètres seront ajustés sur des données, les estimations servant à vérifier la consistance des valeurs ajustées. Un dernier paramètre n'a pas été discuté, c'est le taux de production Γ_0 . N'étant pas une caractéristique figée de notre système, il doit être ajusté pour chaque jeu de données. Nous verrons comment dans la section suivante.

2.5 Test du modèle

Pour tester le modèle nous allons utiliser l'évolution de la polarisation (mesurée dans la chambre de polarisation) en fonction de la durée du cycle de pompage optique. Pour cela, deux séries de données ont été prises l'une à la suite de l'autre. Une série de données est prise selon le protocole suivant : Quatre ou cinq points sont mesurés pour une durée de cycle fixée. Cette redondance permet d'évaluer les erreurs et ainsi, pour chaque durée, la valeur retenue sera la moyenne des mesures et l'incertitude sera l'écart quadratique moyen des mesures. On répète l'opération en variant la durée du cycle. Dans la pratique, il est impossible de faire un cycle de moins de 54 s à cause des contraintes liées à l'acquisition. Il n'y a au contraire aucune limite supérieure à la durée du cycle. Pour assurer la qualité

des données il est de première importance que les deux séries de données soient aussi semblables que possible, pour cela elles sont consécutives. Ainsi le revêtement Fomblin des parois de la chambre de polarisation est de qualité comparable ainsi que la lumière de polarisation.

Entre les deux jeux de données, on fait varier la température de la source tout en faisant en sorte, qu'au sein d'une série de données, elle reste très stable. De ce fait la densité augmentera avec un taux différent. Ce taux peut être déterminé indépendamment du modèle en utilisant la mesure de l'absorption en fonction de la durée du cycle (voir Fig. 2.5). Pour interpréter cette courbe, rappelons l'expression de l'absorption (mesurée dans la

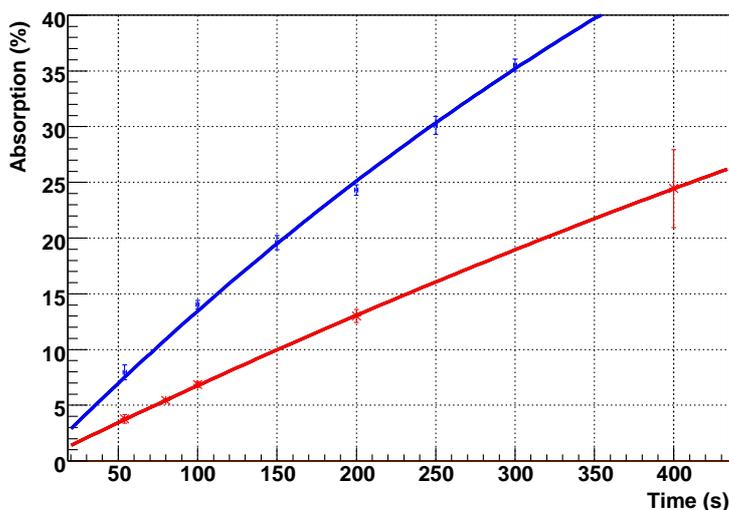


FIG. 2.5 – Absorption en fonction de la durée du cycle pour deux températures différentes de la source de mercure : $172.6 \pm 0.5^\circ\text{C}$ pour la série de données noires et $153.8 \pm 0.7^\circ\text{C}$ pour la série de données rouges. Les points sont les mesures et les courbes sont les ajustements.

chambre de précession) : $A = 1 - e^{-N\sigma D/V}$, dans laquelle N est le nombre total d'atomes de mercure dans la chambre, $V = 23.6 \text{ l}$ est le volume de la chambre de précession, $D = 0.5 \text{ m}$ est le diamètre de la chambre de précession et σ est la section efficace de photo-absorption par des atomes de mercure ^{199}Hg de la lumière émise par des atomes de mercure ^{204}Hg .

L'équation 2.28 nous donne la dépendance de N en fonction du temps : $\frac{dN}{dt} = \Gamma_0$ soit $N(t) = \Gamma_0 t$. La dépendance entre l'absorption et le temps est de ce fait :

$$A(t) = 1 - e^{-\Gamma_0 t \sigma D/V} \quad (2.41)$$

On peut utiliser cette expression pour ajuster la valeur de Γ_0 sur les données ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} \Gamma_0(153.8^\circ\text{C}) &= 1.25 \times 10^{12} \text{ atomes /s} \\ \Gamma_0(172.6^\circ\text{C}) &= 2.59 \times 10^{12} \text{ atomes /s} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Ces taux de production peuvent être utilisés dans le modèle de manière très fiable (ils sont précis au pourcent).

Pour tester le modèle, l'approche choisie est la suivante : on utilise la série de données prise lorsque la température de la source était de 153.8°C et on trace la polarisation de la vapeur en fonction de la durée du cycle de pompage optique. Notre modèle prédit la population de chaque niveau atomique, ce qui peut être relié à la polarisation de la vapeur via l'expression suivante :

$$P_{Hg} = \frac{N_g^+ - N_g^-}{N_g^+ + N_g^-} \quad (2.43)$$

Les erreurs sur la mesure de la polarisation sont évaluées de la même façon que pour l'absorption.

Un jeu de paramètres (T_P , P_L , et ξ) a été trouvé comme étant le plus en accord avec les données par minimisation du résidu de l'ajustement. Pour l'obtenir, l'espace des paramètres a été parcouru de manière discrète. La figure 2.6 montre le résultat de cet ajustement. Une fois tous les paramètres du modèle ajustés, on est en mesure de prédire

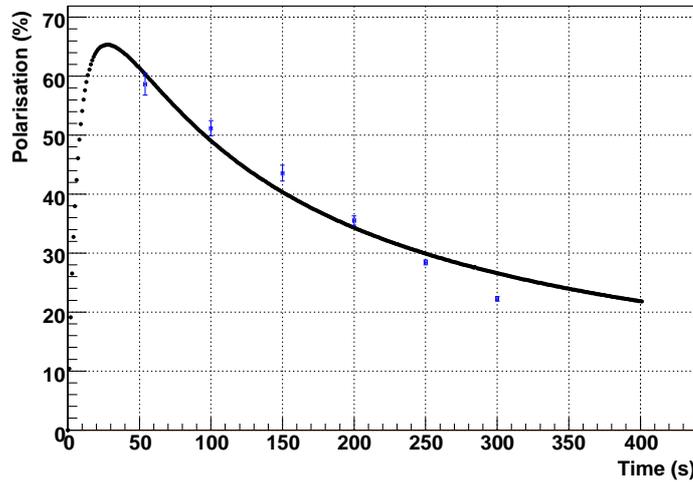


FIG. 2.6 – Polarisation en fonction de la durée du cycle de pompage optique avec : $T_P = 4$ s (ajusté), $\xi = 0.36$ m (ajusté), $P_L = 0.9$ (ajustée), $T_R = 97.1$ s (mesuré), $\Gamma_0 = 2.59 \times 10^{12}$ s⁻¹ (mesuré).

la dépendance de la polarisation en fonction de la durée du temps de pompage pour un autre taux de production. La figure 2.7 regroupe les deux séries de données prises avec les prédictions du modèle pour le même jeu de paramètres.

Le modèle reproduit bien l'allure des données quand on change le taux de production de mercure. La dépendance entre la polarisation et la densité est prise en compte. Dans la pratique, la durée d'un cycle est de 100-150 s, et on voit sur la figure 2.7, que pour ces temps caractéristiques, ce qui influe en premier lieu sur la polarisation est le taux de production (donc la densité). C'est la première fois qu'un modèle montre cet effet clairement [56]. Le modèle est en fait capable de prédire la relation entre la polarisation et l'absorption (voir figure 2.8).

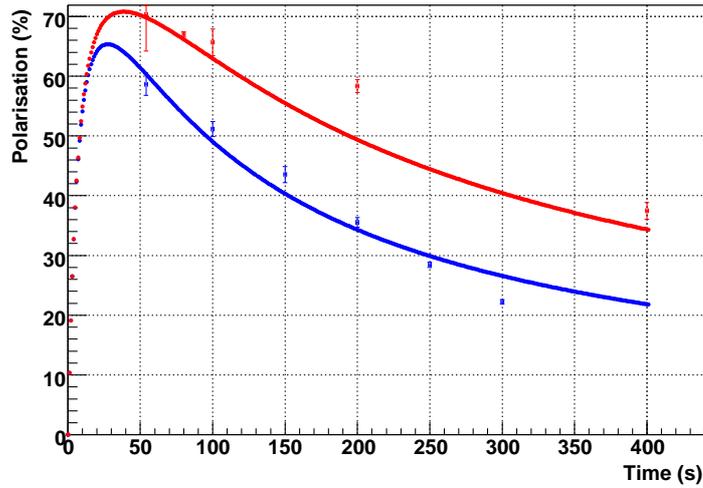


FIG. 2.7 – Polarisation en fonction de la durée du cycle de pompage optique avec : $T_P = 4$ s (ajusté), $\xi = 0.36$ m (ajusté), $P_L = 0.9$ (ajustée), $T_R = 97$ s (mesuré). Les deux courbes et les deux jeux de données correspondants sont pour un taux de production valant respectivement $\Gamma_0 = 2.6 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$ pour les bleus et $\Gamma_0 = 1.3 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$ pour les rouges.

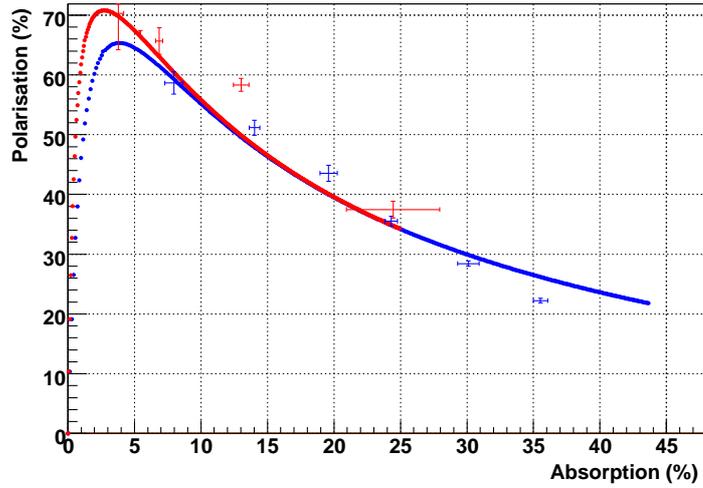


FIG. 2.8 – Polarisation en fonction de l'absorption avec : $T_P = 4$ s (ajusté), $\xi = 0.36$ m (ajusté), $P_L = 0.9$ (ajustée), $T_R = 97$ s (mesuré). Les deux courbes et les deux jeux de données correspondants sont pour un taux de production valant respectivement $\Gamma_0 = 2.6 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$ pour les bleus et $\Gamma_0 = 1.3 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$ pour les rouges.

Dès lors que le pompage optique n'est plus le phénomène dominant, on observe une décroissance exponentielle de la polarisation quand l'absorption (donc la densité) augmente. De plus le modèle prédit naturellement que la courbe de la polarisation en fonction de l'absorption ne dépend pas du taux de production. Seule la densité importe, et non la vitesse avec laquelle cette densité augmente.

Pour conclure, le tableau suivant compare les évaluations théoriques et les valeurs ajustées aux données pour tous les paramètres du modèle :

Paramètre	Évaluation théorique	Autre évaluation	Valeur utilisée
T_R	70 s	(96.9 ± 0.6) s [2.4.1]	96.9 s
T_P	$(2.5 < T_P < 25)$ s	4.8 s [61]	4 s
ξ	> 0.068 m		0.36 m
P_L	> 0.9		0.9

Les valeurs ajustées sont relativement satisfaisantes quand on les compare à leurs évaluations (effectuées dans la section précédente). Pour la polarisation de la lumière, l'ajustement est assez peu contraint. Au contraire, la valeur de ξ influe beaucoup sur la qualité de l'ajustement. De plus sa valeur ajustée est la moins compatible avec l'évaluation théorique sans pour autant être aberrante. Même si le modèle gagnerait à mieux tenir compte de la dépolarisation radiative, on va l'utiliser en l'état tout en gardant à l'esprit son domaine de validité.

L'amplitude du signal

Ce modèle reproduit bien la dépendance de la polarisation quand l'absorption change. Cette dépendance est primordiale pour augmenter l'amplitude du signal a_s d'après l'équation 1.9 établie au début de cette partie :

$$a_s(t = 0) = I_0(1 - A) \left((1 - A)^{-P} - 1 \right). \quad (2.44)$$

La figure 2.9 illustre cette dernière relation. On y observe un point de fonctionnement optimal (une absorption qui maximise l'amplitude du signal). Il résulte de la compétition de deux phénomènes : pour augmenter l'amplitude du signal on peut augmenter l'absorption (autrement dit le nombre d'atomes qui créent le signal) mais en augmentant ce nombre d'atomes, on dépolarise la vapeur, ce qui diminue l'amplitude du signal. Cette figure a aussi l'intérêt de montrer les limites du modèle. Il semble en effet qu'au-delà de 20 % d'absorption, le modèle montre des difficultés à reproduire les données. En fait, l'essentiel de la limitation semble venir de la simplicité du traitement de la décroissance radiative. Modéliser ce phénomène complexe par un seul nombre moyen est la principale hypothèse qui pèse sur ce modèle.

Mais surtout ce que l'on doit noter sur cette figure c'est la valeur maximale de la quantité $a_s/I_0 \approx 0.08$ pour une absorption de 22 % expérimentalement observée, en assez bon accord avec la prévision du modèle qui donne une amplitude normalisée maximale $a_s/I_0 \approx 0.08$ pour une absorption de 32 %. Pouvoir prédire la valeur de cette quantité avec une précision supérieure à 20 % permet d'utiliser ce modèle pour trouver la géométrie optimale qui maximisera cette quantité qui est, rappelons-le, directement proportionnelle à la précision de la mesure.

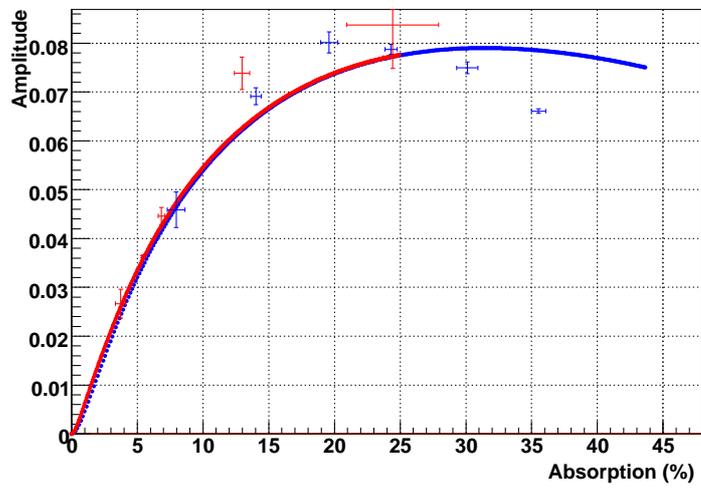


FIG. 2.9 – Amplitude du signal normalisée par l'intensité I_0 dérivée à partir de l'expression 1.9. Les deux courbes et les deux jeux de données correspondants sont pour un taux de production valant respectivement $\Gamma_0=2.6E12 \text{ s}^{-1}$ pour les points bleus et $\Gamma_0=1.3E12 \text{ s}^{-1}$ pour les rouges.

3. Vers une nouvelle chambre de polarisation

Si un objectif de cette thèse est de retrouver les performances optimales de l'appareillage, le deuxième est naturellement d'aller vers de meilleures performances. La piste qui a été suivie en particulier est celle qui consiste à augmenter l'amplitude du signal. Pour cela, il faut travailler sur la chambre de polarisation car c'est dans cette chambre que la polarisation est construite. Dans cette thèse, deux modifications ont été étudiées, celle de la géométrie de la chambre et celle du matériau de la chambre. Nous verrons par la suite que ces deux études sont liées.

3.1 Le dimensionnement

3.1.1 Les résultats du modèle

Le modèle de la chambre de pré-polarisation développé dans le chapitre précédent peut être utilisé pour définir la meilleure géométrie possible de la chambre de polarisation. La tendance à suivre est assez claire, pour diminuer la dé-polarisation radiative, il faut diminuer la densité. Or on a pu observer que pour notre géométrie (et c'est également le cas pour toutes les géométries) on peut définir l'absorption optimale de fonctionnement (et donc le nombre d'atome optimal). Dans ce contexte, pour diminuer la densité, il ne reste qu'un seul degré de liberté : le volume de la chambre.

Etudions le cas d'une chambre de volume double. Deux cas limites apparaissent : soit on double la longueur de la chambre (ce que l'on appellera la géométrie allongée), soit on augmente le rayon d'un facteur $\sqrt{2}$ (ce que l'on appellera la géométrie élargie).

Le tableau suivant résume l'évolution des paramètres pour chacune de ces nouvelles géométries.

Paramètre	Valeur géométrie originelle	Valeur géométrie allongée	Valeur géométrie élargie
R_{pol}	0.035 m	0.035 m	0.049 m
L_{pol}	0.3 m	0.6 m	0.3 m
$S_{pol} = \pi R_{pol}^2$	$3.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	$3.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	$7.67 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
$V_{pol} = S_{pol} * L_{pol}$	$1.15 \times 10^{-3} \text{ m}^3$	$2.3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$	$2.3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
$T_R = \frac{4V_{pol}}{\epsilon S_{pol} \bar{v}}$	97 s	136 s	97 s
$T_P = \frac{3V_{pol}}{\phi \sigma L_{pol}}$	4 s	4 s	8 s
ξ	0.054 m	0.066 m	0.068 m
ξ_{eff}	0.36 m	0.440 m	0.450 m
$l(\xi_{eff}) = \frac{\sigma' \xi_{eff}}{V_{pol}}$	9×10^{-15}	5×10^{-15}	5×10^{-15}
P_L	0.9	0.9	0.9

Si la façon dont sont calculés les différents paramètres pour les géométries modifiées à partir de ceux de la géométrie originelle est claire pour la majeure partie des paramètres, cela l'est moins pour ξ , ξ_{eff} et $l(\xi_{eff})$. ξ est évalué grâce à la simulation présentée à

la section 2.4.3. Cette évaluation est largement critiquable car la valeur permettant de reproduire les données est $\xi_{eff} = 0.36$ m. Pour l'extrapolation de ξ_{eff} , le rapport des ξ pour les deux géométries a été utilisé avec l'hypothèse qu'il était représentatif du rapport entre les ξ_{eff} pour les deux géométries. C'est la seule hypothèse de ce résultat. L'effet du changement de géométrie sur $l(\xi_{eff})$ est important, mais la principale cause de la diminution de $l(\xi_{eff})$ est l'augmentation du volume de la chambre qui diminue la densité (à nombre d'atomes constant). La variation de ξ_{eff} est un effet de second ordre ce qui diminue les incertitudes liées à notre hypothèse.

Il apparaît clairement dans ce tableau que le meilleur choix possible est d'augmenter le volume de la chambre en l'allongeant. En effet, cette solution maximise le temps de dépolarisation non-radiative, tout en minimisant le temps de pompage et le terme $l(\xi_{eff})$ qui décrit les dépolarisations radiatives.

Pour aller plus loin dans la comparaison de ces deux modifications, étudions les prédictions du modèle.

Les figures 3.1 et 3.3 comparent les résultats du modèle pour les deux géométries étudiées.

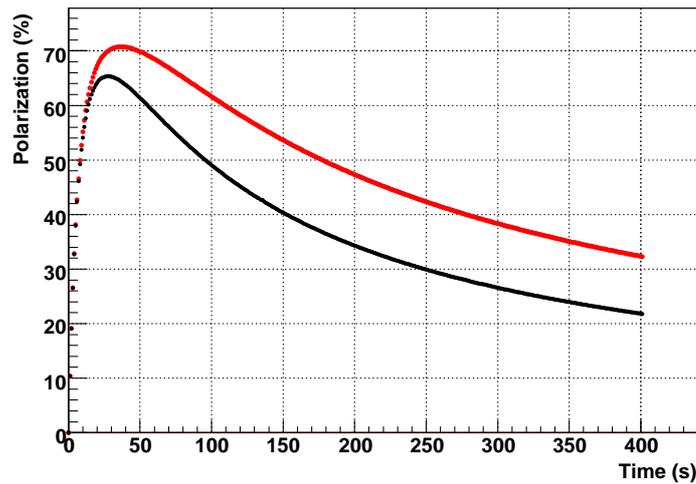


FIG. 3.1 – Polarisation en fonction du temps de pompage. La courbe noire est le résultat du modèle pour la géométrie actuelle de la chambre de polarisation. La courbe rouge l'est pour une chambre de polarisation de forme cylindrique dont la longueur est double.

Tout d'abord, pour bien interpréter cette figure (3.1), il faut se rappeler que le nombre d'atomes de mercure n'est pas constant au cours du temps. À $t = 0$, la chambre est vide et le nombre d'atomes augmente linéairement avec le temps. Cette dépendance entre le nombre d'atomes et le temps est la même pour les deux courbes de la figure 3.1. Par contre, la densité augmente deux fois moins vite pour la chambre dont le volume est double (courbe rouge sur la figure 3.1).

C'est la différence de densité qui explique la différence de comportement des deux courbes de la figure 3.1 :

- dans la partie où le pompage optique domine ($t < 30$ s), on voit que quand la densité est plus faible, la polarisation augmente plus vite.
- dans la partie où la polarisation et la dépolarisation s'équilibrent ($30 < t < 40$ s), la polarisation asymptotique atteinte est plus grande à faible densité. Cette valeur dépend en effet beaucoup de la dépolarisation radiative qui implique le libre parcours moyen des photons de décroissance radiative et donc de la densité.
- dans la partie où la polarisation décroît, l'effet dominant est la dépolarisation radiative qui augmente quand la densité augmente.

Ce qu'il faut en particulier retenir c'est qu'en doublant la longueur du cylindre de la chambre de polarisation, on est capable, et ce quelle que soit la durée du cycle de pompage optique, d'avoir une plus grande polarisation de la vapeur à nombre d'atomes fixe. Ceci se traduit directement par une augmentation de l'amplitude du signal mesuré comme on peut le voir sur la figure 3.2.

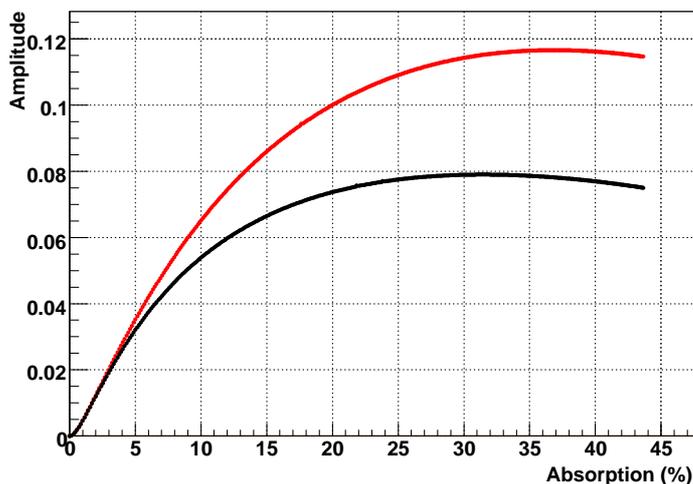


FIG. 3.2 – Amplitude du signal en fonction de l'absorption dans la chambre de précession. La courbe noire est le résultat du modèle pour la géométrie actuelle de la chambre de polarisation. La courbe rouge l'est pour une chambre de polarisation de forme cylindrique dont la longueur est double. On observe une augmentation de l'amplitude maximale attendue de 1.5.

On peut conclure que l'augmentation de la longueur de la chambre de polarisation par un facteur deux nous conduirait d'après ce modèle à augmenter le signal attendu d'un facteur 1.5 ce qui n'est pas négligeable.

Maintenant, comparons ce résultat à son équivalent pour une chambre élargie.

La figure 3.3 illustre l'évolution de la polarisation avec le temps alors que la chambre de polarisation se remplit peu à peu de mercure. On observe que la géométrie avec un grand rayon limite l'efficacité du pompage optique et donc la polarisation maximale qui peut être atteinte. D'un autre côté, si le pompage optique est moins intense, les décroissances radiatives sont moins nombreuses, ce qui limite la dépolarisation radiative.

