



**HAL**  
open science

# ETUDE DE MICRO-STRUCTURES UTILISANT LE GUIDAGE REFRACTIF A FORT CONFINEMENT DE LA LUMIERE

Kien Phan Huy

► **To cite this version:**

Kien Phan Huy. ETUDE DE MICRO-STRUCTURES UTILISANT LE GUIDAGE REFRACTIF A FORT CONFINEMENT DE LA LUMIERE. Autre. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2005. Français. NNT : . tel-00425104

**HAL Id: tel-00425104**

**<https://theses.hal.science/tel-00425104>**

Submitted on 20 Oct 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'INPG**

Spécialité : ***Optique et Radiofréquences***

Préparée à l' ***Institut de Microélectronique, Electromagnétisme et Photonique***

dans le cadre de l'***Ecole Doctorale Electronique, Electrotechnique, Automatisme et  
Traitement du Signal***

présentée et soutenue publiquement

par

**Kien PHAN HUY**

le 28 Octobre 2005

**ETUDE DE MICRO-STRUCTURES UTILISANT LE  
GUIDAGE REFRACTIF A FORT CONFINEMENT DE  
LA LUMIERE**

---

*Directeur de thèse :*      ***Pr. Pierre BENECH***

*Co-encadrant :*          ***Dr. Alain MORAND***

---

**JURY**

|                         |                             |
|-------------------------|-----------------------------|
| <b>Pr. C. GAUBERT</b>   | <b>, Président</b>          |
| <b>Pr. D. MAYSTRE</b>   | <b>, Rapporteur</b>         |
| <b>Pr. P. BIENSTMAN</b> | <b>, Rapporteur</b>         |
| <b>Pr. P. BENECH</b>    | <b>, Directeur de thèse</b> |
| <b>Dr. A. MORAND</b>    | <b>, Co-encadrant</b>       |
| <b>Pr. J.-M. GERARD</b> | <b>, Examineur</b>          |
| <b>Dr. X. LETARTRE</b>  | <b>, Examineur</b>          |



*A Bà ngoại et à mes parents,*



## Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier mes parents et ma soeur pour tout l'amour qu'ils m'ont donné. Je vous aime.

Mes travaux de recherche se sont déroulés à l'Institut de Microélectronique, Electromagnétisme et Photonique à Grenoble. Je remercie Francis Balestra, son directeur, de m'avoir accueilli au sein du laboratoire durant ces trois belles années.

Je remercie Claude Gaubert qui après avoir été mon professeur à l'ENSPG, m'a accompagné lors de mes premiers pas d'enseignant et a accepté de présider mon jury de thèse. Il sait combien je l'admire et comme j'aimerais suivre son exemple.

Je remercie également les professeurs Daniel Maystre de l'Institut Fresnel et Peter Bienstman de l'université de Gand, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. C'est un honneur pour moi qu'ils aient accepté de rapporter cette thèse. Leurs questions m'ont permis d'avoir une nouvelle lecture sur mon travail et je les en remercie chaleureusement.

Je souhaite également remercier Xavier Letartre du LEOM d'avoir accepté de faire parti de mon jury. J'ai eu la chance de travailler avec lui dans différents contextes et je tiens à souligner que ses compétences scientifiques n'ont d'égales que sa grande humanité. Sa fille Céline dont les rires savent réchauffer les cœurs a bien raison d'être si fier de son père.

Ma reconnaissance va également à Jean-Michel Gérard du CEA-DRFMC pour qui j'ai une grande admiration. Je le remercie pour avoir corrigé ma grande ignorance sur l'électrodynamique quantique en cavité. Je le remercie également d'avoir accueilli sous son aile les deux plus grands acteurs de l'INPG (Cyrano & Roxane).

Je remercie profondément mes deux directeurs de thèse Alain Morand et Pierre Benech pour m'avoir transmis leur savoir, leur passion et l'amour de ce métier. Je ne saurais dire combien ce qu'ils m'ont apporté est important pour moi. Ils m'ont donné l'envie d'apprendre et de transmettre et je leur en serai toujours reconnaissant. J'espère être digne de leurs enseignements et de leur confiance.

Je veux également remercier toutes les personnes qui ont collaboré à ce travail. Je remercie donc Christian Seassal, Pedro Rojo, Edouard Touraille et tous les collègues du LEOM (ça va être bientôt ton tour Badhise !). Je tiens à remercier également nos amis du CEA-DRFMC, Emmanuel Hadji, Jérémy Verbet (qui rédige en ce moment !), Emmanuel Picard et Benoît dont une connaissance commune nous a valu un retour des JNOG très amusant. Enfin, je remercie Jean Hare, Valérie Lefèvre-Séguin et Fedja Orucevic pour leur travail sur les tores. Je remercie également Sylvain Blaize qui a réalisé au LNiO les

mesures en champ proche à Troyes et mon ami David "Scrat" Amans, le meilleur des ATERs.

J'envoie mes plus chaleureux remerciement à tous les anciens du labo, Manu, Matt, Pierrot, Fred Rooms, Elise, Yoyo, Yannis, Odile et Adam qui nous ont servi de "grands frères". Je les remercie d'avoir écouté mes questions débiles avec autant de patience. J'envoie d'immenses remerciement à Moncef et Alex, membres fondateurs émérites du bureau 12 - The "L" Team - et à tous les thésards Flo (notre exemple à tous), Raf, Jérôme, Davide, Luis, Khallil, Farah, Phillipe, et René. Je voudrai également remercier Chalha, Valérie, Dhalila, Aude Bouchard et tout le personnel du labo pour leur aide si précieuse. Je souhaite également remercier Anne Vilcot et Pierre Saguet qui sont toujours disponibles et de bon conseil. Je voudrai également rendre hommage au professeur Raymond Rainisch que j'adore. J'envoie des tonnes de remerciements aux fidèles stagiaires qui ont travaillé avec moi, Lydie la "Fripouille" (bien-tôt au niveau 3 !), David Gachet (T'as vu ? Schtroumpf farceur est devenu grand !), Bruno Martin et Fanny Bredillot. J'adresse d'immenses remerciements au professeur Lee qui m'a accueilli au KAIST ainsi qu'à Se-Heon, Sun Kyung, Mr Baek, Mr Kwon, Fred et tous les autres thésards.

Je tiens à remercier Jean-Claude Castro, Gérard Fayolle et Phillipe Benech qui m'ont permis de faire mes premières armes dans l'enseignement à l'IUT GTR. Je remercie également Isabelle Schanen et Nicolas Corrao qui m'ont donné la chance de travailler au LHOG (mille fois merci !). Et je remercie de tout cœur Gilles Rostaing qui m'a offert trois années géniales avec les premières années PG en électronique.

Je remercie les peyes du SOA, Philippe Emplit, Marc Haelterman, Serge Massar, Anh Tuan dont la fibre blinque de mille feux (mais ce n'est pas voulu), ce zatekul de Xavier le goulafre qui va au fritkot de Jourdan à 1h du mat et glette sa delirium tremens au passage des filles, Eddy qui aime bien me faire des vieilles carabistouilles quand il n'est pas perdu dans ces calculs. Je remercie aussi ce frotte balles de François qui s'est pris une tamponne l'autre jour après le concert d'hollywood porn stars et que j'ai explosé à PES 4, Laura qui n'aime pas les martinis et préfères les chicons au gratin, Pascal qui a jamais pris une pette de sa vie parce qu'il était trop fort à l'athénée et toujours collé aux valves, Louis le plus Belge d'entre nous et bien sûr Cyril. Vive la France.

Je remercie mes potes du théâtre Emilie (qui est mon soleil les jours de tempêtes), Cécile, Anissa, Lyne, Jérôme, Sébastien (Ah ! Cyrano !), Pierre Dangauthier (qui est un mec trop génial), Diane (qui ne me dit pas merci), Yann, Ivan, Aurélie Nouveau, JBouille (qui ont cru en moi dès le début et m'ont toujours suivi, je vous aime). Ma reconnaissance éternelle à Louise, François et Julien Maynard sans qui je ne connaîtrais pas le plaisir de l'écriture et de la musique. Rien ne pourra effacer ce que nous avons vécu.

Je remercie Matt sans qui je serai toujours un immense boulet sur une piste de dance (d'accord c'est

limite). - Audace et élégance - Matt Matt, Jojo la crainte s'incline devant ta grandeur. (Et oui ! Je connais Mathieu Hallinger)

J'envoie des milliers de bisous à mes immenses copines Marie-Aude, Manue, Céline, Aurélie, Cécile et Aurélia sans qui je ne suis rien. Merci d'exister les filles. Vous êtes ma respiration, la fraîcheur qui souffle sur ma peau et la douceur qui fait battre mon cœur. Merci aussi à vous Pascal et Lucie qui êtes toujours là pour moi. Restez tels que vous êtes, pleins de vie et d'épices, c'est ce qui vous rend si lumineux.

Je remercie également la bande de PG, Karol, Olivier, Jean-Louis, Marc, Béné, Loic, JS et Alain. Vous êtes l'âme de mes années d'étudiant. Je remercie Adrien qui m'écoute encore malgré les années et Hovig qui est sur le point de devenir célèbre (du coup, ça fait classe de dire que je le connais). Je voudrai remercier enfin mes vieux amis Guigui, Jérôme et Jérémy, qui justifient à eux seuls de croire à des choses fragiles comme l'amitié.

Finalement, j'ai une pensée pour Gaëlle et Marick qui ont su quand elles ont traversé ma vie prendre soin de mon cœur.





*“Le secret du bonheur c’est trouver l’équilibre entre ce qu’on veut donner aux autres et ce qu’on peut garder pour soi.”*

*Florent Gardillou*



# Table des matières

|  |             |
|--|-------------|
| <b>Introduction</b>  | <b>xiii</b> |
| <b>Chapitre 1 Micro-résonateurs en optique intégrée</b>                | <b>1</b>    |
| 1.1 Les interconnexions optiques . . . . .                             | 4           |
| 1.2 l'électrodynamique quantique en cavité . . . . .                   | 9           |
| 1.2.1 Le contrôle de l'émission spontanée et l'effet Purcell . . . . . | 9           |
| 1.2.2 Le couplage fort . . . . .                                       | 11          |
| 1.3 Sources lasers basées sur l'effet Raman . . . . .                  | 12          |
| 1.4 Les micro-résonateurs optiques . . . . .                           | 14          |
| 1.5 Les micro-résonateurs circulaires . . . . .                        | 17          |
| 1.6 Conclusion . . . . .   | 20          |
| <b>Chapitre 2 Le mode de galerie</b>                                   | <b>23</b>   |
| 2.1 Régimes de fonctionnement du résonateur . . . . .                  | 23          |
| 2.2 Simulation numérique, méthode des différences finies . . . . .     | 27          |
| 2.3 Modèle analytique . . . . .  | 31          |
| 2.4 Résultats et comparaisons . . . . .                                | 34          |
| 2.5 Normalisation du mode de galerie . . . . .                         | 36          |
| 2.6 Quasi-orthogonalité . . . . .                                      | 38          |
| 2.7 Argument dans le domaine des fréquences . . . . .                  | 38          |
| 2.8 Argument dans le domaine spatial . . . . .                         | 39          |
| 2.9 Approche à trois dimensions (3-D) . . . . .                        | 42          |
| 2.9.1 Méthode d'indice effectif . . . . .                              | 42          |
| 2.9.2 Méthode de raccordement de modes . . . . .                       | 44          |
| 2.9.3 Méthode de Fourier . . . . .                                     | 46          |
| 2.10 Conclusion . . . . .  | 46          |
| <b>Chapitre 3 Micro-structuration du disque</b>                        | <b>47</b>   |
| 3.1 La micro-structuration des disques . . . . .                       | 47          |

|   |   |           |
|---|---|-----------|
| 3.2   | La méthode de perturbation . . . . .  | 49        |
| 3.3   | La méthode de Floquet-Bloch . . . . .   | 51        |
| 3.3.1   | Résolution analytique . . . . .   | 53        |
| 3.3.2   | Résolution numérique . . . . .  | 55        |
| 3.3.3   | Conditions de continuité . . . . .  | 58        |
| 3.4   | Résultats . . . . .   | 61        |
| 3.4.1   | Précision et stabilité . . . . .  | 65        |
| 3.4.2   | Comportement en polarisation . . . . .  | 65        |
| 3.5   | Autres géométrie de résonateurs . . . . .   | 66        |
| 3.5.1   | Disque en fleur . . . . .   | 66        |
| 3.5.2   | L'anneau denté . . . . .  | 68        |
| 3.5.3   | Résonateur ovale . . . . .  | 70        |
| 3.6   | Conclusion . . . . .  | 71        |
| <b>Chapitre 4 Couplage avec des guides optiques</b> |   | <b>73</b> |
| 4.1   | Principe du fonctionnement avec des guides . . . . .                                  | 73        |
| 4.1.1   | Source laser et filtre rejeteur . . . . .   | 74        |
| 4.1.2   | Multiplexeur et démultiplexeur . . . . .  | 79        |
| 4.2   | Méthode de perturbation . . . . .   | 83        |
| 4.3   | Résultats . . . . .   | 87        |
| 4.3.1   | Comparaison avec la FDTD . . . . .  | 88        |
| 4.3.2   | Phénomène de levée de dégénérescence . . . . .  | 90        |
| 4.4   | Conclusion . . . . .  | 91        |
| <b>Chapitre 5 Validation expérimentale</b>          |   | <b>93</b> |
| 5.1   | Composants passifs sur SOI . . . . .  | 93        |
| 5.1.1   | Processus technologique . . . . .   | 94        |
| 5.1.2   | Caractérisation des guides . . . . .  | 96        |
| 5.1.3   | Filtre réjecteur . . . . .  | 99        |
| 5.1.4   | Démultiplexeurs à bases de disques de 3 $\mu\text{m}$ de rayon . . . . .              | 106       |
| 5.1.5   | Conclusion . . . . .  | 111       |
| 5.2   | Composants actifs sur InP . . . . .   | 111       |
| 5.3   | Composants actifs sur silice . . . . .  | 114       |
| 5.3.1   | Mesures en photoluminescence . . . . .  | 116       |
| 5.3.2   | Comparaison à la théorie . . . . .  | 116       |
| 5.3.3   | Etude du disque de 15 $\mu\text{m}$ de diamètre : Effet de la biréfringence . . . . . | 119       |
| 5.4   | Conclusion . . . . .  | 120       |

---

|  |            |
|--|------------|
| <b>Conclusion</b>  | <b>123</b> |
| <b>Annexe A Glossaire</b>                                    | <b>127</b> |
| <b>Annexe B Notion de mode guidés et rayonnés</b>            | <b>129</b> |
| B.1 Notion de polarisation . . . . .                         | 130        |
| B.2 Equation de Helmholtz . . . . .                          | 131        |
| B.3 Conditions de continuité aux interfaces . . . . .        | 132        |
| B.4 Notion de mode rayonnée et de mode guidée . . . . .      | 133        |
| B.5 Notion de mode à fuite et d'oscillation libre . . . . .  | 136        |
| B.6 Notion de modes imaginaires . . . . .                    | 137        |
| B.7 Orthogonalité et base modale . . . . .                   | 137        |
| <b>Annexe C Méthode de perturbation pour le disque denté</b> | <b>139</b> |
| <b>Annexe D Liste des publications reliées à ce travail</b>  | <b>151</b> |
| D.1 Revues . . . . .   | 151        |
| D.2 Conférences internationales avec actes . . . . .         | 151        |
| D.3 Conférences nationales avec actes . . . . .              | 152        |
| D.4 Conférences internationales sans actes . . . . .         | 153        |
| <b>Bibliographie</b>   | <b>155</b> |
| <b>Table des figures</b>                                     | <b>165</b> |
| <b>Liste des tableaux</b>                                    | <b>169</b> |



# Introduction

Lorsque Lord Rayleigh décrit en 1910 les modes de galerie qui résonnent sous le dôme des cathédrales, il ne se doute pas que ceux-ci permettront de fabriquer des micro-lasers. Les micro-résonateurs basés sur ces modes de résonance constituent aujourd'hui toute une famille. Les micro-disques, anneaux, tores et autres sphères font l'objet de recherches approfondies pour les interconnexions optiques sur Silicium, les télécommunications ou l'électrodynamique quantique en cavité. Parmi ces résonateurs, les micro-disques prennent une place importante. Bénéficiant de l'évolution des processus technologiques dédiés à la microélectronique, ces résonateurs peuvent aujourd'hui être fabriqués en Silicium et profiter du contraste d'indice de réfraction important entre ce matériau et la silice. La lumière étant fortement confinée dans ces structures, leurs tailles se sont également considérablement réduites. Afin d'améliorer encore leurs performances et de les rendre fonctionnels, les micro-disques ont été déformés et mis en interaction avec des guides optiques. Les composants ainsi obtenus permettent de réaliser des sources lasers, des fonctions de filtrage, ou de multiplexage et démultiplexage en longueur d'onde... A cause de leur géométrie particulière, ces composants ne peuvent pas toujours être simulés correctement avec les outils actuels. Cette thèse est consacrée à l'étude et au développement de méthodes semi-analytiques pour modéliser ces composants. Dans un premier chapitre, nous présenterons l'histoire de ces résonateurs et leurs applications. Puis nous décrirons la problématique de cette thèse que nous traiterons en quatre parties. Le deuxième chapitre présentera une étude du mode de galerie. Nous discuterons de sa nature de mode résonant et présenterons une approche originale pour le normaliser. Dans un troisième chapitre, nous étudierons comment de fortes perturbations induites par une déformation de la cavité peuvent modifier les propriétés de ce mode. Dans le quatrième chapitre, nous décrirons un régime de faible perturbation où un résonateur est couplé avec des guides optiques. Ces guides permettent de rendre le résonateur fonctionnel et de réaliser des fonctions optiques. Nos modèles validés par une méthode numérique, nous présenterons dans le cinquième chapitre des résultats expérimentaux. Nous montrerons ainsi la caractérisation optique de composants passifs fabriqués sur substrat de silicium sur isolant fabriqués au CEA-LETI.



Nous détaillerons les résultats que nous avons obtenus sur des filtres réjecteurs en longueur d'onde et des démultiplexeurs en longueur d'onde intégrés sur silicium. Finalement, nous présenterons succinctement les validations expérimentales obtenues par nos collaborateurs du LEOM et du DRFMC sur l'élaboration de sources lasers intégrées sur silicium mettant en oeuvre le mode de galerie.

# Chapitre 1

## Micro-résonateurs en optique intégrée

L'histoire de l'optique réfractive commence en 984, lorsqu'un mathématicien de la cour de Bagdad, Ibn Sahl, énonce les lois de la réfraction pour la première fois<sup>1</sup> dans un traité sur les miroirs et les lentilles [1]. Ces lois dites de Snell-Descartes, car redécouvertes six siècles plus tard en occident, ont été longtemps le sujet d'une guerre de paternité entre la France et la Hollande. Presque deux siècles plus tard, c'est une amitié Franco-Suisse qui verra la naissance du guidage optique, lorsque le français Jacques Babinet et son ami D. Collodon réalisent les premières expériences de guidage de la lumière à l'intérieur d'un jet d'eau de fontaine [2]. L'heure n'est pas encore à l'information, nous sommes en 1840. Nos deux chercheurs se contentent alors de jouer des zygomatiques des enfants qui observent ces fontaines aux couleurs chatoyantes. Non loin de là, un autre enfant va bientôt fêter ses dix ans. Il se nomme James C. Maxwell. Rien ne détournera ce jeune garçon de son art, l'électromagnétisme. A trente quatre ans, le jeune écossais énonce dans son troisième article sur le sujet, vingt équations qui régissent les ondes électromagnétiques [3]. Nous sommes en 1865, et il faudra alors dix-neuf ans, et la naissance du formalisme vectoriel pour qu'Oliver Heaviside et Willard Gibbs donnent à ces équations leur forme moderne. Einstein dira en 1931 que les travaux de Maxwell furent les plus profonds et les plus fructueux que la physique ait connus depuis Newton. Pendant ce temps, les spectroscopistes s'évertuent à décomposer la lumière pour comprendre les étoiles, la matière et le rayonnement. Issus de domaines aussi divers que l'optique ou la chimie, ils ont déjà offert au monde la théorie de la diffraction (Fraunhofer, Young, puis Fresnel) et les premières interprétations sur le rayonnement de la matière (Kirchhoff). Nous sommes en 1899, quand parmi eux, deux jeunes français Charles Fabry et Alfred Pérot proposent un nouveau type de spectroscopie interférentielle basé sur une cavité résonante possédant deux miroirs. Ils

---

<sup>1</sup>Notons que l'approximation au premier ordre de ces lois a été écrite en grec à Alexandrie par Ptolémée (90-184) bien avant.

viennent d’inventer la cavité qui portera leurs noms Fabry-Pérot [4]. Cette cavité résonante marquera définitivement les esprits.

C’est probablement à l’intérieur d’une autre cavité, le dôme de la cathédrale St Paul à Londres que Lord Rayleigh, alors fraîchement nobélisé, rencontre un curieux phénomène acoustique. Ce phénomène, connu de tous les visiteurs de l’édifice, est une des attractions premières de la cathédrale. Il s’agit de la “galerie des murmures”. Cette galerie qui longe le pied du dôme a une propriété bien particulière. Le moindre soupir émis de l’autre côté de la galerie peut vous parvenir en se réfléchissant le long de la surface du dôme comme le montre la figure 1.1. Ce mode de propagation est l’une des dernières découvertes de Lord Rayleigh, il lui donne en 1910 le nom de “Whispering Gallery Mode”, et écrit son expression mathématique grâce aux fonctions de Bessel en 1914 [5, 6, 7]. A la mort de Lord Rayleigh, en 1919,



FIG. 1.1: Cathédrale Saint Paul à Londres

la physique de la matière est en pleine révolution, depuis quelques années déjà, la mécanique quantique modifie profondément la compréhension de la matière. En 1946, l’américain Edwards Mills Purcell, suite à un article sur la résonance magnétique nucléaire qui lui vaudra le Prix Nobel en 1952, annonce en une vingtaine de lignes que l’émission spontanée d’un émetteur peut être modifiée par son environnement. Il propose l’intervention d’une cavité résonante et prédit la variation de l’émission spontanée à travers un facteur qui prendra son nom [8]. Sans le savoir, cette prédiction, alors anodine, vient d’ouvrir les portes d’un nouveau domaine de recherche, l’électrodynamique quantique en cavité. Assez vite, la physique quantique donne une interprétation et un formalisme à cette prédiction. Mais dans ces années 50, où tout s’accélère pour la reconstruction, une autre révolution guette. En 1952, Nikolay Basov et Alexander Prokhorov proposent à la puissante URSS le principe novateur du MASER [9], dans lequel un élément amplificateur et un résonateur sont associés pour créer une émission micro-onde stimulée. De l’autre côté de l’atlantique, l’américain Charles H. Townes réalise un MASER dès 1953. Avec Arthur L. Schawlow, ils étendent le concept aux longueurs d’ondes optiques en 1958 [10]. Il ne faudra alors attendre que deux

---

ans avant de voir le premier LASER ruby sortir des mains du californien Theodore Harold Maiman [11]. Ce laser, basé sur un résonateur de Fabry-Pérot, est la première source optique hautement cohérente. Sur cette lancée, l'émission stimulée des modes de galerie d'une sphère de deux millimètres de diamètres est obtenue par Garret aux Bell Labs en 1961 [12].

Parallèlement, la physique du transistor s'est développée et les premières fibres optiques apparaissent. Ces deux découvertes majeures donnent naissance à de nouveaux domaines : la microélectronique et les télécommunications optiques. L'heure n'est plus à la recherche prospective mais au développement. Il faut construire et produire. Tout s'accélère. En 1969, S.E. Miller chercheur au Bell labs ouvre la voie à l'optique intégrée [13]. La lumière n'est plus guidée dans un simple jet d'eau mais dans des composants optiques. Un an après, la première fibre commerciale est mise sur le marché par Corning. Progressivement, les cavités et les lasers se miniaturisent. Les lasers utilisant des réseaux de Bragg intégrés sur puce sont réalisés par Kogelnic en 1971 [14]. Dès 1979, des lasers à émission verticale sur matériau III-V sont proposés par Iga [15]. Enfin en 1980, de la fluorescence est détectée à partir de sphères de silice micrométriques [16]. Le développement formidable des années 70 fait passer toutes ces découvertes du laboratoire au salon familial. Du baladeur CD à la fibre optique, les lasers et leurs cavités résonantes envahissent le quotidien. Avec les années 80, la banale cavité Fabry-Pérot trouve de nouveaux héritiers. Les plus directs sont naturellement les micro-piliers ou VCSEL qui apparaissent dès 1984 grâce à l'équipe de Jewell [17]. Ils sont en concurrence avec les modes de galerie qui se rencontrent dans des disques, d'abord aux longueurs d'ondes micro-ondes [18], puis optiques [19] et dans des micro-sphères [20].

L'effet Purcell, qui a été démontré expérimentalement par les physiciens atomiques au début des années 80, revient au goût du jour. Les gens souhaitent inhiber l'émission spontanée pour réduire le bruit dans les composants optiques. Dans cette perspective, Yablonovitch propose lors d'un article remarquable de 1987 la première structure à cristaux photoniques [21]. Nous sommes à la fin des années 80 et la première liaison par fibre optique vient d'être installée entre la France et les Etats Unis. Cette décennie qui s'ouvre va voir la naissance d'un nouveau phénomène, la bulle internet. Ce nouvel El Dorado technologique va permettre l'essor de l'optique guidée réfractive et des cristaux photoniques. Ainsi, la naissance en 1991 du silicium sur isolant ou *Silicon On Insulator* (SOI), propulse littéralement le silicium dans le monde de l'optique guidée. A la fin des années 90, de grandes enseignes de la microélectronique comme Intel et IBM commencent à penser que les pistes de cuivre peuvent être remplacées par des guides optiques de silicium [22, 23]. Toutes les fonctions des télécommunications optiques doivent être adaptées au monde de la microélectronique : les sources lasers, les filtres, les multiplexeurs/démultiplexeurs en longueur d'onde... Malgré l'essoufflement du marché des télécommunications, de nombreuses équipes

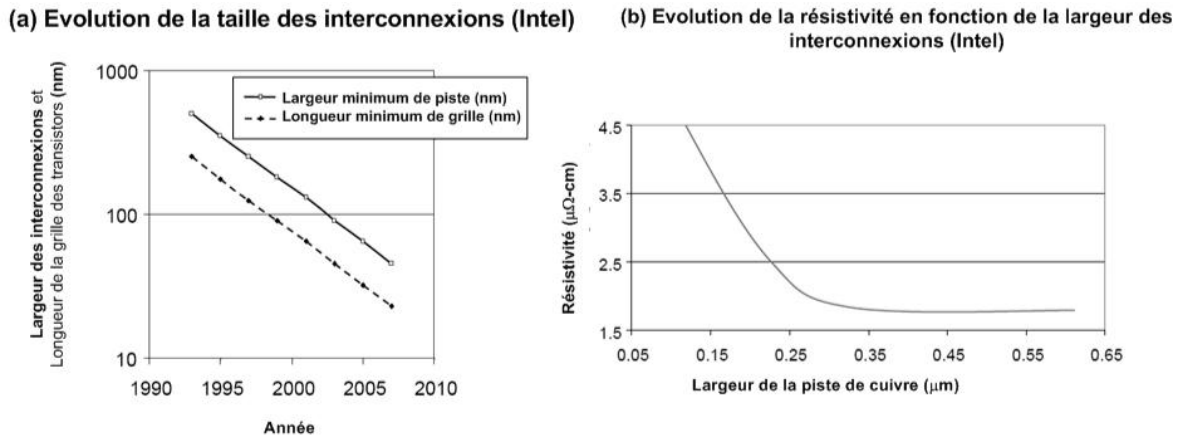
travaillent pour réaliser les premiers résonateurs intégrés capables de satisfaire les géants de la microélectronique. Loin de tout cela, à Bagneux, l'équipe de Jean-Michel Gérard met en évidence une amélioration de l'émission spontanée dans un VCSEL couplé à un nouvel émetteur : les boîtes quantiques [24].

C'est dans ce contexte que s'insère cette thèse consacrée à l'étude des cavités résonantes à fort confinement supportant le mode de galerie découvert par Lord Rayleigh. Nous entendons par cavité à fort confinement, toute cavité mettant en oeuvre des différences d'indices de réfraction supérieures à 2. Ainsi le fort guidage s'oppose au traditionnel faible guidage que l'on rencontre dans les techniques utilisant des matériaux présentant un faible contraste d'indice avec l'air ( $\Delta n \simeq 0,5$ ), tels que le Niobate de Lithium ( $LiNbO_3$ ), la silice dopée ou l'échange d'ions sur verre. Le guidage par fort confinement est essentiellement observé pour les composants utilisant le silicium et les semi-conducteurs III-V. Ces matériaux à forte différence d'indice de réfraction  $\Delta n \simeq 2$  avec l'air (ou un oxyde) permettent la création de structures guidantes submicroniques, très prometteuses pour la microélectronique et l'électrodynamique quantique en cavité. Nous verrons par la suite que la miniaturisation des composants est primordiale pour ces applications.

Dans ce chapitre, nous présenterons successivement deux applications des micro-résonateurs optiques qui sont la microélectronique et l'électrodynamique quantique en cavité. Nous montrerons quelles sont leurs motivations et soulignerons les contraintes qu'elles imposent aux résonateurs. Nous ferons ensuite l'état de l'art des micro-cavités et expliquerons notre choix pour les résonateurs circulaires. Finalement, nous présenterons quelles ont été les problématiques de cette thèse et comment nous les avons abordées.

## 1.1 Les interconnexions optiques

En 1984, J.W. Goodman [25] introduit l'idée d'interconnexions optiques pour la microélectronique. La fameuse "roadmap" de la microélectronique initiée par Moore [26] a pour l'heure toujours été vérifiée grâce à la diminution des tailles des transistors et des lignes d'interconnexions métalliques. Mais les physiciens savent que tôt ou tard des limites physiques seront atteintes. Sur la figure 1.2a, nous pouvons voir l'évolution des tailles des transistors et des interconnexions sur les quinze dernières années. Il est clair que les interconnexions métalliques les plus petites possèdent aujourd'hui des largeurs inférieures à 100 nm. La figure 1.2b indique que la résistivité d'une interconnexion augmente quand sa largeur diminue. Ce phénomène provoque une augmentation de la consommation et l'apparition de retards (circuit RC). De plus, pour des largeurs inférieures à 50 nm, les pertes par diffusion aux interfaces ne sont plus

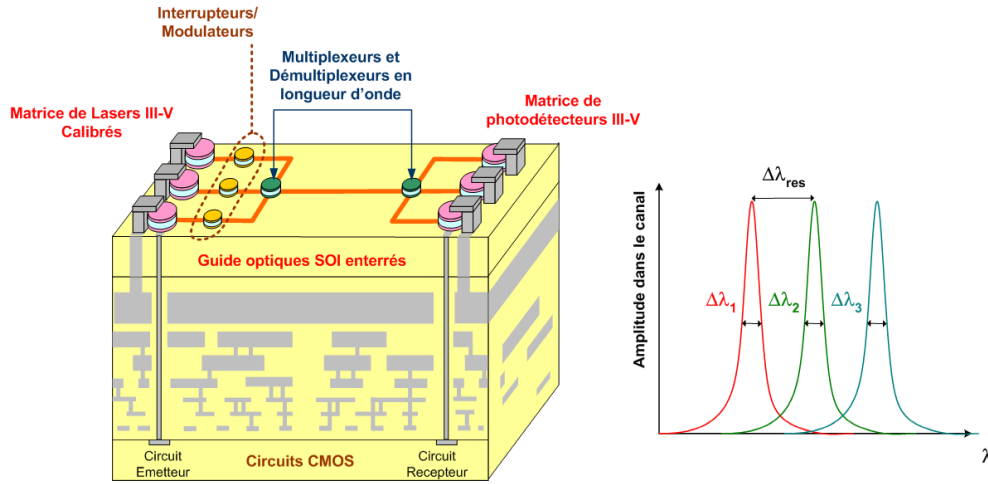


**FIG. 1.2:** Evolution des interconnexions métalliques en microélectronique : (a) Réduction de la taille des composants et des interconnexions. (b) Evolution de la résistivité des pistes de Cuivre avec leur largeur. Ces deux courbes proviennent de l'article [22]

négligeables. Elles font apparaître des problèmes d'interférence électromagnétiques dramatiques. Pour remédier à ce problème, les concepteurs en microélectronique rajoutent des circuits répéteurs qui remettent en forme le signal et l'amplifient [27]. Cependant ces circuits consomment de plus en plus de surface et d'énergie. C'est pourquoi les leaders du domaine se tournent aujourd'hui vers de nouvelles solutions comme l'optique intégrée.

Les interconnexions dans une puce microélectronique se séparent en trois familles : les interconnexions locales qui relient les portes logiques pour former des blocs, les interconnexions intermédiaires qui relient les blocs de même nature entre eux, et enfin, les interconnexions globales qui relient les grands blocs fonctionnels (mémoire, processeurs...). Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes intéressés aux interconnexions globales. Ces interconnexions possèdent les pistes les plus longues et induisent beaucoup de pertes. De plus, elles se trouvent dans la partie supérieure de la puce qui est la plus apte à accueillir des composants optiques sans induire de changements trop importants dans la puce. Nous présentons sur la figure 1.3, un exemple de configuration. Un bloc fonctionnel tel que le microprocesseur, émet des informations qui sont conduites par les pistes de cuivre jusqu'à la couche supérieure. Le signal est converti en lumière grâce à un laser III-V (en haut à gauche sur la figure). L'émission du laser rejoint alors des guides optiques de silicium enterrés sous la première couche, ils pourront rejoindre un interrupteur optique puis un multiplexeur en longueur d'onde. Dans le multiplexeur, le signal est injecté dans un canal avec d'autres signaux de différentes longueurs d'ondes. Ce canal les amène vers un autre bloc fonctionnel comme par exemple la mémoire où ils seront démultiplexés (séparés) et collectés par des

photodétecteurs. Le signal optique est alors converti en signal électrique et rejoint la couche inférieure où se trouvent les circuits électroniques. A droite de la figure 1.3, nous représentons schématiquement



**FIG. 1.3:** Circuit microélectronique utilisant des interconnexions optiques. A droite, schéma de la puce. A gauche, spectre du canal issu du multiplexage en longueur d'onde.

la superpositions des signaux lasers issus du multiplexage en longueur d'onde. On comprend que pour distinguer deux signaux aux longueurs d'ondes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , la séparation entre les deux longueurs d'ondes d'émission  $\Delta\lambda_{res} = \lambda_2 - \lambda_1$  doit être supérieure à la somme des largeurs à mi-hauteur des deux raies lasers  $\Delta\lambda_1$  et  $\Delta\lambda_2$  :

$$\Delta\lambda_{res} > \Delta\lambda_1 + \Delta\lambda_2. \quad (1.1)$$

Notons que la largeur d'une raie laser est due en partie au facteur de qualité  $Q$  du résonateur utilisé par le laser. Le facteur de qualité est lié à la finesse de la résonance d'une cavité. Plus la résonance est fine et plus le facteur de qualité est important. De la même manière, le facteur de qualité décrit la capacité d'une cavité à piéger la lumière. Plus la lumière reste piégée longtemps dans la cavité, plus le facteur de qualité est grand. Nous donnerons plus de détails sur le sujet par la suite.

La réalisation d'une telle puce nécessite l'élaboration de chaque sous-fonction optique. Pour réaliser ces fonctions, plusieurs solutions ont été développées pour les télécommunications dans les années 80 et 90. Leur adaptation à la technologie silicium constitue un vaste programme de recherche. Nous nous intéresserons à toutes ces fonctions et à ce que peuvent leur apporter les micro-résonateurs.

- La première étape à réaliser est l'élaboration de guides sur silicium à faibles pertes ( $<1$  à  $2\text{dB/cm}$ ). De tels guides ont été obtenus par l'équipe de Kimerling au MIT en 2001. Ces guides ont une section

transverse de  $0,5 \mu\text{m} \times 50 \text{ nm}$  et possèdent des pertes de  $0,8 \text{ dB/cm}$  à  $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$  [28]. Malheureusement le procédé de fabrication de ces guides est peu compatible avec la technologie microélectronique. L'état de l'art pour des fabrications plus classiques est donné dans le tableau ci-dessous

|  | NTT (2002)[29]    | IBM (2004)[30, 23]          | IMEC (2004)[31]             |
|--|-------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Taille ( $\text{nm}^2$ )                 | $300 \times 300$  | $220 \times 450$            | $220 \times 500$            |
| Pertes pour $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ | $6 \text{ dB/cm}$ | $3,6 \pm 0,1 \text{ dB/cm}$ | $2,4 \pm 1,6 \text{ dB/cm}$ |

**TAB. 1.1:** Etat de l'art des guides SOI.

- La seconde est la mise au point de sources lasers calibrées en longueur d'onde couplées avec des guides. Dans ce cas, de multiples solutions ont été proposées. Comme nous l'avons rappelé précédemment un laser est l'alliance d'un milieu amplificateur et d'une cavité. Pour le premier, trois solutions existent. Tout d'abord les matériaux semiconducteurs III-V qui, par leur gap direct, ont un meilleur rendement en photoluminescence que le Silicium massif [14, 17, 19]. Puis, les matériaux dopés Erbium, qui est la terre rare exploitée pour l'amplification dans les fibres optiques [32, 33] et enfin l'utilisation de l'effet Raman [34, 35, 36, 37] dont nous reparlerons plus tard. En ce qui concerne les cavités résonantes, il en existe une pléthore. Les premières furent les cavités Fabry-Pérot [15], puis sont apparues les cavités utilisant des miroirs de Bragg, en configuration latérale (DBR) [38, 39] ou verticale (VCSEL) [17]. Naturellement, il ne manque qu'un pas vers le résonateur de Bragg sans défaut<sup>2</sup> (DFB) [14, 33] et les cristaux photoniques 2-D [21, 40]. Une autre famille est celle des cavités utilisant les modes de galerie. Elles peuvent avoir des formes de disque [19], de tore [41] ou de sphère [20]. Finalement, les conditions que doivent remplir ces cavités lasers sont la possibilité d'une intégration planaire, l'opportunité d'un couplage avec des structures guidantes et un facteur de qualité suffisamment élevé pour le multiplexage.

- La troisième fonction à réaliser est la mise en forme du signal. Il faut donc pouvoir fabriquer des interrupteurs et des modulateurs rapides. Pour réaliser cela, l'optique intégrée pour les télécommunications optiques utilise essentiellement des dispositifs interférométriques comme l'interféromètre de Mach-Zehnder [42] en association avec un matériau électro-optique ( $\text{LiNbO}_3$ , polymères...) ou des composants utilisant des cavités [43, 44]. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux systèmes résonnant. En effet, ceux-ci ont l'intérêt par rapport aux interféromètres d'être particulièrement compacts. Les interféromètres classiques sont basés sur l'interférence de deux ondes propagatives déphasées. Le

<sup>2</sup>On considère généralement la cavité Fabry-Pérot à miroirs de Bragg comme un cristal photonique 1-D ayant un défaut (la cavité). Le résonateur DFB n'a pas ce défaut. Le champ n'est pas réparti dans une cavité mais sur l'ensemble du réseau [14, 33]



problème provient du volume du composant nécessitant deux jonctions Y et deux bras de chemins optiques différents pour créer le déphasage (cf figure 1.4a). Dans une cavité résonante, l'onde est piégée sur un chemin optique qu'elle parcourt plusieurs fois avant de sortir (cf 1.4b). Par nature, les résonateurs sont plus compacts que les interféromètres classiques. Par contre, l'utilisation d'un résonateur impose le choix d'un compromis entre la finesse du résonateur et la vélocité du composant. En effet, un résonateur de grand facteur de qualité, possède une raie spectrale très fine mais également un temps de réponse caractéristique très long (puisque la lumière reste piégée longtemps), ce qui dans le cas d'un modulateur est prohibitif.

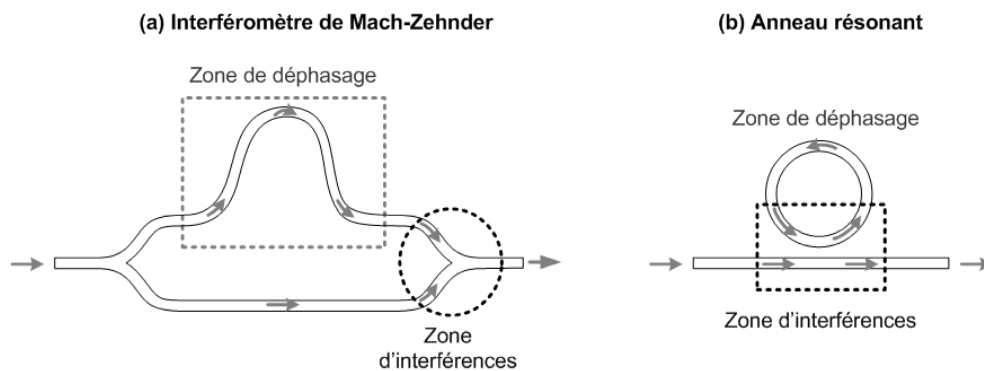


FIG. 1.4: Dispositifs interférométriques : (a) Interféromètre de Mach-Zehnder, (b) Anneau résonant. Dans le cas du résonateur, la lumière reste piégée dans l'anneau et fait plusieurs tours avant de sortir.

- La quatrième fonction est l'optimisation de l'acheminement de la lumière. Le multiplexage (MUX) et démultiplexage (DEMUX) en longueur d'onde ainsi que les filtres servent ainsi à additionner des signaux de longueurs d'ondes différentes sur un même canal puis de les séparer. Plusieurs dispositifs existent pour réaliser cette fonction : des dispositifs réfractifs comme la jonction Y asymétrique [45] ou le coupleur asymétrique [46], des dispositifs interférométriques comme les réseaux de Bragg résonnants [47], Mach-Zehnder [48, 42], les interféromètres multi-modes (MMI) [47], les cristaux photoniques [49] ou les phasars [50, 51] et enfin des dispositifs résonants en cavité [52]. De la même manière que précédemment l'utilisation de résonateurs demande un compromis.

- Enfin les détecteurs, qui sont en général des hétéro-jonctions.

Le second domaine d'application des micro-résonateurs est le contrôle de l'émission spontanée d'un émetteur de lumière à l'aide de résonateurs. Cette discipline porte le nom d'électrodynamique quantique en cavité (CQED).

## 1.2 l'électrodynamique quantique en cavité

Historiquement proposé par Purcell en 1946, puis repris par les chercheurs en physique atomique, ce domaine de recherche a pris un nouvel essor avec la quête de l'inhibition de l'émission spontanée. En effet, l'émission spontanée dans les composants optroniques (LED, laser à semi-conducteur...) est considérée comme un bruit. La possibilité d'atténuer ce phénomène est donc particulièrement intéressante. De plus, l'apparition des boîtes quantiques semi-conducteur dans les années 80 offre un émetteur de choix pour obtenir l'effet Purcell en micro-cavité [24]. Parallèlement, un autre phénomène concentre l'attention des chercheurs : le "couplage fort". Dans les paragraphes qui vont suivre, nous présenterons rapidement l'effet Purcell et le couplage fort et soulignerons l'intérêt des micro-cavités pour ces deux applications. Ces deux paragraphes sont destinés à apporter une compréhension intuitive de l'électrodynamique en cavité. De nombreux détails sont omis, le lecteur pouvant se rapporter à la référence [53] pour plus d'informations.

### 1.2.1 Le contrôle de l'émission spontanée et l'effet Purcell

Le contrôle de l'émission spontanée d'un émetteur par effet Purcell est possible lorsque celui-ci est faiblement couplé au mode de la cavité dans laquelle il est enfermé.

Pour un système à deux niveaux, la durée de vie du niveau excité  $\tau_{rad}$  est inversement proportionnelle à la densité spectrale des modes de résonance de la cavité  $\rho(\omega)$ . La règle d'or de Fermi donne ainsi

$$\frac{1}{\tau_{rad}} = \frac{2\pi}{\hbar} \|\langle \Psi_{fd, 1} | \mu(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) | \Psi_{exc, 0} \rangle\|^2 \rho(\omega), \quad (1.2)$$

où  $\langle \Psi_{fd, 1} |$  représente l'état pour lequel le dipôle est à l'état fondamental et un photon se trouve à l'intérieur de la cavité,  $| \Psi_{exc, 0} \rangle$  correspond à l'état pour lequel le dipôle est excité et la cavité est vide,  $\mu$  est le moment dipolaire et  $\mathbf{E}$  le champ électrique localisé au niveau du dipôle. Ainsi, comme le montre la figure 1.5a, un émetteur dans le vide sera en interaction avec le continuum des modes rayonnés<sup>3</sup>, ayant chacun la même densité spectrale. Il émettra donc de manière peu directionnelle. Par contre, à l'intérieur d'une cavité résonante, l'environnement électromagnétique de l'émetteur est considérablement modifié. Le continuum des modes rayonnés est remplacé par un ensemble discret de modes résonants à des longueurs d'ondes particulières et ayant leur propre largeur spectrale. Si la longueur d'onde d'émission de l'émetteur correspond à la résonance d'un mode  $m$ , l'émission spontanée sur ce mode de densité spectrale élevée sera privilégiée par rapport aux autres modes loin de leur résonance. De plus, la densité spectrale du mode résonant étant fortement supérieure à celle des modes rayonnés de l'espace libre,

<sup>3</sup>La notion de modes rayonnés est développée dans l'annexe B et dans la référence [54]

l'émission spontanée sera exaltée. Comme le montre la figure 1.5b, l'émission spontanée se fait de manière privilégiée sur un mode résonant, c'est l'effet Purcell. Par contre, si l'émission de l'émetteur se trouve hors de toute résonance de la cavité, la densité spectrale des modes est alors bien inférieure à celle de l'espace libre. L'émission spontanée est alors inhibée et la durée de vie de la transition augmente. La figure 1.5c illustre cet exemple. Lorsque les deux longueurs d'ondes correspondent, le taux d'émission

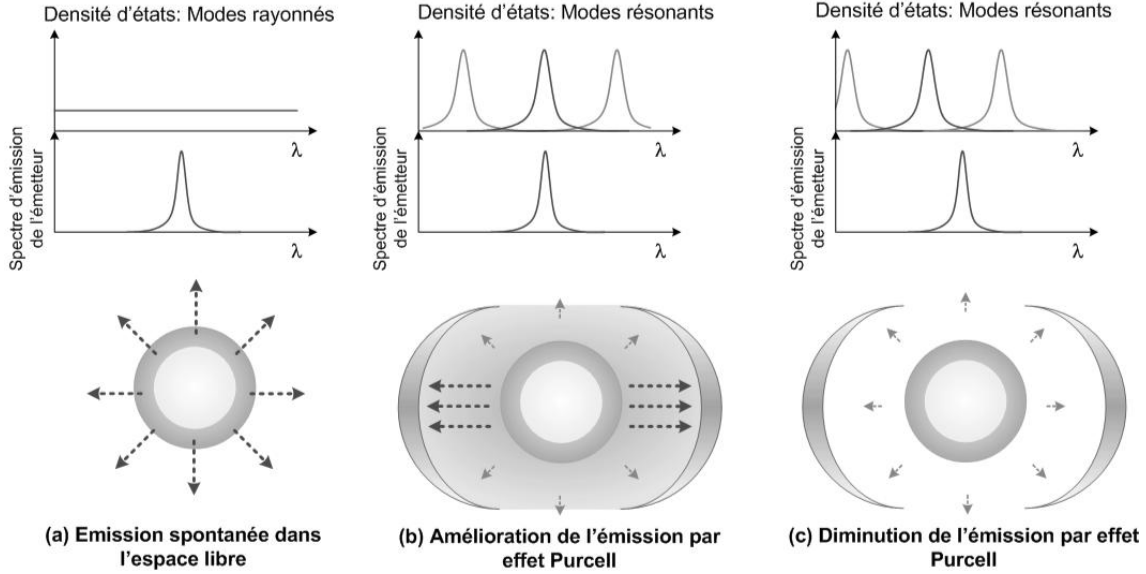


FIG. 1.5: Contrôle de l'émission spontanée par effet Purcell

spontanée vérifie la relation  $\Gamma = F_p \Gamma_0$ , où  $\Gamma_0$  est le taux d'émission spontanée dans l'espace libre et  $F_p$  est le facteur de Purcell. L'expression du facteur de Purcell est

$$F_p = \frac{3}{4\pi^2} \frac{Q \left(\frac{\lambda}{n}\right)^3}{V_{eff}} \quad (1.3)$$

$$\text{Avec } V_{eff} = \frac{\int n^2(\mathbf{r}) |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}}{n_E^2 |\mathbf{E}_{max}|^2}, \text{ le volume de mode} \quad (1.4)$$

où  $\mathbf{E}$  est le champ électrique du mode,  $Q$  son facteur de qualité,  $n(\mathbf{r})$  l'indice de réfraction et  $n_E$  la valeur de l'indice de réfraction au maximum du champ électrique. Pour avoir un facteur de Purcell important, il faut un grand facteur de qualité, c'est-à-dire une résonance fine. Il faut alors lui associer un émetteur ayant un spectre d'émission fin. Ce n'est pas le cas des sources à puits quantiques dont les largeurs de transitions sont de l'ordre de  $kT$  soit 25 meV. Ces sources ne permettent d'utiliser que des facteurs de qualité inférieurs à 50. Par contre, les boîtes quantiques de par la structure discrète de leur densité d'états électroniques, présentent des raies d'émission très fines à basse température. Elles sont donc particulièrement aux expériences d'électrodynamique quantique en cavité [55]. Enfin, on cherche

à renforcer l'amplitude des fluctuations quantiques du vide à la position de l'émetteur ; pour cela on doit diminuer le volume effectif du mode et placer l'émetteur au niveau d'un ventre du champ électromagnétique. De manière simplifiée, l'effet Purcell est optimum lorsque la cavité supporte des modes de facteurs de qualité élevés et de petits volumes. Il a été mis en évidence dans plusieurs micro-cavités comme les VCSELs [24], les micro-disques [56], et les cristaux photoniques [57].

Un autre phénomène prédit par l'électrodynamique quantique est le couplage fort.

## 1.2.2 Le couplage fort

Le phénomène de “couplage fort” intervient lorsque la transition électronique de l'émetteur et un mode de résonance de cavité sont en interaction étroite. Le phénomène d'émission spontanée, normalement irréversible, devient alors réversible. Nous allons décrire ce phénomène à l'aide de la figure 1.6. Dans un premier temps, comme le montre le schéma de gauche de la figure 1.6a, l'électron à l'état excité rejoint son niveau fondamental en émettant un photon à la fréquence  $\nu$ . Si  $\nu$  correspond à la fréquence de résonance du résonateur, celui-ci va rester piégé dans la cavité (schéma de droite). Sa durée de vie  $\tau$  dans la cavité est alors déterminée par le résonateur. Si le photon est réabsorbé par l'atome avant qu'il n'ait eu le temps de sortir de la cavité alors le système rejoint son état initial. Le processus peut alors recommencer éternellement. Ce phénomène est appelé oscillation de Rabi. En effet, comme dans le cas d'un système de deux pendules couplés (cf figure 1.6b), il existe alors deux états propres : (atome désexcité, cavité excitée) et (atome excité, cavité vide). Les deux états propres sont les solutions des deux résonateurs couplés que sont l'atome et la cavité. A l'aide d'une sonde en couplage faible, on peut alors observer deux pics de transmissions correspondants aux deux états quantiques. Naturellement, à cause des phénomènes de dissipation, l'oscillation de Rabi ne dure que peu de temps. Elle reste néanmoins une expérience d'électrodynamique quantique des plus intéressantes. Pour réaliser cette expérience il est primordial que la fréquence  $\nu_r$  des oscillations de Rabi soit plus élevée que tous les phénomènes radiatifs  $\nu_r > \frac{1}{\tau}$ . Le recouvrement entre l'émetteur et le mode doit également être optimal. Notons que le couplage fort avec des boîtes quantiques a été observé l'année dernière par trois équipes pour trois résonateurs différents [58, 59]<sup>4</sup>

Nous allons par la suite nous intéresser à un dernier phénomène que nous avons rapidement abordé précédemment : l'effet Raman.

<sup>4</sup>Les chercheurs du LPN ont observé ce régime avec un micro-disque. [60]

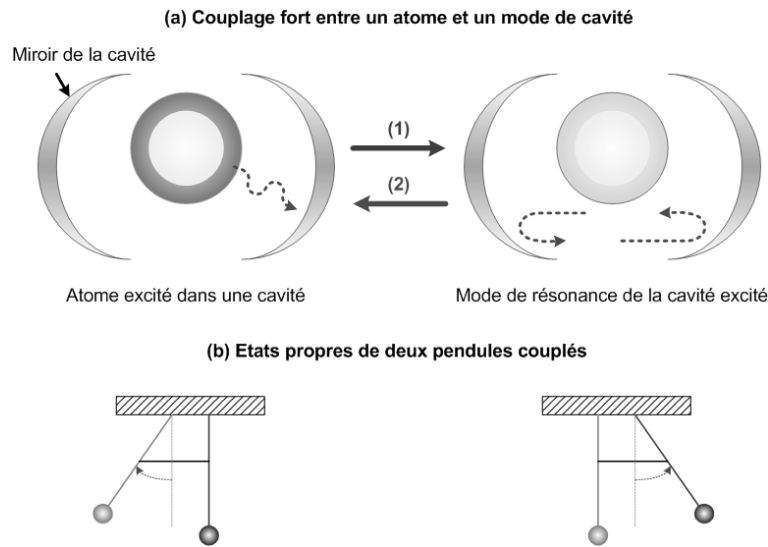


FIG. 1.6: Oscillation de Rabi entre les deux états du système

### 1.3 Sources lasers basées sur l'effet Raman

Les micro-lasers à effet Raman ont une place particulière dans la famille des lasers. En effet, nous avons rappelé précédemment qu'un laser était constitué d'un matériau amplificateur et d'une cavité résonante. L'utilisation de l'effet Raman, permet de fabriquer un laser sans l'adjonction de matériau "amplificateur" mais en utilisant les propriétés structurales du milieu dans lequel se propage la lumière (la silice ou le silicium par exemple). L'effet Raman est un phénomène non linéaire du troisième ordre dans lequel un photon est absorbé puis réémis par l'intermédiaire d'un état électronique intermédiaire. Cet état provient de l'interaction acoustique de l'atome avec ses voisins. Pour quitter cet état, l'électron cède ou donne de l'énergie aux modes de vibration du réseau cristallin ou de la matrice amorphe du matériau (phonon). Cet effet découvert par S. V. Raman en 1928 lui valut le prix Nobel en 1930.

- Dans le cas où l'électron cède de l'énergie sous la forme d'un phonon, on assiste à une diffusion Stokes,

$$h\nu \rightarrow h\nu - \Delta h\nu + \text{phonon}. \quad (1.5)$$

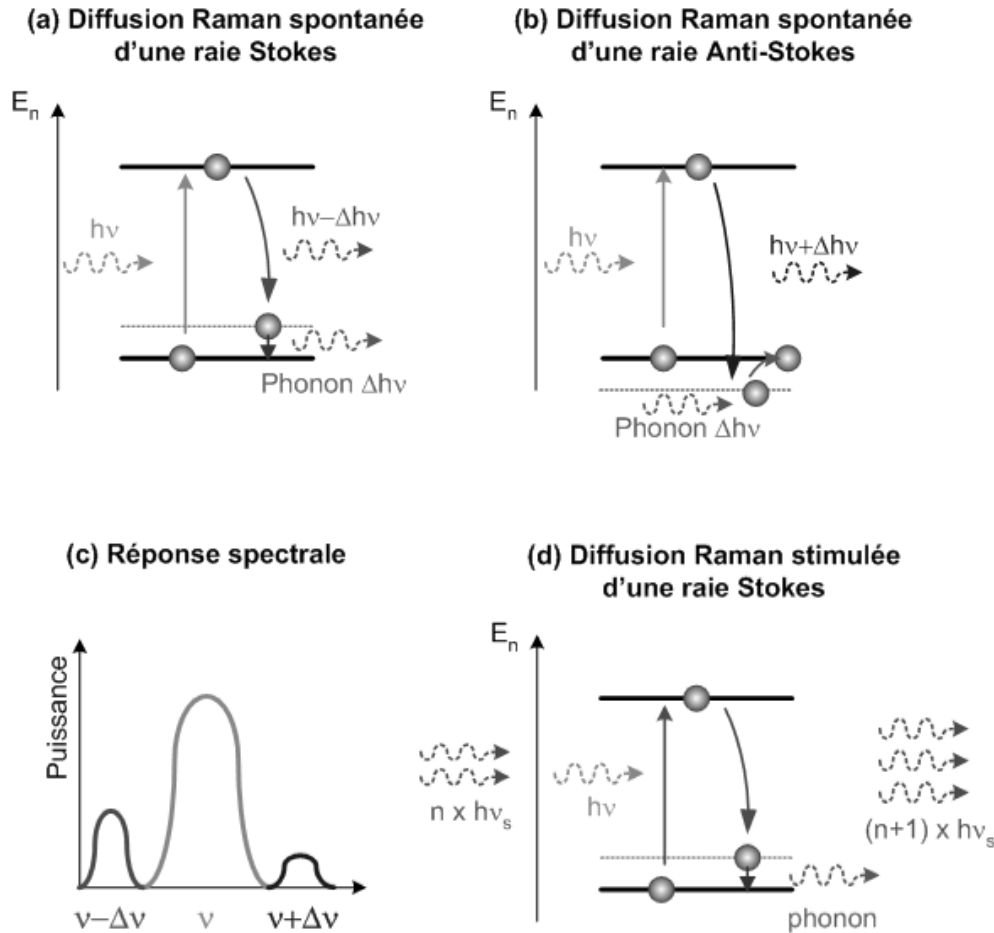
Cette situation illustrée par la figure 1.7a, montre que le photon émis possède une énergie plus faible que s'il avait rejoint directement l'état fondamental. Il en résulte une raie d'émission décalée dans le rouge (faible énergie) que l'on appelle raie de Stokes (cf figure 1.7c).

- Lorsque l'électron absorbe l'énergie d'un phonon, il engendre un photon de haute énergie caracté-

térisé par une raie décalée dans le bleu appelée raie anti-Stokes (figure 1.7b),

$$h\nu + \text{phonon} \rightarrow h\nu + \Delta h\nu \quad (1.6)$$

L'effet Raman est un phénomène de faible ampleur dans la silice. Dans les fibres optiques, plusieurs



**FIG. 1.7:** Effet Raman : (a) Diffusion Stokes par effet Raman : les vibrations du réseau créent des états discrets dans les cristaux. L'électron (boule) peut alors rejoindre cet état en cédant de l'énergie au réseau cristallin (phonon). Dans les matériaux amorphes, ces états s'élargissent et ne sont plus discrets. (b) La diffusion anti-stokes a lieu lorsque l'électron reçoit de l'énergie d'un phonon. (c) Le spectre d'émission permet de voir l'apparition de deux raies. Une raie de basse énergie (Stokes) et une raie de haute énergie (anti-Stokes). (d) Diffusion Stokes par effet Raman stimulée.

dizaines de mètres de propagation sont ainsi nécessaires pour l'étudier. Pour fabriquer un laser Raman, il faut donc une cavité avec un facteur de qualité tel que la lumière parcourt plusieurs mètres à l'intérieur avant de sortir. De plus, il faut que la cavité supporte des puissances de pompe très élevées, pour des champs très confinés. On peut alors observer le phénomène de diffusion Raman stimulée, illustré par la

figure 1.7d. Sur cette figure, le phénomène de Raman stimulé permet de convertir un signal de pompe à la fréquence  $\nu$  en un signal cohérent à la fréquence  $\nu_s$  comme dans un laser. L'élaboration de lasers Raman est très intéressante puisqu'elle permet de s'affranchir du matériau, pour obtenir un effet laser.

Pour finir avec ce paragraphe consacré aux applications des micro-cavités, nous résumons les besoins pour chaque application dans le tableau 1.2.

|                                   |                    |                      |           |
|-----------------------------------|--------------------|----------------------|-----------|
| <b>Interconnexions optiques</b>   | facteur de qualité | Petit volume de mode | Compacité |
| Lasers                            | ++                 | -                    | ++        |
| Lasers Modulés                    | compromis          | -                    | ++        |
| Interrupteurs                     | compromis          | -                    | ++        |
| Modulateurs                       | compromis          | -                    | ++        |
| Multiplexeurs/démultiplexeurs     | compromis          | -                    | ++        |
| Filtres                           | ++                 | -                    | ++        |
| <b>Electrodynamique quantique</b> | facteur de qualité | Petit volume de mode | Compacité |
| Effet Purcell                     | ++                 | ++                   | -         |
| Couplage fort                     | ++                 | ++                   | -         |
| <b>Optique non linéaire</b>       | facteur de qualité | Petit volume de mode | Compacité |
| Effet Raman                       | ++                 | ++                   | -         |

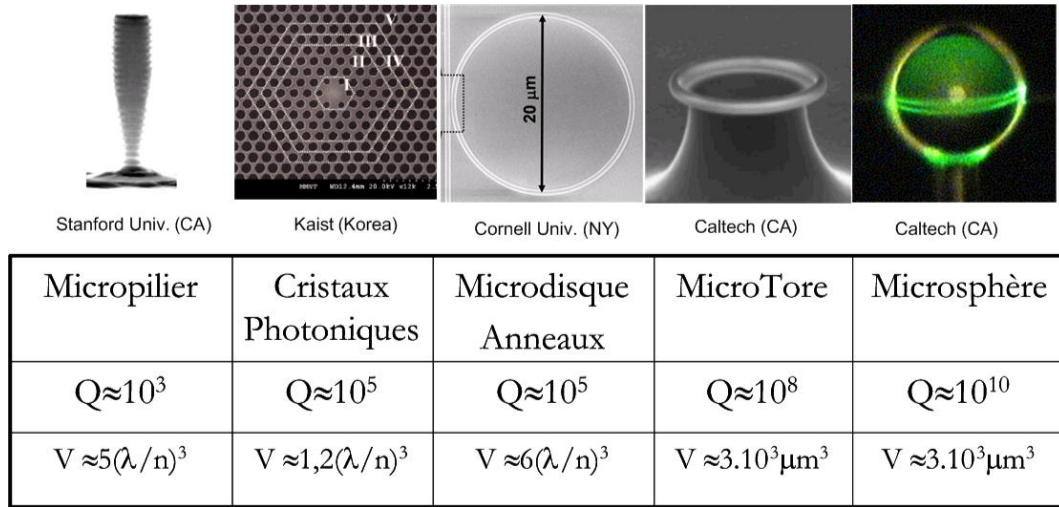
TAB. 1.2: Récapitulatif des besoins de chaque application.

Dans le paragraphe suivant, nous présenterons les grandes familles de micro-résonateurs et détaillerons leurs avantages et inconvénients dans le cadre de ces applications.

## 1.4 Les micro-résonateurs optiques

Pour réaliser les fonctions que nous avons évoquées dans la partie précédente une cavité résonante peut être nécessaire (laser, CQED...) ou constituer une solution intéressante (Filtre, MUX-DEMUX...). Sur la figure 1.8, nous présentons les cinq types de micro-cavités les plus connus.

- Les premières cavités sont les VCSELs ou micro-piliers. Nous pouvons généraliser ces cavités à la famille des cavités Fabry-Perot et des cavités à miroir de Bragg. Pour ces cavités, le confinement latéral est réfractif, c'est à dire que la lumière se réfléchit aux interfaces semi-conducteur/air par réflexion totale. Le confinement vertical est assuré grâce aux miroirs de Bragg. C'est un confinement diffractif.



**FIG. 1.8:** Différents micro-résonateurs et facteurs de qualité  $Q$  moyens observés. Notons que pour les tores et les sphères de silice  $(\lambda/n)^3 \sim \mu\text{m}^3$ .

La loi de Bragg nous indique qu’une succession de couches diélectriques de deux natures différentes et d’épaisseur  $\frac{\lambda}{4n}$  (Avec  $n$  l’indice de réfraction de la couche) constitue un miroir. Plus le nombre de couches augmente meilleure est la réflectivité. Les micro-piliers permettent donc de fabriquer des résonateurs avec un très bon facteur de qualité  $Q = 10^3$  et de faible volume modal [61, 53]. Le seul défaut de ces cavités provient de leur géométrie verticale peu compatible avec un couplage planaire. On les rencontre donc plus souvent sous la forme de matrices de lasers couplés directement avec des fibres optiques. Ces cavités forment de bons candidats pour l’électrodynamique quantique. L’émetteur doit alors être loin des parois pour empêcher l’émission non désirée vers l’espace libre. Notons qu’une structure planaire équivalente existe. Ces lasers, sont dits à miroir de Bragg “Distributed Bragg Reflector” (DBR) lorsqu’ils forment une cavité Fabry-Pérot ou sont appelés laser à contre-réaction répartie (DFB) lorsqu’ils forment un cristal photonique 1-D sans défaut [14, 33]. Ils permettent d’obtenir d’excellents facteurs de qualité mais ne sont pas tout à fait monomodes, ils ont ainsi de plus grandes tailles de modes ce qui les défavorise par rapport au VCSEL pour la CQED. Enfin, ils sont assez volumineux ( $500 \mu\text{m}$ ) ce qui les défavorise pour les interconnexions optiques.

