



**HAL**  
open science

# MODELISATION D'UN PROPULSEUR A PLASMA STATIONNAIRE POUR SATELLITES

Laurent Garrigues

► **To cite this version:**

Laurent Garrigues. MODELISATION D'UN PROPULSEUR A PLASMA STATIONNAIRE POUR SATELLITES. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1998. Français. NNT: . tel-00440015

**HAL Id: tel-00440015**

**<https://theses.hal.science/tel-00440015>**

Submitted on 9 Dec 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 3115

# **THESE**

présentée devant

**L'UNIVERSITE PAUL SABATIER**

en vue de l'obtention du grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PAUL SABATIER**

**Spécialité : *PHYSIQUE DES PLASMAS DE DECHARGE***

par

**Laurent GARRIGUES**

## **MODELISATION D'UN PROPULSEUR A PLASMA STATIONNAIRE POUR SATELLITES**

Soutenu le **28 Octobre 1998** devant la Commission d'Examen :

**H. BRUNET**, Professeur, Université Paul Sabatier - Toulouse

***Président***

**J.C. ADAM**, Directeur de Recherche CNRS, Ecole Polytechnique - Palaiseau

***Rapporteurs***

**M. DUDECK**, Professeur, Laboratoire d'Aérodynamique - Meudon

**J.P. BOEUF**, Directeur de Recherche CNRS, Université Paul Sabatier - Toulouse

***Examineurs***

**J. BRETAGNE**, Directeur de Recherche CNRS, Université Paris-Sud - Orsay

**A. CADIOU**, Chef du Département Propulsion, Pyrotechnie et Propreté, CNES - Toulouse

**A. GLEIZES**, Directeur de Recherche CNRS, Université Paul Sabatier - Toulouse

**M. LYSZYK**, Chef de Projet, SEP division SNECMA - Melun

*Tables des Matières*

**INTRODUCTION GENERALE ..... 8**

**CHAPITRE I**

**GENERALITES SUR LA PROPULSION ELECTRIQUE ..... 12**

I-1 INTRODUCTION ..... 13

I-2 DEFINITIONS DES PRINCIPALES NOTIONS UTILISEES EN  
PROPULSION..... 14

I-2-1 La poussée ..... 14

I-2-2 L'impulsion spécifique ..... 14

I-2-3 L'efficacité..... 16

I-3 LES PRINCIPAUX TYPES DE PROPULSEURS ELECTRIQUES..... 16

I-3-1 Les propulseurs électrothermiques..... 16

a) Les propulseurs électrothermiques à hydrazine (EHT) ..... 16

b) Les propulseurs à arc électrique (AT) ..... 17

I-3-2 Les propulseurs électromagnétiques ..... 19

a) Les propulseurs magnéto-plasma-dynamique (MPD)..... 19

b) Les propulseurs à plasma pulsé (PPT)..... 20

I-3-3 Les propulseurs électrostatiques..... 22

a) Les propulseurs ioniques ..... 22

b) Les propulseurs avec une chute anodique (ALT)..... 23

I-4 LES PROPULSEURS A PLASMA STATIONNAIRE (SPT)..... 24

I-4-1 Historique..... 24

I-4-2 Fonctionnement..... 25

I-4-3 Caractéristiques ..... 26

I-5 CONCLUSION..... 30

**CHAPITRE II**

**INFLUENCE DU TRANSPORT ELECTRONIQUE SUR LA CONDUCTIVITE  
AXIALE ..... 32**

II-1 INTRODUCTION .....	33
II-2 CONDUCTIVITE EN CHAMPS ELECTRIQUE ET MAGNETIQUE CROISES.....	34
II-3 DESCRIPTION DE LA SIMULATION MONTE CARLO.....	37
II-3-1 Intégration des trajectoires électroniques-schéma du leap-frog.....	38
II-3-2 Données de base et conditions aux limites .....	40
a) Collisions électron-xénon .....	40
b) Collisions électron-ion.....	41
c) Emission électronique secondaire aux parois .....	42
II-3-3 Simulation des collisions électron-lourd.....	43
II-3-4 Simulations des collisions électron-paroi .....	43
a) Prise en compte de la gaine.....	43
b) Réflexion miroir ou spéculaire .....	45
c) Réflexion avec diffusion angulaire .....	46
d) Influence de la forme du champ magnétique.....	46
II-3-5 Simulation des fluctuations de type Bohm .....	47
II-4 DESCRIPTION DU MODELE DE DIFFUSION .....	48
II-4-1 Prise en compte des interactions electron-paroi.....	49
II-4-2 Prise en compte des collisions en volume .....	49
II-5 RESULTATS.....	50
II-5-1 Vitesse de dérive axiale en champs constants.....	50
II-5-2 Prise en compte de l'émission secondaire électronique et de l'attachement aux parois .....	54
II-5-3 Influence des collisions électron-xénon.....	59
II-5-4 Influence de l'hypothèse des fluctuations de type Bohm .....	63
II-6 CONCLUSION.....	65

## **CHAPITRE III**

### **DESCRIPTION DU MODELE 1D-1V QUASINEUTRE TRANSITOIRE..... 67**

III-1 INTRODUCTION .....	68
III-2 DESCRIPTION DU MODELE PHYSIQUE .....	68

III-2-1 Choix du modèle.....	69
a) Hypothèse de quasi-neutralité.....	69
b) Equations de transport des particules : modèle hybride .....	70
c) Ionisation.....	71
III-2-2 Principes du modèle.....	71
III-2-3 Définition et équations du modèle.....	72
a) Equation de transport ionique .....	72
b) Equation de continuité pour les neutres.....	74
c) Equations de continuité et de transfert de quantité de mouvement électronique .....	74
d) Equation d'énergie électronique.....	77
e) Taux et fréquences des processus inélastiques .....	79
f) Champ électrique et conditions aux limites .....	80
III-3 RESOLUTION DE L'EQUATION DE VLASOV .....	82
III-3-1 Méthodes fluides.....	82
a) Schéma Upwind .....	82
b) Méthode MUSCL .....	84
III-3-2 Description de la méthode Particulaire Monte Carlo .....	85
III-4 VALIDATION DE L'HYPOTHESE DE QUASINEUTRALITE.....	85
III-5 AUTRES MODELES ET PERSPECTIVES.....	87
III-5-1 Bref aperçu des modèles développés .....	87
III-5-2 Modèle hybride 2d stationnaire quasineutre .....	88
III-6 RESUME DES HYPOTHESES ET PERPECTIVES.....	92

## CHAPITRE IV

### CARACTERISATION DU PLASMA ET DES OSCILLATIONS..... 94

IV-1 INTRODUCTION.....	95
IV-2 CONDITIONS DU CALCUL.....	96
IV-2-1 Dimensions des moteurs étudiés .....	96
IV-2-2 Profils du champ magnétique.....	97
IV-3 CARACTERISTIQUES COURANT-TENSION .....	98
IV-3-1 Caractéristiques courant-tension dans le cas du spt100 .....	98
IV-3-2 Caractéristiques courant-tension dans le cas du spt50 .....	100

IV-4 PROPRIETES DU PLASMA .....	101
IV-4-1 Profils caractéristiques calculés .....	101
IV-4-2 Comparaison avec les résultats expérimentaux.....	102
IV-5 OSCILLATIONS BASSES FREQUENCES .....	105
IV-5-1 Description des oscillations.....	105
IV-5-2 Comparaisons avec les résultats expérimentaux .....	110
IV-5-3 Comparaisons calculs-expériences dans le cas du spt50.....	113
IV-6 INLUENCE DU DEBIT DE XENON A L'ANODE .....	114
IV-6-1 Caractéristiques courant-débit pour le spt100.....	114
IV-6-2 Caractéristique courant-débit pour le spt50 .....	115
IV-6-3 Influence du débit sur les oscillations basses frequences pour un spt100.....	116
IV-6-4 Comparaisons calculs-expériences pour le spt50.....	117
IV-7 INFLUENCE DE L'INTENSITE DU CHAMP MAGNETIQUE ET DE SA DISTRIBUTION SPATIALE.....	118
IV-7-1 Intensité du champ magnétique.....	118
a) Calculs pour plusieurs valeurs de $B_0$ .....	119
b) Résultats trouvés dans la littérature .....	121
IV-7-2 Distribution du champ magnétique .....	122
a) Caractéristique courant-champ magnétique pour le SPT100.....	123
b) Comparaisons avec les résultats obtenus à l'aide du modèle PIC sur le SPT100 bis .....	126
IV-8 INFLUENCE DES HYPOTHESES SUR LA CONDUCTIVITE PARIETALE OU LA CONDUCTIVITE DU TYPE BOHM .....	135
IV-8-1 Paramètres caractérisant la conductivité pariétale.....	135
IV-8-2 Conductivité de type bohm .....	136
IV-9 CONCLUSION .....	137

## **CHAPITRE V**

### **CARACTERISATION DES PERFORMANCES DU MOTEUR ET DU FAISCEAU D'IONS..... 140**

V-1 INTRODUCTION.....	141
V-2 PERFORMANCES DU MOTEUR .....	141

V-2-1 Impulsion spécifique-poussée-efficacité du spt100.....	142
a) Influence de la tension appliquée.....	142
b) Influence du débit de xénon à l'anode.....	144
c) Influence du champ magnétique et de sa distribution axiale .....	145
d) Influence du gaz lourd injecté à l'anode .....	149
V-2-2 Performances du spt50 .....	150
a) Influence de la tension .....	151
b) Influence du débit de xénon.....	152
V-2-3 Influence de la dimension axiale .....	154
V-3 ETUDE DU FAISCEAU D'IONS.....	155
V-3-1 Influence de la méthode numérique sur les caractéristiques courant-tension et les performances du spt100.....	156
a) Caractéristique courant-tension en fonction de la tension.....	156
b) Comparaisons des performances du moteur .....	159
V-3-2 Fonction de distribution du flux d'énergie des ions pour le spt100.....	160
a) Influence de la méthode numérique .....	160
b) Cas des oscillations de faibles amplitudes.....	162
c) Cas des oscillations de plus fortes amplitudes.....	164
V-3-3 Fonction de distribution du flux d'énergie des ions pour le spt50.....	167
V-4 CONCLUSION .....	169
 <b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	 <b>171</b>
 <b>REFERENCES.....</b>	 <b>176</b>
 <b>ANNEXE I</b>	
<b>SIMULATION MONTE CARLO ELECTRONIQUE : PRISE EN COMPTE DES COLLISIONS ELECTRON-LOURD .....</b>	<b>185</b>
 AI-1 PROBABILITE DE COLLISION.....	 186
AI-2 NATURE DE LA COLLISION .....	186
AI-3 VITESSE ET REPARTITION DE L'ENERGIE	

APRES LA COLLISION.....	187
AI-4 PROCEDURE DE STOCKAGE DES ELECTRONS SECONDAIRES .....	189
AI-5 ECHANTILLONNAGE DE LA FDE.....	189

## **ANNEXE II**

<b>METHODE MUSCL 2D SANS TIME-SPLITTING .....</b>	<b>192</b>
---	------------

AII-1 DICRETISATION DE LA FONCTION F .....	193
AII-2 CHOIX DES PENTES.....	195
AII-3 EQUATION DE VLASOV DISCRETISEE .....	196

## **ANNEXE III**

<b>DESCRIPTION DE LA SIMULATION PARTICULAIRE MONTE CARLO DU TRANSPORT DES IONS .....</b>	<b>198</b>
--	------------

AIII-1 TRANSPORT DES IONS .....	199
AIII-2 PRISE EN COMPTE DU TERME SOURCE.....	200
AIII-3 REDUCTION DU TEMPS DE CALCUL .....	202

## **ANNEXE IV**

<b>DISCRETISATION ET COUPLAGE SEMI-IMPLICITE DES EQUATIONS DE TRANSPORT-POISSON .....</b>	<b>204</b>
---	------------

AIV-1 DISCRETISATION DES EQUATIONS DE TRANSPORT .....	205
AIV-2 COUPLAGE SEMI-IMPLICITE DES EQUATIONS DE TRANSPORT-POISSON.....	207
AIV-3 VALIDATION DE L'HYPOTHESE DE QUASINEUTRALITE .....	209

## **ANNEXE V**



**INFLUENCE DES REFLEXIONS AUX PAROIS SUR LE TRANSPORT DES  
NEUTRES DANS LE CANAL ..... 211**

AV-1 INFLUENCE DES REFLEXIONS MIROIRS..... 212

AV-2 INFLUENCE DES REFLEXIONS SEMI-ISOTROPES ..... 213

**ANNEXE VI**

**LOW FREQUENCY OSCILLATIONS IN A STATIONARY PLASMA**

**THRUSTER ..... 215**

---

---

***INTRODUCTION GENERALE***

---

---

*Introduction Générale*

Des propulseurs électriques pour satellites utilisant des plasmas à l'équilibre ou hors équilibre thermodynamique sont étudiés au niveau international depuis plusieurs années. Les moteurs de petites tailles tels que les Propulseurs à Plasma Stationnaire (Stationary Plasma Thruster - SPT) présentent des propriétés intéressantes pour les changements d'orbite basse et les corrections Nord-Sud et Est-Ouest des satellites. Le principe du fonctionnement d'un tel propulseur est basé sur la création d'un plasma hors équilibre stationnaire sous champ magnétique perpendiculaire à l'axe de la décharge qui conduit à la génération d'un faisceau d'ions utilisé pour propulser le satellite. Si les premiers moteurs ont été élaborés en Russie et sont utilisés depuis plus de 20 ans, ils ont été développés de façon très empirique et leur fonctionnement demeure mal compris. Bien des points restent en effet à éclaircir ou à approfondir si l'on veut à terme optimiser les performances de tels propulseurs. Les travaux de cette thèse sont orientés vers la compréhension des phénomènes physiques intervenant dans ces moteurs grâce aux développements de codes numériques particulière, fluide et hybride. Ce travail est d'autant plus d'actualité qu'un projet français doit permettre le lancement en 2000 du satellite STENTOR avec à son bord des propulseurs de type SPT-100 [Ca-1].

La décharge que nous étudions n'est pas une décharge luminescente "classique" en raison de la présence du champ magnétique extérieur qui affecte le transport des électrons dans la direction axiale, ceci afin de permettre une ionisation efficace du gaz lourd injecté (jusqu'à 90%). Très peu d'équipes se sont intéressées de près à la modélisation d'un tel

dispositif tant elle est difficile à réaliser si l'on veut étudier le problème dans sa globalité. Nous avons préféré, pour notre part, découpler les difficultés et utiliser des approches adaptées pour les divers problèmes rencontrés. Nos travaux peuvent se résumer comme suit :

- Un premier aspect a consisté à élaborer un modèle particulière Monte Carlo capable d'apporter des éclaircissements sur le transport des électrons dans le moteur au travers d'une approche microscopique donnant accès à des informations précises sur la forme de la fonction de distribution des électrons. Ces résultats nous permettent d'obtenir une description fine et réaliste de la fonction de distribution des électrons plus difficilement approchable par des descriptions macroscopiques.
- Nous avons été conduits, dans un deuxième temps, à nous intéresser aux caractéristiques électriques et aux performances du moteur. Pour cela, nous avons mis au point un modèle unidimensionnel transitoire permettant de suivre l'évolution de la décharge dans le canal. Comme nous l'avons précisé, notre but n'est pas de reproduire exactement les phénomènes se produisant tant ils sont complexes, mais d'obtenir de bonnes tendances à l'aide d'un outil qui, en formulant certaines hypothèses simplificatrices, permet de conserver un temps de calcul assez faible pour pouvoir réaliser des études sur l'influence des paramètres extérieurs.

Un effort particulier tout au long de cette étude a été mené dans le but de confronter les résultats que nous avons dégagés aux observations expérimentales. Les résultats publiés dans la littérature se sont souvent avérés inexploitable à cause du manque de données précises concernant les paramètres utilisés. Grâce à une étroite collaboration avec les différentes équipes travaillant pour le GDR "Propulsion à Plasma pour Systèmes Orbitaux", nous avons pu nous placer dans des conditions très proches des conditions expérimentales. Nous avons également pu comparer nos résultats à ceux obtenus par d'autres modèles numériques.

La suite du manuscrit est organisée de la manière suivante :

Nous présentons dans le **Chapitre I** les avantages de la propulsion électrique sur la propulsion chimique ainsi que les définitions des principales notions utilisées en propulsion. Une étude bibliographique concernant les principaux types de propulseurs électriques (électrothermiques, électromagnétiques et électrostatiques) est également présentée. L'historique et le rôle grandissant des propulseurs de type SPT sont enfin exposés.

Le **Chapitre II** est consacré à l'étude de l'influence du transport électronique sur la conductivité axiale. Nous décrivons la simulation particulière Monte Carlo non auto-cohérente qui nous a permis d'étudier l'influence des deux hypothèses avancées pour expliquer le courant observé expérimentalement (conductivité pariétale ou diffusion "anormale" de type Bohm). Les résultats obtenus sont comparés à des résultats basés sur une approche macroscopique du transport des électrons développé par P. Degond et V. Latocha.

Un des points importants nous a semblé être la caractérisation et l'évolution temporelle du plasma dans le canal. Le **Chapitre III** détaille les hypothèses simplificatrices et les équations du modèle quasi-neutre transitoire 1D-1V à même de décrire de façon auto-cohérente l'évolution de la décharge. Nous verrons également une validation de l'hypothèse de quasineutralité à l'aide d'un modèle basé sur la résolution des équations de transport des particules chargées (ions et électrons) couplées à l'équation de Poisson dont est tirée le champ électrique.

Le **Chapitre IV** concerne l'étude des oscillations basses fréquences du courant de décharge. Nous proposons un scénario permettant d'expliquer ces oscillations et l'influence de paramètres tels que la tension appliquée, le débit de xénon injecté à l'anode, les profils et les valeurs du champ magnétique en sortie sur la fréquence et l'amplitude de ces oscillations est clairement démontrée.

L'influence des différents paramètres extérieurs sur les performances du moteur est exposée dans le **Chapitre V**. Des études sur les distributions d'ions dans le plan de sortie du propulseur et sur l'influence de la méthode numérique employée pour résoudre l'équation de Vlasov ionique sont également présentées.

Ce travail se termine enfin par une **Conclusion Générale** qui reprend les grandes lignes et qui montre les perspectives de cette étude.

L'ensemble de ces travaux a été réalisé au Centre de Physique des Plasmas et de leurs Applications de Toulouse dans le cadre d'une collaboration contractuelle avec le Groupement de Recherche CNRS/CNES/SEP/ONERA "Propulsion à Plasma pour Systèmes Orbitaux".

---

---

***Chapitre I***

***GENERALITES SUR LA PROPULSION ELECTRIQUE***

---

---

# *I Généralités sur la Propulsion Electrique*

## **I-1 INTRODUCTION**

L'idée d'utiliser des moyens électriques pour propulser des engins spatiaux a été formulée dès 1906 par Robert H. Goddard [Go-1]. Hermann Oberth et Ernst Stuhlinger, durant une période comprise entre 1929 et le début des années 50, montrèrent que des systèmes à propulsion électrique pouvaient être fabriqués et qu'ils offraient des gains substantiels de performance par rapport aux systèmes à propulsion chimique [St-1]. Dès lors, l'étude et l'utilisation des systèmes à propulsion électrique se sont considérablement accrues. Nous pouvons estimer aujourd'hui qu'ils pourront sans doute être embarqués sur des sondes scientifiques explorant le système solaire, comme ils le sont déjà sur des satellites depuis 1972, pour des changements ou des corrections d'orbite [St-2]. Ainsi des programmes d'étude ont été lancés aux Etats-Unis (par la NASA [Cu-1] et l'US Air Force [Sp-1]), en Russie [Bo-1], en France (par l'intermédiaire de la Société Européenne de Propulsion - SEP [Va-1] et du Centre National d'Etudes Spatiales - CNES [Ca-1]).

La propulsion électrique offre un certain nombre d'avantage sur la propulsion conventionnelle chimique, elle permet en particulier d'obtenir de meilleures performances concernant l'impulsion spécifique (rapport de la poussée sur le débit de gaz injecté - nous reviendrons plus en détail sur toutes ces notions dans la première partie de ce chapitre), une meilleure efficacité, une plus grande fiabilité pour des durées de fonctionnement élevées. La masse initiale supplémentaire à embarquer sur l'engin que l'on veut propulser est moins importante dans le cadre de la propulsion électrique, d'où un coût plus réduit. La valeur élevée de l'impulsion spécifique des propulseurs électriques est bien sûr liée à la possibilité d'accélérer les particules chargées (ions positifs) à des vitesses élevées [Bo-2]. Il existe plusieurs types de systèmes à propulsion électrique qui sont regroupés dans trois grandes catégories : les propulseurs électrothermiques (le gaz utilisé pour la propulsion est chauffé électriquement), les propulseurs électromagnétiques (utilisation d'un champ magnétique généré par un arc) et les propulseurs électrostatiques (ions accélérés par un champ électrique). Les deux premières catégories de propulseur ainsi qu'une partie de la troisième sont décrites dans la deuxième partie de ce chapitre. La troisième partie est consacrée à la

description particulière des propulseurs de type SPT (Stationary Plasma Thruster) entrant dans la dernière catégorie et faisant l'objet de toute cette étude.

## I-2 DEFINITIONS DES PRINCIPALES NOTIONS UTILISEES EN PROPULSION

Ce paragraphe va nous permettre de préciser les notions les plus importantes utilisées en propulsion à savoir : *la poussée*, *l'impulsion spécifique* et *l'efficacité*. Ces notions de base sont aussi bien utilisées en propulsion électrique qu'en propulsion chimique.

### I-2-1 LA POUSSEE

L'objectif de tout système de propulsion est d'induire une force de réaction appelée *poussée* dont le but est de propulser l'engin spatial et dont l'expression est donnée par la relation suivante:

$$T = \dot{m} u_s \quad \text{en N} \quad (I.1)$$

où  $\dot{m}$  est le débit de masse du fluide propulsif ionisé, égal au débit de masse du fluide injecté lorsque celui-ci est complètement ionisé, et  $u_s$  est la composante de la vitesse dans la direction de la poussée (que l'on appellera aussi vitesse de sortie).

### I-2-2 L'IMPULSION SPECIFIQUE

La deuxième grandeur caractéristique en propulsion est ce que l'on appelle *l'impulsion spécifique*. Elle représente la durée pendant laquelle le moteur fournirait une poussée de 10 Newtons avec 1 kg de carburant, elle peut se définir comme le rapport de la poussée sur le produit du débit de masse du fluide ionisé par la constante de gravitation à la surface de la terre ( $g=9.8 \text{ m/s}^2$ ) :

$$I_s = \frac{\dot{m} u_s}{\dot{m} g} = \frac{u_s}{g} \quad \text{en s} \quad (I.2)$$

Le tableau I-1 donne un ordre de grandeur des vitesses de sortie obtenues dans le cadre de la propulsion chimique.



<i>Type de combustible</i>	<i>vitesse de sortie (m/s)</i>
Liquide	1700-2900
Solide	2100-3200
Liquide à deux combustibles	2900-4500

Tableau I-1 : Ordres de grandeur des vitesses de sortie obtenues en propulsion chimique [Ja-1].

A titre de comparaison, le tableau I-2 donne un ordre de grandeur des vitesses de sortie obtenues dans le cadre de la propulsion électrique.

<i>Type de propulseur</i>	<i>vitesse de sortie (m/s)</i>
Electrothermiques (Hydrazine)	28000-50000
Electromagnétiques (MHD)	10000-50000
Electrostatiques (SPT)	10000-20000

Tableau I-2 : Ordres de grandeur des vitesses de sortie obtenues en propulsion électrique.

*L'impulsion spécifique* pour les systèmes à propulsion électrique est plus importante, ce qui se traduit par une réduction de la masse à embarquer sur le satellite comme le montre la relation suivante:

$$\Delta m = m_0 \left( 1 - e^{-\frac{v}{g^* I_s}} \right) \quad \text{en kg} \quad (I.3)$$

où  $v$  représente la vitesse nécessaire pour une mission spatiale quelconque (vols interplanétaires, maintiens de satellites sur une orbite, etc. ),  $m_0$  est la masse initiale et  $\Delta m$  la masse consommée au cours d'une manoeuvre d'autant plus faible que l'impulsion spécifique est grande.

### I-2-3 L'EFFICACITE

On définit l'*efficacité* du propulseur comme suit:

$\eta = \frac{T^2}{2m\dot{m}P} \quad \text{en \%} \quad (I.4)$
--

$T$  étant la poussée en newtons,  $\dot{m}$  est le débit exprimé en kg/s et  $P$  la puissance injectée en W.

## I-3 LES PRINCIPAUX TYPES DE PROPULSEURS ELECTRIQUES

Les principaux types de propulseurs utilisés pour la propulsion électrique sont regroupés en trois catégories, nous allons les décrire plus en détail en donnant des indications sur leur fonctionnement, leur caractéristique et leur rôle. Le cas particulier des propulseurs de type SPT sera traité dans la partie suivante. Quelque soit le type de propulseurs utilisés (électrothermique, électromagnétique, électrostatique), 4 propulseurs sont généralement embarqués sur un satellite afin de répartir au mieux la poussée de façon uniforme.

### I-3-1 LES PROPULSEURS ELECTROTHERMIQUES

Les propulseurs électrothermiques se décomposent en deux sous-groupes appelés propulseur électrothermique à hydrazine EHT (Electrothermal Hydrazine Thruster - resistojet) et propulseur à arc électrique AT (Arcjet Thruster).

#### a) Les propulseurs électrothermiques à hydrazine (EHT)

Le fonctionnement des propulseurs électrothermiques à hydrazine est basé sur le principe suivant : le combustible hydrazine est chauffé électriquement par des résistances puis détendu dans une tuyère. Il n'y a pas dans ce cas formation de plasma.

Le tableau I-3 ci-dessous rassemble les principales caractéristiques de propulseur électrothermique fabriqués par OAC pour deux modèles le MR-501 et le MR-502. Il existe déjà 24 satellites utilisant le modèle MR-501 et la firme OAC devrait équiper 60 satellites de plus dès la fin de l'année 1998. Les propulseurs électrothermiques à hydrazine sont utilisés essentiellement pour assurer le contrôle de l'orbite Nord-Sud des satellites géostationnaires (compensation des perturbations lunaires) ainsi que pour certains changements d'orbite.

	<i>Modèle MR-501</i>	<i>Modèle MR-502</i>
Puissance injectée (W)	510	885
Poussée (N)	0.33	0.80
Impulsion spécifique (s)	280	299
Efficacité (%)		10
Durée de vie (heures)		500

Tableau I-3 : Caractéristiques des propulseurs EHT pour deux modèles fabriqués par OAC [St-2].

#### b) Les propulseurs à arc électrique (AT)

Les propulseurs à arc électrique à hydrazine permettent d'obtenir une amélioration significative de l'impulsion spécifique en chauffant les produits de la décomposition du combustible injecté à une température plus grande que celle obtenue dans un propulseur électrothermique classique.

Les résistances chauffantes sont remplacées par un arc électrique afin de porter l'hydrazine à une température plus grande permettant ainsi une augmentation de l'impulsion spécifique [Sm-1]. De tous les systèmes, ce type de propulseur est celui qui se rapproche le plus de la propulsion chimique conventionnelle. Les recherches et les efforts de développement des propulseurs à arc électrique débutèrent dès le début des années 50. Ces

propulseurs furent les premiers envisagés dans le cadre de la propulsion électrique pour des puissances comprise entre 1 et 30 kW, le gaz injecté étant à l'origine de l'hydrogène.

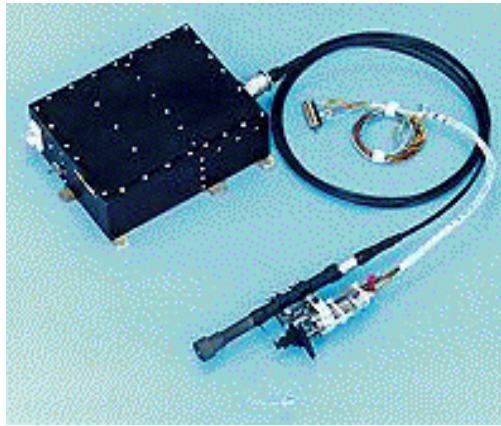


Figure I-1 : Photo d'un moteur arcjet avec son alimentation électrique [Ro-1].

Une photographie d'un arcjet - le MR-508 - fabriqué par la société OAC est reproduite figure I-1. Les caractéristiques principales de propulseurs AT sont rassemblées dans le tableau I-4 pour deux modèles fabriqués par la même société.

	<i>Modèle MR-508</i>	<i>Modèle MR-510</i>
Puissance injectée (W)	1800	4340
Poussée (N)	0.25	0.24
Impulsion spécifique (s)	502	580
Efficacité (%)	30 à 35	
Durée de vie (heures)	1200	

Tableau I-4 : Caractéristiques des propulseurs à arc électrique pour les modèles MR-508 et MR-510 [St-2].

En 1994, un premier satellite commercial Telstar 401 a été lancé aux USA avec à son bord 4 propulseurs AT à hydrazine modèle MR-508 et une trentaine de satellites utilise

maintenant ce type de propulseurs (modèles MR-509 et MR-510). Les rôles de ces propulseurs sont proches des propulseurs électrothermiques, ils sont aussi utilisés dans le repositionnement sur orbite. Plus récemment, afin de réduire les coûts de placement des satellites en orbite géosynchrone, l'US Air Force a lancé un programme de développement de propulseurs AT à ammoniac d'une grande puissance (26 kW) pour une impulsion spécifique comprise entre 500 et 1000 s.

### **I-3-2 LES PROPULSEURS ELECTROMAGNETIQUES**

De nombreux types de propulseurs électromagnétiques ont été proposés et étudiés dans les années 50 et 60 dans le cadre de programmes ou de scénarios spatiaux très ambitieux. Les propulseurs MPD (Magneto-Plasma-Dynamic) et les propulseurs de type PPT (Pulsed Plasma Thruster) sont pratiquement les seuls survivants de cette catégorie.

#### **a) Les propulseurs magnéto-plasma-dynamique (MPD)**

Dans les propulseurs MPD, voir figure I-2a, la cathode -1- et l'anode -2- forment typiquement deux cylindres concentriques. Le fluide propulsif est injecté axialement entre les cylindres -3-, et est ionisé par un arc électrique établi entre les électrodes. Le champ magnétique généré par cet arc comprime le plasma vers l'axe, au bout du cylindre cathodique. L'expansion axiale de ce plasma à l'extérieur du système de cylindres coaxiaux -4- crée la poussée nécessaire à la propulsion [Wi-1] (une photographie du jet d'un MPD fabriqué en Italie est reproduite sur la figure I-2b). Le tableau I-5 montre un ordre de grandeur des caractéristiques de tels propulseurs.

Les propulseurs MPD sont destinés à des missions interplanétaires [Wi-1]. Les questions liées à la puissance requise élevée (de l'ordre du mégawatt !), la forte consommation et l'érosion importante des électrodes restent encore des problèmes à résoudre.

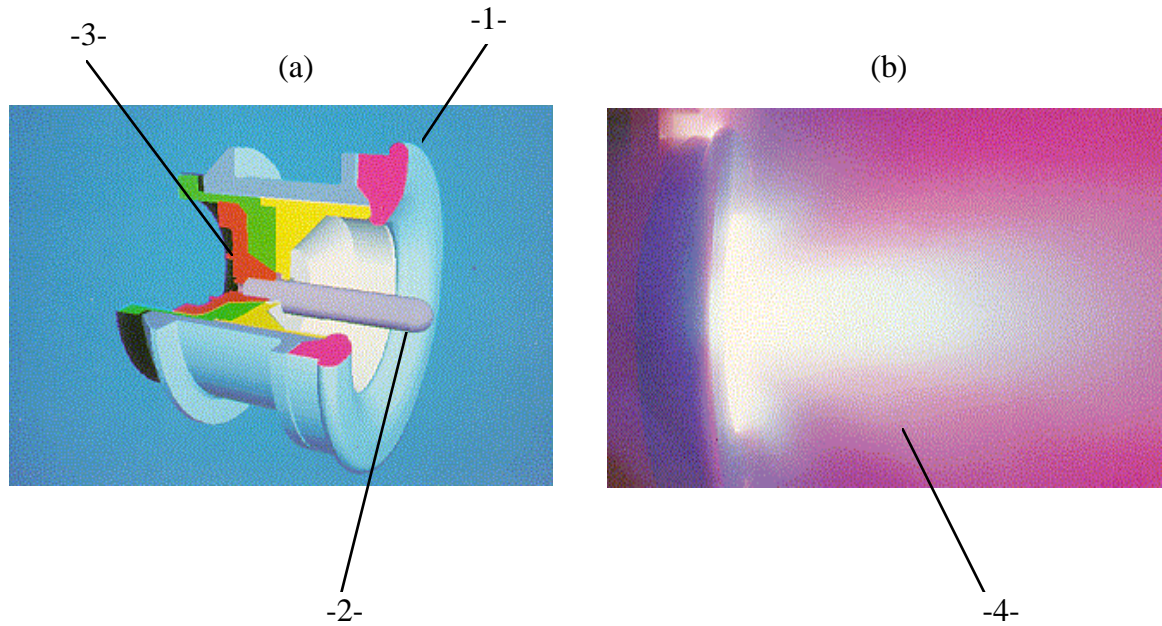


Figure I-2 : (a) Schéma au 3/4 d'un propulseur MPD. (b) Photographie du jet en sortie - [Ce-1].

<i>Propulseur MPD</i>	
Puissance injectée (kW)	1
Poussée par unité de surface (N/m <sup>2</sup> )	10 <sup>3</sup>
Impulsion spécifique (s)	1000 à 5000
Efficacité (%)	25

Tableau I-5 : Caractéristiques des propulseurs MPD [Wi-1].

### b) Les propulseurs à plasma pulsé (PPT)

Ces moteurs fonctionnent par ablation, ionisation et accélération d'un ergol solide (Téflon en général). Une bougie est utilisée pour initier une première décharge en ionisant suffisamment le Téflon afin d'amorcer une deuxième décharge aux bornes d'un condensateur. Le courant de l'ordre de 100 kA arrache et ionise le Téflon. Ce fort courant

engendre un champ magnétique interne et la force de Lorentz résultante est alors capable d'accélérer les ions dans la direction axiale [Vo-1].

Le tableau I-6 ci-après donne les caractéristiques de 3 types de PPT lancés par les Etats-Unis.

Ces propulseurs sont utilisés essentiellement pour les changements d'orbite et pour des positionnements précis de satellites approchant de leur orbite. Ce type de propulseurs possèdent trois avantages, d'abord le combustible utilisé est au départ solide ce qui élimine les problèmes de réservoirs, valves, régulateurs, etc. Ensuite, ces propulseurs fonctionnent à faible puissance (6 à 30 W) et enfin, la puissance que l'on veut obtenir et le niveau de poussée peuvent facilement être ajustés en variant la fréquence de l'impulsion. Certains de ces propulseurs fonctionnent depuis 20 ans. La NASA, par l'intermédiaire de la firme OAC, pourrait utiliser des propulseurs à plasma pulsé dont l'impulsion spécifique est de l'ordre de 1500 à 2000 s pour des projets de navettes interplanétaires [St-2]. Des recherches sont également lancées dans le domaine des combustibles qui permettraient d'augmenter les performances de ce type de propulseurs sans dégrader pour autant leur durée de vie.

	<i>SMS</i> <sup>+</sup>	<i>LES 8/9</i> <sup>++</sup>	<i>TIP/NOVA</i> <sup>+++</sup>
Puissance injectée (W)	9	25	30
Poussée (N) à 1Hz	0.11	0.3	0.4
Impulsion spécifique (s)	505	1000	543
Durée de vie (heures)		1200	

<sup>+</sup> Synchronous Meteorological Satellite

<sup>++</sup> Lincoln Experimental Satellite

<sup>+++</sup> Transit Improvement Program/Nova series of satellites

Tableau I-6 : Résumé des caractéristiques pour 3 propulseurs à plasma pulsé utilisés sur des satellites américains en orbite [St-2].

### I-3-3 LES PROPULSEURS ELECTROSTATIQUES

Pour cette dernière catégorie trois types de propulseurs sont concernés : les propulseurs ioniques à grille, les moteurs avec une chute anodique ALT (Anode Layer Thruster) et les propulseurs à plasma stationnaire SPT (Stationary Plasma Thruster) décrits dans la partie suivante. Les deux dernières catégories de propulseur sont regroupées sous le nom de propulseur à effet Hall (Hall Thruster), un champ magnétique extérieur étant appliqué dans la direction perpendiculaire à la poussée. Nous ne parlerons pas des propulseurs à effet de champ qui permettent d'obtenir des micro-poussées.

#### a) Les propulseurs ioniques

Les études concernant les propulseurs ioniques débutèrent dans les années 50. La figure I-3a montre une coupe d'un propulseur ionique et une photo d'un propulseur du même type utilisé sur le satellite HS 702 (figure I-3b).

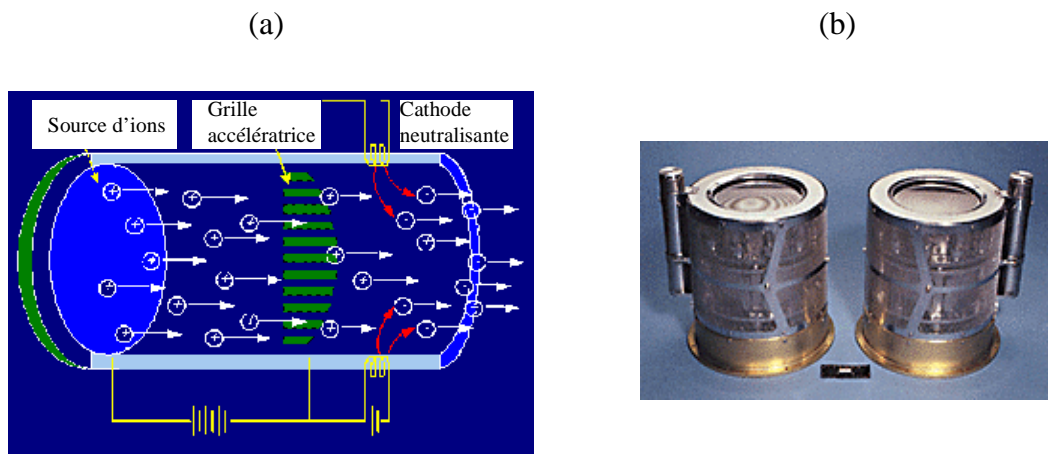


Figure I-3 : (a) Configuration classique d'un propulseur ionique [Ir-1]. (b) Photographie de deux propulseurs ioniques développés par Hughes d'un diamètre de 25 cm [Hu-1].

Ce propulseur est constitué d'une chambre où la décharge se produit, une cathode creuse et des parois portées au potentiel anodique. Une deuxième cathode creuse est positionnée à l'extérieur, son rôle étant de fournir des électrons afin d'éviter que le satellite ne se charge. Les atomes du gaz injecté (xénon) sont ionisés par bombardement électronique, les ions sont alors accélérés électriquement entre deux grilles généralement en molybdène. Les électrons et les ions arrivant à cette grille voient un champ électrique qui repousse les électrons et accélère les ions [Wi-1]. Dans les propulseurs ioniques développés récemment



aux Etats-Unis, les vitesses des ions en sortie sont de l'ordre de 30 km/s. La NASA a lancé un programme d'étude permettant de réaliser les grilles en carbone, ceci afin de diminuer l'érosion de ces grilles qui limite fortement la durée de vie de ce type de propulseur. Les quatre propulseurs embarqués sur le satellite Galaxy III-R lancé en décembre 1995 devraient fonctionner 12 ans, leurs caractéristiques principales sont décrites dans le tableau I-7.

<i>Propulseur ionique</i>	
Puissance injectée (W)	450
Poussée (N)	0.18
Impulsion spécifique (s)	2800
Efficacité (%)	50 à 60
Durée de vie (heures)	12000

Tableau I-7 : Caractéristiques d'un propulseur ionique développé par Hughes [St-2].

De nouveaux programmes de recherche ont été lancés par la NASA dans le but de les utiliser dans des programmes d'exploration de planètes (propulseur ionique de 30 cm de diamètre d'une puissance de 2.3 kW en cours d'étude). Des études sont aussi menées afin d'utiliser le C60 comme combustible du fait de sa grande masse et d'un faible potentiel d'ionisation, mais des problèmes demeurent au niveau des cathodes creuses conventionnelles qui ne peuvent fonctionner avec ce type de combustible.

#### b) Les propulseurs avec une chute anodique (ALT)

Les propulseurs ALT font partie des propulseurs à effet Hall comme les SPT. Ils ont été développés dans les années 60 dans l'ancienne Union Soviétique, comme ils ressemblent en apparence et en performance aux propulseurs à plasma stationnaire, leur description sera brève.

Les propulseurs de type ALT sont de forme circulaires avec une anode placée en amont, un canal de l'ordre du cm, et une cathode à l'extérieur utilisée pour fournir des électrons qui vont ioniser le gaz à l'intérieur du canal et des électrons qui vont neutraliser le faisceau d'ions pour éviter que le satellite ne se charge. Un champ magnétique radial est appliqué perpendiculairement à l'axe de la poussée.

Les différences essentielles entre les propulseurs de type ALT et ceux de type SPT se situent au niveau de la longueur de la zone d'accélération, plus longue dans le cas du SPT. Les parois sont métalliques dans le cas des propulseurs de type ALT et diélectriques dans le cas des SPT. Les caractéristiques et leur rôle étant très proches, ils ne seront pas détaillés. Les programmes de recherche de ce type de propulseurs se sont surtout développés en Russie [Bo-1] et au Japon [Ki-1]. Des tests concluants ont été menés concernant un propulseur de 4.5 kW en Russie par TsNIIMASH et aux USA par l'intermédiaire de la NASA [Ga-1]. Un satellite américain devrait bientôt embarquer pour la première fois ce type de propulseur.

## **I-4 LES PROPULSEURS A PLASMA STATIONNAIRE (SPT)**

Les propulseurs de type SPT font partie des propulseurs à effet Hall (aussi appelés CDT - Closed-Drift Thruster - du fait du mouvement de dérive azimutal des électrons). Nous allons d'abord faire un bref rappel des recherches qui ont été menées depuis les années 50, nous décrirons ensuite en détail le fonctionnement de ce type de propulseur et nous verrons enfin l'intérêt grandissant que représentent les propulseurs de type SPT.

### **I-4-1 HISTORIQUE**

En 1959, à l'Institut d'Energie Atomique de Kurchatov à Moscou, des études démarrèrent autour des plasmas de fusion [Ba-1] et démontrèrent que des impulsions spécifiques supérieures à 1000 s pouvaient être obtenues par des particules accélérées électromagnétiquement alors que les impulsions obtenues par la propulsion chimique ne dépassaient pas 500 s. Un programme de recherche démarra à l'Institut Kurchatov et en 1964 un propulseur à impulsion plasma fut envoyé dans l'espace. Dès lors, des propulseurs à plasma stationnaire SPT furent étudiés jusqu'à obtenir en 1968 des performances intéressantes pour les applications spatiales. Pendant ce temps aux Etats-Unis, les premiers travaux commencèrent en 1962 au centre de recherche de Lewis de la NASA [Se-1]. Des brevets récompensèrent les efforts qui avaient été entrepris par Gordon Cann pour développer

un type de propulseur à effet Hall (1966-1968). Mais ces efforts cessèrent dans le début des années 70 pour développer des propulseurs qu'ils pensaient plus prometteurs : les propulseurs ioniques à grille [Ka-1]. Durant les années 80 des études furent tout de même continuées en particulier par le Dr. Harold Kaufman [Ka-1].

Côté russe, à la fin de l'année 1968, un propulseur de type SPT était prêt à être embarqué sur le satellite météorologique Meteor. Les conditions requises pour ce vol expérimental étaient une durée de vie de 100 heures, une puissance de 400 W, une poussée de 0.02 N, le gaz injecté était du Xénon et le tout pesait 45 kg. Le SPT fût lancé le 1<sup>er</sup> Mars 1972, il fonctionna pendant 150 heures et il démontra que ce type de propulseur pouvait être embarqué sur un engin spatial.

Depuis 1972, plus de 70 propulseurs de type SPT-50 et SPT-70 furent envoyés dans l'espace (la désignation "-X" indique le diamètre du rayon externe en millimètres). Il existe également une vingtaine de propulseurs de type SPT plus importants (SPT-100) en activités aujourd'hui.

#### **I-4-2 FONCTIONNEMENT**

La figure I-4 montre un schéma d'un propulseur de type SPT-100. Le fonctionnement d'un propulseur de type SPT est basé sur le principe suivant : un gaz neutre, Xénon par exemple, est ionisé, les ions ainsi obtenus sont accélérés par un fort champ électrique axial fournissant l'impulsion nécessaire à la propulsion. Le Xénon est injecté dans la cathode creuse (élément émissif en LaB6) et dans la zone de la décharge à travers l'anode. La pression interne dans la cathode creuse est de quelques centaines de Pascals (quelques torrs). Dans la zone où le Xénon est ionisé, la pression est de l'ordre de 0.1 Pa ( $10^{-3}$  torr). La cathode est initialement chauffée afin d'initier la décharge.

Une tension de l'ordre de quelques centaines de volts est appliquée entre l'anode et la cathode. Les électrons provenant de la cathode vont ioniser le gaz neutre, cependant, la forte valeur du libre parcours moyen électronique (de l'ordre du mètre pour les densités de gaz rare rencontrées) ne permet pas de créer un plasma. Un champ magnétique radial, perpendiculaire à la décharge, est appliqué par l'intermédiaire d'un circuit magnétique. Le rôle du champ magnétique est donc de confiner les électrons afin de permettre une ionisation plus efficace en réduisant leur mobilité dans la direction axiale. Ce champ magnétique n'a pas d'influence

sur les ions puisque leur rayon de Larmor est supérieur aux dimensions du système. Quant aux électrons, ils sont confinés et ne peuvent changer de trajectoire et donc diffuser vers l'anode sous l'effet des collisions. Nous reviendrons dans la Chapitre II sur tous les phénomènes qui tentent d'expliquer la forte conductivité électronique observée expérimentalement. Une partie des électrons provenant de la cathode sert à la recombinaison afin d'éviter que le satellite ne se charge sous l'effet du flux d'ions.

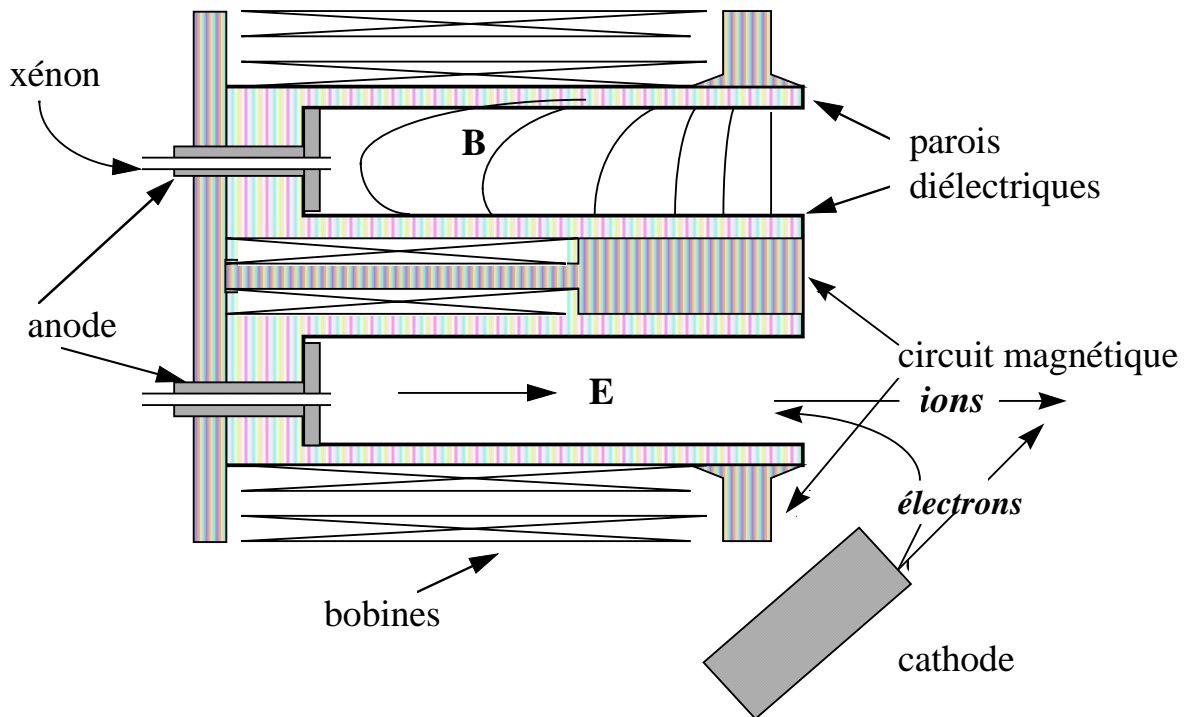


Figure I-4 : Schéma d'un propulseur de type SPT-100.

Ces propulseurs possèdent une géométrie cylindrique avec des rayons internes situés respectivement à 3 et 5 cm de l'axe, et une longueur de 4 cm dans le cas du SPT-100 (rayons interne et externe à 1 et 2 cm pour une longueur de 2.8 cm dans le cas du SPT-20, propulseur de plus petite taille). Les parois du moteur sont en céramiques (Nitrure de Bore). L'utilisation de matériaux diélectriques est importante puisque cette zone soumise à érosion ne doit pas présenter de risque de contamination pour l'environnement du moteur (risque de claquage).

### I-4-3 CARACTERISTIQUES

Il existe plusieurs types de SPT, des propulseurs de petites tailles (SPT-20, SPT-50 et SPT-70) et des propulseurs de plus grosses tailles SPT-100 (des SPT-140 sont à l'étude) dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau I-8 ci-dessous.

	<i>SPT-50</i>	<i>SPT-70</i>	<i>SPT-100</i>
Puissance injectée (W)	300	650	1350
Poussée (N)	0.019	0.04	0.08
Impulsion spécifique (s)	1200	1510	1600
Efficacité (%)	37	46	50
Durée de vie (heures)	2000	3100	4000

Tableau I-8 : Caractéristiques pour différents types de SPT [Br-1].

Les performances des propulseurs de type SPT-100 sont comparées à celles des propulseurs électrothermiques à plasma d'arc et à celles des propulseurs ioniques sur les figures I-5 et I-6.

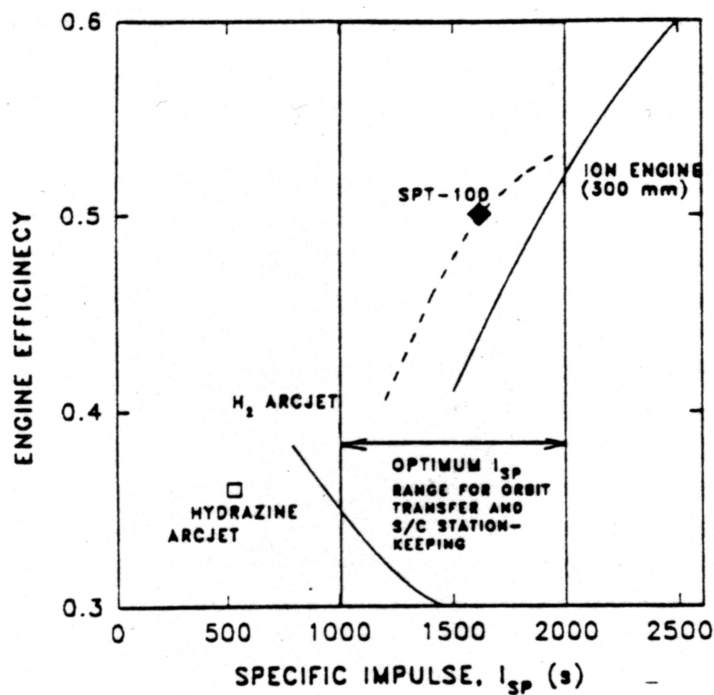


Figure I-5 : Comparaison des performances (Impulsion spécifique - Efficacité) pour 3 types de propulseur [Br-1].

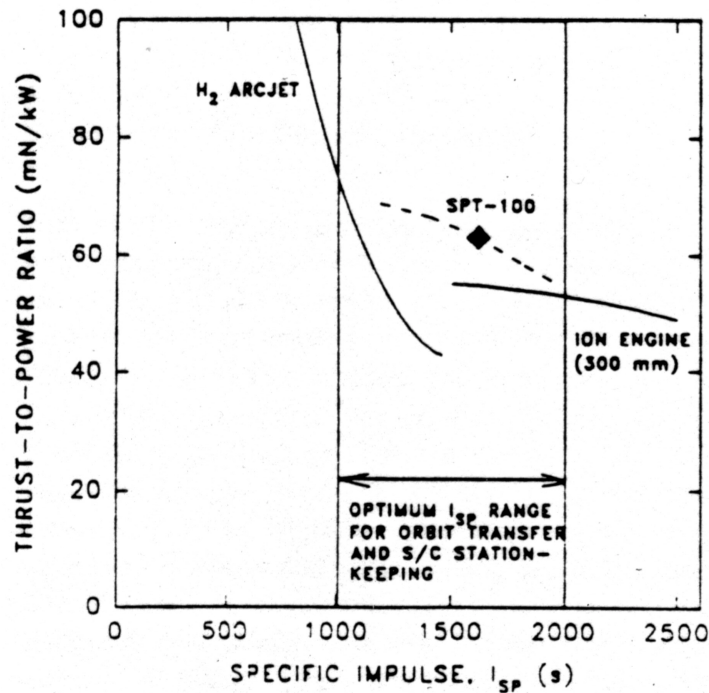


Figure I-6 : Comparaison des performances (Impulsion spécifique - rapport Poussée/Puissance) pour 3 types de propulseur [Br-1].

Nous voyons sur la figure I-5 que l'efficacité des propulseurs à arc tend à décroître lorsque l'on augmente l'impulsion spécifique. Il est difficile de faire fonctionner ce type de propulseur pour des impulsions spécifiques supérieures à 1500 s et l'efficacité est toujours inférieure à celle obtenue avec le SPT-100. A l'inverse lorsque l'impulsion spécifique des propulseurs ioniques à grille passe de 2500 s à 1500 s, son efficacité diminue aussi. Si les performances de ces propulseurs sont tout de même assez proches de celles du SPT-100, ils ont un diamètre trois fois plus important que le SPT-100. La dimension du propulseur est un facteur important puisque les satellites où ils doivent être embarqués disposent d'une place limitée.

Les propulseurs de type SPT semblent fournir les meilleurs niveaux de poussée, pour des impulsions spécifiques comprises entre 1000 et 2000 s (voir figure I-6). Les propulseurs électrothermiques à plasma d'arc donnent une forte poussée mais pour des impulsions spécifiques inférieures à 1000 s. Dans le cas des propulseurs ioniques, la poussée produite pour une puissance injectée donnée décroît quand l'impulsion spécifique augmente. Bien que ce type de propulseur puisse opérer à des impulsions spécifiques supérieures à 2000 s, il produit moins de poussée que le SPT pour une même puissance même si son efficacité demeure supérieure (voir figure I-5).

Nous voyons donc bien que pour des impulsions spécifiques comprises entre 1000 et 2000 s les propulseurs de type SPT offrent les meilleures performances pour des missions comme les changements d'orbite et le maintien en position des satellites (l'impulsion spécifique optimale nécessaire pour ces missions est comprise entre 1000 et 2000 s). Des expériences sur les propulseurs de type SPT de toute taille continuent à être menées en Russie (entreprise Fakel, Institut Kurchatov, le NIITP, le MIREA, etc. ...), des propulseurs SPT-140 d'une puissance pouvant aller jusqu'à 5.4 kW et une impulsion spécifique pouvant atteindre 2400 s sont actuellement à l'étude [Ar-1].

La SEP développe activement un Propulseur à Plasma Stationnaire - le PPS 1350 - fonctionnant sur le même principe que le SPT depuis 1992 [Va-1]. La figure I-7 représente le jet en sortie du moteur. Cependant les programmes de développement sont longs et les vols de qualification coûteux. De plus la physique de ces propulseurs étant encore mal connue, la SEP et le CNES ont décidé d'associer le CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique), et l'ONERA (Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales) dans un programme de recherche en créant le Groupement de Recherche "Propulsion à Plasma pour Systèmes Orbitaux" en collaboration avec des organismes russes tels que le MIREA, Fakel et l'Institut Kurchatov. Afin d'étudier les propriétés de ces propulseurs un nouveau moyen d'essai PIVOINE (Propulsion Ionique pour les Vols Orbitaux - Interprétation et Nouvelles Expériences) opérationnel équipé d'un ensemble de diagnostics a été conçu afin de permettre l'étude des propriétés du plasma de xénon et du jet propulsif [Pe-1]. Il est prévu de qualifier en vol ces propulseurs sur le satellite expérimental Stentor en 2000 qui embarquera aussi des SPT-100 de même puissance représentant la génération actuelle [Ca-1]. Ces moteurs peuvent aussi apporter une révolution dans le domaine des sondes scientifiques explorant le système solaire [Va-1].

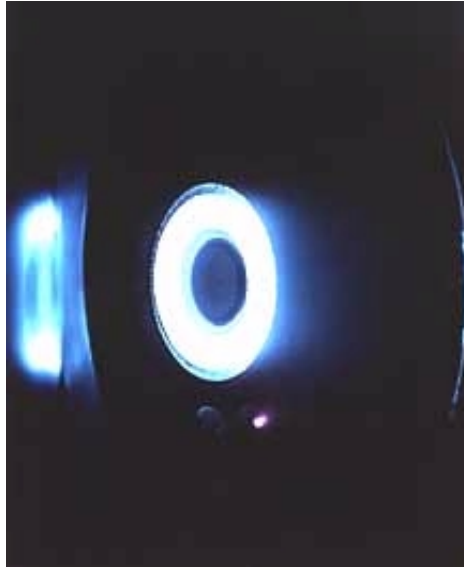


Figure I-7 : Jet en sortie du PPS 1350 qui est une version améliorée du SPT-100 russe (collaboration SEP-FAKEL) [Se-2].

## I-5 CONCLUSION

Nous venons de voir un bref descriptif de la propulsion électrique à travers les différents types de propulseurs utilisés. Comme toute nouvelle technologie spatiale, si des problèmes sont encore à résoudre, nous pouvons d'ores et déjà noter le succès de la propulsion électrique. Les différents types de propulseurs (électrothermiques, électromagnétiques, électrostatiques) peuvent être utilisés dans des domaines aussi variés que le maintien en orbite des satellites ou la propulsion de navettes d'exploration. Ils sont appréciés puisque leurs performances (poussée, impulsion spécifique, efficacité) permettent de réduire les coûts de lancement en permettant un gain de masse au décollage d'une part, et d'autre part, ils permettent une augmentation des durées de vie des engins spatiaux.

Parmi ces propulseurs, les moteurs de type SPT (propulseurs électrostatiques) offrent les meilleures performances possibles pour le maintien des satellites en orbite géosynchrone ainsi que pour les changements d'orbite (passage d'une orbite basse à l'orbite géosynchrone notamment). D'abord développés dans l'ancienne Union Soviétique depuis les années 60, leur intérêt s'est accru ces dix dernières années aux USA et en Europe de l'Ouest, ainsi des projets, souvent en collaboration avec la Russie, ont vu le jour comme le projet Stentor en France (Collaboration CNES, SEP-FAKEL). Cependant le fonctionnement de ce type de propulseur demeure mal compris et bien des points restent à éclaircir.



Nous pouvons toutefois remarquer que les satellites embarquant les propulseurs électriques, quels qu'ils soient, sont le plus souvent commerciaux (domaine des télécommunications). Si ces propulseurs devaient être utilisés à l'avenir sur des engins d'exploration, des collaborations devront être sûrement envisagées. Les problèmes budgétaires actuels ont pour effet de réduire les coûts et la taille des satellites (développement de satellites d'une puissance inférieure à 1 kW), des programmes d'études concernant la miniaturisation des propulseurs électriques sont donc lancés [Ba-2]. Pour certaines missions, des propulseurs de différents types (systèmes à grande impulsion spécifique/faible poussée couplés à des systèmes à faible impulsion spécifique/grande poussée) pourraient être utilisés

---

---

***Chapitre II***

***INFLUENCE DU TRANSPORT ELECTRONIQUE SUR LA  
CONDUCTIVITE AXIALE***

---

---

## *II Influence du Transport Electronique sur la Conductivité Axiale*

### **II-1 INTRODUCTION**

Parallèlement au développement d'un modèle auto-cohérent dont le but est de mieux comprendre le fonctionnement général du moteur, un modèle Monte Carlo non auto-cohérent nécessitant la connaissance des profils de densité d'espèces lourdes et des champs électrique et magnétique a été développé. Son but est d'essayer de mieux comprendre la cinétique des électrons pouvant expliquer la forte conductivité observée expérimentalement dans la direction axiale, direction de la poussée.

La conductivité électrique dans la direction perpendiculaire au champ magnétique est directement proportionnelle à la fréquence de collision électron-lourd pour les fortes valeurs du champ B. Cette fréquence n'est pas suffisante dans la région proche de la sortie du moteur où le champ magnétique est encore important. En effet, dans cette région, la fréquence de collision électron-neutre est faible, les atomes de xénon étant ionisés par impact d'électrons énergétique, la densité de neutres décroît fortement. De plus, l'énergie des électrons étant importante sur le dernier cm avant la sortie du moteur, la fréquence de collision électron-ion ne permet pas d'assurer non plus une conductivité suffisante. Les collisions entre les électrons et les espèces lourdes en volume étant trop faibles, deux théories ont été proposées afin d'expliquer le courant mesuré expérimentalement. Une 1<sup>ère</sup> hypothèse a été avancée par Morozov et al. [Mo-1] en postulant que les collisions électron-paroi pouvaient jouer un rôle important en augmentant la mobilité et donc la conductivité électrique dans la région proche de la sortie du moteur. Les auteurs ont introduit le concept de "near-wall conductivity" (conductivité pariétale) [Mo-2], [Mo-3], [Mo-4], [Mo-5], [Mo-6], [Bu-1] due à la réflexion d'électrons énergétiques par les parois et à l'émission secondaire électronique par impact d'électrons sur les céramiques du moteur. Une 2<sup>ème</sup> hypothèse est une diffusion "anormale" de type Bohm [Bo-3] résultant des phénomènes de turbulence analogue à ceux rencontrés dans les tokamaks. Kaufman [Ka-1] suggère que la diffusion anormale peut-être causée par des fluctuations en volume ou par des interactions électron-paroi avec passage de l'un à l'autre dans un sens ou dans un autre quand le champ magnétique augmente.

Nous avons donc développé un modèle Monte Carlo dans le but de mieux comprendre les effets de telle ou telle hypothèse sur la conductivité axiale. Un modèle de diffusion électronique dérivant d'une équation de transport macroscopique intégrée le long de la direction radiale a par ailleurs été développé par P. Degond et V. Latocha [De-1], [De-2] pour étudier le problème de la conductivité pariétale. Les résultats obtenus à l'aide du modèle Monte Carlo ont été comparés aux résultats obtenus par ce modèle de diffusion en supposant un état stationnaire.

Dans la section II-2, nous détaillerons les deux hypothèses permettant de décrire la conductivité observée expérimentalement et nous verrons une vue d'ensemble des paramètres qui nous paraissent importants. La section II-3 est consacrée à la description du modèle Monte Carlo. Nous décrirons les méthodes permettant de prendre en compte les collisions électron-espèce lourde (électron-ion et électron-neutre), les interactions électron-paroi et les fluctuations de type Bohm. Le modèle de diffusion sera brièvement décrit dans la section II-4. La section II-5 permettra de voir les influences des hypothèses concernant le mode de conduction sur la fonction de distribution électronique et les différentes grandeurs macroscopiques que l'on peut en déduire en comparant les résultats obtenus par les deux modèles. Les résultats de la simulation Monte Carlo seront également confrontés aux résultats expérimentaux et trouvés dans la littérature. Enfin la section II-6 tire les conclusions de cette étude.

## **II-2 CONDUCTIVITE EN CHAMPS ELECTRIQUE ET MAGNETIQUE CROISES**

Nous allons revenir dans ce paragraphe aux notions de mobilité en présence de champs électrique et magnétique croisés. En l'absence de champ magnétique, la conductivité électrique d'un plasma est inversement proportionnelle à la fréquence de collision entre les électrons et les espèces lourdes. En présence de champs électrique et magnétique croisés  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ , la mobilité dans la direction du champ magnétique est donnée par la formule classique (comme en l'absence de champ magnétique):

$$\mu_{\parallel} = \frac{e}{m_e \nu} \tag{II.1}$$

où  $e$  et  $m_e$  sont respectivement la charge élémentaire et la masse de l'électron, et  $\nu$  la fréquence de collision.

La mobilité dans la direction perpendiculaire à  $\mathbf{B}$  (parallèle à  $\mathbf{E}$ ) est donnée par l'expression classique collisionnelle:

$$\mu_{\perp, \text{collisions}} = \mu_{\parallel} \frac{1}{1 + [\mu_{\parallel} \mathbf{B}]^2} = \frac{e}{m_e \nu} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^2} \quad (\text{II.2})$$

$\omega$  est la pulsation cyclotron:

$$\omega = \frac{eB}{m_e} \quad (\text{II.3})$$

lorsque,  $\nu \ll \omega$ , l'expression (II.2) devient:

$$\mu_{\perp, \text{collisions}} = \frac{e\nu}{m_e \omega^2} \quad (\text{II.4})$$

La conductivité dans la direction du champ électrique  $\mathbf{E}$  est directement proportionnelle à la fréquence de collision et inversement proportionnelle au carré du champ magnétique.

La fréquence de collision  $\nu$  apparaissant dans les équations (II.1) et (II.4) est une fréquence de collision effective qui inclue les collisions électron-atome, électron-ion, et éventuellement électron-paroi. Si nous considérons un plasma non collisionnel (pas de collision électron-particule lourde et pas de collision électron-paroi), la mobilité dans la direction de  $\mathbf{B}$  est nulle (II.4) : les électrons sont confinés par le champ magnétique, il n'y a pas de mouvement de dérive dans la direction axiale. Les collisions entre les électrons et les particules ou les parois entraînent une conduction en permettant aux électrons de changer de trajectoire confinée et donc de dériver vers l'anode (voir partie II-3-4). Nous pouvons également noter qu'en présence de champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  croisés, un mouvement de dérive azimuthal s'opère dans la direction  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ .

Une autre théorie considère les instabilités locales du plasma. Dans ces conditions, la théorie classique collisionnelle (équation II.2) doit être remplacée par l'expression empirique de Bohm, à savoir :

$$\mu_{\perp,Bohm} = \frac{1}{16B} \quad (II.5)$$

Bohm et al. [Bo-3] ont indiqué que des oscillations du plasma en présence de champ magnétique pouvaient produire des champs électriques transverses causant ainsi un mouvement de dérive dans la direction du champ électrique, les électrons changeant de trajectoire confinée. Dans ces conditions la conductivité obtenue en considérant une "diffusion anormale" est inversement proportionnelle à B.

Il nous a semblé important de fixer les idées de façon quantitative à l'aide de quelques ordres de grandeur concernant les paramètres importants.

Conditions	Paramètres
Champ magnétique 200 G	Pulsation cyclotron $\omega \sim 3.10^9 \text{ s}^{-1}$
Densité de neutre $10^{13} \text{ cm}^{-3}$	Rayon de Larmor $R_L \sim 700 \text{ }\mu\text{m}$
Densité de plasma $10^{12} \text{ cm}^{-3}$	Longueur de la gaine de Debye $\lambda_D \sim 20 \text{ }\mu\text{m}$
Température électronique 10 eV	Fréquence d'échange de quantité de mouvement $\nu \sim 10^6 \text{ s}^{-1}$

Pour les ordres de grandeur que nous avons donné ci-dessus, nous obtenons des rapports  $\frac{\omega}{\nu} = 3.10^3$  et  $\frac{\omega^2}{\nu^2} = 10^7$ , ce qui signifie que la mobilité électronique collisionnelle dans la direction perpendiculaire au champ B est divisé par  $10^7$  par rapport à la mobilité dans la direction parallèle au champ B pour un champ magnétique de 200 G et une densité de gaz de l'ordre du mtorr. Le rapport  $\frac{\mu_{\perp,collisions}}{\mu_{\perp,Bohm}} = 0.016$ , les électrons ont une mobilité dans la direction du champ électrique plus réduite dans le cas de l'hypothèse collisionnelle.

### II-3 DESCRIPTION DE LA SIMULATION MONTE CARLO

La Simulation Monte Carlo (SMC) que nous avons développée permet de suivre les trajectoires d'un grand nombre d'électrons pour des distributions données des champs électrique et magnétique depuis l'instant où ils sont émis par la cathode, ou créés en volume (ionisation) ou sur les parois (émission secondaire). Le but de la SMC est d'obtenir des informations concernant la Fonction de Distribution Electronique (FDE) dans les conditions du SPT 100. La SMC est un modèle 3D(x,y,z)-3V(v<sub>x</sub>,v<sub>y</sub>,v<sub>z</sub>), les résultats étant intégrés dans la direction radiale ( $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ ), la FDE ne dépendra donc que de la direction axiale, direction du champ électrique. Nous appliquons les techniques Monte Carlo pour simuler les collisions électroniques avec les parois et les espèces lourdes (ions et neutres), ainsi que les fluctuations du champ magnétique conduisant à la diffusion anormale de type Bohm. La Figure II-1 montre une séquence de la SMC. Les paramètres définissant le système étudié sont la géométrie, les sections efficaces électron-neutre et électron-ion, le taux d'émission secondaire aux parois, ainsi que les profils de densité, des champs électrique et magnétique.

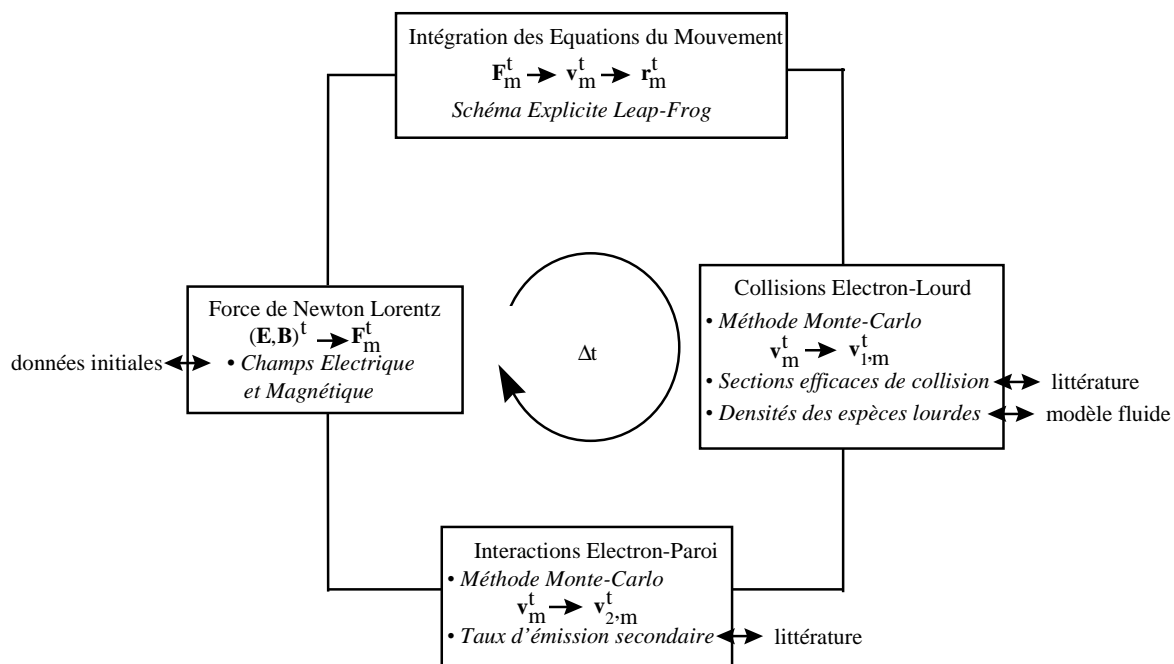


Figure II-1 : Schéma de la SMC. La  $m^{\text{ème}}$  particule se déplace (position  $\mathbf{r}_m$  et vitesse  $\mathbf{v}_m$  à l'instant  $t$ ) sous l'effet de la force de Newton Lorentz calculée à partir des profils des champs électrique et magnétique. Les collisions avec les parois, les neutres et les ions sont obtenues à partir de la méthode Monte Carlo.

Le modèle Monte Carlo mis en oeuvre permet également de simuler les interactions électron-paroi et les fluctuations du champ magnétique conduisant à la diffusion anormale de type Bohm. Nous avons ainsi pu comparer les résultats obtenus en considérant l'une ou l'autre des hypothèses (décrites dans la partie II-2). Nous allons maintenant voir plus en détails les principes de cette méthode, les résultats seront exposés dans la partie suivante.

### II-3-1 INTEGRATION DES TRAJECTOIRES ELECTRONIQUES-SCHEMA DU LEAP-FROG

Un électron numéro  $m$  est soumis au champ de force extérieure par la loi fondamentale de la mécanique classique :

$$m_e \frac{d\mathbf{v}_m}{dt} = \mathbf{F}_m \quad (\text{II.7})$$

où  $m_e$  est la masse de l'électron et  $\mathbf{F}_m$  est la force de Newton-Lorentz,  $\mathbf{F}_m = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_m \times \mathbf{B})$ .

Une deuxième relation relie la position de cet électron à sa vitesse :

$$\frac{d\mathbf{r}_m}{dt} = \mathbf{v}_m \quad (\text{II.8})$$

Un schéma classique de discrétisation numérique utilisé dans ce genre de problème est le schéma du "leap-frog" explicite. Considérons un instant quelconque  $t^n$  où la position est supposée connue, et cherchons la position à l'instant suivant  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ , la relation (II.8) peut s'écrire :

$$\mathbf{r}_m^{n+1} - \mathbf{r}_m^n = \mathbf{v}_m^{n+1/2} \Delta t \quad (\text{II.9})$$

en appelant  $\mathbf{r}_m^{n+1}$  et  $\mathbf{v}_m^{n+1/2}$  la position  $(x,y,z)$  et la vitesse  $(v_x, v_y, v_z)$  respectivement aux instants  $t^{n+1}$  et  $t^{n+1/2}$ , et  $\Delta t$  le pas d'intégration.

L'équation (II.7) peut également s'écrire dans ces conditions :



$$\mathbf{v}_m^{n+1/2} - \mathbf{v}_m^{n-1/2} = -\frac{e\mathbf{E}^n}{m_e} \Delta t + (\mathbf{v}_m^{n+1/2} + \mathbf{v}_m^{n-1/2}) \times \frac{\boldsymbol{\omega}^n \Delta t}{2} \quad (\text{II.10})$$

où  $\boldsymbol{\omega}$  est la pulsation cyclotron.

Afin de connaître la vitesse à l'instant  $t^{n+1/2}$  introduisons deux vitesses intermédiaires notées  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$  et telles que :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{1,m} &= \mathbf{v}_m^{n-1/2} - \frac{e}{m_e} \mathbf{E}^n \frac{\Delta t}{2} \\ \mathbf{v}_{2,m} &= \mathbf{v}_m^{n+1/2} + \frac{e}{m_e} \mathbf{E}^n \frac{\Delta t}{2} \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

La relation (II.10) devient alors :

$$\mathbf{v}_{2,m} = \mathbf{v}_{1,m} + (\mathbf{v}_{2,m} + \mathbf{v}_{1,m}) \times \frac{\boldsymbol{\omega}^n \Delta t}{2} \quad (\text{II.12})$$

En prenant le produit vectoriel avec  $\boldsymbol{\omega}^n \Delta t / 2$  et en éliminant le double produit vectoriel dans l'équation (II.12), cette dernière relation peut également s'écrire :

$$\mathbf{v}_{2,m} = \mathbf{v}_{1,m} + \frac{2}{1 + \left(\frac{\boldsymbol{\omega}^n \Delta t}{2}\right)^2} \mathbf{v}_{3,m} \times \frac{\boldsymbol{\omega}^n \Delta t}{2} \quad (\text{II.13})$$

où

$$\mathbf{v}_{3,m} = \mathbf{v}_{1,m} + \mathbf{v}_{1,m} \times \frac{\boldsymbol{\omega}^n \Delta t}{2} \quad (\text{II.14})$$

La vitesse à l'instant  $t^{n+1/2}$  (expression II.11) peut donc s'exprimer en fonction uniquement de celle à l'instant précédent  $t^{n-1/2}$  (relation II.13). A ces différentes relations, nous devons rajouter une condition de stabilité de la méthode à savoir le pas en temps  $\Delta t$  doit rester inférieur à  $2/\omega$  ( $\omega$  pulsation cyclotron). Cette méthode est précise et stable pour un pas en temps  $\Delta t$  tel que  $\omega \Delta t < 5$  [Bi-1]. Pour un champ magnétique maximum de 200 G en sortie, nous avons un pas en temps égal à  $2.10^{-11}$  s.