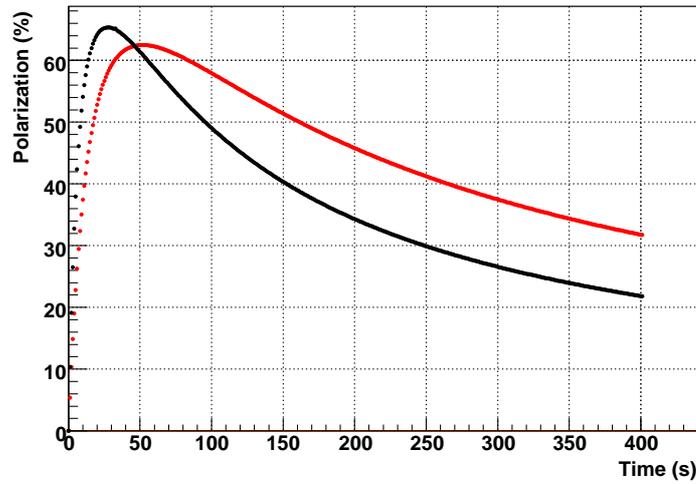


FIG. 3.3 – Polarisation en fonction du temps de pompage. La courbe noire est le résultat du modèle pour la géométrie actuelle de la chambre de polarisation. La courbe rouge l'est pour une chambre de polarisation élargie dont le rayon est augmenté d'un facteur $\sqrt{2}$.

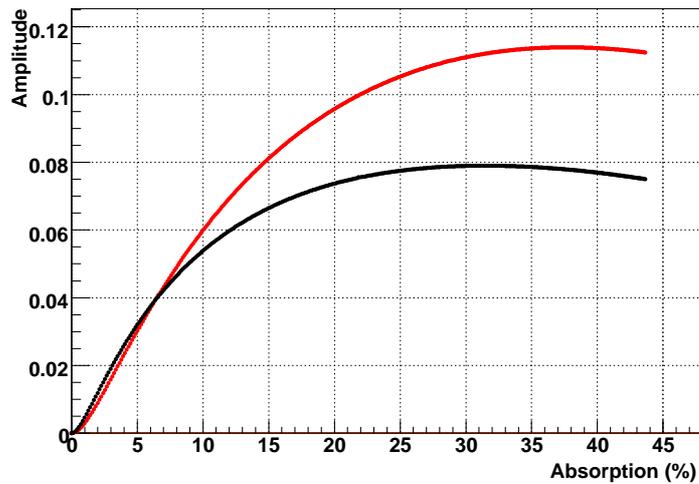


FIG. 3.4 – Amplitude du signal en fonction de l'absorption dans la chambre de précession. La courbe noire est le résultat du modèle pour la géométrie actuelle de la chambre de polarisation. La courbe rouge l'est pour une chambre de polarisation de forme cylindrique dont le rayon est augmenté d'un facteur $\sqrt{2}$ de façon que le volume soit doublé. On observe une augmentation de l'amplitude maximale attendue de 1.4.

C'est cette dernière qui domine le comportement de la polarisation au temps qui nous intéresse ($t > 100$ s). Finalement, malgré un pompage optique plus limité, la polarisation attendue est plus grande pour les durées de cycle qui nous concernent.

C'est ce que confirme la figure 3.4 qui illustre un gain en amplitude du signal de 1.4 par rapport à la géométrie originelle. Ce gain est très légèrement inférieur à celui attendu pour une chambre dont le volume serait doublé via un allongement de la chambre car dans ce dernier cas, les photons issus des décroissances radiatives ont un libre parcours moyen, ξ , plus court et surtout, le pompage optique est plus efficace.

On notera tout de même que l'effet principal qui explique le gain en amplitude est, dans les deux cas, l'augmentation du volume.

Tentons de trouver le volume optimal de la chambre (celui qui maximise l'amplitude du signal). Pour cela, il faut tenir compte de la transmission de la polarisation depuis la chambre de polarisation vers la chambre de précession.

En effet, il n'est pas forcément judicieux d'augmenter le volume de la chambre indéfiniment, en particulier à cause de l'équilibrage des pressions qui a lieu quand la vapeur de mercure quitte la chambre de polarisation pour la chambre de stockage. Cette question sera discutée dans la section suivante.

3.1.2 La conductance

Pour décrire l'équilibrage des pressions, il faut introduire deux quantités : la pression d'équilibre dont le calcul est évident, mais aussi le temps nécessaire à l'obtention de cet équilibre. Pour cela, on peut écrire les équations d'évolution de la pression dans les deux chambres (de polarisation et de précession) :

$$\begin{aligned} V_{pol} \frac{dPr_{pol}}{dt} &= -(Pr_{pol} - Pr_{pre})C & \text{avec} & & Pr_{pol}(t=0) &= P_0 \\ V_{pre} \frac{dPr_{pre}}{dt} &= (Pr_{pol} - Pr_{pre})C & & & Pr_{pre}(t=0) &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Dans ces expressions V est le volume, Pr est la pression et C la conductance entre les deux chambres. Les indices pol et pre se rapportent respectivement à la chambre de polarisation et à la chambre de précession.

Les solutions de ce système sont :

$$\begin{aligned} P_{pol}(t) &= \frac{P_0 V_{pol}}{V_{pol} + V_{pre}} \left(1 + \frac{V_{pre}}{V_{pol}} e^{-Ct \frac{V_{pol} + V_{pre}}{V_{pol} V_{pre}}} \right) \\ P_{pre}(t) &= \frac{P_0 V_{pre}}{V_{pol} + V_{pre}} \left(1 - e^{-Ct \frac{V_{pol} + V_{pre}}{V_{pol} V_{pre}}} \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

dans lesquelles on retrouve deux caractéristiques importantes :

- τ_C , le temps caractéristique d'établissement de l'équilibre :

$$\tau_C = \frac{V_{pol} V_{pre}}{C(V_{pol} + V_{pre})} \quad (3.3)$$

- $P_{eq}(t = \infty)$, la pression d'équilibre dans les deux chambres :

$$P_{eq}(t = \infty) = P_0 \frac{V_{pol}}{V_{pol} + V_{pre}} \quad (3.4)$$

Dans la géométrie actuelle, les deux chambres sont reliées par un tube de rayon $R_t = 14$ mm et de longueur $L_t = 25$ mm. La conductance C vaut dans ce cas (régime moléculaire et tube court) [65] :

$$C = \frac{2}{3} \pi \frac{R_t^3}{L_t} \bar{v} \frac{1}{1 + \frac{8R_t}{3L_t}} = 2.9 \times 10^{-3} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (3.5)$$

Cette conductance nous permet d'évaluer $\tau_C = 0.4$ s pour la géométrie actuelle, en bon accord avec une mesure sommaire que j'ai effectuée. Par ailleurs, l'équation de la pression d'équilibre 3.4 peut se réécrire en termes du nombre d'atomes dans chaque chambre : $\frac{N_{pol}}{N_{pol}+N_{pre}} = \frac{V_{pol}}{V_{pol}+V_{pre}} = 0.046$. On observe donc que dans la géométrie actuelle moins de 5 % du nombre total d'atomes restent dans la chambre de polarisation. De plus, le temps nécessaire pour extraire 95 % des atomes de la chambre de polarisation vers la chambre de précession est $3\tau_C \approx 1.2$ s. Dans la pratique, la connexion entre les deux chambres reste établie pendant 2 s.

Dans le but d'évaluer les trois géométries testées dans la section précédente, on peut se référer au tableau suivant dans lequel sont regroupés les résultats pour quatre chambres de géométrie cylindrique dont on fait varier le volume en augmentant le rayon.

Paramètre	Volume chambre existante	Volume $\times 2$	Volume $\times 4$	Volume $\times 8$
$\frac{a_s(max)}{I_0}$	0.08	0.115	0.15	0.17
$\frac{N_{pol}}{N_{pol}+N_{pre}}$	0.05	0.1	0.2	0.4
$\frac{a_{s,corr}}{I_0}$	0.076	0.1	0.12	0.10
$3\tau_C$	1.2 s	3.2 s	4.8 s	9.6 s

Dans ce tableau apparaît un nouveau paramètre, $\frac{a_{s,corr}}{I_0} = (1 - \frac{N_{pol}}{N_{pol}+N_{pre}}) \frac{a_s(max)}{I_0}$, c'est l'amplitude corrigée par la perte de mercure lors de l'équilibrage des pressions. L'évolution des deux amplitudes quand le volume de la chambre de prépolarisation varie est représentée sur la figure 3.5.

Pour utiliser le résultat de notre modèle de la chambre de prépolarisation afin de prédire le signal dans la chambre de précession, il faut tenir compte du fait qu'une partie du mercure reste dans la chambre de prépolarisation. Cette quantité est d'autant plus grande que le volume de la chambre de polarisation est grand. Au final, le volume optimal, qui maximise l'amplitude est quatre fois plus grand que le volume actuel de la chambre. Pour une chambre aussi grosse, le temps de vidage sera plutôt de 5 s, ce qui reste envisageable.

Le dernier point à aborder dans la définition de la géométrie de la chambre de polarisation optimale est la prise en compte des contraintes mécaniques. En effet, cette chambre doit être adaptable au système pré-existant.

3.1.3 Une géométrie réaliste

La première question à trancher pour définir une géométrie réaliste est de savoir si on veut allonger ou élargir la chambre. Celle-ci doit être intégralement dans le blindage pour assurer le meilleur taux de polarisation possible de la vapeur de mercure. En effet, lors de la traversée des couches de blindage, le champ magnétique peut s'annuler et la vapeur se dépolariser. Actuellement, la chambre de polarisation se situe sous l'électrode et sa longueur est la longueur maximale admissible à cet endroit. Pour installer une chambre

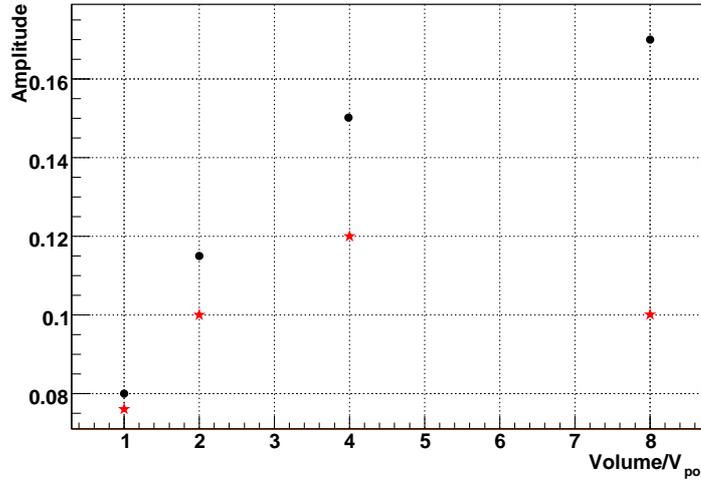


FIG. 3.5 – Les points noirs représentent l’amplitude prédite par le modèle en fonction du volume de la chambre de prépolarisation (exprimé en relatif par rapport à celui de la chambre existante). Les étoiles rouges représentent la même amplitude mais corrigée de l’effet de l’équilibrage des pressions des deux chambres.

plus longue il faudrait la positionner à côté de la chambre de précession, ce qui implique un équilibrage de la pression partielle de mercure plus long à s’établir et de grosses modifications du système de connection. La différence de gain attendu (1.5 au lieu de 1.4) ne justifie pas un tel choix. Nous allons donc nous diriger vers une chambre plus large.

La figure 3.6 est un plan vu du dessus de la région autour de la chambre de polarisation. On peut y voir les contraintes à inclure dans le dimensionnement du rayon de la chambre :

- la vanne neutron,
- le trépied qui supporte les électrodes est déformé à gauche pour laisser la place au système actuel,
- la tige de la vanne mercure qui permet d’ouvrir ou de fermer la liaison entre la chambre de polarisation et la chambre de précession tangente la chambre à gauche.

Sur ce plan (Fig 3.6), est représenté le plus gros volume cylindrique (cercle bleu) pouvant entrer dans le système si on s’impose que la tige de commande de la vanne mercure doit rester à l’extérieur de la chambre. Son rayon est de 45 mm donc son volume est de $1.9 \times 10^{-3} \text{m}^3$. Les performances attendues pour une telle chambre vont être très proches du point à $V = 2V_{pol}$ sur la figure 3.5. Une telle chambre offre donc la possibilité d’augmenter le signal d’un facteur 1.2 quand le gain optimal (obtenu en multipliant par quatre le volume est de 2.5). Nous verrons que le choix du matériau nous ouvre de nouvelles possibilités.

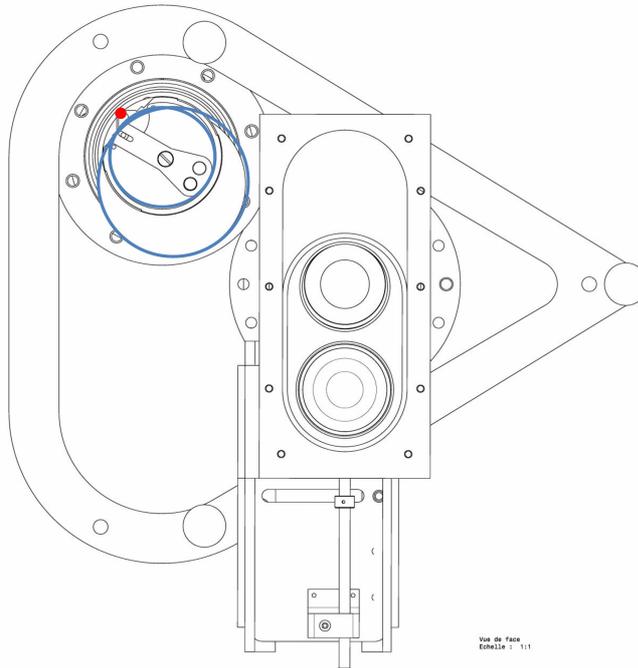


FIG. 3.6 – Plan vu de dessus de la zone autour de la chambre de polarisation. En bleu, sont représentés les deux cylindres des deux chambres : le plus petit est celui de la chambre existante, le plus gros celui de la plus grosse chambre possible. Le point rouge est l'axe de la vanne mercure.

3.2 Le choix du matériau

S'il faut construire une nouvelle chambre de polarisation, la question du choix du matériau doit être tranchée. Le matériel choisi doit satisfaire les critères suivants :

- être compatible avec le vide (on ne veut pas de dégazage),
- ne pas trop dépolariiser la vapeur de mercure lors des collisions avec les parois,
- ne pas refléter la lumière ultra-violette.

Hormis pour certains plastiques, la compatibilité avec le vide des matériaux est bonne. Deux matériaux sont connus pour bien stocker la polarisation d'une vapeur de mercure : le quartz et le téflon. La chambre actuelle est faite de quartz. Le téflon a le gros défaut d'être un réflecteur quasi-parfait pour la lumière ultra-violette. Il ne peut donc pas être utilisé pour la chambre de polarisation. On doit cependant garder à l'esprit la possibilité de recouvrir la surface de la chambre d'huile Fomblin qui conserve très bien la polarisation de la vapeur de mercure tout en étant compatible avec le vide. Moyennant le fait que la chambre soit recouverte d'huile Fomblin, il ne reste que deux critères à satisfaire (le Fomblin étant transparent aux rayons ultra-violets) : la compatibilité au vide et une faible réflectivité dans le domaine ultra-violet. Le Plexiglas par exemple est un matériau très bon marché, compatible avec un vide de notre qualité (1×10^{-5} mbar) qui absorbe la lumière ultra-violette. Ce matériau a un avantage considérable sur le quartz : il peut être usiné

beaucoup plus facilement. On peut alors envisager une géométrie plus complexe qu'un simple cylindre.

Le Plexiglas a été testé dans le cadre de cette thèse. Une chambre de géométrie similaire à celle existante a été produite. Une fois la surface intérieure de cette chambre recouverte d'huile Fomblin, elle a pu être insérée dans le système existant. Comme attendu, les performances de ce système avec cette chambre en Plexiglas sont comparables à celles obtenues avec la chambre en quartz. Cependant un problème a été mis en évidence : après quelques semaines d'utilisation, les performances sont devenues anormalement mauvaises (l'amplitude du signal de précession devenant trop faible pour être détectée). L'origine de cette perte de performance est attribuée à la disparition de l'huile Fomblin à la surface de la chambre. Dès lors que la surface n'est plus recouverte d'huile, les collisions avec les parois deviennent très dépolarisantes.

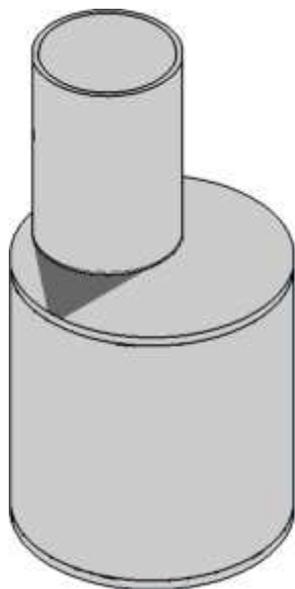


FIG. 3.7 – Vue de la future chambre de polarisation élargie (par G. Petzoldt). Le plus petit diamètre est égal au diamètre de la chambre actuelle. Il faut noter que la vue est telle que la partie rétrécie en bas est cachée.

élargie ne peut en aucun cas être incéré de la sorte car cela impliquerait un élargissement du trou dans le blindage ce qui n'est pas envisageable compte tenu des conséquences que cela aurait sur l'homogénéité du champ magnétique.

Le volume de cette chambre est le double de celui de la chambre existante. On s'attend donc à une augmentation de l'amplitude du signal d'un facteur 1.3. Sa mise en œuvre sera le test final de ce modèle et il est regrettable que ce dernier se déroule si tard.

Des tests effectués sur des échantillons de plexiglas montrent que l'huile Fomblin y adhère moins qu'au quartz.

Malgré ce défaut, qui va nous forcer à renouveler le dépôt d'huile sur la surface interne de la chambre tous les mois (actuellement ceci est fait tous les six mois), nous avons décidé d'utiliser le Plexiglas pour le premier prototype de chambre de polarisation plus grosse en raison de la simplicité d'usinage qu'il offre. La figure 3.7 est une vue de cette nouvelle chambre. Elle sera testée à l'automne 2009 dans l'appareillage.

La facilité d'usinage du Plexiglas a été utilisée pour complexifier la géométrie. Ainsi, les deux extrémités de la chambre sont identiques à celles de la chambre existante et ce système peut s'insérer dans les fixations de la chambre actuelle. Les longueurs de ces deux parties non élargies permettent de satisfaire les contraintes mécaniques.

Les seules pièces d'adaptation à prévoir sont un nouveau support permettant un montage par-dessus de la chambre de polarisation. Le système actuel est inséré par dessous, après l'électrode. Un système

4. Conclusion

Les travaux effectués dans le cadre de cette thèse ont permis de retrouver les performances optimales du système existant. De plus, un certain nombre d'améliorations ont été effectuées afin de rénover le système et d'assurer sa fiabilité pour les prises de données futures.

En conclusion de la modélisation de la chambre de polarisation, celles-ci s'effectueront avec une chambre de polarisation élargie, dimensionnée dans le cadre de cette thèse. L'ensemble de ces travaux devant servir à fournir une précision statistique de 0.1-0.2 pT sur la mesure du champ magnétique par le co-magnétomètre mercure. L'augmentation de la sensibilité est limitée ce qui met en évidence que le système initial était très optimisé. Cependant, cette précision est suffisante pour atteindre notre objectif qui est de mesurer le moment électrique dipolaire du neutron avec une précision statistique de 4×10^{-27} e cm.

Cet objectif est une première étape vers un projet encore plus ambitieux : mesurer le moment électrique dipolaire du neutron avec une précision de 5×10^{-28} e cm avec un nouvel appareillage en cours de développement. Les résultats de cette thèse et les outils qui y ont été développés sont la base du dimensionnement du co-magnétomètre mercure qui pourrait y être ajouté.

Cependant, l'ajout ou non d'un co-magnétomètre mercure dans ce futur système pourrait avoir de lourdes conséquences et c'est pourquoi la réponse n'est pas définitivement tranchée. La dernière partie de ce document donne des informations pour comprendre les avantages et les inconvénients de la co-magnétométrie.

De l'intérêt d'une double magnétométrie

1. La mesure du moment électrique dipolaire du neutron

L'appareillage OILL est celui qui a permis de mettre la limite la plus contraignante sur la valeur du moment électrique dipolaire du neutron. Mais du chapitre précédent, nous pouvons retenir deux idées :

- Son niveau de fonctionnement était, en 2005, insuffisant pour fournir sa sensibilité maximale.
- Sa conception très optimisée en fait un appareillage très difficile à améliorer (ce qui est vrai pour le co-magnétomètre mercure est vrai pour une majorité des autres éléments de l'appareillage).

Tout ceci met en avant un énorme challenge : vouloir faire une mesure qui met une limite sur le moment électrique dipolaire du neutron au niveau de 5×10^{-27} e cm alors que la limite actuelle est, rappelons-le $|d_n| < 2.9 \times 10^{-26}$ e cm [2]. Cette limite est posée à partir du résultat suivant :

$$d_n = (+0.2 \pm 1.5(\text{stat.}) \pm 0.7(\text{syst.})) \times 10^{-26} \text{ e cm [2]}. \quad (1.1)$$

Pour aller au-delà, avec le même appareillage, il faut donc progresser à la fois sur l'augmentation de la statistique et sur le contrôle des systématiques.

En déplaçant l'appareillage de l'ILL vers PSI, le gain en statistique est garanti. En effet, des simulations réalistes [41] prédisent un nombre de neutrons par cycle valant 350 000 contre typiquement 20 000 à l'ILL. La formule I.5.26 se traduit directement en terme d'erreur statistique sur la mesure du moment électrique dipolaire du neutron :

$$\sigma(d_n) = \frac{\hbar}{2\alpha ET\sqrt{N}} = 4.12 \times 10^{-25} \text{ e cm/cycle} \quad (1.2)$$

en prenant pour la visibilité α la valeur réaliste de 0.75, pour le temps de stockage T , celle de 150 s et pour le champ électrique E , celle de 12 KV/cm. En ne prenant en compte que les erreurs statistiques, au bout de deux ans de mesures (soit 400 nuits) la limite sera de 4×10^{-27} e cm. On pense que les mesures se feront de nuit, période durant laquelle l'environnement (magnétique notamment) devrait être plus calme, ainsi les journées pourront être dévolues aux calibrations et aux études des erreurs systématiques.

Le problème du meilleur contrôle des erreurs systématiques est beaucoup plus complexe, mais notre collaboration peut se baser sur le travail intensif de la collaboration RAL/SUSSEX/ILL. La référence [2] en particulier présente une liste des erreurs systématiques. Nous allons voir dans ce chapitre qu'un certain nombre d'entre elles sont liées à la présence même du mercure et que leur contrôle est maintenant à la base de la méthode d'extraction du moment électrique dipolaire du neutron proposée par la collaboration RAL/SUSSEX/ILL et utilisée ici.

1.1 Particularité d'une mesure avec un co-magnétomètre

L'ajout du co-magnétomètre permet de former une quantité, R , le rapport des fréquences de précession du neutron et du mercure, qui ne dépend pas au premier ordre du champ magnétique :

$$R = \frac{f_n}{f_{\text{Hg}}} = \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}}. \quad (1.3)$$

Suivons la démarche proposée dans [2] et introduisons les moments électriques dipolaires dans le rapport R :

$$R = \frac{|2\mu_n B \pm d_n E|}{|2\mu_{\text{Hg}} B \pm d_{\text{Hg}} E|} \approx \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \pm \frac{2E}{hf_{\text{Hg}}} \left(d_n - \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} d_{\text{Hg}} \right) \right| \quad (1.4)$$

où la dernière expression est le développement limité au premier ordre dans les moments électriques dipolaires. Il faut peut-être rappeler ici la signification du \pm : le signe est positif quand les champs électrique et magnétique sont parallèles et négatif quand ils sont anti-parallèles.

L'expression précédente montre qu'une étude de corrélation de R avec le champ électrique ne mesure pas d_n , mais $d_{\text{mes}} = d_n - \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} d_{\text{Hg}}$. Ceci introduit une première source d'erreur systématique liée au co-magnétomètre mercure : le moment électrique dipolaire du mercure. On a pu voir dans la première partie de ce document que la mesure du moment électrique dipolaire du mercure est complémentaire de celle du neutron pour le test des extensions du Modèle Standard si bien que sa mesure est l'objet d'actives recherches. La limite supérieure sur sa valeur est [66] :

$$d_{\text{Hg}} = (0.49 \pm 1.29 \pm 0.79) \times 10^{-29} \text{ e cm}. \quad (1.5)$$

Cette valeur permet de prédire la correction à apporter à notre résultat :

$$d_n = d_{\text{mes}} - (1.9 \pm 5.8) \times 10^{-29} \text{ e cm}. \quad (1.6)$$

Cette systématique est donc largement négligeable.

