Laboratoire de physique de l'École Normale Supérieure de Lyon

Thèse de Doctorat :

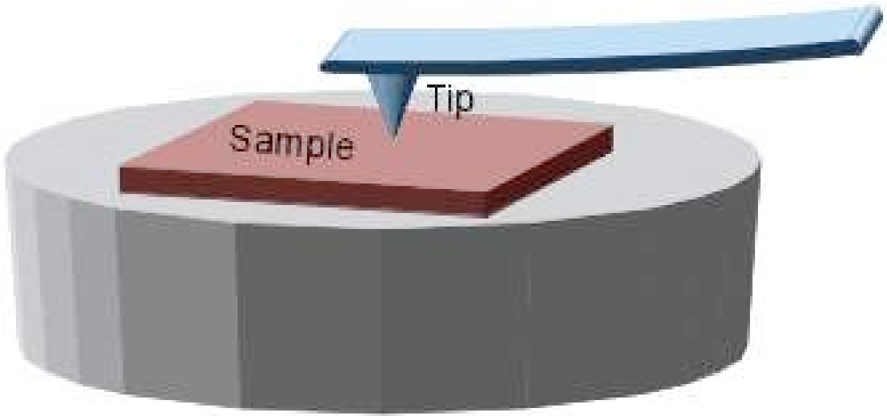
Bruit thermique et dissipation d'un microlevier

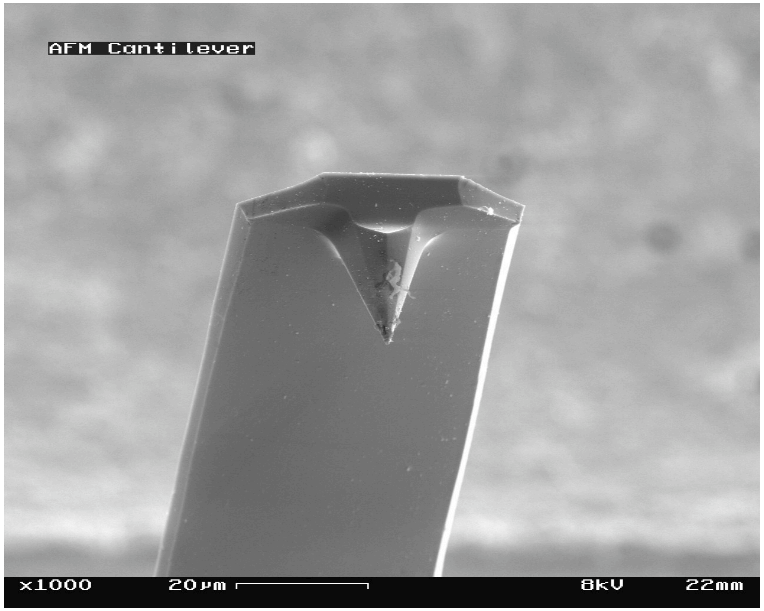
soutenue par ***Pierdomenico Paolino****, sous la direction de* ***M. L. Bellon***

Devant la commission d'examen formée de :

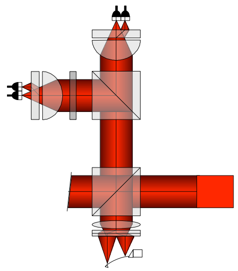
M. Ludovic BELLON	*Directeur de thèse*
M. François BERTIN	*Rapporteur*
Mme Elisabeth CHARLAIX	*Président du jury*
M. Sergio CILBERTO	*Examinateur*
M. Christian FRETIGNY	*Rapporteur*

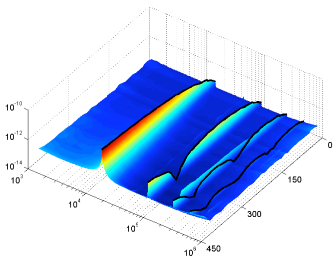
Microscope à Force Atomique (AFM)

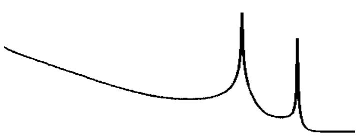




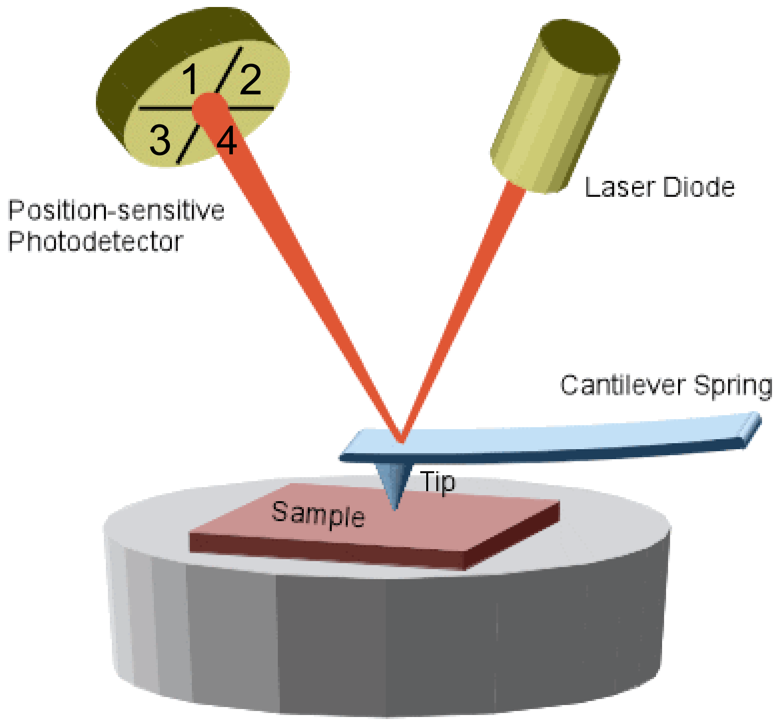
Plan







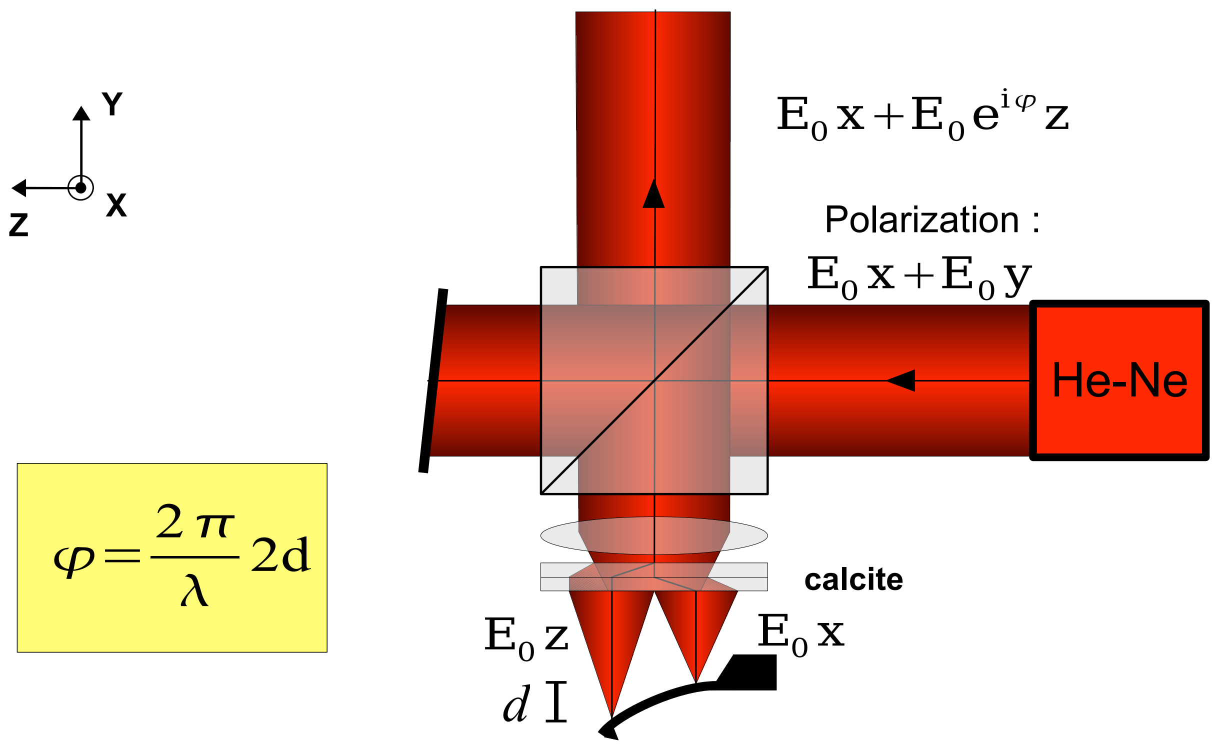
- **montage expérimental**
  - région de mesure
  - région d'analyse
- **bruit thermique du le levier :**
  - mesure des profils spatiaux (raideur)
  - modèle de Sader
- **mode fondamental :**
  - dissipation viscoélastique due au revêtement
  - Kramers-Krönig : caractérisation complète de la réponse du levier
  - modèle de Jonscher et correction hydrodynamique de Sader hors résonance



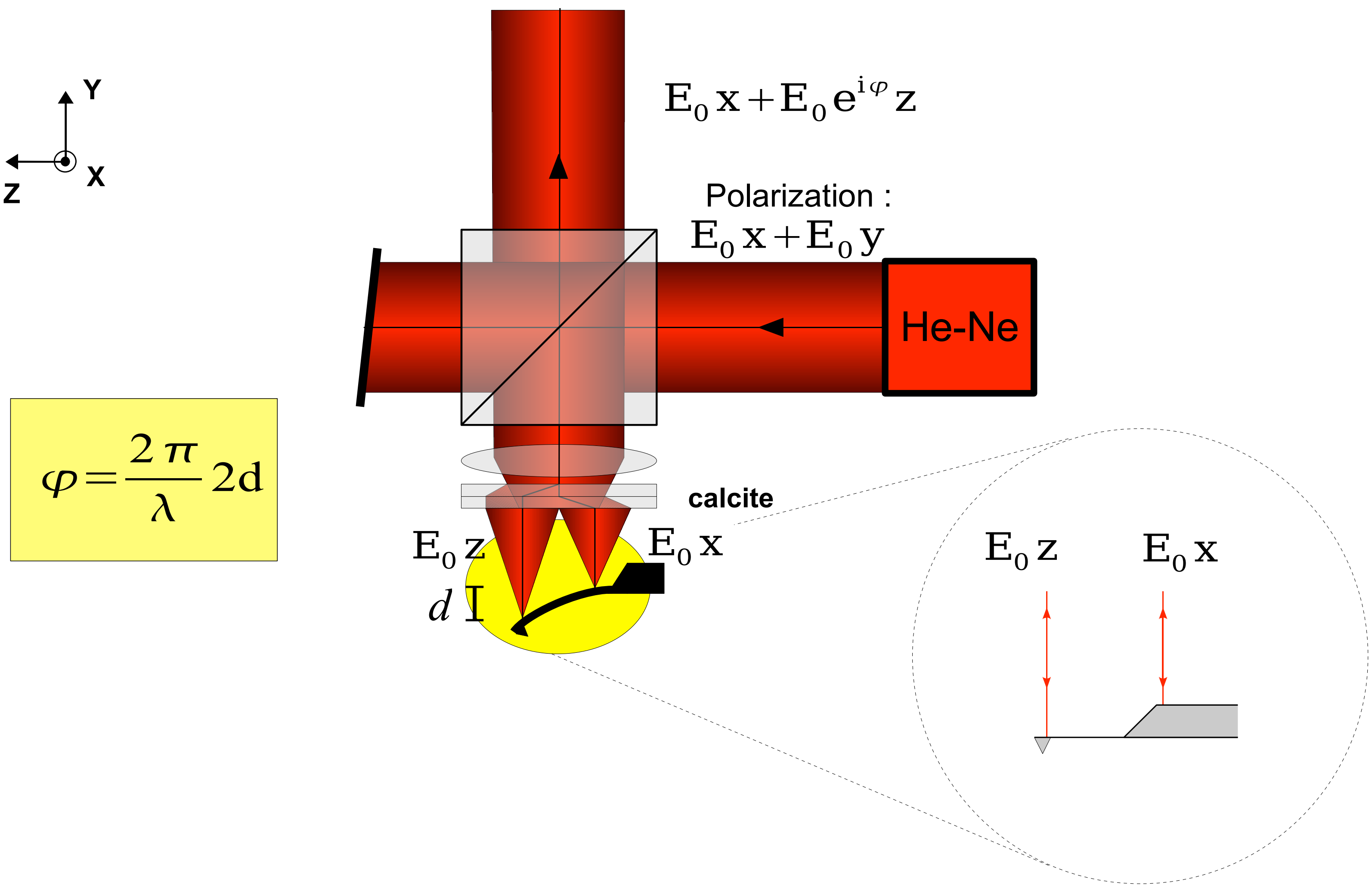
$$V_{defl} \propto \frac{I_1+I_2-(I_3+I_4)}{I_1+I_2+I_3+I_4}$$

