



HAL
open science

Restauration d'images de la rétine corrigées par optique adaptative

Guillaume Chenegros

► **To cite this version:**

Guillaume Chenegros. Restauration d'images de la rétine corrigées par optique adaptative. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2008. Français. NNT: . tel-00412618

HAL Id: tel-00412618

<https://theses.hal.science/tel-00412618>

Submitted on 2 Sep 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Doctorale d'Astronomie et d'Astrophysique d'Île de France

THESE DE DOCTORAT

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ PARIS VII - Denis Diderot
par
Guillaume Chenegros

**Restauration d'images de la rétine
corrigées par optique adaptative**

Thèse soutenue le 6 Novembre 2008 devant le jury composé de :

Mme. Laure Blanc-Féraud	Rapporteur
M. Jérôme Idier	Président du jury
M. François Lacombe	Directeur de thèse
M. Jean-François Le Gargasson	Examineur
M. Jérôme Mertz	Rapporteur
M. Laurent Mugnier	Co-directeur de thèse

« Apprendre c'est découvrir ce que tu sais déjà. - Faire, c'est démontrer que tu le sais. - Enseigner c'est rappeler aux autres qu'ils savent aussi bien que toi. »

Richard Bach, "*Illusions*"

Remerciements

Je vais commencer cette partie des traditionnels remerciements de thèse par remercier très chaleureusement **Laurent Mugnier** qui a su dès le début de mon stage de fin d'études me faire découvrir et apprécier la recherche. Je souhaite souligner en particulier sa grande rigueur scientifique, l'aide qu'il a su m'apporter et les encouragements qu'il m'a procurés tout au long de ces trois années.

Je souhaite ensuite remercier les membres du jury. Tout d'abord les rapporteurs de cette thèse, **Laure Blanc-Féraud** et **Jérôme Mertz**, qui ont fait preuve d'une rapidité exceptionnelle pour lire ce document et rédiger leur rapport. Une mention particulière à **Jérôme Idier** qui m'a fait l'honneur d'un baptême du feu en tant que président du jury. Je remercie aussi très sincèrement **Jean-François Le Gargasson** qui a accepté de souffrir, dès le milieu du premier chapitre, pour lire ce manuscrit. Enfin, je remercie **François Lacombe** qui a toujours répondu présent lorsque j'avais une question (ou plutôt une série de questions) et ce malgré un emploi du temps extrêmement chargé chez MKT.

J'ai également pris un plaisir indéniable à collaborer avec **Marie Glanc**, **Gérard Rousset** et **Léonardo Blanco**, tous trois impliqués dans le projet ŒIL. Marie, en particulier, qui m'a beaucoup apporté durant ces trois années, tant d'un point de vue scientifique qu'humain.

Je remercie **Vincent Michau**, **Joseph Montri**, **Bruno Fleuri**, **Véronique Bentadj-Paris** et **Francis Mendez** pour le soutien et l'aide précieuse qu'ils m'ont apporté tout au long de cette thèse et en particulier pour le développement de mon banc d'imagerie 3D.

Une pensée particulière pour **Jeff** et **Nico** qui ont partagé mon bureau et avec qui j'ai eu des discussions passionnantes sur les sciences et tant d'autres sujets. Je pense que sans leur soutien et leur bonne humeur au quotidien, cette thèse ne serait pas ce qu'elle est aujourd'hui. **Jeff**, ces bons moments que nous passions à écouter de la musique tout en râlant après nos algos qui ne donnaient pas les résultats attendus me manqueront cruellement...

Je remercie **Claire Alhenc-Gelas**, qui a fait son stage de fin d'études au DOTA sur le banc d'imagerie 3D, pour m'avoir épaulé durant la phase de rédaction en obtenant des résultats sur données simulées afin d'expliquer les questions en suspend et qui m'a fortement soulagé dans le l'acquisition et le traitement des données expérimentales.

Je remercie l'ensemble des collègues du DOTA, permanents, thésards, stagiaires pour leur gentillesse et leur accueil, pour les conseils qu'il sont toujours prêts à dispenser et pour les bons moments de rigolades que nous avons eus.

Je tiens à préciser ici que si cette thèse a vu le jour et si elle a été menée à son terme, c'est essentiellement grâce aux encouragements et au soutien de ma petite femme et de ma fille (née

au tout début de cette thèse). Je vous remercie toutes les deux et vous dédie ce manuscrit.

Ma famille et mes amis sont aussi pour beaucoup dans le bon déroulement de cette thèse, en particulier mes parents qui ont toujours cru que j'arriverai à finaliser mes travaux même dans les moments difficiles.

Enfin, je tiens à remercier, en vrac, le groupe Scorpions pour m'avoir accompagné (à leurs dépens, j'en ai bien conscience) durant une bonne partie de la rédaction de ce manuscrit, les différents membres de l'Éducation Nationale qui, prenant très à cœur leur métier, ont bien voulu me donner de précieux conseils durant ma scolarité ainsi que ceux qui, préférant juger hâtivement un élève parfois déroutant, me voyaient finir dans des voies plus obscures (ne vous inquiétez pas, je ne suis pas rancunier...).

Table des matières

Introduction	15
1 Imagerie rétinienne et problèmes inverses	17
1.1 Anatomie de l'œil	17
1.1.1 Généralités	17
1.1.2 La rétine	18
1.2 Imagerie rétinienne <i>in vivo</i>	22
1.2.1 Motivations	22
1.2.2 Techniques d'imagerie <i>in vivo</i>	22
1.3 Formation et acquisition d'image en 2D	25
1.3.1 Formation d'image 2D	25
1.3.2 Acquisition d'image 2D	27
1.4 Décomposition de la phase sur la base de Zernike	28
1.5 Optique adaptative	30
1.5.1 Analyse de surface d'onde (ASO)	30
1.5.2 Correction partielle de l'OA et aberrations non-communes	32
1.6 Problèmes inverses	35
1.6.1 Estimation bayésienne et Maximum <i>a posteriori</i> (MAP)	35
2 Déconvolution d'images 3D à FEP supposée connue	37
2.1 Problème direct	37
2.2 Mesure ou estimation de la FEP 3D	39
2.3 Problème inverse : la déconvolution 3D	40
2.3.1 Approche choisie	40
2.3.2 Historique	40
2.3.3 Statistique du bruit	41
2.3.4 Régularisation sur l'objet	42
2.3.5 Minimisation du critère	44
2.4 Estimation non supervisée de la DSP objet	47
2.4.1 Modèle de DSP objet en 3D	47
2.5 Validation par simulation	49
2.5.1 Présentation du modèle d'objet	49
2.5.2 Présentation du modèle de FEP	50

2.5.3	Conditions de simulations	51
2.5.4	Validation de l'estimation non supervisée de la DSP objet	52
2.5.5	Validation de la déconvolution 3D avec la régularisation $L2$	55
2.5.6	Validation de la déconvolution 3D avec la régularisation $L1-L2$	71
2.6	Bilan	73
3	Déconvolution 3D à FEP inconnue	75
3.1	Déconvolution myope	75
3.1.1	Principe de l'estimation conjointe	75
3.1.2	Décomposition modale de la phase	76
3.1.3	Définition du critère	77
3.1.4	Critère d'attache aux données	77
3.1.5	Critères de régularisation	77
3.1.6	Minimisation du critère	78
3.1.7	Étude du comportement de la méthode myope sur des données simulées	79
3.1.8	Étude de la multi-modalité du critère myope	79
3.1.9	Bilan	82
3.2	Diversité de phase 3D	83
3.2.1	Interprétation 3D de la diversité de phase : l'algorithme MEDIPAL	84
3.3	Validation par simulation	84
3.3.1	Conditions de simulations	85
3.3.2	Comparaison méthode myope et diversité de phase 3D	86
3.3.3	Comportement de l'algorithme en fonction du niveau de bruit et de l'hyperparamètre	88
3.3.4	Comportement de l'algorithme en fonction de décalages résiduels sur les images	89
3.4	Bilan	97
4	Application : déconvolution 3D d'images expérimentales	99
4.1	Dispositif expérimental	99
4.1.1	Description	99
4.1.2	Procédures de réglage	101
4.1.3	Objets et éclairage	101
4.2	Acquisition des images et pré-traitements	102
4.2.1	Acquisition des images	102
4.2.2	Correction du courant d'obscurité du capteur	103
4.2.3	Correction des inhomogénéités de réponse du capteur	103
4.3	Recentrage subpixelique	104
4.3.1	Recentrage subpixelique en imagerie 2D	104
4.3.2	Adaptation de la méthode au recentrage subpixelique d'images 3D étendues	105
4.3.3	Application de la méthode au recentrage d'images de la rétine	106
4.4	Résultats de déconvolution 3D à FEP 3D connue	107

4.4.1	Résultats avec une régularisation $L2$	109
4.4.2	Résultats avec une régularisation $L1-L2$	111
4.5	Résultats préliminaires obtenus avec MEDIPAL	112
4.6	Bilan	118
Conclusion et perspectives		119
A	Article J. Opt. Soc. Am. A, 2007	123
B	Article SPIE, Photonics West, 2006	133

Table des figures

1.1	Schéma simplifié de l'œil.	19
1.2	Schéma simplifié de la rétine.	21
1.3	Image SLO.	23
1.4	Image OCT	24
1.5	Image avec OA obtenue sur le banc ŒIL	26
1.6	Représentation des premiers polynômes de Zernike.	29
1.7	Schéma de principe d'un système d'OA	31
1.8	Schéma de principe du Hartmann-Shack.	31
1.9	Principe de la diversité de phase.	33
1.10	Anisoplanétisme dans l'œil.	34
2.1	Modèle de formation d'image 3D.	38
2.2	Évolution de la loi de Poisson pour différentes valeurs du paramètre μ	42
2.3	Illustration mono-dimensionnelle de la régularisation quadratique-linéaire.	45
2.4	Illustration de la norme L_1	45
2.5	Exemple de critère à 1 minimum et à plusieurs minima.	46
2.6	Vue 3D de l'objet simulé.	50
2.7	Les cinq plans de l'objet 3D.	51
2.8	Comparaison des spectres des DSP objet estimées sans erreur de modèle.	53
2.9	Spectre de la DSP estimée sur l'image sans erreur de modèle.	54
2.10	Comparaison des spectres des DSP objet estimées.	54
2.11	Spectre de la DSP estimée sur l'image.	55
2.12	Les cinq plans image simulés avec 1% de bruit.	56
2.13	Les cinq plans image simulés avec 3% de bruit.	56
2.14	Les cinq plans image simulés avec 10% de bruit.	57
2.15	Évolution de l'EQM en fonction de la valeur de l'hyperparamètre, sans CP	57
2.16	Évolution de l'EQM en fonction de la valeur de l'hyperparamètre, sans CP	58
2.17	Évolution de l'EQM en fonction de la valeur de l'hyperparamètre, sans CP	58
2.18	Les cinq plans objet restaurés sans contrainte de positivité	59
2.19	Les cinq plans objet restaurés sans contrainte de positivité	59
2.20	Les cinq plans objet restaurés sans contrainte de positivité	60
2.21	Les cinq plans objet restaurés avec contrainte de positivité	60
2.22	Les cinq plans objet restaurés avec contrainte de positivité	61
2.23	Les cinq plans objet restaurés avec contrainte de positivité	61

2.24	Évolution de l'EQM en fonction de la valeur de l'hyperparamètre, avec CP	62
2.25	Évolution de l'EQM en fonction de la valeur de l'hyperparamètre, avec CP	62
2.26	Évolution de l'EQM en fonction de la valeur de l'hyperparamètre, avec CP	63
2.27	Les cinq plans objet restaurés pour un fond de 5%.	64
2.28	Les cinq plans objet restaurés pour un fond de 20%.	65
2.29	Les cinq plans objet restaurés pour un fond de 50%.	65
2.30	Évolution de l'EQM en fonction de l'intensité du fond.	66
2.31	Les cinq plans objet restaurés pour un fond de 5%.	66
2.32	Les cinq plans objet restaurés pour un fond de 20%.	67
2.33	Les cinq plans objet restaurés pour un fond de 50%.	67
2.34	Évolution de l'EQM en fonction de l'intensité du fond.	68
2.35	Les cinq plans objet restaurés pour un fond de 5%.	68
2.36	Les cinq plans objet restaurés pour un fond de 20%.	69
2.37	Les cinq plans objet restaurés pour un fond de 50%.	69
2.38	Évolution de l'EQM en fonction de l'intensité du fond.	69
2.39	Évolution de l'EQM en fonction de la distance entre les plans objet.	70
2.40	Évolution de l'EQM en fonction du coefficient d'échantillonnage.	71
2.41	Les cinq plans objet restaurés avec la régularisations $L1-L2$, sans CP.	72
2.42	Les cinq plans objet restaurés avec la régularisations $L1-L2$, avec CP.	72
3.1	Estimation des aberrations avec la méthode myope.	80
3.2	Objet restauré avec la méthode myope.	80
3.3	Surface du critère sans contrainte de positivité	82
3.4	Surface du critère avec contrainte de positivité	83
3.5	Les onze plans de l'objet 3D.	85
3.6	Les onze plans de l'image 3D	87
3.7	Comparaison des aberrations estimées par MEDIPAL et par la méthode myope.	88
3.8	Évolution de l'erreur de restauration en fonction de la valeur de μ , sans CP	90
3.9	Évolution de l'erreur de restauration en fonction de la valeur de μ , sans CP	90
3.10	Évolution de l'erreur de restauration en fonction de la valeur de μ , sans CP	91
3.11	Les onze plans de l'image 3D, avec 1% de bruit	92
3.12	Les onze plans de l'image 3D, avec 3% de bruit	93
3.13	Les onze plans de l'image 3D, avec 10% de bruit	94
3.14	Évolution de l'erreur de restauration en fonction de la valeur de μ , avec CP	95
3.15	Évolution de l'erreur de restauration en fonction de la valeur de μ , avec CP	95
3.16	Évolution de l'erreur de restauration en fonction de la valeur de μ , avec CP	96
3.17	Évolution de l'erreur de restauration en fonction des décalages résiduels	96
4.1	Schéma du montage optique réalisé à l'ONERA.	102
4.2	Image « grand » champ obtenue avec une routine de centrage pixélique.	106
4.3	Image « grand » champ obtenue avec la routine de centrage subpixélique.	107
4.4	Comparaison des spectres des deux images « grand » champ.	108
4.5	Premier plan de l'image de la règle micrométrique	109

4.6	Deuxième plan de l'image de la règle micrométrique	110
4.7	Premier plan de l'objet restauré (déconvolution 3D à FEP connue et régularisation $L2$).	111
4.8	Deuxième plan de l'objet restauré (déconvolution 3D à FEP connue et régularisation $L2$).	112
4.9	Somme de tous les plans de la règle restaurés sous contrainte de positivité et régularisation quadratique.	113
4.10	Somme de tous les plans images de la règle.	113
4.11	Premier plan de l'objet restauré (déconvolution 3D à FEP connue et régularisation $L1-L2$).	114
4.12	Deuxième plan de l'objet restauré (déconvolution 3D à FEP connue et régularisation $L1-L2$).	114
4.13	Somme de tous les plans de la règle restaurés sous contrainte de positivité et régularisation $L1-L2$	115
4.14	Aberrations estimées avec une pupille uniforme.	116
4.15	Mesure de l'intensité dans la pupille.	117
4.16	Aberrations estimées avec une pupille non-uniforme.	117

Principales notations et abréviations

PRINCIPALES ABREVIATIONS TECHNIQUES	
FEP	Fonction d'étalement du point
RI	Réponse impulsionnelle
DSP	Densité spectrale de puissance
FTO	Fonction de transfert optique
DMLA	Dégénérescence maculaire liée à l'âge
SLO	Ophthalmoscope laser à balayage (ou <i>scanning laser ophthalmoscope</i> en anglais)
OCT	Tomographie optique cohérente (ou <i>optical coherence tomography</i> en anglais)
OA	Optique Adaptative
ASO	Analyseur de Surface d'Onde
MD	Miroir Déformable
MAP	Maximum <i>a posteriori</i>
MV	Maximum de vraisemblance
L_2	Critère de régularisation quadratique
L_1-L_2	Critère de régularisation linéaire-quadratique
TF	Transformée de Fourier discrète 2D
TF_{3D}	Transformée de Fourier discrète 3D
CSZ	Contrainte de support longitudinal
EQM	Erreur quadratique moyenne
CP	Contrainte de positivité

PRINCIPALES NOTATIONS	
Notation	Description
x	Grandeur matricielle 2D
\mathbf{x}	Grandeur matricielle 3D
D	Diamètre de la pupille
f	Focale d'une lentille
λ	Longueur d'onde
n	indice de réfraction
j	Complexe défini par $j^2 = -1$
\mathbf{h}_k	$k^{\text{ième}}$ plan d'une FEP 3D
\mathbf{i}_k	$k^{\text{ième}}$ plan d'une image 3D
\mathbf{o}_k	$k^{\text{ième}}$ plan d'un objet 3D
N_{pix}	Nombre de pixels dans un plan image (ou objet) 2D
N	Nombre de plans d'une image (ou d'un objet) 3D
S_x	DSP de x
Z_i	Polynôme de Zernike numéro i
a_i ou ϕ_i	Coefficient de décomposition d'une phase sur le polynôme Z_i
φ	Phase dans la pupille
$\boldsymbol{\phi}$	Vecteur des aberrations de la phase φ
f_e	Fréquence d'échantillonnage
Σ	Matrice de covariance
σ^2	Variance
\tilde{x}	Transformée de Fourier x
X^T	Transposée de la matrice X
μ	Hyperparamètre permettant d'ajuster le poids du critère de régularisation
δ	Hyperparamètre permettant d'ajuster le seuil entre $L1$ et $L2$

Introduction

Seulement 3 pathologies rétiniennes sont responsables d'au moins 25% des cas de cécité à travers le monde. L'une d'entre elle, la dégénérescence maculaire liée à l'âge frappe environ 30 millions de personnes. Avec le vieillissement de la population, il est nécessaire et urgent de proposer de nouveaux traitements efficaces dans la lutte contre ces maladies. Le diagnostic et le suivi de ces pathologies nécessitent une exploration *in vivo* et non-invasive de la rétine à une échelle cellulaire. Les systèmes d'imagerie rétinienne actuels doivent donc être améliorés afin de, en particulier, proposer la résolution nécessaire aux médecins. La limite de résolution théorique d'un système d'imagerie rétinienne est fixée par la diffraction et est donc inversement proportionnelle au diamètre de la pupille de l'œil du patient. Dans la pratique cette résolution théorique n'est jamais atteinte à cause des aberrations de l'œil. En effet, en plus d'une forte chromaticité, l'œil est affecté par des aberrations optiques statiques (par exemple la myopie ou l'astigmatisme) mais aussi des aberrations dynamiques (par exemple dues à l'évolution rapide de la surface du film lacrymal). De plus, à ces défauts, viennent s'ajouter les aberrations propres du système optique d'imagerie. La correction de ces perturbations peut être faite en temps-réel avec, à chaque instant, une mesure de la perturbation ainsi que sa correction par un élément déformable. Il s'agit de la technique d'optique adaptative. Les systèmes d'imagerie rétinienne développés dans le cadre du projet ŒIL notamment utilisent cette technique d'optique adaptative. Ce projet, mené par l'observatoire de Meudon en collaboration avec le Centre d'Investigation Clinique de l'hôpital des XV-XX et l'ONERA en particulier nécessite, en plus de l'optique adaptative, des traitements d'images spécifiques à l'imagerie rétinienne. En effet, la correction apportée par l'optique adaptative est incomplète. On observe donc une diminution de la résolution latérale des images. De plus, l'objet d'intérêt, la rétine, est un tissu biologique épais et partiellement transparent. Sa nature tridimensionnelle fait que la totalité du volume objet contribue à chaque image enregistrée. La résolution longitudinale des images est donc, elle aussi, dégradée. Pour aider l'ophtalmologue dans son diagnostic médical et lui offrir des images avec la meilleure résolution latérale et longitudinale possible, il est nécessaire de traiter les images *a posteriori* par une méthode de type déconvolution 3D. Ce genre de méthode traite conjointement la totalité des plans de l'image 3D offrant ainsi une restauration de meilleure qualité par rapport aux méthodes qui traitent les différents plans indépendamment les uns des autres.

La déconvolution 3D est une technique bien connue en microscopie, en particulier en microscopie de fluorescence [McNally et al., 1999]. A notre connaissance, en imagerie rétinienne seules des méthodes de déconvolution 2D [Catlin and Dainty, 2002, Christou et al., 2004] ont été proposées. Le but de cette thèse est de développer et valider des méthodes de déconvolution 3D

pour des images de la rétine corrigées par optique adaptative.

Le **chapitre 1** est consacré à la présentation de l'œil et en particulier de la rétine ainsi qu'à la présentation des moyens actuels d'imagerie rétinienne. Une brève introduction à l'optique adaptative et aux problèmes inverses est également proposée.

Le **chapitre 2** propose une méthode originale de déconvolution 3D à réponse impulsionnelle connue, développée dans un cadre bayésien. La déconvolution 3D est un problème inverse qui consiste à estimer, à partir des images, l'objet d'intérêt. Afin d'empêcher l'amplification incontrôlée du bruit lors de l'inversion il est nécessaire de régulariser le problème. L'ajustement des paramètres de régularisation peut rendre l'utilisation de telles méthodes délicates pour des médecins sans compétence particulière en traitement d'image. Dans le cas d'une régularisation quadratique nous proposons une méthode qui permet d'estimer de manière entièrement automatique l'ensemble des paramètres de régularisation nécessaires.

La régularisation quadratique permet de bien réduire le niveau de bruit dans l'objet estimé mais a tendance à lisser les bords francs de cet objet. Une méthode de régularisation linéaire-quadratique, originale aussi bien en microscopie qu'en imagerie rétinienne est proposée afin de conserver, lors de la restauration, les bords francs de l'objet. De plus, une validation par simulation de la méthode de déconvolution 3D, des deux modes de régularisation ainsi que de l'estimation non-supervisée des paramètres de régularisation quadratique est proposée.

Comme la mesure de la réponse impulsionnelle 3D du système complet (banc optique et œil) n'est pas disponible actuellement, nous proposons dans le **chapitre 3** une deuxième méthode de déconvolution 3D qui permet, à partir d'une image 3D de la rétine de restaurer conjointement l'objet 3D d'intérêt ainsi que les aberrations du système, c'est-à-dire sa réponse impulsionnelle. Cette méthode originale en imagerie 3D, inspirée de la technique de diversité de phase, fait aussi l'objet d'une validation par simulation.

Enfin, le **chapitre 4** est consacré à la validation expérimentale des deux méthodes. Le banc, construit à l'ONERA par mes soins dans le cadre de cette thèse est présenté ainsi que les pré-traitements nécessaires au traitement de données expérimentales. En particulier, nous présentons une méthode de recentrage subpixelique par maximum de vraisemblance des images, adaptée aux objets très étendus à partir du travail de Damien Gratadour [[Gratadour et al., 2005](#)]. La méthode de déconvolution 3D à réponse impulsionnelle connue est ensuite validée sur des données expérimentales à objet étendu. La méthode de déconvolution à réponse impulsionnelle inconnue fait l'objet d'une validation préliminaire.

Chapitre 1

Imagerie rétinienne et problèmes inverses

La détection précoce de pathologies rétiniennes nécessite une exploration *in vivo* du tissu rétinien à une échelle cellulaire. Malheureusement, l'exploration directe de la rétine depuis l'extérieur souffre de la très mauvaise qualité optique de l'œil (aberrations chromatiques, statiques et dynamiques). Nous nous plaçons dans le cadre de l'imagerie rétinienne plein champ, qui ne nécessite qu'un balayage en profondeur du tissu. Les aberrations dynamiques de l'œil peuvent être compensées, en temps réel, par un système d'optique adaptative, mais comme cette correction n'est que partielle, la résolution latérale des images obtenues est dégradée. De plus, la rétine est un tissu épais et partiellement transparent. Sa nature tridimensionnelle fait que la totalité du volume objet contribue à chaque image enregistrée. La résolution longitudinale des images est donc, elle aussi, dégradée. Nous proposons d'améliorer la résolution latérale et longitudinale des images de la rétine en proposant une nouvelle méthode de déconvolution 3D régularisée, développée dans un cadre bayésien. Dans ce chapitre nous allons présenter les différents concepts nécessaires à la compréhension de la suite du manuscrit. Nous commencerons par explorer l'œil, son fonctionnement, sa composition puis nous regarderons plus spécifiquement la rétine. Ensuite nous passerons en revue les différents systèmes actuels d'examen de la rétine. Nous présenterons en particulier le système d'imagerie plein champ qui constitue le contexte expérimental de cette thèse. Après cette revue non exhaustive, nous nous pencherons un moment sur l'optique adaptative, son fonctionnement et ses limitations. Enfin nous proposerons une introduction à la restauration d'image et aux problèmes inverses.

1.1 Anatomie de l'œil

1.1.1 Généralités

La vision, chez l'homme (et chez les animaux en général), est assurée par une chaîne complexe dont l'œil est le capteur. Ce capteur perçoit la lumière et la transforme en messages nerveux à destination du cerveau qui en assure le traitement.

L'œil moyen a un volume de 6.5 cm^3 , pèse 7 grammes, et a la forme d'une sphère de 24 mm de diamètre - le globe oculaire - complétée vers l'avant par une autre demi-sphère de 8 mm de

rayon : la cornée (ces valeurs numériques sont des ordres de grandeurs et peuvent varier d'un individu à l'autre). La paroi du globe oculaire est formée de 3 tuniques (voir la Figure 1.1) :

- La tunique fibreuse, externe, se compose de la sclérotique opaque en arrière et de la cornée transparente en avant. La sclérotique est une membrane rigide et résistante qui donne sa forme à l'œil et le protège. La sclérotique forme ce que l'on appelle couramment "le blanc de l'œil". La cornée constitue la lentille principale du système optique oculaire (40 dioptries en moyenne contre 20 pour le cristallin).
- La tunique uvéale, dite aussi uvée, se compose de trois éléments : l'iris en avant, le corps ciliaire et la choroïde en arrière. L'iris, qui donne sa couleur à l'œil, est percé d'un trou, la pupille. La contraction et la dilatation de la pupille (qui sont des réflexes) règlent la quantité de lumière pénétrant dans l'œil. L'iris est situé dans l'humeur aqueuse entre la cornée et le cristallin, séparant ainsi la chambre antérieure (au fond de l'œil) de la chambre postérieure (à l'avant de l'œil). Le corps ciliaire est un anneau de tissu musculaire qui produit une substance liquide appelée humeur aqueuse ; ses muscles maintiennent le cristallin, et en modifient la forme. La choroïde est une couche vasculaire, tapissant l'intérieur du globe oculaire. C'est le tissu nourricier de l'œil : il apporte l'oxygène et les nutriments dont les cellules ont besoin pour leur métabolisme.
- La tunique nerveuse se compose de la rétine (voir paragraphe 1.1.2). C'est elle qui traduit les rayons lumineux en influx nerveux.

Ces tuniques enferment des milieux transparents, indispensables à la vision. Ces milieux transparents sont au nombre de trois et forment une lentille convergente :

- L'humeur aqueuse est un liquide transparent continuellement renouvelé qui remplit l'espace entre la cornée et le cristallin et qui, avec le corps vitré, maintient la pression oculaire.
- Le cristallin est la lentille de l'œil qui permet de focaliser la lumière sur la rétine. Les courbures du cristallin sont modifiées lors de l'accommodation grâce aux muscles du corps ciliaire. Sa partie antérieure est en contact avec l'humeur aqueuse et sa partie postérieure avec le corps vitré.
- Le corps vitré (appelé aussi « vitré ») est une masse gélatineuse et transparente, contenant 99% d'eau et représentant 60% du volume oculaire. Le corps vitré maintient la rétine contre les parois de l'œil.

Nous venons donc de voir que l'œil est constitué de trois membranes : la sclérotique, la choroïde et la rétine, et de trois milieux transparents : l'humeur aqueuse, le cristallin et le corps vitré. Les membranes, hétérogènes et opaques (sauf pour la cornée), sont à la périphérie de l'œil. En revanche, les milieux transparents, homogènes, sont au centre de l'œil, garantissant l'acheminement des rayons lumineux jusqu'à la rétine.

1.1.2 La rétine

Tapissant le fond de l'œil, la rétine est le lieu de traduction du message lumineux en signaux nerveux. Il s'agit d'un tissu neuronal très fin, de 100 à 500 μm d'épaisseur, organisé en dix couches de cellules à savoir :

- L'épithélium pigmentaire, au fond.

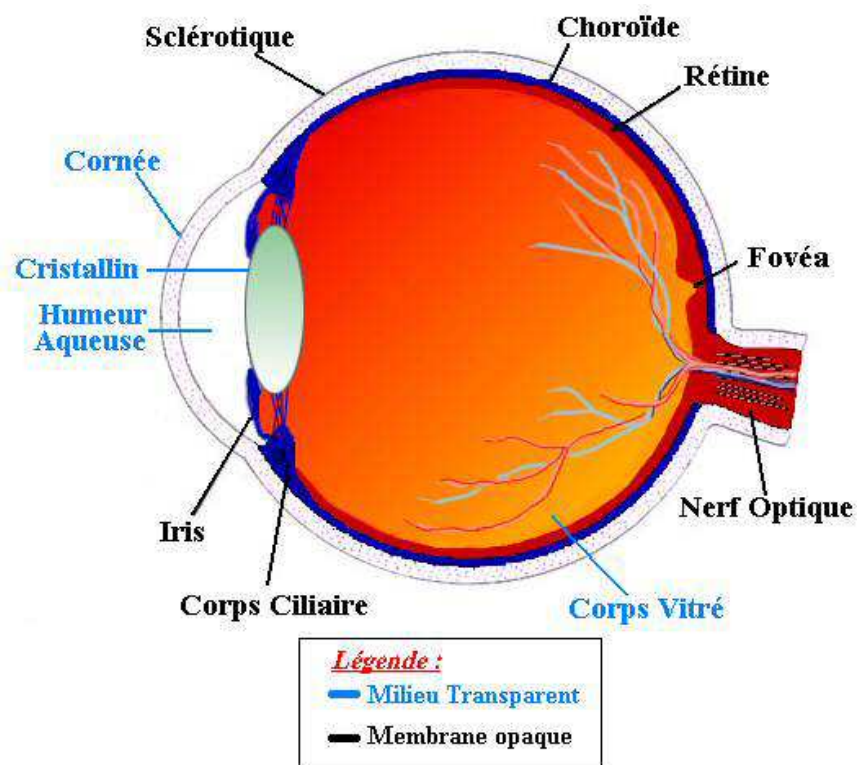


FIG. 1.1 – Schéma simplifié de la structure de l'œil.

- La couche des photorécepteurs.
- La membrane limitante externe.
- La couche nucléaire externe (appelée aussi couche granuleuse externe).
- La couche plexiforme externe.
- La couche nucléaire interne (appelée aussi couche granuleuse interne).
- La couche plexiforme interne.
- La couche des ganglionnaires.
- La couche des fibres optiques.
- La membrane limitante interne.

Pour simplifier, nous parlerons ici uniquement des trois couches qui nous intéressent : la couche des cellules photosensibles (comprenant la couche des photorécepteurs et la couche granuleuse externe), la couche granuleuse interne et la couche des cellules ganglionnaires. Elles ont chacune une fonction précise, sont reliées entre elles et sont les cellules nerveuses de la rétine. La couche des cellules photosensibles, aussi appelées photorécepteurs, est, paradoxalement, la couche la plus profonde (par rapport à l'arrivée de la lumière). Cette couche comporte environ 130 millions de cellules photosensibles différentes, portant des noms reflétant leur forme :

- Les bâtonnets, au nombre de 120 millions, constituent environ 95% de ces cellules. Ils sont responsables de la vision nocturne et ne sont sensibles qu'à la différence entre obscurité et lumière (ils donnent donc une vision monochromatique du monde). Les bâtonnets ont en moyenne un diamètre inférieur au micron et une longueur de l'ordre de 60 μm .
- Les cônes représentent les 5% des photorécepteurs restants et sont utilisés pour la vision diurne. Ils sont sensibles à la longueur d'onde de la lumière et permettent donc d'avoir une vision en couleurs. Les cônes sont présents en majorité au niveau de la région centrale de la rétine. Au milieu de celle-ci se trouve la « fovéa », légère dépression où sont présents uniquement des cônes, très serrés, et où les autres couches sont rejetées à la périphérie, pour laisser pénétrer la lumière plus facilement. Dans la fovéa, les cônes ont en moyenne une longueur de 75 μm et un diamètre variant de 1 à 4 μm . La distance entre les cônes (toujours dans la fovéa) est en moyenne inférieure à 1 μm . La vision est à ce niveau plus précise, plus détaillée et plus sensible aux mouvements que sur le reste de la rétine. C'est d'ici que provient la majeure partie de l'information visuelle arrivant au cerveau.

La couche suivante, dénommée couche granuleuse interne, comporte une variété de neurones rétiniens qui peuvent être classés en trois catégories :

- Les cellules bipolaires, tenant leur nom du fait qu'elles sont articulées entre les photorécepteurs et les cellules ganglionnaires de la troisième couche (les deux "pôles"), constituent la voie "directe" de transmission du message nerveux.
- Les cellules horizontales (dont le nom décrit bien leur position), en contact avec les synapses (région de contact entre deux neurones, et lieu de transfert d'informations entre celles-ci) des photorécepteurs et des cellules bipolaires.
- Les cellules amacrines, en contact avec les synapses des cellules bipolaires et des cellules ganglionnaires.

La dernière couche nerveuse de la rétine, appelée couche des ganglionnaires, constitue "l'étage de sortie" vers le cerveau. Elle est composée d'environ 1 million de cellules ganglionnaires (cellules 130 fois moins nombreuses que les cellules photosensibles). Ces neurones, de forme sphérique (en première approximation) ont un diamètre de l'ordre de 6 à 10 μm . Ils sont reliés aux cellules bipolaires et ont des fibres nerveuses qui se rejoignent au niveau de la papille pour former le nerf optique, connecté au cerveau. L'ensemble de la rétine est irrigué par un réseau de

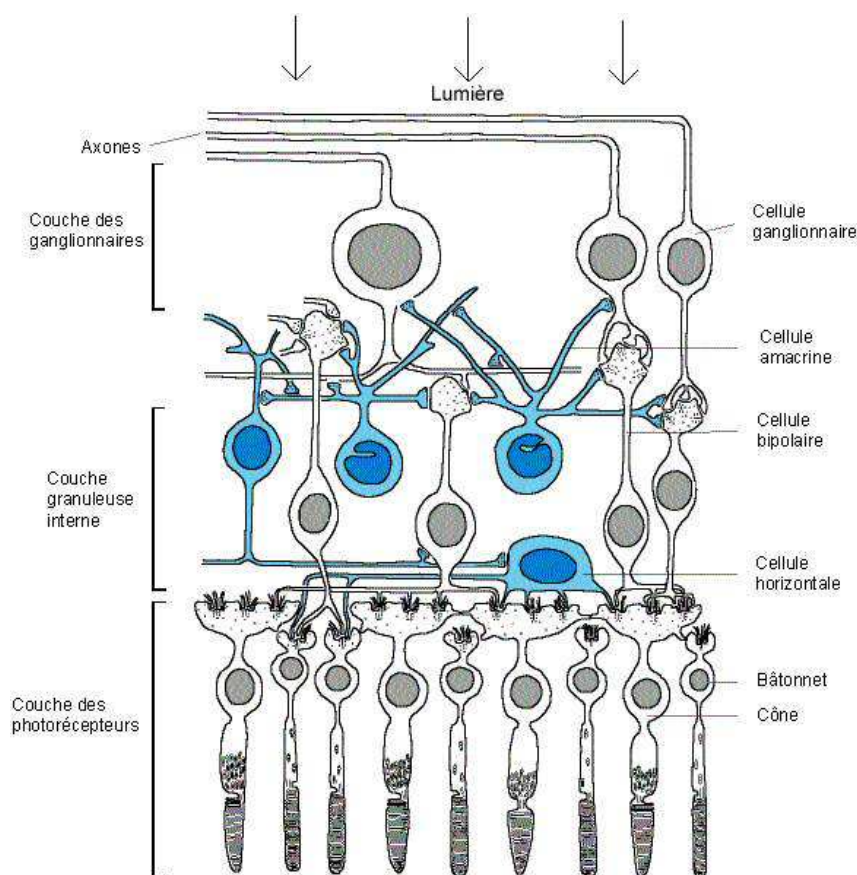


FIG. 1.2 – Schéma simplifié de l'architecture de la rétine en trois couches cellulaires.

vaisseaux sanguins et de capillaires (vaisseaux dont le diamètre est de quelques dizaines de microns). Cette couche de vaisseaux sanguins se trouve à la surface de la rétine. La seule zone de la rétine où l'on ne trouve pas de vaisseaux est la fovéa.

1.2 Imagerie rétinienne *in vivo*

1.2.1 Motivations

Conserver une bonne vue tout au long de sa vie peut sembler facile grâce aux méthodes de correction réfractives disponibles : lunettes, lentilles, chirurgie réfractive. Cependant, nous avons vu au paragraphe 1.1.1 que l'œil est composé d'une partie *optique* (cornée, iris, cristallin) et d'une partie *capteur* (la rétine). Les méthodes de correction réfractives ne traitent les problèmes qu'au niveau de la partie optique de l'œil. Si le « capteur » est endommagé, la vision est, aujourd'hui, irrémédiablement diminuée. Trois types de pathologies, parmi les centaines d'affections existantes, sont à elles seules responsables de plus de 25% des cas de cécité dans le monde d'après l'OMS¹ :

- Le glaucome
- La dégénérescence maculaire liée à l'âge (DMLA)
- Les rétinopathies diabétiques

De nos jours, la DMLA frappe, à elle seule, 25 à 30 millions de personnes et, du fait du vieillissement de la population, ce nombre pourrait tripler d'ici à 25 ans. Observer et comprendre le développement précoce de ces pathologies, tout comme suivre pas à pas les effets d'un traitement, nécessite donc une exploration *in vivo* du tissu rétinien à une échelle cellulaire.

1.2.2 Techniques d'imagerie *in vivo*

La qualité optique de l'œil est dégradée par les aberrations oculaires. Ces aberrations proviennent, d'une part, de la cornée et du cristallin (aberrations essentiellement statiques dues à des défauts de formes) et, d'autre part, du film lacrymal et de l'humeur vitrée (aberrations dynamiques qui peuvent évoluer très rapidement). La résolution des images de fond d'œil, réalisées *in vivo*, est donc bien plus limitée que par la seule diffraction. Les principales aberrations statiques, gênantes au quotidien, n'ont pas d'importance sur le plan médical et sont bien corrigées par les méthodes de correction réfractives. Cependant, même avec cette correction, l'œil n'est toujours pas limité par la diffraction, en particulier pour des grands diamètres pupillaires. La résolution, quand elle est limitée par la diffraction à travers une pupille dilatée à 7 mm, est inférieure à 2 μm sur la rétine sur l'ensemble du spectre visible, alors que la vision « naturelle » conduit à une valeur de l'ordre de 20 μm à 30 μm . Les moyens actuels d'imagerie rétinienne (présentés ci-dessous) offrent des résolutions insuffisantes pour une investigation *in vivo*, s'ils ne corrigent pas les aberrations dynamiques de l'œil.

1.2.2.1 Rétinoscope

Inventé au 19^e siècle, c'est aujourd'hui l'appareil le plus utilisé pour un examen de routine du fond de l'œil. Il en existe principalement deux types :

¹Informations provenant de l'Organisation mondiale de la santé. Données supplémentaires disponibles à l'adresse : <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs282/fr/>

- Le rétinoscope à image droite : le champ observé est d'environ 1,5 mm sur la rétine soit environ 2° de champ visuel (c'est à peu près le diamètre de la papille du nerf optique). Cette méthode ne permet donc de voir qu'une petite région de rétine, mais avec un fort grossissement. On pourra explorer la rétine en déplaçant l'œil, au risque d'obtenir rapidement des images entachées d'astigmatisme quand on s'écarte trop de l'axe optique.
- Le rétinoscope à image renversée : il permet de visualiser en une fois un champ beaucoup plus étendu (environ 30°), mais le grossissement est assez faible et l'image est retournée.

Il est aujourd'hui possible de coupler ces rétinoscopes avec un appareil photo numérique et ainsi d'enregistrer des images durant l'examen. N'étant pas corrigés, ces appareils ont des résolutions de l'ordre de 20 μm à 30 μm .

1.2.2.2 Ophtalmoscope laser à balayage

L'ophtalmoscope laser à balayage (*scanning laser ophthalmoscope* en Anglais, ou SLO), apparu au début des années 80, a un fonctionnement similaire à celui d'un microscope confocal, c'est-à-dire que l'image recueillie résulte du balayage point à point de la rétine par un faisceau laser et du filtrage spatial du faisceau retour correspondant à la lumière diffusée par le tissu. Le signal rétro diffusé permet de reconstruire le champ observé (jusqu'à 30°) à l'aide de traitements numériques adaptés. Comme les SLO sont non corrigés, la résolution spatiale est limitée par les performances optiques de l'œil soit 20 μm à 30 μm sur le tissu. Compte tenu du filtrage spatial, la résolution longitudinale (c'est-à-dire selon le sens de propagation de la lumière) est de l'ordre de 45 μm . Aujourd'hui, les examens de la rétine au SLO sont devenus courants et un grand nombre de médecins et d'hôpitaux en sont équipés.

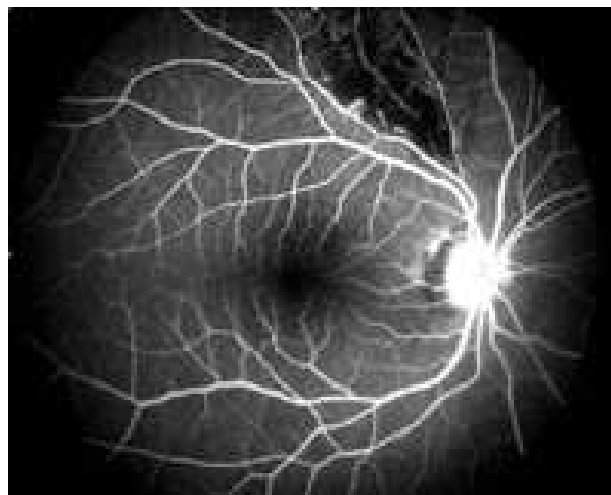


FIG. 1.3 – Exemple d'image obtenue par SLO. La résolution n'est pas suffisante pour observer des détails à l'échelle cellulaire. En revanche, le champ d'observation est très étendu.

1.2.2.3 Tomographie optique cohérente

La tomographie optique cohérente (*optical coherence tomography* en Anglais, ou OCT) est une technique d'imagerie des tissus biologiques assez récente. Le premier système d'OCT a été réalisé en 1991 [Huang et al., 1991]. Depuis, l'OCT a été utilisée pour l'imagerie de nombreux tissus biologiques tels que la peau, les dents, les muscles, les os ou des structures intraoculaires [Swanson et al., 1993, Hee et al., 1995, Hitzenberg et al., 2003]. L'OCT peut même fournir, après reconstruction, des images 3D de la rétine. Cette technique interférométrique sélectionne la couche de tissu à observer en codant le signal reçu en fonction du chemin optique parcouru dans les deux bras d'un interféromètre de type Michelson, dont l'un passe par l'œil, à la longueur de cohérence près de la source utilisée. La résolution longitudinale est assez bonne (de l'ordre de $10\ \mu\text{m}$) mais la résolution latérale, là encore, est insuffisante (de l'ordre de $20\ \mu\text{m}$) puisque ces appareils ne corrigent pas les aberrations dynamiques. Le balayage axial doit être rapide, sous peine de brouillage des franges d'interférence dont la mesure du contraste est à la base de la mesure du signal OCT. Le balayage latéral est nécessairement plus lent (de l'ordre de 1 seconde par balayage 1D).

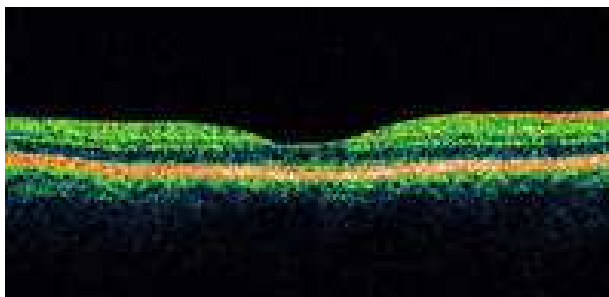


FIG. 1.4 – Exemple d'image obtenue par OCT. La résolution n'est pas suffisante pour observer des détails à l'échelle cellulaire. Sur cette coupe de la rétine, on ne peut distinguer que les principales couches cellulaires composant la rétine.

1.2.2.4 Imagerie avec OA

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que ce qui limite la résolution des systèmes d'imagerie rétinienne ce sont les aberrations dynamiques de l'œil. Il est donc nécessaire de compenser ces aberrations par un système d'optique adaptative (OA). Les aberrations de l'œil sont donc mesurées et compensées en temps réel. De nombreuses équipes à travers le monde cherchent ainsi à améliorer la résolution des images de la rétine [Miller et al., 1996, Drexler et al., 2001]. L'observatoire de Meudon s'est focalisé sur cette technique depuis le milieu des années 90. Marie Glanc [Glanc, 2002] a développé durant sa thèse, un banc d'imagerie rétinienne équipé d'un système d'OA. C'est autour de ce banc, actuellement en cours d'utilisa-

tion à l'hôpital des XV-XX, à Paris, que cette thèse est articulée. Les principales caractéristiques de ce banc sont les suivantes :

- Miroir déformable à membrane électromagnétique 52 actionneurs.
- Analyseur de surface d'onde de type Hartmann-Shack 32x32 sous-pupilles.
- Longueur d'onde de la voie d'imagerie : 550 nm.
- Longueur d'onde de la voie d'analyse : 835 nm.
- Caméra d'imagerie de type « Q-Imaging » avec un capteur de 1360x1036 pixels et chaque pixel carré fait 6.45 μm de coté.
- le grandissement du banc est de l'ordre 5 (dépend de chaque patient).

Ce banc a permis d'obtenir, en 2001, en Europe, les premières images de la rétine à une échelle cellulaire.

Ce système permet d'acquérir des images sur toute la profondeur de la rétine en conjuguant la caméra avec une couche cellulaire. Le changement de couche se fait par déplacement longitudinal de la caméra d'imagerie. Pour chaque couche imagée, plusieurs flashes de quelques millisecondes sont envoyés sur la rétine et la lumière rétro-diffusée, après être passée sur le miroir déformable, est captée par la caméra d'imagerie.

L'image de la Figure 1.5 est une image de la rétine obtenue en 2007 avec ce banc. On distingue très nettement, sur cette image, les photorécepteurs (chaque petit cercle est un photorécepteur). Cette image est prise dans la fovéa. Elle est composée d'une vingtaine d'images. Chaque image individuelle correspond à un champ de 1° alors que l'image globale représente un champ de 5° sur la rétine. Le champ étendu est obtenu grâce (ou à cause !) des mouvements de l'œil. L'erreur résiduelle de correction de l'OA est 70 nm RMS (c'est-à-dire en moyenne quadratique) ce qui correspond à une bonne correction.

1.2.2.5 OCT plein champ

L'OCT plein champ, qui généralise la technique d'OCT, lève la difficulté liée au balayage transverse (lent) puisqu'une image 2D complète est acquise à chaque mesure. Seul le balayage axial (rapide) reste nécessaire pour parcourir tout le volume. L'adjonction de l'OA permet de compenser les aberrations géométriques de l'œil et donc de restaurer la résolution latérale mais également le contraste interférométrique. Cette technique, jamais essayée en imagerie rétinienne, est en cours de développement à l'Observatoire de Paris mais n'est pas encore opérationnelle.

1.3 Formation et acquisition d'image en 2D

1.3.1 Formation d'image 2D

Le processus de formation d'image est décrit par la théorie scalaire de la diffraction. Si la réponse instrumentale est invariante dans le champ (domaine isoplanétique), alors le processus est modélisé par un produit de convolution entre l'objet d'intérêt et la réponse impulsionnelle (RI), appelée aussi fonction d'étalement du point (FEP) ou *point spread function* en Anglais

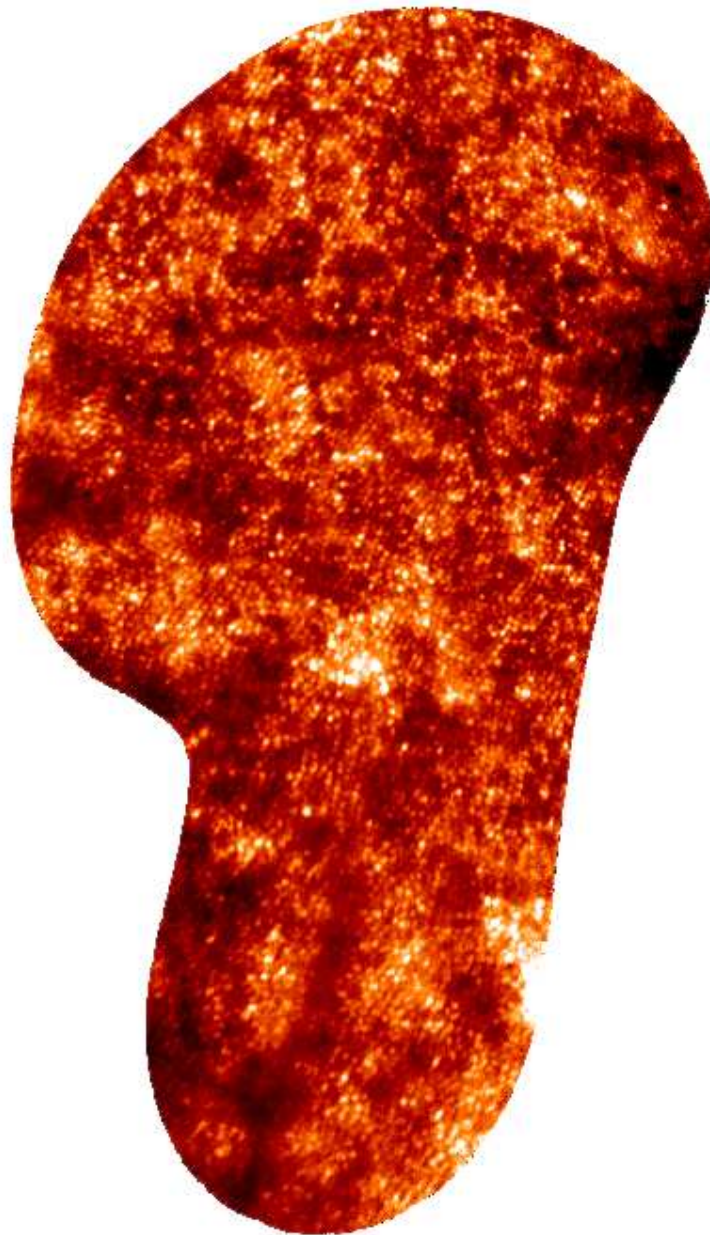


FIG. 1.5 – Exemple d'image obtenue sur le banc des XV-XX. La résolution est suffisante pour observer des détails à l'échelle cellulaire. Sur cette image on distingue les photorécepteurs de la fovéa (chaque petit cercle est un photorécepteur).

(PSF), de l'instrument imageur. L'image i obtenue au plan focal peut s'écrire :

$$i = h_{opt} \star o \quad (1.1)$$

où \star est l'opérateur de convolution entre l'objet o et la FEP h_{opt} . L'objet o , la FEP h_{opt} et l'image i sont, pour l'instant, des variables continues.

Dans le cas de l'imageur parfait, cette réponse impulsionnelle est un disque d'Airy qui correspond à l'image d'un point source (objet situé à l'infini). h_{opt} est alors simplement égale au module carré de la transformée de Fourier inverse de la fonction pupille (puisque la phase du champ électromagnétique dans cette pupille est nulle) :

$$h_{opt}(x, y) = |\text{TF}^{-1}(P(x, y))|^2 \quad (1.2)$$

La convolution des fonctions f_1 et f_2 est définie par : $(f_1 \star f_2)(x) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(x - t) dt$

Dans le cas d'un imageur réel, entaché d'aberrations optiques, la réponse instrumentale à un point source n'est plus une tache d'Airy mais une tache dont la structure dépend des aberrations. Ces aberrations s'apparentent à un défaut de phase. Dans ce cas, la phase du champ électromagnétique dans la pupille de l'instrument n'est plus nulle et la FEP de l'instrument devient :

$$h(x, y) = |\text{TF}^{-1}(P(x, y) e^{j\varphi(x, y)})|^2 \quad (1.3)$$

avec φ la phase du champ électromagnétique dans la pupille et j est tel que $j^2 = -1$.

