

Cophasage de télescopes multi-pupilles sur point source: application à l'interféromètre en frange noire Persée Kamel Houairi

► To cite this version:

Kamel Houairi. Cophasage de télescopes multi-pupilles sur point source : application à l'interféromètre en frange noire Persée. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2009. Français. NNT : . tel-00436464

HAL Id: tel-00436464 https://theses.hal.science/tel-00436464

Submitted on 26 Nov 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Doctorale d'Astronomie et d'Astrophysique d'Île-de-France

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales Centre National d'Études Spatiales

THESE DE DOCTORAT

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITE DENIS DIDEROT - PARIS 7

par

KAMEL HOUAIRI

Cophasage de télescopes multi-pupilles sur point source : application à l'interféromètre en frange noire Persée

Thèse soutenue le 16 Octobre 2009 devant le jury composé de

Pr. Gérard ROUSSET	Président du jury
Dr. Vincent COUDÉ DU FORESTO	Directeur de thèse
Dr. Frédéric CASSAING	Co-directeur de thèse
Dr. Bruno LOPEZ	Rapporteur
Dr. Stephen T. RIDGWAY	Rapporteur
Ing. Jean-Michel LE DUIGOU	Examinateur
Dr. Andreas GLINDEMANN	Examinateur
Dr. Richard K. BARRY	Invité

À ma mère,

À la mémoire de Russ Makidon.

Remerciements

"Les hommes ressentent plus mollement les biens que les maux." Tite-Live

À travers un travail original et personnel, une thèse est un apprentissage au métier de chercheur. Il est donc primordial d'être encadré par des personnes compétentes et disponibles. C'est ce que j'ai trouvé au sein de l'équipe Haute Résolution Angulaire de l'Onera.

Mes remerciements vont en premier lieu à Frédéric Cassaing qui m'a encadré durant ces trois années et qui n'a jamais hésité une seconde (peut être l'aurait-il fallu des fois) à m'accorder les heures suivantes ! Merci à Frédéric pour sa passion d'enseignement : de l'optique à l'électronique en passant par le démêlage rigoureux des câbles.

Je remercie ensuite tout naturellement Jean-Michel le Duigou du CNES sans qui je n'aurais pas pu effectuer cette thèse. Son enthousiasme sans faille s'est communiqué à toute l'équipe PERSEE malgré ces temps difficiles pour les projets d'interférométrie en frange noire.

Merci à mes rapporteurs, Bruno Lopez et Steve Ridgway, pour avoir consacré autant de leur temps pour lire cette thèse et juger mon travail mais également pour m'avoir aidé à rendre ce manuscrit plus lisible. Merci également aux examinateurs, Andreas Glindemann et Richard Barry qui m'ont fait l'honneur d'accepter de participer à mon Jury. Enfin, merci à Gérard Rousset pour avoir présidé mon Jury.

Je remercie mon directeur de thèse Vincent Coudé du Foresto avec qui j'ai malheureusement travaillé trop peu. J'espère que nous aurons l'occasion de travailler ensemble dans un futur proche. À l'Observatoire de Paris-Meudon, il y a bien entendu Guy Perrin et Sylvestre Lacour que je remercie pour avoir guidé mes premiers pas en interférométrie.

Ensuite, je voudrais remercier toutes les personnes qui ont contribué à PER-SEE et qui ont fait un travail admirable. Dans le désordre, je pense en particulier à Marc Barillot, Jean-Michel Reess, François Hénault, Julien Lozi, Arnaud Sevin, Tristan Buet, Marc Ollivier, Sophie Jacquinod, Amandine Caillat, Laurie Pham et Jean-Philippe Amans. Si j'en oublie, je m'en excuse.

Merci à Béatrice Sorrente et à Francis Mendez qui ont beaucoup apporté lors de l'intégration du système de cophasage de PERSEE. Je remercie également Joseph Montri pour le temps qu'il m'a consacré pour m'apprendre LabVieW et pour sa bonne humeur. J'espère qu'il oubliera bien vite mes codes qui, à son grand désarroi, ne tenaient pas sur un écran d'ordinateur.

Je tiens à remercier Jean-Marc Conan qui m'a accueilli à bras ouvert dans son bureau et que j'ai laissé orphelin de secrétaire lorsque j'ai quitté ce bureau pour aller me réfugier dans l'aquarium le temps de la rédaction de ce manuscrit. Ensuite, il y a bien sûr Laurent Mugnier, Serge Meimon, Jean-François Sauvage et Cyril Petit qui m'ont été d'une aide précieuse lorsque j'avais atteint mon quota de questions à Frédéric pour la journée.

Je remercie toute l'équipe Haute Résolution Angulaire où la grande compétence est mêlée à la bonne ambiance et à la gentillesse. Merci notamment à Vincent Michau et Marc Séchaud pour leur parfaite direction de l'équipe.

Un grand merci à Anne Costille, Carlos Correia et Noah Schwartz. Je pense que cette thèse n'aurait pas été si agréable si ces doctorants n'avaient pas suivi, à quelques semaines près, le même calendrier : de la première conférence à la soutenance de thèse en passant par la rédaction d'article. Je souhaite à Julien Lozi, qui a pris la suite de mes travaux, d'effectuer une thèse au moins aussi enrichissante que celle que j'ai menée.

Je suis très reconnaissant envers Françoise Delplancke qui m'a permis d'effectuer une mission dans le désert aride de Paranal lors du commissioning de PRIMA. Je remercie Johannes Sahlmann, Serge Ménardi, Christian Schmid et Gérard Van Belle pour leur accueil chaleureux lors de cette expérience unique.

Merci à mes amis pour leurs soutien et affection, notamment à Nastinka, Jessica, Jeanne, J-P, Clément, Titi, Mehdi, Seav, Walid.

Enfin et surtout, je remercie ma mère pour m'avoir toujours soutenu.

Résumé

Moins de 20 ans après la découverte de la première exoplanète, l'exoplanétologie est déjà très riche en découvertes et elle le sera encore très certainement dans les années à venir. L'interférométrie en frange noire, ou nulling, est une des rares méthodes permettant l'observation directe des exoplanètes en s'affranchissant du très fort contraste existant entre la planète et son étoile hôte. Cette méthode exige cependant une égalisation des chemins optiques, ou cophasage, avec une précision nanométrique.

Mon manuscrit traite principalement de PERSEE, un banc ayant pour objectif de valider les problématiques de l'interférométrie en frange noire et du cophasage en présence de perturbations réalistes. Ma contribution au dimensionnement de PERSEE a permis de positionner au mieux la pupille et d'optimiser le choix des deux bandes spectrales utilisées. Les estimateurs de cophasage s'appuient sur une modulation spatiale codant l'interférogramme sur 4 points. Les algorithmes de démodulation exploitant la quasi-quadrature présentent deux retombées majeures : l'estimation photométrique de chaque bras et le contrôle des dérives de l'interféromètre. En outre, j'ai développé un estimateur de la différence de marche conjuguant grande dynamique et précision, basé sur les mesures de la différence de marche dans deux bandes spectrales. Enfin, je présente les performances expérimentales du système de cophasage que j'ai intégré puis mis en œuvre.

Les premiers résultats de PERSEE ont montré une précision sur la stabilisation des faisceaux égale à 0.8 nm rms, ce qui a permis d'obtenir une profondeur de l'extinction en lumière monochromatique égale à $N = 6.2 \times 10^{-5} \pm 6.3 \times 10^{-6}$. Ceci démontre ainsi que l'utilisation des 4 sorties d'un interféromètre de Mach-Zehnder modifié, commun au nuller et au système de cophasage, est une solution prometteuse pour les futurs instruments puisqu'elle permet de minimiser les aberrations différentielles entre ces deux systèmes. Enfin, ma contribution à la définition du système de cophasage de GRAVITY, un instrument de seconde génération du Very Large Telescope Interferometer, a permis de choisir la recombinaison interférométrique la plus performante pour le système de cophasage de GRAVITY.

Abstract

Less than 20 years after the discovery of the first exoplanet, exoplanetology has been full of discoveries and many exalting results are expected in the coming years. Dark fringe interferometry, or nulling, is one of the methods allowing the direct observation of exoplanets despite the high contrast between the host star and the planet. However, this method needs an equalization of the optical paths, or cophasing, at a nanometric level.

My work deals with PERSEE, a testbed aiming to validate stabilized nulling in the presence of realistic perturbations. My contribution to PERSEE design allowed to define the best pupil location and to optimize the cophasing system estimators with the proper choice of the spectral bands. These estimators are based on a spatial modulation based on 4 outputs in quasi-quadrature; I optimized the demodulation algorithms and I analyzed the relevance of the spatial modulation. Besides, the dispersion of the light into 2 spectral bands led to the development of an optical path difference estimator combining high range and high precision. At last, I present the experimental performance of the cophasing system that I integrated and implemented.

PERSEE first results showed a stabilization of the beams with a precision of 0.8 nm rms, what allowed to reach a monochromatic null depth of $N = 6.2 \times 10^{-5} \pm 6.3 \times 10^{-6}$. Thus, this shows that the use of the 4 outputs of a modified Mach-Zehnder interferometer, common to the nuller and to the cophasing system, is a promising solution for future instruments since it minimizes the differential aberrations between these 2 systems. At last, my contribution to the cophasing system of GRAVITY, a second generation Very Large Telescope Interferometer instrument, allowed to choose the optimal beam combiner for GRAVITY cophasing system.

Table des matières

Introduction

1	Le c	ophasa	ge pour l'o	observation à haute résolution angulaire	27
	1.1	Contex	xte : détect	ion et caractérisation de planètes extrasolaires	29
		1.1.1	Méthode	s de détection indirectes	30
		1.1.2	Méthode	s de détection directes	34
	1.2	L'inter	férométrie	optique	36
		1.2.1	Repère h	istorique	38
		1.2.2	Principe	-	39
		1.2.3	Résolutio	on angulaire	40
			1.2.3.1	d'un télescope monolithique	40
			1.2.3.2	d'un interféromètre	42
		1.2.4	Le théore	eme de Zernike-Van Cittert	43
	1.3	L'inter	férométrie	en frange noire	44
		1.3.1	L'interféi	comètre de Bracewell	44
		1.3.2	Taux de 1	réjection et profondeur de l'extinction	47
		1.3.3	Un interf	éromètre symétrique : le Mach-Zehnder modifié .	50
		1.3.4	Le filtrag	e spatial	50
	1.4	Le cop	hasage en	temps réel	52
		1.4.1	Pourquoi	cophaser les faisceaux ?	52
			1.4.1.1	Perturbations d'un interféromètre basé sur Terre	52
			1.4.1.2	Perturbations d'un interféromètre spatial	54
		1.4.2	Principe	du cophasage	55
			1.4.2.1	Cophasage et cohérençage	55
			1.4.2.2	La modulation ABCD	56
		1.4.3	État de l'	art	57
			1.4.3.1	Interféromètres existants	57
			1.4.3.2	Imagerie interférométrique	58

	1.5	Quelqu	ues projets d'observation à haute résolution angulaire	60
		1.5.1	Darwin/TPF-I	61
		1.5.2	Pégase	62
		1.5.3	Aladdin	64
		1.5.4	Gravity	65
	1.6	Persée	: le banc de démonstration de nulling stabilisé	66
		1.6.1	Principaux objectifs	66
		1.6.2	Des spécifications très exigeantes	67
		1.6.3	Couplage du nulleur et du senseur de franges	68
	1.7	Ma thè	èse dans ce contexte	72
	1.8	Annex	e : Présentation détaillée de Persée	74
2	Con	tributio	n au dimensionnement du système de cophasage de Persée	85
	2.1	Modes	opératoires	86
		2.1.1	Le mode détection	86
		2.1.2	Le mode cohérençage	87
		2.1.3	Le mode cophasage	87
	2.2	Choix	des longueurs d'onde du senseur de franges	87
		2.2.1	Définition des estimateurs	88
			2.2.1.1 La détection : mesure de la visibilité des franges	88
			2.2.1.2 Le cohérençage : mesure du retard de groupe	89
			2.2.1.3 Le cophasage : mesure du retard de phase	90
		2.2.2	Optimisation des estimateurs	90
			2.2.2.1 Hypothèses et approximations	90
			2.2.2.2 La détection	92
			2.2.2.3 Le cohérençage	95
			2.2.2.4 Le cophasage	98
			2.2.2.5 Bruit de détecteur	00
	2.3	Influer	nce de la position de la pupille sur le taux de couplage 10	02
		2.3.1	Formule théorique du taux de couplage	02
		2.3.2	Influence de la position transversale de la pupille 10	03
		2.3.3	Influence de la position longitudinale de la pupille 10	05
	2.4	Évalua	tion de la corrélation DDM-tip/tilt	07
		2.4.1	Principe du calcul	08
		2.4.2	Notation	09
		2.4.3	Propagation du rayon	10
			2.4.3.1 Calcul des directions du rayon principal 1	11
			2.4.3.2 Calcul des points d'impact	11

			2422	Calcul de la DDM	112
			2.4.3.3		113
			2.4.3.4		114
			2.4.3.5		114
			2.4.3.6	Cas de Persee	115
		2.4.4	Applicati	ons numériques	115
			2.4.4.1	Application à Pégase	115
			2.4.4.2	Application à Persée	117
		2.4.5	Influence	de la pupille sur la corrélation tip/tilt-DDM	118
		2.4.6	Localisati	on de pupille retenue sur Persée	119
	2.5	Conclu	ision		119
3	Algo	orithmie	e du senser	ır de franges	121
	3.1	Mise e	n équation	de la modulation ABCD spatiale	122
		3.1.1	Réflexion	s et transmissions présentes dans le MMZ	122
			3.1.1.1	Facteurs de réflexion et transmission d'un dioptre	124
			3.1.1.2	Trajet des faisceaux dans le MMZ	125
		3.1.2	Flux en se	ortie de l'interféromètre	126
			3.1.2.1	Point source monochromatique	126
			3.1.2.2	Source étendue monochromatique	128
			3.1.2.3	Source étendue polychromatique	128
		3.1.3	Linéarisa	tion du problème	132
	3.2	Démoc	dulation : ir	version des données	133
		3.2.1	Source ét	endue monochromatique : lames non absorbantes	133
		3.2.2	Source ét	endue monochromatique : lames absorbantes	135
	3.3	Influer	ice de l'env	reloppe de cohérence	136
		3.3.1	Modulatio	on ABCD spatiale	136
		3.3.2	Modulatio	on ABCD temporelle	139
	3.4	Article	e : Extensio	n de la dynamique de mesure de la DDM	140
	3.5	Calibra	ation néces	saire à la démodulation	160
		3.5.1	Prise en c	onsidération des erreurs instrumentales	160
		3.5.2	Calibratio	9 <mark>n</mark>	161
			3.5.2.1	Objectifs de la calibration	161
			3.5.2.2	Procédure de calibration	161
	3.6	Consée	quence d'u	ne dérive du MMZ	162
		3.6.1	Erreur sur	r la démodulation	163
		3.6.2	Possibilit	é d'estimer la dérive interne du MMZ	165
			3.6.2.1	Lames non absorbantes	167

	3.7	Applic	ation à Per	rsée	169
		3.7.1	Banc à l'	Onera : démodulation avec trois sorties du MMZ	169
			3.7.1.1	Principe de la démodulation avec trois sorties .	170
			3.7.1.2	Choix des coefficients de réflexion et transmissio	<mark>n</mark> 171
			3.7.1.3	Simulation des interférogrammes attendus	176
		3.7.2	Banc à l'	OBSPM : lames séparatrices absorbantes	179
	3.8	Conclu	ision		182
4	Perf	ormanc	es expérir	nentales du système de cophasage de Persée	185
	4.1	Banc à	l'Onera :	description du banc préliminaire	186
		4.1.1	Montage	par autocollimation	186
		4.1.2	Spécifici	té du senseur de tip/tilt	189
	4.2	Résulta	ats expérin	nentaux du système de pointage	189
	4.3	Bilan p	hotométri	que du SF : accord théorie/pratique	192
		4.3.1	Bilan pho	otométrique théorique	193
			4.3.1.1	Vignettage dans les blocs de réception	193
			4.3.1.2	Lames dichroïques	193
			4.3.1.3	Réflexions sur les miroirs	193
			4.3.1.4	Lame séparant le FRAS du SF	193
			4.3.1.5	Lames séparatrices du MMZ1	194
			4.3.1.6	Détecteurs	194
			4.3.1.7	Réflexions de Fresnel	195
			4.3.1.8	Bilan de transmission théorique	196
		4.3.2	Bilan pho	otométrique expérimental	198
			4.3.2.1	Réponse expérimentale de la chaîne d'acquisition	<mark>1</mark> 198
			4.3.2.2	Mesures effectuées et accord théorie/pratique	199
	4.4	Évalua	tion de la	qualité du banc	200
		4.4.1	Calibrati	ons nécessaires à la démodulation	200
			4.4.1.1	Calibration des longueurs d'onde moyennes	201
			4.4.1.2	Illustration d'une étape de calibration	202
			4.4.1.3	Estimation de la modulation du MMZ1	202
			4.4.1.4	Qualité de l'alignement	203
			4.4.1.5	Estimation du coefficient de réflexion des lames	204
		4.4.2	Évaluatio	on du chromatisme	205
		4.4.3	Stabilité	du MMZ1	206
			4.4.3.1	Déformation du MMZ1	206
			4.4.3.2	Origine de la déformation du MMZ1	208
	4.5	Résulta	ats expérin	nentaux du système de cophasage	210

		4.5.1	Validatio	n expérimentale de la démodulation	210
			4.5.1.1	Linéarité de la démodulation de la DDM	210
			4.5.1.2	Linéarité de la démodulation de l'intensité	212
			4.5.1.3	Estimation de la visibilité des franges	214
		4.5.2	Évaluatio	on des différentes sources de bruit	216
			4.5.2.1	Bruit de détection	216
			4.5.2.2	Climatisation : bruit de vibration	218
			4.5.2.3	Miroir de tip/tilt/piston : bruit de l'asservissemen	t219
		4.5.3	Performa	ince en boucle fermée	220
			4.5.3.1	La première fermeture de boucle	220
			4.5.3.2	Extension de la dynamique de mesure de la DDM	1 221
			4.5.3.3	Tests avec des perturbations typiques de Pégase	222
			4.5.3.4	Résidu de DDM minimal atteint	224
	4.6	Banc à	Meudon		227
		4.6.1	Modifica	tions du montage	228
		4.6.2	Évaluatio	on de l'influence de l'absorption	228
		4.6.3	Stabilité	du MMZ2	230
		4.6.4	Rapport	signal à bruit photométrique	234
		4.6.5	Résultats	s expérimentaux du système de cophasage	236
			4.6.5.1	Réglage de la démodulation du MMZ2	236
			4.6.5.2	Résidu de DDM minimal atteint	237
		4.6.6	Premiers	résultats de la profondeur de l'extinction	239
	4.7	Conclu	usion et pe	rspectives	241
5	Con	tributio	n à GRAV		243
•	5.1	Introdu	iction		243
	5.2	Comm	unication	SPIE GRAVITY	244
	5.3	Conclu	usion		257
Co	onclus	sion et p	erspectiv	es	259
A	Ann	exes			263
	A.1	Comm	unication	SPIE Persée	263
	A.2	Comm	unication	SF2A	273
	A.3	Courbe	es de trans	mission des lames du MMZ1	280
B	List	es de pu	blications	5	281

Table des figures

1.1	Détection de GJ 581 b par la méthode des vitesses radiales	31
1.2	Détection de HD209458 par la méthode des transits.	33
1.3	Détection OGLE-2005-90Lb par micro-lentilles gravitationnelles.	34
1.4	Premières images de planètes extrasolaires.	35
1.5	Les trous d'Young.	37
1.6	Principe de l'interférométrie optique.	39
1.7	Interférogramme avec enveloppe de cohérence gaussienne.	41
1.8	Illustration de l'interférométrie optique avec les trous d'Young	42
1.9	Principe de l'interféromètre de Bracewell.	45
1.10	Carte de transmission de l'interféromètre de Bracewell	46
1.11	Principe de l'extraction de la lumière de la planète.	47
1.12	Modified Mach-Zehnder.	51
1.13	Filtrage spatial par un trou et par une fibre optique monomode	51
1.14	DSP théorique de la DDM pour la base UT3-UT4 du VLTI	54
1.15	Principe de la modulation ABCD.	56
1.16	Image de l'étoile Arcturus en bande H	60
1.17	Vue d'artiste de Darwin.	62
1.18	Vue d'artiste de Pégase.	63
1.19	Concept opto-mécanique d'ALADDIN	64
1.20	Photo des 4 télescopes de 8 mètres de l'ESO.	65
1.21	Schéma du MMZ	69
1.22	Sorties B et D du MMZ	70
1.23	Sorties A, B, C et D du MMZ	71
1.24	Déroulement de la définition, de l'intégration et des tests de Persée.	73
2.1	Spectre considéré pour chaque canal spectral.	91
2.2	Spectre de la source considéré pour le calcul du flux des faisceaux.	92
2.3	RSB de visibilité en fonction de la longueur d'onde de séparation.	94

2.4	RSB de visibilité pendant la détection des franges
2.5	Bruit de DDM pendant le cohérençage
2.6	Bruit de DDM pendant le cophasage en fonction du poids y 98
2.7	Bruit de DDM pendant le cophasage
2.8	Taux de couplage en fonctin du déplacement transversal de la pupille104
2.9	Taux de couplage en fonction déplacement longitudinal de la pupille106
2.10	Schéma simplifié de Pégase
2.11	Schéma simplifié de Pégase et notation pour le calcul de la DDM. 110
3.1	Schéma du MMZ
3.2	Définition des coefficients de réflexion et de transmission
3.3	Démodulation de la visibilité pour différentes valeurs de δ_{ab} 137
3.4	Démodulation de la DDM pour différentes valeurs de δ_{ab}
3.5	Rapport des enveloppes de cohérence
3.6	Shéma du MMZ après dérive
3.7	Variance du bruit de mesure de DDM en fonction δ_{ψ}
3.8	Bruit de mesure de DDM en fonction de R
3.9	Bruit de mesure d'amplitude en fonction du coefficient de <i>R</i> 175
3.10	Simulations des interférogrammes attendus sur la bande J 178
3.11	Déphasages et flux sur les différentes sorties du MMZ2
3.12	Shéma du MMZ après dérive
4.1	Schéma du banc préliminaire intégré à l'Onera.
4.2	Photo du banc préliminaire intégré à l'Onera
4.3	DSP du tip en boucle ouverte et en boucle fermée à l'Onera 190
4.4	Fonction de transfert de réjection du tip
4.5	Schéma du MMZ
4.6	Illustration de la première étape de la calibration
4.7	Illustration de la calibration du système de cophasage
4.8	Chromatisme entre les canaux spectraux I et J $(1/2)$
4.9	Variation de δ_{ψ} au cours du temps (climatisation à l'arrêt) 207
4.10	Variation de δ_{ψ} au cours du temps (climatisation en fonctionnement).208
4.11	Variation d'hygrométrie
4.12	Estimation de la DDM en fonction le la DDM en entrée du MMZ. 211
4.13	Estimation du flux entrant dans le MMZ en fonction de la DDM. 213
4.14	Estimation du flux d'un des faisceaux entrant dans l'interféromètre. 214
4.15	Estimations des visibilités en fonction de la DDM en entrée du MMZ.215
4.16	Bruit de DDM avec climatisation et asservissement interne des TTPs.217

4.17	Intégrale cumulée de la DSP du bruit de DDM
4.18	Bruit de DDM sans climatisation, avec asservissement interne TTPs218
4.19	Bruit de DDM sans climatisation ni asservissement interne TTPs. 219
4.20	Première fermeture de boucle : correction à 200 Hz
4.21	Dynamique de mesure de la DDM
4.22	Simulation de perturbations typiques de Pégase
4.23	Estimation de la DDM avec les perturbations typiques de Pégase. 223
4.24	Résidu de DDM avec les perturbations typiques de Pégase 224
4.25	Fonction de transfert de réjection
4.26	Résidu de DDM minimal atteint avec le MMZ1
4.27	Photo du banc préliminaire intégré à Meudon
4.28	Variation de la modulation interne du MMZ2 au cours du temps. 231
4.29	Variations de température et d'hygrométrie au cours du temps 232
4.30	Déplacement de la PSF sur la caméra du FRAS au cours du temps. 233
4.31	Bruit de la mesure du flux en fonction du flux détecté
4.32	Illustration de la calibration du système de cophasage
4.33	Résidu de DDM minimal atteint avec le MMZ2
4.34	Fonction de transfert de réjection
4.35	Flux mesuré sur la sortie 4 du MMZ2 lorsque la frange est brillante.240
4.36	Flux mesuré sur la sortie 4 du MMZ2 lorsque la frange est sombre. 240

A.1 Courbes de réflexion et des anti-reflet des lames du MMZ1.... 280

Liste des tableaux

1	Sigles et abréviations utilisés dans ce manuscrit
1.1 1.2	État de l'art : systèmes de cophasage existants59Budget d'erreur de la profondeur de l'extinction.68
2.1	Coordonnées des centres de rotation des sidérostats, hub et TTPs. 116
3.1 3.2 3.3	Bilan des transmissions et réflexions en sortie du MMZ
4.1 4.2 4.3	Écarts-types des perturbations du tip/tilt
4.4	Transmission experimentale pour les différentes sorties du MMZ. 200

Notation et abbréviations

APS	Achromatic Phase Shifter
CNES	Centre National D'Études Spatiales
CAD	Computer Assisted Design
CTE	Coefficient of Thermal Expansion
DDM	Différence De Marche
DFB	Distributed FeedBack
DSP	Distribution Spectrale de Puissance
ESA	European Space Agency
ESO	European Southern Observatory
FRAS	Field Relative Angle Sensor
IAS	Institut d'Astrophysique Spatiale
LECIV	Laboratoire d'Études Spatiales
LESIA	et d'Instrumentation en Astrophysique
MMF	Multi-Mode Fiber
MMZ	Modified Mach-Zehnder
OBSPM	Observatoire de Paris-Meudon
OCA	Observatoire de la Côte d'Azur
DEDSEE	Pegase Experiment for Research
IERSEE	and Stabilization of Extreme Extinction
SF	Senseur de Franges
SLED	Superluminescent Light Emitting Diode
SMF	Single-Mode Fiber
TAS	Thalès Alenia Space
TTP	Miroir de Tip/Tilt/Piston
VLT	Very Large Telescope
VLTI	Very Large Telescope Interferometer
WFE	Wave Front Error

TAB. 1 – Sigles et abréviations utilisés dans ce manuscrit.

Introduction

"La considération de la nature est une pâture propre à nos esprits, elle nous élève et enfle, nous fait dédaigner les choses basses et terriennes, par la comparaison des supérieures et célestes." Montaigne

En 1995, la détection de la première planète extrasolaire autour d'une étoile de la séquence principale met fin à la spéculation sur l'existence de planètes en dehors du système solaire gravitant autour d'étoiles semblables au Soleil. La recherche de planètes extrasolaires constitue désormais un thème majeur de l'astrophysique. Outre la quête de la vie dans l'univers, ces recherches sont motivées par la volonté de mieux connaître les systèmes planétaires, et en particulier les mécanismes de formation de la Terre.

Même si à ce jour plus de 350 planètes extrasolaires ont été découvertes, très peu ont pu être détectées de façon directe à cause du très fort contraste existant entre une planète et son étoile hôte. La détection directe des photons provenant d'une planète extrasolaire est cependant essentielle car elle permet d'obtenir des informations sur le spectre de la planète et d'en déduire, entre autres, sa composition, sa luminosité intrinsèque et ses conditions de formation, informations qui sont quasiment inaccessibles par les méthodes de détection indirecte comme il sera justifié dans le Chapitre 1. Dans ce chapitre, je décris une méthode prometteuse de détection directe, consistant à *éteindre* la lumière de l'étoile hôte grâce à des interférences destructives : l'interférométrie en frange noire. Celle-ci devrait permettre d'obtenir le spectre de planètes de type terrestre mais cette méthode est très exigeante d'un point de vue technique, en particulier la contrainte sur le cophasage des faisceaux est extrêmement sévère.

Dans le but de démontrer la faisabilité des projets d'interférométrie en frange noire, un démonstrateur en laboratoire a été conçu : Persée. Ce démonstrateur est le sujet principal de ce manuscrit. En effet, dans le cadre de Persée, l'objectif premier de mon travail de thèse est de démontrer, tant théoriquement qu'expérimentalement, la faisabilité du couplage d'un interféromètre en frange noire avec un système de cophasage effectuée à l'aide d'un Mach-Zehnder modifié. Ce concept original qui est le cœur de Persée permet de limiter les aberrations différentielles entre l'interféromètre en frange noire et le système de cophasage.

Dans le Chapitre 2, je présente ma contribution au dimensionnement de Persée. En particulier, je minimise les bruits de mesure avec le choix approprié des deux bandes spectrales utilisées et l'optimisation des algorithmes pour le système de cophasage, et j'évalue l'influence de la position de la pupille pour les interféromètres en frange noire. Dans Chapitre 3, je développe les algorithmes de démodulation nécessaire à tout système de cophasage basé sur une modulation ABCD spatiale, comme c'est le cas de Persée, et je montre que plusieurs avantages ressortent d'une telle modulation. Je développe également un algorithme novateur pour étendre le domaine non ambigu de mesure de la différence de marche dans le cadre de l'interférométrie à deux longueurs d'onde. Dans le Chapitre 4, je valide expérimentalement la bonne opération de la modulation ABCD spatiale effectuée à l'aide d'un Mach-Zehnder modifié. Je montre que le cophasage de Persée a atteint la spécification requise, à savoir 2 nm rms, lorsque seules les perturbations du laboratoire sont présentes.

Les mesures de distance absolue et le contrôle de la différence de marche en temps réel ont d'autres applications en astronomie, en particulier l'astrométrie par interférométrie. Dans ce contexte, j'ai participé à la définition du système de cophasage de GRAVITY, un instrument de seconde génération du Very Large Telescope Interferometer. Ce travail est présenté dans le Chapitre 5.

Je termine ce manuscrit par un bilan de mon travail de thèse. En particulier, je récapitule les avantages du couplage entre un interféromètre en frange noire et un système de cophasage, ce qui constitue une solution prometteuse pour les futurs instruments. Enfin, je présente les perspectives de mon travail. En entres, j'ai envisagé, sous certaines hypothèses, la possibilité de suivre en temps réel les aberrations différentielles entre l'interféromètre en frange noire et le senseur de franges et de modifier en conséquence le point de fonctionnement du système de cophasage. Il sera nécessaire de le démontrer expérimentalement.

Chapitre 1

Le cophasage pour l'observation à haute résolution angulaire

"Maintenant, lassé et blasé du spectacle, personne ne daigne plus lever les yeux vers les espaces lumineux du ciel." Lucrèce

Sommaire

1.1 Contexte : détection et caractérisation de planètes extrasolaire	S 29
1.2 L'interférométrie optique	36
1.3 L'interférométrie en frange noire	44
1.4 Le cophasage en temps réel	52
1.5 Quelques projets d'observation à haute résolution angulaire	60
1.6 Persée : le banc de démonstration de nulling stabilisé	66
1.7 Ma thèse dans ce contexte	72
1.8 Annexe : Présentation détaillée de Persée	74

La résolution angulaire d'un télescope définit sa capacité à distinguer les détails fins de l'objet observé. Lorsque le télescope est limité par la diffraction, la résolution angulaire est directement proportionnelle à la longueur d'onde d'observation et inversement proportionnelle au diamètre du télescope. Ainsi, lors d'une observation avec le télescope ayant le plus grand diamètre actuellement, soit le Keck avec son diamètre de 10 m, à une longueur d'onde d'observation typique $(\lambda = 2.2 \ \mu m)$, la résolution angulaire est de 55 mas si toutefois le télescope est limité par la diffraction. Cette résolution n'est cependant pas suffisante pour faire une image ne serait-ce de R-Doradus, l'étoile ayant le diamètre angulaire le plus grand vu depuis la Terre, à savoir 57 mas. Afin d'augmenter la résolution du télescope, il est donc indispensable de faire des observations dans des longueurs d'onde plus courtes et/ou de construire des télescopes avec des plus grands diamètres.

La longueur d'onde d'observation n'est pas un choix entièrement dépendant de l'observateur, en effet rentrent en compte dans ce choix les fenêtres spectrales d'observation possibles à cause de l'absorption de l'atmosphère à certaines longueurs d'onde mais surtout les phénomènes que l'observateur veut mettre en évidence. Reste donc l'accroissement des diamètres des télescopes : les futurs télescopes tels que le Thirty Meter Tescope canadien/américain et l'European Extremely Large Telescope (E-ELT) de l'European Southern Observatory (ESO) auront des diamètres de 30 m et 42 m respectivement. À la longueur d'onde $\lambda = 2.2 \,\mu$ m, l'E-ELT aura une résolution de 13 mas. Ainsi, ce télescope devrait donc permettre de résoudre R-Doradus, le diamètre de celle-ci étant échantillonné sur 4.4 pixels, ce qui est toutefois encore insuffisant d'une résolution très modeste.

Il existe une méthode, expérimentée avec succès dès 1920, appelée **interférométrie** [Michelson & Pease (1920); Lawson (2000)], permettant d'atteindre avec des télescopes séparés d'une longueur de base B la même résolution que celle qu'obtiendrait un télescope de diamètre B. Lorsque la lumière de plusieurs télescopes de diamètre d et séparés d'une longueur de base B est recombinée de façon cohérente, la résolution du télescope n'est plus inversement proportionnelle au diamètre des télescopes d mais à la longueur de base. Il est ainsi possible d'atteindre des résolutions angulaires inférieures à la milli-seconde d'arc pour des longueurs de base hectométriques.

Après avoir situé le contexte astrophysique général de ma thèse (Sec. 1.1), je décrirai le principe de l'interférométrie optique (Sec. 1.2). L'interférométrie en frange noire, méthode dérivée de l'interférométrie optique, prometteuse pour la détection et la caractérisation de planètes extrasolaires, est ensuite détaillée (Sec. 1.3).

Cependant, derrière cet ambitieux et large potentiel scientifique de l'interférométrie optique se cachent des challenges techniques de taille. En effet, afin de faire interférer les faisceaux, il est nécessaire que la différence de marche (DDM) entre les faisceaux soit inférieure à la longueur de cohérence (typiquement de l'ordre de quelques micromètres pour les interféromètres optiques), et ce malgré les perturbations présentes (Sec. 1.4.1). Après avoir rappelé la signification des termes *cophasage* et *cohérençage*, le principe du système permettant d'égaliser la DDM, le système de cophasage, est décrit à la Section 1.4.2 puis un état des lieux des interféromètres optiques (avec ou sans système de cophasage) est fait à la Section 1.4.3.

Enfin, après avoir décrit quelques projets ambitieux d'interférométrie en frange noire ayant pour objectif la détection et la caractérisation de planètes extrasolaires (Sec. 1.5), une description de Persée, un démonstrateur en laboratoire d'interféromètre en frange noire stabilisée sur lequel une grande partie de mon travail de thèse s'est portée, est faite à la Section 1.6. Le cœur de Persée est l'utilisation d'un même interféromètre, un Mach-Zehnder modifié, pour la recombinaison interférométrique de la voie de mesure et de la voie scientifique. Dans la Section 1.6.3, nous exposons ce couplage qui constitue le point de départ de mon travail de thèse.

1.1 Contexte : détection et caractérisation de planètes extrasolaires

Depuis la découverte de la première planète extrasolaire autour d'une étoile comparable au Soleil (son étoile hôte 51 Peg) par Michel Mayor et Didier Queloz en 1995 [Mayor & Queloz (1995)], 352 autres planètes extrasolaires ont été détectées et ce chiffre évolue de façon grandissante. Dès lors, la question de savoir si le Soleil est la seule étoile autour de laquelle gravitent des planètes ne se pose plus ; cependant une autre question se pose, celle de savoir si la Terre est la seule planète à réunir toutes les conditions propices à l'apparition et au développement de la vie (biologique ou biologique et *intelligente*).

Avant de répondre à cette question, la découverte de corps dans le système solaire de masse très faible et de planètes en dehors du système solaire de masse plusieurs fois la masse de Jupiter a incité la communauté astronomique à définir plus précisément ce qu'est une planète. C'est en février 2006 que l'International Astronomical Union (IAU) a statué quant à la notion de planète. La définition donnée par l'IAU repose sur plusieurs critères dont les principaux sont les suivants [Binzel (2006)] :

- Un objet de masse inférieure à la masse limite de la fusion thermonucléaire du deutérium (estimé à environ 13 fois la masse de Jupiter pour des objets de même métallicité que le Soleil) qui gravite autour d'une étoile est une planète.
- Un objet de masse supérieure à la masse limite de la fusion thermonucléaire du deutérium est une naine brune.

 Un objet de masse inférieure à la masse limite de la fusion thermonucléaire du deutérium mais qui ne gravite pas autour d'un autre objet n'est pas une planète.

Un objet qui n'a pas éliminé le voisinage de son orbite n'est pas une planète.
C'est ce dernier critère qui a reclassé Pluton en plutoïde (planète naine).

Le contraste entre la planète et son étoile hôte est fonction de la longueur d'onde de mesure. Typiquement, il est au minimum de l'ordre de $1:10^4$ (autour de 3.5 µm) pour une planète de type Jupiter chaud et de l'ordre de $1:10^6$ (autour de 10 µm) pour une planète de type Terre. De par ce très fort contraste, il est très difficile de détecter directement les photons provenant de la planète. Dès lors, il est plus facile de détecter la présence d'une planète en se focalisant sur l'effet qu'elle a sur son étoile hôte. En effet, lorsqu'une planète est présente autour d'une étoile, le système Planète-Étoile gravite autour de son barycentre.

1.1.1 Méthodes de détection indirectes

Vitesses radiales

La méthode des vitesses radiales est jusqu'à présent la méthode de détection la plus efficace. Elle se base sur l'influence gravitationnelle que la planète exerce sur l'étoile, cette influence étant repérée par effet Doppler : le spectre de l'étoile est respectivement décalé vers le rouge ou le bleu lorsqu'elle s'éloigne ou se rapproche de l'observateur. Une variation périodique de la vitesse de l'étoile indique la présence d'une planète (ou autre objet) autour de l'étoile (cf. Fig. 1.1).

Même si la mesure de la vitesse radiale des étoiles est efficace depuis de nombreuses années, il a fallu attendre les observations simultanées d'une étoile de référence fixe et de l'étoile d'intérêt pour que cette méthode permette la détection de planètes extrasolaires [Butler *et al.* (1996); Baranne *et al.* (1996)]. Elle permet aujourd'hui d'atteindre une précision de 1 m/s [Lovis *et al.* (2008)]. À titre de comparaison, Jupiter et la Terre exercent sur le Soleil une influence qui met en mouvement ce dernier avec des vitesses maximales égales à 12.5 m/s et 0.09 m/s respectivement. Actuellement, cette méthode ne permet donc pas de détecter une planète de type Terre autour d'une étoile aussi massive que le Soleil.

Cette méthode a néanmoins permis de découvrir des planètes de quelques masses terrestres, comme c'est le cas des planètes gravitant autour de la naine rouge Gliese 581 [Mayor *et al.* (2009)].

Étant sensible à la projection du déplacement de l'étoile sur la ligne de visée, cette méthode permet d'avoir une mesure de M sin *i* où M est la masse de la



FIG. 1.1 – Courbe illustrant la détection de la planète GJ 581 b autour de Gliese 581. La projection de la vitesse radiale de l'étoile est tracée en fonction du temps. La variation périodique indique la présence d'une planète autour de l'étoile.

planète et *i* l'inclinaison du plan orbital de la planète par rapport à la ligne de visée. Il n'est pas possible avec la méthode des vitesses radiales de déterminer la masse de la planète, il est seulement possible de déterminer un minorant de la masse de la planète. En outre, cette méthode favorise la détection d'objets de masse élevée et de courte période.

Malgré ces limitations, la méthode des vitesses radiales est, jusqu'à présent, de loin la méthode de détection de planètes extrasolaires la plus efficace : elle a permis d'en découvrir la grande majorité.

Astrométrie

Tout comme la méthode de détection par vitesse radiale, cette méthode se base sur l'influence gravitationnelle que la planète exerce sur son étoile hôte, mais ici l'influence est repérée en mesurant la position de l'étoile. Lorsqu'une planète est présente, le système Planète-Étoile gravite autour de son barycentre.

Même si à ce jour, une seule planète extrasolaire a été découverte avec la méthode de détection par astrométrie [Pravdo & Shaklan (2009)] et si la précision astrométrique n'est pas suffisante pour permettre la détection de planète extrasolaire de type Terre, cette méthode devrait permettre de détecter d'autres planètes extrasolaires avec l'arrivée de PRIMA (Phase Referenced Imaging and Microarcsecond Astrometry [Delplancke *et al.* (2003)]) au Very Large Telescope Interferometer (VLTI) et des missions SIM (Space Interferometry Mission [Shao *et al.* (1995)]) et Gaia [Lindegren & Perryman (1996)]. À titre de comparaison, Jupiter exerce un déplacement du Soleil égal à 0.5 mas lorsque l'observateur est situé à une distance de 10 parsecs.

Transit

La méthode des transits se base sur la baisse de luminosité détectée lorsque la planète se situe entre l'observateur et l'étoile observée. Une variation périodique de cette baisse de luminosité, proportionnelle au carré du rayon de la planète, indique la présence d'une planète (ou autre objet) gravitant autour de l'étoile observée. La Figure 1.2 montre la confirmation de la découverte de la planète HD209458 [Brown *et al.* (2001)].

En comparaison avec les autres méthodes de détection indirecte, cette méthode présente deux avantages majeurs :



FIG. 1.2 – Courbe obtenue en observant 4 transits de la planète HD209458. La diminution du flux détectée indique clairement le passage d'un objet devant l'étoile observée.

- la possibilité de mesurer le rayon ainsi que l'inclinaison du plan orbital de la planète détectée,
- la possibilité d'obtenir le spectre de l'atmosphère de la planète à l'aide du transit secondaire comme ce fut le cas de HD 189733b [Grillmair *et al.* (2007)].

Couplée à la méthode des vitesses radiales, la masse de l'objet détecté peut ainsi être connue.

Cette méthode favorise la détection d'objets de grand rayon et de courte période. Jusqu'à présent, la méthode de détection par transit a permis de découvrir plusieurs dizaines de planètes extrasolaires. Les missions COROT (COnvection COtation et Transits) et Kepler devraient augmenter considérablement le nombre de détection par transit.

Micro-lentille gravitationnelle

La méthode de détection par micro-lentille gravitationnelle est également basée sur un effet photométrique. Lorsque deux objets A et B sont situées sur une même ligne de visée, l'objet le plus proche, A, déforme l'espace-temps selon les équations de la relativité générale. L'objet A agit alors comme une lentille et amplifie l'intensité détectée de l'objet le plus lointain, soit B. Si un objet C gravite autour de l'objet A, alors une micro-lentille gravitationnelle secondaire se produit lorsque la planète se situe très près de la ligne de visée. L'intensité détectée de l'objet B subit alors une variation remarquable. La Figure 1.3 illustre la détection d'un objet par micro-lentille gravitationnelle.



FIG. 1.3 – Flux d'une étoile détectée à travers une micro-lentille gravitationnelle. Le sursaut du flux détecté indique clairement le passage d'une planète autour de l'étoile qui crée la micro-lentille gravitationnelle.

Cette méthode présente l'avantage majeur de pouvoir détecter des planètes de masse bien plus faible que les autres méthodes de détection. Elle a ainsi permis la détection de la planète OGLE-2005-BLG-390Lb, de 5.5 masses terrestre Beaulieu *et al.* (2006)], l'une des planètes extrasolaires les moins massives détectées à ce jour. Cependant, cette méthode est assujettie à une configuration d'objets rare, temporaire (quelques jours) et non reproductible. En outre, seul le rapport de masse entre la planète et l'étoile hôte est déduit.

Jusqu'à présent, 13 planètes extrasolaires ont été découvertes par microlentille gravitationnelle [Beaulieu *et al.* (2008)].

1.1.2 Méthodes de détection directes

Comme nous l'avons vu, les méthodes de détection indirecte permettent d'obtenir des informations sur la nature des planètes observées telles que leur masse et leur rayon. Cependant, d'autres informations telles que le spectre de la planète et sa luminosité intrinsèque sont *quasiment* inaccessibles. *Quasiment* car la méthode des transits a permis d'obtenir le spectre d'une planète, néanmoins cette méthode est limitée aux planètes dont le plan orbital est peu incliné par rapport à la ligne de visée. Ces informations pourraient permettre, entre autres, de contraindre les modèles de formation des planètes et de rechercher des bio-signatures, c'est-à-dire des signatures indiquant la présence d'une activité biologique et en particulier en associant les molécules H_2O , O_3 , CH_4 et CO_2 . C'est entre autres pour ces raisons que la détection directe des photons provenant des planètes extrasolaires est primordiale.

La Figure 1.4 montre la détection directe de deux planètes extrasolaires : la planète 2M1207 b acquise par le VLT en lumière infra-rouge [Chauvin *et al.* (2004)] et la planète Fomalhaut b acquise par Hubble en lumière visible [Kalas *et al.* (2008)].



FIG. 1.4 – Premières images de planètes extrasolaires.

Coronographie

La coronographie est certainement la méthode la plus évidente pour observer directement les planètes extrasolaires. Cette méthode a été imaginée puis mise en pratique avec succès par Bernard Lyot en 1939 afin d'observer la couronne solaire sans être aveuglé par le Soleil lui-même [Lyot & Marshall (1933)]. Elle se base sur l'extinction, au moyen d'un coronographe, de la lumière d'une source brillante afin d'observer son environnement proche. De nombreux projets de coronographie vont voir le jour ces prochaines années, tant au sol que dans l'espace.
Au sol, deux projets prévoient leur première lumière pour 2010 : SPHERE (Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet REsearch [Dohlen *et al.* (2006)]) et GPI (Gemini Planet Imager [Macintosh *et al.* (2006)]) ont pour objectif d'imager des planètes dont l'intensité est respectivement 10^6 et 10^7 fois plus faibles que celle de leur étoile hôte.

Dans l'espace, TPF-C (Terrestrial Planet Finder Coronograph [Ford *et al.* (2004)]) est un avant-projet dont le but est d'imager des planètes de type Terre et JWST (James Webb Space Telescope [Gardner *et al.* (2006)]) embarquera un coronographe et pourrait atteindre un contraste meilleur que 10^5 [Boccaletti *et al.* (2005)].

Interférométrie en frange noire

Tout comme la coronographie, l'interférométrie en frange noire est une technique instrumentale permettant d'éteindre la lumière d'une source brillante. Cependant, contrairement à la coronographie, il n'est pas question d'imager l'environnement à l'entour de la source éteinte mais plutôt de faire de la photométrie intégrée de cet environnement. Pourquoi dès lors utiliser l'interférométrie en frange noire ?

La principale raison réside dans la **résolution angulaire**. En effet, la séparation angulaire entre une planète et son étoile hôte que l'on peut observer est *beaucoup* plus petite avec l'interférométrie en frange noire qu'avec la coronographie. Ainsi, certaines (de nombreuses ?) planètes *faiblement* séparées angulairement de leur étoile hôte ne pourront pas être observées par coronographie mais seulement par interférométrie en frange noire.

Nous reviendrons sur la notion de résolution angulaire dans la Section 1.2.3. En outre, certains projets d'interférométrie en frange noire seront décrits dans la Section 1.5.

1.2 L'interférométrie optique

Le principe physique de l'interférométrie repose sur le caractère ondulatoire de la lumière mis en évidence en 1803 par la très célèbre expérience des *fentes d'Young* par Thomas Young. Même si ce sont des fentes qui ont été utilisées par Young lors de son expérience originelle, la Figure 1.5 représente les non moins célèbres *trous d'Young*.

Deux grandeurs sont caractéristiques des franges observées : l'**interfrange** c'est-à-dire la distance entre deux franges brillantes, et la **visibilité** des franges.



a) Principe de l'expérience

b) Figure d'interférence observée

FIG. 1.5 – On éclaire un écran dans lequel se trouve un trou T dont le diamètre est de l'ordre de la longueur d'onde. L'onde est diffractée puis éclaire un autre écran dans lequel se trouvent deux trous A et B dont les diamètres respectifs sont également de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Ces 2 trous diffractent à leur tour la lumière. A l'intersection des deux cônes de lumière peut être observé le phénomène d'interférence : des franges alternativement claires et obscures perpendiculaires à la direction (AB) apparaissent. A [droite] la figure d'interférence que l'on observe sur un troisième écran est représentée. [source : F. Cassaing]

L'interfrange *i* est fonction de la distance B=AB que nous appelons **longueur de base de l'interféromètre**, de la distance *L* entre l'écran d'observation et l'écran dans lequel se trouvent les trous A et B, et de la longueur d'onde de la source λ :

$$i = \frac{L\lambda}{B} \tag{1.1}$$

La visibilité V est une grandeur sans dimension comprise entre 0 et 1 et est d'autant plus grande que les franges sont *visibles*. Elle est définie, dans le cas d'une source monochromatique, par :

$$V \stackrel{\Delta}{=} \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \tag{1.2}$$

où I_{min} et I_{max} sont les intensités minimale et maximale détectées respectivement.

Après un (très) bref rappel historique de l'interférométrie optique, nous nous intéressons à son principe et expliquons comment il est possible avec l'interférométrie d'atteindre de très grandes résolutions.

1.2.1 Repère historique

L'interférométrie optique (visible et l'infrarouge) débute en France en 1868 lorsque Hippolyte Fizeau suggère que le diamètre d'une étoile peut être mesuré à l'aide des interférences [Fizeau (1868)]. Peu de temps après, Édouard Stephan mit en pratique cette idée à l'Observatoire de Marseille et montra que les étoiles qu'il a observées ont un diamètre inférieur à 0.16 arcsec [Stéphan (1874)]. C'est en 1890 qu'Albert Michelson développa les bases mathématiques de l'interférométrie optique et mesura le diamètre angulaire des lunes de Jupiter. Puis en 1920, avec Francis Pease, il mesura pour la première fois le diamètre d'une étoile, α Orionis (Bételgeuse) [Michelson & Pease (1920)].

Cependant, même ce succès remarquable n'a pas permis de développer l'interférométrie optique. C'est en effet seulement en 1974 avec Antoine Labeyrie, c'est-à-dire plus de 50 ans plus tard, que les premières franges en lumière visible ont pu être observées avec des télescopes séparés. Et encore aujourd'hui, seulement une dizaine d'interféromètres optiques sont en opération. La raison principale est que l'entière exploitation du potentiel d'un interféromètre nécessite un système complexe permettant de maintenir la DDM entre les faisceaux inférieure à la longueur de cohérence L_c définie par :

$$L_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \tag{1.3}$$

où λ est la longueur d'onde moyenne et $\Delta\lambda$ la largeur du spectre de la lumière détectée (spectre de la source vue par l'interféromètre). Nous reviendrons sur ce système, appelé **système de cophasage**, dans la Section 1.4.2

1.2.2 Principe

Le principe d'un interféromètre optique est des plus simples. Il s'agit de reproduire l'expérience des trous d'Young avec des télescopes tel que schématisé sur la Figure 1.6.



FIG. 1.6 – Principe de l'interférométrie optique.

Afin d'observer le phénomène d'interférence avec un interféromètre op-

tique, il est nécessaire que les deux télescopes observent la même source, et que la différence de marche des deux faisceaux soit inférieure à la longueur de cohérence lors de leur recombinaison.

Dans ces conditions, lorsque nous faisons varier la DDM δ autour de la DDM nulle à l'aide d'une **ligne à retard**, nous observons des franges d'interférence. Lorsque la source observée est ponctuelle, l'intensité détectée est :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma(\delta)| \cos\left(\phi_{\gamma} + 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)$$
(1.4)

où I_1 et I_2 sont les intensités des faisceaux arrivant sur les télescopes 1 et 2 respectivement et λ est la longueur d'onde moyenne de la source. Le **degré de cohérence temporel** γ est égal à la transformée de Fourier du spectre Sp de la source vue par l'interféromètre [Goodman (1985)] :

$$\gamma(\delta) = |\gamma(\delta)|e^{i\phi_{\gamma}} = TF[\text{Sp}](\delta)$$
(1.5)

Cette propriété est à la base de la spectrométrie par transformée de Fourier [Connes & Michel (1975)].

Lorsque la source est rigoureusement monochromatique, la longueur de cohérence est infinie et l'intensité détectée est une fonction cosinus plus une constante. Cependant, ce cas d'école n'est pas réaliste et l'intensité détectée est plus généralement une fonction cosinus plus une constante multipliée par une enveloppe de cohérence (Fig. 1.7).

1.2.3 Résolution angulaire ...

1.2.3.1 ... d'un télescope monolithique

Tout objet peut être considéré comme la juxtaposition d'une infinité de points source. Nous comprenons dès lors qu'un critère fondamental pour caractériser la qualité d'un système optique est sa réponse impulsionnelle, c'est-à-dire la distribution d'intensité de l'image donnée par le système optique pour un point source. C'est la fonction d'étalement du point, ou encore *point spread function* (PSF) en anglais, qui décrit cette distribution d'intensité. La PSF d'un système optique est égale au module carré de la transformée de Fourier du champ électrique échantillonné par la pupille du système optique.

Pour un télescope possédant une pupille de diamètre D dont l'obstruction centrale de diamètre αD ($\alpha \in [0, 1]$) est circulaire, la fonction d'étalement du point



FIG. 1.7 – Intensité détectée en fonction de la DDM δ . Nous supposons que l'intensité des flux arrivant sur les deux télescopes sont égaux ($I_1 = I_2$) et nous faisons une approximation gaussienne de l'enveloppe de cohérence. La longueur de cohérence L_c est représentée.

est :

$$PSF = \frac{1}{(1-\alpha^2)^2} \left(\frac{2J_1\left(\pi \frac{D}{\lambda}\theta\right)}{\pi \frac{D}{\lambda}\theta} - \alpha^2 \frac{2J_1\left(\alpha \pi \frac{D}{\lambda}\theta\right)}{\alpha \pi \frac{D}{\lambda}\theta} \right)^2$$
(1.6)

où :

 $-\lambda$ est la longueur d'onde moyenne de mesure,

 $-\theta$ est la direction d'observation,

 $- J_1$ est la fonction de Bessel de première espèce.

La forme de la PSF d'un télescope possédant une pupille circulaire est une **tâche d'Airy**.

L'image d'un objet vue à travers un télescope est égale à la convolution de l'objet par la PSF du télescope. On peut ainsi calculer une estimation de l'objet à partir de son image par déconvolution.

La PSF est également utile pour définir **la résolution angulaire** d'un télescope. Rayleigh a défini la résolution angulaire d'un télescope comme étant la séparation angulaire de deux étoiles d'égale intensité telle que le maximum d'une des PSFs correspond à la première annulation de l'autre PSF. Avec cette définition, la résolution angulaire d'un télescope est :

$$\Delta \theta_{\text{télescope}} = 1.22\beta \frac{\lambda}{D} \tag{1.7}$$

où le coefficient β est d'autant plus petit que l'obstruction centrale du télescope est grande ($\beta \in [0, 1]$ et $\beta = 1$ lorsque $\alpha = 0$). Ce critère est quelque peu arbitraire et il est très largement répandu d'écrire la résolution d'un télescope indépendamment du diamètre de l'obstruction :

$$\Delta \theta = \frac{\lambda}{D} \tag{1.8}$$

Avec cette définition, la résolution angulaire est d'autant meilleure que $\frac{\lambda}{D}$ est petit : nous disons alors que le télescope possède une **grande résolution angu- laire**.

1.2.3.2 ... d'un interféromètre

La Figure 1.8 illustre le principe de l'interférométrie optique avec l'expérience des trous d'Young lorsque deux étoiles sont très proches l'une de l'autre.



FIG. 1.8 – Illustration de l'interférométrie optique avec les trous d'Young.

Dans le cas d'un interféromètre, la résolution angulaire $\Delta \theta_{\text{interféromètre}}$ est définie par la séparation angulaire de deux étoiles d'égale intensité telle que le

maximum de l'intensité provenant de l'une des étoiles correspond à la première annulation de l'intensité provenant de l'autre étoile. Une simple relation géométrique suffit à montrer que :

$$\Delta \theta_{\text{interféromètre}} = \frac{\lambda}{2B} \tag{1.9}$$

où B est la longueur de la base projetée de l'interféromètre telle qu'illustrée sur la Figure 1.6.

Ainsi, la résolution angulaire d'un interféromètre est d'autant plus grande que la longueur de la base de l'interféromètre est grande. Elle ne dépend donc plus du diamètre des télescopes mais en revanche ce dernier, comme dans le cas d'un télescope monolithique, influe sur sa sensibilité.

1.2.4 Le théorème de Zernike-Van Cittert

Nous avons vu l'expression d'un interférogramme dans la Section 1.2.2 dans le cas d'une source ponctuelle. Lorsque la source n'est plus ponctuelle mais est étendue, le rayonnement spatialement incohérent de la source se traduit par une baisse de la visibilité des franges.

Le théorème de Zernike-Van Cittert lie le contraste des franges d'interférence à une composante de Fourier de la distribution d'intensité de la source. Il peut s'énoncer ainsi : *Pour une source quasi-monochromatique et spatialement incohérente, le facteur complexe de cohérence est égale à la transformée de Fourier normalisée de la distribution d'intensité de la source.*

En notant E(P) le champ électrique en un point P(x, y) du plan pupille et $I(\alpha, \theta)$ la répartition de lumière du plan objet, d'après le théorème de Zernike-Van Cittert, le facteur de cohérence s'écrit :

$$\mu(u,v) = \frac{\langle E(P_1)E^*(P_2)\rangle}{(\langle |E(P_1)|^2\rangle \langle |E(P_2)|^2\rangle)^{1/2}} = \frac{TF[I](u,v)}{TF[I](0,0)}$$
(1.10)

Le couple (u, v) est le système de coordonnées réduites du plan pupille, défini en fonction de la longueur d'onde λ :

$$u = \frac{x_2 - x_1}{\lambda}$$
 et $v = \frac{y_2 - y_1}{\lambda}$ (1.11)

La démonstration de ce théorème, non reproduite ici, figure entre autres dans les livres de Goodman [Goodman (1985)], de Born & Wolf [Born & Wolf (1986)] et de Léna [Léna (1996)].

1.3 L'interférométrie en frange noire

L'interféromètre en frange noire est un type de recombinaison imaginée par Bracewell [Bracewell (1978)]. Cette technique permet d'éteindre le flux d'une étoile et ainsi de rendre possible l'observation directe d'une planète gravitant autour de cette étoile.

Cependant, cette méthode exige, entre autres, une parfaite symétrie de la recombinaison [Serabyn (2000)]. C'est-à-dire que les deux faisceaux doivent subir exactement le même nombre de transmissions et de réflexions dans le même sens de passage (du verre vers l'air et de l'air vers le verre). L'une des solution est l'utilisation d'un interféromètre Mach-Zehnder modifié, ou *Modified Mach-Zehnder* (MMZ) en anglais, couplé à un filtrage spatial du front d'onde.

1.3.1 L'interféromètre de Bracewell

L'idée, très simple *théoriquement*, est illustrée sur la Figure 1.9. Lorsqu'un interféromètre observe une étoile autour de laquelle gravite une planète et qu'un déphasage de π est introduit dans un des deux bras de l'interféromètre (le bras droit sur la Figure 1.9), alors le champ électrique provenant de l'étoile interfère de façon destructive et le flux provenant de l'étoile est éteint.

Supposons maintenant qu'une planète gravite autour de cette étoile. Puisque l'interfrange est fonction de la longueur de la base de l'interféromètre (cf. Sec. 1.2), il ne reste plus qu'à régler cette longueur afin de faire en sorte que le champ électrique provenant de l'étoile interfère de façon constructive comme l'illustre la Figure 1.9.

La transmission de la lumière projetée sur le plan du ciel par l'interféromètre est appelée la **carte de transmission** de l'interféromètre. Dans le champ de vision de l'interféromètre, cette carte définit quelles parties du ciel sont transmises ou bloquées par les interférences constructives ou destructives respectivement. Pour une longueur d'onde d'observation de 10 μ m, la Figure 1.10 représente la carte de transmission d'un interféromètre en frange noire pour deux télescopes de diamètres D = 2 m, séparés par une base égale à 10 m. Le champ de vision de l'interféromètre a été limité à 1 arcsec, c'est-à-dire au champ λ/D limité par la diffraction d'un unique télescope.

Cependant, le flux de l'étoile n'est jamais totalement éteint et donc le flux détecté provient en partie de la planète et en partie de l'étoile. Afin de pallier ce problème, l'interféromètre tourne sur lui-même pendant l'observation tout en gardant la même ligne de visée (Fig. 1.11). De cette façon, la transmission du



FIG. 1.9 – Principe de l'interféromètre de Bracewell. Les faisceaux rouges proviennent de l'étoile alors que les faisceaux bleus proviennent de la planète gravitant autour de l'étoile. Le déphasage de π introduit dans le bras droit de l'interféromètre fait en sorte que le champ électrique de la planète interfère de façon destructive. La longueur de la base de l'interféromètre est choisie de telle sorte que le champ électrique de la planète interfère de façon constructive.



FIG. 1.10 – Carte de transmission de l'interféromètre de Bracewell pour une planète séparée angulairement de 0.1 arcsec de son étoile hôte. La longueur d'onde d'observation est égale à 10 µm. L'interféromètre observe dans la direction de l'étoile, ainsi placée sur la frange centrale noire, et la base de l'interféromètre, égale à 10 m, a été ajustée de telle sorte que la planète soit située sur la frange brillante adjacente.

flux provenant de la planète est modulée avec une fréquence double de la rotation de l'interféromètre. Dès lors, le flux provenant de la planète est séparé du flux provenant de l'étoile.

En réalité, cette modulation avec un système à deux pupilles suffit pour détecter des planètes de type Jupiter chaud, mais n'est en générale pas suffisante pour distinguer une planète extrasolaire de type Terre de la lumière exo-zodiacale à l'entour de son étoile hôte. Pour ce faire, il est nécessaire d'employer un nombre plus élevé de pupilles comme c'est le cas du concept X-array de Darwin [Cockell *et al.* (2008)].



FIG. 1.11 – Principe de l'extraction de la lumière provenant de la planète de celui provenant de l'étoile autour de laquelle elle gravite. L'interféromètre tourne sur lui-même créant une modulation du flux de la planète qui peut ainsi être extrait.

1.3.2 Taux de réjection et profondeur de l'extinction

La qualité d'un interféromètre en frange noire est soit caractérisée par le taux de réjection ρ de l'étoile, soit par la profondeur N de l'extinction de l'étoile. Le taux de réjection correspond au rapport de la transmission maximale de l'interféromètre sur sa transmission minimale et la profondeur de l'extinction correspond à l'inverse de ce dernier. Ils sont ainsi défini par :

$$\rho \stackrel{\Delta}{=} \frac{I_{max}}{I_{min}} \qquad \text{et} \qquad N \stackrel{\Delta}{=} \frac{I_{min}}{I_{max}} \qquad (1.12)$$

où le symbole $\stackrel{\Delta}{=}$ signifie "est égal par définition à".

Cette notion de réjection permet une comparaison directe entre les performances d'un interféromètre en frange noire et le contraste entre l'étoile et la planète que nous voulons observer. Il peut être rattaché à la visibilité V définie en Eq. 1.2 par :

$$\rho = \frac{1+V}{1-V} \tag{1.13}$$

Ainsi, le taux de réjection de l'étoile est d'autant plus grand que la visibilité des franges est grande. Il est même *théoriquement* infini pour un instrument parfait avec V = 1. Théoriquement car il est impossible que ce soit le cas, ne serait-ce qu'à cause des fuites stellaires dues à la résolution, même très partielle, de l'étoile par l'interféromètre [Serabyn (2000)]. En effet, pour un interféromètre de Brace-well parfait, la lumière provenant de la périphérie de l'étoile n'est pas parfaitement annulée parce la transmission sur la frange centrale noire varie en θ^2 , avec θ l'angle d'incidence. Cependant, les fuites stellaires peuvent être largement diminuées en utilisant plus de 2 télescopes comme : des configurations à 3 télescopes alignés (Croix d'Angel Dégénérée) ou 4 télescopes situés sur un cercle (Croix d'Angel Généralisée) permettent de faire varier la transmission sur la frange noire centrale varie en θ^4 [Absil (2001)].

Même dans le cas d'un point source et donc en l'absence de fuites stellaires, un taux de réjection infini et donc une profondeur de l'extinction égale à 0 est impossible à cause des erreurs instrumentales. En effet, E. Serabyn a montré que la profondeur de l'extinction N peut être exprimée comme la somme de plusieurs contributions [Serabyn (2000)] :

$$N = N_{\delta} + N_{\Delta I} + N_{\Delta \lambda} + N_{s-p} + N_{rot} \tag{1.14}$$

Cette équation ne prend pas en considération les erreurs de front d'onde car nous supposons qu'une fibre monomode filtre ces effets et les convertit en erreur d'intensité (cf. Section 1.3.4).

L'erreur de DDM

Cette erreur est due à la translation des franges sur la carte de transmission qui fait que la frange noire ne se situe plus sur l'axe optique. Lorsque les deux fronts d'onde plans sont recombinés sont déphasés de $\pi + \Delta \Phi$ où l'erreur de phase $\Delta \Phi$ est très petite devant π , alors la contribution de l'erreur de phase à la profondeur de l'extinction est :

$$N_{\delta} = \frac{(\Delta \Phi)^2}{4} \tag{1.15}$$

À la longueur d'onde λ , la contribution à l'erreur de phase N_{δ} s'exprime en fonction de la DDM δ suivant :

$$N_{\delta} = \left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)^2 \tag{1.16}$$

Déséquilibre photométrique

Lorsque les intensités I_1 et I_2 sur les deux bras de l'interféromètre ne sont pas égales, alors l'excédent d'intensité sur un bras de l'interféromètre n'interfèrera pas avec l'autre bras. La contribution du déséquilibre photométrique à la profondeur de l'extinction est :

$$N_{\Delta I} = \frac{1}{4} \left(\frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \right)^2 \tag{1.17}$$

Ainsi, nous pouvons écrire :

$$N_{\Delta I} \approx \frac{1}{16} \left(1 - \frac{I_2}{I_1} \right)^2$$
 (1.18)

Erreur de chromatisme

La dispersion chromatique de la DDM dans la bande spectrale de mesure a la même conséquence que l'erreur de phase. En appelant $\Delta \Phi_{\lambda}$ l'erreur de phase à la longueur d'onde λ , la contribution de l'erreur de chromatisme à la profondeur de l'extinction est :

$$N_{\Delta\lambda} = \frac{\langle (\Delta \Phi_{\lambda})^2 \rangle}{4} \tag{1.19}$$

avec :

$$\left\langle (\Delta \Phi_{\lambda})^2 \right\rangle = \int \operatorname{Sp}(\lambda) (\Delta \Phi_{\lambda})^2 d\lambda$$
 (1.20)

où Sp(λ) est le spectre de la source vue par l'interféromètre.

