

Habilitation à diriger des Recherches

□ Présentée par Damien Koenig

□ Jury

- M. José Ragot Prof.
- M. Michel Malabre DR.
- Mme Sophie Tarbouriech DR.
- M. Carlos Canudas De Wit DR.
- M. Didier Georges Prof.



□ Sujet : Analyse et observation des systèmes singuliers



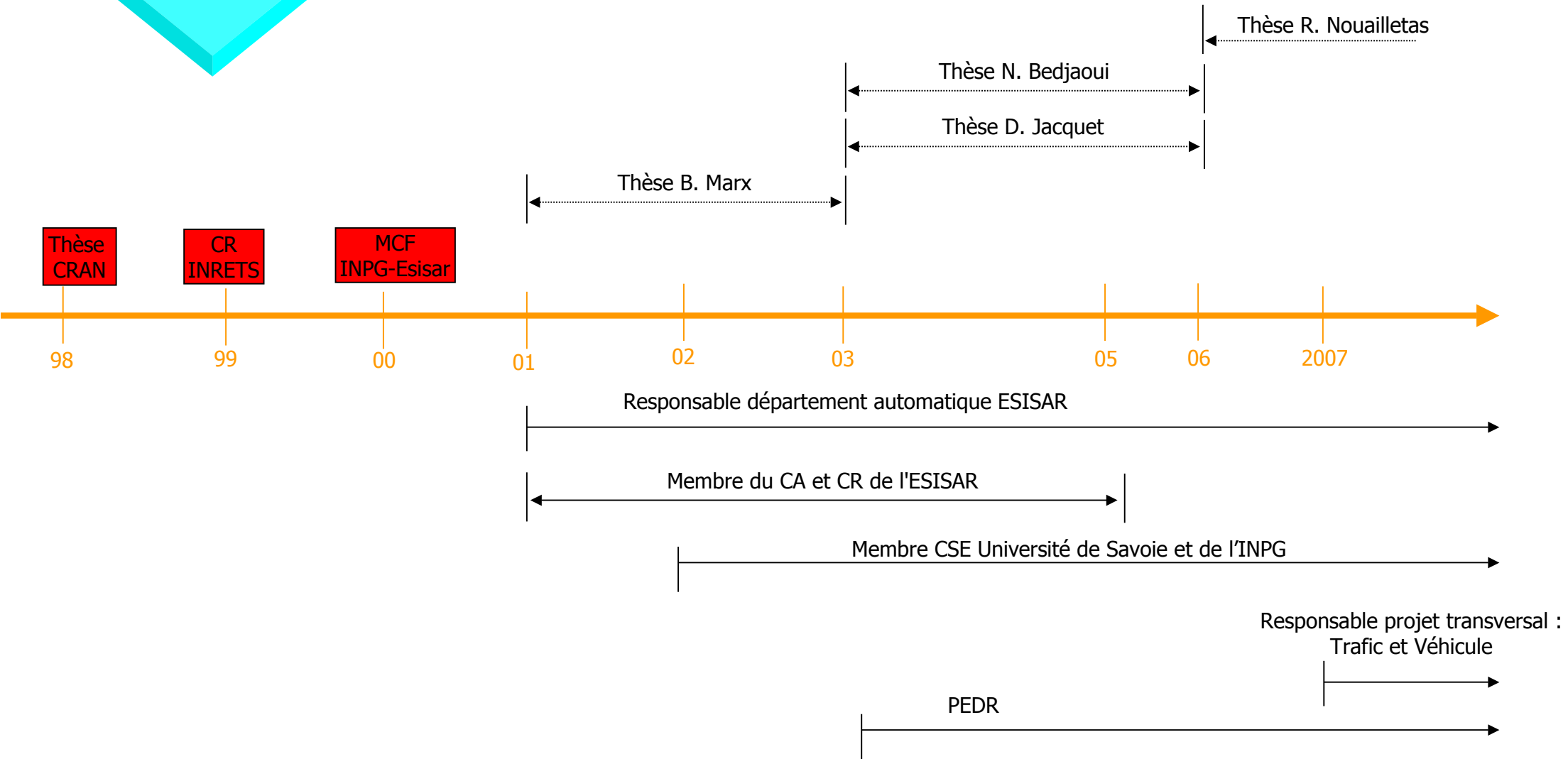
HdR Damien Koenig 13.12.07

Plan général

- ❑ **Parcours et Responsabilités**
- ❑ **Activités d'enseignement**
- ❑ **Activités de recherche**
- ❑ **Synthèse et Perspectives**



Parcours et Responsabilités



HdR Damien Koenig 13.12.07



Activités d'enseignement

□ Cours dispensés à Grenoble INP-ESISAR

- **Commande par retour d'état (3^{ème} année), 20%**
- **Optimisation de la commande (4^{ème} année), 15%**
- **Diagnostic et Validation de données (5^{ème} année) 30%**
- **Introduction à la commande multivariable des systèmes (5^{ème} année), 35%**
 - » **commande robuste, H_∞ , LMI**
 - » **niveau master recherche**



HdR Damien Koenig 13.12.07



Activités de recherche

❑ Équipe Systèmes Linéaires et Robustesse



« Laboratoire grenoblois de l'image, de la parole, du signal et de l'automatique »

❑ Publications

- 1 ouvrage édité,
- 9 revues, (5 IEEE-TAC, 1 Vehicle System Dynamics, ...)
- 33 conférences (internationales)



HdR Damien Koenig 13.12.07



Thèmes

❑ **Commande de véhicules, coll S. Mammar (INRETS)**

- Modélisation
- Commande latérale et longitudinale

❑ **Commande, observation et diagnostic des systèmes singuliers**

- thèse B. Marx, coll D. Georges (Gipsa-lab), coll S. Mammar (INRETS)

❑ **Analyse et contrôle du trafic routier**

- thèse D. Jacquet, coll C.C. de Wit, (Gipsa-lab), coll S. Mammar (INRETS)

❑ **Diagnostic des canaux d'irrigation**

- thèse N. Bedjaoui, coll X. Litrico (Cemagref), coll D. Georges (Gipsa-lab),

❑ **Commande d'un embrayage Valeo**

- thèse R. Nouailletas, coll E. Mendes (Lcis),



Plan

❑ Introduction aux systèmes singuliers

- Régularité
- Impulse observabilité et R-observabilité

❑ Diagnostic des systèmes singuliers

- Filtrage H ∞
- Factorisation copremière

❑ Observateurs pour systèmes singuliers

- Observateur PI
- Observateurs non linéaires (multi-modèles)



Introduction aux systèmes singuliers

□ Modèle non-linéaire

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ 0 = g(x(t), u(t), t) \\ y(t) = h(x(t), t) \end{cases}$$

⇒ relations dynamiques

⇒ relations algébriques

□ Modèle linéaire

$$(1) \begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

⇒ relations dynamiques et algébriques

⇒ E matrice singulière

□ Multi-modèles

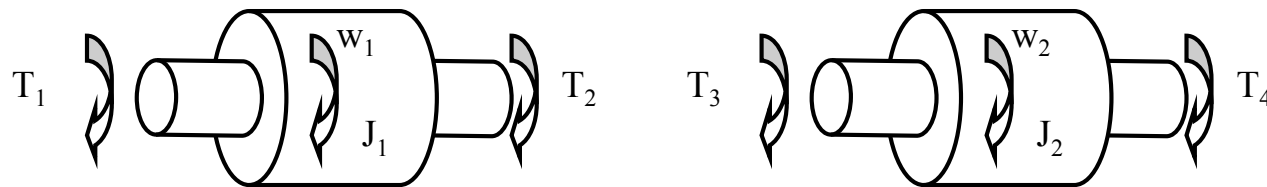
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_{\alpha(t)}(x(t), u(t), t) \\ 0 = g_{\alpha(t)}(x(t), u(t), t) \end{cases}$$