$$z_{defl} = \frac{\partial z}{\partial V} V_{defl}$$

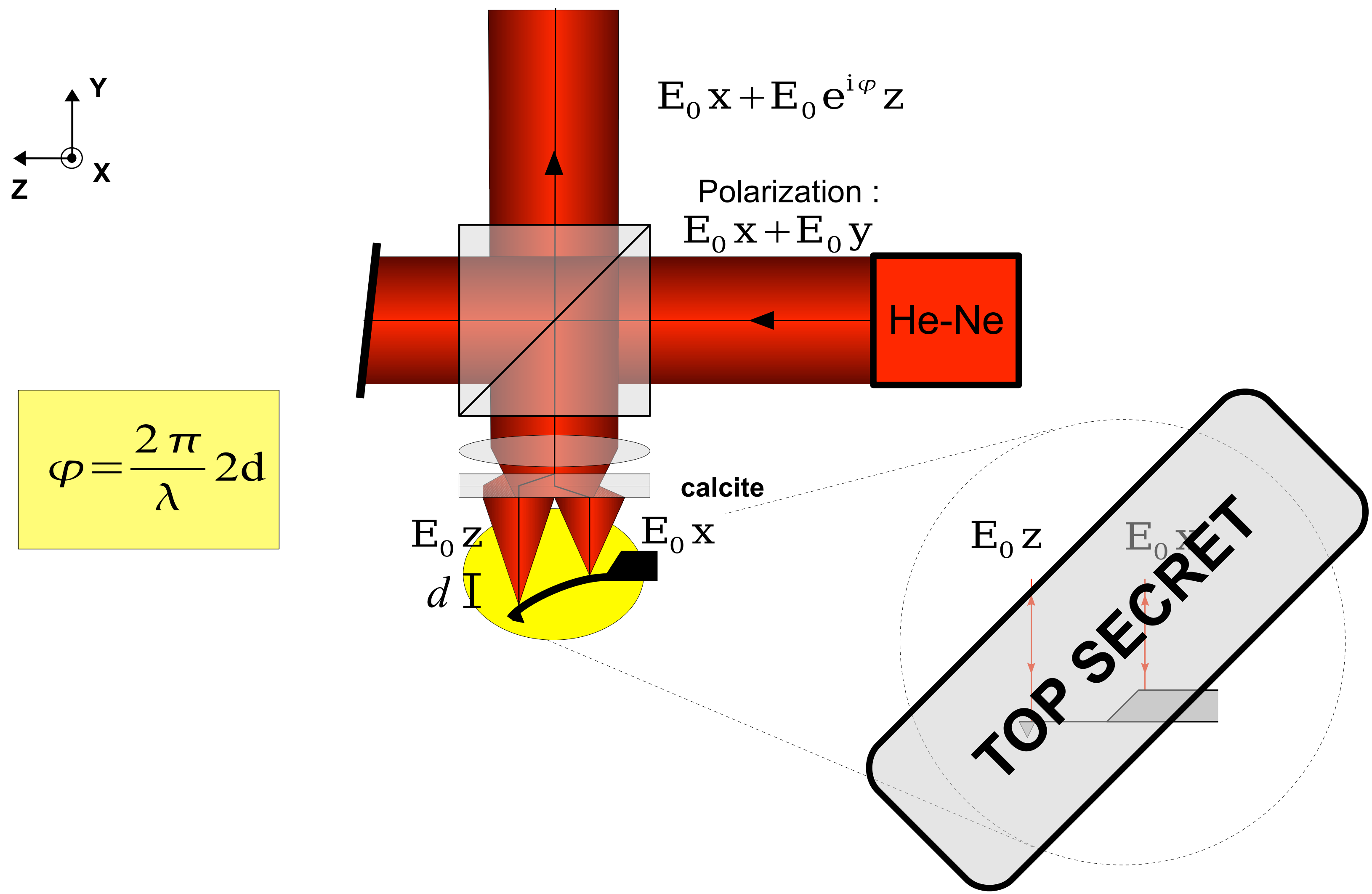
Montage exp. : région de mesure



$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d$$

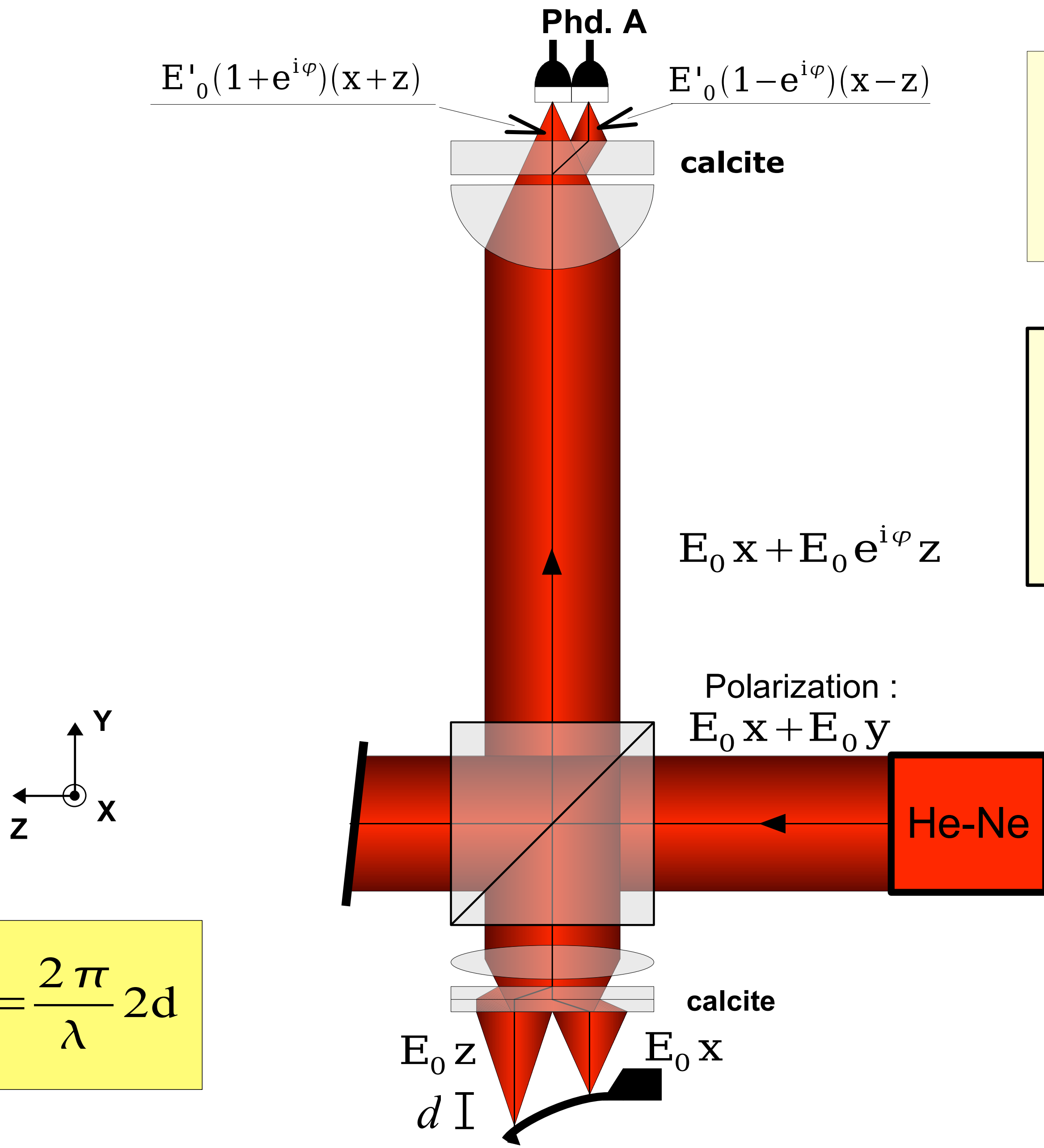


$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d$$



$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d$$

Montage exp. : région d'analyse



Signal Phd A :

$$I_1 = 2\left|E'^2_0\right|(1+\cos(\varphi))$$
$$I_2 = 2\left|E'^2_0\right|(1-\cos(\varphi))$$

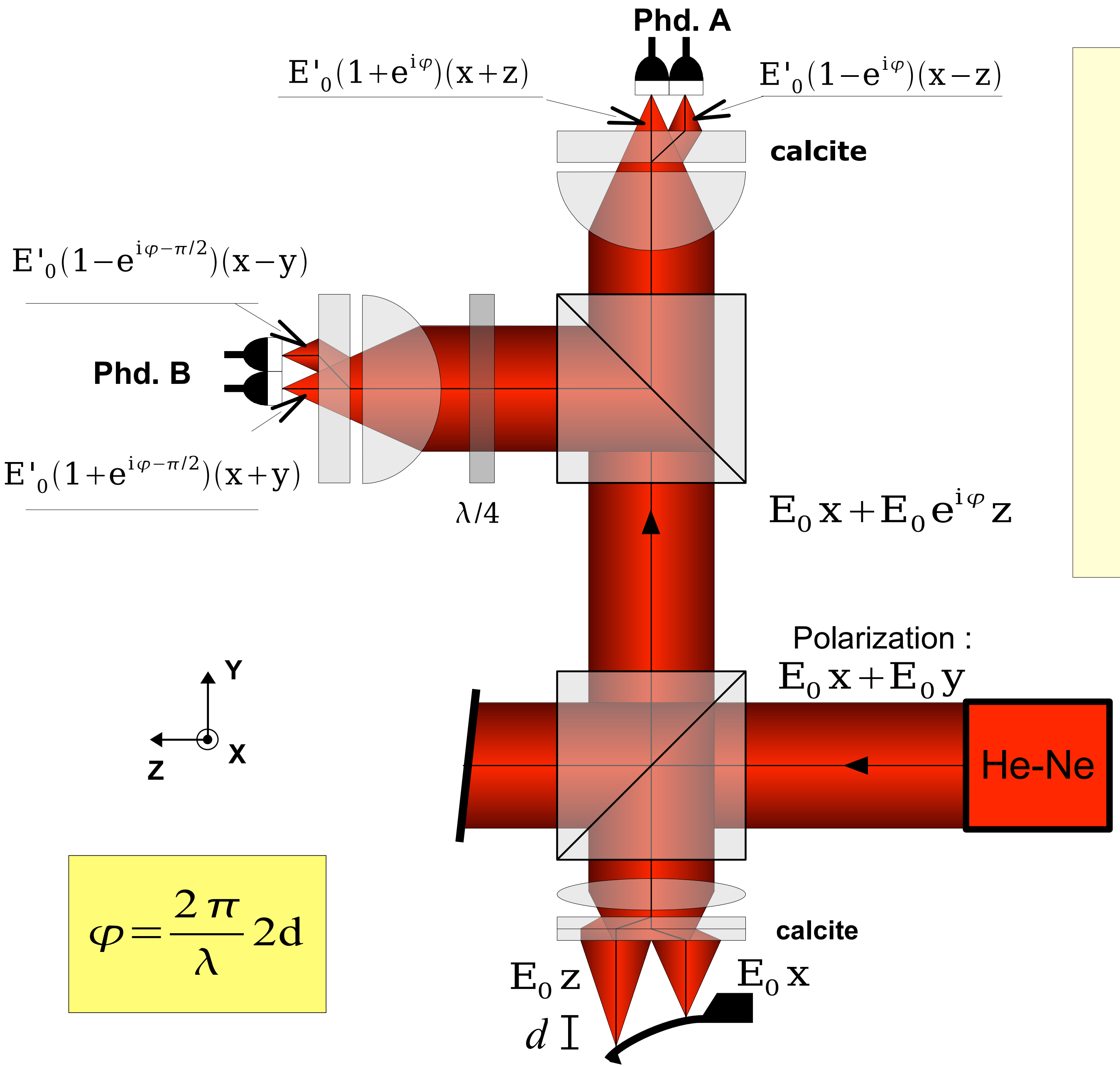
Contraste A :

$$C_A = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \cos(\varphi)$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d$$

Schonemberger, Alvarado, Rev. Sc. Instr. (**1989**).

Montage exp. : région d'analyse



Contr. A : $C_A = \cos(\varphi)$

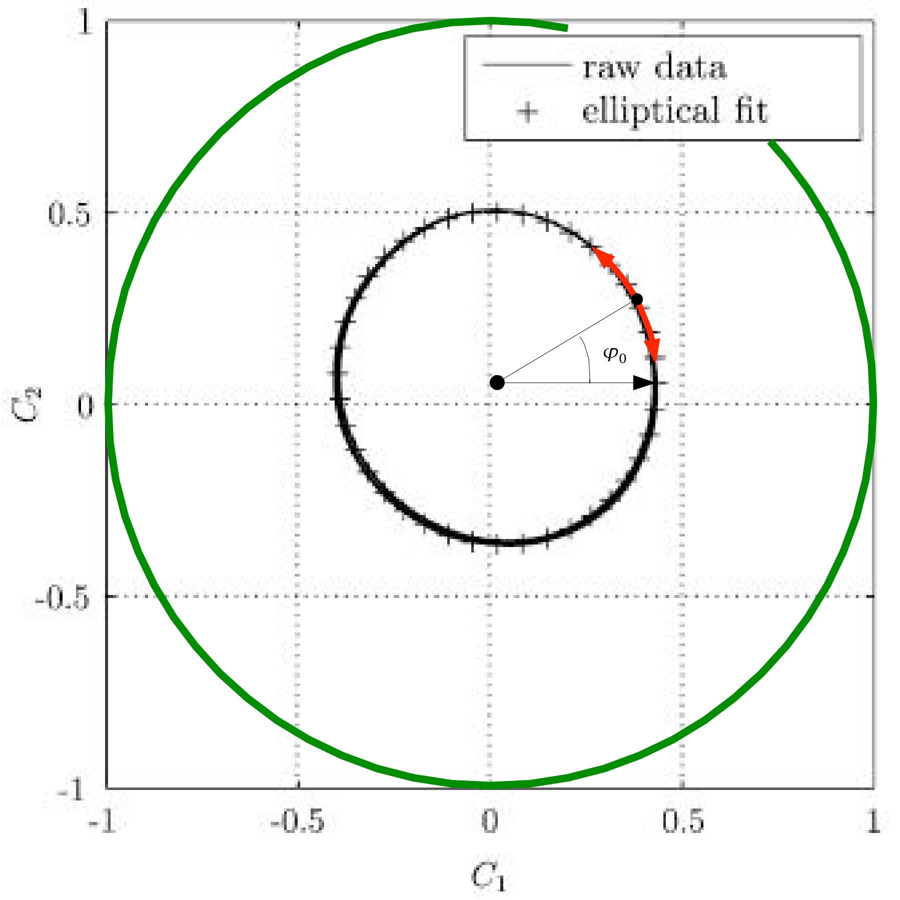
Contr. B : $C_B = \sin(\varphi)$

Contraste complexe :

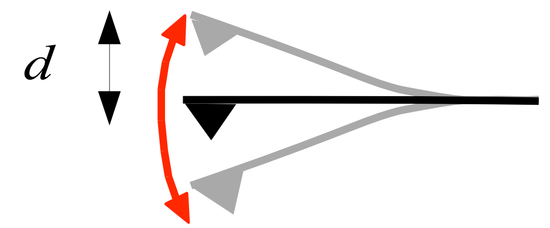
$$\hat{C} = C_1 + iC_2 = e^{i\varphi}$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d$$