L'erreur de polarisation

Il y a deux types d'erreur dus à la polarisation. Tout d'abord, une erreur de phase entre les polarisations transverse électrique s et tranverse magnétique p peut être vue comme une erreur de phase entre les deux faisceaux pour chaque polarisation séparément. Ensuite, une rotation différentielle des polarisations peut être vue comme un déséquilibre photométrique pour chacune des polarisations si nous projetons chacune des polarisations sur deux directions. En appelant $\Delta \Phi_{s-p}$ la phase différentielle entre les polarisation s et p et α_{rot} l'angle entre la polarisation s (ou p) entre les deux faisceaux, la contribution de l'erreur de polarisation à la profondeur de l'extinction est :

$$N_{s-p} + N_{rot} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} (\Delta \Phi_{s-p})^2 + \alpha_{rot}^2 \right)$$
(1.21)

1.3.3 Un interféromètre symétrique : le Mach-Zehnder modi-fié

Nous venons de voir que la minimisation des erreurs instrumentales est capitale pour maximiser le taux de réjection. En réalité, il est primordial que la recombinaison soit la plus symétrique possible, si ce n'est parfaitement symétrique. Dans ce but, un Mach-Zehnder modifié (MMZ) permettant une recombinaison co-axiale parfaitement symétrique a été imaginée [Serabyn & Colavita (2001)]. Le schéma de principe du MMZ est illustré sur la Figure 1.12. Cette figure illustre également une version améliorée du MMZ. Dans cette dernière version, le MMZ est entièrement symétrique par rapport à un axe : cette symétrie a été créée dans le but d'augmenter la stabilité du MMZ puisque les dilatations sont dès lors homothétiques.

1.3.4 Le filtrage spatial

Le filtrage spatial consiste à *nettoyer* un front d'onde de ses défauts.

L'idée la plus simple est de placer un trou filtrant dans un plan focal afin de laisser passer seulement la partie centrale de la tache de diffraction. Puisque l'image au plan focal d'un objet à l'infini correspond à une transformée de Fourier du front d'onde sur la pupille, la suppression des parties autres que la partie centrale revient à supprimer les plus hautes fréquences spatiales.

Le filtrage spatial peut également être effectué par des fibres optiques monomodes [Froehly (1981); Connes *et al.* (1985)]. En effet, le couplage d'un faisceau dans une fibre optique monomode revient à effectuer, en plan pupille, une projection du champ électrique sur le mode fondamental de la fibre. Nous parlons de filtrage modal. La Figure 1.13 illustre ces deux méthodes de filtrage spatial.

De part des contraintes optiques très sévères et afin d'obtenir des taux de réjection élevés, il a été montré que l'interférométrie en frange noire requière de façon quasi-indispensable l'utilisation d'un filtrage modal [Mennesson *et al.* (2002)]. Pour plus de détail concernant l'utilisation du filtrage modal en interférométrie, je renvoie le lecteur sur [Coudé du Foresto (1994); Ruilier (1999)]. Entre autres,



a) Montage proposé par E. Serabyn [source : B. Chazelas]

b) Évolution du MMZ par F. Cassaing

FIG. 1.12 – Schémas illustrant le MMZ proposé par E. Serabyn et M. M. Colavita [gauche] puis la modification du MMZ proposée par F. Cassaing. Les parties hachurées représentent les miroirs et les parties quadrillées représentent des lames séparatrices. r et r' sont les coefficients complexes de réflexion lorsque l'onde se propage dans l'air et dans le verre respectivement. t et t' sont les coefficients complexes de transmission lors du passage de l'onde de l'air vers le verre et du verre vers l'air respectivement.



FIG. 1.13 – Filtrage spatial par un trou [gauche] et par une fibre optique monomode [droite]. [source : Ruilier].

il a été démontré avec l'unité de recombinaison FLUOR (Fiber Linked Unit for Optical Recombination) installé sur l'interféromètre IOTA (Infrared and Optical Telescope Array) le grand intérêt du filtrage par fibres monomodes en interférométrie optique [Coude Du Foresto *et al.* (1997)]. En effet, en plus de nettoyer le front d'onde de ses défauts en les convertissant en fluctuations d'intensité, le filtrage modal permet d'étalonner les voies interférométriques : cela à permis avec IOTA de mesurer des visibilités avec une précision meilleure que 0.5%, c'est-àdire un ordre de grandeur de mieux que les interféromètres concurrents.

1.4 Le cophasage en temps réel

Comme il a été dit dans la Section 1.2.2, il est indispensable que lors de la recombinaison des faisceaux, la DDM soit inférieure à la longueur de cohérence pour que le phénomène d'interférence ait lieu. Nous verrons également dans la Section 1.5 que certaines mesures scientifiques ne sont acceptables que lorsque la DDM est inférieure à $\lambda/1000$.

Au cours de l'observation les faisceaux peuvent être perturbés, par exemple par la turbulence atmosphérique pour des télescopes au sol. Lorsque les faisceaux subissent de trop fortes perturbations, la DDM et le tip/tilt différentiel deviennent tels que le phénomène d'interférence n'est plus observable. Il est alors indispensable de corriger les faisceaux tout en suivant l'évolution de la perturbation. Cette correction est dite **en temps réel**.

1.4.1 Pourquoi cophaser les faisceaux?

Les perturbations d'un interféromètre basé sur Terre ou dans l'espace n'ont pas les mêmes origines. Nous décrivons ici les principales perturbations d'un interféromètre selon sa localisation (sur Terre ou dans l'espace).

Les perturbations agissent sur la DDM mais également sur le tip/tilt (basculement du front d'onde). Cette thèse porte essentiellement sur la correction de la DDM.

1.4.1.1 Perturbations d'un interféromètre basé sur Terre

La turbulence atmosphérique est la principale limitation des télescopes dans le domaine des longueurs d'onde visibles et infra-rouges puisqu'elle dégrade fortement les fronts d'onde plans provenant des objets observées : au plan focal du télescope, la PSF n'est plus la tâche d'Airy mais elle est composée de nombreuses tavelures (*speckes* en anglais) de taille λ/D où D est le diamètre du télescope et qui sont mobiles au cours du temps.

L'atmosphère est composée de différentes masses d'air ayant chacune une température et un mouvement cinétique différent. Cela se traduit par de forts gradients de l'indice de réfraction dans l'atmosphère. Le front d'onde plan traversant l'atmosphère subit donc localement des avance et retard de phase aléatoires. On doit la première description des effets de la turbulence à à Andrey Kolmogorov [Kolmogorov (1941)] et une description plus détaillée des effets optiques de la turbulence atmosphérique est faite dans [Roddier (1981)].

Plusieurs paramètres permettent de caractériser la turbulence optique :

- Le paramètre de Fried r₀: sans système de correction, notamment l'optique adaptative, la résolution angulaire d'un télescope n'est plus inversement proportionnelle à son diamètre lorsque celui-ci est supérieur au paramètre de Fried. La résolution angulaire du télescope est alors égale à λ/r₀. r₀ est proportionnel à λ^{6/5}.
- Le seeing λ/r_0 : c'est la résolution angulaire du télescope lorsque celui-ci est limité par la turbulence atmosphérique. λ/r_0 est proportionnel à $\lambda^{-1/5}$.
- Le temps de cohérence τ_0 : c'est la durée pendant laquelle les tavelures au plan focal du télescope peuvent être supposées figées.

Pour donner un ordre de grandeur de ces valeurs, nous prenons l'exemple du VLT. Dans des conditions de seeing typiques à Paranal [Di Folco *et al.* (2003); Puech & Gitton (2006)], nous avons $r_0 = 0.95$ m, $\tau_0 = 47$ ms et le seeing vaut 0.5 arcsec à $\lambda = 2.2$ µm. Nous nous focalisons désormais sur l'influence de la perturbation atmosphérique sur la DDM. Une description plus complète de l'influence de l'atmosphère sur les autres modes de Zernike a été réalisée par ailleurs [Conan *et al.* (1995)].

Sans prendre en compte l'échelle externe de l'atmosphère (les plus basses fréquences) ainsi que le diamètre des télescopes (les plus hautes fréquences) et en modélisant l'atmosphère d'après les lois de Kolmogorov, la distribution spectrale de puissance de la DDM entre les télescopes UT3 et UT4 (longueur de base=62 m) peut être représentée par la Figure 1.14.

L'écart-type de la DDM vaut 23 μ m et la fréquence de coupure entre les deux régimes (pentes en -2/3 puis en -8/3) est égale à 0.05 Hz.



FIG. 1.14 – Distribution spectrale de puissance théorique de la DDM pour la base UT3-UT4 du VLTI.

1.4.1.2 Perturbations d'un interféromètre spatial

Lorsqu'un interféromètre opère dans l'espace et observe les objets stellaires, il n'y a évidemment pas de perturbation atmosphérique. Mais ce n'est pas pour autant que l'interféromètre ne subit pas de perturbations. En effet, d'autres types de perturbations sont présents.

Dans le cas d'un contrôle continu basé sur l'utilisation de propulseurs très précis, par exemple pour le concept de l'European Space Agency (ESA) pour Darwin, les différentes boucles de contrôle en attitude et position relative des vaisseaux ont un bruit résiduel dans leur bande passante (typiquement quelques déci-Hertz) dépendant des performances des actuateurs et des senseurs, ainsi que des correcteurs utilisés. Dans le cas de missions moins exigeantes, comme Pégase, un contrôle hybride est envisageable. Les propulseurs électriques fins sont remplacés par des tuyères à gaz froid pour le contrôle en position relative des vaisseaux et de l'attitude du recombinateur. Les coups de tuyères ne surviennent qu'entre deux créneaux de mesure d'environ 100 s. Pendant ce temps, la DDM est affectée d'une dérive parabolique dans le temps générée par les différences de masse, d'orientation et d'inertie des différents satellites impliqués. L'attitude des sidérostats est elle assurée en permanence par des roues à réactions. Le bruit de couple des roues devient prépondérant à basse fréquence et les roues peuvent induire des harmoniques de perturbation à plus hautes fréquence (typiquement de queques Hertz a quelques dizaines de Hertz) en raison de leur nature de machine tournante. Ces perturbations dite "microvibrations" sont potentiellement amplifiées par des résonance mécaniques des satellites impliqués et peuvent conduire à un bruit de DDM non négligeable.

1.4.2 Principe du cophasage

Comme nous venons de le voir, les faisceaux arrivant sur l'interféromètre sont perturbés. En outre, la visibilité des franges est d'autant plus grande que les aberrations différentielles entre les deux faisceaux sont faibles. Ainsi, pour les perturbations typiques que nous venons de décrire dans la Section 1.4.1, lorsque les franges sont visibles à un moment donné, elles disparaissent très rapidement. Il est donc indispensable de les corriger afin de pouvoir observer le phénomènes d'interférence. Nous expliquons dans cette section comment la correction en temps réel du tip/tilt et de la DDM est effectuée.

1.4.2.1 Cophasage et cohérençage

D'après la décomposition des aberrations selon les modes de Zernike, la DDM, le tip et le tilt sont des modes orthogonaux [Zernike (1934)]. Il est donc possible de corriger ces modes de façon indépendante, c'est le principe de tout système de correction. Le système de pointage mesure et corrige le tip/tilt entre les faisceaux alors que le système de cophasage mesure et corrige la DDM entre les faisceaux. Ces deux systèmes fonctionnent en temps réel et de façon indépendante. Cependant, nous verrons dans le Chapitre 2 que dans certains cas, il est préférable d'effectuer une correction globale.

La définition du mot *cophasage* n'est pas toujours clairement explicitée. Dans cette thèse, j'appellerai :

- cohérençage le contrôle de la DDM en temps réel avec une précision inférieure à la longueur de cohérence, c'est-à-dire quelques longueurs d'onde.
 Ainsi, le cohérençage assure que la recombinaison interférométrique est produite dans la l'enveloppe de cohérence des franges et permet la détection de la frange centrale,
- cophasage le contrôle, modulo la longueur d'onde d'observation, de la DDM en temps réel avec une précision nettement inférieure à la longueur d'onde. Le cophasage assure un contrôle plus fin de la DDM et permet la poursuite des franges.

Ces deux termes sont souvent utilisés mal à propos mais je m'efforcerai dans cette thèse de les utiliser dans le sens défini ici.

1.4.2.2 La modulation ABCD

Alors que la mesure du tip/tilt requiert un simple calcul de centre de gravité, la mesure de la DDM requiert une modulation de la DDM en échantillonnant une frange sur au moins 2 points [Cassaing (2001)].

Il existe aujourd'hui de nombreuses méthodes pour mesurer la différence de marche entre deux faisceaux [Creath (1988); Schwider (1990)]. C'est cependant la méthode développée par Wyant [Wyant (1975)], la modulation dite **ABCD**, qui demeure la principale méthode de l'interférométrie optique pour la mesure de la DDM. Lors de cette modulation, une frange est échantillonnée sur sur 4 points.



FIG. 1.15 – Principe de la modulation ABCD.

La Figure 1.15 illustre le principe de la modulation ABCD qui permet de déterminer la DDM $\delta(t)$ à l'instant t. Pour cela, la ligne à retard effectue 4 déplacements de $\lambda/4$ afin de parcourir une frange entière. Un détecteur intègre l'intensité pendant la durée de chaque déplacement. Nous appelons A, B, C et D les intensités mesurées lors des 1er, 2ème, 3ème et 4ème déplacements respectivement. Cette forme de modulation ABCD avec déplacement de la ligne à retard est dite **temporelle** car les intensités A, B, C et D sont détectées successivement.

La **démodulation** est le fait de déterminer la DDM (ou n'importe quelle autre grandeur physique) à partir des mesures effectuées. La démodulation de la DDM

est effectuée en calculant [Shao & Staelin (1977)] :

$$\delta(t) = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{Arg}\left((D-B) + i\left(C-A\right)\right) \pmod{2\pi} \tag{1.22}$$

où *i* est le nombre imaginaire pur : $i^2 = -1$ et Arg est la fonction argument. Dans cette équation, C - A et B - D représentent les sinus et cosinus de la phase multiplié par la visibilité des franges respectivement.

Bien évidemment, pour que ce calcul permette la démodulation, il est indispensable que la vitesse de déplacement de la ligne à retard soit largement supérieure à la vitesse de défilement des franges, défilement dû à la perturbation. Dans le cas contraire, ce n'est plus exactement une frange qui est échantillonnée sur 4 points et l'Équation 1.22 ne permet plus la démodulation exacte de la DDM.

1.4.3 État de l'art

1.4.3.1 Interféromètres existants

Les systèmes de cophasage en sont encore à leurs débuts. Le premier système de cohérençage a été réalisé par M. Shao en 1980 [Shao & Staelin (1980)] et aujourd'hui quelques autres systèmes ont vu le jour. Le Tableau 1.1 liste les différentes infrastructures permettant d'accueillir des instruments d'interférométrie optique et indique le nombre N_{coph} de faisceaux dont le *cohérençage* a été validé. Nous indiquons également dans ce tableau en rouge et gras le nombre de télescopes dont même le cophasage a été validé.

Dans ce tableau est indiqué :

- N_{max} : nombre maximum de faisceaux qui peuvent être recombinés,
- D : diamètre des télescopes,
- $-B_{max}$: longueur de base maximale atteignable actuellement,
- $-\lambda$: longueurs d'onde de fonctionnement.

Voici la définition des acronymes utilisés dans le Tableau 1.1 :

- CHARA : Center for High Angular Resolution Astronomy [Ten Brummelaar *et al.* (2003); Ridgway *et al.* (2003)]
- COAST : Cambridge Optical Aperture Synthesis Telescope [Baldwin *et al.* (1998)]
- GI2T : Grand Interféromètre à 2 Télescopes [Mourard et al. (1994)]
- IOTA : Infrared and Optical Telescope Array [Carleton et al. (1994)]
- ISI : Infrared Spatial Interferometer [Townes et al. (1998)]
- KII : Keck Interferometer [Colavita et al. (1998)]

- LBTI : Large Binocular Telescope Interferometer [Angel et al. (1998)]
- MIRA-I: Mitaka optical and Infra-Red Array [Nishikawa et al. (2000)]
- MROI : Magdalena Ridge Observatory Interferometer [Creech-Eakman et al. (2008)]
- NPOI : Navy Prototype Optical Interferometer [Armstrong et al. (1998)]
- OHANA : Optical Hawaiian Array for Nano-radian Astronomy [Perrin *et al.* (2000)]
- PTI : Palomar Testbed Interferometer [Colavita et al. (1999)]
- SUSI : Sydney University Stellar Interferometer [Davis et al. (1999)]
- VLTI : Very Large Telescope Interferometer [Glindemann et al. (2000)]

Comme nous pouvons le constater, interféromètre optique ne signifie pas automatiquement système de cophasage ou même de cophasage. Bien au contraire, même si l'interférométrie n'est en mesure d'exploiter tout son potentiel que lorsque les faisceaux sont cophasés, rares sont les interféromètres optiques possédant un système de cohérençage. Ceci illustre la difficulté technologique de tels systèmes. En figeant les perturbations, les systèmes de cophasage permettent d'effectuer des observations avec des longs temps de pose. Ils permettent ainsi d'observer des sources avec une luminosité plus faible que sans système de cophasage. C'est entre autres pour cette raison que les progrès des systèmes de cophasage sont essentiels pour l'interférométrie optique.

1.4.3.2 Imagerie interférométrique

Même avec les télescopes actuels de plus grand diamètre, mis à part le Soleil, la photosphère des étoiles que nous observons peut à peine être distingué. Lorsqu'il est possible d'observer les caractéristiques d'une étoile, c'est-à-dire lorsque la résolution angulaire de l'instrument est inférieure au diamètre angulaire de l'étoile, nous disons que cette dernière est **résolue**.

L'imagerie interférométrique se base sur le théorème de Zernike-Van Cittert. Comme nous l'avons vu dans la Section 1.2.4, ce théorème lie le facteur complexe de cohérence d'une source à une composante de la transformée de Fourier de la source. Lorsque de nombreuses mesures du facteur complexe de cohérence sont acquises, il est alors possible d'obtenir le spectre de l'objet et donc, par transformée de Fourier inverse, une image de l'objet. La qualité de l'image obtenue est assujettie à :

- la couverture du plan (u, v) des fréquences spatiales (cf. Eq. 1.11) : plus les mesures sont acquises avec des télescopes dont la position est variée et plus les bases projetées évoluent de part le mouvement diurne, plus grande est la

	Localité	N _{max}	D	B_{max}	λ	Opération	N _{coh}
CHARA	Mt. Wilson, California, USA	6	1 m	300 m	V,R,I, J,H,K	1999 -	4
COAST	Cambridge, Grande Bretagne	5	40 cm	67 m	R,I,J,H	1991 -	3
GI2T	Obs. Côte d'Azur, France	2	1.5 m	65 m	R,I	1984 - 2006	2
IOTA	Mt. Hopkins, Arizona, USA	3	45 cm	38 m	J,H,K	1993 - 2006	0
ISI	Mt. Wilson California, USA	3	1.65 m	70 m	Ν	1988 -	3
KII	Mauna Kea, Hawaii, USA	2	10 m	85 m	K,N	2000 -	2
LBTI	Mt. Graham, Arizona, USA	2	8 m	23 m	J, H, K	≥2011	Х
MIRA I.2	Tokyo, Japan	2	30 cm	30 m	R,I	2002 -	0
MROI	Magdalena Ridge, NM, USA	10	1.5 m	340 m	R,I,J,H	≥2013	Х
NPOI	Anderson Mesa, Arizona, USA	6	12 cm	437 m	V,R,I	1994 -	6
OHANA	Mauna Kea, Hawaii, USA	7	3-10 m	800 m	Vis/IR	2005 -	0
PTI	Mt. Palomar, California, USA	3	12 cm	70, 100 m	J,H,K	1995 -	3
SUSI	Narrabri, NSW, Australia	6	12 cm	160 m	B,V,R,I	1991 -	2
VLTI	Cerro Paranal, Chilie	3 4	1.8 m 8.2 m	202 m 25 m	J,H,K,N	2000 -	3

TAB. 1.1 - État de l'art : systèmes de cophasage existants

couverture;

- la précision des mesures du facteur complexe de cohérence.

L'imagerie interférométrique en est encore à ses balbutiements. Aujourd'hui, il est cependant possible d'obtenir des images d'étoiles très impressionnantes telle que l'image d'Arcturus montrée sur la Figure 1.16. Les données ont été acquises pendant 5 nuits avec l'interféromètre IOTA (Infrared Optical Telescope Array) [Lacour *et al.* (2008)] à l'aide du logiciel de reconstruction interférométrique WI-SARD [Meimon (2005)].



FIG. 1.16 – Image de l'étoile Arcturus en bande H obtenue avec l'interféromètre IOTA. Les axes sont gradués en milli-seconde d'arc. Le logiciel de reconstruction utilisée est WISARD.

1.5 Quelques projets ambitieux d'observation à très haute résolution angulaire

De très nombreux projets d'interféromètres optiques ont été proposés ces dernières années pour répondre à différents objectifs scientifiques. Nous pouvons citer par exemple les projets de missions spatiales :

- Submillimeter Probe of the Evolution of Cosmic Structure : formation stellaire, évolution des galaxies, etc. [Leisawitz *et al.* (1999)],
- Space Interferometry Mission : planètes extrasolaires, masse stellaire, matière noire, etc., [Shao *et al.* (1995)],

et les projets au sol :

- MATISSE (Multi-AperTure mid-Infrared SpectroScopic Experiment) : imagerie très haute résolution en infra-rouge moyen, [Lopez *et al.* (2006)]
- VSI (VLTI Spectro-Imager) : imagerie très haute résolution et spectroscopie [Malbet *et al.* (2006)],
- OHANA (Optical Hawaiian Array for Nanoradian Astronomy) : interférométrie avec un longueur de base presque kilométrique [Perrin *et al.* (2000)],
- ASTRA (ASTrometric and phase-Referenced Astronomy upgrade of the Keck Interferometer project) : astrométrie très haute résolution et planètes extrasolaires [Pott *et al.* (2008)].

Les spécifications en terme de DDM sont différentes pour chaque projet. À titre d'illustration, les projets Darwin, Pégase, Aladdin et Gravity ainsi que leurs spécifications haut niveau sont décrits.

1.5.1 Darwin/TPF-I

Il y a une dizaine d'années, deux avant-projets de mission ayant pour objectif la détection et caractérisation de planètes extrasolaires telluriques ont été étudiés : Darwin [Léger *et al.* (1996)] en Europe et TPF-I (Terrestrial Planet Finder Interferometer [Beichman *et al.* (1999)]) aux États-Unis.

Darwin est certainement une des missions spatiales les plus exigeantes proposées à l'European Space Agency [Léger & Herbst (2007)]. Cette mission se propose d'analyser la composition de l'atmosphère de planètes extrasolaires terrestres et de chercher des bio-signatures. Darwin devrait être capable de détecter des planètes rocheuses similaires à la Terre et d'analyser le spectre de leur atmosphère dans la bande spectrale [6-20] μ m. Pour cela, le taux de réjection de l'étoile doit être meilleur que 10⁻⁶ dans le domaine spectral considéré.

La Figure 1.17 est une vue d'artiste de ce que pourrait être la mission Darwin [Léger & Herbst (2007)]. L'interféromètre est composé de 4 sidérostats de 2 mètres de diamètre, chacun placé sur un satellite, et d'un 5ème satellite dans lequel est situé le recombineur interférométrique ; les 5 satellites volent en formation. En outre, en fonction de l'observation effectuée, la base de l'interféromètre peut varier entre 10 m et 500 m. L'une des spécifications les plus exigeantes de



FIG. 1.17 – Vue d'artiste de Darwin. Les 4 sidérostats de 2 m de diamètre et le recombineur volent en formation.

Darwin est que, malgré le vol en formation, la DDM entre les faisceaux doit être inférieure à 1 nm rms.

Cette mission n'a pas été retenue par l'ESA lors de Cosmic Vision en 2007. Une des principales raisons invoquées est le manque de maturité des technologies utilisées pour cette mission, et en particulier la démonstration du vol en formation.

1.5.2 Pégase

Pégase [Le Duigou *et al.* (2006); Ollivier et al. (2007)] est également un projet de mission d'interférométrie en frange noire avec vol en formation. Il peut être vu comme un précurseur de Darwin. En effet, il se propose d'effectuer la spectroscopie d'objets bien plus massiques que les cibles de Darwin, soit les naines brunes et les Jupiter chauds.

Pour ce faire, l'objectif de l'instrument est d'atteindre une très grande résolution angulaire (0.5 à 5 mas) ainsi qu'un taux de réjection de l'étoile élevé. La spécification est d'obtenir une profondeur de l'extinction de 10^{-4} avec une stabilité de cette profondeur égale à 10^{-5} dans le domaine spectral [2.5-5] µm.

L'interféromètre est composé de 3 satellites volant en formation : 2 sidérostats de 40 cm de diamètre et d'un recombineur interférométrique central (Fig. 1.18). Tout comme pour Darwin la base de l'interféromètre peut varier entre une dizaine



FIG. 1.18 – Vue d'artiste de Pégase. Les 2 sidérostats de 40 cm de diamètre et le recombineur volent en formation.

de mètres et 500 m. Une des spécifications les plus difficiles à atteindre est liée au cophasage des faisceaux puisque **les fluctuations de la DDM doivent être inférieures à 2 nm rms autour de la DDM nulle** afin d'atteindre le taux de réjection requis.

Cette mission a subi le même sort que Darwin lors de Cosmic Vision et les mêmes raisons sont évoquées : principalement le manque de maturité technologique. Les raisons invoquées sont là aussi le manque de maturité technologique du vol en formation, mais aussi le coût de cette mission, jugé excessif au regard du retour scientifique attendu, la plus value technologique de démonstration n'entrant pas en ligne de compte dans les critères d'attribution des budgets scientifiques des missions de l'ESA.

Aujourd'hui, la technologie n'est pas suffisamment mature pour les missions spatiales d'interférométrie en frange noire faisant appel au vol en formation. Cependant si nous voulons un jour effectuer des observations directes des planètes extrasolaires très proches angulairement de leur étoile hôte, il sera très certainement nécessaire qu'un projet d'interférométrie en frange noire, au sol ou spatial, voit le jour car l'interférométrie est pour le moment la seule méthode qui permette d'obtenir de si grandes résolutions angulaires.

Le soutien de Pégase par le Centre National d'Études Spatiales (CNES) ainsi que la grande attention de l'ESA à Darwin montrent le très fort intérêt porté aux missions d'interférométrie en frange noire. Mon travail de thèse réside principalement dans le besoin de démontrer tant théoriquement qu'expérimentalement que de telles missions sont technologiquement réalisables.

1.5.3 Aladdin

Pour plusieurs raisons, la mission Darwin nécessite des précurseurs au sol. Tout d'abord, il est indispensable de démontrer la faisabilité de l'interférométrie en frange noire dans un contexte opérationnel, c'est-à-dire en effectuant des observations. Il est également nécessaire de faire une première caractérisation du niveau de la lumière exo-zodiacale autour des cibles de Darwin.

C'est dans ce contexte qu'ALADDIN (Antarctic L-band Astrophysics Discovery Demonstrator for Interferometric Nulling [Coudé du Foresto *et al.* (2006)]) a été proposé. ALADDIN est un projet d'interféromètre en frange noire situé au Dôme C en Antarctique pour des observations dans le domaine spectral [2.8-4.2] µm. Ce site a été choisi pour sa qualité particulièrement adaptée aux observations dans le proche infra-rouge [Defrère *et al.* (2008)].





L'interféromètre est composé de 2 sidérostats de 1 mètre de diamètre avec une longueur de base maximale égale à 40 m et d'un recombineur central semblable au concept opto-mécanique présenté sur Figure 1.19.

1.5.4 Gravity

Tout comme MATISSE et VSI, Gravity [Eisenhauer *et al.* (2005)] est un instrument de seconde génération du Very Large Telescope Interferometer (VLTI). Gravity est défini dans le but d'effectuer de l'astrométrie faible champ avec une précision de 10 μ as et de l'imagerie interférométrique avec référence de phase d'objets peu lumineux (K \leq 20).

Ses principaux objectifs sont d'étudier les mouvements des étoiles autour du trou noir massif situé au centre de la Voie Lactée et ainsi de tester la relativité générale en champ fort. Il devrait également permettre la détection de trous noirs moins massifs présents dans la Galaxie. Un autre objectif est de déterminer la masses de planètes extrasolaires et de naines brunes.



FIG. 1.20 – Photo des 4 télescopes de 8 mètres de l'ESO : infrastructure accueillant GRAVITY. Le couplage à venir de ces 4 télescopes laisse présager un incroyable potentiel de découverte !

Afin d'atteindre les objectifs attendus, la DDM entre les faisceaux doit être inférieure à $\lambda/10$ rms à 2.2 µm lorsque l'étoile guide est de magnitude K=10.

Couplant les 4 télescopes de 8 mètres du VLT (Fig. 1.20), Gravity disposera d'un système d'optique adaptative et d'un système de cophasage dédiés. Sa première lumière est attendue courant 2012.

1.6 Persée : le banc de démonstration de nulling stabilisé

1.6.1 Principaux objectifs

Initialement dérivé du contexte Pégase, Persée est un démonstrateur d'interférométrie en frange noire qui simule et corrige des perturbations de type vol en formation en temps réel. En réalité, ce banc peut très bien servir de préparation aux différents avant-projets que sont Pégase, ALADDIN, et même Fourier-Kelvin Stellar Interferometer (FKSI [Danchi *et al.* (2008)]), car ces trois missions ont des bancs de recombinaison très proches avec des spécifications très voisines et de nombreuses fonctionnalités communes.

Persée est le fruit d'une collaboration entre le CNES qui est le maître d'œuvre, l'Institut d'Astrophysique Spatiale (IAS), le Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique (LESIA), l'Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), l'Onera et Thalès Alenia Space (TAS).

Les principaux objectifs de Persée sont :

- d'obtenir une profondeur de l'extinction de 10^{-4} avec une stabilité de 10^{-5} dans la bande spectrale [1.65-3.3] µm, et cela pendant plusieurs heures,
- valider l'acquisition de franges défilant à une vitesse pouvant atteindre 150 $\mu m/s,$
- spécifier les perturbations maximales tolérables, pour atteindre les objectifs d'un interféromètre en frange noire lors d'un vol en formation, par une approche bottom-up,
- étudier la corrélation entre le système de cophasage et le système de pointage,
- valider la procédure de calibration,
- démontrer la stabilité différentielle entre l'interféromètre en frange noire et le système de cophasage,
- valider le fonctionnement de l'interféromètre en frange noire en présence de perturbations typiques de vol en formation,
- étudier les effets de polarisation.

En outre, la description détaillée de Persée est présentée dans [Cassaing *et al.* (2008)]. Cet article est inséré en annexe du présent chapitre.

Plusieurs bancs d'interférométrie en frange noire ont montré des taux de réjection très élevés sur des bandes spectrales plus ou moins larges, on peut citer entre autres [Buisset *et al.* (2006); Schmidtlin *et al.* (2006); Gabor *et al.* (2008b); Peters *et al.* (2008)]. Cependant, Persée n'a pas pour objectif d'atteindre le taux de réjection le plus élevé possible mais plutôt de démontrer qu'il est possible de corriger en temps réel les perturbations présentes pendant un vol en formation afin de garantir la stabilité de l'interféromètre en frange noire pendant les observations.

Persée est le premier démonstrateur de ce genre et cette démonstration est **indispensable** pour montrer la faisabilité de missions d'interférométrie en frange noire telles que Pégase ou Darwin.

1.6.2 Des spécifications très exigeantes

L'établissement du budget d'erreur de Persée auquel j'ai participé a permis d'affecter les spécifications décrites dans le Tableau 1.2. Nous y indiquons les différentes contributions au nulling ainsi que leurs spécifications en moyenne et en écart-type. Le budget d'erreur concernant la stabilité de la profondeur de l'extinction σ_N est basé sur les spécifications typiques des interféromètres en frange noire [Defrère *et al.* (2008)] ainsi que sur leur performances actuelles dont on peut avoir un aperçu dans [Gappinger *et al.* (2009)]. En effet :

- avec une correction en temps réel, une stabilisation de la DDM avec une résidu inférieur à 3 nm rms a été obtenue par [Gappinger *et al.* (2009)]. Nous avons fixé à 2 nm rms l'objectif du contrôle de la DDM en temps réel par le système de cophasage de Persée. D'après l'Équation 1.16, aux plus courtes longueurs d'onde d'observation ($\lambda = 1.65$ nm), cela permet de fixer l'objectif de la contribution de l'erreur de phase à la stabilité de la profondeur de l'extinction à $\sigma(N_{\Phi}) = 1.5 \times 10^{-5}$;
- sur le banc SYNAPSE, les flux des deux bras de l'interféromètre ont été égalisés avec une précision de 0.5% avec l'utilisation de couteaux [Gabor *et al.* (2008a)]. Nous avons fixé à 0.7% l'objectif sur l'égalisation des flux sur Persée. D'après l'Équation 1.18, cela permet de fixer l'objectif de la contribution du déséquilibre photométrique à la stabilité de la profondeur de l'extinction à σ(N_{ΔI}) = 3 × 10⁻⁶.

En outre, l'erreur de chromatisme est statique et l'erreur de polarisation est également supposé statique. En réalité, comme nous l'avons dit dans la Section 1.6.1, un des objectifs de Persée est d'étudier les effets de polarisation. En particulier, puisque le tip/tilt est corrigé en temps réel, il est très probable que la polarisation ne soit pas statique mais seuls les résultats expérimentaux permettront de conclure quant à leur contribution à stabilité de la profondeur de l'extinction.

Le budget d'erreur concernant la profondeur de l'extinction moyenne $\langle N \rangle$ a été établi au vu des performances actuelles des interféromètres en franges noire dont on peut avoir un aperçu entre autres dans [Buisset *et al.* (2006); Schmidtlin *et al.* (2006); Gabor *et al.* (2008b); Peters *et al.* (2008)].

TAB. 1.2 – Spécifications des différentes contributions à la profondeur de l'extinction de l'étoile dans le cas d'une source non résolue.

	N_{δ}	$N_{\Delta I}$	$N_{\Delta\lambda}$	$N_{s-p} + N_{rot}$	TOTAL
$\langle N \rangle$	3.5×10^{-5}	2×10^{-5}	3.5×10^{-5}	1×10^{-5}	$N = 1 \times 10^{-4}$
σ_N	1.5×10^{-5}	3×10^{-6}	0	0	$\sigma_N = 1.53 \times 10^{-5}$

1.6.3 Couplage du nulleur et du senseur de franges

Afin de minimiser les aberrations différentielles entre l'interféromètre en frange noire et le SF, l'idée de F. Cassaing a été d'utiliser le même interféromètre pour réaliser ces 2 opérations.

Comme nous l'avons dit dans la Section 1.3, l'exigence d'une recombinaison parfaitement symétrique a conduit au choix du MMZ pour réaliser l'interféromètre en frange noire. La Figure 1.21 illustre le MMZ : il y a deux entrées, les bras a et b, et 4 sorties, les voies 1, 2, 3 et 4. Les lames séparatrices sont notées L3a, L3b, L4a, L4b et les miroirs sont notées M9a et M9b.

L'analyse détaillée des interférogrammes en sortie du MMZ sera effectuée dans le Chapitre 3. Cependant, une simple considération des trajets des faisceaux dans le MMZ permet de montrer que seules les sorties 3 et 4 sont parfaitement équilibrées en terme de nombre de réflexions et de transmissions subies dans l'air et dans le verre. C'est pourquoi ces sorties sont dites **achromatiques** alors que les sorties 1 et 2 sont dites chromatiques. Or de par les contraintes très exigeantes de l'interférométrie en frange noire, il est indispensable que la sortie annulée soit obtenue sur une sortie achromatique.

Lorsque nous supposons que les lames séparatrices du MMZ sont des lames réfléchissant et transmettant la moitié de la lumière (lames 50/50), et que le MMZ est parfaitement aligné, alors les flux des faisceaux en sorties du MMZ en fonction de la DDM δ en entrée du MMZ sont telles qu'illustrées sur la Figure 1.22. Dans ce cas et si nous supposons que les faces arrières sont traitées avec un antireflet, les sorties achromatiques d'une part et les sorties chromatiques d'autre part sont égales entre elles. De plus, les lames 50/50 étant dépourvues d'absorption, la conservation de l'énergie implique que les sorties 1 et 4 d'une part et les sorties 2 et 4 d'autre part sont en opposition de phase.



FIG. 1.21 – Schéma du MMZ. Les faisceaux utiles ainsi que les faisceaux parasites sont indiqués en vert. Cette simulation du MMZ a été réalisée avec le logiciel ZEMAX par le CNES.



FIG. 1.22 – Sorties du MMZ en fonction de la phase φ en entrée du MMZ.

Puisqu'il est indispensable que la sortie annulée soit obtenue sur une sortie achromatique (sortie 1 ou 4), d'après la Figure 1.22, les sorties achromatiques sont nulles lorsque $\varphi = \pi$, c'est-à-dire lorsque les bras *a* et *b* sont en opposition de phase. C'est bien sûr pour cette raison qu'un déphasage achromatique de π est nécessaire pour l'interférométrie en frange noire. Même si ce déphasage achromatique peut être obtenu à l'aide des lames dispersives [Brachet (2005)], c'est le déphaseur achromatique par retournement de champ imaginé par E. Serabyn [Serabyn *et al.* (1999)] qui a été proposé pour Pégase et choisi pour Persée.

Le point de fonctionnement du MMZ est donc $\varphi = \pi$ mais seulement 2 des 4 sorties sont nécessaires pour la mesure de la profondeur de l'extinction. C'est pourquoi nous avons pensé utiliser le même MMZ pour la mesure de la phase. En couplant l'interféromètre en frange noire avec le SF, en plus de minimiser les aberrations différentielles, il est possible d'exploiter les 4 sorties du MMZ et donc tout le flux disponible pour mesurer la DDM. Cependant, il n'est pas possible de mesurer la phase en entrée du MMZ avec seulement les maximum et minimum de l'intensité de l'interférogramme. Il est donc nécessaire de créer un déphasage supplémentaire dans le MMZ afin de détruire sa symétrie. Idéalement nous aimerions créer un déphasage de $\pi/2$ de façon à être en quadrature sur les 4 sorties du MMZ. Afin d'éviter l'ajout de lames supplémentaires dans le MMZ,

l'idée a été de translater la lame L3a. Cette translation correspond à un chemin optique du bras a égal à δ_{ψ} après réflexion sur la lame L3a. Par convention, la DDM δ_{ψ} est une grandeur positive lorsque le bras a est allongé. La DDM δ_{ψ} est appelée la modulation de l'interféromètre par la suite. Nous avons ainsi créé une modulation ABCD spatiale créant un état d'interférence constant.

En effet, contrairement à la modulation ABCD temporelle, où en général l'intégration de l'intensité s'effectue pendant que la ligne à retard est en mouvement et donc sur un état d'interférence non constant (Fig. 1.15), la modulation ABCD spatiale ne nécessite pas de mouvement de la ligne à retard pendant l'intégration.

4 points de l'interférogramme sont remarquables : le maximum, le minimum ainsi que les 2 points d'inflexion. Avec cette considération et une pointe poétique, F. Cassaing a défini pour Persée les points ABCD suivants (Fig. 1.23) :

- A pour Aurore : point d'inflexion ascendant,
- B pour Bright : intensité maximum,
- C pour Crépuscule du soir : point d'inflexion descendant,
- D pour Dark : intensité minimum.

Ce sont de ces points A, B, C, et D dont nous parlerons par la suite.



FIG. 1.23 – Sorties du MMZ en fonction de la phase φ en entrée du MMZ lorsqu'une modulation interne de $\pi/2$ est créée.

En plus de minimiser les aberrations différentielles entre le système de co-
phasage et l'interféromètre en frange noire, la modulation ABCD spatiale a deux avantages majeurs. Premièrement, il n'y a pas de pièces en mouvement lors de la modulation ABCD spatiale, ainsi il n'y a pas à subir de possibles effets d'hystérésis. Secondement, la modulation ABCD spatiale permet d'atteindre des fréquences de mesures de phase plus élevées puisque la mesure des 4 intensités (A, B, C et D) nécessaires à la mesure de la phase se fait simultanément.

Cependant, un inconvénient de la modulation ABCD spatiale est que puisque la mesure des 4 intensités se fait sur différents détecteurs et que les 4 chemins optiques suivis sont différents, une calibration prenant en considération ces aberrations différentielles est nécessaire. Ceci fera l'objet de la Section 3.5.

1.7 Ma thèse dans ce contexte

Ma thèse est une thèse mi-instrumentale, mi-théorique. Financée par le CNES et l'Onera, elle est en phase avec la définition, la mise en œuvre et les tests du système de cophasage de Persée.

Dans la Figure 1.24, je présente sous la forme d'un repère historique l'évolution de Persée, mon arrivée au sein du *groupe système Persée*, ainsi que mes différentes contributions à Persée.

Deux étapes d'intégration ont été nécessaires à l'intégration du système de cophasage. Comme nous le voyons dans la Figure 1.24, pendant que le MMZ large bande, le MMZ2, était en phase de définition à l'IAS, les tests du senseur de franges (SF) ont été effectués. Cependant, le SF se base également sur un MMZ, il a donc été nécessaire de réaliser une version simplifiée du MMZ : le MMZ1. Celui-ci a été défini et conçu par l'Onera et l'entité Galaxies Étoiles Physique et Instrumentation (GEPI) de l'Observatoire de Paris-Meudon (OBSPM).

La différence principale entre le MMZ1 et le MMZ2 est la bande spectrale de fonctionnement : [0.8-1.5]µm et [0.8-3.3]µm respectivement. Pour la définition du MMZ2, je vous renvoie sur la thèse en cours de Sophie Jacquinod. Tous les tests du SF effectués avec le MMZ1 se sont déroulés à l'Onera de mi-2008 à février 2009 alors que les tests du SF et de l'interféromètre en frange noire effectués avec le MMZ2 se sont déroulés à l'OBSPM depuis le deuxième trimestre de 2009.

La justification de ce travail de thèse réside principalement dans la définition, la mise en œuvre et l'exploitation du senseur de franges de Persée. Il est question de démontrer, tant théoriquement qu'expérimentalement, la faisabilité du couplage d'un interféromètre en frange noire avec un système de cophasage effectuée à l'aide d'un MMZ comme cela a été présenté dans la Section 1.6.3.



MAITRE D'OEUVRE : CNES

FIG. 1.24 – Déroulement de la définition, de l'intégration et des tests de Persée.

Si la faisabilité d'un tel système est validé, alors une étape de plus sera franchie vers la caractérisation spectroscopique des planètes extrasolaires par la méthode de l'interférométrie en frange noire.

1.8 Annexe : Présentation détaillée de Persée

Les principaux objectifs de Persée ont été décrits dans la Section 1.6. Dans les pages suivantes est présentée la description détaillée de Persée sous la forme d'une communication par F. Cassaing lors de la conférence SPIE à Marseille en 2008 [Cassaing *et al.* (2008)].

Persee: a nulling demonstrator with real-time correction of external disturbances

F. Cassaing^{a,h}, J. M. Le Duigou^b, J. P. Amans^{c,h}, M. Barillot^g, T. Buey^{e,h}, F. Henault^f, K. Houairi^{a,b,h}, S. Jacquinod^{d,b}, P. Laporte^{c,h}, A. Marcotto^f, L. Pirson^g, J. M. Reess^{e,h}, B. Sorrente^{a,h}, G. Rousset^{e,h}, V. Coudé du Foresto^{e,h}, M. Ollivier^d

^aOnera, Optics Department, BP 72, 92322 Châtillon Cedex, France;
^bCentre National d'Etudes Spatiales, 18 Avenue Edouard Belin, 31401 Toulouse Cedex 4,

France;

^cGEPI, Observatoire de Paris, 5 place Jules Janssen, 92190 Meudon, France;

^d Institut d'Astrophysique Spatiale, Centre Universitaire d'Orsay, Bt 121, 91405 Orsay, France ^eLESIA, Observatoire de Paris, 5 place Jules Janssen, 92190 Meudon, France:

^fObservatoire de la Côte d'Azur, Avenue Nicolas Copernic, 06130 Grasse, France;

^gThales Alenia Space, 100 Bd du Midi, 06322 Cannes-la-Bocca, France

^hPHASE, the high angular resolution partnership between ONERA, Observatoire de Paris, CNRS and University Denis Diderot Paris 7;

ABSTRACT

Nulling interferometry is one of the most promising methods to study habitable extrasolar systems. Several projects, such as Darwin, TPF, Pegase, FKSI or Aladdin, are currently considered and supported by R&D programs.

One of the main issues of nulling interferometry is the feasibility of a stable polychromatic null despite the presence of significant disturbances, induced by vibrations, atmospheric turbulence on the ground or satellite drift for spaceborne missions. To reduce cost and complexity of the whole system, it is necessary to optimize not only the control loop performance at platform and payload levels, but also their interaction.

In this goal, it was decided in 2006 to build a laboratory demonstrator named Persee. Persee is mostly funded by CNES and built by a consortium including CNES, IAS, LESIA, OCA, ONERA and TAS. After a definition phase in 2006, the implementation of the sub-systems has now begun and the integration near Paris by GIS-PHASE (LESIA, ONERA and GEPI) is planned in 2009.

This paper details the main objectives of PERSEE, describes the definition of the bench, presents the current status and reports results obtained with the first sub-systems.

Keywords: Nulling, Interferometry, cophasing, formation flying, ground demonstration

1. CONTEXT

The spectral characterization of exoplanets in the infrared requires very challenging instruments based on dark fringe interferometry (or nulling) and accurate free flying. The recent outcome of the ESA Cosmic Vision selection for the 2015-2025 period posponed the Darwin mission. One of the main reasons is a too low global technology readiness level. Hence a hard work has still to be done in R&D to demonstrate the feasibility of such a mission. This will probably lead to a full demonstration of a deep and stable null on ground in the required spectral band (6-20 μ m). Another axis is trying to reduce as much as possible the complexity of the spacecrafts to reduce the so far huge cost of such a mission. A better understanding of the free flying constraints imposed by the nulling requirements and their good balancing between the active payload and the spacecrafts is a key issue to successfully achieve such ambitious missions.

E-mail: Ferderic.Cassaing@onera.fr +swap letters 2-3

Starting from the Pegase context – which was studied in 2005 at phase 0 level¹ and recently proposed to ESA² – CNES and French laboratories initiated a breadboard called Persee to study this question from an experimental point of view. The idea is to couple a nulling interferometer, derived from the Synapse³ and MAII⁴ state of the art, a Guidance-Navigation-Control simulator able to introduce realistic perturbations in the breadboard, and a real-time cophasing system. Persee is not intended to explore very deep nulling in the 6-20 μ m band, as this will probably be the objective of other breadboards, but focuses on the maximum level of perturbation that can be accepted by the interferometer, and more precisely the active internal loops controlling the optical path difference (opd) and the pointing. The goal is to reduce as much as possible the constraints applying on the spacecrafts and rely on a very efficient active payload. This paper presents the detailed goals, the status of the definition and the first results obtained on the fine pointing control loop.

2. GENERAL DESCRIPTION OF PERSEE

Persee (Pegase Experiment for Research and Stabilization of Extreme Extinction) is developed by a consortium composed of CNES, IAS, LESIA, OCA ONERA and TAS with contributions froms GEPI. It will be implemented at LESIA in Meudon (near Paris). In 2006 a definition phase was completed and submitted to a review in 2007, April. The implementation of the sub-system is now started. The final integration will start by end 2008 and should last about one year. In 2009, the breadboard is intended to be open to european participations.

The various subsystems of Persee are detailed in the next section. We emphasize here on the global specifications.

2.1 Overall specifications

The detailed goals of Persee are the following:

- Reach an average null of 10⁻⁴ with a 10⁻⁵ stability over a few hours in 5 spectral bands in [1.65-3.3] μm
 the scientific domain of Pegase ([2.5-5] μm) has been shifted to smaller wavelengths to reduce cost, but keeping similar relative width (one octave).
- 2. Validate fringe acquisition with a drift speed up to $150 \ \mu m/s$: maximizing this speed will eventually allow Pegase to get rid of a longitudinal metrology and thus reduce cost.
- 3. Characterize the external noise allowed for the two active loops (opd and tip/tilt): a bottom-up approach will allow to specify the spacecrafts performance.
- 4. Investigate the interaction between the opd/tip-tilt/flux loops: tip/tilt residues are converted by the Single Mode Fibers (SMF) into intensity fluctuations, which interact with other flux control means (static balance between the beams during assembly, knife on each beam). Tip/tilt and opd can be coupled by the cophasing loops (position of the active mirrors wrt pupil location).
- 5. Demonstrate the differential stability between the nulling and cophasing sensors: recent results of nulling breadboards (see,³⁴) show this is a major topic for the nulling performance. A passive stability would allow to get rid of an internal metrology.
- 6. Investigate the calibration procedures, taking into account measurements from the cophasing loops: in order to identify prior tracking the best operation point for the cophasing system.
- 7. Validate the full operation with realistic external disturbances: for a full demonstration, not only the main mode (tracking) should be demonstrated, but also other modes such as star/fringe acquisition in the presence of perturbations or unloading of small-stroke fine correctors. The successful global operation is a key issue for a complex system.
- 8. Study the effects of polarization: oblique reflexions are necessary in the Pegase design (siderostats, tip/tilt mirrors, beam-splitters) but introduce differential phase-shifts between the s and p polarizations. Because of dynamic disturbances, the angles of incidence can have different values on each beam and thus affect the nulling performance.

To satisfy these goals, Persee includes a nuller (beam combiner and detection), a cophasing system (Star Tracker and Fringe Tracker), a source module, an optical train and a perturbation system.

2.2 Spectral bands

In order to be as representative as possible of the Pegase mission, and taking all the constraints into account, the spectral band of Persee was set to $0.6 - 3.3 \ \mu\text{m}$. The $0.6 \ \mu\text{m}$ lower limit is imposed by the gold coating of the mirrors. The upper limit is a direct consequence of cost consideration. Going beyond $3.3 \ \mu\text{m}$ would mean a very effective detector (of the HAWAI type), too expensive.

This large band is divided in subbands, named in this paper following the astronomical convention (table 1). The nuller IR bands (H+K+L) covers an octave, with 5 channels (spectral resolution R=10). Even if most Pegase target stars are brighter in the visible, NIR bands are better for the Fringe Tracker (FT) as the central star is less resolved and the optical transmission is higher. Two channels (I&J) allow central fringe identification. The Star Tracker (ST) band was originally R (best use of silicon camera), but as explained later, the I band is now prefered.

Wavelength (μm)	Name	Usage
[0.6-0.8]	R	alignment + provision for ST
[0.8-1.0]	Ι	FT channel $1 + ST$
[1.0-1.5]	J	FT channel 2
[1.65-2.5]	H+K	nulling measurements (channels 14)
[2.5-3.0]	-	unused (water absorption)
[3.0-3.3]	L	nulling measurement (channel 5)

Table 1. Spectral allocation for Persee.

2.3 Operating modes

The subsystems of Persee will support several operating modes. The most complex ones concern the cophasing system:

- Detection: the loop is open. When the star (on each arm) or fringes are detected (for example when the SNR of fringe visibility is larger than 5), their drift speed and direction are estimated and the acquisition mode is activated. For the ST, the field of the camera and the accuracy of the absolute positionning system should make this task easy. Things are more difficult for the FT as the ratio between the coherence length and the opd uncertainty is much lower. It is thus necessary to perform a fringe search, by moving the Optical Delay-Line (ODL) with a linear scan or waiting for the fringes to pass while the spacecrafts drift.
- Acquisition: the correction device is activated to compensate for the drift, whose main part is deterministic. Successive detections, with reduced speed, help in getting more accurate estimates of drift parameters and thus more efficient *a priori* tracking. At the end of the acquisition stage, fringes stabilization with large amplitude mechanisms is sufficient to enable fine correction mechanisms to operate with minimum unloading.
- Tracking: the goal is to stabilize the star position at 600 mas and fringes at the 2.0 nm rms level. The stability can be split in two main terms: a noise (typical time scale is 100 s) and a long term drift (typical time scale of 10 hours).

Efforts will be concentrated first in the most critical mode, the opd tracking mode, where performance is mostly limited by the FS measurement noise.

3. DETAILED DESCRIPTION OF PERSEE

The global optical setup is illustrated in Figure 1, and main characteristics of the sub-systems are listed in table 2. A CAD model is shown in figure 2.

Subsystem	Responsible	Spectral band	Status
Source	OCA	I+J, H+K+L	D
Optical train	OCA+TAS	R,I+J, H+K+L	D
Star Sensor	ONERA	R or I	А
Combination	CNES+IAS+ONERA	I+J+K+L	D
Fringe Sensor	ONERA	I+J	А
Nulling detection	LESIA	H+K+L	М
Perturbation	TAS+LESIA+ONERA	-	D
Laboratory	LESIA	-	М

Table 2. Main characteristics of the Persee sub-systems. Status: D=under end of Definition ; M=under Manufacturing; A= under Assembly.



Figure 1. Optical design of the Persee bench (as designed by TAS in June 2008).

3.1 Source and separation modules

To ensure a good spatial coherence and a high wavefront quality, the star simulator is made of a f=0.75 m parabola illuminated at its focus with SMFs carrying the light from a dedicated injection bench. Because it is not possible to transmit in a single SMF the whole spectral band of Persee, several fibers closely linked by a dedicated connector are used. Their separation along a vertical axis makes the source unresolved by the horizontal interferometer baseline. At the output of the parabola, a mask delimits the two Persee beams.

For the H, K and L bands, a Xenon lamp is injected into a fluorid glass SMF from Le Verre Fluoré, with



Figure 2. CAD model of the Persee bench (as designed by TAS in June 2008).

a cutting wavelength of 1.65 μ m. For the H, I and J bands (cophasing system) a combination of Amplified Spontaneous Emission sources, Superluminescent LED, laser diodes or the Xenon lamp are injected through silica SMFs.

3.2 Optical train

After the mask, the two beams follow identical paths (cf Fig. 1), with unprotected gold coatings and flat surfaces unless mentionned.

The M1 mirrors at 45 deg incidence represent the side spacecrafts of a Bracewell type space interferometer.⁵ They transform the collimated beams from the separation module into two parallel counter-propagating beams.

M2 and M3 are parabolic mirrors to simulate the beam-compression function, common to most of the proposed interferometry missions. They form symmetric decentered afocal systems. Of course the real magnification (20 for Pegase) cannot be represented and scale factor will have to be applied to extrapolate results to real systems. The performed trade-off leads to M=3, mainly because of the limited allowable inertia of M1 (used for perturbation injection) and of the coupling of introduced tip/tilt perturbations at this level with the flux imbalance (gaussian output of the collimator). The diameter of the beams is 40 mm near M1 and 13 mm after M3.

M4 and M5 are reflective mirrors, converting the two counter-propagating beams to parallel horizontal beams with the same direction. In addition, a special feature is that M4 combined with M1 form a geometrical Achromatic Phase Shifter (APS) of π . As a π -APS is required for the null to be achromatic, and since this function is naturally present in the periscopic design of Pegase, Persee will first test this simplest possibility to implement the π -APS. In addition, a more classical system based on dispersive prisms (like in Synapse³ or MAII⁴) is included in the design to correct for any source of differential chromatism (mainly introduced by the combining plates). In case of unexpected problems with the geometric APS (alignment difficulty, polarisation issues), the geometric APS can be removed and the dispersion corrector can easily be converted to a π -APS. An extended review of APS techniques is available in these proceedings.⁶ M6 is a flat mirror used for cophasing. A 30 deg incidence angle has been selected to minimize differential polarization effects coming from the different position of M6a and M6b. M7 (parabolic) and M8 (spherical) form a cat-eye used for opd perturbation/correction and for pupil imaging.

D1 is used to extract the ST beam from the main beam just before the beam combiner. It was first intended to be a dichroic plate: the optical coating analysis showed that the best design is to reflect the R band and transmit all the IR channels. But the complexity of the coating and the induced chromatism lead us to implement an alternative solution with annular mirrors: the outer ring (10 mm $\leq D \leq$ 13 mm) is reflected toward the star sensor while the main beam (0 mm $\leq D \leq$ 8 mm) goes through the inner hole towards the combination stage. This design allows the star sensor to use any spectral band: to minimize the number of sources, the current choice is to use the same I source (in the silicon band) than the FS.

D2 is another dichroic plate used to separate the nuller and the FS bands. As it is located after the beam combiner, it only influence the nulled output at SMF injection through the total WFE budget. The nulled and the constructive beams are coupled by parabolic mirrors M10 in two SMFs from Le Verre Fluoré and sent to the detection system.

The pupil stop is located just after D1, and reimaged backwards on the M6 mirrors with the cat-eye M7-M8.

3.3 Star tracker

The main part of the ST is a focal-plane camera, from Imperx (IPX-VGA210-L). To minimize differential paths, the star sensor is common to both beams, and most folding mirrors share the same mounts. Beams reflected by D2 are reflected by M13 towards a common lens of 50 mm diameter and 300 mm focal length with a camera at its focus. The relative arrangement of the D2-M13 mirrors allows to reduce the baseline and introduce the differential angle required to separate the two star images on the camera. A 100x100 Region Of Interest, including both fields, is read at about 500 Hz. Tip/tilt correction is performed on the M6 mirrors (see section 3.7).

3.4 Combining module

To minimize differential paths, the combining stage is common to the nuller and the FS. The tight integration of these two functions is the heart of Persee as it reduces the differential stability requirements between the cophasing metrology and the nulling interferometer. The difficulty translates to the optical coatings of the beam-splitting plates, that have to cover the 0.8-3.3 μ m range with stringent phase dispersion properties. Recent work carried at the Fresnel Institute oriented us toward a three-layer silicium/YF3 based coating with a few 0.1 nm rms uniformity of the layers thickness.

In order to maximize symmetry between the two beams, the combination is based on a kind of Modified Mach Zehnder (MMZ) set-up.⁷ With a symmetric layout of the beam splitter parts, it can provide two nulled achromatic outputs. An adequate and very precise positioning of one of the beamsplitters enables to generate the four ABCD outputs spatially in the FS spectral range. The induced phase doesn't affect the IR nulled outputs and is chromatic in the FS band, but without hampering the detection performance.

The 30 deg angle is required to obtain a good balance between s and p polarization transmission and reflection factors in the MMZ. The beamsplitters are made of CaF₂ with an appropriate geometrical design to avoid straylight. It is a proposed improvement of the system which was validated on the Synapse breadboard with a 10^{-4} nulling in the K band.

The design of the MMZ is described in more details in a companion paper.⁸

3.5 Fringe Tracker

The Fringe sensor uses the four outputs ($\pi/2$ phase-shifted) of the beam combiner, which perform a spatial modulation as already investigated for stellar interferometry on the ground.⁹ The four output beams of the MMZ are sent pairwise (after reflexion on D2) to two spectrometers, where dichroic plates divide them in two spectral channels I and J. Light is then routed through small lenses and multimode fibers to analog single-pixel PIN detectors, made of silicon (I band) or InGaAs (J band). Piston correction is detailed in section 3.7.

The design of the Fringe Sensor is described in more details in a companion paper.¹⁰



Figure 3. Camera used for the nulling detection.

3.6 Nulling detection

Fibers from the nulled (D) and bright (B) outputs in the H and K bands are tight together and reimaged on a camera using a Picnic 256x256 focal plane (fig 3). A direct-vision prism provides a simultaneous access to 4 IR channels. The very low noise of this camera allows excellent signal to noise ratio SNR with a high frequency bandpass in the nulling mode (SNR > 20 at 100 Hz) which will improve the results as compared to previous systems based on monopixel detectors (Synapse,³ MAII⁴). It also allows a lower transmission of the interferometer (about 1% from M1 to detection, including the quantum efficiency of the detector, 0.05 % from source to detection).

In addition, to cover the L band (5th spectral channel), a monopixel InSb detector from Judson (J10D-M204-500U-60) will be used with reduced performances ($SNR \simeq 10$ at 0.5 Hz).

3.7 Perturbation injection and correction module

The M6 mirrors are the main correctors for the ST and FT. They are mounted on a very precise piezo-system, a Physik InstrumentI S316-10 system with opd and tip/tilt capability (table 3). In a first step, only the M6 mirrors will be used, for the correction of static errors (alignment) and laboratory disturbances. Then, the M6 mirrors will be used to both introduce and correct small perturbations.

In a second step, the M6 mirrors will be used to compensate for the dynamic perturbations injected on M1. The definition of the various actuators for the perturbation system is the subject of a CNES R&D contract run by TAS, GEPI and Onera. On one arm, M1a will introduce small-range opd while on the other arm, M1b will introduce tip/tilt (table 3). Last, in a third step, long stroke opd perturbations will be introduced using a high resolution (1 nm) / long stroke (1 cm) ODL. Another identical ODL is then required on the other arm for correction, driven by the FS from a deterministic desaturation of the M6 mirrors. This ODL will first be implemented by mounting the M7-M8 cat's eye on a commercial translation stage and could be replaced later by a more representative ODL, such as the ODL developed by TPD-TNO under an ESA R & D contract.¹¹

Perturbation mirrors M1a, M1b and M7-M8a will be driven by a calculator simulating the GNC residues. The perturbation will be the superposition of parabolic or linear drifts (coming from the differential movements of the spacecrafts under the differential solar pressure effects) and higher frequency effects (due to by instance reaction wheels on board the spacecrafts). Injected perturbations are typical profiles derived during a study of the Pegase GNC performed by EADS-ASTRIUM under a CNES R & D contract.¹²

Table 5. Characteristics of the active million mounts (type: 1 –1 erturbation, C–Correction).							
Mirror	Type	Mode	Actuator	Mount	Stroke	Resolution	
M1a	Р	opd	piezo	Newport P752	$10 \ \mu m$	0.5 nm	
M1b	Р	tip/tilt	piezo	PI S330	100 arcsec	10 mas	
M6a-b	C(P)	opd/tip/tilt	piezo	PI S316	$12 \ \mu m$	0.2 nm	
M7-M8a	Р	opd	linear motor	Newport XMS 50	50 mm	1 nm	
M7-M8b	С	opd	linear motor	Newport XMS 50	50 mm	1 nm	

Table 3. Characteristics of the active mirror mounts (type: P=Perturbation, C=Correction).

3.8 Electronics and computer system

The heart of the computer system is a PXI rack from National Instrument which hosts the real-time Labview software for the FT and the ST and interface cards (Digital AcQuisition for the FS analog detectors, Camera link for the ST camera, and Digital to Analog Conversion for the command of the two M6 piston-tip-tilt mirrors). It is linked to a standard PC under Labview which hosts the Graphic User Interface and provide flexible communication with other subsystems, such as the IR Camera or later the GNC simulator. In a first step, datafiles of preliminary computed disturbances will be used.

To minimize external disturbances, all the sources and electronic units (except for the ST camera) are deported outside the main optical bench through optical fibers.

4. STATUS OF PERSEE

The global design of Persee was approved by a CNES review with external experts in 2007. The most critical parts have been further optimized and the full design is now nearly completed. Some sub-systems are already under manufacturing (cf table 2). The clean-room laboratory will be delivered in summer 2008.

In order to setup the cophasing system before the integration on the Persee bench, a preliminary integration is currently ongoing at Onera. A preliminary MMZ (MMZ1, manufactured by GEPI¹⁰) will be used to simulate the final MMZ (MMZ2, detailled in⁸). A SMF source is injected into one spectrometer channel: the backwardsilluminated MMZ1 acts a star simulator, generating two collimated beams. These beams are directly sent to the M6 mirrors in autocollimation, which reflect them back to MMZ1, whose three outputs can be analysed by the spectrometers (the fourth output being sacrified for the backwards beam injection). A beam splitter between MMZ1 and the M6 mirrors is used to feed the ST after reflexion on M6.

First tests of the star tracker were performed in 2007, with a preliminary frame rate of 30 Hz. Fig. 4 shows that environmental disturbances are corrected up to a cut-of frequency of about 5 Hz as expected from the slow frame rate. The specification for this control loop is to reach a 600 mas performance (optical, at MMZ input level, which means an equivalent of 30 mas on the sky in the case of Pegase by instance) with a 100 Hz frequency bandpass. The real-time software is currently upgraded to integrated the fringe sensor (1 kHz frame rate) and run the star sensor camera at a comparable frequency using a small Region Of Interest.

5. CONCLUSION

The Persee breadboard detailed definition is now nearly completed. First subsystems are already under integration. In particular, the star tracker has been delivered in 2007 and the fringe tracker is currently integrated on a dedicated breadboard with a preliminary MMZ. In the next months, a preliminary integration of the whole cophasing system will take place at Onera, before the complete integration in Meudon in 2009.

Integration of the whole bench will start in 2009 at LESIA in Paris. Persee should begin in late 2009 to test various perturbation models and associated control laws. In addition, a detailled coupled analysis of the nulling measurements and cophasing residues should teach us where most nulling limitations come from and how to overcome them, optically or numerically after measurement.

Then, it is intended to open Persee to European proposals for various tests (other subsystems such as ODL or sensors).

We believe that Persee will be a very powerful tool for the ground validation of stable nulling despite of disturbances representative of free-flying spacecrafts.



Figure 4. Preliminary results of the start tracker run at 30 Hz: Power spectral density of environmental disturbances in open (left) and closed (right) loop.

REFERENCES

- Le Duigou, J. M., Ollivier, M., Cassaing, F., Sorrente, B., Fleury, B., Absil, O., Mourard, D., Rabbia, Y., Escarrat, L., Malbet, F., Rouan, D., Léger, A., Cledassou, R., Delpech, M., Duchon, P., Meyssignac, B., Guidotti, P.-Y., and Gorius, N., "Pegase : a TPF-I/Darwin pathfinder ?," in [Space Telescopes and Instrumentation I: Optical, Infrared, and Millimeter], Mather, J. C., MacEwen, H. A., and de Graauw, M. W., eds., 6265, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2006). Conference date: June 2006, Orlando, USA.
- [2] Ollivier, M. et al., "Pegase: an infrared interferometer to study stellar environments and low-mass companions around nearby stars," in [Optical and Infrared Interferometry], Danchi, W. C., Delplancke, F., and Schöller, M., eds., 7013, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2008).
- Brachet, F., Etude et developpement d'un déphaseur achromatique pour l'interférométrie en frange noire, PhD thesis, Université Paris-Sud (XI) (2007).
- [4] Buisset, C., Rejeaunier, X., Rabbia, Y., and Barillot, M., "Stable deep nulling in polychromatic unpolarized light with multiaxial beam combination," Appl. Opt. 46(32), 7817–7822 (2007).
- [5] Bracewell, R. N., "Detecting non solar planets by spinning infrared interferometer," Nature 274, 780 (1978).
- [6] Gabor, P., Rabbia, Y., Launhardt, R., Gay, J., Sodnik, Z., Leger, A. M., Chazelas, B., Decaudin, M., Labeque, A., Brachet, F., Schuller, P. A., Morinaud, G., and Jacquinod, S., "Performance of achromatic phase shifters measured on the synapse test bench," in [*Optical and Infrared Interferometry*], Danchi, W. C., Delplancke, F., and Schöller, M., eds., **7013**, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2008).
- [7] Serabyn, E. and Colavita, M. M., "Fully symmetric nulling beam combiners," Appl. Opt. 40, 1668–1671 (Apr. 2001).
- [8] Jacquinod, S., Cassaing, F., Duigou, J.-M. L., Barillot, M., Ollivier, M., Houairi, K., and Amans, J.-P., "PERSEE: description of a new concept for nulling interferometry recombination and opd measurement," in [Optical and Infrared Interferometry], Danchi, W. C., Delplancke, F., and Schöller, M., eds., 7013, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2008).
- [9] Cassaing, F., Fleury, B., Coudrain, C., Madec, P.-Y., Di Folco, E., Glindemann, A., and Lévêque, S., "An optimized fringe tracker for the VLTI/PRIMA instrument," in [Interferometry in optical astronomy], Léna, P. J. and Quirrenbach, A., eds., 4006, 152–163, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., SPIE, Bellingham, Washington (2000).
- [10] Houairi, K., Cassaing, C., LeDuigou, J. M., Sorrente, B., Amans, J. P., and Jacquinod, S., "Persee, the dynamic nulling demonstrator: Recent progress on the cophasing system," in [Optical and Infrared Interferometry], Danchi, W. C., Delplancke, F., and Schöller, M., eds., 7013, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. (2008).
- [11] van den Dool, T. et al., "The darwin breadboard cryogenic optical delay line darwin," in [International Conference on Space Optics], (June 2006).