⇒ α : fonction constante par morceaux



Introduction aux systèmes singuliers

Exemple 1 : Solides en rotation



– Contraintes : connecter les 2 solides

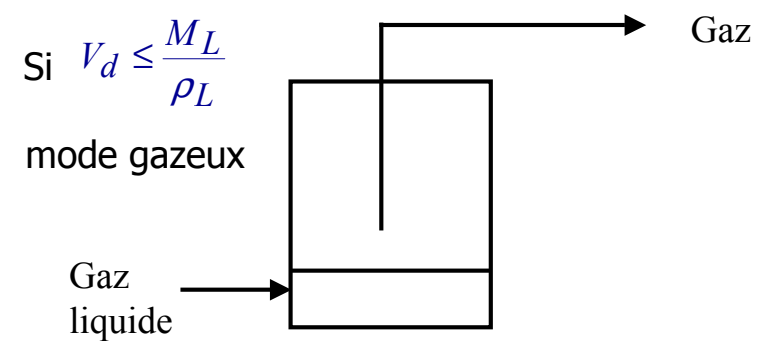
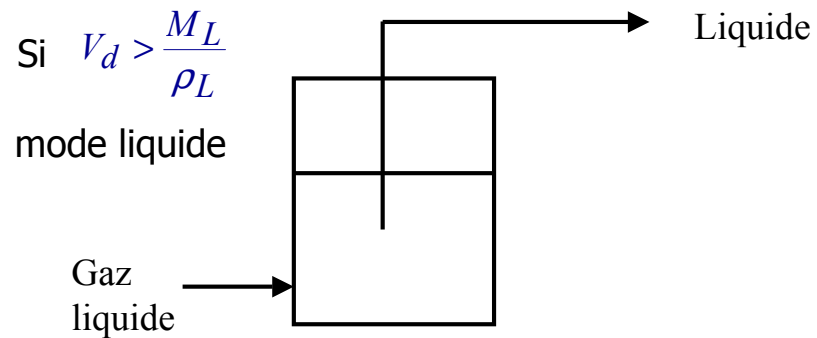
– Modèle

$$\begin{aligned} J_1 \dot{w}_1 &= T_1 + T_2 \\ J_2 \dot{w}_2 &= T_3 + T_4 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \text{relations dynamiques}$$

$$\begin{aligned} w_1 &= w_2 \\ T_2 + T_3 &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \text{relations algébriques}$$

Introduction aux systèmes singuliers

Exemple 2 : réservoir sous pression



Modèles

mode liquide

$$\dot{M}_G = F_G$$

$$\dot{M}_L = F_L - L$$

$$0 = V - \left(M_G \frac{RT}{P} + \frac{M_L}{\rho_L} \right)$$

$$0 = L - k_L x (P - P_{out})$$

mode gazeux

$$\dot{M}_G = F_G - G$$

$$\dot{M}_L = F_L$$

$$0 = V - \left(M_G \frac{RT}{P} + \frac{M_L}{\rho_L} \right)$$

$$0 = G - k_G x (P - P_{out})$$



Régularité

❑ Définition

- La réponse d'un système singulier est définie de manière unique, pour une entrée suffisamment différentiable et une CI donnée, ssi le faisceau matriciel (E,A) est régulier i.e. : $|sE - A| \neq 0$

❑ Équivalence

- Si le système (1) est régulier alors il existe une décomposition de Kronecker-Weierstrass

$$\begin{array}{lcl}
 (1) \iff \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u \\ y_1 = C_1 x_1 \end{cases} & \iff & \text{Système lent} \\
 & \iff & \\
 & \iff & \\
 \begin{cases} N\dot{x}_2 = x_2 + B_2 u \\ y_2 = C_2 x_2 \end{cases} & \iff & \text{Système rapide} \\
 y = y_1 + y_2 & & N \text{ est nilpotente d'index } h
 \end{array}$$

- Il existe d'autres équivalences : SVD, formes canoniques P et PD, ...

❑ Réponse du système rapide

$$x_2(t) = - \sum_{k=0}^{h-1} N^{k+1} \delta^{(k)}(t) x_2(0) - \sum_{k=0}^{h-1} N^k B_2 u^{(k)}(t)$$



HdR Damien Koenig 13.12.07



Réponse du système rapide

Exemple numérique

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x} = x - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

Solution

$$x_1(t) = -\delta(t)x_2(0) + u(t) + \dot{u}(t)$$

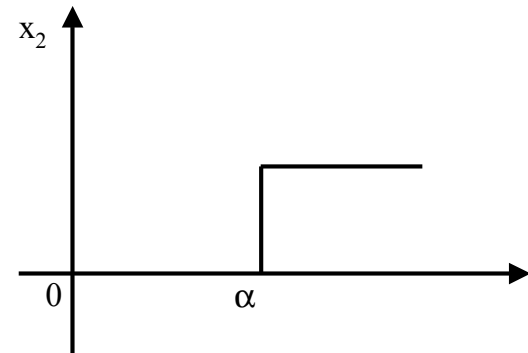
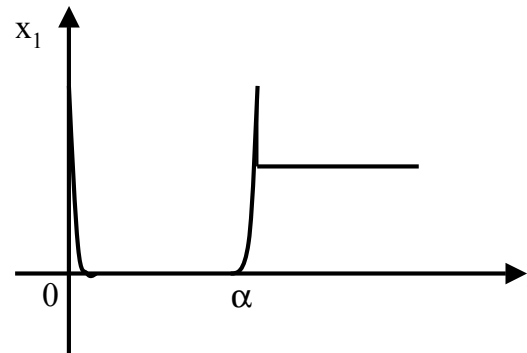


terme impulsif et dérivée de l'entrée

$$x_2(t) = u(t)$$

où pour une fonction saut $u(t) = f(t) = \begin{cases} 1, & t > \alpha > 0 \\ 0, & t \leq \alpha \end{cases}$

nous obtenons



Impulse observabilité et R-observabilité

□ Observabilité d'un système singulier

$$(E, A, C) \text{ observable} \Leftrightarrow \begin{cases} (I_{n_1}, A_1, C_1) \text{ observable} \Leftrightarrow (E, A, C) \text{ R-observable} \\ (N, I_{n_2}, C_2) \text{ observable} \Leftrightarrow (E, A, C) \text{ impulse-observable} \end{cases}$$

□ Remarque : pour un observateur singulier de gain L

- impulse observable \Rightarrow il existe L tel que $(E, A-LC)$ est régulier et non impulsif
- R-observabilité \Rightarrow il existe L tel que $(E, A-LC)$ est stable



Plan

❑ Introduction aux systèmes singuliers

- Régularité
- Impulse observabilité et R-observabilité

❑ Diagnostic des systèmes singuliers

- Filtrage H ∞
- Factorisation copremière

❑ Observateurs pour systèmes singuliers

- Observateur PI
- Observateurs non linéaires (multi-modèles)



Diagnostic des systèmes singuliers : Filtrage H_∞

□ **Objectif : Synthèse simultanée d'un module de diagnostic et de commande sous forme d'un pb H_∞ standard**

– **Système**

$$E\dot{x} = Ax + Bu + R_1f + E_1d$$

$$z_1 = C_1x + D_1u + R_{21}f + E_{21}d$$

$$z_2 = f - \hat{f}$$

$$y = C_2x + D_2u + R_{22}f + E_{22}d$$

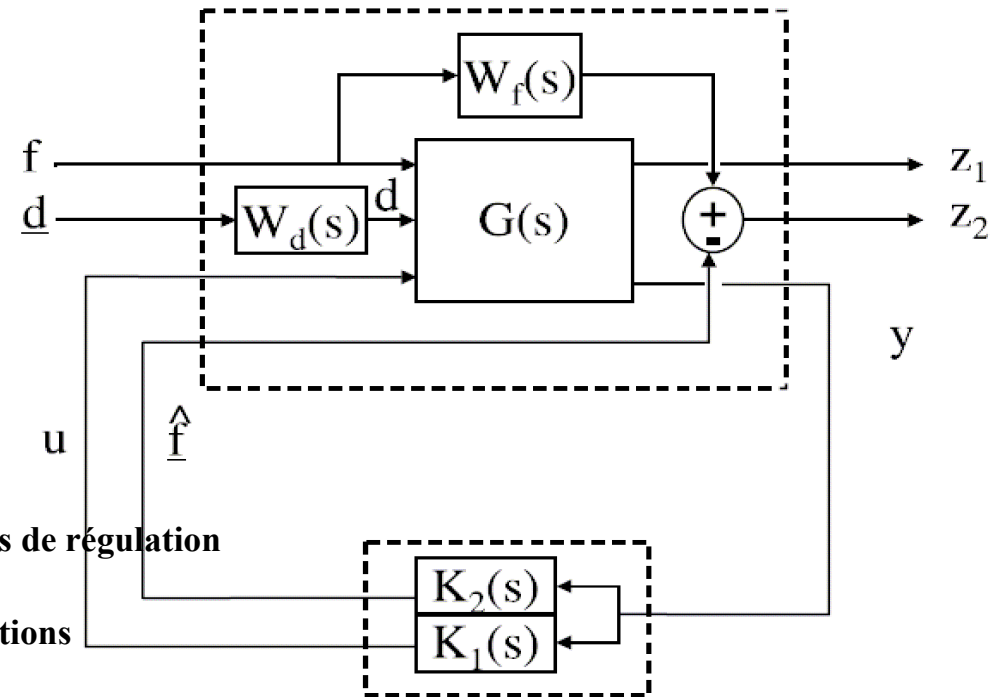
– **Signification**

$\|G_{dz_1}\|_\infty$ atténuation des perturbations sur les sorties de régulation