Ainsi à partir des relations (II.11), (II.14), (II.13) (formant les bases de l'algorithme CYLRAD [Ho-1]), on est en mesure de connaître la position à l'instant  $t^{n+1}$  (relation II.9), et donc de suivre les trajectoires des électrons. Le calcul de la trajectoire s'achève aussitôt que les électrons atteignent l'anode, la cathode ou les parois diélectriques (en cas d'attachement).

### II-3-2 DONNEES DE BASE ET CONDITIONS AUX LIMITES

Le modèle Monte Carlo nécessite la connaissance des sections efficaces de collision électron-neutre et électron-ion. Dans notre modèle nous avons supposé l'anode parfaitement absorbante et la cathode dans le plan de sortie du propulseur (les électrons entrant avec une énergie de 15 eV). En ce qui concerne les parois diélectriques, nous nous sommes appuyés sur les études menées en 1994 au CERT-ONERA sur l'émission secondaire électronique par impact électronique [Re-1].

#### a) Collisions électron-xénon

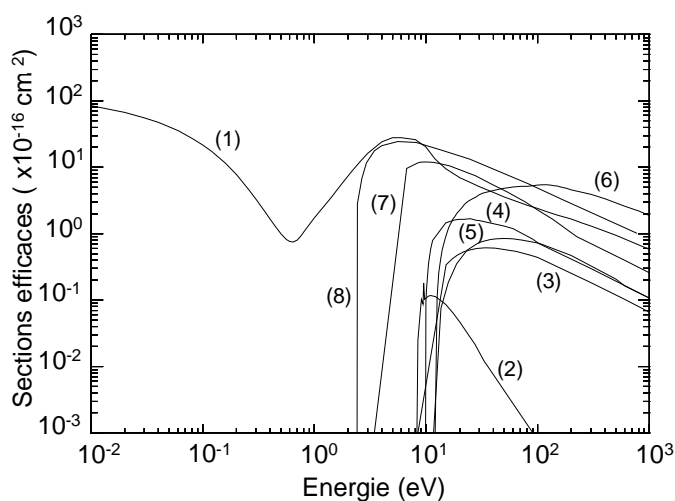


Figure II-2 : Sections efficaces de collision du xénon en fonction de l'énergie électronique: (1) transfert de quantité de mouvement, (2) excitation  $\text{Xe}^*(^3\text{P}_2)$ , (3) excitation  $\text{Xe}^*(^3\text{P}_1)$ , (4) excitation  $\text{Xe}^{**}$  (voir texte), (5) excitation  $\text{Xe}^{***}$  (voir texte), (6) ionisation directe, (7) ionisation du métastable  $\text{Xe}^*(^3\text{P}_2)$ , (8) ionisation de  $\text{Xe}^{**}$ . Ces deux dernières sections efficaces ne sont pas utilisées dans notre code.

Le jeu de sections efficaces de collisions qui a été retenu est représenté sur la figure II-2. Les notations utilisées pour les états excités du xénon sont les suivantes :  $\text{Xe}^*(^3\text{P}_2)$  pour l'état métastable,  $\text{Xe}^*(^3\text{P}_1)$  pour le résonant;  $\text{Xe}^{**}$  représente l'ensemble des états  $6s^1$ ,  $6p$ ,  $5d$ ,  $7s$  (notations de Racah), et  $\text{Xe}^{***}$  l'ensemble de tous les autres états excités du xénon. La

section efficace de transfert de quantité de mouvement est tirée des articles de Hunter [Hu-2] pour les basses énergies et de Shimamura [Sh-1] pour les énergies élevées. Les sections efficaces d'excitation ont été tirées de l'article de Puech et al. [Pu-1].

b) Collisions électron-ion

Les interactions électron-ion sont différentes des autres types de collisions. La différence est essentiellement due à la longue portée du potentiel Coulombien (potentiel en  $1/r$  où  $r$  représente la distance inter-particule). La difficulté est due à la simultanéité et à la multiplicité de ces interactions, autrement dit, un électron effectue au même instant un grand nombre de collisions électron-ion de faible déviation. Ceci ne peut être traité par une méthode Monte Carlo dans des temps de calcul acceptables. Pour surmonter la difficulté, nous avons fait l'hypothèse que toutes ces collisions correspondant à de faibles échanges de quantité de mouvement pouvaient être regroupées en une seule collision fictive. Cela revient, en fin de compte, à supposer que l'électron projectile effectue une collision binaire avec un "ion cible fictif" regroupant une multitude d'ions cibles. Ces collisions fictives, moins nombreuses, conduisent en moyenne au même échange de quantité de mouvement. Cette méthode a déjà été utilisée pour traiter les interactions électron-électron [We-1], [Al-1]. On supposera de plus une déviation angulaire isotrope après le choc. La fréquence de collision électron-ion dépend de la vitesse relative entre l'électron et l'ion cible  $v_{rel} = |\mathbf{v} - \mathbf{v}_c|$  :

$$v_{e-i}(v) = n_i \int v_{rel} \sigma_{e-i}(v_{rel}) F_c(\mathbf{v}_c) d\mathbf{v}_c \quad (\text{II.15})$$

où  $n_i$  est la densité des ions,  $\sigma_{e-i}$  est la section efficace microscopique électron-ion,  $v$  est la vitesse de l'électron,  $\mathbf{v}_c$  et  $F_c(\mathbf{v}_c)$  sont respectivement la vitesse et la fonction de distribution de la particule cible.

En supposant l'ion au repos, sa vitesse étant faible devant la vitesse de l'électron, cette fréquence de collision électron-ion devient simplement :

$$v_{e-i}(v) = n_i v \sigma_{e-i}(v) \quad (\text{II.16})$$

La section efficace de collision électron-ion est donnée par l'approximation de Coulomb [Ch-1] :

$$\sigma_{e-i}(v) = \frac{e^4 \ln \Lambda}{4\pi\epsilon_0^2 (m_e v^2)^2} \quad (\text{II.17})$$

avec

$$\Lambda = \frac{12\pi(\epsilon_0 k T_e / e^2)^{3/2}}{n_e^{1/2}} \quad (\text{II.18})$$

où  $T_e$  est la température électronique,  $k$  est la constante de Boltzmann et  $\epsilon_0$  la permittivité du vide.

Cette section efficace de collision est d'autant plus importante que l'énergie de l'électron est faible. Pour donner un ordre de grandeur, pour une densité de plasma de  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , les fréquences de collision électron-ion sont respectivement de l'ordre de  $2.10^7 \text{ s}^{-1}$  et  $10^6 \text{ s}^{-1}$  pour des électrons d'énergie de 1eV et 10 eV.

### c) Emission électronique secondaire aux parois

Les électrons sont confinés par le champ magnétique qui a une forte composante radiale perpendiculaire aux parois en sortie du moteur. Les électrons les plus énergétiques vont pouvoir arracher des électrons secondaires des parois.

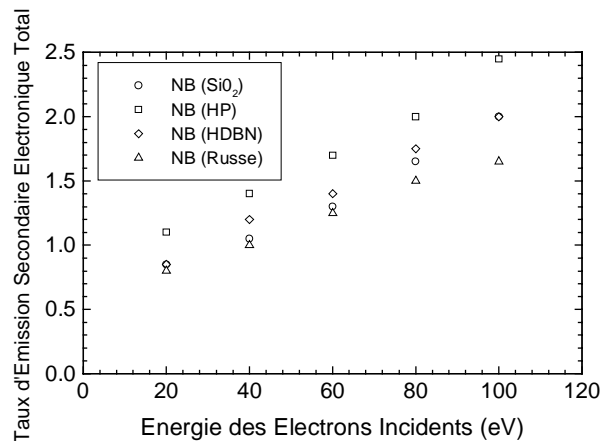


Figure II-3 : Variation du taux d'émission secondaire total en fonction de l'énergie des électrons incidents (mesures CERT-ONERA - [Re-1]).

La figure II-3 rassemble les résultats expérimentaux montrant le taux d'émission électronique secondaire total par impact électronique obtenus pour plusieurs échantillons de

du nitrure de bore pour un faisceau d'électrons mono-énergétique d'énergie comprise entre 20 et 1 keV. Pour des électrons ayant une énergie supérieure à 30 eV environ, le taux d'émission secondaire total devient supérieur à 1, c'est à dire qu'un électron secondaire peut être arraché par la paroi sous l'impact d'électrons énergétiques. Pour des énergies électroniques supérieures à 100 eV, un deuxième électron, voire un troisième électron peuvent être arrachés (les mesures complémentaires concernant le taux d'émission secondaire pour des énergies supérieures à 100 eV ne sont pas représentées sur la figure II-3, les courbes d'émission obtenues montrent cependant que ce taux d'émission passe par un maximum compris entre 4 et 6 pour des énergies de quelques centaines d'eV). Les électrons de faibles énergies, inférieures à 30 eV, ont une certaine probabilité de s'attacher à la paroi, le taux d'émission secondaire total étant inférieur à 1.

### **II-3-3 SIMULATION DES COLLISIONS ELECTRON-LOURD**

A chaque pas en temps de l'évolution de la trajectoire de l'électron considéré, nous calculons la fréquence totale de collision électron-lourd, nous pouvons alors en déduire une probabilité de collision. Nous comparons cette probabilité à un nombre aléatoire uniformément distribué entre 0 et 1. Si une collision intervient, la vitesse et l'énergie de l'électron étudié sont déterminées en utilisant des relations cinématiques classiques. La nature de la collision est choisie de façon stochastique, la direction de la vitesse est également déterminée de manière stochastique suivant les sections efficaces de collision du processus considéré. Les détails de cette méthode sont explicités dans l'Annexe I.

### **II-3-4 SIMULATIONS DES COLLISIONS ELECTRON-PAROI**

Parce que le champ magnétique possède une forte composante radiale (surtout en sortie du moteur), les électrons confinés autour des lignes de champ vont pouvoir interagir avec les parois du SPT. Nous avons utilisé la méthode Monte Carlo afin de simuler les interactions électron-paroi.

#### **a) Prise en compte de la gaine**

La SMC développée prend en compte l'existence d'une gaine de Debye au voisinage des parois diélectriques. L'épaisseur de cette gaine est de quelque fois la longueur de Debye  $\lambda_d$  donc très fine dans nos conditions; pour des densités de  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , pour des températures

électroniques de 15 eV,  $\lambda_d=0.0020$  cm. Nous avons donc supposé cette gaine infiniment fine, sans prise en compte d'une quelconque structure microscopique de la surface de la paroi (rugosité) du SPT, nous ne considérerons pas d'éventuelles fluctuations de cette gaine. Un électron dont l'énergie radiale est supérieure au potentiel de gaine  $V_g$ , supposé constant le long de l'axe du moteur, perd une énergie radiale pour arriver à la paroi égale au potentiel de gaine sur une distance nulle. Les électrons ayant une énergie radiale inférieure au potentiel de gaine sont réfléchis par celle-ci de façon miroir (voir § b).

Lorsqu'un électron d'énergie radiale supérieure au potentiel de gaine atteint la paroi, il peut soit s'attacher (énergie inférieure à 30 eV - voir Figure II-3), soit être réfléchi par la paroi (réflexion supposée isotrope, voir § c), soit, s'il est assez énergétique, il peut arracher des électrons des parois (notre modélisation de l'interaction électron-paroi ne prend pas en compte le fait que plusieurs électrons puissent être arrachés de la paroi). En pratique, nous tirons un nombre aléatoire uniformément distribué sur [0,1] afin de déterminer la probabilité d'attachement ou d'émission secondaire. Un aspect important dans cette étude concerne la répartition d'énergie entre l'électron incident et l'électron secondaire créé. La répartition d'énergie entre les deux électrons n'est connue qualitativement que pour des éléments simples tels que le carbone ou l'aluminium [Ha-1]. La distribution d'énergie entre les deux électrons est malheureusement méconnue pour des matériaux composés ou des céramiques. Des études menées sur l'émission électronique secondaire par impact électronique sur des éléments simples montrent que deux groupes d'électrons bien distincts apparaissent, un premier groupe d'électron à basse énergie et un deuxième groupe dont l'énergie est proche de l'énergie incidente [Sc-1]. Parallèlement à ce qui a été observé expérimentalement pour ces éléments simples, nous avons choisi de représenter cette répartition énergétique de manière très simple en supposant que l'électron éjecté de la paroi est émis avec une énergie comprise entre 0 et 10% de l'énergie de l'électron incident (un nouveau nombre aléatoire est tiré afin de connaître le pourcentage). Dans notre étude, aucune perte inélastique n'a été considérée à la paroi, l'électron primaire repart donc avec l'énergie restante. Nous allons maintenant décrire plus précisément les différentes interactions possibles entre les électrons et les gaines ou les parois du moteur

## b) Réflexion miroir ou spéculaire

Un électron ayant une énergie radiale inférieure au potentiel de gaine est réfléchi de façon miroir par celle-ci. Il n'atteint pas la paroi puisqu'il ne peut franchir la barrière de potentiel. Lors "d'une collision" de ce type la composante de la vitesse électronique dans la direction du champ électrique n'est pas modifiée (seule la vitesse dans un plan perpendiculaire au champ électrique change de direction). Il est facile de montrer que dans ce cas les collisions électron-paroi n'ont aucun effet sur le mouvement d'ensemble des électrons dans la direction du champ électrique, et que ces collisions ne modifient pas le confinement des trajectoires électroniques.

La figure II-4b montre le confinement d'un électron pour un champ électrique constant purement axial, un champ magnétique purement radial et pas de collisions en volume. Nous voyons par contre un mouvement de dérive azimuthal dans la direction  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  (pour cette raison, les propulseurs de type SPT sont aussi appelés "Closed Drift Thruster"). Notons enfin l'effet miroir dû à la variation en  $1/\rho$  du champ magnétique, l'électron ne peut atteindre la paroi interne (voir figure II-4a). Il n'y a pas, dans le cas de réflexion spéculaire, de mouvement de dérive électronique dans la direction du champ électrique. L'électron ne participe pas à la conductivité axiale parce qu'il ne dérive pas vers l'anode. Une collision électron-lourd peut néanmoins permettre un échange de quantité de mouvement, donc un changement de trajectoire confinée et une dérive vers l'anode.

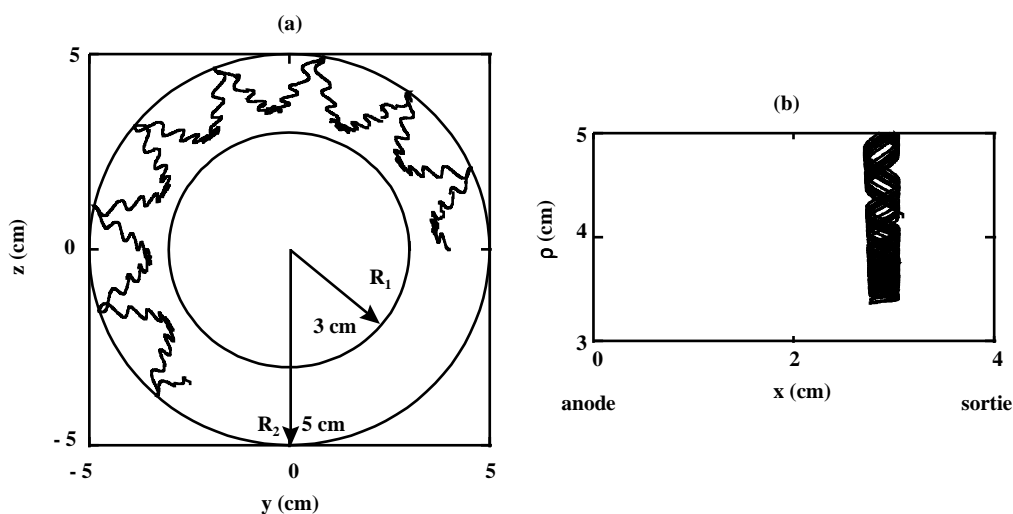


Figure II-4 : Exemple d'un électron piégé par la gaine pour un champ électrique axial uniforme (50V/cm) et un champ magnétique purement radial  $B_\rho = \rho B_0 / R_1$  ( $B_0 = 100$  G), sans collision en volume.

La trajectoire électronique est projetée (a) dans le plan (Z,Y) et (b) dans le plan ( $\rho$ ,X). L'électron n'a pas assez d'énergie pour franchir le potentiel de gaine et ne peut diffuser vers l'anode [Bo-4].

c) Réflexion avec diffusion angulaire

Lorsqu'un électron possède assez d'énergie pour franchir la gaine, il perd un énergie radiale égale au potentiel de gaine. La particule est réfléchié élastiquement à la paroi avec une déviation angulaire semi-isotrope. L'angle de déviation  $\chi_m$  et l'angle azimutal  $\phi_m$  sont distribués respectivement sur  $[0,\pi/2]$  pour  $\sin\chi_m$  et sur  $[0,2\pi]$  pour  $\phi_m$  à l'aide de nombres aléatoires compris entre 0 et 1. Il en résulte qu'à chaque collision électron-paroi, la composante de la vitesse suivant la direction X du champ électrique est modifiée, contrairement au cas précédent. Ceci a pour effet de changer d'orbite la particule confinée et de permettre un mouvement d'ensemble dans la direction du champ électrique. Ces particules contribuent à la conductivité axiale comme le montre la figure II-5.

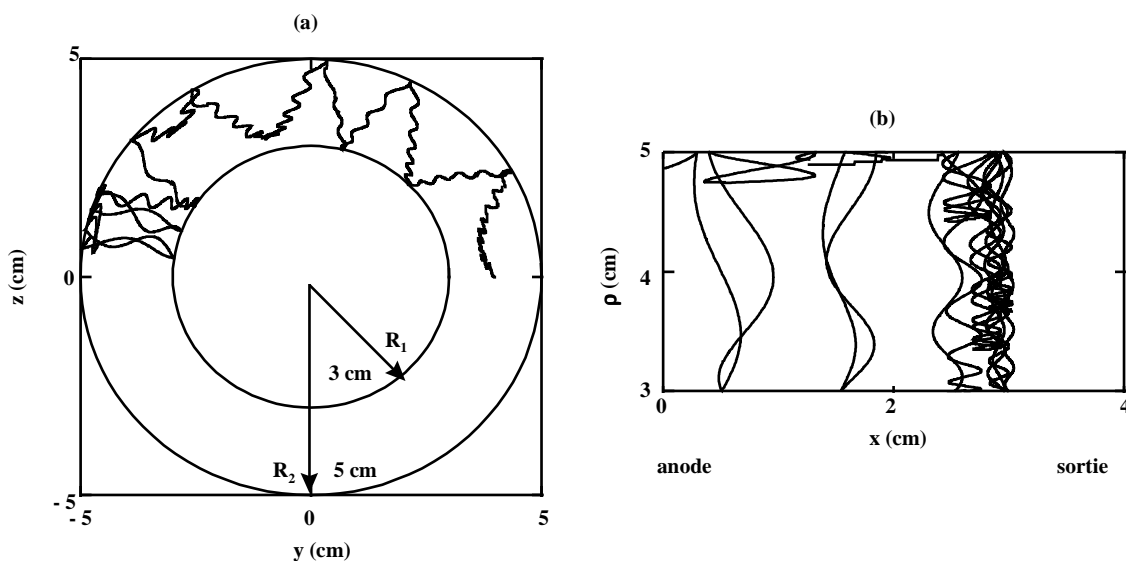


Figure II-5 : Exemple d'interaction électron-paroi avec une réflexion semi-isotrope dans les mêmes conditions que la figure II-4. La trajectoire électronique est projetée (a) dans le plan (Z,Y) et (b) dans le plan ( $\rho$ ,X). L'électron a assez d'énergie pour franchir le potentiel de gaine, atteindre la paroi et donc diffuser vers l'anode [Bo-4].

d) Influence de la forme du champ magnétique

Lorsque le champ magnétique n'est plus purement radial, certains électrons peuvent être piégés en volume. Ils sont complètement confinés et le "dépîégeage" par collision avec



les parois est donc impossible pour ces électrons, seule une collision en volume peut les dépiéger. Le piégeage de ces électrons est dû à un effet miroir du champ magnétique dans la direction radiale et dans le sens des rayons décroissants (voir figure II-6a). Le piégeage dans le sens des rayons croissants est dû à la décroissance de l'énergie de la particule quand X augmente. La figure II-6b montre un électron réfléchi de façon semi-isotrope par la paroi.

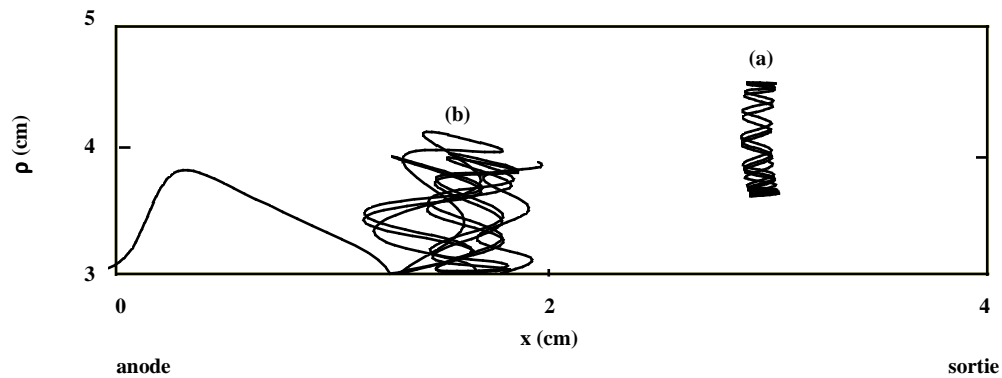


Figure II-6 : Exemples de trajectoires d'électron projetées dans le plan ( $\rho, X$ ) dans le cas d'un champ magnétique avec une composante axiale non nulle et un champ électrique axial constant : (a) électron piégé par un effet miroir et par la décroissance de l'énergie, (b) électron réfléchi par la paroi [Bo-4].

### II-3-5 SIMULATION DES FLUCTUATIONS DE TYPE BOHM

Afin de simuler la diffusion "anormale" décrite par Bohm, nous avons introduit une fréquence d'échange de mouvement fictive pour les électrons (comme des collisions élastiques électron-neutre) afin de permettre un mouvement de dérive dans la direction axiale (direction du champ électrique) [Ga-2]. Les électrons changent de trajectoire confinée après une collision. Cette fréquence fictive  $\nu_{\text{Bohm}}$  dépend de la position axiale de telle sorte que l'on retrouve une mobilité approchant celle donnée par la relation (II.5). L'expression de la fréquence que nous avons choisi ne dépend pas de l'énergie des électrons mais uniquement de la position axiale, elle est donnée par la relation :

$$\nu_{\text{Bohm}}(x) = \kappa_B \frac{\omega(x)}{16} \quad (\text{II.19})$$

où  $\kappa_B$  est un paramètre ajustable (égal à 1 dans l'expression de Bohm (II.5)), la formule de Bohm est en effet une formule empirique. La fréquence de collision fictive

dépend de la position axiale  $x$  par l'intermédiaire de la pulsation cyclotron  $\omega$  qui est fonction du champ magnétique.

Dans la pratique, cette fréquence fictive d'échange de quantité de mouvement étant connue à chaque instant, la probabilité associée est donnée par la relation :

$\frac{\nu_{\text{Bohm}}(x)}{\nu'_{\text{T}}}$	(II.20)
--	---------

La nouvelle fréquence totale de collision  $\nu'_{\text{Tot}}$  à chaque pas en temps de la simulation  $\Delta t$  (collision électron-lourd ajouté aux fluctuations "anormales") est donnée par

$$\nu'_{\text{Tot}} = \nu_{\text{Tot}} + \nu_{\text{Bohm}} \quad (\text{II.21})$$

où  $\nu_{\text{Tot}}$  est la somme des fréquences de collision électron-espèce lourde.

Dans les résultats présentés dans la partie II-5, lorsque nous avons tenu compte des fluctuations de type Bohm, seules des collisions miroirs aux parois ont été considérées afin de pouvoir comparer la conductivité obtenue par les deux hypothèses que nous avons faites (rôle des parois d'une part et fluctuations de Bohm d'autre part).

## II-4 DESCRIPTION DU MODELE DE DIFFUSION

Afin d'étudier le concept de conductivité pariétale, un modèle de transport électronique macroscopique a par ailleurs été développé à partir d'une équation de Vlasov en faisant l'hypothèse que la dimension radiale était inférieure à la longueur du moteur. L'équation de diffusion ainsi obtenue permet de connaître la fonction de distribution en énergie des électrons intégrée le long des lignes de champ magnétique. Dans un premier temps, seules les collisions avec les parois (réflexions miroir, réflexions avec diffusion isotrope, et émission secondaire) ont été prises en compte. Le modèle est décrit en détails dans [De-2] et résumé dans [De-1] pour la partie concernant les collisions élastiques miroir et isotrope. La partie concernant l'émission secondaire et l'attachement est décrite dans [De-3]. Les collisions en volume ont par la suite été rajoutées au modèle [Ga-3].

#### II-4-1 PRISE EN COMPTE DES INTERACTIONS ELECTRON-PAROI

Si nous appelons  $N(x, \varepsilon, t)$  la fonction de distribution dans l'espace des phases (la position est ramenée à la direction axiale) au temps  $t$ ,  $N(x, \varepsilon, t)$  (en variables adimensionnées) est solution de l'équation de diffusion [De-2] :

$$\sqrt{2\varepsilon} \frac{\partial N(x, \varepsilon, t)}{\partial t} - \left( \frac{\partial}{\partial x} - \mathbf{E} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \right) \left[ \tilde{D}(x, \varepsilon, t) \left( \frac{\partial}{\partial x} - \mathbf{E} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \right) N(x, \varepsilon, t) \right] = 0 \quad (\text{II.22})$$

$\varepsilon$  étant l'énergie cinétique et  $\tilde{D}(x, \varepsilon, t)$  est un coefficient de diffusion rendant compte des collisions miroir et isotrope à la paroi, il prend une forme analytique que nous ne détaillerons pas ici. Il est cependant très intéressant de noter que ce coefficient de diffusion dans le cas des diffusions isotropes varie en  $\sqrt{\varepsilon}/B^2$  pour les fortes valeurs du champ magnétique [De-2].

Le modèle a ensuite été étendu afin de tenir compte de l'attachement et de l'émission secondaire électronique aux parois par impact d'électrons, et de prendre en compte la présence d'une gaine près des céramiques. Dans ces conditions, la relation (II.22) devient :

$$\sqrt{2\varepsilon} \frac{\partial N(x, \varepsilon, t)}{\partial t} - \left( \frac{\partial}{\partial x} - \mathbf{E} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \right) \left[ \tilde{D}(x, \varepsilon, t) \left( \frac{\partial}{\partial x} - \mathbf{E} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \right) N(x, \varepsilon, t) \right] = Q(N(x, \varepsilon, t)) \quad (\text{II.23})$$

avec  $Q(N(x, \varepsilon, t))$  un opérateur de collision regroupant tous les processus tels que l'attachement et l'émission secondaire aux parois, la forme de cet opérateur est détaillée dans [De-3].

#### II-4-2 PRISE EN COMPTE DES COLLISIONS EN VOLUME

Le modèle de diffusion (que nous noterons MD par la suite) a enfin été rendu encore plus complet en introduisant les collisions en volume entre les électrons et les espèces lourdes [Ga-3]. Deux types de collision ont été prises en compte : les collisions élastiques (électron-neutre et électron-ion) et les collisions inélastiques électron-atome de xénon (excitation et ionisation). L'équation de diffusion prend une forme comparable à celle reportée dans l'équation (II.23), le coefficient de diffusion  $\tilde{D}(x, \varepsilon, t)$  tient maintenant compte

des processus élastiques sur les parois et en volume, il s'écrit encore sous une forme analytique toutefois plus lourde. L'opérateur  $Q(N(x, \varepsilon, t))$  rassemble tous les autres processus (sur les parois et en volume). Les sections efficaces utilisées pour les différents phénomènes et le taux d'émission secondaire sont les mêmes que ceux utilisées pour la SMC (§ II-3-2).

## II-5 RESULTATS

La simulation d'un grand nombre de trajectoires électroniques permet, en effectuant un bilan statistique de leurs propriétés, de déduire la fonction de distribution et les grandeurs macroscopiques qui en découlent (vitesse de dérive, énergie moyenne électronique, etc.). Nous rappelons ici que le modèle étant non auto-cohérent, il nécessite un certain nombre de données concernant les champs électrique et magnétique afin de connaître les forces auxquelles sont soumises les particules. Les profils de densité des espèces lourdes pour traiter les collisions électron-lourd en volume et les taux d'émission secondaire aux parois pour traiter les phénomènes aux parois sont également nécessaires. Nous avons dans un premier temps négligé toute collision en volume et supposé que tous les électrons arrivant à la paroi sont diffusés de façon semi-isotrope (potentiel de gaine nul) sans émission d'électrons secondaires.

### II-5-1 VITESSE DE DERIVE AXIALE EN CHAMPS CONSTANTS

Supposant que l'interaction électron-paroi se réduit à une simple diffusion angulaire comme décrite dans le paragraphe II-3-4c, il est intéressant de chercher à calculer la vitesse de dérive électronique dans ces conditions, de la comparer à celle que l'on peut en déduire à celle donnée par l'expression (II-4) et d'en déduire éventuellement une fréquence de collision "effective"  $\nu$  caractérisant l'interaction électron-paroi. Nous avons pris un champ électrique axial  $E$  uniforme et un champ radial  $B$  en  $1/\rho$  pour satisfaire  $\text{div}\mathbf{B}=0$  (conditions précisées sur la figure II-4).

Nous avons supposé que des électrons sont émis de façon continue dans un plan situé à une distance  $X_0$  de l'anode. Ces électrons sont supposés émis de façon uniforme radialement (tirage d'un nombre aléatoire équidistribué dans une couronne comprise entre les rayons interne et externe), avec une distribution énergétique de Dirac (tous les électrons ont la même énergie initiale  $W_0=15$  eV). La distribution angulaire des vitesses est isotrope, les deux

angles caractérisant la vitesse initiale sont choisis en tirant des nombres aléatoires suivant des distributions données dans l'Annexe I par les relations (AI.4) et (AI.11).

Il est clair que, puisqu'aucune perte d'énergie n'est considérée ici, et étant données les conditions initiales des électrons de la source simulée, la fonction de distribution énergétique en un point d'abscisse  $X_1$  est nécessairement une fonction de Dirac d'énergie égale à l'énergie initiale  $W_0$  plus l'énergie correspondant à la différence de potentiel électrique entre les points d'abscisse  $X_1$  et  $X_0$ ; ceci est bien entendu vérifié par le calcul.

La figure II-7 montre les variations de la vitesse de dérive électronique moyennée radialement, en fonction de la position  $X$  entre le point d'émission des électrons,  $X_0$  (= 3 cm, et 9 cm dans les exemples choisis), et l'anode à  $X=0$  pour un champ magnétique  $B_0$  de 100 G. Cette vitesse de dérive augmente quand les électrons se rapprochent de l'anode, ce qui est dû à l'accroissement de l'énergie moyenne électronique (qui croît comme le potentiel). La diffusion isotrope des électrons aux parois permet un changement de trajectoire confinée et donc un mouvement de dérive des électrons vers l'anode comme c'est le cas lors d'une collision en volume. L'augmentation plus rapide de la vitesse de dérive au voisinage de l'anode est due à la condition aux limites : les électrons sont absorbés par l'anode et le nombre d'électrons de vitesse positive (rétrodiffusés) au voisinage de l'anode est très limité. L'influence de la présence de l'anode sur les grandeurs moyennes électroniques "se fait sentir" à une distance de celle-ci d'environ deux rayons de Larmor électronique (de l'ordre de 1 cm ou plus dans les résultats de la figure II-7). Le fait que cette croissance plus rapide de la vitesse de dérive à partir de  $X \sim 1$  cm soit due à la présence de l'anode à  $X=0$  apparaît clairement sur la figure II-7 qui montre une comparaison entre des résultats obtenus pour des longueurs de SPT de 4 et 10 cm. La distance où l'influence de la présence de l'anode est importante est directement proportionnelle à la valeur du champ magnétique, cette distance sera divisée par 3 pour un champ magnétique de 300 G.

Pour comparer la vitesse de dérive ainsi obtenue par un calcul particulière, à celle que l'on peut déduire de l'expression (II.4) de la mobilité, on peut procéder de la façon suivante. La fréquence de collision  $\nu$  apparaissant dans l'équation (II.4), puisqu'elle caractérise les collisions électron-paroi peut être évaluée de façon grossière par :

$$v = \chi \frac{v_{e,th}}{(R_2 - R_1)} \quad (II.24)$$

où  $\chi$  est un coefficient et  $v_{e,th}$  est la vitesse thermique électronique que l'on peut relier à l'énergie moyenne  $W$  exprimée en eV, par

$$v_{e,th} = \left[ \frac{2e}{m_e} W \right]^{1/2} \quad (II.25)$$

$W$  étant, dans nos conditions, une fonction connue de  $X$  :

$$W(X) = W_0 + V(X) - V(X_0) \quad (II.26)$$

où  $V(X) - V(X_0)$  est la différence de potentiel entre le point d'émission de l'électron et la position considérée. On peut alors tirer de (II.2) l'expression suivante de la vitesse de dérive (à comparer à celle tirée de la simulation Monte Carlo):

$$\bar{v} = \mu E = \frac{e}{m_e v} \frac{E}{1 + \left(\frac{\omega}{v}\right)^2} \quad (II.27)$$

avec  $v$  donnée à l'aide des expressions (II.24), (II.25) et (II.26).

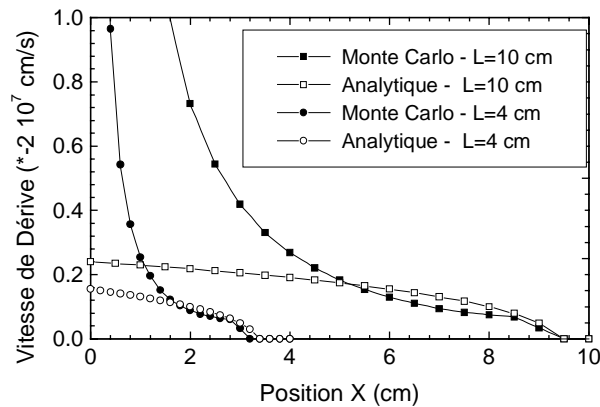


Figure II-7: Variations axiales calculées par le code Monte Carlo (symboles fermés) de la vitesse de dérive axiale pour deux valeurs de la longueur du SPT (4 et 10 cm); les symboles ouverts correspondent à l'expression analytique de la vitesse de dérive (relation II.27) avec  $\chi=0.3$ . Les conditions concernant les champs électrique et magnétique sont précisées sur la figure II-4.

Nous avons comparé l'expression de la vitesse de dérive tirée de (II.27) à celle que l'on peut déduire de la vitesse de dérive calculée par la méthode de Monte Carlo. Les calculs illustrés sur la figure II-7 montrent que l'expression (II.27) suit bien, d'une manière générale, les variations de la vitesse de dérive calculée si l'on choisit pour  $\chi$  une valeur constante de l'ordre de 0.3. L'accord est moins bon au voisinage de l'anode en raison de la nature absorbante de celle-ci; les symboles de la figure II-7, montrent le bon accord entre le calcul Monte Carlo et l'expression (II.27) si l'on éloigne l'anode. Les trajectoires de 10 000 électrons ont été simulées, soit un temps CPU de 3h30 sur un Pentium 233 MHz pour une distance anode - plan de sortie de 4 cm. Notons que le code n'a pas été optimisé du point de vue du temps de calcul.

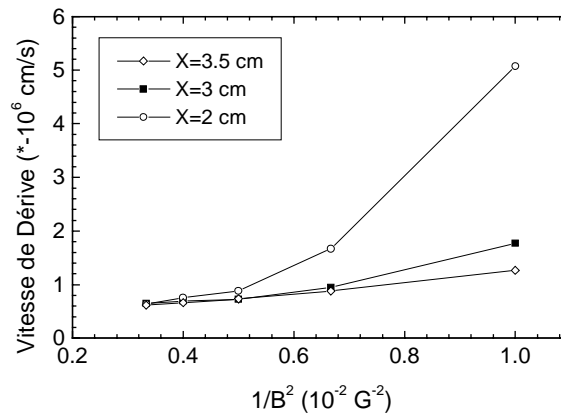


Figure II-8 : Variation de la vitesse de dérive axiale des électrons obtenue par le code Monte Carlo en fonction de  $1/B^2$ . Les valeurs du champ magnétique radial et indépendant de X sont comprises entre 100 et 300 G, la vitesse de dérive est représentée pour trois positions dans le moteur avec  $E=50 \text{ V/cm}$ .

D'autre part, on vérifie que le calcul Monte Carlo donne bien un comportement en  $1/B^2$  de la vitesse de dérive (tant que le rapport  $\frac{\omega^2}{v^2}$  reste grand devant 1) comme le montre la figure II-8 où la vitesse de dérive obtenue à l'aide du code Monte Carlo a été tracée en fonction de  $1/B^2$  pour 5 valeurs du champ magnétique pour un SPT de longueur 4 cm. Les électrons sont maintenant émis dans le plan de sortie ( $X=4 \text{ cm}$ ), nous regardons la vitesse de dérive pour trois positions dans le moteur  $X=3.5 \text{ cm}$ ,  $X=3 \text{ cm}$  et  $X=2 \text{ cm}$ . Pour des valeurs les plus grandes de X, la non linéarité de la vitesse avec les variations en  $1/B^2$  du champ magnétique est due à la proximité de l'anode.

Pour résumer, l'expression (II.2) de la mobilité électronique donne une bonne approximation de la vitesse de dérive électronique si l'on prend pour fréquence de collision électron-paroi, une expression de la forme:

$$v \approx 0.3 \frac{v_{e,th}}{(R_2 - R_1)} \quad (II.28)$$

Le facteur  $\chi$  est bien entendu lié à la nature de la "collision" électron-paroi; la valeur de 0.3 [Bo-4] qui donne un bon accord avec les calculs Monte Carlo, correspond uniquement à notre hypothèse de réflexion avec diffusion angulaire semi-isotrope. Le MD décrit au § II-4 montre pour les fortes valeurs de B que la mobilité et donc la vitesse de dérive varie également comme  $\sqrt{\epsilon}/B^2$  [De-2].

Nous venons de voir que les "collisions" électron-paroi peuvent être traitées comme les collisions en volume, nous parlerons par la suite de fréquence de collision élastique, de fréquence de collision d'ionisation et d'attachement aux parois comme nous parlons de fréquence d'échange de quantité de mouvement ou de fréquence d'ionisation en volume.

Nous avons dans une deuxième approche voulu regarder l'influence de l'émission secondaire électronique et de l'attachement aux parois sur la FDE et l'énergie moyenne électronique. Les résultats obtenus par le code particulière ont été comparés aux résultats obtenus à l'aide du modèle dérivant de l'équation de transport des électrons et aux résultats expérimentaux reportés dans la littérature et au sein du GDR.

## **II-5-2 PRISE EN COMPTE DE L'EMISSION SECONDAIRE ELECTRONIQUE ET DE L'ATTACHEMENT AUX PAROIS**

Le modèle Monte Carlo supposant que nous atteignons un état stationnaire, le terme faisant intervenir la dérivée par rapport au temps a été négligé dans l'équation de Diffusion (relation II.23), la fonction de distribution en énergie des électrons FDE dépendra dans ces conditions des variables position axiale et énergie. Le moteur est un SPT100, rayons interne et externe respectivement 3 et 5 cm, longueur 4 cm. Le champ électrique choisi pour cette comparaison est constant et égal à 20 V/cm de l'anode à la position X=3 cm, il augmente linéairement sur le dernier cm de manière à obtenir un potentiel appliqué entre l'anode et le plan de sortie de 300 V. La forme que nous avons prise est proche de la forme du champ



électrique obtenue à l'aide du modèle fluide (voir Chapitre IV). La composante axiale du champ magnétique radial a une forme parabolique avec un champ minimal à l'anode de 20 G et un champ magnétique maximal en sortie de 200 G (voir figure II-9), la composante radiale varie toujours en  $1/\rho$  afin de satisfaire  $\text{div}\mathbf{B}=0$ . Le potentiel de gaine est constant et a été pris égal à 10 V, les électrons entrent au niveau du plan de sortie du moteur avec une énergie de 15 eV.

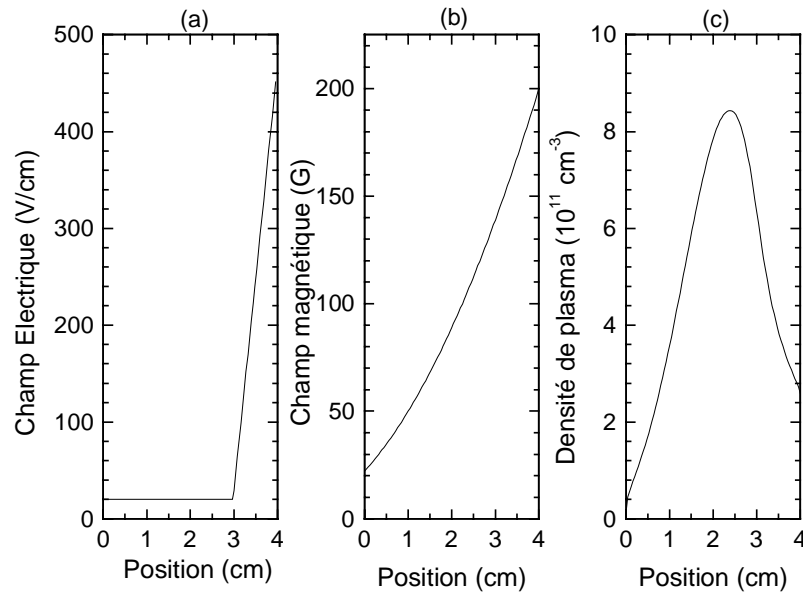


Figure II-9 : Profils des champs (a) électrique et (b) magnétique, (c) de la densité de plasma, en fonction de la position axiale utilisés pour comparer les résultats obtenus à l'aide du code Monte Carlo et du modèle de Diffusion. Nous rappelons que le plan anodique est situé à la position  $X=0$  cm et le plan de sortie à la position  $X=4$  cm.

Les différents processus d'émission et d'attachement aux parois ont été décrits dans le paragraphe II-3-2c, nous avons tenu compte des interactions électron-ion qui vont permettre de dépieger les électrons d'énergie inférieure au potentiel de gaine. Ces électrons de faible énergie sont en effet piégés entre les gaines, ils ne peuvent diffuser vers l'anode puisqu'ils n'atteignent pas les parois (voir § II-3-4b). Etant réfléchis de façon miroir par les gaines, seules les collisions en volume peuvent leur permettre un changement de quantité de mouvement et donc un changement de trajectoire confinée. Comme nous l'avons vu, la fréquence d'interaction électron-ion est d'autant plus importante que l'énergie de l'électron considéré est faible. Ce processus est simplement un changement de quantité de mouvement, il ne s'accompagne d'aucune perte d'énergie pour la particule considérée. Un profil typique de

densité de plasma issu du code fluide nécessaire à la prise en compte de ces collisions est représentée figure II-9.

La FDE nous donne une image du temps passé par les particules dans les différentes cellules énergie - position. Nous représentons sur la figure ci-dessous les FDE normalisées dans le cas d'un potentiel de gaine de 10V pour 3 positions à l'intérieur du moteur. La position  $X=0.1$  cm est très proche de l'anode,  $X=2$  cm correspond à la zone où le champ électrique est constant et la position  $X=3.4$  cm au milieu de la partie où la chute de potentiel est la plus grande. Le temps CPU - sur un Pentium 233 MHz- pour obtenir une assez bonne statistique (1000 électrons primaires auxquels s'ajoutent les électrons issus de la création sur les parois) est de l'ordre de 4h contre quelques dizaines de secondes pour obtenir la FDE à l'aide du modèle dérivant de l'équation de transport électronique (MD) !

Nous pouvons d'ores et déjà noter que la FDE n'est pas uniforme axialement et n'est pas maxwellienne, les deux modèles le montrent bien (voir les différentes FDE sur la figure II-10). Nous obtenons des résultats somme toute assez similaires si ce n'est en queue de distribution (la population d'électrons très chauds d'énergie supérieure à 200 eV) mais cette population est relativement faible. Nous voyons apparaître des problèmes de statistique pour ce groupe d'électrons dans des zones proches de l'anode (voir figure II-10a). Cela est dû au fait que le champ magnétique étant relativement faible dans cette région, les particules demeurent moins longtemps dans cette partie du moteur. Les écarts apparaissent également au niveau de la population des électrons de faible énergie. Le MD en donne une population plus faible, cette différence aura des conséquences sur l'énergie moyenne, nous y reviendrons. Les deux modèles montrent que 2 populations se dégagent (voir figure II-10b et c). Une première population regroupe les électrons dont l'énergie est inférieure à 30 eV (valeur du seuil de l'émission secondaire électronique par impact des électrons sur les céramiques), nous parlerons de population faible énergie. Un deuxième groupe - population de plus haute énergie - rassemble les électrons dont l'énergie est supérieure à 30 eV (avec une population d'électrons très chauds dépassant les 200 eV). Notons à ce propos que le minimum dans la FDE autour de 30 eV coïncide parfaitement lorsque l'on compare les deux modèles. Nous allons maintenant voir plus en détails l'importance des différentes populations suivant la position dans le moteur.

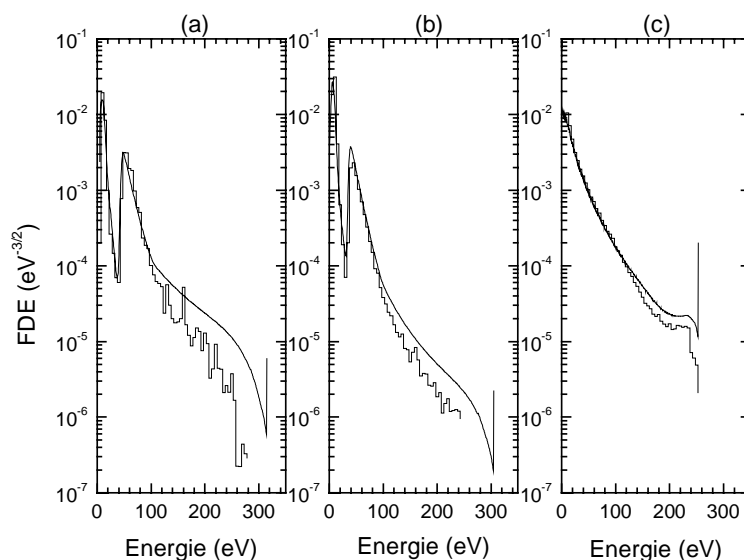


Figure II-10 : FDE représentées en échelle logarithmique et normalisées pour 3 positions dans le moteur : (a)  $X=0.1$  cm, (b)  $X=2$  cm et (c)  $X=3.4$  cm. La FDE a été obtenue à l'aide de la simulation Monte Carlo (histogramme) et du modèle de Diffusion (traits pleins). Les conditions sont celles présentées sur la figure II-9.

La FDE n'est plus un Dirac comme dans le paragraphe précédent en énergie puisque des processus tels que l'émission secondaire et l'attachement aux parois vont beaucoup modifier l'énergie des électrons et donc la FDE. Les électrons issus de la cathode (nous les appellerons primaires) gagnent sur le dernier cm côté cathodique une bonne partie du potentiel appliqué, ils vont arracher des électrons secondaires des parois, leur énergie est en effet bien supérieure au seuil d'ionisation qui est de 30 eV auquel on doit ajouter le potentiel de gaine. La population des électrons de faible énergie augmente donc, comme le montre la figure II-10c. Notons au passage que les électrons issus de l'émission secondaire peuvent être piégés par les gaines. En effet, même si l'électron arraché de la paroi gagne une énergie radiale égale au potentiel de gaine quand il franchit celle-ci, il est confiné par le fort champ magnétique qui règne dans cette région. En étant confiné, il peut perdre de l'énergie en remontant le champ électrique et être ainsi piégé par les gaines n'ayant plus une énergie radiale suffisante pour les franchir. Ces électrons arrachés des parois et piégés par les gaines vont rester longtemps dans le moteur et donc influencer grandement la forme de la FDE. Seule une collision avec un ion peut lui permettre de changer de trajectoire confinée, de gagner de l'énergie sous l'effet du champ électrique ambiant et d'atteindre la paroi où il aura une grande probabilité de s'attacher. La probabilité d'attachement est d'autant plus grande que l'énergie de l'électron est juste au-dessus du potentiel de gaine (voir figure II-4).

Au milieu du moteur, zone où règne un champ électrique constant (figure II-10b), on voit clairement se détacher les deux populations. La première dont les électrons sont issus de l'émission secondaire et la deuxième regroupant les électrons primaires atteignant la paroi, ils ont perdu plus ou moins d'énergie par impact et émission d'électrons des parois. Le creux dans la FDE ne dépend pas de la forme précise de la répartition en énergie des deux électrons émis par la paroi, il dépend de la grande probabilité des électrons de s'attacher à la paroi pour des énergies au-dessus de 30 eV. En sortie du moteur (figure II-10a), le champ magnétique est faible ( $1/10^{\text{ème}}$  de sa valeur à l'entrée), le rayon de Larmor est grand, les électrons sont moins confinés. Les particules sont accélérées par le champ électrique ambiant, les collisions électron-paroi sont moins probables puisque les électrons demeurent moins longtemps dans le moteur. On retrouve une FDE dont l'allure est proche de celle à la position  $X=2$  cm avec une part moins importante des électrons de très faible énergie puisqu'ils ont gagné de l'énergie dans cette région en étant accélérés. Le creux de la FDE s'est également déplacé d'une 30 eV avec l'attachement d'électrons primaires qui ont perdu beaucoup d'énergie en arrachant des électrons des parois [Mo-2].

En intégrant la FDE par rapport à la variable énergie, nous obtenons l'énergie moyenne en fonction de la position axiale comme le montre la figure II-11. Quatre zones distinctes apparaissent : une première zone montre une augmentation de l'énergie sur les 5 derniers mm, une chute de l'énergie sur les 5 suivants, une zone à énergie quasi-constante s'étendant sur 2 cm et une augmentation de l'énergie près de l'anode. Si la forme de la variation de l'énergie moyenne est la même, l'énergie moyenne obtenue à l'aide de la SMC est, dans la plus grande partie du moteur, inférieure à l'énergie obtenue à l'aide du MD (jusqu'à 10 eV). Ces différences apparaissent au niveau de la zone où l'énergie moyenne chute et s'amplifient dans la partie où l'énergie moyenne est quasiment constante, la population des électrons de très faible énergie est, comme on peut le voir sur la figure II-11, plus importante dans le cas de la SMC que pour le MD.

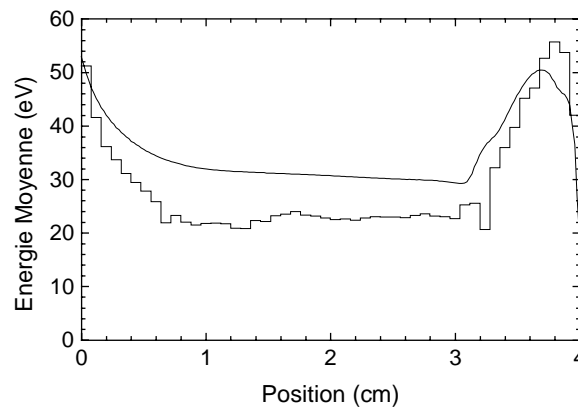


Figure II-11 : Energie moyenne obtenue à l'aide du code Monte Carlo (histogramme) et du modèle de Diffusion (traits pleins) dans les conditions présentées sur la figure II-9.

Comme on peut le voir sur les courbes ci-dessus, l'énergie augmente rapidement sous l'effet de l'accélération des électrons primaires par le champ électrique. Elle décroît ensuite du fait de la part importante de l'émission secondaire aux parois. Il est intéressant de noter que, même en l'absence des pertes inélastiques aux parois, l'énergie moyenne chute. En effet, dans le cas de l'émission d'un électron de la paroi, la somme des énergies des deux électrons (incident et secondaire) est égale à l'énergie de l'électron incident (voir § II-3-4-c), pourtant l'énergie baisse en moyenne car l'énergie par électron est tout simplement plus faible. Ensuite nous arrivons dans une région où le champ électrique est constant et l'énergie moyenne est quasi-constante, c'est à dire que les pertes d'énergie (émission secondaire) sont pratiquement équivalentes aux gains (accélération). Enfin, les collisions électrons aux parois deviennent moins importantes et de par la nature absorbante de l'anode (pas de rétrodiffusion), l'énergie moyenne augmente du côté anodique.

### II-5-3 INFLUENCE DES COLLISIONS ELECTRON-XENON

Nous avons introduit les collisions en volume entre les électrons et les atomes de xénon (transfert de quantité de mouvement, excitation et ionisation), les sections efficaces utilisées sont présentées sur la figure II-3. La figure II-12 montre pour deux positions ( $X=3.4$  cm et  $X=2$  cm) la FDE normalisée dans le cas où l'on prend en compte les collisions électron-xénon et dans le cas où celles-ci sont négligées. La densité de neutres utilisée est également représentée sur cette figure et les autres conditions sont identiques à celles utilisées dans le paragraphe ci-dessus.

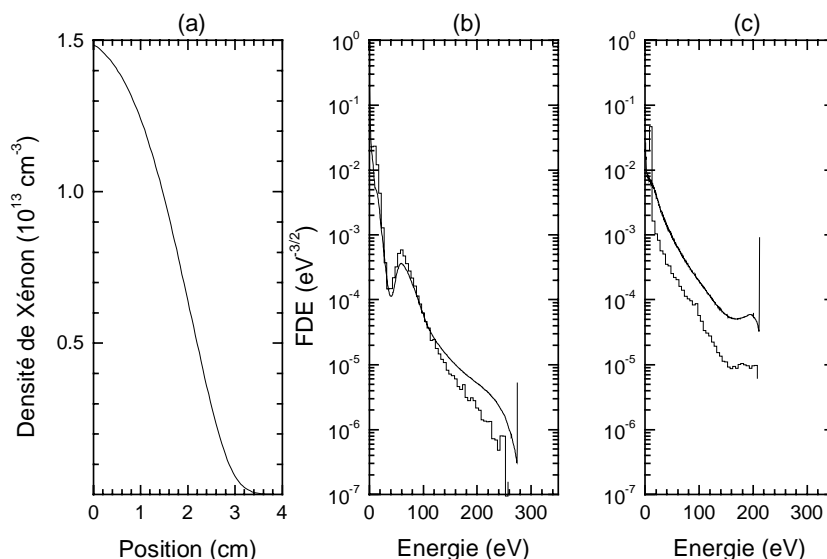


Figure II-12 : (a) Profil de densité de neutres. (b) FDE normalisée et en échelle logarithmique à l'aide du code Monte Carlo (histogramme) et du modèle de Diffusion (traits pleins) à la position  $X=3.4$  cm. (c) mêmes conditions que (b) pour  $X=2$  cm. Les autres conditions sont identiques à celles de la figure II-10.

On retrouve des formes comparables au cas précédent avec en particulier la présence des deux populations. On remarque également que la part des électrons de très faible énergie est plus importante lorsque l'on tient compte des collisions électron-espèce lourde, cela est dû aux électrons créés par ionisation en volume. Nous voyons que des écarts apparaissent au niveau des populations de faible énergie entre le MD et la SMC, cela peut provenir des approximations faites dans la résolution de l'équation de diffusion macroscopique quant à la prise en compte des collisions inélastiques en volume.

Comme nous l'avons vu, et pour les conditions que nous avons choisi, la FDE est essentiellement contrôlée par la création - disparition d'électrons aux parois. La FDE obtenue présente une allure remarquable avec deux groupes très distincts : le premier groupe, d'énergie inférieure à 25-30 eV peut être caractérisé par une température de l'ordre de 5 eV; le second groupe se distingue par une augmentation, au-delà de 25-30 eV, de la FDE qui passe par un maximum à environ 60 eV, puis décroît à nouveau d'une manière légèrement sous-exponentielle. La température de ce groupe d'électrons est de 30 eV environ. Il semble que la limite énergétique entre les deux groupes, i.e. 30 eV, corresponde à l'énergie au-delà de laquelle le coefficient d'émission secondaire électronique devient supérieur à 1. Nous pouvons rapprocher cette étude des travaux de Bugrova et al. [Bu-1], [Bu-2] qui ont étudié

les FDE à l'intérieur d'un moteur proche d'un SPT100 (longueur 42 mm, distance inter-paroi 16 mm) à l'aide de "petites" sondes dont le rayon est inférieur au rayon de Larmor. Le potentiel appliqué est de 220 V et le champ magnétique est de 160 G en sortie du moteur.

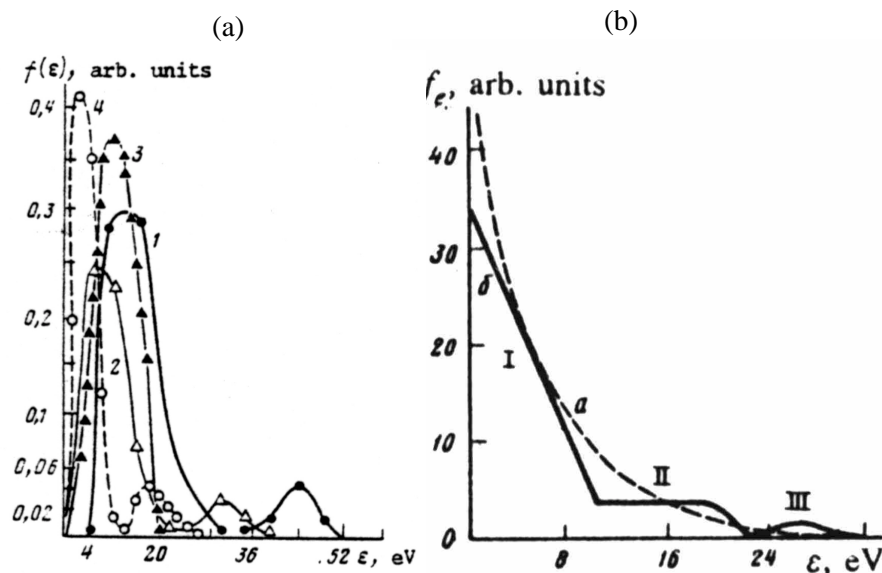


Figure II-13 : FDE obtenue expérimentalement à l'aide de sondes dans un propulseur proche d'un SPT100; (a) pour 4 positions à l'intérieur du canal [Bu-2], 1) X=4 mm, 2) X=10 mm, 3) X=35 mm, 4) X=20 mm, notons que ces distances sont données à partir de l'anode. (b) forme typique de la FDE ( $\delta$ ) comparée à une maxwellienne ( $a$ ) [Bu-1].

La figure II-13a montre la FDE obtenue expérimentalement au milieu de la distance inter-paroi et pour 4 positions axiales dans le canal. Nous remarquons que la FDE laisse clairement apparaître deux groupes d'électrons dont les populations évoluent suivant la position dans le canal. Le groupe d'électrons de faible énergie est maximal à la position X=20 mm, position 4), cette population diminue lorsque l'on se rapproche de l'anode position 2). Le groupe dont les électrons ont une énergie plus importante (qui peut lui même être séparé en deux groupes notés II et III sur la figure II-13b) apparaît à partir d'une distance de X=20 mm et ne réaugmente que modérément en sortie. Le creux dans la FDE s'est déplacé d'une quinzaine d'eV sur 2 cm (passant de 12 eV à 30 eV environ). Le groupe noté I figure II-13b rassemble les électrons de faible énergie piégés par les gaines et issus de l'émission secondaire aux parois ou de l'ionisation en volume. Le groupe III rassemble les électrons dont l'énergie est supérieure au potentiel de gaine, ils vont être réfléchis de façon isotrope par les parois et gagner de l'énergie en étant accélérés par le champ électrique. Enfin le groupe intermédiaire II rassemble les particules réfléchies de façon inélastique par les céramiques.

La FDE a également été caractérisée sur des propulseurs de plus petites tailles tels que le SPT50 au LPMI à l'aide de sondes [Gu-1]. Ces sondes ont permis d'obtenir des profils radiaux (sondes positionnées dans le jet) et axiaux (sondes placées à l'intérieur du canal) de la FDE pour plusieurs valeurs du débit et de la tension de décharge. Nous voyons un exemple typique de FDE sur la figure II-14a pour plusieurs positions à l'intérieur du canal. La distance  $z=25$  mm correspond à la position de l'anode et  $z=45$  mm est située à 5 mm du plan de sortie du moteur.

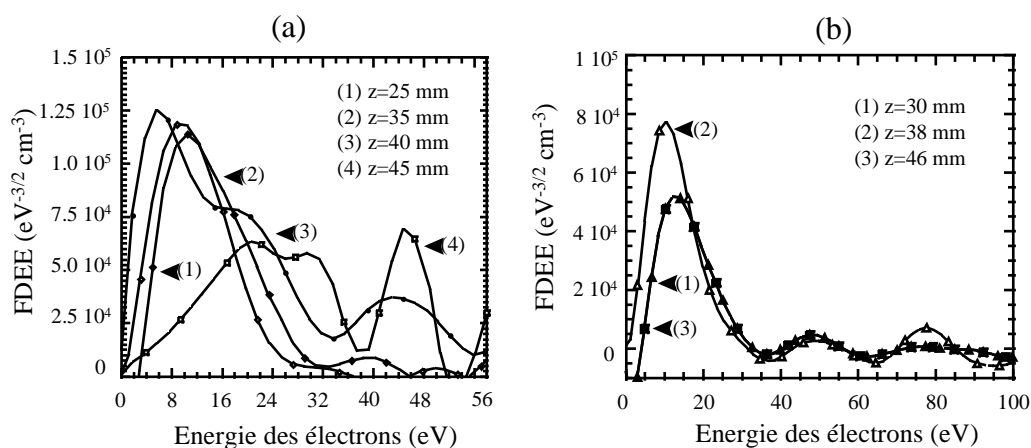


Figure II-14 : Profils axiaux expérimentaux de la FDE pour plusieurs positions dans le canal sur un SPT50 pour une tension de décharge de 250V et un débit de xénon de  $0.17 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  [Gu-1]; (a) à l'aide de sondes mobiles, (b) à l'aide de sondes pariétales.

Les résultats obtenus à l'aide des sondes mobiles montrent les 3 populations attendues; une première population dont l'énergie est comprise entre 0 et 16 eV, une deuxième entre 16 et 32 eV et une troisième entre 16 et 32 eV. La précision et la difficulté des mesures à l'aide de la sonde mobile ne permettent pas de détecter des populations importantes pour des électrons dont l'énergie est supérieure à 60 eV. Une population d'électrons plus chauds est visible sur la figure II-14b où des sondes pariétales ont été utilisées afin de caractériser la FDE. Nous pouvons faire les remarques qualitatives suivantes, la population d'électrons de faibles énergie obtenue par la SMC à l'air de regrouper les deux premières populations obtenues expérimentalement puisque le creux de la FDE apparaît pour des énergies autour de 30 eV si on s'en tient uniquement aux résultats obtenus à l'aide des sondes mobiles. Si l'on regarde la figure II-14b, la première population possède une énergie entre 0 et 35 eV, la population intermédiaire entre 40 et 60 eV, et une troisième population entre 65 et 90 eV.



Il est difficile d'en dire plus que ces simples constatations à ce stade de notre étude sur les FDE, les modèles numériques sont encore limités, ils ne peuvent pas reproduire de façon précise les interactions électron-paroi tant elles sont complexes. Notons tout de même que le faible temps de calcul du MD pour atteindre un état stationnaire va permettre une étude plus complète des FDE en fonctions des différents profils de champ et densité de plasma et de neutre, étude non réalisée jusqu'à présent par la SMC trop contraignante en temps de calcul.

En ce qui concerne la physique de la décharge dans le canal, un modèle Collisionnel Radiatif (MCR) du plasma de xénon et du mélange Xe/He très complet a été développé au Laboratoire de Physique des Gaz et des Plasmas à Orsay [Le-1]. Son but est d'aider à interpréter les expériences de spectroscopie optique d'émission menées sur un SPT50 à l'ONERA pour le plasma de xénon avec des traces d'hélium. Pour la réalisation du MCR seul le xénon neutre a été pris en compte, le diagramme de l'énergie de l'ion est en effet trop complexe pour envisager de le prendre en compte. La FDE est supposée être la somme de deux maxwelliennes (un groupe d'électrons chauds et un groupe d'électrons froids). Elle est déterminée à partir de 4 paramètres : densité et température des électrons froids et densité et température des électrons chauds. Dans le cas du mélange Xe/He, les rapports de raies obtenus expérimentalement à l'aide de fibres optiques placées le long du canal et dans le jet, ont permis de déterminer ces 4 paramètres en fonction de la position dans le moteur et après le plan de sortie. Les résultats du MCR montrent que, dans le canal, la température des électrons froids est comprise entre 3 et 6 eV pour des densités d'électrons froids variant de  $2 \cdot 10^{11}$  à  $6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ . Quant aux électrons chauds, leur température varie entre 10 et 15 eV en sortie du SPT pour des densités comprises entre  $10^{11}$  et  $2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  [Le-1].

#### **II-5-4 INFLUENCE DE L'HYPOTHESE DES FLUCTUATIONS DE TYPE BOHM**

Une étude identique a été menée dans le cas où la diffusion des électrons dans la direction axiale serait due aux fluctuations du champ électrique (la démarche pour la prise en compte de ce type de collision est expliquée dans le § II-3-5). Afin d'étudier le rôle de la diffusion "anormale", nous avons supposé toutes les réflexions des particules aux parois de type miroir. Les différents profils de champs et de densités sont identiques à ceux utilisés dans les deux paragraphes précédents afin de comparer l'influence de cette hypothèse à l'hypothèse d'une conductivité pariétale.

La figure II-15 montre l'évolution de l'énergie moyenne en fonction de la position axiale pour différentes valeurs de  $\kappa_B$  (voir relation II.19). Nous rappelons que  $\kappa_B$  contrôle la fréquence d'échange de quantité de mouvement, elle augmente avec  $\kappa_B$ .

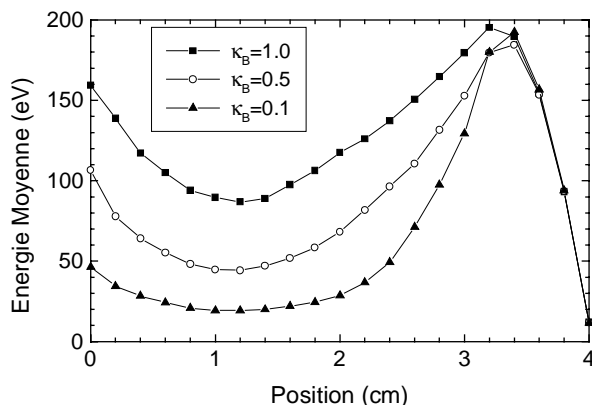


Figure II-15 : Energie moyenne des électrons en fonction de la position axiale pour un potentiel de 300 V pour différentes valeurs du coefficient  $\kappa_B$  intervenant dans la fréquence d'échange fictive simulant les fluctuations de type Bohm (les trajectoires de quelques milliers d'électrons ont été simulées).

L'énergie augmente dans la zone proche de la cathode sous l'effet de la grande chute de potentiel. Les pertes d'énergie des électrons dans le canal ne sont dues, dans l'hypothèse des fluctuations de type Bohm, qu'aux collisions en volume (ionisation et excitation). Ces pertes sont d'autant plus importantes que le temps de transit des électrons est faible, dans le cas où  $\kappa_B = 1$ , le temps de transit des électrons n'est pas suffisamment court pour permettre de faire des collisions en volume. On note une nouvelle fois l'influence de la présence de l'anode sur le premier cm. Lorsque le paramètre  $\kappa_B = 0.1$ , l'énergie dans le canal chute à des valeurs comparables à celles obtenues dans le cas de la conductivité pariétale (20 eV environ). Si maintenant nous regardons la FDE au milieu du canal pour le cas  $\kappa_B = 0.1$  (voir figure II-16), nous obtenons une forme bien différente de celle que nous avons vu dans le cas de la prise en compte de l'émission secondaire. Il existe une population d'électrons non négligeable qui a gagné l'ensemble du potentiel appliqué entre le plan de sortie et  $X = 2$  cm. La forme semble également différente des mesures expérimentales et des résultats publiés sur le sujet, même s'il est vrai que notre fréquence fictive rendant compte d'éventuelles fluctuations du champ électrique dépend du champ magnétique mais demeure indépendante de l'énergie des électrons. Les électrons de faibles énergies visibles sur ces FDE sont issus de l'ionisation en

volume. Nous voyons également l'influence de la fréquence d'échange fictive de quantité de mouvement à travers  $\kappa_B$  sur la population d'électrons de basse énergie, celle-ci est d'autant plus important que  $\kappa_B$  est petit. Nous favorisons d'autant plus la création d'électrons de basse énergie en maintenant les électrons dans le canal le plus longtemps possible (à condition qu'ils possèdent une énergie supérieure au seuil d'ionisation).

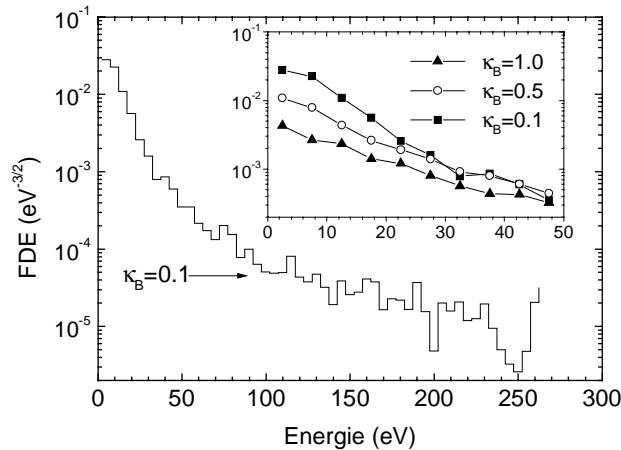


Figure II-16 : FDE en échelle logarithmique et normalisées au milieu du moteur ( $X=2$  cm) pour  $\kappa_B=0.1$  entre 0 et 300 eV et pour les trois valeurs de  $\kappa_B$  entre 0 et 50 eV. Les conditions du calcul sont les mêmes que celles de la figure ci-dessus.

## II-6 CONCLUSION

La simulation Monte Carlo (SMC) du transport électronique que nous avons développé prend en compte des phénomènes en volume (collisions entre électrons et espèces lourdes) et des interactions électron-paroi (diffusions miroir et semi-isotrope, émission d'électrons secondaires par impact d'électrons énergétiques et attachement d'électrons de faibles énergies) en présence de champs électrique et magnétique donnés. Ce modèle non auto-cohérent a été développé dans le but de confronter les deux hypothèses avancées (interactions électron-paroi ou fluctuations du champ électrique) permettant d'expliquer le courant axial observé expérimentalement.

Nous avons mis en évidence que les "collisions" électron-paroi conduisaient à un changement de trajectoire confinée et donc à un mouvement de dérive axiale pour les électrons dont l'énergie est supérieure au potentiel de gaine. Ce processus de dérive axiale s'opère de manière identique à une collision entre un électron et un lourd. Pour les électrons piégés par les gaines, seule une collision en volume peut lui permettre de changer de

trajectoire confinée et donc de dériver vers l'anode. Les résultats obtenus par le modèle SMC ont été comparés dans plusieurs cas de figure aux résultats obtenus à l'aide d'une équation macroscopique du transport électronique beaucoup moins coûteuse en temps de calcul. Les deux modèles montrent que les FDE obtenues ne sont pas maxwelliennes et laissent apparaître deux groupes dont les populations varient dans le canal; un premier groupe rassemble les électrons de faible énergie (température de 5 eV) issu principalement de l'émission secondaire d'électrons de basse énergie des parois et un deuxième groupe d'une température de 30 eV environ rassemble les électrons primaires de plus fortes énergies. Ces deux groupes ont été identifiés expérimentalement aussi bien au sein du GDR qu'en Russie. La difficulté réside dans la complexité de simuler les interactions électron-paroi, la mise au point d'un code moins contraignant sur le plan du temps de calcul, va permettre une étude plus complète de ces phénomènes.

Nous avons également simulé l'effet des fluctuations de champ par l'intermédiaire d'une fréquence d'échange de quantité de mouvement fictive conduisant à la fréquence (ou à une partie de la fréquence) de diffusion anormale de type Bohm. Nous avons vu que, s'il est possible d'obtenir dans certaines conditions des énergies moyennes d'ordre de grandeur comparable à celles trouvées expérimentalement, la FDE résultante ne laisse pourtant pas apparaître deux populations comme dans le cas de la prise en compte de l'émission secondaire et de l'attachement d'électrons des parois.

---

---

***Chapitre III***

***DESCRIPTION DU MODELE 1D-1V***

***QUASINEUTRE TRANSITOIRE***

---

---

### *III Description du Modèle 1D-1V Quasineutre Transitoire*

#### **III-1 INTRODUCTION**

Le modèle que nous avons développé a pour but d'essayer de mieux comprendre certaines propriétés du plasma et en particulier les oscillations basses fréquences observées expérimentalement [Bo-5]. Le couplage entre les champs électrique et magnétique, et le transport des particules chargées et des neutres est assez difficile. Notre choix s'est tourné vers un modèle quasineutre transitoire unidimensionnel en position axiale et en vitesse. L'hypothèse de quasineutralité permet de s'affranchir des conditions contraignantes concernant le pas en temps du calcul liées à la résolution de l'équation de Poisson, le champ électrique étant tiré du transport fluide des électrons. Le transport des ions est décrit suivant une approche non collisionnelle, l'équation de Vlasov peut être résolue de manière fluide ou particulière. Le transport des neutres est traité à l'aide d'une équation de continuité, leur vitesse est supposée constante et égale à la vitesse d'injection.

Le principe et les équations du modèles sont décrits en détails dans la section III-2. Le paragraphe III-3 est consacré à la résolution de l'équation de Vlasov avec une description des méthodes numériques possibles. Dans la section III-4, nous verrons une validation de l'hypothèse de quasineutralité à l'aide d'un modèle non quasineutre où le transport des particules chargées est couplé à la résolution de l'équation de Poisson. La partie III-4 donne un bref aperçu de codes développés dans le but de mieux comprendre le fonctionnement du propulseur. Enfin la section III-5 résume les hypothèses de notre modèle et présente les perspectives de travaux futurs

#### **III-2 DESCRIPTION DU MODELE PHYSIQUE**

Nous allons nous intéresser dans cette partie à la description du modèle transitoire, nous verrons dans un premier temps les hypothèses simplificatrices qu'il implique, puis, dans un deuxième temps, le principe général du modèle quasineutre et enfin les différentes équations du modèle.

### III-2-1 CHOIX DU MODELE

De façon générale, un modèle décrivant l'évolution d'un plasma est basé sur la résolution des équations de transport des particules chargées couplées aux équations de Maxwell qui peuvent se réduire à l'équation de Poisson le plus souvent [Fi-1]. Dans cette étude nous allons supposer que le problème est unidimensionnel en position et en vitesse dans la direction axiale.

