



HAL
open science

Modèles de réactions directes et de pré-équilibre quantique pour la diffusion de nucléons sur des noyaux sphériques

Marc Dupuis

► **To cite this version:**

Marc Dupuis. Modèles de réactions directes et de pré-équilibre quantique pour la diffusion de nucléons sur des noyaux sphériques. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2006. Français. NNT: . tel-00412169

HAL Id: tel-00412169

<https://theses.hal.science/tel-00412169>

Submitted on 1 Sep 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE BORDEAUX I - TALENCE

Thèse

présentée par

Marc DUPUIS

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Bordeaux I

Spécialité : **Noyaux, Atomes, Agrégats, Plasmas**

N° d'ordre : **3131**

**Modèles de réactions directes et de
pré-équilibre quantique pour la diffusion
de nucléons sur des noyaux sphériques**

Soutenue le 13 Janvier 2006

Après avis de :

M. Philippe Chomaz , directeur de recherche, GANIL	Rapporteur
M. Peter Schuck , professeur de l'Université de Paris-Sud XI	Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

M. Philippe Quentin , professeur de l'Université de Bordeaux I	Président du jury
M. Peter Schuck professeur de l'Université de Paris-Sud XI	Rapporteur
M. Daniel Gogny , directeur de recherche, LLNL	Directeur de Thèse
M. Philippe Chomaz , directeur de recherche, GANIL	Examineur
M. Toshihiko Kawano , chargé de recherche, LANL	Examineur
M. Arjan Koning , directeur de recherche, NRG Petten	Examineur

Thèse préparée au sein du service de physique nucléaire,
CEA/DAM Bruyères-Le-Châtel

Remerciements

Cette thèse a été effectuée au sein du laboratoire de modélisation et évaluation des données, service de physique nucléaire, CEA de Bruyères-le-Châtel.

Je remercie très sincèrement Daniel Gogny pour avoir accepté de diriger cette thèse. Son soutien, sa pédagogie et sa passion pour la physique ont grandement participé à faire de ces trois années un travail passionnant, une formation complète et une expérience très agréable.

Je suis profondément reconnaissant à Eric Bauge avec qui j'ai pu faire les premiers pas dans le travail de recherche. Sa disponibilité, son soutien et sa confiance ont été pour moi cruciales dans le bon déroulement de ce travail de thèse.

J'exprime toute ma gratitude à Jean-Paul Delaroche pour m'avoir suivi, documenté, encouragé et avoir porté une attention sans relâche à mon travail. Je pense aussi beaucoup devoir de son accompagnement. Je le remercie également pour ses relectures attentives et constructives de ce manuscrit.

Je remercie également Jacques Raynal pour ses nombreuses visites et pour avoir prêté attention à mes nombreuses questions. Sans son aide et ses précédents travaux, une grande partie de ce travail n'aurait pas pu être réalisé.

Je remercie vivement Sophie Péru-Desenfants pour son aide et sa disponibilité qui m'ont été d'un grand secours tout le long de ma thèse.

Je tiens à remercier Helder Duarte pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et pour les nombreuses discussions qui ont motivé ma curiosité et m'ont permis d'élargir mes connaissances.

Je remercie Steven Karataglidis avec qui j'ai pu travailler durant la première année de ma thèse. Cette collaboration fut enrichissante. Un grand merci à l'équipe de l'université de Melbourne pour m'avoir permis d'utiliser son interaction effective, la matrice-G de Melbourne, sans laquelle une grande partie des résultats présentés dans cet ouvrage n'auraient pu être obtenus.

Tous mes remerciements à Philippe Chomaz et Peter Schuck pour avoir relu mon manuscrit attentivement et avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

II

Un très grand merci à Toshihiko Kawano et Arjan Koning pour leur participation à mon jury de thèse.

Tous mes remerciements à Philippe Quentin pour avoir accepté de présider mon jury de thèse. Je lui suis aussi sincèrement reconnaissant de m'avoir mis en contact avec le laboratoire de physique nucléaire de Bruyères-Le-Châtel.

Je remercie l'ensemble des personnes du service de physique nucléaire pour leur aide, leur sympathie et le cadre vivant et dynamique dans lequel j'ai évolué durant ces trois années.

Je pense aussi à ma famille, ma belle famille et mes amis qui m'ont encouragé et soutenu quotidiennement. Un grand merci à Jean-Marc Rosenfeld qui, bien qu'il soit novice en physique nucléaire, a courageusement relu et corrigé mon texte.

Mais mes pensées sont surtout tournées vers Jeanne car sans son amour, son soutien et sa patience, ces années n'auraient pas eu la même saveur.

Table des matières

Remerciements	I
I Introduction	1
II Théorie des réactions directes : généralités	9
II.1 Situation du problème	9
II.2 Approche pour la diffusion élastique de nucléons	11
II.2.1 Généralités sur la diffusion potentielle d'une particule sans spin	11
II.2.1.1 Mise en équation du problème	11
II.2.1.2 Amplitude de diffusion	12
II.2.1.3 Section efficace différentielle	14
II.2.2 Formalisme des voies couplées pour les diffusions élastique et inélastique	15
II.2.3 Dérivation formelle du potentiel optique	16
II.2.4 Dérivation du potentiel optique à partir d'une interaction effective à deux corps	19
II.3 Interaction effective à deux corps pour la diffusion	21
II.3.1 La matrice-G de Melbourne	23
II.3.2 Approximation de densité locale (LDA)	24
II.4 Diffusion inélastique vers un état discret de la cible	25
II.4.1 Formalisme des voies couplées pour la diffusion inélastique	26
II.4.2 Approximation des ondes distordues	27
II.4.3 Probabilité de transition et section efficace inélastique	30

II.4.4	Expression du potentiel de transition	31
III	Description microscopique des noyaux cibles	33
III.1	Théorie Hartree-Fock	34
III.2	Méthode de la « Random Phase Approximation » (RPA)	36
III.2.1	Quantifications des excitations : Modes RPA	40
III.2.2	Modes d'excitation RPA d'un champ moyen sphérique	42
III.3	Démonstrations	45
III.3.1	Matrice densité à un corps du vide RPA	45
III.3.2	Densités de transition	50
IV	Analyse de la diffusion élastique	53
IV.1	Informations de structure	53
IV.1.1	Distributions de charge et de neutron	55
IV.1.2	Optimisation du temps de calcul	59
IV.2	Caractéristiques des calculs de diffusion	59
IV.3	Diffusion élastique de nucléons	61
IV.3.1	Diffusion de protons sur une cible de ^{208}Pb	61
IV.3.1.1	Sections efficaces différentielles	61
IV.3.1.2	Observables de spin	65
IV.3.1.3	Sensibilité des calculs vis à vis des corrections de double comptage	67
IV.3.1.4	Utilisation de la matrice densité HF avec l'interaction SkM*	69
IV.3.2	Diffusion de neutrons sur une cible de ^{208}Pb	71
IV.3.3	Résultats pour des cibles de ^{48}Ca , ^{40}Ca et ^{16}O	74
IV.3.4	Analyse des résultats pour des énergies incidentes inférieures à 80 MeV	74
V	Analyse de la diffusion inélastique	77
V.1	Introduction	77

V.2	Description RPA des états excités du ^{208}Pb	79
V.3	diffusion inélastique de protons : cible de ^{208}Pb	83
V.3.1	Description des calculs	83
V.3.2	Sections efficaces différentielles	83
V.3.3	Pouvoirs d'analyse	91
V.3.4	Influence de la collectivité	92
V.3.5	Résonances géantes	95
V.4	Diffusion inélastique de protons : cibles de $^{48,40}\text{Ca}$ et ^{16}O	100
V.5	Cibles instables	102
V.6	Le formalisme de double hélicité	103
V.6.1	Définition des états liés de particule et de trou	104
V.6.2	Définition des états de diffusion	105
V.6.3	Définition de l'interaction dans le formalisme d'hélicité	108
V.6.4	Calcul de l'élément de matrice de transition au premier ordre	111
VI	Réactions de pré-équilibre	117
VI.1	Introduction	117
VI.2	« Multistep Direct » et « Multistep Coumpound »	118
VI.3	Formulation quantique du processus « multistep direct »	120
VI.3.1	Description des états finaux de la cible et moyennes statistiques	123
VI.3.2	Section efficace au premier ordre	125
VI.3.3	Section efficace au second ordre	127
VI.4	Modèle de Tamura, Udagawa, Lenske (TUL)	130
VI.5	Modèle de Nishioka, Weidenmüller, Yoshida (NWY)	134
VI.6	Modèle de Feshbach, Kerman, Koonin (FKK)	136
VI.7	Applications : sections efficaces au premier ordre	141
VI.8	Amplitude de transition au second ordre	150
VI.9	Applications : sections efficaces au second ordre	154
VI.9.1	Approximation de H. Feshbach	155

VI.9.2	Interférences sur les états intermédiaires	158
VI.9.3	Effet des largeurs de décroissance	162
VI.10	Conclusions et discussions	168
Conclusions		171
A Moments angulaires		175
A.1	Symboles $3 - j$ et $6 - j$	175
A.2	Matrices de rotation de Wigner	176
B Interaction D1S		177
C Démonstrations concernant la théorie RPA		179
C.1	Variations de l'opérateur densité	179
C.2	Interaction particule-trou RPA	182
C.3	Relations sur les opérateurs de bosons	183
C.4	États RPA à deux bosons	184
D Relation de fermeture		189
D.1	Ondes planes	189
D.2	Ondes distordues	190
E Diffusion élastique		193
F Base de données pour la diffusion élastique		201
G Base de données pour la diffusion inélastique		203
H Article publié		205
I Article soumis pour publication		207

Table des figures

I.1	Exemple de contributions provenant des trois mécanismes de réaction (direct, pré-équilibre, évaporation) pour les spectres de la diffusion inélastique de protons à différents angles.	2
I.2	Contributions des mécanismes de réaction directe, de pré-équilibre et d'évaporation pour différentes voies de réactions induites par neutron.	4
I.3	Représentation schématique des processus de réactions directes (en bleu), d'émission de pré-équilibre (en vert) et d'évaporation (en rouge).	6
IV.1	Densités radiales des noyaux de ^{208}Pb , ^{40}Ca , ^{48}Ca et ^{16}O	57
IV.2	Logarithme des densités de charge du ^{208}Pb . La courbe noire représente les valeurs expérimentales, la courbe en tirets bleus la prédiction du modèle HF et la courbe rouge la prédiction du modèle HF+RPA	58
IV.3	Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons ($E_{Lab} = 79.7 - 201$ MeV) sur une cible de ^{208}Pb	63
IV.4	Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons ($E_{Lab} = 40 - 65$ MeV) sur une cible de ^{208}Pb	64
IV.5	Pouvoir d'analyse, et rotations de spin pour la diffusion élastique de protons ($E_{Lab} = 40 - 201$ MeV) sur une cible de ^{208}Pb	66
IV.6	Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons de 201 MeV : comparaison HF/HF+RPA/HF+RPA sans corrections de double comptage/SkM*	68
IV.7	Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons de 201 MeV : comparaison HF+RPA/SkM*	70
IV.8	Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de neutrons ($E_{Lab} = 107.5 - 225$ MeV) sur une cible de ^{208}Pb	72
IV.9	Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de neutrons ($E_{Lab} = 40 - 96$ MeV) sur une cible de ^{208}Pb	73

IV.10	Sections efficaces différentielles et pouvoirs d'analyse pour la diffusion élastique de protons ($E_{Lab} \sim 200$ MeV) sur des cibles de ^{40}Ca , ^{48}Ca et ^{16}O	75
V.1	Densités radiales de transition de charge pour les premiers états excités du ^{208}Pb .	81
V.2	Sections efficaces différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb (premier état 3^-).	86
V.3	Sections efficaces différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb (deux premiers états 5^-).	87
V.4	Sections efficaces différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb (premiers états 2^+ et 4^+).	88
V.5	Sections efficaces différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb (parités naturelle et non naturelle).	90
V.6	Pouvoirs d'analyse pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb (premiers états 3^- et 5^-).	91
V.7	Sections efficaces différentielles pour des transitions vers les premiers états 3^- 8^+ 10^+ du ^{208}Pb . Influence de la collectivité.	94
V.8	Résultats RPA/D1S des règles de somme (EWSR, histogrammes rouges) pour des excitations 0^+ , 1^- , 2^+ et 3^- du ^{208}Pb .	97
V.9	Résultats RPA/D1S des règles de somme (EWSR, histogrammes rouges) pour des excitations 4^+ et 6^+ du ^{208}Pb .	98
V.10	Résultats des calculs des sections efficaces différentielles inélastiques correspondant à l'excitation d'états du ^{208}Pb dans la zone des résonances géantes.	99
V.11	Sections efficaces différentielles et pouvoirs d'analyse pour la diffusion inélastique de protons sur des cibles de ^{48}Ca , ^{40}Ca et ^{16}O .	101
V.12	Diffusions élastique et inélastique de protons sur des cibles de ^{56}Ni et ^{24}O	103
VI.1	Évolution du processus multistep : échanges entre les sous-espace P (au moins un nucléon dans le continuum) et Q (tous les nucléons dans des états liés).	120
VI.2	Sections efficaces doublement différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . Comparaison entre les données expérimentales [1] et les calculs du premier ordre avec une description particule-trou (courbes bleues) et RPA (courbes rouges) des états excités de la cible.	145

VI.3	Sections efficaces doublement différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . Comparaison entre les données expérimentales [1] et les calculs du premier ordre avec une description particule-trou (courbes bleues).	146
VI.4	Densités d'états à une paire particule-trou. Les états individuels sont déterminés par un calcul Hartree-Fock avec 15 (courbe noire), 17 (courbe verte) ou 19 (courbe bleue) couches d'oscillateurs.	147
VI.5	Sections efficaces doublement différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur un cible de ^{90}Zr . Comparaison entre les données expérimentales [1] et les calculs réalisés à l'aide d'un modèle de cascade intra-nucléaire. La signification de chaque courbe et les énergies des particules sortantes sont indiquées sur les graphiques.	149
VI.6	Sections efficaces doublement différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . Comparaison entre les données expérimentales [1], les calculs du premier ordre avec une description particule-trou (courbes bleues) et les calculs du second ordre utilisant (courbes noires) et n'utilisant pas (courbes rouges) l'approximation de Feshbach. Les courbes en tirets représentent la somme des premier et second ordres.	158
VI.7	Sections efficaces différentielles du second ordre pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr et un état final de la cible du type (VI.131). Comparaison entre les calculs utilisant une somme cohérente (courbes noires) et un somme incohérente (courbes rouges) des amplitudes de transition. Les spin I_F et leurs projections μ_F des états finaux considérés sont indiqués sur les graphiques.	160
VI.8	Sections efficaces différentielles du second ordre pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr et un état final de la cible du type (VI.131). Mêmes comparaisons que celles présentées sur la figure VI.7, après sommation sur les projections μ_F pour chaque spin, (a) $I_F = 1$, (b) $I_F = 3$, (c) $I_F = 5$. Le graphique (d) représente la somme de ces trois sections efficaces.	161
VI.9	Sections efficaces doublement différentielles aux premier et second ordres pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . La signification des couleurs est indiquée sur le graphique.	162
VI.10	Variation des fonctions $f_{j_{p2}(j\lambda)j_{n2}(j_i\lambda_i)}^{J_2,(\hat{+},+)}(k, k_i)$ en fonction de l'énergie $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$	166
VI.11	Variation des fonctions $f_{j_{p2}(j\lambda)j_{n2}(j_i\lambda_i)}^{J_2,(-,+)}(k, k_i)$ en fonction de l'énergie $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$	167

E.1	(a) Sections efficaces différentielles et (b) pouvoirs d'analyse pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{48}Ca . Comparaison entre les données expérimentales F.1 (points) et les prédictions faites à partir du potentiel optique construit avec les densités HF (courbes en tirets bleus) et les densités HF+RPA (courbes continues rouges).	194
E.2	Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{40}Ca . Voir légende de la figure E.1.	195
E.3	Pouvoirs d'analyse pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{40}Ca . Voir légende de la figure E.1.	196
E.4	Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{16}O . Voir légende de la figure E.1.	197
E.5	Pouvoirs d'analyse pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{16}O . Voir légende de la figure E.1.	198
E.6	Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de neutrons sur une cible de ^{40}Ca . Voir légende de la figure E.1.	199

Liste des tableaux

IV.1	Rayons quadratiques moyens des distributions de proton, de charge, de neutron et peaux de neutron pour les noyaux ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca et ^{208}Pb . . .	58
V.1	Valeurs des énergies d'excitation et des probabilités de transition réduites pour différents états de parités naturelles du ^{208}Pb	82
VI.1	Tables de correspondance entre chaque graphique des figures VI.10 et VI.11 et les nombres quantiques j_i , j , λ_i et λ	167
F.1	Base de données pour la diffusion élastique de protons et de neutrons. . . .	202
G.1	Base de données pour la diffusion inélastique de protons.	204

Chapitre I

Introduction

Les réactions nucléaires sont la plupart du temps divisées en trois phases distinctes, chacune d'elles invoquant un mécanisme de réaction différent. Ces distinctions ont été motivées par l'observation de certaines caractéristiques des observables associées à ces réactions. A partir de là, des hypothèses, concernant la durée et le type d'interaction mis en jeu entre un projectile et une cible rentrant en collision, ont pu être formulées. Afin d'illustrer la présentation et la justification de ces hypothèses, une section efficace doublement différentielle expérimentale (distribution angulaire et spectre en énergie) pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{54}Fe est présentée sur la figure I.1 .

Parmi les différents mécanismes supposés, on trouve celui de réaction directe (flèches bleues sur la figure I.1), caractérisé par un temps très bref ($< 10^{-24}$ s.) pendant lequel le projectile et la cible interagissent une ou quelques fois. Ce faible nombre d'interactions a des conséquences très claires sur les quantités mesurables expérimentalement. Sur les distributions angulaires des nucléons diffusés , les sections efficaces sont « piquées » vers l'avant, direction correspondant à celle du projectile avant la collision. D'autre part, sur les distributions associées à la diffusion inélastique, la section efficace est beaucoup plus forte pour de faibles transferts d'énergie. Dans ce cas, le spectre énergétique présente un ensemble de pics distincts, forme qui rappelle un processus de réaction résonnante faisant intervenir des excitations d'états discrets du système. Ces observations ont conduit à supposer que la cible et le projectile n'ont pas le temps d'interagir assez pour changer drastiquement les conditions initiales, soit la direction et l'énergie du projectile incident. La signature d'une réaction directe a été reconnue pour la première fois par Oppenheimer et Phillips [2], qui ont pu interpréter la réaction $A(d,p)A'$ comme un transfert direct d'un neutron à la cible A.

D'autre part, après une collision entre un nucléon et un noyau, on peut observer l'émission d'une ou plusieurs particules de faibles énergies (flèches rouges sur la figure I.1). La section efficace associée à ces particules ne dépend pas de l'angle d'émission (distribution angulaire isotrope). De plus, la représentation des sections efficaces en fonction de l'énergie d'émission possède une forme de type Maxwellienne qui est en général la signature d'un processus statistique. Ces observations ont conduit N. Bohr à formuler l'hypothèse de la formation d'un « noyau composé »[3].

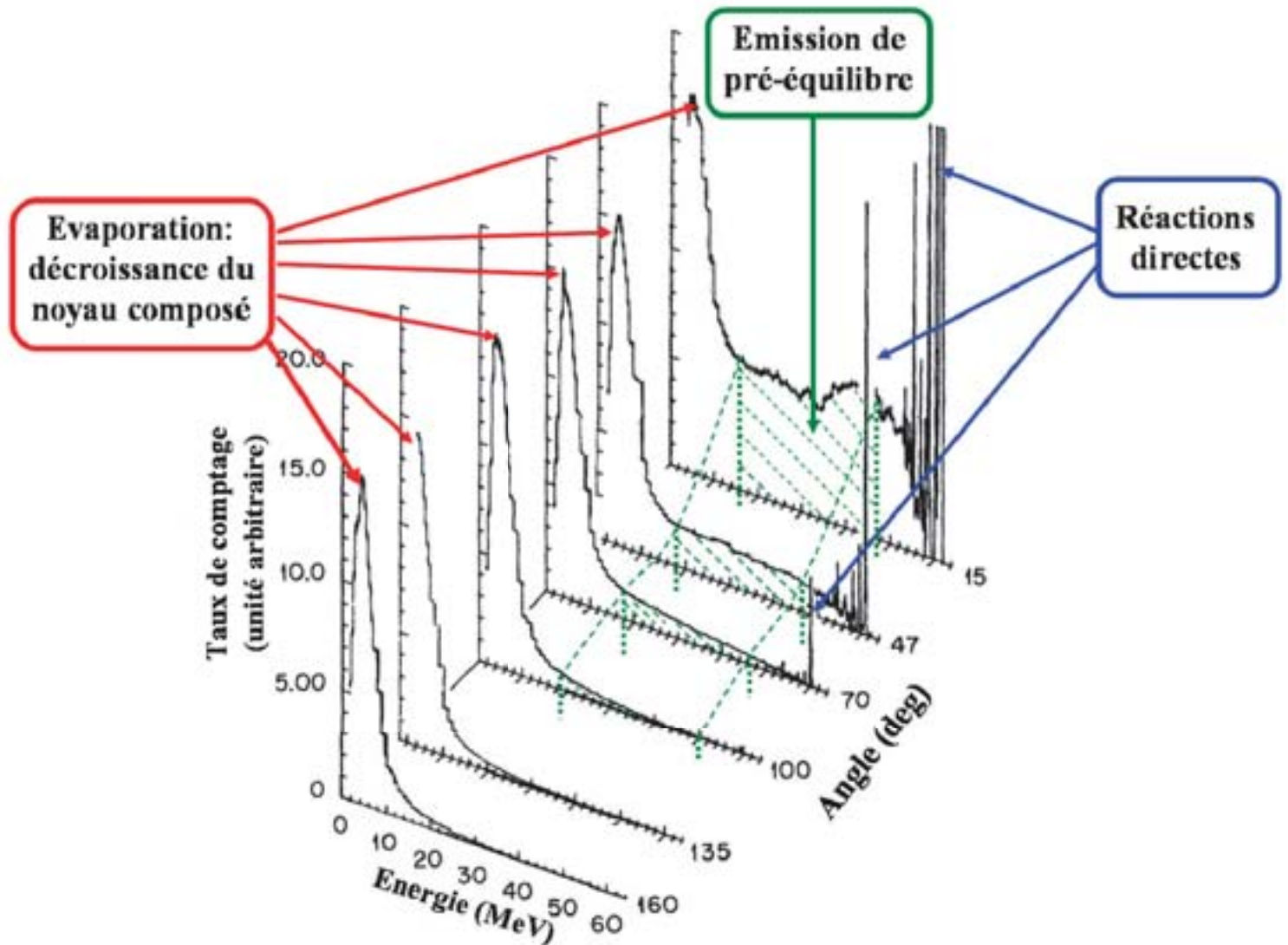


FIG. I.1 – Distribution doublement différentielle pour la diffusion inélastique de protons de 62 MeV sur une cible de ^{54}Fe . Exemple de contributions provenant des trois mécanismes de réaction soit les réactions directes (en bleu), l'émission de pré-équilibre (en vert) et l'évaporation (en rouge). Le graphique représenté a été emprunté à l'article [4].

Cet état de noyau composé décrit un système pour lequel le projectile, après avoir été absorbé par la cible, a subi de multiples interactions partageant la plupart de son énergie avec les autres nucléons de la cible, lui faisant ainsi perdre la mémoire de sa direction initiale. Le projectile ne possède alors plus assez d'énergie cinétique pour s'échapper du puits de potentiel formé par le noyau composé. Le temps de réaction associé à ce type de mécanisme, compris entre 10^{-15} et 10^{-19} s selon l'énergie incidente, est très supérieur à celui d'une réaction directe. Durant cette période, les multiples interactions permettent

le partage de l'énergie disponible entre tous les nucléons du système qui, en fin de processus, occupe de manière équiprobable tout l'espace des phases. Le passage d'un état de noyau composé à un état de noyau résiduel+quelques particules évaporées sera uniquement gouverné par un processus statistique faisant intervenir les densités des états finaux accessibles (voies ouvertes). Les particules évaporées possèdent alors très peu d'énergie et sont émises dans l'espace de façon isotrope. Après ces évaporations, le système pourra atteindre son état fondamental, généralement par émission gamma.

L'évaporation du noyau composé est en fait la troisième phase intervenant dans l'interprétation des réactions. La seconde phase est la réaction de pré-équilibre. Ce nouveau processus a été introduit car certaines données expérimentales ne pouvaient pas être expliquées à partir des mécanismes de réaction directe et d'évaporation (zones hachurées vertes sur la figure I.1). Ces observations concernent des particules présentes dans la voie de sortie, possédant une distribution angulaire encore légèrement piquée vers l'avant. De plus, le spectre énergétique de ce type d'éjectile ne possède pas de structure particulière et se situe entre la distribution Maxwellienne, associée à l'évaporation du noyau composé, et les pics à hautes énergies associés aux réactions directes. Ces observations peuvent s'expliquer en considérant un processus rapide, pendant lequel se produit une succession d'interactions cible-projectile. Durant ce processus, le projectile peut transmettre une bonne partie de son énergie cinétique et, le long de son parcours, éjecter un ou plusieurs nucléons de la cible. Étant donné le nombre limité d'interactions subies par le projectile avant qu'il éjecte un nucléon de la cible ou soit lui-même éjecté, on observe dans la voie de sortie une distribution de particules ayant en partie conservé la mémoire de la direction initiale du projectile. D'autre part, ce processus séquentiel permet d'émettre des nucléons à toutes les énergies, avec un spectre sans structure. La forme de ce spectre rappelle le spectre très dense des états de la cible pour des énergies d'excitation situées au-delà des excitations discrètes impliquées dans les réactions directes. Dans cette région en énergie, la densité de niveaux est si dense que le spectre de la cible peut être assimilé à un continuum.

Selon les énergies mises en jeu, la plupart des réactions nucléaires peut être expliquée seulement en tenant compte d'un, de deux ou de l'ensemble de ces trois mécanismes de réaction. Pour illustrer ceci, on présente sur la figure I.2 les différentes réactions possibles suite à la collision entre un neutron et un noyau quelconque, ainsi que les différents mécanismes contribuant à chacune de ces réactions.

Les réactions directes, l'émission de pré-équilibre et l'évaporation sont généralement modélisées de manière distincte. Le premier modèle est celui des réactions directes qui fournit les conditions initiales pour les modèles de pré-équilibre. D'autre part, le modèle permettant de calculer l'évaporation du noyau composé a besoin de données initiales sur l'énergie, le nombre et le type des particules qui ont été émises durant la phase de pré-équilibre. Les différents modèles de réaction dépendent donc les uns des autres et une observable pourra être estimée sans ambiguïté seulement si les informations fournies par chacun de ces trois modèles sont fiables. Cependant, ces modèles contiennent généralement une grande part de phénoménologie dans la mesure où intervient un certain nombre de paramètres qui doivent être ajustés à des données expérimentales. Le but principal est de réduire au maximum la quantité de phénoménologie et d'asseoir ces modèles sur des bases théoriques solides.

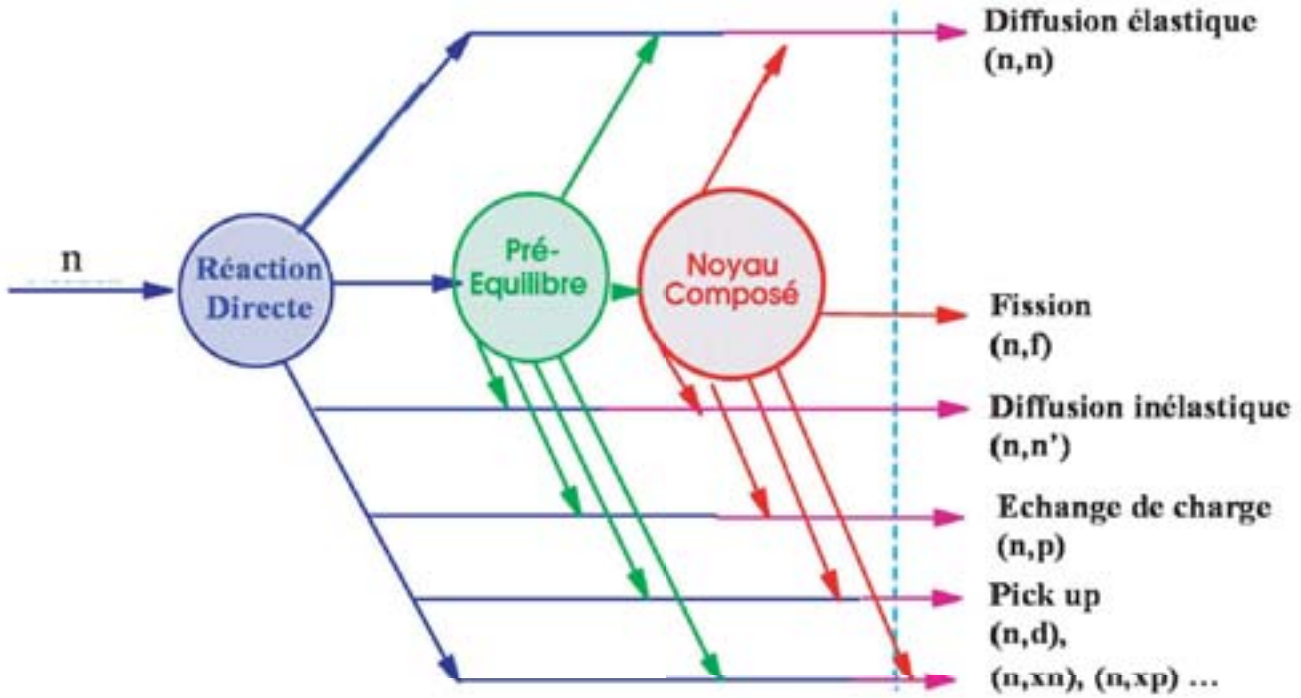


FIG. I.2 – Contributions des mécanismes de réaction directe, de pré-équilibre et d'évaporation pour différentes voies de réactions induites par neutron.

Ce travail de thèse se situe dans cette optique. Nous nous proposons d'étudier les réactions directes et de pré-équilibre pour la diffusion de nucléons sur des noyaux sphériques, dans une approche entièrement microscopique, i.e. qui ne fait intervenir aucun paramètre ajustable. Nous étudierons deux des exemples les plus simples de réactions directes, soit les processus de diffusions élastique et inélastique d'un nucléon par un noyau cible. Pour illustrer la discussion très générale qui va suivre, nous montrons sur la figure I.3 une représentation schématique des différents mécanismes susceptibles d'intervenir dans ces types de réaction.

Pour les réactions de diffusion élastique, les différentes observables peuvent être déterminées grâce à la solution $|\chi\rangle$ d'une équation de Schrödinger du type :

$$(T + U)|\chi\rangle = E|\chi\rangle . \quad (\text{I.1})$$

Cette équation est la réduction d'un problème à N corps en interaction à un problème à un nucléon évoluant dans un potentiel à un corps U. Généralement, ce potentiel optique est déterminé de manière phénoménologique, les calculs microscopiques étant restreints aux réactions les plus simples et donnant des résultats de moins bonne qualité que celle obtenue avec les potentiels phénoménologiques.

Pour la diffusion inélastique, les différentes observables peuvent être calculées à partir d'une amplitude de transition T , qui peut s'écrire :

$$T = \langle F, \chi^-(\mathbf{k}_f) | V | I, \chi^+(\mathbf{k}_i) \rangle ,$$

où V est une interaction résiduelle responsable de la transition inélastique et $|I\rangle$ et $|F\rangle$ sont respectivement l'état initial et l'état final de la cible. Les différents paramètres, l'interaction résiduelle V et les états de la cible, peuvent être déterminés de manière phénoménologique ou être issus de calculs microscopiques. De plus, les fonctions $\chi^+(\mathbf{k}_i)$, et $\chi^-(\mathbf{k}_f)$, sont solutions d'équations du type (I.1) et nécessitent la connaissance du potentiel optique U approprié.

Les théories microscopiques de pré-équilibre sont principalement basées sur un concept d'interactions successives entre le projectile et la cible. Par exemple, à un processus de diffusion inélastique en deux étapes, on associe l'amplitude de transition :

$$T^{(2)} = \sum_n \langle F | \chi^- | V(1, 2) | n, \chi(\mathbf{k}) \rangle \langle n, \chi(\mathbf{k}) | V(1, 2) | I, \chi^+(\mathbf{k}_i) \rangle \quad (\text{I.2})$$

où la somme sur n représente un ensemble d'états intermédiaires de la cible et $\chi(\mathbf{k})$ est la fonction d'onde du projectile, d'impulsion \mathbf{k} dans l'état intermédiaire. Ce processus correspond aux deux premières étapes du processus d'excitation séquentiel représentée au bas de la figure I.3, où les états de la cible sont assimilés à des excitations particule-trou sur un état fondamental de type modèle en couches.

Différentes approximations ont été introduites afin de rendre possible un calcul concret de cette amplitude de transition. Les trois approches les plus connues et les plus utilisées sont celles développées par T. Tamura, T. Udagawa et H. Lenske (modèle TUL [5, 6]), H. Feshbach, A. Kerman et A. K. Koonin (modèle FKK [7, 8]) et H. Nishioka, W. A. Weidenmuller et S. Yoshida (modèle NWY [9]). Ces différents modèles ont d'une part en commun un certain nombre d'approximations, telle que la statistique du système résiduel, et, d'autre part, se distinguent selon certaines hypothèses invoquées, telles que l'approximation adiabatique pour le modèle TUL, la moyenne d'ensemble pour le modèle FKK, et l'approximation soudaine pour le modèle NWY. Ces approximations sont bien entendu motivées par certaines considérations physiques. Jusqu'à présent elles n'ont jamais vraiment été testées du fait du trop grand temps réclamé par un calcul non approché. D'autre part, ces différents modèles ont jusqu'à maintenant été appliqués avec des ingrédients phénoménologiques. Ceci rend ambiguë l'analyse des résultats fournis par ces modèles. En effet, les erreurs qui peuvent être introduites par une des hypothèses sont alors compensées par un choix adéquat des paramètres phénoménologiques de telle sorte que les résultats se comparent toujours bien aux données expérimentales. Une manière d'éviter ces ambiguïtés est d'utiliser ces modèles avec des ingrédients entièrement microscopiques, dont la validité a été prouvée par d'autres études et qui ne sont pas ajustables. L'amplitude de transition (I.2) s'exprime en fonction d'éléments de matrice du type $\langle F, \chi^-(\mathbf{k}_f) | V | I, \chi^+(\mathbf{k}_i) \rangle$. Certains de ces éléments de matrice correspondent à ceux utilisés dans le calcul de la diffusion inélastique à l'approximation DWBA. D'autre part, les fonctions d'onde $\chi^+(\mathbf{k}_i)$ et $\chi^-(\mathbf{k}_f)$ associées au projectile, interviennent dans l'analyse de la diffusion élastique de nucléons d'impulsions \mathbf{k}_i et \mathbf{k}_f . Ces ingrédients intervenant dans la modélisation des réactions de pré-équilibre direct peuvent donc être préalablement testés via l'étude de la diffusion élastique et inélastique. En utilisant une approche entièrement microscopique, une validation

de ces ingrédients, par comparaison aux données expérimentales de diffusion, fournira une base solide pour aborder l'étude des modèles de pré-équilibre et notamment des diverses approximations présentes dans les modèles microscopiques utilisés aujourd'hui.