$\|G_{dz_2}\|_\infty$ évite les fausses alarmes dues aux perturbations

$\|G_{fz_1}\|_\infty$ atténuation des fautes sur les sorties de régulation

$\|G_{fz_2}\|_\infty$ estimation des fautes



K_1 et K_2 sont obtenus par une résolution LMI's tels que

$$\|G_{dz_1}\|_\infty < \gamma_1 \quad \|G_{fz_2}\|_\infty < \gamma_2$$



Exemple

❑ Système

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x} = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 3 & 7 \\ 5 & -3 & -14 & 0 \\ 4 & 0 & -12 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} d$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} d$$

– f défauts constants, d bruits

Chercher K_1 tel que

$$\|G_{dz_1}\|_{\infty} < \gamma_1$$

Chercher K_2 tel que

$$\|G_{fz_2}\|_{\infty} < \gamma_2$$

❑ Objectif principal

– Contrôler z_1



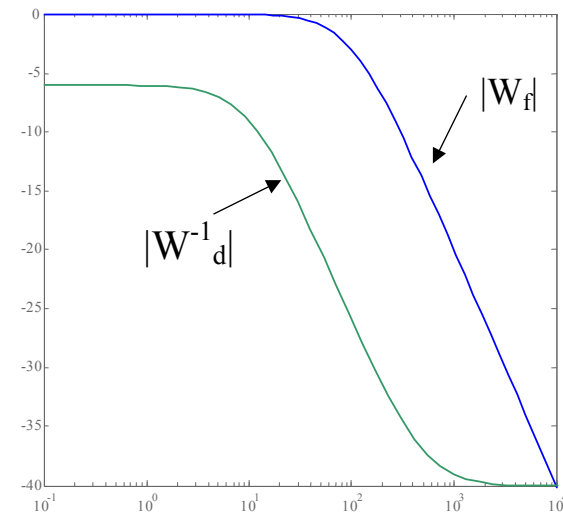
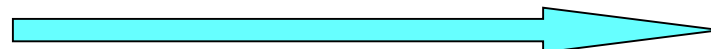
$$E_a \begin{pmatrix} A_a & B_w & B_{u_1} \\ C_{a_{11}} & 0 & 0 \\ C_{a_2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

– Estimer f

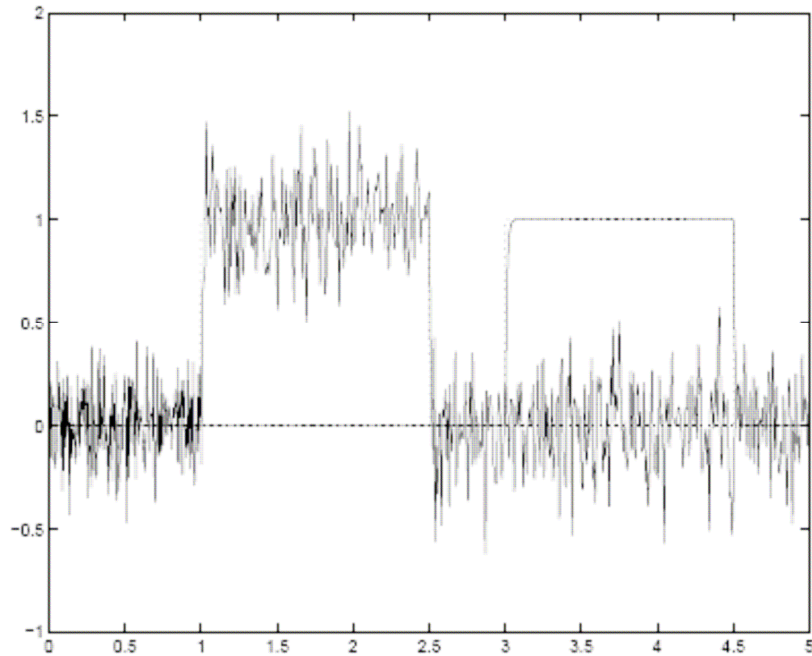


$$E_a \begin{pmatrix} A_a & B_w & B_{u_2} \\ C_{a_{12}} & 0 & 0 \\ C_{a_2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

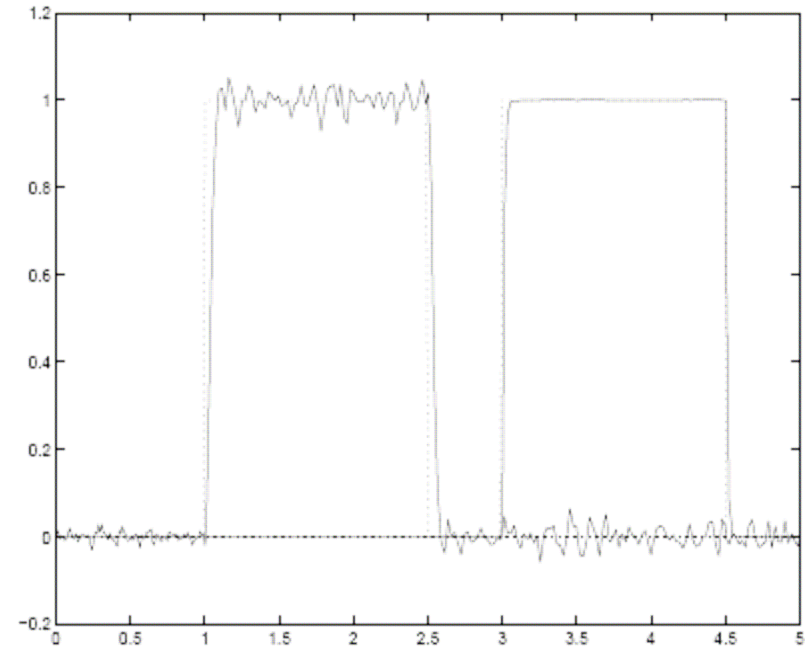
❑ Filtres proposés



Simulation



Filtrage H^∞ sans fonction de pondération



Filtrage H^∞ avec fonctions de pondération

Inconvénient : Si (E, A) est impulsif alors le transfert de f vers \hat{f} est impulsif



Diagnostic par factorisation copremière

□ Système

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= Ax + Bu + R_1f + E_1d \\ y &= Cx + Du + R_2f + E_2d \end{aligned}$$

□ Décomposition en facteurs admissibles

$$y(s) = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}_u u(s) + \tilde{M}^{-1}\tilde{N}_f f(s) + \tilde{M}^{-1}\tilde{N}_d d(s)$$

□ Construction du pré-résidu

$$y(s) - \tilde{M}^{-1}\tilde{N}_u u(s) = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}_f f(s) + \tilde{M}^{-1}\tilde{N}_d d(s)$$

□ Pré-résidu à implémenter

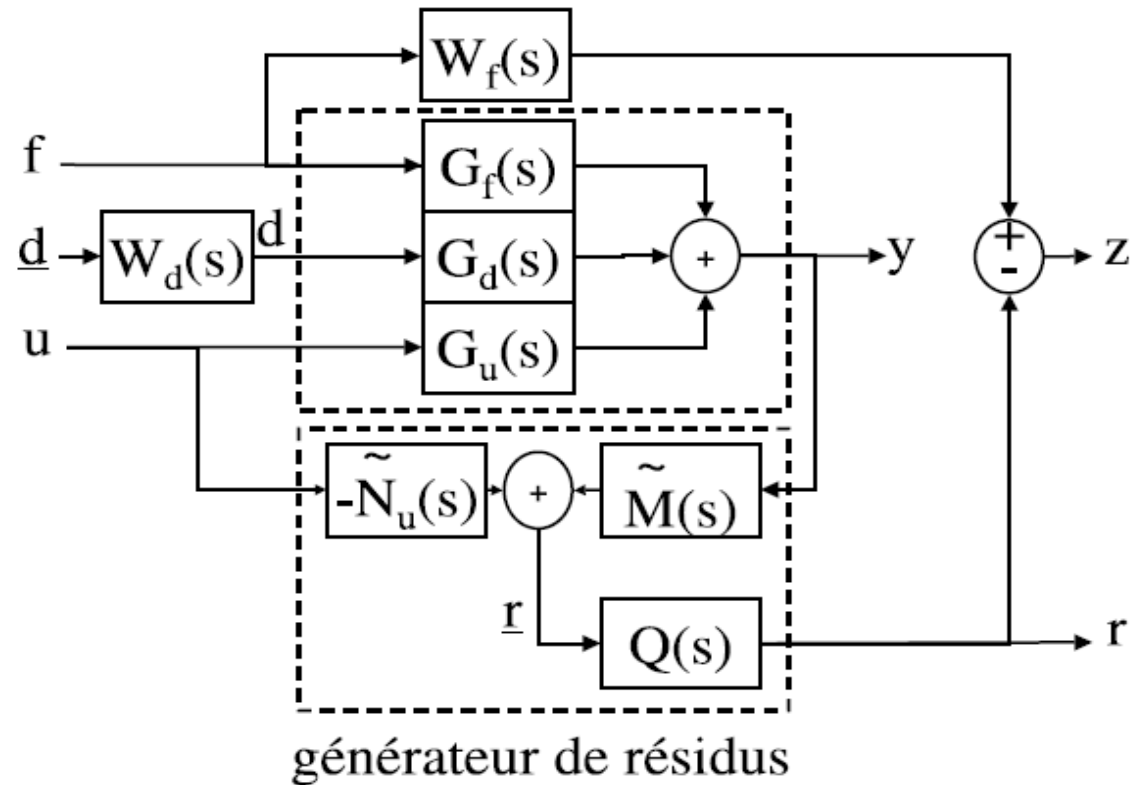
$$r(s) = \tilde{M}y(s) - \tilde{N}_u u(s) = G_{yur}(s) \begin{bmatrix} y(s) \\ u(s) \end{bmatrix}$$

