



**HAL**  
open science

# Outil d'aide à la modélisation moyenne de convertisseurs statiques pour la simulation de systèmes mécatroniques

Asma Merdassi

## ► To cite this version:

Asma Merdassi. Outil d'aide à la modélisation moyenne de convertisseurs statiques pour la simulation de systèmes mécatroniques. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2009. Français. NNT: . tel-00434953

**HAL Id: tel-00434953**

**<https://theses.hal.science/tel-00434953>**

Submitted on 23 Nov 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'Institut polytechnique de Grenoble**

**Spécialité : « Génie Electrique »**

préparée au **Laboratoire de Génie Electrique de Grenoble**

Dans le cadre de l'**Ecole Doctorale**

**« Electronique Electrotechnique Automatique Télécommunications Signal »**

présentée

par

**Asma MERDASSI**

(Ingénieur INSAT, Tunis)

le 15/10/2009

**Outil d'aide à la modélisation moyenne de convertisseurs  
statiques pour la simulation de systèmes mécatroniques**

***DIRECTEUR DE THESE : M. Laurent GERBAUD***

***CO-DIRECTEUR DE THESE : M. Seddik BACHA***

**JURY**

M.	Mohamed MACHMOUM	, Rapporteur
M.	Hubert PIQUET	, Rapporteur
M.	Loig ALLAIN	, Examineur
M.	Daniel SADARNAC	, Examineur
M.	Laurent GERBAUD	, Directeur de thèse
M.	Seddik BACHA	, Co-Directeur de thèse



**« Le savoir que l'on ne complète pas chaque jour diminue  
tous les jours. »**

**« Apprends comme si tu devais vivre pour toujours et vis  
comme si tu devais mourir ce soir. »**

**« Le hasard est le nom sous lequel nous déguisons notre  
ignorance des causes. »**

**« Ce qui importe avant tout est de ne pas cesser de  
s'interroger. La curiosité a sa raison d'être. On ne peut  
s'empêcher d'éprouver un sentiment d'effroi mêlé  
d'admiration lorsqu'on réfléchit aux mystères de  
l'éternité, de la vie et de la merveilleuse structure de la  
réalité. Il suffit d'essayer d'en comprendre un peu plus  
tous les jours. Il ne faut jamais perdre une sainte  
curiosité. »**



**« Pour des parents qu'on aime, la distance n'est jamais  
trop longue »**

**« Loin des yeux mais près du cœur »**

A mon papa et ma maman...



# Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier M. Mohamed Machmoum pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Je remercie également l'ensemble des membres de jury de ma thèse et plus particulièrement M. Mohamed Machmoum et M. Hubert Piquet d'avoir accepté de rapporter mes travaux.

Cette thèse n'aurait pas pu avoir lieu sans un encadrement de très grande qualité celui de M. Seddik Bacha et M. Laurent Gerbaud. J'ai eu beaucoup de chance d'être encadrée par deux grands « chefs ». Tous les mots ne suffisent pas à exprimer ma gratitude et ma reconnaissance envers eux.

M. Seddik Bacha que j'ai connu grâce à un séminaire sur la commande en mode glissant chez MGE UPS à Grenoble. J'ai espéré par la suite pouvoir travailler avec lui et mon vœu s'est exaucé. C'est grâce à lui que j'ai découvert le laboratoire du génie électrique de Grenoble (G2Elab). Très bon confident, protecteur, je le remercie de tout mon cœur pour sa confiance, sa disponibilité. Il n'a jamais cessé de me soutenir et me conseiller, même pendant les moments les plus difficiles il a su toujours trouver les mots pour me remonter le moral. Je n'oublierai jamais ces trois années de partage enrichissantes sur tous les plans, entre autres les vidéos et les photos de la Kabylie!!

M. Laurent Gerbaud le directeur de thèse parfait qui a énormément de qualités humaines. Malgré des débuts assez difficiles, il a su me mettre en confiance et était toujours présent et disponible pour m'aider. Grâce à son soutien et sa confiance en moi, ma thèse s'est déroulée dans de très bonnes conditions. J'ai pris énormément de plaisir à travailler avec lui et je lui suis reconnaissante pour tout ce qu'il m'a appris (les recettes du lapin à la moutarde et de la bûche de Noël sont excellentes!!). Un ami plus qu'un directeur de thèse. J'espère que nous aurons encore l'occasion de travailler ensemble et pour la mousse au chocolat c'est quand tu veux !

Pendant ces trois années de thèse, j'ai eu la chance de côtoyer des personnes exceptionnelles dans le laboratoire G2Elab (KéKé, Gérard, Fred, Ben, Daniel, Raph, Corine, Elise, Diem, Teu, Yannou, Caro..), la liste est vraiment longue, j'espère sincèrement que les autres personnes s'y reconnaîtront.



Je remercie du fond de mon cœur tous les permanents, chercheurs, techniciens, ingénieurs, personnels administratifs, doctorants ainsi que mes deux équipes Mage et Syrel, de m'avoir accueillis à bras ouverts avec beaucoup d'amour.

Une mention spéciale à Jean Michel Guichon. Il a réussi à passer l'épreuve de la survie en étant mon voisin de bureau pendant ces trois années de thèse. Je le remercie pour sa disponibilité (à chaque fois que je lui posais une question il avait toujours la réponse, faut avouer aussi que mes questions n'étaient pas super difficiles!), toutes les discussions et les rires que nous avons eu ensemble. C'était également un réel plaisir de faire des enseignements avec lui, de s'occuper de ses plantes en son absence et de s'amuser à changer les jours de son calendrier ☺

Merci aux anciens doctorants du laboratoire : Denis, Lalao et Bertrand d'avoir été présents à ma soutenance.

Un grand merci à tous les gens du bureau D055 qui se reconnaîtront. Dans ce bureau nous avons tant partagé, entre les petits déjeuners à 8h du matin, les pauses café, les déjeuners et les répétitions de chorégraphie (Flamenco, Michael Jackson, et danse orientale) décidément on a tout vu !! J'espère que les nouveaux arrivants prendront le flambeau.

Je n'oublierai pas aussi le nouveau bureau D066 « le bureau des filles : Miss Colombie, Miss Tunisie, Miss Hawaï et Miss Vietnam », le slogan de ce bureau c'est le travail mais il doit rimer avec les potins, cette ambiance me manquera terriblement ainsi que les pauses Bruno ☺ Bon courage les filles pour votre rédaction et le reste, j'ai confiance en vous!

Merci aux personnes qui m'ont soutenu, ont supporté mes sauts d'humeurs et mes caprices de « princesse », merci pour le courage dont ils ont fait preuve je sais que ce n'était pas toujours évident, merci de m'avoir rendu la vie facile, j'espère que ces personnes se reconnaîtront. Je tiens à leur dire que je les aime et que je n'oublierai jamais tout ce qu'ils ont fait pour moi.

**«Les amis sont des anges qui nous soulèvent quand nos ailes n'arrivent plus à se rappeler comment voler »**

Merci à Ali, Jérémie, Bibi, Mcita, Feu, Lina, Amal, Damien des gens géniaux et à qui je tiens énormément. Je ne risque pas de vous oublier !

Une pensée particulière à mes meilleures amies de Tunis naddou, amouna, noussa et chi. Malgré la distance qui nous sépare, elles ont su être présentes pour moi.

Pour finir ces remerciements n'auront pas de valeur sans une très grande pensée pour mes parents, et mes sœurs (Ahlem, Hanène et Ghaya) qui n'ont jamais cessé de me cajoler et de m'aimer, je leur doit tout et les mots ne suffisent pas à leur exprimer mon amour et ma gratitude. Je leur dédie cette thèse. Que dieu les garde et qu'ils trouvent ici ma reconnaissance éternelle!



# **SOMMAIRE**



## SOMMAIRE

<b>Introduction .....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 Etat de l'art des modèles moyens .....</b>	<b>4</b>
I.Introduction.....	4
II.Modélisation à topologie variable .....	4
II.1    La structure à topologie variable des systèmes de l'électronique de puissance.....	4
II.1.1    Caractérisation des convertisseurs .....	5
II.1.2    Hypothèses de modélisation.....	6
II.1.3    Notion de cellule de commutation .....	6
II.2    Modèle exact .....	9
II.3    Intérêt des modèles moyens .....	12
III.Les différents modèles moyens dans le cas de la conduction continue .....	13
III.1    Modèle moyen classique grands signaux .....	16
III.1.1    Démarche de construction du modèle moyen grands signaux .....	16
III.2    Modèle moyen petits signaux.....	17
III.2.1    Démarche de construction du modèle moyen petits signaux .....	17
III.3    Modèle moyen généralisé (MMG).....	20
III.3.1    Démarche de construction du MMG.....	19
III.3.2    Cas particulier de calcul pour une commande en pleine onde moyennée.....	21
III.4    Générateur moyen équivalent (GME).....	22
III.4.1    Démarche de construction du G.M.E.....	22
III.5    Synthèse comparative des différents modèles.....	26
IV.Cas particulier de la conduction discontinue dans les conversions DC/DC .....	26
IV.1    Etat de l'art sur la conduction discontinue.....	26
IV.1.1    Modèle d'ordre réduit.....	30
IV.1.2    Modèle d'ordre complet .....	31
IV.1.3    Modèle corrigé d'ordre complet.....	31
V.Positionnement de nos travaux par rapport à l'état de l'art.....	34
VI.Conclusion .....	34
<b>Chapitre 2 Démarche de modélisation .....</b>	<b>36</b>
I.Introduction.....	36
II.Connaissances pré-requises sur le convertisseur à modéliser .....	36

II.1	Le schéma de la structure du convertisseur à étudier.....	36
II.2	Définition du mode de fonctionnement du convertisseur et de la commande associée	36
III.	Etapas de création de modèles moyens .....	38
III.1	Présentation générale de la démarche de création de modèles.....	38
III.2	Etapas de modélisation.....	39
III.2.1	Analyse topologique:.....	40
III.2.2	Construction des matrices d'état .....	47
III.2.3	Calcul des modèles moyens .....	48
IV.	Description séparée des modèles .....	52
IV.1	Description du modèle global du convertisseur statique et étude de la causalité ...	52
IV.1.1	Modèle orienté.....	52
IV.1.2	Modèle non orienté.....	53
IV.1.3	Définition de la causalité.....	55
IV.2	Couplage de modèles .....	56
V.	Méthode utilisée pour le traitement de la conduction discontinue.....	58
V.1	Enoncé de la méthode .....	58
V.2	Problèmes et contraintes.....	58
V.2.1	Données à fournir .....	60
V.2.2	Formulation des équations d'état .....	60
V.2.3	Equation caractéristique de la conduction discontinue et construction du modèle moyen .....	60
V.3	Algorithme .....	63
VI.	Conclusion .....	64
 <b>Chapitre 3 Implémentation: Average Model Generator (AMG).....</b>		<b>65</b>
I.	Introduction.....	65
II.	Création du générateur de modèles :AMG .....	66
II.1	Fonctionnalités de l'outil AMG .....	66
II.2	Formalisme de projection.....	67
II.2.1	Formalisme orienté.....	67
II.2.2	Formalisme non orienté.....	68
II.3	Les étapes de la modélisation dans AMG .....	70
II.3.1	Les entrées de l'outil : description du convertisseur .....	72

II.3.2	L'implémentation logicielle .....	79
II.3.3	Les sorties : les résultats .....	89
III.	Conclusion.....	90
<b>Chapitre 4</b>	<b>Applications .....</b>	<b>91</b>
I.	Introduction.....	91
II.	Etapas de modélisation pour un convertisseur à résonance.....	91
II.1	Description du convertisseur.....	91
II.1.1	Création de le NetList .....	92
II.1.2	Simulation classique de type circuit dans Portunus .....	93
II.2	Résultats dans AMG.....	94
II.3	Projection des modèles.....	96
III.	Etude de l'onduleur triphasé : application en conduction continue .....	101
III.1	Schéma du convertisseur et de la commande.....	101
III.2	Résultats obtenus dans AMG .....	102
III.3	Résultats de simulation.....	103
III.4	Couplage de modèle .....	105
III.4.1	Schéma du convertisseur et commande .....	105
III.4.2	Projection de modèles couplés à une charge et simulation .....	105
IV.	Hacheur parallèle : application dans le cas de la conduction discontinue .....	107
IV.1	Résultats de simulation classique de type circuit dans Portunus .....	109
V.	Etude de structure de convertisseur plus complexe.....	110
V.1	Etude du convertisseur multi-cellulaire monophasé (quatre cellules imbriquées). 110	
V.1.1	Résultats de simulation dans Portunus .....	112
V.2	Etude du convertisseur mutli-cellulaire triphasé.....	113
V.2.1	Résultats de simulation dans Portunus .....	114
VI.	Conclusion .....	115
	<b>Conclusions et perspectives .....</b>	<b>116</b>
	<b>Bibliographie.....</b>	<b>120</b>
	<b>Annexe A1 Démonstration de formules .....</b>	<b>125</b>
	<b>Annexe A2 Calcul des différents cas de matrices .....</b>	<b>130</b>
	<b>Annexe B Présentation du logiciel Portunus.....</b>	<b>160</b>



## SOMMAIRE

---

<b>Annexe C Utilisation de OpenMaple .....</b>	<b>163</b>
<b>Annexe D Etapes de modélisation du hacheur parallèle .....</b>	<b>165</b>
<b>Annexe E Résultats en format Modelica .....</b>	<b>169</b>

# **Introduction**



# Introduction

Pour analyser, concevoir et commander une structure d'électronique de puissance, le concepteur a généralement recours à la modélisation et à la simulation dynamique.

Ce projet entre dans le cadre du projet ANR RNTL C6E2, sur la simulation multi-physique de systèmes mécatroniques. Les applications visées sont du domaine de l'automobile ou de l'aéronautique. Ce projet se fait en collaboration avec plusieurs partenaires industriels à titre d'exemple: Cedrat, Edf, Airbus, Imagine, IRIT, INRETS. Notre objectif est de fournir des modèles simplifiés de convertisseurs statiques, en vue d'une simulation système macroscopique, du comportement des convertisseurs statiques.

En complément, cette thèse s'inscrit aussi dans le contexte du projet Hyhil sur la simulation temps réel de systèmes hybrides dans le contexte de l'automobile. L'idée est d'obtenir des modèles de convertisseurs statiques, aptes à fonctionner dans le contexte de simulation en temps réel, mixant de la résolution dynamique de modèles, couplée à des procédés expérimentaux.

Depuis les années soixante-dix, plusieurs auteurs se sont intéressés à la modélisation moyenne; qui offre une bonne alternative pour modéliser macroscopiquement et fonctionnellement les convertisseurs statiques. En effet, les modèles moyens prennent en compte les dynamiques macroscopiques et permettent de s'affranchir des éléments relatifs aux commutations. Ceci permet donc d'ignorer les contraintes liées à la simulation des instants de commutation et de ne conserver que les dynamiques macroscopiques de fonctionnement des convertisseurs statiques. Il en résulte que les pas de temps de calcul sont nettement plus grands en simulation dynamique. En supprimant les contraintes de modélisation liées aux commutations, ces modèles s'avèrent pleinement compatibles avec la simulation temps réel à pas fixe.

Le modèle moyen est donc bien adapté à la simulation système et temps réel ; il permet aussi l'étude de commandes (fonction de transfert) et est utilisable en dimensionnement système. Plusieurs techniques de modélisation moyenne ont été développées. Néanmoins, la modélisation moyenne des convertisseurs statique peut s'avérer parfois complexe en raison du nombre des semi-conducteurs apparaissant dans la structure à modéliser. La construction à la main de ces modèles exige du concepteur, une connaissance approfondie des différentes méthodes de modélisation.

Nous proposons donc de trouver un moyen qui permette d'automatiser au mieux le processus d'obtention de modèles moyens, dans le but de faire gagner du temps au concepteur et de diminuer le risque d'erreurs de mise en oeuvre.

Dans la littérature, nous trouvons plusieurs références montrant l'intérêt qu'apporte une aide à la modélisation moyenne [Raj87, Ver03, Mak01]. Diverses tentatives visaient à automatiser la démarche de calcul des modèles moyens. Néanmoins, les solutions proposées ne se faisaient pas d'une manière complètement automatique et étaient dans la plupart des cas restreintes à la mise en œuvre de modèles de structures de conversion continue-continue.

Nous souhaitons aller plus loin. Ainsi, nous nous intéressons à cette problématique en proposant une approche qui permette de modéliser automatiquement les convertisseurs statiques pour tout type de conversion (continue/continue, continue/alternative, alternative/alternative).

La modélisation moyenne requiert un a priori sur le fonctionnement des convertisseurs statiques, que le concepteur devra fournir.

Le premier chapitre introduit la modélisation moyenne en électronique de puissance et les différentes façons de l'appréhender. Il fait le bilan des différents types de modélisations proposés dans la littérature. Il positionne enfin nos travaux par rapport à l'état de l'art.

Dans le deuxième chapitre, nous nous penchons sur la méthodologie de modélisation des modèles moyens que nous cherchons à automatiser par la suite. Cette méthode de travail est proposée pour guider l'utilisateur dans son activité de modélisation en prenant en compte de l'a priori sur le fonctionnement du convertisseur statique. La finalité de ce travail est de fournir les éléments qui permettront de spécifier l'outil d'aide à la génération de modèles. L'outil, que nous fournirons, traitera toutes les structures de convertisseurs AC/AC, AC/DC, DC/DC dans le cas de la conduction continue et certains cas de conduction discontinue. Il devra permettre également de coupler les modèles générés automatiquement avec des modèles de charge et de machine. En conduction discontinue, il reste des limites qui ne seront pas toutes appréhendées dans ces travaux.

La démarche proposée dans le deuxième chapitre sera mise en œuvre dans le suivant afin de créer un outil dédié à la génération automatique de modèles moyens : AMG (Average Model Generator). Le troisième chapitre sera donc entièrement consacré à mettre en évidence cet outil qui sera développé en Java en s'appuyant sur Maple pour les calculs formels. Les modèles générés sont élaborés sous une forme symbolique, ce qui permet de les réutiliser pour d'autres traitements. La projection des modèles est aussi faite en Modelica et en VHDL-AMS, ce qui permet de profiter des avantages en terme de couplage de modèles.

Le dernier chapitre présente les diverses applications qui ont pu être testées grâce au générateur de modèles. Quelques exemples de structures caractéristiques de l'électronique de puissance seront appréhendés. Les différents modèles moyens calculés automatiquement ainsi que les résultats de simulation testés dans plusieurs logiciels de simulation seront également exposés. Les modèles obtenus seront confrontés à des modèles comportementaux plus fins, issus d'outils de simulation de circuit, par exemple : Portunus, Pspice, Saber, Psim, etc.

Enfin nous concluons par un bilan et des perspectives de notre travail.



# **Chapitre 1**

## **Etat de l'art des modèles moyens**





# Chapitre 1

## Etat de l'art des modèles moyens

### I. Introduction

Ce chapitre, présente la modélisation moyenne en électronique de puissance et les différentes façons de l'appréhender.

Tout d'abord, nous introduisons la notion de modèle à topologie variable puis nous définissons le modèle exact qui est le point de départ de la modélisation moyenne. Nous expliquons par la suite l'intérêt de développer les modèles moyens.

Ensuite, nous rappelons les différents modèles moyens existants en décrivant les différentes étapes de leur construction et en nous restreignant, dans un premier temps, à la conduction continue.

Puis, nous faisons un état de l'art des méthodes déjà développées sur la modélisation moyenne dans le cadre de la conduction discontinue.

Enfin, nous concluons ce chapitre par un positionnement de nos travaux par rapport à l'état de l'art.

### II. Modélisation à topologie variable

#### II.1 La structure à topologie variable des systèmes de l'électronique de puissance

Du fait du jeu des interrupteurs, un convertisseur d'électronique de puissance change plusieurs fois de configurations sur une période de fonctionnement, ce qui en fait un système à topologie variable. Par ailleurs, la représentation d'un système à base d'électronique de puissance part de la connaissance de la physique du comportement du système, c'est-à-dire généralement des équations différentielles qui régissent ses variables d'état.

Dans la vision système dans laquelle nous nous positionnons, nous considérons les semi-conducteurs comme des interrupteurs parfaits, avec une résistance nulle à l'état passant et infinie à l'état bloqué. Dans ces conditions, nous avons pour chaque configuration de la structure, un système particulier d'équations : nous parlons ainsi de topologie variable.

Un modèle à topologie variable de convertisseur statique se compose :

- de systèmes d'équations (un par configuration envisagée du convertisseur),
- de tests de changement de configuration (liés à la façon dont sont agencés les interrupteurs).

Sous certaines hypothèses, ce modèle est linéaire par morceaux (cf. figure 1.1) et peut aussi se décliner sous la forme compacte d'un système d'équations bilinéaires à entrée discontinue.

La représentation sous forme de système linéaire par morceaux offre de nombreux intérêts. En effet, les systèmes d'équations à traiter à chaque instant de la simulation sont simples et réduits. Ils sont donc rapides à simuler et peuvent être facilement couplés avec des modèles analytiques plus au moins complexes de machines électriques étant donné qu'il n'y a pas de constante de temps par rapport aux autres modèles de semi-conducteurs qui peuvent ralentir voir perturber la résolution, notamment en simulation système [Nor92, Ger93].

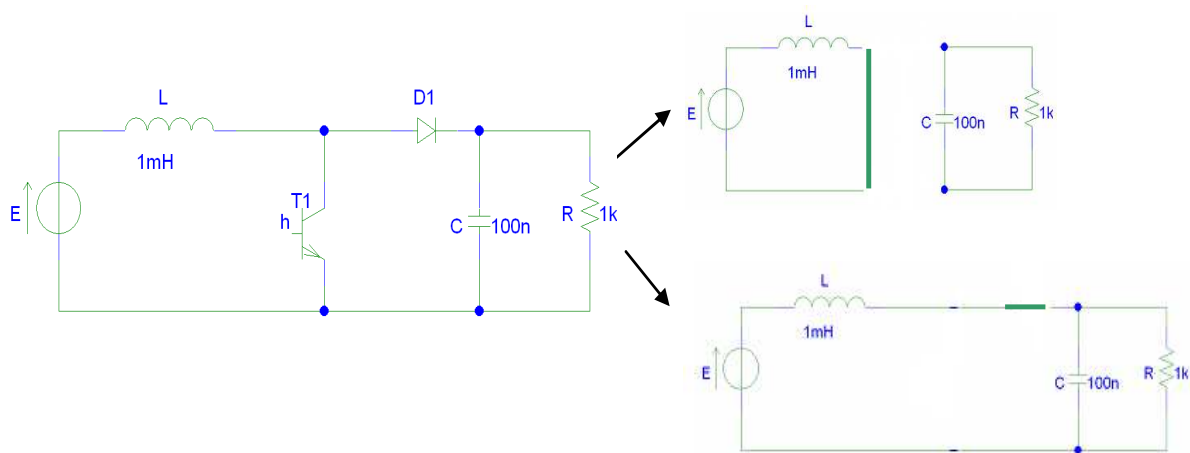


Figure 1. 1: illustration du jeu d'interrupteurs pour un hacheur parallèle

### II.1.1 Caractérisation des convertisseurs

Les convertisseurs de l'électronique de puissance sont caractérisés par :

- la conversion (Continu-Continu, Continu-Alternatif...)
- la commande (MLI, pleine onde, hystérésis...)
- le régime de fonctionnement (commutation naturelle, commutation forcée, conduction continue/conduction discontinue...).

### II.1.2 Hypothèses de modélisation

Dans la plupart des cas d'étude, des hypothèses simplificatrices sont largement admises afin de ne pas compliquer inutilement la mise en œuvre et l'utilisation des modèles. Toutefois, il est possible, pour des cas particuliers d'étude, de revenir sur ces hypothèses en ajoutant des équations supplémentaires nécessaires à la précision souhaitée. En raison, de la vision système que nous avons ici, nous faisons donc les hypothèses suivantes:

- Les interrupteurs sont considérés comme étant parfaits en choisissant la représentation suivante :

A l'état bloqué (OFF), l'interrupteur est représenté par un circuit ouvert et à l'état passant (ON) par un court-circuit.

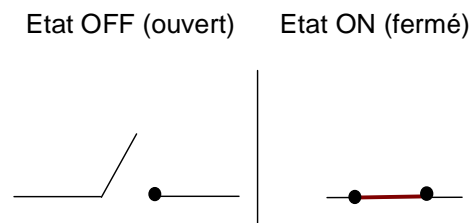


Figure 1. 2: interrupteur parfait

- Nous supposons les sources parfaites

Une source de tension (respectivement de courant) parfaite n'est pas influencée par le courant qui la traverse (respectivement la tension à ses bornes).

- Enfin, nous considérons que les éléments passifs de la structure du convertisseur sont invariants et linéaires.

### II.1.3 Notion de cellule de commutation

Le fonctionnement d'un convertisseur statique se décompose en une succession de séquences élémentaires. A chaque séquence élémentaire correspond un réseau électrique maillé différemment du précédent, obtenu par la modification de l'interconnexion des différentes branches actives.

Afin de contrôler les transferts d'énergie entre deux sources, le convertisseur utilise un ensemble d'interrupteurs qui permettent de changer le type de connexion entre les deux sources.

Dans ces ensembles d'interrupteurs, nous pouvons définir un groupement en étoile d'interrupteurs électroniques (cf. figure 1.3) [FocD3152-D153].

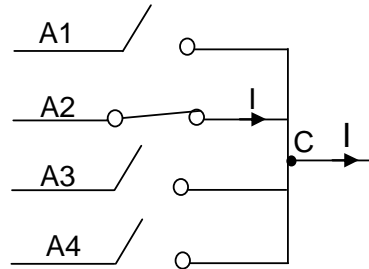


Figure 1. 3: commutateur électronique à quatre voies

De façon idéale, ce commutateur électronique permet de réaliser la fonction commutateur à condition de respecter la logique suivante:

- entre deux commutations, un seul interrupteur est passant
- la commutation implique le changement simultané et complémentaire de deux interrupteurs et de deux seulement.

Nous étudions maintenant le processus général de commutation en ne considérant qu'une cellule élémentaire à deux voies que l'on isole de la structure globale du convertisseur.

Cette cellule est représentée sur la figure 1.4.

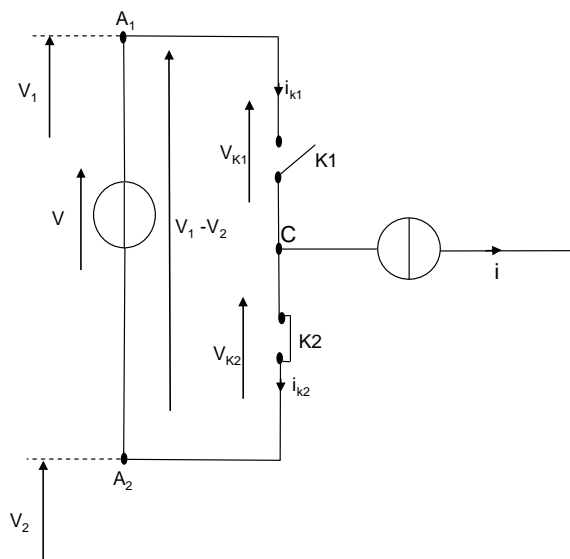


Figure 1. 4: cellule élémentaire de commutation

La source de tension  $V$  symbolise la différence de potentiel  $V1 - V2$  imposée entre les deux pôles A1 et A2 par les branches tension qui leur sont associées. La source de courant  $I$  est représentative du courant de maillon dans la branche connectée au point C, en étoile avec les interrupteurs K1 et K2 concernés par la commutation. Cette cellule permet, en fonction des contraintes électriques qui sont imposées avant, pendant et après la commutation, l'analyse du mode de fonctionnement des deux interrupteurs et leur caractérisation [Chér89].

Cette cellule de commutation vérifie toujours les relations suivantes :

$$V_{k1} + V_{k2} = V \quad (\text{loi des mailles}) \quad (1.1)$$

$$i_{k1} - i_{k2} = i \quad (\text{loi des nœuds}) \quad (1.2)$$

D'un point de vue dynamique, dans une cellule élémentaire de commutation, la commutation est provoquée par le changement d'état commandé de l'un des interrupteurs, entraînant spontanément le changement d'état complémentaire de l'autre.

Les états des deux interrupteurs sont complémentaires en respectant les règles fondamentales sur les interconnexions des sources:

- ne jamais court-circuiter une source de tension ;
- ne jamais ouvrir une source de courant.

Deux modes de commutation sont envisageables (cf. figure 1.5) :

- (a) : la commutation par commande à l'amorçage de l'interrupteur ouvert
- (b) : la commutation par commande au blocage de l'interrupteur fermé

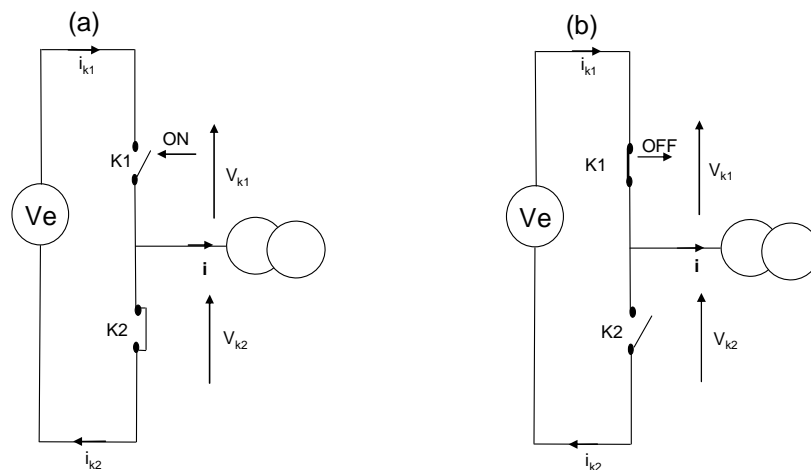


Figure 1. 5: les deux modes de commutation possibles dans la cellule [Chér89]

Toutes ces considérations supposent l'utilisation de sources et d'interrupteurs parfaits. Dans le cas de sources non parfaites, les états des interrupteurs peuvent ne pas être complémentaires. Des états supplémentaires apparaissent donc pour la notion de cellule de commutation à titre d'exemple, l'ouverture simultanée des deux interrupteurs.

La figure 1.6 représente quelques convertisseurs dans lesquels les interrupteurs ont été regroupés pour bien faire apparaître les cellules de commutation [Chér89].

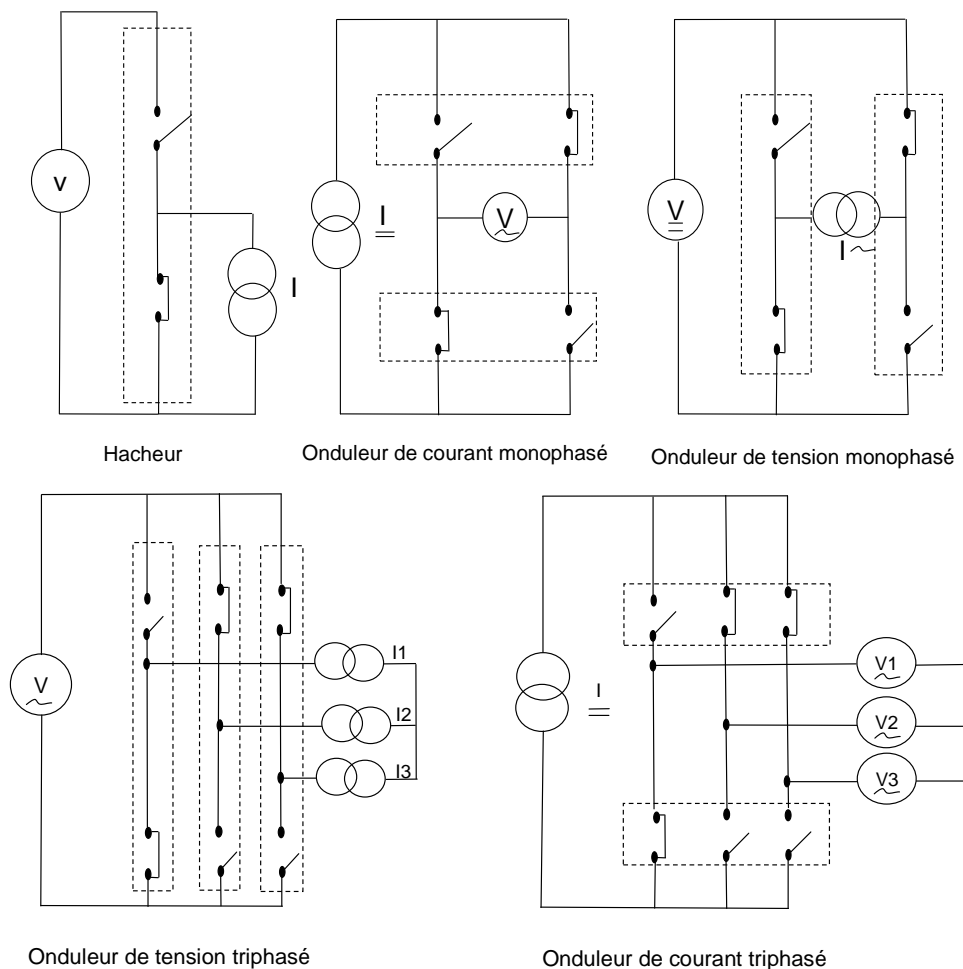


Figure 1. 6: exemples de cellules de commutations

## II.2 Modèle exact

Le modèle exact est décrit sous la forme d'équations différentielles à entrée discontinue et périodique, c'est un cas particulier de système à structure variable, le fonctionnement d'un convertisseur fait apparaître plusieurs topologies ou configuration.

Entre deux commutations chaque configuration est indexée par un entier  $i$ . Pour chacune d'elles, il faut écrire une équation différentielle ordinaire, dont les variables d'état sont les courants dans les inductances et les tensions aux bornes des condensateurs ou des combinaisons linéaires de ces courants et/ou tensions.

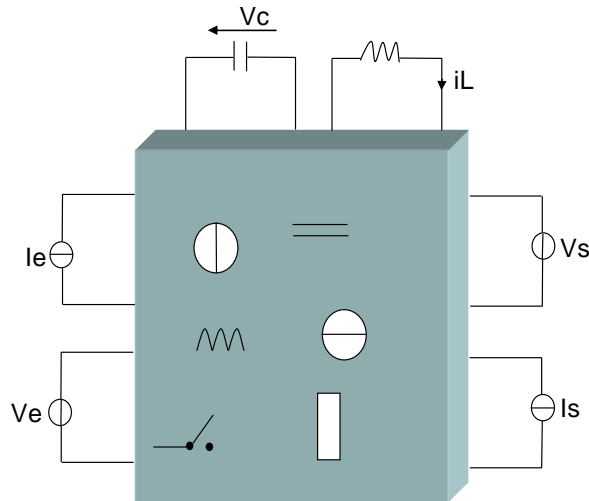


Figure 1. 7: représentation d'un convertisseur

Sous les hypothèses de modélisation déjà posées, tout convertisseur sera représenté pour chaque configuration d'index  $i$  par le système [Bac93]:

$$\frac{dx}{dt} = A_i \cdot x + B_i \cdot e \quad \text{pour } t \in [t_{i-1}, t_i] ; i = 1, \dots, N \quad (1.3)$$

avec :

$$\sum_{i=1}^N t_i - t_{i-1} = T$$

où:

- $T$  est la période de fonctionnement du convertisseur.
- $t_i$  représente les instants de commutation.
- $N$  est le nombre de configurations prises par période  $T$ .
- $x$  est le vecteur d'état (dim[n]).
- $A_i$  est la matrice d'état pour la  $i^{\text{ème}}$  configuration (dim [n,n]).
- $B_i$  est la matrice d'entrée pour la  $i^{\text{ème}}$  configuration (dim [n,p]).
- $e$  est le vecteur des sources (dim[p]).



En introduisant les fonctions discrètes  $h_i$ , liées aux différentes topologies prises par le système durant une période  $T$ , nous obtenons une forme bilinéaire générale :

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x + \sum_{i=1}^p h_i \cdot (B_i \cdot x + b_i) + d \quad (1.4)$$

Avec la nouvelle définition des composantes :

- $x$  est le vecteur d'état (dim[n]).
- $A$  représente la partie de la matrice d'état indépendante de la commande
- les  $B_i$  représentent les parties de la matrice d'état dépendantes de la commande  $h_i$
- les  $b_i$  et  $d$  représentent les parties de la matrice d'entrée.

Les fonctions dites « de commutation »  $h_i$  prennent leurs valeurs dans un ensemble discret binaire  $\{h_a, h_b\}$ , généralement  $\{0,1\}$  ou  $\{-1,+1\}$ .

*Remarque:*

*La forme bilinéaire implique que  $A, B_i, b_i$  et  $d$  sont indépendants de  $x$  et  $h$ .*

*Notons que  $p$  fonctions peuvent décrire  $2^p$  configurations de la structure.*

Afin de mieux comprendre le passage de l'équation (1.3) à l'équation (1.4), nous proposons de l'illustrer par les équations régissant un hacheur parallèle.

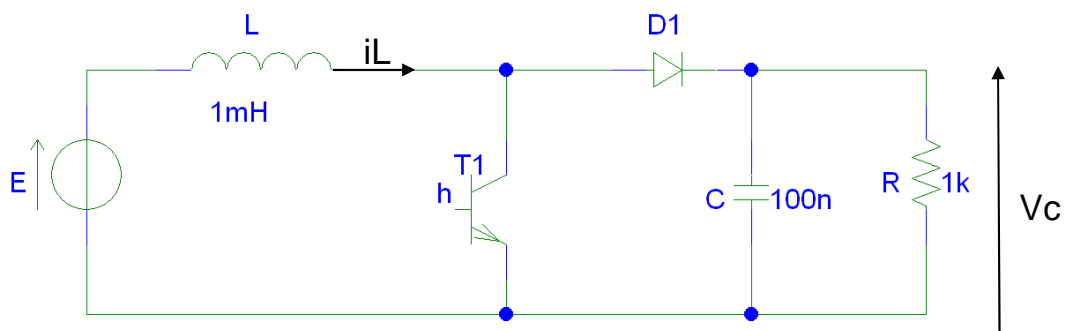


Figure 1. 8: hacheur parallèle

Nous supposons que le convertisseur travaille en conduction continue, le transistor étant fermé de  $0$  à  $\alpha T$  et ouvert de  $\alpha T$  à  $T$ .

avec :

- $\alpha$  est le rapport cyclique.
- $T$  est la période de découpage.

L'équation ci-dessous exprime le fonctionnement du système modulo T :

$$\frac{dx}{dt} = A_1 \cdot x + B_1 \cdot e \quad \text{pour } t \in [0, \alpha T[ \quad (1.5)$$

$$\frac{dx}{dt} = A_2 \cdot x + B_2 \cdot e \quad \text{pour } t \in [\alpha T, T[ \quad (1.6)$$

$$x = \begin{pmatrix} iL \\ V_C \end{pmatrix}; e = E; A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R \cdot C} \end{pmatrix}; B_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix}; A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R \cdot C} \end{pmatrix}; B_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ce convertisseur possède deux configurations. La fonction discrète  $h$  prend ses valeurs dans l'ensemble discret  $\{0,1\}$ , la représentation se ramènera à l'équation suivante :

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x + h \cdot (B \cdot x + b) + d \quad (1.7)$$

avec :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R \cdot C} \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{R \cdot C} \end{pmatrix}; b=0; d = \begin{pmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{pmatrix}$$

En posant  $h=0$  entre  $0$  et  $\alpha T$  et  $h=1$  entre  $\alpha T$  et  $T$ , nous retrouvons les équations (1.5) et (1.6).

Sur la base de ce modèle, deux voies existent: la modélisation dite moyenne et l'approche discrète. Par ailleurs, la représentation peut se faire dans l'espace d'état ou en fréquentiel. Les travaux de cette thèse sont consacrés à la modélisation exacte et moyenne.

Pour la modélisation exacte, il est important de décrire uniquement les configurations qui apparaissent dans un mode, et ceci une seule fois. Le séquençage des configurations n'a aucun impact sur la modélisation qui peut se simplifier en ne retenant que les configurations  $i$  différentes et les fonctions de commutation  $h_i$ .

### II.3 Intérêt des modèles moyens

Dans beaucoup d'usages, nous avons intérêt à transformer le système original en un système continu qui représente macroscopiquement au mieux les comportements dynamiques et statiques du circuit. A cet effet, le comportement moyen est tout à fait adapté. Le modèle dit « moyen » associé trouve un vaste champ d'applications que ce soit en commande, en simulation (rapide et système) ou encore en analyse des modes...

Le modèle moyen permet de répondre à trois exigences essentielles:

- une simplicité de mise en œuvre et d'utilisation ;
- une précision suffisante dans son domaine de validité ;
- la possibilité d'utilisation en boucle fermée : possibilité éventuelle de passer en fonction de transfert.

Il offre également le meilleur compromis coût de simulation-précision: en effet, l'absence d'éléments représentant les commutations, assure des pas de temps nettement plus grands en simulation. En effet, il n'y a pas de constantes de temps qui seraient introduites par la modélisation des semi-conducteurs non-idéaux.

Plusieurs travaux ont été menés sur les modèles moyens basés sur une représentation moyennée du comportement du convertisseur sur la période de découpage. Les premières publications étaient celles de Middlebrook [Mid76]. Toutefois, le modèle moyen décrit, que l'on nommera « classique », ne restitue pas les phénomènes de commutation et peut s'avérer inadapté dans certains fonctionnements (conduction discontinue, variables alternatives). A cet égard d'autres travaux ont été menés de manière à dépasser ces imperfections par Chetty pour la conduction discontinue [Chet82] et Sanders pour les variables d'état alternatives [San90].

Notons également que le laboratoire G2Elab (ancien LEG) a à son actif plusieurs travaux sur les mêmes périodes, sur le schéma équivalent moyen [Pér79] et le modèle du générateur moyen équivalent pour les variables alternatives [Bac92, Bac93].

Nous allons maintenant présenter les différents modèles moyens dans le cadre du convertisseur statique fonctionnant en conduction continue.

Une classification des modèles peut se faire sur la base de la structure du convertisseur.

### **III. Les différents modèles moyens dans le cas de la conduction continue**

Historiquement, le modèle moyen a été publié par Middlebrook et Cuk, à la fin des années 70 [Mid76]. Le mérite de Middlebrook a été d'avoir fait une première formulation mathématique, incomplète toutefois, de la modélisation moyenne.

Une contribution à l'amélioration de la modélisation moyenne a été faite par J. Pérard, E. Toutain et M. Nougaret en 1979 où la précision du modèle moyen a été en partie formulée mathématiquement [Per79].

Le principe de base de tout modèle moyen est le calcul de la moyenne dite glissante sur une fenêtre de largeur  $T$ , correspondant généralement à une période de fonctionnement (cf. figure 1.9).

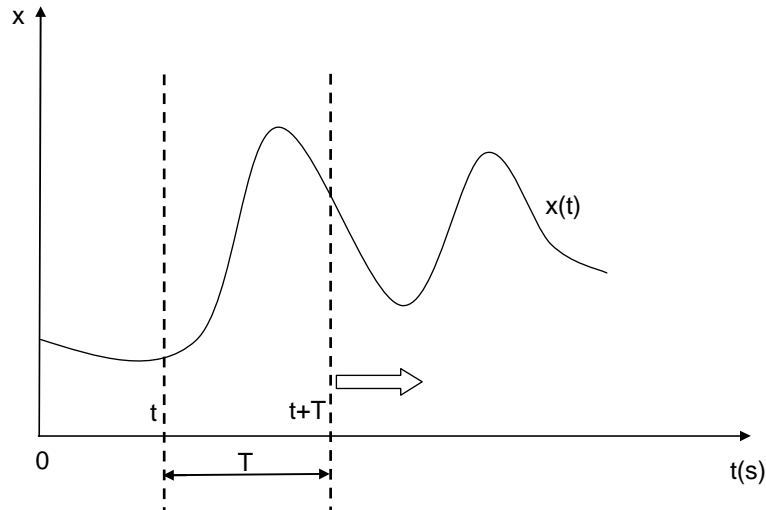


Figure 1. 9: fenêtrage glissant

Ainsi, la valeur moyenne caractérisant l'harmonique  $k$  s'exprime par:

$$\langle x(t) \rangle_k = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(\tau) \cdot e^{-jk\omega\tau} d\tau \quad (1.8)$$

avec:

$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} \\ x(\tau) = 0 \text{ pour } \tau < 0 \end{cases}$$

$\langle x(t) \rangle_k$  représente le coefficient de l'harmonique de rang  $k$  dans la décomposition de la série de Fourier complexe dont la moyenne se fait dans ce cas sur une fenêtre glissante et non sur un intervalle statique.

Il existe plusieurs types de modèles moyens (cf. figure 1.10) selon le mode de fonctionnement, le type de conversion et enfin selon l'usage (analyse, simulation système, conception de commande...).

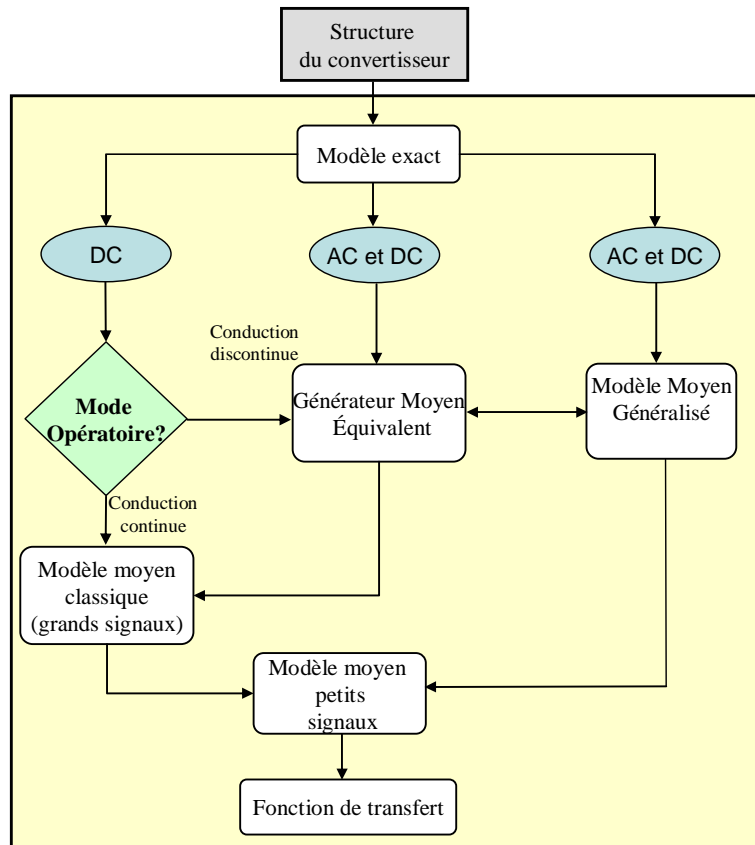


Figure 1. 10: classification des modèles étudiés dans ces travaux

A partir de la structure du convertisseur, nous calculons son modèle exact (équation 1.4) qui nous sert de point de départ de la modélisation moyenne. Ensuite, en fonction du mode opératoire et de la nature du convertisseur, nous choisissons le (ou les) modèle(s) moyen(s) adapté(s).

A titre d'exemple, le modèle moyen classique grands signaux ne s'applique qu'aux convertisseurs DC/DC fonctionnant dans le cas de la conduction continue par contre c'est un modèle qui est non linéaire. Afin de s'affranchir de ce problème de non linéarité, le modèle moyen petits signaux a été conçu. La création de ce modèle passe par deux étapes d'approximation : une moyenne et une linéarisation. Il est souvent utilisé pour instaurer des stratégies de commande et ce à partir du calcul de sa fonction de transfert; par ailleurs, il permet l'extraction des valeurs propres moyennes du système.

De plus, le modèle moyen classique grands signaux ne peut pas s'appliquer aux convertisseurs présentant un étage alternatif ou travaillant en conduction discontinue. Afin de pallier cette insuffisance, deux autres modèles dérivés ont été développés. Nous citerons : le Générateur Moyen Equivalent (G.M.E) et le Modèle Moyen Généralisé (M.M.G).

Le G.M.E s'applique parfaitement pour le cas de la conduction discontinue (variable d'état s'annulant périodiquement durant un temps non nul) ou lorsque certaines variables d'état sont à valeur moyenne nulle (variable d'état sinusoïdale par exemple). C'est un modèle alors de dimension réduite, il ne permet donc pas de reproduire certaines dynamiques. Le Modèle Moyen Généralisé quant à lui, se base sur les valeurs moyennes des coefficients de Fourier des variables d'état considérées, la perte d'information est alors limitée aux harmoniques non pris en charge. Dans ce qui suit, nous développons en détail ces modèles ainsi que leur démarche de construction.

### III.1 Modèle moyen classique grands signaux

Le modèle moyen grands signaux reprend les équations du modèle exact afin de les moyenner [Mid76]. Nous allons présenter brièvement les étapes d'obtention de ce modèle.

#### III.1.1 Démarche de construction du modèle moyen grands signaux

Pour calculer ce modèle, nous avons eu recours à l'équation (1.8) et nous obtenons l'équation suivante pour  $k=0$  :

$$\left\langle \frac{dx(t)}{dt} \right\rangle_0 = \frac{d}{dt} \langle x(t) \rangle_0 \quad (1.9)$$

Ainsi qu'à l'approximation fondamentale du moyen classique (en partant du principe du produit de convolution de deux termes  $x$  et  $y$ ):

$$\langle x \cdot y \rangle_k = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \langle x \rangle_{k-p} \cdot \langle y \rangle_p \quad (1.10)$$

Pour  $k=0$ , l'équation (1.10) devient :

$$\langle x(t) \cdot y(t) \rangle_0 = \langle x(t) \rangle_0 \cdot \langle y(t) \rangle_0 + \langle x(t) \rangle_1 \cdot \langle y(t) \rangle_{-1} + \langle x(t) \rangle_{-1} \cdot \langle y(t) \rangle_1 + \dots \quad (1.11)$$

L'approximation du modèle moyen classique ignore l'apport des harmoniques dans le développement du produit [Bac93], ce qui donne :

$$\langle x(t) \cdot y(t) \rangle_0 \approx \langle x(t) \rangle_0 \cdot \langle y(t) \rangle_0 \quad (1.12)$$

où :

$$\langle x(t) \rangle_0 = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) d\tau \quad (1.13)$$

La durée  $T$  correspond à la largeur de la fenêtre dans laquelle nous calculons la moyenne de  $x(t)$ . Cette fenêtre de calcul se déplace dans le temps (d'où le nom de moyenne glissante), ce qui implique que cette moyenne soit elle-même dépendante du temps.

En utilisant les équations (1.9) et (1.12) dans l'équation (1.4), nous obtenons l'équation du modèle moyen grands signaux.

$$\frac{d}{dt}\langle x \rangle_0 = \langle A \rangle_0 \cdot \langle x \rangle_0 + \sum_{i=1}^p (\langle h_i \rangle_0 \cdot \langle B_i \rangle_0 \cdot \langle x \rangle_0 + \langle b_i \rangle_0 \cdot \langle h_i \rangle_0) + \langle d \rangle_0 \quad (1.14)$$

En général et en appliquant les hypothèses de linéarisation, les matrices  $A$ ,  $B_i$  et  $b_i$  sont invariantes dans le temps. Nous pouvons alors transformer l'équation (1.14) en (1.15).

$$\frac{d}{dt}\langle x \rangle_0 = A \cdot \langle x \rangle_0 + \sum_{i=1}^p (\langle h_i \rangle_0 \cdot B_i \cdot \langle x \rangle_0 + b_i \cdot \langle h_i \rangle_0) + \langle d \rangle_0 \quad (1.15)$$

### III.2 Modèle moyen petits signaux

Les modèles moyens et échantillonnés grands signaux sont par essence non linéaires. Tels quels, ils ne peuvent pas être utilisés pour synthétiser un correcteur linéaire continu ou échantillonné ainsi que pour l'analyse des modes (via les valeurs propres) du système considéré. Dans cette perspective, nous sommes amenés à réaliser des modèles linéaires qui sont aussi appelés modèles tangents, valables autour d'un point de fonctionnement. Ces modèles permettent de s'affranchir des problèmes de non linéarité. La construction de tels modèles passe par un développement en séries de Taylor limité au premier ordre.

Nous allons détailler les différentes étapes de construction de ce modèle [Bac06-1, Bac06-2].

#### III.2.1 Démarche de construction du modèle moyen petits signaux

Soit le système décrit par les équations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{array} \right\} \quad (1.16)$$

avec:

- $y$  est le vecteur de sortie (de dimension [q])
- $x$  est le vecteur d'état (de dimension [n])
- $u$  est le vecteur d'entrée (de dimension [p]).

Le modèle linéaire ci-dessous s'obtient par différentiation autour d'un point d'équilibre donné  $(x_e, u_e)$  du convertisseur statique, c'est en fait le modèle tangent.

Ce point est calculé pour  $\frac{dx}{dt} = 0$  en régime stationnaire.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{x}}{dt} &= \tilde{A} \cdot \tilde{x} + \tilde{B} \cdot \tilde{u} \\ \tilde{y} &= \tilde{C} \cdot \tilde{x} + \tilde{D} \cdot \tilde{u} \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

Les tildes représentent un écart autour de ces points d'équilibre.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x} &= x - x_e \\ \tilde{u} &= u - u_e \\ \tilde{y} &= y - y_e \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

La procédure d'élaboration du modèle petits signaux à partir d'un modèle non linéaire passe par l'espace d'état.