- La seconde famille de résonateurs que nous allons présenter est celle des cristaux photoniques. Ce sont des structures utilisant la réflexion de Bragg sur deux[40] ou trois[62, 63] dimensions. Les cavités à cristaux photoniques peuvent atteindre des facteurs de qualité record de 600 000 pour les récents résultats du groupe de Noda [64]. Elles permettent également d’avoir les plus petits volumes de modes, tout en étant parfaitement compatibles avec une intégration planaire et un couplage avec des guides. Le



seul défaut de ces structures est pour l'instant leur reproductibilité et l'obligation de l'utilisation d'une étape de photolithographie électronique (e-beam). Cette étape n'étant pas viable pour une production industrielle à grande échelle, les cristaux photoniques restent pour l'instant confinés au domaine de la recherche.

- La troisième famille de résonateurs est celle des disques et des anneaux. Ils supportent des modes de galerie et peuvent atteindre également des facteurs de qualité très élevés  $Q \sim 10^5$  pour un diamètre d'une dizaine de micromètres. En effet, pour ces résonateurs le facteur de qualité augmente avec le diamètre. De ce fait, ils ne présentent pas de faibles volumes de mode mais ont l'avantage d'être totalement compatibles avec une intégration et un couplage planaire. Leur fabrication ne nécessite que des étapes classiques de microélectronique.

- A l'intérieur de cette dernière famille, nous pouvons isoler un résonateur particulier qui est le tore. Le tore permet d'obtenir des facteurs de qualité supérieurs aux cristaux photoniques  $Q \sim 10^8$ . Cependant, les tores actuels ont été fabriqués dans des matériaux de faible indice de réfraction (silice) et possèdent donc des volumes de mode importants<sup>6</sup>. De plus, leur structure en piedestal comme l'indique la figure 1.8, les empêche de se coupler facilement avec une structure guidante extérieure.

- Pour finir rappelons rapidement l'existence des sphères de silice qui ne sont pas intégrables mais qui possèdent des facteurs de qualité extrêmes ( $10^{10}$ ). Fabriquées en provoquant la fusion d'une fibre optique, elles permettent de faire propager sur 3-D des modes de galerie aux facteurs de qualités ultimes.

En conclusion, l'ensemble des caractéristiques de chaque micro-cavité ainsi que leurs avantages et inconvénients sont résumés dans le tableau 1.3. Nous nous sommes intéressés aux micro-disques et aux micro-anneaux parce que ceux-ci sont d'excellents candidats pour les interconnexions optiques. Ils présentent de bons facteurs de qualité et des volumes de modes faibles tout en étant compacts et compatibles avec une intégration planaire.

---

<sup>5</sup>Il est assez facile de coupler une cavité avec un guide à cristaux photoniques, cependant les guides actuels montrent des pertes d'insertion et de propagation très importantes.

<sup>6</sup>Ces structures permettent en théorie d'atteindre des volumes de mode très petit. Cependant, elles n'ont été réalisées jusqu'ici qu'avec des matériaux de faible indice de réfraction (Silice), ce qui induit des tailles de composants importantes (faible confinement) et donc des volumes de mode importants

<sup>7</sup>Le couplage avec une fibre optique est réalisable mais reste difficile. A l'heure actuelle, l'intégration de guides de couplage sur le composant n'a pas été réalisée.

| cavités                      | $Q_{max}$ | Volume de mode   | Compacité & Modicité | Intégration planaire | Couplage avec des guides | Application “Reine”   |
|------------------------------|-----------|------------------|----------------------|----------------------|--------------------------|-----------------------|
| Micropiliers (VCSEL)         | $10^3$    | ☺                | ☺                    | ~                    | vertical                 | Télécom, QED          |
| Cristaux photoniques         | $10^6$    | ☺☺               | ☺                    | ☺                    | ~ <sup>(5)</sup>         | Lasers, QED           |
| <b>Disques &amp; Anneaux</b> | $10^6$    | ~                | ☺                    | ☺                    | ☺☺                       | Télécom, Interco. Op. |
| Micro-tores                  | $10^8$    | ☹ <sup>(6)</sup> | ☹☹                   | ~                    | ☹☹ <sup>(7)</sup>        | Lasers, QED           |
| Microsphères                 | $10^{10}$ | ☹ <sup>(6)</sup> | ☹☹                   | ☹                    | ☹☹ <sup>(7)</sup>        | QED                   |
| Cavités DFB                  | $10^{11}$ | ☹                | ☹☹                   | ☺                    | ☺                        | Télécom               |

**TAB. 1.3:** Récapitulatif des besoins de chaque application. Attention, les notes peuvent apparaître sur la page précédentes.

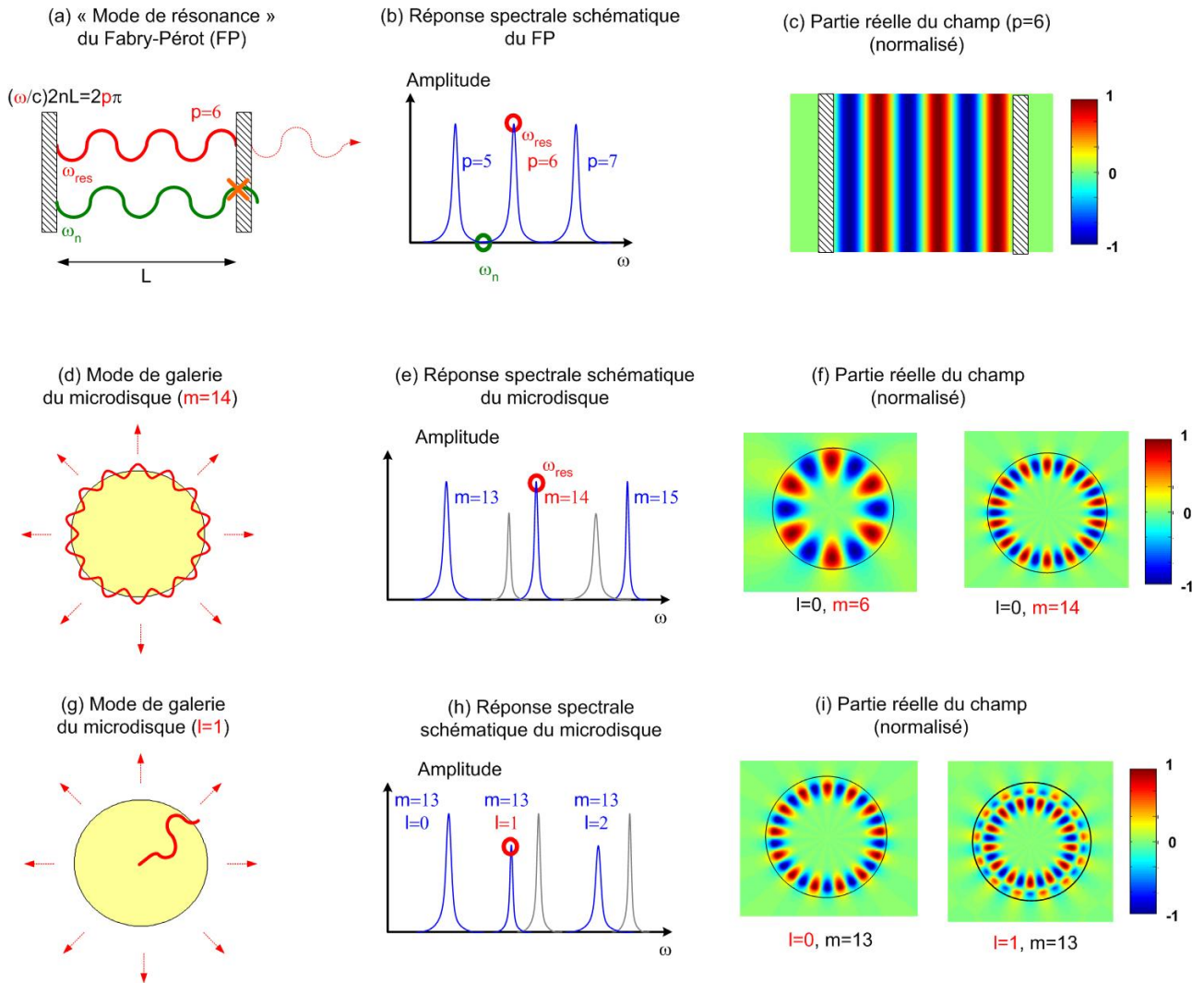
## 1.5 Les micro-résonateurs circulaires

Les résonateurs circulaires comme les disques et les anneaux sont des cavités mettant en oeuvre le *guidage réfractif*<sup>8</sup>. En ceci, ils sont comparables au résonateur Fabry-Pérot (FP) originel qui utilisait les propriétés de réflexion et de réfraction des miroirs. Par contre, ces cavités tiennent leurs propriétés du mode de galerie qui diffère légèrement des modes supportés par une cavité Fabry-Pérot. Sur la figure 1.9a, nous pouvons voir le schéma d’une cavité FP traditionnelle. Dans le cas où le rayon lumineux est à la longueur d’onde de résonance, le déphasage de l’onde après un aller retour dans la cavité est un multiple de  $2\pi$ . Le tracé rouge illustrant cette situation, montre un déphasage de  $p \times 2\pi$  avec  $p = 6$ . Sur la réponse spectrale schématisée présentée sur la figure 1.9b, on retrouve la signature de cette résonance entourée en rouge. Par contre, si cette relation n’est pas vérifiée, le système est hors résonance. Ce cas est illustré par le tracé vert sur les deux figures. On trouve donc plusieurs résonances dans la réponse spectrale d’un Fabry-Pérot. Comme le montre la figure 1.9c, ces résonances sont associées à une répartition spatiale du champ sur la longueur  $L$  de la cavité. Ainsi, le mode de résonance  $p = 3$  a 6 maxima rouges répartis

<sup>8</sup>Le guidage réfractif utilise les propriétés de la réflexion et de la réfraction. Il s’oppose au guidage diffractif qui est basé sur le principe interférentiel de la réflexion de Bragg. Notons que la nature du confinement de la cavité circulaire est discutable. En effet, nous sommes en condition de “réflexion totale” sur une interface courbe qui introduit une transmission non nulle. Le terme réfraction peut donc paraître abusif.

sur la distance  $2L$  d'un aller-retour dans la cavité. Les modes de galerie ont un fonctionnement un peu similaire. Cette fois, il n'y a pas de miroir, la lumière se propage le long de la circonférence du résonateur. Sur la figure 1.9d, nous voyons en rouge le trajet de la lumière en résonance dans la cavité. La condition de résonance est réalisée lorsque la lumière est déphasée d'un multiple de  $2\pi$  après un "tour" dans le résonateur. Comme dans le cas du FP, nous pouvons observer plusieurs résonances sur le spectre schématique de la figure 1.9e. Chacune de ces résonances (bleues) est associée à une répartition de champ permettant d'avoir un nombre entier  $m$  de maxima rouges le long du périmètre  $P$  du résonateur (figure 1.9f). On appelle  $m$  l'ordre azimutal du résonateur. Notons que sur la figure 1.9e, des résonances en gris n'ont pas été identifiées. Ces modes de résonance sont associés à un autre entier  $l$  appelé ordre radial. En effet, contrairement au FP, la résonance dans un disque a lieu selon deux dimensions  $(r, \theta)$ . Nous pouvons donc considérer un ordre radial correspondant au déphasage induit sur l'axe  $r$ . Les figures 1.9g et 1.9h, illustrent le cas des modes d'ordre azimutal  $m = 13$  et d'ordre radial différent. Les modes d'ordre radial supérieur à zéro possèdent des facteurs de qualité moindres. Ainsi nous pouvons voir sur la figure 1.9i, que le mode d'ordre  $(m = 13, l = 1)$  s'étend un peu plus à l'extérieur de la cavité que son homologue fondamental  $(m = 13, l = 0)$ . Finalement, remarquons que contrairement au mode de résonance du FP, le mode de galerie ne fuit pas vers l'extérieur selon une direction particulière. La lumière qui sort du résonateur fuit sur toute la circonférence du disque, un laser utilisant une telle cavité émet donc de manière homogène dans toutes les directions.

Chaque mode de galerie  $(l, m)$  possède sa propre longueur d'onde de résonance et son propre facteur de qualité. Sur la figure 1.10, nous présentons l'évolution des facteurs de qualité et des longueurs d'ondes de résonance pour les résonances de polarisation TE [54, 65] d'un disque d'indice de réfraction  $n = 3,2$  de  $1 \mu\text{m}$  de rayon et de  $280 \text{ nm}$  d'épaisseur. Nous pouvons voir que lorsque l'ordre azimutal augmente les longueurs d'ondes de résonances diminuent et les facteurs de qualités augmentent. D'une manière imagée, on dit que pour de petites longueurs d'ondes le rayon de courbure effectif ressenti par la lumière semble grand, ce qui diminue les pertes par courbure et accroît le facteur de qualité. Par contre, lorsque l'ordre radial augmente, nous observons une diminution de la longueur d'onde de résonance et du facteur de qualité. En effet, plus l'ordre radial augmente, moins le parcours de la lumière est tangent à la circonférence du disque, les pertes à chaque réflexion augmentent donc de manière drastique. Les cavités circulaires possèdent deux défauts majeurs. Le premier défaut est leur caractère multi-mode. Pour limiter le nombre de modes supporté, réduire la taille de la cavité constitue une première solution. Cette réduction diminue néanmoins le rayon de courbure effectif et augmente les pertes. Plusieurs solutions ont donc été proposées pour rendre ces résonateurs monomodes. La première modification est l'utilisa-



**FIG. 1.9:** Comparaison entre le résonateur de Fabry-Pérot et le disque : (a) Modes de résonance d'un Fabry-Pérot (FP), (b) réponse spectrale schématique du FP, (c) Partie réelle du mode  $p=3$ . (d) Mode de galerie d'ordre radial  $l=0$ , (e) réponse spectrale schématique. Les modes d'ordre azimutal  $m=13, 14, 15$  et d'ordre radial  $l=0$  sont mis en valeur, (f) partie réelle du champ des modes  $(l=0, m=6)$  et  $(l=0, m=14)$ , (g) mode de galerie d'ordre radial  $l=1$ , (h) réponse spectrale schématique. Les modes d'ordre azimutal  $m=13$  et d'ordre radial  $l=0, 1$  et  $l=2$  sont mis en valeur, (i) partie réelle du champ des modes  $(l=0, m=13)$  et  $(l=1, m=13)$ .

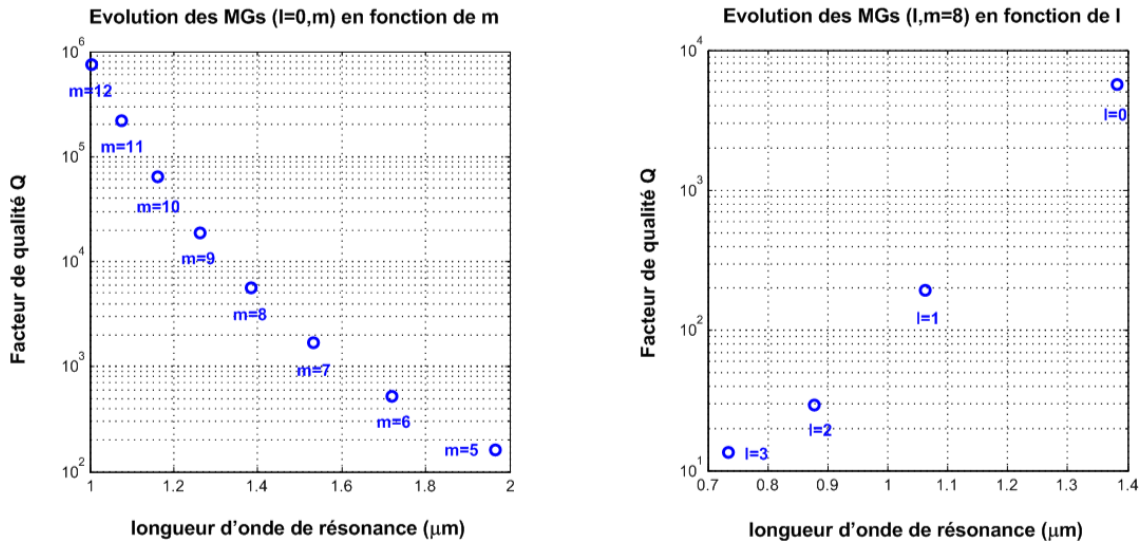


FIG. 1.10: Evolution des facteurs de qualités et des longueurs d’ondes de résonance en fonction des ordres  $(l, m)$

tion d’un anneau à la place du disque. Dans cette structure les modes d’ordre radiaux supérieurs ont des facteurs de qualité bien moindres [66]. La seconde modification proposée est de rajouter un réseau de Bragg sur la circonférence du disque pour sélectionner les modes d’ordre azimutal [67]. Le second défaut des micro-résonateurs circulaires est la faible directivité de leur émission. Pour répondre à ce problème, plusieurs solutions ont été proposées. La première consiste à déformer le résonateur pour lui donner une forme ovale [68, 69] et augmenter les pertes en certains points de la structure. La seconde solution a été d’ajouter des réflecteurs sur les bords du disque et orienter les pertes vers la direction verticale [70]. Enfin, la solution la plus courante est l’adjonction de guides optiques qui induisent au voisinage du résonateur un couplage par onde évanescente [66, 52, 71].

## 1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes applications des micro-résonateurs. Nous avons également expliqué notre choix pour les résonateurs circulaires utilisant le mode de galerie. Après avoir décrit les propriétés de ce mode, nous avons évoqué les récentes modifications faites à ces cavités pour en améliorer les performances. Ces modifications demandaient un développement théorique important. En effet, il existe plusieurs approches pour comprendre et modéliser ces structures mais beaucoup sont peu adaptées ou incomplètes. Au cours de cette thèse, nous nous sommes donc attachés dans une première partie, à développer des modèles analytiques et semi-analytiques pour bien comprendre la nature

des modes de galeries et modéliser leurs interactions avec des structures extérieures.

Dans une seconde partie, nous avons voulu vérifier expérimentalement nos modèles. Nous avons donc conçu et caractérisé plusieurs composants fabriqués à l'aide du LETI. Le choix de la technologie a été rapide. Bien que des réalisations aient été faites par le passé sur des technologies mettant en oeuvre les matériaux III-V, les polymères [72] ou l'échange d'ion sur verre [73], nous nous sommes concentrés sur les technologies compatibles avec une implantation sur substrat de Silicium. Nous avons donc choisi pour substrat le silicium sur isolant (SOI). En ce qui concerne les composants actifs, nous avons collaboré avec le LEOM qui travaille sur des lasers en phosphore d'indium reportés sur SOI et avec le laboratoire du DRFMC qui étudie les disques et les tores de silice sur piédestal.

La suite de cette thèse se décomposera en quatre parties. Après une introduction sur la nature des modes de galerie et les outils actuellement utilisés pour les décrire, nous présenterons les modèles que nous avons développés pour décrire les micro-structurations des disques résonants. Puis, nous décrirons un modèle basé sur une théorie de perturbation consacré au couplage avec des guides optiques. Nous conclurons alors en comparant ces modèles aux résultats expérimentaux.



## Chapitre 2

# Le mode de galerie

Ce chapitre est consacré aux modes de galerie supportés par un micro-disque. Des rappels sur les différents régimes de fonctionnement d'un résonateur sont faits afin de mieux comprendre et discuter les simulations numériques présentées. Les avantages et les limites des méthodes numériques soulignées, nous introduisons une méthode analytique bidimensionnelle et montrons son utilité. Finalement, nous discutons des deux problèmes soulevés par cette méthode qui sont la normalisation des modes de galerie et le traitement du problème en trois dimensions.

### 2.1 Régimes de fonctionnement du résonateur

Un résonateur est une structure à fuite. Si on considère un résonateur passif, qui ne contient aucune source d'énergie, il existe trois régimes de fonctionnement particuliers,

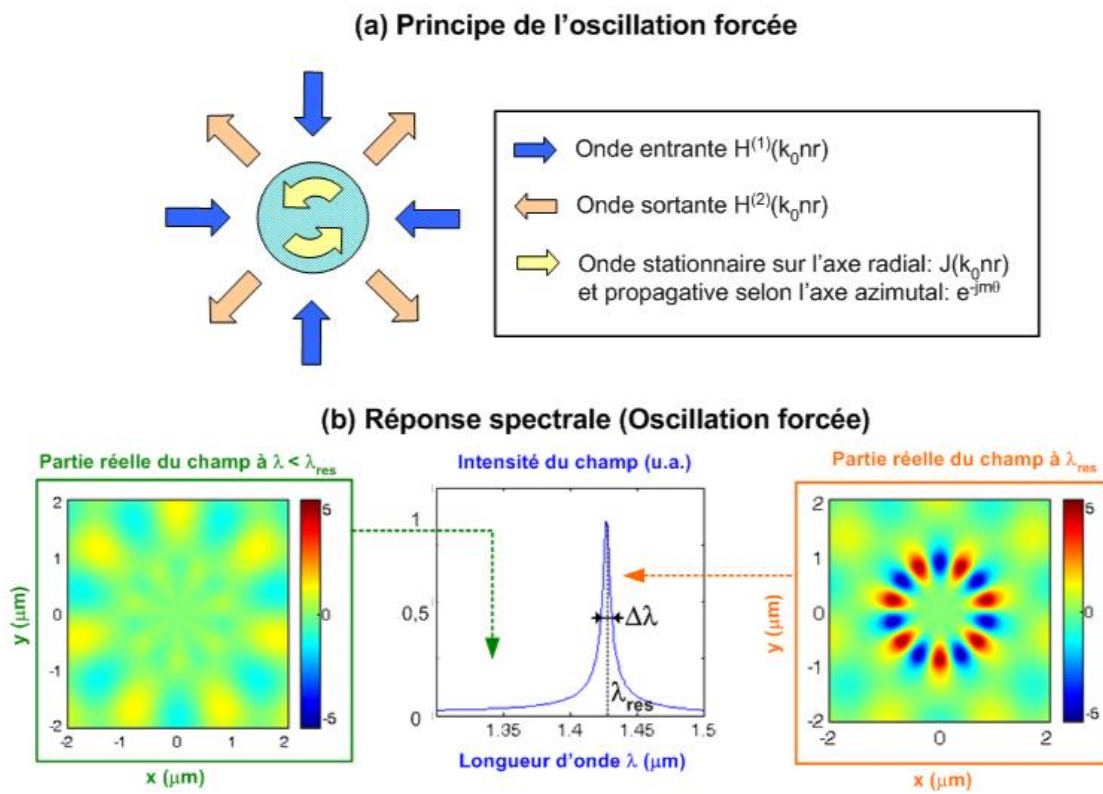
- le régime harmonique forcé, également appelé oscillation forcée,
- le régime d'oscillation libre,
- l'excitation adaptée<sup>9</sup>.

Nous allons successivement décrire ces trois régimes pour le disque résonnant. Le premier régime est l'*oscillation forcée*. Dans ce régime, une source monochromatique est délocalisée loin du résonateur et émet de la lumière à la pulsation  $\omega$  vers la cavité. Sur l'exemple de la figure 2.1a, la lumière envoyée par la source est représentée par des flèches bleues dirigées vers le disque. Aux frontières du disque, elle est soit réfléchie (flèches oranges), soit transmise (flèches jaunes). La lumière transmise "tourne" alors à l'intérieur de la cavité avant de fuir à son tour. La puissance lumineuse transmise dans la cavité dépend directement de la longueur d'onde  $\lambda = \frac{2\pi}{\omega}c$  de la source, avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.

---

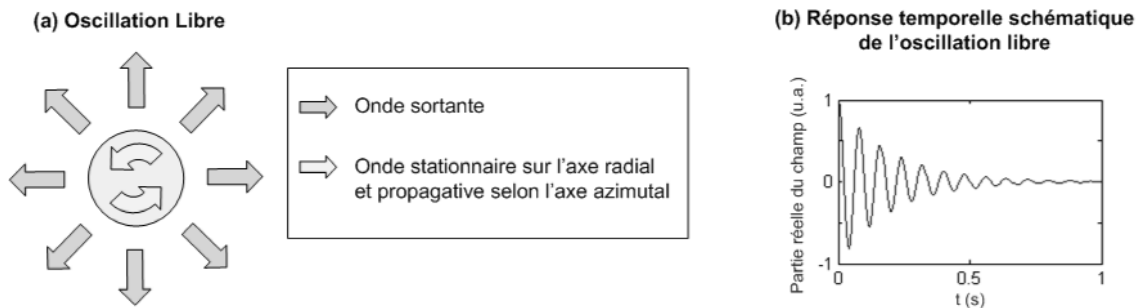
<sup>9</sup>L'excitation adaptée est un cas particulier du régime d'oscillation forcée





**FIG. 2.1:** Régimes de fonctionnement du résonateur. Pour la figure a, le champ dans le disque est représenté avec un sens de propagation. Il peut naturellement “tourner” dans l’autre sens. Pour la figure b, l’amplitude du champ est prise à l’intérieur du disque au voisinage de la périphérie, loin de la résonance (volet de gauche) et en résonance (volet de droite).

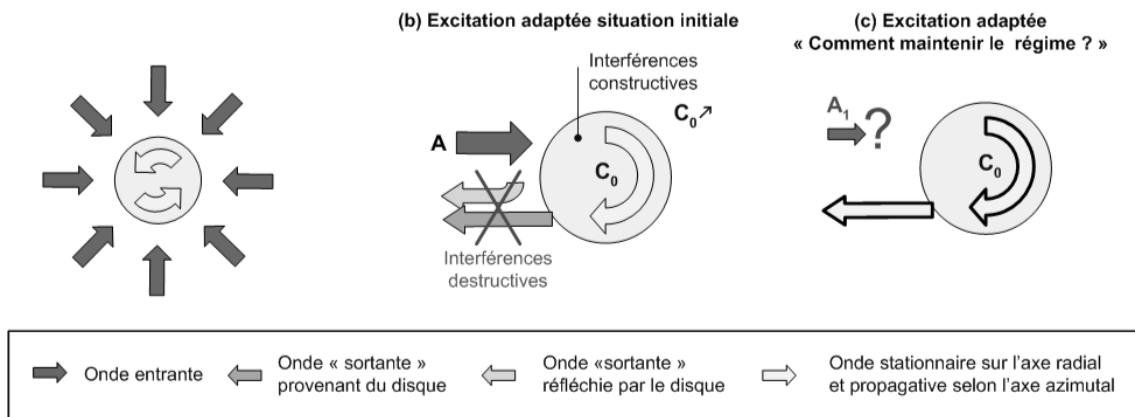
En effet, si la lumière est à la longueur d'onde de résonance de la cavité, celle-ci peut être transmise à l'intérieur. Par contre, si celle-ci n'est pas à la bonne longueur d'onde, elle pénètre peu dans la cavité et est principalement réfléchi. La figure 2.1b illustre ce comportement. Sur cette figure, l'intensité du champ dans le disque est représentée en fonction de la longueur d'onde de la lumière incidente. Des images des cartes de champ pour différentes longueurs d'ondes sont également adjointes. Sur la courbe centrale, nous pouvons remarquer que l'intensité atteint un maximum à la longueur d'onde  $\lambda_{res}$ . Le résonateur est alors en condition de résonance. A gauche de la courbe, la carte de champ hors résonance montre que très peu d'énergie est stockée dans le disque. Par contre la figure de droite montre une forte amplitude du champ dans la cavité pour une même amplitude d'excitation. A la résonance, une grande partie de l'énergie est transmise puis stockée par la cavité. Le pic de résonance est caractérisé par deux paramètres, sa longueur d'onde  $\lambda_{res}$  et sa largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda$ . On appelle facteur de qualité  $Q$  du résonateur, le rapport entre l'énergie moyenne stockée dans le résonateur sur une période optique et la puissance rayonnée hors du résonateur sur cette même période. On montre que le facteur de qualité est directement lié à  $\lambda_{res}$  et  $\Delta\lambda$  par la relation  $Q = \frac{\lambda_{res}}{\Delta\lambda}$ . Le résonateur qui nous intéresse doit conserver longtemps la lumière en son sein, il présente donc un grand facteur de qualité et un pic de résonance très fin.



**FIG. 2.2:** (a) Oscillation libre, (b) Réponse temporelle schématique de l'oscillation libre

Le second régime, *l'oscillation libre*, décrit un autre mode de fonctionnement du résonateur. Dans cette configuration, il n'y a pas de sources extérieures. Nous supposons que la lumière est déjà dans le disque. Elle tourne à l'intérieur et fuit progressivement comme le montre la figure 2.2a. L'amplitude du champ varie dans le temps selon une loi en  $\cos(\omega_{res}t) \exp(-\alpha t)$  [74] comme l'illustre la figure 2.2b. Le terme  $\alpha > 0$  désigne alors le coefficient d'atténuation temporel de la cavité. En effet, comme dans tout résonateur en oscillation libre, la lumière fuit du disque à la pulsation de résonance  $\omega_{res} = \frac{2\pi}{\lambda_{res}}c$ , avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. L'énergie diminue donc progressivement à l'intérieur de la

cavité. Cette atténuation est caractérisée par le coefficient d'atténuation  $\alpha$  caractéristique du résonateur. Le facteur de qualité  $Q$  peut s'exprimer à partir de ces données par la relation  $Q = \frac{\omega_{res}}{2\alpha}$  [74]. Une cavité résonante ayant un fort coefficient de qualité conserve donc longtemps la lumière en son sein. Ainsi, le coefficient d'atténuation  $\alpha$  peut être également représenté par la durée de vie  $\tau = \frac{1}{\alpha}$  du photon dans la cavité. Le troisième et dernier régime est *l'excitation adaptée*. En appliquant le principe du retour



**FIG. 2.3:** (a) Excitation adaptée, (b) Situation initiale de l'oscillation forcée, l'onde entrante est cette fois-ci schématisée par une seule flèche. (c)

inverse de la lumière au régime de l'oscillation libre, on peut considérer un régime où la lumière entre dans le disque sans qu'il n'y ait d'onde sortante. Ce régime correspond à *l'excitation adaptée*. Comme l'indique la figure 2.3a, la lumière provient d'une source à l'extérieur du résonateur et est stockée efficacement dans le disque sans qu'aucune onde ne ressorte. Cette absence d'onde sortante peut s'expliquer en décomposant les différentes phases de ce régime.

Considérons un disque contenant de l'énergie lumineuse et sur lequel on envoie une onde propagative (flèche noire) d'amplitude  $A$ , celle-ci est en partie réfléchi (flèche grise) comme le montre la figure 2.3b et en partie transmise. L'onde totale sortante est la somme de l'onde réfléchi (flèche grise) et de l'onde qui fuit du disque (flèche blanche). Si ces deux ondes ont la même amplitude et sont déphasées de  $\pi$ , l'interférence est destructive. Comme l'énergie totale se conserve, les interférences sont constructives pour l'onde transmise. L'amplitude augmente donc à l'intérieur de la cavité. Etant donné que la lumière qui fuit du résonateur est proportionnelle à l'énergie confinée dans la cavité, l'onde sortante du disque augmente également. Cette situation illustrée par la figure 2.2c souligne un problème essentiel. L'amplitude de l'onde qui arrive sur le disque en provenance de la source doit être constamment modifiée pour conserver le régime d'interférence. En effet, pour garder le régime d'interférences destructives sur l'onde sortante, il faut que l'amplitude  $A$  de l'onde bleue augmente avec elle. L'excitation adaptée doit donc

suivre une loi du type  $\cos(\omega_{res}t) \exp(+\alpha t)$  qui correspond bien à un régime d'oscillation libre inversée dans le temps.

Finalement, il nous reste un quatrième et dernier cas qui est celui du résonateur actif. Dans le cas, où le disque peut produire de la lumière, le régime permanent "laser" est obtenu quand le gain du matériau compense exactement les pertes optiques de la cavité.

Notons que le régime d'oscillation forcée correspond à l'utilisation du résonateur en tant que filtre. Comme nous avons pu le voir, la réponse spectrale du filtre est caractérisée par deux grandeurs : la longueur d'onde du filtre  $\lambda_{res}$  et sa largeur spectrale  $\Delta\lambda$ . Ainsi, de la lumière sera transmise au résonateur uniquement si celle-ci possède une longueur d'onde incluse dans la bande passante du filtre  $\lambda_{res} \pm \frac{\Delta\lambda}{2}$ . Dans le cas contraire, la lumière sera réfléchiée.

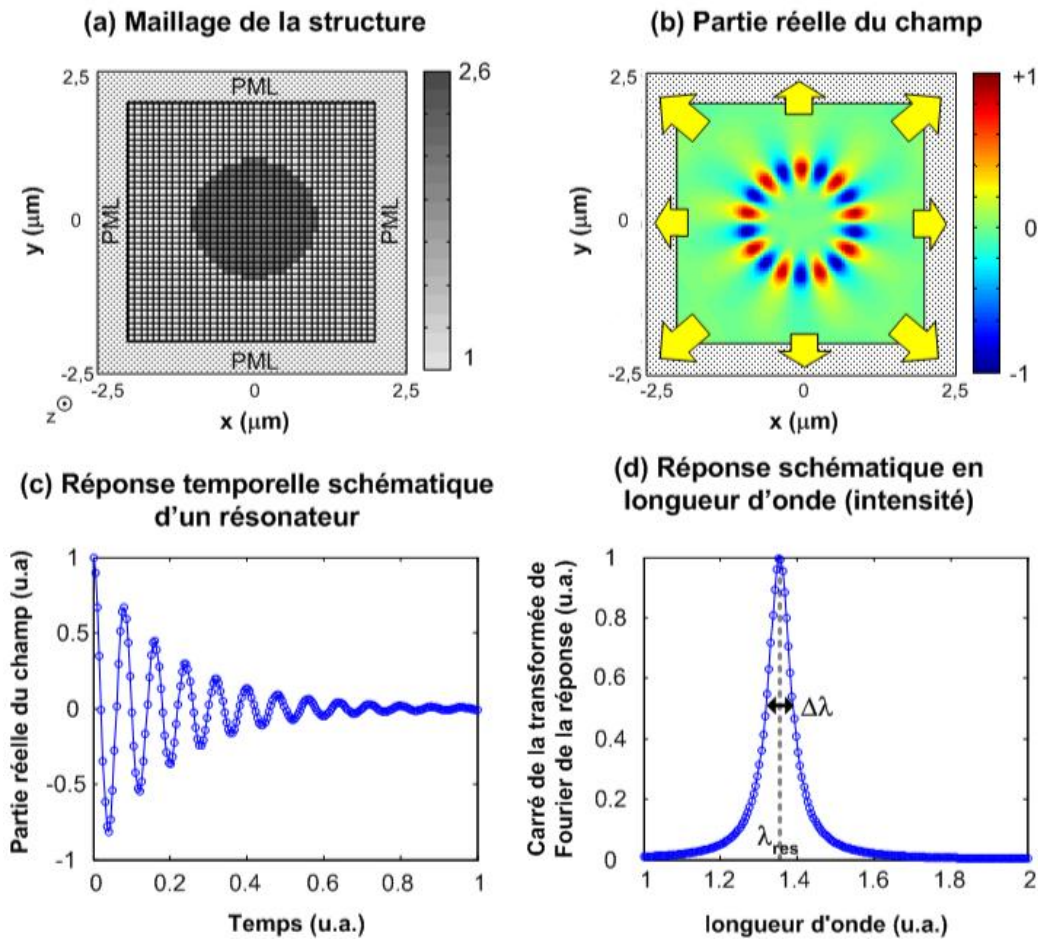
Le régime d'oscillation libre se rapproche d'un fonctionnement en terme de source. La lumière est alors stockée dans le résonateur et fuit progressivement, elle peut être ainsi récupérée et utilisée. On peut comparer ce fonctionnement à celui d'un pendule qui fournit un signal harmonique à une horloge mécanique. Ce signal source est alors caractérisé par sa longueur d'onde  $\lambda_{res}$  et son facteur d'atténuation dans le temps :  $\alpha$ . Notons que dans le cas d'une source optique, on s'intéresse plus souvent à la cohérence  $\Delta\lambda$  de la lumière plutôt qu'à son atténuation  $\alpha$  ou sa durée de vie  $\frac{1}{\alpha}$  dans la cavité.

L'excitation adaptée, par contre, ne se rencontre pas facilement dans la nature. Nous verrons cependant que ce régime va nous être d'une grande utilité par la suite. En conclusion, ces trois régimes sont tous liés à la longueur d'onde de résonance du résonateur  $\lambda_{res}$  et au facteur de qualité  $Q = \frac{\lambda_{res}}{\Delta\lambda} = \frac{\omega_{res}}{2\alpha}$ . Ces deux paramètres caractérisent complètement le résonateur, la modélisation du fonctionnement du résonateur est donc destinée à calculer ces deux paramètres.

## 2.2 Simulation numérique, méthode des différences finies

La simulation des disques résonants constitue un problème à part entière. Tout d'abord la géométrie cylindrique rend difficile l'utilisation des méthodes paraxiales ou des formalismes qui ne tiennent pas compte des ondes réfléchies, comme par exemple la méthode des faisceaux propagés ou "Beam Propagating Method" (BPM) [75]. De plus, l'observation de résonances demande une analyse temporelle ou fréquentielle. Ainsi pour obtenir le facteur de qualité d'une résonance, il faut pouvoir reconstituer la réponse spectrale 2.1b ou temporelle 2.2b du résonateur. La méthode la plus communément utilisée, car la plus aisée à mettre en oeuvre, est la méthode des différences finies en domaine temporel ou "Finite-Difference Time-Domain" (FDTD). Elle permet de faire "propager" dans le temps un champ

électromagnétique dans des structures quelconques. La méthode nécessite de discrétiser la zone de calcul  $(x, y, t) = (x_i, y_k, t_l)$  avec  $(i, k, l) \in \{0, n_b\}^2 \times \{0, n_t\}$  et de l'entourer généralement de murs absorbants comme sur la figure 2.4a. Les pas de discrétisations sont notés  $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ ,  $n_b$  est le nombre de pas spatiaux,  $n_t$  le nombre de pas temporels. Dans le cas simple d'une structure 2-D qui suppose un champ



**FIG. 2.4:** Méthode des différences finies en domaine temporel : (a) Structure simulée, on voit le maillage et les zones absorbantes dites Perfect Matching Layers (PML)[76] en bordure. (b) Partie réelle du champ simulé, la lumière fuit hors du résonateur et est absorbée par les PMLs. (c) Réponse temporelle schématisée du résonateur, on voit que l'amplitude varie selon  $\exp(j\omega t) \exp(-\alpha t)$ . (d) En prenant la transformée de Fourier de la réponse temporelle, on obtient la réponse spectrale.

<sup>10</sup>Pour plus de clarté dans la thèse, nous avons pris le parti d'utiliser cette convention pour la définition des polarisations. Même si elle peut paraître inhabituelle dans le cas bidimensionnel, elle correspond à la convention usuelle pour les cas tridimensionnels (3D) [75]. L'ensemble des publications expérimentales sur le sujet utilisant cette dernière convention, nous n'avons pas voulu perdre le lecteur en utilisant une convention différente.

invariant selon  $z$  ( $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ ), on peut distinguer deux polarisations TM ( $E_z, H_x, H_y$ ) et TE ( $H_z, E_x, E_y$ )<sup>10</sup>. Par la suite, nous allons décrire le principe de la méthode pour la polarisation TM, le traitement de la polarisation TE est tout à fait similaire. Les équations de Maxwell pour la polarisation TM s'écrivent

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_z}{\partial t}. \quad (2.3)$$

Ces même équations peuvent s'écrire sous une forme discrète en remplaçant les dérivées partielles par leur expression en différence centrée. On obtient une nouvelle formulation :

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(x_{i+1/2}, y_j) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(x_{i+1/2}, y_j) + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta t}{\Delta x} [E_z^n(x_{i+1}, y_j) - E_z^n(x_i, y_j)], \quad (2.4)$$

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(x_i, y_{j+1/2}) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(x_i, y_{j+1/2}) - \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta t}{\Delta x} [E_z^n(x_i, y_{j+1}) - E_z^n(x_i, y_j)], \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} E_z^{n+1}(x_i, y_j) &= E_z^n(x_i, y_j) \\ &+ \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ H_y^{n+\frac{1}{2}}(x_{i+\frac{1}{2}}, y_j) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(x_{i-\frac{1}{2}}, y_j) \right] \\ &- \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[ H_x^{n+\frac{1}{2}}(x_i, y_{j+\frac{1}{2}}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(x_i, y_{j-\frac{1}{2}}) \right], \end{aligned} \quad (2.6)$$

où  $E_z^n(x_i, y_j)$ ,  $H_x^n(x_i, y_j)$  et  $H_y^n(x_i, y_j)$  représentent les valeurs des champs  $E_z$ ,  $H_x$  et  $H_y$  au point  $(x_i, y_j)$  et au temps  $n\Delta t$ . Le calcul se décompose alors en plusieurs étapes. Tout d'abord, on fixe les conditions initiales (excitation). On connaît alors les champs en tous points à un temps donné  $n\Delta t$ . Avec les équations 2.5 et 2.4, on peut calculer les champs  $H_x$  et  $H_y$  au temps suivant  $(n + \frac{1}{2}) \Delta t$ . De même, l'équation 2.6 nous donne le champ  $E_z$  à  $(n + 1) \Delta t$ . Nous connaissons alors les valeurs des champs à l'instant  $(n + \frac{1}{2}) \Delta t$  en tous points du maillage. On recommence le processus de manière itérative jusqu'à  $n_t \Delta t$ . Deux critères garantissent la validité du calcul. Le premier assure la précision de la méthode et le second sa stabilité [77]. Le premier critère concerne la finesse du maillage spatial. Un maillage grossier retire des directions de propagation et introduit des retards de phase. La vitesse de groupe du signal s'en trouve affectée. Il faut typiquement un pas de discrétisation inférieur à un dixième de la longueur d'onde pour avoir une bonne précision. Le second critère concerne le pas temporel. Il a une incidence directe sur la stabilité du calcul. La méthode est stable si la vitesse numérique du signal est plus grande que la vitesse de la lumière dans le milieu. Après calculs, on obtient la relation

$$\frac{c}{n} \leq \frac{\Delta x}{\Delta t \sqrt{2}}, \quad (2.7)$$

où  $\Delta x = \Delta y$  est le pas de maillage selon les axes  $x$  et  $y$ , et  $n$  est l'indice de réfraction du matériau le plus élevé. Notons que le terme  $\sqrt{2}$  intervient dans le cas d'un calcul en deux dimensions.

Dans le cas du résonateur, le mode est excité par une source qui émet une impulsion sur la périphérie du disque afin d'exciter le mode de galerie. Pour ne pas coupler de lumière sur les modes d'ordre radial supérieur, l'émission de la source possède une largeur limitée. De même, pour exciter préférentiellement un mode de galerie donné, l'impulsion temporelle doit être judicieusement choisie. En effet, il est impossible de créer une impulsion de Dirac infiniment courte qui permettrait d'émettre sur une bande spectrale infinie. Notre impulsion est donc le produit d'une sinusoïde à une fréquence proche de la résonance (porteuse) et d'une Gaussienne de faible largeur temporelle  $\Delta t \simeq \frac{\lambda_{res}}{c}$  (impulsion) :  $\sin(\omega_{res}t)e^{-\frac{t^2}{\Delta t^2}}$ . L'émission résultante possède donc un spectre large mais limité ( $\Delta\lambda \simeq \frac{4\lambda_{res}}{\pi}$ ) centré sur la longueur d'onde recherchée. Dans ce cas précis, les conditions initiales ne sont pas déterminées au seul temps  $n\Delta t$  mais pendant la durée de l'impulsion. L'algorithme FDTD connaît pendant ce temps un régime transitoire où le champ à  $(n+1)\Delta t$  est calculé à partir du champ à  $n\Delta t$  et à partir de la source qui émet son impulsion. Durant ce court régime, le champ peut être discontinu au niveau de la source. A la fin de ce régime, l'excitation de la cavité par un signal de spectre large est obtenue, la cavité se conduit alors comme un filtre.

Après plusieurs itérées, le résonateur a filtré toute lumière parasite, le mode de galerie est stabilisé et une carte de champ similaire à la figure 2.4b apparaît. La lumière "tourne" à l'intérieur du disque et fuit progressivement par les parois avant d'être absorbée par les murs absorbants [76]. Comme le montre la figure 2.4c, l'observation de l'amplitude du champ dans le disque en fonction du temps (hormis le régime transitoire décrit précédemment) met en évidence le phénomène d'oscillation libre. La transformée de Fourier de la réponse temporelle ainsi obtenue est reportée sur la figure 2.4d. C'est la réponse spectrale du disque, on y distingue un ou plusieurs pics de résonance qui sont la signature des modes de galerie. Chaque pic est une fonction de Lorentz dont les paramètres  $\lambda_{res}$  et  $\Delta\lambda$  sont liés aux longueurs d'ondes de résonance  $\lambda_{res}$  et aux facteurs de qualité  $Q = \frac{\lambda_{res}}{\Delta\lambda}$  du mode de galerie associé.

La FDTD est une méthode robuste et simple d'utilisation. Cependant elle ne convient pas à l'étude des modes à très fort coefficient de qualité tels que les modes de galerie. En effet, la FDTD utilise généralement un maillage cartésien qui provoque des rugosités mal venues sur les bords du disque. Ces rugosités illustrées par la figure 2.4a diminuent les facteurs de qualité calculés. Ce même maillage est une réelle contrainte dans le cas de structures de grande envergure. Ainsi, les mémoires des ordinateurs courants ne permettent d'utiliser la FDTD que pour simuler des résonateurs de faibles dimensions ( $< 10 \mu\text{m}$ ). De plus, dans le cas d'excellents résonateurs, la FDTD nécessite des temps de calculs très longs.

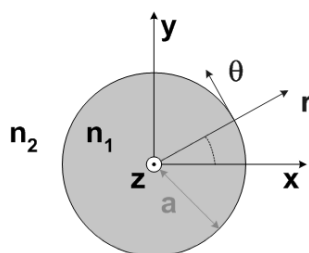


En effet, le nombre de points sur la réponse spectrale est directement proportionnel au nombre d'itérations temporelles effectuées. La réponse spectrale schématisée de la figure 2.4d montre que pour bien mesurer la largeur de la résonance  $\Delta\lambda$ , il faut avoir un grand nombre de points de calcul. Le nombre de points de calcul correspond exactement au nombre d'itérations temporelles effectuées pour calculer la réponse temporelle schématisée de la figure 2.4d. Pour les résonances très fines, un nombre important de points est nécessaire pour atteindre la valeur de  $\Delta\lambda$ , on augmente alors le nombre d'itérations et les temps de calcul deviennent très vite prohibitifs.

En conclusion, la complexité numérique de la FDTD-2D évolue en  $n_b^2 \times n_t$  où les rugosités induites par le maillage cartésien impose une grande valeur de  $n_b$  et les facteurs de qualité, une grande valeur de  $n_t$ . C'est pour cette raison que nous nous sommes intéressés aux méthodes analytiques qui permettent dans certains cas d'obtenir des résultats équivalents.

## 2.3 Modèle analytique

Ainsi, dans le cas simple décrit précédemment, il est possible d'obtenir des résultats à l'aide d'un calcul analytique. Le modèle analytique consiste à résoudre les équations de Maxwell dans un repère cylindrique. Nous considérons un disque inclus dans un plan  $(x, y)$ , de rayon  $a$  et d'indice de réfraction  $n_1$ , entouré par un milieu d'indice de réfraction  $n_2$ . Dans un milieu diélectrique sans perte ni source, les



**FIG. 2.5:** Structure du disque résonnant : la structure étudiée est un disque de rayon  $a$  et d'indice de réfraction  $n_1$ , entouré par un milieu d'indice de réfraction  $n_2$

équations de Maxwell s'écrivent

$$\begin{aligned} \text{rot}\mathbf{E} &= -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad , \quad \text{rot}\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \quad , \\ \text{div}\mathbf{D} &= 0 \quad , \quad \text{div}\mathbf{B} = 0. \end{aligned} \tag{2.8}$$



Comme on se restreint à un cas 2-D, les champs ne dépendent pas de  $z$ . On suppose également que le champ est une onde de la forme

$$\mathbf{E} = e^{jm\theta} e^{j\omega t} \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2.9)$$

$$\mathbf{H} = e^{jm\theta} e^{j\omega t} \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (2.10)$$

où  $m \in \mathbb{N}^*$  est la constante de propagation azimutale,  $\omega$  la pulsation,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = (E_r(r), E_\theta(r), E_z(r))$  et  $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = (H_r(r), H_\theta(r), H_z(r))$ . En introduisant les expressions 2.9 et 2.10 dans les deux premières équations de Maxwell (2.8), on obtient

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial r.H_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right], & H_z &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial r.E_\theta}{\partial r} \right], \\ H_r &= -\frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta}, & \text{et} & E_r &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta}, \\ H_\theta &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial r}, & E_\theta &= -\frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \frac{\partial H_z}{\partial r}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide,  $\epsilon_r$  est la permittivité diélectrique relative, et  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique. On distingue bien deux polarisations TM ( $E_z, H_r, H_\theta$ ) et TE ( $H_z, E_r, E_\theta$ ) indépendantes. Les équations 2.11 montrent qu'il suffit de calculer les composantes  $E_z$  et  $H_z$  pour trouver la solution complète du problème. En combinant, les deux premières équations de Maxwell (2.8), on montre que dans un milieu d'indice de réfraction constant  $n$ , les champs respectent l'équation de Helmholtz

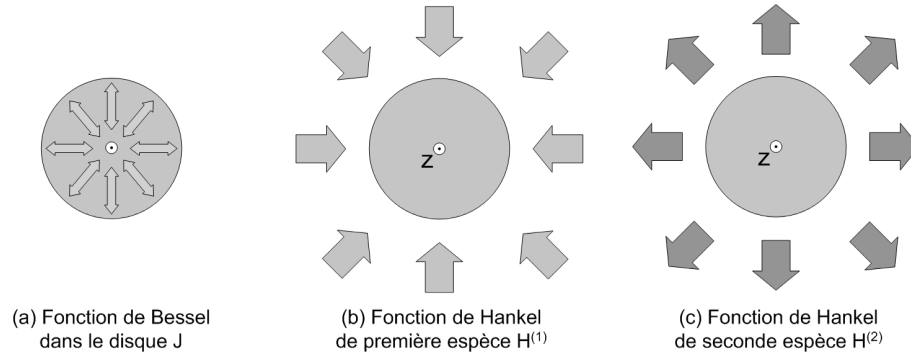
$$\Delta\Psi + k_0 n^2 \Psi = 0, \quad (2.12)$$

où  $\Psi \in \{E_z, H_z\}$ ,  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ . En introduisant les expressions 2.9 et 2.10, on montre que les solutions  $H_z(r)$  et  $E_z(r)$  se décomposent en fonctions de Bessel ( $J_m(k_0 nr)$ ,  $Y_m(k_0 nr)$ ) ou de Hankel ( $H_m^{(1)}(k_0 nr)$ ,  $H_m^{(2)}(k_0 nr)$ ) [78]. Ces fonctions ont une signification physique simple, comme le montre la figure 2.6a. Les fonctions de Bessel correspondent à des ondes stationnaires. Par contre, les fonctions de Hankel représentent des ondes propagatives. Sur la figure 2.6b, les ondes se propageant vers le centre du disque sont illustrées en gris clair, ce sont des fonctions de Hankel de première espèce  $H_m^{(1)}(k_0 nr)$ . De même sur la figure 2.6c, les ondes se propageant vers l'extérieur (en gris foncé) sont des fonctions de Hankel de seconde espèce  $H_m^{(2)}(k_0 nr)$ . Ainsi, les fonctions de Bessel stationnaires sont la somme de deux fonctions de Hankel contrapropagatives [78], comme l'indique la relation

$$J_m = \frac{1}{2} \left( H_m^{(1)} + H_m^{(2)} \right), \quad (2.13)$$

$$Y_m = \frac{1}{j2} \left( H_m^{(1)} - H_m^{(2)} \right). \quad (2.14)$$

A l'intérieur du disque, le champ est uniquement composé d'une fonction de Bessel  $J_m$ . En effet, la fonction de Bessel de seconde espèce  $Y_m$ , aussi appelée fonction de Neumann, diverge en  $r = 0$ . Elle



**FIG. 2.6:** (a) Fonction de Bessel J, l'onde est stationnaire dans le disque résulte de la somme de deux fonctions de Hankel. (b) Fonction de Hankel de première espèce  $H^{(1)}$ , l'onde entre dans le disque. (c) Fonction de Hankel de seconde espèce  $H^{(2)}$ , l'onde sort du disque.

correspond donc à une solution non physique. A l'extérieur du disque, les deux fonctions de Hankel co-existent. Par la suite, on développera le calcul uniquement pour la polarisation TE. La méthode s'applique de manière similaire à la polarisation TM. Pour la polarisation TE, on a à l'intérieur du disque

$$\forall r \in [0, a],$$

$$\begin{cases} H_z = C J_m(k_0 n_1 r), \\ E_r = C \frac{1}{\omega \epsilon_0 n_1^2} \frac{m}{r} J_m(k_0 n_1 r), \\ E_\theta = -C \frac{k_0 n_1}{j \omega \epsilon_0 n_1^2} \left. \frac{dJ_m}{du} \right|_{u=k_0 n_1 r}, \end{cases} \quad (2.15)$$

et à l'extérieur,

$$\forall r \in [a, +\infty[,$$

$$\begin{cases} H_z = A H_m^{(1)}(k_0 n_2 r) + B H_m^{(2)}(k_0 n_2 r), \\ E_r = A \frac{1}{\omega \epsilon_0 n_2^2} \frac{m}{r} H_m^{(1)}(k_0 n_2 r) + B \frac{1}{\omega \epsilon_0 n_2^2} \frac{m}{r} H_m^{(2)}(k_0 n_2 r), \\ E_\theta = -A \frac{k_0 n_2}{j \omega \epsilon_0 n_2^2} \left. \frac{dH_m^{(1)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 r} - B \frac{k_0 n_2}{j \omega \epsilon_0 n_2^2} \left. \frac{dH_m^{(2)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 r}, \end{cases} \quad (2.16)$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des coefficients liés aux conditions aux limites et aux conditions de continuité à l'interface  $r = a$ .

On peut alors décrire les trois premiers régimes de fonctionnement du résonateur, l'oscillation forcée, l'oscillation libre et l'excitation adaptée. En *oscillation forcée*, on fixe l'amplitude  $A$  et la longueur d'onde  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$  de l'excitation. En  $r = a$ , les composantes tangentielles à l'interface  $H_z$  et  $E_\theta$  doivent être continues [54]. Les deux équations résultant de ces conditions permettent de calculer les amplitudes de l'onde transmise dans le disque  $C$  et de l'onde réfléchie  $B$ . On peut donc reconstituer la réponse spectrale du résonateur en calculant  $B(\omega)$  et  $C(\omega)$ .

En *oscillation libre*, il n'y a pas d'onde entrante  $A = 0$ , les conditions de continuité en  $r = a$  donnent donc un système de deux équations à deux inconnues sans second membre. Il existe des solutions non nulles si et seulement si le déterminant du système est nul,

$$\det \begin{pmatrix} J_m(k_0 n_1 a) & -H_m^{(2)}(k_0 n_2 a) \\ \frac{k_0 n_1}{j\omega\epsilon_0 n_1^2} \frac{dJ_m}{du} \Big|_{u=k_0 n_1 r} & -\frac{k_0 n_2}{j\omega\epsilon_0 n_2^2} \frac{dH_m^{(2)}}{du} \Big|_{u=k_0 n_2 r} \end{pmatrix} = 0. \quad (2.17)$$

Cette relation est vérifiée pour une pulsation complexe  $\omega = \omega_{res} + j\alpha$ . On retrouve bien les caractéristiques de la réponse temporelle du régime d'oscillation libre. La longueur d'onde de résonance  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_{res}}$  et le coefficient de qualité  $Q = \frac{\omega_{res}}{2\alpha}$  s'en déduisent aisément. On s'est donc ramené à un problème de valeur propre complexe, beaucoup plus simple que celui posé par la méthode FDTD. L'annulation du déterminant se fait grâce à un algorithme de Newton-Raphson qui a l'avantage d'être particulièrement rapide [79, 80, 81, 82].

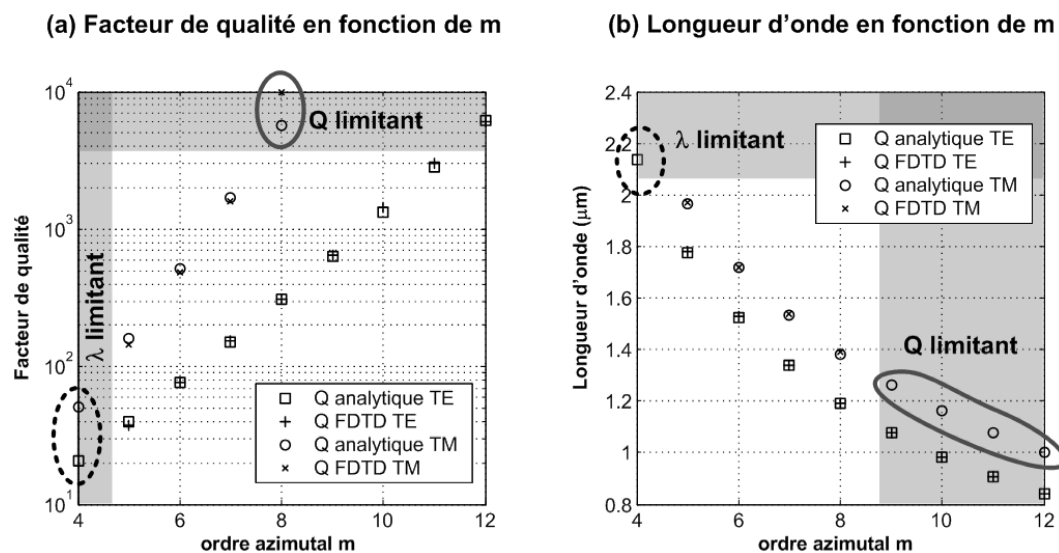
Enfin, le régime de l'*excitation adaptée* est décrit lorsque le poids  $B$  de l'onde sortante est fixé à zéro. On obtient une pulsation complexe comme en oscillation libre avec une partie imaginaire négative  $\omega = \omega_{res} - j\alpha$ . Ce qui montre que dans le plan complexe, le régime d'oscillation adaptée est le conjugué du régime d'oscillation libre. La méthode analytique permet donc de décrire aisément le mode de galerie et d'en obtenir les caractéristiques. Nous allons maintenant vérifier que nous obtenons bien des résultats similaires aux méthodes numériques.

## 2.4 Résultats et comparaisons

Dans ce paragraphe, le modèle analytique est comparé à la méthode des différences finies. La méthode analytique a été transcrite sous le logiciel "Matlab" [83] pour lequel les fonctions de Bessel et Hankel sont pré-programmées. On simule un disque de rayon  $1 \mu\text{m}$  entouré d'air. L'indice de réfraction est fixé à  $n_1 = 2,05$  en TM et  $n_1 = 2,63$  en TE. Cela correspond aux valeurs typiquement utilisées dans la littérature [67]. L'indice de réfraction est dans ce cas remplacé par un "indice effectif" destiné à se rapprocher du cas réel d'un disque 3D de Phosphore d'Indium d'épaisseur  $280 \text{ nm}$  à la longueur d'onde de  $1.5 \mu\text{m}$ <sup>11</sup>. La figure 2.7 montre qu'on a un excellent accord entre la FDTD-2D et la méthode analytique. Sur cette figure, les longueurs d'ondes de résonances et les facteurs de qualité pour des modes de galeries d'ordres azimutaux différents sont présentés. L'accord est vérifié pour les deux polarisations. Ces résultats permettent de voir également certaines limitations de la FDTD, soulignées par des zones de

<sup>11</sup>Cette méthode dite de l'indice effectif change les indices de réfraction pour chaque polarisation. Elle permet de rendre compte de la troisième dimension et sera abordé plus longuement par la suite.

couleurs différentes. Comme nous l'avons souligné au paragraphe 2.2, la résolution des spectres FDTD est limitée par le nombre d'itérations temporelles. Ainsi, nos  $2^{19}$  itérations temporelles nous limitent à des facteurs de qualité inférieurs à  $Q \simeq 2000$ . Au delà, la FDTD n'est plus fiable. La figure 2.7a montre ainsi l'apparition de problèmes numériques avec deux points de simulation pour lesquels les méthodes analytique ("o") et FDTD ("x") ne correspondent pas. Ces points sont entourés en trait plein. D'autre part, il est impossible de simuler une impulsion infiniment courte. L'impulsion temporelle d'une durée de  $4,7 \times 10^{-4}$  ps que nous produisons nous restreint au domaine de longueur d'onde  $\lambda = 1 \mu\text{m} \pm \Delta\lambda$ . On peut ainsi voir entouré en pointillé des modes obtenus grâce au modèle analytique que nous n'avons pu obtenir par FDTD. Les restrictions numériques destinées à limiter les temps de calcul sont bien moins contraignantes pour la méthode analytique. De plus, une simulation FDTD prend 1h30 sur un PC Pentium 1,4 Ghz, elle permet d'atteindre une vingtaine de résonances quand la méthode analytique calcule ces mêmes résonances en quelques secondes. La méthode analytique est donc bien supérieure à la FDTD



**FIG. 2.7:** Simulations FDTD et analytique des modes de galeries dans un disque d'InP de  $1 \mu\text{m}$  de rayon entouré d'air. L'indice effectif du matériau est pris à  $n_1 = 2,05$  en TM et  $n_1 = 2,63$  en TE. (a) Facteur de qualité en fonction de l'ordre azimutal. (b) Longueur d'onde de résonance en fonction de l'ordre azimutal. La zone en orange marque la valeur maximale des facteurs de qualité calculés par FDTD avec  $2^{19}$  d'itérations temporelles. Elle explique pourquoi on ne peut atteindre les modes de galerie d'ordre  $m > 8$  en TM. La zone bleue correspond à la limite basse FDTD de longueur d'onde de résonance calculable avec notre excitation. Naturellement, la méthode analytique ne connaît pas ce genre de limitations.

dans le cas d'un disque simple en 2-D.

Cependant, lorsque la structure à simuler est plus complexe avec par exemple, l'adjonction d'un

guide ou la micro-structuration de la cavité, la méthode analytique ne peut plus être utilisée de manière aussi simple. Les changements apportés à la structure modifient alors la répartition des champs et les propriétés de résonance de la cavité (longueur d'onde de résonance et facteur de qualité). Pour décrire ces modifications, on utilise généralement une base orthogonale de modes [75], sur laquelle on peut décomposer la solution électromagnétique de la nouvelle structure. La base la plus naturelle est la base du système non perturbé. Cependant dans le cas de modes résonants le problème est plus complexe. Pour obtenir une base orthogonale, il faut un produit offrant des propriétés d'orthogonalité entre les modes mais également permettant de normaliser les modes. Dans les paragraphes qui vont suivre, nous allons nous intéresser à la nature du mode de galerie. Nous étudierons d'une part sa normalisation et l'énergie qui peut lui être associée et d'autre part ses propriétés d'orthogonalité.

## 2.5 Normalisation du mode de galerie

La normalisation des modes de galerie est un problème dans la mesure où il s'agit de modes à fuites [65]. Contrairement aux modes guidés qui ont une extension finie selon le plan transverse à la propagation, les modes de galerie fuient à l'infini dans toutes les directions. Si on observe le champ en oscillation libre, le champ d'un de ces modes diverge à l'infini. Nous pouvons expliquer ceci de la manière suivante. Si on considère à un instant  $t_1$  la carte du champ en amplitude selon l'axe  $r$  comme

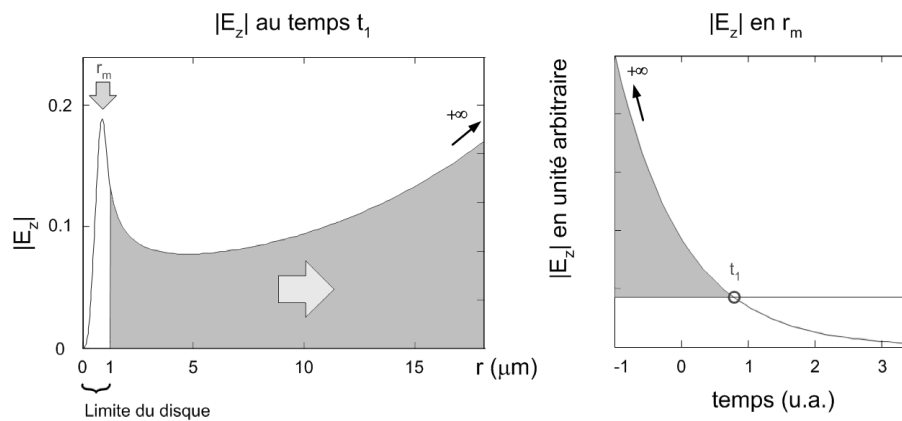


FIG. 2.8: Divergence du champ à l'infini.