[12] Villien, A. et al., "Gnc for the pegase mission," in [17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace], (June 2007). Toulouse.

Chapitre 2

Contribution au dimensionnement du système de cophasage de Persée

"Qui refuse qu'on prenne la lumière d'une lumière voisine ? Elle ont beau donner sans cesse, elles n'y perdent rien." Ovide

Sommaire

2.1	Modes opératoires	86
2.2	Choix des longueurs d'onde du senseur de franges	87
2.3	Influence de la position de la pupille sur le taux de couplage	102
2.4	Évaluation de la corrélation DDM-tip/tilt	107
2.5	Conclusion	119

La définition optique d'un système aussi complexe que Persée se déroule sur plusieurs années. Lors de mon arrivée au sein du groupe système, la définition préliminaire s'achevait et l'étude détaillée commençait. Le présent chapitre décrit ma contribution au dimensionnement du système de cophasage de Persée lors de l'étude détaillée de Persée. Mes deux principales contributions concernent d'une part, l'optimisation des estimateurs du système de cophasage par le choix approprié des bandes spectrales utilisées ; et d'autre part l'étude de l'influence de la position de la pupille pour l'interféromètrie en frange noire.

Tout d'abord, nous exposons dans la Section 2.1 les modes opératoires nécessaires au système de cophasage. Ensuite, dans la Section 2.2, les algorithmes nécessaires à chaque mode du système de cophasage sont ensuite décrits et optimisés. En outre, puisque le taux de couplage dans la fibre optique monomode (SMF) réalisant le filtrage monomode influe directement sur la performance d'un interféromètre en frange noire, nous évaluons dans la Section 2.3 l'effet de la position de la pupille sur ce taux de couplage. Enfin, étant donné que lorsqu'un miroir n'est pas situé dans le plan pupille, sa rotation entraîne une variation de la différence de marche, nous évaluons la corrélation entre la correction en tip/tilt et la DDM dans le cadre général de Pégase puis nous nous demandons s'il est possible de découpler la correction en tip/tilt de celle en piston pour Persée comme pour Pégase dans la Section 2.4.

2.1 Modes opératoires

Le système de cophasage comprend trois modes opératoires différents qui sont nécessaires lors du cophasage des faisceaux. Tout d'abord le mode *détection* pendant lequel les franges sont vues pour la première fois, ensuite le mode *cohérençage* pendant lequel la frange centrale est localisée, enfin le mode *cophasage* pendant lequel la voie scientifique acquiert les données.

2.1.1 Le mode détection

La première étape d'un système de cophasage est la détection des franges. Elle peut être réalisée passivement du fait de l'amplitude des perturbations mais il peut être préférable de mettre en mouvement les lignes à retard. Nous pouvons envoyer par exemple une rampe de piston ou une spirale à une dimension autour de la position où nous pensons trouver les franges (par exemple à la position où les franges ont été perdues).

La visibilité des franges est estimée en temps réel. Lorsque la visibilité est supérieure à un certain seuil, leur vitesse de défilement ainsi que leur direction sont estimées. Pour Pégase, le type de contrôle étudié en phase 0 par Astrium conduit à des vitesses de défilement de la DDM de l'ordre de quelques 10 μ m/s. Cette solution n'est donc applicable qu'avec un senseur de franges capable de détecter des franges défilant rapidement. Afin d'avoir des marges, l'objectif a été fixé à 150 μ m/s. Cette performance permet de considérablement relâcher les besoins en métrologies intervaisseaux et en propulsion fine, d'où l'intérêt de la démontrer au sol. Ainsi, le temps de pose du senseur de franges doit être assez petit pour éviter le brouillage des franges, et le temps de répétition doit être assez petit pour pouvoir échantillonner correctement l'enveloppe de cohérence, dont la longueur de cohérence vaut quelques micromètres.

Lorsque les franges sont détectées et que les lignes à retard sont actionnées afin de "rattraper" les franges, le système de cophasage passe automatiquement en mode *cohérençage*.

2.1.2 Le mode cohérençage

Au début de l'étape de cohérençage, la DDM peut être très supérieure à la longueur d'onde d'opération du senseur de franges. Le but de cette étape est de localiser la frange centrale et de faire en sorte que la DDM entre les deux bras de l'interféromètre soit inférieure à longueur d'onde d'opération du senseur de franges. Dans ce but, la bande spectrale d'opération du senseur de franges est dispersée en 2 canaux spectraux.

Lorsque la dérive de la DDM est suffisamment bien composée par la ligne à retard pour que la DDM soit inférieure à une fraction de la longueur d'onde d'opération du senseur de franges, le système de cophasage passe automatiquement en mode *cophasage*.

2.1.3 Le mode cophasage

Pendant cette étape, la DDM est stabilisée et la voie scientifique réalise ses observations. Comme nous l'avons vu dans la Section 1.6.2, la principale spécification pendant cette étape est que la DDM doit être inférieure à 2 nm rms.

Il est possible que des sauts de franges aient lieu pendant le cophasage. Afin de conserver la possibilité de détecter des sauts de franges et ainsi s'assurer que le cophasage s'effectue bien sur la frange centrale, il est indispensable que l'étape de cophasage prenne en considération l'estimateur de cohérençage qui est le seul estimateur capable de détecter un saut de franges car cet estimateur dispose d'une dynamique de mesure plus grande que la longueur d'onde d'observation.

2.2 Choix des longueurs d'onde du senseur de franges

Nous venons de voir que le système de cophasage nécessite plusieurs modes opératoires. Chacun de ces modes requiert la mesure de grandeurs physiques différentes et donc des estimateurs différents. Nous définissons ces estimateurs dans la Section 2.2.1. En outre, l'utilisation d'au moins 2 canaux spectraux est indispensable à l'identification de la frange centrale et le bruit de détecteur nous incite à utiliser le moins de canaux spectraux possible. Il a donc été décidé, avant mon début de thèse, que l'identification de la frange centrale sera effectuée à l'aide d'une dispersion de la bande spectrale [0.8-1.5] µm sur 2 canaux spectraux $I=[0.8 \ \mu\text{m}-\lambda_s]$ et $J=[\lambda_s-1.5 \ \mu\text{m}]$. Cependant, l'optimisation de la longueur d'onde de séparation λ_s n'avait pas encore été effectuée. Dans la suite, nous noterons λ_I et λ_J les longueurs d'onde moyennes des canaux spectraux I et J respectivement.

Le choix de la longueur d'onde de séparation λ_s a été fait de façon à optimiser la précision de mesure des estimateurs (cf. Section 2.2.2).

2.2.1 Définition des estimateurs

Cette section est dédiée à la définition des estimateurs nécessaires à chacun des modes opératoires. Ces estimateurs sont basés sur des estimateurs élémentaires de visibilité et de DDM pour chacun des canaux spectraux. Ceux-ci font l'objet d'une analyse détaillée et seront définis dans le Chapitre 3. Ainsi, nous supposerons dans cette section que les estimateurs de visibilité et de DDM pour chacun des canaux spectraux sont définis, ce qui constitue le point de départ de l'étude présentée dans cette section.

2.2.1.1 La détection : mesure de la visibilité et de la vitesse de défilement des franges

Visibilité des franges

L'estimateur de présence de franges choisi est la visibilité effective des franges au carré $W = V'^2$ car c'est l'estimateur le mieux adapté à la détection de franges [Shao *et al.* (1988)]. La visibilité effective des franges V' prend en considération la perte dynamique due au défilement des franges à la vitesse v pendant la pose et la perte statique due à l'enveloppe de cohérence $Env(\delta)$, dépendant du spectre de la source et dont une approximation est illustrée dans la Section 2.2.2.1, lorsque la DDM δ est non nulle.

Plus généralement, en combinant l'effet des deux pertes, la visibilité effective V' s'exprime :

$$V' = V \operatorname{sinc}\left(\frac{vT_p}{\lambda}\right) \operatorname{Env}\left(\delta\right)$$
(2.1)

où T_p est le temps de pose et la fonction sinc (), transformée de Fourier de la porte

unitaire, est définie par :

$$\operatorname{sinc}\left(X\right) = \frac{\sin\left(\pi X\right)}{\pi X} \tag{2.2}$$

Étant donné qu'il y a deux canaux spectraux I et J, nous mesurons une visibilité effective au carré W_I et W_J dans chacun des canaux spectraux I et Jrespectivement. Ne voulant pas perdre d'information, nous n'utilisons pas une seule mesure de visibilité carrée pour détecter la présence de franges mais nous préférons tirer parti des 2 mesures. Pour cela, nous construisons un estimateur de visibilité carré \widehat{W} en pondérant chacune des mesures de visibilité carrées élémentaires :

$$\widehat{W} = xW_I + (1 - x)W_J \tag{2.3}$$

où $x \ (x \in [0, 1])$ est un coefficient sans dimension représentant la pondération. Par exemple, si nous savons qu'a priori la mesure de la visibilité carrée dans le canal spectral I est très bruitée, nous choisirons alors x = 0. Le choix du coefficient x est décrit dans la Section 2.2.2.

Vitesse et direction de défilement des franges

Pendant l'étape de détection, il est également spécifié que la vitesse de défilement des franges ainsi que leur direction doivent être mesurées. Pour cela, nous supposons que les mesures sont suffisamment bien échantillonnées pour faire l'hypothèse d'une vitesse de défilement linéaire entre deux mesures successives lors d'un passage des franges. L'estimateur choisi est un estimateur de vitesse de défilement des franges :

$$\widehat{v} = \frac{\widehat{\Delta}(t_2) - \widehat{\Delta}(t_1)}{t_2 - t_1}$$
(2.4)

où $\widehat{\Delta}(t_1)$ et $\widehat{\Delta}(t_2)$ sont deux mesures successives de la DDM instantanée aux instants t_1 et t_2 ($t_2 > t_1$).

L'estimation de la DDM $\widehat{\Delta}$ au cours de l'étape de détection sera présenté dans la Section 3.4. Cette estimateur a la particularité d'avoir une très grande dynamique, c'est-à-dire que la DDM peut être estimée sans ambiguïté sur un très grande domaine.

2.2.1.2 Le cohérençage : mesure du retard de groupe

Les étapes de détection puis de cohérençage doivent permettre de localiser la frange centrale le plus rapidement possible. Il est donc primordial d'avoir un estimateur de DDM ayant la dynamique de mesure plus grande possible. C'est pour cette raison que nous avons développé un nouvel estimateur offrant cette grande dynamique. Celui-ci sera décrit dans la Section 3.4.

2.2.1.3 Le cophasage : mesure du retard de phase

Lors de la poursuite des franges, nous avons deux mesures δ_I et δ_J de la DDM dans les canaux spectraux I et J respectivement. De même que pour l'estimateur de détection des franges et les mesures de visibilités carrée, nous préférons tirer parti des deux mesures. Lors de l'étape de cophasage, l'estimateur de DDM $\hat{\delta}$ que nous construisons prend en considération les deux mesures de DDM en les pondérant par un coefficient sans dimension y ($y \in [0, 1]$):

$$\hat{\delta} = y\delta_I + (1-y)\delta_J \tag{2.5}$$

Par exemple, lorsque y = 1, nous ne prenons en considération que la mesure de DDM dans le canal spectral I alors que lorsque y = 0, seule la mesure de DDM effectuée dans le canal spectral J est prise en considération.

2.2.2 Optimisation des estimateurs

Les estimateurs que nous avons présentés dans la Section 2.2.1 tirent parti des mesures élémentaires dans les 2 canaux spectraux en pondérant les 2 mesures. Cependant, il n'a pas été dit comment le choix de la valeur des coefficients de pondération est effectué. Ce choix dépend de la longueur d'onde de séparation λ_s . Nous présentons ici comment il est possible d'optimiser les mesures simplement par les choix appropriés de la longueur d'onde de séparation λ_s et des coefficients de pondération x et y.

2.2.2.1 Hypothèses et approximations

Pour les simulations que nous présentons dans toute la Section 2.2.2, nous supposons que dans chaque canal spectral le spectre de la lumière détectée est une gaussienne tronquée comme illustré sur la Figure 2.1; cette forme prend en considération le spectre de la source mais également la transmission du train optique, des lames dichroïques ainsi que le rendement quantique des détecteurs. Ainsi, l'enveloppe des franges est une gaussienne avec une largeur à mi-hauteur égale

à la longueur de cohérence, la visibilité des franges peut donc ce mettre sous la forme :

$$V(\delta) = \operatorname{Env}\left(\delta\right) = V(0) \times e^{-2.75\left(\frac{\delta}{L_c}\right)^2}$$
(2.6)

Le nombre 2.75 a été choisi de façon à ce que :

$$V(L_c/2) = \frac{V(0)}{2}$$
(2.7)



FIG. 2.1 – Spectre considéré pour chaque canal spectral.

Cependant, afin de simplifier les calculs analytiques présentés ci-après, le calcul du nombre de photons sera présenté en supposant que le spectre de la lumière détectée sur chaque canal spectral est uniforme comme illustré sur la Figure 2.2.

En appelant N le nombre de photons dans la bande spectrale $[\lambda_1 - \lambda_2]$ et β un coefficient de pondération dépendant de la densité spectrale de la source considérée mais aussi de la transmission du train optique, des lames dichroïques ainsi que des rendements quantiques des détecteurs, les nombres de photons N_I et N_J dans les canaux I et J sont :

$$N_I = \frac{|\lambda_s - \lambda_1|}{(\lambda_s - \lambda_1) + \beta(\lambda_2 - \lambda_s)} N \quad \text{et} \quad N_J = \frac{|\lambda_2 - \lambda_s|}{(\lambda_s - \lambda_1) + \beta(\lambda_2 - \lambda_s)} N \quad (2.8)$$

Dans le cas de sources blanches telles que les corps noirs, nous pouvons borner β entre 0.1 et 10.



FIG. 2.2 – Spectre de la lumière détectée considéré pour le calcul de l'intensité des faisceaux.

2.2.2.2 La détection

Visibilité des franges

La mesure de la visibilité des franges est d'autant plus précise que le rapport de la visibilité carrée mesurée W sur le bruit de visibilité hors frange $\sigma_{W,hf}$ est grand. Ainsi, d'après l'Équation (2.3), cela revient à maximiser :

$$RSB_W = \frac{xW_I + (1-x)W_J}{\sqrt{x^2\sigma_{W_I,hf}^2 + (1-x)^2\sigma_{W_J,hf}^2}}$$
(2.9)

où σ_X représente l'écart-type de la mesure de la grandeur X.

Le bruit de visibilité carré pour une modulation de type ABCD spatiale est [Shao *et al.* (1988)] :

$$\sigma_{W_i} = 4 \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{2}N_i W_i}}{N_i}$$
 avec $i = \{I, J\}$ (2.10)

donc le bruit de visibilité carrée hors frange est :

$$\sigma_{W_i,hf} = \frac{4}{N_i} \tag{2.11}$$

Nous supposons que la visibilité carrée W(0) est la même pour les deux canaux spectraux, c'est-à-dire que nous supposons que les aberrations différentielles entre les canaux I et J n'affectent pas les interférogrammes de façon notable. Ainsi, dans chacun des canaux spectraux, la visibilité carrée effective est :

$$W_i = W(0)\operatorname{sinc}^2\left(\frac{vT_p}{\lambda_i}\right)e^{-2\times 2.75\left(\frac{\delta}{L_{c_i}}\right)^2}$$
(2.12)

Dans l'Équation 2.12, le temps de pose T_p est un paramètre libre mais qui est dépendant de la vitesse v de défilement des franges. En effet, plus la vitesse de défilement des franges est grande, plus le temps de pose doit être petit pour éviter le brouillage des franges. En contrepartie, plus le temps de pose est petit, moins le nombre de photons détectés est grand et plus le RSB est petit.

Lors d'un passage des franges à la vitesse v, nous mesurons L_{c_i}/vT_p ($i = \{I, J\}$) fois la visibilité carrée. C'est la moyenne de ces mesures que nous utilisons pour calculer le RSB tel qu'il est exprimé dans l'Équation 2.9.

Sur la Figure 2.3, nous traçons $RSB_W/(W(0)N)$ en fonction du coefficient de pondération x pour $v = 150 \ \mu\text{m/s}$, $\lambda_s = 1 \ \mu\text{m}$, $T_p = 0.3 \ \text{ms}$ et $\beta = 1$. Dans ce cas, la longueur de cohérence de l'interférogramme du canal I est plus grande que celle dans le canal J mais beaucoup moins de photons sont détectés dans le canal I car celui-ci est beaucoup plus étroit que le canal J. Nous pourrions donc penser que la mesure dans le canal J aura un meilleur RSB_W que celle dans le canal I. Ceci est confirmé par la Figure 2.3 puisque RSB_W pour x = 0 est plus grand que RSB_W pour x = 1. Cependant, il apparaît préférable de choisir $x \approx 0.1$ de façon à maximiser RSB_W (cf. Fig. 2.3).

Pour chaque valeur de λ_s ($\lambda_s \in [0.8-1.5] \mu m$), nous calculons la valeur maximale de RSB_W ainsi que la valeur du coefficient de pondération x optimal. Nous réalisons cette optimisation pour différentes valeurs de la vitesse v de défilement des franges. Le résultat des ces simulations est présenté sur la Figure 2.4.

En fait, pour chaque longueur d'onde de séparation $\lambda_s \in [0.8 - 1.5] \mu m$, nous avons fait une optimisation conjointe des paramètres x et T_p . Les résultats de ces simulations permettent de conclure de manière empirique que le temps de pose T_p optimal est tel que :

$$v \times T_p = 0.43 \ \mu \text{m} \tag{2.13}$$

ce qui correspond à $\lambda/2.3$ pour $\lambda = 1$ µm. Ainsi, pour que la détection des franges soit optimale, il faut échantillonner une frange sur environ 2.3 points. Ainsi, **pour détecter des franges défilant avec une vitesse égale à 150** µm/s, le temps de **pose optimal est** $T_p = 2.9$ ms.



FIG. 2.3 – $RSB_W/(W(0)N)$ pendant la détection des franges en fonction de x pour $v = 150 \mu m/s$, $\lambda_s = 0.9 \mu m$, et $\beta = 1$.



FIG. 2.4 – RSB de visibilité carrée pendant la détection des franges [gauche] et valeur optimale du coefficient de pondération x [droite] pour différentes valeurs de la vitesse de défilement des franges : $v = 0, 20, 50, 100, 150 \mu$ m/s. La visibilité carrée est normalisée en la divisant par W(0)N. $\beta = 1$.

Nous vérifions sur la Figure 2.4 qu'à longueur d'onde de séparation fixe, RSB_W est d'autant plus grand que la vitesse de défilement des franges est petite. En outre, nous remarquons que RSB_W est maximal pour $\lambda_s = 0.8 \ \mu\text{m}$ ou $\lambda_s = 1.5 \ \mu\text{m}$, c'est-à-dire lorsque la bande spectrale [0.8-1.5] $\ \mu\text{m}$ n'est pas séparée en deux. Ainsi, nous pouvons conclure qu'il n'y a pas de longueur d'onde de séparation λ_s optimale et que l'estimateur de détection des franges est très peu sensible à λ_s . Donc pour la détection des franges, il est préférable de ne pas disperser la lumière sur deux canaux spectraux.

Ceci vient du fait que le bruit de visibilité carrée hors frange $\sigma_{W,hf}$ est inversement proportionnel au nombre de photons (cf. Eq. 2.11). Dans ce cas, contrairement à un bruit en $1/\sqrt{N}$, la dispersion spectrale dégrade toujours le rapport signal à bruit.

Il existe cependant une méthode permettant d'augmenter RSB_W même lorsque la lumière est dispersée sur deux canaux spectraux. Elle consiste à simuler la détection du flux sur la bande spectrale complète. Pour ce faire, nous ne calculerons pas les visibilités carrées avant de les sommer (cf. Eq. 2.9) mais nous additionnerons d'abord les flux détectés sur les deux canaux spectraux **puis** nous calculerons la visibilité carrée.

Vitesse et direction de défilement des franges

D'après Eq. 2.4, le bruit sur la mesure de la vitesse est :

$$\sigma_v^2 = \frac{2\sigma_{\hat{\Delta}}^2}{(t_2 - t_1)^2} \tag{2.14}$$

Nous nous apercevons que minimiser le bruit sur la mesure de la vitesse de défilement des franges revient à minimiser le bruit sur la mesure de l'estimateur de cohérençage $\sigma_{\widehat{\Delta}}$ (cf. Sec. 2.2.2.3), ainsi nous ne nous étendrons pas sur la procédure de minimisation du bruit sur la mesure de la vitesse de défilement des franges.

2.2.2.3 Le cohérençage

En notant δ_I et δ_J les mesures de la DDM dans les canaux spectraux I et J respectivement, l'estimateur de cohérençage $\widehat{\Delta}$ qui sera présenté dans la Section 3.4 est d'autant plus robuste que la mesure de $\delta_I - (\lambda_2/\lambda_1)\delta_J$ est précise. En supposant que les bruits sur les mesures de la DDM dans les 2 canaux spectraux sont décorrélés, minimiser le bruit de mesure $\sigma_{\widehat{\lambda}}$ de l'estimateur de cohérençage

revient donc à minimiser :

$$\sigma_{coh}^2 = \frac{\sigma_{\delta_I}^2}{\lambda_I^2} + \frac{\sigma_{\delta_J}^2}{\lambda_J^2}$$
(2.15)

or nous savons que le bruit de mesure de DDM est [Shao *et al.* (1988); Cassaing (2001)] :

$$\sigma_{\delta_i} = \frac{\lambda_i}{2\pi} \times \frac{\alpha_i}{\rho_i V_i} \qquad \text{avec} \qquad \rho_i = \frac{N_i}{\sqrt{N_i + K\sigma_d^2}} \qquad (2.16)$$

où $i = \{I, J\}$, α dépend de la recombinaison et de la modulation choisies, V est la visibilité et ρ est le rapport signal à bruit. σ_d est le bruit de lecture du détecteur et K le nombre de pixels lus (K = 4 pour une modulation ABCD).

Considérant que nous sommes limités par le bruit de photons, Eq. (2.15) devient :

$$\sigma_{coh} = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\alpha}{\sqrt{N}} \times \left[\left(\lambda_s - \lambda_I + \beta (\lambda_J - \lambda_s) \right) \left(\frac{e^{2\frac{\pi^2}{2.75} \left(\frac{\lambda_s - \lambda_I}{\lambda_s \lambda_I} \delta \right)^2}}{\lambda_s - \lambda_I} + \frac{e^{2\frac{\pi^2}{2.75} \left(\frac{\lambda_J - \lambda_s}{\lambda_J \lambda_s} \delta \right)^2}}{\beta (\lambda_J - \lambda_s)} \right) \right]^{1/2}$$
(2.17)

Sur la Figure 2.5, nous traçons $\sigma_{coh}2\pi\sqrt{N}/\alpha$ en fonction de la longueur d'onde de séparation λ_s et pour différentes valeurs de la DDM δ .

Nous vérifions sur la Figure 2.5 qu'à la longueur d'onde de séparation fixe, le bruit de mesure est une fonction croissante de la DDM. Aussi, nous apercevons qu'il existe une longueur de séparation qui minimise σ_{coh} quelque soit la DDM. Nous pouvons conclure que la longueur d'onde de séparation optimale qui minimise le bruit pendant l'étape de cohérençage est $\lambda_s = 1.03 \ \mu m$. Contrairement à l'estimateur de détection des franges, l'estimateur de cohérençage est très sensible à la longueur d'onde de séparation λ_s . C'est principalement pour cet estimateur que le gain apporté par les optimisations que j'ai réalisées est notoire. En effet, si nous avions choisi de séparer la bande spectrale au milieu, soit pour $\lambda_s = 1.15 \ \mu m$, alors pour une DDM plus grande que 4 $\ \mu m$, la précision de l'estimateur de cohérençage aurait été moins bonne de plusieurs ordres de grandeur.



FIG. 2.5 – Bruit de DDM pendant le cohérençage pour différentes valeurs de la DDM : $\delta = 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4 \mu m. \beta = 1.$

2.2.2.4 Le cophasage

Nous pouvons supposer que les bruits de DDM dans les canaux spectraux I et J sont décorrélés. D'après l'estimateur de cophasage écrit dans l'Équation (2.5), le bruit sur la mesure de $\hat{\delta}$ est :

$$\sigma_{\widehat{\delta}}^2 = y^2 \sigma_{\delta_I}^2 + (1-y)^2 \sigma_{\delta_J}^2 \tag{2.18}$$

D'après les Équations 2.8 et 2.16, les bruits de mesure de DDM dans les canaux spectraux I et J sont :

$$\sigma_{\delta_I}^2 = \left(\frac{\alpha}{2\pi\sqrt{N}}\right)^2 \frac{\left((\lambda_s - \lambda_1) + \beta(\lambda_2 - \lambda_s)\right)}{\lambda_s - \lambda_1} \times \lambda_I^2 \times e^{2\frac{\pi^2}{2.75}\left(\frac{\lambda_s - \lambda_1}{\lambda_s \lambda_1}\delta\right)^2}$$
$$\sigma_{\delta_J}^2 = \left(\frac{\alpha}{2\pi\sqrt{N}}\right)^2 \frac{\left((\lambda_s - \lambda_1) + \beta(\lambda_2 - \lambda_s)\right)}{\beta(\lambda_2 - \lambda_s)} \times \lambda_J^2 \times e^{2\frac{\pi^2}{2.75}\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_s}{\lambda_2 \lambda_s}\delta\right)^2}$$
(2.19)



FIG. 2.6 – Bruit de DDM pendant le cophasage en fonction de y pour $\delta = 0$ nm, $\lambda_s = 0.9 \ \mu\text{m}$ et $\beta = 1$. Le bruit de DDM est normalisé en le multipliant par $2\pi\sqrt{N}/\alpha$.

Sur la Fig. 2.6, nous traçons $\sigma_{\hat{\delta}} \times 2\pi\sqrt{N}/\alpha$ en fonction du coefficient de pondération y pour $\delta = 0$ nm, $\lambda_s = 0.9 \ \mu\text{m}$ et $\beta = 1$ (ces valeurs sont choisies à titre d'illustration). Dans ce cas, le canal spectral J est bien plus large que le canal spectral I, donc il y a plus de photons en J qu'en I. Ainsi, si nous avons juste le choix entre mesurer la DDM sur le seul canal spectral I (y = 1) ou sur le seul canal spectral J (y = 0), il serait préférable de mesurer la DDM sur J. C'est en effet ce que nous constatons sur la Figure 2.6 puisque le bruit de mesure de DDM pour y = 0 est inférieur à celui pour y = 1.

Cependant, il est intéressant de remarquer qu'il existe d'autres valeurs du coefficient de pondération y pour lesquelles le bruit de mesure de DDM est inférieur à celui pour y = 0. Dans le cas de la Figure 2.6, Il est préférable de choisir y de façon à minimiser le bruit de DDM, c'est-à-dire $y \approx 0.25$.

Nous étudions maintenant l'allure du bruit de mesure lorsque nous faisons varier δ et λ_s avec $\beta = 1$. Pour chaque valeur de λ_s ($\lambda_s \in [0.8 - 1.5] \mu m$), nous calculons la valeur minimale du bruit de mesure de DDM ainsi que la valeur du coefficient de pondération optimal. Nous effectuons ces calculs pour plusieurs valeurs de la DDM entre 0 et 100 nm. Le résultat de cette simulation est montré sur la Figure 2.7.



FIG. 2.7 – Bruit de DDM pendant le cophasage [gauche] et valeur optimale du coefficient de pondération y [droite] pour différentes valeurs de la DDM : $\delta = 0, 20, 40, 60, 80, 100$ nm. $\beta = 1$.

D'après Fig. 2.7, nous remarquons que le bruit de DDM ne dépend que faiblement de la longueur d'onde de séparation λ_s . En effet, seulement 10% sépare le bruit maximal du bruit minimal. Mais un optimum est obtenu

lorsque $\lambda_s = 1.03 \,\mu\text{m}$. La valeur du coefficient optimal vaut alors y = 0.5. C'est donc cette longueur d'onde de séparation qui minimise le bruit de DDM pendant l'étape de cophasage. Afin d'étudier le comportement de la mesure de bruit de DDM pour différentes sources, cette simulation a été effectuée pour plusieurs valeurs de β .

En outre, la Figure 2.7 montre que lorsque le senseur de franges est limité par le bruit de photons, alors que nous pouvons penser qu'il est équivalent que la mesure de DDM se fasse sur un ou plusieurs canaux spectraux, il est en réalité préférable d'effectuer un dispersion spectrale et d'optimiser le coefficients de pondération. En outre, l'estimateur de cophasage est très peu sensible à la longueur d'onde de séparation λ_s .

Il est clair que pour le cohérençage comme pour le cophasage, la longueur d'onde de séparation λ_s optimale est 1.03 µm. En outre, contrairement à la précision des estimateurs de détection des franges et de cophasage, la précision de l'estimateur cohérençage est très sensible à la valeur de λ_s . En bruit de photons, la longueur de séparation λ_s optimale est donc $\lambda_s = 1.03$ µm.

Même si le système de cophasage de Persée est limité par le bruit de photons comme nous le verrons dans le Chapitre 4, nous avons préféré procéder à la même optimisation lorsque le système de cophasage est limité par le bruit de détecteur. Ceci dans le but de s'assurer de la compatibilité de cette optimisation dans le cas où nous voudrions diminuer le flux de la source afin de démontrer la limite de fonctionnement du système de cophasage.

2.2.2.5 Bruit de détecteur

Des simulations identiques ont été effectuées lorsque le système est limité par le bruit de détecteur. De ces simulations, non illustrées ici, nous tirons les conclusions suivantes :

- une courbe d'allure similaire est obtenue pour la précision de l'estimateur de visibilité carrée en fonction de la longueur d'onde de séparation λ_s , nous tirons donc les mêmes conclusions que lorsque le système de cophasage est limité par le bruit de photons,
- une courbe d'allure similaire est obtenue pour la précision de l'estimateur de cohérençage, en outre la précision de l'estimateur de cohérençage est très sensible à la valeur de λ_s et la valeur optimale est $\lambda_s = 1.03 \ \mu m$ comme c'est le cas lorsque le système de cophasage est limité par le bruit de photons,

- une courbe d'allure différente est obtenue pour la précision de l'estimateur de cophasage : la précision de la mesure est minimal pour $\lambda_s = 0.8 \ \mu m$ et $\lambda_s = 1.5 \ \mu m$ et il est maximal pour $\lambda_s = 1.03 \ \mu m$, en outre la précision de l'estimateur de cophasage est encore peu sensible à la valeur de λ_s (10% entre le maximum et le minimum du bruit de DDM) comme c'est le cas lorsque le système de cophasage est limité par le bruit de photons; mais comme à la Section 2.2.2.2, l'estimateur de cophasage sera calculé après avoir additionné les flux de chaque canal spectral.

Ici encore, nous choisissons la valeur de la longueur d'onde de séparation λ_s qui minimise le bruit de l'estimateur de cohérençage car seul cet estimateur est très sensible à λ_s .

Ce sont les analyses présentées précédemment qui ont permis de choisir les deux domaines spectraux utiles pour le senseur de franges : I=[0.8-1] μ m et J=[1-1.5] μ m. Bien que la bande astronomique J corresponde à [1.1-1.4] μ m, nous avons choisi de dénommer la bande J de Persée la bande spectrale [1-1.5] μ m.

Les simulations précédentes ont été effectuées avec les approximations faites dans la Section 2.2.2.1 et en prenant $\beta = 1$. Des simulations similaires ont été effectuées avec différentes valeurs du coefficient β ($\in [0.1 - 10]$) et pour un spectre de source plat sur chacune des 2 bandes spectrales. Pour chacune de ces simulations, la même longueur d'onde de séparation optimale a été trouvée, à savoir $\lambda_s = 1.03 \,\mu\text{m}$.

L'analyse qui vient d'être effectuée peut être expliquée simplement. En effet, en raison de l'enveloppe, nous savons que le bruit de DDM est d'autant plus grand que la visibilité des franges est petite, c'est-à-dire que la DDM est grande (Eq. 2.16). En outre, le bruit de mesure de phase croit d'autant plus rapidement avec la différence de marche (DDM) que la longueur de cohérence L_c est petite. Nous mesurons deux phases dans deux canaux différents (donc ayant des longueurs de cohérence différentes), ainsi nous pouvons conclure qu'il serait certainement préférable que les longueurs de cohérence des deux canaux soient environ égales pour ne pas privilégier une mesure sur l'autre et ainsi choisir la longueur d'onde de séparation λ_s de façon à ce que les deux longueurs de cohérence soient égales, ce qui est pour $\lambda_s \approx 1.03 \ \mu\text{m}$. C'est ce que l'analyse faite dans cette section a démontré de façon quantitative. **Mais ce que cette analyse qualitative ne peut mettre en évidence, c'est le gain notoire sur l'estimateur de cohérençage apporté par ces simulations.**

2.3 Influence de la position de la pupille sur le taux de couplage

Jusqu'à présent, Pégase ne prévoit pas de système permettant de corriger la position de la pupille. Il existe donc 2 degrés de liberté du faisceau par bras de l'interféromètre qui sont non corrigés. Ceux-ci correspondent au déplacement transversal du faisceau. Ainsi, la SMF réalisant le filtrage monomode couple de façon différente les faisceaux provenant de chacun des bras de l'interféromètre, ce qui influe directement sur la performance d'un interféromètre en frange noire comme nous l'avons vu dans la Section 1.6.2.

Partant de ces considérations, nous nous intéressons dans cette section à l'influence de la position de la pupille sur les performances d'un interféromètre en frange noire.

2.3.1 Formule théorique du taux de couplage

L'efficacité de couplage dans une SMF, notée ρ , est le module carré de l'intégrale de recouvrement normalisée entre la distribution de champ au foyer du télescope et le mode de la fibre dans le plan d'entrée de la SMF. Cette intégrale de recouvrement correspond à l'amplitude complexe d'un champ de norme unitaire qui est couplée dans la SMF et elle sera notée A [Neumann (1988)] :

$$\rho = |A|^2 \quad \text{avec} \quad A = \frac{\langle E_F | F_F \rangle}{\|E_F\| \times \|F_F(r)\|} \quad (2.20)$$

où E_F est la distribution de champ et F_F est le profil de mode de la SMF dans le plan focal. Le produit scalaire et la norme sont définis comme suit :

$$\langle X|Y\rangle = \iint_{\mathbb{R}} X(s).Y^{\star}(s)d^2s \quad \text{et} \quad ||X|| = \sqrt{\langle X|X\rangle} \quad (2.21)$$

Puisque les champs électriques dans les plans focal et pupille de l'instrument sont liés par une transformée de Fourier, nous savons d'après le théorème de Parseval, que l'intégrale de recouvrement est la même dans le plan focal et dans le plan pupille :

$$A = \frac{\langle E_P(u) \mid F_P(u) \rangle}{\|E_P(u)\| \times \|F_P(u)\|}$$
(2.22)

où E_P est la distribution de champ et F_P est le profil de mode de la SMF dans le plan pupille.

Dans le cas particulier où la pupille est située dans le plan objet de la SMF, l'efficacité de couplage est [Ruilier & Cassaing (2001)] :

$$\rho = 2 \left(\frac{e^{-2(\alpha\beta)^2} - e^{(-\beta_0^2)}}{\beta(1-\alpha^2)^{1/2}} \right)^2$$
(2.23)

où α est le taux d'obstruction linéaire du télescope. En notant D le diamètre de la pupille, f la focale du télescope et w_0 le waist du mode guidé (largeur à 1/e), le coefficient β est :

$$\beta = \frac{\pi}{2} \frac{D}{\lambda} \frac{w_0}{f} \tag{2.24}$$

L'efficacité de couplage maximum est égale à $\rho_0 = 81\%$ et est obtenue lorsque :

$$\frac{w_0}{f} = 0.71 \frac{\lambda}{D} \tag{2.25}$$

c'est-à-dire pour β =1.12. Dans le cas d'un champ exact couplé dans la fibre (somme de fonctions de Bessel), l'efficacité de couplage maximum vaut 78% [Shaklan & Roddier (1988)] mais l'écart s'explique par l'approximation de profil de mode gaussien.

2.3.2 Influence de la position transversale de la pupille

En faisant l'hypothèse d'un mode de fibre gaussien, dans le cas d'une obstruction centrale nulle et pour un **faible déplacement** transversal, d'une distance notée r, de la pupille par rapport à sa position nominale ($\beta = 1.12$), l'efficacité de couplage peut s'exprimer sous la forme [Ruilier (1999)] :

$$\rho = \rho_0 e^{-22.56 \left(\frac{r}{D}\right)^2} \tag{2.26}$$

Nous avons vu dans la Section 1.6.2 que l'équilibre des flux doit être telle que $I_2/I_1 \in [0.993 - 1.007]$ rms. D'après la Figure 2.8 sur laquelle est tracée l'efficacité de couplage en fonction d'un déplacement transversal de la pupille, cette condition est réalisée lorsque le déplacement r de la pupille selon une direction orthogonale à l'axe optique est inférieure à D/55. Puisque chaque bras de l'interféromètre possède une pupille, il est suffisant que la stabilité de l'alignement de la pupille de chaque bras soit meilleure que D/80. La pupille ayant un diamètre égale à 30 mm ou 10 mm selon qu'elle est située en amont ou en aval de



FIG. 2.8 – Taux de couplage en fonction d'un déplacement transversal de la pupille par rapport à sa position nominale dans le cas d'un mode de fibre gaussien.

l'afocal, cela correspond à un déplacement de la pupille de 375 μ m ou 125 μ m respectivement.

Si la pupille est physiquement située dans un espace où les faisceaux sont non stabilisés angulairement, en l'occurrence en amont des miroirs de correction du tip/tilt, alors, par un effet de bras de levier, un tip ou un tilt des faisceaux induira une translation transversale de l'image de la pupille dans l'espace du filtrage monomode, c'est-à-dire en aval des miroirs de correction du tip/tilt. Si la pupille est située en aval des miroirs de correction du tip/tilt, alors la pupille, située ainsi dans l'espace du filtrage monomode, ne subit pas de mouvement transversal.

Dans l'espace du filtrage monomode, le tip/tilt maximal présent sur Persée est égal à 600 mas rms par bras et la pupille a un diamètre de 10 mm. Or il faudrait un bras de levier entre le miroir de correction du tip/tilt et la pupille de 43 m pour que la pupille se déplace transversalement de 125 μ m rms. Cette distance n'étant pas réaliste sur Persée, il n'est pas nécessaire de prendre en considération cette contrainte.

L'influence de la position transversale de la pupille sur le taux de couplage ne contraint donc pas la pupille à être physiquement située en amont ou en aval des miroirs de correction du tip/tilt.

2.3.3 Influence de la position longitudinale de la pupille

Si nous décidons de placer la pupille en amont des lignes à retard, alors le déplacement de ces dernières induira un mouvement longitudinal de l'image de la pupille par les lignes à retard. Cette section est consacrée à l'influence du mouvement longitudinal de la pupille sur le taux de couplage dans la SMF.

À l'aide de l'Équation (2.22) et de la connaissance de la propagation d'une onde gaussienne [Siegman (1986)], dans le cas où la pupille est décalée d'une distance z selon l'axe optique, l'efficacité de couplage s'exprime de la façon suivante :

$$A = \frac{\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-\left(\frac{r}{\Omega_1(z)}\right)^2} P_0(r) r dr d\theta}{\left(\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-2\Re\left[\left(\frac{r}{\Omega_1(z)}\right)^2\right]} r dr d\theta\right)^{1/2} \left(\iint_{\mathbb{R}^2} \left(P_0(r)\right)^2 r dr d\theta\right)^{1/2}}$$
(2.27)

où P_0 est le profil de transmission de la pupille et :

$$\Omega_1(z) = \frac{w_1(z)}{\left(1 + i\frac{\lambda z}{\pi w_1^2}\right)^{1/2}}, \quad w_1^2(z) = w_1^2 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_1}\right)^2, \quad w_1 = \frac{\lambda f}{\pi w_0}, \quad (2.28)$$

L'intégrale exprimée dans l'Équation 2.27 peut être calculée analytiquement. L'efficacité de couplage donnée par l'Équation 2.20 est alors :

$$\rho = 2 \frac{e^{-2(\alpha\beta(z))^2} + e^{-2\beta(z)^2} - 2e^{-\beta(z)^2(1+\alpha^2)}\cos\left(\beta(z)^2(1-\alpha^2)X\right)}{\beta(z)^2(1+X^2)(1-\alpha^2)}, \quad (2.29)$$

avec

$$X = \frac{\lambda z}{\pi w_1^2} \qquad \text{et} \qquad \beta(z) = \frac{D}{2w_1(z)}. \tag{2.30}$$



FIG. 2.9 – Taux de couplage en fonction de la position longitudinale de la pupille par rapport à sa position nominale dans le cas d'un mode de fibre gaussien.

Nous avons vu dans la Section 1.6.2 que l'équilibre des flux doit être tel que $I_2/I_1 \in [0.993 - 1.007]$. D'après la Figure 2.9 sur laquelle est tracée l'efficacité de couplage en fonction d'un déplacement longitudinal de la pupille, cette

condition est réalisée lorsque la distance Δz entre les pupilles des 2 bras de l'interféromètre est inférieure à $0.32 \frac{\pi w_1^2}{\lambda}$.

Pour l'interféromètre en frange noire, $\lambda \in [1.65 - 3.3] \mu m$; nous choisissons pire des cas, c'est-à-dire où la divergence du faisceau est la plus grande, c'est-à-dire $\lambda = 3.2 \mu m$. En outre, d'après Eqs. 2.25,2.28,2.30, nous pouvons écrire :

$$w_1 = \frac{D}{0.71\pi}$$
(2.31)

Dans l'espace de la fibre optique monomode, la pupille ayant un diamètre égal à 10 mm, la distance Δz maximale autorisable entre les pupilles est égale à **6.3 m**. Puisque les lignes à retard ont une course inférieure à 1 cm, cette distance est bien plus grande que le déplacement de l'image de la pupille par les lignes à retard. Ainsi, l'influence de la position longitudinale de la pupille est négligeable et n'ajoute aucune contrainte si ce n'est que la pupille ou une image pupillaire soit située à moins de 5 mètres du plan objet de la SMF par la lentille de focalisation, ceci dans but de ne pas perdre trop de flux (moins de 1% du flux) lors du couplage dans la SMF.

Cette étude a permis de conclure que, considérant la spécification photométrique dynamique provenant de la profondeur de l'extinction requise pour Persée, aucune contrainte majeure ne ressort quant à la position de la pupille. Cependant, nous avons préféré **placer la pupille dans un espace ou les faisceaux sont stabilisés angulairement, c'est-à-dire en aval des miroirs de correction du tip/tilt**. C'est dans ce cadre que l'étude suivante a été réalisée.

2.4 Évaluation de la corrélation DDM-tip/tilt

Dans cette section, nous évaluons la DDM induite par la correction du tip/tilt lorsque celui-ci est perturbé. Le calcul est conduit dans le cas général de Pégase et la formule obtenue est directement applicable au cas de Persée. En plus de l'évaluation de la corrélation entre le tip/tilt et la DDM, cette étude a pour but de transposer les valeurs de la DDM créée par un tip/tilt pendant le vol en formation de Pégase au cas de Persée. Cela permettra d'introduire sur Persée des perturbations qui sont représentatives des perturbations qui seront sur Pégase.

En outre, il est préférable de découpler la correction de la DDM de celle du tip/tilt, nous nous demandons dans cette section si cela est possible et par quel moyen.
2.4.1 Principe du calcul

Pégase est composé d'un hub et de deux sidérostats (S_1, S_2) volant en formation. Dans un premier temps et pour le développement des calculs, nous considérons seulement les erreurs de positionnement angulaire (les satellites tournent autour de leur centre de gravité). Le calcul de l'effet d'une translation des satellites est direct et peut être ajouté à ce calcul. Nous ne le considérons donc pas dans cette étude. En outre, nous supposons que le système de correction de pointage corrige parfaitement l'orientation des faisceaux et qu'il n'y a donc pas de résidu de pointage après correction.

Enfin, les calculs que nous présentons sont développés au premier ordre car le logiciel de calcul formel utilisé, *Maple*, n'a pas convergé lors des calculs au deuxième ordre.



FIG. 2.10 – Schéma simplifié de Pégase.

La DDM est calculée entre un front d'onde plan (Π) provenant de l'étoile en amont des sidérostats et un front d'onde en marche d'escalier (Π') situé en aval du correcteur de tip/tilt (cf. Fig. 2.10). La DDM entre les deux voies peut alors être exprimée de la manière suivante :

$$DDM_{pegase} = (L_2 - L_1) = (L_{ref} - L_1) - (L_{ref} - L_2)$$
(2.32)

où L_i est le chemin optique entre (Π) et (Π') sur le bras *i*, et L_{ref} représente le chemin optique d'une des deux voies lorsque Pégase est dans sa position nominale; par symétrie, il est le même pour les deux voies. De par la symétrie du problème, nous pouvons simplifier les calculs en considérant seulement le hub et un sidérostat. Dans la suite, nous considérons un seul sidérostat et nous définissons la DDM sur la voie 1 de l'interféromètre : $DDM = L_{ref} - L_1$. Le calcul de la DDM est basé sur les lois de l'optique géométrique.

2.4.2 Notation

Le référentiel galiléen considéré est noté (X_0, Y_0, Z_0) ; l'origine de ce repère est choisie en O, le point d'intersection entre le rayon moyen du faisceau et le sidérostat S1 lorsque Pégase est dans sa position nominale. Nous calculons la DDM créée entre les deux bras de l'interféromètre lorsque le sidérostat tourne de χ_1, ψ_1, ζ_1 et lorsque le hub tourne de χ_3, ψ_3, ζ_3 autour des axes X_0, Y_0, Z_0 respectivement. Nous choisissons la convention suivante : un point dans la configuration nominale (sans perturbation) de Pégase sera noté A' alors qu'il sera noté A dans sa configuration perturbée.

L'origine du référentiel du hub est au point focal F' commun aux 2 miroirs de l'afocal. Comme indiqué dans la Figure 2.11 nous supposons dans le calcul qui suit que le masque pupillaire est placé en aval du miroir de Tip/Tilt/Piston (TTP). Nous appelons f_1 et f_2 les focales des miroirs primaire et secondaire respectivement; elles sont liées par le grossissement G de l'afocal : $f_1 = Gf_2$. Lorsque le sidérostat et le hub sont dans leur position de référence, nous notons T' l'intersection entre le TTP dans sa position de référence et l'axe optique et nous définissons les longueurs :

- -d: distance entre le point focal commun des miroirs de l'afocal et T',
- L_0 : distance entre la pupille et T'.

Puisque les angles sont considérés petits, l'ordre des rotations n'a pas d'importance au premier ordre. Nous indiquons systématiquement en indice le référentiel dans lequel les coordonnées des points ou des vecteurs sont calculés : 0 pour le référentiel galiléen et 3 pour le référentiel lié au hub.

La matrice de rotation décrivant le mouvement du solide *i* dans le repère (X_0, Y_0, Z_0) s'écrit :

$$R_i \approx \begin{pmatrix} 1 & \zeta_i & -\psi_i \\ -\zeta_i & 1 & \chi_i \\ \psi_i & -\chi_i & 1 \end{pmatrix}_0$$
(2.33)

Cette matrice de passage du repère (X_i, Y_i, Z_i) au repère (X_0, Y_0, Z_0) permet de calculer les axes des référentiels liés au sidérostat et au hub.



FIG. 2.11 – Schéma simplifié de Pégase et notation pour le calcul de la DDM.

Orientation du hub dans le référentiel galiléen :

$$\overrightarrow{X_3} \approx \begin{pmatrix} 1\\ -\zeta_3\\ +\psi_3 \end{pmatrix}_0 \qquad \overrightarrow{Y_3} \approx \begin{pmatrix} +\zeta_3\\ 1\\ -\chi_3 \end{pmatrix}_0 \qquad \overrightarrow{Z_3} \approx \begin{pmatrix} -\psi_3\\ +\chi_3\\ 1 \end{pmatrix}_0 \qquad (2.34)$$

Orientation du sidérostat dans le référentiel galiléen :

$$\overrightarrow{X}_{1} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ -\zeta_{1} \\ +\psi_{1} \end{pmatrix}_{0} \qquad \overrightarrow{Y}_{1} \approx \begin{pmatrix} +\zeta_{1} \\ 1 \\ -\chi_{1} \end{pmatrix}_{0} \qquad \overrightarrow{Z}_{1} \approx \begin{pmatrix} -\psi_{1} \\ +\chi_{1} \\ 1 \end{pmatrix}_{0} \qquad (2.35)$$

Comme représentés sur la Figure 2.11, I, I_1 , I_2 et I_3 sont les points d'impact du rayon principal sur le sidérostat, M_1 , M_2 et le TTP respectivement. Le sidérostat et le hub tournent autour de leur centre de gravité G_1 et G_3 respectivement, et le centre de rotation du TTP est noté C. Le principe du calcul est de déterminer les coordonnées des points d'impact à partir des lois de l'optique géométrique puis de calculer la DDM.

2.4.3 Propagation du rayon

Nous calculons d'abord la direction du rayon principal en connaissant la direction du rayon provenant de l'étoile $\overrightarrow{u_0}$ et celle en aval du TTP $\overrightarrow{u_4}$. Le sens des vecteurs est celui de la propagation de la lumière.

2.4.3.1 Calcul des directions du rayon principal

Le vecteur directeur du faisceau provenant de l'étoile est :

$$\overrightarrow{u_0} = \begin{pmatrix} 0\\0\\-1 \end{pmatrix}_0 \tag{2.36}$$

 $\overrightarrow{u_1}$ étant l'image de $\overrightarrow{u_0}$ par la réflexion sur le sidérostat, nous avons :

$$\overrightarrow{u_1} \approx \begin{pmatrix} 1\\ -\zeta_1 + \chi_1\\ 2\psi_1 \end{pmatrix}_0 \qquad \qquad \overrightarrow{u_1} \approx \begin{pmatrix} 1\\ -\zeta_1 + \chi_1 + \zeta_3\\ 2\psi_1 - \psi_3 \end{pmatrix}_3$$
(2.37)

Nous calculons $\overrightarrow{u_3}$ en sortie de l'afocal :

$$\overrightarrow{u_3} \approx \begin{pmatrix} 1\\ G(-\zeta_1 + \chi_1 + \zeta_3)\\ G(2\psi_1 - \psi_3) \end{pmatrix}_3$$
(2.38)

Nous retrouvons bien le grossissement par G de l'angle en entrée de l'afocal. Lorsque le sidérostat et le hub sont dans leur position de référence, l'angle d'incidence du faisceau sur le TTP est 30°. Avec la supposition de la correction parfaite en tip/tilt, le faisceau émergeant du TTP a toujours la même direction $\overrightarrow{u_4}$:

$$\overrightarrow{u_4} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}_3$$
(2.39)

Nous pouvons donc calculer les angles de rotations du TTP dans le référentiel du hub (i.e. autour de (X_3, Y_3, Z_3)), nous obtenons :

$$\chi_{TTP} \approx \frac{2}{\sqrt{3}} \chi_1 \qquad \psi_{TTP} \approx \psi_1 - \frac{1}{2} \psi_3 \qquad \zeta_{TTP} \approx \frac{2}{3} (\zeta_1 - \zeta_3) \qquad (2.40)$$

2.4.3.2 Calcul des points d'impact

La DDM est calculée sur le rayon principal ; nous calculons donc les points d'impact identifiés sur la Figure 2.11 à partir du seul point par lequel le rayon passe nécessairement, soit le centre du masque pupillaire P. De par le principe de retour inverse de la lumière, **nous rétropropageons ainsi le faisceau depuis la pupille jusqu'à l'étoile**.

Calcul des coordonnées de I₃

 I_3 est situé à l'intersection du TTP et de la droite de direction $\overrightarrow{u_4}$ passant par *P*. Nous référençons le centre de rotation *C* du TTP par rapport à *T'*, *C* a pour coordonnées dans le référentiel du hub $(d + x_c, y_c, z_c)_3$. x_c, y_c et z_c sont petits. Avec ces notations, nous obtenons :

$$I_{3} \approx G \begin{pmatrix} d - \frac{\sqrt{3}}{12} (2\psi_{1} - \psi_{3}) x_{c} + \frac{1}{3} (\chi_{1} - (\zeta_{1} - \zeta_{3})) y_{c} + \frac{1}{4} (2\psi_{1} - \psi_{3}) z_{c} \\ 0 \\ \mathcal{F}_{1}(x_{c}, y_{c}, z_{c}) \end{pmatrix}_{3}_{(2.41)}$$

où

$$\mathcal{F}_1(x_c, y_c, z_c) = -\frac{1}{4} (2\psi_1 - \psi_3) x_c + \frac{1}{\sqrt{3}} (\chi_1 - (\zeta_1 - \zeta_3)) y_c + \frac{\sqrt{3}}{4} (2\psi_1 - \psi_3) z_c$$
(2.42)

Nous vérifions que lorsque le miroir tourne par rapport à T' (i.e. $x_c = y_c = z_c = 0$), I_3 est en T'.

Calcul des coordonnées de I₂

 I_2 est situé à l'intersection du miroir parabolique M_2 et de la droite de direction $\overrightarrow{u_3}$ passant par I_3 . Dans le référentiel du hub, nous avons :

$$I_{2} \approx \begin{pmatrix} f_{2} \\ -G(d - f_{2})(\chi_{1} - (\zeta_{1} - \zeta_{3})) \\ G\mathcal{F}_{1}(x_{c}, y_{c}, z_{c}) \end{pmatrix}_{3}$$
(2.43)

Calcul des coordonnées de I₁

Soit $\overrightarrow{u_2}$ la direction du rayon dans l'afocal ; $\overrightarrow{u_2}$ est la réflexion de $\overrightarrow{u_3}$ par M_2 . I_1 est alors à l'intersection du miroir parabolique M_1 et de la droite de direction $\overrightarrow{u_2}$ passant par I_2 . Dans le référentiel du hub, nous avons :

$$I_1 \approx G \begin{pmatrix} f_2 \\ -(Gd - f_2)(\chi_1 - (\zeta_1 - \zeta_3)) \\ -(Gd - f_2)(2\psi_1 - \psi_3) + G\mathcal{F}_1(x_c, y_c, z_c) \end{pmatrix}_3$$
(2.44)

Calcul des coordonnées de *I*

Dans le référentiel galiléen, G'_1 a pour coordonnées $(X_{G'_1}, Y_{G'_1}, Z_{G'_1})_0$ et G'_3 a pour coordonnées $(X_{G'_3}, Y_{G'_3}, Z_{G'_3})_0$ (il est important de noter que ces valeurs sont constantes).

I est à l'intersection entre le sidérostat et la droite de direction $\overrightarrow{u_1}$ passant par I_1 . Nous avons :

$$I \approx \begin{pmatrix} (G^{2}d - e)(2\psi_{1} - \psi_{3}) + (2X_{G'_{3}} - X_{G'_{1}} - Z_{G'_{1}})\psi_{1} + Y_{G'_{1}}(\chi_{1} - \zeta_{1})...\\ ... - Y_{G'_{3}}\chi_{3} - G^{2}\mathcal{F}_{1}(x_{c}, y_{c}, z_{c})\\ (X_{G'_{3}} + G^{2}d - e)(\zeta_{1} - \chi_{1}) + Z_{G'_{3}}\chi_{3} - (G^{2}d - e)\zeta_{3}\\ -2X_{G'_{3}}\chi_{1} - (G^{2}d - e)(2\psi_{1} - \psi_{3}) + Y_{G'_{3}}\chi_{3} + G^{2}\mathcal{F}_{1}(x_{c}, y_{c}, z_{c}) \end{pmatrix}_{(2.45)}$$

Calcul des coordonnées de E

Soit $E'(0, 0, p_0)_1$ l'intersection de (Π) avec le rayon principal lorsque que Pégase est dans sa configuration nominale (voir Figure 2.11). Nous cherchons les coordonnées du point E à l'intersection de (Π) avec le rayon principal lors du vol en formation. Nous obtenons :

$$E \approx \begin{pmatrix} (G^{2}d - e)(2\psi_{1} - \psi_{3}) + (2X_{G'_{3}} - X_{G'_{1}} - Z_{G'_{1}})\psi_{1} + Y_{G'_{1}}(\chi_{1} - \zeta_{1})... \\ -Y_{G'_{3}}\chi_{3} - G^{2}\mathcal{F}_{1}(x_{c}, y_{c}, z_{c}) \\ (X_{G'_{3}} + G^{2}d - e)(\zeta_{1} - \chi_{1}) + Z_{G'_{3}}\chi_{3} - (G^{2}d - e)\zeta_{3} \\ p_{0} \end{pmatrix}_{p_{0}}$$
(2.46)

2.4.3.3 Calcul de la DDM

Avec les notations précédentes, la DDM créée sur un bras de l'interféromètre par la rotation pure des satellites est :

$$DDM = (E'I' + I'I_1' + I_1'I_2' + I_2'I_3' + I_3'P) - (EI + II_1 + I_1I_2 + I_2I_3 + I_3P)$$
(2.47)

Après simplification, nous obtenons au premier ordre :

$$DDM = \left(\left(Z_{G_1'} - X_{G_1'} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} G \left(x_c - \sqrt{3} z_c \right) \right) \psi_1 - \left(Z_{G_3'} + \frac{\sqrt{3}}{4} G \left(x_c - \sqrt{3} z_c \right) \right) \psi_3 + \left(Y_{G_1'} - y_c \right) (\chi_1 - \zeta_1) + \left(Y_{G_3'} - y_c \right) \zeta_3$$
(2.48)

Cette expression exprime la corrélation entre la différence de marche et le tip/tilt pour un interféromètre en frange noire basé sur un vol en formation

2.4.3.4 Analyse

Le but de cette analyse est de savoir s'il est possible de minimiser la DDM introduite lors du vol en formation.

Les centres de gravité G_1 et G_3 du sidérostat et du hub sont fixes dans les référentiels liés au sidérostat et au hub respectivement. Nous ne pouvons donc influer que sur le centre de rotation C du TTP afin de minimiser la DDM. Nous pouvons donc nous demander s'il existe une position de C qui minimise la DDM engendrée par les perturbations angulaires des satellites. De par la symétrie des sidérostats et du hub, nous avons $Y_{G'_1} = Y_{G'_3} = 0$; afin d'enlever la dépendance en $(\chi_1 - \zeta_1)$ et ζ_3 , nous choisissons donc $y_c = 0$. La DDM s'écrit alors :

$$DDM = \left(\left(Z_{G_1'} - X_{G_1'} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} G\left(x_c - \sqrt{3} z_c \right) \right) \psi_1 - \left(Z_{G_3'} + \frac{\sqrt{3}}{4} G\left(x_c - \sqrt{3} z_c \right) \right) \psi_3$$
(2.49)

Nous remarquons qu'au premier ordre, le grossissement G du télescope et la position du centre de rotation C du TTP n'interviennent que dans la mesure où $G(x_c - \sqrt{3}z_c)$ n'est pas négligeable devant $(Z_{G'_1} - X_{G'_1})$ et $Z_{G'_3}$.

Aussi, nous voyons apparaître les différences $Z_{G'_1} - X_{G'_1}$ et $\frac{\sqrt{3}}{2}(x_c - \sqrt{3}z_c)$ qui sont égales, à un coefficient multiplicatif près, aux distances de G'_1 à la normale au sidérostat et de C à la normale au TTP respectivement. Ainsi, **ce qui compte dans la corrélation entre la DDM et le tip/tilt n'est pas tant la localisation du centre de rotation mais plutôt sa distance à la normale au miroir**. Il est donc important de minimiser cette distance lors de la définition d'un interféromètre en frange noire basé sur un vol en formation.

Enfin, les contributions à la DDM, d'une part du sidérostat et d'autre part du TTP, sont donc clairement identifiées ; il est possible d'agir sur l'une ou l'autre des contribution de façon indépendante.

2.4.3.5 Cas de Pégase

Il est possible de minimiser la DDM en choisissant une position de C qui annule les termes en facteur de ψ_1 et ψ_3 . En effet, en choisissant convenablement les valeurs de x_c et z_c , nous pouvons faire en sorte d'annuler ces termes de DDM. Cependant, il se peut que la position de C qui annule la DDM ne soit pas réalisable. Il y a alors 2 possibilités :

 soit le point C peut être placé de telle sorte que la DDM induite par le tip/tilt soit très petite devant la spécification requise, c'est-à-dire 2 nm rms, soit cela n'est pas réalisable.

Si cela est réalisable, alors nous choisissons le point C optimal. Mais si cela n'est pas réalisable, il vaut mieux choisir $x_c = y_c = 0$ de sorte que lorsque les TTPs effectue une correction en tip/tilt, il n'induise en même temps aucune DDM.

En effet, la correction du tip/tilt s'effectue à une fréquence grande par rapport aux perturbations en tip/tilt et DDM provenant des sidérostats. Ainsi, le TTPs induiront une DDM à une fréquence plus élevée que la perturbation de la DDM par les sidérostats. Ainsi, si cette DDM induite par les TTPs est corrigée, elle le sera moins bien que la DDM induite pas les sidérostats. Cette DDM induite par les TTPs pourra donc limiter le système de cophasage. C'est pour cela que cette solution n'est pas souhaitable.

2.4.3.6 Cas de Persée

Dans le cas de Persée, l'objectif est d'introduire volontairement des perturbations représentatives de celles qui seront sur Pégase. L'introduction de DDM par le miroir représentant S_1 n'est donc pas un inconvénient à condition que la DDM DDM_{S_1} introduite par S_1 sur Persée soit plus faible que la DDM DDM_{Pegase} représentative des perturbations sur Pégase :

$$DDM_{S_1} < DDM_{Peqase} \tag{2.50}$$

Puisque DDM_{S_1} dépend entièrement de la position du centre de rotation du miroir S_1 , seul l'alignement permet de faire en sorte que cette inégalité soit vérifiée.

2.4.4 Applications numériques

Le Tableau 2.4.4 indique les positions des centres de rotation des sidérostats, du hub et des TTPs. Ce sont les valeurs indiquées dans ce tableau que nous utilisons pour les applications numériques suivantes.

2.4.4.1 Application à Pégase

Pour l'applications numérique suivante, nous choisissons x_c , y_c et z_c nuls de façon à évaluer quantitativement l'influence de la rotation pure des satellites sur la différence de marche. Cette évaluation nous permettra d'avoir la valeur des perturbations à injecter dans le cas de Persée.

En prenant les valeurs numériques précédentes, la DDM peut s'écrire :

$$DDM = Z_{G_1'}\psi_1 - Z_{G_3'}\psi_3 \tag{2.51}$$

TAB. 2.1 – Coordonnées des centres de rotation des sidérostats, hub et TTPs.

Notation	Nom	Valeur Pégase	Valeur Persée			
(O, X_0, Y_0, Z_0)	Origine du repère inertiel					
G_1	Centre de gravité du sidérostat					
	Ses coordonnées sont exprimées dans le repère inertiel					
$X_{G'_1}$		0	Alignement			
$Y_{G'_1}$		0	Alignement			
$Z_{G'_1}$		60 cm	Alignement			
G_3	Centre de gravité du hub					
	Ses coordonnées sont exprimées dans le repère inertiel					
$X_{G'_3}$		\in [25;250] m	$\approx 1 \text{ m}$			
$Y_{G'_3}$		0	0			
$Z_{G'_3}$		60 cm	0			
G	Grossissement	20	3			
C	Centre de rotation du miroir de tip/tilt					
	Ses coordonnées sont exprimées dans le repère (T', X_3, Y_3, Z_3)					
x_c		Paramétrable	Paramétrable			
y_c		Paramétrable	Paramétrable			
z_c		Paramétrable	Paramétrable			

Puisque seuls les sidérostats sont pourvus de roues à réaction qui permettent une correction du tip/tilt avec un résidu égal à environ 1 arcsec rms, deux stratégies de pointage ont été considérées. Premièrement, nous pouvons laisser dériver le hub et pointer l'étoile avec les sidérostats (cas 1). Secondement, nous pouvons choisir de pointer les sidérostats de façon à ce que le rayon se réfléchisse selon l'axe optique dans le hub (cas 2).

Sachant que la perturbation maximale est égale à environ 10 arcsec rms, dans le premier cas, nous avons χ_1 , ψ_1 , ζ_1 de l'ordre de 1 arcsec et χ_3 , ψ_3 , ζ_3 de l'ordre de 10 arcsec : nous obtenons DDM = 33 µm. Dans le deuxième cas, nous avons $\chi_1 - \chi_3$, $\psi_1 - \psi_3$, $\psi_1 - \psi_3$ de l'ordre de 1 arcsec : nous obtenons DDM = 3 µm. Ainsi, nous pouvons conclure qu'il est plus judicieux de pointer les satellites de façon à ce que les rayons se réfléchissent selon l'axe optique dans le hub (cas 2). Avec une analyse différente, EADS-Astrium a obtenu également cette conclusion quant à la stratégie de pointage à adopter. En outre, **pour être représentatif des perturbations en DDM présentes sur Pégase qui sont dues à la correction en tip/tilt, il faut injecter sur Persée des perturbations de l'ordre du micromètre.**

2.4.4.2 Application à Persée

Dans cette partie, nous continuons à appeler sidérostat le miroir qui dans Persée joue le rôle de perturbateur. Nous nous demandons si la corrélation entre le tip/tilt et la DDM est contraignante quant à la simulation de Pégase d'une part et quant aux performances de la correction de la DDM d'autre part. Nous montrons également qu'il est possible de minimiser cette corrélation de façon à atteindre la spécification de la correction de la DDM, soit 2 nm rms.

Le hub étant fixe ($\chi_3 = \psi_3 = \zeta_3 = 0$), nous avons alors :

$$DDM = \left(\left(Z_{G_1'} - X_{G_1'} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} G \left(x_c - \sqrt{3} z_c \right) \right) \psi_1$$
 (2.52)

Tant que la pupille est située en aval du TTP, sa position n'intervient pas au premier ordre dans le calcul de la DDM. Au premier ordre, la corrélation entre le tip/tilt et la DDM dépend entièrement des défauts de centrage des faisceaux par rapport au centre de rotation des miroirs (sidérostat et TTP). Pour minimiser le couplage entre le tip/tilt et la DDM, il faut donc centrer au mieux les faisceaux sur les miroirs (sidérostats, TTP).

Évaluons l'influence de la précision des alignements du sidérostat et du TTP sur la DDM introduite lorsque $\psi_1 = 10$ arcsec. D'après l'Équation (2.52) - Si $Z_{G'_1} - X_{G'_1} = 1$ mm et $x_c - \sqrt{3}z_c = 0$, alors DDM = 50 nm.