1.3.2 Acquisition d'image 2D

Expérimentalement, l'image est acquise sur un capteur (type CCD) qui filtre et échantillonne spatialement l'image théorique proposée précédemment. Le détecteur a donc lui aussi une RI (notée h_{det}) qu'il faut prendre en compte dans le processus de formation de l'image expérimentale. La RI globale (notée h_{tot} (prenant en compte la RI optique et la RI du détecteur) est donnée par la convolution de ces deux RIs :

$$h_{tot}(x, y) = (h_{opt} \star h_{det})(x, y) \quad (1.4)$$

L'image mesurée i sur le détecteur est une version échantillonnée et bruitée de l'image continue i considérée jusqu'à présent (nous verrons dans la partie 2.3 que le bruit est bien additif) :

$$\mathbf{i}(k, l) = [h_{tot} \star o]_{\text{III}}(k, l) + \mathbf{b}(k, l) \quad (1.5)$$

où $[\cdot]_{\text{III}}$ représente l'opération de discrétisation, c'est-à-dire la multiplication par un peigne de Dirac de pas p . Cette discrétisation ne fera pas perdre d'information par rapport à l'image continue si le critère de Shannon est respecté : la fréquence d'échantillonnage du détecteur ($f_e = 1/p$) doit être supérieure ou égale à deux fois la fréquence de coupure de l'optique (f_c). L'opération de discrétisation peut de la même façon s'appliquer à l'objet (les opérations de restauration permettent d'estimer un objet échantillonné sur une grille de pixels). D'autre part, le bruit \mathbf{b} est une grandeur discrète puisqu'il est associé à chaque pixel (bruit de lecture ou bruit de photons). Sous

forme matricielle, en considérant la forme échantillonnée de l'objet (notée \mathbf{o}) et en prenant la matrice \mathbf{H} qui représente l'opération de convolution par la RI \mathbf{h} elle aussi échantillonnée (cette matrice est Toeplitz à blocs Toeplitz), on obtient la relation suivante :

$$\mathbf{i} = \mathbf{H}\mathbf{o} + \mathbf{b} \quad (1.6)$$

ou bien, si l'on veut l'expression du produit de convolution discret :

$$\mathbf{i} = \mathbf{h} \star \mathbf{o} + \mathbf{b} \quad (1.7)$$

Par la suite, nous nous placerons toujours dans le cas discret et nous utiliserons ces deux écritures.

1.4 Décomposition de la phase sur la base de Zernike

Il est souvent commode de décomposer la phase aberrante sur une base modale. Il en existe plusieurs (base de Karhunen-Loève, base des modes du miroir déformable d'un système d'OA, ...), mais une base est particulièrement bien adaptée à la décomposition de la phase aberrante sur une pupille circulaire : la base des polynômes de Zernike. En effet, cette base est orthonormée sur un disque unité. Ces polynômes s'expriment comme le produit d'une fonction trigonométrique et d'une fonction polynomiale [Noll, 1976] :

$$Z_i(r) = R_n^m(r)\Theta_n^m(\theta) \quad (1.8)$$

La fonction trigonométrique est définie par :

$$\Theta_n^m(\theta) = \begin{cases} \sqrt{n+1} & \text{si } m = 0 \\ \sqrt{2(n+1)} \cos(m\theta) & \text{si } m \neq 0 \text{ et } i \text{ pair} \\ \sqrt{2(n+1)} \sin(m\theta) & \text{si } m \neq 0 \text{ et } i \text{ impair} \end{cases} \quad (1.9)$$

et la fonction polynomiale par :

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2 - s]! [(n-m)/2 - s]!} r^{n-2s} \quad (1.10)$$

Une représentation des premiers ordres est proposée figure 1.6. En plus de l'orthonormalité, cette base présente deux avantages :

- Les premiers ordres correspondent aux aberrations optiques (défocalisation, astigmatisme, coma, aberration sphérique, ...).
- Le classement par ordre radial croissant correspond au classement par fréquences spatiales croissantes.

La phase pupillaire se décompose sur la base de Zernike de la façon suivante :

$$\varphi(x, y) = \sum_{i=1}^{+\infty} a_i Z_i(x, y) \quad (1.11)$$

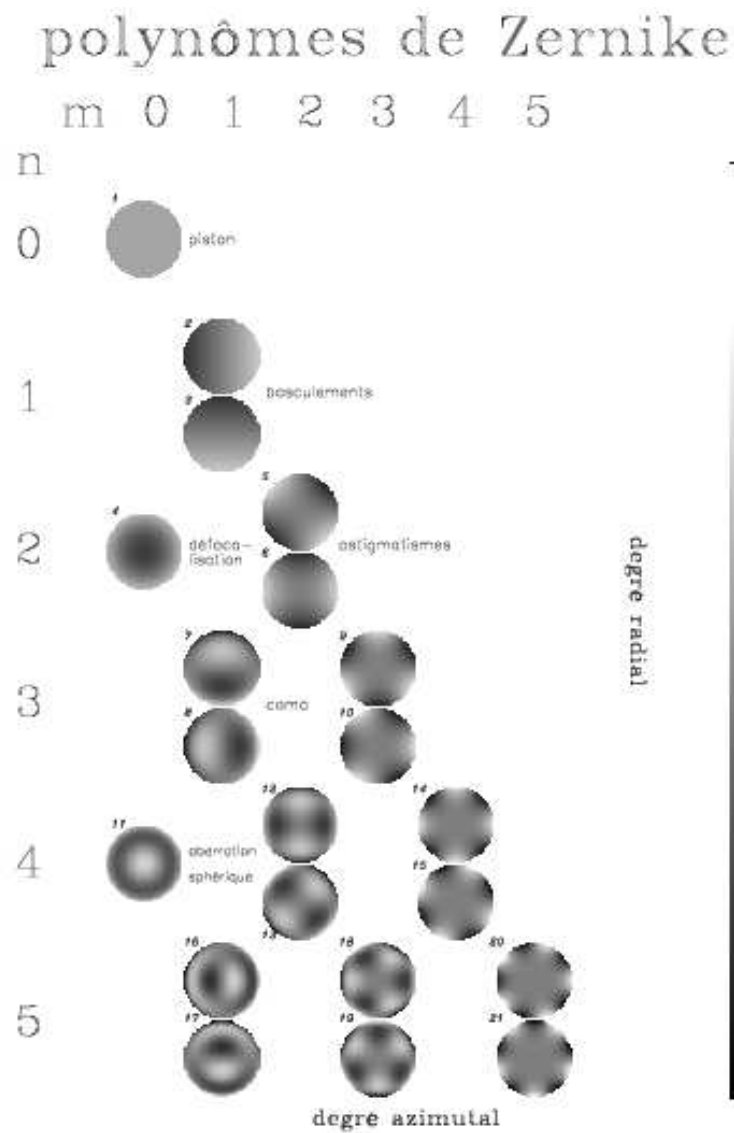


FIG. 1.6 – Représentation des premiers polynômes de Zernike Z_i pour i allant de 1 à 21.

Du fait de l'orthonormalité de la base, la variance spatiale de la phase pupillaire (hors piston) s'exprime très simplement en fonction des coefficients a_i :

$$\sigma_\varphi^2 = \sum_{i=2}^{+\infty} a_i^2 \quad (1.12)$$

1.5 Optique adaptative

L'optique adaptative (OA) est un système qui permet de compenser en temps réel, les déformations subies par un front d'onde plan lors de sa propagation à travers un milieu turbulent [Rodier, 1999] (comme par exemple la lumière des astres observée depuis la terre, et qui passe à travers l'atmosphère turbulente). L'OA va alors permettre de restaurer un front d'onde plan et ainsi permettre d'enregistrer des images avec une résolution limitée uniquement par la diffraction. L'OA se compose de trois éléments :

- Un analyseur de surface d'onde ASO, qui mesure la déformation du front d'onde (voir la partie 1.5.1).
- Un élément déformable, le plus souvent un miroir déformable, qui assure la remise en forme du front d'onde. Des éléments déformables fonctionnant en transmission commencent à apparaître notamment pour l'autofocus des appareils photographiques.
- Un calculateur temps réel chargé de calculer, à partir de la mesure qui a été faite par l'ASO, la correction nécessaire pour obtenir un front d'onde plan.

Le schéma 1.7 présente le principe d'une boucle d'OA dans son ensemble. L'OA est un système asservi fonctionnant en boucle fermée, l'ASO étant situé en aval du miroir déformable (MD) et donc mesurant uniquement le résidu des perturbations non corrigées par le MD.

1.5.1 Analyse de surface d'onde (ASO)

Il existe de nombreux systèmes d'analyse de front d'onde dont une étude comparative pourra être trouvée dans [Rousset, 1999]. Nous présenterons ici deux méthodes d'analyse de surface d'onde : le Hartmann-Shack (qui est, aujourd'hui, la méthode la plus utilisée sur des systèmes d'OA opérationnels en astronomie) et la diversité de phase (dont nous nous inspirerons par la suite).

1.5.1.1 Hartmann-Shack

En 1880, Johannes Franz Hartmann, astronome allemand, met une plaque percée de trous devant un télescope de type Cassegrain, et capture sur une plaque photo (dans un plan intra ou extra focal), le signal provenant d'une étoile. Cette plaque percée de trous échantillonne le front d'onde incident. Malheureusement, cette méthode perd une part importante du flux lumineux de l'étoile. En 1970, Roland Shack, physicien américain, a remplacé la plaque de trous par une matrice de micro-lentilles qui permettent d'utiliser la totalité du flux lumineux incident. L'analyseur de Hartmann-Shack [Shack and Platt, 1971] est né. Le Hartmann-Shack est un analyseur

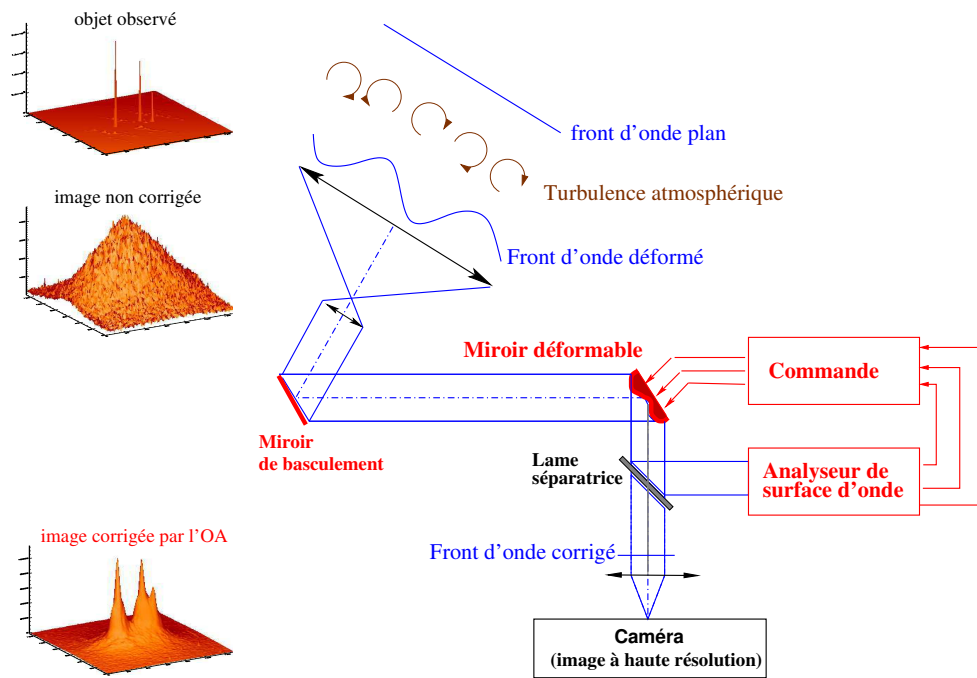


FIG. 1.7 – Schéma de principe d'un système d'optique adaptative.

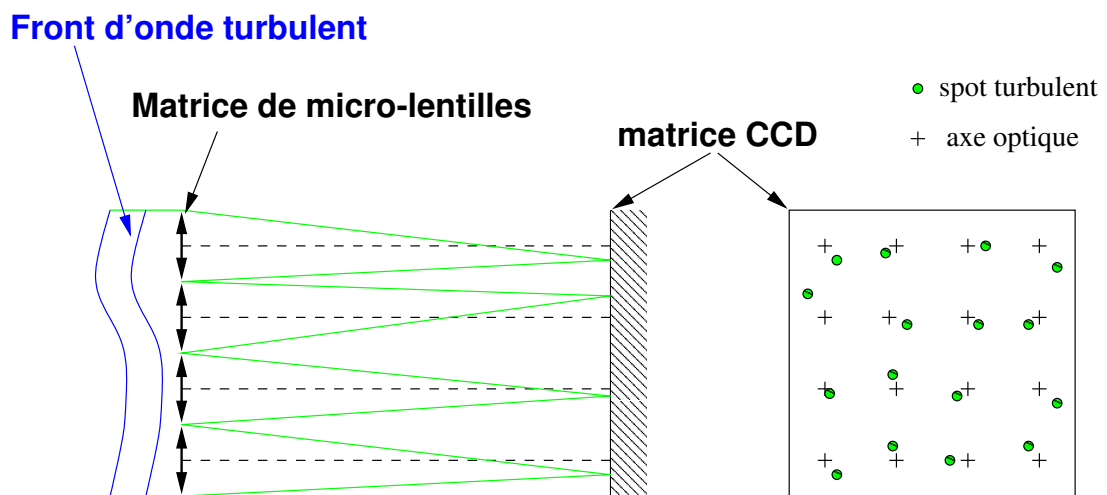


FIG. 1.8 – Schéma de principe du Hartmann-Shack.

plan-pupille linéaire. La matrice de micro-lentilles échantillonne le plan pupille. La position de la tache ainsi formée au foyer de chaque sous-pupille donne une mesure de l'inclinaison locale du front d'onde. Cette mesure est donc une mesure de la dérivée locale du front d'onde. Un processus d'intégration permet de remonter à la connaissance de la phase. Le fonctionnement du Hartmann-Shack est décrit par l'optique géométrique. Ainsi, il n'est pas soumis au chromatisme ; d'autre part, il fonctionne sur des objets ponctuels aussi bien qu'étendus.

1.5.1.2 Phase retrieval et diversité de phase

Le *Phase retrieval* consiste à estimer les aberrations vues par un instrument à partir de l'image d'un point source. Cela revient à estimer la phase φ à partir d'une mesure de \mathbf{h} . Cette technique, née en microscopie électronique [Gerchberg and Saxton, 1972], puis redécouverte en optique [Gonsalves, 1976], a deux limitations majeures :

- Elle ne fonctionne que sur objet ponctuel.
- La solution souffre d'une ambiguïté de signe et n'est généralement pas unique.

Cette indétermination de signe porte sur le signe de la partie paire de la phase dans le cas d'une pupille circulaire. En effet, la fonction d'autocorrélation de la pupille reste invariable par changement de signe de la partie paire de la phase si la pupille possède une symétrie de révolution. Gonsalves [Gonsalves, 1982] a montré que l'utilisation d'une deuxième image, comportant une variation connue des aberrations par rapport à la première (par exemple une défocalisation), permet d'estimer les aberrations même si l'objet est étendu et inconnu. De plus, cette deuxième image permet de lever l'indétermination de signe mentionnée plus haut. Cette technique est appelée diversité de phase. Un historique plus complet ainsi qu'une revue des applications de cet ASO sont disponibles dans [Mugnier et al., 2006].

$$\begin{aligned} \text{image plan focal : } \mathbf{i}_f &= (\mathbf{o} \star \mathbf{h}_f) + \mathbf{b}_f & \text{avec} & \quad \mathbf{h}_f = |\text{TF}^{-1}(P \exp[j\varphi])|^2 \\ \text{image défocalisée : } \mathbf{i}_d &= (\mathbf{o} \star \mathbf{h}_d) + \mathbf{b}_d & \text{avec} & \quad \mathbf{h}_d = |\text{TF}^{-1}(P \exp[j(\varphi + \varphi_d)])|^2 \end{aligned}$$

C'est donc une relation non linéaire entre l'image focalisée et l'image défocalisée (d'une quantité connue) qui permet de lever l'indétermination de signe et de restaurer les aberrations.

Cette méthode est sensible au chromatisme (diffraction) mais elle permet de restaurer à la fois l'objet, s'il est inconnu, et les aberrations. Jusqu'à récemment, il n'existait que des versions itératives de cette méthode d'estimation donc assez peu compatibles avec une commande temps-réel du miroir déformable ; mais de récents travaux, en particulier [Mocœur, 2008, Mocœur et al., 2008], proposent une version analytique de l'estimateur de diversité de phase. De même, il existe, pour le *phase retrieval*, une solution analytique et donc la possibilité de réaliser une commande temps réel [Baron et al., 2008].

1.5.2 Correction partielle de l'OA et aberrations non-communes

Si l'OA est une technique puissante de correction d'une grande partie du phénomène turbulent, la correction n'est que partielle [Rousset et al., 1990, Rigaut et al., 1991, Roggemann, 1991, Conan, 1994]. Cette correction est essentiellement soumise aux limitations dues au bruit de

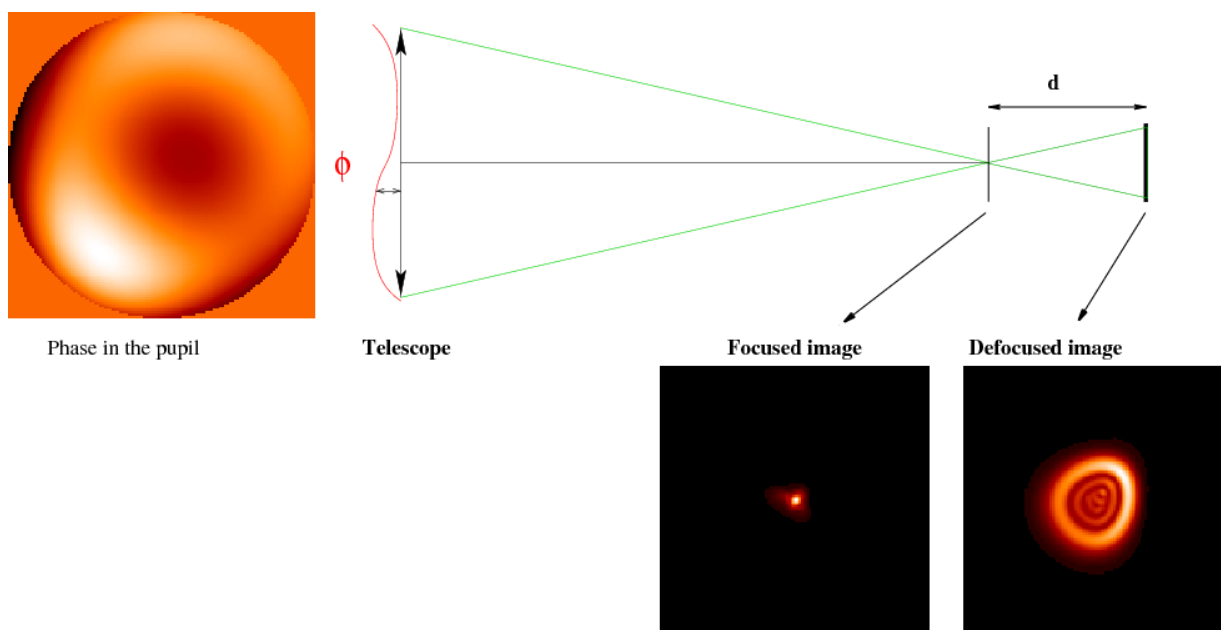


FIG. 1.9 – Principe de la diversité de phase.

photon et aux paramètres physiques du système (nombre d'actionneurs du miroir déformable, nombre de sous-pupilles de l'ASO, performances de la caméra de l'ASO, bande passante du système, ...).

De plus, la correction d'un phénomène turbulent par un système d'optique adaptative est limitée par l'anisoplanétisme, c'est-à-dire par l'évolution de la dégradation du front d'onde en fonction de l'angle d'observation (voir Figure 1.10). Or, le front d'onde est analysé dans une seule direction (l'axe optique du système) et les déformées du miroir, optimisées pour cette direction, sont ensuite appliquées à tout le champ d'intérêt. Cela se traduit par une dégradation de la qualité de correction en fonction de l'angle.

D'autre part, de par son principe, l'OA corrige plus ou moins bien l'ensemble du trajet de la lumière jusqu'à l'ASO. A l'inverse, les aberrations de la voie d'imagerie ne sont pas vues et donc pas corrigées par la boucle fermée (voir Figure 1.7). Pire, les aberrations de la voie d'analyse sont réinjectées dans la voie d'imagerie par le MD. Ainsi, la correction apportée par le MD n'est pas parfaite et un certain nombre d'aberrations restent présentes dans la voie d'imagerie. La résolution latérale des images acquises sera donc dégradée par rapport à la résolution limite du système d'imagerie (limite de diffraction).

Enfin, la rétine étant un tissu épais et partiellement transparent, si aucun filtrage spatial n'est réalisé (comme dans les cas de l'OCT ou du SLO), la totalité du volume objet contribue à la formation de chaque plan image. L'OA étant incapable de compenser ce phénomène, les images obtenues par un système plein champ comme celui proposé dans le cadre du projet ŒIL voient leur résolution longitudinale fortement dégradée.

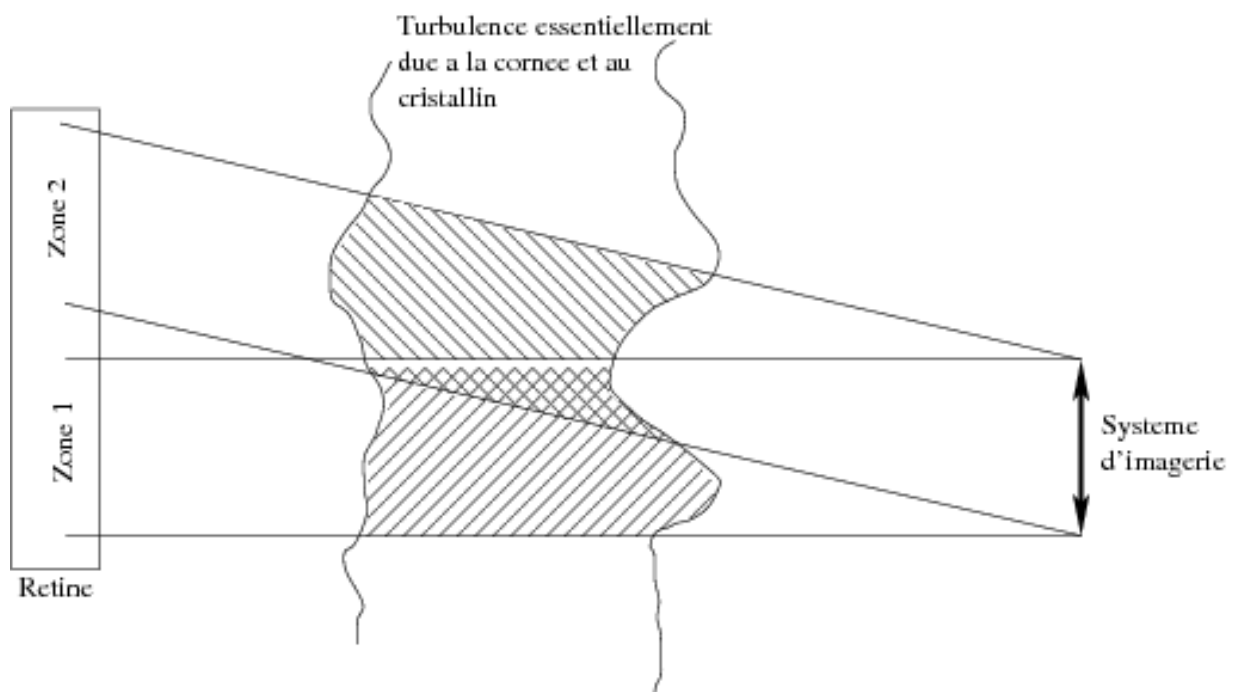


FIG. 1.10 – Propagation, à travers un milieu turbulent, de deux ondes provenant de deux zones de la rétine séparées angulairement. Seule une faible partie de la turbulence a été traversée par les deux ondes. Sur la pupille du système d'imagerie, les perturbations de la phase seront différentes.

1.6 Problèmes inverses

Dans un problème linéaire (ce qui est le cas de l'imagerie), l'opérateur A reliant l'objet inconnu x aux données expérimentales y est une matrice. Le problème direct prend la forme générale (valable aussi bien en 2D qu'en 3D) $y = Ax$. Nous verrons dans la partie 2.1 le problème direct posé par l'imagerie rétinienne. Le calcul de x connaissant A et y peut être un problème mal posé pour deux raisons :

1. Le noyau de A n'est pas vide : il existe plusieurs solutions à l'équation $Ax = 0$ donc la recherche d'une solution unique n'est pas possible. Cette situation est due à la destruction d'une partie de l'information nécessaire à la reconstruction de l'objet par l'instrument (fréquence de coupure optique par exemple). Le problème inverse est dit « mal posé » au sens de Hadamard.
2. L'inversion est instable même si l'inverse de A existe : la précision des mesures est limitée à cause du bruit de mesure, du bruit de photon, ..., qui va élargir l'ensemble des solutions possibles et une petite variation des données va conduire à une variation importante de la solution calculée. Cette instabilité vis-à-vis du bruit se traduit souvent, en dimension finie, par le caractère mal conditionné de la matrice A [Idier, 2001, Idier, 2008].

Afin de pouvoir déterminer une solution approchée répondant au problème malgré le mauvais conditionnement de A ou la non-unicité de la solution, il est nécessaire de régulariser le problème inverse, c'est-à-dire de rajouter de l'information *a priori* sur l'objet. Les méthodes non régularisées (Moidres Carrés (MC), MC pondérés, Maximum de Vraisemblance (MV) ne fonctionnent que si le nombre de mesures est très grand devant le nombre d'inconnues. On voit aisément qu'en imagerie, ce n'est pas le cas puisque le nombre d'inconnues est du même ordre de grandeur que le nombre d'inconnues à restaurer (le nombre de pixels d'une image correspond au nombre de pixels que l'on va rechercher dans l'objet).

1.6.1 Estimation bayésienne et Maximum *a posteriori* (MAP)

L'approche bayésienne est idéale pour fusionner les mesures et les connaissances *a priori* sur les inconnues. Ces connaissances sont introduites sous forme de densité de probabilité $p(x)$. Cette loi est représentative de nos connaissances *a priori* sur les inconnues. La règle de Bayes donne l'expression de la probabilité que x soit vrai sachant y :

$$p(x|y) = \frac{p(y|x) \times p(x)}{p(y)} \propto p(y|x) \times p(x) \quad (1.13)$$

Or comme $p(y)$ est constante vis-à-vis de x , l'équation précédente s'écrit :

$$p(x|y) \propto p(y|x) \times p(x)$$

Un estimateur de x communément admis [Idier, 2001] est l'inconnue qui maximise la probabilité *a posteriori* $p(x|y)$:

$$\hat{x}_{MAP} = \arg \max_x (p(y|x) \times p(x)) \quad (1.14)$$

C'est donc l'estimation de x la plus probable sachant les données y . La maximisation de la probabilité $p(x|y)$ est équivalente à la minimisation de l'opposé de son logarithme, l'estimateur \hat{x}_{MAP} minimise donc aussi le critère composite $J_{MAP}(x)$ suivant :

$$J_{MAP}(x) = -\ln(p(y|x)) - \ln(p(x)) = J_{data}(x) + J_{prior}(x)$$

où $J_{data}(x)$ est le critère d'attache aux données et $J_{prior}(x)$ est le critère de régularisation qui traduit l'attachement aux connaissances *a priori*. Lorsque $p(x)$ ne découle pas d'une « vraie » loi de probabilité, on introduit généralement un hyperparamètre noté μ qui permet de régler le poids du critère de régularisation par rapport au terme d'attache aux données. Le terme de régularisation s'écrit alors : $J_{prior}(x) = \mu \cdot J'_{prior}(x)$. Nous proposons dans la partie 2.4 une méthode d'estimation automatique de cet hyperparamètre. On peut remarquer que le critère d'attache aux données $J_{data}(x)$ correspond au critère du maximum de vraisemblance (ce critère est aussi parfois appelé anti-log-vraisemblance).

Chapitre 2

Déconvolution d'images 3D à FEP supposée connue

Nous avons vu dans l'introduction que l'amélioration de la résolution latérale et longitudinale des images de la rétine corrigées par optique adaptative, telles que celles obtenues dans le cadre du projet ŒIL, passait par le développement de méthodes de déconvolution 3D spécifiques. Nous proposons dans ce chapitre une méthode de déconvolution 3D à FEP 3D connue développée dans un cadre bayésien. Nous présenterons tout d'abord le modèle de formation des données que nous avons retenu. Nous évoquerons ensuite les méthodes de mesure ou d'estimation de la FEP 3D que nous pouvons utiliser sur le banc ŒIL puis nous détaillerons notre méthode de déconvolution 3D. Nous verrons notamment les deux régularisateurs que nous proposons : un régularisateur quadratique qui a tendance à lisser les bords francs de l'objet mais dont l'estimation de l'ensemble des paramètres peut être faite de manière automatique et un régularisateur linéaire-quadratique qui restaure mieux les bords francs de l'objet mais qui nécessite l'ajustement manuel de deux paramètres.

2.1 Problème direct

Nous avons vu dans la partie 1.3.2 que le modèle de formation des images en 2D était un produit de convolution (voir l'équation 1.7). En imagerie tridimensionnelle (3D), le modèle de formation sera aussi un produit de convolution entre l'objet 3D (noté \mathbf{o}) et la FEP 3D (notée \mathbf{h}). Comme l'objet est partiellement transparent, la totalité du volume objet va contribuer à la formation de chaque plan 2D de l'image 3D. C'est-à-dire que l'on retrouvera, sur un plan i_k de l'image 3D, une contribution plus ou moins défocalisée de chaque plan 2D de l'objet 3D. Ceci est illustré sur la Figure 2.1. Le modèle de formation d'images que nous avons donc retenu est le suivant :

$$i_k = \left(\sum_{l=0}^{N-1} h_{k-l} \star o_l \right) + b_k \quad (2.1)$$

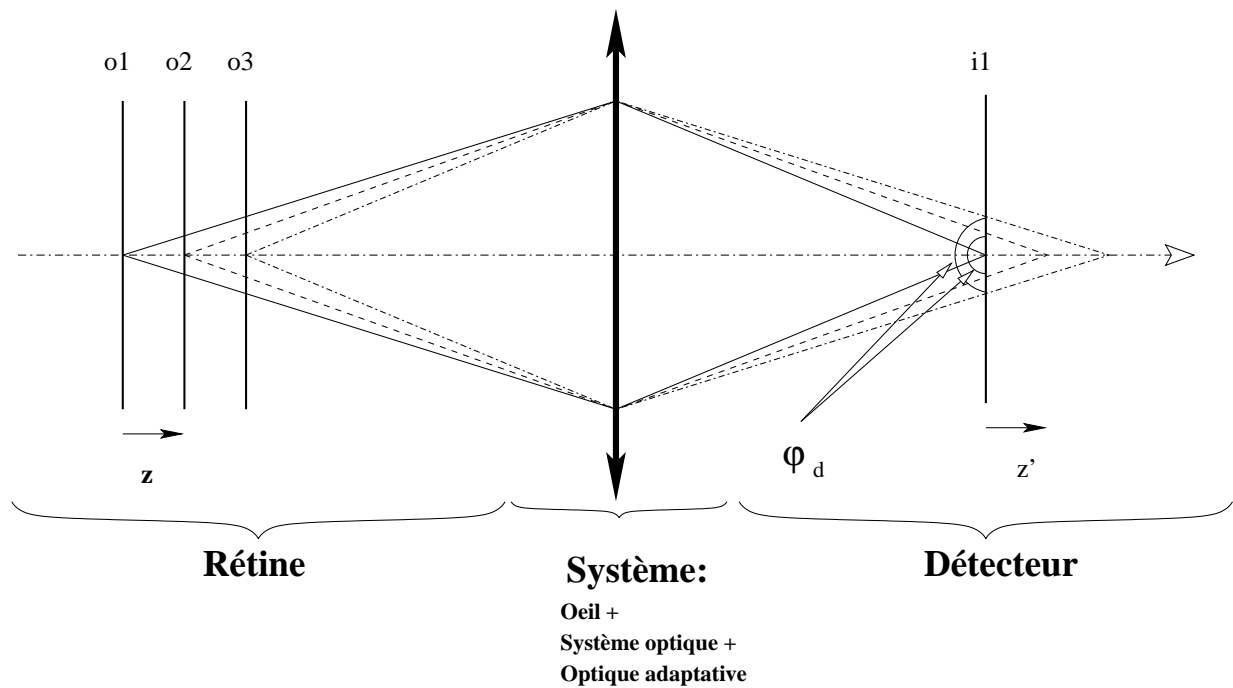


FIG. 2.1 – Illustration du modèle de formation d’image 3D pour un objet à 3 plans. L’objet est sur la gauche et l’image sur la droite. Le système est composé de l’œil et du système optique (incluant l’optique adaptative). Pour l’image i_1 , l’objet o_1 est focalisé ; o_2 et o_3 sont défocalisés.

Dans toute cette partie, nous supposons que nous connaissons parfaitement la FEP 3D et que cette dernière reste constante dans le temps, c'est-à-dire que la correction des aberrations dynamiques de l'œil par l'OA reste constante durant toute l'acquisition 3D. Il ne reste donc que des aberrations résiduelles statiques dans la FEP 3D.

2.2 Mesure ou estimation de la FEP 3D

La méthode de déconvolution 3D que nous présentons dans ce chapitre étant basée sur la connaissance de la FEP 3D, nous allons passer rapidement en revue les différents moyens qui permettent de mesurer ou d'estimer cette FEP 3D indépendamment des différents plans 2D de l'image 3D acquise sur le banc.

La méthode la plus précise consisterait à imager un point lumineux non résolu à une longueur d'onde proche de celle d'imagerie (puisque les aberrations sont chromatiques). L'acquisition de la FEP 3D se ferait alors exactement dans les mêmes conditions que l'acquisition de l'image 3D (en particulier vis-à-vis des aberrations de champ). C'est une méthode couramment utilisée en microscopie. La mesure de la FEP 3D est alors réalisée sur des micro billes plongées dans un milieu transparent. Malheureusement, cette mesure n'est pas facilement réalisable sur l'œil. En effet, tenter de créer un point lumineux non résolu sur la rétine à 540 nm donnerait une tache allongée longitudinalement (la rétine est un milieu partiellement transparent) et non ponctuelle du fait des aberrations.

Une autre méthode consisterait à utiliser une image focalisée et une image défocalisée d'une tache lumineuse sur la rétine (pas nécessairement ponctuelle) dans le but de faire de la diversité de phase (voir la partie 1.5.1.2). On pourrait ainsi estimer les aberrations du plan focal et, en utilisant un modèle de FEP 3D similaire à celui décrit dans la partie 2.5.2, on pourrait construire une FEP 3D. Nous montrons au début du chapitre suivant que l'application directe de cette méthode ne fonctionne pas avec un objet 3D. En revanche nous proposons une méthode d'estimation des aberrations du système qui nécessite la prise en compte de nouvelles contraintes.

L'estimation des aberrations du plan focal pourrait aussi être faite à partir des mesures de l'ASO (ici un Hartmann-Shack). À un instant donné les aberrations mesurées par l'ASO correspondent à la différence entre les aberrations – partiellement – corrigées par le miroir déformable à l'itération précédente et les nouvelles aberrations du système. Il serait ainsi possible de reconstruire la FEP 3D correspondant à l'image 3D à l'aide d'un modèle de FEP 3D similaire à celui décrit dans la partie 2.5.2. Malheureusement, cette méthode est soumise à l'adéquation du modèle avec la réalité. En effet, si le modèle de FEP 3D utilisé n'est pas complètement réaliste ou si certains paramètres physiologiques de l'œil évoluent au cours du temps, les résultats de déconvolution 3D ne seront pas bons (voir le paragraphe 2.5.5.2 et les suivants pour des résultats de simulations).

Aujourd'hui, sur le banc ŒIL (voir le paragraphe 1.2.2.4 pour une description de ce banc), la seule méthode envisageable est celle fonctionnant avec les mesures de l'ASO. Il y a cependant plusieurs problèmes :

- La longueur d'onde de la voie d'analyse est de 835 nm alors que la longueur d'onde d'imagerie n'est que de 550 nm. L'œil étant chromatique, les aberrations mesurées par la voie

- d'analyse peuvent donc être un peu différentes de celles vues par la voie d'imagerie ;
- il existe des aberrations différentielles (voir la partie 1.5.2) entre les deux voies (imagerie et analyse) qui font que la FEP 3D qui serait reconstruite à partir des mesures de l'ASO ne serait pas la même que celle « vue » par la voie d'imagerie. Il serait alors nécessaire de calibrer et de prendre en compte ces aberrations différentielles dans l'estimation de la FEP 3D.

Tous ces problèmes ne sont pas faciles à résoudre pour des raisons de sécurité oculaire (il faut faire attention à la quantité totale de lumière envoyée dans l'œil du patient) d'une part et pour des raisons de méthodes de calibrations difficilement compatibles avec l'imagerie 3D d'autre part.

2.3 Problème inverse : la déconvolution 3D

2.3.1 Approche choisie

Dans la partie 1.6.1 nous avons présenté le MAP dans un contexte général. Appliquée à notre problème, l'équation 1.14 devient :

$$\hat{\mathbf{o}}_{MAP} = \arg \max_{\mathbf{o}} p(\mathbf{o}|\mathbf{i}) = \arg \max_{\mathbf{o}} p(\mathbf{i}|\mathbf{o}) \times p(\mathbf{o})$$

Le critère composite à minimiser s'écrit alors :

$$\hat{\mathbf{o}} = \arg \max(J(\mathbf{o})) \quad \text{avec} \quad J(\mathbf{o}) = J_i(\mathbf{o}) + J_o(\mathbf{o}) \quad (2.2)$$

avec $J_i = -\ln p(\mathbf{i}|\mathbf{o})$ le critère d'attache aux données, et $J_o = -\ln p(\mathbf{o})$ le terme de régularisation.

2.3.2 Historique

La déconvolution 3D est une technique de traitement d'images couramment utilisée en microscopie, en particulier en microscopie de fluorescence. Le traitement des images 3D microscopiques peut être réalisé par des méthodes de déconvolution 2D. Dans ce cas, on traite séparément chacun des plans de l'image 3D avec une FEP 2D focalisée. Ce genre de méthode, en général très rapide en temps de calcul, permet de réduire le « flou » généré par la FEP 3D du système. Ces méthodes génèrent néanmoins d'importants artefacts dans la reconstruction de la structure de l'objet du fait de l'erreur de modèle réalisée. En effet, chaque plan de l'image 3D contient des contributions plus ou moins défocalisées des plans adjacents. Ces contributions sont donc, en déconvolution 2D, interprétées comme des structures du plan objet que l'on restaure. Les méthodes de déconvolution 3D sont plus appropriées pour traiter ce genre de problème puisqu'elles utilisent simultanément tous les plans de l'image 3D. Des méthodes linéaires telles que le filtrage inverse tronqué [McNally et al., 1999] ou le filtre de Wiener [Erhardt et al., 1985] sont des méthodes dont le coût de calcul est limité et pour lesquelles des artefacts peuvent apparaître durant la déconvolution. De plus, ces méthodes ne permettent pas d'imposer la contrainte de positivité. Enfin, le modèle de bruit, éventuellement implicite, utilisé dans ces méthodes est

gaussien homogène. Une modélisation plus fine du bruit (en particulier un modèle de bruit poissonien ou mixte gaussien et poissonien) peut être prise en compte dans des méthodes dites non-linéaires [Joshi and Miller, 1993, Verveer and Jovin, 1997]. Dans ce cas, le terme d'attache aux données n'est plus quadratique et il n'existe pas d'expression analytique du minimum du critère. La minimisation du critère se fait alors de manière itérative par un minimiseur. Ces méthodes, qui donnent en général des résultats de meilleure qualité que les méthodes linéaires, nécessitent en contre-partie un temps de calcul bien supérieur à cause de leur forme itérative. Les régulariseurs inclus dans les méthodes de déconvolution 3D utilisées en microscopie sont, d'après nos recherches, soit quadratiques pour ceux qui sont corrélés, c'est-à-dire qui lissent l'objet restauré (les pixels de l'objet restauré sont liés), soit entropiques pour ceux qui sont non-corrélés, c'est-à-dire que l'intensité de chaque pixel de l'objet restauré peut évoluer indépendamment de celle des pixels voisins. De plus, le réglage des paramètres de régularisation se fait de manuellement ou de manière partiellement automatique (c'est-à-dire que seuls quelques paramètres comme le poids global de la régularisation et la variance du bruit sont estimés automatiquement [Galatsanos and Katsaggelos, 1992]). Une revue détaillée des différentes méthodes de déconvolution 2D et 3D existantes en microscopie ainsi que des modèles de bruit et des régulariseurs utilisés est proposée par P. Sarder [Sarder and Nehorai, 2006]. Nous proposons dans ce chapitre une méthode de déconvolution 3D non-linéaire avec un modèle de bruit mixte (gaussien et poissonien). Nous proposons également deux régulariseurs au choix de l'utilisateur :

- un régulariseur quadratique dont l'estimation de l'ensemble des paramètres se fait de manière entièrement automatique ;
- un régulariseur linéaire-quadratique (bien connu en astronomie) qui nécessite l'ajustement manuel de deux paramètres mais qui permet de mieux préserver les bords francs de l'objet.

C'est cette méthode de déconvolution 3D ainsi que sa validation sur des données simulées qui sont décrites dans ce chapitre.

2.3.3 Statistique du bruit

Intéressons-nous, dans un premier temps, au terme d'attache aux données. Les images expérimentales sont entachées de deux types de bruits tous deux indépendants pixel à pixel :

- Le bruit de détecteur lié aux caractéristiques du détecteur. C'est, en bonne approximation, un bruit blanc gaussien à moyenne nulle et de variance identique sur tous les pixels.
- Le bruit de photon dû à la nature quantique de la lumière. Ce bruit possède une statistique poissonienne.

La somme de ces deux bruits peut être modélisée de manière assez satisfaisante par un bruit blanc gaussien [Mugnier et al., 2004] :

- à faible flux (de l'ordre de quelques photo-électrons par pixel), le bruit dans l'image est dominé par le bruit de détecteur qui vaut typiquement une dizaine de photo-électrons par pixel (blanc et gaussien).
- à fort flux (supérieur à une dizaine de photo-électrons par pixel), le bruit dans l'image est dominé par le bruit de photon, dont la statistique poissonienne, pour de fortes valeurs du paramètre de moyenne tend vers une statistique gaussienne non homogène (c'est-à-dire que la variance varie d'un pixel à l'autre). La Figure 2.2 montre la loi de Poisson pour

différentes valeurs du paramètre μ . On remarque que, pour des valeurs de μ supérieures à 15, l'approximation de la loi de Poisson par une gaussienne est très bonne. Donc, quel que soit le régime d'acquisition des images (flux faible ou fort), l'utilisation d'une statistique gaussienne (éventuellement non homogène) est raisonnable. De plus, une telle statistique donne un terme d'attache aux données (J_i) quadratique donc de minimisation aisée.

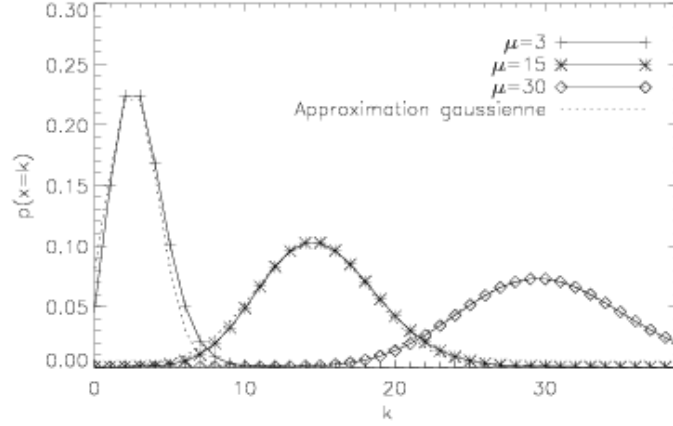


FIG. 2.2 – Évolution de la loi de Poisson pour différentes valeurs du paramètre μ .

Le terme d'attache aux données que nous utiliserons à partir de maintenant sera donc de type moindres carrés pondérés entre le modèle de formation d'image $\mathbf{h} \star \mathbf{o}$ et les données enregistrées \mathbf{i} .

$$J_i(\mathbf{o}) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{p,q=0}^{N_{pix}-1} \left(\frac{1}{\sigma_k^2(p,q)} \left| \mathbf{i}_k(p,q) - \sum_{l=0}^{N-1} [\mathbf{h}_{k-l} \star \mathbf{o}_l](p,q) \right|^2 \right) \quad (2.3)$$

où N représente le nombre de plans images considérés, N_{pix} représente le nombre de pixels sur une ligne ou une colonne dans un seul plan image (les images sont supposées carrées) et σ_k^2 correspond à la variance du bruit du $k^{\text{ième}}$ plan image. Cette variance représente le bruit de détecteur et de photon (bruit mixte gaussien et poissonien). De plus, l'utilisation d'une carte de variance permet de prendre en compte des pixels morts ou saturés sur des images en leur attribuant une variance très grande. La division du terme de moindres carrés par la carte de variance rendra négligeable la contribution de ces pixels, lors du calcul du critère. Afin de décrire la contribution de tous les plans objet à la formation de chaque image, la FEP 3D est composée de $2N - 1$ plans 2D différents indicés de $-(N - 1)$ à $N - 1$. Le plan 2D de la FEP 3D correspondant à la FEP focalisée est donc situé à l'indice 0.

2.3.4 Régularisation sur l'objet

Intéressons nous maintenant au terme de régularisation. Ce terme est essentiel afin de limiter l'amplification du bruit lors du processus d'inversion. Plusieurs types de régularisation sont

envisageables.

2.3.4.1 Contrainte de positivité

Cet *a priori*, toujours valide, est utilisé systématiquement. Il s'avère particulièrement utile pour des objets à support réduit puisqu'il empêche l'apparition de variations hautes fréquences en dehors du support de l'objet, ces variations hautes fréquences entraînant l'apparition de pixels négatifs. La contrainte de positivité peut s'interpréter comme une probabilité nulle qu'un pixel soit négatif, et une probabilité constante qu'il soit positif ou nul. Il existe plusieurs types d'implantation possible :

- par reparamétrisation : l'objet \mathbf{o} étant positif, il peut s'écrire $\mathbf{o} = a^2$ [Biraud, 1969] ou bien encore $\mathbf{o} = \exp(a)$;
- par activation de contrainte : cette méthode repose sur les conditions dites de Karush, Kuhn et Tucker (basées sur les pixels non nuls de l'objet positif optimal). Ces conditions sont largement utilisées dans les problèmes d'optimisation sous contraintes [Thiébaud, 2002]. C'est cette version qui est implantée dans l'algorithme de minimisation que nous utilisons (voir la partie 2.3.5)

La contrainte de positivité n'est malheureusement pas efficace lorsque l'image contient un fond continu important (par exemple dû à la diffusion dans les tissus) puisque l'apparition des variations hautes fréquences n'entraînera pas l'apparition de pixels négatifs (les variations auront des effets dans le fond continu). Nous verrons dans la section 2.5.5.2 l'impact de la contrainte de positivité en fonction du niveau de fond continu.

2.3.4.2 Régularisation quadratique (L_2)

Nous avons vu qu'en estimation bayésienne, les connaissances *a priori* sur l'objet sont introduites sous forme de densité de probabilité. Supposons que les pixels de l'objet $\mathbf{o}(r)$ suivent une statistique gaussienne [Conan et al., 1998]. Supposons aussi que l'objet soit non stationnaire, au sens où sa moyenne $\bar{\mathbf{o}}(r)$ dépend de la position r , mais que chaque plan de $(\mathbf{o} - \bar{\mathbf{o}})$ soit stationnaire et que les plans de l'objet soient indépendants alors, dans le domaine de Fourier, l'anti-log vraisemblance *a priori* prend la forme du critère de régularisation suivant :

$$J_{\mathbf{o}}(\mathbf{o}) = \frac{1}{2}\mu \sum_{l=0}^{N-1} \left(\sum_{\mathbf{f}} \frac{|\tilde{\mathbf{o}}_l(\mathbf{f}) - \bar{\tilde{\mathbf{o}}}_l(\mathbf{f})|^2}{S_{\mathbf{o}_l}(\mathbf{f})} \right) \quad (2.4)$$

où $\tilde{}$ représente une transformée de Fourier discrète 2D, \mathbf{f} est la fréquence spatiale, l'hyperparamètre μ permet de régler le poids du critère de régularisation par rapport au critère d'attache aux données et où $S_{\mathbf{o}_l}(\mathbf{f})$ est la densité spectrale 2D de puissance (DSP) associée au plan 2D l de l'objet 3D. Nous supposons ici que les différents plans de l'objet 3D sont indépendants car d'une part, la rétine est composée de couches cellulaires très différentes les unes des autres et d'autre part, on souhaite améliorer la résolution longitudinale des données donc nous ne souhaitons pas pénaliser l'apparition de ruptures longitudinales.

Cette DSP objet peut être estimée directement à partir des images, sous forme paramétrique selon un modèle de Kattnig [Conan et al., 1998, Kattnig and Primot, 1997] ; nous donnerons plus

d'informations dans la section 2.4 sur l'estimation de la DSP objet. La régularisation $L2$ peut être interprétée comme une contrainte de lissage minimisant les écarts d'intensité entre pixels voisins. Cela va permettre de réduire l'effet du bruit sur l'objet restauré. Ce type de régularisation est particulièrement adapté aux objets présentant des contours assez doux. En revanche, pour les objets à bords francs, les bords seront lissés et des oscillations vont avoir tendance à y apparaître. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet de Gibbs (ou *ringing*).

2.3.4.3 Régularisation quadratique-linéaire ($L1-L2$)

La régularisation $L2$ est peu adaptée aux objets présentant de forts sauts d'intensité entre pixels voisins (comme par exemple au niveau d'un bord franc de l'objet). Il va donc être nécessaire de prendre en compte cette caractéristique de l'objet au niveau du terme de régularisation afin de limiter l'apparition d'artefacts de déconvolution (effet de Gibbs). Le critère proposé, quadratique-linéaire, va fortement pénaliser (quadratiquement) les faibles sauts d'intensité entre deux pixels (essentiellement dûs au bruit) tout en permettant la restauration de grands gradients d'intensité (bords francs dans l'objet). Ce critère a, initialement, été proposé par S. Brette et J. Idier [Brette and Idier, 1996]. Une version isotrope, proposée par L. Mugnier [Mugnier et al., 2001, Mugnier et al., 2004], se définit de la façon suivante :

$$J_o(o) = \mu\delta^2 \sum_{l=0}^{N-1} \left(\sum_{\mathbf{r}} \left[\left(\frac{\nabla \mathbf{o}_l(\mathbf{r})}{\delta} \right) - \ln \left(1 + \frac{\nabla \mathbf{o}_l(\mathbf{r})}{\delta} \right) \right] \right) \quad (2.5)$$

Le choix de la fonction $\nabla \mathbf{o}_l(\mathbf{r})$ conditionne le type de régularisation utilisée. La fonction $\nabla \mathbf{o}_l(\mathbf{r})$ considérée ici est de type gradient définie par : $\nabla \mathbf{o}_l(\mathbf{r}) = \sqrt{\nabla_x \mathbf{o}_l(\mathbf{r})^2 + \nabla_y \mathbf{o}_l(\mathbf{r})^2}$, $\nabla_x \mathbf{o}_l(\mathbf{r})$ et $\nabla_y \mathbf{o}_l(\mathbf{r})$ étant les gradients du $l^{\text{ième}}$ plan objet selon x et y respectivement. Contrairement au cas quadratique, pour lequel il est possible de régler l'hyperparamètre de manière non-supervisée, les hyperparamètres μ et δ doivent ici être réglés de manière supervisée.

Pour les faibles sauts d'intensité, le critère défini en 2.5 tend vers une norme quadratique L_2 qui lisse le bruit puisque $J_o(o) \rightarrow \sum_{\mathbf{r}} \mu \frac{\nabla \mathbf{o}_l(\mathbf{r})^2}{2}$ quand $\nabla \mathbf{o}_l(\mathbf{r}) \rightarrow 0$. Pour les forts sauts d'intensité entre deux pixels (correspondant à des bords francs), le critère tend vers une norme linéaire L_1 [Bouman and Sauer, 1993] puisque $J_o(o) \rightarrow \sum_{\mathbf{r}} \mu \delta |\nabla \mathbf{o}_l(\mathbf{r})|$ quand $\nabla \mathbf{o}_l(\mathbf{r}) \rightarrow \pm\infty$. Celle-ci n'introduit pas de pénalisation des sauts. En effet, sur la Figure 2.4 tous les chemins pour aller du point A vers le point B présentent le même poids en terme de critère (ce qui ne serait pas le cas si la pénalisation était quadratique). C'est l'hyperparamètre δ qui permet de gérer à partir de quel ordre de grandeur des sauts le critère devient quadratique ou linéaire (voir la Figure 2.3). Ce type de régularisation permet donc tout à la fois de lisser l'effet du bruit tout en conservant les bords francs de l'objet. L'hyperparamètre μ permet de régler le poids du critère de régularisation par rapport au critère d'attache aux données.