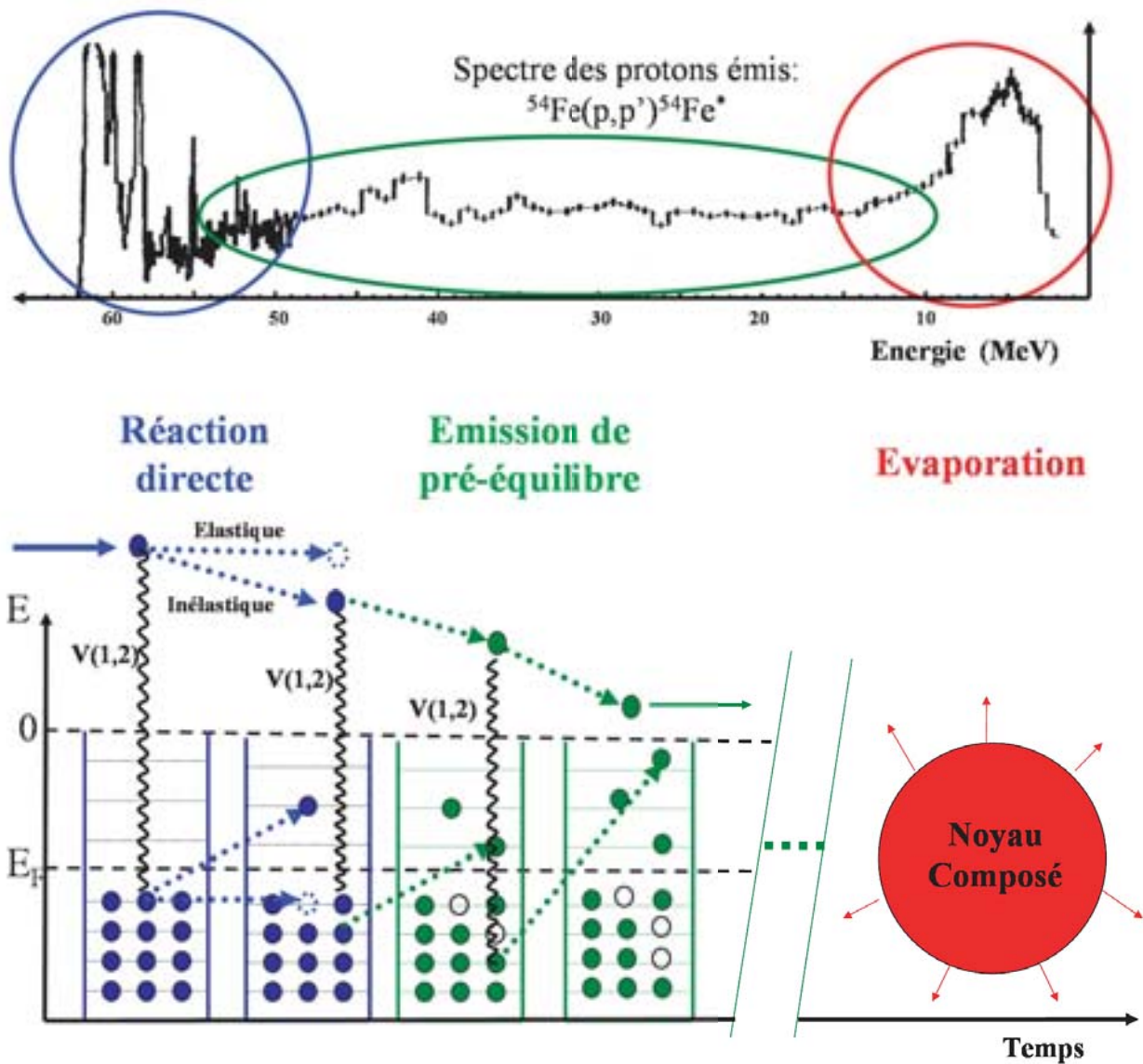


FIG. I.3 – Représentation schématique des processus de réactions directes (en bleu), d'émission de pré-équilibre (en vert) et d'évaporation (en rouge).

Dans le chapitre II, nous donnons un rappel de la théorie des réactions concernant la diffusion élastique et inélastique. Nous verrons notamment la définition du potentiel optique microscopique pour la diffusion, en fonction des informations de structure de l'état fondamental de la cible et d'une interaction effective. Puis nous présentons l'interaction effective que nous avons choisie pour effectuer nos calculs, soit la matrice-G de Melbourne. Enfin nous rappellerons comment dériver les équations de l'approximation des ondes distordues pour la diffusion inélastique, ceci en faisant intervenir une interaction effective quasiment identique à celle utilisée pour définir le potentiel optique de la diffusion élastique ainsi que les informations de structure associées aux états excités de la cible.

Dans le chapitre III, nous présentons la méthode Hartree-Fock (HF) et celle de la Random Phase Approximation (RPA) qui seront employées dans l'application de la théorie des réactions directes rappelée au chapitre II. Nous décrirons notamment les principaux aspects de la méthode RPA et les approximations sur lesquelles elle repose. Nous donnerons aussi la dérivation et les expressions exactes des différentes quantités, telles que la matrice densité à un corps du fondamental RPA et les opérateurs de création de boson et les densités de transition associées, intervenant explicitement dans le potentiel optique et les potentiels de transition utilisés dans les calculs de diffusions élastique et inélastique.

Le chapitre IV est dédié à l'analyse des résultats obtenus pour la diffusion élastique de protons et de neutrons. Nous verrons notamment que l'utilisation de la matrice-G de Melbourne et de la description RPA de l'état fondamental permet de reproduire de manière totalement microscopique de nombreuses données expérimentales (sections efficaces différentielles et observables de spin).

Le chapitre V est dédié à l'analyse de la diffusion inélastique de protons conduisant à l'excitation d'états discrets dans les noyaux RPA. Nous montrerons que l'utilisation combinée de l'interaction de Melbourne et des opérateurs de création de boson donnés par la méthode RPA permettent de très bien reproduire de nombreuses transitions observées dans la diffusion de protons. Outre les transitions vers les états collectifs, nous verrons notamment que cette méthode permet de reproduire de nombreuses transitions vers des états de haut spin, pour des parités naturelles et non naturelles. Nous terminerons ce chapitre par un exposé assez technique du formalisme de double hélicité utilisé par le programme DWBA98 de J. Raynal dans les calculs de diffusions élastique et inélastique. Ce travail préliminaire est indispensables car les sections efficaces du second ordre étudiées au chapitre VI seront définies à partir des amplitudes de transitions du premier ordre calculées grâce au programme DWBA98.

Le chapitre VI est consacré à l'étude critique des théories microscopiques de pré-équilibre direct qui permettent de calculer les sections efficaces associées à la diffusion inélastique de nucléons pour de grands transferts d'énergie. Après un bref historique, nous décrirons les principales propriétés des trois modèles microscopiques les plus utilisés (FKK, TUL et NWY) en définissant minutieusement les hypothèses sur lesquelles reposent ces trois modèles. Nous effectuerons ensuite des calculs d'émission de pré-équilibre au premier et second ordres dans le but de tester certaines des approximations intervenant dans ces modèles. Nous étudierons notamment l'effet de l'approximation faite par le modèle

FKK sur la relation de fermeture et celui des termes d'interférence apparaissant dans le modèle NWY. Nous donnerons aussi une évaluation des effets des termes hors couche d'énergie qui apparaissent dans l'expression exacte de la section efficace du second ordre, c'est à dire sans les approximations statistiques utilisées par les modèles TUL, FKK et NWY. Pour cela nous utiliserons les interactions et informations de structure déjà employées dans les calculs de réactions directes des chapitres IV et V. La qualité des résultats obtenus permet d'une part, d'avoir confiance en ces ingrédients et d'autre part, d'évaluer avec moins d'ambiguïté certains effets des hypothèses utilisées dans ces modèles. Les calculs ainsi réalisés nous permettront de formuler une analyse critique de la modélisation actuelle des réactions de pré-équilibre direct et de définir les futures études à effectuer qui permettraient, nous semble-t-il, d'améliorer la qualité de ces modèles.

Chapitre II

Théorie des réactions directes : généralités

II.1 Situation du problème

Lorsqu'un faisceau de particules entre en collision avec un ensemble de noyaux atomiques, différents types de réactions peuvent se produire. Par exemple, les particules incidentes peuvent rebondir sur les noyaux cibles sans perdre d'énergie. On parle alors de diffusion élastique. Au contraire, les projectiles peuvent transférer une partie de leur énergie aux noyaux cibles, qui se retrouvent alors dans un état excité. Ce processus est celui de la diffusion inélastique. Bien entendu, selon la composition des particules et les énergies mises en jeu lors des collisions, d'autres types de processus sont possibles. Parmi eux, on trouve le transfert d'un ou plusieurs nucléons entre le projectile et la cible (pick-up, échange de charge ...), l'absorption du projectile par la cible (formation d'un noyau composé), la fragmentation, la fission et bien d'autres. On associe à ces différents phénomènes des quantités mesurables que la théorie des réactions a pour but, dans l'absolu, de prédire et d'expliquer à partir des équations fondamentales régissant la dynamique du système. Pour un système quantique non relativiste, connaissant l'état du système à un instant donné, son évolution doit être prédite par l'équation de Schrödinger :

$$\left(H - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) |\psi(t)\rangle = 0 . \quad (\text{II.1})$$

Cette équation est sensée contenir toutes les informations relatives à n'importe quel système à N nucléons en interaction. Un exemple courant est le cas où un projectile venant de l'infini s'apprête à collisionner avec un noyau atomique dans son état fondamental. Selon la nature des particules et l'énergie disponible, de multiples voies de réaction sont ouvertes. La fonction d'onde $|\psi(t)\rangle$ devrait alors contenir implicitement toutes les informations relatives à ces réactions. Dans le cas de la diffusion inélastique, on peut chercher à déterminer la probabilité que le noyau cible se trouve dans un état excité après l'interaction, et quelle

sera alors la distribution angulaire du projectile dans la voie de sortie. Ces informations doivent pouvoir être extraites de la fonction d'onde $|\psi\rangle$, comme toutes les informations relatives aux autres voies de réaction. Bien entendu, pour déterminer exactement les fonctions solutions de l'équation (II.1), il faudrait d'une part connaître l'expression exacte du Hamiltonien H , et d'autre part, savoir résoudre le problème à N corps en interaction. Malheureusement on ne connaît pas l'expression exacte de l'interaction nucléaire et quand bien même on la connaîtrait, le problème à N corps reste insoluble. Le propos de la théorie des réactions est donc de trouver les meilleures approximations afin de réduire le problème initial à un exercice soluble.

Cette introduction n'a pas pour but de donner un aperçu exhaustif des techniques permettant de décrire le très vaste domaine des réactions nucléaires. Nous allons nous focaliser sur l'étude des réactions faisant intervenir des faisceaux de nucléons à des énergies moyennes (entre quelques dizaines et quelques centaines de MeV) et des cibles composées de noyaux atomiques stables. Si l'on s'intéresse uniquement à certaines voies de réaction, il est inutile de chercher à déterminer la fonction d'onde dans sa totalité. Pour illustrer ceci, un exemple historique dans l'étude des réactions nucléaires est celui du potentiel optique qui a été introduit afin d'étudier les processus de diffusion élastique. En effet, les premières tentatives d'expliquer les données expérimentales qui caractérisent un processus de diffusion élastique ont été menées grâce à des potentiels phénoménologiques dont les paramètres ont été ajustés afin de reproduire ces données. L'idée essentielle est de représenter le centre diffuseur par un potentiel à un corps complexe, le potentiel optique [10]. La partie réelle de ce potentiel serait responsable de la diffusion élastique et la partie imaginaire représenterait de manière effective toutes les voies inélastiques. Les fonctions propres du Hamiltonien construit avec ce potentiel optique contiennent uniquement des informations précises sur les particules ayant diffusé élastiquement et donnent seulement la proportion de particules parties dans d'autres voies de réaction. Cet exemple est un cas typique où l'on a pu réduire un problème à N corps à un problème à un corps maintenant soluble. C'est ce type de procédure que nous emploierons pour décrire les réactions de diffusion élastique et inélastique qui seront étudiées aux chapitres IV et V. Nous emploierons les méthodes, longuement développées dans le passé, qui permettent de réduire la part phénoménologique intervenant, par exemple, dans la construction du potentiel optique.

Nous allons dans un premier temps présenter les quelques équations qui permettent de calculer les différentes observables relatives à la diffusion élastique de nucléons, cela à partir d'une équation de Schrödinger faisant intervenir un potentiel optique supposé connu. Ensuite nous rappellerons la méthode formelle, initialement introduite par Feshbach [11, 12], permettant de définir le potentiel optique, non pas de manière phénoménologique, mais à partir des équations fondamentales de la théorie des réactions. Une fois cet exercice terminé, nous montrerons comment ce formalisme a été naturellement étendu à l'étude de la diffusion inélastique de nucléons. Nous verrons notamment que ces développements conduisent à la définition d'une interaction à deux corps effective. Étant donné qu'il n'est pas possible de calculer exactement cette interaction à partir de sa définition formelle, nous décrirons une approximation usuelle, celle de la matrice-G, permettant de calculer cette interaction effective et de lui donner une forme utilisable dans les codes de réactions.

II.2 Approche pour la diffusion élastique de nucléons

Considérons d'abord le système à un instant t_0 dans un état $|\psi_0\rangle$ où un nucléon se dirige vers un noyau atomique dans son état fondamental avec une vitesse relative $v = \frac{\hbar k}{\mu}$ dans le centre de masse, mais où le projectile est assez loin pour que l'on puisse négliger son interaction avec la cible. Les variables \mathbf{k} , μ et \hbar sont respectivement le vecteur impulsion du projectile dans le système du centre de masse, la masse réduite du système projectile+cible et la constante de Planck divisée par 2π . Afin de calculer certaines grandeurs relatives à une diffusion élastique, telles que les sections efficaces différentielles angulaires, les sections efficaces de réaction etc ..., nous devons déterminer la partie de la fonctions d'onde du système pour laquelle, longtemps après l'interaction, la cible est toujours dans son état fondamental et en conséquence, la vitesse relative cible-projectile dans le centre de masse est toujours v (on considère seulement la diffusion de nucléons).

II.2.1 Généralités sur la diffusion potentielle d'une particule sans spin

La diffusion d'un faisceau de particules incidentes sur un noyau cible peut être décrite en considérant l'évolution au cours du temps d'un paquet d'ondes rencontrant un potentiel localisé dans une certaine zone de l'espace. Ce potentiel simule l'interaction entre la cible, donc l'ensemble de ses constituants, et la particule incidente, et peut être représenté par une interaction effective à un corps généralement non locale. Dans un premier temps, nous allons rappeler la méthode permettant de dériver les observables liées au processus de diffusion élastique, ceci à partir de l'équation de Schrödinger indépendante du temps utilisant le potentiel à un corps introduit précédemment. Puis nous verrons dans les paragraphes suivants les justifications d'une telle modélisation, ainsi que les méthodes utilisées pour déterminer ce potentiel.

II.2.1.1 Mise en équation du problème

L'évolution au cours du temps du paquet d'ondes, représenté par la fonction d'onde $\chi(\mathbf{r}, t)$, est donnée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial \chi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \int d\mathbf{r}' H(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}', t) , \quad (\text{II.2})$$

où $H(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}}^2 + U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, le premier terme étant l'opérateur d'énergie cinétique et le second un potentiel non local représentant l'action totale de la cible sur le projectile.

D'autre part, on sait que l'évolution du paquet d'ondes s'obtient immédiatement si l'on connaît sa décomposition sur les états stationnaires de diffusion. Ces états sont solutions de l'équation de Schrödinger indépendante du temps :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_{\mathbf{r}}^2\chi(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}'U(\mathbf{r},\mathbf{r}')\chi(\mathbf{r}') = E\chi(\mathbf{r}) . \quad (\text{II.3})$$

Pour la diffusion élastique d'un paquet d'ondes d'impulsion moyenne \mathbf{k} dirigée selon l'axe ($0z$), l'énergie E est égale à l'énergie cinétique du paquet d'ondes avant qu'il n'atteigne la zone d'interaction, soit :

$$E = E_k = \frac{\hbar^2}{2\mu}k^2 . \quad (\text{II.4})$$

De plus, on peut montrer que l'état stationnaire de diffusion doit se comporter asymptotiquement comme la somme d'une onde plane et d'une onde sphérique sortante (voir [13]), soit :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \chi_k(\mathbf{r}) \sim e^{ikz} + f_k(\theta)\frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{r} , \quad (\text{II.5})$$

où θ est l'angle formé entre les vecteurs \mathbf{k} et \mathbf{r} , ce dernier étant la position du détecteur qui observe, loin de la zone d'interaction, le flux de particules sortant.

II.2.1.2 Amplitude de diffusion

La fonction $f_k(\theta)$, appelée amplitude de diffusion, peut s'exprimer en fonction de l'état stationnaire de diffusion $\chi_k(\mathbf{r})$ et du potentiel $U(\mathbf{r},\mathbf{r}')$. Pour ce faire, on introduit la fonction d'onde libre $\phi_k(\mathbf{r})$ et la fonction de Green $G_0(\mathbf{r},\mathbf{r}'')$, respectivement solutions des équations :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r^2 - E_k\right)\phi_k(\mathbf{r}) = 0 , \quad (\text{II.6})$$

et

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_r^2 - E_k\right)G_0(\mathbf{r},\mathbf{r}'') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'') . \quad (\text{II.7})$$

L'équation (II.6) a comme solution les ondes planes, définies par :

$$\phi_k(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | \mathbf{k} \rangle = \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} . \quad (\text{II.8})$$

En considérant l'égalité (II.7), une solution particulière de l'équation (II.3) peut s'écrire :

$$\chi_k(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}'' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \int d\mathbf{r}' U(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') \chi_k(\mathbf{r}') . \quad (\text{II.9})$$

La solution générale d'une équation différentielle du type (II.3) est la somme de la solution générale de l'équation sans second membre (II.6) et de la solution particulière (II.9), soit :

$$\chi_k(\mathbf{r}) = \phi_k(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}'' G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \int d\mathbf{r}' U(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') \chi_k(\mathbf{r}') . \quad (\text{II.10})$$

D'autre part, la fonction de Green $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')$ est donnée par :

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \langle \mathbf{r} | \frac{1}{E_k + \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2} | \mathbf{r}'' \rangle = \int \frac{d\mathbf{k}'}{2\pi^3} \frac{e^{i\mathbf{k}'(\mathbf{r}-\mathbf{r}'')}}{E_k - E'_k} . \quad (\text{II.11})$$

Quand $E_k = E_{k'}$, cette intégrale est singulière, et doit être définie soit par sa partie principale, soit en remplaçant E_k par $E_k \pm i\eta$ et en prenant la limite $\eta \rightarrow 0^+$ après le calcul.

Sans donner la démonstration (voir [14]), cette deuxième possibilité permet d'obtenir le résultat :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0^+} \langle \mathbf{r} | \frac{1}{E + \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 \pm i\eta} | \mathbf{r}'' \rangle = -\frac{2\mu}{\hbar^2} \frac{e^{\pm ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}''|}}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}''|} . \quad (\text{II.12})$$

On peut montrer que choisir la solution correspondant à $+i\eta$ revient à imposer le comportement asymptotique d'onde sortante (II.5). On note la fonction de Green et la solution correspondante respectivement $G_0^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')$ et $\chi_k^+(\mathbf{r})$. La solution recherchée s'écrit alors :

$$\chi_k^+(\mathbf{r}) = \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} - \frac{2\mu}{\hbar^2} \int d\mathbf{r}'' \frac{e^{+ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}''|}}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}''|} \int d\mathbf{r}' U(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') \chi_k^+(\mathbf{r}') , \quad (\text{II.13})$$

A la limite $r \rightarrow \infty$, cette solution devient :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \chi_k^+(\mathbf{r}) = \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} - \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \int d\mathbf{r}'' e^{i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}''} \frac{2\mu}{\hbar^2} \int d\mathbf{r}' U(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') \chi_k^+(\mathbf{r}') , \quad (\text{II.14})$$

avec $\mathbf{k}' = k \frac{\mathbf{r}}{r}$. En comparant cette expression à (II.5), on identifie l'amplitude de diffusion, soit :

$$f_k(\theta) = f(\widehat{\mathbf{k}}, \widehat{\mathbf{k}'}) = -2\pi^2 \frac{\hbar^2}{2\mu} \int d\mathbf{r}'' e^{-ik'r''} \int d\mathbf{r}' U(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') \chi_k^+(\mathbf{r}') . \quad (\text{II.15})$$

Avec (II.8), $\chi_k^+(\mathbf{r}') = \langle \mathbf{r}' | \chi_k^+ \rangle$ et $U(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') = \langle \mathbf{r}'' | U | \mathbf{r}' \rangle$, on peut réécrire cette expression suivant la représentation de Dirac :

$$f_k(\theta) = -2\pi^2 \frac{\hbar^2}{2\mu} \langle \mathbf{k}' | U | \chi_k^+ \rangle , \quad (\text{II.16})$$

II.2.1.3 Section efficace différentielle

A partir de ces informations, on va pouvoir calculer une section efficace différentielle de diffusion élastique. Cette quantité est définie par :

$$\frac{d\sigma_{el}(\Omega)}{d\Omega} = \frac{j_{el}(\Omega)}{j_{inc}} , \quad (\text{II.17})$$

où j_{inc} est la norme du courant de probabilité associé au faisceau de particules incident et $j_{el}(\Omega)$ de celui associé aux particules diffusées élastiquement dans un angle solide d'extension $d\Omega$ autour de la direction $\Omega = \theta, \varphi$ quand on se place loin de la zone d'interaction (soit à la limite $r \rightarrow \infty$). Les systèmes que nous étudierons, soit la diffusion de nucléons sur des noyaux sphériques, possèdent une symétrie cylindrique. Dans ce cas, le courant de probabilité $j_{el}(\Omega)$ est indépendant de l'angle φ et peut s'écrire $j_{el}(\theta) = 2\pi j_{el}(\Omega)$. Le courant de probabilité au point \mathbf{r} associé à un faisceau de particules décrit par une fonction d'onde $\varphi(\mathbf{r})$ s'écrit :

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu} \text{Re} \left(\varphi^*(\mathbf{r}) \frac{\hbar}{i} \nabla_{\mathbf{r}} \varphi(\mathbf{r}) \right) . \quad (\text{II.18})$$

Avec cette définition et la forme asymptotique (II.5), on calcule facilement les courants j_{inc} et $j_{el}(\theta)$ (voir [13]). On donne les résultats :

$$j_{inc} = |\mathbf{j}_{inc}| = \frac{\hbar k}{\mu} , \quad j_{el}(\theta) = \left| \lim_{r \rightarrow \infty} \mathbf{j}(\mathbf{r}) \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \right| = \frac{\hbar k}{\mu} |f(\theta)|^2 , \quad (\text{II.19})$$

d'où l'on tire l'expression de la section efficace différentielle élastique :

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = |f_k(\theta)|^2 . \quad (\text{II.20})$$

La connaissance de la solution $\chi_k^+(\mathbf{r})$ et du potentiel $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ permet donc de déterminer la section efficace relative à un processus de diffusion élastique. Pour les applications, on

utilise le calcul des déphasages pour déterminer les amplitudes de diffusion. On décrira brièvement cette méthode au chapitre IV.3.1.1.

Nous allons nous concentrer sur le principal problème qui est de définir un potentiel à un corps $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ capable, comme on l'a dit dans l'introduction, de simuler l'ensemble des interactions possibles entre les constituants de la cible et le projectile dans le cadre d'une diffusion élastique.

II.2.2 Formalisme des voies couplées pour les diffusions élastique et inélastique

Dans ce paragraphe, nous rappelons la méthode formelle permettant de réduire un problème à N corps à la résolution d'une équation différentielle du type II.3. Pour cela, nous repartons de l'équation initiale :

$$(H - E)|\psi\rangle = 0 \quad . \quad (\text{II.21})$$

Cette équation ne dépend pas du temps car on admet que le Hamiltonien H est conservatif. En choisissant une ensemble complet de fonctions d'états à une particule et en négligeant l'indiscernabilité du nucléon projectile avec ceux de la cible, nous pouvons écrire la fonction d'onde du système à $A+1$ nucléons sous la forme :

$$|\Psi\rangle = \sum_i |\psi_i\rangle \otimes |u_i\rangle \quad , \quad (\text{II.22})$$

où les fonctions $|\psi_i\rangle$ forment une base orthonormée de l'espace des états de la cible (système à A nucléons). Le vecteur $|\psi_0\rangle$ représente le noyau cible dans son état fondamental et $|u_0\rangle$ représente le projectile, plus précisément le mouvement du centre de masse du système cible+projectile, dans un état de diffusion d'énergie E . L'élément de matrice $\langle\Psi|\psi_0\rangle$ est donc l'amplitude de probabilité avec laquelle le système se trouve dans un état de diffusion élastique. Les autres termes correspondent au noyau dans un état excité i d'énergie E_i , par rapport à l'énergie de l'état fondamental, et un projectile dans un état d'énergie $E - E_i$.

Formellement, on peut toujours décomposer le Hamiltonien H du système comme :

$$H = H_A + T_0 + \sum_{n=1}^A V_{0n} \quad , \quad (\text{II.23})$$

où H_A est le hamiltonien intrinsèque du noyau cible :

$$H_A|\psi_i\rangle = E_i|\psi_i\rangle \quad , \quad (\text{II.24})$$

L'opérateur T représente l'énergie cinétique associée au mouvement du centre de masse et V_{0n} représente l'interaction entre le projectile et le $n^{\text{ième}}$ nucléon de la cible. En utilisant les expressions (II.22), (II.23) et (II.24), l'équation (II.21) peut s'écrire :

$$\sum_i \left(E_i + T_0 + \sum_{n=1}^A V_{0n} \right) |\psi_i\rangle \otimes |u_i\rangle = E \sum_i |\psi_i\rangle \otimes |u_i\rangle . \quad (\text{II.25})$$

Afin de trouver les équations satisfaites par les vecteurs $|u_i\rangle$, on projette l'équation (II.25) sur chacun des vecteurs $\langle\psi_i|$. On obtient ainsi un ensemble d'équations couplées, représentant à la fois le processus de diffusion élastique et les processus de diffusion inélastique conduisant à l'excitation de la cible dans un des états ψ_i . En utilisant l'orthogonalité des vecteurs $|\psi_i\rangle$, la $k^{\text{ième}}$ équation de cet ensemble peut s'écrire :

$$(E_k + T_0 - E + V_{kk}) |u_k\rangle = \sum_{i \neq k} V_{ki} |u_i\rangle , \quad (\text{II.26})$$

Dans cette équation, on a posé :

$$V_{ki} = \sum_{n=1}^A \langle\psi_k| V_{0n} |\psi_i\rangle \quad \text{et} \quad V_{kk} = \sum_{n=1}^A \langle\psi_k| V_{0n} |\psi_k\rangle . \quad (\text{II.27})$$

En principe, comme le développement de la fonction d'onde du système (II.22) se fait sur une base complète (donc infinie), on aboutit à un nombre infini d'équations couplées. Ce problème n'est bien sûr pas soluble sans faire appel à certaines approximations. Même si l'on s'intéresse uniquement à la voie élastique, le membre de droite de l'équation (II.26) fait intervenir les fonctions d'ondes associées à toutes les voies inélastiques. Nous allons maintenant voir comment découpler ce système pour aboutir à la résolution d'une seule équation dont la solution correspond à la description de la voie élastique.

II.2.3 Dérivation formelle du potentiel optique

Une méthode de dérivation permettant de comprendre l'origine du potentiel optique est due à H. Feshbach [15]. Soulignons qu'il existe des méthodes plus fondamentales, basées sur la théorie des champs, qui identifient le potentiel optique à l'opérateur de masse apparaissant dans le développement des fonctions de Green [16]. Ces méthodes permettent notamment de tenir compte de l'antisymétrisation complète des fonctions d'onde associées au système cible+projectile. Nous donnons ici la méthode de H. Feshbach car elle permet de comprendre simplement l'origine du potentiel optique et, comme nous le verrons, la définition d'une interaction effective pour les problèmes de diffusion. Cette méthode consiste à rechercher un potentiel effectif U telle que la solution $|\tilde{u}_0\rangle$ de l'équation :

$$(T_0 + U - E) |\tilde{u}_0\rangle = 0 , \quad (\text{II.28})$$

correspond à (ou s'approche le plus possible de) la solution $|u_0\rangle$ issue de la résolution du système d'équations couplées (II.26). Pour cela, introduisons d'abord les opérateurs de projection P et Q [15], que l'on définit par :

$$P = |\psi_0\rangle\langle\psi_0| \quad \text{et} \quad Q = \sum_{i \neq 0} |\psi_i\rangle\langle\psi_i| . \quad (\text{II.29})$$

Comme les états $|\psi_i\rangle$ forment une base orthonormée, il est clair que ces opérateurs possèdent les propriétés :

$$P + Q = \hat{1} , \quad P^2 = P , \quad Q^2 = Q \quad \text{et} \quad PQ = QP = 0 , \quad (\text{II.30})$$

où $\hat{1}$ représente l'opérateur identité. Avec ces définitions, le terme $|\psi_0\rangle \otimes |u_0\rangle$ s'écrit simplement $P|\Psi\rangle$. Dans le but de définir l'opérateur U de l'équation (II.28), on introduit l'identité (II.30) dans (II.21) :

$$H(P + Q)|\Psi\rangle = E(P + Q)|\Psi\rangle . \quad (\text{II.31})$$

En appliquant alternativement les opérateurs P et Q à gauche, et grâce aux propriétés (II.30), on trouve :

$$(H_{PP} - E)P|\Psi\rangle = -H_{PQ}Q|\Psi\rangle \quad \text{et} \quad (H_{QQ} - E)Q|\Psi\rangle = -H_{QP}P|\Psi\rangle , \quad (\text{II.32})$$

où l'on a posé :

$$H_{PP} = PHP , \quad H_{QQ} = QHQ , \quad H_{PQ} = PHQ \quad \text{et} \quad H_{QP} = QHP . \quad (\text{II.33})$$

Avec la seconde équation, on peut formellement exprimer la composante $Q|\Psi\rangle$ comme :

$$Q|\Psi\rangle = \frac{1}{E - H_{QQ} + i\eta} H_{QP}P|\Psi\rangle . \quad (\text{II.34})$$

Le terme $i\eta$ assure que l'on trouvera seulement des ondes divergentes dans les voies de sortie différentes de la voie élastique. En injectant cette nouvelle expression dans la première équation de (II.32), après quelques réarrangements, cette dernière peut s'écrire :

$$(H_{PP} + H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ} + i\eta} H_{QP})P|\Psi\rangle = EP|\Psi\rangle . \quad (\text{II.35})$$

Comme annoncé, on a pu définir une équation unique dont le vecteur $|u_0\rangle = P|\psi\rangle$ est solution. Cette équation fait intervenir un opérateur à un corps que l'on identifie facilement au potentiel optique. En effet, avec la décomposition (II.23) de H et les définitions (II.29), l'équation (II.35) devient :

$$(T_0 + V_{00} + \sum_{i,j \neq 0} V_{0i} \frac{1}{E - T_0 - E_i \delta_{ij} - V_{ij} + i\eta} V_{j0}) |u_0\rangle = E |u_0\rangle , \quad (\text{II.36})$$

et on identifie le potentiel U de l'équation (II.28) :

$$U = V_{00} + \sum_{i,j \neq 0} V_{0i} \frac{1}{E - T_0 - E_i \delta_{ij} - V_{ij} + i\eta} V_{j0} . \quad (\text{II.37})$$

Cette expression montre clairement que le potentiel U ainsi défini va dépendre de l'énergie de la particule incidente. D'autre part, le terme $i\eta$ rend le potentiel complexe. Pour finir, ce potentiel sera dans le cas général non-local. On peut réécrire le potentiel optique U défini en (II.37) comme :

$$\begin{aligned} U &= |\psi_0\rangle \langle \psi_0| V + \sum_{i,j \neq 0} V |\psi_i\rangle \frac{1}{E - T_0 - E_i \delta_{ij} - V_{ij} + i\eta} \langle \psi_j| V |\psi_0\rangle \langle \psi_0| \\ &= V_{PP} + V_{PQ} \frac{1}{E + H_{QQ} + i\eta} V_{QP} \\ &= \langle \psi_0| V_{eff} | \psi_0\rangle , \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

où l'on a introduit une interaction effective à deux corps V_{eff} , donnée par :

$$\begin{aligned} V_{eff} &= P \left(V + \sum_{i,j \neq 0} V |\psi_i\rangle \frac{1}{E - T_0 - E_i \delta_{ij} - V_{ij} + i\eta} \langle \psi_j| V \right) P \\ &= P \left(V + VQ \frac{1}{E - H_{QQ} + i\eta} QV \right) P . \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

La complexité du problème des voies couplées a donc été réduite en définissant une interaction effective permettant de prendre en compte, lors de la diffusion élastique, des excitations intermédiaires du noyau cible. Cependant, l'ensemble de ces excitations est très complexe et contient en principe un nombre infini d'états. On note que la somme discrète sur ces états doit être complétée par une intégrale car pour des énergies incidentes au delà de la dizaine de MeV, des excitations du continuum de la cible vont intervenir. La difficulté du problème initial a seulement été déplacée : le but est maintenant de trouver la méthode adéquate pour calculer cette interaction effective. Nous donnerons au paragraphe II.3 les méthodes utilisées pour résoudre un tel problème et déterminer la forme fonctionnelle de cette interaction effective. Mais nous allons d'abord montrer comment il est possible de définir un potentiel à un corps non-local à partir d'une interaction effective à deux corps.

II.2.4 Dérivation du potentiel optique à partir d'une interaction effective à deux corps

Nous allons maintenant décrire la procédure permettant de calculer le potentiel non local à un corps à partir de l'interaction effective à deux corps et de la matrice densité décrivant le noyau cible. Écrivons l'interaction à deux corps en termes des opérateurs fermioniques a_α^+ , a_α associés respectivement à la création et à l'annihilation d'une particule dans l'état α . Nous utiliserons ici la notation compacte $\mathbf{r} \equiv (\mathbf{r}, \sigma, \tau)$ pour tenir compte aussi du spin et de l'isospin des particules. Pour simplifier les équations, nous omettons pour l'instant la dépendance en énergie de l'interaction effective à deux corps (II.39). De plus, celle-ci est généralement non locale. On va pour le moment supposer qu'elle peut se décomposer en une partie locale et une partie non locale. La contribution au potentiel optique provenant de la partie non locale de l'interaction à deux corps est assez lourde à calculer. Comme les méthodes de dérivation sont les mêmes dans le cas d'interaction à deux corps locale et non-locale, nous donnerons uniquement la dérivation du potentiel optique non local provenant de la partie locale de l'interaction à deux corps. L'extension à la partie non-locale de l'interaction à deux corps ne pose pas de difficultés supplémentaires.

En seconde quantification, toute interaction $V(1, 2)$ à deux corps s'écrit :

$$V(1, 2) = \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V(1, 2) | \widetilde{\gamma\delta} \rangle a_\alpha^+ a_\beta^+ a_\delta a_\gamma , \quad (\text{II.40})$$

où le ket $|\widetilde{\gamma\delta}\rangle$ représente l'état à deux particules antisymétrisé défini par $|\widetilde{\gamma\delta}\rangle = |\gamma\delta\rangle - |\delta\gamma\rangle$.

La définition (II.40) est valable pour l'interaction à deux corps effective V_{eff} définie en (II.39). Comme on l'a vu précédemment, on peut supposer que l'espace de Fock $\{k\}$ du projectile n'est pas contenu dans l'espace de Fock $\{\alpha\}$ à partir duquel sont décrits les états de la cible. En conséquence, tous les opérateurs de champ relatifs au projectile anti-commutent avec les opérateurs de champ relatifs aux nucléons de la cible :

$$\{a_k^+, a_\alpha\} = \{a_k^+, a_\alpha^+\} = 0 . \quad (\text{II.41})$$

Considérant ces propriétés, l'interaction (II.40) peut s'écrire :

$$V_{eff} = \frac{1}{2} \sum_{\beta\delta k k'} \langle k' \beta | V_{eff} | k \delta \rangle a_{k'}^+ a_k a_\beta^+ a_\delta , \quad (\text{II.42})$$

où k et k' représentent respectivement l'état du projectile avant et après la diffusion.

Nous allons maintenant montrer qu'en représentation position, le potentiel optique U défini en (II.38) se décompose en une partie locale U_L et une partie non locale U_{NL} :

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \mathbf{r} | U | \mathbf{r}' \rangle = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') U_L(\mathbf{r}) + U_{NL}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') , \quad (\text{II.43})$$

la partie non-locale provenant de la partie d'échange de l'interaction à deux corps V_{eff} . D'après (II.38), le potentiel optique U se retrouve en contractant l'interaction effective V_{eff} sur l'état fondamental de la cible $|\psi_0\rangle$, soit :

$$\langle \psi_0 | V_{eff} | \psi_0 \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\delta\beta k k'} \langle k' \beta | V_{eff} | \widetilde{k\delta} \rangle \langle \psi_0 | a_\beta^+ a_\delta | \psi_0 \rangle a_{k'}^+ a_k . \quad (\text{II.44})$$

On peut réécrire (II.44) en représentation position :

$$\begin{aligned} \langle \psi_0 | V_{eff} | \psi_0 \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{\delta\beta k k'} a_{k'}^+ a_k \sum_{\delta\beta} \rho_{\delta\beta} \\ &\int \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \langle \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 | V_{eff} | \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \rangle \phi_{\mathbf{k}'}^*(\mathbf{r}_1) \varphi_\beta^*(\mathbf{r}_2) [\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_1) \varphi_\delta(\mathbf{r}_2) - \phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_2) \varphi_\delta(\mathbf{r}_1)] , \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

avec $\rho_{\delta\beta} = \langle \psi_0 | a_\beta^+ a_\delta | \psi_0 \rangle$. Les fonctions $\phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | k \rangle$ et $\varphi_\alpha(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | \alpha \rangle$ sont les fonctions d'onde à une particule permettant de décrire respectivement l'état du projectile et d'un des nucléons de la cible. Les fonctions φ_α seront spécifiées par la base d'états que nous choisirons lors des applications de ce formalisme.