□ Pré-résidu d'analyse

$$r(s) = \tilde{N}_f f(s) + \tilde{N}_d d(s)$$

□ Ajout des filtres W_f , W_d et minimisation du critère

$$J = \min_{Q(s)} \|T_{wz}(s)\|_\infty$$



$$G_{yur}(s) = \left\{ E, \begin{array}{c|cc} A+LC & L & -B-LD \\ \hline C & I & -D \end{array} \right\}$$

L obtenu par résolution LMI tel que $(E, A+LC)$ est admissible



Discussion

- On se ramène à un pb de contrôle H^∞ standard

$$J = \min_{Q(s)} \|T_{wz}(s)\|_\infty = \min_{Q(s)} \|W_f(s) - Q(s)\tilde{N}_f(s) \quad -Q(s)\tilde{N}_d(s)W_d(s)\|_\infty$$

- Le pré-résidu

$$\underline{r}(s) = \tilde{M}y(s) - \tilde{N}_u u(s) = G_{yur}(s) \begin{bmatrix} y(s) \\ u(s) \end{bmatrix}$$

$$G_{yur}(s) = \left\{ E, \begin{array}{c|cc} A+LC & L & -B-LD \\ \hline C & I & -D \end{array} \right\}$$

– présente la même réalisation qu'un observateur singulier

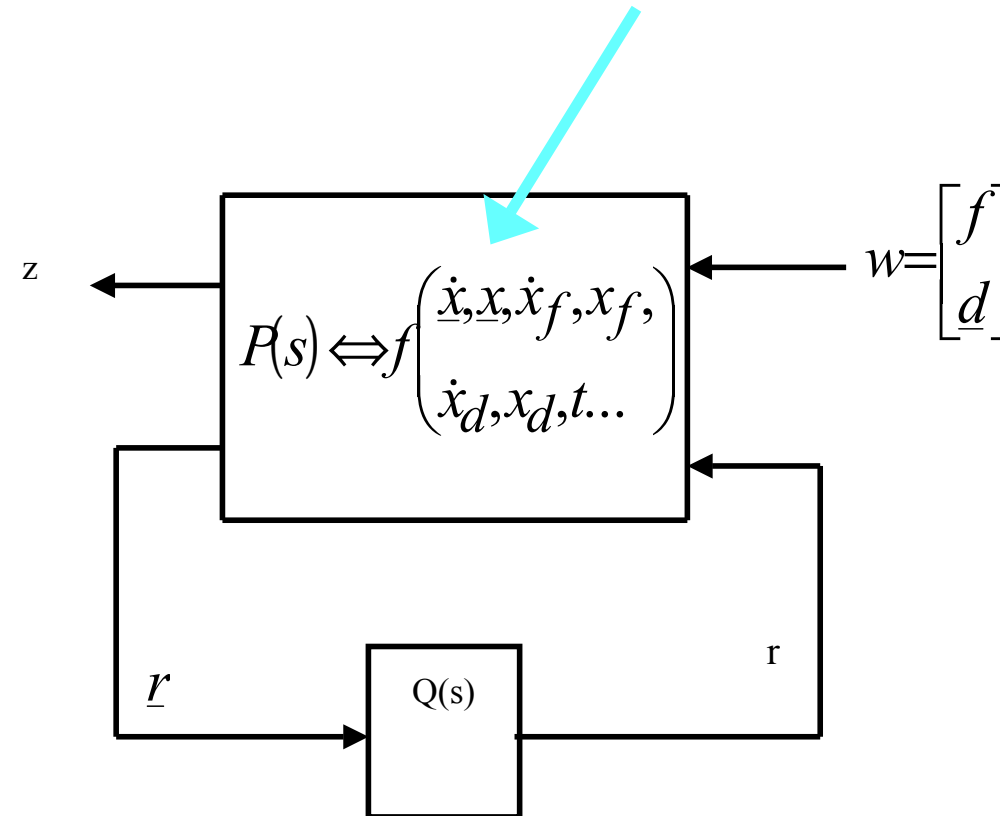
- Les 2 facteurs \tilde{M} et \tilde{N}_u sont causaux et stables

– Seul le facteur inversé \tilde{M}^{-1} est éventuellement non causal

- Générateur de résidus causal et pb de contrôle H^∞ standard

$$\underline{r}(s) = \tilde{N}_f f(s) + \tilde{N}_d d(s)$$

$$[\tilde{N}_f(s) \quad \tilde{N}_d(s)] = \left\{ \begin{array}{c|cc} A & R_1 & E_1 \\ \hline C & R_2 & E_2 \end{array} \right\}$$



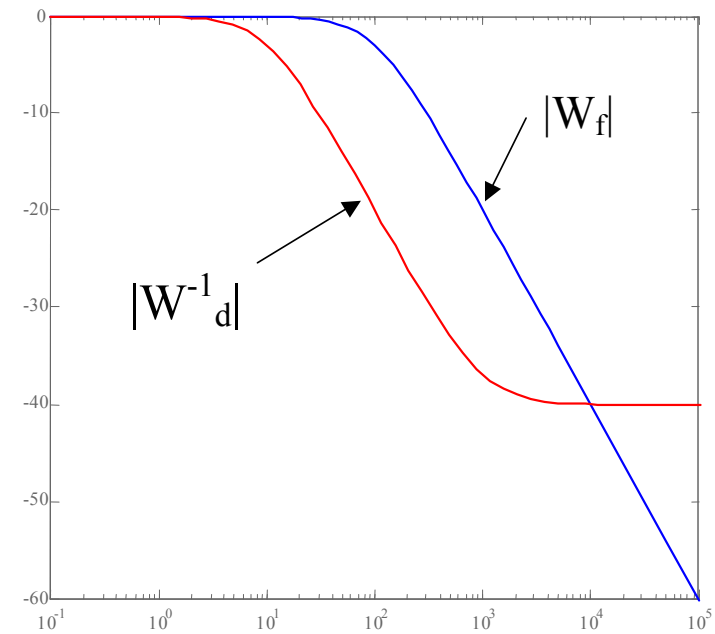
Exemple

□ Système

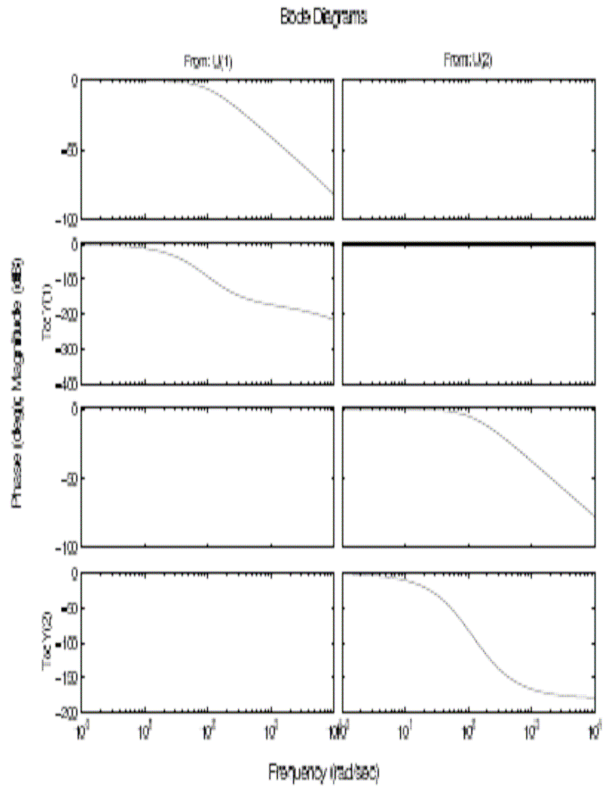
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x} = \begin{bmatrix} -15 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} d$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} d$$