Réglage

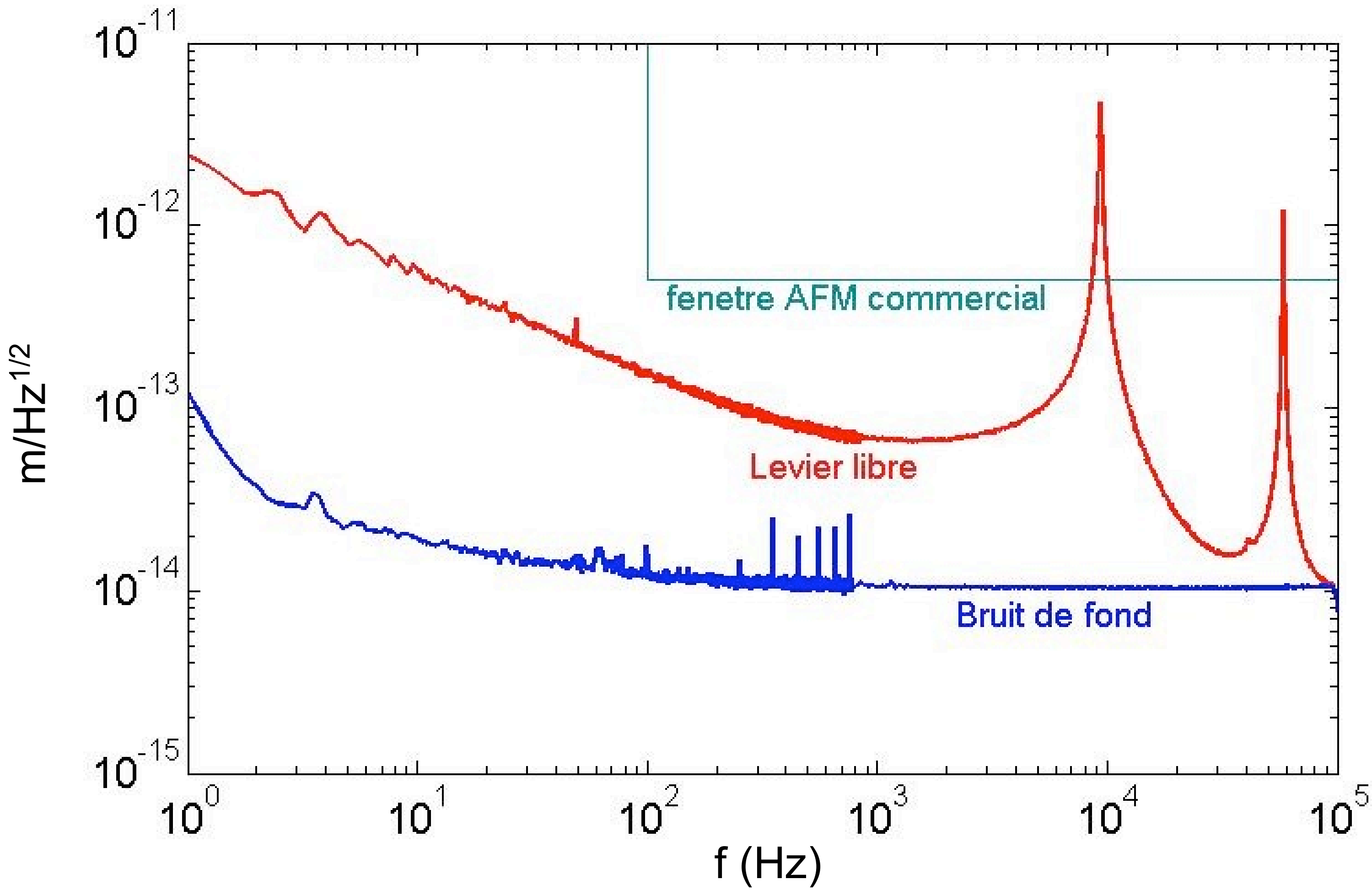


$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2\mathrm{d}$$



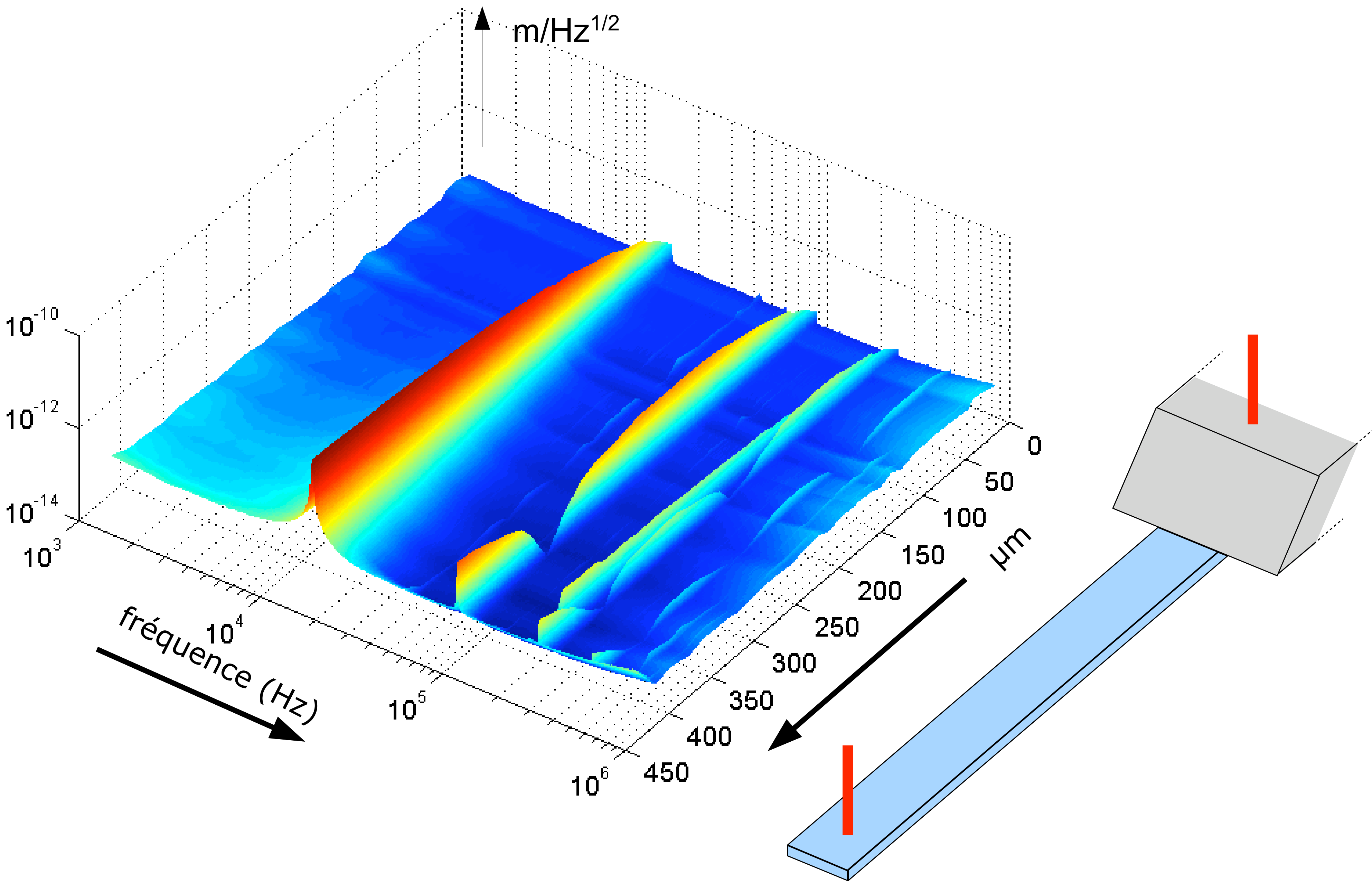
$$\hat{C} = e^{i\varphi}$$

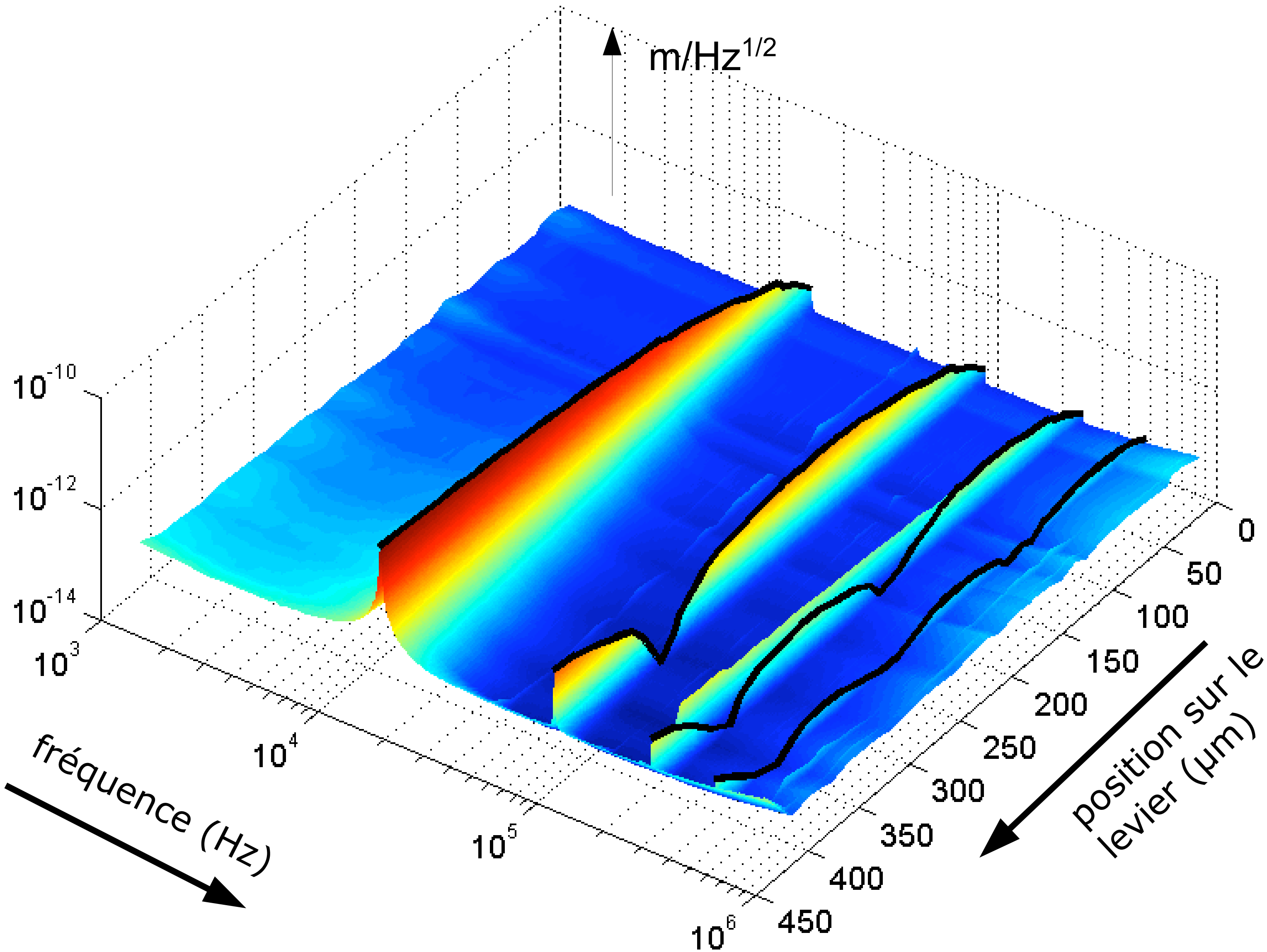
Densité Spectrale de Puissance des fluctuations thermiques de déflexion



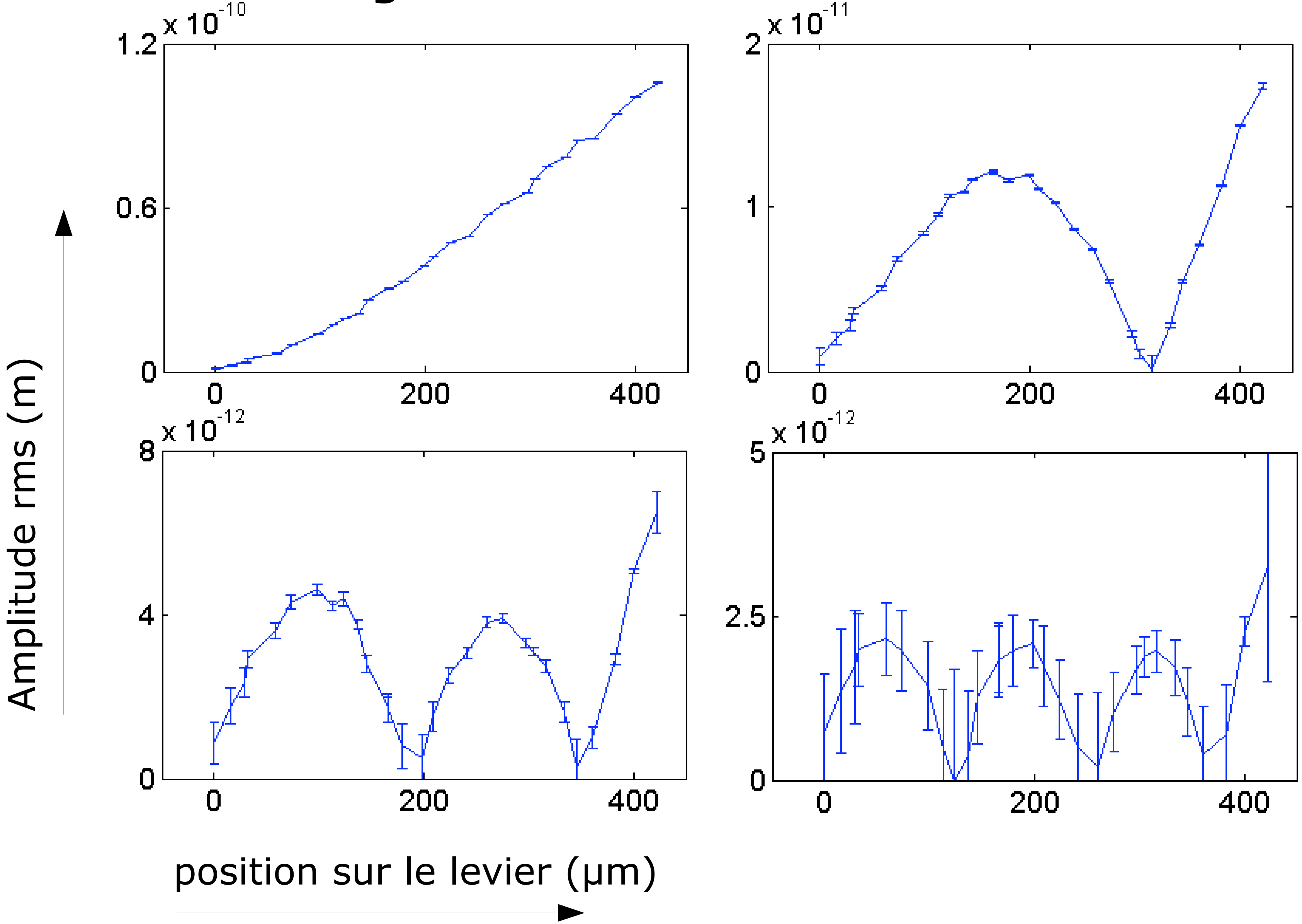
$$DSP: \quad S_x(f) = \left\langle \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \left| \int x(t)\, e^{i\omega t}\, dt \right|^2 \right\rangle_{Ensemble}$$