#### a) Hypothèse de quasi-neutralité

La résolution couplée des équations de transport des particules chargées et de l'équation de Poisson (par exemple dans les modèles particuliers - PIC "Particule-In-Cell", ou dans les modèles fluides) est très consommatrice de temps de calcul, et ce d'autant plus que la fréquence plasma (ou la densité du plasma) est élevée. Ceci est dû au fait que plus la densité de plasma est élevée, plus un écart relatif donné à la neutralité génère un champ de charge d'espace important. Dans ces conditions, le temps pendant lequel est acceptable un écart à la neutralité doit être court, le pas d'intégration temporelle du système doit donc décroître quand la densité de plasma croît. L'un des critères importants conditionnant le choix du modèle physique nous a paru être la rapidité d'exécution du code numérique de façon à rendre possible une étude paramétrique du fonctionnement du dispositif en régime transitoire afin de comparer nos résultats aux résultats expérimentaux. Comme d'autre part, le plasma de la région accélératrice du SPT est un plasma qui par essence doit être neutre, il nous a paru utile d'éviter les très fortes contraintes inhérentes à une description du système basée sur la résolution couplée des équations de transport électronique et ionique et de l'équation de Poisson. Nous avons donc choisi de supposer a priori le plasma quasi-neutre (densité électronique  $n_e \approx$  densité ionique  $n_p =$  densité du plasma  $n$ ). Cette hypothèse sera validée dans la partie III-4 à l'aide d'un modèle couplant les équations de transport à l'équation de Poisson.

L'hypothèse de quasi-neutralité est une hypothèse qui permet de décrire parfaitement, par exemple, le fonctionnement d'un plasma de colonne positive d'une décharge lumineuse et qui est couramment utilisée pour décrire différents types de plasma [Ha-2], [He-1] ou de source d'ions [Wh-1]. Notons que l'hypothèse de quasi-neutralité ne signifie absolument pas que le champ électrique  $E$  est déduit de l'équation de Poisson en l'absence de charge d'espace,

$\text{div}\mathbf{E} = 0$  ! Le champ électrique est en fait déduit d'une équation de conservation du courant total  $\mathbf{J}_T$ ,  $\text{div}\mathbf{J}_T = 0$ , dans laquelle la composante électronique du courant est fonction de la densité du plasma et du champ électrique. Ceci est décrit plus en détail dans la suite.

La seule région du milieu accélérateur du SPT où la condition de quasi-neutralité n'est pas valable est la gaine de Debye, au voisinage des parois, qui ne peut évidemment pas être décrite par un modèle supposant la quasi-neutralité. Notons également qu'il semble peu probable qu'un modèle en principe plus général basé sur la résolution des équations de transport couplées à l'équation de Poisson, c'est à dire ne supposant pas la quasi-neutralité, soit capable de décrire correctement la gaine de Debye dans le SPT. En effet, la longueur de Debye  $\lambda_D$  du plasma est de l'ordre de quelques microns ou dizaines de microns (voir Chapitre II), alors que les dimensions du système sont de l'ordre de quelques centimètres. Un modèle PIC explicite (dans lequel la simulation des trajectoires des particules et le calcul du champ sont effectués successivement) est à même de décrire la gaine de Debye à condition que le pas du maillage spatial soit inférieur à la longueur de Debye. De plus, dans un tel modèle, le pas en temps d'intégration doit rester inversement proportionnel à la pulsation plasma, les temps de calculs deviennent prohibitifs pour des puissances de calcul dont nous disposons (stations de travail de type HP séries 700 ou Pentium). Des modèles particuliers PIC implicites, développés plus récemment, permettent cependant de s'affranchir de cette contrainte sur le pas d'intégration temporelle [Pa-1], [Ad-1].

#### b) Equations de transport des particules : modèle hybride

Le transport des ions dans le SPT, est, en raison de la basse pression de gaz, pratiquement non-collisionnel. Il est donc clair que la meilleure description du transport ionique est donnée par l'équation de Vlasov (avec un terme source de créations d'ions par ionisation). Nous avons choisi d'utiliser cette description et nous verrons les choix qui s'offrent à nous pour les méthodes de résolution de l'équation de Vlasov (particulaire ou fluide - voir la partie III-3).

Le transport des électrons, en revanche, est "plus collisionnel", en raison de la présence du champ magnétique radial (auquel les ions sont insensibles) qui tend à ralentir leur progression vers l'anode en augmentant la distance effectivement parcourue par les électrons. Les électrons effectuent des collisions avec les particules lourdes (principalement avec les



neutres - ionisation) et également avec les parois du système (ou avec les gaines de Debye entourant celles-ci). Les électrons étant confinés par le champ magnétique, nous avons vu au chapitre II que l'approche microscopique (particulière Monte Carlo) nécessite des pas en temps d'intégration des trajectoires électroniques inférieurs à  $10^{-10}$  s ! Il semble donc plus raisonnable d'adopter une description fluide (approche macroscopique) du transport électronique basée sur les équations de continuité, de transport de quantité de mouvement et d'énergie. Nous verrons que, étant donnée l'hypothèse de quasi-neutralité, ces équations de transport (continuité et quantité de mouvement) ne sont pas en fait utilisées pour calculer la densité du plasma (qui est déduite de la description du transport ionique), mais pour obtenir le champ électrique.

### c) Ionisation

Le taux d'ionisation par impact électronique est un élément important du fonctionnement du moteur. Ce taux dépend de la fonction de distribution énergétique des électrons et de la densité de gaz. La densité de gaz neutre est obtenue à l'aide d'une équation de continuité et d'un terme de disparition par ionisation.

La fonction de distribution électronique ne peut bien entendu pas être déduite des équations de transport fluide qui ne concernent que la densité, la vitesse moyenne et la température électronique (ou l'énergie moyenne). Nous avons opté pour une distribution supposée Maxwellienne des électrons, cette hypothèse pourra par la suite être améliorée à l'aide du modèle de diffusion développé par P. Degond et V. Latocha dont nous avons parlé au Chapitre II.

## III-2-2 PRINCIPES DU MODELE

La région simulée est le canal du moteur entre l'anode et le plan de sortie du SPT. Le potentiel d'anode est supposé connu et le plan de sortie  $x=d$  est supposé au potentiel 0 (le courant est un résultat du calcul).

Nous supposons ici, pour faciliter la description qualitative du modèle, le terme d'ionisation (nombre de paires électron-ion créées par unité de volume et par unité de temps) donné. Le calcul suit les étapes suivantes:

1) Supposons la distribution du champ électrique connue. L'équation de Vlasov est résolue entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ . La fonction de distribution des ions en position et vitesse ainsi obtenue nous permet de connaître la densité d'ions (donc la densité de plasma), le flux d'ions et l'énergie moyenne des ions en chaque point.

2) La nouvelle densité de neutres à l'instant  $t + \Delta t$  est déduite d'une équation de continuité.

3) Connaissant la densité de plasma, une nouvelle estimation du champ électrique est déduite de l'équation  $\text{div} \mathbf{J}_T = 0$  ( $\mathbf{J}_T$  est la densité de courant totale, somme des densités de courants électronique  $\mathbf{J}_e$  et d'ions positifs  $\mathbf{J}_p$ ), dans laquelle  $\mathbf{J}_e$  est exprimé, à l'aide de la description fluide électronique, en fonction du champ électrique, de la densité de plasma et d'autres paramètres. Le flux électronique entrant dans le système au point  $x=d$  est une conséquence du calcul.

4) L'équation de l'énergie électronique permet de calculer l'énergie moyenne des électrons à l'instant  $t + \Delta t$ , les différents taux (ionisation et excitations) sont calculés à l'aide de l'énergie moyenne électronique en supposant une fonction de distribution Maxwellienne pour les électrons. On recommence ensuite au point 1) jusqu'à ce que l'instant final de la simulation soit atteint.

Les détails des équations sont donnés ci-dessous.

### III-2-3 DEFINITION ET EQUATIONS DU MODELE

#### a) Equation de transport ionique

Le mouvement des ions est supposé non collisionnel et est donc décrit par l'équation de Vlasov. Cette équation peut s'écrire à une dimension en position (suivant  $x$ ) et en vitesse (suivant  $v_x$ ) :

$$\frac{\partial f(x, v_x, t)}{\partial t} + v_x \frac{\partial f(x, v_x, t)}{\partial x} + \gamma_x \frac{\partial f(x, v_x, t)}{\partial v_x} = S_{v_x}(x, v_x, t) \quad (\text{III.1})$$

où  $f(x, v_x, t)$  est la fonction de distribution des ions notée FDI qui dépend de la direction axiale  $x$ , de la vitesse axiale  $v_x$ , et du temps  $t$ ;  $\gamma_x$  est l'accélération des ions dans la

direction axiale sous l'effet du champ électrique. Pour des champs magnétiques de 200 G en sortie du moteur et pour des ions d'énergie 200 eV, le rayon de Larmor ionique est supérieur à 1 m. Nous avons donc supposé les ions insensibles au champ magnétique.

La variation du nombre d'ions au cours du temps dans une cellule élémentaire de l'espace des phases (ici à une dimension pour la position et la vitesse) dépend de la diffusion spatiale des particules et des forces agissant sur celles-ci. Cette équation est résolue à une dimension spatiale et une dimension dans l'espace des vitesses, cependant, le champ électrique pouvant s'inverser, les vitesses positives et éventuellement négatives des ions doivent être prises en compte. Nous reviendrons dans le paragraphe III-3 sur la résolution numérique de cette équation.

Le terme  $S_{v_x}(x, v_x, t)$  représente la création d'ions par élément de volume de l'espace des phases. Il peut s'écrire sous la forme :

$$S_{v_x}(x, v_x, t) = n(x, t)n_a(x, t)k_i(x, t)\delta(v_x - v_0) = S(x, t)\delta(v_x - v_0) \quad (\text{III.2})$$

où  $n(x, t)$  est la densité de plasma (hypothèse de quasi-neutralité),  $n_a(x, t)$  la densité de gaz neutre, et  $k_i(x, t)$  le taux d'ionisation au point  $x$ .  $\delta$  est la fonction de Dirac : les ions sont tous supposés créés avec la même vitesse  $v_0$  (parallèle à l'axe des  $x$ ) correspondant à la vitesse d'injection des neutres à l'anode. Nous négligeons toute perte d'ions sur les parois du moteur.

Du calcul de la FDI, on peut en déduire la densité d'ions et donc la densité du plasma :

$$n(x, t) = \int f(x, v_x, t)dv_x \quad (\text{III.3})$$

on peut aussi en déduire la vitesse moyenne :

$$\overline{v_x}(x, t) = \int v_x f(x, v_x, t)dv_x \quad (\text{III.4})$$

et l'énergie moyenne des ions :

$$\overline{\epsilon_x}(x, t) = \int \epsilon_x f(x, v_x, t)dv_x \quad (\text{III.5})$$

b) Equation de continuité pour les neutres

Les neutres sont supposés émis à l'anode avec une vitesse  $v_0$  constante (parallèle à l'axe des  $x$ ), on néglige l'effet des collisions, ils sont perdus sous l'effet de l'ionisation. La fonction de distribution des vitesses des neutres est donc une fonction de Dirac, dans ces conditions, l'équation des transport des atomes neutres prend une expression très simple :

$$\frac{\partial n_a(x, t)}{\partial t} + v_0 \frac{\partial n_a(x, t)}{\partial x} = -S(x, t) = -n(x, t)n_a(x, t)k_i(x, t) \quad (\text{III.6})$$

La condition aux limites pour la densité d'atomes à l'anode  $n_a(0, t) = n_{a,0}$  est donnée par l'expression :

$$n_{a,0} = \frac{\overset{o}{m}}{Mv_0\pi(R_2^2 - R_1^2)} \quad (\text{III.7})$$

où  $\overset{o}{m}$  est le débit massique et  $M$  la masse d'un atome de xénon.

La relation (III.6) est en pratique résolue à l'aide d'un schéma Upwind à l'ordre 1.

c) Equations de continuité et de transfert de quantité de mouvement électronique

La description macroscopique du transport des électrons se fait par la résolution des trois premiers moments de l'équation de Boltzmann (équations de continuité, de transfert de quantité de mouvement et d'énergie qui sera décrite dans le §d). Même si le modèle est transitoire, nous nous intéressons uniquement à des échelles de temps relatifs au mouvement des ions ou des neutres. Dans ces conditions, les dérivées par rapport au temps peuvent être négligées. Le flux d'électrons peut s'écrire sous la forme d'un terme de dérive et d'un terme de diffusion lorsque l'on néglige l'inertie des électrons. Si nous négligeons le terme de diffusion, l'équation de transport de quantité de mouvement est réduite à un terme de gain dû au champ électrique et un terme de pertes dû aux collisions.

Le transport électronique est décrit par l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \phi_e(x,t)}{\partial x} = S(x,t) \quad (\text{III.8})$$

et l'équation de transfert de quantité de mouvement simplifiée :

$$\phi_e(x,t) = n(x,t) \overline{v_e(x,t)} = -n(x,t) \mu_e(x,t) \mathbf{E}(x,t) \quad (\text{III.9})$$

où  $\overline{v_e(x,t)}$  est la vitesse moyenne des électrons et  $\mu_e(x,t)$  la mobilité des électrons. La mobilité des électrons peut prendre des formes différentes suivant le mécanisme de transport considéré. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, elle peut varier soit proportionnellement à la fréquence d'échange de quantité de mouvement  $v_m(x,t)$  et comme l'inverse du champ magnétique au carré (mobilité classique collisionnelle - relation II.2) soit comme l'inverse du champ magnétique (mobilité de type Bohm - expression II.5). En sortie du moteur, la densité des neutres chute sous l'effet de l'ionisation, d'autre part, le champ magnétique est maximal dans cette région. La conductivité électronique due aux collisions électron-atome devient très petite, le courant ne peut alors passer qu'en considérant les collisions électron-paroi ou les fluctuations de type Bohm. Dans le cas où l'on ne tient pas compte d'une composante supplémentaire pour conduire le courant, nous n'obtenons pas de solution stable du système.

Comme nous l'avons vu, les "collisions" électron-paroi peuvent jouer le même rôle que les collisions électron-lourd en permettant un changement de transfert de quantité de mouvement et donc un changement de trajectoire confinée. Nous avons par conséquent choisi de rajouter à la fréquence d'échange de quantité de mouvement due aux collisions électron-atome une fréquence d'échange de quantité de mouvement prenant en compte les interactions électron-paroi, ainsi la mobilité collisionnelle dans la direction transverse au champ magnétique s'écrit :

$$\mu_{cl}(x,t) = \frac{e}{m v_m(x,t)} \frac{1}{1 + \frac{\omega_B^2(x)}{v_m^2(x,t)}} \quad (\text{III.10})$$

avec

$$v_m(x,t) = [v_m(x,t)]_{\text{neutres}} + [v_m(x,t)]_{\text{parois}} \quad (\text{III.11})$$

La fréquence de collision électron-atome peut être estimée par :

$$[v_m(x,t)]_{\text{neutres}} = k_m n_a(x,t) \quad (\text{III.12})$$

avec  $k_m = 2.510^{-7} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$  (le taux d'échange de quantité de mouvement est supposé constant, il a été calculé pour des énergies moyennes électroniques d'une dizaine d'eV). Cette fréquence est de l'ordre de  $4.10^6 \text{ s}^{-1}$  pour des densités d'atomes neutres de  $1.610^{13} \text{ cm}^{-3}$  correspondant à un débit massique de xénon à l'anode de 5 mg/s avec une vitesse d'injection de  $3.10^4 \text{ cm/s}$ .

La difficulté est d'estimer de façon précise une fréquence d'échange de quantité de mouvement due aux interactions électron-paroi puisque seule la population des électrons susceptibles de franchir la barrière de potentiel près des gaines participe à l'échange de quantité de mouvement. La fréquence de collision électron-paroi est de l'ordre de  $v_{e,\text{th}} / (R_2 - R_1)$  où  $v_{e,\text{th}}$  est la vitesse électronique thermique,  $R_1$  et  $R_2$  sont respectivement les rayons intérieurs et extérieurs du moteur (voir chapitre II). Pour une température de quelques eV,  $v_{e,\text{th}}$  est de l'ordre de  $10^8 \text{ s}^{-1}$  et  $(R_2 - R_1)$  est 2 cm dans les conditions du SPT 100. Comme seulement une partie des électrons franchit la gaine, nous avons choisi de représenter les collisions électron-paroi par une fréquence d'échange de quantité de mouvement dont la forme est la suivante :

$$[v_m(x,t)]_{\text{parois}} = \alpha 10^7 \quad (\text{s}^{-1}) \quad (\text{III.13})$$

avec  $\alpha$  est un paramètre constant ajustable.

La plupart des résultats présentés dans les chapitres suivant ont été obtenus à partir de la mobilité décrite ci-dessus, c'est à dire en prenant en compte la mobilité sous la forme collisionnelle avec les collisions électron-atome et électron-paroi. Cependant, comme il n'existe pas de preuves indiscutables montrant que la diffusion de Bohm ne joue pas un rôle dans la partie où le champ magnétique est importante, nous avons essayé de prendre en compte de façon qualitative les effets des fluctuations de champ responsable de la conductivité de type Bohm :

$$\mu_B(x) = \frac{1}{16B(x)} = \frac{e}{m} \frac{1}{16\omega_B(x)} \quad (\text{III.14})$$

La conductivité électronique est supposée tendre vers la mobilité de type Bohm quand la fréquence de collision est nulle et vers la mobilité classique collisionnelle quand le champ magnétique tend vers 0. Une forme de mobilité cohérente avec ces limites est donnée par la relation (II.15) où la fréquence de collision  $\nu_m(x, t)$  représente la somme d'une fréquence d'échange de quantité de mouvement électron-atome ajoutée à une fréquence équivalente représentant les effets de fluctuations du champ :

$$\nu_m(x, t) = [\nu_m(x, t)]_{\text{neutres}} + [\nu_m(x, t)]_{\text{fluctuations}} = [\nu_m(x, t)]_{\text{neutres}} + 16\omega_B(x) \quad (\text{III.15})$$

La façon de prendre en compte à la fois les collisions électron-neutre et la conductivité de type Bohm est très empirique mais donne la mobilité classique collisionnelle pour les faibles champs magnétiques et la mobilité de type Bohm pour les faibles fréquences de collision.

Pour terminer, nous pouvons noter que les collisions électron-ion ont été négligées dans l'expression de la fréquence de collision des électrons. La température des électrons dans le moteur est assez grande pour négliger cette contribution dans l'échange de quantité de mouvement. En effet, pour une température de 10 eV, et une densité de plasma de  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , la fréquence de collision coulombienne est de l'ordre de  $5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ . Elle est trop petite pour assurer une conductivité suffisante dans la région en sortie du moteur quand la densité de plasma est faible.

#### d) Equation d'énergie électronique

Le troisième moment de l'équation de Boltzmann nous donne l'équation de l'énergie des électrons, dans laquelle nous négligeons les termes dépendant du temps puisque nous nous intéressons uniquement à des échelles de temps relatives au mouvement des ions et des neutres. De plus, si nous supposons le tenseur de pression diagonal et isotrope et l'énergie thermique moyenne  $\bar{\epsilon}(x)$  grande devant l'énergie de dérive électronique, en négligeant également le terme de flux de chaleur qui fait intervenir un terme de diffusion, l'équation de l'énergie des électrons peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{5}{3} \frac{\partial \bar{\epsilon}(x)}{\partial x} = -e\mathbf{E}(x,t) + \frac{\bar{v}_\epsilon(x, \bar{\epsilon})}{v_e(x,t)} \bar{\epsilon}(x) \quad (\text{III.16})$$

où  $\bar{v}_\epsilon(x, \bar{\epsilon})$  est la fréquence de pertes d'énergie électronique et  $\bar{v}_e(x,t)$  est la vitesse moyenne des électrons. Dans le cas de la mobilité classique dans la direction perpendiculaire du champ magnétique, en utilisant les équations (III.9) et (III.10) dans (III.16), cette relation devient :

$$\frac{5}{3} \frac{\partial \bar{\epsilon}(x)}{\partial x} = -e\mathbf{E}(x,t) + \frac{m\bar{v}_\epsilon(x, \bar{\epsilon}) \left( \omega_B^2(x) + v_m^2(x,t) \right)}{e v_m(x,t) \mathbf{E}(x,t)} \bar{\epsilon}(x) \quad (\text{III.17})$$

Dans le cas des collisions électron-paroi, la fréquence d'échange d'énergie s'écrit comme la somme des fréquences d'échange d'énergie dues aux collisions électron-paroi et aux collisions électron-neutre soit :

$$\bar{v}_\epsilon(x,t) = \left[ \bar{v}_\epsilon(x,t) \right]_{\text{neutres}} + \left[ \bar{v}_\epsilon(x,t) \right]_{\text{parois}} \quad (\text{III.18})$$

où la contribution des neutres est :

$$\bar{v}_\epsilon(x,t) \left[ \bar{v}_\epsilon(x,t) \right]_{\text{neutres}} = \sum_l \epsilon_l \bar{v}_l(x,t) + \bar{v}_l(x,t) \bar{\epsilon}(x,t) \quad (\text{III.19})$$

dans cette relation,  $\bar{v}_l(x,t)$  est la fréquence de collision électron-atome pour un processus inélastique  $l$  (incluant l'ionisation), et  $\epsilon_l$  correspond au seuil d'énergie pour le processus considéré. Le second terme dans le terme de droite correspond à l'énergie perdue par électron par création de nouveaux électrons par ionisation.

La contribution des parois est supposée de la forme :

$$\left[ \bar{v}_\epsilon(x,t) \right]_{\text{parois}} = \alpha 10^7 \exp\left(-\frac{U}{\bar{\epsilon}(x)}\right) \text{ (s}^{-1}\text{)} \quad (\text{III.20})$$

où  $U$  est un paramètre égal à 20 eV dans la plupart de nos calculs, et  $\alpha$  est défini par l'équation (III.13). Ce terme de pertes correspond à une fréquence qui peut représenter (de façon empirique) les pertes d'énergie électronique due à l'émission d'électrons secondaires de



la céramique par impact d'électrons (voir Chapitre II). Pour des énergies électronique assez importantes, cette fréquence est proche de la fréquence d'échange de quantité de mouvement électron-paroi ce qui signifie que le taux d'émission secondaire par impact électronique est de l'ordre de 1.

Lorsque nous avons utilisé l'approche qui consiste à tenir compte des fluctuations de type Bohm, aucune perte d'énergie supplémentaire n'a été considérée puisqu'il s'agit uniquement d'échange de quantité de mouvement élastique. Dans ces conditions, seule la contribution des collisions électron-atome (III.19) ont été prises en compte dans le terme de pertes.

D'un point de vue pratique, la résolution de l'équation (III.16) s'effectue par une méthode classique de Runge-Kutta à l'ordre 4 [Pr-1].

#### e) Taux et fréquences des processus inélastiques

La dépendance du taux d'ionisation et des autres processus inélastiques en fonction de l'énergie moyenne est obtenue en supposant que la fonction de distribution en énergie des électrons est maxwellienne. Le taux d'ionisation  $k_i(x, t)$  est donc donné par la relation :

$$k_i(x, t) = \int \sigma_i(\epsilon) v F_M(\mathbf{v}, T_e) d^3v \quad (III.21)$$

où  $k_B T_e = \frac{2}{3} \bar{\epsilon}$ ,  $F_M$  est la fonction de distribution normalisée (à la température  $T_e$ ),  $v$  est la vitesse des électrons et  $\sigma_i(\epsilon)$  la section efficace d'ionisation. L'ensemble des sections efficaces utilisées pour calculer les taux sont celles présentées sur la figure II-3.

La fréquence d'ionisation est déterminée à partir du taux avec la relation suivante :

$$\bar{v}_i(x, t) = n_a(x, t) k_i(x, t) \quad (III.22)$$

Les autres taux et fréquences de collisions inélastiques sont obtenues à l'aide de formules similaires. Le taux d'ionisation ainsi que la fréquence de perte d'énergie (III.19) ont été tabulés en fonction de l'énergie moyenne des électrons et leurs valeurs intervenant dans les équations (III.1), (III.6) et (III.16) ont été obtenues par interpolation linéaire à partir de ces

tables. La figure III-1 présente les taux d'ionisation et de pertes d'énergie dues aux collisions électron-neutre.

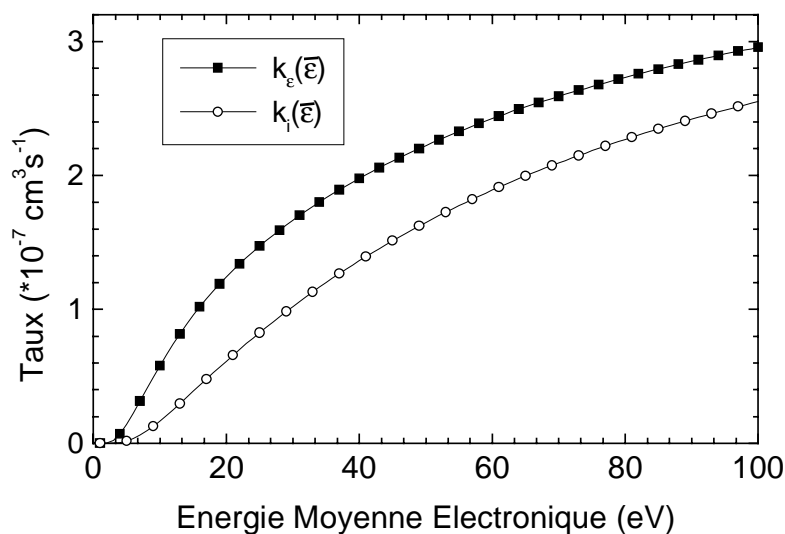


Figure III-1 : Variation des taux d'ionisation  $k_i$  et de pertes d'énergie dues aux collisions électron-neutre  $k_e$  en fonction de l'énergie moyenne des électrons.

#### f) Champ électrique et conditions aux limites

Comme nous l'avons déjà dit, dans un modèle quasineutre, le champ électrique n'est pas obtenu en résolvant l'équation de Poisson, mais à partir de l'équation de conservation de la quantité de mouvement électronique :

$$\mathbf{E}(x,t) = -\frac{\boldsymbol{\varphi}_e(x,t)}{n(x,t)\mu_e(x,t)} \quad (\text{III.23})$$

La conservation du courant total permet d'écrire :

$$\boldsymbol{\varphi}_e(x,t) - \boldsymbol{\varphi}_i(x,t) = -\frac{\mathbf{J}_T(t)}{e} \quad (\text{III.24})$$

où  $\mathbf{J}_T(t)$  est le courant axial total à l'instant  $t$  dans le plasma.

En remplaçant le flux d'électrons dans (III.24), nous obtenons :

$$\mathbf{E}(x,t) = -\frac{\boldsymbol{\varphi}_i(x,t)}{n(x,t)\mu_e(x,t)} + \frac{\mathbf{J}_T(t)}{n(x,t)e\mu_e(x,t)} \quad (\text{III.25})$$

En imposant une différence de potentiel  $V$  aux bornes de la colonne et connaissant la densité de plasma et le flux d'ions solutions de l'équation de Vlasov, le courant total du moteur peut être déduit de la relation :

$$V = V(d) - V(0) = -\int_0^d \mathbf{E}(x,t) dx \quad (\text{III.26})$$

où  $d$  est l'abscisse du plan de sortie (c'est à dire la longueur du moteur).

Notons que la tension  $V$  appliquée est la tension aux bornes de la colonne; elle est imposée pour le modèle. Dans certains calculs, le circuit extérieur comprenant seulement une résistance a été pris en compte. La tension de la décharge est la somme de la tension aux bornes de la colonne et la tension de la chute cathodique (de l'ordre de 10 à 20 V) et le saut de potentiel dans la région proche de la sortie à l'extérieur des cylindres (où le champ magnétique est encore non négligeable).

Le plasma à l'extérieur des cylindres n'est pas décrit par le modèle. Le courant d'électrons entrant dans le moteur est obtenu à l'aide de la relation (III.24) par différence entre le courant total (équation III.25) et le courant d'ions obtenu par la relation de Vlasov. L'énergie moyenne des électrons entrant dans la colonne est imposée et vaut 10 eV. La densité de neutre à l'anode est imposée et donnée par (III.7). Finalement, la densité d'ions à l'anode n'est pas 0 mais égale à  $10^9 \text{ cm}^{-3}$ . Si nous prenons des densités d'ions inférieures à  $10^7 \text{ cm}^{-3}$  à l'anode, une couche anodique se forme, le champ électrique augmente afin de permettre une ionisation suffisante afin d'assurer la continuité du courant. Cette densité n'affecte pas le reste de la décharge, notons que dans les moteurs en fonctionnement et de laboratoire, la région anodique et les valeurs du champ magnétique sont étudiées de façon à maintenir un plasma et une densité d'ions suffisantes. C'est le cas par exemple des SPT50, ATON et 70 du LPMI où l'anode n'est pas au fond du tube mais placée sur la céramique intérieure, le profil du champ magnétique radial en fonction de la position axiale passe par 0 et change de signe au niveau de l'anode de façon à maintenir derrière un plasma de diffusion [Gu-1].

### III-3 RESOLUTION DE L'EQUATION DE VLASOV

La résolution numérique de façon la plus précise possible de l'équation de Vlasov (que l'on va noter EV) est cruciale pour le modèle auto-cohérent complet. En effet, la densité  $n(x,t)$  déduite de la FDI permet ensuite de calculer le champ électrique à l'aide de l'équation (III.25). Toute instabilité dans le calcul de la FDI va se répercuter sur le calcul du champ  $E(x,t)$ . Le modèle étant par essence itératif, ces instabilités vont s'amplifier avec le temps à cause de la forte dépendance entre le champ électrique et l'énergie des électrons qui permet de calculer le taux d'ionisation.

La résolution de l'expression (III.1) peut se faire de deux manières, une résolution de type fluide ou une résolution de type Particulaire Monte Carlo.

#### III-3-1 METHODES FLUIDES

Les méthodes fluides employées sont des méthodes classiques de Différences Finies. Nous avons essayé dans un premier temps une méthode simple de type Upwind. Afin de corriger la diffusion numérique introduite par cette méthode, nous avons dans un deuxième temps utilisé une méthode de type MUSCL.

##### a) Schéma Upwind

La relation (III.1) suppose une résolution en deux dimensions (position  $x$  et vitesse  $v_x$ ). Nous avons utilisé une procédure dite de "time-splitting", dont l'intérêt est de pouvoir ramener une évolution en deux dimensions à une double évolution monodimensionnelle. Supposons connue la fonction  $f_1(x, v_x, t)$ , nous pouvons réécrire l'EV de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_2(x, v_x, t)}{\partial t} &= -v_x \frac{\partial f_1(x, v_x, t)}{\partial x} \\
 \frac{\partial f_3(x, v_x, t)}{\partial t} &= -\gamma_x \frac{\partial f_2(x, v_x, t)}{\partial v_x} \\
 f_4(x, v_x, t) &= f_3(x, v_x, t) + S_{v_x}(x, v_x, t)
 \end{aligned}
 \tag{III.27}$$

Les ions changent d'abord de position en supposant leur vitesse constante. Les particules sont ensuite accélérées en maintenant leur position inchangée. La création des ions

à vitesse  $v_0$  est intégrée au schéma dans un troisième temps. L'avantage tient à la simplicité de la résolution de ces équations par un schéma Upwind.

Si nous prenons la première équation contenue dans la relation (III.27), en appelant maintenant  $v$  la vitesse dans la direction  $x$  et  $f$  la fonction de distribution des ions :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v \frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{III.28})$$

Le domaine est divisé en une somme discrète de points  $x_i$  avec une distance entre les extrémités de la maille  $\Delta x_i$  (voir Figure III-2).

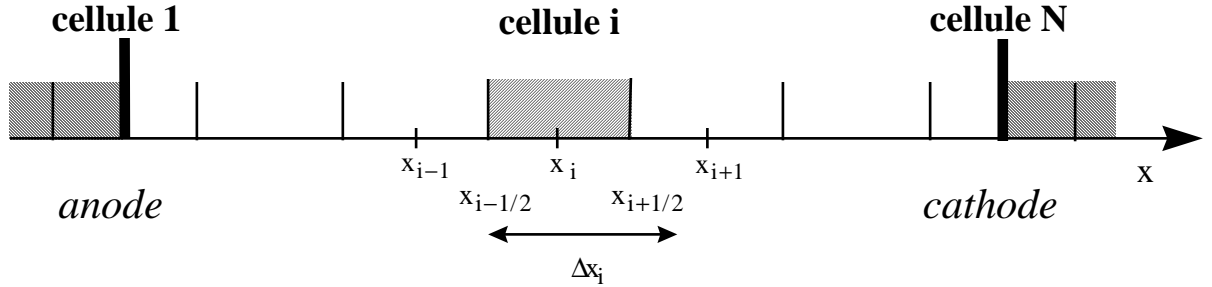


Figure III-2 : Division de l'espace entre la cathode et l'anode en  $N$  cellules (typiquement 50 dans nos calculs).

Si nous appelons  $f_i^k$  et  $f_i^{k+1}$  les fonctions de distribution respectivement aux instants  $t^k$  et  $t^{k+1}$  et en supposant ces grandeurs constantes à l'intérieur d'une cellule  $i$ , on a :

$$f_i^{k+1} = f_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) \quad (\text{III.29})$$

avec  $\Delta x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$  et  $\Delta t = t^{k+1} - t^k$ .  $F_{i+1/2}$  et  $F_{i-1/2}$  dépendent directement de  $\phi$ ,  $F_{i+1/2}$  est donné par la relation suivante :

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2} (\phi_{i+1} + \phi_i) - \frac{1}{2} \text{sg}(v) (\phi_{i+1} + \phi_i) \quad (\text{III.30})$$

où  $\text{sg}$  est la fonction signe.  $F_{i-1/2}$  est donné par une relation analogue. Ce schéma le plus "immédiat" pour transporter les ions est le plus simple et le plus facile à mettre en oeuvre.

Le schéma Upwind est également utilisé pour résoudre la deuxième équation de (III.27) qui traite de l'accélération des ions. Le pas en temps dans ces calculs sera par conséquent le  $\min\left[\frac{|v_{\max}|\Delta t}{\Delta x}, \frac{|\gamma_{\max}|\Delta t}{\Delta v}\right]$  (condition de type Courant-Friedrichs-Lewy CFL). En pratique, nous prenons des pas en temps de l'ordre de  $0.2 \Delta t_{\text{CFL}}$ .

Indépendamment de problèmes dus aux conditions aux limites, des problèmes de diffusion se posent. Une manière de réduire la diffusion est "d'interpoler"  $f$  entre  $i$  et  $i+1$ , cette correction permet d'obtenir un schéma à l'ordre 2 non centré, non plus deux mais trois points  $i$ ,  $i+1$  et  $i+2$  interviennent. Un tel type de schéma peut néanmoins donner des grandeurs négatives [Hi-1].

Nous allons voir maintenant comment on peut améliorer ce schéma par une méthode de correction visant à réduire la diffusion numérique introduite par ce schéma.

#### b) Méthode MUSCL

Il existe plusieurs méthodes de correction, un schéma couramment employé est le schéma prédicteur-correcteur du Transport de Flux Corrigé (FCT) initié par Boris et Book [Bo-6]. Ce schéma entraîne cependant des variations de grandeur entre deux points successifs du maillage sous une forme de type "marches d'escalier" avec une diffusion numérique non négligeable comme le montre Davies et Niessen [Da-1]. Cette situation est difficilement envisageable dans le cas d'un processus itératif aussi long que le notre.

Nous avons utilisé une méthode MUSCL qui permet de traiter de problèmes de propagation de front abrupt sans créer d'oscillations artificielles et sans introduire de diffusion numérique notable. Munz [Mu-1] a montré que cette méthode pouvait être utilisée pour la simulation des décharges. Cette méthode a été utilisée avec une procédure originale sans time-splitting [Ei-1] décrite dans l'Annexe II.

Nous verrons quelques résultats obtenus par cette méthode dans le chapitre V, nous allons maintenant décrire une autre méthode permettant de résoudre l'EV à savoir la méthode Particulaire Monte Carlo.

### III-3-2 DESCRIPTION DE LA METHODE PARTICULAIRE MONTE CARLO

La méthode Particulaire Monte Carlo (PMC) repose sur l'intégration des trajectoires ioniques. Les ions sont insensibles au champ magnétique. Dans ces conditions, le pas en temps de notre simulation PMC  $\Delta t$  est seulement limité par une condition de type CFL. Les ions sont aussi supposés non collisionnels, un ion créé dans le canal du moteur ne peut qu'atteindre la cathode ou l'anode si le champ électrique s'inverse. Ce modèle étant unidimensionnel en position et vitesse, il ne peut pas prendre en compte les éventuelles interactions ion-paroi. Ce schéma est décrit en détail dans l'Annexe III avec les différentes techniques que nous avons utilisé d'un part pour la prise en compte du fort gradient concernant la distribution du terme source et d'autre part pour gérer au mieux l'évolution du nombre d'ions.

Les FDI obtenues à l'aide de cette méthode seront comparées aux FDI que l'on obtient par les méthodes fluides dans le Chapitre V.

### III-4 VALIDATION DE L'HYPOTHESE DE QUASINEUTRALITE

Afin de valider l'hypothèse de quasineutralité, nous avons développé un modèle non quasineutre, c'est à dire que le champ électrique est maintenant tiré de l'équation de Poisson. Le transport des ions est toujours non collisionnel et décrit par l'équation de Vlasov dont la résolution nous donne la densité des ions  $n_p$ . Le transport des électrons est maintenant décrit à l'aide des équations continuité et de transfert de quantité de mouvement qui permettent de déterminer  $n_e$  et  $\phi_e$ . La forme de l'équation de l'énergie des électrons est identique à celle présentée dans le § III-2-3-f), les différents taux sont également les mêmes que ceux utilisés pour le modèle quasi-neutre.

Dans ce modèle, les équations décrivant le transport des particules chargées (ions et électrons) et l'équation de Poisson forment un système d'équations non linéaires fortement couplées. Les difficultés du traitement numérique de ces équations sont dues à l'existence du plasma dont le champ électrique doit être calculé à partir des densités électroniques et ioniques très grandes et dont la différence est très faible.

La résolution des équations de continuité et de conservation de la quantité de mouvement électronique est faite à partir de la méthode des Différences Finies basée sur le

schéma de discrétisation de Sharfetter et Gummel [Gu-2], [Sc-2], dont une description détaillée est donnée en Annexe IV. Son principal avantage est lié à sa stabilité, et au fait qu'il peut rendre compte de façon continue de situation où soit le terme de dérive, soit le terme de diffusion des courants de particules chargées est dominant. Ce schéma peut supporter en outre des gradients de densités très élevés. Cependant, l'équation de conservation de quantité de mouvement fait intervenir le rapport entre le coefficient de diffusion  $D_e$  et la mobilité  $\mu_e$  avec la relation  $D_e/\mu_e = kT_e/e$ . La complexité et le problème de stabilité numérique s'accroissent considérablement lorsque l'on relie ce rapport à la température des électrons et donc à l'énergie moyenne. Nous avons pris un rapport  $D_e/\mu_e = 1$ , nous sous-estimons la part de la diffusion dans ces conditions. Cette valeur du rapport peut se justifier par le fait que cette diffusion est complètement négligée dans le modèle quasi-neutre que nous cherchons à valider.

La méthode la plus simple pour résoudre le système formé par les équations de transport et l'équation de Poisson consiste à résoudre chaque équation successivement dans le temps. Ces méthodes explicites ne tiennent pas compte des variations du champ électrique pendant le mouvement des particules chargées, et pour cette raison, le pas en temps d'intégration  $\Delta t$  des équations de transport-Poisson doit être plus petit que le temps de relaxation de Maxwell  $\tau_M$  [Bo-7]. Celui-ci s'écrit, si l'on suppose les ions beaucoup plus lents que les électrons, de la manière suivante :

$$\tau_M = \frac{\epsilon_0}{en_e\mu_e} \quad (\text{III.31})$$

Cette limite du pas en temps est d'autant plus forte que la densité du plasma est élevée. Par exemple, pour un champ magnétique d'une cinquantaine de Gauss, un énergie moyenne des électrons de 20 eV et pour des densités électroniques de l'ordre de  $10^{12}$  particules par  $\text{cm}^3$  alors  $\Delta t$  doit être inférieur à  $10^{-11}$  s. Le temps de transit des neutres étant de l'ordre de 100  $\mu\text{s}$ , cette méthode ne peut évidemment pas être envisagée pour des simulations de quelques centaines de  $\mu\text{s}$ .

Afin de réduire le temps de calcul, une alternative utilisée est de résoudre simultanément l'équation de transport électronique et l'équation de Poisson à l'aide d'un schéma implicite. Une méthode développée pour le transport des particules chargées dans les



semi-conducteurs [Ku-1] est basée sur la discrétisation, puis la linéarisation (développement de Taylor autour des densités et du potentiel) et la résolution du système obtenu par la méthode de Newton [Ou-1]. Cette méthode, efficace pour des problèmes en 1D, est plus lourde en 2D du fait du temps de calcul lié à l'inversion de la matrice.

Nous avons choisi une méthode semi-implicite développée dans les années 90 par Ventzek et al. [Ve-1], [Ve-2] qui permet de conserver la simplicité de la technique explicite avec des pas en temps de calcul raisonnables. Les équations de Transport et l'équation de Poisson sont résolues successivement mais la résolution de l'équation de Poisson est effectuée non plus à partir des densités à l'instant  $t^k$ , mais en faisant une estimation de la charge d'espace, et donc de la densité, à l'instant  $t^{k+1} = t^k + \Delta t$ . Le principe détaillé de cette méthode ainsi qu'une comparaison des résultats obtenus à l'aide des deux modèles quasi-neutre et non quasi-neutre sont exposés dans l'Annexe IV.

### **III-5 AUTRES MODELES ET PERSPECTIVES**

Nous ne faisons ici qu'un bref aperçu des modèles numériques (peu nombreux) existant. Remarquons à ce sujet que les résultats trouvés dans la littérature sont bien souvent en contradiction et incomplets du point de vue des données. C'est la raison pour laquelle nous n'avons pas cherché de comparer nos résultats de manière précise à ceux obtenus à l'aide de ces modèles et avons plutôt orienté nos travaux vers des comparaisons détaillées avec des résultats expérimentaux présentés dans les chapitres suivants.

Nous nous attarderons un peu plus sur le modèle à 2D stationnaire développé par J.P. Boeuf et L.C. Pitchford en 1994 [Bo-8], [Pi-1].

#### **III-5-1 BREF APERÇU DES MODELES DEVELOPPES**

Tous les types de modèles fluide, hybride et particulaire ont été développés. La difficulté inhérente aux modèles particuliers de type PIC demeure le temps de calcul nécessaire pour atteindre des états stationnaires avec des densités de plasma qui peuvent atteindre  $10^{12}$  particules par  $\text{cm}^3$ . Adam et Héron [Ad-1] ont mis au point un code particulaire (1D-3V) dans lequel les électrons sont traités de façon implicite et les ions de manière explicite, le temps de calcul est quand même d'une semaine pour la simulation d'une centaine de  $\mu\text{s}$  sur un SUN à 167 MHz. Ce modèle prend en compte la présence d'une gaine

aux parois de manière analogue à la notre. Nous comparerons nos résultats à ceux obtenus à l'aide de ce modèle. Hirakawa et Arakawa [Hi-2] ont développé un modèle particulière 2D ( $\rho, z$ ) dans lequel la conductivité anormale a été prise en compte en introduisant une oscillation du champ électrique azimuthal (due aux fluctuations du plasma). Cette hypothèse a été vérifiée par un modèle particulière en 2D dans un plan ( $\rho, \theta$ ) avec un champ électrique axial uniforme. Les auteurs ont trouvé que le champ électrique azimuthal et la densité d'électrons oscillent dans la direction azimuthale comme le suggère Yoshikawa et Rose [Yo-1] et comme le montrent les expériences de Janes et Lowder [Ja-2]. Cependant, seuls quelques résultats sont présentés, aucuns détails concernant le temps de calcul ni l'existence d'un état stationnaire ou des oscillations de courant ne sont discutés.

La plupart des modèles rencontrés dans la littérature sont basés sur une description fluide ou hybride des électrons et du transport des ions, avec l'hypothèse de quasineutralité. Lentz et Martinez-Sanchez [Le-2] ont développé un modèle transitoire quasineutre en 1D où une équation de Boltzmann est utilisé pour le transport des ions. Dans le modèle quasi-neutre stationnaire de Manzella [Ma-1] toujours en 1D, le transport des ions est décrit par une équation de continuité et une équation de conservation de quantité de mouvement en supposant que les ions sont en chute libre. Des modèles similaires fluide et hybride ont été utilisés par Morozov et Savelyev [Mo-7]. Komurasaki et Arakawa [Ko-1], et Fife et Martinez-Sanchez [Fi-2] ont développé des codes 2D, quasineutre, transitoire, hybride dans lequel le transport des électrons est fluide et le transport des ions particulière (collisionnel Monte Carlo). La conductivité est supposée être une combinaison entre les collisions électron-atome et les fluctuations de type Bohm. Des oscillations du courant de décharge à la fréquence de 30 kHz ont été obtenues, la densité de plasma est maximale dans une région proche de l'anode [Fi-2].

### **III-5-2 MODELE HYBRIDE 2D STATIONNAIRE QUASINEUTRE**

Le modèle développé par J.P. Boeuf et L.C. Pitchford [Bo-8], [Pi-1] est un modèle 2D ( $\rho, x$ ) basé sur l'hypothèse de quasineutralité, le transport des électrons est collisionnel et fluide, tandis que les ions sont non collisionnels et décrits par une équation de Vlasov résolue à l'aide d'une méthode particulière. Toutefois, si le principe de ce modèle est proche du modèle 1D-1V transitoire, il existe des différences concernant :

- L'équation de conservation de quantité de mouvement : la mobilité et la diffusion sont des tenseurs d'ordre deux en raison de la présence d'un champ magnétique radial et axial. La mobilité dans la direction axiale est supposée être de type Bohm. Pour le transport des électrons selon les lignes de champ magnétique, la prise en compte de deux termes grands (termes de dérive et de diffusion) dont la différence est petite peut poser des problèmes dans la convergence du système qui permet de calculer le champ électrique.

- L'équation de l'énergie est semi-empirique : l'énergie est supposée être une fonction croissante du champ électrique local et varier entre 5 et 20 eV.

- Calcul du champ magnétique : en supposant qu'il dérive d'un potentiel scalaire  $V$ , il est obtenu en résolvant une équation de Laplace. L'avantage de cette méthode est de pouvoir modifier de façon extrêmement simple le champ magnétique autour d'une configuration donnée pour pouvoir faire une étude paramétrique de son influence.

- Convergence du système : La distribution du potentiel dans le plasma est déterminée à l'aide d'une méthode SOR (Simultaneous Over Relaxation) [Pr-1] qui permet de ramener le problème de 2D à un problème 1D. Une fois connu le champ électrique, l'équation de Vlasov particulière stationnaire est résolue. Ce processus est répété jusqu'à convergence globale du système. Pour assouplir la convergence, une technique de sous relaxation a été utilisée, la densité de plasma utilisée à l'itération  $k$  est une combinaison linéaire de celle-ci (avec un coefficient  $\alpha < 1$ ) et celle utilisée dans la résolution précédente de l'équation du champ (avec un coefficient  $(1-\alpha)$ ). Cette sous-relaxation a également l'avantage de diminuer les fluctuations statistiques du plasma dues à la résolution particulière de l'équation de Vlasov. Le temps de calcul est de quelques dizaines de minutes sur une station HP série 700 pour une grille 20x20.

Nous allons voir maintenant les variations du potentiel électrique, des densités de plasma et de neutres pour une configuration de champ magnétique donnée ci-dessous figure III-3a.

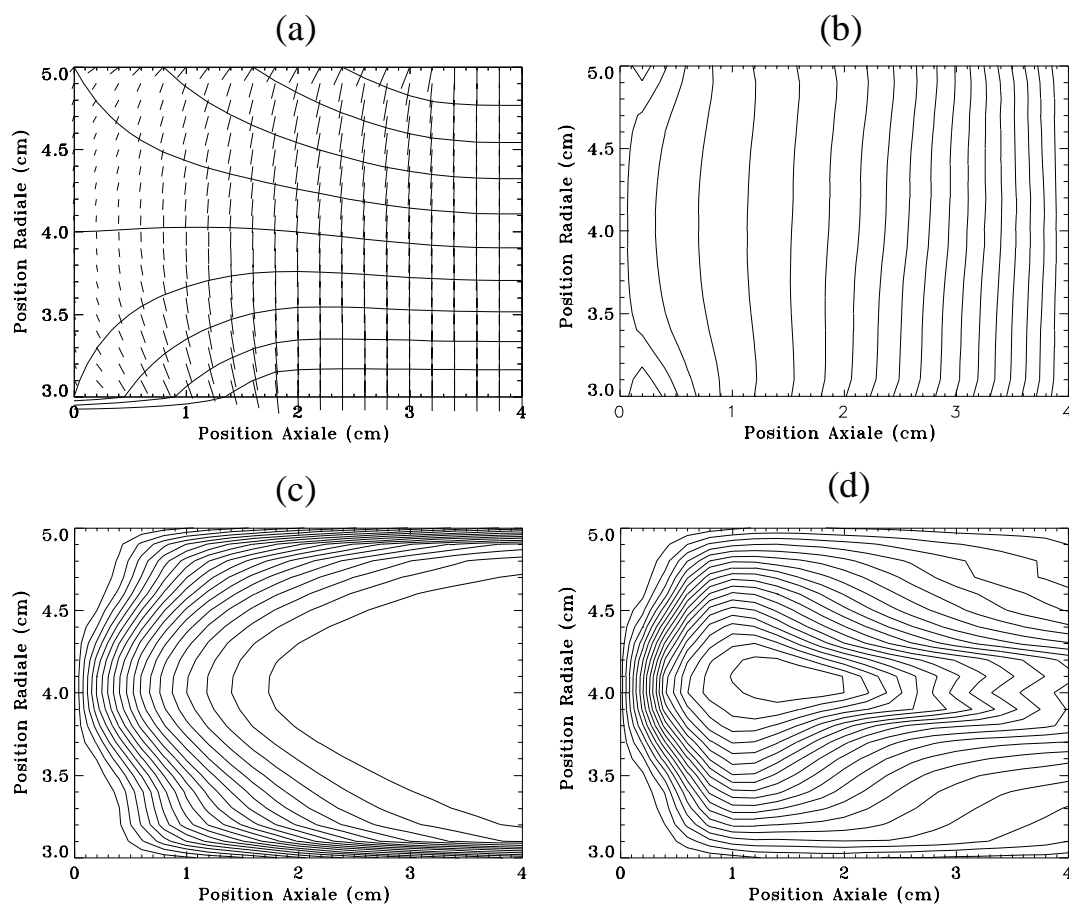


Figure III-3 : (a) Lignes de champ magnétique - champ magnétique moyen dans le plan de sortie de 200 G et potentiel scalaire magnétique, l'anode est dans le plan  $x=0$ . 20 contours linéairement répartis sont représentés sur chacune des courbes qui suit dans les conditions d'un SPT100, une tension appliquée de 300 V, un débit de xénon de 5 mg/s et une vitesse d'injection des neutres de  $3.10^4$  cm/s, (b) Equipotentiels réparties de façon uniforme entre 0 et 300 V, (c) Contours de densité de xénon constante - maximum  $1.510^{13}$  cm<sup>-3</sup>, (d) Contours d'iso-densité de plasma - maximum  $8.510^{11}$  cm<sup>-3</sup>.

Nous voyons sur la figure III-3b la tendance des lignes équipotentiels à s'aligner parallèlement aux lignes de champ magnétique. Il apparaît sur cette figure une zone de champ électrique relativement faible près de l'anode, suivie d'une zone d'accélération où le champ électrique croît. Les variations de la densité de plasma tracées sur la figure III-3d montrent que celle-ci présente un maximum d'environ  $9.10^{11}$  cm<sup>-3</sup> à environ 1 cm de l'anode et au milieu de la distance inter-paroi, puis décroît jusqu'à  $3.10^{11}$  cm<sup>-3</sup> en sortie du SPT. Quant à la densité de xénon neutre (figure III-3c), elle est maximale, de l'ordre de  $1.510^{13}$  cm<sup>-3</sup>, sur l'anode, dans le plan d'émission du gaz, puis décroît rapidement sous l'effet des collisions ionisantes (la densité de neutres décroît d'un facteur 10 sur environ 1.5 cm). La

décroissance de cette densité avec  $x$  est moins rapide près des parois en raison des plus faibles valeurs de la densité électronique, donc du terme d'ionisation dans ces régions.

La caractérisation des ions est visible sur la figure III-4 qui montre en représentation vectorielle ionique, la fonction de distribution du flux ionique en sortie du SPT et intégrée radialement et la distribution angulaire du courant d'ions toujours en sortie du moteur.

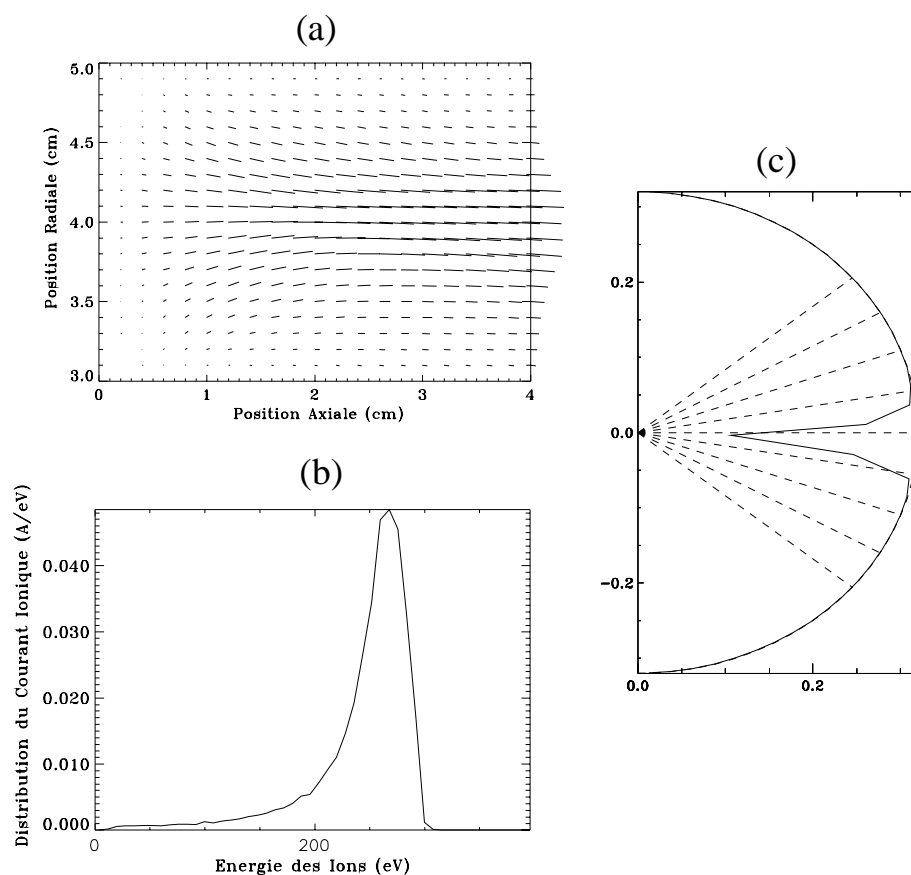


Figure III-4: (a) Représentation vectorielle du flux ionique, (b) Fonction de distribution en énergie du courant d'ions dans le plan de sortie du SPT (intégrée radialement), (c) Fonction de distribution angulaire du courant d'ions dans le plan de sortie. Les conditions sont les mêmes que la figure III-3.

Le flux d'ions est maximum en sortie du SPT et sa direction dans le plan de sortie et pratiquement alignée avec l'axe du système (on note cependant que ce flux présente une petite composante dirigée vers l'axe du dispositif - voir figure III-4a). On constate sur la figure III-4b que, dans les conditions choisies la fonction de distribution en énergie du flux ionique présente un pic important à une énergie voisine du potentiel appliqué. Ceci est dû au fait que les ions sont créés en majorité près de l'anode et sont donc en majorité soumis à l'intégralité du potentiel appliqué. La queue de distribution vers les énergies plus basses

correspond aux ions créés plus loin de l'anode. Très peu d'ions ont une vitesse en sortie faisant un angle de plus de  $15^\circ$  avec l'axe du système comme le montre la figure III-4c (ceci est encore dû au fait que, dans les conditions choisies, la plupart des ions sont créés près de l'anode). On retrouve également le fait que la vitesse des ions présente, en moyenne, une légère composante dirigée vers l'axe du système.

Les premiers résultats obtenus par ce modèle vont nous aider dans la perspective de développer un modèle 2D hybride quasineutre transitoire. Comme nous l'avons précisé, le potentiel électrique a tendance à s'aligner parallèlement aux lignes de champ magnétique, Morozov [Mo-8] parle "de potentiel thermalisé" le long des lignes de champ. Dans ces conditions, nous allons pouvoir traiter le transport des électrons dans la direction parallèle aux lignes de champ en considérant une loi d'équilibre de Boltzmann comme dans le modèle développé au MIT par Fife [Fi-3]. La température des électrons le long des lignes de champ sera supposée constante. Le traitement des électrons dans cette direction sera simplifié et nous éviterons de cette manière des problèmes numériques. Nous considérerons toujours la loi d'Ohm pour traiter le transport des électrons dans la direction perpendiculaire aux lignes de champ magnétique. Elle sera modifiée et, de manière analogue au modèle 1D-1V, la mobilité sera une combinaison entre les collisions électron-atome et électron-paroi. L'équation de l'énergie devra également être adaptée.

### **III-6 RESUME DES HYPOTHESES ET PERSPECTIVES**

Nous rappelons brièvement les hypothèses du modèle transitoire 1D-1V quasineutre :

- Le transport des électrons est traité de manière fluide. Le terme de diffusion est négligé dans l'équation de quantité de mouvement, dans l'équation de l'énergie les termes de flux de chaleur et de diffusion sont négligés.
- Le champ électrique est déduit de la loi d'Ohm et non pas de l'équation de Poisson (hypothèse d'un plasma quasineutre validée dans le § III-4). La mobilité des électrons est supposée collisionnelle et être la somme entre un terme dû aux collisions électron-atome et un terme qui prend en compte soit les interactions électron-paroi, soit les fluctuations de type Bohm.

- Les ions sont supposés non collisionnels et créés avec la vitesse d'injection des neutres qui est supposée constante le long du canal. L'Annexe V présente une étude Monte Carlo bidimensionnelle sur l'influence du type de réflexion des atomes neutres sur les parois (réflexion miroir ou diffusion isotrope) sur la densité et la vitesse des neutres dans le canal du propulseur.

Nous avons également vu les différentes méthodes qui s'offraient à nous afin de résoudre l'équation de Vlasov (méthodes fluide et particulaire). Nous avons validé l'hypothèse de quasineutralité à l'aide d'un modèle non quasineutre basé sur la résolution des équations de transport des particules chargées et le couplage entre ces équations et l'équation de Poisson. Une méthode semi-implicite a été utilisée pour réaliser le couplage transport-Poisson.

Le modèle quasineutre bidimensionnel stationnaire hybride développé en 1994 par J.P. Boeuf et L.C. Pitchford va servir de base au développement d'un modèle 2D transitoire. Des modifications seront apportés en s'appuyant sur certaines des hypothèses du modèle fluide unidimensionnel, elles concerneront notamment le transport des électrons dans la direction transverse au champ magnétique, nous considérerons une loi d'équilibre de Boltzmann le long des lignes de champ. La mobilité des électrons et l'équation de l'énergie seront modifiées de façon à prendre en compte l'influence des interactions électron-atome et des collisions électron-paroi par des expressions équivalentes à celles utilisées pour le modèle 1D.

---

---

***Chapitre IV***

***CARACTERISATION DU PLASMA  
ET DES OSCILLATIONS***

---

---



## *IV Caractérisation du Plasma et des Oscillations*

### **IV-1 INTRODUCTION**

Une des particularités des SPT est que, même s'ils opèrent en régime DC, ils sont sujets à des oscillations de courant spontanées dans des domaines de fréquences variant du kHz à la centaine de MHz [Ch-2], [Zh-1]. Nous nous sommes intéressés plus particulièrement au spectre des basses fréquences (du kHz à la centaine de kHz) où des oscillations de grandes amplitudes du courant sont observées.

Le chapitre précédent a été consacré à la description du modèle 1D-1V quasineutre transitoire auto-cohérent, ce modèle va nous permettre de caractériser l'évolution spatio-temporelle du plasma dans le cas des moteurs de petites et de grandes tailles. Il nous a permis de comprendre les oscillations basses fréquences du courant de décharge et d'étudier l'influence des paramètres extérieurs tels que la tension appliquée, le débit d'injection du xénon à l'anode et le profil du champ magnétique ainsi que sa valeur dans le plan de sortie. Les résultats obtenus ont été comparés aux mesures expérimentales optique et spectroscopique effectuées sur les SPT du LPMI, de la SEP et du GREMI (PIVOINE). Nous avons dans la mesure du possible tenté de comparer nos calculs aux valeurs trouvées dans la littérature. Il est parfois difficile de trouver des résultats expérimentaux précis montrant l'influence de la tension ou d'une autre grandeur sur la présence ou non des oscillations de courant faute d'un manque de données ou de variations de plusieurs facteurs pour une même mesure. Nous avons également comparé les différentes grandeurs obtenues à l'aide du modèle fluide aux grandeurs caractéristiques calculés par le modèle PIC développé au Centre de Physique Théorique (CPHT) à l'Ecole Polytechnique [Ad-1].

Le modèle a permis d'étudier l'influence des deux hypothèses concernant la conductivité dans la direction axiale perpendiculaire au champ magnétique (conductivité pariétale ou de type Bohm). Dans le cas de la conductivité électron-paroi, les paramètres intervenant dans l'échange de quantité de mouvement  $\alpha$  et dans le terme de pertes de l'équation de l'énergie  $U$  ont été fixés respectivement à 0.2 et 20 eV, une étude de l'influence de ces paramètres est montrée en fin de chapitre. Nous cherchons des oscillations du courant qui peuvent varier de quelques kHz à quelques centaines de kHz, soit des temps de transit

compris entre 10  $\mu$ s et 150  $\mu$ s. Pour nous assurer que nous atteignons un état stationnaire, les simulations portent sur des temps de 2 ms, les temps de calcul sont dans ces conditions de 1h30 environ sur un Pentium 233 MHz.

## IV-2 CONDITIONS DU CALCUL

Les dimensions du moteur et le profil axial du champ magnétique sont deux paramètres importants pour nos calculs.

### IV-2-1 DIMENSIONS DES MOTEURS ETUDIÉS

Le modèle que nous venons de décrire a été utilisé pour deux géométries différentes correspondant au SPT100, où les diamètres intérieurs et extérieurs sont respectivement de 6 et 10 cm et la longueur 4 cm, et au SPT50 dont les diamètres sont de 3 et 5 cm, la distance anode-cathode étant de 2.5 cm pour ce moteur (voir figure IV-1).

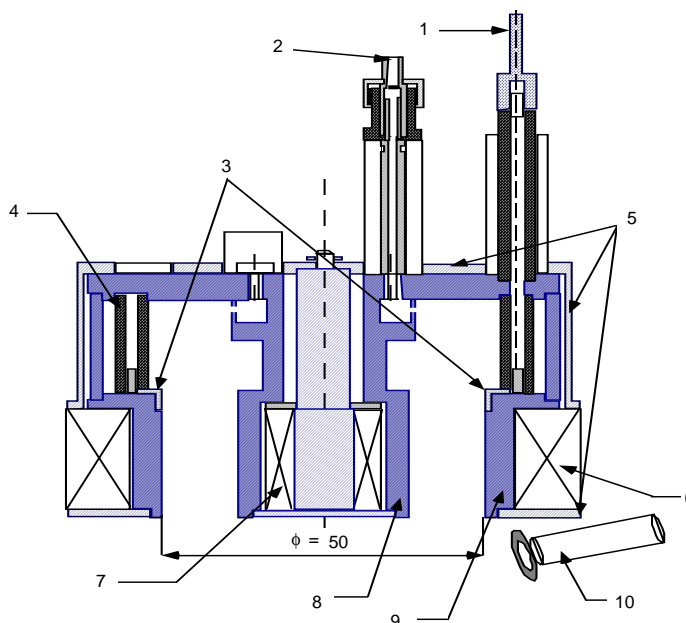


Figure IV-1 : Coupe du propulseur SPT50 du LPMI [Gu-1]; 1 : Alimentation Anode - 2 : Injection xénon - 3 : Anode - 4 : Entretoise - 5 : circuit magnétique en fer doux - 6 : Bobines externes (4) - 7 : Bobine interne (1) - 8 : Paroi interne céramique - 9 : Paroi externe céramique - 10 : Cathode Creuse.

Des comparaisons avec les résultats expérimentaux obtenus sur le SPT50 ont été effectuées. Nos résultats ont également été comparés au modèle PIC développé au CPHT pour un moteur dont les dimensions entre les parois radiales sont identiques au SPT100 mais le canal mesure 2 cm, nous appellerons ce moteur SPT100 bis.

### IV-2-2 PROFILS DU CHAMP MAGNETIQUE

Nous avons considéré deux distributions de champ magnétiques dans le cas du SPT100 que nous référerons comme cas 1 et cas 2 par la suite (voir figure IV-2). Le champ magnétique dans la région proche de la sortie du moteur est similaire dans les deux cas, mais il diffère dans la région entre l'anode et 1 cm avant le plan de sortie, il est plus petit dans le cas 1 que dans le cas 2. Les formules analytiques sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \text{cas 1 : } B(x) &= B_{\max} \exp\left[-16\left(\frac{x}{d}-1\right)^2\right] \\ \text{cas 2 : } B(x) &= \frac{B_{\max}}{1.2} \left[ \exp\left[-16\left(\frac{x}{d}-1\right)^2\right] + 0.2\frac{x}{d} \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.1})$$

Dans le cas du SPT50, le profil du champ magnétique utilisé est le profil analytique donné par G. Guerrini [Gu-1]. Enfin, pour ce qui concerne le SPT100 bis, le profil que nous avons choisi est le même que celui utilisé pour les simulations PIC [Ad-1] :

$$\text{cas spt100bis : } B(x) = B_{\max} \left[ 0.9\left(\frac{x}{d}\right)^2 + 0.1 \right] \quad (\text{IV.2})$$

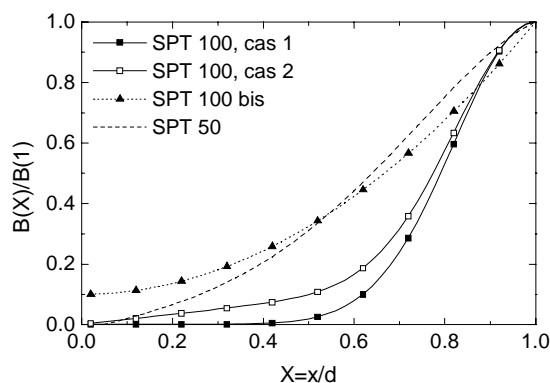


Figure IV-2 : Distributions axiales du champ magnétique radial que nous avons prises en compte dans nos calculs pour le SPT100, SPT100 bis [Ad-1] et SPT50 (la courbe en pointillés correspond au profil des expériences menées au LPMI - [Gu-1]).

Nous allons voir maintenant des caractéristiques courant-tension et des mécanismes conduisant à l'apparition spontanée des oscillations basses fréquences.

### IV-3 CARACTERISTIQUES COURANT-TENSION

Nous avons tracé les caractéristiques courant-tension calculées dans le cas du SPT100 et du SPT50.

#### IV-3-1 CARACTERISTIQUES COURANT-TENSION DANS LE CAS DU SPT100

La figure IV-3 montre une caractéristique courant-tension calculée pour un SPT100. Le débit massique de xénon à l'anode est fixé à 5 mg/s et la valeur du champ magnétique maximum en sortie est de 200 Gauss. La vitesse d'injection des neutres est de  $3.10^4$  cm/s. Le profil du champ magnétique correspond au profil cas 1 de la figure IV-2.

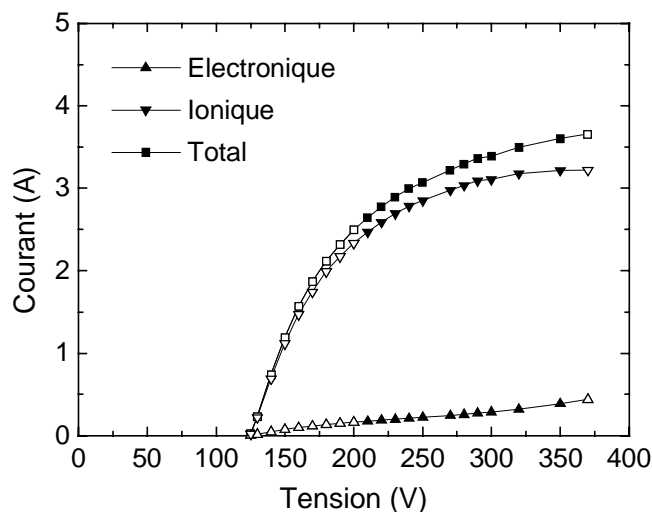


Figure IV-3 : Caractéristique courant-tension calculée pour un SPT100 pour un débit de xénon de 5 mg/s. Le profil du champ magnétique correspond au profil cas 1 de la figure IV-2 et la valeur maximale du champ magnétique (en sortie) est de 200 G. Les symboles noirs correspondent au régime d'oscillation spontanée et les symboles blancs correspondent au régime de non oscillation. La tension indiquée est celle aux bornes de la colonne. Les courants d'ions et d'électrons en sortie sont également représentés.

Les symboles noirs que nous voyons sur la figure IV-3 indiquent les tensions où les courants produisent des oscillations. Dans les calculs présentés ci-dessus, la tension à travers la colonne est imposée et aucun circuit extérieur n'a été inclus. Lorsque des oscillations de courant sont observées, les valeurs de courant reportées sur la figure IV-3 sont des valeurs moyennées dans le temps. Dans les conditions de la figure IV-3, des oscillations de courant apparaissent pour des tensions supérieures à 200 V. Pour des tensions au-dessus de 350 V,

plus aucune oscillation n'est observée. Nous donnerons plus de détails à propos de ces oscillations basses fréquences plus loin dans le chapitre.

La figure IV-3 montre également les variations des courants d'ions et d'électrons dans le plan de sortie en fonction de la tension appliquée. Il apparaît que le courant d'ions peut atteindre 90 % du courant total en sortie dans les conditions typiques de fonctionnement (i.e. pour des tensions appliquées entre 250 et 300V). Le courant d'ions dans ces conditions est de l'ordre de 3.7 A qui correspond à l'ionisation complète du flux de neutres pour un débit massique de xénon de 5 mg/s. Le courant d'ions calculé pour des tensions de 300 V et plus tend vers cette limite. Cette partie de la caractéristique se rapproche de la caractéristique courant-tension idéale pour un SPT reproduite ci-dessous.

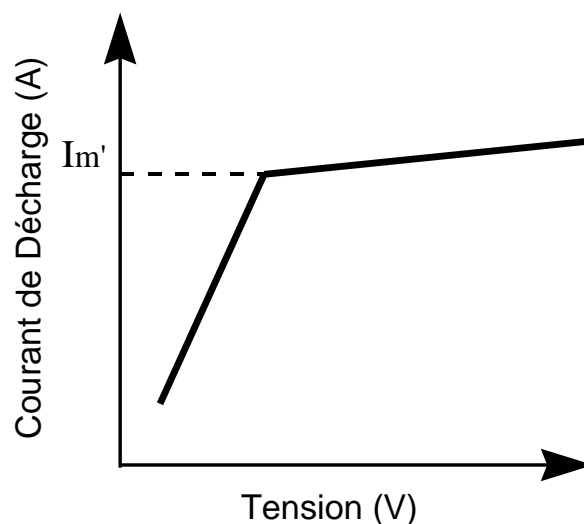


Figure IV-4 : Caractéristique courant-tension idéale pour un SPT.  $I_{m'}$  correspond au courant d'ions équivalent à l'ionisation complète du flux de xénon à partir du niveau fondamental [Mo-1].

Sur la figure IV-4, deux zones bien distinctes apparaissent. Lorsque l'on augmente la tension appliquée, le courant augmente rapidement tout en restant inférieur à  $I_{m'}$ , le moteur fonctionne en régime d'ionisation incomplète. Au delà d'une certaine tension, le courant d'ions atteint le courant correspondant à l'ionisation complète du flux de xénon neutre. Cependant, comme le note Morozov et al. [Mo-1], le courant de décharge peut continuer à augmenter sous l'effet du courant d'électrons ou des ions doublement chargés.

## IV-3-2 CARACTERISTIQUES COURANT-TENSION DANS LE CAS DU SPT50

Une comparaison entre les courants d'ions obtenus à l'aide du modèle et obtenus expérimentalement en fonction de la tension appliquée sur un moteur SPT50 est montrée sur la figure IV-5. Les points expérimentaux proviennent des mesures de Guerrini et al. [Gu-3]. La valeur du champ magnétique maximal est de 176 G dans ce cas et le débit massique de xénon de 1.17 mg/s. Il est intéressant de noter que même si les allures des courbes calculées et mesurées sont comparables, la caractéristique expérimentale et celle calculée sont décalées de quelques dizaines de Volts. Ce désaccord est probablement dû à la simplicité du modèle, à l'hypothèse de la fonction de distribution des électrons Maxwellienne et le fait que nous n'avons considéré que l'ionisation à partir du niveau fondamental du xénon. Mais les résultats montrent aussi qu'ils sont sensibles à la vitesse d'injection des neutres, paramètre qui n'est pas connu de façon précise. Les calculs et les résultats expérimentaux donnent des valeurs assez proches pour des tensions comprises entre 200 et 300 V quand la vitesse d'injection du xénon est supposée être de  $2.10^4$  cm/s.

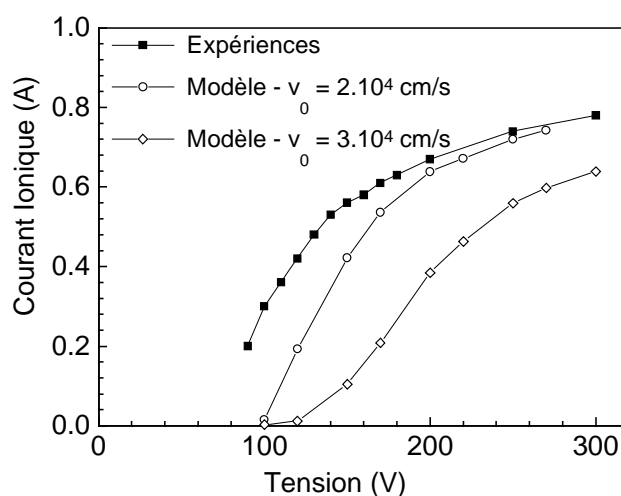


Figure IV-5 : Caractéristique courant-tension comparée entre les calculs obtenus à l'aide du modèle 1D-1V et les mesures expérimentales pour un SPT50 [Gu-3]. Les calculs ont été effectués pour deux valeurs de la vitesse d'injection des neutres, un débit massique de 1.17 mg/s et un champ magnétique en sortie de 176 Gauss.

## IV-4 PROPRIETES DU PLASMA

### IV-4-1 PROFILS CARACTERISTIQUES CALCULES

Nous avons choisi d'illustrer dans ce paragraphe les propriétés du plasma dans le cas du SPT100 pour une tension de colonne de 200 V. Le profil du champ magnétique correspond au cas 1 de la figure IV-2, et le débit de xénon à l'anode est de 5 mg/s. Pour une tension de 200 V, comme nous allons le voir un peu plus loin, il n'y a pas d'oscillations de courant. Pour des tensions où les oscillations apparaissent, si nous moyennons les différentes grandeurs sur une période d'oscillation, nous retrouvons des résultats très proches des profils que nous allons voir maintenant.