2.3.5 Minimisation du critère

Maintenant que le critère est défini, il faut le minimiser afin de trouver l'estimation de l'objet qui nous intéresse. Il n'existe pas, en général, de solution analytique. Une exception notable pour

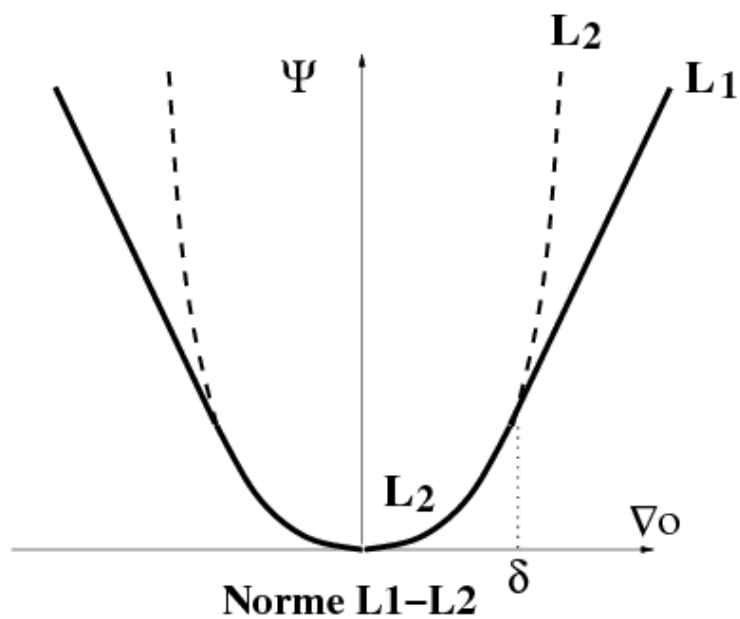


FIG. 2.3 – Illustration mono-dimensionnelle de la régularisation quadratique-linéaire. Les faibles valeurs de sauts sont pénalisées quadratiquement, les fortes valeurs de sauts sont pénalisées linéairement.

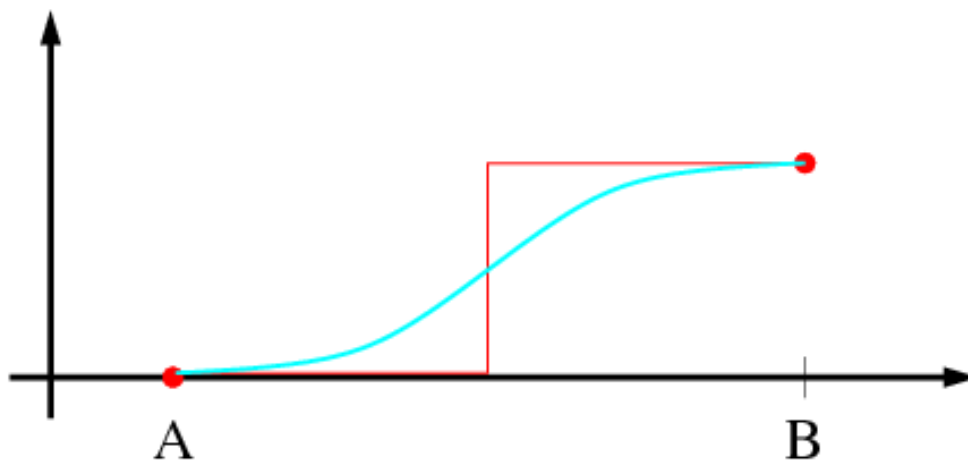


FIG. 2.4 – La norme L_1 donne le même coût aux différents objets (bleu et rouge) présentés ici.

le filtre de Wiener qui donne une solution analytique de l'objet à condition que les critères d'attache aux données ($J_i(o)$) et de régularisation ($J_o(o)$) soient quadratiques et que la contrainte de positivité ne soit pas imposée. En revanche, même si une solution analytique existe, elle peut être incalculable à cause du volume des données. Il est donc nécessaire d'utiliser un algorithme de minimisation itératif. Pour que la minimisation converge vers une solution unique, il est nécessaire que le critère n'ait qu'un seul minimum. Si le critère comporte plusieurs minima, la solution obtenue à convergence avec un algorithme de minimisation local (à base de gradient) dépendra du point de départ (voir Figure 2.5). Une condition suffisante pour que le critère n'ait qu'un seul minimum est qu'il soit strictement convexe (c'est-à-dire que la valeur en tout point soit strictement inférieure à tous les points de toutes les cordes). Le critère que nous avons construit ($J(o)$) est bien strictement convexe car :

- Le critère d'attache aux données $J_i(o)$ est strictement convexe (puisque'il est quadratique).
- Le critère de régularisation $J_o(o)$ est convexe.

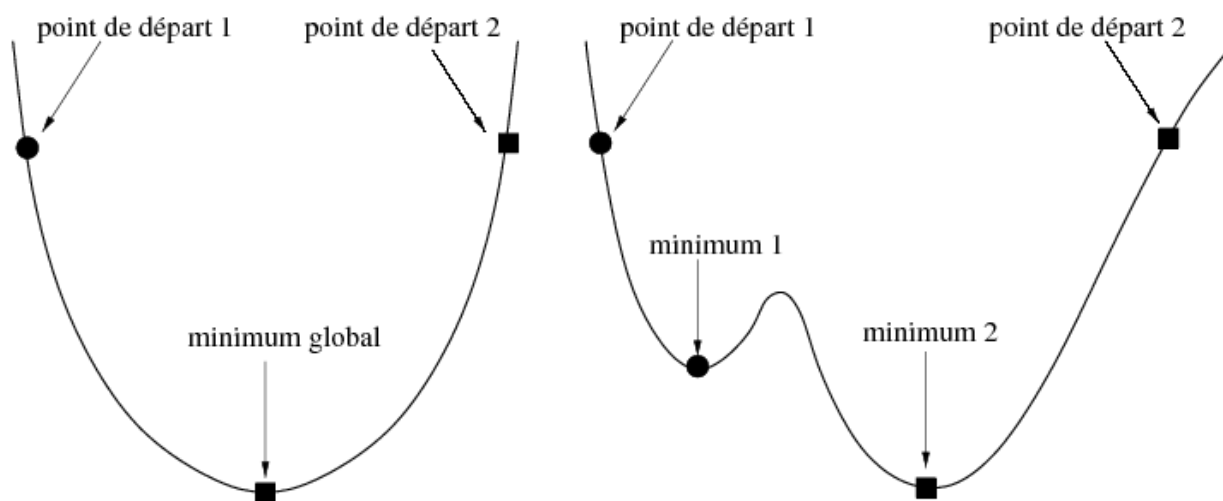


FIG. 2.5 – Exemple de critère à 1 minimum et à plusieurs minima.

L'algorithme OP-VMLMB de minimisation utilisé ici est un algorithme BFGS (Broyden - Fletcher - Goldfarb - Shanno) de type quasi-Newton, développé par Éric Thiébaud [Thiébaud, 2002]. La positivité y est imposée (si l'utilisateur le souhaite) par activation de contrainte (voir le paragraphe 2.3.4). L'arrêt des itérations se fera lorsque la diminution du critère, d'une étape à l'autre, ne sera plus quantifiable, c'est-à-dire inférieure à une valeur fixée par l'utilisateur (par exemple la précision machine).

2.4 Estimation non supervisée des hyperparamètres dans le cas $L2$

2.4.1 Modèle de DSP objet en 3D

2.4.1.1 En imagerie 2D

Nous avons vu dans la partie 2.3.4.2 que le calcul du critère de régularisation $L2$ était fondé sur la DSP objet. Comme nous l'avons mentionné, nous pouvons estimer cette DSP objet directement à partir des images, par maximum de vraisemblance. En 2D, si l'on fait une hypothèse d'ergodicité, alors $\bar{o}(\mathbf{f})$ peut être estimé par une moyenne sur chaque plan de l'image 3D. Sachant que la DSP d'un objet 2D est définie par :

$$S_o(\mathbf{f}) = E [|\tilde{o}(\mathbf{f})|^2] - |\bar{o}(\mathbf{f})|^2 \quad (2.6)$$

$$= E [|\tilde{o}(\mathbf{f}) - \bar{o}(\mathbf{f})|^2] \quad (2.7)$$

nous pouvons alors utiliser un modèle paramétrique [Kattvig and Primot, 1997, Conan et al., 1998] pour estimer cette DSP objet 2D :

$$S_o(\mathbf{f}) = \frac{K}{1 + \left(\frac{|\mathbf{f}|}{f_0}\right)^p} \quad (2.8)$$

où K représente approximativement le nombre de photons dans l'image 2D, f_0 est inversement proportionnelle à l'étendue spatiale de l'objet et p est une puissance qui caractérise la régularité de l'objet 2D (p est généralement compris entre 0 et 4). Sous hypothèse d'un bruit blanc gaussien homogène, nous avons quatre paramètres à estimer : $\theta_0 = K, f_0, p, \sigma_b^2$ où σ_b^2 est la variance du bruit. L'estimation de ces paramètres par maximum de vraisemblance consiste à intégrer l'objet en dehors du problème et à trouver les valeurs des paramètres qui maximisent la vraisemblance des données (c'est-à-dire de l'image 2D). L'anti-log vraisemblance des données peut approximativement se mettre sous la forme suivante :

$$L(\theta_0) = \sum_{\mathbf{f}} \left[\log \left(|\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{f})|^2 S_o(\mathbf{f}) + \sigma_b^2 \right) + \frac{|\tilde{i}(\mathbf{f}) - \tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{f})\bar{o}(\mathbf{f})|^2}{|\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{f})|^2 S_o(\mathbf{f}) + \sigma_b^2} \right] \quad (2.9)$$

La minimisation de L comme une fonction de quatre paramètres par une méthode de gradients conjugués donne, très rapidement, de bonnes estimées permettant de déconvoluer des données expérimentales 2D [Blanc et al., 2003, Gratadour et al., 2005].

2.4.1.2 En imagerie 3D

Le modèle de DSP objet précédent étant développé en 2D, nous souhaitons mener le même genre d'estimation en 3D. Le modèle de formation des données que nous utilisons (cf. Équation 2.1) est une somme de produits de convolution 2D (entre les plans de l'objet 3D et une

partie des plans de la FEP 3D) à laquelle on ajoute du bruit. Nous avons vu dans la partie 2.3.3 que l'on pouvait considérer le bruit mixte (gaussien plus poissonien) comme un bruit gaussien non stationnaire. Cette hypothèse n'est plus valable ici (uniquement pour l'estimation de la DSP objet) car notre modèle suppose un bruit gaussien stationnaire. Si l'on suppose que les différents plans de l'objet 3D suivent une loi gaussienne et sont indépendants les uns des autres, alors on peut dire que chaque plan de l'image 3D suit une loi gaussienne. Dans ce cas la covariance C_{in} du plan n de l'image 3D i s'écrit de la façon suivante :

$$C_{in} = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{H}_{n-k} C_{ok} \mathbf{H}_{n-k}^T + C_{bn} \quad (2.10)$$

où \mathbf{H} est la matrice qui représente le produit de convolution par la FEP 3D, C_{ok} est la matrice de covariance du plan k de l'objet 3D et C_{bn} est la matrice de covariance du bruit associé au plan n de l'image 3D. \mathbf{H}_{n-k} est la composante $n - k$ de la matrice \mathbf{H} . Cette matrice \mathbf{H} s'écrit :

$$\mathbf{H} = (\mathbf{H}_{n-k})_{n,k} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_0 & \mathbf{h}_{-1} & \dots & & \mathbf{h}_{-(N-2)} & \mathbf{h}_{-(N-1)} \\ \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_0 & \mathbf{h}_{-1} & \dots & & \mathbf{h}_{-(N-2)} \\ \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_0 & \mathbf{h}_{-1} & \dots & \vdots \\ \vdots & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \vdots \\ \mathbf{h}_{N-2} & \dots & & & \mathbf{h}_0 & \mathbf{h}_{-1} \\ \mathbf{h}_{N-1} & \mathbf{h}_{N-2} & \dots & & \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_0 \end{pmatrix}$$

Lorsque nous développons le produit matriciel $\sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{H}_{n-k} C_{ok} \mathbf{H}_{n-k}^T$ nous arrivons à une matrice qui n'est ni Tœplitz ni circulante¹ (par blocs), même en faisant l'hypothèse que tous les plans de l'objet 3D ont la même covariance. Cette matrice ne peut donc pas être diagonalisée simplement afin d'être inversée. Il serait alors nécessaire de faire une approximation circulante de \mathbf{H} (tout en supposant que tous les plans de l'objet aient la même covariance). Dans ce cas l'expression précédente pourrait être diagonalisée par transformée de Fourier discrète 3D mais il ne serait alors possible de calculer qu'une seule DSP objet pour l'ensemble des plans de l'objet 3D. Or cette approximation ne nous convient pas du tout car les différentes couches cellulaires de la rétine ne se ressemblent pas du tout. Nous avons donc abandonné, pour l'instant, l'idée de développer une méthode 3D, sans erreur de modèle, de la DSP objet.

En revanche, nous avons développé une méthode d'estimation de la DSP objet 3D sous-optimale mais ayant un coût de calcul raisonnable et qui est efficace en pratique. D'après l'équation 2.10, en faisant l'hypothèse que tous les plans de l'objet 3D ont la même covariance, on peut écrire que :

$$S_{in}(\mathbf{f}) = \left\langle \sum_{k=0}^{N-1} |\tilde{\mathbf{h}}_{n-k}(\mathbf{f})|^2 \right\rangle S_o(\mathbf{f}) + S_{bn}(\mathbf{f}) \quad (2.11)$$

¹Une matrice de Tœplitz [Jain, 1989, chap. 2] est une matrice dont les coefficients sont constants sur chaque diagonale. Les matrices Tœplitz sont utilisées pour représenter des opérateurs de convolution discrète de manière matricielle. Une matrice circulante est une matrice carrée dans laquelle on passe d'une ligne à la suivante par permutation circulaire des coefficients. Les matrices circulantes sont souvent utilisées pour approximer des matrices Tœplitz du fait de leurs propriétés agréables pour l'inversion [Demoment, 1989]. En effet, les matrices circulantes se diagonalisent par transformation de Fourier discrète (TFD) [Hunt, 1973].

pour l'ensemble des fréquences spatiales 2D f et où S_{i_n} est la DSP 2D du plan n de l'image 3D, S_{b_n} est la DSP 2D du bruit associé au plan n de l'image 3D et S_o est la DSP 2D de chacun des plans de l'objet 3D. Un développement beaucoup plus détaillé pour aboutir à cette expression est proposé dans l'article [Chenegros et al., 2009]. D'après l'équation 2.11, nous sommes en mesure de calculer une DSP objet 2D à partir d'un seul plan de l'image 3D. Nous pouvons donc estimer, pour chaque plan de l'image 3D, une DSP objet 2D. Nous obtenons donc, une pile de DSP objet 2D. L'estimation de chaque DSP objet 2D est réalisée par la méthode paramétrique présentée dans la partie 2.4.1.1 en remplaçant $|\tilde{h}_0|^2$ par $\sum_{k=0}^{N-1} |\tilde{h}_{n-k}|^2$ dans l'expression de l'anti-log vraisemblance de l'équation 2.9. Cette méthode d'estimation de la DSP objet, que nous appellerons par la suite « méthode pseudo 3D », comporte une erreur de modèle : nous supposons, pour le calcul de la DSP objet d'un plan 2D, que tous les plans de l'objet 3D ont la même DSP. Nous pensons cependant que cette erreur de modèle devrait avoir un impact assez négligeable sur la qualité d'estimation d'un plan DSP objet 2D car la DSP objet des plans adjacents est multipliée par un plan 2D défocalisé de la fonction de transfert optique. Dans ce cas, les hautes fréquences contenues dans les plans objets adjacents sont filtrées par la fonction de transfert optique de plus en plus défocalisée au fur et à mesure que le plan objet considéré est éloigné du plan objet d'intérêt. D'autre part, cette méthode est sous-optimale car nous n'utilisons qu'une seule image 2D et non toute la pile pour l'estimation d'un plan DSP objet 2D. Cette simplification devrait conduire à une mauvaise estimation des basses fréquences dans chaque plan de la DSP objet car les structures défocalisées vues dans le plan image considéré mais appartenant aux plans adjacents de l'objet 3D (et donc non présentes dans le plan objet d'intérêt) vont venir modifier la répartition des fréquences spatiales du plan objet considéré, essentiellement au niveau des basses fréquences. Cependant, cette méthode d'estimation de la DSP objet présente l'avantage d'estimer une DSP par plan objet ce qui représente un réel intérêt puisque la rétine est composée de couches cellulaires très différentes les unes des autres.

2.5 Validation par simulation de l'estimation non-supervisée de la DSP objet et de la méthode de déconvolution 3D à FEP connue

2.5.1 Présentation du modèle d'objet

Afin de tester les performances de l'algorithme de déconvolution 3D à FEP connue, nous avons utilisé une rétine simulée² qui se compose de trois couches cellulaires distinctes :

- Une couche de vaisseaux sanguins définie par son épaisseur (ici nous prenons une épaisseur de 100 μm), la densité de vaisseaux souhaitée et le diamètre des vaisseaux (ici nous prenons un diamètre de 5 μm). La génération d'une marche aléatoire permet de définir l'espace dans lequel va se situer le réseau vasculaire. Ensuite, une trajectoire pour les vaisseaux sanguins est générée aléatoirement puis « habillée », de proche en proche, par un cylindre.

²Ce modèle de rétine a été simulé par François Lacombe.

- Une couche de cellules type cellules ganglionnaires composée de sphères creuses dont le diamètre peut être modifié (ici nous prenons un diamètre de $10\ \mu\text{m}$) et dont la position du centre est aléatoire dans un espace déterminé.
- Une couche de cellules type photorécepteurs composée de cylindres creux avec une demi-sphère à chaque extrémité, répartis de façon aléatoire dans un volume déterminé. Le caractère creux de nos photorécepteurs n'a aucune justification physiologique. Ce trou nous servira simplement à caractériser l'évolution de la résolution latérale des images restaurées de manière visuelle.

La Figure 2.6 représente une vue 3D de cette rétine. On peut voir distinctement les trois couches cellulaires décrites précédemment. Afin de simuler des images corrigées par OA de cette rétine artificielle, il faut réaliser des sections optiques de l'objet 3D qui correspondent aux plans objets que l'on veut imager. La Figure 2.7 présente le découpage de l'objet 3D en cinq tranches approximées par cinq plans séparés de $33\ \mu\text{m}$. Chaque plan objet fait 128×128 pixels.

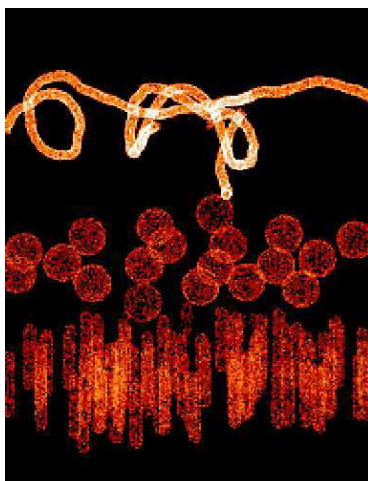


FIG. 2.6 – Vue 3D de l'objet simulé.

2.5.2 Présentation du modèle de FEP

Afin de simuler les images correspondant à l'objet 3D présenté dans la partie 2.5.1 et conformément au modèle de formation d'image donné par l'équation 2.1, nous devons simuler une FEP 3D réaliste. Pour cela, nous utilisons une FEP purement diffractive (la diffusion, par exemple, n'est pas modélisée) et paramétrée par les aberrations :

$$\mathbf{h} = f(\varphi) \quad (2.12)$$

où φ correspond à la phase pupillaire décomposée sur la base de Zernike (voir la partie 1.4). Dans le problème qui nous est posé, les images obtenues sont corrigées par l'OA ; donc, les



FIG. 2.7 – Les cinq plans de l’objet 3D.

aberrations dynamiques ont, normalement, été corrigées. Les aberrations résiduelles dans les images sont alors les aberrations non-vues par l’OA et celles dues à la correction partielle de l’OA (voir la partie 1.5.2). Nous supposons, à partir de maintenant, que ces aberrations restent statiques et sont, par conséquent, identiques durant l’acquisition de tous les plans 2D de l’image 3D. Comme les aberrations sont supposées statiques, chaque plan de la FEP 3D h_{k-l} diffère du précédent, uniquement par la valeur de la défocalisation. Cette défocalisation ne dépend que des paramètres du système d’imagerie (longueur d’onde d’imagerie λ dans le vide, focale de l’œil f dans l’air, diamètre de la pupille de l’œil D , grandissement latéral du système optique complet G , indice optique de l’œil n et distance entre le plan d’intérêt et le plan considéré). La relation suivante nous donne la valeur du coefficient de Zernike a_4 de la défocalisation :

$$a_4 = \frac{\pi(G^2 z' - z)n}{(8\sqrt{3}\lambda)(\frac{fn}{D})^2} \quad (2.13)$$

où z représente l’altitude du plan objet conjugué de la caméra (celui sur lequel la caméra est focalisée) et $G^2 z'$ représente l’altitude du plan objet qui contribue à l’image.

2.5.3 Conditions de simulations

Pour être dans des conditions réalistes, les images que nous simulerons par la suite utiliseront des paramètres ressemblant le plus possible à ceux de l’œil. Voici les valeurs numériques utilisées :

- Une focale f de 17 mm dans l’air.
- Pupille de diamètre D de 7 mm .
- Une longueur d’onde λ de 550 nm qui correspond à la longueur d’onde utilisée sur le banc ŒIL de l’hôpital des XV-XX.
- Un indice n égal à 1.
- La distance, dans le domaine objet, entre deux plans consécutifs est de 33.8 μm .
- Le grandissement latéral G est pris égal à 5.
- La valeur du coefficient a_4 , calculée à partir des valeurs précédentes nous donne une défocalisation entre deux plans consécutifs de 0.73 rad.

– L'image 3D ainsi que la FEP 3D sont échantillonnées à Shannon.

Les aberrations que nous prenons pour simuler notre FEP 3D sont, dans la base de Zernike, les suivantes :

a_i	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
(rad)	0.2	-0.1	0	0	0	0	-0.5

Ces aberrations sont caractéristiques des aberrations résiduelles que l'on peut avoir après correction par l'OA.

Le bruit introduit dans les images est un bruit blanc Gaussien homogène dont la variance est, sauf mention contraire, de 3% du maximum de l'image ce qui correspond approximativement à un bruit de 1000 photo-électrons par pixel. C'est une variance de bruit que l'on s'attend à retrouver sur les images du banc ŒIL. Nous avons signalé que le modèle de bruit que nous utilisons était Gaussien non-homogène du fait du bruit mixte Gaussien (bruit de détecteur) et Poissonien (bruit de photons). Comme la prise en compte d'un bruit Gaussien non-homogène compléxifie le problème et donc augmente la durée du calcul, nous avons choisi, pour simplifier ces simulations, de ne prendre en compte qu'un bruit Gaussien homogène. La méthode est néanmoins capable de travailler avec les deux modèle de bruit.

La Figure 2.13 présente les 5 plans 2D de l'image 3D simulés à partir des 5 plans 2D de l'objet 3D présenté à la Figure 2.7 et des paramètres physiques présentés précédemment. On peut remarquer le mélange des plans qui correspond à une perte de résolution longitudinale (par exemple, dans l'image des vaisseaux sanguins, on peut voir les photorécepteurs défocalisés), la perte de résolution latérale (par exemple, le trou noir au centre de nos photorécepteurs synthétiques du dernier plan a quasiment disparu) et la présence de bruit (le fond des images n'est plus noir).

Afin de vérifier la qualité des objets reconstruits par notre méthode, nous calculons l'écart quadratique moyen (EQM) entre l'objet vrai et l'objet reconstruit. Nous utilisons la formule suivante :

$$EQM = \frac{\sqrt{\sum_{k,l,m} |(\hat{o} - o_v)(k, l, m)|^2}}{\sqrt{\sum_{k,l,m} |o_v(k, l, m)|^2}} \quad (2.14)$$

où \hat{o} est l'objet restauré et o_v est l'objet vrai.

2.5.4 Validation de l'estimation de la DSP objet par la méthode pseudo 3D sur données simulées

Dans cette partie, nous nous attachons à comparer l'estimation de la DSP objet par la méthode pseudo 3D (présentée dans la partie 2.4.1.2) et la DSP objet, dite « vraie », ajustée directement sur l'objet. Dans un premier temps, nous avons réalisé un objet 3D dont tous les plans ont exactement la même DSP. Pour cela, nous avons pris le plan objet des photorécepteurs (le quatrième plan sur la Figure 2.7) ; nous avons ensuite réalisé cinq plans différents par décalage (x et y) d'un plan par rapport aux autres. Nous avons ainsi un objet 3D dont chaque plan est différent mais

possédant tous exactement la même DSP. La DSP objet estimée sur chacun des plan image par la méthode « pseudo 3D » donne une DSP très peu différente de la DSP « vraie » comme on peut le constater sur la Figure 2.8. De plus, sur la Figure 2.9 on constate que la DSP objet estimée par la méthode pseudo 3D permet de très bien estimer le niveau de bruit contenu dans le plan image analysé. La qualité d'estimation de la DSP objet 3D obtenue par notre méthode « pseudo 3D », lorsqu'aucune erreur de modèle n'est commise (ici, tous les plans objets ont la même DSP) est similaire à la qualité d'estimation de la DSP objet 2D obtenue par la méthode 2D présentée dans la partie 2.4.1.1. Ce que nous appelons par la suite « spectre empirique » d'une image 2D est défini par la moyenne circulaire du module carré de la transformée de Fourier discrète 2D de cette image.

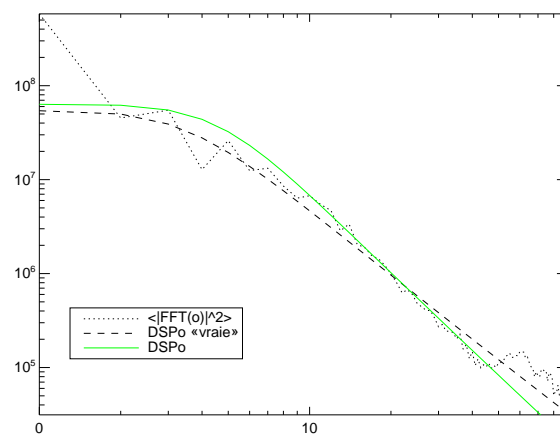


FIG. 2.8 – Graphique représentant les spectres des DSP objet estimés pour le premier plan de l'objet 3D dans le cas où tous les plans de l'objet 3D ont la même DSP. La courbe noire (tirets) représente le spectre de la DSP objet « vraie », la courbe noire (pointillés) représente le spectre empirique du premier plan de l'objet et la courbe verte (continue) représente le spectre de la DSP objet estimée avec la méthode pseudo 3D.

Dans un deuxième temps, nous utilisons l'objet 3D, l'image 3D et la FEP 3D décrits dans la partie 2.5. La comparaison entre la DSP objet obtenue par la méthode « pseudo 3D » et la DSP objet « vraie » est présentée à la Figure 2.10. Les DSP ont été estimées sur le premier plan de l'objet 3D (pour la DSP « vraie ») et de l'image 3D (pour la DSP estimée avec la méthode « pseudo 3D »).

Sur la Figure 2.10 on constate que les basses fréquences sont surestimées par la méthode pseudo 3D vis-à-vis de la DSP « vraie ». En revanche les moyennes et hautes fréquences sont bien estimées (cela se traduit par une très bonne superposition de la courbe verte et de la courbe noire (tirets)). Ce constat reste valable pour les DSP objet estimées sur les autres plans de l'image 3D. Nous notons, de plus, que la méthode est capable de très bien séparer la contribution de l'objet et la contribution du bruit sur l'image (voir la Figure 2.11) puisque la DSP du bruit estimée est très

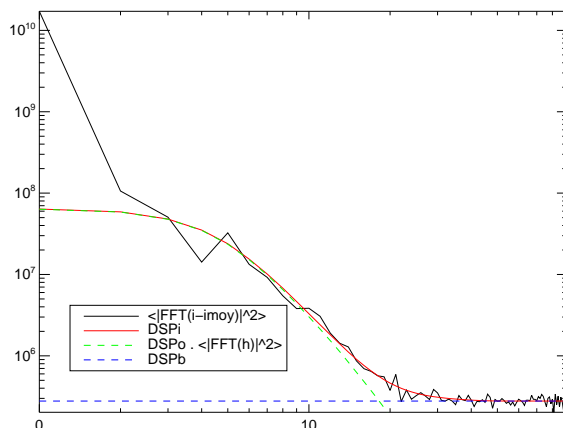


FIG. 2.9 – Graphique représentant les spectres des DSP objet estimés sur le premier plan d'une image 3D dont tous les plans de l'objet 3D ont la même DSP. La courbe noire (continue) représente le spectre empirique du premier plan de l'image 3D, la courbe bleue (tirets) représente le spectre estimé de la DSP du bruit et la courbe verte (tirets) représente le spectre de la DSP objet estimée avec la méthode pseudo 3D. La courbe rouge (tirets) correspond à la DSP du plan image.

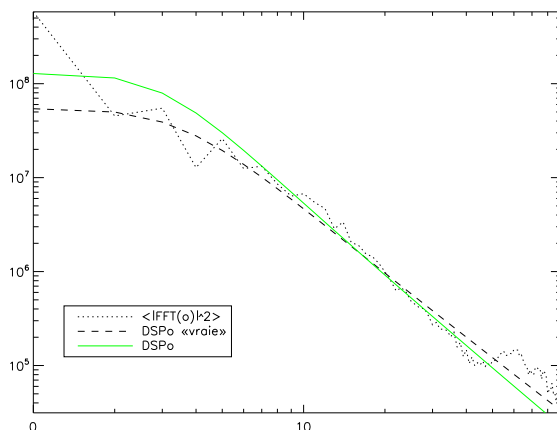


FIG. 2.10 – Graphique représentant les spectres des DSP objet estimés pour le premier plan de l'objet 3D (chaque plan de l'objet 3D a une DSP différente). La courbe noire (tirets) représente le spectre de la DSP objet « vraie », la courbe noire (pointillés) représente le spectre empirique du premier plan de l'objet et la courbe verte (continue) représente le spectre de la DSP objet estimée avec la méthode pseudo 3D.

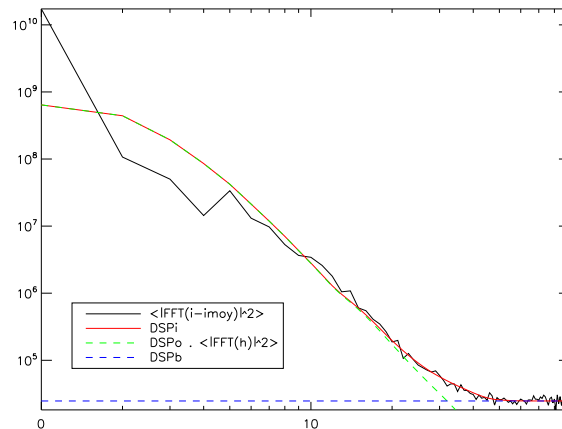


FIG. 2.11 – Graphique représentant les spectres des DSP objet estimés sur le premier plan d'une image 3D (chaque plan de l'objet 3D a une DSP différente). La courbe noire (continue) représente le spectre empirique du premier plan de l'image 3D, la courbe bleue (tirets) représente le spectre estimé de la DSP du bruit et la courbe verte (tirets) représente le spectre de la DSP objet estimée avec la méthode pseudo 3D. La courbe rouge (tirets) correspond à la DSP du plan image.

réaliste. Afin d'étudier l'impact des erreurs d'estimation des DSP objet sur la déconvolution 3D, nous avons déconvolué (sans utiliser la contrainte de positivité) la même image 3D (simulée avec 3% de bruit) avec la DSP « vraie » puis avec la DSP estimée par la méthode pseudo 3D. Dans le premier cas, l'EQM global de reconstruction est de 57% alors qu'il vaut 60% dans le deuxième cas. Les erreurs d'estimation de la DSP se traduisent donc par une erreur de restauration de l'ordre de 3%. Cette erreur se traduit essentiellement par l'augmentation du niveau du fond dans l'objet restauré. De plus, l'utilisation de la contrainte de positivité permet de réduire l'écart avec une erreur relative de l'ordre de 1,5% (la contrainte de positivité permet de réduire voire de supprimer le fond résiduel dans l'objet restauré). L'estimation imparfaite des basses fréquences ayant assez peu d'influence sur la qualité de restauration des images, nous allons dorénavant utiliser la méthode pseudo 3D afin d'estimer de manière non-supervisée les hyperparamètres de la régularisation $L2$.

2.5.5 Validation de la méthode de déconvolution 3D avec la régularisation $L2$

2.5.5.1 Comportement de l'algorithme en fonction du niveau de bruit et de l'hyperparamètre

Nous avons vu au paragraphe 2.3.4.2 que pour régler le poids relatif du terme de régularisation $L2$ par rapport au terme d'attache aux données, nous disposons d'un hyperparamètre noté μ dans l'équation 2.4. Nous nous proposons donc d'étudier l'influence de la valeur de ce

paramètre sur la qualité de restauration des données. Pour cela, nous avons simulé trois images 3D, dans les conditions citées au paragraphe 2.5.3, à trois niveaux de bruit différents : 1% qui représente un bruit faible (image présentée à la Figure 2.12), 3% qui représente un niveau de bruit réaliste sur le banc des XV-XX (image présentée à la Figure 2.13), et 10% qui représente un bruit très fort (image présentée à la Figure 2.14). Les courbes 2.15, 2.16, 2.17 présentent

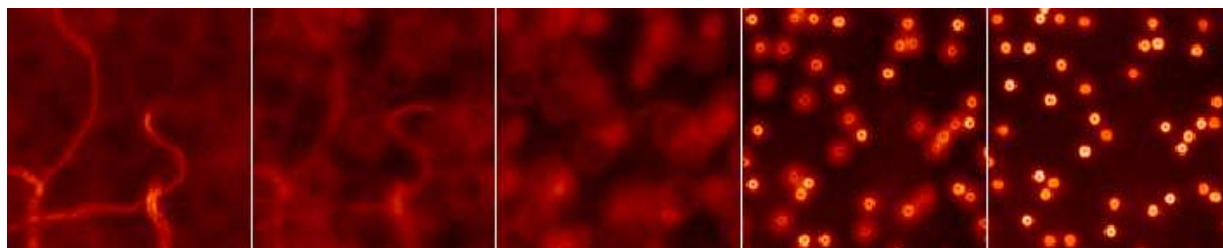


FIG. 2.12 – Les cinq plans image correspondant aux plans objet. Image simulée avec 1% de bruit.

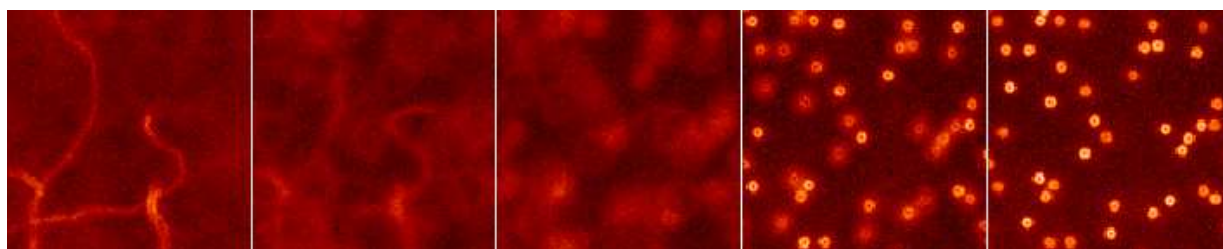


FIG. 2.13 – Les cinq plans image correspondant aux plans objet. Image simulée avec 3% de bruit.

l'évolution de l'erreur d'estimation de l'objet lorsque l'hyperparamètre μ évolue autour de sa valeur nominale (à savoir 1) pour chacun des trois niveaux de bruit. Ces restaurations sont réalisées, dans un premier temps, sans contrainte de positivité et avec la régularisation $L2$ présentée au paragraphe 2.3.4.2. L'estimation de la DSP objet se fait par MV sur les données par la méthode « pseudo 3D » présentée dans la partie 2.4.1. On remarque que quel que soit le niveau de bruit, ces courbes présentent un minimum autour de la valeur nominale de μ . Comme μ règle l'équilibre entre le terme d'attache aux données et le terme de régularisation, le fait de trouver le minimum des courbes proche de 1 signifie que l'estimation de la DSP objet sur les images fonctionne correctement et que l'on a donc bien une méthode d'estimation non-supervisée de la DSP objet. D'autre part, on remarque sur les Figures 2.18, 2.19, 2.20, que les différents plans



FIG. 2.14 – Les cinq plans image correspondant aux plans objet. Image simulée avec 10% de bruit.

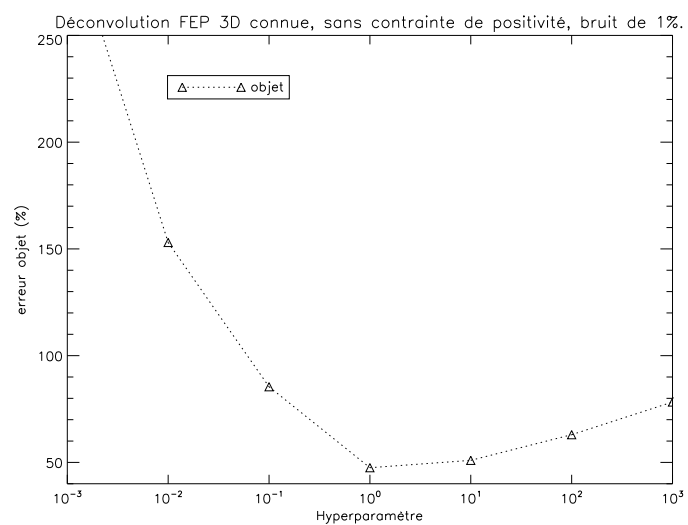


FIG. 2.15 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré par rapport à l'objet vrai en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 1% de bruit sans la contrainte de positivité.

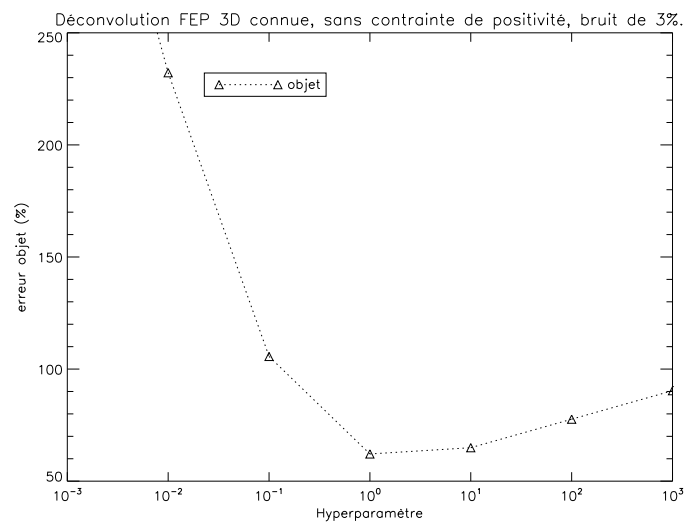


FIG. 2.16 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré par rapport à l'objet vrai en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 3% de bruit sans la contrainte de positivité.

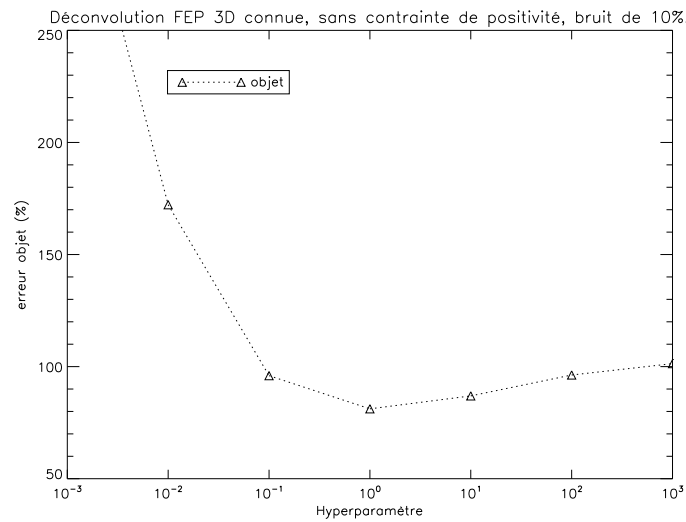


FIG. 2.17 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré par rapport à l'objet vrai en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 10% de bruit sans la contrainte de positivité.

sont très bien séparés puisque l'on ne voit plus l'influence des plans adjacents sur les plans restaurés. Nous avons donc réussi à améliorer la résolution longitudinale des données. De plus, on constate que la résolution latérale a été améliorée (le point noir, au centre de nos photorécepteurs synthétiques, est restauré) et le bruit est lissé. En revanche, la restauration des bords francs n'est pas optimale lorsque l'on compare ces restaurations à l'objet vrai de la Figure 2.7. En effet, si l'on regarde un photorécepteur sur l'objet reconstruit (plan 3 ou 4), on peut remarquer que le diamètre du point noir au centre est plus faible que sur l'objet vrai (en moyenne, 1 pixel au lieu de 2). La régularisation $L2$, comme nous l'avons expliqué dans la partie 2.3.4.2 a tendance à lisser les bords francs puisqu'elle pénalise plus les forts sauts d'intensité entre deux pixels voisins que les faibles. Enfin, on remarque la présence d'un fond résiduel, très basse fréquence sur les plans de l'objet restauré. Ce fond correspond à la difficulté qu'a l'algorithme à répartir les très basses fréquences de l'objet entre les différents plans. Les limitations que nous venons de mentionner rendent les restaurations des données à fort bruit (10%) peu intéressantes et nous montre que de telles données seront difficiles à restaurer avec cette méthode.



FIG. 2.18 – Solution pour 1% de bruit sans la contrainte de positivité. Hyperparamètre de régularisation gaussienne : 1. Sur la Figure, le noir correspond au minimum d'intensité (soit $-6.8 \text{ ph}/\text{pix}$) et le blanc correspond au maximum d'intensité (soit $87.2 \text{ ph}/\text{pix}$).



FIG. 2.19 – Solution pour 3% de bruit sans la contrainte de positivité. Hyperparamètre de régularisation gaussienne : 1. Sur la Figure, le noir correspond au minimum d'intensité (soit $-25.1 \text{ ph}/\text{pix}$) et le blanc correspond au maximum d'intensité (soit $90.3 \text{ ph}/\text{pix}$).



FIG. 2.20 – Solution pour 10% de bruit sans la contrainte de positivité. Hyperparamètre de régularisation gaussienne : 1. Sur la Figure, le noir correspond au minimum d'intensité (soit $-55.1 \text{ ph}/\text{pix}$) et le blanc correspond au maximum d'intensité (soit $53.8 \text{ ph}/\text{pix}$).

Les très basses fréquences, provoquant des oscillations positives et négatives, sont supprimées par la contrainte de positivité. Les objets restaurés 2.21, 2.22 et 2.23 sont estimés avec la contrainte de positivité. On constate que les objets sont mieux restaurés avec la contrainte de positivité que sans, notamment en ce qui concerne le fond : le fond des objets restaurés sans contrainte de positivité est basse fréquence et non négligeable. Comme ce fond est inexistant (comme dans l'objet vrai) dans les objets restaurés avec contrainte de positivité, on comprend pourquoi l'EQM est bien meilleur dans ces conditions. Sur les courbes 2.24, 2.25 et 2.26 relatives à la déconvolution des données avec contrainte de positivité, on constate que le minimum de la courbe n'est plus pour $\mu = 1$ mais pour une valeur inférieure (de l'ordre de 10 à 100 fois moins en fonction du niveau de bruit). Ce phénomène est naturel puisque la contrainte de positivité se comporte comme une régularisation sur l'objet, il faut sous-régulariser le terme de régularisation par DSP afin de tenir compte de la positivité.

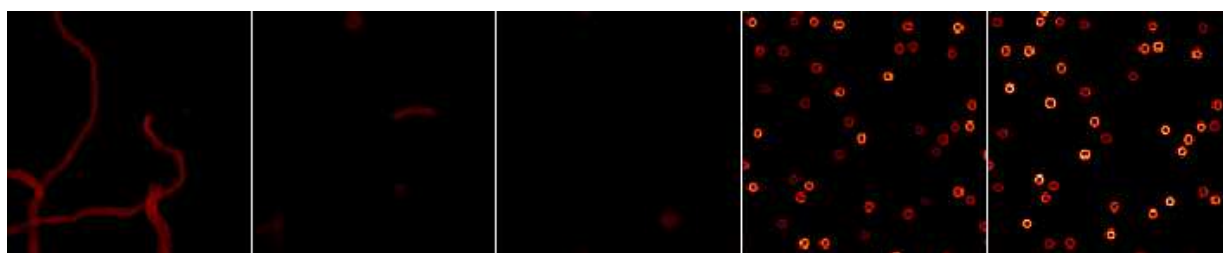


FIG. 2.21 – Solution pour 1% de bruit avec la contrainte de positivité. Hyperparamètre de régularisation gaussienne : 0.1.



FIG. 2.22 – Solution pour 3% de bruit avec la contrainte de positivité. Hyperparamètre de régularisation gaussienne : 0.1.



FIG. 2.23 – Solution pour 10% de bruit avec la contrainte de positivité. Hyperparamètre de régularisation gaussienne : 0.01.

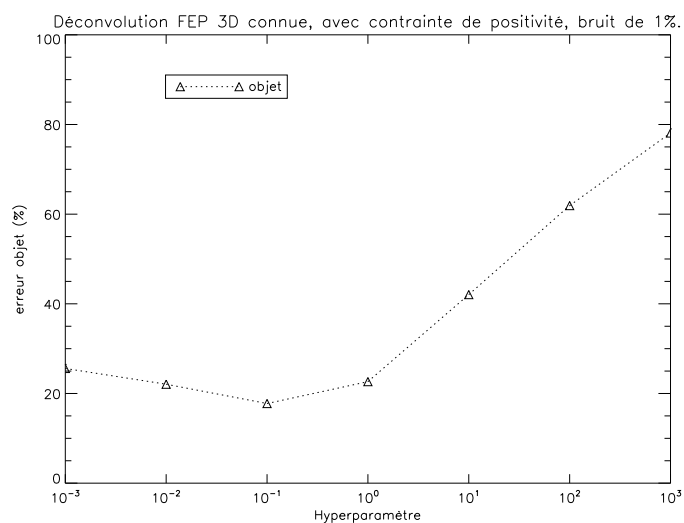


FIG. 2.24 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré par rapport à l'objet vrai en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 1% de bruit avec la contrainte de positivité.

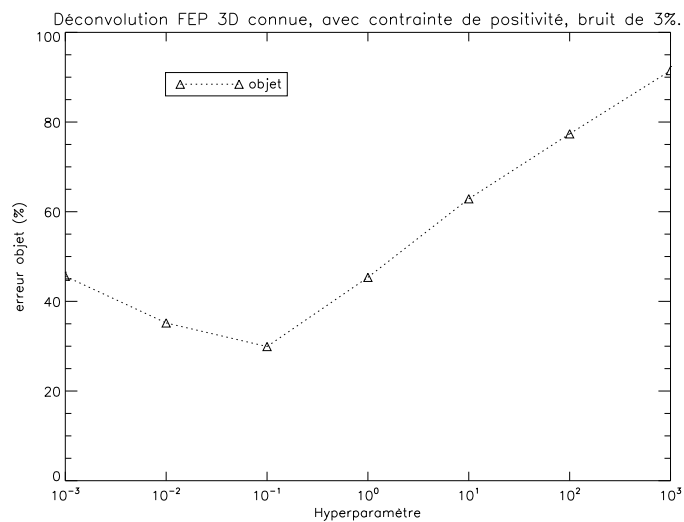


FIG. 2.25 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré par rapport à l'objet vrai en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 3% de bruit avec la contrainte de positivité.

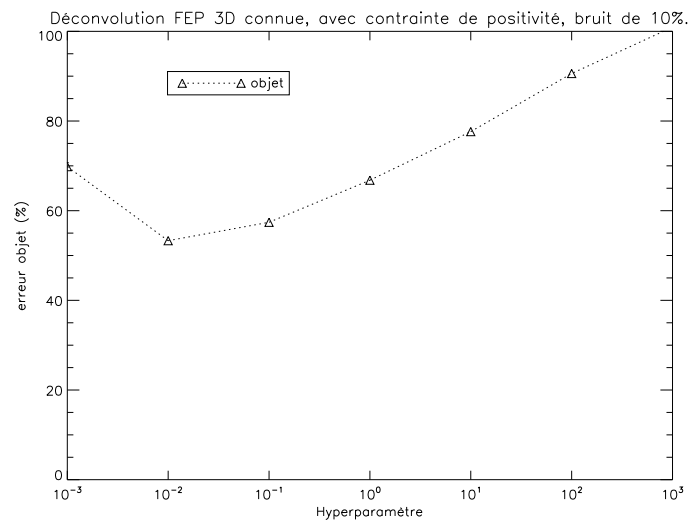


FIG. 2.26 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré par rapport à l'objet vrai en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 10% de bruit avec la contrainte de positivité.

2.5.5.2 Comportement de l'algorithme en fonction du niveau du fond continu

L'imagerie d'un tissu biologique est affectée par la diffusion des photons dans ce tissu. En l'absence d'un modèle de diffusion du tissu rétinien, nous avons modélisé cette diffusion par un fond uniforme afin d'étudier le comportement de l'algorithme en présence d'un phénomène perturbateur tel que la diffusion qui n'est pas prise en compte dans le modèle direct d'imagerie que nous avons présenté dans la partie 2.1. Nous avons ainsi réalisé neuf simulations différentes. Nous nous sommes mis dans les conditions de simulations présentées dans la partie 2.5.3. Afin de balayer (succinctement) le champ des conditions envisageables, nous avons simulé des images avec trois niveaux de bruit différents (1%, 3% et 10% de bruit) pour trois niveaux de fond uniforme ajouté à tous les plans de l'image 3D (5%, 20% et 50% du maximum de l'intensité de l'image 3D). Les Figures 2.27 à 2.37 présentent les résultats des déconvolutions 3D réalisées sous contrainte de positivité et avec la régularisation $L2$ (la DSP objet utilisée pour la régularisation est la DSP « vraie » afin de ne pas introduire d'erreur supplémentaire). L'hyperparamètre μ est réglé de façon à prendre en compte la contrainte de positivité conformément à ce que nous avons montré dans le paragraphe précédent. Pour chacun des neuf cas envisagés, nous présentons la courbe d'erreur entre l'objet restauré et l'objet « vrai » (erreur individuelle pour chacun des plans et erreur globale) ainsi que les cinq plans restaurés.

On remarque sur la Figure 2.27 que, même sur des données simulées avec 1% de bruit (donc dans un cas très favorable de bruit) et un niveau de fond de 5%, la qualité de restauration de l'objet 3D est affectée de manière non négligeable par la présence du fond continu dans les images 3D (apparition d'un fond grumeleux sur l'objet reconstruit). Lorsque le niveau du fond

continu augmente (Figures 2.28 et 2.29), l'intensité des grumeaux augmente, dégradant ainsi de plus en plus la qualité de la restauration. C'est ce que nous pouvons d'ailleurs constater sur la courbe 2.30 qui nous montre l'évolution de l'erreur globale de reconstruction ainsi que l'évolution de l'erreur de reconstruction de chacun des plans en fonction du niveau du fond continu contenu dans les données. On remarque que l'erreur globale de restauration n'augmente pas de plus de 6% pour un fond continu inférieur à 10%. De plus, nous remarquons que l'évolution de l'erreur est différente en fonction du plan reconstruit. En effet, plus le contenu spectral d'un plan sera pauvre et plus la reconstruction de ce plan sera difficile. Pour un niveau de bruit de 3%, les remarques précédentes restent valables (voir la Figure 2.34). En revanche, pour un bruit plus fort, l'EQM global augmente vite (voir la Figure 2.38) et un fond continu de 5% provoque une augmentation de l'EQM de 6%. Donc, si sur des données expérimentales, avec un niveau de bruit raisonnable (c'est-à-dire de l'ordre de 3% maximum) le phénomène de diffusion présent correspond à un fond continu inférieur à 10%, la contrainte de positivité devrait être efficace.