Cartographie des fluctuations thermiques




m/Hz$^{1/2}$
10^{-10}
10^{-12}
10^{-14}
10^{3}
10^{4}
10^{5}
10^{6}
fréquence (Hz)
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
position sur le levier (µm)

Intégrale des résonances



Modèle d'Euler-Bernoulli d'une poutre

solution eq. Euler-Bernoulli :

$$w(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\omega_n t+\phi_n)\, f(\alpha_n, x)$$

rel. de dispersion :

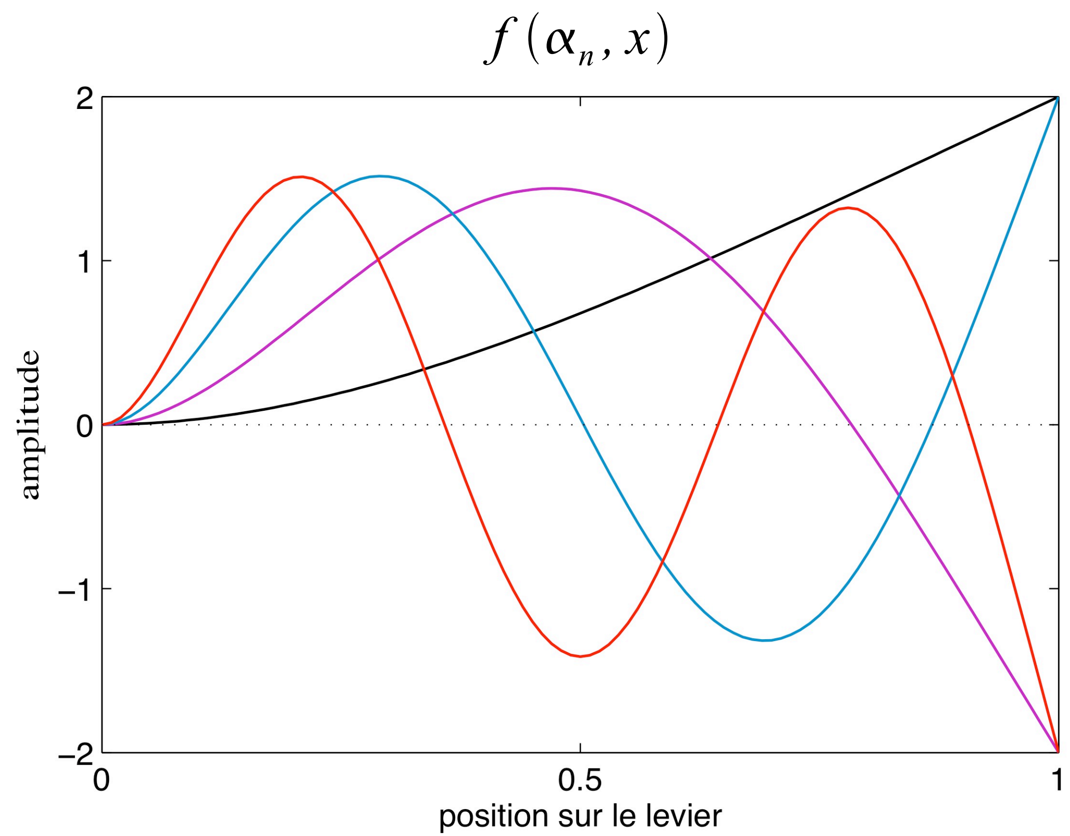
$$\omega_n=\frac{\alpha_n^2 h}{L^2}\sqrt{\frac{E}{12\rho}}$$

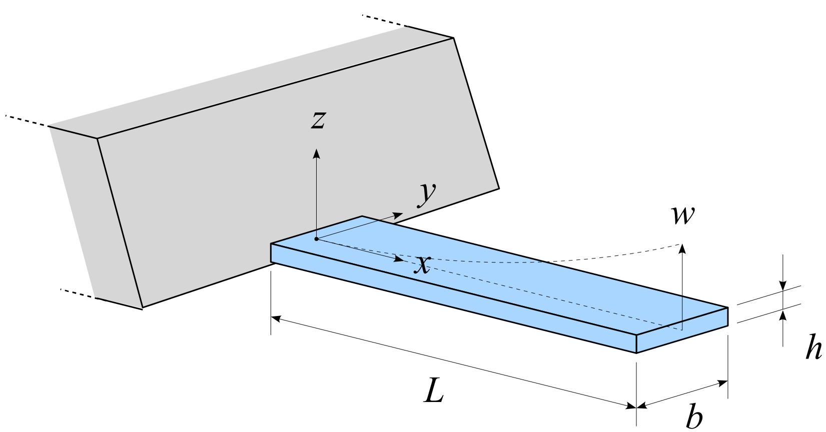
mode ~ oscillateur harmonique :

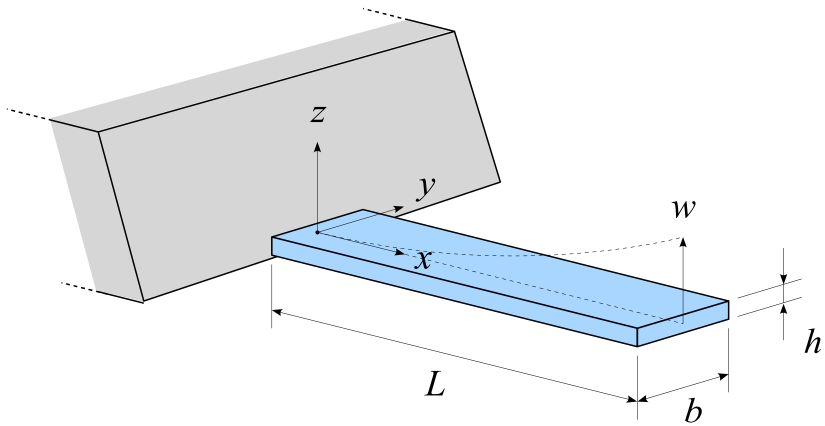
$$m_{eff}=m/4 \qquad k_n=\frac{\alpha_n^4}{12}K$$

$$K=E\frac{b\,h^3}{4L^3}$$

E module de Young
ρ densité







A l'équilibre thermique :

$$\frac{k_B T}{2} = \frac{K\langle d^2\rangle}{2} = \frac{k_n\langle d_n^2\rangle}{2} \qquad K = E\frac{b\,h^3}{4L^3}$$

$L = 450\,\mu m$
$b = 50\,\mu m$
$h = 2\,\mu m$

L'énergie thermique se distribue dans les modes propres :

$$\langle d_n^2\rangle = \frac{\mathbf{12}}{\alpha_{\boldsymbol{n}}^{\mathbf{4}}}\frac{k_B T}{K}$$

α_n déterminés par les conditions aux bords :

$$\alpha_n \simeq 1.875, 4.694, \pi(n-1/2), \quad pour\, n = 1,2,3, \ldots$$

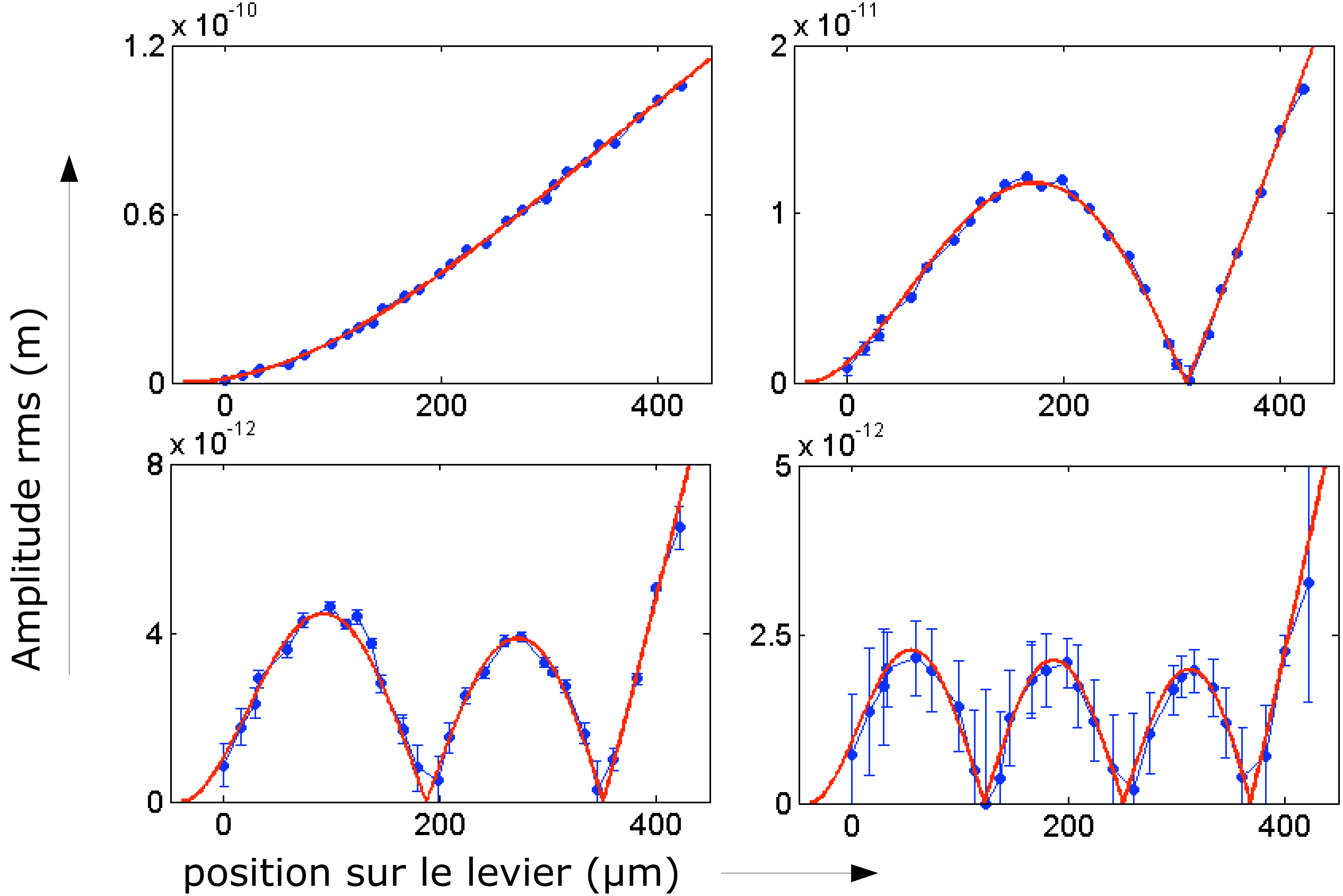
Chaque mode aura emmagasiné une fraction $12/\alpha_n^4$ de l'énergie totale :

$$\langle d_1^2\rangle = 0.971\frac{k_B T}{K} \quad ; \quad \langle d_2^2\rangle = 0.025\frac{k_B T}{K} \quad ; \quad \ldots$$