Au contraire, la systématique qui va dominer est liée à un effet subtil combinant le décalage dit de Ramsey-Bloch-Siegert, les phases géométriques et les gradients du champ magnétique. Cet effet est décrit dans [67] dont les principaux résultats sont reportés ici.

Nous allons suivre [67] dans le calcul du faux moment électrique dipolaire généré par des particules confinées dans une boîte. Un faux moment électrique dipolaire est une contribution à la fréquence de précession des neutrons (ou du mercure) proportionnelle à l'intensité du champ électrique. L'origine de ce faux moment électrique dipolaire est l'effet $\vec{v} \times \vec{E}$ que l'on a déjà rencontré au début de ce document et auquel on peut associer un champ magnétique

$$\vec{B}_v = \frac{\vec{v} \times \vec{E}}{c^2}. \quad (1.7)$$

Pour des particules confinées dans une boîte, les vitesses se moyennent à zéro ce qui annule cette contribution en dehors de l'effet des phases géométriques décrit ici.

Plaçons nous dans une chambre cylindrique (la chambre de stockage) dans laquelle des champs magnétique et électrique sont verticaux (selon l'axe z). Dans notre modélisation analytique des champs, le champ électrique est parfaitement homogène alors que la

composante principale du champ magnétique possède un gradient noté $\frac{\partial B_z}{\partial z}$. Si de plus, on impose au champ magnétique de satisfaire une symétrie cylindrique, les équations de Maxwell permettent d'écrire la composante radiale du champ magnétique, \vec{B}_r , comme suit :

$$\vec{B}_r = - \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \frac{\vec{r}}{2} \quad (1.8)$$

où le vecteur \vec{r} est le vecteur radial des coordonnées cylindriques.

La symétrie de l'équation 1.7 justifie que l'on ne considère que le mouvement dans le plan xy . Les résultats de Ramsey [68], complétant ceux de Bloch et Siegert [69], prédisent que la fréquence de précession d'une particule est déplacée en présence d'un champ tournant. Cela s'applique à notre cas où le champ est statique mais où les particules se déplacent. Pour être en mesure d'appliquer les formules simples de Ramsey [68], on va décrire la trajectoire de nos particules comme des cercles dans le plan xy de rayon r , parcourus à la vitesse v_{xy} . Dans ce cas, le décalage en pulsation $\Delta\omega$ vaut :

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{xy}^2}{2(\omega_L - \omega_R)} \quad (1.9)$$

où $\omega_{xy} = -\gamma B_{xy}$ est la pulsation associée à la composante transverse du champ magnétique, $\omega_L = -\gamma B_z$ est la pulsation de Larmor dans le champ principal et $\omega_R = |v_{xy}|/r$ est la vitesse angulaire des particules. On voit en particulier que B_{xy} est la somme des deux composantes 1.7 et 1.8 et donc que $\Delta\omega$ dépend de la valeur du champ électrique.

Le décalage en pulsation qui nous intéresse est la moyenne des décalages des particules tournant dans les deux sens puisqu'à l'équilibre mécanique (pour les neutrons ultra-froids) et thermique (pour un gaz d'atomes) il y a autant de particules qui tournent dans chaque sens. Nous noterons ce décalage moyenné $\overline{\Delta\omega}$. En repartant de l'expression I.2.1, on peut écrire la pulsation de Larmor en tenant compte du décalage de Ramsey-Bloch-Siegert :

$$\omega_L(\uparrow\uparrow / \uparrow\downarrow) = -\frac{1}{J\hbar}(\mu B \pm dE) + \overline{\Delta\omega}(\uparrow\uparrow / \uparrow\downarrow) \quad (1.10)$$

où J est le spin total de la particule de moment magnétique μ et de moment électrique dipolaire d .

La différence des pulsations de Larmor pour les deux configurations vaut alors

$$\omega_L(\uparrow\uparrow) - \omega_L(\uparrow\downarrow) = -\frac{2dE}{J\hbar} + \overline{\Delta\omega}(\uparrow\uparrow) - \overline{\Delta\omega}(\uparrow\downarrow) \quad (1.11)$$

ce qui permet de définir le faux moment électrique dipolaire d_f comme

$$d_f = -(\overline{\Delta\omega}(\uparrow\uparrow) - \overline{\Delta\omega}(\uparrow\downarrow)) \frac{\hbar J}{2E}. \quad (1.12)$$

Tous les éléments sont réunis pour évaluer ce faux moment électrique dipolaire pour un neutron, $d_{f,n}$, qui a un comportement adiabatique ($|\omega_r| < |\omega_L|$) et pour un atome de mercure, $d_{f,Hg}$, pour lequel au contraire ($|\omega_r| > |\omega_L|$) :

$$\begin{aligned} d_{f,n} &= -\frac{J\hbar}{2} \left(\frac{\partial B_{0z}/\partial z}{B_{0z}^2} \right) \left(\frac{v_{xy}^2}{c^2} \right) \left[1 - \left(\frac{\omega_r^*}{\omega_L} \right)^2 \right]^{-1} \\ d_{f,Hg} &= \frac{J\hbar}{4} \left(\frac{\partial B_{0z}}{\partial z} \right) \left(\frac{\gamma^2 r^2}{c^2} \right) \left[1 - \left(\frac{\omega_L}{\omega_r^\dagger} \right)^2 \right]^{-1} \end{aligned} \quad (1.13)$$

dans lesquelles on retrouve $\omega_r^{*2} = \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{v_{xy}}{r}\right)^2$, la vitesse radiale corrigée des neutrons, $\omega_r^{\dagger 2} = 0.65 \left(\frac{v_{xy}}{r}\right)^2$, la vitesse radiale corrigée des atomes de mercure. Cette correction, établie dans [67], est valable pour une distribution isotropique des vitesses et un remplissage uniforme de la chambre de stockage.

Dans les configurations normales de la chambre de stockage du spectromètre, pour un gradient vertical de 1 nT/m, ces faux moments électriques dipolaires valent :

$$\begin{aligned} d_{f,n} &= 1.1 \times 10^{-27} \text{ e cm} \\ d_{f,\text{Hg}} &= 1.3 \times 10^{-26} \text{ e cm.} \end{aligned} \quad (1.14)$$

De la même façon que le moment électrique dipolaire du mercure ne se différencie pas de celui du neutron, le faux moment électrique dipolaire du mercure va se transférer à celui du neutron : $d_{f,\text{Hg} \rightarrow n} = \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right| d_{af,\text{Hg}} = 5.0 \times 10^{-26} \text{ e cm}$.

De cette démonstration, on peut retenir que cet effet est beaucoup plus important sur les atomes de mercure que sur les neutrons mais surtout qu'il peut être annulé si $\frac{\partial B_{0z}}{\partial z} = 0$. Nous allons voir qu'il est possible de remplir cette condition dans la suite de ce document. Pour cela il faut comprendre pourquoi les neutrons et les atomes de mercure ne voient pas le même champ magnétique.

1.2 Le moyennage du champ magnétique

1.2.1 L'effet gravitationnel

On sait que pour des neutrons ultra-froids, la gravitation joue un rôle important dans la dynamique si bien que leur centre de gravité n'est pas au centre de la chambre de stockage mais à une distance h en dessous. Dans le cas de notre chambre de hauteur H , nous avons : $h = (2.7 - 2.8) \times 10^{-3} \text{ m}$ [2].

Paramétrons la densité de neutrons à une hauteur z comme $n_n(z) = C + \alpha z$ où C et α sont deux constantes à définir et la position $z = 0$ est au bas de la chambre de précession. On choisit cette paramétrisation à deux paramètres car on ne connaît que deux informations, le nombre total de neutrons dans la chambre $N_{\text{tot},n}$ et la position du centre de gravité ($H/2 - h$). Ceci peut être mis en équations de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \int_V n_n(z) dV &= N_{\text{tot},n} \\ \frac{\int_V z n_n(z) dV}{\int_V n_n(z) dV} &= \frac{H}{2} - h. \end{aligned} \quad (1.15)$$

et ce traduit par :

$$\begin{aligned} C &= \frac{N_{\text{tot},n}}{V} \left(1 + \frac{6h}{H}\right) \\ \alpha &= -\frac{N_{\text{tot},n}}{V} \frac{12h}{H^2} \end{aligned} \quad (1.16)$$

Au contraire, la densité de mercure à une hauteur z , $n_{\text{Hg}}(z)$, est constante et vaut : $n_{\text{Hg}}(z) = N_{\text{tot},\text{Hg}}/V$.

Si on fait l'hypothèse que la seule dépendance en z du champ magnétique est due au gradient du champ vertical (hypothèse valable au premier ordre qui consiste à ne tenir

compte que du gradient de la composante principale), on peut écrire que $\vec{B} = \vec{B}_0 + \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{z}$ où B_0 est alors la valeur du champ magnétique principal au niveau $z = 0$.

Dans ce cas, la valeur du champ magnétique moyennée par les atomes de mercure vaut :

$$\langle B_{\text{Hg}} \rangle = \frac{\int_V n_{\text{Hg}} \vec{B} dV}{\int_V n_{\text{Hg}} dV} = B_0 + \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{H}{2}, \quad (1.17)$$

c'est-à-dire la valeur du champ magnétique au milieu de la chambre.

Dans le cas des neutrons, le champ moyen vaut :

$$\langle B_{\text{n}} \rangle = \frac{\int_V n_{\text{n}} \vec{B} dV}{\int_V n_{\text{n}} dV} = B_0 + \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{H}{2} - \frac{\partial B_z}{\partial z} h, \quad (1.18)$$

c'est-à-dire la valeur du champ magnétique au niveau du centre de gravité.

De ces deux équations, on peut voir qu'un gradient vertical influe sur la valeur du rapport R :

$$R = \frac{f_{\text{n}}}{f_{\text{Hg}}} = \frac{\gamma_{\text{n}} \langle B_{\text{n}} \rangle}{\gamma_{\text{Hg}} \langle B_{\text{Hg}} \rangle} = \frac{\gamma_{\text{n}}}{\gamma_{\text{Hg}}} \left(1 - \frac{\partial B_z / \partial z h}{B_0 + \partial B_z / \partial z H / 2} \right) \quad (1.19)$$

Il faut noter ici que le rapport R dépend linéairement du gradient vertical. Pour un gradient de 10 nT/m, le décalage attendu vaut $\pm 1 \times 10^{-4}$, le \pm dépendant de la direction du champ magnétique.

1.2.2 L'effet des composantes transverses

L'effet des composantes transverses est une conséquence du comportement adiabatique des neutrons ultra-froids. En effet, dans un champ magnétique homogène, les neutrons suivent le champ magnétique dans le sens où ils restent alignés dessus. La conséquence de cela est que la fréquence de précession des neutrons mesure en fait le module du champ magnétique. Au contraire, celle des atomes de mercure ne moyenne pas les composantes transverses du champ et ne mesure que la composante verticale. Cette différence se transpose au rapport R , comme nous allons le démontrer maintenant.

Pour être dans le cas le plus général, tout en vérifiant la symétrie cylindrique, on peut s'autoriser des gradients transverses. Pour maintenir la symétrie cylindrique et vérifier les équations de Maxwell, un champ du type $\vec{B} = \vec{B}_0 + \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{z} + q\vec{x} + q\vec{y}$ est proposé. En négligeant le terme central qui n'intervient pas ici, le champ magnétique moyen vaut dans ce cas :

$$\langle B_{\text{n}} \rangle = \frac{\int_V \sqrt{B_0^2 + q^2 r^2} dV}{V} \approx B_0 \left(1 + \frac{q^2 r^2}{4B_0^2} \right). \quad (1.20)$$

On peut remarquer en particulier qu'il existe un effet minimal associé au gradient vertical. En effet, les équations de Maxwell imposent que $\vec{q}_{\text{min}} = \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{\vec{r}}{2}$ et donc que :

$$\langle B_{\text{n}} \rangle = \frac{\int_V \sqrt{B_0^2 + ((\partial B_z / \partial z)^2 r^2 / 4)} dV}{V} \approx B_0 \left(1 + \frac{(\partial B_z / \partial z)^2 r^2}{16B_0^2} \right) \quad (1.21)$$

La dépendance quadratique du décalage de la valeur R vaut, pour un gradient de 10 nT/m, 1.5×10^{-6} . Ce décalage est toujours positif. Il est aussi deux ordres de grandeur plus faible par rapport à l'effet gravitationnel.

1.2.3 Les conséquences pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron

Nous avons vu dans le début de cette section que le rapport R dépend de la valeur des gradients du champ magnétique. En particulier, sa dépendance linéaire avec le gradient vertical est très utile pour corriger et contrôler le faux moment électrique dipolaire modélisé par les expressions 1.13. On peut en particulier enlever de ces expressions le gradient $\partial B_z/\partial z$ en utilisant l'expression 1.18 ce qui donne pour $d_{f,Hg \rightarrow n}$:

$$d_{f,Hg \rightarrow n, \uparrow/\downarrow} = \mp \frac{J\hbar}{4} |\gamma_n \gamma_{Hg}| \left(\frac{B_0 r^2}{hc^2} \right) \left(R \left| \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_n} \right| - 1 \right) = \mp \epsilon \left(R_{\uparrow/\downarrow} \left| \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_n} \right| - 1 \right) \quad (1.22)$$

où \mp fait référence à la direction du champ magnétique principal.

Cette dernière expression nous permet de comprendre la procédure mise en place par la collaboration RAL/SUSSEX/ILL pour s'affranchir de ce faux moment électrique dipolaire. En changeant les configurations du champ magnétique, on fait varier le gradient vertical et donc à la fois R et $d_{f,Hg \rightarrow n}$. Le moment électrique dipolaire mesuré $d_{mes, \uparrow/\downarrow} = d_n + d_{f,Hg \rightarrow n} = d_n \mp \epsilon \left(R_{\uparrow/\downarrow} \left| \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_n} \right| - 1 \right)$ est linéaire en R . Si on étudie cette proportionnalité pour les deux directions du champ magnétique, on obtient deux droites, qui se croisent en un point où $\partial B_z/\partial z = 0$ mais surtout où $d_{mes, \uparrow/\downarrow} = d_n$.

On peut ainsi se soustraire de ce faux moment électrique dipolaire. Mais nous allons voir que cette correction a ses limites, en particulier à cause de l'effet des composantes transverses du champ magnétique.

Le rapport R s'écrit en toute généralité :

$$R_{\uparrow/\downarrow} = \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{Hg}} \left(1 \mp \frac{(\partial B/\partial z)h}{B} + \Delta_{\uparrow/\downarrow} \right) \right|. \quad (1.23)$$

Dans $\Delta_{\uparrow/\downarrow}$ sont inclus tous les effets qui font varier R sans changer $d_{f,Hg \rightarrow n}$. Certains d'entre eux ne peuvent pas être minimisés, comme l'effet de rotation de la Terre. Cet effet est une conséquence du fait que l'on observe la rotation de nos spins dans le référentiel de la Terre qui est en rotation alors que le rapport R correspond au rapport des fréquences de précession dans un référentiel fixe. La rotation de la Terre s'additionne ou se soustrait à la fréquence de précession de Larmor suivant la direction du champ magnétique. C'est donc une contribution à $\Delta_{\uparrow/\downarrow}$ qui vaut [70]

$$\Delta_{\uparrow/\downarrow} = \pm \left(\frac{\omega_{\oplus} \sin \lambda}{B} \right) \left(\frac{1}{|\gamma_n|} + \frac{1}{|\gamma_{Hg}|} \right) \quad (1.24)$$

où ω_{\oplus} est la fréquence de rotation de la Terre et λ est la latitude de Grenoble.

Au contraire de cet effet qui ne peut être annulé, ceux associés aux gradients génèrent un $\Delta_{\uparrow/\downarrow}$ pouvant être rendu minimal en minimisant ces gradients.

Cette dernière expression générale de R (équation 1.23) se retranscrit en terme du faux moment électrique dipolaire de la manière suivante :

$$d_{f,Hg \rightarrow n, \uparrow/\downarrow} = \mp \frac{J\hbar}{4} |\gamma_n \gamma_{Hg}| \left(\frac{B_0 r^2}{hc^2} \right) \left(R \left| \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_n} \right| - 1 - \Delta_{\uparrow/\downarrow} \right) = \mp \epsilon \left(R_{\uparrow/\downarrow} \left| \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_n} \right| - 1 - \Delta_{\uparrow/\downarrow} \right). \quad (1.25)$$

Ainsi le moment électrique dipolaire mesuré, $d_{mes, \uparrow/\downarrow} = d_n + d_{f,Hg \rightarrow n, \uparrow/\downarrow}$ devient :

$$d_{mes, \uparrow/\downarrow} = d_n \mp \epsilon \left(R_{\uparrow/\downarrow} \left| \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_n} \right| - 1 - \Delta_{\uparrow/\downarrow} \right). \quad (1.26)$$

Le point de croisement des deux courbes (pour les deux directions du champ magnétique) du moment électrique dipolaire mesuré en fonction de R a alors les coordonnées suivantes :

$$\begin{aligned} R &= \frac{|\gamma_n|}{|\gamma_{\text{Hg}}|} \left(1 + \frac{\Delta_{\uparrow} + \Delta_{\downarrow}}{2} \right) \\ d_{\text{mes}} &= d_n + \epsilon \left(\frac{\Delta_{\uparrow} - \Delta_{\downarrow}}{2} \right). \end{aligned} \quad (1.27)$$

Ceci nous montre que le moment électrique dipolaire mesuré au point de croisement est le vrai moment électrique dipolaire du neutron si et seulement si $\Delta_{\uparrow} = \Delta_{\downarrow}$, mais aussi que le rapport R mesuré à ce même point est égal au rapport de rapports gyromagnétiques si et seulement si $\Delta_{\uparrow} = -\Delta_{\downarrow}$. Ces deux conditions ne sont vérifiées en même temps que pour $\Delta_{\uparrow} = \Delta_{\downarrow} = 0$.

Maintenant que l'on a une idée assez précise de la manière d'extraire le moment électrique dipolaire du neutron malgré l'énorme effet systématique apporté par le mercure, on va pouvoir le mettre en pratique sur des données réelles.

1.3 Premières données

1.3.1 Description des données

Au mois de décembre 2008, les onze derniers jours de faisceau à l'ILL ont été dévolus à une mesure du moment électrique dipolaire du neutron. Pour ces mesures, les quatre magnétomètres césium étaient placés sous l'électrode du bas (reliée à la masse en permanence) afin d'être à l'abri de la haute tension susceptible d'endommager les fibres optiques. Pour la meilleure configuration du champ magnétique, on a mesuré le temps de dépolarisation longitudinal des neutrons, $T_1 = 690 \pm 80$ s, le temps de dépolarisation transverse des neutrons, $T_2 = 400 \pm 38$ s, le temps de stockage des neutrons, $T_0 = 130 \pm 4$ s et le carré du pouvoir d'analyse de la feuille de polarisation $\alpha(t=0) = 0.86 \pm 0.01$. C'est la meilleure configuration magnétique jamais observée depuis que l'appareillage a été repris par notre collaboration. De son côté le magnétomètre mercure était très performant (voir partie 2). La précision de la mesure de la fréquence de précession des atomes de mercure était limitée par le temps de dépolarisation transverse du mercure. Ce temps, qui dépend de l'état de surface de la paroi de la chambre de précession, diminue notablement (20-50 %) à chaque changement de signe de la haute tension appliquée, puis retrouve sa valeur originelle à quelques pourcent près. Cependant, à cause de cet effet, la précision de la mesure du champ magnétique par le magnétomètre mercure ne fait que diminuer au cours de la mesure. Pour compenser cela, des nettoyages à l'oxygène sont nécessaires. Ils apparaissent dans le programme de mesure suivant : Pour les deux directions du champ magnétique principal, on a choisi trois configurations du champ magnétique : avec un gradient du champ magnétique vertical positif, négatif et aussi proche de zéro que possible. Pour chacune de ces configurations, on a effectué cinq séries d'environ 106 cycles, dont 50 avec un champ électrique positif, 50 avec un champ électrique négatif et 6 avec un champ électrique nul. Entre chaque changement de configuration, un nettoyage à décharge dans l'oxygène a été effectué.

Le tableau suivant résume les données.

B	Champ magnétique vers le haut			Champ magnétique vers le bas			
	$T \backslash HT$	+100 KV	-100 KV	+0 KV	+100 KV	-100 KV	+0 KV
30		166	161				
40		20	20				
70		19	20				
130		185	158	214	753	759	110
230		173	139				

FIG. 1.1 – Résumé du nombre de cycles effectués en fonction de la direction du champ magnétique, de la valeur de la haute tension appliquée et de la durée de la précession libre.

On remarque en particulier dans ce tableau que lorsque le champ magnétique pointait vers le haut, les données ont été prises pour différents temps de stockage. Ainsi, ces données peuvent être utilisées pour une étude menée dans le cadre d'une autre thèse [71] qui consiste à étudier la corrélation entre le temps de vidage et le spectre des neutrons. Faire varier le temps de stockage revient à faire varier le spectre comme on a pu le comprendre dans la première partie de ce document à travers l'équation 4.5.

1.3.2 L'analyse

Cette analyse est basée sur celle que l'on peut lire entre les lignes de [2]. On peut y distinguer trois étapes différentes :

L'analyse de la fréquence de précession des neutrons

Cette première étape, qui consiste à extraire la fréquence de précession des neutrons à partir des taux de comptage, est décrite dans la section 5.3. Cette procédure est appliquée à tous les cycles pris consécutivement avec des configurations des champs électrique et magnétique similaires.

L'extraction du moment électrique dipolaire

Pour extraire le moment électrique dipolaire, on trace le rapport R en fonction du champ électrique appliqué pour les séries de données prises avec la même configuration magnétique. L'équation 1.4 dans le cas particulier où $d_{Hg} = 0$, nous donne la valeur de la pente p et de l'ordonnée à l'origine o de l'ajustement linéaire que l'on peut faire à partir de ces données :

$$\begin{aligned}
 p &= \pm \frac{2E}{hf_{Hg}} d_n \\
 o &= \frac{\gamma_n}{\gamma_{Hg}}
 \end{aligned}
 \tag{1.28}$$

où le signe + correspond à la configuration où les champs électrique et magnétique sont parallèles et le signe - à celle où ils sont anti-parallèles. L'ordonnée à l'origine fournit la valeur du rapport R libre de l'effet du gradient vertical alors que la valeur de la pente donne

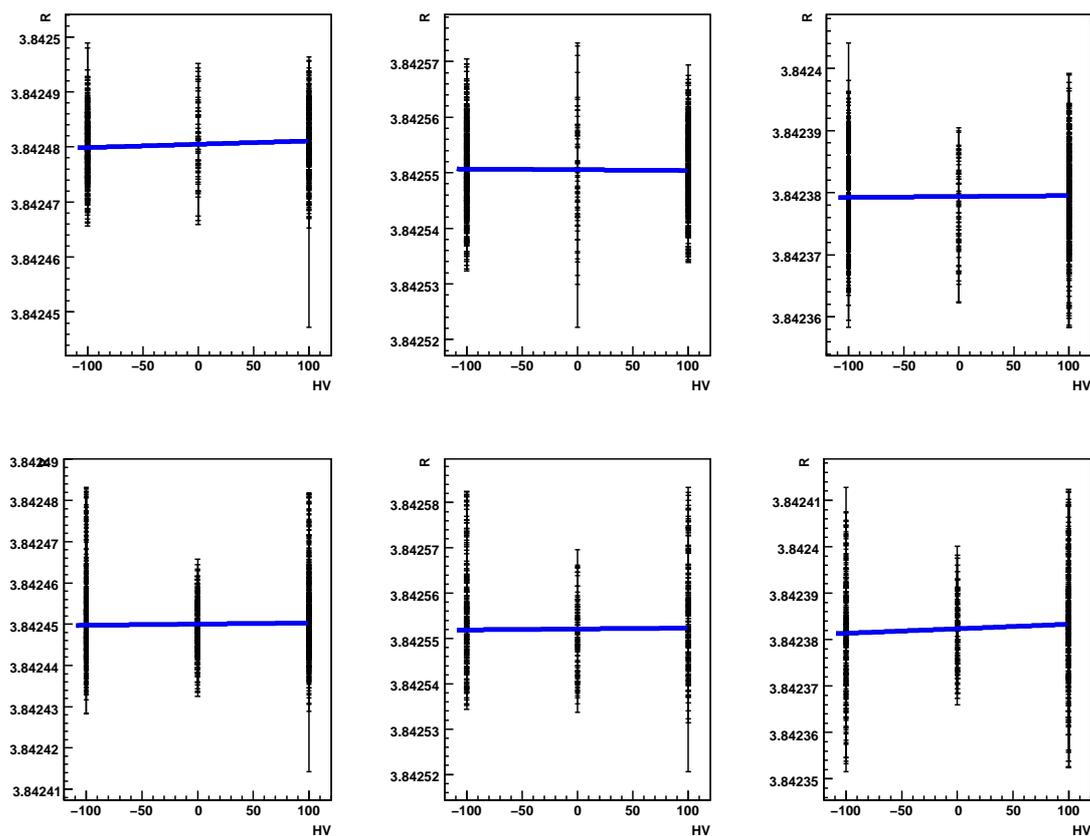


FIG. 1.2 – Illustrations des données brutes lors de l'extraction du moment électrique dipolaire pour les 6 configurations utilisées. En haut pour le champ magnétique pointant vers le bas, en bas pour le champ magnétique pointant vers le haut.

directement la valeur du moment électrique dipolaire pour la configuration magnétique. La figure 1.2 montre des exemples de cet ajustement.