- Si
$$Z_{G'_1} - X_{G'_1} = 0$$
 et $x_c - \sqrt{3}z_c = 1$ mm, alors $DDM = 300$ nm.

Cet écart d'amplitude est dû au grossissement G de l'afocal.

En comparant les 50 nm à la perturbation en DDM que nous devons injecter, soit typiquement $\approx 1 \ \mu m$ (Sec. 2.4.4.1), nous pouvons affirmer que la corrélation entre le tip/tilt et la DDM est négligeable.

En comparant les 300 nm à la spécification de la correction de la DDM, soit 2 nm rms, il est clair qu'il est indispensable de faire en sorte de minimiser x_c et y_c . D'après l'Équation 2.52, il est nécessaire que $x_c - \sqrt{3}z_c < 0.67 \mu m$ afin de découpler le tip/tilt de la DDM. Cette valeur n'étant pas réaliste, **nous devons calibrer la matrice de correction en tip/tilt de sorte que la correction en tip/tilt n'induise pas de DDM**. Pour cela, il suffit de modifier le centre de rotation des TTPs.

2.4.5 Influence de la position de la pupille sur la corrélation entre le tip/tilt et la DDM dans le cas de Persée

Nous rappelons que le calcul au deuxième ordre n'a pas été possible avec le logiciel Maple (non convergence du calcul). Cependant, d'après des analyses effectuées sur Maple avec des simplifications de sorte que le calcul convergeait, il a été possible de montrer que l'influence de la position longitudinale de la pupille sur la DDM est du deuxième ordre. Ce terme du second ordre peut s'écrire sous la forme :

$$DDM_{ordre-2-pup} = [\gamma_1 \times dist(Pupille, Sidérostat) + \gamma_2 \times dist(Pupille, TTP)] \psi_1^2$$
(2.53)

où *dist* représente la distance entre deux points et γ_1 et γ_2 sont des coefficients dépendant des cosinus et sinus de l'angle d'incidence du faisceau (nous pouvons supposer que γ_1 et γ_2 sont de l'ordre de 1). Le premier terme du membre de droite correspond à la DDM introduite par le sidérostat, dans le cas de Persée il n'est pas nécessaire de le minimiser. Le second terme correspond à la DDM introduite par le TTP et doit être minimisé. A priori d'après les calculs le terme γ_2 est proportionnel à $G^2 = 9$.

En prenant $\psi_1 = 10$ arcsec, nous obtenons :

$$DDM_{ordre-2-pup} = \gamma_2 \times dist(P, TTP) \times 2.5 \times 10^{-9}$$
(2.54)

Tout en sachant qu'il faut rapprocher le plus possible la pupille du TTP, il faut que la pupille, ou une image pupillaire, soit à une distance inférieure à 1 cm pour que la position de la pupille n'ait pas d'influence sur la corrélation entre le tip/tilt et la DDM. En effet dans ce cas la DDM créée a une amplitude inférieure à 0.2 nm.

2.4.6 Localisation de pupille retenue sur Persée

A cause de la mécanique supportant les TTPs, il n'est pas possible de placer le masque pupillaire juste en aval des TTPs. Il a été décidé de placer la pupille de chacun des bras *a* et *b* juste en amont du MMZ et de la réimager sur les TTPs par les lignes à retard. La course des lignes à retard étant inférieure à 1 cm, l'image de chacune des pupilles sera toujours à une distance inférieure à 1 cm de chacun des TTPs. Ainsi, d'après la Section 2.4.5, dans ce cas, la position de la pupille n'a pas d'influence sur la corrélation entre le tip/tilt et la DDM.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai décrit mes principales contribution au dimensionnement du système de cophasage de Persée. Mes deux principales contributions concernent d'une part la minimisation des bruits de mesures avec le choix approprié des bandes spectrales utilisées ainsi que l'optimisation des estimateurs nécessaires au système de cophasage ; et d'autre part l'étude de l'influence de la position de la pupille pour les interféromètres en frange noire.

Nous avons ensuite décrit les modes opératoires du système de cophasage puis construit les estimateurs, basés sur les estimateurs élémentaires de visibilité et de DDM que nous décrirons dans le Chapitre 3, nécessaires à chacun de ces modes. L'optimisation de ces estimateurs a permis de choisir les deux bandes spectrales de fonctionnement du système de cophasage, soient $I = [0.8 - 1] \mu m$ et $J = [1 - 1.5] \mu m$. Cette optimisation permet un gain notoire sur la précision de l'estimateur de cohérençage.

Ensuite, nous avons étudié l'influence de la position de la pupille sur la profondeur de l'extinction au travers de l'équilibre photométrique. Nous avons conclu que le couplage dans la fibre optique monomode n'ajoute aucune contrainte sur la position de la pupille, en amont ou aval de miroirs de correction du tip/tilt. Toutefois, nous avons pensé qu'il serait préférable de placer la pupille dans un espace où les faisceaux sont corrigés angulairement, c'est-à-dire en aval des miroirs de correction du tip/tilt.

Dans le cadre de Pégase, nous avons évalué la corrélation entre le tip/tilt et la différence de marche de façon analytique. Nous avons montré qu'il est indispen-

sable de calibrer la matrice de correction en tip/tilt de sorte que la correction en tip/tilt n'induise pas, dans le même temps, de DDM. Cette procédure s'avère très importante pour atteindre une stabilisation de la DDM inférieure à 2 nm rms.

Enfin, nous avons vu que la pupille (ou une image de la pupille) doit être située à 1 cm au maximum du miroir de correction. Cette étude a permis de choisir une position optimale de la pupille. Nous avons décidé de placer la pupille dans un espace où les faisceaux sont corrigés angulairement et de l'imager à rebours sur le miroir de correction du tip/tilt à l'aide de la ligne à retard, cette dernière simulant une DDM maximale de 1 cm.

Chapitre 3

Algorithmie du senseur de franges

"Les choses nous paraissent souvent plus grandes de loin que de près." César

Sommaire

3.1	Mise en équation de la modulation ABCD spatiale	122
3.2	Démodulation : inversion des données	133
3.3	Influence de l'enveloppe de cohérence	136
3.4	Article : Extension de la dynamique de mesure de la DDM	140
3.5	Calibration nécessaire à la démodulation	160
3.6	Conséquence d'une dérive du MMZ	162
3.7	Application à Persée	169
3.8	Conclusion	182

Comme nous l'avons dit dans le Chapitre 1, bien que la grande majorité des interféromètres stellaires utilisent la modulation temporelle, c'est la modulation spatiale, effectuée à l'aide d'un Modified Mach Zehnder (MMZ), qui a été retenue pour le système de cophasage de Persée. Ce choix a été fait car il permet de coupler l'interféromètre en frange noire et le système de cophasage. Il minimise ainsi les aberrations différentielles entre ces deux systèmes (cf. Sec. 1.6.3).

Dans ce chapitre, je présente le très grand potentiel de l'utilisation de la modulation ABCD spatiale pour un système de cophasage. Pour cela, deux étapes sont nécessaires.

Tout d'abord, je développe un formalisme matriciel de la modulation ABCD spatiale prenant en considération les erreurs instrumentales, puis je présente les

algorithmes de démodulation ainsi que la procédure de calibration du système de cophasage.

Ensuite, j'analyse la conséquence d'une dérive du MMZ au cours de l'observation. Puisque l'objectif sur le résidu de DDM est de 2 nm rms, la spécification sur les aberrations différentielles entre l'interféromètre en frange noire et le système de cophasage est très sévère. Nous montrons qu'il est en fait possible d'estimer la dérive du MMZ au cours du temps et ainsi de modifier le point de fonctionnement du système de cophasage en temps réel au cours de l'observation.

En outre, comme il a été dit dans le Chapitre 2, la recherche de la frange centrale ainsi que la minimisation des bruits de mesures se basent sur la séparation de la lumière du système de cophasage sur deux bandes spectrales. Dans ce cadre, j'ai développé une méthode novatrice permettant d'étendre la dynamique de mesure de la DDM avec l'interférométrie à deux longueurs d'onde. Cette méthode est présentée dans le présent chapitre.

3.1 Mise en équation de la modulation ABCD spatiale

Tout d'abord, ce chapitre est quasiment exclusivement consacré au système de cophasage. Ainsi, **tout au long de ce chapitre, les faisceaux entrant dans le MMZ sont considérés parfaitement stabilisés angulairement par le système de pointage**.

En appelant δ_a et δ_b les chemins optiques sur les bras a et b respectivement, la DDM entre les bras en entrée du MMZ s'écrit :

$$\delta = \delta_a - \delta_b \tag{3.1}$$

C'est cette DDM qu'il est nécessaire de mesurer et corriger en temps réel.

Sur la Figure 3.1 sont rappelées les notations des lames et des miroirs du MMZ de Persée ainsi que de ses entrées et sorties. Ainsi qu'il a été dit dans la Section 1.6.3, c'est la lame L3a qui est utilisé afin de créer la modulation δ_{ψ} du MMZ de façon à ce que les 4 sorties du MMZ soient en quadrature.

3.1.1 Réflexions et transmissions présentes dans le MMZ

Avant de calculer les flux des faisceaux en sortie du MMZ en fonction des flux de faisceaux en entrée du MMZ et des paramètres du MMZ tels que les coefficients de réflexion et transmission des lames séparatrices, il est indispensable de



FIG. 3.1 – Schéma du MMZ. Les faisceaux utiles ainsi que les faisceaux parasites sont indiqués en vert. Cette simulation du MMZ a été réalisée avec le logiciel ZEMAX par le CNES.

rappeler les relations entre les facteurs de réflexion et transmission d'un dioptre quelconque. Ces rappels sont en grande partie empruntés au cours sur les couches minces de F. Lemarquis.

3.1.1.1 Facteurs de réflexion, transmission et absorption d'un dioptre

La Figure 3.2 illustre les coefficients de réflexion et transmission en amplitude d'un dioptre quelconque *L*. Nous définissons :

- -r: le coefficient de réflexion lorsque l'onde se propage dans l'air,
- -t: coefficient de transmission lors du passage de l'onde de l'air vers le verre,
- -r': le coefficient de réflexion lorsque l'onde se propage dans le verre,
- -t': coefficient de transmission lors du passage de l'onde du verre vers l'air.



FIG. 3.2 - Définition des coefficients de réflexion et de transmission pour dioptre séparant le verre et l'air.

Nous notons n_a et n_v les indices de réfraction de l'air et du verre respectivement. Dans le cas où les indices de réfraction des milieux sont réels, les coefficients de réflexion et transmission en intensité sont définis par :

$$\begin{split} R &= rr^{\star} \qquad \text{et} \qquad T = \frac{n_v}{n_a} t t^{\star} \\ R' &= r'r'^{\star} \qquad \text{et} \qquad T' = \frac{n_a}{n_v} t' t'^{\star} \qquad (3.2) \end{split}$$

où z^* représente le nombre conjugué de z.

Tous les coefficients de réflexion et transmission en amplitude étant complexes, ils peuvent se mettre sous la forme :

$$r = |r| \times e^{i\phi_r}$$
 et $t = |t| \times e^{i\phi_t}$ (3.3)

où *i* est le nombre imaginaire pur : $i^2 = -1$. Nous savons que nous avons toujours :

$$T = T'$$
 et $\phi_t = \phi_{t'}$ (3.4)

Enfin, nous définissons également la phase ϕ_L qui spécifie le caractère absorbant ou non d'un dioptre L:

$$\phi_L = \phi_r + \phi_{r'} - 2\phi_t \tag{3.5}$$

Comme nous le verrons dans la Section 3.1.2, cette phase intervient de façon récurrente dans les flux en sortie du MMZ.

Dans le cas d'un dioptre non absorbant, la conservation de l'énergie implique :

$$R = R'$$
 et $\phi_L = \pi$ (3.6)

3.1.1.2 Trajet des faisceaux dans le MMZ

Un faisceau traversant le MMZ subit des réflexions et transmissions dépendant d'une part du bras considéré (a ou b), d'autre part de la sortie considérée (1, 2, 3 ou 4). Avec les notations des lames séparatrices et des miroirs du MMZ étant définies dans le schéma de la Figure 3.1, le Tableau 3.1 décrit, pour chaque sortie du MMZ, les réflexions et transmissions des faisceaux entre l'entrée et la sortie du MMZ. Nous prenons en considération seulement les réflexions et transmissions des lames séparatrices du MMZ. Nous ne prenons pas en compte les réflexions sur les miroirs M9a et M9b car ceux-ci, ayant la même réponse spectrale sur toute la bande de mesure, n'influent aucunement sur l'analyse faite ici (à l'exception d'une baisse de contraste négligeable des interférogrammes par WFE différentielle). Les coefficients de réflexion et transmission des faces des surfaces non traitées (ou traitées avec un anti-reflet) sont notés avec l'indice AR (pour face ARrière).

Nous simplifions par la suite les calculs en supposant que les traitements sur toutes les lames sont rigoureusement identiques, c'est-à-dire que les coefficients de réflexion sont égaux pour chaque lame et les coefficients de transmission sont égaux pour chaque lame. Nous les notons r, r', t et t' pour la face traitée et r_{Ar}, r'_{Ar}, t_{Ar} et t'_{Ar} pour la face arrière. Ce tolérancement a fait l'objet d'une étude détaillée du CNES menant aux spécifications de réalisation des traitements

TAB.	3.1 –	Bilan	des	transmissions	et	réflexions	des	lames	séparatrices	en	sortie
du M	MZ.										

	Voie d'entrée a	Voie d'entrée b
Sortie 1	$r_{L3a}t_{AR_{L4a}}r'_{L4a}t'_{AR_{L4a}}$	$t_{L3b}t'_{AR_{L3b}}t_{L4a}t'_{AR_{L4a}}$
Sortie 2	$t_{L3a}t'_{AR_{L3a}}t_{L4b}t'_{AR_{L4b}}$	$r_{L3b}t_{AR_{L4b}}r'_{L4b}t'_{AR_{L4b}}$
Sortie 3	$t_{L3a}t'_{AR_{L3a}}r_{L4b}$	$r_{L3b}t_{AR_{L4b}}t'_{L4b}$
Sortie 4	$r_{L3a}t_{AR_{L4a}}t'_{L4a}$	$t_{L3b}t'_{AR_{L3b}}r_{L4a}$

(uniformité) qui affectent principalement la sortie nullée en infrarouge et non les sorties du senseur de franges.

Cette hypothèse est réaliste car elle a été prise en considération lors des spécification et fabrication des pièces optiques des MMZ1 et MMZ2. En effet, le traitement a été effectué de façon homogène sur un même bloc de verre qui a ensuite été découpé pour en faire les lames d'un MMZ.

3.1.2 Flux en sortie de l'interféromètre

Les différentes réflexions et transmissions dans le MMZ étant définies, il est désormais possible de calculer les flux des faisceaux théoriques des différentes sorties du MMZ en fonction des flux des faisceaux en entrée du MMZ.

3.1.2.1 Point source monochromatique

Le flux d'un champ complexe (moyenné pendant l'intégration) étant égal à la moitié de son module carré, en entrée du MMZ les champs complexes et les flux des faisceaux dans les bras a et b peuvent être écrits :

$$E_{a} = |E_{a}|e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{a}} \qquad \text{et} \qquad I_{a} = \frac{1}{2}|E_{a}|^{2}$$
$$E_{b} = |E_{b}|e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{b}} \qquad \text{et} \qquad I_{b} = \frac{1}{2}|E_{b}|^{2} \qquad (3.7)$$

où λ est la longueur d'onde de mesure.

Les flux des faisceaux en sortie du MMZ peuvent se déduire du Tableau 3.1, de l'hypothèse faite sur l'identité des traitements sur les différentes lames du MMZ

et de la translation de la lame L3a:

$$I_{1} = \frac{1}{2} \left| |rt_{Ar}r't'_{Ar}E_{a}|e^{i(\phi_{r}+\phi_{t_{Ar}}+\phi_{r'}+\phi_{t'_{Ar}}+\frac{2\pi}{\lambda}(\delta_{a}+\delta_{\psi}))} + |t^{2}t'^{2}_{Ar}E_{b}|e^{i(2\phi_{t}+2\phi_{t'_{Ar}}+\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{b})} \right|^{2}$$

$$I_{2} = \frac{1}{2} \left| |t^{2}t'^{2}_{Ar}E_{a}|e^{i(2\phi_{t}+2\phi_{t'_{Ar}}+\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{a})} + |rt_{Ar}r't'_{Ar}E_{b}|e^{i(\phi_{r}+\phi_{t_{Ar}}+\phi_{r'}+\phi_{t'_{Ar}}+\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{b})} \right|^{2}$$

$$I_{3} = \frac{1}{2} \left| |tt'_{Ar}rE_{a}|e^{i(\phi_{t}+\phi_{t'_{Ar}}+\phi_{r}+\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{a})} + |rt_{Ar}t'E_{b}|e^{i(\phi_{r}+\phi_{t_{Ar}}+\phi_{t'}+\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{b})} \right|^{2}$$

$$I_{4} = \frac{1}{2} \left| |rt_{Ar}t'E_{a}|e^{i(\phi_{r}+\phi_{t_{Ar}}+\phi_{t'}+\frac{2\pi}{\lambda}(\delta_{a}+\delta_{\psi}))} + |tt'_{Ar}rE_{b}|e^{i(\phi_{t}+\phi_{t'_{Ar}}+\phi_{r}+\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{b})} \right|^{2}$$

$$(3.8)$$

En développant ces expressions (Eq. 3.8) et en injectant les coefficients de réflexion et transmission en intensité ainsi que la phase ϕ_L et la DDM δ exprimés dans les Équations 3.2–3.1, les flux en sorties du MMZ sont donnés par :

$$I_{1} = RR'T_{Ar}^{2}I_{a} + T^{2}T_{Ar}^{2}I_{b} + 2\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta+\delta_{\psi})+\phi_{L}\right]$$

$$I_{2} = T^{2}T_{Ar}^{2}I_{a} + RR'T_{Ar}^{2}I_{b} + 2\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta-\phi_{L}\right]$$

$$I_{3} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$$

$$I_{4} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta+\delta_{\psi})\right]$$
(3.9)

où δ_{ψ} est la modulation (spatiale) de l'interféromètre.

Tout d'abord, il est important de noter que pour toutes valeurs des coefficients de réflexions et transmissions et pour toutes valeurs des flux I_a et I_b :

- les amplitudes des franges sur les sorties 1 et 2 sont égales,
- les amplitudes des franges sur les sorties 3 et 4 sont égales,
- les flux moyens sur les sorties 1 et 2 sont différentes,
- les flux moyens sur les sorties 3 et 4 sont égales,

Ensuite, lorsqu'il n'y a pas d'absorption, les amplitudes des franges sur les 4 sorties sur MMZ sont égales.

Enfin, lorsque $I_a = I_b$ nous remarquons d'après les Équations 3.9 que quelles que soient les valeurs des coefficients R, R', T et T_{Ar} , **seules les interférogrammes des sorties 3 et 4 du MMZ ont un minimum nul**. En réalité, lorsque les bras a et b sont déphasés achromatiquement de π (nécessaire pour l'interféromètre en frange noire), alors d'après l'Équation 3.9, les sorties 3 et 4 du MMZ sont nulles pour toutes les longueurs d'ondes lorsque $\delta = 0$ et $\delta = -\delta_{\psi}$ respectivement. C'est pour cela que nous parlons de sorties **achromatiques** (cf. Sec. 1.6.3). Cela provient du fait que pour les sorties 3 et 4, les bras *a* et *b* voient exactement le même nombre de réflexions et transmissions dans le même sens de propagation (de l'air vers le verre et du verre vers l'air), ce qui n'est pas le cas pour les sorties 1 et 2 du MMZ.

3.1.2.2 Source étendue monochromatique

Dans le cas d'une source étendue monochromatique, une baisse de visibilité est due à l'extension de la source. Nous appelons μ le facteur de cohérence de la source [Goodman (1985)]. D'après le théorème de Zernike-Van Cittert, les Équations 3.9 deviennent alors :

$$I_{1} = RR'T_{Ar}^{2}I_{a} + T^{2}T_{Ar}^{2}I_{b} + 2\mu\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta+\delta_{\psi})+\phi_{L}\right]$$

$$I_{2} = T^{2}T_{Ar}^{2}I_{a} + RR'T_{Ar}^{2}I_{b} + 2\mu\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta-\phi_{L}\right]$$

$$I_{3} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2\mu RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$$

$$I_{4} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2\mu RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta+\delta_{\psi})\right]$$
(3.10)

3.1.2.3 Source étendue polychromatique

Lorsque la source émet une lumière polychromatique, les flux en sortie du MMZ peuvent se déduire des Équations 3.10 en intégrant ces flux monochroma-

tiques sur la bande spectrale de mesure :

$$I_{1} = \int \left[RR'T_{Ar}^{2} \frac{dI_{a}}{d\sigma} + T^{2}T_{Ar}^{2} \frac{dI_{b}}{d\sigma} + 2\mu |rr'| TT_{Ar}^{2} \sqrt{\frac{dI_{a}}{d\sigma} \frac{dI_{b}}{d\sigma}} \cos\left[2\pi\sigma(\delta + \delta_{\psi}) + \phi_{L}\right] \right] d\sigma$$

$$I_{2} = \int \left[T^{2}T_{Ar}^{2} \frac{dI_{a}}{d\sigma} + RR'T_{Ar}^{2} \frac{dI_{b}}{d\sigma} + 2\mu |rr'| TT_{Ar}^{2} \sqrt{\frac{dI_{a}}{d\sigma} \frac{dI_{b}}{d\sigma}} \cos\left[2\pi\sigma\delta - \phi_{L}\right] \right] d\sigma$$

$$I_{3} = \int \left[RTT_{Ar} \frac{dI_{a}}{d\sigma} + RTT_{Ar}I \frac{dI_{b}}{d\sigma} + 2\mu RTT_{Ar} \sqrt{\frac{dI_{a}}{d\sigma} \frac{dI_{b}}{d\sigma}} \cos\left[2\pi\sigma\delta\right] \right] d\sigma$$

$$I_{4} = \int \left[RTT_{Ar} \frac{dI_{a}}{d\sigma} + RTT_{Ar} \frac{dI_{b}}{d\sigma} + 2\mu RTT_{Ar} \sqrt{\frac{dI_{a}}{d\sigma} \frac{dI_{b}}{d\sigma}} \cos\left[2\pi\sigma(\delta + \delta_{\psi})\right] \right] d\sigma$$

$$(3.11)$$

où σ est le nombre d'onde et $dI_a/d\sigma$ et $dI_b/d\sigma$ sont les flux spectrique (en W/m⁻¹) sur les bras a et b à l'entrée du MMZ respectivement.

Le flux spectrique $dI/d\sigma$ et la répartition spectrale relative $Sp(\sigma)$ d'une source sont reliés par la relation :

$$\operatorname{Sp}(\sigma) = \frac{\frac{dI}{d\sigma}}{\left(\frac{dI}{d\sigma}\right)_{max}}$$
(3.12)

où le flux spectrique maximum permet de normaliser la répartition spectrale de la source, ce qui fait que la valeur maximale de $Sp(\sigma)$ est égale à 1.

La source étant naturellement la même pour les bras a et b, nous pouvons supposer, aux défauts instrumentaux près, que les répartitions spectrales relatives des flux des faisceaux a et b en entrée du MMZ sont égales :

$$\frac{dI_a}{d\sigma} = \left(\frac{dI_a}{d\sigma}\right)_{max} \times \operatorname{Sp}(\sigma) \qquad \left(I_a = \int \left(\frac{dI_a}{d\sigma}\right)_{max} \operatorname{Sp}(\sigma) d\sigma\right)$$
$$\frac{dI_b}{d\sigma} = \left(\frac{dI_b}{d\sigma}\right)_{max} \times \operatorname{Sp}(\sigma) \qquad \left(I_b = \int \left(\frac{dI_b}{d\sigma}\right)_{max} \operatorname{Sp}(\sigma) d\sigma\right) \qquad (3.13)$$

Afin de simplifier les notations, nous introduisons les moyennes suivantes :

$$\langle f \rangle_{\sigma} = \frac{\int f(\sigma) \operatorname{Sp}(\sigma) d\sigma}{\int \operatorname{Sp}(\sigma) d\sigma} \langle f \rangle_{coh_{12}} = \frac{\int f(\sigma) \operatorname{Sp}(\sigma) |r(\sigma)r'(\sigma)| T(\sigma) T_{Ar}^2(\sigma) d\sigma}{\int \operatorname{Sp}(\sigma) |r(\sigma)r'(\sigma)| T(\sigma) T'(\sigma) d\sigma} \langle f \rangle_{coh_{34}} = \frac{\int f(\sigma) \operatorname{Sp}(\sigma) R(\sigma) T(\sigma) T(\sigma) T'(\sigma) d\sigma}{\int \operatorname{Sp}(\sigma) R(\sigma) T(\sigma) T_{Ar}(\sigma) d\sigma}$$
(3.14)

Avec ces notations les flux des faisceaux sortant du MMZ lorsque la source est étendue et polychromatique (Eq. 3.11) sont alors données par :

$$I_{1} = \langle RR'T_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} I_{a} + \langle T^{2}T_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} I_{b} + 2 \langle |rr'|TT_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} \mu \operatorname{Env}_{12}(\delta + \delta_{\psi}) \sqrt{I_{a}I_{b}} \cos \left[2\pi\sigma_{12}(\delta + \delta_{\psi}) + \phi_{L_{12}}\right] I_{2} = \langle T^{2}T_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} I_{a} + \langle RR'T_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} I_{b} + 2 \langle |rr'|TT_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} \mu \operatorname{Env}_{12}(\delta) \sqrt{I_{a}I_{b}} \cos \left[2\pi\sigma_{12}\delta - \phi_{L_{12}}\right] I_{3} = \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} I_{a} + \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} I_{b} + 2 \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} \mu \operatorname{Env}_{34}(\delta) \sqrt{I_{a}I_{b}} \cos \left[2\pi\sigma_{34}\delta\right] I_{4} = \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} I_{a} + \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} I_{b} + 2 \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} \mu \operatorname{Env}_{34}(\delta + \delta_{\psi}) \sqrt{I_{a}I_{b}} \cos \left[2\pi\sigma_{34}(\delta + \delta_{\psi})\right]$$
(3.15)

Les nombres d'onde moyens et la phase ϕ_L moyennes sont définis par :

$$\sigma_{12} = \langle \sigma \rangle_{coh_{12}} \qquad \text{et} \qquad \phi_{L_{12}} = \langle \phi_L \rangle_{coh_{12}}$$

$$\sigma_{34} = \langle \sigma \rangle_{coh_{34}} \qquad (3.16)$$

et les enveloppes de cohérence sont définies par :

$$\operatorname{Env}_{12}(\delta) = \frac{TF[|rr'|TT_{Ar}^{2}\operatorname{Sp}(\sigma)](\delta)}{\langle |rr'|TT_{Ar}^{2}\rangle_{\sigma}}$$
$$\operatorname{Env}_{34}(\delta) = \frac{TF[RTT_{Ar}\operatorname{Sp}(\sigma)](\delta)}{\langle RTT_{Ar}\rangle_{\sigma}}$$
(3.17)

Nous verrons dans la Section 3.5 qu'il est possible, à l'aide d'une calibration sur l'objet d'intérêt, de déterminer :

 $- \langle RR'T_{Ar}^2 \rangle_{\sigma}, \langle T^2T_{Ar}^2 \rangle_{\sigma}, \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma},$

$$-\delta_{\psi},\phi_{L_{12}},$$

$$-\sigma_{12}, \sigma_{34}.$$

A un instant donné, les 4 équations écrites en 3.15 possèdent donc 7 inconnues qui sont :

$$- \delta,
- I_a, I_b,
- \mu \operatorname{Env}_{12}(\delta + \delta_{\psi}), \mu \operatorname{Env}_{12}(\delta),
- \mu \operatorname{Env}_{34}(\delta + \delta_{\psi}), \mu \operatorname{Env}_{34}(\delta).$$

Il est donc nécessaire de faire certaines hypothèses afin de pouvoir réduire le nombre d'inconnues et ainsi pouvoir inverser le système.

Premièrement, nous supposons le rapport |r/r'| suffisamment constant sur tout le domaine spectral de mesure de sorte que :

$$\operatorname{Env}_{12}(\delta) = \operatorname{Env}_{34}(\delta)$$
 et $\sigma_{12} = \sigma_{34}$ (3.18)

Lorsque cette hypothèse est faite, nous notons ces enveloppes simplement $\text{Env}(\delta)$. Nous remarquons que cette équation est toujours rigoureusement vérifiée lorsque les lames séparatrices du MMZ ne sont pas absorbantes.

Ensuite, nous supposons la longueur de cohérence de la source suffisamment grande en comparaison à la modulation δ_{ψ} de sorte que :

$$\operatorname{Env}_{12}(\delta) = \operatorname{Env}_{12}(\delta + \delta_{\psi})$$
 et $\operatorname{Env}_{34}(\delta) = \operatorname{Env}_{34}(\delta + \delta_{\psi})$ (3.19)

Cette hypothèse est majeure et est d'autant plus vraie que la longueur de cohérence de la source est grande par rapport à la valeur de la démodulation δ_{ψ} comme nous le verrons dans la Section 3.3.

La première hypothèse (Eq. 3.18) est le plus souvent vérifiée et nous verrons que c'est en effet le cas du système de cophasage de Persée dans la Section 3.7. Cependant la deuxième hypothèse (Eq. 3.19) n'est jamais vraie dans le cas d'une source polychromatique. Nous étudions les conséquences de cette hypothèse dans la Section 3.3.

Ces hypothèses (Eqs. 3.18-3.19) faites, les Équations 3.15 deviennent :

$$I_{1} = \langle RR'T_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} I_{a} + \langle T^{2}T_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} I_{b} + 2\mu \operatorname{Env}(\delta) \sqrt{I_{a}I_{b}} \cos\left[2\pi\sigma_{12}(\delta + \delta_{\psi}) + \phi_{L}\right]$$

$$I_{2} = \langle T^{2}T_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} I_{a} + \langle RR'T_{Ar}^{2} \rangle_{\sigma} I_{b} + 2\mu \operatorname{Env}(\delta) \sqrt{I_{a}I_{b}} \cos\left[2\pi\sigma_{12}\delta - \phi_{L}\right]$$

$$I_{3} = \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} I_{a} + \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} I_{b} + 2\mu \operatorname{Env}(\delta) \sqrt{I_{a}I_{b}} \cos\left[2\pi\sigma_{34}\delta\right]$$

$$I_{4} = \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} I_{a} + \langle RTT_{Ar} \rangle_{\sigma} I_{b} + 2\mu \operatorname{Env}(\delta) \sqrt{I_{a}I_{b}} \cos\left[2\pi\sigma_{34}(\delta + \delta_{\psi})\right]$$
(3.20)

3.1.3 Linéarisation du problème

Dans le cas général d'une source étendue polychromatique et à fortiori pour toutes les sources, le flux du faisceaux de la sortie *i* du MMZ ($i \in \{1..4\}$) écrit dans l'Équation 3.20 peut se mettre, en linéarisant le cosinus, sous la forme :

$$I_i = a_i I_a + b_i I_b + c_i . 2\mu \operatorname{Env}(\delta) \sqrt{I_a I_b} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] + d_i . 2\mu \operatorname{Env}(\delta) \sqrt{I_a I_b} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$$
(3.21)

L'Équation 3.21 permet d'écrire un système linéaire de 4 équations à 4 inconnues I_a , I_b , $\mu \operatorname{Env}(\delta)$ et δ . Ainsi, nous posons notre problème sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ 2\mu \operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_a I_b} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] \\ 2\mu \operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_a I_b} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] \end{pmatrix}$$
(3.22)

Cette Équation 3.22 peut être exprimée sous la forme :

$$Y = M.X \tag{3.23}$$

où Y est le vecteur contenant les flux détectés. Les inconnues (flux en amont de l'interféromètre, enveloppe, phase) se déduisent immédiatement du vecteur X. Enfin, M est la matrice de passage des inconnues aux données, cette matrice dépend :

- de la transmission de l'interféromètre sur chaque bras,
- de la modulation δ_{ψ} introduite dans le MMZ,
- de l'extension de la source,
- des erreurs instrumentales.

Il est donc nécessaire de procéder à une calibration du système afin de prendre tous ces facteurs en considération.

Le but des mesures de flux sur les 4 sorties étant de remonter aux inconnues I_a , I_b , $\mu \operatorname{Env}(\delta)$ et δ , cela revient à inverser cette matrice M.

3.2 Démodulation : inversion des données

Lorsque la matrice de passage M est inversible, c'est-à-dire lorsque le déterminant de la matrice est non nul, nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ 2\mu \operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_a I_b} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] \\ 2\mu \operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_a I_b} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix}$$
(3.24)

soit

$$X = D.Y \tag{3.25}$$

où $D = M^{-1}$ est la matrice inverse de M : c'est la matrice de démodulation.

Les flux en amont de l'interféromètre I_a et I_b sont déduits directement mais nous devons combiner les éléments du vecteur X afin d'en déduire la visibilité carré $W = \mu \operatorname{Env}(\delta)$ et la DDM en amont de l'interféromètre :

$$W = \frac{1}{4X_1X_2} \left(X_3^2 + X_4^2 \right)$$
$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan\left(\frac{X_4}{X_3} \right)$$
(3.26)

où X_i est le ième élément du vecteur X.

Il est donc théoriquement possible, par simple multiplication matricielle, d'extraire la DDM δ entre les deux faisceaux à l'entrée du MMZ, leur flux ainsi que la visibilité des franges.

La condition de l'obtention de ces mesures est l'inversion matricielle de M. Cette condition est étudiée dans les sections suivantes dans le cas simple d'une source étendue monochromatique.

3.2.1 Source étendue monochromatique : lames non absorbantes

Cette section illustre la matrice M de passage des inconnues aux données à travers deux exemples où la source est étendue et monochromatique : le cas d'un MMZ contenant les lames séparatrices non absorbantes d'une part et absorbantes d'autre part.

Le cas d'une source étendue monochromatique avec les lames du MMZ non absorbantes est tout d'abord considéré dans le but d'illustrer le cas le plus simple. La conservation de l'énergie implique :

$$R+T=1 \qquad \text{et} \qquad \phi_L = \pi \qquad (3.27)$$

D'après les Équations 3.10, la matrice de passage des inconnues aux données est donnée par :

$$M = T_{Ar} \times \begin{pmatrix} R^2 T_{Ar} & T^2 T_{Ar} & -RT T_{Ar} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] & RT T_{Ar} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] \\ T^2 T_{Ar} & R^2 T_{Ar} & -RT T_{Ar} & 0 \\ RT & RT & RT & 0 \\ RT & RT & RT & \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] & -RT \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] \end{pmatrix}$$
(3.28)

Nous calculons le déterminant de cette matrice afin de savoir s'il est des valeurs de la modulation δ_{ψ} ou du coefficient de transmission des lames séparatrices R pour lesquelles la matrice n'est pas inversible :

$$Det(M) = \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] R^2 T^2 (T-R) T_{Ar}^6$$
(3.29)

Lorsque $Det(M) \neq 0$, c'est-à-dire lorsque $T \neq 0.5$, et $\delta_{\psi} \neq 0$ (π), la matrice inverse de M est :

$$D = \frac{1}{T_{Ar}} \begin{pmatrix} -\frac{R}{T_{Ar}(T-R)} & \frac{T}{T_{Ar}(T-R)} & \frac{T}{T-R} & -\frac{R}{T-R} \\ \frac{T}{T_{Ar}(T-R)} & -\frac{R}{T_{Ar}(T-R)} & -\frac{R}{T-R} & \frac{T}{T-R} \\ -\frac{1}{T_{Ar}} & -\frac{1}{T_{Ar}} & \frac{1-RT}{RT} & -1 \\ \frac{1}{T_{Ar}} \tan \left[\frac{\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] & \frac{1}{T_{Ar}} \tan \left[\frac{\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] & D_{4,3} & D_{4,4} \end{pmatrix}$$
(3.30)

avec :

$$D_{4,3} = \frac{1}{\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right]} \left(1 + \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] \left(\frac{1 - RT}{RT}\right)\right)$$
$$D_{4,4} = -\frac{1}{\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right]} \left(\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] + \frac{1 - RT}{RT}\right)$$
(3.31)

Lorsque R = T, seules les deux premières lignes de D sont non-definies. Cela signifie qu'il n'est pas possible d'extraire X_1 (= I_a) et X_2 (= I_b) des mesures effectuées. Il est cependant possible d'extraire des mesures X_3 (= $2\mu \operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_a I_b} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$) et X_4 (= $2\mu \operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_a I_b} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$). Il est donc possible d'estimer la DDM δ .

Lorsque $\delta_{\psi} = 0 \pmod{\lambda/2}$, seules les deux dernières lignes de *D* sont nondefinies. Cela signifie qu'il n'est pas possible d'extraire X_3 et X_4 des données, donc la DDM. Il est cependant possible d'avoir une estimation de X_1 et X_2 , c'està-dire des flux I_a et I_b des faisceaux des bras a et b.

La Section 3.7.1.2 présente le calcul des valeurs optimales, en terme de rapport signal à bruit, des facteurs de réflexion, transmission des lames du MMZ ainsi que celle de la modulation δ_{ψ} dans le cas de lames séparatrices non absorbantes.

Ainsi, contrairement au montage Fluor [Coude Du Foresto *et al.* (1997)], il n'est pas nécessaire d'ajouter des lames séparatrices afin d'estimer les flux des faisceaux entrant dans l'interféromètre. Nous pouvons rapprocher cette analyse à l'article de J. Monnier où il est dit qu'une recombinaison asymétrique lors d'une modulation ABCD temporelle permet d'estimer les flux des faisceaux arrivant dans l'interféromètre [Monnier (2001)], c'est en effet ce que nous venons de démontrer pour une modulation ABCD spatiale de manière analytique.

3.2.2 Source étendue monochromatique : lames absorbantes

Considérons maintenant le cas d'un point source monochromatique et de lames séparatrices du MMZ absorbantes. D'après les Équations 3.9, la matrice de passage des inconnues aux données est alors donnée par :

$$M = T_{Ar} \begin{pmatrix} RR'T_{Ar} & T^{2}T_{Ar} & \sqrt{RR'TT_{Ar}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi} + \phi_{L}\right] & M_{14} \\ T^{2}T_{Ar} & RR'T_{Ar} & \sqrt{RR'TT_{Ar}}\cos\left[\phi_{L}\right] & M_{24} \\ RT & RT & RT & 0 \\ RT & RT & RT \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] & -RT\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] \end{pmatrix}$$

$$(3.32)$$

où $\phi_L \neq \pi$ et avec :

$$M_{14} = -\sqrt{RR'}TT_{Ar}\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi} + \phi_L\right]$$
$$M_{24} = \sqrt{RR'}TT_{Ar}\sin\left[\phi_L\right]$$

De même que dans le cas de lames non absorbantes, nous calculons le déter-

minant de cette matrice :

$$Det(M) = T_{Ar}^{6} R^{2} T^{2} (T^{2} - RR') \times \left((T^{2} + RR') \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{\psi} \right] + 2\sqrt{RR'} T \left(\sin \left[\phi_{L} - \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{\psi} \right] - \sin \left[\phi_{L} \right] \right) \right)$$
(3.33)

Nous effectuons la même analyse que pour le cas de lames non absorbantes (Sec. 3.2.1) :

- Lorsque $T^2 = RR'$, il est seulement possible d'extraire les mesures X_3 et X_4 .
- Il y a deux valeurs de δ_{ψ} pour lesquelles il est seulement possible d'extraire les mesures de X_1 et $X_2 : \delta_{\psi} = 0 \pmod{2\pi}$ et l'unique solution de l'équation :

$$(T^2 + RR')\cos\left(\pi\frac{\delta_{\psi}}{\lambda}\right) = 2\sqrt{RR'T}\cos\left(\phi_L - \pi\frac{\delta_{\psi}}{\lambda}\right)$$
 (3.34)

Cette seconde solution est d'autant plus proche de π que l'absorption est faible.

3.3 Influence de l'enveloppe de cohérence

Cette section se propose d'étudier l'influence de l'enveloppe de cohérence sur la modulation ABCD spatiale telle que présentée précédemment. Ce faisant, après avoir montré que l'enveloppe de cohérence influe également sur la modulation ABCD temporelle, nous comparons l'influence de l'enveloppe de cohérence pour ces deux types de modulations ABCD.

3.3.1 Modulation ABCD spatiale

Nous avons vu dans la Section 3.1.2.3 que certaines approximations (Eqs. 3.18–3.19) sont nécessaires afin d'effectuer la démodulation.

La première hypothèse (Eq. 3.18), ne pouvant être étudiée qu'avec des connaissances sur l'absorption des lames, n'est pas analysée ici; nous la supposons vérifiée. En revanche, la seconde hypothèse (Eq. 3.19) peut être analysée en prenant par exemple le cas d'une source de longueur d'onde moyenne λ et avec une large bande spectrale. Pour les simulations suivantes, nous choisissons

une largeur de bande $\Delta\lambda/\lambda = 20\%$. La longueur de cohérence L_c de la source est alors environ égale à 5 fois la longueur d'onde moyenne de la source. Nous considérons une enveloppe de cohérence gaussienne :

$$\operatorname{Env}(\delta) = e^{-\frac{\pi^2}{2.75} \left(\frac{\delta}{L_c}\right)^2} = e^{-\frac{\pi^2}{2.75} \left(0.2\frac{\delta}{\lambda}\right)^2}$$
(3.35)

et pour la valeur de la démodulation, nous choisissons des valeurs pour la démodulation $\delta_{\psi} = \lambda/4 \pmod{\lambda/2}$ car ces valeurs maximisent la précision de mesure de la DDM comme il sera montré dans la Section 3.7.1.2.

Les figures 3.3a et 3.3b illustrent l'estimation de la visibilité Env en fonction de la DDM δ pour deux valeurs de la modulation de l'interféromètre : $\delta_{\psi} = \lambda/4$ et $\delta_{\psi} = \lambda + \lambda/4$ réciproquement.



FIG. 3.3 – Démodulation de la visibilité pour différentes valeurs de la modulation δ_{ψ} . L'enveloppe de cohérence estimée a l'allure d'une gaussienne mais présente en plus des oscillations.

La visibilité estimée a l'allure d'une gaussienne mais elle présente en plus des oscillations d'autant plus amples que le rapport de modulation par la longueur de cohérence de la source est grand. En effet, la grandeur d'intérêt n'est pas tant δ_{ψ} que δ_{ψ}/L_c .

Les figures 3.4a et 3.4b illustrent l'estimation de la DDM $\hat{\delta}$ en fonction de la DDM δ pour deux valeurs de la modulation de l'interféromètre : $\delta_{\psi} = \lambda/4$ et $\delta_{\psi} = \lambda + \lambda/4$ réciproquement.

L'estimation de la DDM n'est pas exactement une fonction linéaire de la DDM δ introduite, c'est-à-dire que la démodulation ne conserve pas la linéarité.



FIG. 3.4 – Démodulation de la DDM pour différentes valeurs de la modulation δ_{ψ} . La DDM estimée est de moins en moins linéaire lorsqu'on s'éloigne de $\delta = -\delta_{\psi}/2$.

En effet, plus on s'écarte de la frange centrale et moins la démodulation de la DDM est linéaire. Afin de quantifier la déformation de l'estimation de la DDM, nous calculons le logarithme du rapport $R_{Env} = \left(\frac{\text{Env}(\delta + \delta_{\psi})}{\text{Env}(\delta)}\right)$:

$$\ln\left(R_{Env}\right) = \ln\left(\frac{\operatorname{Env}(\delta + \delta_{\psi})}{\operatorname{Env}(\delta)}\right) = -0.2^2 \frac{\pi^2}{2.75} \left(2\,\delta\,\delta_{\psi} + \delta_{\psi}^2\right) \tag{3.36}$$

En mettant en rapport la Figure 3.4 avec l'Équation 3.36, nous pouvons conclure que l'estimation de la DDM est d'autant moins linéaire que le rapport R_{Env} est grand. Dès lors, il est évident que l'origine de la non linéarité de la démodulation de la DDM provient à l'enveloppe de cohérence des franges.

En outre, nous remarquons sur la Figure 3.4 que la démodulation de la DDM est parfaite non pas en $\delta = 0$ mais en $\delta = -\delta_{\psi}/2$. Le même phénomène survient pour la démodulation de la visibilité puisque celle-ci n'est pas symétrique par rapport à $\delta = 0$ mais par rapport $\delta = -\delta_{\psi}/2$. Ces deux phénomènes s'interprètent à l'aide de l'Équation 3.36. Nous venons de voir que la démodulation de la DDM est d'autant plus linéaire que le rapport R_{Env} est petit. Donc la démodulation de la DDM est parfaitement linéaire lorsque $R_{Env} = 0$, ce qui est le cas pour $\delta = -\delta_{\psi}/2$ d'après l'Équation 3.36.

La différence des enveloppes de cohérence entre les sorties 1–4 et 2–3 est donc un inconvénient de la modulation ABCD spatiale mais nous verrons dans

la section suivante que l'enveloppe de cohérence est également un inconvénient lors de la modulation ABCD temporelle. En outre, afin de minimiser les erreurs qui sont dues à cette différence des enveloppes de cohérence, il est nécessaire de choisir la valeur de la modulation δ_{ψ} pas trop grande par rapport à la longueur de cohérence de la source.

3.3.2 Modulation ABCD temporelle

Nous avons rappelé le principe de la modulation ABCD temporelle dans la Section 1.4.2. En outre, lors de la modulation ABCD temporelle (qui est équivalent, aux aberrations différentielles près, à une modulation spatiale avec R = T), les algorithmes de démodulations de la DDM et de la visibilité des franges peuvent être exprimés simplement [Wyant (1975); Shao & Staelin (1977)] :

$$\delta = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{A - C}{B - D} \right) \quad \text{et} \quad \text{Env}(\delta) = 2 \frac{\sqrt{(A - C)^2 + (B - D)^2}}{A + B + C + D} \quad (3.37)$$

De même que dans la Section 3.3.1, nous simulons ici la démodulation lorsque la source est une source large et nous considérons la même largeur de bande $\Delta\lambda/\lambda = 20\%$. Les simulations sont réalisées en reprenant l'Équation 3.35. Nous traçons les estimation de la DDM et de la visibilité Env en fonction de la DDM δ sur la Figure 3.5.

Ici encore, la visibilité estimée a l'allure d'une gaussienne mais présente en plus des oscillations. Les oscillations sont de même amplitude que dans le cas de la modulation ABCD spatiale avec une valeur de la modulation de l'interféromètre $\delta_{\psi} = \lambda/4$.

Nous pouvons donc affirmer que la linéarité des estimateurs de démodulation n'est pas un critère du choix de la modulation ABCD à choisir : spatiale ou temporelle. En outre, puisque la linéarité des estimateurs est toujours affectée par l'enveloppe de cohérence, demandons nous en quoi cela affectera notre senseur de franges.

Pour un système de cophasage, ces effets n'ont pas une influence majeure. En effet, les systèmes de cophasage opèrent autour de la DDM nulle. En outre, la très faible erreur sur la mesure de la DDM à cause de la non linéarité de l'estimateur en $\delta = 0$ peut être interprétée comme un très faible changement du gain de correction du système de cophasage. Celui-ci étant réglable, nous réglons par la même le défaut de linéarité de l'estimateur de DDM. Si le système de cophasage opère sur un point de fonctionnement quelconque, alors un offset statique sera présent. Il faudra alors le calibrer.



FIG. 3.5 – Le rapport $\frac{\text{Env}(\delta)}{\text{Env}(\delta+\delta_{\psi})}$ est tracé en fonction de la DDM δ . La pente de ce rapport, en échelle logarithmique, est d'autant plus grande que la modulation de l'interféromètre δ_{ψ} est grande.

Bien entendu, afin d'éliminer ces effets d'enveloppe, il est possible d'introduire des déphaseurs achromatiques [Mieremet *et al.* (2000)] mais comme cela n'a pas été prévu sur Persée, je n'en parlerai pas par la suite.

3.4 Identification de la frange blanche et extension de la dynamique de mesure de la DDM

L'article présenté dans cette section fait partie intégrante de mon travail de thèse. L'algorithme novateur que je développe ici permet d'utiliser au mieux l'information de l'interférométrie à 2 longueurs d'onde. Son but originel est d'étendre la dynamique de mesure de la DDM. Cependant, une autre propriété majeure ressort de cet algorithme : sa précision de mesure est meilleure que celle de l'algorithme utilisé classiquement pour l'interférométrie à 2 longueurs d'onde.

Two wavelength interferometry: extended range and accurate optical path difference analytical estimator

Submitted to the Journal of the Optical Society of America A

Kamel Houairi^{1,2,3,*}, Frédéric Cassaing^{1,3}

¹ONERA, Optics Department, BP 72, 92322 Châtillon Cedex, France

²CNES, 18 Avenue Édouard Belin, 31401 Toulouse Cedex 09, France

³ PHASE, the high angular resolution partnership between ONERA, Observatoire de Paris, CNRS and University Denis Diderot Paris 7

*Corresponding author: kamel.houairi@onera.fr

Two wavelength interferometry (TWI) combines measurement at two wavelengths λ_1 and λ_2 in order to increase the unambigous range (UR) for the measurement of an optical path difference (OPD). With the usual algorithm, the UR is equal to the synthetic wavelength $\Lambda = \lambda_1 \lambda_2 / |\lambda_1 - \lambda_2|$ and the accuracy is a fraction of Λ . We propose here a new analytical algorithm based on arithmetic properties, allowing to estimate the absolute fringe order of interference in a non-iterative way. This algorithm has nice properties compared to the usual algorithm: the accuracy is at least as much accurate as the most accurate interferometric measurement at one wavelength, whereas the UR is extended to several times the synthetic wavelengths. The analysis presented shows how the actual UR depends on the wavelengths and different sources of error. The simulations presented are confirmed by experimental results, showing that a measurement dynamic of 4 200:1 can be demonstrated with a simple hardware. Applications to metrology and fringe tracking are discussed. © 2009 Optical Society of America

OCIS codes: 000.0000, 999.9999.

1. Introduction

Absolute distance measurement are required in a wide range of applications, such as metrology [1], real-time fringe tracking for the cophasing of stellar interferometers [2–4] or segmented telescopes [5]. When carried out with monochromatic light at the wavelength λ , the measurement of an Optical Path Difference (OPD) suffers from a modulo λ ambiguity. To overcome this issue, techniques such as fringe counting [6] or phase unwrapping can be used to increase the unambiguous OPD range (UR), but these solutions rely on the spatial or temporal continuity of the phase. In the applications previously listed, a direct non-ambigous OPD measurement is made using the differential information between several wavelengths λ_i .

First absolute distance measurements with several wavelengths were reported in 1898 when Benoît compared the excess fractions of the orders of interference at several wavelengths [7]. Then, in order to test large aspheric mirrors, the method of two-wavelength interferometry (TWI) was proposed [8,9], using two wavelengths λ_1 and λ_2 in order to generate a longer synthetic wavelength Λ defined as:

$$\Lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \qquad \text{with} \qquad \lambda_2 > \lambda_1. \tag{1}$$

Later, the introduction of numeric cameras and computers together with phase modulation/demodulation techniques considerably improved interferometric measurements [10, 11]. These methods have been applied to TWI, leading to phase-shifting TWI [12], Multiple Wavelength Interferometry [13] or tunable wavelength interferometry [14].

The TWI method has been considerably improved when De Groot showed that the UR could be much larger than the synthetic wavelength by simply improving the data analysis [15]. However, although de Groot's principle for extending the synthetic wavelength has been shown with a clear physical background by Van Brug [16], the algorithms developed are not universal and cannot be applied to all the wavelength couples. Later, Löfdahl developped a new algorithm for extending the synthetic wavelength but this algorithm is iterative [5].

In this paper, we present a new TWI analytical algorithm which enables the measurement of the OPD over an UR which can be much larger than the synthetic wavelengths Λ . After we recall the basic TWI algorithm in section 2, we develop the new algorithm in section 3. Then, in section 4, performance of this algorithm is investigated in terms of measurement noise and maximum reachable UR, an we show its superior behavior compared with the basic TWI algorithm. Several applications, such as metrology or cophasing, are considered in section 5. In section 6, we present the experimental validation of the new algorithm.

2. The basic algorithm: TWI-1

An OPD measured at λ_i will be characterized by the fractional order of interference m_i defined by [17]:

$$m_i = \frac{\delta}{\lambda_i}.$$
(2)

For any given number x, the nearest integer (rounded part) will be noted \overline{x} and the

remaining part (wrapped part) will be noted \dot{x} so that the OPD can be written as:

$$\delta = (\overline{m}_i + \dot{m}_i) \lambda_i \qquad \text{with} \qquad \begin{cases} \overline{m}_i \in \mathbb{Z} \\ \dot{m}_i \in] - 0.5, 0.5] \end{cases}$$
(3)

The use of the *round* and *wrap* functions instead of the more commun floor and fractional part functions respectively is motivated in order to center the range of the estimated OPD around $\delta = 0$.

Because of the λ_i -periodicity of the measured OPD $\hat{\delta}$ when measured at the wavelength λ_i , it is not possible to know the rounded order of interference \overline{m}_i without additional information: what we are actually measuring is $\hat{m}_i \lambda_i$, or \hat{m}_i .

The use of OPD measurements at two wavelengths λ_1 and λ_2 allows the computation of the difference \hat{m} of the measured orders of interference. Because each m_i is measured modulo 1, only the fractional part of \hat{m} is relevant, hence the basic TWI estimator (TWI-1):

$$\widehat{\delta}_{\Lambda} = \widehat{m} \Lambda$$
 with $\widehat{m} = \operatorname{wrap}\left(\widehat{m}_1 - \widehat{m}_2\right).$ (4)

The UR of this estimator is the synthetic wavelength Λ defined in Eq. (1).

Fig. 1 shows the result of a simulation in which are plotted the measured orders of interference \hat{m}_1 and \hat{m}_2 at the wavelengths λ_1 and λ_2 respectively along with the wrapped difference of the orders of interference \hat{m} resulting in a Λ -periodic signal. The computation, with no additional noise, is carried out with $\lambda_1 = 1.31 \ \mu m$ and $\lambda_2 = 1.55 \ \mu m$ (two common wavelengths for which stabilized sources are available), giving a synthetic wavelength $\Lambda = 8.46 \ \mu m$ (Eq. (1)). Thus even though the phase measurements are unambiguous over a dynamic range of λ_2 at the most, the computation of \hat{m} enables to increase the UR up to Λ .

However it is noticeable that when $\delta = \pm \Lambda$, even though the wrapped difference \hat{m} of the measured orders of interference is zero, the measured order of interference \dot{m}_1 and \dot{m}_2 are different from zero: this means that even though \hat{m} is Λ -periodic, the states of interference at the measurement wavelengths λ_1 and λ_2 are not the same for $\delta = 0$ and for $\delta = \Lambda$. We propose to use this information in order to retrieve the actual OPD on a range still larger than Λ .

Another way to highlight this information is by illustrating the principle of OPD measurement with two wavelength interferometry thanks to a calliper rule (Fig. 2). The current OPD can be measured as the distance of the dashed line to the closest continuous marks (at λ_1 or λ_2): in this case, only the fractionnal parts \dot{m}_i ($i = \{1, 2\}$) is used and the measurement is modulo λ_i . But this measurement does not take into account the relative position of the continuous marks at λ_1 and λ_2 . Fig. 2 shows that the distance X between the two marks at λ_1 and λ_2 , defined as

$$X(\delta) = \overline{m}_2 \lambda_2 - \overline{m}_1 \lambda_1, \tag{5}$$


Fig. 1. The orders of interference measured at λ_1 and λ_2 are plotted in dotted and dashed line respectively. The difference \hat{m} of the orders of interference is plotted in solid line. In this simulation, there is no additional measurement noise.

changes each time a tick (related to the wavelength λ_1 or λ_2) is passed along the OPD axis, enabling a measurement of the absolute OPD. This is this information, which is not used by TWI-1 recalled in Eq. (4), that we use in the algorithm described in the following.



Fig. 2. Analogy of OPD measurements with TWI and a calliper rule. The current OPD is pointed out with a bold dashed line, and its value can be measured (modulo λ_i) with respect to the closest λ_i tick. But the relative position of the closest λ_1 and λ_2 ticks gives an information related to the absolute OPD value.

3. The new algorithm: TWI-2

Since the OPD is measured at 2 different wavelengths, it is possible to write:

$$OPD = \lambda_1(\overline{m}_1 + \dot{m}_1) = \lambda_2(\overline{m}_2 + \dot{m}_2). \tag{6}$$

Consequently, we have:

$$r_{\lambda}\overline{m}_1 + r_{\lambda}\dot{m}_1 = \overline{m}_2 + \dot{m}_2,\tag{7}$$

where r_{λ} is the ratio of the measurement wavelengths λ_1 and λ_2 :

$$r_{\lambda} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$
(8)

Eq. (7) relates two measured quantities \dot{m}_1 and \dot{m}_2 to two unknown integers: the rounded orders of interference \overline{m}_1 and \overline{m}_2 . Only one equation is usually not sufficient to estimate two unknows without other constraints. However, one constraint is the integer values of the rounded orders of interference. Consequently, we propose to use arithmetic properties in order to retrieve the rounded order of interference \overline{m}_1 but is also possible to retrieve the rounded order of interference \overline{m}_2 as it will be shown in section 4.E.

Since the measurement wavelengths are never perfectly calibrated, the ratio of the wavelengths \hat{r}_{λ} is known with an error ε_r :

$$\widehat{r}_{\lambda} = r_{\lambda} + \varepsilon_r. \tag{9}$$

The error ε_r can be typically equal to about 10^{-5} but it can be reduced down to 10^{-9} at least [18].

Let us write the estimated ratio of the wavelengths \hat{r}_{λ} as a quotient of two coprime natural numbers p and q $(p,q \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\})$ plus an error ε_f $(\varepsilon_f \in \mathbb{R})$ which corrensponds to a systematic error due to the approximation by a fraction of integers:

$$\widehat{r}_{\lambda} = \frac{p}{q} + \varepsilon_f$$
 with $|\varepsilon_f| < \frac{1}{2q}$. (10)

When measured, the wrapped orders of interference \hat{m}_i are corrupted by a noise ε_i :

$$\hat{\vec{m}}_i = \dot{\vec{m}}_i + \varepsilon_i. \tag{11}$$

The error ε_i takes into consideration the measurement noise and the non linearity along with systematic errors such as any offset which can arise from longitudinal chromatism for instance.

Taking into account Eqs. (9–11), Eq. (7) can be written as:

$$q\left(\hat{\vec{m}}_2 - \hat{r}_\lambda \hat{\vec{m}}_1\right) = p \ \overline{m}_1 - q \overline{m}_2 + \varepsilon, \tag{12}$$

where the total error is:

$$\varepsilon = q(\overline{m}_1 - \varepsilon_1)(\varepsilon_f - \varepsilon_r) + q\varepsilon_2 - p\varepsilon_1 - q\hat{m}_1\varepsilon_r.$$
(13)

Eq. (12) can be further processed if the right-hand side of this equation can be converted into an integer without error, i.e. if:

$$|\varepsilon| < \frac{1}{2}.\tag{14}$$

Indeed, if this condition is satisfied and by taking the integer part of Eq. (12) modulo q to get rid of \overline{m}_2 , it is possible to retrieve $p \times \overline{m}_1$ modulo q:

$$\overline{q\left(\hat{\vec{m}}_2 - \hat{r}_\lambda \hat{\vec{m}}_1\right)} \equiv p \ \overline{m}_1 \pmod{q},\tag{15}$$

where *mod* is the modulo operator.

The most innovative step of our algorithm is to use the Bézout's identity in order to retrieve directly \overline{m}_1 modulo q instead of $p \times \overline{m}_1$ modulo q.

However, it would be preferable to retrieve directly \overline{m}_1 modulo q instead of $p \times \overline{m}_1$ modulo q. For this purpose, the last step of the new algorithm is to use the Bézout's identity which states, among others, that if p and q are coprime, there exists an integer k such that:

$$k \times p \equiv 1 \pmod{q}. \tag{16}$$

A dedicated algorithm, known as Euclid's algorithm, allows to find the integer k. Examples will be given in section 4.

From Eq. (15) and Eq. (16), it can be written:

$$k \times \overline{q\left(\hat{\vec{m}}_2 - \hat{r}_\lambda \hat{\vec{m}}_1\right)} \equiv \overline{m}_1 \pmod{q}.$$
(17)

However, the modulo operator is not centered around $\delta = 0$, consequently we would prefer for the final OPD estimator TWI-2:

$$\widehat{\delta} = \lambda_1 \left(\widehat{\overline{m}}_1 + \widehat{\overline{m}}_1 \right), \tag{18}$$

where the rounded order of interference $\widehat{\overline{m}}_1$ is computed with:

$$\widehat{\overline{m}}_1 = q \times \operatorname{wrap}\left(\frac{k}{q} \times \overline{q\left(\widehat{\dot{m}}_2 - \widehat{r}_\lambda \widehat{\dot{m}}_1\right)}\right).$$
(19)

Eq. (19) returns the rounded order of interference $\widehat{\overline{m}}_1$ assuming the condition on the measurement noise written in Eq. (14).

The dynamic range of Eq. (19) defines a new UR

$$\Lambda_{\oplus} = q\lambda_1,\tag{20}$$

imposed by the bounds of the wrap function $(\pm 1/2)$ or alternatively by the modulo operator in Eq. (17).

In this section, we developed a new algorithm which enables the measurement of the OPD over an UR which can be tuned by the choice of q. The only assumption made is related to all the encountered noises. The following section details how to deal with all the parameters.

4. Performance of the new algorithm

This section addresses the trade-off between the different noises and the UR in order to optimize the design of the system. Then the algorithms TWI-1 and TWI-2 are compared.

4.A. New estimator accuracy

The noise of TWI-2, defined by Eq. (18), can have three origins. First, noise on λ_1 leads to a multiplicative error on $\hat{\delta}$. This is a classical issue for any interferometric measurement, and will not be discussed further here. Second, since \overline{m}_1 is an integer, the error on this term is null as soon as the condition in Eq. (14) is satisfied: this will be investigated in the next section. Third, the noise on \hat{m}_1 , directly resulting from the interferometric measurement at λ_1 , is characterized by an error ε_1 . Therefore, the new estimator has the same error than the monochromatic OPD estimator using the wavelength λ_1 , but can maintain this capability over an UR which can be much larger than λ_1 .

4.B. Estimation of the maximal unambiguous range

Eq. (20) shows that the UR is given by the free parameter q. However, increasing q increases the total error ε as shown by Eq. (13), which must satisfy Eq. (14). Thus, in order to obtain a large UR, the sources of noise $|\varepsilon_m|$, $|\varepsilon_r|$ and $|\varepsilon_f|$ must be minimized.

This section deals with the maximal reachable UR for a given measurement noise ε_m . The goal is to satisfy the condition (14).

Firstly, assuming good measurements, $\varepsilon_1 \ll 1 < \overline{m}_1$. Secondly, in the worst case, the noises ε_i of the fractional orders of interference measurements \dot{m}_i are added and are supposed smaller than an upper bound value ε_m of both measurements. Lastly, since the rounded order of interference has to be retrieved over the UR $\Lambda_{\oplus} = q\lambda_1$, we assume the worst case where $\dot{m}_1 = 0.5$ and $\overline{m}_1 = q/2$ (\overline{m}_1 can only be retrieved modulo q). Then, using the triangle inequality, we have:

$$2|\varepsilon| \lesssim q^2 |\varepsilon_f| + q^2 |\varepsilon_r| + 2(p+q)|\varepsilon_m| + q|\varepsilon_r|.$$
⁽²¹⁾

To obtain this inequality, we bounded from Eq. (13) several terms and we made only the approximation $\varepsilon_1 \ll \overline{m}_1$, thus the inequality written in Eq. (21) is almost exclusively a strict inequality.

Then, assuming $q \gg 1$, Eq. (14) is satisfied with the sufficient condition:

$$q^{2}|\varepsilon_{f}| + q^{2}|\varepsilon_{r}| + 2(p+q)|\varepsilon_{m}| \lesssim 1.$$

$$(22)$$

This inequation shows that a trade-off has to be made between $p, q, \varepsilon_f, \varepsilon_r$ and ε_m . Indeed, the higher ε_m and ε_r , the lower q, ε_f must be chosen, and vice-versa. Thus, independently of the measurement noise and the wavelength calibration, the UR is especially extended when their ratio r_{λ} can be approximated by a fraction with a high denominator q and a small error ε_f (Eq. (10)).

Based on empirical observations detailed in appendix A, we propose to define the cou-

ples (p,q) with:

$$\begin{cases} q|\varepsilon_f| \approx 1/2 & \text{the worst couples,} \\ q|\varepsilon_f| < 1/10 & \text{the good couples,} \\ q^2|\varepsilon_f| < 1/3 & \text{the lucky couples.} \end{cases}$$
(23)

Since the couple (p,q) is a free parameter and the maximal UR is a priori expected, we consider lucky couples in the rest of this section. Lucky couples can be found by a systematic search, performed once for all during the system design, as illustrated by Fig. 4 in appendix A.

Assuming that a lucky couple has been found, Eq. (22) leads to the sufficient condition in order to correctly estimate the rounded order of interference \overline{m}_1 :

$$q^{2}|\varepsilon_{r}| + 2q(1+r_{\lambda})|\varepsilon_{m}| \lesssim \frac{2}{3}.$$
(24)

This quadratic equation in q enables to find the maximal number q_{max} which verifies it:

$$q_{max} \approx \frac{(1+r_{\lambda})|\varepsilon_m|}{|\varepsilon_r|} \left(\sqrt{1+s^2}-1\right),\tag{25}$$

with:

$$s = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt{|\varepsilon_r|}}{(1+r_\lambda)|\varepsilon_m|}.$$
(26)

This parameter marks the limit between the calibration and the measurement noises: the experiment is limited by calibration-noise when s > 1 and by measurement-noise when s < 1. At last, the calibration and measurement noises are well balanced when $s \approx 1$.

Eq. (25) can be simplified for each noise regime:

$$q_{max} \approx \begin{cases} \frac{1}{3(1+r_{\lambda})|\varepsilon_m|} & \text{if } s \ll 1, \\\\ \frac{0.82}{\sqrt{|\varepsilon_r|}} & \text{if } s \gg 1, \\\\ (1+r_{\lambda})\frac{|\varepsilon_m|}{|\varepsilon_r|} (0.71 \, s - 0.29) & \text{if } s \approx 1. \end{cases}$$
(27)

Eq. (27) gives a rough estimation of the maximal reachable integer q_{max} considering lucky couples and consequently Eq. (27) gives a rough estimation of the maximal reachable unambiguous range with Eq. (20).

Eq. (27) also shows the difference between the calibration and the measurement noise regimes: to increase the UR by a factor of 2, a gain of 2 is expected for $|\varepsilon_m|$ in the measurement noise regime, but a gain of 4 is expected for $|\varepsilon_r|$ in the calibration noise regime.