Les matrices du modèle petits signaux sont calculées en utilisant les formules ci-dessous:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{A} &= \left( \frac{\partial f(x,u)}{\partial x} \right)_{x_e, u_e} ; \tilde{B} = \left( \frac{\partial f(x,u)}{\partial u} \right)_{x_e, u_e} \\ \tilde{C} &= \left( \frac{\partial g(x,u)}{\partial x} \right)_{x_e, u_e} ; \tilde{D} = \left( \frac{\partial g(x,u)}{\partial u} \right)_{x_e, u_e} \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

avec:

- $\tilde{A}$  est la matrice d'état (de dimension [n, n]).
- $\tilde{B}$  est la matrice d'entrée (de dimension [n, p]).
- $\tilde{C}$  est la matrice de sortie (ou d'observation) (de dimension [q, n]).
- $\tilde{D}$  est la matrice d'action directe (de dimension [q, p]).

La fonction de transfert s'obtient de manière classique, elle est donnée par l'équation (1.20) dans le cas du système SISO (Single Input Single Output):

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \tilde{C} \cdot (s \cdot I - \tilde{A})^{-1} \cdot \tilde{B} + \tilde{D} \quad (1.20)$$

avec :

- $I$  est la matrice identité (de dimension [n, n]).

Nous appliquons ces calculs afin d'obtenir le modèle moyen petits signaux à partir de l'équation du modèle moyen grands signaux (équation 1.15).

- dans le cas général bilinéaire, le point d'équilibre obtenu pour le modèle (1.15) est:

$$x_e = \left( A + \sum_{i=1}^p B_i \cdot \langle h_{ie} \rangle_0 \right)^{-1} \left[ - \left( \sum_{i=1}^p b_i \cdot \langle h_{ie} \rangle_0 + d \right) \right] \quad (1.21)$$



- dans le cas monovariabile et en appliquant (1.19) au modèle (1.15), nous obtenons les matrices suivantes:

$$\tilde{A} = A + B \cdot \langle h_e \rangle_0 \quad (1.22)$$

$$\tilde{B} = B \cdot x_e + b \quad (1.23)$$

### III.3 Modèle moyen généralisé (MMG)

Le modèle moyen généralisé s'applique plus précisément aux convertisseurs présentant un ou plusieurs étage(s) alternatif(s). Il fait le lien entre des dynamiques de variables alternatives et continues [San90, Bac93, Bac06-1].

#### III.3.1 Démarche de construction du MMG

Dans cette modélisation, nous supposons que la période T est constante ou varie faiblement dans le temps.

Ainsi, nous pouvons écrire ce modèle sous la forme suivante:

$$\left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_k = \frac{d\langle x \rangle_k}{dt} + j \cdot k \cdot \omega \cdot \langle x \rangle_k \quad (1.24)$$

où:

- k est le rang de l'harmonique considéré.

$$\langle x \rangle_k = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) \cdot e^{-jk\omega\tau} d\tau \quad (1.25)$$

Pour les variables d'état alternatives (premier harmonique, i.e.: k=1), l'équation (1.24) devient:

$$\left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_1 = \frac{d\langle x \rangle_1}{dt} + j \cdot \omega \cdot \langle x \rangle_1 \quad (1.26)$$

Pour les variables d'état continues (k = 0), l'équation (1.24) devient l'équation (1.27).

$$\left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_0 = \frac{d\langle x \rangle_0}{dt} \quad (1.27)$$

En utilisant l'équation (1.24), le modèle exact de l'équation (1.4) s'écrit sous la forme de l'équation (1.28) en supposant que les matrices A et B<sub>i</sub> sont invariantes et en s'intéressant à une harmonique de rang k donné:

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle_k = -j \cdot k \cdot \omega \cdot \langle x \rangle_k + A \cdot \langle x \rangle_k + \sum_{i=1}^p (B_i \langle x \cdot h_i \rangle_k + \langle b_i \cdot h_i \rangle_k) + \langle d \rangle_k \quad (1.28)$$

Les expressions des variables d'état alternatives sont écrites sous leur forme complexe.

*Remarque :*

*Pour nos applications, nous nous limitons généralement au fondamental ( $k=1$ ) et aux valeurs moyennes ( $k=0$ ). Toutefois, s'il y a nécessité, le développement se poursuivra jusqu'aux rangs les plus significatifs.*

L'étape suivante consiste à faire des simplifications dans le développement des termes de l'équation (1.28) en utilisant la formule (1.29) :

$$\langle \prod_{q=1}^n x_q \rangle_k = \sum_{i_1+i_2+\dots+i_n=k} \left( \prod_{q=1}^n \langle x_q \rangle_{i_q} \right) \quad (1.29)$$

avec

$$(i_q) \in \{-1, 0, 1\}$$

Nous allons maintenant démontrer la formule (1.29)

Soit le développement du  $k^{\text{ème}}$  harmonique complexe d'un produit  $x_1 * x_2$  :

$$\langle x_1 \cdot x_2 \rangle_k = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \langle x_1 \rangle_{k-p} \cdot \langle x_2 \rangle_p \quad (1.30)$$

Pour un produit de trois termes, ce développement s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \rangle_k &= \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \langle x_1 \cdot x_2 \rangle_{k-p} \cdot \langle x_3 \rangle_p = \sum_{i_1+i_3=k} \langle x_1 \cdot x_2 \rangle_{i_1} \cdot \langle x_3 \rangle_{i_3} \\ &= \sum_{i_1+i_2+i_3=k} \langle x_1 \rangle_{i_1} \cdot \langle x_2 \rangle_{i_2} \cdot \langle x_3 \rangle_{i_3} \end{aligned} \quad (1.31)$$

D'une manière générale, pour un  $n$  produit, nous avons :

$$\left\langle \prod_{q=1}^n x_q \right\rangle_k = \sum_{i_1+i_2+\dots+i_n=k} \left( \prod_{q=1}^n \langle x_q \rangle_{i_q} \right) \quad (1.32)$$

Comme en général, nous ne travaillons qu'avec les fondamentaux et les valeurs moyennes, nous nous limitons aux harmoniques de rang  $k=1$  et  $-1$  et aux valeurs moyennes ( $k=0$ ).

D'où, dans la formule (1.32) :  $(i_q) \in \{-1, 0, 1\}$

*Il est à noter que la méthode du premier harmonique statique (représentation complexe sous forme d'impédances) est un cas particulier du modèle moyen généralisé..*

Le modèle moyen généralisé nous fournit l'amplitude des variables alternatives à partir du calcul de la partie réelle et de la partie imaginaire :

$$\hat{X} = 2 \cdot \|\langle x \rangle_1\| = 2 \cdot \sqrt{\Re(\langle x \rangle_1)^2 + \Im(\langle x \rangle_1)^2} \quad (1.33)$$

Nous pouvons aussi reconstituer le signal à partir de l'équation (1.34) :

$$x(t) = 2 \cdot (\Re(\langle x \rangle_1)) \cdot \cos(\omega \cdot t) - \Im(\langle x \rangle_1) \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (1.34)$$

avec :

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (1.35)$$

La démonstration de l'équation (1.34) se trouve dans l'annexe A1.

Dans le paragraphe suivant, nous appliquons le modèle moyen généralisé (MMG) afin de calculer les harmoniques de rang 1 d'une commande en pleine onde.

### III.3.2 Cas particulier de calcul pour une commande en pleine onde moyennée

Le principe de la commande en pleine onde est de commuter les semi conducteurs à la fréquence de fonctionnement du convertisseur. Quand le semi conducteur est à l'état ON l'amplitude vaut « 1 » et « 0 ou -1 » à l'état OFF durant des intervalles égaux à la moitié de la période T. Nous obtenons une onde alternative en créneaux. Les fonctions de commutations sont représentées dans la figure 1.11.  $\delta$  est l'angle de déphasage entre les commandes (h1 et h2) et l'instant initial.

En appliquant l'équation (1.8), nous obtenons:

$$\langle h_i \rangle_k = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t h_i(\tau) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot k \cdot \tau} d\tau \quad (1.36)$$

Les harmoniques de rang 1 dans le développement en série de Fourier complexe des fonctions de commutation h1 et h2 variant entre -1 et 1 et déphasées d'un angle  $\delta$  obtenus après calcul sont fournis par les équations (1.37) et (1.38)

$$\langle h1 \rangle_1 = \frac{2}{\pi \cdot j} \quad (1.37)$$

$$\langle h2 \rangle_1 = \frac{2}{\pi \cdot j} e^{-j\delta} \quad (1.38)$$

*Remarque:*

*Le rapport cyclique vaut 0,5 et les valeurs moyennes  $\langle h1 \rangle_0$  et  $\langle h2 \rangle_0$  sont égales à zéro.*

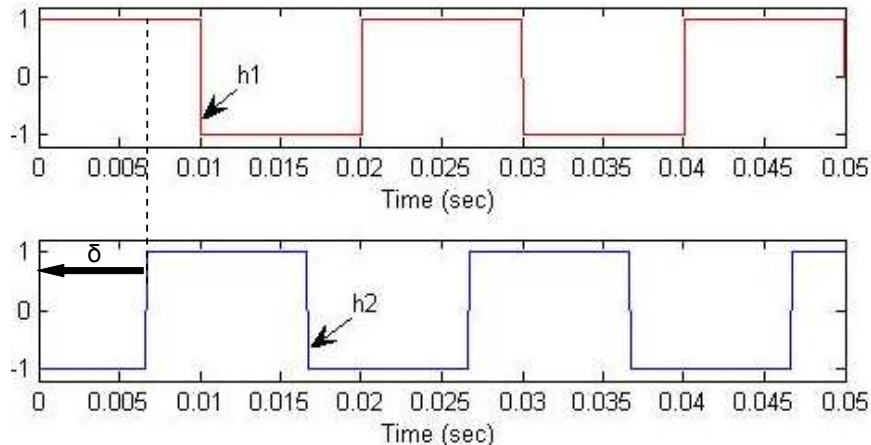


Figure 1. 11: les fonctions de commutations entre  $[-1,1]$

Les harmoniques de rang 1, dans le développement en série de Fourier complexe des fonctions de commutation  $h1$  et  $h2$  variant entre 0 et 1 et déphasées d'un angle  $\delta$ , sont données par les équations (1.39) et (1.40).

$$\langle h1 \rangle_1 = \frac{1}{2} - \frac{j}{\pi} \quad (1.39)$$

$$\langle h2 \rangle_1 = \frac{1}{2} + \frac{e^{-j\delta}}{\pi \cdot j} \quad (1.40)$$

### III.4 Générateur moyen équivalent (GME)

Plusieurs auteurs se sont intéressés à l'étude du générateur moyen équivalent (GME), [Fer84, Chet82, Sun92, Sun97 ; Bac95].

Ce modèle permet effectivement de s'affranchir des limitations du modèle moyen classique. Son principe de construction consiste en l'élimination des variables d'état gênantes, c'est-à-dire les variables alternatives.

Ainsi, il s'applique parfaitement aux convertisseurs travaillant en conduction discontinue. Par contre, en conduction continue il est confronté à un manque de précision.

Nous allons présenter dans ce qui suit les différentes étapes de construction du générateur moyen équivalent.

#### III.4.1 Démarche de construction du G.M.E

Le principe de construction du générateur moyen équivalent est la séparation entre les variables dites « lentes » et les variables dites « rapides ». Les variables lentes sont les variables d'état continues.

Les variables rapides sont soit des variables alternatives à valeur moyenne nulle, soit des grandeurs continues qui varient rapidement par rapport à d'autres grandeurs continues.

Si nous considérons le hacheur parallèle de la figure 1.8, le courant dans l'inductance en conduction continue sera une grandeur lente alors qu'il sera une grandeur rapide en conduction discontinue (puisque ses variations seront rapides comparativement à celle de la tension aux bornes du condensateur de la charge).

Le modèle G.M.E est incontournable dès que nous commençons à nous intéresser au comportement moyen d'un convertisseur en conduction discontinue. Le principe est basé sur la séparation entre les variables « lentes » et « rapides ». Le cas de la conduction discontinue fera l'objet d'un traitement approfondi dans la section IV.

Le Générateur moyen équivalent peut s'appliquer, même s'il peut y avoir des pertes de précision, dans le cas de variables d'état alternatives. Il est possible de construire le G.M.E à partir de la structure bilinéaire générale et du M.M.G limité au fondamental.

La démarche du G.M.E est illustrée par la figure 1.12.

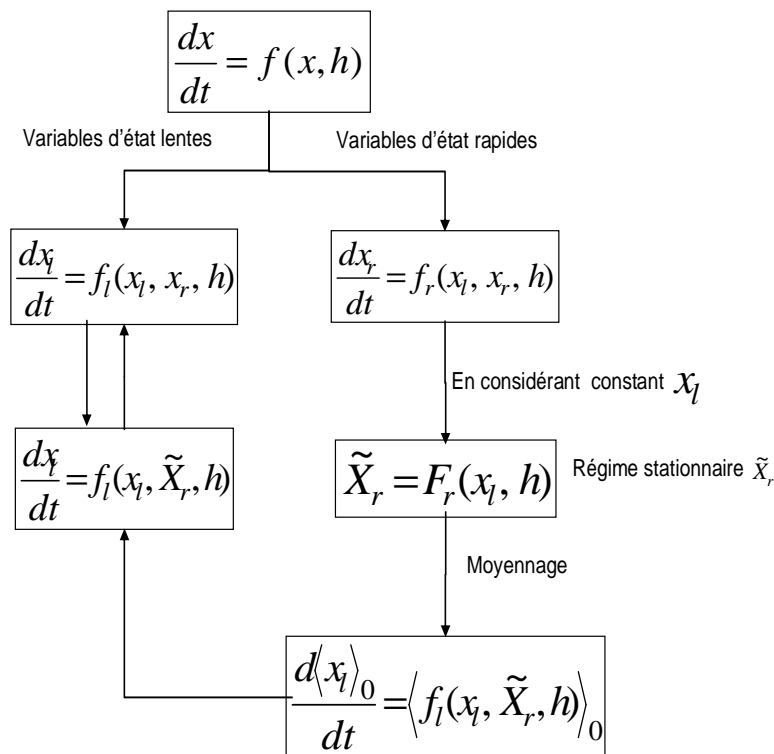


Figure 1. 12: diagramme de construction du générateur moyen équivalent

Le vecteur d'état est décomposé comme suit :

$$x = \begin{bmatrix} x_r \\ x_l \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

où :

- $x_r$  représente le vecteur des variables d'état rapides (dim  $[n_r]$ )
- $x_l$  représente le vecteur des variables d'état lentes (dim  $[n_l]$ ).

Tout d'abord, nous exprimons les équations des variables d'état lentes et rapides à partir de l'équation du modèle exact (pour une configuration  $i=I$ ) dans le cas bilinéaire.

$$\begin{pmatrix} \frac{dx_r}{dt} \\ \frac{dx_l}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_r^r & A_r^l \\ A_l^r & A_l^l \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_r \\ x_l \end{pmatrix} + \left( \begin{pmatrix} B_r^r & B_r^l \\ B_l^r & B_l^l \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_r \\ x_l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_r \\ b_l \end{pmatrix} \right) (h) + \begin{pmatrix} d_r \\ d_l \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

avec :

- $A_l^l$  (dim  $[n_l, n_l]$ );  $A_l^r$  (dim  $[n_l, n_r]$ );  $A_r^l$  (dim  $[n_r, n_l]$ );  $A_r^r$  (dim  $[n_r, n_r]$ )
- $B_l^l$  (dim  $[n_l, n_l]$ );  $B_l^r$  (dim  $[n_l, n_r]$ );  $B_r^l$  (dim  $[n_r, n_l]$ );  $B_r^r$  (dim  $[n_r, n_r]$ )
- $h$  (dim  $[p]$ )
- $b_r$  (dim  $[n_r, p]$ );  $b_l$  (dim  $[n_l, p]$ )
- $d_r$  (dim  $[n_r]$ );  $d_l$  (dim  $[n_l]$ )

Le comportement des variables lentes et des variables rapides est exprimé par les équations (1.43) et (1.44) :

$$\frac{dx_l}{dt} = A_l^l \cdot x_l + A_l^r \cdot x_r + \sum_{i=1}^N (B_{il}^l \cdot x_l + B_{il}^r \cdot x_r) \cdot h_i + b_{il} \cdot h_i + d_l \quad (1.43)$$

$$\frac{dx_r}{dt} = A_r^l \cdot x_l + A_r^r \cdot x_r + \sum_{i=1}^N (B_{ir}^l \cdot x_l + B_{ir}^r \cdot x_r) \cdot h_i + b_{ir} \cdot h_i + d_r \quad (1.44)$$

Nous appliquons par la suite le modèle moyen grands signaux aux variables d'état continues  $x_i$  et nous obtenons l'équation (1.45).

$$\frac{d\langle x_l \rangle_0}{dt} = A_l^l \cdot \langle x_l \rangle_0 + \sum_{i=1}^p \left( \begin{matrix} B_{il}^l \cdot \langle x_l \cdot h_i \rangle_0 \\ + B_{il}^r \cdot \langle x_r \cdot h_i \rangle_0 + b_{il} \cdot \langle h_i \rangle_0 \end{matrix} \right) + \langle d_l \rangle_0 \quad (1.45)$$

*Remarque :*

*Le modèle moyen généralisé peut être associé au générateur moyen équivalent.*

L'équation (1.46) est obtenue effectivement en appliquant ce modèle sur les variables d'état alternatives  $x_r$  et en considérant que les variables  $x_r$  sont en régime permanent (ici, uniquement les harmoniques d'ordre 1 sont pris en compte).

$$\frac{d\langle x_r \rangle_1}{dt} = -j\omega \cdot \langle x_r \rangle_1 + A_r^r \cdot \langle x_r \rangle_1 + A_r^l \cdot \langle x_l \rangle_1 + \sum_{i=1}^p \left( B_{ir}^r \cdot \langle x_r \cdot h_i \rangle_1 + B_{ir}^l \cdot \langle x_l \cdot h_i \rangle_1 + b_{ir} \cdot \langle h_i \rangle_1 \right) + \langle d_r \rangle_1 \quad (1.46)$$

L'équation (1.45) est résolue en supposant que les variables d'état continues sont constantes dans le temps.

Nous avons utilisé l'équation (1.10) pour développer les termes suivants:

$$\langle x_r \cdot h_i \rangle_0, \langle x_l \cdot h_i \rangle_0, \langle x_r \cdot h_i \rangle_1 \text{ et } \langle x_l \cdot h_i \rangle_1.$$

La solution  $\tilde{X}_r$  de l'équation  $\frac{d\langle x_r \rangle_1}{dt} = 0$  représente le régime stationnaire que  $x_r$  a atteint.

$$\langle \tilde{X}_r \rangle_1 = (j \cdot \omega \cdot I - A_r^r)^{-1} \left( \sum_{i=1}^p B_{ir}^l \cdot x_l \cdot \langle h_i \rangle_1 + b_{ir} \cdot \langle h_i \rangle_1 + \langle d_r \rangle_1 \right) \quad (1.47)$$

où :

- $I$  est la matrice identité de même dimension que la matrice  $A_r^r$

Cette solution est remplacée par la suite dans l'équation (1.45) et nous obtenons finalement, l'équation du générateur moyen équivalent.

$$\frac{d\langle x_l \rangle_0}{dt} = A_l^l \cdot \langle x_l \rangle_0 + B_l^r \cdot \left( 2 \cdot \left( \Re(\langle x_r \rangle_1) \cdot \Re(\langle h_k \rangle_1) + \Im(\langle x_r \rangle_1) \cdot \Im(\langle h_k \rangle_1) \right) \right) + d_l \quad (1.48)$$

*Notons que :*

*Le générateur moyen équivalent et le modèle moyen généralisé sont des extensions du modèle moyen classique grands signaux [Bac93].*

### III.5 Synthèse comparative des différents modèles

Dans le tableau suivant, nous dressons une synthèse comparative des différents modèles.

Modèles	Hypothèse de validité et domaine de validité	Résultats fournis	Limites
<b>Modèle exact</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interrupteurs parfaits</li> <li>- Sources parfaites et éléments passifs invariants et linéaires</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Équation simple et réduite pour chaque configuration</li> <li>- Modèle rapide à simuler</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modèles non linéaires</li> <li>- Mise en place de lois de commande</li> <li>- Analyse de modes</li> <li>- Nécessité de travailler à fréquence constante</li> </ul>
<b>Modèle moyen classique</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Mêmes hypothèses que pour le modèle exact</li> <li>- Convertisseurs ayant une période de découpage très faible devant la plus petite constante de temps du système (bon filtrage)</li> <li>- Convertisseurs DC-DC</li> <li>- Conduction continue</li> <li>- Matrices <math>A</math>, <math>B</math>, et <math>b_i</math> invariantes dans le temps pour une configuration <math>i</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Moyenne glissante sur une fenêtre de largeur <math>T</math></li> <li>- Modèles non linéaires</li> <li>- Vision macroscopique du comportement du convertisseur</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Inadapté dans certains fonctionnements (conduction discontinue, variables alternatives)</li> </ul>
<b>Modèle moyen petits signaux</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mêmes hypothèses que pour le modèle exact</li> <li>- Valable autour d'un point de fonctionnement</li> <li>- Point d'équilibre calculé en régime stationnaire</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modèles linéaires</li> <li>- Fonction de transfert</li> <li>- Extraction des valeurs propres moyennes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Validité autour d'un point de fonctionnement</li> </ul>
<b>Générateur moyen équivalent</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mêmes hypothèses que pour le modèle exact +</li> <li>- Réduction d'ordre sur la base de séparation des modes</li> <li>- Conduction discontinue</li> <li>- Convertisseurs DC et AC</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modèle de dimension réduite</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ne permet pas de reproduire certaines dynamiques en conduction continue</li> </ul>
<b>Modèle moyen généralisé</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Mêmes hypothèses que pour le modèle exact</li> <li>- La période <math>T</math> est constante ou varie faiblement dans le temps</li> <li>- Variables alternatives</li> <li>- Convertisseurs AC et DC</li> <li>- Conduction continue</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mise en évidence des régimes transitoires (Amplitude et phase)</li> <li>- <math>K=0</math> : modèle moyen classique</li> <li>- <math>K=1</math> : fondamental</li> <li>- <math>K= n</math> ; <math>n</math>ième harmonique</li> <li>- Possibilité de combiner avec le Générateur moyen équivalent.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Le modèle se complique quand le calcul est poussé pour des harmoniques de rang supérieurs</li> </ul>

## IV. Cas particulier de la conduction discontinue dans les conversions DC/DC

### IV.1 Etat de l'art sur la conduction discontinue

Un état de l'art sur la conduction discontinue pour les convertisseurs DC/DC a été fait.



Plusieurs auteurs se sont intéressés à l'étude des hacheurs (parallèle, série, à accumulation inductive) fonctionnant dans le cas de la conduction discontinue d'une manière particulière sans souci de généralisation [Cuk77, Vor90, Mak91, Sun92, Sun98, Sun01, Chet82]. Le mode de fonctionnement en conduction discontinue se traduit par l'annulation d'une variable d'état durant un temps supérieur à 0; par exemple le courant dans l'inductance de la figure 1.13 durant une partie de la période de découpage.

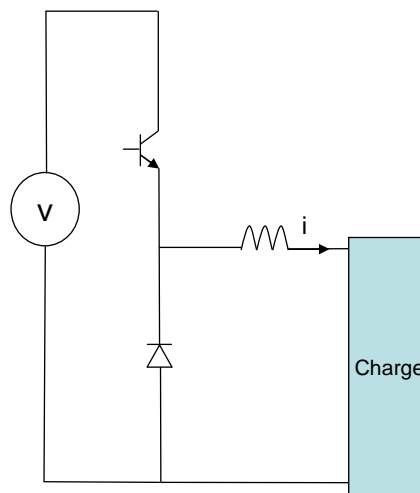


Figure 1. 13: cellule de conversion DC/DC de type hacheur

Pour la cellule ci-dessus, en conduction continue, un cycle de commutation  $T_s$  est divisé en deux sous intervalles et les durées relatives respectives de ces intervalles sont  $d1$  et  $d2=1-d1$ . Néanmoins, en conduction discontinue, nous distinguons trois sous intervalles correspondants respectivement à  $d1$ ,  $d2$  et  $d3=1-d1-d2$ .

En posant  $T_s$  la période de commutation, nous avons :

- $d1 \cdot T_s$  est l'intervalle de temps pendant lequel le transistor T1 conduit et la diode D1 est bloquée.
- $d2 \cdot T_s$  est l'intervalle de temps pendant lequel le transistor T1 est bloqué et la diode D1 conduit.
- $d3 \cdot T_s$  est l'intervalle de temps pendant lequel le transistor T1 et la diode D1 sont bloqués.

Nous avons pris comme exemple le hacheur parallèle (cf. figure 1.8) afin d'illustrer la démarche de traitement de la conduction discontinue.

En conduction continue, nous moyennons les matrices du système ainsi que les variables d'état (modèle moyen grands et petits signaux). Néanmoins, nous ne pouvons pas appliquer la même procédure pour la conduction discontinue.

La variable d'état s'annule pendant un certain temps ce qui entraîne que la moyenne de sa dérivée est nulle (cf. figure 1.15) ce que ne prévoit pas le modèle moyen classique, sauf bien entendu dans le cas limite conduction continue/discontinue (cf. figure 1.14).

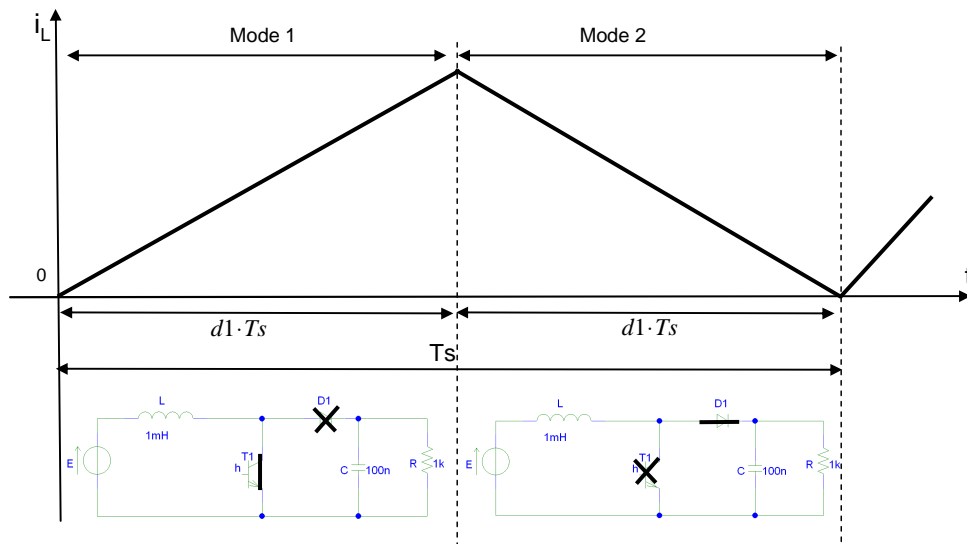


Figure 1. 14: allure du courant  $i_L$  dans l'inductance du hacheur parallèle dans le cas de la limite de conduction continue/discontinue

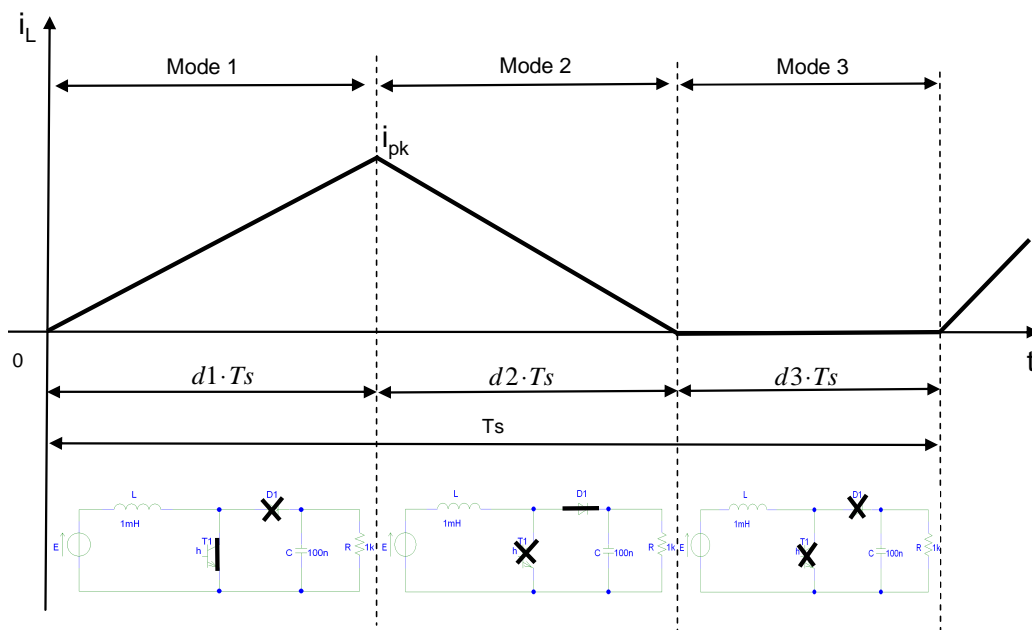


Figure 1. 15: allure du courant  $i_L$  dans l'inductance du hacheur parallèle dans le cas de la conduction discontinue

avec :

- $i_{pk}$  est la valeur du courant crête dans l'inductance.

Pendant la conduction discontinue (cf. figure 1.15), le convertisseur est décrit par les équations d'état (1.49, 1.50, 1.51) dans chaque intervalle [Usm08].

Les équations d'état sont les suivantes :

$$\frac{dx}{dt} = A_1 \cdot x + B_1 \cdot E \quad \text{pour } t \in [0, d1 \cdot Ts] \quad (1.49)$$

$$\frac{dx}{dt} = A_2 \cdot x + B_2 \cdot E \quad \text{pour } t \in [d1 \cdot Ts, (d1 + d2) \cdot Ts] \quad (1.50)$$

$$\frac{dx}{dt} = A_3 \cdot x + B_3 \cdot E \quad \text{pour } t \in [(d1 + d2) \cdot Ts, Ts] \quad (1.51)$$

L'opération de moyennage de l'espace d'état conduit à l'équation suivante :

$$\left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle_0 = \begin{cases} [d1 \cdot A_1 + d2 \cdot A_2 + (1 - d1 - d2) \cdot A_3] \cdot \langle x \rangle_0 \\ + [d1 \cdot B_1 + d2 \cdot B_2 + (1 - d1 - d2) \cdot B_3] \cdot E \end{cases} \quad (1.52)$$

avec :

- $E$  est la tension d'entrée du convertisseur.
- $\langle x \rangle_0$  est la valeur moyenne de  $x$

Pour le hacheur parallèle, nous obtenons les équations suivantes :

$$\left\langle \frac{diL}{dt} \right\rangle_0 = \frac{(d1 + d2) \cdot E - d2 \cdot \langle Vc \rangle_0}{L} \quad (1.53)$$

$$\left\langle \frac{dVc}{dt} \right\rangle_0 = \frac{d2 \cdot \langle iL \rangle_0}{C} - \frac{\langle Vc \rangle_0}{R \cdot C} \quad (1.54)$$

Plusieurs études ont été menées afin de modéliser les convertisseurs continu/continu fonctionnant en conduction discontinue et plusieurs modèles ont été développés [Sun00]. Ceux-ci sont classés en trois catégories et les équations qui en résultent sont souvent identiques ou équivalentes:

- modèle d'ordre réduit [Cuk77, Sun01]
- modèle d'ordre complet [Mak91, Vor90]
- modèle d'ordre complet corrigé [Sun98, Sun01]

Le principe du modèle d'ordre réduit est de considérer la variable d'état qui s'annule pendant un intervalle de temps comme une variable dépendante, elle n'apparaît donc pas comme une variable d'état. D'où la réduction d'ordre du système qui entraîne le manque de précision.

L'absence de courant dans l'inductance d'un modèle moyen est très gênante dans certaines applications: les modèles moyens d'ordre complet ont été créés afin de surmonter les difficultés liées à ces approches.

Ces alternatives proposées ont amélioré la précision, même à fréquence élevée par rapport aux modèles d'ordre réduit. Ils prennent en compte toutes les variables d'état du convertisseur, y compris le courant qui s'annule dans l'inductance.

Toutefois, certaines divergences ont toujours été observées en hautes fréquences et pour remédier à cette petite défaillance les modèles moyens corrigés d'ordre complet ont été développés. Ces modèles prennent en compte très précisément les dynamiques hautes fréquences du courant dans l'inductance.

Nous allons maintenant détailler ces modèles.

#### IV.1.1 Modèle d'ordre réduit

Dans le cas de la conduction discontinue, nous considérons le courant dans l'inductance  $iL$  comme étant une dynamique rapide et donc elle peut parfois être négligée pour les basses fréquences.

La valeur moyenne du courant dans l'inductance est égale à zéro :

$$\left\langle \frac{diL}{dt} \right\rangle_0 = 0 \quad (1.55)$$

Néanmoins, à la limite de la conduction continue/discontinue, nous avons :

$$\langle iL \rangle_0 = \frac{i_{pk}}{2} \quad (1.56)$$

avec :

$$i_{pk} = \frac{E}{L} \cdot d1 \cdot Ts \quad (1.57)$$

A partir de l'équation (1.55), nous déduisons le rapport cyclique  $d2$  qui s'écrit sous la forme d'une fonction algébrique en fonction de  $d1$  et de la valeur moyenne de la tension  $Vc$  et nous obtenons l'équation (1.58) :

$$d2 = \frac{E \cdot d1}{\langle Vc \rangle_0 - E} \quad (1.58)$$

L'ordre du modèle moyen résultant est réduit d'une unité par rapport à celui du modèle d'espace état d'origine. A partir du modèle du système d'état initial, nous obtenons un nouveau système d'ordre réduit en prenant en compte les équations (1.56) et (1.58).

Nous obtenons le nouveau modèle moyen en espace d'état (1.59) [Cuk77].

$$\left\langle \frac{dV_c}{dt} \right\rangle_0 = \frac{E^2 \cdot d1^2 \cdot T_s}{2 \cdot L \cdot C \cdot (\langle V_c \rangle_0 - E)} - \frac{\langle V_c \rangle_0}{R \cdot C} \quad (1.59)$$

Cette démarche est celle du générateur moyen équivalent (G.M.E).

#### IV.1.2 Modèle d'ordre complet

La dynamique du courant d'inductance est incluse dans les modèles moyens d'ordre complet. Ces modèles démontrent une amélioration significative par rapport aux modèles d'ordre réduit. La référence [Mak91] présente une approche qui se fonde sur la définition d'un rapport cyclique équivalent  $m$  qui s'écrira en fonction du rapport cyclique  $d1$ . Le convertisseur est par la suite traité en mode de la conduction continue en remplaçant le rapport cyclique  $d1$  par le rapport cyclique équivalent  $m$ .

[Vor90] propose quant à lui une seconde approche basée sur le circuit équivalent d'une cellule de commutation.

Bien que cette approche soit différente de la précédente, le modèle obtenu au final est le même.

#### IV.1.3 Modèle corrigé d'ordre complet

Les modèles d'ordre complet présentent certaines divergences quand il s'agit des hautes fréquences. Pour remédier à cette défaillance, une correction a été proposée dans [Sun01].

A partir de la figure 1.16, nous calculons la valeur moyenne du courant  $i_L$ .

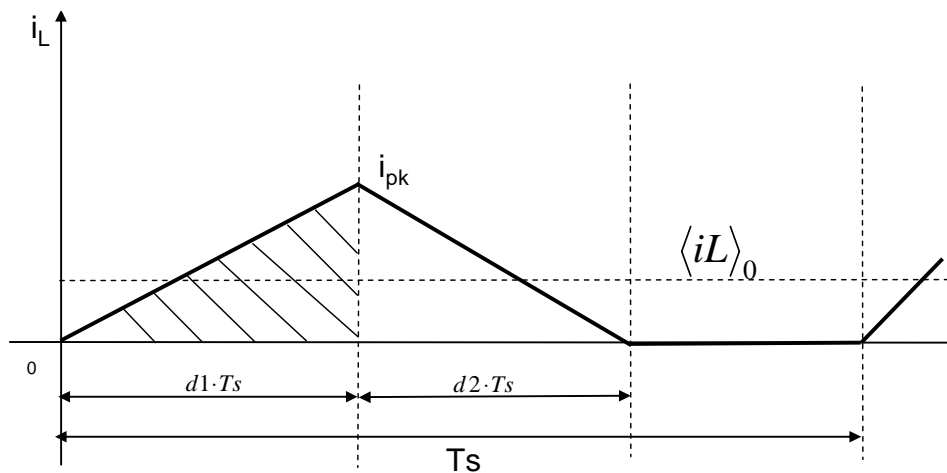


Figure 1. 16: courant  $i_L$  dans l'inductance du hacheur parallèle en conduction discontinue

Le courant moyen  $\langle iL \rangle_0$  est égal à :

$$\langle iL \rangle_0 = \frac{i_{pk}}{2}(d1 + d2) \quad (1.60)$$

En utilisant les équations (1.57) et (1.60), nous déduisons  $d2$  sous la forme d'une fonction algébrique s'écrivant en fonction de  $d1$  et de la valeur moyenne du courant.

$$d2 = \frac{2 \cdot L \cdot \langle iL \rangle_0}{d1 \cdot Ts \cdot E} - d1 \quad (1.61)$$

Nous remplaçons l'expression de  $d2$  dans les équations d'état du courant  $iL$  et de la tension  $Vc$  du hacheur parallèle. Le nouveau système est le suivant :

$$\left\langle \frac{dVc}{dt} \right\rangle_0 = \frac{\langle iL \rangle_0}{C} - \frac{d1^2 \cdot Ts \cdot E}{2 \cdot L \cdot C} - \frac{\langle Vc \rangle_0}{R \cdot C} \quad (1.62)$$

$$\left\langle \frac{diL}{dt} \right\rangle_0 = \frac{2 \cdot \langle iL \rangle_0}{d1 \cdot Ts} \left( 1 - \frac{\langle Vc \rangle_0}{E} \right) + \frac{d1 \cdot \langle Vc \rangle_0}{L} \quad (1.63)$$

Dans nos travaux, nous nous sommes intéressés à l'étude du modèle d'ordre réduit et du modèle corrigé d'ordre complet afin de traiter le cas de la conduction discontinue. Une simulation de ces deux modèles sera présentée dans le dernier chapitre.

## V. Positionnement de nos travaux par rapport à l'état de l'art

Tous ces modèles ont été analysés et utilisés pour les différents types de convertisseurs mais la complexité des équations augmente avec la taille de ces derniers. En effet, dès que le nombre de semi-conducteurs croît, le calcul de ces modèles à la main devient laborieux et nous nous retrouvons avec des équations difficiles à résoudre avec un grand risque d'erreur dans les calculs. De plus, la construction à la main de ces modèles exige de l'utilisateur une connaissance approfondie des différentes méthodes de modélisation.

Plusieurs auteurs se sont alors penchés sur ce problème et ont proposé une solution qui consiste à automatiser la démarche de calculs de modèles moyens. Dans cette optique, J. Sun, H. Grotstollen [Sun97], D. Maksimovic [Mak01], R. Bass [Bas98] et P.G. Maranesi [Mar03] ont mis au point une méthode d'analyse symbolique permettant le calcul des modèles moyens.

Or cette démarche de modélisation et la mise en équation ne se font pas entièrement d'une manière automatique. De plus, l'utilisation exclusive de l'outil Mathematica entraîne certaines limitations dans la modélisation, surtout lorsque les calculs deviennent lourds.

Un premier travail a été développé au laboratoire G2Elab (ancien Leg) dans cette problématique (le Dea de F. Verdière [Ver03]). Il s'appuie sur l'environnement Gentiane développé au sein du laboratoire. Ce dernier est particulièrement dédié à la simulation dans le cadre de l'étude de la commande d'ensembles machine - convertisseur statique.

F. Verdière s'est principalement appuyé sur les deux modules suivants dans l'élaboration de ses modèles [Ger98] :

- Gentiane-Meige pour l'élaboration automatique des équations d'état du convertisseur pour chaque configuration.
- Gentiane-Armoise pour la réduction des systèmes d'état.

Les travaux de F. Verdière se limitent à la modélisation des convertisseurs statiques DC/DC: modèle exact, modèle grands et petits signaux. Ces travaux sont codés en Java, s'appuient sur des procédures en langage C et des appels aux modules Gentiane-Meige et Gentiane-Armoise de l'environnement Gentiane s'appuyant sur Macsyma pour la formulation des équations d'état réduite de chaque état du convertisseur et la recherche des cellules de commutations [Ger98].

Ils utilisent Maple pour du calcul formel. Ces travaux s'appliquent sur des structures purement électroniques, sans prendre en compte un environnement de type électromécanique (par ex.: machine électrique).

Cependant, ce premier prototype présente certains inconvénients :

- il est limité dans ses possibilités de modélisation, il traite seulement :
  - les convertisseurs DC/DC ;
  - la conduction continue ;
  - les modèles moyens grands signaux et petits signaux ;
  - il a mis en avant le besoin d'aller plus loin dans l'analyse des circuits.
- la recherche des cellules de commutation doit être complétée de façon à détecter les inductances et capacités contribuant aux commutations. Une ébauche alternative est proposée par B. du Peloux [Pel03];
- il repose sur des technologies informatiques dépassées et non maintenues: utilisation de l'outil Macsyma pour l'analyse topologique du circuit, la réduction et l'ordonnancement des modèles.

Les méthodes développées dans ces modules commencent à être reprises dans d'autres travaux avec des extensions, des reformulations sans les limites de l'utilisation d'un outil de calcul symbolique comme Macsyma.

Cela concerne non seulement des problèmes de maintenance mais aussi les limitations intrinsèques liées à l'utilisation d'outils de calcul symbolique tels que Macsyma, Maple [Maple], Mathematica [Math]. Les principales limites apparaissent pour des formulations grosses en taille (problèmes liés au temps de calcul et à la consommation de mémoire vive).

## VI. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le problème de la modélisation moyenne. En premier lieu, nous avons présenté les différents modèles moyens existants et leur principe de construction. Par la suite, nous nous sommes intéressés au traitement de la conduction discontinue et les méthodes adoptées dans la littérature.

Un état de l'art nous a permis de positionner nos travaux par rapport aux outils existants, et d'estimer les difficultés d'automatisation des modèles moyens.

Le but de cette thèse est d'apporter une aide à la génération automatique de modèles moyens pour tous les types de convertisseurs électriques et d'aller plus loin en terme de genericité, facilité d'utilisation et pérennité en s'affranchissant des limitations des méthodes déjà proposées.

L'idée est de fournir une aide à la construction de modèles moyens de convertisseurs statiques en vue de la simulation comportementale macroscopique de gros systèmes et ceci:

- en partant des travaux antérieurs faits au laboratoire G2Elab ;
- en supprimant l'emploi des modules programmés en Macsyma ;
- en étendant les différents niveaux de modélisation moyenne, notamment en introduisant le générateur moyen équivalent et le modèle moyen généralisé ;
- en modélisant le convertisseur en considérant son environnement afin de permettre un meilleur couplage des modèles générés avec les modèles des autres composants tout en gérant la causalité ;
- en limitant l'a priori sur le fonctionnement du convertisseur.

Une fois l'outil développé, le modèle généré sera confronté à des modèles comportementaux, issus d'outils de simulation généraux, par exemple : Portunus [Port], Pspice, Saber [Sab], Psim [Psim].

En final, l'outil qui sera proposé pour cette étude devra permettre :

- d'obtenir des modèles exacts selon la définition (cf. § II.2) ;
- d'obtenir les différents types de modèles moyens ;



- de récupérer les modèles afin de les réutiliser pour faire de la simulation système, de la commande, du dimensionnement...
- de coupler les modèles générés avec d'autres modèles de machine ;
- de traiter le cas de la conduction discontinue.

Nous désirons également que les modèles moyens générés soient codés dans différents langages (C, VHDL-AMS [V-A], Modelica [Modelica], S-Function de Matlab/Simulink [M/S]) et traités par la suite dans différents logiciels.

Afin de concevoir cet outil, nous avons développé toute une démarche de modélisation de modèles moyens dans le cas de la conduction continue et discontinue. Cette démarche fera l'objet du deuxième chapitre.

# **Chapitre 2**

## **Démarche de modélisation**



# Chapitre 2

## Démarche de modélisation

### I. Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons une méthodologie de modélisation des modèles moyens que nous visons à automatiser par la suite.

Dans un premier temps, nous énonçons la démarche générale de modélisation par application des modèles moyens. Nous illustrons les différentes étapes de construction d'un modèle moyen ainsi que les méthodes mises en oeuvre.

Ensuite, nous présentons quelques spécificités de modélisation. Nous nous intéressons à la description séparée et au couplage de modèles.

Enfin, nous concluons ce chapitre en proposant des méthodes pour le traitement de la conduction discontinue et en exposant les limites de la méthodologie proposée pour la modélisation moyenne.

### II. Connaissances pré-requises sur le convertisseur à modéliser

La construction des modèles moyens requiert une bonne connaissance du fonctionnement du convertisseur à étudier. L'utilisateur doit tout d'abord fournir quelques informations, à savoir:

- le schéma de la structure du convertisseur ;
- le mode ;
- la commande.

#### II.1 Le schéma de la structure du convertisseur à étudier

Le schéma du convertisseur statique est décrit sous la forme d'un fichier NetList compatible PSpice. Ce fichier sera donc créé soit à partir de PSpice soit à partir d'un logiciel fournissant une telle NetList.

#### II.2 Définition du mode de fonctionnement du convertisseur et de la commande associée

Dans nos travaux, les semi-conducteurs sont toujours modélisés par un circuit ouvert à l'état bloqué et généralement par un court-circuit à l'état passant.

Nous définissons le mode de fonctionnement par un vecteur qui contient une liste de booléens caractérisant l'état de chaque semi conducteur (0 pour l'état bloqué et 1 pour l'état passant) dans l'ordre de leur apparition dans la NetList du circuit.

La commande d'indice  $i$  est un vecteur caractérisé par une fonction  $h_i$  associée à chaque cellule de commutation. Cette fonction a déjà été définie dans le chapitre 1.

Le mode opératoire peut être déduit à partir de l'analyse d'une simulation temporelle du convertisseur.

Afin de mieux expliquer ces définitions, nous avons pris comme exemple un hacheur parallèle et nous nous sommes intéressés à l'étude de son mode de fonctionnement et de la commande associée (cf. figure 2.1).

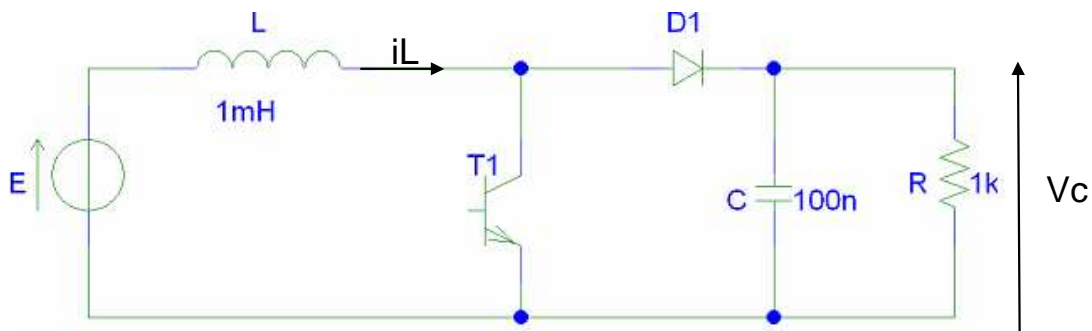


Figure 2. 1: hacheur parallèle

Le hacheur contient deux semi conducteurs: un transistor (T1) et une diode (D1).

En conduction continue, deux configurations sont possibles (cf. figure 2.2).

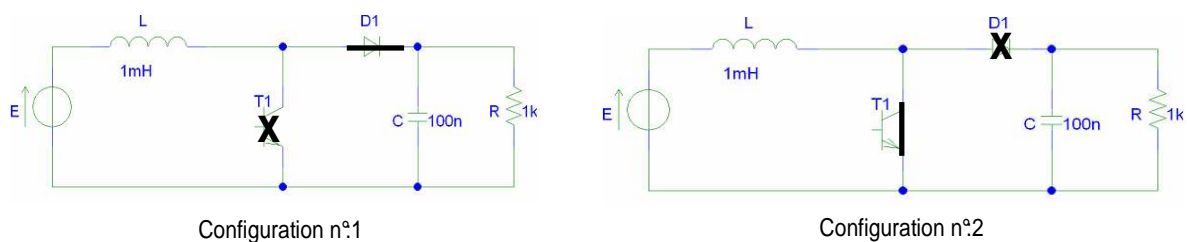


Figure 2. 2: le mode de fonctionnement du hacheur parallèle en conduction continue

- la première configuration est le vecteur  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  ce qui signifie  $\begin{pmatrix} \text{T1 bloqué} \\ \text{D1 passante} \end{pmatrix}$
- la deuxième configuration est le vecteur  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  ce qui signifie  $\begin{pmatrix} \text{T1 passant} \\ \text{D1 bloquée} \end{pmatrix}$

Le mode est alors le vecteur regroupant toutes les configurations :

$$Mode = \begin{pmatrix} \text{configuration } n^{\circ}:1 \\ \text{configuration } n^{\circ}:2 \end{pmatrix}$$

Le convertisseur ne contient qu'une cellule de commutation {T1, D1} et la commande est un vecteur caractérisé par une fonction  $h_i$  associée au mode.

La commande du hacheur parallèle est donc le vecteur  $\begin{pmatrix} 1-h1 \\ h1 \end{pmatrix}$  en considérant que  $h1 \in \{0,1\}$  (cf. figure 2.3).

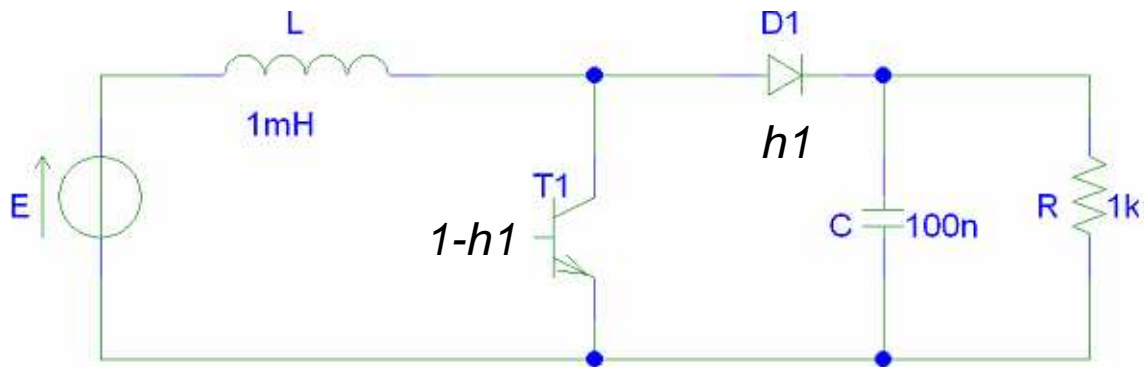


Figure 2. 3: la commande associée au hacheur parallèle

Une fois que l'utilisateur a fourni ces différentes informations, nous pouvons procéder à la construction des différents modèles moyens.

### III. Etapes de création de modèles moyens

#### III.1 Présentation générale de la démarche de création de modèles

La figure 2.4 illustre les différentes étapes de construction de modèles moyens. A partir des données fournies par l'utilisateur, des méthodes sont mises en œuvre afin de construire le modèle moyen. Ces méthodes seront expliquées dans le paragraphe suivant.

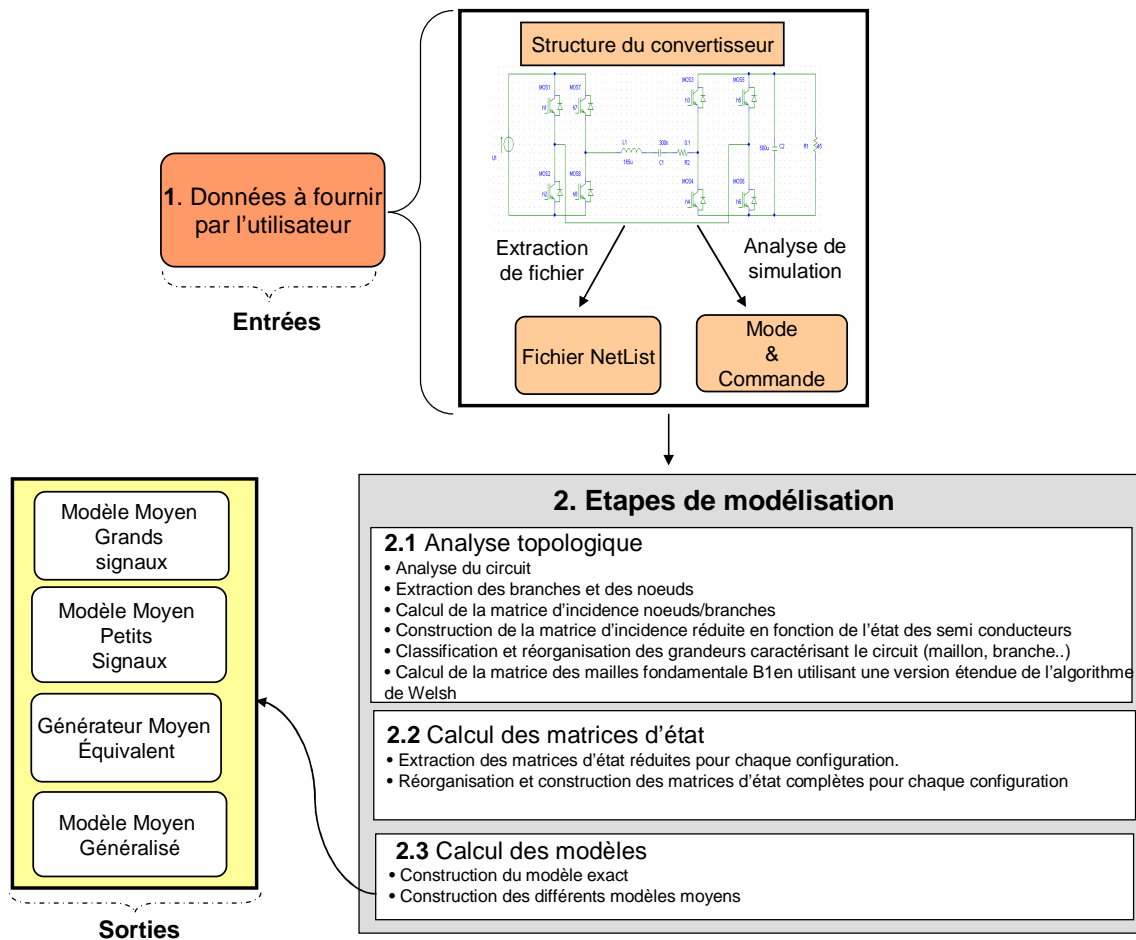


Figure 2. 4: démarche générale de création des modèles moyens

### III.2 Etapes de modélisation

Il existe plusieurs approches de construction des modèles. Chacune d'elles liées à un certain type de représentation. Nous pouvons en retenir deux.