On reconnaît dans (II.45) les définitions des densités à un corps de la cible, partie locale et partie non-locale, soit respectivement :

$$\rho(\mathbf{r}_2) = \sum_{\delta\beta} \rho_{\delta\beta} \varphi_\beta^*(\mathbf{r}_2) \varphi_\delta(\mathbf{r}_2) \quad \text{et} \quad \rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{\delta\beta} \rho_{\delta\beta} \varphi_\beta^*(\mathbf{r}_2) \varphi_\delta(\mathbf{r}_1) . \quad (\text{II.46})$$

On pose maintenant :

$$U_L(\mathbf{r}_1) = \int d\mathbf{r}_2 \rho(\mathbf{r}_2) \langle \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 | V_{eff} | \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \rangle , \quad (\text{II.47})$$

et

$$U_{NL}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \langle \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 | V_{eff} | \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \rangle . \quad (\text{II.48})$$

Avec ces définitions, l'opérateur (II.45) s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \psi_0 | V_{eff} | \psi_0 \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{k k'} a_{k'}^+ a_k \int d\mathbf{r}_1 U_L(\mathbf{r}_1) \phi_{\mathbf{k}'}^*(\mathbf{r}_1) \phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_1) \\ &\quad - \int \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 U_{NL}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \phi_{\mathbf{k}'}^*(\mathbf{r}_2) \phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_1) . \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

En utilisant la relation $|\mathbf{r}\rangle = \sum_k \phi_k^*(\mathbf{r})|\mathbf{k}\rangle$, on réécrit (II.49) comme :

$$\langle \psi_0 | V_{eff} | \psi_0 \rangle = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}_1 U_L(\mathbf{r}_1) |\mathbf{r}_1\rangle \langle \mathbf{r}_1| - \int \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 U_{NL}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |\mathbf{r}_2\rangle \langle \mathbf{r}_1| . \quad (\text{II.50})$$

Afin de retrouver la forme (II.3), on projette cette équation sur le bra $\langle \mathbf{r}|$ et on insère la relation de fermeture $\int d\mathbf{r}' |\mathbf{r}'\rangle \langle \mathbf{r}'|$. En utilisant les propriétés d'orthonormalité des vecteurs position, l'équation de diffusion à résoudre prend la forme :

$$\left(-\frac{\nabla_r^2}{2\mu} + U_L(\mathbf{r})\right)\chi^+(\mathbf{r}) + \int U_{NL}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\chi^+(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' = E_k\chi^+(\mathbf{r}) , \quad (\text{II.51})$$

où l'on a précisé sur la fonction d'onde $\chi(\mathbf{r})$ la condition asymptotique (II.5). Le problème initial des voies couplées a donc pu être réduit à une équation de Schrödinger du type (II.3), faisant intervenir un potentiel à un corps $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')U_L(\mathbf{r}) + U_{NL}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ non-local. Ce potentiel fait appel à la description de l'état fondamental de la cible à travers la matrice densité à un corps $\rho_{\alpha\beta}$ et les fonctions d'onde à une particule $\varphi_\alpha(\mathbf{r})$. Nous introduirons au chapitre III les méthodes employées, soit la théorie Hartree-Fock et la méthode de la « Random Phase Approximation » (RPA), pour décrire ces informations de structure.

II.3 Interaction effective à deux corps pour la diffusion

Un élément important dans la formulation du potentiel optique n'a pas encore été discuté : il s'agit de l'interaction effective V_{eff} . La construction d'une interaction effective intervenant dans les calculs de réaction est un vaste sujet qui a intensément été étudié durant les trois dernières décennies. Nous signalons dès à présent que notre choix s'est porté sur la matrice-G de Melbourne [17]. Une forme directement utilisable pour nos calculs de diffusion nous a été fournie par cette équipe dans le cadre d'une collaboration. Avant de détailler les propriétés de l'interaction de Melbourne, nous allons donner un bref historique concernant l'introduction de la matrice-G dans les calculs de diffusion. Puis nous expliquerons comment représenter l'interaction effective (II.39), déterminée dans un noyau fini selon le méthode de Feshbach [15], par une interaction de type matrice-G définie dans la matière nucléaire.

La recherche du potentiel optique microscopique a permis de définir formellement cette interaction (II.39). Cette définition fait intervenir un développement en série en terme de l'interaction nucléon-nucléon nue V . Or il est connu que cette interaction possède un coeur dur (forte répulsion à courte portée). Ce comportement singulier fait diverger tout

développement en série du type (II.39). Une méthode permettant de s'affranchir de ce problème a été introduite par K. M. Watson dans sa théorie de diffusion multiple [18]. K. M. Watson a réussi à s'affranchir du problème de divergence en réarrangeant les termes de la série. Pour cela, il a défini une interaction τ , appelée amplitude de « quasi-diffusion » :

$$\tau_{ij}(E) = V_{ij} + V_{ij}g^{(+)}(E)\tau_{ij}(E) \quad , \quad g^{(+)}(E) = \frac{1}{E - H_0 + i\eta} \quad , \quad (\text{II.52})$$

où V_{ij} est l'interaction nue entre le nucléon incident i et un nucléon j de la cible et $H_0 = H_A + T$ est le Hamiltonien non perturbé du système somme du Hamiltonien H_A de la cible et de celui T du projectile. Bien que chaque terme de ce développement soit singulier, la somme de tous les termes est finie. D'autre part, cette méthode a été utilisée par K. A. Brueckner et *al.* [19, 20], H. A. Bethe [21] et J. Goldstone [22] dans la résolution du problème à N corps, notamment pour le calcul de l'énergie de l'état fondamental d'un noyau atomique à partir de l'interaction nucléon-nucléon nue. Ces travaux ont conduit à la définition de la matrice G , solution de l'équation de Bethe-Goldstone :

$$G_{ij}(E) = V_{ij} + \frac{Q_0}{E - H_0}G_{ij}(E) \quad . \quad (\text{II.53})$$

L'opérateur Q_0 projette le système hors de l'état fondamental. Le Hamiltonien H_0 est défini par :

$$H_0 = \sum_{j=1}^A (T_j + U_j) \quad , \quad (\text{II.54})$$

où T_j est l'opérateur d'énergie cinétique du nucléon j et U_j est le champ moyen subi par le nucléon j .

Une généralisation de la matrice G au problème de diffusion est possible en considérant le cas où un des nucléons est non lié. Pour cela, la condition aux limites d'onde sortante, simulée par un terme $+i\eta$, doit être insérée dans le propagateur de (II.53). En décomposant le propagateur $\frac{Q_0}{E - H_0 + i\eta}$ sur la base des fonctions propres de H_0 , les éléments de la matrice G s'écrivent :

$$\langle k_1 k_2 | G(E) | k_3 k_4 \rangle = \langle k_1 k_2 | V | k_3 k_4 \rangle + \sum_{(i_1 i_2) > k_F} \frac{\langle k_1 k_2 | V | i_1 i_2 \rangle \langle i_1 i_2 | V | k_3 k_4 \rangle}{E - e_1 - e_2 + i\eta} + \dots \quad , \quad (\text{II.55})$$

où e_1 et e_2 sont les énergies propres des états à une particule $|i_1\rangle$ et $|i_2\rangle$. Le nombre k_F implique que les états intermédiaires du projectile sont situés au-dessus du niveau de Fermi et la limitation $(i_1 i_2) > k_F$ représente l'action de l'opérateur Q_0 .

Cette forme rappelle la propriété bien connue de la matrice G pour les états liés qui est de resommer les diagrammes dits « en échelles ». L'interaction solution de cette équation dépend de la densité ρ_{k_F} de la matière nucléaire définie par le moment de Fermi k_F via la relation :

$$\rho_{k_F} = \frac{2}{3\pi^2} k_F^3 . \quad (\text{II.56})$$

Le calcul de l'interaction $G(E, \rho_{k_F})$, est aisé dans le cas de la matière nucléaire infinie, car les états intermédiaires (II.55) sont simplement des ondes planes. Cette interaction, définie dans la matière nucléaire, ne peut bien entendu pas directement être utilisée pour des calculs dans les noyaux finis. Le lien entre une interaction effective V_{eff} définie dans un noyau fini et le matrice- G peut s'exprimer selon la relation approchée :

$$\langle k'\beta | V_{eff} | \widetilde{k\delta} \rangle \simeq \langle k'\beta | G(E_k, \rho) | \widetilde{k\delta} \rangle . \quad (\text{II.57})$$

L'énergie E_k est celle de la particule incidente d'impulsion \mathbf{k} . Pour définir la dépendance en densité ρ intervenant dans cette expression, on utilise l'approximation de la densité locale (LDA pour « Local Density Approximation ») qui considère que les régions du noyau, où se situe chaque nucléon en interaction, peuvent être assimilées localement à de la matière nucléaire infinie. En supposant dans un premier temps une interaction de portée nulle, la densité intervenant dans la matrice G est identifiée à la densité $\rho(\mathbf{r})$ au point \mathbf{r} où se trouvent les deux particules en interaction. Dans le cas d'une interaction de portée finie, cette dépendance en densité ne peut être fixée si simplement. Ce cas, qui correspond à celui de la matrice- G de Melbourne, sera discuté dans les paragraphes suivants. Avant cette discussion, nous allons présenter cette matrice- G de Melbourne qui sera utilisée dans nos calculs de diffusion.

II.3.1 La matrice- G de Melbourne

Le but de ce paragraphe est de donner une vue d'ensemble des propriétés de cette interaction. La matrice- G de Melbourne a été dérivée à partir de l'interaction nucléon-nucléon nue de "Bonn", qui a été déterminée pour des énergies inférieures au seuil de production de pions, soit en dessous d'environ 250 MeV. La matrice G est calculée en résolvant l'équation de Brueckner-Bethe-Goldstone dans la matière nucléaire infinie, soit :

$$G(E) = V + V \sum_{a,b > k_F} \frac{|a,b\rangle \langle a,b|}{E - e(a) - e(b) + i\delta} G(E) , \quad (\text{II.58})$$

où E est l'énergie de la particule incidente, k_F le niveau de Fermi de la matière nucléaire à la densité ρ , V l'interaction nucléon-nucléon nue, et $e(a)$ et $e(b)$ les énergies respectives des états d'onde plane a et b .

Comme on l'a signalé, cette interaction de Melbourne a été dérivée à partir de l'interaction nucléon-nucléon nue de Bonn. Formellement, cette interaction nue est décrite comme la somme d'une partie centrale, tenseur et spin-orbite :

$$V = \sum_{ST=0,1} V_C^{S,T} P^S P_T + \sum_{T=0,1} V_{SO}^T \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} P_T + \sum_{T=0,1} V_{tens}^T S_{12} P_T , \quad (\text{II.59})$$

avec $S_{12} = 3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r}_{12})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r}_{12}) - (\mathbf{r}_{12} \cdot \mathbf{r}_{12})(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$ et $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Les opérateurs $P_{S=0}$ et $P_{S=1}$ sont définis par :

$$P_{S=0} = \frac{1 - P_\sigma}{2} \text{ et } P_{S=1} = \frac{1 + P_\sigma}{2} \text{ avec } P_\sigma = \frac{1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{2} , \quad (\text{II.60})$$

et une définition identique pour P_T où l'on remplace les matrices de spin par celles de l'isospin.

La matrice-G dérivée à partir de cette interaction est donc définie dans chaque sous-espace ST . De plus, elle peut être donnée comme la somme d'une partie centrale, tenseur et spin-orbite. On note que ces trois composantes sont indispensables pour pouvoir prédire l'ensemble des observables liées aux réactions de diffusion (notamment les observables de polarisation, de spin-rotation, etc...).

Pour être utilisable dans des calculs de diffusion sur des noyaux finis, une forme paramétrisée et formulée en coordonnées position a été obtenue par le groupe de Melbourne. Par exemple, pour la partie centrale, cette forme est :

$$G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \rho, E) = \sum_{j,S,T} A_j^{ST}(\rho, E) \frac{e^{-\mu_j |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} . \quad (\text{II.61})$$

Cette expression, décomposée dans chaque sous-espace S et T , présente une dépendance radiale en terme de facteurs de forme de type Yukawa. Les indices j représentent les différentes portées. Pratiquement, il y a quatre portées différentes pour la partie centrale et quatre autres pour les parties spin-orbite et tenseur. Les coefficients $A_j^{ST}(\rho, E)$ sont des nombres complexes donnés sur un maillage en énergie et en densité et qui dépendent du sous-espace ST et de la portée j considérés. Bien entendu, la résolution de l'équation (II.58) et l'expression de la matrice-G sous la forme (II.61) est un travail long et complexe, pour lequel on trouvera une description détaillée dans l'article de synthèse [17] et les références associées.

II.3.2 Approximation de densité locale (LDA)

A ce stade, il est important de préciser comment prendre en compte la dépendance en densité lors du passage d'une interaction de portée finie définie dans la matière nucléaire,

la matrice G , à une interaction dans un noyau fini (voir équation (II.57)). Comme on l'a vu précédemment, la matrice- G est une interaction effective permettant de sommer implicitement les diagrammes dits en échelles. Pour chaque diagramme, deux particules en interaction vont transiter à travers un certain nombre d'états intermédiaires qui seront accessibles si et seulement si le principe de Pauli est respecté. Cela signifie que, comme dans la matière nucléaire tous les états sont occupés jusqu'au niveau de Fermi k_F , deux particules en interaction peuvent seulement diffuser vers des états de moment supérieur à k_F . Or, comme l'espace des états est différent pour les protons et les neutrons, ce moment de Fermi sera déterminé non pas par la densité totale de matière, mais par la densité de protons, si les deux particules sont des protons, et par la densité de neutrons, si les deux particules sont des neutrons. Dans le cas où un proton (neutron) diffuse sur un neutron (proton), la densité impliquée n'est pas clairement définie. On choisit usuellement la demi-somme de la densité proton plus neutron, soit $\frac{k_F^3}{3\pi^2} = \frac{\rho_p + \rho_n}{2}$.

D'autre part, la matrice G est donnée dans une forme locale (elle ne possède qu'une seule dépendance en densité) alors qu'une interaction à deux corps fait intervenir deux particules se trouvant généralement à des densités différentes. Une ambiguïté réside donc dans le choix de densité qui définira l'intensité de l'interaction entre le projectile et un des nucléons de la cible. Pour résoudre ce problème, on peut faire diverses approximations en choisissant pour des particules situées en \mathbf{r} et \mathbf{r}' soit la densité à mi-chemin $\rho\left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}\right)$, soit la moyenne géométrique $\sqrt{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}$ des densités, soit la moyenne arithmétique $\frac{\rho(\mathbf{r}) + \rho(\mathbf{r}')}{2}$ des densités. Chacun de ces choix est supposé ne pas influencer notablement les résultats. Comme justification, on peut avancer diverses considérations qualitatives en évoquant le fait que deux particules se trouvant à des densités très différentes seront assez éloignées spatialement pour rendre, en raison de la courte portée de l'interaction, la contribution au potentiel très faible. D'autre part, les termes prépondérants de l'interaction ne dépendent pas violemment de la densité, ce qui minimise l'influence d'un choix particulier (une vérification a été effectuée dans nos calculs). Finalement, nous adoptons la moyenne géométrique $\sqrt{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}$ des densités pour représenter l'interaction entre deux nucléons situés aux points \mathbf{r} et \mathbf{r}' . Ce choix est surtout motivé par le fait qu'il donne une forme séparable à l'interaction. Cela permet de réduire considérablement le temps de calcul, notamment celui du terme d'échange.

II.4 Diffusion inélastique vers un état discret de la cible

Dans cette partie, nous rappelons les méthodes utiles à la description d'un processus de diffusion inélastique aboutissant à l'excitation d'un état discret de la cible. Un tel processus est caractérisé par une amplitude de probabilité associée à la transition entre deux états du système. Par exemple, on peut étudier la transition entre un état initial

pour lequel le système est représenté par une particule se dirigeant vers une cible dans son état fondamental, et un état final pour lequel une particule sortante aura cédé une partie de son énergie à la cible qui sera alors dans un état excité. Dans un premier temps, nous rappellerons comment il est possible de réduire le problème des voies couplées à la résolution de deux équations couplées dont les solutions permettent de décrire la diffusion élastique et la diffusion inélastique vers un état discret de la cible. Ensuite nous exposerons la méthode de l'approximation des ondes distordues (DWA) ainsi que la dérivation de la section efficace différentielle reliée à ce processus inélastique.

II.4.1 Formalisme des voies couplées pour la diffusion inélastique

La théorie développée par Feshbach et rappelée au paragraphe II.2.3 fournit également les outils permettant de décrire la diffusion inélastique de nucléons. On rappelle que dans ce formalisme, les états du système projectile+cible sont décrits par :

$$|\Psi\rangle = \sum_i |\psi_i\rangle \otimes |u_i\rangle , \quad (\text{II.62})$$

où les états $|\psi_i\rangle$ sont les états propres de la cible. Afin d'établir les équations dont les solutions permettent de décrire le mouvement du projectile lors d'un processus inélastique, on utilise de nouveau le formalisme des projecteurs P et Q , que l'on définit maintenant par :

$$P = |\psi_0\rangle\langle\psi_0| + |\psi_n\rangle\langle\psi_n| \quad \text{et} \quad Q = \sum_{i \neq 0, n} |\psi_i\rangle\langle\psi_i| . \quad (\text{II.63})$$

où $|\psi_0\rangle$ est l'état fondamental de la cible et $|\psi_n\rangle$ l'état excité présent dans la voie inélastique que l'on cherche à traiter explicitement. Ces opérateurs possèdent toujours les propriétés (II.30), soit :

$$P + Q = \hat{1} , \quad P^2 = P , \quad Q^2 = Q \quad \text{et} \quad PQ = QP = 0 , \quad (\text{II.64})$$

Les développements du paragraphe II.2.3 restent valables. On rappelle seulement l'équation dont le vecteur $P|\Psi\rangle$ est solution, soit :

$$(T_0 + V_{PP} + V_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ} + i\eta} V_{QP}) P|\Psi\rangle = EP|\Psi\rangle . \quad (\text{II.65})$$

Les projections de cette équation sur les états de la cible $|\psi_0\rangle$ et $|\psi_n\rangle$ donnent un système de deux équations couplées :

$$(E_{k_i} - T_0 - \langle \psi_0 | V_{eff} | \psi_0 \rangle) |u_0\rangle = \langle \psi_0 | V_{eff} | \psi_n \rangle |u_n\rangle , \quad (\text{II.66})$$

et

$$(E_{k_f} - T_0 - \langle \psi_n | V_{eff} | \psi_n \rangle) |u_n\rangle = \langle \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \rangle |u_0\rangle , \quad (\text{II.67})$$

où l'interaction V_{eff} est définie par :

$$\begin{aligned} V_{eff} &= P \left(V + \sum_{i,j \neq 0,n} V |\psi_i\rangle \frac{1}{E - T_0 - E_i \delta_{ij} - V_{ij} + i\eta} \langle \psi_j | V \right) P \\ &= P \left(V + VQ \frac{1}{E - H_{QQ} + i\eta} QV \right) P . \end{aligned} \quad (\text{II.68})$$

Pour que l'écriture des équations (II.66) et (II.67) ne prête pas à confusion, nous signalons que les éléments de matrice de l'opérateur à deux corps V_{eff} du type $\langle \psi_i | V_{eff} | \psi_j \rangle$, sont des opérateurs à un corps agissant dans l'espace des fonctions du projectile (seuls les opérateurs agissant dans l'espace des fonctions de la cible sont contractés).

Connaissant l'interaction effective V_{eff} , on peut résoudre ce système de deux équations couplées, ou trouver une approximation adéquate afin de découpler ces deux équations et pouvoir les résoudre séparément.

II.4.2 Approximation des ondes distordues

Une approximation courante est de négliger le terme de couplage $\langle \psi_0 | V_{eff} | \psi_n \rangle |u_n\rangle$ dans (II.66). Cette simplification revient à considérer que l'amplitude de probabilité associée à une diffusion élastique est beaucoup plus forte que celle associée à une diffusion inélastique où la cible se retrouve dans un état excité particulier. C'est donc une approximation de couplage faible pour laquelle on suppose que la présence d'une voie inélastique particulière perturbe très peu la voie élastique. Selon ces considérations, l'équation (II.66) s'écrit :

$$(E - T_0 - \langle \psi_0 | V_{eff} | \psi_0 \rangle) |u_0\rangle = 0 . \quad (\text{II.69})$$

Ses solutions sont celles de la diffusion potentielle, décrites au paragraphe II.2.1, et que l'on notera $\chi_{k_i}^+$.

La seconde équation devient :

$$(E_{k_f} - T_0 - \langle \psi_n | V_{eff} | \psi_n \rangle) |u_n\rangle = \langle \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \rangle | \chi_{k_i}^+ \rangle , \quad (\text{II.70})$$

où le terme source, à droite de l'égalité, est maintenant connu. Cette équation s'écrit en représentation position :

$$\left(E_{k_f} - \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 \right) u_n^+(\mathbf{r}) - \int d\mathbf{r}' V_{nn}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') u_n^+(\mathbf{r}') = \int d\mathbf{r}' V_{n0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi_{\mathbf{k}_i}^+(\mathbf{r}') , \quad (\text{II.71})$$

avec $V_{nn}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \mathbf{r} | \langle \psi_n | V_{eff} | \psi_n \rangle | \mathbf{r}' \rangle$ et le potentiel de transition $V_{n0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, défini par :

$$V_{n0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \mathbf{r} | \langle \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \rangle | \mathbf{r}' \rangle . \quad (\text{II.72})$$

La solution $u_n^+(\mathbf{r})$ se comporte à grande distance comme une onde divergente d'impulsion k_f , soit :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u_n^+(\mathbf{r}) \sim f_{k_f}(\theta) \frac{e^{ik_f r}}{r} , \quad (\text{II.73})$$

où θ est l'angle $\widehat{\mathbf{k}_i \mathbf{k}_f}$ et $f_{k_f}(\theta)$ est l'amplitude de transition correspondant à la diffusion du projectile dans un état d'impulsion \mathbf{k}_i vers un état d'impulsion \mathbf{k}_f . Pour déterminer cette amplitude, on procède de la même façon que pour l'amplitude de diffusion élastique. Pour cela, on introduit la fonction de Green $G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ solution de l'équation :

$$\left(E_{k_f} - \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 - V_{nn}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right) G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') . \quad (\text{II.74})$$

Avec cette définition, une solution particulière de (II.71) s'écrit :

$$u^+(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \int d\mathbf{r}'' V_{n0}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \chi_{\mathbf{k}_i}^+(\mathbf{r}'') . \quad (\text{II.75})$$

La solution générale de (II.71) est la somme de cette solution particulière et de la solution générale de l'équation sans second membre (II.69), soit $\chi_{\mathbf{k}_i}^+(\mathbf{r})$. Afin de déterminer l'amplitude $f_{k_f}(\theta)$, il convient de donner la forme asymptotique de $G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ (voir [23]), soit :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} G^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{2\mu}{4\pi\hbar^2} \frac{e^{ik_f r'}}{r'} \chi_{\mathbf{k}_f}^-^*(\mathbf{r}) , \quad (\text{II.76})$$

où la fonction $\chi_{\mathbf{k}_f}^-(\mathbf{r})$ est solution de l'équation :

$$\left(E_{k_f} - \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 \right) \chi_{\mathbf{k}_f}^-(\mathbf{r}) - \int d\mathbf{r}' V_{nn}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi_{\mathbf{k}_f}^-(\mathbf{r}') = 0 , \quad (\text{II.77})$$

avec la condition aux limites d'onde entrante. En insérant cette expression dans (II.75), et par identification avec (II.73), l'amplitude de transition s'écrit :

$$\begin{aligned}
f_{k_f}(\theta) &= f_{k_f}(\widehat{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f}) = -\frac{2\mu}{4\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r}d\mathbf{r}' \chi_{k_f}^{-*}(\mathbf{r}) V_{n0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi_{k_i}^+(\mathbf{r}') \\
&= -\frac{2\mu}{4\pi\hbar^2} \langle \chi_{k_f}^- \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \chi_{k_i}^+ \rangle .
\end{aligned} \tag{II.78}$$

Nous avons reproduit cette dérivation pour montrer que l'interaction effective à utiliser pour construire le potentiel optique de la diffusion élastique et le potentiel de transition sont quasiment identiques. En effet la seule restriction, pour son utilisation dans les calculs de diffusion inélastique, est qu'elle ne doit pas prendre en compte des transitions intermédiaires $|n\rangle$ qui sont traitées explicitement. Nous traiterons au chapitre V des diffusion inélastiques faisant intervenir des états de basse énergie et qui ne sont pas pris en compte dans l'interaction effective si l'on l'identifie à la matrice-G. Le problème inverse, qui est de traiter toutes les excitation intermédiaires possibles dans le processus de diffusion élastique (notamment les états collectifs) sera discuté à la fin du chapitre IV.

L'élément de matrice $\langle \chi_{k_f}^- \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \chi_{k_i}^+ \rangle$ s'identifie à l'amplitude de probabilité associée à la transition entre deux états, $|\chi_{k_i}^+\rangle$ et $|\chi_{k_f}^-\rangle$, sous l'effet de la perturbation $\langle \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \rangle$. Cet élément de matrice correspond à l'approximation du premier ordre $\langle \chi_{k_f}^- \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \chi_{k_i}^+ \rangle \simeq \langle \chi_{k_f}^- \psi_n | V_{eff} | \Psi \rangle$, où $|\Psi\rangle$ est la solution $|\psi_0 u_0\rangle$ de l'équation (II.66) dans laquelle on a conservé le membre de droite. Cette fonction $|\psi_0 u_0\rangle$ est formellement solution de l'équation :

$$|\psi_0 u_0^+\rangle = |\psi_0 \chi_{k_i}^+\rangle + \frac{1}{H - E_i + i\eta} V_{eff} |\psi_0 u_0^+\rangle . \tag{II.79}$$

Cette forme est connue sous le nom d'équation de Lippman-Schwinger. Cette équation peut être itérée afin de supprimer la fonction $|\psi_0 u_0^+\rangle$ dans le terme de droite. On se retrouve avec une sommation infinie du type :

$$|\psi_0 u_0^+\rangle = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{H - E_i + i\eta} V_{eff} \right)^j |\psi_0 \chi_{k_i}^+\rangle , \tag{II.80}$$

L'amplitude associée à une transition entre l'état initial $|\psi_0 u_0^+\rangle$ et l'état final $|\psi_n \chi_{k_f}^-\rangle$ peut alors s'écrire :

$$\langle \chi_{k_f}^- \psi_n | V_{eff} | \psi_0 u_0^+ \rangle = \langle \chi_{k_f}^- \psi_n | V_{eff} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{H - E_i + i\eta} V_{eff} \right)^j |\psi_0 \chi_{k_i}^+ \rangle . \tag{II.81}$$

Cette forme permet d'introduire l'opérateur de transition T défini par la relation :

$$\langle \chi_{k_f}^- \psi_n | V_{eff} | \psi_0 u_0^+ \rangle = \langle \chi_{k_f}^- \psi_n | T | \psi_0 \chi_{k_i}^+ \rangle \tag{II.82}$$

L'opérateur T a donc comme définition formelle :

$$T = V_{eff} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{H - E_i + i\eta} V_{eff} \right)^j = V_{eff} + \frac{1}{H - E_i + i\eta} T . \quad (\text{II.83})$$

L'opérateur T , ou en choisissant une base d'états, la matrice T peut être exprimée en fonction de la matrice de diffusion S . L'élément $S_{\alpha\beta}$ de cette matrice donne l'amplitude de probabilité associée à un système qui, dans état $|\alpha\rangle$ au temps $t \rightarrow -\infty$, se retrouve dans un état $|\beta\rangle$ au temps $t \rightarrow +\infty$. Cet élément est défini par :

$$S_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 2i\pi\delta(E_\alpha - E_\beta)\langle\beta|T|\alpha\rangle. \quad (\text{II.84})$$

Le terme $\delta_{\alpha\beta}$ représente la diffusion élastique et le terme $\delta(E_\alpha - E_\beta)$ assure la conservation de l'énergie lors d'un processus inélastique.

II.4.3 Probabilité de transition et section efficace inélastique

La quantité $S_{\alpha\beta}$ est infinie quand la conservation d'énergie est satisfaite. Cela tient au fait qu'un nombre infini de transitions peut se produire pendant un intervalle de temps infini. Nous allons déterminer une quantité plus physique, soit la probabilité par unité de temps avec laquelle le système passe d'un état à un autre. On désigne toujours l'état initial par α et l'état final par β . Ils correspondent aux états considérés dans les deux paragraphes précédents, soit une onde plane se dirigeant vers un noyau cible dans son état fondamental $|\psi_0\rangle$ dans la voie d'entrée et une onde sphérique sortante avec la cible dans un état excité $|\psi_n\rangle$ d'énergie E_n dans la voie de sortie. Pour un intervalle de temps infini, l'amplitude de probabilité $\tau_{\alpha\beta}$, associée à une transition entre les états α et β , s'écrit :

$$\tau_{\alpha\beta} = -2i\pi T_{\alpha\beta} \delta(E_\alpha - E_\beta) , \quad (\text{II.85})$$

avec

$$E_\alpha = E_0 + E_{k_i} \quad \text{et} \quad E_\beta = E_n + E_{k_f} . \quad (\text{II.86})$$

La probabilité de transition $W_{\alpha\rightarrow\beta}$ pour un intervalle de temps infini peut s'écrire :

$$\begin{aligned} W_{\alpha\rightarrow\beta} &= (2\pi)^2 |T_{\alpha\beta}|^2 \delta(E_\alpha - E_\beta) \\ &= (2\pi)^2 |T_{\alpha\beta}|^2 \lim_{t\rightarrow\infty} \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} e^{\frac{i}{\hbar}(E_\alpha - E_\beta)t'} dt' \\ &= \frac{2\pi}{\hbar} |T_{\alpha\beta}|^2 \lim_{t\rightarrow\infty} t , \end{aligned} \quad (\text{II.87})$$

et la probabilité de transition par unité de temps s'obtient en dérivant par rapport au temps t l'expression précédente, soit :

$$w_{\alpha \rightarrow \beta} = \frac{dW_{\alpha \rightarrow \beta}}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{\alpha\beta}|^2 . \quad (\text{II.88})$$

L'état final β contient une particule dans le continuum dont la densité d'états par unité de volume est :

$$d\Gamma_{\beta} = \frac{k_f^2 dk_f}{(2\pi)^3} d\Omega , \quad (\text{II.89})$$

à partir de laquelle on obtient la densité d'états par unité d'énergie :

$$d\rho_{\beta} = \frac{d\Gamma_{\beta}}{dE_{k_f}} = \frac{\mu k_f}{(2\pi)^3 \hbar^2} d\Omega . \quad (\text{II.90})$$

La probabilité de transition par unité de temps dans un élément d'espace des phases $d\Gamma_{\beta}$ s'écrit :

$$dw_{\alpha \rightarrow \beta} = \frac{\mu k_f}{(2\pi)^2 \hbar^3} |T_{\alpha\beta}|^2 d\Omega . \quad (\text{II.91})$$

La section efficace différentielle est égale au rapport du flux diffusé dans l'angle solide $d\Omega$ avec le flux incident $j_i = \frac{\hbar k_i}{\mu}$, soit :

$$\frac{d\sigma_{\alpha \rightarrow \beta}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega} = \frac{\mu^2}{4\pi^2 \hbar^4} \frac{k_f}{k_i} |T_{\alpha\beta}|^2 . \quad (\text{II.92})$$

C'est suivant cette forme que sont calculées les sections efficaces de diffusion inélastique qui seront présentées au chapitre V.

II.4.4 Expression du potentiel de transition

Au paragraphe II.2.4, nous avons pu exprimer le potentiel optique, utilisé dans la diffusion élastique, à partir des densités à un corps locale et non-locale associées à l'état fondamental de la cible. Selon une méthode identique, il est possible d'exprimer le potentiel de transition (II.72) en fonction des densités de transition radiales locale et non-locale associées à la transition entre l'état fondamental $|\psi_0\rangle$ et l'état excité $|\psi_n\rangle$ de la cible. Pour cela, on repart de l'expression en seconde quantification de l'interaction effective V_{eff} :

$$V_{eff} = \frac{1}{2} \sum_{\beta\delta k k'} \langle k' \beta | V_{eff} | \widetilde{k\delta} \rangle a_{k'}^+ a_k a_{\beta}^+ a_{\delta} \quad , \quad (\text{II.93})$$

où l'opérateur a_k correspond à la destruction du projectile dans l'état initial et $a_{k'}^+$ correspond à la création du projectile dans l'état final. L'opérateur à un corps $a_{\beta}^+ a_{\delta}$ subsistant agit sur les nucléons de la cible. Le potentiel de transition $V_{n0} = \langle \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \rangle$ peut s'écrire :

$$V_{n0} = \frac{1}{2} \sum_{\beta\delta k k'} \langle k' \beta | V_{eff} | \widetilde{k\delta} \rangle a_{k'}^+ a_k \langle \psi_n | a_{\beta}^+ a_{\delta} | \psi_0 \rangle \quad . \quad (\text{II.94})$$

Selon la méthode utilisée dans le paragraphe II.72, on peut facilement exprimer ce potentiel en coordonnées positions. En posant :

$$\rho_{\delta\beta}^n = \langle \psi_n | a_{\beta}^+ a_{\delta} | \psi_0 \rangle \quad , \quad (\text{II.95})$$

le potentiel $V_{n0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \mathbf{r} | V_{n0} | \mathbf{r}' \rangle$ s'écrit :

$$V_{n0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \int \sum_{\delta\beta} \rho_{\delta\beta}^n \varphi_{\delta}^*(\mathbf{r}'') \varphi_{\beta}(\mathbf{r}'') V_{eff}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' + \sum_{\delta\beta} \rho_{\delta\beta}^n \varphi_{\delta}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\beta}(\mathbf{r}') V_{eff}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad . \quad (\text{II.96})$$

Le second terme de droite montre clairement que ce potentiel de transition est non-local. D'autre part, on reconnaît dans cette expression les densités de transitions locale et non-locale, soit respectivement :

$$\rho^n(\mathbf{r}) = \sum_{\delta\beta} \rho_{\delta\beta}^n \varphi_{\delta}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\beta}(\mathbf{r}) \quad \text{et} \quad \rho^n(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\delta\beta} \rho_{\delta\beta}^n \varphi_{\delta}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\beta}(\mathbf{r}') \quad . \quad (\text{II.97})$$

Ce potentiel de transition sera totalement défini lorsque nous préciserons les éléments de matrice $\rho_{\delta\beta}^n$ et les fonctions d'onde de la base associée.

Plus généralement, la théorie microscopique des réactions développée ici fait appel à de nombreuses informations de structure. Pour les spécifier, des approches nombreuses et variées existent, et il convient de choisir celle qui s'adaptera le mieux à nos applications, soit les diffusions élastique et inélastique de nucléons sur des noyaux à couches fermées. Ceci est le propos du prochain chapitre.

Chapitre III

Description microscopique des noyaux cibles

Dans ce chapitre, nous allons décrire les méthodes utilisées pour obtenir les différentes quantités intervenant dans la description microscopique du noyau cible. En effet, nous avons vu dans le chapitre II que le potentiel optique microscopique fait intervenir une description de l'état fondamental du noyau cible à travers la matrice densité à un corps associée, ainsi que les fonctions d'onde des états à une particule formant la base sur laquelle cette matrice densité est décrite. D'autre part, le potentiel de transition utile à la diffusion inélastique fait intervenir la matrice densité à un corps correspondant à la transition entre l'état fondamental de la cible et un de ses états excités. Notre étude concernant les noyaux doublement magiques, nous avons choisi de définir ces différentes informations de structure grâce aux résultats fournis par la « Random Phase Approximation » (RPA), méthode dite « au-delà du champ moyen ». Cette approche permet de reproduire de manière purement microscopique de nombreuses propriétés relatives aux états expérimentaux observés, telles que les distributions radiales de matière et le rayon de charge de l'état fondamental de la cible, ainsi que le spectre et la structure des états excités, notamment celle des excitations collectives.

La première partie donne un bref rappel de la théorie du champ moyen de type Hartree-Fock avec une force dépendante en densité, ainsi qu'une explication plus détaillée de certaines quantités qui seront utilisées dans la deuxième partie. Cette dernière est consacrée à la méthode RPA, où, après avoir rappelé les équations principales, nous donnerons la dérivation précise de certains opérateurs et éléments de matrice qui seront exploités aux chapitre IV et V dans l'application de la théorie des réactions du chapitre II. L'exposé des principes généraux de la partie champ moyen a été rédigé en consultant les ouvrages correspondant aux références [24, 25]. La partie concernant la Random Phase Approximation s'inspire des ouvrages cités précédemment, mais a aussi été l'objet d'un travail de mes responsables et de moi-même pour aboutir à une présentation consistante des aspects généraux et plus détaillés (notamment la dérivation des différentes quantités présentée dans la section III.3).

III.1 Théorie Hartree-Fock

Cette méthode étant décrite dans de nombreux traités de physique théorique [26, 24], je donnerai seulement quelques rappels concernant sa dérivation.

La plus simple description de la structure nucléaire d'un noyau à N nucléons est donnée par le champ moyen. Dans cette approche, on utilise l'image d'un ensemble de N fermions indépendants où chaque fermion évolue dans un potentiel à un corps. Cette approche est suggérée par celle du modèle en couches qui peut expliquer qualitativement beaucoup de propriétés des noyaux en supposant une distribution des nucléons du noyau sur le schéma de niveaux individuels d'un potentiel à un corps. La théorie Hartree-Fock [27, 28, 29, 30] est une approche de champ moyen : chaque fermion se positionne dans un potentiel à un corps créé par les $N-1$ autres fermions. D'autre part, la fonction d'onde d'un système à N nucléons, donc N fermions, doit être antisymétrique, ce qui s'écrit :

$$|\psi\rangle = \prod_{i=1}^N c_i^+ |-\rangle . \quad (\text{III.1})$$

Le ket $|-\rangle$ représente le vide de particules. On a introduit les opérateurs c_α^+ représentant la création d'un fermion dans l'état α . On lui associe l'opérateur c_α représentant la destruction d'un fermion dans l'état α . Ces opérateurs obéissent aux règles d'anticommutation :

$$\{c_\alpha^+, c_\beta\} = \delta_{\alpha\beta} \quad , \quad \{c_\alpha^+, c_\beta^+\} = \{c_\alpha, c_\beta\} = 0 \quad , \quad (\text{III.2})$$

qui assurent la normalisation et l'antisymétrie des états à N particules du type (III.1), appelés usuellement des déterminants de Slater.