Les figures IV-6a, 6b et 6c montrent les variations spatiales respectives du champ électrique et du potentiel, de la densité de plasma et de l'énergie moyenne des électrons, de la densité de xénon et du terme source.

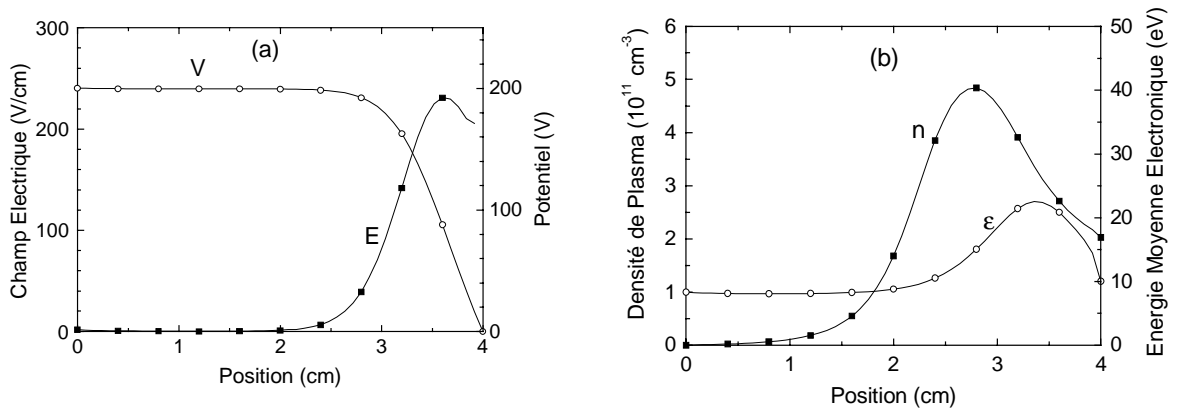
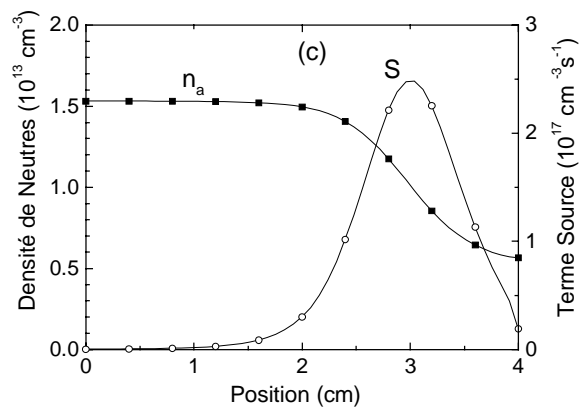


Figure IV-6 : (a) Profils axiaux moyens du champ électrique et du potentiel pour la géométrie du SPT100, pour un champ magnétique de 200 G (profil cas 1 figure IV-4), une tension aux bornes de la colonne de 200 V et un débit de xénon de 5 mg/s. (b) Profils axiaux moyens de la densité d'électrons et énergie moyenne électronique. (c) Profils axiaux moyens de la densité de xénon et du terme source.



Nous voyons sur la figure IV-6a que la majeure partie de la chute de potentiel se produit dans la région de sortie où le champ magnétique est important. Le champ électrique augmente dans cette région de manière à compenser la faible conductivité électronique et permettre d'assurer la continuité du courant. Cette zone est "la région d'accélération", c'est à dire la région où les ions sont accélérés et extraits du plasma. Un point important à noter pour un moteur comme le SPT est que, contrairement aux propulseurs électrostatiques à grille tels que les propulseurs ioniques, le champ électrique qui accélère les ions positifs n'est pas un champ de charge d'espace mais un champ résultant de la faible conductivité due au fort champ magnétique dans la région de sortie. Les variations spatiales de la densité de plasma reportées sur la figure IV-6b montrent que la densité peut atteindre  $5.10^{11} \text{ cm}^{-3}$  dans nos conditions, le maximum étant situé à environ 1 cm du plan de sortie. Quant à l'énergie moyenne des électrons, elle est maximale presque en sortie du SPT et décroît jusqu'à une valeur constante de 10 eV (soit une température des électrons de 6.7 eV) dans la région du faible champ électrique. La densité d'atomes de xénon (figure IV-6c) est aussi constante depuis l'anode jusqu'à  $x=2$  cm, elle ne représente en sortie plus que 30 % de sa valeur initiale à l'anode, cela est dû à l'ionisation par impact des électrons dans la zone d'accélération. Pour des tensions plus importantes, la densité de xénon dans le plan de sortie peut être inférieure à 10 % de sa valeur à l'entrée. Les variations axiales du terme source également montrées sur la figure IV-6c montrent que le maximum d'ions est produit à  $x=3$  cm, c'est à dire à l'entrée de la région d'accélération. Nous parlerons par la suite de "zone d'ionisation" ou de "zone de production" afin de qualifier cette région autour du maximum du terme source, et de "zone de conduction" dans la région entre l'anode et la zone d'ionisation, où la conductivité des électrons est grande parce que le champ magnétique est faible.

#### **IV-4-2 COMPARAISON AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX**

Même s'il est difficile de dégager des comparaisons quantitatives significatives avec les expériences, les résultats numériques de la figure IV-6 reproduisent bien qualitativement les observations expérimentales et sont cohérentes avec notre compréhension globale du SPT. Par exemple, nous avons reproduit ci-dessous les mesures résolues spatialement en 2D (dimensions radiale et axiale) effectuées à l'aide de sondes par Bishaev et Kim [Bi-2].



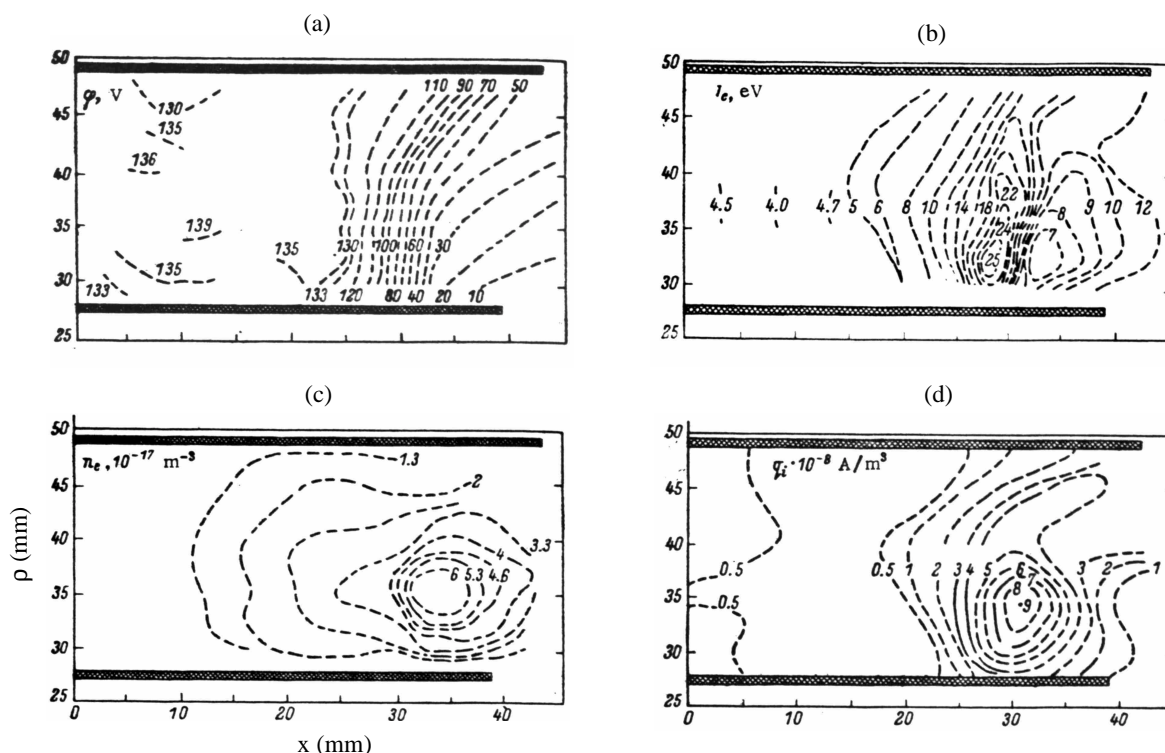


Figure IV-7 : Distributions spatiales en 2D ( $\rho, x$ ) (a) du potentiel flottant, (b) de la température électronique, (c) de la densité d'électrons ( $10^{17} \text{ m}^{-3}$ ) et (d) du terme source, pour un SPT100, une tension appliquée de 200 V et un débit massique de xénon de 3 mg/s.

Nous voyons apparaître 3 régions dans le moteur, une première région, située entre l'anode et  $x=2.5$  cm, dans laquelle le champ électrique est très faible, la température électronique est de 5 eV environ (contre 6.7 eV dans nos calculs), la densité d'électrons est de  $7.10^{10} \text{ cm}^{-3}$  en moyenne et le terme de production d'ions est faible. On distingue une région de production autour d'une position  $x=3$  cm où le terme source est maximal, la densité d'électrons atteint  $6.10^{11} \text{ cm}^{-3}$  et la température des électrons 25 eV. Enfin, sur le dernier cm, une zone d'accélération où la densité d'électrons dans le plan de sortie est de  $3.10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , la température redescend à 10 eV environ, notons que la chute de potentiel se fait sur 1.5 cm environ. Nous voyons que nous obtenons un bon accord qualitatif entre les mesures expérimentales et les calculs.

Guerrini et al. [Gu-4] ont également reconstitué des profils axiaux de la température électronique, du potentiel flottant et de la densité d'ions à l'aide d'une sonde mobile placée au centre du canal du SPT50. Ces mesures ont été effectuées pour des tensions, des débits et des courants de bobine différents.

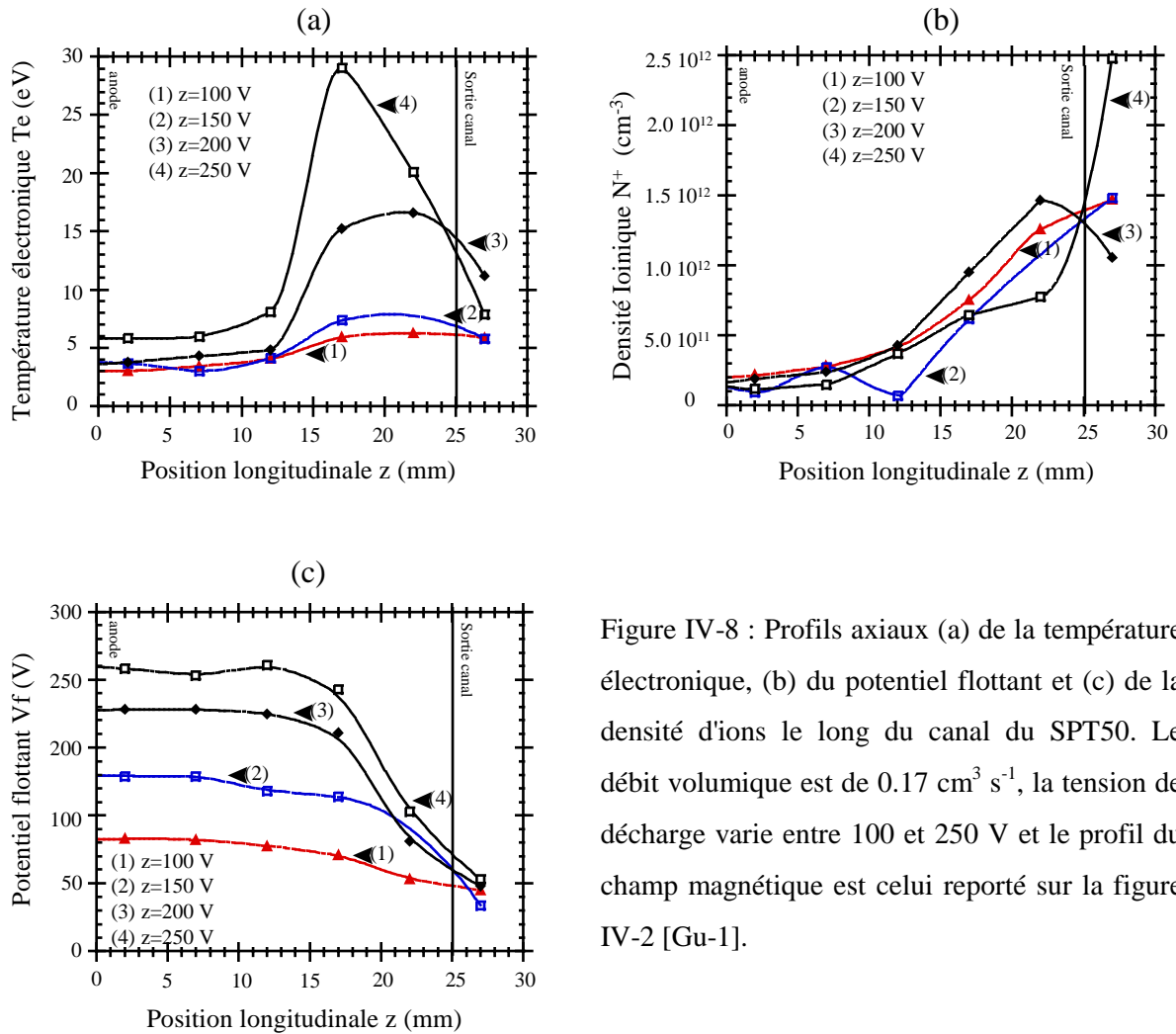


Figure IV-8 : Profils axiaux (a) de la température électronique, (b) du potentiel flottant et (c) de la densité d'ions le long du canal du SPT50. Le débit volumique est de  $0.17 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ , la tension de décharge varie entre 100 et 250 V et le profil du champ magnétique est celui reporté sur la figure IV-2 [Gu-1].

Les profils ont des allures similaires à ceux obtenus par le calcul (figure IV-6), la température électronique mesurée est voisine de 20 eV située à 5 mm du plan de sortie (la longueur du SPT50 est de 2.5 cm au lieu de 4 cm pour le SPT100), elle est constante et égale à 5 eV dans la région proche de l'anode (comprise entre  $x=0$  et  $x=1$  cm). Le profil de densité d'ions mesuré est proche de celui obtenu par le calcul, avec un maximum de l'ordre de  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$  (figure IV-8b) ce qui correspond à environ deux fois la valeur obtenue dans le calcul pour le SPT100. La densité d'ions mesurée à l'intérieur du canal, dans la zone de conduction est de l'ordre de  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , i.e. pas aussi petite que celle obtenue à l'aide du modèle (figure IV-6b). Cela est probablement dû au champ magnétique du SPT50, qui dans la zone de conduction, est plus grand que le champ magnétique utilisé pour les calculs (comparer le profil du champ magnétique du SPT100 - cas 1 et le profil du SPT50 de la figure IV-2). Finalement, la variation axiale du profil du potentiel flottant mesuré (et donc le champ électrique qui en est

déduit), est comparable entre les résultats obtenus expérimentalement et les calculs (figure IV-6a), la chute de potentiel mesurée se fait sur une longueur de 1 cm (voir figure IV-8c).

Des mesures de spectroscopie d'émission lumineuse effectuées le long du canal du SPT50 par Leray et al. [Le-3] montrent également que la majeure partie de l'excitation et de l'ionisation dans le SPT se produit dans une région d'environ 5 mm située à l'intérieur du moteur. Ces résultats sont en accord qualitatif avec la localisation de la zone de production prédite par le modèle (voir figure IV-6c).

## IV-5 OSCILLATIONS BASSES FREQUENCES

Comme nous l'avons vu dans le § IV-3, le modèle prédit des oscillations basses fréquences pour le SPT100 pour des tensions au-dessus de 200 V et en dessous de 350 V. Nous allons décrire maintenant plus en détails les phénomènes responsables de ces oscillations.

### IV-5-1 DESCRIPTION DES OSCILLATIONS

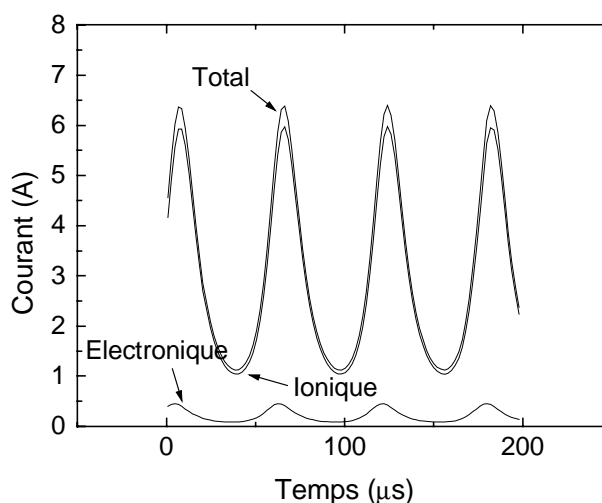


Figure IV-9 : Evolution temporelle du courant total, du courant d'ions et du courant d'électrons pour une tension aux bornes de la colonne de 240 V, un débit massique de xénon de 5 mg/s, et un profil de champ magnétique correspondant au cas 1 de la figure IV-2.

La figure IV-9 montre l'évolution temporelle typique, du courant total, des courants d'ions et d'électrons en sortie du moteur lorsque des oscillations apparaissent après que l'état quasistationnaire soit atteint. La tension appliquée est de 240 V (le profil de champ

magnétique correspond au cas 1 de la figure IV-3, et la valeur de B en sortie est de 200 G). Ce cas sera appelé cas standard par la suite. La fréquence d'oscillation est dans ce cas de 16 kHz.

L'amplitude des oscillations dépend fortement de la tension que l'on applique aux bornes de la colonne de plasma comme le montre la figure IV-10 où le courant minimum ( $I_{\min}$ ) et le courant maximum ( $I_{\max}$ ) moyennés dans le temps sont tracés en fonction de la tension appliquée aux bornes de la colonne.

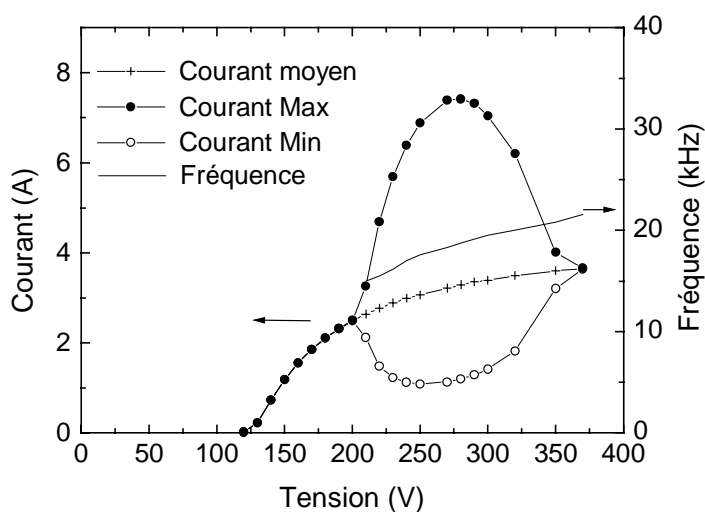


Figure IV-10 : Valeurs minimale et maximale du courant total et de la fréquence d'oscillation en fonction de la tension appliquée dans les conditions de la figure IV-3.

L'amplitude des oscillations ( $I_{\max}-I_{\min}$ ) augmente avec la tension au delà du seuil du régime des oscillations à 200 V. L'amplitude des oscillations atteint une valeur d'environ 7 A à 270 V et décroît à 0 à 370 V. La fréquence de ces oscillations augmente de 15 à 22 kHz quand la tension augmente de 200 à 350 V.

Afin de clarifier les mécanismes responsables des oscillations de courant, nous allons détailler maintenant l'évolution spatiale et temporelle des densités de xénon et du plasma ainsi que le champ électrique déduit des calculs dans le cas standard (240 V, 5 mg/s, 200 G en sortie, profil du champ magnétique cas 1 de la figure IV-2). Les variations spatiales et temporelles de la densité de neutre et de la densité du plasma sont tracées dans les conditions de la figure IV-9 respectivement dans les figures IV-11 et IV-12 pour un intervalle de temps correspondant à environ 4 cycles d'oscillations. La figure IV-11 montre clairement que les

oscillations du courant sont associées avec une déplétion périodique de la densité de neutres en sortie du SPT.

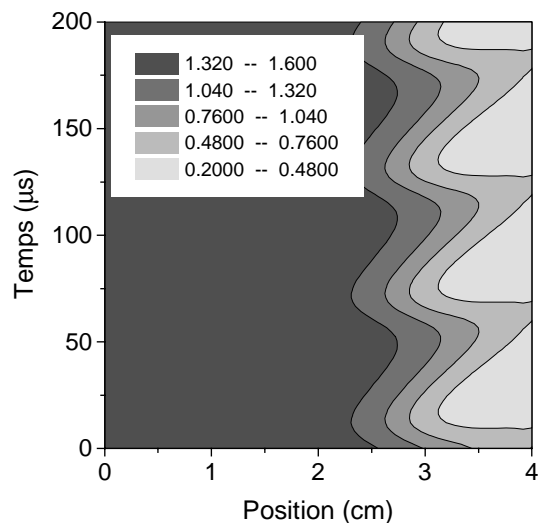


Figure IV-11 : Contours de densité de xénon constante en fonction de la position et du temps, montrant la "respiration" du flux de neutres proche de la sortie dans les régimes d'oscillation de basse fréquence du SPT100. Les conditions sont identiques à la figure IV-9 (tension appliquée 240 V, débit de xénon à l'anode 5mg/s, et profil du champ magnétique cas 1 de la figure IV-2 avec une valeur maximale de 200 G en sortie). L'unité est  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$ .

Dans la zone proche de la sortie du moteur, le champ magnétique est important en sortie du moteur, et la faible conductivité résultante, comme nous l'avons vu, entraîne une augmentation du champ électrique afin de maintenir la continuité du courant. De plus, dans cette zone, l'énergie des électrons et le terme source sont grands, le flux de neutres a tendance à être rapidement ionisé. Il s'en suit une déplétion de la densité de neutres, et le front du flux de neutres se déplace vers l'intérieur du moteur, dans une région où le champ électrique, l'énergie moyenne des électrons et le terme source sont plus faibles. La densité de plasma dans la zone proche de la sortie chute fortement quand la densité d'atome de xénon à diminué. Parallèlement, le flux d'électrons entrant devient plus faible et le front de neutres avance vers la sortie sans être ionisé de façon significative, et la densité de neutres augmente dans cette zone. L'augmentation de la densité de neutres dans la région où le champ électrique est grand rend possible une augmentation de l'ionisation dans cette région, qui conduit à une déplétion de la densité de neutres et ainsi de suite.

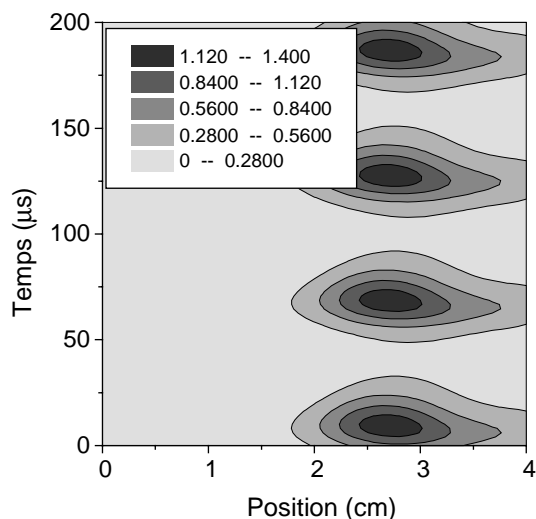


Figure IV-12 : Contours de densité de plasma constante en fonction de la position et du temps dans les conditions de la figure IV-11. L'unité est  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

L'interprétation des oscillations basses fréquences montre que la fréquence doit être inversement proportionnelle au temps mis par les neutres pour remplir la zone proche de la sortie où le champ magnétique est grand. Cette région, qui correspond à la "zone d'accélération", mesure environ 1.5 cm dans les conditions des figures IV-11 et IV-12. La vitesse d'injection des neutres étant dans nos calculs de  $3.10^4 \text{ cm/s}$ , il est clair que la fréquence des oscillations doit être de l'ordre de 20 kHz, ce qui est cohérent avec les résultats numériques. Nous avons vérifié que le modèle prédisait bien une augmentation de la fréquence des oscillations quand la vitesse d'injection des neutres à l'anode augmente, comme le montre le tableau ci-dessous.

Vitesse d'injection des neutres à l'anode (cm/s)	$10^4$	$2.10^4$	$3.10^4$
Fréquence des oscillations (kHz)	11	14	16

Tableau IV-1 : Fréquences d'oscillations pour 3 vitesses d'injection des neutres à l'anode, les conditions sont identiques à celles de la figure IV-9.

La dimension de la zone d'accélération qui est contrôlée par le profil du champ magnétique influence également la fréquence des oscillations. Des résultats obtenus par Fife et al. [Fi-2] à l'aide de leur modèle 2D transitoire quasi-neutre montrent de fortes oscillations du courant de décharge entre 1 et 7 A pour un moteur dont la longueur est plus courte que dans nos calculs (2.5 cm), un champ magnétique de 200 G et une tension appliquée de 300 V. La fréquence des oscillations dans leurs conditions est de 30 kHz.

Les résultats des figures IV-11 et IV-12 peuvent être résumés en disant que les oscillations basses fréquences du courant dans le SPT sont dues à la "respiration" du front de neutres dans la région proche de la sortie, conduisant à une instabilité d'ionisation. La figure IV-13 montre les iso-contours spatio-temporaux de la variation du champ électrique à l'intérieur du moteur dans les mêmes conditions que les trois figures précédentes. Les oscillations du plasma et de la densité de neutres sont associées à une forte oscillation du champ électrique près de la sortie. Les instants où le champ électrique est maximal en sortie coïncident avec les instants où le courant est minimal (voir figures IV-13 et IV-6). Le champ E en sortie est grand quand les densités de neutres et de plasma sont faibles, il décroît quand la densité de plasma augmente.

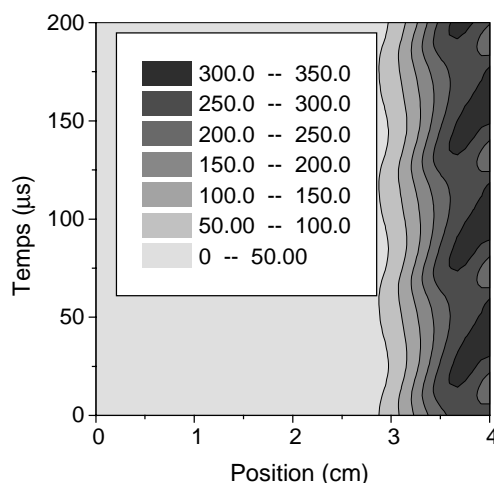


Figure IV-13 : Contours de champ électrique constant en fonction de la position et du temps dans les conditions de la figure IV-11. L'unité est 1 V/cm.

Nous pouvons noter pour finir que tous les calculs présentés ici supposent une tension constante appliquée aux bornes de la colonne. Dans des situations réelles, la présence d'une résistance non nulle dans un circuit extérieur entraîne des oscillations du courant et de la tension, comme le montre la figure IV-14.

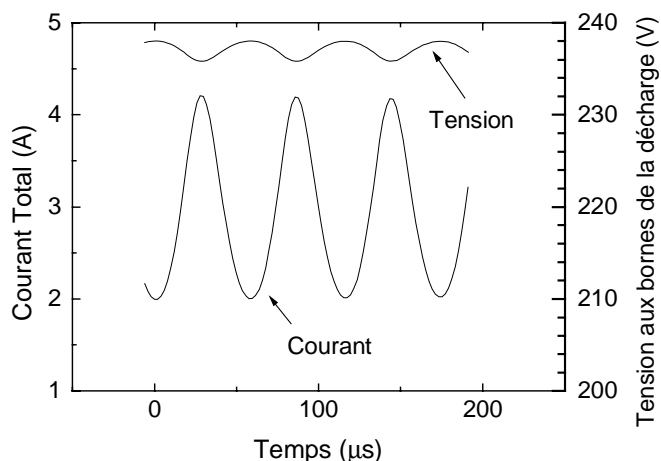


Figure IV-14 : Oscillations du courant de décharge et de la tension aux bornes de la colonne dans des conditions identiques à la figure IV-6, un circuit extérieur comprenant une résistance de 1 Ohm a été rajoutée.

Nous voyons que la forme du courant de décharge est la même que celle de la figure IV-6, dans les deux cas, le courant total moyen obtenu est proche de 3 A. Notons que lorsque la résistance est rajoutée, la fréquence et l'amplitude des oscillations diminuent du fait d'une tension globalement plus faible appliquée aux bornes de la colonne. Cependant, les oscillations obtenues dans ces conditions ressemblent en tout point aux oscillations obtenues sans circuit extérieur. Nous n'avons pas discuté plus longuement cet aspect dans les résultats présentés parce qu'il n'apporte pas d'éléments significatifs supplémentaires. Dans la pratique, les oscillations de la tension sont liées à l'alimentation électrique (PPU - Power Processing Unit). Un système de filtre (FU - Filter Unit) est couplé au PPU afin de limiter l'amplitude des oscillations. Si des recherches continuent à être menées dans ce domaine, quelque soit le type modification apporté au FU, les oscillations basses fréquences du courant de décharge sont toujours présentes [Pe-2].

#### IV-5-2 COMPARAISONS AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Le comportement des oscillations en fonction de la tension appliquée et en particulier la chute de l'amplitude à partir d'une certaine tension n'a pas été trouvée dans la littérature, toutefois, en pratique, lorsque l'on augmente la tension, le moteur peut basculer brusquement d'un régime oscillant à un régime plus calme ou inversement. Les expériences menées sur le SPT 100 modèle laboratoire (que l'on notera SPT 100 ML par la suite) utilisé sur le banc PIVOINE montrent que le courant peut passer d'un régime "calme" où les oscillations du



courant de décharge sont faibles (de l'ordre de 0.4 A), à un régime de forte oscillation (variation du courant entre 2 et 9 A) quand la tension passe de 300 à 400 V pour un débit de 5 mg/s de xénon [Da-2]. L'augmentation de la fréquence avec l'augmentation de la tension a elle été constatée expérimentalement par F. Darnon sur le moteur de la SEP [Da-3].

Lorsqu'un régime de fortes oscillations est en place, les formes de courant obtenues sont très proches de celles obtenues par le calcul comme le montre la figure IV-15. Le courant a été mesuré sur un moteur de type SPT100 à la SEP, sa longueur est toutefois plus courte que dans nos calculs (2.5 cm). Le courant de décharge oscille fortement entre 2 et 9 A à une fréquence de 30 kHz.

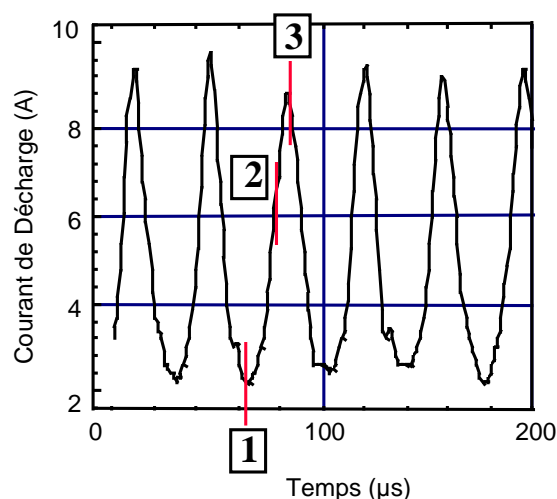


Figure IV-15 : Courant mesuré sur un SPT100 dont la longueur est plus petite que celle utilisée dans nos calculs, la tension appliquée est de 300 V et la valeur du champ magnétique est de 200 G en sortie. Les 3 instants repérés correspondant (1) au minimum de courant, (2) à la montée du courant et (3) au maximum du courant [Da-4].

Des mesures d'émission lumineuse ont par ailleurs été effectuées sur le même moteur à l'aide d'une caméra CCD placée à 45° de l'axe du moteur. Cette caméra couplée à un intensificateur d'image permet de prendre des "photographies" du plasma avec des temps de pose de 1 μs, et donc de voir l'évolution de l'anneau de plasma durant une période d'oscillation. La figure IV-16 montre l'émission lumineuse émise par le plasma dans la région de sortie aux 3 instants notés sur la figure IV-15.

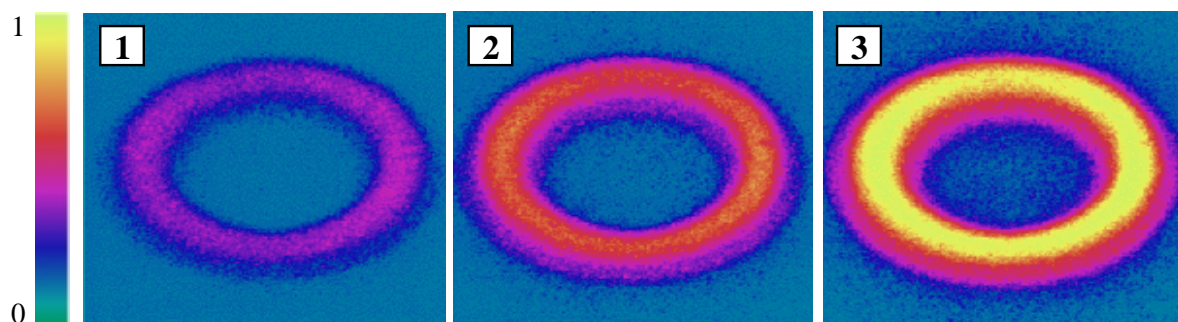


Figure IV-16 : Emission lumineuse du plasma dans la région de sortie du moteur à trois instants du cycle de l'oscillation. Les conditions sont les mêmes que la figure IV-15 (les instants durant la montée du courant sont indiqués sur la courbe tracée) [Da-4].

La forte modulation de la lumière émise par le plasma associée avec les variations du courant de décharge périodiques suggère que le système passe par deux phases successives, une première phase dans laquelle le plasma se forme, nous sommes dans la région de montée du courant et une deuxième phase dans laquelle les ions sont expulsés du moteur ce qui a pour conséquence une chute de la densité du plasma et donc une chute du courant de décharge.

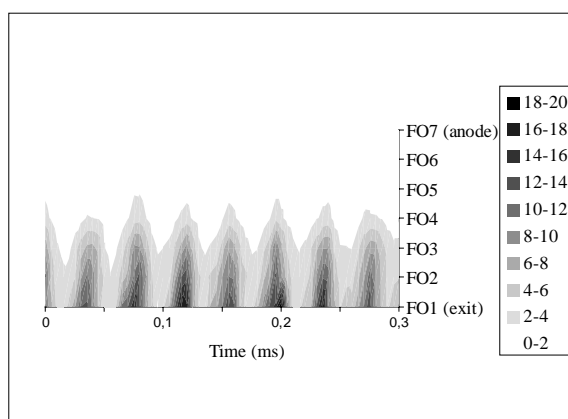


Figure IV-17 : Iso-contours de la lumière émise le long du canal du moteur en fonction du temps dans un régime de fortes oscillations [Da-2]. Le débit de xénon est de 5 mg/s et la tension appliquée 400 V.

Un dispositif de fibres optiques disposées le long du canal d'un moteur semblable à celui utilisé à la SEP a été monté sur PIVOINE. Ces 7 fibres optiques placées tous les 0.2 mm ont permis de visualiser la lumière émise à l'intérieur du moteur [Da-2]. On note de fortes fluctuations de la lumière émise au cours du temps (période de l'ordre de 30 kHz), et une zone d'émission lumineuse concentrée sur les 6 derniers mm du moteur environ. Cette

émission est à rapprocher des variations de la densité du plasma au cours du temps données par le modèle (voir figure IV-17).

Ces résultats montrent un bon accord qualitatif entre les calculs et les diagnostics optique et électrique qui ont été utilisés sur le moteur de la SEP et sur le moteur utilisé à Orléans afin de caractériser les oscillations basses fréquences.

#### IV-5-3 COMPARAISONS CALCULS-EXPERIENCES DANS LE CAS DU SPT50

Nous avons fait varier la tension de décharge entre 100 et 300 V afin d'étudier et de comparer avec les résultats expérimentaux obtenus par G. Guerrini [Gu-1] l'influence de celle-ci sur les oscillations (seuil, fréquence et amplitude). Le tableau ci-dessous résume ces comparaisons.

Tension (V)	Fréquence (kHz)	Fréquence (kHz)	Fréquence (kHz)
	Expériences	Calculs ( $v_0=2.10^4$ cm/s)	Calculs ( $v_0=3.10^4$ cm/s)
100			
150			
200	24	10	
250	22	12.5	14
300	20	14	18

Tableau IV-2 : Comparaisons pour 5 tensions appliquées aux bornes de la décharge des oscillations pour le SPT50, le débit massique de xénon est de 1.17 mg/s et le profil du champ magnétique est le profil donné sur la figure IV-2 (valeur de B en sortie : 176 G). Les résultats expérimentaux sont tirés de la thèse de G. Guerrini [Gu-1] et les calculs ont été effectués pour deux vitesses d'injection des neutres à l'anode.

Les oscillations débutent dans un plage de tension comprise entre 200 et 250 V mais les fréquences relevées sont différentes, les fréquences obtenues par le calcul sont inférieures et dépendent de la vitesse d'injection des neutres. Cette fréquence augmente en fonction de la

tension comme dans le cas du SPT100, alors qu'expérimentalement, elle tend à baisser quand la tension augmente. Quant à l'amplitude des oscillations, les expériences montrent qu'elles augmentent entre 200 et 300 V, alors que l'amplitude des oscillations passent par un maximum pour une tension de 250 V environ dans nos calculs.

## **IV-6 INFLUENCE DU DEBIT DE XENON A L'ANODE**

Un des paramètres extérieur important est le débit de xénon à l'anode. Nous allons voir maintenant son influence sur les variations du courant et sur les oscillations.

### **IV-6-1 CARACTERISTIQUES COURANT-DEBIT POUR LE SPT100**

La figure IV-18 montre les variations des différents courants en fonction du débit dans le cas d'un SPT100, pour une tension aux bornes de la décharge de 250 V (pas de circuit extérieur), un champ magnétique de 200 G et le profil appelé cas 1 sur la figure IV-2. Nous voyons sur cette figure que les oscillations apparaissent pour des débits supérieurs à 4 mg/s environ. Nous rappelons que lorsque le courant oscille, le courant tracé est un courant moyenné sur une période des oscillations. Les différents courants augmentent linéairement en fonction du débit, et le courant d'ions tend vers la valeur  $I_{m'}$ . Notons que la tension de 250 V (qui est dans le "coude" de la caractéristique courant-tension pour 5 mg/s - voir figure IV-3) que nous avons choisi a un effet important sur la rapidité vers laquelle le courant d'ions va tendre vers ce courant de saturation  $I_{m'}$ . Les calculs effectués pour une tension plus importante montre que le courant d'ions tend plus rapidement vers  $I_{m'}$ . Lorsque le débit augmente, nous voyons bien que le rapport  $I_{Ion}/I_{Total}$  n'augmente pas pour autant. L'augmentation de façon quasi-linéaire du courant en fonction du débit a été observée sur le SPT100 de la SEP [Da-3] pour des différentes tensions.

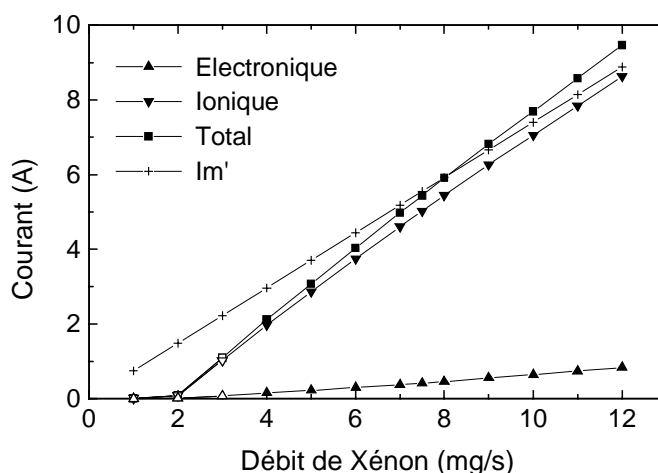


Figure IV-18 : Caractéristique courant-débit de xénon à l'anode pour une tension de 250 V et un champ magnétique en sortie de 200 G pour le profil du champ B cas 1 (voir figure IV-2). Les symboles en noir correspondent à un régime d'oscillation basses fréquences, et les symboles blancs à un régime sans oscillation. Les courants ionique, électronique et le courant correspondant à un flux de xénon complètement ionisé (courant d'ions maximal que l'on peut extraire - noté  $I_{m'}$  sur la figure IV-4) sont également représentés pour les mêmes conditions.

#### IV-6-2 CARACTERISTIQUE COURANT-DEBIT POUR LE SPT50

Nous avons comparé les résultats concernant les variations du courant ionique et du rapport  $I_{ion}/I_{m'}$  en fonction du débit de xénon injecté à l'anode aux mesures expérimentales provenant du SPT50. Les points expérimentaux proviennent de la thèse de G. Guerrini [Gu-1], le champ magnétique en sortie est de 176 G avec le profil du champ magnétique du SPT50 de la figure IV-2, la tension appliquée est de 250 V. Les calculs ont été effectués dans les mêmes conditions pour deux vitesses d'injection des neutres  $2$  et  $3.10^4$  cm/s. Les résultats montrent encore une fois une variation linéaire du courant en fonction du débit. Nous voyons encore une fois que les courants obtenus sont sensibles à cette vitesse d'injection, les valeurs calculées pour une vitesse de  $2.10^4$  cm/s sont assez proches des valeurs mesurées par G. Guerrini. Lorsque l'on augmente le débit, nous augmentons la part du flux de neutres ionisé (voir les variations de  $I_{ion}/I_{m'}$  sur la figure IV-19), le courant d'ions tend progressivement vers la valeur de saturation  $I_{m'}$  (et de façon plus rapide dans les calculs). La variation linéaire du courant a été observée expérimentalement sur un SPT50 développé par la NASA en collaboration avec le MIREA [Ma-2]. Le courant de décharge obtenu varie de 400 à 1200 mA pour des débits en masse passant de 0.5 à 1.3 mg/s. Dans nos calculs, pour une vitesse d'injection de  $2.10^4$  cm/s et pour des débits compris entre 0.8 et 1.4 mg/s, le courant de

décharge varie entre 450 à 1000 mA. Ne connaissant pas le profil du champ magnétique de façon précise, il est difficile de faire une comparaison plus détaillée avec leurs résultats.

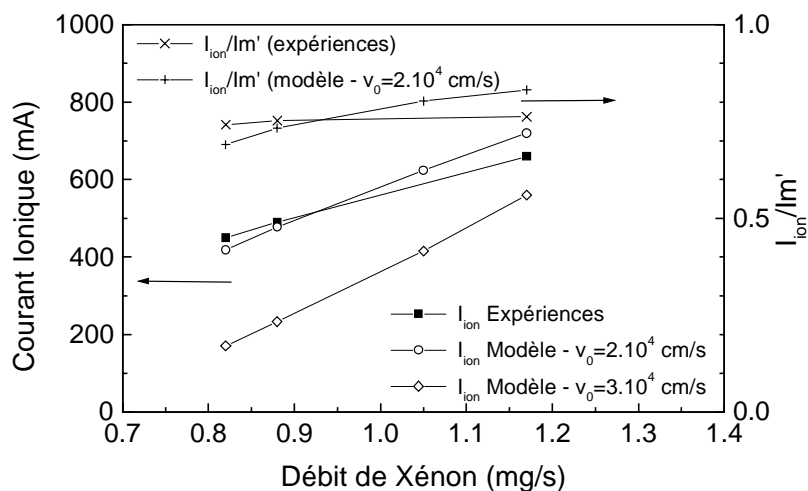


Figure IV-19 : Comparaisons entre les résultats du calcul et les valeurs mesurées du courant d'ions pour plusieurs débits pour un SPT50 [Gu-1]. Les calculs ont été effectués pour deux valeurs de la vitesse d'injection des neutres à l'anode (tension 250 V, champ magnétique en sortie 176 G).

#### IV-6-3 INFLUENCE DU DEBIT SUR LES OSCILLATIONS BASSES FREQUENCES POUR UN SPT100

La figure IV-20 montre les courants de décharge minimal et maximal pour des débits compris entre 1 et 12 mg/s.

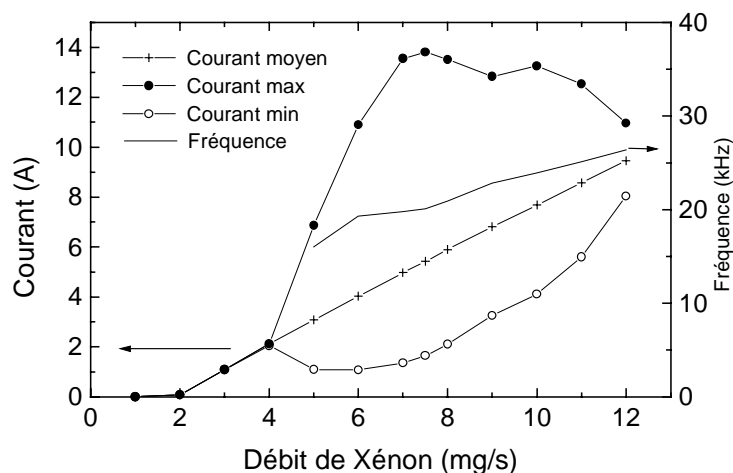


Figure IV-20 : Variations du courant total minimal, maximal et moyen, et de la fréquence d'oscillation en fonction du débit du xénon dans les conditions de la figure IV-18.

Le modèle prédit des oscillations pour des débits supérieurs à 4 mg/s, la fréquence de ces oscillations dépend du débit de gaz injecté à l'anode, elle varie entre 16 et 25 kHz. L'amplitude de ces oscillations ( $I_{\max}-I_{\min}$ ) va dépendre aussi fortement du débit comme nous pouvons le remarquer sur la figure IV-20. Elle augmente à partir de 4 mg/s pour atteindre une valeur de 14 A pour un débit de 7.5 mg/s, puis chute pour des débits plus grands. Ces oscillations sont du même type que celles décrites dans la partie précédente, c'est à dire qu'elles sont associées à une instabilité d'ionisation dans la zone proche de la sortie du moteur. Les mesures de F. Darnon [Da-3] sur le moteur de la SEP ont mis en évidence un comportement semblable en ce qui concerne l'augmentation de la fréquence quand le débit augmente mais sur des plages de débit plus faibles (typiquement entre 3 et 5 mg/s) et pour des tensions supérieures à 250 V. Pour cette même plage de débit et pour différentes tensions, les résultats des mesures effectuées à la SEP semblent indiquer que l'amplitude des oscillations ne dépend pas fortement du débit de gaz. Ces résultats sont tout de même à prendre avec des précautions, puisque si le profil du champ magnétique est conservé entre deux mesures, il n'en est pas de même pour la valeur du champ magnétique en sortie. En effet, entre deux mesures, le champ B en sortie est également ajusté de manière à ce qu'il soit optimisé. Ce champ magnétique optimal est différent selon l'endroit où l'on se trouve dans la caractéristique courant-tension. Il est donc difficile sans connaître de manière précise les variations du champ optimal de faire des comparaisons systématiques. L'avantage du moteur SPT100 ML de PIVOINE réside dans le fait que seul le débit a été changé, les valeurs de la tension et du champ magnétique ont été maintenues constantes pour chaque mesure. Les premiers résultats montrent que pour une tension fixée à 300 V, pour un débit fixé à 2 mg/s, le moteur est en régime "calme", les oscillations sont de très faibles amplitudes, lorsque le débit augmente, l'amplitude des oscillations augmentent dans la plage de débit étudiée (entre 2 et 6.5 mg/s) [Da-5].

#### IV-6-4 COMPARAISONS CALCULS-EXPERIENCES POUR LE SPT50

La tension étant fixée, nous avons regardé l'influence du débit de xénon injecté à l'anode sur les oscillations du courant, et avons comparé nos résultats aux expériences menées sur le SPT50 [Gu-1] (voir tableau IV-3).

Débit (mg/s)	Fréquence (kHz) Expériences	Fréquence (kHz) Calculs ( $v_0=2.10^4$ cm/s)	Fréquence (kHz) Calculs ( $v_0=3.10^4$ cm/s)
1.00	19		16
1.17	21		16.2
1.46		16.2	16.8

Tableau IV-3 : Comparaisons du seuil et des fréquences des oscillations pour une tension de 300 V, une valeur du champ magnétique en sortie de 176 G (profil donné figure IV-2). Les résultats expérimentaux sont tirés de la thèse de G. Guerrini [Gu-1] et les résultats du modèle sont donnés pour deux vitesses d'injection des neutres à l'anode.

Les oscillations débutent expérimentalement à partir d'un débit de 1 mg/s, la fréquence augmente et l'amplitude diminue quand le débit augmente. Dans nos simulations, la vitesse d'injection des neutres influe sur le seuil de démarrage des oscillations (1.46 mg/s pour une vitesse  $v_0=2.10^4$  cm/s contre 1 mg/s pour  $v_0=3.10^4$  cm/s) ainsi que sur la fréquence (entre 16 et 16.8 kHz dans le 1<sup>er</sup> cas contre 16-17 kHz dans le 2<sup>nd</sup>). L'amplitude passe par un maximum par des valeurs de débit qui dépendent de la vitesse d'injection.

## IV-7 INFLUENCE DE L'INTENSITE DU CHAMP MAGNETIQUE ET DE SA DISTRIBUTION SPATIALE

Dans ce paragraphe, nous allons discuter de l'influence de l'amplitude et du profil du champ magnétique sur les caractéristiques courant-champ magnétique et sur les oscillations.

### IV-7-1 INTENSITE DU CHAMP MAGNETIQUE

Dans un premier temps, nous avons considéré le profil de champ magnétique noté cas 1 sur la figure IV-2 et fait varier pour ce profil la valeur du champ magnétique en sortie  $B_0$ . Nous avons dans un deuxième temps rapproché les résultats obtenus des résultats trouvés dans la littérature russe notamment.



a) Calculs pour plusieurs valeurs de  $B_0$ 

La figure IV-21 montre les variations du minimum de courant, du maximum de courant, du courant moyen et les fréquences d'oscillation en fonction de  $B_0$  pour un SPT100, une tension appliquée de 250 V et un débit massique de 5 mg/s.

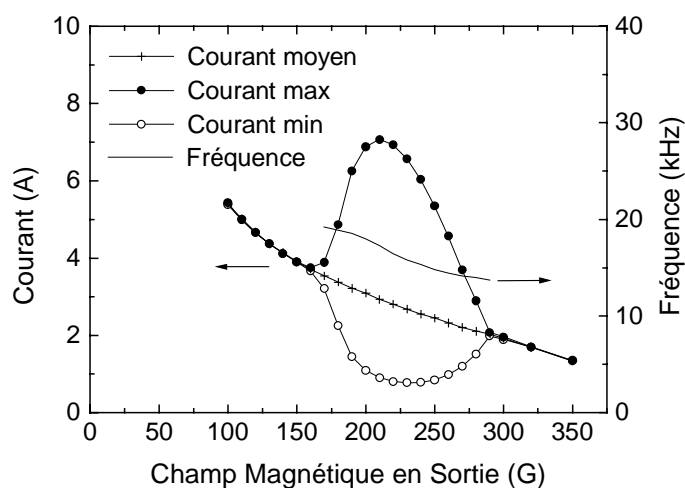


Figure IV-21 : Minimum et maximum du courant total, courant moyenné dans le temps et fréquence d'oscillation en fonction du champ magnétique en sortie pour un SPT100, un débit de xénon de 5 mg/s et une tension aux bornes de la colonne de 250 V. La distribution du champ magnétique est celle du cas 1 figure IV-2.

Nous voyons que pour des champs magnétiques inférieurs à 170 G il n'y a pas d'oscillation. Au delà de 170 G, l'amplitude des oscillations augmente avec le champ magnétique pour atteindre 7 A environ à 220 G. L'amplitude des oscillations obtenue à l'aide du modèle décroît pour des plus grandes valeurs de  $B_0$  et atteint 0 pour 280 G. La fréquence des oscillations chute de 20 à 13 kHz quand le champ magnétique passe de 170 à 300 G.

La chute de la conductivité électronique quand le champ magnétique augmente est responsable de la décroissance du courant total moyen qui passe de 6 A à 100 G à 1 A pour un champ de 350 G. Comme nous pouvons le voir sur la figure IV-21, le rapport du courant d'ions en sortie sur le courant total augmente avec  $B_0$ . Pour les faibles champs magnétiques, la plus grosse partie du flux de neutres est ionisé et le courant d'ions atteint le courant de saturation soit 3.7 A pour un débit de xénon de 5 mg/s (courant noté  $I_m'$  sur la figure IV-4). L'augmentation du courant total quand le champ magnétique diminue est associée à l'augmentation du courant d'électrons en sortie. Dans ces conditions, utiliser un champ

magnétique inférieur à 200 G est insuffisant en terme de puissance dissipée et donc d'efficacité du moteur (la puissance dissipée augmente tandis que le courant d'ions n'augmente pas quant à lui de façon significative, quand  $B_0$  décroît en dessous de 200 G - nous reviendrons sur ces notions dans la chapitre V). Pour des champs magnétiques supérieurs à  $B_0$ , le rapport du courant d'ions sur le courant total est grand, le courant d'ions devient même pratiquement égal au courant total, mais 1) le flux de neutres est insuffisamment ionisé (le courant d'ions est loin des 3.7 A que l'on peut extraire au maximum), et 2) l'amplitude des oscillations du courant devient grande ce qui peut entraîner des instabilités dans la fonctionnement du moteur.

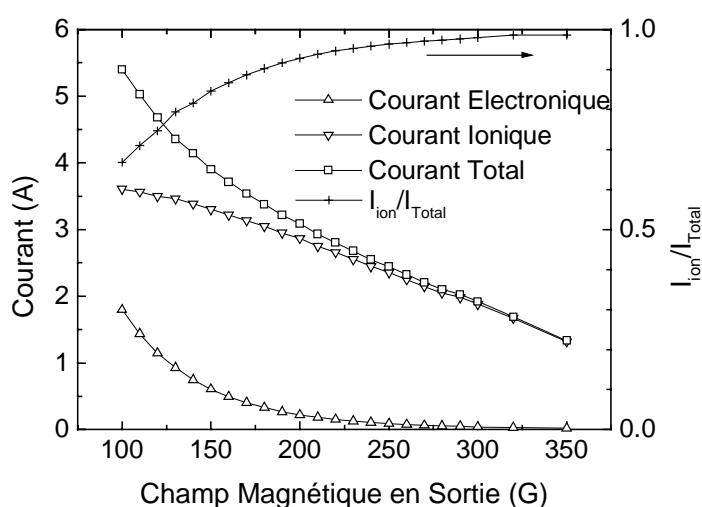


Figure IV-22 : Courant total, courants d'ions et d'électrons en sortie, et rapport du courant ionique sur le courant total en fonction du champ magnétique dans les conditions de la figure IV-21.

Pour terminer, la figure IV-23a montre les caractéristiques courant-tension d'un SPT100 pour 4 valeurs différentes du champ magnétique  $B_0$ . Conformément aux résultats expérimentaux de Morozov et al. [Mo-1], la tension minimale d'amorçage de la décharge augmente avec l'augmentation du champ magnétique, on retrouve les deux régions avec des pentes différentes dans les caractéristiques courant-tension comme la figure IV-4. Les "meilleures" conditions de fonctionnement, selon les expérimentateurs, est proche du "coude" des caractéristiques courant-tension. Les régimes d'oscillations des courbes courant-tension des figures IV-23a sont indiqués par des symboles solides. Les minimum et maximum du courant dans le régime d'oscillation sont montrés sur la figure IV-23b. L'amplitude et le seuil de tension pour l'amorçage des oscillations augmentent avec le champ magnétique.

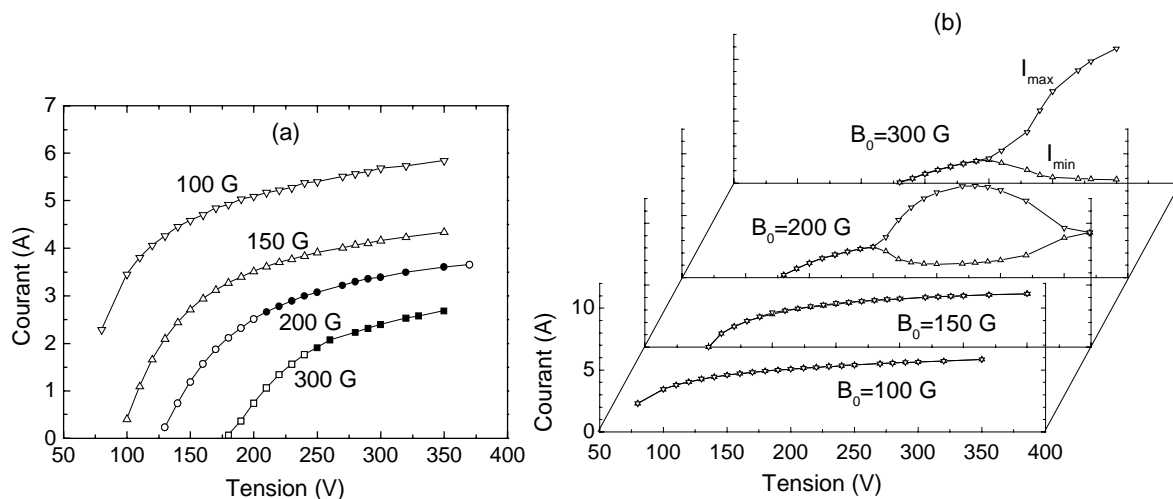


Figure IV-23 : (a) Caractéristiques courant-tension pour 4 valeurs du champ magnétique en sortie (débit de xénon à l'anode 5 mg/s, profil du champ magnétique cas1 de la figure IV-2). Les symboles solides correspondent à un régime d'oscillation; (b) Variations avec la tension des minimum et maximum du courant dans les conditions de la figure IV-23a.

#### b) Résultats trouvés dans la littérature

Il est intéressant de noter que, malgré la simplicité du modèle, la description du régime des oscillations donnée ci-dessus est cohérente avec les observations expérimentales reportées par exemple par [Ch-2]. L'auteur décrit les oscillations de basses fréquences en se référant à la littérature russe, comme des oscillations de "boucle" [Ti-1], de "circuit", ou de "contour" [Zh-1] qui présentent beaucoup de similarités avec les oscillations obtenues à l'aide du modèle. Choueiri mentionne l'existence, pour un débit de xénon à l'anode et une tension appliquée fixés, d'une valeur optimale du champ magnétique en sortie. Ce champ magnétique optimal  $(B_0)_{\text{opt}}$  est égal à 170 G pour un débit de 4 mg/s et une tension de 200 V pour un SPT d'une distance entre les parois de 2 cm et de longueur 4.5 cm comme on peut le voir sur la figure IV-24. Sur cette figure, plusieurs régions sont distinguées en fonction de l'intensité des oscillations dans le moteur. Pour des valeurs du champ magnétique  $B_0$  inférieure à la moitié de cette valeur optimale (régions I et II), il n'y a pas d'oscillations significatives dans la gamme des 1-20 kHz. Des oscillations d'amplitudes importantes sont obtenues pour des rapports  $B_0 / (B_0)_{\text{opt}}$  compris entre 0.5 et 0.75 (IIIa et IIIb). L'amplitude des oscillations décroît pour des  $B_0 / (B_0)_{\text{opt}}$  proche de la valeur optimale, c'est à dire entre 0.75 et 1 (zone IV). Pour des  $B_0 / (B_0)_{\text{opt}}$  entre 1 et 1.35 (V), le SPT est sujet à des violentes oscillations.

L'amplitude des oscillations décroît à nouveau pour  $B_0 / (B_0)_{opt}$  supérieur à 1.35 (zone VI). Les résultats obtenus à l'aide du modèle sont en accord qualitatif (voir figure IV-21) avec cette description excepté qu'ils ne prédisent pas une baisse de l'amplitude des oscillations autour de la valeur optimale du champ magnétique pour les profils que nous avons considérés.

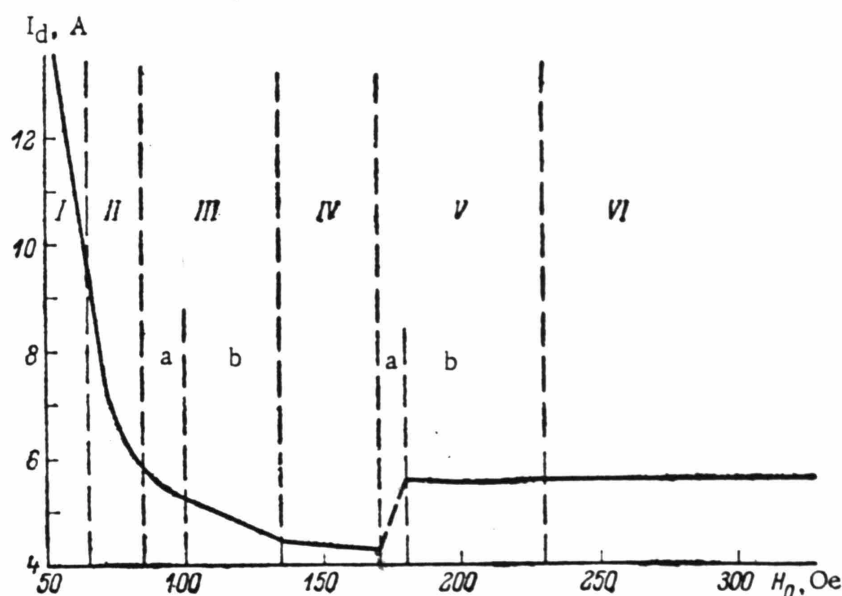


Figure IV-24 : Variation du courant en fonction du champ magnétique pour une tension appliquée de 200 V, un débit de xénon à l'anode 4 mg/s pour un moteur de dimension proche d'un SPT100 [Ti-1].

Le bon accord qualitatif entre les calculs et les rapports de Chouiri concernant les résultats expérimentaux de Zhurin et al. [Zh-1] et d'autres [Mo-1], [Es-1] montre que les résultats obtenus par le modèle peut reproduire certains aspects du fonctionnement du SPT. Le modèle confirme que les oscillations basses fréquences sont associées à une oscillation de la zone d'ionisation comme cela est suggéré dans la littérature russe (par exemple [Zh-1]), et dans les rapports de Chouiri [Ch-2] faisant le bilan sur les caractéristiques des SPT. Il n'est pas nécessaire d'invoquer des interactions entre le moteur et le circuit extérieur afin d'expliquer les oscillations basses fréquences.

#### IV-7-2 DISTRIBUTION DU CHAMP MAGNETIQUE

Les propriétés électriques du moteur sont très sensibles au profil axial du champ magnétique radial. Tous les résultats montrés jusqu'à présent et concernant le SPT100 ont été obtenus avec le profil cas 1 de la figure IV-2. Ce profil est caractérisé par une brusque

décroissance du champ magnétique à partir de  $x=3$  cm, et des valeurs faibles du champ magnétique pour  $x < 2$  cm. Pour un bon fonctionnement du SPT, il semble que la valeur du champ magnétique doit être grande uniquement dans une région proche de la sortie du moteur. Si le champ magnétique n'est pas suffisamment faible dans la région en amont (c'est à dire entre l'anode et  $x \sim 2-3$  cm), le terme source de production de paires électron-ion dans cette région peut être large et conduire à une perte significative des ions sur les parois. Les ions sont plus efficacement extraits du moteur si la zone d'accélération est fine et la région de production des ions pas très éloignée de la sortie du moteur. Comme nous le voyons sur la figure IV-6c, ces conditions sont satisfaites pour le profil du champ magnétique correspondant au cas 1 de la figure IV-2. Nous avons fait des simulations pour des cas où le champ magnétique est plus important dans la région en amont du SPT. Nous avons illustré ces résultats pour deux profils du champ magnétique, un premier profil correspondant au cas 2 sur la figure IV-2 pour un moteur SPT100 et un deuxième profil parabolique qui a permis de comparer les résultats obtenus au modèle PIC développé au CPHT pour un SPT que nous avons appelé SPT100 bis.

#### a) Caractéristique courant-champ magnétique pour le SPT100

Les résultats de la distribution du champ B correspondant au cas 2, respectivement pour un débit massique et une tension de 5 mg/s et 250 V sont montrés sur la figure IV-25.

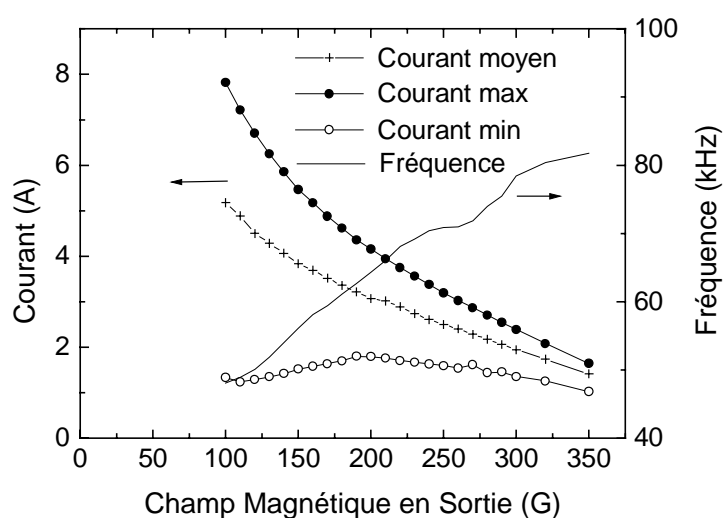


Figure IV-25 : Valeurs minimale, maximale et moyennée dans le temps du courant total, et de la fréquence d'oscillation en fonction de la valeur du champ magnétique en sortie pour un SPT100. Le débit massique de xénon à l'anode est de 5 mg/s, la tension appliquée de 250 V et la distribution du champ magnétique est celle du cas 2 de la figure IV-2.

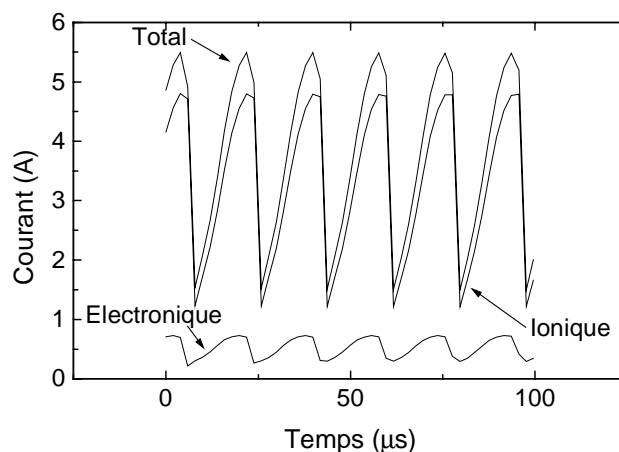


Figure IV-26 : Evolution temporelle du courant total, du courant d'ions et du courant d'électrons pour une tension aux bornes de la colonne de 250 V, un débit massique de xénon de 5 mg/s, et un profil de champ magnétique correspondant au cas 2 de la figure IV-2 (et une valeur de B de 150 G en sortie).

Le courant total moyen a une forme proche des variations du courant de la figure IV-21. Le courant est globalement un peu plus faible, le champ magnétique étant légèrement plus grand. Les oscillations sont présentes pour des valeurs de B comprises entre 100 et 350 G, leur amplitude chute avec quand le champ magnétique augmente. Nous voyons sur la figure ci-dessous la variation des courants électronique, ionique et total en fonction du temps (intervalle de 100  $\mu\text{s}$ ) pour un champ magnétique de 150 G (profil cas 2), un tension de 250 V et un débit de xénon de 5 mg/s.

Les fréquences obtenues sont plus grandes que pour le profil de champ magnétique précédent, elles sont comprises entre 50 et 80 kHz. Elles ne sont pas associées à une déplétion de la densité de neutres en sortie comme nous pouvons le voir sur la figure IV-27. Cette déplétion existe toujours, mais demeure stationnaire, le gradient de la densité de neutres n'est pas aussi important que dans les cas décrits précédemment (voir figure IV-11).

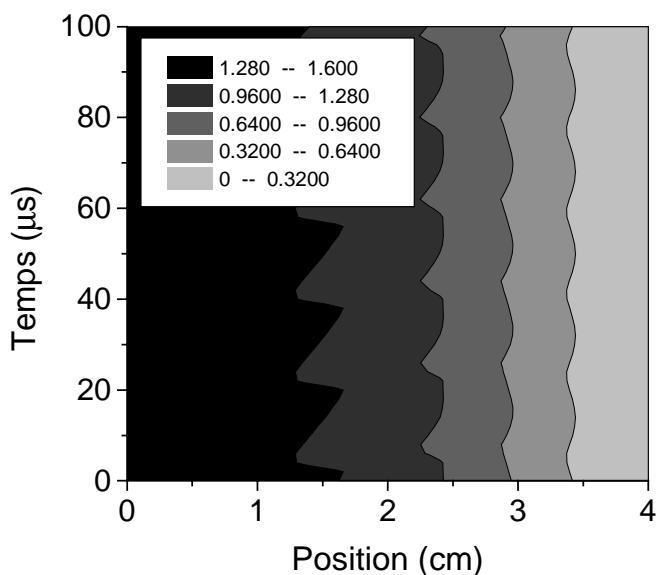


Figure IV-27 : Courbes d'iso-contours de la densité de neutres en fonction du temps et de la position axiale dans les conditions de la figure IV-26. L'unité est  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$ .

Pour cette configuration du champ magnétique, l'ionisation à l'intérieur du canal est plus importante, la densité de plasma est déplacée vers l'intérieur du moteur dans la zone de conduction comme on peut le voir sur la figure IV-28. Ces résultats confirment l'importance du profil de champ magnétique, la zone de production des ions est très sensible à la forme du profil du champ B, la densité de plasma est située plus à l'intérieur du moteur quand le champ magnétique est plus grand dans la zone de conduction.

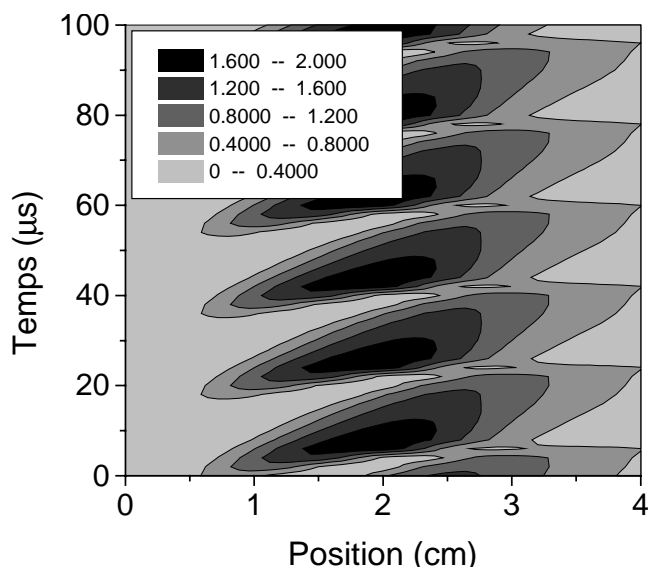


Figure IV-28 : Courbes d'iso-contours de la densité de plasma en fonction du temps et de la position axiale dans les conditions de la figure IV-26. L'unité est  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

Cette forte ionisation est associée à une propagation d'une onde qui se forme du côté anodique et qui se déplace vers la sortie du moteur. Cette onde apparaît clairement sur la figure ci-dessous où nous avons représenté l'évolution du champ électrique à différents instants de la période d'oscillation du courant.

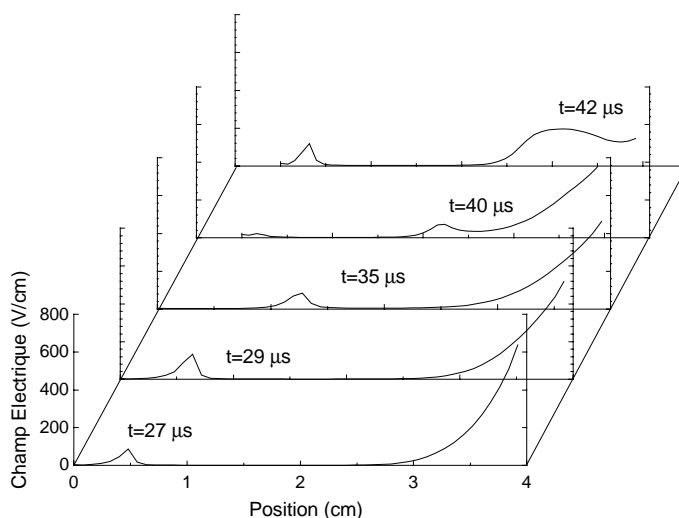


Figure IV-29 : Evolution au cours d'une période d'oscillation du champ électrique dans les conditions de la figure IV-26. Les quatre premiers instants correspondent à la montée du courant (voir la variation du courant total sur la figure IV-26). L'unité est 1 V/cm.

- b) Comparaisons avec les résultats obtenus à l'aide du modèle PIC sur le SPT100 bis.

Dans certaines conditions, deux régimes d'oscillations peuvent coexister, c'est ce que nous allons voir maintenant. Les simulations à l'aide du modèle fluide quasineutre transitoire ont été effectuées dans les mêmes conditions que le modèle PIC [Ad-1], à savoir :

Longueur du moteur : 2 cm

Densité de xénon à l'anode :  $3.10^{13} \text{ cm}^{-3}$

Largueur du canal : 2 cm

Vitesse d'injection du xénon :  $10^4 \text{ cm/s}$

Différence de potentiel appliquée : 300 V

Débit de xénon : 2.48 mg/s

Température d'injection des électrons à la cathode : 1 eV

Profil de B parabolique (voir figure IV-2) avec  $B_{\text{max}}=150 \text{ Gauss}$

Résistance du circuit extérieur : 1 Ohm



Les paramètres  $\alpha$  et  $U$  sont égaux respectivement à 0.5 et 20 eV. L'influence de ces paramètres est discutée dans le paragraphe suivant. Dans le modèle PIC, il n'y a pas de pertes d'énergie sur les parois du moteur, les électrons ayant une énergie suffisante pour franchir la gaine de Debye sont diffusés de façon semi-isotrope sans perte d'énergie. La densité d'ions sur le plan anodique est égale à  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$  afin d'éviter la formation d'une forte couche anodique (voir Chapitre III). Notons à ce sujet que ce problème ne se pose pas dans le code PIC puisque le champ électrique s'inverse occasionnellement au cours du temps du côté anodique comme nous le verrons, cela permet de maintenir une densité d'ions non négligeable dans cette zone. Les deux modèles font apparaître clairement deux fréquences d'oscillation, une oscillation de très basse fréquence de 7 kHz dans le cas du code PIC et de 6.7 kHz dans notre modèle. Une deuxième fréquence (100 kHz pour le modèle PIC et 140 kHz dans nos calculs) est clairement visible sur la figure IV-30 qui montre l'évolution du courant de décharge (pour le cas du code particulaire, les données sont filtrées et moyennées toutes les 0.5  $\mu\text{s}$ ) sur une période de 450  $\mu\text{s}$ . Le courant maximal est ne dépasse pas 3A dans le modèle particulaire, il atteint 7 A dans nos calculs. Le courant minimal est plus petit dans le modèle fluide que dans le modèle PIC (0.5 A contre 1.6 A). Les courants moyens sont par contre voisins (2.1 A pour le modèle non quasineutre et 2.7 A pour le modèle quasineutre).