Une approche formelle (par modèles topologiques) consiste à extraire les systèmes d'état pour chaque topologie envisageable du circuit afin de les traiter ensuite pour créer le modèle du convertisseur. Elle a été utilisée par [Sun97, Ver03].

Une méthode graphique (par schémas électriques équivalents) qui permet de modifier d'abord la structure du convertisseur en utilisant certaines règles pour ensuite extraire le système d'état correspondant au modèle exact du convertisseur. Cette méthode a été utilisée, de façon non générique, dans les articles [Mid76, Mid77, Per79].

Dans nos travaux, nous avons utilisé une approche formelle. En effet, la représentation sous forme d'équations d'état s'avère intéressante surtout pour le couplage de modèles.

Elle peut cependant s'avérer limitée par les performances intrinsèques des outils de calcul formel (temps de traitement, consommation de mémoire vive).

Pour chaque configuration d'indice  $i$  du mode de fonctionnement du convertisseur statique, l'équation d'état résultante s'écrit :

$$\frac{dx}{dt}(t) = A_i \cdot x(t) + B_i \cdot u(t) \quad (2.64)$$

$$Y(t) = C_i \cdot x(t) + D_i \cdot u(t) \quad (2.65)$$

où :

- $x(t)$  est le vecteur d'état.
- $u(t)$  est le vecteur d'entrée (sources indépendantes).
- $Y(t)$  est le vecteur de sortie.
- $A_i$  est la matrice dynamique du système pour la  $i^{\text{ème}}$  configuration.
- $B_i$  est la matrice de commande de la  $i^{\text{ème}}$  configuration.
- $C_i$  est la matrice de sortie ou d'observation pour la  $i^{\text{ème}}$  configuration.
- $D_i$  est la matrice de transmission directe pour la  $i^{\text{ème}}$  configuration.

Les matrices  $(A_i, B_i, C_i, D_i)$  sont calculées une fois que l'analyse topologique du circuit à étudier est faite.

### III.2.1 Analyse topologique:

Un circuit électrique peut être représenté par un graphe orienté. Les arêtes de ce graphe relient alors les noeuds du circuit deux à deux. Il est donc possible d'extraire de ce graphe un arbre correspondant à un sous-ensemble d'arêtes recouvrant tous les noeuds du graphe, mais ne formant pas de maille [Ber06].

L'analyse topologique consiste à déterminer automatiquement un arbre à partir d'une simple description de la topologie du circuit. Cette méthode a été éprouvée et utilisée dans différents travaux [Lat87, Del04, Bor85].

Dans le paragraphe suivant, nous faisons un petit rappel sur les définitions des notions utilisées dans l'analyse topologique.

#### III.2.1.1 Quelques rappels de définitions

- Un graphe est un circuit qui est représenté comme un ensemble d'arêtes orientées reliant un certain nombre de noeuds constituant un graphe.



- Un arbre est un ensemble d'arêtes du graphe reliant tous les nœuds mais ne formant pas de mailles.
- Une branche est une arête du graphe appartenant à l'arbre.
- Une maille est un ensemble d'arêtes du graphe formant une boucle.
- Une maille fondamentale est une maille du graphe ne contenant qu'un seul maillon de l'arbre.
- Un maillon est une arête du graphe n'appartenant pas à l'arbre.

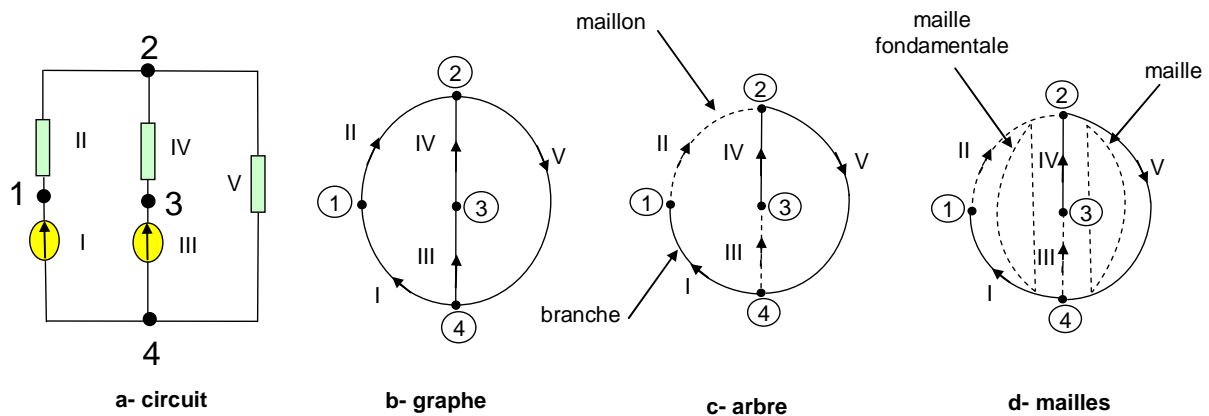


Figure 2. 5: exemple d'analyse topologique pour un circuit

Ainsi connaissant la topologie d'un circuit électrique quelconque, il est possible d'en exprimer la matrice d'incidence nœuds/branches puis de calculer la matrice d'incidence réduite et enfin d'en déduire la matrice des mailles fondamentales  $B_1$  [Bor85].

Nous avons donc rapidement accès aux formulations matricielles des lois de Kirchhoff, ainsi qu'aux relations liant les tensions et courants des branches aux tensions et courants des maillons.

### III.2.1.2 Matrice d'incidence nœuds /branches

La matrice d'incidence nœuds /branches est une matrice où les lignes correspondent aux nœuds, les colonnes correspondent aux branches et les coefficients indiquent :

- +1 si la branche sort du nœud
- -1 si la branche rentre dans le nœud,
- 0 si la branche n'est pas connectée au nœud.

Nous avons choisi de représenter le court circuit par une colonne de zéro dans cette matrice (cf. figure 2.6).

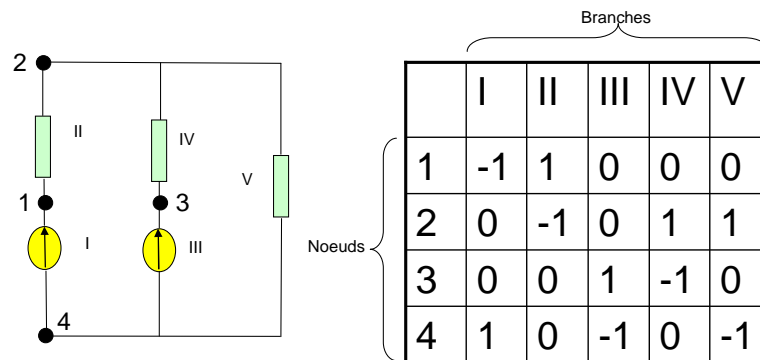
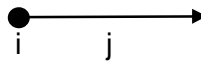


Figure 2. 6: matrice d'incidence nœuds/branches

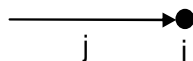
### III.2.1.3 Convention d'écriture de la matrice d'incidence nœuds/branches

Nous parcourons le graphe à la recherche des nœuds. Une fois les nœuds repérés, nous calculons les termes  $a_{i,j}$  en respectant la convention suivante :

-  $a_{i,j} = 1$  si l'arête  $j$  part du nœud  $i$  (nœud sortant)



-  $a_{i,j} = -1$  si l'arête  $j$  arrive au nœud  $i$  (nœud entrant)



-  $a_{i,j} = 0$  si le nœud  $i$  n'est pas une extrémité de l'arête  $j$ .

### III.2.1.4 Matrice d'incidence réduite en fonction de l'état des semi-conducteurs

La matrice d'incidence est ensuite modifiée pour chaque configuration. En fonction de l'état de conduction des semi-conducteurs (état passant « ON » : semi-conducteur en court circuit ou état bloqué « OFF » : semi-conducteur en circuit ouvert), des simplifications peuvent être faites au niveau de la matrice incidence nœuds/branches initiale. Nous appelons cette opération : «réduction de la matrice d'incidence ».

Dans le cas où le semi-conducteur ( $k$ ) est à l'état passant, nous additionnons (ou soustrayons) deux lignes de la matrice d'incidence associées aux nœuds relatifs au semi-conducteur de manière à ce que nous obtenions que des zéros dans sa colonne. Cette opération entraîne la disparition d'une ligne de la matrice d'incidence, c'est-à-dire d'un nœud dans le circuit.

Dans le cas où le semi-conducteur (k) est à l'état bloqué, nous supprimons la colonne qui lui est associée.

A l'issue de ces opérations, nous obtenons une nouvelle matrice d'incidence réduite. La figure 2.7 illustre toutes les étapes de création de la matrice d'incidence réduite en prenant comme exemple un hacheur parallèle.

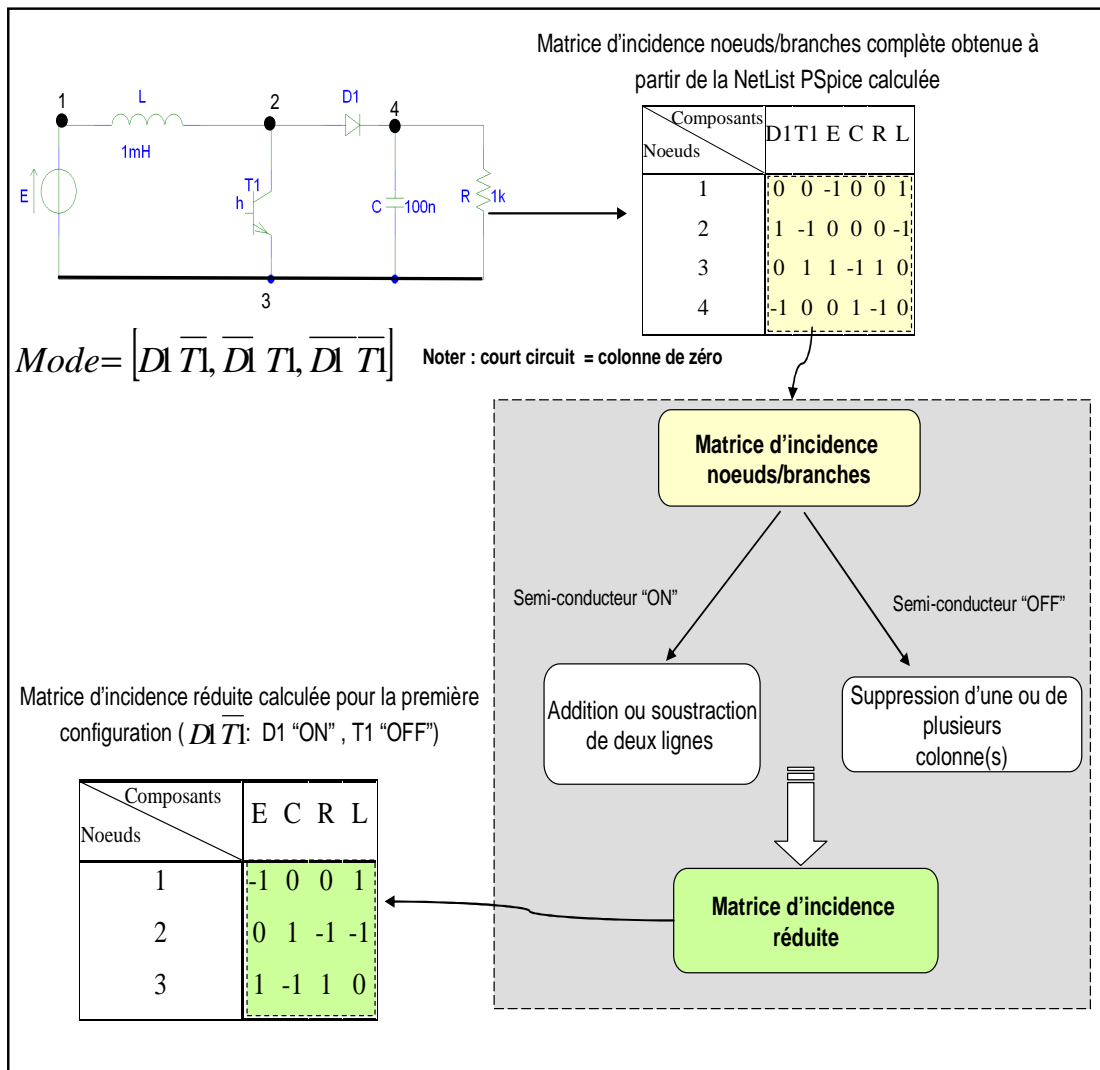


Figure 2. 7: étapes de création de la matrice d'incidence réduite

### III.2.1.5 Classification des grandeurs caractérisant un circuit

Ces différentes manipulations sont susceptibles de créer les cas de figures suivants :

- des composants ne sont pas alimentés
- des composants sont en court-circuit

Nous avons utilisé un algorithme qui repose sur les principes de l'algorithme de Welsh afin d'extraire les relations entre les tensions  $U$  et les courants  $I$  du circuit [Bor87, Raj87, Gau01].

L'algorithme de Welsh distingue les grandeurs de maillons et de branches.

- $V_{mc}, V_{mr}, V_{mb}, V_{mj}$  sont respectivement les vecteurs de tensions aux bornes des capacités, des résistances, des inductances, et des sources de courant correspondant aux maillons du graphe.
- $V_e, V_{bc}, V_{br}, V_{bl}$  sont respectivement les vecteurs de tensions aux bornes des sources de tension, des capacités, des résistances, et des inductances correspondant aux branches du graphe.
- $I_{be}, I_{bc}, I_{br}, I_{bl}$  sont respectivement les vecteurs de courants dans les sources de tension, les capacités, les résistances, et les inductances correspondant aux branches du graphe.
- $I_{mc}, I_{mr}, I_{mb}, I_j$  sont respectivement les vecteurs de courants dans les capacités, les résistances, les inductances, et les sources de courant correspondant aux maillons du graphe.

Nous avons étendu cet algorithme afin qu'il fournisse aussi :

- Les composants alimentés (ou non)
- Les composants en court-circuit

L'étude topologique permet d'obtenir une première mise en équations du circuit sous la forme de relations entre d'une part, les courants de branches ( $I_b$ ) et les courants de maillons ( $I_m$ ) et d'autre part, les tensions de branches ( $V_b$ ) et les tensions de maillons ( $V_m$ ).

### III.2.1.6 Calcul de la matrice des mailles fondamentales $B_1$

Ainsi, selon les lois de Kirchhoff (lois des nœuds et des mailles), nous avons les relations suivantes :

$$\begin{pmatrix} V_{mc} \\ V_{mr} \\ V_{ml} \\ V_{mj} \end{pmatrix} = - \overbrace{\begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ s_5 & s_6 & s_7 & s_8 \\ s_9 & s_{10} & s_{11} & s_{12} \\ s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \end{pmatrix}}^{B_1} \begin{pmatrix} V_e \\ V_{bc} \\ V_{br} \\ V_{bl} \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

$$[I_b] = \overbrace{\begin{pmatrix} s_1^T & s_5^T & s_9^T & s_{13}^T \\ s_2^T & s_6^T & s_{10}^T & s_{14}^T \\ s_3^T & s_7^T & s_{11}^T & s_{15}^T \\ s_4^T & s_8^T & s_{12}^T & s_{16}^T \end{pmatrix}}^{B_1^T} \begin{pmatrix} I_{mc} \\ I_{mr} \\ I_{ml} \\ I_j \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

où :

- les  $s_i$  sont des sous-matrices de la matrice des mailles fondamentales B1 (donc composées exclusivement de 0 et de 1).

A noter :

- $s_3 = 0$  et  $s_4 = 0$ , c'est-à-dire que la tension aux bornes d'une capacité maillon est uniquement en fonction des tensions d'alimentation et de la tension  $V_{bc}$ .
- $s_4^T = 0$  et  $s_8^T = 0$ , c'est-à-dire que le courant  $I_{bl}$  est uniquement en fonction de  $I_{ml}$ .

Le traitement est fait à partir d'un algorithme qui exploite des principes proposés par Welsh. Cet algorithme permet de déduire la matrice des mailles fondamentales B1 à partir de la matrice d'incidence réduite. Cette matrice B1 est déterminée une fois que nous avons défini chaque arête par son nœud de départ et son nœud d'arrivée.

La matrice des mailles fondamentales B1 est définie comme étant la matrice de terme général  $b_{i,j}$  telle que :

- $b_{i,j} = 1$  si l'arête  $j$  appartient à la maille fondamentale  $i$  et a la même orientation.
- $b_{i,j} = -1$  si l'arête  $j$  appartient à la maille fondamentale  $i$  et a une orientation opposée.
- $b_{i,j} = 0$  si l'arête  $j$  n'appartient pas à la maille fondamentale  $i$ .

Les étapes de construction de cette matrice sont expliquées dans la thèse de Bordry [Bor85].

A partir de la matrice B1, nous obtenons la matrice d'état réduite pour chaque configuration.

Pour exprimer la nature des différentes arêtes, nous disposons des relations suivantes :

$$V_{br} = R_1 \cdot I_{br} \quad (2.68)$$

$$V_{mr} = R_2 \cdot I_{mr} \quad (2.69)$$

$$I_{bc} = C_1 \cdot \frac{d}{dt} V_{bc} \quad (2.70)$$

$$I_{mc} = C_2 \cdot \frac{d}{dt} V_{mc} \quad (2.71)$$

$$V_{bl} = L_1 \cdot \frac{d}{dt} I_{bl} + M^T \cdot \frac{d}{dt} I_{ml} \quad (2.72)$$

$$V_{ml} = L_2 \cdot \frac{d}{dt} I_{ml} + M \cdot \frac{d}{dt} I_{bl} \quad (2.73)$$

où :

- $M = (m_{ij})$  mutuelles entre les inductances de branches et de maillons.
- Les matrices  $R_1, R_2, C_1, C_2, L_1$  et  $L_2$  sont respectivement les matrices diagonales des résistances de branche, des résistances de maillon, des capacités de branche, des capacités de maillon, des inductances de branche et des inductances de maillon.

Pour les autres grandeurs, nous avons la connaissance du fait qu'ils soient non alimentés ou en court-circuit. Nous détaillerons cet aspect par un cas particulier dans le paragraphe qui suit.

### III.2.1.7 Cas particuliers

Différents aspects de connexion (composants en court-circuit ou non alimentés...) sont illustrés sur ce circuit de la figure 2.8, que nous ne présentons qu'à des fins didactiques.

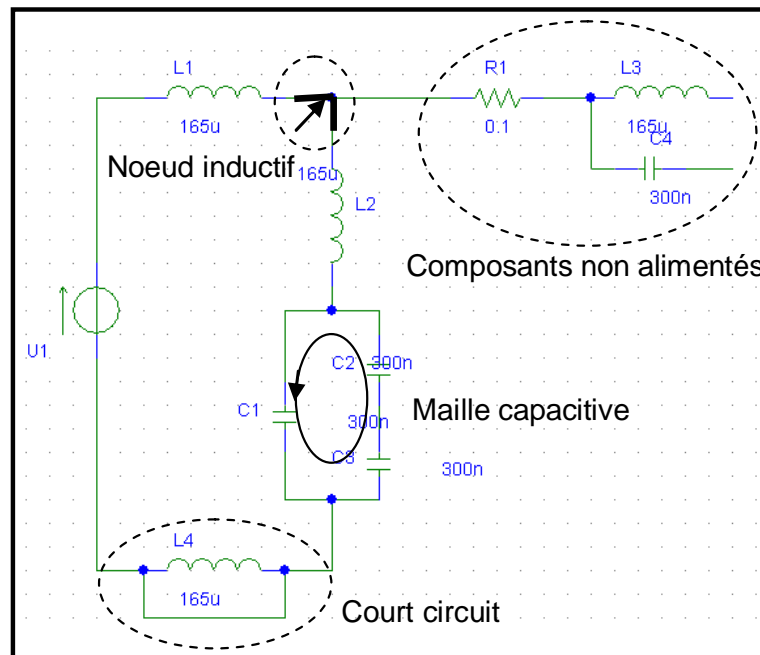


Figure 2. 8: exemple didactique de circuit

L'algorithme d'extraction de la matrice B1 donne aussi :

- les composants de maillons, ici C1 et L2.
- les composants de branches, ici E, C2, C3 et L1.
- les composants non alimentés, ici C4, L3 et R1.
- les composants en court-circuit, ici L4.

Ainsi, dans le cas de la figure 2.8, l'algorithme de Welsh fournit une relation linéaire entre les courants dans les inductances L1 et L2 (noeud inductif) au travers de  $s_{12}^T$  ainsi qu'entre les tensions aux bornes des condensateurs C1, C2 et C3 (maille capacitive) au travers de  $s_2$ .

La matrice d'incidence réduite est ainsi obtenue automatiquement sans les composants non alimentés et en court-circuit (cf. tableau 2.1).

Composants Noeuds	U1	C2	C3	C1	C4	R1	L1	L4	L2	L3
1	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	-1	0	1	0
3	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	1
4	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
5	0	-1	0	-1	0	0	0	0	-1	0
6	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1

Tableau 2.1 : matrice d'incidence réduite obtenue par l'algorithme de Welsh

### III.2.2 Construction des matrices d'état

D'après les hypothèses de modélisation définies dans le premier chapitre, nous calculons pour chaque configuration, en utilisant les méthodes présentées dans la thèse de Bordry, les matrices d'état à partir de leurs équations de nœuds simplifiées.

En combinant les équations des relations tension-courant de (2.68) allant jusqu'à (2.73) avec (2.66) et (2.67), nous obtenons après calcul, un système d'état réduit dont l'équation s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} + B \cdot \begin{bmatrix} V_e \\ I_j \end{bmatrix} + E \cdot \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} V_e \\ \frac{d}{dt} I_j \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

Nous reformulons cette équation sous la forme suivante :

$$\frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + E \cdot \frac{d}{dt} u(t) \quad (2.75)$$

où :

$$x = \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

$$u = \begin{bmatrix} V_e \\ I_j \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Nous avons considéré que le terme  $E$  est nul, ce qui simplifie l'équation (2.75).

Les matrices  $A$  et  $B$  sont exprimées sous la forme de matrices blocs, nous obtenons :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_e \\ I_j \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Les matrices  $A$  et  $B$  sont des constantes établies à partir des matrices  $s_i$  et des matrices  $R_1, R_2, C_1, C_2, L_1$ , et  $L_2$ .

Nous avons calculé les sous-matrices de  $A$  et  $B$ . En final, le résultat des différentes manipulations donne les équations suivantes [Kuo97] :

$$A_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (2.79)$$

$$A_{12} = T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (2.80)$$

$$A_{21} = T_2^{-1} \cdot (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{10}) \quad (2.81)$$

$$A_{22} = -T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (2.82)$$

$$B_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (2.83)$$

$$B_{12} = T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (2.84)$$

$$B_{21} = T_2^{-1} \cdot (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 - s_9) \quad (2.85)$$

$$B_{22} = -T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (2.86)$$

avec :

$$H_1 = R_2 - s_7 \cdot R_1 \cdot s_7^T \quad (2.87)$$

$$H_2 = I + R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_7 \quad \text{avec : } I \text{ une matrice identité (de dimension } [V_{br}, V_{br}]) \quad (2.88)$$

$$T_1 = C_1 + s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \quad (2.89)$$

$$T_2 = L_2 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \quad (2.90)$$

Dans certains cas, ces matrices sont nulles et leur calcul s'obtient autrement. Ces différents cas de figure sont présentés en détail en annexe A2.

### III.2.3 Calcul des modèles moyens

A l'issu du calcul des matrices d'incidence réduites et des matrices d'état pour chaque configuration, nous obtenons un vecteur d'état réduit sans les composants non alimentés et en court circuit.



La construction du modèle exact ainsi que des modèles moyens se fait en reconstituant le vecteur complet des dérivées des tensions aux bornes des condensateurs du circuit et des dérivées des courants dans les inductances du circuit.

### III.2.3.1 Construction de l'équation différentielle globale du circuit

Nous avons complété les calculs obtenus par le système d'état réduit afin d'y ajouter dans l'équation différentielle globale :

- le vecteur des tensions aux bornes des condensateurs de maillon,
- le vecteur des courants dans les inductances de branche,
- le vecteur des courants dans les inductances en court-circuit et non alimentés,
- le vecteur des tensions aux bornes des condensateurs en court-circuit et non alimentés.

L'équation différentielle globale sera de la forme :

$$\frac{dX_{total}(t)}{dt} = A_{Total} \cdot X_{total}(t) + B_{Total} \cdot u(t) \quad (2.91)$$

En final, le vecteur d'état total  $X_{total}$  sera composé de :

$$X_{total} = \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \\ V_{mc} \\ I_{bl} \\ I_{Lnf} \\ I_{Lcc} \\ V_{Cnf} \\ V_{Ccc} \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

où :

- $V_{bc}$  est le vecteur des tensions aux bornes des condensateurs de branche,
- $I_{ml}$  est le vecteur des courants dans les inductances de maillon,
- $V_{mc}$  est le vecteur des tensions aux bornes des condensateurs de maillon,
- $I_{bl}$  est le vecteur des courants dans les inductances de branche,
- $I_{Lnf}$  est le vecteur des courants dans les inductances non alimentées,
- $I_{Lcc}$  est le vecteur des courants dans les inductances en court-circuit,
- $V_{Cnf}$  est le vecteur des tensions aux bornes des condensateurs non alimentés,
- $V_{Ccc}$  est le vecteur des tensions aux bornes des condensateurs en court-circuit.

Cette équation est obtenue en ajoutant dans les équations d'état réduites (2.78), les dérivées temporelles suivantes :

- dérivées des tensions aux bornes des condensateurs de maillons :

$$\frac{dV_{mc}}{dt} = -s_2 \cdot A_{11} \cdot V_{bc} - s_2 \cdot A_{12} \cdot I_{ml} - s_2 \cdot B_{11} \cdot V_e - s_2 \cdot B_{12} \cdot I_j \quad (2.93)$$

- dérivées des courants dans les inductances de branches :

$$\frac{dI_{bl}}{dt} = s_{12}^T \cdot A_{21} \cdot V_{bc} + s_{12}^T \cdot A_{22} \cdot I_{ml} + s_{12}^T \cdot B_{21} \cdot V_e + s_{12}^T \cdot B_{22} \cdot I_j \quad (2.94)$$

- dérivées des courants dans les inductances non alimentées :

$$\frac{dI_{Lnf}}{dt} = 0 \quad (2.95)$$

- dérivées des tensions aux bornes des condensateurs non alimentés:

$$\frac{dV_{Cnf}}{dt} = 0 \quad (2.96)$$

Les composants non alimentés qui sont supprimés du circuit voient leur courant mis à zéro. Ainsi, les dérivées du courant dans toute inductance et de la tension aux bornes de tout condensateur non alimenté valent zéro également.

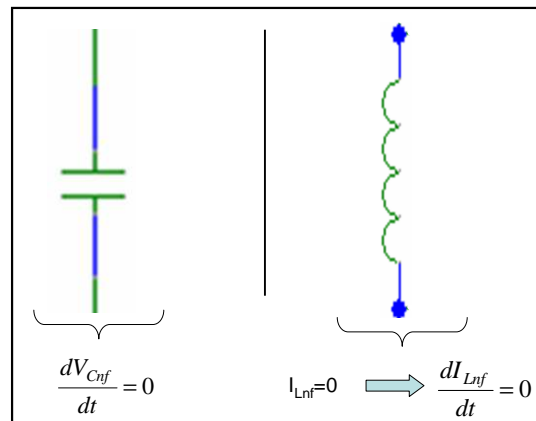


Figure 2. 9: exemple de cas de composants non alimentés

- dérivées des courants dans les inductances en court-circuit:

$$\frac{dI_{Lcc}}{dt} = 0 \quad (2.97)$$

- dérivées des tensions aux bornes des condensateurs en court-circuit:

$$\frac{dV_{Ccc}}{dt} = 0 \quad (2.98)$$

Les inductances en court-circuit sont définies par une dérivée de courant qui est nulle et les condensateurs en court-circuit sont représentés par une tension nulle, et donc une dérivée de la tension qui est nulle.

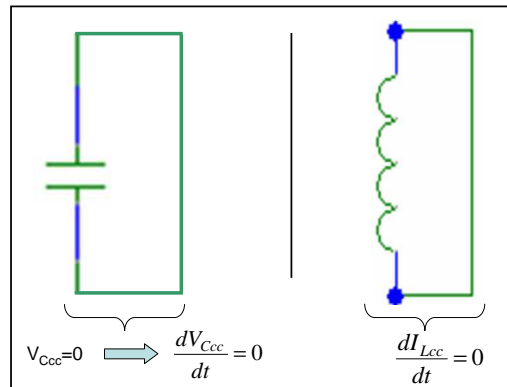


Figure 2. 10: exemple de cas de composants en court-circuit

L'ajout de  $ILnf$ ,  $ILcc$ ,  $VCnf$  et  $VCcc$  correspond à l'ajout de lignes et de colonnes de zéro de telle manière à ce que la matrice d'état  $ATotal$  soit une matrice carrée et correspond seulement à l'ajout de lignes de zéro dans la matrice totale de commande  $BTtotal$  pour avoir la même dimension que le vecteur d'état  $Xtotal$ .

*Remarque :*

*Les sources de tension en court-circuit ainsi que les sources de courant en circuit ouvert sont représentatifs d'une erreur dans la description du circuit et dans notre cas du fonctionnement du convertisseur.*

L'ordre des grandeurs dans les vecteurs  $Xtotal$  et  $u$  peut changer pour chaque configuration. Ainsi, il est important d'effectuer un traitement pour obtenir des vecteurs  $Xtotal$  et  $u$  ordonnés de la même façon pour chaque configuration du convertisseur statique. Ceci se fait par une permutation de lignes dans des colonnes des différents vecteurs et matrices  $ATotal$  et  $BTtotal$ .

Nous obtenons alors une nouvelle équation différentielle globale ordonnée :

$$\frac{dX_{totalOrdonne}(t)}{dt} = \begin{cases} A_{TotalOrdonnee} \cdot X_{totalOrdonne}(t) \\ + B_{TotalOrdonnee} \cdot U_{Ordonne}(t) \end{cases} \quad (2.99)$$

### III.2.3.2 Obtention du modèle exact et des modèles moyens

L'équation (1.4) du modèle exact est obtenue en introduisant dans l'équation différentielle globale ordonnée (2.99) les fonctions discrètes  $h_i$ , liées aux différentes topologies prises par le système durant une période  $T$ . Les modèles moyens quant à eux sont calculés en se référant aux calculs déjà développés dans le premier chapitre.

Le modèle exact et les modèles moyens sont obtenus d'une manière formelle.

## IV. Description séparée des modèles

Dans cette partie, nous appréhendons la possibilité de décrire et modéliser un convertisseur statique, indépendamment des équations de ses sources ou charges. Ceci permet par la suite, de combiner les modèles obtenus avec des modèles de charges non linéaires, qui ne sont pas formulés par des schémas de circuit mais par des équations, par exemple un modèle de machine électrique.

Nous présentons une approche causale permettant de modéliser les convertisseurs statiques indépendamment de leur environnement.

Puis, nous proposons d'associer les modèles obtenus à d'autres modèles (par exemple, une machine électrique), en utilisant des langages descriptifs non causals comme VHDL-AMS [V-A] ou Modelica [Modelica] qui proposent une représentation structurée des modèles.

Une description causale dans un outil comme Simulink [M/S] est aussi envisagée.

### IV.1 Description du modèle global du convertisseur statique et étude de la causalité

Le convertisseur est décrit hors son environnement, en utilisant seulement la connaissance en terme de causalité de ses différentes connexions avec son environnement. Le modèle obtenu est ensuite associé à son environnement.

Le modèle du convertisseur statique est soit orienté (modèle dit causal) soit non orienté (modèle dit acausal). Nous développons maintenant ces notions.

#### IV.1.1 Modèle orienté

Dans un modèle orienté, la notion d'entrée/sortie est importante. Les sorties sont calculées à partir des entrées, le sens de résolution est donc imposé, ce qui limite la façon de connecter les modèles.

Ce type d'approche est utilisé par exemple pour décrire les S-Fonctions de Matlab/Simulink [M/S], les blocs dans Amesim [Ames]. Chaque bloc est connecté ensuite avec les autres blocs du système en respectant la notion d'entrées/sorties.

Etant donné le fait que l'ordre de résolution des équations décrivant le convertisseur est imposé et que ses entrées/sorties sont définies au préalable, le modèle est dit causal.

Nous illustrons ceci au travers de la causalité de l'onduleur de tension monophasé, par un graphe de liens (ou Bond Graph) [Kar90] et une représentation sous forme de schémas blocs (cf. figure 2.11).

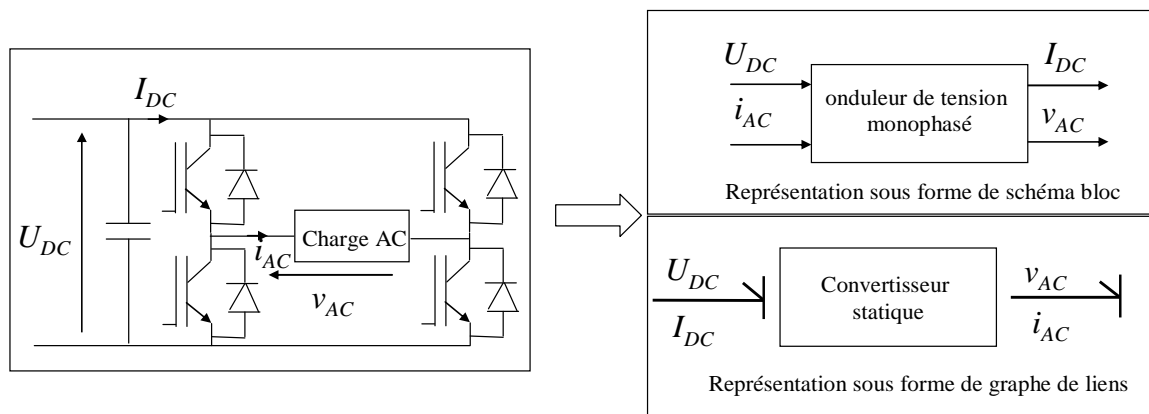


Figure 2. 11: exemple de représentation causale d'un onduleur monophasé de tension

#### IV.1.2 Modèle non orienté

Le modèle du convertisseur peut aussi être formulé sans être orienté. Nous pouvons aussi le décrire en utilisant un langage de modélisation acausal, par exemple VHDL-AMS ou Modelica.

Ce langage de modélisation permet de gérer les équations représentant les connexions entre les composants. Il permet aussi de gérer la causalité des modèles en fonction des connexions avec leur environnement (cf. figure 2.12 et figure 2.13), lors de la préparation de la résolution de l'ensemble des éléments composant le système où apparaît le convertisseur.

Cette étape de réorientation automatique des équations qui permet de passer d'une description acausale à une résolution globale causale est appelée « compilation » des modèles.

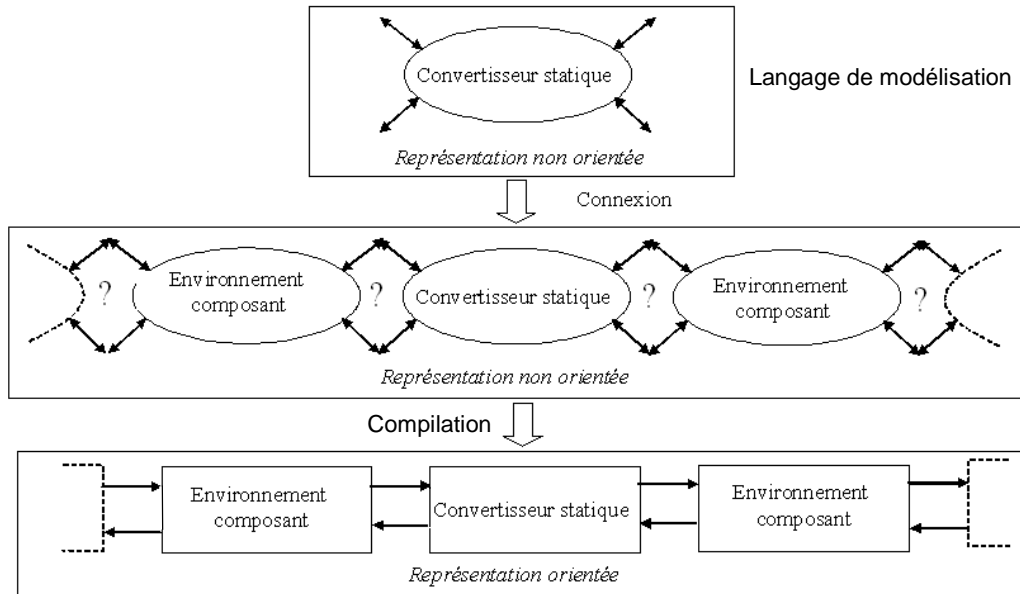


Figure 2. 12: transformation d'une représentation non orientée en une représentation orientée en utilisant les schémas blocs

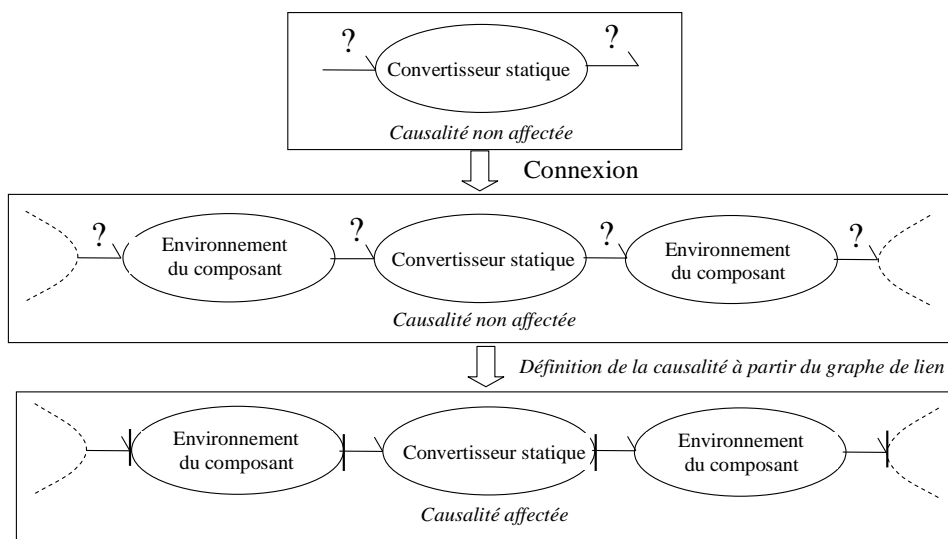


Figure 2. 13: transformation d'une représentation non orientée en une représentation orientée en utilisant les graphes de liens

Les graphes de liens caractérisent l'énergie dans tout domaine physique, par deux grandeurs : l'effort ou le flux. En électricité, l'effort est la tension et le flux est le courant. Si un composant impose l'effort à son environnement, ce dernier lui impose le flux et réciproquement si c'est l'environnement qui impose l'effort au composant, ce dernier lui impose le flux (cf. figure 2.14).

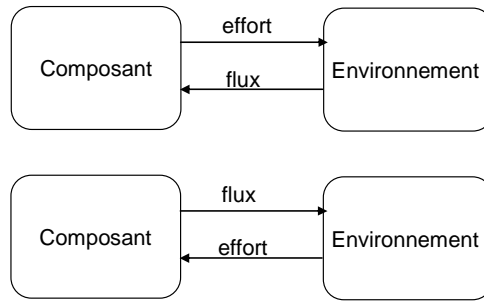


Figure 2. 14: relation effort-flux entre le composant et l'environnement

### IV.1.3 Définition de la causalité

Afin de construire le modèle global du convertisseur statique, il est nécessaire de caractériser ses différentes connexions.

Nous proposons alors de définir la causalité du convertisseur statique, du point de vue électrique, en respectant la définition donnée par la représentation des graphes de liens.

En pratique, l'environnement du convertisseur statique est défini par des sources équivalentes. Ainsi, une source de tension ou une source de courant est utilisée pour définir chaque point de connexion.

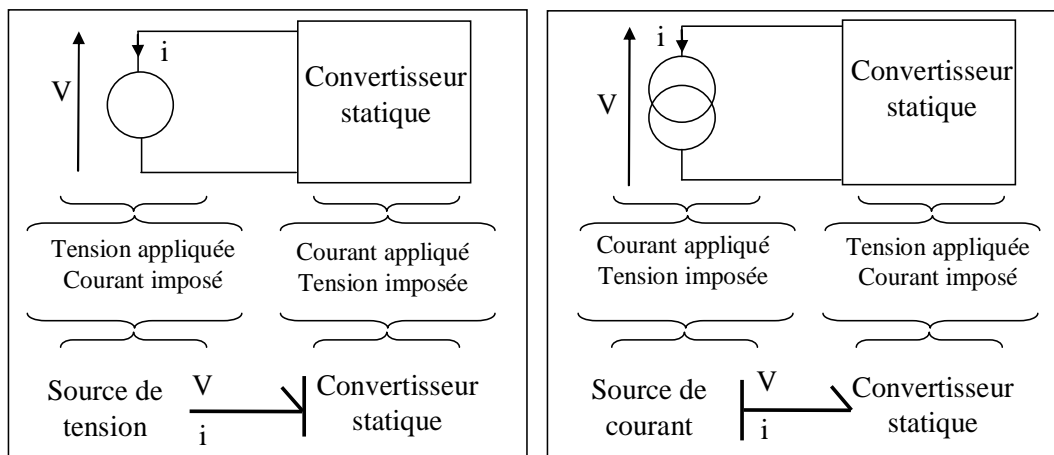


Figure 2. 15: la causalité du convertisseur statique

Quand nous caractérisons l'environnement en terme de sources, nous imposons à la fois la valeur de la source (et sa dérivée temporelle). Or, en électronique de puissance, il est courant d'assimiler des inductances à des sources de courant et des condensateurs à des sources de tension [Cher89].

Si nous considérons la causalité intégrale (causalité préférentielle) définie par les graphes de liens, les condensateurs et les inductances ont les causalités présentées sur la figure 2.16.

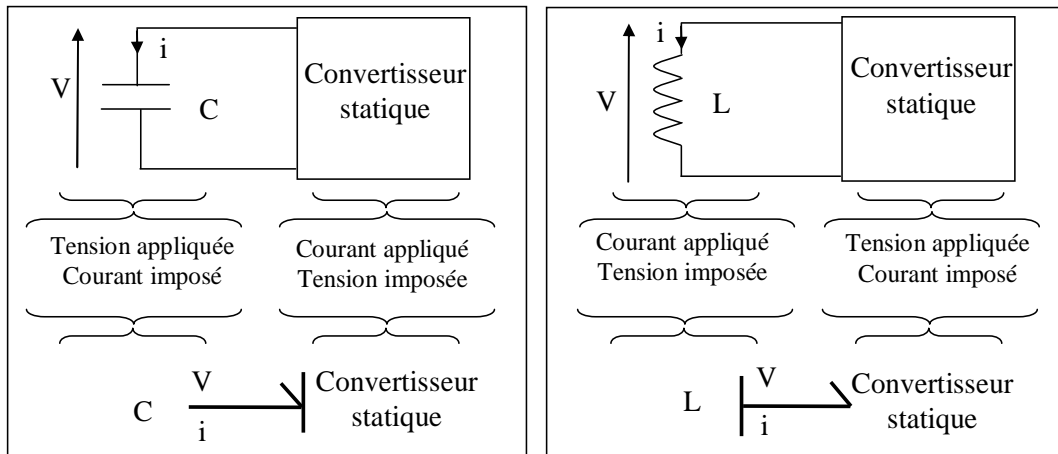


Figure 2. 16: nouvelle causalité du convertisseur statique

En terme de résolution d'équations différentielles ordinaires, la causalité intégrale signifie que l'on va utiliser une méthode d'intégration pour obtenir les grandeurs d'état, donc les courants dans les inductances et les tensions aux bornes des condensateurs.

Ainsi, nous nous ramenons en terme de connexion du convertisseur avec son environnement, à des sources de courant pour les inductances et à des sources de tension pour les condensateurs.

La causalité en courant et en tension est utilisée uniquement pour la modélisation de convertisseur statique. En utilisant ensuite, le langage de modélisation acausal, le modèle initial causal se retrouve transformé en un modèle acausal, ce qui offre la possibilité de sa réutilisation dans différents contextes, et donc permet de modifier sa causalité. Les équations pourront être écrites et donc résolues différemment.

## IV.2 Couplage de modèles

Pour pouvoir coupler les modèles entre eux, il est nécessaire de connaître les courants et/ou tensions qui sont les grandeurs complémentaires du point de vue énergétique, des sources connectées au convertisseur statique.

Nous avons complété les calculs issus de Welsh [Raj87, Gau01] et de la thèse de Bordry [Bor87] afin de pouvoir exprimer les courants et/ou les tensions pour chaque configuration  $i$  à partir de l'équation de sortie ci-dessous:

$$Y_s(t) = C_i \cdot x(t) + D_i \cdot u(t) \tag{2.100}$$



où :

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \quad (2.101)$$

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \quad (2.102)$$

Les vecteurs  $x$  et  $u$  sont déjà définis dans les équations (2.76) et (2.77).

Le vecteur  $Y_s(t)$  est choisi de telle manière que nous puissions exprimer le courant traversant une source de tension et la tension aux bornes d'une source de courant.

$$Y_s(t) = \begin{pmatrix} I_e \\ V_{mj} \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

où :

- $I_e$  représente le sous-vecteur des courants traversant les sources de tension externes connectées au convertisseur statique.
- $V_{mj}$  représente le sous-vecteur des tensions aux bornes des sources de courant externes connectées au convertisseur statique.

Nous calculons ainsi les sous-matrices de la matrice de sortie  $C$  et celles de la matrice d'action directe  $D$ , à partir des matrices données au début de ce chapitre.

A l'issu de ces calculs, nous obtenons :

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (2.104)$$

$$C_{12} = \begin{cases} s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \\ -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \end{cases} \quad (2.105)$$

$$C_{21} = \begin{cases} -(s_{14} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 \\ + s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \end{cases} \quad (2.106)$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (2.107)$$

$$D_{11} = s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (2.108)$$

$$D_{12} = \begin{cases} s_{13}^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{14}^T \\ + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \end{cases} \quad (2.109)$$

$$D_{21} = \begin{cases} -(s_{13} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 \\ + s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_9) \end{cases} \quad (2.110)$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (2.111)$$

Nous avons aussi complété les calculs afin d'obtenir les différentes équations de sortie notamment pour les vecteurs de tensions et de courant dans les résistances, les condensateurs et les inductances.

$$Y_{Vr}(t) = \begin{pmatrix} V_{mr} \\ V_{br} \end{pmatrix}; Y_{Ir}(t) = \begin{pmatrix} I_{br} \\ I_{mr} \end{pmatrix}; Y_{x1}(t) = \begin{pmatrix} I_{bc} \\ V_{ml} \end{pmatrix}; Y_{x2}(t) = \begin{pmatrix} V_{mc} \\ I_{bl} \end{pmatrix} \quad (2.112)$$

Ces calculs sont développés en annexe A2.

## V. Méthode utilisée pour le traitement de la conduction discontinue

### V.1 Enoncé de la méthode

Dans le cas d'un convertisseur fonctionnant en conduction discontinue, des grandeurs d'état de type courants et tensions peuvent s'annuler pendant un intervalle de temps de la période de commutation ; les équations d'état obtenues sont alors incomplètes.

Ainsi, il est important de reconstruire le vecteur d'état global ainsi que les matrices d'état comme nous l'avons déjà signalé (§ III.2.3.1).

Dans nos travaux, nous n'avons traité que le cas de la conduction discontinue où le courant s'annule dans une inductance.

La méthode proposée consiste à établir une démarche la plus générique possible permettant de traiter la conduction discontinue pour les convertisseurs DC/DC en utilisant soit le principe du modèle d'ordre complet corrigé soit celui du modèle d'ordre réduit tels que présentés dans le premier chapitre.

Cette méthode, étant difficile à expliquer sur des conductions discontinues multiples, nous n'allons la présenter que pour la conduction discontinue sur une seule variable d'état.

### V.2 Problèmes et contraintes

La difficulté majeure de la conduction discontinue est de trouver une équation décrivant la durée relative de l'intervalle de temps pendant lequel tous les semi-conducteurs sont bloqués.

Cette durée caractérise la phase de la conduction discontinue. Le but est alors de déterminer son expression.

Nous prenons les hypothèses suivantes:

- le convertisseur modélisé est de type DC/DC ;
- la modélisation est appliquée sur une cellule de commutation ;

- la tension reste constante sur une période de découpage (pour le hacheur série, parallèle et à accumulation inductive) ;
- la période de découpage est petite devant les constantes de temps du convertisseur statique.

Il est possible d'élaborer une démarche permettant de déterminer l'expression de cette durée.

D'abord, l'utilisateur doit fournir certaines informations permettant de nous renseigner sur le fonctionnement du convertisseur pendant la conduction discontinue. Ensuite, nous formulons les équations d'état pour chaque configuration en prenant soin d'ordonner et de reconstruire le vecteur d'état global ainsi que les matrices d'état.

A partir de ces équations, nous déterminons l'expression de l'équation caractérisant la durée de la conduction discontinue et enfin nous construisons le modèle moyen.

La figure 2.17 illustre les différentes étapes de calcul de la durée qui caractérise la phase de conduction discontinue pour aboutir enfin au modèle moyen.

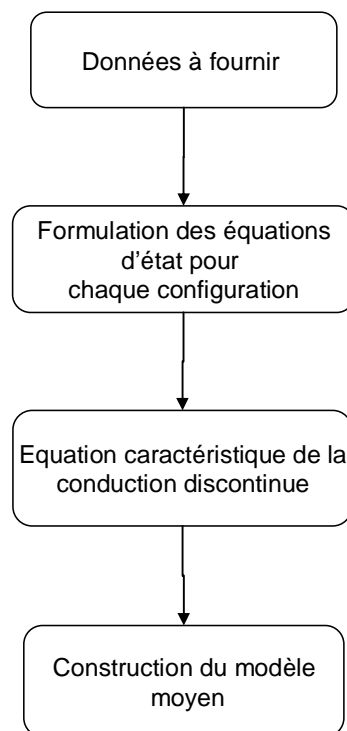


Figure 2. 17: étapes de construction du modèle moyen pendant la conduction discontinue

Dans ce qui suit, nous détaillons ces différentes étapes en reprenant l'exemple du hacheur parallèle (cf. figure 2.18).

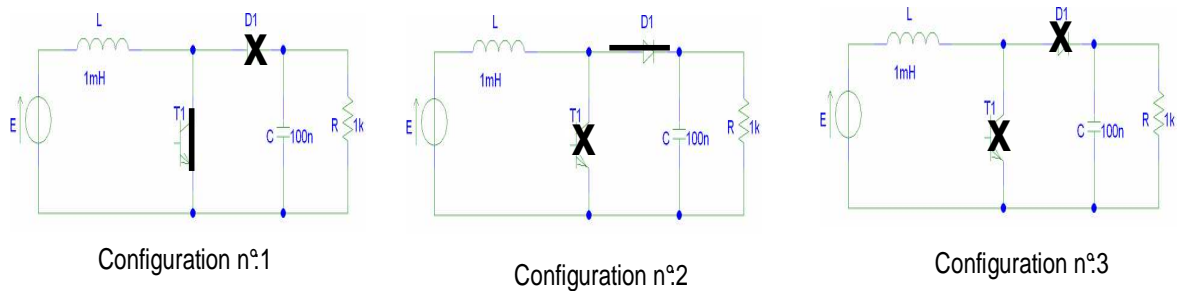


Figure 2. 18: le mode de fonctionnement du hacheur parallèle en conduction discontinue

### V.2.1 Données à fournir

Pour la modélisation, nous avons besoin des informations suivantes :

- le nom de la variable d'état qui s'annule pendant un intervalle de temps et qui sera associée à un rapport cyclique  $d_{disc}$  permettant de caractériser la durée de la conduction discontinue.
- l'intervalle de temps pendant lequel nous allons calculer la valeur crête du courant dans l'inductance, dans notre cas ce sera le numéro de la configuration concernée.

Nous noterons  $i_{pk}$  cette valeur crête du courant.

### V.2.2 Formulation des équations d'état

Nous avons besoin du système différentiel global ordonné (2.99). En effet, si nous voulons construire les équations différentielles de chaque configuration, il faut que le vecteur d'état soit le même pour chaque configuration du mode de fonctionnement du convertisseur statique.

### V.2.3 Equation caractéristique de la conduction discontinue et construction du modèle moyen

.Le courant  $i_L$  dans l'inductance est illustré par la figure 2.19.

avec :

- $T_s$  est la période de commutation.
- $d_1 \cdot T_s$  est l'intervalle de temps pendant lequel le transistor T1 conduit et la diode D1 est bloquée.