De plus, lors de la déconvolution 3D, nous pouvons constater que l'essentiel de la dégradation de la qualité de restauration due à la présence d'un fond continu sur les données réside dans l'apparition d'un fond très basse fréquence (on peut par exemple remarquer la présence de « grumeaux » sur la Figure 2.28) dans le fond de l'objet reconstruit sur l'ensemble des simulations effectuées (la présence de ce fond s'accroît avec l'augmentation du niveau de fond continu). La contrainte de positivité devient donc moins efficace en présence d'un fond continu puisque les oscillations qui peuvent apparaître sont alors essentiellement positives. On peut d'ailleurs remarquer que, en présence d'un fond continu important (au moins 20%), l'erreur de restauration de l'objet est du même ordre de grandeur que la déconvolution 3D sans utiliser la contrainte de positivité, de données simulées sans fond continu. De plus, nous remarquons sur les courbes 2.30, 2.34 et 2.38 que l'évolution de l'erreur est différente en fonction du plan reconstruit. En effet, plus le contenu spectral d'un plan sera pauvre et plus la reconstruction de ce plan sera difficile (c'est le cas des plans 2 et 3 qui contiennent peu de structures). Ce phénomène peut s'expliquer par la difficulté qu'a l'algorithme à attribuer les basses fréquences au bon plan. Comme la présence d'un fond continu apporte de nouvelles basses fréquences à attribuer aux différents plans, cette difficulté se trouve accentuée et les plans objet contenant peu de hautes fréquences sont moins bien estimés.

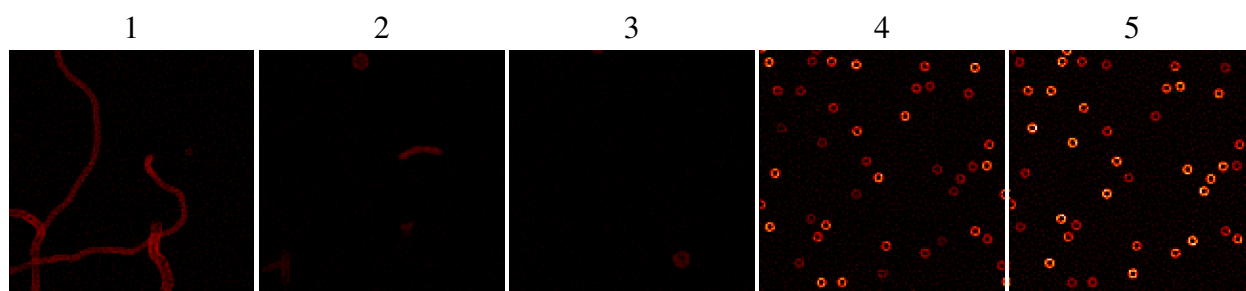


FIG. 2.27 – Les cinq plans restaurés dans le cas d'une image 3D simulée avec 1% de bruit et 5% de fond.

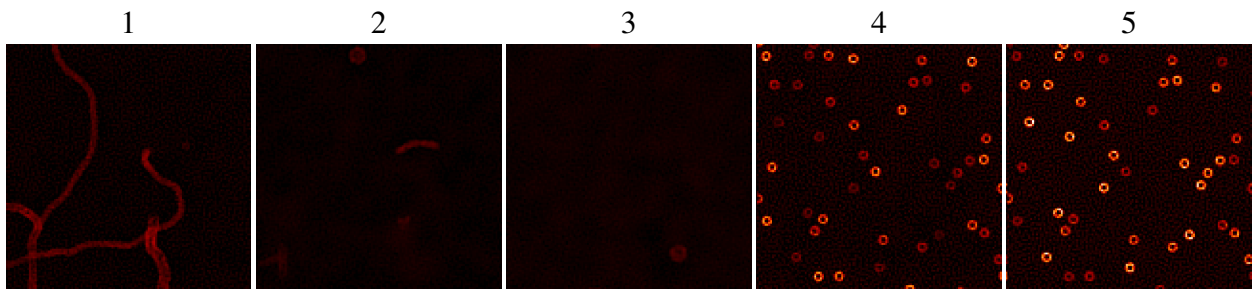


FIG. 2.28 – Les cinq plans restaurés dans le cas d’une image 3D simulée avec 1% de bruit et 20% de fond.

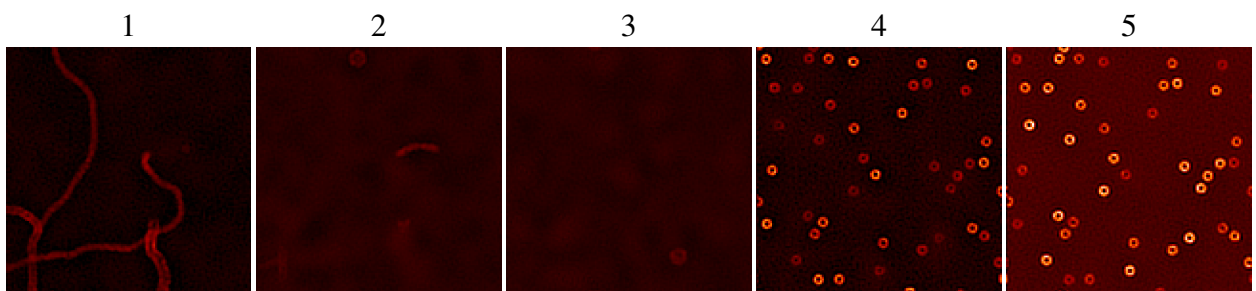


FIG. 2.29 – Les cinq plans restaurés dans le cas d’une image 3D simulée avec 1% de bruit et 50% de fond.

2.5.5.3 Évolution de la qualité de restauration en fonction de l’erreur sur la distance entre les plans

D’après l’équation 2.13, la valeur du coefficient de défocalisation entre les plans de l’objet dépend des paramètres du système optique et de la distance entre les plans de l’objet. Dans le cas de l’utilisation d’une FEP 3D synthétique cette distance peut être plus ou moins bien connue et donc une erreur sur la valeur de la défocalisation peut être introduite lors de la déconvolution. Nous souhaitons donc étudier le comportement de l’algorithme lorsque nous introduisons une erreur sur la distance entre les plans objet. Afin de réaliser cette simulation, nous avons utilisé les images simulées avec les conditions présentées dans la partie 2.5.3, c’est à dire avec une distance entre plans de $33.8\ \mu\text{m}$. La déconvolution 3D s’est ensuite déroulée avec des FEP 3D dont la distance entre plans variait de $13.5\ \mu\text{m}$ à $54.1\ \mu\text{m}$ par pas de $1.7\ \mu\text{m}$ et un bruit de 3%. Les déconvolutions 3D ont été réalisées sous contrainte de positivité et avec une régularisation $L2$ (la DSP objet utilisée pour la régularisation est la DSP « vraie » afin de ne pas introduire d’erreur supplémentaire). L’hyperparamètre μ est réglé à 0.1 afin de tenir compte de la contrainte de positivité. Sur la Figure 2.39 on trouve les courbes d’erreur entre l’objet vrai et l’objet restauré. Nous avons détaillé l’erreur globale (entre l’objet 3D restauré et l’objet 3D vrai) et l’erreur sur chacun des plans de l’objet 3D. On peut tout d’abord constater que l’erreur minimale est obtenue pour la bonne distance entre les plans (aussi bien sur la courbe d’erreur globale que sur les courbes d’erreur « individuelle ») et que lorsque l’on commet une erreur sur la distance l’erreur augmente. Ensuite, on remarque que l’erreur globale reste très bonne (augmentation de l’EQM inférieure

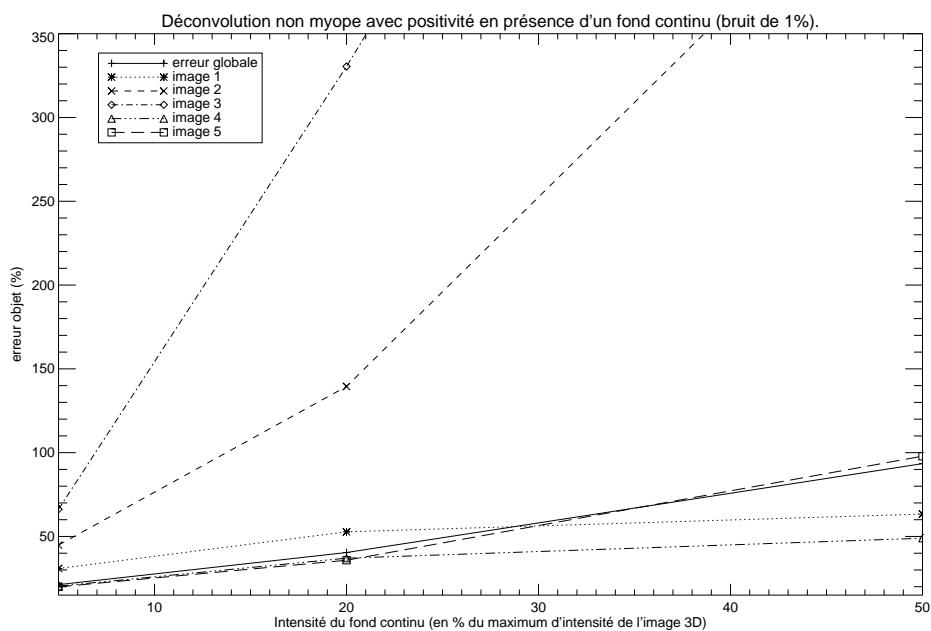


FIG. 2.30 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré par rapport à l'objet vrai en fonction de l'intensité du fond continu pour 1% de bruit.

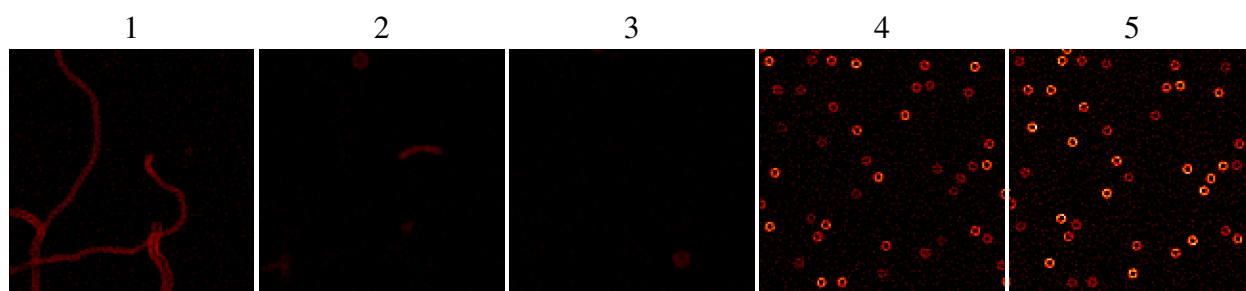


FIG. 2.31 – Les cinq plans restaurés dans le cas d'une image 3D simulée avec 3% de bruit et 5% de fond.

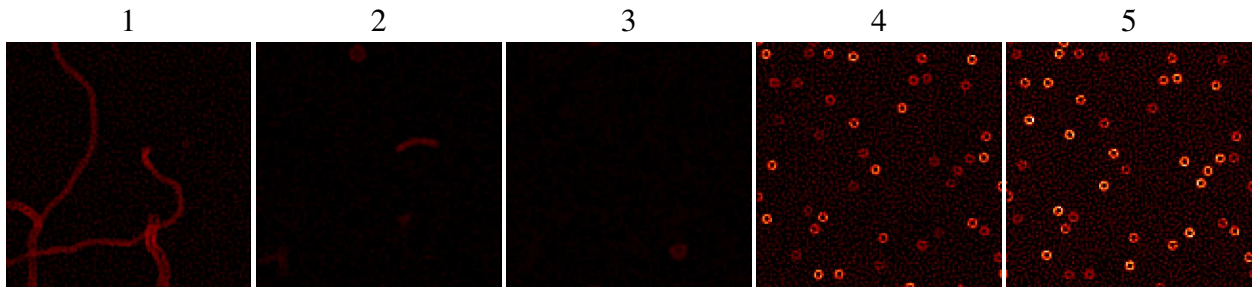


FIG. 2.32 – Les cinq plans restaurés dans le cas d’une image 3D simulée avec 3% de bruit et 20% de fond.

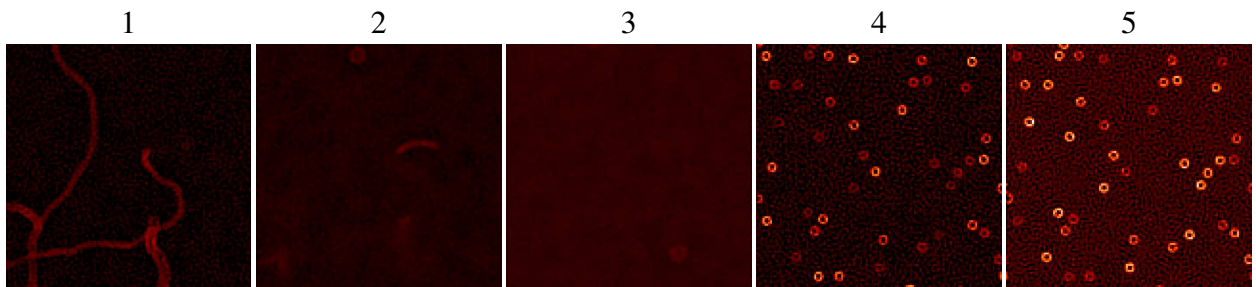


FIG. 2.33 – Les cinq plans restaurés dans le cas d’une image 3D simulée avec 3% de bruit et 50% de fond.

à 5%) sur une plage assez étendue (typiquement entre $30\ \mu\text{m}$ et $40\ \mu\text{m}$) ; cela signifie donc que, globalement, la déconvolution 3D à FEP supposée connue est assez peu sensible à ce genre d’erreur. Lorsque l’on regarde maintenant les courbes d’erreur « individuelles », on peut constater que l’évolution de la courbe d’erreur est intimement liée au contenu fréquentiel du plan objet considéré. En effet, plus le plan objet aura un contenu spectral important (cas du plan numéro 5), plus l’erreur de reconstruction sera faible et moins l’influence de l’erreur sur la distance entre les plans sera importante. En revanche, pour des plans objet contenant essentiellement des basses fréquences spatiales (cas du plan numéro 3), la reconstruction sera plus difficile et la moindre erreur sur les paramètres de simulation se traduit par une grosse erreur de restauration. Ce phénomène s’explique par le fait que les basses fréquences sont plus difficiles à restaurer puisque les photons peuvent provenir d’objets « mous » (c’est-à-dire basses fréquences), mais dans des plans très proches, ou d’objets « raides » (c’est-à-dire hautes fréquences) dans des plans éloignés. Devant cette difficulté à restaurer ces données, il est compréhensible que la moindre erreur sur les paramètres de simulation se répercute fortement sur la qualité de restauration de ces plans.

2.5.5.4 Évolution de la qualité de restauration en fonction de l’erreur sur le facteur de sur-échantillonnage

Le grandissement d’un système optique dépend d’une part, des propriétés de tous les éléments optiques et donc, dans le cas qui nous intéresse, des propriétés optiques de l’œil du patient, et d’autre part, des positions des éléments optiques les uns par rapport aux autres. Le grandisse-

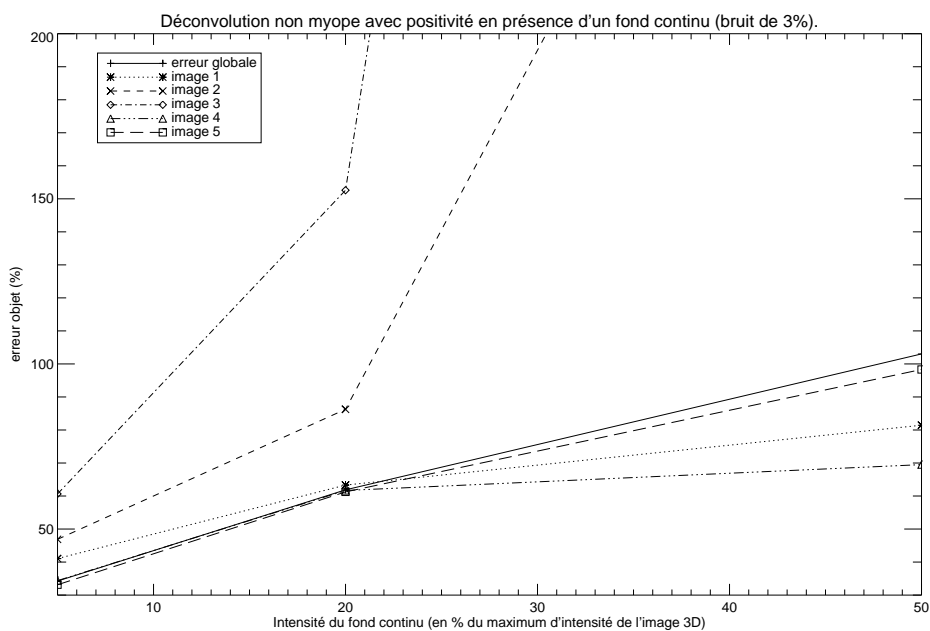


FIG. 2.34 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré par rapport à l'objet vrai en fonction de l'intensité du fond continu pour 3% de bruit.

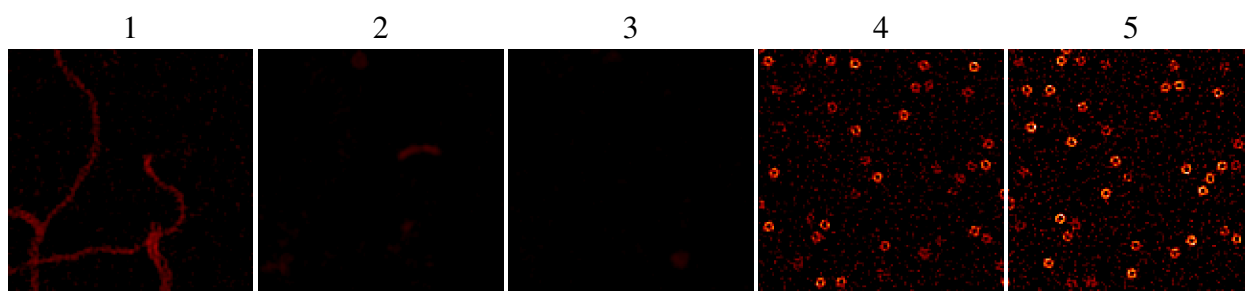


FIG. 2.35 – Les cinq plans restaurés dans le cas d'une image 3D simulée avec 10% de bruit et 5% de fond.

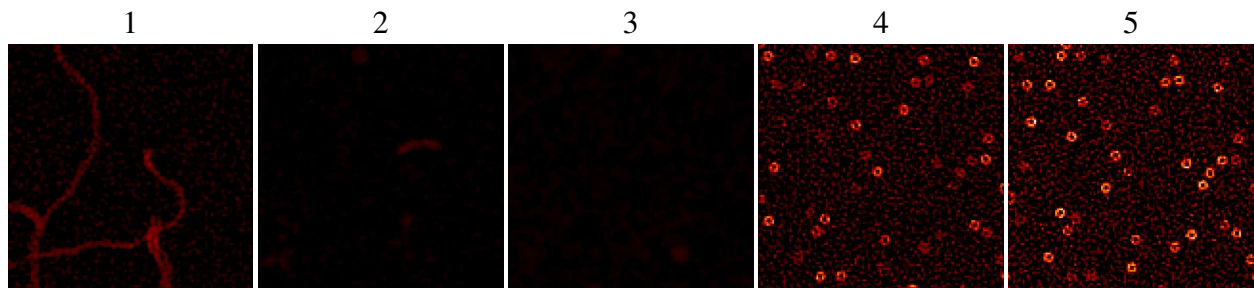


FIG. 2.36 – Les cinq plans restaurés dans le cas d’une image 3D simulée avec 10% de bruit et 20% de fond.

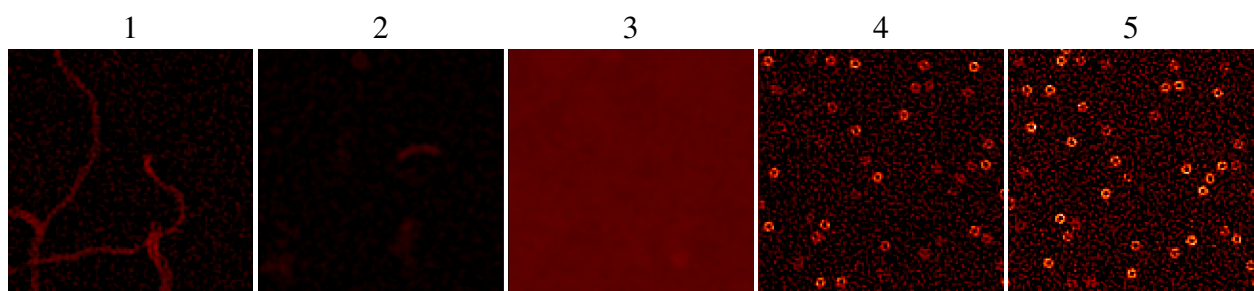


FIG. 2.37 – Les cinq plans restaurés dans le cas d’une image 3D simulée avec 10% de bruit et 50% de fond.

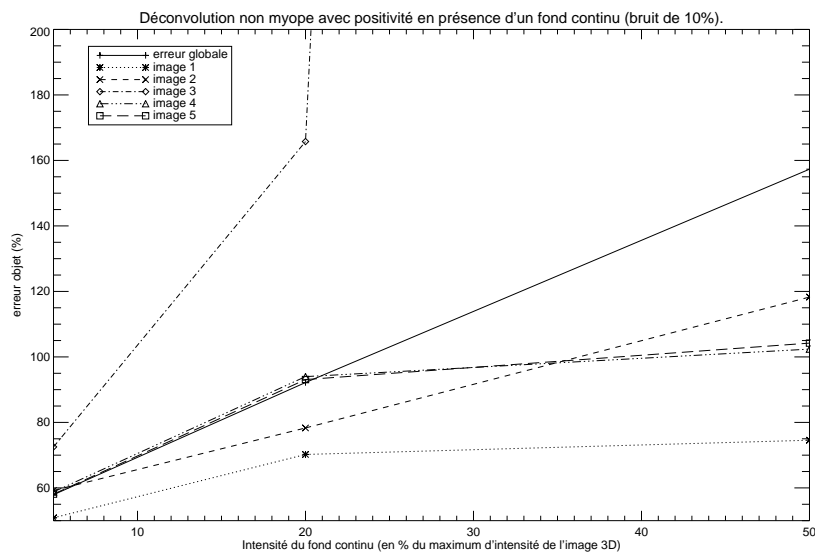


FIG. 2.38 – Évolution de l’EQM de l’objet restauré par rapport à l’objet vrai en fonction de l’intensité du fond continu pour 10% de bruit.

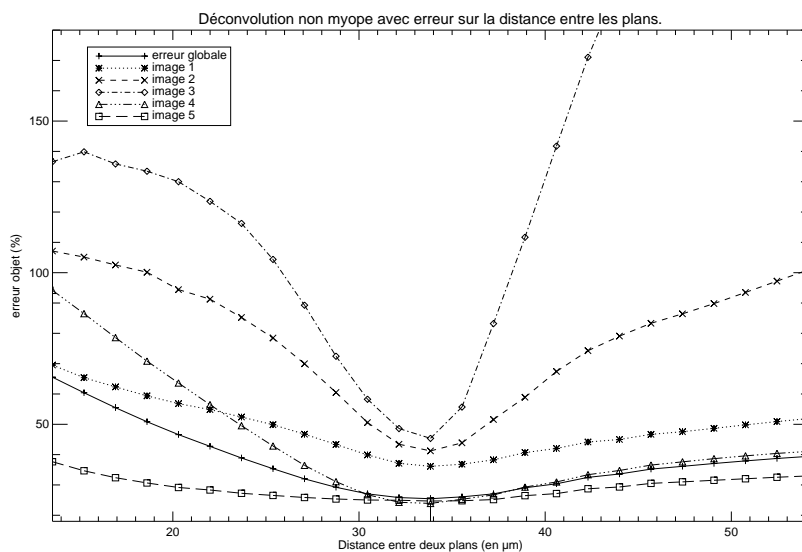


FIG. 2.39 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré par rapport à l'objet vrai en fonction de la distance entre les plans objet. La valeur de simulation est de 33.8 μm .

ment du banc d'imagerie rétinienne peut donc être variable d'un patient à l'autre et d'un moment à l'autre. Comme la valeur du grandissement est liée à l'échantillonnage du système, l'échantillonnage peut, lui aussi fluctuer. Nous allons donc, dans cette partie nous intéresser à la qualité de restauration de l'objet 3D lorsque la déconvolution est réalisée avec une FEP 3D dont on connaît mal l'échantillonnage. Pour cela, nous avons utilisé les images et la FEP 3D simulées avec les conditions présentées dans la partie 2.5.3 mais échantillonnées à 1.25 fois Shannon (au lieu de 1 fois Shannon). Les déconvolutions 3D ont été réalisées sous contrainte de positivité et avec une régularisation L_2 (la DSP objet utilisée pour la régularisation est la DSP « vraie » afin de ne pas introduire d'erreur supplémentaire). L'hyperparamètre μ est réglé à 0.1 afin de tenir compte de la contrainte de positivité. La déconvolution 3D s'est ensuite déroulée avec des FEP 3D dont l'échantillonnage variait de 1 à 1.66 fois Shannon par pas de 0.08 et un bruit de 3%. Sur la Figure 2.40 on trouve les courbes d'erreur entre l'objet vrai et l'objet restauré. Nous avons détaillé l'erreur globale (entre l'objet 3D restauré et l'objet 3D vrai) et l'erreur sur chacun des plans de l'objet 3D. On peut tout d'abord constater que l'erreur minimale est obtenue, comme on s'y attendait, pour le bon échantillonnage (aussi bien sur la courbe d'erreur globale que sur les courbes d'erreur « individuelle ») et que lorsque l'on commet une erreur sur l'échantillonnage l'erreur augmente. De plus, si l'on ne souhaite pas avoir une augmentation de l'EQM supérieure à 5%, l'erreur sur l'échantillonnage doit être inférieure à 12% ce qui devrait être compatible avec les variations du grandissement observées sur le banc ŒIL. Enfin, on remarque sur la courbe 2.40 que, comme dans le paragraphe précédent, l'erreur sur l'échantillonnage affecte différemment les différents plans de l'objet et que plus le contenu spectral d'un plan important,

moins la restauration de ce plan est dégradée par les erreurs de modèle que nous introduisons.

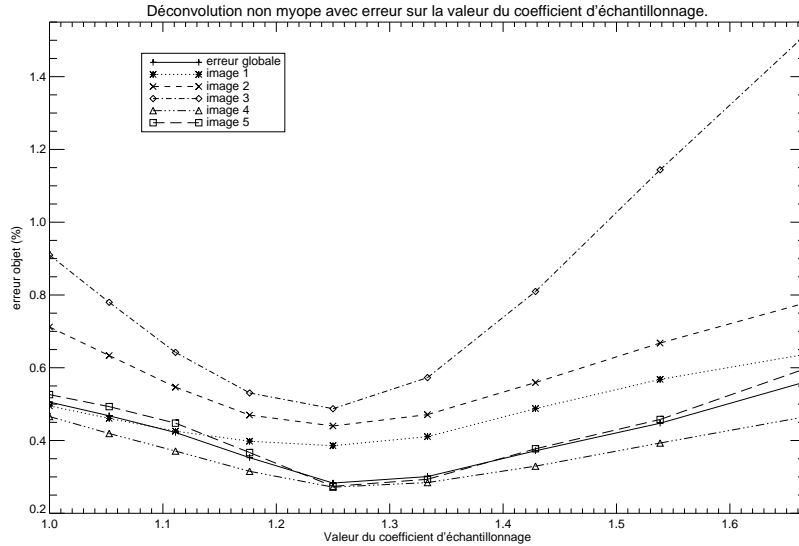


FIG. 2.40 – Évolution de l’EQM de l’objet restauré par rapport à l’objet vrai en fonction de la valeur de l’échantillonnage. La valeur de simulation est de 1.25.

2.5.6 Validation de la méthode de déconvolution 3D avec une régularisation $L1-L2$

Nous allons maintenant nous intéresser à l’*a priori* $L1-L2$. Ce terme de régularisation, qui devrait, théoriquement, permettre une meilleure restauration des bords francs de l’objet, nécessite l’ajustement manuel de deux hyperparamètres. Nous nous plaçons dans les conditions de simulation présentées au paragraphe 2.5.3 et ajoutons un bruit de 1%, 3% et 10%. Les erreurs de restauration de l’objet par rapport à l’objet vrai sans l’utilisation de la contrainte de positivité sont présentées dans le tableau suivant, et comparées aux erreurs de restauration obtenues dans le cas d’une régularisation quadratique. Ici, les deux hyperparamètres sont réglés de façon à avoir l’EQM entre l’objet vrai et l’objet restauré le plus faible possible. Les valeurs des hyperparamètres que nous obtenons alors sont : $\mu = 9.4$ et $\delta = 0.14$. Les valeurs données pour la régularisation $L2$ sont les valeurs des restaurations effectuées dans la partie 2.5.5.1, dans les mêmes conditions de simulation.

Niveau de bruit	1%	3%	10%
Erreur de restauration (régularisation $L1-L2$)	36%	52%	70%
Erreur de restauration (régularisation $L2$)	49%	61%	85%

Voici maintenant le tableau de résultats d'une régularisation $L1-L2$ avec l'ajout d'une contrainte de positivité.

Niveau de bruit	1%	3%	10%
Erreur de restauration (régularisation $L1-L2$)	14%	24%	45%
Erreur de restauration (régularisation $L2$)	19%	30%	52%

Les objets restaurés, dans un cas de bruit de 3%, sont présentés à la Figure 2.41 (objet restauré sans la contrainte de positivité) et à la Figure 2.42 (objet restauré avec la contrainte de positivité).

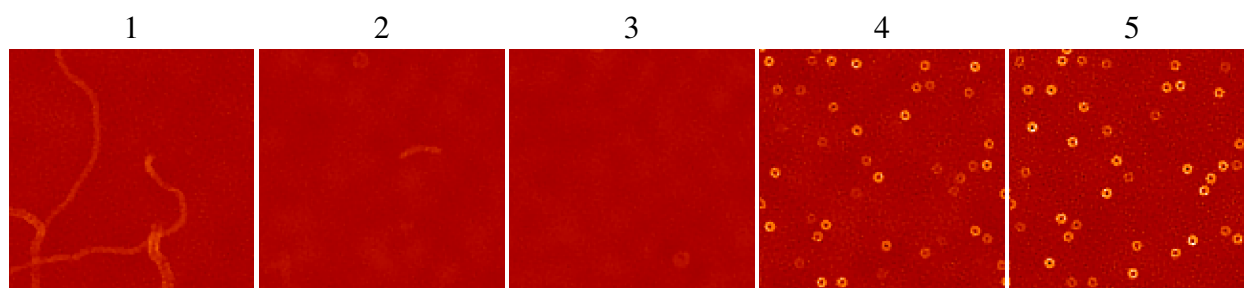


FIG. 2.41 – Les cinq plans restaurés avec une régularisation $L1-L2$, sans la contrainte de positivité, dans le cas d'une image 3D simulée avec 3% de bruit.

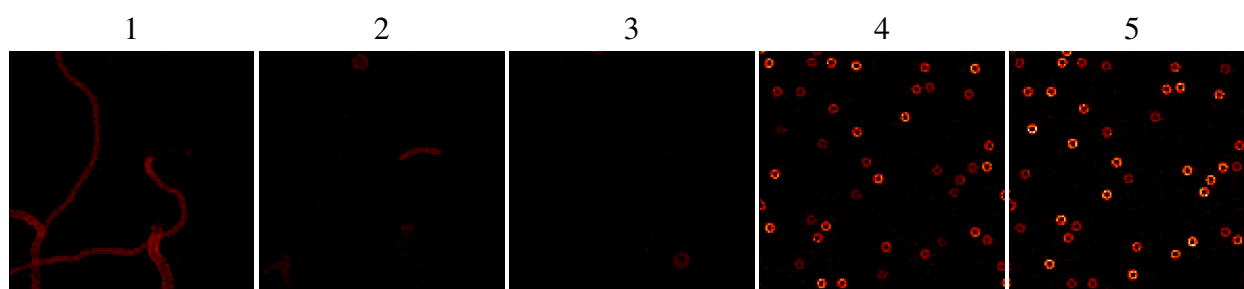


FIG. 2.42 – Les cinq plans restaurés avec une régularisation $L1-L2$ et la contrainte de positivité, dans le cas d'une image 3D simulée avec 3% de bruit.

Malheureusement, l'ajustement manuel des deux paramètres du critère de régularisation $L1-L2$ nécessite de recommencer la déconvolution plusieurs fois avant de trouver un couple satisfaisant. Cela peut être pénalisant (en terme de temps) pour de gros volumes de données. En revanche, on constate que, quel que soit le niveau de bruit, le gain moyen obtenu grâce à la régularisation $L1-L2$ par rapport à la régularisation $L2$ est de l'ordre de 12% sans la contrainte de positivité et de l'ordre de 8% avec la contrainte de positivité, ce qui se traduit, sur l'objet restauré, par un meilleur respect des contours et de l'intensité des pixels des bords de l'objet. On remarque, par exemple que le diamètre du point noir, au centre de nos photorécepteurs synthétiques (plan 4 ou 5), est identique à celui de l'objet vrai. La régularisation $L1-L2$ permet de réaliser une extrapolation dans le domaine fréquentiel qui justifie grandement le temps de recherche du couple de paramètres optimal à utiliser. De plus, de récents travaux [Molina et al., 1999, ?, Giovannelli, 2008]

permettent d'envisager l'estimation automatique des hyperparamètres de la régularisation $L1-L2$ ce qui pourrait rendre ce critère de régularisation beaucoup plus attractif pour un usage destiné à des personnes non spécialistes du traitement d'images (comme en biologie ou en médecine).

2.6 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode de déconvolution 3D à FEP supposée connue qui prend en compte un bruit mixte gaussien et poissonien. Cette méthode se distingue des méthodes de déconvolution 3D existantes essentiellement par les deux termes d'*a priori* dont elle dispose :

- Un terme de régularisation quadratique non-supervisé qui présente une grande souplesse d'utilisation puisqu'aucun réglage particulier n'est nécessaire. Cette méthode, originale en déconvolution 3D, permet d'envisager une utilisation rapide par des personnes non-spécialistes.
- Un terme de régularisation quadratique-linéaire permettant de mieux reconstruire les bords francs de l'objet, mais nécessitant l'ajustement de deux hyperparamètres. Cette régularisation est, à notre connaissance, innovante en restauration d'image 3D et permet d'améliorer de façon significative la qualité de restauration de l'objet 3D.

Nous avons présenté de nombreux résultats de déconvolution 3D obtenus sur des données simulées. Ces résultats nous ont permis de valider et de comprendre le comportement de la méthode en fonction des perturbations connues introduites dans des simulations. Nous nous sommes efforcés de rendre ces simulations représentatives des phénomènes perturbateurs susceptibles d'être rencontrés sur des images rétiniennes expérimentales : bruit, décalages résiduels, erreur sur l'échantillonnage des images, sur la distance inter-plans, etc.

Compte tenu de la difficulté de mesurer précisément la FEP 3D expérimentalement, nous présentons, dans le chapitre suivant, une méthode de déconvolution 3D qui permet de restaurer conjointement l'objet 3D et la FEP 3D.

Chapitre 3

Déconvolution 3D à FEP inconnue

La déconvolution 3D, pour fonctionner efficacement, nécessite une mesure ou une estimation très précise de la FEP 3D (en simulation, une erreur de 3% sur la FEP 3D par rapport à la FEP « vraie » entraîne une dégradation de l'erreur de reconstruction globale de près de 15%). Or cette mesure est rarement disponible en imagerie réelle. Parmi les méthodes de mesure de la FEP 3D présentées dans la partie 2.2, la plus précise (car tenant compte de toutes les aberrations de la voie d'imagerie) est de réaliser l'acquisition de la FEP 3D sur un point source non résolu. Or cette mesure n'est pas envisageable en imagerie rétinienne. Une autre méthode, consistant à utiliser les données de l'ASO, pour reconstruire la FEP 3D est compliquée à mettre en œuvre car ces données ne sont pas toujours disponibles et, de plus, il existe des aberrations non-vues par l'ASO qui sont gênantes pour la déconvolution 3D. Dans ce chapitre, nous proposons de restaurer conjointement l'objet 3D et la FEP 3D à partir de l'image 3D enregistrée. Pour cela il est nécessaire de diminuer le nombre d'inconnues présentes dans le problème inverse (c'est l'objectif de la partie 3.1). Ensuite, confronté aux problèmes de convexité du critère soulevés dans la partie 3.1.8, nous proposons dans la partie 3.2, l'algorithme MEDIPAL (Myopic Edge-preserving 3D Iterative Processing ALgorithm). Cet algorithme permet, grâce à une nouvelle contrainte adaptée à l'imagerie 3D de restaurer « conjointement » (nous verrons plus loin comment se déroule exactement la restauration) l'objet 3D et la FEP 3D du système avec une très bonne précision. Enfin, dans la partie 3.3, nous validerons sur des données simulées, l'algorithme MEDIPAL.

3.1 Déconvolution myope

3.1.1 Principe de l'estimation conjointe de l'objet 3D et de la FEP 3D

Devant la difficulté de mesurer la FEP avec une précision acceptable, nous souhaitons restaurer conjointement la FEP 3D et l'objet 3D à partir de l'image 3D enregistrée. Cette approche est couramment utilisée en imagerie 2D, en particulier en imagerie astronomique (voir [Ayers and Dainty, 1988, Holmes, 1992, Lane, 1992] pour les premiers travaux réalisés sur ce sujet). L'approche utilisée par ces premiers auteurs suppose la FEP 2D totalement inconnue et ne prend en compte que très peu de connaissances *a priori* sur cette FEP (contrainte

de positivité ou support fréquentiel limité, par exemple). L'algorithme MISTRAL développé à l'ONERA [Conan et al., 1998, Fusco, 2000, Mugnier et al., 2004] régularise la FEP 2D fréquence à fréquence via la densité spectrale de puissance de la FEP. En 2D, le nombre d'inconnues de la FEP est de l'ordre de grandeur du nombre d'inconnues de l'objet puisque la FEP ne comporte qu'un seul plan comportant le même nombre de pixels que l'image ; en revanche, en 3D la FEP est composée de $2N - 1$ plans où N représente le nombre de plans image considérés. Le nombre d'inconnues rajouté par l'estimation de la FEP 3D est donc encore plus important que le nombre de données disponibles. L'augmentation du nombre d'inconnues et le peu de connaissances *a priori* introduites conduisent en général à une estimation de la FEP et de l'objet peu satisfaisante. Il est donc nécessaire de réduire le nombre d'inconnues de façon importante afin de pouvoir réaliser l'estimation conjointe de l'objet 3D et de la FEP 3D avec l'image 3D enregistrée.

3.1.2 Décomposition modale de la phase

Lors de la déconvolution d'images courtes poses, une solution pour réduire le nombre d'inconnues de la FEP a été proposée au milieu des années 90 [Schultz, 1993, Thiébaud and Conan, 1995, Mugnier et al., 2001]. Cette méthode consiste à utiliser la phase pupillaire (liée à la FEP 2D par la relation 1.3) et à rechercher les coefficients ϕ de cette phase, décomposée sur une base orthonormée. En 3D, cette méthode est utilisable puisque nous avons vu dans la partie 2.1 que l'on suppose que les aberrations résiduelles du système (c'est-à-dire les aberrations non corrigées par l'OA et les aberrations non vues par la boucle d'OA) restent statiques durant toute la durée d'enregistrement de la pile d'images 2D. Donc, seule la valeur de la défocalisation change entre les plans successifs de la FEP 3D. La relation 2.13 nous donnant la valeur de cette défocalisation en fonction des paramètres du système, on est en mesure de reconstruire toute la FEP 3D à partir d'une seule phase pupillaire statique plus une phase pupillaire de défocalisation parfaitement connue (voir équation 3.1).

$$h_i(x, y) = \left| \text{TF}^{-1}(P(x, y)e^{j(\varphi(x, y) + \varphi_i^d(x, y))}) \right|^2 \quad (3.1)$$

où $\varphi(x, y)$ représente la phase résiduelle (supposée statique) et $\varphi_i^d(x, y)$ représente la phase de défocalisation (connue puisqu'elle ne dépend que des paramètres du système). D'autre part, cette phase pupillaire unique peut être décomposée sur une base tronquée de polynômes de Zernike, par exemple (voir la partie 1.4). L'intérêt de décomposer la phase pupillaire sur cette base est que, *a priori*, après correction par l'optique adaptative, les aberrations résiduelles sont bien décrites par les premiers polynômes de Zernike. Finalement, le nombre d'inconnues passe de $N_{pix}^2 \cdot (2N - 1)$ inconnues (où N_{pix}^2 représente le nombre de pixels dans une image 2D et N représente le nombre de plans image enregistrés) à seulement quelques valeurs de coefficients de Zernike (typiquement, on cherchera à reconstruire une dizaine de coefficients).

3.1.3 Définition du critère

En reprenant l'approche bayésienne présentée au paragraphe 1.6.1, on modifie l'équation 1.13 pour tenir compte du fait que l'on cherche à estimer conjointement l'objet 3D et les aberrations. On cherche alors l'objet et les aberrations (on pose $\{\phi_i\} = \phi$ où ϕ_i représente les différentes aberrations et ϕ le vecteur concaténant ces aberrations) les plus probables sachant l'image, ce qui revient à maximiser la loi de probabilité *a posteriori* suivante :

$$p(\mathbf{o}, \phi | \mathbf{i}) = \frac{p(\mathbf{i} | \mathbf{o}, \phi) \times p(\mathbf{o}) \times p(\phi)}{p(\mathbf{i})}$$

Ce qui conduit à la minimisation selon \mathbf{o} et ϕ du critère :

$$\{\hat{\mathbf{o}}, \hat{\phi}\}_{MAP} = \arg \min_{\mathbf{o}, \phi} [J_i(\mathbf{o}, \phi) + J_o(\mathbf{o}) + J_\phi(\phi)]$$

avec $J_i = -\ln p(\mathbf{i} | \mathbf{o})$ le critère d'attache aux données et $J_o = -\ln p(\mathbf{o})$ le terme de régularisation sur l'objet 3D et $J_\phi = -\ln p(\phi)$ le terme de régularisation sur les aberrations (nous verrons dans la partie 3.1.5.2 que ce terme n'est pas forcément nécessaire).

3.1.4 Critère d'attache aux données

Le critère d'attache aux données $J_i(\mathbf{o}, \phi)$ est, comme dans la partie 2.3.3, un terme de moindres carrés pondérés entre le modèle de formations d'images $\mathbf{h} \star \mathbf{o}$ et les données enregistrées \mathbf{i} . Le modèle de bruit que nous utiliserons ici sera le même que celui décrit dans la partie 2.3.3. Il s'agit d'un bruit blanc gaussien, éventuellement non homogène pour tenir compte du bruit de photon et d'éventuels problèmes dans les données (saturation de certains pixels, pixels morts, ...). Le critère J_i dépend maintenant des deux inconnues que sont l'objet 3D et la FEP 3D paramétrée par une phase pupillaire unique. Cette phase pupillaire unique est elle-même décomposée sur la base des polynômes de Zernike. L'expression de ce critère est la suivante :

$$J_i(\mathbf{o}, \phi) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{p,q=0}^{N_{pix}-1} \left(\frac{1}{\sigma_k^2(p, q)} \left| \mathbf{i}_k(p, q) - \sum_{l=0}^{N-1} [\mathbf{h}_{k-l}(\phi) \star \mathbf{o}_l](p, q) \right|^2 \right) \quad (3.2)$$

3.1.5 Critères de régularisation

3.1.5.1 Critères de régularisation sur l'objet 3D

Les critères de régularisation sur l'objet 3D sont identiques à ceux présentés dans le chapitre précédent. Nous avons à notre disposition :

- La contrainte de positivité : contrainte « naturelle » consistant à imposer que l'intensité de chaque pixel de l'objet 3D restauré soit positive. Cette contrainte sera, sauf mention contraire, toujours appliquée sur l'objet 3D restauré.

- La régularisation $L2$: méthode de régularisation non-supervisée (fondée sur la DSP de l'objet 3D) qui va lisser les écarts d'intensité entre pixels voisins. Elle va nécessairement lisser aussi les bords francs de l'objet 3D.
- La régularisation $L1-L2$: méthode de régularisation qui va permettre de mieux restaurer les bords francs de l'objet 3D mais qui nécessite l'ajustement supervisé de deux hyperparamètres.

3.1.5.2 Critères de régularisation sur la phase

Le critère $J_\phi(\phi)$ de l'équation 3.2 représente une éventuelle régularisation sur la phase. Une première façon de régulariser le problème vis-à-vis de la phase ϕ est de réduire la dimension de l'espace des inconnues ϕ , c'est-à-dire de reconstruire la phase via sa décomposition tronquée sur la base des polynômes de Zernike :

$$\varphi(x, y) = \sum_{i=5}^k \phi_i Z_i(x, y) \quad (3.3)$$

On rappelle que ces polynômes sont rangés dans un ordre correspondant à des fréquences spatiales croissantes.

Il n'existe pas, à l'heure actuelle, de données statistiques fiables sur la répartition spectrale des aberrations d'un œil moyen. Cependant, ce spectre est très certainement fortement décroissant (comme en imagerie astronomique à travers la turbulence atmosphérique). Le nombre d'aberrations k à reconstruire sera donc choisi petit (typiquement nous prendrons k compris entre 10 et 20). Les aberrations correspondant à k compris entre 1 et 4 ne sont pas recherchées pour les raisons suivantes :

- $k = 1$ correspond au piston, qui correspond à une phase constante sur la pupille.
- $k = 2$ et $k = 3$ correspondent au tip/tilt. Ces aberrations sont caractéristiques de défauts de centrages entre les différents plans de l'image. Nous avons, pour l'instant, privilégié le recentrage des données, avec une précision subpixelique (voir la partie 4.3) avant de commencer la déconvolution 3D.
- $k = 4$ correspond à la défocalisation, nous supposons, dans un premier temps que nous connaissons parfaitement la distance entre les plans (nous rappelons que la défocalisation est liée à la distance entre plans par l'équation 2.13).

3.1.6 Minimisation du critère

Dans le chapitre précédent, nous avons un critère J qui ne dépendait que d'une seule variable, l'objet 3D estimé. Nous avons alors montré que, en l'absence de solution analytique simple, il était nécessaire d'estimer l'objet 3D à l'aide d'un algorithme de minimisation itératif. Maintenant, le critère J dépend de deux variables à estimer : l'objet 3D \mathbf{o} et les aberrations ϕ . Comme il n'existe pas de solution analytique, notamment sous contrainte de positivité, nous allons devoir, là encore, minimiser numériquement le critère J en \mathbf{o} et en ϕ . Nous avons choisi de minimiser ce critère de manière alternée :

- La minimisation de J en σ à ϕ fixé.
- La minimisation de J en ϕ à σ fixé.

À chaque itération, on ne recherche donc qu'une seule des deux inconnues, en fixant l'autre à sa valeur obtenue à la dernière estimation. Les méthodes de minimisation envisagées ici sont des méthodes locales : la convergence sera atteinte dès lors qu'un minimum sera trouvé mais sans aucune garantie que ce minimum soit le minimum global du critère. En cas de critère multimodal, le choix du point de départ de la minimisation est donc essentiel. En pratique, on part d'un jeu d'aberrations nulles et l'objet est initialisé à l'image.

3.1.7 Étude du comportement de la méthode myope sur des données simulées

Afin de tester le comportement de la méthode myope que nous venons de présenter, nous avons réalisé des simulations dans les conditions données dans la partie 2.5.3. Notamment, les aberrations introduites sont les suivantes :

a_i	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
(rad)	0.2	-0.1	0	0	0	0	-0.5

Nous rappelons que l'EQM utilisé ici afin de caractériser l'erreur de restauration de l'objet a été défini dans la partie 2.5.3. D'autre part, nous allons utiliser la notion d'erreur RMS d'estimation des aberrations (noté σ_ϵ) afin de comparer les aberrations estimées aux vraies aberrations. Cette erreur RMS est donnée par :

$$\sigma_\epsilon = \sqrt{\sum_{a_i=5}^k (\hat{a}_i - a_i)^2} \quad (3.4)$$

où \hat{a}_i sont les coefficients estimés et a_i sont les coefficients vrais.

Le bruit introduit pour ces simulations est de 3%. Comme en témoigne la courbe 3.1, la qualité d'estimation des aberrations est assez mauvaise. En effet, l'écart type de la phase « vraie » est de $\sigma_\phi = 0.53$ rad. Sans contrainte de positivité, l'erreur RMS (Root Mean Square) d'estimation des aberrations est de $\sigma_\epsilon = 0.56$ rad et avec la contrainte de positivité, cette erreur tombe à $\sigma_\epsilon = 0.24$ rad. L'erreur de reconstruction, même en utilisant la contrainte de positivité, est trop élevée pour permettre une reconstruction de l'objet de bonne qualité (voir la Figure 3.2). On remarque, sur cette Figure, que la séparation des plans n'est pas faite correctement (on trouve encore des traces des plans adjacents) et, de plus, la résolution latérale n'est pas aussi bonne que ce que l'on pourrait attendre (le point noir au centre des photorécepteurs n'a pas été restauré).

3.1.8 Étude de la multi-modalité du critère myope

Après de nombreuses simulations réalisées avec la méthode myope que nous venons de présenter, les résultats d'estimation des aberrations (et donc de l'objet 3D) étaient extrêmement décevants, en particulier sans l'utilisation de la contrainte de positivité (voir les figures 3.1 et 3.2).

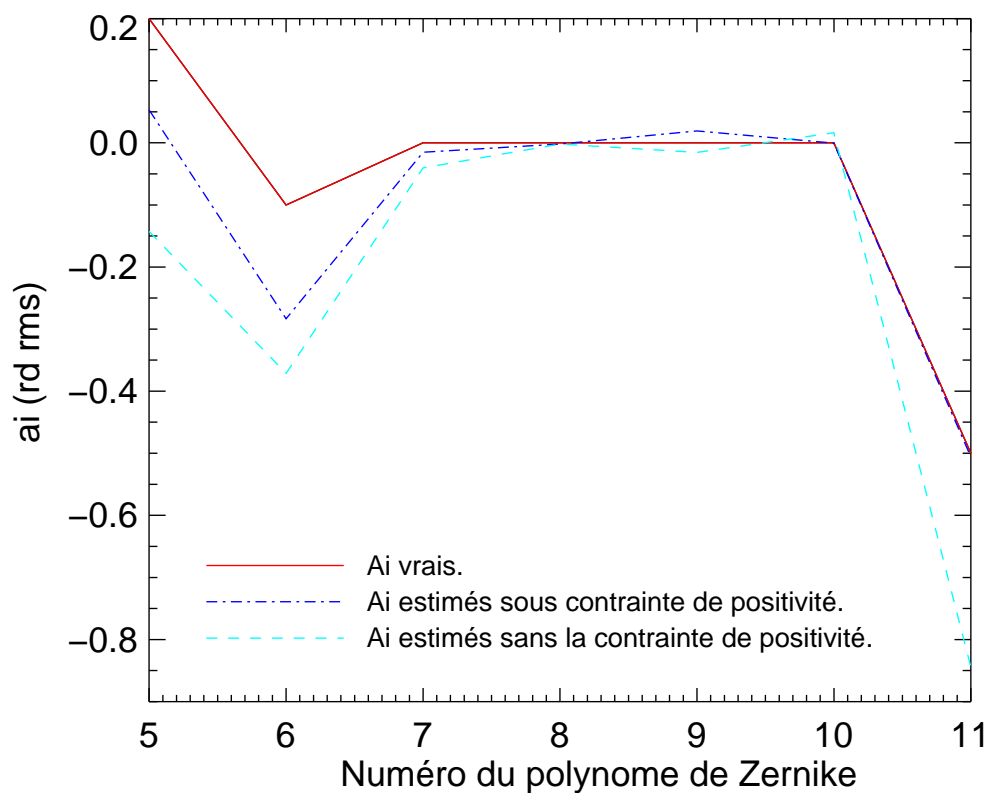


FIG. 3.1 – Estimation des aberrations avec la méthode myope sans la contrainte de positivité (courbe bleu clair) et avec la contrainte de positivité (courbe bleu foncé) que l'on peut comparer aux aberrations introduites (courbe rouge).

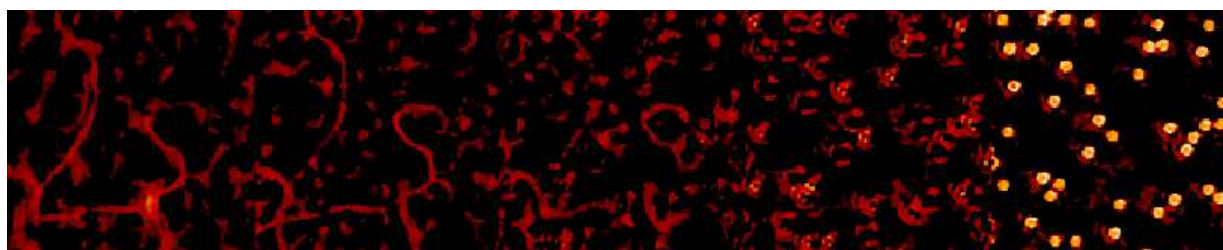


FIG. 3.2 – Objet restauré avec les aberrations estimées par la méthode myope (voir la Figure 3.1) avec utilisation de la contrainte de positivité. La qualité de restauration est médiocre car les aberrations estimées sont trop éloignées des vraies aberrations.