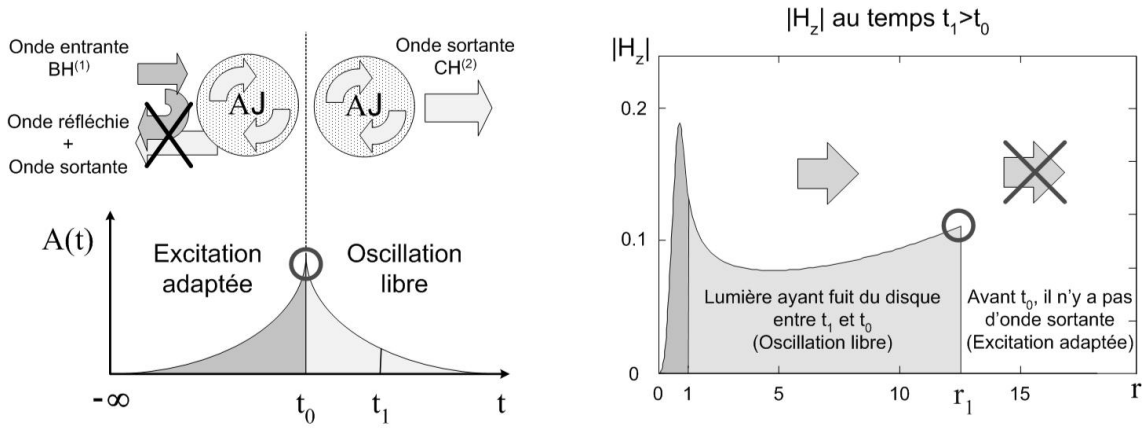
sur la figure 2.8 (à gauche), nous voyons que le champ s'étend et se propage sur l'axe  $r$ . Le champ qui se trouve éloigné à l'extérieur de la cavité (zone grise) correspond à l'énergie qui était contenue dans le disque et qui a fui entre temps. Si nous prenons une représentation temporelle du champ à l'intérieur de

la cavité comme sur la figure de droite, cette énergie qui a fui correspond à la zone grisée. En effet, quand nous représentons la variation temporelle de l'amplitude au point  $r = r_m$  dans le disque, nous constatons que celle-ci diminue avec le temps au fur et à mesure que le disque se vide. La zone grisée représente donc l'énergie qui était stockée dans le disque avant  $t_1$  et qui s'est échappée depuis. Le résonateur fuit constamment mais ne se retrouve jamais vide. Cela provient du fait, qu'en *oscillation libre*, on suppose implicitement que le disque contenait une énergie infinie à l'origine des temps  $t \rightarrow -\infty$ . Cette énergie infinie ayant fui le long de l'axe radial, on la retrouve quand  $r$  tend vers l'infini. Cela explique la divergence du champ à l'infini.

De ce fait l'*oscillation libre* est un régime impropre à être normalisé. Traditionnellement, les modes résonants en oscillation libre sont appelés "modes à fuites", leur normalisation fait le plus souvent appel à des approximations qui suppriment le champ à partir d'une certaine valeur de  $r$  [65]. Une autre méthode plus élégante existe également. Elle consiste lors de la normalisation à intégrer le produit  $\mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^*$  selon un axe radial complexe  $\mathbf{r} = r - j\gamma r$ . Dès lors, une onde  $\exp(-jk\mathbf{r})$  se propageant selon cet axe voit une composante  $\exp(-k\gamma r)$  compenser la croissance due à la fuite. En termes physiques, cela revient à entourer le résonateur d'un matériau qui absorbe la lumière dans la direction  $r$  et dont le coefficient d'absorption est  $\gamma$ . Cette technique permet effectivement de normaliser le mode mais cette normalisation n'a plus de correspondance énergétique. En effet, l'énergie absorbée par le matériau disparaît littéralement.

Pour normaliser le mode de galerie, nous proposons donc une méthode simple et physique. Nous constituons un nouveau régime formé par la succession d'une excitation adaptée puis d'une oscillation libre. A l'origine des temps, une infime quantité de lumière est envoyée sur le résonateur à la longueur d'onde de résonance. Comme l'indique la figure 2.9, le flux de la source est augmenté de manière adaptée si bien qu'il n'y ait aucune réflexion à l'interface. A un temps donné  $t_0$ , l'excitation est arrêtée, le résonateur se met à osciller librement et laisse son énergie fuir. Ce nouveau régime est donc d'énergie finie, car l'énergie totale du système est limitée par la phase d'excitation. Sur la figure 2.9, nous représentons la carte du champ à  $t_1 > t_0$  pour le nouveau régime. Une fois de plus, nous retrouvons de la lumière sur l'axe  $r$  à l'extérieur du résonateur (gris clair). Cette lumière a fui du disque entre les temps  $t_0$  et  $t_1$  et s'est propagée sur l'axe radial jusqu'à une valeur finie  $r_1$ . Il n'y a pas de lumière après  $r_1$ , nous pouvons expliquer ce fait assez simplement. Supposons, par l'absurde, que de la lumière se trouve au delà de  $r_1$ . Afin de se propager jusqu'en ce point, la lumière a dû fuir du disque avant  $t_0$ . Or pendant la phase d'excitation adaptée, aucune lumière ne s'est échappée du disque. Il ne peut donc y avoir de lumière après  $r_1$ . La carte de champ du disque a donc une extension finie sur l'axe  $r$ , ce qui la rend normalisable.

Ce nouveau régime étant d'énergie finie, il est plus aisément manipulable. Cependant, il ne corres-



**FIG. 2.9:** Nouveau régime : à gauche, la variation temporelle et à droite, la répartition de champ résultante. Dans la réalité, il est impossible d’arrêter une source aussi brusquement que sur la figure. Une source dont l’intensité diminuerait de manière continue ferait apparaître des transitions douces au niveau des discontinuités entourées de noir.

pond ni à un mode à fuite ni à un mode rayonné. Dans le paragraphe suivant, nous allons montrer que les résonances décrites selon ce nouveau régime présentent des propriétés de quasi-orthogonalité proches de ce que l’on peut observer pour des modes orthogonaux.

## 2.6 Quasi-orthogonalité

L’expression du produit de deux modes orthogonaux notés  $a$  et  $b$  s’écrit

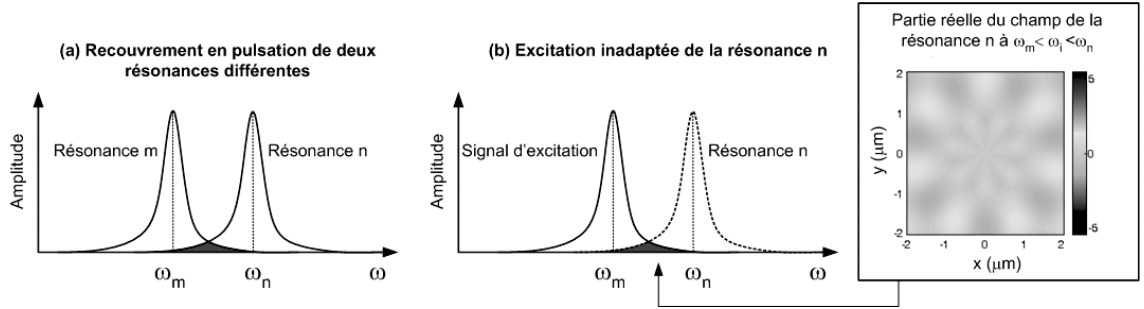
$$\int_z \int_r \frac{1}{r} (\mathbf{E}_a \wedge \mathbf{H}_b^*)_\theta \, dr dz = N_{a,b} \delta(a - b), \quad (2.18)$$

où  $\mathbf{E}_a$  est le champ électrique du mode  $a$ ,  $\mathbf{H}_b$  est le champ magnétique du mode  $b$ ,  $\delta$  est le symbol de Kronecker et  $N_{a,b}$  une constante. Dans ce paragraphe, nous allons montrer que l’on peut obtenir une relation proche avec les résonances que nous décrivons.

## 2.7 Argument dans le domaine des fréquences

Dans le cas de deux modes guidés, l’orthogonalité s’exprime par des considérations spatiales à travers le recouvrement des cartes de champ comme le montre l’équation 2.18. En effet, deux modes guidés loin de leurs longueurs d’ondes de coupure sont des harmoniques de la forme  $e^{j\omega t}$ . Par conséquent, seules les considérations spatiales sont pertinentes. Par contre, les ondes que nous décrivons ne sont

pas harmoniques. En effet, le régime d'excitation adapté suivit d'une oscillation libre correspond dans l'espace des fréquences à une fonctions de Lorentz. Sur la figure 2.10a, on peut voir les signatures en pulsation de deux résonances d'ordres azimutaux  $m$  et  $n \neq m$ . Contrairement, au cas des modes guidés, il existe des considérations de recouvrement en fréquences. Ainsi, on peut voir que le recouvrement des deux pics est faible, le couplage entre les deux résonances est donc limité ce qui justifie notre appellation de "quasi-orthogonalité". Considérons l'expérience dans laquelle nous excitons la résonance d'ordre



**FIG. 2.10:** (a) Recouvrement en pulsation des résonances  $m$  et  $n$ , (b) Excitation inadaptée de la résonance  $n$ . La carte de champ, illustre l'énergie couplée sur la résonance d'ordre  $n$  pour une excitation à  $\omega_m < \omega_i < \omega_n$ .

azimutal  $n \neq m$  avec une onde adaptée en terme de répartition spatiale ( $H_n^{(1)}$ ) mais inadaptée en terme temporel. Prenons par exemple l'excitation temporelle adaptée à la résonance  $m$ . Comme le montre la figure 2.10b, notre signal d'excitation sera alors représenté par une fonction de Lorentz centrée en  $\omega_m$  (trait plein). A cause du faible recouvrement dans l'espace des fréquences, très peu de lumière se couple sur la résonance  $n$  comme l'illustre la carte de champ de la figure 2.10b. Par contre cette même excitation temporelle, adaptée à la résonance  $m$  ( $H_m^{(1)}$ ), sera très efficace pour la résonance  $m$ . On a donc une forme de quasi-orthogonalité dans l'espace des fréquences

$$\int_{\omega} \frac{1}{r} \mathbf{E}_m \wedge \mathbf{H}_n^* d\omega \simeq N_{m,n} \delta(m - n). \quad (2.19)$$

## 2.8 Argument dans le domaine spatial

Cette quasi-orthogonalité peut être retrouvée dans le domaine spatial pourvu que les considérations temporelles soient bien définies. En effet, le formalisme ressemble en tout point à la démonstration de l'orthogonalité en régime harmonique mais la physique est différente.

On considère l'expérience suivante, on excite efficacement la résonance  $m$  à l'aide d'un régime adapté  $e^{j\omega_m t + \alpha_m t}$ . Comme nous avons pu le voir dans le paragraphe précédent, durant ce régime, la



résonance  $n$  est très faiblement excitée car l'excitation inadaptée ( $\omega_m \neq \omega_n$  et  $\alpha_m \neq \alpha_n$ ). Lors de la phase d'oscillation libre, l'amplitude du champ correspondant à la répartition de champ de la résonance  $m$  fuit lentement selon un temps caractéristique  $\frac{1}{\alpha_m}$ . La question que nous posons et de savoir dans quelle mesure la lumière sur le mode de résonance  $m$  peut se coupler sur le mode de résonance  $n$  lors de cette phase. Nous restreignons notre étude au laps de temps d'une période optique. En effet, la quantité qui nous intéresse est le facteur de qualité qui est défini comme le rapport entre l'énergie moyenne confinée dans le résonateur pendant une période optique, divisée par l'énergie rayonnée pendant cette même période ( $Q = \frac{E_{moy}}{\Delta E}$ ). Pour des facteurs de qualité importants, l'énergie moyenne pendant une période optique peut être considérée comme pratiquement constante  $\Delta E_{moy} \ll E_{moy}$ . On peut alors effectuer nos calculs en négligeant cette variation, ce qui revient à utiliser un formalisme semblable à celui utilisé pour les ondes harmoniques. Notons que négliger cette variation revient au niveau spectral à négliger les largeurs des résonances et donc travailler dans un régime proche du régime harmonique.

Pour revenir à notre exemple, nous considérons le cas où deux résonances ont été excitée par une source de largeur spectrale déterminée. Pendant une période optique, le couplage entre les deux résonances lors de la propagation de la lumière selon  $\theta$  peut être exprimé par

$$\int_z \int_r \frac{1}{r} (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^*)_\theta \, dr dz \propto e^{-(\alpha_n + \alpha_m)t}. \quad (2.20)$$

Comme nous venons de l'expliquer, nous supposons que les résonances sont suffisamment fines pour pouvoir négliger la variation due au terme  $-\alpha_n - \alpha_m$ . Dans le calcul qui va suivre, nous négligeons donc toute dispersion de la lumière autre que le couplage entre résonances. Celles-ci se comportent donc alors comme des modes.

Le faible couplage entre les résonances d'ordre radial différent (ie  $l = a$  ou  $l = b$ ) est évident, car les répartitions de champ selon les axes transverses à l'axe  $\theta$  sont orthogonales. Dans ce cas, le calcul de l'intégrale de recouvrement  $\int_z \int_r \frac{1}{r} (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^*)_\theta \, dr dz$  mène donc à un résultat nul. La démonstration de la quasi-orthogonalité spatiale de deux résonances d'ordre azimutal différent (ie  $m = a$  ou  $m = b$ ) est plus complexe.

Pour deux résonances  $(\mathbf{E}_m, \mathbf{H}_m)$  et  $(\mathbf{E}_n, \mathbf{H}_n)$  de dépendances azimutales respectives  $e^{jm\theta}$  et  $e^{jn\theta}$ , les équations de Maxwell (2.8) permettent de retrouver la relation de réciprocité de Lorentz [54, 84],

$$\operatorname{div} (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^* - \mathbf{E}_m \wedge \mathbf{H}_n^*) = 0, \quad (2.21)$$

où la dépendance temporelle n'est pas explicitée car nous négligeons la variation des champs durant une période optique. En utilisant l'identité  $\operatorname{div} = \operatorname{div}_\theta + \operatorname{div}_{r,z}$  où  $\operatorname{div}_{r,z}$  est la divergence dans le plan

transverse  $(r, z)$ , et en appliquant le théorème de la divergence dans le plan, on peut écrire pour le terme  $\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^*$ ,

$$\begin{aligned} \int_r \int_z \operatorname{div}(\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^*) \, dr dz &= j(n-m) \int_r \int_z \frac{1}{r} (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^*) \, dr dz + \int_r \int_z \operatorname{div}_{(r,z)}(\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^*) \, dr dz \\ &= j(n-m) \int_r \int_z \frac{1}{r} (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^*) \, dr dz + \int_C (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^*) \, d\mathbf{n}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

où  $C$  est un contour du plan  $(r, z)$  et  $\mathbf{n}$  un vecteur normal à ce contour. Le même calcul appliqué au terme  $\mathbf{E}_m \wedge \mathbf{H}_n^*$ , nous donne

$$\int_r \int_z \operatorname{div}(\mathbf{E}_m \wedge \mathbf{H}_n^*) \, dr dz = j(m-n) \int_r \int_z \frac{1}{r} (\mathbf{E}_m \wedge \mathbf{H}_n^*) \, dr dz + \int_C (\mathbf{E}_m \wedge \mathbf{H}_n^*) \, d\mathbf{n}. \quad (2.23)$$

En réintroduisant ces deux relations dans l'équation 2.21 et en projetant sur  $\theta$ , nous obtenons

$$\int_C (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^* - \mathbf{E}_m \wedge \mathbf{H}_n^*)_\theta = j(m-n) \int_r \int_z \frac{1}{r} (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^* + \mathbf{E}_m \wedge \mathbf{H}_n^*)_\theta \, dr dz. \quad (2.24)$$

où  $C$  est un contour inclus dans le plan  $(r, z)$ . Notons que le facteur  $1/r$  dans le membre de droite apparaît à cause du repère cylindrique. Pour obtenir la relation d'orthogonalité, il nous faut maintenant montrer que l'intégrale du membre de gauche est nulle. En traçant un contour carré (abcd) comme sur la figure

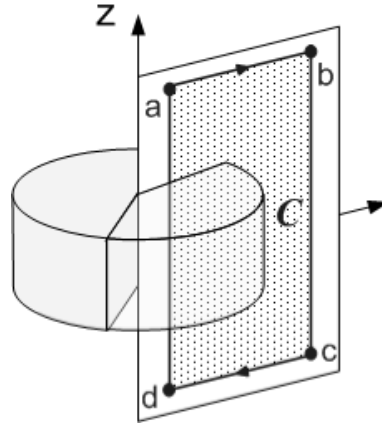


FIG. 2.11: Contour d'intégration

2.11, les contributions des points d'intégration peuvent se calculer aisément. En effet, en faisant passer le contour  $C$  par  $r = 0$ , le segment [da] se trouve être confondu avec l'axe  $z$ , la contribution de l'intégrale pour ce segment est nulle grâce à la convergence des fonctions de Bessel en zéro ( $J_{m>0}(0) = 0$ ). En choisissant un contour symétrique par rapport à l'axe  $r$ , les contributions des segments [ab] et [cd] vont s'annuler à cause du sens du parcours de l'intégrale et de la symétrie du problème. Pour le segment [bc],

si le champ d'ordre azimutal  $m$  est le mode de galerie du nouveau régime, il est d'énergie finie. Il n'a donc pas de champ au loin sur l'axe  $r$ . En repoussant le contour d'intégration supérieur vers  $r \rightarrow +\infty$ , la contribution du mode de galerie d'ordre  $m$  devient nulle.

La résonance d'ordre  $n$  est très faiblement excitée. Lors de son excitation avec une rampe temporelle  $e^{\alpha_m t}$ , où  $\alpha_m$  est la constante de charge associée au mode  $m$ , il existe toujours une fraction de lumière réfléchiée vers l'extérieur du disque. Cependant, comme ce flux de lumière réfléchiée est proportionnel à l'excitation, il évolue également en  $e^{\alpha_m t}$ . Cela signifie qu'à l'origine des temps  $t \rightarrow -\infty$ , ce flux de lumière réfléchiée est infiniment faible. Or c'est ce même flux que nous retrouvons au loin sur l'axe  $r$  sur la carte de champ de la résonance  $n$ . On en déduit que le champ tend vers zéro pour les valeurs de  $r \rightarrow +\infty$ . En prenant un contour infiniment grand, nous annulons donc l'intégrale.

L'intégrale annulée, on reprend le même raisonnement avec les modes contra-propagatifs de dépendances azimutales respectives  $e^{-jm\theta}$  et  $e^{-jn\theta}$  qui ont les mêmes cartes de champ radiales et en sommant les deux équations obtenues on retrouve la relation d'orthogonalité

$$\int_z \int_r \frac{1}{r} (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_m^*)_\theta \, dr dz = N_{n,m} \delta(n - m), \quad (2.25)$$

où  $\delta$  est le symbol de Kronecker et  $N_{n,m}$  une constante. Notons que  $N_{n,n} = \int_z \int_r \frac{1}{r} (\mathbf{E}_n \wedge \mathbf{H}_n^*)_\theta \, dr dz$  est la norme du mode de galerie d'ordre azimutal  $n$ . Rappelons que cette relation est approximative, mais valable pour les résonances fines.

## 2.9 Approche à trois dimensions (3-D)

Les trois types de méthodes analytiques les plus courantes pour calculer un mode en 3-D sont : la méthode de l'indice effectif ou "Effective Index Method" (EIM) [75], les méthodes de décomposition sur modes propres appelées méthode de raccordement de modes, "Film Mode Matching" (FMM) [85, 86, 87] ou "Eigenmode Expansion" [88, 89] et enfin les méthodes de décomposition sur base de Fourier (RCWA) [90, 91]. Dans le cas d'un disque, le fait que l'épaisseur du disque est petite devant son diamètre favorise l'utilisation de l'EIM, très efficace dans ce genre de configuration.

### 2.9.1 Méthode d'indice effectif

La méthode de l'indice effectif est une méthode approximative permettant de calculer les modes en 3-D. Cette méthode étant semi-vectorielle, les solutions sont séparées en deux polarisations TE et TM comme en 2-D. La constante de propagation selon l'axe  $z$  est donc partiellement négligée. Comme le

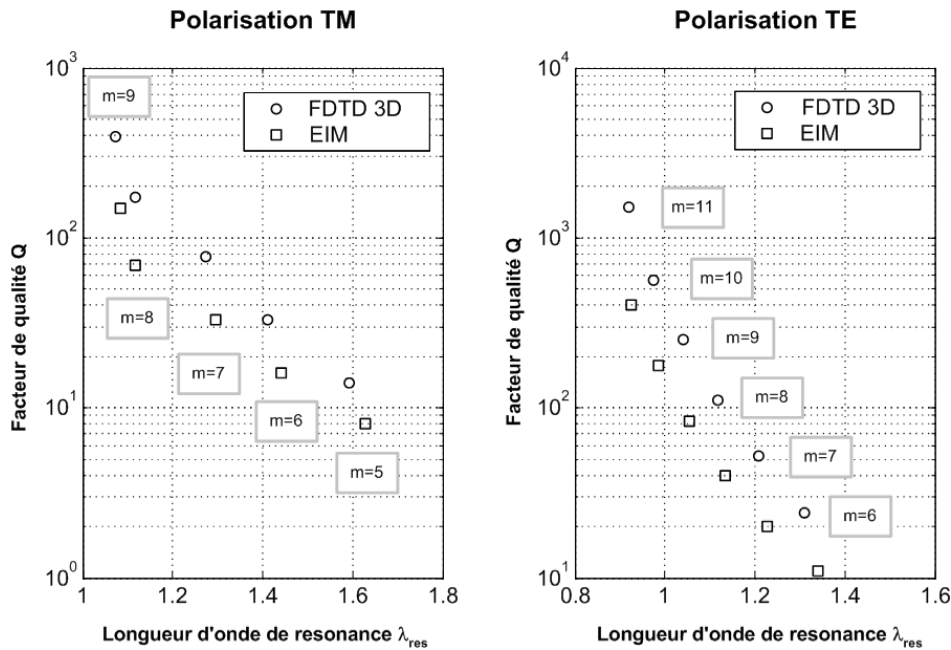
veut la définition de la polarisation optique, les modes TE sont associés aux composantes  $(H_z, E_r, E_\theta)$  et les modes TM aux composantes  $(E_z, H_r, H_\theta)$ . Par la suite on développera le calcul pour la polarisation TE, la polarisation TM se traite de manière similaire. En supposant les variables  $r$ ,  $\theta$  et  $z$  séparables, la composante verticale du champ peut s'écrire  $H_z = e^{jm\theta} H(r)\Phi(z)e^{j\omega t}$ . En introduisant  $n_{effz}$  dans l'équation d'Helmholtz 2.12, on obtient facilement dans le matériau d'indice de réfraction  $n_i$

$$\frac{d^2 H(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH(r)}{dr} + \left[ k_0^2 n_{effz}^2 - \frac{m^2}{r^2} \right] H(r) = 0, \quad (2.26)$$

$$\frac{d^2 \Phi(z)}{dz^2} + k_0^2 (n_i^2 - n_{effz}^2) \Phi(z) = 0, \quad (2.27)$$

où  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ . On reconnaît dans la première équation la relation de Helmholtz du disque 2-D et dans la seconde celle du guide plan. La résolution des conditions de continuité du guide plan permet d'obtenir la valeur de  $n_{effz}$ , et la résolution des conditions de continuité à la périphérie du disque donne la pulsation complexe  $\omega$ .

Comme le calcul de  $n_{effz}$  se fait à pulsation  $\omega$  donnée, et inversement, un calcul itératif est à faire. On calcule donc une première fois l'indice effectif  $n_{effz}^{(0)}$  à une pulsation  $\omega^{(0)}$  arbitraire, puis on calcule la pulsation de résonance  $\omega^{(1)}$ . Si cette nouvelle pulsation correspond à  $\omega^{(0)}$ , nous arrêtons le calcul. Sinon nous calculons un nouvel indice effectif  $n_{effz}^{(1)}$  et reprenons le calcul jusqu'à la convergence du processus. Nous pouvons voir une comparaison de l'EIM avec la méthode FDTD 3-D sur la figure 2.12, dans le cas d'un disque d'InP ( $n = 3, 2$ ) entouré de silice. Sur cette figure, nous représentons en abscisse les longueurs d'ondes de résonance et les facteurs de qualité en ordonnées, pour les deux polarisations. Chaque point est donc un mode de galerie. Les cercles représentent les résultats FDTD et les carrés, ceux de l'EIM. La correspondance en longueur d'onde est correcte puisque les carrés et les ronds sont alignés verticalement. Par contre, les coefficients de qualité analytiques sont très inférieurs aux coefficients de qualité FDTD. En effet, l'EIM est une méthode approximative qui est peu appropriée au guidage à fort confinement. A cause de la faible épaisseur du disque et de l'importante différence d'indice, le champ sur le bord du disque diffracte selon toutes les directions. L'EIM ne peut tenir compte de ce phénomène car elle impose à la lumière de fuir uniquement selon l'axe radial. Elle produit donc une erreur non négligeable sur la modélisation du mode de galerie. Notons que les facteurs de qualités théoriques ne sont jamais observés expérimentalement car les procédés technologiques ne permettent pas de fabriquer des disques sans défaut. Dans la pratique les facteurs de qualité réels sont très amoindris comme nous le verrons dans le chapitre 5.



**FIG. 2.12:** Comparaison entre la FDTD-3D et l'EIM pour la longueur d'onde de résonance et le coefficient de qualité des modes de galerie d'un disque d'InP entouré d'air. L'épaisseur du disque est de 280nm, son rayon est 1  $\mu$ m, les indices effectifs calculés donnent  $n_{eff} = 2,05$  en TM et  $n_{eff} = 2,63$  en TE.

## 2.9.2 Méthode de raccordement de modes

La méthode FMM est basée sur une décomposition sur une base modale 3-D. Pour cela, le disque est encapsulé par des murs métalliques ou des murs absorbants, le calcul se conduit ensuite en trois étapes. Tout d'abord, on sépare notre structure en deux zones. Ces deux zones sont représentées sur la coupe transverse du disque de la figure 2.13. La zone A peut être considérée comme un guide plan de même épaisseur que le disque dont on peut calculer les modes guidés. Le continuum des modes rayonnés de ce guide est discrétisé à l'aide des murs métalliques [54], ce qui permet d'avoir une base complète sur laquelle nous pouvons décomposer la solution finale. Dans un deuxième temps, on calcule les modes de la zone B à l'aide des murs métalliques, nous avons donc une deuxième base, sur lequel décomposer la solution finale. Enfin, une matrice de recouvrement faisant le raccordement entre les deux bases au niveau de la frontière du disque est calculée. Le problème à valeur propre se dégage de ces conditions de continuité et il suffit alors d'annuler le déterminant du système. Cette méthode est très utilisée pour calculer des modes de guides ou des discontinuités. Bien conditionnée elle peut être particulièrement rapide. Elle est cependant assez difficile à mettre en oeuvre et possède quelques défauts.

- L'utilisation de murs métalliques annulant le champ, empêche toute description du régime d'oscil-



### 2.9.3 Méthode de Fourier

La méthode de Fourier peut être utilisée pour décrire la variation du champ selon l'axe  $z$ . Cette méthode est plus robuste puisqu'elle remplace la base modale par une base de Fourier. La base de Fourier étant la même pour les deux zones, aucun problème de raccordement n'intervient. Par contre, elle est moins efficace qu'une base modale. Ainsi, le nombre d'harmoniques de Fourier nécessaires à la description des discontinuités de champs en fort confinement peut-être assez prohibitif.

Notons qu'il existe des méthodes pour modéliser les guides courbes mais ceux-ci ne s'attachent pas à décrire le composant comme un résonateur. Ces modèles permettent de calculer des pertes par courbures mais pas les résonances [98, 99, 100]. Par la suite, les calculs utilisent systématiquement l'EIM. Cette méthode a été choisie car elle était la plus facile à mettre en oeuvre.

## 2.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons discuté de la nature des modes de galerie supportés par le micro-disque. Nous avons ainsi présenté quatre régimes de fonctionnement particuliers du mode de galerie et comment celui-ci pouvait être simulé par la méthode FDTD. Nous avons alors mis en évidence les limitations de cette méthode et présenté les avantages d'une méthode analytique. Finalement, les problèmes de la normalisation des modes de galerie et du passage à la troisième dimension ont été traités.

## Chapitre 3

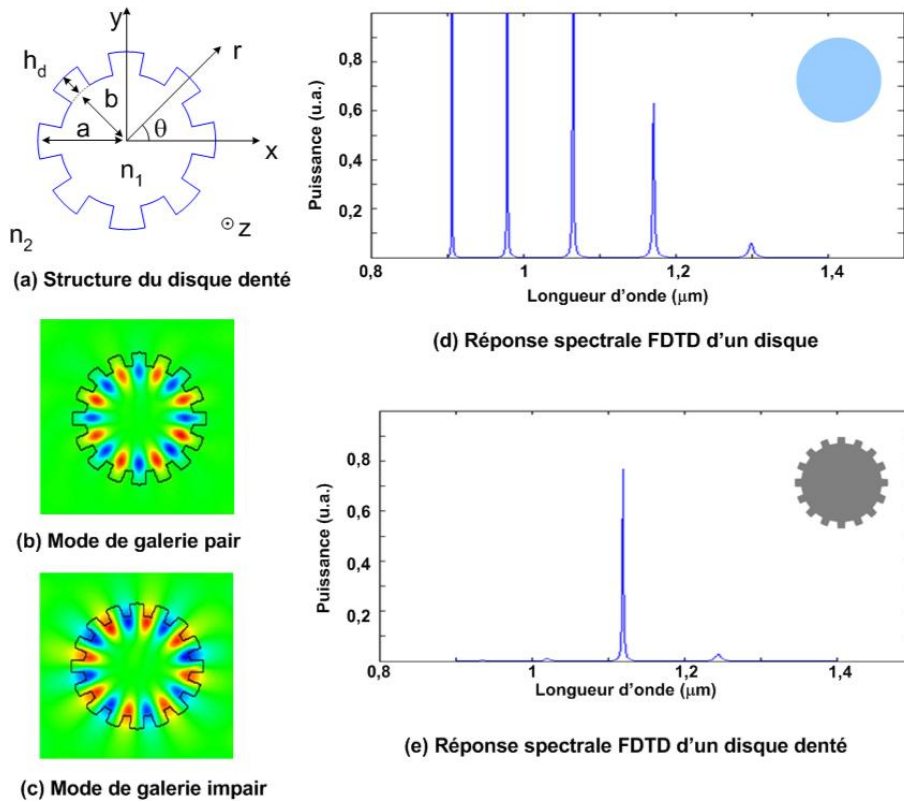
# Micro-structuration du disque

Ce chapitre est dédié aux micro-structurations du disque. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, le caractère multi-mode du micro-disque constitue un réel handicap pour un laser. En 2001, Fujita et Baba [67] ont proposé de rajouter un réseau de Bragg circulaire sur la circonférence du disque pour sélectionner les modes de galerie et obtenir une structure monomode sur la direction azimutale. Leurs travaux basés sur des simulations numériques (FDTD) appelaient une étude analytique qui est présentée dans ce chapitre. L'étude des micro-structurations de la circonférence du disque nous a amenés à développer deux approches à partir du modèle analytique présenté précédemment. La première est la méthode de perturbation. Elle permet de décrire de faibles déformations du disque et s'avère finalement peu adaptée à notre problème. Nous nous bornerons donc à en présenter les résultats en invitant le lecteur à se reporter à l'annexe C ou au chapitre 4 pour plus de détails. Nous avons également développé un modèle semi-analytique basé sur le formalisme de Floquet-Bloch qui donne d'excellents résultats. Nous développerons plus particulièrement ce modèle et les conclusions auxquelles il nous a menés. Finalement, le chapitre abordera d'autres structurations du disque et nous présenterons les optimisations obtenues sur les cavités circulaires grâce à notre modèle.

### 3.1 La micro-structuration des disques

Comme nous avons pu le voir dans le chapitre 1, le micro-disque est une structure multi-mode. Lors d'un fonctionnement laser, un phénomène de compétition entre chaque mode s'installe et nuit à la qualité du laser. Un autre défaut du disque est son émission peu directionnelle. En effet, le mode de galerie émet de manière égale à 360° autour du disque. Pour palier à ces deux défauts, différentes solutions ont été successivement proposées. Le problème de la multi-modicité a été résolu en 2001 avec le dessin du





**FIG. 3.1:** Disque denté : (a) Structure du disque denté. Le rayon intérieur est  $b$  et le rayon extérieur  $a$ . On note  $h_d$  la profondeur des dents. (b) Partie réelle de la carte du champ électrique pour le mode pair en polarisation TE du disque denté. (c) Partie réelle de la carte du champ électrique pour le mode impair en polarisation TE du disque denté. (d) Réponse spectrale d'un disque simple calculée par FDTD. Pour cette simulation, chaque pic correspond à un mode d'ordre azimutal différent. (e) Réponse spectrale d'un disque denté pour les modes pairs. Seule la signature d'un mode  $n$ 'est pas atténuée.

micro-disque denté (Fujita [67]). Comme l'indique la figure 3.1a, le micro-disque denté est un disque sur lequel un réseau de Bragg circulaire a été rapporté. Dès lors, les modes du disque qui ne vérifient pas la condition de Bragg sont diffractés hors de la cavité. Le résonateur ne supporte alors pratiquement que deux modes azimutaux, comme l'indiquent les figures 3.1b et 3.1c. Les cartes de champs de ces deux modes ont autant de lobes (extrema de champ) que le réseau a de dents. Le premier mode, appelé mode pair, a ses extrema dans les dents du réseau de Bragg. Le second, dit mode impair, a ses extrema dans les trous. Le mode impair ressent un disque de rayon inférieur et voit son facteur de qualité diminuer au profit du mode pair. Sur les figures 3.1d et 3.1e, nous représentons les réponses spectrales du disque et du disque denté simulées par FDTD. Comme l'excitation se fait de manière localisée près de la périphérie du disque, seules les résonances des modes fondamentaux sur l'ordre radial sont perceptibles. Ces figures montrent que la structure devient quasiment monomode sur l'axe azimutal, avec l'adjonction du réseau de Bragg. Le micro-disque denté favorise donc son mode pair pour l'effet laser.

Pour répondre au problème de la directivité de l'émission, un dessin de cavité de forme ovale a été proposé en 1998 par Stone [68, 69, 101, 102]. Nous discuterons ce cas à la fin de ce chapitre. Ces différentes cavités micro-structurées aux multiples paramètres ont fait naître un besoin pour des méthodes analytiques rapides et efficaces capables de modéliser le champ dans ces structures. En effet, les défauts d'une méthode numérique comme la FDTD sont particulièrement exacerbés dans le cas de ce type de structures. Ainsi sur la figure 3.2, nous voyons comment les rugosités du maillage cartésien FDTD sont soulignées par une structure comme le disque denté. Dans cette section, nous présentons deux modèles. Le premier basé sur une méthode de perturbation suppose une faible perturbation du mode de galerie. Il est donc peu approprié pour ce genre de structure. Il sera plus longuement développé dans le chapitre suivant car il est très efficace pour décrire le couplage avec des guides voisins. Le second modèle, basé sur le formalisme de Floquet-Bloch permet de simuler les structurations sans introduire les approximations d'un modèle de perturbation ou d'un maillage cartésien comme celui de la FDTD.

## 3.2 La méthode de perturbation

Nous savons que l'ensemble des modes guidés et rayonnés d'une structure constitue une base des solutions électromagnétiques [75]. Dans notre cas, la solution du problème complexe peut donc se décomposer sur la base des modes d'une structure simple en faisant l'approximation de Rayleigh. La méthode de perturbation utilise ce principe qui n'est valable que pour les faibles perturbations [103]. Elle utilise l'ensemble des modes guidés et rayonnés du disque simple comme base de décomposition d'un

problème plus complexe. On considère alors que le disque simple est perturbé par l'adjonction d'un réseau à sa périphérie. Ainsi, au lieu d'avoir comme solution  $\Psi(r, \theta) = J_m(k_0 n_1 r) e^{\pm jm\theta} e^{j\omega t}$  comme au chapitre 2, nous aurons une somme de modes

$$\Psi(r, \theta) = \sum_{k=1}^{N_b} c_k^{\pm}(t) J_k(k_0 n_1 r) e^{\pm jk\theta} e^{j\omega t}, \quad (3.1)$$

où  $J_k(k_0 n_1 r) e^{\pm jk\theta} e^{j\omega t}$  est le mode d'ordre  $k$  du disque seul et  $c_k^{\pm}(t)$  son coefficient de pondération. Ces coefficients sont alors calculés en introduisant la nouvelle solution 3.1 dans l'équation de Helmholtz perturbée. Le détail du calcul n'étant pas le centre de notre intérêt, nous invitons le lecteur à se reporter à l'annexe C ou au chapitre 4 pour voir le développement de cette méthode. Nous nous limiterons dans ce paragraphe à rappeler les hypothèses et limitations de ce modèle.

- La description d'une forte perturbation du champ impose une description très précise du champ. Selon la polarisation étudiée, nous devons tenir compte des effets de bords sur les composantes du champ électrique. En effet, la composante du champ électrique perpendiculaire aux interfaces du disque en polarisation TE est discontinue. Le calcul des modes de galerie d'ordre azimutal  $k$  très élevé qui sont nécessaires pour décrire ces discontinuités est numériquement impossible. La considération d'un nombre restreint d'ordres  $k \in [1, N_b]$  dans le calcul limite les déformations de champs que nous pouvons décrire. Ainsi, les résultats qui seront présentés à partir de cette méthode, ne tiennent pas compte de la déformation spatiale du mode de galerie. Nous considérons une solution de la forme  $\Psi(r, \theta) = c_m^{\pm}(t) J_m(k_0 n_1 r) e^{\pm jm\theta} e^{j\omega t}$ . A l'aide des coefficients  $c_m^{\pm}(t)$ , nous pouvons ainsi atteindre la variation en longueur d'onde mais pas le facteur de qualité.

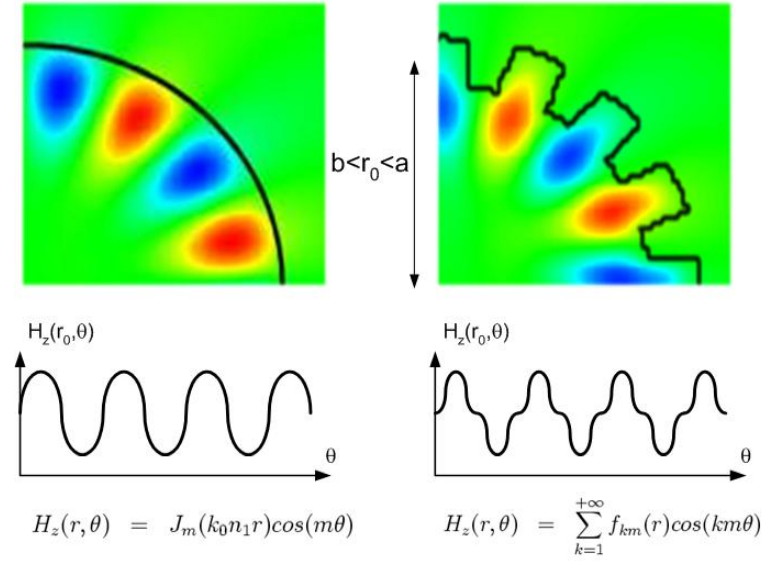
- De plus, nous supposons que la perturbation est faible, c'est à dire qu'elle induit une variation lente de l'amplitude  $c_m^{\pm}(t)$  du champ. Une forte perturbation ne peut être décrite. Il est donc impossible de modéliser un réseau de Bragg mettant en oeuvre de grandes profondeurs de dents.

- Enfin, nous supposons que l'amplitude dans le disque ne varie pas durant le couplage sur une période optique. Cette approximation n'est pas critique dans notre cas.

C'est pour ces différentes raisons que nous avons développé une seconde méthode bien plus efficace pour décrire les disques micro-structurés. Le lecteur peut toujours se reporter à l'annexe C pour plus de détails sur le développement de cette méthode.

### 3.3 La méthode de Floquet-Bloch

Nous allons dans cette partie décrire la méthode de Floquet-Bloch appliquée au cas simple d'un disque denté. Son utilisation est motivée par l'observation qui va suivre. Les cartes de champs de la figure 3.2 montrent que la dépendance azimutale du champ dans le cas d'un disque denté n'est plus une simple sinusoïde. Le champ est ainsi particulièrement confiné dans les dents. Notons que la périodicité est conservée et que le champ peut donc se décomposer en série de Fourier.



**FIG. 3.2:** Comparaison entre disque et disque denté : Partie réelles des composantes  $H_z$  des modes de galeries du disque et du disque denté pour la polarisation TM. On peut remarquer les effets de rugosité du maillage FDTD

Dans ce cas, l'évolution radiale du champ n'est plus une simple fonction de Bessel. En utilisant l'hypothèse de Rayleigh, elle peut être représentée par une somme pondérée de fonctions de Hankel d'ordre  $km$  [103]. L'expérience a montré que l'utilisation des fonctions de Hankel pour des valeurs importantes de  $k$  était numériquement fastidieuse [D2]. Nous choisissons donc une approche par différences finies pour calculer le champ dans les dents.

La méthode de Floquet-Bloch se développe de la manière suivante. Tout d'abord, le problème tridimensionnel est ramené à un problème bidimensionnel en utilisant l'EIM décrite au chapitre 2. Considérons le disque denté d'indice de réfraction  $n_1$  entouré d'air d'indice de réfraction  $n_2$ . Les rayons internes et externes du réseau de Bragg sont respectivement notés  $b$  et  $a$  comme sur la figure 3.1. La profondeur des dents vaut donc  $h_d = a - b$ . Comme on s'intéresse à un cas 2-D, les solutions des équations de Maxwell se séparent en deux polarisations TM ( $E_z, H_r, H_\theta$ ) et TE ( $H_z, E_r, E_\theta$ ) [65]. Chaque solution

est une onde de pulsation  $\omega$ . Par la suite, le facteur commun  $e^{j\omega t}$  est omis pour alléger les notations. Comme démontré au chapitre précédent, la composante selon l'axe  $z$  du mode de galerie stationnaire d'ordre azimutal  $m$  dans un disque simple est représentée par une fonction,

$$\Psi_m = F_m(r) \cos(m\theta + \phi) \cos(\beta z), \quad (3.2)$$

où  $\beta$  est la constante de propagation selon  $z$  calculée grâce à l'EIM,  $F_m(r)$  est une fonction de Bessel pondérée et  $\phi$  une constante. Cette formulation utilisant une variation sinusoïdale selon l'axe azimutal ne peut pas être utilisée dans le cas du disque denté. En effet, la variation sinusoïdale n'existe plus dans le cas d'un disque denté. A l'intérieur des "dents", le champ du mode pair est plus confiné et la variation sinusoïdale est brisée. Par contre, le champ varie toujours de manière périodique selon  $\theta$  avec une période de  $\frac{2\pi}{m}$ . La solution peut donc être décrite comme une série de Fourier dont les coefficients non nuls sont les  $(km)_{k \in \mathbb{N}^*}$  harmoniques.

$$\Psi_m = \sum_{k=1}^{+\infty} F_{km}(r) \cos(km\theta + \phi) \cos(\beta z), \quad (3.3)$$

où d'après les figures 3.1a, 3.1b et 3.1c,  $\phi = 0$  pour le mode pair et  $\phi = -\frac{\pi}{2}$  pour le mode impair. On reconnaît ici l'expression du théorème de Floquet dans le cas particulier d'un réseau de pulsation  $2m$ , soit deux fois l'ordre azimutal  $m$ . Par la suite, nous développerons le calcul du mode pair et nous poserons donc  $\phi = 0$ . Le calcul pour le mode impair est similaire.

Comme au chapitre 2, la résolution des équations de Maxwell ne peut être effectuée sur l'ensemble de la structure. Celle-ci est donc découpée en trois parties distinctes pour lesquelles nous allons calculer les fonctions  $F_{km}(r)$ . La vérification des conditions de continuité aux frontières de ces trois parties nous permet alors de résoudre le problème global. Les trois parties du disque denté illustrées par la figure 3.3, sont d'une part, le disque intérieur de rayon  $b$  (Zone A), d'autre part, la zone du réseau de Bragg ( $r \in [b, a]$ ) (Zone B) et enfin la partie extérieure de la structure ( $r \in [a, +\infty[$ ) (Zone C). Dans les zones A et C, les équations de Maxwell se résolvent de la même manière que dans le chapitre 2. En effet, dans ces zones d'indice de réfraction constant, les variables  $r$  et  $\theta$  sont séparables. De plus, les équations de Maxwell sont linéaires. Nous pouvons donc traiter le problème d'une somme d'harmoniques de manière similaire au cas d'une sinusoïde isolée. On obtient pour les fonctions  $F_{km}(r)$  des combinaisons linéaires de fonctions de Bessel ou de Hankel. Le problème du réseau est plus fin. En effet, il est possible de décomposer la solution dans le réseau de Bragg sur la même base de fonctions en utilisant l'hypothèse de Rayleigh. Pour de grande profondeur de dents, cette hypothèse n'est plus valable et des problèmes d'ordre numérique interviennent. Cependant, même pour de faibles perturbations, des problèmes peuvent

intervenir à cause de la divergence des fonctions de Hankel en zéro [78]. Ces fonctions divergent d'autant plus vite que l'ordre azimutal est grand. Ce phénomène nous oblige à manipuler des valeurs de fonctions de Hankel extrêmement élevées et des poids associés extrêmement petits. Cela rend l'algorithme instable et compromet les chances de convergence. Il est donc préférable de diminuer au maximum l'utilisation des fonctions de Hankel. A l'intérieur du réseau, nous utilisons donc un formalisme de différences finies plutôt qu'une décomposition en fonctions de Hankel pour décrire le champ. Nous discrétisons donc l'axe radial dans la zone B en posant  $r_k = b + k \frac{a-b}{n_b}$ . Nous calculons une matrice de transfert  $M(r_k, r_{k+1})$  qui permet de calculer le champ le long de l'axe  $r$  comme l'indique la figure 3.3. Une fois les champs

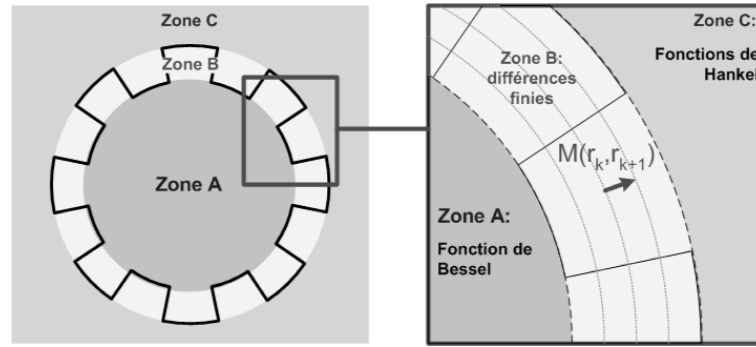


FIG. 3.3: Découpage en trois zones du calcul

calculés dans chaque zone, les conditions aux limites de chaque zone se présentent sous la forme,

$$\begin{pmatrix} F_1(a) \\ \dots \\ F_{pm}(a) \\ \dots \end{pmatrix} = \prod_{k=0}^{n_b-1} M(r_k, r_{k+1}) \begin{pmatrix} F_1(b) \\ \dots \\ F_p(b) \\ \dots \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Ce système a des solutions non nulles si et seulement si son déterminant est nul. Comme au chapitre 2, ce cas se présente uniquement pour des pulsations complexes liées aux longueurs d'onde de résonance et aux facteurs de qualité des modes de galeries d'ordre azimutal  $m$ . Notons qu'une méthode voisine de la notre a été développée au même moment par Rahachou pour simuler les rugosités de gravure [104].

### 3.3.1 Résolution analytique

Pour les deux premières zones, le problème est similaire à celui du chapitre 2. Par linéarité, chaque harmonique  $km$  peut être traitée séparément. Comme nous nous sommes ramenés à un problème 2-D

grâce à l'EIM, seules les variables  $r$  et  $\theta$  interviennent. L'équation de Helmholtz s'écrit alors

$$\Delta \Psi_m + k_0 n_i^2 \Psi_m = 0, \quad (3.5)$$

où  $n_i$  est l'indice effectif calculé par l'EIM. En remplaçant  $\Psi_m$  par l'expression 3.3 et en utilisant les propriétés d'orthogonalité des modes de galerie, nous pouvons projeter l'équation 3.5 pour chaque harmonique  $km$ ,

$$\frac{d^2 F_{km}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF_{km}}{dr} + \left[ \frac{\omega^2}{c^2} n_i^2 - \frac{(km)^2}{r^2} \right] F_{km} = 0. \quad (3.6)$$

Comme nous avons vu dans le chapitre 2, les solutions  $F_{km}$  sont des fonctions de Bessel ou de Hankel. Pour la polarisation TM, on obtient sur chaque composante du champ la contribution de la  $km$  harmonique dans la zone ( $r < b$ )

$$E_z : C_k J_{km}(k_0 n_1 r), \quad (3.7)$$

$$H_\theta : \frac{k_0 n_1}{j\omega\mu_0} C_k \left. \frac{dJ_{km}}{du} \right|_{u=k_0 n_1 r} \quad (3.8)$$

et dans la zone ( $r > a$ ),

$$E_z : A_k H_{km}^{(1)}(k_0 n_2 r) + B_k H_{km}^{(2)}(k_0 n_2 r), \quad (3.9)$$

$$H_\theta : \frac{k_0 n_2}{j\omega\mu_0} A_k \left. \frac{dH_{km}^{(1)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 r} + \frac{k_0 n_2}{j\omega\mu_0} B_k \left. \frac{dH_{km}^{(2)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 r}, \quad (3.10)$$

avec  $k_0 = \frac{\omega}{c}$  et  $A_k, B_k$  et  $C_k$  des constantes à déterminer. Le calcul est similaire pour la polarisation TE et les contributions de l'harmonique  $km$  aux champs  $H_z$  et  $E_\theta$  donnent pour la zone  $r < b$

$$H_z : C'_k J_{km}(k_0 n_1 r), \quad (3.11)$$

$$E_\theta : -\frac{k_0}{j\omega\epsilon_0 n_1} C'_k \left. \frac{dJ_{km}}{du} \right|_{u=k_0 n_1 r}, \quad (3.12)$$

et dans la seconde zone

$$H_z : A'_k H_{km}^{(1)}(k_0 n_2 r) + B'_k H_{km}^{(2)}(k_0 n_2 r), \quad (3.13)$$

$$E_\theta : -\frac{k_0}{j\omega\epsilon_0 n_2} \left( A'_k \left. \frac{dH_{km}^{(1)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 r} + B'_k \left. \frac{dH_{km}^{(2)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 r} \right). \quad (3.14)$$

### 3.3.2 Résolution numérique

Dans le réseau, la permittivité diélectrique est une fonction créneau de période  $\frac{2\pi}{m}$ . La décomposition de Fourier de  $\epsilon_r$  s'écrit donc

$$\epsilon_r(\theta) = \sum_k b_k \cos(km\theta), \quad (3.15)$$

avec

$$b_n = \begin{cases} (n_1^2 - n_2^2) \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) & \forall n \in \mathbb{N}^* \\ \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} & n = 0 \end{cases}, \quad (3.16)$$

où  $\mathbb{N}^*$  est l'ensemble des entiers positifs non nuls. Comme la permittivité diélectrique dépend de  $r$  et de  $\theta$ , l'équation d'Helmholtz (3.6) n'est plus à variables séparables et n'admet plus de solutions analytiques simples. Traitons tout d'abord la polarisation TM.

#### 3.3.2.1 polarisation TM

Les équations de Maxwell donnent

$$j\omega\epsilon_0\epsilon_r E_z = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial r H_\theta}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right), \quad (3.17)$$

$$-j\omega\mu_0 H_r = \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta}, \quad (3.18)$$

$$-j\omega\mu_0 H_\theta = -\frac{\partial E_z}{\partial r}. \quad (3.19)$$

Comme démontré dans le paragraphe précédent, le champ peut se décomposer en une somme d'harmoniques  $(pm)_{p \in \mathbb{N}^*}$ .

$$E_z = \sum_{p=1}^{+\infty} f_p(r) \cos(pm\theta), \quad (3.20)$$

$$H_\theta = \sum_{p=1}^{+\infty} g_p(r) \cos(pm\theta). \quad (3.21)$$

L'expression de  $E_z$  peut être remplacée dans l'équation (3.18), ce qui donne

$$H_r = \frac{1}{j\omega\mu_0 r} \sum_{p=1}^{+\infty} (pm) f_p(r) \sin(pm\theta). \quad (3.22)$$

Les deux séries de pondérations  $(f_p)_{p \in \mathbb{N}^*}$  et  $(g_p)_{p \in \mathbb{N}^*}$  suffisent donc à décrire entièrement le champ dans la zone de perturbation. En remplaçant dans les équations (3.17) et (3.19) les champs par leur développement harmonique et en remplaçant la constante diélectrique par son développement en série



de Fourier (équation 3.16), nous pouvons projeter ces mêmes équations sur chaque harmonique  $pm$  et obtenir le système suivant

$$\frac{dr g_p(r)}{dr} = \frac{j r \omega \epsilon_0}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} (b_{p+n} + b_{|p-n|}) f_n(r) + \frac{j r \omega \epsilon_0}{2} b_0 f_p(r) - \frac{j}{\omega \mu_0 r} (pm)^2 f_p(r), \quad (3.23)$$

$$\frac{df_p(r)}{dr} = j \omega \mu_0 g_p(r), \quad (3.24)$$

avec  $p \in \mathbb{N}^*$ . Soulignons la présence d'une somme dans la première équation 3.23, qui traduit l'existence d'un couplage entre les différentes harmoniques. Pour utiliser le formalisme des différences finies, on discrétise l'axe  $r$ . On définit ainsi  $r_s = b + s \Delta r$  où  $s$  est un entier, et  $\Delta r = \frac{a-b}{n_b}$  avec  $n_b$  le nombre de points. Les équations 3.23 et 3.24 ainsi discrétisées s'écrivent

$$\frac{r_{s+1} g_p(r_{s+1}) - r_s g_p(r_s)}{\Delta r} = \frac{j r_s \omega \epsilon_0}{2} \sum_n (b_{p+n} + b_{|p-n|}) f_n(r_s) + \frac{j r_s \omega \epsilon_0}{2} b_0 f_p(r_s) - \frac{j}{\omega \mu_0 r_s} (pm)^2 f_p(r_s), \quad (3.25)$$

$$\frac{f_p(r_{s+1}) - f_p(r_s)}{\Delta r} = j \omega \mu_0 g_p(r_s). \quad (3.26)$$

Cette expression peut s'écrire sous forme matricelle

$$\begin{pmatrix} f_1(r_{s+1}) \\ \dots \\ f_p(r_{s+1}) \\ g_1(r_{s+1}) \\ \dots \\ g_p(r_{s+1}) \end{pmatrix} = M(s) \begin{pmatrix} f_1(r_s) \\ \dots \\ f_p(r_s) \\ g_1(r_s) \\ \dots \\ g_p(r_s) \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

A l'aide de cette matrice, le champ peut donc être calculé de proche en proche le long de l'axe  $r$ .

### 3.3.2.2 Polarisation TE

La résolution du problème pour la polarisation TE est quelque peu différente. Les équations de Maxwell donnent alors

$$-j \omega \mu_0 H_z = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial r E_\theta}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right], \quad (3.28)$$

$$j \omega \epsilon_0 \epsilon_r E_r = \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta}, \quad (3.29)$$

$$j \omega \epsilon_0 \epsilon_r E_\theta = -\frac{\partial H_z}{\partial r}. \quad (3.30)$$

Comme dans le cas de la polarisation TM, la déformation du champ est due au couplage avec les harmoniques azimutales supérieures. Il faut donc décomposer le champ en somme d'harmoniques d'ordre azimutal  $(nm)_{n \in \mathbb{N}^*}$  :

$$H_z = \sum_{n=1}^{+\infty} f'_n(r) \cos(nm\theta), \quad (3.31)$$

$$E_r = \sum_{n=1}^{+\infty} h'_n(r) \sin(nm\theta), \quad (3.32)$$

$$E_\theta = \sum_{n=1}^{+\infty} g'_n(r) \cos(nm\theta). \quad (3.33)$$

Remarquez que la composante radiale du champ électrique  $E_r$  est une somme de sinus de  $\theta$ . Cela provient de l'opérateur dérivation de l'équation (3.29). Contrairement à la polarisation TM, le champ, pour la polarisation TE, est sensible à la variation en  $\theta$  de la permittivité diélectrique  $\epsilon_r$ . Cette variation intervient dans les équations du champ électrique (3.29) et (3.30) via le vecteur déplacement. Un terme  $\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \theta}$  apparaît donc, lors de la combinaison des équations (3.28) et (3.29) ce qui nous conduit à définir des fonctions  $h'_n(r)$ . Pour tenir compte de ce phénomène, les expressions de  $H_z$  et  $E_r$  sont remplacées dans l'équation (3.29). La projection de l'équation résultante sur chaque harmonique donne un système d'équations différent de la polarisation TM

$$\begin{pmatrix} 1 \times f'_1(r) \\ \dots \\ n \times f'_n(r) \end{pmatrix} = -r \frac{j\omega\epsilon_0}{2} K \begin{pmatrix} h'_1(r) \\ \dots \\ h'_p(r) \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

où chacun des coefficients de la matrice  $K$  vaut :

$$K(l, k) = \begin{cases} \frac{1}{m} (2b_0 - b_{2l}) & \text{if } l = k \\ \frac{1}{m} (-b_{l+k} + b_{|l-k|}) & \text{else.} \end{cases}$$

Comme cette matrice est inversible, on peut considérer

$$N = -\frac{2}{j\omega\epsilon_0 r} K^{-1}. \quad (3.35)$$

ce qui donne

$$\begin{pmatrix} h'_1(r) \\ \dots \\ h'_p(r) \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} 1 \times f'_1(r) \\ \dots \\ n \times f'_n(r) \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

On introduit alors cette expression dans l'équation (3.32), soit

$$E_r = \sum_n \sum_p N_{p,n} n f'_n(r) \sin(pm\theta). \quad (3.37)$$

Les expressions de  $H_z$ ,  $E_\theta$  et  $E_r$  sont ensuite utilisées dans les équations (3.28) et (3.30). La projection sur chaque harmonique mène au système d'équations

$$\frac{dr g'_p(r)}{dr} = -j\omega\mu_0 r f'_p(r) + pm \sum_n N_{p,n} n f'_n(r), \quad (3.38)$$

$$\frac{df'_p(r)}{dr} = -j\frac{\omega\epsilon_0}{2} \sum_n (b_{p+n} + b_{|p-n|}) g'_n(r) - j\frac{\omega\epsilon_0}{2} b_0 g'_p(r). \quad (3.39)$$

Comme dans le cas de la polarisation TM, l'axe radial est discrétisé. L'équation précédente devient

$$\frac{r_{s+1} g'_p(r_{s+1}) - r_s g'_p(r_s)}{\Delta r} = -j\omega\mu_0 r_s f'_p(r_s) + pm \sum_n N_{p,n} n f'_n(r_s), \quad (3.40)$$

$$\frac{f'_p(r_{s+1}) - f'_p(r_s)}{\Delta r} = -j\frac{\omega\epsilon_0}{2} \sum_n (b_{p+n} + b_{|p-n|}) g'_n(r_s) - j\frac{\omega\epsilon_0}{2} b_0 g'_p(r_s). \quad (3.41)$$

Cette expression peut s'écrire sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} f'_1(r_{s+1}) \\ \dots \\ f'_p(r_{s+1}) \\ g'_1(r_{s+1}) \\ \dots \\ g'_p(r_{s+1}) \end{pmatrix} = M'(s) \begin{pmatrix} f'_1(r_s) \\ \dots \\ f'_p(r_s) \\ g'_1(r_s) \\ \dots \\ g'_p(r_s) \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

On obtient à nouveau une matrice de transfert permettant de calculer la propagation selon l'axe  $r$ .

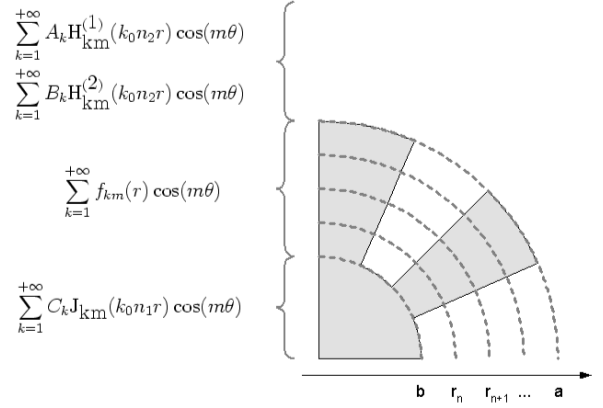
### 3.3.3 Conditions de continuité

Une fois les expressions des champs calculées pour les trois zones, le champ résultant doit vérifier deux conditions aux limites, la première en  $r = b$  et la seconde en  $r = a$ .

#### 3.3.3.1 Première condition

Pour la polarisation TM, les composantes  $E_z$  du champ électrique et  $H_\theta$  du champ magnétique doivent être continues en  $r = b$ . Ces deux conditions de continuité en  $r = b$  relient les valeurs  $(f_k(b), g_k(b))_{k \in \mathbb{N}^*}$  aux coefficients  $(C_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$ . Dès lors, chaque harmonique  $km$  avec  $k \in \mathbb{N}^*$  respecte l'équation

$$\begin{aligned} E_z &: C_k J_{km}(k_0 n_1 b) &= f_k(b), \\ H_\theta &: \frac{k_0 n_1}{j\omega\mu_0} C_k \left. \frac{dJ_{km}}{du} \right|_{u=k_0 n_1 b} &= g_k(b). \end{aligned} \quad (3.43)$$



**FIG. 3.4:** Conditions de continuité : l'expression du champ  $E_z$  est donnée pour chaque zone. Pour la polarisation TM, ce champ doit être continu en  $r = b$  et  $r = a$ .  $H_\theta$  doit également vérifier cette condition, cela implique des relations spécifiques entre les fonctions  $g_{km}(r)$  à l'intérieur du réseau. Le cas TE est similaire avec  $(A'_k, B'_k, C'_k, f'_{km}(r))_{k \in \mathbb{N}^*}$ .

En polarisation TE, les composantes  $H_z$  du champ magnétique et  $E_\theta$  du champ électrique doivent être continues en  $r = b$ , ce qui donne.

$$\begin{aligned} H_z &: C'_k J_{km}(k_0 n_1 b) &= f'_k(b), \\ E_\theta &: -\frac{k_0}{j\omega\epsilon_0 n_1} C'_k \left. \frac{dJ_{km}}{du} \right|_{u=k_0 n_1 b} &= g'_k(b). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Comme le montre la figure 3.4, le champ est calculé de proche en proche du rayon interne  $r_0 = b$  au rayon externe  $r_{n_b} = a$  grâce au schéma en différences finies décrit précédemment. Les équations matricielles (3.27) et (3.42) pour les polarisations TM et TE, permettent ainsi d'obtenir les valeurs du champ en  $r = a$

$$\begin{pmatrix} f_1(a) \\ \dots \\ f_p(a) \\ g_1(a) \\ \dots \\ g_p(a) \end{pmatrix} = \prod_{s=0}^{n_b-1} M(s) \begin{pmatrix} f_1(b) \\ \dots \\ f_p(b) \\ g_1(b) \\ \dots \\ g_p(b) \end{pmatrix}, \quad (3.45)$$

pour la polarisation TM et

$$\begin{pmatrix} f'_1(a) \\ \dots \\ f'_p(a) \\ g'_1(a) \\ \dots \\ g'_p(a) \end{pmatrix} = \prod_{s=0}^{n_b-1} M'(s) \begin{pmatrix} f'_1(b) \\ \dots \\ f'_p(b) \\ g'_1(b) \\ \dots \\ g'_p(b) \end{pmatrix}, \quad (3.46)$$

pour la polarisation TE.