- $d2 \cdot Ts$  est l'intervalle de temps pendant lequel le transistor T1 est bloqué et la diode D1 conduit.
- $d_{disc} \cdot Ts$  est l'intervalle de temps pendant lequel le transistor T1 et la diode D1 sont bloqués

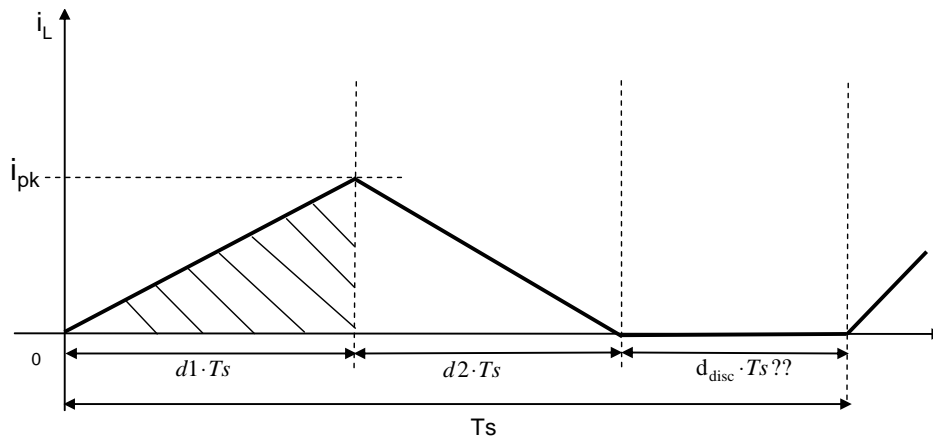


Figure 2. 19: calcul de la valeur de la crête du courant  $i_{pk}$  dans l'inductance

Le but est de trouver l'expression permettant de calculer  $d_{disc}$ . Pour cela, comme nous l'avons précisé de manière générale précédemment, la première étape consiste alors à calculer la valeur crête du courant dans l'inductance  $i_{pk}$ .

Le vecteur d'état  $x$  (dim [n]) est décomposé en:

- $x_r$  qui représente le vecteur des variables d'état rapides (dim [ $n_r$ ]); dans le cas du hacheur parallèle  $x_r = [iL]$
- $x_l$  qui représente le vecteur des variables d'état lentes (dim [ $n_l$ ]); dans le cas du hacheur parallèle  $x_l = [Vc]$

En supposant que la source  $E$  et le vecteur des variables d'état lentes  $x_l$  restent constants sur l'intervalle  $[0, d1 \cdot Ts]$ , nous avons l'équation suivante pour une configuration entre 0 et  $d1 \cdot Ts$ :

$$\frac{dx_r}{dt} = A_r^r \cdot x_r + A_l^l \cdot x_l + B_i \cdot E \quad (2.113)$$

avec :

- $A_l^l$  (dim [ $n_l, n_l$ ]);  $A_r^r$  (dim [ $n_r, n_r$ ])

Si  $A_r^r$  est inversible, nous résolvons l'équation (2.114) et nous obtenons la solution suivante :

$$x_r(t) = A_r^{r-1} [A_l^l \cdot x_l + B_i \cdot E] \cdot (1 - e^{A_r^r \cdot t}) \quad \text{avec } x_r(0) = 0 \quad (2.114)$$

-  $x_r = [iL]$ ,  $A_r^r$  est un scalaire, dans ce cas nous obtenons :

$$iL(t) = \frac{[A_l^l \cdot x_l + B_i \cdot E]}{A_r^r} \cdot (1 - e^{A_r^r \cdot t}) \quad (2.115)$$

- Entre 0 et  $d1 \cdot Ts$ , nous avons donc :

$$i_{pk} = iL(d1 \cdot Ts) = \frac{[A_l^l \cdot x_l + B_i \cdot E]}{A_r^r} \cdot (1 - e^{A_r^r \cdot d1 \cdot Ts}) \quad (2.116)$$

- Si  $A_r^r = 0$ , nous obtenons:

$$iL(t) = (A_l^l \cdot x_l + B_i \cdot E) \quad (2.117)$$

$$i_{pk} = iL(d1 \cdot Ts) = (A_l^l \cdot x_l + B_i \cdot E) \cdot d1 \cdot Ts \quad (2.118)$$

$d_{disc}$  correspond au rapport cyclique correspondant à la phase de non conduction de l'inductance :  $d_{disc} = 1 - d1 - d2$ .

Le but est de calculer ce rapport. Pour ce faire, nous proposons de calculer d'abord le rapport cyclique  $d2$ , qui s'obtient de deux manières en fonction du modèle choisi.

### V.2.3.1 Modèle d'ordre complet corrigé

Nous avons la valeur moyenne du courant dans l'inductance qui s'écrit comme suit:

$$\langle iL \rangle_0 = \frac{1}{Ts} \int_0^{Ts} iL(t) \cdot dt = \frac{1}{Ts} \left( \frac{i_{pk}}{2} \cdot d1 \cdot Ts + \frac{i_{pk}}{2} \cdot d2 \cdot Ts \right) \quad (2.119)$$

En final, nous obtenons :

$$\langle iL \rangle_0 = \left( \frac{i_{pk}}{2} \cdot (d1 + d2) \right) \quad (2.120)$$

D'où :

$$d2 = \frac{2 \cdot \langle iL \rangle_0}{i_{pk}} - d1 \quad (2.121)$$

A partir de cette équation, nous déduisons  $d_{disc}$

$$d_{disc} = 1 - \frac{2 \cdot \langle iL \rangle_0}{i_{pk}} \quad (2.122)$$

Enfin, pour obtenir le modèle d'ordre complet corrigé, nous remplaçons, dans les équations d'état,  $d2$  et  $d_{disc}$  par les nouvelles expressions calculées (2.121) et (2.122). Ainsi, nous obtenons les équations du nouveau système d'état présenté dans le premier chapitre (1.62) et (1.63).

### V.2.3.2 Modèle d'ordre réduit

Pour le modèle d'ordre réduit, il suffit de reprendre le principe du GME (déjà expliqué dans le chapitre 1 § III.4) et d'extraire l'équation du courant dans l'inductance.

$d2$  est calculé par la suite tel que :

$$\left\langle \frac{diL}{dt} \right\rangle_0 = 0 \quad (2.123)$$

Ensuite, nous déduisons l'expression de  $d_{disc}$  et nous la remplaçons dans l'équation de la tension. Nous vérifions ainsi l'équation 1.59.

*Remarque :*

*Dans le cas où nous avons plusieurs cellules, le calcul de  $d_{disc}$  devient plus complexe. Ceci ne sera pas appréhendé dans nos travaux.*

## V.3 Algorithme

Nous présentons dans cette partie, l'algorithme que nous avons développé afin de traiter le cas de la conduction discontinue de convertisseurs DC/DC. Cet algorithme est conçu d'une manière générique (cf. figure 2.18).

D'abord, nous fournissons les données nécessaires pour notre traitement. Ensuite, nous reconstruisons et ordonnons le système d'équations différentielles globales du circuit ainsi que le vecteur d'état. Le modèle exact est par la suite calculé avec la même démarche que pour le cas de la conduction continue.

Nous extrayons la ligne associée à la variable d'état qui s'annule pendant un intervalle de temps et nous calculons ainsi la valeur crête du courant dans l'inductance. Enfin, en fonction du modèle choisi (modèle réduit ou modèle d'ordre complet corrigé), le rapport cyclique  $d_{disc}$  est exprimé en fonction des autres variables et introduit dans les autres équations de courant et de tension.

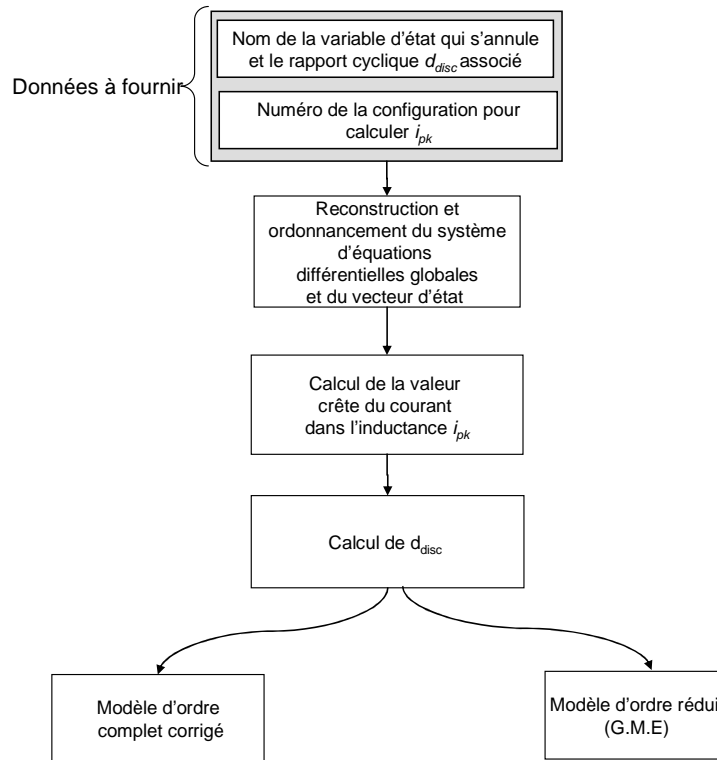


Figure 2. 20: démarche de traitement de la conduction discontinue

## VI. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté dans un premier temps notre démarche de modélisation et les différentes étapes de construction des modèles moyens. Nous avons spécifié les connaissances pré-requises sur le convertisseur à étudier et énuméré les différentes méthodes utilisées en commençant par l'analyse topologique du circuit jusqu'au calcul du modèle exact et des modèles moyens.

La deuxième partie était dédiée à présenter quelques spécifications de modélisations. En effet, nous avons étendu notre démarche de modélisation afin de pouvoir coupler les modèles entre eux d'une part grâce aux développements des calculs dans la thèse de Bordry et d'autre part afin de traiter le cas de la conduction discontinue. Ce traitement requiert la connaissance de certaines informations sur les variables d'état qui s'annulent pendant un intervalle de temps.

Nous présenterons dans le chapitre suivant l'outil que nous avons développé et nous expliquerons comment est faite l'implémentation de la démarche de modélisation des modèles moyens et les langages de programmation utilisés.





# **Chapitre 3**

## **Implémentation: Average Model Generator (AMG)**



# Chapitre 3

## Implémentation: Average Model Generator (AMG)

### I. Introduction

La construction des modèles présentés dans les chapitres précédents requiert une bonne connaissance du fonctionnement du convertisseur à étudier. Cette tâche est très répétitive et devient rapidement laborieuse dès que la taille des applications augmente. Il s'avère alors compliqué de calculer à la main les modèles moyens décrits dans le premier chapitre.

L'idée est d'automatiser complètement la démarche de création de ces modèles afin de libérer le concepteur de cette tâche fastidieuse et de limiter les sources d'erreurs (cf. figure 3.1). Cependant cela nécessite d'avoir un a priori sur le fonctionnement du convertisseur.

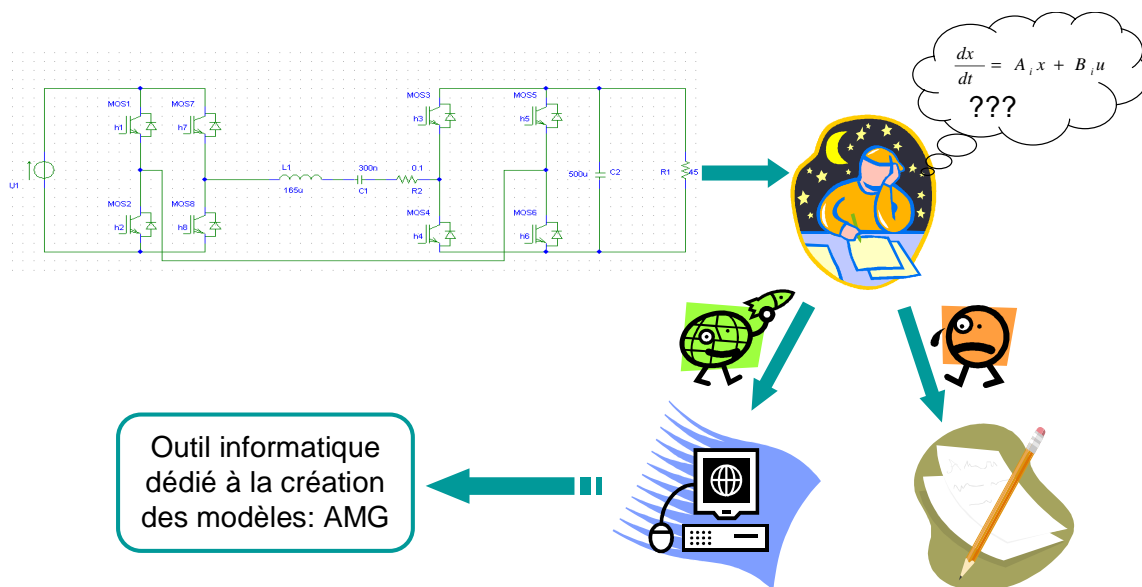


Figure 3. 1: outil informatique proposé pour la génération des modèles

Dans ce chapitre, nous proposons de fournir un outil d'aide dédié à la génération automatique du modèle exact et des modèles moyens pour tous les types de convertisseurs d'électronique de puissance. Nous expliquons comment la démarche de modélisation présentée dans le deuxième chapitre a été mise en oeuvre pour créer cet outil.

Nous présentons dans un premier temps, le principe général de l'utilisation du générateur de modèles. Ensuite, nous détaillerons son fonctionnement en prenant comme exemple d'application un hacheur parallèle.

Nous illustrerons par la suite les différentes étapes de la génération automatique des modèles moyens. L'implémentation logicielle ainsi que la projection des modèles dans les différents environnements seront enfin abordées.

## II. Création du générateur de modèles : AMG

### II.1 Fonctionnalités de l'outil AMG

L'outil développé au sein du laboratoire G2Elab, que nous avons nommé AMG (pour Average Model Generator), est destiné à tous les types de convertisseurs DC /DC, DC/AC, AC/DC et AC/AC [Mer08-1, Mer08-2].

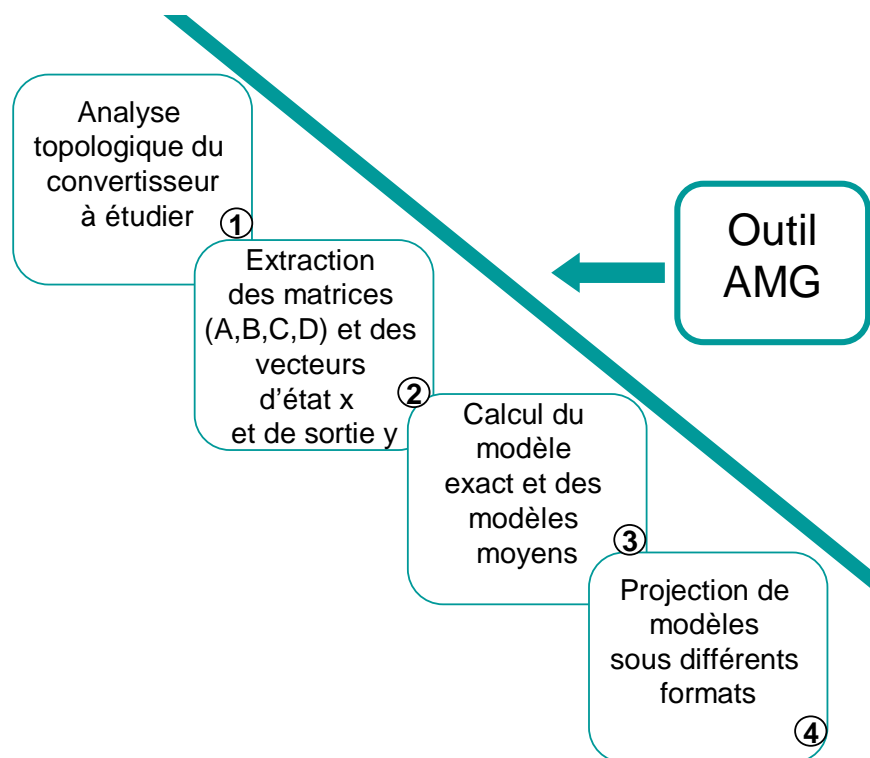


Figure 3. 2: les différentes fonctionnalités de l'outil AMG

Comme le montre la figure 3.2, cet outil permet :

- 1- l'analyse topologique du circuit à étudier permettant d'extraire la matrice d'incidence et le calcul de la matrice des mailles fondamentales  $B1$ ,

- 2- l'extraction des différentes matrices et vecteurs d'état et de sortie,
- 3- le calcul dans le cas de la:
  - conduction continue
    - du modèle exact,
    - des modèles moyens :
      - le modèle moyen classique grand signaux,
      - le modèle moyen petits signaux,
      - le Générateur Moyen Equivalent (G.M.E),
      - le Modèle Moyen Généralisé (M.M.G)
  - conduction discontinue
    - du modèle exact,
    - des modèles moyens :
      - le modèle d'ordre réduit (G.M.E),
      - le modèle corrigé d'ordre complet
- 4- la projection de modèles sous différents formats.

## II.2 Formalisme de projection

### II.2.1 Formalisme orienté

#### II.2.1.1 Format texte

Les modèles sont écrits dans un format texte. C'est un format brut, sans mise en forme particulière, les équations sont écrites de façon relativement naturelle et sans aucune déclaration.

$$\text{Vecteur d'état } X_{\text{total}} \left\{ \begin{array}{l} \text{amg\_Xtotal}[0][0] = VC1; \\ \text{amg\_Xtotal}[1][0] = iL1; \\ \text{cg0}[0] = -(VC1 - iL1 * R1 + iL1 * R1 * h1) / C1 / R1; \\ \text{cg0}[1] = -(VC1 + VC1 * h1 + U1) / L1; \end{array} \right.$$

Équations d'état avec :  $\frac{dX_{\text{total}}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dVC1}{dt} \\ \frac{diL1}{dt} \end{pmatrix}$

Figure 3. 3: modèle exact généré par AMG pour le hacheur parallèle

#### II.2.1.2 S-Function Matlab/Simulink

Nous offrons aussi la possibilité de générer directement le modèle sous forme de S-Function, puis de le projeter dans Matlab/Simulink.

Dans ce cas, nous orientons le modèle et les déclarations sont imposées.

```

// pour chaque entree
InputRealPtrsType uPtrs0 = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);
real_T             hlmoy = *uPtrs0[0];
real_T             U1    = *uPtrs0[1];

VC1moy=x[0];
IL1moy=x[1];

dVC1moy_dt= -(VC1moy - IL1moy * R1 + IL1moy * R1 * hlmoy) / C1 / R1;
dIL1moy_dt= (-VC1moy + VC1moy * hlmoy + U1) / L1;
dx[0] = dVC1moy_dt;
dx[1] = dIL1moy_dt;

```

Equations orientées générées par AMG

Figure 3. 4: modèle classique grands signaux écrit dans une S-Function pour un hacheur parallèle

## II.2.2 Formalisme non orienté

### II.2.2.1 VHDL-AMS

Le langage VHDL-AMS permet de décrire des modèles multi-abstractions, multi-disciplines, hiérarchiques à temps continu et à événements discrets dans des bibliothèques externes. Il permet de gérer aussi bien en numérique qu'en analogique les abstractions comportementales (la fonction) et structurelles (la NetList de modèles). Les modèles analogiques sont exprimés sous forme d'équations différentielles ordinaires (par rapport au temps). Nous pouvons exprimer des transformés de Laplace et en Z.

L'avantage de ce langage est le fait qu'il soit d'une très bonne lisibilité, il permet une haute modularité avec un typage fort (chaque objet doit être défini par un type) et supporte la généricité (le fait de pouvoir exprimer un modèle avec des paramètres qui ne seront connus qu'au moment de l'utilisation effective) [Her02].

Cependant, vu que c'est un langage puissant et général, donc complexe, les constructions possibles sont nombreuses et les premiers pas sont assez difficiles. Il possède des limitations intrinsèques assez contraignantes et est un peu bâclé sur certains points (les méthodes d'entrées/sorties).

```

----- VHDLAMS MODEL hacpar_Exact -----
LIBRARY ieee;
USE      ieee.ALL;
use ieee.math_real.all;
----- ENTITY DECLARATION  hacpar_Exact -----
  ENTITY hacpar_Exact IS
    GENERIC(
      R1:real;
      L1:real;
      C1:real
    );
    PORT (
      Quantity  h1:in real;
      Quantity  U1:in real;
      Quantity  VC1:out real;
      Quantity  iL1:out real
    );
  END ENTITY hacpar_Exact ;
----- ARCHITECTURE DECLARATION  arch_hacpar_Exact -
-----
ARCHITECTURE arch_hacpar_Exact OF hacpar_Exact IS
BEGIN
  VC1'dot== -(VC1 - iL1 * R1 + iL1 * R1 * h1) / C1 / R1;
  iL1'dot== (-VC1 + VC1 * h1 + U1) / L1;
END ARCHITECTURE arch_hacpar_Exact ;

```

Équations d'état générées par  
AMG

Figure 3. 5: modèle exact en VHDL-AMS pour un hacheur parallèle

### II.2.2.2 Modelica

Modelica est un langage orienté objet qui permet la modélisation non causale essentiellement pour les modèles mécatroniques dans le domaine de la robotique, de l'automobile, de l'aérospatiale et des réseaux électriques depuis peu.

Les modèles en Modelica peuvent être décrits par des équations différentielles, algébriques et discrètes.

Ce langage permet également la simulation de dispositifs multi-physiques. L'outil de modélisation permet l'édition des modèles élémentaires par le biais d'un langage de description.

C'est le langage privilégié dans le projet ANR SIMPA2-C6E2. Le compilateur du langage a été fait par la société LMS-IMAGINE en lien avec l'équipe Metalau de l'INRIA (Scilab/Scicos) (projets ANR Simpa1 et Simpa2).



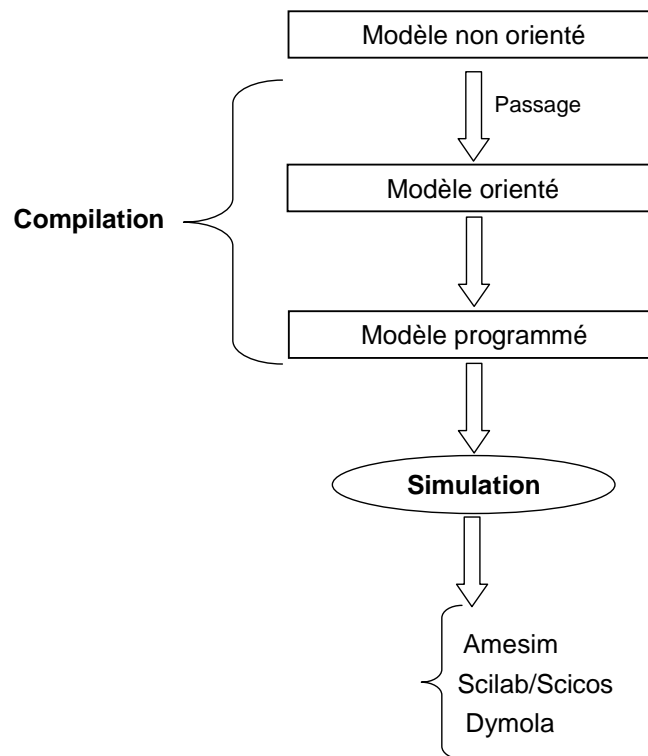


Figure 3. 6: édition du modèle dans Modelica

### II.3 Les étapes de la modélisation dans AMG

Comme nous l'avons déjà précisé dans les deux premiers chapitres, la modélisation moyenne nécessite un a priori sur le fonctionnement du convertisseur à étudier.

Dans AMG, chaque modèle est construit automatiquement à partir de la description du convertisseur fournie par l'utilisateur :

- Une description fonctionnelle
- Une description topologique

Ces informations, fournies par l'utilisateur, sont les entrées de notre générateur de modèles (AMG). Par la suite, les différents modèles moyens et exacts sont calculés.

Finalement, le résultat obtenu est un fichier qui contient les modèles générés et projetés dans différents formats (VHDL-AMS, Modelica, texte, S-Function Matlab/Simulink).

Le but de la projection du modèle obtenu dans différents langages est de le programmer automatiquement pour plusieurs logiciels de simulation comme Simplorer, Amesim, Portunus et Matlab/Simulink.

Ces différentes étapes sont présentées sur la figure 3.7.

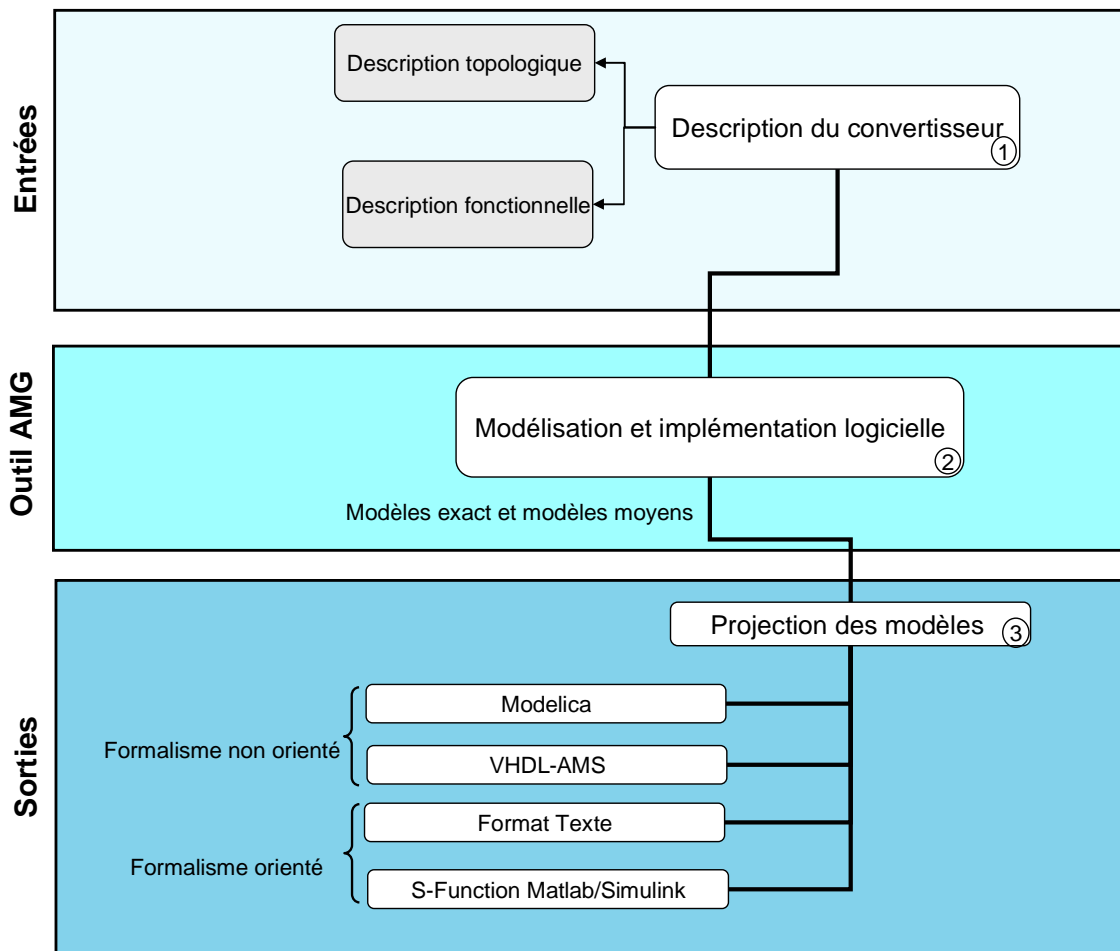


Figure 3. 7: les étapes de modélisation via AMG

Maintenant, nous allons détailler:

- Les entrées de AMG : description du convertisseur
- La modélisation et l'implémentation logicielle
- Les sorties de AMG : les résultats

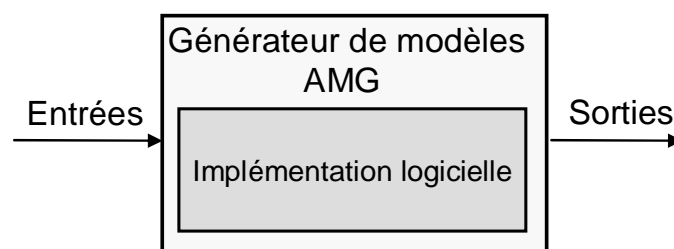


Figure 3. 8: outil AMG

### II.3.1 Les entrées de l'outil : description du convertisseur

Nous allons préciser les informations indispensables fournies par l'utilisateur relatives au convertisseur pour la génération automatique de son modèle.

- Une description fonctionnelle qui fournit :
  - le mode opératoire qui est une liste de booléens caractérisant l'état bloqué ou passant du semi conducteur déduit à partir d'une analyse de simulation sous un logiciel de simulation comme par exemple Portunus , Saber, Simplorer, PSpice, PSim..
  - la commande associée.
- Une description topologique qui donne :
  - un fichier Netlist généré par PSpice fournissant une description de la structure du convertisseur,

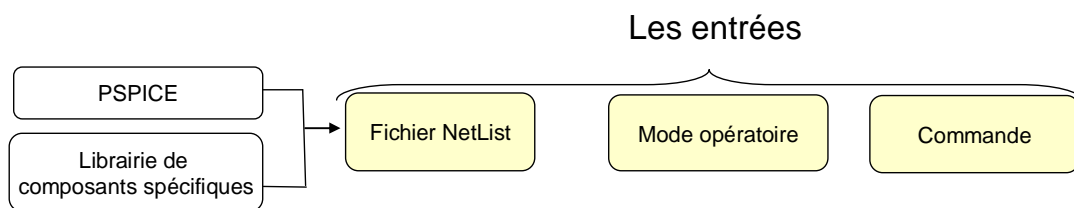


Figure 3. 9: les entrées de AMG

#### II.3.1.1 Description fonctionnelle : extraction du mode et de la commande

La définition du mode et de la commande a été déjà donnée dans le chapitre 2 (§ II.2). Le mode opératoire est déduit à partir d'une analyse de simulation du convertisseur statique à étudier.

Tout d'abord, nous introduisons la structure du convertisseur à étudier. L'analyse par simulation se fait sur une période de fonctionnement du convertisseur, en régime établi, en utilisant un logiciel de simulation de circuit.

Dans nos travaux, nous avons utilisé le logiciel Portunus qui est une solution logicielle pour le design et l'analyse des systèmes mécatroniques et qui permet une combinaison de différents modes de modélisation : circuits conservatifs (circuits électrique, thermique, mécanique, etc.), diagrammes par blocs, machines d'états. Il permet d'analyser le comportement de systèmes divers.

Dans Portunus, les graphes d'état peuvent être utilisés afin de décrire la commande (annexe B).

Le mode et la commande sont fournis dans un fichier texte comme le montre la figure 3.10.

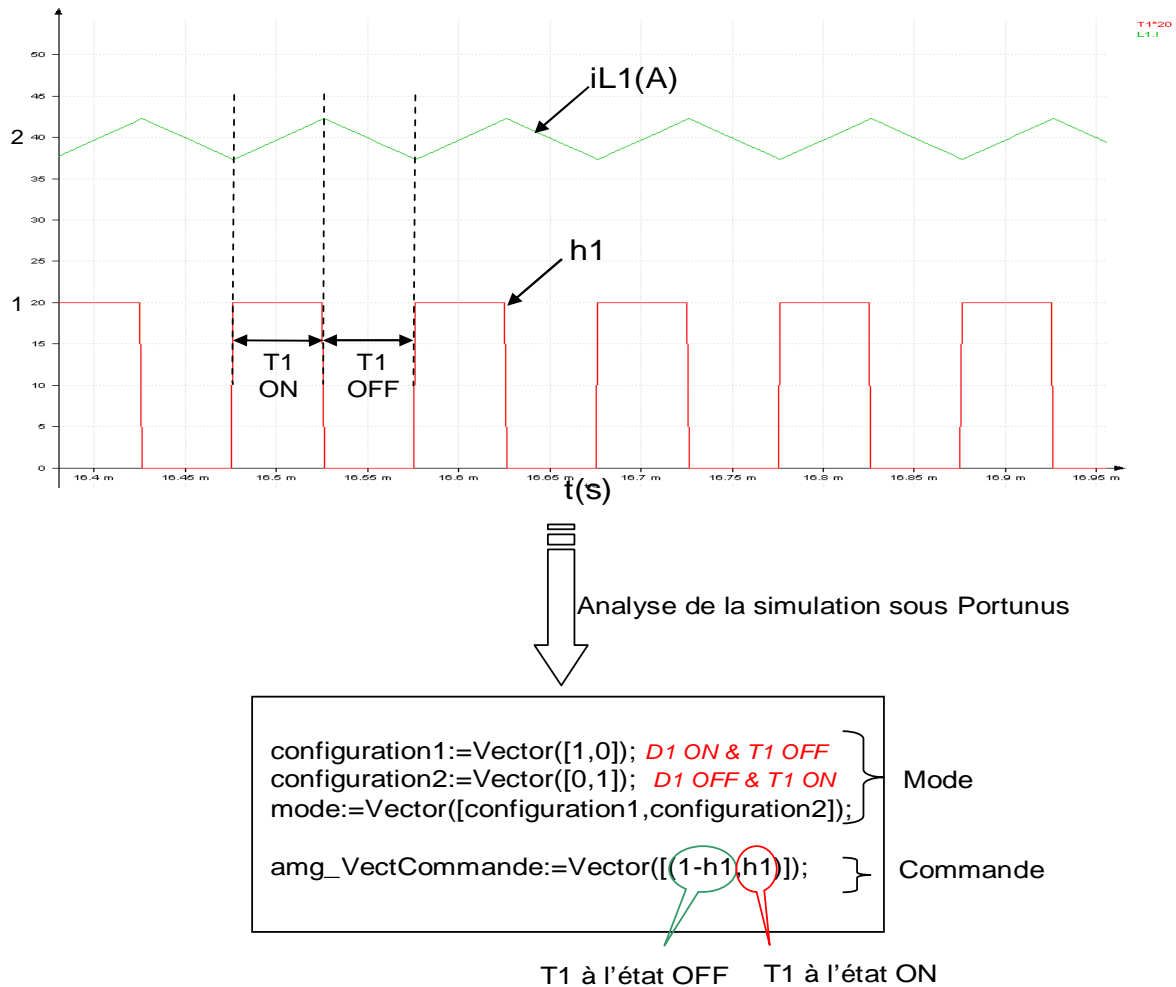


Figure 3. 10: le mode et la commande pour un hacheur parallèle

### II.3.1.2 Description topologique : création de la NetList

Après avoir édité graphiquement le schéma du circuit électrique dans PSpice, nous pouvons générer le fichier de la NetList.

Les composants disponibles dans les bibliothèques fournies avec PSpice sont très nombreux et leur dénomination technique est souvent trop riche pour l'utilisation que nous souhaitons en faire. Il est important pour nous, d'avoir une identification idéale de chaque type de semi-conducteur, en faisant abstraction de toute référence constructeur.

Ainsi, nous préférons avoir un composant « fonction Mos » que par exemple le choix entre un IRF540 ou IRF820.

Nous avons alors développé une librairie de composants dédiée à notre générateur, que nous avons appelé « meige.slb ».

Cette librairie permet d'ajouter certaines informations comme le nom des commandes des interrupteurs. L'utilisation des composants de cette librairie garantit leur reconnaissance lors de la lecture de la NetList par notre générateur.

Les composants que nous avons définis dans cette librairie sont présentés sur la figure 3.11.

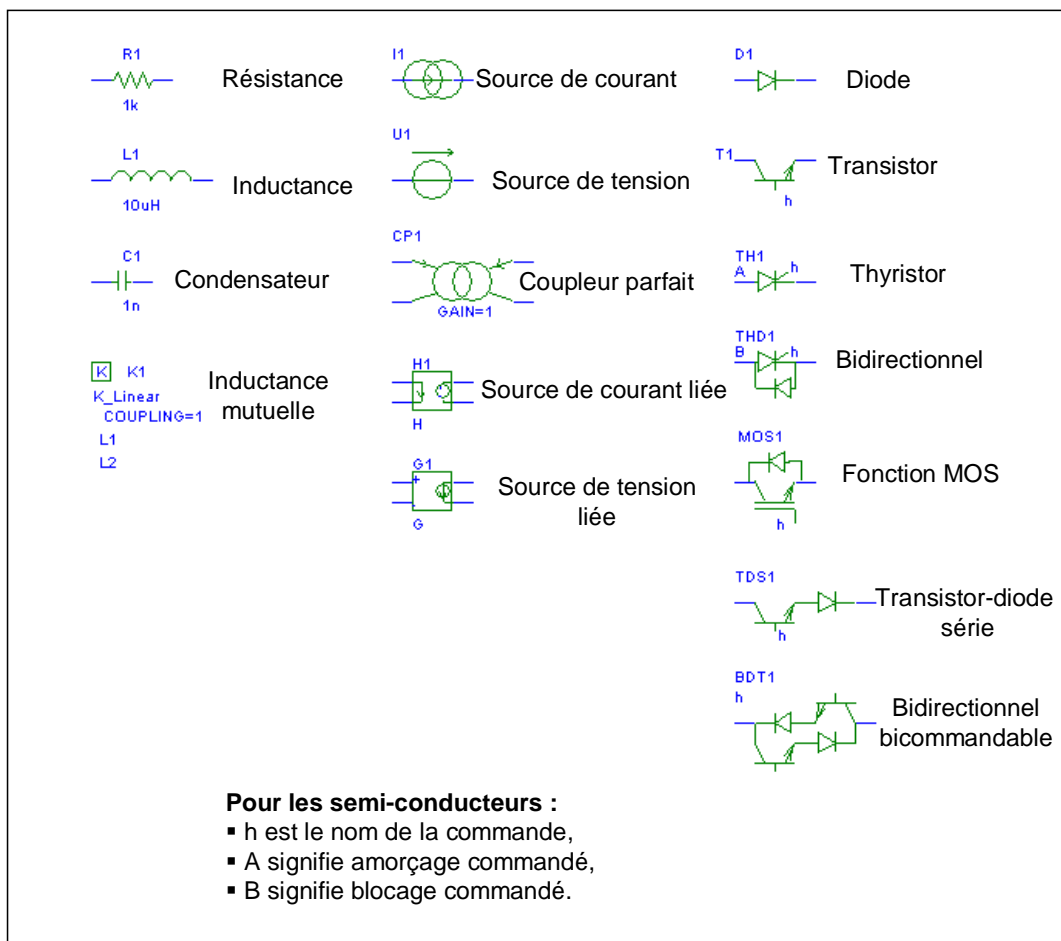


Figure 3. 11: librairie de composants PSpice pour MEIGE

La NetList pourrait aussi être fournie par tout autre logiciel de simulation de circuits apte à créer une NetList PSpice avec la bibliothèque de composants souhaités.

Dans nos travaux, nous utilisons le logiciel PSpice étant donné que des parseurs de NetList PSpice existent déjà au sein de notre laboratoire.

Sur la figure 3.12, nous donnons la signification du contenu du fichier NetList.

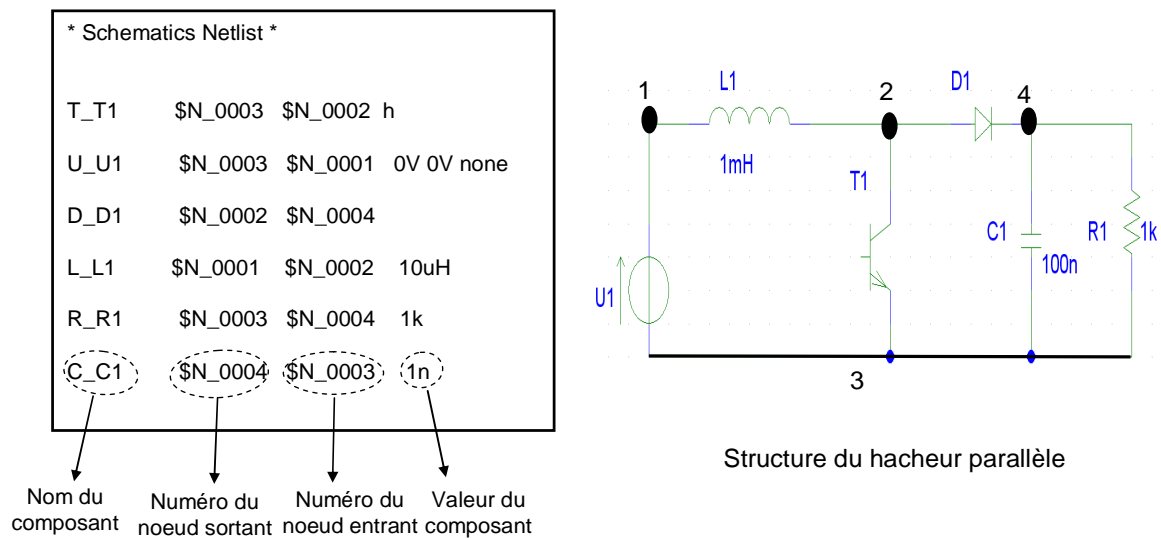


Figure 3. 12: description de la NetList pour un hacheur parallèle

L'utilisateur doit aussi spécifier :

- pour le générateur moyen équivalent et le modèle moyen généralisé :
  - le vecteur des variables d'état lentes: si la variable est lente nous lui affectons la valeur 1 sinon 0.
  - le vecteur des variables d'état rapides: si la variable est rapide nous lui donnons la valeur 1 sinon 0.

Nous allons décrire, dans ce qui suit, comment nous avons structuré les données des convertisseurs en vue de leur modélisation.

### II.3.1.3 Structurations des données

La structuration des données que nous proposons est faite de façon à ce qu'elle serve de base à l'analyse de tout circuit d'électronique de puissance.

Pour des aspects pratiques évidents, une approche orientée objet est utilisée pour représenter tous les éléments d'un convertisseur. Ainsi, chaque élément bénéficie d'une description précise de ses attributs (données qui caractérisent l'objet) et de ses méthodes (qui définissent son comportement).

- Les composants

La première information nécessaire concerne les constituants. En effet, il est impératif que la représentation adoptée décrive la liste complète des composants qui constituent le circuit. De plus, chaque composant devra pouvoir être caractérisé d'un point de vue fonctionnel.

Afin de simplifier l'analyse du circuit, les composants sont représentés sous forme de dipôles. Ceci implique notamment que les coupleurs parfaits soient considérés comme deux composants et non un seul (avec cependant un lien entre les deux).

- Sources et composants passifs

D'après les différentes caractéristiques des composants, il vient que, pour les sources et les composants passifs, la seule information qui importe est la nature même du composant. Chacun d'eux sera donc représenté par un objet spécifique n'ayant pas d'attribut spécifique. Par contre, comme le montre la figure 3.13, tous les composants auront en commun un attribut précisant

- leur dénomination,
- leur valeur,
- leurs nœuds d'entrée et de sortie.

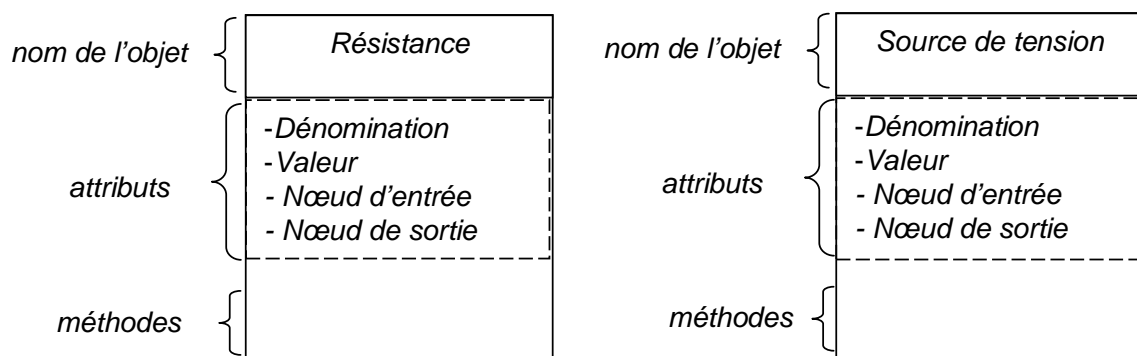


Figure 3. 13: représentation orientée objet pour une résistance et une source de tension

Seules exceptions à la règle : les inductances couplées et les coupleurs parfaits. De par leur nature, les premières sont représentées par un objet du même type que celui des inductances simples, mais possédant en plus comme attributs spécifiques des références aux inductances avec lesquelles elles sont couplées (cf. figure 3.14).

Il en va de même pour les coupleurs parfaits qui sont représentés par leurs bobinages primaire et secondaire, chacun d'entre eux ayant pour attribut une référence à l'autre.

Insistons ici sur le fait que ces objets doivent être définis par paires pour avoir une description cohérente du composant d'origine.

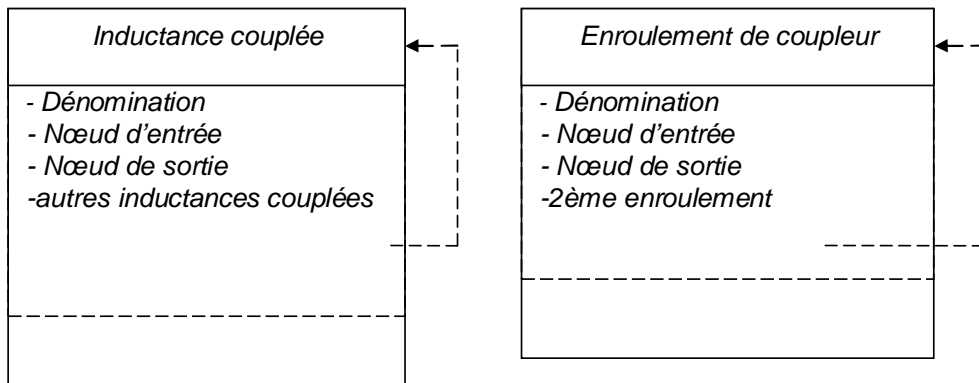


Figure 3. 14: représentation orientée objet pour des inductances couplées et des coupleurs parfaits

- Semi-conducteurs

Nous gardons les mêmes attributs que ceux des composants passifs, sauf que nous ajoutons la commande associée au semi-conducteur (cf. figure 3.15).

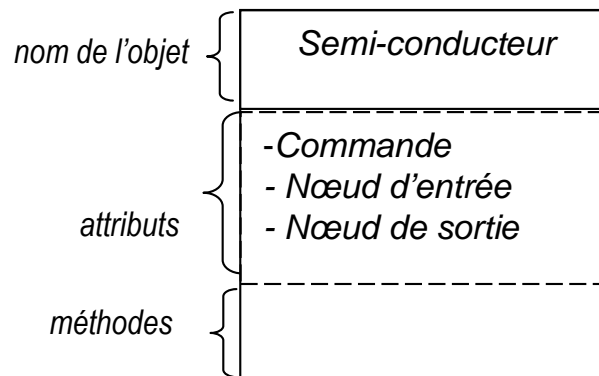


Figure 3. 15: représentation orientée objet pour un semi-conducteur

- Le convertisseur

Les différents éléments du circuit étant précisés, il reste maintenant à spécifier la manière dont ils sont connectés entre eux afin d'avoir une représentation complète du circuit sous forme de graphe. C'est la représentation par les nœuds qui va donner cette dernière information.

Chaque nœud du circuit est donc représenté sous la forme d'un objet référençant ses composants entrants et ses composants sortants, de telle sorte que l'orientation de ceux-ci soit conservée.



De la même manière, afin que le graphe correspondant au circuit puisse être parcouru en passant d'un nœud à un composant, puis de ce composant au nœud suivant, chaque composant fera référence à son nœud d'entrée et à son nœud de sortie.

Le diagramme UML de la figure 3.16 montre les différentes relations qui existent entre les objets définissant un convertisseur.

Notons que l'objet « composant » qui y est représenté fait état d'un type générique dont tous les composants cités plus haut héritent.

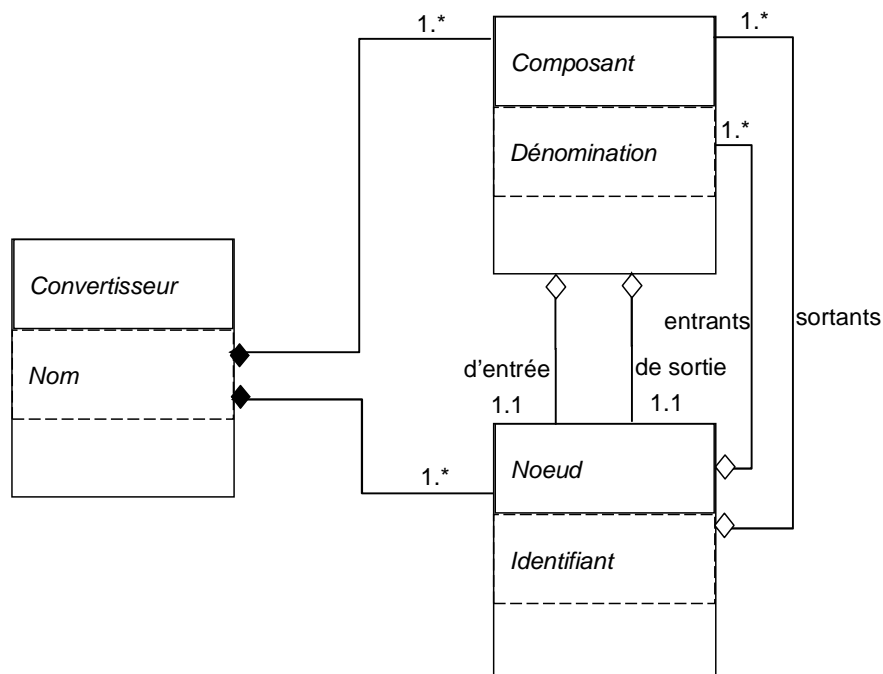


Figure 3. 16: diagramme UML décrivant le convertisseur statique

Ce diagramme montre qu'un convertisseur est entièrement défini par la liste de ses composants et la manière dont ils sont agencés entre eux.

L'idée de représentation de cet agencement sous la forme d'un graphe se vérifie par les liens unissant les différents composants aux nœuds du circuit. La bidirectionnalité de ces liens permet en outre de parcourir le graphe en passant d'un composant à un nœud, puis de ce nœud vers un autre composant et ainsi de suite.

Nous allons décrire, dans ce qui suit, le cœur de l'outil AMG.

### II.3.2 L'implémentation logicielle

L'implémentation dans AMG des méthodes présentées dans le deuxième chapitre se fait en utilisant en grande partie le langage Java. Les calculs formels se font en partie avec Maple. L'interface graphique ainsi que les autres traitements (extraction des matrices et des vecteurs d'état) sont en Java.

#### II.3.2.1 Principe de pilotage de Maple via Java

Les calculs formels sont confiés en partie à Maple. Ceci se fait en utilisant l'interface Java proposée par OpenMaple qui est un logiciel permettant à certains langages de programmation comme C ou Java, de bénéficier de la puissance de calcul et de traitement du logiciel Maple. Il permet aussi d'effectuer des traitements mathématiques plus ou moins complexes sans avoir à définir les algorithmes de calculs préexistant dans les bibliothèques mathématiques de Maple (annexe C).

OpenMaple est pilotable via des API (Application Programme Interface) Java. C'est une des raisons importantes de notre choix, car à long terme, cela offre la possibilité de passer outre Maple en remplaçant les traitements formels faits actuellement par ce logiciel par des calculs implémentés en Java (cf. figure 3.17).

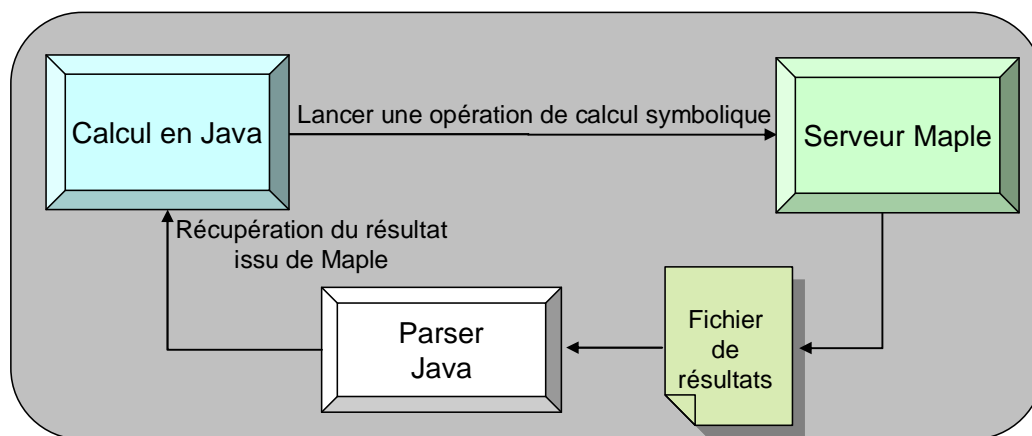


Figure 3. 17: principe général d'utilisation

La génération automatique se fait en cinq grandes étapes :

- 1- Lecture de la NetList en utilisant les techniques de « parsing ».
- 2- Construction de la matrice d'incidence complète et réduite.
- 3- Formulation d'un arbre représentant le circuit et détermination de la matrice des mailles fondamentales B1.

- 4- Calcul des matrices de l'équation d'état par une élimination systématique des variables qui ne sont pas retenues comme variables d'état.
- 5- Calcul du modèle exact et des modèles moyens

Dans le schéma de la figure 3.18, nous présentons les différentes étapes de modélisation implémentées dans l'outil AMG.