4.C. Estimation of the dynamic range

The performance of the estimator can be characterized by its dynamic range D, defined by the ratio of the UR by the resolution:

$$D = \frac{q\lambda_1}{|\varepsilon_1|\lambda_1}.$$
(28)

4.D. Comparison with TWI-1

It is straightforward to show that the increase of the UR of TWI-2, given by Eq. (20), with respect to the UR of TWI-1 can be expressed from Eqs. (1,8,10) as:

$$\frac{\Lambda_{\oplus}}{\Lambda} = \frac{q\lambda_1}{(r_{\lambda} - 1)^{-1}\lambda_2} \approx q - p.$$
(29)

Therefore, whereas the UR is imposed by the two wavelengths λ_i with TWI-1, TWI-2 allows to tune the UR extension which can be very high as discussed in Sec. 5.

Thus, four major benefits of TWI-2 are clearly evidenced. First, as soon as q - p is larger than 1, the UR of the new algorithm is larger than the UR of TWI-1. Second, according to Sec. 4.A, the accuracy of TWI-2 is directly proportional to the measurement wavelength λ_1 , and thus can be much better than the accuracy of TWI-1 which is proportional to the synthetic wavelength. Third, when $\lambda_2 > 2\lambda_1$ the synthetic wavelength is smaller than the wavelength λ_2 , thus TWI-1 is rather useless whereas TWI-2 can still be used. Fourth, the measurement wavelengths cannot be chosen too close with TWI-1 because the measurement noise of the differential phase is amplified by Λ which is inversely proportional to $\lambda_2 - \lambda_1$ (cf. Eq. (1)). When the measurement wavelengths are close, in order to extend the UR with TWI-1, large values of p and q are required for TWI-2 to obtain a rational approximation of the ratio r_{λ} with q - p > 1 and thus to increase the UR compared to the use of the synthetic wavelength (Eq. (29)). Besides, according to Eq. (13), when p and q are large, very small values of the errors are required in order to use the algorithm presented in Sec. 3. Thus, the extension of the UR with TWI-2 is easier when the measurement wavelengths are not close.

4.E. Other estimators

In Sec. 3, starting from Eq. (15), the algorithm developed estimates the OPD with Eq. (18) based on the rounded order of interference $\hat{\overline{m}}_1$ from Eq. (19). But is also possible to estimate the rounded order of interference $\hat{\overline{m}}_2$ from Eq. (12):

$$\widehat{\delta'} = \lambda_2 \,(\widehat{\overline{m}}_2 + \widehat{\dot{m}}_2),\tag{30}$$

where the rounded order of interference $\widehat{\overline{m}}_2$ is computed with:

$$\widehat{\overline{m}}_2 = p \times \operatorname{wrap}\left(\frac{l}{p} \times \overline{q\left(\widehat{r}_{\lambda}\widehat{\overline{m}}_1 - \widehat{\overline{m}}_2\right)}\right).$$
(31)

where the integer l is such that:

$$l \times q \equiv 1 \pmod{p}.$$
(32)

According to Eq. (31), the UR of the $\hat{\delta'}$ estimator is $\Lambda'_{\oplus} = p\lambda_2$ and since $q\lambda_1 \approx p\lambda_2$, we have $\Lambda'_{\oplus} \approx \Lambda_{\oplus}$. Moreover, Eq. (30) shows that the estimator $\hat{\delta'}$ has the same error $\varepsilon_2\lambda_2$ than the monochromatic OPD estimator using the wavelength λ_2 . Therefore, if $|\varepsilon_2| \approx |\varepsilon_1|$, then $\hat{\delta}$ is better than $\hat{\delta'}$ since $\lambda_1 < \lambda_2$.

However, if the instrument is limited by repeatability errors rather than bias errors, then the existence of two different estimators allows the derivation of a new OPD estimator, obtained by averaging $\hat{\delta}$ and $\hat{\delta}'$, with the same UR Λ_{\oplus} but with a error reduced by a factor of $\sqrt{2}$.

5. Examples of application

We show here two typical applications of TWI-2, with different operating conditions.

5.A. Metrology

We consider here the case of distance measurement over a large range. Two bright and stabilized sources are supposed in order to minimize the errors ε_m and ε_r .

This section deals with the specification of the OPD measurement noise when the OPD UR is imposed. The requirement of the OPD UR leads directly to a lower bound limit of the integer q (Eq. (20)) and thus to several couples (p, q). For any given couple (p, q), it is possible to retrieve an upper bound to the measurement noise, we call this limit the noise margin ε_{margin} . Assuming a large denominator q, from Eq. (22), we have:

$$\varepsilon_{margin} = \frac{1 - q^2(|\varepsilon_f| + |\varepsilon_r|)}{2(p+q)}.$$
(33)

Tab. 1 shows with a numerical example different possible rational approximations of the ratio r_{λ} as expressed in Eq. (10). Of course, all the possible couples are not illustrated. The chosen measurement wavelengths are the yellow-orange ($\lambda_1 = 604.613$ nm) and the red ($\lambda_2 = 632.816$ nm) transitions of the Helium-Neon and we assume that the wavelengths are known with an accuracy better than 0.5 picometer, which leads to $|\varepsilon_r| = 1.6 \times 10^{-6}$.

Table 1 confirms the analysis of appendix A: the fractional error does not necessarily decrease when q increases. Indeed, the lucky couple (p, q) = (343, 359) is much better than the couple (p, q) = (65, 68) for instance.

Moreover, even though the specification on the measurement noise $|\varepsilon_{margin}|$ globally decreases when q increases, i.e. when the UR increases, the example in Tab. 1 shows that with the couple (p,q) = (65, 68), it is not possible to extend the UR with the algorithm developed in Sec. 3. Thus, the choice of the rational approximation of the ratio r_{λ} is fundamental.

Table 1. Order of interference measurement noise and noise margin for different couples (p,q) for the yellow-orange $(\lambda_1 = 604.613 \text{ nm})$ and the red $(\lambda_2 = 632.816 \text{ nm})$ transitions of the Helium-Neon, leading to a synthetic wavelength $\Lambda = 13.6 \text{ }\mu\text{m}$. We assume that the ratio of the measurement wavelengths is well calibrated: $|\varepsilon_r| = 1.6 \times 10^{-6}$.

p	q	k	$ \varepsilon_f $	$q^2 \varepsilon_f $	$ \varepsilon_{margin} $	Λ_\oplus	Λ_\oplus/Λ
43	45	22	1.2×10^{-4}	0.25	4.2×10^{-3}	$27.2~\mu\mathrm{m}$	2
65	68	45	4.5×10^{-4}	2.1	No margin	Bad coupl	e(p,q)
193	202	157	1.3×10^{-5}	0.53	5.1×10^{-4}	122.1 µm	9
343	359	157	7.7×10^{-7}	0.1	4.9×10^{-4}	217.1 µm	16

Table 1 shows that if the order of interference measurement noise can be lower than 4.9×10^{-4} , then it is possible to increase up to a factor of 16 the UR compared to the synthetic wavelength $\Lambda = 13.6 \ \mu\text{m}$ and thus to reach an UR of 217 μm and thus a dynamic $D \approx 7.3 \times 10^5$ (cf. Eq. (28)).

5.B. Fringe tracking in multiple-aperture optics

We consider here the case of a multiple-aperture instrument observing a broad-band object. A central issue is the cophasing of the subaperture array on the central fringe (at 0 OPD). In this goal, the light from the object at the output of the interferometric instrument is split in several spectral channels from which the phase can be tracked and the central fringe identified. The allocation of the spectral bands is a trade-off between the object spectrum, the perturbation amplitude and the SNR which can be much smaller than in Sec. 5.A.

Such an analysis has been performed for Pegase [20], a Darwin [21]/TPF [22] pathfinder. For these missions, based on the coherent combination of beams reflected by formation-flying spacecrafts, the performance of the cophasing system is critical. The strategy selected for Pegase is to use the near IR part of the spectrum where the star is the brightest, with only two spectral channels, to minimize detection noise, but with maximum width, in order to maximize the flux in each channel [19]. This leads for Pegase to 0.8-1.05 µm and 1.05-1.5 µm, leading to two polychromatic interferograms centered at $\lambda_1 \approx 0.92$ µm and $\lambda_2 \approx 1.22$ µm, with similar coherence lengths (at half-maximum) $L_c \approx 3.5$ µm. Therefore, since the synthetic wavelength is $\Lambda \approx 3.4$ µm, fringes outside the coherence length can be seen but the OPD can not be computed without ambiguity.

In this context, the extension of the central-fringe acquisition range outside the short synthetic wavelength is welcome and has motivated the algorithm presented in this paper.

6. Experimental validation

In order to demonstrate the feasibility of future formation-flying missions, a laboratory demonstrator called Persee is under integration at Observatoire de Paris-Meudon [23]. Persee uses a similar spectral allocation than Pegase, but the broadband star has been replaced by two laser sources: one laser diode at $\lambda_1 \approx 830$ nm and one Superluminescent Light Emitting Diode (SLED) at $\lambda_2 \approx 1320$ nm with a 60 nm full-width at half-maximum. The goal of the polychromatic SLED is to locate the central fringe thanks to its coherence length $L_{c2} \approx 30 \ \mu\text{m}$. With this configuration, the coherence lengths for each measurement are much larger than the synthetic wavelength $\Lambda \approx 2.2 \ \mu\text{m}$.

This setup is thus an intermediate case between the two ones presented in section 5. Because of the rather large spacing between the two wavelengths, TWI-1 is not relevant as Λ is nearly equal to λ_2 . The goal is thus to extend the UR up to typically L_{c2} , i.e. to have $q \approx 36$.

As explained in Sec. 4, the calibration of the ratio r_{λ} as well as the calibration of the measurement wavelengths is necessary. The calibration of Persee's cophasing system, based on the knowledge of the behaviour of the delay lines, led to an estimation of the measurement wavelengths:

$$\lambda_1 = 824 \text{ nm} \pm 3 \text{ nm},$$

 $\lambda_2 = 1332 \text{ nm} \pm 3 \text{ nm},$ (34)

and an independant estimation of their ratio r_{λ} :

$$r_{\lambda} = 0.6180$$
 with $|\varepsilon_r| = 1 \times 10^{-4}$. (35)

These error values may seem large for the use of high resolution metrology but are absolutely proper for the use of cophasing systems.

Moreover, in typical conditions, the chromatism of our experiment along with the detector and photon noises are such that the maximum measurement noise of the order of interference is:

$$\varepsilon_m = 0.005. \tag{36}$$

Let us assume that a lucky couple can be found. Then, the noise parameter expressed in Eq. (26) is s = 1.001. Thus, Eq. (27) can be used in order to estimate the maximal reachable integer q_{max} , we obtain $q_{max} = 34$.

While the denominator $q \leq 34$ and the fractionnal approximation error ε_f is not too large, Tab. 2 gives different possible rational approximations of the ratio $r_{\lambda} = 0.6180$ and the fractional error ε_f . According to Eq. (21) we show an upper bound value $\max(|\varepsilon|)$ of the total error ε for each rational approximation.

p	q	$ \varepsilon_f $	$\max(\varepsilon)$
3	5	1.8×10^{-2}	0.27
5	8	7×10^{-3}	0.29
8	13	2.6×10^{-3}	0.34
11	18	$6.9 imes 10^{-3}$	1.3
13	21	1×10^{-3}	0.42
14	23	9.3×10^{-3}	2.6
18	29	2.7×10^{-3}	1.4
21	34	3.5×10^{-4}	0.54

Table 2. Fractional error and bound value of the total error for different couples (p,q) when $r_{\lambda} = 0.6180 \ \mu\text{m}$, $\varepsilon_r = 1 \times 10^{-4}$ and $\varepsilon_m = 0.005$.

We recall that the total error ε must be lower than 1/2 to be sure that the algorithm developed in Sec. 3 can be used to extend the OPD UR (cf. Eq. (14)). The largest integer q for which this condition is satisfied is q = 21. Thus, we made the following rational approximation for the ratio r_{λ} :

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \approx \frac{13}{21}.$$
 (37)

For this frational approximation, we found that the integer k = 13 verifies Eq. (16). Fig. 3 shows the estimated order of interference \hat{m}_1 (Eq.(19)) with the values p = 13, q = 21and k = 13.

Fig. 3 shows that the algorithm developed in this article enabled us to reach an UR of $\Lambda_{\oplus} = 17.3 \ \mu m \ (\text{UR} = 21\lambda_1)$ whereas the UR or TWI-1 is only $\Lambda \approx 2.2 \ \mu m$. Thus, only thanks to an extended data processing and accurate choice of free parameters, the UR was multiplied by a factor of 8. In this experimental validation, Persee's cophasing system reaches a very high OPD measurement dynamic since it is equal to D = 4200 (cf. Eq. (28)).

7. Conclusion

This article has shown that with a very simple signal processing based on arithmetic properties, the conventionally considered unambiguous range Λ for TWI can be extended. We showed that with this novel algorithm, unlike the usual TWI algorithm, the large unambiguous range OPD measurement is at least as much accurate as the most accurate interferometric measurement at one wavelength. The algorithm we develop is analytical and can be implemented for real-time absolute order of interference measurement.

The extension of the UR is especially increased by choosing the measurement wavelengths



Fig. 3. Experimental results obtained with Persee's cophasing system when an OPD range of $\pm 11 \ \mu m$ is applied. Sawtooth lines represent the measured orders of interference \dot{m}_1 and \dot{m}_2 , plotted in solid and dashed lines respectively. The *steps* represent the estimated rounded order of interference \hat{m}_1 .

 (λ_1, λ_2) so that their ratio can be approximated with very good accuracy by a rational fraction. We show that the calibration of the ratio of the wavelengths is of the highest importance in order to extend the optical path difference unambiguous range. We also show that the choice of the rational approximation of the same ratio directly impacts the OPD UR.

This algorithm, also well adapted when the measurement wavelengths are not too close, has been experimentally validated with two relatively separated spectral bands ($\lambda_1 \approx 824$ nm and $\lambda_2 \approx 1332$ nm) and it has enabled to reach an UR of 17.3 µm, leading to an OPD measurement dynamic of 4200.

8. Acknowledgments

The authors would like to thank the financial support of CNES and ONERA. This work also received the support of PHASE, the high angular resolution partnership between ONERA, Observatoire de Paris, CNRS and Université Paris Diderot.

A. Rational approximation analysis

The ratio of the measurement wavelengths r_{λ} has to be expressed as a rational function in order to estimate the rounded order of interference \overline{m}_1 with the algorithm developed in Sec. 3 (Eq. (19)). When the wavelengths are such that r_{λ} is not fractional, a large number of (p,q) couples can be considered. And, some couples are better than the others. In general, increasing the approximation accuracy requires larger q values. For example, π can be approximated by 22/7 or 355/113, with respective errors of about 10⁻³ and 2.10⁻⁷. This shows that by multiplying q by a factor of about 16, the accuracy has been increased by a factor of about 5000. A better approximation is $\pi \approx 104$ 348/33 215, with an accuracy of 3.10⁻¹⁰, but this requires a q 300 times larger, for an increase in accuracy of only 10³. As shown by Eq. (22), the relevant figure of merit is $q^2|\varepsilon_f|$. We will call "lucky couple" a fraction with an exceptionnaly small $|\epsilon_f|$ with respect to the value of q, so that $q^2|\varepsilon_f|$ can be bound.

Fig. 4 shows the rational approximation error $|\varepsilon_f|$ for $r_{\lambda} = \pi$. This plot shows that a few lucky couples (and their replicates) can be found. It also shows that the figure of merit $q^2|\varepsilon_f|$ is lower than 1/3 for these couples. This value has been selected by computing similar graphs for various values of r_{λ} , so that a few lucky couples are always present.

References

- Y. Gursel, "Picometer-accuracy, laser-metrology gauge for Keck interferometer differential-phase subsystem," (SPIE, 2003), vol. 4838, pp. 995–1010.
- M. Shao, M. M. Colavita, B. E. Hines, D. H. Staelin, and D. J. Hutter, "The Mark III stellar interferometer," Astronomy and Astrophysics 193, 357–371 (1988).



Fig. 4. Illustration of the rational approximation error ε_f of π by a fraction p/q for $q \in [2, 3.10^5]$. It also shows the different types of couple according to Eq. (23) (the worst, the good or the lucky couples).

- J. M. Le Duigou, M. Ollivier, A. Léger, F. Cassaing, B. Sorrente, B. Fleury, G. Rousset, O. Absil, D. Mourard, Y. Rabbia, L. Escarrat, F. Malbet, D. Rouan, R. Clédassou, M. Delpech, P. Duchon, B. Meyssignac, P.-Y. Guidotti, and N. Gorius, "Pegase: a spacebased nulling interferometer," (SPIE, 2006), vol. 6265, p. 62651M.
- A. Léger, J. M. Mariotti, B. Mennesson, M. Ollivier, J. L. Puget, D. Rouan, and J. Schneider, "The DARWIN project," Astrophysics and Space Science 241, 135–146 (1996).
- 22. C. Beichman, P. Lawson, O. Lay, A. Ahmed, S. Unwin, and K. Johnston, "Status of the terrestrial planet finder interferometer (TPF-I)," (SPIE, 2006), vol. 6268, p. 62680S.
- F. Cassaing, J.-M. Le Duigou, J.-P. Amans, M. Barillot, T. Buey, F. Henault, K. Houairi, S. Jacquinod, P. Laporte, A. Marcotto, L. Pirson, J.-M. Reess, B. Sorrente, G. Rousset, V. Coudé du Foresto, and M. Ollivier, "Persee: a nulling demonstrator with real-time correction of external disturbances," (SPIE, 2008), vol. 7013, p. 70131Z.

- J. M. Le Duigou, M. Ollivier, A. Léger, F. Cassaing, B. Sorrente, B. Fleury, G. Rousset, O. Absil, D. Mourard, Y. Rabbia, L. Escarrat, F. Malbet, D. Rouan, R. Clédassou, M. Delpech, P. Duchon, B. Meyssignac, P.-Y. Guidotti, and N. Gorius, "Pegase: a spacebased nulling interferometer," (SPIE, 2006), vol. 6265, p. 62651M.
- A. Léger, J. M. Mariotti, B. Mennesson, M. Ollivier, J. L. Puget, D. Rouan, and J. Schneider, "The DARWIN project," Astrophysics and Space Science 241, 135–146 (1996).
- 22. C. Beichman, P. Lawson, O. Lay, A. Ahmed, S. Unwin, and K. Johnston, "Status of the terrestrial planet finder interferometer (TPF-I)," (SPIE, 2006), vol. 6268, p. 62680S.
- F. Cassaing, J.-M. Le Duigou, J.-P. Amans, M. Barillot, T. Buey, F. Henault, K. Houairi, S. Jacquinod, P. Laporte, A. Marcotto, L. Pirson, J.-M. Reess, B. Sorrente, G. Rousset, V. Coudé du Foresto, and M. Ollivier, "Persee: a nulling demonstrator with real-time correction of external disturbances," (SPIE, 2008), vol. 7013, p. 70131Z.

3.5 Calibration nécessaire à la démodulation

Nous avons vu dans la Section 3.2 que le principe de démodulation se base sur une inversion matricielle. En effet, il est nécessaire d'inverser la matrice M afin d'extraire nos inconnues à partir des données. Il est donc primordial de connaître tous les éléments de la matrice M. Pour cela, la calibration de notre système est indispensable. Dans cette section, nous présentons les sources d'erreurs instrumentales et leur influence sur l'interférogramme, puis nous décrivons la procédure de calibration.

3.5.1 Prise en considération des erreurs instrumentales

Lors de réalisations expérimentales, le MMZ n'est jamais parfaitement aligné. En effet il y a premièrement le plus ou moins bon réglage du banc inhérent à toute expérience et les défauts des éléments optiques et deuxièmement les déformations des pièces optiques dont nous verrons différentes origines dans la Section 3.6.

Les différentes sources possibles d'erreurs instrumentales sont résumées cidessous :

- alignement optique,
- aberrations des composants optiques,
- chromatisme,
- polarisation,
- injection dans les fibres optiques,
- position de la pupille,
- absorption lames MMZ.

Nous pourrions faire une étude détaillée sur l'influence de chacune de ces sources d'erreur sur l'interférogramme mais nous analyserons plutôt leur influence cumulée. Ces erreurs instrumentales provoquerons une baisse de visibilité η_i ainsi qu'une diminution α_{i_a} et α_{i_a} des flux moyens dans les bras a et b de l'interféromètre respectivement.

Nous avons vu dans la Section 3.1.3 que lorsque les approximations présentées dans les Équations 3.18–3.19 sont faites, le flux du faisceau sur la sortie i du MMZ ($i \in \{1..4\}$), dans le cas d'une source étendue polychromatique, peut se mettre sous la forme :

$$I_{i} = a_{i}I_{a} + b_{i}I_{b} + c_{I}.2\mu\operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] + d_{i}.2\mu\operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_{a}I_{b}}\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$$
(3.38)

Lorsque les erreurs instrumentales sont prises en considération, nous déduisons, de l'influence cumulée des erreurs instrumentales sur l'interférogramme et à partir de l'Équation 3.38, le flux sur la sortie *i* du MMZ ($i \in \{1..4\}$):

$$I_{i} = \alpha_{ia}a_{i}I_{a} + \alpha_{ib}b_{i}I_{b} + c_{i}.2\eta_{i}\sqrt{\alpha_{ia}\alpha_{ib}}\mu\operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$$
(3.39)

$$+ d_i \cdot 2\eta_i \sqrt{\alpha_{ia} \alpha_{ib}} \mu \operatorname{Env}(\delta) \sqrt{I_a I_b} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] \qquad (3.40)$$

Ainsi, même en présence d'erreur instrumentale, les flux des quatre faisceaux sortant du MMZ peuvent donc être écrits sous la forme de combinaison linéaire des flux I_a et I_b ainsi que des grandeurs $2\mu \operatorname{Env}_i(\delta)\sqrt{I_aI_b} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$ et $2\mu \operatorname{Env}(\delta)\sqrt{I_aI_b} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$. La démodulation est donc, même en présence d'erreurs instrumentales, simplement effectuée par multiplication matricielle (Eq. 3.25).

3.5.2 Calibration

Dans cette section, nous rappelons les objectifs de la calibration puis nous décrivons la procédure de calibration.

3.5.2.1 Objectifs de la calibration

Nous venons de voir que même en présence d'erreurs instrumentales, une simple inversion matricielle permet d'effectuer la démodulation. Cependant la matrice M à inverser n'est pas connue a priori. Il est donc nécessaire de l'estimer à l'aide d'une étape de calibration.

Parallèlement à l'estimation de la matrice dite de passage M, il est nécessaire de mesurer :

- le dark,

- les longueurs d'ondes de mesure moyennes,
- la phase ϕ_L définie dans l'Équation 3.5),

- le chromatisme entre les différents canaux spectraux (cf Sec. 3.5.2).

Nous avons mis en œuvre une procédure de calibration qui permet d'estimer toutes ces grandeurs.

3.5.2.2 Procédure de calibration

La procédure de calibration est la suivante :

- masquer les voies a et b, ce qui donne le dark (par exemple au moyen d'un fort basculement en tip/tilt sur chacun des bras a et b),
- masquer la voie b et mesurer les 4 flux : on accède ainsi aux coefficients a_i (avec i ∈ {1..4}) lorsque I_b = 0,
- recommencer sur l'autre voie, ce qui donne les coefficients b_i lorsque $I_a = 0$,
- appliquer une modulation de piston connue en présence des deux voies : l'élimination de la composante continue, connue via a_i et b_i donne accès aux termes cohérents, dont les parties réelles et imaginaires donnent c_i et d_i .

Il est important d'effectuer la calibration sur l'objet d'intérêt ou sur des calibrateurs [Bordé *et al.* (2002)]. Cela permet de connaître précisément la matrice de modulation M puisque cette dernière est fonction du spectre de l'objet d'intérêt.

3.6 Conséquence d'une dérive du MMZ

Le MMZ code spatialement les franges d'interférence au moyen d'une modulation spatiale interne δ_{ψ} . Cependant, comme nous l'avons dit dans le Chapitre 2, la contrainte très sévère du système de cophasage (résidu de DDM inférieur à 2 nm rms) implique une contrainte très sévère sur la connaissance de la modulation δ_{ψ} . Ainsi, il est indispensable que le MMZ soit le plus stable possible afin de ne pas faire en sorte que la modulation δ_{ψ} change au cours de l'observation et ainsi changer le point de fonctionnement de l'interféromètre en frange noire. Dans cette section, nous nous intéressons aux conséquences d'une dérive du MMZ. Nous montrons que bien que dans le cas de lames du MMZ non absorbantes, la connaissance de la dérive du MMZ au cours de l'observation n'est pas possible, dans le cas de lames absorbantes, il pourrait être possible d'avoir une estimation de la dérive du MMZ au cours de l'observation. Dans ce dernier cas, il serait donc possible de modifier le point de fonctionnement du système de cophasage de façon à ce que l'interféromètre en frange noire opère toujours à son point de fonctionnement optimal, c'est-à-dire en $\delta = 0$.

Les dérives à moyen et long termes du MMZ ont plusieurs origines. Elles peuvent, entre autres, provenir de la température, de l'hygrométrie, du relâchement progressif de contraintes mécaniques ou du dégazage lorsqu'il s'agit d'un interféromètre spatialisé. Même si le MMZ est parfaitement symétrique, des gradients de température, d'hygrométrie ou des relâchements de contraintes mécaniques non homogènes vont avoir comme principale conséquence une dérive du MMZ. Cette dérive induira des déplacements des éléments du MMZ selon l'axe optique et donc la création d'une DDM additionnelle ainsi que des effets de chromatismes et de polarisation.

Désormais, nous considérons seulement la principale cause d'une dérive du MMZ à moyen terme dans un laboratoire : la variation de température. La dilatation étant proportionnelle à la distance, les éléments qui se déplaceront de la plus grande amplitude sont les miroirs M9a et M9b (Figure 3.1). En outre, la lame L3a est placée sur un support différent des autres lames. Ce support, utilisé pour déplacer la lame L3a à l'aide d'une platine de translation, est a priori moins stable que les supports des autres lames. Nous considérons seulement ces déplacements et nous négligeons les effets chromatiques dus aux dilatations différentielles des lames. Nous appelons δ_D la DDM créée par le déplacement différentiel des miroirs et $d\delta_{\psi}$ le déplacement de la lame L3a. La Figure 3.6 illustre le déplacement différentiel des miroirs par le déplacement du miroir M9a seul. La DDM δ_D s'ajoute ou se soustrait à la modulation δ_{ψ} introduite a priori selon la sortie considérée : par convention, δ_D est une grandeur positive lorsque le bras aest allongé. Nous supposons dans la suite que la dérive du MMZ est assez faible pour admettre $|\delta_D| \ll \lambda$ et $|d\delta_{\psi}| \ll \lambda$.

En outre, la dérive du MMZ à prendre en considération est celle se produisant pendant l'observation et donc pendant la poursuite des franges, c'est-à-dire lorsque nous pouvons considérer $\delta \ll \lambda$. Cette hypothèse est faite dans tout la Section 3.6.

3.6.1 Erreur sur la démodulation

Étant donné la dérive du MMZ au cours de la poursuite des franges, la matrice M_{calib} obtenue lors de la calibration du système est différente de $M_{réelle}$ qui est la matrice de passage des inconnues aux données au cours de l'expérience. Au cours du temps et pendant la poursuite des franges en particulier, la relation liant les inconnues aux données est :

$$Y = M_{r\acute{e}elle}.X \tag{3.41}$$

où Y est le vecteur de données issu des mesures et X le vecteur des inconnues.

Cette matrice $M_{réelle}$ n'est pas connue; seule la matrice M_{calib} obtenue lors de la calibration et la matrice de démodulation D_{calib} nous sont connues. Le vecteur des inconnues \hat{X} est donc estimé en inversant les données avec la modulation que



FIG. 3.6 – Shéma du MMZ après dérive. Les faisceaux utiles ainsi que les faisceaux parasites sont indiqués en vert. La dérive différentielle des miroirs M9a et M9b est indiquée par δ_D .

nous pensons avoir mise, c'est-à-dire à partir de la matrice D_{calib} (Eq. 3.25) :

$$\widehat{X} = D_{calib}.Y \tag{3.42}$$

La faible dérive du MMZ permet d'écrire un développement limité de la matrice $M_{réelle}$ au premier ordre en δ_D et en $d\delta_{\psi}$:

$$M_{r\acute{e}elle} \approx M + \frac{2\pi}{\lambda} \delta_D M'_{\delta_D} + \frac{2\pi}{\lambda} d\delta_{\psi} M'_{d\delta_{\psi}}$$
(3.43)

où M'_{δ_D} et $M'_{d\delta_{\psi}}$ sont les dérivées de la matrice M en fonction de δ_D et $d\delta_{\psi}$ respectivement.

Avec les Équations 3.41–3.43, il est donc possible d'écrire l'erreur faite sur le vecteur estimé :

$$||\widehat{X} - X|| < \frac{2\pi}{\lambda} |\delta_D| \times ||DM'_{\delta_D} X|| + \frac{2\pi}{\lambda} |d\delta_{\psi}| \times ||DM'_{d\delta_{\psi}} X||$$
(3.44)

Bien évidemment, afin de minimiser l'erreur faite sur le vecteur estimé, il est préférable de minimiser δ_D et $d\delta_{\psi}$ en choisissant les matériaux convenablement mais cela ne relève pas de mon travail de thèse. Une autre possibilité pour minimiser l'erreur sur le vecteur estimé est de minimiser les normes de M'_{δ_D} et de $M'_{d\delta_{\psi}}$.

Pour cela, nous avons analysé l'effet des valeurs de la modulation δ_{ψ} pour savoir s'il est possible de minimiser le terme $||DM'_{\delta_D}||$ et $||DM'_{d\delta_{\psi}}||$ et donc l'erreur sur l'estimation de X. Nous aurions pu, en effet, préférer une valeur de la modulation δ_{ψ} différente de sa valeur optimale $\delta_{\psi} = \lambda/4$ si cela pouvait permettre de minimiser voire d'annuler l'erreur sur l'estimation de X.

Ces simulations ont été réalisées avec les coefficients R, R' et T de réflexion et transmission des lames du MMZ2 de Persée. Ces coefficients seront donnés dans la Section 3.7.2. Cependant, l'erreur sur l'estimation est trop peu sensible aux valeurs de la modulation δ_{ψ} ; il n'est donc pas possible de minimiser l'erreur sur l'estimation due à la dérive du MMZ en choisissant simplement une valeur de δ_{ψ} .

3.6.2 Possibilité d'estimer la dérive interne du MMZ

Les Équations 3.10 lient les flux des faisceaux sortant du MMZ aux flux des faisceaux entrant dans le MMZ ainsi qu'aux paramètres du MMZ. En prenant en

considération la dérive du MMZ pendant la poursuite, les flux deviennent :

$$I_{1} = RR'T_{Ar}^{2}I_{a} + T^{2}T_{Ar}^{2}I_{b} + 2\mu\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta + \delta_{D} + d\delta_{\psi} + \delta_{\psi}) + \phi_{L}\right]$$

$$I_{2} = T^{2}T_{Ar}^{2}I_{a} + RR'T_{Ar}^{2}I_{b} + 2\mu\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta - \delta_{D}) - \phi_{L}\right]$$

$$I_{3} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2\mu RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta - \delta_{D})\right]$$

$$I_{4} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2\mu RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta + \delta_{D} + d\delta_{\psi} + \delta_{\psi})\right]$$
(3.45)

et en faisant un développement limité des flux des faisceaux sortant du MMZ au premier ordre en δ et en δ_D , il vient :

$$I_{1} = RR'T_{Ar}^{2}I_{a} + T^{2}T_{Ar}^{2}I_{b}$$

$$+ 2\mu\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\left(\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi} + \phi_{L}\right] - \frac{2\pi}{\lambda}(\delta + \delta_{D} + d\delta_{\psi})\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi} + \phi_{L}\right]\right)$$

$$I_{2} = T^{2}T_{Ar}^{2}I_{a} + RR'T_{Ar}^{2}I_{b}$$

$$+ 2\mu\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\left(\cos\left[\phi_{L}\right] + \frac{2\pi}{\lambda}(\delta - \delta_{D})\sin\left[\phi_{L}\right]\right)$$

$$I_{3} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2\mu RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}$$

$$I_{4} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b}$$

$$+ 2\mu RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}\left(\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] - \frac{2\pi}{\lambda}(\delta + \delta_{D} + d\delta_{\psi})\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right]\right) \quad (3.46)$$

3.6.2.1 Lames non absorbantes

Lorsque les lames sont non absorbantes, $\phi_L = \pi$ et l'Équation 3.46 devient :

$$I_{1} = R^{2}T_{Ar}^{2}I_{a} + T^{2}T_{Ar}^{2}I_{b}$$

$$+ 2\mu RTT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}} \times \left(-\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] + \frac{2\pi}{\lambda}(\delta + \delta_{D} + d\delta_{\psi})\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right]\right)$$

$$I_{2} = T^{2}T_{Ar}^{2}I_{a} + R^{2}T_{Ar}^{2}I_{b} - 2\mu RTT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}$$

$$I_{3} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2\mu RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}$$

$$I_{4} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b}$$

$$+ 2\mu RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}} \times \left(\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right] - \frac{2\pi}{\lambda}(\delta + \delta_{D} + d\delta_{\psi})\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{\psi}\right]\right)$$

$$(3.47)$$

Lorsque la DDM à mesurer δ apparaît dans ces équations, elle apparaît toujours additionnée au terme de dérive $\delta_D + d\delta_\psi$ qui, nous le rappelons, est la somme des DDMs créées par le déplacement différentiel des miroirs et par le déplacement de la lame L3a. Ces équations montrent que dans le cas d'une source monochromatique, lorsque les lames du MMZ sont non absorbantes, alors que nous pensons avoir une estimation de la DDM δ , c'est en réalité $\delta + \delta_D + d\delta_\psi$ que nous mesurons. Ainsi, ces équations montrent qu'il n'est pas possible de discriminer $\delta_D + d\delta_\psi$ de δ . Cela signifie qu'il n'est pas possible d'avoir une mesure exacte de la DDM δ à cause de la dérive du MMZ. Nous voyons dans la section suivante qu'il n'en est pas de même lorsque les lames du MMZ présentes de l'absorption.

3.6.2.2 Lames absorbantes

La différence majeure ici est que puisque $\phi_L \neq \pi$, ces équations font apparaître $\delta + \delta_D$ et $\delta - \delta_D$. Lors de la poursuite des franges, il est possible d'estimer :

$$\delta + \delta_D + d\delta_\psi = \left(\frac{a_1 I_a + b_1 I_b - I_1}{2\mu\sqrt{a_1 b_1}\sqrt{I_a I_b}} + \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_\psi + \phi_L\right]\right)\frac{\lambda}{2\pi} \times \frac{1}{\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_\psi + \phi_L\right]}$$
(3.48)

$$\delta + \delta_D + d\delta_\psi = \left(\frac{a_4 I_a + b_4 I_b - I_4}{2\mu\sqrt{a_4 b_4}\sqrt{I_a I_b}} + \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_\psi\right]\right)\frac{\lambda}{2\pi} \times \frac{1}{\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta_\psi\right]}$$
(3.49)

$$\delta - \delta_D = \left(\frac{I_2 - a_2 I_a - b_2 I_b}{2\mu\sqrt{a_2 b_2}\sqrt{I_a I_b}} - \cos\left[\phi_L\right]\right) \frac{\lambda}{2\pi} \times \frac{1}{\sin\left[\phi_L\right]}$$
(3.50)

Trois cas sont alors envisageables, selon que $\delta_D \gg d\delta_{\psi}$, que $\delta_D \ll d\delta_{\psi}$ ou que $\delta_D \approx d\delta_{\psi}$.

Supposons d'abord que $\delta_D \gg d\delta_{\psi}$. Alors, il est possible d'estimer δ_D en temps réel. Il suffit pour cela de soustraire les Équations 3.48 et 3.50 ou les Équations 3.49 et 3.50. L'utilisation de l'Équation 3.48 ou de l'Équation 3.49 dépendra de la valeur de la phase ϕ_L . En effet, en considérant $\delta = 0$ et $\delta_{\psi} = \lambda/4$:

- si ϕ_L est proche de π , alors les sorties 1 et 4 seront proche d'un point d'inflexion donc il est équivalent d'utiliser Eq. 3.48 ou Eq. 3.49; l'estimateur de δ_D est alors : (Eq. 3.48+Eq. 3.49–2×Eq. 3.50)/4;
- si ϕ_L est proche de $\pi/2$, alors la sortie 1 est proche d'un minimum et la sortie 4 est proche d'un point d'inlexion donc il est préférable d'utiliser Eq. 3.49; l'estimateur de δ_D est alors : (Eq. 3.49– Eq. 3.50)/2.

Supposons maintenant que $\delta_D \ll d\delta_{\psi}$. Alors, il est possible d'estimer $d\delta_{\psi}$ en temps réel. De même que précédemment, il suffit pour cela de soustraire les Équations 3.48 et 3.50 ou les Équations 3.49 et 3.50 :

- si ϕ_L est proche de π , alors les sorties 1 et 4 seront proche d'un point d'inflexion donc il est équivalent d'utiliser Eq. 3.48 ou Eq. 3.49; l'estimateur de $d\delta_{\psi}$ est alors : (Eq. 3.48+Eq. 3.49–2×Eq. 3.50)/2;
- si ϕ_L est proche de $\pi/2$, alors la sortie 1 est proche d'un minimum et la sortie 4 est proche d'un point d'inlexion donc il est préférable d'utiliser Eq. 3.49; l'estimateur de $d\delta_D$ est alors : Eq. 3.49– Eq. 3.50.

Cependant, lorsque $\delta_D \approx d\delta_{\psi}$, il semblerait qu'il n'est alors pas possible d'estimer la dérive du MMZ en temps réel.

Dans le cas de lames absorbantes, il semble qu'il est possible d'estimer δ_D en temps réel si $\delta_D \gg d\delta_{\psi}$ alors que cela n'est pas possible lorsque $\phi_L = \pi$. Physiquement, cela était dû au fait que la mesure de $\delta - \delta_D$ était effectuée sur un minimum et un maximum des franges lorsque $\delta \approx 0$ (sorties 2 et 3 respectivement), donc la mesure du flux n'était dans ce cas pas sensible à une très faible variation de δ_{ψ} (du moins au premier ordre). Ici, le flux mesuré sur la sortie 3 est encore sur un maximum des franges mais le flux mesurée sur la sortie 2 n'est plus sur un minimum des franges lorsque $\delta \approx 0$. Donc la mesure du flux sur la sortie 2 est désormais sensible à $\delta - \delta_D$ au premier ordre.

Nous avons ainsi démontré que l'absorption des lames du MMZ peut avoir quelques avantages ... non prévus a priori dans le cas où la dérive différentielle δ_D des miroirs M9a est bien plus grande que la dérive $d\delta_{\psi}$ de la lame L3a. Seule l'expérience ou des simulations pourra permettre de préciser l'amplitude des termes de dérive δ_D et $d\delta_{\psi}$ et dire si nous sommes dans le cas favorable (pour l'estimation de la dérive du MMZ) où $\delta_D \gg d\delta_{\psi}$. En outre, cette analyse doit être complétée en prenant en considération d'autres termes de dérive tels qu'une rotation des miroirs ou de la lame L3a par exemple.

3.7 Application à Persée

Nous appliquons dans cette section le formalisme linéaire développé dans les sections 3.2 et 3.1. Comme il a été dit dans le Chapitre 1, deux montages différents ont été réalisés à l'Onera et à l'Oservatoire de Paris-Meudon. Nous présentons ici les particularités de la démodulation de chacun de ces montages.

Tout d'abord, parce que dans le montage du système de cophasage à l'Onera, une des 4 sorties du MMZ est indisponible (car utilisée pour l'émission de la lumière), nous montrons comment il est possible d'effectuer la démodulation avec seulement 3 des 4 sorties du MMZ. Nous choisissons également les coefficients de réflexion et transmission des lames du MMZ1 afin d'être dans la possibilité d'estimer les flux dans les bras a et b en entrée du MMZ1.

Ensuite, nous nous intéressons à la particularité du montage du système de cophasage à Meudon. En particulier, puisque nous avons fait l'hypothèse dans la Section 3.1.2.3 que les longueurs d'onde moyennes sur les 4 sorties du MMZ sont égales (Eq. 3.18), nous montrons que c'est en effet le cas pour Persée.

3.7.1 Banc à l'Onera : démodulation avec trois sorties du MMZ

Le montage réalisé à l'Onera sera décrit dans le Chapitre 4. La particularité majeure de ce montage réside dans l'utilisation d'une des sorties du MMZ1 (la sortie 3) pour l'injection du flux. Ainsi seules 3 des 4 sorties du MMZ1 sont disponibles pour l'estimation de la DDM δ . Cette section décrit comment δ est estimé à partir des mesures de I_1 , I_2 et I_4 seuls puis nous simulons les interférogrammes attendus sur chacune des sorties du MMZ1.

Les tests réalisés à l'Onera étant été effectués avec des sources monochromatiques ou avec des sources ayant une bande spectrale étroite, et le MMZ1 possédant des lames non absorbantes, nous considérons dans cette section une source monochromatique et R + T = 1.

3.7.1.1 Principe de la démodulation avec trois sorties du MMZ

Lorsque nous supposons $Env_{12} = Env_{34} = Env$ et en prenant en considération les erreurs instrumentales, nous avons vu dans la Section 3.5.1 que le flux du faisceau de la sortie *i* du MMZ ($i \in \{1..4\}$) peut être écrit de la forme :

$$I_i = a_i I_a + b_i I_b + c_I .2 \operatorname{Env}(\delta) \sqrt{I_a I_b} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] + d_i .2 \operatorname{Env}_i(\delta) \sqrt{I_a I_b} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$$
(3.51)

Lorsque les flux des faisceaux des 4 sorties du MMZ sont détectés, le système linéaire de 4 équations à inconnues peut être inversé (Section 3.2). Cependant, il se trouve que lorsque que seuls les flux des faisceaux sur 3 sorties du MMZ sont détectés, alors nous obtenons un système linéaire de 3 équations à 4 inconnues. Nous avons montré que pour estimer la DDM δ , il est nécessaire que la modulation δ_{ψ} soit non nulle (Section 3.2.2). Dans ce cas, notre système linéaire est dégénéré : il possède une infinité de solutions.

Afin de pallier ce problème, il est nécessaire d'estimer non pas 4 mais 3 inconnues : nous choisissons d'estimer seulement :

 $- I_a + I_b,$ $- Env(\delta), et$ $- \delta.$

Pour cela, nous écrivons l'Équation 3.21 pour $i \in \{1, 2, 4\}$ sous la forme :

$$I_i = a_i'(I_a + I_b) + c_I \cdot 2 \operatorname{Env}_i(\delta) \sqrt{I_a I_b} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] + d_i \cdot 2 \operatorname{Env}_i(\delta) \sqrt{I_a I_b} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right]$$
(3.52)

avec :

$$a'_{i} = a_{i} \frac{I_{a}^{calib}}{I_{a}^{calib} + I_{b}^{calib}} + b_{i} \frac{I_{b}^{calib}}{I_{a}^{calib} + I_{b}^{calib}}$$
(3.53)

$$= a_i \frac{I_a}{I_a + I_b} + b_i \frac{I_b}{I_a + I_b}$$
(3.54)

Car dans le cas de Persée, les rapports :

$$\frac{I_a}{I_a + I_b} \qquad \qquad \text{et} \qquad \qquad \frac{I_b}{I_a + I_b} \qquad (3.55)$$

sont constants car indépendants du flux du faisceaux de la source mais seulement de l'instrument (transmission du système et erreurs instrumentales).

Il est donc possible d'effectuer la démodulation avec seulement trois des quatre sorties du MMZ.

En réalité, la démodulation avec 3 sorties du MMZ n'est possible que si les rapports indiquée en Eq. 3.55 sont constants. Ceci n'est pas vrai pour un interféromètre dans le cas général puisque les flux des bras a et b fluctuent de façon décorrélée à cause des perturbations. Cependant, pendant les tests effectués sur Persée lorsqu'une sortie du MMZ a été sacrifiée pour l'injection du flux, les rapports exprimés dans l'Équation 3.55 étaient effectivement constants et l'algorithme développée ici a été mis en œuvre avec succès comme nous le verrons dans le Chapitre 4.

3.7.1.2 Choix des coefficients de réflexion et transmission des lames

Cette section est consacrée au choix des coefficients de réflexion et transmission dans le cas du MMZ1 où les lames sont non absorbantes. En plus d'être guidé par la minimisation du bruit de mesure de la DDM, ce choix est motivé par la démonstration de la mesure des flux des faisceaux sur les bras a et b en entrée de l'interféromètre.

Nous avons vu dans la Section 3.2 qu'il n'est pas possible d'estimer la DDM lorsque la modulation ψ est nulle modulo π de même qu'il n'est pas possible d'estimer les flux I_a et I_b des faisceaux entrant dans le MMZ lorsque R = T = 0.5. Le MMZ1 étant un MMZ préliminaire, nous avons choisi de vérifier qu'il est en effet possible d'estimer I_a et I_b . Pour cela, nous devons choisir $R, T \neq 0.5$ mais cela ne suffit évidemment pas à spécifier les coefficients de réflexion et transmission des lames. Pour ce faire, le choix s'est basé sur la minimisation des bruits de mesure de la DDM **et** du flux des faisceaux.

Nous notons D_{I_a} , D_{I_b} , D_C et D_S (C et S pour cosinus et sinus) les 1ere, 2ème, 3ème et 4ème lignes de la matrice de démodulation D. Nous rappelons les variances σ_{δ}^2 et σ_I^2 de bruit de mesure de DDM et de flux respectivement [Cassaing (2001)] :

$$\sigma_{\delta}^{2} = \frac{1}{\rho^{2}\mu^{2}\operatorname{Env}^{2}(\delta)} \left(P_{+}^{2} - P_{-}^{2}\cos\left[2\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] - P_{X}^{2}\sin\left[2\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right] \right)$$
$$\sigma_{I}^{2} = \frac{N^{2}}{\rho^{2}} \|D_{I_{a}}\|^{2}$$
(3.56)

avec :

$$P_X^2 = D_C \cdot D_S$$

$$P_+^2 = \frac{\|D_C\|^2 + \|D_S\|^2}{2}$$

$$P_-^2 = \frac{\|D_C\|^2 - \|D_S\|^2}{2}$$
(3.57)

Ainsi, en reprenant l'Équation 3.30 qui définit la matrice de démodulation D dans le cas particulier d'une source monochromatique et de lames non absorbantes, la précision de mesure du flux des faisceaux dépend seulement des coefficients R, T et T_{Ar} tandis que la précision de mesure des DDM et visibilité dépend en outre de la valeur de la modulation δ_{ψ} .

Variance du bruit de mesure de DDM

Supposons que la DDM δ est nulle. La variance du bruit de DDM (Eq. 3.56) devient alors :

$$\sigma_{\delta}^{2} = \frac{1}{\rho^{2}\mu^{2}} \|D_{s}\|^{2}$$
(3.58)

La Figure 3.7 illustre l'allure de la variance du bruit de mesure de DDM autour de la DDM nulle en fonction de la modulation δ_{ψ} pour un coefficient de réflexion fixé, soit R = 0.5.

Il existe donc deux valeurs de la modulation δ_{ψ} , opposées l'une de l'autre, qui minimisent la variance du bruit de mesure de DDM.

Pour chaque valeur du coefficient de réflexion R entre 0 et 1 (non compris), nous nous proposons de chercher la valeur minimale de la variance du bruit de mesure de DDM ainsi que la modulation optimale $\delta_{\psi,opt}$ associée. Les courbes sont illustrées en Fig. 3.8.

La variance du bruit de mesure de DDM est minimale lorsque R = 0.5. Cette valeur rend théoriquement la modulation ABCD spatiale équivalente à la modulation ABCD temporelle. Il est remarquable que la modulation optimale $\delta_{\psi,opt}$ dans ce cas soit pas tout à fait égale à $\lambda/4 \pmod{\lambda/2}$ comme la symétrie du problème le suggère.

Ceci vient du fait que la matrice de démodulation D (Eq. 3.30) est exprimée dans le cas général où $R \neq 0.5$ et que nous faisons tendre a posteriori R vers 0.5 puisque dans le cas particulier où R = 0.5, la matrice M n'est pas inversible et la matrice D n'est pas définie. En faisant tendre R vers 0.5, nous trouvons une



FIG. 3.7 – Allure de la variance du bruit de mesure de DDM en fonction de la modulation δ_{ψ} lorsque les coefficients de réflexion et transmission des lames séparatrices du MMZ sont égaux à : R = T = 0.5.



FIG. 3.8 – Allure de la variance du bruit de mesure de DDM en fonction de la valeur du coefficient de transmission des lames séparatrices du MMZ. La variance du bruit de mesure de DDM tracée en a) est associée à la modulation optimale pour chaque valeur de R tracée en b).

démodulation fonctionnelle mais non optimale. En effet, lorsque $\delta_{\psi} = \lambda/4$ et lors d'une modulation ABCD spatiale, la matrice de démodulation D (Eq. 3.30) est :

$$D_s = [1, 1, 1, -3]$$

alors que lors d'une modulation ABCD temporelle, nous avons [Cassaing (2001)] :

$$D_s = [2, 0, -2, 0]$$

Si nous choisissons R = 0.5 lors d'une modulation spatiale, il est donc préférable de choisir la meilleur démodulation, soit celle minimisant le bruit de mesure de DDM ($D_s = [2, 0, -2, 0]$). Mais dans notre cas, comme il a été dit, nous avons préféré choisir $R \neq 0.5$ afin de pouvoir estimer les flux I_a et I_b .

D'après la Figure 3.8a, le bruit de mesure de DDM augmente très rapidement lorsque $R \le 0.3$ ou $R \ge 0.7$. Ainsi, pour avoir une estimation précise de la DDM, il est préférable de choisir :

$$R \in [0.3 - 0.7]. \tag{3.59}$$

et par la suite, même si ce n'est pas exactement la valeur de démodulation optimale, nous choisissons :

$$\delta_{\psi} = \frac{\lambda}{4} \tag{3.60}$$

En effet, cette analyse nous conduit à choisir n'importe quelle valeur $\delta_{\psi} = \frac{\lambda}{4} \pmod{\lambda/2}$ mais l'analyse faite dans la Section 3.3 a permis de montrer que la valeur de la modulation δ_{ψ} doit être choisie de manière à être aussi petite que possible.

Variance du bruit de mesure de flux

La Figure 3.9 illustre l'allure de la variance du bruit de mesure de flux en fonction du coefficient de réflexion R. Pour tracer cette courbe, nous utilisons l'Équation 3.56 ainsi que la matrice de démodulation exprimée dans l'Équation 3.30.



FIG. 3.9 - Bruit de mesure d'amplitude en fonction du coefficient de R.

Le bruit est bien évidemment infini lorsque R = 0.5 puisqu'il n'est pas possible dans ce cas d'estimer I_a et I_b , et il est minimal lorsque R = 0 ou R = 1. Ces cas correspondent à un MMZ sans lame séparatrice ou avec des miroirs à leur place et dans ces cas, nous mesurons directement sur les détecteurs I_a et I_b .

Lorsque $R \le 0.5$, d'après la Figure 3.9, le bruit de mesure de flux augment très rapidement pour $R \ge 0.3$. Ainsi, pour avoir une estimation précise des flux I_a

et I_b , il est préférable de choisir :

$$R \le 0.3$$
 ou $R \ge 0.7.$ (3.61)

D'après l'analyse faite sur la précision de mesure de la DDM et des flux des faisceaux en entrée du MMZ, et la plus grande facilité de fabrication des lames séparatrices achromatiques lorsque $R \leq T$, nous avons choisi :

$$R = 0.3$$
 et $T = 0.7.$ (3.62)

Dans ce cas, l'écart-type du bruit de mesure de DDM est pire d'un facteur $\sqrt{2}$ par rapport à l'optimum (Fig. 3.8) alors que l'écart-type du bruit de mesure de flux est pire d'un facteur 2 par rapport à l'optimum (Fig. 3.9). Ce compromis entre précision de mesure de la DDM et des flux des faisceaux en entrée du MMZ est amplement suffisant dans le cas du MMZ1 comme le montre la section suivante.

3.7.1.3 Simulation des interférogrammes attendus

Les lames séparatrices du MMZ1 ont été spécifiées pour être le plus achromatique possible sur tout le domaine spectral de mesure, soit [0.8-1.5] µm. Elles possèdent également un traitement anti-reflet. Cependant, d'après les tests réalisés par CILAS sur ces lames, nous ne pouvons pas supposer que les lames séparatrices sont achromatiques sur le domaine spectral [0.8-1.5] µm mais nous supposons que sur ce domaine spectral :

$$T_{Ar} = 1$$

Les courbes sont présentées dans l'Annexe A.3.

Le choix des bandes spectrales a été effectué dans le Chapitre 2. Cependant lors de l'intégration du système de cophasage à l'Onera et les premières étapes d'intégration de Persée à l'Observatoire de Paris-Meudon, les sources utilisées sont :

- une diode laser DFB (Distributed Feed Back) monochromatique de longueur d'onde $\lambda_I = 830$ nm pour le domaine spectrale I,
- une SLED (Superluminescent Light Emitting Diode) polychromatique de longueur d'onde centrale $\lambda_J = 1320$ nm et bande passante de 50 nm, donc cette source a une longueur de cohérence $Lc_J \approx 25\lambda_J$.

En supposant que le spectre de la source est gaussien avec une largeur à mi-hauteur égale à 50 nm, l'enveloppe de cohérence dans le domaine spectral J est :

Env(
$$\delta$$
) = $e^{-\frac{\pi^2}{2.75}(\Delta\sigma \times \delta)^2}$
Env(δ) = $e^{-\frac{\pi^2}{2.75}(0.03\delta)^2}$ (3.63)

En outre, nous avons expliqué dans la Section 3.1.2 pourquoi les sorties 3 et 4 sont dites achromatiques. Ainsi, en appliquant le principe de retour inverse de la lumière, lorsque le flux lumineux est injectée par une des sorties 3 ou 4 du MMZ, on a :

$$I_a = I_b \tag{3.64}$$

De plus, d'après l'Équation 3.9 et en appliquant encore le principe de retour inverse de la lumière, lorsque nous injectons le flux lumineux par la sortie 3, le déphasage entre les bras a et b en entrée du MMZ est théoriquement nul et ne dépend pas de la modulation δ_{ψ} du MMZ, ce qui n'est pas le cas lorsque le flux est injectée par la sortie 4. Ce sont pour ces raisons que nous avons choisi d'injecter le flux lumineux par la sortie 3.

C'est donc la sortie 3 qui n'est pas disponible pour l'estimation du vecteur des inconnues X. D'après les Équations 3.9 et 3.52, la matrice de passage des inconnues aux données est :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(R^2 + T^2 \right) & -RT \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{\psi} \right] & RT \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{\psi} \right] \\ \frac{1}{2} \left(R^2 + T^2 \right) & -RT & 0 \\ RT & RT \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{\psi} \right] & -RT \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{\psi} \right] \end{pmatrix}$$
(3.65)

Le choix des coefficients de réflexion et transmission des lames séparatrices et de la modulation δ_{ψ} est fait dans la Section 3.7.1.2. Il est montré pourquoi les coefficients de réflexion et transmission des lames séparatrices choisis sont :

$$\delta_{\psi} = \frac{\lambda}{4}$$
$$R = 0.3$$
$$T = 0.7$$

Enfin, nous avons vu qu'il est préférable de choisir $\delta_{\psi} = \lambda/4$ (Eq. 3.60) mais étant donné que nous souhaitons avoir une bonne précision de mesure de la DDM dans les domaines spectraux I et J, nous choisissons $\delta_{\psi} = 260$ nm de sorte que :

$$\delta_{\psi} = 0.31\lambda_I = 0.2\lambda_J \tag{3.66}$$

et d'après la Figure 3.8a, avec ces valeurs, la précision de mesure de la DDM est pratiquement optimale dans les domaines spectraux I et J.

La Figure 3.10 représente l'allure des interférogrammes attendus pendant l'étape d'intégration à l'Onera. Comme attendu, d'après la matrice obtenue dans



FIG. 3.10 – Simulations des interférogrammes attendus pour le domaine spectral J lors de l'intégration à l'Onera. L'unité de l'axe des ordonnées est arbitraire.

l'Équation 3.65, les flux moyens des sorties 1 et 2 sont égales entre elles (proportionnelles à $0.5(R^2 + T^2)$) mais différentes du flux moyen de la sortie 4 (proportionnelle à RT); et les amplitudes des franges sont égales sur toutes les sorties puisque les lames séparatrices sont dépourvues d'absorption : elles sont proportionnelles à RT (cf. Sec. 3.1.2). Nous reconnaissons également la sortie achromatique 4 puisque son interférogramme associé a un minimum nul.

Nous pourrons comparer ces courbes avec celles obtenues expérimentalement dans le Chapitre 4.

3.7.2 Banc à l'OBSPM : lames séparatrices absorbantes

Le montage réalisé à l'OBSPM sera décrit dans le Chapitre 4. La particularité majeure de ce montage est la spécification du MMZ2 sur une très large bande spectrale ([0.8-3.3] μ m) qui implique de l'absorption dans ses lames séparatrices. Les figures 3.11 illustrent les déphasages crées par ces lames sur chaque sortie du MMZ (Fig. 3.11a) ainsi que les flux des faisceaux en sortie du MMZ2 lorsque seul le bras *a* du MMZ2 est éclairé avec une source polychromatique dont la densité spectrale de puissance est uniforme et dont le flux est unitaire. Ces graphiques sont des sorties d'une simulation du MMZ2 réalisée par le CNES à l'aide du logiciel ZEMAX.

Lors de la simulation ZEMAX, les bras *a* et *b* en entrée du MMZ2 sont déphasés de π par un déphaseur achromatique (cf Sec. 1.6) afin d'obtenir des interférences destructives sur la sortie 3, et la lame L3a (Fig. 3.1) a été déplacée de telle sorte que les 4 sorties du MMZ2 soient en quadrature pour $\lambda \approx 1 \mu m$.

Le chromatisme des coefficients de réflexion et transmission est important : il est d'environ $\pi/2$ dans la bande spectrale [0.8–3.3] µm. En outre, les lames du MMZ2 sont marquées par leur forte absorption dans le domaine spectral [0.8–1.3] µm.

Nous nous proposons, avec ces données obtenues par les simulations faite sur ZEMAX, de calculer les flux attendus des faisceaux en sortie du MMZ2 dans les deux canaux spectraux I=[0.8–1] μ m (correspondant à [1–1.25] μ m⁻¹) et J=[1–1.5] μ m (correspondant à [0.67–1] μ m⁻¹) afin de savoir s'il est encore possible d'effectuer la démodulation.

Les erreurs instrumentales étant négligées ici, nous reprenons les expressions des flux obtenues dans les Équations 3.9 mais nous adoptons ces équations en ajoutant le déphasage de π . Les flux des faisceaux sortant du MMZ peuvent être


FIG. 3.11 – Déphasages et flux sur les différentes sorties du MMZ2 en fonction de la longueur d'onde. Ces données ont été obtenues par le CNES à l'aide de simulations faites sur le logiciel ZEMAX.

écrits sous la forme :

$$I_{1} = RR'T_{Ar}^{2}I_{a} + T^{2}T_{Ar}^{2}I_{b} + 2\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta+\delta_{\psi})+\phi_{L}+\pi\right]$$

$$I_{2} = T^{2}T_{Ar}^{2}I_{a} + RR'T_{Ar}^{2}I_{b} + 2\sqrt{RR'}TT_{Ar}^{2}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta-\phi_{L}+\pi\right]$$

$$I_{3} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\delta+\pi\right]$$

$$I_{4} = RTT_{Ar}I_{a} + RTT_{Ar}I_{b} + 2RTT_{Ar}\sqrt{I_{a}I_{b}}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\delta+\delta_{\psi})+\pi\right]$$
(3.67)

A l'aide de la Figure 3.11a, il est possible de déterminer la modulation δ_{ψ} ainsi que pour chaque longueur d'onde les coefficients $RR'T_{Ar}^2, T^2T_{Ar}^2$ et la phase ϕ_L . Nous intégrons ensuite ces coefficients sur le canal spectral I ou J puis nous en déduisons leur moyenne sur le canal spectral considéré. Il est ainsi possible de noter le flux du faisceau de la sortie i ($i \in \{1..4\}$) du MMZ :

$$I_i = a_i I_a + b_i I_b + 2\mu \operatorname{Env}_i (\delta + \delta_{\psi}) \sqrt{I_a I_b} \cos\left[2\pi \left\langle \sigma \right\rangle_{coh_i} \delta + \varphi_i\right]$$
(3.68)

où φ_i est le déphasage à la DDM nulle. Les moyennes spectrales nécéssaires au calcul des interférogrammes sont résumées dans les Tableaux 3.2 et 3.3 pour les canaux spectraux I et J respectivement.

D'après les Tableaux 3.2 et 3.3, comme nous l'avons démontré en Section 3.1.2.3, à cause de l'absorption, nous n'avons pas en toute rigueur $\sigma_{12} = \sigma_{34}$.

$\sigma \in [1 - 1.25] \mu \mathrm{m}^{-1}$	a_i	b_i	$\varphi_i (^\circ)$	$\langle \sigma \rangle_{coh_i} (\mu m^{-1})$
Sortie 1	0.075	0.09	-17.7	1.0854
Sortie 2	0.09	0.075	107.9	1.0854
Sortie 3	0.12	0.12	180	1.0865
Sortie 4	0.12	0.12	-89.8	1.0865

TAB. 3.2 – Calcul des moyennes spectrales pour le canal spectral I.

$\sigma \in [0.67 - 1] \mu \mathrm{m}^{-1}$	a_i	b_i	φ_i (°)	$\langle \sigma \rangle_{coh} (\mu m^{-1})$
Sortie 1	0.103	0.215	-14.1	0.805
Sortie 2	0.215	0.103	81	0.805
Sortie 3	0.206	0.206	180	0.8064
Sortie 4	0.206	0.206	-113.1	0.8064

TAB. 3.3 – Calcul des moyennes spectrales pour le canal spectral J.

Cependant, dans le cas de Persée, les différences relatives des nombres d'onde moyens sur les différentes sorties sont inférieures à 0.1%. Nous pouvons donc affirmer que l'hypothèse faite dans l'Équation 3.18 est vérifiée.

En outre, d'après l'Équation 3.67, lorsque les lames sont dépourvues d'absorption et que la modulation δ_{ψ} est égale à $\lambda/4$ pour $\lambda = 1 \mu m$, nous devrions avoir sur les canaux spectraux I et J $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4)$ quiprennent environless valeurs $(90^\circ, 0^\circ, 180^\circ, -90^\circ)$. Cependant, d'après les Tabeaux 3.2 et 3.3, ce n'est plus tout à fait le cas en présence d'absorption puisque nous avons $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4) = (-17.7^{\circ}, 107.9^{\circ}, 180^{\circ}, -89.8^{\circ})$ pour le canal spectral I et $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4) = (-14.1^{\circ}, 81^{\circ}, 180^{\circ}, -113.1^{\circ})$ pour le canal spectral J. Les phases sur chaque sortie du MMZ pour les canaux spectraux I et J sont représentées sur la Figure 3.12. La démodulation est encore possible dans ce cas puisque les 4 sorties du MMZ sont suffisamment déphasées entre elles. Nous ne nous attardons cependant pas sur ce cas non optimal car nous verrons dans le Chapitre 4 que les déphasages expérimentaux sont très différents de cette simulation des déphasages théoriques. En effet, d'après l'Équation 3.10, nous avons $\phi_L = \varphi_1 - \varphi_4 = \varphi_3 - \varphi_2$ donc nous obtenons théoriquement $\phi_{L_I} = 72.1^\circ$ et $\phi_{L_I} = 99^\circ$ pour les canaux spectraux I et J respectivement (cf. Tableaux 3.2 et 3.3); et nous verrons que nous obtenons expérimentalement $\phi_{L_I} = 139.5^{\circ}$ et $\phi_{L_I} = 167^{\circ}$.



FIG. 3.12 – Phase théorique sur chaque sortie du MMZ2 dans les canaux spectraux I et J.

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai validé la mise en œuvre d'une modulation ABCD spatiale pour un système de cophasage. J'ai montré que ce type de modulation présente de nombreux avantages. Pour cela, j'ai tout d'abord présenté un formalisme matriciel original prenant en considération les erreurs instrumentales et décrit la procédure de calibration du système de cophasage.

De ce formalisme linéaire résultent deux conclusions majeures. Premièrement, j'ai montré que la mesure de l'intensité de chaque bras de l'interféromètre peut s'effectuer avec la modulation ABCD spatiale lorsque les lames séparatrices du MMZ ne sont pas des lames 50/50. Secondement, l'analyse sur les conséquences d'une dérive du MMZ a été effectuée et j'ai montré que dans le cas d'une modulation ABCD spatiale, il pourrait être possible de suivre en temps réel la dérive du MMZ grâce à la présence d'absorption (et seulement en présence d'absorption) dans les lames du MMZ et j'ai décrit la manière dont ce suivi peut être effectué.

Enfin, la spécification du système de cophasage de Persée conduisant à la dispersion de la lumière sur 2 bandes spectrales m'a mené à développer un algorithme d'extension de la dynamique de mesure de la différence de marche novateur qui donne lieu à une publication. Celui-ci permet d'exploiter au mieux l'information de l'interférométrie à 2 longueurs d'onde pour la mesure de la différence de marche.

Dans le chapitre suivant, nous validerons de façon expérimentale le bon fonctionnement de la modulation ABCD spatiale avec ce formalisme linéaire et nous montrerons que les algorithmes développés dans le présent chapitre ont permis d'atteindre un résidu de cophasage subnanométrique.

Même si la démodulation que j'ai présenté est satisfaisante, elle n'est pas parfaitement linéaire à cause de l'enveloppe de cohérence. Une perspective de ces travaux est la prise en considération des différents canaux spectraux de façon globale. Il serait ainsi envisageable d'éliminer l'influence de l'enveloppe de cohérence afin d'avoir des estimations théoriquement parfaites de la DDM et de la visibilité. En effet, lors du formalisme présentée dans ce chapitre, la modulation ABCD spatiale est effectuée dans chaque canal spectral séparément. Nous tirons ensuite parti de ces mesures élémentaires dans les différents canaux spectraux afin d'obtenir une information globale, par exemple la mesure de la DDM sur une grande dynamique.

Chapitre 4

Performances expérimentales du système de cophasage de Persée

"Une théorie peut être vérifiée par l'expérience, mais aucun chemin ne mène de l'expérience à la création d'une théorie." Einstein

Sommaire

4.1	Banc à l'Onera : description du banc préliminaire 18	6
4.2	Résultats expérimentaux du système de pointage 18	9
4.3	Bilan photométrique du SF : accord théorie/pratique 19	2
4.4	Évaluation de la qualité du banc	0
4.5	Résultats expérimentaux du système de cophasage 21	.0
4.6	Banc à Meudon	7
4.7	Conclusion et perspectives	1

Nous avons présenté dans le chapitre précédent une méthode originale permettant la démodulation du signal du senseur de franges dans le cadre d'une modulation ABCD spatiale. Le présent chapitre est consacré à la démonstration expérimentale du bon fonctionnement de la modulation ABCD spatiale effectuée avec un MMZ ainsi qu'aux performances expérimentales du système de cophasage de Persée.