### 3.3.3.2 Seconde condition

Les conditions de continuité en  $r = a$  pour chaque harmonique  $k \in \mathbb{N}^*$  sont définies par

$$\begin{aligned} E_z : f_k(a) &= A_k H_{\text{km}}^{(1)}(k_0 n_2 a) \\ &+ B_k H_{\text{km}}^{(2)}(k_0 n_2 a), \\ H_\theta : g_k(a) &= \frac{k_0 n_2}{j\omega\mu_0} A_k \left. \frac{dH_{\text{km}}^{(1)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 a} \\ &+ \frac{k_0 n_2}{j\omega\mu_0} B_k \left. \frac{dH_{\text{km}}^{(2)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 a}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

pour la polarisation TM et

$$\begin{aligned} H_z : f'_k(a) &= A'_k H_{\text{km}}^{(1)}(k_0 n_2 a) \\ &+ B'_k H_{\text{km}}^{(2)}(k_0 n_2 a), \\ E_\theta : g'_k(a) &= -\frac{k_0}{j\omega\epsilon_0 n_2} A'_k \left. \frac{dH_{\text{km}}^{(1)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 a} \\ &- \frac{k_0}{j\omega\epsilon_0 n_2} B'_k \left. \frac{dH_{\text{km}}^{(2)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 a}, \end{aligned} \quad (3.48)$$

pour la polarisation TE. Dans la pratique  $k$  ne décrit pas l'ensemble des entiers non nuls, nous arrêtons le calcul à un ensemble fini de  $n$  entiers ( $k \in \{1, n\}$ ). En polarisation TM, la combinaison des deux conditions de continuité (3.43), (3.47) et de l'équation (3.45) mène à un système de  $2n$  équations correspondant aux  $n$  harmoniques des champs magnétique et électrique. Ce système d'équation est associé à  $3n$  inconnues :  $A_k, B_k$  et  $C_k$ , où  $A_k$  est l'amplitude de la  $k^{\text{eme}}$  harmonique de l'onde entrante (source),  $B_k$  de l'onde réfléchie, et  $C_k$  de l'onde transmise. En oscillation forcée, l'excitation  $(A_k)_{k \in \{1, n\}}$  provenant des sources peut être fixée. On peut alors résoudre le système et calculer l'amplitude du champ dans le disque  $(C_k)_{k \in \{1, n\}}$  et l'amplitude de l'onde réfléchie  $(B_k)_{k \in \{1, n\}}$ .

### 3.3.3.3 En oscillation libre

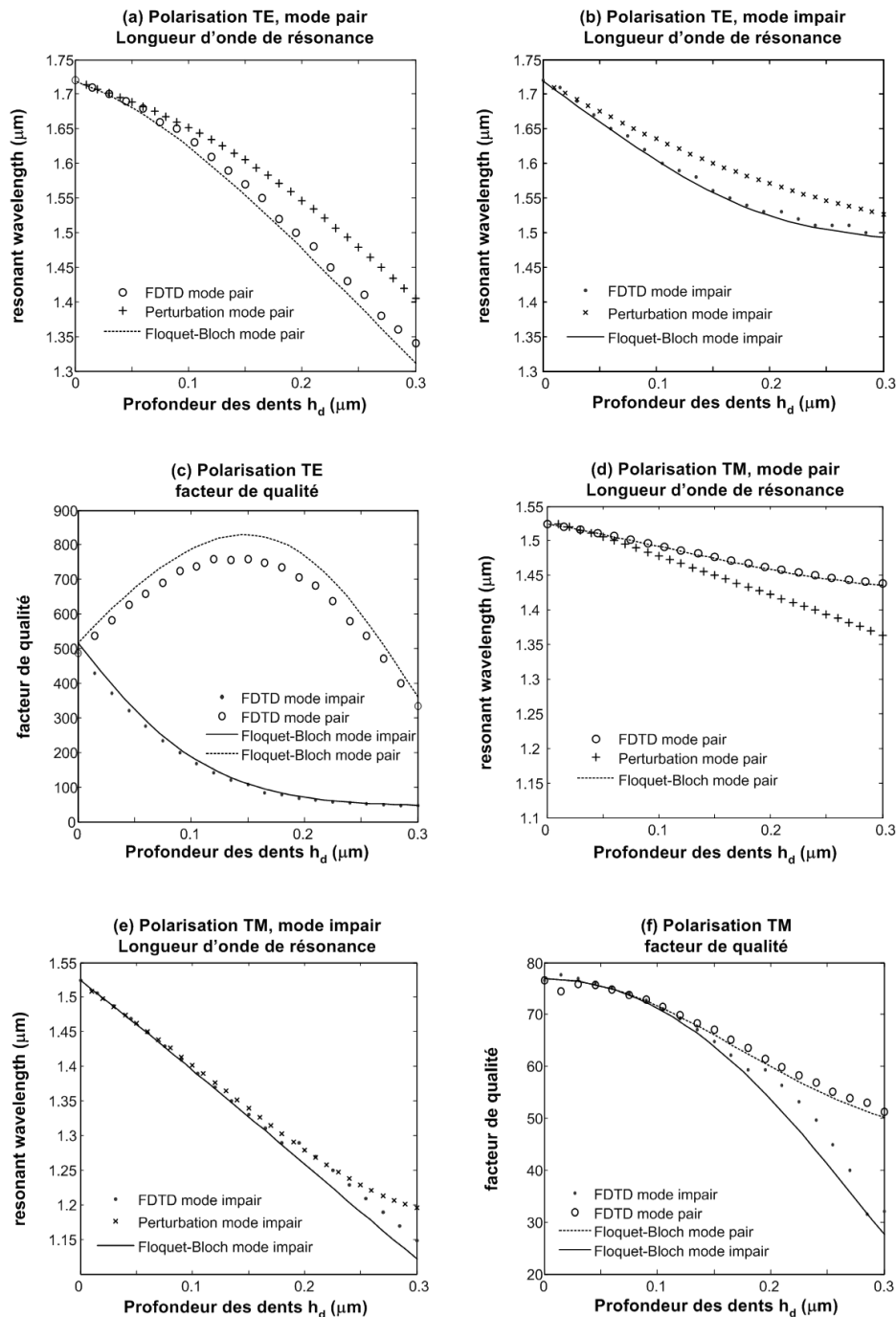
Il n'y a pas de source, la lumière, déjà présente, "tourne" à l'intérieur du disque et fuit progressivement à l'extérieur. L'amplitude  $(A_k)_{k \in \{1, n\}}$  des ondes entrantes est donc nulle. Les équations produisent donc un système de  $2n$  équations associées au même nombre d'inconnues  $(B_k, C_k)_{k \in \{1, n\}}$ . Des solutions non nulles existent si le déterminant du système est nul. Cela correspond au cas d'une pulsation complexe  $\omega_c = \omega + j\alpha$ , que l'on peut relier à la longueur d'onde de résonance  $\lambda = \frac{2\pi}{|\omega_c|}c$  et au facteur de qualité  $Q = \frac{Re(\omega_c)}{2Im(\omega_c)}$ . Pour  $m$  donné, le mode de galerie d'ordre radial  $l = 0$  est celui avec la plus grande longueur d'onde de résonance. La polarisation TE se traite de manière similaire. On utilise cette fois les équations (3.44), (3.46), et (3.48). On en déduit un système d'équation équivalent avec  $3n$  inconnues  $A'_k, B'_k$  and  $C'_k$ . L'onde entrante  $(A'_k)_{k \in \{1, n\}}$  est fixée à zéro, ce qui permet de calculer la longueur d'onde de résonance et le facteur de qualité.

## 3.4 Résultats

Sur la figure 3.5, les résultats issus du modèle de Floquet-Bloch sont comparés à ceux donnés par la théorie de perturbation (PT) (Annexe C) et à ceux de la FDTD [77]. La simulation FDTD (R'Soft Full-wave [105]) utilise un maillage cartésien avec des pas de 20nm, ce qui assure la stabilité et la convergence de la méthode. La zone de calcul constituée d'une grille de  $150 \times 150$  noeuds est entourée d'absorbants (PML) [76]. Le pas temporel est de  $4.7 \times 10^{-4}$  ps et  $2^{19}$  itérations sont réalisées. Un dipôle est placé à la périphérie du disque denté afin d'exciter le mode de galerie. Le dipôle émet une impulsion dont la forme spectrale correspondante est une Gaussienne centrée sur la fréquence de résonance recherchée. L'évolution de l'amplitude du champ est échantillonnée au cours du temps à des positions différentes. L'amplitude des champs est relevée à l'intérieur des dents et des trous afin de distinguer les modes pairs des modes impairs. La transformée de Fourier de l'évolution temporelle obtenue donne un spectre dont les fréquences de résonance du disque denté peuvent se déduire. La racine carrée du module de chaque pic du spectre est ensuite approchée par une fonction de Lorentz dont on peut tirer un facteur de qualité comme expliqué au chapitre 2. Pour s'assurer de la validité du résultat, une simulation comportant deux fois plus d'itérations temporelles a été effectuée. Elle a montré une variation de facteur de qualité Q inférieure à 1.3 %.

La structure est la même que celle décrite sur la figure 3.1a avec une profondeur de dents  $h_d$  allant de 0 à  $0.3 \mu\text{m}$ . La méthode de l'indice effectif est utilisée pour calculer l'indice effectif issu du guide plan d'InP équivalent d'épaisseur  $e = 280$  nm entouré d'air. On obtient  $n_1 = 2,63$  pour la polarisation TE

Comparaison entre les méthodes de perturbation, FDTD, et Floquet-Bloch



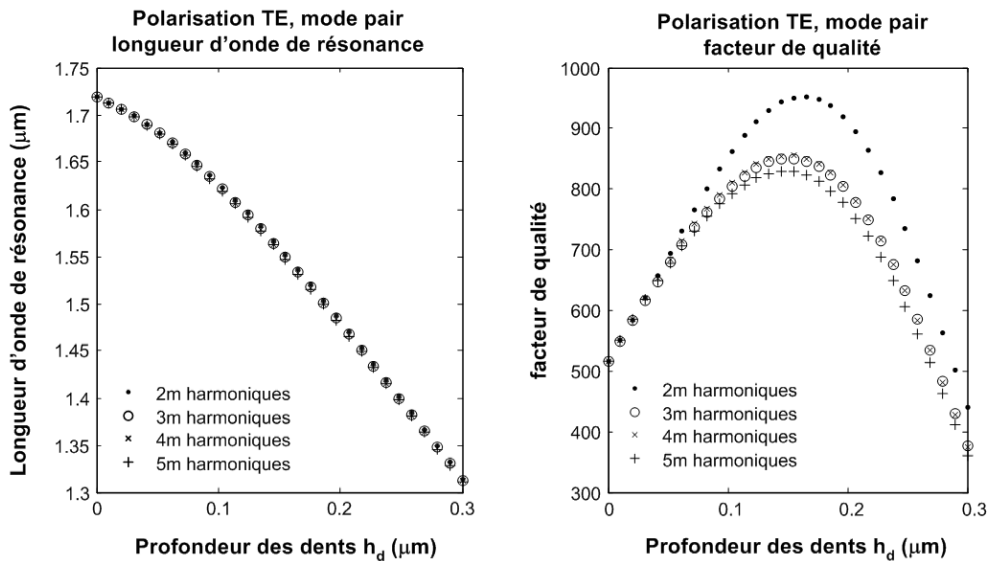
**FIG. 3.5:** Résultats : Les méthodes de perturbation, FDTD et de Floquet-Bloch sont comparées. Le calcul est mené jusqu'à l'harmonique  $5m$  ( $n=5$ ) du champ pour un disque denté d'indice de réfraction  $n_1$  entouré d'air. Le rayon extérieur est  $a=1\mu\text{m}$  et la profondeur des dents varie de 0 à  $0.3\mu\text{m}$ . ( $n_1 = 2,63$  pour la polarisation TE et  $n_1 = 2,05$  pour la polarisation TM) Les évolutions de la longueur d'onde résonance et du facteur de qualité sont montrées pour les deux polarisations et pour les modes pairs et impairs d'ordre azimutal  $m = 6$ .

à la longueur d'onde  $\lambda = 1,75 \mu\text{m}$  et  $n_1=2,05$  pour la polarisation TM à  $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$ . Ces longueurs d'ondes correspondent alors aux longueurs d'onde de résonance du mode de galerie d'ordre azimutal  $m = 6$ . On utilise  $n_b = 30$  points pour discrétiser l'axe  $r$  à l'intérieur du réseau, et le calcul est mené jusqu'à l'harmonique  $5m$  i.e. ( $n = 5$ ). Les modes de galerie pairs et impairs sont ainsi calculés pour les deux polarisations. Sur les figures 3.5a et 3.5b nous comparons les longueurs d'onde de résonance obtenues pour les modes pairs et impairs de la polarisation TE en fonction de la profondeur des dents du réseau. Nous avons une très bonne concordance entre la méthode FDTD et la méthode de Floquet-Bloch. Par contre, la méthode de perturbation n'est valable que pour de très faibles perturbations. Cela est particulièrement vrai dans le cas de la polarisation TE pour laquelle certaines composantes du champ électrique sont discontinues au niveau des dents. La méthode de perturbation est donc peu appropriée dans ce cas. Sur la figure 3.5c, les facteurs de qualité pour cette même polarisation sont comparés pour les méthodes FDTD et Floquet-Bloch. La méthode de perturbation ne permet pas d'observer de variation du facteur de qualité. Ce point sera éclairci par la suite. Les méthodes de Floquet-Bloch et FDTD, par contre, donnent des variations des facteurs de qualité très similaires. Notons que le mode pair qui a ses extrema de champs dans les dents du réseau voit son facteur de qualité augmenter et atteindre un maximum en fonction de la profondeur des dents. En revanche, le mode impair voit son facteur de qualité diminuer de la même façon que si nous réduisions la taille du disque. Ce phénomène sera discuté par la suite. Remarquons également que les facteurs de qualité issus du modèle de Floquet-Bloch sont plus élevés que ceux de la FDTD. En effet, le modèle de Floquet-Bloch permet de simuler une structure exacte alors que la FDTD, comme le montre la figure 3.2 (droite), simule un disque possédant une rugosité de surface issue du maillage cartésien. Les figures 3.5d, 3.5e et 3.5f représentent les mêmes données obtenues pour la polarisation TE. Ici la méthode de perturbation s'avère plus efficace, car le champ électrique ne subit pas de discontinuités. Nous avons toujours un excellent accord entre les méthodes de Floquet-Bloch et la méthode FDTD. Notons que la méthode FDTD peut rencontrer des problèmes numériques illustrés par le saut de facteur de qualité observé sur la courbe 3.5f du mode impair vers  $h_d \simeq 0,2 \mu\text{m}$ . En effet, lors du traitement de la réponse spectrale FDTD, il est très difficile de mesurer les facteurs de qualité pour les pics extrêmement larges qui s'apparentent à du bruit. Dans le cas de facteurs de qualité de l'ordre de 50 comme dans le cas de la figure 3.5f, l'erreur devient assez importante car les résonances sont masquées par les résonances voisines. Ce problème ne se rencontre pas dans le cas du modèle de Floquet-Bloch où nous avons une méthode modale. Cette méthode calcule les modes de manière individuelle sans être perturbée par la présence de résonances voisines.

Pour conclure, rappelons que les résultats issus du modèle de Floquet-Bloch sont en très bon ac-



### Convergence et précision de la méthode de Floquet-Bloch



**FIG. 3.6:** (a) La convergence du modèle de Floquet-Bloch est étudiée : nous comparons des calculs menés jusqu’aux harmoniques  $2m$ ,  $3m$ ,  $4m$  et  $5m$ . Les longueurs d’onde de résonance ainsi que les facteurs de qualité sont représentés (b). Le comportement en polarisation est observé : le facteur de qualité du mode de galerie d’ordre azimutal  $m = 6$  est représenté en fonction de la profondeur des dents pour la polarisation TE. Le disque entouré d’air a un rayon  $1 \mu\text{m}$  et un indice effectif 2,63.

cord avec les simulations FDTD. Nous calculons ainsi une erreur quadratique maximale de 1.7% sur la longueur d’onde de résonance du mode pair. L’influence des rugosités artificielles dues au maillage cartésien de la FDTD se traduit généralement par des facteurs de qualité plus faibles que ceux calculés par le modèle de Floquet-Bloch. Notre modèle a été codé sur le logiciel commercial “Matlab” [83] et se révèle bien plus rapide que la méthode FDTD. Une simulation sur un Pentium 1.4GHz prend quelques secondes quand la FDTD a besoin de plusieurs heures. De plus le modèle est plus précis que la méthode de perturbation sans induire d’approximations et en étant aussi rapide. En ce qui concerne les facteurs de qualité, nous observons bien une amélioration pour le mode pair 3.5c qui a ses extrema de champs dans les dents, et une diminution pour le mode impair qui a ses extrema dans les trous. Notons que le comportement en polarisation est assez particulier, il sera donc abordé par la suite. Nous nous attarderons cependant d’abord sur la précision et la stabilité de la méthode.

### 3.4.1 Précision et stabilité

La principale approximation<sup>12</sup> de notre méthode provient de la limitation du calcul en harmonique. Nous pouvons remarquer sur la figure 3.6a que la convergence est assurée avant l'harmonique  $4m$ . Ainsi la différence quadratique maximale entre une simulation arrêtée à l'harmonique  $4m$  et une simulation arrêtée à l'harmonique  $5m$  est de 0.04 % sur la longueur d'onde et de 0.3 % sur le facteur de qualité. Nous n'avons donc pas fait d'étude plus loin en harmonique. En effet, une telle étude est compromise par les relations

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} H_{km}^{(1)}(k_0 n_2 a) = -j\infty, \quad (3.49)$$

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} H_{km}^{(2)}(k_0 n_2 a) = j\infty. \quad (3.50)$$

Ces deux équations [78] montrent que la montée en harmonique suppose la manipulation de valeurs de plus en plus grandes ce qui introduit des problèmes numériques assez rapidement. Comme le montre la figure 3.6a, le fait de prendre en compte les harmoniques d'ordre supérieur ne modifie pas la longueur d'onde de résonance obtenue et diminue légèrement le facteur de qualité  $Q$ . En effet, à la longueur d'onde de résonance du mode de galerie  $m$ , les harmoniques supérieures ( $km > 2m$ ) sont hors résonance. Ils se comportent donc comme des voies de fuites et réduisent le facteur  $Q$ . Cette diminution du facteur de qualité est un phénomène important si on veut comprendre le fonctionnement de résonateurs de géométrie différente. Un autre effet de la présence d'harmoniques supérieures est la déformation du champ. Celle-ci est en grande partie responsable du comportement en polarisation du disque denté.

### 3.4.2 Comportement en polarisation

La figure 3.7a montre le comportement en polarisation du disque denté. Les facteurs de qualité pour les deux polarisations du mode de galerie d'ordre azimutal  $m = 6$  sont ainsi comparés pour un disque d'InP de rayon  $a = 1\mu\text{m}$  entouré d'air. Notons que la courbe de la polarisation TE montre une amélioration du facteur de qualité alors qu'il diminue pour la polarisation TM.

On obtient une différence de facteur de qualité maximum pour une profondeur de dents de  $0.14\mu\text{m}$  avec  $Q_{TE} = 829$  et  $Q_{TM} = 66$ . La résonance du mode en polarisation TE est donc 10 fois plus fine que celle du mode en polarisation TM. Sur les figures 3.7b et 3.7c, on peut voir les composantes des champs pour les deux polarisations. Ces figures montrent que le champ se comporte très différemment

<sup>12</sup>Il existe d'autres sources d'approximations moindres comme les fonctions de Bessel transcrites à partir de séries convergentes ou les critères de convergence lors de l'annulation du déterminant.

en fonction de la polarisation. En polarisation TE, la composante du champ électrique dans le plan transverse est sensible aux discontinuités de  $\epsilon_r$  à cause de la continuité du vecteur déplacement  $\mathbf{D}$ . En polarisation TM, le champ électrique  $E_z$  est tangentiel aux discontinuités de  $\epsilon_r$ , il n'est donc pas affecté.

Ainsi en polarisation TE, la composante  $E_\theta$  du champ électrique est donc discontinue aux bords de chaque dent ce qui implique une forte amplitude du champ  $E_\theta$  à cet endroit. Au même endroit, la composante  $H_z$  du champ magnétique est faible pour le mode pair. On a donc un mauvais recouvrement entre les cartes de champ  $E_\theta$  et  $H_z$ . Le vecteur de Poynting selon  $r$  :  $P_\theta = \frac{1}{2} \text{Re} [\int_\theta E_\theta H_z^*]$  en est amoindri, ce qui implique une diminution des pertes. Dans le cas de la polarisation TM ( $E_z, H_r, H_\theta$ ), la composante  $H_\theta$  ne bénéficie pas de cette discontinuité. Le recouvrement entre  $E_z$  et  $H_\theta$  est bien meilleur ce qui implique un fort vecteur de Poynting dans la direction radiale  $P_\theta = \frac{1}{2} \text{Re} [\int_\theta E_z H_\theta^*]$ . On a alors des pertes supérieures au cas de la polarisation TE. Lorsque la profondeur des dents augmente, le mode de galerie se comporte comme s'il y avait une diminution du rayon moyen du disque et son facteur de qualité s'en trouve réduit. En conclusion, ce sont les discontinuités du champ électrique qui provoquent l'augmentation du facteur de qualité. Ceci explique pourquoi la variation du facteur de qualité n'est pas décrite par la méthode de perturbation. En effet, la méthode de perturbation limitée en ordre azimutal ne décrit pas de variation de la carte du champ. Nous ne pouvons donc pas observer l'évolution du facteur de qualité.

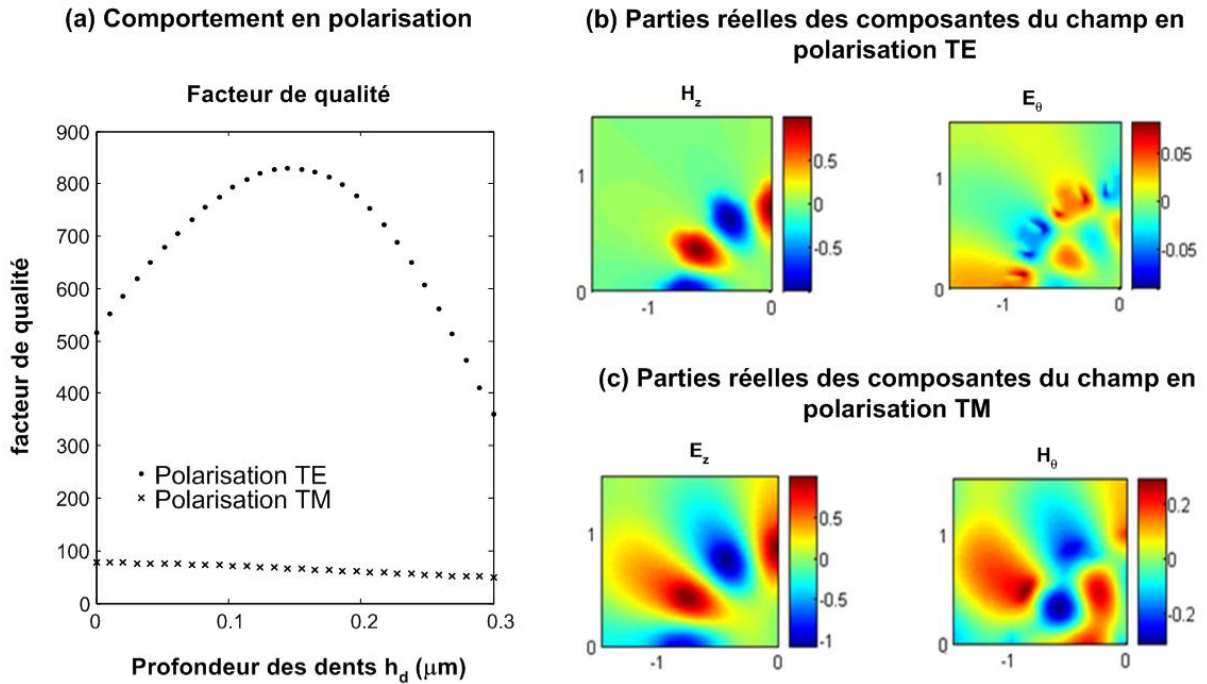
### 3.5 Autres géométrie de résonateurs

Le modèle de Floquet-Bloch peut être utilisé pour simuler d'autres formes de résonateurs. Dans cette partie, nous présenterons trois géométries différentes. Tout d'abord, nous présenterons un résonateur en fleur. Il s'agit d'un disque denté, dont les dents ont des formes arrondies ce qui correspond aux dents obtenues suite à la gravure chimique isotrope des matériaux. Puis, nous introduirons un anneau denté, qui est la structure la plus proche de la cavité monomode. Enfin, nous aborderons le disque en forme ovale, dont la directivité de l'émission est améliorée.

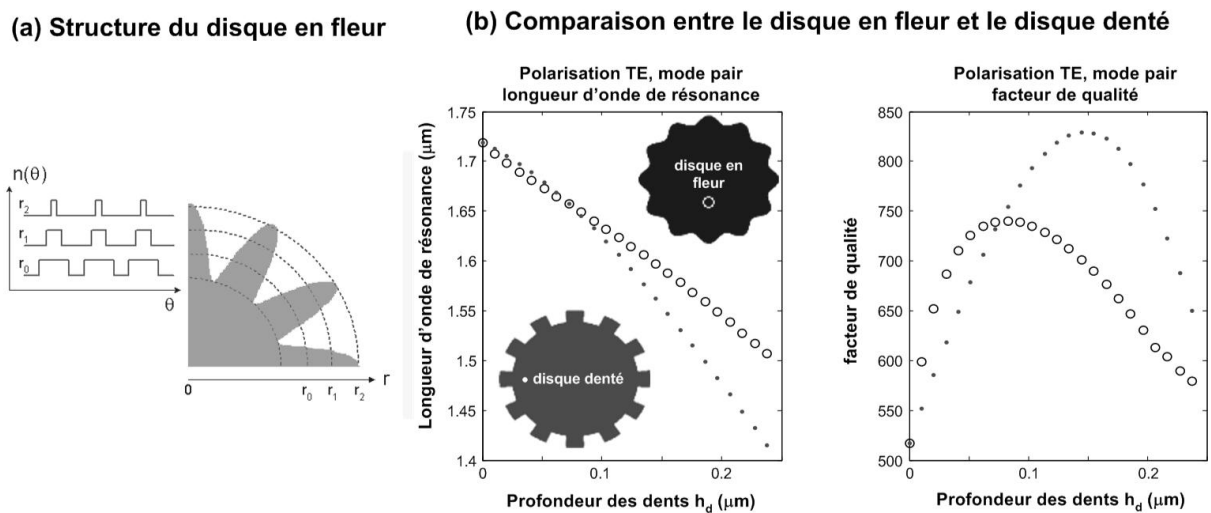
#### 3.5.1 Disque en fleur

Comme l'illustre la figure 3.8a, le résonateur en fleur est un disque entouré d'un réseau de Bragg de forme sinusoïdale et non plus carrée.

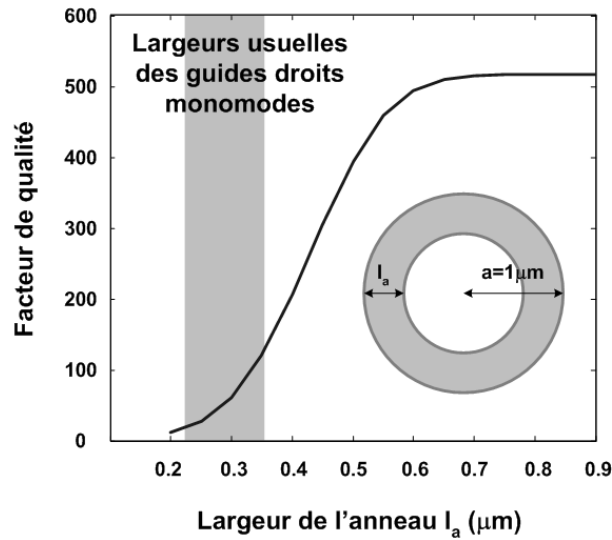
$$\epsilon_r(r, \theta) = \begin{cases} n_1^2 & \text{si } r < \frac{a+b}{2} + \frac{h_d}{2} \cos(2m\theta) \\ n_2^2 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (3.51)$$



**FIG. 3.7:** (a) Comparaison entre les polarisations TE et TM. La partie réelle du champ des trois composantes de chaque polarisation est représentée à partir de calculs FDTD. (b) Polarisation TE et (c) polarisation TM. Notons que les axes des cartes de champ sont gradués en  $\mu\text{m}$



**FIG. 3.8:** (a) Structure du disque en fleur. (b) Comparaison en terme de facteur de qualité d'un disque denté et d'un disque en fleur. Le rayon externe est de  $1 \mu\text{m}$ , la profondeur des dents varie de  $0$  à  $0.25 \mu\text{m}$ . L'indice effectif de la cavité est  $2,63$  et l'indice de réfraction extérieur est  $1$ .

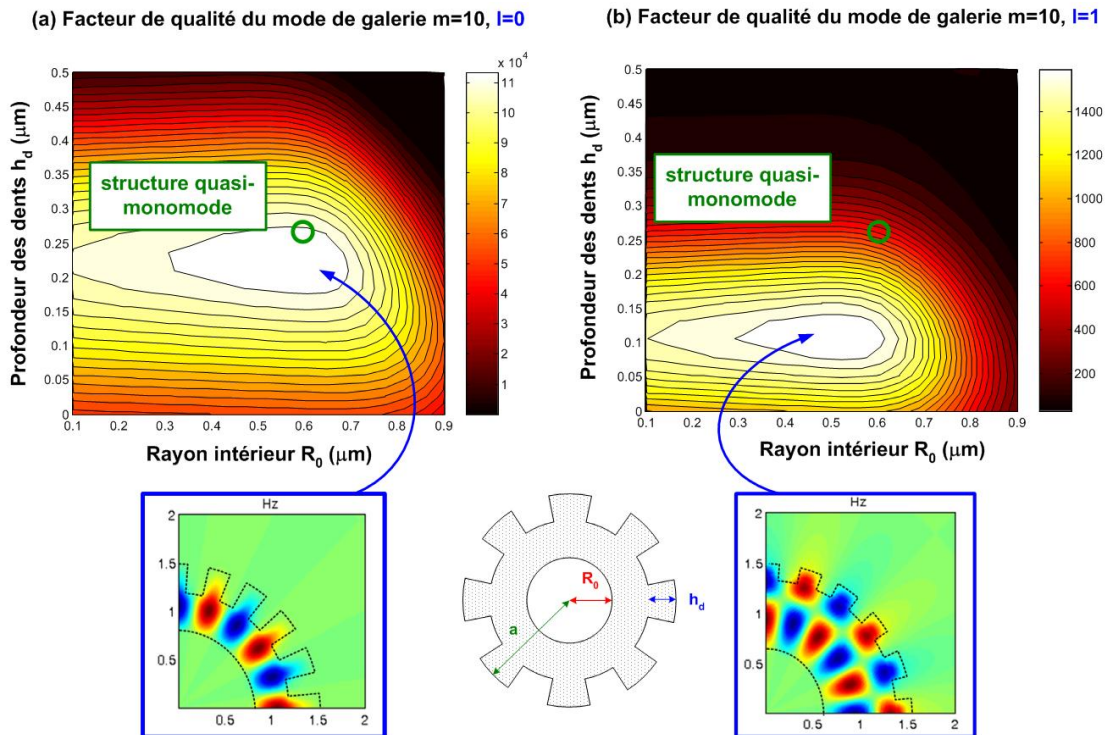


**FIG. 3.9:** Calcul du facteur de qualité d'un anneau d'InP ( $n = 2,63$ ) entouré d'air en fonction de la largeur de l'anneau à rayon extérieur constant  $a = 1 \mu\text{m}$ .

où  $h_d = b - a$ . Dans ce cas, les coefficients  $(b_k)_{k \in \mathbb{N}}$  dépendent de la variable  $r$ , ce qui oblige à calculer la matrice  $M(s)$  de l'équation (3.27) pour chaque  $r_s$ . Le résultat d'un tel changement est montré sur la figure 3.8b. Sur cette figure, les évolutions de la longueur d'onde de résonance et du facteur de qualité pour le micro-disque denté et le disque en fleur sont présentées en fonction de la profondeur des dents. Pour deux structures de rayon et d'indice de réfraction équivalents, la structure optimale du disque denté se révèle plus efficace que celle du résonateur en fleur. Le profil sinusoïdal de la fleur implique un rapport cyclique variable de  $\epsilon_r$  selon  $r$ . Le rapport cyclique n'étant pas le même à la base et à la pointe des dents comme sur la figure 3.8a, il en résulte un couplage plus fort sur les harmoniques d'ordre élevé ( $km > 2m$ ) lorsque le rapport cyclique s'éloigne de 50%. Comme nous avons pu le voir au paragraphe 3.4.2, cela induit une diminution du facteur de qualité. Il est donc primordial d'optimiser la technologie pour avoir les meilleurs rapports de forme possible au niveau des gravures.

### 3.5.2 L'anneau denté

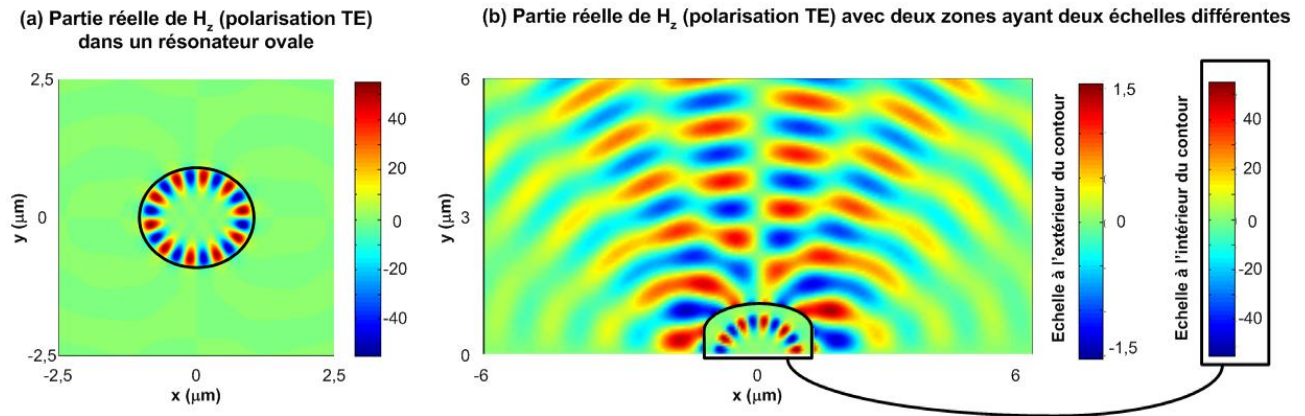
Le disque denté permet d'amoinrir considérablement les modes d'ordre azimutal parasites. Néanmoins, il existe pour un même ordre azimutal de nombreux modes d'ordre radial différents. Pour obtenir une structure quasi monomode il faut donc supprimer les modes d'ordre radial parasites. C'est pourquoi nous présentons ici un anneau denté. La majeure partie des démonstrations expérimentales d'anneaux montrent des anneaux non optimisés. En effet, les anneaux sont souvent considérés à tort comme des guides monomodes courbes. Or il est assez facile de montrer qu'un anneau dont la largeur est celle d'un



**FIG. 3.10:** La structure étudiée est un anneau de rayon intérieur  $R_0$ , de rayon extérieur  $a = 1,5 \mu\text{m}$  au bord duquel un réseau de Bragg est inscrit. La profondeur des dents est notée  $h_d$ . L'indice effectif est de 2,63 et l'indice extérieur est celui de l'air. A gauche, nous représentons la variation du facteur de qualité du mode de galerie  $TE(m = 10, l = 0)$  en fonction de  $R_0$  et  $h_d$ . La carte de champ correspondant à l'optimisation pour ce mode est montrée. A droite, on montre la variation du facteur de qualité pour le mode  $TE(m = 10, l = 1)$ . L'optimum n'est pas le même.

guide droit monomode possède un facteur de qualité inférieur au disque de rayon équivalent. La figure 3.9 montre ainsi qu'un anneau d'InP de la largeur d'un guide droit monomode (généralement de l'ordre de  $0,3 \mu\text{m}$ ) possède un facteur de qualité de l'ordre de 100 contre 500 pour le disque plein. La largeur de l'anneau n'est donc pas un paramètre anodin. Sur la figure 3.10, nous avons représenté l'évolution du facteur de qualité en fonction du rayon intérieur de l'anneau  $R_0$  et de la profondeur des dents  $h_d$  d'un anneau de rayon extérieur  $1,5 \mu\text{m}$ . Nous montrons les résultats pour un ordre azimutal  $m = 10$  et deux ordres radiaux  $l = 0$  et  $l = 1$ . Nous remarquons que les deux modes possèdent une structure optimale différente, représentée dans les cadres bleus. Ainsi, si on considère la structure indiquée par le cercle vert, nous aurons un mode de galerie ( $m = 10, l = 0$ ) fortement favorisé et un mode ( $m = 10, l = 1$ ) très défavorisé. Nous avons une structure quasi monomode. Notons que l'anneau a alors une largeur bien supérieure à celle d'un guide droit monomode.





**FIG. 3.11:** La structure étudiée est un disque ovale de petite largeur  $r_p = 0,96 \mu\text{m}$  et de grande largeur  $r_p = 1,04 \mu\text{m}$ . L'indice effectif est de 2,63 et l'indice extérieur est celui de l'air. (a) A gauche, nous représentons la partie réelle du champ magnétique en polarisation TE. Pour pouvoir apprécier la directivité du rayonnement, nous représentons à droite le même mode avec deux échelles. A l'intérieur du contour noir, l'échelle est la même que sur la figure (a), à l'extérieur nous changeons l'échelle de couleur.

### 3.5.3 Résonateur ovale

Le dernier défaut que nous avons évoqué à propos du disque concernait la directivité de son émission. Une solution est la structure ovale. Le résonateur ovale peut être simulé avec le formalisme de Floquet-Bloch de manière similaire au disque en fleur (en effet, il s'agit d'un disque en fleur avec un réseau de deux dents de formes arrondies). Sur la figure 3.11a, est représentée la partie réelle du champ magnétique d'un mode de galerie dans une cavité ovale. La cavité possède une largeur minimum de  $0,96 \mu\text{m}$  et de largeur maximum de  $1,04 \mu\text{m}$ . Nous pouvons constater que la répartition du champ suit le contour du résonateur. La longueur d'onde de résonance  $\lambda_{res} = 1,163 \mu\text{m}$  varie peu par rapport au résonateur circulaire de même périmètre  $\lambda_{res} = 1,161 \mu\text{m}$ . Par contre le facteur de qualité est grandement affecté puisque le résonateur ovale possède un coefficient  $Q = 9300$  contre  $Q = 64000$  pour son homologue circulaire. Les pertes augmentent donc considérablement. Le résonateur conservant une bonne résonance, nous ne pouvons distinguer sur la figure si la directivité du signal est améliorée. C'est pourquoi nous montrons sur la figure 3.11b la répartition du champ à l'extérieur de la structure avec une autre échelle. Nous remarquons que le rayonnement se fait de manière privilégiée selon le grand axe du résonateur ovale. Il est probable que la directivité puisse être encore augmentée en ajoutant une lentille de phase ou de Fresnel [106, 107]. Cependant la directivité est loin d'être satisfaisante et la déformation introduite dégrade déjà largement le facteur de qualité. La récupération du signal par couplage avec des guides optiques semble donc une piste plus prometteuse.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux modèles pour simuler les micro-structurations d'un disque. Comparé à la FDTD, le modèle de Floquet-Bloch s'est montré particulièrement rapide, tout en étant précis et stable. Nous avons pu ainsi étudier la structure du disque denté et montrer les propriétés de polarisation de ce composant. Puis, nous avons abordé les effets des processus technologiques sur ce composant en étudiant le disque en fleur. Nous avons alors présenté le composant quasi-monomode optimum qu'est l'anneau denté. Enfin, nous avons montré le rayonnement d'une structure ovale et proposé un moyen d'améliorer la collection du signal dans un faisceau de largeur limitée. Cependant, il existe un autre moyen de récupérer la lumière pour un disque. Il s'agit d'adjoindre près du disque un guide optique afin de réaliser un couplage par onde évanescente. Ceci constitue le sujet du prochain chapitre.





## Chapitre 4

# Couplage avec des guides optiques

Dans ce chapitre, nous décrivons le couplage du résonateur avec des guides optiques. Nous montrons comment celui-ci devient ainsi fonctionnel, ce qui dégage deux problématiques distinctes. La première concerne le couplage du disque avec un guide unique. Cette configuration correspond à des applications de sources lasers ou de filtres. La seconde est celle du fonctionnement avec deux guides. Un guide sert alors de voie d'injection et l'autre de voie de récupération. Le disque fonctionne alors en multiplexeur ou démultiplexeur en longueur d'onde. Nous verrons que dans les deux cas, pour obtenir un fonctionnement optimum, l'interaction entre le disque et les guides doit être parfaitement maîtrisée. Ce chapitre se découpe donc en trois parties. Après une présentation des deux problématiques, nous détaillerons le modèle que nous avons développé pour décrire le couplage entre un disque et un guide. Nous décrirons alors nos résultats et nous ferons une comparaison avec les calculs FDTDs.

### 4.1 Principe du fonctionnement avec des guides

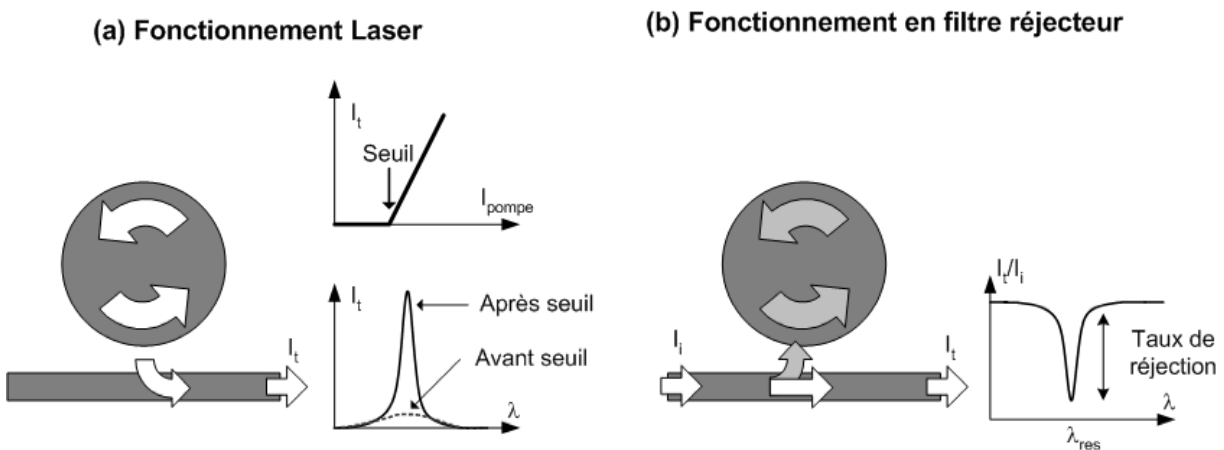
Le fonctionnement du résonateur avec des guides optiques est primordial. Les guides permettent d'injecter ou de récupérer la lumière dans le résonateur grâce au couplage par onde évanescente [75]. Cette solution semble la plus intéressante pour récupérer la lumière issue du disque en configuration laser. De plus, l'intégration planaire des guides rend le composant optique naturellement compatible avec l'architecture des circuits microélectroniques. Enfin, les guides permettent un couplage vers l'extérieur au moyen de fibres optiques. Plusieurs configurations du résonateur sont possibles et chacune peut tirer parti du couplage avec les guides optiques. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, nous nous intéresserons à trois d'entre elles, la source laser, le filtre réjecteur et le multiplexeur/démultiplexeur en longueur d'onde.

Dans cette section, nous présenterons succinctement les différentes configurations que nous avons

étudiées. Nous soulignerons ainsi l'importance du couplage entre le disque et le guide. Nous déterminons ensuite les paramètres clefs qui régissent ce couplage.

#### 4.1.1 Source laser et filtre rejeteur

Dans le cas d'un fonctionnement en source laser ou en filtre rejeteur, un seul guide est nécessaire. Sur la figure 4.1a, le fonctionnement d'un disque en source laser est schématisé. Ce disque est constitué



**FIG. 4.1:** (a) Schéma du laser : le disque est fait dans un matériau actif, pompé électriquement ou optiquement. Lorsque la pompe compense les pertes de la cavité, le seuil du régime laser est atteint. On a alors émission d'une raie LASER caractérisée par sa grande cohérence. Notons ici qu'un seul sens de propagation de la lumière est dessiné, (b) Schéma du filtre rejeteur : on envoie un signal d'injection d'intensité  $I_i$  auquel on soustrait via le résonateur la longueur d'onde  $\lambda_{res}$ . Le taux de réjection du filtre est alors caractérisé par la valeur en dB de  $\frac{I_i}{I_t}$  à  $\lambda_{res}$ .

d'InP dans lequel ont été insérés des multi-puits quantiques. Lorsqu'il est pompé électriquement ou optiquement, il peut émettre de la lumière par émission spontanée. Le spectre de cette émission, représenté en pointillé sur la figure 4.1a, s'étale sur quelques micromètres. Lorsque l'intensité de pompe compense exactement les pertes, on atteint le seuil du régime laser. On assiste alors au phénomène d'émission stimulée qui voit le résonateur émettre à la longueur d'onde de résonance de la cavité. L'émission obtenue est d'une grande cohérence et la conversion du signal de pompe en signal laser est efficace. La finesse de la raie laser et le seuil sont directement liés au facteur de qualité. Pour obtenir un bas seuil, la résonance de la cavité doit être très fine [41]. Il faut également que la longueur d'onde de résonance de la cavité coïncide avec le maximum de la bande gain du matériau pour obtenir un meilleur rendement.

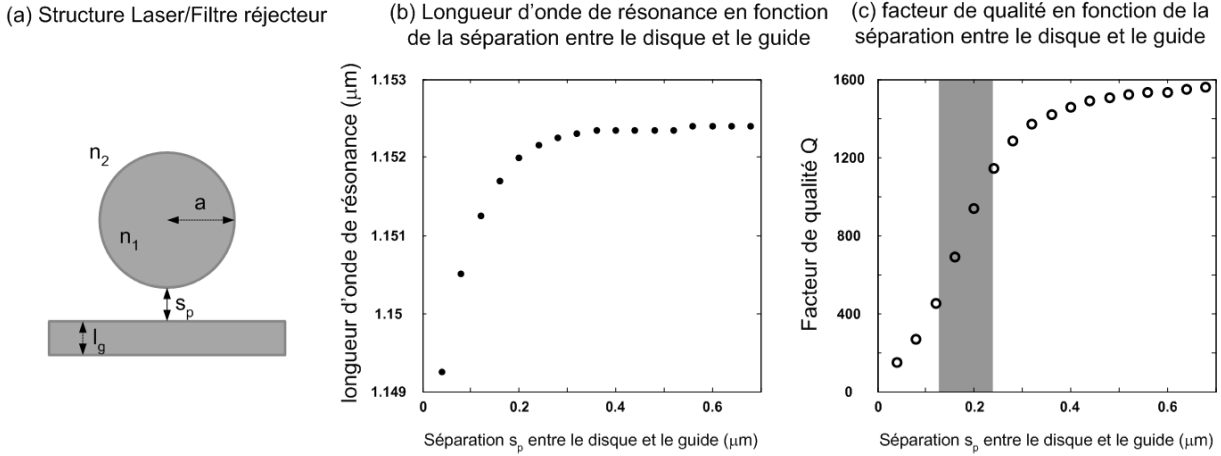
Le fonctionnement de la structure en filtre rejeteur suppose l'utilisation d'un matériau passif trans-

parent à faibles pertes. Lorsque un faisceau de lumière de grande largeur spectrale est injecté dans le guide, une partie de la lumière se couple et entre en résonance dans la cavité. Le spectre en transmission obtenu montre que la lumière ainsi filtrée correspond à une longueur d'onde bien précise : la longueur d'onde de réjection. Le taux de réjection correspond au rapport entre l'intensité incidente et l'intensité transmise à la longueur d'onde de réjection.

Dans les deux cas, la structure se présente comme sur la figure 4.2a. La séparation entre le disque et le guide, notée  $s_p$ , est un paramètre important. Nous allons souligner cette importance à l'aide des simulations FDTD décrivant l'évolution de la longueur d'onde de résonance et du facteur de qualité en fonction de ce paramètre. On observe sur la figure 4.2b que la longueur d'onde varie peu ( $> 0.4\%$ ) avec la séparation entre le disque et le guide. Ce n'est pas le cas du facteur de qualité qui varie grandement en fonction de  $s_p$ . Sur la figure 4.2c, on voit que pour de grandes valeurs de  $s_p$ , le résonateur est peu perturbé et son facteur de qualité reste inchangé. Le guide se trouve "trop" loin du disque et la lumière ne peut pas se coupler. Quand le guide se rapproche, pour des valeurs de  $s_p < 0.4 \mu\text{m}$ , les deux structures peuvent se coupler entre elles. La lumière du guide peut se coupler dans le disque et le filtre fonctionne. Notons qu'une fois dans le disque, la lumière peut fuir par les parois mais aussi se recoupler dans le guide. Le guide constitue donc une nouvelle voie de fuite pour la cavité résonante. Nous avons donc une diminution du facteur de qualité. Lorsque le guide est trop proche du disque, la fuite devient conséquente. La lumière couplée dans le disque ne reste pas stockée dans le résonateur et fuit rapidement à l'extérieur du disque. Le facteur de qualité tend donc vers zéro avec la séparation  $s_p$ . Il existe probablement un compromis pour la séparation entre le disque et le guide. Ce compromis se situe aux environs de la zone grise de la figure 4.2c où le facteur de qualité n'est pas totalement dégradé tout en permettant un couplage efficace. Nous allons par la suite définir les critères permettant de mieux déterminer ce compromis.

#### 4.1.1.1 Source laser

Le cas du laser est assez simple puisque la lumière à l'intérieur du disque fuit et ne rentre pas. Le régime permanent est assuré par le matériau actif lorsque celui-ci compense les pertes optiques. Une simulation rigoureuse du régime laser suppose que l'indice de réfraction du disque soit complexe. Cela rend le problème assez difficile puisque les modes de galerie ne sont plus orthogonaux [108]. Le disque utilisé comme source est donc souvent décrit à partir du régime d'oscillation libre. En effet, pour se rapprocher du régime laser, il suffit alors de faire un bilan énergétique et de compenser les pertes du régime d'oscillation libre par le gain du matériau. Dans la pratique, la considération du régime de l'oscillation libre donne des résultats très similaires à ceux d'un disque laser pour peu que la cavité ait



**FIG. 4.2:** (a) Structure d'un laser ou d'un filtre réjeteur (disque avec un guide). Il s'agit d'un disque d'indice de réfraction  $n_1 = 2,2$  entouré d'air. Le guide a une largeur  $l_g = 0,3 \mu\text{m}$  et le disque un rayon  $a = 1 \mu\text{m}$ . (b) Calcul FDTD de l'évolution de la longueur d'onde de résonance du mode  $\text{TM}(m = 8, l = 0)$  avec la séparation  $s_p$  pour la structure précédente. (c) Calcul FDTD de l'évolution du facteur de qualité du mode  $\text{TM}(m = 8, l = 0)$  avec la séparation  $s_p$  pour la structure précédente.

un facteur de qualité important (ce qui est généralement notre cas). Elle n'introduit pas de problèmes d'orthogonalité de modes, ce qui la rend très utile. Dans le cas de l'oscillation libre, le disque passif voit son énergie fuir au niveau de ses courbures. Le couplage avec un guide adjacent augmente les pertes. Nous avons donc pour chaque mode de galerie une augmentation de la partie imaginaire de la pulsation complexe calculée dans le chapitre 2. Le champ  $\Psi$ , décrit en oscillation libre, est donc tel que

$$\Psi(\mathbf{r}, t) \propto e^{(j\omega_{res} - \alpha - \alpha_c)t}, \quad (4.1)$$

où  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation du résonateur et  $\alpha_c$  représente les pertes issues du couplage avec le guide. Dans ce cas, le facteur  $\alpha_c$  participe uniquement à l'élargissement de la raie d'émission du laser. En ce qui concerne la variation d'énergie dans le disque, celle-ci est due aux pertes naturelles du disque ( $P_r$  en puissance) et aux pertes issues du couplage avec le guide ( $P_g$ ).

$$\frac{d|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2}{dt} = P_r + P_g. \quad (4.2)$$

En dérivant le carré du module de l'équation 4.1 et en la comparant à l'équation 4.2, nous pouvons exprimer la puissance guidée de la manière suivante,

$$P_g = 2\alpha_c|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2. \quad (4.3)$$

La puissance en sortie est donc liée au coefficient de couplage et donc à la séparation entre le disque et le guide. Dans ce cas précis, l'optimum est essentiellement lié au gain du matériau. Pour un matériau

dont on ne connaît pas les caractéristiques, nous choisissons généralement le compromis d'un facteur de qualité divisé par deux c'est à dire d'un rapport  $\frac{P_g}{P_r} = 1$ , soit, dans l'exemple précédent, une séparation de  $0,2 \mu\text{m}$ .

#### 4.1.1.2 Filtre réjecteur

Dans le cas d'un filtre réjecteur, le problème est plus complexe. En effet, la lumière provient cette fois du guide et doit se coupler complètement dans le disque à la longueur d'onde de résonance. Pour que le système fonctionne correctement, il faut que l'amplitude du champ dans le disque ait une valeur particulière, pour que les interférences soient constructives pour l'onde entrante dans le disque et destructives pour le mode guidé. Ce cas de figure suppose qu'un régime permanent s'installe quand les pertes du disque sont compensées par l'apport d'énergie issu du couplage avec le guide. Il existe donc une séparation optimale dont nous allons détailler le calcul.

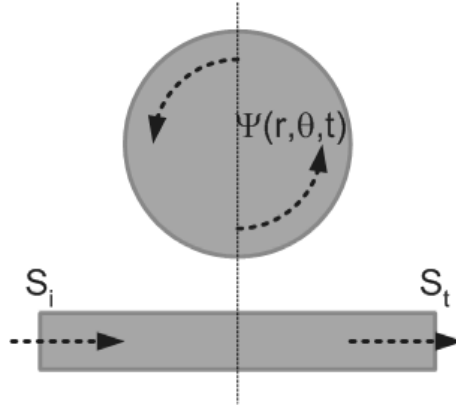


FIG. 4.3: Schéma du couplage.

Rappelons les deux équations qui régissent le couplage entre le disque et le guide dans le cas d'un couplage sans perte [109, 52],

$$\frac{d\Psi}{dt} = (j\omega_{res} - \alpha - \alpha_c) \Psi - j\mu S_i, \quad (4.4)$$

$$S_t = S_i - j\mu \Psi, \quad (4.5)$$

où  $S_i$ , et  $S_t$  sont respectivement les amplitudes des ondes entrante et transmise telles que  $|S_i|^2$  et  $|S_t|^2$  définissent des puissances.  $\mu$  est le coefficient de couplage entre le disque et le guide. L'équation 4.4 exprime la variation d'amplitude dans le disque avec le temps. On y retrouve la pulsation de résonance du résonateur  $\omega_{res}$ , les pertes intrinsèques du disque  $\alpha$ , ainsi que celles induites par le couplage avec

le guide  $\alpha_c$ . Le terme  $-j\mu S_i$  représente l'apport du signal d'entrée  $S_i$ . Notons que le terme  $-j$  est ici conventionnel car  $\mu \in \mathbb{C}$ .

Le cas du laser, étudié au paragraphe précédent, peut être décrit en supposant nulle l'entrée  $S_i = 0$ . En rappelant la relation  $P_g = |S_t|^2$ , les équations 4.3 et 4.5 mènent donc à la relation

$$P_g = 2\alpha_c |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2, \quad (4.6)$$

$$= |S_t|^2 = |0 - j\mu \Psi(\mathbf{r}, t)|^2, \quad (4.7)$$

soit  $\mu^2 = 2\alpha_c$ . Cette équation très commode nous permet d'utiliser par la suite le facteur d'atténuation  $\alpha_c$  du régime de l'oscillation libre, plutôt que le coefficient de couplage  $\mu$ .

L'intégration de l'équation 4.4 pour un signal d'excitation harmonique  $S_i \propto e^{j\omega t}$  permet de calculer l'amplitude du champ dans le disque,

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = C_0 e^{j(\omega_{res} - \alpha - \alpha_c)t} + \frac{-j\sqrt{2\alpha_c}}{j(\omega - \omega_{res}) + \alpha + \alpha_c} S_i, \quad (4.8)$$

avec  $C_0$  l'amplitude d'origine du champ dans le disque. Le premier terme correspond au régime transitoire de l'oscillation libre (équation 4.1), il tend vers zéro au fur et à mesure que le régime permanent s'installe. Le second terme correspond au régime permanent de l'oscillation forcée. L'onde incidente est un mode guidé d'amplitude  $S_i$ . La lumière est alors en partie couplée au résonateur et en partie transmise à la sortie du guide. De cette expression, nous déduisons aisément l'amplitude transmise en régime permanent

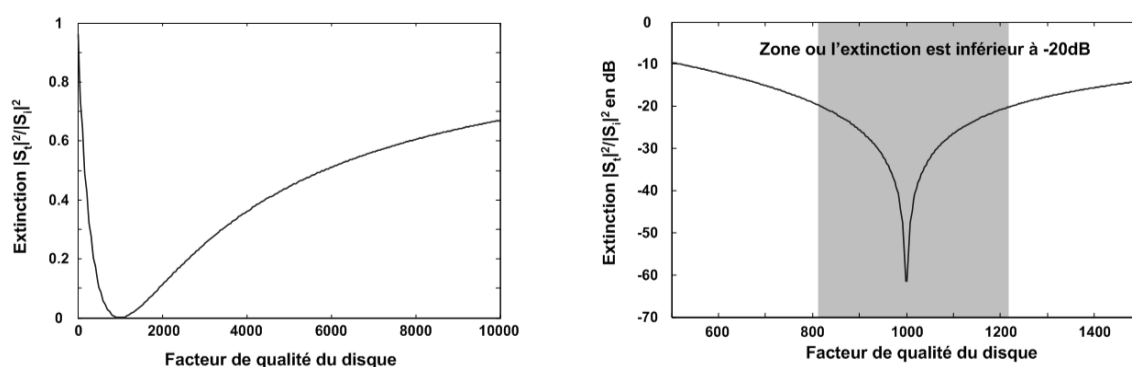
$$S_t = \frac{j(\omega - \omega_{res}) + \alpha - \alpha_c}{j(\omega - \omega_{res}) + \alpha + \alpha_c} S_i, \quad (4.9)$$

Dans le cas d'un filtre réjecteur, il faut que le signal à la pulsation de résonance soit extrait par le disque, il faut donc annuler la transmission  $S_t$ . Nous déduisons de l'équation 4.9 deux conditions pour un couplage efficace. Il faut d'une part exciter à la longueur d'onde de résonance  $\omega = \omega_{res}$  et d'autre part avoir la condition  $\alpha = \alpha_c$ . Cette condition correspond au cas où l'énergie couplée dans le disque compense parfaitement les pertes du résonateur. Le facteur de qualité de la nouvelle structure s'exprime par la relation

$$Q_{\text{disque+guide}} = \frac{\omega_{res}}{2(\alpha + \alpha_c)} = \frac{Q_{\text{disque seul}}}{2}. \quad (4.10)$$

Nous en concluons que la séparation optimale est obtenue pour un facteur de qualité divisé par deux. Dans la pratique, il est difficile d'obtenir expérimentalement le coefficient de qualité du disque seul donné par les modèles analytiques (cf chapitre 5). En effet, les facteurs de qualité expérimentaux sont

généralement plus petits car les cavités possèdent des défauts. Nous nous intéressons donc à l'évolution de la transmission  $S_t$  du signal en fonction de l'écart entre le facteur de qualité expérimental et le facteur  $Q$  théorique. Sur la figure 4.4, la structure est optimisée pour un disque seul de facteur de qualité théorique  $Q = 1000$ . Sur la première figure, nous présentons la variation du facteur d'extinction lorsque le disque n'a pas le facteur de qualité attendu. Nous nous apercevons que la qualité du filtre diminue de manière drastique lorsque le facteur de qualité de la cavité n'est pas conforme. Ainsi la deuxième figure montre qu'avec une erreur supérieure à 20 % sur le facteur de qualité, le filtre possède un facteur d'extinction inférieur à 20 dB. Nous allons maintenant nous intéresser à des fonctions plus complexes, le multiplexage



**FIG. 4.4:** Evolution du facteur d'extinction  $\left| \frac{S_t}{S_i} \right|^2$  d'un filtre optimisé pour un disque de facteur de qualité  $Q = 1000$  en fonction du facteur de qualité réel du disque.

et le démultiplexage en longueur d'onde.

#### 4.1.2 Multiplexeur et démultiplexeur

Les figures 4.5a et 4.5b présentent les fonctionnements respectifs d'un multiplexeur et d'un démultiplexeur en longueur d'onde à deux canaux. Le rôle du multiplexeur est de sommer sur un même canal de sortie (s) les signaux à deux longueurs d'ondes différentes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  provenant des canaux d'entrée (e1) et (e2). Comme le montre la figure 4.5a, cette fonction peut-être réalisée à l'aide d'un disque et de deux guides. Pour un disque dont la longueur d'onde de résonance est  $\lambda_1$ , la lumière à cette longueur d'onde injectée dans l'entrée (e1) peut se coupler dans le disque. Elle se recouple alors dans le second guide et rejoint la sortie (s). Par contre, la lumière à la longueur d'onde  $\lambda_2$  injectée à l'entrée (e2) ne peut pas se coupler dans le disque car celle-ci ne correspond pas à la longueur d'onde de résonance du disque. Elle reste confinée dans le guide et rejoint elle aussi la sortie (s). Nous avons bien les deux signaux sur le bras de sortie. Le fonctionnement du système est optimal lorsqu'aucun signal n'est détecté à la sortie (s') et



que le signal de  $\lambda_1$  est maximal en (s).

Le fonctionnement du démultiplexeur est similaire. Sur la figure 4.5b, nous voyons que les deux signaux sont injectés dans le bras (e). Comme précédemment, la longueur d'onde de résonance du disque correspond à  $\lambda_1$ . Le disque va donc extraire cette longueur d'onde et la transmettre au second guide. Le signal est alors récupéré à la sortie (s1). Le signal à la longueur d'onde  $\lambda_2$  n'est pas résonant pour le disque et rejoint simplement la sortie (s2). Le fonctionnement est optimal pour une extinction maximale du signal de la sortie (s2) à la longueur d'onde  $\lambda_1$  et un signal maximal en (s1).

(a) Multiplexeur en longueur d'onde

(b) Démultiplexeur en longueur d'onde

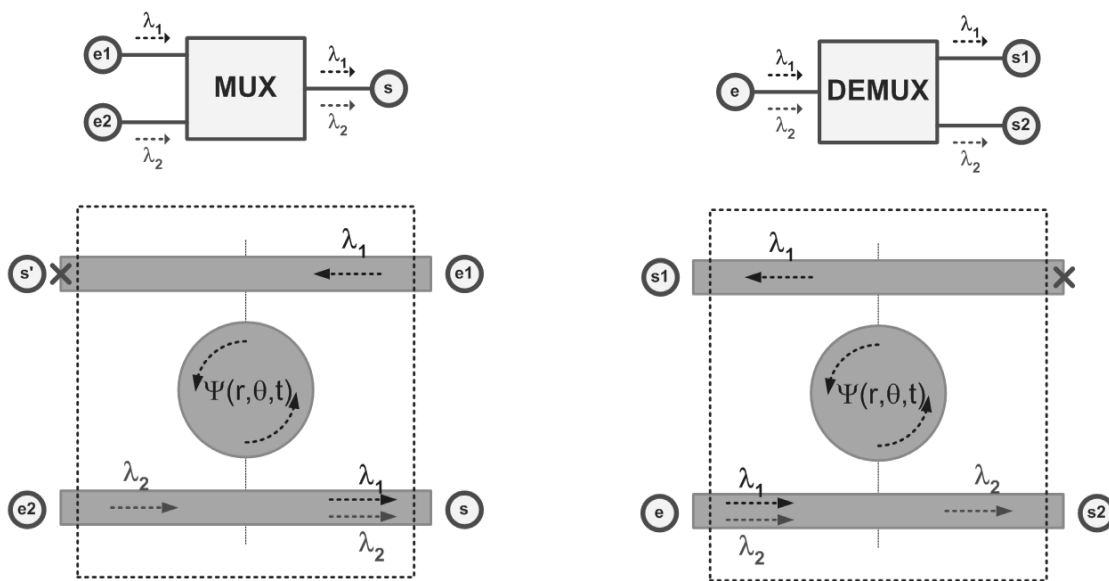


FIG. 4.5: (a) Multiplexeur en longueur d'onde. (b) Démultiplexeur en longueur d'onde.