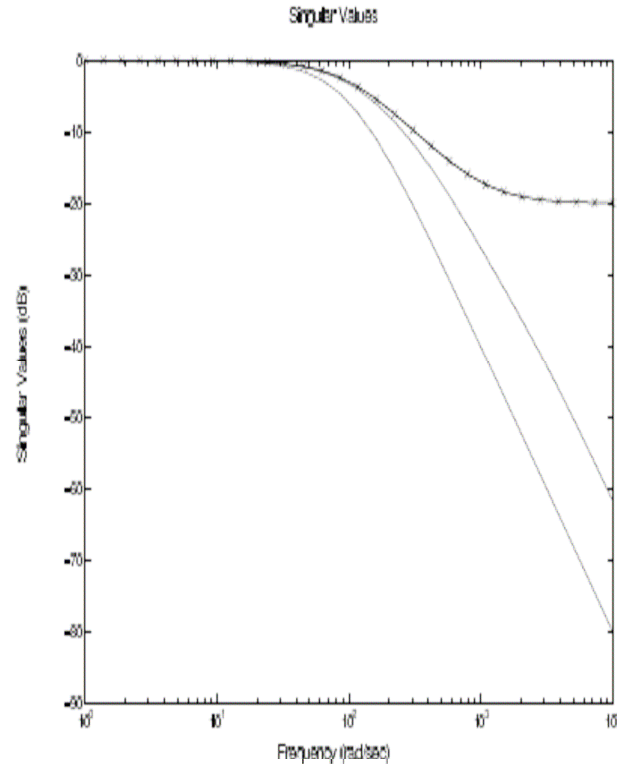
- $f_1(t)$ est une panne actionneur, $f_2(t)$ est un biais de mesure
- $d_1(t)$ est un bruit de commande, $d_2(t)$ est un bruit de mesure



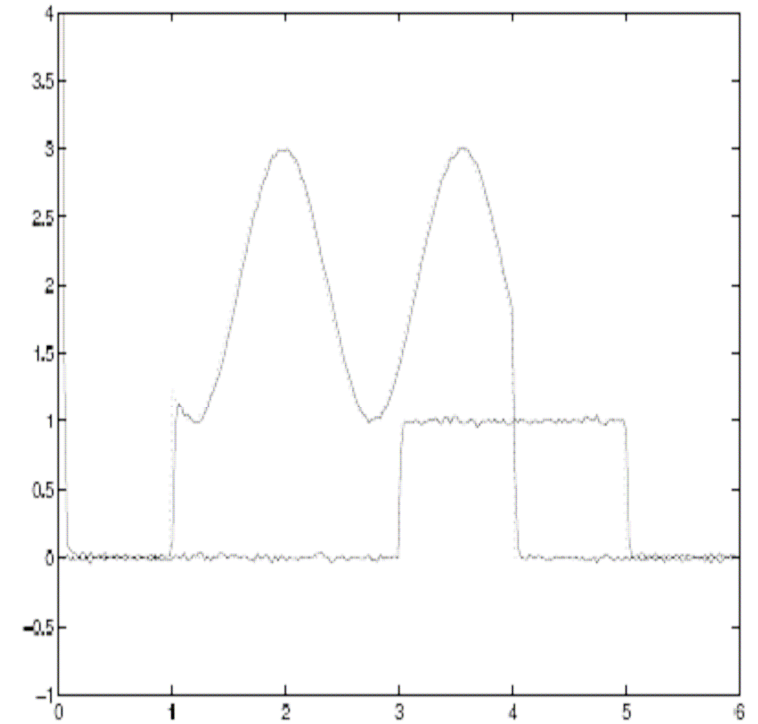
Simulation



Fonction de sensibilité du résidu aux défauts $Q(s)\tilde{N}_f(s)$



Tracé du gabarit de robustesse W_d^{-1} et de la fonction de sensibilité du résidu aux perturbations



Plan

❑ Introduction aux systèmes singuliers

- Régularité
- Impulse observabilité et R-observabilité

❑ Diagnostic des systèmes singuliers

- Filtrage H ∞
- Factorisation copremière

❑ Observateurs pour systèmes singuliers

- Observateur PI
- Observateurs non linéaires (multi-modèles)



Observateurs pour systèmes singuliers

❑ Rappel : un système singulier

- est très sensible aux variations brusques des entrées
- peut présenter plus d'inconnues que d'équations ou inversement (système rectangulaire, non-unicité de la solution)

❑ Proposition

- développer un observateur **non-singulier** proportionnel multi-intégrales qui estime l'état et les défauts

❑ Système

$$E^* \dot{x} = A^* x + B^* u + F_w^* w + F_f^* f$$

$$y^* = C^* x + G_w^* w + G_f^* f$$

- f : défauts sous forme polynomiale $f(\tau) = D_0 + D_1 \tau + D_2 \tau^2 + \dots + D_{\bar{s}-1} \tau^{\bar{s}-1}$
- w : entrées inconnues
- D_i : vecteurs constants inconnus
- système rectangulaire $E^* \in \mathcal{R}^{m \times n}$



Observateur proportionnel multi-intégrales

□ Système

$$E^* \dot{x} = A^* x + B^* u + F_w^* w + F_f^* f$$

$$y^* = C^* x + G_w^* w + G_f^* f$$

$$E \dot{x} = A x + B u + F_w w + F_f f$$

$$y = C x + G_w w + G_f f$$

où **E** est de plein rang ligne

$$\bar{E} \dot{\bar{x}} = \bar{A} \bar{x} + \bar{B} u + \bar{F}_w w + \bar{F}_f f$$

$$\bar{y} = \bar{C} \bar{x} + \bar{G}_w w + \bar{G}_f f$$

où

$$\bar{y}(\tau) = \begin{bmatrix} y_I(\tau) = \int_0^\tau y(v) dv \\ y(\tau) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{x}(\tau) = \begin{bmatrix} x(\tau) \\ y_I(\tau) \end{bmatrix}$$

□ Observateur

$$\dot{z} = \pi z + K_p y_I + K_{p2} \hat{y} + T \hat{B} u + (T \bar{F}_f - K_{p2} \bar{G}_f) \hat{f}_{\bar{s}}$$

$$\dot{\hat{f}}_{\bar{s}} = K_I^{\bar{s}} (y_I - C_I \hat{x}) + \hat{f}_{\bar{s}-1}$$

⋮

$$\dot{\hat{f}}_2 = K_I^2 (y_I - C_I \hat{x}) + \hat{f}_1$$

$$\dot{\hat{f}}_1 = K_I^1 (y_I - C_I \hat{x})$$

$$\hat{x} = [I \quad 0] (z + N \bar{y} - N \bar{G}_f \hat{f}_{\bar{s}})$$

$$f(\tau) = D_0 + D_1 \tau + D_2 \tau^2 + \dots + D_{\bar{s}-1} \tau^{\bar{s}-1}$$

P^{-1}

Ajout d'un effet intégral



Observateur proportionnel multi-intégrales

□ L'erreur d'estimation satisfait la relation

$$\dot{\tilde{e}} = \begin{pmatrix} T\bar{A} & T\bar{F}_f & -N\check{G}_f & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & \ddots & \vdots \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 & I \\ 0 & \dots & & & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_{p1} \\ K_I^{\bar{s}} \\ \vdots \\ K_I^2 \\ K_I^1 \end{pmatrix} [C_I \ 0 \ \dots \ 0] \tilde{e}$$

– sous réserve que

$$T\bar{E} + N\check{C} = I$$

$$T\bar{F}_w = 0$$

$$N\check{G}_w = 0$$

$$K_p = K_{p1} + N\check{G}_f K_I^{\bar{s}}$$

$$\pi = T\bar{A} - K_p C_I$$

$$K_{p2} = \pi N$$

$$f^{(\bar{s})} = 0$$

$$\tilde{e} = \begin{pmatrix} \bar{e} \\ e_{f_{\bar{s}}} \\ e_{f_{\bar{s}-1}} \\ \vdots \\ e_{f_2} \\ e_{f_1} \end{pmatrix}$$



Discussion

Système $E\dot{x} = Ax + Bu + F_w w + F_f f$
 $y = Cx + G_w w + G_f f$

□ Observateur proportionnel intégrale à entrées inconnues (simple)

$$\dot{z} = \pi z + K_p y + T B u + T F_f \hat{f}$$

$$\dot{\hat{f}} = K_I (y - C \hat{x})$$

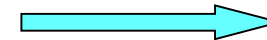
$$\hat{x} = z + N y - N G_f \hat{f}$$

– L'erreur d'estimation satisfait la relation

$$\dot{e} = \pi e + \dots - K_p G_w w - K_p G_f f$$

$$\dot{e}_f = -K_I C e - K_I G_w w - K_I G_f f + \dot{f}$$

» w et f sont fonctions des gains K_p et K_I (pb BP)

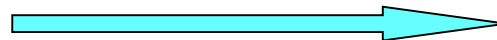


Même remarque pour un observateur proportionnel

» $e \rightarrow 0$ ssi $G_w = G_f = 0$ et $\dot{f} = 0$

□ Observateur proportionnel multi-intégrales à entrées inconnues

$$\ddot{e} = (\tilde{A} - \tilde{K}\tilde{C})\ddot{e} + \tilde{F}_f f^{(\bar{s})}$$