Une partie des données ont été prises avec des temps de précession différents. L'annexe 4 regroupe tous les résultats des ajustements tels que ceux que l'on peut voir sur la figure 1.2 pour les différents temps de précession.

La figure 1.3 montre la dépendance entre la valeur du moment électrique dipolaire et le temps de stockage pour une configuration particulière.

L'ajustement linéaire réalisé sur ces données nous donne la valeur du moment électrique dipolaire du neutron dans cette configuration : $(18.3 \pm 7.9) \times 10^{-25} e \text{ cm}$. On peut comparer cette valeur avec la valeur du moment électrique dipolaire du neutron extraite pour cette même configuration quand toutes les données sont traitées ensemble sans distinction de temps de précession : $(18.3 \pm 7.9) \times 10^{-25} e \text{ cm}$.

On peut faire la même étude avec le rapport R . La figure 1.4 illustre la dépendance entre ce rapport et le temps de précession.

On y observe la dépendance attendue (voir Eq. 1.23). En effet, quand on augmente le temps de précession libre, le spectre des vitesses des neutrons se décale vers les faibles vitesses ce qui a pour conséquence d'augmenter h , la valeur absolue de la différence de

hauteur entre le centre de gravité des neutrons et le centre de la chambre. Cet effet a été simulé avec le code MCUCN [72] qui prédit la dépendance linéaire pour ces temps de précession et la pente attendue est de $\frac{\partial h}{\partial t} = 0.01078$ mm/s. Cette valeur se traduit par une pente pour la droite de la figure 1.4 de $-7.1 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$. L'origine de cette différence avec la valeur mesurée ($-3.2 \pm 0.7 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$) est en cours d'étude.

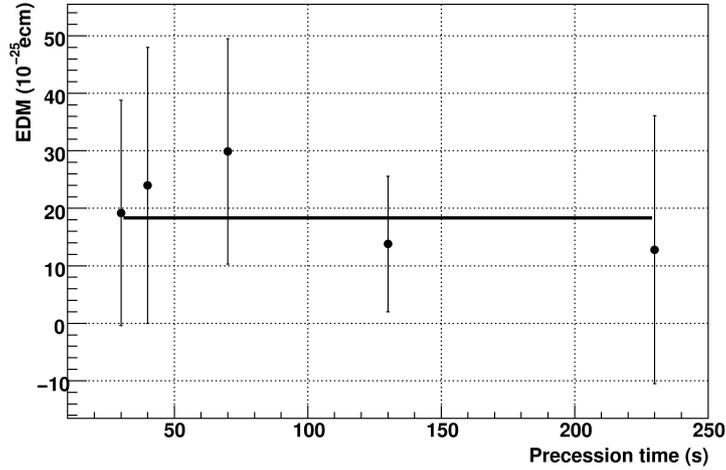


FIG. 1.3 – Moment électrique dipolaire du neutron extrait indépendamment pour chaque temps de précession. Aucune dépendance n'est visible, comme attendu.

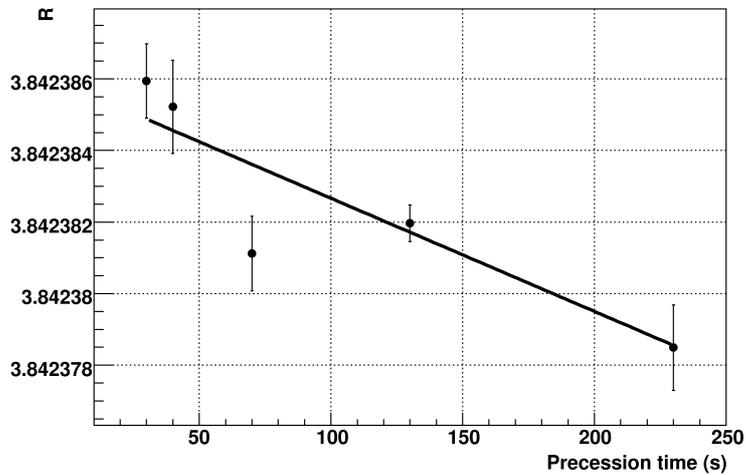


FIG. 1.4 – Rapport R extrait indépendamment pour chaque temps de précession. On observe une dépendance linéaire dont la pente est $(-3.2 \pm 0.7) \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$.

Correction de l'effet des phases géométriques

L'effet de phase géométrique doit se voir en traçant d_n en fonction de R pour chacune des six configurations utilisées, comme le prédit l'expression 1.26. Ce résultat est visible sur la figure 1.5 où on observe deux droites qui se croisent. Les informations importantes

dans notre cas sont les coordonnées de ce point de croisement, ainsi que la pente de ces droites. Les droites ajustées sur la figures 1.5 ont les pentes suivantes :

$$\begin{aligned} B_0 \uparrow: & (-8 \pm 7) \times 10^{-21} \text{ e cm} \quad (\chi^2 = 1.0) \\ B_0 \downarrow: & (3 \pm 3) \times 10^{-21} \text{ e cm} \quad (\chi^2 = 6.2) \end{aligned} \quad (1.29)$$

qui sont en bon accord avec la valeur attendue qui vaut, d'après l'expression 1.26 et les mesures de [2] :

$$\pm \epsilon \left| \frac{\gamma_{\text{Hg}}}{\gamma_n} \right| = \pm (4.1 \pm 0.2) \times 10^{-21} \text{ e cm.} \quad (1.30)$$

L'incertitude estimée est due aux effets systématiques qui sont négligés ici, comme par exemple l'effet des phases géométriques sur le neutron lui-même ($\approx 2\%$), l'incertitude sur h ($\approx 4\%$) et l'asymétrie du taux de relaxation des atomes de mercure dans la chambre de stockage ($\approx 5\%$), voir [2] pour la discussion complète de ces effets.

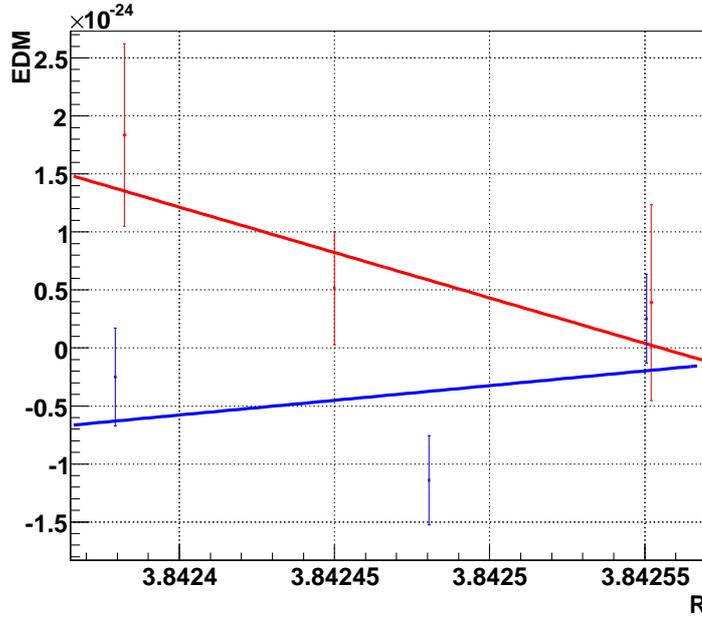


FIG. 1.5 – Moment électrique dipolaire mesuré en fonction du rapport R . Les points rouges sont les résultats des trois configurations avec le champ magnétique pointant vers le haut, les points bleus sont ceux des trois configurations avec le champ magnétique pointant vers le bas. Le code couleur des ajustements est le même.

Ces données manquent de statistique pour pouvoir contraindre parfaitement la pente, cela a de lourdes conséquences sur notre connaissance des coordonnées du point de croisement ($X_c = R_0, Y_c = d_n$) respectivement la valeur du rapport R lorsque le gradient vertical du champ magnétique est nul et la valeur du moment électrique dipolaire du neutron corrigé de l'effet de phase géométrique car lui aussi évalué lorsque le gradient vertical

du champ magnétique est nul :

$$\begin{aligned} R_0 &= 4 \pm 3 \\ d_n &= (0 \pm 1) \times 10^{-20} \text{ e cm} \end{aligned} \quad (1.31)$$

Nous observons que la quantité de ces données préliminaires n'est pas suffisante pour extraire avec une bonne précision la valeur du moment électrique dipolaire du neutron corrigée de l'effet de phase géométrique. Cependant, la qualité des données est très satisfaisante puisque la valeur des erreurs pour chaque point de la figure 1.5 est compatible avec la précision attendue via l'expression 1.2. Dans le cas où le champ magnétique pointe vers le bas, les points sur la courbe correspondante sont un peu dispersés. Pour éviter cela, il est peut-être utile de subdiviser chaque configuration magnétique en fonction de la valeur de R . Mais ce que l'on observe de notre incapacité à utiliser la courbe 1.5 ne nous engage pas à raffiner cette analyse mais plutôt à la simplifier.

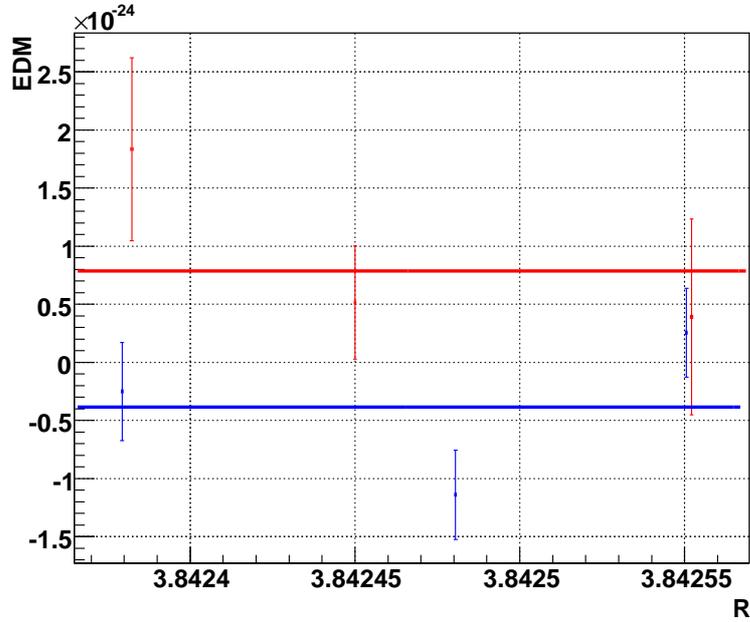


FIG. 1.6 – Moment électrique dipolaire mesuré en fonction du rapport R . Les points rouges sont les résultats des trois configurations avec le champ magnétique pointant vers le haut, les points bleus sont ceux des trois configurations avec le champ magnétique pointant vers le bas. Le code couleur des ajustements est le même.

On peut en effet ajuster un polynôme d'ordre zéro sur les données de la figure 1.5, ce qui produit la figure 1.6. Ces deux ajustements ne sont pas non plus satisfaisants mais ils ont le mérite de fournir deux limites sur le moment électrique dipolaire du neutron avec une précision statistique plus en accord avec la précision attendue :

$$\begin{aligned} B_0 \uparrow: \quad d_{n,\text{mes}} &= (8 \pm 3) \times 10^{-25} \text{ e cm} \quad (\chi^2 = 2.3) \\ B_0 \downarrow: \quad d_{n,\text{mes}} &= (-4 \pm 2) \times 10^{-25} \text{ e cm} \quad (\chi^2 = 6.7) \end{aligned} \quad (1.32)$$

La combinaison de ces deux résultats donne la mesure suivante :

$$d_{n,\text{mes}} = (4 \pm 4) \times 10^{-25} \text{ e cm} \quad (1.33)$$

qui n'est pas corrigée de l'effet de phase géométrique bien que comme le montre l'évolution des χ^2 entre l'ajustement linéaire et l'ajustement constant, cet effet soit presque visible dans les données. Ceci est cohérent avec les pentes ajustées qui sont compatibles avec zéro mais de l'ordre de grandeur des pentes attendues.

1.4 Conclusion

En présence du co-magnétomètre mercure, l'effet de phase géométrique est la principale source d'erreur systématique. Pour s'en soustraire, une méthode existe, développée par la collaboration RAL/Sussex et mise en œuvre ici sur les premières données, sans grand succès par manque de statistique. Ces données confirment cependant le bon fonctionnement de l'appareillage. La limite de cette méthode est atteinte, puisque les erreurs sur la correction de cet effet de phase géométrique sont maintenant non négligeables. Nous verrons dans la suite de ce document comment l'utilisation des magnétomètres césium peut permettre de repousser les limites de cette correction et de mieux contrôler les différents effets systématiques.

2. Etude de corrélation des mesures du champ magnétique

Le contrôle des effets systématiques liés au champ magnétique est central pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron. Le chapitre précédent met en évidence les limites de la co-magnétométrie mercure. Pour aller au-delà de cette limite, nous avons notre disposition quatre magnétomètres césium. Pour comprendre comment les utiliser au mieux, une étude des corrélations entre les différentes mesures du champ magnétique a été effectuée. Une première série de données a été prise pendant trois semaines en février-mars 2008 suivie d'une seconde début décembre 2008, plus courte (10 jours).

Ces études ont été faites sur les paramètres suivants :

- Le temps de dépolarisation longitudinal des neutrons T_1 .
- Le temps de dépolarisation transverse des neutrons T_2 .
- Les quatre mesures du champ magnétique par les magnétomètres césium desquelles on peut extraire deux mesures des gradients verticaux du champ magnétique que l'on notera G_{BD} and G_{AC} (se reporter à la figure 2.1).
- La mesure du rapport de la fréquence de précession des neutrons sur celle des atomes de mercure.

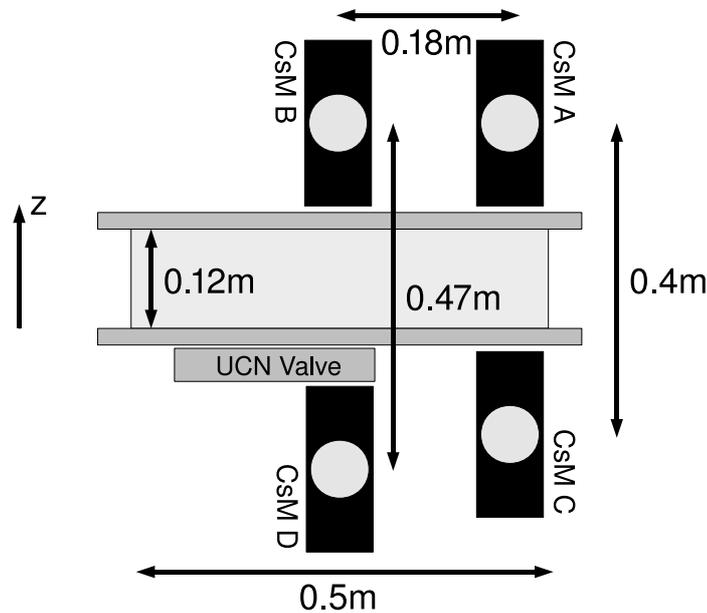


FIG. 2.1 – Schéma des magnétomètres césium autour de la chambre de précession lors de l'étude des corrélations des mesures du champ magnétique. Chaque magnétomètre est nommé par une lettre.

Le tableau suivant résume les dépendances attendues :

Paramètre	Expression (équation)
T_1	$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_{1,murs}} + D \frac{ \vec{\nabla} B_x ^2 + \vec{\nabla} B_y ^2}{B^2}$ (I.5.7)
T_2	$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_{1,murs}} + \frac{1}{2T_{1,magn}} + \frac{\gamma^2 L^4}{120D} \left[\frac{\partial B_z}{\partial z} \right]^2 + \frac{7\gamma^2 R^4}{96D} \left[\frac{\partial B_z}{\partial y} \right]^2$ (I.5.8)
G_{BD}	$\frac{B_z(D) - B_z(B)}{d_{DB}} = \frac{\partial B_z}{\partial z}$
G_{AC}	$\frac{B_z(C) - B_z(A)}{d_{CA}} = \frac{\partial B_z}{\partial z}$
R	$R = \frac{\gamma_m}{\gamma_{Hg}} \left(1 - \frac{\partial B_z / \partial z h}{B_0} + \frac{(\partial B_z / \partial z)^2 r^2}{16B_0^2} + \frac{q^2 r^2}{4B_0^2} \right)$ (1.19-1.20)

La première motivation de cette étude de corrélation est la détermination du biais sur la mesure du gradient vertical par les magnétomètres césium. Ce biais a deux origines :

- L'aspect ponctuel de la mesure du champ magnétique, qui, dans un champ magnétique non homogène peut être différente de la quantité qui nous intéresse, à savoir la valeur moyenne du champ magnétique dans la chambre de précession.
- La position des magnétomètres à l'extérieur de la chambre de précession.

Ces deux biais sont d'autant plus importants que le champ magnétique est non homogène. Or, lors de ces mesures, la qualité du champ magnétique était très mauvaise, on peut donc voir ces mesures comme les plus pessimistes possibles.

2.1 Corrélations entre les mesures des gradients par les magnétomètres césium et les temps de décroissance de la polarisation des neutrons

Les figures suivantes permettent d'étudier les corrélations entre la mesure des gradients par les magnétomètres césium et les temps de dépolarisation longitudinale T_1 (figure 2.2) et transverse T_2 (figure 2.3) des neutrons.

L'absence de corrélation visible sur la première figure 2.2 confirme le fait que la principale source de dépolarisation longitudinale pour les neutrons est liée aux collisions sur les parois. On pourrait imaginer ne voir aucune corrélation du fait que les magnétomètres césium ne sont sensibles qu'aux gradients verticaux qui ne contribuent pas à la dépolarisation quand les spins sont alignés avec le champ magnétique. Mais un tel raisonnement néglige le fait que les différents gradients sont corrélés entre eux via les équations de Maxwell.

Sur cette deuxième figure 2.3, la corrélation est remarquable entre les gradients mesurés par les magnétomètres césium et le temps de dépolarisation transverse des neutrons. On observe cependant que les configurations magnétiques qui maximisent les T_2 ne sont pas exactement celles pour lesquelles le gradient mesuré est nul. Cela s'explique en partie de la manière suivante : pour augmenter le T_2 il faut surtout minimiser les gradients transverses alors que l'on mesure les gradients verticaux. Dans un champ particulièrement inhomogène cet effet est non négligeable. L'autre contribution est liée à la différence spatiale entre le champ mesuré par les magnétomètres et le champ moyenné par les neutrons dans la chambre de précession. Nous verrons par la suite qu'il existe des observables plus efficaces pour évaluer cette dernière contribution.

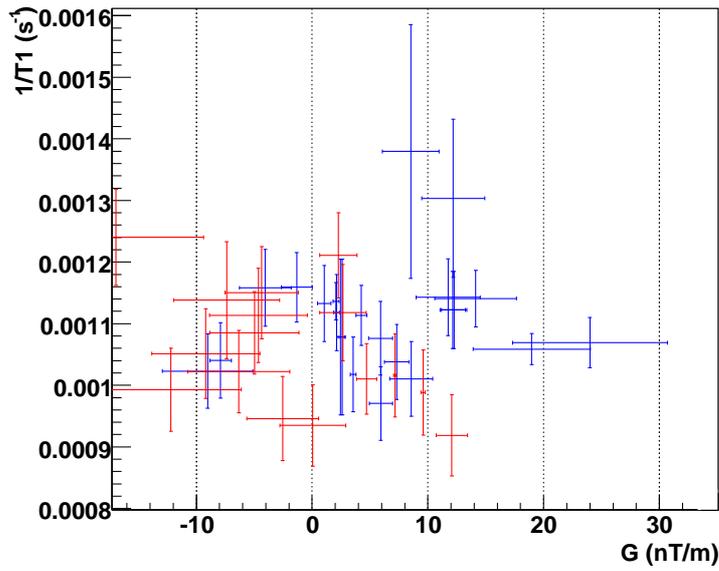


FIG. 2.2 – Inverse du temps de dépolarisation longitudinal T_1 des neutrons en fonction du gradient moyen $G = (G_{BD} + G_{AC})/2$. Les points rouges sont obtenus avec l'ensemble des configurations pour lesquelles le champ magnétique pointe vers le haut, les points bleus avec celles pour lesquelles il pointe vers le bas.

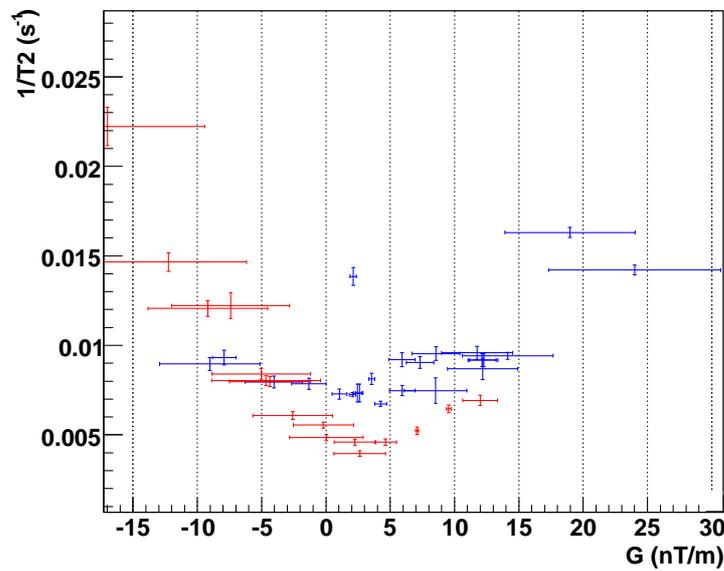


FIG. 2.3 – Inverse du temps de dépolarisation longitudinal T_2 des neutrons en fonction du gradient moyen $G = (G_{BD} + G_{AC})/2$. La courbe rouge est obtenue avec l'ensemble des configurations pour lesquelles le champ magnétique pointe vers le haut, la courbe bleue avec celles pour lesquelles il pointe vers le bas.