Comme nous venons de le voir, le fonctionnement des deux composants repose sur le bon couplage et la bonne récupération du signal à la longueur d'onde  $\lambda_1$ . Dans le paragraphe suivant, nous allons observer les différents régimes de fonctionnement à cette longueur d'onde en fonction de la séparation entre le disque et les guides. Nous en déduisons qu'il existe une séparation optimale.

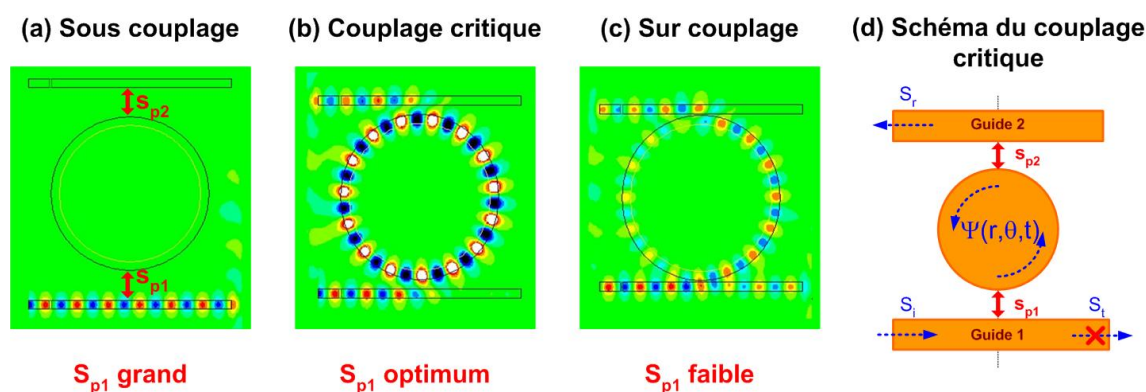
#### 4.1.2.1 Différents régimes de fonctionnement

Nous pouvons voir sur les figures 4.6a-c, les différents régimes de fonctionnement à la longueur d'onde de résonance en fonction de la séparation  $s_{p1}$  entre le disque et le guide apportant le signal d'émission. Pour une séparation donnée  $s_{p2}$  du guide de récupération, trois régimes successifs sont décrits par la FDTD au fur et à mesure que  $s_{p1}$  diminue.

- Le premier cas, illustré par la figure 4.6a, est le régime de sous couplage. Dans ce régime, le guide est trop éloigné du disque pour permettre le couplage. La lumière ne “ressent” pas la présence du résonateur. Du point de vue du résonateur, celui-ci est également insensible au guide et son facteur de qualité est préservé. Lorsque la distance  $s_{p1}$  diminue, le disque va progressivement “ressentir” la présence du guide. Son facteur de qualité va donc se dégrader. De même le guide percevant la présence du disque va coupler de la lumière dans celui-ci.

- Progressivement, nous atteignons un régime critique décrit par la figure 4.6b. La lumière se couple dans le disque et parvient à se recoupler dans le guide de récupération. Un régime permanent s’installe lorsque la lumière apportée par le couplage compense exactement les pertes intrinsèques du disque et les pertes dues au couplage dans le guide de récupération. Lorsque ce régime est atteint, les interférences sont telles que toute la lumière injectée se couple dans le disque.

- Lorsque la distance  $s_{p1}$  diminue encore, cet équilibre est brisé. En effet, les guides étant trop proches du disque, la voie de fuite représentée par ces guides devient trop importante. Le facteur de qualité du résonateur se dégrade fortement et la résonance diminue. Le dispositif se comporte alors comme un simple coupleur, la majorité de la lumière ne résonne plus dans le disque comme le montre la figure 4.6c. Nous avons perdu toute sélectivité en longueur d’onde et l’extinction du signal est faible.



**FIG. 4.6:** Calculs FDTD des différents régimes pour un anneau : (a) Sous couplage, (b) Couplage critique, (c) Sur couplage, (d) schéma du couplage critique.

Il existe donc une structure optimale permettant le fonctionnement en multiplexeur/démultiplexeur en longueur d’onde. Nous allons voir que cette structure peut être calculée analytiquement.

#### 4.1.2.2 Calcul du couplage critique

Le calcul de la structure se rapproche du calcul en filtre réjecteur. Le champ dans le disque varie alors en

$$\Psi(\mathbf{r}, t) \propto e^{(j\omega_{res} - \alpha - \alpha_{c1} - \alpha_{c2})t}, \quad (4.11)$$

où  $\alpha_{c1}$  et  $\alpha_{c2}$  sont les facteurs d'atténuation issus du couplage avec les guides (1) et (2) (cf figure 4.6d). Le calcul peut être conduit de manière similaire, les équations qui régissent le couplage avec les guides sont

$$\frac{d\Psi}{dt} = (j\omega_{res} - \alpha - \alpha_{c1} - \alpha_{c2})\Psi - j\mu_1 S_i, \quad (4.12)$$

$$S_t = S_i - j\mu_1 \Psi, \quad (4.13)$$

$$S_r = -j\mu_2 \Psi. \quad (4.14)$$

En procédant de la même manière que précédemment on peut retrouver les relations  $\mu_1^2 = 2\alpha_{c1}$  et  $\mu_2^2 = 2\alpha_{c2}$ . On en déduit l'amplitude du champ transmis

$$S_t = \frac{j(\omega - \omega_{res}) + \alpha + \alpha_{c2} - \alpha_{c1}}{j(\omega - \omega_{res}) + \alpha + \alpha_{c2} + \alpha_{c1}} S_i. \quad (4.15)$$

Pour atteindre le couplage critique, il faut que l'onde transmise soit nulle. L'équation 4.15 ne s'annule que lorsque le signal injecté est à la longueur d'onde de résonance  $\omega = \omega_{res}$  et que l'énergie apportée par le guide (1) compense les pertes intrinsèques du disque et celles induites par le guide (2) i.e.  $\alpha_{c1} = \alpha + \alpha_{c2}$ . Cette equation apporte deux informations. D'une part, les couplages avec les guides (1) et (2) doivent mettre en oeuvre deux séparations différentes afin d'obtenir deux valeurs de  $\alpha_{c1}$  et  $\alpha_{c2}$  distinctes. D'autre part, si une séparation est fixée, la seconde l'est également. Nous possédons donc un seul degré de liberté qui est le facteur de qualité que nous souhaitons atteindre au final

$$Q_{M/D} = \frac{\omega_{res}}{2(\alpha + \alpha_{c1} + \alpha_{c2})} = \frac{\omega_{res}}{2\alpha_{c1}}. \quad (4.16)$$

Le fonctionnement optimal ne peut être obtenu que si  $\alpha_{c1} \neq \alpha_{c2}$  c'est à dire  $s_{p1} \neq s_{p2}$ . Cela veut dire que le système idéal est dissymétrique. Le démultiplexeur optimisé ne peut donc être utilisé efficacement en multiplexeur. Pour réaliser les deux fonctions, il faut soit utiliser deux composants différents, soit trouver un compromis. Pour pouvoir utiliser la structure en multiplexeur et démultiplexeur, il est préférable d'avoir une structure symétrique  $s_{p1} = s_{p2}$ . Dans cette configuration le facteur d'extinction ne pourra jamais excéder

$$T = \left| \frac{S_i}{S_t} \right|^2 = \left| 1 + 2\frac{\alpha_c}{\alpha} \right|^2, \quad (4.17)$$

avec  $\alpha_c = \alpha_{c1} = \alpha_{c2}$ . Plus les guides seront proches du disque, plus les valeurs de  $\alpha_c$  et  $T$  augmenteront au détriment du facteur de qualité de la structure totale (qui va décroître). Pour les disques ayant de très bons facteurs de qualité  $\alpha \ll \alpha_c$ , le composant présentera de bonnes performances.

Dans tous ces calculs, nous avons supposé que les facteurs d'atténuation  $\alpha_c$ ,  $\alpha_{c1}$  et  $\alpha_{c2}$  étaient connus. Nous allons montrer dans la section suivante que ces facteurs peuvent être calculés analytiquement à l'aide d'une méthode de perturbation.

## 4.2 Méthode de perturbation

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le paramètre  $\alpha_c$  dans le cas de guides courbés [52, 74, 110, 111]. Nous avons choisi de développer la méthode de perturbation car elle présente l'intérêt d'être analytique et donc beaucoup plus rapide que les méthodes numériques couramment utilisées. Dans cette section, la méthode de perturbation que nous avons développée est présentée. Les résultats obtenus par cette méthode sont ensuite comparés à ceux calculés par la méthode FDTD.

Pour calculer le coefficient  $\alpha_c$ , nous considérons un système constitué d'un disque et d'un guide dans le régime de l'oscillation libre. Nous supposons donc que l'énergie se trouve stockée dans le disque sous la forme d'un mode de galerie d'ordre  $(l = 0, m)$ . Ce mode de galerie vient perturber le guide adjacent et couple de l'énergie sur les modes guidés. Nous considérons donc le disque comme la perturbation et le guide comme l'élément perturbé.

Tout d'abord, nous rappelons que les solutions des équations de Maxwell, pour chacune des structures isolées sont connues. Nous utiliserons l'ensemble des solutions du guide isolé comme une base de décomposition pour la solution du système complet. On notera donc  $\mathbf{E}_g$  et  $\mathbf{H}_g$  les champs du guide seul puis  $\mathbf{E}_d$  et  $\mathbf{H}_d$  les champs du disque seul. Les champs du guide perturbé notés  $\mathbf{E}$ , et  $\mathbf{H}$  se décomposeront sur la base des modes du guide seul.

Comme dans les chapitres précédents, le problème tridimensionnel est simplifié en utilisant l'EIM (cf paragraphe 2.9.1). Le disque et le guide d'indice  $n_1$  sont entourés d'air d'indice  $n_2$ . On note  $a$  le rayon du disque,  $l_g$  la largeur du guide et  $s_p$  la séparation entre les deux structures comme le montre la figure 4.7.

On définit la permittivité diélectrique 2-D du guide seul  $\epsilon_r(r, \theta)$  et la différence de permittivité di-

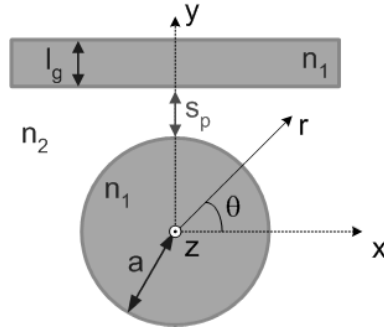


FIG. 4.7: Structure modélisée.

électrique  $\Delta\epsilon_r(x, y)$  induite par l'adjonction du disque.

$$\epsilon_r(x, y) = \begin{cases} n_1^2 & \text{si } |y - \frac{a}{2} - s_p - \frac{l_g}{2}| < \frac{l_g}{2} \\ n_2^2 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (4.18)$$

$$\Delta\epsilon_r(r, \theta) = \begin{cases} n_1^2 & \text{si } r < a \\ n_2^2 & \text{si } r > a \end{cases}. \quad (4.19)$$

La permittivité diélectrique de la structure finale est donc la somme de ces deux fonctions. Considérons le vecteur déplacement de la nouvelle structure

$$\mathbf{D} = \epsilon_0\epsilon_r\mathbf{E} + \epsilon_0\Delta\epsilon_r\mathbf{E} + \underbrace{\epsilon_0\Delta\epsilon_r\mathbf{E}_d}_{\text{Polarisabilité } \mathbf{P}}. \quad (4.20)$$

Le premier terme exprime le déplacement induit par le guide (lumière guidée), le second terme montre l'effet du disque passif sur le champ guidé (pertes et réflexions) et le troisième terme représente l'apport d'énergie induit par le couplage du mode de galerie sur le guide.

Une première hypothèse consiste à négliger le second terme dans l'équation 4.20 en supposant que la perturbation est faible. On ne considère donc que le couplage du disque sur le guide. Par la suite, nous allons procéder de manière similaire au chapitre 2 pour retrouver l'équation d'Helmholtz. Notons que pour cela nous faisons une résolution par partie. Comme précédemment nous découpons l'espace en plusieurs zones, le disque, le guide et l'extérieur de ces deux structures. Dans chacune de ces trois zones, la permittivité diélectrique est constante. Naturellement, les dérivées de  $\epsilon_r$  et  $\Delta\epsilon_r$  font apparaître des termes pondérés par des distributions de Dirac qui représentent l'effet des discontinuités aux interfaces que subit le champ électrique en polarisation TE. Ces discontinuités seront négligées dans ce manuscrit. Le lecteur peut toutefois se reporter à l'annexe C s'il souhaite voir le détail des calculs sans cette hypothèse dans le cas d'un disque perturbé par un réseau.

L'équation d'Helmholtz du système perturbé donne

$$\Delta \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (4.21)$$

On suppose alors que la solution peut se décomposer sur la base des solutions du guide isolé. Cette base est constituée des modes du guide isolé et des modes rayonnés [54]. Nous supposons que l'interaction avec les modes rayonnés est négligeable, c'est à dire que le couplage se fait sans perte. Le champ électrique s'écrit donc

$$\mathbf{E} = \sum_{i=0}^{N_b} c_i^\pm \mathbf{E}_g^{(\pm i)} = \sum_{i=0}^{N_b} c_i^\pm \mathbf{E}_g^{(i)}(y, z) e^{j(\omega t \pm \beta_i)x}, \quad (4.22)$$

où  $N_b + 1$  est le nombre de modes supportés par le guide,  $\mathbf{E}_g^{(i)}(\mathbf{y}, z)$  est la répartition spatiale du champ électrique du mode  $i$  et  $\beta_i$  sa constante de propagation. Les termes  $(c_i^\pm)_{i \in \{0, N_b\}}$  sont les coefficients de couplage. Ils sont directement liés à l'énergie couplée par le disque sur les modes guidés. Notons que le signe  $\pm$  indique que les modes se propagent dans les deux sens sur l'axe  $x$ . En introduisant l'expression 4.22 dans l'équation d'Helmholtz et en supposant une variation lente des coefficients  $(c_i^\pm)_{i \in \{0, N_b\}}$  selon  $x$ ,

$$\left| \frac{d^2 c_i^\pm}{dx^2} \right| \ll \left| \beta_i \frac{dc_i^\pm}{dx} \right|, \quad (4.23)$$

on obtient une équation du premier ordre linéaire

$$\sum_{i=0}^{N_b} 2j\beta_i \mathbf{E}_g^{(i)}(y, z) \left( \frac{dc_i^-}{dx} e^{j\beta_i x} - \frac{dc_i^+}{dx} e^{-j\beta_i x} \right) e^{j\omega t} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (4.24)$$

Nous négligeons les pertes du résonateur. Nous considérons donc que sur une période optique, l'amplitude dans le disque reste constante. Cela nous permet de faire l'approximation  $\omega_{res} + j\alpha \simeq \omega_{res}$ . Nous remplaçons alors  $\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}$  par son expression (cf equation 4.20) et projetons alors cette équation sur le mode guidé d'ordre  $i$ . On obtient

$$\begin{aligned} 2j\beta_i \int_{y,z} \left( \mathbf{E}_g^{(i)}(y, z) \wedge \mathbf{H}_g^{(i)}(y, z)^* \right)_x dydz \left[ \frac{dc_i^-}{dx} e^{j\beta_i x} - \frac{dc_i^+}{dx} e^{-j\beta_i x} \right] \\ = -k_0^2 \Delta \epsilon_r \int_{y,z} \left( \mathbf{E}_d(r, \theta, z) \wedge \mathbf{H}_g^{(i)}(y, z)^* \right)_x dydz, \end{aligned} \quad (4.25)$$

où  $k_0 = \frac{\omega}{c}$  et  $\mathbf{E}_d(r, \theta, z)$  est le champ électrique du mode de galerie. Notons que la lumière provenant du disque en oscillation libre possède la même pulsation que le mode guidé  $\omega = \omega_{res}$ . Cette équation s'écrit plus simplement

$$\left[ \frac{dc_i^-}{dx} e^{j\beta_i x} - \frac{dc_i^+}{dx} e^{-j\beta_i x} \right] = K(x), \quad (4.26)$$

avec

$$K(x) = -\frac{k_0^2 \Delta \epsilon_r \int_{y,z} \left( \mathbf{E}_d(r, \theta, z) \wedge \mathbf{H}_g^{(i)}(y, z)^* \right)_x dydz}{2j\beta_i \int_{y,z} \left( \mathbf{E}_g^{(i)}(y, z) \wedge \mathbf{H}_g^{(i)}(y, z)^* \right)_x dydz}. \quad (4.27)$$

On reconnaît au numérateur l'expression de la puissance couplée par le mode de galerie sur le mode guidé et au dénominateur la puissance guidée qui sert ici de normalisation. En dérivant l'équation 4.26 par rapport à  $x$  et en utilisant une nouvelle fois l'hypothèse de la variation lente, on trouve une deuxième équation

$$\left[ j\beta_i \frac{dc_i^-}{dx} e^{j\beta_i x} + j\beta_i \frac{dc_i^+}{dx} e^{-j\beta_i x} \right] = \frac{dK(x)}{dx}. \quad (4.28)$$

Cette équation associée à l'équation 4.26 nous donne le système suivant

$$\begin{aligned} \frac{dc_i^-}{dx} &= \frac{1}{2} \left[ K(x) - \frac{j}{\beta_i} \frac{dK(x)}{dx} \right] e^{-j\beta_i x}, \\ \frac{dc_i^+}{dx} &= -\frac{1}{2} \left[ K(x) + \frac{j}{\beta_i} \frac{dK(x)}{dx} \right] e^{+j\beta_i x}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Les expressions analytiques des champs  $\mathbf{E}_d$ ,  $\mathbf{E}_g^{(i)}$  et  $\mathbf{H}_g^{(i)}$  sont détaillées dans le chapitre 2 pour le disque et dans l'annexe B pour le guide. Ces expressions étant connues, nous pouvons donc intégrer le système d'équations 4.29 et obtenir la valeur des coefficients de couplage  $(c_i^\pm)_{i \in \{0, N_b\}}$  en sortie de guide<sup>13</sup>. On en déduit la puissance guidée en sortie de guide [65]

$$P_g = \sum_{i=0}^{N_b} |c_i^\pm|^2 \int_{y,z} \left( \mathbf{E}_g^{(i)}(y, z) \wedge \mathbf{H}_g^{(i)}(y, z)^* \right)_x dydz. \quad (4.30)$$

Rappelons que la puissance perdue par le disque par rayonnement s'écrit  $P_r = 2\alpha |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$ . De même la puissance perdue par couplage avec le guide s'écrira  $P_g = 2\alpha_c |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$ . En combinant ces deux équations on obtient aisément

$$\alpha_c = \alpha \frac{P_g}{P_r}, \quad (4.31)$$

où  $P_r = \frac{1}{2} Re \left[ \int_\theta \int_z (\mathbf{E}_d \wedge \mathbf{H}_d^*)_r d\theta dz \right]$  est exprimé par le vecteur de Poynting selon  $r$ . On en déduit le facteur de qualité de la structure

$$Q = \frac{\omega_{res}}{2(\alpha + \alpha_c)} = Q_0 \frac{1}{1 + \frac{P_g}{P_r}}, \quad (4.32)$$

où  $Q_0$  est le facteur de qualité de la cavité isolée. Avant de montrer les résultats numériques de cette méthode et sa validation face à la FDTD, rappelons les hypothèses qui ont été faites,

<sup>13</sup>Le détail de ce calcul sera donné par la suite.

• Nous négligeons les phénomènes de réflexion dus au disque. En effet, le disque ne se comporte pas uniquement comme une source pour le guide. Il représente également une perturbation pour le guide comme le serait un défaut, une rugosité, ou une poussière. Dans notre modèle nous ne tenons pas en compte cet effet. Sur la figure 4.8, nous observons la zone de couplage entre le disque et le guide. Pour la lumière déjà présente dans le guide, le disque ne représente pas une perturbation uniforme. En effet, courbure du disque introduit une perturbation supplémentaire pour le mode guidé et provoque des réflexions et les pertes.

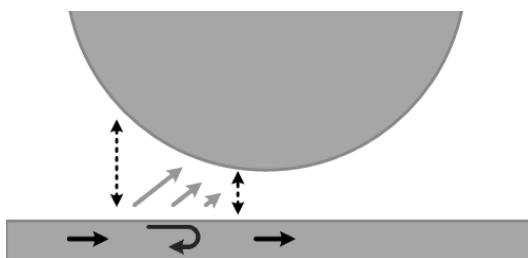


FIG. 4.8: Réflexions et pertes induites par la présence du disque.

- Nous avons négligé dans le calcul du couplage les effets induits par les discontinuités des champs.
- Nous supposons un couplage faible, induisant une variation lente de l'amplitude du champ guidé selon l'axe  $x$ .
- Nous supposons que l'amplitude dans le disque ne varie pas durant le couplage sur une période optique.
- Enfin, nous supposons que l'apport du guide ne modifie pas la pulsation de résonance du résonateur.

Les deux premières approximations peuvent être évitées, nous verrons leurs incidences par la suite. La seconde approximation est propre aux méthodes de perturbations. Elle permet de linéariser les équations et donc de développer le calcul de manière analytique. Enfin les deux dernières approximations vont être validées par la suite lors des vérifications numériques et expérimentales.

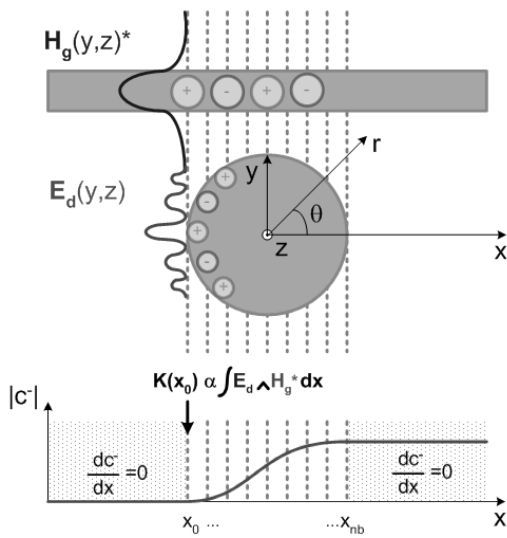
### 4.3 Résultats

Dans ce paragraphe, nous allons détailler la mise en oeuvre du modèle et sa comparaison avec la FDTD dans un cas simple. Considérons un disque dans lequel un mode de galerie est excité et un guide voisin monomode. Une première étape consiste à calculer les cartes de champs du mode de galerie



et du mode fondamental du guide. Sur la figure 4.9a, nous voyons la représentation partielle de ces deux modes. Nous pouvons en déduire le recouvrement des cartes et donc la valeur de  $K(x)$ . Nous discrétisons alors l'axe  $x$  sur la partie en regard avec le disque en  $n_b$  points (pointillés). Nous calculons pour l'ensemble des  $(x_p)_{p \in \{0, n_b\}}$  la valeur des  $K(x_p)$ . En supposant que le couplage est négligeable hors de cette zone. Nous pouvons numériquement intégrer les équations 4.29 et obtenir les valeurs en tout points des  $(c^-(x_p))_{p \in \{0, n_b\}}$  comme l'illustre la courbe au bas de la figure 4.9a. Nous en déduisons la puissance guidée et grâce à l'équation 4.32 le nouveau facteur de qualité.

(a) Mise en œuvre du modèle de perturbation



(b) Etude en FDTD

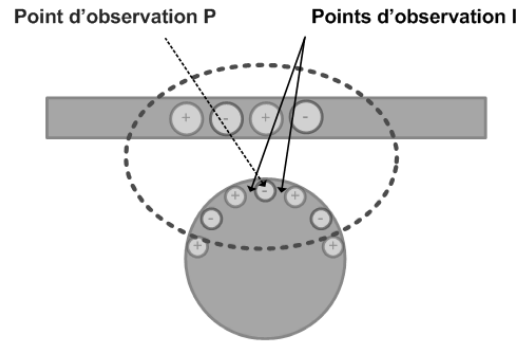
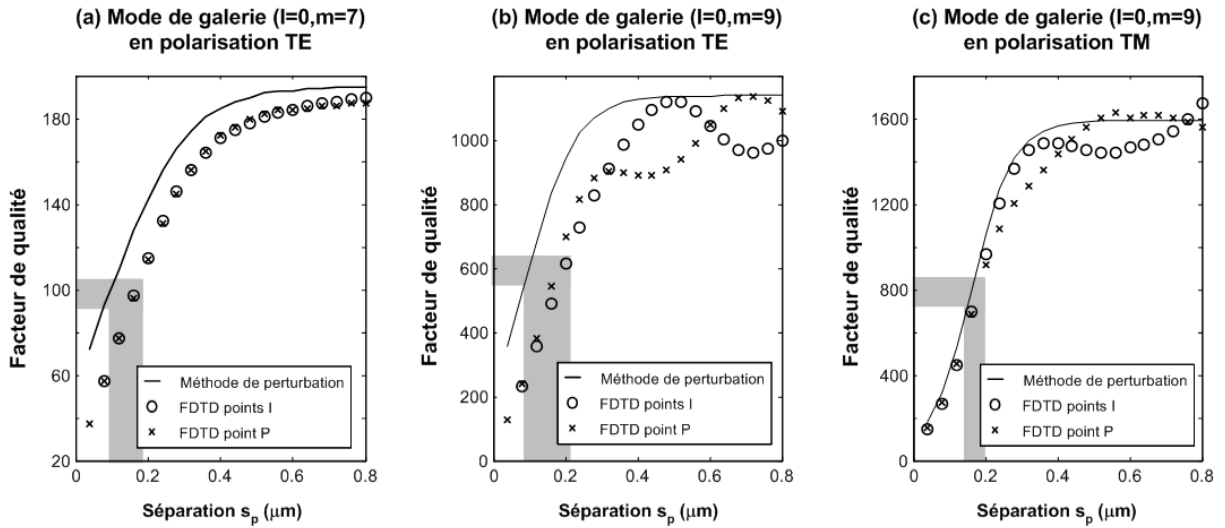


FIG. 4.9: (a) Mise en oeuvre numérique du modèle. (b) Etude FDTD, plusieurs points d'observation du champ sont retenus.

### 4.3.1 Comparaison avec la FDTD

Nous allons comparer les résultats de notre modèle à des simulations FDTD. Pour cela, nous nous intéressons au cas d'un disque d'indice de réfraction  $n_1 = 2,2$  entouré d'air, auprès duquel nous approchons un guide de largeur  $l_g = 0,3 \mu\text{m}$ . Le rayon du disque est de  $1 \mu\text{m}$ . Pour valider notre modèle et nos hypothèses, nous nous intéressons plus particulièrement à la zone de couplage entourée en pointillé sur la figure 4.9b. Nous verrons par la suite que l'observation du champ en des points particuliers, nous a permis d'observer un phénomène intéressant. Ces points sont indiqués par des flèches sur la figure 4.9b. Le point d'observation P, indiqué par la flèche en pointillé, correspond au lobe du champ qui se trouve le plus proche du guide. Les points I sont situés de part et d'autre de ce point, au niveau où le champ

est nul. Les paramètres de simulation de la méthode FDTD sont les mêmes qu'au chapitre 3. Comme précédemment, l'amplitude du champ est relevée en chaque point d'observation en fonction du temps. La transformée de Fourier de cette réponse temporelle nous donne alors la réponse spectrale du résonateur. Sur la figure 4.10, l'évolution des facteurs de qualité calculée par les deux méthodes est présentée en



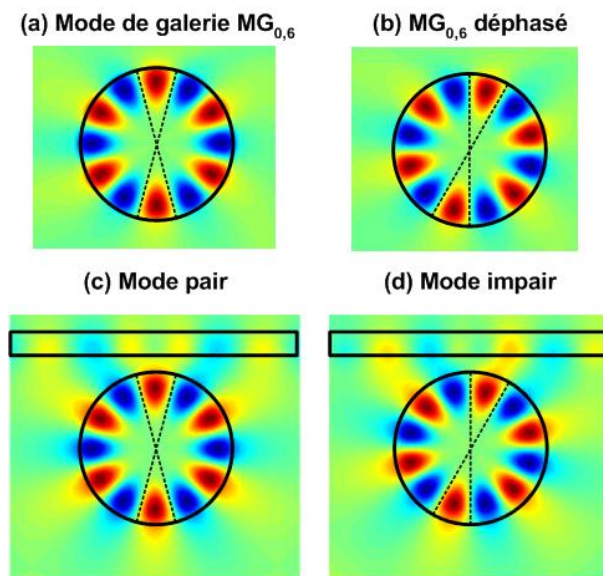
**FIG. 4.10:** Comparaison entre la méthode de perturbation et la méthode FDTD. (a) Cas du mode de galerie (0,7) en polarisation TE. (b) Cas du mode de galerie (0,9) en polarisation TE. (c) Cas du mode de galerie (0,9) en polarisation TM. Les zones où le couplage critique est approché sont grisées.

fonction de la séparation  $s_p$  entre le disque et le guide. Sur la figure 4.10a, les résultats pour le mode de galerie d'ordre ( $l = 0, m = 7$ ) montrent une bonne correspondance entre les deux modèles. Le léger décalage est imputable aux discontinuités du champ électrique qui sont négligées dans notre modèle et qui sont importantes pour la polarisation TE. En effet, pour cette polarisation, le champ électrique est contenu dans le plan ( $y, x$ ). Les discontinuités au niveau des parois du guide et du disque sont donc importantes. Pour ces simulations, nous ne distinguons pas de différences entre les résultats issus de l'observation de l'amplitude aux points P et I. Par contre, sur la figure 4.10b, nous observons une nette distinction des courbes pour les ordres azimutaux supérieurs comme l'ordre  $m = 9$ . Nous avons toujours une bonne correspondance pour les deux modèles, mais nous observons cette fois un phénomène de battement qui diffère pour les deux points d'observation. Les résultats obtenus pour la polarisation TM, sur la figure 4.10c, confirment la présence de ce phénomène. Nous l'appelons levée de dégénérescence, ce qui sera expliqué par la suite. La figure 4.10c montre également que les décalages observés pour les courbes 4.10a et 4.10b pour la polarisation TE ont disparu. Ceci appuie notre interprétation précédente qui impute ces décalages aux discontinuités du champ électrique au niveau des interfaces. Pour conclure, rappelons que

le programme mettant en oeuvre le modèle analytique est particulièrement rapide (quelques secondes pour une simulation, contre plusieurs heures en FDTD sur un PC pentium IV 1.4Ghz).

### 4.3.2 Phénomène de levée de dégénérescence

Le phénomène de levée de dégénérescence relève d'un problème géométrique. Lorsque nous considérons un disque isolé, la symétrie azimutale est parfaite. Ainsi, si on observe un mode stationnaire, par exemple le mode de galerie d'ordres ( $l = 0, m = 6$ ) comme sur la figure 4.11a, il est en tout point similaire au mode stationnaire dont la carte de champ est déphasée d'une quelconque valeur  $\theta$ . Le mode stationnaire représenté sur la figure 4.11b a donc la même nature que celui de la figure 4.11a. Ces deux modes sont dits "dégénérés", ils possèdent la même longueur d'onde de résonance et le même facteur de qualité. Lorsqu'un guide est approché du disque, la symétrie est brisée et un phénomène de levée



**FIG. 4.11:** Les parties réelles du champs électrique de la polarisation TM sont représentées pour (a) le mode de galerie d'ordres ( $m = 7, l = 0$ ), (b) le mode de galerie d'ordres ( $m = 7, l = 0$ ) déphasé de  $\frac{\pi}{12}$ , (c) le mode pair, (d) le mode impair.

de dégénérescence intervient. Ainsi les modes "pair" et "impair" respectivement décrits par les figures 4.11c et 4.11d sont de nature différente. Au voisinage du guide, le mode de galerie s'étend légèrement à l'extérieur de la cavité. Dans le cas du mode pair, un seul extremum de champ s'étend à l'extérieur. Ce léger déplacement du champ introduit une légère augmentation du chemin optique de la lumière dans la cavité. Cela change la longueur d'onde de résonance et le facteur de qualité. Dans le cas impair, deux

extrema du champ sont en regard avec le guide. La variation de la longueur d'onde et du facteur de qualité est donc amplifiée. Les deux modes "pair" et "impair" sont orthogonaux et présentent des longueurs d'onde de résonance et des facteurs de qualité propres. Ainsi, la présence d'une levée de dégénérescence est caractérisée par un dédoublement des pics de résonance dans la réponse spectrale du résonateur. Dans la simulation FDTD précédente, les positions des points d'observations correspondaient exactement au extrema respectifs des modes "pair" et "impair". Nous avons donc pu les distinguer et observer l'effet de la levée de dégénérescence sur le couplage. Ce phénomène n'est pas pris en compte dans notre méthode de perturbation, car il est essentiellement dû aux réflexions et aux effets de discontinuités de l'indice. En effet, les réflexions introduites par le disque créent une onde contra-propagative qui donne naissance à son tour à des modes de galeries stationnaires.

Nous verrons, dans le chapitre suivant, l'observation expérimentale de ce phénomène. Ainsi, pour valider expérimentalement nos études, plusieurs composants ont été étudiés.

- Des disques lasers en Phosphore d'Indium (InP) reportés sur des plaques Silicium sur isolant (SOI) ont été fabriqués. Les plaques de SOI contiennent des guides de Silicium qui se couplent verticalement avec les disques.
- Des filtres réjecteurs et des multiplexeurs/démultiplexeurs en longueur d'onde sur (SOI) ont également été fabriqués. Le couplage avec les guides est dans ce cas horizontal.
- Enfin en marge du domaine du fort confinement, des disques et des tores de silice sur piédestal sur substrat de SOI ont été réalisés.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit comment le disque pouvait être fonctionnalisé en approchant des guides optiques de celui-ci. Le résonateur est alors intégré sur un composant planaire. Trois configurations ont été successivement étudiées : la source laser, le filtre réjecteur et enfin le multiplexeur / démultiplexeur en longueur d'onde. Ces trois études ont montré que la maîtrise du coefficient d'atténuation  $\alpha_c$  lié au couplage avec un seul guide permettait de concevoir des dispositifs optimisés. Nous avons alors décrit une méthode analytique permettant de calculer ce coefficient en fonction des paramètres de la structure. Notre méthode a été validée par comparaison avec la méthode numérique FDTD. Elle présente l'avantage d'être particulièrement rapide tout en étant très efficace. Elle est ainsi la méthode la plus intéressante pour simuler le couplage dans un problème tridimensionnel. Naturellement cette validation numérique appelait une comparaison expérimentale qui est développée dans le chapitre suivant.



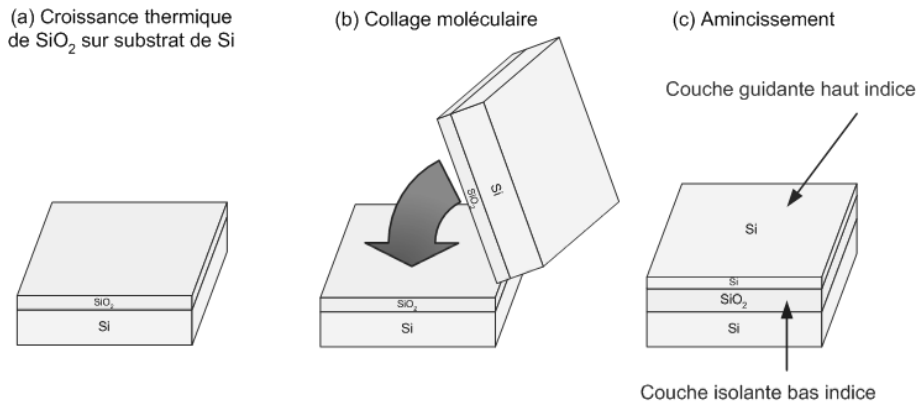
## Chapitre 5

# Validation expérimentale

Dans ce chapitre, la fabrication et la caractérisation des composants optiques que nous avons étudiés seront présentées. Une première partie sera consacrée aux filtres réjecteurs et aux multiplexeurs et démultiplexeurs en longueur d'onde réalisés sur Silicium sur isolant (SOI). Une seconde partie concernera les sources lasers de Phosphore d'Indium (InP) sur SOI et enfin un paragraphe sera dédié aux disques et tores de silice sur piédestal.

### 5.1 Composants passifs sur SOI

Dans cette partie, nous étudierons des composants optiques sur substrat SOI (“Silicon On Insulator”) fabriqués au CEA-LETI en collaboration avec le DRFMC suivant nos spécifications. Le choix du SOI est assez naturel puisqu'il permet à la lumière d'être guidée avec un fort contraste d'indice de réfraction tout en étant compatible avec les processus technologiques de microélectronique. Comme le montrent les figures 5.1a, 5.1b et 5.1c, le SOI est fabriqué à partir de plaques de Silicium monocristallin sur lesquelles une croissance d'oxyde thermique est réalisée (figure 5.1a). On peut alors reporter deux de ces plaques par collage moléculaire (figure 5.1b) puis amincir la couche supérieure de Silicium pour atteindre une épaisseur de l'ordre de 400 nm. On obtient ainsi une couche guidante de Si faisant office de coeur reportée sur une gaine de silice thermique (figure 5.1c). L'épaisseur de la gaine isolante est alors de 1  $\mu\text{m}$ . Ces plaques de SOI commerciales [112] subissent ensuite différents processus technologiques destinés à fabriquer nos composants.



**FIG. 5.1:** (a) Croissance d’oxyde thermique sur un substrat de Silicium monocristallin. (b) Report de plaque par collage moléculaire de deux plaques ainsi préparées. (c) Amincissement de la couche de Silicium guidante.

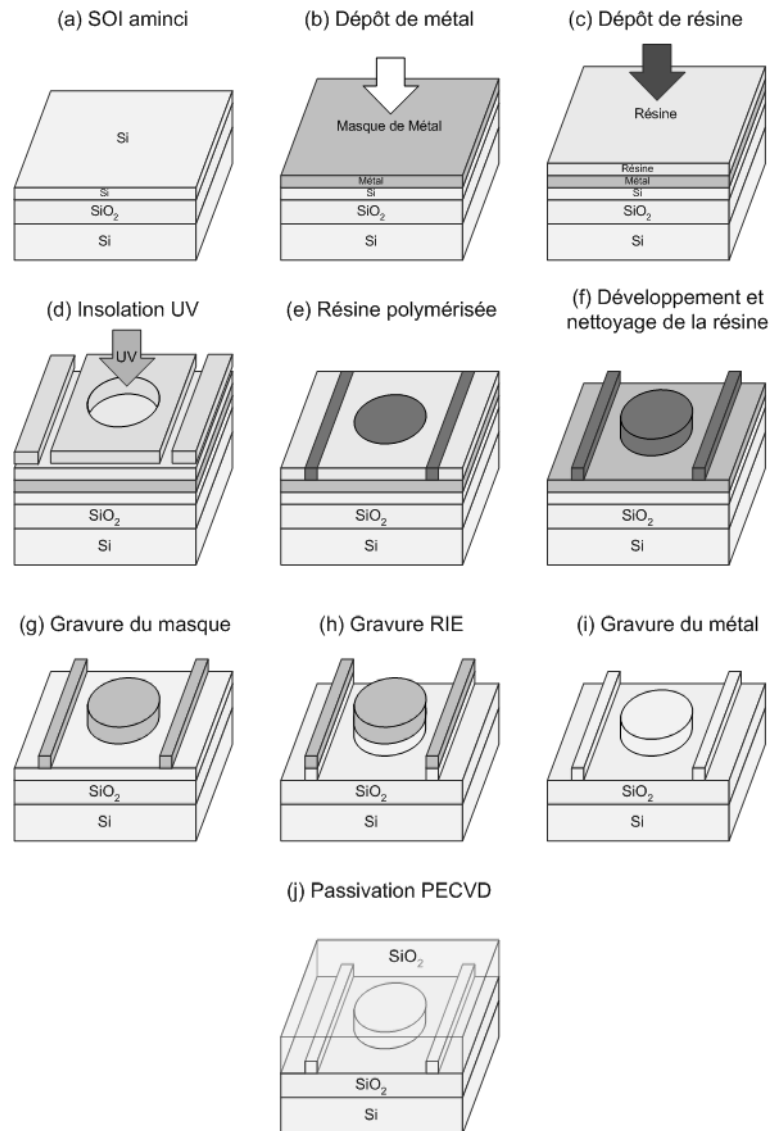
### 5.1.1 Processus technologique

La fabrication de puces en optique intégrée comporte plusieurs difficultés. Chaque fonction de la puce est réalisée par un objet différent. On a ainsi des guides optiques pour le “guidage” de la lumière, des transitions adiabatiques pour améliorer son “injection”, ou des disques résonants pour le “filtrage”. Chacun de ces objets nécessite une attention particulière au niveau de l’optimisation des processus technologiques. La première difficulté est d’obtenir des guides monomodes ayant peu de pertes. Plusieurs guides d’épaisseur et de largeur différentes sont donc fabriqués pour trouver un optimum technologique. Le processus technologique se déroule comme suit.

Une première étape consiste à amincir la couche de Silicium par oxydation thermique afin d’atteindre, comme le montre la figure 5.2a, des épaisseurs de Silicium de 380 et 300nm. On dépose ensuite un masque métallique sur lequel sont gravés les motifs à transférer dans le Silicium (figure 5.2b). Sur ce masque une résine photosensible est étalée puis insolée à travers un masque mère par lithographie optique “deep UV” à  $\lambda = 193$  nm (figures 5.2c et 5.2d). Notons qu’une première série d’échantillons avait été fabriquée par lithographie e-beam avec une résine électro-sensible, mais les discontinuités induites par l’e-beam rendaient les échantillons inutilisables<sup>14</sup>. La résine polymérisée est ensuite développée (figure 5.2e et 5.2f) et le masque métallique gravé (figure 5.2g). Les motifs sont alors retranscrits dans le Silicium par gravure RIE (Reactive Ion Etching) (figure 5.2h), et des guides de largeur 300 nm avec des séparations minimales entre les disques et les guides de 100 nm sont obtenus. Le métal est éliminé et le composant encapsulé sous une couche de 500 nm de silice déposée par PECVD (Plasma Enhanced

<sup>14</sup>En effet, la photo-lithographie e-beam fonctionne sur des fenêtres de petites tailles (qq  $\mu\text{m}$  carrés), pour transférer un masque d’un centimètre carré, il faut donc procéder à plusieurs étapes et assurer un alignement parfait des fenêtres.

Chemical Vapor Deposition) (figures 5.2i et 5.2j). Notons que sans cette étape de passivation, les composants sont trop fragiles et ne supportent aucune contrainte mécanique. Nous avons ainsi caractérisé deux



**FIG. 5.2:** Différentes étapes du processus technologique visant à fabriquer nos échantillons.

géométries différentes de guides dont les dimensions sont retranscrites dans le tableau 5.1. Pour vérifier le fonctionnement et le caractère monomode de ces guides autour de  $\lambda \simeq 1,55 \mu\text{m}$ , nous mesurons l'intensité et le profil du champ en sortie des guides optiques à cette longueur d'onde. On utilise un banc d'optique permettant d'imager le champ en sortie de guide sur une caméra ou un photodétecteur. Ce banc est décrit dans le paragraphe suivant.



|                | Lot n°1 | Lot n°2 |
|----------------|---------|---------|
| Largeur (nm)   | 273     | 288     |
| Épaisseur (nm) | 306     | 394     |

TAB. 5.1: Largeurs et épaisseurs des guides.

### 5.1.2 Caractérisation des guides

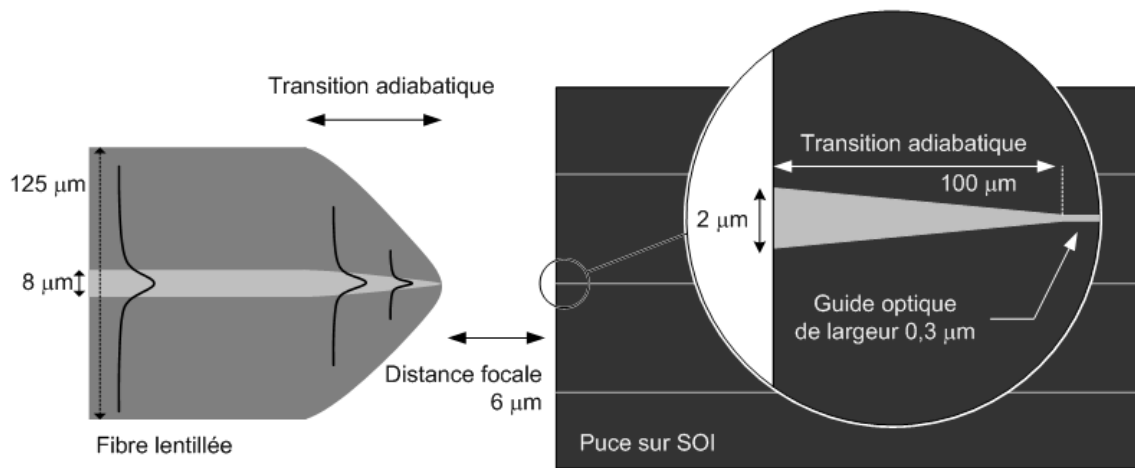
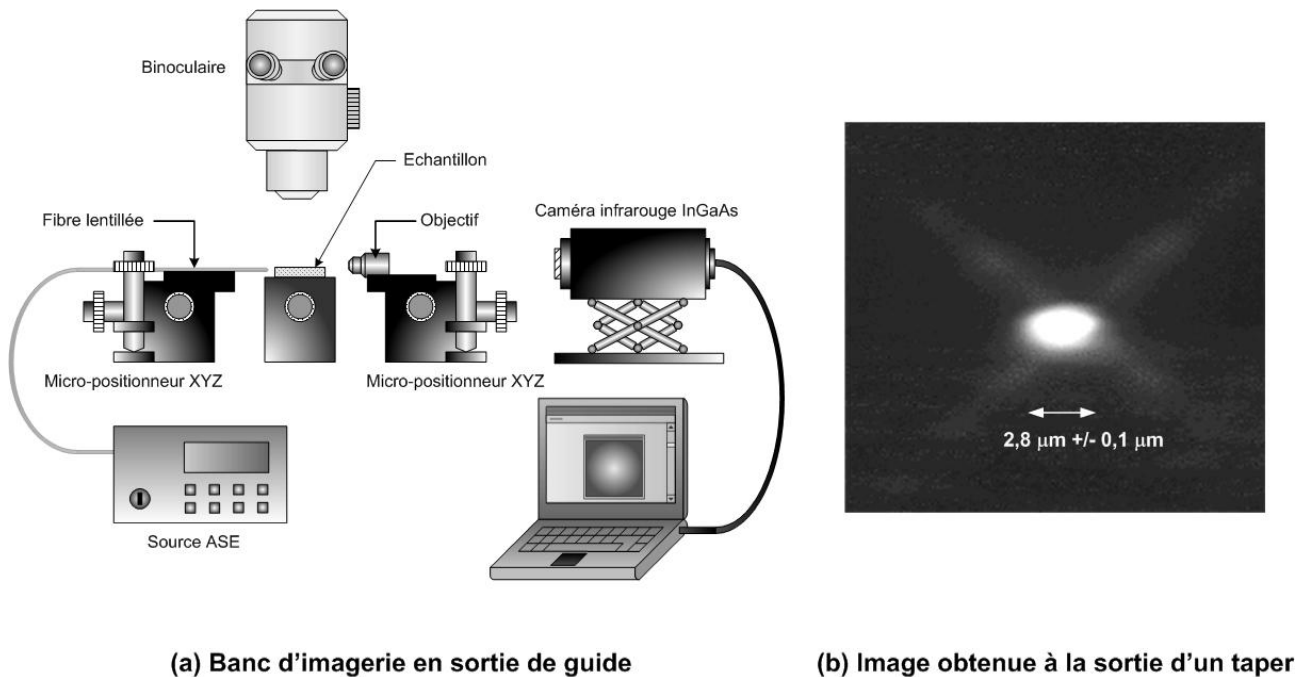


FIG. 5.3: Injection à l’aide d’une fibre optique lentillée dans un guide possédant une transition adiabatique. La fibre permet d’obtenir un champ d’une largeur à mi-hauteur de  $2,5 \mu\text{m}$  à une distance focale de  $6 \mu\text{m}$ . Le champ se couple alors à un guide de  $2 \mu\text{m}$  de large. Une transition adiabatique de  $100 \mu\text{m}$  ramène la largeur de ce guide à  $0,3 \mu\text{m}$ .

Pour pouvoir injecter de la lumière à l’intérieur des guides, il faut prendre en compte la taille sub-micronique des composants. Pour faciliter le couplage, des transitions adiabatiques ou “taper” ont été rajoutées en entrée et sortie de chaque guide. Ces tapers permettent de passer d’un guide d’environ  $0,3 \mu\text{m}$  de large vers un guide d’une largeur de  $2 \mu\text{m}$ ; la longueur de la transition étant de  $100 \mu\text{m}$ , la transmission du mode fondamental est a priori sans perte. De plus, pour pouvoir coupler efficacement dans ces “tapers” de  $2 \mu\text{m}$ , des fibres lentillées sont utilisées lors de l’injection et de la récupération du signal. Ces fibres lentillées, illustrées par la figure 5.3, sont des fibres classiques<sup>15</sup> monomodes à  $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$  de  $8 \mu\text{m}$  de diamètre de coeur et de  $125 \mu\text{m}$  de diamètre de gaine dont une extrémité a été effilée à l’aide d’une flamme et d’un étirage. Leur forme conique leur permet de produire un spot de  $2,5 \mu\text{m}$  de largeur à une distance focale de  $6 \mu\text{m}$  de l’extrémité de la fibre.

<sup>15</sup>Des fibres à maintien de polarisation ont été également utilisées.

Pour vérifier, le fonctionnement des guides et leur caractère monomode, nous procédons à une première mesure qui consiste à imager la sortie d'un guide optique lorsque de la lumière y est injectée. Comme le montre la figure 5.4a, une source à émission spontanée amplifiée (ASE) est utilisée. Cette source qui est une fibre dopée Erbium pompée par une diode laser émet un spectre large autour de 1550 nm caractéristique de l'émission spontanée de l'Erbium [113]. La lumière est injectée dans l'échantillon grâce à la fibre lentillée que l'on positionne à l'aide de micro-positionneurs et d'une binoculaire. La sortie des guides est alors imagée sur une caméra infrarouge InGaAs. On obtient comme le montre



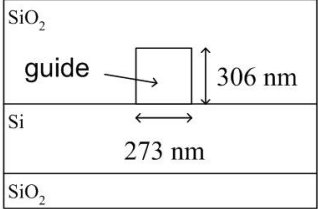
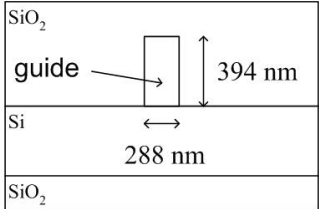
(a) Banc d'imagerie en sortie de guide

(b) Image obtenue à la sortie d'un taper

**FIG. 5.4:** (a) Banc d'imagerie du champ en sortie de guide. (b) Image obtenue pour un guide monomode. Le changement de position de la fibre d'entrée permet de coupler favorablement sur les différents modes de la structure. Ici, aucun autre mode n'a été détecté. La largeur à mi hauteur du spot est de  $2,8 \mu\text{m} \pm 0,1 \mu\text{m}$ . Elle est due aux transitions adiabatiques ou "tapers" placées aux extrémités des guides.

la figure 5.4b un spot unique. Pour vérifier la monomodicité, la fibre lentillée est déplacée afin d'exciter préférentiellement les modes d'ordres supérieurs et faire apparaître un second lobe caractéristique du mode d'ordre 1. Dans notre cas, aucun lobe n'est apparu, les guides sont donc monomodes sur la plage de longueurs d'ondes utilisée <sup>16</sup>. Pour finir, une étude en polarisation a montré que les guides ne guidaient pas toujours les deux polarisations. Le bilan de nos deux lots est résumé sur le tableau de la figure 5.5.

<sup>16</sup>Notons que le même résultat est obtenu avec une source Laser.

| Lot n°1  | Lot n°2   |
|--|---|
| il ne laisse passer que la polarisation TM   | il laisse passer les deux polarisations : TE et TM                                  |
|  |  |

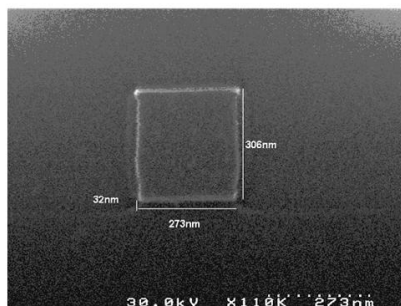


Image MEB du lot n°1

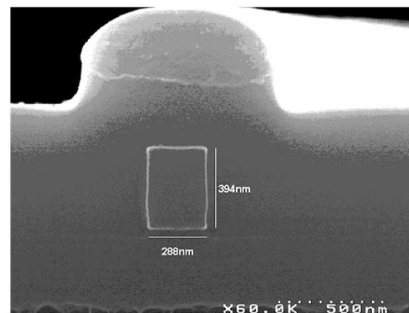


Image MEB du lot n°2

FIG. 5.5: Différents guides obtenus. Les images MEB de nos échantillons ont été réalisées au LETI.

Une fois le fonctionnement et la modicité des guides optiques vérifiés<sup>17</sup>, nous pouvons caractériser nos filtres réjecteurs et démultiplexeurs. Ces deux composants sont des filtres en longueur d'onde. Comme on a pu le voir au chapitre 4, le démultiplexeur ne se différencie du filtre réjecteur que par la récupération du signal résonant. Pour ces deux composants, on cherche donc à mesurer la longueur d'onde du filtre, son taux de réjection, le facteur de qualité du résonateur et l'évolution de ces paramètres en fonction de la séparation entre le résonateur et les guides.

### 5.1.3 Filtre réjecteur

Nous nous intéressons d'abord au filtre réjecteur présenté sur la figure 5.6. Il s'agit d'un disque de  $8 \mu\text{m}$  de diamètre couplé avec un seul guide. Les filtres ont été réalisés pour trois séparations différentes  $0,6 \mu\text{m}$ ,  $1,25 \mu\text{m}$  et  $1,75 \mu\text{m}$ . Les deux dernières séparations correspondent aux séparations idéales permettant d'atteindre le couplage critique pour les polarisations TE et TM. Celles-ci supposent que les disques fabriqués aient des facteurs de qualité extrêmement élevés ( $Q > 10^6$ ) capables d'être sensibles à la moindre perturbation provenant de structures éloignées. La première valeur de séparation  $0,6 \mu\text{m}$  est dédiée à des facteurs de qualité moindres. Après avoir vérifié le fonctionnement des guides comme indiqué au paragraphe précédent, nous procédons à une analyse spectrale du filtre. Pour faire cette étude il existe deux méthodes. Nous pouvons soit injecter dans le composant un signal de grande largeur spectrale et analyser la réponse du composant à l'aide d'un spectromètre optique (Anuritsu MS9710B); soit utiliser une source laser accordable en longueur d'onde et placer un détecteur à la sortie des guides. La première méthode est plus rapide à mettre en oeuvre. Nous excitons les modes guidés avec la source ASE à spectre large, et nous analysons la lumière en sortie de guide dans un spectromètre optique. Cette mesure montre assez vite ses limites puisque beaucoup de résonances dépassent la limite de résolution du spectromètre ( $0,07 \text{ nm}$ ) avec des facteurs de qualité supérieurs au maximum mesurable  $Q_{max} \simeq 10000$ .

#### 5.1.3.1 Caractérisation et levée de dégénérescence

Pour obtenir une meilleure résolution en longueur d'onde, nous avons utilisé une source laser accordable Tunicas PRI (Photonetics) d'une résolution maximale de 1 picomètre. Ce banc de mesure est représenté sur la figure 5.7. La source remplacée, nous positionnons un photodétecteur en sortie de guide.

<sup>17</sup>Nous n'avons pas étudié les pertes de ces guides. Les mesures de pertes réalisées par nos collaborateurs du LEOM sur des échantillons similaires montrent des pertes de propagation de l'ordre de 8 dB/cm. Avec notre banc, nous évaluons nos pertes d'insertion aux environs de 20 dB.

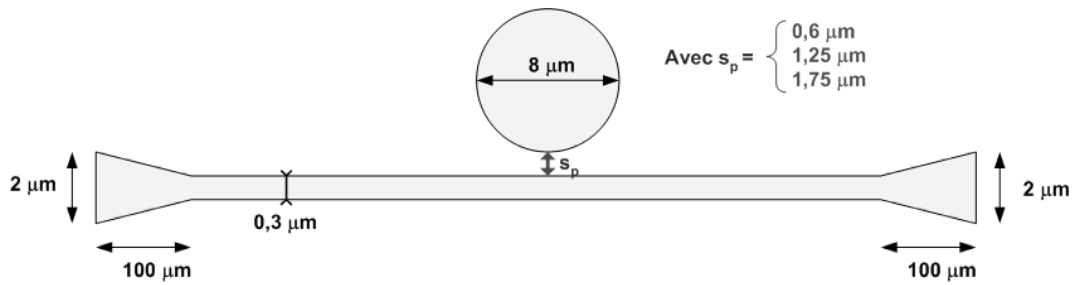


FIG. 5.6: Structure du filtre réjecteur

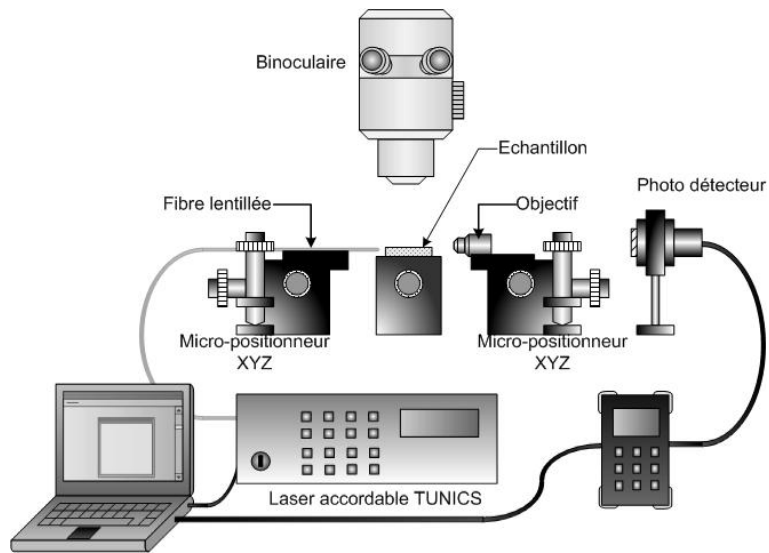
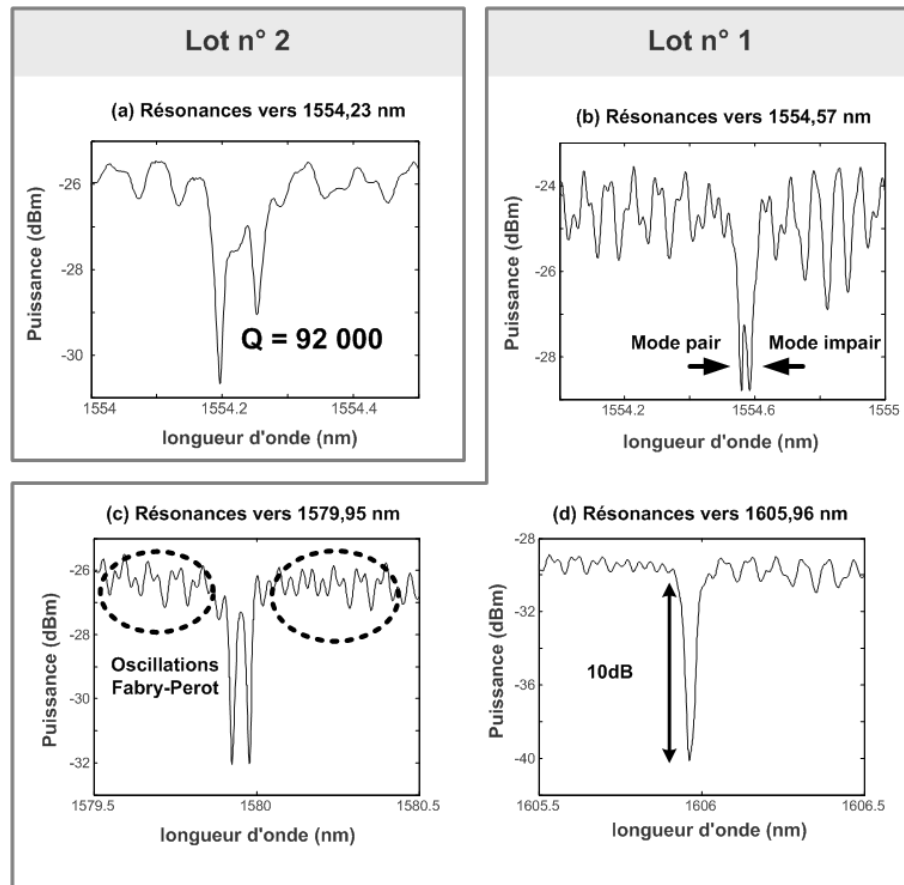


FIG. 5.7: Banc de caractérisation spectrale avec une source Laser accordable.

L'acquisition en puissance du détecteur est synchronisée en longueur d'onde avec le laser accordable à l'aide d'un ordinateur. Ainsi, le balayage en longueur d'onde est pris en charge par l'ordinateur, qui tient compte du temps de réponse de la source laser (150 ms par changement de  $\lambda$ ), et des changements de calibration du photodétecteur<sup>18</sup>. Un premier balayage avec une résolution de 5 picomètres permet de bien situer la résonance. Un balayage fin est ensuite réalisé au voisinage de la résonance. Sur la figure



**FIG. 5.8:** (a) Spectre montrant la levée de dégénérescence du mode de galerie et un facteur de qualité de  $Q = 92000$  sur un échantillon du lot n°2. (b) Identification des résonances des modes stationnaires issues de la levée de dégénérescence (lot n°1). (b) Observation d'oscillations Fabry-Pérot dans le signal hors résonance (lot n°1). (c) Impossibilité d'observer la levée de dégénérescence pour les faibles facteurs de qualité (lot n°1). Facteur d'extinction mesuré d'environ 10 dB. Notons que les courbes ne sont pas normalisées car les plages de longueurs d'onde sont très faibles et le laser accordable possède un asservissement en puissance et en longueur d'onde.