Comme nous l'avons dit dans le Chapitre 1, l'intégration du système de cophasage s'est déroulée en deux étapes. Avec des particularités différentes, le système de cophasage a été intégré et testé à l'Onera puis à l'Observatoire de Meudon. Le plan du présent chapitre suit cette chronologie. Premièrement, après certaines considérations expérimentales du montage de l'Onera, nous présentons les performances expérimentales du système de cophasage et montrons qu'un résidu subnanométrique est atteint. Secondement, nous décrivons le montage de Meudon et présentons les performances expérimentales du système de cophasage.

Nous terminons ce chapitre par la description des premiers résultats de la profondeur de l'extinction en lumière monochromatique et démontrons une profondeur de l'extinction égale à $6 \times 10^{-5} \pm 2.8 \times 10^{-5}$ pendant une dizaine de secondes.

4.1 Banc à l'Onera : description du banc préliminaire

À l'Onera, le banc préliminaire bénéficie de l'environnement BRISE propice aux mesures interférométriques. En effet, le banc est monté sur une table antivibrations (posée sur coussin d'air) dans un pièce pourvue d'une isolation acoustique. De plus, la température de la pièce est régulée par une climatisation.

Tous les tests effectués à l'Onera ont été réalisés avec les programmes que j'ai développés sous l'environnement **LabVieW RT** avec l'aide de J. Montri. En outre, l'intégration du système de cophasage a été réalisé avec l'aide de B. Sorrente et de A. Caillat en période de stage dans notre équipe.

4.1.1 Montage par autocollimation

Le senseur de franges ayant été décrit dans la Section 1.8, nous nous attardons ici seulement sur la particularité du montage réalisé à l'Onera.

En attendant le train optique complet (source, miroirs, déphaseur achromatique, lignes à retard, module de perturbation, ...), l'étape d'intégration à l'Onera prévoit un montage temporaire permettant de tester le système de cophasage indépendamment du reste de Persée. Le montage réalisé à l'Onera est présenté sur la Figure 4.1. Il s'agit d'un montage aligné par autocollimation.

L'émission de la lumière se fait par la sortie 3 du MMZ. Nous émettons la source I par la sortie 3-I et la source J par la sortie 3-J des blocs de réception. Comme il a été dit dans le Chapitre 3, la sortie 3 a été choisie pour l'émission de la lumière car cette sortie achromatique, tout comme la sortie 4, permet théoriquement de faire en sorte que les intensités I_a et I_b des flux en entrée du MMZ soient identiques. L'émission de la lumière se faisant via une fibre optique monomode



FIG. 4.1 – Schéma du banc préliminaire intégré à l'Onera.

188

(en cyan) au foyer d'une lentille de focalisation du bloc de réception, la lumière (en bleue) sortant du bloc de réception est collimatée. Après un premier passage dans le MMZ, le faisceau émis est ainsi divisé en 2 faisceaux à l'entrée (gauche) du MMZ; ces faisceaux sont indiqués par deux flèches bleues. Ensuite, après une réflexion à incidence normale sur les miroirs de correction en Tip/Tilt et Piston (TTPs), les faisceaux entrent à nouveau dans le MMZ; ce sont les 2 faisceaux rouges entrant à gauche du MMZ. C'est comme si ces faisceaux étaient issus du train optique de Persée (cf. Sec. 1.8) : le montage ainsi réalisé permet d'éclairer le MMZ sans nécessité de module source supplémentaire.

En outre, les miroirs de correction sont placés sur des montures S316.10 (Physik Instrument) et permettent d'introduire une perturbation et de corriger le piston et le tip/tilt. Ce sont également ces miroirs qui serviront à introduire les signaux nécessaires à la calibration du système de cophasage (cf. Sec. 3.5). Ces miroirs seront simplement appelés TTPs par la suite.

Nous remarquons que la sortie 3 du MMZ ne peut plus être utilisée pour les mesures du senseur de franges. Ce dernier doit donc fonctionner avec 3 sorties au lieu de 4. C'est pour cette raison que la démodulation avec seulement 3 sorties du MMZ a été exposée dans la Section 3.7.1. C'est cette configuration avec l'algorithme correspondant qui a été utilisée lors de tous les tests effectués à l'Onera.



FIG. 4.2 – Photo du banc préliminaire intégré à l'Onera.

La Figure 4.2 représente une photo du système de cophasage tel qu'il a été intégré à l'Onera. Le trajet de la lumière après émission par le bloc de réception apparaît en bleu alors que le trajet de la lumière après division du faisceau d'émission par le MMZ apparaît en rouge.

4.1.2 Spécificité du senseur de tip/tilt

Parallèlement à l'intégration du système de cophasage à l'Onera, le système de pointage appelé FRAS (Field Relative Angle Sensor) a été également intégré. Celui-ci, ayant pour fonction de rendre parallèles les faisceaux et de stabiliser leur direction entrant dans le MMZ, est visible à la droite de la Figure 4.2 (inversée par rapport à la Figure 4.1).

Une lame permettant de séparer le FRAS du senseur de franges (SF) a été installée en entrée du MMZ (i.e. à gauche sur la Figure 4.1 et à droite sur la Figure 4.2). Cette lame, transmet 60% et 50% de la lumière dans les canaux spectraux I et J respectivement.

Comme cela a été indiqué dans la Section 1.8, un angle est arbitrairement créé entre les deux faisceaux juste en amont du FRAS afin de séparer les deux PSFs sur la caméra du FRAS. Cependant, lors de l'étape d'intégration à l'Onera, le miroir créant cet angle n'était pas encore réalisé, nous avons donc choisi d'insérer dans le trajet d'un des deux faisceaux un prisme déviateur.

Enfin, lors de l'intégration à l'Onera, une lentille de focalisation de diamètre standard 50 mm, a été utilisée pour focaliser les faisceaux sur la caméra du FRAS. Or son diamètre s'avère être trop petit pour assurer, sans diaphragmation, la focalisation des 2 faisceaux de 10 mm de diamètre et séparés de 40 mm. Il a donc été nécessaire de rajouter sur un des deux bras un prisme translateur afin de rapprocher les 2 faisceaux.

4.2 Banc à l'Onera : résultats expérimentaux du système de pointage

Le fonctionnement du FRAS en boucle fermée est indispensable au cophasage des faisceaux. En effet, avant de pouvoir mesurer la DDM entre deux faisceaux, il est nécessaire de stabiliser et de rendre parallèle la direction des 2 faisceaux de l'interféromètre. Les résultats décrits ici présentent les premiers tests du FRAS réalisés en juin 2007. La réalisation de ces premiers tests a donné des résultats très concluants.

Le centre de gravité de la tache sur la caméra image du FRAS est calculé après fenêtrage et seuillage. Une position de référence est alors définie pour les 2 images du FRAS sur laquelle les 2 étoiles doivent s'asservir.

Ces tests ont été réalisés avec un temps d'intégration de la caméra de 10 ms et pour un niveau de flux typique de la source. La fréquence d'échantillonnage de la boucle est égale à 33 Hz. Enfin, lors du test en boucle fermée, le gain est de 0.5 et la fréquence de correction est égale à la fréquence d'échantillonnage, soit 33 Hz.

190



FIG. 4.3 – Densité spectrale de puissance du tip en boucle ouverte [gauche] et en boucle fermée [droite] à l'Onera.

La Figure 4.3a représente la DSP du tip en boucle ouverte. Les perturbations présentes sont celles du laboratoire : aucune perturbation n'a été délibérément ajoutée. On observe au niveau de la DSP un spectre de turbulence en -5/3. La Figure 4.3b représente la DSP du tip résiduel lorsque la boucle est fermée. Nous remarquons que les perturbations de tip basse fréquence sont corrigées.

En supposant que les perturbations du laboratoire sont pratiquement inchangées entre les mesures en boucle ouverte et en boucle fermée, ces mesures ayant été prises à quelques secondes d'intervalles, nous pouvons tracer la fonction de réjection de l'asservissement. La Figure 4.4 montre une pente unitaire obtenue de la fonction de transfert de réjection en deçà de la fréquence de coupure puis un overshoot qui devrait précédé la pente nulle au-delà ; en outre, bande passante de l'asservissement d'environ 3 Hz.

L'overshoot est le moment où un signal excède sa valeur en régime permanent. Dans le cas d'un asservissement par un intégrateur du premier ordre, si un overshoot est présent, alors il a lieu pour des fréquences proches de la fréquence de coupure et la valeur de la fonction de transfert de réjection du système excède la valeur 1 pendant l'overshoot.

Ces résultats sont en bon accord avec un asservissement par un intégrateur du premier ordre. Afin d'effectuer la correction d'un signal d'erreur ε , l'asservissement par un intégrateur du premier ordre ajoute à la commande le signal $G \times \varepsilon$ où G est un coefficient de pondération.



FIG. 4.4 – Fonction de transfert de réjection du tip.

Des mesures similaires ont été prises et des courbes similaires, non montrées ici, ont été obtenues pour le tilt. Le Tableau 4.1 présente les valeurs des écarts-types des perturbations mesurées en boucle ouverte et du résidu en boucle fermée pour le tip et le tilt.

TAB. 4.1 – Écarts-types des perturbations du tip/tilt Écarts-types des perturbations du tip/tilt mesurées en boucle ouverte et du résidu du tip/tilt en boucle fermée

du tip/titt en boucle refinee.				
	Tip (rms)	Tilt (rms)		
Boucle ouverte	89.81 mas (=0.0117 pixel)	56 mas (=0.0073 pixel)		
Boucle fermée	78.42 mas (=0.0102 pixel)	56 mas (=0.0073 pixel)		

La différence de l'énergie des perturbations entre le tip et le tilt (anisotropie des perturbations de tip/tilt) est très certainement due aux conditions aux limites du banc (banc, bafflage, etc.).

Dans la mesure où la plus grande partie des perturbations de tip/tilt est de fréquence supérieure à la bande passante de l'asservissement, soit 3 Hz, le gain en boucle fermée est relativement faible pour le tip et est nul pour le tilt. Cependant, il est notoire que la spécification sur la précision de mesure indiquée dans la Section 1.8, soit 600 mas rms, est atteinte.

Même si le gain en boucle fermée n'est pas remarquable, nous avons ainsi montré que dans des conditions typiques d'intensité de la source, les faisceaux peuvent être stabilisés avec une précision sur la mesure largement meilleure que les spécifications. Ceci laisse présager la possibilité d'atteindre les spécifications du système de pointage requises lorsque des perturbations de type vol en formation sont appliquées. En outre, la fréquence de correction de la boucle (33 Hz) est faible ; elle a été augmentée lors des expériences ultérieurs pour permettre une plus grande réjection des perturbations.

4.3 Banc à l'Onera : bilan photométrique du SF : accord théorie/pratique

Dans cette section, nous évaluons les transmissions théoriques et expérimentales du senseur de franges lorsque celui-ci a été intégré à l'Onera. Nous les comparons et montrons qu'elles sont en très bon accord.

4.3.1 Bilan photométrique théorique

Nous listons les différents éléments à prendre en considération dans le bilan de transmission théorique.

4.3.1.1 Vignettage dans les blocs de réception

Lors du premier alignement des blocs de réception, qui servent également dans la première étape d'intégration de blocs d'émission (cf. Section 4.1), il existe un vignettage des faisceaux par un élément de la mécanique du bloc de réception. En sortie du bloc de réception, le faisceau a un diamètre de 10 mm mais le vignettage obstrue 2 mm du faisceau au bord du faisceau. Ainsi, en notant T_v la transmission due au vignettage, nous avons :

$$T_v \approx 0.85.$$

4.3.1.2 Lames dichroïques

Les lames dichroïques sont non absorbantes. Elles ont une transmission pratiquement égale à 0 sur la bande spectrale [800–1000] nm et pratiquement égale à 1 sur la bande spectrale [1100–1600] nm.

4.3.1.3 Réflexions sur les miroirs

Les différentes réflexions sur les miroirs se font d'une part dans le MMZ comprenant deux miroirs et d'autre part sur les miroirs de correction. Tous ces miroirs ont été réalisés en argent protégé. Le coefficient de réflexion d'un tel revêtement est pratiquement identique pour une incidence à 30° et pour une incidence normale :

$$R_m = 0.97$$

4.3.1.4 Lame séparant le FRAS du SF

Lors de l'intégration du système de cophasage à l'Onera, la lame utilisée pour séparer le FRAS du SF n'a pas été spécifiquement définie pour Persée mais faisait partie du matériel en stock disponible au laboratoire. Les tests effectués au Zygo sur cette lame ont montré une planéité de surface meilleure que $\lambda/30$ rms à 633 nm pour l'ensemble de la surface (diamètre de 80 mm) et les tests effectués au spectromètre ont montré des coefficients de transmission pour les deux canaux spectraux suivants :

$$T_{sep,I} \approx 0.6,$$

 $T_{sep,J} \approx 0.5.$

Cette lame dispose donc des qualités optiques parfaitement adaptées au besoin du système de cophasage développé à l'Onera. D'une part, sa transmission en I et en J permet d'éclairer en même temps le FRAS et le SF.

4.3.1.5 Lames séparatrices du MMZ1

Toutes les lames du MMZ1 sont supposées parfaitement identiques. Elles ont en effet été spécifiées et réalisées dans ce but. Comme il a été dit à la Section 3.7.1.2, les coefficients de réflexion et de transmission des lames du MMZ1 n'ont pas été choisies de façon à répartir de manière égale le flux transmis et le flux réfléchi mais plutôt de façon à pouvoir mesurer les flux des faisceaux des bras *a* et *b* entrant dans le MMZ. Pour cela, comme il a été démontré, il est nécessaire de déséquilibrer les coefficients de réflexion et de transmission :

$$R \approx 0.3,$$
$$T \approx 0.7.$$

Par ailleurs, ces lames ont été spécifiées pour être le plus achromatiques possible sur tout le domaine spectral de mesure, soit [0.8-1.5] µm. D'après les tests réalisés par CILAS sur ces lames et les courbes montrées en Annexe A.3.

De plus, les traitements anti-reflets présents dans les 4 lames du MMZ1 sont tels que leur efficacité est supérieure à 99.5%. Nous négligeons donc ces réflexions de Fresnel des lames du MMZ1.

4.3.1.6 Détecteurs

Les détecteurs ont été choisis en silicium pour la bande spectrale I et en In-GaAs pour la bande spectrale J. Ce sont des détecteurs monopixels analogiques fibrés ayant une sensibilité en courant :

$$R_I = 0.4 \ A/W$$
$$R_J = 0.8 \ A/W$$

La sensibilité en courant du détecteur est définie par le rapport du courant délivré par le détecteur sur la puissance optique incidente.

Chaque détecteur est associé à un amplificateur transimpédance dont le gain G peut varier entre 10^3 et 10^8 V/A. Ainsi, la puissance optique P_{opt} incidente sur le détecteur peut être exprimée en fonction de la tension U après amplification par :

$$P_{opt} = \frac{U}{R(\lambda)G} \tag{4.1}$$

où $R(\lambda)$ est la réponse spectrale du détecteur à la longueur d'onde λ .

4.3.1.7 Réflexions de Fresnel

Dans le bilan de transmission suivant interviennent des réflexions de Fresnel qui ont lieu aux interfaces entre deux matériaux d'indice n_1 et n_2 avec un angle d'incidence θ_1 . Pour cela, nous utilisons les équations de Fresnel liant les coefficients de réflexion R_s et R_p de chacune des polarisations transverse électrique et magnétique respectivement :

$$R_{s} = \left(\frac{n_{1}\cos(\theta_{1}) - n_{2}\sqrt{1 - \left(\frac{n_{1}}{n_{2}}\sin(\theta_{1})\right)^{2}}}{n_{1}\cos(\theta_{1}) + n_{2}\sqrt{1 - \left(\frac{n_{1}}{n_{2}}\sin(\theta_{1})\right)^{2}}}\right)^{2}$$

$$R_{p} = \left(\frac{n_{1}\sqrt{1 - \left(\frac{n_{1}}{n_{2}}\sin(\theta_{1})\right)^{2}} - n_{2}\cos(\theta_{1})}{n_{1}\sqrt{1 - \left(\frac{n_{1}}{n_{2}}\sin(\theta_{1})^{2}\right)} + n_{2}\cos(\theta_{1})}\right)^{2}$$
(4.2)

ainsi que les coefficients de transmission T_s et T_p :

$$T_s = 1 - R_s$$

$$T_p = 1 - R_p \tag{4.3}$$

La source utilisée pour le canal spectral I est une diode laser DFB donc la lumière émise est polarisée rectilignement. La source utilisée pour le canal spectral J est une SLED donc la lumière émise est partiellement polarisée. Cependant n'ayant pas fait d'étude sur la polarisation de la lumière émise ni utilisé de polariseur lors de cette première phase de tests, nous considérons le cas d'une lumière non polarisée :

$$R_F = \frac{R_s + R_p}{2}$$
$$T_F = \frac{T_s + T_p}{2}$$
(4.4)

Nous décrivons ici les réflexions de Fresnel présentes dans le trajet des faisceaux :

- l'émission de la lumière se fait via 2 fibres optiques monomodes, une fibre servant de rallonge. Nous comptons donc 4 réflexions de Fresnel en incidence normale (en entrée et en sortie de chaque fibre) pour l'émission de la lumière en bande I et J respectivement,
- deux réflexions de Fresnel avec une incidence de 30° sur la face non traitée de la lame qui sépare le FRAS du SF (une sur le trajet aller et une sur le trajet retour),
- la réception de la lumière se fait via une fibre optique multimode (MMF) donc nous comptons 2 réflexions de Fresnel en incidence normale entrée et sortie de fibre.

Toutes les fibres optiques monomodes et multimodes utilisées sur le banc ont un indice de réfraction $n_f \approx 1.5$. De plus, la lame qui sépare le FRAS du SF est en BK7 donc d'indice de réfraction $n_s \approx 1.5$. Ainsi, toutes les réflexions de Fresnel impliquent des réflexions entre l'air et un verre d'indice 1.5. D'après les Équations 4.2–4.4 et en prenant l'indice de l'air égal à 1, nous en déduisons les valeurs des transmissions de Fresnel en incidence normale et à 30° :

$$T_{F,0^\circ} = T_{F,30^\circ} = 0.96 \tag{4.5}$$

4.3.1.8 Bilan de transmission théorique

Le Tableau 4.2 résume toutes les réflexions et transmissions à prendre en considération dans le bilan photométrique de l'émission de la source jusqu'en amont du détecteur. Le bilan de transmission s'arrêtant en amont de la détection, le rendement quantique du détecteur est délibérément omis du tableau.

La Figure 4.5 rappelle les différentes réflexions et transmissions présentes dans le MMZ.

En définissant la transmission τ_i du SF par le rapport de l'intensité du flux émis par la source sur l'intensité du flux en amont du détecteur de la sortie *i*



FIG. 4.5 – Schéma du MMZ. Les faisceaux utiles ainsi que les faisceaux parasites sont indiqués en vert.

	TAB. 4.2 – Transmissions et réflexions du senseur de franges.
Résumé	des transmissions et réflexions intervenant dans le bilan photométrique

		Bande spectrale I	Bande spectrale J
	Injection dans la fibre	$T_{F,0^{\circ}}^4 = 0.85$	$T_{F,0^{\circ}}^4 = 0.85$
	Lames dichroïques	$T_D = 1$	$T_D = 1$
	Vignettage bloc spectraux	$T_v = 0.85$	$T_v = 0.85$
du SF.	Séparatrices MMZ	RT = 0.21	RT = 0.21
	Miroir MMZ (30°)	$R_m = 0.97$	$R_m = 0.97$
	Séparatrice FRAS	$T_{sep}^2 = 0.36$	$T_{sep}^2 = 0.25$
	Réflexion Fresnel FRAS	$T_{F,30^{\circ}}^2 = 0.92$	$T_{F,30^{\circ}}^2 = 0.92$
	Réflexion TTP (0°)	$R_m = 0.97$	$R_m = 0.97$

 $(i \in \{1..4\})$, nous pouvons écrire :

$$I_{1} = T_{F,0^{\circ}}^{2} R_{m} (R^{2} I_{a} + T^{2} I_{b})$$

$$I_{2} = T_{F,0^{\circ}}^{2} R_{m} (T^{2} I_{a} + R^{2} I_{b})$$

$$I_{3} = T_{F,0^{\circ}}^{2} R_{m} RT (I_{a} + I_{b})$$

$$I_{4} = T_{F,0^{\circ}}^{2} R_{m} RT (I_{a} + I_{b})$$
(4.6)

donc la transmission du SF pour chaque sortie du MMZ et pour chacun des canaux spectraux I et J est :

$$\tau_1 = \tau_2 = T_D T_v T_{sep}^2 T_{F,0^\circ}^6 T_{F,30^\circ}^2 R_m^3 R T (R^2 + T^2)$$

$$\tau_3 = \tau_4 = 2T_D T_v T_{sep}^2 T_{F,0^\circ}^6 T_{F,30^\circ}^2 R_m^3 (RT)^2$$
(4.7)

D'après le Tableau 4.2, nous pouvons calculer les valeurs théoriques de la transmission du SF pour les différentes sorties du MMZ : ces valeurs sont résumées dans le Tableau 4.3 :

TAB. 4.3 - Transmission théorique du SF pour les différentes sorties du MMZ.

	Voies 1 et 2	Voie 3 et 4
Canal I	2.4×10^{-2}	1.7×10^{-2}
Canal J	1.7×10^{-2}	1.2×10^{-2}

4.3.2 Bilan photométrique expérimental

4.3.2.1 Réponse expérimentale de la chaîne d'acquisition détecteur+amplificateur

D'après l'Équation 4.1, la puissance optique est théoriquement liée à la tension U détectée après amplification. Cependant, nous avons remarqué que cette équation n'est pas exacte en pratique. Nous avons réalisé l'expérience suivante : nous avons émis directement le flux de la source I sur le détecteur via une fibre optique. La puissance optique de la source I est égale à 10 mW et le gain de l'amplificateur transimpédance est fixé à 10^4 V/A. Nous mesurons alors une tension égale à 8.1 V. En considérant les deux réflexions de Fresnel sur la fibre optique, la puissance optique est égale à 9.2 mW. Ainsi, en supposant que l'amplificateur transimpédance est parfaitement calibrée, nous en déduisons alors que :

$$P_{opt} = 4.54 \frac{U}{R(\lambda)G} \tag{4.8}$$

Cette perte de puissance optique d'un facteur égal à 4.54 est très certainement due à la divergence trop grande de la MMF par rapport à la distance fibre optiquedétecteur, ainsi toute la lumière sortant de la MMF n'est pas détectée. Cependant, les sources ayant été choisies plus puissantes que la spécification requise, cette perte ne devrait pas ternir les performances du système de cophasage. Dans le cas contraire, nous prévoyons l'achat de nouvelles MMFs et/ou une transformation des connecteurs entre les détecteurs et les MMFs afin de les rapprocher pour faire en sorte que toute la lumière sortant de la MMF soit détectée.

Puisqu'il est en pratique possible de faire en sorte d'éliminer la perte de puissance optique d'un facteur égal à 4.54, nous ne le considérons pas dans le bilan de transmission *théorique* du SF.

4.3.2.2 Mesures effectuées et accord théorie/pratique

L'expérience présentée dans cette section est réalisée dans les conditions suivantes :

- Longueur d'onde de la source I : $\lambda_I = 0.83 \ \mu m$,
- Puissance optique de la source I : $P_I = 2 \text{ mW}$,
- Longueur d'onde de la source J : $\lambda_J = 1.32 \ \mu m$,
- Puissance optique de la source $J : P_J = 4.7 \text{ mW}$,
- Gain de l'amplificateur transimpédance : $G = 10^5 V/A$

Le Tableau 4.4 résume les tensions mesurées sur les détecteurs pour les 3 sorties du MMZ (la quatrième servant à l'émission de la lumière) et la puissance optique correspondante sur chacune de ces sorties calculée avec l'Équation 4.8. Enfin, une ligne du tableau indique les valeurs expérimentales des transmissions lorsque nous ne considérons pas la perte de puissance optique du facteur égal à 4.54 dont l'origine (le couplage des MMFs avec les détecteurs) nous est connue :

En comparant les Tableaux 4.3 et 4.4, nous en déduisons que le bilan de transmission théorique est en très bon accord avec le bilan de transmission expérimental puisque les valeurs diffèrent de moins de 17 %. Cependant, cette perte de 17% existe et une origine très probable de cette perte est le raccord entre les

		Voie 1	Voie 2	Voie 4
Canal I	Tension détectée	0.36 V	0.35 V	0.25 V
	P_{opt}	$40.9 \ \mu W$	39.7 μW	$28.4 \ \mu W$
	Transmission	2.05×10^{-2}	2×10^{-2}	1.4×10^{-2}
Canal J	Tension détectée	1.25 V	1.25 V	0.82 V
	P_{opt}	$70.9 \ \mu W$	70.9 µW	$46.5 \ \mu W$
	Transmission	1.5×10^{-2}	1.5×10^{-2}	1×10^{-2}

TAB. 4.4 – Transmission expérimentale pour les différentes sorties du MMZ.

200

fibres optiques lors de l'émission de la lumière puisque celle-ci se fait via 2 fibres optiques monomodes, l'une servant de rallonge.

4.4 Banc à l'Onera : évaluation de la qualité du banc

Cette section est consacrée à l'évaluation de la qualité du système de cophasage réalisé à l'Onera. Dans un premier temps, nous décrivons les calibrations nécessaires au système de cophasage et nous comparons les interférogrammes obtenus aux interférogrammes théoriques dans le cas de la modulation ABCD spatiale. Nous montrons que cette comparaison nous permet de conclure quant à la qualité de l'alignement du banc. Enfin, puisque nous avons montré dans le Chapitre 3 que dans le cas de lames non absorbantes, une dérive du MMZ impliquait automatiquement une erreur dans la démodulation des données, nous étudions la stabilité du MMZ1.

4.4.1 Calibrations nécessaires à la démodulation

Dans cette section, je présente les différentes calibrations qui sont nécessaires à la démodulation telle qu'elle a été présentée dans le Chapitre 3. Ensuite, nous montrons qu'il est possible d'estimer la qualité de l'alignement. Enfin, puisqu'il est possible d'estimer les coefficients de réflexion et de transmission de façon expérimentale, nous les comparons à leur valeur théorique.

4.4.1.1 Calibration des longueurs d'onde moyennes des sources

Avant d'effectuer la calibration du système de cophasage telle qu'elle a été décrite dans la Section 3.5.2, il a été nécessaire de calibrer les longueurs d'onde moyennes des sources. Pour cela, nous appliquons une perturbation en DDM de grande course. Dans ce but, nous commandons le TTP en envoyant une tension identique sur les 3 piézo-électriques du TTP du bras a et la tension opposée sur les 3 piézo-électriques du TTP du bras b. Ceci nous permet de travailler avec une dynamique maximale en DDM. La Figure (Fig. 4.6) se focalise sur cette première étape de calibration.



FIG. 4.6 – Tensions détectées sur les 3 sorties du MMZ dans le canal spectral J lors de la première étape de la calibration. Les traits pointillés verticaux indiquent les franges centrales des sorties 1 et 4 (trait à gauche) et de la sortie 2 (trait à droite) du MMZ.

Nous déduisons de cette étape que la réponse des sorties du MMZ à la commande en piston des TTPs est :

- 0.342 V/frange dans le canal spectral I,
- 0.552 V/frange dans le canal spectral J.

Les tests des TTPs (PI S316.10) effectués par Physik Instrument mentionnent que la réponse de ces miroirs est égale à 1.2 μ m /V \pm 1%. En convertissant la DDM mécanique en DDM optique, nous en déduisons les longueurs d'onde

moyennes λ_I et λ_J des sources I et J respectivement :

202

$$\begin{split} \lambda_I &= 824 \text{ nm} \pm 3 \text{ nm} \\ \lambda_J &= 1332 \text{ nm} \pm 3 \text{ nm} \end{split}$$

Ces valeurs de longueurs d'onde sont plutôt proches des valeurs mentionnées par les constructeurs, à savoir $\lambda_{I,th} = 830$ nm et $\lambda_{J,th} = 1320$ nm avec une erreur relative inférieure à 1%. Ce sont ces valeurs obtenues de façon expérimentales que nous utiliserons pour le système de cophasage.

4.4.1.2 Illustration d'une étape de calibration

La Figure 4.7 illustre une calibration du système de cophasage. Les deux principales étapes de la calibration sont clairement reconnaissables :

- une première étape où le TTP applique une rampe de piston pendant 18 secondes : des franges temporelles sont visibles,
- la seconde étape dure 15 secondes : tour à tour, les 2 bras puis le bras b puis le bras a sont masqués.

Si la seconde étape permet de connaître le dark et l'effet des intensités des voies a et b sur chacune des sorties du MMZ, la première étape permet d'estimer le déphasage entre les sorties 1-4 et les sorties 2-3 du MMZ, ce déphasage étant créé par une translation de la lame L3a du MMZ (cf. Chapitre 2).

4.4.1.3 Estimation de la modulation du MMZ1

D'après la Section 3.7.1.3 et en particulier la Figure 3.10, la frange centrale (lorsque la DDM est nulle) des sorties 1 et 2 est une frange sombre alors que la frange centrale de la sortie 4 est une frange brillante; les franges centrales des différentes sorties du MMZ sont indiquées sur la Figure 4.6 par des lignes tiretées verticales. La localisation des franges centrales nous permet de calculer la modulation δ_{ψ} interne au MMZ, pour cela, nous mesurons la DDM entre la frange centrale de la sortie 1 et la frange centrale de la sortie 2 :

$$\delta_{\psi} = 3.024 \,\,\mu\text{m} \pm 10 \,\,\text{nm} \tag{4.9}$$

ce qui correspond à 2 franges plus $\lambda/3.7$ de modulation interne au MMZ. Nous avons vu dans la Section 3.7.1 que la modulation δ_{ψ} interne au MMZ idéale est $\delta_{\psi} = \lambda/4$. L'écart entre cette valeur idéale de la modulation interne du MMZ et



FIG. 4.7 – Tensions détectées sur les 3 sorties du MMZ dans le canal spectral J lors de la calibration en fonction du temps exprimé en seconde.

la valeur expérimentale est due à la difficulté de régler avec précision la modulation interne au MMZ avec le MMZ1, ce déphasage étant introduit manuellement par déformation élastique. Ce n'est pas le cas du MMZ2 où la modulation est créée à l'aide d'une platine de translation commandée à distance. La stabilité de la modulation interne δ_{ψ} du MMZ sera discutée dans la Section 4.4.3.

4.4.1.4 Qualité de l'alignement

Durant l'étape de calibration, il est possible de vérifier la qualité de l'alignement.

Premièrement, comme la théorie le prédit (Eq. 3.15), l'amplitude des franges est identique sur toutes les sorties du MMZ. L'égalité de l'amplitude des franges sur les sorties du MMZ dépend de l'alignement du banc. C'est un très bon indicateur de la qualité de l'alignement du banc. Lors de cette calibration, les amplitudes des franges centrales sont égales à 1.55, 1.65, 1.40 V pour les sorties 1, 2 et 4 du MMZ respectivement. L'écart relatif de l'amplitude des franges sur les différentes sorties du MMZ est donc inférieur à 13% au maximum.

Un deuxième indicateur de la qualité de l'alignement du banc est l'égalité de la contribution des bras a et b sur les différentes sorties du MMZ. En effet, d'après

l'Équation 3.15, nous avons théoriquement :

204

$$I_{1,b} = I_{2,a}$$

$$I_{2,b} = I_{1,a}$$

$$I_{4,b} = I_{4,a}$$
(4.10)

où $I_{i,b}$ et $I_{i,a}$ sont les flux des faisceaux sur la sortie *i* du MMZ lorsque les bras a et b respectivement sont masqués. Nous obtenons après débiaisage (soustraction) du dark :

$$I_{1,a} = 0.15 \qquad \text{et} \qquad I_{2,b} = 0.15$$

$$I_{2,a} = 1.11 \qquad \text{et} \qquad I_{1,b} = 1.09$$

$$I_{4,a} = 0.34 \qquad \text{et} \qquad I_{4,b} = 0.38 \qquad (4.11)$$

Les égalités des Équations 4.10 sont vérifiés avec une précision meilleure que 10%.

Les faibles écarts relatifs entre théorie et la calibration expérimentale permettent d'affirmer que le banc est relativement bien aligné. Bien entendu, cet écart relatif est très important si l'on considère l'interférométrie en frange noire. Cependant, les tests à l'Onera ne considéraient que le système de cophasage. Ce dernier peut fonctionner avec un écart relatif des flux de 10%.

4.4.1.5 Estimation des coefficients de réflexion et transmission

Grâce à la calibration de notre système, il est possible de calculer la matrice dite de passage M définie dans la Section 3.5. Nous trouvons :

$$M = \begin{pmatrix} 0.304 & 0.025 & 0.200\\ 0.293 & -0.201 & 0\\ 0.202 & -0.027 & -0.203 \end{pmatrix}$$
(4.12)

Puisque le banc est particulièrement bien aligné (Section 4.4.1.4), nous pouvons comparer cette matrice de modulation obtenue expérimentalement avec la matrice de modulation théorique lorsqu'il n'y a pas d'erreurs instrumentales (Eq. 3.65).

Une simple identification des termes de ces deux matrices permet d'estimer les coefficients de réflexion et transmission des lames séparatrices du MMZ. Nous obtenons ces coefficients expérimentalement pour les canaux spectraux I et J suivants :

$$R_{I,exp} = 0.29 ext{ et } T_{I,exp} = 0.71 \\ R_{J,exp} = 0.28 ext{ et } T_{J,exp} = 0.72 (4.13)$$

Ces valeurs sont en très bon accord avec les valeurs théoriques puisqu'elles concordent entre elles avec une précision meilleure que 7% et 3% pour les coefficients de réflexion et transmission respectivement.

4.4.2 Évaluation du chromatisme

Comme nous le remarquerons dans la Section 4.5.1, et en particulier sur la Figure 4.12, du chromatisme est présent entre les canaux spectraux I et J. La Figure 4.8 illustre ce chromatisme à travers la frange centrale de la sortie 2 qui est théoriquement une frange sombre. Nous appliquons une perturbation linéaire en DDM sur une dynamique de 20 μ m afin de localiser les franges centrales des canaux spectraux I et J. Ainsi, le chromatisme entre les canaux spectraux I et J est estimé à 40 nm.



FIG. 4.8 – Franges obtenues sur la sortie 2 du MMZ. Par convention, la DDM est nulle sur la frange centrale du canal spectral J.

Lors que 2 faisceaux traversent le MMZ à rebours, un simple calcul géométrique permet de calculer la DDM δ_{MMZ} qui est créée entre les 2 faisceaux émergents :

$$\delta_{MMZ} = \frac{B}{\tan(\theta)} \tag{4.14}$$

où *B* est la distance séparant les faisceaux entrant dans le MMZ et θ est l'angle d'incidence. Dans le cas idéal, $\theta = 30^{\circ}$. Cependant, l'émission de la lumière se fait via deux sorties différentes des blocs de réception comme il a été dit dans la Section 4.1.1. Ainsi, la DDM créée dans le MMZ est dépendante de la direction d'émission de la lumière. Un chromatisme de 40 nm entre les canaux spectraux I et J signifie que les angles d'incidence entre les faisceaux I et J sont différents de 26 mas (le montage étant en autocollimation, la DDM est induite à l'aller et au retour de la lumière).

Ici encore, cette étude appuie l'analyse faite dans la Section 4.4.1.4 puisqu'elle permet de conclure que l'alignement réalisé permet une orientation différentielle horizontale des faisceaux égale à 26 mas.

Le chromatisme que nous venons de mettre en évidence ne devrait pas être gênant lors du montage final de Persée puisque la lumière ne sera pas émise via les blocs de réception mais par un module source qui a été spécifié de façon à ce que la lumière émise dans les différents canaux spectraux soit parallèle (cf. Sec. 1.8). En effet, les sources I et J sont émises via des fibres différentes au foyer du collimateur. Elles sont séparées de 250 μ m selon l'axe vertical. La longueur focale étant égale à 0.75 m, cela donne un angle de 68 arcsec, mais aucune DDM n'est théoriquement créée selon cette l'axe vertical.

4.4.3 Stabilité du MMZ1

Lors de nos tests, nous avons été contraints d'effectuer régulièrement, environ toutes les 30 min, la calibration du système à cause de la déformation du MMZ1 au cours du temps. En effet, la déformation du MMZ implique une différence de marche supplémentaire, comme il a été montré dans la Section 3.6, et donc la matrice de calibration et par conséquent la matrice de démodulation ne sont plus correctes. Le MMZ1 étant un prototype, nous nous sommes donc intéressés à sa stabilité afin de connaître ses limitations. C'est l'objet de la présente section.

4.4.3.1 Déformation du MMZ1

Comme nous l'avons signalé dans la Section 3.6, les éléments qui se déplaceront de la plus grande amplitude sont les miroirs M9a et M9b (Figure 3.1). Afin de quantifier ces déplacements, nous introduisons régulièrement, pendant

206

une douzaine d'heures, une perturbation en piston linéaire dans le but d'être dans la capacité de mesurer la modulation δ_{ψ} du MMZ1 qui devrait être stable. Nous corrélons ensuite ces mesures aux valeurs de température et d'hygrométrie obtenue à l'aide d'une station météo placée à proximité du MMZ1.

Comme il sera dit dans la Section 4.5.2, le système de climatisation contribue au bruit de mesure de DDM de façon non négligeable. Aussi, nous avons réalisé cette expérience avec le système de climatisation en fonctionnement et à l'arrêt pour évaluer l'influence de la climatisation sur la stabilité du MMZ1 pendant l'acquisition. Nous pourrons ensuite réaliser un compromis entre bruit de mesure de DDM et stabilité du MMZ1.



FIG. 4.9 – Le système de climatisation est à l'arrêt. Pendant le temps d'acquisition

(15 h), la modulation interne du MMZ1 varie linéairement avec la température à raison de -1.25 μ m/°C.

Les figures 4.9 et 4.10 représentent les variations de la modulation du MMZ1 et celle de la température au voisinage du MMZ1 pendant une douzaine d'heures lorsque le système de climatisation est en fonctionnement et lorsqu'il est à l'arrêt respectivement.

Nous n'avons pas acquis des données pendant un temps suffisamment long (typiquement 24 heures) pour voir un cycle complet des variations de température. Néanmoins, nous constatons une forte linéarité entre la variation de température et la variation de modulation du MMZ1. Dans les cas d'acquisition avec et sans système de climatisation, la modulation du MMZ1 varie d'environ -1.25 μ m/°C. Il semblerait donc que la variation de température soit une des causes de la variation $\Delta \delta_{\psi}$ de la modulation du MMZ1. Pour confirmer cette hypothèse, nous avons



a) Variation $\Delta \delta_{\psi}$ de la modulation du MMZ1 b) Variation de température

FIG. 4.10 – Le système de climatisation est en fonctionnement. Pendant le temps d'acquisition (15h), la modulation interne du MMZ1 varie linéairement avec la température à raison de -1.2 μ m/°C.

également relevé la variation de l'hygrométrie au voisinage du MMZ1 (Fig. 4.11). En fait, le MMZ1 étant en partie en carbone, l'hygrométrie peut jouer un rôle très important dans la dilatation du MMZ1 puisque le carbone est très sensible à l'hygrométrie.

La très faible variation de l'hygrométrie (1%) par rapport à la précision de mesure de l'hygrométrie (1%) ne nous permet pas de conclure de façon certaine sur le fait que l'hygrométrie soit ou non une des causes de la variation $\Delta \delta_{\psi}$ de la modulation du MMZ1.

Ces très grandes variations de la modulation δ_{ψ} nous ont contraints à effectuer environ toutes les 30 min la calibration du système de cophasage. En effet, dans cet intervalle de temps, la modulation δ_{ψ} varie d'au moins 10 nm ce qui fausse la matrice de démodulation (cf. Section 3.6).

4.4.3.2 Origine de la déformation du MMZ1

D'après la Figure 3.6, sachant que l'angle d'incidence des faisceaux est égal à 30° et que les faisceaux parcourent deux fois le MMZ1 (de par le montage en autocollimation), un simple raisonnement géométrique permet de lier le déplacement différentiel δ_D des miroirs M9a et M9b à la variation $\Delta\delta_{\psi}$ de la modulation du MMZ1 :

$$|\Delta\delta_{\psi}| = \frac{16}{\sqrt{3}} |\delta_D| \tag{4.15}$$



FIG. 4.11 – Variation de l'hygrométrie au voisinage du MMZ1 lorsque le système de climatisation est à l'arrêt (a) et lorsqu'il est en fonctionnement (b).

Comme nous l'avons vu précédemment, la variation de la modulation est égale, en valeur absolue, à environ 1.25 μ m/°C. Nous en déduisons que le déplacement différentiel des miroirs du MMZ1 est égal à 0.14 μ m/°C. Vu les faibles CTEs des matériaux utilisés pour la fabrication du MMZ1 (carbone, titane, CaF2), cette déformation est trop importante pour qu'une des pièces du MMZ1 en soit la cause. Sur une longueur égale à la dimension du MMZ1 (\approx 30 cm), une déformation aussi importante n'est possible qu'avec des matériaux ayant un CTE d'environ 40 μ m/°C/m. Or aucun des matériaux utilisés dans le MMZ1 ou la table optique n'a un CTE aussi important.

Cependant, il semblerait que ce soit plutôt la table optique qui se déforme puis produit les déformations du MMZ1 et que l'hygrométrie soit également une des causes de la variation $\Delta \delta_{\psi}$ de la modulation du MMZ1. C'est pour cette raison qu'il est absolument indispensable de minimiser au mieux la propagation des déformations de la table optique sur le MMZ. L'origine certaine de la déformation n'a pas été identifiée. Pour cela, il sera nécessaire de considérer tous les éléments susceptibles de se déplacer dans le MMZ et pas seulement les miroirs.

4.5 Banc à l'Onera : résultats expérimentaux du système de cophasage

Cette section est dédiée à la description des résultats expérimentaux de la démodulation ABCD spatiale et par la même occasion aux performances du système de cophasage de Persée. Nous avons étudié de façon théorique la démodulation ABCD spatiale dans le Chapitre 3. Nous montrons tout d'abord que les algorithmes qui ont été développés dans le Chapitre 3 permettent en effet de réaliser une très bonne démodulation. Pour cela, nous évaluons la linéarité des estimateurs et nous montrons que l'estimation de la visibilité s'effectue comme la théorie le prédit. Nous évaluons ensuite les différentes sources de bruit pouvant affecter la mesure de la DDM. Enfin, après avoir montré quelques résultats représentatifs du système de cophasage, nous montrons que les résidus de DDM peuvent être subnanométriques.

Étant données les faibles perturbations de tip/tilt dans le laboratoire et la limitation en fréquence du FRAS, tous ces tests ont été réalisés avec les TTPs alignés et le FRAS en boucle ouverte. Nous indiquerons clairement lorsque le FRAS fonctionne en boucle fermée.

4.5.1 Validation expérimentale de la démodulation

La source I choisie est une source Distributed FeedBack (DFB) pour être monochromatique. Cependant, lorsque l'intensité lumineuse d'une DFB est suffisamment faible, la diode laser possède plusieurs modes longitudinaux et donc une longueur de cohérence bien plus petite que lorsque la source fonctionne à forte intensité. Cette particularité des lasers DFB a été mise à profit afin de déterminer la frange centrale pour le canal spectral I. Nous avons donc délibérément diminué la puissance optique de la source I afin de pouvoir visualiser l'enveloppe des franges et donc la frange centrale. C'est dans ce cadre que les courbes illustrées dans cette section ont été obtenues.

4.5.1.1 Linéarité de la démodulation de la différence de marche

Nous avons montré dans le Chapitre 3 que l'inversion de la matrice de passage M décrite en Eq. 4.12 fournit la matrice de démodulation D.

Un paramètre important de tout senseur est sa linéarité. Afin de calculer la linéarité du senseur de franges, nous appliquons la matrice de démodulation aux

données expérimentales résultant du fichier de calibration (Fig. 4.7). En particulier, la Figure 4.12 illustre les DDM estimées $\hat{\delta}_I$ et $\hat{\delta}_J$ en fonction de la DDM en entrée du MMZ pour les canaux spectraux I et J respectivement.



FIG. 4.12 – Estimation de la DDM pour les canaux spectraux I et J en fonction de la DDM en entrée du MMZ.

Dans le canal spectral I, nous obtenons une linéarité de 0.6% à la DDM $\delta = 0$ et de 3.2% à la DDM $\delta = 12 \,\mu\text{m}$. Dans les conditions d'utilisation de la source I, celle-ci a une longueur de cohérence d'environ 30 μm comme nous le verrons dans la Section 4.5.1.3.

Dans le canal spectral J, nous obtenons une linéarité de 0.5% à la DDM $\delta = 0$ et de 3.1% à la DDM $\delta = 12 \mu m$. La source J est une SLED de longueur d'onde centrale $\lambda_J = 1320$ nm et bande passante de 50 nm, elle a donc une longueur de cohérence d'environ 30 nm.

Ces valeurs de la linéarité sont tout a fait satisfaisantes. La principale raison affectant la linéarité du senseur de franges, la visibilité différentielle entre les sorties 1–4 et les sorties 2–3 du MMZ, a été décrite dans la Section 3.3. Nous n'avons pas pu nous placer dans la situation idéale qui correspond à une modulation δ_{ψ} interne du MMZ de $\lambda/4$ comme il a été dit dans la Section 4.4.1.3. Cependant, il aurait été souhaitable d'évaluer la linéarité de l'estimateur de DDM avec une source possédant une bande spectrale plus large. Mais cette expérience ne pourra être réalisée que lorsque le module source de Persée sera présent (cf. Section 1.6).

En outre, la Figure 4.12 montre un chromatisme entre les bandes spectrales I et J. En effet, la frange centrale du canal spectral I ne correspond pas exactement à la frange centrale du canal spectral J. L'analyse du chromatisme a été effectuée dans la Section 4.4.2.

4.5.1.2 Linéarité de la démodulation de l'intensité

Comme il a été dit dans la Section 3.7.1.2, les coefficients de réflexion et transmission des lames du MMZ1 n'ont pas été choisis de façon à séparer le flux de façon égale mais plutôt de façon à déséquilibrer les coefficients de réflexion et transmission de façon à pouvoir mesurer les flux des faisceaux des bras a et b entrant dans le MMZ. Ceci avait été proposé et le gain de la recombinaison asymétrique par rapport à un montage de type FLUOR [Coude Du Foresto *et al.* (1997)] où la recombinaison est symétrique (lames séparatrices 50/50) a été estimé dans [Monnier (2001)]. Cependant, je ne pense pas que la démonstration de l'estimation des flux des faisceaux entrant dans un interféromètre n'ait jamais été effectuée (ou du moins présentée). C'est l'objet de cette partie expérimentale.

L'expérience que je présente dans cette section a été réalisée à l'OBSPM car elle n'a pas pu être réalisée à l'Onera. En effet, nous avons vu dans le Chapitre 3 que l'estimation des flux des faisceaux en entrée du MMZ ne peut être effectuée que si les flux des 4 sorties du MMZ sont détectés, ce qui est le cas du montage de l'OBSPM comme nous le verrons dans la Section 4.6.1 mais pas du montage de l'Onera.

La Figure 4.13 illustre l'estimation du flux sur le bras *a* (en unité arbitraire) en fonction de la DDM. Pour réaliser cette expérience, nous avons, à flux constant, appliqué une perturbation en DDM à l'aide des TTPs. Alors que le flux du faisceau sur le bras *a* est constant, nous remarquons que l'estimation du flux du faisceau sur le bras *a* présente des oscillations. Ceci est dû à la différence des enveloppes de cohérence entre les sorties 1–4 et 2–3 du MMZ (cf. 3.3). Ainsi, à cause de l'influence de l'enveloppe de cohérence sur la démodulation, les flux des faisceaux en entrée de l'interféromètre ne peuvent être connus qu'à 0.6% près pour $\delta \in [-12; 12] \mu m$ lorsque la source a une longueur de cohérence d'environ 30 μm . Cependant, la précision de l'estimation du flux est très bonne autour de la DDM nulle puisque tant que $\delta \in [-1; 1] \mu m$, les flux des faisceaux en entrée de l'interféromètre sont connus avec une précision meilleure que 0.2%.

J'ai ensuite estimé le flux en entrée du MMZ pour différentes valeurs du flux des faisceaux en entrée du MMZ. La démonstration de l'estimation des flux des faisceaux entrant dans un interféromètre n'a, à ma connaissance, encore jamais



FIG. 4.13 – Estimation du flux d'un des faisceaux entrant dans l'interféromètre en fonction de la DDM.

été effectuée de cette façon.



FIG. 4.14 – Estimation du flux d'un des faisceaux entrant dans l'interféromètre.

La Figure 4.14 illustre l'estimation du flux du faisceau du bras a à l'aide des algorithmes de démodulation en fonction du flux du faisceau du bras a. Nous ne montrons pas la courbe obtenue pour l'estimation du faisceau du bras b car celleci est très proche de la Figure 4.14. Pour réaliser ces mesures, pour différentes valeurs de flux, nous avons mesuré le flux du bras a seul en masquant le bras b puis nous avons estimé le flux du bras a à l'aide des algorithmes de démodulation lorsque les bras a et b sont éclairés.

La Figure 4.14 montre **la très bonne démodulation du flux du faisceaux entrant dans l'interféromètre**. En effet, la linéarité de la démodulation est égale à 0.1%. Bien entendu, cette linéarité n'est pas une surprise puisque l'estimation du flux des faisceaux est effectuée en inversant un système linéaire (cf. Chapitre 3).

4.5.1.3 Estimation de la visibilité des franges

Dans cette section, nous vérifions que l'estimateur de visibilité Env obtenu expérimentalement concorde avec celui obtenu théoriquement dans la Section 3.3.

La Figure 4.15 illustre les visibilités estimées pour les canaux spectraux I et J lorsque la DDM parcourt une dynamique de DDM d'environ $30 \ \mu m$ autour de la valeur nulle.



FIG. 4.15 – Estimation des visibilités pour les canaux spectraux I et J en fonction de la DDM en entrée du MMZ.

À l'allure gaussienne de la visibilité s'ajoute des oscillations qui sont dues, comme il a été montré dans la Section 3.3 à la visibilité différentielle entre les sorties 1–4 et les sorties 2–3 du MMZ. Ainsi, cette courbe concorde avec les courbes théoriques montrées dans la Figure 3.3.

Enfin, nous remarquons que la démodulation semble être optimale à l'entour de $\delta = -1.5 \ \mu\text{m}$. Cette valeur est en très bon accord avec la valeur théorique puisque la démodulation est théoriquement optimale en $\delta = -\delta_{\psi}/2$ (cf. Section 3.3). En effet, d'après la Section 4.4.1.3, nous avons $\delta_{\psi} = 3.024 \ \mu\text{m}$.

Concernant l'interférométrie stellaire et en particulier la mesure précise des visibilité, phase et flux des objets stellaires, les analyses effectuées dans la Section 4.5.1 montrent l'importance des systèmes de cophasage. En effet, même s'il est possible d'estimer les visibilité, phase et flux dès lors que la DDM entre les faisceaux est inférieure à la longueur de cohérence de la source, la précision d'estimation de ces paramètres est meilleure autour de la DDM nulle.
4.5.2 Évaluation des différentes sources de bruit

Une précision de mesure de la DDM subnanométrique est attendue comme le spécifie le Chapitre 2. Il est donc important d'identifier tous les phénomènes susceptibles de perturber la DDM ou simplement la mesure de la DDM. Nous nous intéressons dans cette section à la compréhension des sources de bruit, autres que celles d'origine optique pouvant affecter la précision de mesure de la DDM (puissance optique de la source, WFE, polarisation, visibilité, etc.).

Lors des tests de performance présentés dans cette section ainsi que dans la Section 4.5.2, la fréquence de correction du système de pointage était limitée à 70 Hz. Cette limitation est due à la faible fréquence de lecture de la caméra du FRAS. En outre, le code temps réel n'avait pas encore été optimisé et la fréquence de correction maximale du système de cophasage était égale à 200 Hz. Ainsi, tous les tests présentés dans cette section sont limités à 70 Hz ou 200 Hz selon que le système de pointage est nécessaire ou non à l'expérience.

4.5.2.1 Bruit de détection

Nous avons vu dans la Section 4.5.1 que les algorithmes développés dans le Chapitre 3 permettent une excellente démodulation, et entre autres l'estimation de la DDM est quasiment parfaitement linéaire. Nous sommes donc en mesure d'estimer la DDM au cours du temps.

Dans un premier temps, nous estimons la DDM en boucle ouverte avec une fréquence d'échantillonnage égale à 200 Hz. Les figures 4.16a et 4.16b représentent la DDM mesurée et sa DSP respectivement lorsque le système de climatisation est en fonctionnement. Les perturbations présentes sont celles du laboratoire : aucune perturbation n'a été ajoutée. On observe au niveau de la DSP un spectre de turbulence en -2/3.

On observe la présence de différentes raies d'énergie à 22 Hz, 27 Hz et à 50 Hz. Le système de cophasage fonctionnant au maximum avec une fréquence de correction égale à 200 Hz, les fréquences de ces raies sont trop élevées pour que le système de cophasage puisse les corriger. C'est pour cette raison que les sections suivantes s'intéressent à l'origine de ces raies.

La Figure 4.17 représente l'énergie cumulée de la DSP de DDM à partir de la fréquence nulle jusqu'à 100 Hz qui est la fréquence de Shannon. L'énergie comprise dans les raies à 22 Hz et 27 Hz est bien moins grande que celle comprise dans la raie à 50 Hz. En effet, elle est égale à 0.7 nm rms, 1 nm rms et à **3.9 nm rms** dans les raies à 22 Hz, 27 Hz et **50 Hz** respectivement.



FIG. 4.16 – Bruit de DDM dans les domaines temporel et spectral lorsque la climatisation et l'asservissement interne des TTPs sont en fonctionnement.



FIG. 4.17 – Intégrale cumulée de la DSP du bruit de DDM lorsque la climatisation est à l'arrêt et l'asservissement interne des TTPs sont en fonctionnement.

4.5.2.2 Climatisation : bruit de vibration

Afin d'identifier la provenance de ces raies d'énergie, nous avons dans un premier temps mis à l'arrêt le système de climatisation. La Figure 4.18 représente la DSP de la DDM mesurée.



FIG. 4.18 – Bruit de DDM dans les domaines temporel et spectral lorsque la climatisation est à l'arrêt et que l'asservissement interne des TTPs sont en fonctionnement.

On observe désormais seulement la raie d'énergie à 50 Hz, ceux à 22 Hz et à 27 Hz n'apparaissant plus. Nous concluons qu'en dépit de l'isolation acoustique et de la table anti-vibrations sur laquelle se trouve le MMZ1, les 1.2 nm rms compris dans les raies à 22 Hz et à 27 Hz sont dus à la vibration acoustique de la climatisation.

Avec une fréquence de correction de 200 Hz au maximum et un asservissement par un intégrateur du premier ordre, cette raie nous empêchera donc d'atteindre des résidus de DDM subnanométrique lors du cophasage des faisceaux à l'Onera. Il est donc absolument nécessaire, comme souvent (toujours) pour les interféromètres optiques, d'arrêter le système de climatisation afin d'obtenir des précisions de mesure de DDM subnanométrique.

4.5.2.3 Miroir de tip/tilt/piston : bruit de l'asservissement

Les TTPs possèdent des capteurs de position qui permettent un asservissement interne des miroirs. Cet asservissement permet d'éviter des dérives des TTPs par rapport à leur position de consigne mais il est susceptible d'être arrêté. Tout capteur étant bruité, nous nous proposons de passer outre cet asservissement interne aux TTPs afin de quantifier son bruit additionnel.



FIG. 4.19 – Bruit de DDM dans les domaines temporel et spectral lorsque la climatisation est l'asservissement interne des TTPs sont à l'arrêt.

Les figures 4.19a et 4.19b représentent la DDM mesurée et sa DSP respectivement en boucle ouverte lorsque le système de climatisation ainsi que l'asservissement interne des TTPs sont à l'arrêt. D'après le spectre de la DDM, la raie d'énergie à 50 Hz n'apparaît pas alors qu'elle est présente lorsque l'asservissement interne des TTPs est en fonctionnement. Nous pouvons en conclure que les 3.9 nm rms compris dans la raie à 50 Hz proviennent de l'asservissement interne des TTPs. Il convient donc de ne pas asservir la position des TTPs par leur capteurs internes.

Ce faisant, nous remarquons une dérive très forte et très rapide des TTPs mise en évidence par l'énergie très élevée de la DSP de DDM pour les fréquences inférieures à 3 Hz. Cette dérive n'est qu'un inconvénient mineur car en fonctionnement nominal, les systèmes de pointage et cophasage fonctionnent en boucle fermée donc les TTPs sont asservis **en piston et tip/tilt** non pas sur leur capteurs internes mais par les systèmes de pointage et cophasage. Le fonctionnement des TTPs en mode poursuite lorsque leur asservissement interne est à l'arrêt sera illustré dans la Section 4.5.3.4.

4.5.3 Performance en boucle fermée

Maintenant que les différentes sources de bruit ont été identifiées (Sec. 4.5.2), nous pouvons analyser les performances du système de cophasage. Dans cette section, nous présentons plusieurs tests de fermeture de boucle et montrons que le système de cophasage de Persée permet d'atteindre des résidus subnanométriques.

4.5.3.1 La première fermeture de boucle

La toute première séquence de fermeture de boucle est illustrée sur la Figure 4.20. Il y est représenté l'estimation de la DDM en fonction du temps.



FIG. 4.20 – Première fermeture de boucle (entre t=11 s et t=23 s) : correction à 200 Hz.

Avant t = 11 s et après t = 23 s, la mesure de la DDM est effectuée en boucle ouverte. Nous observons une dérive lente en plus des perturbations à plus haute fréquence. Entre t = 11 s et t = 23 s, le système de cophasage est en boucle fermée. Les TTPs commandent la DDM de façon à la stabiliser à la différence de marche nulle. Nous voyons qualitativement que la fermeture de boucle est opérationnelle. Nous analysons le système de cophasage de façon quantitative dans les Sections 4.5.3.3 et 4.5.3.4.

4.5.3.2 Identification de la frange centrale - Extension de la dynamique de mesure de la DDM

Dans cette section, nous présentons la dynamique de mesure de la DDM.



FIG. 4.21 – Domaine non ambigu de mesure de la DDM. Les ordres d'interférence fractionnels mesurés \dot{m}_I and \dot{m}_J sont tracés en trait plein et pointillé respectivement. Les marches représentent l'estimation de l'ordre d'interférence entier \overline{m}_I .

Avec le nouvel estimateur à deux longueurs d'onde décrit dans le Chapitre 3 ($\lambda_I \approx 824 \text{ nm et } \lambda_J \approx 1332 \text{ nm}$), il a été possible d'atteindre un domaine non ambigu de mesure de la DDM égale à $\Lambda_{\oplus} = 17.3 \mu \text{m}$ alors qu'elle aurait été seulement égale à $\Lambda = 2.2 \mu \text{m}$ en utilisant l'algorithme classique basé sur la différence des phases mesurées.

Avec la Figure 4.21, nous avons montré qu'il est possible d'estimer la DDM sur une dynamique $\Lambda_{\oplus} = 17.3 \ \mu m$. Nous avons vérifié qu'en temps réel, lorsque

nous poursuivons les franges en mode cohérençage, des sauts de plusieurs franges sont vus et corrigés par le système de cophasage.

4.5.3.3 Tests de performance avec des perturbations typiques de Pégase

Après d'innombrables tests de performance du système de cophasage, nous nous proposons d'opérer Persée dans des conditions représentatives de celles pour lesquelles Persée a été conçu, à savoir le test qui se rapproche le plus de la situation de Pégase. Comme il a été dit dans le Chapitre 1, les principales perturbations liées à l'environnement spatial sont la poussée solaire et les vibrations provenant des roues à réaction des satellites.

Nous avons transposé les perturbations typiques de Pégase au cas de Persée de façon simplifiée et en diminuant volontairement l'amplitude des perturbations puisque les lignes à retard de grande course ne sont pas encore opérationnelles. Pour cela, nous avons simulé une perturbation, de durée égale à 10 secondes, obtenue en sommant les perturbations élémentaires suivantes :

- une dérive parabolique d'accélération 10 nm/s²,
- une translation de vitesse 10 nm/s,
- un spectre plat entre 0 Hz et 13 Hz d'énergie 10 nm rms,
- une raie à 2 Hz de 20 nm rms,
- une raie à 9 Hz avec des harmoniques à 18 Hz et à 27 Hz d'énergie 4 nm rms, 2 nm rms et 2 nm rms respectivement,

Ce fichier de perturbation permet de simuler une perturbation d'amplitude 86 nm rms. La perturbation de DDM simulée et sa DSP sont représentées sur les figures 4.22a et 4.22b.

Ces perturbations ont été créées de façon à obtenir un résidu d'environ 2.6 nm rms lorsque la fréquence de correction est de 200 Hz. Cette prédiction est optimiste puisqu'elle suppose une fréquence de coupure égale à 20 Hz et ne prend pas en considération l'overshoot ni les perturbations du laboratoire.

Les figures 4.23a,b et 4.24a,b représentent la DDM mesurée par le senseur de franges et sa DSP en boucle ouverte et en boucle fermée respectivement. Les perturbations sont appliquées à l'aide des TTPs. La fermeture de la boucle est effectuée avec une fréquence de correction égale à 200 Hz et un gain égal à 0.45. Cette fréquence de correction est trop élevée pour utiliser le FRAS, nous ne pouvons donc pas passer outre l'asservissement interne des TTPs. Ainsi, nous retrouveront dans le spectre de la DDM mesurée la raie d'énergie à 50 Hz correspondant au bruit de l'asservissement interne des TTPs.

En boucle ouverte, la perturbation en DDM appliquée par les TTPs est très



FIG. 4.22 – Simulation des perturbations typiques de Pégase transposées au cas de Persée.



FIG. 4.23 – Estimation de la DDM lorsque les TTPs appliquent les perturbations typiques Pégase.



FIG. 4.24 – Résidu de DDM lorsque les TTPs appliquent les perturbations typiques de Pégase et servent en même temps de miroir de correction. La fréquence de correction est égale à 200 Hz et le gain de la boucle est égal à 0.45.

bien mesurée par le senseur de franges. En effet, après débiaisage d'une trame entre la DDM appliquée et la DDM mesurée, la différence entre la DDM appliquée et la DDM mesurée a un écart-type égal à 5 nm rms. En outre, l'amplitude des perturbations mesurée par le senseur de franges est égale à 85 nm rms.

En boucle fermée, le résidu de DDM est égal à 5.8 nm rms (en enlevant l'énergie dans la raie à 50 Hz). Il est à comparer au résidu optimiste de 2.6 nm rms qui ne prend pas en considération l'overshoot ni l'énergie comprise dans la raie à 50 Hz.

Afin d'obtenir le résidu de DDM égal à 5.8 nm rms, il a été nécessaire d'optimiser le gain de la boucle : c'est pour un gain de 0.45 que le résidu de DDM est minimal. La Figure 4.25 représente la fonction de transfert de réjection avec la pente caractéristique unitaire en deçà de la fréquence de coupure d'environ 20 Hz puis la pente nulle au-delà.

Nous montrons ainsi le bon fonctionnement du système de cophasage avec un asservissement par un intégrateur du premier ordre.

4.5.3.4 Résidu de DDM minimal atteint

224

Comme il a été dit dans la Section 4.5.2.3, il est possible d'arrêter l'asservissement interne des TTPs lorsque le système de cophasage (senseur de franges+FRAS) est en fonctionnement. Ceci a pour objectif de réduire le résidu de DDM puisque la fréquence de coupure de l'asservissement du système de co-



FIG. 4.25 – Fonction de transfert de réjection lorsque la fréquence de correction est égale à 200 Hz et le gain de la boucle est égal à 0.45.

phasage par un intégrateur du premier ordre est trop faible pour corriger la raie d'énergie à 50 Hz provenant de l'asservissement interne des TTPs.

Le système de climatisation étant également à l'arrêt afin de ne pas rajouter de bruit de DDM (cf. Sec. 4.5.2), nous fermons la boucle en piston et en tip/tilt avec une fréquence de correction égale à 70 Hz (le maximum possible avec le système de cophasage à l'Onera) et un gain égal à 0.4. Les figures 4.26a et 4.26b représentent les résultats de cette expérience.



FIG. 4.26 – Résidu de DDM lorsque le système de climatisation et l'asservissement interne des TTPs sont à l'arrêt. La fréquence de correction est égale à 70 Hz et le gain de la boucle est égal à 0.4.

Le résidu de DDM est égal à 0.45 nm rms. Ce résidu subnanométrique est plus qu'encourageant. Il pourrait permettre d'affirmer que la précision de mesure du système de cophasage est bien subnanométrique (et même inférieure à 0.45 nm) avec les composants choisis (détecteurs, amplificateurs, cartes d'acquisitions, ...). Ainsi, afin d'obtenir les performances requises dans des conditions de vol en formation, un effort doit être engagé pour optimiser la loi de commande. Lors de mon travail de thèse, j'ai travaillé avec un intégrateur du premier ordre avec un gain variable. Le travail d'optimisation de la boucle d'asservissement du système de cophasage de Persée fait l'objet, entre autres, de la thèse de Julien Lozi qui a démarré fin 2008.

Cependant, une mise en garde dont je suis conscient réside dans le fait que les résultats présentés dans les sections précédents se basent exclusivement sur la mesure de la DDM effectuée par le senseur de franges. En effet, il est possible que des perturbations très énergétiques à des fréquences plus hautes que 200 Hz existent. Dans ce cas, elles seront repliées et leur énergie diminuée dans nos mesures. Par exemple, il se peut que la raie d'énergie à 27 Hz soit en fait une raie d'énergie à 173 Hz ou 227 Hz.

Les mesures de DDM doivent en réalité être corrélées aux mesures de la profondeur de l'extinction qui servira de test ultime pour démontrer la véracité des mesures effectuées par le senseur de franges. Nous pouvons faire le parallèle avec un système d'optique adaptative où le senseur de front d'onde permet la correction des aberrations mais où seul le rapport de Strehl permet d'évaluer les performances effectives de la boucle. Bien évidemment, sans la voie scientifique, la profondeur de l'extinction n'a pu être mesuré à l'Onera et toutes les conclusions se rattachent donc aux mesures effectuées à l'aide du senseur de franges.

Nous verrons cependant dans la Section 4.6 que des résidus de DDM du même ordre de grandeur sont obtenus avec des fréquences de correction plus hautes. Ainsi, nous pouvons être confiants quant à la justesse des mesures du senseur de franges.

4.6 Banc à Meudon

Cette partie est consacrée aux résultats expérimentaux obtenus à Meudon avec le MMZ2. Après une brève description de la particularité du banc par rapport au montage de l'Onera, nous évaluons l'effet de la présence d'absorption dans les lames du MMZ2 et le comparons à la théorie. Nous évaluons ensuite la stabilité du MMZ2 et montrons qu'il est nécessaire de mesurer la DDM δ_D induite par la dilatation du MMZ2 en temps réel. Nous montrons ensuite que le rapport signal à bruit peut atteindre plusieurs milliers puis que le résidu de DDM du système de cophasage peut être subnanométrique. Enfin, nous présentons les premiers résultats de l'interféromètre en frange noire obtenus en lumière monochromatique.