L'une des explications envisagée était la possibilité d'avoir construit un critère $J(\mathbf{o}, \phi)$ non convexe. Si tel était le cas, nous aurions un critère avec plusieurs minima locaux. En fonction des valeurs initiales des aberrations et de l'objet 3D, il serait possible d'atteindre non pas le minimum global du critère, mais l'un de ses minima locaux. Cela expliquerait pourquoi les estimations réalisées avec la méthode myope sont si mauvaises. Afin de vérifier cette hypothèse, puisque nous savons que le critère $J(\mathbf{o}, \phi)$ est convexe en fonction de \mathbf{o} quelles que soient les aberrations ϕ (voir la partie 2.3.5), nous avons construit un nouveau critère $J'(\phi)$ partiellement optimisé défini par $J'(\phi) \triangleq J(\hat{\mathbf{o}}(\phi), \phi)$ qui ne dépend que des aberrations. Nous avons ensuite étudié l'allure de ce critère. Nous avons alors fait évoluer les aberrations ϕ et minimisé le critère pour chaque nouvelle phase. Nous avons ainsi restauré un objet unique ($\hat{\mathbf{o}}(\phi)$ par définition) ; nous allons alors pouvoir dessiner la surface des valeurs finales du critère, pour chaque phase ϕ donnée.

3.1.8.1 Surface du critère myope minimisé sans contrainte de positivité

La Figure 3.3 présente la surface du critère minimisé sur les deux variables a_5 et a_6 sans contrainte de positivité. Pour réaliser cette figure, nous avons fait varier les coefficients a_5 et a_6 entre -1 rad et 1 rad par pas de 0.05 rad (les vraies valeurs étant de -0.2 rad pour a_5 et 0.1 rad pour a_6). Toutes les autres valeurs des aberrations sont laissées à leurs vraies valeurs. Les données sont simulées dans les conditions présentées dans la partie 2.5.3. Le bruit ajouté sur les images simulées est de 3% .

Le tableau suivant donne les valeurs des coefficients a_5 et a_6 estimés au minimum (local) trouvé du critère :

Aberrations	a_5	a_6
Sans contrainte de positivité	-0.12 rad	0.08 rad
Avec contrainte de positivité	0.09 rad	-0.12 rad
Aberrations introduites	0.2 rad	-0.1 rad

On peut aisément constater sur la Figure 3.3 que la surface du critère $J'(\phi)$ comporte de nombreux minima locaux. Cela veut dire que si les valeurs initiales des aberrations, au moment du lancement de la méthode myope, sont trop éloignées des valeurs recherchées, alors on a toutes les chances de tomber dans un minimum local et donc d'avoir des aberrations estimées très éloignées des aberrations introduites dans la simulation. D'autre part, on constate que le minimum global du critère n'est pas obtenu pour les aberrations introduites puisque sur la Figure 3.3 le point A (situé au minimum global du critère) est très éloigné du point B représentant les « vraies » aberrations. Donc, le critère $J(\mathbf{o}, \phi)$ que l'on minimise est trop dégénéré par les inconnues supplémentaires (φ) que l'on recherche et donc, nous ne parviendrons pas à obtenir une estimation convenable des aberrations et, *a fortiori*, de l'objet d'intérêt. Il est alors nécessaire de mieux contraindre le problème myope afin de réaliser les restaurations que nous souhaitons.

3.1.8.2 Surface du critère myope minimisé sous contrainte de positivité

D'après les aberrations estimées sur la Figure 3.1, nous savons que la contrainte de positivité n'est pas suffisante pour estimer convenablement les aberrations. La Figure 3.4 permet de se

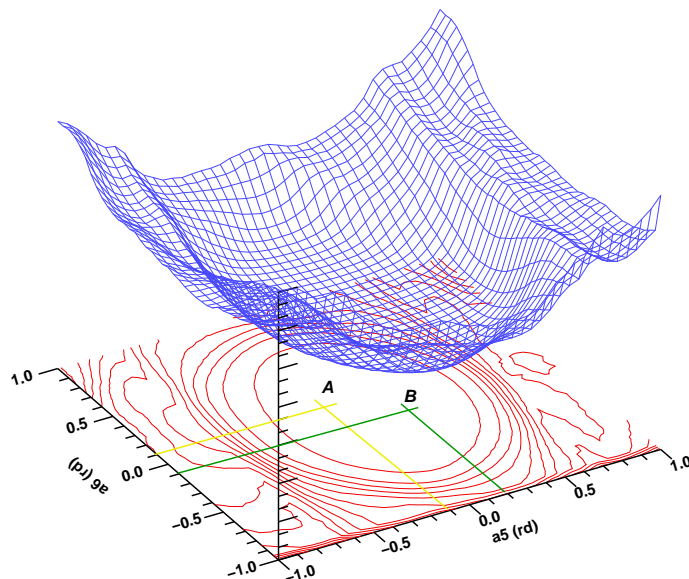


FIG. 3.3 – Évolution du critère sans la contrainte de positivité. Le point A est situé au minimum global du critère et le point B représente les aberrations introduites (c'est-à-dire là où l'on s'attendait à trouver le minimum global du critère).

rendre compte de la surface du critère $J'(\phi)$ lorsque l'on ajoute la contrainte de positivité.

La première remarque à faire sur la Figure 3.4 est que l'erreur d'estimation des aberrations, avec la contrainte de positivité, est beaucoup plus faible dans ce cas que dans le cas présenté sur la courbe 3.1. Néanmoins, ici nous n'avons cherché que les coefficients a_5 et a_6 . Tous les autres coefficients sont figés à leur vraie valeur. Dans le cas précédent, nous recherchions toutes les aberrations (c'est-à-dire 7 inconnues). La contrainte de positivité permet donc visiblement de rendre le critère convexe, avec un minimum global proche des aberrations introduites (les points A et B sont très proches), si l'on ne recherche que les coefficients a_5 et a_6 . En revanche, si le nombre d'inconnues augmente, nous savons d'après la Figure 3.1 que la qualité d'estimation des aberrations est mauvaise donc soit le critère redevient non convexe soit le minimum global du critère s'écarte des vraies aberrations. Cette contrainte est donc, malheureusement, insuffisante pour assurer une restauration efficace des aberrations du système.

3.1.9 Bilan

Nous venons de présenter une méthode de déconvolution 3D myope que nous espérons capable de restaurer conjointement la FEP 3D et l'objet 3D. Contrairement aux méthodes de déconvolution myope 2D (comme MISTRAL) où la réduction du nombre d'inconnues et l'utilisation de la contrainte de positivité semblent suffisantes pour estimer convenablement l'objet et la FEP,

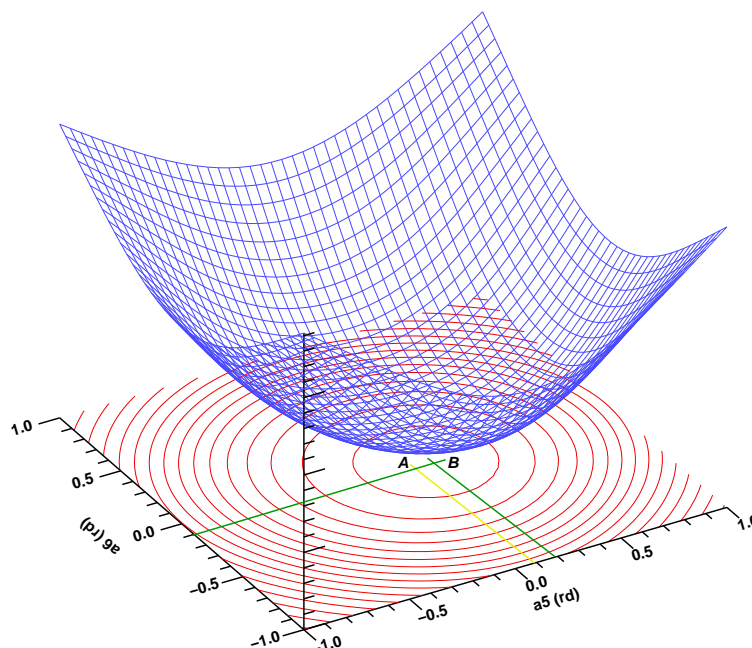


FIG. 3.4 – Évolution du critère avec la contrainte de positivité. Le point A est situé au minimum global du critère et le point B représente les aberrations introduites (c'est-à-dire là où l'on s'attendait à trouver le minimum global du critère).

nous pensons que pour une méthode de déconvolution myope 3D il existe plusieurs couples de solutions (σ et ϕ) qui donnent la même image : un objet mou mais proche peut tout aussi bien satisfaire les données qu'un objet « raide » mais éloigné. Donc, afin de réaliser l'estimation conjointe de l'objet 3D et des aberrations ϕ , nous avons besoin d'une nouvelle contrainte qui permettra de discriminer un couple de solutions (σ et ϕ) unique qui satisfasse les données. Cette condition devra, si possible, être moins sensible à la présence d'un fond continu que la contrainte de positivité.

3.2 Diversité de phase 3D

Dans la partie 1.5.1.2 nous avons présenté la technique de diversité de phase comme une technique d'analyse de surface d'onde en plan focal. On enregistre une image focalisée et une image défocalisée (d'une quantité connue) d'un objet plan opaque. Cet objet peut être étendu et inconnu. À partir des deux images enregistrées et de la diversité introduite entre les deux images on peut estimer la FEP 2D du système ainsi que l'objet 2D.

3.2.1 Interprétation 3D de la diversité de phase : l'algorithme MEDIPAL

En diversité de phase 2D on considère deux images (ou plus) dont une est focalisée sur l'objet (plan) et l'autre ou les autres sont défocalisées. Une interprétation 3D de la diversité de phase est de dire qu'on enregistre une image focalisée sur l'objet (plan) et une ou plusieurs autres images focalisées hors de l'objet. Au contraire, dans la méthode myope que nous avons présentée précédemment, nous avons utilisé autant de plans images qu'il y a de plans objets. Cette interprétation 3D de la diversité de phase classique nous incite alors à enregistrer, en plus des plans images focalisés dans l'objet, des plans images focalisés en dehors de cet objet d'intérêt. Lors de la restauration, on impose alors que ces plans images supplémentaires ne contiennent pas d'objet à restaurer. On a ainsi plus d'informations sans rajouter d'inconnues. La prise en compte des plans objets vides ou non se fait par l'intermédiaire d'une contrainte de support longitudinal que nous appellerons contrainte de support en Z (ou CSZ) par la suite. Le critère d'attache aux données minimisé ressemble au critère d'attache aux données myope de l'équation 3.2 sauf que l'on recherche l'objet en tenant compte de la contrainte de support longitudinal. Ce qui donne :

$$J_i(\mathbf{o}, \phi) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{p,q=0}^{N_{pix}-1} \left(\frac{1}{\sigma_k^2(p, q)} \left| \mathbf{i}_k(p, q) - \sum_{\substack{l=0 \\ l \in S}}^{N-1} [\mathbf{h}_{k-l}(\phi) \star \mathbf{o}_l](p, q) \right|^2 \right) \quad (3.5)$$

où S correspond à la liste des plans non vides, c'est-à-dire à la contrainte de support longitudinal. On rappelle que l'on considère toujours, ici, que les aberrations sont statiques durant toute la durée de l'acquisition de la pile d'images 2D. Donc chaque plan 2D de la FEP 3D est issu d'une phase pupillaire unique à laquelle on ajoute une défocalisation. L'amplitude de cette défocalisation ne dépend que des paramètres du système et de la distance entre le plan focalisé et le plan défocalisé considéré (voir l'équation 3.1). La valeur de cette défocalisation est donnée par la formule 2.13 et permet donc de simuler la FEP 3D à partir d'aberrations données.

L'utilisation de la contrainte de support longitudinal est tout à fait réaliste en imagerie rétinienne puisque le milieu qui se trouve devant la rétine (le vitré) est transparent. On peut donc envisager d'enregistrer un certain nombre d'images focalisées dans le vitré.

Cette nouvelle contrainte est une contrainte très forte pour l'estimation de la phase. On peut espérer que, en pratique comme en diversité de phase 2D, l'ajout de la contrainte de support longitudinal permette de retrouver un critère convexe et donc d'avoir une solution unique indépendante de l'initialisation des inconnues (c'est-à-dire l'objet 3D et les aberrations) et ne rende plus indispensable la contrainte de positivité. C'est ce que nous allons maintenant valider par simulation.

3.3 Validation par simulation

Afin de valider la méthode de diversité de phase 3D que nous venons de présenter, nous avons utilisé l'objet 3D présenté dans la partie 2.5.1. On retrouve donc (sur la Figure 3.5) les cinq plans

objet 2D de l'objet 3D (à gauche) auxquels nous avons rajouté six plans vides (à droite) afin de pouvoir utiliser la contrainte de support longitudinal.

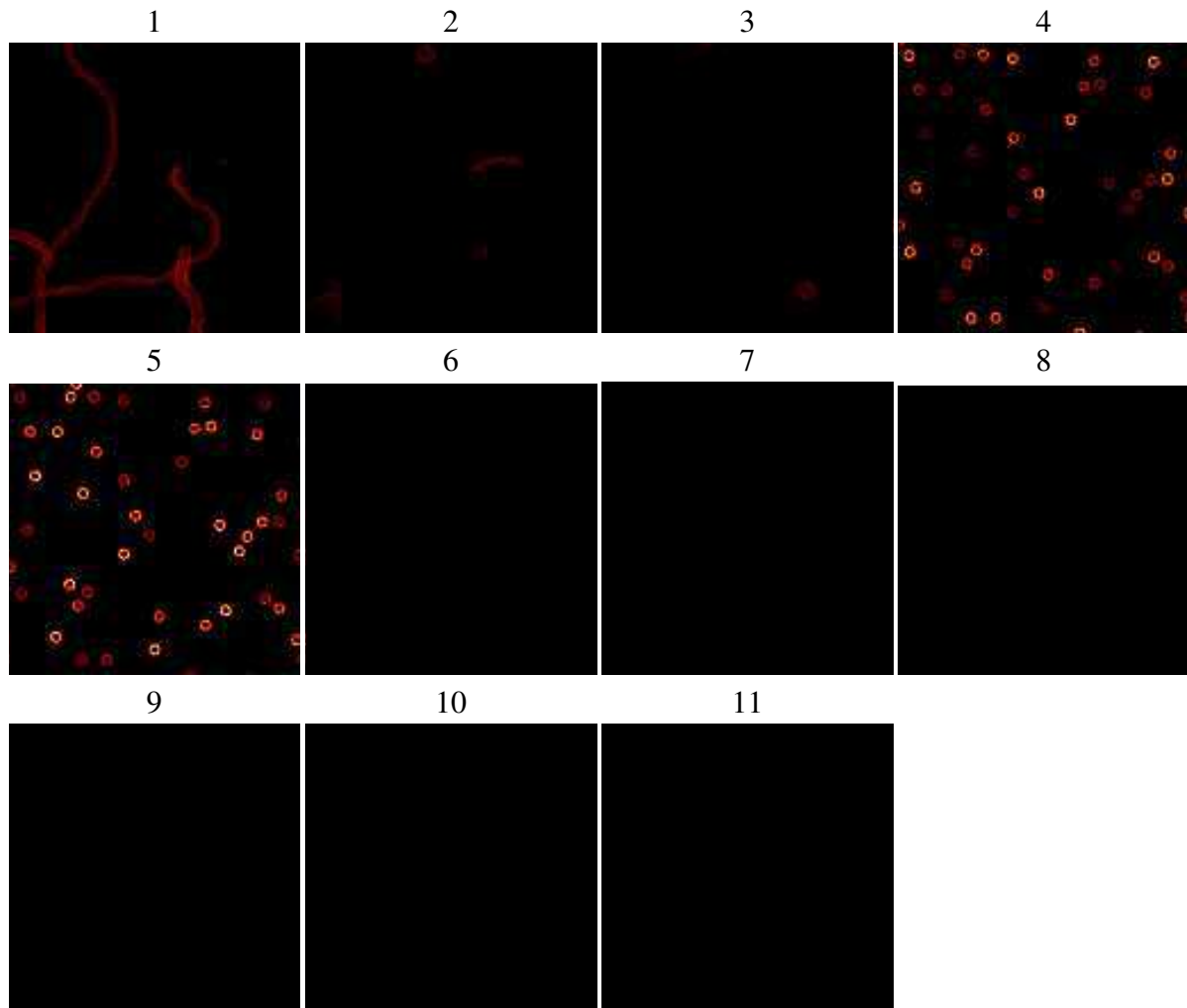


FIG. 3.5 – Les onze plans de l'objet 3D (dont seulement cinq sont non vides).

3.3.1 Conditions de simulations

Comme dans le chapitre précédent, pour être dans des conditions réalistes, les images que nous simulons utilisent des paramètres ressemblant le plus possible à ceux de l'œil. Voici les valeurs numériques utilisées :

- Une focale de $f = 17$ mm dans l'air.
- Une pupille de diamètre $D = 7$ mm .
- Une longueur d'onde de $\lambda = 550$ nm dans l'air qui correspond à la longueur d'onde utilisée sur le banc CEIL de l'hôpital des XV-XX.
- Un indice de réfraction de $n = 1$.

- La distance, dans le domaine objet, entre deux plans consécutifs est de 33,8 μm .
- Le grandissement latéral G est pris égal à 5.
- La valeur du coefficient a_4 , calculée à partir des valeurs précédentes nous donne une défocalisation entre deux plans consécutifs de 0.73 rad.
- L'image 3D ainsi que la FEP 3D sont échantillonnées à Shannon.

Nous rappelons que l'expression du coefficient de défocalisation en fonction des paramètres que nous venons d'énoncer est la suivante :

$$a_4 = \frac{\pi(G^2 z' - z)n}{(8\sqrt{3}\lambda)(\frac{fn}{D})^2} \quad (3.6)$$

Les aberrations que nous allons maintenant utiliser sont, dans la base de Zernike, les suivantes :

a_i	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
(rad)	0.4	-0.3	0.2	0.4	-0.1	0.2	-0.5

Le bruit introduit dans les images est un bruit blanc Gaussien homogène dont la variance vaut, sauf mention contraire, 3% du maximum de l'image ce qui correspond approximativement à un bruit de 1000 photo-électrons par pixel. C'est une variance de bruit que l'on s'attend à retrouver sur les images du banc ŒIL.

La Figure 3.12 présente les 5 plans 2D de l'image 3D simulés à partir des 5 plans 2D de l'objet 3D présenté à la Figure 3.5 et des paramètres physiques présentés précédemment. On peut remarquer le mélange des plans qui correspond à une perte de résolution longitudinale (par exemple, dans l'image des vaisseaux sanguins, on peut voir les photorécepteurs défocalisés), la perte de résolution latérale (par exemple, le « trou noir », qui n'existe pas dans la réalité, au centre de nos photorécepteurs synthétiques du dernier plan a quasiment disparu) et la présence de bruit (le fond des images n'est plus noir).

3.3.2 Comparaison méthode myope et diversité de phase 3D

Nous avons vu dans la partie 3.1.7 que l'estimation des aberrations par la méthode de déconvolution 3D myope n'était pas assez précise pour permettre une reconstruction acceptable de l'objet 3D. En effet, pour une phase « vraie » d'écart type égal à $\sigma_\varphi = 0.53$ rad, l'erreur RMS d'estimation des aberrations (pour une déconvolution 3D myope, sans contrainte de positivité) vaut $\sigma_\epsilon = 0.56$ rad. Avec la contrainte de positivité, cette erreur vaut encore $\sigma_\epsilon = 0.24$ rad. Afin de mieux estimer les aberrations, nous avons proposé une nouvelle contrainte (voir la partie 3.2) permettant d'étendre à 3 dimensions la technique de diversité de phase.

Afin de comparer les aberrations estimées par les deux méthodes, nous avons traité la même image 3D simulée avec les deux algorithmes. Cette image est simulée dans les conditions énoncées dans la partie 3.3.1. L'erreur RMS d'estimation des aberrations par MEDIPAL avec contrainte de positivité vaut 0.03 rad (contre $\sigma_\epsilon = 0.24$ rad pour la méthode myope).

Sur la Figure 3.7 on peut voir à droite la phase φ « vraie ». Au centre, on peut voir la phase reconstruite par la méthode myope et à gauche, la phase reconstruite par MEDIPAL. Comme on peut le constater, la phase estimée par MEDIPAL est très similaire à la phase « vraie » (l'erreur

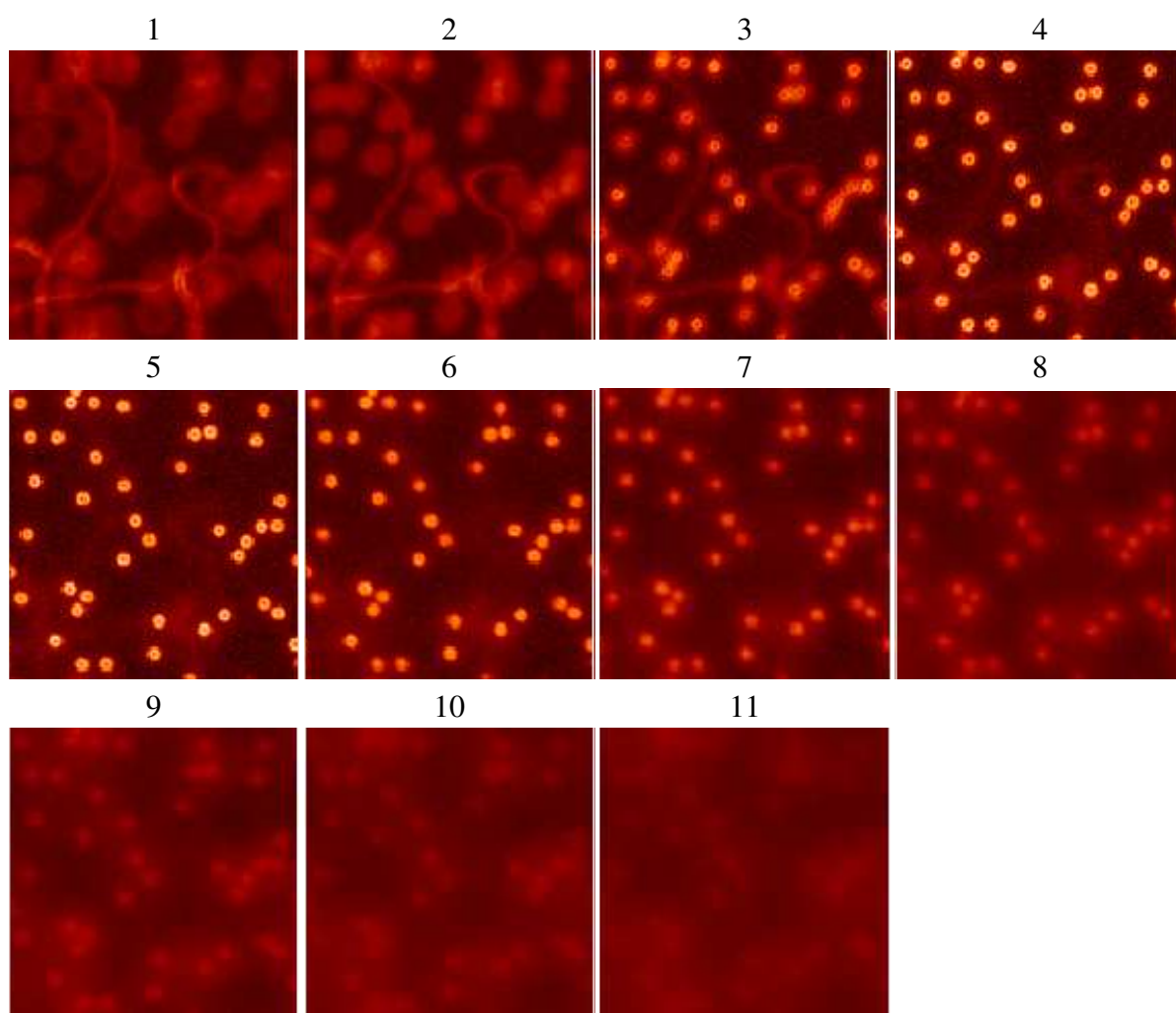


FIG. 3.6 – Les onze plans image correspondant aux plans objet. Image simulée avec 3% de bruit.

ne vaut que 0.03 rad) alors que la phase myope ressemble très peu à la phase « vraie » (l'erreur vaut $\sigma_\epsilon = 0.24$ rad).



FIG. 3.7 – Comparaison de l'estimation des aberrations par la méthode myope (au centre) et par la diversité de phase 3D (à gauche). La phase vraie est donnée à droite.

Comme nous avons pu le constater, la contrainte de support longitudinal semble permettre d'estimer efficacement des aberrations. Nous allons maintenant étudier plus en détail le comportement de MEDIPAL vis-à-vis des paramètres de l'estimation.

3.3.3 Comportement de l'algorithme en fonction du niveau de bruit et de l'hyperparamètre

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à quantifier l'estimation des aberrations par la méthode de diversité de phase 3D. Cette méthode utilise la contrainte de support longitudinal. Les images 3D sont simulées avec, respectivement 1% (Figure 3.11), 3% (Figure 3.12), 10% (Figure 3.13) de bruit. Les restaurations sont réalisées, dans un premier temps, sans contrainte de positivité et avec une régularisation $L2$ (voir la partie 2.3.4.2). La DSP objet est estimée directement sur les images 3D, par la méthode pseudo 3D présentée dans la partie 2.4.

Nous savons [Blanc, 2002, Idier et al., 2005] qu'en diversité de phase 2D il est nécessaire de sous régulariser l'objet afin d'obtenir une bonne estimation des aberrations. Afin de déterminer le comportement de MEDIPAL, nous avons tracé l'évolution de l'erreur d'estimation des aberrations et de l'objet lorsque l'hyperparamètre μ (qui règle le poids du terme de régularisation vis-à-vis du terme d'attache aux données) évolue autour de sa valeur nominale (à savoir 1). Il s'agit des courbes 3.8, 3.9, 3.10. De la même façon, les courbes 3.14 (obtenue avec 1% de bruit), 3.15 (obtenue avec 3% de bruit) et 3.16 (obtenue avec 10% de bruit) correspondent aux restaurations réalisées sous contrainte de positivité.

Les courbes d'erreur de restauration de l'objet 3D obtenues sans utiliser la contrainte de positivité présentent, comme dans le cas de la déconvolution à FEP connue, un minimum autour

de la valeur nominale de l'hyperparamètre, c'est-à-dire $\mu = 1$ (voir la partie 2.5.5.1). Ce phénomène signifie que l'estimation non supervisée de l'hyperparamètre fonctionne correctement (voir la partie 2.4). En revanche, sur les courbes 3.14, 3.15 et 3.16 relatives à la déconvolution des données avec contrainte de positivité, on constate que le minimum de la courbe d'erreur d'estimation de l'objet 3D n'est plus pour $\mu = 1$ mais pour une valeur inférieure (de l'ordre de 10 à 100 fois moins en fonction du niveau de bruit). Ce phénomène est naturel puisque la contrainte de positivité introduit une régularisation sur l'objet. Il est alors nécessaire, comme à FEP connue, de réduire le poids du terme de régularisation par DSP afin de tenir compte de la positivité.

Indépendamment de l'utilisation ou non de la contrainte de positivité, on constate que, quel que soit le niveau de bruit introduit dans les images, l'erreur d'estimation des aberrations diminue lorsque la valeur de l'hyperparamètre diminue. En revanche, l'erreur de restauration de l'objet augmente quand μ diminue. Par conséquent, même dans un cas très favorable de bruit, il n'est pas envisageable de restaurer conjointement, de façon optimale, l'objet 3D et les aberrations : en se plaçant à la valeur optimale de μ afin d'avoir la meilleure restauration de l'objet, l'erreur sur l'estimation des aberrations ne serait pas optimale et, réciproquement, si l'on se place à la valeur optimale de μ pour les aberrations. Ce constat a déjà été fait par Amandine Blanc [Blanc, 2002] concernant la diversité de phase 2D. De plus, il a été démontré [Idier et al., 2005] que ce comportement découle des propriétés statistiques de l'estimateur choisi en réinterprétant celui-ci comme un estimateur « à minimum de contraste ». Il n'est donc pas possible d'obtenir l'estimation optimale des aberrations et de l'objet au sein du même estimateur. Nous nous proposons d'adopter la démarche suivante inspirée de celle d'Amandine Blanc :

1. Estimation des aberrations en sous-régularisant fortement l'objet. Compte tenu du fait que l'on sous-régularise beaucoup (en fonction du niveau de bruit, mais au moins d'un facteur 100), l'estimation de la DSP objet n'a pas beaucoup d'influence, on peut donc se permettre de faire cette estimation avec une FEP 3D sans aberrations (voir la partie 2.4 pour plus de détails). Les aberrations seront donc correctement estimées (l'erreur d'estimation dépendant du niveau de bruit des images et de l'utilisation ou non de la contrainte de positivité). En revanche, l'objet estimé sera inutilisable.
2. Estimation de la DSP objet par la méthode pseudo 3D à FEP 3D connue avec les aberrations estimées à l'étape précédente.
3. Estimation de l'objet 3D à FEP connue (reconstruite à partir des aberrations estimées à l'étape 1 et des paramètres du système comme cela est décrit dans la partie 2.5.2), et avec la DSP objet estimée à l'étape 2.

Ainsi, on se place dans les conditions d'estimation les plus favorables à la fois pour les aberrations et pour l'objet.

3.3.4 Comportement de l'algorithme en fonction de décalages résiduels sur les images

Lors du traitement de données expérimentales, de nombreux phénomènes physiques peuvent engendrer des décalages entre les différents plans d'une image 3D (défauts d'alignement du

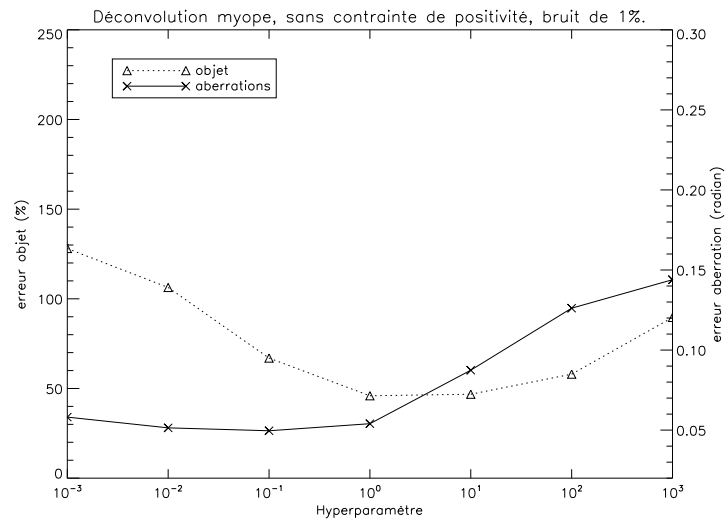


FIG. 3.8 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré et des aberrations estimées en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 1% de bruit sans la contrainte de positivité.

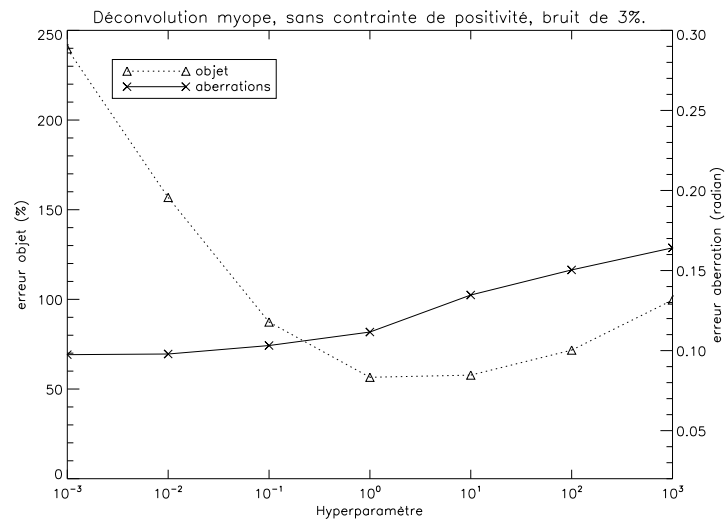


FIG. 3.9 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré et des aberrations estimées en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 3% de bruit sans la contrainte de positivité.

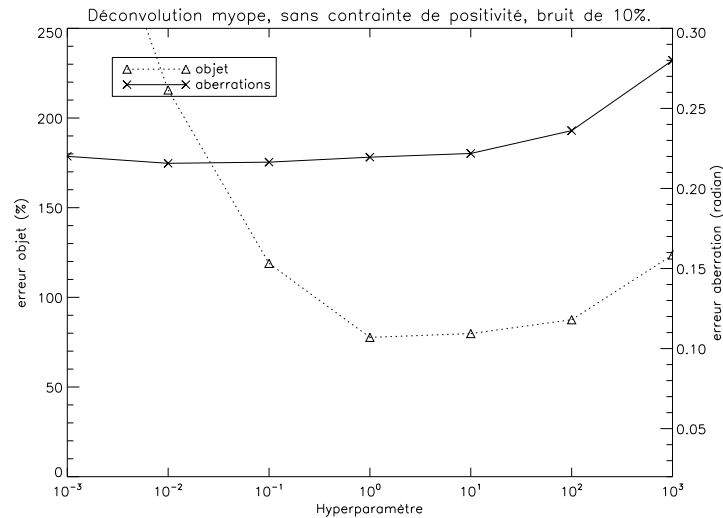


FIG. 3.10 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré et des aberrations estimées en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 10% de bruit sans la contrainte de positivité.

banc, vibrations dues à des mouvements du banc, au déplacement de la caméra, ...). Nous procédons donc, avant déconvolution 3D des données expérimentales, à un recentrage fin des données brutes, réalisé avec une méthode présentée dans la partie 4.3. Malgré ce recentrage fin, il se peut que des décalages subpixeliques subsistent.

Afin de tester les performances d'estimation des aberrations en présence de décalages résiduels, nous avons simulé 21 images 3D différentes. Ces images sont simulées conformément aux conditions données dans la partie 3.3.1, mais sans ajouter de bruit. Chaque plan d'une image 3D est décalé, par rapport au précédent, d'une fraction de pixel. L'amplitude du décalage entre deux images est notée a . Pour la première image 3D, $a = 0$. Pour la deuxième image 3D, $a = 1/20^{\text{ième}}$ de pixel. Pour la troisième image 3D, $a = 2/20^{\text{ième}}$ de pixel, pour la quatrième image 3D, $a = 3/20^{\text{ième}}$ de pixel, et ainsi de suite jusqu'à la dernière image 3D où $a = 1$ pixel. Ces décalages sont réalisés sur les axes X et Y de l'image 3D.

L'estimation des aberrations se fait avec la régularisation $L2$ et la contrainte de positivité. La DSP de l'objet 3D est estimée sur chaque plan de l'image avec la méthode pseudo 3D présentée dans la partie 2.4. Afin d'optimiser l'estimation des aberrations nous avons réglé l'hyperparamètre μ à une valeur inférieure à 1 (ici nous avons pris $\mu = 10^{-3}$).

Tout d'abord, le fait d'avoir une erreur nulle pour un décalage nul, sur la courbe 3.17, s'explique par le fait que nous avons choisi de réaliser ces simulations sans bruit afin de ne tester que l'influence du décalage. L'erreur de reconstruction mesurée ici viendra donc s'ajouter à l'erreur de reconstruction mesurée dans le paragraphe 3.3.3.

De plus, toujours sur la courbe 3.17, on constate que l'erreur reste inférieure à 0.01 rad à condition que l'amplitude a du décalage introduit soit inférieure à un quart de pixel. La précision du recentrage subpixelique que nous réalisons sur les données avant déconvolution est largement

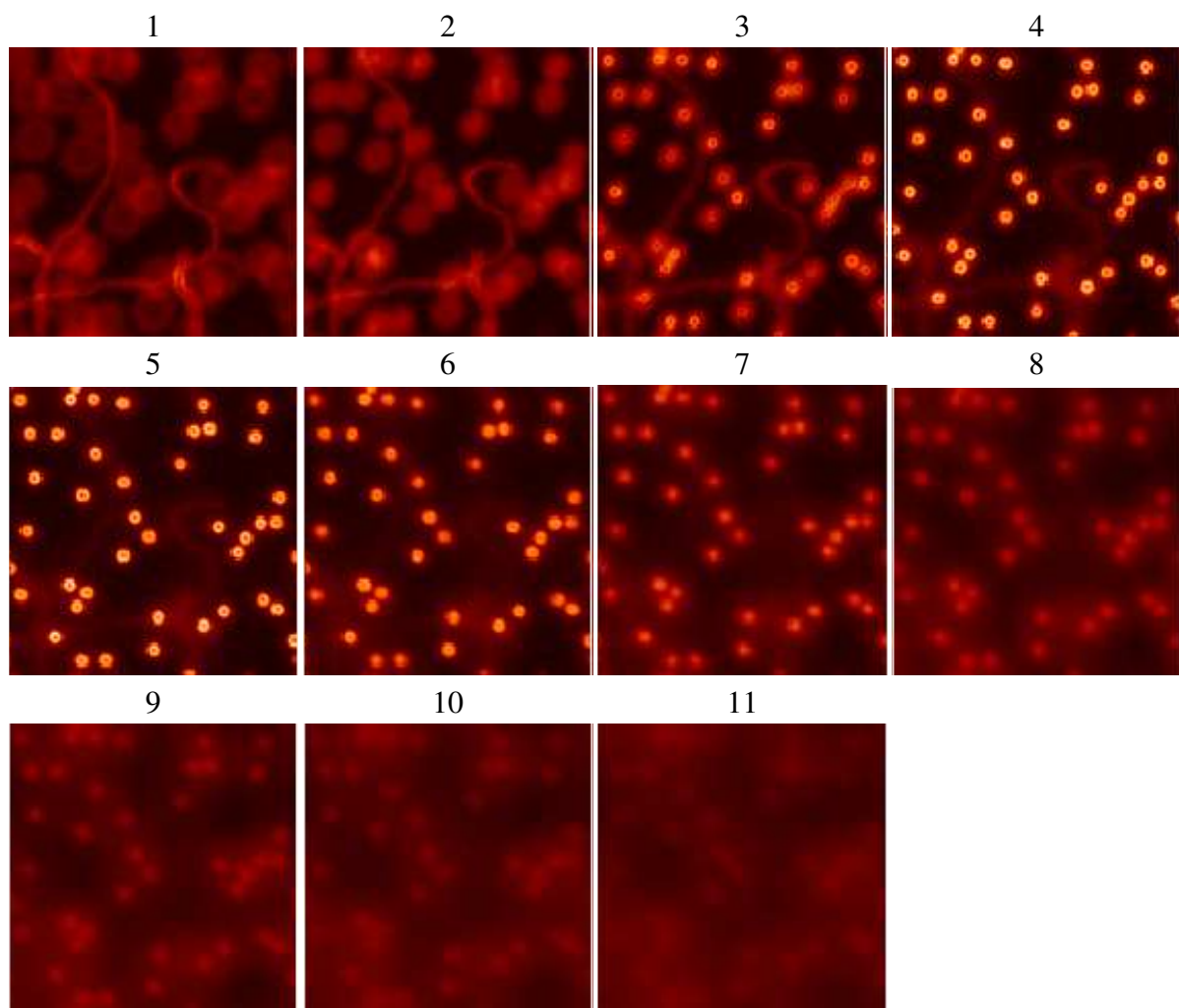


FIG. 3.11 – Les onze plans image correspondant aux plans objet. Image simulée avec 1% de bruit.

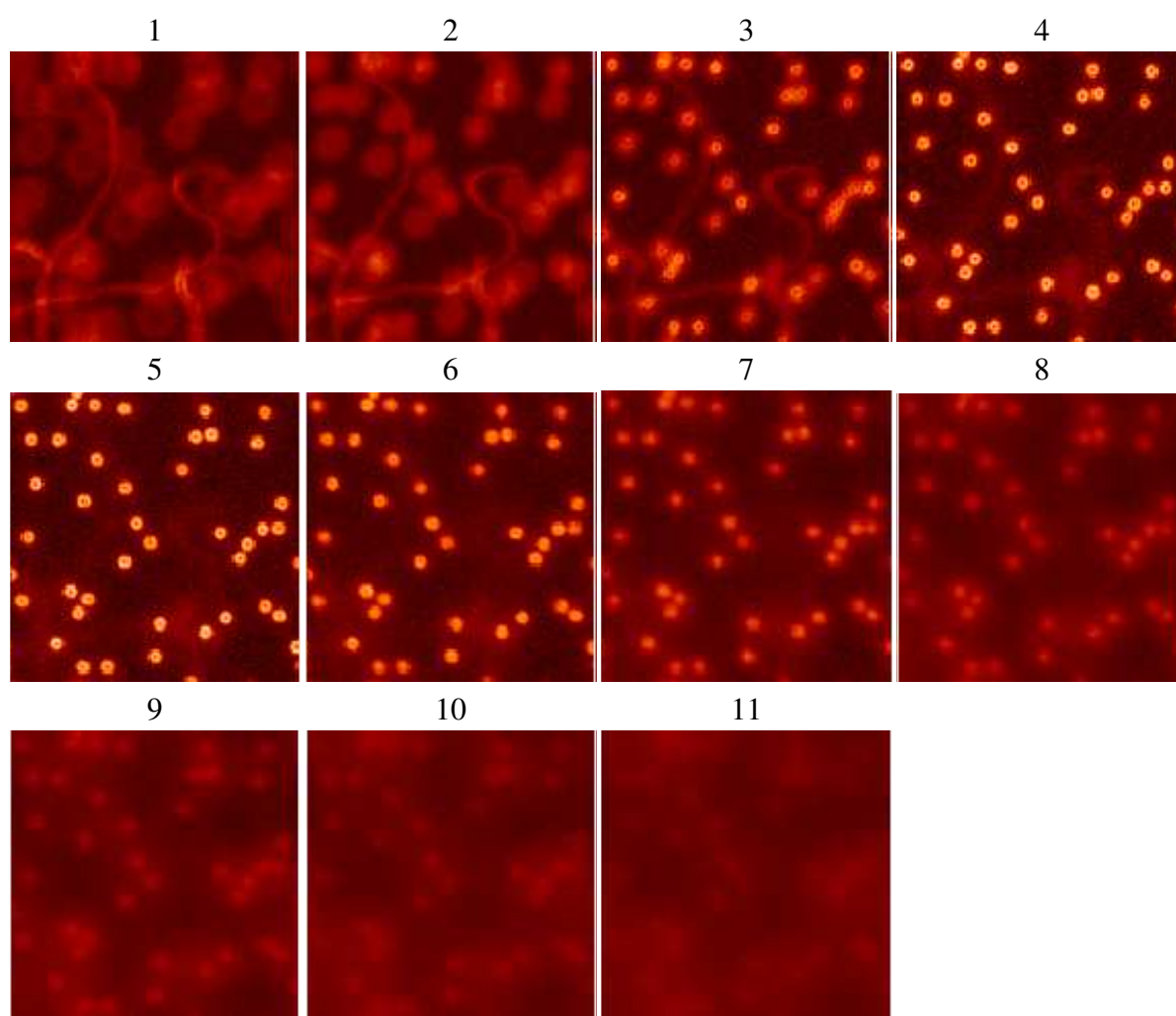


FIG. 3.12 – Les onze plans image correspondant aux plans objet. Image simulée avec 3% de bruit.

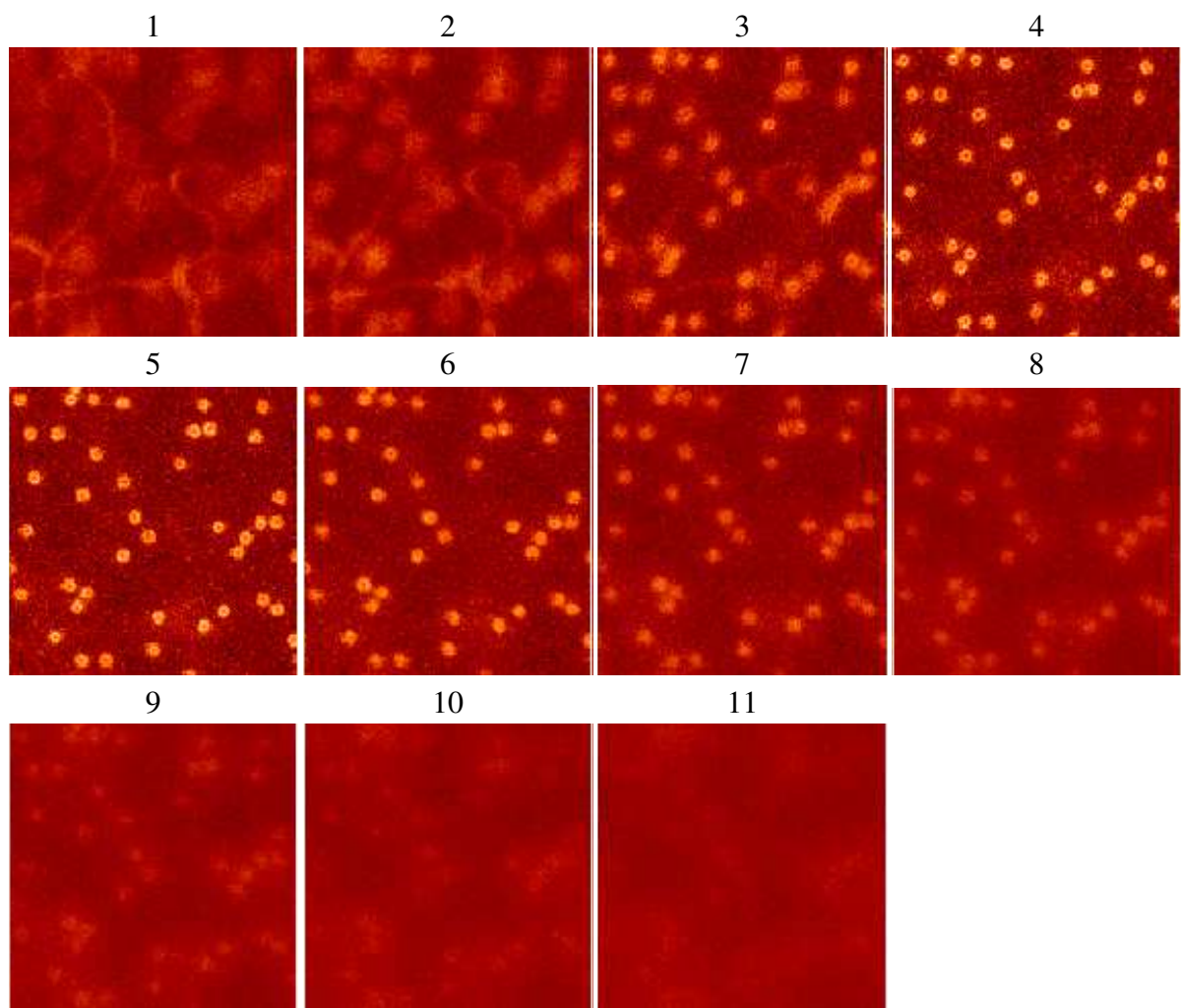


FIG. 3.13 – Les onze plans image correspondant aux plans objet. Image simulée avec 10% de bruit.

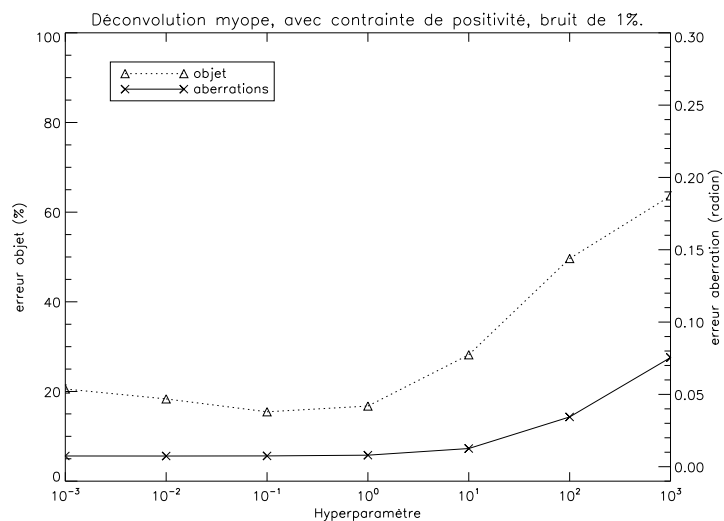


FIG. 3.14 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré et des aberrations estimées en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 1% de bruit avec la contrainte de positivité.

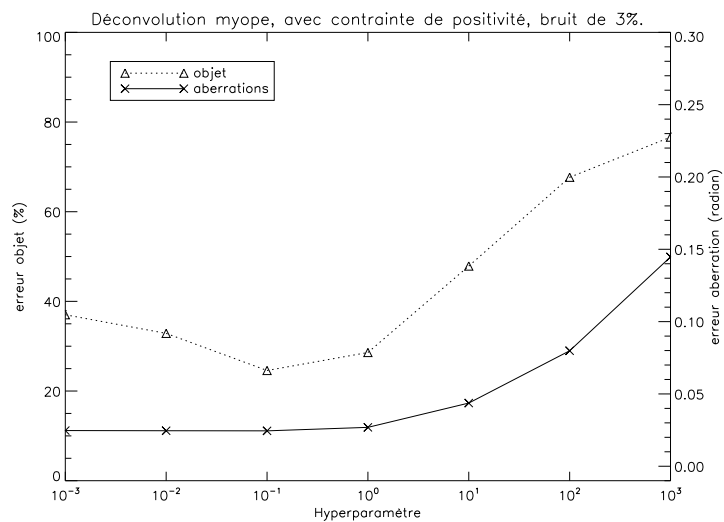


FIG. 3.15 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré et des aberrations estimées en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 3% de bruit avec la contrainte de positivité.

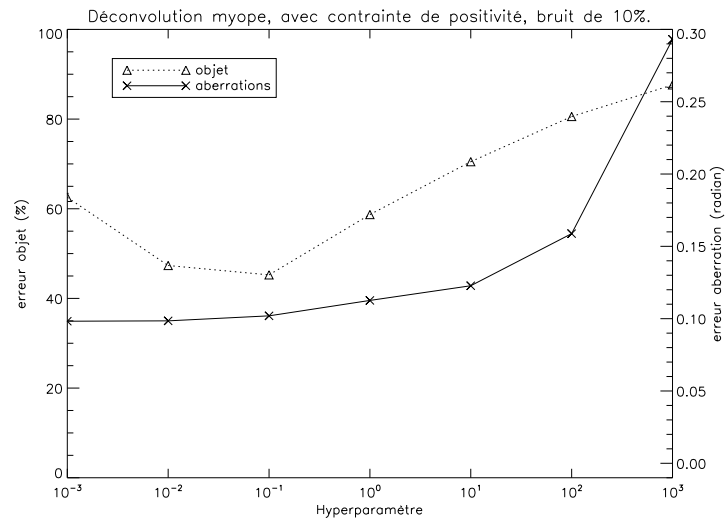


FIG. 3.16 – Évolution de l'EQM de l'objet restauré et des aberrations estimées en fonction de la valeur de l'hyperparamètre pour 10% de bruit avec la contrainte de positivité.

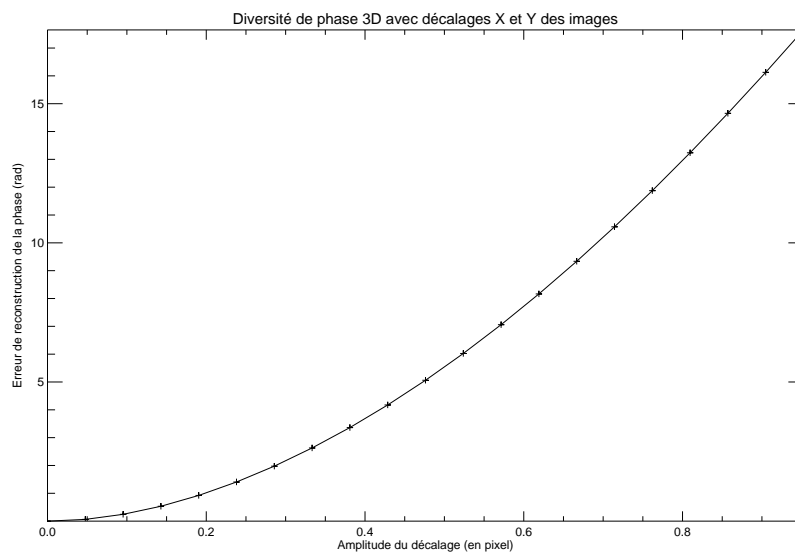


FIG. 3.17 – Évolution de l'erreur totale d'estimation de la phase en fonction de l'amplitude du décalage introduit entre les plans successifs d'une image 3D. Les images 3D sont simulées sans bruit.

inférieure au quart de pixel. Nous pouvons donc espérer pouvoir négliger ce terme d'erreur lors du traitement de données expérimentales.