Il est intéressant de rapporter ici une observation faite pendant cette étude de corrélation. Lors des mesures à très fort gradient, l'ajustement de la courbe de décroissance de la polarisation par une exponentielle simple est insatisfaisant. On peut l'observer sur la figure 2.4 en comparant la justesse de l'ajustement des données du graphique de gauche à celle du graphique de droite. Alors que les premières ont un comportement parfaitement exponentiel, les deuxièmes ont un comportement beaucoup plus complexe avec notamment une inversion de la polarisation statistiquement significative qui n'est pas due à un mauvais ajustement des temps de comptage. De plus, la polarisation se renverse de nouveau pour redevenir positive. Cette sorte d'oscillation du signe de la polarisation est en fait une vérification expérimentale du terme $\cos \delta\omega T$ de l'équation 5.16 qui décrit la valeur de la polarisation selon l'axe z à la fin d'un cycle de Ramsey optimisé :

$$P_z(\tau + T + \tau) = -e^{-T/T_2} \cos(\delta\omega T). \quad (2.1)$$

Pour comprendre comment ce terme peut apparaître, il faut détailler la mesure du temps de relaxation transverse. Elle consiste à faire des cycles de taille variable pour lesquels la méthode de Ramsey est optimisée, et pour lesquels $\delta\omega = 0$. Pour cela, la fréquence du champ oscillant servant à renverser les spins (dont la pulsation associée est notée ω) est ajustée sur la mesure du champ magnétique au cycle précédent la plus précise que l'on ait, c'est-à-dire la mesure effectuée par le co-magnétomètre mercure. Or en présence d'un gradient vertical fort, cette mesure est biaisée par l'effet dit gravitationnel (voir section 1.2.1). La valeur du $\delta\omega$ peut donc être reliée à celle du gradient vertical :

$$\delta\omega = \omega - \omega_L = \gamma_n (|\langle B_{Hg} \rangle| - |\langle B_n \rangle|) = \gamma_n \left| \frac{\partial B_z}{\partial z} h \right| \quad (2.2)$$

où ω_L est la pulsation de Larmor des neutrons et h est la valeur absolue de la différence de hauteur entre les centres de gravité des atomes de mercure et des neutrons dans la chambre de précession. Pour établir cette expression, nous avons utilisé les expressions 1.17 et 1.18. L'ajustement de la décroissance de la polarisation transverse des neutrons a donc été modifié pour introduire ce terme en $\cos(t/\tau)$. Sur les graphiques au bas de la figure 2.4 on peut voir le résultat de ce nouvel ajustement sur des données où les gradients verticaux du champ magnétique sont faibles (à gauche) et forts (à droite). Dans le premier cas, la valeur de T_2 ne change pas et la valeur de $\tau \propto 1/\delta\omega$ tend vers l'infini. Au contraire, dans le deuxième cas, le nouvel ajustement fournit une valeur de T_2 systématiquement plus grande, et l'accord entre la fonction d'ajustement et les données augmente considérablement. De plus, on peut maintenant utiliser τ pour nos études de corrélation.

Les deux figures suivantes (2.5, 2.6) résument les corrélations entre les gradients mesurés avec les magnétomètres césium et l'inverse du temps de dépolarisation transverse d'une part et entre ces gradients et l'inverse de τ d'autre part. Il faut noter que le T_2 utilisé ici est celui extrait de l'ajustement avec la fonction $\exp(-t/T_2) \cos(t/\tau)$. Sur cette première courbe 2.5, la corrélation est moins évidente que sur la courbe 2.3. La seule source de corrélation qui demeure est due à la corrélation des gradients entre eux. Sur cette deuxième courbe 2.6, la corrélation attendue (voir équation 2.2) est observée. On observe de manière moins évidente le décalage entre la configuration qui maximise T_2 et τ et celle pour laquelle les gradients mesurés par les magnétomètres césium sont nuls. Mais ceci est peut-être à relier au fait que les corrélations sont moins évidentes aussi, en particulier lorsque le champ magnétique pointe vers le bas.

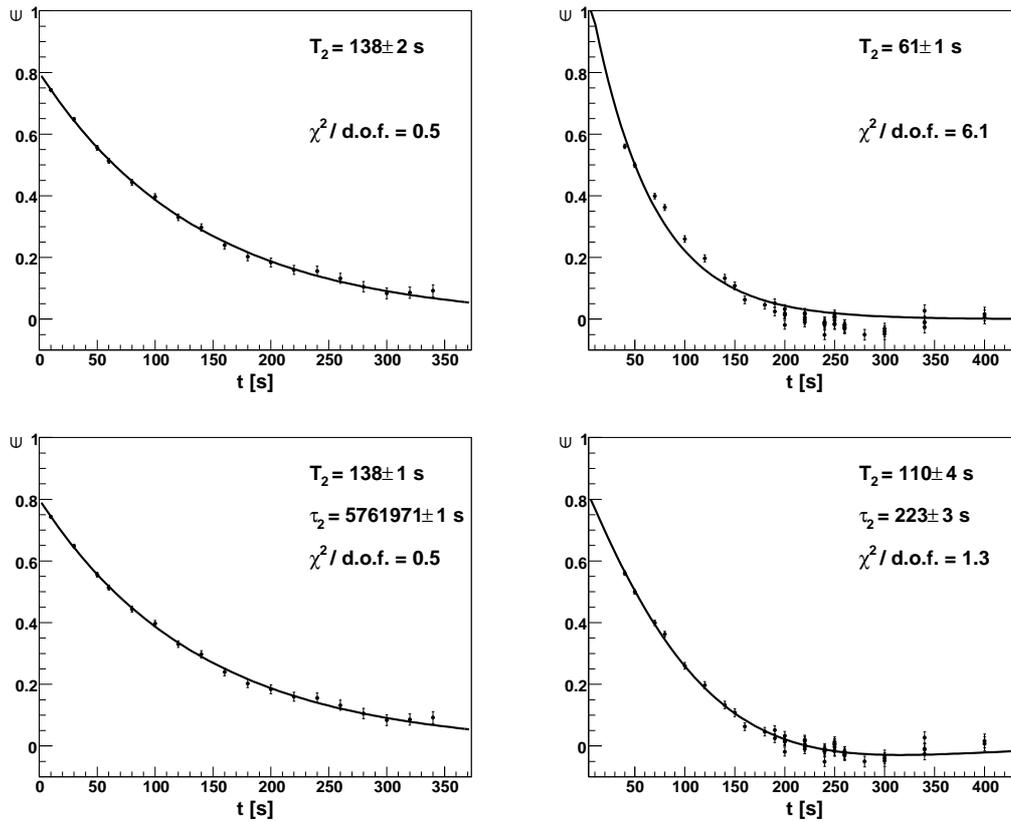


FIG. 2.4 – Mesures de la décroissance de la polarisation transverse des neutrons lorsque les gradients verticaux du champ magnétique sont faibles (à gauche) et forts (à droite). Chacune des colonnes montre toujours le même jeu de données mais avec un ajustement par une fonction exponentielle simple en haut et par une fonction exponentielle modulée par une fonction cosinus en bas.

On peut donc en conclure que les corrélations que l'on peut attendre sont observées et comprises. Cependant, on commence à entrevoir un problème lié à la magnétométrie externe en champ non homogène sous la forme de ce décalage. La section suivante est dédiée à l'étude d'une autre corrélation de laquelle on peut extraire beaucoup plus d'informations.

Remarque

L'ensemble de ces courbes indique une différence entre la situation quand le champ magnétique pointe vers le haut et quand il pointe vers le bas. On peut imaginer deux raisons à cette différence :

- la manière dont le champ terrestre (dirigé vers le bas) pénètre dans le blindage est asymétrique,
- la bobine de guidage nécessaire au maintien de la polarisation des neutrons dans le guide vertical n'est utilisée que lorsque le champ pointe vers le haut.

L'effet de la bobine de guidage a été étudié avec les magnétomètres césium. Le champ créé par cette bobine à l'intérieur du blindage n'est pas mesurable au niveau de 0.1 nT.

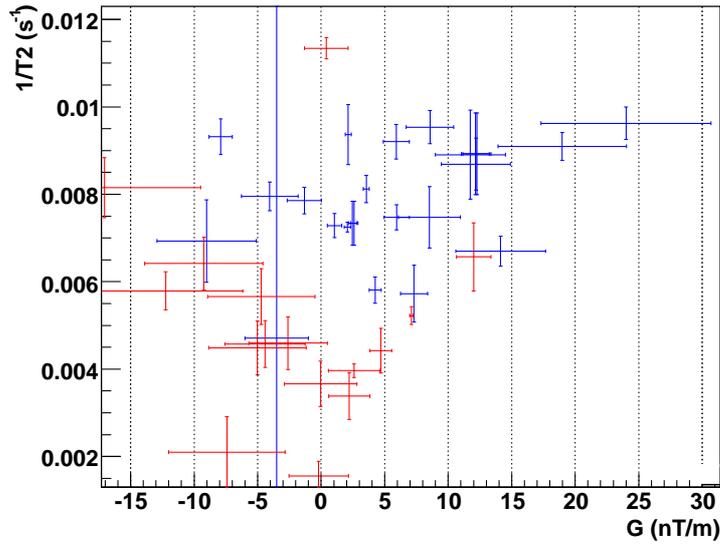


FIG. 2.5 – Inverse du temps de dépolarisation transverse T_2 des neutrons extrait via un ajustement avec la fonction $\exp(-1/T_2) \cos(1/\tau)$ en fonction du gradient moyen $G = (G_{BD} + G_{AC})/2$. Les points rouges sont obtenus avec l'ensemble des configurations pour lesquelles le champ magnétique pointe vers le haut, les points bleus avec celles pour lesquelles il pointe vers le bas.

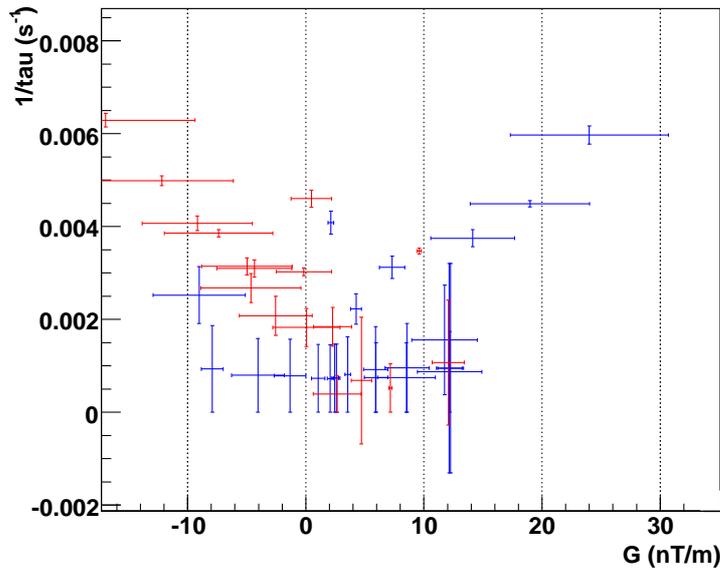


FIG. 2.6 – Inverse du temps τ des neutrons extrait via un ajustement avec la fonction $\exp(-1/T_2) \cos(1/\tau)$ en fonction du gradient moyen $G = (G_{BD} + G_{AC})/2$. Les points rouges sont obtenus avec l'ensemble des configurations pour lesquelles le champ magnétique pointe vers le haut, les points bleus avec celles pour lesquelles il pointe vers le bas.

L'origine de cette différence doit être réétudiée maintenant que la qualité du champ magnétique est meilleure (après que de nombreuses anomalies magnétiques, à savoir des pièces magnétisables aient été enlevées).

2.2 La corrélation G - R

L'étude de la corrélation G - R entre les gradients mesurés par les magnétomètres césium et le rapport R des fréquences de précession des neutrons et des atomes de mercure est le pendant pour l'étude des gradients de la courbe $d_{\text{mes}}-R$. Le point de croisement de ces deux droites correspond au cas où les gradients verticaux sont nuls. Cette prédiction ne se vérifie pas exactement sur la figure 2.7. On peut faire deux ajustements linéaires (un

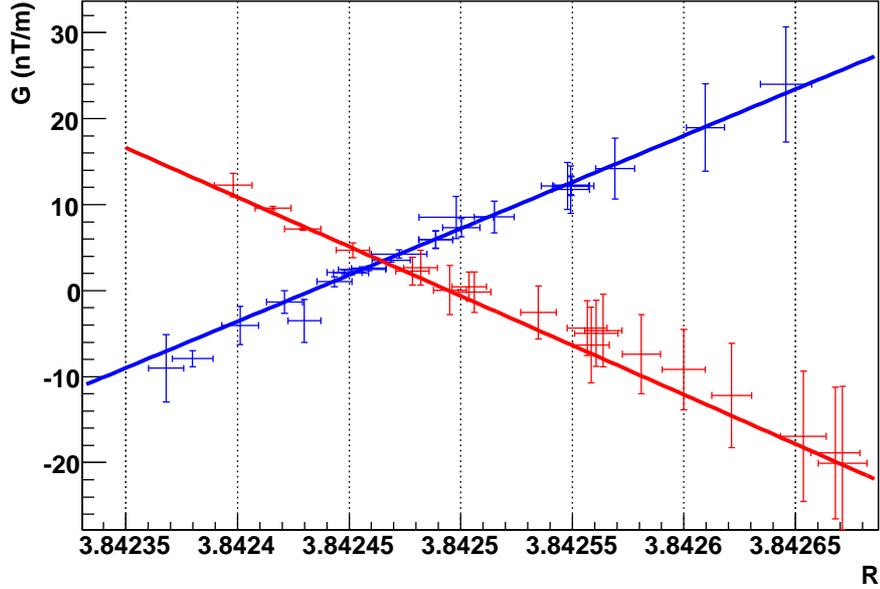


FIG. 2.7 – Corrélation entre les gradients mesurés par les magnétomètres césium et le rapport R . La courbe rouge est obtenue avec l'ensemble des configurations pour lesquelles le champ magnétique pointe vers le haut, la courbe bleue avec celles pour lesquelles il pointe vers le bas.

pour chaque série de données). Les χ^2 valent respectivement 17/22 pour les données prises lorsque le champ magnétique pointe vers le bas et 27/19 pour les données où il pointe vers le haut. Ces deux ajustements nous fournissent en tout quatre informations, les valeurs de deux pentes (p_{\uparrow} et p_{\downarrow}) pour chacune des directions du champ magnétique principal et les coordonnées du point de croisement (X_c , Y_c).

$$\begin{aligned} p_{\uparrow} &= (-8.9 \pm 0.2) \times 10^{-6} \text{ m/nT} \\ p_{\downarrow} &= (8.7 \pm 0.2) \times 10^{-6} \text{ m/nT} \end{aligned} \quad (2.3)$$

On retrouve les signes prédits par la relation 1.23 et on vérifie que les pentes sont compatibles en valeur absolue pour les deux directions du champ magnétique. La valeur absolue de la pente, via l'expression 1.23 est une mesure de la différence des centres de masse h :

$$h = (2.3 \pm 0.1) \text{ mm.} \quad (2.4)$$

Cette valeur est en désaccord avec les valeurs précédemment mesurées par la collaboration RAL-Sussex [2] :

$$h = 2.8 \text{ mm.} \quad (2.5)$$

La principale différence du système entre ces deux mesures est le changement des électrodes, si les nouvelles ont un potentiel de Fermi plus grand cela peut expliquer une infime différence mais en aucun cas un tel écart. Cette différence peut en fait être le reflet d'une erreur systématique, nous y reviendrons.

Les coordonnées du point de croisement sont :

$$\begin{aligned} X_c &= 3.842472 \pm 3 \times 10^{-6} \\ Y_c &= (3.8 \pm 0.2) \text{ nT/m.} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Pour interpréter au mieux ces informations, une modélisation est nécessaire.

2.2.1 Modélisation de la corrélation G - R

Prenons le cas, pour simplifier les calculs présentés ici, où l'on change la configuration magnétique en variant l'intensité du courant I dans une seule bobine située à l'extérieur de la chambre de précession et au-delà des magnétomètres césium et créant un champ magnétique petit devant le champ principal. Tant que le champ appliqué est loin de la valeur de saturation du blindage (ce qui est toujours vérifié pour nous), on peut écrire les relations de linéarité suivantes :

$$G_{Cs} = G_{Cs0} + \alpha_{Cs} I \quad (2.7)$$

$$G_{Avg} = G_{Avg0} + \alpha_{Avg} I \quad (2.8)$$

G_{Cs0} (respectivement G_{Avg0}) décrit le gradient mesuré par les magnétomètres césium (respectivement le gradient moyen réel présent dans la chambre) quand la bobine en question n'est pas alimentée en courant. Cette valeur peut être différente pour les deux directions du champ magnétique principal. Les facteurs α sont des facteurs géométriques qui dépendent de la distance entre le point (ou la zone) de mesure du gradient et la bobine. Ils sont donc identiques quelle que soit la direction du champ principal.

En traçant le gradient mesuré en fonction de l'intensité I (figure non présentée ici) on peut vérifier la linéarité parfaite mais surtout extraire les valeurs de $G_{Cs0\uparrow/\downarrow}$ et α_{Cs} où les indices fléchés font référence à la direction du champ magnétique principal.

En utilisant la dernière équation, on va pouvoir introduire l'intensité I dans l'expression 1.23 :

$$R_{\uparrow/\downarrow} = \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{Hg}} \left(1 \mp \frac{(G_{Avg0\uparrow/\downarrow} + \alpha_{Avg} I) h}{B} + \Delta_{\uparrow/\downarrow} \right) \right|. \quad (2.9)$$

Par ailleurs, la linéarité du gradient mesuré par les magnétomètres césium et du gradient moyen avec la même intensité I peut être utilisée pour démontrer la linéarité entre les deux mesures de gradient :

$$G_{Cs} = G_{Cs0} + \frac{\alpha_{Cs}}{\alpha_{Avg}} (G_{Avg} - G_{Avg0}) \quad (2.10)$$

$$G_{Avg} = G_{Avg0} + \frac{\alpha_{Avg}}{\alpha_{Cs}} (G_{Cs} - G_{Cs0}) \quad (2.11)$$

Si bien que l'on s'attend à une relation linéaire entre le rapport R est n'importe lequel des gradients mesurés par un couple de magnétomètre césium. La relation exacte est :

$$R_{\uparrow/\downarrow} = \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \left(1 \mp \frac{(G_{\text{Avg}0\uparrow/\downarrow} + \frac{\alpha_{\text{Avg}}}{\alpha_{\text{Cs}}}(G_{\text{Cs}} - G_{\text{Cs}0\uparrow/\downarrow}))h}{B} + \Delta_{\uparrow/\downarrow} \right) \right| \quad (2.12)$$

Cette dernière expression décrit deux courbes, une pour le champ magnétique principal pointant vers le haut, l'autre pour le champ magnétique principal pointant vers le bas (voir figure 2.7¹). Leurs pentes sont de signe opposé si bien que l'on peut définir un point de croisement pour lequel :

$$G_{\text{Cs},c} = \frac{1}{2} \left((G_{\text{Cs}0\uparrow} + G_{\text{Cs}0\downarrow}) - (G_{\text{Avg}0\uparrow} + G_{\text{Avg}0\downarrow}) \frac{\alpha_{\text{Cs}}}{\alpha_{\text{Avg}}} + (\Delta_{\uparrow} - \Delta_{\downarrow}) \frac{\alpha_{\text{Cs}}}{\alpha_{\text{Avg}}} \frac{B}{h} \right) \quad (2.13)$$

$$R_c = \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right| \left(1 + \frac{\Delta_{\uparrow} + \Delta_{\downarrow}}{2} + (G_{\text{Avg}0\uparrow} - G_{\text{Avg}0\downarrow}) \frac{h}{2B} + (G_{\text{Cs}0\uparrow} - G_{\text{Cs}0\downarrow}) \frac{\alpha_{\text{Avg}}}{\alpha_{\text{Cs}}} \frac{h}{2B} \right) \quad (2.14)$$

On remarque aussi la modification de la pente attendue via le facteur $\frac{\alpha_{\text{Avg}}}{\alpha_{\text{Cs}}}$ qui explique parfaitement la différence observée entre la valeur de h mesurée par la collaboration RAL-Sussex et celle que l'on a pu extraire peut-être un peu naïvement dans 2.4. La comparaison de ces deux résultats donne $\frac{\alpha_{\text{Avg}}}{\alpha_{\text{Cs}}} = 0.8$. Cette valeur dévie de 1 dans le sens attendu, les magnétomètres césium étant plus près des bobines ressentent plus l'effet du changement d'intensité. De plus cette valeur permet de justifier que quand les gradients changent, les magnétomètres nous informent sur ce changement de manière fiable, à 20 % dans la configuration des prises de données. Cette évaluation est limitée par le fait que la valeur prise comme référence a été mesurée par la collaboration RAL-Sussex avec un système un peu différent.

Cette modélisation va nous permettre d'utiliser au mieux cette corrélation G - R pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron mais aussi pour la mesure du rapport des rapports gyromagnétiques du neutron et du mercure. Nous verrons dans la suite que cette mesure est particulièrement intéressante.

Remarque

La position du point de croisement $G_{\text{Cs},c} = 3.6$ nT/m est en bon accord avec ce que l'on observe sur les figures 2.3 et 2.6 à savoir que le T_2 et le τ sont maximums quand le gradient mesuré par les magnétomètres césium vaut 3-4 nT/m. Cela confirme que le décalage (on s'attend à ce que cette valeur soit de 0 nT/m) est plutôt dû à un effet local mesuré par les magnétomètres césium et non pas par les neutrons et les atomes de mercure.

2.2.2 La corrélation G - R pour le contrôle des erreurs systématiques de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron

Nous avons démontré au chapitre précédent, que la correction de l'effet de phase géométrique introduit une erreur systématique qui fait intervenir $(\Delta_{\uparrow} - \Delta_{\downarrow})$. On peut extraire cette quantité de la valeur de $G_{\text{Cs},c}$ (voir équation 2.13) à condition de connaître $(G_{\text{Avg}0\uparrow} + G_{\text{Avg}0\downarrow})$, $\frac{\alpha_{\text{Cs}}}{\alpha_{\text{Avg}}}$ et $\frac{\alpha_{\text{Cs}}}{\alpha_{\text{Avg}}} \frac{B}{h}$.

¹Il est à noter que ces courbes, contrairement au calcul présenté ici sont obtenues en faisant varier l'intensité dans différentes bobines.

$\frac{\alpha_{Cs} B}{\alpha_{Avg} h}$ peut être extrait à partir de la valeur absolue des pentes des droites de la figure 2.7, (voir équation 2.12).

Le rapport $\frac{\alpha_{Cs}}{\alpha_{Avg}}$ peut être évalué à partir des ajustements de R en fonction de I par l'expression 2.9 qui fournit une mesure de α_{Avg} et par celui de G_{Cs} en fonction de I qui fournit une mesure de α_{Cs} . Mais cette extraction nécessite de connaître h .

La détermination de $(G_{Avg0\uparrow} + G_{Avg0\downarrow})$, ou, plus probablement de l'un puis de l'autre séparément, reste le point noir de cette étude.

Elle peut se faire grâce à une cartographie du champ magnétique. Se pose alors le problème de la stabilité dans le temps des gradients. Dans le dernier chapitre de ce document nous aurons des arguments quantitatifs pour répondre à cette question.

Mais avant cela, évaluons la sensibilité de cette possibilité. Sachant que :

$$(\Delta_{\uparrow} - \Delta_{\downarrow}) = (2G_{Cs,c} - (G_{Avg0\uparrow} + G_{Avg0\downarrow})) \frac{\alpha_{Avg} h}{\alpha_{Cs} B} - (G_{Cs0\uparrow} + G_{Cs0\downarrow}) \frac{h}{B} \quad (2.15)$$

on peut évaluer l'erreur sur la correction. Faisons l'hypothèse que $G_{Cs, c}$ est déterminé avec une précision de $\sigma(G_{Cs, c}) = 0.1 \text{ nT/m}$ ce qui est réaliste, et que $G_{Avg0\uparrow}$ et $G_{Avg0\downarrow}$ sont mesurés lors d'une cartographie pour laquelle on peut espérer $\sigma(G_{Avg0\uparrow}) = \sigma(G_{Avg0\downarrow}) = 1 \text{ nT/m}$. La propagation des erreurs nous conduit à :

$$\sigma(\Delta_{\uparrow} - \Delta_{\downarrow}) = 8 \times 10^{-6} \quad (2.16)$$

$$\sigma(d_{\text{mes}}) = 8.10^{-26} \text{ e.cm} \quad (2.17)$$

ce qui n'est pas satisfaisant.

Une autre solution semble plus prometteuse. On peut en effet faire en sorte que la configuration initiale soit telle que les gradients soient les plus faibles possible. Pour vérifier cela, on peut tirer parti de la valeur du rapport R à ce point. D'après les contributions introduites dans ce document, ce rapport vaut :

$$R = \frac{\gamma_n}{\gamma_{Hg}} \left(1 \mp \frac{\partial B_z / \partial z h}{B_0} + \frac{(\partial B_z / \partial z)^2 r^2}{16 B_0^2} + \frac{q^2 r^2}{4 B_0^2} \pm \left(\frac{\omega_{\oplus} \sin \lambda}{B_0} \right) \cdot \left(\frac{1}{|\gamma_n|} + \frac{1}{|\gamma_{Hg}|} \right) \right) \quad (2.18)$$

Si, de plus, en ce point le $T_2 = 600 \text{ s}$, $T_1 = 700 \text{ s}$, et en faisant l'hypothèse que toutes les dépolarisations viennent des gradients latéraux (ce qui est une bonne hypothèse tout en sur-évaluant l'effet), on pose la limite supérieure sur la valeur des gradients transverses suivante : $q < 2 \text{ nT/m}$. Ce qui se traduit en limite supérieure sur la valeur du décalage induit par ces gradients transverses :

$$R - \frac{\gamma_n}{\gamma_{Hg}} = 1 + \frac{q^2 r^2}{4 B_0^2} = 1 + 8 \times 10^{-7}. \quad (2.19)$$

De son côté, l'effet de rotation de la Terre induit un décalage de :

$$R - \frac{\gamma_n}{\gamma_{Hg}} = 1 \pm \left(\frac{\omega_{\oplus} \sin \lambda}{B_0} \right) \cdot \left(\frac{1}{|\gamma_n|} + \frac{1}{|\gamma_{Hg}|} \right) = 1 \pm 1.4 \times 10^{-6}. \quad (2.20)$$

Cette contribution peut toujours être corrigée puisque sa valeur théorique est très bien connue. La limite sur la correction vient en fait de notre connaissance de la verticalité du champ magnétique.