H. Butt, M. Jaschke, Nanotechnology (**1995**).

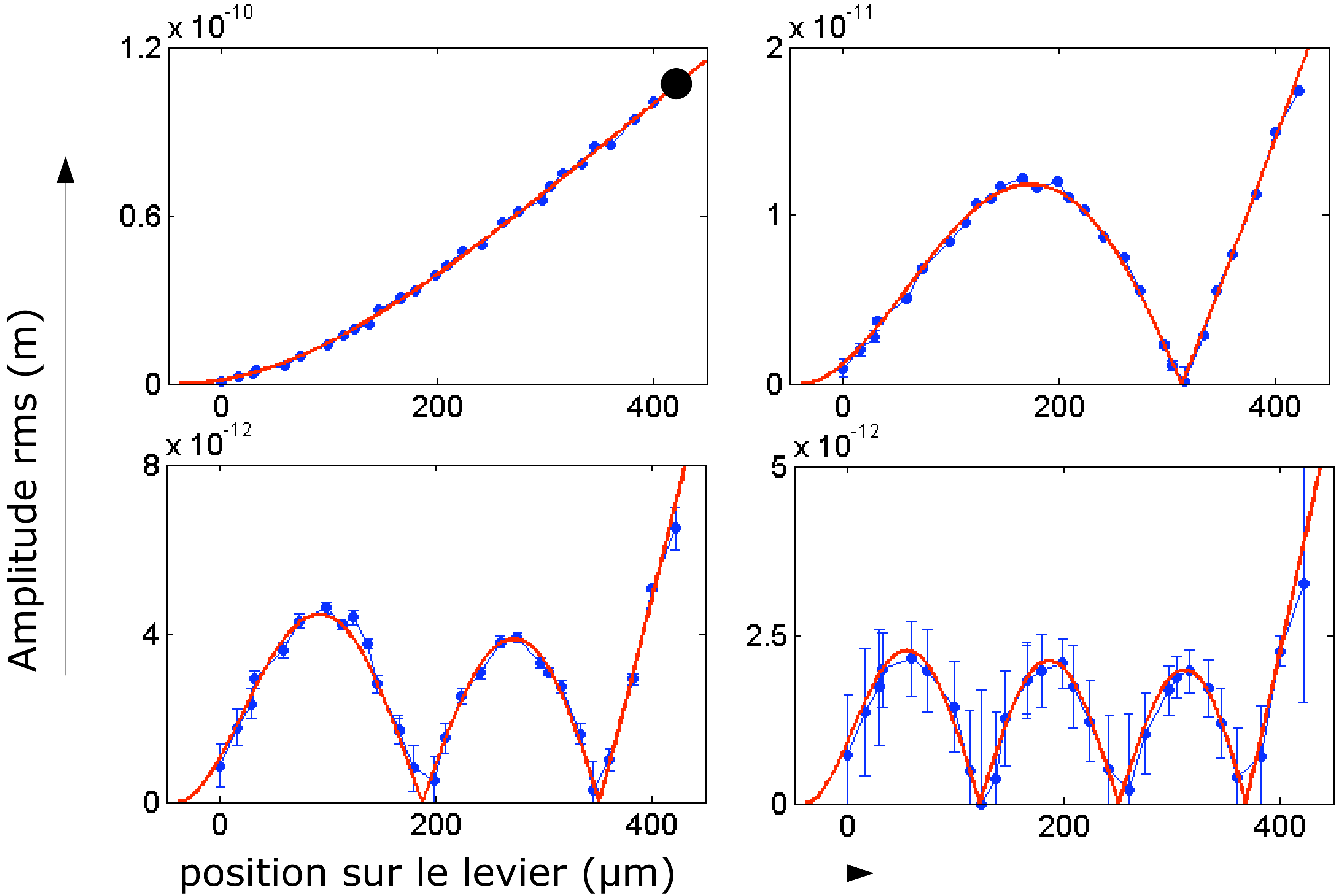
Mesure de la raideur

Fonction de fit : $\langle d_n^2(x) \rangle = \frac{\mathbf{12}\, k_B T}{\alpha_n^4 K'} \left| f\left(\alpha_n, \frac{x-x_0}{L'}\right) \right|$

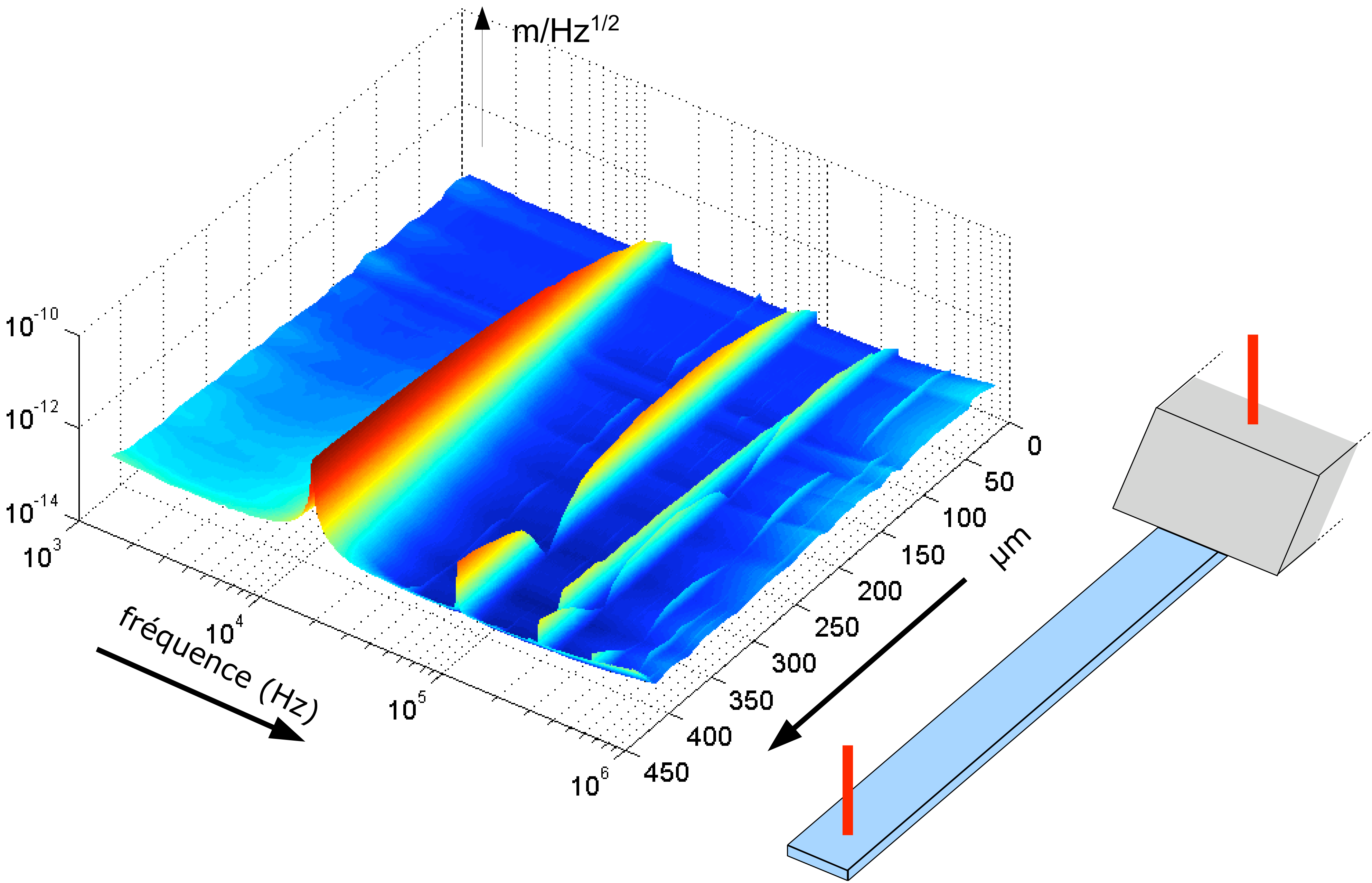


Mesure de la raideur

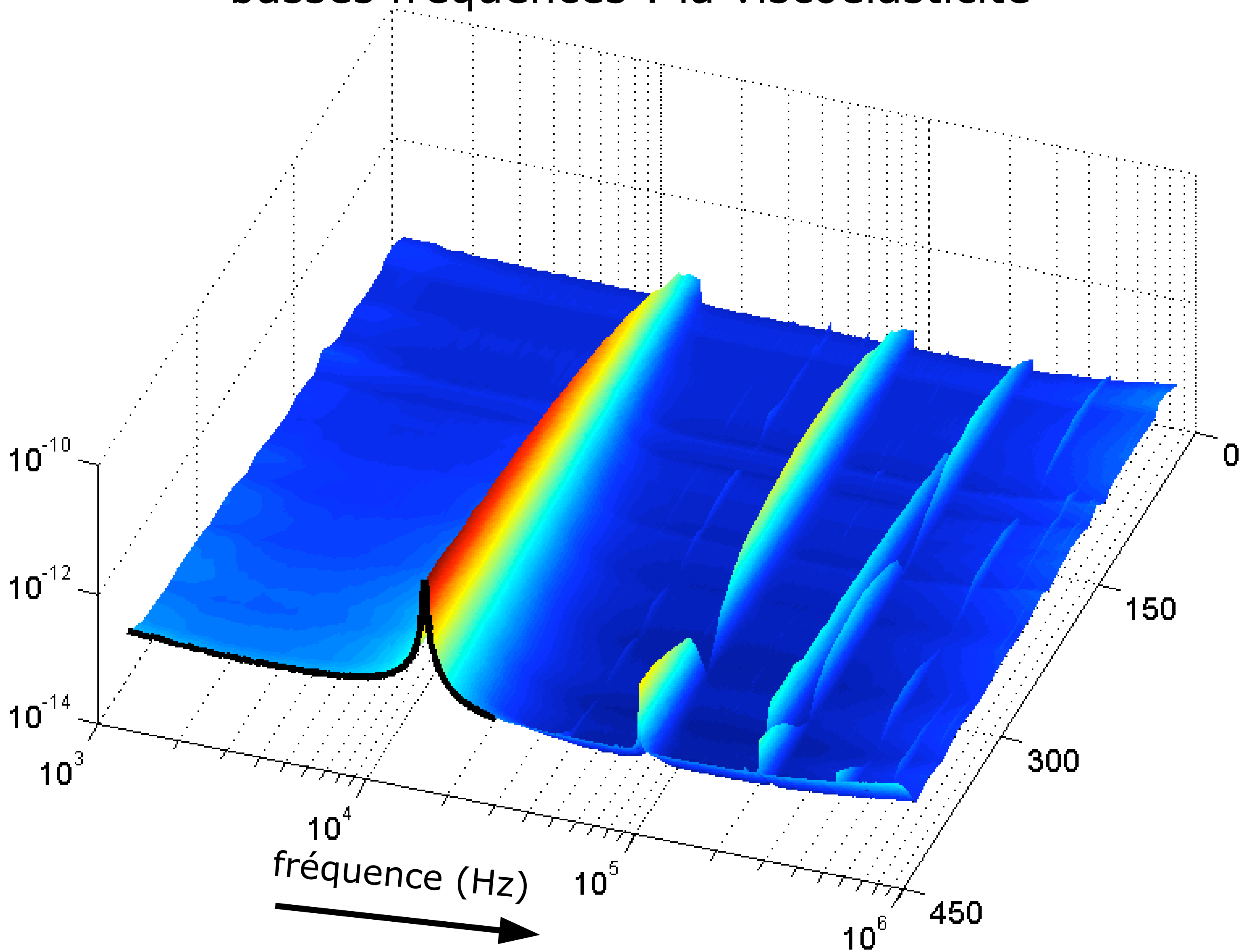
Fonction de fit : $\langle d_1^2(L)\rangle = \dfrac{12\, k_B T}{\alpha_1^4 K'} \left| f(\alpha_1, L) \right|$



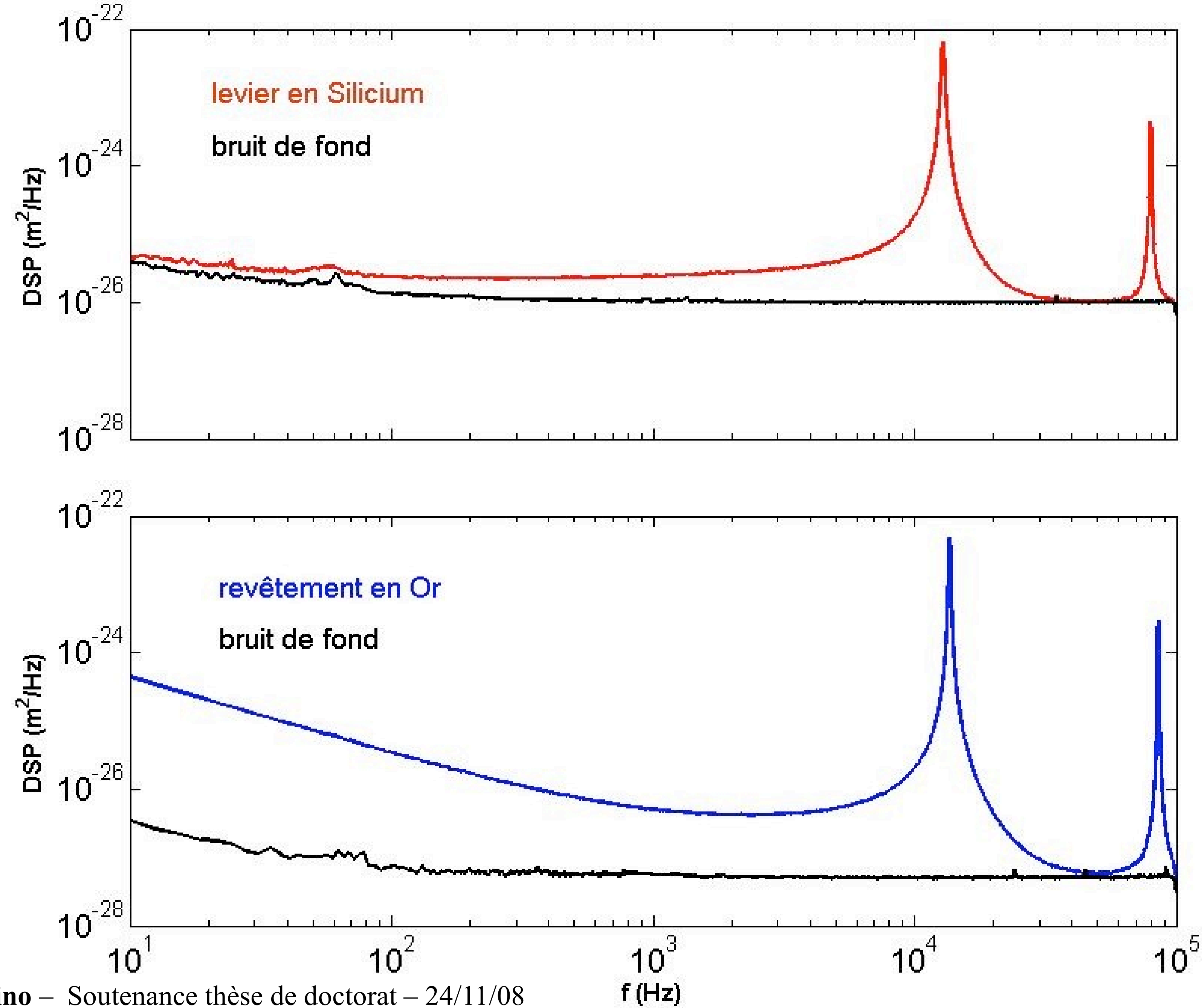
Cartographie des fluctuations thermiques



basses fréquences : la viscoélasticité



Effets du revêtement métallique



OHV : **dissipation visqueuse**

$$m\ddot{d}(t) = -k\,d(t) - \gamma\,\dot{d}(t) + F(t) \xrightarrow[\text{Fourier}]{} \left[(\omega_0^2 - \omega^2) + i\left(\frac{\omega_0\,\omega}{Q}\right)\right] d = \frac{F}{m}$$

$$\omega_0^2 = k/m \qquad Q = m\,\omega_0/\gamma$$

Fonction réponse :

$$G(\omega) = \frac{F(\omega)}{d(\omega)} = k\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + i\left(\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right]$$