Le programme utilisé à Meudon est une deuxième version du programme que j'ai développé sous LabVieW RT. Celui-ci a été développé par le doctorant J. Lozi avec l'aide de J. Montri dans le but d'obtenir une fréquence de correction de 1 kHz contre 200 Hz avec mon programme. En outre, en plus de mon implication, l'intégration du système de cophasage a été réalisée au mois de Mars 2008 par J. Lozi, F. Cassaing, B. Sorrence, L. Pham, S. Jacquinod et J.-M. Reess.

4.6.1 Modifications du montage

Comme nous l'avons dit dans le Chapitre 1, Persée est encore en cours d'intégration. Le montage qui a été réalisé pendant ma thèse à Meudon et qui est décrit ici n'est donc pas le montage final tel qu'il a été présenté dans la Section 1.8. Ce montage est en réalité très comparable au montage réalisé à l'Onera tel que présenté dans la Section 4.1. Une différence majeure est **la possibilité de mesurer une profondeur de l'extinction en lumière monochromatique** à $\lambda_K = 2.32 \,\mu\text{m}$ sur la sortie 4 du MMZ comme il est montré sur la Figure 4.27. Pour cela, l'émission du faisceau est effectué comme suit :

- la source I est émise par la sortie 2 du MMZ2 (faisceau bleu sur la Figure 4.27) à travers une séparatrice qui permet de réfléchir les faisceaux sortant du MMZ2 vers les blocs de réception, ainsi les flux des faisceaux des 4 sorties du MMZ2 sont mesurées dans le canal spectral I contrairement au montage à l'Onera,
- la source J est émise par la sortie 3-J du MMZ2 (faisceau vert sur la Figure 4.27) comme c'est le cas du montage à l'Onera,
- la source monochromatique à $\lambda_K = 2.32 \,\mu\text{m}$ est émise par la sortie 3 du MMZ2 (faisceau rouge sur la Figure 4.27) à travers une lame dichroïque, ainsi il est possible de mesurer sur la sortie 4 du MMZ2 la lumière à la longueur d'onde λ_K .

L'émission et la réception de la lumière à la longueur d'onde λ_K sont effectuées via des fibres optiques monomodes pour assurer le filtrage spatial nécessaire pour l'interférométrie en frange noire comme il a été dit dans le Chapitre 1. C'est toujours parce qu'il est indispensable que l'émission de la lumière s'effectue par une sortie achromatique (cf. Sec. 3.1.2) que la source monochromatique à $\lambda_K = 2.32 \ \mu m$ est émise par la sortie 3 du MMZ2.

4.6.2 Évaluation de l'influence de l'absorption

Comme nous l'avons dit dans la Section 3.6.1, l'absorption des lames du MMZ2 permet la mesure en temps réel de la DDM δ_D créée par le déplacement différentiel des miroirs. Nous avons vu que pour ce faire, il est nécessaire que la valeur de la phase ϕ_L (cf. Eq. 3.5) soit différente de π et d'en connaître sa valeur exacte. Dans cette section, nous évaluons la valeur de la phase ϕ_L .

Pour ce faire, nous effectuons une calibration telle que décrite dans la Section 3.5.2 afin d'avoir des estimations de la phase ϕ_L dans les canaux spectraux I



FIG. 4.27 – Photo du banc préliminaire intégré à Meudon.

 $(\phi_{L,I})$ et J $(\phi_{L,J})$. Après plusieurs calibrations, nous estimons :

230

$$\phi_{L,I} = 139.5^{\circ} \pm \sigma_{\phi_{L,I}} \qquad \text{avec} \qquad \sigma_{\phi_{L,I}} = 5^{\circ}$$

$$\phi_{L,J} = 167^{\circ} \pm \sigma_{\phi_{L,J}} \qquad \text{avec} \qquad \sigma_{\phi_{L,I}} = 2^{\circ} \qquad (4.16)$$

Les valeurs théoriques empruntées du modèle du MMZ2 sur ZEMAX du CNES donnent $\phi_{L,I} = 90^{\circ}$ et $\phi_{L,J} = 120^{\circ}$ (cf. Section 3.7.2). Il semblerait donc que le modèle du MMZ simulé ZEMAX comporte quelques incohérences avec le MMZ2 réel. Cependant, nous pouvons dire que l'absorption réelle des lames du MMZ2 est moindre que ce qui avait été prévu par le modèle théorique. En outre, puisque ϕ_L est d'autant plus petit que l'absorption est élevée, nous concluons que l'absorption est plus élevée dans le canal spectral I que dans le canal spectral J. Ce résultat, prévu par la théorie, a en revanche bien été confirmé par les résultats expérimentaux.

Ainsi, l'absorption crée un déphasage supplémentaire qu'il est possible d'estimer avec la procédure de calibration décrite dans le Chapitre 3 et illustrée dans la Section 4.4.

Daprès l'analyse effectuée dans la Section 3.5.2 et parce que $\phi_L \neq \pi$, il pourrait être possible d'estimer la DDM δ_D créée par une dérive du MMZ et de changer le point de fonctionnement du système de cophasage en temps réel. En outre, puisque la valeur de $\phi_{L,I}$ est très différente de π contrairement à la valeur de $\phi_{L,J}$, la mesure de la DDM δ_D sera plus sensible dans le canal spectral I que dans le canal spectral J.

Malheureusement, même si cette expérience est cruciale quant aux performances attendus de Persée, je n'ai pas pu réalisé cette expérience au cours de ma thèse par manque de temps. En outre, une analyse plus détaillée des dérives du MMZ2 devra être effectuée.

4.6.3 Stabilité du MMZ2

Dans le but d'estimer la stabilité du MMZ2, nous réalisons ici la même expérience que celle qui a été présentée dans la Section 4.4.3. La Figure 4.28 représente les variations de la modulation du MMZ2 pendant 39 h. Les données ont été acquises sans système de climatisation car celui-ci était hors-service au moment des acquisitions. Les variations de la modulation δ_{ψ} ont été estimées dans les canaux spectraux I et J. Nous remarquons sur la Figure 4.28 le parfait accord entre ces estimations.

Contrairement aux figures 4.9 et 4.10, les données ont été acquises pendant plus d'une journée. Cela nous permet de voir un cycle complet de variation de la

température : nous identifions clairement le cycle entre t = 2 h et t = 26 h. La tendance générale croissante de la courbe est due à la tendance générale décroissante de la température comme le montre la Figure 4.29.



FIG. 4.28 – Variation de la modulation interne du MMZ2 au cours du temps.

Les figures 4.29a et 4.29b représentent les variations de la température et d'hygrométrie au cours du temps. Ces deux courbes sont très corrélées et elles sont également corrélées à la variation de la modulation δ_{ψ} représentée sur la Figure 4.28.

L'inertie du système est telle que les variations de la modulation sont visibles environ 3 h après les variations de température et d'hygrométrie. Ces mesures ne nous permettent pas de conclure laquelle des variations de température et/ou d'hygrométrie agit sur la variation de la modulation et donc sur la dilatation du MMZ2. Malheureusement, il n'a pas été possible de faire fonctionner le système de climatisation, cela nous aurait permis d'avoir une idée plus précise sur la cause de la variation de la modulation. Cependant, en analysant les figures 4.28 et 4.29, nous estimons que la modulation du MMZ2 varie à raison de -650 nm/°C pour un aller retour dans le MMZ2 donc de -325 nm/°C dans la configuration de Persée finale (avec un seul passage dans le MMZ). Bien que des mesures supplémentaires seront donc nécessaires afin de s'assurer la connaissance de l'origine de la dilatation du MMZ2, il semblerait que la variation de température soit à l'origine de la dilatation du MMZ2. En effet, de même que pour le MMZ1 (cf. Sec 4.4.3), la modulation du MMZ2 est une fonction décroissante de la température ; en revanche, elle une fonction décroissante de l'hygrométrie pour le MMZ2 alors qu'elle est une fonction croissante de l'hygrométrie pour le MMZ1 (cf. Section 4.5).



FIG. 4.29 – Variations de température et d'hygrométrie au cours du temps.

En outre, la Figure 4.30 illustre la variation du tip/tilt au cours du temps. En analysant les figures 4.29 et 4.30, nous estimons que la dilation du MMZ2 crée une variation maximale de tip/tilt à raison de 5.7 $\operatorname{arcsec}^{\circ}$ C. Nous remarquons sur la Figure 4.30 que le tip/tilt crée sur le bras *a* est plus important que le tip/tilt crée sur le bras *b*. Cette non symétrie est très certainement due au support de la lame *L*3*a* puisque seul celui-ci est différent des supports des autres lames. En effet, la lame *L*3*a* est montée sur une platine de translation (cf. Section 4.4.1.3). En outre, un tip/tilt de la lame *L*3*a* crée un tip/tilt sur le bras *a* mais pas sur le bras *b*.

Nous pouvons conclure que, puisque nous voulons stabiliser la DDM avec une précision subnanométrique, il est nécessaire que la variation de la modulation δ_{ψ} soit connue avec une précision subnanométrique. Ainsi, la spécification sur la variation de température pendant le temps d'intégration (100 s sur Pégase [Le Duigou (2006)]) est très sévère. Ceci confirme les analyses thermomécaniques effectuées par le CNES. En réalité, le MMZ2 n'a pas été réalisé avec l'objectif d'une stabilité nanométrique. Il sera donc nécessaire de réaliser la ca-



FIG. 4.30 – Déplacement de la PSF sur la caméra du FRAS dû à la dilatation du MMZ2 au cours du temps.

libration du système de cophasage très régulièrement. Cependant, la conception d'une troisième version du MMZ pour Persée a été discutée. Cette troisième version serait conçu avec des spécifications de stabilité très sévères.

Cependant, d'après l'analyse que nous avons présentée dans la Section 3.6.1, il pourrait être possible d'estimer la DDM δ_D créée par le déplacement différentiel des miroirs M9a et M9b et donc la modulation δ_{ψ} en temps réel, et ce grâce à la présence d'absorption dans les lames séparatrices du MMZ2. Ainsi, il serait possible de modifier le point de fonctionnement du système de cophasage en temps réel. **Il serait donc possible de relâcher la spécification très sévère pour la variation de température à l'entour du MMZ2**. Malheureusement, cette expérience n'a pas pu être réalisée par manque de temps. Il nous est donc encore impossible de savoir si la spécification pour la variation de température peut être relâchée et jusqu'à quel point elle peut l'être.

En outre, ces tests de stabilité du MMZ2 sont préliminaires. Il est nécessaire de faire des tests supplémentaires afin de comprendre quelles sont les éléments optiques du MMZ qui se déplacent avec les plus grandes amplitudes pour savoir si l'analyse présentée dans la Section 3.6.1 peut être appliquée.

Enfin, il est également important de comprendre la non symétrie identifiée sur la Figure 4.30 de façon à rendre plus stable le MMZ2 et que la conception hypothétique d'une troisième version du MMZ pour Persée prenne en considération ces analyses.

4.6.4 Rapport signal à bruit photométrique

Lors des tests réalisés à l'Onera, le bruit du senseur de franges était toujours indépendant du flux de la source. Nous étions en effet limité par le bruit électronique provenant de la carte d'acquisition. Afin de diminuer ce bruit et puisque les bandes passantes des détecteurs et de la carte d'acquisition sont très élevées, il nous a été possible de moyenner 30 acquisitions du flux avec une fréquence de répétition de 1 kHz. Ces moyennes qui ne réduisent évidemment pas le bruit de photons réduisent cependant les bruits électroniques. Nous nous demandons alors si la diminution des bruits électroniques d'un facteur $\sqrt{30}$ est suffisant pour que le senseur de franges opère en bruit de photons, ce qui est le cas idéal.

Pour nous en convaincre, nous traçons le bruit de mesure du flux en fonction du flux détecté sur la Figure 4.31. Nous traçons la courbe obtenue sur un unique capteur en Si (canal spectral I) et un capteur en InGaAs (canal spectral J) car les autres détecteurs sur les autres sorties du MMZ montrent le même comportement.

La Figure 4.31 montre clairement deux régimes de fonctionnement : lorsque



FIG. 4.31 – Bruit de la mesure du flux en fonction du flux détecté.

le flux détecté est inférieur à ≈ 0.1 V, le senseur de franges est limité par les bruits électroniques alors qu'il est limité par le bruit de photons lorsque le flux détecté est supérieur à ≈ 0.1 V.

Nous avons vérifié que les amplificateurs transimpédance ne rajoutent pas de bruit électronique. Ainsi, en fonction du flux de la source, jusqu'à une certaine limite, nous pouvons choisir le gain G de l'amplification entre 10^3 et 10^8 V/A de façon à détecter un flux entre 0.1 V et 10 V. De cette façon, la détection se fait de façon optimale puisque dans ce cas, le senseur de franges est limité par le bruit de photons.

En outre, nous pouvons calculer le rapport signal à bruit photométrique lorsque le flux détecté est d'environ 4 V (4 V d'offset+4 V de franges donc 2 V de marge). Le rapport signal à bruit photométrique vaut alors 1000 pour le canal spectral I et 4000 pour le canal spectral J.

4.6.5 Résultats expérimentaux du système de cophasage

Cette section est dédiée à la description des résultats expérimentaux du système de cophasage du banc intégré à Meudon. Après avoir montré qu'il est possible de régler la modulation δ_{ψ} du MMZ2 à l'aide de la platine de translation commandée à distance, nous montrons que, comme lors des tests réalisés à l'Onera, un résidu subnanométrique est atteint.

4.6.5.1 Réglage de la démodulation du MMZ2

Nous avons dit dans la Section 4.4.1.3 que contrairement au MMZ1, le MMZ2 permet de régler la modulation δ_{ψ} à l'aide d'une platine de translation commandée à distance. La Figure 4.32 montre une situation idéale pour la bande spectrale J.

Sur la Figure 4.32, le réglage de la lame L3a est tel que $\delta_{\psi} \approx \lambda_J/4$. La platine de translation permet de régler la translation de la lame L3a avec une précision de 15 nm. Il est donc possible de régler la lame L3a très précisément. Cependant, à cause de la variation de température, le réglage précis de la lame L3a dérive très rapidement (cf. Sec. 4.6.3) et il n'est donc pour le moment pas possible que la situation idéale pour le canal J présentée sur la Figure 4.32 dure plus de quelques minutes. Il faudra attendre pour cela que le système de climatisation soit opérationnel.



FIG. 4.32 – Tensions détectées sur les 3 sorties du MMZ dans le canal spectral J lors de la calibration en fonction de la DDM.

4.6.5.2 Résidu de DDM minimal atteint

Tout comme à la Section 4.5.3.4, l'arrêt de l'asservissement interne des TTPs a permis d'obtenir un résidu subnanométrique. Les figures 4.33a et 4.33b représentent le résidu de DDM minimal obtenu dans les domaines temporel et fréquentiel respectivement.

Puisque la fréquence de correction de la boucle est égale à 1 kHz, la fréquence de coupure du système de cophasage est bien plus élevée que lorsque la fréquence de correction valait 200 Hz. La Figure 4.34 représente la fonction de transfert du système de cophasage.

Nous remarquons la pente unitaire typique d'un asservissement intégrateur du premier ordre en deçà de la fréquence de coupure puis la pente nulle au-delà. Cependant, nous remarquons sur la Figure 4.34 qu'aux très basses fréquences, il y a une pente nulle. Ceci est certainement dû, entre autres, au fait que les acquisitions en boucle ouverte et en boucle fermée ont été réalisées à des moments différents.

En outre, nous estimons la fréquence de coupure de l'asservissement à 70 Hz, ce qui laisse à penser que le gain de l'asservissement n'est pas optimisé. En effet, cette expérience a été réalisée avec un gain de 0.1. Malgré cela, **un résidu de DDM égal à 0.8 nm rms est obtenu**.

Avec un environnement différent et une fréquence de correction plus élevée

238



FIG. 4.33 – Résidu de DDM lorsque l'asservissement interne des TTPs ne fonctionne pas. La fréquence de correction est égale à 1 kHz et le gain de la boucle est égal à 0.1.



FIG. 4.34 – Fonction de transfert de réjection lorsque la fréquence de correction est égale à 1000 Hz et le gain de la boucle est égal à 0.1.

qu'à l'Onera, un résidu subnanométrique a encore été atteint par le système de cophasage de Persée. Lors de ces tests, puisque la fréquence d'acquisition était égale à 1 kHz, toutes les perturbations à une fréquence inférieure à la fréquence de Shannon, soit 500 Hz, sont vues. En outre, de par les analyses modales réalisées à Meudon, il a été conclu qu'il serait très peu probable que des vibrations à des fréquences plus grandes que 500 Hz soient présentes.

Ainsi, nous sommes plutôt confiants quant à la véracité du résidu de DDM subnanométrique atteint à Meudon. Nous confirmons ainsi les tests de performance du système de cophasage réalisés à l'Onera. En outre, les premiers résultats de la profondeur de l'extinction que je présente dans la section suivante appuie cette conjecture.

4.6.6 Premiers résultats de la profondeur de l'extinction

Tous mes efforts ont été consacrés à ce que le système de cophasage opère dans des conditions optimales. Lors des derniers jours de la rédaction de ce manuscrit, les premiers résultats de l'interféromètre en frange noire ont été obtenus principalement grâce au travail de Julien Lozi et Sophie Jacquinod. Je présente ici l'un des tous premiers tests de performance de l'interféromètre en frange noire et montre son adéquation avec les performance du système de cophasage.

Comme nous l'avons vu dans la Section 4.6.1, il est possible de mesurer sur la sortie 4 du MMZ2 le flux la lumière à la longueur d'onde λ_K . En outre, un seul détecteur dans la bande K est disponible, il n'est donc pas possible de mesurer simultanémenent les intensités maximale et minimale à la longueur d'onde λ_K . Ainsi, afin de mesurer la profondeur de l'extinction, nous procédons en deux étapes. Nous mesurons tout d'abord le flux du faisceau sur la sortie 4 lorsque cette sortie est sur une frange brillante. Ensuite, nous mesurons le flux du faisceau sur la sortie 4 lorsque cette sortie est sur une frange sombre (en appliquant une DDM= $\lambda_K/2$).

Les figures 4.35 et 4.36 représentent les tensions mesurées lorsque la sortie 4 du MMZ2 est sur une frange brillante et sur une frange sombre respectivement. Bien entendu, la dynamique de détection nécessaire étant très grande, ces deux mesures sont réalisées avec des gains de l'amplification de l'intensité détectée différents. Ces gains ont été calibrés préalablement.

Afin de quantifier le gain sur la profondeur de l'extinction avec le système de cophasage, nous avons effectué deux mesures successives du flux du faisceau sur la sortie 4 sans le système de cophasage puis avec. Ces mesures sont illustrées sur les figures 4.36a et 4.36a respectivement. Sans le système de cophasage, nous



FIG. 4.35 – Flux mesuré sur la sortie 4 du MMZ2 lorsque la frange est brillante.



FIG. 4.36 – Flux mesuré sur la sortie 4 du MMZ2 lorsque la frange est sombre.

mesurons une profondeur de l'extinction égale à $N = 4 \times 10^{-4} \pm 3 \times 10^{-5}$ alors qu'une profondeur de l'extinction égale à $N = 6 \times 10^{-5} \pm 2.8 \times 10^{-5}$ est mesurée avec le système de cophasage.

Ces résultats sont donc extrêmement prometteurs. En reprenant les Équations 1.14 et 1.16, il permettent d'affirmer que si la DDM est la seule contribution à la profondeur de l'extinction, alors le résidu de DDM est égal à 3.9 nm rms. Bien entendu, la DDM n'est pas la seule contribution; en effet, les erreurs résiduelles du tip/tilt, de la polarisation, du chromatisme différentielle sont également à prendre en considération (cf. Eq. 1.14). Ainsi, lors de cette mesure du taux d'extinction le résidu de DDM est strictement inférieur à 3.9 nm rms. Cependant, des tests supplémentaires sont nécessaires afin d'analyser chacune des contributions à la profondeur de l'extinction de façon qualitative.

4.7 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, j'ai validé de façon expérimentale le bon fonctionnement de la modulation ABCD spatiale effectuée à l'aide d'un MMZ. Cette validation a été réalisée avec le formalisme linéaire et les algorithmes de démodulation que j'ai développés et présentés dans le Chapitre 3. J'ai montré que la procédure de calibration ainsi mise en œuvre permet de calibrer tous les paramètres nécessaires à la démodulation.

J'ai montré que la linéarité de la démodulation de la différence de marche est inférieure à 3% pour $\delta \in [-12; 12]$ µm lorsque la source a une longueur de cohérence d'environ 30 µm. En plus de la démonstration de la linéarité de l'estimateur de la différence de marche, j'ai démontré la capacité du système de cophasage de Persée de stabiliser les franges à un niveau subnanométrique, ce qui est requis pour Persée.

J'ai également démontré expérimentalement, et ce pour la première fois, la possibité d'estimer les flux des faisceaux entrant dans l'interféromètre au moyen d'une recombinaison asymétrique décrite au Chapitre 3. Si la précision de la mesure du flux est inférieure à 0.6% pour $\delta \in [-12; 12]$ µm lorsque la longueur de cohérence de la source est d'environ 30 µm, elle est inférieure à 0.2% lorsque $\delta \in [-1; 1]$ µm.

L'estimateur novateur à 2 longueurs d'onde que j'ai développé dans le Chapitre 3 a été validé expérimentalement. J'ai montré qu'un domaine non ambigu de mesure de la DDM égal à 17.3 μ m a été atteint alors qu'il aurait été seulement égal à 2.2 μ m en utilisant l'algorithme à 2 longueurs d'onde classique. Enfin, les premiers résultats de l'interféromètre en frange noire sont très encourageants. En effet, les toutes premières acquisitions ont montré qu'une profondeur de l'extinction égale à $N = 6 \times 10^{-5} \pm 2.8 \times 10^{-5}$ a été atteinte en lumière monochromatique grâce au système de cophasage.

Il reste cependant à démontrer expérimentalement la possibilité de suivre en temps réel les aberrations différentielles entre l'interféromètre en frange noire et le senseur de franges et de modifier en conséquence le point de fonctionnement du système de cophasage comme cela avait été envisagé dans le Chapitre 3. Ceci permettrait de réduire la spécification critique sur la variation de la température à l'entour du MMZ2. Les algorithmes nécessaires à cette amélioration ont été décrits dans la Section 3.6 et j'ai montré que cela pourrait être possible grâce à la présence d'absorption dans les lames du MMZ2. Afin de s'assurer de la possibilité de l'estimation de la dérive du MMZ, il est nécessaire d'analyser de façon plus détaillée l'amplitude des déplacements des éléments du MMZ2. Mes travaux de thèse vont permettre de réaliser cette expérience lors des prochaines campagnes de tests.

Chapitre 5

Contribution à GRAVITY

"L'astronomie, par la dignité de son objet et par la perfection de ses théories, est le plus beau monument de l'esprit humain, le titre le plus noble de son intelligence." Laplace

Sommaire

5.1	Introduction	243
5.2	Communication SPIE GRAVITY	244
5.3	Conclusion	257

5.1 Introduction

L'évolution technique des interféromètres optiques est telle que les systèmes de cophasage deviennent des systèmes standards. Je présente dans ce chapitre ma contribution à la définition du système de cophasage de l'instrument GRAVITY que j'ai présenté dans le Chapitre 1.

Ce travail m'a mené à l'écriture du rapport sur la définition du système de cophasage de GRAVITY lors de la phase A de l'ESO VLT-TRE-MPE-15880-0016 (G. Perrin et F. Cassaing sont les co-auteurs) ainsi qu'à la présentation de ce travail lors de la conférence SPIE 2008. Le proceeding de cette communication est inclus dans les page suivantes.

Dans ce proceeding, je compare, dans le cadre de GRAVITY, différentes recombinaisons possibles pour la recombinaison de 4 télescopes en plan pupille. En effet, un interféromètre à 4 télescopes forme 6 bases et peut fournir au plus 6 mesures de DDM mais seulement 3 DDMs sont indépendantes et doivent être contrôlées. Ainsi, il y a plusieurs façons pour mesurer les 3 DDMs indépendantes et chacune de ces solutions conduit à des précisions différentes sur les mesures de DDM. En choisissant comme critère de performance la précision des 6 DDMs mesurées par la voie scientifique, je compare les différentes façons pour la recombinaison de 4 télescopes.

En outre, puisque toute optique adaptative est imparfaite, un filtrage modal est utilisé afin de filtrer les défauts résiduels du front d'onde, les convertissant en fluctuations d'intensité. Parfois, les défauts résiduels du front d'onde sont tellement grands que le flux couplé dans la fibre optique monomode est pratiquement nul. Dans ces conditions, la DDM mesurée n'est pas pertinente et elle ne doit pas être prise en considération lors du contrôle des lignes à retard. Ainsi, l'estimation des flux détectés est nécessaire lors du cophasage des faisceaux.

Prenant en considération la nécessité d'estimer ces flux, la recombinaison minimisant pour coupler les 4 télescopes, c'est-à-dire celle minimisant l'erreur sur la mesure des 6 DDMs, est obtenue lorsque les 6 DDMs sont mesurées. Partant de cette recombinaison optimale, j'ai simulé les performances du système de cophasage GRAVITY et montré que les objectifs en terme de cophasage devraient être atteints. En effet, avec Sg A^* comme étoile guide, les résidus de DDM par le système de cophasage devraient être de l'ordre de $\lambda/12$ (2.2 µm) alors que la spécification est égale à $\lambda/10$ (2.2 µm).

5.2 Communication SPIE GRAVITY

Fringe tracking optimization with 4 beams: application to GRAVITY

Houairi K.^{*a,b,c*}, Cassaing F. ^{*a,c*}, Perrin G. ^{*d,c*}, Eisenhauer F.^{*e*}, Brandner W.^{*f*}, Straubmeier C.^{*g*}, Gillessen S.^{*e*}

^aOffice National d'Etudes et de Recherche Aérospatiales, Optics Department, BP 72, 92322 Châtillon Cedex, France;

^bCentre National d'Etudes Spatiales, 18 Avenue Edouard Belin, 31401 Toulouse Cedex 4, France;

^cPHASE, the high angular resolution partnership between ONERA, Observatoire de Paris, CNRS and University Denis Diderot Paris 7;

^dLESIA, UMR 8109, Observatoire de Paris, 5 place Jules Janssen, 92190 Meudon, France; ^eMax-Planck-Institut für extraterrestrische Physik (MPE)

^fMax-Planck-Institut für Astronomie (MPIA)

^gI. Physikalisches Institut, University of Cologne

ABSTRACT

GRAVITY, a VLTI second generation instrument, requires a fringe tracker combining four beams. Its design is driven by the observation of the Galactic Center and implies stringent fringe sensor specifications. We present the simulations of the fringe tracking closed-loop performance with an optical path difference (OPD) turbulence spectrum using a Kolmogorov model of the atmosphere for typical seeing conditions at VLTI ($r_0 = 0.95 m$, $t_0 = 47 ms$ at 2.2 μ m). We show that the total residual OPD standard deviation can be as low as $\lambda/12$ at a sampling frequency of 350 Hz on a guide star with a magnitude of $m_K = 10$. To obtain this performance, we compared several 4-beam pairwise co-axial combination conceptual architectures and show that the optimal 4-beam combination is the one measuring the OPD on the six baselines.

Keywords: GRAVITY, VLTI, Interferometry, fringe tracking

1. INTRODUCTION

GRAVITY is an adaptive optics assisted, near-infrared VLTI instrument for precision narrow-angle astrometry and interferometric phase referenced imaging of faint objects.^{1, 2} GRAVITY's main goals are: probing the mass distribution in the central light day of the Galactic Center (GC) by detecting post-Newtonian orbits of stars, probing space-time around the GC supermassive black hole by observing the motion of infrared flares, measuring the masses of the most massive stars in the Galaxy, observing the core of Active Galactic Nuclei, and addressing the question of planet formation. By combining the four 8 m Unit Telescopes (UT) of the VLTI, GRAVITY allows direct high quality imaging at high sensitivity.

Four individual adaptive optics systems operating in the [1 - 2.5] µm wavelength range are provided by GRAVITY. They will correct the atmospheric turbulence of each UT. The reference star for the infrared wavefront sensors will be picked up by the star separators.

With the four input beams, the science interferometer combines 6 baselines. In parallel, the fringe tracking is performed with an other four beam combiner which tracks a reference star within the 2" field of view for fringe tracking. The two beam combiners designs may be different: the fringe tracker beam combiner will be optimized for short exposures and high phase accuracy, and the science beam combiner will be optimized for long exposures on stabilized fringes. So that the fringe tracker identifies, locks on the white light fringe and avoids

E-mail: kamel.houairi@onera.fr

fringe jumping, the fringe tracker interferograms will be dispersed. The quality of the lock will be monitored by the real-time computer. Integration in the science beam combiner will be paused whenever the quality of the lock is poor or when the lock is lost. Integration will resume as soon as the lock is restored. The spectral resolution in the fringe tracker will be a trade-off between sensitivity and fringe tracking stability. In practice, the signal is dispersed over a few spectral channels to allow disentangling between the white light fringe and a side fringe. The actuators of the fringe tracker should be the VLTI delay lines unless the band-pass is too low, in which case a GRAVITY internal device will be used as actuator.

We present the algorithm to derive the phase estimate from the measurements and the possible beam combinations for GRAVITY's fringe tracker. Then, we select the optimal beam combiner and present its expected performance in closed-loop with a simple filter-based model.

2. SPECIFICATION

GRAVITY is a VLTI second generation instrument. Besides the need of the combination of the 4 UTs, the fringe tracking requirement for GRAVITY are reported in Table 1.

	Specification
Maximum distance from science object	2 arsec (VLTI field of view)
Spectral band	К
Limiting magnitude	$m_K > 10$
Number of detected photoelectrons	7.875×10^4 ph.e/s/telescope ref
Detector read-out-noise	$12 \ e^-$
Dispersion	5 spectral channels
Residual OPD	$\lambda/10~(@~2.2~\mu m)$

Table 1. Fringe tracking requirement.

3. FRINGE DEMODULATION ALGORITHMS

The interferogram resulting from the interference between two monomode input beams with intensities I_1 and I_2 in co-axial beam combination is given by:

$$O = (I_1 + I_2) [1 + \eta |\gamma| \cos(\phi + \psi)] \qquad \text{with} \qquad \eta = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \tag{1}$$

where O is the detector output, $\gamma e^{i\phi}$ is the complex degree of coherence between the beams, including the atmospheric phase to be measured and η is the contrast attenuation factor introduced by the photometric imbalance. This equation shows that the measured intensity on a single-pixel detector depends on many parameters such as I_1 , I_2 , $|\gamma|$ and ϕ . To disentangle all these parameters, a controlled phase modulation ψ is introduced in the interferometer, in order to measure different values of O for different known values of ψ .³ Estimating the fringe parameters from the measured intensity values is the demodulation. From the sampled detector point of view, the interferogram writes:

$$O_k = I_{12} \left(1 + V \cos(\phi + \psi_k) \right)$$
 (2)

where O_k is the intensity measured for each modulation phase ψ_k , $I_{12} = I_1 + I_2$ is the average intensity and V is the fringe visibility. The most classical modulation is a linear modulation ψ versus the index k, which can denote time or space, with K steps per fringe:

$$\psi_k = 2\pi \frac{k}{K} \tag{3}$$

In this case, the interferogram is sinusoidal and demodulation can be performed by a Fourier Transform. Two peaks can be identified in the spectrum: a continuous peak, corresponding to I_{12} , the incoherent part of the interferogram, and a fringe peak with modulus $I_{12}\eta|\gamma|$ and phase ϕ .

The measurement of the OPD for a pairwise combination is corrupted according to Refs. (3-5):

$$\sigma_{OPD,b} = \frac{\lambda}{2\pi} \times \frac{1}{V_{i,j}^*} \times \frac{\alpha}{\eta_{i,j}\rho_{i,j}} \tag{4}$$

where λ is the measurement wavelength, b is the baseline (i, j) $(i, j \in \{1..4\})$ and α is a coefficient depending on the chosen combination (co-axial or multi-axial) and demodulation algorithm. $\eta_{i,j}$ is the visibility attenuation factor introduced by the photometric imbalance, the source visibility $V_{i,j}^*$ takes also in account the instrumental contrast loss and the fluctuation of the output and $\rho_{i,j}$ is the photometric signal-to-noise ratio. One can write:

$$\eta_{i,j} = \frac{2\sqrt{N_i N_j}}{N_i + N_j} \qquad \text{and} \qquad \rho_{i,j} = \frac{N_i + N_j}{\sqrt{(N_i + N_j) + K\sigma_d^2}} \tag{5}$$

where N_i (respectively N_j) is the number of photoelectrons detected during the exposure time onto the detector i (respectively j) and σ_d is the detector noise.

3.1 The ABCD algorithm

In order to correctly sample the interferometric signal, the Shannon criterion requires K > 2. In practice, for simplicity reasons, people use K=4. Although this algorithm is well known from Ref. (6) and can be simply named DFT4 (Digital Fourier Transform with 4 samples) as in Ref. (7), it is known now as the ABCD method from Ref. (4). Demodulation formulas are:

$$I_{12} = \frac{O_1 + O_2 + O_3 + O_4}{4} \qquad \text{and} \qquad \phi = \operatorname{atan}(\frac{O_3 - O_1}{O_4 - O_2}) \tag{6}$$

For the ABCD algorithm, $\alpha = \sqrt{2}$ in Eq. (4).

3.2 The AC algorithm

This algorithm⁸ results from the critical sampling with K = 2. In this case, one fringe quadrature is lost since sine fringes are not seen with a $[0, \pi]$ modulation, whereas cosine fringes are. Formulas are:

$$I_{12} = \frac{O_1 + O_2}{2} \qquad \text{and} \qquad V \sin(\phi) = \frac{O_1 - O_2}{O_1 + O_2} \tag{7}$$

Unlike the ABCD algorithm, only $V \sin(\phi)$ can be measured. But this is not critical for a servo system since for $\phi \approx 0$, $V \sin(\phi) \approx V \phi$ is a linear signal that can be used to close the loop near $\phi = 0$. V cannot be removed, but if V is constant, this is just a static gain that can be calibrated before observation (V can be measured by a temporal linear modulation and fully-sampled demodulation during fringe detection). If V is not constant, this is addressed in Section 4.4. The major interest³ of the AC algorithm is that $\alpha = 1$. Thus the OPD measurement noise is significantly decreased when using the AC algorithm.

4. OPTIMIZATION OF GRAVITY'S FRINGE TRACKER

The 4-telescope interferometer forms 6 baselines and can provide 6 phase measurements at most, however only 3 independent OPD are to be controlled. Thus, several ways to measure the 3 phases can be considered and each solution leads to a different propagated measurement noise. Firstly, we describe the beam combiner designs we contemplated; then we present the propagated measurement noise they lead to. The choice criterion is the minimization of the propagated measurement noise.

4.1 Possible conceptual architectures

We consider pairwise combination schemes rather than multi-axial ones as they provide more flexibility and diversity in possible schemes. For each beam combiner design, the splitting ratios, defined as the intensity used for one phase measurement over the total mean flux into one pupil, are different.



Figure 1. Considered schemes for a 4-beam combination.

Fig. 1 shows the methods to combine 4 beams we analyzed. These schemes do not represent exhaustively the ways for a 4 beam combination but only the main ones. In order to control the 3 independent OPDs, at least 3 OPDs have to be measured, this case is assessed through schemes S_3 and S'_3 . We can also measure more than 3 OPDs such as for instance in schemes S_4 , S_5 and S_6 . However, these different possibilities to combine four beams for measuring their optical path differences are not equivalent in term of measurement and control precision.

4.2 Noise propagation of the OPD measurement

Let us call **x** the piston vector used to drive the delay lines (DL), ϕ the measured OPD vector and M the interaction matrix, defined as the OPD response for each individual piston. They are related by:

$$\phi = \mathbf{M}.\mathbf{x} \tag{8}$$

The goal is to derive the command vector $\hat{\mathbf{x}}$ used to drive the DLs from the measured OPDs. Since the previous equation is linear, this turns out to derive a command matrix C such as:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{C}.\boldsymbol{\phi}$$
 (9)

The trivial solution, $\mathbf{C} = \mathbf{M}^{-1}$, is not relevant since most of the time, M is not square or is degenerated. Physically, this means that some phase modes of the actuator are not seen by the sensor. To avoid the unseen modes that make the actuator diverge and saturate, the simplest solution is to cancel them in the command. This is a classical issue in adaptive optics: the command matrix must filter the piston mode. In this goal, the eigenmodes and eigenvalues of \mathbf{M} are derived, and the command matrix is constructed in the eigenbase as a diagonal matrix, with the inverse of the eigenvalues for controlled modes and 0 for the global piston. For GRAVITY, there is a matrix \mathbf{M} for each recombination scheme we consider to measure the phases; and each matrix \mathbf{M} provides a matrix \mathbf{C} . We could check that whatever the combination scheme, the OPD sent to the DL corresponds to the actual OPD with only one mode removed, the average (over the pupils) piston:

$$\mathbf{C}.\mathbf{M} = x - \langle \mathbf{x} \rangle \qquad \Leftrightarrow \qquad \mathbf{C}.\mathbf{M} = \mathbf{U}_4 - \frac{1}{4}[\mathbf{1}]_4 \qquad (10)$$

where U_4 is the 4×4 unit matrix and $[1]_4$ is a 4×4 uniform matrix of 1.

The command \widehat{x}_k for the k^{th} DL, and thus the phase for any pair (i,j), can be derived from the vectors C_i of the command matrix in Eq. (9):

$$\widehat{v_k} = C_k \phi \tag{11}$$

The OPD measurement noise propagates into the command and induces a noise in the OPD control. The control specification is on OPD between two pupils, thus on $x_k - x_l$. Assuming uncorrelated uniform noise on the OPD with standard deviation $\sigma_{OPD,b}$ on each baseline b, the OPD measurement noise leads to the command propagation noise variance:

$$\sigma^2 \left(\widehat{x_k - x_l} \right) = \sum_b \left(C_{b,k} - C_{b,l} \right)^2 \sigma_{OPD,b}^2 \tag{12}$$

From Eq. (5) and Eq. (12) we can derive two equations of the propagated measurement noise according to the noise regime: photon-noise or detector-noise regime. If we assume we are in detector-noise regime, one can write:

$$\sigma(\widehat{x_k - x_l}) = \frac{\lambda}{2\pi} \times \frac{\alpha}{V_{i,j}^* N} \sigma_d \sqrt{K} \times A_{b,S}$$
(13)

and considering photon-noise regime, we have:

$$\sigma(\widehat{x_k - x_l}) = \frac{\lambda}{2\pi} \times \frac{\alpha}{V_{i,j}^* \sqrt{N}} \times B_{b,S}$$
(14)

 $A_{b,S}$ and $B_{b,S}$ are coefficients depending on the combination scheme and on the considered pair:

$$A_{b,S}^{2} = \sum_{b} (C_{b,k} - C_{b,l})^{2} \frac{1}{4\beta_{i}\beta_{j}} \qquad \text{and} \qquad B_{b,S}^{2} = \sum_{b} (C_{b,k} - C_{b,l})^{2} \frac{(\beta_{i} + \beta_{j})}{4\beta_{i}\beta_{j}} \qquad (15)$$

 $C_{b,k}$ is the element of the b^{th} row and the k^{th} column of the command matrix **C**; and β_i and β_j are the splitting ratios for the measurement of OPD_b . They are inherent to the considered pair and beam combiner.

4.3 Conceptual architectures performance

In this section the performance of each considered 4-beam combination setup through the example of scheme S_4 is shown.

For scheme S_4 , we measure $OPD_{1,2}, OPD_{2,3}, OPD_{3,4}$ and $OPD_{4,1}$, so the interaction matrix M is:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(16)

In order to equalize the 4 optical paths, we have to derive the piston vector used to drive the ODLs from the measured OPD. The combination scheme S_4 leads to the following command matrix:

$$C_1 = \frac{1}{8} \times \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & -3 \\ -3 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$
(17)

For each baseline (i, j), $N_i = N_j = N/2$, thus:

$$\gamma_{i,j} = 1$$
 and $\rho_{i,j} = \frac{N}{\sqrt{N + K\sigma_d^2}}$ (18)

We perform an analysis of the accuracy of OPD estimators for all beam combiner architectures in order to identify the optimal beam combiners. The performance criterion is chosen with respect to the science channel since the measurement of each phase is necessary. The performance is given by the quadratic mean over all 6 baselines of interest of the normalized standard deviation $A_{b,S}$ for detector-noise regime and $B_{b,S}$ for photon-noise regime.

Table 2 reports results for each setup and shows that the combination schemes R_1 and R_2 provide the most accurate estimators for OPD measurement respectively in detector-noise and photon-noise regime. We also give the optimal splitting ratios for schemes R_3 and R_4 ; they can be analytically derived from Eq. (15).

		S_4	S_6	S_5	S_3	S'_3
	A_{12}	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$	0.99	0.79	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
e regime	A_{13}	1	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$	0.99	1.15	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	A_{14}	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$	0.99	1.39	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
noise	A_{23}	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$	0.99	0.83	$\sqrt{3}$
ctor	A_{24}	1	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$	1.21	1.15	$\sqrt{3}$
Dete	A_{34}	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$	0.99	0.79	$\sqrt{3}$
Ι	δ_{opt}			0.34	0.6	
	$\langle A \rangle_{rms}$	0.91	1.06	1.03	1.04	1.37
ime	$\langle A \rangle_{rms}$ B_{12}	$\frac{0.91}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$	$\frac{1.06}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$	1.03 0.89	1.04 0.89	1.37 1
regime	$\frac{\langle A \rangle_{rms}}{B_{12}}$ B_{13}	$\frac{0.91}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ 1	$\frac{1.06}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$	1.03 0.89 0.86	1.04 0.89 1.31	1.37 1 1
oise regime	$ \begin{array}{c} \langle A \rangle_{rms} \\ \hline B_{12} \\ \hline B_{13} \\ \hline B_{14} \end{array} $	$ \begin{array}{r} 0.91 \\ \underline{\sqrt{3}}{2} \\ 1 \\ \underline{\sqrt{3}}{2} \\ \underline{\sqrt{3}}{2} \end{array} $	$ \begin{array}{r} 1.06 \\ \hline \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} $	1.03 0.89 0.86 0.89	1.04 0.89 1.31 1.59	$ \begin{array}{c} 1.37\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1\\ 1 \end{array} $
ns noise regime	$ \begin{array}{c} \langle A \rangle_{rms} \\ \hline B_{12} \\ \hline B_{13} \\ \hline B_{14} \\ \hline B_{23} \end{array} $	$\begin{array}{r} 0.91\\ \underline{\sqrt{3}}\\ 1\\ \underline{\sqrt{3}}\\ 2\\ \underline{\sqrt{3}}\\ \underline{\sqrt{3}}\\ 2 \end{array}$	$ \begin{array}{r} 1.06 \\ \underline{\sqrt{3}}{2} \\ \end{array} $	1.03 0.89 0.86 0.89 0.89	$ 1.04 \\ 0.89 \\ 1.31 \\ 1.59 \\ 0.96 $	$ \begin{array}{c} 1.37\\ 1\\ 1\\ 1\\ \sqrt{2} \end{array} $
otons noise regime	$\begin{array}{c} \langle A \rangle_{rms} \\ B_{12} \\ B_{13} \\ B_{14} \\ B_{23} \\ B_{24} \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.91 \\ \hline \sqrt{3} \\ 2 \\ \hline 1 \\ \hline \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \hline \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}$	$ \begin{array}{r} 1.06 \\ \underline{\sqrt{3}} \\ \underline{2} \\ \underline{2} \\ \underline{2} \\ \underline{\sqrt{3}} \\ \underline{2} \\ \underline{2} \\ \underline{2} \\ \underline{2} \\ \underline{\sqrt{3}} \\ \underline{2} \\ \underline$	1.03 0.89 0.86 0.89 0.89 1.1	$ 1.04 \\ 0.89 \\ 1.31 \\ 1.59 \\ 0.96 \\ 1.31 $	$ \begin{array}{c} 1.37\\ 1\\ 1\\ \hline \\ \sqrt{2}\\ \sqrt{2}\\ \hline \\ \sqrt{2}\\ \end{array} $
Photons noise regime		$\begin{array}{c} 0.91\\ \underline{\sqrt{3}}_{2}\\ 1\\ \underline{\sqrt{3}}_{2}\\ \underline{\sqrt{3}}_{2}\\ 1\\ \underline{\sqrt{3}}_{2}\\ 1\\ \underline{\sqrt{3}}_{2}\\ \end{array}$	$ \begin{array}{r} 1.06 \\ \underline{\sqrt{3}}{2} \\ \sqrt$	1.03 0.89 0.86 0.89 0.89 1.1 0.89	1.04 0.89 1.31 1.59 0.96 1.31 0.89	$ \begin{array}{c} 1.37\\ 1\\ 1\\ \hline \\ \sqrt{2}\\ \hline \\ \end{array} $
Photons noise regime	$\begin{array}{c} \langle A \rangle_{rms} \\ \hline B_{12} \\ \hline B_{13} \\ \hline B_{14} \\ \hline B_{23} \\ \hline B_{24} \\ \hline B_{34} \\ \hline \delta_{opt} \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.91 \\ \underline{\sqrt{3}} \\ 2 \\ 1 \\ \underline{\sqrt{3}} \\ 2 \\ \underline{\sqrt{3}} \\ 2 \\ 1 \\ \underline{\sqrt{3}} \\ 2 \\ 1 \\ \underline{\sqrt{3}} \\ 2 \\ \end{array}$	$ \begin{array}{c} \underline{1.06} \\ \underline{\sqrt{3}} \\ \underline{2} \\ \underline{2} \\ \underline{\sqrt{3}} \\ \underline{2} \\ \underline{2} \\ \underline{2} \\ \underline{3} \\ \underline{2} \\ \underline{3} \\ \underline{3} \\ \underline{2} \\ \underline{3} \\\underline{3} \\ \underline{3} \\\underline{3} \\\underline{3} \\\underline{3} \\\underline{3} \\\underline{3} \\\underline{3} \\\underline{3} \\\underline{3} $	1.03 0.89 0.86 0.89 0.89 1.1 0.89 0.36	1.04 0.89 1.31 1.59 0.96 1.31 0.89 0.54	$ \begin{array}{c} 1.37\\ 1\\ 1\\ \hline \\ \sqrt{2}\\ \hline \\ \sqrt{2}\\ \hline \\ \sqrt{2}\\ \hline \\ \hline \\ \sqrt{2}\\ \hline \\ \end{array} $

Table 2. Performance of each combination and optimal splitting ratios in detector and photon-noise regime.

This analysis is only based on OPD noise propagation. Other constraints can also have an impact on the choice. For stellar interferometers ground-based using single-mode fiber, a major issue is the intensity fluctuation in each arm induced by wavefront errors.⁹ Indeed, despite the signal removal of wavefront perturbations caused by atmospheric turbulence,¹⁰ single-mode fibered stellar interferometers suffer from photometry variations which can even destroy interferences. This analysis of the consequences is carried out in the following.

4.4 Management of intensity drops and selection of the best beam combination setup

Monomode-fiber coupling is used to filter AO residuals, by converting them into intensity fluctuations. Therefore, the flux coupled in the fiber can be significantly reduced during some period of time in case of significant AO residuals. This is not a dramatic issue, since the photometric imbalance factor η is not very affected by small intensity mismatches. However, the error on the phase measurement scales with the inverse of the fringe visibility. Therefore it could be efficient from a control point of view to reduce the servo gain when the visibility is reduced, or to use a signal which is directly proportional to V and ϕ , as the AC algorithm.

However, for a strong intensity drop as can happen from time to time, the interference can be completely destroyed. In this case, the phase computed by the two algorithms considered here is not relevant and should not be sent to the delay lines. It is thus necessary to compute intensity check signals and to adapt the strategy to optimally control the loop.

For a two beam interferometer, there is only one baseline of interest. Therefore, when one beam is extinguished, the interference is destroyed. The situation is different for GRAVITY thanks to its 4 input beams. For best measurement efficiency, extinction of 1 (or 2) input beam(s) should still allow working with the 3 (or 2) other beams. Such a strategy also maximizes the cophasing stability since unaffected baselines are kept locked and thus only the extinguished beam(s) have to be cophased back after extinction.

When an intensity drop is detected, as detailed in the next section, the first thing to do is to discard the measured phases associated with this beam. What can be sent instead to the OPD controller is a predictive phase, based for example on the previous measurements (assuming for example a linear or parabolic fringe drift).

It is not possible to know a priori the duration of an intensity drop, and the OPD error induced by the blind tracking. Moreover, a similar intensity drop should also occur on the same baselines in the scientific instrument, pointed in the same isoplanetic patch. Therefore, since the intensity is monitored in real-time, integration in the scientific instrument could be immediately stopped on the corrupted baselines and resumed after successful tracking. The predictive tracking is only used to minimize the opd error and the time required to retrieve optimal tracking when the intensity comes back.

With the 2-beam interferometer previously considered, it is not possible to identify the responsible beam(s) since the two input beams have symmetric roles. This can be solved using dedicated photometric channels, but also using more beams, since if for example 1 beam is lost in a 3-beam setup, then the baseline with the unaffected visibility will indicate the two unaffected beams.

We have considered pairwise beam combiners without any photometric derivation for optimal sensitivity. The question is thus: is it possible, using only the interferometric data from a Gravity FS, to measure the intensity in each input beam? The best signal are the O_k defined in Eq. (2), as they result, among others, from the incoherent sum of the input intensities we are looking for. Furthermore, V is rather unaffected by a photometric imbalance, and is not available in the AC setup. With the selected combination scheme S_6 , the 6 parallel interferometers measure an average intensity given by:

$$\begin{pmatrix} I_{12} \\ I_{23} \\ I_{34} \\ I_{41} \\ I_{13} \\ I_{24} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix}$$
(19)

 (τ)

From this, we can derive an estimate of the input beam intensities:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{12} \\ I_{23} \\ I_{34} \\ I_{41} \\ I_{13} \\ I_{24} \end{pmatrix}$$
(20)

According to Table 2, the optimal beam combiners are represented by schemes S_4 , S_5 and S_6 and Eq. 20 shows that with the 6-baseline measurement of scheme S_6 , the intensity of each of the 4 input beams can be retrieved. It is not the case with scheme S_4 : the 4 measurements are not sufficient to estimate the 4 unknowns since the system is degenerated. Therefore, scheme S_6 is better than scheme S_4 for the cophasing stability, as it intrinsically includes photometric channels for free.
5. CLOSED LOOP PERFORMANCE SIMULATION

The fringe tracker is made of a fringe sensor (FS), a control computer (CC), a digital to analog converter (DAC) and a compensating device, the delay lines (DL). It can be represented by the following block-diagram:



Figure 2. Fringe tracker block diagram.

First of all, the closed-loop transfer function is defined as the ratio σ_{corr} over σ_{turb} . It is equal to:

$$CLTF(f) = \frac{OLTF(f)}{1 + OLTF(f)}$$
(21)

where OLTF is the open-loop transfer function of the fringe tracker block-diagram presented in Fig. 2.

Then, the rejection transfer function, defined as the ratio of the residual phase to the turbulent wavefront fluctuations, is:

$$H_c(f) = \frac{1}{1 + OLTF(f)} \tag{22}$$

At last, the noise propagation transfer function, defining the ratio between the residual phase due to noise propagation and the measurement noise, can be written as:

$$N(f) = \frac{OLTF(f)}{FS(f)\left(1 + OLTF(f)\right)}$$
(23)

Thus, the total residual OPD variance can be written as:¹¹

$$\sigma_{res_opd}^2 = 2\left(\int_0^{f_s/2} \left[PSD(f)H_\epsilon^2(f) + \sigma_{PN}^2 N^2(f)\right] df + \int_{f_s/2}^\infty PSD(f)df\right)$$
(24)

where PSD(f) is the power spectral density of ϕ_{turb} , f_s is the sampling frequency and σ_{PN} is the standard deviation of the propagated OPD noise (see Sec. 5.2). We assume that the measurement noise and the delay line noise are white over the correction frequency range $[0, f_s/2]$. The higher the fringe tracker bandwidth, the lower the residual turbulent phase variance but the higher the measurement noise. Thus, it is possible to find an optimal fringe tracker sampling frequency minimizing the total residual OPD variance.

Before establishing the performance of the fringe tracker in closed-loop, we describe in the following the turbulence and the noise added to the simulation and the temporal behavior of each system by means of the transfer function.

5.1 Theorical atmospheric OPD spectrum

The turbulent OPD is modelled using a Kolmogorov model of the atmosphere. According to Ref. (12) and Ref. (13) page 113, for typical seeing conditions ($r_0 = 0.95$ m, $t_0 = 47$ ms at 2.2 µm) and for the UT3-UT4 baseline (62 m), the cutoff frequency f_c is equal to 0.05 Hz. We choose a turbulent OPD standard deviation equal to 23 µm as this accounts for a 20 m outer scale. The modelled PSD of the OPD is represented in Fig. 3.¹⁴



Figure 3. Theorical atmospheric OPD spectrum at VLTI.

5.2 OPD measurement noise

From now on we consider $\lambda = 2.2 \ \mu m$ and according to Sec. 4, scheme S_6 is considered.

According to Eq. (12), for each pair (i, j) $(i, j \in \{1..4\})$, the standard deviation of the propagated OPD noise can be written as:

$$\sigma_{PN} = \frac{\lambda}{2\pi} \times \frac{\alpha}{N} \times \frac{\sqrt{2N/3 + K \times RON^2}}{2/3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$
(25)

where RON is the detector read-out-noise and N is the number of photoelectrons detected on each detector during the exposure time. We assume that the total coherent throughput (adaptive optics corrected atmospheric turbulence + VLTI + GRAVITY) is equal to 0.9%, thus $N = 7.875 \times 10^4$ ph/s for a K = 10 unresolved star and we consider $RON = 12 e^-$. The ratio of the standard deviation of the propagated OPD noise σ_{PN} to the wavelength λ is plotted versus the sampling frequency in Fig. 4 for both the ABCD and AC beam combiners.



Figure 4. Noise for one OPD measurement.

5.3 Open-loop transfer function

From a temporal standpoint, the main characteristic of the FS is the exposure time T of the detector; it has the following transfer function:

$$FS = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega T} \tag{26}$$

where T is the exposure time, ω the angular frequency and j the imaginary unit.

The role of the DAC is to hold the control voltages of the DL constant during the exposure time T. It is a zero-order holder and its transfer function is:

$$DAC = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega T} \tag{27}$$

The CC is a simple integrator, its transfer function is:

$$CC = K \frac{1}{1 - e^{-j\omega T}} \tag{28}$$

where the gain K of the integrator has to be optimized to obtain the minimum residual OPD.

Also, the real time computer involves a pure time delay τ due to the read-out of the detector and the computation: it has a transfer function equal to $e^{-j\omega\tau}$. Regarding the DL, it is considered to have a transfer function equal to 1 over the frequency domain of interest.

The open-loop transfer function can be derived from Eqs. (26–28):

$$OLTF = K \frac{1 - e^{-j\omega T}}{-\omega^2 T^2} e^{-j\omega \tau}$$
⁽²⁹⁾

5.4 Performance in closed-loop

In the case of one frame transfer function delay, i.e. when $\tau = T$, it is known that the closed-loop system is stable when the integrator gain K is lower than 0.53 (corresponding to a phase margin of 45 deg). We performed simulations with different gains and the lowest residual OPD is obtained when $K \approx 0.5$.

When the flux is dispersed over M spectral channels, the propagated measurement noise strongly increases according to Eq. (25):

$$\sigma_{PN}(dispersed) = \frac{\lambda}{2\pi} \times \frac{\alpha}{N_{disp}} \times \frac{\sqrt{2N_{disp}/3 + K \times RON^2}}{2/3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$
(30)

where N_{disp} is the number of photoelectrons in each channel during the exposure time. However, each channel measures the phase and considering these phase measurements independent, the mean propagated measurement noise is:

$$\sigma_{PN} = \frac{1}{\sqrt{M}} \times \sigma_{PN} \left(dispersed \right) \tag{31}$$

The ratio of the total residual OPD standard deviation σ_{PN} to the wavelength λ versus the exposure time for ABCD and AC beam combiners is plotted in Fig. 5 with K = 0.5. As expected, when the sampling frequency is too low, the atmospheric turbulence is not corrected enough, and when the sampling frequency is too high, the propagated OPD noise is too high. There is a sampling frequency which minimizes the total residual OPD. The ABCD and AC algorithm performances are very similar. The optimal sampling frequency for the ABCD interferometer is about 350 Hz and the total residual OPD is $\lambda/12$ (@ 2.2µm). For the AC interferometer, the minimum total residual OPD $\lambda/16$ (@ 2.2µm) is reached when the sampling frequency is about 500 Hz.

Thus, GRAVITY will be capable to track a reference star with a magnitude $m_K = 10$ in the VLTI field of view. When using the ABCD or AC algorithms, the expected residual OPD reaches the specification of $\lambda/10$ (@ 2.2µm).



Figure 5. Closed-loop performance: residual OPD vs sampling frequency.

6. CONCLUSION

A robust fringe tracker has been designed for GRAVITY's cophasing. It includes the detection of the central white light fringe and intensity scintillation monitoring. The beam combination design has been optimized to deliver the best cophasing over the 6 baselines of the science instrument. GRAVITY's performance simulations of fringe tracking should meet its stringent requirements summarized in Table 1. Indeed, when tracking a reference star with a magnitude $m_K=10$ and dispersing over 5 spectral channels, the residual OPD is $\lambda/12$ (@ 2.2 µm) in typical seeing conditions at VLTI. We have seen that this performance is reached for a sampling frequency of 350 Hz.

The selected choice for the beam combiner is measuring each baseline since it is one of the two more sensitive beam combiners we considered and it provides the intensity measurement of each input beam without reducing the signal-to-noise ratio. Besides being the optimal combination in term of OPD noise propagation, this 6-baseline beam combiners is the same as the one needed for the science channel measurements which is an advantage for phase reference astrometry and imaging. The preferred solution is the use of integrated optics as it minimizes the space envelopes, optimizes the stability and is as sensitive as bulk optics.

REFERENCES

- [1] Gillessen, S., Perrin, G., Brandner, W., Straubmeier, C., Eisenhauer, F., Rabien, S., Eckart, A., Lena, P., Genzel, R., Paumard, T., and Hippler, S., "GRAVITY: the adaptive-optics-assisted two-object beam combiner instrument for the VLTI," in [Advances in Stellar Interferometry. Edited by Monnier, John D.; Schöller, Markus; Danchi, William C.. Proceedings of the SPIE, Volume 6268, pp. 626811 (2006).], Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 6268 (July 2006).
- [2] Eisenhauer, F., Perrin, G., Rabien, S., Eckart, A., Lena, P., Genzel, R., Abuter, R., and Paumard, T., "GRAVITY: The AO assisted, two object beam combiner instrument for the VLTI.," Astronomische Nachrichten 326, 561–562 (Aug. 2005).
- [3] Cassaing, F., "Optical path difference sensors," in [Comptes Rendus de l'Académie des Sciences], IV Physics, 1–12 (2001).
- [4] Shao, M., Colavita, M. M., Hines, B. E., Staelin, D. H., and Hutter, D. J., "The Mark III stellar interferometer," Astronomy and Astrophysics 193, 357–371 (Mar. 1988).
- [5] Surrel, Y., "Additive noise effect in digital phase detection," 36, 271–275 (Jan. 1997).
- [6] Wyant, J. C., "Use of heterodyne interferometry in optical testing.," Journal of the Optical Society of America (1917-1983) 64, 1363-+ (1974).
- [7] Creath, K., "Phase measurement interferometry techniques," in [Progress in Optics], Wolf, E., ed., XXVI, ch. V, 349–393, North-Holland, Amsterdam (1988).

- [8] Cassaing, F., Fleury, B., Coudrain, C., Madec, P.-Y., Di Folco, E., Glindemann, A., and Leveque, S. A., "Optimized fringe tracker for the VLTI/PRIMA instrument," in [Proc. SPIE Vol. 4006, p. 152-163, Interferometry in Optical Astronomy, Pierre J. Lena; Andreas Quirrenbach; Eds.], Lena, P. J. and Quirrenbach, A., eds., Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 4006, 152–163 (July 2000).
- [9] Ruilier, C. and Cassaing, F., "Coupling of large telescopes and single-mode waveguides: application to stellar interferometry," J. Opt. Soc. Am. A 18, 143–149 (January 2001).
- [10] Coude Du Foresto, V., Ridgway, S., and Mariotti, J.-M., "Deriving object visibilities from interferograms obtained with a fiber stellar interferometer," Astronomy and Astrophysics, Supplement 121, 379–392 (Feb. 1997).
- [11] Madec, P.-Y., [Control techniques], 131-+, Adaptive Optics in Astronomy (1999).
- [12] Di Folco, E., Koehler, B., Kervella, P., Sarazin, M. S., Coude du Foresto, V., Schoeller, M., and Wittkowski, M., "Atmospheric and internal turbulence measured on the Very Large Telescope Interferometer with VINCI," in [Interferometry for Optical Astronomy II. Edited by Wesley A. Traub . Proceedings of the SPIE, Volume 4838, pp. 1115-1126 (2003).], Traub, W. A., ed., Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 4838, 1115–1126 (Feb. 2003).
- [13] Puech, F. and Gitton, P., "Interface control document between vlti and its instruments," Tech. Rep. VLT-ICD-ESO-15000-1826, ESO (July 2006).
- [14] Conan, J.-M., Rousset, G., and Madec, P.-Y., "Wave-front temporal spectra in high-resolution imaging through turbulence.," *Journal of the Optical Society of America A* 12, 1559–1570 (July 1995).

5.3 Conclusion

Nous avons déterminé la recombinaison la plus performante pour GRAVITY en terme de rapport signal à bruit. Nous avons vu que lorsque 4 faisceaux sont recombinés par pair, il est préférable de mesurer la phase sur chacune des 6 bases.

Cependant, quelques hypothèses simplificatrices ont été faites, l'hypothèse la plus discutable étant l'égalité de la visibilité sur toutes les bases. Si l'étoile est résolue par une ou plusieurs bases de l'interféromètre, la visibilité chutera ce qui impliquera une diminution du rapport signal à bruit. Il est en réalité nécessaire de prendre la visibilité sur chaque base de l'étoile en considération. Pour cela, il est primordial de connaître les caractéristiques des source observées avant la définition, la conception de l'interféromètre et de la recombinaison choisie. Si cela n'est pas toujours facile, nous pourrons prendre des modèles de sources aux caractéristiques typiquement attendues.

C'est pour cela, je pense, que GRAVITY est de par sa conception un instrument bien différent de la plupart des autres interféromètres. En effet, pour la source principale qui est le centre galactique, l'étoile guide du système de cophasage est connue (Sgr A^*) et nous savons qu'elle n'est pas résolue en bande K par le VLTI. En effet, avec sa longueur de base maximale de 130 m, le VLTI a une résolution angulaire maximale de 3.5 mas, cependant une estimation du diamètre de Sgr A^* est 37 µas [Doeleman *et al.* (2008)]. Ainsi la recombinaison a été choisie de façon optimale.

Conclusion et perspectives

"Mon apprentissage n'a autre fruit que de me faire sentir combien il me reste à apprendre." Montaigne

Contexte

L'étude des planètes extrasolaires en est encore à ses balbutiements et elle sera certainement très riche en découvertes. La détection directe des photons provenant d'une planète extrasolaire est essentielle car elle permet d'obtenir des informations sur le spectre de la planète et d'en déduire, entre autres, sa luminosité intrinsèque, sa composition (et éventuellement détecter des bio-signatures) et ses conditions de formation. Cependant, même si à ce jour plus de 350 planètes extrasolaires ont été découvertes, très peu ont pu être observées de façon directe à cause du très fort contraste existant entre une planète et son étoile hôte ainsi que de leur faible séparation angulaire.

L'interférométrie en frange noire est l'une des méthodes offrant la possibilité de détecter directement les planètes extrasolaires. Cette méthode présente l'avantage de pouvoir atteindre des très hautes résolutions angulaires et donc de séparer les planètes angulairement proches de leur étoile hôte. La grande longueur de base nécessaire à l'obtention de ces très hautes résolutions angulaires à conduit à plusieurs projets de missions d'interférométrie en frange noire tels que Darwin, TPF/I et Pégase employant le principe du vol en formation. Plusieurs autres projets tel que FKSI ou ALADDIN se basent sur l'interférométrie en frange noire afin de détecter directement les photons provenant de planètes extrasolaires. Cette méthode est cependant très exigeante d'un point de vue technique, en particulier la contrainte sur le cophasage des faisceaux est extrêmement sévère.

Dans le but de valider les problématiques de l'interférométrie en frange noire et du cophasage, un démonstrateur en laboratoire nommé Persée est en cours d'intégration. Financé par le Centre National d'Études Spatiales, Persée permettra, entre autres, de spécifier par une approche bottom-up les perturbations maximales tolérables en différence de marche et en tip/tilt pour atteindre les objectifs d'un interféromètre en frange noire lors d'un vol en formation. Ses principaux objectifs sont d'éteindre le flux de la source avec une profondeur de l'extinction de 10^{-4} avec une stabilité de 10^{-5} :

- sur la bande spectrale $[1.65 3.3] \mu m$,
- sur des intervalles de temps réguliers de 100 s,
- pendant 10 h.

En particulier, ces objectifs impliquent une spécification sur la stabilité de la différence de marche de 2 nm rms. La volonté de minimiser les aberrations différentielles entre l'interféromètre en frange noire et le système de cophasage a conduit au couplage de ces deux systèmes au sein d'un Mach-Zehnder modifié (MMZ). En plus de démontrer la faisabilité de cette idée originale qui

(5.1)

constitue le cœur de Persée, l'objectif principal de mon travail de thèse est de mettre en œuvre le système de cophasage de Persée de façon théorique et expérimentale.

Bilan

J'ai tout d'abord participé au dimensionnement de Persée. En particulier, j'ai défini et optimisé les algorithmes nécessaires au système de cophasage. Cette optimisation a permis de choisir les deux bandes spectrales de fonctionnement du système de cophasage, soient $I = [0.8-1] \mu m$ et $J = [1-1.5] \mu m$. J'ai également exprimé analytiquement la relation de corrélation entre le tip/tilt et la différence de marche pour un interféromètre en frange noire basé sur le principe de vol en formation.

Ensuite, j'ai validé la mise en œuvre d'une modulation ABCD spatiale, effectuée à l'aide d'un MMZ, pour un système de cophasage, tant théoriquement qu'expérimentalement. À l'aide d'un formalisme matriciel élégant prenant en considération les erreurs instrumentales, j'ai montré que deux avantages majeurs de la modulation spatiale ressortent. Ces avantages sont :

 d'une part, la possibilité d'estimer les flux des faisceaux entrant dans l'interféromètre au moyen d'une recombinaison asymétrique, d'autre part, le suivi en temps réel une dérive du MMZ grâce à la présence d'absorption dans ses lames.

J'ai démontré le premier point de façon théorique puis, pour la première fois, de façon expérimentale. Le deuxième point permettra de réduire la complexité opto-mécanique du MMZ. En effet, l'une des spécifications les plus exigeantes des interféromètres en frange noire (autre que l'obtention d'une profondeur d'extinction élevée sur une large bande spectrale) est la stabilité de la profondeur de l'extinction.