Un système à N nucléons peut être décrit à l'approximation non-relativiste par un Hamiltonien effectif de la forme :

$$H = \sum_{i=1}^N T_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N v_{ij} \quad , \quad (\text{III.3})$$

où T_i est l'énergie cinétique du nucléon i et v_{ij} est l'interaction effective entre les nucléons i et j . Le caractère effectif de l'interaction se traduit par une dépendance vis à vis de la densité nucléaire. C'est le cas de la force de Gogny D1S (voir appendice B) utilisée dans nos applications. Pour la suite, il est utile d'écrire (III.3) en seconde quantification :

$$H = \sum_{\alpha\beta} T_{\alpha\beta} c_\beta^+ c_\alpha + \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} v_{\alpha\beta,\gamma\delta} c_\alpha^+ c_\beta^+ c_\delta c_\gamma \quad , \quad (\text{III.4})$$

avec : $v_{\alpha\beta,\gamma\delta} = \langle \gamma\delta | v(\rho) | \widetilde{\alpha\beta} \rangle$ et $|\widetilde{\alpha\beta}\rangle = |\alpha\beta\rangle - |\beta\alpha\rangle$. Les opérateurs c_α^+ et leurs adjoints c_α sont respectivement les opérateurs de création et d'annihilation d'un nucléon dans un état α appartenant à une base complète que l'on précisera plus tard.

La méthode Hartree-Fock a pour but de trouver une représentation à une particule telle que l'état de particules indépendantes du type (III.1) reproduise au mieux l'état fondamental du système. Les équations HF, qui permettent de déterminer la représentation $\{c^+\}$ intervenant dans (III.1), sont obtenues en utilisant le principe variationnel de Ritz qui consiste à minimiser l'énergie totale $E = \langle \psi | H | \psi \rangle$ avec la contrainte de normalisation $\langle \psi | \psi \rangle = 1$, soit :

$$\delta \frac{\langle \psi | H | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} = \delta E [\psi] = 0 . \quad (\text{III.5})$$

Pour la suite il est utile d'écrire les éléments de matrice de l'opérateur densité associé à l'état $|\psi\rangle$, soit :

$$\rho_{\alpha\beta} = \langle \beta | \hat{\rho}_\psi | \alpha \rangle = \langle \psi | a_\beta^+ a_\alpha | \psi \rangle . \quad (\text{III.6})$$

En vertu du théorème de Wick, il est clair que $\langle \psi | H | \psi \rangle$ est exclusivement une fonctionnelle de la matrice densité. On notera donc $E[\psi] = E[\rho_\psi]$. D'autre part, comme $|\psi\rangle$ est un déterminant de Slater, la matrice densité ρ_ψ possède la propriété :

$$\hat{\rho}_\psi^2 = \hat{\rho}_\psi . \quad (\text{III.7})$$

Une contrainte doit donc être imposée au principe variationnel (III.5) en stipulant que, quelles que soient ses variations, la matrice densité satisfait toujours la condition (III.7). En utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange λ , le principe variationnel s'écrit alors :

$$\frac{d}{d\rho_\psi} (E[\rho_\psi] - \text{Tr} [\lambda (\rho_\psi^2 - \rho_\psi)]) = 0 . \quad (\text{III.8})$$

En éliminant les paramètres de Lagrange, cette équation conduit à la forme bien connue :

$$[h, \rho_\psi] = 0 , \quad (\text{III.9})$$

où l'on a introduit le Hamiltonien Hartree-Fock h défini par :

$$h = \frac{dE[\rho_\psi]}{d\rho_\psi} . \quad (\text{III.10})$$

La forme (III.9) montre clairement que la résolution du principe variationnel revient à trouver une représentation qui diagonalise simultanément le champ Hartree-Fock (III.10) et la matrice densité ρ_ψ . Pratiquement cette condition est atteinte par une méthode dite « auto-cohérente ». On construit un déterminant de Slater $|\psi^0\rangle$, dit d'essai, sur les états d'une base d'oscillateur harmonique suffisamment grande par rapport au système pour s'approcher de la base infinie, donc complète :

$$|\psi^0\rangle = \prod_{i=1}^A c_i^+ |-\rangle, \quad (\text{III.11})$$

où les opérateurs fermioniques c_i^+ sont associés à la création d'une particule dans un état d'oscillateur harmonique i . A partir de la matrice densité ρ_0 associée à cette fonction d'essai, on déduit le champ Hartree-Fock (III.10) que l'on diagonalise. Les vecteurs propres ainsi déterminés permettent de construire l'état fondamental Hartree Fock en remplissant les orbitales obtenues de plus basses énergies. La matrice densité associée à cet état est réintroduite dans (III.10) et définit un nouveau champ HF, que l'on diagonalise ... On poursuit ces itérations jusqu'à ce que l'énergie propre associée au champ HF et à la matrice densité converge et donc garantisse la condition (III.9).

En conclusion, on donne les expressions des éléments de la matrice densité associée à l'état fondamental Hartree-Fock. Ils s'écrivent simplement :

$$\begin{aligned} \rho_{h,h'}^{(\text{HF})} &= \langle \psi_{\text{HF}} | a_{h'}^+ a_h | \psi_{\text{HF}} \rangle = \delta_{hh'} \\ \rho_{p,p'}^{(\text{HF})} &= \langle \psi_{\text{HF}} | a_p^+ a_{p'} | \psi_{\text{HF}} \rangle = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

où l'indice $h \equiv n_h, l_h, j_h, m_h$ représente les orbitales occupées (états de trou) et l'indice $p \equiv n_p, l_p, j_p, m_p$ les orbitales inoccupées (états de particule).

III.2 Méthode de la « Random Phase Approximation » (RPA)

La méthode de la « Random Phase Approximation » (RPA) permet de décrire un certain nombre d'excitations du noyau, comme les états collectifs de basse énergie et certaines résonances géantes. Dans notre travail, nous avons utilisé les résultats fournis par l'approche décrite dans les références [31, 32, 33, 34]. Cette approche est dite « consistante » : l'interaction résiduelle n'est pas « ad hoc » mais a été obtenue à partir de l'interaction D1S, utilisée pour construire le champ moyen Hartree-Fock.

Il existe différentes voies pour dériver les équations de la RPA. Celle proposée dans l'article [31] où l'énergie est développée au second ordre et la forme quadratique correspondante est quantifiée. Une autre méthode consiste à partir de la linéarisation des équations Hartree-Fock dépendantes du temps en faisant l'hypothèse d'oscillations de faible amplitude. C'est cette seconde méthode que nous développerons. Rappelons simplement que la première méthode est très bien adaptée à une force qui dépend explicitement de la densité car elle permet de définir correctement l'interaction particule-trou, notamment les termes de réarrangement provenant exclusivement de cette dépendance en densité (voir appendice C.2). Pour illustrer ceci, nous donnons le développement en série de l'énergie du vide autour de la matrice densité à l'équilibre $\rho^{(0)}$:

$$E[\rho] = E[\rho^{(0)}] + \left[\frac{\partial E}{\partial \rho} \right]_{\rho=\rho^{(0)}} \rho^{(1)} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 E}{\partial \rho^2} \right]_{\rho=\rho^{(0)}} \rho^{(2)} + \dots, \quad (\text{III.13})$$

En utilisant les variations possibles de la matrice densité (rappelées en appendice C.1) :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{ph}^{(1)} = \hat{\rho}_{hp}^{(1)*} \neq 0, \quad \hat{\rho}_{pp'}^{(1)} = \hat{\rho}_{hh'}^{(1)*} = 0, \\ \hat{\rho}_{pp'}^{(2)} = \sum_h \hat{\rho}_{ph}^{(1)} \hat{\rho}_{hp'}^{(1)}, \quad \hat{\rho}_{hh'}^{(2)} = - \sum_p \hat{\rho}_{hp}^{(1)} \hat{\rho}_{ph'}^{(1)} \quad \text{et} \quad \hat{\rho}_{ph}^{(2)} = \hat{\rho}_{hp}^{(2)*} \simeq 0, \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

le développement (III.13) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} E[\rho] &= E[\rho^{(0)}] + \sum_{ph} \left[\frac{\partial E}{\partial \rho_{ph}} \right]_{\rho=\rho^{(0)}} \rho_{ph}^{(1)} + HC \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{php'h'} \left[\frac{\partial^2 E}{\partial \rho_{ph} \partial \rho_{p'h'}} \right]_{\rho=\rho^{(0)}} \rho_{ph}^{(1)} \rho_{p'h'}^{(1)} + HC \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{phh'p'} \left[\frac{\partial^2 E}{\partial \rho_{ph} \partial \rho_{h'p'}} \right]_{\rho=\rho^{(0)}} \rho_{ph}^{(1)} \rho_{h'p'}^{(1)} + HC + \dots \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

où le sigle HC signifie l'hermitique conjugué du terme le précédant.

Si l'on choisit la densité d'équilibre $\rho^{(0)}$ égale à la densité Hartree-Fock $\rho^{(\text{HF})}$, dont les éléments de matrice sont définis en (III.12), alors le terme du premier ordre du développement (III.15) s'annule car :

$$\left[\frac{\partial E}{\partial \rho_{ph}} \right]_{\rho=\rho^{(\text{HF})}} = h_{ph} = 0, \quad (\text{III.16})$$

où h est le Hamiltonien Hartree-Fock. Les éléments de matrice 1p-1h des $\delta\rho$ étant les seuls à intervenir dans le développement (III.15), la dérivée seconde peut être interprétée

comme une interaction particule-trou qui va permettre de définir le Hamiltonien de la RPA. On rappelle l'écriture explicite de cette interaction dans l'appendice C.2 pour se concentrer sur la dérivation des équations RPA.

En introduisant les matrices A et B définies par leurs éléments :

$$A_{php'h'} = \delta_{pp'}\delta_{hh'}(\epsilon_p - \epsilon_h) + \frac{\partial^2 E[\rho^{(\text{HF})}]}{\partial\delta\rho_{ph}\partial\delta\rho_{p'h'}} \quad , \quad B_{php'h'} = \frac{\partial^2 E[\rho^{(\text{HF})}]}{\partial\delta\rho_{ph}\partial\delta\rho_{h'p'}} \quad , \quad (\text{III.17})$$

on peut écrire le développement de l'énergie au second ordre sous la forme quadratique :

$$E[\rho] = E[\rho^{(0)}] + \frac{1}{2} \sum_{ph,p'h'} \left| \begin{array}{cc} \rho_{ph}^{(1)*} & \rho_{ph}^{(1)} \\ A_{ph,p'h'} & B_{ph,p'h'} \\ B_{ph,p'h'}^* & A_{ph,p'h'}^* \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \rho_{p'h'}^{(1)} \\ \rho_{p'h'}^{(1)*} \end{array} \right| \quad . \quad (\text{III.18})$$

Pour déterminer l'expression de variations de la matrice densité, on peut utiliser l'équation Hartree-Fock dépendante du temps qui décrit l'évolution dans le temps d'un système déplacé de son état d'équilibre. L'équation satisfaite par la matrice densité associée à cet état s'écrit :

$$i \frac{\partial \langle \Psi(t) | a_\alpha^+ a_\beta | \Psi(t) \rangle}{\partial t} = \langle \Psi(t) | [H, a_\alpha^+ a_\beta] | \Psi(t) \rangle \quad . \quad (\text{III.19})$$

où l'on a posé $\hbar = 1$. Avec la condition $\rho(t)^2 = \rho(t)$, qui stipule que $|\Psi(t)\rangle$ est un déterminant de Slater pour tout t , la condition $\text{tr}(\rho(t)) = N$, et la définition $h(\rho(t)) = \frac{\partial E(\rho(t))}{\partial \rho(t)}$, l'équation (III.19) se réduit à :

$$i \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = [h(\rho(t)), \rho(t)] \quad . \quad (\text{III.20})$$

Cette équation est non linéaire car le potentiel h dépend lui-même de $\rho(t)$ mais elle peut être linéarisée en regardant seulement des oscillations de faible amplitude autour du champ moyen. Cette hypothèse conduit à définir la matrice densité $\rho(t)$ comme :

$$\rho(t) = \rho^{(\text{HF})} + \rho^{(1)}(t) \quad , \quad (\text{III.21})$$

où $\rho^{(1)}(t)$ est faible devant $\rho^{(\text{HF})}$. Avec la condition (III.9), l'équation (III.20) devient :

$$i \frac{\partial \rho^{(1)}(t)}{\partial t} = \left[\frac{\partial h(\rho(t))}{\partial \rho(t)}, \rho^{(1)}(t) \right] \quad , \quad (\text{III.22})$$

Avec d'une part les éléments de la matrice densité :

$$\rho_{ph}(t) = \rho_{ph}^{(\text{HF})} + \rho_{ph}^{(1)}(t) = \rho_{ph}^{(1)}(t) \quad , \quad (\text{III.23})$$

où l'on a utilisé $\rho_{ph}^{(\text{HF})} = \langle \psi_{HF} | a_h^+ a_p | \psi_{HF} \rangle = 0$, et d'autre part les définitions (III.17), l'équation (III.22) est équivalente à :

$$i \frac{\partial \rho_{ph}^{(1)}(t)}{\partial t} = \sum_{p'h'} A_{ph,p'h'} \rho_{p'h'}^{(1)}(t) + B_{ph,p'h'} \rho_{p'h'}^{(1)*}(t) \quad . \quad (\text{III.24})$$

La propriété $\rho_{h'p'} = \rho_{p'h'}^*$ permet d'écrire cette équation et son complexe conjugué sous la forme compacte :

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho^{(1)}(t) \\ -\rho^{(1)*}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho^{(1)}(t) \\ \rho^{(1)*}(t) \end{bmatrix} \quad . \quad (\text{III.25})$$

Pour résoudre cette équation, on cherche des modes stationnaires en prenant la décomposition de Fourier de $\rho^{(1)*}(t)$, soit :

$$\rho_{ph}^{(1)}(t) = X_{ph} e^{-i\omega t} + Y_{ph} e^{+i\omega t} \quad . \quad (\text{III.26})$$

Avec cette expression, le système (III.25) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} X \\ -Y \end{bmatrix} \quad , \quad (\text{III.27})$$

cette équation matricielle étant la forme usuelle des équations RPA. La diagonalisation de cette matrice permet d'obtenir un jeu de vecteurs propres $\begin{bmatrix} X^N \\ Y^N \end{bmatrix}$ associés aux valeurs propres ω_N avec la normalisation :

$$\begin{bmatrix} X_N^* & -Y_N^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{N'} \\ -Y_{N'} \end{bmatrix} = \text{Sign}(\omega_N) \delta_{N,N'} \quad . \quad (\text{III.28})$$

Les éléments de matrice (III.26) peuvent donc s'écrire :

$$\rho_{ph}^{(1)}(t) = \sum_N X_{ph}^N e^{-i\omega_N t} + Y_{ph}^N e^{+i\omega_N t} \quad . \quad (\text{III.29})$$

Pour donner une interprétation aux amplitudes RPA X^N et Y^N associées aux valeurs propres $\pm\omega_N$, il est utile d'écrire une solution dépendante du temps comme l'état fondamental « vrai » du système soumis à une faible perturbation. Cet état $|\psi(t)\rangle$ peut

s'exprimer sous la forme approchée donnée par la théorie des perturbations. En supposant que l'on connaisse les états et les énergies propres du système non perturbé, l'état du système perturbé s'écrit au premier ordre des perturbations :

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iE_0t} \left(|0\rangle + \sum_n a_n e^{-i\omega_n t} |n\rangle \right) , \quad (\text{III.30})$$

où l'état $|0\rangle$, d'énergie E_0 , est l'état fondamental « vrai » du système non perturbé, et les états $|n\rangle$, d'énergies propres respectives $E_0 - \hbar\omega_n$, sont les états excités « vrais ». Les coefficients a_n sont tels que $\forall n$, $a_n \ll 1$. Utilisant cette expression, les éléments de la matrice densité calculés au premier ordre deviennent :

$$\rho_{ph}^{(1)}(t) = \sum_n a_n \langle 0 | a_h^+ a_p | n \rangle e^{-i\omega_n t} + a_n^* \langle n | a_h^+ a_p | 0 \rangle e^{+i\omega_n t} . \quad (\text{III.31})$$

Afin d'identifier cette forme avec (III.29), on fait les correspondances suivantes :

$$\omega_n \leftrightarrow \omega_N , \quad (\text{III.32})$$

$$X_{ph}^N \leftrightarrow \langle 0 | a_h^+ a_p | n \rangle , \quad Y_{ph}^N \leftrightarrow \langle 0 | a_p^+ a_h | n \rangle , \quad (\text{III.33})$$

et les complexes conjugués :

$$X_{ph}^{N*} \leftrightarrow \langle n | a_p^+ a_h | 0 \rangle , \quad Y_{ph}^{N*} \leftrightarrow \langle n | a_h^+ a_p | 0 \rangle . \quad (\text{III.34})$$

Les amplitudes X_{ph}^{N*} et Y_{ph}^{N*} sont donc interprétées comme les amplitudes de probabilité de trouver dans un état excité $|N\rangle$, une paire particule-trou ou une paire trou-particule. De plus, les valeurs propres RPA ω_N sont identifiées comme les énergies d'excitation du noyau par rapport à l'état fondamental. Nous allons voir dans le paragraphe suivant comment exploiter ces résultats pour déterminer les opérateurs quantiques associés à ces modes d'excitation, ainsi que leurs propriétés fondamentales.

III.2.1 Quantifications des excitations : Modes RPA

On a vu dans le paragraphe précédent que les solutions de la RPA correspondent à des modes de vibration normaux de la matrice densité à un corps associée à l'état du système. Il apparaît aussi que chacun de ces modes contient une quantité d'énergie, $E_N = \hbar\omega_N$, associée à sa fréquence de vibration ω_N . La procédure de quantification nous permet d'interpréter les quanta d'énergie E_N et de leur associer un opérateur d'excitation Θ_N^+ . L'action de ces opérateurs sur l'état fondamental, appelé aussi « le vide », associe à chaque

mode normal un état quantique, que l'on label $|N\rangle$. En définissant le ket $|\tilde{0}\rangle$ comme le vide des états de vibration, l'état $|N\rangle$ est défini par :

$$|N\rangle = \Theta_N^+ |\tilde{0}\rangle , \quad (\text{III.35})$$

et son hermitique conjugué :

$$\langle N| = \langle \tilde{0}| \Theta_N , \quad (\text{III.36})$$

où Θ_N , l'adjoint de l'opérateur de création Θ_N^+ , s'interprète comme l'annihilation du mode propre N . Par définition, l'état associé au vide de vibration satisfait aux relations :

$$\Theta_N |\tilde{0}\rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle \tilde{0}| \Theta_N^+ = (\langle \tilde{0}| \Theta_N) = 0 , \quad (\text{III.37})$$

où les parenthèses dans la seconde relation signifient que l'opérateur agit dans l'espace des bras.

Afin de préciser la correspondance entre les amplitudes de vibration X^N et Y^N , et les opérateurs définis en (III.35) et (III.36), on utilise la correspondance (III.33) et les propriétés (III.37) pour écrire :

$$\begin{aligned} X_{ph}^N &= \langle \tilde{0}| a_h^+ a_p |N\rangle = \langle \tilde{0}| a_h^+ a_p \Theta_N^+ |\tilde{0}\rangle = \langle \tilde{0}| [a_h^+ a_p, \Theta_N^+] |\tilde{0}\rangle , \\ Y_{ph}^N &= \langle \tilde{0}| a_p^+ a_h |N\rangle = \langle \tilde{0}| a_p^+ a_h \Theta_N^+ |\tilde{0}\rangle = \langle \tilde{0}| [a_p^+ a_h, \Theta_N^+] |\tilde{0}\rangle . \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

Dans ces expressions, on a identifié le vide RPA $|\tilde{0}\rangle$ à l'état fondamental $|0\rangle$ du système qui apparaît dans le développement perturbatif (III.30). La forme des opérateurs Θ_N^+ et Θ_N peut être définie grâce à un développement sur les opérateurs $a_{p'}^+ a_{h'}$ et $a_{h'}^+ a_{p'}$ correspondant respectivement à la création et à l'annihilation d'une paire particule-trou $p'h'$, soit :

$$\Theta_N^+ = \sum_{p'h'} W_{p'h'}^N a_{p'}^+ a_{h'} + Z_{p'h'}^N a_{h'}^+ a_{p'} \quad (\text{III.39})$$

Ce développement conduit, avec (III.38), au calcul de commutateurs du type :

$$\begin{aligned} [a_h^+ a_p, a_{p'}^+ a_{h'}] &= \delta_{h,h'} \delta_{p,p'} - (a_{h'} a_h^+ + a_{p'}^+ a_p) , \\ [a_p^+ a_h, a_{p'}^+ a_{h'}] &= [a_h^+ a_p, a_{h'}^+ a_{p'}] = 0 . \end{aligned} \quad (\text{III.40})$$

Dans toutes les dérivations que nous effectuons, il est clair que les corrélations dans l'état fondamental sont très diluées car on considère seulement des variations des éléments de la matrice densité de faibles amplitudes. Cela se traduit par les propriétés :

$$|\langle \tilde{0} | a_p^+ a_{p'} | \tilde{0} \rangle| \ll 1 \quad \text{et} \quad |\langle \tilde{0} | a_h^+ a_{h'} | \tilde{0} \rangle - \langle HF | a_h^+ a_{h'} | HF \rangle| \ll 1 . \quad (\text{III.41})$$

En conséquence, les opérateurs de création et de destruction de paires particule-trou se comportent comme des bosons (approximation des « quasi-bosons ») car on peut leur attribuer les règles de commutation relatives aux opérateurs de boson en négligeant les termes $-a_{h'} a_h^+ + a_p^+ a_p$ dans le premier commutateur de (III.40).

En adoptant ces nouvelles règles de commutation, les amplitudes X_{ph}^N et Y_{ph}^N se déduisent facilement :

$$\begin{aligned} X_{ph}^N &= \sum_{p'h'} W_{p'h'}^N \delta_{h,h'} \delta_{p,p'} = W_{ph}^N , \\ Y_{ph}^N &= \sum_{p'h'} Z_{p'h'}^N (-\delta_{h,h'} \delta_{p,p'}) = -Z_{ph}^N . \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

Avec ceci, les opérateurs de création et d'annihilation associés au mode RPA $|N\rangle$ d'énergie $\hbar\omega_N$ s'écrivent respectivement :

$$\Theta_N^+ = \sum_{ph} X_{ph}^N a_p^+ a_h - Y_{ph}^N a_h^+ a_p \quad \text{et} \quad \Theta_N = \sum_{ph} X_{ph}^{N*} a_h^+ a_p - Y_{ph}^{N*} a_p^+ a_h . \quad (\text{III.43})$$

Nous allons dans ce qui suit préciser la structure des états et des opérateurs RPA quand on considère des noyaux dont le champ moyen est sphérique, soit typiquement les noyaux à doubles couches fermées.

III.2.2 Modes d'excitation RPA d'un champ moyen sphérique

Les états propres du Hamiltonien H du système sont caractérisés par les nombres quantiques correspondant aux différentes symétries de cet Hamiltonien (représentations irréductibles). Ces propriétés nous conduisent à définir les opérateurs Θ_N^+ et Θ_N en fonction d'opérateurs ayant un moment angulaire J , une projection M et une parité Π bien définis.

Avant tout, il est intéressant d'écrire explicitement les états à une particule solutions d'un champ moyen sphérique :

$$\varphi_{n,(l,\frac{1}{2})j,m,\tau}(\tilde{x}) = \langle \tilde{x} | n, (l, \frac{1}{2})j, m, \chi_{m\tau}^{\frac{1}{2}} \rangle = R_{nl}(r) i^l \left[Y_{m_l}^l(\Omega) \otimes \langle \sigma | \chi^{\frac{1}{2}} \rangle \right]_m^j \langle \tau | \chi^{\frac{1}{2}} \rangle , \quad (\text{III.44})$$

avec $\tilde{x} \equiv (\mathbf{r}, \sigma, \tau)$, et $\langle \tau | \chi^{\frac{1}{2}} \rangle = \delta_{\tau, m_\tau}$, $\tau = -1, +1$ respectivement pour un proton ou un neutron. Avec cette définition, l'action de l'opérateur renversement du temps T s'écrit :

$$T|n, (l, \frac{1}{2})j, m, \chi_{m\tau}^{\frac{1}{2}}\rangle = s_j|n, (l, \frac{1}{2})j, m, \chi_{m\tau}^{\frac{1}{2}}\rangle, \quad (\text{III.45})$$

avec $s_j = (-)^{j-m}$. Les transformations des opérateurs de création et d'annihilation associés à un état (III.44) de particule s'écrivent respectivement :

$$T^+ a_{p,m_p}^+ T = s_p a_{p,-m_p}^+ \quad \text{et} \quad T^+ a_{p,m_p} T = s_p a_{p,-m_p}, \quad (\text{III.46})$$

où l'on a posé $p \equiv n_p, (l_p, 1/2)j_p, m_{\tau_p}$. Ces définitions sont strictement équivalentes pour des états de trou en changeant les indices p par des indices h .

L'état fondamental $|\tilde{0}\rangle$ d'un noyau sphérique ayant un moment angulaire nul, on associera à un état $|N, J, M, \Pi\rangle$ les opérateurs d'excitation et d'annihilation $\Theta_{N,J,M,\Pi}^+$ et $\Theta_{N,J,M,\Pi}$ de moment angulaire J , de projection M et de parité Π . En conséquences les opérateurs de création et d'annihilation de paires particule-trou intervenant dans (III.43) doivent être couplés afin de définir des tenseurs de rang J et de projection M , avec la condition supplémentaire $(-)^{l_p-l_t} = \Pi$. L'opérateur de création a_{p,m_p}^+ se transforme par rotation comme un tenseur irréductible de rang j_p et de projection m_p . Par contre l'opérateur d'annihilation a_{p,m_p} correspondant se transforme par rotation en tenseur irréductible de rang j_p et de projection $-m_p$ seulement en ajoutant la phase $s_p = (-)^{j_p-m_p}$. On peut construire un opérateur de création particule-trou $A_{J,M}^+(p, \tilde{h})$ avec un moment angulaire défini J de projection M , soit :

$$A_{J,M}^+(p, \tilde{h}) = \sum_{m_p, m_h} \langle j_p m_p, j_h - m_h | JM \rangle a_p^+ \tilde{a}_h, \quad (\text{III.47})$$

et son hermitique conjugué s'écrit :

$$A_{J,M}(p, \tilde{h}) = \sum_{m_p, m_h} \langle j_p m_p, j_h - m_h | JM \rangle \tilde{a}_h^+ a_p, \quad (\text{III.48})$$

avec $\tilde{a}_{j_n, m_n} = (-)^{j_n-m_n} a_{j_n, m_n} = s_n a_{j_n, m_n}$, $n \equiv p, h$. On peut démontrer que, du fait de l'invariance par rotation de l'interaction, celle-ci peut seulement mélanger des opérateurs du type $A_{J,M}^+(p, \tilde{h})$, définis en (III.47), et les opérateurs d'annihilation $A_{J,M}(p, \tilde{h})$ associés et renversés du temps. Ces derniers s'écrivent :

$$A_{J,\bar{M}}(p, \tilde{h}) = T^+ A_{J,M}(p, \tilde{h}) T. \quad (\text{III.49})$$

Avant d'en déduire la forme des opérateurs RPA, vérifions que (III.49) est bien un tenseur de rang J et de projection M . D'après (III.46), on peut déduire les règles de transformation par renversement du temps des opérateurs particule-trou, soit :

$$\begin{aligned}
T^+ A_{J,M}^+ T &= (-)^{J-M} A_{J,-M}^+ = A_{J,\bar{M}}^+ , \\
T^+ A_{J,M} T &= (-)^{J-M} A_{J,-M} = A_{J,\bar{M}} .
\end{aligned} \tag{III.50}$$

D'après ces règles et (III.48) , l'opérateur (III.49) devient :

$$\begin{aligned}
A_{J,\bar{M}}(p, \tilde{h}) &= (-)^{J-M} \sum_{m_p, m_h} \langle j_p m_p, j_h - m_h | J - M \rangle \tilde{a}_h^+ a_p \\
&= \sum_{m_p, m_h} s_p s_h (-)^{J-M} \langle j_h m_h, j_p - m_p | JM \rangle a_h^+ \tilde{a}_p \\
&= (-)^{J+j_p-j_h} [a_h^+ \otimes \tilde{a}_p]_M^J . \tag{III.51}
\end{aligned}$$

On voit clairement que (III.49) est un tenseur de rang J et de projection M à la phase $(-)^{J+j_p-j_h}$ près.

Finalement, en tenant compte de la contrainte supplémentaire sur la parité, les opérateurs d'excitation RPA (III.43) s'écrivent pour des noyaux sphériques :

$$\begin{aligned}
\Theta_{N \in (J, M, \Pi)}^+ &= \sum_{(ph) \in (J, M, \Pi)} X_{ph}^N A_{J, M, \Pi}^+(p, \tilde{h}) - Y_{ph}^N A_{J, \bar{M}, \Pi}(p, \tilde{h}) , \\
\Theta_{N \in (J, M, \Pi)} &= \sum_{(ph) \in (J, M, \Pi)} X_{ph}^N A_{J, M, \Pi}(p, \tilde{h}) - Y_{ph}^N A_{J, \bar{M}, \Pi}^+(p, \tilde{h}) .
\end{aligned} \tag{III.52}$$

Il est possible d'inverser ces égalités, ce qui nous donne la définition des opérateurs particule-trou couplés en fonction des opérateurs d'excitation RPA, soit :

$$\begin{aligned}
A_{J, M, \Pi}^+(p, \tilde{h}) &= \sum_{N \in (J, M, \Pi)} X_{ph}^N \Theta_{N \in (J, M, \Pi)}^+ + Y_{ph}^N \Theta_{N \in (J, \bar{M}, \Pi)} , \\
A_{J, \bar{M}, \Pi}(p, \tilde{h}) &= \sum_{N \in (J, M, \Pi)} X_{ph}^N \Theta_{N \in (J, \bar{M}, \Pi)} + Y_{ph}^N \Theta_{N \in (J, M, \Pi)}^+ ,
\end{aligned} \tag{III.53}$$

où l'on a introduit les opérateurs de destruction renversés dans le temps :

$$\Theta_{N \in (J, \bar{M}, \Pi)} = (-)^{J-M} \Theta_{N \in (J, -M, \Pi)} . \tag{III.54}$$

Dans la suite, on utilisera N comme la notation condensée de $N \in (J, M, \Pi)$ où N est l'indice de l'état considéré dans un bloc (J, M, Π) , et l'appartenance au bloc (J, M, Π) des paires particule-trou ph sera sous-entendue. De plus, on notera \bar{N} les états renversés du temps définis par les nombres quantiques $N \in (J, \bar{M}, \Pi)$.

Pour achever les correspondances, nous allons écrire les relations entre les opérateurs particule-trou non couplés et les opérateurs RPA. Pour ce faire, exprimons d'abord les opérateurs $a_p^+ a_h$ et $a_h^+ a_p$ en inversant les relations (III.47) et (III.51). Il vient :

$$\begin{aligned} a_p^+ a_h &= \sum_{JM} s_h \langle JM | j_p m_p, j_h - m_h \rangle A_{J,M,\Pi}^+(p, \tilde{h}) , \\ a_h^+ a_p &= \sum_{JM} (-)^{J+j_p-j_h} s_p \langle J - M | j_p m_p, j_h - m_h \rangle A_{J,\bar{M},\Pi}(p, \tilde{h}) . \end{aligned} \quad (III.55)$$

En utilisant les relations (III.52), ces opérateurs peuvent s'écrire en fonction des opérateurs RPA, soit :

$$\begin{aligned} a_p^+ a_h &= \sum_{JM} s_h \langle JM | j_p m_p, j_h - m_h \rangle \left(\sum_N X_{ph}^N \Theta_{N \in (J,M,\Pi)}^+ + Y_{ph}^N \Theta_{N \in (J,\bar{M},\Pi)} \right) , \\ a_h^+ a_p &= \sum_{JM} (-)^{J+j_p-j_h} s_p \langle J - M | j_p m_p, j_h - m_h \rangle \left(\sum_N X_{ph}^N \Theta_{N \in (J,\bar{M},\Pi)} + Y_{ph}^N \Theta_{N \in (J,M,\Pi)}^+ \right) . \end{aligned} \quad (III.56)$$

Ces relations seront les outils de base qui nous permettront de dériver les différents opérateurs et éléments matriciels utilisés dans les applications exposées aux chapitres IV et V.

III.3 Démonstrations

III.3.1 Matrice densité à un corps du vide RPA

Grâce aux définitions des opérateurs RPA (III.52) et de leur action sur le vide $|\tilde{0}\rangle$, il est possible de déterminer la matrice densité à un corps de ce vide sans connaître, à priori, son expression formelle. Les éléments de cette matrice densité sont définis par :

$$\rho_{\alpha\beta} = \langle \tilde{0} | a_\beta^+ a_\alpha | \tilde{0} \rangle . \quad (III.57)$$

Dans les cas où $\alpha\beta = ph$ ou hp , on peut facilement démontrer que les $\rho_{\alpha\beta}$ sont nuls. En effet, le calcul de ces éléments de matrice se ramène, en utilisant les relations (III.56), au calcul de contractions du type $\langle \tilde{0} | \Theta_N^+ | \tilde{0} \rangle$ et $\langle \tilde{0} | \Theta_N | \tilde{0} \rangle$. Or, d'après les définitions (III.37), on a :

$$\langle \tilde{0} | \Theta_N^+ | \tilde{0} \rangle = (\langle \tilde{0} | \Theta_N) | \tilde{0} \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle \tilde{0} | \Theta_N | \tilde{0} \rangle = \langle \tilde{0} | (\Theta_N | \tilde{0} \rangle) = 0 . \quad (\text{III.58})$$

On en conclut facilement que :

$$\rho_{ph} = \rho_{hp} = 0 . \quad (\text{III.59})$$

Afin de calculer les éléments de matrice du type $\rho_{pp'}$ et $\rho_{hh'}$, il est utile d'insérer la relation de fermeture construite avec les états à une particule du schéma Hartree-Fock :

$$\sum_{\mu} a_{\mu} a_{\mu}^+ = \sum_p a_{p_1} a_{p_1}^+ + \sum_{h_1} a_{h_1} a_{h_1}^+ , \quad (\text{III.60})$$

entre les deux opérateurs a_{α}^+ et a_{β} dans (III.57). Pour $\alpha = p$ et $\beta = p'$, il vient :

$$\rho_{pp'} = \sum_{h_1} \langle \tilde{0} | a_{p'}^+ a_{h_1} a_{h_1}^+ a_p | \tilde{0} \rangle + \sum_{p_1} \langle \tilde{0} | a_{p'}^+ a_{p_1} a_{p_1}^+ a_p | \tilde{0} \rangle . \quad (\text{III.61})$$

Le second terme de droite peut se calculer en insérant une relation de fermeture sur les états propres RPA :

$$\hat{1} = |\tilde{0}\rangle\langle\tilde{0}| + \sum_N |N\rangle\langle N| = |\tilde{0}\rangle\langle\tilde{0}| + \sum_N \Theta_N^+ |\tilde{0}\rangle\langle\tilde{0}| \Theta_N , \quad (\text{III.62})$$

entre les deux paires $a_{p'}^+ a_{p_1}$ et $a_{p_1}^+ a_p$. Cela s'écrit :

$$\langle \tilde{0} | a_{p'}^+ a_{p_1} a_{p_1}^+ a_p | \tilde{0} \rangle = \langle \tilde{0} | a_{p'}^+ a_{p_1} | \tilde{0} \rangle \langle \tilde{0} | a_{p_1}^+ a_p | \tilde{0} \rangle + \sum_N \langle \tilde{0} | a_{p'}^+ a_{p_1} \Theta_N^+ | \tilde{0} \rangle \langle \tilde{0} | \Theta_N a_{p_1}^+ a_p | \tilde{0} \rangle . \quad (\text{III.63})$$

Le premier terme représente une contribution du second ordre que l'on peut négliger en se rappelant que l'approche RPA est équivalente à un développement de la densité au premier ordre. Avec les propriétés (III.37), le second terme peut s'écrire sous la forme :

$$\sum_N \langle \tilde{0} | [a_{p'}^+ a_{p_1}, \Theta_N^+] | \tilde{0} \rangle \langle \tilde{0} | [\Theta_N a_{p_1}^+ a_p] | \tilde{0} \rangle . \quad (\text{III.64})$$

Le calcul de $[a_{p'}^+ a_{p_1}, \Theta_N^+]$ conduit, avec (III.52), au calcul des deux commutateurs $[a_{p'}^+ a_{p_1}, a_{p_2}^+ a_{h_2}]$ et $[a_{p'}^+ a_{p_1}, a_{h_2}^+ a_{p_2}]$. Grâce aux relations d'anticommutation des opérateurs fermioniques définies en (III.2), on démontre facilement :

$$\begin{aligned}
 [a_{p'}^+ a_{p_1}^+, a_{p_2}^+ a_{h_2}^+] &= a_{p'}^+ a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ a_{h_2}^+ - a_{p_2}^+ a_{h_2}^+ a_{p'}^+ a_{p_1}^+ \\
 &= \delta_{p_1 p_2} a_{p'}^+ a_{h_2}^+ + a_{p'}^+ a_{p_2}^+ a_{h_2}^+ a_{p_1}^+ - a_{p_2}^+ a_{h_2}^+ a_{p'}^+ a_{p_1}^+ \\
 &= \delta_{p_1 p_2} a_{p'}^+ a_{h_2}^+ + a_{p_2}^+ a_{h_2}^+ a_{p'}^+ a_{p_1}^+ - a_{p_2}^+ a_{h_2}^+ a_{p'}^+ a_{p_1}^+ \\
 &= \delta_{p_1 p_2} a_{p'}^+ a_{h_2}^+ .
 \end{aligned} \tag{III.65}$$

Suivant la même méthode, le second commutateur s'écrit :

$$\begin{aligned}
 [a_{p'}^+ a_{p_1}^+, a_{h_2}^+ a_{p_2}^+] &= a_{p'}^+ a_{p_1}^+ a_{h_2}^+ a_{p_2}^+ - a_{h_2}^+ a_{p_2}^+ a_{p'}^+ a_{p_1}^+ \\
 &= a_{p'}^+ a_{h_2}^+ a_{p_2}^+ a_{p_1}^+ - a_{h_2}^+ a_{p_2}^+ a_{p'}^+ a_{p_1}^+ \\
 &= \delta_{p' p_2} a_{h_2}^+ a_{p_1}^+ + a_{h_2}^+ a_{p_2}^+ a_{p'}^+ a_{p_1}^+ - a_{h_2}^+ a_{p_2}^+ a_{p'}^+ a_{p_1}^+ \\
 &= \delta_{p' p_2} a_{h_2}^+ a_{p_1}^+ .
 \end{aligned} \tag{III.66}$$

Le terme $\langle \tilde{0} | [a_{p'}^+ a_{p_1}^+, \Theta_N^+] | \tilde{0} \rangle$ s'exprime donc en fonction des contractions de types ρ_{ph} et ρ_{hp} qui sont, comme on l'a vu précédemment, identiquement nulles. En conséquence, le terme (III.63) s'annule, et $\rho_{pp'}$ (voir (III.61)) se réduit à :

$$\rho_{pp'} = \sum_h \langle \tilde{0} | a_{p'}^+ a_h a_h^+ a_p | \tilde{0} \rangle , \tag{III.67}$$

où l'on a supprimé l'indice dans h_1 , devenu inutile. Avant de calculer ce terme, il est important d'énoncer les propriétés suivantes. En considérant le fait que le vide $|\tilde{0}\rangle$ possède un moment angulaire nul, il est clair que les contractions $\rho_{pp'}$ seront non nulles seulement si l'on peut former un tenseur d'ordre 0 avec les opérateurs $a_{p'}^+$ et a_p . Cette condition est équivalente à :

$$j_p = j_{p'} \quad \text{et} \quad m_p = -m_{p'} . \tag{III.68}$$

D'autre part, les éléments $\rho_{pp'}$ étant des quantités scalaires, ils sont indépendants vis à vis d'un choix particulier de repère (donc d'axe de quantification). En conséquence, ces éléments ne dépendent pas des projections m_p et on pourra raisonner sur les quantités $\rho'_{pp'} = \sum_{m_p} \rho_{pp'} = \hat{j}_p^2 \rho_{pp'}$, avec $\hat{j} = \sqrt{2j+1}$.