Théorème de Fluctuation-Dissipation

$$S_d(\omega) = -\frac{4\mathrm{k}_B T}{\omega}\, Im\left[\frac{1}{G(\omega)}\right]$$

$$= \frac{4\mathrm{k}_B T}{k\,\omega_0}\,\frac{1/Q}{(1-u^2)^2 + (u/Q)^2}$$

$avec$

$u = \omega/\omega_0$

$$pour\,\omega \ll \omega_0 \qquad S_d(\omega) \sim \begin{cases} \dfrac{1}{k\,\omega_0\,Q} & modèle \quad OHV \end{cases}$$

OHV^*: **dissipation visqueuse et viscoélastique**

$$m\ddot{d}(t)=-K*d(t)-\gamma\dot{d}(t)+F(t) \xrightarrow[\text{Fourier}]{} \left[(\omega_0^2-\omega^2)+i\left(\frac{\omega_0\omega}{Q}+\omega_0^2\Phi\right)\right]d=\frac{F}{m}$$

$$\boxed{k^*=k(1+i\Phi)\in\mathbb{C}}$$

Fonction réponse :

$$G(\omega)=\frac{F(\omega)}{d(\omega)}=k\left[1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+i\left(\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}+\Phi\right)\right]$$

$$\omega_0^2=k/m \qquad Q=m\omega_0/\gamma$$

$$\frac{1}{Q_{eff}}=\frac{1}{Q}+\Phi$$

Théorème de Fluctuation-Dissipation

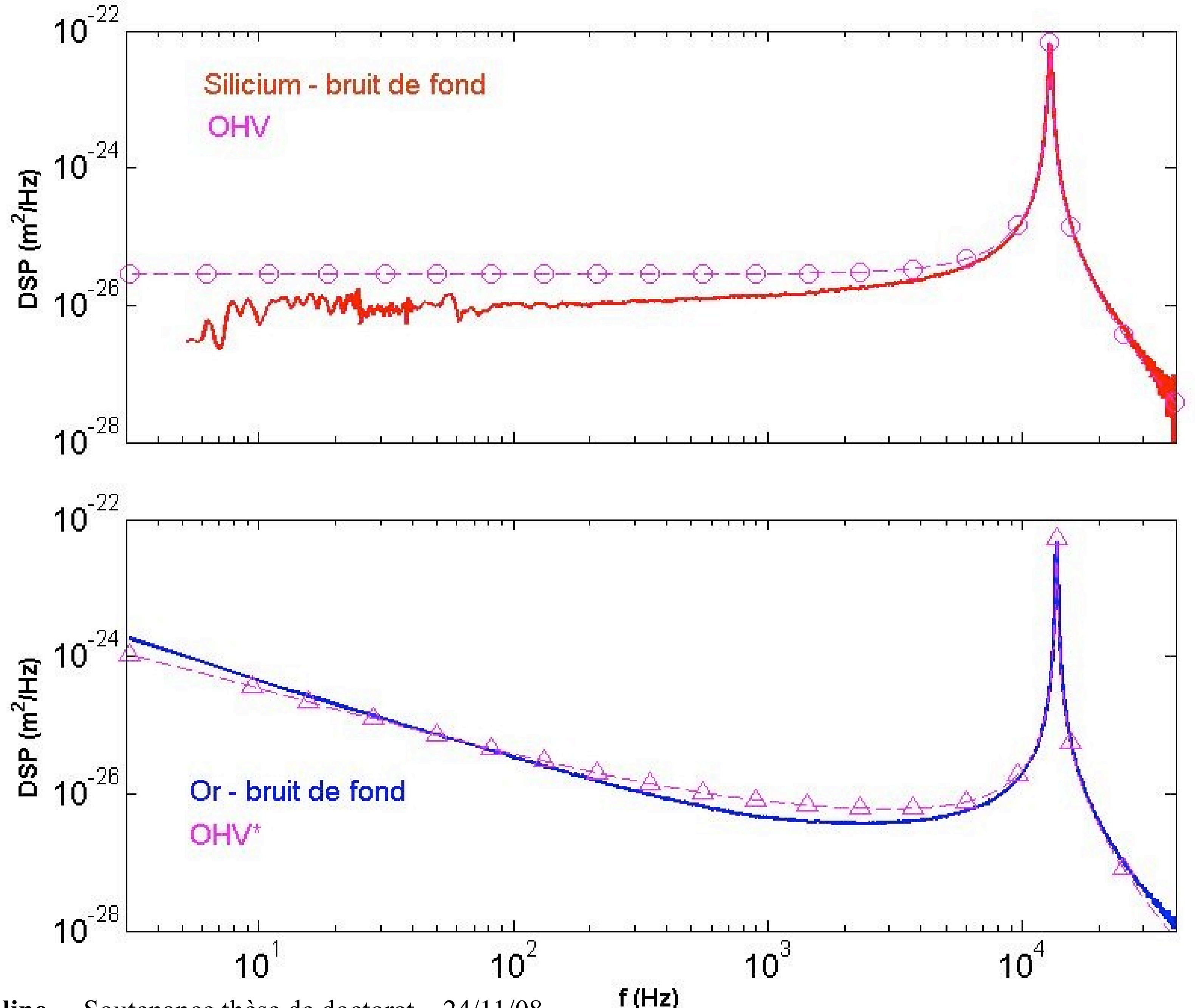
$$S_d(\omega)=-\frac{4k_BT}{\omega}Im\left[\frac{1}{G(\omega)}\right]$$
$$=\frac{4k_BT}{k\omega_0}\frac{1/Q+\Phi/u}{(1-u^2)^2+(u/Q+\Phi)^2}$$

$avec$
$u=\omega/\omega_0$

$$pour\,\omega\ll\omega_0 \qquad S_d(\omega)\sim\begin{cases}\dfrac{1}{k\omega_0Q} & modèle \quad OHV\\[2ex] \dfrac{\Phi}{k}\dfrac{1}{\omega} & modèle \quad OHV^*\end{cases}$$

Saulson, Phys. Rev. D (**1990**)

Comparaison avec les modèle OHV et OHV*



Correction hydrodynamique de Sader

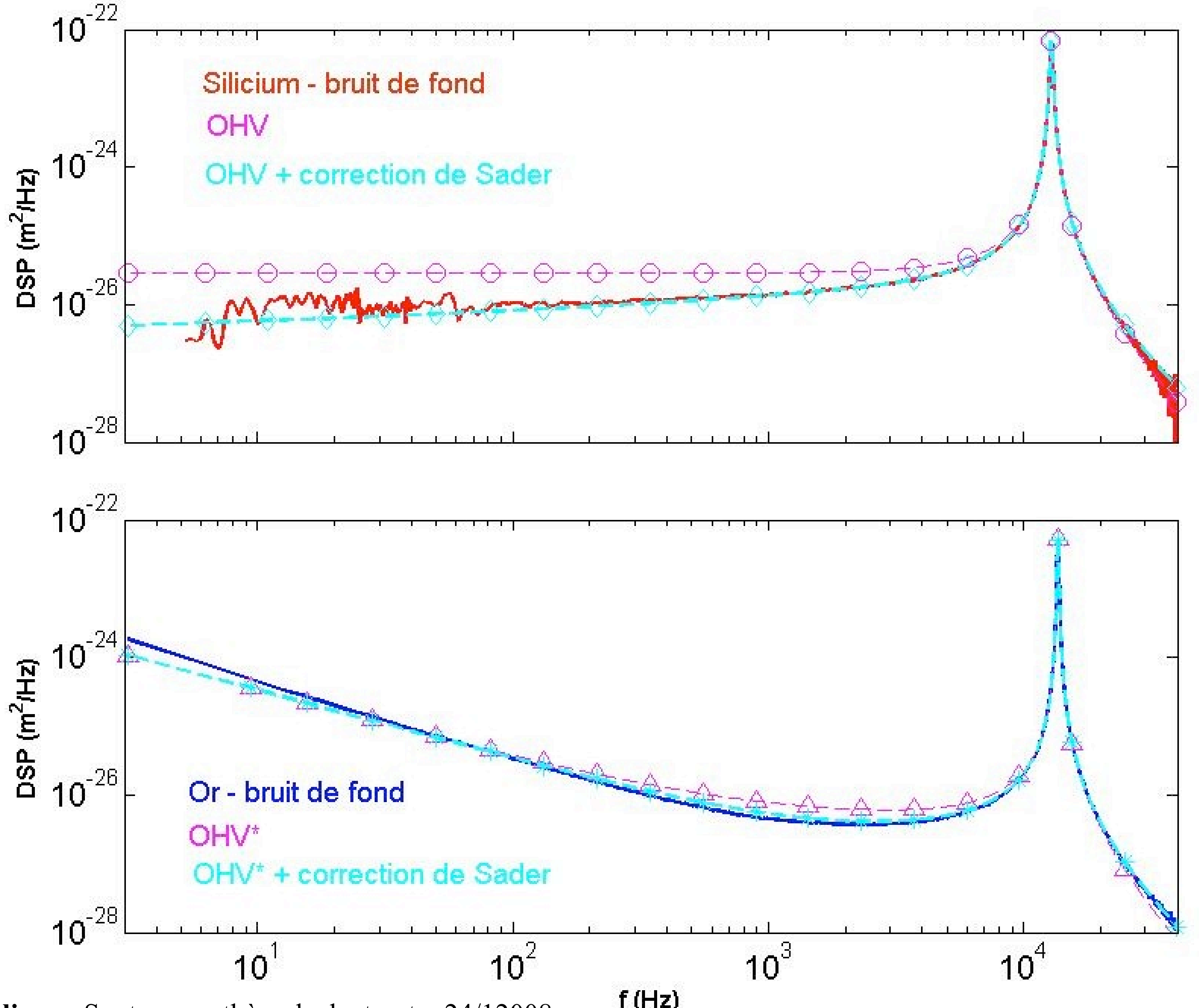
$$m\ddot{d}(t) = -k\,d(t) - \gamma\,\dot{d}(t) + F(t)$$

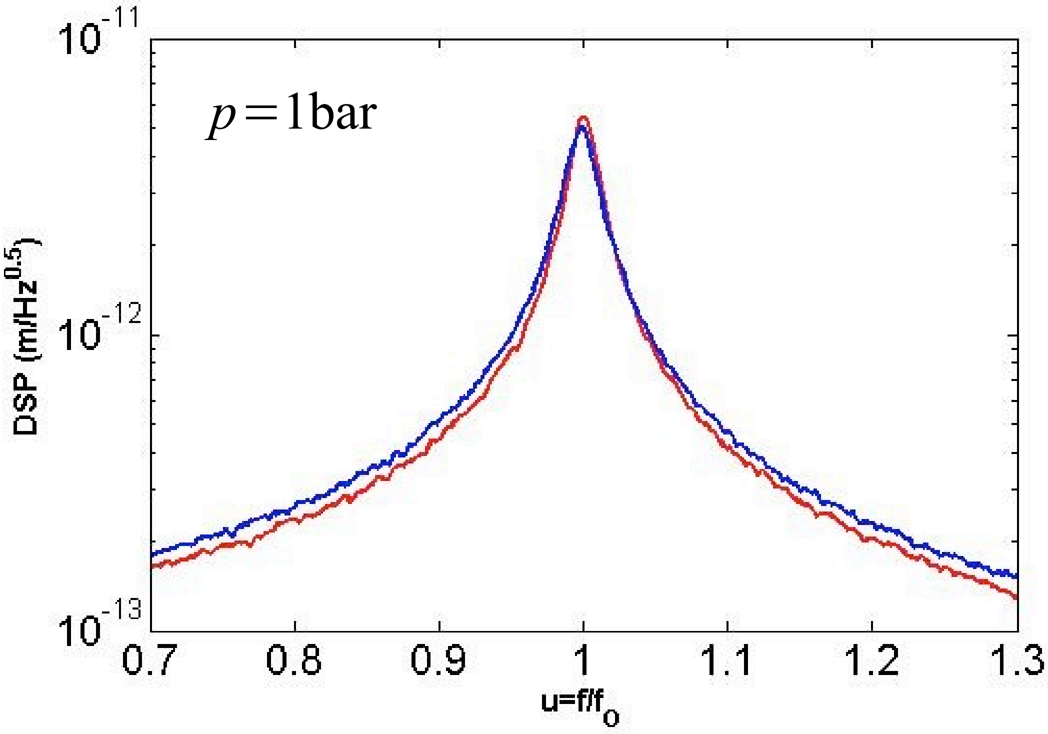
$$\textit{modèle OHV} \qquad F_{hydro} = i\,\omega\,\gamma\,d$$

$$\textit{modèle Sader} \qquad F_{hydro} = (\omega^2 m_{Sader}(\omega) + i\,\omega\,\gamma_{Sader}(\omega))\,d$$

$$\textit{Sader sans masse ajoutée} \qquad F_{hydro} = i\,\omega\,\gamma_{Sader}(\omega)\,d$$