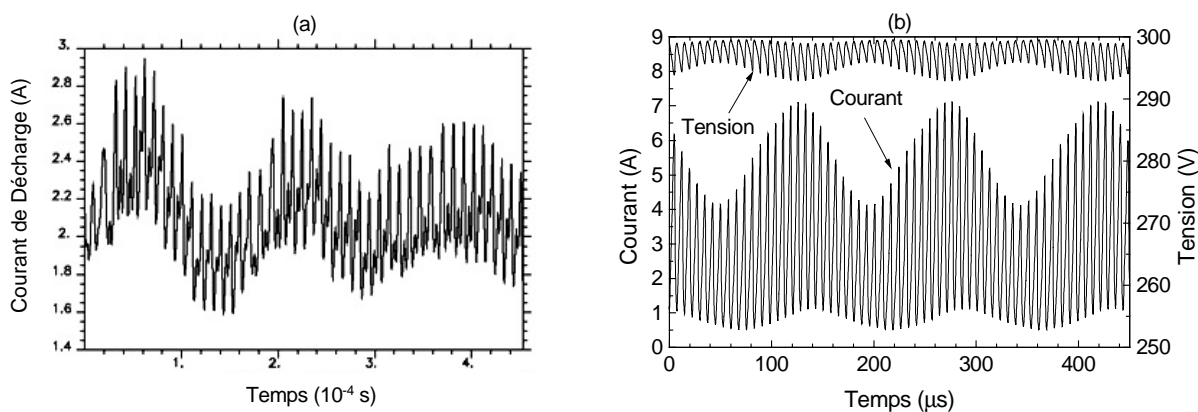


Figure IV-30 : Comparaison des courants de décharge obtenus par les deux codes dans les conditions précisées ci-dessus, (a) code particulaire (courant moyenné toutes les 0.5  $\mu\text{s}$ ), (b) code fluide quasineutre, la tension aux bornes de la décharge est également tracée.

Les premières comparaisons que nous allons faire concernent l'évolution des grandeurs caractéristiques sur une période des oscillations de basse fréquence (100 kHz environ). Nous avons regardé comment varient le terme source, la densité d'ions et le champ électrique, à différents instants de la période d'oscillation. La figure ci-dessous reprend l'évolution du

courant de décharge sur 50  $\mu\text{s}$ . On voit clairement que la période des oscillations se décompose en fait en deux pics dans le cas du code particulaire (voir figure IV-31a).

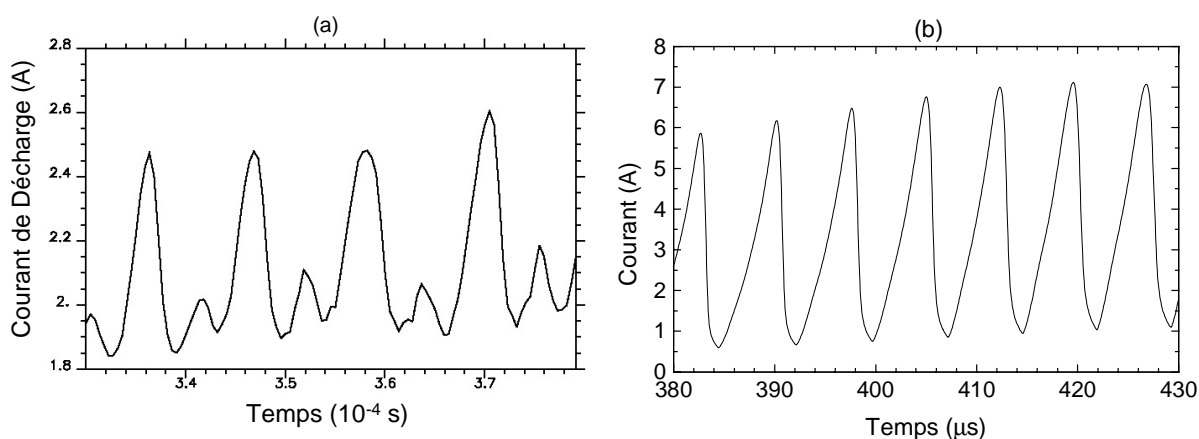


Figure IV-31 : Courants de décharge (a) code PIC, (b) modèle fluide sur une période de 50  $\mu\text{s}$  dans la phase de montée du courant, dans les mêmes conditions que la figure IV-30.

La figure IV-32 montre une comparaison du terme source  $S$  obtenu à l'aide des deux modèles à différents instants de la montée du courant. La figure (a) montre les résultats obtenus à l'aide du modèle fluide, et les figures (b), (c) et (d) montrent à 3 instants l'évolution de  $S$  à l'aide du code développé au CPHT [Ad-1]. On note deux zones bien distinctes dans les deux cas, une premier pic dans une région proche de la sortie du moteur (1.5 cm), et une deuxième zone autour de la position  $x=0.5$  cm. Au minimum de courant, la production d'ions est concentrée dans la région proche de la sortie du SPT. Ce premier pic est plus prononcé pour le modèle PIC que pour le modèle fluide, le minimum de courant est quand même plus important dans le cas du code particulaire. Si l'on regarde l'évolution de  $S$  quand le courant de décharge augmente, on remarque qu'un deuxième pic se forme dans la région proche de l'anode. Au maximum du courant, ce deuxième maximum est bien plus important que celui positionné à  $x=1.5$  cm dans le cas du code fluide, il est aussi important que le premier pic dans le cas du code particulaire.

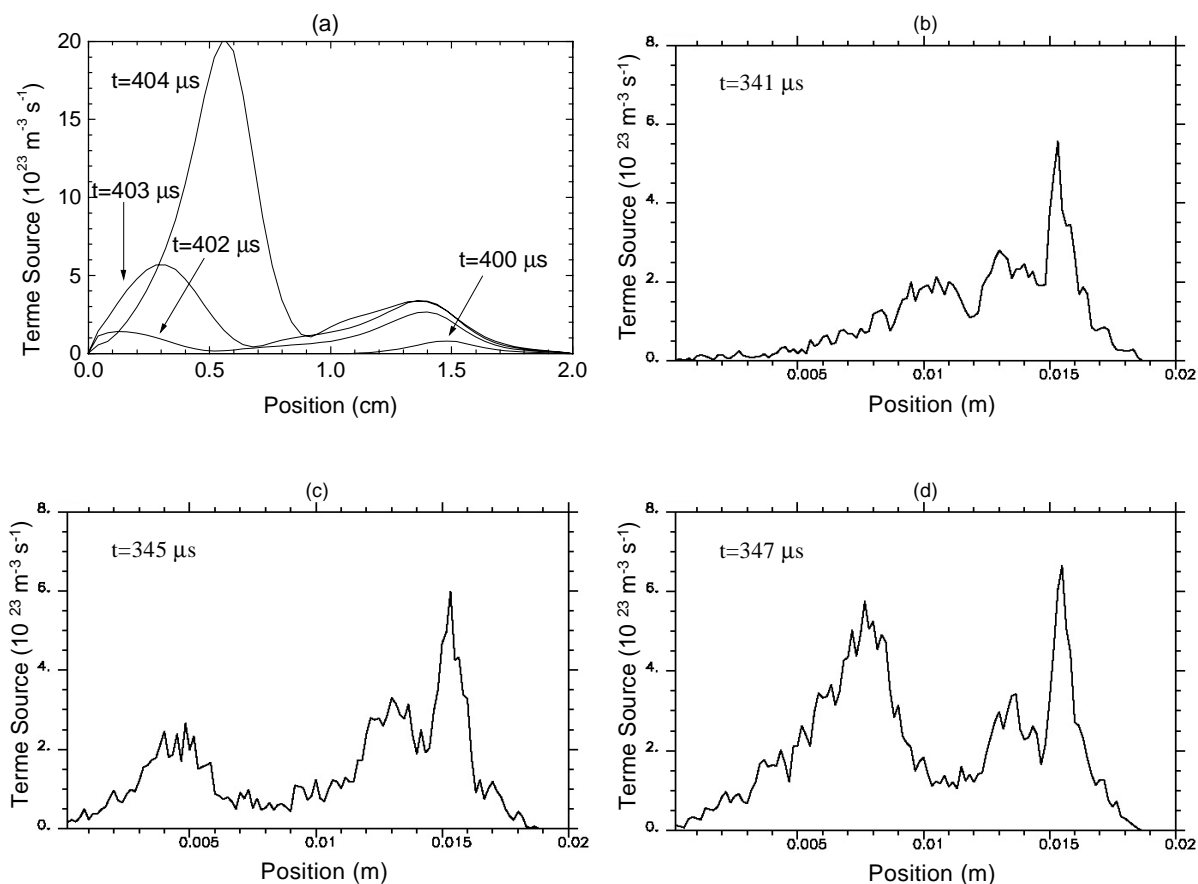


Figure IV-32 : Illustration de l'évolution au cours d'une période des oscillations basses fréquences du terme source  $S$ ; la figure (a) montre les variations du terme source à l'aide du modèle quasineutre à 4 instants différents (courbe de courant donnée figure IV-31b). Les figures (b), (c) et (d) montrent le profil de  $S$  respectivement aux instants  $t=341 \mu\text{s}$ ,  $t=345 \mu\text{s}$  et  $t=347 \mu\text{s}$  (la variation du courant de décharge correspondant est visible sur la figure IV-31a). Les conditions du calcul sont identiques aux conditions de la figure IV-30.

La figure IV-33 montre comme varie la densité des ions au cours de cette même période d'oscillation aux mêmes instants. Dans un premier temps, la densité d'ions présente un maximum prononcé pour  $x=0.8 \text{ cm}$  (elle est de l'ordre de  $10^{12}$  particules par  $\text{m}^3$  dans le cas du code PIC et du double dans nos calculs, en relation avec les différences concernant le maximum du courant de décharge). La densité d'ions évolue, le premier pic s'est déplacé vers la sortie et nous voyons ensuite apparaître un deuxième maximum dans la région anodique lié au terme source important dans cette région (voir figure IV-33).

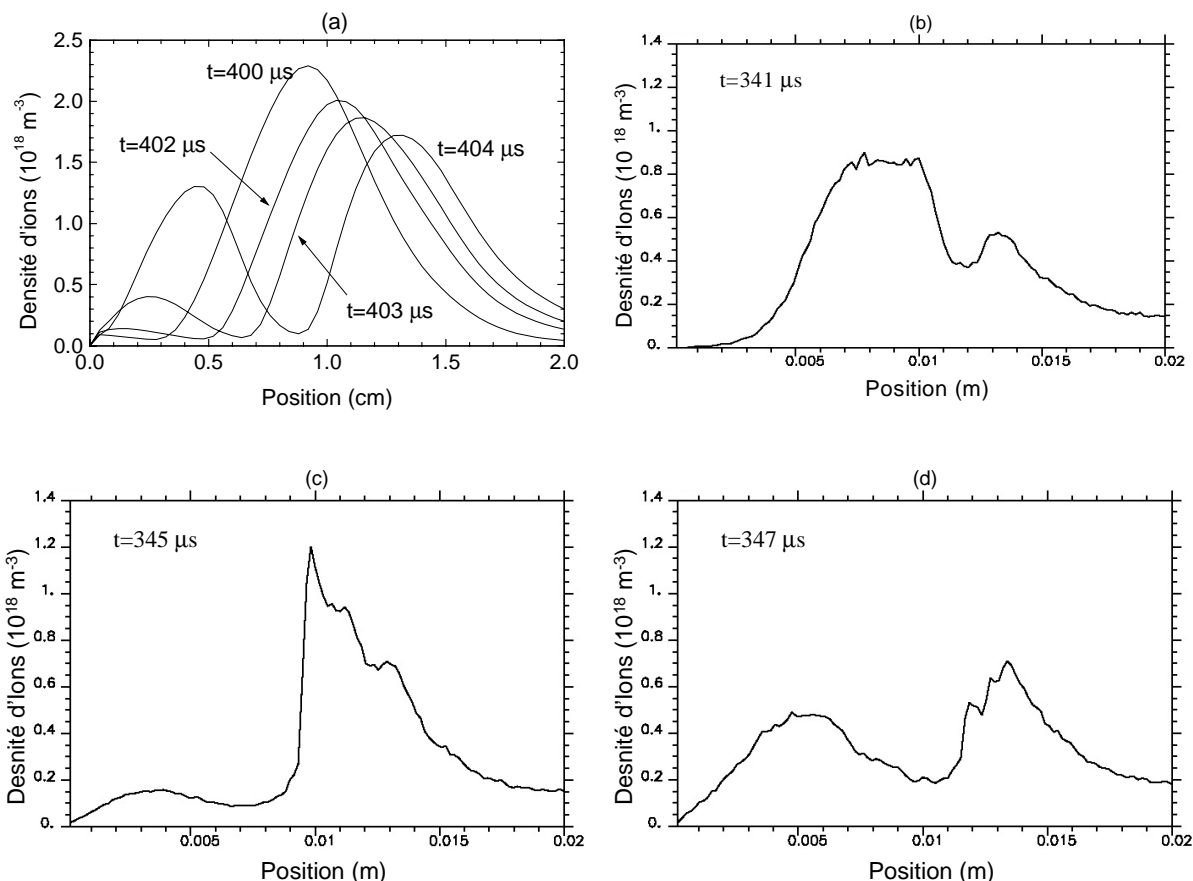


Figure IV-33 : Evolution temporelle de la densité d'ions à l'intérieur du canal dans les mêmes conditions que la figure IV-30. (a) nos calculs avec le modèle fluide, les autres figures concernent la densité d'ions calculée à l'aide du modèle particulaire pour (b)  $t=341 \mu\text{s}$ , (c)  $t=345 \mu\text{s}$  et (d)  $t=347 \mu\text{s}$ .

L'évolution du terme source est lié à l'énergie que gagnent les électrons en remontant le potentiel, le profil de  $S$  est donc relié aux variations du champ électrique dans le canal. Nous avons reporté sur la figure ci-dessous le profil du champ  $E$  à différents instants de la période d'oscillation.

Il est intéressant de remarquer que les deux modèles montrent la formation du côté anodique d'une non uniformité du champ électrique, cette onde se propage de la région anodique vers la sortie du moteur comme on peut le voir sur la figure ci-dessus. Cette onde est à l'origine d'une ionisation locale qui se déplace dans le canal au cours du temps. Les oscillations du courant de décharge à des fréquences d'un centaine de kHz sont directement reliées au temps mis par cette onde pour franchir toute la longueur du canal. On note au passage que le champ électrique, dans le cas du modèle particulaire, s'inverse bien du côté

anodique au cours du temps (voir figure IV-34c) ce qui permet de maintenir une certaine densité de particules dans une zone proche de l'anode.

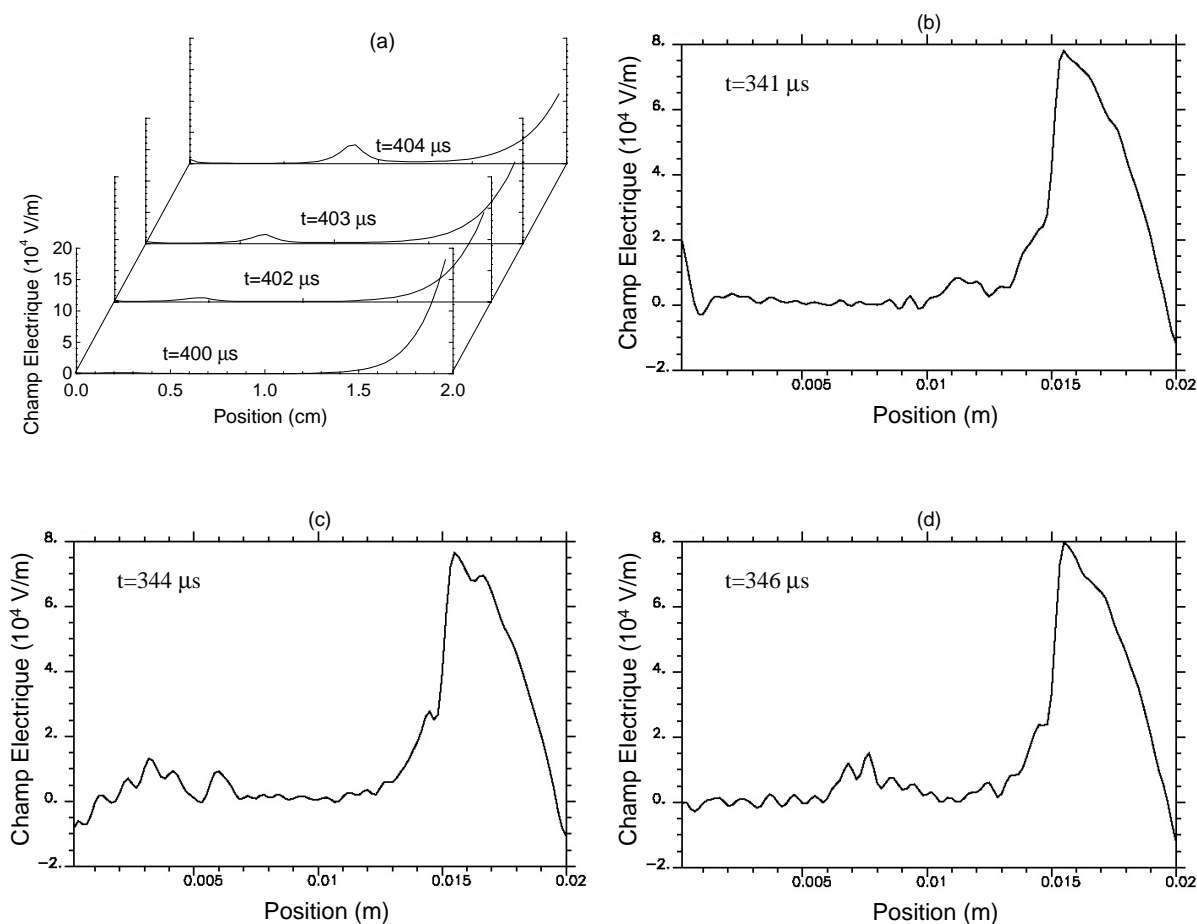


Figure IV-34 : Variations du champ électrique au cours d'une période d'oscillation dans le cas du (a) modèle fluide et du code PIC à trois instants (b)  $t=341 \mu\text{s}$ , (c)  $t=344 \mu\text{s}$  et (d)  $t=346 \mu\text{s}$ . Les conditions sont celles de la figure IV-30.

On retrouve un comportement du courant proche des variations du courant total obtenues pour la configuration de champ magnétique appelée cas 2 (voir § IV-7-2a). Dans le cas de ce profil, les fréquences d'oscillation pouvaient varier dans nos conditions de 50 à 80 kHz pour un canal deux fois plus long. Le plasma est, dans le cas que nous venons de voir, proche du milieu du canal, il est situé à peu près à la même position que dans le cas étudié au § IV-7-2a. Ces calculs confirment une fois de plus l'importance du profil du champ magnétique quant à l'optimisation de la position de la zone de production des ions. La rapidité de la décroissance du champ magnétique ainsi que la largeur de la chute de B influent sur les propriétés électriques du moteur, le courant d'ions pour le profil parabolique

étudié ici est en moyenne de 1.7 A pour un courant total moyen de 2.7 A, le rapport  $I_{\text{Ion}}/I_{\text{Total}}$  n'est que de 0.6.

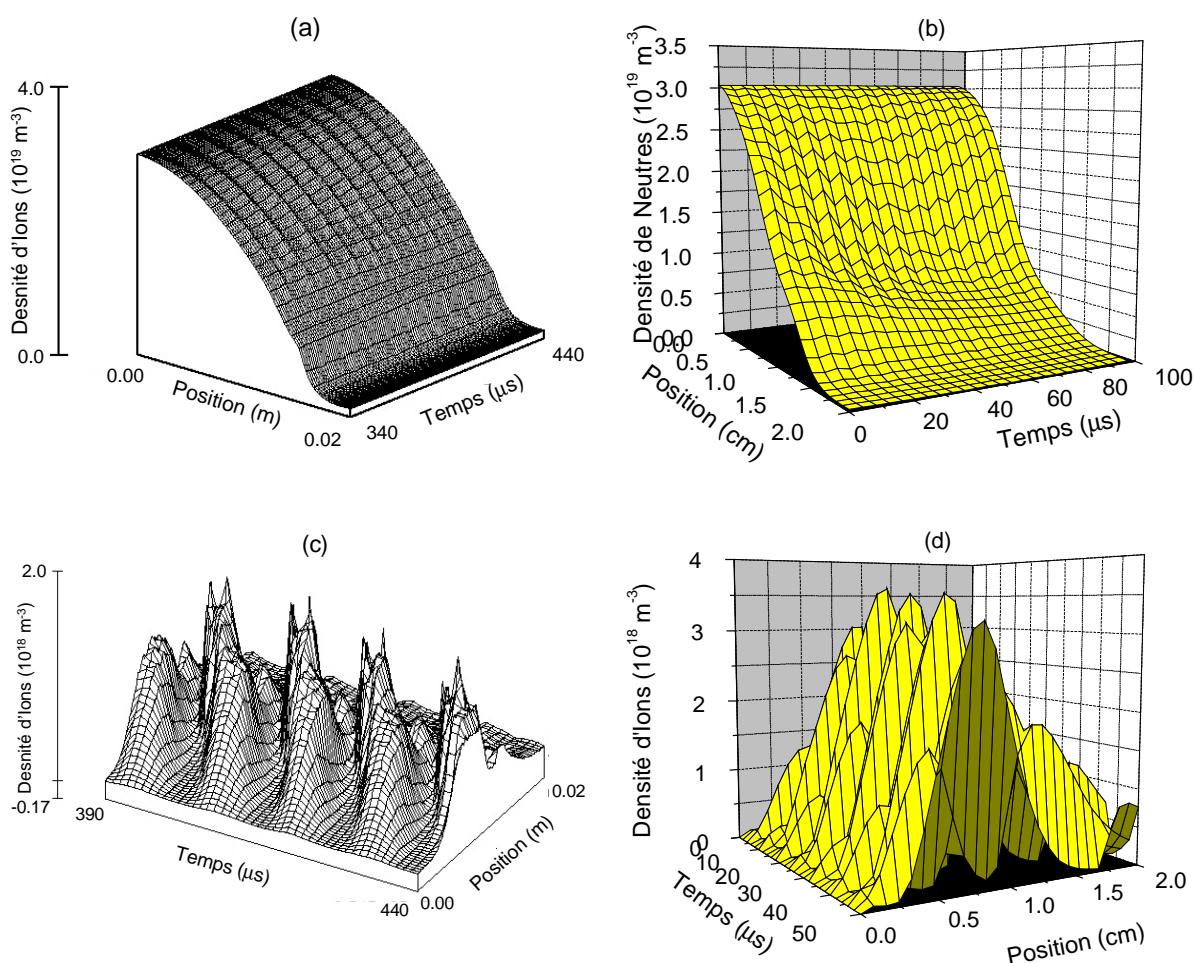


Figure IV-35 : Représentation de l'évolution spatio-temporelle des densités de neutres et d'ions dans les conditions de la figure IV-30. (a) densité des neutres obtenue du modèle PIC, (b) à l'aide du modèle fluide sur 100  $\mu\text{s}$ ; (c) densité d'ions calculée par le code particulaire et (d) par le modèle quasineutre sur 50  $\mu\text{s}$ .

Les figures IV-35 montrent l'évolution sur 100  $\mu\text{s}$  des densités de neutres et d'ions sur 50  $\mu\text{s}$  de la position axiale dans le canal pour les deux modèles. Le profil de densité de neutres subit une plus faible déformation au cours du temps que le profil de densité d'ions comme le notent Adam et Héron [Ad-1]. Dans nos calculs, la déformation du profil de neutres est quand même plus importante que dans le profil obtenu à l'aide du code particulaire, ceci est en relation directe avec la densité d'ions résultante de l'ionisation des atomes de xénon. En effet, la densité des ions atteint dans notre cas  $3.5 \cdot 10^{18}$  particules par  $\text{m}^3$ , c'est à dire le double de la densité obtenue par le code PIC (le maximum de densité d'ions est

de l'ordre de  $2.10^{18} \text{ m}^{-3}$ ), les variations quant à l'amplitude du courant de décharge sont directement reliées à ces différences au niveau de la densité d'ions. Les profils de densité d'ions ont tout de même des allures comparables, ils présentent un premier maximum au milieu du moteur, puis un second pic moins important positionné plus en aval dans le canal (côté sortie du moteur). Ce dernier pic se déplace au cours du temps de la zone proche de la sortie du moteur vers la région centrale du canal.

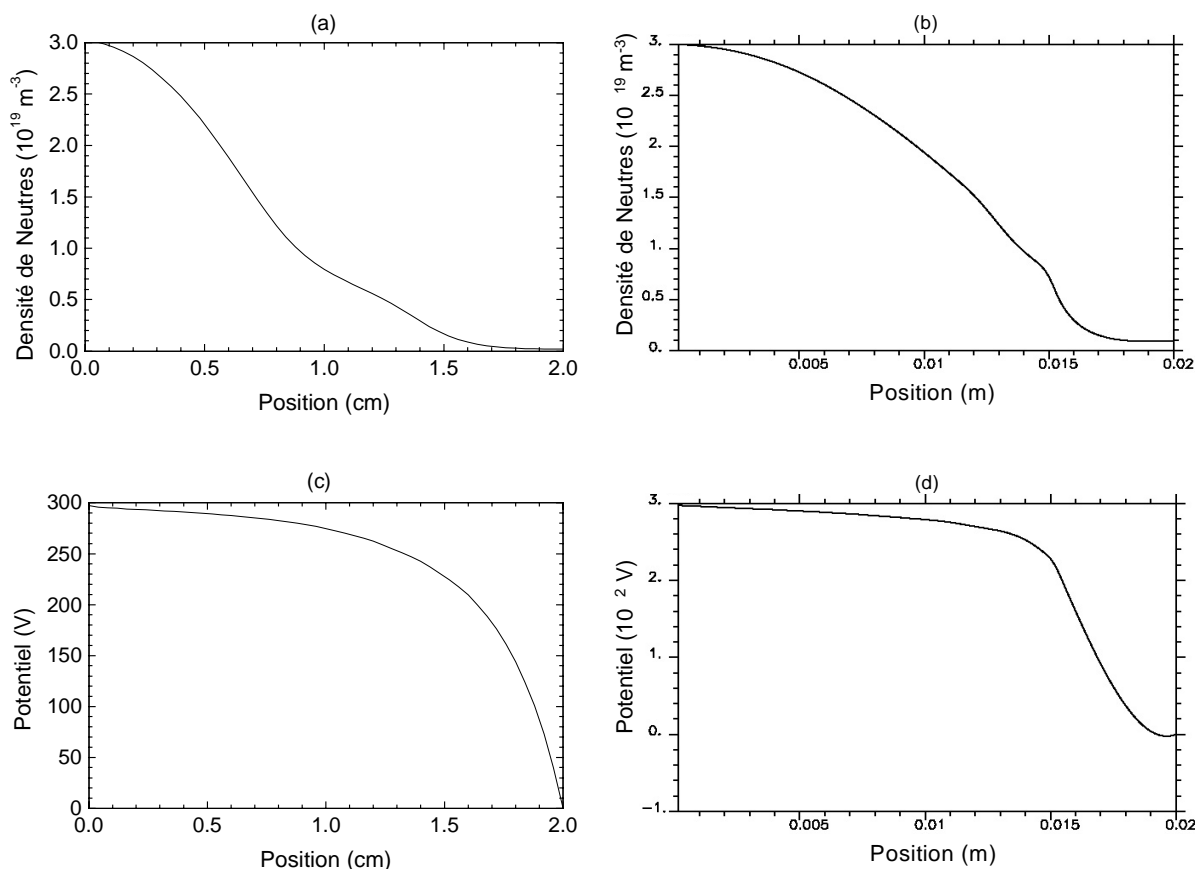


Figure IV-36 : Profils de la densité du xénon et du potentiel moyennés sur  $100 \mu\text{s}$  (a) densité de xénon obtenue dans nos calculs, (b) par le modèle particulaire (c) potentiel issu du modèle fluide et (d) du modèle PIC. Les conditions de calcul sont identiques à celles de la figure IV-30.

Nous avons effectué une moyenne sur  $100 \mu\text{s}$  des variations axiales de deux grandeurs caractéristiques, la densité de xénon et le potentiel aux bornes de la décharge. Les profils du potentiel issus des deux modèles ont des formes comparables, la plus grande partie de la chute de potentiel (250 V) se fait sur les 5 derniers mm du canal. Les profils moyens de xénon sont quant à eux différents dans la région comprise entre  $x=1 \text{ cm}$  et le plan de sortie du SPT, le profil de neutre est plus "creusé" que le profil obtenu à l'aide du modèle développé au CPHT. Au milieu du moteur, la densité de xénon est encore de  $2.10^{19} \text{ m}^{-3}$ , alors que cette

densité est inférieure à  $10^{19} \text{ m}^{-3}$  dans nos calculs à cette même position. La plus faible densité d'atomes de xénon est à relier au fait que la densité des ions (voir figure IV-35d) et donc le courant sont plus importants dans nos calculs. La densité en sortie est seulement de  $2.10^{17} \text{ m}^{-3}$ , elle est 5 fois plus faible que la densité de xénon moyenne en sortie que l'on obtient avec le code PIC.

Nous avons dans un dernier temps regardé de plus près les oscillations de très basses fréquences à l'aide de notre modèle. Pour cela nous avons tracé sous forme de contours d'isovaleurs spatio-temporelles les densités de neutres et d'ions sur une période plus grande à savoir  $450 \mu\text{s}$ .

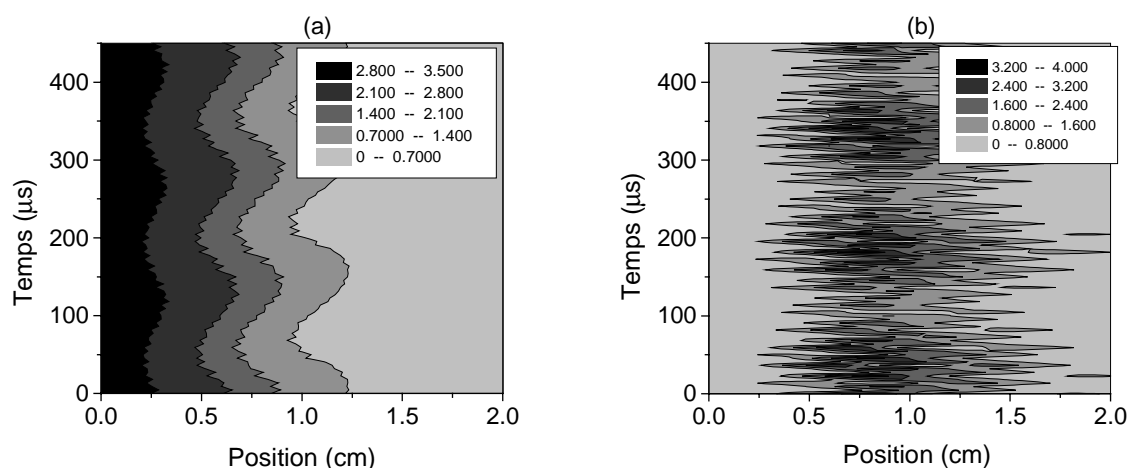


Figure IV-37 : Courbes d'iso-contours (a) de la densité de neutres en fonction du temps et de la position axiale dans les conditions de la figure IV-30. L'unité est  $10^{19} \text{ m}^{-3}$ . (b) de la densité de plasma en fonction du temps et de la position axiale dans les conditions de la figure IV-30. L'unité est  $10^{18} \text{ m}^{-3}$ .

On voit clairement sur les figures ci-dessus que les oscillations de très basses fréquences sont associées à une instabilité de la zone d'ionisation au cours du temps entraînant des oscillations de la densité de neutres et de la densité de plasma. Cette "respiration" du front de neutres est analogue aux phénomènes expliquant les oscillations à des fréquences de 20-30 kHz dans le SPT100 dont nous avons parlé dans le § IV-5-1. Nous voyons ici que la zone de battement du front de neutres est de l'ordre de 1.5 cm pour des vitesses d'injection des neutres de  $10^4 \text{ m/s}$ , ce qui correspond à un temps de transit de  $150 \mu\text{s}$  (soit une fréquence de 7 kHz). Notons pour finir que la vitesse moyenne des ions dans le plan



de sortie atteint  $2.10^4$  m/s dans le code particulaire à l'instant  $t=345 \mu\text{s}$  c'est à dire dans la phase de montée du courant (voir figure IV-31a), elle est de  $1.9 \cdot 10^4$  m/s à  $t=403 \mu\text{s}$  dans nos calculs.

## IV-8 INFLUENCE DES HYPOTHESES SUR LA CONDUCTIVITE PARIETALE OU LA CONDUCTIVITE DU TYPE BOHM

### IV-8-1 PARAMETRES CARACTERISANT LA CONDUCTIVITE PARIETALE

Tous les résultats que nous venons de voir ont été obtenus en supposant la conductivité électronique classique dans la direction perpendiculaire au champ magnétique, et en tenant compte d'une contribution des collisions électron-paroi dans la conductivité totale. La contribution des collisions électron-paroi étant très difficile à quantifier, nous avons choisi de paramétriser cette contribution en supposant que l'échange de quantité de mouvement est de la forme  $\alpha \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  (voir Chapitre III), où  $\alpha$  est un paramètre ajustable. Les calculs ont été faits avec  $\alpha=0.2$ . Nous avons aussi effectué des simulations avec d'autres valeurs de  $\alpha$ .

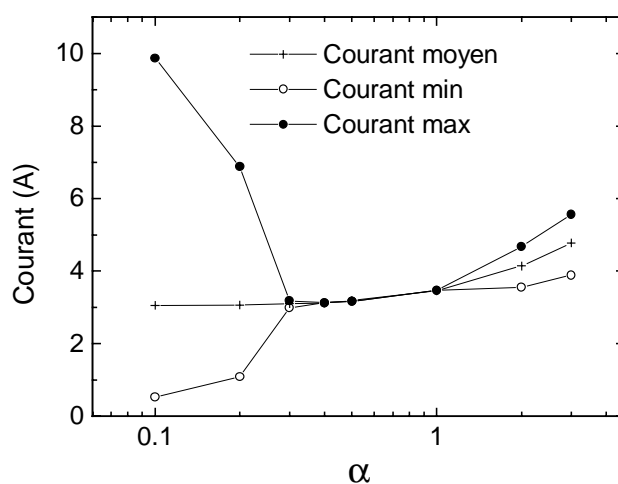


Figure IV-38 : Variations des courant minimal, maximal et moyenné dans le temps en fonction du paramètre  $\alpha$  qui caractérise l'importance de la contribution des interactions electron-paroi sur la conductivité axiale. Le débit massique est de 5 mg/s, une tension appliquée de 250 V, un champ magnétique en sortie de 200 G (profil cas 1, figure IV-2) et pour un moteur de type SPT100.

La figure IV-38 montre les variations du courant moyen, et des courants minimal et maximal lorsque le régime d'oscillation apparaît, en fonction de  $\alpha$  pour un débit de 5 mg/s, une tension de 250 V, et un champ magnétique de 200 G (profil cas 1, figure IV-2). Nous

voyons que les résultats sont extrêmement sensibles à la valeur de  $\alpha$ . De larges amplitudes et des oscillations de basses fréquences (de l'ordre de 20 kHz) se produisent pour des valeurs  $\alpha$  inférieures à 0.3. Une tendance générale est que l'amplitude des oscillations décroît quand  $\alpha$  augmente. Cela est dû à la contribution des collisions électron-paroi qui, pour des grandes valeurs de  $\alpha$ , devient prépondérante dans la conductivité axiale. La mobilité électronique devient de moins en moins dépendante de la densité de xénon en sortie. Dans ce cas, la décroissance de la densité de neutres dans la région proche de la sortie n'affecte pas le transport des électrons et les oscillations disparaissent. Les oscillations de faibles amplitudes observées pour des valeurs de  $\alpha$  plus grandes que 3 sur la figure IV-38 ne sont pas relatives à une déplétion et à une oscillation de la densité de neutres dans la région proche de la sortie du moteur. Ces fréquences sont plus grandes que 60 kHz et sont de même nature que celles rencontrées avec le profil cas 2 du champ magnétique (voir § IV-7-2a). Le courant total est aussi sensible à  $\alpha$  comme nous pouvons le voir sur la figure IV-38, le courant total augmente de 3 à 5 A quand  $\alpha$  passe de 0.1 à 3. La valeur de  $\alpha$  ( $\alpha=0.2$ ) qui a été utilisée dans les calculs présentés dans ce chapitre a été choisie de façon à ce que les courants soient du même ordre que les résultats expérimentaux, mais aucun ajustement n'a été fait de manière précise. Notons pour finir que les toutes petites valeurs de  $\alpha$  conduisent à des instabilités numériques pour les fortes valeurs de la tension appliquée aux bornes de la décharge, même si les collisions de type coulombiennes sont prises en compte.

Les calculs présentés ont été obtenus pour une valeur du paramètre U intervenant dans le terme de pertes dû aux interactions électron-paroi dans l'équation de l'énergie égal à 20 eV. Si U devient grand, i.e. plus grand que 50 eV, les pertes d'énergie des électrons dans la région où la densité de neutres est faible (en sortie du SPT) deviennent trop petites et la localisation de la "zone de production" se déplace vers l'intérieur du moteur. Dans ce cas, le flux de neutres est ionisé dans la "zone de conduction". Pour des valeurs de U plus faibles que 20 eV, les résultats sont qualitativement similaires de ceux obtenus pour U=20 eV, avec quelques variations dans le profil de la densité de plasma.

#### **IV-8-2 CONDUCTIVITE DE TYPE BOHM**

Nous avons enfin fait des calculs en utilisant la conductivité de type Bohm au lieu de la conductivité pariétale. Nous avons trouvé, dans ce cas, un flux de neutres ionisé plus à l'intérieur du moteur jusqu'à proximité de l'anode. C'est parce que 1) la conductivité

électronique est maintenant plus importante (variation de la mobilité en  $1/B$  au lieu de  $1/B^2$  - voir chapitre III) et indépendante de la densité de neutres, et 2) puisque qu'il n'y a pas de pertes d'énergie autre que les collisions électron-neutre, le front de neutres se déplace progressivement vers l'intérieur du SPT sous l'effet de l'ionisation intense due aux électrons énergétiques : les pertes d'énergie électronique en volume ne sont pas suffisantes, les électrons gagnent une énergie correspondant à une grande partie du potentiel appliqué aux bornes de la colonne. Il apparaît que si l'on considère uniquement une mobilité de type Bohm, les résultats prédits par le modèle ne sont pas, dans les conditions normales de fonctionnement, en accord avec les observations expérimentales dont nous avons parlé et qui montre une densité de plasma importante dans une zone proche de la sortie du moteur.

Nous avons également fait des simulations avec une mobilité de type Bohm et en incluant des pertes d'énergie sous une forme identique aux pertes d'énergie que nous avons utilisé pour prendre en compte les pertes d'énergie inélastiques aux parois. Si le terme de perte est suffisamment grand ( $\alpha=5$  et  $U=20$  eV), il est possible de déplacer la zone d'ionisation dans une région plus proche du plan de sortie. Le courant de décharge prédit par le modèle en utilisant l'hypothèse de Bohm, dans les conditions standards de fonctionnement (profil cas 1 200 G en sortie, 5 mg/s, 250 V appliqué), est bien plus grand (33 A en moyenne) d'où une efficacité plus faible que celle attendue pour des conditions identiques (courant d'ions moyen égal à  $I_m$  soit un rapport  $I_{Ion}/I_{Total} = 0.11$ ).

## IV-9 CONCLUSION

Un des premiers aspects importants est que le modèle quasineutre ne peut prédire des résultats cohérents avec les expériences si l'on considère la conductivité électronique dans la direction transverse au champ magnétique en tenant compte uniquement des collisions électron-neutre. Si l'on rajoute un terme relatif aux fluctuations de champ (conductivité de type Bohm), les courants obtenus dans nos simulations ne conduisent pas à un accord même qualitatif avec les courants expérimentaux. Le modèle peut reproduire qualitativement bien un certain nombre de comportements du moteur si l'on rajoute à la conductivité électron-atome un terme dû aux collisions électron-paroi. Lorsque la densité de neutres chute d'un facteur de plus de 10 dans la zone d'accélération proche de la sortie où le champ magnétique est important, les collisions électron-atome ne suffisent pas à assurer une conductivité suffisante dans cette zone.

Nous avons trouvé qu'il est nécessaire également d'introduire, dans l'équation de l'énergie, un terme de pertes dues aux interactions électron-paroi (qui représente de façon phénoménologique les pertes d'énergie des électrons sous l'effet de l'émission d'électrons secondaires par bombardement d'électrons sur les céramiques). Si ces pertes ne sont prises en compte, l'énergie des électrons est importante et le flux de neutres est ionisé profondément à l'intérieur du canal. Les résultats que nous venons de voir apportent des éclaircissements concernant un certain nombre de points que nous allons maintenant rapidement résumer :

- Les simulations montrent que la colonne de plasma peut être divisée en trois régions, les "zone de conduction", "zone de production" et "zone d'accélération". Dans la "zone de conduction", qui s'étend sur 2 cm depuis l'anode et qui correspond à la région de faible champ magnétique, la conductivité électronique est grande et la chute de potentiel faible. Le terme de production des ions est faible. La plupart des ions sont créés dans la "zone de production" dans la région où le champ magnétique commence à augmenter, c'est à dire environ à 1 cm de la sortie. La densité de neutres chute d'un facteur de 10 ou plus dans cette région. Les ions sont accélérés dans la "zone d'accélération", où la majeure partie du potentiel est concentrée, et qui coïncide à la région où le champ B est important. Nous avons vu que cette vision du plasma est consistante avec les mesures expérimentales effectuées sur le SPT50 au LPMI et les résultats trouvés dans la littérature russe sur un SPT100.

- Les calculs prédisent également l'existence de régime d'oscillation du courant de grande amplitude et de basse fréquence (20 kHz). Ces oscillations sont associées à une petite oscillation de la position de la "zone de production" et du front de neutres. La densité de plasma présente également de larges oscillations dans ce régime. Le modèle montre que l'existence du régime d'oscillation dépend des paramètres extérieurs que sont la tension appliquée, le débit massique de xénon à l'anode, le profil et la valeur du champ magnétique en sortie. Les caractéristiques du régime d'oscillation (seuil, variations de l'amplitude, etc.) présentent des similarités intéressantes avec les mesures effectuées à la SEP ou sur PIVOINE et les travaux publiés. Un deuxième régime d'oscillation (100 kHz environ) dû à une non uniformité du champ électrique pour des profils de champ magnétique présentant des valeurs non négligeables de B a également été observé.

- Les résultats obtenus à l'aide de notre code ont enfin été comparés aux résultats obtenus par le code PIC pour un profil de champ magnétique parabolique. Les comparaisons

montrent un très bon accord concernant les régimes d'oscillation et la coexistence de deux types d'oscillation. Ces comparaisons pourront être étendues à d'autres profils de champ B et à d'autres valeurs du débit et de la tension.

---

---

***Chapitre V***

***CARACTERISATION DES PERFORMANCES  
DU MOTEUR ET DU FAISCEAU D'IONS***

---

---

## *V Caractérisation des Performances du Moteur et du Faisceau d'Ions*

### **V-1 INTRODUCTION**

Les performances sont un des aspects importants de la caractérisation du moteur. Elles permettent de définir dans quelle gamme de fonctionnement le propulseur va être le plus utile, et quel type de mission il sera le plus à même de remplir. Ceci nous a conduit à réaliser une étude paramétrique concernant l'influence des paramètres extérieurs (tension appliquée, débit de xénon à l'anode, etc.) sur les performances. Nous avons également mené des études concernant la nature du gaz lourd injecté, sur le rôle de la finesse de la région à fort gradient de B et avons tenté de regarder l'influence que peut avoir la longueur du moteur sur les performances. Nous nous sommes intéressés dans un deuxième temps à l'aspect énergétique des ions à travers leur énergie moyenne et la fonction de distribution du flux dans le plan de sortie. Les récentes expériences menées sur PIVOINE par C. Philippe [Da-1] concernant l'évolution temporelle de l'énergie des ions au cours des oscillations du courant de décharge dans le domaine des basses fréquences nous ont permis de confronter nos calculs aux résultats expérimentaux.

Les calculs ont été effectués uniquement dans le cas de l'hypothèse où la conductivité des électrons dans la direction transverse est la somme d'une conductivité électron-neutre et de la conductivité électron-paroi. En effet, nous avons vu que la conductivité de type Bohm ne permettait pas d'obtenir des courants dont l'ordre de grandeur est comparable avec les courants mesurés expérimentalement. Les paramètres intervenant dans les équations traitant du transport et de l'équation de l'énergie des électrons sont identiques à ceux utilisés dans la plupart des calculs du chapitre IV à savoir  $\alpha=0.2$  et  $U=20$  eV.

### **V-2 PERFORMANCES DU MOTEUR**

Les performances du moteur tournent autour de 3 quantités que nous avons définies au chapitre I à savoir, l'impulsion spécifique, la poussée et l'efficacité. Ces grandeurs faisant intervenir des valeurs qui peuvent osciller dans le temps comme nous l'avons vu dans le

chapitre précédent (tels que le courant de décharge, la vitesse dans le plan de sortie des ions, etc.), ces grandeurs ont été moyennées dans le temps pour les résultats présentés dans ce paragraphe. Les performances sont donc des performances moyennes. Nous nous sommes d'abord intéressés au moteur tel que le SPT100 et ensuite à des moteurs de dimensions plus petites.

### V-2-1 IMPULSION SPECIFIQUE-POUSSEE-EFFICACITE DU SPT100

Comme nous l'avons vu au 1<sup>er</sup> chapitre, l'impulsion spécifique est directement reliée à la vitesse de sortie des ions, et l'impulsion spécifique fait intervenir le produit de l'impulsion spécifique par le débit du fluide propulsif. Nous insistons sur le fait que le débit du fluide propulsif n'est pas le débit massique du xénon introduit à l'anode mais seulement l'équivalent du débit de xénon ionisé. Le débit du fluide propulsif est égal au débit de xénon lorsque le courant d'ions atteint le courant de saturation  $I_m'$ . Pour des valeurs de courant d'ions inférieures, ce débit massique intervenant dans la relation (I.1) est plus petit que le débit initial de xénon introduit à l'anode.

#### a) Influence de la tension appliquée

La figure V-1 montre l'évolution de l'impulsion spécifique et de la poussée pour la configuration cas 1 du champ magnétique (valeur de B en sortie 200 G) et un débit de 5mg/s de xénon pour des tensions appliquées aux bornes de la colonne du plasma comprises entre 120 et 370 V.

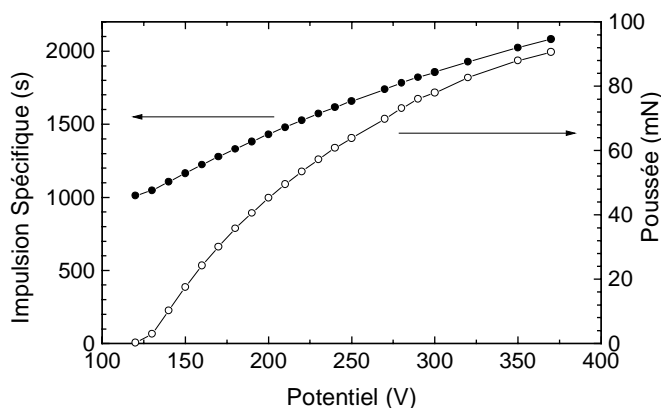


Figure V-1 : Variations de l'impulsion spécifique et de la poussée pour un moteur de type SPT100, pour un champ magnétique de 200 G en sortie (profil cas 1 de la figure IV-2) et un débit massique de 5 mg/s.



L'impulsion spécifique varie de façon quasi-linéaire avec la tension (nous verrons un peu plus loin que la forme de la variation dépend aussi du champ magnétique en sortie), elle est de 1000 s pour une tension de 120 V et atteint 2000 s pour des tensions aux bornes de la décharge de 350 V. Pour une gamme de tension correspondant aux conditions normales de fonctionnement, i.e. entre 250 et 300 V, l'impulsion spécifique est dans le domaine 1600-1800 s, ce qui est cohérent avec les résultats expérimentaux trouvés dans la littérature et reportés dans le chapitre I. La poussée varie entre une dizaine de mN pour  $V=140$  V à 90 mN pour  $V=370$  V, notons que dans les conditions de fonctionnement du moteur autour de 300 V, la poussée obtenue dans nos calculs est de l'ordre de 80 mN.

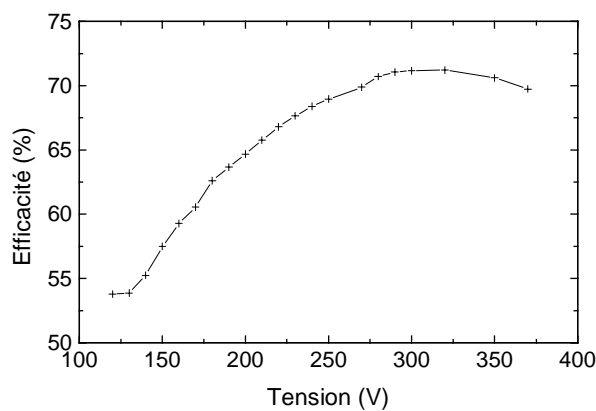


Figure V-2: Caractéristique efficacité-tension appliquée dans les mêmes conditions que la figure V-1.

Nous avons tracé sur la figure ci-dessus l'évolution de l'efficacité en fonction du potentiel appliqué dans les conditions identiques à celles de la figure V-1. Dans un premier temps, lorsque l'on augmente le potentiel appliqué, l'efficacité augmente puis passe par un maximum pour une tension de 300 V : elle atteint alors 70 %. Pour les faibles tensions, l'influence du potentiel appliqué est d'autant plus importante qu'elle permet d'ioniser le flux de neutres, nous sommes en effet dans la région d'ionisation incomplète, augmenter la tension revient à augmenter l'efficacité d'ionisation. A partir d'une tension de 300 V, le courant d'ions tend vers le courant de saturation qui correspond à l'ionisation complète du flux de xénon introduit à l'anode (courant équivalent noté  $I_m'$ ), comme nous l'avons noté dans le chapitre précédent. On comprend dès lors que la puissance injectée supplémentaire, à travers l'augmentation de la tension, ne contribue que modérément à l'ionisation du flux de neutres, l'efficacité chute donc. L'efficacité est d'autant plus forte que l'on se situe dans le "coude" de la caractéristique courant-tension, c'est à dire pour des tensions comprises entre

250 et 300 V (efficacité voisine de 70 %). Toute la difficulté du fonctionnement du moteur est que l'efficacité est maximale dans la région où les oscillations du courant de décharge sont de fortes amplitudes (voir figure IV-3).

Les résultats de nos calculs sont qualitativement en accord avec les données expérimentales de Brophy et al. [Br-1] (voir tableau I-8). L'efficacité obtenue à l'aide de notre modèle est meilleure (70 % au lieu de 50 %) du fait d'une puissance  $I_d \cdot V$  un peu plus faible (1350 W pour une tension de 300 V contre 1050 W pour la même tension dans nos calculs). Notons également que nous ne tenons pas compte des éventuelles pertes des ions sur les parois du moteur dans notre modèle fluide, ni de la chute de tension et de la puissance dissipée dans la région cathodique. Nous surestimons donc l'efficacité d'ionisation et donc le rendement du SPT. Cette "saturation" de l'efficacité en fonction de la tension appliquée a été observée expérimentalement par Bugrova et al. sur un SPT100, le rendement atteint son maximum (70 %) pour des tensions de l'ordre de 400 V [Bu-3].

#### b) Influence du débit de xénon à l'anode

L'influence du débit sur l'impulsion spécifique et la poussée est visible pour un champ magnétique et une tension fixée sur la figure ci-dessous. L'impulsion spécifique augmente de 1000 s quand le débit est multiplié par 6. La poussée est par contre bien plus influencée par le débit de xénon à l'anode, elle est multipliée par un facteur de 10 quand le débit passe de 3 à 12 mg/s, nous remarquons la variation linéaire de la poussée en fonction du débit.

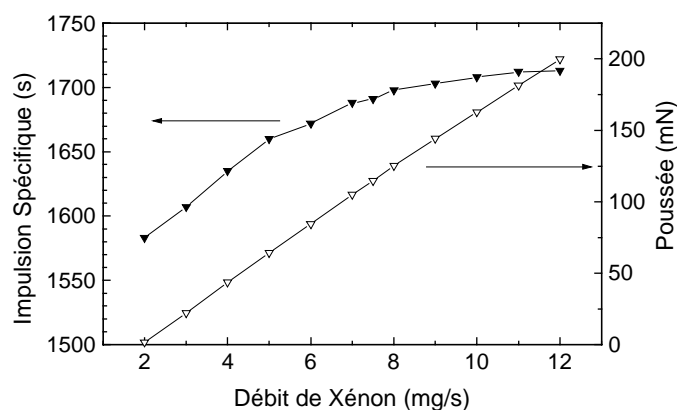


Figure V-3 : Influence du débit sur l'impulsion spécifique (symboles fermés) et la poussée (symboles ouverts) pour un tension fixée à 250 V et une valeur de B en sortie de 200 G, le profil du champ magnétique étant toujours le profil cas 1.

Le rendement du moteur (voir figure V-4) passe par un maximum voisin de 72 % pour un débit de 10 mg/s environ, l'efficacité n'augmente quasiment plus pour des débits supérieurs à 8 mg/s, cela est encore dû à l'efficacité d'ionisation, le courant d'ions se rapproche du courant  $I_m'$  pour des débits dépassant 8 mg/s (voir figure IV-18). Un SPT de 160 mm de diamètre extérieur a été testé au NIITP en Russie [Pe-3], les variations de la poussée et de l'efficacité en fonction du débit ont des allures très proches de celles que nous obtenons à l'aide de notre modèle, le rendement expérimental du moteur est maximal pour un débit de 12 mg/s de xénon (60%), la poussée varie linéairement en fonction du débit, elle atteint 260 mN pour un débit de 14 mg/s.

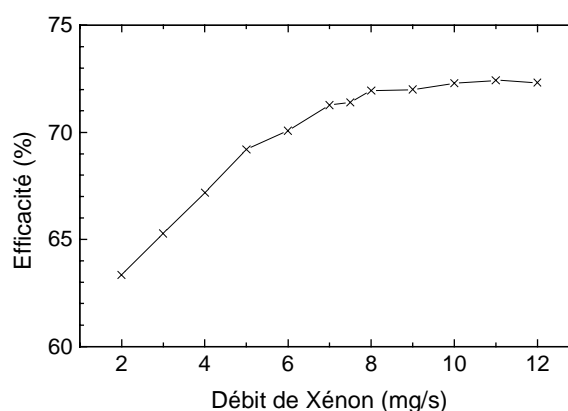


Figure V-4 : Caractéristique rendement-débit de xénon dans des conditions analogues à celles de la figure V-3.

### c) Influence du champ magnétique et de sa distribution axiale

Plutôt que de comparer l'influence des deux profils différents de champ magnétique, il nous est apparu plus intéressant de regarder l'influence de la "finesse" de la zone où le gradient de B est important. Nous avons vu au chapitre IV que cet élément dans le profil de champ magnétique semblait avoir une importance toute particulière. Nous avons repris le profil cas 1 dans le cas du SPT100 ( $d=4$  cm) et avons paramétré la finesse de la région où le champ B est important à l'aide d'une distance  $\Delta L_B$ . Plus  $\Delta L_B$  est grand moins la région où le champ magnétique chute rapidement est fine, la formule analytique est donnée par :

$$B(x) = B_{\max} \exp \left[ - \left( \frac{x-d}{\Delta L_B} \right)^2 \right] \quad (V.1)$$

Lorsque  $\Delta L_B = 1$  cm, nous retrouvons le profil cas 1 de la figure IV-2. La figure V-5, pour une tension de 250 V, un champ B de 200 G et un débit de 5 mg/s, montre les variations de l'impulsion spécifique, de la poussée et de l'efficacité en fonction de quelques valeurs de  $\Delta L_B$  comprises entre 0.8 et 1.8 cm.

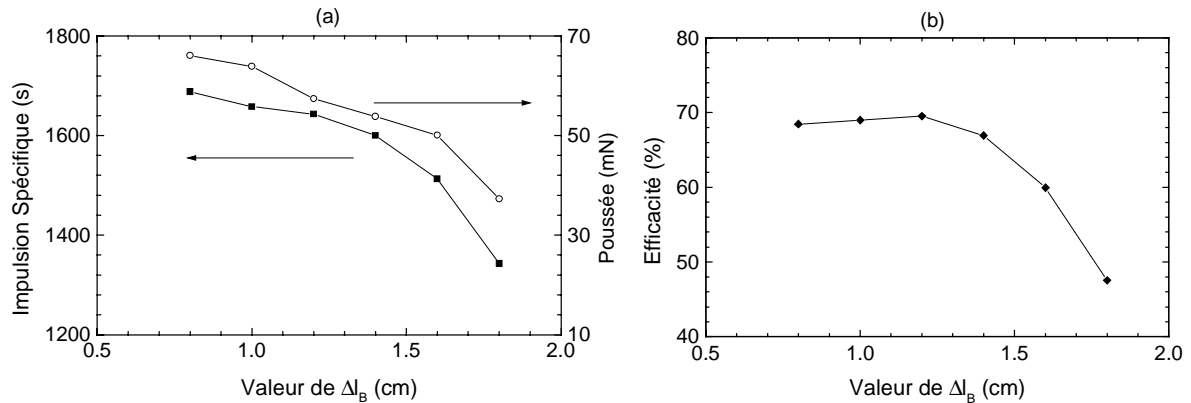


Figure V-5 : Influence de la finesse de la région où le gradient de champ magnétique est important (a) sur l'impulsion spécifique et la poussée, (b) sur l'efficacité. Les conditions sont les suivantes : tension appliquée de 250 V, un débit massique de 5 mg/s et B= 200 G en sortie.

Les résultats confirment le rôle de la zone où le champ magnétique est grand. Quand  $\Delta L_B$  croît nous assistons à une baisse des performances du moteur. La position et l'étalement du terme source vont jouer un rôle primordial. Lorsque  $\Delta L_B$  augmente, la production d'ions se fait sur une région de plus en plus étalée, dans ces conditions, de plus en plus d'ions ne voient qu'une partie du potentiel appliqué, la vitesse moyenne des ions dans le plan de sortie chute. En effet, l'impulsion spécifique baisse de 500 s quand  $\Delta L_B$  passe de 0.8 à 1.8 cm, la poussée est pratiquement divisée par 2 dans le même temps. L'efficacité chute également dans les mêmes conditions. Nous obtenons un maximum d'efficacité du propulseur pour une longueur  $\Delta L_B$  de 1.2 cm. La modification du profil du champ magnétique à travers le changement du gradient montre que l'on peut passer d'un profil efficace en terme d'ionisation à un profil moins efficace. L'efficacité dépend de l'ionisation, et du rapport entre le courant d'ions et la valeur  $I_m'$  correspondant à une ionisation complète du flux de neutres. Le profil du champ magnétique va donc grandement influencer l'efficacité du moteur en jouant sur l'efficacité d'ionisation. Ceci étant dit, l'efficacité du moteur peut être maximale dans la région des fortes oscillations de l'amplitude du courant de décharge. Les résultats que nous obtenons à l'aide du modèle fluide sont en bon accord qualitatif avec les expériences de

Gavryushin et al. [Ga-4] menées au MAI et au MIREA. Ils ont étudié l'influence du profil du champ magnétique en faisant varier la zone du gradient de B pour des moteurs tels que le SPT70 et le SPT100, et ont montré qu'il existait une relation entre la finesse de la région à fort gradient et l'efficacité du moteur. Ils ont noté en particulier que l'efficacité est d'autant plus grande que cette région est fine comme le montre la figure V-6.

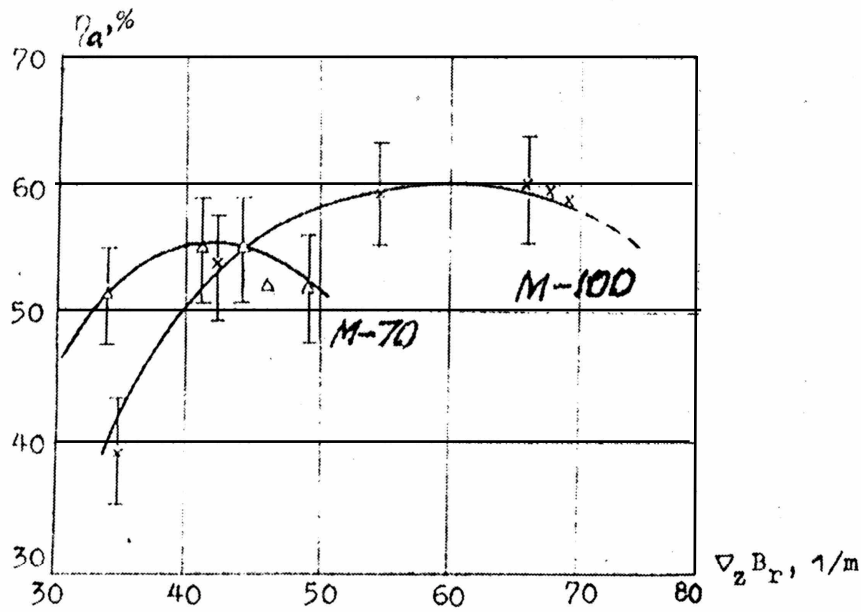


Figure V-6 : Variation de l'efficacité du moteur avec en fonction de la finesse du gradient du champ magnétique [Ga-4].

Nous avons ensuite chercher à connaître l'évolution de l'impulsion spécifique et de la poussée en fonction de la tension aux bornes de la colonne pour 4 valeurs de B (profil cas 1).

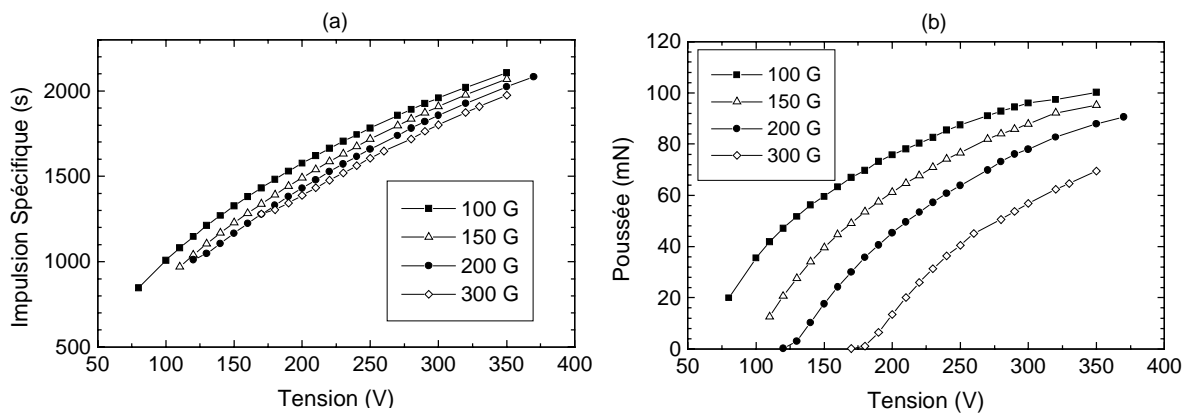


Figure V-7 : Variations (a) de l'impulsion spécifique, (b) de la poussée en fonction de la tension, pour 4 valeurs du champ magnétique et un débit fixé à 5 mg/s.

La gamme des impulsions spécifiques est comprise entre 1000 et 2000 s pour des tensions comprises entre 100 et 350 V, le champ magnétique en sortie n'influence que modérément la vitesse de sortie des ions. Le champ B en sortie joue par contre un rôle plus important sur la poussée qui fait intervenir le débit de xénon ionisé et donc le rapport  $I_{ion}/I_m'$ . Pour les faibles valeurs de B, la poussée commence à saturer autour de 100 mN. Elle atteint 60 mN pour un potentiel appliqué de 350 V et un champ magnétique de 300 G. On pourrait croire que l'intérêt est d'utiliser un champ magnétique faible puisque l'on obtient une meilleure poussée du moteur, or il n'en est rien si l'on regarde le rendement du moteur pour un faible champ magnétique (voir figure V-8) et ceci pour deux raisons; 1) l'efficacité croît quand on augmente le champ magnétique (pour une tension fixée aux bornes de la colonne de plasma) car le "coût" de l'ionisation est plus faible puisqu'en réduisant la mobilité dans la direction transverse nous favorisons l'ionisation, et 2) le maximum de rendement du SPT est déplacé vers les fortes tensions quand le champ B augmente du fait de l'efficacité d'ionisation. La difficulté de parvenir à de bonnes performances du moteur est de trouver un compromis entre les différentes caractéristiques (poussée, impulsion spécifique et rendement). Pour le profil de B considéré, le modèle nous apporte quelques éclaircissements. Un bon compromis semble être un champ magnétique compris entre 150 et 200 G, et des tensions variant de 250 à 300 V. Une autre difficulté dans l'optimisation du moteur réside dans le fait que les plages de tension ou de champ magnétique les meilleures sont assujetties à de fortes oscillations de courant.

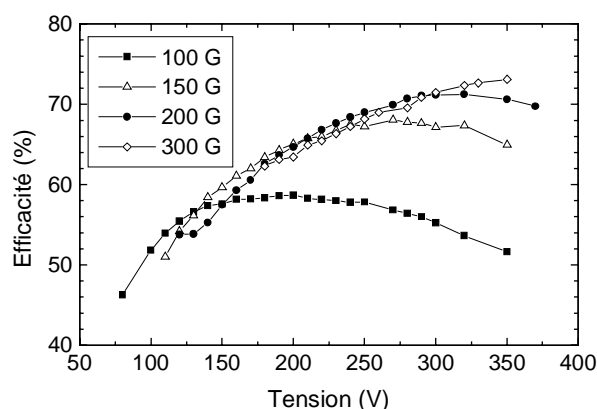


Figure V-8 : Influence de la tension sur le rendement du moteur pour plusieurs valeurs du champ magnétique en sortie du SPT dans les mêmes conditions que la figure ci-dessus.

## d) Influence du gaz lourd injecté à l'anode

Un des axes de recherche sur les moteurs de type SPT concerne le gaz lourd injecté à l'anode. Au MAI à Moscou, des mélanges basés sur les gaz Xe, Kr, Ar, Cs, Li, et Na sont testés. Le mélange Na-Kr a permis d'obtenir par exemple des impulsions spécifiques atteignant 4000 s pour des débits de 1 mg/s de mélange et une tension de 300 V [Ga-4]. Bugrova et al. [Bu-3] au MIREA se sont également intéressés aux gaz lourds utilisés, notamment pour des raisons budgétaires, un gaz comme le krypton coûte en effet moins cher que le xénon. Partant de ce constat nous avons regardé l'influence que pouvait avoir la nature du gaz injecté à l'anode sur les performances du moteur. Les figures V-8 montrent la poussée et l'impulsion spécifique pour 3 gaz, du plus léger au plus lourd : Ar (40 uma), Kr (84 uma) et Xe (131 uma). Les seuils d'ionisation sont respectivement de 14, 15.7 et 12.1 eV. Les différents taux de collisions inélastiques intervenant dans les pertes d'énergie des électrons ainsi que le taux d'ionisation pour l'argon et le krypton sont calculés de manière analogue à celle utilisée pour le xénon (voir § III-2-3d). Les sections efficaces du krypton sont tirées de l'article de Date et al. [Da-6], celles de l'argon sont tirées de la thèse d'A. Fiala [Fi-1]. Nous avons fait des comparaisons en maintenant le débit (5 mg/s) et la température de l'anode constante (500 K, ce qui correspond à une vitesse d'injection des neutres de  $3.10^4$  cm/s dans le cas du xénon).

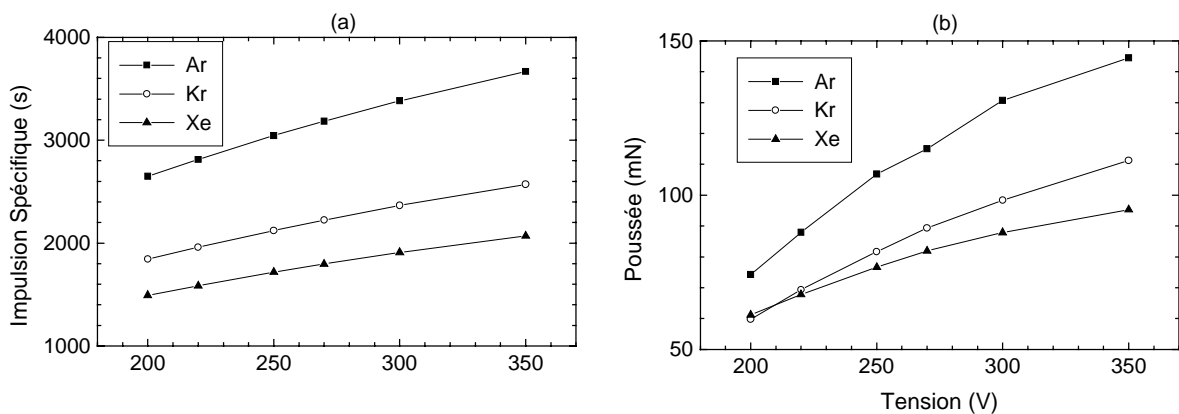


Figure V-9 : Influence du gaz lourd sur (a) la poussée et (b) l'impulsion spécifique pour des tensions comprises entre 200 et 350 V. Le débit de gaz injecté est de 5 mg/s, la température de l'anode est de 500 K et le champ magnétique est de 150 G - profil cas 1 figure IV-2.

Nous voyons que nous obtenons des impulsions spécifiques deux fois plus grandes si on utilise comme gaz injecté à l'anode l'argon au lieu du xénon, l'atome étant plus léger. Il en

est de même pour la poussée qui pour 300 V est de 80 mN dans le cas du xénon alors qu'elle atteint 140 mN dans le cas de l'argon, du fait de l'impulsion spécifique plus grande. En terme d'efficacité d'ionisation, le xénon reste le plus efficace sur la gamme de tension que nous avons regardé. Pour 300 V, l'efficacité d'ionisation atteint 90 %, contre 80 % dans le cas de l'argon (figure V-10a). En ce qui concerne l'efficacité de poussée, elle est pratiquement la même pour les trois gaz avec des variations identiques entre 200 et 350 V (passage par un maximum - voir figure V-10b).

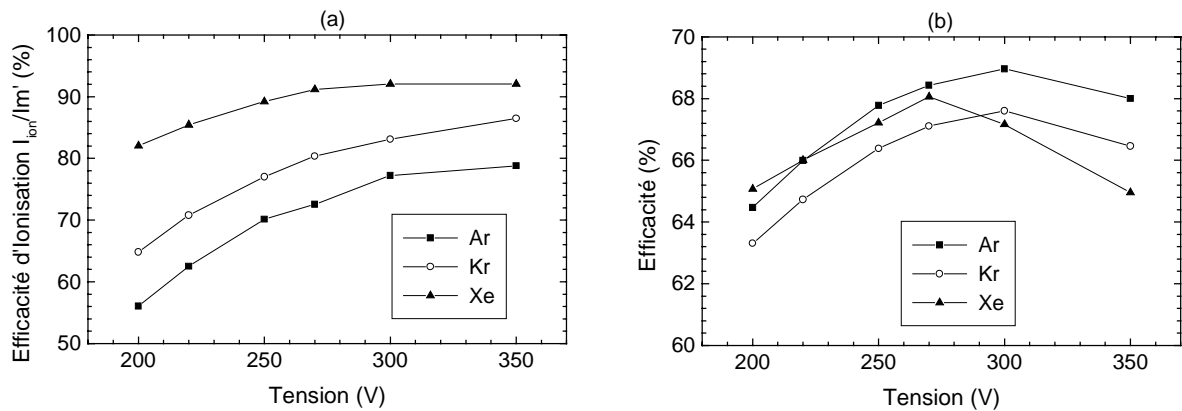


Figure V-10 : Influence du gaz lourd sur (a) l'efficacité d'ionisation et (b) l'efficacité pour plusieurs valeurs du potentiel appliqué aux bornes de la colonne et dans les conditions de la figure V-8.

Les performances obtenues par Brophy et al. [Br-1] dans le cas du krypton dans des conditions standards de fonctionnement (300 V, débit de 4.23 mg/s) sont plus faibles que dans le cas du xénon, elles atteignent 40 % pour l'efficacité de poussée et 65 mN pour la poussée. Les calculs semblent montrer que pour des missions demandant des impulsions spécifiques plus importantes, l'utilisation d'un gaz plus léger semble convenir, tout en conservant des puissances raisonnables (rendement autour de 65 %). L'intérêt peut être double, d'un part des coûts budgétaires plus faibles, et d'autre part aucune modification n'est à apporter au design du moteur. Cependant, pour des missions telles que le maintien des satellites sur orbite, la gamme d'impulsion spécifique étant comprise entre 1000 et 2000 s (voir figure I-5), un gaz tel que le xénon fait parfaitement l'affaire.

### V-2-2 PERFORMANCES DU SPT50

Nous nous sommes intéressés aux résultats des mesures des performances du moteur SPT50 du LPMI afin de les comparer à nos simulations. Ces mesures ont été faites à l'Institut Kurchatov à Moscou [Gu-1]. La balance de poussée utilisée permet de mesurer des poussées



dans une gamme comprise entre 1 et 50 mN avec une précision de 0.5 mN. Ces mesures ayant été effectuées à l'Institut Kurchatov, les caractéristiques volt-ampère utiles dans le calcul des performances ne sont pas celles déduites des mesures de courant effectuées au LPMI mais celles déterminées sur place au moment des mesures de la poussée. Nous avons conservé le profil analytique du champ magnétique de la figure IV-2. Nous avons regardé l'influence de la tension et du débit de xénon sur les performances du SPT50. A la lumière des comparaisons sur les courants ioniques du précédent chapitre, nous avons gardé une vitesse d'injection des neutres de  $2.10^4$  cm/s. Nous avons étudié les variations d'un nouveau paramètre qui représente le coût énergétique de la poussée, il caractérise la puissance dépensée pour produire une unité de poussée (rapport puissance/poussée).

#### a) Influence de la tension

Les comparaisons entre les résultats du modèle et les mesures concernant la poussée et l'impulsion spécifique sont présentées sur la figure V-11.

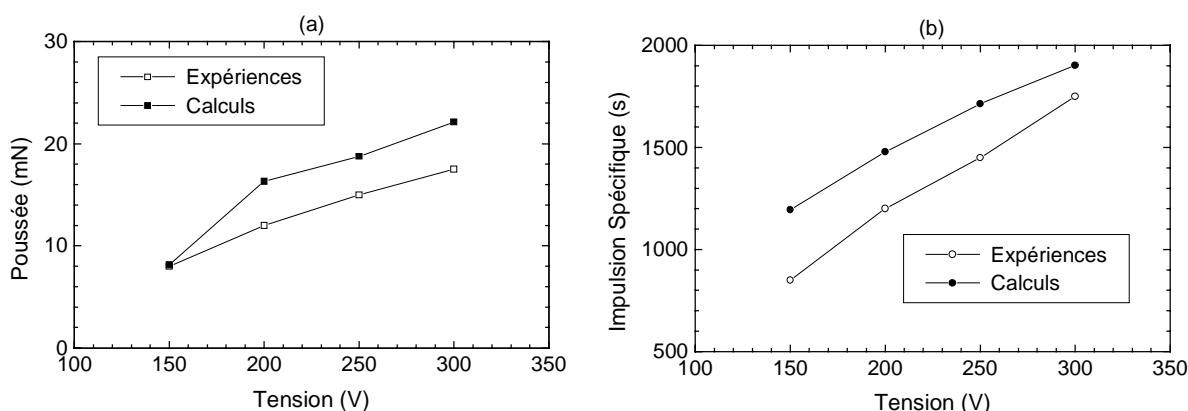


Figure V-11 : Influence de la tension de décharge appliquée (a) sur la poussée et (b) sur l'impulsion spécifique en comparant les mesures expérimentales [Gu-1] et les calculs. Le débit de xénon à l'anode est de 1 mg/s et le champ magnétique en sortie proche de 180 G.