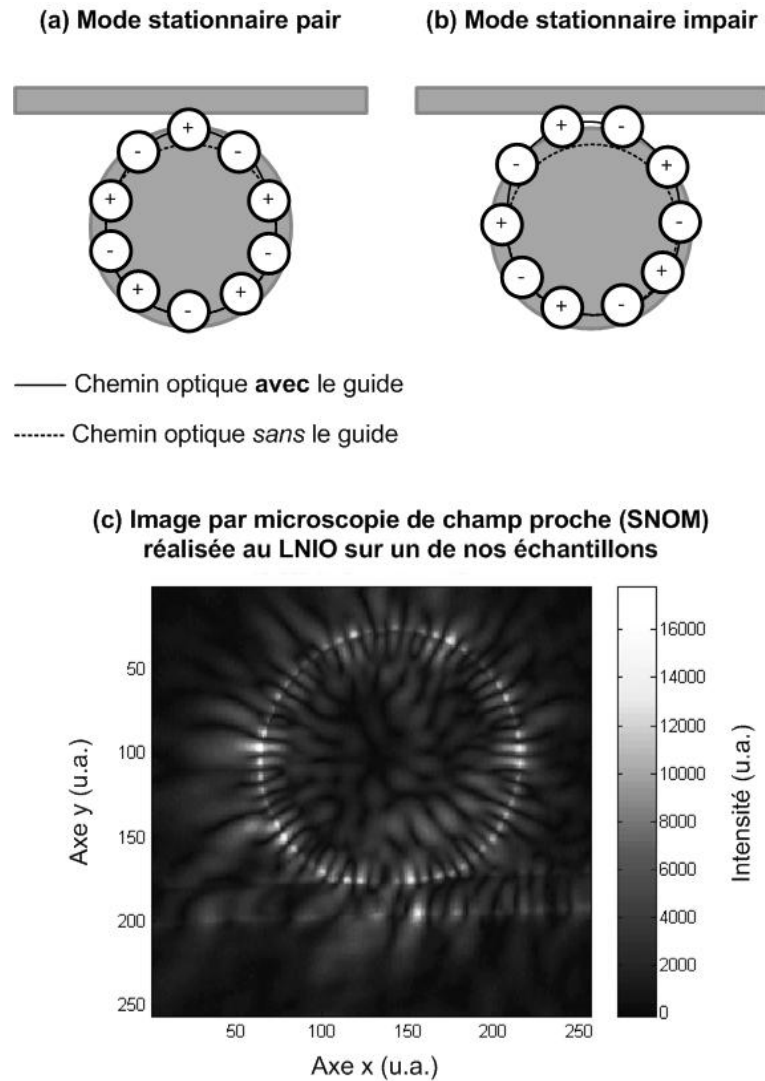
5.8a, nous observons autour de la longueur d'onde de 1554,23 nm, un dédoublement très net du pic de

<sup>18</sup>Pour normaliser nos mesures, un spectre est réalisé sans échantillon. cette mesure nous permet de nous affranchir de la réponse spectrale du détecteur et des optiques.

résonance. La séparation des deux pics est d'environ 60 pm. Il s'agit du phénomène de levée de dégénérescence décrit au chapitre précédent. Le rapprochement du guide a brisé la symétrie de la structure, ce qui permet d'isoler deux résonances distinctes. La première résonance est liée au mode stationnaire pair qui a un extremum de champ en face du guide et la seconde résonance correspond au mode impair qui a un zéro en face du guide. En effet, comme le montrent les schémas 5.9a et b, le mode pair n'a qu'un seul lobe en face du guide (5.9a), son chemin optique effectif est plus court que celui du mode impair (5.9b) ayant un zéro de champ en face du guide. Cette interprétation a été en partie confirmée par de récentes mesures en microscopie en champ proche (SNOM) réalisée au laboratoire LNIO sur nos échantillons. Ainsi, l'échantillon a été excité pour chaque longueur d'onde de résonance pendant que l'environnement de la zone de couplage était imagé. Cette mesure a confirmé la présence d'un mode stationnaire et non propagatif. En effet, on distingue bien des maxima et des zéros d'intensité. Pour confirmer l'hypothèse de la levée de dégénérescence, la pointe SNOM a été placée sur un maximum d'intensité du mode pair. La longueur d'onde du laser accordable a alors été déplacée à la résonance du mode impair. La pointe qui détectait un maximum d'intensité mesure alors un zéro d'intensité (intensité minimum). La pointe se trouve donc entre deux extrema de champ, ce qui confirme la présence d'un mode impair. Sur la figure 5.8a, la résonance la plus fine montre un facteur de qualité de 92000. Ce résultat a été obtenu sur un échantillon du lot n°2. Lorsqu'on s'intéresse aux autres résonances, nous remarquons que la levée de dégénérescence est toujours présente. Ainsi, les figures 5.8b et 5.8c, associées à un échantillon du lot n°1, présentent des levées de dégénérescence autour de 1554,57 nm et 1579,95 nm. D'autre part, des phénomènes d'oscillations ont été observés au niveau du signal hors résonance, comme l'indique la figure 5.8c. Ces oscillations sont dues en grande partie à la cavité Fabry-Pérot formée par le guide et les interfaces air/Silicium qui agissent comme des miroirs. En faisant une transformée de Fourier de ce signal, nous pouvons détecter la présence de trois cavités. Elles sont dues à la présence du disque qui joue également un rôle de réflecteur et crée ainsi deux sous-cavités Fabry-Pérot. Finalement, la figure 5.8d montre que la levée de dégénérescence ne peut être observée lorsque des longueurs d'ondes plus élevées sont étudiées. En effet, pour des longueurs d'ondes de résonance plus élevées, le facteur de qualité est plus faible. Les pics s'élargissent donc au point de masquer le dédoublement. Notons ici, que le facteur de réjection est de l'ordre de 10 dB pour un facteur de qualité de 38000.

### 5.1.3.2 Accordabilité en température

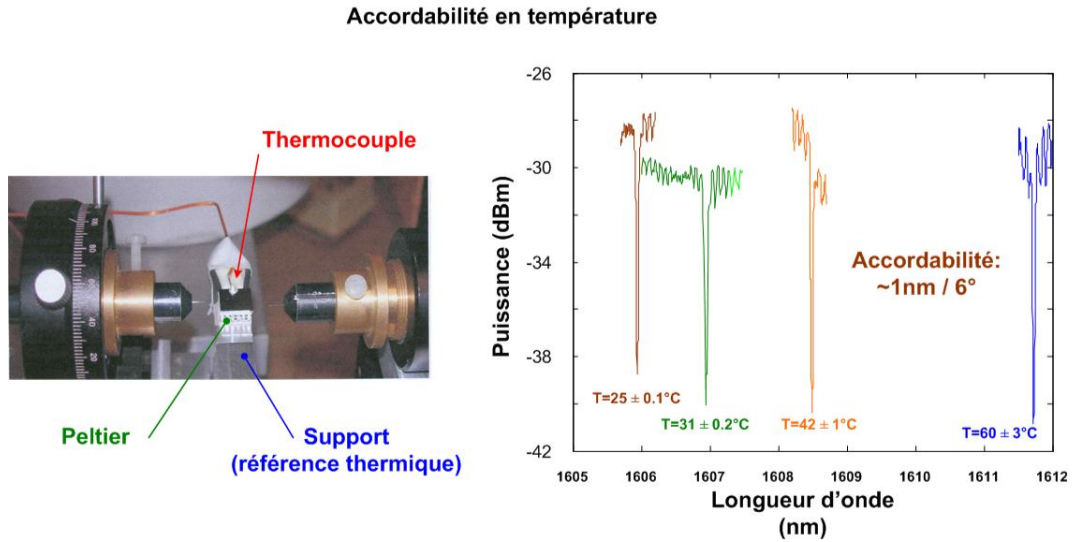
Nous avons également étudié l'effet de la variation en température sur les caractéristiques du système. Pour cela nous avons rajouté un module à effet Peltier sous le composant comme le montre la



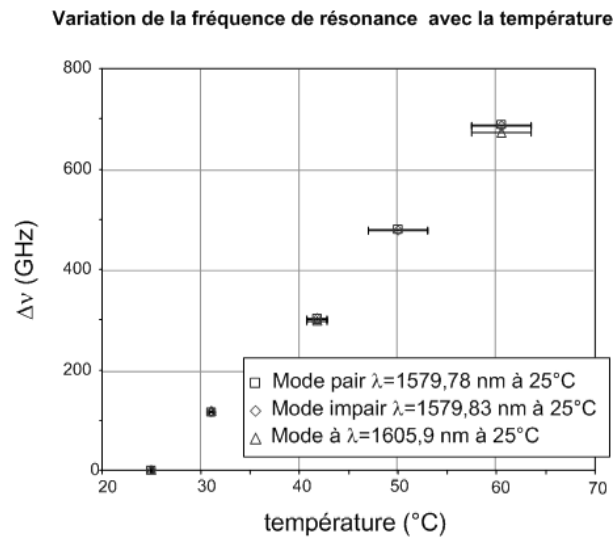
**FIG. 5.9:** (a) Chemin optique du mode pair, (b) Chemin optique du mode impair. Les pointillés correspondent au chemin optique de la lumière quand le guide est retiré. On remarque que le chemin optique du mode pair est plus court. (c) Image SNOM obtenue pour un disque de  $8 \mu\text{m}$  excité à une des résonances dédoublées. On souligne la présence d'un mode stationnaire et non propagatif. Ce qui témoigne en faveur de notre interprétation. Notons que les légères discontinuités ne sont pas dues au guide mais à la topologie de la surface de l'échantillon



photo de la figure 5.10. Le module Peltier est alimenté en courant stabilisé de façon à obtenir une différence de température relativement stable entre l'échantillon et la céramique de référence en contact avec le support. Tous les contacts thermiques sont assurés grâce à de la laque d'argent. Le support possédant une inertie thermique élevée garantit la stabilité thermique. Un thermocouple est également ajouté à la surface de l'échantillon pour contrôler la température. Le Silicium est suffisamment bon conducteur thermique pour que la température du composant soit considérée comme uniforme. Ce montage permet de mesurer des températures allant de 25 °C à 70 °C, nous pouvons donc observer l'évolution des résonances en fonction de la température. Cependant, la stabilité en température n'est pas assurée pour les hautes températures. Ainsi, à partir de 40 °C, la précision en température n'est plus que de  $\pm 5$  °C. Les résultats obtenus pour la résonance autour de 1606 nm à 25 °C sont présentés sur la figure 5.10. Nous obtenons une accordabilité d'environ  $\simeq 1$  nm/6 °C. Lorsque nous observons la variation en température des longueurs d'ondes de résonance autour de 1579 nm (à 25 °C), nous observons un déplacement des fréquences de résonance identique à celui observé sur la résonance à 1606 nm (à 25 °C). Ce décalage du peigne de résonance illustré par la figure 5.11, nous indique que le peigne se décale de 19,3GHz par °C. Notons que la température peut varier pendant la mesure. Ainsi, il faut 11 minutes pour décrire une bande spectrale de 1 nm, avec un pas de 1 picomètre. De plus, le couplage peut varier pendant ce temps ce qui cause les variations d'amplitude moyenne observées. Il est donc envisagé à terme de fabriquer un circuit électronique permettant d'asservir le module Peltier avec le thermocouple afin d'avoir un contrôle précis en température. Cette étude montre que l'utilisation d'un tel filtre nécessite obligatoirement un packaging dédié au maintien de la température. Notons que tous les résultats que nous venons de présenter ont été obtenus pour une séparation entre le disque et le guide de 0,6  $\mu\text{m}$ . Aucune résonance n'a été détectée pour les autres séparations. Cela provient du fait que les facteurs de qualité expérimentaux pour les disques de 8  $\mu\text{m}$  de diamètre sont bien inférieurs à ceux attendus. Nos calculs ne tenant pas compte de ces aléas expérimentaux, nous attendions des disques aux résonances extrêmes capables de se coupler efficacement avec des guides très éloignés. Finalement, les disques produits étaient moins performants, si bien que seule la séparation la plus faible (0,6  $\mu\text{m}$ ) a permis le couplage. Les échantillons mettant en oeuvre des séparations supérieures ( $s_p = 1,25$   $\mu\text{m}$  et  $s_p = 1,75$   $\mu\text{m}$ ) montrent que de trop grandes séparations empêchent tout couplage. Cela correspond au régime de sous couplage décrit au 4.1.2.1. Par la suite, nous allons nous intéresser aux résultats des démultiplexeurs à base de disques de 3  $\mu\text{m}$  et 3,2  $\mu\text{m}$ . Ces composants qui mettent en oeuvre des disques de tailles inférieures, ont des facteurs de qualité moins élevés. Ces disques ont permis d'observer des performances plus proches de la théorie.



**FIG. 5.10:** A gauche, photo du banc mettant en oeuvre un module à effet Peltier et un thermocouple. A droite, évolution de la longueur d'onde de résonance en fonction de la température.



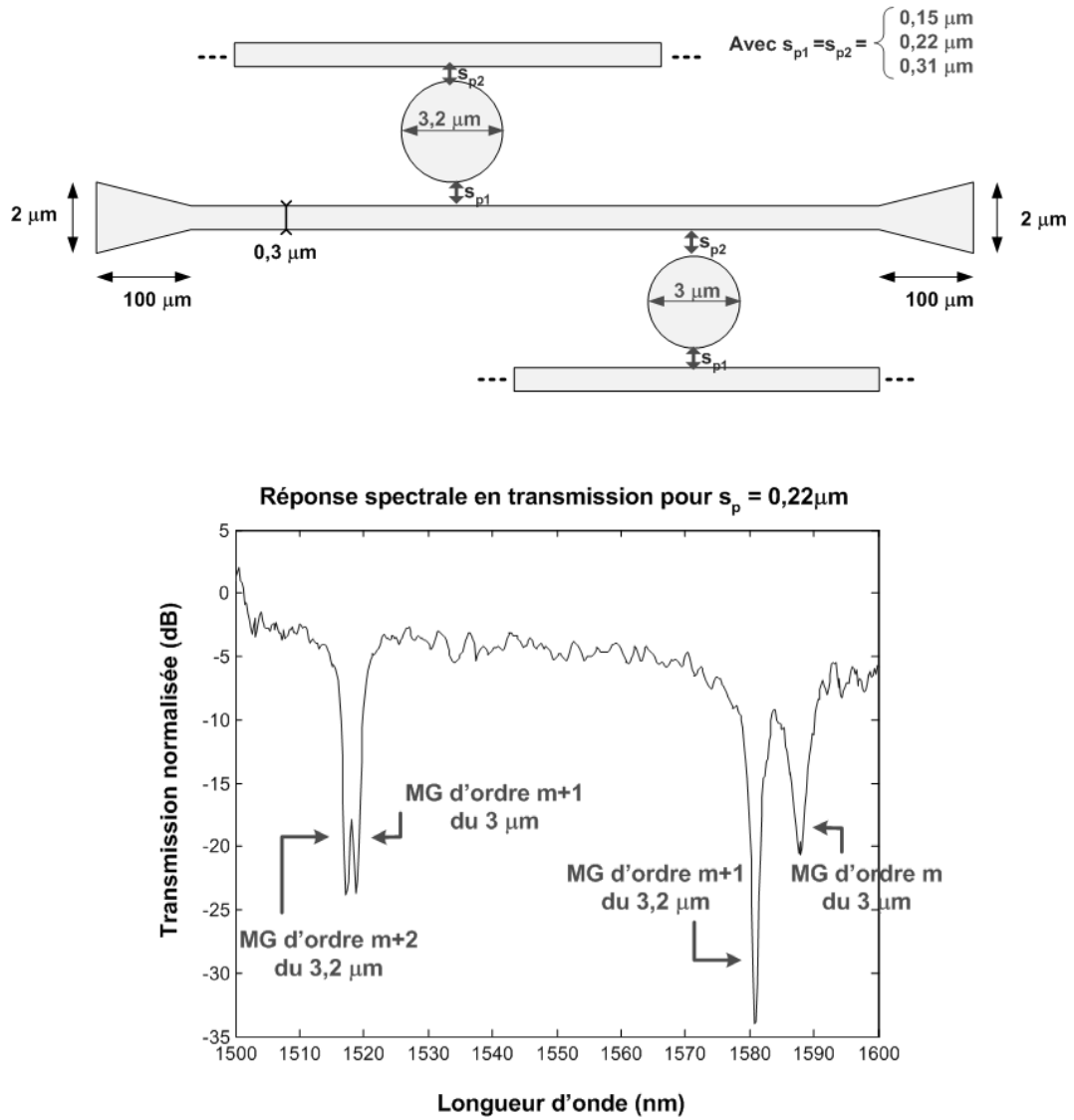
**FIG. 5.11:** Déplacement de la longueur d'onde de résonance  $\frac{\delta\lambda}{\lambda}$  en fonction de la température pour différentes résonances. On prend pour origines les longueurs d'onde de résonance à  $T = 25^\circ\text{C}$ . On observe une variation de 19,2GHz par °C.

### 5.1.4 Démultiplexeurs à bases de disques de $3 \mu\text{m}$ de rayon

Etant donné les problèmes que soulèvent les grands disques ( $Q$  expérimental «  $Q$  théorique), nous nous sommes intéressés, pour le fonctionnement en démultiplexeur, à des disques plus petits. Les petits disques ont l'avantage d'être moins multi-modes et ne présentent pas de levées de dégénérescence mesurables car ils ont des facteurs de qualité bien inférieurs. Dans le cas présent, nous avons une structure à deux disques de  $3 \mu\text{m}$  et  $3,2 \mu\text{m}$  de diamètre avec comme précédemment trois séparations  $0,15 \mu\text{m}$ ,  $0,22 \mu\text{m}$  et  $0,31 \mu\text{m}$ <sup>19</sup>. Cette fois, les trois séparations ont pour but de décrire l'évolution du facteur de qualité en fonction de la séparation et d'obtenir le meilleur fonctionnement. Une première étude consiste à utiliser le démultiplexeur comme un filtre et d'en mesurer les propriétés. Sur la figure 5.12, la structure est représentée avec un spectre de transmission correspondant à la séparation  $0,22 \mu\text{m}$ . On peut y voir quatre résonances. Autour de  $1585 \text{ nm}$ , nous pouvons distinguer une résonance à  $1581 \text{ nm}$  et une résonance à  $1588 \text{ nm}$ . Pour pouvoir associer chaque résonance à son disque, nous effectuons la mesure sur un échantillon ne possédant qu'un seul disque de  $3 \mu\text{m}$ . Il semble alors que la résonance à  $1581 \text{ nm}$  corresponde à la longueur d'onde extraite par le disque de  $3,2 \mu\text{m}$  et la résonance à  $1588 \text{ nm}$  liée au disque de  $3 \mu\text{m}$ . Curieusement, la longueur d'onde de résonance la plus élevée ne correspond pas au disque de plus grand diamètre (A priori  $2\pi a \simeq \frac{m\lambda_{res}}{n}$ , cf figure 1.9). Cela s'explique très simplement, lorsque nous changeons le rayon du disque, le peigne de résonances va se déplacer en longueur d'onde. Une simulation utilisant l'EIM montre qu'on devrait obtenir un intervalle spectral d'environ  $76 \text{ nm}$  entre deux résonances. De plus, le déplacement du peigne de résonances est d'environ  $43 \text{ nm}$  pour une variation de  $0,1 \mu\text{m}$  de diamètre. On en déduit que les résonances observées pour le disque de  $3,2 \mu\text{m}$  correspondent au peigne de résonances du disque de  $3 \mu\text{m}$  décalé de  $86 \text{ nm}$  vers les grandes longueurs d'ondes soit un peu plus que l'intervalle spectral précédent. Ainsi, les deux résonances à  $1581 \text{ nm}$  et  $1588 \text{ nm}$  que nous observons correspondent à deux ordres azimutaux différents que nous noterons  $m$  ( $1581 \text{ nm}$ ,  $3,2 \mu\text{m}$  de rayon) et  $m + 1$  ( $1588 \text{ nm}$ ,  $3 \mu\text{m}$  de rayon). Il en est de même pour les deux résonances autour de  $1518 \text{ nm}$  qui correspondent aux modes de galerie d'ordres azimutaux supérieurs  $m + 1$  et  $m + 2$ . Notons que le spectromètre optique ne permet pas ici de discriminer totalement les deux pics. L'intervalle spectral mesuré entre deux résonances est de  $69 \text{ nm}$ . Il est du même ordre de grandeur que la prédiction faite par l'EIM qui est une méthode approximative.

Le résumé des mesures sur ce type de structure est présenté dans les tableaux de la figure 5.2. On y reporte les longueurs d'onde des résonances observées, les facteurs de qualité et les facteurs de réjection

<sup>19</sup>Notons que comme expliqué au chapitre 4, les séparations  $s_{p1}$  et  $s_{p2}$  sont prises égales afin d'obtenir une structure symétrique capable de fonctionner en multiplexeur comme en démultiplexeur de manière égale. On note  $s_p = s_{p1} = s_{p2}$ .



**FIG. 5.12:** Haut : Démultiplexeur utilisant des disques de  $3 \mu\text{m}$  et  $3,2 \mu\text{m}$  de diamètre. Bas : Spectre en transmission obtenu.

mesurés. Ces mesures sont données pour chaque séparation et pour les deux disques.

|                                    | disque de 3,2 $\mu\text{m}$ de diamètre |                      | disque de 3 $\mu\text{m}$ de diamètre |                      |
|------------------------------------|---|----------------------|---------------------------------------|----------------------|
| séparation $s_p$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\lambda_{m+1}$ (nm)                    | $\lambda_{m+2}$ (nm) | $\lambda_m$ (nm)                      | $\lambda_{m+1}$ (nm) |
| 0,15                               | 1583                                    |                      |                                       |                      |
| 0,22                               | 1581                                    | 1518                 | 1588                                  | 1519                 |
| 0,31                               | 1579                                    | 1516                 | 1585                                  | 1517                 |

| séparation $s_p$ ( $\mu\text{m}$ ) | $Q_{m+1}$ | $Q_{m+2}$ | $Q_m$ | $Q_{m+1}$ |
|------------------------------------|-----------|-----------|-------|-----------|
| 0,15                               | 110       |           |       |           |
| 0,22                               | 563       | 918       | 391   | 852       |
| 0,31                               | 996       | 2139      | 643   | 1423      |

| séparation $s_p$ ( $\mu\text{m}$ ) | $T_{m+1}$ (dB) | $T_{m+2}$ (dB) | $T_m$ (dB) | $T_{m+1}$ (dB) |
|------------------------------------|----------------|----------------|------------|----------------|
| 0,15                               |                |                |            |                |
| 0,22                               | 18             | 22             | 10         | 14             |
| 0,31                               | 10             | 10             | 5          | 5              |

**TAB. 5.2:** Résultats pour les disques de 3  $\mu\text{m}$  de diamètre. Les longueurs d’ondes sont mesurées à 20 picomètres près, les facteurs de qualité à 4% près et les transmissions  $T = \frac{P_r}{P_t}$  à  $\pm 0,4$  dB près. Notons que pour les faibles séparations, les facteurs de qualité étaient si faibles que nous ne pouvions séparer les résonances des deux disques.

- Le premier tableau, montre que la longueur d’onde de résonance varie peu avec la séparation entre le guide et le disque. On observe ainsi moins de 4 nm de variation pour les trois séparations ce qui confirme les simulations FDTD et l’hypothèse que nous avons faite pour la méthode de perturbation au chapitre 4. En effet, le rapprochement du guide vers le disque augmente très légèrement le chemin optique de la lumière qui “déborde” du disque vers le guide, ce qui augmente la longueur d’onde de résonance.

- De plus, pour ces trois séparations le facteur de qualité est affecté d’une manière qui correspond bien aux prédictions du modèle de perturbation. Ainsi, nous avons une augmentation du facteur de qualité avec la séparation. Des échantillons mettant en oeuvre des séparations plus élevées feraient probablement apparaître une zone de saturation du facteur de qualité, correspondant au cas où le guide aurait été

suffisamment éloigné pour que le disque ne ressente plus sa présence. Ce cas a d'ailleurs été observé pour les grandes séparations du filtre réjecteur à base de disques de  $8 \mu\text{m}$  de diamètre. Notons que ces résultats tiennent à des facteurs de qualité qui ne se différencient des prévisions théoriques que d'un facteur 10. En observant la photo MEB de la figure 5.13a, on voit que cela provient d'une assez bonne correspondance entre le diamètre attendu du disque (ici  $3 \mu\text{m}$ ) et le diamètre réel ( $2,93 \mu\text{m}$ ) et d'une rugosité des flancs du disque raisonnable.

- Enfin, le dernier tableau montre que le maximum d'extinction mesuré était pour la séparation  $s_p = 0,22 \mu\text{m}$  où un facteur de 22 dB est mesuré. On observe pour  $s_p = 0,31 \mu\text{m}$  le régime de sous-couplage prédit par la théorie. Pour la séparation de  $0,15 \mu\text{m}$ , les facteurs de qualité sont trop dégradés et on ne peut plus séparer les résonances des disques de  $3 \mu\text{m}$  et  $3,2 \mu\text{m}$  de diamètre. Sur un composant avec un seul guide, on constate que le facteur d'extinction augmente ce qui correspond au fonctionnement attendu puisqu'il n'existe pas de couplage critique pour le cas symétrique.

Nous allons maintenant vérifier le fonctionnement du composant en démultiplexeur. Nous allons pour cela observer le signal dans les bras de récupération.

#### 5.1.4.1 Analyse des bras de récupération

Les figures 5.13b, c et d montrent les bras de récupération (3) et (4) des disques de  $3,2 \mu\text{m}$  et  $3 \mu\text{m}$  de diamètre. Les séparations des bras de récupération de nos échantillons sont symétriques. Nous avons pris ce compromis pour lequel la structure fonctionne de manière égale en multiplexeur et en démultiplexeur. En contre partie, comme nous l'avons vu au chapitre 4, les performances du composant sont limitées. Sur le spectre de gauche, nous avons superposé la réponse en transmission de la voie (2) et le signal récupéré dans le bras (3) via le disque de  $3,2 \mu\text{m}$  pour une séparation de  $0,22 \mu\text{m}$ . Nous retrouvons bien la correspondance en longueur d'onde ( $1517,5 \text{ nm}$ ) entre le signal extrait et le signal récupéré. Le spectre de droite montre la superposition du signal en transmission (2) et du signal issu du bras de récupération (4). Une fois encore nous avons un bon accord en longueur d'onde ( $1519 \text{ nm}$ ), nous pouvons également observer l'extraction à  $1517,5 \text{ nm}$  réalisée par le disque précédent dans le nouveau signal. Cela confirme que deux modes de galerie d'ordres azimutaux différents sont mis en jeu, puisque le disque de  $3,2 \mu\text{m}$  extrait bien une résonance de longueur d'onde inférieure à la longueur d'onde de résonance du disque de  $3 \mu\text{m}$ . Pour conclure, nous rappelons que les taux d'extinction et de récupération mesurés sont tout à fait raisonnables dans la mesure où la structure n'est pas parfaitement optimisée et que les contraintes technologiques ne permettent pas encore de fabriquer une structure parfaitement définie. Ainsi la figure 5.13 montre que le diamètre réel de nos disque de  $3 \mu\text{m}$  de diamètre était de  $2,932 \mu\text{m}$ .



### 5.1.5 Conclusion

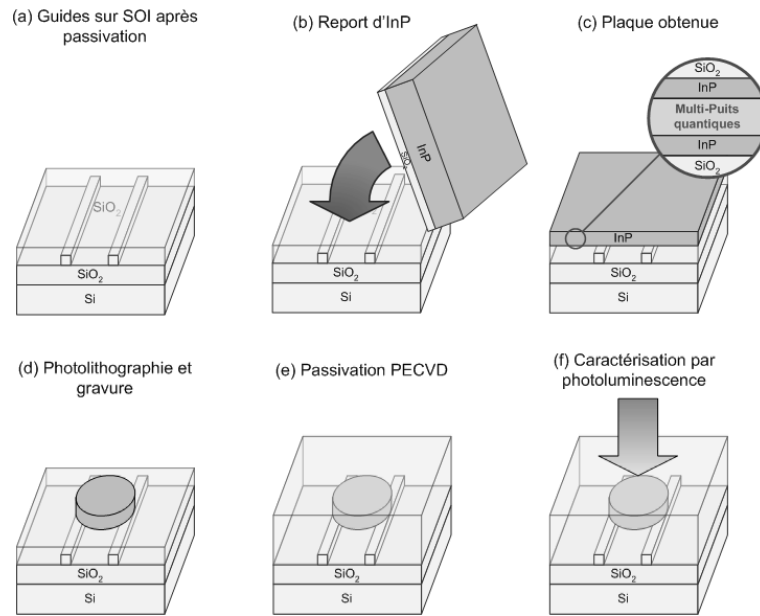
En conclusion, nous avons pu vérifier le fonctionnement du filtre réjecteur et du démultiplexeur en longueur d'onde. Ces mesures ont permis de confirmer l'hypothèse selon laquelle la longueur d'onde de résonance variait peu avec la séparation du disque et du guide. La variation en facteur de qualité par rapport à la séparation du disque et du guide a été également vérifiée de manière qualitative pour les disques de 3  $\mu\text{m}$  de diamètre. En effet, les facteurs de qualité des disques étaient généralement très inférieurs aux prédictions théoriques. Ainsi, les disques de 8  $\mu\text{m}$  ont montré des facteurs de qualité de l'ordre de 90000 soit quelques ordres de grandeur en dessous des prédictions théoriques. Cependant ces facteurs de qualité sont les meilleurs observés à ce jour pour des structures circulaires de taille comparable en technologie SOI [44, 114]. De leurs côtés, les disques de 3  $\mu\text{m}$  de diamètre ont montré des résonances de l'ordre du millier soit une différence d'un facteur 10 avec les prédictions théoriques. Nous avons pu ainsi observer qu'il n'y avait pas de régime de couplage-critique pour nos démultiplexeurs qui étaient symétriques. Enfin, les facteurs d'extinction et de récupération que nous avons mesurés sont encourageants, avec 10dB d'extinction pour le filtre réjecteur et 22dB pour le démultiplexeur. Nous avons pu également étudier le phénomène de levée de dégénérescence et la sensibilité en température du composant.

Dans les sections suivantes nous allons nous intéresser à des composants actifs. Nous aborderons d'abord rapidement la fabrication de composants actifs à partir de Phosphure d'Indium. Puis nous nous intéresserons aux composants de silice sur piédestal.

## 5.2 Composants actifs sur InP

Depuis 1972 et le premier laser à semi-conducteur basé sur une jonction PN GaAs, les semi-conducteurs III-V n'ont cessé d'apporter de nouvelles contributions à l'évolution des Lasers (Double hétérojonction, multi-puits quantiques, boîtes quantiques...[115]). Dans cette partie, nous décrirons succinctement les résultats obtenus par le LEOM avec lequel nous collaborons sur des micro-disques Lasers de Phosphure d'Indium. Les composants sont fabriqués de manière assez similaire aux précédents. La fabrication des guides SOI est la même. Elle a été réalisée au CEA-LETI selon les mêmes procédés que précédemment. On s'intéresse donc à un échantillon ne possédant que des guides de Silicium. On obtient après l'étape de passivation un composant semblable à celui de la figure 5.14a. On procède alors au report d'une plaque de Phosphure d'Indium (figure 5.14b) dans laquelle plusieurs puits quantiques d'InAsP ont été insérés (figure 5.14c). L'InP est ensuite photolithographié et gravé comme l'indique la figure 5.14d . On obtient un

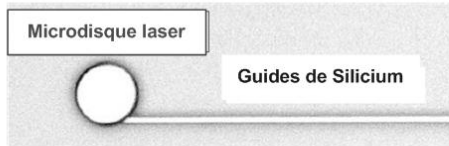




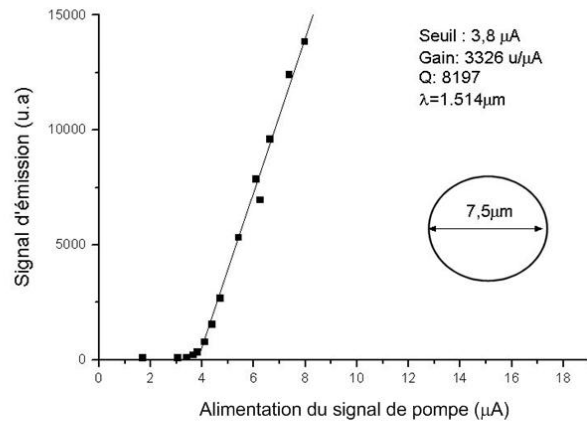
**FIG. 5.14:** (a) Guides sur SOI obtenu après le processus de la figure 5.2, (b) report d'une plaque d'InP, (c) dans laquelle des puits quantiques ont été insérés, (d) photolithographie et gravure du disque, (e) Passivation du disque et (f) caractérisation par photoluminescence.

disque d'une épaisseur d'environ 240 nm à la verticale de nos guides. Une dernière étape de passivation assure la tenue mécanique du composant (figure 5.14e) qui peut alors être caractérisé par photoluminescence (figure 5.14f). Une image par microscopie électronique à balayage (MEB) est montrée sur la figure 5.15a, on a bien un disque couplé verticalement à un guide. Sur la droite de la figure la réponse en photoluminescence est donnée pour un disque de 7.5  $\mu\text{m}$  de diamètre. Cette mesure est obtenue en focalisant un spot de lumière à la longueur d'onde d'absorption du matériau ( $\lambda = 790 \text{ nm}$ ) sur le disque [116]. A faible puissance d'excitation, les multi-puits quantiques émettent par émission spontanée. En augmentant la puissance de la pompe, le seuil laser est atteint. On obtient alors un phénomène d'émission stimulée. La courbe 5.15b montre le seuil ainsi que la pente caractéristique du phénomène. Les lasers ainsi fabriqués ont montré des seuils de l'ordre de 250  $\mu\text{W}$  et des facteurs de qualité de plusieurs milliers. (Sur la figure  $Q = 8197$ ). L'émission du laser à  $\lambda = 1524 \text{ nm}$  a pu être récupérée aussi bien verticalement qu'en sortie de guide. Ces deux mesures sont reportées sur la figure 5.15c. Cependant, le peu d'échantillons réalisés et la forte multi-modicité des composants n'ont pas permis de faire une comparaison entre la théorie et l'expérience. Ces résultats sont néanmoins très encourageants. Le LEOM travaille actuellement sur des disques dentés que nous avons dessinés. Des images MEB de ces structures sont montrées sur la figure 5.15d. Ces composants sont aujourd'hui en cours de caractérisation.

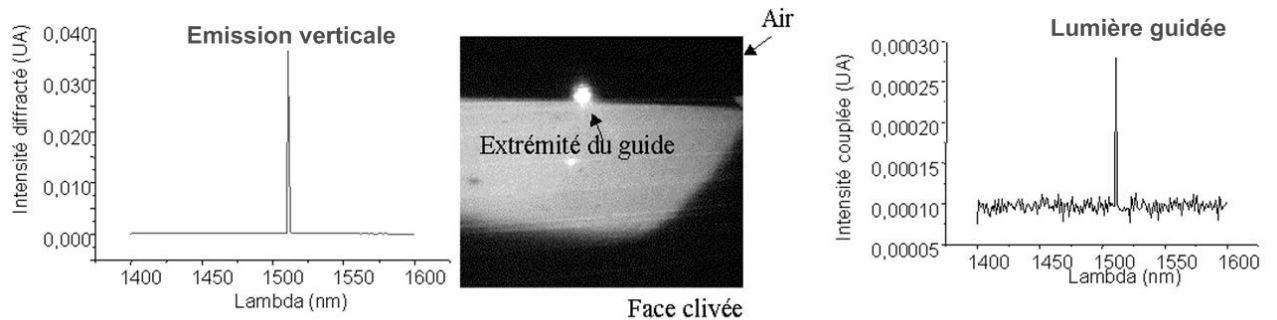
(a) Photo MEB d'un échantillon réalisé par le LEOM et le CEA-LETI



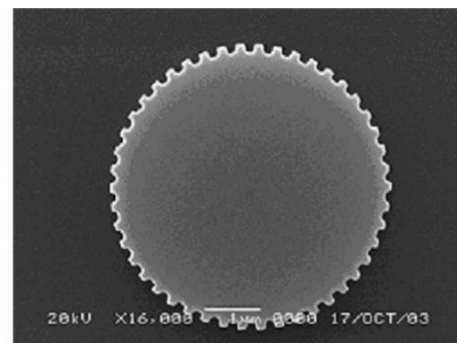
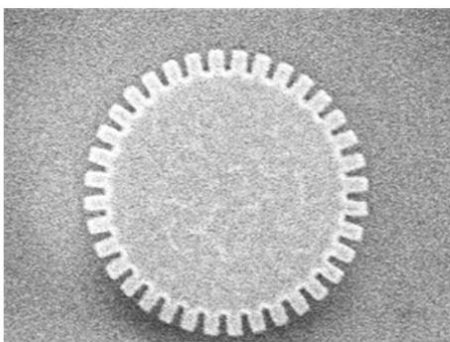
(b) Mesure de photo-luminescence réalisée au LEOM



(c) Comparaison entre le signal d'émission émis verticalement et guidé (LEOM)



(d) Disques dentés, conçus grâce au modèle de Floquet-Bloch et fabriqués au LEOM

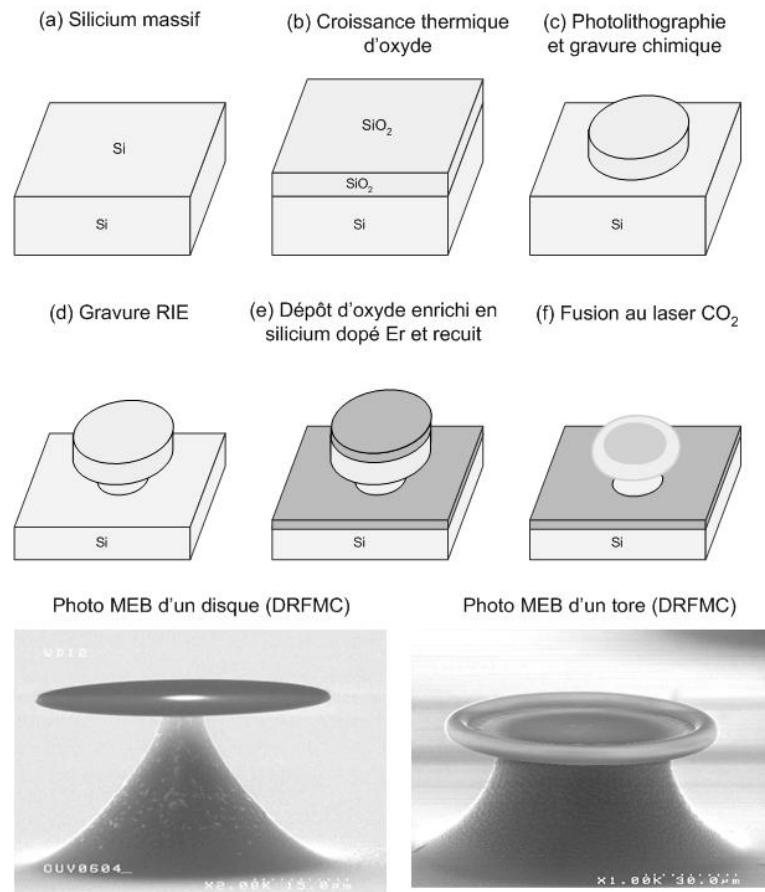


**FIG. 5.15:** (a) Image MEB du disque d'InP et de son guide de Silicium enterrés. (b) Mesure de photoluminescence d'un disque de  $7,5 \mu\text{m}$  de diamètre d'InP. (c) Comparaison des spectres issus de l'émission verticale du laser et de l'émission couplée par le guide de Si. (d) Images MEB de disques dentés, conçu en utilisant l'algorithme de Floquet-Bloch. Tous les échantillons ont été réalisés par le LEOM et le CEA-LETI. Les caractérisations ont été effectuées au LEOM.

En marge, des composants dits à fort confinement, nous nous sommes également intéressés aux composants à coeur de silice. Les disques et tores sur piédestal fabriqués ainsi font l'objet de la partie suivante.

### 5.3 Composants actifs sur silice

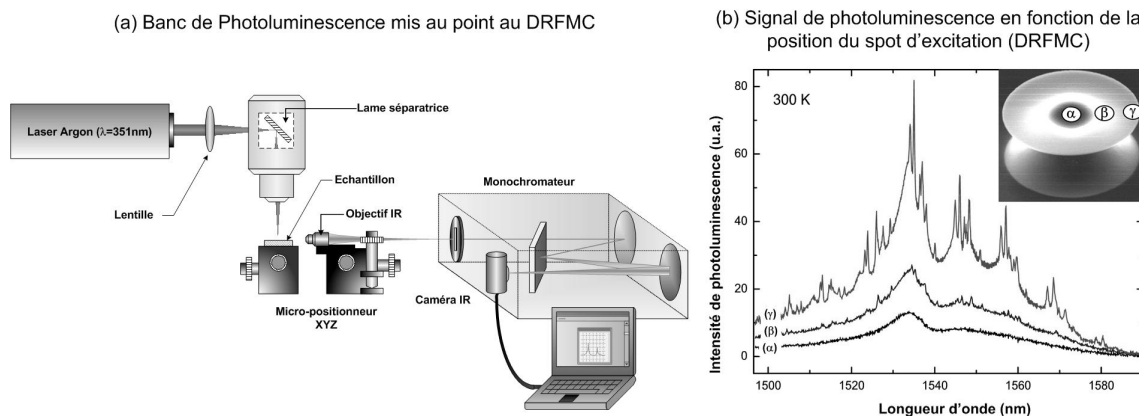
Comme nous l'avons évoqué dans le chapitre 1, un nouveau type de résonateur mettant en oeuvre les modes de galerie a vu le jour récemment [117, 41]. Ces résonateurs ne bénéficient pas du fort contraste d'indice de réfraction du Silicium dans la mesure où la lumière est cette-fois guidée dans la silice. Cependant, pour obtenir un contraste d'indice de réfraction intéressant, ces résonateurs sont fabriqués sur piédestal. Entourés d'air, ils permettent de profiter pleinement de la différence d'indice de réfraction entre la silice  $n_1 = 1,45$  et l'air  $n_2 = 1$ . De tels résonateurs ont été réalisés au DRFMC dans le cadre d'une de nos collaborations. On utilise, pour cela, un substrat de Silicium massif sur lequel on fait croître une couche d'oxyde thermique, comme l'indique les figures 5.16a et 5.16b. Cette couche subit alors un processus de lithographie et une gravure chimique afin de transférer le motif du disque à la silice (figure 5.16c). Une gravure RIE sélective du Silicium permet alors d'isoler le disque sur un piédestal de Silicium (figure 5.16d). Cette étape délicate nécessite une très bonne maîtrise des paramètres de gravure [113]. On dépose alors une couche d'oxyde enrichie en Silicium dopée avec des atomes d'Erbium dans un bâti d'évaporation (figure 5.16e). Le Silicium a pour but de servir d'intermédiaire à l'excitation des atomes d'Erbium et améliorer ainsi leur section efficace d'absorption [113]. Une fois cette couche déposée, un recuit est réalisé à 800°C pendant 16h. On obtient alors des disques de 48  $\mu\text{m}$  et 15  $\mu\text{m}$  de diamètre, pour 1  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. On peut par la suite exposer brièvement ces échantillons à l'émission d'un laser  $\text{CO}_2$  afin d'obtenir des tores, comme le montre la figure 5.16f. En effet, les bords du disque isolés thermiquement atteignent très vite la température de fusion de la silice alors que le centre du disque dissipe la chaleur via le piédestal de Silicium. Cette insolation permet donc de fondre les bords du disque et de fabriquer des tores présentant des facteurs de qualité extrêmement élevés dans la mesure où les rugosités de surface du tore sont très faibles devant la longueur d'onde. Sur la figure 5.16, des photos MEB montrent les disques et les tores que le DRFMC a obtenu. Les tores ainsi fabriqués ont reçu le traitement au laser  $\text{CO}_2$  au Laboratoire Kastler Brossel. Dans le prochain paragraphe, nous expliquons comment ces composants ont été caractérisés en photoluminescence. Les résultats sur les tores n'étant pas encore publiés nous ne présenterons que des caractérisations de disques simples.



**FIG. 5.16:** (a) Silicium massif, (b) croissance thermique de  $SiO_2$ , (c) photolithographie et gravure chimique, (d) gravure RIE pour isoler le disque de Si, (e) dépôt de l'émetteur ( $SiO_{1,6} : Er$ ) et (f) fusion des bords par insolation au laser  $CO_2$ .

### 5.3.1 Mesures en photoluminescence

Les disques de silice ont été caractérisés à l'aide d'un banc de photoluminescence mis au point par le DRFMC. Ce banc est schématisé sur la figure 5.17a. Il permet à l'aide d'une lame séparatrice d'isoler l'émission de la raie à  $\lambda = 351 \text{ nm}$  d'un laser Argon et de la focaliser sur l'échantillon en un spot de  $2 \mu\text{m}$  de diamètre. Une partie de l'émission de photoluminescence des atomes d'Erbium est ensuite récupérée à travers un objectif de microscope et injectée dans un monochromateur. La lumière est alors détectée sur une caméra à semiconducteur, ce qui permet de reconstituer le spectre de photoluminescence. Lorsqu'on observe les résultats obtenus sur la figure 5.17b pour un disque de  $48 \mu\text{m}$  de diamètre, on constate que pour un spot situé vers l'intérieur du disque, seul le spectre d'émission spontanée des atomes d'Erbium est visible. Au fur et à mesure que le spot se déplace vers la bordure du disque, les modes de galerie d'ordre radial faible sont excités par les atomes d'Erbium. Ces modes de galerie, aux facteurs de qualités plus élevés donnent naissance à des pics de résonance dans le spectre. Dans le paragraphe suivant, nous



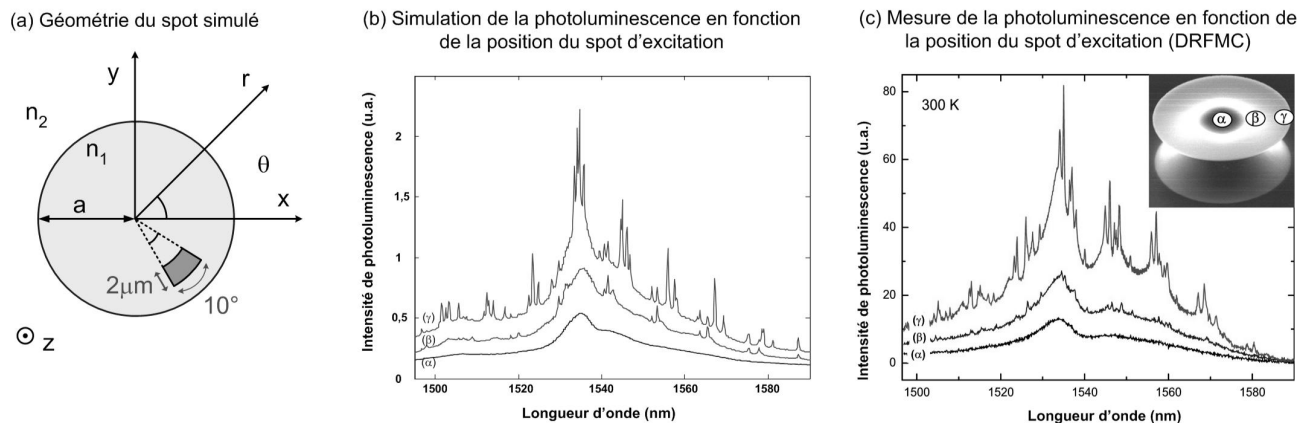
**FIG. 5.17:** (a) Banc de photoluminescence du DRFMC. (b) Mesure de l'émission des disques par photoluminescence pour différentes positions du spot d'excitation (DRFMC). Plus le spot est déporté vers l'extérieur du disque, plus les modes de galerie d'ordre radial inférieur sont excités, ce qui fait apparaître leurs pics de résonances.

allons vérifier cette interprétation à l'aide d'un calcul simple.

### 5.3.2 Comparaison à la théorie

Nous calculons à l'aide de la méthode analytique l'ensemble des modes de galerie  $(l,m)$  supportés par un disque de silice de  $48 \mu\text{m}$  de diamètre et d'épaisseur  $1 \mu\text{m}$ . En effet, dans le cas de disques de grand diamètre ( $> 10 \mu\text{m}$ ) et de faible épaisseur ( $1 \mu\text{m}$ ) mettant en oeuvre une différence d'indice raisonnable, l'EIM est tout à fait valable. Sur la plage spectrale  $1495 - 1590 \text{ nm}$ , nous obtenons un

ensemble de 384 modes de galerie avec chacun sa longueur d'onde de résonance  $\lambda_{res}$  et son facteur de qualité  $Q$ . A partir de ces 384 modes, nous calculons le coefficient de couplage entre chaque mode et l'émission engendrée par le spot d'excitation de  $2 \mu\text{m}$  de diamètre. Pour simplifier les calculs en repère cylindrique, nous remplaçons le spot par un trapèze de  $2 \mu\text{m}$  d'extension et  $10^\circ$  d'ouverture angulaire comme sur la figure 5.18a. Pour reconstituer le spectre de photoluminescence, chaque mode de galerie ainsi calculé donne naissance à une fonction de Lorentz centrée sur la longueur d'onde de résonance avec la largeur associée à son facteur de qualité  $\Delta\lambda = \frac{\lambda_{res}}{Q}$ . Notons que les facteurs de qualité pour cette simulation sont volontairement<sup>20</sup> réduits afin de rendre compte des rugosités de surface et de la limitation en résolution du monochromateur. Enfin, le spectre ainsi calculé est multiplié par le spectre d'émission spontanée de l'Erbium. La réponse spectrale en photoluminescence obtenue est montrée sur la figure 5.18b, pour les trois positions de spot. On remarque que son comportement est très similaire à la mesure reportée sur la figure 5.18c. L'identification des résonances est donc possible. Pour cela, nous



**FIG. 5.18:** (a) Géométrie du spot simulé. (b) Simulation du spectre de photoluminescence. Notons que les facteurs de qualité ont ici volontairement été réduits pour rendre compte des effets de rugosités. Les mesures sont normalisées et l'énergie totale est proportionnelle à l'éloignement du piédestal de Silicium (principale source de pertes). (c) Mesure de la photoluminescence du disque de  $48 \mu\text{m}$  obtenue au DRFMC.

superposons les spectres normalisés sur la figure 5.19. On remarque très vite que le spectre expérimental montre des facteurs de qualité bien moindres à cause des rugosités au bord du disque. Entre 1520 nm et 1530 nm, nous avons une bonne correspondance entre la mesure expérimentale (a) et la théorie (b)(ici les facteurs de qualité ne sont pas réduits). Un second groupe de résonances est identifié entre 1530 nm et 1540 nm avec un décalage vers le rouge d'1,5 nm. Autour de 1540 nm, on ne retrouve qu'une résonance

<sup>20</sup>Les modes de galerie d'ordre radial inférieur sont les plus touchés par les rugosités aux bords du résonateurs. Nous limitons donc arbitrairement les facteurs de qualité de ces modes à la résolution de l'appareil de mesure.

sur trois. Mais toutes sont des résonances d'ordre radial supérieure ou égale à 2. Il est donc fort possible qu'elles soient masquées par le bruit de fond. En effet, plus les modes ont un ordre radial élevé, plus ils sont affectés par le piédestal en Si qui absorbe la lumière. Autour de 1545 nm et 1556 nm on retrouve à nouveau des groupes de modes de galerie qui correspondent assez bien. Entre chacun de ces groupes, des modes d'ordres radial supérieurs apparaissent mais sont en général difficiles à discerner sur la mesure expérimentale. Enfin autour de 1568 nm le dernier groupe de mode semble assez décalé (3 nm).

Dans notre simulation, le fond continu est dû aux 354 modes de galerie d'ordre radial supérieur à 3 dont les facteurs de qualité sont très bas. Ainsi, 30 résonances de modes de galerie à fort coefficient de qualité peuvent être identifiées dans le spectre simulé contre 26 dans l'expérience. L'identification approximative de chaque résonance est reportée sur le spectre expérimental 5.19a. Pour expliquer les

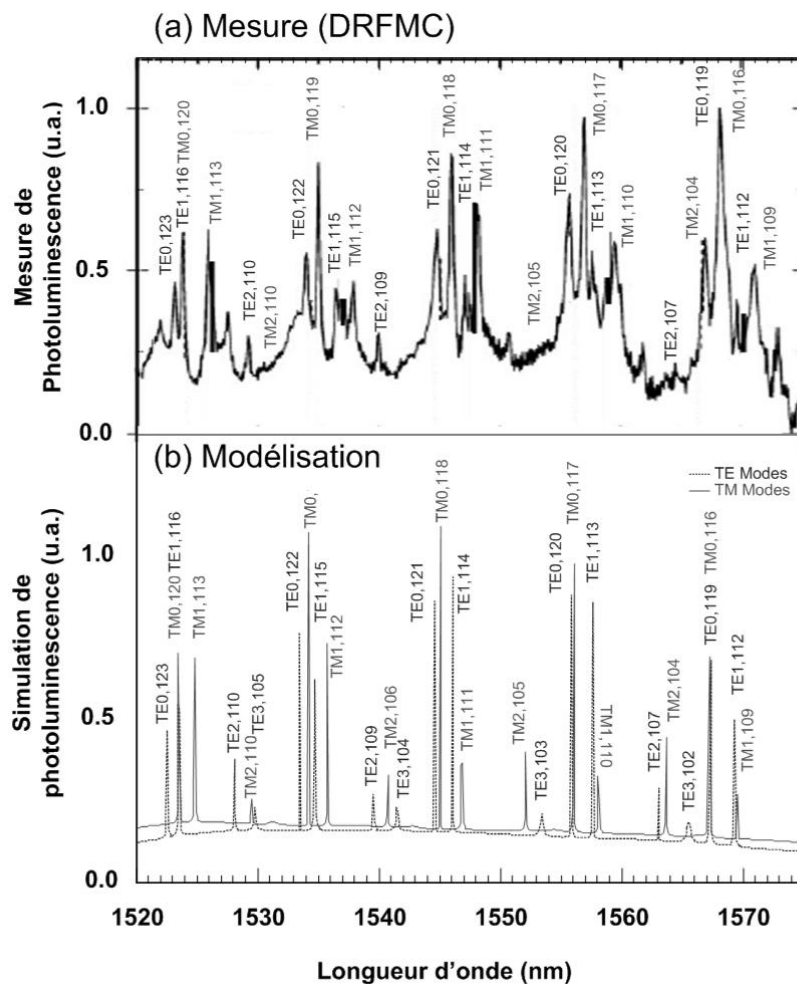


FIG. 5.19: Comparaison entre le spectre normalisé d'émission du disque de  $48 \mu\text{m}$  (DRFMC) et celui produit par notre méthode. Les pics de résonances peuvent être ainsi identifiés.

nombreux décalages observables sur les deux spectres, nous avons traité un cas simple avec un disque de  $15 \mu\text{m}$  de diamètre utilisant la même technologie. En effet, un tel disque supporte bien moins de modes et permet une analyse plus fine.

### 5.3.3 Etude du disque de $15 \mu\text{m}$ de diamètre : Effet de la biréfringence

L'étude de la photoluminescence va nous donner des informations supplémentaires. Ainsi, pour un disque de  $15 \mu\text{m}$  de diamètre seulement 6 résonances peuvent être discernées du bruit de fond. Toutes représentent des modes d'ordre radial fondamental. Ce nombre réduit de modes nous permet de faire une étude en polarisation. En ajustant l'indice effectif du matériau dans le modèle, nous pouvons avoir une bonne correspondance avec les résonances mesurées. Un phénomène de biréfringence semble apparaître. En effet, comme l'indique la figure 5.20, les résonances des modes TE correspondent très bien lorsque l'indice de réfraction de la silice est pris à  $n_1 = 1,487$ , tandis que les résonances TM correspondent pour  $n_1 = 1,463$ . Ce phénomène de biréfringence peut trouver deux explications différentes et probablement complémentaires. D'une part, comme le montre la photographie de la figure 5.21 le montre, le disque possède des rebords biseautés à cause de la gravure chimique isotrope de la silice. Le champ électrique n'étant pas orienté de la même manière pour les deux polarisations, il est fort probable que le biseau provoque une légère biréfringence. De plus, le disque étant suspendu sur le piédestal, des contraintes mécaniques peuvent apparaître et participer à cet effet. L'effet laser n'a pas encore été obtenu dans

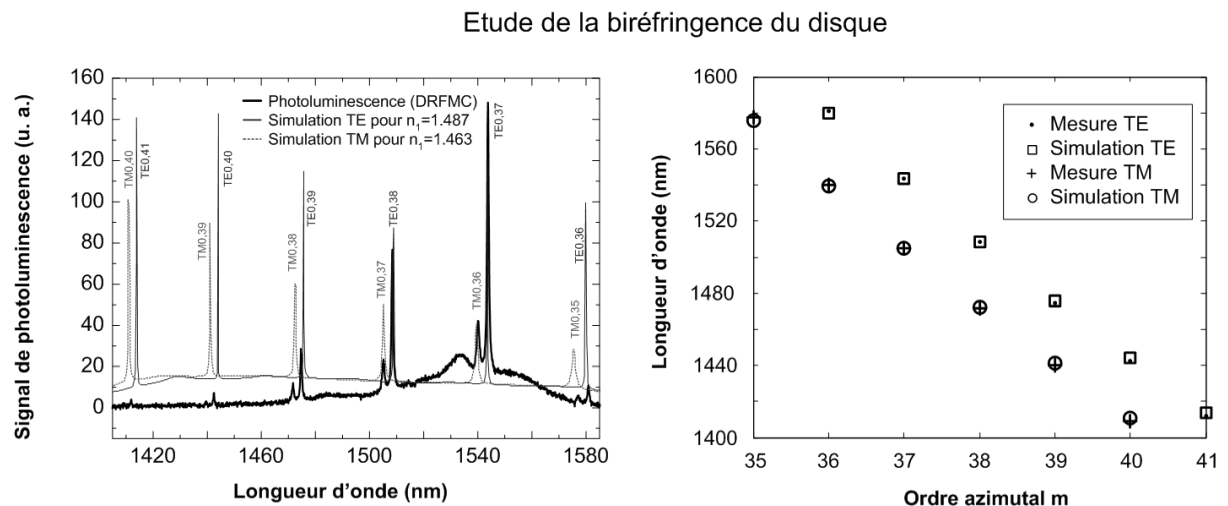


FIG. 5.20: A gauche, comparaison entre la mesure de photoluminescence d'un disque de  $15 \mu\text{m}$  de diamètre (DRFMC) et la théorie, en tenant compte des effets de biréfringence. A droite, les longueur d'onde de résonances reportées en fonction de l'ordre azimutal.



la mesure où l'excitation n'était pas adaptée. Ainsi pour observer l'effet laser, il faut pouvoir pomper optiquement toute la circonférence de manière efficace. La méthode la plus efficace est d'approcher une fibre optique effilée et d'exciter un mode de galerie résonant vers 351 nm. Le signal de pompe étant alors résonant dans la cavité, on aura un bon recouvrement entre le mode de pompe et les modes de galerie sur lesquels peuvent émettre les atomes d'Erbium [117]. Ces résultats sont néanmoins très prometteurs et nous encourageant à poursuivre ces travaux sur les sources lasers à base de disque de silice et de tore.

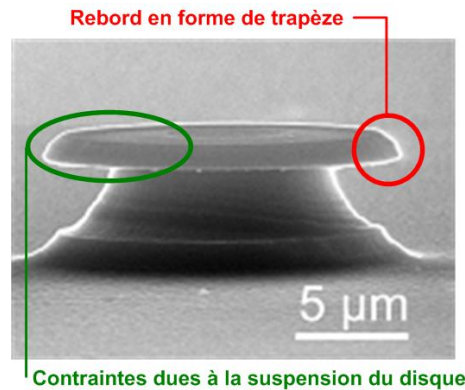


FIG. 5.21: Image MEB d'un disque de 15  $\mu\text{m}$  produit par le DRFMC.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la fabrication et la caractérisation des composants optiques passifs et actifs.

Les composants passifs sur substrat de SOI que nous avons conçus et caractérisés ont montré des résultats très intéressants. D'une part, les filtres réjecteurs fabriqués possèdent des facteurs de qualité records sur SOI passivé ( $Q=90\,000$ ) et ont permis de démontrer expérimentalement la levée de dégénérescence des modes de galerie. De plus, l'étude de leur sensibilité à la température a permis de montrer que les filtres étaient accordables. Le fonctionnement des démultiplexeurs en longueur d'onde a également été vérifié. Ces composants ont ainsi montré des facteurs d'extinction de l'ordre de 22 dB. Les écarts entre les facteurs de qualité expérimentaux et théoriques ne nous permettent pas encore d'atteindre le couplage critique mais ces premiers résultats sont encourageants.

Les composants actifs sur InP reportés sur SOI, réalisés et caractérisés par le LEOM et le CEA-LETI, ont permis d'observer le seuil laser de la photoluminescence. L'émission laser a pu ainsi être récupérée verticalement via les guides optiques de Silicium enterrés sous le disque. Le peu d'échantillons fabri-

qués n'a pas encore permis de comparer ces résultats à nos modèles théoriques. D'autres échantillons, comportant des disques dentés conçus avec le modèle de Floquet-Bloch sont actuellement en cours de caractérisation. Enfin, des disques et des tores de silice dopée Erbium sur piédestal ont été réalisés et caractérisés au DRFMC. Les spectres de photoluminescence concordent très bien avec la théorie et nous ont permis d'identifier un problème de biréfringence.

En conclusion, nous tenons à souligner que les études expérimentales sont encore très prospectives. Les contraintes technologiques importantes nous empêchent pour l'heure d'avoir des résultats quantitatifs. Otre étude se limite donc à des comportements qualitatifs. Nul doute que dans un avenir proche nous parviendrons, riche de ces expériences, à produire des composants optimisés et efficaces.



# Conclusion

Dans ce document, nous avons rapporté les résultats issus de l'étude du mode de galerie dans les résonateurs circulaires. En effet, les récents développements des interconnexions optiques pour la micro-électronique, des télécommunications en optique intégrée ou de l'électrodynamique quantique en cavité ont permis un réel essor des micro-résonateurs. Parmi ces composants, le micro-disque supportant les modes de galerie offre des performances intéressantes tout en étant compatible avec une intégration dans un composant microélectronique. La multi-modicité et la directivité de l'émission constituant les défauts majeurs de ces cavités, de nombreuses solutions furent proposées. Elles consistent généralement à modifier la forme de la cavité ou son environnement proche en la couplant par exemple avec des guides optiques. Pour simuler ces nouvelles structures, les outils de modélisation de l'optique intégrée sont souvent mal adaptés ou incomplets. Nous avons donc développé des modèles pour décrire ces structures efficacement. Notre étude a été divisée en quatre parties.

Dans une première partie, nous avons étudié la nature des modes de galerie. Nous avons présenté les quatre régimes de fonctionnement particuliers de ce mode et son étude par la méthode FDTD. Après avoir mis en évidence les limitations de cette méthode, nous avons décrit une méthode analytique et proposé une normalisation originale et physique du mode de galerie. Cette normalisation traite le mode de galerie comme une résonance et non comme un mode guidé comme souvent dans la littérature. Nous avons alors vérifié l'orthogonalité entre les différents modes de galerie et discuté la description en trois dimensions.

Dans une seconde partie, les différentes micro-structurations du disque destinées à diminuer la multi-modicité de la cavité ou augmenter la directivité de son émission ont été étudiées. Nous avons développé un modèle basé sur le formalisme de Floquet-Bloch qui s'est montré particulièrement rapide et efficace. Nous avons ainsi successivement étudié la structure du disque denté, du disque en fleur et de l'anneau denté. Ces trois études ont permis de mettre au point un composant quasi-monomode polarisé sur lesquels les effets des processus technologiques ont été discutés. Nous avons ensuite montré le rayonnement d'une

structure ovale et proposé un moyen d'améliorer la récupération du signal dans un faisceau de largeur limité à l'aide de lentilles de phases.

La récupération du signal et la fonctionnalisation du composant sont au coeur de la troisième partie. Nous avons décrit l'interaction d'un disque avec des guides optiques selon trois configurations : la source laser, le filtre réjecteur et le multiplexeur/démultiplexeur en longueur d'onde. Ces trois études montrent que la maîtrise du coefficient d'atténuation  $\alpha_c$  lié au couplage avec un seul guide permet de concevoir des dispositifs optimisés. Nous avons donc développé une méthode analytique permettant de calculer ce coefficient en fonction des paramètres de la structure. Validée par une comparaison avec la méthode numérique FDTD, cette méthode s'est révélée rapide et efficace.

Pour confirmer nos prédictions théoriques, nous avons présenté la fabrication (LETI) et la caractérisation de composants optiques passifs sur SOI. Les résultats que nous avons obtenus pour les composants sur substrat de SOI se sont montrés très prometteurs. Des filtres réjecteurs présentant des facteurs de qualité record sur SOI passivé ( $Q=90\,000$ ) ont été obtenus. Ils ont permis de montrer expérimentalement la levée de dégénérescence des modes de galerie stationnaires. Nous avons également montré une accordabilité en température de chaque résonance de  $19,2\text{ GHz}/^\circ\text{C}$ . Le fonctionnement de démultiplexeurs en longueur d'onde a également été démontré. Ces composants présentent des facteurs d'extinction allant jusqu'à 22 dB et leur comportement semble être en accord avec la théorie. Les écarts entre les facteurs de qualité expérimentaux et théoriques ne permettent pas encore de fabriquer des composants aux spécifications industrielles mais ces résultats sont très encourageants. Enfin, des composants actifs sur InP reportés sur SOI, réalisés et caractérisés par le LEOM et le CEA-LETI, ont validé le couplage avec des guides optiques et ont montré des seuils lasers intéressants ( $250\ \mu\text{W}$ ). Des disques dentés conçus avec le modèle de Floquet-Bloch sont en cours de caractérisation. En marge du guidage à fort confinement, des disques et des tores de silice dopé Erbium sur piédestal ont été réalisés et caractérisés au DRFMC. Les spectres de photoluminescence théoriques et expérimentaux concordent bien et un problème de biréfringence a été remarqué.