Avec ces conditions et les relations (III.56), la relation (III.67) devient :

$$\begin{aligned}
 \rho'_{pp'} &= \sum_{h, j_h, m_h, m_p} \sum_{N, J, M} \sum_{N', J', M'} (-)^{J'+j_p-j_h} s_h s_p \langle JM | j_p m_p, j_h - m_h \rangle \langle J' - M' | j_p m_p, j_h - m_h \rangle \\
 &\quad \langle \tilde{0} | (X_{p'h}^N \Theta_N^+ + Y_{p'h}^N \Theta_{\bar{N}}) (X_{ph}^{N'} \Theta_{\bar{N}'} + Y_{ph}^{N'} \Theta_{N'}^+) | \tilde{0} \rangle . \tag{III.69}
 \end{aligned}$$

En utilisant l'orthogonalité des coefficients de Clebsch-Gordan, soit :

$$\sum_{m_p m_h} \langle JM | j_p m_p, j_h - m_h \rangle \langle J' - M' | j_p m_p, j_h - m_h \rangle = \delta_{J,J'} \delta_{M,-M'} \quad , \quad (\text{III.70})$$

et en simplifiant les phases, la forme (III.69) devient :

$$\rho'_{pp'} = \sum_{h, j_h} \sum_{N, N', J, M, M' = -M} (-)^{J-M} \langle \tilde{0} | (X_{p'h}^N \Theta_N^+ + Y_{p'h}^N \Theta_{\bar{N}}) (X_{ph}^{N'} \Theta_{\bar{N}'} + Y_{ph}^{N'} \Theta_{N'}^+) | \tilde{0} \rangle \quad . \quad (\text{III.71})$$

Avec la définition (III.37) du vide RPA, une contribution non nulle peut venir seulement de la contraction $\langle \tilde{0} | \Theta_{\bar{N}} \Theta_{N'}^+ | \tilde{0} \rangle$. Avec la définition (III.54) des opérateur RPA renversés du temps, on a :

$$\Theta_{N, J, \bar{M}} = (-)^{J-M} \Theta_{N, J, -M} = (-)^{J+M} \Theta_{N, J, -M'} \quad . \quad (\text{III.72})$$

La phase $(-)^{J+M}$ se simplifie donc avec $(-)^{J-M}$. La contraction $\langle \tilde{0} | \Theta_N \Theta_{N'}^+ | \tilde{0} \rangle = \delta_{N, N'}$ permet de réduire l'expression (III.71) de $\rho'_{pp'}$ à :

$$\rho'_{pp'} = \sum_{J, \Pi} \sum_{N \in (J, \Pi)} \sum_{h, j_h} (2J + 1) Y_{p'h}^N Y_{ph}^N \quad . \quad (\text{III.73})$$

En reprenant la notation $N \equiv N, J, M, \Pi$, l'élément de matrice $\rho_{pp'}$ s'écrit :

$$\rho_{pp'} = \sum_{N, h, j_h} Y_{p'h}^N Y_{ph}^N \quad . \quad (\text{III.74})$$

Le terme $\rho_{hh'}$ s'obtient selon la même méthode, et s'écrit simplement :

$$\rho_{hh'} = \sum_{N, p, j_p} X_{ph'}^N X_{ph}^N \quad . \quad (\text{III.75})$$

Utilisant la relation d'orthogonalité relative aux amplitudes RPA (voir (C.21)), l'élément $\rho_{hh'}$ devient :

$$\rho_{hh'} = (2j_h + 1) \delta_{hh'} - \sum_{N, p, j_p} Y_{ph'}^N Y_{ph}^N \quad . \quad (\text{III.76})$$

Or $(2j_h + 1) \delta_{hh'}$ n'est autre que l'élément de la matrice densité à un corps du fondamental HF, soit $(2j_h + 1) \delta_{hh'} = \langle HF | a_{h'}^+ a_h | HF \rangle$. Cette forme donne une vision claire des corrections apportées par les corrélations RPA sur le fondamental HF. La propriété principale

de ces corrélations est de dépeupler les états de trou et de peupler les états de particule. De plus, la matrice densité devient non diagonale.

Pour résumer, les éléments de la matrice densité du vide RPA s'écrivent :

$$\begin{aligned} \rho_{h,h'} &= \langle \tilde{0} | a_{h'}^+ a_h | \tilde{0} \rangle = (2j_h + 1) \delta_{h,h'} - \sum_{N,p,j_p} Y_{ph}^N Y_{ph'}^N, \\ \rho_{p,p'} &= \langle \tilde{0} | a_{p'}^+ a_p | \tilde{0} \rangle = 0 + \sum_{N,h,j_h} Y_{ph}^N Y_{p'h}^N. \end{aligned} \quad (\text{III.77})$$

On voit que les corrections aux éléments de matrice Hartree-Fock proviennent des amplitudes Y_{ph}^N qui caractérisent précisément les corrélations dans le fondamental.

D'autre part, il est important de signaler que l'état fondamental calculé en théorie des perturbations est donné par une expression très proche de celle du vide de la RPA [35]. En effet, la sommation des diagrammes en anneaux, calculés avec une interaction particule-trou, donne une valeur moyenne de l'opérateur densité à un corps qui diffère de la même quantité calculée avec l'état fondamental RPA seulement par la moitié du premier terme du second ordre (double comptage). Cette dérivation étant longue et technique, je donne seulement ici le résultat. Les termes de correction de double comptage s'écrivent respectivement pour $\rho_{pp'}^{\tilde{0}}$ et $\rho_{hh'}^{\tilde{0}}$:

$$\Delta\rho_{pp'} = -\frac{1}{2} \sum_{p''hh'} \left(\sum_{\nu} \frac{(X_{p''h}^{\nu} Y_{ph'}^{\nu} + Y_{p''h}^{\nu} X_{ph'}^{\nu}) \omega_{\nu}}{(\epsilon_{p''} + \epsilon_p - \epsilon_{h'} - \epsilon_h)} \right) \left(\sum_{\nu} \frac{(X_{p''h}^{\nu} Y_{p'h'}^{\nu} + Y_{p''h}^{\nu} X_{p'h'}^{\nu}) \omega_{\nu}}{(\epsilon_{p''} + \epsilon_{p'} - \epsilon_{h'} - \epsilon_h)} \right), \quad (\text{III.78})$$

$$\Delta\rho_{hh'} = \frac{1}{2} \sum_{h''pp'} \left(\sum_{\nu} \frac{(X_{ph''}^{\nu} Y_{p'h'}^{\nu} + Y_{ph''}^{\nu} X_{p'h'}^{\nu}) \omega_{\nu}}{(\epsilon_p + \epsilon_{p'} - \epsilon_{h''} - \epsilon_h)} \right) \left(\sum_{\nu} \frac{(X_{ph''}^{\nu} Y_{p'h'}^{\nu} + Y_{ph''}^{\nu} X_{p'h'}^{\nu}) \omega_{\nu}}{(\epsilon_p + \epsilon_{p'} - \epsilon_{h''} - \epsilon_{h'})} \right). \quad (\text{III.79})$$

La matrice densité ainsi déterminée nous permet de calculer différentes observables permettant de vérifier la validité de cette approche. Parmi elles, les distributions radiales de protons de neutrons sont de bon critères. Elles sont définies par :

$$\rho_{\tau}(r) = \int d\Omega \rho_{\tau}(\mathbf{r}) = \int d\Omega \sum_{(\alpha,\beta) \in \tau} \rho_{\alpha,\beta} \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\beta}(\mathbf{r}). \quad (\text{III.80})$$

Les fonctions φ_{α} et φ_{β} sont les fonctions propres à une particule du champ moyen HF, représentant les états de proton pour $\tau = 1$, et les états de neutron pour $\tau = 0$. Des

applications seront fournies au chapitre IV, où l'on verra notamment que les corrections de double comptage ne sont pas négligeables.

III.3.2 Densités de transition

Une quantité importante qui interviendra dans les calculs de diffusion inélastique, comme nous le verrons au chapitre V, est la matrice densité de transition $\rho^{0,N}$. Ses éléments sont définis par :

$$\rho_{\alpha\beta}^{0,N} = \langle N | a_{\beta}^{\dagger} a_{\alpha} | \tilde{0} \rangle , \quad (\text{III.81})$$

où $|\tilde{0}\rangle$ correspond à l'état fondamental du noyau et $|N\rangle$ à l'un de ses états excités. On peut calculer ces éléments soit dans la description Hartree-Fock, soit dans la description RPA. On note que dans ce paragraphe, on considère seulement des excitations à une particule-trou ou à un boson. Dans le cas Hartree-Fock, ces excitations s'écrivent simplement :

$$|n\rangle = [a_{\delta}^{\dagger} \otimes \tilde{a}_{\gamma}]^{J_n, M_n, \Pi_n} |HF\rangle , \quad (\text{III.82})$$

où les états δ et γ sont respectivement des états à une particule inoccupé et occupé dans l'état fondamental Hartree-Fock $|HF\rangle$. Avec la définition :

$$[a_{\delta}^{\dagger} \otimes \tilde{a}_{\gamma}]^{J, M, \Pi} = \sum_{m_{\delta} m_{\gamma}} \langle j_{\delta}, m_{\delta}, j_{\gamma}, -m_{\gamma} | n, J_n, M_n \rangle (-1)^{j_{\gamma} - m_{\gamma}} a_{\delta, m_{\delta}}^{\dagger} a_{\gamma, -m_{\gamma}} |HF\rangle , \quad (\text{III.83})$$

le calcul de (III.81) est immédiat et donne :

$$\rho_{\alpha\beta}^{HF, n} = \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} . \quad (\text{III.84})$$

Dans le cas d'une description RPA, les états excités sont décrits par les opérateurs Θ_N^{\dagger} définis en (III.35) et (III.52). On calcule aisément les éléments de matrice de transition grâce aux relations (III.56). Dans les cas où $\alpha\beta \equiv ph$ et $\alpha\beta \equiv hp$, les éléments de matrice (III.81) s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} \rho_{ph}^{\tilde{0}, N} &= \langle \tilde{0} | \Theta_N \sum_{JM} s_h \langle JM | j_p m_p, j_h - m_h \rangle \sum_N X_{ph}^{N'} \Theta_{N'}^{\dagger} + Y_{ph}^{N'} \Theta_{N'} | \tilde{0} \rangle \\ &= s_h \langle JM | j_p m_p, j_h - m_h \rangle X_{ph}^{N'} \delta_{N, JM, N' J' M'} , \end{aligned} \quad (\text{III.85})$$

et

$$\begin{aligned} \rho_{hp}^{\tilde{0},N} &= \langle \tilde{0} | \Theta_N \sum_{JM} (-)^{J+j_p-j_h} s_p \langle JM | j_h m_h, j_p - m_p \rangle \sum_N X_{ph}^{N'} \Theta_{N'} + Y_{ph}^{N'} \Theta_{N'}^+ | \tilde{0} \rangle \\ &= (-)^{J+j_p-j_h} s_p \langle JM | j_h m_h, j_p - m_p \rangle Y_{ph}^{N'} \delta_{NJM,N'J'M'} . \end{aligned} \quad (\text{III.86})$$

On montre facilement que les éléments du type $\rho_{pp'}^{\tilde{0},N}$ et $\rho_{hh'}^{\tilde{0},N}$ sont identiquement nuls. En effet, les opérateurs $a_p^+ a_{p'}$ et $a_h^+ a_{h'}$ peuvent s'exprimer respectivement comme des combinaisons linéaires d'opérateurs de types $\Theta_{N'}^+ \Theta_{N''}$ et $\Theta_{N'} \Theta_{N''}^+$. Le calcul de (III.81) se ramène donc au calcul de contractions du type $\langle \tilde{0} | \Theta_N \Theta_{N'}^+ \Theta_{N''} | \tilde{0} \rangle$, toujours nulles quels que soient les états N , N' et N'' considérés.

A partir de ces éléments de matrice, on peut définir une densité radiale de transition comme :

$$\rho^{\tilde{0},N}(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta}^{\tilde{0},N} \varphi_\beta^*(\mathbf{r}) \varphi_\alpha(\mathbf{r}) . \quad (\text{III.87})$$

En intégrant cette expression sur sa partie angulaire, on trouve :

$$\rho^{\tilde{0},N, J\Pi}(r) = \sum_{ph} (X_{ph}^N + Y_{ph}^N) \varphi_p^*(\mathbf{r}) \varphi_h(\mathbf{r}) i^{J+l_p+l_h} (-)^{j_h-\frac{1}{2}} \frac{\hat{j}_p \hat{j}_h}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_p & J & j_h \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} , \quad (\text{III.88})$$

où l'on a indiqué sur la densité la multipolarité et la parité de l'excitation considérée.

Les différentes quantités introduites dans ce chapitre, relatives à l'état fondamental et aux états excités, vont à présent être utilisées via la théorie des réactions rappelée au chapitre II.

Chapitre IV

Analyse de la diffusion élastique

Ce chapitre est dédié à l'application de la théorie des réactions directes aux calculs de la diffusion élastique (chapitre II). Nous avons vu que la construction du potentiel optique adapté à la diffusion élastique fait intervenir d'une part, l'utilisation d'une interaction effective à deux corps et d'autre part, la matrice densité à un corps associée à l'état fondamental du noyau cible. Nous allons montrer que l'utilisation de la matrice G de Melbourne (voir section II.3.1) avec l'information de structure donnée par la méthode RPA, décrite au chapitre III, permet de bien reproduire différentes données expérimentales associées à la diffusion élastique. Nos calculs concernent la diffusion de nucléons sur des noyaux doublement magiques. Nous étudierons certaines observables liées au processus de diffusion élastique, telles que les sections efficaces différentielles, les pouvoirs d'analyse et autres observables de spin, pour des énergies incidentes comprises entre 40 MeV et 225 MeV dans le laboratoire. La matrice G de Melbourne a déjà été utilisée pour l'étude de la diffusion dans cette gamme d'énergie [17]. Dans un premier temps, nous allons montrer que les informations de structure, telles que les distributions radiales de charge et de neutron ainsi les rayons carrés moyens associés, sont bien reproduites par la méthode HF+RPA avec l'interaction D1S de Gogny. Nous présenterons ensuite les résultats obtenus pour différentes observables associées à la diffusion élastique, quand on construit le potentiel optique à partir soit de la matrice densité HF, soit de la matrice densité HF+RPA. La comparaison avec les résultats expérimentaux montrera que les corrélations contenues dans la matrice densité associées aux corrections RPA influencent et améliorent visiblement les résultats des calculs de diffusion élastique, cela d'autant plus que l'énergie des nucléons incidents est grande.

IV.1 Informations de structure

On a vu dans la chapitre II que les sections efficaces de diffusion élastique peuvent être définies à partir des solutions propres d'une équation de Schrödinger du type :

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2\mu} + U_L(\mathbf{r}) \right] \phi(\mathbf{r}) + \int U_{NL}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = E_k \phi(\mathbf{r}) \quad ,$$

où $U_L(\mathbf{r})$ et $U_{NL}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ sont respectivement les parties locale et non-locale du potentiel optique défini en (II.37). Chacun de ces termes s'exprime en fonction des densités à un corps locale et non-locale du noyau cible. On rappelle leurs expressions :

$$\begin{aligned} U_L(\mathbf{r}_1) &= \int d\mathbf{r}_2 \rho(\mathbf{r}_2) \langle \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 | V(1, 2) | \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \rangle \quad \text{et} \\ U_{NL}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \langle \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 | V(1, 2) | \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \rangle \quad . \end{aligned} \quad (\text{IV.1})$$

L'interaction à deux corps $V(1, 2)$ utilisée est la matrice-G de Melbourne qui a été introduite au paragraphe II.3.1. Cette interaction dépend des densités aux points \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 selon la prescription LDA :

$$\langle \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 | V(1, 2) | \mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \rangle = V \left(\sqrt{\rho(\mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}_2)} \right) \quad . \quad (\text{IV.2})$$

Le potentiel optique possède donc une double dépendance en densité, la première à travers l'interaction à deux corps ci-dessus et la seconde à travers la forme convoluée (IV.1). Vue l'importance des informations de structure contenues dans ce potentiel, il est intéressant de les tester indépendamment avant de les utiliser pour des calculs de diffusion. On ne dispose pas de résultat expérimentaux permettant de tester la partie non-locale de la densité intervenant dans la partie non locale du potentiel. Par contre, on dispose de différentes données expérimentales reliées directement à la partie locale de la densité, telles que les distributions de proton, de neutron et de charge ainsi que les rayons quadratiques moyens associés. Dans la définition (IV.1) de la densité locale $\rho(\mathbf{r})$, la variable \mathbf{r} inclut les coordonnées de position, de spin et d'isospin. En attribuant à \mathbf{r} seulement les coordonnées de position, la densité de matière $\rho(\mathbf{r})$, de proton $\rho_p(\mathbf{r})$ et de neutron $\rho_n(\mathbf{r})$ s'écrivent au point \mathbf{r} :

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma, \tau} \rho(\mathbf{r}, \sigma, \tau) \quad , \quad \rho_p(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma, \tau=1} \rho(\mathbf{r}, \sigma, \tau) \quad \text{et} \quad \rho_n(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma, \tau=0} \rho(\mathbf{r}, \sigma, \tau) \quad . \quad (\text{IV.3})$$

Ces trois distributions radiales ne permettent pas de tester tous les détails des densités intervenant dans les potentiels (IV.1), mais leur comparaison aux données expérimentales constitue une vérification incontournable afin d'avoir confiance en l'utilisation de ces informations de structure dans les études de réaction.

IV.1.1 Distributions de charge et de neutron

Les calculs ont été effectués avec la force de Gogny (avec la paramétrisation D1S [34]) dans une base de 15 couches d'oscillateur harmonique pour le ^{208}Pb , 13 pour le ^{48}Ca et le ^{40}Ca et 11 pour le ^{16}O . Les distributions de proton $\rho_p(r)$ et de neutron $\rho_n(r)$ sont définies à partir de la matrice densité à un corps de la cible avec les fonctions à une particule de la base Hartree-Fock (voir définition (III.80)). Les distributions de charge ont été obtenues en tenant compte des facteurs de forme décrivant la distribution de charge d'un proton et l'effet de l'asymétrie de charge d'un neutron.

La figure IV.1(a) présente les distributions de neutron et de charge du ^{208}Pb . Concernant la distribution de charge, on retrouve le fait que l'approche Hartree-Fock conduit à une surestimation de la densité au centre ($r < 4$ fm) et à une sous-estimation de la densité à la surface (fig. IV.2). Fait bien connu [36], l'ajout de corrélations RPA dans l'état fondamental permet de vider la distribution au centre et de l'augmenter à la surface, de telle sorte qu'elle rejoint quasiment la distribution expérimentale. Bien que les prédictions pour des rayons inférieurs à 4 fm ne soient pas encore parfaites, l'approche HF+RPA nous permet de retrouver le rayon quadratique moyen expérimental (table IV.1) avec une précision inférieure à 0.2%. Par ailleurs, dans d'autres études utilisant des informations de structure issues de calculs HF pour construire le potentiel optique ([37] pour la diffusion sur ^{208}Pb), ce rayon quadratique moyen est utilisé comme contrainte sur les calculs HF (interaction SkM*[38]). L'utilisation de densités corrélées données par la méthode HF+RPA nous permet de reproduire ce critère de validité, cela sans aucune contrainte supplémentaire.

D'autre part, les distributions de neutron obtenues dans les deux approches HF et HF+RPA sont assez proches des distributions expérimentales et les corrélations de la RPA permettent d'améliorer légèrement cet accord au centre de la distribution. Par contre, le rayon quadratique moyen associé est surestimé dans nos deux approches. Bien que cela ne justifie pas pleinement ce désaccord, on peut invoquer le fait que, malgré la valeur de 0.013 d'incertitude attribuée à la valeur expérimentale, les différentes valeurs de ce rayon sont comprises dans la littérature entre 5.498 et 5.602 fm [39], valeurs qui s'accordent avec celles fournies par les deux calculs HF et HF+RPA. Une nouvelle donnée intéressante à comparer est l'épaisseur de peau de neutron, définie comme la différence entre le rayon quadratique moyen de la distribution de neutron et celui de la distribution de proton. On peut voir (table IV.1) que les deux approches HF et HF+RPA donnent des résultats en accord avec les différentes valeurs mesurées. Par contre, en considérant les différentes valeurs expérimentales disponibles dans la littérature, leur incertitude ne permettent pas de mettre en évidence une quelconque amélioration apportée par les corrélations RPA.

Concernant les noyaux de ^{40}Ca (fig. IV.1(b)), ^{48}Ca (fig. IV.1(c)) et ^{16}O (fig. IV.1(d)), l'accord avec les densités de charge expérimentales est moins précis pour des rayons inférieurs à 3 fm. Pour ces trois noyaux, il est connu que des corrélations de type 2p2h, 3p3h, 4p4h ... prennent une grande importance dans la description de l'état fondamental. Bien que la méthode HF+RPA permette de prendre en compte certaines corrélations de

type 2p2h, 4p4h, 6p6h ..., elle ne peut reproduire tous les couplages possibles et néglige donc certaines corrélations. Malgré cela, les valeurs prédites pour les rayons quadratiques moyens de charge s'accordent aux valeurs expérimentales avec un rapport inférieur à 0.2% pour le ^{40}Ca et l' ^{16}O et 1% pour le ^{48}Ca (table IV.1). Comme dans le cas du ^{208}Pb , les rayons quadratiques associés à la distribution de neutron dans les noyaux de ^{40}Ca et ^{48}Ca sont surestimés par les deux approches HF et HF+RPA. Par contre, les épaisseurs de peau de neutron sont très bien reproduites, ce qui indique encore que les distributions de proton et de neutron sont acceptables. On peut tout de même signaler que les informations expérimentales sur les rayons de neutron restent imprécises et que de nouvelles mesures sont attendues (diffusion d'électrons polarisés, Jefferson Laboratory) avant de pouvoir faire des comparaisons plus minutieuses.

En résumé, les calculs HF+RPA utilisant l'interaction D1S sont capables de reproduire avec une précision acceptable de nombreuses propriétés associées aux états fondamentaux des noyaux doublement magiques que nous allons considérer dans l'étude de la diffusion élastique. Cette étude des distributions radiales et des rayons nous permet d'avoir confiance dans les informations de structure utilisées pour construire le potentiel optique microscopique à l'aide duquel nous allons effectuer le calcul des différentes observables présentées dans la partie IV.3.

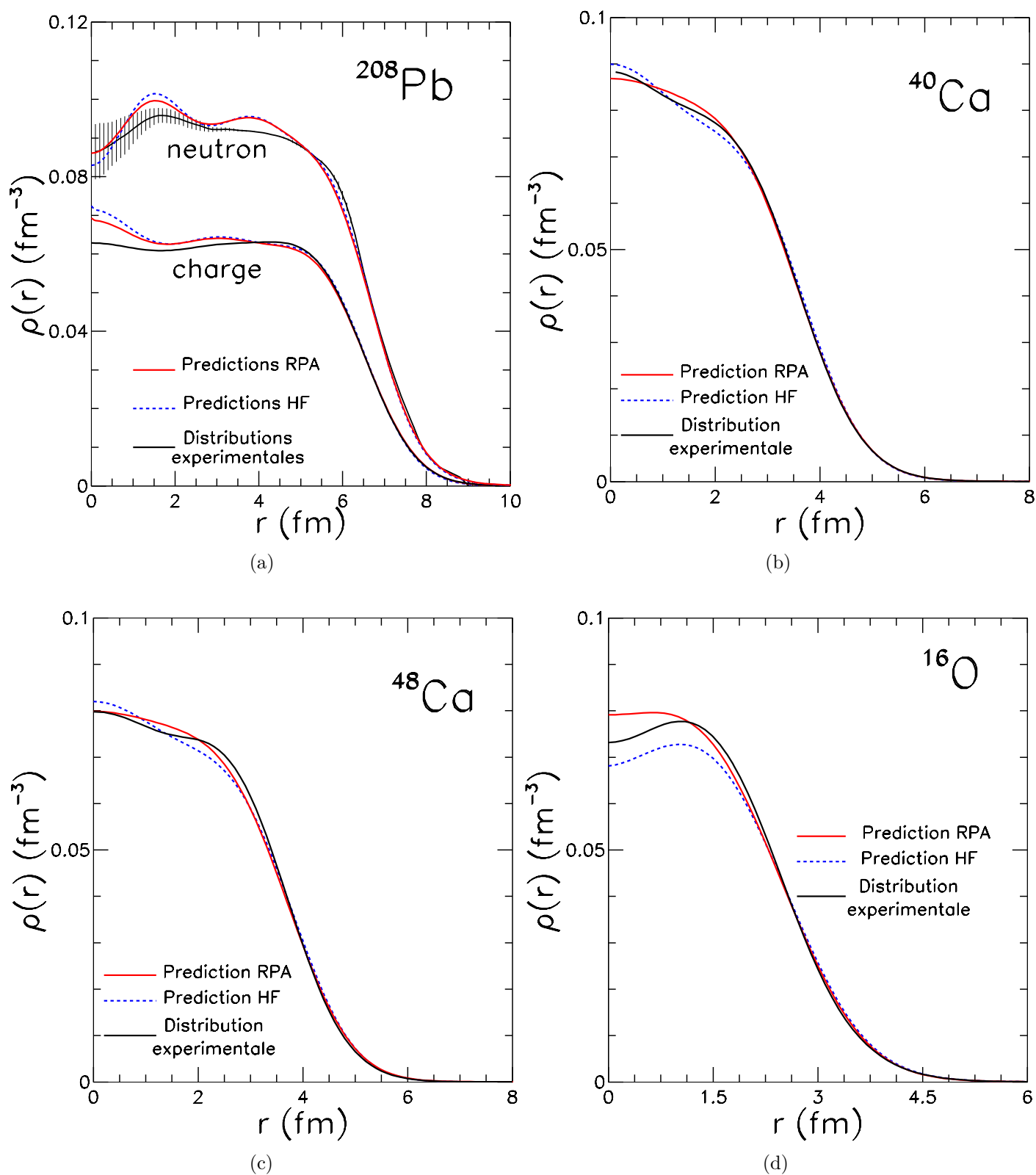
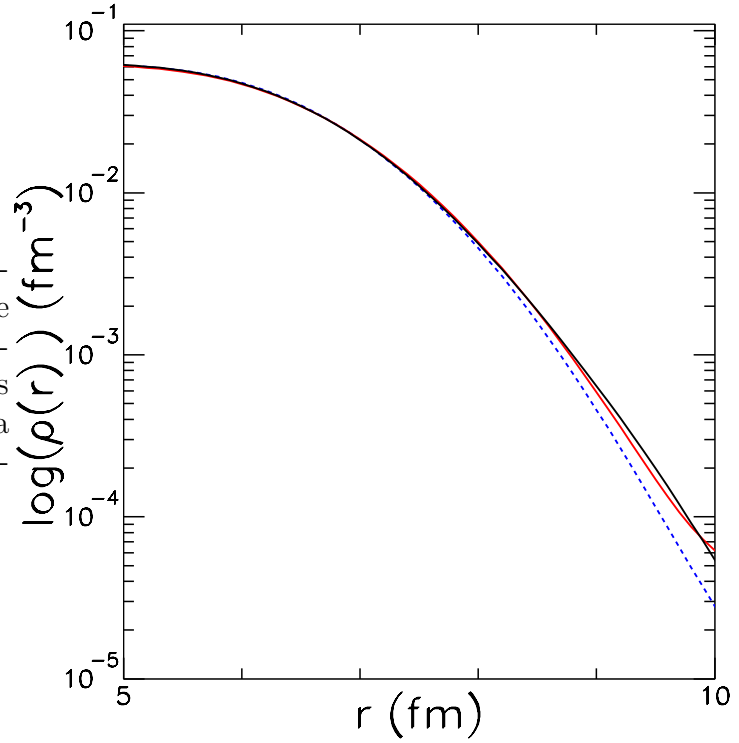


FIG. IV.1 – (a) Distributions de charge et de neutron pour le ^{208}Pb . Distributions de charge pour (b) le ^{40}Ca , (c) le ^{48}Ca et (d) l' ^{16}O . Comparaison entre les distributions expérimentales [40] et les distributions données par les approches HF et HF+RPA.

FIG. IV.2 – Logarithme des densités de charge du ^{208}Pb . La courbe noire représente les valeurs expérimentales, la courbe en tirets bleus la prédiction du modèle HF et la courbe rouge la prédiction du modèle HF+RPA



Noyau		$\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	Δr_{np} (fm)
^{16}O	exp	-	2.730(25) [41]	-	-
	HF	2.658	2.718	2.647	-0.022
	HF+RPA	2.669	2.728	2.678	-0.020
^{40}Ca	exp	-	3.482(25) [41]	3.312(2) [39]	-0.040 [42] -0.065(2) [39]
	HF	3.408	3.470	3.365	-0.043
	HF+RPA	3.421	3.483	3.381	-0.040
^{48}Ca	exp	-	3.470(9) [41]	3.436(23) [39]	+0.128 [42] +0.079(23) [39]
	HF	3.441	3.496	3.588	+0.144
	HF+RPA	3.455	3.510	3.590	+0.130
^{208}Pb	exp	-	5.503(7) [41]	5.536(14) [39]	+0.15(2) [42] +0.12(7) [43] +0.097(14) [39]
	HF	5.432	5.475	5.567	+0.135
	HF+RPA	5.467	5.504	5.592	+0.125

TAB. IV.1 – Rayons quadratiques moyens des distributions de proton, de charge, de neutron et peaux de neutron pour les noyaux ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca et ^{208}Pb . Comparaison entre les prédictions HF et HF+RPA, et les valeurs expérimentales (références indiquées sur le tableau). La peau de neutron Δr_{np} est définie par $\Delta r_{np} = \langle r_n^2 \rangle^{1/2} - \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$.

IV.1.2 Optimisation du temps de calcul

Un effort particulier a été fourni pour optimiser le temps de calcul lié à la construction du potentiel optique. En effet ce potentiel comporte une partie non-locale dont la construction nécessite un calcul sur un double maillage radial. Typiquement, le maillage doit être fait sur un pas de 0.1 fm pour assurer la convergence des calculs, avec un rayon de coupure situé à 15 fm pour le ^{208}Pb . Pour les autres noyaux étudiés, on peut réduire ce rayon à 12 fm pour le ^{48}Ca et le ^{40}Ca et à 10 fm pour le ^{16}O . D'autre part, le temps de calcul nécessaire à la construction du potentiel optique est directement proportionnel au nombre d'éléments de la matrice densité à un corps associée à l'état fondamental de la cible (voir (II.45)). Dans le cas Hartree-Fock, la matrice densité est diagonale (voir (III.12)), et le nombre d'éléments est 36 pour la description du ^{208}Pb par exemple. Dans le cas RPA, la matrice densité est non diagonale et possède 896 éléments pour la description du ^{208}Pb dans une base à 15 couches d'oscillateur harmonique. Le cas HF donne un temps de calcul raisonnable, soit 15 minutes dans chaque cas mais le cas RPA augmente ce temps jusqu'à 6 heures (temps approximatifs sur Pentium IV, 2.8 Ghz). Afin de réduire cette durée prohibitive, nous avons diagonalisé la matrice densité RPA dans chaque bloc de nombre quantique (J, Π) . La matrice densité RPA diagonalisée est réduite alors à 240 éléments pour une base à 15 couches (120 pour la description des protons et 120 pour celle des neutrons), ce qui nous permet de réduire les temps de calcul d'un facteur 4. Pour les calculs de diffusion inélastique qui seront présentés au chapitre V, il sera important de stocker les potentiels déjà calculés afin d'économiser un temps assez conséquent lors du calcul d'un élément de matrice de transition. Pour les applications faisant intervenir de nombreux éléments de matrice de transition (chapitre VI), ce stockage devient indispensable pour que les calculs soient réalisables.

IV.2 Caractéristiques des calculs de diffusion

Avant de commencer la présentation et l'analyse des résultats apportés par notre modèle, nous allons préciser quelques détails concernant le calcul pratique des amplitudes de diffusion. Tous nos calculs ont été réalisés à l'aide du programme DWBA98 [44] écrit par Jacques Raynal. Pour déterminer les amplitudes de diffusion et les grandeurs associées, ce programme utilise la méthode classique des déphasages dont nous rappelons brièvement les grandes lignes.

En omettant le champ coulombien, l'état stationnaire de diffusion, solution de l'équation (II.3) avec la condition asymptotique (II.5), peut se décomposer en ondes partielles comme :

$$\chi_{m_{\frac{1}{2}}}^+(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \frac{4\pi}{kr} \sum_{ljm} \langle lm_l, \frac{1}{2}m_{\frac{1}{2}} | jm \rangle i^l \chi_{lj}^+(k, r) Y_{m_l}^{l*}(\Omega_k) \Phi_{ljm}(\Omega_r) , \quad (\text{IV.4})$$

avec la définition :

$$\Phi_{ljm}(\Omega_r) = \sum_{m_l m'_l} \langle l m_l, \frac{1}{2} | j m \rangle Y_{m_l}^l(\Omega_r) | m'_l \frac{1}{2} \rangle . \quad (\text{IV.5})$$

On note que nous avons modifié les définitions du chapitre II afin de tenir compte du spin intrinsèque du projectile.