La dernière source d'incertitude qui va intervenir est liée à notre connaissance même du rapport des rapports gyromagnétiques [54] :

$$\left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right| = 3.842450(7). \quad (2.21)$$

Finalement, par la valeur de ce rapport, on peut extraire $G_{\text{Avg}0\uparrow}$ et $G_{\text{Avg}0\downarrow}$ avec une précision typique de $\sigma(G_{\text{Avg}0\uparrow}) = \sigma(G_{\text{Avg}0\downarrow}) = 0.03$ nT/m où les principales sources d'erreurs sont la précision sur la mesure de R prise égale à 5×10^{-6} et la précision sur la valeur théorique de $\left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right|$. Ainsi, l'erreur sur la correction peut être ramenée à :

$$\sigma(\Delta_{\uparrow} - \Delta_{\downarrow}) = 7 \times 10^{-7} \quad (2.22)$$

$$\sigma(d_{\text{mes}}) = 7.10^{-27} \text{ e.cm} \quad (2.23)$$

cette valeur est très proche de l'objectif que l'on s'est fixé. De plus elle est obtenue avec des valeurs très réalistes extraites de mesures faites dans des conditions magnétiques assez médiocres.

La méthode en elle-même est très prometteuse. Elle permet non seulement de mesurer avec une bonne précision un certain nombre d'effets systématiques, mais elle offre aussi des possibilités de faire des mesures croisées pour tester la cohérence des résultats. En particulier, en faisant varier les gradients verticaux, les gradients transverses augmentent aussi, cela pourrait en principe être un défaut de cette méthode. Mais on a deux bons contrôles de cet effet, via la mesure du T_2 et la linéarité de la courbe de corrélation G - R .

On peut tout de même déplorer que la démonstration de la pertinence de cette méthode reste (en partie) théorique. Cela est dû à des problèmes techniques, le premier est que les magnétomètres césium compatibles avec la haute tension sont encore en cours de développement. Ils devraient être prêts pour les mesures réelles du moment électrique dipolaire du neutron au Paul Scherrer Institut en 2010-2012. Le deuxième problème est le peu de temps qui a été dédié aux mesures du moment électrique dipolaire à l'Institut Laue Langevin ce qui est une conséquence des difficultés techniques liées à la remise en route du spectromètre.

Il est intéressant de noter que les corrections et autres mesures de contrôle que l'on peut faire dans le cadre de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron sont limitées en partie par notre connaissance de la valeur du rapport des rapports gyromagnétiques. Nous allons évaluer dans la suite du document notre aptitude à faire une mesure de ce rapport.

2.2.3 La mesure du rapport des rapports gyromagnétiques

L'abscisse du point de croisement de la courbe de corrélation G - R fournit une mesure précise du rapport R corrigé des effets liés aux gradients verticaux, qui sont les effets dominants.

$$\begin{aligned} R_c &= \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right| \left(1 + \frac{\Delta_{\uparrow} + \Delta_{\downarrow}}{2} + (G_{\text{Avg}0\uparrow} - G_{\text{Avg}0\downarrow}) \frac{h}{2B} + (G_{Cs0\uparrow} - G_{Cs0\downarrow}) \frac{\alpha_{\text{Avg}}}{\alpha_{Cs}} \frac{h}{2B} \right) \\ &= 3.842472 \pm 3 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (2.24)$$

On doit la comparer à la valeur publiée du rapport des rapports gyromagnétiques [54] :

$$\left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right| = 3.842450(7) \quad (2.25)$$

L'incertitude sur cette mesure qui est le rapport de deux mesures indépendantes est dominée par l'incertitude sur la valeur du moment gyromagnétique du mercure. Il est important de noter que la méthode présentée ici, est, du point de vue de la statistique, déjà plus précise que les mesures antérieures. On peut donc espérer, avec cette méthode d'étude de corrélation, effectuer la mesure la plus précise du rapport gyromagnétique du mercure. Une telle mesure serait d'autant plus intéressante qu'elle serait complémentaire à la précédente qui mesure le rapport des rapports gyromagnétiques proton-mercure [46].

Pour effectuer une telle mesure, il faut contrôler les effets systématiques dont les principaux sont liés aux champs transverses (via les effets dits des composantes transverses, voir section 1.2.2). Ce contrôle est plus délicat que lors de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron. En effet, pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron il est important de contrôler que ces effets sont les mêmes pour les deux directions du champ magnétique. Pour la mesure du rapport des rapports gyromagnétiques, il faut s'assurer que les effets sont nuls, ce qui est beaucoup plus difficile.

Les courbes G - R ne sont pas très compétitives pour cette mesure, la meilleure procédure semble d'utiliser la valeur de l'abscisse du point de croisement de la courbe d_{mes} - R et de mettre une incertitude en utilisant le T_2 . La précision systématique peut être alors de quelques 10^{-6} , ce qui est déjà très motivant.

Remarque

Il existe une autre possibilité d'extraire ce rapport à l'aide de la corrélation entre le temps de dépolarisation transverse T_2 et le rapport R . La valeur de ce rapport au point où le T_2 est maximal est celle pour laquelle les gradients (et donc les effets systématiques qui leur sont liés) sont minimaux. La figure 2.8 montre la corrélation mesurée et les ajustements quadratiques effectués sur ces données.

Les valeurs du rapport R dans les configurations qui minimisent les gradients sont :

$$\begin{aligned} B_0 \uparrow: R &= 3.842452 \pm 5 \times 10^{-6} \\ B_0 \downarrow: R &= 3.842473 \pm 4 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (2.26)$$

On peut faire deux commentaires sur ces mesures. Le premier consiste à remarquer la différence entre ces deux mesures qui est de l'ordre de quatre fois les barres d'erreur. Le second est la valeur du T_2 maximal, $T_2 \approx 250$ s, qui est très faible devant ce qui est le standard des bonnes performances de l'appareillage : $T_2 > 500$ s. Cette dernière remarque nous invite à ne pas considérer ce résultat dont les erreurs systématiques liées aux gradients sont grandes. Mais ce type de mesure reste une manière habile de faire des vérifications croisées.

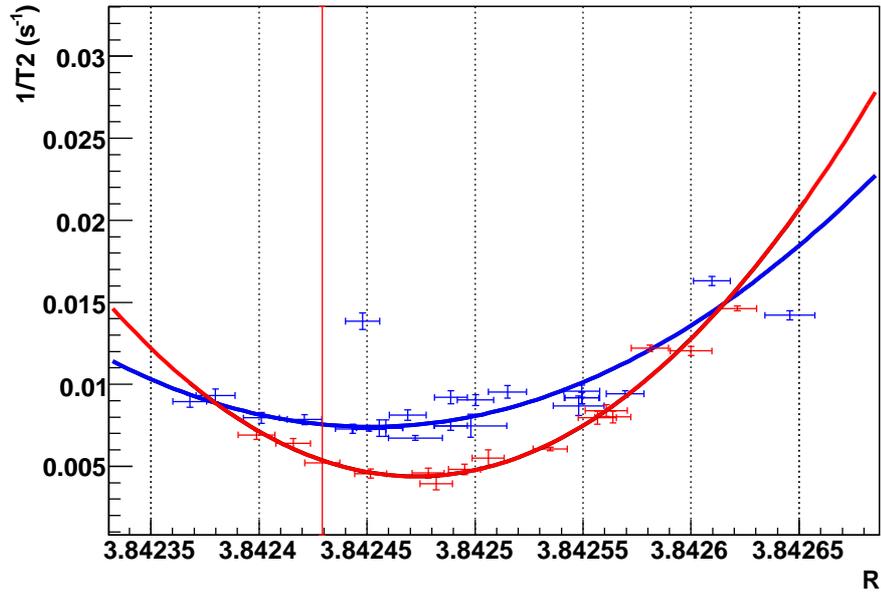


FIG. 2.8 – Inverse du temps de dépolarisation longitudinale T_2 des neutrons en fonction du rapport R . La courbe rouge est obtenue avec l'ensemble des configurations pour lesquelles le champ magnétique pointe vers le haut, la courbe bleue avec celles pour lesquelles il pointe vers le bas.

2.3 Conclusion

Ces études de corrélation nous permettent de faire de nombreuses vérifications croisées de la valeur de nos gradients. Mais la conclusion principale de ce travail est la mise au point d'une méthode qui permet d'utiliser les données des magnétomètres césium pour un meilleur contrôle des erreurs systématiques liées à la présence du co-magnétomètre mercure. Cette méthode a par ailleurs un avantage certain : elle ne nécessite pas de changer le plan des prises de données.

C'est une avancée majeure par rapport à la situation précédente.

3. La symétrie de Lorentz à l'épreuve de la dynamique du spin

Dans ce dernier chapitre est présenté un résultat original et novateur qui a pour but de tester la symétrie de Lorentz à l'aide de neutrons libres [73]. Ce résultat est un sous-produit de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron en général et de l'étude des corrélations des différentes mesures du champ magnétique en particulier. C'est d'ailleurs dans ce cadre que l'idée de cette mesure nous est venue.

Ainsi, si l'objectif de cette étude est différente de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron et nécessite de justifier de ses motivations propres, les méthodes et les effets systématiques sont ceux de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron.

3.1 Motivations

La relativité est une des théories qui a rencontré le plus de succès le siècle dernier pour se retrouver de nos jours de plein droit au cœur de notre modélisation des interactions fondamentales de l'univers. Le travail rapporté ici est un test d'une des symétries les plus fondamentales de cette théorie, l'invariance de Lorentz. En particulier, la relativité générale, très satisfaisante du point de vue de sa capacité à reproduire l'univers observable et la gravitation en particulier n'est cependant pas incluse dans le Modèle Standard (ou tout au moins reste en marge de ce dernier) dont les fondements sont la théorie quantique des champs. Le Modèle Standard de la physique des particules inclut une description commune des trois autres interactions élémentaires mais laisse un certain nombre de problèmes non résolus.

La dualité des modélisations pour les interactions ajoutée aux problèmes du Modèle Standard nous invite à croire en une description unique et plus fondamentale de l'Univers. La recherche d'une telle description est un domaine très actif de la physique théorique et de nombreuses pistes sont explorées. Parmi ces pistes, l'hypothèse que la symétrie de Lorentz soit brisée a été formulée. On la retrouve par exemple dans certains cas particuliers de la théorie des cordes [74].

On pourrait alors considérer le Modèle Standard comme la limite à basse énergie d'une théorie plus fondamentale. Une façon intéressante d'aborder ce problème du point de vue expérimental est de se demander s'il ne peut pas exister, à basse énergie, des indications de cette théorie plus générale. On parle souvent de recherche de nouvelle physique pour se référer à cette approche.

L'échelle naturelle pour une théorie fondamentale incluant la gravité est l'échelle de Planck qui est 17 ordres de grandeur plus grande que l'échelle électrofaible. Cela donne une idée du facteur de suppression ($\approx 10^{-17}$) qui s'applique sur la modification des prédictions dans le cadre des extensions du Modèle Standard par rapport à celles du Modèle Standard lui-même. On comprend ainsi pourquoi, pour ce type de contrainte il est plus facile d'utiliser une observable qui n'existe que dans le cadre de l'existence de nouvelle physique.

Nous allons nous placer dans le cadre d'un modèle effectif à basse énergie [75, 76] d'une théorie plus ambitieuse à haute énergie qui n'est pas formulée. Ce modèle, introduit

la violation spontanée de la symétrie de Lorentz. Ce modèle possède en particulier tous les attraits des autres théories : l'invariance de jauge, la positivité des énergies, la conservation de l'énergie et de l'impulsion et il ne modifie pas la quantification. Un tel modèle est en fait compatible avec toutes les observables ce qui justifie pleinement que des mesures spécifiques lui soit consacré.

Un des effets visibles de la violation de la symétrie de Lorentz serait l'existence d'un champ cosmique axial, \vec{b} qui remplirait tout l'Univers en ayant une direction privilégiée unique. Dans le cadre de la théorie des cordes par exemple, il a été démontré qu'un tel champ pouvait apparaître sous la forme d'une propriété intrinsèque du vide [74]. Un tel champ aurait la propriété de se coupler exclusivement aux spins via une constante de couplage qui pourrait, en toute généralité, dépendre de la particule qui porte le spin.

Le but de cette expérience est de contraindre l'amplitude du couplage avec les neutrons libres, notée \vec{b}_n via le couplage V :

$$V = \vec{\sigma} \cdot \vec{b}_n \quad (3.1)$$

3.2 Principe

Nous allons tester le couplage des neutrons avec le champ cosmique axial par l'intermédiaire de la modification associée de la fréquence de précession des neutrons. Le couplage total à prendre en considération est le suivant :

$$V = \frac{\hbar}{2\pi} \gamma_n \vec{\sigma} \cdot \vec{B} + \vec{\sigma} \cdot \vec{b}_n \quad (3.2)$$

où apparaît le terme dominant de couplage avec le champ magnétique \vec{B} responsable de la précession de Larmor du spin des neutrons. Cette précession s'effectue à la fréquence f_n :

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left| \gamma_n B_z + \frac{2}{\hbar} \tilde{b}_{nz} \right|. \quad (3.3)$$

où B_z est la composante principale du champ magnétique \vec{B} qui est selon l'axe vertical (l'axe z). Cette direction privilégiée du champ magnétique a pour conséquence que seule la composante selon l'axe z du champ cosmique axial intervient dans la valeur de la fréquence de précession des neutrons au premier ordre.

Le champ cosmique axial est fixe dans l'univers ce qui n'est pas le cas de l'axe z . La variation la plus rapide de la direction de cet axe est liée à la rotation de la Terre sur elle-même (qui s'effectue à la fréquence $1/T_\odot = 1/(23 \text{ h } 56 \text{ min})$ correspondant à l'inverse du jour sidéral, T_\odot). A cause de ce mouvement, la contribution du champ cosmique axial à la fréquence de précession des neutrons va être modulée de manière journalière selon la formule suivante :

$$f_n(t) = \frac{\gamma_n B_z}{2\pi} + \frac{1}{\pi \hbar} \tilde{b}_{n\perp} \cos(\lambda) \sin(2\pi/T_\odot + \phi) + \frac{1}{\pi \hbar} \tilde{b}_{n\parallel} \sin(\lambda) \quad (3.4)$$

où l'on retrouve le système de coordonnées lié à la rotation de la Terre avec \tilde{b}_\perp , la composante de \tilde{b} perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre, $\tilde{b}_{n\parallel}$ sa composante parallèle à l'axe de rotation de la Terre, et λ la latitude à Grenoble où l'expérience a été faite.

On notera que pour des raisons de symétrie, seule la composante perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre est modulée à la fréquence sidérale de rotation de la Terre.

Celle-ci nous procure un moyen très efficace de différencier la nouvelle physique (qui doit être modulée quotidiennement) de la physique classique. La base de cette recherche est donc une recherche de modulation.

La limite de cette méthode va être liée aux fluctuations du terme dominant $\frac{\gamma_n B_z}{2\pi}$. Mais comme on le sait, la co-magnétométrie mercure a justement pour but de s'affranchir des dites fluctuations. On va ainsi étudier l'évolution temporelle non pas de la fréquence de précession des neutrons mais du rapport R :

$$R(t) = \left| \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \right| + \frac{1}{\pi \hbar f_{\text{Hg}}} \tilde{b}_{n\perp} \cos(\lambda) \sin(2\pi/T_{\odot} + \phi) + \frac{1}{\pi \hbar f_{\text{Hg}}} \tilde{b}_{n\parallel} \sin(\lambda). \quad (3.5)$$

Pour obtenir cette expression il faut faire l'hypothèse que le champ cosmique axial ne se couple pas aux atomes de mercure. En effet, le couplage des atomes de mercure à ce type de champ est contraint par [78] à être tel que $\tilde{b}_{\text{Hg}\perp} < 9 \times 10^{-22}$ eV ce qui se traduit par un effet sur R maximal de 1×10^{-7} , très en dessous de notre sensibilité naturelle de 10^{-6} .

En utilisant cette observable, la situation est très privilégiée puisque pour distinguer de la nouvelle physique il suffit d'observer une modulation journalière. La physique classique prédit pour R une valeur constante, la valeur du rapport des rapports gyromagnétiques.

Il est commun d'appeler ce type de mesure des comparaisons d'horloges, elles consistent à vérifier si une horloge se décale par rapport à une autre. Ici les horloges sont les spins et la source de décalage est la nouvelle physique. Ce type de mesure a été abondamment utilisé en physique atomique [78, 79], mais ce résultat est le premier à mettre en jeu des particules.

3.3 La mesure

La mesure en elle-même est très simple. Elle consiste à mesurer le rapport R en fonction du temps pendant plusieurs jours. Pendant ces prises de données, la haute tension était arrêtée afin que les magnétomètres césium puissent être disposés de part et d'autre de la chambre de précession (voir la figure 2.1).

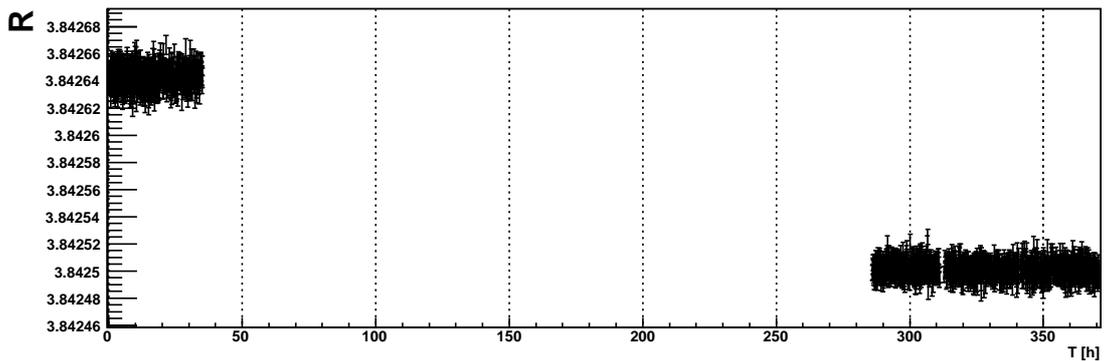


FIG. 3.1 – évolution du rapport R en fonction du temps. On observe que le changement de la configuration magnétique a modifié la valeur de rapport R .

Au total, 110 heures de données ont été prises en deux temps : 35 heures dans une configuration magnétique et 85 heures dans une autre configuration. Entre ces deux séries de mesures, 255 heures se sont écoulées. La figure 3.1 montre les données brutes. On y observe l'effet du changement de la configuration magnétique. Pour combiner les deux jeux de données, la valeur moyenne du rapport est soustraite pour chaque configuration. En faisant cela on s'interdit de pouvoir mettre une limite sur le terme constant $\frac{1}{\pi\hbar f_{Hg}} \tilde{b}_{n\parallel} \sin(\lambda)$ de l'équation 3.5 et donc sur $\tilde{b}_{n\parallel}$. Ce type de terme pourra être contraint avec une mesure dédiée à la mesure du rapport des rapports gyromagnétiques.

Après cette soustraction, les données prennent la forme d'une fluctuation autour de la valeur zéro comme on peut le voir sur la figure 3.2 où de plus les données sont repliées modulo 24 h et regroupées par tranches d'une demi-heure. On peut déjà faire quelques

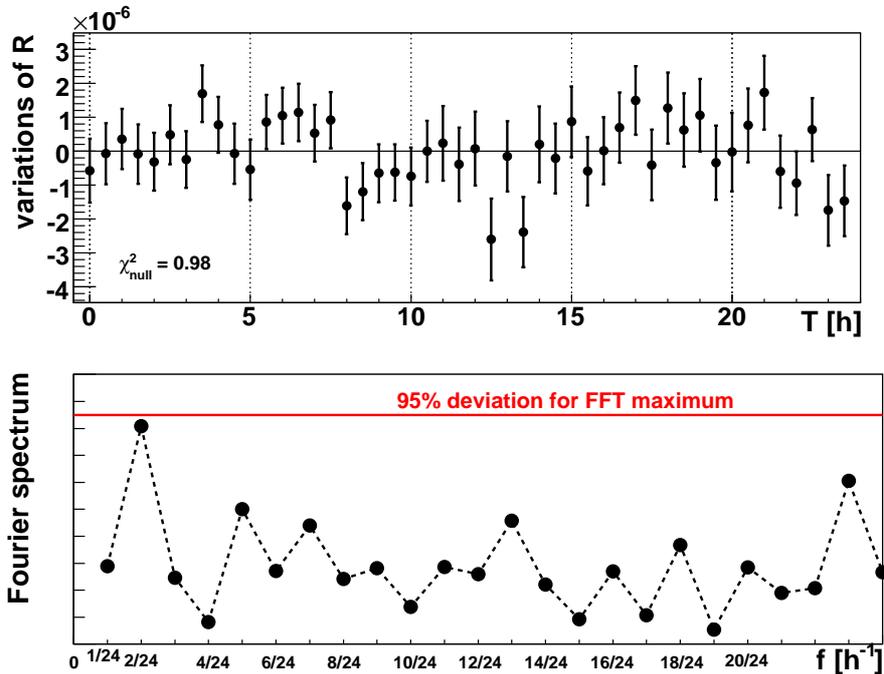


FIG. 3.2 – La figure du haut montre les fluctuations du rapport R autour de sa moyenne. Pour des raisons de visibilité, les données sont regroupées par tranche d'une demi-heure et le temps est replié modulo 24 heures. La figure du dessous montre la transformée de Fourier discrète de ces données et la compare avec celle d'un bruit blanc : tout point du spectre dépassant la ligne rouge est une preuve que cette fréquence est sur-représentée dans les données.

commentaires sur ces données. Comme le montre le spectre de Fourier (figure 3.2, en bas) et l'ajustement constant que l'on peut faire ($\chi^2 = 0.98$) sur ces données sont compatibles avec un bruit blanc ayant les mêmes barres d'erreur. Pour mettre une limite sur le paramètre $\tilde{b}_{n\perp}$ il faut extraire de ces données l'amplitude maximale d'une oscillation journalière ce qui est l'objet de l'analyse statistique.

3.4 L'analyse statistique

Pour extraire la limite supérieure de la modulation journalière du rapport R , nous avons utilisé la méthode fréquentiste des niveaux de confiance [77]. Elle consiste à comparer une hypothèse de signal avec les données réelles. Pour chaque hypothèse de signal du type $A \sin(2\pi t[i]/T + \phi)$, on peut former la quantité $Q(A, \phi)$ telle que :

$$\begin{aligned} Q(A, \phi) &= \chi_{\text{null}}^2 - \chi_{\text{signal}}^2 & (3.6) \\ \chi_{\text{null}}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{R[i] - 0}{\Delta R[i]} \right)^2 \\ \chi_{\text{signal}}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{R[i] - A \sin(2\pi t[i]/T_{\odot} + \phi)}{\Delta R[i]} \right)^2 \end{aligned}$$

où $N = 2070$ est le nombre de points de mesures, $R[i]$ est la valeur au point i du rapport R après que la valeur moyenne soit soustraite. Cette méthode consiste en fait à déterminer si le signal est plus compatible avec l'hypothèse $R[i] = A \sin(2\pi t[i]/T + \phi)$ ou avec l'hypothèse $R[i] = 0$.

On peut, à l'aide d'une simulation Monte-Carlo, calculer la densité de probabilité $\rho_{\text{signal}}(Q)$ de Q pour différentes données simulées. Pour simuler ces données, chaque point est tiré aléatoirement autour d'un signal du type $A \sin(2\pi t[i]/T + \phi)$ selon une distribution gaussienne dont la largeur standard est égale à la barre d'erreur réelle du point mesuré. Cette densité de probabilité nous permet de définir le niveau de confiance CL comme :

$$CL(A, \phi) = \int_{-\infty}^{Q_{\text{data}}} \rho_{\text{signal}}(Q) dQ. \quad (3.7)$$

Par définition du niveau de confiance, une amplitude A est exclue à 95 % de niveau de confiance si, pour toutes les phases, $CL(A, \phi) < 0.05$.