– Avec généralisation des conditions d'existences

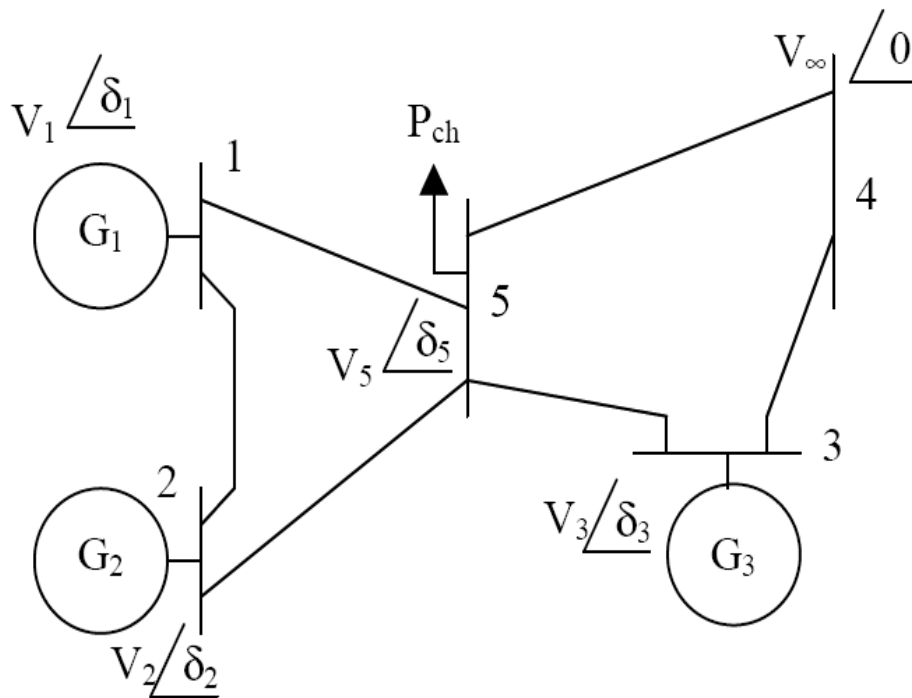
Si $f^{(\bar{s})} \neq 0$ mais bornée
alors il existe un grand gain
tel que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{e}(t) \rightarrow 0$$

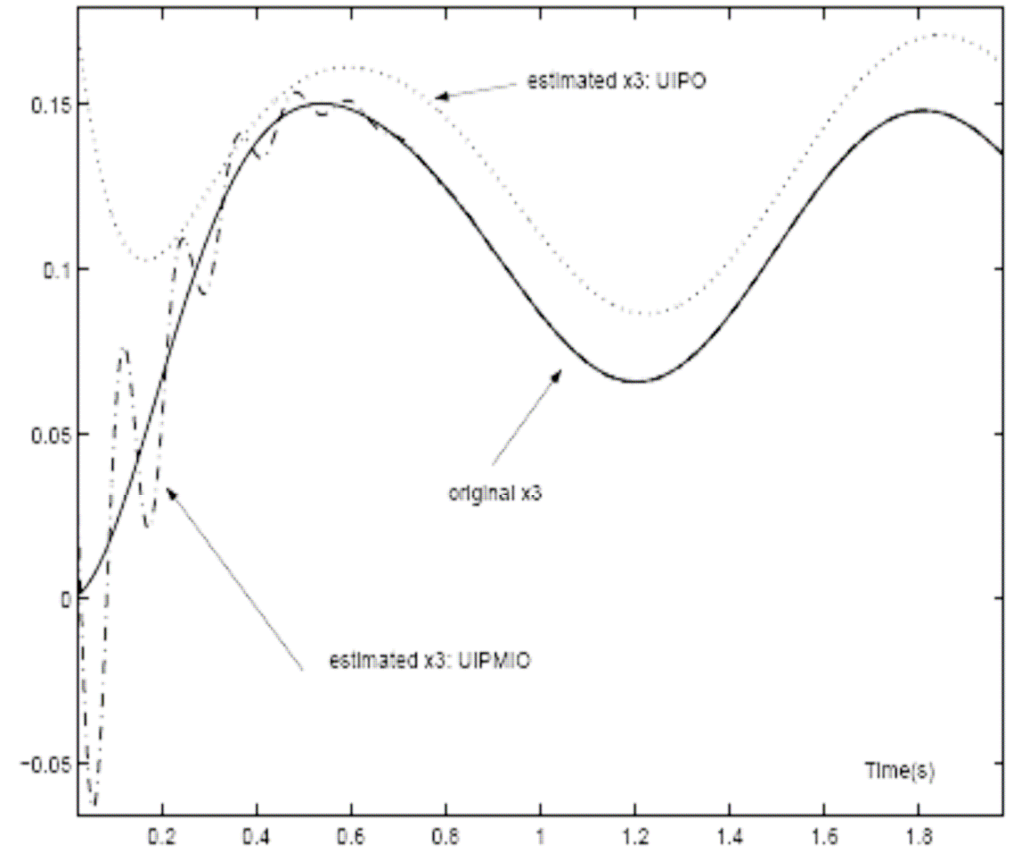


Exemple

Cas 1: Influence des admittances incertaines et de la charge inconnue $P_{ch}=0.2\sin 5t$



x_i : angles de puissance δ_i et écarts de vitesse w_i
 u_1, u_2, u_3 : commandes en puissance mécanique



Estimation d'état avec une dynamique de l'observateur fixée dans la région D_1

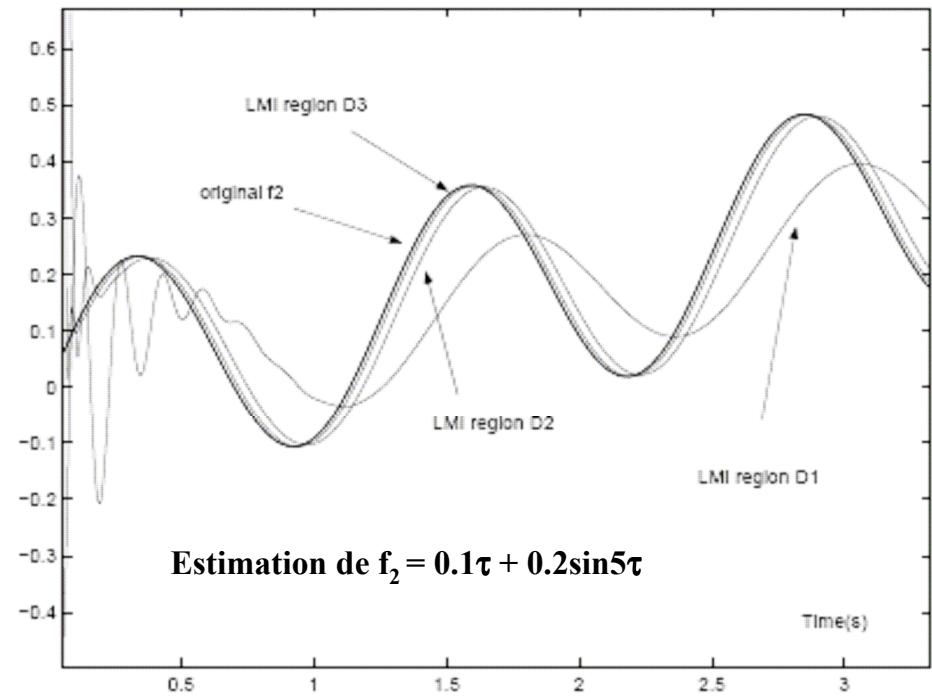
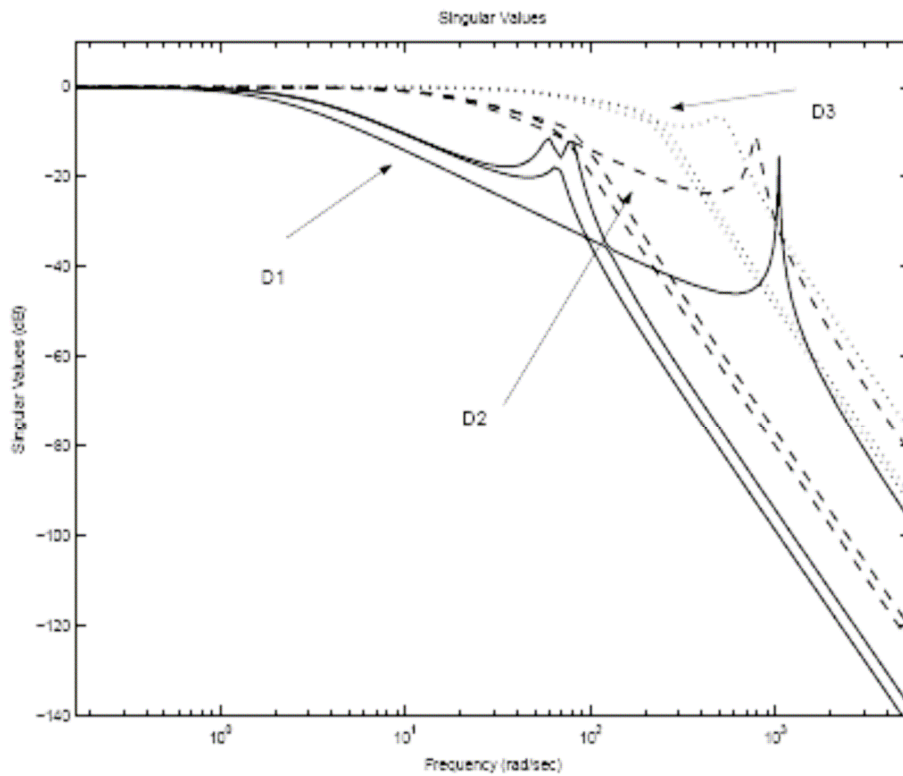
$$\{-10 < D_1 < -2.5\},$$