3.4 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord proposé d'estimer conjointement l'objet d'intérêt et la FEP 3D en réduisant le nombre d'inconnues (par décomposition d'une phase pupillaire unique sur la base des polynômes de Zernike). Nous avons montré que le critère qui est alors minimisé n'est pas convexe si la contrainte de positivité n'est pas utilisée. Si elle est imposée, le critère peut redevenir convexe à condition de ne rechercher que très peu d'inconnues (deux dans nos simulations). Si le nombre d'inconnues augmente, alors les aberrations estimées sont trop éloignées des vraies aberrations pour permettre une restauration correcte de l'objet 3D. Nous avons alors proposé une interprétation 3D de la diversité de phase qui nous a amené à développer une nouvelle contrainte originale de support longitudinal. Nous avons alors validé cette méthode de diversité de phase 3D sur des données simulées. Nous avons ainsi pu montrer que le comportement de cette méthode était conforme au comportement de la diversité de phase en 2D et nous avons montré que cette méthode permet une bonne estimation des aberrations même si de petites erreurs de modèle étaient introduites dans les simulations.

L'estimation conjointe des aberrations du système et de l'objet est un problème difficile et mal posé, particulièrement en imagerie 3D. La méthode de diversité de phase 3D que nous avons proposée et validée dans ce chapitre pour résoudre ce problème est à la fois novatrice et, en pratique, très efficace. Elle a donné lieu à plusieurs communications et à un article dans une revue internationale à comité de lecture [[Chenegros et al., 2007](#)].

Afin de valider définitivement la méthode de diversité de phase 3D et la méthode de déconvolution à FEP 3D connue, nous devons traiter des données expérimentales. C'est ce que nous nous proposons de faire dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Application : déconvolution 3D d'images expérimentales

Nous avons présenté deux méthodes de déconvolution 3D : une méthode de déconvolution 3D fonctionnant avec la FEP 3D connue (chapitre 2) et une méthode de déconvolution 3D avec estimation des aberrations du système (chapitre 3). Nous avons présenté des validations sur données simulées de ces deux méthodes et nous avons essayé de comprendre et de calibrer le comportement des méthodes en introduisant un certain nombre d'erreurs de modèles dans ces simulations. Avant d'envisager d'utiliser ces méthodes dans un contexte d'imagerie médicale (en particulier pour l'imagerie rétinienne à haute résolution), nous avons voulu les valider sur des données expérimentales. Celles-ci sont nécessairement affectées de phénomènes non pris en compte dans les simulations. Pour cela, nous avons développé un banc expérimental à l'ONERA permettant d'acquérir des données 3D tout en étant optiquement le plus simple possible afin d'en maîtriser le plus d'éléments possible. Nous allons donc tout d'abord présenter ce banc, ainsi que les caractéristiques des éléments qui le composent. Nous verrons ensuite comment nous avons obtenu des images 3D ainsi que des FEP 3D avec ce banc, puis nous présenterons les résultats obtenus avec les deux méthodes de déconvolution 3D que nous avons développées.

4.1 Dispositif expérimental

4.1.1 Description

Afin de réaliser des images 3D expérimentales, nous avons voulu disposer d'un banc dédié à l'ONERA, simplifié par rapport au banc des XV-XX. Ce banc ne dispose donc pas d'une boucle d'optique adaptative. Cela dit, nous avons souhaité que notre banc reste compatible avec celui des XV-XX. Cette compatibilité nous permet de réaliser facilement des images du même objet 3D dans les mêmes conditions optiques (échantillonnage des images sur la caméra, grandissement du système, profondeur de champ, ...). Afin de tenir compte des contraintes imposées par la compatibilité avec le banc des XV-XX et de contraintes nécessaires pour réaliser des images 3D les plus conformes possible à notre modèle direct présenté à l'équation 2.1, voici les principales

contraintes que nous avons retenues pour définir notre banc :

- Il faut qu’une image soit, au minimum, échantillonnée à Shannon. L’échantillonnage peut être ajusté par modification du diamètre de la pupille du système.
- La caméra doit être mobile en translation le long de l’axe optique afin de réaliser l’acquisition de toute une pile d’images.
- L’ouverture du système doit être ajustable et parfaitement circulaire (en effet, dans le modèle de FEP utilisé la pupille est supposée circulaire).
- L’ouverture du système doit rester constante sur tout le volume d’acquisition afin que la distance entre les plans ne soit pas modifiée artificiellement par le système optique. En effet, comme le coefficient de défocalisation entre les plans (donné par l’équation 2.13) dépend de l’ouverture du système, celle-ci doit rester constante.
- Les aberrations doivent varier le moins possible dans le champ (on veut rester dans le domaine isoplanétique). Nous considérons qu’une variation du rapport de Strehl (rapport entre l’intensité du pic central de la FEP du système et celle de la tache d’Airy) inférieure à 2% sur le champ est acceptable.
- On doit être en mesure d’ajouter des aberrations calibrées afin de valider la restauration des aberrations. Pour cela nous disposons d’une lame à faces parallèles que nous pouvons positionner, inclinées par rapport à l’axe optique, près de la pupille du système, en faisceau convergent. En fonction de l’inclinaison de la lame par rapport à l’axe optique, nous introduisons des aberrations calibrées (essentiellement de l’astigmatisme).

En tenant compte de toutes ces contraintes, nous nous sommes orientés vers un système télécentrique ¹ dans les domaines objet et image. Nous avons choisi des lentilles de qualité afin de limiter le plus possible les aberrations dans le champ. D’après nos simulations sous Zemax ² (logiciel de calcul optique), le rapport de Strehl reste supérieur à 99% sur tout le champ. Le schéma 4.1 représente le montage que nous avons réalisé. Les différents éléments ont été dimensionnés et placés sous Zemax afin d’optimiser le placement des composants et de simuler les aberrations présentes dans le champ. La lentille L_1 est un objectif de microscope (Melles Griot 16X, NA=0.32) ; la lentille L_2 est une lentille simple biconvexe (Newport KBX055) de 62.9 mm de focale et 25.4 mm de diamètre. C’est cette lentille qui nous permet d’obtenir une image de l’objet (placé au foyer objet de L_1). Pour être télécentrique dans le domaine objet, la pupille du système doit être placée au foyer image de l’objectif de microscope. Malheureusement, le foyer image de notre objectif est virtuel. Le diaphragme P ne pouvant donc pas être placé directement au foyer image de l’objectif, nous avons choisi de le placer au niveau de l’image du foyer image de l’objectif par la lentille L_2 . L’image de l’objet placée au foyer objet de L_1 doit maintenant être transportée à travers la pupille P du système. C’est le rôle du système constitué de deux doubles identiques, montés tête bêche (afin de minimiser les aberrations) de 250 mm de focale et 25.4 mm de diamètre (il s’agit des lentilles L_3 et L_4). Le grandissement obtenu par le système de transport d’image vaut -1 . La pupille P que nous utilisons est un trou calibré de 2.6 mm de diamètre (l’échantillonnage est, dans ces conditions, de deux fois Shannon). La caméra dont nous

¹Un système télécentrique est un système dans lequel la pupille est située à l’infini dans le domaine objet par exemple. Cette particularité optique garantit un grandissement constant (quelle que soit la position de l’objet) mais limite aussi fortement la distorsion.

²Je tiens à remercier Bruno Fleury pour l’aide qu’il m’a apportée pour cette partie de design optique.

disposons est une caméra Princeton, refroidie, avec un capteur de 512x768 pixels. Chaque pixel est carré de 9 μm de côté. Le bruit électronique de cette caméra est de l'ordre de 10 électrons RMS par pixel.

4.1.2 Procédures de réglage

Le premier réglage du banc consiste à aligner tous les centres des différents composants optiques sur un même axe. Pour cela nous utilisons un laser HeNe collimaté avec un faisceau très fin. Une fois que les centres de toutes les lentilles sont alignés sur cet axe, nous vérifions par autocollimation³ que chaque lentille n'est pas inclinée par rapport à l'axe optique. Ensuite, il faut positionner les différents éléments les uns par rapport aux autres :

1. L'objectif de microscope est positionné arbitrairement.
2. Le centre de la lentille L_2 est placée à 7 cm du centre de L_1 . La position de L_2 va influencer la longueur totale du trajet optique donc nous avons cherché à minimiser cette longueur car plus le trajet optique est long et plus des phénomènes de turbulences viennent perturber la formation d'image. Cette distance a été optimisée sous Zemax.
3. P est placé de manière à ce que son image à travers les lentilles L_1 et L_2 soit à l'infini dans le domaine objet de L_1 (système télécentrique). Pour cela, nous utilisons une lunette de collimation (permet d'avoir une image nette d'un objet situé à l'infini) placée devant l'objectif de microscope. Lorsque l'image de P est nette dans la lunette de collimation, la pupille est à l'infini dans le domaine objet de L_1 .
4. La lentille L_3 doit avoir son foyer objet confondu avec le foyer image de L_2 (afin que l'image d'un point placé au foyer objet de L_1 soit projeté à l'infini dans le domaine image de L_3). Pour cela, nous utilisons de nouveau la lunette de collimation. En plaçant un objet (par exemple un trou source éclairé par l'arrière) au foyer objet de L_1 , nous réglons la position de L_3 de manière à avoir une image nette de l'objet, dans la lunette.
5. La lentille L_4 enfin, est positionnée pour avoir une image nette de la pupille, dans la lunette de collimation, c'est-à-dire pour que la pupille P soit aussi à l'infini dans le domaine image (système télécentrique).

De cette manière, nous avons un système télécentrique dans les domaines objet et image. Le schéma du montage est donné à la Figure 4.1. Les distances indiquées sur ce schéma sont approximatives, mais donnent une bonne idée de la configuration générale du banc ainsi que de l'encombrement.

4.1.3 Objets et éclairage

Afin de valider nos méthodes de déconvolution 3D, nous avons à notre disposition deux objets :

³L'autocollimation consiste à placer un miroir plan derrière une lentille et à vérifier que l'image réfléchie du faisceau incident coïncide bien avec le centre de la source.

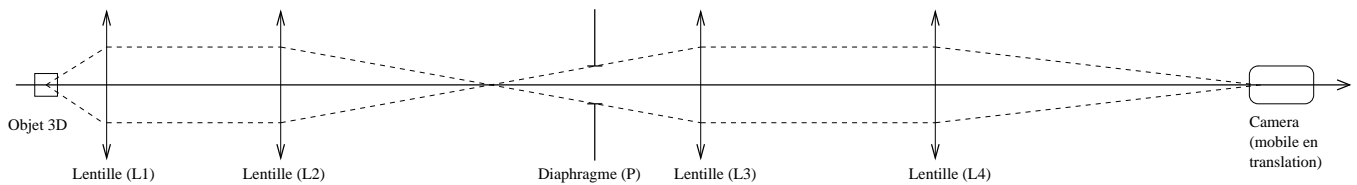


FIG. 4.1 – Schéma du montage optique réalisé à l’ONERA pour valider la déconvolution 3D sur des données expérimentales.

- Un trou source de $1\ \mu\text{m}$ de diamètre : cet objet, non résolu sur la caméra va nous permettre de réaliser des mesures de la FEP 3D du système.
- Une règle micrométrique : cette règle en verre est inclinée de 35° par rapport à l’axe optique. Nous disposons ainsi d’un objet 3D. Chaque graduation est gravée dans le verre et un dépôt de chrome est réalisé au fond des gravures. Les graduations ont une largeur de $1\ \mu\text{m}$ et sont espacées de $25\ \mu\text{m}$.

Ces deux objets peuvent être montés sur le banc avec un minimum de modifications et, surtout, sans toucher aux réglages des composants optiques. On peut ainsi réaliser des images du trou source et de la règle dans un laps de temps très court ce qui assure d’avoir les mêmes conditions expérimentales (température de la pièce essentiellement) pour ces deux acquisitions.

La source lumineuse dont nous disposons est une diode ultra-luminescente de marque Luxeon verte (longueur d’onde autour de $530\ \text{nm}$). Ces diodes ont simultanément une largeur de bande fine ($30\ \text{nm}$), une très grande puissance lumineuse ($100\ \text{lumen}$) et un très faible coût.

Enfin, l’acquisition d’images 3D nécessite de synchroniser la translation de la caméra avec l’acquisition des images. Cette synchronisation se fait par la programmation du contrôleur de la platine de translation de la caméra qui dispose d’un bus d’entrées/sorties permettant ce genre de manœuvre ⁴.

4.2 Acquisition des images et pré-traitements

4.2.1 Acquisition des images

Nous avons vu dans la partie précédente que nous avons deux objets à notre disposition : un trou source de $1\ \mu\text{m}$ pour l’acquisition de FEP 3D et une règle micrométrique pour pour l’acquisition des images 3D.

L’acquisition de données 3D se fait par déplacement de la caméra d’imagerie le long de l’axe optique du système. La caméra est donc, pour chaque nouvelle position, conjuguée d’un plan dans (ou en dehors de) l’objet 3D étudié. Il est important de faire attention à deux points :

⁴Je tiens à remercier, pour cette partie d’électronique, Joseph Montri qui s’est montré très disponible pour tous ces branchements ...

- La distance entre les plans de l'image 3D et ceux de la FEP 3D doit être exactement la même (cette distance dépend du déplacement de la caméra).
- Pour la FEP 3D, le plan focalisé sur le trou source doit être particulièrement soigné : en effet, si une défocalisation résiduelle reste dans l'image focalisée, alors, la résolution latérale des images, après reconstruction, ne sera pas optimale.

Les images brutes acquises sur le banc ne sont pas directement exploitables à l'aide des méthodes de déconvolution 3D. En effet, le modèle de formation des images que nous avons présenté dans la partie 2.1 fait des hypothèses sur les données. Ces hypothèses sont :

- Les pixels du capteur de la caméra doivent avoir une réponse uniforme à une excitation donnée.
- Les images sont parfaitement alignées les unes par rapport aux autres.

Il est donc nécessaire d'appliquer un certain nombre de pré-traitements aux données brutes afin de minimiser les écarts au modèle convolutif supposé.

4.2.2 Correction du courant d'obscurité du capteur

Le courant d'obscurité correspond à la génération spontanée d'électrons dans les photo-sites. C'est l'agitation thermique des atomes qui donne suffisamment d'énergie à certains électrons pour franchir la barrière de potentiel. Ces électrons ne sont donc pas excités par des photons. Ce courant d'obscurité se traduit, sur une image, par un fond non nul variant d'un pixel à l'autre. Ce courant d'obscurité ne dépend que de la température du capteur (plus le capteur est chaud plus le courant d'obscurité est élevé), de la durée de la mesure (plus le temps de mesure est long et plus le nombre d'électrons franchissant la barrière de potentiel est grand) et des caractéristiques de chaque photo-site. Il est donc envisageable de mesurer ce courant d'obscurité (en réalisant une image dans le noir appelée *dark*) et de soustraire ce *dark* à l'image d'intérêt.

4.2.3 Correction des inhomogénéités de réponse du capteur

Nous avons donc, maintenant, une image dont tous les pixels ont été corrigés du courant d'obscurité du capteur. Il est alors nécessaire de s'assurer que tous les pixels du capteur aient la même réponse lorsqu'ils sont soumis au même flux. Pour cela nous plaçons, devant le capteur de la caméra, une source étendue présentant une intensité lumineuse uniforme (nous utilisons une sphère intégrante). L'image acquise dans ces conditions (appelée *flat*) est caractéristique des inhomogénéités de réponse du capteur. Cette image étant affectée par le courant d'obscurité il est nécessaire de soustraire un *dark*.

Une image corrigée du courant d'obscurité et des inhomogénéités de réponse du capteur est donc obtenue après ces opérations :

$$i_c = \frac{i_b - D_1}{F - D_2}$$

où i_c représente l'image corrigée, i_b est l'image brute, D_1 est le *dark* acquis avec un temps de pose identique à celui de l'image et D_2 est le *dark* acquis avec un temps de pose identique à celui du *flat*, et enfin, F est le *flat*.

4.3 Recentrage subpixélique : adaptation d'une méthode MV aux objets très étendus

L'acquisition expérimentale des images 3D se faisant par translation de la caméra d'imagerie le long de l'axe optique, le moindre défaut d'alignement des optiques va se traduire par le décalage des différents plans 2D constituant une image 3D, les uns par rapport aux autres. Ces décalages pouvant aller jusqu'à plusieurs pixels rendent le modèle de formation des données inexact puisque dans ce modèle, on suppose que les plans de l'image 3D et de la FEP 3D (dans le cas de la déconvolution à FEP connue) sont parfaitement alignés. Il est donc nécessaire d'effectuer un recalage des données avant d'envisager la déconvolution 3D. La précision de recentrage dont nous avons besoin doit être supérieure au quart de pixel d'après les simulations que nous avons faites dans la partie 3.3.4⁵. Cela exclut donc une méthode de recentrage de type corrélation croisée entre les images puisque dans ce cas, la précision du recentrage est de l'ordre du pixel. Une méthode d'estimation des décalages subpixéliques entre deux images a été proposée par D. Gratadour [Gratadour et al., 2005] dans le cadre de l'imagerie astronomique corrigée par OA. Nous présentons ci-dessous l'adaptation de cette méthode que j'ai réalisée pour des images d'objets très étendus.

4.3.1 Recentrage subpixélique en imagerie 2D

La méthode de recentrage subpixélique proposée par D. Gratadour permet d'estimer les décalages x et y qui existent entre deux images. La première image est appelée « image de référence » (notée \mathbf{r} par la suite) car elle sert de référence à l'estimation des décalages. La deuxième image (notée \mathbf{i} par la suite) est une version décalée et bruitée de l'image de référence. On peut alors définir $\mathbf{r}(p, q)$ comme étant la discrétisation de $R(\alpha, \beta)$ sur une grille de pixels soit : $\mathbf{r}(p, q) = [R(\alpha, \beta)]_{\text{III}}(p, q)$. Nous considérons que le bruit mixte (gaussien et poissonien) contenu dans les images peut être approximé (voir le paragraphe 2.3.3 pour plus de précisions) par un bruit gaussien non stationnaire. Comme nous l'avons expliqué précédemment, la deuxième image est une version décalée et bruitée de l'image de référence soit : $\mathbf{i}(p, q) = [R(\alpha, \beta) \star \delta(\alpha - x, \beta - y)]_{\text{III}} + \mathbf{b}_1(p, q)$ où $\mathbf{b}_1(p, q)$ est une carte de bruit (variant pixel à pixel).

Nous pouvons donc définir l'image de référence bruitée (c'est-à-dire une image expérimentale) comme : $\mathbf{r}(p, q) = R(p, q) + \mathbf{b}_0(p, q)$. L'estimation des décalages (x, y) se fait par minimisation du critère de type maximum de vraisemblance suivant :

$$J(x, y) = \sum_{p, q=0}^{N_{pix}-1} \frac{1}{2\sigma^2(p, q)} |\mathbf{i}(p, q) - [\mathbf{r} \star \delta(x, y)]_{\text{III}}(p, q)|^2 \quad (4.1)$$

L'image de référence va être décalée (de manière subpixélique) jusqu'à être au minimum du critère 4.1.

⁵Sachant que l'estimation conjointe de l'objet 3D et des aberrations est la méthode la plus sensible aux erreurs de modèle, nous prenons ces caractéristiques comme base de référence.

4.3.2 Adaptation de la méthode au recentrage subpixélique d'images 3D étendues

La méthode précédente a été développée pour des objets peu étendus et 2D. Le décalage de la deuxième image se fait alors par circularisation, c'est-à-dire que les pixels du bord de l'image (qui ne contiennent que du bruit) sont déplacés d'un bord à l'autre de l'image sans changer la valeur du critère. Dans notre cas, l'objet s'étend en dehors des bords de l'image et il est 3D. L'application de la méthode précédente à un objet 3D se fait en considérant que les plans adjacents d'une image 3D se ressemblent suffisamment pour que cette erreur de modèle soit négligeable. Par contre, comme l'objet est très étendu, les pixels des bords de l'image contiennent donc de l'information sur l'objet. Il n'est pas possible de les circulariser sans altérer la minimisation du critère 4.1 et donc l'estimation des décalages. La solution proposée et mise en place consiste à ne calculer le critère $J(x, y)$ que sur les pixels qui ne seront pas circularisés en appliquant un masque binaire. Le choix du masque est déterminant dans la bonne estimation des décalages. Ce choix se fait par mise à zéro des bords du masque (si la largeur du bord est inférieure au décalage maximum, alors des pixels circularisés seront pris en compte). Si le masque appliqué est correctement choisi, alors le calcul du critère est exact, c'est-à-dire sans tenir compte des pixels circularisés. Cette méthode est équivalente à appliquer une variance infinie sur une certaine zone de l'image (le masque est donc l'inverse d'une variance). Le critère 4.1 calculé en tenant compte de ce masque devient alors :

$$J(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{p,q=0}^{N_{pix}-1} (|\mathbf{i}(p, q) - [\mathbf{r} \star \delta(x, y)]_{\text{III}}(p, q)|^2 \cdot W_{2D}(p, q))$$

où W_{2D} est le masque de pondération.

Cette méthode de recentrage subpixélique d'objets étendus a été validée sur des données simulées. Ces simulations, réalisées dans les conditions présentées dans la partie 2.5.3, nous ont permis de vérifier que la précision de recentrage obtenue avec cette méthode est largement meilleure que la précision requise (à savoir le quart de pixel) puisque, dans des conditions réalistes de bruit, nous arrivons à une précision de l'ordre $5 \cdot 10^{-2}$ pixel. Pour une image 3D contenant 5 plans de 128 pixels chacun, et avec un masque qui fait 80 pixels, voici la précision de recentrage pour 3 niveaux de bruit différents :

niveau de bruit	1% (faible)	3% (réaliste)	10% (fort)
précision de recentrage	$1 \cdot 10^{-2}$ pixel	$5 \cdot 10^{-2}$ pixel	$18 \cdot 10^{-2}$ pixel

Les images expérimentales que nous obtenons sont en général beaucoup plus grandes (au moins 512 pixels par plans). La quantité de données à notre disposition étant bien supérieure (au moins seize fois plus grande pour chaque plan), on s'attend à avoir une précision au moins quatre fois meilleure que celle présentée dans le tableau précédent.

4.3.3 Application de la méthode au recentrage d'images de la rétine

Cette méthode a été appliquée sur des données expérimentales obtenues sur le banc ŒIL des XV-XX⁶. Nous présentons maintenant (voir Figures 4.2 et 4.3) des résultats du recalage d'images expérimentales de photorécepteurs obtenues sur un œil avec correction des aberrations par optique adaptative. Il ne s'agit pas ici d'une image 3D mais de plusieurs images 2D acquises à la même « altitude » dans la rétine. La caméra d'imagerie est conjuguée de la couche des photorécepteurs et une trentaine d'images sont acquises sur cette couche. Les déplacements de l'œil font que ces trente images sont toutes décalées les unes par rapport aux autres. Afin d'obtenir une image « grand » champ des photorécepteurs, il est nécessaire de recentrer toutes les images et ensuite de reconstruire le champ étendu. L'image 4.2 correspond à un médaillon pris sur les images recentrées avec une méthode de corrélation croisée améliorée (précision au demi pixel) alors que l'image 4.3 correspond à un médaillon pris sur les images recentrées avec la méthode subpixelique que nous venons de présenter. Visuellement, on constate une nette amélioration du contraste sur certains photorécepteurs (principalement sur les quatre cellules en haut des deux images).

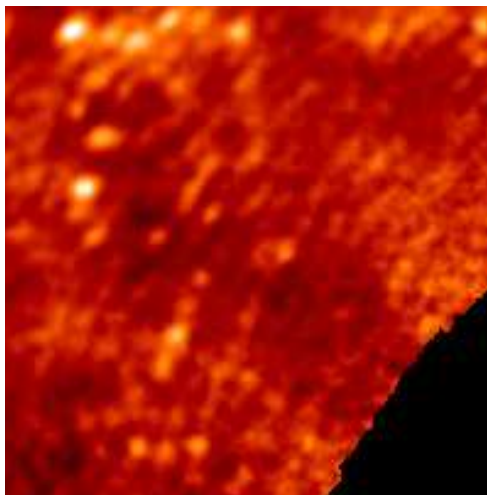


FIG. 4.2 – Image « grand » champ de la couche des photorécepteurs, réalisée à partir de trente images élémentaires acquises sur le banc ŒIL des XV-XX. Ces images élémentaires ont été recentrées avec une méthode précise au demi pixel.

Nous avons, de plus, tracé les spectres⁷ des deux images « grand » champ (l'image totale, pas seulement le médaillon). Sur la Figure 4.4 on peut remarquer que la méthode subpixelique a permis un gain sur certaines fréquences spatiales de l'ordre de 30% par rapport aux images

⁶Les images élémentaires ont été acquises par Marie Glanc, de l'observatoire de Paris, et les images « grand » champ ont été réalisées par Leonardo Blanco, de l'Observatoire de Paris.

⁷Spectres réalisés par Leonardo Blanco.

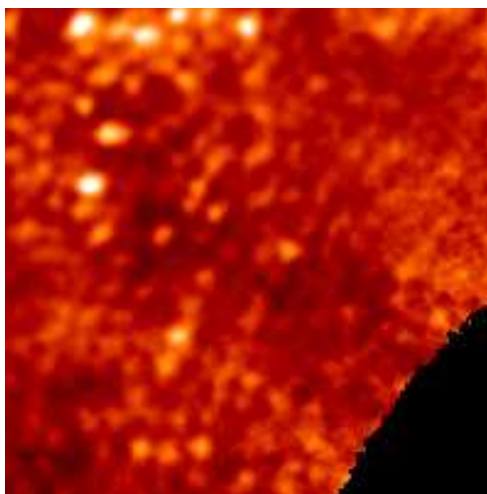


FIG. 4.3 – Image « grand » champ de la couche des photorécepteurs, réalisée à partir de trente images élémentaires acquises sur le banc ŒIL des XV-XX. Ces images élémentaires ont été recentrées avec la méthode de recentrage subpixelique par MV de Damien Gratadour que nous avons adaptée au cas d'objets très étendus.

recentrées par la méthode de corrélation croisée. Donc, si pour un résultat « visuel » la méthode pixelique (par corrélation croisée) peut éventuellement suffire, il y a un réel gain à utiliser la méthode subpixelique pour des images devant subir un traitement tel que la déconvolution 3D.

4.4 Résultats de déconvolution 3D à FEP 3D connue

Nous présentons maintenant les résultats des déconvolutions 3D d'images expérimentales obtenues sur le banc présenté au paragraphe 4.1. Dans un premier temps, nous traitons des données 3D à l'aide de la FEP 3D mesurée sur le banc. La FEP 3D est mesurée en faisant l'image du trou source de 1 μm de diamètre. Ce trou source est, en pratique, non résolu puisque, le grandissement étant égal à 6, l'image du trou fait 6 μm sur un pixel de 9 μm . Ensuite, la caméra est translatée le long de l'axe optique du système afin de pouvoir acquérir la totalité du volume de la FEP 3D. Pour l'objet 3D, la règle micrométrique est placée devant l'objectif de microscope (lentille L_1) avec un angle de 35° (des contraintes mécaniques ne nous ont pas permis de mettre un angle supérieur). La profondeur de champ d'un instrument optique correspond à la distance maximale entre deux points situés le long de l'axe optique tels que leurs images respectives soient toutes deux considérées comme focalisées. En microscopie, une formule couramment utilisée pour définir la profondeur de champ Δz se trouve par exemple dans Pérez [Pérez, 1994, chap. 11, p. 101]. Cette formule, appliquée à un système peu ouvert et dans l'air donne :

$$\Delta z = \lambda \cdot \left(\frac{f}{D} \right)^2 \quad (4.2)$$

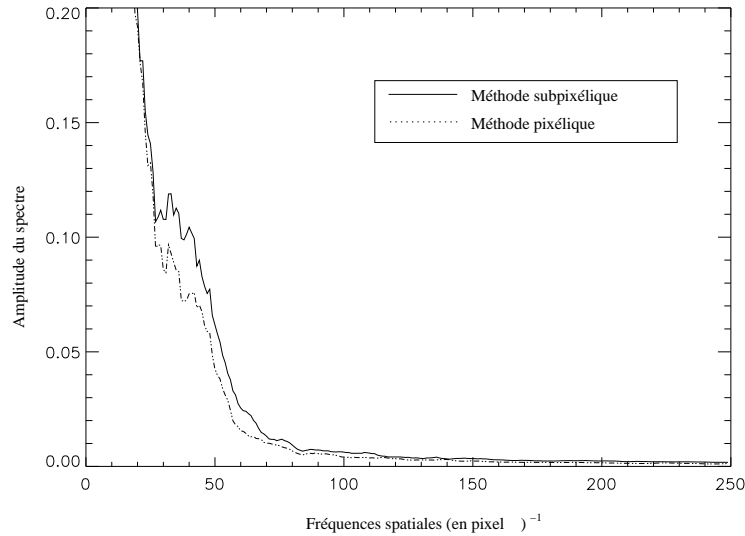


FIG. 4.4 – Spectre des deux images « grand » champ obtenues avec les deux méthode de recadrage à notre disposition. On voit clairement le gain apporté par la méthode subpixelique sur certaines fréquences spatiales.

où λ est la longueur d'onde d'imagerie, f est la focale de la lentille d'imagerie et D est le diamètre de la pupille. D'autre part nous savons que la valeur du coefficient de défocalisation est donnée par la relation 4.3.

$$\Delta\varphi = \frac{\pi\Delta z}{8\sqrt{3}\lambda\left(\frac{f}{D}\right)^2} \quad (4.3)$$

En identifiant les formules 4.2 et 4.3, la profondeur de champ définie par Pérez correspond à une défocalisation RMS de $\Delta\varphi = \frac{\lambda}{28}$. En règle général, la défocalisation utilisée en optique est de l'ordre de $\Delta\varphi = \frac{\lambda}{4}$ ce qui veut dire que cette définition de la profondeur de champ est très sévère (cela se traduit par un coefficient d'ajustement dans l'équation 4.2 qui serait de l'ordre de 7). D'après la formule 4.2, la profondeur de champ de notre système vaut $\Delta z = 3.7$ mm c'est-à-dire une défocalisation de $\Delta\varphi = 0.23$ rad RMS. La distance entre chaque plan de l'image 3D est de 0.8 mm (défini par la translation de la caméra). La distance longitudinale entre deux traits de la règle est $530 \mu\text{m}$ ce qui veut dire que 7 graduations sont nettes en même temps sur un plan de l'image 3D. C'est d'ailleurs ce que l'on peut constater sur les différents plans de la règle présentés dans les Figures 4.5 et 4.6. L'image 3D de la règle contient 30 plans différents et la FEP 3D en contient 59. L'image 4.5 et l'image 4.6 sont deux images de la règle prises à des altitudes différentes (la distance entre les deux plans est de 3.2 cm).

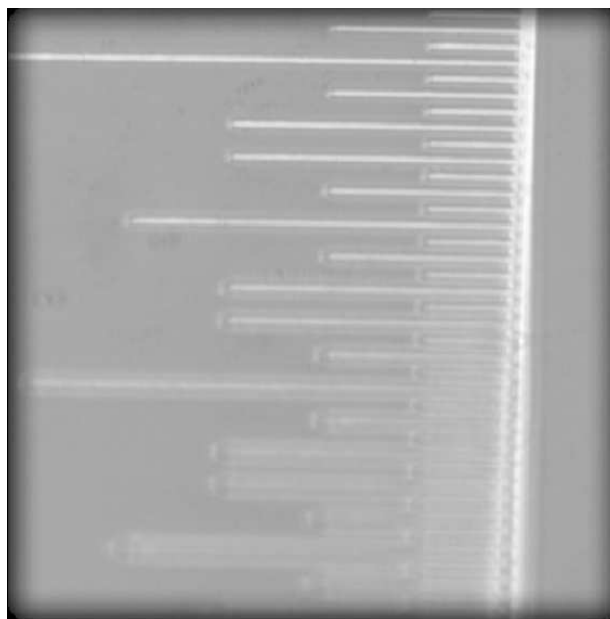


FIG. 4.5 – Une des images 2D de la pile d’images de la règle micrométrique. La caméra est focalisée sur le haut de la règle.

4.4.1 Résultats avec une régularisation L_2

Nous avons traité, avec l’algorithme présenté au Chapitre 2, les images de la règle micrométrique. Dans un premier temps, nous avons utilisé le critère de régularisation quadratique. La DSP objet est estimée sur chaque plan de l’image 3D par la méthode pseudo 3D avec la FEP 3D que nous avons mesurée. Comme nous utilisons la contrainte de positivité, nous choisissons d’adapter l’hyperparamètre de la régularisation L_2 et nous imposons $\mu = 10^{-1}$ (cette valeur est choisie en fonction des courbes obtenues dans la partie 2.5.5.1). Comme on peut le constater sur les figures 4.7 et 4.8, la résolution latérale de l’image a été améliorée par la méthode de déconvolution 3D (la largeur des graduations de la règle passe de six pixels environ sur les images non-traitées à un pixel sur les données restaurées. Cette largeur correspond bien à la largeur théorique des graduations de la règle puisque elles ont une largeur de $1\ \mu\text{m}$ ce qui donne en théorie $1/2$ pixel sur la caméra. La figure 4.9 correspond à l’addition longitudinale de tous les plans 2D de l’objet restauré. On constate ainsi aisément le gain en résolution latérale que l’on obtient grâce à la déconvolution 3D par rapport à la figure 4.10 (qui correspond à la somme longitudinale des plans 2D de l’image 3D). D’autre part, la résolution longitudinale a été améliorée de façon significative : alors que sur un plan de l’image 3D on peut distinguer toutes les graduations de la règle, plus ou moins défocalisées, sur l’objet restauré on ne retrouve qu’un groupe de 5 traits par plan. Ce groupe de 5 traits correspond à la profondeur de champ théorique du système.

Enfin, on peut remarquer que la contrainte de positivité a permis de restaurer le fond de

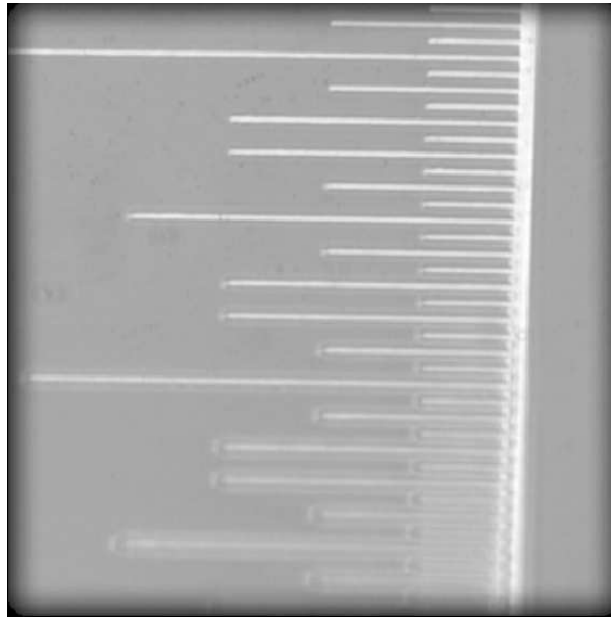


FIG. 4.6 – Une des images 2D de la pile d’images de la règle micrométrique. La caméra est focalisée un peu au dessus du milieu de la règle.

l’objet. En effet, sur les images, on voit la présence d’un fond dû à la présence de poussières sur le trajet optique et à la présence de lumière parasite dans le laboratoire. Comme le fond est d’amplitude assez faible, la contrainte de positivité est parfaitement efficace et permet de soustraire ce fond.

La qualité de la restauration n’est cependant pas aussi élevée que ce que nous espérons. En effet, les graduations sont assez discontinues sur les différents plans 2D de l’objet 3D restauré. On remarque sur la somme des plans que les graduations sont bien continues, ce qui nous amène à penser que tous les photons sont bien présents, mais répartis sur tous les plans de l’objet (en fait surtout sur le plan précédent et le plan suivant). Ce défaut de restauration peut être dû à deux phénomènes :

- Les conditions d’obtention de ces images sont plus sévères que les conditions d’imagerie rétinienne. En l’occurrence, nous avons pris volontairement une profondeur de champ très grande (le diamètre de la pupille est petit devant la focale de la lentille d’imagerie) ce qui signifie que les plans sont difficiles à séparer. L’algorithme peut donc facilement se tromper d’un plan pour ré-attribuer les photons.
- Dans notre montage (voir le paragraphe 4.1), la pupille du système est au foyer et non au centre de l’objectif de microscope (comme ce serait le cas par défaut, c’est-à-dire sans ajouter une pupille fixe dans notre système). La surface de la lentille de l’objectif éclairée par le trou de $1\ \mu\text{m}$ n’est donc pas forcément la même que la surface vue par l’objet étendu. Comme l’objectif de microscope dont nous disposons est en assez mauvais état, cette dif-

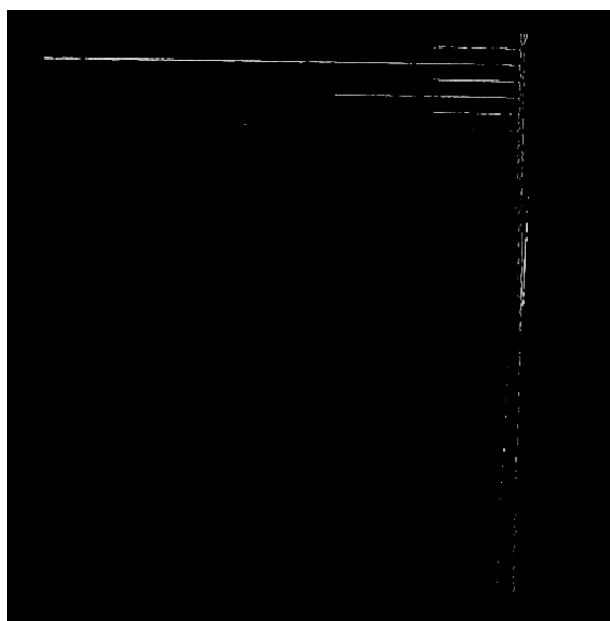


FIG. 4.7 – Objet restauré avec contrainte de positivité et régularisation $L2$ correspondant à la caméra focalisée sur le haut de la règle.

férence de surface peut expliquer que les « défauts » vus par le trou de $1\ \mu\text{m}$ ne sont pas exactement les mêmes que les défauts vus par l'objet étendu et donc que l'acquisition de la FEP 3D ne se fasse pas tout à fait dans les mêmes conditions que l'acquisition de l'image 3D de l'objet étendu. Nous pouvons donc avoir de petites erreurs de modèle entre la FEP 3D mesurée et la FEP 3D « vue » par les photons diffusés par l'objet 3D.

Nous avons certainement ces deux effets (ainsi que d'autres pas encore identifiés) qui se conjuguent pour amener ce résultat. De plus, si le plan où l'on a vraiment le trait est entre deux plans de reconstruction, l'algorithme peut attribuer le trait à l'un ou à l'autre plan.

4.4.2 Résultats avec une régularisation $L1-L2$

Voici maintenant les résultats obtenus avec le critère de régularisation $L1-L2$. Globalement, les objets restaurés avec ce critère de régularisation ressemblent beaucoup aux résultats obtenus avec la régularisation $L2$. En revanche, nous avons réussi, grâce au réglage des deux hyperparamètres, à restaurer des graduations notablement plus continues que dans le cas précédent comme on peut le remarquer sur les figures 4.11 et 4.12.

On peut donc conclure que la méthode de déconvolution 3D fonctionne de manière particulièrement efficace même sur des données expérimentales. Globalement, les performances de cette méthode sur un objet 3D étendu semblent s'approcher des simulations réalisées dans le paragraphe 2.5. On constate que les imperfections des données expérimentales, comme on s'y

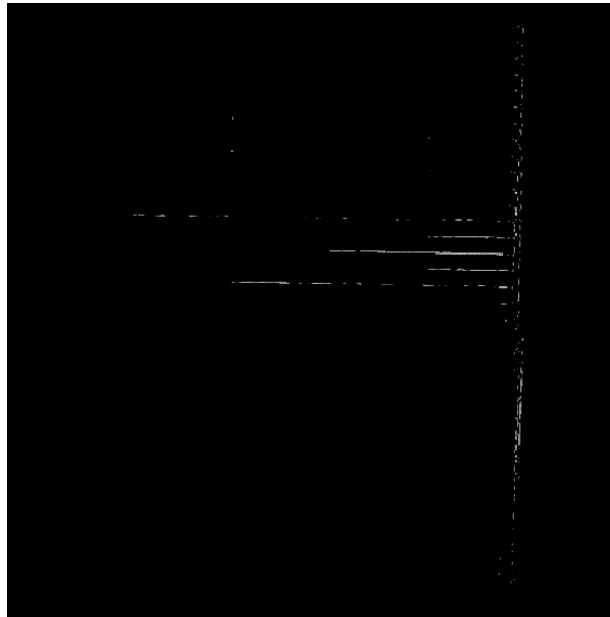


FIG. 4.8 – Objet restauré avec contrainte de positivité et régularisation $L2$ correspondant à la caméra focalisée un peu au dessus du milieu de la règle.

attendait, peuvent légèrement dégrader la qualité de restauration. On remarque, de plus, que la régularisation $L1-L2$ permet, même si elle est plus compliquée à mettre en œuvre, d’avoir une restauration de meilleure qualité.

4.5 Estimation des aberrations avec la méthode de diversité de phase 3D : premiers pas vers une validation expérimentale

Afin de valider la méthode de diversité de phase 3D, nous⁸ avons introduit des aberrations calibrées dans le dispositif expérimental. Pour cela nous avons placé une lame à faces parallèles en verre BK7 (indice $\eta = 1.518$ à $\lambda = 530$ nm), d’épaisseur $e = 6.2$ mm, en faisceau convergent, au plus près du diaphragme P du système afin que tous les rayons lumineux « voient » les mêmes aberrations. On peut faire varier l’angle α de la lame afin d’introduire des aberrations plus ou moins fortes. Avec un angle $\alpha = -35^\circ$ soit $\alpha = -0.61$ rad par rapport à l’axe optique, la valeur du coefficient a_6 d’astigmatisme que nous introduisons est de -0.21 rad. Cette valeur nous est

⁸Une grande partie de ce travail expérimental, et notamment les modifications et optimisations du banc ainsi que le traitement de certaines données, a été réalisé par Claire Alhenc-Gellas dans le cadre de son stage de fin d’études. J’ai co-encadré ce stage avec Laurent Mugnier.

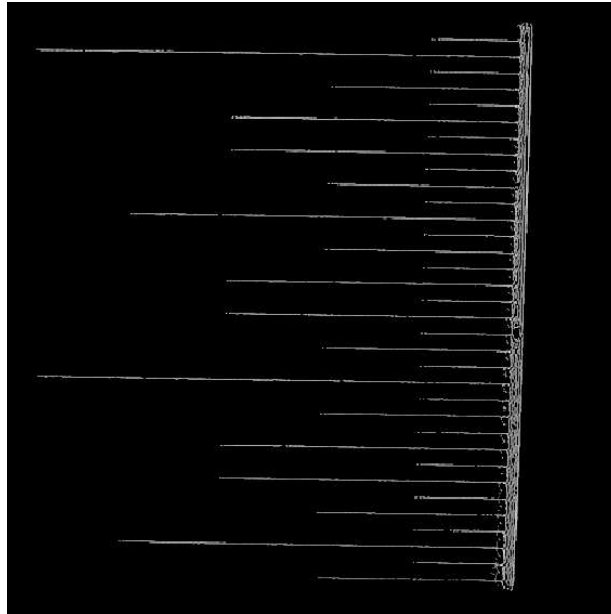


FIG. 4.9 – Somme de tous les plans de la règle restaurés sous contrainte de positivité et régularisation quadratique.

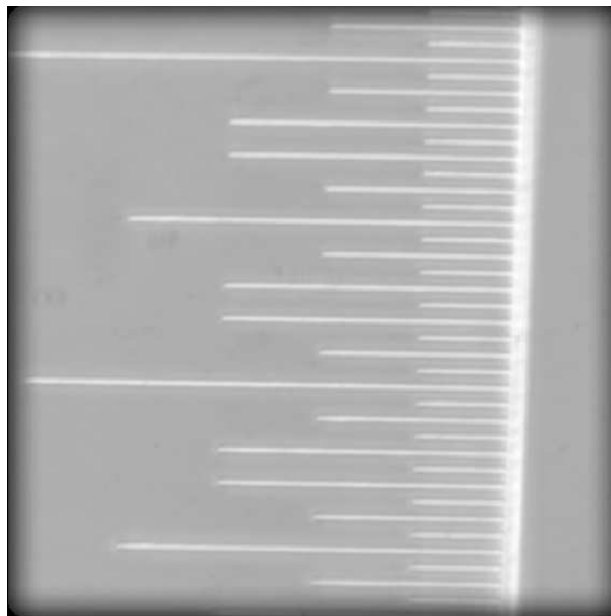


FIG. 4.10 – Somme de tous les plans images de la règle.

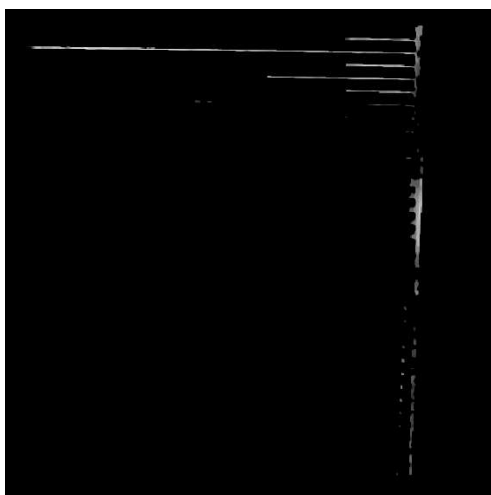


FIG. 4.11 – Objet restauré avec contrainte de positivité et régularisation $L1-L2$ correspondant à la caméra focalisée sur le haut de la règle.

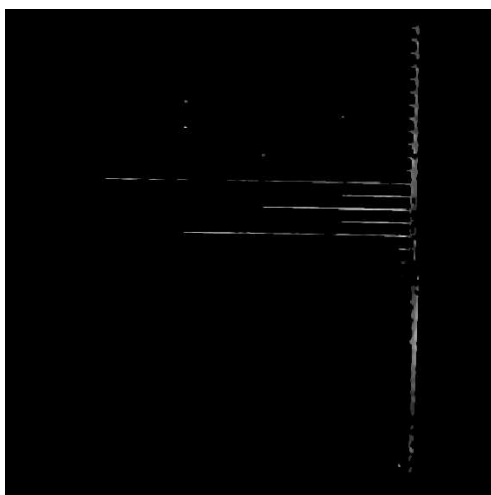


FIG. 4.12 – Objet restauré avec contrainte de positivité et régularisation $L1-L2$ correspondant à la caméra focalisée un peu au dessus du milieu de la règle.

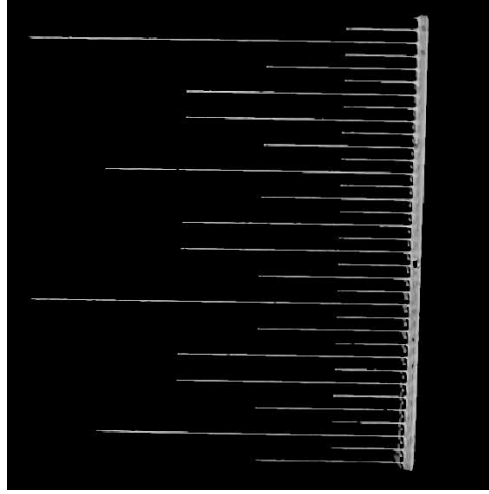


FIG. 4.13 – Somme de tous les plans de la règle restaurés sous contrainte de positivité et régularisation $L1-L2$.

donnée par la formule [Meynadier, 1997] :

$$a_6 = \frac{\pi}{8\sqrt{6}\lambda\left(\frac{f}{D}\right)^2} \cdot \frac{\eta^2 - 1}{\eta^3} \cdot e\alpha^2 \quad (4.4)$$

Les valeurs de f , D sont données dans la partie 4.1 et sont propres à notre banc. La mesure de l'angle α est donnée en radian dans cette formule. Dans un premier temps, nous travaillons avec comme objet le trou source non résolu de $1\ \mu\text{m}$. Nous cherchons donc à reconstruire les aberrations à partir de deux images (ou plus) de ce trou. Nous nous plaçons donc dans les conditions de la diversité de phase classique. Nous avons pu constater que les premières aberrations estimées à partir d'une image focalisée et d'une image défocalisée en augmentant progressivement la distance entre ces deux images n'étaient pas bonnes. En effet, quelle que soit la distance entre nos deux images, la valeur du coefficient a_6 reconstruit devrait toujours être la même. Or on se rend compte, d'après la Figure 4.14 que l'amplitude de a_6 diminue quand la distance augmente. Ce phénomène est très vraisemblablement dû à une erreur de modèle. Nous pensons que ce phénomène est dû à la présence d'inhomogénéités d'intensité dans la pupille du système. Puisque le modèle de FEP que nous utilisons est le suivant :

$$h_{opt}(x, y) = |\text{TF}^{-1}(P(x, y))|^2 \quad (4.5)$$

D'après l'équation 4.5, on remarque bien que cette FEP dépend de l'intensité dans la pupille P . Jusqu'à présent cette pupille est considérée comme étant parfaitement uniforme, ce qui est généralement valide en astronomie mais pas forcément dans le contexte qui est le nôtre. La mesure de l'intensité dans la pupille de notre banc nous révèle que de très fortes inhomogénéités sont

présentes dans cette pupille. Sur la Figure 4.15 il y a un facteur 5 entre le minimum et le maximum d'intensité. Nous avons donc introduit cette mesure d'intensité pupillaire dans le modèle. En tenant compte des inhomogénéités, les aberrations estimées sont plus acceptables, comme en témoigne la Figure 4.16. En effet, les valeurs de a_6 estimées dans les trois cas de figure que nous présentons sont moins dispersées (0.03 rad au maximum) que dans l'estimation à pupille uniforme (0.05 rad au maximum). De plus, la valeur estimée pour une petite distance entre les deux plans ($a_6 = -0.208$ rad) est très proche de la valeur théorique (soit $a_6 = -0.21$ rad) alors que la valeur de a_6 estimée avec la pupille uniforme est moins bonne ($a_6 = -0.203$ rad). Les résultats obtenus sont très encourageants même s'ils souffrent encore d'une petite dispersion des valeurs du coefficient a_6 . Nous pensons que notre méthode de mesure de l'intensité pupillaire pourrait être améliorée car tout d'abord la lentille que nous utilisons pour réaliser l'imagerie pupillaire est une lentille biconvexe, nous ne savons pas encore les aberrations qu'elle peut introduire lors de la mesure. Ensuite, nous devons faire une mise à l'échelle de la pupille mesurée ; cette mise à l'échelle est faite par interpolation linéaire ce qui peut conduire à une estimation trop approximative de l'intensité de chaque pixel de la mesure de la pupille. Enfin, l'échantillonnage, mesuré sur les données, n'est pas connu avec une très grande précision, le diamètre de la pupille n'est donc pas forcément très juste. La résolution de ces problème devrait permettre de réaliser une meilleure mesure des inhomogénéités de la pupille et donc conduire à une meilleure estimation des aberrations.

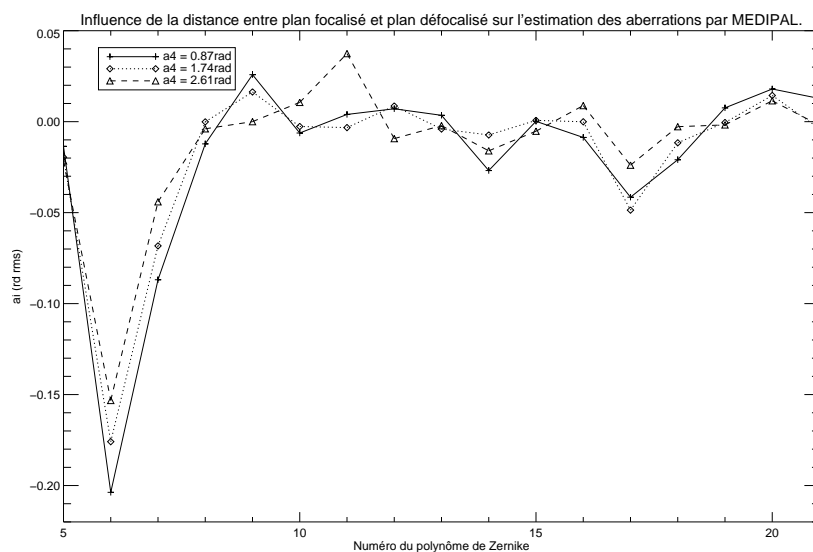


FIG. 4.14 – Influence de la diversité introduite sur l'estimation des aberrations estimées par la méthodes MEDIPAL. La pupille considérée pour cette estimation est uniforme.