Correction hydrodynamique de Sader





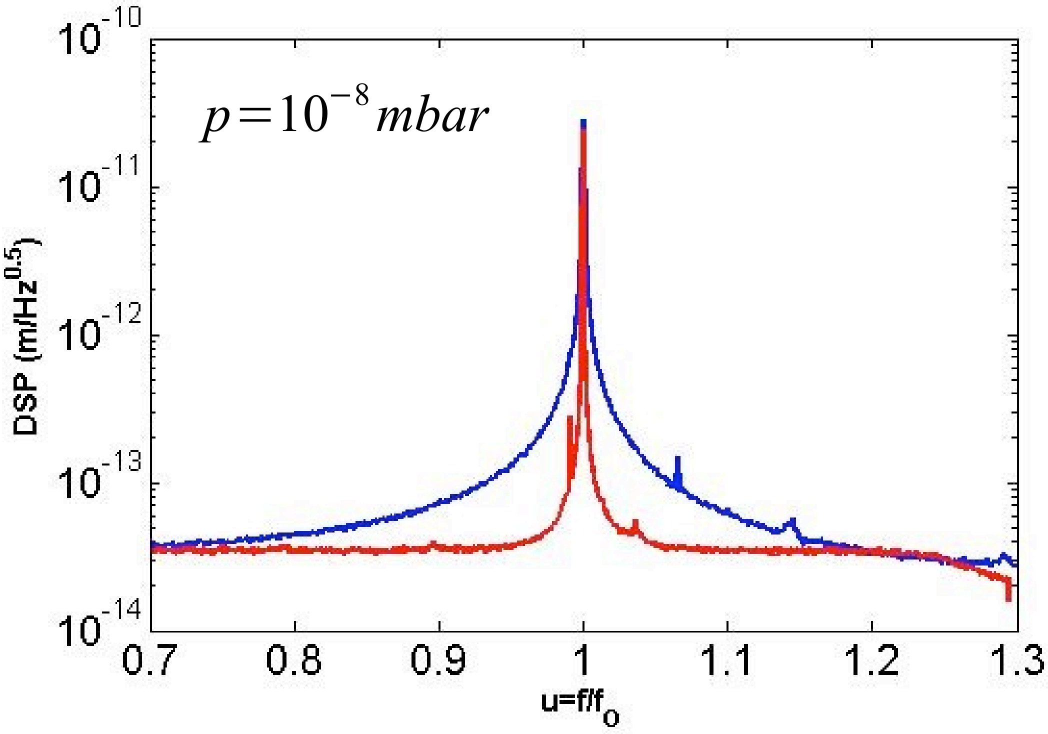
Facteur de qualité :

Or

$Q_{eff} = 65$
$\grave{a} \quad p = 1\text{bar}$

Silicium

$Q_{eff} = 60$
$\grave{a} \quad p = 1\text{bar}$



Facteur de qualité :

Or

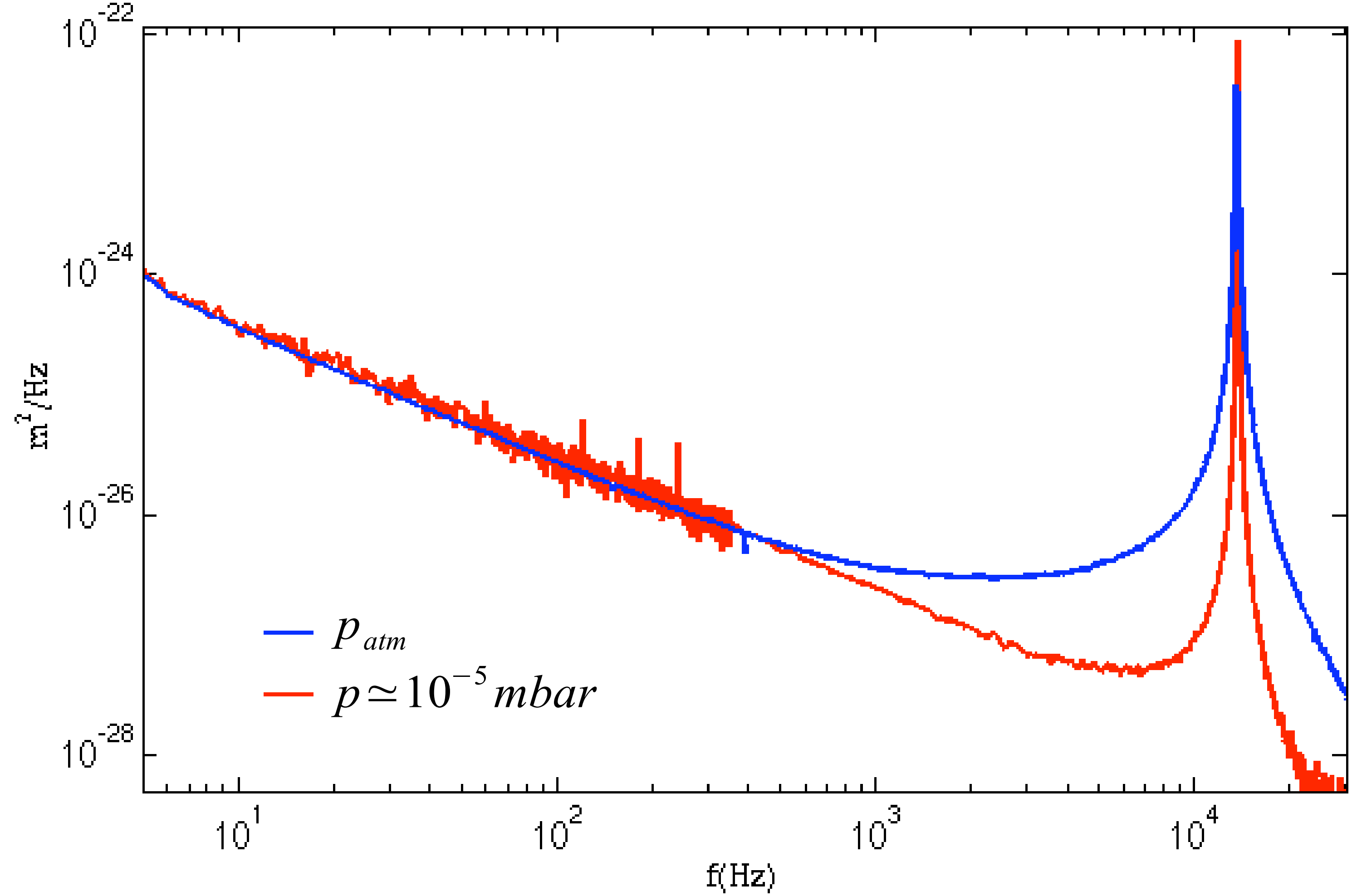
$Q_{eff} = 65$ à $p = 1\,\mathrm{bar}$ $\longrightarrow$ $Q_{eff} = 19\,000$ à $p = 10^{-8}\, mbar$

Silicium

$Q_{eff} = 60$ à $p = 1\,\mathrm{bar}$ $\longrightarrow$ $Q_{eff} = 122\,000$ à $p = 10^{-8}\, mbar$

Dans le vide le facteur de qualité est dominé par la dissipation viscoélastique

DSP d'un levier avec revêtement en or



Kramers-Krönig : réponse complète du levier

modèle de la réponse G : $G(\omega)=k\left[1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+i\left(\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}+\Phi\right)\right]=G'+iG''$

Kramers-Krönig : relations intégrales entre *G'* et *G"*

ce modèle ne vérifie pas Kramers-Krönig. Il est nécessaire rajouter pour Φ une dépendance en fréquence

$$G'=\frac{2}{\pi}PP\int_0^\infty\frac{\Omega G''(\Omega)}{\Omega^2-\omega^2}d\Omega$$

$$G''=-\frac{2\omega}{\pi}PP\int_0^\infty\frac{G'(\Omega)}{\Omega^2-\omega^2}d\Omega$$

Kramers-Krönig : réponse complète du levier

Comparaison des réponses mécaniques

modèle

$$G(\omega)=k\left[1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+i\left(\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}+\Phi\right)\right]$$

G mesurée :

$$G(\omega) \xleftarrow{\text{K-K}} Im\left[\frac{1}{G(\omega)}\right]$$

TFD

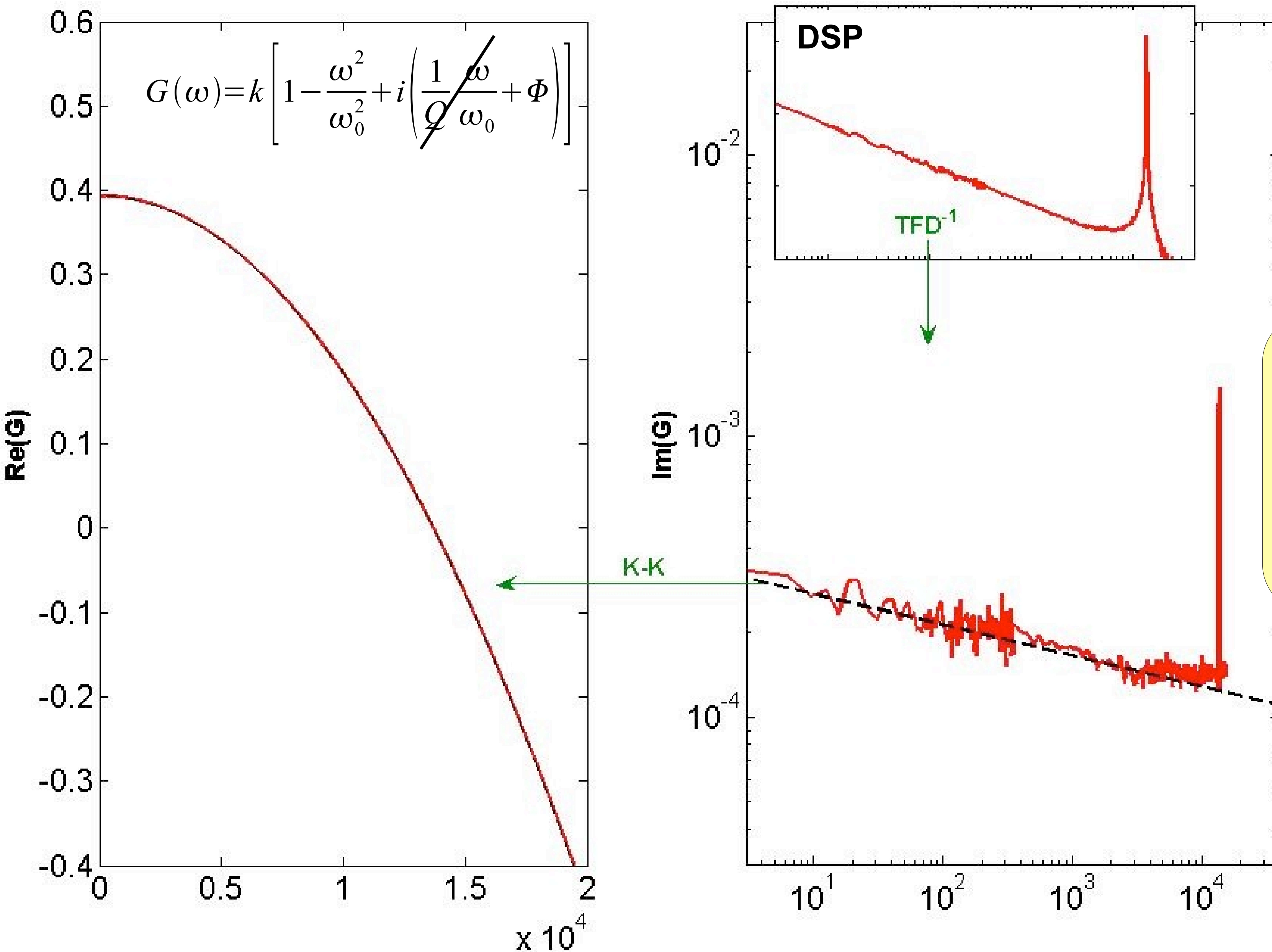
Comparaison des DSP

spectre théorique

$$S_d(\omega)\propto Im\left[\frac{1}{G(\omega)}\right]$$

spectre mesuré

TFD



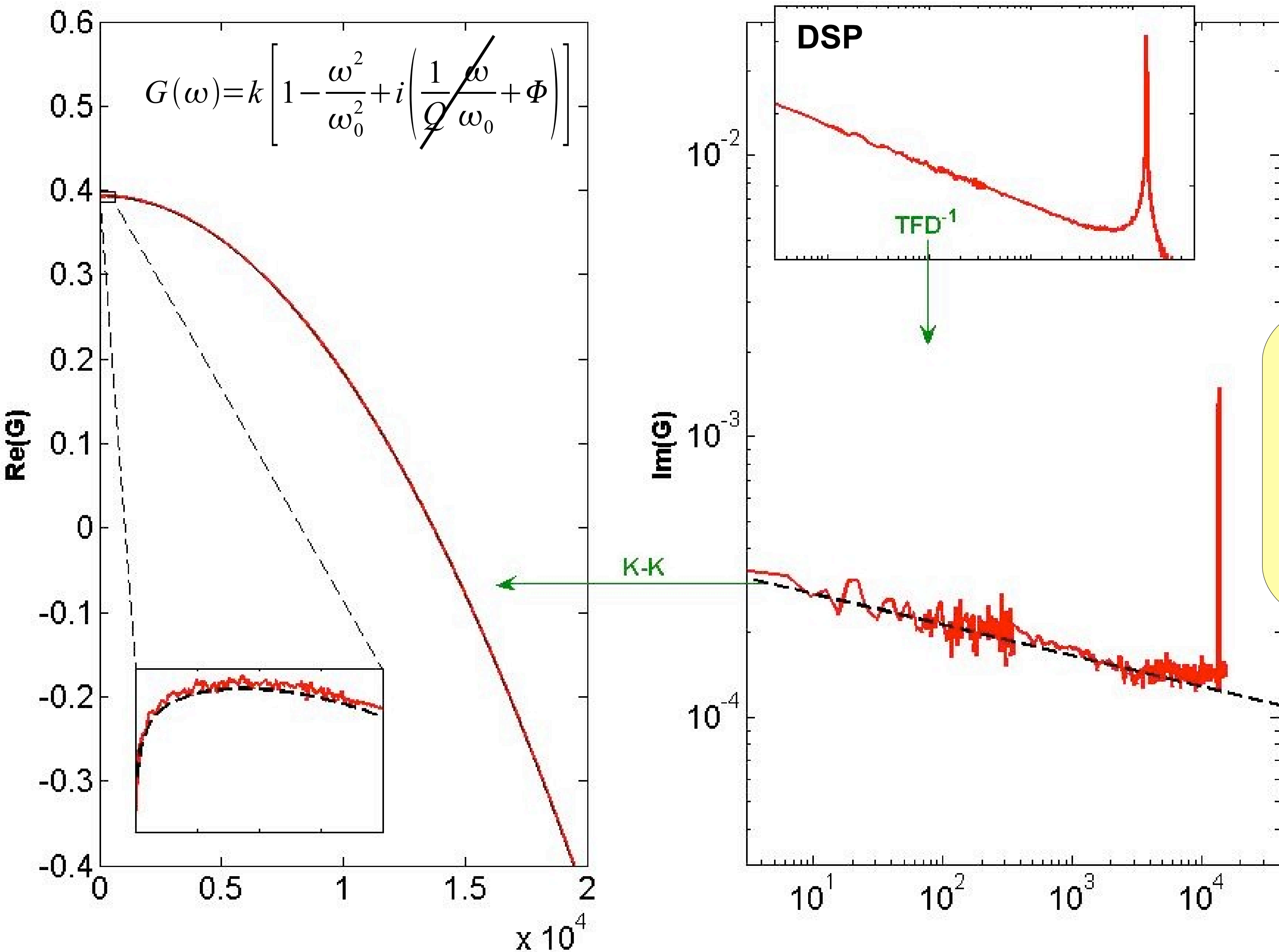
Jonscher :