HdR Damien Koenig 13.12.07

Exemple suite

Cas 2 : Influence de défauts simultanés de type constant f_1 , non-linéaire f_2 , bruité f_3 et de la charge inconnue P_{ch}



Transferts

$$f \rightarrow \hat{f}$$

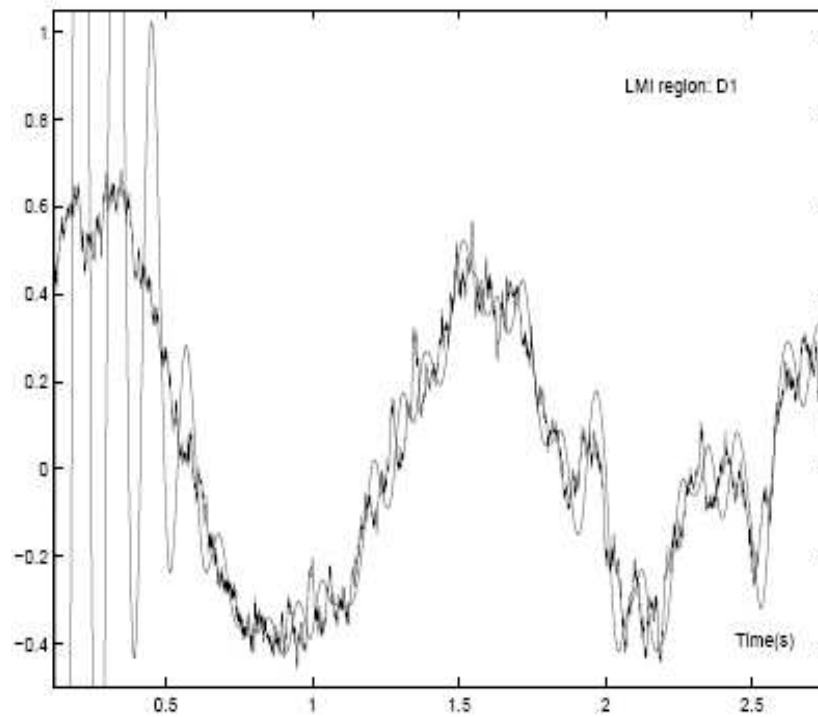
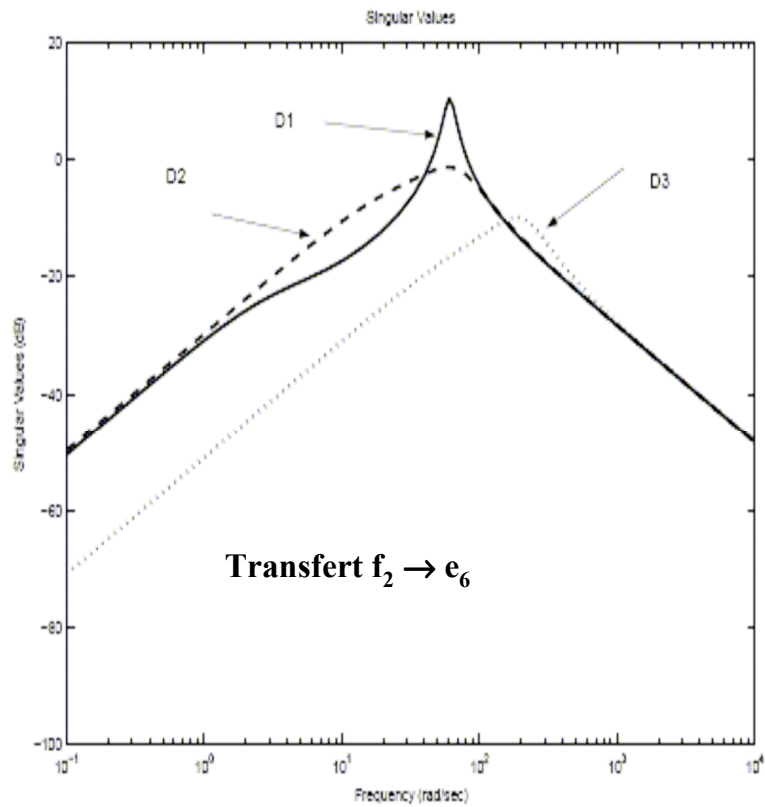
$$\begin{aligned} \{-10 < D_1 < -2.5\}, \\ \{-50 < D_2 < -25\}, \\ \{-100 < D_3 < -80\} \end{aligned}$$



HdR Damien Koenig 13.12.07

Exemple suite

Cas 2 : Influence de défauts simultanés de type constant f_1 , non-linéaire f_2 , bruité f_3 et de la charge inconnue P_{ch}



Estimation de x_6



Observateurs non linéaires (multi-modèles)

□ Systèmes

$$E_{\alpha(k+1)}x_{k+1} = A_{\alpha(k)}x_k + F_{\alpha(k)}d_k + H_{\alpha(k)}\phi(x_k, u_k)$$

$$y_k = C_{\alpha(k)}x_k + G_{\alpha(k)}d_k$$

– Où

» entrées inconnues : d

» système rectangulaire

» $\alpha(k)$ fonction créneau

» ϕ globalement Lipschitzienne en x

□ Observateurs

$$z_{k+1} = \Pi_{\alpha(k), \alpha(k+1)} z_k + K_{\alpha(k), \alpha(k+1)} y_k + T_{\alpha(k), \alpha(k+1)} H_{\alpha(k)} \phi(\hat{x}_k, u_k)$$

$$\hat{x}_k = z_k + N_{\alpha(k-1), \alpha(k)} y_k$$

□ Objectif

– Trouver les matrices de l'Ob telles que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{x}_k \rightarrow x_k \quad \forall x_0, z_0, x, y, u, d, \alpha$$



Erreur d'estimation d'état

❑ Elle satisfait la relation

$$e_{k+1} = \left(\psi^{\Theta^+_{\alpha(k),\alpha(k+1)}} \varphi_{1\alpha(k)} - Z_{\alpha(k)} \left(I - \Theta_{\alpha(k),\alpha(k+1)}^{\Theta^+_{\alpha(k),\alpha(k+1)}} \right) \varphi_{1\alpha(k)} \right) e_k \\ + \left(\psi^{\Theta^+_{\alpha(k),\alpha(k+1)}} \varphi_{2\alpha(k)} - Z_{\alpha(k)} \left(I - \Theta_{\alpha(k),\alpha(k+1)}^{\Theta^+_{\alpha(k),\alpha(k+1)}} \right) \varphi_{2\alpha(k)} \right) \tilde{\phi}_k$$

❑ où

$$\psi = [I \quad 0],$$

$$\varphi_{1\alpha(k)} = \begin{bmatrix} A_{\alpha(k)} \\ 0 \\ -C_{\alpha(k)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi_{2\alpha(k)} = \begin{bmatrix} H_{\alpha(k)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta_{\alpha(k),\alpha(k+1)} = \begin{bmatrix} E_{\alpha(k+1)} & A_{\alpha(k)} & F_{\alpha(k)} & 0 \\ C_{\alpha(k+1)} & 0 & 0 & G_{\alpha(k+1)} \\ 0 & -C_{\alpha(k)} & -G_{\alpha(k)} & 0 \\ 0 & -I_n & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Solution $Z_{\alpha(k)}$