Dans l'avenir, nos modèles devraient être complétés par une description fine de la troisième dimension utilisant une méthode de décomposition sur base modale et la méthode spectrale de normalisation des modes rayonnés (RSM). Ceci nous permettrait d'améliorer les dessins des futures réalisations expérimentales. Le modèle de Floquet-Bloch peut ainsi évoluer vers un modèle 3-D capable de simuler des cavités à cristaux photoniques (utilisation de la transformation de Hankel). Le modèle de perturbation peut être grandement amélioré avec la prise en compte des réflexions issues de la perturbation. Un calcul préliminaire a ainsi montré que la prise en compte de ce phénomène permettait d'observer des

---

oscillations du facteur de qualité en fonction de la séparation entre le disque et le guide comme sur les simulations FDTD. Enfin, notons que notre travail sur la prise en compte des discontinuités d'indice de réfraction dans les méthodes de perturbation n'a été développée que rapidement dans l'annexe C. Une autre méthode assez complexe ayant été publiée sur le sujet [118], il serait utile de généraliser le calcul et de comparer ces deux méthodes.

Les perspectives au niveau du travail expérimental sont nombreuses. D'une part, il faut faire évoluer les fonctions passives vers des fonctions actives. Les dessins des composants sur SOI devront dans un premier temps être optimisés en tenant compte des contraintes observées sur les premiers échantillons. Puis, l'élaboration d'une jonction PN au niveau du résonateur [48] permettrait de réaliser des fonctions de modulation et de diminuer suffisamment les pertes par recombinaison pour réaliser des lasers Raman [36, 37]. D'autre part, notre collaboration avec le LEOM s'oriente vers l'élaboration d'un laser monomode en InP reporté sur SOI commandé électriquement avec un très bas seuil. Nous espérons également pouvoir bientôt assister à des expériences d'optique non linéaire et d'électrodynamique quantique sur les cavités toroïdales à résonance extrême avec nos collaborateurs du DRFMC et du LKB. On peut ainsi imaginer dans un avenir proche pouvoir constituer une ligne de communication complète en optique intégrée sur Silicium reliant deux transistors entre eux.



## Annexe A

# Glossaire

| Français                             | Anglais                                  | Définition  |
|--------------------------------------|--|---|
| Cavité distribuée                    | <i>Distributed FeedBack (DFB)</i>        | Résonateur constitué d'un seul réseau de Bragg. Le champ est alors réparti sur tout le réseau.[33]                      |
| Cavité Fabry-Pérot à miroir de Bragg | <i>Distributed Bragg Reflector (DBR)</i> | Résonateur constitué de deux miroirs de Bragg parallèles.   |
| Démultiplexeur (DE-MUX)              | <i>Add and Drop</i>                      | Composant permettant d'isoler plusieurs signaux supportés par un même canal.  |
| Erbium (Er)                          | <i>Erbium (Er)</i>                       | Atome faisant partie des terres rares couramment utilisée dans les amplificateurs à fibres pour les télécommunications. |
| Faible confinement                   | <i>Weak guiding</i>                      | Ce dit d'un guidage utilisant un faible contraste d'indice de réfraction.   |
| Fort confinement                     | <i>High index contrast</i>               | Ce dit d'un guidage utilisant un fort contraste d'indice de réfraction.   |



| Français   | Anglais  | Définition  |
|--|--|---|
| Guidage diffractif et réflexion de Bragg             | -  | Ce dit d'un guidage utilisant une succession périodique de milieux de fort et faible indices. ex : Cristaux photoniques, miroirs de Bragg.  |
| Guidage réfractif                                    | <i>Guidance by total internal reflection</i>         | Guidage permis par la réflexion totale aux interfaces d'un milieu de fort indice de réfraction et un milieu de faible indice de réfraction. |
| Interféromètre multimode                             | <i>Multi-Mode Interferometer (MMI)</i>               | Guide multimode dont on utilise les propriétés de dispersion pour une utilisation en interféromètre.  |
| Méthode des différences finies en domaine temporelle | <i>Finite-Difference Time-Domain Method (FDTD)</i>   | Voir chapitre 2.  |
| Microscope Electronique à Balayage (MEB)             | <i>Electron Beam Microscope (EBM)</i>                | Microscopie couramment utilisée en microélectronique.   |
| Microscopie en champ proche                          | <i>Scanning Near-field Optical Microscope (SNOM)</i> | Microscope utilisant une pointe AFM (Atomic Force Microscopy) pour détecter le champ proche.  |
| Micropiliers   | <i>VCSEL</i>   | Cavité Fabry-Pérot verticale gravée en forme de piliers.  |
| Mode de galerie (MG)                                 | <i>Whispering-gallery Mode (WGM)</i>                 | Mode de résonance des cavités circulaires [5, 66, 74]   |
| Module Peltier                                       | <i>Peltier</i>                                       | Module utilisant l'effet Peltier (Effet calorifique du courant entre deux métaux différents).   |
| Multiplexeur (MUX)                                   | <i>Add and Drop</i>                                  | Composant permettant de superposer plusieurs signaux sur un même canal.   |
| PHASAR   | -  | Composant permettant de multiplexer et démultiplexer la lumière en longueur d'onde.[50, 51]   |
| Silice (SiO <sub>2</sub> )                           | <i>Silica</i>  | Oxyde de silicium.  |

TAB. A.1: Glossaire.

## Annexe B

# Notion de mode guidés et rayonnés

Dans cette partie, nous allons successivement définir les notions de modes guidés, modes rayonnés et de résonance en régime harmonique forcé dans le cas d'un guide plan d'indice de réfraction  $n_2$  entouré de deux milieux semi-infinis d'indice de réfraction  $n_1$  et  $n_3$  tels que  $n_1 < n_3 < n_2$ . (représenté sur la figure B.1) On considère les équations de Maxwell dans un milieu diélectrique sans charge, sans source

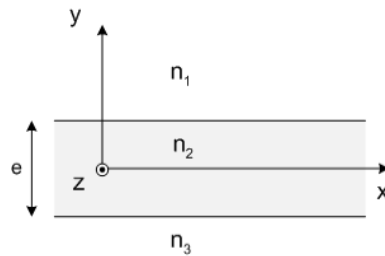


FIG. B.1: Structure du guide plan.

et isotrope, on obtient :

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{B.1})$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{B.2})$$

$$\text{div}\mathbf{D} = 0, \quad (\text{B.3})$$

$$\text{div}\mathbf{B} = 0, \quad (\text{B.4})$$

où  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  sont les champs électrique et magnétique,  $\mathbf{D}$  et  $\mathbf{B}$  sont les inductions électrique et magnétique avec

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}, \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, \quad (\text{B.6})$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide,  $\epsilon_r$  est la permittivité diélectrique relative,  $\mu_0$  la perméabilité magnétique et  $\mu_r = 1$  la perméabilité magnétique relative.

## B.1 Notion de polarisation

Selon les directions  $x$  et  $z$ , notre structure est invariante. Par la suite, nous ne nous intéresserons qu'à la lumière qui se propage exclusivement dans le plan  $(x, y)$ . On peut donc supposer que le champ est invariant selon  $z$  ie  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ . Lorsqu'on développe les équations de Maxwell-Faraday (B.1) et Maxwell-Ampère (B.2) en tenant compte de cette hypothèse, on obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_z}{\partial y} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_x}{\partial t}, \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_z}{\partial t}, \end{array} \right. , \quad (\text{B.7})$$

où  $(E_x, E_y, E_z)$  et  $(H_x, H_y, H_z)$  sont les composantes  $(x, y, z)$  des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$ . En réorganisant, ces équations, on peut isoler deux groupes complètement indépendants

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_z}{\partial t}, \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_z}{\partial y} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_x}{\partial t}, \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \end{array} \right. , \quad (\text{B.8})$$

Ces deux groupes sont deux ensembles de solutions indépendantes déterminées par  $(E_z, H_x, H_y)$  et  $(H_z, E_x, E_y)$ . Ces deux ensembles seront dans ce manuscrit respectivement appelées polarisation Transverse Magnétique (TM) et Transverse Electrique (TE). Toutes solutions des équations de Maxwell se propageant uniquement dans le plan  $(x, y)$  appartient à l'une de ces deux polarisations. Dans le paragraphe suivant, nous allons voir que ces solutions vérifient l'équation de propagation ou équation d'Helmholtz.

## B.2 Equation de Helmholtz

Parmi les deux ensembles précédents, considérons l'ensemble des solutions ondulatoires de pulsation  $\omega = \frac{2\pi}{\lambda}c$ ,

$$\mathbf{E}(x, y, t) = \mathbf{E}(x, y)e^{j\omega t},$$

$$\mathbf{H}(x, y, t) = \mathbf{H}(x, y)e^{j\omega t}.$$

En introduisant ces expressions dans les équations B.1 et B.2 on obtient,

$$\text{rot}\mathbf{E} = -j\epsilon_0\epsilon_r\omega\mathbf{H}, \quad (\text{B.9})$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = j\mu_0\omega\mathbf{E}. \quad (\text{B.10})$$

En appliquant à ces deux équations, l'opérateur rot (curl en anglais) puis en introduisant les deux autres équations de Maxwell (B.3), et (B.4), on trouve avec  $\text{rotrot} = \mathbf{grad}(\text{div}) - \Delta$ ,

$$\Delta\mathbf{E} + k_0^2n^2\mathbf{E} = -\mathbf{grad}\left(\frac{\mathbf{E}\mathbf{grad}n^2}{n^2}\right), \quad (\text{B.11})$$

$$\Delta\mathbf{H} + k_0^2n^2\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{H} \wedge \left(\frac{\mathbf{grad}n^2}{n^2}\right), \quad (\text{B.12})$$

avec  $k_0 = \frac{\omega}{c}$  et  $n$  l'indice de réfraction. Ce qui s'écrit pour tout  $(x, y, z)$  tels que l'indice de réfraction  $n$  soit constant,

$$\Delta\mathbf{E} + k_0^2n^2\mathbf{E} = 0, \quad (\text{B.13})$$

$$\Delta\mathbf{H} + k_0^2n^2\mathbf{H} = 0. \quad (\text{B.14})$$

Ces équations sont appelées équations de Helmholtz ou équation de propagation.

Par la suite, nous considérerons les ondes appartenant à la polarisation TM se propageant sur l'axe  $x$  telles que

$$\mathbf{E} = \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = E_z(y)e^{-j\beta x} \end{cases}. \quad (\text{B.15})$$

La polarisation TE se traite de manière similaire [75]. En remplaçant cette expression dans l'équation B.13, on obtient une équation pour chaque zone d'indice de réfraction constant,

$$\begin{cases} \frac{d^2E_z}{dy^2} + \gamma_1^2E_z = 0 & \text{pour } y > e/2 \\ \frac{d^2E_z}{dy^2} + \gamma_2^2E_z = 0 & \text{pour } |y| < e \\ \frac{d^2E_z}{dy^2} + \gamma_3^2E_z = 0 & \text{pour } y < -e/2 \end{cases}, \quad (\text{B.16})$$

avec

$$\gamma_1 = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta^2}, \quad (\text{B.17})$$

$$\gamma_2 = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2}, \quad (\text{B.18})$$

$$\gamma_3 = \sqrt{k_0^2 n_3^2 - \beta^2}. \quad (\text{B.19})$$

Les solutions de ces trois équations sont

$$E_z(y) = \begin{cases} Ae^{-j\gamma_1 y} + Be^{j\gamma_1 y} & \text{pour } y > e/2 \\ Ce^{-j\gamma_2 y} + De^{j\gamma_2 y} & \text{pour } |y| < e \\ Ee^{-j\gamma_1 y} + Fe^{j\gamma_3 y} & \text{pour } y < -e/2 \end{cases}, \quad (\text{B.20})$$

où A, B, C, D, E et F sont des constantes à déterminer. En utilisant la relation  $\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}$  issue des équations B.8, on peut calculer la composante  $H_x$  du champ magnétique dans chaque zone :

$$H_x(y) = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \begin{cases} j\gamma_1 Ae^{-j\gamma_1 y} - j\gamma_1 Be^{j\gamma_1 y} & \text{pour } y > e/2 \\ j\gamma_2 Ce^{-j\gamma_2 y} - j\gamma_2 De^{j\gamma_2 y} & \text{pour } |y| < e \\ j\gamma_3 Ee^{-j\gamma_1 y} - j\gamma_3 Fe^{j\gamma_3 y} & \text{pour } y < -e/2 \end{cases}, \quad (\text{B.21})$$

Notons que  $\gamma$  respecte la conservation du vecteur d'onde puisque dans chaque zone d'indice de réfraction  $n_i$ ,

$$\gamma_i^2 + \beta^2 = k_0^2 n_i^2 - \beta^2 + \beta^2 = k_0^2 n_i^2. \quad (\text{B.22})$$

Notons également que si  $\gamma_1$  est réel, le terme  $Ae^{-j\gamma_1 y} e^{-j\beta z} e^{j\omega t}$  représente une onde qui se propage dans la direction  $y$  avec la constante de propagation  $\gamma_1$  et dans la direction  $x$  avec la constante de propagation  $\beta$ .

### B.3 Conditions de continuité aux interfaces

Les conditions de continuités aux interfaces imposent des relations entre les différents coefficients. Ainsi en  $y = \pm e/2$ , les composantes  $E_z$  et  $H_x$  qui sont parallèles à l'interface sont continues, ce qui s'écrit

$$\begin{aligned} E_z(+e/2) &: Ae^{-j\gamma_1 e/2} + Be^{j\gamma_1 e/2} = Ce^{-j\gamma_2 e/2} + De^{j\gamma_2 e/2} \\ H_x(+e/2) &: -j\gamma_1 Ae^{-j\gamma_1 e/2} + j\gamma_1 Be^{j\gamma_1 e/2} = -j\gamma_2 Ce^{-j\gamma_2 e/2} + j\gamma_2 De^{j\gamma_2 e/2} \\ E_z(-e/2) &: Ee^{j\gamma_1 e/2} + Fe^{-j\gamma_3 e/2} = Ce^{j\gamma_2 e/2} + De^{-j\gamma_2 e/2} \\ H_x(-e/2) &: -j\gamma_3 Ee^{j\gamma_1 e/2} + j\gamma_3 Fe^{-j\gamma_3 e/2} = -j\gamma_2 Ce^{j\gamma_2 e/2} + j\gamma_2 De^{-j\gamma_2 e/2} \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Ces quatre équations permettent de constituer deux matrices de transfert telles que :

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = M_{21} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} = M_{23} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \quad (\text{B.24})$$

## B.4 Notion de mode rayonnée et de mode guidée

Nous allons maintenant discuter des solutions du problème en fonction la constante de propagation  $\beta$ .

- Si  $\beta < k_0 n_1 < k_0 n_3 < k_0 n_2$  alors les relations (B.17), (B.18) et (B.19) indiquent que les  $\gamma_i$  sont tous réels. Les constantes A à F sont donc toutes associées à des ondes propagatives de vecteur d'onde

$$\mathbf{k} = \beta \mathbf{x} \pm \gamma_i \mathbf{y}, \quad (\text{B.25})$$

où  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  sont les vecteurs unitaires des axes  $x$  et  $y$ . Comme le montre la figure B.2. Les constantes  $A$  et  $E$  sont les amplitudes des ondes provenant de l'extérieur du guide et se dirigeant vers celui-ci. Autrement dit, elles définissent l'excitation. Les constantes  $C$  et  $D$  correspondent à l'amplitude de la lumière qui se propage à l'intérieur du guide en se réfléchissant sur les parois. Enfin, les constantes  $B$  et  $F$  correspondent aux ondes sortantes qui sont issues de la réflexion des ondes entrantes et de la fuite de l'onde guidée.

En manipulant les matrices B.24, on peut aisément trouver des matrices  $P$  et  $Q$  telles que

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} A \\ E \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} B \\ F \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} A \\ E \end{pmatrix}. \quad (\text{B.26})$$

Ces deux relations signifient qu'en fixant les sources d'excitations ( $A$  et  $E$ ), nous pouvons déterminer le champ sortant ( $B, F$ ) et le champ guidé ( $C, D$ ). En optique intégrée, ce type de propagation est qualifiée de "mode rayonné". Cette définition est assez abusive dans la mesure où les modes rayonnés constituent un ensemble continu et non discret. Il existe ainsi une infinité de modes rayonnés dans l'intervalle ( $\beta \in [0, k_0 n_1]$ ). Plus généralement, la structure que nous observons est une cavité Fabry-Pérot dont chaque interface fait office de miroir. Il existe donc des valeurs de  $\beta \in [0, k_0 n_1]$  discrètes pour lesquelles la lumière va résonner à l'intérieur de la cavité. Cela se traduit alors par une augmentation significative de l'énergie dans le guide par rapport à l'extérieur. On dit alors qu'un mode résonant est excité dans le régime "harmonique forcée" ou "d'oscillation forcée".

- L'ensemble des  $\beta$  tels que  $k_0 n_1 < \beta < k_0 n_3 < k_0 n_2$  permet de décrire une autre partie des modes

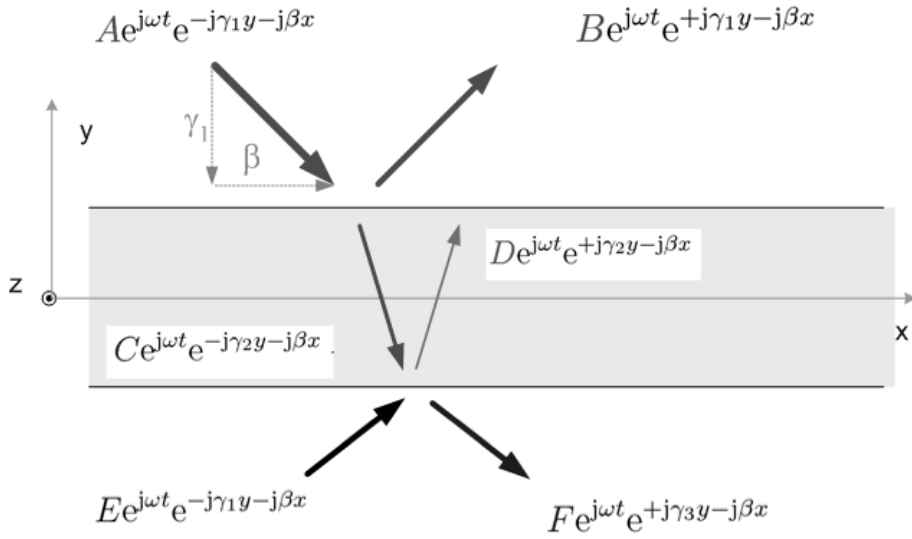


FIG. B.2: Mode rayonné et oscillation forcée.

rayonnés. Cette fois  $\gamma_1$  est imaginaire pure, on pose donc

$$\eta_1 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_1^2} = -j\gamma_1. \quad (\text{B.27})$$

$$(\text{B.28})$$

Ce qui nous permet d'écrire pour les valeurs de  $y > e/2$ ,

$$E_z(y) = A e^{\gamma_1 y} + B e^{-\gamma_1 y}. \quad (\text{B.29})$$

Le champ ne pouvant diverger pour  $y$  tendant vers l'infini,  $A$  doit être nul,

$$E_z(y) = B e^{-\gamma_1 y}. \quad (\text{B.30})$$

Cette partie du champ est appelée pied ou onde évanescente car elle tend vers zéro quand  $y$  tend vers l'infini. Dans ce cas,  $\beta$  est tel que l'onde à l'intérieur du guide est en réflexion totale à l'interface  $y = e/2$ . Ce fonctionnement est illustré par la figure B.3. Ce mode rayonné se calcule de la même manière que précédemment sauf que  $A$  n'est plus fixé par l'excitation puisque celle-ci ne provient que de la zone inférieure ( $y < -e/2$ ).

- Le cas suivant est très différent. Quand  $\beta$  vérifie  $k_0 n_1 < k_0 n_3 < \beta < k_0 n_2$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_3$  sont imaginaires pures. En posant,

$$\eta_1 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_1^2} = -j\gamma_1, \quad (\text{B.31})$$

$$\eta_3 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_3^2} = j\gamma_3, \quad (\text{B.32})$$

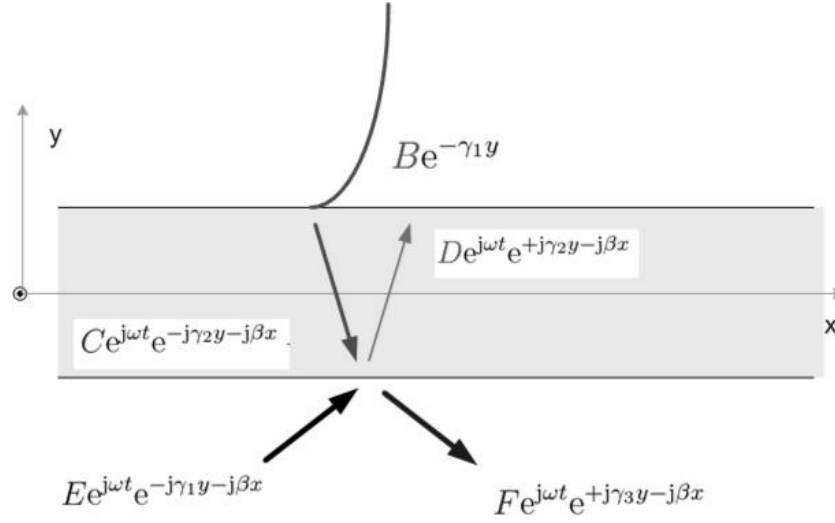


FIG. B.3: Oscillation forcée et réflexion totale sur une interface.

et en rappelant que le champ ne peut diverger à l'infini ( $A = E = 0$ ), on trouve vite

$$E_z(y) = \begin{cases} B e^{-\eta_1 y} & \text{pour } y > e/2 \\ C e^{-j\gamma_2 y} + D e^{j\gamma_2 y} & \text{pour } |y| < e \\ F e^{\eta_3 y} & \text{pour } y < -e/2 \end{cases}, \quad (\text{B.33})$$

En manipulant les matrices (B.24), on se retrouve très vite avec le système

$$R \begin{pmatrix} C \\ D \\ B \\ F \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{B.34})$$

Ce système n'a de solutions non nulles que si le déterminant  $\det R$  s'annule ce qui est vrai pour un ensemble discret de valeurs de  $\beta$  vérifiant

$$e \sqrt{k^2 n_2^2 - \beta^2} - \arctan \left( \frac{\sqrt{\beta^2 - k^2 n_1^2}}{\sqrt{k^2 n_2^2 - \beta^2}} \right) + \arctan \left( -\frac{\sqrt{\beta^2 - k^2 n_3^2}}{\sqrt{k^2 n_2^2 - \beta^2}} \right) = p\pi, \quad (\text{B.35})$$

avec  $p \in \mathbb{N}$ . L'ensemble des  $\beta$  vérifiant cette relation dite de dispersion correspond à l'ensemble des modes guidés. Sur la figure B.4, les modes guidés  $p = 0$  et  $p = 1$  sont représentés. Les modes guidés ont la propriété de se propager le long de l'axe  $x$  sans perte.

- Dans le cas où  $\beta$  est tel que  $k_0 n_1 < k_0 n_3 < k_0 n_2 < \beta$ , tous les  $\gamma_i$  sont imaginaires pures. Ce cas n'est pas physique et ne se rencontre jamais.



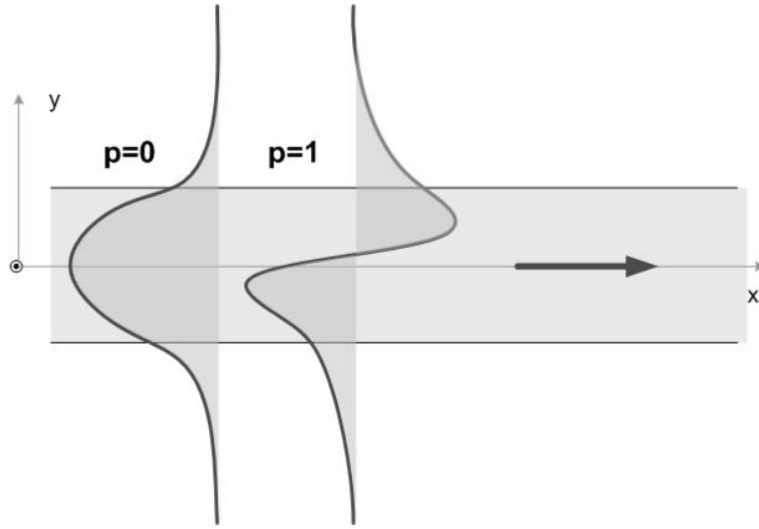


FIG. B.4: Modes guidés.

## B.5 Notion de mode à fuite et d'oscillation libre

Nous allons maintenant nous intéresser à un cas particulier, celui du mode à fuite. Nous avons vu que l'ensemble continu des modes rayonnés permettait de distinguer des résonances. Comme tout résonateur, le Fabry-Pérot peut être utilisé en régime d'oscillation libre. On suppose alors que l'énergie ne provient pas de l'extérieur ( $A=0$  et  $E=0$ ) mais qu'elle se situe déjà dans la cavité (ici le guide optique). On retrouve donc le même système d'équations calculé pour les modes guidés avec la condition  $\beta < k_0 n_3$ .

$$R \begin{pmatrix} C \\ D \\ B \\ F \end{pmatrix} = 0, \quad (\text{B.36})$$

Cette équation a des solutions non nulles pour un ensemble discret de  $\beta = \beta_r - j\alpha_i \in \mathbb{C}$  complexes. A cause de la composante imaginaire de la constante de propagation, le champ est proportionnel à  $e^{-j\beta_r x - \alpha_i x}$ . Le mode perd donc de l'énergie au fur et à mesure de la propagation selon  $x$ . De même, les constantes  $\gamma_1$  et  $\gamma_3$  deviennent complexes ce qui induit une divergence du champ sur l'axe  $y$ . cette divergence est montrée sur la figure B.5. On comprend que l'amplitude de l'onde guidée diminue avec la propagation en fuyant vers l'extérieur. Lorsqu'on effectue une coupe transverse du champ selon le plan  $(y, z)$ , la partie du champ qui se situe au loin sur l'axe  $y$  correspond à l'énergie qu'il y avait initialement dans le guide et qui a fuit entre temps. Il est d'autant plus important que la distance de propagation a été grande. Cet ensemble discret de modes est appelé ensemble des modes à fuites ou "leaky mode". Ils

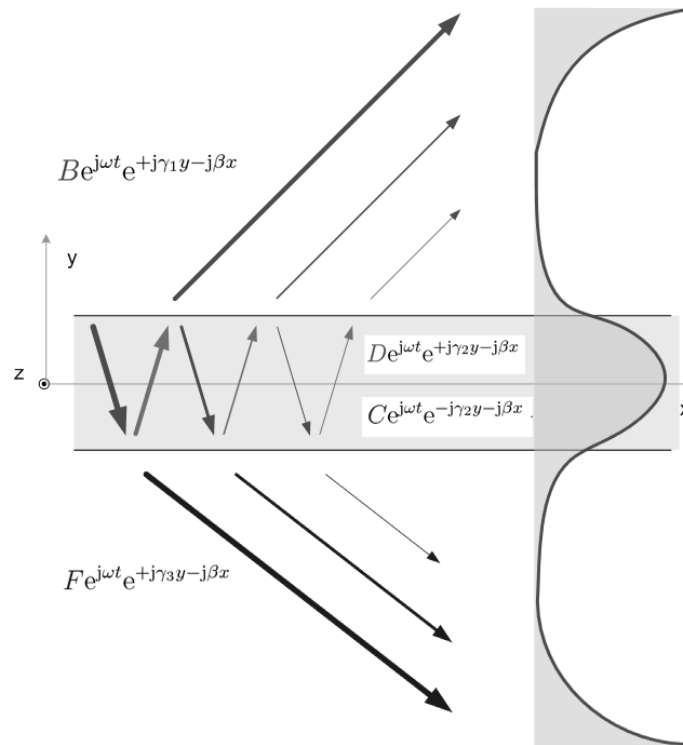


FIG. B.5: Mode à fuite ou résonance en régime d'oscillation libre.

correspondent à la description en oscillation libre des résonances de la cavité Fabry-Pérot formée par le guide.

## B.6 Notion de modes imaginaires

Une dernière solution correspond aux valeurs de  $\beta$  imaginaires pures. Ces valeurs représentent un continuum de modes qui sont des solutions mathématiques du problème mais n'interviennent pas dans le cas du guide plan.

## B.7 Orthogonalité et base modale

On peut démontrer que l'ensemble des modes guidés, le continuum des modes rayonnés et les modes à  $\beta$  imaginaires pures forment une base orthogonale complète [75] utilisant le produit

$$\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle = \int_y \mathbf{E}_1 \wedge \mathbf{H}_2^* dy, \quad (\text{B.37})$$

où  $\Psi_1$  et  $\Psi_2$  sont deux modes,  $\mathbf{E}_1$  est le champ électrique du mode  $\Psi_1$  et  $\mathbf{H}_2$  est le champ magnétique du mode  $\Psi_2$ . Cela signifie que toute onde électromagnétique  $\Psi$  de pulsation  $\omega$  peut s'écrire comme la superposition d'une somme de modes guidés et d'une intégrale de modes rayonnés et imaginaires,

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_k c_k \Psi_g^k(y) e^{\pm j\beta_k x} e^{j\omega t} + \int_0^{k_0 n_3} c(\beta) \Psi_r(y, \beta) e^{\pm j\beta x} e^{j\omega t} d\beta + \int_0^{+j\infty} d(\beta) \Psi_i(y, \beta) e^{\pm j\beta x} e^{j\omega t} d\beta \quad (\text{B.38})$$

où  $\Psi_g^k(y)$  correspond au mode guidé de constante de propagation  $\beta_k$ ,  $\Psi_r(y, \beta)$  et  $\Psi_i(y, \beta)$  représentent les modes rayonnés et imaginaires de constante de propagation  $\beta$  et  $c_k$ ,  $c(\beta)$ ,  $d(\beta)$  sont les poids qui leur sont respectivement associés. Cette propriété est à la base de nombreuses méthodes de calcul analytique. (Notons que les modes imaginaires sont très souvent négligés)

## **Annexe C**

# **Méthode de perturbation pour le disque denté**

Cette annexe est constituée d'un article consacré à cette méthode. Notons que la méthode est assez complexe au niveau des calculs et pourrait être simplifiée dans le cas du disque denté. Ainsi le formalisme écrit par Yariv et repris par Waks dans le cas des résonateurs à cristaux photoniques [119, 120] est plus simple. Cependant ce formalisme est moins général que celui présenté dans l'article qui va suivre et ne s'applique que pour des perturbations provoquant des variations temporelles du champ.

NB : Quelques erreurs subsistent dans l'article, reportez vous au chapitre 2 de la thèse pour la démonstration de l'orthogonalité.

# Analytical study of the whispering-gallery mode in two-dimensional microgear cavity using coupled-mode theory

Kien Phan Huy, Alain Morand, David Amans, and Pierre Benech

Institut de Microélectronique Electromagnétisme et Photonique, Unité Mixte de Recherche 5130 du Centre National de la Recherche Scientifique, Institut National Polytechnique de Grenoble et Université Joseph Fourier, 23, rue des Martyrs BP 257, 38016 Grenoble Cedex 1, France

Received July 13, 2004; revised manuscript received November 19, 2004; accepted March 16, 2005

The microgear is a microdisk resonator surrounded by a circular grating. The circular grating increases the modal selectivity of the cavity. In this paper, a two-dimensional (2-D) analytical method that describes the whispering-gallery mode (WGM) in a microgear resonator is presented. The model based on coupled mode theory needs the normalization of the WGM. In the past, some normalizations have been proposed; they all assume the mode to be bound, which is not true as WGMs are leaky modes. A new normalization with no approximation is presented. The numerical integration of the model is compared to 2-D finite-difference time-domain computations. It shows accurate computations of the resonant wavelength with lower numerical complexity. The method can be generalized to any deformation of the microdisk. © 2005 Optical Society of America

OCIS codes: 250.3140, 230.3120, 230.5750, 260.2110.

## 1. INTRODUCTION

Microdisk and microcylinder cavities are well known for their high- $Q$  whispering gallery modes (WGM).<sup>1–5</sup> The WGM propagates along the circumference of the disk. The light is thus likely to be in total reflection at the boundary of the disk, which lets very little energy coming out. As a result, microdisk WGMs exhibit high  $Q$  factors. These WGMs allow us to make lasers with very low threshold ( $<50 \mu\text{A}$ ) and continuous emission.<sup>6–9</sup> However, a sole microdisk, as depicted in Fig. 1(a), supports many different WGMs. For example, in Fig. 1(b), two WGMs of azimuthal order  $m=8$  and  $m=15$  are shown. One can see the WGM of azimuthal order  $m=8$  is the one with eight maxima and eight minima. Those two WGMs have different resonant wavelengths and different  $Q$  factors. The existence of many high- $Q$  WGMs alters the efficiency of the laser, therefore Fujita and Baba<sup>10,11</sup> proposed the addition of a Bragg grating with an azimuthal order twice the order  $m$  of the WGM. This structure is shown in Fig. 1(c). The modal selectivity of those microgear cavities has been demonstrated through two-dimensional (2-D) finite-difference time-domain (FDTD) computations<sup>10</sup> and has been experimentally observed.<sup>11</sup> Because of the grating, each WGM with azimuthal order  $k$  different from  $m$  is scattered out of the disk. Moreover, the WGM of azimuthal order  $m$  splits into even and odd stationary modes, as indicated by Fig. 1(d). Figure 1(d) shows that the even mode, which has its field extrema within the “teeth,” is more confined than the odd mode. The latter has its extrema outside the “teeth” and is subsequently radiated. As a result, the even mode exhibits a  $Q$ -factor improvement with the grating depth, whereas the odd-mode  $Q$  factor always decreases.<sup>10</sup>

Electromagnetic wave propagation in microgear reso-

nators is usually computed with the FDTD method. However, the FDTD method seems not to be appropriate, since its Cartesian gridding introduces artificial roughness.<sup>12,13</sup> To avoid this problem, a fast numerical method was proposed by Boriskina *et al.*<sup>14</sup> using the method of analytical regularization, but it cannot be applied to straight gratings.<sup>14</sup> In this paper, an analytical study of microgear resonators based on a perturbation scheme is presented. Coupled-mode theory (CMT) is applied with a first-order approximation.

The perturbation model is based on the well-known analytical expression of the electromagnetic field distribution of the WGM.<sup>15,16</sup> The main difficulty comes from the

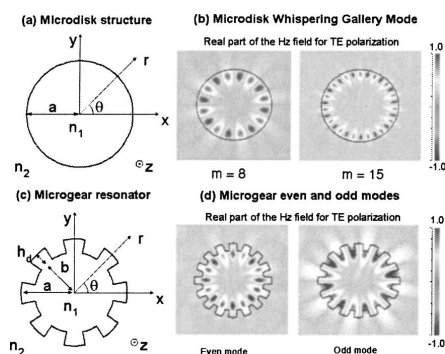


Fig. 1. (a) Structure of a two-dimensional (2-D) InP disk of effective refractive index  $n_1=2.05$  for TE and  $n_1=2.63$  for TM surrounded by air. (b) WGM modes with azimuthal order  $m=8$  and  $m=15$ . (c) Structure of a 2-D InP microgear of effective refractive index  $n_1=2.05$  for TE and  $n_1=2.63$  for TM surrounded by air. (d) Even and odd WGMs with azimuthal order  $m=8$ .

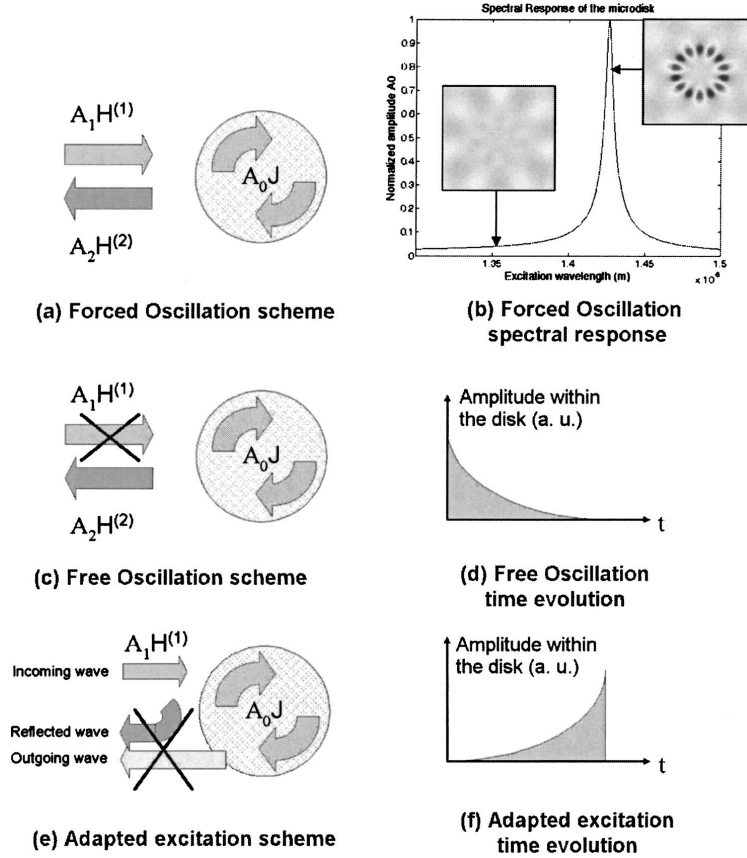


Fig. 2. (a) Forced oscillation scheme. (b) Spectral response for forced oscillation. The real part of the  $E_z$  field is plotted for TE polarization at two different excitation wavelengths. (c) Free-oscillation scheme. (d) Free-oscillation time evolution. (e) Adapted-excitation scheme. (f) Adapted-excitation time evolution.

normalization of this leaky mode. It means that the field does not reach zero far from the disk. One normalization for very high- $Q$  WGMs was proposed by Rowland and Love<sup>15</sup>; it assumes the field to be zero outside the disk. In this paper, a new normalization that is based on sums of harmonics with no approximation is presented. CMT<sup>17</sup> can then be applied to the microgear problem, as the grating can be considered as a perturbation for the WGM. Finally, the evolution of the resonant wavelength versus the grating depth has been calculated.

**2. DESCRIPTION OF FREE OSCILLATION AND FORCED OSCILLATION IN A TWO-DIMENSIONAL DISK**

First, the three-dimensional problem is simplified to a 2-D, with the effective-index method (EIM).<sup>18</sup> The structure of interest is a sole InP disk of effective refractive index  $n_1$  surrounded by a cladding of index  $n_2$ , as shown in Fig. 1(a). Thanks to the EIM approximation, the solution of Maxwell equations calculated in the  $(r, \theta)$  plane can be

divided into two polarized fields, TM ( $E_z, H_r, H_\theta$ ) and TE ( $H_z, E_r, E_\theta$ ).<sup>19</sup> The fields are all assumed to be continuous waves at single frequency  $\omega$ . The wave function  $\Psi_m$  of the WGM of azimuthal order  $m$  is given by

$$\Psi_m = F_m(r) \exp[j(m\theta + \omega t)] \cos(\beta z), \tag{1}$$

where  $\Psi_m$  is the  $E_z$  component of the electric field for TM or the  $H_z$  component of the magnetic field for TE and  $\beta$  is the propagation constant along the  $z$  direction obtained from the EIM. Hence the Helmholtz equation in the  $(r, \theta)$  plane is

$$\frac{\partial^2 \Psi_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} + \left( k_0^2 n_i^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \Psi_m = 0, \tag{2}$$

where  $n_i$  is the effective refractive index and  $k_0 = \omega/c$ . The complex solutions of this equation are in TM polarization

$$E_z = A_0 J_m(k_0 n_1 r) \exp[j(m\theta + \omega t)], \quad (3)$$

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega\mu_0} k_0 n_1 A_0 \left. \frac{dJ_m}{du} \right|_{u=k_0 n_1 r} \exp[j(m\theta + \omega t)], \quad (4)$$

for  $r \in [0, a]$  and

$$E_z = [A_1 H_m^{(1)}(k_0 n_2 r) + A_2 H_m^{(2)}(k_0 n_2 r)] \exp[j(m\theta + \omega t)], \quad (5)$$

$$H_\theta = \frac{k_0 n_2}{j\omega\mu_0} \left[ A_1 \left. \frac{dH_m^{(1)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 r} + A_2 \left. \frac{dH_m^{(2)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 r} \right] \times \exp[j(m\theta + \omega t)] \quad (6)$$

for  $r \geq a$ , where  $a$  is the radius of the cylinder and  $A_0, A_1$ , and  $A_2$  are constants to be determined.  $J_m$  is the Bessel function of the first kind.  $H_m^{(1)}$  and  $H_m^{(2)}$  denote Hankel functions of the first and second kind. The Bessel function  $J_m$  describes a standing wave along the  $r$  axis, whereas  $H_m^{(1)}$  and  $H_m^{(2)}$  are travelling waves; the former aims inside the disk, the latter outside.

Three regimes can be depicted. In the forced-oscillation regime, as illustrated by Fig. 2(a), the excitation comes from the  $H_m^{(1)}$  waves coming from the outside into the disk. The light within the disk then turns around, and a small part leaks outside through  $H_m^{(2)}$  waves. If the wavelength  $\lambda$  is far from resonance, the amplitude of the field within the disk related to the incoming waves ( $A_0/A_1$ ) is low, as shown in the left inset of Fig. 2(b). However, if the wavelength is close to the resonance, the amplitude of the field within the disk becomes much more important than outside, as depicted in the right inset of Fig. 2(b). Note that the forced-oscillation regime is a real pulsation regime, whereas the two following regimes, free oscillation and adapted excitation, experience complex values of  $\omega$ .

One can see in Fig. 2(c) that in the free-oscillation regime there is no source ( $A_1=0$ ) and the light is already in the disk and leaks outside the disk (laser mode). As a result, the amplitude of the field within the disk decreases with time with respect to time constant  $\tau$ , as shown in Fig. 2(d).

The adapted-excitation regime is the time opposite of free oscillation; the disk is excited with a time ramp with respect to  $\tau$  so that there are no  $H_m^{(2)}$  waves leaking outside ( $A_2=0$ ). As shown in Fig. 2(e), the incoming wave  $A_1 H_m^{(1)}$  interferes with the light inside the disk so that the interferences are constructive for the light transmitted into the disk  $A_0 J_m$  and destructive for the one reflected  $A_2 H_m^{(2)}$ . As a result of this constructive excitation, the amplitude  $A_0$  within the disk increases with time as depicted in Fig. 2(f). Keeping this interference regime subsequently forces the incoming wave amplitude  $A_1$  to increase with  $A_0$ .

In a forced-oscillation regime, one may normalize the excitation ( $A_1=1$ ). Therefore the transmitted amplitude  $A_0$  and the reflected amplitude  $A_2$  can be obtained by matching the boundary conditions at the disk interface ( $r=a$ ) for  $E_z$  and  $H_\theta$ . The spectral response of the cavity

for  $m$  azimuthal modes is then given by  $A_0$  with respect to the wavelength  $\lambda$ , as shown in Fig. 2(b). Note that the  $z$  component of the field solution obtained in a forced-oscillation regime will be denoted by  $\Psi_m^{\text{forced}}$ .

In a free-oscillation regime, as  $A_1=0$ , the system of two equations coming from the boundary conditions has non-zero solutions if the determinant of the system is zero,

$$\det \begin{pmatrix} J_m(k_0 n_1 a) & -H_m^{(2)}(k_0 n_2 a) \\ n_1 \left. \frac{dJ_m}{du} \right|_{u=k_0 n_1 a} & -n_2 \left. \frac{dH_m^{(2)}}{du} \right|_{u=k_0 n_2 a} \end{pmatrix} = 0. \quad (7)$$

For a given  $m$ , this equation has many complex solutions  $\omega_c = \text{Re}(\omega_c) + j\text{Im}(\omega_c) = \omega_0 + j\alpha$ . The time-decay constant  $\tau$  previously introduced is given by  $\tau = 1/\alpha$ . For the adapted-excitation regime, same calculations with  $A_2=0$  lead to the conjugate pulsation  $\omega_0 - j\alpha$ . For both regimes, the mode profile corresponding to the higher resonant wavelength  $\lambda_{\text{res}} = (2\pi c)/|\omega_c|$  has only one maximum along the  $r$  axis and is the WGM. The  $z$  component of the field within the disk for the free-oscillation regime is then given by

$$\Psi_m^{\text{free}} = J_m \left( \frac{\omega_0 + j\alpha}{c} n_1 r \right) \exp(jm\theta) \exp[(j\omega_0 - \alpha)t]. \quad (8)$$

The imaginary part of  $\omega_c$  proves the mode to be leaky, as on the one hand  $\exp(-\alpha t)$  shows that the amplitude decreases with time  $t$ , and on the other hand the asymptotic formulation<sup>20</sup> of  $H_m^{(2)}[(\omega_0 + j\alpha)/c] n_2 r$  leads to

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} H_m^{(2)} \left( \frac{\omega_0 + j\alpha}{c} n_2 r \right) \propto \frac{\exp \left[ -j \left( \frac{\omega_0 + j\alpha}{c} n_2 r \right) \right]}{r^{1/2}}, \quad (9)$$

which diverges for high values of  $r$ .

Similarly, at  $r=r_0 < a$ , one can see the field within the disk diverging with time  $t$  going to  $-\infty$  thanks to  $\exp(-\alpha t)$ . This means that in order to describe a cw free-oscillation regime, the energy within the disk at the origin of time ( $t \rightarrow -\infty$ ) must be infinite. As time elapses the light leaks outside the disk and travels along the  $r$  axis. As a result, the energy located at  $r \rightarrow +\infty$  corresponds to the infinite energy that was within the disk at the origin of time ( $t \rightarrow -\infty$ ). As

$$\frac{\exp \left[ -j \left( \frac{\omega_0 + j\alpha}{c} n_2 r \right) \right]}{r^{1/2}} \rightarrow +\infty \quad \text{with } r \rightarrow +\infty, \quad (10)$$

$$\exp(-\alpha t) \rightarrow +\infty \quad \text{with } t \rightarrow -\infty, \quad (11)$$

free oscillation describes an infinite-energy regime, its field can consequently not be normalized as regular modes. The well-known waveguide leaky modes are normalized, as far as finite waveguides are concerned. At the input of a waveguide, the light can be injected with finite energy.<sup>19</sup> For a microdisk in laser mode there is no such spatial input; the light is emitted from the material. As a result, there is no input plane of the waveguide but a time origin  $T_0$  at which the light is emitted within the disk.

However, such emission conflicts with the first hypothesis of the cw  $\Psi_m \propto \exp(j\omega t)$ .

Different normalizations have been proposed. Rowland and Love<sup>15</sup> and Little and Chu<sup>21</sup> normalizations suppose the WGM modes to be bound, which is not true as the field diverges for great value of  $r$ . Zhang and Grischkowsky<sup>22</sup> normalization uses an adapted-excitation regime that involves finite energy in space but not in time.

The normalization proposed in this paper describes a different time regime  $G(t)$  based on sums of harmonics. Instead of a full-time harmonic regime as free oscillation, this normalization describes a regime made of two transient regimes. As illustrated in Fig. 3, from  $t=-\infty$  to  $t=T_0$  the adapted excitation is used so that the  $A_1 H_m^{(1)}$  wave comes into the disk without any reflection ( $A_2=0$ ), then the excitation is stopped ( $A_1=0$ ) at  $t=T_0$  and the free oscillation takes place until  $t=+\infty$  (right part of Fig. 3). The symmetry of those two regimes guarantees the energy conservation at  $t=T_0$ . As a result, the field is finite at any time and can then be normalized. In Fig. 4, the new regime field is depicted at time  $t>T_0$ . For  $r$  going from 0 to  $a$ , one can see the light that is left within the disk. For  $r$  going from  $a$  to  $r_0$ , one may see the light that has leaked outside the disk since the beginning of free oscillation  $t=T_0$ . Note that there is no light for  $r>r_0$ , since the adapted excitation prevented any light from coming out of the disk before  $T_0$ .

Nevertheless, in order to use CMT, the involved field must be a cw at a single frequency. In the case of the time regime  $G(t)$  described previously and illustrated by Fig. 3, this condition is not fulfilled. However this time regime  $G(t)$  made of adapted excitation followed by free oscillation can still be decomposed as a sum of time harmonics:

$$G(t) = \int_{\omega} p(\omega) \exp(j\omega t) d\omega.$$

Each of these harmonics  $\exp(j\omega t)$  matches a cw solution of the Helmholtz equation in the forced-oscillation regime. Therefore the field evolution of the two transient regimes  $\Psi_m^{\text{adapted}}(r, \theta)$  and  $\Psi_m^{\text{free}}(r, \theta)$  can subsequently be described as a sum of forced oscillations  $\Psi_m^{\text{forced}}(r, \theta)$  weighted with  $P(\omega)$ ,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(\omega) \Psi_m^{\text{forced}} \exp(j\omega t) d\omega = \begin{cases} \Psi_m^{\text{adapted}} \exp(j\omega t + \alpha t), & t \in [-\infty, T_0] \\ \Psi_m^{\text{free}} \exp(j\omega t - \alpha t), & t \in [T_0, +\infty] \end{cases}.$$

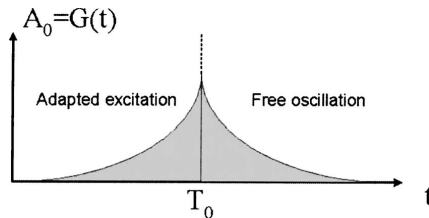


Fig. 3. Adapted excitation followed by free-oscillation regime. The amplitude time dependence is shown.

All  $\Psi_m^{\text{forced}}(r, \theta) \exp(j\omega t)$  are continuous waves and solutions of the Helmholtz equation; their sum can consequently be used for CMT.

### 3. STUDY OF THE MICROGEAR THROUGH COUPLED MODE THEORY

Microgear resonator efficiency for WGM was demonstrated by Fujita.<sup>10</sup> It increases the quality coefficient  $Q$  and decreases the resonant wavelength. CMT already has been successfully used to compute the coupling between a microdisk and a waveguide.<sup>23</sup> Consequently, one may describe the microgear WGM as a single-microdisk WGM perturbed by a grating using the CMT. The structure, shown in Fig. 1(c) is a 2 m “teeth” microgear of refractive index  $n_1$  surrounded by  $n_2$  with external radius  $a=1 \mu\text{m}$  and grating depth  $h_d$ .

#### A. Perturbation Grating

The dielectric permittivity of the microgear  $\epsilon_r$  is the sum of the single microdisk's dielectric permittivity  $\epsilon_{r0}$  and its perturbation grating  $\Delta\epsilon_r(\theta, r)$ . It is given by

$$\epsilon_r = \epsilon_{r0} + \Delta\epsilon_r(\theta, r), \quad (12)$$

with

$$\epsilon_{r0}(r) = \begin{cases} n_1^2 & r < a \\ n_2^2 & r > a \end{cases}, \quad (13)$$

$$\Delta\epsilon_r(\theta, r) = (n_2^2 - n_1^2) \Pi(\theta) h(r), \quad (14)$$

and

$$\Pi(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{for } -\pi/4m < \theta \left[ \frac{\pi}{m} \right] < \pi/4m \\ 1 & \text{for } \pi/4m < \theta \left[ \frac{\pi}{m} \right] < 3\pi/4m \end{cases},$$

$$h(r) = \begin{cases} 1 & a - h_d < r < a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases},$$

where  $h_d$  is the grating depth and  $2m$  is the number of azimuthal grating periods so that the even WGM of azimuthal order  $m$  fulfills the Bragg condition. As  $\Pi(\theta)$  is an even periodic function, it can be decomposed as a sum of harmonics, and the perturbation permittivity can be written as

$$\Delta\epsilon_r = \sum_{n=0}^{+\infty} (n_2^2 - n_1^2) h(r) b_n \frac{\exp(jn2m\theta) + \exp(-jn2m\theta)}{2}, \quad (15)$$

where  $b_n$  is determined by the Fourier decomposition

$$b_n = -\frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad \forall n \in \mathbb{N}^*,$$

$$b_0 = \frac{1}{2}, \quad (16)$$

where  $\mathbb{N}^*$  denotes all natural nonzero integers.



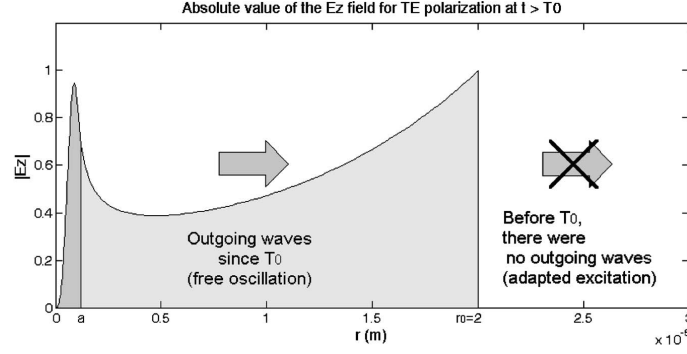


Fig. 4. Adapted excitation followed by free-oscillation regime. The absolute value of the electric field for the TE polarization is shown.

### B. Coupled-Mode Theory

As the expression of the unperturbed WGM field is known, CMT can be used. CMT uses the base of the WGM solutions of the unperturbed disk to decompose the solution of the new structure. As CMT involves the normalization of each unperturbed solution, the regime described in the previous part is used, with the complex pulsation linked to the even mode of the azimuthal order  $m$ . The unperturbed fields of different azimuthal orders from  $m$  that will appear in CMT calculations will be out of resonance and will thus be neglected. Neglecting those modes reduces the CMT calculation to the first-order approximation.

In the following calculations the base of the WGM solutions of the unperturbed disk is used in the previous time regime. Since the time excitation is adapted for the WGM of interest but not for the other modes, a proof of the orthogonality between the different WGMs in this time regime must be given. This proof is developed in Appendix A.1.

#### 1. TM Polarization

The Helmholtz equation for  $\mathbf{E}$  of the perturbed structure (TM mode) is given by

$$\Delta \mathbf{E} - \text{grad}(\text{div} \mathbf{E}) = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}, \quad (17)$$

where  $\mathbf{E} = E_z \mathbf{z}$  is the solution of the total structure and  $\mathbf{D}$  is the total polarization vector  $\mathbf{D} = \epsilon_0(\epsilon_{r0} + \Delta \epsilon_r) \mathbf{E}$ . Note that the second term of the left-hand side of Eq. (17)  $\text{grad}(\text{div} \mathbf{E})$  is zero. The proof comes from the equation

$$\epsilon_0 \epsilon_r \text{div} \mathbf{E} = \text{div} \mathbf{D} - \mathbf{E} \cdot \text{grad}(\epsilon_0 \epsilon_r) = 0. \quad (18)$$

This equation is demonstrated providing Maxwell's equation  $\text{div} \mathbf{D} = 0$ , and  $\mathbf{E} \cdot \text{grad}(\epsilon_0 \epsilon_r) = 0$ . The latter equation is true since  $\mathbf{E}$  has only a  $z$  component and  $\text{grad}(\epsilon_0 \epsilon_r)$  has no  $z$  component thanks to the geometry of the structure. As far as the TM polarization is concerned, only the  $z$  component of the electric field is relevant. Therefore Eq. (17) becomes

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 D_z}{\partial t^2}, \quad (19)$$

where  $D_z$  is the  $z$  component of the total polarization vector:

$$D_z = \epsilon_0 \left[ \epsilon_{r0}(r) + \sum_{n=0}^{+\infty} (n_2^2 - n_1^2) h(r) b_n \right. \\ \left. \times \frac{\exp(jn2m\theta) + \exp(-jn2m\theta)}{2} \right] E_z.$$

The solutions of Eq. (19) can be decomposed as sums of azimuthal harmonics of unperturbed fields with a variable amplitude  $a_k(t)$  for each mode:

$$E_z = \sum_{k \in \mathbb{Z}^*} a_k(t) \Psi_k(r, \theta, t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}^*} a_k(t) F_k(r) \exp(jk\theta) \exp(j\omega t),$$

where  $\Psi_k$  is solution of Eq. (2) and  $\mathbb{Z}^*$  is all nonzero integers. Assuming slow variation  $|(\partial^2 a_k) / \partial t^2| \ll |j\omega(\partial a_k / \partial t)|$ , Eq. (19) becomes

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}^*} a_k(t) \exp[j(k\theta + \omega t)] \left[ \frac{d^2 F_k}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF_k}{dr} + \left( k_0^2 \epsilon_{r0} - \frac{k^2}{r^2} \right) F_k \right] \\ \simeq \frac{1}{c^2} (\epsilon_{r0} + \Delta \epsilon_r) \sum_{k \in \mathbb{Z}^*} \exp[j(k\theta + \omega t)] F_k(r) 2j\omega \frac{\partial a_k(t)}{\partial t} \\ + \frac{1}{c^2} \Delta \epsilon_r \sum_{k \in \mathbb{Z}^*} a_k(t) \exp[j(k\theta + \omega t)] F_k(r) (j\omega)^2.$$

One can recognize the Helmholtz unperturbed equation on the left-hand side of this equation. As  $F_k(r)$  is a solution of this equation for  $k \in \mathbb{Z}^*$ , this expression is equal to zero, leading to

$$-2(\epsilon_{r0} + \Delta \epsilon_r) \sum_{k \in \mathbb{Z}^*} \exp[j(k\theta)] F_k(r) \frac{\partial a_k(t)}{\partial t} \\ = \frac{(n_2^2 - n_1^2) h(r)}{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}^*} \sum_{n=0}^{+\infty} j\omega b_n \\ \times \exp\{j(k \pm n2m)\theta\} F_k(r) a_k(t). \quad (20)$$

In Eq. (20),  $\Delta\epsilon_r \partial a_k(t)/\partial t$  can be neglected, because it is a second-order term. The orthogonality between  $k$  and  $m$  azimuthal-order propagating waves can be written as<sup>24</sup>

$$\delta_{k,m} = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[j(k-m)\theta] d\theta, \quad (21)$$

where  $\delta_{k,m}$  is the Kronecker symbol. The variation of  $a_m$  can then be obtained from the projection of Eq. (20) on the  $m$ th azimuthal mode. Only  $a_m$  and  $a_{-m}$  are relevant, since all azimuthal mode  $k \neq m$  are out of resonance; higher orders can thus be neglected. Note that because of the symmetry  $F_m = F_{-m}$ , the symmetric equation for  $[\partial a_{-m}(t)]/\partial t$  can also be found. Integrating those expressions on the  $r$  axis and writing it as matrixes give

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} a_m(t) \\ a_{-m}(t) \end{pmatrix} = -j\omega_m K \begin{pmatrix} 2b_0 & b_1 \\ b_1 & 2b_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_m(t) \\ a_{-m}(t) \end{pmatrix}, \quad (22)$$

with

$$K = \frac{(n_2^2 - n_1^2) \int_r \frac{h(r)}{r} F_m(r) F_m^*(r) dr}{4 \int_r \frac{\epsilon_{r0}(r)}{r} F_m(r) F_m^*(r) dr}.$$

Note that  $\int_r [\epsilon_{r0}(r)/r] F_m(r) F_m^*(r) dr$  is finite owing to the time regime used. A  $1/r$  term appears in the projection that is due to the polar coordinates. More explanations are given in Appendix A.1. This term does not jeopardize the normalization thanks to the Bessel function convergence at  $r=0$ . The matrix on the right-hand side of Eq. (22) is real symmetric and has two eigenvalues and eigenvectors

$$e_0 = 2b_0 - b_1, \quad \mathbf{v}_0 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix},$$

$$e_1 = 2b_0 + b_1, \quad \mathbf{v}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}.$$

Those two solutions match the odd and even modes, which are given by

$$\Psi_m^0 = \sin(m\theta) F_m(r) \exp[j\omega_m [1 - K(2b_0 - b_1)]t], \quad (23)$$

$$\Psi_m^1 = \cos(m\theta) F_m(r) \exp[j\omega_m [1 - K(2b_0 + b_1)]t]. \quad (24)$$

This new time evolution can be viewed as a wavelength change. The new resonance wavelengths are

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{|\omega_m [1 - K(2b_0 - b_1)]|},$$

$$\lambda_1 = \frac{2\pi c}{|\omega_m [1 - K(2b_0 + b_1)]|}.$$

## 2. TE Polarization

For TE polarization, the problem is more difficult. The Helmholtz equation for the magnetic field  $\mathbf{H}$  of the perturbed structure (TE mode) is given by

$$\text{grad}(\text{div } \mathbf{H}) - \Delta \mathbf{H} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \text{grad}(\epsilon_0 \epsilon_r) \wedge \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right],$$

where  $\mathbf{H} = H_z \mathbf{z}$  is the solution of the total structure. However, for TE polarization a new term appears:

$$\text{grad}(\epsilon_0 \epsilon_r) \wedge \mathbf{E} = -\epsilon_0 \left( \frac{E_r}{r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial \theta} - E_\theta \frac{\partial \epsilon_r}{\partial r} \right) \mathbf{z}, \quad (25)$$

where  $\mathbf{E} = E_r \mathbf{r} + E_\theta \boldsymbol{\theta}$ . The Helmholtz equation of the magnetic field on the  $z$  coordinate then becomes

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \theta^2} - \frac{1}{c^2 \epsilon_r} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \epsilon_0 \left( \frac{E_r}{r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial \theta} - E_\theta \frac{\partial \epsilon_r}{\partial r} \right) \right].$$

As the relations between electric and magnetic fields due to Maxwell equations are

$$E_r = \frac{1}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta}, \quad (26)$$

$$E_\theta = -\frac{1}{j\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{\partial H_z}{\partial r}, \quad (27)$$

the equation can be written as

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \theta^2} - \frac{1}{c^2 \epsilon_r} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \left[ \frac{1}{j\omega \epsilon_r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial \theta} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{j\omega \epsilon_r} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \frac{\partial \epsilon_r}{\partial r} \right]. \quad (28)$$

Note that the last term of Eq. (28), does not occur for TM polarization [see Eq. (19)]. That term exhibits  $\partial \epsilon_r / \partial r$  and  $\partial \epsilon_r / \partial \theta$ , which are zero except at the very edge of the microgear. This term is of major importance, since it distinguishes both polarizations. The solutions of the perturbed equation can be then decomposed as a sum of unperturbed fields:

$$H_z = \sum_{k \in \mathbb{Z}^*} a_k(t) \Psi_k(r, \theta, t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}^*} a_k(t) F_k(r) \exp(jk\theta + j\omega t),$$

where  $\Psi_k$  is the  $z$  component of the magnetic field  $H_z$  solution of Eq. (2). This equation can be solved the same way as for TE polarization and leads to the resonant wavelengths of the even and odd modes:

$$\lambda_0 = 2\pi c \left| \omega_m \left[ 1 - \frac{(2b_0 + b_1)(K_1 + K_3) + b_1 K_2}{(2b_0 + b_1)K_3 + b_1 K_2 + K_4} \right] \right|^{-1},$$

$$\lambda_1 = 2\pi c \left| \omega_m \left[ 1 - \frac{(2b_0 - b_1)(K_1 + K_3) - b_1 K_2}{(2b_0 - b_1)K_3 - b_1 K_2 + K_4} \right] \right|^{-1},$$

with

$$K_1 = \frac{(n_2^2 - n_1^2)}{2c^2} j\omega_m \int_r \frac{h(r)}{r} \Psi_m \Psi_m^* dr,$$

$$K_2 = \frac{(n_2^2 - n_1^2)}{j\omega} \int_r \frac{m^2 h(r)}{r^3 \epsilon_{r0}} \Psi_m \Psi_m^* dr,$$

$$K_3 = \frac{\epsilon_0}{2} (n_2^2 - n_1^2) \frac{1}{j\omega_m \epsilon_0} \left[ \frac{1}{n_1^2} \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} \Big|_{r=a-h_d} \frac{\Psi_m^*(a-h_d)}{a-h_d} - \frac{1}{n_2^2} \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} \Big|_{r=a} \frac{\Psi_m^*(a)}{a} \right]$$

$$K_4 = \frac{2}{c^2 j\omega_m} \int_r \frac{\epsilon_{r0}}{r} \Psi_m \Psi_m^* dr,$$

where  $K_1/K_4$  is the  $K$  coefficient found in TE polarization,  $K_2$  is linked to the  $\epsilon_0(E_r/r) \partial \epsilon_r / \partial \theta$  term, and  $K_3$  is linked to the  $\epsilon_0 E_\theta \partial \epsilon_r / \partial r$  term of Eq. (25). Note that  $K_3$  does not show integration on  $r$ , as  $\partial \epsilon_r / \partial r$  is zero for every value of  $r$  except  $r=a-h_d$  and  $r=a$ . As a result, the integration leaves only the values of the terms at those radii. The calculation of this term is detailed in Appendix A.2.