Les parties radiales $\chi_{lj}^+(kr)$ de l'onde de diffusion obéissent, pour chaque couple de valeurs (l, j) possible, aux équations aux ondes partielles :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2} + 2\hbar^2 U_{lj}(r) - E \right) \chi_{lj}^+(k, r) + \int dr' U_{lj}(r, r') \chi_{lj}^+(k, r') = 0 . \quad (\text{IV.6})$$

On peut montrer que chaque onde partielle possède un comportement asymptotique du type :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \chi_{lj}^+(k, r) = e^{i\delta_{lj}} \sin \left(kr - l\frac{\pi}{2} + \delta_{lj} \right) , \quad (\text{IV.7})$$

où l'on a introduit les déphasages δ_{lj} . Avec cette relation, l'amplitude de diffusion s'écrit en fonction des déphasages comme :

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{lj} (2j+1) e^{i\delta_{lj}} \sin \delta_{lj} P_l(\cos \theta) . \quad (\text{IV.8})$$

On trouvera les détails concernant les développements faisant intervenir les déphasages dans [45], tome 1, chapitre 10. D'autre part, nous n'avons pas introduit le potentiel coulombien afin d'alléger la présentation. Nous précisons seulement que ce potentiel est calculé de manière microscopique, c'est à dire qu'il fait intervenir les densités issues des modèles de structure choisis. Pour le traitement complet (déphasage nucléaire+coulombien) voir par exemple les références [45, 46].

Nous allons présenter dans la suite la comparaison entre les calculs faits à partir de la matrice densité HF et la matrice densité HF+RPA. Nous signalons que les résultats ont été obtenus en s'assurant de la convergence des calculs en fonction du nombre d'ondes partielles intervenant dans (IV.8). Pour une énergie incidente de 40 MeV, 35 ondes partielles suffisent, alors que pour une énergie incidente de 200 MeV, on doit augmenter ce nombre jusqu'à 60.

IV.3 Résultats et analyses des calculs de diffusion élastique de nucléons

IV.3.1 Diffusion de protons sur une cible de ^{208}Pb

Nous présentons dans cette partie nos prédictions pour la diffusion élastique de nucléons sur une cible de ^{208}Pb . Nous étudions notamment l'influence de la méthode, HF ou HF+RPA, permettant de définir la matrice densité qui intervient dans la construction du potentiel optique. Afin de comparer nos calculs à l'expérience, nous avons réuni tous les résultats de mesure relatifs à la diffusion de protons d'énergies incidentes comprises entre 40 et 201 MeV (table F.1). D'autre part, afin de mieux situer la qualité des résultats obtenus, nous avons effectué des comparaisons entre nos calculs et ceux faits à partir du potentiel optique local « JLM Bruyères » [47], potentiel semi-microscopique basé sur une approche de type matière nucléaire [48, 49]. L'utilisation de ce potentiel permet de reproduire avec précision diverses données relatives à la diffusion élastique, cela sur une gamme en énergie comprise entre 1 et 200 MeV et pour des noyaux de masse $A > 40$. Le potentiel « JLM Bruyères » constitue donc un bon moyen pour tester la qualité du potentiel optique formé avec la matrice-G de Melbourne et la matrice densité HF ou HF+RPA.

IV.3.1.1 Sections efficaces différentielles

Afin d'améliorer la visibilité sur les figures, nous montrons les sections efficaces différentielles divisées par les sections efficaces de Rutherford correspondantes (calcul classique de la diffusion coulombienne) et définies par :

$$\frac{d\sigma_{Ruth}(\theta)}{d\Omega} = \frac{Ze^2}{4E \sin^2 \frac{\theta}{2}}, \quad (\text{IV.9})$$

où E est l'énergie incidente dans le centre de masse et Z le nombre de protons de la cible.

Nous présentons sur les figures IV.3 et IV.4 les résultats des calculs des sections efficaces pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{208}Pb . Les courbes en tirets bleus et en rouge représentent respectivement les résultats obtenus à partir du potentiel optique microscopique construit avec la matrice densité HF et la matrice densité HF+RPA. Les courbes vertes représentent les prédictions faites à partir du potentiel optique « JLM Bruyères ».

D'un point de vue général, l'accord entre nos prédictions et les données est excellent aux angles avant sur toute la gamme en énergie, avec un degré de précision égal aux prédictions du potentiel semi-microscopique. Les protons diffusés vers l'avant ont surtout sondé la région très périphérique des noyaux cibles. La partie avant des distributions angulaires est donc fortement sensible à la partie coulombienne (très longue portée) du potentiel, qui est très bien connue pour ce type de problème. Le potentiel nucléaire joue aussi un rôle

important aux angles avant car la section efficace dévie très rapidement de la section efficace de Rutherford (égale à 1 sur les graphiques du fait de la normalisation (IV.9)). Cette accord aux angles avant montre que la partie centrale du potentiel nucléaire, notamment son extension, est fiable pour les différents potentiels optiques utilisés ici. En considérant maintenant les parties arrière des distributions angulaires, on observe que l'accord entre nos calculs et les données est excellent pour des énergies incidentes comprises entre 80 et 201 MeV (figure IV.3(a), en corrigeant les problèmes de normalisation apparents pour les données à 121.4 et 156 MeV). Cet accord est même supérieur à celui obtenu en utilisant le potentiel semi-microscopique (figure IV.3(b)). Par contre, les résultats se dégradent progressivement quand on descend à des énergies incidentes inférieures (figure IV.4(a)), là où les prédictions du potentiel semi-microscopique conservent leurs qualités (figure IV.4(b)). Les plus grands angles de diffusion correspondent à des projectiles ayant sondé plus en profondeur les noyaux cibles. En conséquence, cette partie de la distribution angulaire est très sensible aux détails de la partie nucléaire (courte portée) du potentiel. La dégradation des résultats aux grands angles et faibles énergies incidentes met donc en évidence des déficiences dans le potentiel utilisé aux basses énergies. Nous discuterons de ce désaccord au paragraphe IV.3.4, afin de nous concentrer sur l'analyse des résultats pour des énergies incidentes supérieures à 80 MeV.

Cette région en énergie ($E > 80$ MeV) nous intéresse particulièrement car, outre un excellent accord entre les prédictions de notre modèle et les données expérimentales (cela pour tous les angles de diffusion disponibles), on observe que les différences entre les calculs basés sur les densités HF et ceux basés sur les densités HF+RPA s'accroissent. Ce comportement met en évidence l'influence sur les calculs de diffusion des corrélations RPA incluses dans le potentiel optique. On constate que, pour toutes les énergies incidentes, l'effet des corrélations est de diminuer la diffusion élastique aux angles arrières, effet de plus en plus marqué à mesure que l'énergie augmente. Cette partie arrière des distributions angulaires correspond à des nucléons ayant sondé une grande partie de la densité nucléaire. Il est difficile d'expliquer précisément quelle partie de la densité nucléaire est responsable de ces modifications et nous pouvons seulement donner quelques hypothèses. Le profil de densité IV.1(a) montre que les corrélations RPA ont pour effet de diminuer la densité dans la partie centrale du noyau. Cette diminution de densité peut entraîner une diminution des contributions au potentiel optique dans cette zone d'interaction et donc abaisser la distribution angulaire correspondante. Mais on sait que la présence d'une partie imaginaire dans le potentiel masque les effets de structure à l'intérieur des noyaux sur la diffusion. La diminution de densité dans la partie centrale du noyau ne doit donc pas influencer visiblement les calculs de diffusion. D'autre part les corrélations augmentent la densité à la surface : en regardant seulement cet effet, les différences sur les distributions angulaires pourraient s'expliquer en invoquant une augmentation de la partie absorptive du potentiel liée à l'augmentation de la densité. Par ailleurs, on sait que les distributions angulaires sont très dépendantes de la partie d'échange du potentiel, donc de la partie non-locale de la densité. Cette partie est difficile à analyser et on ne peut pas déterminer quel est son effet exact sur le potentiel optique et, par conséquent, sur la diffusion élastique. On s'aperçoit donc que les corrélations RPA peuvent influencer la diffusion par différents moyens, qui peuvent soit s'ajouter, soit se compenser, et qu'il est difficile de donner une explication claire de leurs effets sur les distributions angulaires. Dans tous les cas, les corrélations RPA permettent d'améliorer les prédictions aux grandes énergies incidentes, cela de manière flagrante pour des énergies incidentes comprises entre 160 et 201 MeV.

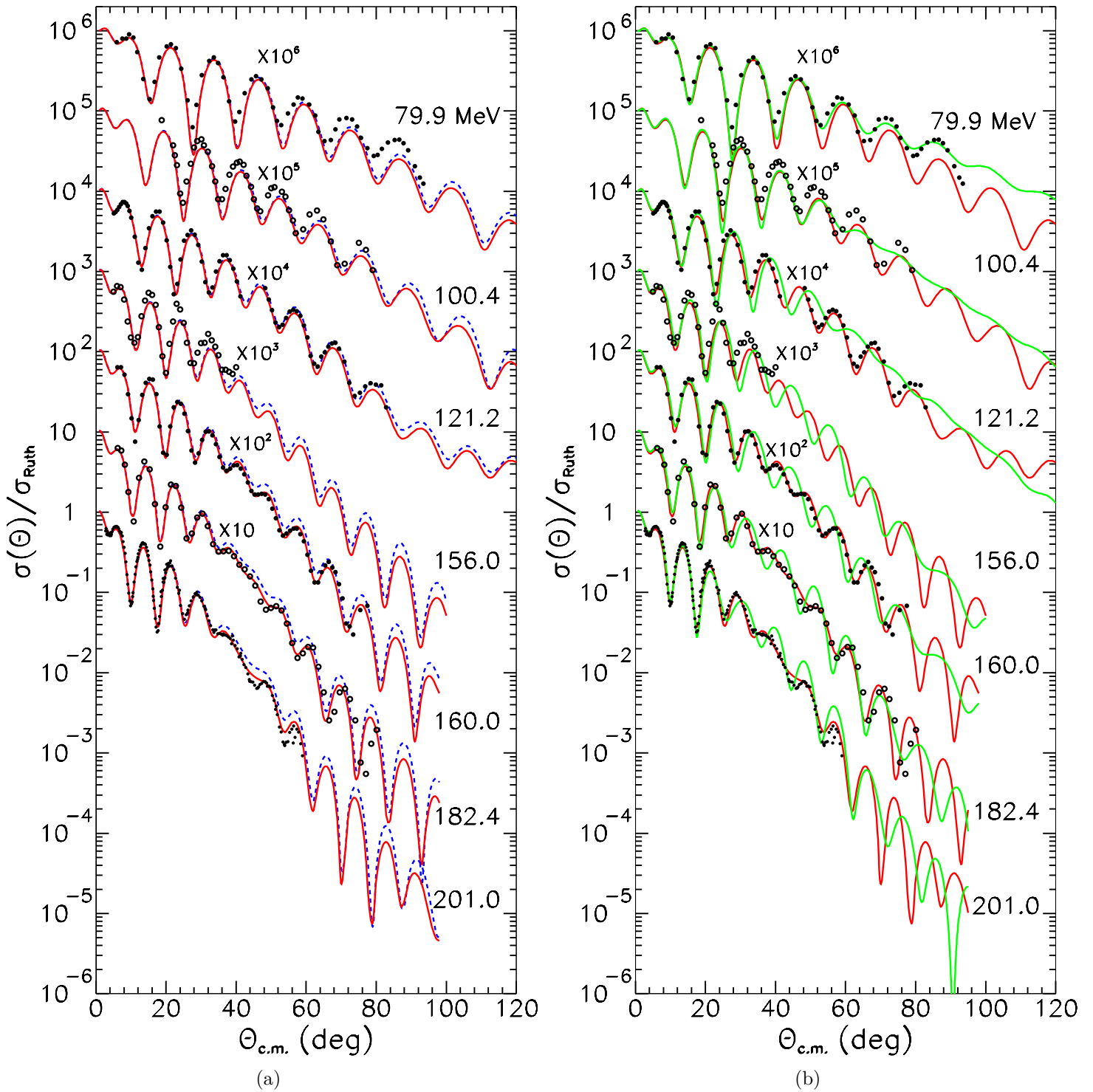


FIG. IV.3 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{208}Pb . Sur les deux graphiques, les cercles ouverts et fermés représentent les valeurs expérimentales et les courbes rouges représentent les prédictions faites à partir des densités HF+RPA. Sur le graphique (a), les courbes en pointillés bleus représentent les calculs utilisant les densités HF et sur le graphique (b), les courbes continues vertes représentent les calculs faits avec le potentiel optique « JLM Bruyères ».

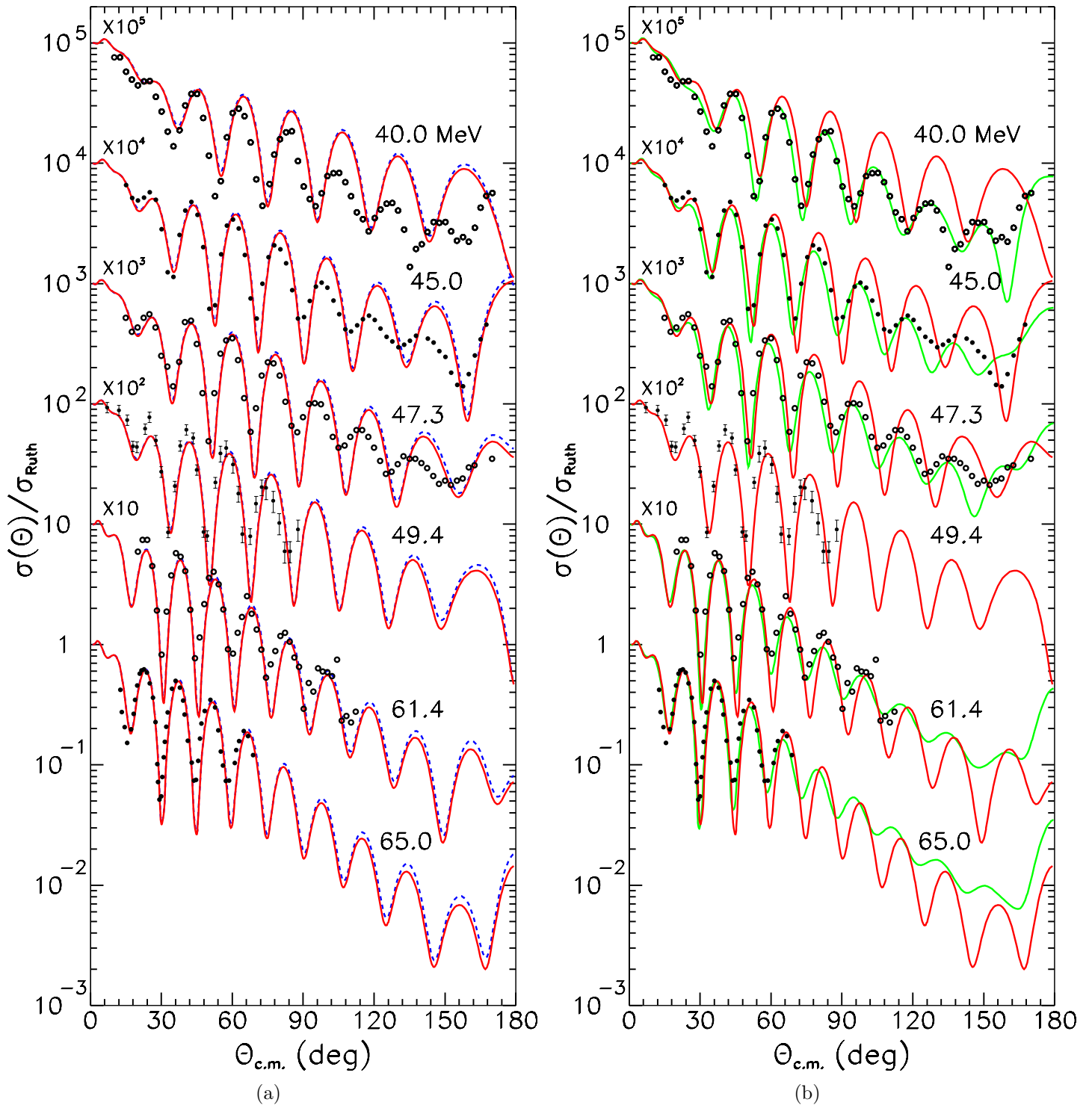


FIG. IV.4 – Voir légende de la figure IV.3.

IV.3.1.2 Observables de spin

D'autres observables angulaires, dépendant fortement de la partie spin-orbite de l'interaction, nous permettent de tester précisément la partie correspondante de notre potentiel. Il s'agit du pouvoir d'analyse $A_y(\theta)$, et des fonctions de rotation de spin $Q(\theta)$ et $R(\theta)$. Ces trois quantités (variables de Wolfenstein) sont d'un intérêt capital car elles permettent de déterminer complètement l'état de spin, c'est à dire l'action des trois composantes de l'opérateur de Pauli σ , des particules appartenant au faisceau diffusé [50, 51].

On donne les définitions :

$$A_y(\theta) = i \frac{f_{\uparrow}(\theta)f_{\downarrow}^*(\theta) - f_{\uparrow}^*(\theta)f_{\downarrow}(\theta)}{|f_{\uparrow}(\theta)|^2 + |f_{\downarrow}(\theta)|^2} , \quad (\text{IV.10})$$

$$Q(\theta) = \frac{|f_{\uparrow}(\theta)|^2 - |f_{\downarrow}(\theta)|^2}{|f_{\uparrow}(\theta)|^2 + |f_{\downarrow}(\theta)|^2} , \quad (\text{IV.11})$$

et

$$R(\theta) = \sin\theta Q(\theta) + \cos\theta \frac{f_{\uparrow}(\theta)f_{\downarrow}^*(\theta) + f_{\uparrow}^*(\theta)f_{\downarrow}(\theta)}{|f_{\uparrow}(\theta)|^2 + |f_{\downarrow}(\theta)|^2} , \quad (\text{IV.12})$$

où $f_{\uparrow}(\theta)$ représente l'amplitude de diffusion associée aux particules dont la projection de spin est inchangée après la diffusion et $f_{\downarrow}(\theta)$ celle associée aux particules dont la projection de spin est inversée.

Nous avons comparé, sur les figures IV.5, les résultats de notre modèle avec les résultats expérimentaux disponibles pour ces observables. Les différences entre les calculs faisant intervenir la matrice densité HF et la matrice densité HF+RPA étant minimes, nous comparons seulement les calculs utilisant les densités HF+RPA avec les calculs utilisant le potentiel « JLM Bruyères » (fig. IV.5). Les données expérimentales sont très bien reproduites par nos calculs, notamment pour les grands angles à haute énergie, zone pour laquelle le potentiel JLM perd de son pouvoir prédictif. A l'instar des sections efficaces différentielles, les résultats se dégradent progressivement à partir de 80 MeV à mesure que l'on descend en énergie. On peut de nouveau attribuer ce désaccord aux lacunes de notre potentiel optique aux faibles énergies telles qu'elles seront expliquées au paragraphe IV.3.4.

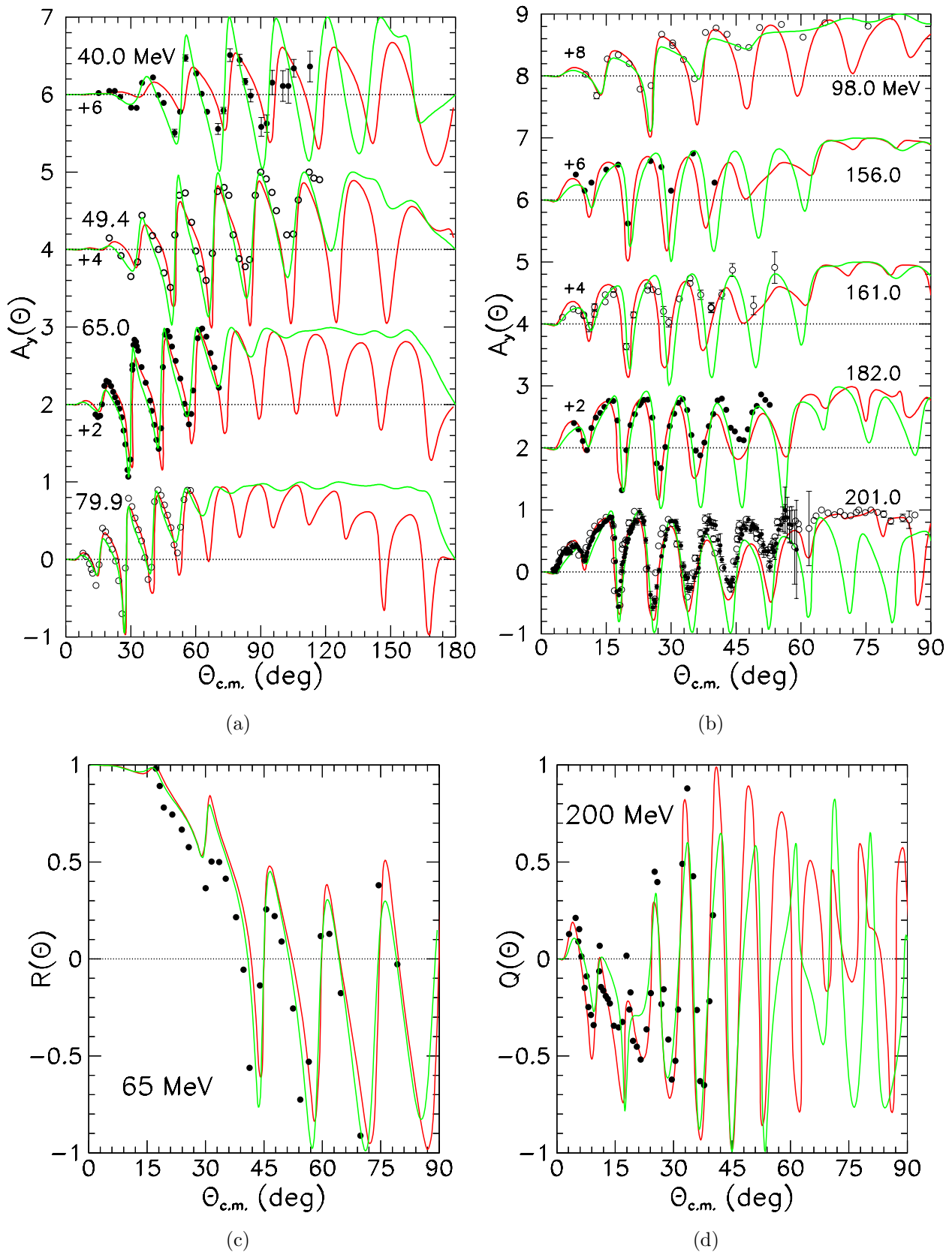


FIG. IV.5 – Comparaison : (a) et (b) des pouvoirs d'analyse $A_y(\theta)$, des fonctions de rotation de spin (c) $R(\theta)$ et (d) $Q(\theta)$, entre les données expérimentales (points) et les prédictions théoriques pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{208}Pb . Les courbes continues rouges représentent les prédictions faites à partir des densités HF+RPA et les courbes vertes celles faites à partir du potentiel optique « JLM Bruyères ». Les énergies incidentes sont indiquées sur les graphiques.

IV.3.1.3 Sensibilité des calculs vis à vis des corrections de double comptage

Dans ce paragraphe, nous mettons en évidence le rôle lié à la précision avec laquelle la matrice densité RPA est calculée avant d'être utilisée pour la construction du potentiel optique. En effet, nous allons analyser quels sont les effets dus aux corrections de double comptage liées à la méthode RPA (voir (III.78) et (III.79)) sur les prédictions fournies par le potentiel optique. On peut déjà visualiser une partie de ces effets sur la structure de la cible, en considérant le rayon quadratique moyen de la distribution de charge. Le calcul sans ces corrections fournit une valeur de 5.517 fm qui surestime légèrement la valeur expérimentale de 5.503(7) fm . Bien entendu, les corrections de double comptage ont un effet sur l'ensemble de la matrice densité à partir de laquelle est bâti notre potentiel optique. Les conséquences sur les prédictions concernant la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{208}Pb peuvent être visualisées sur la figure IV.6, où sont comparés les calculs faits à partir de la matrice densité RPA avec (courbes rouges) et sans (courbes bleues) les corrections de double comptage. On voit sur les distributions angulaires que les résultats des calculs de diffusion sont affectés par ces corrections au-delà de 35° , où leur absence provoquent une diminution systématique des sections efficaces différentielles. En comparant avec les calculs basés sur les densités Hartree-Fock (courbes en tirets bleus), l'effet du double comptage apparaît clairement : alors que les corrections RPA aux calculs Hartree-Fock comblent l'écart entre les données et les prédictions (à part peut-être aux angles les plus arrièrè), la présence du double comptage accentue les corrections RPA de telle sorte que les résultats des calculs s'éloignent à nouveau des données expérimentales. En effet, alors que les sections efficaces étaient surestimées par les calculs HF, elles se retrouvent maintenant sous-estimées au-delà de 35° (notamment à 160 MeV). L'excès de corrélation dû au double comptage dégrade donc la qualité du potentiel optique. Ceci nous permet d'affirmer que les corrections de double comptage possèdent une grande importance pour ce type de calculs et ne doivent en aucun cas être négligées. Ce type de comparaison peut être aussi effectué avec les observables de spin mais les différences obtenues sont très fines et ne permettent pas de mettre en valeur l'intérêt des corrections de double comptage.

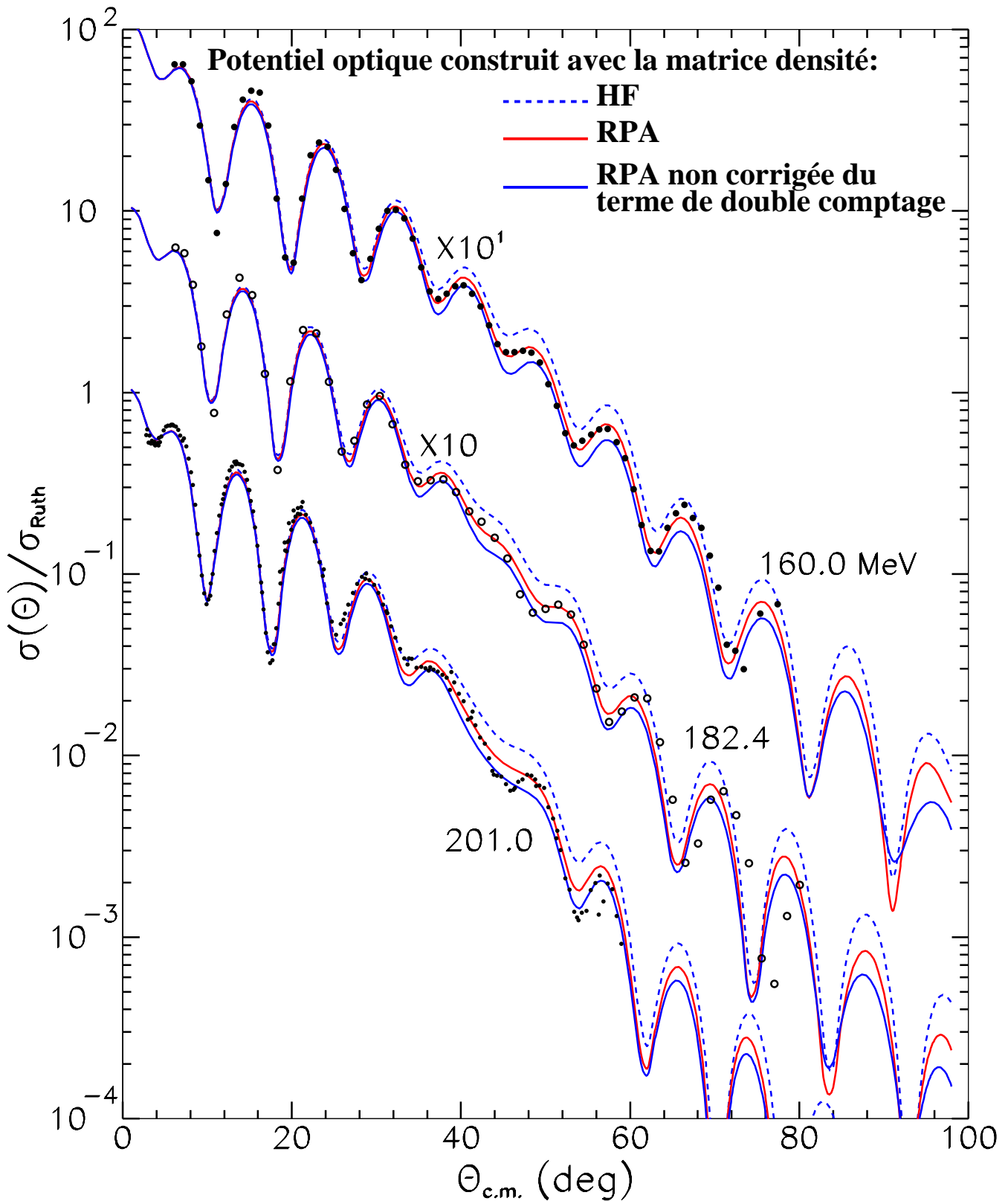


FIG. IV.6 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons de 201 MeV sur une cible de ^{208}Pb . Les points et les cercles ouverts représentent les valeurs expérimentales. Les courbes rouges, bleues et en tirets bleus représentent respectivement les prédictions faites à partir des matrices densité HF+RPA, HF+RPA non corrigée du terme de double comptage et HF.

IV.3.1.4 Utilisation de la matrice densité HF avec l'interaction SkM*

Une nouvelle comparaison intéressante peut être visualisée sur la figure IV.7 où sont comparés les calculs faits à partir du potentiel optique construit avec d'une part, la matrice densité HF+RPA avec l'interaction D1S et d'autre part, la matrice densité provenant d'un calcul HF utilisant l'interaction SkM* (HF/SkM*) [38]. Le rayon de charge du ^{208}Pb donné par ce calcul HF/SkM* est 5.49 fm, proche de la valeur expérimentale 5.503(7) fm. En fait, l'interaction SkM* a été ajustée afin de bien reproduire, parmi d'autres critères, cette valeur. Elle permet donc de prendre en compte implicitement dans un calcul HF certaines corrections apportées normalement par une partie des corrélations RPA. On observe sur la figure que le calcul fait à partir du potentiel optique formé avec la matrice densité HF/SkM* (courbe verte), est plus proche des valeurs expérimentales que le calcul utilisant la matrice densité HF/D1S (courbe en tirets bleus). On peut facilement attribuer cette amélioration à la meilleur densité de charge fournie par le modèle HF/SkM* . Par contre, au-delà de 45° , on s'aperçoit que le calcul basé sur la matrice densité RPA (courbe rouge) est meilleur. Ceci nous indique que, pour un calcul de diffusion élastique, les informations de structure apportées par les corrélations RPA sont plus riches que celles apportées par un modèle Hartree-Fock simple, cela même si les données fondamentales de structure sont bien reproduites. Un autre point fort de cette approche apparaîtra au chapitre V, quand nous aborderons des calculs de diffusion inélastique, et nous utiliserons les opérateurs de transition fournis par le modèle RPA. On pourra alors traiter de manière consistante la diffusion élastique et la diffusion inélastique en utilisant un modèle de structure unique. Ceci est en toute rigueur impossible avec une description de l'état fondamental de type HF/SkM* pour la diffusion élastique, qui prend en compte implicitement une partie des corrélations RPA et à partir de laquelle on ne peut pas construire les opérateurs d'excitation associés, entre autres, aux états collectifs.

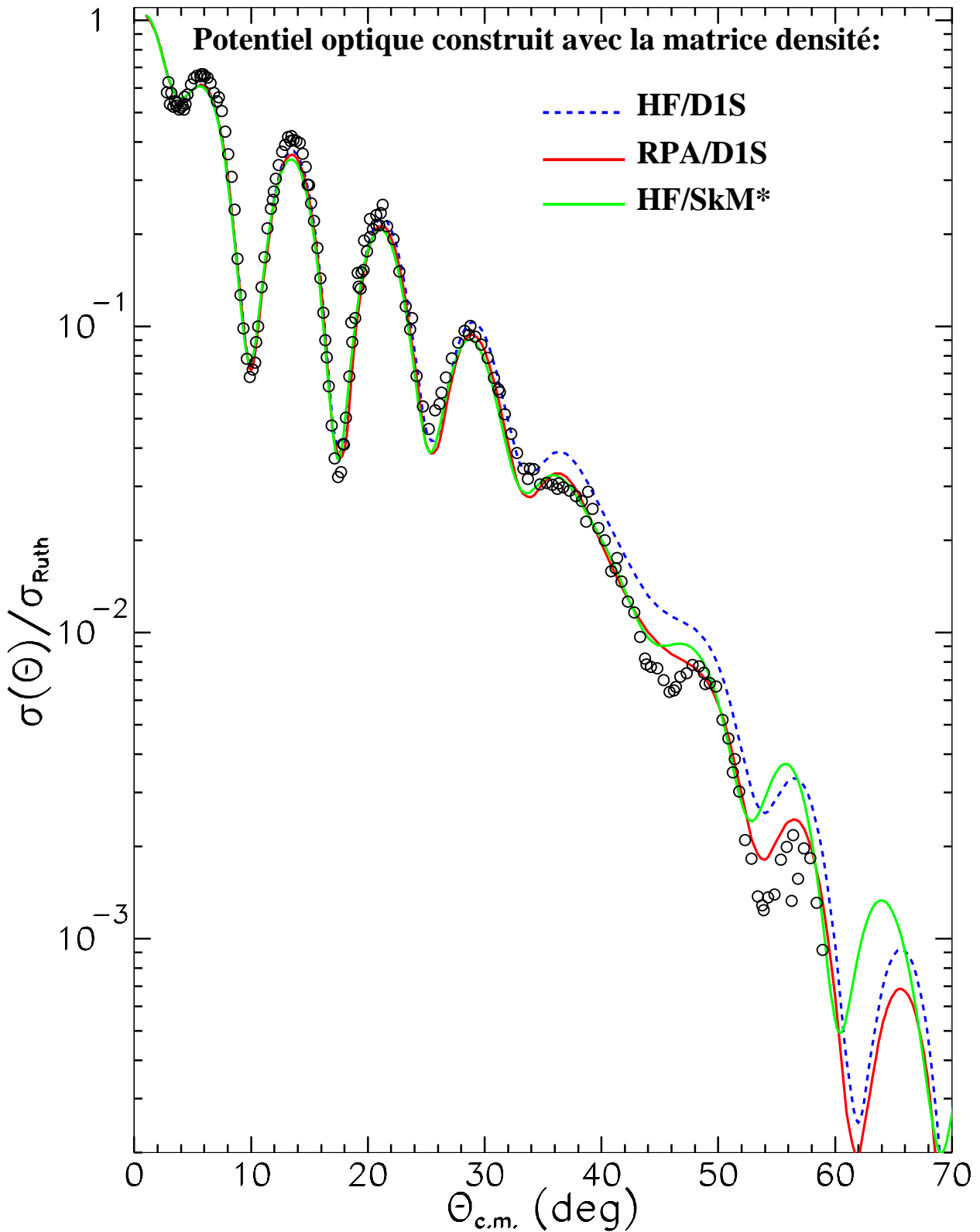


FIG. IV.7 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons de 201 MeV sur une cible de ^{208}Pb . Les cercles ouverts représentent les valeurs expérimentales, les courbes en rouge et en tirets bleus représentent respectivement les prédictions faites à partir de la matrice densité HF+RPA/D1S et HF/D1S. La courbe verte représente le calcul utilisant la matrice densité résultant d'un calcul HF avec l'interaction SkM*.

IV.3.2 Diffusion de neutrons sur une cible de ^{208}Pb

On présente dans cette partie les résultats concernant la diffusion élastique de neutrons sur une cible de ^{208}Pb pour des énergies incidentes comprises entre 40 et 225 MeV. Les figures IV.8 et IV.9 montrent les mêmes comparaisons que dans le cas des protons incidents, c'est à dire celles des résultats obtenus à partir des potentiels construits avec, soit la matrice densité HF, soit la matrice densité HF+RPA où à partir du potentiel optique « JLM Bruyères ». On voit que les données expérimentales disponibles (référéncées dans la table F.1) sont très bien reproduites par les trois types de calculs, cela avec le même degré de précisions. On peut faire une exception pour les données à 96 MeV, où les prédictions HF et HF+RPA sous-estiment les données aux plus grands angles, mais la taille des barres d'erreur ne permet pas vraiment de décider si les calculs n'ont pas la même qualité. D'autre part, on observe le même type de différences que dans le cas des protons entre les calculs HF et HF+RPA pour les grands angles de diffusion aux plus hautes énergies, soit une diminution de la diffusion aux angles arrière quand on tient compte des corrélations RPA. Ceci précise le fait que l'effet de ces corrélations sur les sections efficaces est loin d'être uniquement dû à la modification du potentiel coulombien provenant de la modification de la densité de charge. Malheureusement les données expérimentales ne sont pas disponibles pour des grands angles de diffusion et ne permettent pas encore de mettre en évidence l'importance de prendre en compte les corrélations RPA dans l'étude de la diffusion élastique de neutrons. Il serait donc intéressant que de nouvelles mesures aux grands angles et à plus haute énergie soient réalisées. D'autre part, nous avons effectué les mêmes comparaisons pour un pouvoir d'analyse correspondant à la diffusion élastique de neutrons à 155 MeV (voir les inserts en haut à droite des figures IV.8). Les données expérimentales sont assez bien reproduites avec les trois modèles. On note tout de même que seul le potentiel « JLM Bruyères » est capable de correctement reproduire la chute des valeurs expérimentales en dessous de $\sim 3^\circ$. Ceci est dû à la présence dans ce potentiel d'un terme spin-orbite coulombien que les deux autres potentiels, construits avec la matrice-G de Melbourne et les densités HF ou HF+RPA, ne prennent pas en compte.