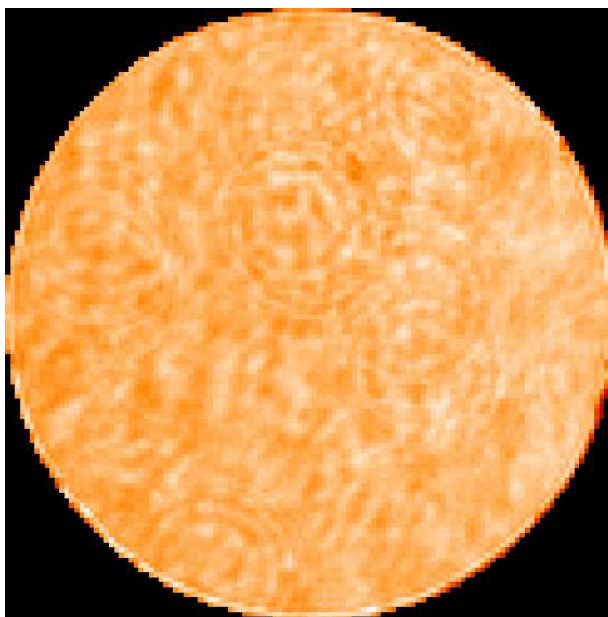


FIG. 4.15 – Mesure de l'intensité dans la pupille.

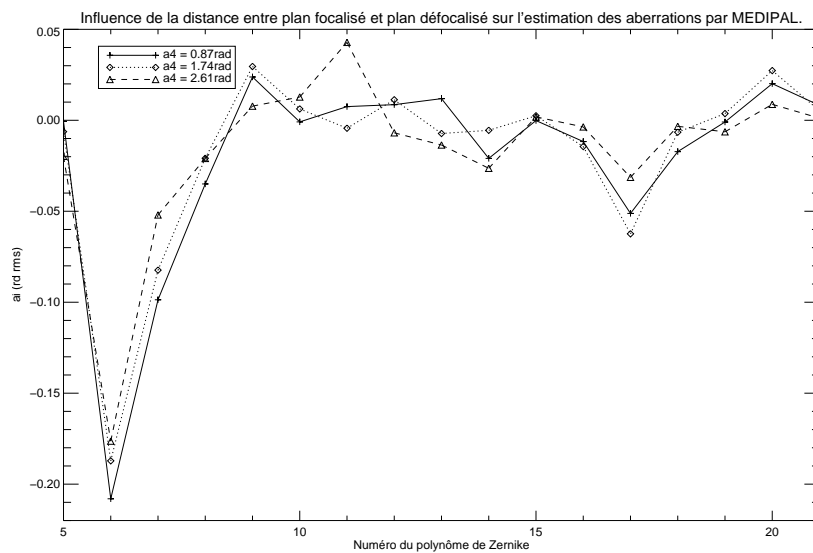


FIG. 4.16 – Influence de la diversité introduite sur l'estimation des aberrations estimées par la méthodes MEDIPAL. La pupille considérée pour cette estimation est celle mesurée sur le banc.

4.6 Bilan

Nous avons, dans ce chapitre, tout d'abord présenté le dispositif expérimental que nous avons développé afin de valider les méthodes de déconvolution 3D. Nous avons notamment exposé les propriétés ainsi que la procédure de réglage et d'alignement de ce banc . Nous avons ensuite proposé des pré-traitements simples, mais indispensables, à réaliser sur les données brutes afin que ces dernières soient compatibles avec notre modèle de formation d'images. Puis nous avons décrit l'adaptation de la méthode de recentrage subpixelique par MV que nous avons faite pour des objet très étendus. Cette méthode a été validée sur des données simulées puis expérimentales (notamment des images de la rétine obtenues sur le banc ŒIL) et les résultats ont pu être comparés à ceux obtenus, sur les mêmes données, par une méthode de corrélation croisée. Nous avons ainsi pu montré le gain non négligeable apporté par notre méthode au recentrage des données (jusqu'à 30% pour certaines fréquences spatiales).

Enfin, nous avons présenté les résultats des déconvolutions 3D obtenus sur des données expérimentales. Dans un premier temps, nous avons utilisé l'algorithme de déconvolution 3D à FEP connue sur les images d'un objet étendu. Nous avons donc vérifié que les données déconvoluées voyaient leur résolution latérale et longitudinale significativement améliorée. En l'occurrence, alors que l'on voit toutes les graduations de la règle sur chaque plan 2D avant déconvolution, on ne retrouve que des paquets de 5 graduations sur chaque plan après restauration. La déconvolution 3D permet donc d'atteindre la résolution longitudinale théorique que l'on peut attendre du système. Nous avons pu constater que le terme de régularisation $L1-L2$ permet d'avoir des résultats de meilleur qualité que le terme de régularisation $L2$ mais le réglage des hyperparamètres, manuel, reste délicat. Ces résultats confirment donc les validations sur données simulées effectuées dans le chapitre 2. La validation expérimentale de l'algorithme MEDIPAL pose encore des problèmes, essentiellement à cause d'imperfections du banc que notre modèle de formation d'image ne prends pas (ou mal) en compte. Nous avons pu montrer que l'introduction de certains de ces défauts dans le modèle permet d'améliorer l'estimation des aberrations, mais il reste probablement encore à raffiner le modèle de formation d'image pour pouvoir traiter des images d'objet 3D par diversité de phase 3D de manière satisfaisante.

Conclusion et Perspectives

Bilan

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire a pour objectif l'amélioration de la résolution latérale et longitudinale d'images plein champ de la rétine obtenues après correction par optique adaptative. Nous avons ainsi proposé, développé et validé deux méthodes de déconvolution 3D : l'une fonctionnant avec la FEP 3D du système connue et la deuxième, permettant de restaurer les aberrations du système afin d'en reconstruire la FEP 3D.

La première partie de ce travail a été consacrée à la méthode de déconvolution 3D à FEP connue. Une fois le modèle direct de formation des données présenté, nous avons abordé le problème inverse dans un cadre bayésien. L'approche choisie, de type MAP, est composée d'un terme d'attache aux données (nous avons utilisé un moindre carrés pondéré) qui permet de minimiser l'écart entre notre modèle de formation et les données enregistrées. Un deuxième terme, de régularisation, empêche l'amplification du bruit lors de l'inversion du problème. Nous avons proposé deux termes de régularisation dans ce manuscrit :

- Un terme de régularisation quadratique, classique en déconvolution 3D, accompagné d'une méthode originale d'estimation non-supervisée des hyperparamètres qui permet d'envisager une utilisation simple par des utilisateurs non-spécialistes du traitement d'images.
- Un terme de régularisation linéaire-quadratique, original en déconvolution 3D. Ce terme de régularisation permet de très bien restaurer les bords francs de l'objet, mais nécessite l'ajustement manuel de deux hyperparamètres.

Nous avons pu, à travers de nombreuses simulations, montrer que cette méthode de déconvolution permet d'améliorer de façon significative la résolution latérale et longitudinale de nos images. Nous avons, de plus, constaté que l'estimation non-supervisée des hyperparamètres dans le cas de la régularisation $L2$ fonctionnait de manière tout à fait satisfaisante et que la régularisation $L1-L2$ améliorait nettement la reconstruction des bords francs de l'objet réduisant ainsi l'erreur de reconstruction.

La deuxième partie du mémoire a porté sur l'estimation conjointe des aberrations du système et de l'objet 3D. En effet, la connaissance de la FEP 3D étant en général difficile à obtenir de manière satisfaisante, nous avons souhaité pouvoir estimer cette FEP. Afin de réduire le nombre d'inconnues du problème, nous avons utilisé une phase pupillaire unique que nous avons décomposé sur une base tronquée de polynômes de Zernike. Il s'agissait alors de reconstruire l'objet 3D ainsi que quelques dizaines de coefficients de polynômes de Zernike. Nous avons montré que en 3D, ce problème reste trop sous-déterminé et que le critère minimisé présente des propriétés

incompatibles avec une estimation précise des aberrations. Nous avons alors proposé puis développé une contrainte originale de support longitudinal, inspirée de la diversité de phase. Cette méthode d'estimation des aberrations avec la contrainte de support longitudinal a été baptisée MEDIPAL. Nous avons montré, à partir de simulations, les bonnes performances de cette méthode.

L'ensemble de ces travaux a été complété par une mise en œuvre expérimentale de ces deux méthodes. Les images expérimentales ont été obtenues sur le banc que nous avons développé à l'ONERA. Les performances de la restauration à FEP connue sur des données expérimentales sont très encourageants par rapport aux performances obtenues sur données simulées même si quelques artefacts de reconstruction restent encore à expliquer. D'autre part, la validation, encore préliminaire, de la méthode MEDIPAL nous a permis de mettre en évidence un certain nombre de problèmes qu'il faudra nécessairement prendre en compte lors du traitement d'images rétiniennes.

Perspectives

Sans filtrage spatial (comme dans le cas du SLO) ou sélection interférométrique de la couche observée (comme dans le cas de l'OCT), l'imagerie rétinienne plein champ nécessite impérativement un traitement de type déconvolution 3D afin de séparer les plans de l'image 3D acquise. Les deux méthodes que nous avons présentées dans ce manuscrit ouvrent des perspectives intéressantes pour cette application. En effet, en plus de l'amélioration de la résolution longitudinale, le gain en résolution latérale offert par nos méthodes est complémentaire de la correction des aberrations réalisée par l'optique adaptative du banc ŒIL. Cependant, l'application de ces méthodes à des images expérimentales provenant de ce banc n'est pas immédiate :

- La méthode de déconvolution à FEP connue nécessite une mesure ou une estimation précise de la FEP 3D du banc complet (œil et système optique). L'application de cette méthode sur des images provenant du banc ŒIL ne pourra donc se faire avant qu'une méthode de mesure de la FEP 3D soit mise au point, par exemple en mesurant l'amplitude et la phase du champ dans la pupille via l'analyseur de surface d'onde de type Hartmann-Shack. Cette méthode reste cependant la plus facile à mettre en œuvre compte tenu de la robustesse qu'elle présente à un certain nombre d'erreurs de modèle, comme nous l'avons montré sur des données simulées. Il est donc envisagé à court terme de traiter des données rétiniennes avec cette méthode.
- La méthode MEDIPAL nécessite une très bonne adéquation entre le modèle de formation des données et la réalité pour donner des résultats satisfaisants. Il va donc être nécessaire d'améliorer notre modèle de formation d'image, en particulier sur le banc ŒIL. Une première étape préalable dans ce travail sera de compléter la validation expérimentale de la méthode sur des données acquises sur le banc développé à l'ONERA. L'application de MEDIPAL sur des données du banc ŒIL est prévue dans une étape ultérieure.

Une autre application envisageable pour nos travaux serait la microscopie. En effet, les données microscopiques nécessitent elles aussi un traitement tel que la déconvolution 3D puisque les objets observés sont volumiques et partiellement transparents. De plus, la mise en œuvre de

nos méthodes sur des données microscopiques est envisageable très facilement et donc très rapidement car d'une part l'échantillon tout comme l'ensemble des éléments optiques sont stables et d'autre part la pupille du système est homogène. Enfin, la mesure de la FEP 3D d'un microscope est réalisée de façon courante par les opérateurs. De plus, l'utilisation de l'estimation non-supervisée des hyperparamètres de la régularisation $L2$ ou la régularisation $L1-L2$ peuvent permettre d'améliorer la qualité des données microscopiques ou faciliter l'utilisation des traitements pour l'opérateur. Il serait donc facile de mettre en œuvre nos méthodes de déconvolution 3D.

Nous avons vu, dans le chapitre 2, que la méthode pseudo 3D, que nous avons développé pour l'estimation de la DSP objet, était une méthode qui comportait une erreur de modèle. Il conviendrait donc d'étendre les travaux présentés sur ce sujet afin d'obtenir un vrai modèle de DSP objet en 3D ce qui permettrait sans doute d'améliorer encore la qualité de restauration lors de l'utilisation du terme de régularisation $L2$.

Une autre perspective intéressante pour des applications rétinienne serait la modélisation de la diffusion dans les tissus et la prise en compte de ce modèle lors de la reconstruction. En effet, la modélisation très élémentaire de la diffusion que nous avons réalisée par l'ajout d'un fond continu sur les données simulées nous a seulement permis d'évaluer l'impact de ce phénomène sur la reconstruction. Il serait donc sans doute bénéfique pour la qualité de la reconstruction de prendre en compte cette diffusion dans le modèle direct notamment dans le cas de la méthode MEDIPAL, sensible aux erreurs de modèle.

Enfin, nous nous sommes posés de nombreuses questions, durant cette thèse, sur la validité de l'hypothèse d'invariance des aberrations durant toute la durée d'acquisition. Des études restent donc encore à mener dans ce domaine. Ces études pourraient sans doute mener à une meilleure modélisation de la FEP 3D du système (pour l'algorithme MEDIPAL). Ce travail pourrait aussi ouvrir la voie à l'estimation des aberrations en imagerie 3D anisoplanétique, ce qui permettrait de considérablement augmenter le champ des images acquises sur la rétine.

Annexe A

Article J. Opt. Soc. Am. A, 2007

3D Phase Diversity : a Myopic Deconvolution Method for Short-Exposure Images. Application to Retinal Imaging.

Cet article a été publié dans le **Journal of the Optical Society of America A** (paru en avril 2007 dans le volume **24** numéro 5 pages 1349-1357).

3D phase diversity: a myopic deconvolution method for short-exposure images: application to retinal imaging

Guillaume Chenegros and Laurent M. Mugnier

Department of Optics, Office National d'Études et de Recherches Aéronautiques, BP 72, F-92322 Châtillon Cedex, France

François Lacombe

Mauna Kea Technologies, 9 rue d'Enghien, 75010 Paris, France

Marie Glanc

Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique, Observatoire de Paris-Meudon, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France

Received July 31, 2006; revised October 2, 2006; accepted October 3, 2006; posted October 10, 2006 (Doc. ID 73587); published April 11, 2007

3D deconvolution is an established technique in microscopy that may be useful for low-cost high-resolution imaging of the retina. We report on a myopic 3D deconvolution method developed in a Bayesian framework. This method uses a 3D imaging model, a noise model that accounts for both photon and detector noises, a regularization term that is appropriate for objects that are a mix of sharp edges and smooth areas, a positivity constraint, and a smart parameterization of the point-spread function (PSF) by the pupil phase. It estimates the object and the PSF jointly. The PSF parameterization through the pupil phase constrains the inversion by dramatically reducing the number of unknowns. The joint deconvolution is further constrained by an additional longitudinal support constraint derived from a 3D interpretation of the phase-diversity technique. This method is validated by simulated retinal images. © 2007 Optical Society of America

OCIS codes: 100.1830, 100.3020, 100.5070, 100.6890, 170.6900, 010.1080.

1. INTRODUCTION

Early detection of pathologies of the human retina calls for an *in vivo* exploration of the retina at the cell scale. Direct observation from the outside suffers from the poor optical quality of the eye. The time-varying aberrations of the eye can be compensated *a posteriori* if measured simultaneously with the image acquisition; this technique is known as deconvolution from wavefront sensing^{1,2} and has been successfully applied to the human retina.³ These aberrations can also be compensated for in real time by use of adaptive optics⁴ (AO). Yet, the correction is always partial.^{5–7} Additionally, the object under examination (the retina) is three dimensional (3D), and each recorded image contains contributions from the whole object's volume.

In two-dimensional (2D) deconvolution, each image is deconvolved separately; i.e., only one object plane is assumed to contribute to each image. This is an appropriate image model in astronomy, for instance, but is a somewhat crude approximation in microscopy, as it does not properly account for the halo in each image that comes from the parts of the observed object that are out of focus.

Three-dimensional deconvolution is an established technique in microscopy and, in particular, in conventional fluorescence microscopy.⁸ The combination of a con-

ventional microscope with deconvolution is often referred to as deconvolution microscopy or even “digital confocal,” because the use of 3D deconvolution can notably improve the resolution of the recorded conventional images, especially in the longitudinal dimension, while remaining simpler and cheaper than a confocal microscope.

Yet, to the best of our knowledge, deconvolution of retinal images has so far been performed with 2D deconvolution techniques, both in deconvolution from wavefront sensing³ and in deconvolution of AO-corrected images.⁹

Besides, because deconvolution is an ill-posed inverse problem,^{10–12} most modern deconvolution methods use regularization in order to avoid an uncontrolled amplification of the noise. The regularization that is commonly used in 3D deconvolution is the classical Tikhonov regularization, which is quadratic (see Subsection 2.B) and thus tends to oversmooth edges. In Section 3 we present a regularized edge-preserving 3D deconvolution method.

Furthermore, a deconvolution method needs a precise estimate of the point-spread function (PSF), which is not always available. This is particularly true for 3D imaging. We thus propose a myopic deconvolution method that estimates simultaneously the PSF and the object in Section 3.

To better constrain the problem, we propose the use of

an additional constraint in Section 5. The efficiency of this proposed constraint is shown on realistic simulated retinal images.

2. 3D DECONVOLUTION METHOD WITH KNOWN PSF

A. Imaging Model

The image formation is modeled as a 3D convolution:

$$\mathbf{i} = \mathbf{h} * \mathbf{o} + \mathbf{n},$$

where \mathbf{i} is the (3D) pile of (2D) recorded images, \mathbf{o} is the 3D unknown observed object that concatenates each object slice (which slices are regularly spaced out of δz), \mathbf{h} is the 3D PSF, \mathbf{n} is the noise, and $*$ denotes the 3D convolution operator. For a system with N images of N object planes, this 3D convolution can be rewritten as

$$\mathbf{i}_k = \left(\sum_{l=0}^{N-1} \mathbf{h}_{k-l} * \mathbf{o}_l \right) + \mathbf{n}_k, \quad (1)$$

where \mathbf{o}_j is the object in plane j , \mathbf{i}_k is the k th recorded image, and \mathbf{h}_{k-j} is the 2D PSF corresponding to a defocus of $(k-j)\delta z$. The PSF is that of the system composed of the eye, the imaging system (including the AO); and the detector. We assume that the whole recording process is fast enough that the different 2D PSFs differ only by a defocus (see Section 3). Figure 1 illustrates the imaging process in the case of three object and image planes.

B. 3D Deconvolution Method

Most deconvolution techniques boil down to the minimization (or maximization) of a criterion. An important task is the definition of a suitable criterion for the given inverse problem.

Following the Bayesian¹² maximum *a posteriori* (MAP) approach, the deconvolution problem can be stated as follows: we look for the most likely object $\hat{\mathbf{o}}$, given the observed image \mathbf{i} and our prior information on \mathbf{o} , which is summarized by a probability density $p(\mathbf{o})$. This reads as

$$\hat{\mathbf{o}} = \underset{\mathbf{o}}{\arg \max} p(\mathbf{o}|\mathbf{i}) = \underset{\mathbf{o}}{\arg \max} p(\mathbf{i}|\mathbf{o}) \times p(\mathbf{o}).$$

Equivalently, $\hat{\mathbf{o}}$ can be defined as the object that minimizes a compound criterion $J(\mathbf{o})$ defined as follows:

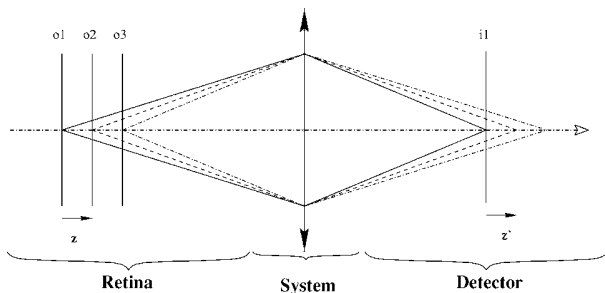


Fig. 1. Illustration of the 3D image formation for three object planes. The object is on the left, and the image is on the right. The system is composed of the eye and the optical system (including the AO). In image i_1 , object o_1 is focused; o_2 and o_3 are defocused. Images i_2 and i_3 are not represented here.

$$J(\mathbf{o}) = J_i(\mathbf{o}) + J_o(\mathbf{o}),$$

where the negative log likelihood $J_i = -\ln p(\mathbf{i}|\mathbf{o})$ is a measure of fidelity to the data and $J_o = -\ln p(\mathbf{o})$ is a regularization or penalty term, so the MAP solution can equivalently be called a penalized-likelihood solution.

The noise is a mixture of nonstationary, Poisson-distributed photon noise and detector noise, which can be reasonably modeled as nonstationary white Gaussian as soon as the flux level is a few tens of photoelectrons per pixel.¹³ If the noise statistics are additive, nonstationary white Gaussian, then the data fidelity term is a simple weighted least-squares difference between the actual data \mathbf{i} and our model of the data for a given object, $\mathbf{h} * \mathbf{o}$:

$$J_i(\mathbf{o}) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{p,q=0}^{N_{pix}-1} \left(\frac{1}{\sigma_k^2(p,q)} \left| \mathbf{i}_k(p,q) - \sum_{l=0}^{N-1} (\mathbf{h}_{k-l}(p,q) * \mathbf{o}_l(p,q)) \right|^2 \right), \quad (2)$$

where $\sigma_k(p,q)$ is the noise variance in the layer k for the pixel (p,q) .

C. Object Prior

The choice of a Gaussian prior probability distribution for the object can be justified from an information theory standpoint as being the least informative, given the first two moments of the distribution. In this case, a reasonable model of the object's power spectral density (PSD) can be found¹⁴ and used to derive the regularization criterion J_o , which is then quadratic (or $L2$ for short). The chosen PSD model is

$$\text{PSD}(f) = E[|\mathbf{o}(f)|^2] - |\mathbf{o}_m(f)|^2 = k/[1 + (f/f_0)^p] - |\mathbf{o}_m(f)|^2,$$

where f is the spatial frequency, \mathbf{o}_m is the *a priori* object (it is typically a constant), p characterizes the regularity of the object, and f_0 is a cutoff frequency introduced to avoid the divergence at the origin and is typically the inverse of the characteristic size of the image. Additionally, the parameters of the object's PSD can be estimated automatically (i.e., in an unsupervised way) from the data by a maximum-likelihood method¹⁵ derived from the method developed by Blanc *et al.*¹⁶ in the phase-diversity context.

The disadvantage of a Gaussian prior (or, equivalently, of a quadratic regularization term), especially for objects with sharp edges such as photoreceptors or vessels, is that it tends to oversmooth edges. A possible remedy is to use an edge-preserving prior that is quadratic for small gradients and linear for large ones.¹⁷ The quadratic part ensures a good smoothing of the small gradients (i.e., of noise), and the linear behavior cancels the penalization of large gradients (i.e., of edges), as explained by Bouman and Sauer.¹⁸ Such priors are called quadratic-linear, or $L2-L1$ for short.¹⁹ Here we use a function that is an isotropic version of the expression suggested by Rey²⁰ in the context of robust estimation, used by Brette and Idier²¹ for image restoration, and recently applied to imaging through turbulence.^{2,13} The choice of the crossover point from $L2$ to $L1$ is currently supervised and performed as

explained by Mugnier *et al.*¹³ It is typically of the order of the mean difference between adjacent pixels in the image.

The functional J_o is strictly convex, and J_i of Eq. (2) is convex because it is quadratic, so that the global criterion $J=J_i+J_o$ is strictly convex. This ensures uniqueness and stability of the solution with respect to noise and also justifies the use of a gradient-based method for the minimization.

3. MYOPIC 3D DECONVOLUTION

In this section we address the case where the PSF \mathbf{h} is not known precisely. An approach that has proven effective for 2D imaging is myopic deconvolution, i.e., performing a joint estimation of the object \mathbf{o} and the PSF \mathbf{h} . Unfortunately, for an N -plane 3D object and 3D image, the 3D PSF is composed of $2N-1$ layers. The problem is more underdetermined than in two dimensions. Furthermore, this method does not make use of the strong relationship between PSF planes: the different 2D PSFs differ only by a defocus. Because we have short-exposure images, we can parameterize the whole 3D PSF by a common pupil phase φ plus a known defocus phase that depends on the considered PSF plane. This has been already used for short-exposure 2D imaging through atmospheric turbulence.^{2,22,23} This dramatically reduces the number of unknowns (we assume that we know the distance between two layers). Additionally, the pupil phase is expanded on Zernike polynomials (as defined by Noll²⁴) so that at most a few tens of coefficients are required to describe the 3D PSF:

$$h_k(\varphi) = |\text{FT}^{-1}\{P(x,y)\exp(j(\varphi(x,y) + \varphi_d^k(x,y)))\}|^2, \\ \varphi(x,y) = \sum_{m=5}^M a_m Z_m(x,y), \quad (3)$$

where P is the pupil function and φ_d^k corresponds to the defocus phase of layer k . φ is the unknown pupil phase, and $j^2=-1$. This defocus phase is calculated with

$$\varphi_d^k(x,y, \delta z) = a_4^d(\delta z) \cdot Z_4(x,y),$$

where

$$a_4^d(\delta z) = \pi \cdot \frac{\delta z}{8 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\lambda}{n} \cdot \left(\frac{f \cdot n}{D}\right)^2},$$

where λ is the imaging wavelength in the air, n is the refractive index, f is the focal distance of the eye in the air, and D is the pupil diameter.

We jointly estimate the 3D object and the pupil phase in the same MAP framework. This joint MAP estimator is

$$[\hat{\mathbf{o}}, \hat{\varphi}] = \arg \max_{\mathbf{o}, \varphi} p(\mathbf{o}, \varphi | \mathbf{i}) = \arg \max_{\mathbf{o}, \varphi} p(\mathbf{i} | \mathbf{o}, \varphi) \times p(\mathbf{o}) \times p(\varphi).$$

Equivalently, $\hat{\mathbf{o}}$ and $\hat{\varphi}$ can be defined as the object and the phase that minimize a compound criterion $J(\mathbf{o}, \varphi)$ defined as follows:

$$J(\mathbf{o}, \varphi) = J_i(\mathbf{o}, \varphi) + J_o(\mathbf{o}) + J_\varphi(\varphi), \quad (4)$$

where $J_i = -\ln p(\mathbf{i} | \mathbf{o}, \varphi)$ is the negative log likelihood and is given by Eq. (2), except that now it is considered a function of \mathbf{o} and φ . $J_o(\mathbf{o}) = -\ln p(\mathbf{o})$ is a $L2$ or $L2-L1$ regularization criterion (see Subsection 2.C). We assume a Gaussian probability density function for φ , so $J_\varphi(\varphi) = -\ln p(\varphi)$ is a regularization criterion on the phase defined by

$$J_\varphi(\varphi) = \frac{1}{2}(\varphi - \bar{\varphi})' C_\varphi^{-1}(\varphi - \bar{\varphi}),$$

where $\bar{\varphi}$ is the *a priori* phase mean (usually zero) and C_φ is the *a priori* phase covariance matrix. Additionally, because the images considered here are illuminated rather uniformly (due to all the out-of-focus object planes contributing to each image), stationary white Gaussian statistics, with a constant variance equal to the mean number of photoelectrons per pixel, is a reasonable approximation for the noise model, so that J_i simplifies to

$$J_i(\mathbf{o}, \varphi) = \frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{k=0}^{N-1} \left\| \mathbf{i}_k - \sum_{l=0}^{N1} (\mathbf{h}_{k-l}(\varphi) * \mathbf{o}_l) \right\|^2.$$

The criterion $J(\mathbf{o}, \varphi)$ of Eq. (4) is minimized numerically on \mathbf{o} and φ . The minimization is performed by the optimization variable metric with limited memory and bounds (OP-VMLMB) method, designed by Thiébaud.²⁵ This method is faster than the conjugate-gradient method.

The simplest way to organize the unknowns for the minimization is to stack the object and the phase together into a vector and to run the OP-VMLMB routine on this variable. Yet, this can be slow as the gradients of the criterion with respect to the object and to the phase may have different orders of magnitude. We have found that the minimization is speeded up by splitting it into two blocks and alternating between minimizations on the object for the current phase estimate and minimizations on the phase for the current object estimate.

The minimization starts by estimating the object for a fixed (zero) phase. The initial guess for the object is, for instance, the image itself. The minimization is not stopped by hand but, rather, when the estimated object and phase no longer evolve (i.e., when their evolution from one iteration to the next is close to machine precision).

4. VALIDATION BY SIMULATIONS AND LIMITATIONS

A. Simulations

To validate our deconvolution method by simulations, we created a simulated object that complies with the overall structure of a retina. Figure 2 represents the original simulated object, composed of vessels, ganglion cells, and photoreceptors. The vessels are simulated by moving a ring in a random walk, the ganglion cells are simulated by empty globes, and photoreceptors are represented by two empty half-spheres joined by an empty tube. The cube's height on Fig. 2 is approximative $52 \mu\text{m}$, and the depth and the width of this cube are 300 pixels.

In the simulations presented here, we use a five-slice object obtained by averaging the data from Fig. 2 into five

13 μm thick slices from which we select a 128×128 region of interest (the depth of focus is approximately 18 μm). The five slices obtained are presented on Fig. 3.

The PSFs used to compute the 3D image \mathbf{i} are currently purely diffractive (no multiple scattering). They are gen-

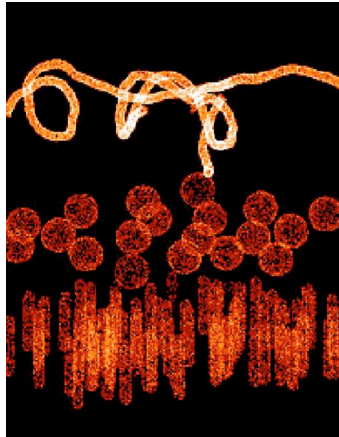


Fig. 2. (Color online) Perspective view of the 3D object used for the simulations.

erated with a set of aberrations expanded on the Zernike basis (the Z_i coefficients are normalized); we use 0.2 rd root-mean-square (RMS) on the aperture of astigmatism (Z_5), -0.1 rd RMS on the aperture of astigmatism (Z_6), and -0.5 rd RMS on the aperture of spherical aberration (Z_{11}). These PSFs are oversampled (with respect to the Nyquist frequency) by a factor of 1.5. With the object and the PSF, we simulate the image by means of Eq. (1). The noise added is white Gaussian and stationary; its standard deviation is 3% of the maximum intensity in the object \mathbf{o} (corresponding roughly to 1000 photoelectrons per pixel (ph/pix) for photon-limited data). The five image layers are presented on Fig. 4. From these images, it is clear that all object slices contribute to all images. With the relatively small separation between planes (13 μm), the first two images are visually identical, whereas the corresponding object slices are very different. The deconvolution aims at disentangling the contribution of each object slice and improving the resolution within each plane.

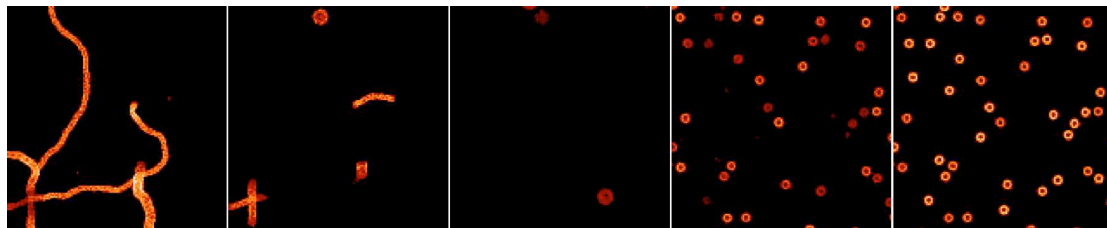


Fig. 3. (Color online) Five object layers [black corresponds to 0 photoelectrons per pixel (ph/pix)].

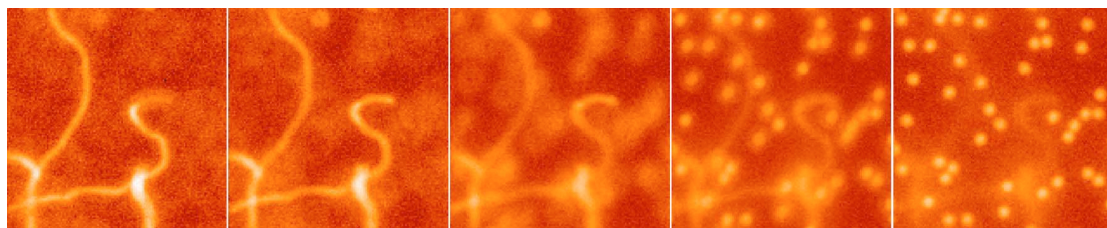


Fig. 4. (Color online) Five image layers.

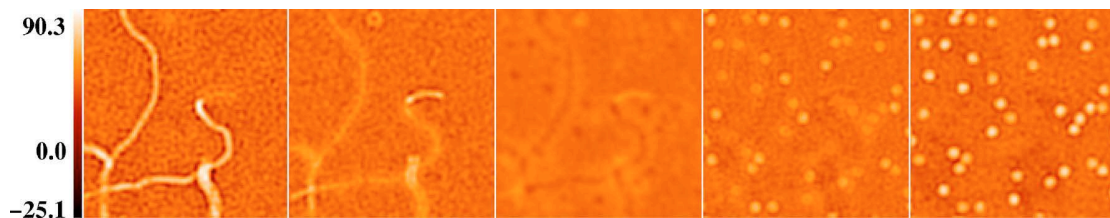


Fig. 5. (Color online) Five estimated object layers with L_2 regularization without the positivity constraint and using the true PSF.

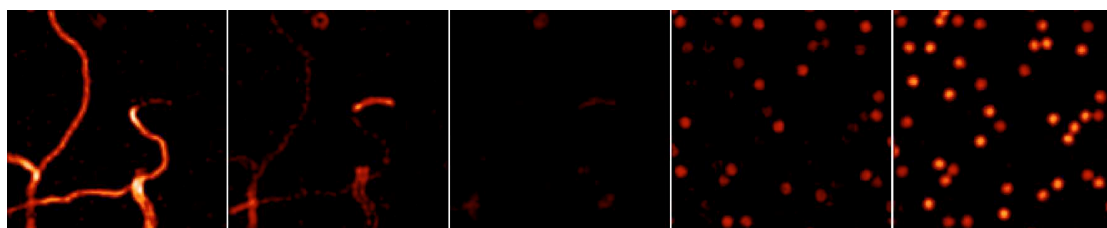


Fig. 6. (Color online) Five estimated object layers with L_2 regularization under the positivity constraint and using the true PSF (black corresponds to 0 ph/pix).

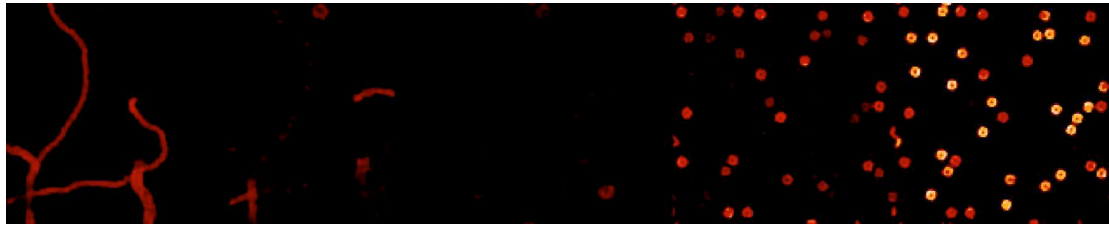


Fig. 7. (Color online) Five estimated object layers with $L2-L1$ regularization under the positivity constraint and using the true PSF (black corresponds to 0 ph/pix).

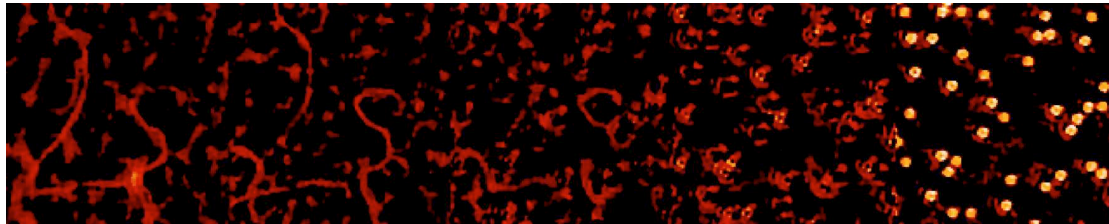


Fig. 8. (Color online) Deconvolution with a wrong (unaberrated) PSF. The different object planes are not correctly disentangled because of the mismatch between true PSF and assumed PSF (black corresponds to 0 ph/pix).

B. Deconvolution with Known PSF

In this subsection, we present three results obtained with our deconvolution method and the two priors mentioned in Subsection 2.C. The first simulation, presented on Figs. 5 and 6, shows the deconvolution results obtained with $L2$ regularization without and with the positivity constraint, respectively. We can see ghosts of vessels (in the middle plane, for example) on Fig. 5 and a residual blur: the missing cone of 3D frequencies makes it difficult for the restoration procedure to correctly disentangle the contribution of all planes. Edges are not preserved ($L2$ regularization and no positivity constraint prevent spectral extrapolation). The positivity constraint used in Fig. 6 helps the algorithm disentangle the different planes and visibly reduces ghosts of vessels in the middle plane. More quantitatively, the RMS restoration error is 8.34 ph/pix with the positivity constraint and 10.31 ph/pix without (the object average level is 15.34 ph/pix). On Fig. 7 we present a deconvolution performed with $L2-L1$ regularization under the positivity constraint. The edges are much better preserved, and the separation between the different planes is also slightly better on the second restored image plane. The RMS restoration error is 6.33 ph/pix. To evaluate the need for precision in the PSF knowledge, we performed a deconvolution with a wrong (unaberrated) PSF shown in Fig. 8. The regularization used is $L2-L1$ under the positivity constraint, and the RMS restoration error is 11.28 ph/pix. On both Figs. 7 and 8, the lateral resolution is improved with respect to that of the images (Fig. 4). But only on Fig. 7 are the object planes correctly disentangled. In other words, the longitudinal resolution is very poor in Fig. 8 due to the mismatch between the true PSF and the one assumed for the deconvolution.

C. Results with the Myopic Method

We present here the estimated aberrations (see Fig. 9) with the myopic method [joint estimation of \mathbf{o} and φ by minimization of criterion $J(\mathbf{o}, \varphi)$ of Eq. (4)]. The true pupil phase standard deviation is $\sigma_\varphi = 0.53$ rd, and the RMS error with the positivity constraint is $\sigma_\varepsilon = 0.24$ rd. Without

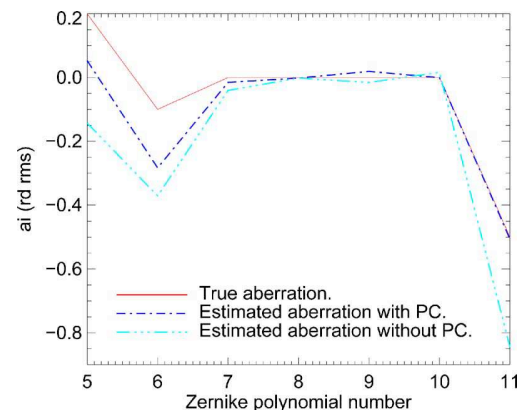


Fig. 9. (Color online) Estimated aberrations with and without the positivity constraint (PC).

the positivity constraint, the RMS error is $\sigma_\varepsilon = 0.56$ rd. The estimated phase without the positivity constraint cannot reasonably be used to deconvolve images. A likely explanation for the poor results of the method without the positivity constraint is that the criterion may have several minima. It has been shown in Subsection 2.C that the criterion $J(\mathbf{o}, \varphi)$ is strictly convex for any given φ so there exists a unique object solution for a given set of aberrations φ , denoted by $\hat{\mathbf{o}}(\varphi): \hat{\mathbf{o}}(\varphi) = \arg \min_{\mathbf{o}} J(\mathbf{o}, \varphi)$. To validate the hypothesis of a nonconvex criterion, we define a partially optimized criterion as $J'(\varphi) \triangleq J(\hat{\mathbf{o}}(\varphi), \varphi)$, and we perform a plot of this criterion. If several minima are found on φ for J' , then it is the unambiguous sign of the existence of several minima on (\mathbf{o}, φ) for the criterion $J(\mathbf{o}, \varphi): \hat{\varphi} = \arg \min_{\varphi} J'(\varphi) \Leftrightarrow (\hat{\mathbf{o}}(\hat{\varphi}), \hat{\varphi}) = \arg \min_{\mathbf{o}, \varphi} J(\mathbf{o}, \varphi)$. The plots of the values of $J'(\varphi)$ (computed for a grid of a_5 and a_6 values taken between -1 rd and 1 rd and for the true values of the other aberrations) are presented in Figs. 10 and 11. The criterion plotted on Fig. 11 without the positivity constraint presents several minima and is obviously nonconvex, whereas the one obtained with the positivity constraint plotted on Fig. 10 shows a global minimum that is close to the true aberra-

tions. In this case at least, the positivity constraint restricts the solution space to a unique solution to the minimization problem.

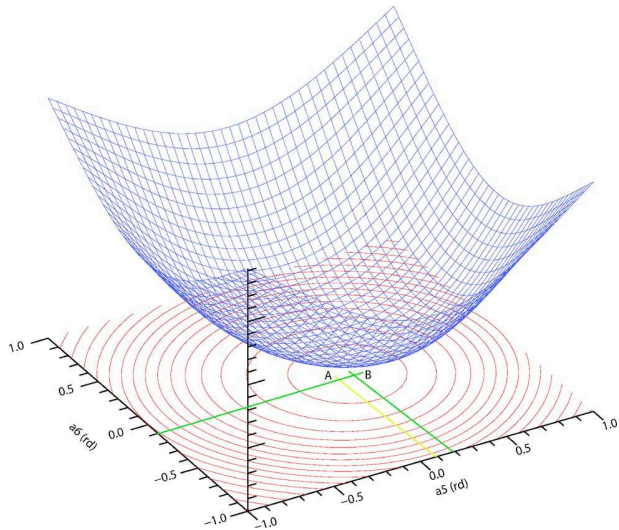


Fig. 10. (Color online) Criterion surface with the positivity constraint: the criterion is strictly convex. A is the position of the global minimum; it is close to the position of the true aberrations B.

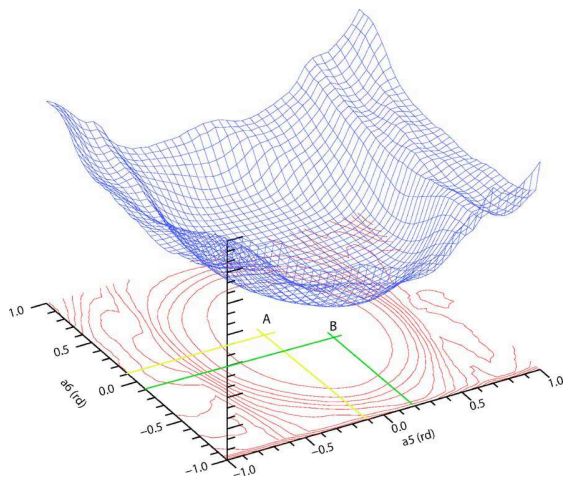


Fig. 11. (Color online) Criterion surface without the positivity constraint: the criterion is nonconvex. A is the position of the global minimum, and B is the position of the true aberrations.

For an object with a background, the positivity constraint becomes less and less effective as the background level increases. For a very high background, the deconvolution tends to the one obtained on Fig. 11 without the positivity constraint, as checked by earlier simulation.²⁶ Because the positivity constraint is not always effective, we wish to find another, more effective, constraint in order to improve the phase estimation.

5. PHASE DIVERSITY

We first briefly present the classical phase-diversity wavefront sensing technique and the case in which it is used. Then we introduce our 3D extension of it, and we validate it with some simulations.

A. Conventional Phase Diversity

Phase diversity is a focal-plane wavefront sensing technique proposed by Gonsalves²⁷ (see Ref. 28 for a review), which uses two (or more) images close to a focal plane to estimate the aberrations of an optical instrument. These two images (as shown on Fig. 12) differ by a known aberration (for instance, defocus) in order to estimate the pupil phase via a criterion minimization.

The two images recorded on the imaging camera are the convolution of the object by the PSF plus photon and detector noises. As shown in Eqs. (5), there is a nonlinear relation between the PSF and the parameter of interest φ :

$$i_f = h(\varphi) * o + n,$$

$$i_d = h(\varphi + \varphi_d) * o + n, \tag{5}$$

where h is defined in Eq. (3), φ is the phase, φ_d is the known aberration, o is the observed object, n is the noise, and $*$ stands for the convolution process.

B. 3D Phase Diversity

Despite the fact that the myopic method described in Section 3 uses a 3D imaging model, that it uses a PSF model parameterized by the pupil phase (only a few tens of Zernike coefficients are required to describe the 3D PSF), and that it uses the positivity constraint, the precision obtained on estimated aberrations is modest (see Fig. 9). Furthermore, the estimation of aberrations without the positivity constraint is unacceptable. A reinterpretation of 2D phase diversity, classically used with opaque objects,

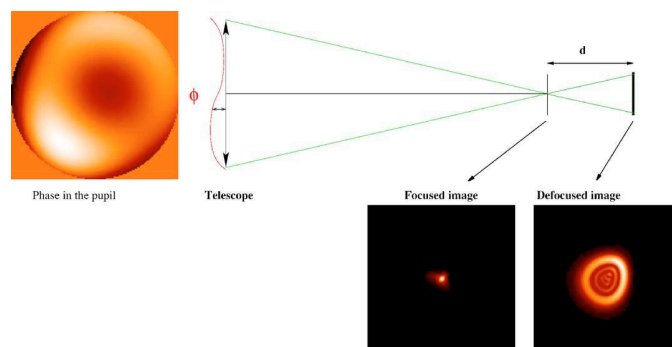


Fig. 12. (Color online) Principle of phase diversity: two images differing by a known aberration (here defocus) are used to estimate the pupil phase.

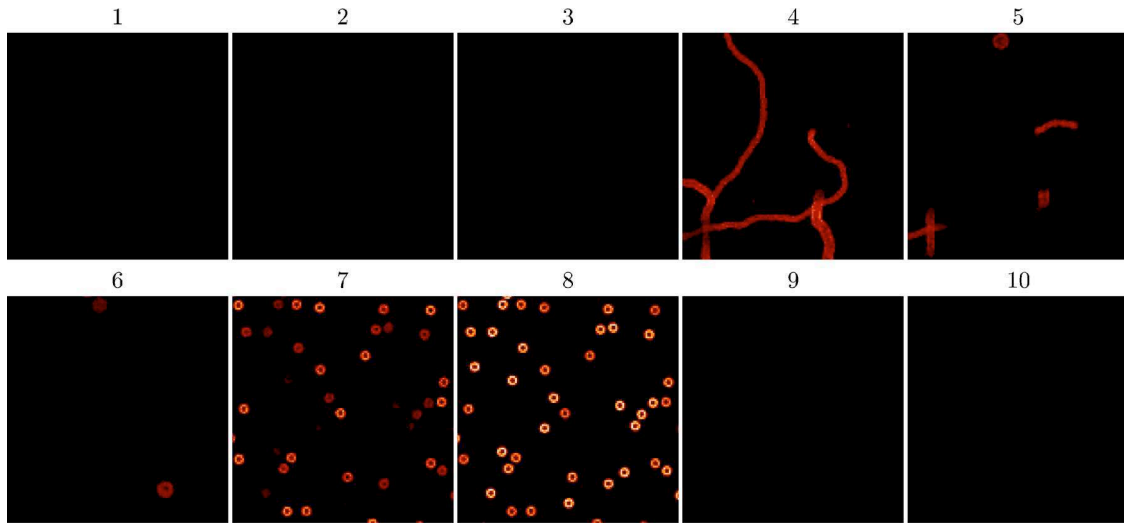


Fig. 13. (Color online) Ten object layers where five layers are empty (black corresponds to 0 ph/pix).

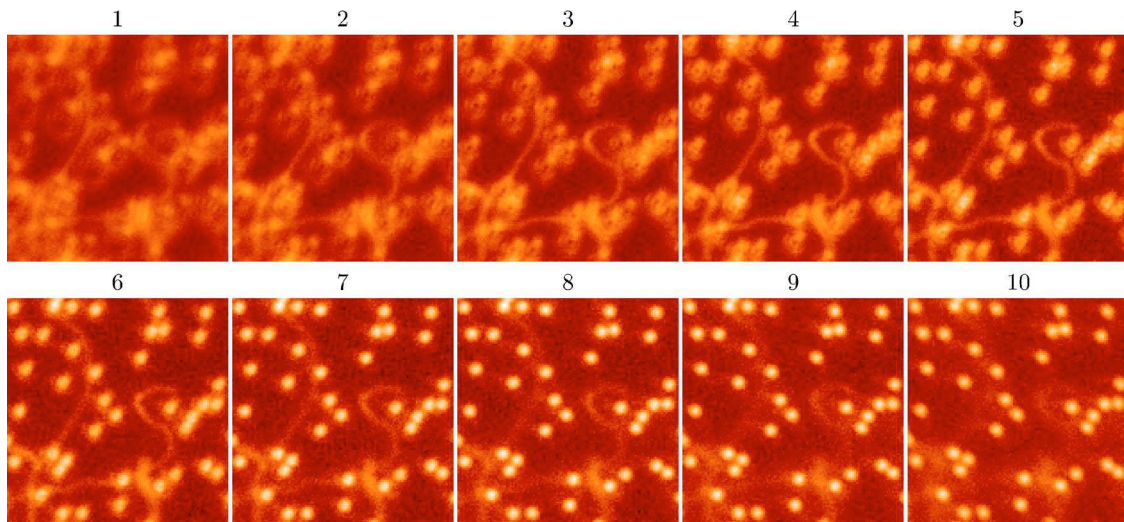


Fig. 14. (Color online) Ten simulated image layers.

is that only one out of the two image planes contains an object. In contrast, the myopic deconvolution used so far in this paper uses as many object planes as there are images. This 3D interpretation of conventional phase diversity prompts us to use a few additional images focused before (and possibly after) the object of interest. Furthermore, in the eye, we can indeed easily record images with no object (images focused in the vitreous, for instance). We assume and impose that some \mathbf{o} planes are empty (see Fig. 13) and call this the Z support constraint. This additional prior knowledge is a strong constraint for the phase inversion, which makes the positivity constraint unnecessary at least in the conditions of the simulations presented below. The criterion of fidelity to the data $J_i(\mathbf{o}, \varphi)$ (see Section 3) becomes

$$J_i(\mathbf{o}, \varphi) = \frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{k=0}^{N-1} \left\| \mathbf{i}_k - \sum_{l=0}^{N-1} (\mathbf{h}_{k-l}(\varphi) * \mathbf{o}_l) \right\|^2,$$

where S_o is the list of nonempty object plane numbers. Typically, $S_o = [l_{min}, l_{max}]$ with $l_{min} \geq 0$ and $l_{max} \leq N-1$.

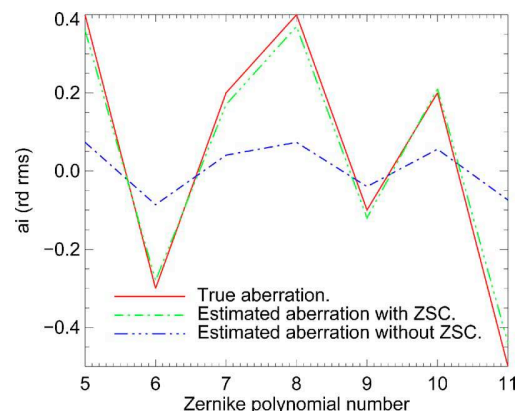


Fig. 15. (Color online) Estimated aberrations with and without the Z support constraint (ZSC).

The 3D imaging performed on an opaque 3D object can use a hard constraint: for any (x, y) , at most one object voxel $[x, y, z(x, y)]$ re-emits the light because of the object opacity.^{29,30} In our case, which is 3D imaging performed

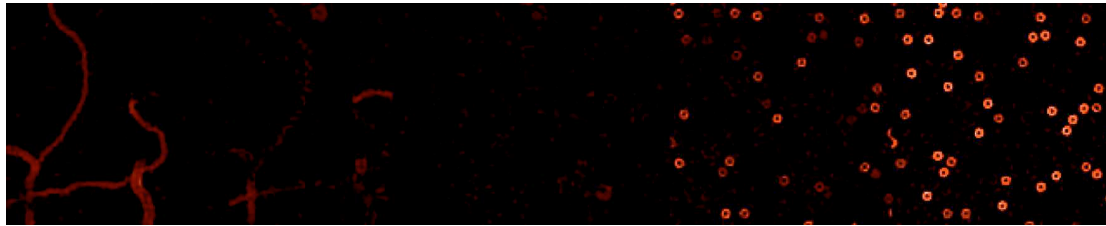


Fig. 16. (Color online) Five estimated object layers with $L2-L1$ regularization under the positivity constraint and ZSC (black corresponds to 0 ph/pix).

on a translucent object (the retina), such an opacity constraint is inappropriate. That is why we propose the Z support constraint, which can be expressed as $\mathbf{o}(x,y,z) = 0 \forall z \notin [z_{min}, z_{max}]$.

C. Validation by Simulations

To validate the efficiency of the Z support constraint, we performed numerous simulations, of which one is presented here.