Si les tendances données par le modèle sont correctes, on note toutefois quelques différences qui peuvent s'expliquer par le fait que le profil et la valeur du champ magnétique sont peut être différents des conditions du LMPI. Les calculs donnent des valeurs de l'impulsion spécifique et de la poussée supérieures aux valeurs expérimentales. Dans nos calculs la poussée est supérieure de 4 mN à la poussée mesurée en Russie pour une tension de 300 V, l'impulsion spécifique calculée est quant à elle plus grande avec un écart maximal de 150 mN environ. Ces résultats sont à rapprocher des mesures de poussée effectuées au

MIREA par la NASA sur un SPT50, pour des puissances comprises entre 100 et 450 Watts, la poussée varie entre 5 et 20 mN [Ma-2]. La figure ci-dessous montre l'évolution du coût de la poussée et des performances du propulseur.

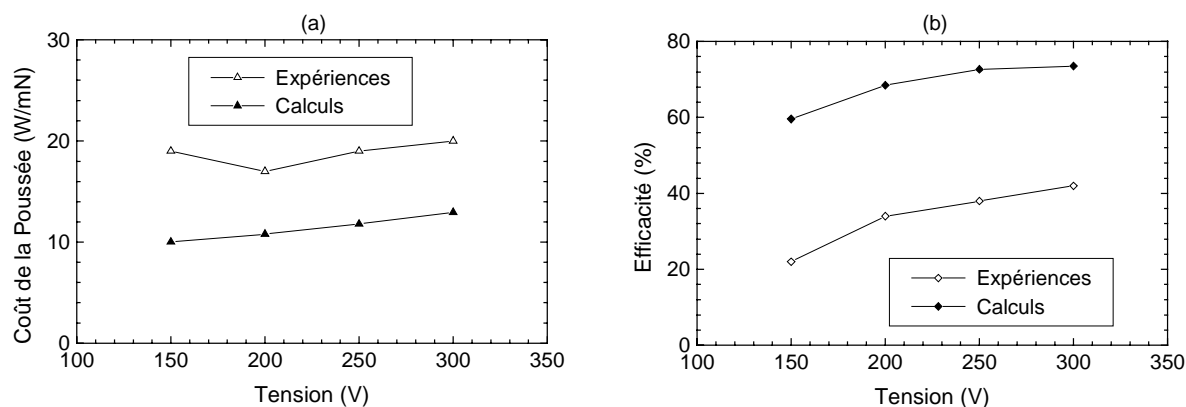


Figure V-12 : Comparaisons des résultats expérimentaux [Gu-1] et des simulations concernant (a) le coût énergétique de la poussée et (b) l'efficacité. Les conditions sont identiques à la figure V-11.

On note des différences d'une part concernant le coût de la poussée, les résultats diffèrent d'un facteur 2, cela peut provenir des valeurs du courant de décharge et donc du profil du champ magnétique. En effet, si l'on regarde la poussée, les différences n'expliquent pas ce facteur 2, un écart important entre le rendement d'ionisation mesuré et calculé influencerait la poussée. La différence principale provient donc de la puissance qui doit être inférieure dans nos calculs. La tension étant fixée, les écarts découlent donc du courant de décharge qui est bien inférieur au courant mesuré au Kurchatov. Les courants obtenus au Kurchatov ne sont pas toujours cohérents avec les mesures du LPMI comme le précise G. Guerrini [Gu-1]. Ces différences influencent également le rendement de poussée deux fois plus grand dans nos calculs. Notons pour finir que des mesures sur un SPT50 russe a permis d'obtenir des efficacités comparables au SPT50 du LPMI mais avec un décalage en tension de 50 V environ [Gu-1] (saturation à 44 % à partir de 300 V).

#### b) Influence du débit de xénon

La poussée et l'impulsion spécifique ont été calculées en fonction du débit du gaz (voir figures V-13a et b) et comparées aux mesures expérimentales.

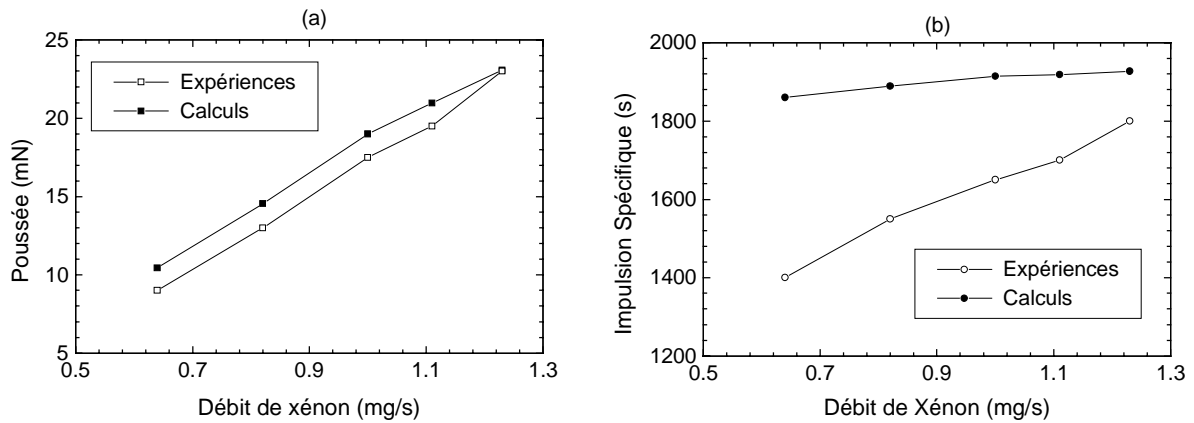


Figure V-13 : Influence du débit volumique de xénon dans le propulseur (a) sur la poussée et (b) sur l'impulsion spécifique en comparant les mesures expérimentales [Gu-1] et les calculs. La tension de décharge est de 300 V et le champ magnétique en sortie proche de 180 G.

Les calculs comme les mesures montrent des évolutions quasi-linéaires de la poussée quand le débit augmente. La poussée varie dans nos calculs entre 10 et 23 mN, elle est de l'ordre de la poussée mesurée au Kurchatov. Quant à l'impulsion spécifique, elle est très différente, ce qui laisse supposer que le rendement d'ionisation  $Im'$  est bien plus important dans nos calculs, une différence quant à la valeur du champ magnétique (voir même des valeurs différentes pour les points de mesure considérés) peut tout à fait être à l'origine des écarts constatés. Dans les mêmes conditions, nous avons comparé le rendement et le coût énergétique de la poussée aux expériences, les résultats sont présentés sur la figure V-14. On observe une nouvelle fois des divergences concernant les performances du moteur. On note toutefois une saturation de l'efficacité et un minimum quant à la variation du coût de la poussée pour un débit massique de xénon de l'ordre de 1 mg/s dans les deux cas.

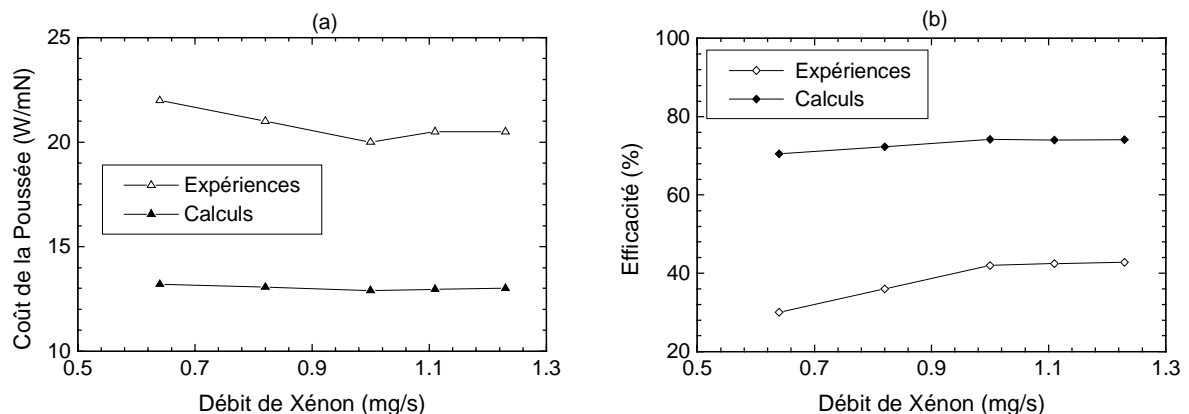


Figure V-14 : Comparaisons des résultats expérimentaux [Gu-1] et des simulations concernant (a) le coût énergétique de la poussée et (b) l'efficacité. Les conditions sont identiques à la figure V-13.

### V-2-3 INFLUENCE DE LA DIMENSION AXIALE

L'optimisation des performances du moteur dépend, comme nous l'avons vu, des paramètres extérieures tels que le profil et la valeur du champ magnétique, la tension appliquée aux bornes de la colonne et le débit du gaz injecté. Nous allons voir que les dimensions du propulseur vont également jouer un rôle dans l'optimisation de l'impulsion spécifique et du rendement. Afin de voir l'influence de la dimension axiale du SPT, nous avons choisi le profil de champ magnétique cas 1 de la figure IV-2. Le champ magnétique en sortie est de 200 G et la tension fixée à 250 V. Les différentes grandeurs ont été calculées pour 3 valeurs du débit 3, 5 et 7 mg/s de xénon à l'anode.

La longueur du canal varie entre 3 et 5 cm et la distance entre les parois est de 2 cm (rayon interne 3 cm, rayon externe 5 cm), la figure ci-dessous montre l'évolution de l'impulsion spécifique et de l'efficacité de poussée pour différents débits.

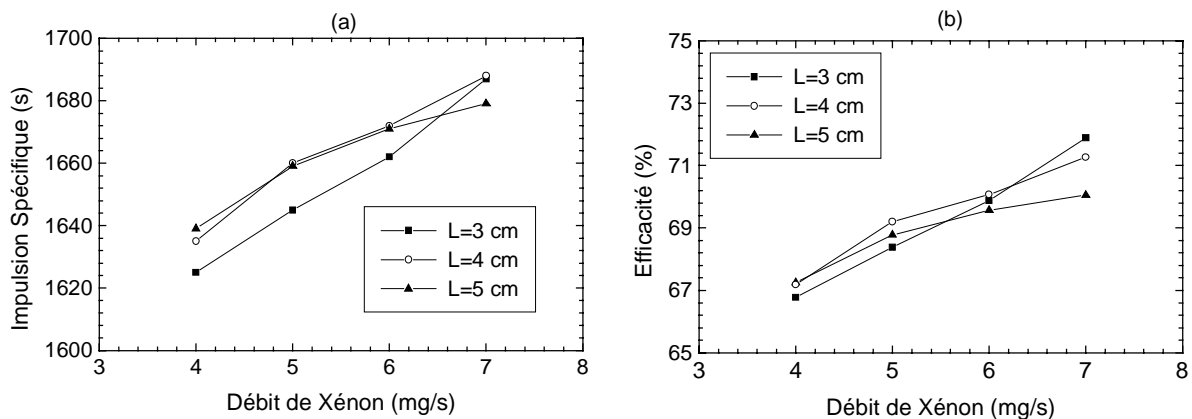


Figure V-15 : Variation de (a) l'impulsion spécifique et (b) de l'efficacité pour différentes longueurs du canal et différents débits. La tension appliquée est de 250 V et le profil du champ magnétique est le profil cas 1 de la figure IV-2 avec une valeur de B de 200 G dans le plan de sortie.

Notons tout de suite que les résultats obtenus vont dépendre du profil du champ magnétique, nous avons conservé le champ donné par la relation (IV.1) - cas 1; la région à fort gradient de B a par conséquent été "dilatée" lorsque la longueur augmente. Nous devons nous attendre donc à des résultats somme toute assez proches. Nous aurions pu choisir un profil possédant une zone à fort gradient de B constante quelque soit la longueur du canal. Nous aurions alors encore plus sous-estimé les pertes d'ions dans la région à faible champ B pour les dimensions les plus grandes. Il semblerait tout de même que nous obtenons des

tendances un peu supérieures pour  $L=3$  cm. Le fait de ne pas tenir compte d'éventuelles pertes des particules chargées sur les parois du moteur atténue encore plus l'influence de la longueur du moteur, même pour le profil de champ magnétique choisi. Nous pouvons penser en effet que ces pertes seront d'autant plus conséquentes que la longueur du canal est grande. Des mesures d'efficacité de poussée de l'ordre de 15 % seulement ont été relevées pour un SPT de 7 cm de long et de distance inter-paroi inférieure à 1 cm à Stanford [Ha-3]. L'intérêt dans le but d'optimiser les performances du propulseur passe donc par une longueur du canal assez courte afin d'éviter les pertes d'ions sur les céramiques.

De gros écarts de performances (qui peuvent aller jusqu'à 150 s en ce qui concerne l'impulsion spécifique et une différence de 7 à 8 % pour le rendement) ont été obtenus expérimentalement sur un SPT70 israélien [As-1], [Ra-1]. Ils ont étudié l'influence de la longueur (entre 2 et 4 cm) et de la forme du canal sur les performances du propulseur. Les résultats ont montré que pour les débits relativement faibles (inférieur à 2 mg/s environ) une meilleure efficacité a été obtenue avec le canal le plus long, alors que pour les débits les plus grands, le rendement était plus important pour le canal le plus court. Cette différence a été attribuée aux pertes des ions sur les parois et confirmée par différents choix concernant le profil du canal. Ces mécanismes de pertes d'ions sur les parois dépendent fortement de la céramique employée sur les parois du SPT ainsi que de la rugosité et de la porosité de la surface [Ra-2].

### **V-3 ETUDE DU FAISCEAU D'IONS**

L'étude du faisceau d'ions à travers la fonction de distribution (que l'on notera FDI) et l'énergie des ions est un élément important dans la compréhension des différents modes observables du fonctionnement du propulseur. Un premier mode appelé "boule" correspond à la phase d'ionisation du xénon, on ne peut alors pas franchement parler de formation d'un faisceau, un deuxième mode, pour lequel le xénon est presque totalement ionisé, est appelé "tige" du fait de la forte région lumineuse au centre du faisceau [Gu-1]. Des comparaisons ont été faites avec les travaux de G. Guerrini sur le SPT50 du LPMI [Gu-1] et de C. Philippe [Da-1] sur le SPT100 ML sur PIVOINE.

Nous nous sommes également employés à regarder parallèlement l'influence quant à la précision sur la résolution de l'équation de Vlasov de la méthode numérique (ces méthodes sont décrites dans le chapitre III et dans les Annexes II et III).

**V-3-1 INFLUENCE DE LA METHODE NUMERIQUE SUR LES CARACTERISTIQUES  
COURANT-TENSION ET LES PERFORMANCES DU SPT100**

a) Caractéristique courant-tension en fonction de la tension

Nous rappelons en deux mots que la diffusion numérique provient de la nécessaire discrétisation de l'espace géométrique situé entre le plan de sortie et l'anode en maille de dimension donnée (voir Chapitre III). Si les schémas aux Différences Finies les plus simples tels que le schéma Upwind permettent de s'affranchir de certaines oscillations numériques non physiques, il en demeure pas moins qu'il possède une forte dissipation numérique et une faible précision; des particules peuvent ainsi se retrouver dans des "régions" (ou dans des cellules de l'espace des phases) où elles ne devraient pas se trouver, d'où l'utilisation de schéma corrigeant cette diffusion. Nous allons commencer par comparer les caractéristiques courant-tension ainsi que les fréquences d'oscillations obtenues à l'aide de la méthode Upwind (résultats provenant du chapitre IV - figure IV-10), de la méthode MUSCL (avec le schéma superbeee - voir Annexe II) et de la méthode particulière (Annexe III). Les conditions de calcul sont les mêmes que la figure IV-10 (débit de xénon : 5mg/s, champ B profil cas 1 avec une valeur de 200 G dans le plan de sortie, moteur de type SPT100). Ces caractéristiques sont tracées uniquement pour quelques valeurs de la tension appliquée aux bornes de la décharge. Les temps de calcul CPU pour simuler une évolution des différentes grandeurs sur 400  $\mu$ s pour les méthodes Upwind, MUSCL et Particulaires sont respectivement de 15 minutes, 1h et 2h pour simuler les trajectoires de 25 000 particules sur un Pentium 233 MHz.

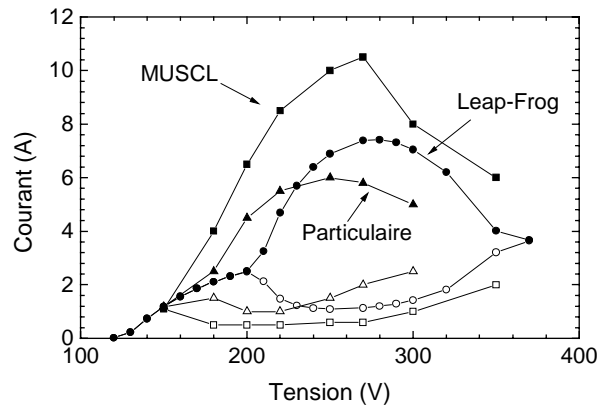


Figure V-16 : Comparaisons des courants de décharge minimaux (symboles ouverts) et maximaux (symboles fermés) obtenus à l'aide des trois méthodes numériques présentées dans le Chapitre III en fonction de la tension appliquée aux bornes de la décharge. Les conditions du calcul sont les suivantes : champ B de 200 G en sortie du SPT100 (profil cas 1 de la figure IV-2) et un débit massique de xénon de 5 mg/s.

Les allures des variations du courant de décharge maximal et minimal sont proches, les oscillations commencent pour une tension de l'ordre de 180 V pour les méthodes MUSCL et Particulaire, elles débutent à 210 V pour la méthode du Upwind. L'amplitude des oscillations ( $I_{\max} - I_{\min}$ ) augmente ensuite avec la tension, elle est maximale pour le schéma MUSCL (9 A) et minimale pour la méthode statistique (5 A). Les tensions où l'amplitude est maximale varient entre 250 et 280 V, ensuite l'amplitude redécroit dans les 3 cas. Les écarts importants quant aux variations des amplitudes et au seuil de démarrage des oscillations montrent que ces instabilités sont très sensibles à la précision numérique.

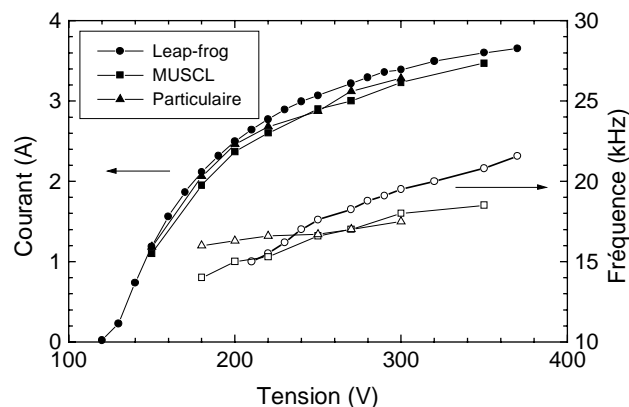


Figure V-17 : Comparaisons des courants de décharge moyens (symboles fermés) et des fréquences d'oscillation quand celles-ci se produisent (symboles ouverts) en fonction de la tension appliquée aux bornes de la décharge. Les conditions du calcul sont identiques à celles de la figure V-16.

Si nous regardons d'un peu plus près les courants de décharge moyens, nous pouvons noter qu'ils sont très proches les uns des autres pour toute la gamme de tension considérée (voir figure ci-dessus), quant à la fréquence, elle reste du même ordre de grandeur, elle semble moins varier en fonction de la tension dans le cas de méthode particulière.

A titre de comparaison avec le schéma Upwind, nous avons tracé l'évolution temporelle du courant de décharge obtenu à l'aide de la méthode statistique dans les mêmes conditions que la figure V-16 pour une tension de 240 V. Le temps d'échantillonnage pour la méthode particulière est de 0.5  $\mu\text{s}$  environ (aucune moyenne temporelle n'a été faite), 25 000 ions sont simulés. L'allure du courant est semblable pour les deux méthodes, notons cependant qu'un deuxième pic apparaît dans la montée du courant dans le cas particulière, il est à rapprocher du deuxième maximum qui apparaît dans l'évolution du courant dans le cadre de la méthode PIC (voir figure IV-31b). Afin de nous assurer qu'il n'y avait pas de problème numérique lié à notre technique qui permet de conserver un nombre limité d'ions, nous avons fait le même calcul mais en laissant le nombre d'ions évoluer librement, celui ci oscille entre 40 000 et 90 000. Dans ces conditions, les résultats obtenus sont très proches de l'évolution des différentes grandeurs que l'on obtient lorsque l'on utilise la méthode décrite dans l'Annexe III, ils sont justes un peu moins "bruités". La comparaison des méthodes numériques montre deux fréquences d'oscillation très proches.

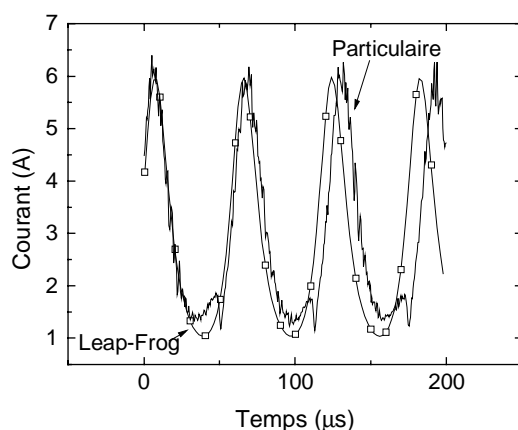


Figure V-18: Evolution du courant de décharge sur 200  $\mu\text{s}$  en utilisant la méthode Upwind (symboles) et la méthode Statistique (traits continus) dans les mêmes conditions que la figure V-16 avec une tension aux bornes de la colonne de 240 V.

Nous avons également fait quelques calculs à l'aide de la méthode Particulare avec le profil de champ magnétique noté cas 2 sur la figure IV-2. Nous avons retrouvé dans ces



conditions des fréquences de l'ordre de 70 kHz avec des valeurs du courant variant entre 2 et 4 A pour une tension de 250 V (ces résultats sont à rapprocher des résultats obtenus à l'aide de la méthode Upwind - voir figure IV-25).

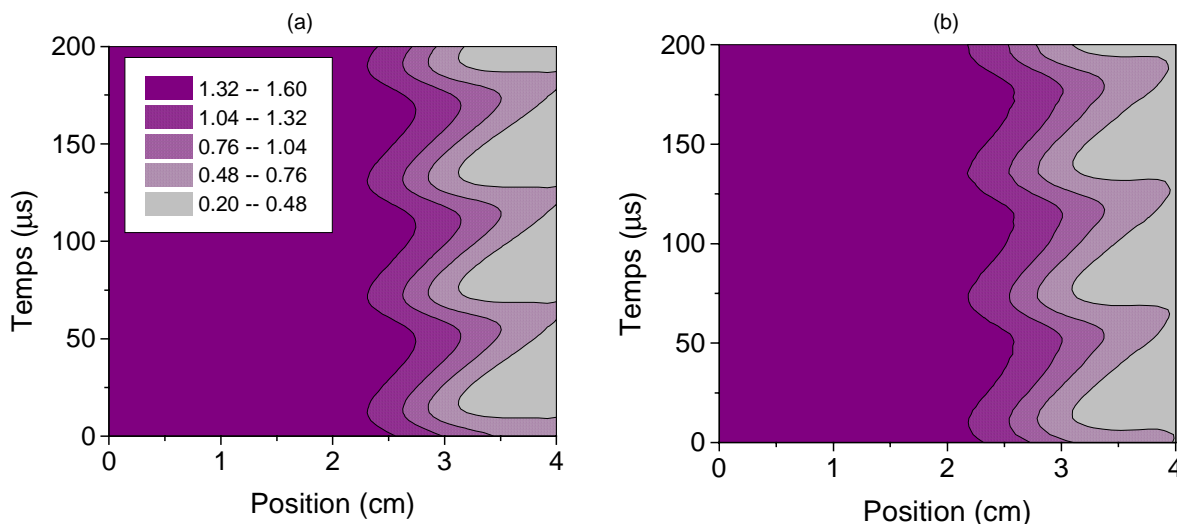


Figure V-19 : Variation spatio-temporelle de la densité de neutres (a) méthode Upwind, (b) méthode particulaire, l'échelle est la même de la figure (a). L'unité est  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , les conditions sont identiques à celles de la figure V-18.

Nous avons enfin regardé l'évolution spatio-temporelle de la densité de neutre que l'on obtient à partir de la méthode particulaire (figure V-19b) et l'avons comparé à la même densité obtenue par la méthode fluide non corrigée (Upwind - figure IV-19a). On note également que, dans le cas où le transport des ions est traité de manière particulaire, le gradient de densité de neutre est un peu plus large, d'où une fréquence d'oscillation plus faible et un plasma un peu plus en retrait dans le canal.

#### b) Comparaisons des performances du moteur

Les performances du moteur, visibles sur la figure V-20, montrent l'évolution de l'impulsion spécifique et de la poussée en fonction de la tension. L'impulsion spécifique et la poussée sont plus faibles lorsque l'on utilise les méthodes MUSCL et Particulaire (300 s pour l'impulsion spécifique et jusqu'à 15 mN de différence) du fait en grande partie de l'efficacité d'ionisation. Les efficacités de poussée, pour la même gamme de tension, sont comprises entre 55 et 70 % pour la méthode Upwind, dans une plage 45-55 % pour la méthode MUSCL et entre 50 et 60 % pour la méthode Statistique.

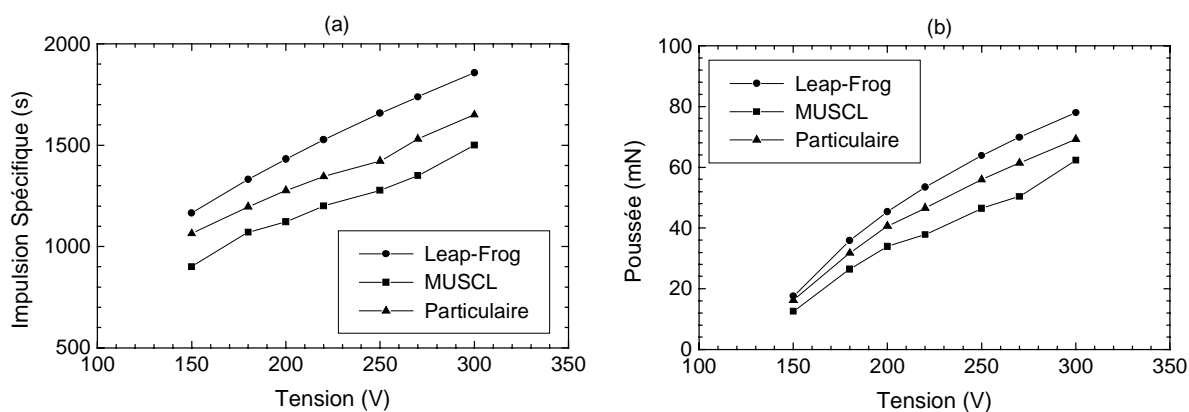


Figure V-20 : (a) Impulsion spécifique et (b) Poussée obtenues à l'aide des 3 méthodes numériques permettant de résoudre l'équation de Vlasov. Les conditions sont précisées sur la figure V-16.

### V-3-2 FONCTION DE DISTRIBUTION DU FLUX D'ENERGIE DES IONS POUR LE SPT100

Nous nous sommes placés dans un premier temps dans une géométrie du moteur de type SPT100. La FDI expérimentale est obtenue à partir d'un courant collecté par un analyseur placé à une certaine distance du plan de sortie. Dans ces conditions, nous avons décidé de représenter la fonction FDI comme étant une fonction de distribution du flux (produit de la densité par la vitesse moyenne) en fonction de l'énergie des ions. Cette fonction peut être connue en fonction du temps ou intégrée sur plusieurs périodes d'oscillation si nécessaire. Nous avons pu également remonter à l'énergie des ions dans le plan de sortie.

#### a) Influence de la méthode numérique

Les différentes méthodes ont été testées dans une première approche en considérant un problème non auto-cohérent où le champ électrique et le terme source étaient fixés et stationnaire. Les résultats obtenus dans ces conditions ne présentaient pas de diffusion en énergie des ions quand la méthode employée était particulaire; dans le cas des méthodes fluides, des particules arrivaient à gagner plus qu'une énergie équivalente au potentiel appliqué (ajouté à l'énergie initiale), ce qui n'est pas concevable physiquement. Dans un cas transitoire, l'appréciation de la diffusion numérique est plus difficile. En effet, si nous nous intéressons par exemple à un ion se déplaçant de manière à rester sur le maximum du champ électrique, il est clair qu'il aura en sortie plus d'énergie que le potentiel appliqué aux bornes de la colonne. Ceci est d'autant plus vrai dans le cas de la propagation d'une onde de l'anode vers la cathode (cas des oscillations de fréquences comprises entre 50 et 80 kHz).

Nous avons tracé pour les trois méthodes considérées et dans le cas de fortes oscillations du courant (conditions de la figure V-18, fréquence 20 kHz) les FDI intégrées sur une période d'oscillation. Les résultats sont présentés sur la figure V-21.

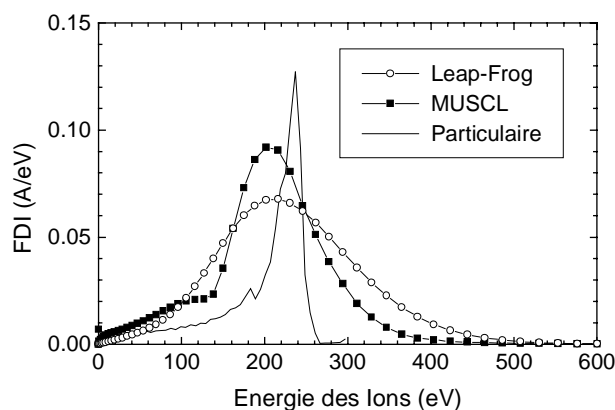


Figure V-21 : FDI normalisées à 1 et intégrées sur une période d'oscillation pour les 3 méthodes que nous avons considérées afin de résoudre l'équation de Vlasov ionique. La tension est de 240 V, le débit de xénon est de 5 mg/s et le champ magnétique en sortie de 200 G (profil cas 1).

Nous notons immédiatement une nouvelle fois le caractère diffusif des méthodes fluides, ceci est d'autant plus visible que le transport des ions est décrit en supposant qu'ils ne font pas de collision, c'est à dire qu'ils ne peuvent pas perdre d'énergie dans le canal, toute diffusion en énergie sera donc visible. Le schéma upwind en particulier montre que des ions peuvent atteindre 500 V. La méthode MUSCL permet de corriger une partie de la diffusion numérique de ce schéma, cependant, une partie des ions possède quand même une énergie supérieure à 400 V. La méthode statistique (ici l'évolution de 100 000 ions a été prise en compte) permet d'obtenir une diffusion numérique nulle, certains ions atteignent tout de même 280 V. Cette méthode a par ailleurs été également choisie pour décrire le transport des ions dans le cas du modèle 2D stationnaire quasineutre (voir chapitre III) et ne présentait pas de diffusion numérique quant à la fonction de distribution en énergie des ions (voir figure III-4c). Certaines particules peuvent tout à fait avoir gagné une énergie supérieure au potentiel appliqué comme nous l'avons expliqué en début de paragraphe. Nous pouvons noter que le passage au problème transitoire pose quelques problèmes concernant la résolution de manière précise de l'équation de Vlasov à l'aide de méthodes fluides même à une dimension. Il est aussi intéressant de noter que l'énergie la plus probable est quant à elle moins affectée par la méthode numérique, elle reste autour de 210-230 eV.

b) Cas des oscillations de faibles amplitudes

Nous nous sommes placés dans deux cas parallèlement à ce qui a été fait sur le SPT100 ML sur PIVOINE [Da-1], dans un premier temps, nous avons regardé l'évolution de la FDI et de l'énergie moyenne pour de faibles oscillations du courant de décharge et dans un deuxième temps pour de fortes oscillations du courant.

La difficulté quant à la comparaison de nos calculs avec les résultats expérimentaux réside dans le fait que 1) si nous connaissons le débit et le potentiel appliqué, nous ne connaissons rien ni du profil et ni de la valeur du champ magnétique en sortie du propulseur, comme nous l'avons constaté dans le Chapitre IV, il y a un décalage en ce qui concerne le seuil des oscillations, et 2) la FDI expérimentale a été obtenue à une certaine distance du plan de sortie. Dans ces conditions, nous ne pourrions faire que des comparaisons qualitatives. Plutôt que de faire des comparaisons pour des tensions identiques, nous avons regardé les FDI et l'énergie moyenne à des niveaux d'oscillation comparables. Cet aspect de l'évolution de l'énergie du faisceau d'ions nous est apparu intéressant car très peu discuté dans la littérature.

Afin de corréliser les mesures de la FDI à d'autres diagnostics optiques (fibres optiques, caméra CCD) montrant l'évolution de la position de l'émission lumineuse dans le canal et au cours du temps, les FDI ont été corrigées du temps de vol des ions sur le SPT100 ML. En effet, l'acquisition du courant collecteur de l'analyseur d'énergie est déclenchée en même temps que les données enregistrées par la caméra et les fibres optiques, l'analyseur étant placé à une certaine distance du plan de sortie (entre 40 et 90 cm), les ions y parviennent avec un certain retard. L'intérêt est donc de décaler l'origine des temps de la durée du trajet des ions entre le propulseur et l'analyseur. En assimilant l'énergie des ions à leur énergie cinétique et en supposant qu'ils ne font pas de collision, il est possible d'obtenir la nouvelle échelle des temps rapportée au moteur, aux différents diagnostics ainsi qu'au courant de décharge [Ph-1].

La figure V-22 montre des FDI mesurées expérimentalement et une FDI moyennée sur une période d'oscillation obtenue à l'aide du modèle en utilisant la description particulière pour l'équation de Vlasov pour une tension de 170 V (faible amplitude des oscillations : 0.5 A). La FDI expérimentale - correspondant à des oscillations du courant de décharge de 1 A - est montrée pour différentes distances entre l'analyseur et le plan de sortie, celui étant situé sur l'axe de symétrie du propulseur. La FDI expérimentale varie lorsque l'on déplace

l'analyseur, on note en particulier une population d'ions de faible énergie moins importante quand on éloigne l'analyseur du plan de sortie. Ces ions de faible énergie ont une distribution angulaire comprise entre  $\pi/2$  et  $-\pi/2$ , la population d'ions énergétiques dont la vitesse est dirigée axialement est principalement recueillie par l'analyseur. Un étude radiale de la FDI a permis de confirmer ce résultat [Ph-1].

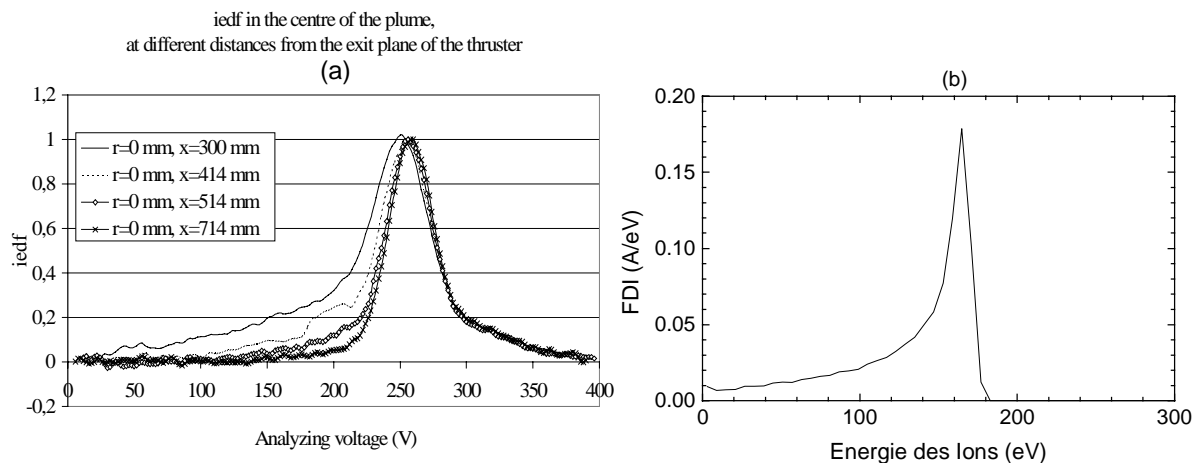


Figure V-22 : (a) FDI au centre du jet et pour différentes positions de l'analyseur, la tension est de 300 V et le débit du xénon de 5 mg/s [Da-1]. (b) FDI normalisée obtenue à partir de la simulation particulaire-fluide pour une tension aux bornes de la décharge de 170 V et un débit de xénon identique, le champ magnétique est de 200 G avec le profil cas 1 (100 000 ions ont été pris en compte).

La FDI obtenue à partir de la mesure du collecteur présente une distribution d'ions d'énergie supérieure au potentiel appliqué non négligeable probablement du fait de la présence d'ions doublement chargés dans le propulseur. Cette distribution présente également une allure moins piquée que celle obtenue à l'aide du modèle, cela est dû à l'échange de charge entre les ions rapides et les neutres lents dans le faisceau surtout à de telles distances du plan de sortie. Dans ces conditions l'énergie la plus probable est de 260 eV pour un potentiel appliqué de 300 V contre une énergie de 160 eV pour un potentiel de 170 V dans notre exemple. Ces résultats, comme ceux que nous allons présenter par la suite, sont bien entendus très sensibles au profil du champ magnétique. Dans notre cas, les calculs montrent que la majeure partie des ions gagnent pratiquement tout le potentiel appliqué aux bornes de la colonne.

Nous avons ensuite regardé l'évolution au cours du temps de grandeurs telles que l'énergie la plus probable et la dispersion de l'énergie des ions. Pour ce faire, nous avons défini la dispersion de l'énergie des ions comme étant comprise entre le maximum et 20 % de l'énergie maximale. Nous notons dans les deux cas la faible disparité de l'énergie la plus probable pour les faibles oscillations. Nous verrons dans le paragraphe suivant que nous pourrions relier l'évolution de l'énergie des ions en sortie du moteur aux oscillations du courant.

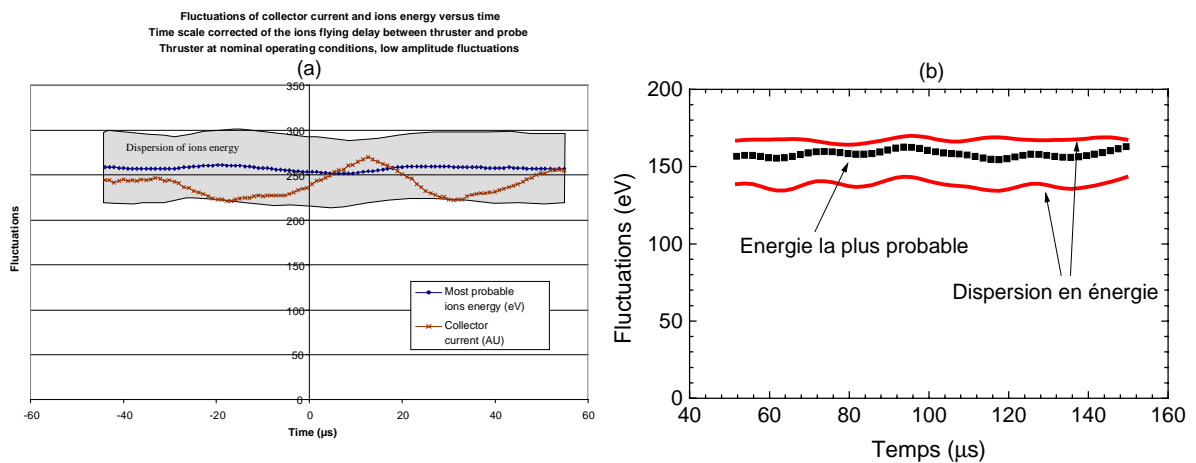


Figure V-23 : (a) Fluctuations établies à partir du courant collecté au niveau de l'analyseur situé à 87 cm de la sortie du moteur [Da-1]. (b) Fluctuations obtenues par le code. Les conditions sont identiques à celles de la figure V-22 avec un échantillonnage toutes les 2 μs.

### c) Cas des oscillations de plus fortes amplitudes

Dans le cas de fortes oscillations, nous nous sommes attachés à regarder l'évolution de la FDI dans le temps, dans le canal et dans le plan de sortie pour les comparer aux expériences menées sur PIVOINE. Les conditions expérimentales sont identiques au paragraphe précédent, la tension est maintenant de 400 V, il en est de même pour les calculs avec une tension de 240 V.

La figure V-24 montre des comparaisons des fluctuations de l'énergie des ions au cours du temps, le temps  $t=0$  des expériences correspond à un maximum de courant, et  $t=20 \mu s$  à un minimum du courant de décharge.

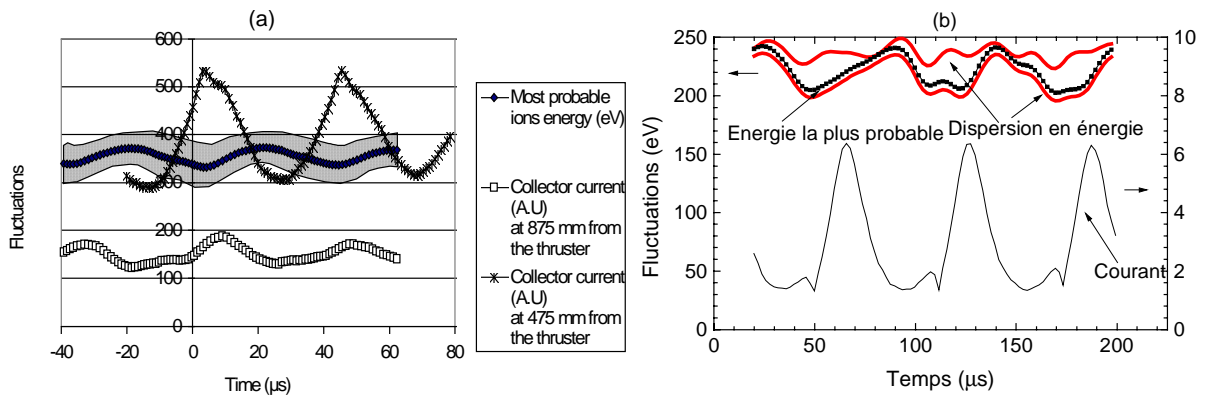


Figure V-24 : (a) Fluctuations de l'énergie des ions et variations du courant collecté pour deux distances plan de sortie analyseur en fonction du temps dans la même conditions que la figure V-22, la tension est maintenant de 400 V. (b) Fluctuations de l'énergie des ions pour trois périodes d'oscillation à l'aide du modèle particulaire-fluide (les conditions sont les mêmes que celles de la figure V-22, la tension est de 240 V).

Nous notons immédiatement que l'énergie la plus probable fluctue dans le temps de manière plus importante que dans le cas précédent (40 eV environ dans nos calculs et dans les expériences). Un autre aspect important est le comportement de l'énergie des ions comparé à l'évolution du courant de décharge. L'énergie des ions dans le plan de sortie du SPT est maximale quand le courant chute, nous sommes dans la phase d'expulsion des ions du moteur, ceci est observé aussi bien dans les expériences que dans nos résultats (un comportement semblable est observé à l'aide du schéma Upwind). Dans la phase de montée du courant, l'énergie des ions est plus faible. Nous avons représenté sur la figure ci-dessous la FDI en sortie du moteur à différents instants (l'origine du temps est identique à celui de la figure V-24).

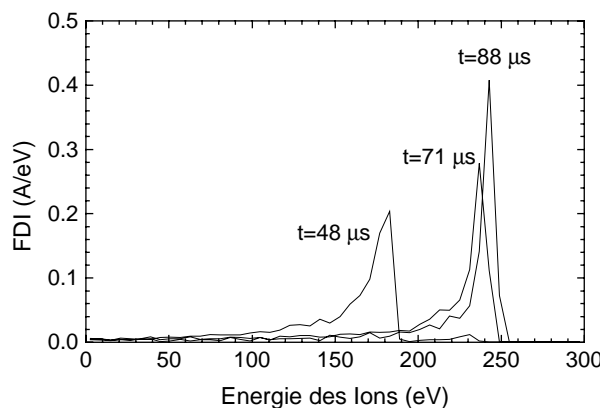


Figure V-25 : FDI normalisées prises en différents instants de l'oscillation du courant de décharge. Les conditions sont précisées sur la figure ci-dessus.

Nous remarquons que la FDI à l'instant  $t=48 \mu\text{s}$  (situé dans la petite chute de courant) comporte deux pics distincts, une première population possède une énergie d'environ 190 eV et une deuxième une énergie de 230 eV. La population d'ions d'énergie voisine du potentiel appliqué augmente jusqu'à un instant situé dans la zone de la chute du courant de décharge.

Nous avons enfin regarder les variations de cette distribution axialement à différents instants pour voir l'évolution des différentes populations dans le canal. A l'instant  $t=48 \mu\text{s}$  au creux du courant enregistré après un pic de faible amplitude, nous voyons une "bouffée" d'ions d'énergie de l'ordre de 190 eV comme nous l'avions déjà noté sur la figure précédente. Dans la phase de montée du courant (instants  $t=54$  et  $64 \mu\text{s}$ ), nous notons une augmentation de la population des ions quelque soit la position considérée, ce qui se traduit par un accroissement de la densité du plasma dans toute cette partie. L'énergie des ions expulsés dans le plan de sortie du SPT est maximale à l'instant  $t=74 \mu\text{s}$ .



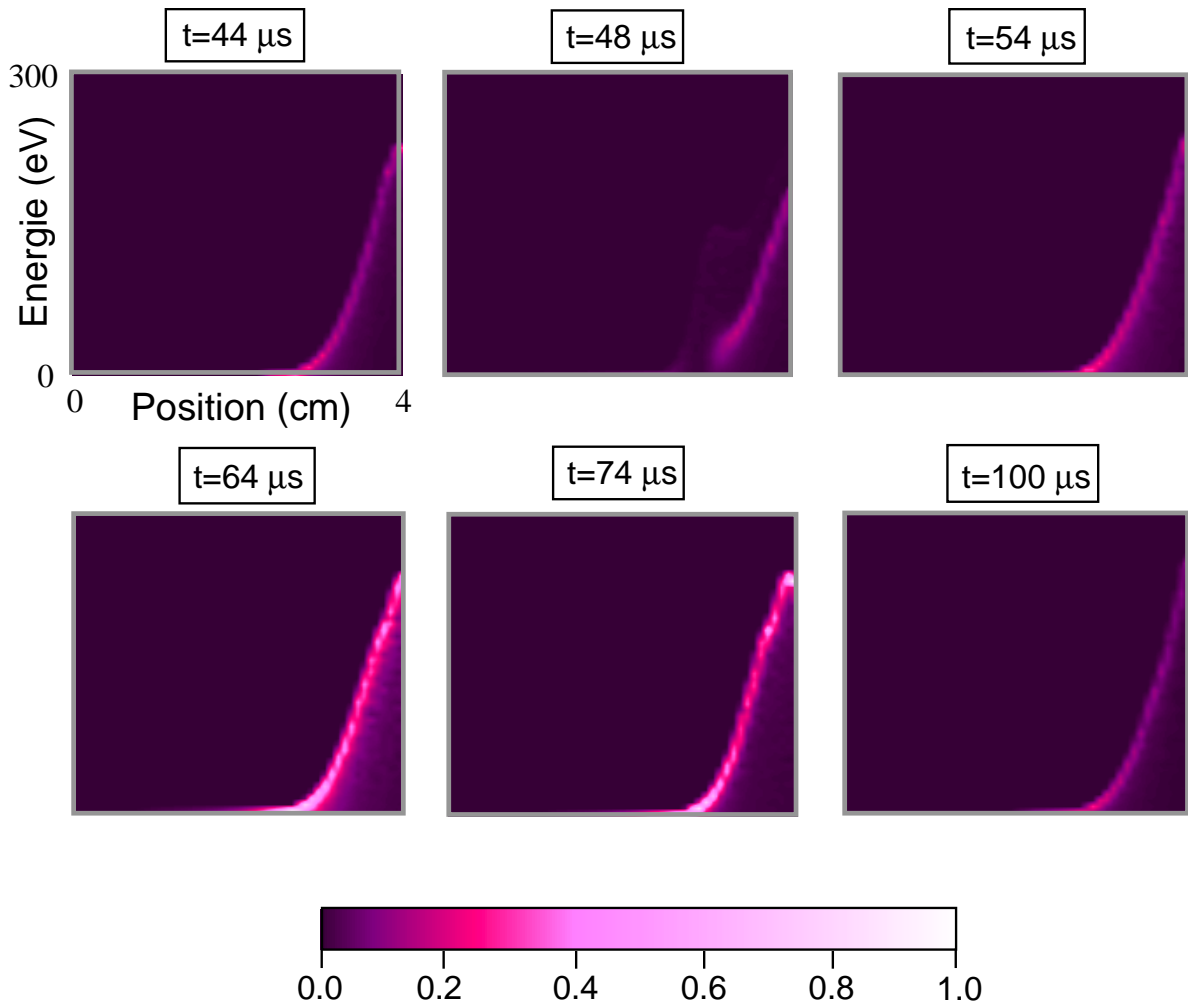


Figure V-26 : Diagramme de l'espace des phases (énergie-position axiale) obtenu à l'aide du code particulaire-fluide à différents instants. Les conditions sont les mêmes que la figure V-24.

### V-3-3 FONCTION DE DISTRIBUTION DU FLUX D'ENERGIE DES IONS POUR LE SPT50

Nous ne disposons pas de beaucoup d'information sur la FDI pour les petits moteurs si ce n'est des distributions angulaires montrant la divergence du faisceau d'ions en sortie du moteur. Ces distributions ne peuvent être approchées que par des simulations bidimensionnelles du propulseur (voir § III-5-2). Nous avons comparé nos résultats aux résultats de Guerrini et al. [Gu-3]. Un analyseur d'énergie placé à 30 cm du plan de sortie du moteur en face de l'axe de celui-ci permet de remonter à la FDI en polarisant la tension du collecteur entre 0 et 300V. Les évolutions ne sont pas résolues en temps, la figure V-27a montre deux FDI pour des tensions de 150 et 200 V. Les expériences montrent une dispersion du faisceau autour de valeurs moyennes inférieures de 20 V au potentiel appliqué

aux bornes de la décharge. Nous avons fait des simulations en utilisant également le transport particulaire pour décrire l'équation de Vlasov. Nous présentons uniquement des FDI du flux moyennées dans le temps, c'est à dire intégrées sur une période des oscillations lorsque celles-ci se produisent. La figure V-27b présente les distributions obtenues par le calcul pour 150 et 200 V

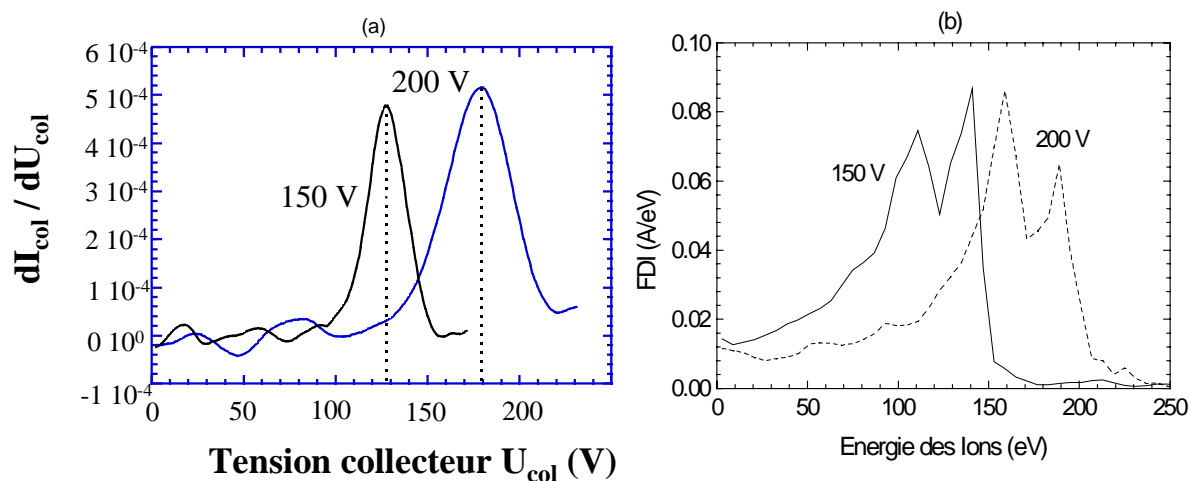


Figure V-27 : (a) FDI obtenues à l'aide de l'analyseur électrostatique pour deux tensions dans le SPT50. Le champ magnétique en sortie est de 176 G, son profil est donné figure IV-2, le débit massique de xénon est de 1.17 mg/s [Gu-3]. (b) Distributions obtenues à l'aide du modèle (100 000 ions simulés, temps d'échantillonnage 2  $\mu$ s) dans les mêmes conditions que la figure (a).

La difficulté réside dans le fait que la simulation particulaire-fluide fait apparaître deux fréquences d'oscillation comme nous pouvons le voir sur la figure ci-dessous pour une tension de 200 V. Nous pouvons distinguer deux fréquences, une première fréquence de 10 kHz due au déplacement du front de neutre et à l'oscillation de la zone d'ionisation (voir § IV-5) et une deuxième fréquence de 80 kHz due à la propagation d'une onde d'ionisation de l'anode vers la sortie du propulseur (voir la comparaison entre le modèle fluide et le code PIC § IV-7-2b). Cette fréquence ne semble pas avoir été décelée expérimentalement.

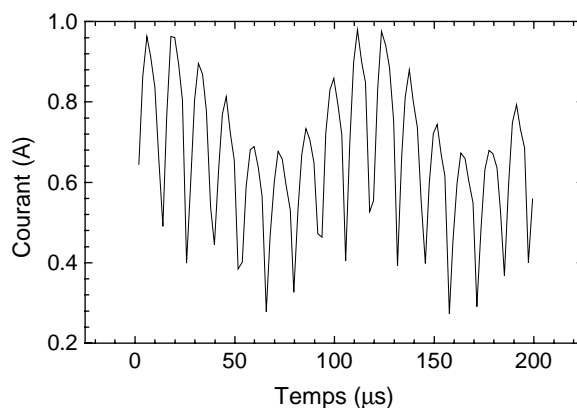


Figure V-28 : Variation du courant de décharge obtenue à l'aide du code particulaire-fluide (les conditions sont précisées sur la figure V-27).

La forme du courant va influencer grandement la forme de la fonction de distribution même moyennée sur 100  $\mu\text{s}$ . Nous voyons apparaître en effet non pas un pic comme dans le paragraphe précédent mais deux pics, les FDI sont dans les deux cas beaucoup moins "piquées" que dans le cas du SPT100, les distributions sont beaucoup plus étalées. Une explication possible réside dans le profil de B, le champ magnétique dans le profil utilisé pour les comparaisons n'est pas aussi faible dans le canal que dans le profil utilisé pour le SPT100 (voir figure IV-2). Le terme source est par conséquent plus étalé, on retrouve donc en sortie une population plus importante d'ions de plus faible énergie, ils n'ont pas gagné la presque totalité du potentiel appliqué. De plus, le champ électrique s'inversant occasionnellement en sortie, nous retrouvons des ions d'énergie inférieure au potentiel appliqué.

#### V-4 CONCLUSION

Même si nous savons que nous surestimons l'efficacité du moteur en ne prenant pas en compte des phénomènes tels que la recombinaison d'ions sur les parois, nous avons vu que l'optimisation des performances du SPT passe par un bon ajustement des différents paramètres. Nous avons dans un premier temps regardé les effets des paramètres extérieurs tels que la tension, le débit de xénon et la valeur du champ magnétique, nous avons noté une saturation de l'efficacité pour les fortes tensions, les forts débits et les faibles champs magnétiques. Les conditions quant au fonctionnement optimal du propulseur en terme de performances passent par des gammes de tension comprises entre 250 et 300 V, des débits de xénon variant de 4 à 7 mg/s et des champs magnétiques de l'ordre de 200 G, le rendement

d'ionisation jouant le plus grand rôle  $I_{ion}/I_m$ . La difficulté réside dans le fait que les différentes plages de tel ou tel paramètre sont sujettes à de fortes oscillations de courant.

D'autre part, une étude concernant la finesse de la zone à fort gradient de B a confirmé le rôle important de cette région sur l'efficacité du moteur tant au niveau de l'impulsion spécifique, de la poussée et du rendement de poussée. Nous avons également montré l'importance de la longueur du moteur, même si le modèle ne décrit pas correctement les grandes longueurs du canal parce que nous négligeons les pertes d'ions sur les parois. Les calculs semblent montrer que l'emploi d'un gaz plus léger permet d'obtenir une plus grande impulsion spécifique.

Les allures et les ordres de grandeur des performances que nous obtenons sont comparables aux valeurs trouvées dans la littérature. Une balance de poussée devrait être installée prochainement sur le SPT100 ML sur PIVOINE, nous pourrions alors faire des comparaisons entre les performances données par le code et les mesures expérimentales.

La méthode de résolution de l'équation de Vlasov ionique influence peu les grandeurs macroscopiques lorsque l'on compare les résultats obtenus à l'aide de méthodes fluide et particulaire. Si les plages et l'amplitude des oscillations diffèrent, nous retrouvons des oscillations dues à une instabilité d'ionisation en sortie du moteur présentées au Chapitre IV. Les performances du moteur peuvent tout de même varier jusqu'à 15 %. Si l'on regarde maintenant de plus près une grandeur telle que la fonction de distribution, les méthodes fluides, quoique plus rapides sur le plan du temps de calcul, présentent une diffusion numérique non négligeable. Dans ces conditions, nous avons choisi une description particulaire pour décrire le transport des ions afin de regarder l'évolution du faisceau d'ions dans le plan de sortie au cours du temps. Nos calculs ont été comparés aux mesures faites sur le SPT100 ML, et ont montré une cohérence quant à l'évolution au cours du temps de l'énergie des ions et du courant de décharge. Les futures comparaisons à l'aide du modèle 2D transitoire concerneront des évolutions temporelles de distribution angulaire d'ions. Notons au passage que le choix de la méthode Particulaire pour décrire l'équation de Vlasov semble s'imposer pour cette approche bidimensionnelle.

---

---

***CONCLUSION GENERALE***

---

---

<p><i>Conclusion Générale</i></p>
-----------------------------------

Les objectifs de cette thèse étaient d'étudier les phénomènes physiques intervenant dans les Propulseurs à Plasma Stationnaire. Le développement de codes numériques est une des voies qui peut aider à mieux comprendre les phénomènes se produisant dans le canal du propulseur. L'avantage principal en dehors des coûts financiers de tels outils vis à vis des dispositifs expérimentaux réside dans l'accès à des grandeurs difficilement accessibles par les méthodes de diagnostics. Les approches numériques et expérimentales restent complémentaires dans un souci de validation des codes et de confirmation des mesures. La confrontation entre les résultats provenant des calculs et des expériences doit pouvoir également aider, à terme, à optimiser les performances du propulseur.

Les modèles particulière Monte Carlo, fluide et hybride que nous avons développés ont apporté quelques éclaircissements permettant de mieux cerner la physique de la décharge. Un premier résultat important de ce travail concerne le mécanisme conduisant à la dérive des électrons dans la direction de la poussée. La modélisation du transport électronique à l'aide de la simulation Monte Carlo non autocohérente ainsi que les résultats obtenus par le modèle fluide auto-cohérent ne nous ont pas permis de dégager des résultats qualitativement comparables aux observations expérimentales dans le cas où nous prenions en compte l'hypothèse d'une conductivité anormale due aux fluctuations du champ électrique (conductivité de type Bohm). Nous nous sommes donc tournés vers l'hypothèse de conductivité pariétale qui semble plus à même de décrire la conductivité axiale dans la région proche de la sortie du moteur.

La mise au point d'un modèle 1D-1V fluide transitoire quasineutre de la décharge nous a permis de réaliser un ensemble d'études rapides et systématiques concernant l'influence d'un ensemble de paramètres extérieurs sur les propriétés électriques et sur les performances du moteur. L'hypothèse de quasineutralité a été validée à l'aide d'un modèle non quasineutre où les équations de transport sont couplées à l'équation de Poisson. Le modèle quasineutre est basé sur un certain nombre d'approximations. Une première approximation porte sur la fonction de distribution des électrons que nous avons supposée Maxwellienne. C'est à partir de celle-ci que sont calculées les différentes fréquences de collisions électron-neutre. Dans notre modèle, la conductivité axiale est la somme d'une conductivité due aux collisions électron-neutre et aux collisions électron-paroi. Les interactions électron-paroi sont prises en compte de façon empirique à l'aide d'une fréquence d'échange de quantité de mouvement et d'un terme de perte dans l'équation de l'énergie électronique. Nous avons enfin négligé le terme de diffusion dans la description du transport des électrons.

Ce modèle nous a permis d'avancer une explication physique quant à l'apparition des oscillations de grandes amplitudes basses fréquences du courant de décharge. Ces oscillations sont liées à une oscillation de la zone de production et à une "respiration" du front de neutres. Les simulations ont également mis en évidence le fait que la colonne de plasma pouvait être divisée en trois régions distinctes : une zone de conduction (correspondant à la région à faible champ magnétique) dans laquelle la conductivité est grande et la chute du potentiel faible, une zone de production dans la région où le champ magnétique devient plus grand et la densité de plasma chute fortement et enfin une zone d'accélération des ions où la majeure partie du potentiel est concentrée (région à fort champ magnétique).

La rapidité d'exécution de notre code nous a permis par ailleurs d'étudier les effets des paramètres extérieurs (débit de xénon injecté à l'anode, potentiel appliqué, profils et valeurs du champ magnétique) aussi bien sur les oscillations (seuils et amplitudes) que sur les caractéristiques électriques (variation du courant en fonction du paramètre considéré). Les résultats obtenus à l'aide de notre code sont en accord qualitatif avec les expériences menées au sein du GDR sur PIVOINE ou à la Société Européenne de Propulsion et celles reportées dans la littérature pour des propulseurs tels que le SPT100. Les comparaisons avec les expériences menées sur le SPT50 au Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés ont révélé l'influence d'un paramètre pas toujours connu précisément : la vitesse d'injection des neutres

à l'anode. Nos simulations ont également été confrontées avec les calculs provenant d'un modèle PIC développé par le Centre de Physique Théorique à l'Ecole Polytechnique, elles ont révélé dans les deux cas la présence d'une deuxième fréquence d'oscillation (100 kHz) associée à des processus d'ionisation naissant bien à l'intérieur du moteur et se propageant vers la sortie du propulseur. Ces résultats montrent que notre code est capable de prédire convenablement certains aspects de la décharge malgré les hypothèses simplificatrices que nous avons faites. Les comparaisons pour d'autres profils de champ magnétique et différents paramètres extérieurs continuent.

Nous nous sommes intéressés dans un dernier temps aux performances des SPT. Pour divers paramètres extérieurs, nous avons cherché à connaître les domaines pour lesquels la poussée, l'impulsion spécifique et l'efficacité de poussée sont les meilleures. Les simulations ont montré que les plages où le moteur est le plus performant correspondent le plus souvent à des domaines de fortes oscillations du courant. Une étude a par ailleurs confirmé l'influence de l'étalement du gradient du champ magnétique sur les performances des SPT. Une balance de poussée devrait prochainement être installée sur PIVOINE, elle permettra de faire des comparaisons avec nos simulations pour des moteurs comme le SPT100. Les comparaisons avec les moteurs de plus petites tailles ont été plus difficiles du fait du manque de données précises. L'étude de la fonction de distribution des ions en sortie du moteur nous a semblé être un élément important. Nous avons montré que la précision de la méthode numérique utilisée pour décrire le transport des ions était primordiale si nous voulions regarder de façon précise les distributions d'ions, nous nous sommes alors dirigés vers un modèle hybride fluide-particulaire. Nous avons montré en particulier que certains ions pouvaient avoir des énergies supérieures au potentiel appliqué et avons pu corréler l'évolution de l'énergie du faisceau d'ions à l'évolution du courant de décharge de manière analogue aux expériences sur PIVOINE.

Les comparaisons encourageantes entre les résultats provenant de la simulation particulaire Monte Carlo et le modèle de Diffusion développé au laboratoire Mathématiques pour l'Industrie et la Physique pourront permettre à terme de coupler ce modèle au modèle fluide que nous avons développé. Nous décrirons ainsi de façon plus précise le transport des électrons dans la décharge, sans utiliser l'hypothèse d'une fonction de distribution électronique Maxwellienne.



Dans tous les calculs présentés dans ce travail, nous avons négligé jusqu'ici les niveaux excités du xénon. Pour les faibles tensions notamment, l'ionisation du xénon à partir du niveau métastable ( $^3P_2$ ) est plus probable que l'ionisation directe seulement considérée dans nos simulations. Les seuils d'ionisation à partir des états excités sont en effet inférieurs au seuil d'ionisation à partir du niveau fondamental. La prise en compte de ces niveaux influence donc la partie de la caractéristique courant-tension correspondant à l'ionisation incomplète du gaz. Un prolongement à ce travail consiste donc à développer un modèle cinétique. Cette étude est en cours : nous sommes en train de développer un modèle cinétique simplifié pour lequel nous avons tenu compte de l'état résonnant ( $^3P_1$ ), de l'état métastable ( $^3P_2$ ) et d'un niveau regroupant les états  $6s^1$ ,  $6p$ ,  $5d$  et  $7s$ . La prise en compte du terme de diffusion dans l'équation de conservation de quantité de mouvement des électrons ainsi que du terme de flux thermique dans l'équation de l'énergie sont également en cours.

Un deuxième axe va consister à développer un modèle bidimensionnel transitoire afin d'étudier l'influence d'un paramètre que nous n'avons pas pu regarder jusqu'à maintenant à savoir la configuration du champ magnétique. Il sera intéressant de voir son effet aussi bien sur les caractéristiques électriques que sur les performances du SPT. Nous pourrions regarder en particulier l'évolution de la répartition angulaire de la fonction de distribution des ions dans le plan de sortie du moteur, ces calculs pourront ainsi être corrélés aux expériences menées sur PIVOINE.

---

<i>Références</i>
-------------------

- [Ad-1] J.C. Adam et A. Héron, rapport de recherche, CPHT, (1998).
- [Al-1] A. Alkaa, P. Ségur, A. Zahraoui, and M. Kadri-H, “*Monte Carlo Treatment of the Transport of Electrons in a Gas Including Electron-Electron Interactions*”, *Phys. Rev. E* **50**, 3006 (1994).
- [Ar-1] B. Arkhipov, A. Bober, R. Gnizdor, K. Kozubsky, N. Maslennikov, and M. Day, “*Extending the Range of SPT Operation : Development Status of 300 and 4500 W Thrusters*”, 32<sup>nd</sup> *AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-96-2708 (Lake Buena Vista), 1996.
- [As-1] J. Ashkenazy, Y. Raitses, G. Appelbaum, and M. Guelman, “*Study and Diagnostics of the Effect of Length Variation in Hall Thrusters*”, 24<sup>th</sup> *Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-29 (Moscow), 1995.
- [Ba-1] J.W. Barnett, “*A Review of Soviet Plasma Engine Development*”, 27<sup>th</sup> *AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-90-2600 1990.
- [Ba-2] D. Barnhart, R. Wojnar, D. Tilley, and R. Spores, “*The Case for Small Spacecraft : An Integrated Perspective on Electric Propulsion*”, 24<sup>th</sup> *Inter. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-148 (Moscow), 1995.
- [Bi-1] C.K. Birdsall, “*Particle-in-Cell Charged-Particle Simulations, Plus Monte Carlo Collisions with Neutral Atoms, PIC-MCC*”, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **19**, 65 (1991).
- [Bi-2] A.M. Bishaev and V. Kim, “*Local Plasma Properties in a Hall-Current Accelerator with an Extended Acceleration Zone*”, *Sov. Phys. Tech. Phys.* **23**, 1055 (1978).
- [Bo-1] A.S. Bober, V. Kim, A.S. Koroteev, L.A. Latyshev, A.I. Morozov, G.A. Popov, Yu.P. Rylov, and V.V. Zhurin, “*State of Work on Electrical Thrusters in USSR*”, 22<sup>nd</sup> *Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-91-003 (Viareggio), 1991.
- [Bo-2] J.P. Boeuf, L. Garrigues, et L.C. Pitchford, “*Propulseurs Ioniques à Effet Hall*”, *V<sup>ème</sup> Cong. SFP*, (Autrans), 1997.
- [Bo-3] D. Bohm, E.H.S. Burhop, and H.S.W. Masev, “*Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Field*”, Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1949.

- [Bo-4] J.P. Boeuf, L. Garrigues, and L.C. Pitchford, in *Electron Kinetics and Applications of Glow Discharges*, edited by U. Kortshagen and L. Tsendin (Plenum Press, New York, 1998).
- [Bo-5] J.P. Boeuf and L. Garrigues, “*Low Frequency Oscillations in a Stationary Plasma Thruster*”, *J. Appl. Phys.* **84**, 3541 (1998 - voir Annexe VI).
- [Bo-6] J.P. Boris and D.L. Book, “*Flux-Corrected Transport III : Minimal Error FCT Algorithms*”, *J. Comput. Phys.* **20**, 397 (1976).
- [Bo-7] J.P. Boeuf and A. Merad, in *Plasma Processing of Semiconductors*, edited by P.F. Williams (Kluwer Academic, 1997).
- [Bo-8] J.P. Boeuf et L.C. Pitchford, rapport de recherche, CPAT, (1994).
- [Bo-9] J.P. Boeuf, “*Modélisation de la Cinétique Electronique dans un Gaz Faiblement Ionisé*”, Thèse d'Etat, Université d'Orsay, N° 3043 (1985).
- [Br-1] J.R. Brophy, J.W. Barnett, J.M. Sankovic, and D.A. Barnhart, “*Performance of Stationary Plasma Thruster : SPT-100*”, *28<sup>th</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-92-3155 (Nashville), 1992.
- [Bu-1] A.I. Bugrova, A.I. Morozov, and V.K. Kharchevnikov, “*Experimental Investigation of Near-Wall Conductivity*”, *Sov. J. Plasma Phys.* **16**, 849 (1990).
- [Bu-2] A.I. Bugrova, A.V. Desyatskov, and A.I. Morozov, “*Electron Distribution Function in a Hall Accelerator*”, *Sov. Phys. Tech. Phys.* **18**, 501 (1992).
- [Bu-3] A.I. Bugrova, V. Kim, N.A. Maslennikov, and A.I. Morozov, “*Physical Processes and Characteristics of Stationary Plasma Thrusters with Closed Electron Drift*”, *22<sup>nd</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-91-079 (Viareggio), 1991.
- [Ca-1] A. Cadiou and E. Gengembre, “*An Overview of the CNES Electric Propulsion Program*”, *24<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-134 (Moscow), 1995.
- [Ca-2] S. Cany, Communication personnelle (1997).
- [Ce-1] <http://www.centrospazio.cpr.it/>, *Centrospazio Laboratory*, (1998).
- [Ch-1] B.E. Cherrington, “*Gaseous Electronics and Gas Lasers*”, New York, 1979.
- [Ch-2] E.Y. Choueiri, “*Characterization of Oscillations in Closed Drift Thrusters*”, *30<sup>th</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-94-3013 (Indianapolis), 1994.

- [Cu-1] F.M. Curran and L.W. Callahan, "The NASA Electric Propulsion Program", *24<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-133 (Moscow), 1995.
- [Da-1] A.J. Davies and W. Niessen, in *Physics and Applications of Pseudosparks*, edited by A. Gunderson and G. Shaefer (Plenum Press, New-York, 1990).
- [Da-2] F. Darnon, C. Kadlec-Philippe, A. Bouchoule, and M. Lyszyk, "Dynamic Plasma & Plume Behavior of SPT Thrusters", *34<sup>th</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-98-3644 (Cleveland), 1998.
- [Da-3] F. Darnon, rapport de recherche, GREMI, (1998).
- [Da-4] F. Darnon, L. Garrigues, J.P. Boeuf, A. Bouchoule, and M. Lyszyk, "*Spontaneous Oscillations in a Hall Thruster*", IEEE Trans. Plasma Sci. (submitted, 1998).
- [Da-5] F. Darnon, rapport de recherche, GREMI, (1998).
- [Da-6] H. Date, Y. Sakai, and H. Tagashira, "*Boltzmann Equation Analysis of Electron Collision Cross Sections and Swarm Parameters for Krypton*", J. Phys. D : Appl. Phys. **22**, 1478 (1989).
- [De-1] P. Degond, "*Un modèle de Conductivité Pariétale : Application au Moteur à Propulsion Ionique*", C.R. Acad. Sci. Paris **322**, 797 (1996).
- [De-2] P. Degond, "*On a Model of Near Wall Conductivity and its Application to Plasma Thrusters*", SIAM J. on Appl. Math. **58**, 1138 (1998).
- [De-3] P. Degond, V. Latocha, L. Garrigues, and J.P. Boeuf, "*Electron Transport in Stationary Plasma Thruster*", Transp. Theo. Stat. Phys. **27**, 203 (1998).
- [Ei-1] O. Eichwald, "Modélisation de la Dynamique des Neutres dans une Décharge Transitoire : Applications aux Microsystèmes Electroniques et aux Dispositifs de Dépollution", Thèse de l'Université Paul Sabatier, N° 2709 (1997).
- [Es-1] Yu. B. Esipchuk, A.I. Morozov, G.N. Tilinin, and A.V. Trofimov, "*Plasma Oscillations in Closed-Drift Accelerators with an Extended Acceleration Zone*", Sov. Phys. Tech. Phys. **18**, 928 (1974).
- [Fi-1] A. Fiala, "Modélisation Numérique Bidimensionnelle d'une Décharge Luminescente à Basse Pression", Thèse de l'Université Paul Sabatier, N° 2059 (1995).

- [Fi-2] J. Fife and M. Martinez-Sanchez, "Comparison of Results from Two-Dimensional Numerical SPT Model with Experiment", *32<sup>nd</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-96-3197 (Lake Buena Vista), 1996.
- [Fi-3] J. M. Fife, "Two-Dimensional Hybrid Particle-In-Cell Modeling of Hall thrusters", MIT Thesis Master (1995).
- [Ga-1] C.E. Garner, S.O. Tverdokhlebov, A.V. Semenkin, and V.I. Garkusha, "Evaluation of a 4.5-kW D-100 Thruster with Anode Layer", *32<sup>nd</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-96-2967 (Lake Buena Vista), 1996.
- [Ga-2] L. Garrigues, J.P. Boeuf, et L.C. Pitchford, "Etude de la Conductivité Axiale dans un Propulseur de Type SPT pour Satellites", *V<sup>ème</sup> Cong. SFP*, (Autrans), 1997.
- [Ga-3] L. Garrigues, V. Latocha, J.P. Boeuf, L.C. Pitchford, et P. Degond, rapport de recherche, CPAT, (1998).
- [Ga-4] V.M. Gavryushin, V. Kim, and V.I. Kozlov, "Physical and Technical Bases of the Modern SPT Development", *24<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-38 (Moscow), 1995.
- [Go-1] R.H. Goddard, "*The Papers of Robert H. Goddard*", McGraw-Hill Book Company, New York, 1970.
- [Gu-1] G. Guerrini, "Etude Expérimentale des Phénomènes de Décharge et Propagation d'Ondes dans les Propulseurs Ioniques à Dérive d'Electrons en Cycle Fermé", Thèse de l'Université de Provence, N° 3450 (1997).
- [Gu-2] H.K. Gummel, "A Self -Consistent Iterative Scheme for One-Dimensional Steady State Transistor Calculation", *IEEE Trans. Electron Devices* **30**, 1097 (1964).
- [Gu-3] G. Guerrini, C. Michaut, M. Bacal, A.N. Vesselovzorov, and A.A. Pogorelov, "An Intense Hall type Ion Source for Satellite Propulsion", *Rev. Sci. Instrum.* **69**, 804 (1998).
- [Gu-4] G. Guerrini, C. Michaut, M. Dudeck, A.N. Vesselovzorov, and M. Bacal, "Characterization of Plasma Inside the SPT-50 Channel by Electrostatic Probes", *25<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, (Cleveland), 1997.
- [Ha-1] A. Hafni, "Contribution à l'Etude de l'émission Electronique Secondaire sous Bombardement d'Electrons et de Protons", Thèse de l'Université de Nantes, N° 2016 (1993).