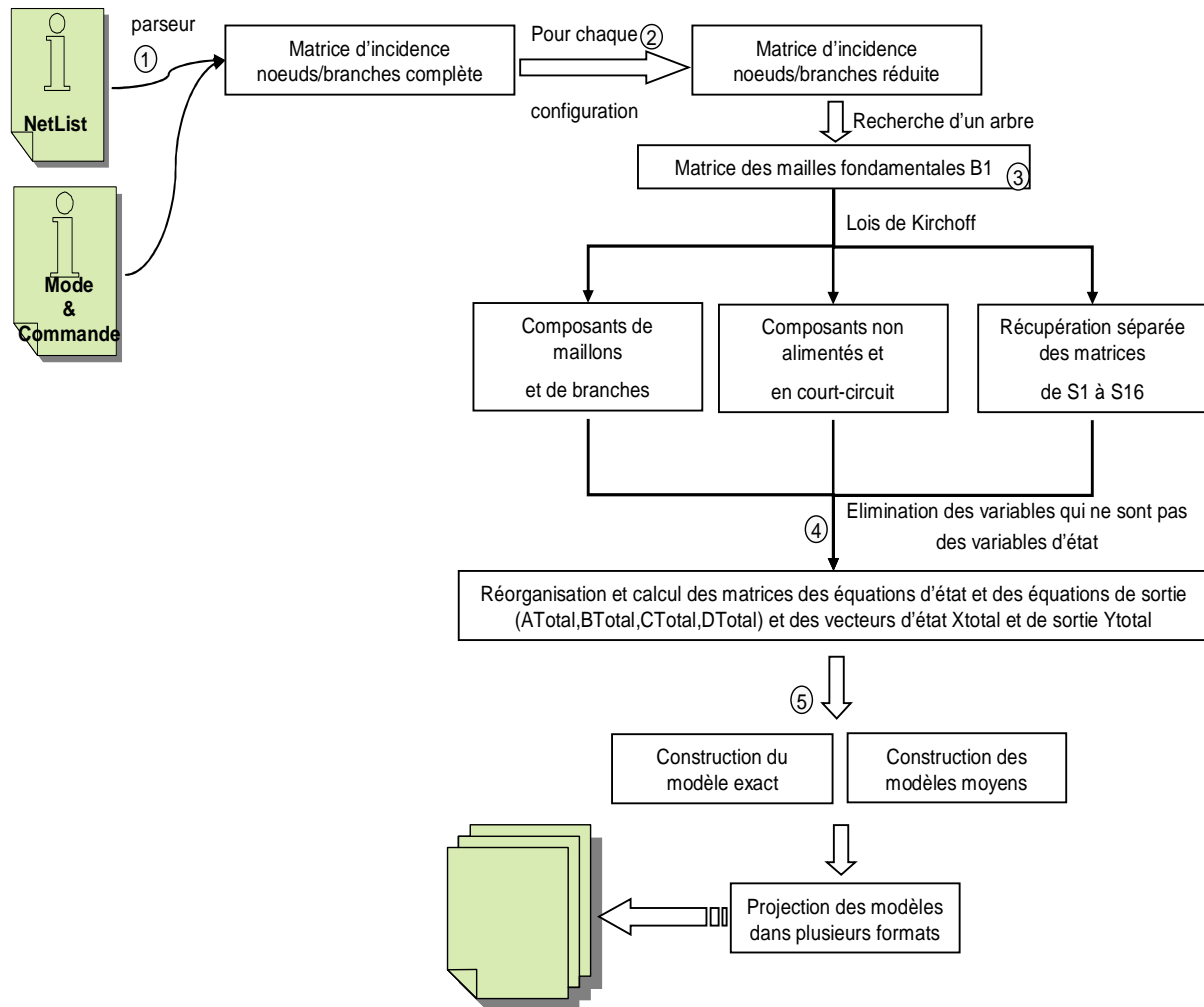


Figure 3. 18: les différentes étapes d'implémentation dans AMG

Maintenant, nous allons expliquer ces différentes étapes.

### II.3.2.2 Lecture de la NetList : « Parsing »

La lecture du fichier de la NetList est faite à l'aide d'un analyseur syntaxique (parseur). Pour construire ce genre de « parseur », nous avons utilisé un générateur de parseur en Java : JavaCC [JavaCC].

Le « parseur » utilise une syntaxe en lien avec les fichiers à parser. Dans notre cas, notre « parseur » lit les données de la NetList caractère par caractère en s'appuyant sur la structuration objet des données pour créer des objets représentant le convertisseur statique (cf. figure 3.19).

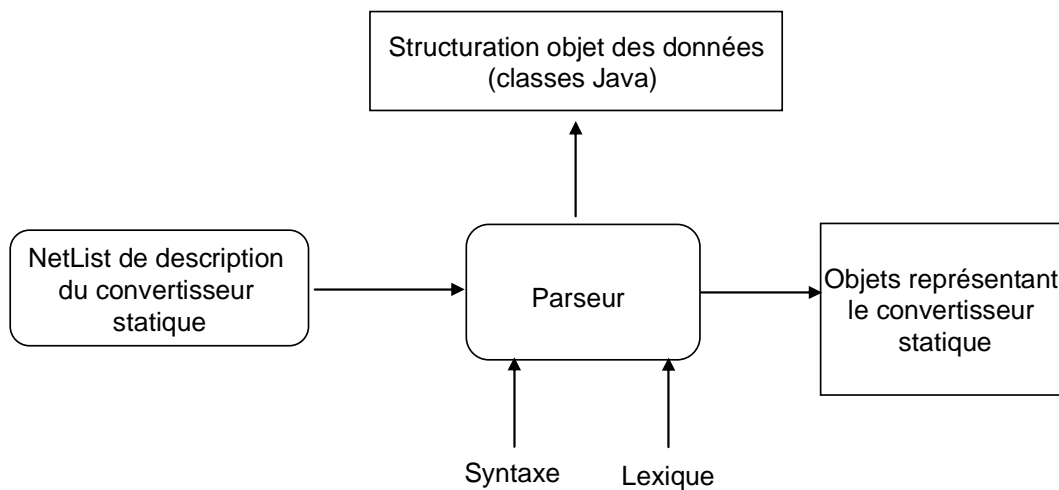


Figure 3. 19: obtention de objets java à l'issue de l'opération de « parsing »

### II.3.2.3 Construction de la matrice d'incidence complète et la matrice d'incidence réduite

En fonction des conventions d'écriture de la matrice d'incidence nœuds/branches expliquées dans le deuxième chapitre et en utilisant les objets java obtenus à la suite du « parsing » de la NetList, la matrice d'incidence nœuds/branches complète est calculée.

Ensuite, pour chaque configuration et en fonction de l'état du semi-conducteur, nous obtenons la matrice d'incidence réduite.

Le processus d'obtention de la matrice d'incidence réduite est présenté sur la figure 3.20.

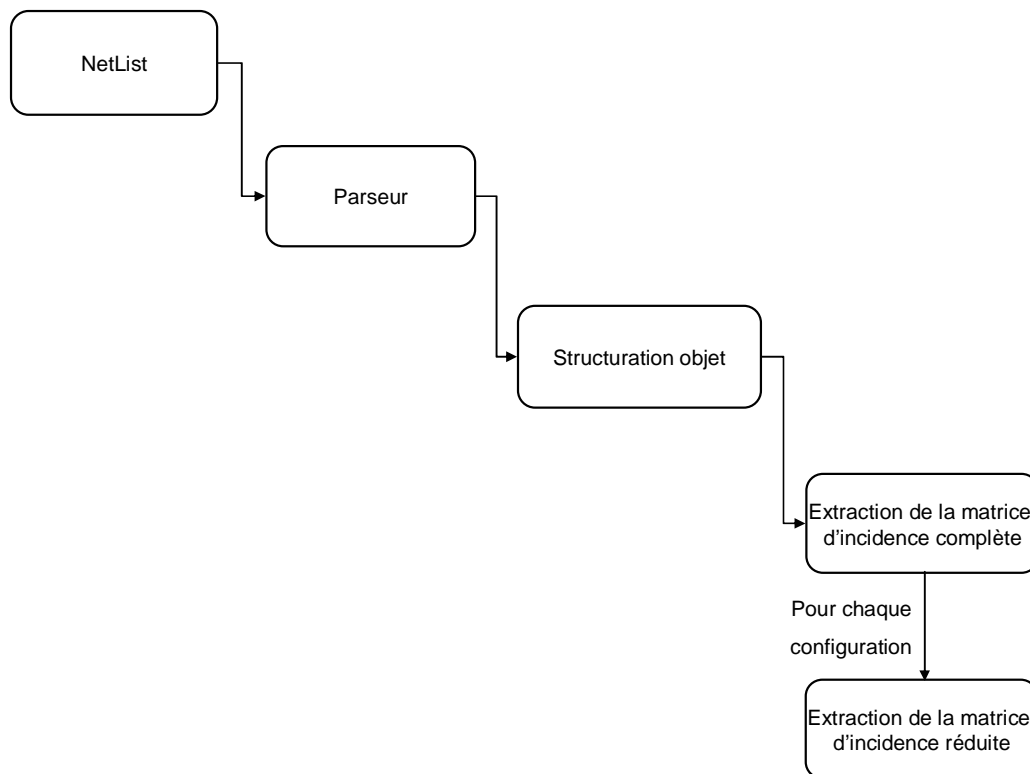


Figure 3. 20: étapes d'obtention de la matrice d'incidence réduite

Les colonnes des matrices d'incidence réduites sont ordonnées de la même façon en respectant notamment l'ordre fourni par la figure 3.21.

Ordre	Type d'élément
1	Source de tension (E)
2	Condensateur (C)
3	Résistance (R)
4	Inductance (L)
5	Source de courant (J)

Figure 3. 21: ordre des composants

Sur la figure 3.22, nous présentons la matrice d'incidence nœuds/branches complète correspondante au schéma du circuit électrique du hacheur parallèle et les matrices d'incidence réduites pour chaque configuration en fonction de l'état des semi-conducteurs.

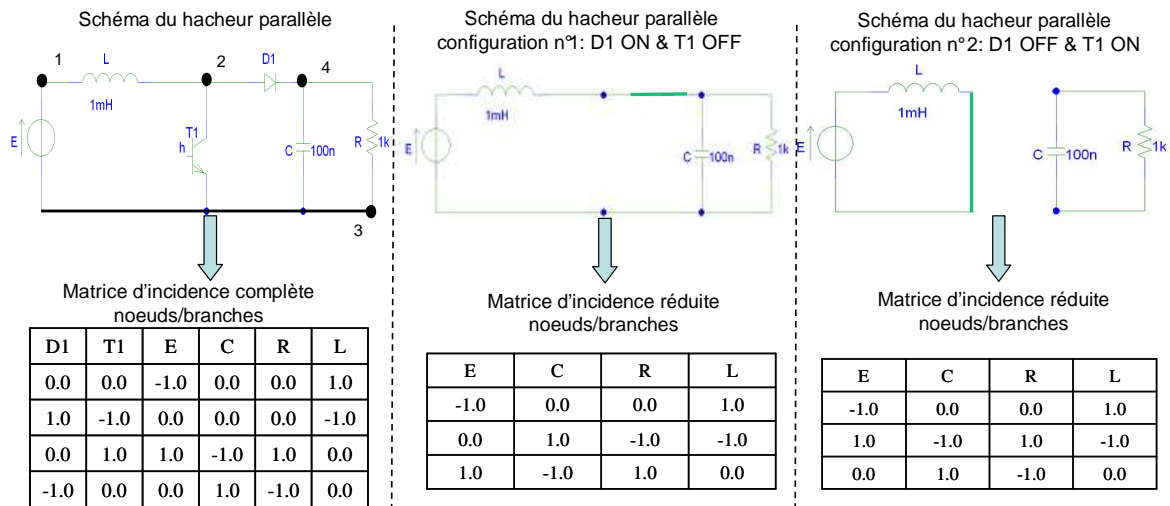


Figure 3. 22: matrices d'incidence complète et réduite pour un hacheur parallèle

#### II.3.2.4 Construction de la matrice des mailles fondamentales B1

Le traitement de la matrice des mailles fondamentales (B1) déjà expliqué dans le chapitre 2 (§ II.2.1.6) a été implémenté en Java.

A partir de cette matrice, nous déduisons automatiquement:

- le vecteur contenant le nom des composants de maillons ( $V_m$ ) et de branches ( $V_b$ ),
- le vecteur contenant le nom des composants non alimentés (non fed components:  $V_{nf}$ ) et en court-circuit (short circuited components :  $V_{cc}$ ).
- les matrices  $S_i$

Notons que :

- $V_m$ ,  $V_b$ ,  $V_{nf}$  et  $V_{cc}$  sont des vecteurs de chaîne de caractères.
- $S_i$  est un tableau d'entiers

Nous trouvons dans les tableaux de la figure 3.23 un récapitulatif des résultats de calcul obtenus automatiquement pour le hacheur parallèle de la figure 3.22 pour les deux configurations.

**Configuration n°1: D1 ON & T1 OFF**

Vm	Vb	Vnf	Vcc	Matrice (-B1)	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
$\begin{pmatrix} R \\ L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} E \\ C \end{pmatrix}$			$\begin{pmatrix} 0.0 & -1.0 \\ -1.0 & -1.0 \end{pmatrix}$					0	1			1	1			

**Configuration n°2: D1 OFF & T1 ON**

Vm	Vb	Vnf	Vcc	Matrice (-B1)	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
$\begin{pmatrix} R \\ L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} E \\ C \end{pmatrix}$			$\begin{pmatrix} 0.0 & -1.0 \\ -1.0 & 0.0 \end{pmatrix}$					0	1			1	0			

Figure 3. 23: résultats de calculs pour un hacheur parallèle (pour la configuration n°1 et n°2)

### II.3.2.5 Calcul des matrices

Nous allons décrire, dans ce qui suit, les étapes d'obtention des matrices à partir du principe de pilotage de Maple via Java en prenant comme exemple une matrice M.

La démarche de calcul automatique se fait en décomposant cette matrice en sous-blocs matriciels

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (3.117)$$

avec :

$$M_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_6 \quad (3.118)$$

Les expressions de chaque sous-bloc sont écrites dans l'outil AMG en Java sous forme de lignes de commandes Maple (en chaîne de caractères) comme le montre la figure 3.24 pour le sous-bloc  $M_{11}$ .

```
String eqM11= "with(linalg):convert(evalm(scalarmul("+invT1.MatrixOfStringToMapleMatrix()+
"&*" +matSi.getMatrixS6m().MatrixOfStringToMapleMatrix()+"),matrix);";
```

Figure 3. 24: expression du sous bloc M11 écrite en chaîne de caractère dans Java

Pour chaque sous bloc, nous faisons les opérations suivantes (cf. figure 3.25):

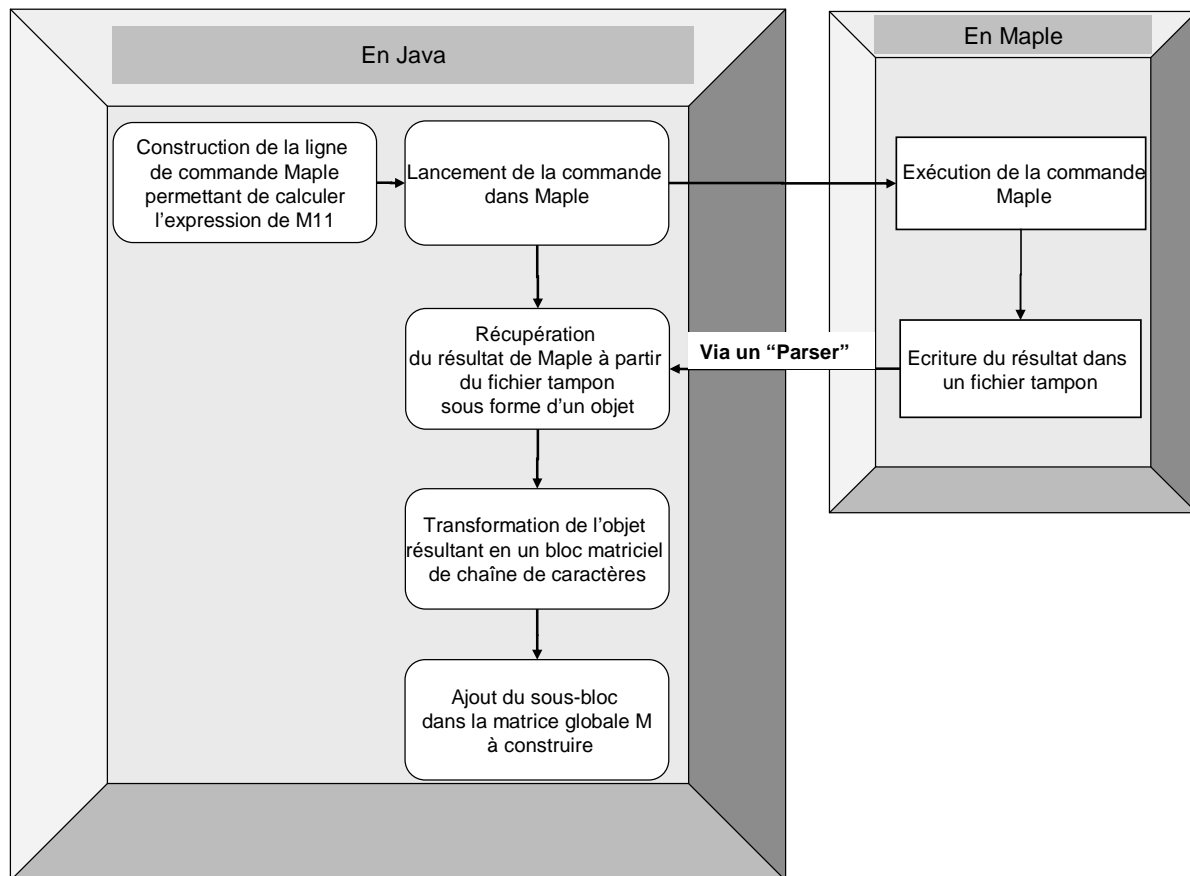


Figure 3. 25: les étapes de calcul d'un sous bloc de la matrice  $M$

Cet algorithme est utilisé pour calculer les vecteurs et les matrices d'état du convertisseur statique de chaque configuration.

Dans la partie programmée en Java, nous n'avons manipulé que des chaînes de caractères. Ainsi, nous avons dû transformer les matrices et les tableaux d'entiers obtenus lors de la mise en équation topologique du circuit, en matrices de chaîne de caractères.

Nous avons également mis en œuvre certains types de fonctionnalités:

- des opérations matricielles sur des chaînes de caractères: inversion, permutation et suppression de lignes et de colonnes...
- écriture de formules dans la syntaxe C (les lignes de commandes Maple)

Les matrices obtenues en final sont sauvegardées dans un fichier que nous avons appelé « matricesEtat.txt ». Ce fichier sera utilisé par la suite dans Maple pour calculer les différents modèles.



Dans le cas du hacheur parallèle, nous obtenons le résultat de la figure 3.26. Pour chaque ligne de ce fichier, une itération du processus de la figure 3.25 a été exécutée.

```
//Configuration n°1
amg_x:=matrix([[VC1],[iL1]]);

amg_Xtotal:=matrix([[VC1],[iL1]]);

gm_matrice_d_etat_a[1]:=matrix([[-1/C1/R1,1/C1],[-1/L1,0]]);

gm_matrice_d_etat_b[1]:=matrix([[0],[1/L1]]);

gm_matrice_d_etat_ATotal[1]:=matrix([[-1/C1/R1,1/C1],[-1/L1,0]]);

gm_matrice_d_etat_BTotal[1]:=matrix([[0],[1/L1]]);

//Configuration n°2
amg_x:=matrix([[VC1],[iL1]]);

amg_Xtotal:=matrix([[VC1],[iL1]]);

gm_matrice_d_etat_a[2]:=matrix([[-1/C1/R1,0],[0,0]]);

gm_matrice_d_etat_b[2]:=matrix([[0],[1/L1]]);

gm_matrice_d_etat_ATotal[2]:=matrix([[-1/C1/R1,0],[0,0]]);

gm_matrice_d_etat_BTotal[2]:=matrix([[0],[1/L1]]);
```

Figure 3. 26: fichier « matricesEtat.txt » : résultats de génération des matrices d'état A et B pour un hacheur parallèle pendant la conduction continue (configuration n°1 & configuration n°2)

*Remarque :*

*Dans certains cas de figures (composants non alimentés ou en court-circuit), nous devons faire des manipulations matricielles afin de réorganiser et compléter le vecteur d'état et les matrices d'état.*

*Notre démarche de modélisation dans Java prend en compte ces différentes situations et permet de reconstruire le système différentiel global représentant chaque configuration du convertisseur statique.*

Dans le cas particulier de la conduction discontinue, nous obtenons le résultat de la figure 3.27. Dans ce fichier le vecteur d'état  $x$  ainsi que les matrices  $A$  et  $B$  ont été reconstruits.

```

amg_x:=matrix([[VC1]]);
amg_Xtotal:=matrix([[VC1],[iL1]]);

gm_matrice_d_etat_a[3]:=matrix([[ -1/C1/R1]]);
gm_matrice_d_etat_ATotal[3]:=matrix([[ -1/C1/R1,0],[0,0]]);

gm_matrice_d_etat_b[3]:=matrix([[0]]);
gm_matrice_d_etat_BTotal[3]:=matrix([[0],[0]]);

```

Reconstruction du vecteur complet des variables d'état noté  $X_{total}$

Reconstruction de la matrice  $A$  totale

Reconstruction de la matrice  $B$  totale

Figure 3. 27: fichier « matricesEtat.txt » : résultats de génération des matrices d'état  $A$  et  $B$  pour un hacheur parallèle pendant la conduction discontinue (configuration n°3)

### II.3.2.6 Calcul du modèle exact et des modèles moyens

Nous avons défini, par type de modélisation, un fichier de commandes Maple en exploitant les résultats matriciels des systèmes d'état de chaque configuration obtenus dans le fichier « matricesEtat.txt »

En partant du choix du modèle à générer (que l'on indexe par «  $i$  » ici), nous lançons dans Java un fichier de commandes Maple « modélisation\_i.mpl » exploitant le fichier « matricesEtat.txt » contenant les différentes matrices d'état de chaque configuration.

Enfin, Maple exécute le fichier « modélisation\_i.mpl » et génère trois fichiers contenant chacun le modèle sous un format différent:

- VHDL-AMS
- Modelica
- C (pour la projection en S -Function)

Pour le traitement de la conduction discontinue, le fichier « modélisation\_i.mpl » exploite deux fichiers :

- « matricesEtat.txt »
- « donnees\_CD.txt » fourni par l'utilisateur et contenant les données relatives à la conduction discontinue (cf. Chapitre 2 § V.2.1).

Nous illustrons le processus d'obtention des modèles pendant la conduction continue et discontinue (cf. figure 3.28 et 3.29).

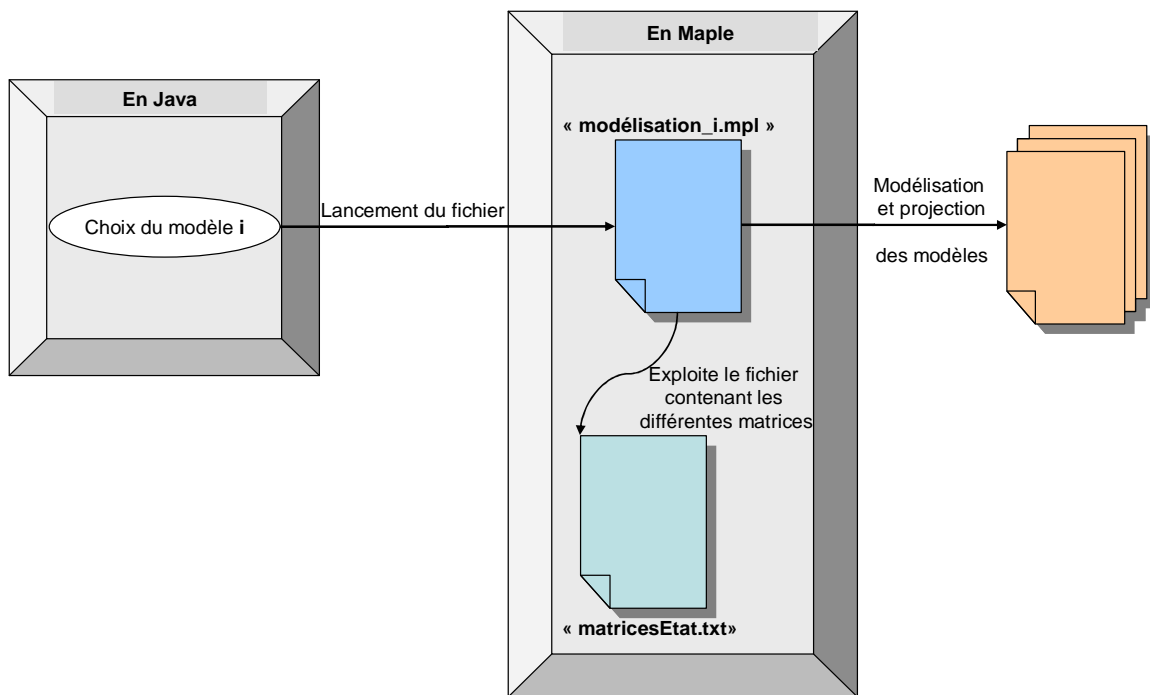


Figure 3. 28: processus d'obtention des modèles pendant la conduction continue

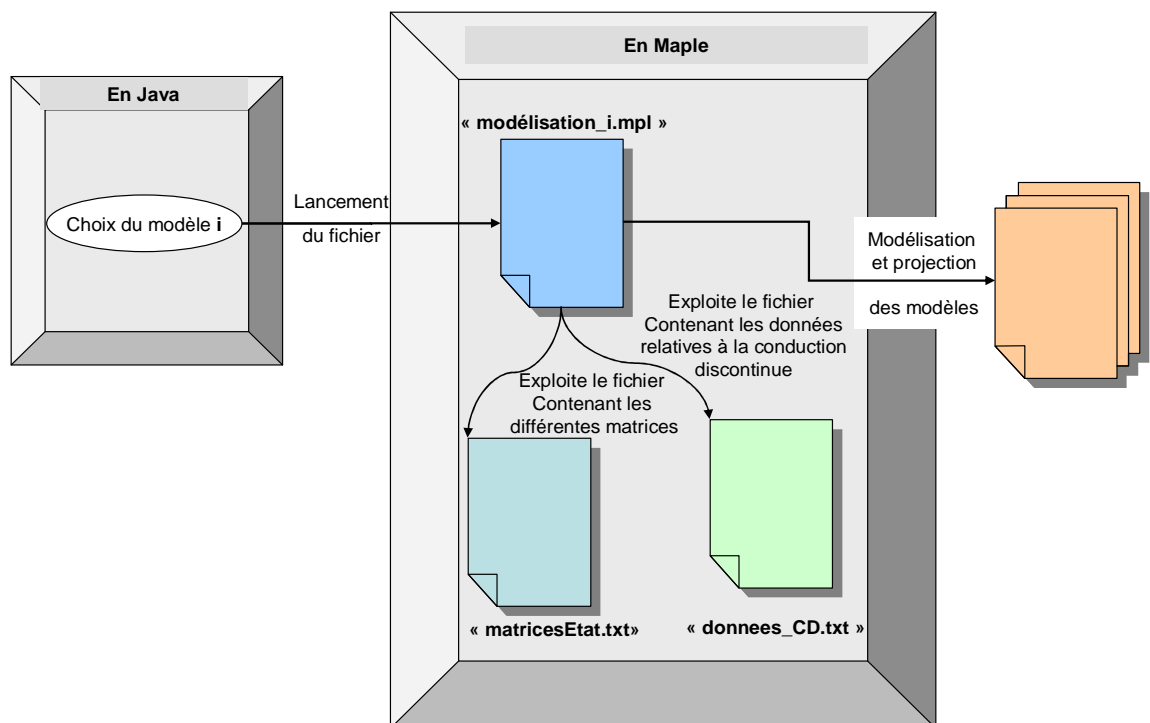


Figure 3. 29: processus d'obtention des modèles pendant la conduction discontinue

### II.3.3 Les sorties : les résultats

Les résultats obtenus par AMG sont des fichiers générés automatiquement en format texte (ASCII) et projetés dans plusieurs formats : VHDL-AMS, Modelica et S-Function (cf. figure 3.30).

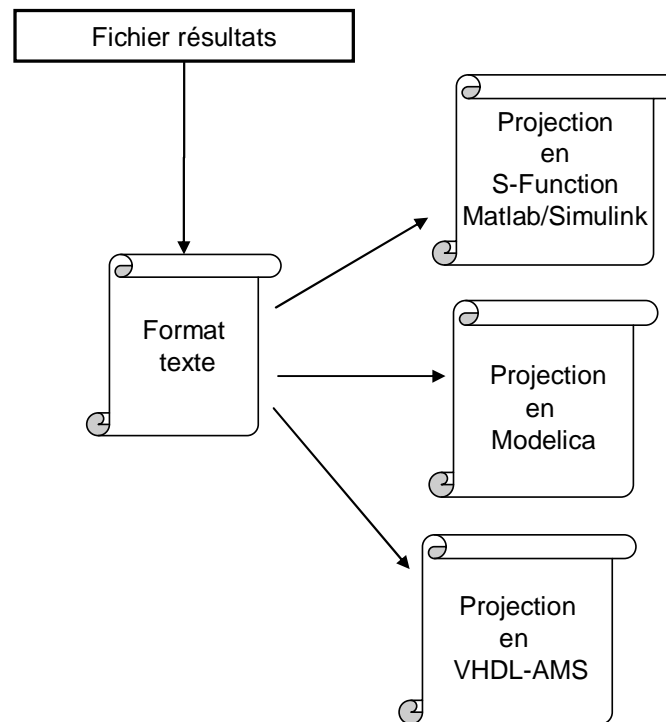


Figure 3. 30: fichiers générés automatiquement par AMG

Si nous envisageons de coupler les modèles, nous pouvons procéder de plusieurs manières:

- soit en utilisant les fonctionnalités de l'outil de simulation pour connecter les composants ;
- soit en ajoutant les équations de la machine dans le modèle initial ;
- soit en instanciant le modèle via le langage VHDL-AMS ou Modelica, c'est-à-dire en utilisant ce langage pour décrire les connexions entre les différents composants modélisés.

*Notons que :*

*La projection des modèles est faite directement dans la suite de la création des modèles. Il n'y a pas de formalisme intermédiaire de stockage des modèles avant la projection de ceux-ci.*

La figure 3.31 résume les différentes étapes de modélisation dans l'outil AMG.

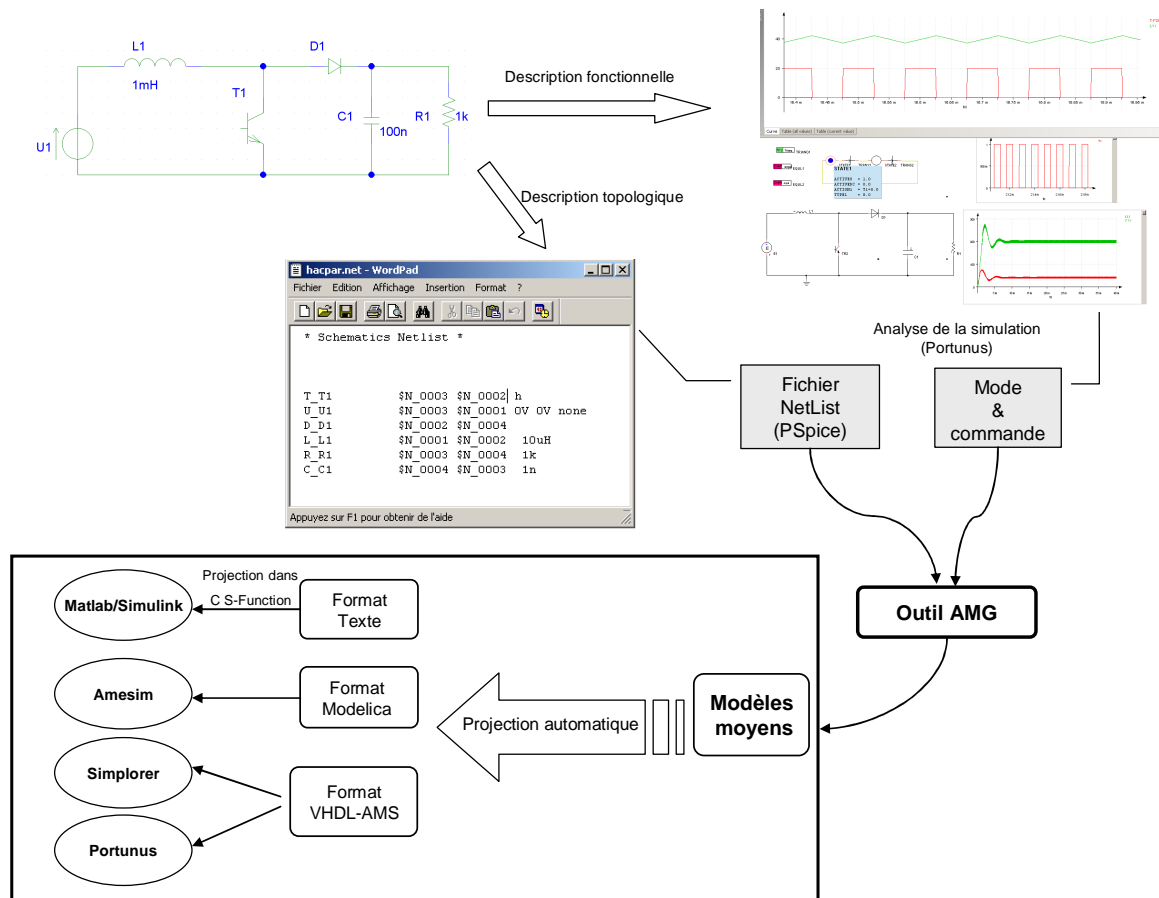


Figure 3. 31: les étapes de modélisation dans AMG

Ces différentes étapes sont détaillées en annexe D.

### III. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons illustré le processus de création de modèles dans AMG et décrit le corps de notre outil en définissant ses entrées, ses différentes étapes d'implémentation logicielle et enfin ses sorties en prenant comme exemple de convertisseur un hacheur parallèle.

Nous verrons dans le dernier chapitre, à travers plusieurs applications, l'intégration des différents fichiers générés par AMG dans différents logiciels de simulation comme Matlab/Simulink et Portunus afin d'exploiter les résultats obtenus pour le cas de la conduction continue et discontinue.

# **Chapitre 4**

## **Applications**



# Chapitre 4

## Applications

### I. Introduction

La démarche de modélisation proposée a été appliquée à plusieurs types de convertisseurs. Dans ce chapitre, nous présentons l'ensemble des résultats obtenus avec l'outil AMG ainsi que les résultats de simulation exploitant les modèles générés dans Matlab/Simulink, Portunus (modèles en VHDL-AMS) et Amesim (modèles en Modelica).

Dans un premier temps, nous illustrons les étapes de modélisation pour un convertisseur à résonance en utilisant AMG.

Ensuite, nous présentons les différents résultats de simulation d'un onduleur triphasé étudié en conduction continue et nous montrons un exemple de couplage de modèles de cette structure avec une charge (RL-série) et une machine synchrone.

Puis, nous exposons les résultats obtenus pour le traitement de la conduction discontinue en prenant comme exemple le hacheur parallèle.

Enfin, nous mettons en évidence l'intérêt de l'outil AMG en modélisant automatiquement une structure plus compliquée qui est celle d'un convertisseur multicellulaire.

### II. Etapes de modélisation pour un convertisseur à résonance

Nous étudions le convertisseur à résonance pour illustrer le processus complet d'obtention des différents modèles.

#### II.1 Description du convertisseur

La structure du convertisseur à résonance est représentée sur la figure 4.1. Ce convertisseur présente des étages continus et alternatifs.

Nous nous sommes intéressés à l'étude des grandeurs alternatives qui sont le courant  $IL1$  dans l'inductance  $L1$  et la tension  $VC1$  aux bornes du condensateur  $C1$  ainsi que la variable continue qui est la tension  $VC2$  aux bornes du condensateur  $C2$ .

Nous avons choisi alors de générer les modèles suivants :

- le modèle exact ;
- le modèle moyen généralisé ;
- le générateur moyen équivalent.



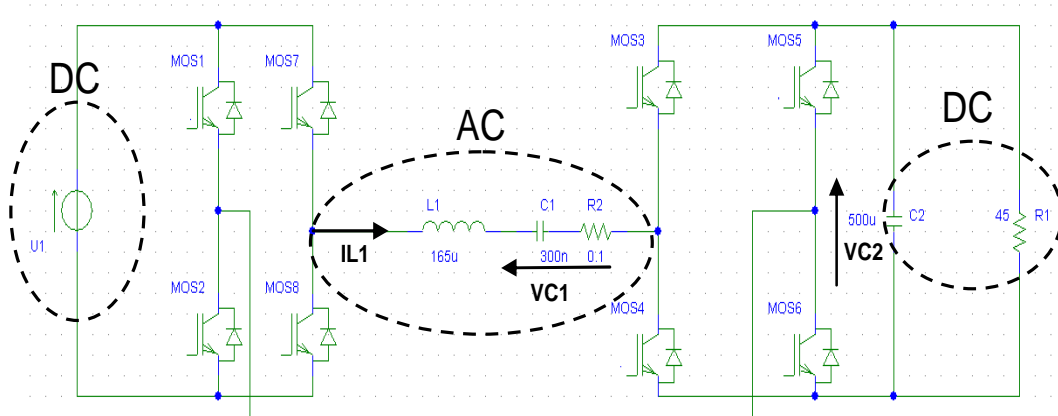


Figure 4. 1: schéma de circuit du convertisseur à résonance

### II.1.1 Création de le NetList

Dans PSpice, il faut toujours choisir la librairie « meige.slb » et sélectionner ensuite les composants que nous voulons utiliser. Une fois terminée l'édition du schéma du circuit électrique, dans notre cas du convertisseur à résonance, nous allons dans le menu « Analysis » et nous cliquons sur « Create Netlist ». Ainsi, la Netlist est générée (cf. figure 4.2).

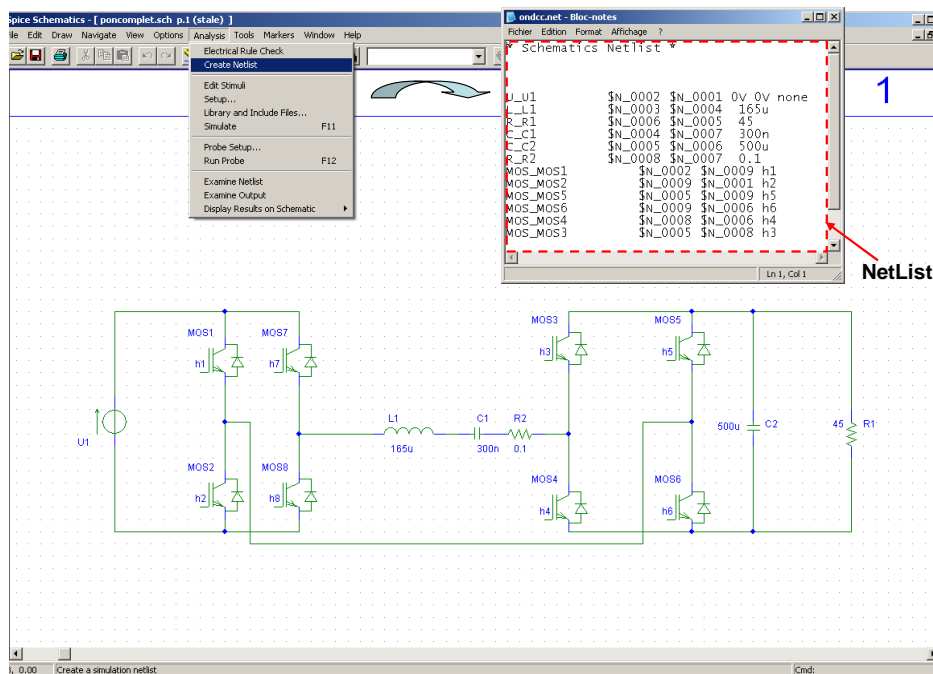
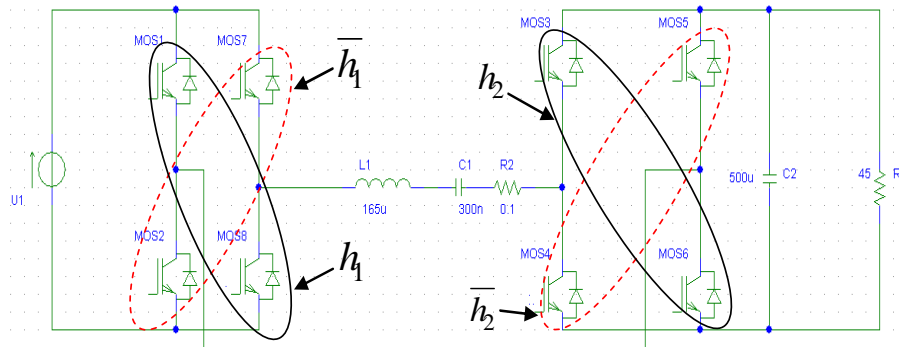


Figure 4. 2: création de la NetList

### II.1.2 Simulation classique de type circuit dans Portunus

Les cellules de commutation du convertisseur sont déterminées en premier lieu (cf. Chapitre1 § II.1.3).



Notons:  $\bar{h}_i = \frac{1-h_i}{2}$

Figure 4. 3: commande associée au convertisseur à résonance

Le principe de la commande en pleine onde déjà expliquée (cf. chapitre1 § III.3.2) est appliqué. Les fonctions de commutations  $h1$  et  $h2$  sont représentées sur la figure 4.4.

Les signaux sont périodiques et caractérisés par un rapport cyclique égal à 0.5 et un angle de déphasage  $\delta$  variable entre les créneaux de  $h1$  et  $h2$ .

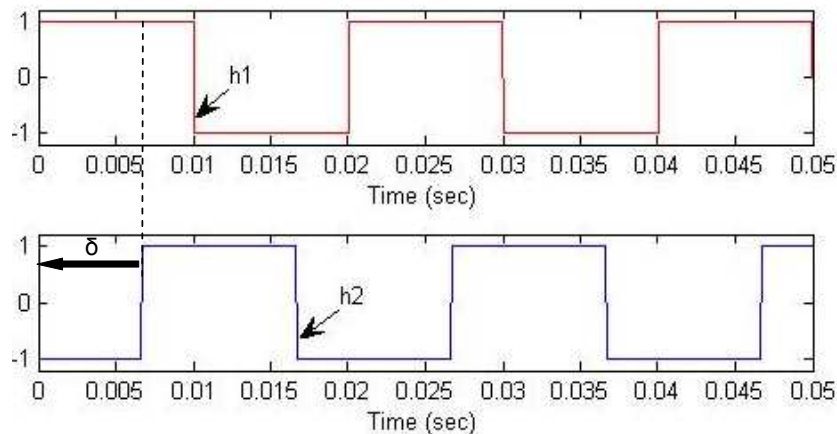


Figure 4. 4: les fonctions de commutations  $h1$  et  $h2$  entre  $[-1,1]$

Le mode et la commande sont déduits une fois que nous avons effectué une simulation classique de la structure à étudier dans un logiciel de simulation comme par exemple Portunus (cf. chapitre3 § III.3.1.1).

Enfin, ils sont transcrits par l'utilisateur dans un fichier format texte (ASCII) (cf. figure 4.5).

```

Mos1 ON & Mos2 OFF & Mos5 OFF & Mos6 ON & Mos4 OFF & Mos3 ON & Mos7 OFF & Mos8 ON
configuration1:=Vector([1,0,0,1,0,1,0,1]);

Mos1 OFF & Mos2 ON & Mos5 OFF & Mos6 ON & Mos4 OFF & Mos3 ON & Mos7 ON & Mos8 OFF
configuration2:=Vector([0,1,0,1,0,1,1,0]);

Mos1 OFF & Mos2 ON & Mos5 ON & Mos6 OFF & Mos4 ON & Mos3 OFF & Mos7 ON & Mos8 OFF
configuration3:=Vector([0,1,1,0,1,0,1,0]);

Mos1 ON & Mos2 OFF & Mos5 ON & Mos6 OFF & Mos4 ON & Mos3 OFF & Mos7 OFF & Mos8 ON
configuration4:=Vector([1,0,1,0,1,0,0,1]);

mode:=Vector([configuration1,configuration2,configuration3, configuration4]);

amg_VectCommande:=Vector([(h1+1)/2*(h2+1)/2,(1-h1)/2*(1+h2)/2,(1-h1)/2*(1-h2)/2,(1+h1)/2*(1-h2)/2]);

```

Figure 4. 5: le mode et la commande associés au convertisseur à résonance

L'utilisateur doit aussi spécifier :

- le nom du modèle qu'il veut générer ; il est sous la forme d'une chaîne de caractères (par exemple : ModeleExact, ModeleMMG, ModeleGME... ) ;
- le nom de la NetList qui est généralement le même que celui du convertisseur à étudier.

En ce qui concerne l'étude du convertisseur à résonance, nous avons fait la séparation entre :

- les variables rapides :
  - la tension VC1 aux bornes du condensateur C1 ;
  - le courant iL1 dans l'inductance L1.
- la variable lente :
  - la tension VC2 aux bornes du condensateur C2.

## II.2 Résultats dans AMG

Une fois que nous avons choisi le modèle à générer, nous lançons AMG et nous récupérons le résultat. AMG génère les fichiers contenant les différents modèles en format texte (ASCII).

Nous présentons, ici, une partie du code des modèles générés en format VHDL-AMS et en Modelica [All09].

Le G.M.E fournit l'équation d'état de la variable supposée lente VC2 (cf. figure 4.6).

```

.....
----- ARCHITECTURE DECLARATION arch_ondcc_GME -----
ARCHITECTURE arch_ondcc_GME OF ondcc_GME IS
BEGIN

VC2_constante'dot==

-(0.8e1 * R1 * w * C1 * sin(delta) * U1_constante
- 0.8e1 * R1 * pow(w, 0.3e1) * C1 * C1 * sin(delta) * U1_constante * L1
- 0.2e1 * VC2_constante * w * w * C1 * L1 * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1
+ VC2_constante * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1
+ VC2_constante * w * w * C1 * C1 * R2 * R2 * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1
+ VC2_constante * pow(w, 0.4e1) * C1 * C1 * L1 * L1 * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1
-0.8e1 * R1 * w * w * C1 * C1 * cos(delta) * R2 * U1_constante + 0.8e1 * R1 * w * w * C1 * C1 * R2 *
VC2_constante) pow(0.3141592654e1, -0.2e1) / (pow(w, 0.4e1) * C1 * C1 * L1 * L1 - 0.2e1 * w * w * C1 * L1
+ 0.1e1 + w * w * C1 * C1 * R2 * R2) / C2 / R1;
.....
END ARCHITECTURE arch_ondcc_GME ;

```

Figure 4. 6: G.M.E généré par AMG en format VHDL-AMS

Pour chaque variable alternative, le modèle moyen généralisé fournit :

- la partie réelle ;
- la partie imaginaire ;
- l'amplitude (d'après l'équation 1.27) ;
- l'équation permettant de reconstruire le signal d'origine (d'après l'équation 1.34).

```

.....
----- ARCHITECTURE DECLARATION arch_ondcc_MMG -----
ARCHITECTURE arch_ondcc_MMG OF ondcc_MMG IS
BEGIN

Re_iL1'dot==
-0.1e1 / 0.3141592654e1 * (re_VC1 * 0.3141592654e1 + R2 * re_iL1 * 0.3141592654e1
- w * L1 * im_iL1 * 0.3141592654e1 - 0.2e1 * VC2_constante * sin(delta)) / L1;

Im_iL1'dot==
-0.1e1 / 0.3141592654e1 * (im_VC1 * 0.3141592654e1 + R2 * im_iL1 * 0.3141592654e1
+ w * L1 * re_iL1 * 0.3141592654e1 - 0.2e1 * VC2_constante * cos(delta) + 0.2e1 * U1_constante) / L1;

Crete_iL1==2.0*sqrt(Re_iL1*Re_iL1+Im_iL1*Im_iL1);

iL1_reconstitue ==2.0* Re_iL1*cos(w*Now)-2.0* Im_iL1*sin(w*Now);
.....
END ARCHITECTURE arch_ondcc_MMG ;

```

Figure 4. 7: M.M.G généré par AMG pour le courant  $iL1$  en format VHDL-AMS

```

model ondcc_MMG
external connector InputReal = input Real;
parameter Real R1(fixed=false)=0.5 ;
parameter Real R2(fixed=false)=0.5 ;

.....
Real Re_VC1;
Real Im_VC1;
Real Crete_VC1;
Real VC1_reconstitue;

equation

der(Re_VC1)= w * im_VC1 + 0.1e1 / C1 * re_iL1;

der(Im_VC1)= -w * re_VC1 + 0.1e1 / C1 * im_iL1;

Crete_VC1=2.0*sqrt(Re_VC1*Re_VC1+Im_VC1*Im_VC1);

VC1_reconstitue =2.0* Re_VC1*cos(2*Pi*f*time)-2.0*Im_VC1*sin(2*Pi*f*time);
.....
end ondcc_MMG ;
    
```

Figure 4. 8: M.M.G généré par AMG pour la tension VC1 en format Modelica

### II.3 Projection des modèles

A partir du modèle exact, nous récupérons les équations d'état des variables d'état VC1, VC2 et iL1. Afin de valider les modèles générés automatiquement, le résultat de simulation du modèle exact en VHDL-AMS a été comparé avec le modèle obtenu avec une simulation classique de type circuit dans Portunus (cf. figure 4.9).

The figure illustrates the comparison between a classical circuit simulation and a VHDL-AMS model simulation. On the left, a circuit diagram shows a resonant converter with an AC source, two thyristors (T1, T2), two diodes (D1, D2), and an LC resonant network. Below it, a 'Simulation classique de type circuit' window shows the same circuit. To the right, a 'Boite codée en VHDL AMS' window shows a VHDL-AMS model of the converter. Below that, a 'VHDLIMPORT - VHDL-AMS' window displays the generated VHDL code for the model, including entity and architecture declarations and equations for the state variables VC1, VC2, and iL1. A message at the bottom of the VHDLIMPORT window states 'Modèle exact généré par AMG'.

Figure 4. 9: comparaison dans Portunus entre une simulation classique de type circuit et une simulation du modèle exact (en VHDL-AMS) du convertisseur à résonance

Dans Portunus, nous obtenons les courbes suivantes :

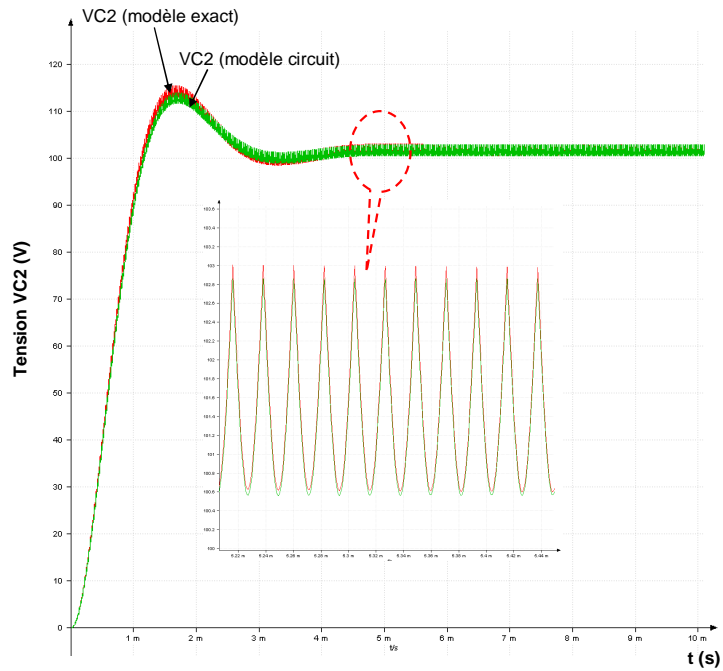


Figure 4. 10: résultat de simulation de la tension VC2 issue du modèle exact (généré par AMG) et celle issue du modèle circuit (simulation classique Portunus) pour un angle de déphasage ( $\delta=\pi/4$ )

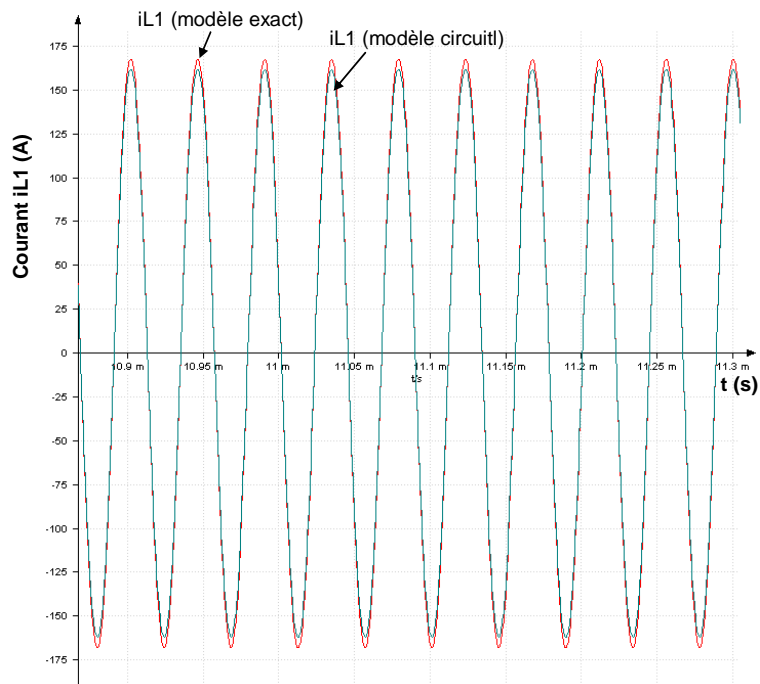


Figure 4. 11: résultat de simulation du courant  $iL1$  issu du modèle exact (généré par AMG) et celui issu du modèle circuit (simulation classique dans Portunus) pour un angle de déphasage ( $\delta=\pi/4$ )

D'après les figures 4.10 et 4.11, nous remarquons que les résultats issus du générateur AMG sont identiques à ceux obtenus par une simulation classique de type circuit.