The simulation conditions (noise, distance between two planes, PSF oversampling) are the same as in Subsection 4.A except that the aberrations are stronger to test the 3D phase-diversity method. The object \mathbf{o} is composed of five layers with the object (the same as in Subsection 4.A) and five without (see Fig. 13). The ten image layers are presented on Fig. 14. The true pupil phase standard deviation is $\sigma_\phi = 0.87$ rd. The results are presented in Fig. 15: the RMS error with the Z support constraint is only $\sigma_\varepsilon = 0.088$ rd. Without the Z support constraint, the RMS error is $\sigma_\varepsilon = 0.70$ rd, which is unacceptable. The phase estimation with the Z support constraint is precise enough to correctly deconvolve images: the deconvolution result (with this estimated phase) is given in Fig. 16. The RMS restoration error is 6.68 ph/pix with $L2-L1$ regularization under the positivity constraint and Z support constraint. We have checked that if we use the true PSF and $L2-L1$ regularization under the positivity constraint (the RMS restoration error is 6.33 ph/pix, see Subsection 4.B) instead of the one estimated with $L2-L1$ regularization under the positivity constraint and Z support constraint, we obtain a restored object that is visually identical to that of Fig. 16.

6. CONCLUSION AND PERSPECTIVES

A myopic 3D deconvolution method has been developed in a Bayesian framework. It uses a 3D imaging model, a fine noise model, an appropriate regularization term, and a parameterization of the point-spread function via the pupil phase. To improve the deconvolution performance, in particular for cases when the positivity constraint on the object is not effective (object with background), we have proposed the use of 3D phase diversity. This consists of recording additional images focused before (and possibly after) the object of interest and adding the corresponding longitudinal (Z) support constraint to the deconvolution. This can be very appropriate in particular for retinal images. We have demonstrated the effectiveness of the method and, in particular, of the Z support constraint on realistic simulated data.

To check the robustness of our myopic deconvolution method with respect to imperfections in the imaging model, a definitive validation should be performed on experimental data; this will constitute the next step of our work.

The corresponding author's e-mail address is Guillaume.Chenegros@onera.fr.

REFERENCES

1. J. Primot, G. Rousset, and J.-C. Fontanella, "Deconvolution from wave-front sensing: a new technique for compensating turbulence-degraded images," *J. Opt. Soc. Am. A* **7**, 1598–1608 (1990).
2. L. M. Mugnier, C. Robert, J.-M. Conan, V. Michau, and S. Salem, "Myopic deconvolution from wave-front sensing," *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, 862–872 (2001).
3. D. Catlin and C. Dainty, "High-resolution imaging of the human retina with a Fourier deconvolution technique," *J. Opt. Soc. Am. A* **19**, 1515–1523 (2002).
4. G. Rousset, J.-C. Fontanella, P. Kern, P. Gigan, F. Rigaut, P. Léna, C. Boyer, P. Jagourel, J.-P. Gaffard, and F. Merkle, "First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics," *Astron. Astrophys.* **230**, 29–32 (1990).
5. M. C. Roggemann, "Limited degree-of-freedom adaptive optics and image reconstruction," *Appl. Opt.* **30**, 4227–4233 (1991).
6. J. M. Conan, P. Y. Madec, and G. Rousset, "Image formation in adaptive optics partial correction," in *Active and Adaptive Optics*, F. Merkle, ed., Vol. 48 of ESO Conference and Workshop Proceeding (European Southern Observatory/International Commission of Optics, 1994).
7. J.-M. Conan, "Étude de la correction partielle en optique adaptative," Ph.D. thesis (Université Paris XI, 1994).
8. J. G. McNally, T. Karpova, J. Cooper, and J. A. Conchello, "Three-dimensional imaging by deconvolution microscopy," *Methods* **19**, 373–385 (1999).
9. J. C. Christou, A. Roorda, and D. R. Williams, "Deconvolution of adaptive optics retinal images," *J. Opt. Soc. Am. A* **21**, 1393–1401 (2004).
10. A. Tikhonov and V. Arsenin, *Solutions of Ill-Posed Problems* (Winston, 1977).
11. G. Demoment, "Image reconstruction and restoration: overview of common estimation structures and problems," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.* **37**, 2024–2036 (1989).
12. J. Idier, ed., *Approche Bayésienne pour les Problèmes Inverses* (Hermès, 2001).
13. L. M. Mugnier, T. Fusco, and J.-M. Conan, "MISTRAL: a myopic edge-preserving image restoration method, with application to astronomical adaptive optics-corrected long-exposure images," *J. Opt. Soc. Am. A* **21**, 1841–1854 (2004).
14. J.-M. Conan, L. M. Mugnier, T. Fusco, V. Michau, and G. Rousset, "Myopic deconvolution of adaptive optics images by use of object and point-spread function power spectra," *Appl. Opt.* **37**, 4614–4622 (1998).
15. D. Gratadour, D. Rouan, L. M. Mugnier, T. Fusco, Y. Clénet, E. Gendron, and F. Lacombe, "Near-infrared

- adaptive optics dissection of the core of NGC 1068 with NaCo,” *Astron. Astrophys.* **446**, 813–825 (2006).
16. A. Blanc, L. M. Mugnier, and J. Idier, “Marginal estimation of aberrations and image restoration by use of phase diversity,” *J. Opt. Soc. Am. A* **20**, 1035–1045 (2003).
 17. P. J. Green, “Bayesian reconstructions from emission tomography data using a modified EM algorithm,” *IEEE Trans. Med. Imaging* **9**, 84–93 (1990).
 18. C. Bouman and K. Sauer, “A generalized Gaussian image model for edge-preserving MAP estimation,” *IEEE Trans. Image Process.* **2**, 296–310 (1993).
 19. J. Idier and L. Blanc-Féraud, “Deconvolution en imagerie,” in *Approche Bayésienne pour les Problèmes Inverses*, J. Idier, ed. (Hermès, 2001), Chap. 6.
 20. W. J. J. Rey, *Introduction to Robust and Quasi-Robust Statistical Methods* (Springer-Verlag, 1983).
 21. S. Brette and J. Idier, “Optimized single site update algorithms for image deblurring,” in *Proceedings of the International Conference on Image Processing* (IEEE Computer Society, 1996), pp. 65–68.
 22. T. J. Schulz, “Multiframe blind deconvolution of astronomical images,” *J. Opt. Soc. Am. A* **10**, 1064–1073 (1993).
 23. E. Thiébaud and J.-M. Conan, “Strict *a priori* constraints for maximum-likelihood blind deconvolution,” *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 485–492 (1995).
 24. R. J. Noll, “Zernike polynomials and atmospheric turbulence,” *J. Opt. Soc. Am. A* **66**, 207–211 (1976).
 25. E. Thiébaud, “Optimization issues in blind deconvolution algorithms,” in *Astronomical Data Analysis. II*, J.-L. Starck and F. D. Murtagh, eds., *Proc. SPIE* **4847**, 174–183 (2002).
 26. G. Chenegros, L. M. Mugnier, and F. Lacombe, “3D deconvolution of adaptive-optics corrected retinal images,” in *Three-Dimensional and Multidimensional Microscopy: Image Acquisition and Processing XIII*, J.-A. Conchello, C. J. Cogswell, and T. Wilson, eds., *Proc. SPIE* **6090**, 60900P (2006).
 27. R. A. Gonsalves, “Phase retrieval and diversity in adaptive optics,” *Opt. Eng.* **21**, 829–832 (1982).
 28. L. M. Mugnier, A. Blanc, and J. Idier, “Phase diversity: a technique for wave-front sensing and for diffraction-limited imaging,” in *Advances in Imaging and Electron Physics*, P. Hawkes, ed. (Elsevier, 2006), Vol. 141, Chap. 1.
 29. M. F. Reiley, R. G. Paxman, J. R. Fienup, K. W. Gleichman, and J. C. Marron, “3D reconstruction of opaque objects from Fourier intensity data,” in *Image Reconstruction and Restoration II*, T. J. Schulz, ed., *Proc. SPIE* **3170**, 76–87 (1997).
 30. R. G. Paxman, J. H. Seldin, J. R. Fienup, and J. C. Marron, “Use of an opacity constraint in three-dimensional imaging,” in *Inverse Optics III*, M. A. Fiddy, ed., *Proc. SPIE* **2241**, 116–126 (1994).

Annexe B

Article SPIE, Photonics West, 2006

3D deconvolution of adaptive-optics corrected retinal images.

Cet article a été publié dans le **Three-Dimensional and Multidimensional Microscopy : Image Acquisition and Processing XIII** (paru en janvier 2006 dans le volume **6090**).

3D deconvolution of adaptive-optics corrected retinal images

G. Chenegros ^a, L. M. Mugnier ^a, F. Lacombe ^b, and M. Glanc ^c

^aOffice National d'Études et de Recherches Aérospatiales, Optics Department, BP 72, F-92322 Châtillon cedex, France

^bMauna Kea Technologies, 9 rue d'Enghien 75010 Paris, France

^cLaboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique, Observatoire de Paris-Meudon, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon cedex, France

ABSTRACT

We report on a deconvolution method developed in a Bayesian framework for adaptive-optics corrected images of the human retina. The method takes into account the three-dimensional nature of the imaging process; it incorporates a positivity constraint and a regularization metric in order to avoid uncontrolled noise amplification. This regularization metric is designed to simultaneously smooth noise out and preserve edges, while staying convex in order to keep the solution unique. We demonstrate the effectiveness of the method, and in particular of the edge-preserving regularization, on realistic simulated data.

Keywords: image restoration, deconvolution, three-dimensional imaging, adaptive optics, retinal imaging, microscopy.

1. INTRODUCTION

Early detection of pathologies of the human retina call for an *in vivo* exploration of the retina at the cell scale. Direct observation from the outside suffers from the poor optical quality of the eye. The time-varying aberrations of the eye can be compensated *a posteriori* if measured simultaneously with the image acquisition; this technique is known as *deconvolution from wavefront sensing*^{1,2} and has been successfully applied to the human retina.³ These aberrations can also be compensated for in real-time, by use of adaptive optics (AO).⁴ Yet, the correction is always partial.⁵⁻⁷ Additionally, the object under examination (the retina) is three-dimensional (3D) and each recorded image contains contributions from the whole object's volume. For these two reasons, a deconvolution of the recorded images is necessary.

In two-dimensional (2D) deconvolution, each image is deconvolved separately, *i.e.*, only one object plane is assumed to contribute to each image. This is an appropriate image model in astronomy for instance, but is a somewhat crude approximation in microscopy, as it does not properly account for the halo in each image that comes from the parts of the observed object that are out-of-focus.

Three-dimensional deconvolution is an established technique in microscopy, and in particular in conventional fluorescence microscopy.⁸ The combination of a conventional microscope with deconvolution is often referred to as deconvolution microscopy or even “digital confocal”, because the use of 3D deconvolution can notably improve the resolution of the recorded conventional images, especially in the longitudinal dimension, while remaining simpler and cheaper than a confocal microscope. Yet, to the best of our knowledge, deconvolution of retinal images has so far been performed with 2D deconvolution techniques, both in deconvolution from wavefront sensing³ and in deconvolution of AO-corrected images.⁹

Besides, because deconvolution is an ill-posed inverse problem,¹⁰⁻¹² most modern deconvolution methods use regularization in order to avoid an uncontrolled amplification of the noise. The regularization that is commonly used in 3D deconvolution is the classical Tikhonov regularization, which is quadratic (see Sect. 3) and thus tends to oversmooth edges.

In this communication, we introduce an edge-preserving regularization into a 3D deconvolution method and apply it to simulated retinal images.

Further author information: (Send correspondence to G.C.)

G.C.: E-mail: Guillaume.Chenegros@onera.fr ; L.M.M.: E-mail: Laurent.Mugnier@onera.fr ; F.L.: francois@maunakeatech.com .

2. PROBLEM FORMULATION

The image formation is modelled as a 3D convolution:

$$\mathbf{i} = \mathbf{h} \star \mathbf{o} + \mathbf{n} \tag{1}$$

where \mathbf{i} is the (3D) pile of (2D) recorded images, \mathbf{o} is the 3D unknown observed object, \mathbf{h} is the 3D point spread function (PSF), \mathbf{n} is the noise and \star denotes the 3D convolution operator.

For a system with N images of N object planes, this 3D convolution can be rewritten as:

$$i_k = \left(\sum_{j=0}^{N-1} h_{k-j} \star o_j \right) + n_k \tag{2}$$

where o_j is the object in plane j , i_k is the k -th recorded image and h_{k-j} is the 2D PSF corresponding to a defocus of $(k-j)$ slices. The PSF is that of the system composed of the eye, the imaging system (including the AO) and the detector. We assume that the whole recording process is fast enough so that the different 2D PSF's differ only by a defocus. Figure 1 illustrates the imaging process in the case of three object and image planes.

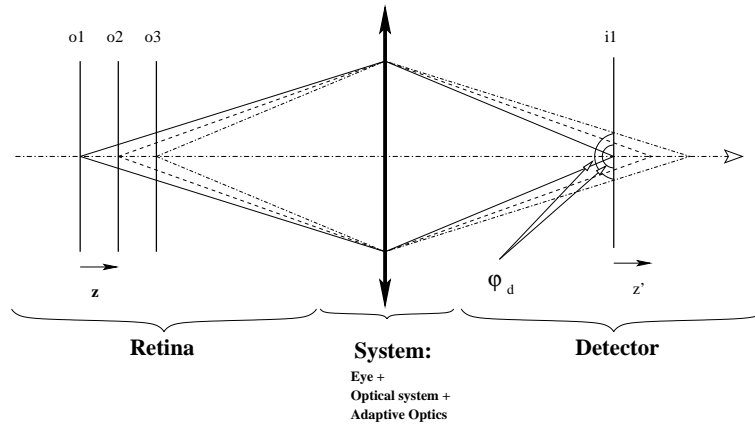


Figure 1. Illustration for 3 object planes. \mathbf{o} is on the left and \mathbf{i} is on the right. φ_d is the defocus phase.

Note that the raw image must be carefully preprocessed to yield an image that closely follows this imaging model. The preprocessing includes the relative recentering of the raw images¹³ and an image tapering in order to reduce the artefacts due to the periodization done by fast Fourier transforms. The goal is to obtain an estimate $\hat{\mathbf{o}}$ of the observed 3D object \mathbf{o} given the images \mathbf{i} , the 3D PSF \mathbf{h} , and some prior information on the noise statistics and on the object.

3. DECONVOLUTION APPROACH

3.1. Framework

Most deconvolution techniques boil down to the minimization (or maximization) of a criterion. An important task is the definition of a suitable criterion for the given inverse problem.

Following the Bayesian¹² Maximum *A Posteriori* (MAP) approach, the deconvolution problem can be stated as follows: we look for the most likely object $\hat{\mathbf{o}}$ given the observed image \mathbf{i} and our prior information on \mathbf{o} , which is summarized by a probability density $p(\mathbf{o})$. This reads:

$$\hat{\mathbf{o}} = \arg \max_{\mathbf{o}} p(\mathbf{o}|\mathbf{i}) = \arg \max_{\mathbf{o}} p(\mathbf{i}|\mathbf{o}) \times p(\mathbf{o}). \tag{3}$$

Equivalently \hat{o} can be defined as the object that minimizes a compound criterion $J(o)$ defined as follows:

$$J(o) = J_i(o) + J_o(o), \quad (4)$$

where the negative log-likelihood $J_i = -\ln p(i|o)$ is a measure of fidelity to the data and $J_o = -\ln p(o)$ is a regularization or penalty term, so the MAP solution can equivalently be called a penalized-likelihood solution. Note that the Bayesian approach does not require that o truly be the outcome of a stochastic process; rather, $p(o)$ should be designed to embody the available prior information on o , which means that J_o should have higher values for objects that are less compatible with our prior knowledge,¹¹ e.g. that are very oscillating. When o is not the outcome of a stochastic process, J_o usually includes a scaling factor or global hyperparameter, denoted by μ in the following, which adjusts the balance between fidelity to the data and fidelity to the prior information.

If no prior knowledge is used, which corresponds to setting $p(o) = \text{constant}$ in Equation (3), one then maximizes $p(i|o)$ (likelihood of the data) so that the solution is a maximum-likelihood (ML) solution. In this case the criterion of Eq. (4) is only constituted of the term J_i . The Richardson-Lucy algorithm,¹⁴ also known as ML-EM (for Maximum Likelihood–Expectation Maximization) is an example of an iterative algorithm which converges towards the minimum of J_i when the noise follows Poisson statistics.

3.2. Noise model

If the noise statistics are additive, stationary, white Gaussian, then the data fidelity term is a simple least-square difference between the actual data i and our model of the data for a given object, $h \star o$:

$$J_i(o) = \sum_{l,m,n} \frac{1}{2\sigma^2} [i(l, m, n) - (h \star o)(l, m, n)]^2, \quad (5)$$

where σ^2 is the total noise variance. In reality, the noise is actually a mixture of non-stationary, Poisson-distributed, photon noise and stationary white Gaussian detector noise. Yet, photon noise statistics can be effectively approximated as non-stationary white Gaussian as soon as the flux level is a few tens of photo-electrons per pixel.¹⁵ Additionally, because the images considered here are illuminated rather uniformly (due to all the out-of-focus object planes contributing to each image), a stationary white Gaussian statistics, with a constant variance equal to the mean number of photo-electrons per pixel, is a reasonable approximation for the noise model.

3.3. Object prior

This section aims at deriving an object prior for objects that are either smooth or piecewise smooth.

The choice of a Gaussian prior probability distribution for the object can be justified from an information theory standpoint as being the least informative, given the first two moments of the distribution. In this case, a reasonable model of the object's power spectral density (PSD) can be found¹⁶ and used to derive the regularization criterion J_o , which is then quadratic (or “L2” in short). Additionally, the parameters of the object's PSD can be estimated automatically (*i.e.*, in an unsupervised way) from the data itself by a Maximum Likelihood method.¹⁷

The disadvantage of a Gaussian prior (or equivalently of a quadratic regularization term), especially for objects with sharp edges such as photoreceptors or vessels, is that it tends to over-smooth edges. A possible remedy is to use an edge-preserving prior that is quadratic for small gradients and linear for large ones.¹⁸ The quadratic part ensures a good smoothing of the small gradients (*i.e.*, of noise), and the linear behavior cancels the penalization of large gradients (*i.e.*, of edges), as explained by Bouman and Sauer.¹⁹ Such priors are called quadratic-linear, or L2–L1 in short.²⁰ Here we use a function that is an isotropic version of the expression suggested by Rey²¹ in the context of robust estimation, used by Brette and Idier²² for image restoration, and recently applied to imaging through turbulence^{2, 15}:

$$J_o(o) = \mu \delta^2 \sum_{l,m,n} \phi(\nabla o(l, m, n)/\delta), \quad \text{where} \quad (6)$$

$$\phi(x) = |x| - \ln(1 + |x|), \quad (7)$$

and where $\nabla o(l, m, n) = [\nabla_x o(l, m, n)^2 + \nabla_y o(l, m, n)^2]^{1/2}$, and $\nabla_x o$ and $\nabla_y o$ are the object finite-difference gradients along x and y , respectively. This functional J_o is indeed L2–L1 because $\phi(x) \approx x^2/2$ for x close to 0 and $\phi(x)/|x| \rightarrow 1$

for $x \rightarrow \pm\infty$. Thus, parameter δ is a (soft) threshold, in the sense that J_o switches, at each pixel (l, m, n) , between the quadratic and the linear behaviors depending on whether $\nabla o(l, m, n)$ is smaller than or greater than δ .

The global factor μ and the threshold δ have to be adjusted according to the noise level and the structure of the object. These two hyperparameters currently have to be adjusted by hand.

The functional J_o is strictly convex because $\phi''(x) = 1/(1 + |x|)^2 > 0$ and J_i of Eq. (5) is convex because it is quadratic, so that the global criterion $J = J_i + J_o$ is strictly convex. This ensures uniqueness and stability of the solution with respect to noise and also justifies the use of a gradient-based method for the minimization.

4. VALIDATION ON SIMULATED DATA

4.1. Simulation

Figure 2 represents the original simulated object, composed of vessels, ganglion cells and photoreceptors. The vessels are simulated by moving a ring in a random walk, the ganglion cells are simulated by empty globes and photoreceptors are represented by two empty half spheres joined by an empty tube. The cube's height on Figure 2 is approximately $300\mu\text{m}$ and the depth and the width of this cube is 301 pixels.

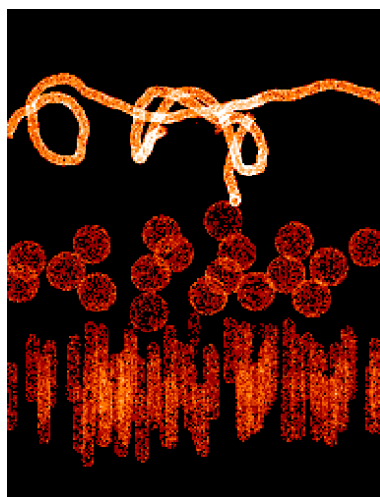


Figure 2. Perspective view of the 3D object used for the simulations

In order to create our simulated images with a five slice object, we average the data from Figure 2 into five $60\mu\text{m}$ -thick slices. Additionally, in the simulations presented here, we only use a 128×128 region of the 301×301 volume. The five slices obtained are presented on Figure 3.

The PSF's used to compute the image i are generated with time-invariant aberrations expanded on the Zernike basis; we use 0.2 rd of astigmatism (Z_5), -0.1 rd of astigmatism (Z_6) and -0.5 rd of spherical aberration (Z_{11}). These PSF's are oversampled (with respect to the Nyquist frequency) by a factor of 1.5. With the object and the PSF, we simulate the image by means of Eq. (2). The noise added is white Gaussian and stationary; its standard deviation is 3% of the maximum intensity in the object o . The five image layers are presented on Figure 4. From these images, it is clear that all object slices contribute to all images (in particular the vessels). The deconvolution aims at disentangling the contribution of each object slice and at improving the resolution within each plane.

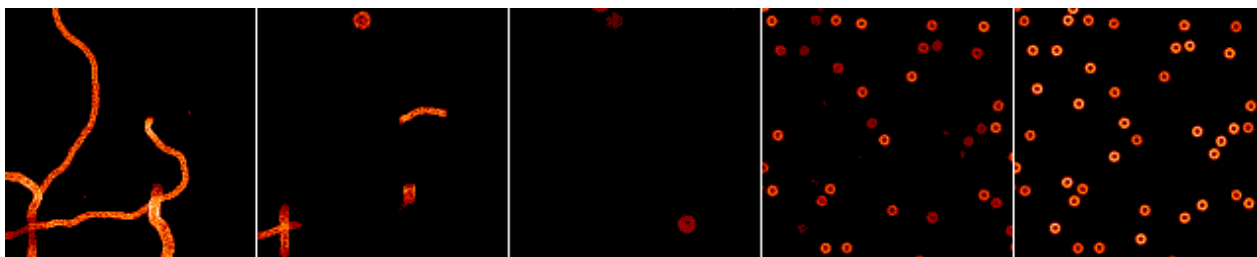


Figure 3. The five object layers (o).

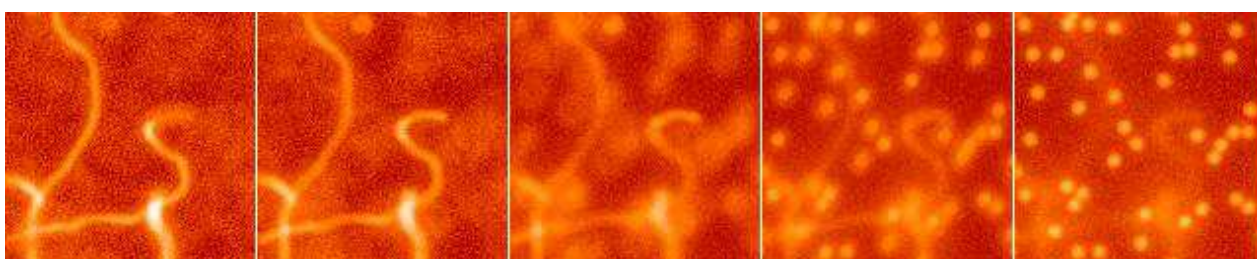


Figure 4. The five image layers (i).

4.2. Restoration

In this section, we present three results obtained with our deconvolution method:

L2 regularization without a positivity constraint: we can see on Figure 5 the five estimated object slices. The restoration error is 10.31 ph/pix (the object is 15.34 ph/pix on average). We can see low frequency oscillations and a residual blur: the missing cone of 3D frequencies makes it difficult for the restoration procedure to correctly disentangle the contribution of all planes. Edges are not preserved (*L2* regularization and no positivity constraint prevents spectral extrapolation).

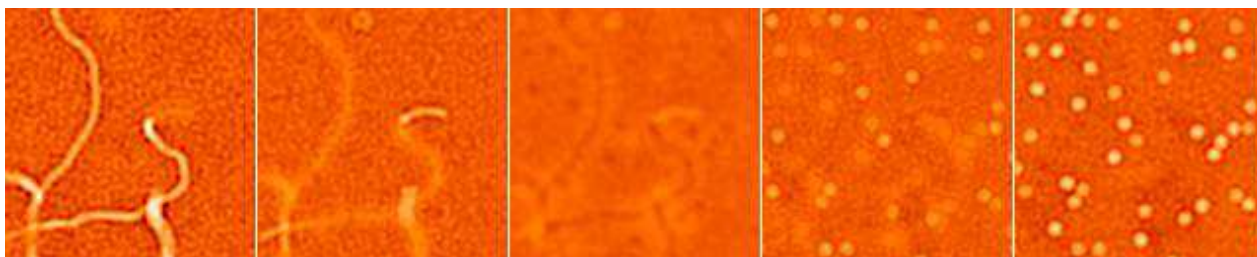


Figure 5. The five estimated object layers with *L2* regularization, without a positivity constraint.

L2 regularization with a positivity constraint: on Figure 6 we can see that the positivity constraint helps the algorithm disentangle the different planes and visibly reduces the low frequency oscillations. More quantitatively, the restoration error is 8.34 ph/pix. Yet, edges are not well preserved.

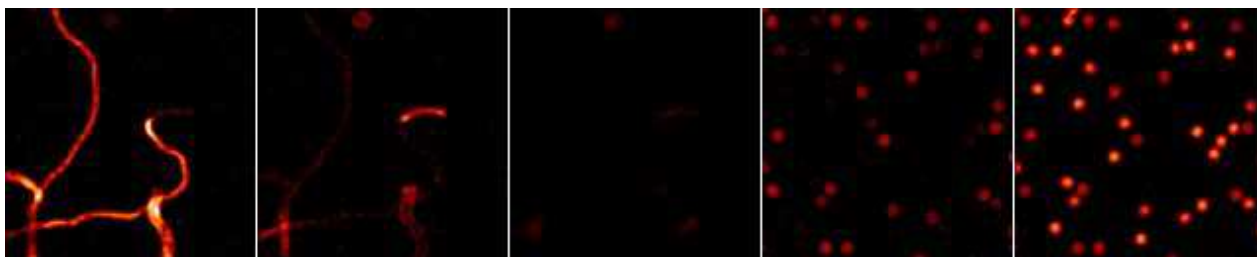


Figure 6. The five estimated object layers with $L2$ regularization and a positivity constraint.

$L2-L1$ regularization with a positivity constraint: on the Figure 7 we can see that the edges are much better preserved and the separation between the different planes is also slightly better on the second restored image plane. The restoration error is 6.33 ph/pix.

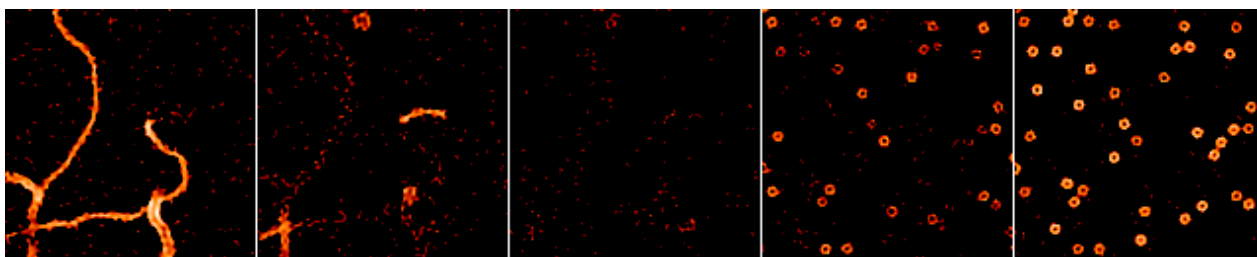


Figure 7. The five estimated object layers with $L2-L1$ regularization and a positivity constraint.

To study the influence of the positivity constraint we compute three new piles of images (i) with different levels of background and we perform a deconvolution with $L2-L1$ regularization. In these simulations, we introduce a continuous background in o and we evaluate the positivity constraint effects on the estimated object \hat{o} . These images are 128×128 pixels and the level of the noise is the same as previously but here the PSF used is not oversampled. In Figure 8 we present the results on the last slice where we see the photoreceptors; we can see that the positivity constraint helps reduce noise and ringing in the dark regions of the image, *i.e.*, where it is actually enforced. If the object o contains a continuous background (e.g., the diffusion), the positivity constraint is less efficient as shown in the middle and bottom rows of Figure 8: the higher the background, the less efficient the positivity constraint. In short, the use of a positivity constraint, if the object is on a dark background, is very effective in filling the cone of missing frequencies.

5. CONCLUSION AND PERSPECTIVES

A 3D deconvolution method has been derived in a Bayesian framework for the restoration of adaptive-optics corrected images of the human retina; it incorporates a positivity constraint and a regularization metric in order to avoid uncontrolled noise amplification. The regularization metric simultaneously smooths noise out and preserves edges, while staying convex in order to keep the solution unique. We have demonstrated the effectiveness of the method, and in particular of the edge-preserving regularization, on realistic simulated data.

Future work includes the processing of experimental data. For this purpose, it is of paramount importance to use a PSF that is a very close approximation of the true one in order not to produce deconvolution artefacts. As this is quite difficult, another appealing perspective is to use blind (or myopic) deconvolution.

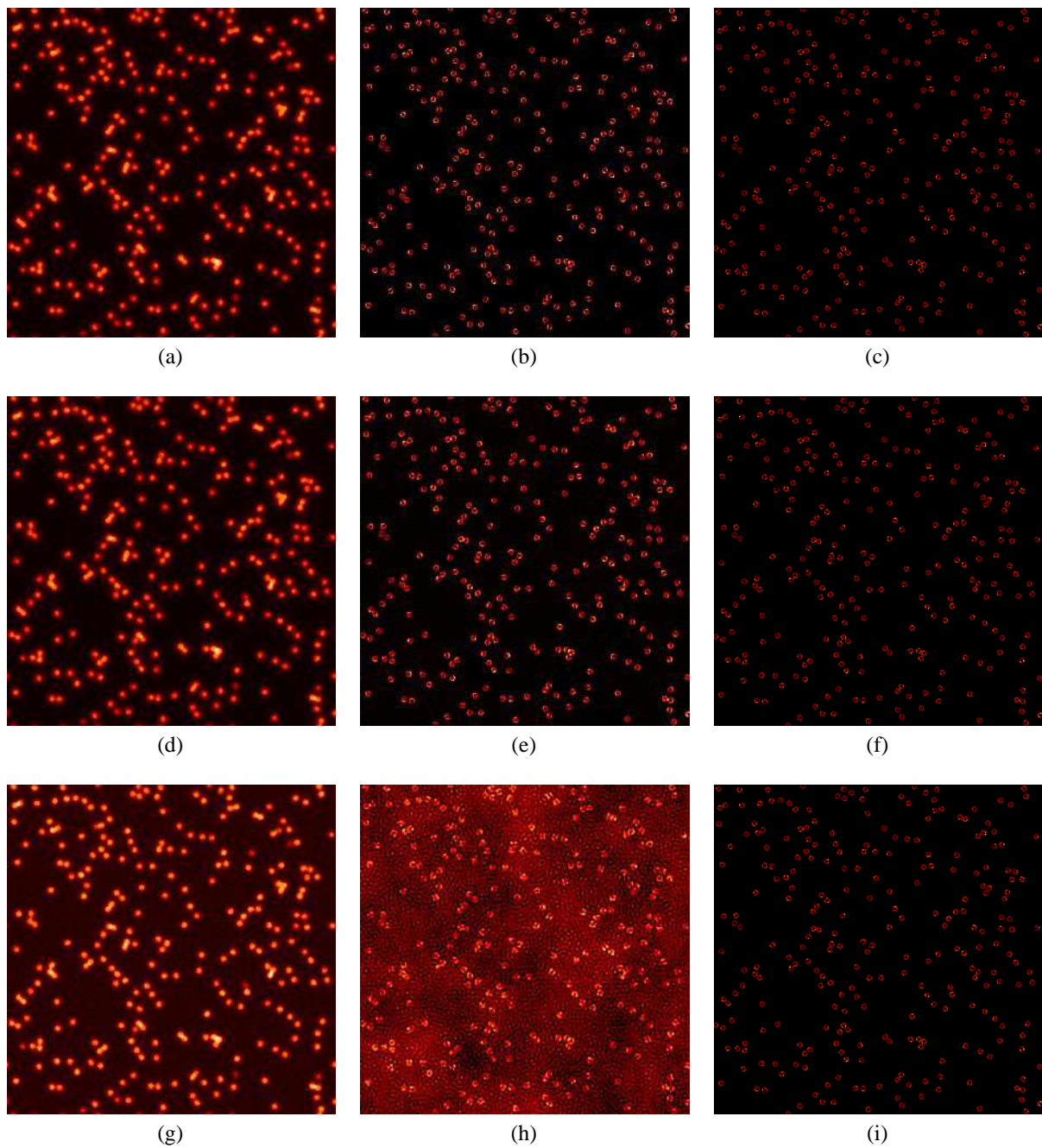


Figure 8. From left to right, a simulated recorded image, the estimated object with a positivity constraint and the real object. From top to bottom, data without continuous background, with a 5% intensity background and with a 50% intensity background.

REFERENCES

1. J. Primot, G. Rousset, and J.-C. Fontanella, "Deconvolution from wavefront sensing: a new technique for compensating turbulence-degraded images," *J. Opt. Soc. Am. A* **7**(9), pp. 1598–1608, 1990.
2. L. M. Mugnier, C. Robert, J.-M. Conan, V. Michau, and S. Salem, "Myopic deconvolution from wavefront sensing," *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, pp. 862–872, Apr. 2001.
3. D. Catlin and C. Dainty, "High-resolution imaging of the human retina with a Fourier deconvolution technique," *J. Opt. Soc. Am. A* **19**, pp. 1515–1523, Aug. 2002.
4. G. Rousset, J.-C. Fontanella, P. Kern, P. Gigan, F. Rigaut, P. Léna, C. Boyer, P. Jagourel, J.-P. Gaffard, and F. Merkle, "First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics," *Astron. Astrophys.* **230**, pp. 29–32, 1990.
5. M. C. Roggemann, "Limited degree-of-freedom adaptive optics and image reconstruction," *Appl. Opt.* **30**(29), pp. 4227–4233, 1991.
6. J. M. Conan, P. Y. Madec, and G. Rousset, "Image formation in adaptive optics partial correction," in *Active and Adaptive Optics*, F. Merkle, ed., *ESO Conference and Workshop Proceedings* **48**, pp. 181–186, ESO/ICO, (Garching bei München, Germany), 1994.
7. J.-M. Conan, *Étude de la correction partielle en optique adaptative*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, Oct. 1994.
8. J. G. McNally, T. Karpova, J. Cooper, and J. A. Conchello, "Three-dimensional imaging by deconvolution microscopy," *Methods* **19**, pp. 373–385, 1999.
9. J. C. Christou, A. Roorda, and D. R. Williams, "Deconvolution of adaptive optics retinal images," *J. Opt. Soc. Am. A* **21**, pp. 1393–1401, Aug. 2004.
10. A. Tikhonov and V. Arsenin, *Solutions of Ill-Posed Problems*, Winston, DC, 1977.
11. G. Demoment, "Image reconstruction and restoration: Overview of common estimation structures and problems," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* **37**, pp. 2024–2036, Dec. 1989.
12. J. Idier, ed., *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*, Hermès, Paris, 2001.
13. D. Gratadour, L. M. Mugnier, and D. Rouan, "Sub-pixel image registration with a maximum likelihood estimator," *Astron. Astrophys.* **443**, pp. 357–365, Nov. 2005.
14. W. H. Richardson, "Bayesian-based iterative method of image restoration," *J. Opt. Soc. Am.* **62**(1), pp. 55–59, 1972.
15. L. M. Mugnier, T. Fusco, and J.-M. Conan, "MISTRAL: a myopic edge-preserving image restoration method, with application to astronomical adaptive-optics-corrected long-exposure images.," *J. Opt. Soc. Am. A* **21**, pp. 1841–1854, Oct. 2004.
16. J.-M. Conan, L. M. Mugnier, T. Fusco, V. Michau, and G. Rousset, "Myopic deconvolution of adaptive optics images using object and point spread function power spectra," *Appl. Opt.* **37**, pp. 4614–4622, July 1998.
17. D. Gratadour, D. Rouan, L. M. Mugnier, T. Fusco, Y. Clénet, E. Gendron, and F. Lacombe, "Near-IR AO dissection of the core of NGC 1068 with NaCo," *Astron. Astrophys.* , to be published.
18. P. J. Green, "Bayesian reconstructions from emission tomography data using a modified EM algorithm," *IEEE Trans. Med. Imag.* **9**, pp. 84–93, Mar. 1990.
19. C. Bouman and K. Sauer, "A generalized gaussian image model for edge-preserving map estimation," *IEEE Trans. Image Processing* **2**, pp. 296–310, July 1993.
20. J. Idier and L. Blanc-Féraud, "Déconvolution en imagerie," in *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*, J. Idier, ed., ch. 6, pp. 139–165, Hermès, Paris, 2001.
21. W. J. J. Rey, *Introduction to robust and quasi-robust statistical methods*, Springer-Verlag, Berlin, 1983.
22. S. Brette and J. Idier, "Optimized single site update algorithms for image deblurring," in *Proceedings of the International Conference on Image Processing*, pp. 65–68, IEEE, IEEE Computer Society, (Los Alamitos, California), 1996.

Bibliographie

- [Ayers and Dainty, 1988] Ayers, G. R. and Dainty, J. C. (1988). Iterative blind deconvolution and its applications. *Opt. Lett.*, 13 :547–549.
- [Baron et al., 2008] Baron, F., Mocoœur, I., Cassaing, F., and Mugnier, L. M. (2008). Unambiguous phase retrieval as a cophasing sensor for phased array telescopes : derivation of an analytical estimator. *J. Opt. Soc. Am. A*, 25(5) :1000–1015.
- [Biraud, 1969] Biraud, Y. (1969). A new approach for increasing the resolving power by data processing. *Astron. Astrophys.*, 1(1) :124–127.
- [Blanc, 2002] Blanc, A. (2002). *Identification de réponse impulsionnelle et restauration d’images : apports de la diversité de phase*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay.
- [Blanc et al., 2003] Blanc, A., Fusco, T., Hartung, M., Mugnier, L. M., and Rousset, G. (2003). Calibration of NAOS and CONICA static aberrations. Application of the phase diversity technique. *Astron. Astrophys.*, 399 :373–383.
- [Bouman and Sauer, 1993] Bouman, C. and Sauer, K. (1993). A generalized gaussian image model for edge-preserving map estimation. *IEEE Trans. Image Processing*, 2(3) :296–310.
- [Brette and Idier, 1996] Brette, S. and Idier, J. (1996). Optimized single site update algorithms for image deblurring. In *Proceedings of the International Conference on Image Processing*, pages 65–68, Los Alamitos, California. IEEE, IEEE Computer Society.
- [Catlin and Dainty, 2002] Catlin, D. and Dainty, C. (2002). High-resolution imaging of the human retina with a Fourier deconvolution technique. *J. Opt. Soc. Am. A*, 19(8) :1515–1523.
- [Chenegros et al., 2007] Chenegros, G., Mugnier, L. M., Lacombe, F., and Glanc, M. (2007). 3D phase diversity : a myopic deconvolution method for short-exposure images. Application to retinal imaging. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24(5) :1349–1357.
- [Christou et al., 2004] Christou, J. C., Roorda, A., and Williams, D. R. (2004). Deconvolution of adaptive optics retinal images. *J. Opt. Soc. Am. A*, 21(8) :1393–1401.
- [Conan, 1994] Conan, J.-M. (1994). *Étude de la correction partielle en optique adaptative*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay.
- [Conan et al., 1998] Conan, J.-M., Mugnier, L. M., Fusco, T., Michau, V., and Rousset, G. (1998). Myopic deconvolution of adaptive optics images by use of object and point spread function power spectra. *Appl. Opt.*, 37(21) :4614–4622.

- [Demoment, 1989] Demoment, G. (1989). Image reconstruction and restoration : Overview of common estimation structures and problems. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 37(12) :2024–2036.
- [Drexler et al., 2001] Drexler, W., Morgner, U., Ghanta, R., Kartner, F., Schuman, J., and Fujimoto, J. (2001). Ultrahigh resolution optical coherence tomography. *Nature Medicine*, 4(7) :502–507.
- [Erhardt et al., 1985] Erhardt, A., Zinser, G., Komitowski, D., and Bille, J. (1985). Reconstructing 3-d light-microscopic images by digital image processing. *Appl. Opt.*, 24(2) :194–200.
- [Fusco, 2000] Fusco, T. (2000). *Correction partielle et anisoplanétisme en Optique Adaptative : traitement a posteriori et Optique Adaptative Multiconjuguée*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, Nice France.
- [Galatsanos and Katsaggelos, 1992] Galatsanos, N. P. and Katsaggelos, A. K. (1992). Methods for choosing the regularization parameter and estimating the noise variance in image restoration and their relation. *IEEE Trans. Image Processing*, 1(3) :322–336.
- [Gerchberg and Saxton, 1972] Gerchberg, R. W. and Saxton, W. O. (1972). A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35 :237–246.
- [Giovannelli, 2008] Giovannelli, J. F. (2008). Unsupervised bayesian convex deconvolution based on a field with an explicit partition function. *IEEE Trans. Image Processing*, 17(1) :16–26.
- [Glanc, 2002] Glanc, M. (2002). *Applications ophtalmologiques de l'optique adaptative*. PhD thesis, Université de Paris XI.
- [Gonsalves, 1976] Gonsalves, R. A. (1976). Phase retrieval from modulus data. *J. Opt. Soc. Am.*, 66(9) :961–964.
- [Gonsalves, 1982] Gonsalves, R. A. (1982). Phase retrieval and diversity in adaptive optics. *Opt. Eng.*, 21(5) :829–832.
- [Gratadour et al., 2005] Gratadour, D., Mugnier, L. M., and Rouan, D. (2005). Sub-pixel image registration with a maximum likelihood estimator. *Astron. Astrophys.*, 443 :357–365.
- [Hee et al., 1995] Hee, M., Izatt, J., Swanson, E., and Huang, D. (1995). Optical coherence tomography of the human retina. *aaa*, 113 :325–332.
- [Hitzenberg et al., 2003] Hitzenberg, C., Trost, P., Lo, P., and Zhou, Q. (2003). Three dimensional imaging of the human retina by high speed oct. *Optics Express*, 11 :2753–2761.
- [Holmes, 1992] Holmes, T. J. (1992). Blind deconvolution of speckle images quantum-limited incoherent imagery : maximum-likelihood approach. *J. Opt. Soc. Am. A*, 9(7) :1052–1061.
- [Huang et al., 1991] Huang, D., Swanson, E., Lin, C., and Schuman, J. (1991). Optical coherence tomography. *Science*, 254 :1178–1181.
- [Hunt, 1973] Hunt, B. R. (1973). The application of constrained least squares estimation to image restoration by digital computer. *IEEE Trans. Comp.*, C-22(9) :805–812.

- [Chenegros et al., 2009] Chenegros, G., Mugnier, L. M., Alhenc-Gellas, C., Lacombe, F., Glanc, M. and Nicolas, M. (2009). Unsupervised 3D deconvolution method for retinal imaging : principle and preliminary validation on experimental data. In *Three-Dimensional and Multidimensional Microscopy : Image Acquisition and Processing XV*, volume 7184, San Jose. SPIE, Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.
- [Idier, 2001] Idier, J., editor (2001). *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*. Hermès, Paris.
- [Idier, 2008] Idier, J., editor (2008). *Bayesian Approach for Inverse Problems*. ISTE, London.
- [Idier et al., 2005] Idier, J., Mugnier, L., and Blanc, A. (2005). Statistical behavior of joint least square estimation in the phase diversity context. *IEEE Trans. Image Processing*, 14(12) :2107–2116.
- [Jain, 1989] Jain, A. K. (1989). *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [Joshi and Miller, 1993] Joshi, S. and Miller, M. I. (1993). Maximum a posteriori estimation with good's roughness for three-dimensional optical-sectioning microscopy. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10(5) :1078–1085.
- [Kattnig and Primot, 1997] Kattnig, A. P. and Primot, J. (1997). Model of the second-order statistic of the radiance field of natural scenes, adapted to system conceiving. In *Aeorosense'97 - Visual information processing VI*, volume 3074, Washington. SPIE, Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.
- [Lane, 1992] Lane, R. G. (1992). Blind deconvolution of speckle images. *J. Opt. Soc. Am. A*, 9(9) :1508–1514.
- [McNally et al., 1999] McNally, J. G., Karpova, T., Cooper, J., and Conchello, J. A. (1999). Three-dimensional imaging by deconvolution microscopy. *Methods*, 19 :373–385.
- [Meynadier, 1997] Meynadier, L. (1997). *Analyse de surface d'onde pour le contrôle actif d'un télescope spatial*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis.
- [Miller et al., 1996] Miller, D., Williams, D., Morris, G., and Liang, J. (1996). Images of cone photoreceptors in the living human eye. *Vision Research*, 36 :1067–1079.
- [Mocœur, 2008] Mocœur, I. (2008). *Analyse de front d'onde en plan focal : développement d'algorithmes temps-réel et application au cophasage de télescopes multipupilles imageurs*. PhD thesis, Université de Paris XI Orsay.
- [Mocœur et al., 2008] Mocœur, I., Mugnier, L., and Cassaing, F. (2008). Estimation des défauts d'alignement d'un instrument multipupille par diversité de phase temps-réel. soumis à *Trait. Signal*.
- [Molina et al., 1999] Molina, R., Katsaggelos, A. K., and Mateos, J. (1999). Bayesian and regularization methods for hyperparameter estimation in image restoration. *IEEE Trans. Image Processing*, 8(2) :231–246.
- [Mugnier et al., 2006] Mugnier, L. M., Blanc, A., and Idier, J. (2006). Phase diversity : a technique for wave-front sensing and for diffraction-limited imaging. In Hawkes, P., editor, *Advances in Imaging and Electron Physics*, volume 141, chapter 1, pages 1–76. Elsevier.

- [Mugnier et al., 2004] Mugnier, L. M., Fusco, T., and Conan, J.-M. (2004). MISTRAL : a myopic edge-preserving image restoration method, with application to astronomical adaptive-optics-corrected long-exposure images. *J. Opt. Soc. Am. A*, 21(10) :1841–1854.
- [Mugnier et al., 2001] Mugnier, L. M., Robert, C., Conan, J.-M., Michau, V., and Salem, S. (2001). Myopic deconvolution from wavefront sensing. *J. Opt. Soc. Am. A*, 18 :862–872.
- [Noll, 1976] Noll, R. J. (1976). Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, 66(3) :207–211.
- [Pérez, 1994] Pérez, J.-P., editor (1994). *Optique géométrique et ondulatoire*. Masson, Paris.
- [Rigaut et al., 1991] Rigaut, F., Rousset, G., Kern, P., Fontanella, J.-C., Gaffard, J.-P., Merkle, F., and Léna, P. (1991). Adaptive optics on a 3.6-m telescope : results and performance. *Astron. Astrophys.*, 250 :280–290.
- [Roddiier, 1999] Roddiier, F., editor (1999). *Adaptive Optics in Astronomy*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [Roggemann, 1991] Roggemann, M. C. (1991). Limited degree-of-freedom adaptive optics and image reconstruction. *Appl. Opt.*, 30(29) :4227–4233.
- [Rousset, 1999] Rousset, G. (1999). Wave-front sensors. In [Roddiier, 1999], chapter 5, pages 91–130.
- [Rousset et al., 1990] Rousset, G., Fontanella, J.-C., Kern, P., Gigan, P., Rigaut, F., Léna, P., Boyer, C., Jagourel, P., Gaffard, J.-P., and Merkle, F. (1990). First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics. *Astron. Astrophys.*, 230 :29–32.
- [Sarder and Nehorai, 2006] Sarder, P. and Nehorai, A. (2006). Deconvolution methods for 3-d fluorescence microscopy images. *IEEE Signal Processing Magazine*, 23 :32–45.
- [Schultz, 1993] Schultz, T. J. (1993). Multiframe blind deconvolution of astronomical images. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10(5) :1064–1073.
- [Shack and Platt, 1971] Shack, R. B. and Platt, B. C. (1971). Production and use of a lenticular hartmann screen. *J. Opt. Soc. Am.*, 61 :656.
- [Swanson et al., 1993] Swanson, E., Izatt, J., Hee, M., and Huang, D. (1993). In vivo retinal imaging by optical coherence tomography. *Optics Letters*, 18 :1864 :1866.
- [Thiébaud and Conan, 1995] Thiébaud, E. and Conan, J.-M. (1995). Strict *a priori* constraints for maximum-likelihood blind deconvolution. *J. Opt. Soc. Am. A*, 12(3) :485–492.
- [Thiébaud, 2002] Thiébaud, É. (2002). Optimization issues in blind deconvolution algorithms. In Starck, J.-L. and Murtagh, F. D., editors, *Astronomical Data Analysis II*, volume 4847, pages 174–183. Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.
- [Verveer and Jovin, 1997] Verveer, P. J. and Jovin, T. M. (1997). Efficient superresolution restoration algorithms using maximum a posteriori estimations with application to fluorescence microscopy. *J. Opt. Soc. Am. A*, 14(8) :1696–1706.

Restauration d'images de la rétine corrigées par optique adaptative.

L'imagerie de la rétine, in vivo et à haute résolution, est rendue difficile à cause des aberrations de l'œil, qui limitent la résolution. La mesure et la correction de ces aberrations sont possibles grâce à l'utilisation de l'optique adaptative (OA). Un banc d'imagerie rétinienne avec OA a été développé par l'Observatoire de Paris et est actuellement utilisé sur un panel de patients à l'Hôpital des XV-XX à Paris.

En imagerie plein champ, le caractère tridimensionnel de l'objet d'intérêt (la rétine) rend l'interprétation des images difficile puisque tous les plans qui constituent l'objet contribuent à la formation de chaque plan image. De plus, la correction par OA est toujours partielle. Il est donc nécessaire de déconvoluer les images enregistrées afin d'une part de séparer numériquement les plans de l'objet et d'autre part, d'améliorer la résolution latérale. Une méthode de déconvolution nécessite généralement, pour donner des résultats satisfaisants, d'une part une bonne connaissance de la réponse impulsionnelle (RI) du système complet, et d'autre part un ajustement de paramètres de réglage appelés hyper-paramètres.

Nous avons développé deux méthodes de déconvolution 3D. La première méthode suppose la RI du système connu. La deuxième est une extension tridimensionnelle de la méthode de diversité de phase et permet d'estimer la RI du système conjointement à l'objet d'intérêt.

Par ailleurs, nous avons développé une technique d'estimation non supervisée (« automatique ») des hyper-paramètres, qui permet d'envisager une utilisation efficace de la déconvolution 3D même par des utilisateurs peu familiers du traitement des images tels que médecins ou biologistes.

Ces méthodes ont été validées d'abord sur des données simulées réalistes. Ensuite nous avons développé à l'ONERA un banc d'imagerie 3D pour effectuer une validation expérimentale. Nous présenterons les résultats préliminaires obtenus sur des images acquises sur ce banc.

Mots clés : déconvolution 3D, problèmes inverses, optique adaptative, diversité de phase, traitement d'images, analyse de surface d'onde, imagerie rétinienne, microscopie 3D.

Restoration of adaptive optics corrected retinal images.

High resolution retinal imaging is hampered by eye's aberrations. The measurement and correction of these aberrations is made possible with an adaptive optics (AO) system. A retinal imaging bench is developed by Observatoire de Paris and is currently used in Hôpital des XV-XX in Paris.

In wide field imaging, the object under examination (the retina) is three-dimensional and each recorded image contains information on the object's volume. Furthermore, the AO correction is always partial and a dedicated deconvolution method is necessary to increase the images resolution and to separate numerically the different object plans. A deconvolution method need an accurate knowledge of the point spread function (PSF) of the instrument and the tuning of several parameters named hyper parameters.

In this framework, we developed two 3D deconvolution methods. The first one use the PSF, supposed well known. The second method, which is a 3D phase diversity extension, estimates the aberrations jointly with the object. Furthermore, we developed an unsupervised hyper parameters estimation method which is compatible with an effectiveness use of our 3D deconvolution method by non expert people.

The performance of all these methods are shown on simulated retinal images and experimental data. The experimental data become from a 3D images optical bench developed at ONERA during this PhD thesis.

Keywords : 3D deconvolution, inverse problem, adaptive optics, phase diversity, images processing, wave front sensing, retinal images, three-dimensional microscopy.