Cette analyse met la limite supérieure de l'amplitude de modulation journalière du rapport R :

$$A < 0.6 \times 10^{-6} \quad 95\% \text{ C.L.} \quad (3.8)$$

Les détails de cette analyse sont présentés dans [77].

3.5 Le contrôle des erreurs systématiques

Il s'agit ici de justifier le fait que le rapport R ne peut être modulé avec une période journalière que du fait de la nouvelle physique. Or, on a vu, aux chapitres précédents que la valeur de ce rapport dépend des gradients du champ magnétique selon l'expression :

$$R = \frac{\gamma_n}{\gamma_{\text{Hg}}} \left(1 \mp \frac{\partial B_z / \partial z h}{B_0} + \frac{(\partial B_z / \partial z)^2 r^2}{16 B_0^2} + \frac{q^2 r^2}{4 B_0^2} \right). \quad (3.9)$$

En particulier, il apparaît que toute modulation journalière du gradient vertical est l'effet systématique dominant. Une telle modulation est nécessairement faible mais elle peut avoir deux sources :

- Une modulation journalière de la température du blindage qui peut modifier le champ magnétique et le gradient à la même fréquence. Cet effet est supprimé par le fait que la température dans le hall expérimental est stable au degré près.
- Le champ magnétique terrestre est modulé journalièrement à cause du vent solaire, mais ce champ (et ses fluctuations) sont atténués par le blindage magnétique par un facteur de 10^4 . De plus, des mesures de l'évolution du champ magnétique ambiant en dehors du blindage ont été faites sans qu'aucune modulation n'ait pu être observée.

Ces gradients sont mesurés en permanence par les deux couples de magnétomètres césium et les conclusions du chapitre précédent nous prouvent la linéarité existante entre ces mesures et le gradient réel. La figure 3.3 montre une partie des données collectées par un couple de magnétomètres césium. A la fréquence qui nous préoccupe, $1/T_{\odot}$, l'amplitude de la fluctuation des gradients est ≤ 20 pT/m ce qui se traduit en variation attendue pour R inférieure à 2×10^{-7} . Ce résultat est parfaitement compatible avec le résultat 3.8 et le fait que l'on ne voit pas ce signal dans l'évolution temporelle de R .

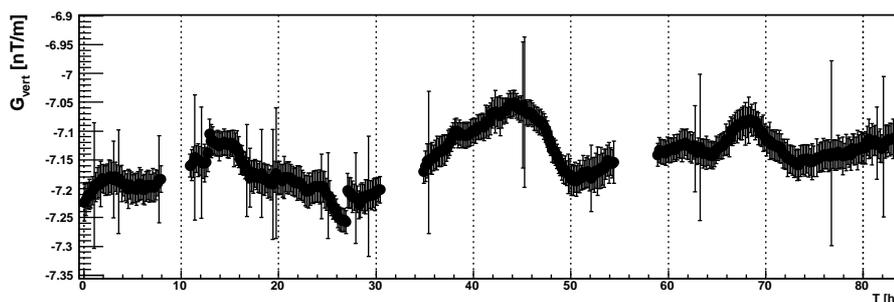


FIG. 3.3 – Evolution en fonction du temps des gradients verticaux mesurés par les magnétomètres césium lors de la deuxième série de mesures.

Les gradients transverses, quant à eux, apparaissent quadratiquement dans l'expression 3.9. Toute modulation journalière de ces gradients induira donc une modulation à douze heures du rapport. Ils ne forment pas un effet systématique direct mais, indirectement ils peuvent créer un effet subtil lié à l'extraction de la fréquence de précession des neutrons. En effet, pour extraire la fréquence de précession des neutrons, la première étape est d'ajuster la valeur de $\alpha(T)$ sur l'ensemble des données. Cette valeur est ensuite utilisée pour recalculer f_n point par point (voir la section 5.3 pour une description détaillée de la méthode d'extraction de la fréquence de précession des neutrons). Or $\alpha(T)$ dépend de ces gradients transverses. La dépendance est quadratique mais malgré cela, une précaution a été prise pour l'extraction de la fréquence de précession des neutrons pour s'assurer que la valeur extraite est non biaisée par les fluctuations des gradients magnétiques. Cette précaution consiste à faire le premier ajustement (celui qui permet d'extraire $\alpha(T)$) sur une sous partie des données de taille réduite (typiquement trois heures). Ainsi on s'assure que si $\alpha(T)$ est modulé à la fréquence $1/T_{\odot}$ cela se retranscrira réellement sur f_n . On ne veut bien sûr pas artificiellement annuler notre signal. Sur cette figure on observe trois ajustements

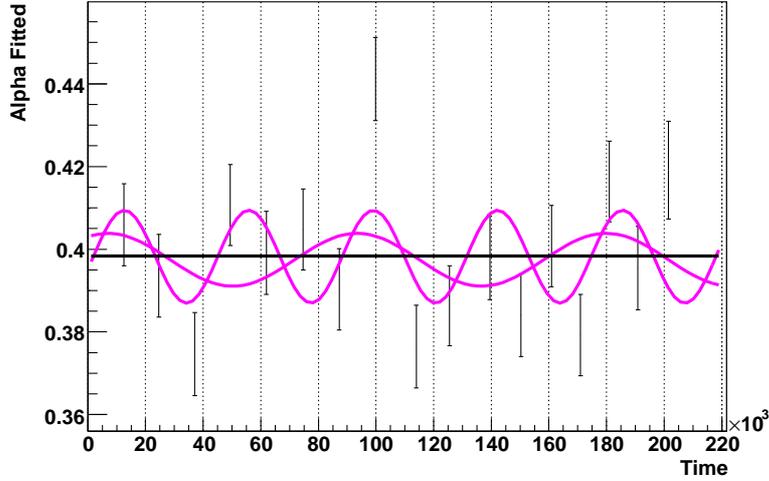


FIG. 3.4 – Evolution en fonction du temps de $\alpha(T)$.

le premier avec une courbe oscillant à la fréquence $1/12 \text{ h}^{-1}$, le deuxième avec une courbe oscillant à la fréquence $1/22 \text{ h}^{-1}$ et le dernier avec une droite constante. Le meilleur ajustement s’observe dans le cas de la courbe oscillant à la fréquence $1/12 \text{ h}^{-1}$ ($\chi^2 = 2.3$). Les deux autres ajustements ont des $\chi^2 = 2.8$ très similaires indiquant qu’aucune modulation journalière de $\alpha(T)$ n’est visible, d’ailleurs l’amplitude ajustée est compatible avec zéro. Malgré cela, l’ajustement de $\alpha(T)$ est fait indépendamment sur des périodes de temps de trois heures.

Le dernier effet qui nécessite d’être discuté est le déplacement lumineux (plus connu sous son nom anglais de light shift). Il consiste en un décalage de l’énergie des niveaux atomiques (et donc, par voie de conséquence, de la fréquence de précession de l’atome) en présence de lumière dont la fréquence est proche de la fréquence de résonance pour une transition depuis ou vers ces niveaux [80]. Pour nous, cet effet existe puisque la lumière d’analyse est non résonnante. Des études antérieures [54] évaluent cet effet au niveau de $(\frac{f_{\text{Hg}}}{\gamma_{\text{Hg}B}} - 1) \approx 1.4 \times 10^{-7}$. Cet effet induit donc un décalage sur R non négligeable d’environ 5.4×10^{-7} . Tant que ce décalage est constant, il n’est pas une source d’erreur systématique. L’ordre de grandeur de la fluctuation de cet effet est dominé par la fluctuation de l’intensité (le déplacement lumineux est proportionnel à cette intensité) qui est de 10 %. L’effet maximal de la modulation de l’effet de déplacement lumineux est donc de moduler le rapport R au niveau de 6×10^{-8} . De cette valeur on peut conclure que l’effet est négligeable.

Au final, la seule source d’erreur systématique à considérer est la fluctuation des gradients qui produit une modulation de rapport R au niveau de 2×10^{-7} . Pour tenir compte de la possibilité que cette modulation soit en opposition de phase (cas le plus défavorable) et produire une limite conservative, cette contribution va être additionnée à la limite statistique pour aboutir à la limite suivante :

$$A < 0.8 \times 10^{-6} \quad 95\% \text{ C.L.} \quad (3.10)$$

3.6 Interprétation

La limite sur l'amplitude peut se traduire directement en limite sur le champ cosmique axial via l'équation

$$A = 2b_{\perp} \frac{\cos(\lambda)}{h f_{\text{Hg}}} \quad (3.11)$$

où $\lambda = 45^{\circ}12'22''$ est la latitude à Grenoble et h est la constante de Planck. Cela nous conduit à :

$$b_{\perp} < 2 \times 10^{-20} \text{ eV} \quad 95\% \text{ C.L.} \quad (3.12)$$

Le tableau 3.5 résume les limites sur le champ cosmique axial testé via des couplages différents. Il nous aide à placer ce résultat dans le contexte.

Référence	Système	Particule	b_{\perp} [eV]
Berglund <i>et al.</i> , [78]	Hg & Cs	neutron lié	9×10^{-22}
		électron	2×10^{-20}
Bear <i>et al.</i> , [79]	Xe & He	neutron lié	2×10^{-22}
Phillips <i>et al.</i> , [81]	H	proton	4×10^{-18}
Heckel <i>et al.</i> , [82]	e	électron	7×10^{-22}
Bennet <i>et al.</i> , [83]	μ^+	muon positif	2×10^{-15}
		muon négatif	3×10^{-15}
Cette Analyse , [73]	n & Hg	neutron libre	2×10^{-20}

FIG. 3.5 – Comparaison des limites les plus contraignantes (à 95% C.L.) sur $b_{\perp}(e)$, $b_{\perp}(N)$, $b_{\perp}(p)$, $b_{\perp}(\mu)$, $b_{\perp}(n)$, les couplages entre le champ cosmique axial et différentes particules.

On observe dans ce tableau deux autres résultats issus de mesures de comparaison d'horloges ([78, 79]) qui posent des limites plus contraignantes par deux ordres de grandeur. On explique les origines de cette différence de précision par le fait, d'une part, que la mesure de la fréquence de précession d'un atome est plus précise (ce que l'on observe en comparant la précision relative de la mesure de la fréquence de précession des atomes de mercure 4×10^{-8} à celle de la fréquence de précession des neutrons 2×10^{-6}). D'autre part, les systèmes utilisés pour les expériences ([78, 79]) sont des systèmes dédiés dont le volume est réduit et tous les effets systématiques liés à l'homogénéité du champ magnétique sont très atténués.

Ces résultats posent donc des contraintes très fortes sur le couplage entre les atomes et le champ cosmique axial. Pour en extraire les couplages avec les particules, un modèle de structure nucléaire est nécessaire. Par exemple, pour le mercure, il consiste à ne considérer que le neutron célibataire [84]. La question de l'écrantage possible des autres nucléons de l'atome et éventuellement des électrons est ouverte [84]. Dans ce contexte, une mesure directe du couplage avec le neutron libre a une réelle valeur, même si elle est moins contraignante.

De telles contraintes, directes, existent pour d'autres particules. Celle sur le couplage de l'électron [82] a été obtenue à l'aide d'un pendule de torsion portant un spin macroscopique. Pour cette expérience aussi, une modulation journalière est contrainte. La contrainte sur le couplage entre le muon et le champ cosmique axial provient d'une recherche de modulation journalière de la fréquence de précession des muons dans un accélérateur [83]. C'est encore une fois une absence de modulation journalière qui permet de poser la contrainte.

Si l'on se place dans le domaine des nucléons, la meilleure contrainte qui existe sur une mesure directe du couplage est celle sur le neutron, établie dans le cadre de cette thèse. En effet, la limite sur le couplage avec le proton, établie par une recherche de modulation journalière de la fréquence de l'hydrogène est moins contraignante de deux ordres de grandeur.

3.7 Conclusions et perspectives

L'étude du rapport R a permis d'obtenir un résultat qui contraint un modèle de nouvelle physique au-delà du Modèle Standard. Ce résultat est la première mise en œuvre de la méthode de comparaison d'horloges avec des particules et pose le résultat le plus contraignant sur le couplage du champ cosmique axial avec un nucléon libre.

Ce résultat a été obtenu avec cinq jours de données seulement et dans des configurations magnétiques particulièrement mauvaises. La perspective naturelle est de refaire une mesure avec plus de statistique et dans la meilleure configuration possible. Pour cela, il suffira de ré-analyser les données dédiées à la mesure du moment électrique dipolaire du neutron. En cumulant les deux années de prises de données, une limite compétitive avec les meilleures limites sur le neutron lié est envisageable.

4. Conclusion

Dans cette dernière partie j'ai regroupé un certain nombre de mesures qui visent à mieux cerner le rôle que peuvent jouer les magnétomètres césium dans la phase II du projet de mesure du moment électrique dipolaire du neutron. L'ensemble de ces mesures ont été prises avant que les principales sources d'inhomogénéités du champ magnétique aient été retirées. Ce qui permet de dire que les conclusions présentées ici sont pessimistes. En particulier, on observe un décalage reproductible et systématique entre la configuration pour laquelle le gradient vertical est mesuré comme nul par les neutrons et le couple neutron-mercure d'une part, et par les magnétomètres césium d'autre part. C'est la principale limitation à l'utilisation des magnétomètres césium. Elle devrait être réduite en rapprochant les magnétomètres de la chambre de précession, ce qui sera le cas dans la phase II puisque la taille des magnétomètres césium va être de typiquement 5 cm contre 20 actuellement.

En contrepartie, on a pu vérifier la linéarité entre le gradient réel et le gradient mesuré par les magnétomètres césium. Cette linéarité nous permet d'avoir confiance dans l'utilisation des magnétomètres césium pour vérifier l'évolution des gradients du champ magnétique. Ce contrôle des gradients dans le temps est à la base de notre limite sur le couplage violant la symétrie de Lorentz. En effet, le niveau de sensibilité des magnétomètres césium permet de contrôler la variation de gradients à un niveau qui n'est pas accessible au rapport R . C'est donc un grand pas en avant pour la mesure du moment électrique dipolaire du neutron. La limite ici est la difficulté à utiliser les magnétomètres césium pour contrôler la variation du champ magnétique liée à des sources "internes", c'est-à-dire à l'intérieur du volume incluant les magnétomètres et la chambre de précession. En effet, pour ce type de sources, les variations observées par les magnétomètres césium seront minimisées par rapport à la variation réelle.

Enfin, la mise en vis-à-vis de la courbe du moment électrique dipolaire mesuré en fonction de R et de celle des gradients verticaux mesurés en fonction de R est très prometteuse. Elle offrira de nouveaux moyens de contrôle des erreurs systématiques liées à l'asymétrie des décalages Δ quand le champ magnétique principal est renversé.

En associant ces résultats aux différentes cartographies du champ magnétique, le contrôle du champ magnétique pour la phase II sera très amélioré et les magnétomètres césium occuperont une place centrale dans ce contrôle.

Conclusion

Le spectromètre RAL/Sussex/ILL se trouve au centre de cette thèse. Il est l'aboutissement de longues années de développements et reste à la pointe des systèmes en état de prendre des données. Délaissé par ses concepteurs à cause du manque de statistique disponible à l'ILL, nous avons fait le choix de l'utiliser auprès de la nouvelle source de PSI, offrant une statistique supérieure par deux ordres de grandeur.

J'ai eu la chance pendant ces trois années d'être à Grenoble, au plus près du spectromètre. Cela m'a permis d'être associée aux très nombreux tests de tous les nouveaux développements techniques et d'avoir une vue d'ensemble du spectromètre tel qu'il était et tel qu'il sera afin de me faire une idée du chemin parcouru par notre collaboration.

Au début de cette thèse, nous étions dans la situation délicate qui consiste à utiliser un système que nous n'avions pas conçu. La première étape qu'il a fallu franchir a été donc de s'approprier le système et d'en comprendre toutes les subtilités.

Dès lors, nous avons utilisé le spectromètre comme un banc de tests grandeur nature pour tous les nouveaux développements de notre collaboration en profitant quotidiennement de la ligne réservée de neutrons ultra froids où le spectromètre est installé, à l'ILL. Cela a été une grande chance pour nous, tous les développements ont pu aller plus vite.

En particulier, cette thèse avait pour objectif l'optimisation des performances du co-magnétomètre mercure tant du point de vue de sa fiabilité que du point de vue de la précision de la mesure du champ magnétique. L'augmentation de la précision a été étudiée via une modélisation de la chambre de polarisation dont les conclusions prévoient un gain d'un facteur 2-3 par rapport au système existant. Une nouvelle géométrie de la chambre de prépolarisation issue de cette simulation sera d'ailleurs testée dans les mois à venir.

Par la suite, les premières mesures physiques ont été prises. En particulier, ont été présentées dans ce document les études de corrélation des mesures du champ magnétique par nos trois systèmes de spins en précession : les neutrons, les atomes de mercure et les atomes de césium. Cette étude a permis de mettre en vis-à-vis la magnétométrie externe et la co-magnétométrie pour la première fois. En particulier, on peut retenir la linéarité observée entre le gradient mesuré par les magnétomètres césium et le gradient moyen qui valide l'utilisation de la magnétométrie externe pour le contrôle de la variation des gradients.

Enfin, en décembre dernier, juste avant le déménagement du spectromètre vers le PSI, les premières données de la mesure du moment électrique dipolaire du neutron ont été prises par notre collaboration. Ces données, analysées dans ce document montrent une précision en accord avec nos attentes. Elles initient aussi le début de la phase II où l'essentiel du travail va être dédié à l'analyse et au contrôle des erreurs systématiques après quatre ans dévolus majoritairement au développement.

En parallèle à nos efforts pour préparer la phase II, notre collaboration s'est ouverte à la recherche de nouvelle physique. Le type d'appareillage que nous avons à notre disposition peut en effet être utilisé pour contraindre des phénomènes exotiques. Nous avons ainsi contraint l'oscillation des neutrons en neutrons-miroirs, l'amplitude d'une éventuelle cinquième force de longue portée ainsi que l'amplitude d'un hypothétique champ cosmique axial. J'ai été associée à l'obtention de ces contraintes à différents niveaux, en particulier, la dernière fait l'objet d'un chapitre dans cette thèse. Elle constitue un test de l'invariance de Lorentz à des échelles cosmologiques.

Je voudrais enfin conclure ce document sur la notion de symétrie. Introduire une symétrie nous permet de simplifier nos modélisations de l'univers, et souvent, de limiter les hypothèses initiales : on s'imagine un monde simple. Pourtant on observe la violation de beaucoup de ces symétries et nos modélisations s'enrichissent de mécanismes de brisure, de nouveaux paramètres, de nouveaux couplages. De nouvelles motivations pour de nouvelles expériences. Cette thèse est ma mince contribution au test de la symétrie CP et de l'invariance de Lorentz.

Annexes

1. Les équations de Bloch de la résonance magnétique pour les spins 1/2

La mécanique quantique des systèmes ouverts [85] modifie l'équation d'évolution de l'opérateur densité $\hat{\rho}$ 5.2 qui s'appelle alors l'équation de Lindblad :

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \sum_k \left[\hat{L}_k \hat{\rho}(0) \hat{L}_k^\dagger - \frac{1}{2} \{ \hat{\rho}(0), \hat{L}_k^\dagger \hat{L}_k \} \right] \quad (1.1)$$

Dans cette expression, \hat{H} est l'hamiltonien d'interaction du système fermé avec le milieu extérieur et \hat{L}_k sont les opérateurs de Lindblad (ou encore Lindbladiens) qui vont modifier l'évolution du système par "dissipation" : une partie de l'énergie et/ou de la cohérence étant dissipée du système vers l'extérieur.

Appliquons cette équation 1.1 à notre cas, la précession d'un spin dans un champ magnétique, en incluant les effets de dépolarisation. En définissant l'axe z afin que le champ magnétique soit selon cet axe, l'hamiltonien est :

$$\hat{H} = -\frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z \quad (1.2)$$

où $\omega_0 = \vec{\mu} \cdot \vec{B}$ est la pulsation de Larmor et $\hat{\sigma}_z$ est la matrice de Pauli.

Il y a par ailleurs trois types de processus que l'on va introduire sous la forme d'opérateurs de Lindblad :

- \hat{L}_1 décrit la relaxation de l'état $|1\rangle$ vers l'état $|0\rangle$ avec émission de l'énergie correspondante.

$$\hat{L}_1 = \sqrt{\Gamma_1} \sigma_+ = \sqrt{\Gamma_1} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

- \hat{L}_2 décrit la relaxation de l'état $|0\rangle$ vers l'état $|1\rangle$ avec absorption de l'énergie correspondante.

$$\hat{L}_2 = \sqrt{\Gamma_2} \sigma_- = \sqrt{\Gamma_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

- \hat{L}_3 décrit un processus de pure déphasage qui ne transfère aucune énergie entre le spin et son environnement.

$$\hat{L}_3 = \sqrt{\Gamma_3} \sigma_z = \sqrt{\Gamma_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

L'équation de Lindblad 1.1 devient alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & \rho_{11} \end{pmatrix} &= i\omega_0 \begin{pmatrix} 0 & \rho_{01} \\ -\rho_{10} & 0 \end{pmatrix} + \Gamma_1 \begin{pmatrix} \rho_{11} & -1/2\rho_{01} \\ -1/2\rho_{10} & -\rho_{11} \end{pmatrix} \\ &+ \Gamma_2 \begin{pmatrix} -\rho_{00} & -1/2\rho_{01} \\ -1/2\rho_{10} & \rho_{00} \end{pmatrix} + \Gamma_3 \begin{pmatrix} 0 & -2\rho_{01} \\ -2\rho_{10} & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Les quatre solutions se calculent analytiquement :

$$\begin{aligned}
\rho_{00}(t) &= \rho_{00}^{eq} + (\rho_{00}(0) - \rho_{00}^{eq})e^{-t/T_1} \\
\rho_{01}(t) &= \rho_{01}(0)e^{(i\omega_0 - 1/T_2)t} \\
\rho_{10}(t) &= \rho_{10}(0)e^{(-i\omega_0 - 1/T_2)t} \\
\rho_{11}(t) &= \rho_{11}^{eq} + (\rho_{11}(0) - \rho_{11}^{eq})e^{-t/T_1}
\end{aligned} \tag{1.7}$$

dans lesquelles on retrouve les populations d'équilibre des deux états ρ_{00}^{eq} et ρ_{11}^{eq} qui satisfont $\Gamma_1\rho_{11}^{eq} = \Gamma_2\rho_{00}^{eq}$ et les temps de relaxation T_1 et T_2 :

$$\begin{aligned}
1/T_1 &= \Gamma_1 + \Gamma_2 \\
1/T_2 &= 2\Gamma_3 + \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{2}
\end{aligned} \tag{1.8}$$

On peut remarquer qu'en l'absence de phénomène de dépolarisation pure, on s'attend à ce que $T_2 = 2T_1$. Au contraire, dès lors que les processus de déphasage pure dominant, T_2 va devenir beaucoup plus court que T_1 .

Remarques

Le système d'équations 1.7 contient les mêmes informations que les équations de Bloch mais sous une forme différente. Pour revenir à la forme commune des équations de Bloch, il faut en premier lieu introduire le vecteur de Bloch $\vec{\alpha}$ et redéfinir la matrice densité comme :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{1}} + \vec{\alpha} \cdot \vec{\sigma}) \tag{1.9}$$

dans cette définition le vecteur $\vec{\sigma}$ a pour trois composantes les trois opérateurs de Pauli et $\hat{\mathbf{1}}$ est l'opérateur identité. Les états propres de cet opérateur $\hat{\rho}$ sont alors $(1 \pm |\vec{\alpha}|)/2$ qui ne sont physiques que si $0 \leq |\vec{\alpha}| \leq 1$. Ce qui conduit à une représentation de la matrice densité sous la forme d'une sphère de Bloch dans laquelle une densité de probabilité peut être représentée par un vecteur $\vec{\alpha}$. Le centre de la sphère ($\vec{\alpha} = \vec{0}$) correspond à une matrice densité complètement désordonnée $\hat{\rho} = 1/2\hat{\mathbf{1}}$. La surface de la sphère ($|\vec{\alpha}| = 1$) correspond à un état pur avec différentes orientations du spin. La direction du vecteur $\vec{\alpha}$ correspond à la direction du spin que l'on s'attend à mesurer.