### C. Results and Improvements

#### 1. Comparison with Two-Dimensional FDTD

The model has been compared with 2-D FDTD<sup>25</sup> computations using RSoft FullWAVE,<sup>26</sup> as shown in Fig. 5. A square mesh of 20 nm spatial step has been used, providing both algorithm stability and accuracy. The computational cell involves  $150 \times 150$  nodes and perfect matching layers (PML)<sup>27</sup> of  $0.5 \mu\text{m}$  are used on each boundary. The PMLs exhibit  $10^{-8}$  absorption parameter. The time step is  $4.7 \times 10^{-4}$  ps with  $2^{19}$  iterations. The WGM is excited by a dipole placed at the periphery of the microgear. This dipole generates a Gaussian temporal pulse centered near the frequency of interest. The field evolution is monitored in time during the temporal loop, within the teeth, and within the holes, so that odd and even modes can be differentiated. The fast Fourier transform spectrum of this time-field evolution leads to the resonant frequencies of the microgear. The square modulus of this spectrum can be fitted by a Lorentz function and gives the quality factor for each WGM. For accuracy, a simulation with twice as many iterations was computed that showed a  $Q$  factor variation below 1.3%

The simulated structure is an  $a=1 \mu\text{m}$  internal-radius InP microgear with 12 teeth ( $m=6$ ), with the grating depth  $h_d$  going from 0 to  $0.3 \mu\text{m}$ . The EIM is used to calculate the effective index  $n_1$  due to a slab waveguide of thickness  $e=280 \text{ nm}$  surrounded by air ( $n_2=1$ ).  $n_1=2.63$  for TE polarization at  $\lambda=1.75 \mu\text{m}$  and  $n_1=2.05$  for TM polarization at  $\lambda=1.5 \mu\text{m}$  are obtained for the resonant wavelengths of the WGM of azimuthal order  $m=6$ . The perturbation model shows good matching for values of  $h_d$  inferior to  $0.1 \mu\text{m}$ , with a maximum error of 2%. However, the error increases for stronger perturbation. For example, for  $h_d$  going to  $0.2 \mu\text{m}$ , the maximum error is 6%. This can be understood, because the method stops being relevant for a deep grating depth, as the grating is not a small perturbation anymore, leading to slow variation of  $a_m$ . Finally, the CMT cannot help finding the  $Q$ -factor variation owing to the deformation of the electric field and

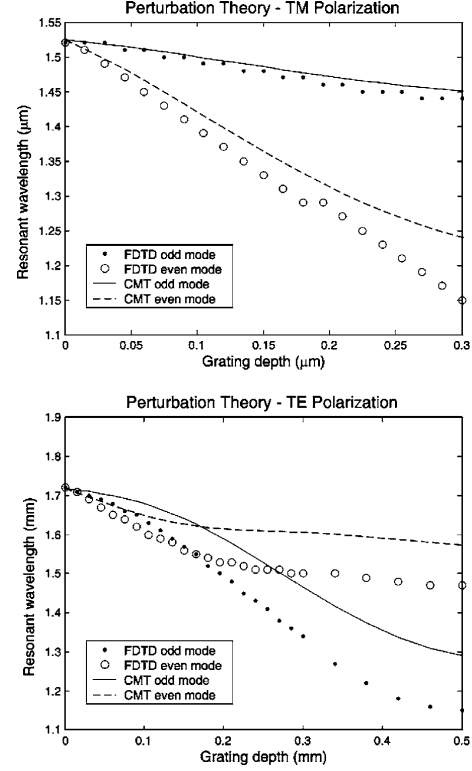


Fig. 5. Comparison between CMT and 2-D full-vector FDTD<sup>25</sup> calculations for TM and TE WGM  $m=6$ ,  $a=1 \mu\text{m}$ ; effective refractive index  $n_1=2.05$  for TE and  $n_1=2.63$  for TM surrounded by air. The resonant wavelength is shown versus the grating depth. The discontinuities are due to the Cartesian mesh.

its interaction with the magnetic field.<sup>28</sup> Since the first-order approximation is used, the perturbation method does not take the field deformation into account, and the  $Q$  factor cannot be determined.

#### 2. Improvements

The difference between FDTD and the perturbation method shows that the perturbation approximation is not relevant for highest values of  $h_d$ . The model has been subsequently slightly changed in order to reduce the perturbation amplitude. Instead of perturbing a disk, the CMT is applied to a disk surrounded by a ring with mean dielectric permittivity  $\epsilon_r = n_r^2 = (1 + n_1^2)/2$ , as indicated in Fig. 6. As a result, the dielectric permittivity modulation due to the grating  $\Delta \epsilon_r$  is centered on the mean value  $n_r^2$  instead of  $n_1^2$ . The perturbation amplitude is thus reduced, and the value of  $b_0$  is equal to zero.

The solutions of Maxwell equations for the disk surrounded by a ring can be found by replacing the former solution outside the disk by

$$E_z = [A_1 H_m^{(1)}(k_0 n_r r) + A_2 H_m^{(2)}(k_0 n_r r)] \exp[j(m\theta + \omega t)], \quad (29)$$

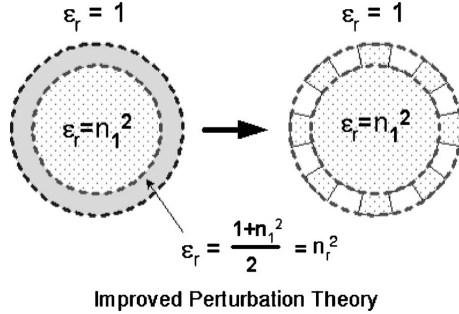


Fig. 6. The unperturbed structure is now a disk surrounded by a ring of mean dielectric permittivity. The modulation of the dielectric permittivity is centered on  $n_r^2$  instead of  $n_1^2$ .

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega\mu_0} k_0 n_r \left[ A_1 \frac{dH_m^{(1)}}{du} \Big|_{u=k_0 n_r r} + A_2 \frac{dH_m^{(2)}}{du} \Big|_{u=k_0 n_r r} \right] \times \exp[j(m\theta + \omega t)] \quad (30)$$

for  $a - h_d < r < a$ , and

$$E_z = A_3 H_m^{(1)}(k_0 n_2 r) + A_4 H_m^{(2)}(k_0 n_2 r) \exp[j(m\theta + \omega t)], \quad (31)$$

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega\mu_0} k_0 n_2 \left[ A_3 \frac{dH_m^{(1)}}{du} \Big|_{u=k_0 n_2 r} + A_4 \frac{dH_m^{(2)}}{du} \Big|_{u=k_0 n_2 r} \right] \times \exp[j(m\theta + \omega t)] \quad (32)$$

for  $a < r$ . The fields inside the disk remain unchanged and are given by Eqs. (3) and (4). The method described in Section 2 can then be used to find the resonant wavelength. Thanks to the mean dielectric permittivity within the added ring, the term  $b_0$  in the former calculation disappears. The CMT applied to this structure consequently involves a smaller perturbation, as the new perturbed permittivity is:

$$|\Delta \epsilon_r^{\text{new}}(r, \theta)| \approx \left| (n_2^2 - n_1^2) h(r) b_1 \frac{\exp(j2m\theta) + \exp(-j2m\theta)}{2} \right| \ll \left| (n_2^2 - n_1^2) h(r) \left[ b_0 + b_1 \frac{\exp(j2m\theta) + \exp(-j2m\theta)}{2} \right] \right|,$$

where the first line corresponds to the new perturbation and the second line corresponds to the previous one. The results are depicted in Fig. 7. One can see that the CMT model computations are a better fit to FDTD's providing a maximum square error of 3.6% for the same grating range. The results are definitely improved. However, as shown in Fig. 8, one may point out the fact that the odd-mode computation is less efficient, since the field deformation is stronger as the mode is radiated. In Fig. 8, the error between both methods is plotted versus the grating depth. The discontinuities are due to the FDTD computation mesh. For deep grating depths, it is difficult to fit the

resonance with a Lorentz function because of low  $Q$  factors. At a grating depth equal to zero, the sharp difference is also due to FDTD convergence, which is 1.3%. Finally, one can see the error between both methods scales as a second order or more of the perturbation. It confirms that the method used is a first-order perturbation theory.

#### 4. CONCLUSION

In this paper, a perturbation method to compute the resonant wavelength of a microgear WGM is presented. First results have been validated using a FDTD 2-D method. Our results fit to FDTD computations for grating depth going to  $0.25 \mu\text{m}$  (for semiconductor microgear surrounded by air with  $1 \mu\text{m}$  radius). For grating depth above  $0.25 \mu\text{m}$ , the grating can no longer be considered to be a small perturbation, although the CMT method can help to design the structure for laser applications with few seconds' time computation. Nevertheless, the  $Q$  factor cannot be computed with this method, which does not take the field deformation into account. As a result, the coupling between the different components of the electric and magnetic fields is not described. Such effect can be

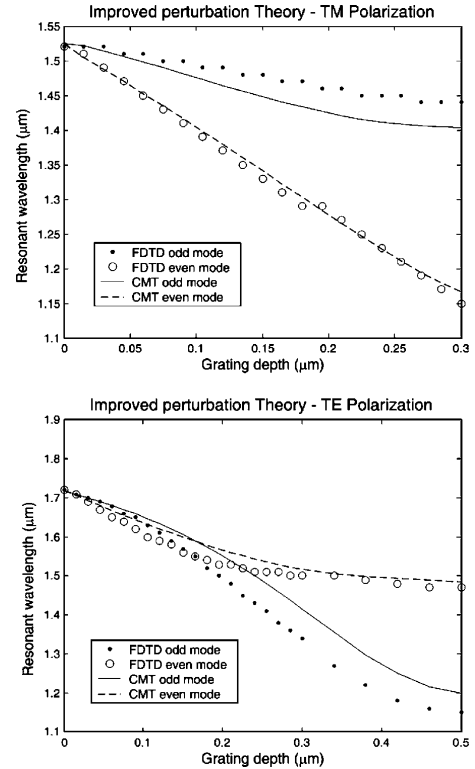


Fig. 7. Comparison between improved perturbation theory and FDTD for WGM  $m=6$ ,  $a=1 \mu\text{m}$ ; effective refractive index  $n_1=2.05$  for TE and  $n_1=2.63$  for TM surrounded by air. The resonant wavelength is shown versus the grating depth. The discontinuities are due to the Cartesian mesh.

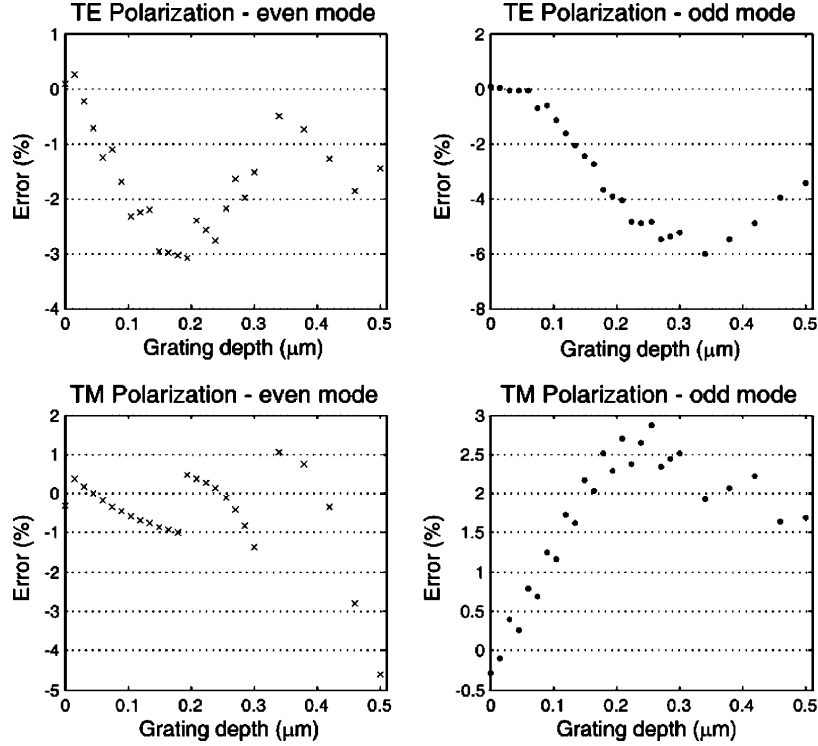


Fig. 8. Error between improved perturbation theory and FDTD for WGM  $m=6$ ,  $a=1 \mu\text{m}$ ; effective refractive index  $n_1=2.05$  for TE and  $n_1=2.63$  for TM surrounded by air. The error on the resonant wavelength is shown versus the grating depth.

taken into account with a Floquet–Bloch formalism<sup>29</sup> that will be developed in another paper.

## APPENDIX

### A. Orthogonality of the New Regime

Since a new time regime is used, the orthogonality between the different modes should be demonstrated. The following demonstration is likely to be the one given by Marcuse.<sup>18</sup> For two different modes of azimuthal order  $m(\mathbf{E}_m, \mathbf{H}_m)$  and  $n(\mathbf{E}_n, \mathbf{H}_n)$  with  $\exp(jm\theta)$  and  $\exp(jn\theta)$  as respective  $\theta$  dependence, Maxwell equations give

$$\text{rot } \mathbf{H}_n = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\mathbf{E}_n, \quad (\text{A1})$$

$$\text{rot } \mathbf{E}_m = -j\omega\mu_0\mathbf{H}_m. \quad (\text{A2})$$

The conjugate of Eq. (A1) can then be multiplied by  $\mathbf{E}_m$  and Eq. (A2) to  $\mathbf{H}_n$ . The subtraction and integration on  $r$  of both term gives

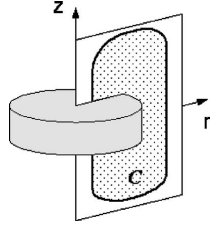
$$\begin{aligned} & \int_r \int_z (\mathbf{E}_m \text{rot } \mathbf{H}_n^* - \mathbf{H}_n^* \text{rot } \mathbf{E}_m) dr dz \\ &= -j\omega \int_r \int_z (\epsilon_0\epsilon_r\mathbf{E}_m\mathbf{E}_n^* - \mu_0\mathbf{H}_m\mathbf{H}_n^*) dr dz. \quad (\text{A3}) \end{aligned}$$

A symmetric equation is obtained in the same way, changing  $m$  and  $n$  and taking the conjugate,

$$\begin{aligned} & \int_r \int_z (\mathbf{E}_n^* \text{rot } \mathbf{H}_m - \mathbf{H}_m \text{rot } \mathbf{E}_n^*) dr dz \\ &= -j\omega \int_r \int_z (\epsilon_0\epsilon_r\mathbf{E}_m\mathbf{E}_n^* - \mu_0\mathbf{H}_m\mathbf{H}_n^*) dr dz. \quad (\text{A4}) \end{aligned}$$

The left term of this last equation can also be written

$$\begin{aligned} & \int_r \int_z (\mathbf{E}_n^* \text{rot } \mathbf{H}_m - \mathbf{H}_m \text{rot } \mathbf{E}_n^*) dr dz \\ &= \int_r \int_z \text{div}(\mathbf{H}_m \wedge \mathbf{E}_n^*) dr dz \\ &= j(n-m) \int_r \int_z \frac{1}{r} (\mathbf{H}_m \wedge \mathbf{E}_n^*) z dr dz \end{aligned}$$

Fig. 9. Contour  $C$  used to demonstrate the modal orthogonality.

$$+ \int_r \int_z \operatorname{div}_{(r,z)}(\mathbf{H}_m \wedge \mathbf{E}_n^*) dr dz, \quad (\text{A5})$$

where  $\operatorname{div}_{(r,z)} \mathbf{A} = r \partial(rA_r)/\partial r + \partial A_z/\partial z$ . Note that

$$\int_r \int_z \operatorname{div}_{(r,z)}(\mathbf{H}_m \wedge \mathbf{E}_n^*) dr dz = \int_C \mathbf{H}_m \wedge \mathbf{E}_n^* d\mathbf{n}, \quad (\text{A6})$$

where  $C$  is a chosen integration path in the  $(r, z)$  plan and  $\mathbf{n}$  is the normal vector to the path, as shown in Fig. 9. For an orthogonal relation, this term must be zero, which yields a question only on two points of the integration path because of the symmetry of the problem. Those two points are the intersection of  $C$  and the  $r$  axis. As the contour  $C$  may go through  $\{r, z\} \in \{0, 0\}$ , where the field is zero because of the Bessel functions, only one point is left to analyze. In our case, the WGM of interest has finite energy, and its field is limited to the  $r$  axis thanks to the time regime used, as depicted in Fig. 3. For the other modes, the excitation regime, which is a time ramp of time constant  $\tau=1/\alpha$ , will not be adapted. It will subsequently introduce some backreflections that lead to a non-zero field on the  $r$  axis. However, since the excitation follows a  $\exp(\alpha t)$  function, the excitation field tends to zero when  $t$  goes to  $-\infty$ . As a result, the reflected waves introduced by this excitation will also decrease, with time going to  $-\infty$ . At a given time  $t=T$ , those reflected waves will be located on the  $r$  axis at the higher values. This means that for high values of  $r$ , the field tends to zero. Taking an infinite contour  $C$ , Eq. (A6) equals zero. The classic calculation of modal orthogonality can thus be done. Eq. (A5) is replaced in Eq. (A4), and the same calculation is done for the symmetric equation. Both equations are then subtracted, which leads to

$$j(m-n) \int_r \int_z \frac{1}{r} (\mathbf{H}_n^* \wedge \mathbf{E}_m + \mathbf{H}_m \wedge \mathbf{E}_n^*) z dr dz = 0.$$

As the same calculations can be done for backwards  $\exp(-jm\theta)$  WGMs, the orthogonality equation shall be obtained:

$$j(m-n) \int_r \int_z \frac{1}{r} (\mathbf{H}_n^* \wedge \mathbf{E}_m) z dr dz = 0.$$

Note that a  $1/r$  term appears because of the divergence operator in polar coordinates in Eq. (A5).

## B. Calculation of $K_3$

Note that the discontinuity on the  $r$  axis of the electric field for TE polarization is taken into account thanks to the term  $\epsilon_0 E_\theta \partial \epsilon_r / \partial r$  of Eq. (25). After some calculation, one can see in the Subsection 3.B.2 that Helmholtz equation becomes Eq. (28):

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \theta^2} - \frac{1}{c^2 \epsilon_r} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \left[ \frac{1}{j\omega_m \epsilon_r} \frac{\partial \epsilon_r}{\partial \theta} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{j\omega_m \epsilon_r} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \frac{\partial \epsilon_r}{\partial r} \right],$$

where the discontinuity on the  $r$  axis is now held by the last term on the right-hand side. One can see that this last term involves  $\partial \epsilon_r / \partial r$ . As shown in Fig. 10, the derivation of  $\epsilon_r$  exhibits Dirac delta functions  $\delta(r-a)$  and  $\delta(r-a+h_d)$ . As far as the  $m$ th harmonic is concerned, this term written with Dirac delta functions gives

$$\begin{aligned} \frac{1}{j\omega_m \epsilon_r} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} \right) \frac{\partial \epsilon_r}{\partial r} &= \frac{2n_1^2}{\epsilon_r} \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} [-\delta(r-a+h_d)] \\ &+ \frac{2n_1^2 + (1-n_1^2)(2b_0+b_1)}{\epsilon_r} \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} \\ &\times [\delta(r-a+h_d) - \delta(r-a)] \\ &+ \frac{2n_2^2}{\epsilon_r} \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} [\delta(r-a)]. \end{aligned}$$

After simplification, this equation becomes

$$\begin{aligned} \frac{1}{j\omega_m \epsilon_r} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} \right) \frac{\partial \epsilon_r}{\partial r} &= \frac{(1-n_1^2)(2b_0+b_1)}{\epsilon_r} \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} \\ &\times [\delta(r-a+h_d) - \delta(r-a)] \\ &+ \frac{2(n_2^2 - n_1^2)}{\epsilon_r} \frac{\partial \Psi_m}{\partial r} [\delta(r-a)]. \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

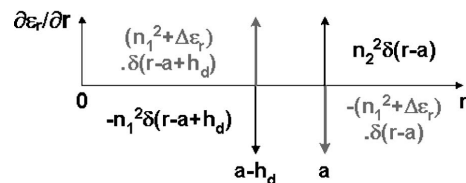
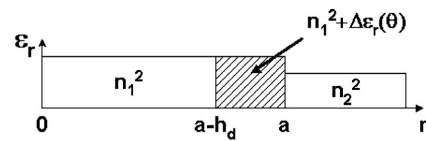


Fig. 10. Dielectric permittivity  $\epsilon_r$  evolution with  $r$  and its derivative. As  $\epsilon_r$  is a step function,  $\partial \epsilon_r / \partial r$  exhibits Dirac delta functions. Each Dirac delta function is weighted with the corresponding step amplitude. It can be decomposed as the difference of two Dirac delta functions.



The first term of the right-hand side of this equation is due to the perturbation grating. The second term is linked to the unperturbed system and shows the discontinuity at  $r=a$  of the unperturbed disk. Consequently, only the first term is involved in  $K_3$ . Note that the Dirac delta function  $\delta(r-a+h_d)$  and  $\delta(r-a)$  are multiplied by  $(1/\epsilon_r)\partial\Psi_m/\partial r$ . This last function is proportional to  $E_\theta^m$ , which is the  $\theta$  component of the electric field of the  $m$  azimuthal WGM solution of the unperturbed disk. Since

$$E_\theta^m = -\frac{1}{j\omega_m\epsilon_0}\left(\frac{1}{\epsilon_r}\frac{\partial\Psi_m}{\partial r}\right),$$

$E_\theta^m$  is proportional to  $(1/\epsilon_r)\partial\Psi_m/\partial r$ , and  $E_\theta^m$  and  $(1/\epsilon_r)\partial\Psi_m/\partial r$  are continuous at the boundary of the disk. Therefore, after integration on the  $r$  axis and some simplifications, Eq. (A7) leads to

$$K_3 = \frac{\epsilon_0}{2}(n_2^2 - n_1^2)\frac{1}{j\omega_m\epsilon_0}\left[\frac{1}{n_1^2}\frac{\partial\Psi_m}{\partial r}\right]_{r=a-h_d}\frac{\Psi_m^*(a-h_d)}{a-h_d} - \frac{1}{n_2^2}\frac{\partial\Psi_m}{\partial r}\bigg|_{r=a}\frac{\Psi_m^*(a)}{a}.$$

K. Phan Huy is the corresponding author and can be reached at phanhuy@enserg.fr.

## REFERENCES

1. S. L. McCall, A. F. J. Levi, R. E. Slusher, S. J. Pearton, and R. A. Logan, "Whispering-gallery mode microdisk lasers," *Appl. Phys. Lett.* **60**, 289–291 (1992).
2. R. E. Slusher, A. F. J. Levi, U. Mohideen, S. L. McCall, S. J. Pearton, and R. A. Logan, "Threshold characteristics of semiconductor microdisk lasers," *Appl. Phys. Lett.* **63**, 1310–1312 (1993).
3. A. F. J. Levi, R. E. Slusher, S. L. McCall, J. L. Glass, S. J. Pearton, and R. A. Logan, "Directional light coupling from microdisk lasers," *Appl. Phys. Lett.* **62**, 561–563 (1993).
4. T. Baba and D. Sano, "Low-threshold lasing and Purcell effect in microdisk lasers at room temperature," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **9**, 1340–1346 (2003).
5. T. Baba, "Photonic crystals and microdisk cavities based on GaInAsP–InP system," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **3**, 808–830 (1997).
6. M. Fujita, K. Inoshita, and T. Baba, "Room temperature continuous wave lasing characteristics of GaInAsP/InP microdisk injection laser," *Electron. Lett.* **34**, 278–279 (1998).
7. M. Fujita, R. Ushigome, and T. Baba, "Continuous wave lasing in GaInAsP microdisk injection laser with threshold current of 40  $\mu$ A," *Electron. Lett.* **36**, 790–791 (2000).
8. D. S. Song, J. K. Hwang, C. Kim, I. Y. Han, D. Jang, and Y. H. Lee, "InGaAs microdisk lasers on  $\text{Al}_x\text{O}_y$ ," *IEEE Photonics Technol. Lett.* **12**, 954–956 (2000).
9. L. Zhang and E. Hu, "Lasing from InGaAs quantum dots in an injection microdisk," *Appl. Phys. Lett.* **82**, 319–321 (2003).
10. M. Fujita and T. Baba, "Proposal and finite-difference time-domain simulation of whispering gallery mode microgear cavity," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **37**, 1253–1258 (2001).
11. M. Fujita and T. Baba, "Microgear laser," *Appl. Phys. Lett.* **80**, 2051–2053 (2002).
12. A. Sakai and T. Baba, "FDTD simulation of photonic devices and circuits based on circular and fan-shaped microdisks," *J. Lightwave Technol.* **17**, 1493–1499 (1999).
13. B. E. Little, J. P. Laine, and S. Chu, "Surface-roughness-induced contradirectional coupling in ring and disk resonators," *Opt. Lett.* **22**, 4–6 (1997).
14. S. V. Boriskina, T. M. Benson, P. Sewell, and A. I. Nosich, "Highly efficient design of spectrally engineered whispering-gallery-mode microlaser resonators," *Opt. Quantum Electron.* **35**, 545–559 (2003).
15. D. Rowland and J. Love, "Evanescent wave coupling of whispering gallery modes of a dielectric cylinder," *IEE Proc. Optoelectron.* **140**, 177–188 (1993).
16. R. P. Wang and M.-M. Dumitrescu, "Theory of optical modes in semiconductor microdisk lasers," *J. Appl. Phys.* **81**, 3391–3397 (1997).
17. A. Yariv and M. Nakamura, "Periodic structures for integrated optics," *IEEE J. Quantum Electron.* **13**, 233–252 (1977).
18. D. Marcuse, *Light Transmission Optics*, Computer Science and Engineering Series (Van Nostrand Reinhold Electrical, 1989).
19. A. W. Snyder and J. D. Love, *Optical Waveguide Theory* (Chapman and Hall, 1983).
20. M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions (with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables)*, Vol. 55 of Applied Mathematics Series (National Bureau of Standards, 1972).
21. B. E. Little and S. T. Chu, "Estimating surface-roughness loss and output coupling in microdisk resonators," *Opt. Lett.* **21**, 1390–1392 (1996).
22. J. Zhang and D. Grischkowsky, "Whispering-gallery-mode cavity for terahertz pulses," *J. Opt. Soc. Am. B* **20**, 1894–1904 (2003).
23. A. Morand, K. Phan-Huy, Y. Desieres, and P. Benech, "Analytical study of the microdisk's coupling with a waveguide based on the perturbation theory," *J. Lightwave Technol.* **22**, 827–832 (2004).
24. D. Marcuse, *Theory of Dielectric Waveguides* (Academic, 1991).
25. A. Taflov, *Computational Electrodynamics, the Finite-Difference-Time-Domain-Method* (Aretch House, 1995).
26. Rsoft, "FullWAVE," (2001), <http://www.rsoftdesign.com>.
27. J.-P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *J. Comput. Phys.* **114**, 185–200 (1994).
28. K. Nozaki, A. Nakagawa, D. Sano, and T. Baba, "Ultralow threshold and single-mode lasing in microgear lasers and its fusion with quasi-periodic photonic crystals," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **9**, 1355–1360 (2003).
29. K. Chang, V. Shah, and T. Tamir, "Scattering and guiding of waves by dielectric gratings with arbitrary profiles," *J. Opt. Soc. Am.* **70**, 804–813 (1980).

## Annexe D

# Liste des publications reliées à ce travail

### D.1 Revues

[D1] Alain Morand, Kien Phan Huy et Pierre Benech, “Analytical Study of the Microdisk’s Resonant Mode Coupling With a Waveguide Vased on the Perturbation Theory”, *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol 22, no 3, March 2004, pp827-832.

[D2] Kien Phan Huy, Alain Morand et Pierre Benech, “Modelization of the whispering gallery mode in microgear resonators using the Floquet-Bloch formalism”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol 41, no 3, March 2005, pp357-365.

[D3] Kien Phan Huy, Alain Morand, David Amans et Pierre Benech, “Analytical study of the whispering gallery mode in 2-D microgear cavity using the Coupled Mode Theory”, *Journal of the Optical Society of America B*, vol 22, no 8, August 2005, p1793-1803.

### D.2 Conférences internationales avec actes

[D4] Alain Morand, Kien Phan Huy et Pierre Benech, “Numerical and analytical study of microdisks for laser applications”, Photonics West - *Integrated Optics VI* à San José Proceedings of the SPIE Vol 5355, 2004. Conférence invitée.

[D5] Kien Phan Huy, Alain Morand et Pierre Benech, “Analytical study of whispering gallery mode



in 2D microgear cavity”, Photonics Europe - *Microresonator II* à Strasbourg Proceedings of the SPIE Vol. 5451, p. 284-292.

[D6] Kien Phan Huy, Alain Morand et Pierre Benech, “Numerical and analytical study of microdisks for laser applications”, Photonics West - *Physics and Simulation of Optoelectronic Devices XIII* à San José Proceedings of the SPIE Vol 5722, 2005.

[D7] David Gachet, Kien Phan Huy, Alain Morand, Pierre Benech, Frantz Bruckert, Jean-Michel Terrot et Michel Labeau, “Realization of a DNA Chip on ion-exchanged waveguide in a glass substrate”, ECIO’05 - *12th European Conference on Integrated Optics* à Grenoble, 2005.

[D8] Jérémy Verbert, Frédéric Mazin, Jean Michel Gérard, Emmanuel Hadji, Fedja Orucevic, Jean Hare, Valérie Lefèvre-Seguin, Kien Phan Huy, Alain Morand and Pierre Benech, , “Erbium-doped silicon-rich oxide microdisks and microtorus for silicon based integrated light sources” , ECIO’05 - *12th European Conference on Integrated Optics* à Grenoble, 2005.

[D9] Kien Phan Huy, Jérémy Verbert, Fedja Orucevic, Frederic Mazen, Pierre Noé, Jean Hare, Valérie Lefèvre-Seguin, Alain Morand, Pierre Benech, Jean-Michel Gérard, et Emmanuel Hadji, “Room temperature operation of Er-doped silicon-rich oxide microcavities supporting high-Q whispering-gallery modes”, SPIE Optics & Photonics - *Nanophotonic Material and Systems II* à San Diego Proceedings of the SPIE Vol 5925, 2005.

### **D.3 Conférences nationales avec actes**

[D10] Kien Phan Huy, Alain Morand et Pierre Benech, "Calcul analytique 2D du couplage entre un microdisque et un guide", JNOG 2003 Valence, pp 243-246.

[D11] Jérémy Verbert, Thomas Charvolin, Vincent Calvo, Emmanuel Picard, Emmanuel Hadji, Kien Phan Huy et Alain Morand., "Microdisques Silicium et SiO<sub>2</sub> dopé Erbium", JNOG 2003 Valence, pp 279-280.

[D12] Kien Phan Huy, Alain Morand et Pierre Benech, "Etude du mode de galerie dans un micro-

disque denté 2D selon le formalisme de Floquet-Bloch ", JNOG 2004 Paris, pp 185-187.

#### **D.4 Conférences internationales sans actes**

[D13] Kien Phan Huy, Alain Morand et Pierre Benech, "High efficiency design whispering-gallery mode cavity using the FLoquet-Bloch formalism", XIII international workshop on Optical Waveguide Theory and Numerical modelling, April, Grenoble 2005.



# Bibliographie

- [1] R. Rashed. A pioneer in anaclastics : Ibn sahl on burning mirrors and lenses. *Isis*, 81 :464–491, 1990.
- [2] B. E. A. Saleh and M. C. Teich. *Fundamentals of photonics*. Wiley, goodman edition, 1987.
- [3] James Clerk Maxwell. A dynamical theory of the electromagnetic field. *philosophical transactions of the royal society of london*, 155 :459–512, 1865.
- [4] C. Fabry and A. Pérot. Théorie et applications d’une nouvelle méthode de spectroscopie interférentielle. *Ann Chim Phys*, 16 :115, 1899.
- [5] J.W. Strutt and Lord Rayleigh. *Theory of sound*, volume 2. NY : Dover, 2nd edition, 1945 (Reprint from 1896).
- [6] Lord Rayleigh. The problem of the whispering gallery. *Phil Mag*, 20 :1001–1004, 1910.
- [7] Lord Rayleigh. Further applications of bessel’s functions of high order to the whispering gallery and allied problems. *Phil Mag*, 27 :100, 1914.
- [8] E. M. Purcell. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies. *Physical Review*, 69(11-12) :681, Juin 1946.
- [9] Nikolay Basov and Alexander Prokhorov. *All-Union Conference on Radio-Spectroscopy*, Mai 1952.
- [10] A. L. Schawlow and C. H. Townes. Infrared and optical masers. *Physical Review Letters*, 112 :1940–1949, Décembre 1958.
- [11] T. H. Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 187 :493–494, 1960.
- [12] C. G. B. Garrett, W. Kaiser, and W. L. Bond. Stimulated emission into optical whispering modes of spheres. *Physical Review*, 124(6) :1807–1811, Décembre 1961.
- [13] S. E. Miller. Integrated optics : An introduction. *Bell Syst. Tech. J.*, pages 2059–2067, Septembre 1969.

- [14] H. Kogelnic and C. V. Shank. Stimulated emission in a periodic structure. *Applied Physics Letters*, 12 :152–154, 1971.
- [15] Kenichi Iga, Fumio Koyama, and Susumu Kinoshita. Surface emitting semiconductors lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronic*, 24(9) :1845–1855, Septembre 1988.
- [16] R. E. Benner, P. W. Barber, J. F. Owen, and R. K. Chang. Observation of structures resonances in the fluorescence spectra from microspheres. *Physical Review Letters*, 44(7) :475–478, Février 1980.
- [17] J. L. Jewell, M. C. Rushford, and H. M. Gibbs. Use of a single nonlinear fabry-perot etalon as optical logic gates. *Applied Physics Letters*, 44(2) :172–174, Janvier 1984.
- [18] C. Vedrenne and J. Arnaud. Whispering-gallery mode of dielectric resonators. *Proc IEE H*, 129(4) :183–187, 1982.
- [19] S. L. McCall, A. F. J. Levi, R. E. Slusher, S. J. Pearton, and R. A. Logan. Whispering-gallery mode microdisk lasers. *Applied Physics Letters*, 60(3) :289–291, Janvier 1992.
- [20] V. Sandoghdar, F. Treussart, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, and J.-M. Raimond ans S. Haroche. Very low threshold whispering-gallery-mode microsphere laser. *Physical Review A*, 54(3) :1777–1780, Septembre 1996.
- [21] Eli Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Physical review letters*, 58(20) :2059–2062, Mai 1987.
- [22] Mauro J. Kobrinsky, Bruce A. Block, Jun-Fei Zheng, Brandon C. Barnett, Edris Mohammed, Miriam Reshotko, Frank Robertson, Scott List, Ian Young, and Kenneth Cadien. On-chip optical interconnects. *Intel Technology Journal*, 8(2) :129–141, Mai 2004.
- [23] Yurii A. Vlasov and Sharee J. McNab. Losses in single-mode silicon-on-insulator strip waveguides and bends. *Optics Express*, 12(8) :1622–1631, Avril 2004.
- [24] J.M. Gérard, B. Sermage, B. Gayral, B. Legrand, E. Costard, and V. Thierry-Mieg. Enhanced spontaneous emission by quantum-boxes in a monolithic optical microcavity. *Physical Review Letters*, 81(5) :1110–1113, Août 1998.
- [25] J. W. Goodman. Optical interconnects in microelectronics. *Proc. of the SPIE, Optical computing*, 45 :72–85, 1984.
- [26] Gordon E. Moore. Cramming more components onto integrated circuits. *Electronics*, 38(8) :1110–1113, Avril 1965.

- 
- [27] Guoqing Chen, Hui Chen, Mikhail Haurylau, Nicholas Nelson, David Albonese, Philippe M. Fauchet, and Eby G. Friedman. Electrical and optical on-chip interconnects in scaled microprocessors. *International Symposium on circuits and systems*, pages 2514–2517, Mai 2005.
- [28] K. K. Lee, D. R. Lim, L. C. Kimerling, J. Shin, and F. Cerrina. Fabrication of ultralow-loss Si/SiO<sub>2</sub> waveguides by roughness reduction. *Optics letters*, 26(23) :1888–1890, 2001.
- [29] T. Tsuchizawa, T. Watanabe, E. Tamechika, T. Shoji, K. Yamada, J. Takahashi, S. Uchiyama, S. Itabashi, and H. Morita. Fabrication and evaluation of submicron-square Si wire waveguides with spot size converters. *Annual Meeting of the IEEE LEOS, Glasgow*, 2002.
- [30] S. J. McNab, N. Moll, and Y. A. Vlasov. Ultra-low loss photonic integrated circuit with membrane-type photonic crystal waveguides. *Optics Express*, 11(22) :2927–2939, Novembre 2003.
- [31] P. Dumon, W. Boegarts, V. Wiaux, J. Wouters, S. Beckx, J. Van Campenhout, D. Taillaert, B. Luyssaert, P. Bienstman, D. Van Thourhout, and R. Baets. Low-loss SOI photonic wires and ring resonators fabricated with deep UV lithography. *IEEE Photonics Technology Letters*, 16(5) :1328–1330, Mai 2004.
- [32] L. Yang, D. K. Armani, and K. J. Vahala. Fiber-coupled erbium microlaser on a chip. *Applied Physics Letters*, 83(5) :825–826, Août 2003.
- [33] L. Bastard, S. Blaize, and J.-E. Broquin. Glass integrated optics ultra-narrow linewidth DFB lasers for DWDM applications. *Optical engineering*, 42(10) :2800–2804, Octobre 2003.
- [34] Ozdal Boyraz and Braham Jalali. Demonstration of a silicon raman laser. *Optics Express*, 12(21) :5269–5273, Octobre 2004.
- [35] L. Yang, T. Carmon, B. Min, S.M. Spillane, and K. J. Vahala. Erbium-doped and Raman microlasers on a silicon chip fabricated by the sol-gel process. *Applied Physics Letters*, 86, Février 2005.
- [36] Haisheng Rong, Ansheng Liu, Richard Jones, Oded Cohen, Dani Hak, Remus Nicolaescu, Alexander Fang, and Mario Paniccia. An all-silicon raman laser. *Nature*, 433 :292–294, Janvier 2005.
- [37] Haisheng Rong, Richard Jones, Ansheng Liu, Oded Cohen, Dani Hak, Alexander Fang, and Mario Paniccia. A continuous-wave raman silicon laser. *Nature*, 433 :725–728, Février 2005.
- [38] M. Öberg, S. Nilsson, T. Klinga, and P. Ojala. A three-electrode distributed Bragg reflector laser with 22nm wavelength tuning range. *IEEE Photonics Technology Letters*, 3(4) :299–301, 1991.
- [39] Y. A. Akulova, G. A. Fish, P.-C. Koh, C. L. Show, P. Kozodoy, A. P. Dahl, S. Nakagawa, M. C. Larson, M. P. Mack, T. A. Strand, C. W. Coldren, E. Hegblom, S. K. Penniman, T. Wipiejewski,

- and L. A. Coldren. Widely tunable electroabsorption-modulated sampled-grating DBR laser transmitter. *IEEE Journal of selected Topics in Quantum Electronics*, 8(6) :1349–1357, 2002.
- [40] Hong-Gyu Park, Se-Heon Kim, Soon-Hong Kwon, Young-Gu Ju, Jin-Kyu Yang, Jong-Hwa Baek, Sun-Bock Kim, and Yong-Hee Lee. Electrically driven single-cell photonic crystal laser. *Science*, 305 :1444–1447, Septembre 2004.
- [41] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala. Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip. *Nature*, 421 :925–929, Février 2003.
- [42] Ling Liao, Dean Samara-Rubio, Michael Mose, Ansheng Liu, Dexter Hodge, Doron Rubin, Ulrich D. Keil, and Thorkild Franck. High speed silicon Mach-Zehnder modulator. *Optics Express*, 13(8) :3129–3135, Avril 2005.
- [43] M. K. Chin, C. Youtsey, W. Zhao, T. Pierson, Z. Ren, S. L. Wu, L. Wang, Y. G. Zhao, and S. T. Ho. GaAs microcavity channel-dropping filter based on a race-track resonator. *IEEE Photonics Technology Letters*, 11(12) :1620–1117, Décembre 1999.
- [44] Qianfan Xu, Bradley Schmidt, Sameer Pradhan, and Michal Lipson. Micrometer-scale silicon electro-optic modulator. *Nature*, 435 :325–327, Mai 2005.
- [45] T. H. Hoekstra, H. J. Van Weerden, P. V. Lambeck, and T. J. A. Popma. Bent asymmetric Y-branch integrated optical broadband wavelength multi/demultiplexer. *IEEE Photonics technology letters*, 6(1) :83–85, 1994.
- [46] A. Chipouras, S. Markatos, T. Shicopoulos, C. Caroubalos, H. F. Mahlein, and R. Matz. Performance estimation and yield analysis of an OEIC passive duplexer. *Journal of lightwave Technology*, 14(2) :164–168, Février 1996.
- [47] B. Jalali, S. Yegnanarayanan, T. Yoon, T. Yoshimoto, I. Rendina, and F. Coppinger. Advances in silicon-on-insulator optoelectronics. *IEEE Journal of selected topics in Quantum Electronics*, 4(6) :938–947, Novembre/Décembre 1998.
- [48] Ansheng Liu, Richard Jones, Ling Liao, Dean Samara-Rubio, Doron Rubin, Oded Cohen, Remus Nicolaescu, and Mario Paniccia. A high-speed silicon optical modulator based on a metal-oxide-semiconductor capacitor. *Nature*, 427 :615–618, Février 2004.
- [49] S. Olivier, C. Weisbuch, and H. Benisty. Compact and fault-tolerant photonic crystal add drop filter. *Optics Letters*, 28(22) :2246–2248, Novembre 2003.
- [50] Meint K. Smit. New focusing and dispersive planar component based on an optical phased array. *Electronic letters*, 24(7) :385–386, Mars 1988.

- 
- [51] Meint K. Smit and C. Van Dam. PHASAR-based WDM-devices : principles, design and applications. *IEEE Journal of selected topics in Quantum Electronics*, 2(2) :236–250, Juin 1996.
- [52] B. E. Little, S.T. Chu, A. Haus, J. Foresi, and J.-P. Laine. Microring resonator channel dropping filters. *Journal of Lightwave Technology*, 15(6) :998–1005, Juin 1997.
- [53] B. Gayral. Controlling spontaneous emission dynamics in semiconductor microcavities : an experimental approach. *Ann. Phys. Fr*, 2, 2001.
- [54] Donald L. Lee. *Electromagnetic principles of integrated optics*. John Wiley and Sons, 1986.
- [55] J.-M. Gérard. *Single quantum dots : fundamentals, applications, and new concepts*, volume 90 of *Topics in Applied Physics*, chapter XII. Springer-Verlag, Berlin ; New York, 2003.
- [56] B. Gayral, J.-M. Gérard, B. Sermage, A. Lemaître, and C. Dupuis. Time-resolved probing of the purcell effect for InAs quantum boxes in GaAs microdisks. *Applied Physics Letters*, 78(19) :2828–2830, Mai 2001.
- [57] M. Fujita, S. Takahashi, Y. Tanaka, T. Asano, and S. Noda. Simultaneous inhibition and redistribution of spontaneous light emission in photonic crystals. *Science*, 308(5726) :1296–1298, Mai 2005.
- [58] T. Yoshie, A Scherer, J. Hendrickson, G. Khitrova, H. M. Gibbs, G. Rupper, C. Ell, O. B. Shchekin, and D. G. Deppe. Vacuum rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity. *Nature*, 432 :200–203, Novembre 2004.
- [59] J. P. Reithmaier, G. Şek, A. Löffler, C. Hofmann, S. Kuhn, S. Reitzenstein, L. V. Keldysh, V. D. Kulakovski, T. L. Reinecke, and A. Forchel. Strong coupling in a single quantum dot-semiconductor microcavity system. *Nature*, 432 :197–200, Novembre 2004.
- [60] E. Peter, P. Senellart, D. Martrou, A. Lemaître, J. Hours, J. M. Gérard, and J. Bloch. Exciton-photon strong-coupling regime for a single quantum dot embedded in a microcavity. *Physical Review Letters*, 95(067401), August 2005.
- [61] Kerry J. Vahala. Optical microcavities. *Nature*, 424 :839–846, Août 2003.
- [62] S. Noda, K. Tomoda, N. Yamamoto, and A Chutinan. Full three-dimensional photonic bandgap crystals at near-infrared wavelengths. *Science*, 289(5479) :604–606, Juillet 2000.
- [63] Minghao Qi, Eleftherios Lidorikis, Peter T. Rakich, Steven G. Johnson, J. D. Joannopoulos, Erich P. Ippen, and Henry I. Smith. A three-dimensional optical photonics crystal with designed point defects. *Nature*, 429 :538–542, Juin 2004.



- [64] Bong-Shik Song, Susumu Noda, Takashi Asano, and Yoshihiro Akahane. Ultra-high-Q photonic double-heterostructure nanocavity. *Nature Materials*, 4 :207–210, Mars 2005.
- [65] A. W. Snyder and J. D. Love. *Optical Waveguide Theory*. Chapman and Hall, London, 1983.
- [66] E. A. J. Marcatili. Bends in optical dielectric guides. *The Bell System Technical journal*, 48 :2103–2132, Septembre 1969.
- [67] M. Fujita and T. Baba. Proposal and finite-difference time-domain simulation of whispering galley mode microgear cavity. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 37(10) :1253–1258, Octobre 2001.
- [68] C. Gmachl, F. Capasso, E. E. Narimanov, Jens U. Nöckel, A. D. Stone, Jérôme Faist, Deborah L. Sivco, and Alfred Y. Cho. High-power directional emission from microlasers with chaotic resonators. *Science*, 280(5369) :1556–1564, Juin 1998.
- [69] Sun-Kyung Kim, Se-Heon Kim, Guk-Hyun Kim, Hong-Gyu Park, Dong-Jae Shin, and Yong-Hee Lee. Highly directional emission from few-micron-size elliptical microdisks. *Applied Physics Letters*, 84(6), Février 2004.
- [70] S. Kristjánsson, N. Eriksson, S. J. Sheard, and A. Larsson. Circular grating-coupled surface-emitter with high-quality focused output beam. *IEEE Photonics Technology Letters*, 11(5) :497–499, Mai 1999.
- [71] Seung Juin Choi, Zhen Peng, Qi Yang, Sang Jun Choi, and P. Daniel Dapkus. An eight-channel demultiplexing switch arrays using vertically coupled active semiconductor microdisk resonators. *IEEE Photonics Technology Letters*, 16(11) :2517–2519, Novembre 2004.
- [72] R. C. Polson, Z. V. Vardeny, and D. A. Chinn. Multiple resonances in microdisk lasers of  $\pi$ -conjugated polymers. *Applied Physics Letters*, 81(9) :1561–1563, Août 2002.
- [73] R. G. Walker and C. D. W. Wilkinson. Integrated optical ring resonators made by silver ion-exchange in glass. *Applied Optics*, 22(7) :1029–1035, Avril 1983.
- [74] D.R. Rowland and J.D. Love. Evanescent wave coupling of whispering gallery modes of a dielectric cylinder. *IEE proceedings-J-Optoelectronics*, 140(3) :177–188, Juin 1993.
- [75] Dietrich Marcuse. *Theory of Dielectric optical waveguides*. Quantum Electronics principles and applications. Academic Press Inc., 2nd edition, 1991.
- [76] J-P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Comput. Phys.*, 114 :185–200, 1994.

- 
- [77] A. Taflove. *Computational Electrodynamics, the Finite-Difference-Time-Domain-Method*. Aretch house Publisher, 1995.
- [78] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions (with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables)*, volume 55 of *Applied Mathematics Series*. National Bureau of Standard, 1972.
- [79] Isaac Newton. *De methodis fluxionum et serierum infiniterum*. John Walis in 1690, 1671.
- [80] Joseph Raphson. *Analysis Aequationum universalis*. -, 1690.
- [81] Isaac Newton. *Se analysi per aequationes numero terminorum infinitas*. William Jones, 1711.
- [82] Isaac Newton. *Method of Fluxions*. John Colson, 1736.
- [83] Mathworks. Matlab. <http://www.mathworks.fr> 2002.
- [84] M. Nevière, E. Popov, R. Reinisch, and G. Vitrant. *Electromagnetic Resonances in Nonlinear Optics*. Advances in Nonlinear Optics. Gordon and breach Science Publishers, 1nd edition, 2000.
- [85] Aasmund Sv Sudbø. Film mode matching : a versatile numerical method for vector mode field calculations in dielectric waveguides. *Pure and Applied Optics*, 2 :211–233, 1993.
- [86] Aasmund Sv Sudbø. Improved formulation of the film mode matching method for mode field calculations in dielectric waveguides. *Pure and Applied Optics*, 3 :381–388, 1994.
- [87] Ladislav Prkna, Milan Hubálek, and Jiří Čtyroký. Vectorial eigenmode solver for bent waveguides based on mode matching. *IEEE Photonics technology letters*, 16(9) :2057–2059, 2004.
- [88] Peter Bienstman, E. Six, M. Roelens, M. Vanwolleghem, and Roel Baets. Calculation of bending losses in dielectric waveguides using eigenmode expansion and perfectly matched layers. *IEEE Photonics technology letters*, 14(2) :164–166, Février 2002.
- [89] Stefano Boscolo and Michele Midrio. Three-dimensional multiple-scattering technique for the analysis of photonic-crytals slabs. *Journal of Lightwave Technology*, 22(12) :2778–2786, Décembre 2004.
- [90] Philippe Lalanne and G. Michael Morris. Highly improved convergence of the coupled-wave method for TM polarization. *Journal of the Society of America B*, 13(4) :779–784, Avril 1986.
- [91] J.P. Hugonin, P. Lalanne, I. Del Villar, and I.R. Matias. Fourier modal methods for modeling optical dielectric waveguides. *Opt. Quant. Electron.*, 37 :107–119, 2005.
- [92] Pierre-Simon Laplace. *Théorie Analytique des Probabilités, 1er supplément, page 497ff*. Veuve Courcier, 2nd edition, 1816.

- [93] J. P. Gram. Über die entwicklung reeller functionen in reihen mittelst der methode der kleinsten quadrate. *Jrnl. für die reine und angewandte Math (Crelle)*, 94 :41–73, 1883.
- [94] Erhard Schmidt. Zur theorie der linearen und nichtlinearen integralgleichungen. i. teil : Entwicklung willkürlicher funktionen nach systemen vorgeschriebener. *Math . Annalen*, 63 :433–476, 1907.
- [95] Ladislav Prkna, Jiří Čtyroký, and Milan Hubálek. Ring microresonator as a photonic structure with complex eigenfrequency. *Optical and Quantum Electronics*, 36 :259–269, 2004.
- [96] W. C. Chew, J. M. Jin, and E. Michielssen. Complex coordinate stretching as a generalized absorbing boundary condition. *Microwave and Optical Technology Letters*, 15(6) :363–369, Août 1997.
- [97] P. Benech and D. Khalil. Rigorous spectral analysis of leaky structures : application to the prism coupling problem. *Optics communications*, 118 :220–226, 1995.
- [98] M. Heiblum and J. Harris. Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 11(2) :75–83, 1975.
- [99] M. Heiblum and J. Harris. Correction to analysis of curved optical waveguides by conformal transformation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 12(5) :313–313, 1976.
- [100] Dietrich Marcuse. Field deformation and loss caused by curvature of optical fibers. *Journal of the optical society of America*, 66(4) :311–320, Avril 1976.
- [101] S. V. Boriskina, T. M. Benson, P. Sewell, and A. I. Nosich. Highly efficient design of spectrally engineered whispering-gallery-mode microlaser resonators. *Optical and Quantum Electronics*, 35 :545–559, 2003.
- [102] S. V. Boriskina, T. M. Benson, P. Sewell, and A. I. Nosich. Tuning of elliptic whispering-gallery-mode microdisk waveguide filters. *Journal of Lightwave Technology*, 21(9) :1987–1995, Septembre 2003.
- [103] D. Maystre and M. Cadilhac. Singularities of the continuation of fields and validity of rayleigh’s hypothesis. *Journal of Mathematical Physics*, 26(9) :2201–2204, September 1985.
- [104] Aliaksandr I. Rahachou and Igor V. Zozoulenko. Scattering matrix approach to the resonant states and Q values of microdisk lasing cavities. *Applied Optics*, 43(8) :1761–2830, Mai 2004.
- [105] Rsoft. Fullwave. <http://www.rsoftdesign.com>, 2001.

- 
- [106] Augustin Fresnel. Mémoire sur un nouveau système d'éclairage des phares. *Commission des phares, Académie des sciences*, Juillet 1822.
- [107] A. R. Jones. The focal properties of phase zone plates. *Brit. J. Appl. Phys (J. Phys. D)*, 2(2) :1789–1791, Septembre 1969.
- [108] C. Vassalo. *Théorie des guides d'ondes électromagnétiques, tomes 1 et 2*. CNET-ENST, Eyrolles Paris, 1985.
- [109] Amnon Yariv. Universal relations for coupling of optical power between microresonators and diélectric waveguides. *Electronics letters*, 36(4) :321–322, Février 2000.
- [110] R. Stoffer, K. R. Hiremath, M. Hammer, L. Prkna, and Jiří Čtyroký. Cylindrical integrated optical microresonators : Modeling by 3-D vectorial coupled mode theory. *Optics Communications (accepted, 2005)*, 2005.
- [111] K. R. Hiremath, R. Stoffer, and M. Hammer. Modeling of circular integrated optical microresonators by 2-D frequency domain coupled mode theory. *Optics Communications (accepted, 2005)*, 2005.
- [112] SOITEC. SOI. <http://www.soitec.com> 2005.
- [113] J. Verbert, F. Mazen, T. Charvolin, E. Picard, V. Clavo, P. Noé, J.-M. Gérard, and E. Hadji. Efficient coupling of Er-doped silicon-rich oxide to microdisk whispering gallery modes. *Applied Physics Letters*, 86, 2005.
- [114] Prakash Koonath, Tejaswi Indukuri, and Braham Jalali. Vertically-coupled micro-resonators realized using three-dimensional sculpting in silicon. *Applied Physics Letters*, 81(6) :1018–1020, Août 2004.
- [115] Christelle Monat. Ilots quantiques et cristaux photoniques planaires pour un microlaser faible seuil à  $1,5 \mu\text{m}$ . *Thèse de doctorat*, Soutenue à l'école Centrale de Lyon en septembre 2003.
- [116] C. Seassal, X. Letartre, J. Brault, M. Gendry, P. Pottier, P. Viktorovitch, O. Piquet, P. Blondy, D. Cros, and O. Marty. InAs quantum wires in InP-based microdisks : Mode identification and continuous wave room temperature laser operation. *Journal of Applied Physics*, 88(11) :6170–6173, Décembre 2000.
- [117] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, D. K. Armani, and K. J. Vahala. Fabrication and coupling to planar high-Q silica disk microcavities. *Applied Physics Letters*, 83(4) :797–799, Juillet 2003.

- [118] Steven G. Johnson, M. Ibanescu, M. A. Skorobogatiy, O. Weisberg, J. D. Joannopoulos, and Y. Fink. Perturbation theory for maxwell's equations with shifting material boundaries. *Physical Review E*, 65(066611), Juin 2002.
- [119] A. Yariv. *Optical Electronics*. Saunders College Publishing, 1991.
- [120] Edo Waks and Jelena Vuckovic. Coupled mode theory for photonic crystal cavity-waveguide interaction. *Optics Express*, 13(13) :5064–5073, Juin 2005.

# Table des figures

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1.1  | Cathédrale Saint Paul à Londres . . . . .  | 2  |
| 1.2  | Evolution des interconnexions métalliques en microélectronique . . . . .   | 5  |
| 1.3  | Circuit microélectronique utilisant des interconnexions optiques . . . . .   | 6  |
| 1.4  | Dispositifs interférométriques . . . . .   | 8  |
| 1.5  | Contrôle de l'émission spontanée par effet Purcell . . . . .   | 10 |
| 1.6  | Oscillation de Rabi entre les deux états du système . . . . .  | 12 |
| 1.7  | Effet Raman . . . . .  | 13 |
| 1.8  | Etats de l'art des micro-résonateurs . . . . .   | 15 |
| 1.9  | Comparaison entre le résonateur de Fabry-Pérot et le disque . . . . .  | 19 |
| 1.10 | Evolution des facteurs de qualités et des longueurs d'ondes de résonance en fonction des ordres $(l, m)$ . . . . .   | 20 |
| 2.1  | Régimes de fonctionnement du résonateur . . . . .  | 24 |
| 2.2  | Régime d'oscillations libres . . . . .   | 25 |
| 2.3  | Régime d'excitation adaptée . . . . .  | 26 |
| 2.4  | Méthode des différences finies en domaine temporel . . . . .   | 28 |
| 2.5  | Structure du disque résonnant . . . . .  | 31 |
| 2.6  | Fonctions de Bessel et de Hankel . . . . .   | 33 |
| 2.7  | Comparaison entre la FDTD et la méthode analytique . . . . .   | 35 |
| 2.8  | Divergence du champ à l'infini . . . . .   | 36 |
| 2.9  | Nouveau régime . . . . .   | 38 |
| 2.10 | (a) Recouvrement en pulsation des résonances $m$ et $n$ , (b) Excitation inadaptée de la résonance $n$ . La carte de champ, illustre l'énergie couplée sur la résonance d'ordre $n$ pour une excitation à $\omega_m < \omega_i < \omega_n$ . . . . . | 39 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.11 | Contour d'intégration  | 41 |
| 2.12 | Comparaison entre la FDTD-3D et l'EIM  | 44 |
| 2.13 | Méthode de raccordement de modes.  | 45 |
| 3.1  | Disque denté   | 48 |
| 3.2  | Cartes de champs du disque denté et du disque simple                                 | 51 |
| 3.3  | Découpage en trois zones du calcul   | 53 |
| 3.4  | Conditions de continuité   | 59 |
| 3.5  | Comparaison entre la méthode de Floquet-Bloch, la méthode de perturbation et la FDTD | 62 |
| 3.6  | Convergence du modèle  | 64 |
| 3.7  | Comportement en polarisation   | 67 |
| 3.8  | Disque en fleur  | 67 |
| 3.9  | Facteur de qualité du résonateur en anneau   | 68 |
| 3.10 | Anneau denté   | 69 |
| 3.11 | Disque ovale   | 70 |
| 4.1  | Laser et filtre réjecteur  | 74 |
| 4.2  | Evolution en fonction de la séparation entre le disque et le guide                   | 76 |
| 4.3  | Schéma du couplage.  | 77 |
| 4.4  | Facteur d'extinction en fonction du $Q$ expérimental                                 | 79 |
| 4.5  | Fonctionnement du multiplexeur/démultiplexeur  | 80 |
| 4.6  | Calculs FDTD des différents régimes pour un anneau                                   | 81 |
| 4.7  | Structure modélisée.   | 84 |
| 4.8  | Réflexions et pertes induites par la présence du disque.                             | 87 |
| 4.9  | Mise en oeuvre du modèle   | 88 |
| 4.10 | Comparaison entre la méthode de perturbation et la méthode FDTD                      | 89 |
| 4.11 | Levée de dégénérescence  | 90 |
| 5.1  | Fabrication du silicium sur isolant  | 94 |
| 5.2  | Différentes étapes du processus technologique visant à fabriquer nos échantillons.   | 95 |
| 5.3  | Fibre lentillée et transition adiabatique pour l'injection                           | 96 |
| 5.4  | Banc de caractérisation des guides optiques  | 97 |
| 5.5  | Différents guides obtenus  | 98 |

---

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 5.6  | Structure du filtre réjecteur . . . . .  | 100 |
| 5.7  | Banc de caractérisation spectrale avec une source Laser accordable. . . . .  | 100 |
| 5.8  | Réponses spectrales des filtres réjecteurs utilisant des disques de 8 $\mu\text{m}$ de diamètre . . . . .                        | 101 |
| 5.9  | Image par microscopie de champ proche . . . . .  | 103 |
| 5.10 | Accordabilité en température . . . . .   | 105 |
| 5.11 | Décalage des fréquences de résonances . . . . .  | 105 |
| 5.12 | Réponse en transmission des démultiplexeurs en longueur d'onde utilisant des disques<br>de 3 $\mu\text{m}$ de diamètre . . . . . | 107 |
| 5.13 | Analyse des bras de récupération . . . . .   | 110 |
| 5.14 | Processus technologique pour les composants hybrides InP/SOI . . . . .   | 112 |
| 5.15 | Résultats pour les lasers hybrides InP/SOI . . . . .   | 113 |
| 5.16 | Processus de fabrication des résonateurs sur piédestal . . . . .   | 115 |
| 5.17 | Caractérisation des disques sur piédestal . . . . .  | 116 |
| 5.18 | Modélisation du disque . . . . .   | 117 |
| 5.19 | Comparaison entre le modèle et l'expérience pour les disques de 48 $\mu\text{m}$ de diamètre . . . . .                           | 118 |
| 5.20 | Comparaison entre le modèle et l'expérience pour les disques de 15 $\mu\text{m}$ de diamètre . . . . .                           | 119 |
| 5.21 | Image MEB d'un disque de 15 $\mu\text{m}$ produit par le DRFMC. . . . .  | 120 |
| B.1  | Structure du guide plan. . . . .   | 129 |
| B.2  | Mode rayonné et oscillation forcée. . . . .  | 134 |
| B.3  | Oscillation forcée et réflexion totale sur une interface. . . . .  | 135 |
| B.4  | Modes guidés. . . . .  | 136 |
| B.5  | Mode à fuite ou résonance en régime d'oscillation libre. . . . .   | 137 |





# Liste des tableaux

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 1.1 | Etat de l'art des guides SOI. . . . .                      | 7   |
| 1.2 | Récapitulatif des besoins de chaque application. . . . .   | 14  |
| 1.3 | Récapitulatif des besoins de chaque application . . . . .  | 17  |
| 5.1 | Largeurs et épaisseurs des guides. . . . .                 | 96  |
| 5.2 | Résultats des démultiplexeurs en longueur d'onde . . . . . | 108 |
| A.1 | Glossaire. . . . .   | 128 |

## RÉSUMÉ

---

### TITRE

**L**es modes de galerie découverts par Lord Rayleigh en 1910 trouvent aujourd’hui des applications en optique intégrée sur silicium. Des cavités aux résonances extrêmes ont pu être intégrées sur silicium sur isolant (SOI) ou sur semi-conducteurs III-V. Ces composants permettent de réaliser des fonctions passives et actives pour la microélectronique, les télécommunications ou l’électrodynamique quantique en cavité. Avec ces nouvelles applications, de nouveaux composants faisant interagir le mode de galerie avec des éléments extérieurs comme un réseau de Bragg ou des guides optiques sont apparus. Les méthodes de modélisation de l’optique intégrée étant peu adaptées pour simuler ces cavités aux géométries particulières, nous avons développé deux modèles pour décrire ce type d’interaction. Le premier, basé sur le formalisme de Floquet-Bloch, permet de décrire des modes de galerie fortement perturbés par une modification géométrique de la cavité. Le second, basé sur une méthode de perturbation, permet de décrire des interactions de faible amplitude avec des objets extérieurs comme des guides optiques. Ces résultats ont été validés par une comparaison avec la méthode des différences finies en domaine temporel. Nos modèles ont ensuite été comparés aux réalisations expérimentales de fonctions passives sur SOI (filtres et démultiplexeurs) fabriquées au CEA-LETI, et de fonctions actives (Phosphure d’Indium et silice dopée Erbium) réalisées au LEOM ou au DRFMC. Nous avons ainsi pu caractériser des composants ayant des facteurs de qualité de 90 000.

### TITLE

**L**ord Rayleigh’s whispering-gallery mode, discovered in 1910, finds new applications in silicon integrated optics. High-Q resonant cavities have been successfully made from silicon-on-insulator substrates (SOI) and III-V semiconductors. Therefore, passive and active components were realized for microelectronic, telecommunication or cavity quantum electrodynamics applications. Following this trend, some new components broke through having the whispering-gallery mode interacting with other components such as Bragg gratings or waveguides. As integrated optics modelization tools were not appropriate to simulate those new geometries, we have developed two semi-analytical models. The former, is based on Floquet-Bloch formalism, it computes the whispering-gallery modes that are strongly perturbed by a geometric modification of the cavity. The latter, is based on a perturbation method, it computes the weak perturbation induced by a close structure like a waveguide. Both methods were successfully compared to finite-difference time-domain computations. Our models have then been compared to experimental results from passive components on SOI substrate (filters and Add-Drop filters) made by CEA-LETI, and from active components (Indium Phosphure and Erbium doped silica) made by LEOM or DRFMC. We have thus measured 90 000 Q-factor resonances.

---

**Discipline :** Optique, Optoélectronique et Microondes

---

**Mots-Clés :**

Optique intégrée sur silicium - Mode de galerie - microdisque - méthode de Floquet-Bloch  
méthode de perturbation - WDM - laser

---