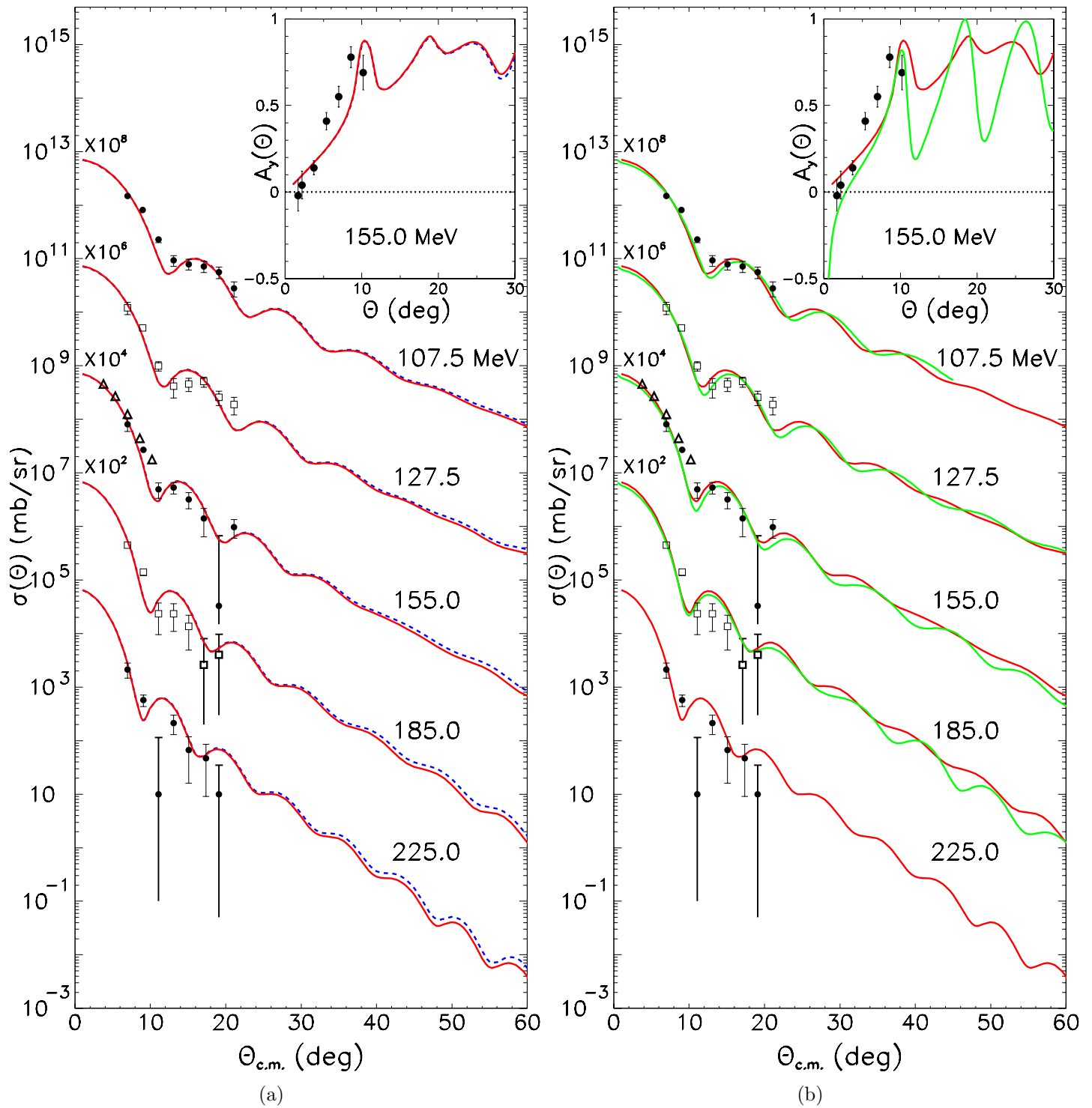


FIG. IV.8 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de neutrons sur une cible de ^{208}Pb . Sur les deux graphiques, les cercles ouverts et fermés représentent les valeurs expérimentales et les courbes rouges représentent les prédictions faites à partir des densités HF+RPA. Sur le graphique (a), les courbes en tirets bleus représentent les calculs utilisant les densités HF et sur le graphique (b), les courbes vertes représentent les calculs faits avec le potentiel optique « JLM Bruyères ». L'insert en haut à droite de chaque graphique représente la même comparaison pour le pouvoir d'analyse à 155 MeV (seules données expérimentales disponibles à haute énergie pour cette observable).

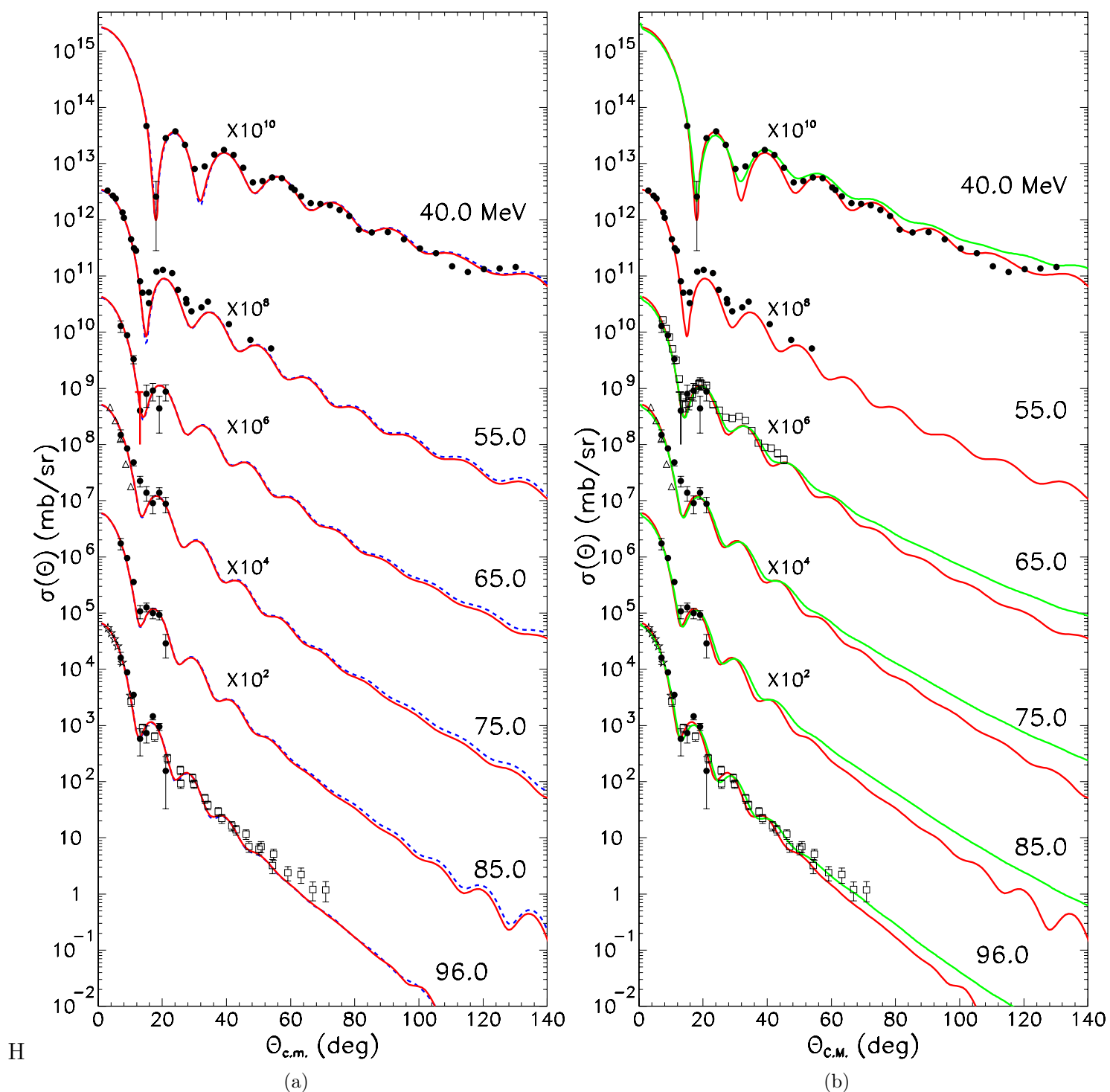


FIG. IV.9 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de neutrons sur une cible de ^{208}Pb . Voir détails sur la figure IV.8 .

IV.3.3 Résultats pour des cibles de ^{48}Ca , ^{40}Ca et ^{16}O

Les mêmes comparaisons ont été effectuées pour les trois noyaux doublement magiques ^{40}Ca , ^{48}Ca et ^{16}O . Cependant, le potentiel optique « JLM Bruyères » étant construit seulement pour la diffusion sur des cibles de nombre de masse $A > 40$, les calculs de diffusion sur une cible de ^{16}O ne sont pas présentés pour ce potentiel. On ne donne pas dans le corps du texte tous les résultats concernant la diffusion de protons et de neutrons sur ces trois types de cible, mais le lecteur pourra les trouver en appendice E. L'analyse des résultats est identique à celle correspondant au cas d'une cible de ^{208}Pb . On observe le même type de comportement en fonction du choix de la matrice densité et les mêmes améliorations aux plus hautes énergies apportées par les corrélations RPA. Pour illustrer ceci, on présente sur la figure IV.10 les sections efficaces différentielles et les pouvoirs d'analyse pour des énergies incidentes autour de 200 MeV.

IV.3.4 Analyse des résultats pour des énergies incidentes inférieures à 80 MeV

Les distributions angulaires présentées mettent en évidence une dégradation des résultats pour des énergies incidentes inférieures à 80 MeV, dégradation qui s'intensifie à mesure que l'on descend en énergie. On ne peut pas attribuer ce comportement à des erreurs liées à la matrice densité à un corps car, comme on l'a remarqué au paragraphe IV.3.1.1, les prédictions sont très peu sensibles aux détails de cette matrice pour de faibles énergies incidentes. Une explication réside dans les approximations faites dans la dérivation de la matrice-G. En effet, nous savons que cette interaction permet de prendre en compte un continuum d'excitations intermédiaires de la cible de type particule-trou (diagrammes en échelles). Cependant, les noyaux étudiés possèdent des états très collectifs à basse énergie d'excitation. Il est possible, lors d'un processus de diffusion élastique, d'exciter virtuellement l'un de ces états avant de retomber dans l'état fondamental de la cible et cela avec une forte probabilité. Nous pensons que ce type de processus peut prendre de l'importance aux basses énergies alors que pour des énergies plus grandes, les excitations collectives intermédiaires sont noyées dans le continuum des excitations particule-trou et apportent une contribution relative au potentiel optique assez faible. En prenant en compte ces processus du second ordre, le potentiel optique, construit avec la matrice-G de Melbourne, sera corrigé par des termes du type :

$$\Delta U = \sum_{N,N'} \langle \tilde{0} | V_{eff} | N \rangle \langle N | \frac{1}{H - E + i\epsilon} | N' \rangle \langle N' | V_{eff} | \tilde{0} \rangle, \quad (\text{IV.13})$$

où les états $|N\rangle$ et $|N'\rangle$ sont les états les plus collectifs calculés dans l'approche RPA (états essentiellement à basse énergie d'excitation et résonances géantes). Nous définirons au chapitre VI les différents termes qui apparaissent, notamment dans le propagateurs. Nous donnons seulement la formule pour montrer quel type de corrections on pourrait

apporter au potentiel afin d'améliorer les prédictions aux basses énergies (voir [15, 16]). Le calcul de ces contributions est tout à fait possible avec les outils dont nous disposons. Toutefois, ce travail dépasse le cadre de cette thèse et sera entrepris ultérieurement.

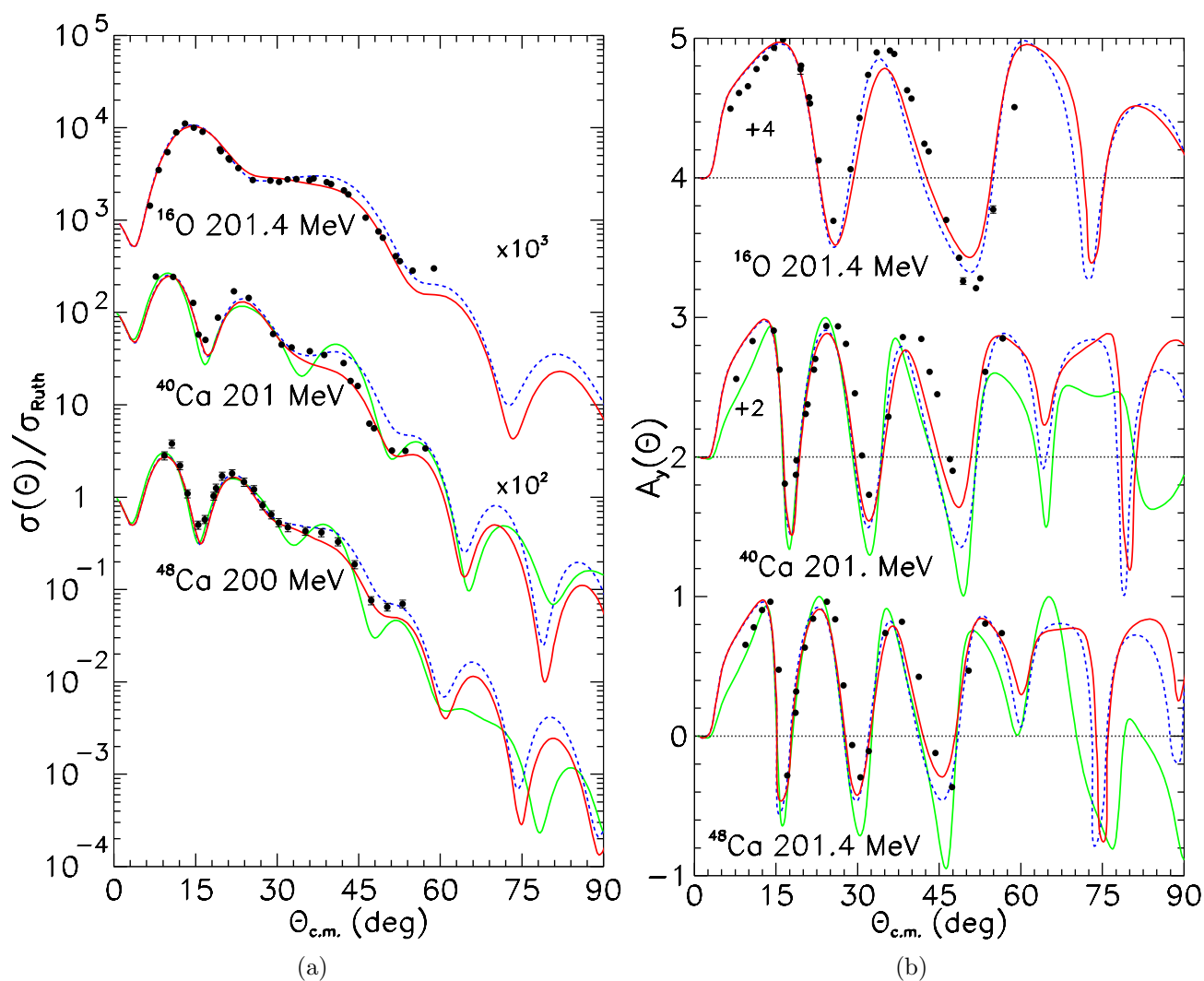


FIG. IV.10 – (a) Sections efficaces différentielles, (b) pouvoirs d'analyse pour la diffusion élastique de protons sur des cibles de ^{40}Ca , ^{48}Ca et ^{16}O . Les points noirs représentent les données expérimentales, les courbes rouges les prédictions faites en utilisant une matrice densité HF+RPA, les courbes en tirets bleus les prédictions faites en utilisant une matrice densité HF et les courbes vertes les prédictions faites à partir du potentiel optique « JLM Bruyères ».

Chapitre V

Analyse de la diffusion inélastique

V.1 Introduction

Nous allons dans ce chapitre appliquer la méthode décrite dans le paragraphe II.4 concernant la diffusion inélastique vers des états discrets. Nous avons vu que, dans le formalisme DWBA, l'amplitude de transition pour un processus de diffusion inélastique est définie par :

$$f_{k_f}(\theta) = \langle \chi_{k_f}^- \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \chi_{k_i}^+ \rangle , \quad (\text{V.1})$$

où $\chi_{k_f}^-$ et $\chi_{k_i}^+$ sont respectivement les ondes distordues dans les voies de sortie et d'entrée, et V_{eff} est l'interaction à deux corps résiduelle. L'interaction à un corps $\langle \psi_n | V_{eff} | \psi_0 \rangle$ est le potentiel de transition responsable de la diffusion inélastique du nucléon.

Dans de nombreuses applications, ce potentiel de transition est construit grâce à la convolution des densités de transition expérimentales avec une forme pré-définie de l'interaction à deux corps résiduelle. Cette méthode permet seulement de fixer la partie centrale de l'interaction. Les autres termes sont nécessairement phénoménologiques et ne font pas intervenir les informations de structure. Dans notre approche, toutes les parties du potentiel de transition sont construites microscopiquement à partir de la matrice-G de Melbourne et des informations microscopiques sur la structure de l'état fondamental et des états excités de la cible. Si l'on choisit la méthode RPA pour décrire ces états, les éléments de matrice $\langle \psi_n | a_\beta^+ a_\delta | \psi_0 \rangle$ s'identifient aux éléments de la matrice densité de transition définis en (III.85) et (III.86). Avec ces définitions, l'interaction résiduelle peut s'écrire en fonction des amplitudes X_{ph}^N et Y_{ph}^N données par la résolution des équations RPA (voir III.2). En représentation position, on a vu (voir (II.96)) que ce potentiel de transition est défini par :

$$V_{n0}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \int \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta}^n \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}'') \varphi_{\beta}(\mathbf{r}'') V_{eff}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' + \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta}^n \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\beta}(\mathbf{r}') V_{eff}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') . \quad (\text{V.2})$$

Pour établir clairement le lien entre les éléments de matrice $\rho_{\alpha\beta}^n$ et les définitions (III.85) et (III.86), nous devons repartir de la forme en seconde quantification de l'interaction à deux corps et procéder au couplage des opérateurs. En utilisant les propriétés de commutation des opérateurs fermioniques, l'interaction résiduelle à deux corps peut s'écrire :

$$V_{eff} = \frac{1}{2} \sum_{k,k',p,h} \langle k', p | V_{eff} | \widetilde{k}, \widetilde{h} \rangle a_k^+ a_k a_p^+ a_h + \frac{1}{2} \sum_{k,k',p,h} \langle k', p | V_{eff} | \widetilde{k}, \widetilde{h} \rangle a_k^+ a_k a_h^+ a_p . \quad (\text{V.3})$$

Les indices $k \equiv (l_k, \tau_k, j_k, m_k)$ et $k' \equiv (l_{k'}, \tau_{k'}, j_{k'}, m_{k'})$ représentent l'état du projectile avant et après la diffusion. Les opérateurs $a_p^+ a_h$ et $a_h^+ a_p$ agissent sur les nucléons de la cible. On omet volontairement les opérateurs du type $a_p^+ a_{p'}$ et $a_h^+ a_{h'}$. En effet, lors de la contraction $\langle N | V_{eff} | \widetilde{0} \rangle$ définissant le potentiel de transition entre l'état fondamental RPA et un état excité RPA, ces composantes interviendront sous la forme de contraction $\langle N | a_p^+ a_{p'} | \widetilde{0} \rangle$ et $\langle N | a_h^+ a_{h'} | \widetilde{0} \rangle$, que l'on a déjà prouvé être nulles au paragraphe III.3.2. Afin d'utiliser les définitions (III.85) et (III.86), nous devons coupler les opérateurs $a_p^+ a_h$ et $a_h^+ a_p$ à (J, M) pour retrouver les définitions (III.53). Ce faisant, les opérateurs $a_k^+ a_k$ doivent être couplés de telle manière que l'interaction totale soit un opérateur scalaire, c'est à dire un tenseur d'ordre 0. En utilisant les techniques présentées au chapitre précédent, l'interaction à deux corps peut s'écrire :

$$V_{eff} = \frac{1}{2} \sum_{k,k',p,h} \langle k', p | V_{eff} | \widetilde{k}, \widetilde{h} \rangle \sum_{J,M,\Pi} s_k \langle j_{k'} m_{k'}, j_k - m_k | J - M \rangle A_{J,M,\Pi}^+(k', \widetilde{k}) \\ \times \left[\langle j_p m_p, j_h - m_h | JM \rangle s_h A_{J,M,\Pi}^+(p, \widetilde{h}) + \langle j_h m_h, j_p - m_p | JM \rangle s_p (-)^{J+j_p-j_h} A_{J,\bar{M},\Pi}(p, \widetilde{h}) \right] . \quad (\text{V.4})$$

Avec les définitions (III.52), l'interaction V_{eff} peut s'exprimer comme :

$$V_{eff} = \sum_{p,h} \langle k', p | V_{eff} | \widetilde{k}, \widetilde{h} \rangle \sum_{N,J,M,\Pi} s_k \langle j_{k'} m_{k'}, j_k - m_k | J - M \rangle A_{J,M,\Pi}^+(k', \widetilde{k}) \\ \times \left[\langle j_p m_p, j_h - m_h | JM \rangle s_h X_{ph}^{N,JM\Pi} + \langle j_h m_h, j_p - m_p | JM \rangle s_p (-)^{J+j_p-j_h} Y_{ph}^{N,JM\Pi} \right] \Theta_{N,JM\Pi}^+ . \quad (\text{V.5})$$

Cette forme nous permet d'identifier le potentiel de transition intervenant dans la diffusion inélastique conduisant à l'excitation d'un état $|N\rangle$ de la cible.

Afin de tester la validité de l'interaction (V.5), responsable de la transition entre l'état fondamental de la cible et un état excité $|N\rangle$ observé expérimentalement, il est important de valider préalablement la description des états excités fournie par la méthode RPA.

V.2 Description RPA des états excités du ^{208}Pb

Le but de ce paragraphe n'est pas de présenter et d'analyser de manière exhaustive les résultats de l'approche RPA car ce vaste sujet a déjà été couvert dans de nombreuses études. Nous désirons seulement montrer quels sont les critères qui ont guidé notre choix en faveur de cette approche afin de décrire les états excités de la cible dans des calculs de diffusion inélastique. Pour des analyses plus détaillées, le lecteur pourra consulter les références [31, 52, 32, 53], entre autres.

On a vu que la description des états excités de la cible intervient dans l'interaction résiduelle à travers les éléments de matrice de la densité de transition. Or des expériences de diffusion inélastique d'électrons ont déjà été menées et ont conduit à la mesure de densités radiales pour des transitions électriques. Ces données expérimentales constituent donc déjà un bon test pour juger la qualité de la description RPA, notamment pour les états collectifs. De telles études utilisant l'approche RPA avec l'interaction D1 de Gogny ont déjà été effectuées dans le passé et ont abouti à des résultats très satisfaisants (voir [54] et les références ci-dessus). Nous présentons ici quelques résultats qui rendent compte de la qualité de l'approche.

Nous avons représenté sur la figure V.1 les comparaisons entre les densités de transition expérimentales [54] et les prédictions RPA/D1S pour les premiers états excités du ^{208}Pb . Nous désignons les états suivant la nomenclature $^n J^\Pi$, où J et Π sont respectivement la multipolarité et la parité de l'état considéré et n représente la position (par énergie d'excitation croissante) de l'état dans chaque bloc de nombres quantiques (J, Π) . Les prédictions RPA sont globalement en bon accord avec l'expérience pour les huit densités de transition représentées. La méthode RPA/D1S estime assez bien les densités de transition pour les états $^{12+}$, $^{14+}$, $^{16+}$ et $^{18+}$. La position et l'amplitude du premier pic sont très bien reproduites pour les états $^{12+}$, $^{14+}$ mais l'amplitude est surestimée de 20 % pour l'état $^{18+}$ et sous-estimée de 10 % pour l'état $^{16+}$. La prédiction pour la transition vers l'état $^{13-}$ est toujours légèrement surestimée ($\sim 12\%$) mais la forme de la densité et la position des extrema sont parfaitement reproduites. Le mouvement collectif associé à l'excitation $^{13-}$ possède apparemment une amplitude légèrement trop forte dans la description RPA. On peut attribuer cet excès au fait qu'une description au-delà de la RPA permettrait de prendre en compte des interactions résiduelles capables d'amortir ces oscillations où même fractionner les états correspondants. Cette interaction résiduelle impliquerait des couplages à des excitations plus compliquées de types 2p2h, 3p3h etc. Pour illustrer cette remarque, on peut signaler que le couplage à des excitations de type 2p2h est essentiel

pour comprendre les largeurs et l'amortissement des résonances géantes [55, 56, 57, 58]. Malgré un minimum trop prononcé à 4.5 fm, la densité de transition vers l'état ${}^25^-$ est en bon accord avec l'expérience, notamment en ce qui concerne la position et l'amplitude du premier pic. Par contre, bien que la position du premier pic et la forme globale soient correctement reproduites, l'amplitude de la densité de transition est surestimée d'au moins 50% pour l'état ${}^15^-$. Ce désaccord pourrait s'expliquer à l'aide des mêmes arguments invoqués dans l'analyse de l'état ${}^13^-$. Les prédictions ne sont pas aussi bonnes pour la densité de transition associée à l'état ${}^17^-$, notamment en deçà de 5 fm. La position du premier pic est à peu près reproduite mais son amplitude et sa diffusivité s'éloignent beaucoup du comportement expérimental. On devrait donc s'attendre à des difficultés dans l'étude de la diffusion inélastique peuplant l'état final ${}^17^-$ de la cible.

D'autres informations expérimentales plus globales permettent de tester la validité de la description RPA pour un plus grand nombre d'états excités. Parmi elles, on trouve la probabilité de transition réduite $B(E_J)$, définie par :

$$B(E_{J_N} \uparrow) = (2J_N + 1) \left| \int_0^\infty r^{J_N+2} \rho^{\tilde{0},N^2}(r) dr \right|^2 . \quad (\text{V.6})$$

La densité $\rho^{\tilde{0},N}$, correspondant à la transition entre l'état fondamental corrélé $|\tilde{0}\rangle$ et un état excité $|N\rangle$, est définie en (III.88). La flèche pointée vers le haut signifie que l'on considère une transition de l'état fondamental vers l'état excité. La mesure de ces probabilités de transition réduites permet notamment d'estimer l'intensité des transitions entre le fondamental et les états excités. On donne dans la table V.1 la comparaison entre les prédictions RPA et les valeurs expérimentales. Les valeurs prédites s'accordent en majorité avec les mesures expérimentales avec une précision généralement comprise entre 2 et 20 %. Les seules exceptions sont pour des transitions vers les états ${}^16^+$ et ${}^17^-$. Pour ce dernier, la prédiction RPA donne une valeur trois fois trop forte. Dans le cas ${}^16^+$, la prédiction RPA sous-estime de 50 % la valeur expérimentale. Nous ne pouvons pas vraiment pour l'instant expliquer cet écart, si ce n'est en invoquant l'hypothèse qui serait d'associer cet état, non pas au premier état ${}^16^+$ donné par la méthode RPA, mais plutôt à une excitation plus complexe, construite à partir de deux excitations ${}^13^-$ par exemple. On note que toutes les énergies expérimentales sont surestimées dans l'approche RPA. Ceci n'est pas surprenant, car, comme on l'a déjà signalé, l'approche RPA ne prend pas compte un certain nombre de couplages (états à 2p2h, 3p3h ... et continuum), qui conduiraient à modifier l'énergie propre E_N^{RPA} des états RPA selon la relation :

$$E_N^c = E_N^{RPA} - \delta_N + i \frac{\Gamma_N}{2} , \quad (\text{V.7})$$

où $-\delta_N$ représente un décalage négatif en énergie et Γ_N la largeur des niveaux (« damping » et « escape widths »).

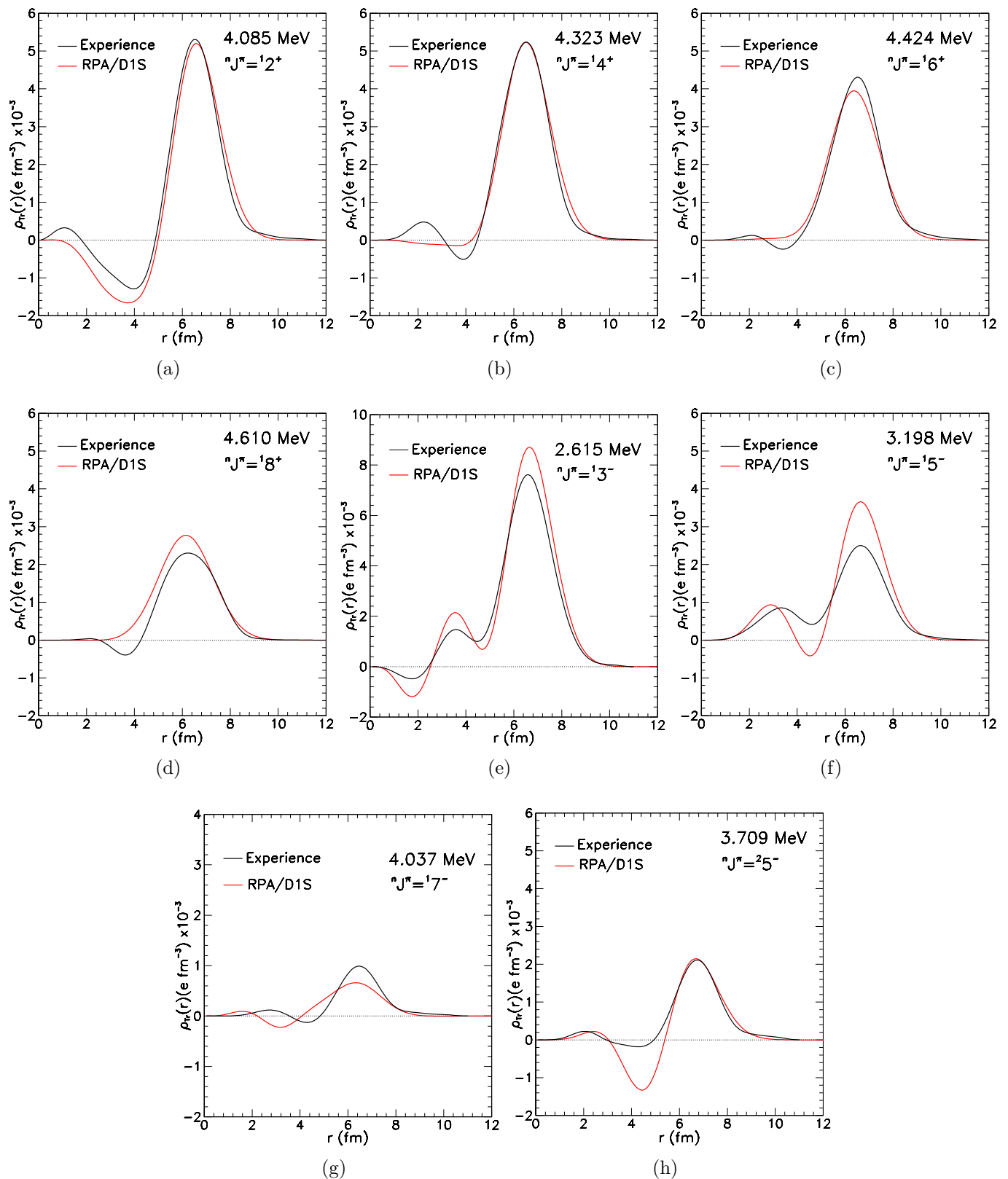


FIG. V.1 – Densités radiales de transition de charge pour les premiers états excités du ^{208}Pb . Comparaison entre les résultats RPA/D1S (courbes rouges) et les données expérimentales (courbes noires). Les multipolarités, les parités et les énergies expérimentales des états considérés sont indiquées sur les figures. Les densités expérimentales sont calculées à partir de développements de type Fourier-Bessel, dont les coefficients sont disponibles dans la référence [54].

NJ^Π	E^* (MeV)		$B(E_J)$ ($10^{2J}.e^2.fm^{2J}$)	
	Exp.	RPA	Exp.	RPA
13^-	2.614	3.421	0.611(12)	0.692
15^-	3.197	4.407	0.0447(30)	0.0553
25^-	3.708	5.189	0.0241(18)	0.0194
35^-	3.961	5.764	0.0008	0.001
17^-	4.037	5.969	0.0010	0.0036
12^+	4.085	4.603	0.318(13)	0.296
14^+	4.323	5.507	0.155(11)	0.149
16^+	4.422	5.816	0.067(7)	0.0327
18^+	4.610	6.020	0.0054(9)	0.0055
110^+	4.895	6.206	-	0.0031
112^+	6.097	8.642	-	0.0028
212^-	6.44	9.55		
114^-	6.738	9.542		
111^+	7.46	6.818		
310^-	7.825	11.604		

TAB. V.1 – Valeurs des énergies d’excitation et des probabilités de transition réduites pour différents états de parités naturelles du ^{208}Pb . Comparaison entre les données expérimentales [59] et les valeurs fournies par le calcul RPA/D1S. Les numéro d’états en exposant sont ceux du spectre RPA.

V.3 Calculs de diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb

V.3.1 Description des calculs

Les calculs de diffusion inélastique ont été effectués à l'aide du programme DWBA98 [44]. L'interaction à deux corps permettant de construire le potentiel de transition est encore la matrice G de Melbourne. Comme cette interaction effective dépend de l'énergie, il existe une ambiguïté concernant l'énergie à laquelle on se réfère pour choisir l'interaction. En effet, la transition implique un projectile ayant une énergie E_i dans la voie d'entrée et $E_f = E_i - E_n^*$ dans la voie de sortie, où E_n^* désigne l'énergie d'excitation du noyau cible dans la voie de sortie. On choisit, comme il est fait généralement, l'énergie de référence $\frac{E_i + E_f}{2}$ pour le potentiel de transition. Pour des transferts d'énergie ne dépassant pas 10 MeV, ce choix influence très peu les résultats car la variation de la matrice G en fonction de l'énergie est assez lente. Le même soin a été apporté pour assurer la convergence des calculs en fonction du nombre d'ondes partielles et de multipôles considérés. Malgré cela, on a observé des instabilités numériques lors du calcul de faibles sections efficaces différentielles. Ces instabilités concernent les calculs de sections efficaces aux angles arrière pour les plus hautes énergies incidentes, mais n'affectent pas les conclusions des études réalisées.

Nous indiquons qu'il existe une autre ambiguïté liée à l'utilisation d'une interaction effective dépendante en densité telle que la matrice-G : à quelle densité se place-t-on pour définir la valeur de l'interaction ? Des études sur ce thème ont déjà été effectuées [60, 61], et ont montré la nécessité de tenir compte d'un terme de réarrangement, qui peut s'interpréter comme l'effet de l'oscillation de la densité durant la transition. Nous avons de notre côté étudié cette question en décrivant les équations du mouvement des amplitudes de transition dans un formalisme dépendant du temps. Nous ne prenons pas en compte ce terme de réarrangement dans les études présentées ici, mais nous pensons l'inclure ultérieurement.

V.3.2 Sections efficaces différentielles

Dans cette section, nous allons étudier les résultats fournis par notre approche pour des calculs de diffusion inélastique de protons à l'approximation des ondes distordues. Afin de tester la valeur de ces calculs, nous avons effectué une étude systématique de toutes les données expérimentales (voir table G.1 en appendice pour les références) pour des transitions directes vers les états excités du ^{208}Pb . Ces comparaisons sont présentées sur les figures V.2, V.3, V.4 et V.5.

On peut d'ores et déjà constater que l'accord entre nos prédictions et les données expérimentales est de bonne qualité, ceci quelles que soient les énergies incidentes et les

multipolarités des transitions considérées. Ce jugement s'appuie sur le fait qu'aucun ingrédient phénoménologique et aucune normalisation n'ont été introduits dans nos calculs. Cette approche contraste donc avec les analyses effectuées dans le passé qui incluent généralement un certain nombre d'ingrédients phénoménologiques. En effet, les potentiels optiques permettant de construire les ondes distordues sont le plus souvent locaux et ajustés à l'expérience pour reproduire les données expérimentales de diffusion élastique. D'autre part le potentiel de transition est souvent obtenu en convoluant les densités de transition expérimentales avec une interaction qui peut, selon le cas, elle-même être ajustée. Dans notre étude, les calculs sont complètement microscopiques ce qui autorise à mettre en avant leur caractère prédictif.