Néanmoins, nous observons une petite différence au niveau de l'amplitude. Elle est due à la représentation dans Portunus des semi conducteurs. En effet, ils sont représentés dans ce logiciel par une faible résistance et une chute de tension à l'état passant et avec une résistance élevée à l'état bloqué. Or, dans notre modélisation exacte et moyenne, ils sont décrits par une résistance infinie à l'état bloqué et nulle à l'état passant.

Nous créons dans Matlab une S-Function contenant le modèle généré de notre convertisseur statique. Pour ceci, nous récupérons les équations écrites en C obtenues automatiquement par AMG et nous ajoutons ces équations dans la S-Function.

Enfin, nous simulons le modèle dans Matlab/Simulink (cf. figure 4.12).

*Notons que :*

*La création des S-function est en cours d'automatisation.*

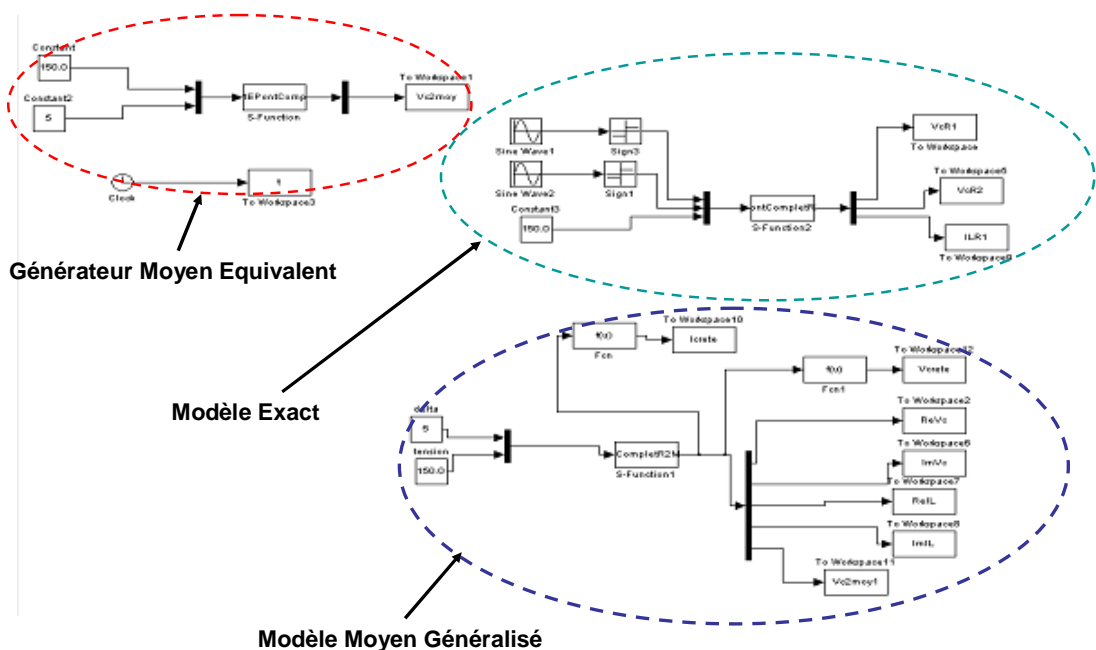


Figure 4. 12: simulation des modèles générés par AMG du convertisseur à résonance dans Matlab/Simulink

Dans Matlab, nous obtenons les courbes suivantes :

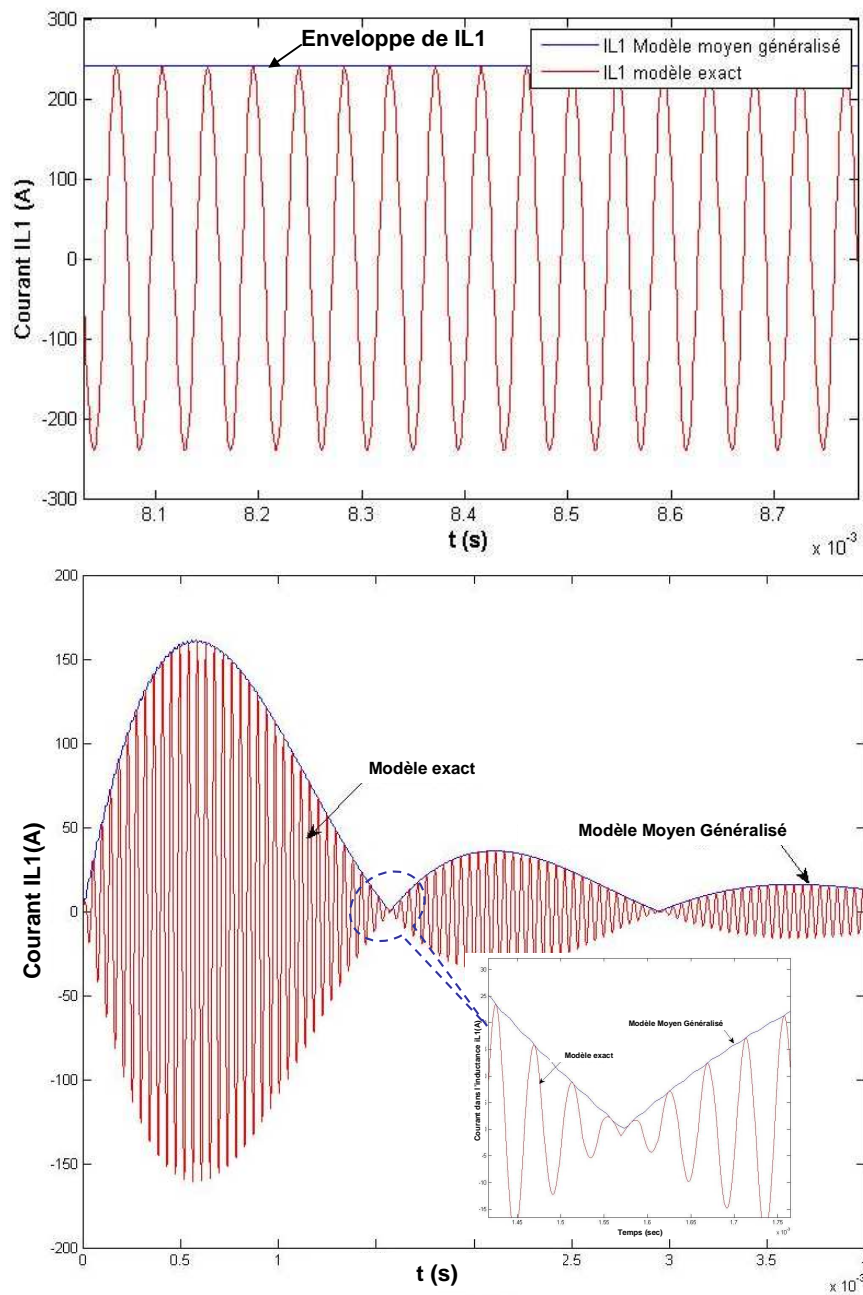


Figure 4. 13: extraction de l'amplitude du courant IL1 à partir du M.M.G pour deux différents angles de déphasage en delta

D'après la figure 4.13, nous remarquons que l'enveloppe du courant résonant IL1 met en évidence la bonne concordance entre notre modèle généré automatiquement et le modèle réel.

Une fois le signal du courant IL1 reconstruit, il est comparé au modèle exact d'origine (cf. figure 4.14).



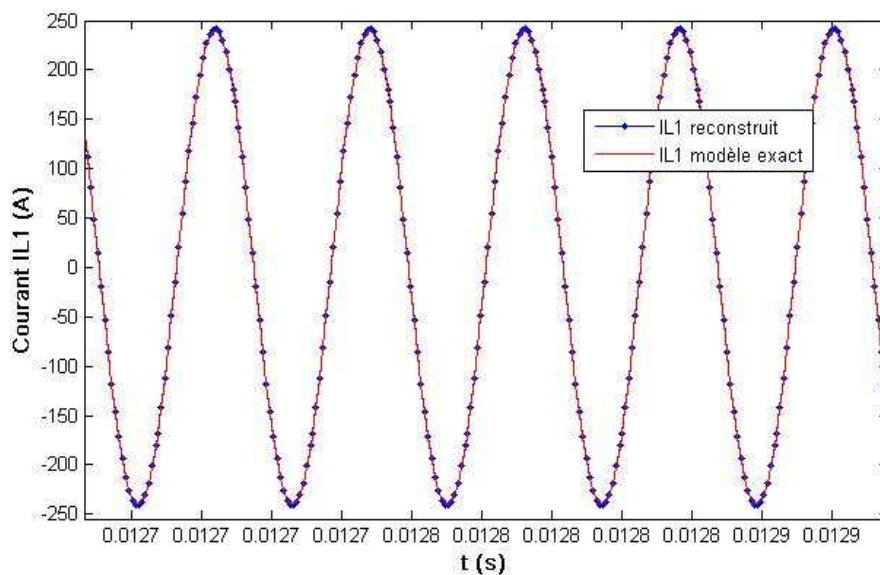


Figure 4. 14: comparaison entre le courant IL1 reconstruit à partir de M.M.G et le modèle exact du courant IL1

D'après la figure 4.14, le modèle du courant IL1 reconstruit colle parfaitement au modèle exact.

Pour les variables continues, nous appliquons le modèle moyen classique grands signaux.

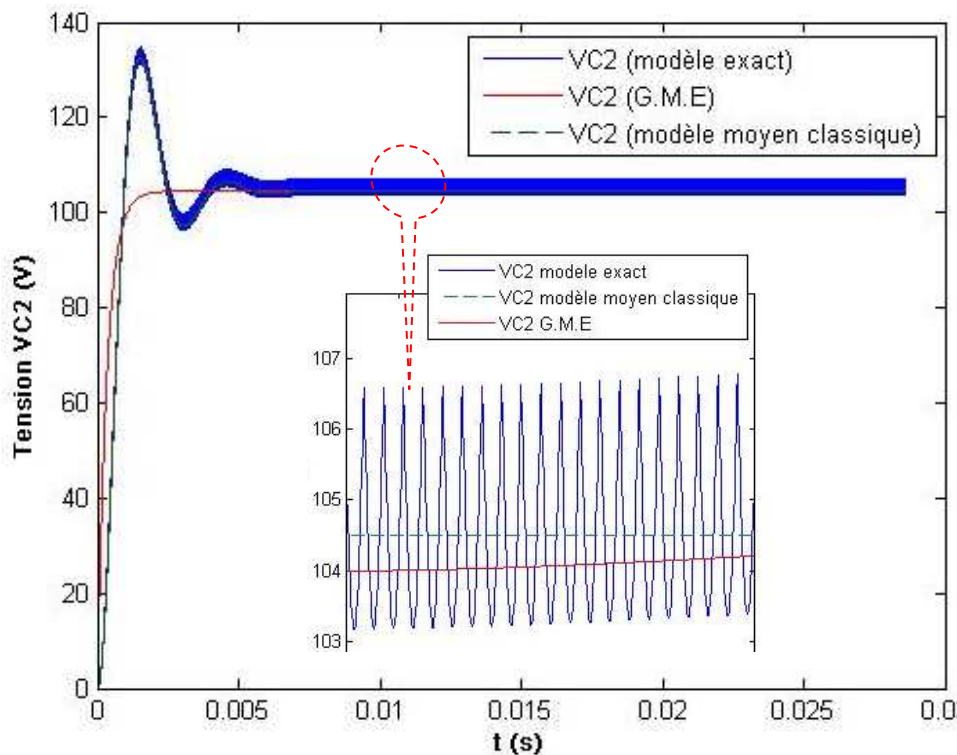


Figure 4. 15: modèle exact, G.M.E et modèle moyen classique de la tension VC2 pour un angle de déphasage delta ( $\delta=\pi/4$ )

D'après la figure 4.15, nous remarquons que le générateur moyen équivalent manque de précision. Ceci est prévisible, étant donné le fait que ce n'est pas le modèle le plus adapté vu qu'il supprime certaines dynamiques du système.

Par contre, nous observons que le modèle moyen classique grands signaux moyenne bien le modèle exact.

### III. Etude de l'onduleur triphasé : application en conduction continue

Dans cette partie, nous allons illustrer les différents résultats de simulation obtenus pour un onduleur triphasé. Notre objectif est d'illustrer l'utilisation du générateur AMG pour l'étude d'une structure d'électronique de puissance DC/AC en couplant par la suite à une charge ou une machine.

#### III.1 Schéma du convertisseur et de la commande

Sur la figure 2.16, nous présentons la structure de l'onduleur triphasé.

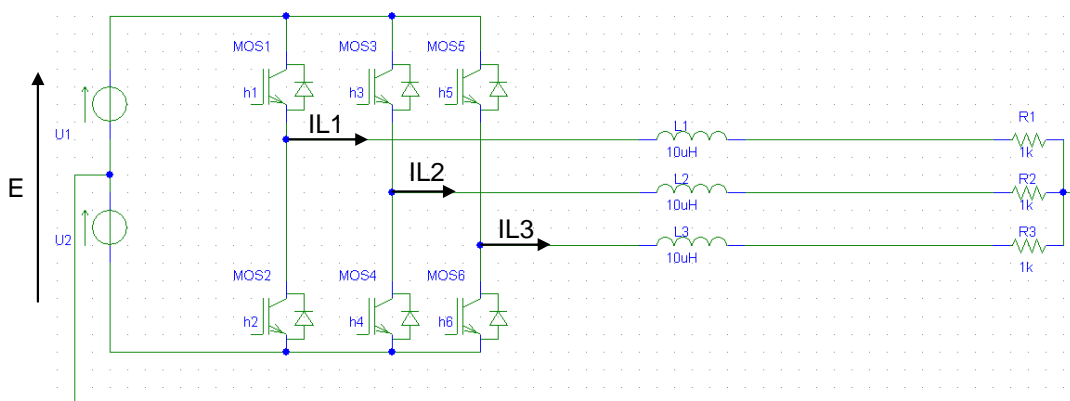


Figure 4. 16 : schéma de circuit de l'onduleur triphasé

Sur la figure 4.17, nous représentons les commandes associées au convertisseur.

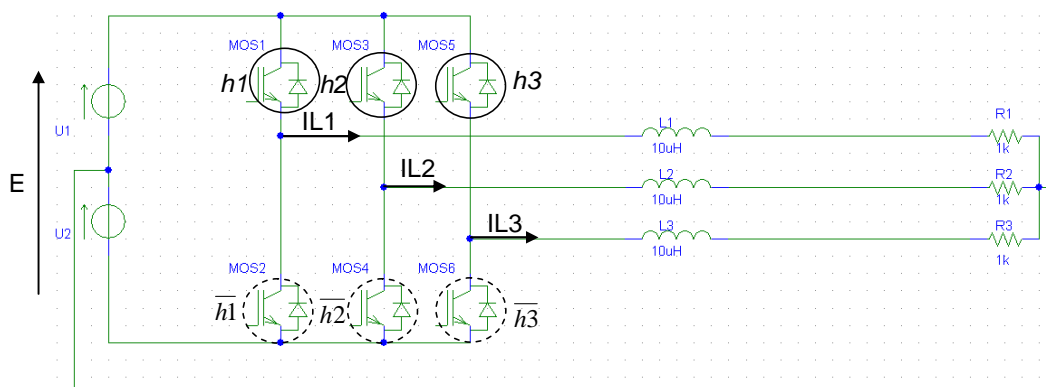


Figure 4. 17: commande associée à l'onduleur triphasé

Pour cette structure, nous avons appliqué la commande en pleine onde ainsi que la MLI intersective.

Pour la commande en pleine onde, les signaux sont périodiques et caractérisés par un rapport cyclique égal à 0.5 et un angle de déphasage  $\delta$  entre  $h1$ ,  $h2$  et  $h3$  égal à  $\frac{2\pi}{3}$ .

Pour la commande MLI intersective, elle est caractérisée par une porteuse triangulaire à haute fréquence et trois modulantes déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$ .

### III.2 Résultats obtenus dans AMG

AMG génère deux modèles: le modèle exact valide pour les deux types de commandes (MLI et commande en pleine onde) et le modèle moyen généralisé valide uniquement pour la commande en pleine onde. Nous présentons, ici, une partie du code des modèles générés en format C.

```

amg_dReiL1= -pow(0.3141592654e1, -0.3e1) * (-0.4e1 * R1 * im_iL1 * sin(delta) *
0.3141592654e1 - 0.4e1 * R1 * im_iL1 * sin(delta2) * 0.3141592654e1 - 0.4e1 * w * L1 *
im_iL1 * pow(0.3141592654e1, 0.3e1) - U1_constante * sin(delta) * 0.3141592654e1 *
0.3141592654e1 - 0.12e2 * R1 * re_iL1 * sin(delta) * sin(delta2) * 0.3141592654e1 - 0.4e1 *
R1 * re_iL1 * cos(delta) * 0.3141592654e1 - 0.4e1 * R1 * im_iL1 * cos(delta) * sin(delta2) *
0.3141592654e1 - 0.4e1 * R1 * re_iL1 * cos(delta2) * 0.3141592654e1 - 0.4e1 * R1 * re_iL1
* cos(delta) * cos(delta2) * 0.3141592654e1 + 0.3e1 * R1 * re_iL1 * pow(0.3141592654e1,
0.3e1) - 0.4e1 * R1 * im_iL1 * sin(delta) * cos(delta2) * 0.3141592654e1 - 0.4e1 *
U1_constante * cos(delta) * sin(delta2) - 0.4e1 * U1_constante * sin(delta) * cos(delta2) +
0.3e1 * U2_constante * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1 * sin(delta2) - 0.4e1 *
U2_constante * sin(delta) * cos(delta2) - 0.4e1 * U2_constante * cos(delta) * sin(delta2) +
0.3e1 * U1_constante * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1 * sin(delta2) - U2_constante *
sin(delta) * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1) / L1 / 0.4e1;

amg_dImiL1= -pow(0.3141592654e1, -0.3e1) * (-0.4e1 * R2 * im_iL2 * sin(delta) *
cos(delta2) * 0.3141592654e1 + 0.3e1 * U2_constante * sin(delta) * 0.3141592654e1 *
0.3141592654e1 - 0.4e1 * U1_constante * cos(delta) * sin(delta2) - 0.4e1 * R2 * im_iL2 *
cos(delta) * sin(delta2) * 0.3141592654e1 - 0.4e1 * R2 * re_iL2 * cos(delta) *
0.3141592654e1 - U1_constante * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1 * sin(delta2) + 0.3e1
* R2 * re_iL2 * pow(0.3141592654e1, 0.3e1) - 0.4e1 * w * L2 * im_iL2 *
pow(0.3141592654e1, 0.3e1) - 0.4e1 * U2_constante * cos(delta) * sin(delta2) - 0.4e1 *
U1_constante * sin(delta) * cos(delta2) - 0.4e1 * R2 * re_iL2 * cos(delta2) *
0.3141592654e1 - 0.4e1 * U2_constante * sin(delta) * cos(delta2) - 0.4e1 * R2 * re_iL2 *
cos(delta) * cos(delta2) * 0.3141592654e1 - 0.4e1 * R2 * im_iL2 * sin(delta2) *
0.3141592654e1 - 0.12e2 * R2 * re_iL2 * sin(delta) * sin(delta2) * 0.3141592654e1 + 0.3e1
* U1_constante * sin(delta) * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1 - 0.4e1 * R2 * im_iL2 *
sin(delta) * 0.3141592654e1 - U2_constante * 0.3141592654e1 * 0.3141592654e1 *
sin(delta2)) / L2 / 0.4e1;

```

Figure 4. 18: le modèle moyen généralisé de IL1 généré par AMG en C

```

amg_dil1= -(double) ((-2 * R1 * iL1 * h1 * h3 + 6 * R1 * iL1 - 2 * R1 * iL1 * h2 * h3 - 2
* R1 * iL1 * h1 * h2 - 3 * U1 * h3 + U1 * h2 * h3 + U1 * h1 * h2 * h3 + U1 * h1 * h3 - 3
* U1 + U1 * h2 + U1 * h1 * h2 + U1 * h1 + U2 * h1 + 3 * U2 + U2 * h2 - U2 * h1 * h2 -
U2 * h1 * h3 - 3 * U2 * h3 - U2 * h2 * h3 + U2 * h1 * h2 * h3) / L1) / 0.8e1;

amg_dil2= -(double) ((-2 * R2 * iL2 * h1 * h3 + 6 * R2 * iL2 - 2 * R2 * iL2 * h2 * h3 - 2
* R2 * iL2 * h1 * h2 + U1 * h1 * h2 * h3 - 3 * U1 * h2 + U1 * h2 * h3 + U1 * h1 * h2 +
U1 * h1 * h3 - 3 * U1 + U1 * h3 + U1 * h1 + U2 * h1 + 3 * U2 + U2 * h3 - U2 * h1 * h3
- U2 * h1 * h2 - 3 * U2 * h2 - U2 * h2 * h3 + U2 * h1 * h2 * h3) / L2) / 0.8e1;

amg_dil3= -(double) ((-2 * R3 * iL3 * h1 * h3 + 6 * R3 * iL3 - 2 * R3 * iL3 * h2 * h3 - 2
* R3 * iL3 * h1 * h2 - 3 * U1 * h1 + U1 * h1 * h3 + U1 * h1 * h2 * h3 + U1 * h1 * h2 - 3
* U1 + U1 * h3 + U1 * h2 * h3 + U1 * h2 + U2 * h3 + 3 * U2 + U2 * h2 - U2 * h2 * h3 -
U2 * h1 * h3 - 3 * U2 * h1 - U2 * h1 * h2 + U2 * h1 * h2 * h3) / L3) / 0.8e1;
    
```

Figure 4. 19: le modèle exact des variables d'état (IL1, IL2 et IL3) généré par AMG en C

### III.3 Résultats de simulation

Nous présentons les différents résultats simulation obtenus sous Portunus (pour les modèles codés en VHDL-AMS) et dans Matlab/Simulink (pour les modèles codés dans C S-Functions).

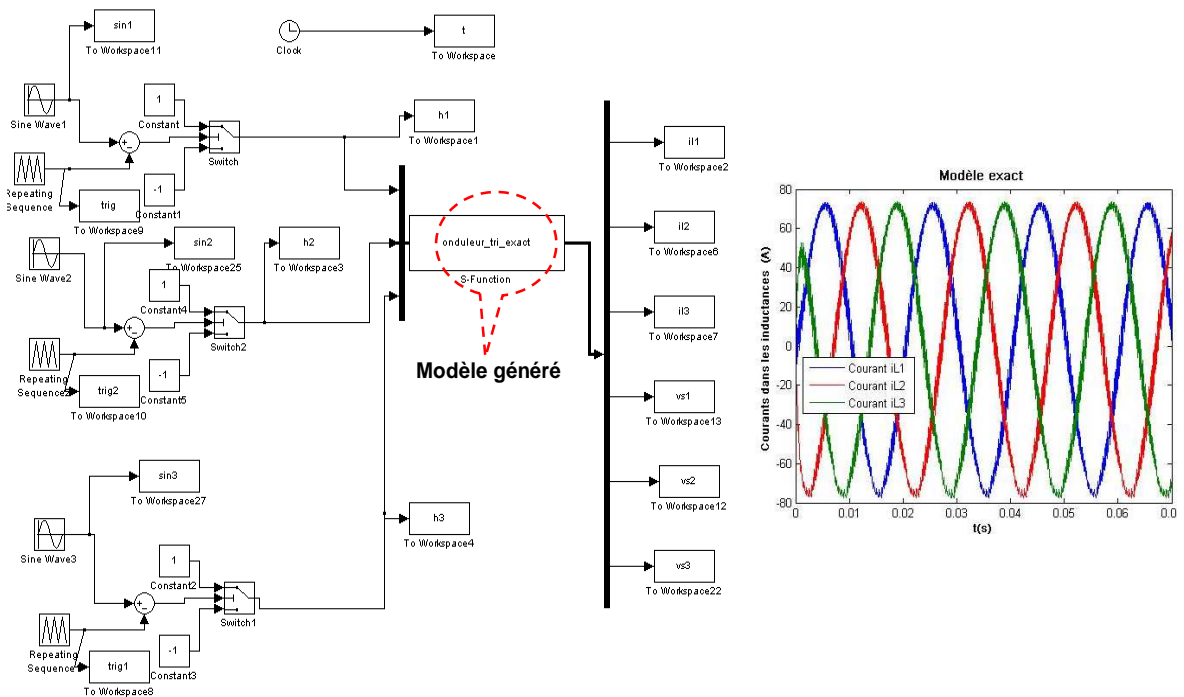


Figure 4. 20: modèle exact généré sous Matlab/Simulink pour une commande MLI intersective

Nous procédons maintenant à la simulation du modèle moyen généralisé du courant IL1 (cf. figure 4.21).

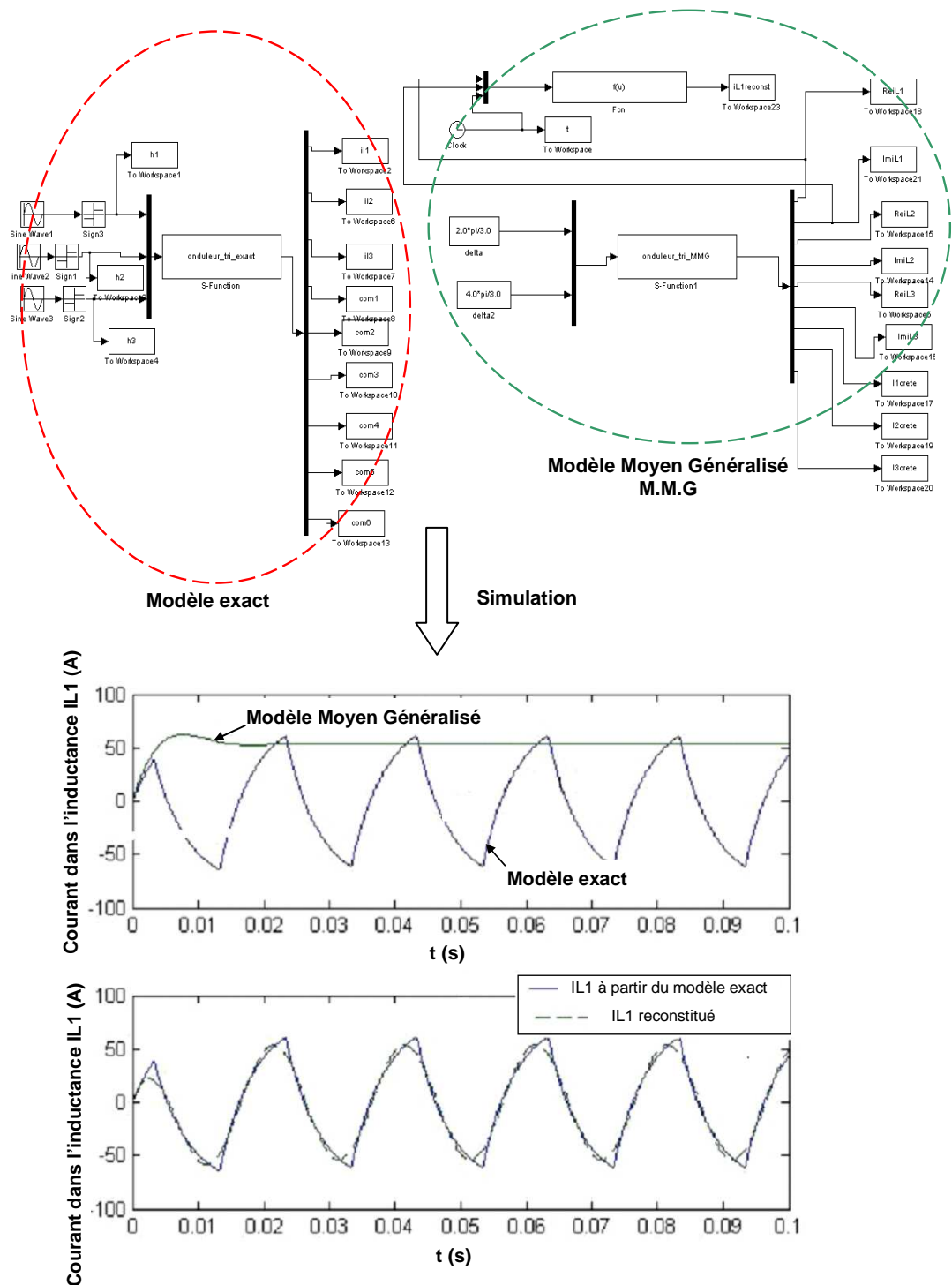


Figure 4. 21: simulation du modèle exact, du M.M.G et du modèle reconstruit à partir du M.M.G dans Matlab/Simulink (pour le cas de la commande en pleine onde)

En utilisant AMG, les différents modèles obtenus que ce soit dans Portunus ou dans Matlab/Simulink sont identiques.

### III.4 Couplage de modèle

Dans cette partie nous allons présenter un exemple d'application qui illustre la description séparée de modèles dans AMG en vue de les coupler par la suite (cf. chapitre 2 § IV). Nous allons reprendre l'exemple de l'onduleur triphasé et nous allons le modéliser dans AMG indépendamment des équations de ses sources ou ses charges et par la suite nous allons combiner les modèles obtenus automatiquement avec des modèles de charges RL ou de machine synchrone. Ces dernières sont formulées sous forme d'équations que nous ajoutons à notre modèle initial [Mer09].

#### III.4.1 Schéma du convertisseur et commande

Nous avons repris l'exemple de l'onduleur triphasé en remplaçant la charge RL par trois sources de courant en étoile.

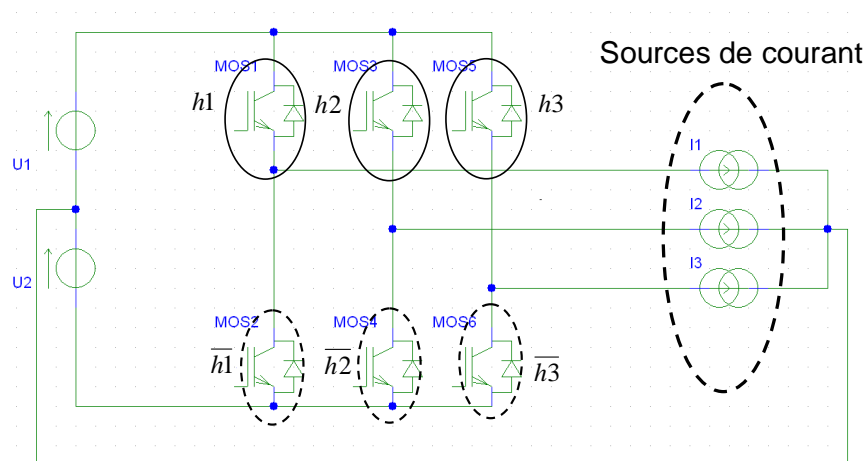


Figure 4. 22: structure de l'onduleur triphasé

#### III.4.2 Projection de modèles couplés à une charge et simulation

Le convertisseur statique est décrit d'abord sans son environnement et par la suite nous ajoutons les équations (de la charge ou de la machine) à la main. Dans AMG, nous générons le modèle exact de l'onduleur. Ce modèle est mixé avec les équations d'une charge RL triphasée (cf. figure 4.23 et 4.24) et une machine électrique triphasée (machine synchrone) décrite dans le modèle de Park (cf. figure 4.25).

Les trois courants des sources de courants utilisés pour modéliser le convertisseur statique sont associés aux trois courants dans les inductances de la charge triphasée ou les courants de la machine triphasée.

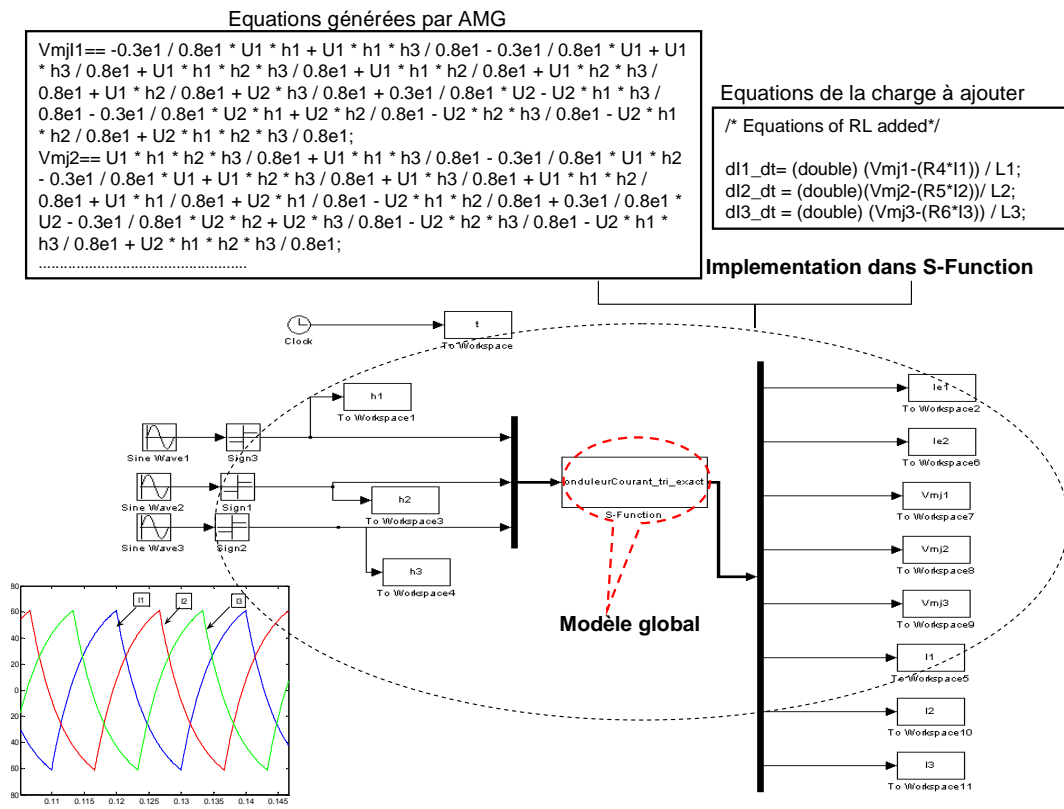


Figure 4. 23: implémentation dans Matlab/Simulink de l'onduleur couplé à une charge RL

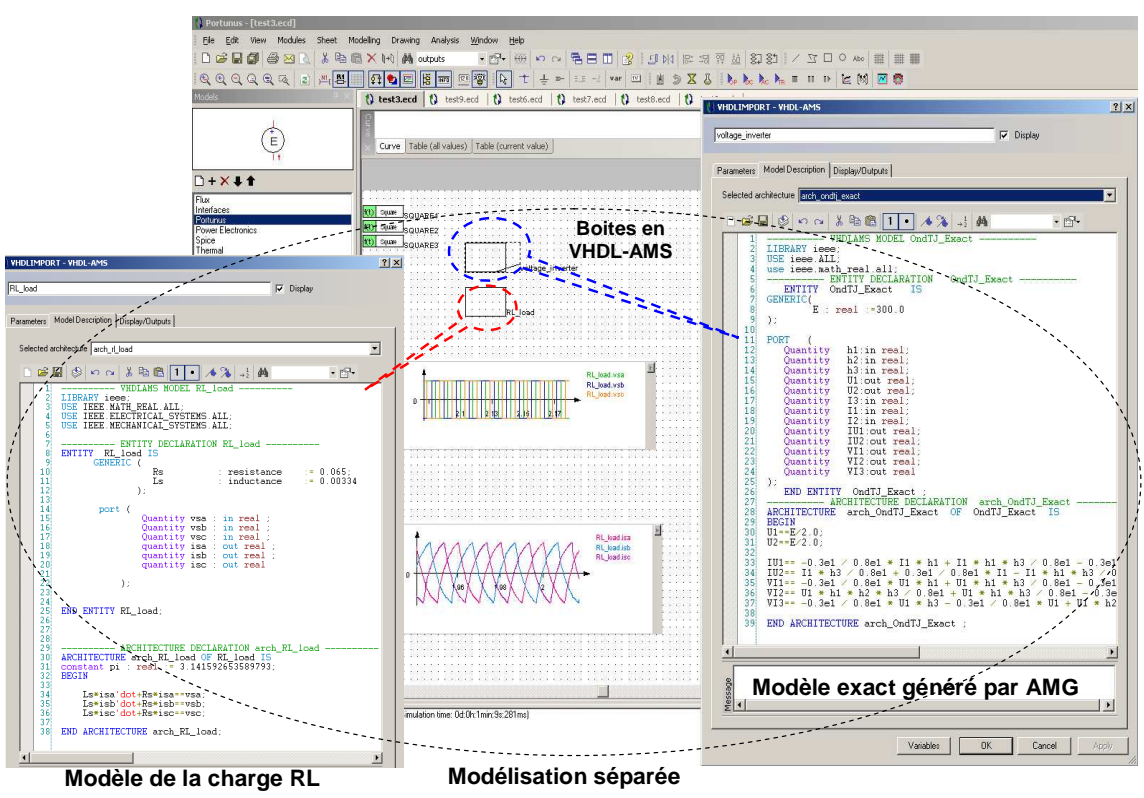


Figure 4. 24: implémentation dans Portunus de l'onduleur couplé à une charge RL

Les résultats obtenus sur les figures 4.23 et 4.24 sont identiques. Ainsi, il est possible dans AMG de faire une description séparée des modèles en vue de les coupler par la suite.

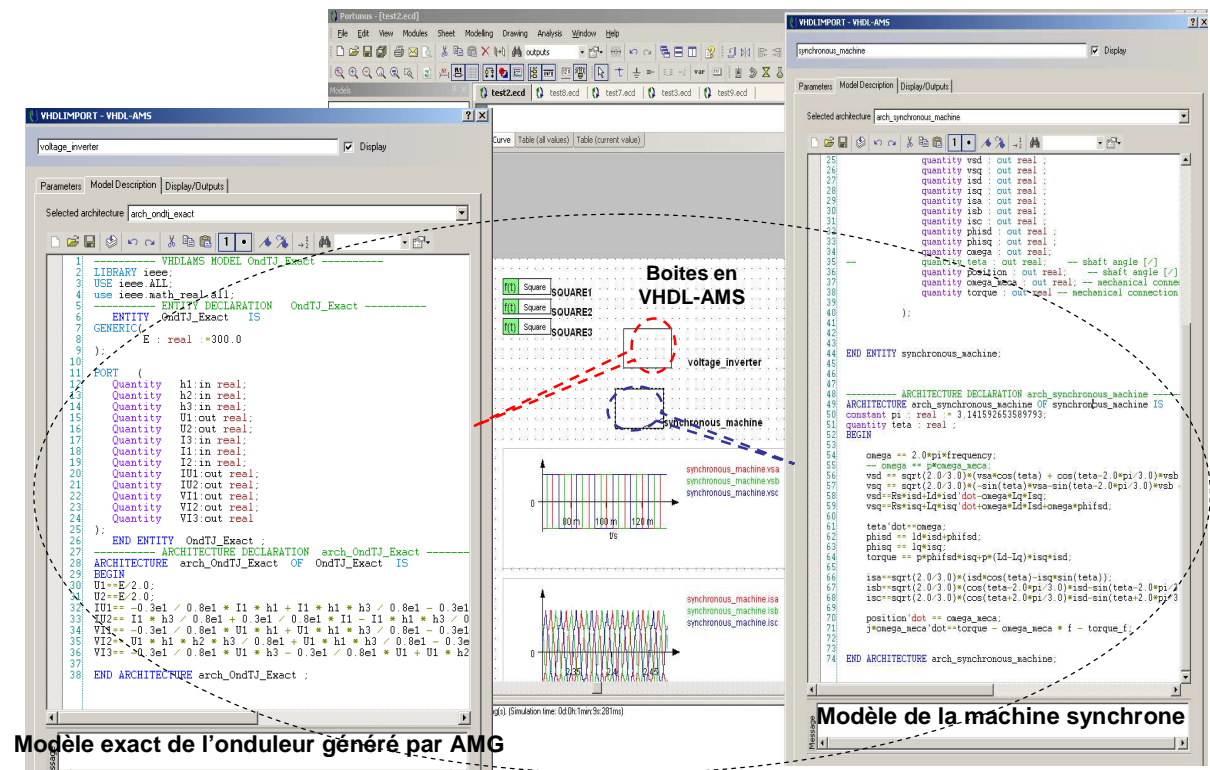


Figure 4. 25: implémentation dans Portunus de l'onduleur couplé à une machine synchrone

#### IV. Hacheur parallèle : application dans le cas de la conduction discontinue

Nous allons illustrer par l'exemple du hacheur parallèle, le traitement de la conduction discontinue.

Nous avons simulé la structure dans AMG et nous avons obtenu les modèles suivants :

- le modèle corrigé d'ordre complet ;
- le modèle d'ordre réduit.

Les résultats obtenus sont en format VHDL-AMS et en Modelica. Sur les figures 4.26 et 4.27 nous présentons les résultats en VHDL-AMS. Les autres résultats sont présentés en annexe E.



```

----- VHDLAMS MODEL hacpar_completcorrige -----
LIBRARY ieee;
USE      ieee.ALL;
use ieee.math_real.all;
----- ENTITY DECLARATION hacpar_completcorrige -----
  ENTITY hacpar_completcorrige IS
    GENERIC(
      Ts :real
      R1:real;
      L1:real;
      C1:real
    );
    PORT (
      Quantity h1:in real;
      Quantity h2:in real;
      Quantity U1:in real;
      Quantity VC1:out real;
      Quantity iL1:out real
    );
  END ENTITY hacpar_completcorrige ;
----- ARCHITECTURE DECLARATION arch_hacpar_completcorrige -----
ARCHITECTURE arch_hacpar_completcorrige OF hacpar_completcorrige IS
BEGIN
VC1'dot== -(0.2e1 * VC1 * L1 - 0.2e1 * R1 * iL1 * L1 + R1 * U1 * h1 * h1 * Ts) / L1 /
C1 / R1 / 0.2e1;
iL1'dot== (-0.2e1 * VC1 * iL1 * L1 + VC1 * U1 * h1 * h1 * Ts + 0.2e1 * U1 * iL1 * L1) /
U1 / h1 / Ts / L1;
END ARCHITECTURE arch_hacpar_completcorrige ;

```

Figure 4. 26: modèle complet d'ordre corrigé en VHDL AMS

```

----- VHDLAMS MODEL hacpar_reduit -----
LIBRARY ieee;
USE      ieee.ALL;
use ieee.math_real.all;
----- ENTITY DECLARATION hacpar_reduit -----
  ENTITY hacpar_reduit IS
    GENERIC(
      Ts :real
      R1:real;
      L1:real;
      C1:real
    );
    PORT (
      Quantity h1:in real;
      Quantity h2:in real;
      Quantity U1:in real;
      Quantity VC1:out real
    );
  END ENTITY hacpar_reduit ;
----- ARCHITECTURE DECLARATION arch_hacpar_reduit -----
ARCHITECTURE arch_hacpar_reduit OF hacpar_reduit IS
BEGIN
VC1'dot== (-VC1 + h2 / L1 * U1 * h1 * Ts * R1 / 0.2e1) / C1 / R1;
h2==h1*U1/(VC1-U1);
END ARCHITECTURE arch_hacpar_reduit ;

```

Figure 4. 27: modèle d'ordre réduit en VHDL AMS

Les résultats des modèles (cf. figure 4.26 et figure 4.27) générés automatiquement par AMG sont identiques aux résultats présentés dans l'état de l'art sur le traitement de la conduction discontinue (cf. chapitre 1 § IV.1).

Dans Portunus, nous avons comparé le résultat obtenu par une simulation classique de type circuit avec le modèle d'ordre complet corrigé généré automatiquement par AMG.

### IV.1 Résultats de simulation classique de type circuit dans Portunus

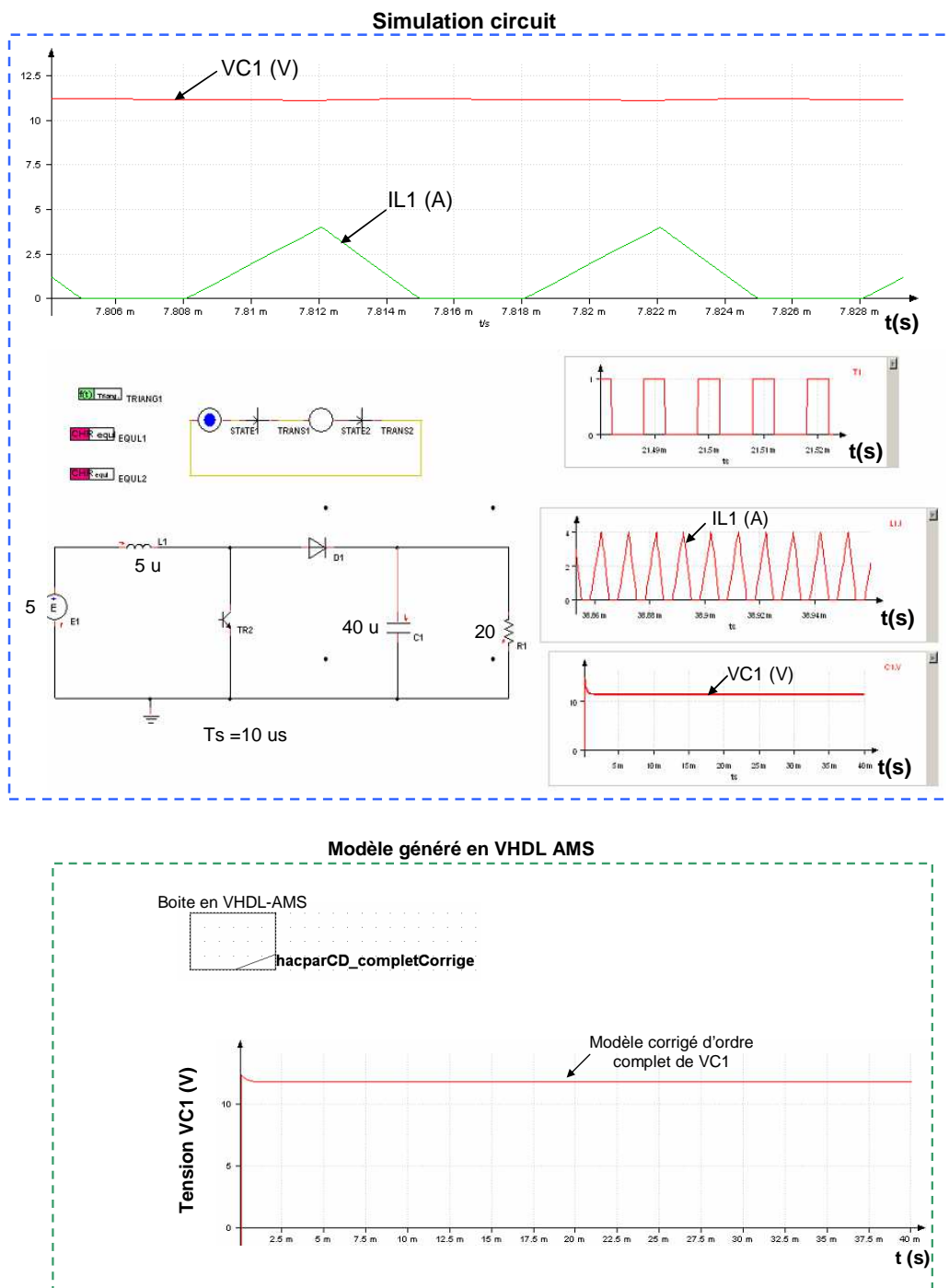


Figure 4. 28: comparaison entre une simulation classique de type circuit du hacheur parallèle et le modèle d'ordre complet corrigé de la tension  $VC1$  en VHDL-AMS généré par AMG pendant la conduction discontinue

Pour cette simulation, nous avons pris les valeurs numériques que J. Sun [Sun01] avait utilisé afin de valider le modèle corrigé d'ordre complet.

La figure 4.28 montre que le modèle généré automatiquement par AMG (le modèle corrigé d'ordre complet) est identique au modèle issu de la simulation circuit (Portunus).

## V. Etude de structure de convertisseur plus complexe

Nous nous sommes intéressés à étudier des structures plus complexes comme un convertisseur multi-cellulaire [Bau98, Deg00]. L'intérêt de cet exemple est de montrer qu'à partir d'une structure complexe nous pouvons obtenir dans AMG des modèles simples à modéliser et facilement exploitables.

### V.1 Etude du convertisseur multi-cellulaire monophasé (quatre cellules imbriquées)

Nous prenons comme un exemple un convertisseur multi-cellulaire triphasé, en supposant que les bras sont parfaitement équilibrés. Nous avons considéré dans un premier temps un seul bras (cf. figure 4.29).

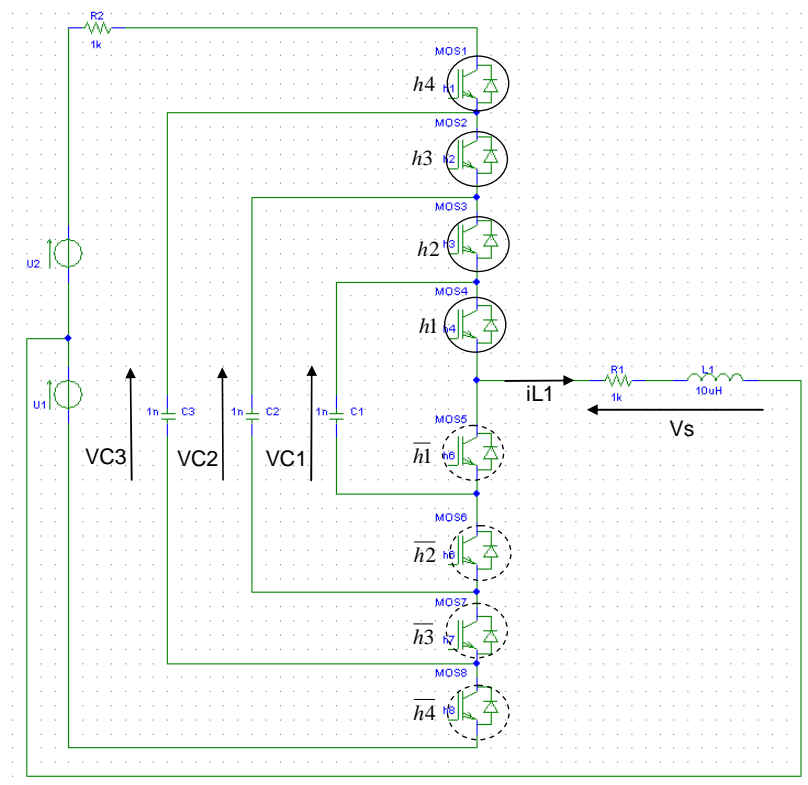
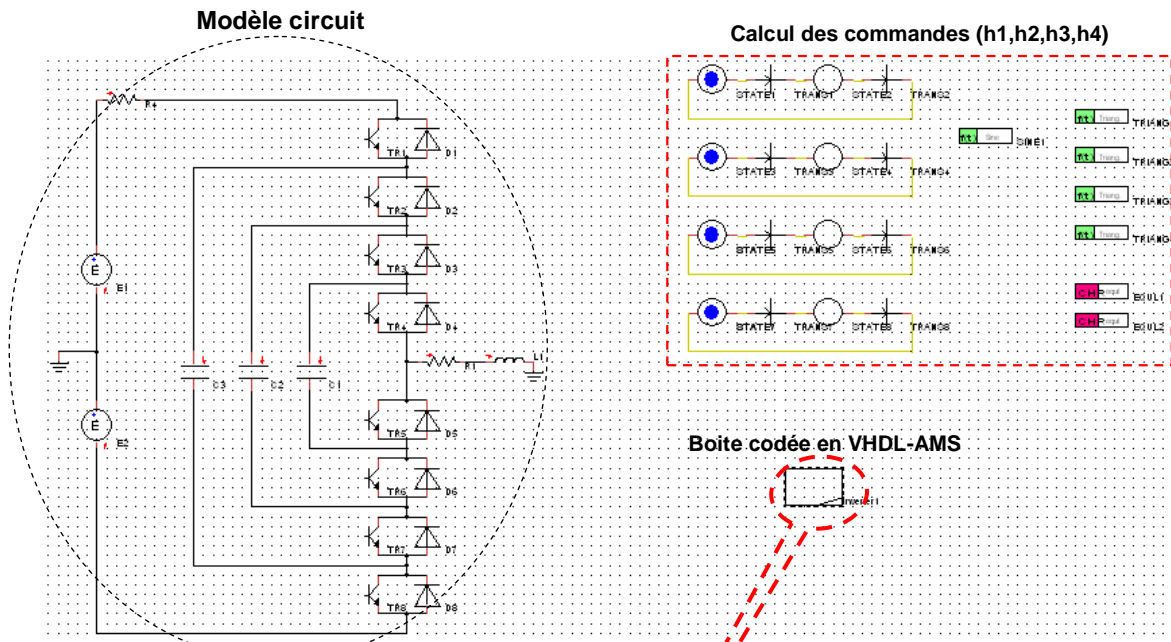


Figure 4. 29: schéma du circuit d'un bras du multi-cellulaire

Nous avons modélisé cette structure dans Portunus et dans AMG. Nous avons ensuite comparé les résultats, notamment le modèle exact généré en VHDL-AMS.