$$k^*=k_0-\left(\frac{iJ}{\omega}\right)^\beta$$

$$avec\; 0<\beta<1$$

A. K. Jonscher, Nature (**1977**)

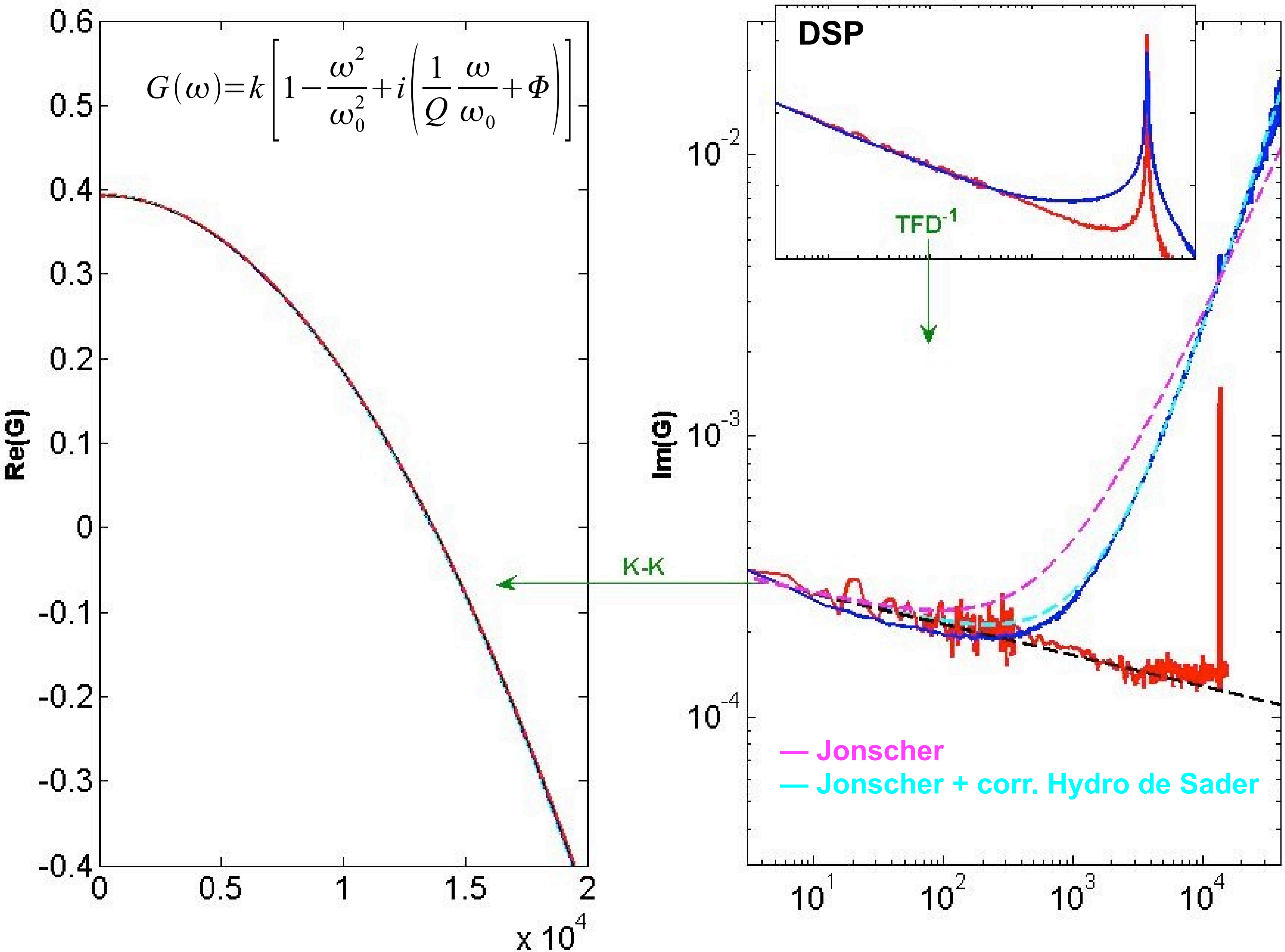
Kramers-Krönig : réponse complète du levier

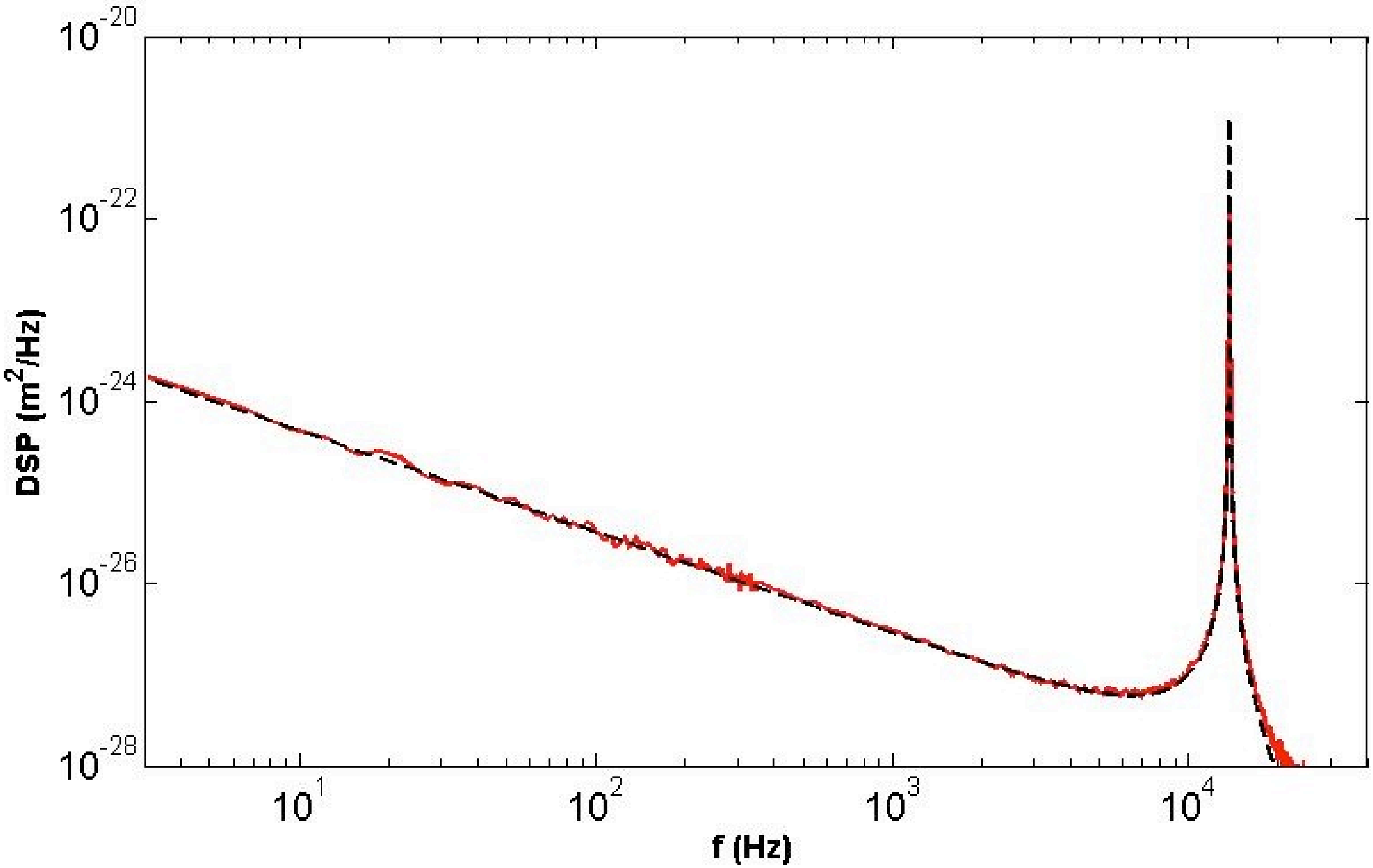


$$k^* = k_0 - \left(\frac{iJ}{\omega}\right)^{\beta}$$

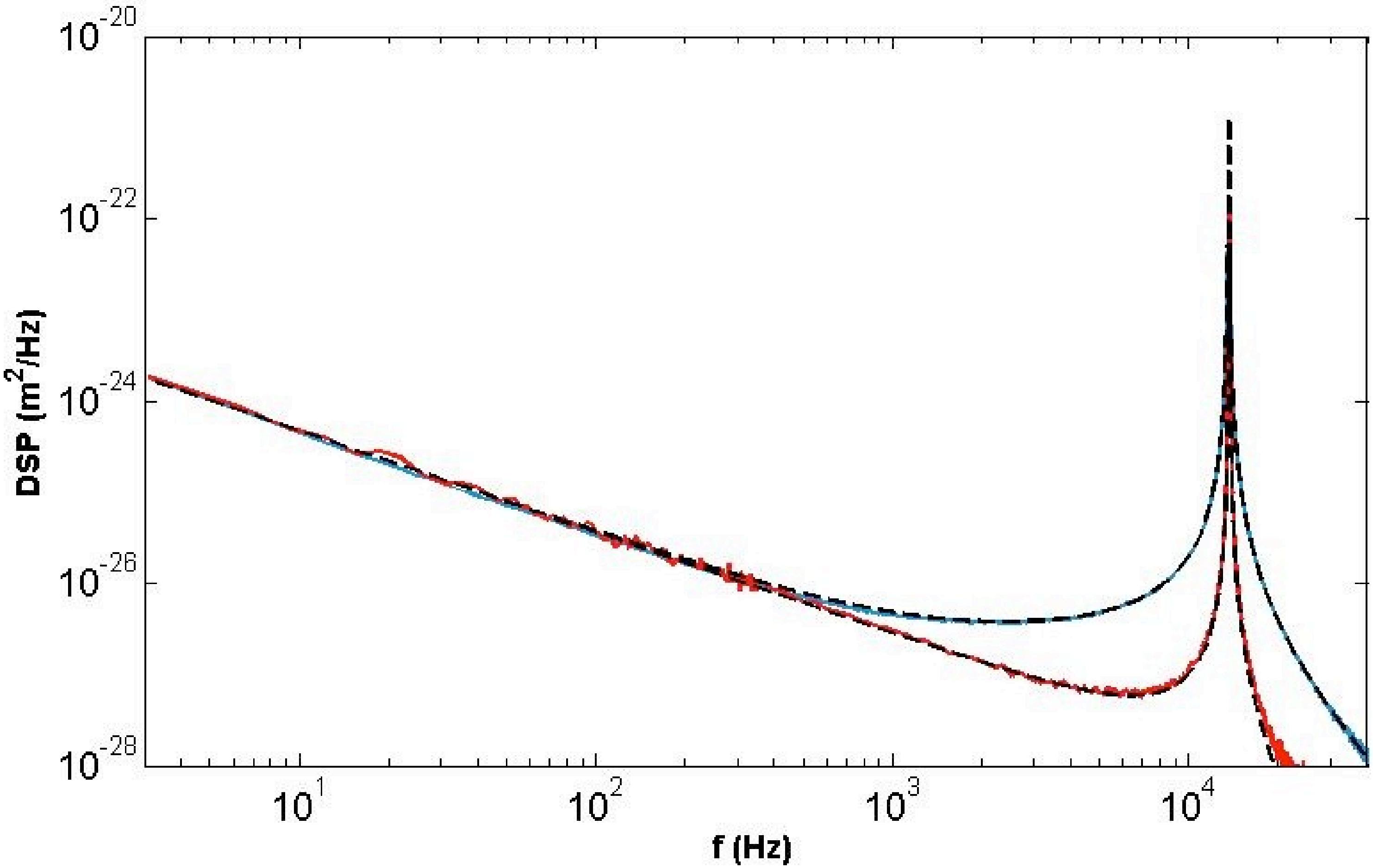
$$avec\; 0 < \beta < 1$$

Kramers-Krönig : réponse complète du levier





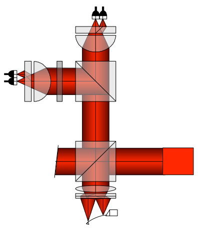
- une dissipation viscoélastique dépendante de la fréquence suffit pour la mesure dans le vide.



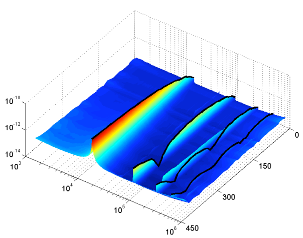
- une dissipation viscoélastique dépendante de la fréquence suffit pour la mesure dans le vide.

- à pression atmosphérique il faut de plus prendre en compte la dépendance en fréquence du couplage visqueux (correction hydrodynamique de Sader) .

Conclusions



- méthode interférométrique de mesure de la déflexion du levier, intrinsèquement calibrée, insensibles aux dérives thermiques
- haute résolution : $10^{-14}\, m/\sqrt{Hz}$



- mesure des profils spatiaux des modes propres d'oscillation du levier thermiquement excité
- estimation robuste de la raideur

- mise en évidence d'une source interne de dissipation viscoélastique pour les leviers avec revêtement métallique
- reconstruction complète de la réponse mécanique du levier à l'aide des relations de Kramers-Krönig : viscoélasticité à la Jonscher et correction hydrodynamique de Sader

Perspectives

- cartographie des fluctuations thermiques du levier en contact avec un échantillon ou de structures plus complexes (poutre encastrée des deux côtés, membranes, MEMS, etc.)
- investigation de l'origine physique de la viscoélasticité
- revêtement polymère pour étudier son vieillissement
- excitation optique du levier
- interaction sonde-échantillon (oui, un jour on va mettre un échantillon sous la pointe...)