- [Ha-2] D.S. Harned, “*Quasineutral Hybrid Simulation of Macroscopic Plasma Phenomena*”, J. Comput. Phys. **47**, 452 (1982).
- [Ha-3] W.A. Hargus, R.J. Cedolin, N.B. Meezan, and M.A. Capelli, “Performance Study of a Low Power Hall Thruster”, *33<sup>rd</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-97-3081 (Seattle), 1997.
- [He-1] D.W. Hewett, “*A Global Method of Solving the Electron-Field Equations in a Zero-Inertia-Electron-Hybrid Plasma Simulation Code*”, J. Comput. Phys. **38**, 378 (1980).
- [Hi-1] C. Hirsh, “*Numerical Computation of Internal and External Flows*”, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 1990.
- [Hi-2] M. Hirakawa and Y. Arakawa, “Numerical Simulation of Plasma Particle Behavior in Hall Thruster”, *32<sup>nd</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-96-3195 (Lake Buena Vista), 1996.
- [Ho-1] R.W. Hockney and J.W. Eastwood, “*Computer Simulation Using Particles*”, IOP Publishing Ltd, Bristol, 1988.
- [Ho-2] T. Holstein, “*Energy Distribution of Electrons in High Frequency Gas Discharges*”, Phys. Rev. **70**, 367 (1946).
- [Hu-1] <http://www.hughespace.com/>, *Hughes Space Company*, (1998).
- [Hu-2] S.R. Hunter, J.G. Carter, and L.G. Christophorou, “*Low Energy Electron Drift and Scattering in Xenon and Krypton*”, Phys. Rev. A **38**, 5539 (1988).
- [Ir-1] <http://www.irs.uni-stuttgart.de/>, *Institut für Raumfahrtssysteme*, (1998).
- [Ja-1] R.G. Jahn, “*Physics of Electric Propulsion*”, McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.
- [Ja-2] G.S. Janes and R.S. Lowder, “*Anomalous Electron Diffusion and Ion Acceleration in a Low-Density Plasma*”, Phys. Fluids **9**, 1115 (1966).
- [Ka-1] H.R. Kaufman, “*Technology of Closed-Drift Thrusters*”, AIAA Journal **23**, 78 (1985).
- [Ki-1] S. Kitamura, “Review of Electric Propulsion Activities in Japan”, *24<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-2 (Moscow), 1995.
- [Ko-1] K. Komurasaki and Y. Arakawa, “*Two-Dimensional Numerical Model of Plasma Flow in a Hall Thruster*”, J. Propulsion **11**, 1317 (1995).

- [Ku-1] M. Kurata, *"Numerical Analysis for Semiconductors Devices"*, Lexington, Heath, 1962.
- [Le-1] P. Leray, "Étude de la Physique Interne d'un Propulseur à Plasma Stationnaire par Spectroscopie Optique d'Emission. Mise au point d'un Analyseur Electrostatique de Type MASON", Université d'Orsay, N° 5044 (1997).
- [Le-2] C.A. Lentz and M. Martinez-Sanchez, "Transient One Dimensional Numerical Simulation of Hall Thrusters", *29<sup>th</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-93-2491 (Monterey), 1993.
- [Le-3] P. Leray, J. Bonnet, D. Pigache, T. Minea, J. Bretagne, and M. Touzeau, "Spectroscopic Emission Spatially Resolved along a SPT Channel", *2nd Euro. Space. Prop. Conf.*, ESA SP-398 (Noordwijk), 1997.
- [Le-4] B. Van Leer, "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme V. A Second Order Sequel to Godunov's Method", *J. Comput. Phys.* **32**, 101 (1979).
- [Ma-1] D.H. Manzella, "Simplified Numerical Description of SPT Operation", *24<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-34 (Moscow), 1995.
- [Ma-2] D. Manzella, S. Oleson, J. Sankovic, T. Haag, A. Semenkin, and V. Kim, "Evaluation of Low Power Hall Thruster Propulsion", *32nd AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-96-2736 (Lake Buena Vista), 1996.
- [Mo-1] A.I. Morozov, Yu.V. Esinchuk, G.N. Tilinin, A.V. Trofimov, Yu.A. Sharov, and G.Ya Shchepkin, "Plasma accelerator with Closed Electron Drift and Extended Acceleration Zone", *Sov. J. Plasma Phys.* **17**, 38 (1972).
- [Mo-2] A.I. Morozov, "Conditions for Efficient Current Transport by Near-Wall Conduction", *Sov. Phys. Tech. Phys.* **32**, 901 (1987).
- [Mo-3] A.I. Morozov and A.P. Shubin, "Electron Kinetics in the Wall-Conductivity Regime : I", *Sov. J. Plasma Phys.* **10**, 728 (1984).
- [Mo-4] A.I. Morozov and A.P. Shubin, "Electron Kinetics in the Wall-Conductivity Regime : II", *Sov. J. Plasma Phys.* **10**, 734 (1984).
- [Mo-5] A.I. Morozov and A.P. Shubin, "Analytic Methods in the Theory of Near-Wall Conductivity : I", *Sov. J. Plasma Phys.* **16**, 711 (1990).

- [Mo-6] A.I. Morozov and A.P. Shubin, “*Analytic Methods in the Theory of Near-Wall Conductivity : II*”, Sov. J. Plasma Phys. **16**, 713 (1990).
- [Mo-7] A.I. Morozov and V.V. Savelyev, “Numerical Simulation of Plasma Flow in SPT”, *24<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-161 (Moscow), 1995.
- [Mo-8] A.I. Morozov, “Stationary Plasma Thruster (SPT) Development Steps and Future Perspectives”, *29<sup>th</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-93-101 (Monterey), 1993.
- [Mu-1] C.D. Munz, “*On the Numerical Dissipation of High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservations Laws*”, J. Comput. Phys. **77**, 18 (1988).
- [Ou-1] N. Ouadoudi, “Simulation Numérique de la Phase d'Initiation d'une Décharge à Cathode Creuse de Type Pseudospark”, Thèse de l'Université Paul Sabatier, N° 1730 (1994).
- [Pa-1] S.E. Parker, R.J. Procassini, C.K. Birdsall, and B.I. Cohen, “*A Suitable Boundary Condition for Bounded Plasma Simulation without Sheath Resolution*”, J. Comp. Phys. **104**, 41 (1993).
- [Pe-1] C. Pérot, P. Lasgorceix, M. Dudeck, T. Beltan, and A. Cadiou, “Moyen d'Essai P.I.V.O.I.N.E. pour les Moteurs Ioniques de Satellites”, *V<sup>ème</sup> Cong. SFP*, (Autrans), 1997.
- [Pe-2] A.N. Petrenko, J.A. Hamley, and J M. Sankovic, “The Problem of Power Processing and Telemetry / Control Unit Design for Stationary Plasma Thruster”, *24<sup>th</sup> Inter. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-126 (Moscow), 1995.
- [Pe-3] V.A. Petrosov, A.I. Vasin, V.I. Baranov, J.R . Wetch, E.J. Britt, S.P. Wong, and R. Lin, “Investigation 4,5 kW High Efficiency Hall-type T-160 Electric Thruster”, *24<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-031 (Moscow), 1995.
- [Ph-1] C. Philippe, Communication personnelle (1998).
- [Pi-1] L.C. Pitchford and J.P. Boeuf, “Two-Dimensional Model of Stationary Plasma Thruster”, *22<sup>nd</sup> Int. Conf. on Phenom. in Ionized Gases*, (Hoboken, USA), 1995.
- [Pr-1] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling, “*Numerical Recipes*”, Cambridge University Press, 1986.
- [Pu-1] V. Puech and S. Mizzi, “*Collision Cross Sections and Transport Parameters in Neon and Xenon*”, J. Phys. D: Appl. Phys. **24**, 1974 (1991).



- [Pu-2] C. Punset, “Modélisation Numérique Bidimensionnelle Fluide d'un Ecran à Plasma”, Thèse de l'Université Paul Sabatier, N° 2979 (1998).
- [Ra-1] Y. Raitses, J. Ashkenazy, and M. Guelman, “Propellant Utilization in Hall Thrusters”, *32<sup>nd</sup> AIAA Joint Prop. Conf.*, AIAA-96-3193 (Lake Buena Vista), 1996.
- [Ra-2] Y. Raitses, J. Ashkenazy, G. Appelbaum, and M. Guelman, “Experimental Investigation of the Effect of Channel Material on Hall Thruster Characteristics”, *25<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-97-56 (Cleveland), 1997.
- [Re-1] R. Reulet et J.M. Siguier, rapport de recherche, CERT-ONERA, (1994).
- [Ro-1] <http://www.rocket.com/>, *AIAA Electric Propulsion Technical Committee*, (1998).
- [Sc-1] J. Schou, “Secondary Electron Emission from Solids by Electron and Proton Bombardment”, *Scanning Microscopy* **2**, 607 (1988).
- [Sc-2] D.L. Scharfetter and H.K. Gummel, “Large Signal Analysis of a Silicon Read Diode Oscillator”, *IEEE Trans. Electron Devices* **16**, 64 (1969).
- [Se-1] G.R. Seikel and E. Reshotko, “Hall Current Ion Accelerator”, *Bull. Am. Phys. Soc.* **7**, 414 (1962).
- [Se-2] <http://www.sep.fr/>, *SEP division de SNECMA*, (1998).
- [Sh-1] I. Shimamura, “Scientific Papers on the Institute of Physical and Chemical Research”, 351 (1989).
- [Sm-1] R.D. Smith, “Flight Qualification of a 1.8-kW Hydrazine Arcjet System”, *23<sup>rd</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-93-007 (Seattle), 1993.
- [Sp-1] R.A. Spores, M. Birkan, R. Cohen, and R. Einhorn, “The Air Force Electric Propulsion Program”, *31<sup>st</sup> AIAA Joint Propulsion Conference*, AIAA-95-2378 (San Diego), 1995.
- [St-1] E. Stuhlinger, “Possibilities of Electrical Space Ship Propulsion”, *5<sup>th</sup> Int. Astron. Cong.*, (Innsbruck), 1954.
- [St-2] R.R. Stephenson, “Electric Propulsion Development and Application in the United States”, *24<sup>th</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-95-1 (Moscow), 1995.

- [Ti-1] G.N. Tilinin, “*High-Frequency Plasma Waves in a Hall Accelerator with an Extended Acceleration Zone*”, *Sov. Phys. Tech. Phys.* **22**, 974 (1977).
- [Va-1] D. Valentian, “*Application des Propulseurs Plasmiques aux Missions Spatiales*”, *V<sup>ème</sup> Cong. SFP*, (Autrans), 1997.
- [Ve-1] P.L.G. Ventzek, T.J. Sommerer, R.J. Hoekstra, and M.J. Kushner, “*Two-dimensional Hybrid Model of Inductively Coupled Plasma Sources for Etching*”, *Appl. Phys. Lett.* **63**, 605 (1993).
- [Ve-2] P.L.G. Ventzek, R.J. Hoekstra, and M.J. Kushner, “*Two-dimensional Modeling of High Plasma Density Inductively Coupled Sources for Materials Processing*”, *J. Vac. Sci. Technol.* **B 12**, 461 (1994).
- [Vo-1] R.J. Vondra, “*Analysis of Solid Teflon Pulsed Plasma Thruster*”, *8<sup>th</sup> Aero. Science Meet.*, AIAA-70-179 (New York), 1970.
- [We-1] Y. Weng and M.J. Kushner, “*Method for Including Electron-Electron Collisions in Monte Carlo Simulations of Electron Swarms in Partially Ionized Gases*”, *Phys. Rev. A* **42**, 6192 (1990).
- [Wh-1] J.H. Whealton, R.W. McGaffey, and P.S. Meszaros, “*A Finite Difference 3-D Poisson-Vlasov Algorithm for Ions Extracted from a Plasma*”, *J. Comput. Phys* **63**, 20 (1986).
- [Wi-1] P.J. Wilbur, R.G. Jahn, and F.C. Curran, “*Space Electric Propulsion Plasmas*”, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **19**, 1167 (1991).
- [Yo-1] S. Yoshikawa and D. J. Rose, “*Anomalous Diffusion of a Plasma Across a Magnetic field*”, *Phys. Fluids* **5**, 334 (1962).
- [Zh-1] V. Zhurin, J. Kahn, H. Kaufman, K. Kozubsky, and M. Day, “*Dynamic Characteristics of Closed Drift Thrusters*”, *23<sup>rd</sup> Int. Elec. Prop. Conf.*, IEPC-93-095 (Seattle), 1993.

---

---

*Annexe I*

***SIMULATION MONTE CARLO ELECTRONIQUE :  
PRISE EN COMPTE DES COLLISIONS ELECTRON-LOURD***

---

---

## *AI Simulation Monte Carlo Electronique : Prise en Compte des Collisions Electron-Lourd*

La procédure exposée ci-dessous est la méthode classique qui permet de prendre en compte les collisions entre les électrons et les particules lourdes (atomes et ions) en utilisant une manière statistique basée sur la méthode Monte Carlo.

### **AI-1 PROBABILITE DE COLLISION**

Les paramètres caractérisant le système étudié étant donnés, à chaque pas en temps  $\Delta t$  de la simulation, après avoir intégrée la trajectoire de l'électron étudié numéro  $m$ , on détermine la fréquence totale de collision électron-lourd  $\nu_{\text{tot}}(\epsilon_m)$  (fréquence totale de collision électron-neutre ajoutée à la fréquence d'interaction électron-ion),  $\epsilon_m$  étant l'énergie cinétique de l'électron  $m$  considéré. Nous pouvons estimer la probabilité de collision  $P_m$ . Dans nos conditions,  $P_m < 10^{-2}$ , la probabilité pour que l'électron fasse une collision pendant  $\Delta t$  est donnée par la relation  $P_m = \nu_{\text{tot}}(\epsilon_m)\Delta t$ , nous comparons  $P_m$  à un nombre aléatoire  $r_1$  tiré uniformément entre 0 et 1. Si une collision a lieu, il nous reste à déterminer, la nature, la vitesse après la collision ainsi que la déviation angulaire ou la répartition d'énergie entre les deux électrons issus d'une ionisation. Nous appellerons la vitesse  $\mathbf{v}_m^c$  et la position  $\mathbf{r}_m^c$  de la particule au moment de la collision.

### **AI-2 NATURE DE LA COLLISION**

L'énergie  $\epsilon_m^c$  de l'électron juste avant la collision étant connue, les probabilités pour que la collision soit élastique, une excitation, une ionisation, de type électron-ion sont les suivantes :

$$P_{\text{el}} = \frac{\nu_{\text{el}}(\epsilon_m^c)}{\nu_{\text{tot}}}, P_{\text{ex}} = \frac{\nu_{\text{ex}}(\epsilon_m^c)}{\nu_{\text{tot}}}, P_{\text{i}} = \frac{\nu_{\text{i}}(\epsilon_m^c)}{\nu_{\text{tot}}}, \text{ et } P_{\text{e-i}} = \frac{\nu_{\text{e-i}}(\epsilon_m^c)}{\nu_{\text{tot}}} \quad (\text{AI.1})$$

La somme de ces probabilités est égale à 1.

La nature des collisions est obtenue en tirant un nombre aléatoire  $r_2$  uniformément distribué sur  $[0,1]$ , et en le comparant aux probabilités de chacun de ces processus. Autrement dit, la collision est dite de type  $k$  si la relation suivante est vérifiée :

$$\sum_{j=1}^{k-1} P_j < r_2 \leq \sum_{j=1}^k P_j \quad (\text{AI.2})$$

### AI-3 VITESSE ET REPARTITION DE L'ENERGIE APRES LA COLLISION

Connaissant maintenant la nature de la collision, il faut déterminer la déviation angulaire de l'électron. La densité de probabilité de la variable aléatoire  $\chi_m$  est liée à la section efficace différentielle angulaire du processus de collision considéré. Soit  $\sigma_j(\epsilon_m^c, \chi_m)$  la section différentielle angulaire du processus considéré, l'angle de déviation  $\chi_m^c$  est donné par la relation :

$$r_3 = \frac{\int_0^{\chi_m^c} \sigma_j(\epsilon_m^c, \chi_m) \sin(\chi_m) d\chi_m}{\int_0^{\pi} \sigma_j(\epsilon_m^c, \chi_m) \sin(\chi_m) d\chi_m} \quad (\text{AI.3})$$

où  $r_3$  est uniformément distribué entre 0 et 1. En supposant l'isotropie du processus, cette section différentielle devient indépendante de l'angle  $\chi_m^c$  et la relation (AI.3) se réduit à l'équation suivante :

$$\chi_m^c = 2 \arcsin(r_3)^{1/2} \quad (\text{AI.4})$$

Pour les collisions non isotropes, quand les collisions sont élastiques, la section efficace de collision élastique est remplacée par la section efficace de transfert de quantité de mouvement. La collision est traitée comme une collision isotrope [Ho-2]. La nouvelle énergie cinétique est :

$$\epsilon_m^1 = \epsilon_m^c \left(1 - 2 \frac{m_e}{M} (1 - \cos(\chi_m^c))\right) \quad (\text{AI.5})$$

$M$  la masse des neutres.

$v_{x_m}^c$ ,  $v_{y_m}^c$  et  $v_{z_m}^c$  étant les composantes de la vitesse avant le choc pour l'électron  $m$ , les composantes  $v_{x_m}^1$ ,  $v_{y_m}^1$  et  $v_{z_m}^1$  de la vitesse immédiatement pour ce même électron après le choc sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 v_{x_m}^1 &= \frac{v_m^1}{v_m^c} (v_{x_m}^c \cos(\chi_m^c) + A \sin(\varphi_m^c) \sin(\chi_m^c)) \\
 v_{y_m}^1 &= \frac{v_m^1}{v_m^c} (v_{y_m}^c \cos(\chi_m^c) - \frac{v_{z_m}^c v_m^c}{A} \cos(\varphi_m^c) \sin(\chi_m^c) - \frac{v_{y_m}^c v_{x_m}^c}{A} \sin(\varphi_m^c) \sin(\chi_m^c)) \\
 v_{z_m}^1 &= \frac{v_m^1}{v_m^c} (v_{z_m}^c \cos(\chi_m^c) + \frac{v_m^c v_{y_m}^c}{A} \cos(\varphi_m^c) \sin(\chi_m^c) - \frac{v_{z_m}^c v_{x_m}^c}{A} \sin(\varphi_m^c) \sin(\chi_m^c)) \\
 A &= \sqrt{v_{y_m}^c{}^2 + v_{z_m}^c{}^2} \tag{AI.6}
 \end{aligned}$$

Pour les interactions électron-ion, la collision est parfaitement élastique sans perte d'énergie, l'énergie après la collision  $\epsilon_m^1$  est donc la même que celle juste avant  $\epsilon_m^c$ .

S'il s'agit d'une excitation, l'énergie cinétique  $\epsilon_m^1$  de l'électron après la collision est donnée par :

$$\epsilon_m^1 = \epsilon_m^c - \epsilon_{\text{seuil}} \tag{AI.7}$$

où  $\epsilon_{\text{seuil}}$  est le seuil du processus d'excitation considéré. On néglige les pertes par recul.

S'il s'agit d'une ionisation, la répartition de l'énergie résiduelle  $\epsilon_{\text{res}}$  ( $\epsilon_{\text{res}} = \epsilon_m^c - \epsilon_{\text{ion}}$ ,  $\epsilon_{\text{ion}}$  étant l'énergie seuil d'ionisation) entre les deux électrons issus de la collision est obtenue en tirant un nouveau nombre aléatoire  $r_4$  uniformément distribué entre 0 et 1; l'énergie  $\epsilon_a$  de l'un des deux électrons émergent est donnée par :

$$\epsilon_a = r_4 \epsilon_{\text{res}} \tag{AI.8}$$

et l'énergie  $\epsilon_b$  du deuxième par :

$$\epsilon_b = \epsilon_{\text{res}} - \epsilon_a \tag{AI.9}$$

L'angle azimutal  $\varphi_m$  est distribué uniformément sur  $[0,2\pi]$  pour toutes les collisions. En considérant un nouveau nombre aléatoire  $r_5$  équadistribué sur  $[0,1]$ , il se déduit de la relation :

$$r_5 = \int_0^{\varphi_m^c} \frac{1}{2\pi} d\varphi \quad (\text{AI.10})$$

soit

$\varphi_m^c = 2\pi r_5$	(AI.11)
--------------------------	---------

## **AI-4 PROCEDURE DE STOCKAGE DES ELECTRONS SECONDAIRES**

Après chaque création de particules (ionisation en volume ou sur les parois), le traitement de l'électron primaire (défini comme celui ayant l'énergie la plus élevée) se poursuit, tandis que les coordonnées de l'électron secondaire dans l'espace des phases sont stockées. Lorsque l'électron primaire atteint l'anode, la cathode ou s'attache, l'étude de sa trajectoire se termine et la simulation de tous les électrons secondaires qu'il a engendré pendant sa durée de vie commence alors. Pour un raison d'ordre pratique dont le but est de réduire de manière plus efficace le nombre des électrons stockés, l'étude des électrons secondaires débute par celui qui a été créé au voisinage le plus proche de l'anode.

Dans toutes les simulations Monte Carlo toutes ces étapes de calcul que nous venons de décrire sont suivies jusqu'à qu'il ne reste plus aucun électron à simuler, c'est à dire jusqu'à ce que le nombre des électrons secondaires stockés soit épuisé et celui maximal des électrons primaires, initialement considéré, soit atteint. Dans nos calculs, quelques milliers d'électrons primaires ainsi que leur progéniture sont simulés.

## **AI-5 ECHANTILLONNAGE DE LA FDE**

La Simulation Monte Carlo SMC permet d'accéder à la FDE. Suivant les buts recherchés, les méthodes d'échantillonnage des FDE et des différentes grandeurs macroscopiques (vitesse de dérive, énergie moyenne, etc.) différent. La SMC pourrait consister à suivre les trajectoires des électrons émis depuis le plan de sortie moteur pendant

un temps suffisamment long pour obtenir la FDE. En fait cette méthode peut être améliorée, car le régime étant stationnaire, il n'est pas réellement nécessaire de suivre l'évolution temporelle du système. Si nous supposons un temps assez long pour qu'un état stationnaire soit atteint, la FDE est solution de l'équation de Boltzmann intégrée dans le temps :

$$\mathbf{v} \frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{a} \frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} = C[f(\mathbf{r}, \mathbf{v})] \quad (\text{AI.12})$$

où  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  la fonction de distribution des vitesses des électrons à l'état stationnaire qui dépend du vecteur position  $\mathbf{r}$  et du vecteur vitesse  $\mathbf{v}$ . Le premier terme dans le membre de gauche montre l'influence de la diffusion, le second terme l'action des forces. Le terme de droite est un opérateur qui tient compte de la redistribution des électrons sous l'effet des collisions.

L'espace des phases peut être relié à trois autres variables : une variable de position ( $x$ , direction axiale), le module de la vitesse  $v$  (ou l'énergie cinétique  $\varepsilon$ ) et le cosinus de l'angle entre la vitesse et l'accélération ( $\mu$ ). Considérons une avalanche initiée par un nombre d'électrons initiaux  $N_0$  et une cellule  $\{\Delta x, \Delta v, \Delta \mu\}$  centrée sur le point  $(x_k, \varepsilon_1, \mu_n)$  de l'espace des phases. Dans ces conditions, si nous appelons  $\tilde{\phi}(x_k, \varepsilon_1, \mu_n) \Delta \varepsilon \Delta \mu \Delta t$  le nombre d'électrons traversant le plan d'abscisse  $x_k$  pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$  dans l'élément de volume  $\Delta \varepsilon, \Delta \mu$  autour de  $(\varepsilon_1, \mu_n)$ , la fonction de distribution du flux  $\tilde{\phi}(x, \varepsilon, \mu)$  peut être approchée par [Bo-9] :

$$\tilde{\phi}(x_k, \varepsilon_1, \mu_n) = \frac{\varphi_{e0}}{N_0} \sum_{m=1}^M \frac{\Delta n_m(x_k, \varepsilon_1, \mu_n)}{\Delta \varepsilon \Delta \mu} \quad (\text{AI.13})$$

où  $\varphi_{e0}$  est le flux électronique en sortie du SPT,  $M$  est le nombre total d'électrons (électrons primaires, électrons créés en volume et sur les parois)  $\Delta n_m(x_k, \varepsilon_1, \mu_n)$  représente le nombre de fois où l'électron numéro  $m$  a traversé le plan  $x_k$  dans la cellule  $(\Delta \varepsilon, \Delta \mu)$  autour de  $(\varepsilon_1, \mu_n)$ .

Le calcul de la fonction de distribution du flux ne nécessite aucun échantillonnage temporel. En pratique,  $\tilde{\phi}(x_k, \varepsilon_1, \mu_n)$  est obtenu en enregistrant le nombre de fois où chaque plan  $x_k$  a été traversé par un électron dans la cellule  $(\Delta \varepsilon, \Delta \mu)$ , autour de  $(\varepsilon_1, \mu_n)$ . La grille



en  $x$  est déterminée une fois pour toute au début de la simulation (dans nos calculs, elle comporte 50 points).

On en déduit la fonction de distribution stationnaire  $\tilde{f}(x, \varepsilon, \mu)$  par la relation [Bo-9] :

$$\tilde{f}(x, \varepsilon, \mu) = \frac{\tilde{\Phi}(x, \varepsilon, \mu)}{|v\mu|} \quad (\text{AI.14})$$

Cette méthode est utilisée dans le calcul des fonctions de distribution des électrons et des grandeurs macroscopiques.

---

---

***Annexe II***

***METHODE MUSCL 2D SANS TIME-SPLITTING***

---

---

## *AII Méthode MUSCL 2D Sans Time-Splitting*

Proposée par Van Leer en 1979 [Le-4], la méthode MUSCL (Monotonic Upstream-centred Scheme for Conservation Law) est une extension du schéma Upwind. Elle peut être du second ordre en temps et en position, dans notre cas, nous avons conservé un schéma à l'ordre 1 en temps, ce qui laisse supposer que les variations du champ électrique sont faibles entre deux instants successifs. La variation de la variable fonction des distributions des ions notée  $f$  est obtenue non plus en supposant qu'elle est constante mais qu'elle varie de façon linéaire dans une cellule.

Nous avons utilisé une méthode basée sur un concept nouveau. O. Eichwald a montré [Ei-1] que la méthode MUSCL multidimensionnelle ne nécessite pas l'utilisation d'une procédure de "time-splitting". Cette méthode sans "time-splitting" ne contredit en rien les hypothèses sur la discrétisation par les méthodes de Différences Finies. Elle donne les mêmes résultats qu'une méthode classique avec "time-splitting" avec l'avantage d'avoir un algorithme de résolution plus rapide pour des problèmes 3D en position et en vitesse [Ei-1]. Nous avons utilisé cette méthode en 2D position et vitesse axiales.

### **AII-1 DICRETISATION DE LA FONCTION F**

On suppose que  $f$  varie linéairement et indépendamment dans chaque direction  $x$  et  $v_x$  (noté  $v$  dans la suite) de l'espace des phases. Une cellule  $(i,j)$  est comprise entre les plans  $x_{i+1/2}$  et  $x_{i-1/2}$  suivant la direction  $x$  et entre les plans  $v_{j+1/2}$  et  $v_{j-1/2}$  suivant la direction  $v$  (voir figure AII-1). La fonction  $f$  l'instant  $t = t^k$  en chaque points de la maille est donnée par la relation :

$$f^k(x, v) = f_{i,j}^k + (x - x_i)r_i^k + (v - v_j)s_j^k \quad (\text{AII.1})$$

où les grandeurs  $r_i^k$  et  $s_j^k$  sont respectivement les pentes de la fonction  $f(x,v)$  à l'instant  $k$  dans les deux directions, elles sont utilisées pour calculer la fonction  $f(x,v)$  sur les bords des cellules. Leur choix déterminent la stabilité et le degré de diffusion numérique du modèle. Afin de conserver la même quantité  $f_{i,j}$  dans la cellule, le profil doit être symétrique dans chacune des deux directions considérées.

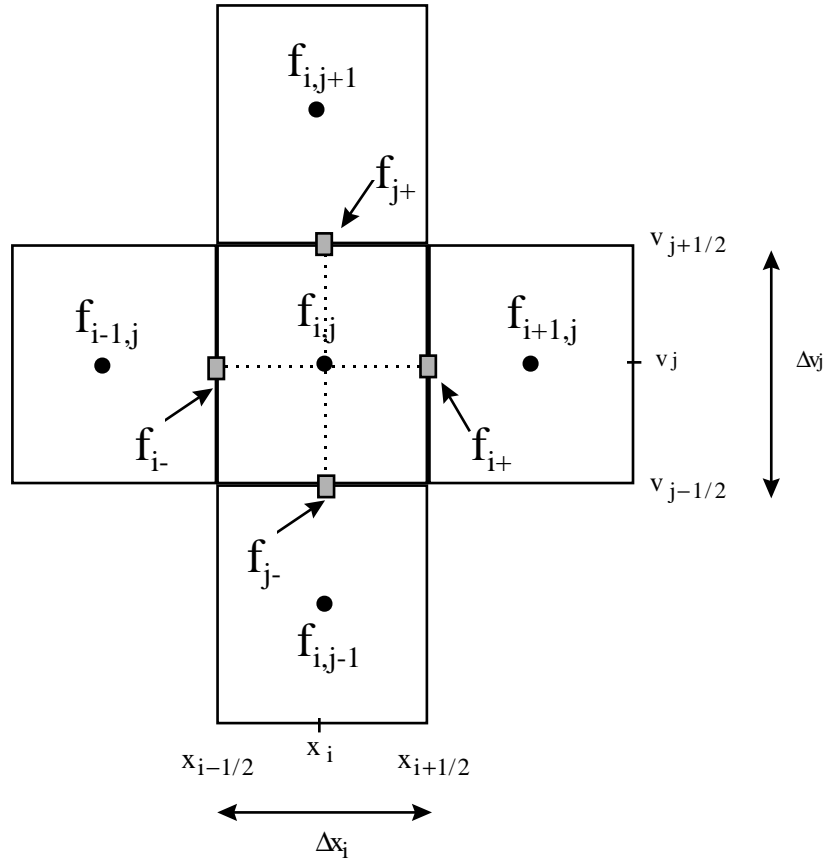


Figure AII-1 : Notations utilisées pour la méthode MUSCL 2D (x,v) sans "time-splitting".

On peut définir pour chaque cellule les densités sur les faces internes et externes pour chaque direction (notées respectivement  $f_{i-}$  et  $f_{i+}$  dans la direction x et  $f_{j-}$  et  $f_{j+}$  dans la deuxième direction - voir Figure AII-1) à l'instant k selon le schéma suivant :

$$\begin{aligned}
 f_{i\pm}^k &= f_{i,j}^k \pm \frac{\Delta x_i}{2} r_i^k \\
 f_{j\pm}^k &= f_{i,j}^k \pm \frac{\Delta v_j}{2} s_j^k
 \end{aligned}
 \tag{AII.2}$$

Les valeurs  $f_{i+}$  et  $f_{(i+1)-}$ , représentant la fonction f sur les parties gauche et droite du plan  $i + 1/2$ , peuvent prendre différentes valeurs. Cependant, afin d'assurer la monotonie de la variable considérée,  $f_{i-}$  et  $f_{i+}$  doivent suivre les conditions suivantes :

$$\begin{aligned}
 \min(f_{i-1,j}^k, f_{i,j}^k) &\leq f_{i-} \leq \max(f_{i-1,j}^k, f_{i,j}^k) \\
 \min(f_{i,j}^k, f_{i+1,j}^k) &\leq f_{i+} \leq \max(f_{i,j}^k, f_{i+1,j}^k)
 \end{aligned}
 \tag{AII.3}$$

De manière analogue,  $f_{j-}$  et  $f_{j+}$  suivent

$$\begin{aligned} \min(f_{i,j-1}^k, f_{i,j}^k) &\leq f_{j-} \leq \max(f_{i,j-1}^k, f_{i,j}^k) \\ \min(f_{i,j}^k, f_{i,j+1}^k) &\leq f_{j+} \leq \max(f_{i,j}^k, f_{i,j+1}^k) \end{aligned} \quad (\text{AII.4})$$

Cette condition va être garantie en choisissant convenablement les valeurs des pentes. On comprend alors l'importance de ce choix pour le schéma numérique, il va influencer non seulement la stabilité de la méthode mais aussi le degré de diffusion numérique.

## AII-2 CHOIX DES PENTES

Munz [Mu-1] propose de sélectionner les pentes suivant la relation :

$$s_i(a_i, b_i) = \text{sg}(a_i) \max(|\min \text{mod}(k_s a_i, b_i)|, |\min \text{mod}(a_i, k_s b_i)|) \quad (\text{AII.5})$$

pour la première direction,  $a_i$  et  $b_i$  sont les deux gradients suivants :

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{f_{i,j}^k - f_{i-1,j}^k}{x_i - x_{i-1}} \\ b_i &= \frac{f_{i+1,j}^k - f_{i,j}^k}{x_{i+1} - x_i} \end{aligned} \quad (\text{AII.6})$$

et

$$s_j(a_j, b_j) = \text{sg}(a_j) \max(|\min \text{mod}(k_s a_j, b_j)|, |\min \text{mod}(a_j, k_s b_j)|) \quad (\text{AII.7})$$

$$\begin{aligned} a_j &= \frac{f_{i,j}^k - f_{i,j-1}^k}{v_j - v_{j-1}} \\ b_j &= \frac{f_{i,j+1}^k - f_{i,j}^k}{v_{j+1} - v_j} \end{aligned} \quad (\text{AII.8})$$

la fonction  $\min \text{mod}(p, q)$  donne le minimum du module des deux variables  $p$  et  $q$  si elles sont de mêmes signes et est égale à 0 si elles sont de signes opposés. Quant aux valeurs de  $k_s$ , dans le cas d'une grille uniforme, elles sont comprises entre 1 et 2, ce qui assure que les valeurs de  $f$  aux frontières de la cellule considérée restent comprises entre les valeurs de  $f$

moyennes qui l'encadrent. Notons que si  $k_s=0$ , nous retrouvons le schéma Upwind classique d'ordre 1. Munz [Mu-1] a effectué plusieurs tests de validité de la méthode en fonction des pentes possibles. Il a constaté que  $k_s=2$  permettait d'obtenir les meilleurs résultats (schéma "Superbee"), dans ce cas au moins l'une ou l'autre des valeurs du couple  $(f_{i-}, f_{i+})$  est égale à  $f_{i-1,j}$  ou  $f_{i+1,j}$ , et  $f_{i,j-1}$  ou  $f_{i,j+1}$  est égale à  $f_{j-}$  ou  $f_{j+}$ .

De façon analogue à ce qui a été fait pour le calcul des fonctions  $f$  interne et externe, voir relation (AII.2), nous pouvons définir à l'instant  $k$  les 4 valeurs du flux  $\phi$  internes ( $\phi_{i-,j}^k$  et  $\phi_{i-,j-}^k$ ) et externes ( $\phi_{i+,j}^k$  et  $\phi_{i+,j+}^k$ ) pour la cellule  $ij$ . En considérant la vitesse  $v_j^k$  indépendante de  $x$ , nous obtenons pour la direction  $x$ :

$$\phi_{i\pm,j}^k = f_{i\pm}^k v_j^k \quad (\text{AII.9})$$

et pour la direction  $v$ , l'accélération est indépendante  $\gamma_i^k$  de  $v$  soit:

$$\phi_{i,j\pm}^k = f_{j\pm}^k \gamma_i^k \quad (\text{AII.10})$$

### AII-3 EQUATION DE VLASOV DISCRETISEE

En utilisant le schéma Upwind, la fonction  $f_{i,j}^{k+1}$  à l'instant  $t^{k+1} = t^k + \Delta t$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} f_{i,j}^{k+1} = f_{i,j}^k &+ \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ g(\phi_{(i-1)+,j}^k, \phi_{i-,j}^k) - g(\phi_{i+,j}^k, \phi_{(i+1)-,j}^k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta v} \left[ g(\phi_{i,(j-1)+}^k, \phi_{i,j-}^k) - g(\phi_{i,j+}^k, \phi_{i,(j+1)-}^k) \right] \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta v} S_i^k \delta(j - j_0) \end{aligned} \quad (\text{AII.11})$$

Le  $\delta(j - j_0)$  signifie simplement que les ions sont créés à la vitesse  $v_0$  située dans l'élément  $j_0$ , ils sont uniformément répartis dans les mailles. la fonction  $g(d, e)$  permet de déterminer le flux de particules qui entre ou sort de la cellule, en privilégiant le sens de déplacement des ions. Cette fonction vaut  $d$  si elle est positive ou nulle et  $e$  dans le cas contraire. Le pas en temps doit satisfaire une condition de type CFL (voir § III-3-1-b). Le

critère de stabilité porte sur la valeur minimale entre le temps CFL obtenu avec la vitesse maximale et le temps CFL obtenu à l'aide de l'accélération maximale.

---

---

***Annexe III***

***DESCRIPTION DE LA SIMULATION PARTICULAIRE  
MONTE CARLO DU TRANSPORT DES IONS***

---

---



### *AIII Description de la Simulation Particulaire Monte Carlo du Transport des Ions*

Nous allons voir dans un premier temps le principe du transport des ions, dans un deuxième temps les différentes façons de prendre en compte le terme source. Dans un troisième et dernier temps, nous analyserons les choix qui se sont offerts à nous afin de réduire le temps de calcul en traitant au mieux l'évolution du nombre d'ions dans notre simulation.

#### **AIII-1 TRANSPORT DES IONS**

Puisque les ions ne sont pas confinés par le champ magnétique, l'intégration de leurs trajectoires par la méthode du "leap-frog" (voir Chapitre II) devient très simple. Pour un ion numéro 1, la nouvelle vitesse à l'instant  $t^{k+1/2}$  et la nouvelle position à l'instant  $t^{k+1}$  sont déduites des relations :

$$\begin{aligned} v_1^{k+1/2} &= v_1^{k-1/2} + \frac{eE^k}{M} \Delta t \\ x_1^{k+1} &= x_1^k + v_1^{k+1/2} \Delta t \end{aligned} \tag{AIII.1}$$

où  $M$  et  $\Delta t$  sont respectivement la masse des ions et le pas en temps, sont supposés connus la vitesse  $v_1^{k-1/2}$ , la position  $x_1^k$  et le champ  $E^k$ .

Les ions distribués entre la cathode et l'anode sont d'abord accélérés et déplacés pendant  $\Delta t$  suivant la relation (AIII.1). Des ions sont ensuite créés suivant la distribution du terme source (voir § AIII.2) et les grandeurs macroscopiques (énergie moyenne, vitesse de dérive, flux et densités) ainsi que la fonction de distribution des ions FDI sont enfin calculées. La Figure AIII-1 résume sous forme de diagramme les principales étapes de l'algorithme.

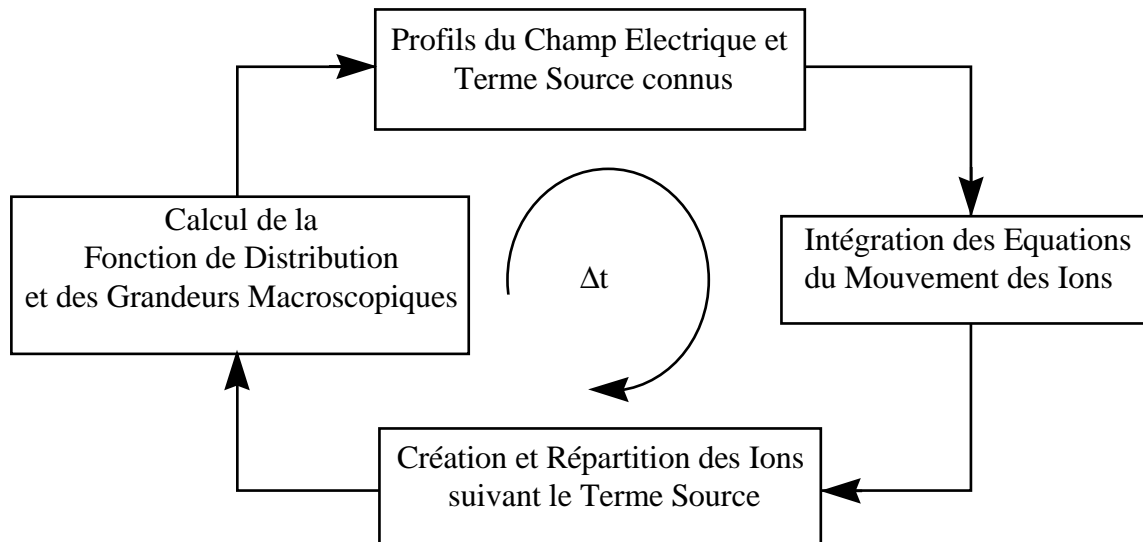


Figure AIII-1 : Algorithme de la simulation Particulaire Monte Carlo (PMC) non collisionnelle pour les ions.

### AIII-2 PRISE EN COMPTE DU TERME SOURCE

L'espace entre l'anode et la cathode est divisé en  $N$  cellules de mêmes dimensions. La  $i^{\text{ème}}$  cellule de dimension  $\Delta x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$  est centrée sur la position  $x_i$ . Initialement  $N_0$  ions (typiquement 20 000) sont répartis entre l'anode et la cathode de façon uniforme avec un poids proportionnel à la densité initiale uniforme ( $10^8 \text{ cm}^{-3}$ ) et inversement proportionnel au nombre d'ions générés dans la cellule considérée. Leur position est déterminée en tirant un nombre aléatoire équidistribué sur  $[x_{i+1/2}, x_{i-1/2}]$ . Leur vitesse initiale est  $v_0$ . Nous pouvons raisonner suivant deux façons pour traiter les particules créées suivant le terme source. Soit nous considérons un nombre d'ions créés constant dans une maille, dans ces conditions, si nous appelons  $w_l^k$  le poids d'un ion numéro  $l$  à l'instant  $k$ :

$$w_l^k = \frac{S_i^k \Delta t}{N_{s,i}^k} \quad (\text{AIII.2})$$

où  $S_i^k$  est le terme source dans la cellule  $i$  et à l'instant  $k$  et  $N_{s,i}^k$  est le nombre préalablement choisi d'ions créés dans la maille  $i$  au même instant. Dans ces conditions, les poids affecté à chaque ion dans une maille donnée est constant, celui-ci est d'autant plus grand que le terme source dans une cellule donnée est important.

Une autre méthode consiste non plus à considérer le nombre d'ions constant mais un nombre d'ions proportionnel au terme source. Suivant cette méthode, si nous appelons  $n_{ion}$  le nombre d'ions que l'on veut créer dans tout notre domaine, le nombre d'ions créés dans une cellule  $i$   $N_{s,i}^k$  est alors donné par la relation :

$$N_{s,i}^k = \frac{S_i^k}{S_{max}^k} n_{ion} \quad (AIII.3)$$

où  $S_{max}^k$  est le terme source maximal. Le poids des ions est alors donné par une relation analogue à (AIII.2).

Ces deux méthodes posent des problèmes, dans la première d'entre elles, le nombre d'ions va rapidement augmenter surtout en début de simulation quand les ions "primaires" (issus de la densité initiale) ne sont pas encore sortis du système, d'où un accroissement du temps de calcul. La deuxième méthode permet de gérer de façon plus précise le nombre d'ions, la difficulté de cette méthode réside dans le fait que le terme source peut varier de plusieurs ordres de grandeur entre le terme source maximal et le terme source minimal (voir chapitre V), il est difficile, dans ces conditions, de rendre compte correctement du gradient du terme source à travers le nombre d'ions. En effet, pour un rapport  $\frac{S_{max}^k}{S_{min}^k}$  de  $10^4$ , il faut au moins engendrer 10 000 nouvelles particules, dans le cas contraire, il n'y aura pas d'ions créés dans les cellules où le terme source est minimal. Ceci peut se traduire à terme par des discontinuités dans le calcul des densités et donc du champ électrique.

Nous avons opté pour une méthode "hybride", c'est à dire qu'une partie du nombre d'ions sera proportionnel au terme source avec une autre partie assurant un nombre minimal d'ions créés dans chaque cellule de notre domaine. En appelant  $n_{ionc}$  le nombre d'ions que l'on va simuler et  $n_{min}$  le nombre d'ions minimal, on en déduit le nombre d'ions dans une maille  $i$  à l'instant  $k$  :

$$N_{s,i}^k = \frac{S_i^k}{S_{max}^k} n_{ionc} + n_{min} \quad (AIII.4)$$

nionc est directement contrôlé par le nombre d'ions sortant du système à chaque instant. Le poids des particules est donné par (AIII.2). La position de chaque particule est déterminée à l'aide d'un nombre aléatoire. Cette méthode permet de s'affranchir des problèmes de discontinuité dans l'évolution du nombre d'ions.

La simulation PMC pose des problèmes de statistique qui peuvent être améliorés en considérant plus de particules. Cependant, le temps de calcul augmentera d'autant plus que le nombre de particules est important. Il est donc essentiel de trouver une méthode qui permette de conserver des temps de simulation raisonnables.

### AIII-3 REDUCTION DU TEMPS DE CALCUL

Une première méthode permettant de réduire le temps de calcul est la suivante. Supposons qu'à l'instant  $t$  le nombre réel d'ions à stocker est  $N$  mais on ne veut qu'en garder  $N_g$ , on élimine donc  $(N - N_g)$  particules parmi celles qui ont les poids les plus petits. Les poids des  $N_g$  ions qui restent sont multipliés par un facteur de pondération de manière à conserver le poids total des ions stockés [Fi-1]. Dans ces conditions le nouveau poids  $w_l^{n,k}$  affecté à une particule conservée  $l$  pour la simulation est donné par la relation :

$$w_l^{n,k} = w_l^k \frac{\sum_{j=1}^N w_j^k}{\sum_{j=1}^{N_g} w_j^k} \quad (\text{AIII.5})$$

Le fait de réduire le nombre d'ions simulés ne doit en pas influencer les résultats ni introduire des fluctuations statistiques trop importantes, d'où l'intérêt d'éliminer les ions de faibles poids. Cependant, la distribution des ions de faibles poids correspondant directement à la distribution du terme source, nous risquons de "creuser" la densité d'ions, en éliminant des particules toujours dans les mêmes régions. De plus, même si nous utilisons des algorithmes de tri rapide [Pr-1], l'utilisation trop importante de cette technique va entraîner une augmentation du temps de calcul. L'élimination d'un nombre plus important d'ions à chaque appel de cette méthode réduit certes l'accroissement du temps de la simulation, mais peut entraîner des problèmes de fluctuations. Nous avons opté pour une autre méthode.

Afin que le nombre d'ions ne devienne prohibitif, nous avons fixé un nombre d'ions maximum à une valeur  $N_g$ . Lorsque le nombre d'ions présents à un instant  $k$  dans le système est supérieur à la valeur  $N_g$  (typiquement 25 000), un minimum d'ions est créé en volume (second terme dans l'équation AIII.4). Lorsque le nombre d'ions redevient inférieur à  $N_g$  à un instant  $k'$ , certains ions étant éjectés du moteur, les ions seront créés suivant un terme source intégré entre les deux instants soit :

$$S_i^{k'} = \int_k^{k'} S_i^k dt \quad (\text{AIII.6})$$

L'avantage de cette méthode repose sur sa simplicité de mise en œuvre. De plus cette méthode n'introduit pas de fluctuations statistiques supplémentaires, elle n'influence pas les résultats les grandeurs caractéristiques et la FDI étant en effet calculées à partir des poids des ions qui sont directement proportionnel au terme source.

---

---

*Annexe IV*

***DISCRETISATION ET COUPLAGE SEMI-IMPLICITE  
DES EQUATIONS DE TRANSPORT-POISSON***

---

---

## *AIV Discrétisation et Couplage Semi-Implicite des Equations de Transport-Poisson*

Le modèle non quasineutre (voir Chapitre III) repose sur la résolution pour les électrons des deux premiers moments de l'équation de Boltzmann à savoir une équation de continuité et une équation de conservation de quantité de mouvement. Ces équations sont résolues en 1D dans la direction axiale, le domaine de calcul est divisé en 50 cellules de dimension identique. Le transport des ions est toujours supposé non collisionnel.

### **AIV-1 DISCRETISATION DES EQUATIONS DE TRANSPORT**

Un schéma numérique très stable permettant de résoudre ces équations est le schéma exponentiel de Scharfetter et Gummel [Sc-2], [Gu-2] utilisé à l'origine pour décrire le transport des électrons et des trous dans les semi-conducteurs. Ce schéma a par la suite été adapté pour étudier la physique des décharges dans des sujets aussi divers que les cathodes creuses de type pseudospark [Ou-1], les décharges luminescentes [Fi-1] ou les panneaux à plasma [Pu-2].

Les équations de transport électronique peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \varphi_e}{\partial x} &= S \\ \frac{\partial (n_e D_e)}{\partial x} + (n_e D_e) \frac{\mu_e E}{D_e} &= -\varphi_e \end{aligned} \quad (\text{AIV.1})$$

Dans le schéma exponentiel, les densités  $n_e$  sont définies sur le bord des cellules (au point  $i$ ), alors que les flux  $\varphi_e$  sont définis au milieu de chaque maille (entre les points  $i$  et  $i+1$ ). La grande stabilité numérique de ce schéma repose sur le fait que, si nous considérons les flux constants à l'intérieur de chaque cellule, l'intégration de l'équation de conservation de quantité de mouvement peut s'écrire sous une forme analytique exacte

$$n_e D_e = -\varphi_e \frac{D_e}{\mu_e E} + B \exp\left(-\frac{\mu_e E}{D_e} x\right) \quad (\text{AIV.2})$$

En écrivant la relation (AIV.2) aux deux noeuds consécutifs  $i$  et  $i+1$  correspondant aux positions respectives  $x_i$  et  $x_{i+1}$ , et en posant  $x_{i+1} = x_i + \Delta x$ , on obtient par la méthode classique de discrétisation des Différences Finies (en faisant abstraction de l'indice  $e$ ):

$$\begin{aligned} n_i D_i &= -\varphi_{i+1/2} \frac{D_{i+1/2}}{\mu_{i+1/2} E_{i+1/2}} + B \exp\left(-\frac{\mu_{i+1/2} E_{i+1/2}}{D_{i+1/2}} x_i\right) \\ n_{i+1} D_{i+1} &= -\varphi_{i+1/2} \frac{D_{i+1/2}}{\mu_{i+1/2} E_{i+1/2}} + B \exp\left(-\frac{\mu_{i+1/2} E_{i+1/2}}{D_{i+1/2}} x_{i+1}\right) \end{aligned} \quad (\text{AIV.3})$$

Si l'on soustrait la deuxième équation à la première relation, nous pouvons isoler  $B$  :

$$B \exp\left(-\frac{\mu_{i+1/2} E_{i+1/2}}{D_{i+1/2}} x_i\right) = \frac{n_{i+1} D_{i+1} - n_i D_i}{\exp\left(-\frac{\mu_{i+1/2} E_{i+1/2}}{D_{i+1/2}} \Delta x\right) - 1} \quad (\text{AIV.4})$$

et en posant

$$\begin{aligned} E_{i+1/2} &= \frac{V_i - V_{i+1}}{\Delta x} \\ z_{i+1/2} &= \frac{\mu_{i+1/2}}{D_{i+1/2}} (V_{i+1} - V_i) \end{aligned} \quad (\text{AIV.5})$$

Nous obtenons l'expression du flux à la position  $i + 1/2$  :

$$\varphi_{i+1/2} = \frac{1}{\Delta x} \left[ n_i D_i \exp(z_{i+1/2}) - n_{i+1} D_{i+1} \right] \frac{z_{i+1/2}}{\exp(z_{i+1/2}) - 1} \quad (\text{AIV.6})$$

Cette expression est reportée dans l'équation de continuité (AIV.1)

$$\frac{n_i^{k+1} - n_i^k}{\Delta t} + \frac{\varphi_{i+1/2}^{k+1} - \varphi_{i-1/2}^{k+1}}{\Delta x} = S_i^k \quad (\text{AIV.7})$$

où  $\Delta t$  est le pas dans le temps et  $S_i^k$  le terme source au point  $i$ . Les indices supérieurs  $k$  et  $k+1$  correspondent respectivement aux instants  $t^k$  et  $t^{k+1}$  avec  $t^{k+1} = t^k + \Delta t$ . Le champ électrique, le potentiel, les coefficients de transport, et les termes sources utilisés dans l'équation (AIV.7), sont calculés à l'instant  $t^k$ , tandis que les concentrations des électrons



sont pris à l'instant  $t^{k+1}$  dans l'évaluation des flux  $\phi_{i+1/2}^{k+1}$  et  $\phi_{i-1/2}^{k+1}$ . D'où le système suivant :

$$\begin{aligned}
 & n_{i-1}^{k+1} \left[ -\frac{\Delta t}{\Delta x^2} D_{i-1} \frac{z_{i-1/2}}{\exp(z_{i-1/2}) - 1} \exp(z_{i-1/2}) \right] \\
 & + n_i^{k+1} \left[ 1 + \frac{\Delta t}{\Delta x^2} D_i \left( \frac{z_{i+1/2}}{\exp(z_{i+1/2}) - 1} \exp(z_{i+1/2}) + \frac{z_{i-1/2}}{\exp(z_{i-1/2}) - 1} \right) \right] \\
 & + n_{i+1}^{k+1} \left[ -\frac{\Delta t}{\Delta x^2} D_{i+1} \frac{z_{i+1/2}}{\exp(z_{i+1/2}) - 1} \right] = n_i^k + \Delta t S_i^k
 \end{aligned} \tag{AIV.8}$$

Cette équation forme donc un système à matrice tridiagonale en  $n_{i-1}^{k+1}$ ,  $n_i^{k+1}$  et  $n_{i+1}^{k+1}$  qui peut être résolu par une méthode d'élimination de Gauss standard permettant de connaître ainsi la distribution de la densité d'électrons.

Les conditions aux limites du flux d'électrons sont les suivantes : dans le plan anodique, le flux d'électrons est la somme d'un terme de flux thermique ( $1/4 n_e v_{th} - v_{th}$  étant la vitesse d'agitation thermique des électrons) et d'un terme dû au champ électrique. Ce dernier est nul si la vitesse des particules est dirigée vers le plan anodique et égal au terme de dérive ( $-n_e \mu_e \mathbf{E}$ ) dans le cas contraire. Dans le plan de sortie, nous avons pris en compte le flux d'électrons provenant de la cathode nécessaire à l'entretien de la décharge en supposant quasineutralité ( $n_e = n_i$ ). Lorsque la vitesse des électrons est dirigée vers l'anode, un flux d'électrons égal à  $n_i \mu_e \mathbf{E}$  entre dans la colonne, dans le cas contraire, un flux électronique égal au terme de dérive  $n_e \mu_e \mathbf{E}$  est dirigée vers la cathode.

## AIV-2COUPLAGE SEMI-IMPLICITE DES EQUATIONS DE TRANSPORT-POISSON

Dans le cas d'un plasma, le courant total ( $\mathbf{J}_T$ ) s'écrit comme la somme d'un courant de diffusion ( $\mathbf{J}_{diff}$ ) et d'un courant de conduction ( $\mathbf{J}_{cond}$ )

$$\mathbf{J}_T = \mathbf{J}_{diff} + \mathbf{J}_{cond} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}_e + \mathbf{J}_p = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \tag{AIV.9}$$

Nous pouvons réécrire cette dernière relation dans le cas où les électrons sont collisionnels et les ions non-collisionnels, le courant de conduction se réduit alors au courant de conduction des électrons

$$\mathbf{J}_T = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + en_e \mu_e \mathbf{E} \quad (\text{AIV.10})$$

Nous obtenons une équation différentielle du 1<sup>er</sup> ordre pour le champ électrique. La constante de temps est le temps de relaxation de Maxwell  $\tau_M$  :

$$\tau_M = \frac{\epsilon_0}{en_e \mu_e} \quad (\text{AIV.11})$$

Le plasma est équivalent à une capacité en parallèle avec une résistance, et le temps caractéristique de ce circuit RC est  $\tau_M$ , c'est à dire que le champ électrique relaxe à sa propre valeur avec une constante de temps  $\tau_M$  après une perturbation du total ou de la densité de plasma. Si le temps d'intégration du transport des particules chargées et de l'équation de Poisson est explicite (i.e. si le champ électrique est recalculé à chaque  $\Delta t$  en supposant qu'il est constant pendant le transport des particules entre  $t^k$  et  $t^{k+1}$ ), le pas en temps d'intégration devra rester inférieur au temps de relaxation de Maxwell  $\tau_M$ . Cette contrainte devient d'autant plus pénalisante que la densité d'électrons est importante.

La méthode semi-implicite utilisée par Ventzek et al. [Ve-1], [Ve-2] est un bon compromis entre la méthode explicite et la méthode implicite (résolution simultanée des équations de Transport-Poisson) car elle permet de conserver la simplicité de résolution d'une méthode explicite avec des pas en temps d'intégration beaucoup plus grand (plus de deux ordres de grandeur) que le temps de relaxation de Maxwell. Le principe de cette méthode est, lorsque l'on résout l'équation de Poisson à l'instant  $t^k$ , d'utiliser une estimation de la charge d'espace  $\rho$  au temps  $t^{k+1}$ . Seule la densité d'électrons sera estimée à  $t^{k+1}$  puisque l'évolution des ions est lente vis à vis du pas en temps de la simulation. Le transport des particules chargées entre  $t^k$  et  $t^{k+1}$  s'effectue en supposant que le champ électrique conserve la même valeur entre ces deux instants (comme dans une méthode explicite). Dans ces conditions, l'équation de Poisson devient :

$$\Delta V = -\frac{\rho + \Delta t \frac{\partial \rho}{\partial t}}{\epsilon_0} \quad (\text{AIV.12})$$

En utilisant l'équation de continuité  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_T$  avec  $\mathbf{J}_T$  donnée par la relation (AIV.9), l'expression ci-dessus devient :

$$\Delta V + \frac{\Delta t}{\epsilon_0} \nabla \cdot [\sigma \nabla V] = -\frac{\rho - \Delta t \nabla \cdot \mathbf{J}_{\text{diff}}}{\epsilon_0} \quad (\text{AIV.13})$$

Si nous considérons une conductivité  $\sigma$  constante, la raison pour laquelle nous pouvons utiliser un pas en temps supérieur au pas en temps de relaxation de l'équation de Maxwell apparaît clairement puisque l'équation de Poisson devient dans ces conditions :

$$\left[ 1 + \frac{\Delta t}{\tau_M} \right] \Delta V = -\frac{\rho - \Delta t \nabla \cdot \mathbf{J}_{\text{diff}}}{\epsilon_0} \quad (\text{AIV.14})$$

les oscillations et instabilités numériques pour  $\Delta t > \tau_M$  sont dans ces conditions fortement réduites.

En pratique, la résolution de l'équation de Poisson peut se ramener à un système tridiagonal [Ca-2] en  $V_{i-1}^{k+1}$ ,  $V_i^{k+1}$  et  $V_{i+1}^{k+1}$  que nous n'explicitons pas ici. Ce système est également résolu par une méthode de Gauss pour obtenir le potentiel  $V$  et le champ électrique  $E$ .

Nous allons voir dans le paragraphe qui suit pour un profil de champ magnétique cas1 (voir figure IV-2), un champ  $B$  en sortie de 200 G, un débit de xénon de 5 mg/s et un potentiel de 250 V.

### AIV-3 VALIDATION DE L'HYPOTHESE DE QUASINEUTRALITE

Nous montrons sur la figure AV-1 les variations du courant et des densités des particules chargées et de neutres sur une période 400  $\mu\text{s}$  soit un temps CPU de quelques heures sur un Pentium 233 MHz. Les paramètres  $\alpha$  et  $U$  intervenant dans la mobilité des électrons due aux interactions électron-paroi et dans le terme de pertes d'énergie valent

respectivement 0.2 et 20 eV. Nous rappelons que le rapport  $D_e / \mu_e$  est supposé constant et égale à 1.

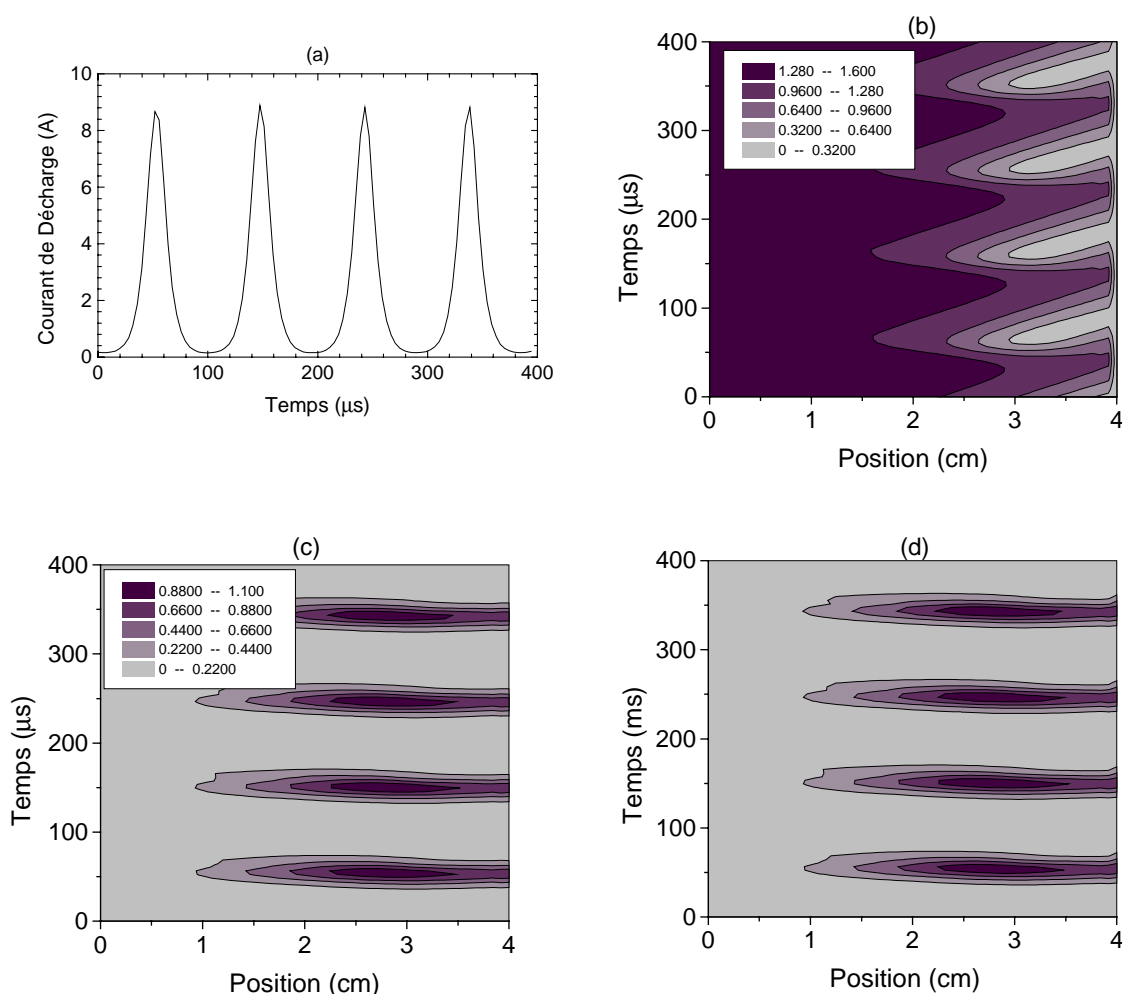


Figure AIV-1 : (a) Variations du courant de décharge en fonction du temps. Les autres courbes (b) (c) et (d) montrent les variations spatio-temporelle respectivement de la densité de xénon (unité  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ), de la densité d'ions (unité  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ) et de la densité d'électrons (unité  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$  - échelle identique à la figure c). Le champ magnétique est de 200 G en sortie (profil cas 1 - voir figure IV-2), le débit de xénon est de 5 mg/s et la tension appliquée aux bornes de la décharge est de 250 V.

Nous voyons que les variations du courant sur la figure AIV-1a présentent également de fortes oscillations à des fréquences de l'ordre de la dizaine de kHz, cette fréquence est plus faible que dans le cas de l'hypothèse de quasineutralité pour des conditions identiques. Nous retrouvons également un comportement comparable au cas étudié dans le chapitre IV avec des oscillations du front de neutres et des densités de particules chargées. Le flux de neutres est ionisé un peu plus en amont dans le canal, d'où une fréquence plus faible.

---

***Annexe V***

***INFLUENCE DES REFLEXIONS AUX PAROIS SUR LE  
TRANSPORT DES NEUTRES DANS LE CANAL***

---

## *AV Influence des Réflexions aux Parois sur le Transport des Neutres dans le Canal*

Dans notre modèle transitoire 1D-1V, nous avons supposé la vitesse des neutres constante axialement et égale à la vitesse d'injection (voir Chapitre III). En faisant l'hypothèse que les atomes ne font pas de collision en volume, la vitesse ne demeure pourtant pas constante dans le canal, puisque les atomes entrent en collision avec les parois du propulseur. Il nous a paru intéressant d'étudier l'influence du type de collision aux parois (miroir ou diffusion semi-isotrope) sur les profils de vitesse et de densité dans la direction axiale. Le flux de particules sera conservé puisque nous ne considérons aucune création ou disparition de particules en volume ou sur les parois. Nous avons injecté dans le plan anodique un flux de particules constant correspondant à un débit de 5 mg/s de xénon. Nous avons utilisé la simulation Monte Carlo décrite au Chapitre II, les atomes n'étant soumis à aucune force extérieure. Les neutres sont émis de façon uniforme dans le plan anodique ( $x=0$ ), leur vitesse d'injection est supposée égale à  $3.1 \cdot 10^4$  cm/s, nous répartissons de manière aléatoire cette vitesse dans les trois directions selon des formules précisées dans le paragraphe II-3-4c. Nous avons suivi les trajectoires de 50 000 neutres de manière à obtenir une statistique convenable (le temps de calcul est de quelques minutes sur un Pentium 233). Les dimensions du moteur sont celles d'un SPT100. Nous avons dans un premier temps regardé le cas des collisions miroirs.

### **AV-1 INFLUENCE DES REFLEXIONS MIROIRS**

Le débit étant fixé à 5 mg/s de xénon, la densité de xénon dans le plan anodique est de  $1.5 \cdot 10^{13}$  cm<sup>-3</sup>. Nous rappelons que dans ce type de réflexion, la composante de la vitesse dans la direction axiale n'est pas modifiée. Les neutres étant injectés avec une vitesse positive dans la direction  $x$ , nous retrouvons par conséquent l'ensemble des particules en sortie du propulseur. Nous avons tracé sur la figure AV-1a et b quelques trajectoires de neutre dans ces conditions. Le transport des neutres va être influencé par la répartition de la vitesse de la particule considérée comme nous pouvons le voir sur la figure AV-1.

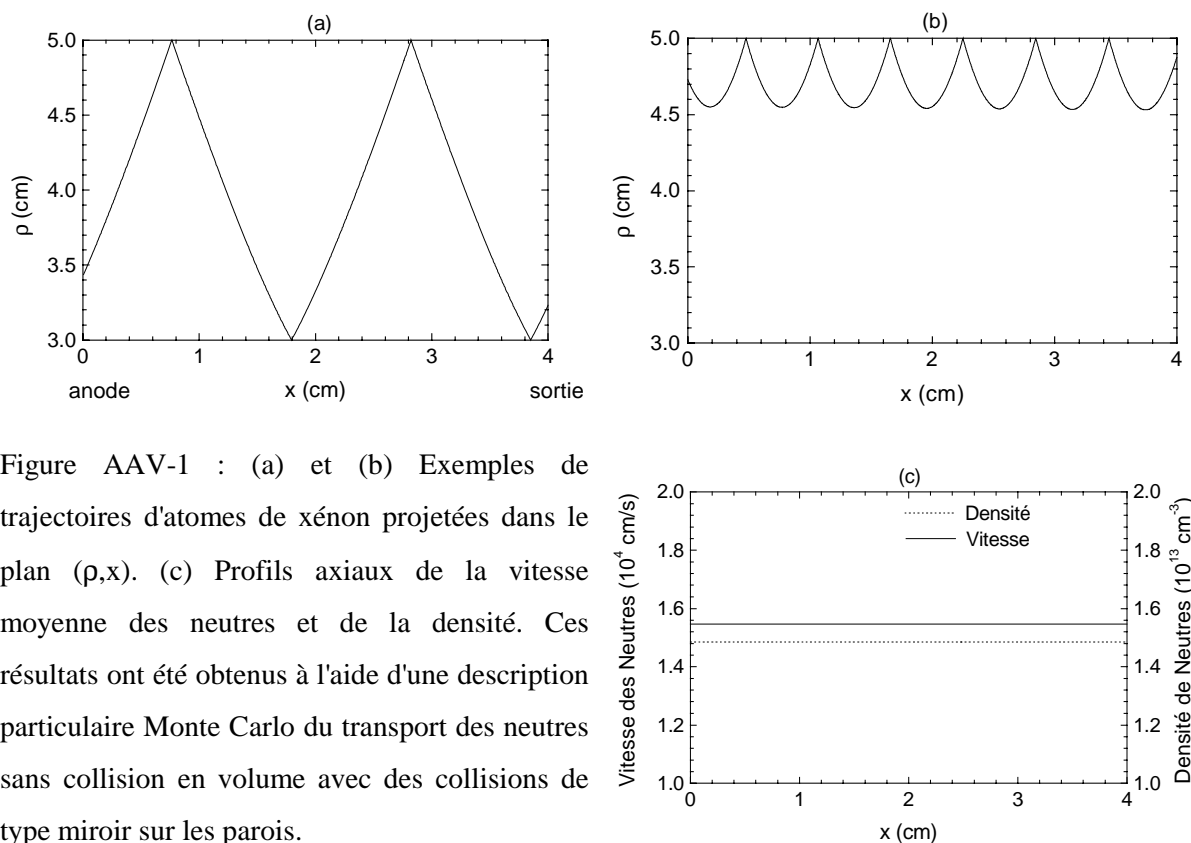


Figure AAV-1 : (a) et (b) Exemples de trajectoires d'atomes de xénon projetées dans le plan  $(\rho, x)$ . (c) Profils axiaux de la vitesse moyenne des neutres et de la densité. Ces résultats ont été obtenus à l'aide d'une description particulaire Monte Carlo du transport des neutres sans collision en volume avec des collisions de type miroir sur les parois.

Les profils de la vitesse axiale du flux de particules et de la densité de neutres moyennées axialement sont tracés sur la figure AV-1c. Nous voyons que la vitesse moyenne des atomes demeure indépendante de la position  $x$  et égale à  $1.55 \cdot 10^4$  cm/s. Cette vitesse correspond à la vitesse moyenne d'injection des atomes de xénon dans le plan anodique. Nous voyons également que la densité reste constante le long de la colonne et égale à la densité de particules injectée dans le plan anodique et égale à  $1.5 \cdot 10^{13}$  cm $^{-3}$ .

Nous avons regardé dans un deuxième temps l'hypothèse des réflexions semi-isotropes.

## AV-2 INFLUENCE DES REFLEXIONS SEMI-ISOTROPES

Dans ce type de réflexion, il y a un changement de quantité de mouvement dans la direction axiale. Dans ces conditions, les particules peuvent soit sortir du moteur soit revenir vers le plan anodique. Lorsqu'une particule atteint l'anode, nous lui avons fait subir une réflexion miroir (voir figure AV-2a et b). Nous retrouvons dans ces conditions l'ensemble des particules traitées en sortie du propulseur.

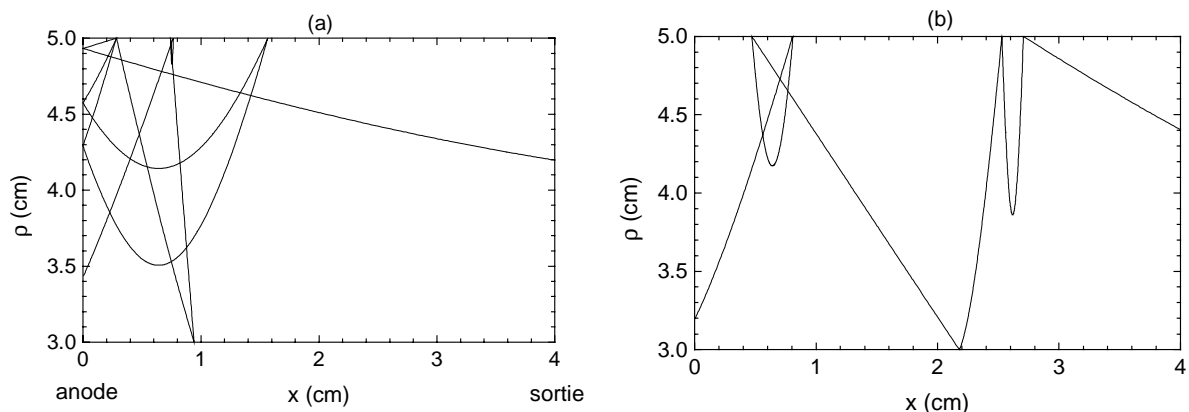


Figure AAV-2 : (a) et (b) Exemples de trajectoires d'atomes de xénon projetés dans le plan  $(\rho, x)$ . (c) Profils axiaux de la vitesse moyenne des neutres et de la densité. Ces résultats ont été obtenus à l'aide d'une description particulière Monte Carlo du transport des neutres sans collision en volume avec des collisions de type semi-isotrope sur les parois.

Le débit est toujours fixé à 5 mg/s de xénon, la densité de xénon dans le plan anodique est de  $1.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ . Comme nous pouvons le remarquer sur la figure AV-2a la densité passe par un maximum voisin de  $4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ . La densité du côté anodique va donc être plus importante que dans la région proche de la sortie du moteur puisque les atomes peuvent être rétrodiffusés vers l'anode (voir figure AV-2a). Dans ces conditions, la vitesse moyenne des particules va augmenter quand on se rapproche du plan de sortie du SPT, ceci apparaît très bien sur la figure AV-2c. Cet aspect peut avoir une importance quant la fréquence des oscillations, qui, comme nous l'avons vu au Chapitre IV, dépend de la vitesse d'injection des neutres.



---

---

## ***Annexe VI***

*"LOW FREQUENCY OSCILLATIONS IN A STATIONARY PLASMA THRUSTER"*

J. Appl. Phys. **84** (7), 3541 (1998)

---

---

# Low frequency oscillations in a stationary plasma thruster

J. P. Boeuf<sup>a)</sup> and L. Garrigues

*Centre de Physique des Plasmas et Applications de Toulouse, Université Paul Sabatier,  
118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex, France*

(Received 30 March 1998; accepted for publication 8 July 1998)

Stationary plasma thrusters are ion thrusters whose properties make them especially suitable for satellite station keeping or orbit transfer. In these thrusters, a magnetic field transverse to the electron flow towards the anode increases the electron collision frequency and makes possible the generation of a plasma at relatively low gas flow and gas density. The decrease of the plasma conductivity due to the magnetic field induces a large electric field in the plasma which accelerates the quasicollisionless ions whose trajectories are not significantly affected by the magnetic field. The purpose of this article is to clarify, using results from a simple model, the electrical properties of these thrusters and the low frequency oscillation regime which has been observed experimentally. The model is based on the assumption of quasineutrality of the plasma column and on a 1D transient hybrid treatment of electron and ion transport in the device. Electrons are considered as a fluid and ions are described with a collisionless kinetic equation. This model provides reasonable estimates of the plasma properties and is able to give a clear picture of the low frequency oscillations, qualitatively close to the experimental observations. © 1998 American Institute of Physics. [S0021-8979(98)07919-5]

## I. INTRODUCTION

The exhaust velocity of the propellant in electric thrusters can be much larger than in conventional chemical systems, and therefore, from momentum conservation, a much lower mass of propellant is necessary to obtain the same change in the velocity of the satellite. The specific impulse of a thruster is, by definition, equal to the exhaust velocity of the propellant divided by the value of the gravitational constant at the earth's surface. It is therefore expressed in seconds and is about one tenth of the exhaust velocity expressed in m/s. The thrust is defined as  $T = \dot{m} U_s$  where  $\dot{m}$  is the mass flow rate and  $U_s$  the exhaust velocity of the propellant. It has been shown that for tasks such as satellite station keeping or small orbit corrections, the optimal values of the specific impulse and thrust are in the 2000 s and 100 mN ranges.<sup>1</sup> These values of specific impulse and thrust can easily be achieved in the stationary plasma thruster (SPT), also known as Hall thruster, or closed-drift thruster. The SPT is characterized by an  $E \times B$  configuration where the externally applied magnetic field is radial and perpendicular to the axial, self-consistent, electric field which accelerates the ions to the exhaust.