The screenshot shows the 'VHDLIMPORT - VHDL-AMS' window with the following content:

```

inverter1
Display
Parameters Model Description Display/Outputs
Selected architecture arch_multin_exact
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
C1:real := 1.0e-3;
C3:real := 1.0e-3;
C2:real := 1.0e-3
);
PORT (
Quantity h1:in real;
Quantity h2:in real;
Quantity h3:in real;
Quantity h4:in real;
Quantity VC1:out real;
Quantity VC3:out real;
Quantity VC2:out real;
Quantity Vs:out real;
Quantity iL1:out real
);
END ENTITY multin_Exact ;
----- ARCHITECTURE DECLARATION arch_multin_Exact -----
ARCHITECTURE arch_multin_Exact OF multin_Exact IS
BEGIN
break
VC1=>100.0;
VC2=>200.0;
VC3=>300.0;
--equations--
VC1'.dot== -(h1 - h2) / C1 * iL1 / 0.2e1;
VC2'.dot== -(h3 + h2) / C2 * iL1 / 0.2e1;
VC3'.dot== -(h4 + h3) / C3 * iL1 / 0.2e1;
iL1'.dot== (VC1 * h1 - VC1 * h2 - VC2 * h3 + VC2 * h2 - VC3 * h4
+ VC3 * h3 - 0.2e1 * iL1 * R1 - iL1 * R2 - iL1 * h4 * R2 + U2 + U2 * h4
- U1 + U1 * h4) / L1 / 0.2e1;
Vs==R1*iL1+L1*iL1'.dot;
END ARCHITECTURE arch_multin_Exact ;

```

Message: **Modèle exact du convertisseur multi-cellulaire (pour un bras) généré par AMG**

Buttons: Variables, OK, Cancel, Apply

Figure 4. 30: comparaison entre le modèle réel issu de la simulation classique du type circuit avec le modèle exact codé en VHDL-AMS issu de AMG

Les lois de commande ( $h_1, h_2, h_3, h_4$ ) sont celles d'une MLI intersective. Chaque cellule de commutation est commandée à partir de la même modulante sinusoïdale, mais leur porteuse triangulaire est déphasée de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à la porteuse utilisée pour la cellule dans laquelle elle est directement imbriquée.

### V.1.1 Résultats de simulation dans Portunus

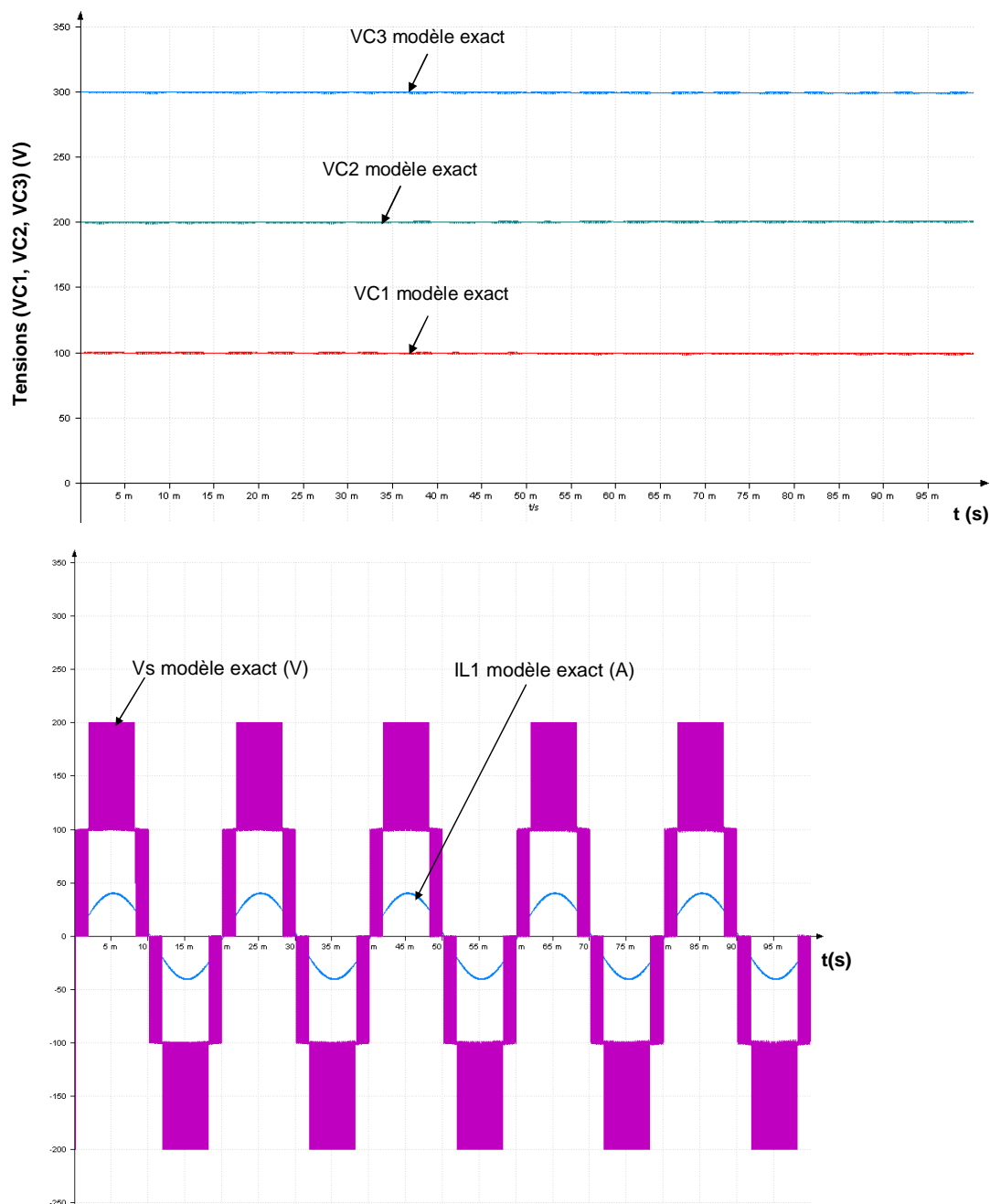


Figure 4. 31: résultats de simulation du modèle exact issu de AMG pour le convertisseur multi-cellulaire monophasé

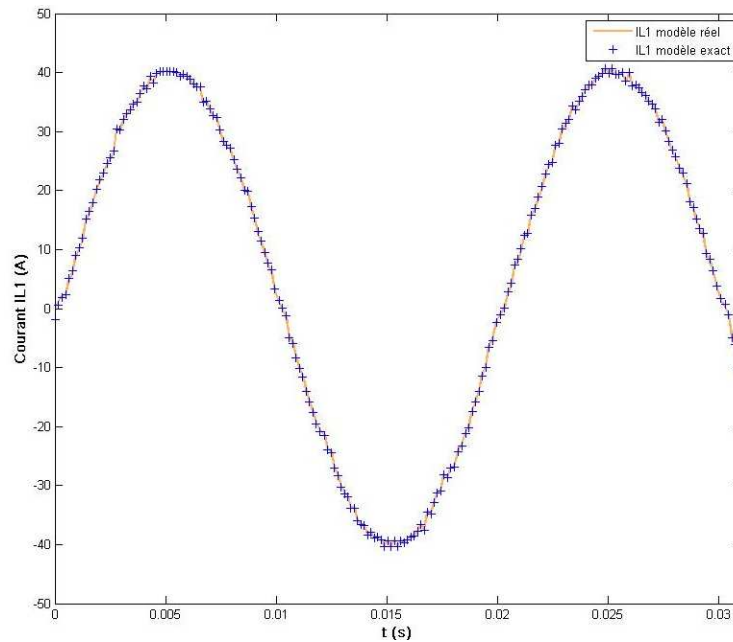


Figure 4. 32: comparaison entre le courant  $IL1$  issu du modèle exact par AMG et le modèle réel issu de Portunus

Les courbes de la figure 4.31 représentent le bon fonctionnement du convertisseur multi-cellulaire et cela en utilisant le modèle exact généré automatiquement par AMG.

Nous avons comparé le courant  $IL1$  obtenu grâce au modèle exact (généré par AMG) à celui issu d'une simulation classique (dans Portunus) et nous remarquons que les deux modèles sont identiques (cf. figure 4.32), cela valide notre approche sur un exemple de structure compliquée.

## V.2 Étude du convertisseur mutli-cellulaire triphasé

Nous considérons maintenant toute la structure du convertisseur multi-cellulaire et nous la modélisons dans AMG, en faisant l'hypothèse de symétrie parfaite et donc d'indépendance des trois bras. Sans cette hypothèse, on aurait  $16 \cdot 16 \cdot 16 = 4096$  configurations à définir dans le mode de fonctionnement.

En terme de commande, chaque bras est commandé par une modulante déphasée de  $\frac{2\pi}{3}$ .

Pour chaque bras, nous retrouvons les quatre porteuses triangulaires (une par cellule de commutation), déphasées de  $\frac{\pi}{2}$  (cf. figure 4.33).

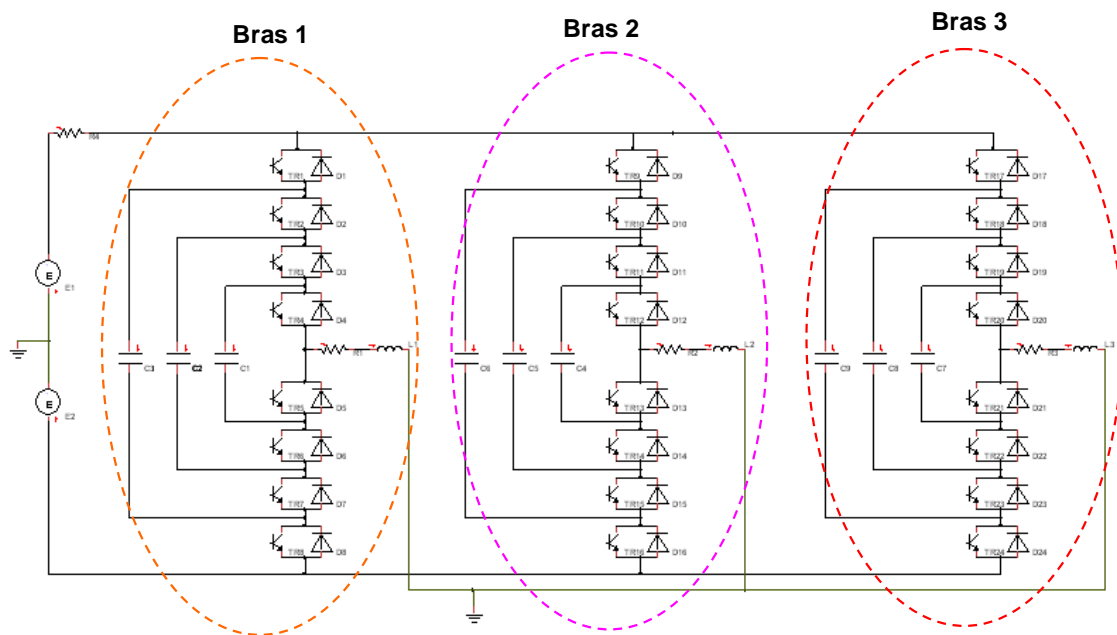


Figure 4. 33: structure du convertisseur multi-cellulaire triphasé

Le modèle exact obtenu en VHDL-AMS est ensuite simulé dans Portunus.

### V.2.1 Résultats de simulation dans Portunus

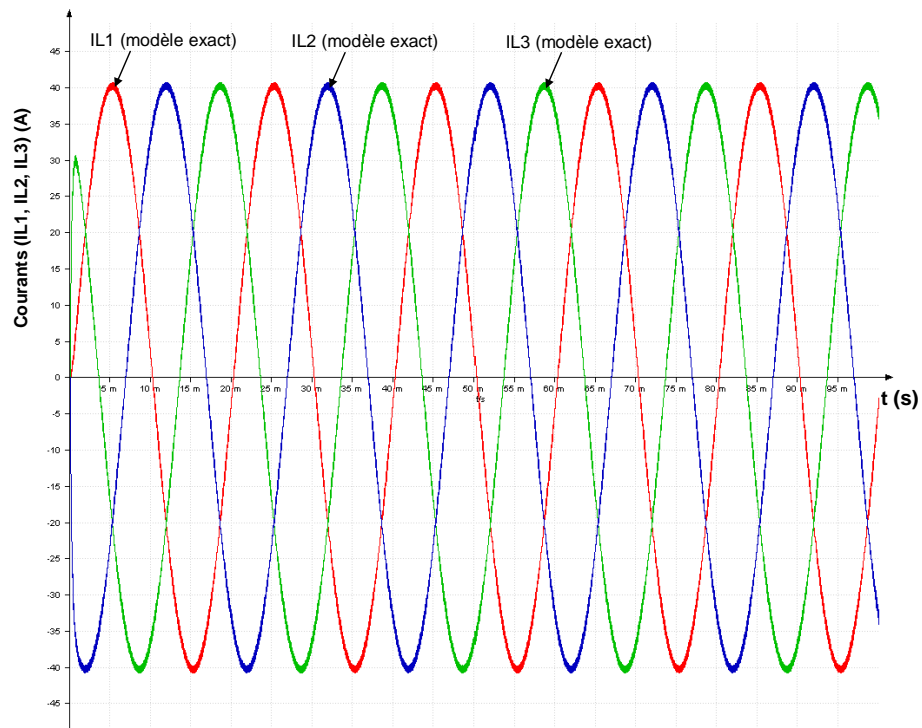


Figure 4. 34: modèle exact généré par AMG pour les courants  $IL1$ ,  $IL2$  et  $IL3$

Ainsi, nous pouvons dire que la génération automatique de modèles dans AMG offre plusieurs avantages. En effet, AMG permet la diminution du risque d'erreurs lors de la construction des modèles surtout pour des structures complexes où nous nous retrouvons avec des équations simplifiées (cas du convertisseur multi-cellulaire). Il offre également la possibilité d'une réutilisation facile des modèles obtenus, notamment grâce aux langages Modelica et VHDL-AMS. Nous avons donc une génération automatique sous plusieurs formats standards d'où la possibilité de les simuler dans plusieurs logiciels (annexe E : pour les résultats en format Modelica).

Enfin, nous avons pu également traiter certains cas d'applications à la fois en conduction discontinue et en conduction continue.

## **VI. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons, dans un premier temps, illustré par l'exemple du convertisseur à résonance, le processus d'obtention automatique de modèle exact ou moyen dans AMG.

Dans une seconde partie, nous avons illustré les capacités de l'outil AMG en présentant les différents résultats de simulation de diverses applications traitées dans le but de réaliser du couplage de modèle et de traiter la conduction discontinue.

La dernière partie a été consacrée à mettre en évidence l'intérêt de la génération automatique de modèles pour des structures compliquées comme le convertisseur multi-cellulaire.

Enfin, nous avons pu voir les avantages de la génération automatique des modèles dans plusieurs formats ainsi que la possibilité de les simuler dans plusieurs logiciels.

Néanmoins, cet outil présente certaines limitations étant donné le fait que nous traitons actuellement que certains convertisseurs DC/DC en conduction discontinue.

De plus, nous pouvons être confrontés à des difficultés liées à la détermination du mode de fonctionnement du convertisseur à étudier. En effet, pour des structures complexes, la connaissance et le recensement des différentes configurations liées au mode peuvent être délicates. C'est une contrainte forte de la modélisation moyenne.





# **Conclusions et perspectives**



## Conclusions et perspectives

Dans le cadre de cette thèse, dans le premier chapitre, nous avons présenté les caractéristiques de modélisation à topologie variable et énoncé les hypothèses de modélisation considérées. Nous avons également présenté un état de l'art des différents modèles moyens existants et nous avons pu mettre en avant les difficultés associées à la modélisation moyenne. Nous avons pu constater alors que le calcul (la mise en œuvre) des différents modèles peut parfois s'avérer être source d'erreurs et peut être une tâche fastidieuse pour le concepteur du modèle. Ainsi, nous avons proposé d'automatiser entièrement cette démarche de calcul avec un outil d'aide dédié à la génération automatique de modèles exacts et moyens (AMG). Ainsi, nous avons pu positionner nos travaux par rapport à l'état de l'art et aux travaux antérieurs.

La conception d'un tel outil requiert une méthodologie bien rigoureuse et une démarche de modélisation par application de modèles moyens bien établie. Dans le second chapitre, nous avons exposé cette démarche. Elle requiert une bonne connaissance du fonctionnement du convertisseur à étudier. L'utilisateur doit en effet fournir certaines informations à savoir : le schéma de la structure du convertisseur (fichier NetList), le mode de fonctionnement et la commande. Elle repose sur une approche formelle qui consiste à extraire les systèmes d'état pour chaque topologie du circuit. Elle se compose de trois grandes parties :

- l'analyse topologique qui permet d'analyser le circuit et d'extraire les matrices d'incidence nœuds/branches complètes et réduites, de classer et de réorganiser les grandeurs caractérisant le circuit en branches et maillons et enfin de calculer la matrice des mailles fondamentales  $B_1$  en utilisant une version étendue de l'algorithme de Welsh.
- l'extraction des matrices d'état réduites pour chaque configuration ; cependant, nous sommes parfois amenés à les réorganiser, les compléter (dans le cas de la conduction discontinue) afin de construire les matrices du système différentiel complet.
- le calcul des modèles exacts et moyens en construisant d'abord l'équation différentielle globale du circuit et ensuite en se référant à l'état de l'art réalisé sur les modèles moyens.

Nous avons également étendu cette démarche de modélisation afin de pouvoir coupler les modèles de convertisseurs entre eux en combinant les modèles obtenus avec des modèles de charge ou de machine d'une part et de traiter la conduction discontinue dans le cas des hacheurs DC/DC (parallèle, série, à charge inductive) d'autre part.

Nous avons par la suite implémenté cette démarche dans le troisième chapitre pour créer notre outil informatique de génération des modèles : AMG (Average Model Generator).

Nous avons détaillé le principe général d'utilisation de AMG, ses différentes fonctionnalités, son formalisme de projection de modèles et enfin les différentes étapes de modélisation.

Cette partie était entièrement consacrée à définir :

- les entrées de l'outil fournies par l'utilisateur : une description fonctionnelle et topologique du circuit.
- l'implémentation logicielle de la démarche de modélisation faite en grande partie en Java et en Maple pour les calculs formels.
- les sorties de l'outil qui sont les fichiers résultats générés et projetés automatiquement en plusieurs formats : VHDL-AMS, Modelica et S-Function.

Nous avons mis à profit l'utilisation des langages de modélisation VHDL-AMS et Modelica, pour gérer les problèmes de causalités associés aux couplages de modèles.

Pour illustrer l'efficacité de ce générateur de modèles et valider ceux obtenus automatiquement, des exemples d'application (convertisseur à résonance, onduleur triphasé) ont été traités dans le quatrième chapitre. Ces modèles étaient testés dans Matlab/Simulink (pour les S-fonctions) et Portunus (pour les modèles codés en VHDL-AMS) et Amesim (pour les modèles codés en Modelica). Dans nos travaux, nous avons utilisé la partie simulation de circuit et graphe d'état du logiciel Portunus pour l'extraction du mode de fonctionnement du convertisseur et comme outil de vérification et de validation des modèles générés.

Nous avons fournis aussi quelques résultats obtenus dans le cas du couplage de modèles et du traitement de la conduction discontinue pour un hacheur parallèle.

Les résultats de simulation obtenus dans ces logiciels sont identiques, ce qui valide notre démarche automatique de modélisation.

Enfin, nous avons mis en évidence l'intérêt et la puissance de cet outil en traitant la structure multi-cellulaire.

A l'heure actuelle, notre outil ne permet que le traitement de la conduction discontinue en courant des convertisseurs DC/DC. La suite logique de ces travaux serait alors de pousser la généralité en traitant la conduction discontinue également en tension et aussi pour les convertisseurs AC/DC. Ce traitement actuel repose sur un raisonnement par rapport à une cellule de commutation. Les instants à partir desquels les variables d'état s'annulent sont fournis par l'utilisateur.

Dans cette optique, nous pouvons imaginer une solution qui permettra de fournir ces informations automatiquement en partant de certains travaux [Ger98, Pel03]. Cela concerne notamment l'extraction automatique des cellules de commutations et la recherche des grandeurs d'état associées à chaque cellule.

Des travaux ont été réalisés sur la modélisation fréquentielle de convertisseurs statiques [Pop99, Lan06]. Il serait également intéressant de reprendre ces travaux, en les enrichissant pour la détermination automatique des instants de commutation et les adapter à nos besoins. Notamment, ces études offrent une alternative à la modélisation fréquentielle pour des structures dont les commutations ne sont pas contrôlées, telles que des redresseurs à diodes. C'est donc une possibilité supplémentaire pour modéliser certains cas de conduction discontinue.

Une contrainte forte liée à la modélisation moyenne est l'a priori sur le fonctionnement du convertisseur. En effet, il faut fournir la commande et le mode de la structure à étudier. Cela signifie une connaissance et une analyse préalable du convertisseur statique à modéliser. Nous pouvons prévoir une analyse automatique de la simulation dans n'importe quel logiciel de simulation de type circuit (par exemple sous Saber, PSim ou Portunus...), afin d'extraire le mode de fonctionnement automatiquement. La construction automatique du mode de commande est importante pour des structures ayant de nombreux semi-conducteurs.

D'un point de vue implémentation, nous avons choisi d'utiliser Maple, notamment parce qu'il offre la possibilité de simplification de formules. Néanmoins, cette utilisation impose une dépendance logicielle et une grande consommation au niveau de la mémoire. Avec le recul, il est désormais possible de passer outre et réécrire les calculs formels entièrement en Java.

Cependant, il est important de valider que la simplification des formules proposée par Maple peut être mise en oeuvre dans nos outils de manipulation formelle écrits en Java. En effet, la simplification des formules est indispensable sur des structures complexes comme le convertisseurs multi-cellulaires présenté dans le quatrième chapitre, afin de limiter les redondances de calculs, coûteuses en temps CPU. La mise en équations des circuits a été faite de façon modulaire de manière à être utilisée dans d'autres outils.

Actuellement, les bibliothèques de modélisation ont pu être réutilisées avec succès dans les travaux de thèse de Phuong Do-Thai pour la modélisation dynamique multiphysique d'actionneurs électromécanique. Il manque cependant la prise en compte des mutuelles. Ce travail sera nécessaire pour les convertisseurs avec des inductances couplées.

Enfin, du point de vue de la convivialité d'utilisation, nous projetons de concevoir une interface graphique (IHM) pour l'outil AMG. Nous pourrions notamment envisager un superviseur permettant d'activer les différents outils nécessaires à la démarche complète de modélisation, tel que cela a été présenté dans le deuxième chapitre. Il serait notamment cohérent d'extraire automatiquement la NetList du circuit à modéliser à partir de l'outil de simulation circuit utilisé pour l'analyse initiale du fonctionnement du convertisseur statique.

# **Bibliographie**





## Bibliographie

- [All09] L. Allain, A. Merdassi, L. Gerbaud, S. Bacha, "Automatic modelling of Power Electronic Converter, Average model construction and Modelica model generation", Modelica conference, In Proceedings of the Conference, Como Italy, September 2009.
- [Bac92] S. Bacha.; S. Chniba.; A. Hassan; M. Brunello; J. P.Ferrieux, "Modélisation grands signaux de convertisseurs à résonance série", Journal de Physique III, Volume 2, Issue 5, May 1992, pp.821-839.
- [Bac93] S. Bacha, "Sur la modélisation et la commande des alimentations à découpage symétrique", Thèse de l'INP de Grenoble, janvier 2003.
- [Bac94] S. Bacha, M. Brunello, A. Hassan, "A general large signal model for DC-DC symmetric switching converters" Electric Machines and Power Systems, Vol 22, N° 4, July 1994 , pp 493-510.
- [Bac95] S. Bacha, J.P. Rognon, J.P. Ferrieux, M.L. Bendaas, "Approche dynamique du premier harmonique pour la modélisation de convertisseurs AC\_AC - Application au chauffage par induction."Journal de physique III, Février 1995; pp 145-160
- [Bac06-1] S. Bacha, I. Etxeberria, "Eléments de modélisation" Chap.6 dans "L'exploitation des réseaux d'énergie électrique avec l'électronique de puissance", Editions Hermès fev. 2006 -ISBN 2-7462-1118-X.pp 121-139.
- [Bac06-2] S. Bacha, C. Gombert, "Modélisation des éléments de base" Chap. 7 dans "L'exploitation des réseaux d'énergie électrique avec l'électronique de puissance", Editions Hermès fev. 2006. ISBN 2-7462-1118-X pp 141-162.
- [Bar81] F. Barzegar, S.Cuk, and R.D Middlebrook, "Using Small Computers to Model and Measure Magnitude and Phase of Regulator Transfer Functions and Loop Gain", Proc.Eighth of the National Solid-State Power Conversion Conference (Powercon 8), Dallas, Texas, April 27-30, 1981.
- [Bas98] R. Bass and J. Sun, "Using symbolic computation for power electronics", Computers in Power Electronics, 1998. 6th Workshop, 19-22 July 1998, pp I IV.
- [Bau98] Ph. Baudesson, F. Richardeau, T. Meynard, "Caractérisation du Convertisseur Multicellulaire Série en Présence de Défauts de Commutation", Congrès Electronique de Puissance du Futur, pp. 129-134, 16-18 décembre98.
- [Bor85] F. Bordry, "Synthèse des méthodes de simulation des convertisseurs statiques," Thèse de l' INP Toulouse, France, 6 Décembre 1985.

- [Chér88] Y. Chéron, "La commutation douce dans la conversion statique de l'énergie électrique", Lavoisier, 1989.
- [Chet82] P. R. K. Chetty, "Current injected equivalent circuit approach to modelling and analysis of current programmed switching DC-to-DC converters (discontinuous inductor conduction mode)", IEEE Transactions. on Industry Applications, Vol. IA-18, N°3, pp 295-299, 1982.
- [Cuk77].S. Cuk and R.D Middlebrook, "A general unified approach to modelling switching dc-to-dc converters in discontinuous conduction mode", in IEEE PESC, 1977, Rec, pp. 36-57.
- [Del04] A. Delaye, L. Albert, L. Gerbaud, F. Wurtz, "Automatic generation of sizing models for the optimization of electromagnetic devices using reluctances networks", IEEE Transactions on Magnetics, Volume 40, Issue2, Part 2, March 2004, pp.830-833.
- [Deg00] Ph. Degobert, L. Gerbaud, J.-J. Huselstein, F. Richardeau, Ph. Baudesson, "Reconfiguration de convertisseurs statiques fonctionnant en défaut", Journées du GdR SDSE, Lyon, les 20-21 janvier 2000.
- [Des07] Design Automation Standards Committee of IEEE Computer Society, "IEEE Standard VHDL Analog and Mixed-Signal Extensions", IEEE Std 1076.1™-2007, 17 May 2007, ISBN 0-7381-5627-2 SH95694 (Print), ISBN 0-7381-5628-0 SS95694 (pdf).
- [Etx02]. I. Etxeberria-Otadui, V. Manzo, S. Bacha, F. Baltes, "Generalized average modelling of FACTS for real time simulation in ARENE, " in Proceedings of IEEE-IECON'02, 5-8 Nov. 2002, Vol.2, pp 864 - 869.
- [Fer84] J.P. Ferrieux, "Modélisation des convertisseurs continu-continu à découpage", Thèse de doctorat 3<sup>e</sup> Cycle, INPG 1984.
- [Foc-D3152] H. Foch, R. Arches, F. Bordry, Y. Chéron, B. Escaut, P. Marty, M. Metz , "Éléments constitutifs et synthèse des convertisseurs statiques", Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique D3 152.
- [Foc-D3152] H. Foch, R. Arches, F. Bordry, Y. Chéron, B. Escaut, P. Marty, M. Metz,"Commutation dans les convertisseurs statiques", Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique D3 153.
- [Gau01] M. Gaudet, "La théorie des graphes appliquée à la conception assistée par ordinateur des circuits de contrôle pour les systèmes d'électronique de puissance", Thèse de l'Université de Moncton, Canada, Avril 2001.

- [Ger98] L.Gerbaud, C.Lechevalier, A.Bolopion, J.Bigeon, "Modélisation et Simulation à topologie variable des convertisseurs statiques et des entraînements électromécaniques", the European Physical Journal Applied Physics, Volume 2, Issue 3, June 1998, pp.235-251.
- [Her02] Y. Hervé, "VHDL-AMS : applications et enjeux industriels : cours et exercices corrigés", Edition Dunod, Paris, 2002, ISBN 2100058886.
- [Jit98] I. D. Jitaru, et al., "Small-signal characterization of the forward-flyback converters with active clamp", in Proceedings of IEEE APEC'98, pp 626-632, 1998.
- [Kar90] D.C. Karnopp, D.L. Margolis, R.C. Rosenberg, "System dynamics : a unified approach", 2nd edition, 1990, John Wiley and Sons
- [Kuo97] P. Kuo-Peng, N. Sdowski, J.P.A. Bastos, R. Carlson and N.J. Batistela, "A General Method for Coupling Static Converters with Electromagnetic Structures", IEEE Transactions on. Magnetics., Vol.33, N°2, March 1997.
- [Lat87] M. Latreche, "Modélisation magnétique et thermique des machines électriques par schémas équivalents", Thèse de l'INP Toulouse, 1987.
- [Mak91] D. Maksimovic and S. Cuk, "A unified analysis of PWM converters in discontinuous mode", IEEE Trans.on Power Electron., July 1991, vol. 6, no. 4, pp. 476-490.
- [Mak01] D. Maksimovic, A.M. Stankovic, V.J. Thottuvelil and G.C.Vergheze, "Modeling and simulation of power electronic converters", Proceedings of the IEEE, Vol. 89, Issue 6, June 2001 pp 898 – 912.
- [Mar03] P.G. Maranesi, M. Riva. "Automatic modelling of PWM DC-DC converters". IEEE Power Electron. Letters, Vol.1,N°4, December 2003.
- [Mer08-1] A. Merdassi, L. Gerbaud, S.Bacha, "General Average Modelling for Power Electronics Systems: Automatic Building Approach", Electrimacs 2008, Quebec,Canada.
- [Mer08-2] A. Merdassi, L. Gerbaud, S. Bacha, "A New Automatic Average Modelling Tool for Power Electronics Systems". IEEE Power Electron. Specialists Conference, 2008, PESC 2008, Greece Rhodes, 15-19 June 2008 pp:3425 – 3431.
- [Mer09] A. Merdassi, L. Gerbaud, S.Bacha, "Automatic global modelling of static converters for power electronics systems: taking into account of causality aspects for model coupling", In Proceedings of the Conference, EPE 2009, Barcelona.
- [Mid76] R.D. Middlebrook, S. Cuk, "A general unified approach to modelling switching converter power stages", IEEE Power Specialists Conference., pp 18-34, 1976.

- [Mid77] R.D. Middlebrook and S. Cuk, "Modelling and Analysis Methods for Dc-to-Dc Switching Converters", IEEE International Semiconductor Power Converters Conference, 1977 Record, pp. 90-111 (IEEE Publication 77 CH 1183-31A).
- [Nor92] O. Normand, "Conception d'un outil général de simulation des systèmes de conversion d'énergie électrique et de leur commande", Thèse de doctorat en génie électrique de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, France, Septembre 1992.
- [Pel03] B. du Peloux, "Analyseur de circuit", DEA de génie électrique INPG, sep 2003.
- [Pel06] B. Du Peloux, "Modélisation des actionneurs électromagnétiques par réseaux de reluctances. Création d'un outil métier dédié au prédimensionnement par optimisation", Thèse de l'INP Grenoble, France, 9 Octobre 2006.
- [Per79] J.Perard; E. Toutain.; M. Nougaret, "Modélisation des convertisseurs d'énergie par un schéma équivalent", L'Onde Electrique, vol. 59, Dec. 1979, p. 81-88.
- [Roy06] Y. Roye, "Génération automatique de modèles moyens généralistes de structures en électronique de puissance", Mastère Professionnel de Conception de système d'Energie Electrique, INP de Grenoble, juin 2006.
- [San90] S.R. Sanders, J. M. Noworolski, X. Z. Liu, G. Varghese, "Generalized averaging method for power conversion circuits", IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC'90, Records 1990, pp 333-340.
- [Str06] C. Sreekumar, V. Agarwal, "Hybrid Control of a Boost Converter Operating in Discontinuous Current Mode", Power Electronics Specialists Conference ", PESC'06, 37th IEEE 18-22, June 2006, pp 1 – 6.
- [Sun92] J. Sun, H. Grostollen, " Averaged Modeling of switching power converters: Reformulation and theoretical basis", Power Electronics Specialists Conference, 1992, PESC '92 Record., 23rd Annual IEEE , pp.1165-1172.
- [Sun93] J. Sun, H. Grostollen, "Averaged Modeling and analysis of resonant converter", Power Electronics Specialists Conference, 1993, PESC '93 Record, 24rd Annual IEEE, pp 707-713.
- [Sun97] J. Sun, H. Grostollen, "Symbolic Analysis Methods for Averaged Modelling of Switching Power Converters", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol 12, n° 3, pp 537-546, 1997.
- [Sun98] J. Sun, D. Mitchell, M. Greuel, P. Krein, R. Bass, "Modeling of PWM converters in Discontinuous Conduction Mode. A Reexamination", Power Electronics Specialists Conference, 1998, PESC'98, Record. 29th Annual IEEE, Volume 1, 17-22 May 1998, pp 615 – 622.

- [Sun01] J. Sun, D. M. Mitchell, F. M. Greuel, T. P. Krein, and R. M. Bass, "Averaged modeling of PWM converters operating in discontinuous conduction mode," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 16, No. 4, pp.482-492, July 2001.
- [Usm08] M.Usman Iftikhar, "Contribution à la modélisation des convertisseurs continu/continu dans une perspective de commande- Influence du filtre d'entrée", Thèse de Supélec de Paris-sud, décembre 2008.
- [Ver03] F.Verdier, S.Bacha, L.Gerbaud, "Automatic modelling of static converter averaged models", EPE 2003, Toulouse, pp 1-9.
- [Vor90] V.Vorperian, "Simplified analysis of PMW converters using the model of PMW switch, Part II: Discontinuous conduction mode", IEEE Trans.on Aerosp.Electron.Syst.,May 1990, vol.26, no.3,pp. 497-505.
- [Raj87] V. Rajagopalan, "Computer-aided analysis of power electronic systems", New York, Marcel Dekker Inc., 1987

### Sites internet

- [JavaCC] JavaCC, <http://www.suntest.com/JavaCC>
- [M/S] Matlab/Simulink, <http://www.mathworks.com>
- [Maple] Maple, <http://www.maplesoft.com>
- [Math] Mathematica, <http://www.wolfram.com>
- [Modelica] Modelica, [www.modelica.org](http://www.modelica.org)
- [Port] Portunus, <http://www.cedrat.com/en/software-solutions/portunus.html>
- [PSim] PSim, [www.powersimtech.com](http://www.powersimtech.com)
- [Sab] Saber, <http://www.synopsis.com>
- [Sim] Simplorer, <http://www.ansoft.com>
- [V-A] VHDL-AMS, [www.adapted-solutions.com](http://www.adapted-solutions.com)



# **Annexe A1**

## **Démonstration de formule**





## Annexe A1

### Démonstration de formules

#### Démonstration de l'équation (1.34)

$$x(t) = 2 \cdot (\Re(\langle x \rangle_1) \cdot \cos(\omega \cdot t) - \Im(\langle x \rangle_1) \cdot \sin(\omega \cdot t))$$

Nous écrivons  $x$  sous sa forme complexe (A1.1):

$$\langle x \rangle_1 = x_1 + j \cdot x_2 \quad (\text{A1.1})$$

avec :

$$x_1 = \Re(\langle x \rangle_1) \quad (\text{A1.2})$$

$$x_2 = \Im(\langle x \rangle_1)$$

En développant l'expression (A1.3), nous obtenons l'équation (1.34).

$$x(t) = \langle x \rangle_{-1} * e^{-j\omega t} + \langle x \rangle_1 * e^{j\omega t} \quad (\text{A1.3})$$

$$\begin{aligned} &= \left\{ (x_1 - j \cdot x_2) * (\cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) - j \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)) + (x_1 + j \cdot x_2) * \begin{pmatrix} \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \\ + j \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \end{pmatrix} \right\} \\ &= 2(x_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) - x_2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)) \end{aligned}$$



**Annexe A2**

**Calcul des différents cas de matrices**



## Annexe A2

### Calcul des différents cas de matrices

Cette annexe reprend et complète les calculs présentés dans la thèse de Bordry [Bor85].

#### I. Calcul des matrices A et B

Soit le système d'état suivant:

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \quad (\text{A2.1})$$

avec :

$$x(t) = \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.2})$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} V_e \\ I_j \end{bmatrix} \quad (\text{A2.3})$$

Nous pouvons alors écrire l'équation suivante :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{bc} \\ I_{ml} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_e \\ I_j \end{bmatrix} \quad (\text{A2.4})$$

avec :

$$A_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.5})$$

$$A_{12} = T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.6})$$

$$A_{21} = T_2^{-1} \cdot (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{10}) \quad (\text{A2.7})$$

$$A_{22} = -T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.8})$$

$$B_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.9})$$

$$B_{12} = T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.10})$$

$$B_{21} = T_2^{-1} \cdot (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 - s_9) \quad (\text{A2.11})$$

$$B_{22} = -T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.12})$$

Nous allons présenter les différents cas de figure de calcul des différents sous-blocs des matrices  $A$  et  $B$ .

**Notons :**

- Si un vecteur  $V$  n'existe pas, nous le noterons  $\overline{V}$  (par exemple  $\overline{V_{mr}}$  signifie qu'il n'y a pas de résistance de maillons dans le circuit).
- Nous noterons aussi que les mutuelles n'ont pas été prises en compte dans nos calculs.

**I.1 Différents cas de calcul des sous-blocs de la matrice  $A$**

$$\text{- Si } (\overline{V_{mr}}) \\ A_{11} = 0 \quad (A2.13)$$

$$A_{12} = T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T) \quad (A2.14)$$

$$A_{21} = T_2^{-1} \cdot (-s_{10}) \quad (A2.15)$$

$$A_{22} = -T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (A2.16)$$

$$\text{- Si } (\overline{V_{br}}) \\ A_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (A2.17)$$

$$A_{12} = T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T) \quad (A2.18)$$

$$A_{21} = T_2^{-1} \cdot (-s_{10}) \quad (A2.19)$$

$$A_{22} = 0 \quad (A2.20)$$

$$\text{- Si } (\overline{V_{bc}}) \\ A_{22} = -T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (A2.21)$$

$$\text{- Si } (\overline{V_{ml}}) \\ A_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (A2.22)$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$A_{11} = 0 \quad (\text{A2.23})$$

$$A_{12} = T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T) \quad (\text{A2.24})$$

$$A_{21} = T_2^{-1} \cdot (-s_{10}) \quad (\text{A2.25})$$

$$A_{22} = 0 \quad (\text{A2.26})$$

## I.2 Différents cas de calcul des sous-blocs de la matrice B

- Si ( $\overline{V_{mj}}$ )

$$B_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.27})$$

$$B_{21} = T_2^{-1} \cdot (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 - s_9) \quad (\text{A2.28})$$

- Si ( $\overline{V_e}$ )

$$B_{12} = T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.29})$$

$$B_{22} = -T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.30})$$

- Si ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mj}}$ )

$$B_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.31})$$

$$B_{21} = T_2^{-1} \cdot (-s_9) \quad (\text{A2.32})$$

- Si ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{mj}}$ )

$$B_{21} = T_2^{-1} \cdot (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 - s_9) \quad (\text{A2.33})$$

- Si ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$B_{21} = T_2^{-1} \cdot (-s_9) \quad (\text{A2.34})$$



- Si  $(\overline{V}_{br}$  et  $\overline{V}_{mj}$  et  $\overline{V}_{ml})$

$$B_{11} = -T_1^{-1} \cdot s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.35})$$

- Si  $(\overline{V}_{br}$  et  $\overline{V}_{mr}$  et  $\overline{V}_{ml}$  et  $\overline{V}_e)$

$$B_{12} = T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.36})$$

- Si  $(\overline{V}_e$  et  $\overline{V}_{mr}$  et  $\overline{V}_{bc})$

$$B_{12} = T_1^{-1} \cdot (-s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.37})$$

## II. Calcul des matrices C et D

Maintenant, nous allons étudier les différents cas de figure de calcul des sous-blocs de la matrice de sortie  $C$  et de la matrice de transmission directe  $D$ .

L'équation de sortie est la suivante :

$$Y_s(t) = C \cdot x(t) + D \cdot U(t) \quad (\text{A2.38})$$

où :

$$Y_s(t) = \begin{pmatrix} I_e \\ V_{mj} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.39})$$

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.40})$$

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.41})$$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.42})$$

$$C_{12} = \begin{cases} s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \\ -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \end{cases} \quad (\text{A2.43})$$

$$C_{21} = \begin{cases} -(s_{14} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 \\ + s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \end{cases} \quad (\text{A2.44})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.45})$$

$$D_{11} = s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.46})$$

$$D_{12} = \begin{cases} s_{13}^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{14}^T \\ + s_1^T \cdot C_2 \cdot S_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \end{cases} \quad (\text{A2.47})$$

$$D_{21} = \begin{cases} -(s_{13} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 \\ + s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_9) \end{cases} \quad (\text{A2.48})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.49})$$

## II.1 Différents cas de calcul des sous-blocs de la matrice C

- Si  $\overline{V_{mr}}$

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.50})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T \quad (\text{A2.51})$$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \quad (\text{A2.52})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.53})$$

- Si  $\overline{V_{br}}$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.54})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T \quad (\text{A2.55})$$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \quad (\text{A2.56})$$

$$C_{22} = 0 \quad (\text{A2.57})$$

- Si  $\overline{V_{ml}}$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.58})$$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \quad (\text{A2.59})$$

- Si  $\overline{V_{bc}}$  ou  $(\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ )

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.60})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.61})$$

$$C_{21} = 0 \quad (\text{A2.62})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.63})$$

- Si  $\overline{V_{mc}}$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.64})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.65})$$

$$C_{21} = \begin{cases} -(s_{14} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 \\ + s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \end{cases} \quad (\text{A2.66})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.67})$$

- Si  $\overline{V_{mj}}$  ou ( $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.68})$$

$$C_{12} = \begin{cases} s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \\ - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \end{cases} \quad (\text{A2.69})$$

- Si  $\overline{V_{bl}}$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.70})$$

$$C_{12} = \begin{cases} s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \\ - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \end{cases} \quad (\text{A2.71})$$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.72})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.73})$$

- Si  $\overline{V_e}$

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.74})$$

$$C_{12} = 0 \quad (\text{A2.75})$$

$$C_{21} = \begin{cases} -(s_{14} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 \\ + s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \end{cases} \quad (\text{A2.76})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.77})$$

- Si  $\overline{V}_{br}$  et  $\overline{V}_{ml}$  ou ( $\overline{V}_{br}$  et  $\overline{V}_{ml}$  et  $\overline{V}_{bl}$ )

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.78})$$

$$C_{12} = 0 \quad (\text{A2.79})$$

$$C_{21} = -s_{14} \quad (\text{A2.80})$$

$$C_{22} = 0 \quad (\text{A2.81})$$

- Si  $\overline{V}_{br}$  et  $\overline{V}_{mj}$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.82})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T \quad (\text{A2.83})$$

- Si  $\overline{V}_{br}$  et  $\overline{V}_{mj}$  ou ( $\overline{V}_{bc}$  et  $\overline{V}_{mc}$  et  $\overline{V}_{bl}$ )

$$C_{12} = s_9^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.84})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.85})$$

- Si  $\overline{V}_{mr}$  et  $\overline{V}_e$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \quad (\text{A2.86})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.87})$$

- Si  $\overline{V}_{br}$  et  $\overline{V}_{mc}$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.88})$$

$$C_{12} = s_9^T \quad (\text{A2.89})$$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \quad (\text{A2.90})$$

- Si  $\overline{V}_{br}$  et  $\overline{V}_{bl}$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.91})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T \quad (\text{A2.92})$$

$$C_{21} = -(s_{14}) \quad (\text{A2.93})$$

$$C_{22} = 0 \quad (\text{A2.94})$$

- Si  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.95})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.96})$$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.97})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.98})$$

- Si  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{mj}}$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.99})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.100})$$

- Si  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_e}$

$$C_{21} = \begin{cases} -(s_{14} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 \\ + s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \end{cases} \quad (\text{A2.101})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.102})$$

- Si  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_e}$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.103})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.104})$$

- Si  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.105})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T \quad (\text{A2.106})$$

$$C_{21} = -(s_{14}) \quad (\text{A2.107})$$

$$C_{22} = 0 \quad (\text{A2.108})$$

- Si  $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$  ou ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bc}}$ )

$$C_{12} = s_9^T \quad (\text{A2.109})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.110})$$

- Si  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.111})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T \quad (\text{A2.112})$$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \quad (\text{A2.113})$$

$$C_{22} = 0 \quad (\text{A2.114})$$

- Si  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mc}}$

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.115})$$

$$C_{12} = s_9^T \quad (\text{A2.116})$$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \quad (\text{A2.117})$$

$$C_{22} = 0 \quad (\text{A2.118})$$

- Si  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mc}}$

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.119})$$

$$C_{12} = s_9^T \quad (\text{A2.120})$$

$$C_{21} = -(s_{14}) \quad (\text{A2.121})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.122})$$

- Si  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{bc}}$

$$C_{12} = s_9^T \quad (\text{A2.123})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.124})$$

- Si  $(\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{mc}})$  ou  $(\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}})$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.125})$$

$$C_{21} = -(s_{14}) \quad (\text{A2.126})$$

- Si  $(\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{bl}})$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 + s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.127})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T \quad (\text{A2.128})$$

- Si  $(\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{mc}})$

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.129})$$

$$C_{12} = s_9^T \quad (\text{A2.130})$$

$$C_{21} = 0 \quad (\text{A2.131})$$

$$C_{22} = 0 \quad (\text{A2.132})$$

- Si  $(\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mc}})$

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.133})$$

$$C_{12} = s_9^T \quad (\text{A2.134})$$

$$C_{21} = -(s_{14}) \quad (\text{A2.135})$$

$$C_{22} = 0 \quad (\text{A2.136})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ )

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.137})$$

$$C_{12} = s_9^T \quad (\text{A2.138})$$

$$C_{21} = -(s_{14} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{10}) \quad (\text{A2.139})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.140})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$C_{11} = 0 \quad (\text{A2.141})$$

$$C_{12} = s_9^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{10}^T \quad (\text{A2.142})$$

$$C_{21} = -(s_{14}) \quad (\text{A2.143})$$

$$C_{22} = -(s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.144})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$C_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.145})$$

$$C_{12} = s_9^T \quad (\text{A2.146})$$

$$C_{21} = -(s_{14}) \quad (\text{A2.147})$$

$$C_{22} = 0 \quad (\text{A2.148})$$

## II.2 Différents cas de calcul des sous-blocs de la matrice $D$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$ ) ou ( $\overline{V_{bc}}$ )

$$D_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.149})$$

$$D_{12} = s_{13}^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.150})$$

$$D_{21} = \begin{cases} -(s_{13} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 \\ + s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_9) \end{cases} \quad (\text{A2.151})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.152})$$



- Si ( $\overline{V_{br}}$ )

$$D_{11} = s_1^T \cdot C_2 \cdot S_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.153})$$

$$D_{12} = s_{13}^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{14}^T \quad (\text{A2.154})$$

$$D_{21} = -(s_{13} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_9) \quad (\text{A2.155})$$

$$D_{22} = 0 \quad (\text{A2.156})$$

- Si  $\overline{V_{ml}}$  ou  $\overline{V_{bl}}$

$$D_{11} = s_1^T \cdot C_2 \cdot S_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.157})$$

$$D_{12} = \begin{cases} s_{13}^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{14}^T \\ + s_1^T \cdot C_2 \cdot S_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \end{cases} \quad (\text{A2.158})$$

$$D_{21} = -(s_{13} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.159})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.160})$$

- Si ( $\overline{V_e}$ )

$$D_{11} = 0 \quad (\text{A2.161})$$

$$D_{12} = 0 \quad (\text{A2.162})$$

$$D_{21} = s_{16} \quad (\text{A2.163})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.164})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{br}}$ ) ou ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{br}}$ ) ou ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ )

$$D_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.165})$$

$$D_{12} = s_{13}^T \quad (\text{A2.166})$$

$$D_{21} = -(s_{13} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_9) \quad (\text{A2.167})$$

$$D_{22} = 0 \quad (\text{A2.168})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{ml}}$ )

$$D_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.169})$$

$$D_{12} = s_{13}^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.170})$$

$$D_{21} = -(s_{13} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.171})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.172})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ ) ou ( $\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{bc}}$ ) ou ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ ) ou ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{ml}}$ ) ou ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{bc}}$ ) ou ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{bc}}$ )

$$D_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.173})$$

$$D_{12} = s_{13}^T - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.174})$$

$$D_{21} = -(s_{13} - s_{15} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.175})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.176})$$

- Si ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$D_{11} = s_1^T \cdot C_2 \cdot S_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.177})$$

$$D_{12} = s_{13}^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{14}^T \quad (\text{A2.178})$$

$$D_{21} = -(s_{13}) \quad (\text{A2.179})$$

$$D_{22} = 0 \quad (\text{A2.180})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{br}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{bc}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{bc}}$ )

$$D_{11} = -s_5^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.181})$$

$$D_{12} = s_{13}^T \quad (\text{A2.182})$$

$$D_{21} = -(s_{13}) \quad (\text{A2.183})$$

$$D_{22} = 0 \quad (\text{A2.184})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$ )

$$D_{11} = 0 \quad (\text{A2.185})$$

$$D_{12} = s_{13}^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{14}^T \quad (\text{A2.186})$$

$$D_{21} = -(s_{13} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_9) \quad (\text{A2.187})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.188})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ ) ou ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$D_{11} = 0 \quad (\text{A2.189})$$

$$D_{12} = s_{13}^T \quad (\text{A2.190})$$

$$D_{21} = -(s_{13} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_9) \quad (\text{A2.191})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.192})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$D_{11} = 0 \quad (\text{A2.193})$$

$$D_{12} = s_{13}^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{14}^T \quad (\text{A2.194})$$

$$D_{21} = -(s_{13}) \quad (\text{A2.195})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.196})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$D_{11} = 0 \quad (\text{A2.197})$$

$$D_{12} = s_{13}^T \quad (\text{A2.198})$$

$$D_{21} = -(s_{13} - s_{16} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_9) \quad (\text{A2.199})$$

$$D_{22} = 0 \quad (\text{A2.200})$$

- Si  $(\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ ) ou  $(\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{ml}}$ ) ou  $(\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}}$ )

$$D_{11} = 0 \quad (\text{A2.201})$$

$$D_{12} = s_{13}^T - s_1^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_{14}^T \quad (\text{A2.202})$$

$$D_{21} = -(s_{13}) \quad (\text{A2.203})$$

$$D_{22} = 0 \quad (\text{A2.204})$$

- Si  $(\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{bc}}$ )

$$D_{11} = 0 \quad (\text{A2.205})$$

$$D_{12} = s_{13}^T \quad (\text{A2.206})$$

$$D_{21} = -(s_{13}) \quad (\text{A2.207})$$

$$D_{22} = 0 \quad (\text{A2.208})$$

- Si  $(\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{ml}}$ ) ou  $(\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$D_{11} = 0 \quad (\text{A2.209})$$

$$D_{12} = s_{13}^T \quad (\text{A2.210})$$

$$D_{21} = -(s_{13}) \quad (\text{A2.211})$$

$$D_{22} = -(s_{15}^T \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.212})$$

Nous avons aussi complété les calculs afin d'obtenir les différentes équations de sortie notamment pour les vecteurs de tensions et de courant dans les résistances, les condensateurs et les inductances.

$$Y_{Vr}(t) = \begin{pmatrix} V_{mr} \\ V_{br} \end{pmatrix}; Y_{Ir}(t) = \begin{pmatrix} I_{br} \\ I_{mr} \end{pmatrix}; Y_{x1}(t) = \begin{pmatrix} I_{bc} \\ V_{ml} \end{pmatrix}; Y_{x2}(t) = \begin{pmatrix} V_{mc} \\ I_{bl} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.213})$$

### III. Calcul des matrices C1 et D1

Soit le système suivant :

$$Y_{x1}(t) = C1 \cdot x(t) + D1 \cdot U(t) \quad (\text{A2.214})$$

avec :

$$C1 = \begin{pmatrix} C1_{11} & C1_{12} \\ C1_{21} & C1_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.215})$$

$$D1 = \begin{pmatrix} D1_{11} & D1_{12} \\ D1_{21} & D1_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.216})$$

$$Y_{x1}(t) = \begin{pmatrix} I_{bc} \\ V_{ml} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.217})$$

$$C1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.218})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.219})$$

$$C1_{21} = \begin{cases} -(s_{10} + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{10})) \\ -s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 \end{cases} \quad (\text{A2.220})$$

$$C1_{22} = -(s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T + s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.221})$$

$$D1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.222})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.223})$$

$$D1_{21} = \begin{cases} -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9 + s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5)) \\ -s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 \end{cases} \quad (\text{A2.224})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.225})$$

### III.1 Différents cas de calcul des sous-blocs de la matrice $C1$

- Si  $(\overline{V_{mr}})$

$$C1_{11} = 0 \quad (\text{A2.226})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T) \quad (\text{A2.227})$$

$$C1_{21} = -(s_{10} + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_{10})) \quad (\text{A2.228})$$

$$C1_{22} = -(s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T + s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.229})$$