Observateurs

$$z_{k+1} = \Pi_{\alpha(k),\alpha(k+1)} z_k + K_{\alpha(k),\alpha(k+1)} y_k + T_{\alpha(k),\alpha(k+1)} H_{\alpha(k)} \phi(\hat{x}_k, u_k)$$

$$\hat{x}_k = z_k + N_{\alpha(k-1),\alpha(k)} y_k$$

Théorème

S'il existe $P_i = P_i^T > 0$ et U_i telles que la LMI suivante

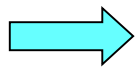
$$\begin{bmatrix} P_i - P_i^T - P_j & P_i \psi \Theta_{i,j}^+ \phi_{1i} - U_i (I - \Theta_{i,j} \Theta_{i,j}^+) \phi_{1i} & P_i \psi \Theta_{i,j}^+ \phi_{2i} - U_i (I - \Theta_{i,j} \Theta_{i,j}^+) \phi_{2i} & 0 \\ * & P_i & 0 & \mathcal{N} \\ * & * & I & 0 \\ * & * & * & I \end{bmatrix} > 0, \quad \forall i, j = 1, 2 \dots h$$

où h est nombre de modèles singuliers

» alors $Z_i = P_i^{-1} U_i$ sont les gains solution du problème

$$\begin{bmatrix} T_{\alpha(k),\alpha(k+1)} & N_{\alpha(k),\alpha(k+1)} & K_{1\alpha(k),\alpha(k+1)} & \Pi_{\alpha(k),\alpha(k+1)} \end{bmatrix} = \psi \Theta_{\alpha(k),\alpha(k+1)}^+ - Z_{\alpha(k)} (I - \Theta_{\alpha(k),\alpha(k+1)} \Theta_{\alpha(k),\alpha(k+1)}^+)$$

$$K_{\alpha(k),\alpha(k+1)} = K_{1\alpha(k),\alpha(k+1)} + \Pi_{\alpha(k),\alpha(k+1)} N_{\alpha(k-1),\alpha(k)}$$



Discussion

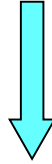
- ❑ **Système rectangulaire**
- ❑ **Observateur non-singulier**
 - **Unicité de la solution**
 - **Généralisation des conditions d'existence**
- ❑ **Matrices inconnues solutions du pb d'optimisation**
- ❑ **Changement de base solution du pb d'optimisation**
 - ⇒ **Pas de perte détectabilité**
- ❑ **Optimisation de la borne de Lipschitz**
- ❑ **Découplage parfait des EI**
- ❑ **Stabilité polyquadratique**
 - **Moins conservatrice qu'une solution commune P**



Exemple

$$E_{\alpha(k)}x_{k+1} = A_{\alpha(k)}x_k + F_{\alpha(k)}d_k + H_{\alpha(k)}\phi(x_k, u_k)$$

$$y_k = C_{\alpha(k)}x_k + G_{\alpha(k)}d_k$$



$$\phi(x_k, u_k) = 0.5 \sin x_{1k}$$

$$d_k = \begin{bmatrix} \sin 4kT_e \\ \sin 0.1kT_e \end{bmatrix}$$

$$T_e = 0.01 \text{ sec}$$

□ Systèmes

modèle (1) \Leftrightarrow

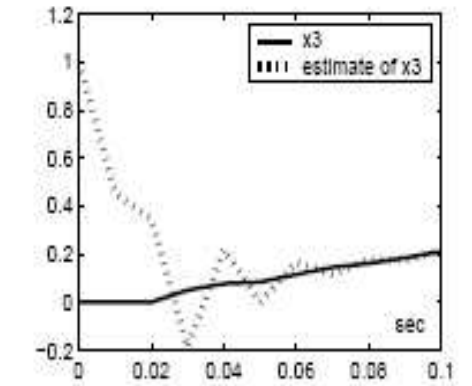
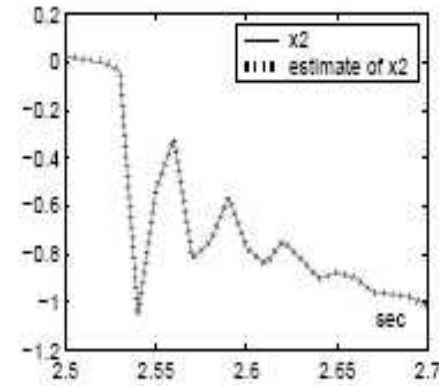
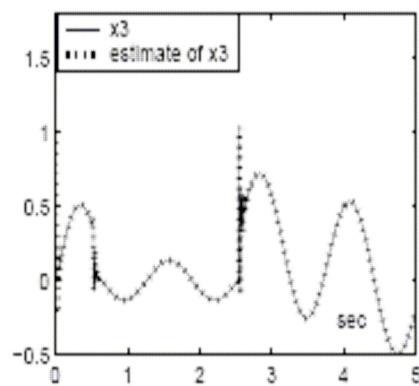
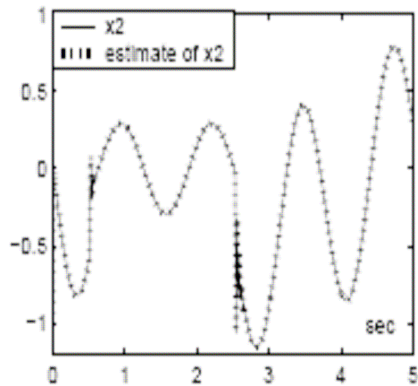
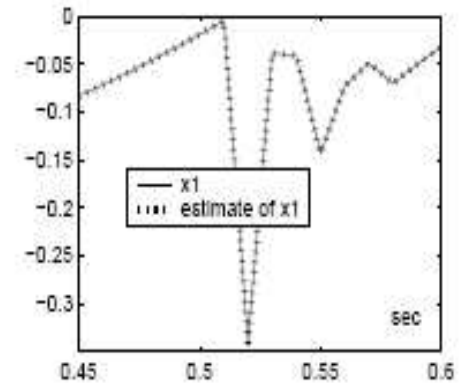
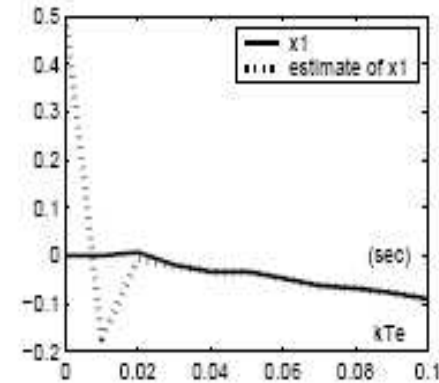
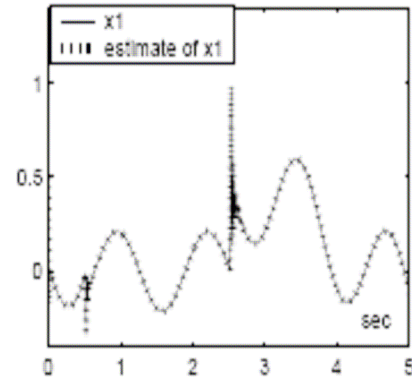
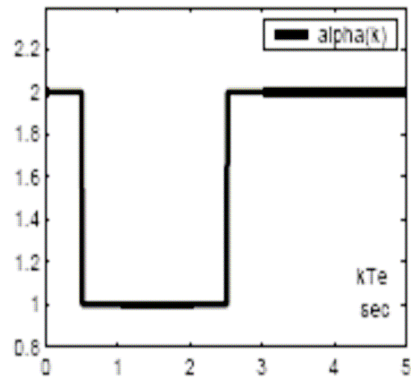
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_{k+1} = \begin{bmatrix} -1 & 0.4 & 0 & 0.2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} d_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \phi(x_k, u_k) \\ y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} d_k \end{cases}$$

modèle (2) \Leftrightarrow

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_{k+1} = \begin{bmatrix} -1 & 0.6 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} d_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \phi(x_k, u_k) \\ y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} d_k \end{cases}$$



Simulation



Séquence $\alpha(k)$ et estimation d'état

Zoom



Plan général

❑ **Parcours et Responsabilités**

❑ **Activités d'enseignement**

❑ **Activités de recherche**

❑ **Synthèse et Perspectives**



Synthèse

Systèmes NL de dimension infinie

Classe des systèmes étudiés

Systèmes Linéaires usuels

Systèmes Linéaires Singuliers

Systèmes NL Singuliers

Systèmes Singuliers À retards

Multi-modèles



Outils

UIO

$H_\infty/H_2/LMI$

Factorisation copremière

Applications

Véhicule

Trafic

Embrayage

Canaux d'irrigation

Thèses

Benoît Marx 03, Nadia Bedjaoui 06, Denis Jacquet 06 et Remy Nouailletas (en cours)



HdR Damien Koenig 13.12.07



Perspectives



	Canaux d'irrigation	Systèmes Singuliers	Embrayage	Trafic routier
Diagnostic	Obs. H^∞/H_2			
Multi-modèles		Fac. copremières Placement Opt. C/A Multi-obs. à modes glissants	Contrôleur robuste	Modélisation - des queues - des sections Opt. des flux
Projets	Région 03	Région 01	Valeo 06	
Demandes de financements		ANR 06		ANR 05, BQR 06 et 07
GDR	S3	SAR		EDP
Masters/Thèses		Fev. 08		Fev. 08



Merci



HdR Damien Koenig 13.12.07