Une fois la matrice densité exprimée sous la forme 1.9, on peut refaire le même raisonnement que plus haut qui nous donne comme système à la place de 1.6 :

$$\begin{aligned}
\frac{d\alpha_x}{dt} &= -\omega_0\alpha_y - \frac{\alpha_x}{T_2} \\
\frac{d\alpha_y}{dt} &= \omega_0\alpha_x - \frac{\alpha_y}{T_2} \\
\frac{d\alpha_z}{dt} &= -\frac{\alpha_z - \alpha_z^{eq}}{T_1}
\end{aligned} \tag{1.10}$$

dans lequel on retrouve α_z^{eq} , la polarisation d'équilibre. Ces équations mettent mieux en évidence la précession libre autour de l'axe z et la relaxation vers l'état d'équilibre.

De ces équations, on peut directement écrire les équations de Bloch qui correspondent à leur limite classique.

2. La fonction de l'ajustement du temps de relaxation

Dans le cas de l'étude de la mesure du temps de relaxation dans le noir de la polarisation, il est possible de résoudre le système 2.27. En effet, dans ce cas, en annulant tous les processus impliquant le pompage optique et les dépolarisations radiatives (ayant lieu uniquement en présence de la lumière de pompage), le système se simplifie :

$$\begin{cases} \frac{dN_g^-}{dt} = -N_g^- \frac{1}{2T_R} + N_g^+ \frac{1}{2T_R} + N_e^+ \frac{2}{3\tau} + N_e^- \frac{1}{3\tau} + \Gamma_0/2 \\ \frac{dN_g^+}{dt} = -N_g^+ \frac{1}{2T_R} + N_g^- \frac{1}{2T_R} + N_e^- \frac{2}{3\tau} + N_e^+ \frac{1}{3\tau} + \Gamma_0/2 \\ \frac{dN_e^-}{dt} = -N_e^- \frac{1}{3\tau} - N_e^- \frac{2}{3\tau} \\ \frac{dN_e^+}{dt} = -N_e^+ \frac{2}{3\tau} - N_e^+ \frac{1}{3\tau} \end{cases} \quad (2.1)$$

On remarque que les états excités ne sont alors plus re-peuplés et que leur population décroît très vite ($\tau \approx 1 \cdot 10^{-7}$ s). On peut donc écrire que $N_e^+ = N_e^- = 0$ ce qui simplifie encore le système précédent :

$$\begin{cases} \frac{dN_g^-}{dt} = -N_g^- \frac{1}{2T_R} + N_g^+ \frac{1}{2T_R} + \Gamma_0/2 \\ \frac{dN_g^+}{dt} = -N_g^+ \frac{1}{2T_R} + N_g^- \frac{1}{2T_R} + \Gamma_0/2 \end{cases} \quad (2.2)$$

En introduisant $n = N_g^+ - N_g^-$ on se ramène à une seule et unique équation :

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{T_R} \quad (2.3)$$

Pour introduire $p = n/(N_g^+ + N_g^-) = n/N$, la polarisation de la vapeur, il faut tenir compte des deux termes de la dérivée : $\frac{dp}{dt} = \frac{1}{N} \frac{dn}{dt} - \frac{p}{N} \frac{dN}{dt} = \frac{1}{N} \frac{dn}{dt} - \frac{p}{t}$. On peut alors écrire :

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{T_R} - \frac{p}{t}. \quad (2.4)$$

Cette équation a pour solution :

$$p(t) = P_{max} \frac{e^{(t_0-t)/T_R t_0}}{t} \quad (2.5)$$

où T_R est le temps de relaxation de la polarisation, P_{max} est la polarisation initiale et t_0 est introduit pour éviter la divergence mathématique en $t = 0$ en posant $p(t_0) = P_{max}$.

On peut interpréter t_0 comme le début de la période pendant laquelle on effectue le pompage optique donc $t_0 = T_{pol}$. D'autre part, le temps t de l'expression 2.5 n'est autre que le temps pendant lequel la dépolarisation a lieu, autrement dit, T_{nuit} si l'origine des temps est T_{pol} mais en mettant l'origine du temps au début du pompage optique, on doit remplacer t par $T_{nuit} + T_{pol}$.

Ceci nous conduit à l'expression suivante :

$$\begin{aligned} p(T_{nuit} + T_{pol}) &= P_{max} e^{(T_{pol} - (T_{nuit} + T_{pol}))/T_R} \frac{T_{pol}}{(T_{nuit} + T_{pol})} \\ &= P_{max} e^{-T_{nuit}/T_R} \frac{T_{pol}}{(T_{nuit} + T_{pol})}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Cette expression a deux paramètres libres, P_{max} et T_R , qu'il est possible d'ajuster.

Remarque

On suppose que $p(T_{pol}) = P_{max}$ quel que soit T_{pol} . Expérimentalement ceci est vérifié sur une certaine gamme de temps. On observe en particulier cela sur la figure 2.7 sous la forme d'un plateau de la valeur de la polarisation.

3. Les sections efficaces de photo-absorption

3.1 La section efficace résonnante

L'expression générale pour la section efficace de photo-absorption d'une radiation de pulsation ω est [86] :

$$\sigma(\omega) = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \left[\frac{\gamma^2/4}{(\omega - \omega'_0)^2 + \gamma^2/4} \right] \quad (3.1)$$

avec ω'_0 la pulsation centrale pour l'atome absorbant (cette pulsation peut être décalée par effet Doppler), $\gamma = R_B 1/\tau$ le taux de décroissance de l'état excité du mercure ^{199}Hg corrigé du rapport de branchement R_B de la décroissance radiative et λ la longueur d'onde de la radiation. Comme les atomes ont différentes vitesses, la section efficace moyenne sur tout le spectre des vitesses est :

$$\sigma(\omega) = \int_0^\infty \frac{3\lambda^2}{2\pi} \left[\frac{\gamma^2/4}{(\omega - \omega'_0)^2 + \gamma^2/4} \right] p(\omega'_0) d\omega'_0 \quad (3.2)$$

ici $p(\omega'_0)$ est la probabilité qu'un atome ait comme pulsation centrale ω'_0 .

L'expression de $p(\omega_0)$ est connue [86], car le processus associé à ce spectre est l'effet Doppler qui relie le changement de la fréquence observée d'une onde à la vitesse relative de l'onde par rapport à l'observateur.

$$p(\omega) = \frac{2}{\sqrt{\pi}\Delta} \exp\left(-4\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\Delta^2}\right) \quad (3.3)$$

Dans cette expression on retrouve Δ , la largeur Doppler [86] qui vaut :

$$\Delta = 2\omega_0 \sqrt{\frac{2k_B T}{Mc^2}} = 7.16 \times 10^{-7} \omega_0 \sqrt{\frac{T}{A}} \quad (3.4)$$

où A est le nombre de masse, et M la masse de l'atome.

Les expressions précédentes 3.3 et 3.4 sont générales. Dans le cas du mercure ^{199}Hg à une température de 294 K, la largeur Doppler est de $\Delta_c = 1040$ MHz et

$$p_c(\omega) = \frac{2}{\sqrt{\pi}\Delta_c} \exp\left(-4\frac{(\omega - \omega_{0,c})^2}{\Delta_c^2}\right) \quad (3.5)$$

où est introduit l'indice c pour indiquer que les quantités sont relatives à l'atome cible.

En remarquant que l'expression 3.1 est une fonction de Lorentz de largeur $\gamma = 1$ MHz alors que le spectre des vitesses est une distribution Doppler dont la largeur est $\Delta \approx 1000$ MHz, on va pouvoir faire l'approximation que la fonction de Lorentz est une distribution δ . Dans ce cas on a :

$$\sigma(\omega) = p_c(\omega) \int_0^\infty \frac{3\gamma^3}{2\pi} \left[\frac{\gamma^2/4}{(\omega - \omega'_0)^2 + \gamma^2/4} \right] d\omega'_0 \approx p_c(\omega) \frac{3\lambda^2}{4} \gamma \quad (3.6)$$

En combinant les équations 3.5 et 3.6 on obtient l'expression de la section efficace d'absorption d'une radiation de pulsation ω alors que la pulsation résonnante pour l'atome est $\omega_{0,c}$. Cette section efficace est maximale quand $\omega = \omega_{0,c}$ et vaut :

$$\sigma(\omega_{0,c}) = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{\gamma}{\Delta_c} \sqrt{\pi} = 4 \times 10^{-17} \text{ m}^2. \quad (3.7)$$

C'est ce que l'on appelle la section efficace résonnante. Dans cette valeur on a pris en compte l'effet Doppler dû au mouvement des atomes absorbant la radiation. Il reste à moyenner cela sur le spectre d'émission qui lui, va dépendre de l'effet Doppler lié au mouvement des atomes émetteurs. Ce calcul nous donne la valeur de la section efficace effective. Il est décrit dans la section suivante.

3.2 Les sections efficaces effectives

Le spectre d'émission $p_e(\omega)$ des atomes de mercure ^{204}Hg (atomes émetteurs d'où l'indice e) est un spectre Doppler à la température de 313 K (température à laquelle on chauffe l'ampoule contenant le mercure ^{204}Hg).

$$p_e(\omega) = \frac{2}{\sqrt{\pi}\Delta_e} \exp\left(-4\frac{(\omega - \omega_{0,e})^2}{\Delta_e^2}\right) \quad (3.8)$$

La section efficace effective est donc la section efficace intégrée sur tout le spectre d'émission :

$$\begin{aligned} \sigma_{eff} &= \int_0^\infty \sigma(\omega) p_e(\omega) d\omega \\ &= \int_0^\infty \sigma(\omega_0) \exp\left(-4\frac{(\omega - \omega_{0,c})^2}{\Delta_c^2}\right) \frac{2}{\sqrt{\pi}\Delta_e} \exp\left(-4\frac{(\omega - \omega_{0,e})^2}{\Delta_e^2}\right) d\omega \\ &= \sigma(\omega_0) IR \end{aligned} \quad (3.9)$$

où IR est l'intégrale de recouvrement entre le spectre Doppler des atomes absorbant la radiation et le spectre Doppler des atomes émettant la radiation. Cette intégrale se calcule analytiquement et vaut :

$$IR = \frac{1}{\alpha^2 + 1} \exp\left(-4\beta \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{(\alpha^2 + 1)}\right)\right) \quad (3.10)$$

dans laquelle les deux constantes sont :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\Delta_e}{\Delta_c} \\ \beta &= \frac{\omega_{0,e} - \omega_{0,c}}{\Delta_c}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

On va en fait pouvoir calculer deux sections efficaces :

- la section efficace mise en jeu lors du pompage optique, $\sigma(204 \rightarrow 199)$ alors que la lumière est émise par des atomes de mercure ^{204}Hg maintenus à 40° .
- la section efficace mise en jeu lors de la dépolarisation radiative, $\sigma(199 \rightarrow 199)$ alors que la lumière est émise par des atomes de mercure ^{199}Hg maintenus à 21° .

Le calcul de $\sigma(204 \rightarrow 199) = \sigma(\omega_0)IR(204 \rightarrow 199)$ fait intervenir $\alpha(204 \rightarrow 199) = 1.021$ et $\beta(204 \rightarrow 199) = 0.097$ de façon que $IR(204 \rightarrow 199) = 0.66$. Le calcul de $\sigma(199 \rightarrow 199)$ lui, fait intervenir $\alpha(199 \rightarrow 199) = 1.000$ et $\beta(199 \rightarrow 199) = 0.000$ ainsi, $IR(199 \rightarrow 199) = 0.71$. On est alors en mesure de calculer les deux sections efficaces importantes de ce modèle :

$$\sigma(204 \rightarrow 199) = 2.64 \times 10^{-17} \text{ m}^2. \quad (3.12)$$

$$\sigma(199 \rightarrow 199) = 2.84 \times 10^{-17} \text{ m}^2. \quad (3.13)$$

4. Résumé de toutes les données de mesure du moment électrique dipolaire du neutron

Cette annexe a pour but d'être un outil de travail à la disposition des autres analyses qui pourraient être faites avec ces données. Les points essentiels sont discutés dans le corps du texte où ces données apparaissent dans des graphiques.

La position dans les tableaux des six configurations magnétiques est similaire à celle qu'elles occupent dans la figure 1.2. En particulier, les configurations prises lorsque le champ magnétique pointe vers le haut sont en bas et celles prises lorsque le champ magnétique pointe vers le bas sont en haut.

Temps de précession : 30 s.

$B_0 \downarrow$	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
d_{mes}			
R			
Nombre points			
χ^2			
$B_0 \uparrow$	Configuration 4	Configuration 5	Configuration 6
$d_{\text{mes}} (10^{-25} \text{ ecm})$	(0.5 ± 13.7)	(-0.5 ± 20.8)	(19.2 ± 19.6)
R	3.8424599(7)	3.842564(1)	3.842385(1)
Nombre points	152	68	79
χ^2	0.84	0.66	0.93

Temps de précession : 40 s.

$B_0 \downarrow$	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
d_{mes}			
R			
Nombre points			
χ^2			
$B_0 \uparrow$	Configuration 4	Configuration 5	Configuration 6
$d_{\text{mes}} (10^{-25} \text{ ecm})$			(24.0 ± 24.0)
R			3.842385(1)
Nombre points			39
χ^2			1.09

Temps de précession : 70 s.

$B_0 \downarrow$	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
d_{mes}			
R			
Nombre points			
χ^2			
$B_0 \uparrow$	Configuration 4	Configuration 5	Configuration 6
$d_{\text{mes}} (10^{-25} \text{ ecm})$			(29.9 ± 19.6)
R			3.842381(1)
Nombre points			37
χ^2			0.86

Temps de précession : 130 s.

$B_0 \downarrow$	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
d_{mes}	(-11.4 ± 3.8)	(2.6 ± 3.8)	(-2.5 ± 4.0)
R	3.8424805(2)	3.8425505(4)	3.8423794(2)
Nombre points	444	624	499
χ^2	1.13	1.08	1.18
$B_0 \uparrow$	Configuration 4	Configuration 5	Configuration 6
$d_{\text{mes}} (10^{-25} \text{ ecm})$	(10.5 ± 6.6)	(16.6 ± 17.7)	(13.6 ± 11.8)
R	3.8424494(3)	3.8425505(5)	3.8423820(5)
Nombre points	282	135	127
χ^2	1.27	0.94	0.89

Temps de précession : 230 s.

$B_0 \downarrow$	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
d_{mes}			
R			
Nombre points			
χ^2			
$B_0 \uparrow$	Configuration 4	Configuration 5	Configuration 6
$d_{\text{mes}} (10^{-25} \text{ ecm})$	(4.0 ± 8.6)	(-16.9 ± 15.0)	(12.8 ± 23.3)
R	3.8424479(5)	3.8425512(8)	3.842378(1)
Nombre points	136	65	61
χ^2	0.86	0.76	1.12

Toutes les données cumulées (ces tableaux correspondent donc à la figure 1.2) :

$B_0 \downarrow$	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
d_{mes}	(-11.4 ± 3.8)	(2.6 ± 3.8)	(-2.5 ± 4.0)
R	3.8424805(2)	3.8425505(4)	3.8423794(2)
Nombre points	444	624	499
χ^2	1.13	1.08	1.18
$B_0 \uparrow$	Configuration 4	Configuration 5	Configuration 6
$d_{\text{mes}} (10^{-25} \text{ ecm})$	(5.2 ± 4.9)	(3.5 ± 8.4)	(18.3 ± 7.9)
R	3.8424500(2)	3.8425521(4)	3.8423823(4)
Nombre points	572	270	437
χ^2	1.44	1.22	1.00

Bibliographie

- [1] P.J. Mohr et B. N. Taylor, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 1 (2005).
- [2] C.A. Baker *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 131801 (2006).
- [3] E.M. Purcell et N.F. Ramsey, *Phys. Rev.* **78**, 807 (1950).
- [4] J.H. Smith, E.M. Purcell et N.F. Ramsey, *Phys. Rev.* **108**, 120 (1957).
- [5] T.D. Lee et C.N. Yang, *Phys. Rev.* **104**, 254 (1956).
- [6] C.S. Wu *et al*, *Phys. Rev.* **105**, 1413 (1957).
- [7] L. Landau, *Nucl. Phys.* **3**, 127 (1957).
- [8] N.F. Ramsey, *Phys. Rev.* **109**, 225 (1958).
- [9] J.H. Christenson *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 138 (1964).
- [10] S. Dar, arXiv :hep-ph/0008248 (2000).
- [11] E. Shintani *et al*, *Phys. Rev. D* **97**, 14503 (2008).
- [12] R.D. Peccei et H.R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977).
- [13] P. Sikivie, AIP Conf. Proc. **805**, 23 (2005).
- [14] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 531 (1963).
- [15] M. Kobayashi et T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49**, 652 (1973).
- [16] E.P. Shabalín, *Sov. J. Nucl. Phys.* **28**, 75 (1978).
- [17] M.Pospelov *et al*, *Annals Phys.* **318**, 119 (2005).
- [18] A. Czarnecki et B. Krause, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4339 (1997).
- [19] D.V. Nanopoulos *et al*, *Phys. Lett. B* **87**, 53 (1979).
- [20] A.D. Sakharov, *JETP Lett.* **5**, 24 (1967).
- [21] E. Kolb et M. Turner, *The Early Universe*, Addison Wesley (1993).
- [22] Ya.B. Zeldovich et I.D. Novikov, *The Structure and Evolution of the Universe* The University of Chicago Press, Chicago and London, (1983).
- [23] LEP Higgs Working Group for Higgs bosons searches, OPAL, ALEPH, DELPHI and L3 Collaborations, *Phys. Lett. B* **565**, 61 (2003).
- [24] L.I. Schiff, *Phys. Rev.* **132**, 2194 (1963).
- [25] W. Ketterle et N.J. van Druten, *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, édité par B. Bederson et H. Walther (Academic Press, San Diego, 1996).
- [26] B.C. Regan *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 71805 (2002).
- [27] V.F. Dmitriev et R.A. Sen'kov, *Phys. Rev. Lett.* **91** 212303 (2003).
- [28] N.F. Ramsey, *Phys. Rev.* **76**, 996 (1949).
N.F. Ramsey, *Phys. Rev.* **78**, 695 (1950).
- [29] J. Chadwick, *Proc. Roy. Soc. A* **136**, 692 (1932).
- [30] E. Fermi, *Ricerca Scientifica* **7**, 13 (1936).
- [31] R. Golub, D. Richardson, et S.K. Lamoreaux, *Ultra-cold Neutrons*, Adam Hilger (1991).

- [32] V.K. Ignatovich, *The Physics of Ultracold Neutrons*, Clarendon Press, Oxford, UK (1990).
- [33] V. V. Nesvizhevsky *et al.*, *Nature*, **415**, 297 (2002).
- [34] V. V. Nesvizhevsky *et al.*, *Nucl. Instrum. Meth.*, **A 578**, 435 (2007).
- [35] J.M. Carpenter *Nucl. Instrum. Methods* **145**, 91 (1977).
- [36] M. Wohlmuther et G. Heidenreich, *Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res.* **A 564**, 51 (2006).
- [37] R. Golub et J.M. Pendlebury *Phys. Lett.* **A 62**, 5 (1977).
- [38] S.N. Balashov *et al.*, arXiv :0709.2428 [hep-ex].
- [39] T.M. Ito, *J. Phys. Conf. Ser.* **69**, 012037 (2007).
- [40] A. Steyerl, *Nucl. Instrum. Methods* **125**, 461 (1975).
- [41] M. Kuzniak, *The neutron electric dipole moment experiment : Reseach and development for the new spectrometer*. Thèse de l'université de Cracovie (2008).
- [42] K. Bodek, *et al.*, *Nucl. Instrum. Meth.*, **A 597**, 222 (2008).
- [43] G. Rogel, *à paraître*, Thèse de l'université de Caen (2009).
- [44] J.M. Pendlebury et D.J. Richardson, *Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res.* **A 337**, 504 (1993).
- [45] I.I. Rabi *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **26**, 167 (1954).
- [46] B. Cagnac, *Orientation nucléaire par pompage optique des isotopes impairs du mercure*, Thèse de la faculté des sciences de l'Université de Paris (1960).
B. Cagnac, *Ann. de Phys.* **6**, 467 (1960).
- [47] S. Groeger, A.S. Pazgalev, A. Weis, *Appl. Phys* **B 80**, 6 (2005).
- [48] M.A. Bouchiat et J. Brossel, *Phys. Rev.* **147**, 4154 (1966).
- [49] E.B. Alexandrov et V.A. Bonch-Bruevich, *Opt. Eng.*, **31**, 711717 (1992).
- [50] S. Groeger, *Laser-pumped cesium magnetometers for the PSI-nEDM experiment*. Thèse de l'université de Fribourg, Suisse (2005).
- [51] F. Bloch, *Phys. Rev.* **70**, 460 (1946).
- [52] G.D. Cates *et al.*, *Phys. Rev.* **A 37**, 2877 (1988).
- [53] J.M. Pendlebury *et al.*, *Phys. Rev.* **A 70**, 032102 (2004).
- [54] D.J.R. May, *A high precision comparison of the gyromagnetic ratios of the ^{199}Hg atom and the neutron*. Thèse de l'université de Sussex, Angleterre (1998).
- [55] C.L. Bohler et D.D. McGregor, *Phys. Rev.* **A 49**, 2755 (1993).
- [56] K. Green *et al.*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 404**, 381 (1998).
- [57] K. Protassov, *Analyse statistique des données expérimentales*, Edp Sciences, Grenoble (2008).
- [58] Y. Chibane *et al.*, *Meas. Sci. Technol.* **6**, 11671 (1995).
- [59] S.O. Flyckt et C. Marmonier, *Photomultiplier tubes, Principles and applications*, Photonis (2002).
- [60] *Numerical Recipes, Third Edition*, Cambridge University Press (2007).
- [61] Y. Chibane, *A new magnetometer for the neutron EDM experiment*, Thèse de l'Université de Sussex (1990).

- [62] D. Budker, D. Kimball et D. DeMille, *Atomic physics : an exploration through problems and solutions, 2nd ed.*, Oxford University Press, New York (2008).
- [63] M. Pendlebury, *communication privée*.
- [64] Y. Sallaz-Damaz, *Un imageur Cherenkov pour la mesure de charge du rayonnement cosmique nucléaire*, Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble (2008).
- [65] W. Steckelmacher, *Vacuum* **16**, 561 (1966).
- [66] W.C. Griffith *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 101601 (2009).
- [67] J.M. Pendlebury *et al*, *Phys. Rev.* **A 70** 032102 (2004).
- [68] N.F. Ramsey, *Phys. Rev.* **100**, 1191 (1955).
- [69] F. Bloch et A. Siegert, *Phys. Rev.* **57**, 522 (1940).
- [70] S.K. Lamoreaux et R. Golub, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 149101 (2007).
- [71] A. Kneck, *à paraître*, Thèse de l'université de Zurich (2009).
- [72] G. Zsigmond, *communication privée*.
- [73] I. Altarev *et al*, *à paraître dans Phys. Rev. Lett.* (2009).
- [74] V. A. Kostelecky et R. Potting, *Phys. Lett.* **B 381**, 89 (1996).
- [75] D. Colladay et V. A. Kostelecky, *Phys. Rev.* **D 55**, 6760 (1997).
- [76] D. Colladay et V. A. Kostelecky, *Phys. Rev.* **D 58**, 116002 (1998).
- [77] G. Pignol *Préparation de l'expérience GRANIT et recherche de nouvelles interactions avec les neutrons*, Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble (2009).
- [78] C. J. Berglund *et al*, *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 1879 (1995).
- [79] D. Bear *et al*, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 5038 (2000).
- [80] C. Cohen-Tannoudji, *Annales de Physique*, **7**, 423 (1962).
- [81] D. F. Phillips *et al*, *Phys. Rev.*, **D 63**, 111101(R) (2001).
- [82] B. R. Heckel *et al*, *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 021603 (2006).
- [83] G. W. Bennett *et al* [Muon (g-2) Collaboration], *Phys. Rev. Lett.*, **100**, 091602 (2008).
- [84] V. A. Kostelecky et C. D. Lane, *Phys. Rev.* **D 60**, 116010 (1999).
- [85] H.P. Breuer et F. Petruccione, *The theory of open quantum systems*, Oxford (2002).
- [86] A. Corney, *Atomic and Laser spectroscopy*, Clarendon Press, Oxford (1977).