- Si  $(\overline{V_{br}})$

$$C1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.230})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T) \quad (\text{A2.231})$$

$$C1_{21} = -(s_{10} + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_{10})) \quad (\text{A2.232})$$

$$C1_{22} = 0 \quad (\text{A2.233})$$

- Si ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$C1_{11} = 0 \quad (\text{A2.234})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T) \quad (\text{A2.235})$$

$$C1_{21} = -(s_{10} + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_{10})) \quad (\text{A2.236})$$

$$C1_{22} = 0 \quad (\text{A2.237})$$

- Si ( $\overline{V_{bl}}$ )

$$C1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.238})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.239})$$

$$C1_{21} = -(s_{10} - s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.240})$$

$$C1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.241})$$

- Si ( $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$C1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.242})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T) \quad (\text{A2.243})$$

$$C1_{21} = -(s_{10}) \quad (\text{A2.244})$$

$$C1_{22} = 0 \quad (\text{A2.245})$$

- Si ( $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$C1_{11} = 0 \quad (\text{A2.246})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T) \quad (\text{A2.247})$$

$$C1_{21} = -(s_{10}) \quad (\text{A2.248})$$

$$C1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.249})$$

- Si ( $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$C1_{11} = 0 \quad (\text{A2.250})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{10}^T) \quad (\text{A2.251})$$

$$C1_{21} = -(s_{10}) \quad (\text{A2.252})$$

$$C1_{22} = 0 \quad (\text{A2.253})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$ )

$$C1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.254})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.255})$$

$$C1_{21} = \begin{cases} -(s_{10} + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 - s_{10})) \\ -s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6 \end{cases} \quad (\text{A2.256})$$

$$C1_{22} = -(-s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T + s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.257})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$C1_{11} = 0 \quad (\text{A2.258})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T \quad (\text{A2.259})$$

$$C1_{21} = -(s_{10} + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_{10})) \quad (\text{A2.260})$$

$$C1_{22} = -(-s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T + s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.261})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$C1_{11} = 0 \quad (\text{A2.262})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T \quad (\text{A2.263})$$

$$C1_{21} = -(s_{10}) \quad (\text{A2.264})$$

$$C1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.265})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$C1_{11} = 0 \quad (\text{A2.266})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T \quad (\text{A2.267})$$

$$C1_{21} = -(s_{10}) \quad (\text{A2.268})$$

$$C1_{22} = 0 \quad (\text{A2.269})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$C1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.270})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T \quad (\text{A2.271})$$

$$C1_{21} = -(s_{10} - s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.272})$$

$$C1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.273})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$C1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.274})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T \quad (\text{A2.275})$$

$$C1_{21} = -(s_{10} + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_{10})) \quad (\text{A2.276})$$

$$C1_{22} = 0 \quad (\text{A2.277})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$C1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.278})$$



$$C1_{12} = s_{10}^T \quad (\text{A2.279})$$

$$C1_{21} = -(s_{10}) \quad (\text{A2.280})$$

$$C1_{22} = 0 \quad (\text{A2.281})$$

- Si ( $\overline{V_{ml}}$ )

$$C1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_6 \quad (\text{A2.282})$$

- Si ( $\overline{V_{bc}}$ )

$$C1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.283})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$C1_{11} = 0 \quad (\text{A2.284})$$

$$C1_{12} = s_{10}^T \quad (\text{A2.285})$$

$$C1_{21} = -(s_{10} + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_{10})) \quad (\text{A2.286})$$

$$C1_{22} = 0 \quad (\text{A2.287})$$

### III.2 Différents cas de calcul des sous-blocs de la matrice $DI$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$ )

$$D1_{11} = 0 \quad (\text{A2.288})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.289})$$

$$D1_{21} = -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9)) \quad (\text{A2.290})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.291})$$

- Si ( $\overline{V_{br}}$ )

$$D1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.292})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.293})$$

$$D1_{21} = -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9)) \quad (\text{A2.294})$$

$$D1_{22} = 0 \quad (\text{A2.295})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$ )

$$D1_{11} = 0 \quad (\text{A2.296})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.297})$$

$$D1_{21} = -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9)) \quad (\text{A2.298})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.299})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$D1_{11} = 0 \quad (\text{A2.300})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.301})$$

$$D1_{21} = -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9)) \quad (\text{A2.302})$$

$$D1_{22} = 0 \quad (\text{A2.303})$$

- Si ( $\overline{V_{bl}}$ )

$$D1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.304})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.305})$$

$$D1_{21} = -(s_9 - s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.306})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.307})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$D1_{11} = 0 \quad (\text{A2.308})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.309})$$

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.310})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.311})$$

- Si ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$D1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.312})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.313})$$

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.314})$$

$$D1_{22} = 0 \quad (\text{A2.315})$$

- Si ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$D1_{11} = 0 \quad (\text{A2.316})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.317})$$

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.318})$$

$$D1_{22} = 0 \quad (\text{A2.319})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$ )

$$D1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.320})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.321})$$

$$D1_{21} = \begin{cases} -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9 + s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5)) \\ -s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 \end{cases} \quad (\text{A2.322})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.323})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$  )

$$D1_{11} = 0 \quad (\text{A2.324})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T \quad (\text{A2.325})$$

$$D1_{21} = -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9)) \quad (\text{A2.326})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.327})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{br}}$  )

$$D1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.328})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T \quad (\text{A2.329})$$

$$D1_{21} = -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9)) \quad (\text{A2.330})$$

$$D1_{22} = 0 \quad (\text{A2.331})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  )

$$D1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.332})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.333})$$

$$D1_{21} = -(s_9 - s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.334})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.335})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{br}}$  )

$$D1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.336})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T \quad (\text{A2.337})$$

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.338})$$

$$D1_{22} = 0 \quad (\text{A2.339})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$D1_{11} = 0 \quad (\text{A2.340})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T \quad (\text{A2.341})$$

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.342})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.343})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{bc}}$ )

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.344})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.345})$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$ ) ou ( $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$D1_{11} = 0 \quad (\text{A2.346})$$

$$D1_{12} = s_{14}^T \quad (\text{A2.347})$$

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.348})$$

$$D1_{22} = 0 \quad (\text{A2.349})$$

- Si ( $\overline{V_{mj}}$ )

$$D1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.350})$$

$$D1_{21} = \begin{cases} -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9 + s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5)) \\ -s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 \end{cases} \quad (\text{A2.351})$$

- Si ( $\overline{V_{bc}}$ )

$$D1_{21} = \begin{cases} -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9 + s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5)) \\ -s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 \end{cases} \quad (\text{A2.352})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.353})$$

- Si ( $\overline{V_e}$ )

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.354})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.355})$$

- Si ( $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$D1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.356})$$

$$D1_{21} = -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9)) \quad (\text{A2.357})$$

- Si ( $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$D1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.358})$$

$$D1_{21} = -(s_9 - s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.359})$$

- Si ( $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$D1_{11} = s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.360})$$

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.361})$$

- Si ( $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ )

$$D1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.362})$$

$$D1_{21} = \begin{cases} -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9 + s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5)) \\ -s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5 \end{cases} \quad (\text{A2.363})$$

- Si ( $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$D1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.364})$$

$$D1_{21} = -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9)) \quad (\text{A2.365})$$

- Si ( $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$D1_{11} = -s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5 \quad (\text{A2.366})$$

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.367})$$

- Si ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.368})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.369})$$

- Si ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.370})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.371})$$

- Si ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_2^T \cdot C_2 \cdot s_2 \cdot T_1^{-1} \cdot (s_{14}^T) \quad (\text{A2.372})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.373})$$

- Si ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{mc}}$ )

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.374})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.375})$$

- Si ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$D1_{12} = s_{14}^T \quad (\text{A2.376})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.377})$$

- Si ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$D1_{12} = s_{14}^T - s_6^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T \quad (\text{A2.378})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.379})$$

- Si ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$D1_{12} = s_{14}^T \quad (\text{A2.380})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.381})$$

- Si ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$D1_{21} = -(s_9 + s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot (-s_9)) \quad (\text{A2.382})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T - s_{12} \cdot L_1 \cdot s_{12}^T \cdot T_2^{-1} \cdot s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.383})$$

- Si ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ ) ou ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ ) ou ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ )

$$D1_{21} = -(s_9) \quad (\text{A2.384})$$

$$D1_{22} = -(s_{11} \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.385})$$

#### IV. Calcul des matrices Cx et Dx

Soit le système suivant :

$$Y_{x2}(t) = Cx \cdot x(t) + Dx \cdot U(t) \quad (\text{A2.386})$$

avec :

$$Y_{x2}(t) = \begin{pmatrix} V_{mc} \\ I_{bl} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.387})$$

$$Cx = \begin{pmatrix} Cx_{11} & Cx_{12} \\ Cx_{21} & Cx_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.388})$$

$$Dx = \begin{pmatrix} Dx_{11} & Dx_{12} \\ Dx_{21} & Dx_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.389})$$



$$Cx_{11} = -s_2 \quad (\text{A2.390})$$

$$Cx_{12} = 0 \quad (\text{A2.391})$$

$$Cx_{21} = 0 \quad (\text{A2.392})$$

$$Cx_{22} = (s_{12}^T) \quad (\text{A2.393})$$

$$Dx_{11} = -s_1 \quad (\text{A2.394})$$

$$Dx_{12} = 0 \quad (\text{A2.395})$$

$$Dx_{21} = 0 \quad (\text{A2.396})$$

$$Dx_{22} = (s_{16}^T) \quad (\text{A2.397})$$

#### IV.1 Différents cas de calcul des sous-blocs de la matrice $Cx$

- Si  $(\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ ) ou  $(\overline{V_{bc}})$

$$Cx = s_{12}^T \quad (\text{A2.398})$$

- Si  $(\overline{V_{mc}})$

$$Cx_{21} = 0 \quad (\text{A2.399})$$

$$Cx_{22} = (s_{12}^T) \quad (\text{A2.400})$$

- Si  $(\overline{I_{bl}}$  et  $\overline{I_{ml}}$ ) ou  $(\overline{I_{ml}})$

$$Cx = -s_2 \quad (\text{A2.401})$$

- Si  $(\overline{I_{bl}})$

$$Cx_{11} = -s_2 \quad (\text{A2.402})$$

$$Cx_{12} = 0 \quad (\text{A2.403})$$

## V. Calcul des matrices CVr et DVr

Soit le système suivant :

$$Y_{Vr}(t) = CVr \cdot x(t) + DVr \cdot U(t) \quad (\text{A2.404})$$

avec :

$$Y_{Vr}(t) = \begin{pmatrix} V_{mr} \\ V_{br} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.405})$$

$$CVr = \begin{pmatrix} CVr_{11} & CVr_{12} \\ CVr_{21} & CVr_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.406})$$

$$DVr = \begin{pmatrix} DVr_{11} & DVr_{12} \\ DVr_{21} & DVr_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.407})$$

$$CVr_{11} = -(s_6 - s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.408})$$

$$CVr_{12} = (-s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.409})$$

$$CVr_{21} = (-H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.410})$$

$$CVr_{22} = (H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.411})$$

$$DVr_{11} = -(s_5 - s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.412})$$

$$DVr_{12} = (-s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.413})$$

$$DVr_{21} = (-H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.414})$$

$$DVr_{22} = (H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.415})$$

### V.1 Différents cas de calcul des sous-blocs de CVr

- Si ( $\overline{V_{bl}}$ )

$$CVr_{11} = 0 \quad (\text{A2.416})$$

$$CVr_{12} = (-s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.417})$$

$$CVr_{21} = 0 \quad (\text{A2.418})$$

$$CVr_{22} = (H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.419})$$

- Si ( $\overline{V_{br}}$ )

$$CVr_{11} = -(s_6 - s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.420})$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$ )

$$CVr_{22} = (H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.421})$$

- Si ( $\overline{V_{bl}}$ ) ou ( $\overline{V_{mc}}$ )

$$CVr_{11} = -(s_6 - s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.422})$$

$$CVr_{12} = (-s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.423})$$

$$CVr_{21} = (-H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.424})$$

$$CVr_{22} = (H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.425})$$

- Si ( $\overline{V_{ml}}$ )

$$CVr_{11} = -(s_6 - s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.426})$$

$$CVr_{21} = (-H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.427})$$

- Si ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}}$ )

$$CVr_{11} = -(s_6) \quad (\text{A2.428})$$

- Si ( $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$CVr_{12} = (-s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.429})$$

$$CVr_{22} = (H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.430})$$

## V.2 Calcul des sous-blocs de la matrice $DVr$

- Si  $(\overline{V_{br}})$

$$DVr_{11} = -(s_5) \quad (A2.431)$$

- Si  $(\overline{V_{mr}})$

$$DVr_{22} = (H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (A2.432)$$

- Si  $(\overline{V_e})$

$$DVr_{12} = (-s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (A2.433)$$

$$DVr_{22} = (H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (A2.434)$$

- Si  $(\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}})$  ou  $(\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}})$  ou  $(\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mj}})$

$$DVr_{11} = -(s_5) \quad (A2.435)$$

- Si  $(\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_e})$  ou  $(\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{bl}})$

$$DVr_{11} = (s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (A2.436)$$

$$DVr_{12} = 0 \quad (A2.437)$$

$$DVr_{21} = 0 \quad (A2.438)$$

$$DVr_{22} = (H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (A2.439)$$

- Si  $(\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{mj}})$  ou  $(\overline{V_{bl}}$  et  $\overline{V_{mj}})$

$$DVr_{11} = -(s_5 - s_7 \cdot H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (A2.440)$$

$$DVr_{21} = (-H_2^{-1} \cdot R_1 \cdot s_7^T \cdot R_2^{-1} \cdot s_5) \quad (A2.441)$$

- Si ( $\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{mj}}$  et  $\overline{V_{br}}$ )

$$DV_{r_{11}} = -(s_5) \quad (\text{A2.442})$$

## VI. Calcul des matrices C<sub>Ir</sub> et D<sub>Ir</sub>

Soit le système suivant :

$$Y_{Ir}(t) = C_{Ir} \cdot x(t) + D_{Ir} \cdot U(t) \quad (\text{A2.443})$$

avec :

$$Y_{Ir}(t) = \begin{pmatrix} I_{br} \\ I_{mr} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.444})$$

$$C_{Ir} = \begin{pmatrix} C_{Ir_{11}} & C_{Ir_{12}} \\ C_{Ir_{21}} & C_{Ir_{22}} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.445})$$

$$D_{Ir} = \begin{pmatrix} D_{Ir_{11}} & D_{Ir_{12}} \\ D_{Ir_{21}} & D_{Ir_{22}} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.446})$$

$$C_{Ir_{11}} = -(s_7 \cdot H_1^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.447})$$

$$C_{Ir_{12}} = (-s_7^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) + s_{11}^T \quad (\text{A2.448})$$

$$C_{Ir_{21}} = (-H_1^{-1} \cdot s_6) \quad (\text{A2.449})$$

$$C_{Ir_{22}} = (-H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (\text{A2.450})$$

$$D_{Ir_{11}} = -(s_7^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.451})$$

$$D_{Ir_{12}} = s_{15}^T - (s_7^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.452})$$

$$D_{Ir_{21}} = (-H_1^{-1} \cdot s_5) \quad (\text{A2.453})$$

$$D_{Ir_{22}} = (-H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (\text{A2.454})$$

**VI.1 Calcul des différents sous-blocs de  $CIr$** - Si ( $\overline{V_{bc}}$ )

$$CIr_{12} = (-s_7^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) + s_{11}^T \quad (A2.455)$$

$$CIr_{22} = (-H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{11}^T) \quad (A2.456)$$

- Si ( $\overline{V_{br}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{ml}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ ) ou ( $\overline{V_{br}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$CIr_{21} = (-H_1^{-1} \cdot s_6) \quad (A2.457)$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$ ) ou ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ ) ou ( $\overline{V_{mr}}$  et  $\overline{V_{mc}}$  et  $\overline{V_{bl}}$ )

$$CIr_{12} = s_{11}^T \quad (A2.458)$$

- Si ( $\overline{V_{ml}}$ ) ou ( $\overline{V_{ml}}$  et  $\overline{V_{mc}}$ )

$$CIr_{11} = -(s_7 \cdot H_1^{-1} \cdot s_6) \quad (A2.459)$$

$$CIr_{21} = (-H_1^{-1} \cdot s_6) \quad (A2.460)$$

**VI.2 Calcul des différents sous-blocs de  $DIr$** - Si ( $\overline{V_{br}}$ )

$$DIr_{21} = (-H_1^{-1} \cdot s_5) \quad (A2.461)$$

- Si ( $\overline{V_{mr}}$ ) ou ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{bc}}$  et  $\overline{V_{mr}}$ )

$$DIr_{12} = s_{15}^T \quad (A2.462)$$

- Si ( $\overline{V_{mc}}$ )

$$DIr_{12} = s_{15}^T - (s_7^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (A2.463)$$

$$DIr_{22} = (-H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (A2.464)$$

- Si ( $\overline{V_e}$ ) ou ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{bc}}$ )

$$DIr_{12} = s_{15}^T - (s_7^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (A2.465)$$

$$DIr_{22} = (-H_1^{-1} \cdot s_7 \cdot R_1 \cdot s_{15}^T) \quad (A2.466)$$

- Si ( $\overline{V_{mj}}$ ) ou ( $\overline{V_e}$  et  $\overline{V_{mj}}$ )

$$DIr_{11} = -(s_7^T \cdot H_1^{-1} \cdot s_5) \quad (A2.467)$$

$$DIr_{21} = (-H_1^{-1} \cdot s_5) \quad (A2.468)$$

**Annexe B**

**Présentation du logiciel**

**Portunus**





# Annexe B

## Présentation du logiciel Portunus

### I. Description du logiciel

Portunus est une solution logicielle pour le design et l'analyse des systèmes mécatroniques. Il permet une combinaison de différents modes de modélisation : circuits conservatifs (circuits électrique, thermique, mécanique, etc.), diagrammes par blocs, machines d'états. Il permet d'analyser le comportement de systèmes divers. Les possibilités d'application vont des systèmes d'alimentation électrique, systèmes d'électronique de puissance et de commande au système de régulation et aux composants automobiles. Au-delà de l'analyse du comportement électrique, Portunus permet d'évaluer les propriétés mécaniques et thermiques des systèmes.

Les analyses peuvent être effectuées dans le domaine temporel, fréquentiel ou pour calculer le point de fonctionnement. Au cours de la simulation, les résultats peuvent être affichés sous forme de diagramme ou dans un tableau. Pour certains modèles, il est possible d'observer l'évaluation des valeurs pendant la simulation avec des animations, c'est-à-dire pour une machine d'état par exemple, nous pouvons suivre le passage d'un état à un autre avec ces animations.

Il est possible d'importer des données à partir des autres logiciels comme SPEED (Laboratoire SPEED, UK) pour l'analyse des moteurs électriques, InCa3D (Cedrat SA, France) pour les connexions électriques et Motor-CAD (Motor-Design, UK) pour les connexions thermiques. Les résultats des simulations peuvent être exportés directement vers Excel, Matlab et Origin sans gérer un autre fichier.

La bibliothèque standard de Portunus inclut les modèles électriques et mécaniques, les fonctions temporelles (signal triangulaire, échelon, sinusoïde ...), les blocs, les composants pour construire les machines d'états (transitions, états), les appareils de mesures. Pour faire l'analyse des réseaux thermiques, une bibliothèque thermique a été créée avec collaboration de Motor-Design (UK) qui contient les modèles pour le transfert de chaleur (conduction, convection, radiation...), les sources de chaleurs et les appareils de mesures. La bibliothèque de SPICE est aussi présente contenant les modèles de semi-conducteurs. (MOSFETs, JFETs) La figure B.1 illustre la régulation de vitesse du moteur à courant continu avec le freinage mécanique. Cet exemple met en évidence l'utilisation des différents modes de modélisation (diagrammes par blocs, machines d'états, circuit électrique pour l'alimentation du moteur) ainsi que l'affichage des résultats de la simulation.

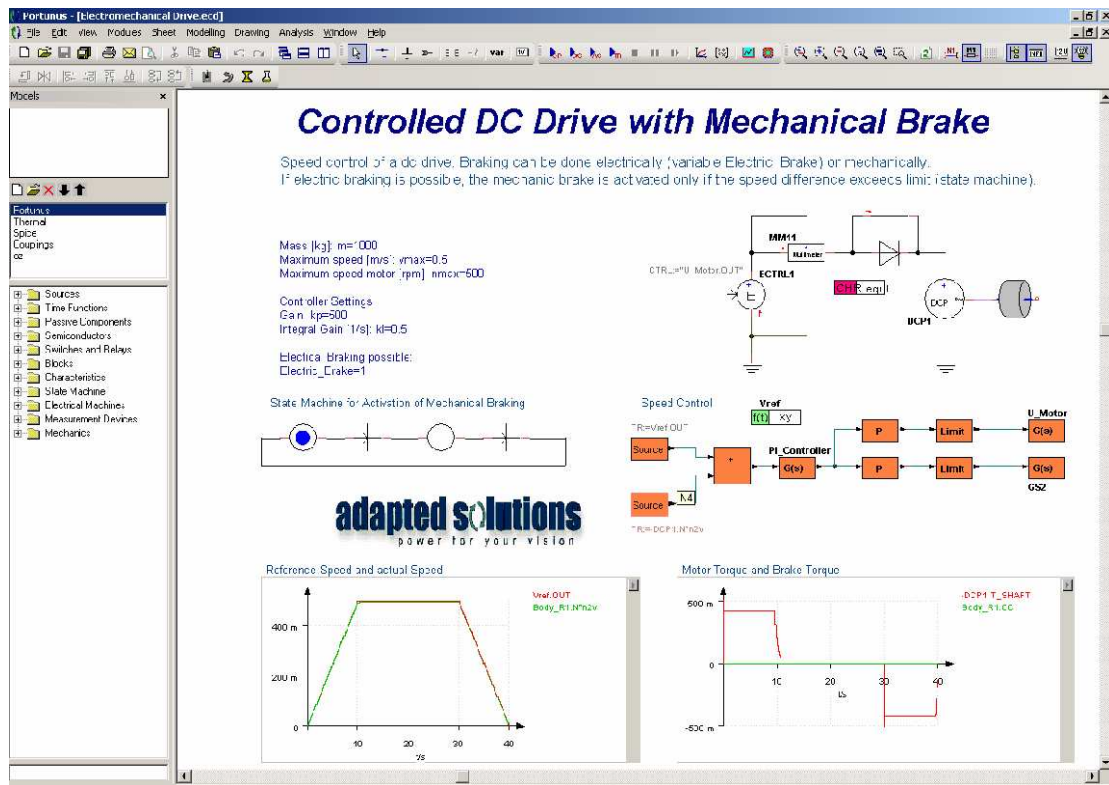


Figure B. 1: la régulation de vitesse du moteur à courant continu avec le freinage mécanique

## II. Utilisation de l'interface de programmation de Portunus

Portunus permet de créer de nouveaux modèles avec la programmation en C++. L'implémentation des modèles avec l'interface C du logiciel est une solution pour des cas où le comportement du modèle à simuler n'est pas réalisable avec les modèles existants dans la bibliothèque standard. Cette interface fournit les fonctionnalités suivantes :

- accès au solveur (définition des équations et leurs dérivées)
- utilisation de toutes les fonctions mathématiques qui sont accessible dans la bibliothèque standard de C math.h
- échange des données avec les autres applications

Tous les modèles créés avec l'interface C peuvent être utilisés pour tous les types d'analyses: régime transitoire, AC, DC, calcul de point de fonctionnement.

### II.1 Le principe de résolution du simulateur

Les systèmes physiques à résoudre par des solveurs numériques peuvent être exprimés sous deux formes d'équation :

- équations différentielles algébriques
- équations différentielles ordinaires (représentation d'état linéaire)

Les équations ordinaires ou la représentation d'état linéaire permettent d'écrire le système à l'aide d'un ensemble de variables minimal. Les variables d'état sont des grandeurs physiques continues du système. Elles doivent être dérivables et indépendantes les unes des autres.

## II.2 Programmation des connexions des composants

Dans cette partie, nous avons pris comme exemple un circuit RLC série. Nous avons utilisé le langage VHDL-AMS, dans le but de relier les trois composants (R, L et C) entre eux et afin d'assurer le bon comportement du circuit. Sur la figure B.2, nous avons l'allure du programme global avec les différentes déclarations des entrées, des sorties et des paramètres génériques.

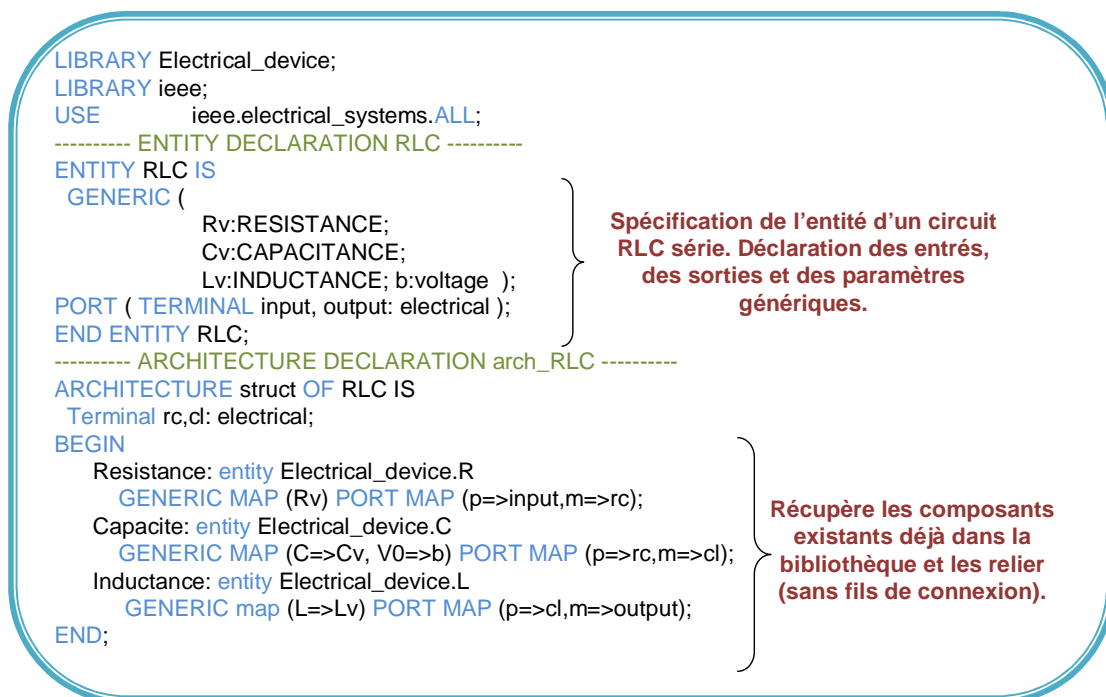


Figure B. 2: code du programme global



# **Annexe C**

## **Utilisation de OpenMaple**



## Annexe C

### Utilisation de OpenMaple

OpenMaple est un module permettant à certains langages de programmation comme le C ou le Java, de bénéficier de la puissance de calcul et de traitement du logiciel Maple. Cette fonction donne à l'utilisateur l'opportunité d'effectuer des traitements mathématiques plus ou moins complexe sans avoir à définir les énormes algorithmes de calculs imposés.

Ce module se base sur un ensemble de classes Java qui, définies dans un certain ordre, permettent de travailler avec l'interface de calcul Maple.

Les utilisateurs peuvent se référer à la documentation technique se trouvant dans l'aide de Maple pour avoir des renseignements sur les différentes fonctions de OpenMaple.

Le traitement de données sous OpenMaple s'effectue en plusieurs étapes. Tout d'abord, une phase d'initialisation du module est obligatoire. Nous devons donc définir l'ensemble des classes Java permettant l'exécution de Maple dans notre propre classe. Cette opération est réalisée par les lignes suivantes :

```
/* import the Java Open Maple classes */  
import com.maplesoft.openmaple.*;  
/* import the MapleException class */  
import com.maplesoft.externalcall.MapleException;
```

Maintenant, nous devons initialiser l'élément permettant le transfert de données entre Java et OpenMaple. Pour cela, nous allons déclarer un objet spécifique à OpenMaple, qui ouvre une session Maple et attend les instructions de calculs. Cette opération est réalisée par la ligne:

```
String a[] = new String[1];  
a[0] = "java";  
Engine t = new Engine( a, new EngineCallbacksDefault(), null, null );
```

L'objet "t" est donc maintenant la passerelle entre le langage Java et l'interface de calcul Maple. Toutes les opérations se feront sous forme *t.expression (param1,...,paramN)*. Il est à noter qu'une seule session Maple peut être ouverte. Il est donc nécessaire d'effectuer l'opération d'initialisation une seule et unique fois.

Nous avons utilisé également une fonction permettant à l'utilisateur d'utiliser les fonctions Maple directement dans OpenMaple :

```
Algebraic resultat = t.evaluate(expression Maple);
```

Cette fonction permet de placer dans les parenthèses une expression Maple, comme si une session Maple était ouverte sur l'ordinateur. Nous pouvons donc utiliser toute la gamme d'expressions Maple dans un programme écrit en Java.





# **Annexe D**

## **Etapes de modélisation du hacheur parallèle**



## Annexe D

### Étapes de modélisation du hacheur parallèle

#### I. Différentes étapes d'obtention du modèle moyen dans AMG

##### I.1 Description du convertisseur

###### I.1.1 Création de la NetList

Le fichier NetList est généré dans le logiciel de simulation PSpice.

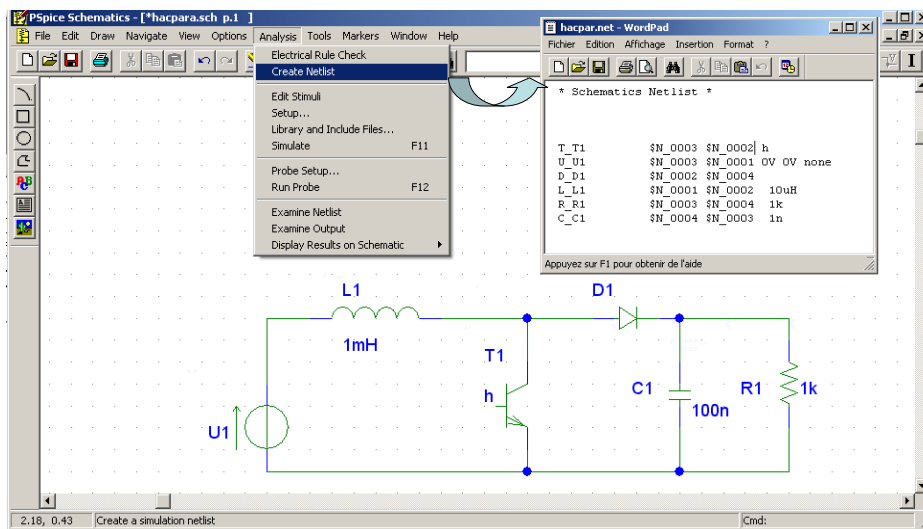


Figure D. 1: création de la NetList

###### I.1.2 Simulation sous Portunus

Nous simulons le circuit dans le logiciel Portunus afin d'extraire le mode et la commande associés au convertisseur statique (cf. figure D.2).

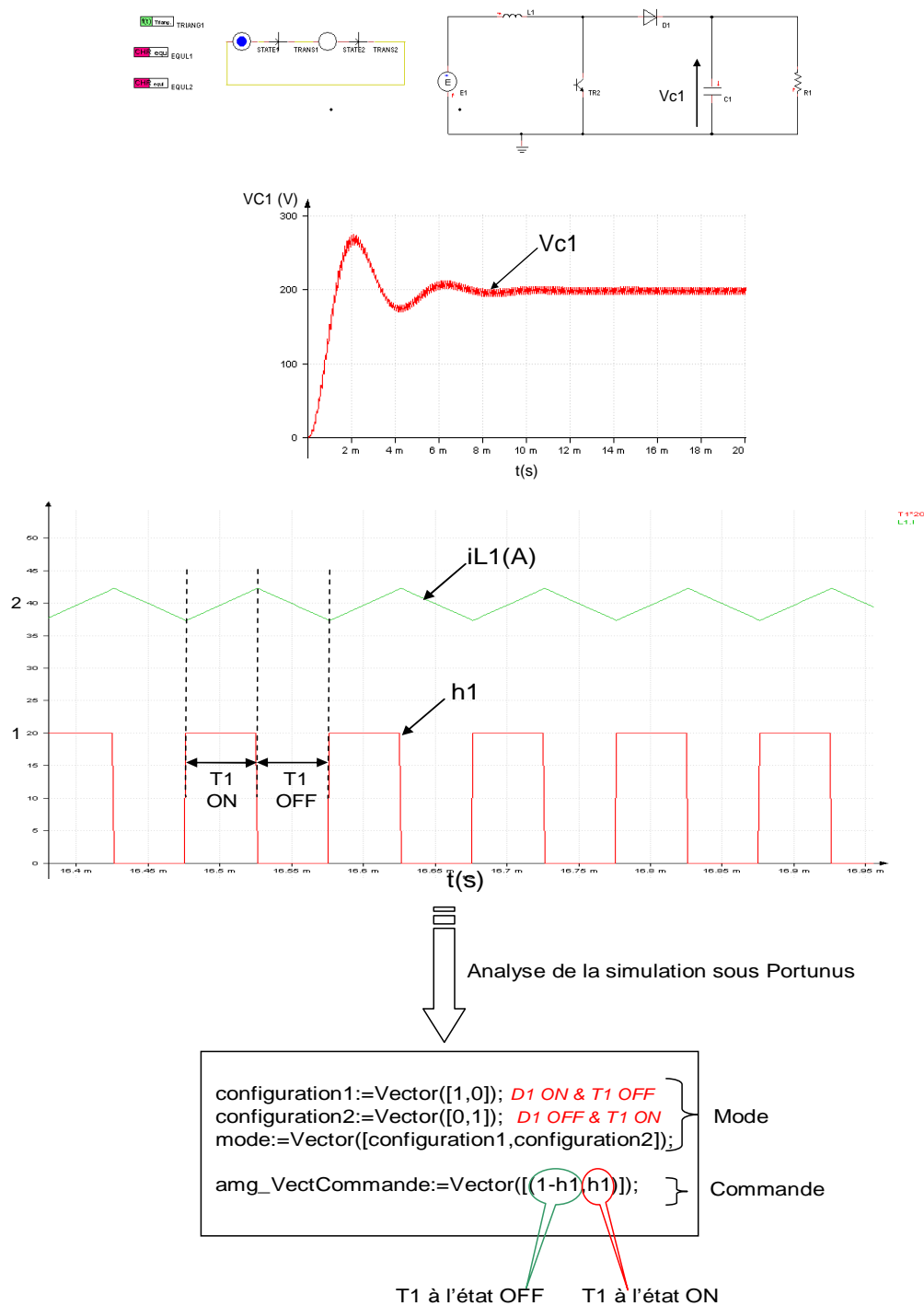


Figure D. 2: le mode et la commande pour un hacheur parallèle

## I.2 Résultats dans AMG

Une fois que nous avons décrit le convertisseur : sa NetList, son mode ainsi que sa commande. Nous introduisons ces informations dans AMG, nous récupérons par la suite les résultats contenant les modèles générés (exactes et/ou moyens) en format VHDL-AMS et Modelica (Annexe E).

Enfin nous les simulons dans Matlab/Simulink ou Portunus (cf. figure D.3 et figure D.4).

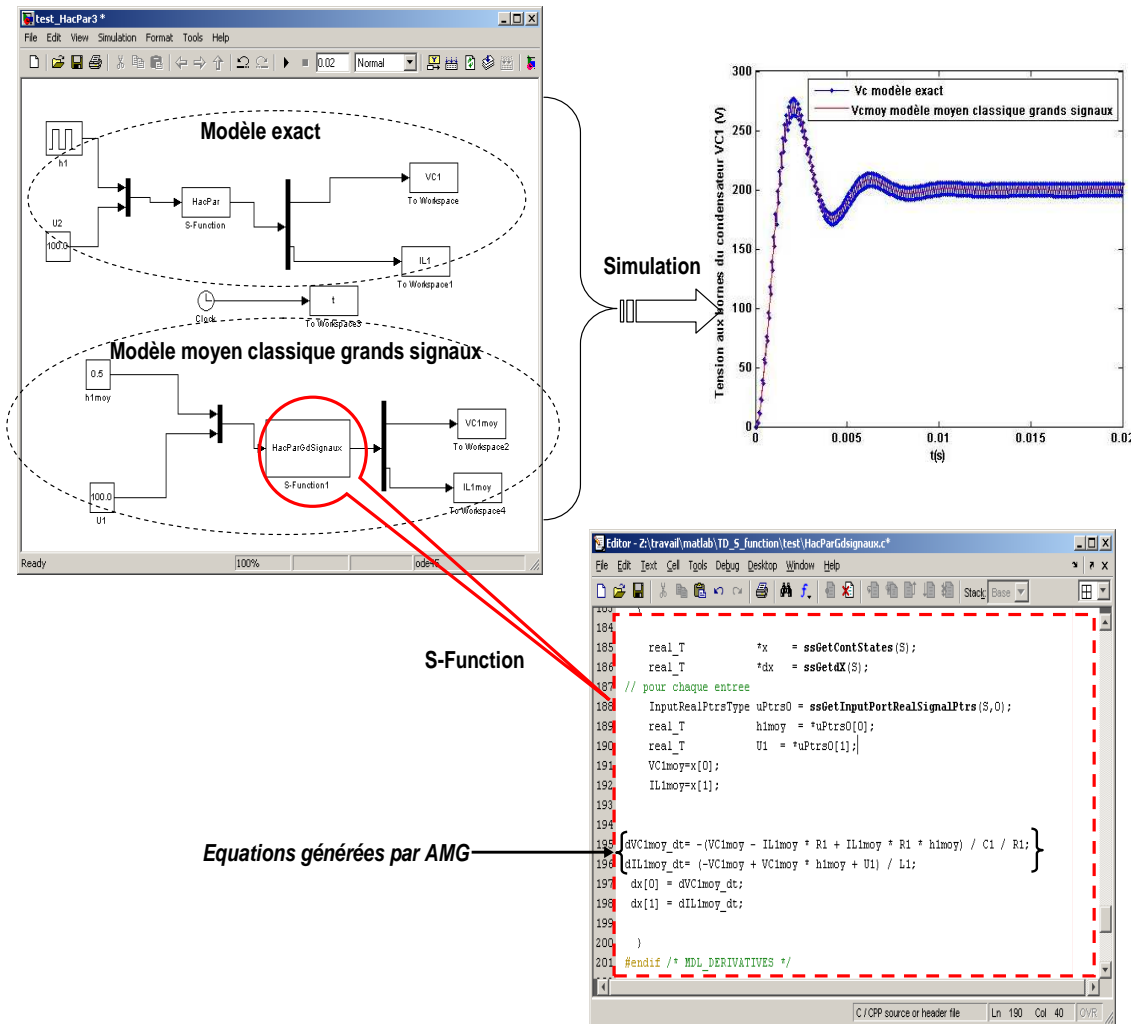


Figure D. 3: simulation du hacheur parallèle dans Matlab/Simulink en utilisant les S-Functions

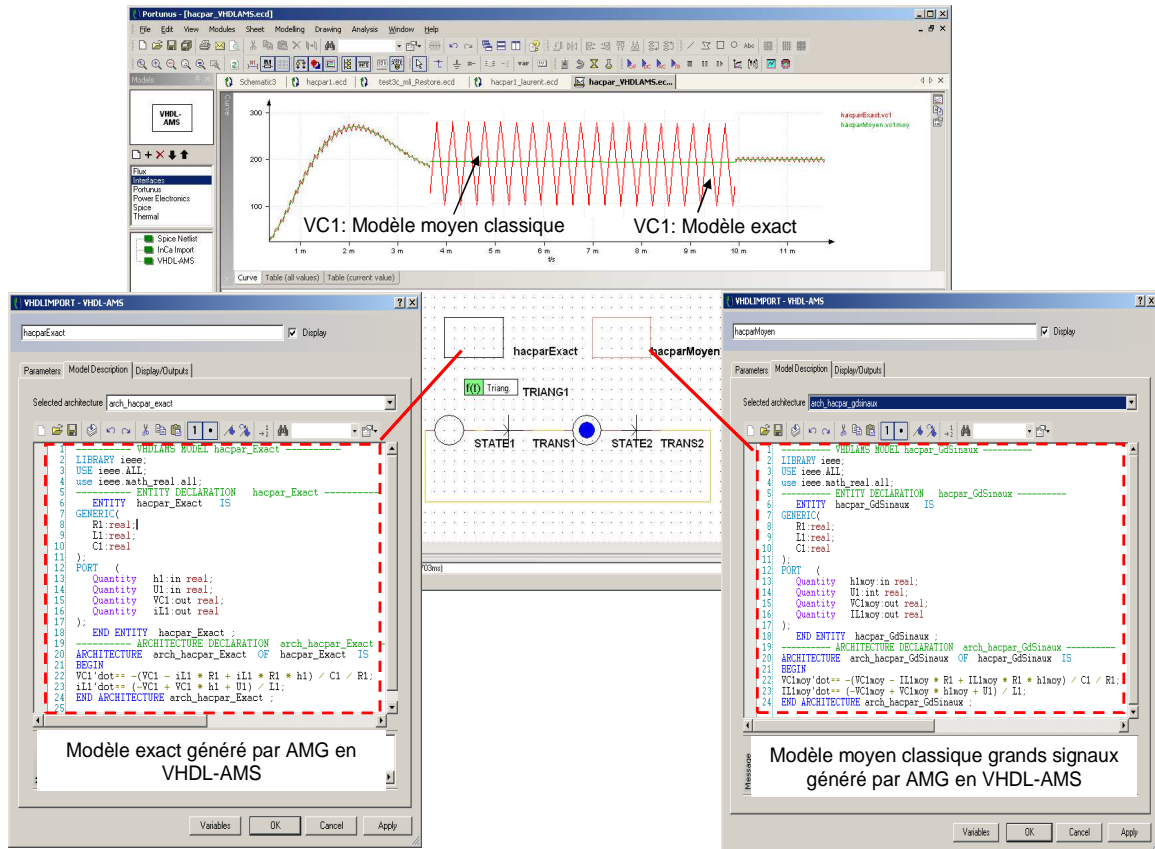


Figure D. 4: simulation du hacheur parallèle en VHDL-AMS dans Portunus

## II. Processus général de validation de modèle

Sur la figure D.5, nous illustrons le processus général de validation de modèle depuis sa génération dans AMG.

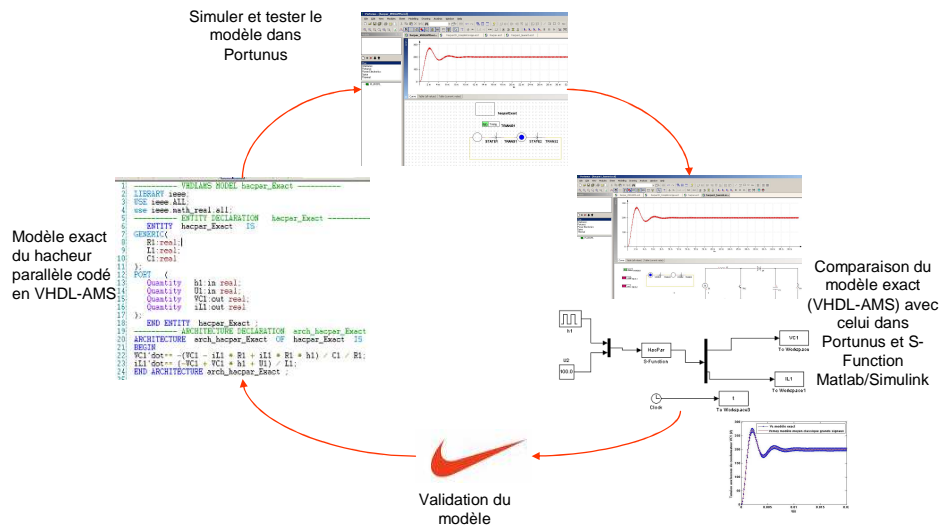


Figure D. 5: processus de validation du modèle généré dans AMG-

# **Annexe E**

## **Résultats en format Modelica**





# Annexe E

## Résultats en format Modelica

Nous allons présenter dans cette annexe quelques modèles générés par AMG en format Modelica pour les structures suivantes :

- hacheur parallèle ;
- onduleur triphasé ;
- convertisseur à résonance ;
- convertisseur multi-cellulaire.

### I. Modèles obtenus pour un hacheur parallèle

```
model hacpar_Exact

external connector InputReal = input Real;

parameter Real R1(fixed=false)=0.5 ;
parameter Real L1(fixed=false)=0.5 ;
parameter Real C1(fixed=false)=0.5 ;
  InputReal h1;
  InputReal U1;
  Real VC1;
  Real iL1;

equation
der(VC1)= -(VC1 - iL1 * R1 + iL1 * R1 * h1) /
C1 / R1;
der(iL1)= (-VC1 + VC1 * h1 + U1) / L1;

end hacpar_Exact ;
```

*Figure E. 1: modèle exact généré par AMG pour un hacheur parallèle en Modelica pendant la conduction continue*

```

model hacpar_completcorrige
external connector InputReal = input Real;
parameter
  Real R1(R1(fixed=false)=0.5) ;
  Real L1(L1(fixed=false)=0.5) ;
  Real C1(C1(fixed=false)=0.5) ;
  Real Ts(Ts(fixed=false)=0.5) ;
  InputReal h1;
  InputReal h2;
  InputReal U1;
  Real VC1;
  Real iL1;

equation
der(VC1)= -(0.2e1 * VC1 * L1 - 0.2e1 * R1 * iL1 * L1 +
R1 * U1 * h1 ^ 2 * Ts) / L1 / C1 / R1 / 0.2e1;
der(iL1)= (-0.2e1 * VC1 * iL1 * L1 + VC1 * U1 * h1 ^ 2 *
Ts + 0.2e1 * U1 * iL1 * L1) / U1 / h1 / Ts / L1;

end hacpar_completcorrige ;

```

*Figure E. 2: modèle complet d'ordre corrigé généré par AMG pour un hacheur parallèle en Modelica pendant la conduction discontinue*

```

model hacpar_reduit
external connector InputReal = input Real;
parameter
  Real R1(R1(fixed=false)=0.5) ;
  Real L1(L1(fixed=false)=0.5) ;
  Real C1(C1(fixed=false)=0.5) ;
  Real Ts(Ts(fixed=false)=0.5) ;
  InputReal h1;
  InputReal h2;
  InputReal U1;
  Real VC1;

equation

der(VC1)= (-VC1 + h2 / L1 * U1 * h1 * Ts * R1 / 0.2e1) / C1 / R1;
h2=h1*U1/(VC1-U1);

end hacpar_reduit ;

```

*Figure E. 3: modèle réduit généré par AMG pour un hacheur parallèle en Modelica pendant la conduction discontinue*

## II. Modèles obtenus pour l'onduleur triphasé

```

model OndTc_Exact
external connector InputReal = input Real;
parameter
  Real R1(R1(fixed=false)=0.5) ;
  Real R2(R2(fixed=false)=0.5) ;
  Real R3(R3(fixed=false)=0.5) ;
  Real L1(L1(fixed=false)=0.5) ;
  Real L2(L2(fixed=false)=0.5) ;
  Real L3(L3(fixed=false)=0.5) ;

  InputReal h1;
  InputReal h2;
  InputReal h3;
  InputReal U2;
  InputReal U1;
  Real iL1;
  Real iL2;
  Real iL3;
equation

der(iL1)= -(0.8e1 * R1 * iL1 - 0.5e1 * U2 * h1 - 0.3e1 * U2 + U2 * h1 * h2 - U2 * h1 * h2 * h3 + U2 * h1 * h3 -
U2 * h2 + U2 * h2 * h3 - U2 * h3 - 0.3e1 * U1 * h1 - U1 * h1 * h3 - U1 * h1 * h2 + U1 * h1 * h2 * h3 + 0.3e1 *
U1 + U1 * h3 + U1 * h2 - U1 * h2 * h3) / L1 / 0.8e1;

der(iL2)= -(0.8e1 * R2 * iL2 - 0.5e1 * U2 * h2 - 0.3e1 * U2 + U2 * h1 * h2 - U2 * h1 * h2 * h3 - U2 * h1 + U2 *
h1 * h3 + U2 * h2 * h3 - U2 * h3 - U1 * h1 * h2 - 0.3e1 * U1 * h2 + U1 * h1 * h2 * h3 - U1 * h2 * h3 + U1 * h1
+ 0.3e1 * U1 - U1 * h1 * h3 + U1 * h3) / L2 / 0.8e1;

der(iL3)= -(0.8e1 * R3 * iL3 - 0.3e1 * U2 - 0.5e1 * U2 * h3 + U2 * h1 * h2 - U2 * h1 * h2 * h3 - U2 * h1 + U2 *
h1 * h3 - U2 * h2 + U2 * h2 * h3 + U1 * h1 + 0.3e1 * U1 - U1 * h1 * h2 + U1 * h2 - U1 * h1 * h3 - 0.3e1 * U1 *
h3 + U1 * h1 * h2 * h3 - U1 * h2 * h3) / L3 / 0.8e1;
end OndTc_Exact ;

```

Figure E. 4: modèle exact généré par AMG pour un onduleur triphasé en Modelica

### III. Modèles obtenus pour un convertisseur à résonance

```

model ondcc_GME
external connector InputReal = input Real;
  parameter Real R1(fixed=false)=0.5 ;
  parameter Real R2(fixed=false)=0.5 ;
  parameter Real L1(fixed=false)=0.5 ;
  parameter Real C1(fixed=false)=0.5 ;
  parameter Real C2(fixed=false)=0.5 ;
  parameter Real f(fixed=false)=50 ;
  parameter Real U1_constante(fixed=false)=0.1 ;
  InputReal delta;
  Real VC2_constante ;

equation

VC2_constante'dot= -(0.8e1 * R1 * w * C1 * sin(delta) * U1_constante -
0.8e1 * R1 * w ^ 3 * C1 ^ 2 * sin(delta) * U1_constante * L1 - 0.2e1 *
VC2_constante * w ^ 2 * C1 * L1 * pi ^ 2 + VC2_constante * pi ^ 2 +
VC2_constante * w ^ 2 * C1 ^ 2 * R2 ^ 2 * pi ^ 2 + VC2_constante * w ^
4 * C1 ^ 2 * L1 ^ 2 * pi ^ 2 - 0.8e1 * R1 * w ^ 2 * C1 ^ 2 * cos(delta) * R2
* U1_constante + 0.8e1 * R1 * w ^ 2 * C1 ^ 2 * R2 * VC2_constante) / pi
^ 2 / (w ^ 4 * C1 ^ 2 * L1 ^ 2 - 0.2e1 * w ^ 2 * C1 * L1 + 0.1e1 + w ^ 2 *
C1 ^ 2 * R2 ^ 2) / C2 / R1;

end ondcc_GME ;

```

Figure E. 5: G.M.E généré par AMG pour un convertisseur à résonance en Modelica

#### IV. Modèles obtenus pour la structure de convertisseur multi-cellulaire

```

model multin1_Exact
external connector InputReal = input Real;
parameter
  Real R1(R1(fixed=false)=0.5) ;
  Real R2(R2(fixed=false)=0.5) ;
  Real L1(L1(fixed=false)=0.5) ;
  Real C1(C1(fixed=false)=0.5) ;
  Real C2(C2(fixed=false)=0.5) ;
  Real C3(C3(fixed=false)=0.5) ;
  input Real h1;
  input Real h2;
  input Real h3;
  input Real h4;
  input Real U2;
  input Real U1;
  Real VC1;
  Real VC2;
  Real VC3;
  Real iL1;
equation
der(VC1)= -(h1 - h2) / C1 * iL1 / 0.2e1;
der(VC2)= -(-h3 + h2) / C2 * iL1 / 0.2e1;
der(VC3)= -(-h4 + h3) / C3 * iL1 / 0.2e1;
der(iL1)= (VC1 * h1 - VC1 * h2 - VC2 * h3 + VC2 * h2 - VC3 * h4 + VC3 *
h3 - 0.2e1 * iL1 * R1 - iL1 * R2 - iL1 * h4 * R2 + U2 + U2 * h4 - U1 + U1 *
h4) / L1 / 0.2e1;
end multin1_Exact ;

```

Figure E. 6: modèle exact généré par AMG pour un convertisseur multi-cellulaire en Modelica

# Résumé

Depuis plusieurs décennies, la modélisation moyenne de convertisseurs statiques a fait l'objet de nombreuses études. En effet, nous avons intérêt à transformer le système original en un système continu qui représente macroscopiquement au mieux les comportements dynamiques et statiques du circuit, notamment en vue d'une étude système. Le modèle dit « moyen » trouve un vaste champ d'applications que ce soit en commande, en simulation (rapide et système) ou encore en analyse des modes...

Cependant, la modélisation moyenne peut s'avérer laborieuse dès que le nombre de semi-conducteurs du convertisseur devient important. Dans cette optique, plusieurs auteurs ont essayé d'apporter une aide automatique dans le processus de calcul de ces modèles afin d'épargner l'utilisateur de cette fastidieuse tâche de calcul faite à la main.

Néanmoins, actuellement, la démarche de modélisation n'a jamais été entièrement automatisée. Dans cette perspective, les objectifs de cette thèse visent à fournir un outil d'aide à la génération automatique de modèles exacts et moyens dans le cas de la conduction continue et/ou discontinue et en partant d'un a priori sur le fonctionnement du convertisseur à étudier : la description du circuit, le mode de fonctionnement et la commande du convertisseur statique. La conception d'un tel outil repose sur trois étapes principales et qui sont l'analyse topologique du circuit, le calcul des matrices d'état pour chaque configuration du convertisseur statique et enfin une mise en équations des modèles. Les modèles générés sont sous forme symbolique ce qui permet de les réutiliser dans plusieurs logiciels.

*Mots clés :*

Modèle moyen, convertisseur statique, modélisation, génération automatique, simulation.

---

## Abstract

Power electronics models of static converters are useful in a huge set of applications. They are used for component sizing, as well for control adjustment, control or behaviour simulation. In this context, average models are a good compromise between complexity, computation time and acceptable accuracy for system simulation. However, they may be difficult to create, especially when the structures of the studied converters are complex and their control involves uncontrolled commutations.

Our work focuses on the way to carry out automatically such a process by using a symbolic treatment. We propose an automatic building approach of both exact and average models by using a software tool. This one is named AMG (for Average Model Generator) and has been developed in our works. This tool is dedicated to the average modelling of power electronics converters. It deals with some discontinuous conduction modes and continuous conduction modes. The models are created from the description of the structure of the static converter (i.e. its netlist), its operating mode and its control.

In the architecture of AMG, three steps are important: the analysis of the circuit, the extraction of the state matrixes for each configuration of the static converter and finally the building of the global state model. The generated models are generated under their symbolic forma and in Modelica and VHDL-AMS languages; so this allows their simulation in several software.

The modelling of several static converters is presented to show the possibilities of AMG.

*Keywords:*

Modelling, average model, static converter, automatic generation, simulation.