These thrusters have been studied for more than three decades and are now operating on several Russian satellites.<sup>2</sup> However, the coupling between electric and magnetic field, and electron, ion and neutral transport is rather complex in these devices and the properties of the SPT are far from being clearly understood. Among the questions which need clarifications are:

(1) Mechanisms responsible for the plasma conductivity. Electron conductivity perpendicular to the magnetic field is

proportional to the electron-neutral collision frequency for large enough magnetic fields. The electron-neutral collision frequency is not large enough near the exhaust where the magnetic field is maximum and the neutral atom density can be very low, to ensure a large enough electron conductivity. Electron "collisions" with the walls (scattering and secondary electron emission) could play an important role in providing the necessary momentum transfer to the electrons.<sup>3</sup> A Bohm type diffusion could also explain the anomalous conductivity. Kaufman<sup>4</sup> suggested that anomalous diffusion in closed-drift thrusters could shift from being caused by bulk fluctuations to being caused by wall effects (or vice versa), as the magnetic field is increased.

(2) Oscillations. Although the SPT operates in a dc regime, it is subject to spontaneous current oscillations in a very broad frequency spectrum.<sup>5,6</sup> Large amplitude oscillations are observed in the 10 kHz range.

An important research effort has been undertaken in Europe<sup>7,8</sup> and in the US to clarify some aspects of the physical mechanisms occurring in these devices in order to optimize their operating conditions.

In this article we present a simple model which is able to reproduce many of the properties of the SPT and can explain the observed low frequency oscillations. In this 1D model, the ions are supposed to be collisionless and are described with a Vlasov equation (one dimensional in space and in velocity), while the electrons are treated as a fluid. Quasineutrality is assumed. The question of the role of electron-wall collisions or Bohm diffusion in the plasma conductivity is obviously out of reach of a simple model and we did not try to solve this problem. We therefore chose to develop a model where the total conductivity is a combination of the classical electron-neutral conductivity and a term representing either the conductivity due to electron-wall collisions or the con-

<sup>a)</sup>Electronic mail: jpb@cpa01.ups-tlse.fr

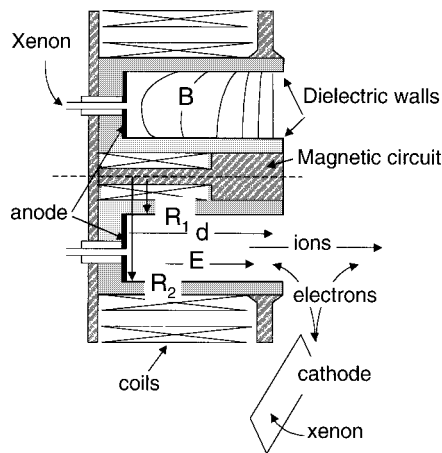


FIG. 1. Scheme of a SPT. For the SPT 100, the dimensions are:  $R_1 = 3$  cm,  $R_2 = 5$  cm,  $d = 4$  cm. For the SPT 50:  $R_1 = 1$  cm,  $R_2 = 2.5$  cm,  $d = 2.5$  cm.

ductivity due to field fluctuations (anomalous Bohm conductivity). The results from both assumptions are discussed in this article. We find that the experimental results can be reproduced better when the observed “anomalous” conductivity is supposed to be due to electron-wall collisions. With this assumption, the model is able to reproduce roughly the current–voltage characteristics of the SPT and to predict the large amplitude, low frequency oscillations.

We first describe in Sec. II the geometry and operating conditions of a typical SPT. The model is described in Sec. III. The results are presented and discussed in Sec. IV.

## II. GEOMETRY AND OPERATING CONDITIONS OF A SPT

A schematic of the SPT is presented in Fig. 1. The plasma column is contained within two coaxial dielectric cylinders, the anode being at one end of the channel and the exhaust at the other end. The cathode, which operates in a hot, hollow cathode regime, is outside the column. In this article we will focus on the properties of the plasma inside the channel. The propellant, generally xenon, is injected from the anode side (and also inside the cathode) with flow rates on the order of a few mg/s. Since the gas density at the point of injection is on the order of  $10^{13}$  cm $^{-3}$  and the length of the column is only a few cm, a magnetic field must be used to confine the electrons. A system of coils inside the inner cylinder and outside the outer cylinder generates a radial magnetic field with a maximum next to the exhaust (see Fig. 1). The electron transit time to the anode and thus the electron impact ionization coefficient are considerably increased by the radial magnetic field. The voltage drop along the column is in the order of 200–300 V, and the radial magnetic field decreases from typically 200 G at the exhaust to much lower values at the anode.

The positive ions are not sensitive to the magnetic field and undergo practically no collisions in the column. They are accelerated toward the exhaust and reach energies corresponding to a large part of the potential drop across the column.

Below are typical conditions which correspond to the “SPT 100” (stationary plasma thruster with 100 mm inner diameter of the outer cylinder) and which have been used in some of the simulations results presented in this article: xenon flow rate at the anode: 5 mg/s; radial magnetic field at the exhaust:  $B_0 = 200$  G; voltage drop across the column:  $V = 200$ –300 V; discharge current: 4–5 A; internal cylinder radius:  $R_1 = 3$  cm; external cylinder radius:  $R_2 = 5$  cm; column length:  $d = 4$  cm.

The geometry of the SPT has some similarity with that of a magnetron reactor, except that a cathode target would be placed in the exhaust plane in a real magnetron. In a magnetron, a thin ion sheath would form between the plasma and the cathode surface. In the SPT this ion sheath does not exist because there is no discontinuity at the exhaust.

## III. 1D QUASINEUTRAL HYBRID MODEL OF A SPT

In previous works, fluid, hybrid, and particle models have been presented. A difficulty inherent to particle models is the large computation time necessary to simulate steady state situations at high plasma density.<sup>9,10</sup> Hirakawa and Arakawa<sup>9</sup> developed a 2D particle model where anomalous conductivity was taken into account by introducing an oscillating azimuthal electric field (due to plasma fluctuations). This assumption was supported by a separate 2D particle simulation in a  $(r, \theta)$  plane with a uniform axial field where the authors found that the azimuthal electric field and electron density oscillate in the azimuthal direction as suggested by Yoshikawa and Rose<sup>11</sup> and by the experiments of Janes and Lowder.<sup>12</sup>

Most of the SPT models are based on a fluid or hybrid description of electron and ion transport, and on the assumption of quasineutrality. The assumption of quasineutrality seems reasonable to describe the plasma column of the SPT except in the Debye sheath near the wall. In a quasineutral model, Poisson’s equation is not solved and the constraints related to the explicit time integration of the transport equations and Poisson’s equation are therefore eliminated. Lentz and Martinez-Sanchez<sup>13</sup> developed a transient 1D quasineutral hybrid model of a stationary plasma thruster where a Boltzmann equation was used for ion transport. In the 1D, quasineutral, steady-state model of Manzella,<sup>14</sup> ion transport was described by continuity and momentum equations assuming free fall. Similar fluid and hybrid models have been used by Morozov and Savelyev.<sup>15</sup> Komurasaki and Arakawa,<sup>16</sup> and Fife and Martinez-Sanchez<sup>17</sup> developed a 2D, quasineutral, transient, hybrid model using fluid equations for electron transport and a Monte Carlo simulation for ion transport. Bohm conductivity was assumed for the electrons. Finally, work is also underway<sup>18</sup> to better understand the electron kinetics in the SPT and especially the role of electron-wall interaction, by using a non-self-consistent approach where the electron kinetic equation is solved for given electric field and magnetic field profiles (the electric field can be deduced from a hybrid model).

The model we have developed is one dimensional along the channel axis and assumes quasineutrality of the plasma. The positive ions are supposed to be insensitive to the mag-

netic field and are described with a 1D-1V (one dimensional in space and in velocity) Vlasov equation. A source term due to electron impact ionization of the neutral flow is added to the ion Vlasov equation. The neutral atoms are supposed to have the same velocity  $v_0$  parallel to the cylinder axis and constant in time. They are therefore described with a simple continuity equation whose source term is negative, corresponding to electron impact ionization. Electrons are treated as a fluid and their transport is described by simplified momentum and energy equations. Only the field term and the collision term are considered in the electron momentum equation. The thermal flux term is neglected in the energy equation. The ionization frequency and the energy loss frequency due to electron-neutral collisions are expressed as a function of electron mean energy assuming a Maxwellian shape of the electron distribution function. The role of the electron-wall interaction on the conductivity is discussed below. Although the model is transient, we are only interested here in time scales related to ion or neutral atom motion. On these time scales, the time derivative terms in the electron momentum and energy equations can be neglected.

This model assuming quasineutrality, the axial electric field in the column is not obtained from Poisson's equation but is deduced from a current equation.

The model is similar to the model described in Ref. 19. However the energy loss term in the electron energy equation is more realistic in the present work, and the respective roles of electron-wall collisions and electron-atom collisions on the overall conductivity are taken into account in a more consistent way in this paper. The oscillation regime predicted by the model described below and its dependency on the discharge parameters (voltage, magnetic field, xenon flow rate) is also more consistent with the experimental observations.

The set of equations defining the model can be written as follows.

### A. Ion Vlasov equation

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{e}{M} E \frac{\partial f}{\partial v_x} = S_{v_x}, \quad (1)$$

where  $f$  is the ion distribution function, which depends on the axial position  $x$  (from the anode), the axial velocity  $v_x$ , and time  $t$ ;  $E$  is the axial electric field and  $e$  and  $M$  are the charge and mass of the ions. The plasma density is obtained from

$$n(x, t) = \int f(x, v_x, t) dv_x. \quad (2)$$

$S_{v_x}$  is the ion production rate in velocity space and is written as

$$\begin{aligned} S_{v_x}(x, v_x, t) &= n(x, t) n_a(x, t) k_i(x, t) \delta(v_x - v_0) \\ &= S(x, t) \delta(v_x - v_0), \end{aligned} \quad (3)$$

where  $n_a$  is the neutral atom density,  $k_i$  the ionization rate, and  $\delta$  is the Dirac delta function. This expression assumes that the ions are created with a velocity equal to the atoms velocity  $v_0$ .

In this first approach, we do not take into account charged particle loss to the walls.

### B. Neutral atom continuity equation

Neutral atoms flow with a constant velocity  $v_0$  and are lost by ionization. The neutral atoms continuity equation is therefore written as

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + v_0 \frac{\partial n_a}{\partial x} = -n n_a k_i. \quad (4)$$

A flux  $\partial_{a,0}$  of atoms with velocity  $v_0$  is injected at the anode and the boundary condition for the neutral atom density  $n_a$  is, therefore,

$$n_a(0, t) = \frac{\varphi_{a,0}}{v_0}. \quad (5)$$

### C. Current continuity

Neglecting the displacement current, the current continuity equation can be written as

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x}. \quad (6)$$

### D. Electron momentum equation

Neglecting inertia and diffusion, the electron momentum transfer equation reduces to the balance between momentum gain due to the electric field and momentum loss due to collisions. This gives the following classical relation between electron flux and electric field:

$$\varphi_e = n \bar{v}_e = -n \mu_e E, \quad (7)$$

where  $\bar{v}_e$  is the electron mean velocity and  $\mu_e$ , the electron mobility. The electron mobility can take different forms according to the transport mechanism.

Assuming a classical mobility  $\mu_{cl}$  in a transverse magnetic field, we can write

$$\mu_e = \mu_{cl} = \frac{e}{m v_m} \frac{1}{1 + \omega_B^2 / v_m^2}, \quad (8)$$

where  $v_m$  is the total electron momentum exchange collision frequency,  $m$  the electron mass, and  $\omega_B$  the electron cyclotron frequency  $\omega_B(x) = eB(x)/m$ .

For large enough magnetic field, the mobility increases with the collision frequency, in contrast to the unmagnetized case:

$$\mu_e \approx \frac{e}{m} \frac{v_m}{\omega_B^2}. \quad (9)$$

In that case, the electron trajectories are confined by the magnetic field, and momentum exchange through collisions is necessary to untrap the electron from their trajectories around the magnetic field lines.

At the exhaust of the SPT, the neutral density becomes very low due to electron impact ionization. On the other hand, the magnetic field is maximal in this region. The electron mobility or conductivity due to electron-atom collisions may become very small and the experimental observations cannot be understood if one assumes that these collisions are the only mechanism responsible for electron conduction.

Morozov *et al.*<sup>20</sup> postulated that electron-wall interaction plays an important role in increasing the electron conductivity in the exhaust region of the SPT, where the magnetic field is large. These authors introduced the concept of “near-wall conductivity,”<sup>21–25</sup> due to the scattering of energetic electrons by the walls and to secondary electron emission by electron impact. The “collisions” between electrons and the walls can play the same role as electron-atom collisions in providing the momentum change necessary to untrap an electron from its trajectory around a magnetic field line. In a first approach, the effect of electron-wall interaction on the electron conductivity has been taken account in our model by adding to the electron-neutral momentum transfer frequency a term due to electron-wall interaction. Therefore

$$\nu_m = (\nu_m)_{\text{neutrals}} + (\nu_m)_{\text{walls}}. \quad (10)$$

The electron-atom collision frequency in xenon can be estimated by

$$(\nu_m)_{\text{neutrals}} = k_m n_a \quad \text{with } k_m = 2.5 \times 10^{-7} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (11)$$

The frequency is on the order of  $4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  for a neutral atom density ( $\sim 1.6 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ) corresponding to a xenon mass flow rate of 5 mg/s with a velocity of  $3 \times 10^4 \text{ cm/s}$ .

For electrons which are energetic enough to overcome the Debye sheath potential, the collision frequency with the walls is on the order of  $v_{e,\text{th}}/(R_2 - R_1)$ , where  $R_1$  and  $R_2$  are the radii of the inner and outer cylinders, respectively, and  $v_{e,\text{th}}$  is the electron thermal velocity. This velocity is typically on the order of  $10^8 \text{ cm s}^{-1}$  (electron temperature of several eV), and  $(R_2 - R_1)$  is 2 cm in the conditions of a SPT 100. Since only a fraction of the electrons have energies larger than the Debye sheath voltage, we chose to represent the electron-wall interaction with a momentum exchange collision frequency of the form:

$$(\nu_m)_{\text{walls}} = \alpha 10^7 \text{ (s}^{-1}\text{)}, \quad (12)$$

where  $\alpha$  is a constant parameter which can be adjusted. We found that the experimental results were reasonably well reproduced by the model for  $\alpha = 0.2$ .

Most of the calculations presented in this article have been performed assuming the above form of the mobility (classical mobility including the effects of electron-atom and electron-wall collisions). However, since there is no clear experimental evidence that Bohm anomalous conductivity does not contribute to the plasma conductivity in the large magnetic field and low neutral density region, we also tried, in a second approach, to include qualitatively the effect of the field fluctuations (responsible for Bohm conductivity). Bohm mobility is given by

$$\mu_B = \frac{1}{16B} = \frac{e}{m} \frac{1}{16\omega_B}. \quad (13)$$

The electron mobility was assumed to tend to the Bohm mobility when the collision frequency is zero and to the classical mobility for zero magnetic field. A form of the mobility which is consistent with these limits is given by Eq. (8) where the collision frequency  $\nu_m$  represents the sum of the

electron-neutral atom momentum exchange frequency, plus an equivalent frequency representing the effect of the field fluctuations (Bohm conductivity):

$$\nu_m = (\nu_m)_{\text{neutrals}} + (\nu_m)_{\text{fluctuations}} = (\nu_m)_{\text{neutrals}} + 16\omega_B. \quad (14)$$

This way of accounting for both collisional and Bohm conductivity is very empirical but gives the classical mobility at low magnetic fields and the Bohm mobility for small collision frequencies. Simply adding the collisional mobility and the Bohm mobility would lead to inconsistent and unphysical results since the mobility would tend to infinity in the region where the magnetic field is close to zero (anode region) and where electron-neutral collisions should control the electron conductivity.

Note finally that Coulomb collisions have been neglected in the expression above of the electron collision frequency. The electron temperature in the SPT is rather large and we find that the contribution of Coulomb collisions (whose cross section decreases faster than  $1/T_e^2$  with the electron temperature  $T_e$ ) to the overall electron collision frequency is negligible. For an electron temperature of 10 eV and a plasma density of  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , the Coulomb collision frequency would be on the order of  $2 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ . This is not sufficient to ensure a large enough electron conductivity in the exhaust region when the neutral density is low.

## E. Electron energy equation

As mentioned above, we neglect the time derivative term in the electron momentum and energy equations since we are interested only in time scales related to neutral atoms or ion motion. Assuming that the electron pressure tensor is diagonal and isotropic and that the electron thermal energy  $\bar{\epsilon}$  is large with respect to the electron drift energy, and neglecting the thermal flux term, the electron energy equation can be written as

$$\frac{5}{3} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} = -eE + \frac{\bar{v}_\epsilon}{v_e} \bar{\epsilon}, \quad (15)$$

where  $\bar{v}_\epsilon$  is the electron mean velocity and  $\bar{v}_\epsilon$  the electron energy loss frequency. In the case of classical mobility in a transverse field, using Eqs. (7) and (8) in Eq. (15) gives the following form of the energy equation:

$$\frac{5}{3} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} = -eE + \frac{\bar{v}_\epsilon(\omega_B^2 + \nu_m^2)}{e \nu_m E} \bar{\epsilon}. \quad (16)$$

In the case where electron-wall collisions are included in the total momentum exchange frequency [Eqs. (10)–(12)], we write the total electron energy loss frequency as

$$\bar{v}_\epsilon = (\bar{v}_\epsilon)_{\text{neutrals}} + (\bar{v}_\epsilon)_{\text{walls}}, \quad (17)$$

where the contribution of the neutral atoms is

$$\bar{\epsilon}(\bar{v}_\epsilon)_{\text{neutrals}} = \sum_k \epsilon_k \bar{v}_k + \bar{v}_i \bar{\epsilon}. \quad (18)$$

In this equation,  $\bar{v}_k$  is the electron-atom collision frequency for the inelastic process  $k$  (including ionization), and  $\epsilon_k$  is the corresponding energy threshold of this process. The

second term in the right-hand side of Eq. (18) corresponds to the energy loss per electron due to the generation of new electrons through ionization. This term takes into account in an approximate way the contribution of the  $\bar{\epsilon}[(\partial n/\partial t) + (5/3)(\partial n \bar{v}_e/\partial x)]$  term in the equation for the energy density ( $n\bar{\epsilon}$ ) from which the energy Eq. (15) is deduced. Using the electron continuity equation, it is easy to see that the contribution of this term to the energy density equation is on the order of  $n\bar{\epsilon}\bar{v}_i$  which is a sufficient approximation for our purpose (this term is actually closer to  $\frac{5}{3}n\bar{\epsilon}\bar{v}_i$  for a steady-state problem).

The contribution of the walls to the energy loss frequency is supposed to be of the form

$$(\bar{\nu}_\epsilon)_{\text{wall}} = \alpha 10^7 \exp(-U/\bar{\epsilon}) \text{ (s}^{-1}\text{)}, \quad (19)$$

where  $U$  is a parameter taken to be equal to 20 eV in the calculations, and  $\alpha$  is defined in Eq. (12). The energy loss term corresponding to this frequency can, for example, represent (empirically) the energy loss per electron due to the emission of secondary electrons by the wall under electron bombardment. For large enough electron energy this frequency is close to the momentum exchange frequency of electron-wall collisions which means implicitly that the secondary electron emission coefficient under electron bombardment is on the order of 1. The influence of the values of  $\alpha$  and  $U$  on the results of the simulations is discussed in Sec. IV E.

In the approach where Bohm conductivity is considered [Eq. (14)] the only term we consider in the electron energy loss frequency is the contribution of electron-atom collisions,  $(\bar{\nu}_\epsilon)_{\text{neutrals}}$ .

### F. Ionization and energy loss rates

The dependence of the ionization rate and the energy loss rate on the electron mean energy or temperature are obtained by assuming that the electron distribution function is Maxwellian. The ionization rate  $k_i$  is therefore given by

$$k_i = \int \sigma_i \nu F_M(\mathbf{v}, T_e) d^3 \nu, \quad (20)$$

where  $k_B T_e = \frac{2}{3}\bar{\epsilon}$ ,  $F_M$  is the normalized Maxwellian distribution function (at temperature  $T_e$ ),  $\mathbf{v}$  is the electron velocity, and  $\sigma_i$  is the ionization cross section. The ionization and other inelastic electron-xenon cross sections used in this work are the same as those of Puech and Mizzi.<sup>26</sup>

The direct electron impact ionization frequency is related to the rate above by

$$\bar{\nu}_i = n_a k_i. \quad (21)$$

The other inelastic collisions rates and frequencies are obtained from a similar formula. The ionization frequency and the electron energy loss frequency of Eq. (18) have been tabulated as a function of mean electron energy, and their values in Eqs. (3), (4), and (18) are obtained by linear interpolation from these tables.

### G. Field equation and boundary condition

As mentioned above, the electric field in a quasineutral model cannot be obtained from Poisson's equation. The electric field distribution is deduced from the electron momentum equation by

$$E(x, t) = - \frac{\varphi_e(x, t)}{n(x, t)\mu_e}. \quad (22)$$

Integrating the current continuity Eq. (6), one gets

$$\varphi_e - \varphi_i = - \frac{J_T}{e}, \quad (23)$$

where  $J_T$  is the total axial current in the plasma at time  $t$ .

Replacing the electron flux in the field equation above, we obtain

$$E(x, t) = - \frac{\varphi_i(x, t)}{n(x, t)\mu_e} + \frac{J_T(t)}{n(x, t)e\mu_e}. \quad (24)$$

Imposing the potential drop  $V$  across the column and knowing the plasma density and ion flux from the solution of the ion Vlasov equation, the total current in the device can be deduced from

$$V = V(d) - V(0) = - \int_0^d E(x, t) dx, \quad (25)$$

where  $d$  is the abscissa of the exhaust (i.e., the length of the channel).

Note that the voltage  $V$  which is imposed in the model is the voltage drop along the column, and not the discharge voltage. The discharge voltage is the sum of the column voltage drop  $V$ , the cathode fall voltage (on the order of 10–20 V) and the possible voltage drop in the plasma region next to the exhaust and outside the cylinders (where the magnetic field is still non-negligible).

The plasma outside the concentric cylinders is not described in the model. The electron current flowing inside the device at the exhaust is obtained from Eq. (23) from the total current [deduced from Eq. (25)] and the ion flux given by the solution of the ion Vlasov equation. The mean energy of the electron entering the column is imposed and is set to 10 eV in the calculations. The neutral density at the anode is imposed and is given by Eq. (5).

Finally, the ion density at the anode was set to a nonzero value equal to  $10^9 \text{ cm}^{-3}$  in the calculations presented below. The effect of this boundary condition is discussed in Sec. IV F.

### H. Numerical method

The equations above are solved in a straightforward way using second-order upwind schemes for the ion Vlasov equation and the neutral atom continuity equation. The electric field distribution and total current at a given time are obtained from Eqs. (24) and (25) after each time integration step of the ion transport equation. The electron energy equation is integrated with a fourth-order Runge–Kutta method. The upwind scheme used for the atom continuity equation and the ion Vlasov equation is rather diffusive. In order to

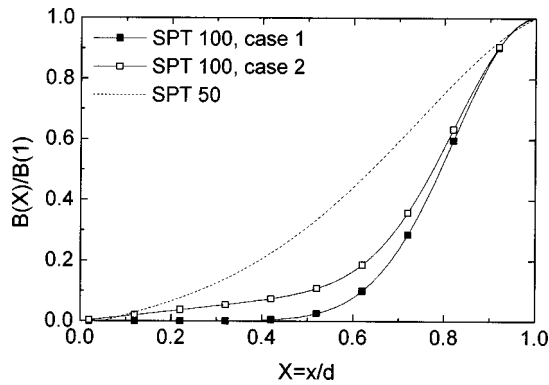


FIG. 2. Axial distribution of the radial magnetic field taken into account in the calculations for the SPT 100 and SPT 50. The dashed curve corresponds to the field profile in the experiments of Guerrini *et al.* (see Ref. 27) (SPT 50).

check the accuracy of this simple numerical algorithm, we also developed a particle model to describe ion transport. We found that when the Monte Carlo simulation is used instead of the upwind integration scheme for the ion Vlasov equation, the differences in the calculated current, plasma density, neutral density, and electric field are rather small. When spontaneous oscillations occur, both models give similar frequency and amplitude of oscillations. However, the ion distribution in velocity space shows some obvious numerical diffusion effects when the upwind scheme is used.

#### IV. RESULTS AND DISCUSSION

The model described above has been used for two different geometries corresponding to the SPT 100, where the diameters of the inner and outer cylinders are 6 and 10 cm, respectively, and to the SPT 50 where these diameters are 3 and 5 cm. Comparisons with available experimental measurements have been made in the case of the SPT 50. Two different axial distributions of the radial magnetic field have been considered in the case of the SPT 100 and will be referred to as case 1 and case 2 in the following. These profiles are plotted in Fig. 2. The magnetic field in the exhaust region is similar in both cases, but the magnetic field in the region between the anode and 1 cm before the exhaust is much smaller in case 1 (see Fig. 2) than in case 2. In the case of the SPT 50, the magnetic field profile (dashed line of Fig. 2) is similar to the one in the experiments of Guerrini *et al.*<sup>27</sup>

We describe below the current–voltage characteristics of the thruster and the mechanisms leading to spontaneous low frequency oscillations.

##### A. Current–voltage characteristics

Figure 3 shows the calculated current–voltage characteristics for the SPT 100. The inner cylinder radius is 3 cm, the inner radius of the outer cylinder is 5 cm, and the length of the column is 4 cm. The flow rate is set to 5 mg/s and the maximum value of the magnetic field (at the exhaust) is 200 G. The axial profile of the radial magnetic field corresponds to case 1 of Fig. 2.

The dark symbols in Fig. 3 indicates the regimes where the discharge exhibits spontaneous oscillations of the cur-

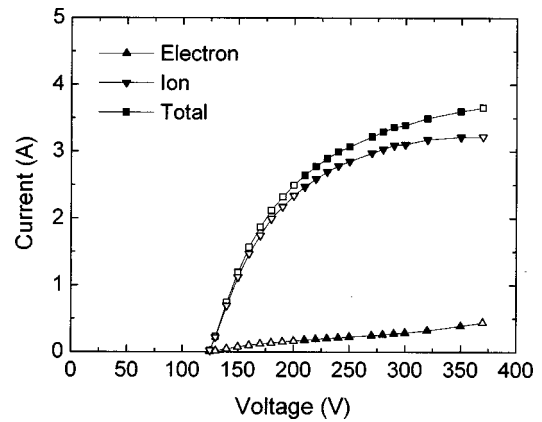


FIG. 3. Calculated current–voltage characteristics of a SPT 100 for a xenon mass flow rate of 5 mg/s. The magnetic field distribution corresponds to case 1 of Fig. 2, and the maximum field (at the exhaust) is 200 G. The dark symbols correspond to a spontaneous oscillation regime and the open symbols correspond to a nonscillatory regime. The value of the voltage corresponds to the voltage along the column. The ion current and electron current at the exhaust are also represented.

rent. The voltage across the column is imposed, and no external circuit has been included. When current oscillations are present, the values displayed in Fig. 3 correspond to time averaged quantities. In the conditions of Fig. 3, current oscillations appear above 200 V. For voltages above 350 V, no oscillations are observed. We give more details about the low frequency oscillations in Secs. IV C and IV D.

Figure 3 also shows the variations of the electron and ion currents at the exhaust, as a function of the voltage across the column. It appears that the positive ions carry more than 90% of the total current at the exhaust in typical operating conditions (e.g., for  $V=250\text{--}300$  V). The maximum ion current in these conditions is about 3.7 A which corresponds to complete ionization of the neutral atom flow for a mass flow rate of 5 mg/s. The calculated ion current for voltages above 300 V in Fig. 3 is close to this limit.

A comparison between experimental and calculated ion current as a function of voltage for the SPT 50 is shown in Fig. 4. The experimental points have been taken from Guer-

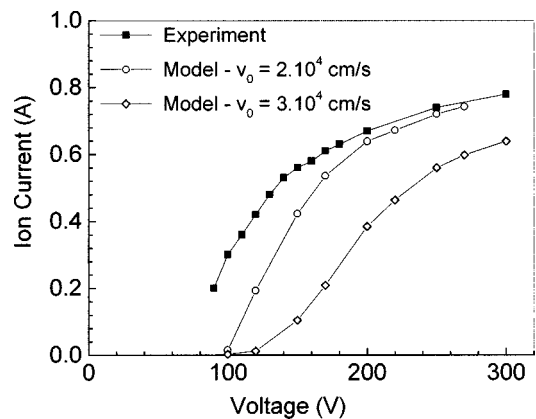


FIG. 4. Comparisons between the calculated (this work) and measured (see Ref. 27) current–voltage characteristics for a SPT 50. The calculations have been done for two values of the xenon atom velocity  $v_0$  (mass flow rate 1.17 mg/s, magnetic field at exhaust 176 G).

rini *et al.*<sup>27</sup> The magnetic field intensity at the exhaust is 176 G in this case and the xenon flow rate is 1.17 mg/s. It is interesting to note that although the shapes of the measured and calculated curves are similar, the calculated characteristic is shifted from the measured one by several tens of V. This discrepancy is probably related to the simplicity of the model, to the assumption of a Maxwellian electron distribution function, and to the neglect of the ionization mechanisms other than direct electron impact ionization. The calculations displayed in Fig. 4 also show that the results are very sensitive to the atom velocity  $v_0$ , a parameter not accurately known. The model and experiment give similar values of the ion current for voltages in the 200–300 V range when the xenon atom velocity is supposed to be  $2 \times 10^4$  cm/s. The variations (not shown) of the measured and calculated ion current as a function of xenon flow rate in this range are very similar. The calculated thrust of this engine is on the order of 15 mN in the conditions of Fig. 4 and for a column voltage of 250 V, in good agreement with the experimental measurements.

**B. Time-averaged plasma properties**

In this section we discuss the axial profiles of the plasma properties. We choose to illustrate these properties for the SPT 100 for a column voltage of 200 V. The profile of the magnetic field corresponds to case 1 of Fig. 2, with 200 G at the exhaust, and the mass flow rate is 5 mg/s. This choice of conditions is convenient for our discussion here since, as we shall see in the following, there are no oscillations for this value of the voltage. For cases with oscillations, the time-averaged profiles of the plasma properties are very similar to those corresponding to the case discussed here.

Figures 5(a), 5(b), and 5(c) show, respectively, the space variations of the electric field and potential, plasma density and mean electron energy, neutral atom density and ionization rate. We see in Fig. 5(a) that most of the potential drop occurs in the exhaust region, where the magnetic field is large. The electric field in the large magnetic field region has to increase in order to compensate for the low electron conductivity in that region and to ensure current continuity. This region is the “acceleration region,” i.e., the region where the positive ions are accelerated and extracted from the plasma. An important feature of the SPT is that, unlike in electrostatic ion thrusters, the current is not space charge limited and the electric field which accelerates the ion is not a space-charge field but is the result of the low electron conductivity induced by the large magnetic field in the exhaust region. The space variations of the plasma density displayed in Fig. 5(b) show that the plasma density reaches  $5 \times 10^{11}$  cm<sup>-3</sup> under these conditions, the maximum being about 1 cm from the exhaust. The electron mean energy is maximum close to the exhaust and decreases to about 10 eV (electron temperature of 6.7 eV) in the low electric field region. The neutral atom density [Fig. 5(c)] is almost constant from the anode to  $x = 2$  cm, and decreases to about 30% of its anode value at the exhaust, due to electron impact ionization in the acceleration region. For large voltages, the atom density at the exhaust can be less than 10% of its value at the anode. The

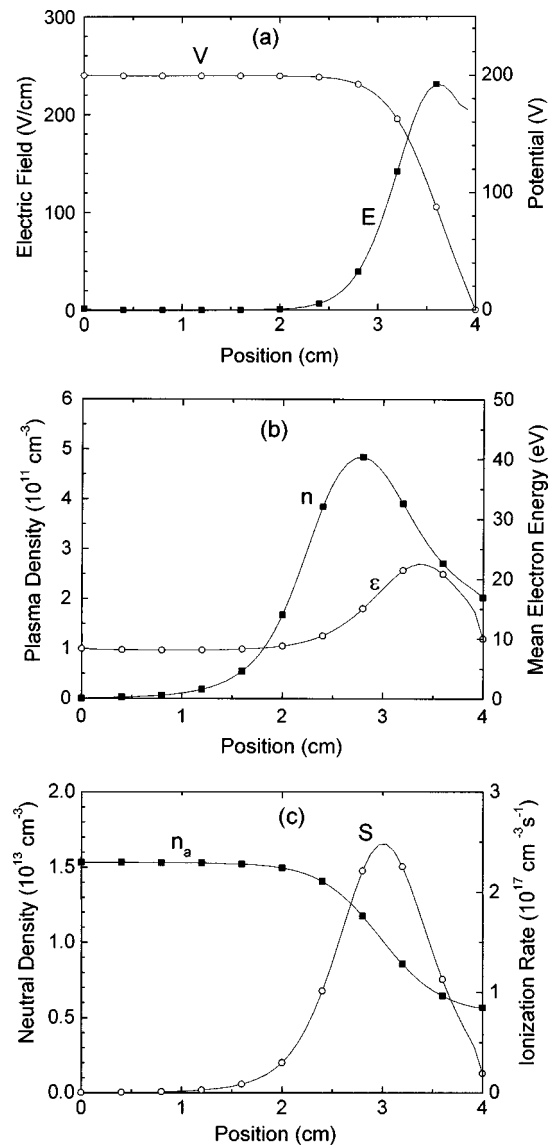


FIG. 5. (a) Time-averaged axial profiles of electric field and potential in the geometry of the SPT 100, for the magnetic field profile of Fig. 2, case 1, for a column voltage  $V_a=200$  V, and a xenon mass flow rate of 5 mg/s. (b) Time-averaged axial profiles of plasma density and electron mean energy in the conditions of (a). (c) Time-averaged axial profiles of xenon density and ionization source term in the conditions of (a).

space variations of the ionization rate also displayed in Fig. 5(c) show that the maximum ion production occurs at  $x \sim 3$  cm, i.e., at the entrance of the acceleration region. We use in the following the term “ionization zone” or “production zone” to qualify the region around the maximum ion production, and “conduction zone,” the region between the anode and the ionization zone, where the electron conductivity is large because of the low magnetic field.

Although it is difficult to exhibit meaningful quantitative comparisons with experiments, the numerical results of Fig. 5 reproduce well qualitatively the experimental observations and are coherent with our global understanding of the stationary plasma thruster. For example, the two-dimensional spatially resolved Langmuir probe measurements of plasma potential, electron temperature, and plasma density by Bishaev and Kim<sup>28</sup> are consistent with the calculations of Fig. 5



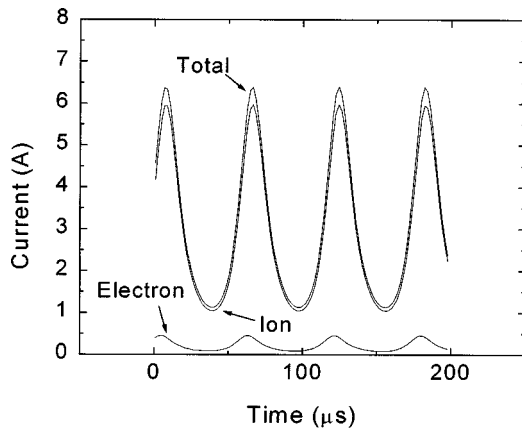


FIG. 6. Time evolution of the total current, electron current, and ion current at the exhaust in the SPT 100 for a column voltage  $V_a=240$  V, a xenon mass flow rate of 5 mg/s, and for a magnetic field distribution corresponding to case 1 of Fig. 2.

(with a rather good quantitative agreement, i.e., maximum plasma density around  $6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , electron temperature around 5 eV in the conduction zone, and on the order of 20–25 eV in the acceleration zone). Guerrini *et al.*<sup>29</sup> also performed probe measurements of the electron temperature, ion density, and plasma potential along the channel axis of a SPT 50. The measured profiles of these quantities are similar to those of Fig. 5. The measured electron temperature has a maximum around 20 eV located about 5 mm from the exhaust (the length of the SPT 50 is 2.5 cm, instead of 4 cm for the SPT 100) and is constant and close to 5 eV in the anode region from  $x=0$  to  $x \sim 1$  cm. The measured plasma density profile is similar to the one of Fig. 5(b) with a maximum value ( $\sim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ) about twice larger than the calculated one in the SPT 100. The plasma density measured inside the channel, in the conduction zone is on the order of  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , i.e., not as small as the calculated one [Fig. 5(b)]. This is probably because the magnetic field in the conduction zone in the experiments of Guerrini *et al.*<sup>29</sup> on the SPT 50 is larger than the one used in the calculation of Fig. 5 (compare the magnetic profile of case 1 for the SPT 100 and the profile for the SPT 50, in Fig. 2). Finally, the measured potential profile and the deduced electric field in the experiments of Guerrini *et al.* are similar to the calculated ones displayed in Fig. 5(a). Spectroscopic measurements of the light emission along the channel of the SPT 50 performed by Leray *et al.*<sup>30</sup> also indicate that most of the excitation and ionization in the SPT occurs in a region about 5 mm upstream of the exhaust, in agreement with the location of the production zone predicted by the model [Fig. 5(c)].

### C. Low frequency oscillations

As shown in Fig. 3 the model predicts low frequency oscillations of the SPT 100 for voltages above 200 V and below 350 V. Figure 6 shows the time evolution, after quasi-steady state is reached, of the total current and of the electron and ion currents at the exhaust in the SPT 100 in a typical regime corresponding to the conditions of Fig. 3, with a voltage drop along the column equal to 240 V (the magnetic field

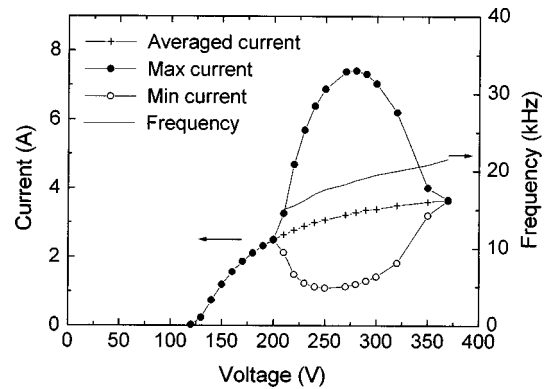


FIG. 7. Minimum and maximum values of the total current, and oscillation frequency as a function of the column voltage in the conditions of Fig. 3.

profile corresponds to case 1 of Fig. 2, and the value of the magnetic field at the exhaust is 200 G). This case will be referred to as the standard case in the following. The calculated current oscillation frequency is 16 kHz in this case.

The amplitude of the oscillations depends strongly on the column voltage as shown in Fig. 7 where the minimum current ( $I_{\min}$ ), maximum current ( $I_{\max}$ ), time-averaged current, and oscillation frequency are plotted as a function of the voltage across the plasma column. The amplitude of the oscillations ( $I_{\max} - I_{\min}$ ) increases with voltage after the onset of the oscillation regime at 200 V. The amplitude of the oscillations reaches a value of about 7 A at 270 V and decreases to 0 at 370 V. The frequency of the oscillations increases from 15 to 22 kHz, when the voltage increases from 200 to 350 V.

In order to clarify the mechanisms which are responsible for the current oscillations, we now detail the space and time evolution of the main plasma properties deduced from the calculations in the “standard case” (240 V, 5 mg/s, 200 G at exhaust, magnetic field profile of Fig. 2, case 1). The space and time variations of the neutral atom density and plasma density in these conditions are displayed in Fig. 8 and Fig. 9, respectively, for a time interval corresponding to about four

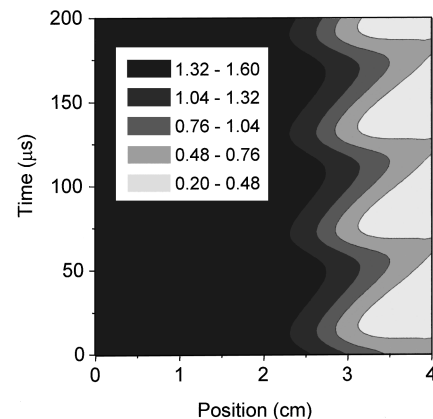


FIG. 8. Contours of constant neutral density as a function of space and time, showing the “breathing” of the neutral flow near the exhaust in the low frequency oscillation regime of the SPT 100. The conditions are the same as in Fig. 6 (column voltage 240 V, xenon flow rate 5 mg/s and magnetic field profile of Fig. 2, case 1, 200 G at exhaust). The unit is  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$ .

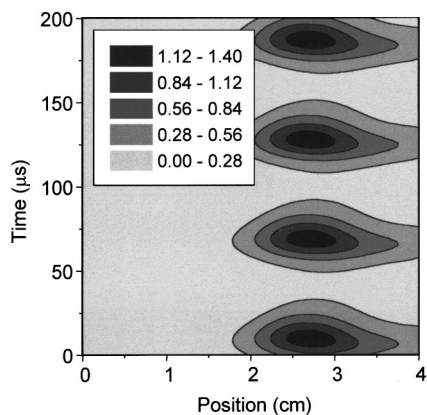


FIG. 9. Contours of constant plasma density as a function of space and time in the conditions of Fig. 8. The unit is  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

cycles of the oscillations. Figure 8 clearly shows that the current oscillations are associated with a periodic depletion of the neutral atom density near the exhaust of the SPT. The magnetic field is large in this region, and the resulting low electron conductivity leads, as discussed above, to an increase of the electric field in order to maintain current continuity. The electron temperature and ionization rate are large in this region and the neutral flow tends to be quickly ionized by the electrons. This depletes the neutral atom density and the front of the neutral flow moves back upstream inside the column to a region where the electric field, mean electron energy and ionization rate are lower. The plasma density near the exhaust decreases drastically as the neutral atom density is depleted. Due to the corresponding decrease of the electron incoming flux at the exhaust the neutral atoms can flow again to the exhaust without substantial ionization, and the neutral density increases in this region. The increase of the xenon density in the large electric field region makes possible an increase of the ionization in this region, which leads to a depletion of the neutral atom density and so on.

This interpretation of the low frequency oscillations shows that the frequency should be roughly inversely proportional to the time needed for the neutral atoms to fill the large magnetic field region near the exhaust. This region, the “acceleration region”, is about 1.5 cm long in the conditions of Figs. 8 and 9. Since the neutral velocity is about  $3 \times 10^4 \text{ cm/s}$  in the calculations, it is clear that the oscillation frequency should be on the order of 20 kHz, which is consistent with the numerical results. We also checked that the model predicts an increase of the oscillation frequency with the velocity of the neutral atoms injected at the anode. The thickness of the acceleration zone (which is controlled by the magnetic field profile) should also influence the oscillation frequency.

The results in Figs. 8 and 9 can be summarized by saying that the low frequency oscillations of the current in the SPT are due to a “breathing” of the front of neutral atoms in the region next to the exhaust, leading to an ionization instability. Time-resolved observations of the light emission at the exhaust of a SPT<sup>31</sup> show large amplitude oscillations at the same frequency as the current oscillations and are consistent with the interpretation of the oscillations provided by

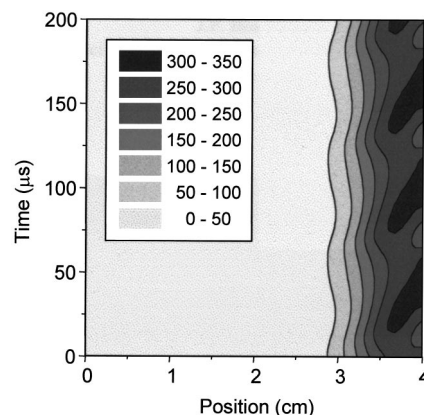


FIG. 10. Contours of constant axial electric field as a function of space and time in the conditions of Fig. 8. The unit is 1 V/cm.

the model. The calculated current oscillations (amplitude and frequency) are also in excellent qualitative agreement with the measurements of Darnon *et al.*<sup>31</sup> The frequency of the oscillations is 33 kHz in the measurements of Darnon *et al.* on a SPT 100 and the current oscillates between 2 and 10 A, for standard operating conditions.

Figure 10 displays contour curves of the space and time variations of the electric field in the device, in the same conditions as above. The plasma and neutral atom oscillations are associated with strong oscillations of the electric field near the exhaust. The time of maximum electric field at the exhaust coincides with the time of minimum current (see Figs. 10 and 6). The electric field at the exhaust is large for low plasma density and neutral atom density in the exhaust region, and decreases when the plasma density increases.

Finally, note that all the calculations presented here assume a constant voltage drop across the plasma column. The simulated oscillations are therefore not related to the presence of an external circuit. In a real situation, the presence of a nonzero resistance of the external circuit can lead to oscillations of both the current and voltage. Although the model predicts similar oscillations when a resistor is included in the external circuit, we do not discuss this situation because it does not add significant features to the results presented here.

#### D. Influence of magnetic field intensity and spatial distribution

In this section we briefly discuss the influence of the magnetic field amplitude and profile on the thruster properties.

##### 1. Magnetic field intensity

We first consider the magnetic field profile of case 1 of Fig. 2 and vary, for the same profile, the magnetic field at exhaust,  $B_0$ . Figure 11 shows the variations of the minimum current, maximum current, time-averaged current, and oscillation frequency as a function of  $B_0$  in the SPT 100, for a voltage across the channel equal to 250 V and a mass flow rate of 5 mg/s. We see that no oscillations are present for magnetic fields below 170 G. Above 170 G, the amplitude of the oscillations increases with magnetic field and reaches a

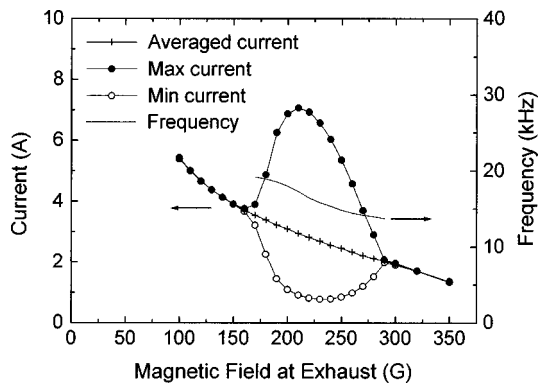


FIG. 11. Minimum and maximum values of the total current, time-averaged current, and oscillation frequency as a function of the magnetic field at exhaust in a SPT 100 for a xenon mass flow rate of 5 mg/s and channel voltage of 250 V; the magnetic field distribution corresponds to case 1 of Fig. 2.

maximum of about 7 A at 220 G. The calculated oscillation amplitude decreases for larger magnetic field values and goes to zero above 280 G. The oscillation frequency decreases from 20 to 13 kHz when the magnetic field at the exhaust increases from 170 to 300 G. The decrease of the electron conductivity when the magnetic field increases is responsible for the decrease of the total averaged current which passes from 6 A at 100 G to 1 A at 350 G. As can be seen in Fig. 12, the ratio of the ion current at exhaust to the total current increases with  $B_0$ . For low magnetic fields, most of the neutral flow is ionized and the ion current reaches its saturation value of 3.7 A (for a xenon flow rate of 5 mg/s). The increase in total current with decreasing magnetic field is therefore associated with an increase of the electron current at exhaust. Under these conditions, using a magnetic field below 200 G at exhaust is not efficient in term of power dissipation (the power dissipated increases while the ion current does not increase significantly when  $B_0$  is decreased below 200 G). For magnetic fields above 200 G, the efficiency is high since the ion current at exhaust becomes very close to the total current, but (1) the neutral flow is not efficiently ionized (the ion current becomes too small with respect to its maximum

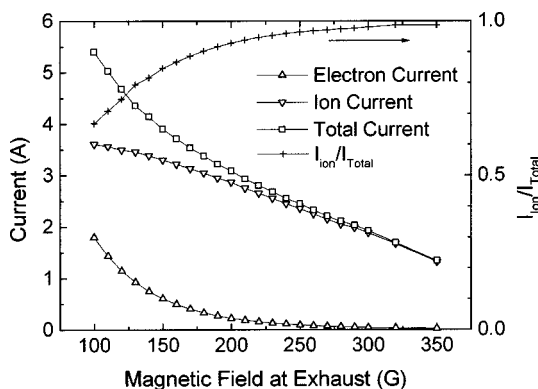


FIG. 12. Total current, electron and ion current at exhaust, and ratio of ion current at exhaust to total current as a function of magnetic field in the conditions of Fig. 11.

possible value of 3.7 A), and (2) the amplitude of the current oscillations may become too large and lead to instabilities of the engine.

It is interesting to note that, in spite of the simplicity of the model, the description above of the low frequency oscillation regime is coherent with the experimental observations reported for example by Choueiri.<sup>5</sup> This author describes the low frequency oscillations referred to in the Russian literature as “loop,”<sup>32</sup> “circuit,” or “contour”<sup>6</sup> oscillations which present a lot of similarities with the oscillations predicted by the model. Choueiri mentions the existence, for a given mass flow rate and applied voltage, of an optimum value of the magnetic field at the exhaust. This optimum field  $(B_0)_{opt}$  is equal to 170 G for 4 mg/s and 200 V, for a SPT with a 9 cm diameter. For magnetic field intensities  $B_0$  below half the optimal value, no significant oscillations are observed in the 1–20 kHz range. Relatively large amplitude oscillations are found for  $B_0/(B_0)_{opt}$  between 0.5 and 0.75. The amplitude of oscillations decreases and the oscillations becomes rather damped for  $B_0/(B_0)_{opt}$  close to the optimum, i.e., between 0.75 and 1. For  $B_0/(B_0)_{opt}$  between 1 and 1.35, the SPT is subject to violent oscillations. The amplitude of the oscillations decreases again above 1.35. The model calculations are in qualitative agreement with this description except that they do not predict a damping of the oscillations around the optimum magnetic field for the considered magnetic profiles.

The good qualitative agreement between the simulation results and the report by Choueiri<sup>5</sup> of the experimental results of Zhurin *et al.*<sup>6</sup> and others<sup>20,33</sup> shows that the model can capture some real physical features of the SPT. The model confirms that the low frequency oscillations are associated with an oscillation of the ionization zone as suggested in the Russian literature (e.g. Ref. 6), and in the reports of Choueiri<sup>5</sup> on the characteristics of closed drift thrusters. It is not necessary to invoke interaction between the SPT and the external circuit to explain the phenomena.

Figure 13(a) shows the current–voltage characteristics of the SPT 100 for four different values of the magnetic field  $B_0$  and for the magnetic field profile of case 1, Fig. 2. In agreements with the experimental results of Morozov *et al.*,<sup>20</sup> the minimum discharge voltage increases with increasing magnetic field and two regions with distinct slopes appear in the current–voltage curves. The “best” operating conditions, according to the experimentalists, is close to the “knee” of the current–voltage curve. The oscillation regimes on the current–voltage curves of Fig. 13(a) are indicated by the solid symbols. The minimum and maximum current in the oscillation regime are shown in Fig. 13(b). The amplitude of the oscillations and the threshold voltage for oscillation onset clearly increase with increasing magnetic field.

## 2. Magnetic field distribution

The electrical properties of the SPT are very sensitive to the axial profile of the radial magnetic field. All the results shown above and concerning the SPT 100 have been obtained for the magnetic field profile corresponding to case 1 of Fig. 2. This profile is characterized by a sharp decrease of

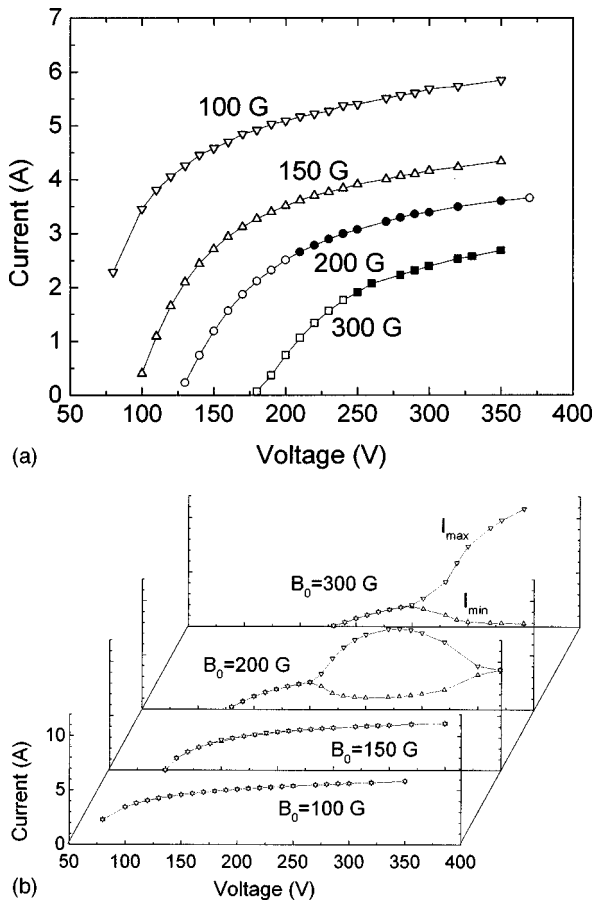


FIG. 13. (a) Current–voltage characteristics for four values of the magnetic field intensity at exhaust (xenon mass flow rate 5 mg/s, magnetic field profile case 1 of Fig. 2). The solid symbols correspond to an oscillatory regime. (b) Variations with voltage of the minimum and maximum current in the conditions of (a).

the magnetic field around  $x = 3$  cm, and by very low values of the magnetic field for  $x < 2$  cm. The analytical expression for this magnetic field profile was

$$B(x) = B_0 \exp\left[-16\left(\frac{x}{d} - 1\right)^2\right].$$

For a good operation of the SPT, it seems that the magnetic field should be large only in the exhaust region. If the magnetic field is not small enough in the upstream region (i.e., between the anode and  $x \sim 2-3$  cm), the ion production in that region may be too large and lead to significant ion losses to the walls. Ions are more efficiently extracted from the device if the acceleration region is thin and if the production zone is not too far from the exhaust. As can be seen on Fig. 5, these conditions are satisfied for the magnetic field profile corresponding to case 1 of Fig. 2.

We performed some simulations for cases where the magnetic field is larger in the upstream region. We illustrate these results for the magnetic profile corresponding to case 2 of Fig. 2. The analytical expression for the magnetic field profile is now

$$B(x) = \frac{B_0}{1.2} \left[ \exp\left[-16\left(\frac{x}{d} - 1\right)^2\right] + 0.2 \frac{x}{d} \right].$$

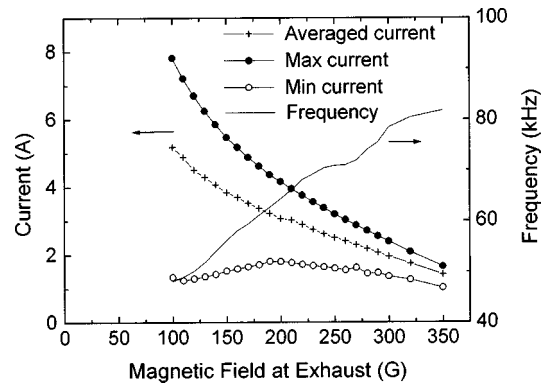


FIG. 14. Minimum and maximum values of the total current, time-averaged current, and oscillation frequency as a function of the magnetic field at exhaust in a SPT 100 for a xenon mass flow rate of 5 mg/s; the magnetic field distribution corresponds to case 2 of Fig. 2, and the applied voltage is 250 V.

The results for this field distribution and for a mass flow rate and voltage of 5 mg/s and 250 V respectively are shown in Fig. 14. We still find oscillations and the amplitude of the oscillations decreases with increasing magnetic field. However, the frequency of the oscillations (up to 80 kHz) is larger than in the cases describe above, and these oscillations are no longer associated with the depletion of the neutral density in the exhaust region. This depletion still exist but is stationary and the neutral density gradient is not as large as in the cases described above. The simulations show that these oscillations are associated with a non uniformity in the electric field (and plasma density) which forms periodically in the conduction zone and propagates from the anode to the acceleration region. For this magnetic field configuration the production of ions in the conduction zone is larger than in the previous case. In some cases (depending on the flow rate, magnetic profile, or voltage), two oscillation regimes may coexist: the first one corresponds to the low frequency (on the order of 20 kHz) regime associated with the neutral density depletion in the exhaust region, and the second oscillation regime (more than 50 kHz) is related to a stronger ionization deeper in the channel and is associated with the propagation of a nonuniformity from anode to the exhaust.

Although we did not perform a systematic study of the influence of the magnetic field profile on the simulated performances of the SPT, the results above show that the device is very sensitive to the magnetic field profile and confirm that the ion production upstream of the acceleration zone is enhanced when the magnetic field is larger in the conduction zone.

### E. Influence of the assumptions on near-wall conductivity or Bohm conductivity

All the results above were obtained assuming classical electron conductivity in a transverse magnetic field [see Eq. (8)] and accounting for a contribution of the electron-wall collisions to the overall electron conductivity [Eq. (10)]. Since the contribution of the electron-wall collisions to the conductivity is very difficult to quantify, we chose to parametrize this contribution as described by Eq. (12) which as-

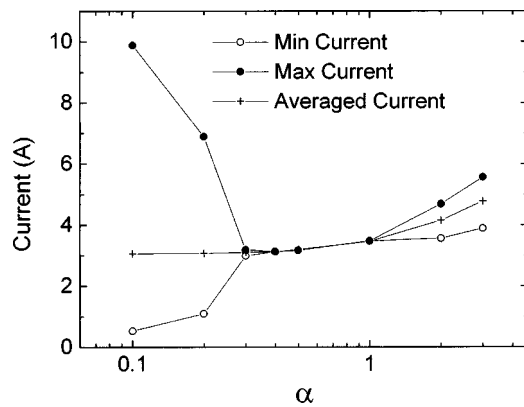


FIG. 15. Variations of the minimum, maximum, and time-averaged currents as a function of the parameter  $\alpha$  [Equation (12)] characterizing the importance of the contribution of electron-wall collisions to the electron conductivity. SPT 100, mass flow rate 5 mg/s, applied voltage 250 V, magnetic field at exhaust 200 G (profile of case 1, Fig. 2).

sumes that the electron-wall momentum exchange frequency expressed is of the form ( $\alpha 10^7 \text{ s}^{-1}$ ) where  $\alpha$  is a parameter to adjust. The calculations above were done with  $\alpha = 0.2$ . We also performed some simulations for other values of  $\alpha$ . Figure 15 shows the variations of the time-averaged current and of the minimum and maximum current in the oscillation regime as a function of  $\alpha$ , for a mass flow rate of 5 mg/s, a voltage of 250 V across the column, and the magnetic field profile of case 1, Fig. 2 with a magnetic field intensity of 200 G at the exhaust. We see that the results are extremely sensitive to  $\alpha$ . Large amplitude, low frequency (on the order of 20 kHz) oscillations occurs for  $\alpha$  less than 0.3. A general tendency is that the oscillation amplitude decreases with increasing values of  $\alpha$ . This is because for larger  $\alpha$  the contribution of the electron-wall collisions to the electron conductivity becomes dominant, and the electron mobility becomes less and less strongly dependent on the neutral atom density. In that case, the decrease in neutral atom density in the exhaust region does not affect electron transport as much and the oscillations are damped. The small amplitude oscillations observed for  $\alpha$  larger than 3 in Fig. 15 are not related to neutral atom density depletion and oscillation in the exhaust region. Their frequency is larger than 60 kHz and they are of the same nature as those described in Sec. IV D 2. The total current is also sensitive to  $\alpha$  as can be seen in Fig. 15 where the total current increases from 3 to 5 A when  $\alpha$  is increased from 0.1 to 3. The value of  $\alpha$  ( $\alpha = 0.2$ ) which has been used in the simulations presented in the previous section leads to values of the current which are consistent with experimental observations, but no accurate adjustment has been done due to the lack of published, systematic experimental data.

Let us note finally that for small values of  $\alpha$  the numerical calculations become unstable for large applied voltages. No stable numerical solution can be obtained if  $\alpha$  is supposed to be zero (even when Coulomb collisions are included).

The calculations presented above have been obtained with the parameter  $U$  in the electron energy loss term due to electron-wall interaction [Eq. (19)] equal to 20 eV. If  $U$  is too large, e.g., larger than 50 eV, the electron energy loss in

the region where the neutral density is low (exhaust region) becomes too small and the location of the production zone moves upstream inside the channel. The neutral flow is ionized in the conduction zone in that case. For values of  $U$  less than 20 eV, the results are qualitatively similar to those obtained for  $U = 20$  eV, with some variations in the spatial profile of plasma density.

We have also performed simulations assuming Bohm conductivity instead of near-wall conductivity [see Eq. (14)]. We find in that case that the neutral atom flow is ionized much deeper inside the column, and in the vicinity of the anode. This is because (1) the electron conductivity is now large enough everywhere in the column, and independently of the neutral atom density, and (2) since there is no electron energy loss other than those due to electron-neutral collisions, the front of neutral atoms moves progressively back toward the anode due to intense ionization by electrons: the energy of the electrons interacting with the front of neutral atoms is therefore always large and equal to their initial energy at the exhaust plus the potential drop between the exhaust and the position of the front of neutral atoms. It therefore appears that if one considers Bohm conductivity alone, without taking into account electron energy loss other than those due to electron-neutral collisions, the results predicted by the model are not consistent with experimental observations (which show that the ionization zone in normal operating conditions is close to the exhaust, see, e.g., Refs. 28–31). We also did some simulations assuming Bohm conductivity, but including energy loss of the form given by Eq. (19). If this energy loss term is large enough it is possible to move the ionization zone closer to the exhaust and to find results more consistent with experimental observations. On the other hand, the current predicted by the model using Bohm conductivity in standard operating conditions (200 G at exhaust, 5 mg/s, 250 V applied voltage) is much larger than should be for efficient operation.

## F. Remarks on the boundary conditions

All the results above have been obtained with an imposed ion density at the anode equal to  $10^9 \text{ cm}^{-3}$ . When this value is decreased to  $10^7 \text{ cm}^{-3}$  or lower values, an anode layer forms, where the electric field increases in order to provide sufficient ionization to ensure current continuity. The properties of the discharge are not strongly affected by this anode layer and most of the results above are unchanged. In a real device it may be useful to avoid the anode layer problem by designing the geometry of the anode region and the magnetic field in that region in such a way that a diffusing plasma provides the necessary flow of positive ions from the anode region. This is the case for example in the SPT 50 of Ref. 27, where the anode is on the outer cylinder wall and the plasma can expand in a region upstream of the anode. In this design the magnetic field goes through zero and changes sign in front of the anode.

In our model, the plasma outside the SPT is not taken into account since the model describes only the plasma column between the anode and the exhaust. The incoming electron flux is not imposed and is a consequence of imposing a

constant voltage drop across the plasma column [Eqs. (23)–(25)]. We therefore assume that the external plasma is always able to provide the incoming electron flux which is given by Eqs. (23)–(25). It is clear that the electron flow from the external plasma to the exhaust is strongly dependent on the magnetic field intensity and distribution in that region. The study of electron transport in that region is a difficult task and is outside the scope of the present article. We can expect that for large enough magnetic field intensities in the exhaust region outside the column, the only electron conduction mechanism able to provide the electron flux in the column is related to high frequency field oscillations, i.e., to Bohm conductivity.

## V. CONCLUSION

A simple 1D transient, quasineutral hybrid model of a stationary plasma thruster has been developed. The model assumes collisionless ions and neutral atom transport at constant velocity and with direct electron impact ionization. The ions are described with a Vlasov equation, and the electrons are treated as a fluid with a classical conductivity in the direction perpendicular to the magnetic field and a Maxwellian distribution with a temperature obtained from a simplified energy equation.

One of the important results of this article is that this simple model cannot predict results which are consistent with the experimental observations if the electron conductivity in the transverse magnetic field is only based on electron-neutral collisions. Including a conductivity term related to field fluctuations (Bohm conductivity) does not in any case lead to a good (even qualitative) fit between experimental results and simulation.

The model can reproduce qualitatively well a number of features of the SPT if one adds to the conductivity due to electron-neutral collisions, a contribution due to electron-wall interaction. This is because, since the neutral density can drop by a factor of more than 10 in the acceleration region next to the exhaust where the magnetic field is large, the electron-neutral collisions cannot in this region ensure a large enough electron conductivity. We also found it necessary to include in the electron energy equation a contribution of the electron-wall interactions to the electron energy loss (this can represent the effect of secondary electron emission by the walls, under electron impact). This is because, due to the drop of the neutral density in the exhaust region, the energy of the electrons interacting with the front of neutral atoms is always large when no loss process other than electron-neutral collisions are taken into account. This leads to the ionization of the neutral flow very deeply inside the column, in the anode region. The SPT cannot operate efficiently in these conditions because a large ion production deeply in the channel will lead to large charged particle losses to the walls.

When contributions to the electron momentum and energy loss from the walls are taken into account, the simulations show that the plasma column can be divided into three regions, the conduction zone, production zone, and acceleration zone. In the conduction zone which extends on about 2

cm from the anode and corresponds to the low magnetic field region, the electron conductivity is large and the potential drop small. The ion production in this region is weak. Most of the ions are created in the production zone located in the region where the magnetic field starts to increase, i.e., about 1 cm from the exhaust. The neutral atom density drops by a factor of 10 or more in the production zone. The positive ions are accelerated in the acceleration zone where most of the potential drops occurs, and which coincides with the large magnetic field region. This picture is consistent with the experimental measurements.

The simulations also predict the existence of discharge regimes with large amplitude, low frequency (20 kHz) current oscillations. These oscillations are associated with a small oscillation of the location of the production zone and of the front of neutral atoms. The plasma density exhibits large amplitude oscillations in this regime. The model shows that the existence of this oscillation regime depends strongly on the value of the magnetic field at exhaust. The optimum operating conditions in term of efficiency (large ratio of ion current at exhaust to total current, and ion flux at exhaust close to the neutral atom flux at the anode) correspond generally to an oscillatory regime. The characteristics of the oscillation regime in the simulation (onset, variations of the oscillation amplitude with magnetic field, etc.) present some striking similarities with the experimental observations. The nature of the oscillation regime seems to be very sensitive to the magnetic field profile. A systematic study of the influence of the magnetic field profile on the results is under way.

Further work is needed to improve the model and better understand the contribution of electron-wall interaction to the electron momentum and energy exchange. Scattering of high energy electrons by the walls as well as energy loss per electron due to the generation of secondary electrons by electron impact seem to play a major role in the SPT. The model improvements include a more refined description of the electron transport. Work is also continuing to include the diffusion term in the electron momentum equation and the thermal energy flux in the electron energy equation, and to account for collisions between electrons and xenon excited states. A better understanding of the role of electron-wall interaction in the SPT requires now a combined experimental and modeling approach.

## ACKNOWLEDGMENTS

This work was performed in the frame of the “Groupe de Recherche” CNRS/CNES/SEP/ONERA No. 1184 on “Propulsion à Plasma pour Systèmes Orbitaux.” The authors would like to acknowledge fruitful discussions with members of this group and thank L. C. Pitchford for a number of comments and suggestions.

<sup>1</sup>J. R. Brophy, “Stationary Plasma Thruster Evaluation in Russia,” JPL Report No. 92-4 (1992).

<sup>2</sup>A. I. Morozov, 29th AIAA Joint Propulsion Conference, Monterey, 1993, Paper AIAA-93-101.

<sup>3</sup>A. I. Morozov, *Sov. Phys. Tech. Phys.* **32**, 901 (1987).

<sup>4</sup>H. R. Kaufman, *AIAA J.* **23**, 78 (1985).

<sup>5</sup>E. Y. Choueiri, 30th AIAA Joint Propulsion Conference, Indianapolis, 1994, Paper AIAA-94-3013.

- <sup>6</sup>V. Zhurin, J. Kahn, H. Kaufman, K. Kozubsky, and M. Day, 23rd International Electric Propulsion Conference, Seattle, 1993, Paper IEPC-93-95.
- <sup>7</sup>A. Cadiou and E. Gengembre, 24th International Electric Propulsion Conference, Moscow, 1995, Paper IEPC-95-134.
- <sup>8</sup>P. Lasgorceix, M. Raffin, J. C. Lengrand, M. Dudeck, I. Gokalp, A. Bouchoule, and A. Cadiou, 24th International Electric Propulsion Conference, Moscow, 1995, Paper IEPC-95-86.
- <sup>9</sup>M. Hirakawa and Y. Arakawa, 32nd AIAA Joint Propulsion Conference, Lake Buena Vista, 1996, Paper AIAA-96-3195.
- <sup>10</sup>J. C. Adam and A. Héron, reports "GDR Propulsion à Plasma pour Systèmes Orbitaux" (unpublished).
- <sup>11</sup>S. Yoshikawa and D. J. Rose, Phys. Fluids **5**, 334 (1962).
- <sup>12</sup>G. S. Janes and R. S. Lowder, Phys. Fluids **9**, 1115 (1966).
- <sup>13</sup>C. A. Lentz and M. Martinez-Sanchez, 29th AIAA Joint Propulsion Conference, Monterey, 1993, Paper AIAA-93-2491.
- <sup>14</sup>D. H. Manzella, 24th International Electric Propulsion Conference, Moscow, 1995, Paper IEPC-95-34.
- <sup>15</sup>A. I. Morozov and V. V. Savelyev, 24th International Electric Propulsion Conference, Moscow, 1995, Paper IEPC-95-161.
- <sup>16</sup>K. Komurasaki and Y. Arakawa, J. Propul. Power **11**, 1317 (1995).
- <sup>17</sup>J. Fife and M. Martinez-Sanchez, 32nd AIAA Joint Propulsion Conference, Lake Buena Vista, 1996, Paper AIAA-96-3197.
- <sup>18</sup>P. Degond, V. Latocha, L. Garrigues, and J. P. Boeuf, Trans. Theory Stat. Phys. **27**, 203 (1998).
- <sup>19</sup>J. P. Boeuf, L. Garrigues, and L. C. Pitchford, in *Electron Kinetics and Applications of Glow Discharges*, edited by U. Kortshagen and L. Tsendin (Plenum, New York, 1998).
- <sup>20</sup>A. I. Morozov, Y. V. Esinchuk, G. N. Tilinin, A. V. Trofimov, Y. A. Sharov, and G. Y. Shchepkin, Sov. J. Plasma Phys. **17**, 38 (1972).
- <sup>21</sup>A. I. Morozov and A. P. Shubin, Sov. J. Plasma Phys. **10**, 728 (1984).
- <sup>22</sup>A. I. Morozov and A. P. Shubin, Sov. J. Plasma Phys. **10**, 734 (1984).
- <sup>23</sup>A. I. Morozov and A. P. Shubin, Sov. J. Plasma Phys. **16**, 711 (1990).
- <sup>24</sup>A. I. Morozov and A. P. Shubin, Sov. J. Plasma Phys. **16**, 713 (1990).
- <sup>25</sup>A. I. Bugrova, A. I. Morozov, and V. K. Kharchevnikov, Sov. J. Plasma Phys. **16**, 849 (1990).
- <sup>26</sup>V. Puech and S. Mizzi, J. Phys. D **24**, 1974 (1991).
- <sup>27</sup>G. Guerrini, C. Michaut, M. Bacal, A. N. Vesselovzorov, and A. A. Pogorelov, Rev. Sci. Instrum. **69**, 804 (1998).
- <sup>28</sup>A. M. Bishaev and V. Kim, Sov. Phys. Tech. Phys. **23**, 1055 (1978).
- <sup>29</sup>G. Guerrini, C. Michaut, M. Dudeck, A. N. Vesselovzorov, and M. Bacal, 25th International Electric Propulsion Conference, Cleveland, 1997, Paper IEPC-97-53.
- <sup>30</sup>P. Leray, J. Bonnet, D. Pigache, T. Minea, J. Bretagne, and M. Touzeau, 2nd European Spacecraft Propulsion Conference, Noordwijk, 1997, ESA-SP398, p. 447.
- <sup>31</sup>F. Darnon, M. Lyszyk, and A. Bouchoule, 33rd AIAA Joint Propulsion Conference, Seattle, 1997, Paper AIAA-97-3051.
- <sup>32</sup>G. N. Tilinin, Sov. Phys. Tech. Phys. **22**, 974 (1977).
- <sup>33</sup>Y. B. Esipchuk, A. I. Morozov, G. N. Tilinin, and A. V. Trofimov, Sov. Phys. Tech. Phys. **18**, 928 (1974).

## ***Résumé***

Les Propulseurs à Plasma Stationnaire (SPT) sont des moteurs de petites tailles présentant des propriétés intéressantes pour les changements d'orbite basse et les corrections Nord-Sud et Est-Ouest des satellites. Le principe du fonctionnement d'un tel propulseur est basé sur la création d'un plasma hors équilibre stationnaire sous champ magnétique perpendiculaire à l'axe de la décharge qui conduit à la génération d'un faisceau d'ions utilisé pour propulser le satellite. Ce travail est d'autant plus d'actualité qu'un projet français doit permettre le lancement en 2000 du satellite STENTOR avec à son bord des propulseurs de type SPT.

Le but de cette thèse est de mieux comprendre les phénomènes physiques se produisant dans les SPT à l'aide de modèles numériques. Un premier aspect a consisté à élaborer un modèle particulaire Monte Carlo capable d'apporter des éclaircissements sur le transport des électrons dans le moteur au travers d'une approche microscopique. Nous avons été conduits, dans un deuxième temps, à nous intéresser aux caractéristiques électriques (oscillations basses fréquences du courant de décharge, évolution du plasma) et aux performances du moteur (poussée, impulsion spécifique et efficacité). Pour cela, nous avons mis au point un modèle unidimensionnel, quasineutre, transitoire, auto-cohérent (approche hybride) permettant de suivre l'évolution de la décharge dans le canal. En formulant certaines hypothèses simplificatrices, nous avons pu conserver un temps de calcul assez faible pour pouvoir réaliser des études complètes et variées sur l'influence des paramètres extérieurs (débit de gaz injecté, potentiel appliqué, forme et valeur du champ magnétique) sur les caractéristiques du propulseur. Les résultats obtenus sont qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux et avec les résultats obtenus à l'aide d'autres modèles.

***Mots Clés*** : Propulseur à Plasma Stationnaire (SPT) - Satellites - Source d'ions - Oscillations - Performances - Simulation Monte Carlo - Modèles fluide et hybride.

## ***Abstract***

The SPT is a small-sized electrostatic thruster whose properties make it especially suitable for applications such as orbit transfer or satellite station-keeping. The principle of operation of this thruster is based on the creation of a non equilibrium plasma with a magnetic field perpendicularly to the discharge axis. The magnetic confinement of the electrons permits the creation of an ion beam which is used to provide the thrust. This work was carried out in the context of a French project aimed at launching of the STENTOR satellite in the year 2000 with SPT on his board.

The aim of this thesis is to use numerical modelling to better understand the physical phenomena occurring in the SPT. A first aspect of this work concerned the elaboration of a Monte Carlo particle method to clarify the electron transport in the device. The electron energy distribution function is determined with this microscopic approach. A second aspect focused on the electrical characteristics (low frequency oscillations, plasma evolution) and in performances (thrust, specific impulse, efficiency) of the thruster. To this end, we developed self-consistent, transient, quasineutral models (hybrid approach) in one-dimension. With some simplifying hypotheses to minimise the computational time, we used these models to study the influence of the external parameters (xenon mass flow rate, applied potential, shape and magnetic field intensity) on the thruster characteristics. The results are in qualitative agreement with experimental results and with results obtained in previous modelling work.

***Keywords*** : Stationary Plasma Thruster - Satellites - Ion sources - Oscillations - Performances - Monte Carlo Simulation - Fluid and hybrid models.