En outre, la spécification du système de cophasage de Persée conduisant à la dispersion de la lumière sur 2 bandes spectrales m'a conduit à développer un algorithme précis d'extension de la dynamique de mesure de la différence de marche novateur. Celui-ci, permettant d'exploiter au mieux l'information de l'interférométrie à 2 longueurs d'onde pour la mesure de la différence de marche, a été validé expérimentalement. J'ai montré qu'un domaine non ambigu de mesure de la différence de marche égal à 17.3 μ m a été atteint alors qu'il aurait été seulement égal à 2.2 μ m en utilisant l'algorithme classique à 2 longueurs d'onde.

Enfin, j'ai mis en œuvre expérimentalement le système de cophasage de Persée –intégration, calibration, fermeture de la boucle, tests – et j'ai validé la stabilisation des franges à un niveau subnanométrique, ce qui est requis pour Persée. Cette stabilisation de la différence de marche a permis d'atteindre des premiers résultats de l'interféromètre en frange noire très encourageants puisqu'une profondeur de l'extinction égale à $N = 6 \times 10^{-5} \pm 2.8 \times 10^{-5}$ a été atteinte en lumière monochromatique grâce au système de cophasage.

Pendant mon travail de thèse, j'ai démontré que le couplage de l'interféromètre en frange noire avec le système de cophasage, effectuée à l'aide d'un MMZ, est une solution séduisante et prometteuse pour les futurs instruments. Le système de cophasage de Persée a été défini et sa capacité à stabiliser la différence de marche à un niveau subnanométrique a été démontrée de façon expérimentale.

Dans le contexte plus général des systèmes de cophasage, de par mon expérience acquise, j'ai participé à la définition du système de cophasage de GRA-VITY, un instrument de seconde génération du VLTI. J'ai étudié quelle serait la recombinaison interférométrique la plus performante pour GRAVITY. Cette recombinaison a été choisie pour GRAVITY.

Perspectives

À court terme, il est nécessaire de démontrer expérimentalement la possibilité de suivre en temps réel les aberrations différentielles entre l'interféromètre en frange noire et le senseur de franges et de modifier en conséquence le point de fonctionnement du système de cophasage comme je l'ai envisagé. Ceci permettra de réduire la spécification critique sur la variation de la température affectant le MMZ2.

À plus long terme, lorsque l'intégration de Persée sera finalisée, des actionneurs dédiés permettront alors de simuler des perturbations typiques que subissent les missions d'interférométrie en frange noire employant le principe du vol en formation. Ayant exclusivement asservi le système de cophasage avec un intégrateur du premier ordre, l'un des principaux efforts à fournir réside désormais principalement dans l'optimisation des lois de commandes du système de cophasage. Ceci dans le but de corriger, avec un résidu maximum de différence de marche de 2 nm rms, les perturbations typiques de vol en formation qui seront appliquées. Ces travaux font l'objet, entre autres, de la thèse débutée fin 2008 de Julien Lozi.

Lorsque Persée aura démontré – j'espère avant fin 2010 – sa capacité à éteindre le flux de la source avec une profondeur de l'extinction de 10^{-4} avec une stabilité de 10^{-5} sur la bande spectrale [1.65 - 3.3] µm avec des perturbations typiques de vol en formation, alors une étape importante sera franchie vers cet objectif qui m'enthousiasme et qui concerne la caractérisation spectroscopique des planètes extrasolaires par la méthode de l'interférométrie en frange noire.

Annexe A

Annexes

A.1 Communication SPIE Persée

PERSEE, the dynamic nulling demonstrator: Recent progress on the cophasing system

Houairi K.^{*a,b,c*}, Cassaing F. ^{*a,c*}, Le Duigou J.M. ^{*b*}, Sorrente B. ^{*a,c*}, Jacquinod S.^{*d*}, Amans J.P. ^{*e,c*}

^aOffice National d'Etudes et de Recherche Aérospatiales, Optics Department, BP 72, 92322 Châtillon Cedex, France:

^bCentre National d'Etudes Spatiales, 18 Avenue Edouard Belin, 31401 Toulouse Cedex 4, France;

^cPHASE, the high angular resolution partnership between Onera, Observatoire de Paris, CNRS and University Denis Diderot Paris 7;

^d Institut d'Astrophysique Spatiale, Centre universitaire d'Orsay, Bt 120-121, 91405 Orsay, France;

^eGEPI, UMR 8111, Observatoire de Paris, 5 place Jules Janssen, 92190 Meudon, France;

ABSTRACT

Spectral characterization of exo-planets can be made by nulling interferometers. In this context, several projects have been proposed such as DARWIN, FKSI, PEGASE and TPF, space-based, and ALADDIN, ground-based. To stabilize the beams with the required nanometric accuracy, a cophasing system is required, made of piston/tip/tilt actuators on each arm and piston/tip-tilt sensors. The demonstration of the feasibility of such a cophasing system is a central issue.

In this goal, a laboratory breadboard named PERSEE is under integration. Main goals of PERSEE are the demonstration of a polychromatic null from 1.65 μ m to 3.3 μ m with a 10⁻⁴ rejection rate and a 10⁻⁵ stability despite the introduction of realistic perturbations, the study of the interfaces with formation-flying spacecrafts and the joint operation of the cophasing system with the nuller.

We describe the principle of the cophasing system made by Onera, operating in the $[0.8 - 1] \mu m$ (tip/tilt) and $[0.8 - 1.5] \mu m$ (piston) spectral bands. Emphasis is put on the piston sensor and its close integration with the nuller.

Keywords: Interferometry, nulling, Persee, Pegase, fringe tracking, ground demonstration

1. INTRODUCTION

Nulling interferometry is one of the most promising methods to make spectral characterisation of exoplanets and to study habitable extrasolar systems. In the last few years, several projects have been proposed such as DARWIN,^{1,2} FKSI,³ PEGASE⁴ and TPF,^{5,6} space-based, and ALADDIN,⁷ ground-based. These projects are based on the Bracewell interferometric principle⁸ which is made technologically possible thanks to the ability of measuring and correcting the optical path difference (OPD) between the beams. This principle requires a control of the OPD with an accuracy of a few nanometers despite the perturbations during the exposure time mainly arising from the mechanical motions of the spacecrafts (space-based interferometers) or from the atmospheric turbulence (ground-based interferometers). The requirement for this OPD stability cannot be met without a cophasing system.

A laboratory breadboard called PERSEE,⁹ of which goal is to show the feasibility of such missions, is under integration. PERSEE is built by a consortium including CNES, IAS, LESIA, OCA, Onera and TAS. Its main goals are the demonstration of a polychromatic null with a 10^{-4} rejection rate and a 10^{-5} stability despite the introduction of realistic perturbations, the study of the interfaces with the formation-fying spacecrafts and the

E-mail: kamel.houairi@onera.fr

joint operation of the cophasing system with the nuller.¹⁰ The broadboard integration and performance tests should end in 2009.

We list the operating modes of the cophasing system of PERSEE, its different estimators and its current status.

2. FRINGE TRACKING SPECIFICATIONS

One of the main requirements of the cophasing system is the minimization of differential paths with the science channel. A Modified Mach-Zehnder interferometer¹¹ allows the minimization of the differential aberrations by joining the measurement and the science channels. PERSEE's Modified Mach-Zehnder interferometer is fully described in Ref. [10].

PERSEE's cophasing system is implemented within two parallel servo loops: the OPD control loop and the tip/tilt control loop These fine loops compensate the external movements by corresponding displacements of optical delay lines and fast steering mirrors. The fringe sensor (FS) operates in the [0.8-1.5] μ m spectral band while the star tracker system camera operates in the [0.8-1] μ m.⁹ The optical elements which perform the corrections are detailed in Ref. [9]. Both these servo loops are implemented in a real time computer which derives the corrections from the data.

The specifications and the preliminary test results of the tip/tilt control loop are presented in Ref. [9] and in the following we focus on the OPD control loop. In order to reach an average null depth of 10^{-4} with a 10^{-5} stability, the residual OPD must be lower than 2 nm rms. To reach this specification, two correction levels are implemented: a centimetric level correcting with an accuracy of about one micron and a nanometric level correction with an accuracy of 0.2 nm.

The fringe tracker operates within three modes: the fringe detection mode during which we see the fringes for the first time, the fringe acquisition mode during which the central dark fringe is located, and the tracking mode during which the science channel makes observations. These different operating modes are detailed in the following.

2.1 Detection mode

The first step of interferometers is the fringe detection. Indeed, the fringes are only present when the optical path difference between the two beams is lower than one coherence length of the fringe sensor. In formation flying space-based interferometers, because of the mechanical drift of the spacecrafts, we can wait for detecting them. An other considered solution is to scan the fringes by moving the delay lines.

When the visibility of the fringes is higher than a threshold, a real time computer derives the fringe position, their visibility, drift speed and drift direction. In Pegase context, because of the large size of the interferometer baseline ([50-500] m), the speed v of the fringes can reach several hundreds of μ m/s. Consequently, to avoid blurring, the exposure time of the FS must be close to 1 ms, and the repetition time small enough so that measurements correctly sample the chromatic envelope of the fringe pattern, of which coherence length is a few microns. The fringe tracker must be capable of detecting fringes with a speed up to 150 μ m/s.

When the fringes are detected and the delay lines are actioned, the fringe tracker automatically changes into *acquisition mode*.

2.2 Acquisition mode

At the beginning of the acquisition phase, the OPD between the two beams can be much larger than the FS operating wavelength. The goal of this phase is to locate the central dark fringe and to make the OPD between the two beams be lower than the FS operating wavelength. To do so, the fringe sensor spectral band is dispersed into 2 spectral channels.

When the OPD residual is lower than a fraction of the FS operating wavelength, the fringe tracker automatically changes into *tracking mode*.

2.3 Tracking mode

The tracking phase is the period during which the fringes are stabilized and the science channel makes observations. The main requirement is that the residual OPD must be lower than 2 nm rms. To reach this specification, it has been specified that the phase tracking must be performed with a sampling rate be close to 1 kHz.

At last, in case of fringe jumps, the dispersion will ensure the dark fringe tracking by removing the main ambiguities.

3. DESIGN OF THE FRINGE SENSOR

3.1 Selected concept

In order to minimize the differential aberrations between the fringe sensor and the scientific channel, the same modified Mach-Zehnder is used for the OPD measurement channel and the nulling channel.¹⁰ This spectral separation carried out by dichroic plates located after the interferometric combination allows to measure OPD in the spectral band [0.8 - 1.5] µm while the null depth is computed in several spectral channels in [1.65 - 3.3] µm. The demodulation is carried out by the ABCD algorithm, the $\{0 - \pi/2 - \pi - 3\pi/2\}$ modulation is performed by adding a $\pi/2$ phase-shift in the MMZ.

At last, the real time computering is carried out by the software LabVieW Real Time in a PXI chassis.

3.2 Estimators

Each fringe tracking mode needs specific estimators. The main estimator of each mode are:

- Mode detection: visibility
- Mode acquisition: group delay
- Mode tracking: phase delay

The main difference between the coherencing phase and the cophasing phase is the measurable OPD: it is lower than the beat wavelength, λ_B , during the coherencing and it is lower than the shortest measurement wavelength, λ_I , during the cophasing. The beat wavelength λ_B is defined by:

$$\lambda_B = \frac{\lambda_I \lambda_J}{\lambda_J - \lambda_I} \tag{1}$$

where λ_I and λ_J are the FS operating wavelengths ($\lambda_I < \lambda_J$). Since the spectral band [0.8–1.5] µm is dispersed into 2 spectral channels, we call I the first spectral channel and J the second one.

For each FS operating mode, we need to find the best estimator, i.e. the one of which the measurement is performed with the highest accuracy.

3.2.1 Fringe visibility

In order to detect the fringes, the chosen estimator is the effective square fringe visibility \widehat{W} :

$$\widehat{W} = \widehat{V}^{\prime 2} \tag{2}$$

where the real visibility $\widehat{V'}$ takes into account the dynamical loss caused by the fringe blurring arising from the fringe drift during the exposure time and the static loss caused by the chromatic envelope of the fringe pattern when the OPD is not zero. For instance, as long as the OPD is lower than half the coherence length L_c , the static loss is lower than 1/2. Thus, the real visibility $\widehat{V'}$ can be written as:

$$\widehat{V'} = V \operatorname{sinc}\left(\frac{vT_p}{\lambda}\right) \operatorname{Env}\left(\frac{\delta}{L_c}\right) \tag{3}$$

266

where T_p is the integration time, δ is the OPD, v the fringe drift speed and λ the measurement wavelength. The fringe envelope Env is the inverse Fourier Transform absolute value of the FS spectrum and the function *sinc* is the Fourier Transform of the rectangular function:

$$\operatorname{sinc}\left(x\right) = \frac{\sin\left(\pi x\right)}{\pi x} \tag{4}$$

Since the visibility is estimated over each spectral channel, instead of averaging the visibility measurement of each spectral channel, we balance the measurement thanks to a coefficient q and we define the estimated fringe visibility as:

$$\widehat{W} = q\widehat{W}_I + (1-q)\widehat{W}_J \tag{5}$$

Thus, during the detection phase, the signal-to-noise ratio of the main estimator is:

$$SNR_{vis} = \frac{q\widehat{W}_I + (1-q)\widehat{W}_J}{\sqrt{q^2\sigma_{\widehat{W}_I}^2 + (1-q)^2\sigma_{\widehat{W}_J}^2}}$$
(6)

We see how to choose the coefficient q in section 3.3.

3.2.2 Coherencing

One coherencing estimator which allows to identify without any ambiguity the central dark fringe is:

$$\widehat{\Phi} = \widehat{\varphi}_{I} - \widehat{\varphi}_{J} \tag{7}$$

and considering that the phase measurements $\widehat{\varphi_I}$ and $\widehat{\varphi_J}$ in each spectral channel I and J are decorrelated, the variance of the estimated phase $\widehat{\Phi}$ can be written as:

$$\sigma_{\widehat{\Phi}}^2 = \sigma_{\widehat{\omega}_I}^2 + \sigma_{\widehat{\omega}_I}^2 \tag{8}$$

The measurement of the phase for a pairwise combination of 2 beams a and b is corrupted according to Refs. (12–14):

$$\sigma_{\widehat{\varphi}} = \frac{1}{V_{a,b}^*} \times \frac{\alpha}{\eta_{a,b}\rho_{a,b}} \tag{9}$$

where α is a coefficient depending on the chosen combination (co-axial or multi-axial) and demodulation algorithm. The source visibility $V_{a,b}^*$ takes into account the instrumental contrast loss and the fluctuation of the output, $\eta_{a,b}$ is the contrast attenuation factor introduced by the photometric imbalance and $\rho_{a,b}$ is the photometric signal-to-noise ratio. One can write:

$$\eta_{a,b} = \frac{2\sqrt{N_a N_b}}{N_a + N_b} \qquad \text{and} \qquad \rho_{a,b} = \frac{N_a + N_b}{\sqrt{(N_a + N_b) + K\sigma_d^2}} \tag{10}$$

where N_a (respectively N_b) is the number of photoelectrons detected during the exposure time onto the detector a (respectively b), σ_d is the detector noise and K is the number of pixels read (K = 4 for the ABCD algorithm).

3.2.3 Cophasing

During the fringe tracking, we can use only the phase measurement $\widehat{\varphi_I}$ or only the phase measurement $\widehat{\varphi_J}$ or even the two phase average. However, we balance the two phase measurements thanks to a coefficient p in order to take more or less into account the measurement of $\widehat{\varphi_I}$ or $\widehat{\varphi_J}$. Indeed, both $\widehat{\varphi_I}$ and $\widehat{\varphi_J}$ provide $\widehat{\varphi}$ but they are more or less corrupted by noise. Thus, we define the estimated phase as:

$$\widehat{\varphi} = p\widehat{\varphi_I} + (1-p)\widehat{\varphi_J} \tag{11}$$

Assuming that the phase measurements $\widehat{\varphi_I}$ and $\widehat{\varphi_J}$ are decorrelated, the variance of the estimated phase $\widehat{\varphi}$ can be written as:

$$\sigma_{\widehat{\varphi}}^2 = p^2 \sigma_{\widehat{\varphi}_I}^2 + (1-p)^2 \sigma_{\widehat{\varphi}_J}^2 \tag{12}$$

We see how to choose the coefficient p in section 3.3.

3.2.4 Fringe drift speed

We assume that between two measurements, the fringes drift with a constant speed. A fringe drift speed estimator can be derived from two succesive coherencing phase measurements $\widehat{\Phi}$, at instants t_1 and t_2 ($\tau = t_2 - t_1$).

$$\widehat{v} = \frac{\widehat{\Phi}(t_2) - \widehat{\Phi}(t_1)}{\tau} \tag{13}$$

Considering the two measurements decorrelated, the variance of the fringe drift speed measurement noise can be written as:

$$\sigma_v^2 = 2 \frac{\sigma_\Phi^2}{\tau^2} \tag{14}$$

The minimization of the fringe drift speed measurement noise is the same as the one for the coherencing.

3.3 Optimization of the spectral channels

For the following simulations, we assume that we are photon-noise limited and we simplified the calculations by assuming that the source spectrum is gaussian over the each spectral band with a full width at half maximum equal to the coherence wavelength L_c . We illustrate the spectrum of the source in each spectral channel in Fig. 1.



Figure 1. Spectrum of each spectral channel

Both spectra have the same maximum intensity spectral density. We performed other simulations by changing the maximum value of the intensity spectral density in each spectral band and the same results are obtained as far as their ratio is lower than a few dozens.

3.3.1 Visibility

According to Ref. 12, when the OPD is much higher than the coherence length, the visibility noise standard deviation for a ABCD algorithm is:

$$\sigma_W = \frac{4}{N} \tag{15}$$

where N is the number of photoelectrons detected during the exposure time.

From Eq. (6) and (15), for each splitting wavelength λ_s , we optimize SNR_{vis} by choosing the coefficient q which maximizes SNR_{vis} . In figure 2 we plot the optimized relative SNR_{vis} versus the splitting wavelength λ_s .

 SNR_{vis} depends on the splitting wavelength λ_s but is not very sensitive. Indeed, when $\lambda_s \in [0.8 - 1.5] \ \mu m$, SNR_{vis} evolution is lower than 30%. The splitting wavelength which maximizes the signal-to-noise ratio during the detection phase is $\lambda_s = 0.9 \ \mu m$.



3.3.2 Group delay

From Eq. (8-10), we derive the standard deviation of the relative phase measurement noise versus the splitting wavelength λ_s . It is plotted in Fig. 3



Figure 3. Phase measurement noise standard deviation during the coherencing phase.

 σ_{φ} strongly depends on the splitting wavelength λ_s . According to Fig. 3, the splitting wavelength which minimizes the phase measurement noise during the acquisition phase is $\lambda_s = 1.03 \ \mu\text{m}$.

3.3.3 Phase delay

Combining Eqs. (9), (10) and (12) and according to the considered spectrum in each spectral channel shown in Fig. 1, for each splitting wavelength λ_s we optimize $\sigma_{\widehat{\varphi}}$ by choosing the coefficient p which minimizes $\sigma_{\widehat{\varphi}}$. In figure 2 we plot the optimized relative $\sigma_{\widehat{\varphi}}$ versus the splitting wavelength λ_s .

According to Fig. 3, the splitting wavelength which minimizes the phase measurement noise during the tracking phase is $\lambda_s = 1.03 \ \mu m$.

3.3.4 Coherence length

We show in Fig. 5 the coherence length of each spectral channel versus the splitting wavelength λ_s .



Phase delay - Measurement noisePhase delay - optimal pFigure 4. Phase measurement noise evolution functions of OPD ($\delta = 0 - 20 - 40 - 60 - 80 - 100 \ nm$) versus λ_s during the cophasing phase.



Figure 5. Coherence length of each spectral channel.

Coherencing and cophasing phases are not optimized when channels have similar width $\Delta \lambda$ but when they have similar coherence length L_c . Indeed, for this splitting wavelength, the measurement noise of each spectral channel is well-balanced.

4. IMPLENTATION OF THE FRINGE SENSOR

By waiting for the final integration of PERSEE at *Observatoire de Paris-Meudon* in 2009, fringe tracking tests will be performed at Onera. Figure 6 shows the principle of the cophasing loop tests at Onera.

At Onera, with a reduced setup at Onera in autocollimation, the light will be injected through an output of the MMZ which will thus be used both in order to divide and to recombine the beams as shown in Figure 6. The sources used for the tests at Onera will be a distributed feedback laser at 830 nm and a amplified spontaneous emission at 1310 nm with a 75 nm full width at half maximum.

Since the Modified-Mach-Zehnder described in Ref. 10 is not manufactured yet. The tests of the cophasing loop will be carried out with a priliminary MMZ manufactured by GEPI. It has been specially designed in order to reach the thermal stability requirement. GEPI has also manufactured two injection blocs shown in Figure 6: 4 dichroic plates disperse the input beams in the $[0.8-1] \mu m$ and $[1-1.5] \mu m$ spectral channels and 4 lenses focus the beams into the 8 monopixel detectors.



Figure 6. Principle of the cophasing loop tests at Onera.

For the tests at Onera, the same piezoelectric actuators will perform the correction of the star tracking and fringe tracking systems. They will then be also used for simulating perturbations in piston and tip/tilt.

5. STATUS OF THE FRINGE SENSOR

The components of the fringe sensor have been specified. The computer hardware is available and the software is under integration. All the optomechanics as well as optics components are now at Onera. Detector tests and the alignment of the MMZ are ongoing. The integration and the tests of the fringe tracking system will be carried out in summer 2008.

The priliminary integration of the cophasing loop at Onera will allow the optimization of the estimators and calibration procedure. Fringe tracking performance should reach the OPD residuals specification of 2 nm rms.

6. CONCLUSION

In order to obtain a polychromatic null with a 10^{-4} rejection rate and a 10^{-5} stability, a high-performance cophasing system with OPD residuals lower than 2 nm rms is required. PERSEE's fringe tracking best goal is to obtain OPD residuals lower than 1 nm rms.

The stringent requirement of the fringe tracking system led to the development of an innovative fringe tracking system where the fringe sensor is implemented in the science instrument in order to minimize the differential aberrations. So that the fringe sensor identifies the central dark fringe without any ambiguity, the flux is dispersed over two spectral channels which have been optimized with respect to the measurement accuracy. Also, the chosen setup allows the fringe sensor to measure in real time the null depth: it would thus be possible to calibrate in real time the differential aberrations between the measurement and the science channels which could arise from temperature change. The loop will be closed with a sampling frequency close to 1 kHz.

The performance of the fringe tracking system will allow bottom-up specifications for formation flying missions by specifying the maximum tolerable satellite perturbations.

REFERENCES

- [1] Leger, A. and Herbst, T., "DARWIN mission proposal to ESA," ArXiv e-prints 707 (July 2007).
- [2] Cockell, C. S., Leger, A., Fridlund, M., Herbst, T., Kaltenegger, L., Absil, O., Beichman, C., Benz, W., Blanc, M., Brack, A., Chelli, A., Colangeli, L., Cottin, H., Coude du Foresto, V., Danchi, W., Defrere, D., den Herder, J. ., Eiroa, C., Greaves, J., Henning, T., Johnston, K., Jones, H., Labadie, L., Lammer, H., Launhardt, R., Lawson, P., Lay, O. P., LeDuigou, J. ., Liseau, R., Malbet, F., Martin, S. R., Mawet, D., Mourard, D., Moutou, C., Mugnier, L., Paresce, F., Quirrenbach, A., Rabbia, Y., Raven, J. A., Rottgering, H. J. A., Rouan, D., Santos, N., Selsis, F., Serabyn, E., Shibai, H., Tamura, M., Thiebaut, E., Westall, F., White, and Glenn, J., "DARWIN - A Mission to Detect, and Search for Life on, Extrasolar Planets," ArXiv e-prints 805 (May 2008).
- [3] Danchi, W. C., Barry, R. K., Deming, D., Kuchner, M., Monnier, J. D., Mundy, L. G., Rajagopal, J., Richardson, J., Seager, S., and Traub, W., "Scientific rationale for exoplanet characterization from 3-8 microns: the FKSI mission," in [Advances in Stellar Interferometry. Edited by Monnier, John D.; Schöller, Markus; Danchi, William C.. Proceedings of the SPIE, Volume 6268, pp. 626820 (2006).], Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 6268 (July 2006).
- [4] Ollivier et al., M., "Pegase, an infrared interferometer to study stellar environments and low mass companions around nearby stars," ESA's Cosmic Vision Call for Proposals (2007).
- [5] Lawson, P. R., Dumont, P. J., and Colavita, M. M., "Interferometer Designs for the Terrestrial Planet Finder," in [Bulletin of the American Astronomical Society], Bulletin of the American Astronomical Society 31, 835-+ (May 1999).
- [6] Beichman, C., Lawson, P., Lay, O., Ahmed, A., Unwin, S., and Johnston, K., "Status of the terrestrial planet finder interferometer (TPF-I)," in [Advances in Stellar Interferometry. Edited by Monnier, John D.; Schöller, Markus; Danchi, William C.. Proceedings of the SPIE, Volume 6268, pp. 62680S (2006).], Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 6268 (July 2006).
- [7] Coudé du Foresto, V., Absil, O., Swain, M., Vakili, F., and Barillot, M., "ALADDIN: an optimized nulling ground-based demonstrator for DARWIN," in [Advances in Stellar Interferometry. Edited by Monnier, John D.; Schöller, Markus; Danchi, William C.. Proceedings of the SPIE, Volume 6268, pp. 626810 (2006).], Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 6268 (July 2006).
- Bracewell, R. N., "Detecting nonsolar planets by spinning infrared interferometer," Nature 274, 780-+ (Aug. 1978).
- [9] Cassaing, F., Duigou, J.-M. L., Houairi, K., Jacquinod, S., Reess, J.-M., Henault, F., Sorrente, B., Barillot, M., Rousset, G., du Foresto, V. C., and Ollivier, M., "Persee: a nulling demonstrator with real-time correction of external disturbances," in [*Optical and Infrared Interferometry*], Danchi, W. C., Delplancke, F., and Schller, M., eds., **7013** (2008).
- [10] Jacquinod, S., Cassaing, F., Duigou, J.-M. L., Barillot, M., Ollivier, M., Houairi, K., and Amans, J.-P., "PERSEE: description of a new concept for nulling interferometry recombination and opd measurement," in [Optical and Infrared Interferometry], Danchi, W. C., Delplancke, F., and Schller, M., eds., 7013 (2008).
- [11] Serabyn, E. and Colavita, M. M., "Fully symmetric nulling beam combiners," Appl. Opt. 40(10), 1668–1671 (2001).
- [12] Shao, M., Colavita, M. M., Hines, B. E., Staelin, D. H., and Hutter, D. J., "The Mark III stellar interferometer," Astronomy and Astrophysics 193, 357–371 (Mar. 1988).
- [13] Surrel, Y., "Additive noise effect in digital phase detection," Appl. Opt. 36, 271–275 (Jan. 1997).
- [14] Cassaing, F., "Optical path difference sensors," in [Comptes Rendus de l'Académie des Sciences], IV Physics, 1–12 (2001).

A.2 Communication SF2A

SF2A 2007 J. Bouvier, A. Chalabaev, C. Charbonnel (eds)

NULLING STABILIZATION IN THE PRESENCE OF PERTURBATION

K. Houairi^{1, 2}, F. Cassaing¹, J.M. Le Duigou², M. Barillot³, V. Coudé du Foresto⁴, F. Hénault⁵, S. Jacquinod⁶, M. Ollivier⁶, J-M Reess⁴ and B. Sorrente¹

Abstract.

Nulling interferometry is one of the most promising methods to study habitable extrasolar systems. In this context, several projects have been proposed such as ALADDIN on ground or DARWIN and PEGASE in space.

A first step towards these missions will be performed with a laboratory breadboard, named PERSEE, built by a consortium including CNES, IAS, LESIA, OCA, ONERA and TAS. Its main goals are the demonstration of a polychromatic null with a 10^{-4} rejection rate and a 10^{-5} stability despite the introduction of realistic perturbations, the study of the interfaces with the formation-flying spacecrafts and the joint operation of the cophasing system with the nuller. The broadboard integration should end in 2009, then PERSEE will be open to proposals from the scientific community.

1 Introduction

The spectral characterisation of exoplanets requires challenging instruments. PEGASE, proposed to ESA's Cosmic Vision, is dedicated to the spectrometry of hot Jupiters and brown Dwarfs from 2.5 to 5 μ m with its three formation-flying spacecrafts. ALADDIN, located in the Antarctic, will operate in the L band. These two nulling interferometers can be seen as DARWIN pathfinders and share a major issue: the need for nanometric stability which can't be reached without a cophasing system because of mechanical or atmospheric disturbances on the optical path. A laboratory breadboard called PERSEE has been designed to show the feasibility of these missions.

After a brief presentation of PEGASE, this paper focuses on PERSEE: we perform the system analysis, describe the breadboard, and finally emphasize the interferometric recombination and the cophasing system.

2 PEGASE

2.1 Scientific goals

The study of habitable extrasolar planets is certainly one of the most exciting and challenging topics for the next decades. PEGASE will study the conditions in which these planets are formed and the environment in which they evolve, both for solar-type and peculiar stars. Other objectives are the spectroscopy of hot Jupiter (Pegasides) and brown dwarves, and the exploration of the inner part of protoplanetary disks. Operating in the $[1.5 - 6]\mu m$ spectral band with a spectral resolution R = 60, PEGASE will perform the spectroscopic characterization of exoplanetary systems and provide the dust size distribution from the very neighbourhood of the star to several A.U. from it. At last, it will validate in real space conditions nulling and visibility interferometry with formation flying.

¹ ONERA DOTA, 29 avenue de la Division Leclerc, BP 72, 92322 Châtillon, France

 $^{^2}$ Centre National d'Etudes Spatiales, 18 avenue E. Belin, 31401 Toulouse,
France

 $^{^3}$ Thales Alenia Space, 100 B
d du Midi, 06322 Cannes-la-Bocca, France

⁴ Observatoire de Paris, LESIA, CNRS UMR 8109, 92195 Meudon, France

 $^{^5}$ Observatoire de la Côte d'Azur, Boulevard de l'Observatoire, 06304 Nice, France

⁶ Institut d'Astrophysique Spatiale, Centre universitaire d'Orsay, Bt 120-121, 91405 Orsay, France

2

SF2A 2007

The contrast (star/planet flux ratio) ranges from 10^3 to a a few 10^4 in the considered wavelength range. As the desired angular resolution at $2.5 - 5 \ \mu m$ implies aperture dimensions of several hundred meters and the terrestrial atmospheric absorption limits the ground-based observations to some narrow bands, a space-based free flying interferometer is proposed. The desired extinction will be implemented using the Bracewell set up (Bracewell, 1978), i.e. a Michelson interferometer with a π achromatic phase shift between the two apertures, and a rotation of the baseline around the line of sight. Figure 1 shows the transmission map of such a device with a dark fringe on the central parent star while the baseline is adjusted so that a bright fringe coincides with the supposed weak companion. A full description of PEGASE can be found in Le Duigou et al., 2006 and in Ollivier et al., 2007.



Fig. 1. Basic principle of a Bracewell interferometer

2.2 PEGASE design

PEGASE is a two 40cm-aperture interferometer for nulling and interferometric imaging. It is composed of three free-flying satellites (2 siderostats and 1 beam combiner) with baselines capable of varying from 50 to 500 m.

The main instrument is an IR interferometer and performs precise measurements either in stellar interferometry mode (V^2) or in destructive mode (nulling) in the $[1.5 - 6]\mu m$ range. In V^2 mode, the visibility of the object is extracted whereas in nulling mode the size and orientation of the baseline are adjusted to position the first bright fringe on the faint companion. The main instrumental challenge is to achieve both a very high angular resolution (0.5 to 5 mas) and a high extinction power of the parent star light. PEGASE includes the following three subsystems:

- an achromatic π-phase shift is introduced in order to center the dark central fringe on the bright central object. It will be geometrically implemented using a field reversal by reflexion with the two siderostats and two planes mirrors as described in Serabyn, 1999. Besides, dispersive prisms will compensate the likely small chromatic effects, they will be comparable with the ones used by the Synapse or MAII breadboard (Brachet, 2005; Weber et al., 2004).
- A cophasing system with a fringe sensor operating in the $[0.8 1.5]\mu m$ range and delay lines is used to accurately cophase the main instrument but it also has scientific by-products of interest.
- A fine pointing system with a camera operating in the $[0.6 0.8]\mu m$ range and tip/tilt mirrors is used to precisely correct the tip/tilt errors in order to ensure a very good intensity matching between the two arms.

3 PERSEE

In order to demonstrate the feasibility of PEGASE, it has been decided to develop of a laboratory breadboard of the payload. This breadboard will validate the principle of real time OPD and tip/tilt correction for achieving a polychromatic nulling despite the introduction of realistic perturbations. Firstly, we will introduce perturbations simulating a free-flying formation mission; later, PERSEE could be used for studying atmospheric perturbation effects on a polychromatic nulling.

K. Houairi^{1,} et al.: Nulling Stabilization in the Presence of Perturbation

3

3.1 Breadboard objectives

The main goal is to join a nulling interferometer with OPD and tip/tilt control loops. Main focus will be put on the following points:

- Obtain an average null of 10^{-4} with a 10^{-5} stability over a few hours in several spectral bands between 1.5 μm and 5 μm .
- Validate fringe acquisition with a drift speed up to $150 \ \mu m/s$.
- Characterize the noise and the maximum external drift allowed for the two active loops (OPD and tip/tilt).
- Investigate interaction between the OPD/tip-tilt/flux loops.
- Demonstrate the differential stability between the nulling and cophasing sensors.
- Investigate the calibration procedures, taking into account measurements from the cophasing loops. Calibration can be performed before the nulling measurement (estimation and correction of non-common path aberrations) or after the nulling measurement (estimation of the leakage from perturbation residuals measured by the real-time sensors).
- Validate the full operation with realistic external disturbances (star/fringe acquisition, tracking, unloading of small-stroke fine correctors).
- Study the effects of polarization.

3.2 System analysis

Serabyn (2000) showed that, in the case of a point source, the null depth is a linear sum of several contributions:

$$N = N_{\phi} + N_I + N_{\lambda} + N_{pol} \tag{3.1}$$

 N_{ϕ} and N_I represent, respectively, the OPD matching and the intensity balancing between the two beams; N_{λ} takes in account the phase dispersion across the passband and N_{pol} the difference of polarization.

An error budget analysis has been carried out and a maximum tolerable error of $5 \times 10^{-5} \pm 5 \times 10^{-6}$ has been assigned for OPD and polarization, and of $10^{-5} \pm 10^{-6}$ for intensity and chromatism. Since the most difficult reachable requirements are related to OPD and intensity imbalances, we will exclusively focus on them in the following.

It can be shown that:

$$N_{\phi} = \left(\frac{\pi \delta_c}{\lambda}\right)^2 \qquad \qquad N_I = \frac{1}{16} \left(1 - \frac{I_2}{I_1}\right)^2 \tag{3.2}$$

where δ_c is the OPD at the band center and I_i the coupled intensity of beam *i*.

Assuming the Strehl approximation for calculating the coupling efficiency (Ruilier and Cassaing, 2001), this foregoing error budget analysis leads to a specification of 15 nm rms per axis for the pointing accuracy and to a transmission ratio between the two arms of the interferometer of 99%. Besides, for the shortest observation wavelengths, the OPD stability must be lower than 1 nm rms.

3.3 Breadboard description

First of all, PERSEE includes a source unit generating two interferometric quality wavefronts from 0.6 μm to 3.5 μm : the flux of a blackbody is injected through a single-mode optical fiber at the focus of a parabolic mirror. Then, two plane mirrors representing the siderostats inject realistic disturbances simulating the position error and various noises (mainly solar pressure and reaction wheel microvibrations). Then, the correction are carried out by optical delay lines and tip/tilt mirrors. At last, an infrared camera measures the destructive and constructive outputs of a modified large spectral band Mach-Zehnder interferometer (MMZ) to compute the null depth in several spectral channels in [1.6 - 3.5] μm . Figure 2 shows that the source unit (on the right) and the detection (on the left) are deported in order to move away as much as possible sources of thermal noise.



Fig. 2. TAS's optomechanic design of Persee

We measure the tip/tilt and the OPD within two distinct spectral bands. The tip/tilt is measured by a Field Relative Angle Sensor (FRAS) in the $[0.6-0.8] \mu m$ spectral range and tip/tilt mirrors correct the angular orientation of the beams. The optical path difference (OPD) is measured by the MMZ, used as an ABCD interferometer, in the $[0.8-1.5] \mu m$ spectral band and optical delay lines compensate OPD errors.

At last, the interferometric recombination is also carried out by the same MMZ which performs a spatial intensity modulation of the fringes with 4 outputs in quadrature A, B, C and D: B and D correspond respectively to the bright and dark fringes, A and C correspond to the inflection points.



Fig. 3. Spatial modulation of the MMZ interferometer with its 4 outputs in quadrature A, B, C and D.

In the $[0.8 - 1.5] \mu m$ spectral range, the four outputs of the MMZ are used for the OPD measurement while in wavelengths from 1.6 μm to 3.5 μm B and D are used to compute the null depth. The study and the definition of the MMZ is carried out by IAS in collaboration with ONERA.

5



K. Houairi^{1,} et al.: Nulling Stabilization in the Presence of Perturbation

The joint operation of the cophasing system and the nuller enables the minimization of the differential optical paths between the nulling measurement and the nuller; thus the MMZ is of the highest importance because it allows to remove differential errors between the measurements and the null depth.

Fig. 4. Principle of the cophasing loop with the different steps of integration and tests (at ONERA then at LESIA).

3.4 Cophasing device

Figure 4 shows the principle of the cophasing system: the measurement of the OPD is performed by an ABCD interferometer and delay lines compensate the OPD. In the $[0.8 - 1.5] \mu m$ spectral band, the MMZ is used to measure the OPD. Each output is dispersed into 2 spectral channels to ensure dark-fringe tracking by removing the main ambiguities introduced by fringe jumps. The main requirement is that the residual OPD must be lower than 1 nm rms. To reach this specification, the sampling rate will be of about 1 kHz.

Before the final integration of PERSEE, the cophasing loop will be tested and optimized at ONERA. Since the rest of PERSEE is developed in parallel, the main optical train won't be operational; accordingly, the beam will be injected through an output of the MMZ which will thus be used both in order to divide and to recombine the beams as shown in Figure 4.

Finally, the fine pointing control loop has already been tested at ONERA and the interaction between OPD and tip-tilt loops will be studied in large measure at ONERA.

4 Conclusion

The demonstration of the feasibility of nulling interferometers under realistic operating conditions needs laboratory breadboards. As a consequence, PERSEE has been designed and it should be able for the first time to demonstrate a polychromatic null with a 10^{-4} rejection rate and a 10^{-5} stability despite the introduction of realistic perturbations.

Its definition has been achieved in 2007 and tests of the tracking loops have begun. Its integration will begin in 2008 at Observatoire de Paris-Meudon and tests should be carried out by the end of 2009. Then, PERSEE will be opened to scientific community proposals.

5 Acknowledgments

PEGASE and PERSEE are founded by CNES. This work also received the support of PHASE, the high angular resolution partnership between ONERA, Observatoire de Paris, CNRS and University Denis Diderot Paris 7.

6

 $\rm SF2A~2007$

References

Bracewell, R. 1978, Detecting nonsolar planets by spinning infrared interferometer, Nature

- Brachet, F. 2005, Etude et développement d'un déphaseur achromatique pour l'interférométrie en frange noire, PhD thesis, Université Paris-Sud (XI)
- Le Duigou, J. M. et al. 2006, Pegase : a TPF-I/Darwin pathfinder ? ed. Mather, J. C., MacEwen, H. A., and de Graauw, M. W. Space Telescopes and Instrumentation I: Optical, Infrared, and Millimeter, volume 6265, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.
- Ollivier, M. et al. 2007, PEGASE: an infrared interferomter to study stellar environments and low mass companions around nearby stars, ESA's Cosmic Vision Call for Proposals
- Ruilier, C. and Cassaing, F. 2001, Coupling of large telescopes and single-mode waveguides: application to stellar interferometry, J. Opt. Soc. Am. A, 18(1):143–149

Serabyn, E. et al. 1999, Extra deep nulling of visible laser light, Applied Optics, 38(34):7128-7132

Serabyn, E. 2000, Nulling interferometry: symmetry requirements and experimental results, Interferometry in Optical Astronomy, volume 4006, pages 328–339

Weber, V. et al. 2004, Nulling interferometer based on an integrated optics combiner, Astronomical Telescopes and Instrumentation, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.

A.3 Courbes de transmission des lames du MMZ1



FIG. A.1 – Courbes de réflexion et des anti-reflets des lames séparatrices du MMZ1 réalisées par Cilas.

Annexe B

Listes de publications

- Houairi K., Cassaing F.. Two-wavelength interferometry: extended range and accurate optical path difference analytical estimator, JOSA A Vol. 26, Iss. 12, pp. 2503.2511 (2009).
- Houairi K., Cassaing F., Perrin G., Eisenhauer F., Gillessen S., Brandner W. and Straubmeier C.. Optimization of optical path difference measurement by pairwise combination: application to 4 and 6 beams, Soumis à Optical Engineering (2009).
- Houairi K., Cassaing F., Le Duigou J. M., Sorrente B., Jacquinod S., Amans J. P. *PERSEE, the dynamic nulling demonstrator: first results on the cophasing system,* À soumettre dans Proc. Pathways Towards Habitable Planets (2009).
- Houairi K., Cassaing F., Le Duigou J. M., Sorrente B., Jacquinod S., Amans J. P.. *PERSEE, the dynamic nulling demonstrator: Recent progress on the cophasing system,* Proc. SPIE 7013, 70131W (2008).
- Houairi K., Cassaing F., Perrin G., Eisenhauer F., Brandner W., Straubmeier C., and Gillessen S.. *Fringe tracking optimization with 4 beams: application to GRAVITY*, Proc. SPIE 7013, 70131B (2008).

- Houairi K., Barillot M., Cassaing F., Le Duigou J. M., Coudé du Foresto V., Hénault F., Jacquinod S., Ollivier M., Reess J. M., Sorrente B.. *Nulling stabilisation in the presence of perturbation*, Dans Semaine de l'astrophysique française. SF2A, EDP Sciences, 2007.
- Jacquinod S., Houairi K., Le Duigou J. M., Barillot M., Cassaing F., Reess J. M., Henault F., Sorrente B., Morinaud G., Amans J. P., Coudé du Foresto V., Ollivier M.. *PERSEE: a nulling interferometer with dynamic correction of external perturbations* Proc. ICSO (2008).
- Cassaing F., Le Duigou J. M., Houairi K., Jacquinod S., Reess J. M., Hénault F.,Sorrente B., Barillot M., Rousset G., Coudé du Foresto V., Ollivier M.. *PERSEE: a nulling demonstrator with real-time correction of external disturbances*, Proc. SPIE 7013, 70131Z (2008).
- Le Duigou J. M., Cassaing F., Houairi K., Jacquinod S., Reess J. M., Hénault F., Sorrente B., Barillot M., Coudé du Foresto V., Ollivier M.. *Persée: a nulling breadboard coupled with a free flying gnc simulator*, Dans 3rd International Symposium on Formation Flying, Missions and Technologies. ESA, 2008. Date conférence : avril 23-25, 2008, ESTEC.
- Jacquinod S., Cassaing F., Le Duigou J. M., Barillot M., Ollivier M., Houairi K., Lemarquis F., Amans J. P. *PERSEE: description of a new concept for nulling interferometry recombination and OPD measurement*, Proc. SPIE 7013, 70131T (2008).
- Eisenhauer F., Perrin G., Brandner W., Straubmeier C., Richichi A., Gillessen S., Berger J. P., Hippler S., Eckart A., Schöller M., Rabien S., Cassaing F., Lenzen R., Thiel M., Clénet Y., Ramos J. R., Kellner S., Fédou P., BaumeisterH., Hofmann R., Gendron E., Boehm A., Bartko H., Haubois X., Klein R., Dodds-Eden K., Houairi K., Hormuth F., Gräter A., Jocou L., Naranjo V., Genzel R., Kervella P., Henning T., Hamaus N., Lacour S., Neumann U., Haug M., Malbet F., Laun W., Kolmeder J., Paumard T., Rohloff R.-R., Pfuhl O., Perraut K., Ziegleder J., Rouan D.,

Rousset G.. *GRAVITY: getting to the event horizon of Sgr A**, Proc. SPIE 7013, 70132A (2008).

- Eisenhauer F., Perrin G., Straubmeier C., Brandner W., Boehm A., Cassaing F., Clenet Y., Dodds-Eden K., Eckart A., Fedou P., Gendron E., Genzel R., Gillessen S., Graeter A., Gueriau C., Hamaus N., Haubois X., Haug M., Henning T., Hippler S., Hofmann R., Hormuth F., Houairi K., Kellner S., Kervella P., Klein R., Kolmeder J., Laun W., Lena P., Lenzen R., Marteaud M., Meschke D., Naranjo V., Neumann U., Paumard T., Perger M., Perret D., Rabien S., Ramos J. R., Reess J. M., Rohloff R.-R., Rouan D., Rousset G., Ruyet B., Schropp M., Talureau B., Thiel M., Ziegleder J., Ziegler D.. *GRAVITY: microarcsecond astrometry and deep interferometric imaging with the VLTI*, Dans IAU, rédacteur en chef, A Giant Step: from Milli- to Microarcsecond Astrometry, number 248 dans Proceedinfs IAU Symposium, 2008.
- Eisenhauer F., Perrin G., Straubmeier C., Brandner W., Boehm A., Cassaing F., Clenet Y., Eckart A., Fedou P., Gendron E., Genzel R., Gillessen S., Graeter A., Gueriau C., Hamaus N., Haubois X., Haug M., Henning T., Hippler S., Hofmann R., Hormuth F., Houairi K.,Kellner S., Kervella P., Klein R., Laun W., Lena P., Lenzen R., Marteaud M., Meschke D., Naranjo V., Neumann U., Paumard T., Perger M., Perret D., Rabien S., Ramos J. R., Reess J. M., Rohloff R.-R., Rouan D., Rousset G., Ruyet B., Schropp M., Talureau B., Thiel M., Ziegleder J., Ziegler D.. *GRAVITY: Microarcsecond astrometry and deep interfereometric imaging with the VLTI*, Dans Science with the VLT in the ELT Era, 2007.
- Bartko H., Perrin G., Brandner W., Straubmeier C., Richichi A., Gillessen S., Paumard T., Hippler S., Eckart A., Schöller M., Eisenhauer F., Haubois X., Lenzen R., Rabien S., Clénet Y., Ramos J. R., Thiel M., Berger J. P., Baumeister H., Kellner S., Cassaing F., Böhm A., Hofmann R., Gendron E., Klein R., Dodds-Eden K., Houairi K., Hormuth F., Gräter A., Kervella P., Naranjo V., Genzel R., Fédou P., Henning T., Hamaus N., Jocou L., Neumann U., Haug M., Lacour S., Laun W., Kolmeder J., Malbet F., Rohloff R.-R., Pfuhl O., Perraut K., Ziegleder J., Rouan D., Rousset G., *GRAVITY: Astrometry on the Galactic Center and beyond*

Bibliographie

- Absil, O., 2001. Nulling interferometry with IRSI-Darwin : further study of the aperture configurations. In *Liege International Astrophysical Colloquia* (J. Surdej, J. P. Swings, D. Caro, & A. Detal, eds.), volume 36 of *Liege International Astrophysical Colloquia*, pp. 79–84.
- Angel, J. R. P., Hill, J. M., Strittmatter, P. A., Salinari, P., & Weigelt, G., 1998. Interferometry with the Large Binocular Telescope. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (R. D. Reasenberg, ed.), volume 3350 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 881–889.
- Armstrong, J. T., *et al.*, 1998. The Navy Prototype Optical Interferometer. *The Astrophysical Journal* **496**, 550–+.
- Baldwin, J. E., et al., 1998. Current status of COAST. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (R. D. Reasenberg, ed.), volume 3350 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 736–745.
- Baranne, A., *et al.*, 1996. ELODIE : A spectrograph for accurate radial velocity measurements. *Astronomy and Astrophysics, Supplement* **119**, 373–390.
- Beaulieu, J.-P., *et al.*, 2006. Discovery of a cool planet of 5.5 Earth masses through gravitational microlensing. *Nature* **439**, 437–440.
- Beaulieu, J. P., *et al.*, 2008. Towards A Census of Earth-mass Exo-planets with Gravitational Microlensing. *ArXiv e-prints*.
- Beichman, C. A., Woolf, N. J., & Lindensmith, C. A., 1999. *The Terrestrial Planet Finder (TPF) : a NASA Origins Program to search for habitable planets.*

- Binzel, R. P., 2006. Definition of a planet : Prague 2006 IAU resolutions. *Minor Planet Bulletin* **33**, 106–107.
- Boccaletti, A., Baudoz, P., Baudrand, J., Reess, J. M., & Rouan, D., 2005. Imaging exoplanets with the coronagraph of JWST/MIRI. *Advances in Space Research* **36**, 1099–1106.
- Bordé, P., Coudé du Foresto, V., Chagnon, G., & Perrin, G., 2002. A catalogue of calibrator stars for long baseline stellar interferometry. *Astronomy and Astrophysics* 393, 183–193.
- Born, M. & Wolf, E., 1986. Principles of optics. Pergamon Press.
- Bracewell, R. N., 1978. Detecting nonsolar planets by spinning infrared interferometer. *Nature* 274, 780.
- Brachet, F., 2005. Étude et développement d'un déphaseur achromatique pour l'interférométrie en frange noire. Ph.D. thesis, Université Paris-Sud (XI).
- Brown, T. M., Charbonneau, D., Gilliland, R. L., Noyes, R. W., & Burrows, A., 2001. Hubble Space Telescope Time-Series Photometry of the Transiting Planet of HD 209458. *The Astrophysical Journal* 552, 699–709.
- Buisset, C., Rejeaunier, X., Rabbia, Y., Ruilier, C., Barillot, M., & Karlsson, A., 2006. Dark fringe interferometry : Multi-beam configuration of the Alcatel nulling interferometer MAII and recent results. In *IAU Colloq. 200 : Direct Imaging of Exoplanets : Science and Techniques* (C. Aime & F. Vakili, eds.), pp. 309–312.
- Butler, R. P., Marcy, G. W., Williams, E., McCarthy, C., Dosanjh, P., & Vogt, S. S., 1996. Attaining Doppler Precision of 3 M s-1. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **108**, 500–+.
- Carleton, N. P., et al., 1994. Current status of the IOTA interferometer. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (J. B. Breckinridge, ed.), volume 2200 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 152–165.
- Cassaing, F., 2001. Optical path difference sensors. *C. R. Acad. Sci. Paris* Série IV, tome 2 1, 87–98.

- Cassaing, F., *et al.*, 2008. Persee : a nulling demonstrator with real-time correction of external disturbances. volume 7013, p. 70131Z, SPIE.
- Chauvin, G., Lagrange, A.-M., Dumas, C., Zuckerman, B., Mouillet, D., Song, I., Beuzit, J.-L., & Lowrance, P., 2004. A giant planet candidate near a young brown dwarf. Direct VLT/NACO observations using IR wavefront sensing. *Astronomy and Astrophysics* 425, L29–L32.
- Cockell, C. S., *et al.*, 2008. DARWIN A Mission to Detect, and Search for Life on, Extrasolar Planets. *ArXiv e-prints* **805**.
- Colavita, M. M., et al., 1998. Keck Interferometer. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (R. D. Reasenberg, ed.), volume 3350 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 776–784.
- Colavita, M. M., *et al.*, 1999. The Palomar Testbed Interferometer. *The Astrophysical Journal* **510**, 505–521.
- Conan, J.-M., Rousset, G., & Madec, P.-Y., 1995. Wave-front temporal spectra in high-resolution imaging through turbulence. *Journal of the Optical Society of America A* 12, 1559–1570.
- Connes, P., Froehly, C., & Facq, P., 1985. A fiber-linked version of project TRIO. In *Kilometric Optical Arrays in Space* (N. Longdon & O. Melita, eds.), volume 226 of *ESA Special Publication*, pp. 49–61.
- Connes, P. & Michel, G., 1975. Astronomical Fourier spectrometer. *Appl. Opt.* **14** 9, 2067–2084.
- Coudé du Foresto, V., Absil, O., Swain, M., Vakili, F., & Barillot, M., 2006. ALADDIN : an optimized nulling ground-based demonstrator for DARWIN. In Advances in Stellar Interferometry. Edited by Monnier, John D. ; Schöller, Markus ; Danchi, William C.. Proceedings of the SPIE, Volume 6268, pp. 626810 (2006)., volume 6268 of Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference.
- Coude Du Foresto, V., Ridgway, S., & Mariotti, J.-M., 1997. Deriving object visibilities from interferograms obtained with a fiber stellar interferometer. *Astronomy and Astrophysics, Supplement* **121**, 379–392.
- Coudé du Foresto, V., 1994. *Interférométrie astronomique infrarouge par optique guidée monomode*. Ph.D. thesis, Université de Paris VII.
- Creath, K., 1988. Phase Measurement Interferometry techniques. In *Progress in Optics* (E. Wolf, ed.), volume XXVI, chapter V, pp. 349–393, North-Holland, Amsterdam.
- Creech-Eakman, M. J., et al., 2008. Magdalena Ridge Observatory Interferometer : progress toward first light. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, volume 7013 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series.
- Danchi, W. C., Barry, R. K., Lawson, P. R., Traub, W. A., & Unwin, S., 2008. The Fourier-Kelvin Stellar Interferometer (FKSI) : a review, progress report, and update. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, volume 7013 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series.
- Davis, J., Tango, W. J., Booth, A. J., ten Brummelaar, T. A., Minard, R. A., & Owens, S. M., 1999. The Sydney University Stellar Interferometer - I. The instrument. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **303**, 773–782.
- Defrère, D., Absil, O., Coudé Du Foresto, V., Danchi, W. C., & den Hartog, R., 2008. Nulling interferometry : performance comparison between space and ground-based sites for exozodiacal disc detection. *Astronomy and Astrophysics* **490**, 435–445.
- Delplancke, F., Derie, F., Paresce, F., Glindemann, A., Lévy, F., Lévêque, S., & Ménardi, S., 2003. PRIMA for the VLTI - Science. Astrophysics and Space Science 286, 99–104.
- Di Folco, E., Koehler, B., Kervella, P., Sarazin, M. S., Coude du Foresto, V., Schoeller, M., & Wittkowski, M., 2003. Atmospheric and internal turbulence measured on the Very Large Telescope Interferometer with VINCI. In *Interferometry for Optical Astronomy II. Edited by Wesley A. Traub*. Proceedings of the SPIE, Volume 4838, pp. 1115-1126 (2003). (W. A. Traub, ed.), volume 4838 of Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference, pp. 1115–1126.
- Doeleman, S. S., *et al.*, 2008. Event-horizon-scale structure in the supermassive black hole candidate at the Galactic Centre. *Nature* **455**, 78–80.

- Dohlen, K., *et al.*, 2006. SPHERE : A planet finder instrument for the VLT. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6269 of *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*.
- Eisenhauer, F., Perrin, G., Rabien, S., Eckart, A., Lena, P., Genzel, R., Abuter, R., & Paumard, T., 2005. GRAVITY : The AO assisted, two object beam combiner instrument for the VLTI. *Astronomische Nachrichten* **326**, 561–562.

Fizeau, A. H., 1868. C. R. Acad. Sci. Paris .

- Ford, V. G., Lisman, P. D., Shaklan, S. B., Trauger, J. T., Ho, T., Hoppe, D., & Lowman, A. E., 2004. The Terrestrial Planet Finder coronagraph : technology and mission design studies. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series* (J. C. Mather, ed.), volume 5487 of *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, pp. 1274–1283.
- Froehly, C., 1981. Coherence and interferometry through optical fibers. In Scientific Importance of High Angular Resolution at Infrared and Optical Wavelengths (J. P. Corteggiani, J. Gay, & Y. Rabbia, eds.), pp. 285–293.
- Gabor, P., Chazelas, B., Brachet, F., Ollivier, M., Decaudin, M., Jacquinod, S., Labèque, A., & Léger, A., 2008a. Stabilising a nulling interferometer using optical path difference dithering. *Astronomy and Astrophysics* 483, 365–369.
- Gabor, P., et al., 2008b. Stabilising a nulling interferometer using optical path difference dithering : an update. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, volume 7013 of Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference.
- Gappinger, R. O., *et al.*, 2009. Experimental evaluation of achromatic phase shifters for mid-infrared starlight suppression. *Appl. Opt.* **48** 5, 868–880.
- Gardner, J. P., et al., 2006. The James Webb Space Telescope. Space Science Reviews 123, 485–606.
- Glindemann, A., et al., 2000. The VLT Interferometer : a unique instrument for high-resolution astronomy. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (P. Léna & A. Quirrenbach, eds.), volume 4006

of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 2–12.

- Goodman, J. W., 1985. Statistical optics.
- Grillmair, C. J., Charbonneau, D., Burrows, A., Armus, L., Stauffer, J., Meadows, V., Van Cleve, J., & Levine, D., 2007. A Spitzer Spectrum of the Exoplanet HD 189733b. *The Astrophysical Journal Letters* 658, L115–L118.
- Kalas, P., Graham, J. R., Chiang, E., Fitzgerald, M. P., Clampin, M., Kite, E. S., Stapelfeldt, K., Marois, C., & Krist, J., 2008. Optical Images of an Exosolar Planet 25 Light-Years from Earth. *Science* **322**, 1345.
- Kolmogorov, A., 1941. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady* 30, 301–305.
- Lacour, S., *et al.*, 2008. The limb-darkened Arcturus : imaging with the IOTA/IONIC interferometer. *Astronomy and Astrophysics* **485**, 561–570.
- Lawson, P. R. (ed.), 2000. Principles of Long Baseline Stellar Interferometry.
- Le Duigou, J. M., 2006. Pegase : A Free Flying Interferometer for the Spectroscopy of Giant Exo-Planets. In *ESA Special Publication*, volume 621 of *ESA Special Publication*.
- Le Duigou, J. M., *et al.*, 2006. Pegase : a space-based nulling interferometer. volume 6265, p. 62651M, SPIE.
- Léger, A. & Herbst, T., 2007. DARWIN mission proposal to ESA. *ArXiv e-prints* **707**.
- Léger, A., Mariotti, J. M., Mennesson, B., Ollivier, M., Puget, J. L., Rouan, D., & Schneider, J., 1996. The DARWIN project. *Astrophysics and Space Science* 241, 135–146.
- Leisawitz, D., Mather, J. C., Harvey Moseley, Jr., S., & Zhang, X., 1999. The Submillimeter Probe of the Evolution of Cosmic Structure (SPECS). *Astrophysics and Space Science* **269**, 563–567.
- Lindegren, L. & Perryman, M. A. C., 1996. GAIA : Global astrometric interferometer for astrophysics. Astronomy and Astrophysics, Supplement 116, 579–595.

- Lopez, B., et al., 2006. MATISSE : perspective of imaging in the mid-infrared at the VLTI. In Advances in Stellar Interferometry. Edited by Monnier, John D. ; Schöller, Markus; Danchi, William C.. Proceedings of the SPIE, Volume 6268, pp. 62680Z (2006)., volume 6268 of Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference.
- Lovis, C., Mayor, M., Pepe, F., Queloz, D., & Udry, S., 2008. Pushing Down the Limits of RV Precision with HARPS. In Astronomical Society of the Pacific Conference Series (D. Fischer, F. A. Rasio, S. E. Thorsett, & A. Wolszczan, eds.), volume 398 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, pp. 455-+.
- Lyot, B. & Marshall, R. K., 1933. The Study of the Solar Corona without an Eclipse. *Journal of the Royal Astronomical Society of Canada* **27**, 225–+.
- Léna, P., 1996. *Méthodes physiques de l'observation*. Interéditions/CNRS éditions, second edition.
- Macintosh, B., et al., 2006. The Gemini Planet Imager. In Advances in Adaptive Optics II. Edited by Ellerbroek, Brent L.; Bonaccini Calia, Domenico. Proceedings of the SPIE, Volume 6272, pp. 62720L (2006)., volume 6272 of Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference.
- Malbet, F., et al., 2006. VSI : a milli-arcsec spectro-imager for the VLTI. In Advances in Stellar Interferometry. Edited by Monnier, John D.; Schöller, Markus; Danchi, William C.. Proceedings of the SPIE, Volume 6268, pp. 62680Y (2006)., volume 6268 of Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference.
- Mayor, M. & Queloz, D., 1995. A Jupiter-Mass Companion to a Solar-Type Star. *Nature* **378**, 355–+.
- Mayor, M., *et al.*, 2009. The HARPS search for southern extra-solar planets XVIII. An Earth-mass planet in the GJ 581 planetary system. *Astronomy and Astrophysics*.
- Meimon, S., 2005. *Reconstruction d'images astronomiques en interférométrie optique*. Ph.D. thesis, Université Paris Sud.

- Mennesson, B., Ollivier, M., & Ruilier, C., 2002. Use of single-mode waveguides to correct the optical defects of a nulling interferometer. *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 3, 596–602.
- Michelson, A. A. & Pease, F. G., 1920. Measurement of the diameter of α Orionis with the interferometer. *Astrophys. J.* **51** 5, 249–256.
- Mieremet, A. L., Braat, J. J., Bokhove, H., & Ravel, K., 2000. Achromatic phase shifting using adjustable dispersive elements. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (P. Léna & A. Quirrenbach, eds.), volume 4006 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 1035–1041.
- Monnier, J. D., 2001. Asymmetric Beam Combination for Optical Interferometry. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **113**, 639–645.
- Mourard, D., Tallon-Bosc, I., Blazit, A., Bonneau, D., Merlin, G., Morand, F., Vakili, F., & Labeyrie, A., 1994. The GI2T interferometer on Plateau de Calern. *Astronomy and Astrophysics* **283**, 705–713.
- Neumann, E. G., 1988. Single-mode fibers. Springer-Verlag.
- Nishikawa, J., et al., 2000. Mitaka optical and infrared array first stage (MIRA-I.1) instruments. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (P. Léna & A. Quirrenbach, eds.), volume 4006 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 681– 687.
- Ollivier et al., M., 2007. PEGASE, an infrared interferometer to study stellar environments and low mass companions around nearby stars. *ESA's Cosmic Vision Call for Proposals*.
- Perrin, G., Lai, O., Lena, P. J., & Coude du Foresto, V., 2000. Fibered large interferometer on top of Mauna Kea : OHANA, the optical Hawaiian array for nanoradian astronomy. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (P. Léna & A. Quirrenbach, eds.), volume 4006 of Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference, pp. 708–714.

- Peters, R. D., Lay, O. P., & Jeganathan, M., 2008. Broadband phase and intensity compensation with a deformable mirror for an interferometric nuller. *Appl. Opt.* 47 21, 3920–3926.
- Pott, J.-U., Woillez, J., Wizinowich, P., Ragland, S., Pluzhnik, E., Ghez, A., Graham, J., & Monnier, J., 2008. The ASTRA Extension Of the Keck Interferometer – What Dual-field Interferometry Will Do For You ! In American Astronomical Society Meeting Abstracts, volume 211 of American Astronomical Society Meeting Abstracts.
- Pravdo, S. H. & Shaklan, S. B., 2009. An Ultracool Star's Candidate Planet. *The Astrophysical Journal*.
- Puech, F. & Gitton, P., 2006. Interface Control Document between VLTI and its Instruments. Technical Report VLT-ICD-ESO-15000-1826, ESO.
- Ridgway, S. T., et al., 2003. CHARA Angular Diameter Measurements with a 330
 Meter Baseline. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE)
 Conference Series (W. A. Traub, ed.), volume 4838 of Society of Photo-Optical
 Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 1080–1083.
- Roddier, F., 1981. The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy. In *Progress in optics* (E. Wolf, ed.), volume 19, pp. 281–376.
- Ruilier, C., 1999. Filtrage modal et recombinaison de grands télescopes. Contributions à l'instrument FLUOR. Ph.D. thesis, Université de Paris VII.
- Ruilier, C. & Cassaing, F., 2001. Coupling of large telescopes and single-mode waveguides : application to stellar interferometry. J. Opt. Soc. Am. A 18 1, 143– 149.
- Schmidtlin, E., Wallace, J. K., Samuele, R., Levine, B. M., & Shao, M., 2006. Recent progress of visible light nulling interferometry and first 1 million null result. In *IAU Colloq. 200 : Direct Imaging of Exoplanets : Science and Techniques* (C. Aime & F. Vakili, eds.), pp. 353–360.
- Schwider, J., 1990. Advanced evaluation techniques in interferometry. In *Progress in Optics* (E. Wolf, ed.), volume XXVIII, chapter IV, pp. 371–359, North-Holland, Amsterdam.

- Serabyn, E., 2000. Nulling interferometry : symmetry requirements and experimental results. In Proc. SPIE Vol. 4006, p. 328-339, Interferometry in Optical Astronomy, Pierre J. Lena; Andreas Quirrenbach; Eds. (P. J. Lena & A. Quirrenbach, eds.), volume 4006 of Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference, pp. 328–339.
- Serabyn, E. & Colavita, M. M., 2001. Fully Symmetric Nulling Beam Combiners. *Appl. Opt.* **40** 10, 1668–1671.
- Serabyn, E., Wallace, J. K., Hardy, G. J., Schmidtlin, E. G. H., & Nguyen, H. T., 1999. Deep Nulling of Visible Laser Light. *Appl. Opt.* 38 34, 7128–7132.
- Shaklan, S. & Roddier, F., 1988. Coupling starlight into single-mode fiber optics. *Appl. Opt.* **27**, 2334–2338.
- Shao, M., Colavita, M. M., Hines, B. E., Staelin, D. H., & Hutter, D. J., 1988. The Mark III stellar interferometer. Astronomy and Astrophysics 193, 357–371.
- Shao, M., Livermore, T. R., Wolff, D. M., Yu, J. W., & Colavita, M. M., 1995. An Overview of the Space Interferometry Mission, SIM. In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 27 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, pp. 1384–+.
- Shao, M. & Staelin, D. H., 1977. Long-baseline optical interferometer for astrometry. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)* 67, 81–86.
- Shao, M. & Staelin, D. H., 1980. First fringe measurements with a phase-tracking stellar interferometer. *Appl. Opt.* **19**, 1519–1522.
- Siegman, A. E., 1986. Lasers. University Science Books.
- Stéphan, E., 1874. Sur l'extrême petitesse du diamètre apparent des étoiles fixes. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* **78**, 1008–1012.
- Ten Brummelaar, T. A., McAlister, H. A., Ridgway, S. T., Turner, N. H., Sturmann, L., Sturmann, J., Bagnuolo, Jr., W. G., & Shure, M. A., 2003. An Update of the CHARA Array. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (W. A. Traub, ed.), volume 4838 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 69–78.

- Townes, C. H., Bester, M., Danchi, W. C., Hale, D. D., Monnier, J. D., Lipman, E. A., Tuthill, P. G., Johnson, M. A., & Walters, D. L., 1998. Infrared Spatial Interferometer. In Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series (R. D. Reasenberg, ed.), volume 3350 of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, pp. 908–932.
- Wyant, J. C., 1975. Use of an ac heterodyne lateral shear interferometer with realtime wavefront correction systems. *Appl. Opt.* **14**, 2622–2626.

Zernike, F., 1934. Physica 1, 689.