Nous allons maintenant analyser plus en détail les résultats obtenus. La figure V.2 présente les calculs de distributions angulaires pour des transitions vers le premier état 3^- du ^{208}Pb et pour des énergies incidentes comprises entre 39.7 et 201 MeV. Les extrema ainsi que les phases des distributions sont très bien reproduits sur toute la gamme d'énergie, à part peut-être aux angles au-delà de 40° à l'énergie de 201 MeV. On observe toutefois que les sections efficaces sont légèrement surestimées entre 80 MeV et 201 MeV. Ceci est à mettre en relation avec l'étude effectuée au paragraphe V.2 qui concernait les densités de transition électriques. En effet, on a constaté que la densité pour une transition vers l'état 13^- est surestimée par le calcul RPA/D1S. Cette surestimation se répercute logiquement sur les sections efficaces. Pour bien reproduire l'amplitude de la densité de transition à 6.3 fm, il faudrait diminuer les amplitudes X et Y de la RPA de 12.5%. Utiliser ces amplitudes renormalisées pour les calculs des sections efficaces conduit à les diminuer de 23 %. Cette manipulation corrige parfaitement le problème de normalisation observé sur les sections efficaces différentielles, sauf pour deux des quatre jeux de données (points bleus et noirs) à 201 MeV. Nous reviendrons sur ce dernier point plus tard. Les données à 54 et 61.2 MeV qui semblaient déjà être sous-estimées par nos calculs le deviennent largement quand on applique cette normalisation. Les informations apportées par la comparaison entre nos calculs et toutes les données au-delà de 80 MeV nous permettent de conclure que les normalisations des données expérimentales à 54 MeV et 61.2 MeV sont probablement mauvaises. Toutefois, on a vu lors de l'étude de la diffusion élastique que de la matrice- G présente des déficiences à basse énergie. Les écarts observés à 54 MeV et 61.2 MeV pourraient donc être dus en partie à des problèmes dans l'interaction effective.

Les figures V.3(a) et V.3(b) présentent les calculs pour des transitions vers les deux premiers états 5^- observés expérimentalement à 3.186 MeV et 3.709 MeV. Les extrema et les phases des distributions sont encore bien reproduits dans les deux cas. Pour l'état à 3.709 MeV, la normalisation des résultats ne semble souffrir d'aucun défaut pour les trois plus hautes énergies représentées. Cet accord est à mettre en parallèle avec celui constaté lors de l'étude des densités de transition de charge. Par contre, pour l'état à 3.198 MeV, les distributions angulaires sont largement surestimées au-delà de 135 MeV. La prédiction RPA surestime de 32 % la densité de transition de charge correspondante. La renormalisation des densités de transition conduirait à renormaliser les distributions angulaires de 54 %. Cela suffit à remettre en accord les calculs avec les données, sauf pour un jeu de données (points noirs) à 201 MeV. Ceci a déjà été constaté dans l'étude des transitions

vers l'état $^{13^-}$. On peut donc supposer un problème de normalisation de ces données à 201 MeV provenant de la même expérience. D'autre part, les données à 54 MeV et 61.2 MeV sont largement au-dessus de nos prédictions pour les deux états, en considérant la renormalisation de 54 % pour l'état à 3.198 MeV (l'accord observé sans normalisation a une forte probabilité d'être fortuit). Outre une petite contribution probablement due aux déficiences de la matrice-G aux basses énergies, ceci confirme l'hypothèse d'un problème de normalisation des distributions expérimentales à ces deux énergies.

Les figures V.4(a) et V.4(b) présentent les calculs pour des transitions vers les états $^{12^+}$ et $^{14^+}$. Comme nous en avons discuté précédemment, il n'est pas étonnant que nos résultats sous-estiment les données expérimentales à 54 et 61.2 MeV. L'accord au-delà de 65 MeV semble très bon, bien qu'on observe une surestimation de 5 à 10 % pour les énergies 185 et 201 MeV. Ceci pourrait s'expliquer partiellement en considérant les densités de transition électriques de ces deux états. En effet, bien que les maxima soient bien reproduits, on observe une surestimation de ces densités à la surface. Ces propriétés pourraient bien expliquer l'excès observé sur les sections efficaces différentielles.

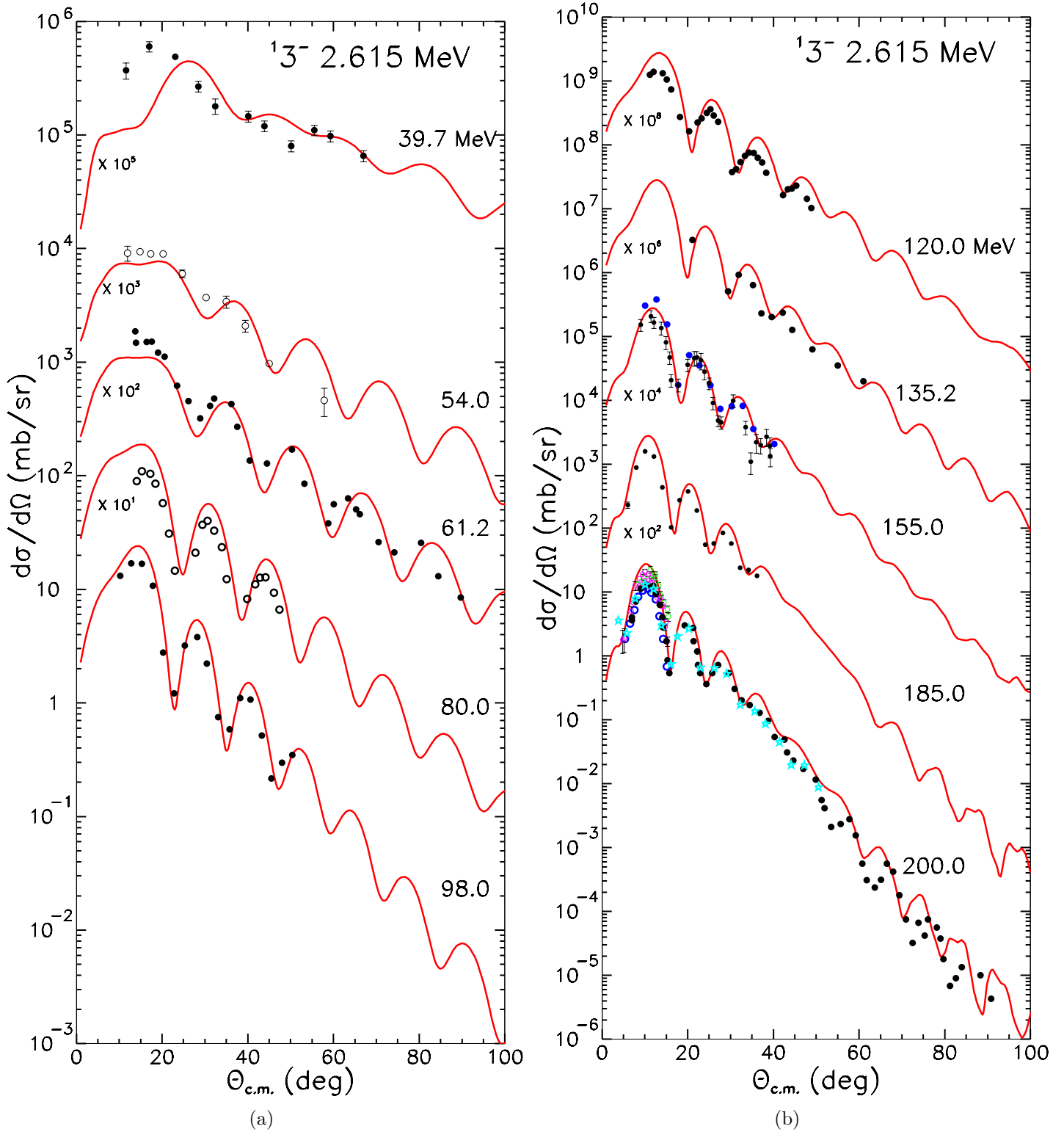


FIG. V.2 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb . Comparaison entre les données expérimentales et les prédictions de notre modèle DWA/RPA pour la transition vers le premier état 3^- du ^{208}Pb .

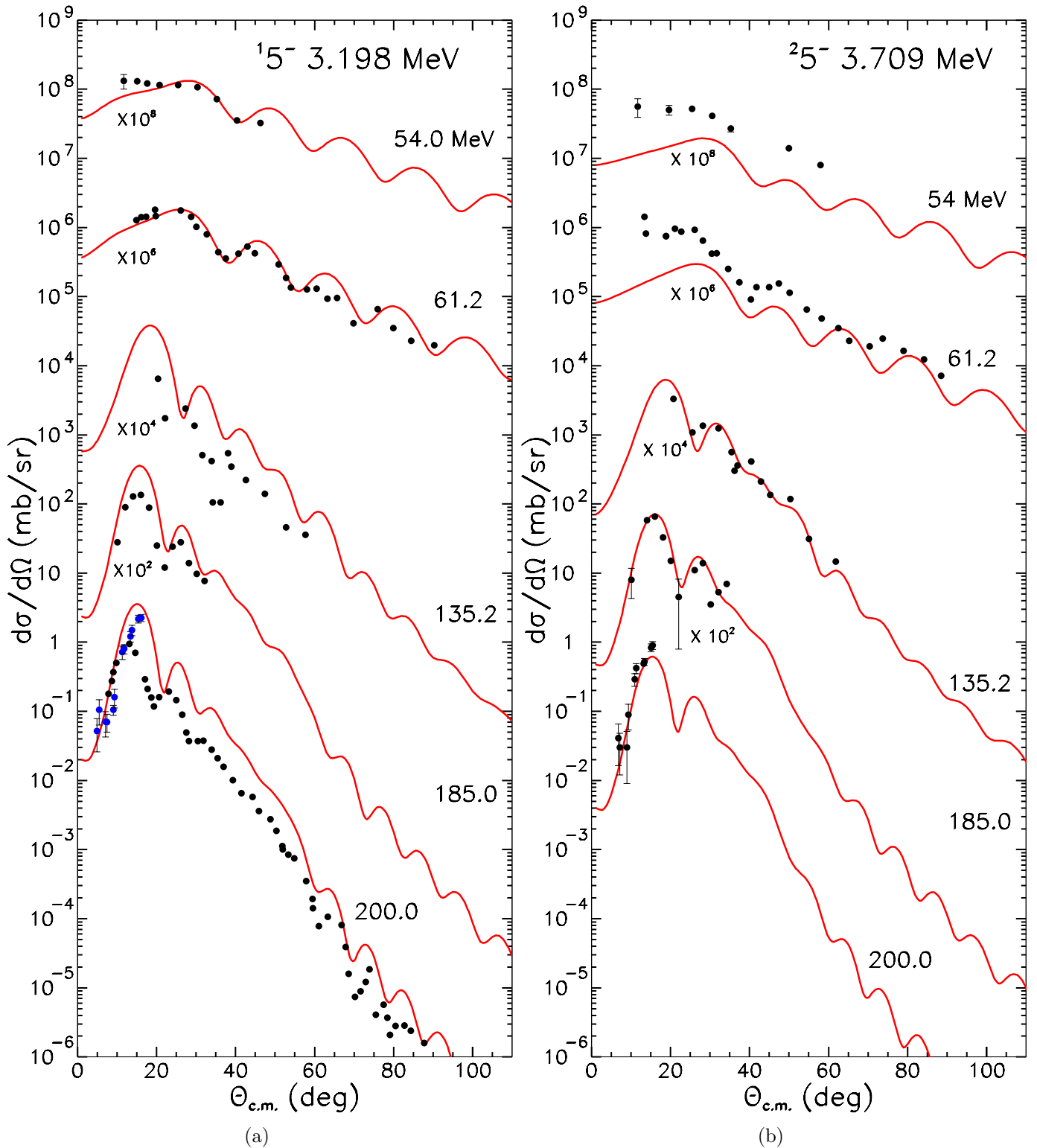


FIG. V.3 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb . Comparaison entre les données expérimentales et les prédictions de notre modèle DWA/RPA pour des transitions vers le premier (a) et le deuxième (b) état 5^- du ^{208}Pb .

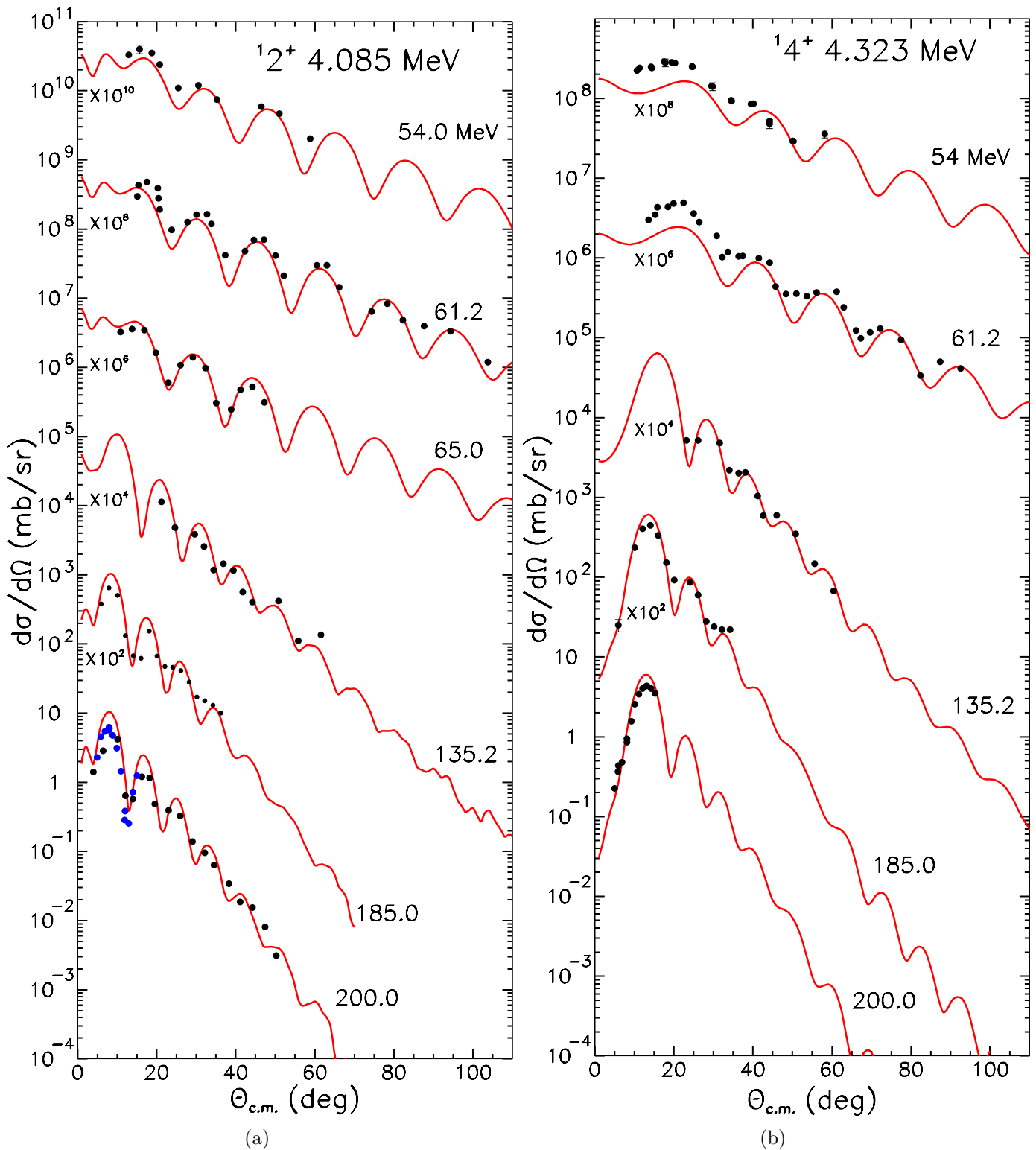


FIG. V.4 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb . Comparaison entre les données expérimentales et les prédictions de notre modèle DWA/RPA pour des transitions vers les premiers états (a) 2^+ et (b) 4^+ du ^{208}Pb .

Nous avons aussi pu comparer nos calculs de sections efficaces aux données expérimentales pour des transitions vers des états de hauts spins de parités naturelle (figure V.5(a)) et non naturelle (figure V.5(b)). L'accord entre nos calculs et les données est satisfaisant pour les états de parité naturelle. Très précis pour les états $^{18+}$, $^{10+}$ et $^{12+}$, cet accord est de moins bonne qualité pour les deux états $^{16+}$ et $^{17-}$. Si l'on omet les deux premiers points expérimentaux, la section efficace correspondant à l'état $^{16+}$ semble être sous-estimée par nos calculs de la même manière que l'était la densité de transition électrique. En ce qui concerne la transition vers l'état $^{17-}$, notre calcul reproduit approximativement l'amplitude de la distribution expérimentale mais possède une forme en désaccord avec les données. Ceci est peut-être dû à une faiblesse de la description RPA de cet état, qui pouvait déjà être vue sur la densité de transition électrique. D'autre part, les données expérimentales correspondant à cet état pourraient être polluées par des transitions vers des états proches en énergie, comme le premier état 2^+ ($E^*=4.085$ MeV) dont l'énergie d'excitation est seulement séparée de 50 keV de celle de l'état $^{17-}$ ($E^*=4.037$ MeV). Des résultats expérimentaux à plusieurs énergies incidentes et possédant une très bonne résolution en énergie seraient donc utiles pour clarifier l'analyse.

Les sections efficaces associées à des transitions vers les états de parité non naturelle sont aussi très bien reproduites. Ces sections efficaces mettent en valeur la qualité des parties tenseur et spin-orbite de l'interaction de Melbourne, parties de l'interaction principalement responsables des transitions vers des états de parité non naturelle. Nous avons procédé à la même étude que celle rapportée dans l'article de Y. Fujita et *al* [62] pour les transitions vers les états 10^- et 11^+ à 80 MeV d'énergie incidente. Les auteurs ont pu proposer le spin et la parité de ces états grâce à des calculs de diffusion inélastique de protons utilisant le formalisme DWA et une description de type modèle en couches des états excités. Dans leur approche, ces auteurs peuvent reproduire les sections efficaces différentielles, à un facteur de normalisation près, en attribuant les excitations du modèle en couche $\nu(i_{11/2}, h_{9/2}^{-1})$ pour l'état 10^- et $\nu(j_{15/2}, f_{7/2}^{-1})$ pour l'état 11^+ . Nous avons pu identifier facilement ces états dans le spectre RPA. En effet, ces états de parité non naturelle ont une structure très proche de celle d'une simple excitation particule-trou et s'identifient quasiment aux deux excitations définies dans le modèle en couches. Le seul défaut réside dans les valeurs des énergies d'excitation prédites par le modèle RPA/D1S, trop élevées par rapport aux énergies observées expérimentalement. Malgré cela, nos calculs pour ces deux états reproduisent les données de diffusion avec une grande précision, cela sans aucune normalisation. La section efficace associée au premier état 14^- est bien reproduite mais celle associée à l'état 12^- présente un défaut de normalisation. Cette transition, aussi analysée dans l'article [62], est supposée être polluée par des transitions vers des états 10^- , 11^- et 13^- . Nous avons testé ces différentes possibilités, mais elles n'ont abouti à aucun résultat concluant.

L'étude des sections efficaces différentielles nous a montré le pouvoir prédictif de notre approche. À part quelques exceptions, toutes les données expérimentales ont été reproduites avec une bonne précision sans aucun ajustement a posteriori. Les petits défauts de normalisation observés ont été compris en considérant les densités de transition de charge issues des calculs RPA/D1S. En améliorant le modèle de structure utilisé, cette approche microscopique serait capable de reproduire les données expérimentales avec un degré de précision égal à celui de modèles phénoménologiques.

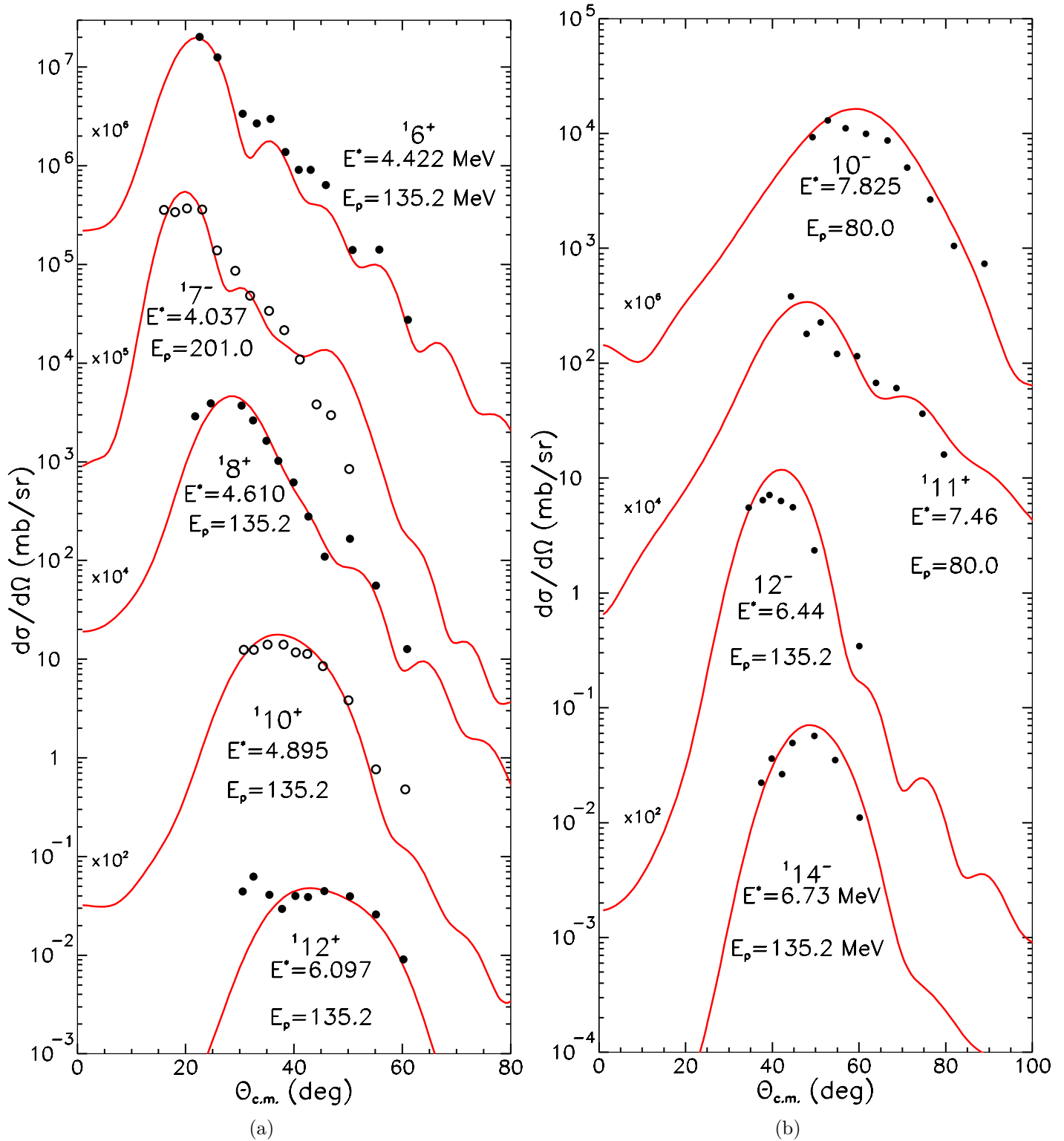


FIG. V.5 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb . Comparaison entre les données expérimentales et les prédictions de notre modèle DWA/RPA pour des transitions vers des états excités du ^{208}Pb de (a) parités naturelle et de (b) parités non naturelle. Les multiplicités, parités et énergies des états ainsi que les énergies des protons incidents sont indiquées sur les graphiques.

V.3.3 Pouvoirs d'analyse

Comme dans le cas de la diffusion élastique, nous pouvons tester le qualité de notre modèle en considérant l'observable de pouvoir d'analyse. La figure V.6 présente la comparaison entre les données expérimentales et les résultats de nos calculs pour des transitions vers les états 13^- et 15^- du ^{208}Pb . L'amplitude des oscillations ainsi que la position des extrema sont bien reproduites. On observe néanmoins quelques défauts au-delà de 70° . Cela peut être dû à des instabilités numériques car, pour ces angles, nos distributions deviennent assez irrégulières. Ces pouvoirs d'analyse sont assez sensibles à la partie spin-orbite du potentiel de transition. Cette observable prouve donc que cette composante de notre potentiel, et donc de la matrice G de Melbourne, est assez réaliste.

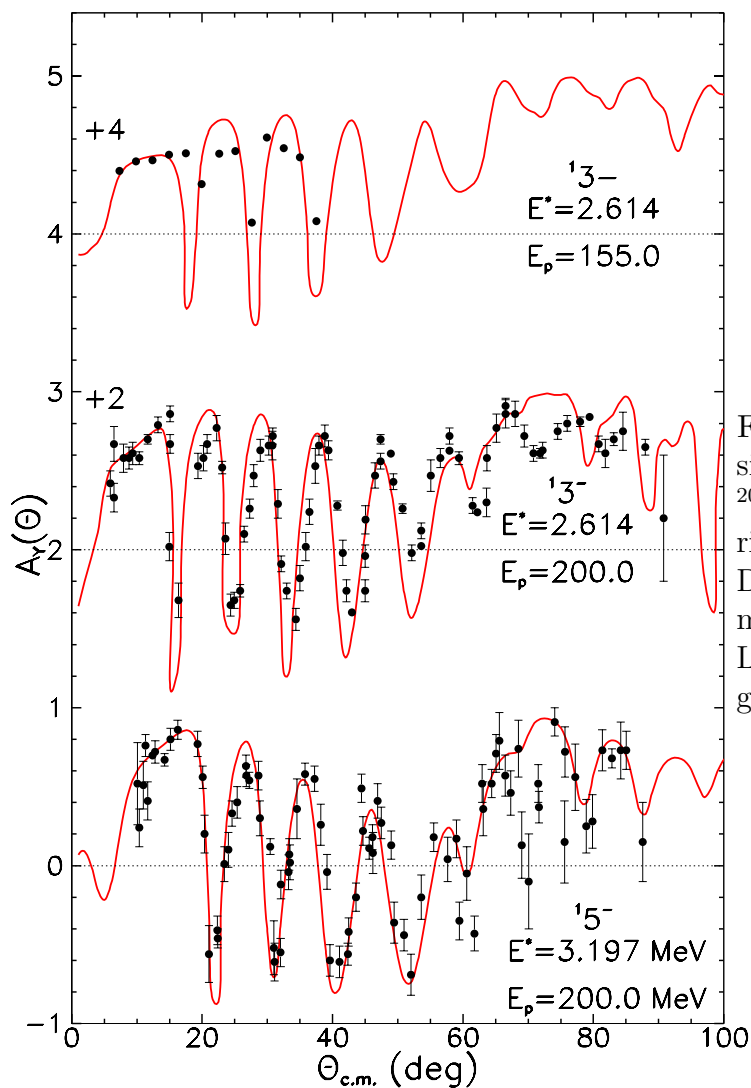


FIG. V.6 – Pouvoirs d'analyse pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{208}Pb . Comparaison entre les données expérimentales et les prédictions de notre modèle DWA/RPA pour des transitions vers le premier état 3^- et le premier état 5^- du ^{208}Pb . Les énergies incidentes sont indiquées sur le graphique.

V.3.4 Influence de la collectivité

Comme nous l'avons dit précédemment, la description RPA des états excités fait intervenir un grand nombre de composantes sur les paires particule-trou. On est donc en droit de se demander si une telle description est utile dans tous les cas ou si une simple excitation particule-trou ne peut pas suffire pour décrire certaines transitions. Dans le cas des excitations très collectives, la complexité des opérateurs RPA est bien entendu nécessaire. Le cas de la transition vers le premier état 3^- du ^{208}Pb (voir figure V.7(a)) illustre bien ceci. On a représenté en haut du graphique les sections efficaces différentielles calculées à partir de la description RPA de l'excitation (courbe rouge) ou à partir d'une simple description particule-trou (courbes continues bleue et verte). On a choisi les paires particule-trou en fonction de leurs poids relatifs (valeur de l'amplitude $X_{ph}^{13^-}$) dans l'opérateur d'excitation RPA. Les courbes bleue et verte représentent des paires particule-trou ayant un poids respectif de 0.47 et 0.40. Les calculs avec ces excitations simples sont bien entendu effectués en rapportant ce poids à 1 pour chaque paire (simples excitations particule-trou sur le fondamental Hartree-Fock). Les différences observées sur les sections efficaces sont probantes : pratiquement un facteur 50 entre les calculs utilisant les excitations RPA et ceux utilisant les excitations à une paire particule-trou. Ce résultat n'est pas surprenant car le premier état 3^- du ^{208}Pb est très collectif. Ceci pourrait être observé sur la densité de transition électrique pour laquelle un calcul avec une seule paire particule-trou donnerait une densité sept fois trop faible. D'autre part, on pourrait considérer que la collectivité de cet état pourrait être prise en compte en renormalisant simplement l'amplitude associée à l'opérateur particule-trou. Pour traduire ceci, nous avons normalisé les sections efficaces différentielles associées aux deux descriptions particule-trou (courbes en tirets verts et bleus) pour les faire correspondre aux données expérimentales à l'avant de la distribution. On voit que cette simple normalisation ne permet pas de reproduire la qualité des calculs utilisant l'opérateur d'excitation RPA. En effet, chacune des deux courbes normalisées présente de gros défauts dans certaines zones de la distribution angulaire. Une influence encore plus flagrante de la complexité de l'opérateur d'excitation RPA peut être observée en effectuant la même étude à partir des calculs de pouvoirs d'analyse. On a représenté ces calculs en bas de la figure V.7(a), où la signification des trois courbes continues est la même que dans la figure précédente. On voit clairement que les calculs avec des opérateurs particule-trou libres fournissent des prédictions très loin d'être satisfaisantes. En effet, les extrema ainsi que leurs positions sont très mal reproduits, ce qui contraste avec les prédictions fournies par le calcul utilisant l'opérateur RPA complet. D'autre part, on sait que les pouvoirs d'analyse sont insensibles à une quelconque renormalisation de la section efficace différentielle. Une renormalisation des amplitudes associées aux paires particule-trou ne permettrait donc pas d'améliorer les prédictions pour cette observable. Cette étude nous montre clairement que la complexité de l'opérateur RPA est plus que nécessaire afin de reproduire l'ensemble des observables associées à des réactions faisant intervenir des états très collectifs.

Une question évidente suit cette analyse. Quid de la description des états beaucoup moins collectifs ? Pour y répondre, nous allons procéder aux mêmes comparaisons que celles effectuées dans le cas du premier état 13^- mais cette fois pour des états peu collectifs.

De bons candidats sont les premiers états 8^+ et 10^+ . En effet, on juge que ces états ont une structure assez proche de celle d'une simple excitation particule-trou, car les amplitudes X_{ph} des opérateurs RPA associés sont concentrées à plus de 90 % sur une seule paire particule-trou. Par exemple, pour le premier état 8^+ , les amplitudes $X_{ph}^{18^+}$ de la description RPA sont concentrées à 92 % sur une seule paire particule-trou. On montre sur la figure V.7(b) la comparaison des sections efficaces différentielles calculées à partir de l'opérateur RPA complet (courbes rouges) ou à partir d'une simple excitation particule-trou (courbes bleues). Ici encore, les calculs faits à partir d'une simple excitation particule-trou sont très loin de reproduire la qualité des calculs faits à partir de la description RPA/D1S. Malgré sa description très concentrée sur une seule paire particule-trou, la collectivité de cet état est non moins importante. En effet, on doit multiplier les sections efficaces par cinq (courbes en tirets bleus) pour reproduire les données à l'avant de la distribution. D'autre part, une telle normalisation ne permet pas de bien reproduire la forme de ces distributions, notamment la position du maximum à 25° et l'épaule à 50° . Ceci met une nouvelle fois en valeur l'utilité d'une description détaillée de l'opérateur d'excitation ainsi que la qualité de cette description fournie par le calcul RPA/D1S. La figure V.7(c) présente la même étude pour le premier état 10^+ . La description RPA de cet état est à 94 % concentrée sur une seule paire particule-trou. Les courbes bleues présentent les calculs utilisant une paire particule-trou (courbes continues) et une paire particule-trou dont la composante a été doublée (courbes en tirets). Le peu de collectivité présente dans cette excitation suffit à apporter un facteur deux entre les calculs RPA (courbes rouges) et particule-trou simple. La description RPA est assez bonne pour les deux énergies représentées mais la description particule-trou semble meilleure à 135.2 MeV. La renormalisation de la section efficace à 80 MeV semble donner un meilleur résultat en considérant la position du pic et la pente de la distribution expérimentale. Cet exemple ne permet pas de mettre pleinement en valeur l'utilité de la complexité de l'opérateur RPA pour cette excitation, mais l'utilisation de cet opérateur donne tout de même des résultats assez prédictifs. Pour mieux juger ce cas, il serait intéressant de disposer de données expérimentales à plus grands angles et à d'autres énergies incidentes. D'autres mesures de pouvoirs d'analyse seraient aussi très instructives. Ces remarques valent aussi pour d'autres excitations pour lesquelles les données expérimentales sont plus rares.

Pour conclure ce paragraphe, on peut affirmer que les analyses effectuées montrent à quel point les calculs microscopiques de diffusion inélastique sont sensibles aux détails de la structure des états. Elles mettent en avant le fait que les corrélations sont présentes dans toutes les excitations, hautes et basses énergies, collectives ou non collectives. Ce type d'étude permet donc de tester en finesse les informations fournies par les différents modèles de structure et pourrait permettre de les améliorer.

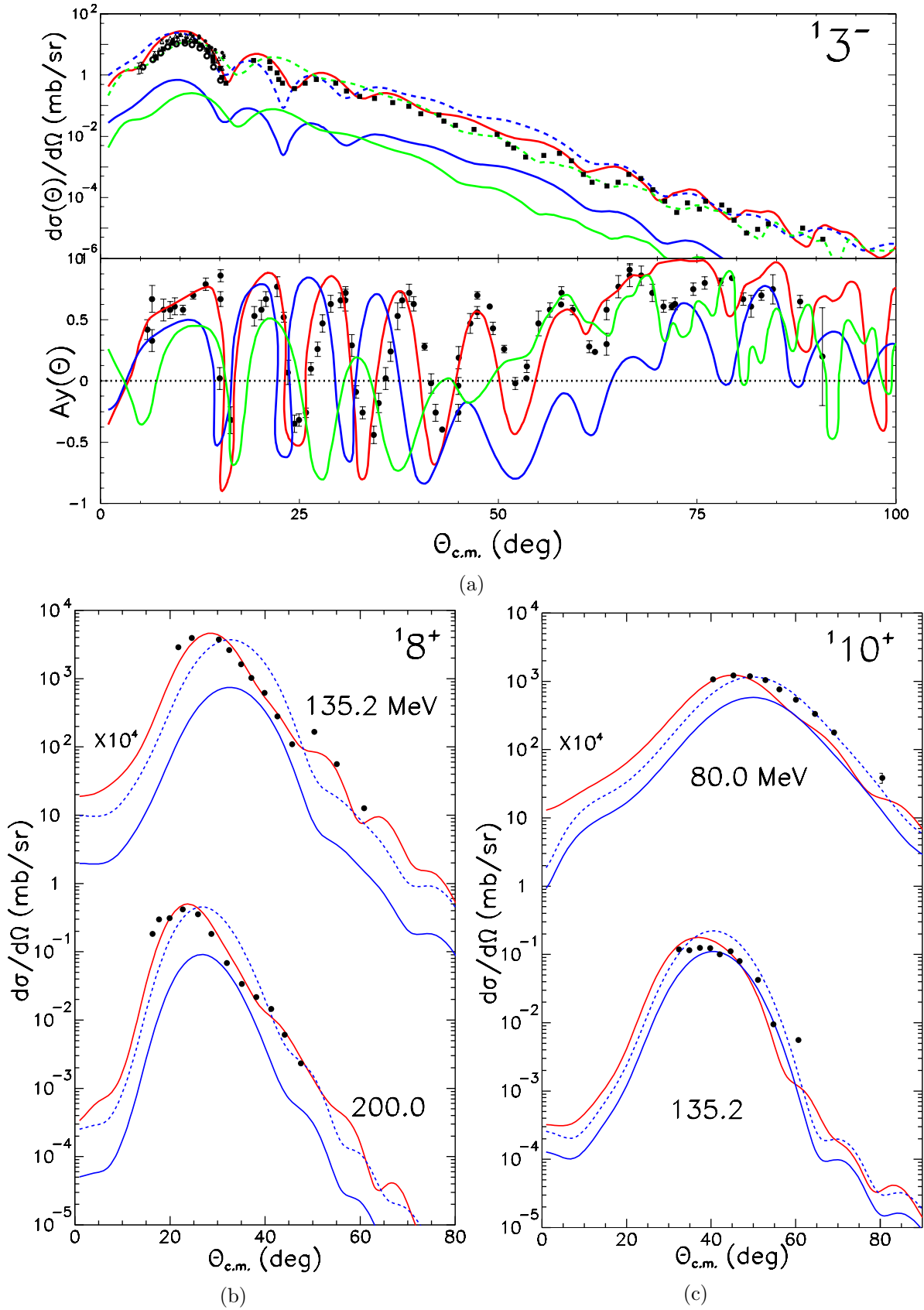


FIG. V.7 – Résultats des calculs de sections efficaces différentielles pour des transitions vers les premiers états (a) 3^- , (b) 8^+ et (c) 10^+ du ^{208}Pb , et (a) calculs de pouvoirs d'analyse pour le premier état 3^- . Comparaison entre les calculs utilisant les opérateurs RPA (courbes rouges), les opérateurs à une paire particule-trou (courbes continues bleues et vertes), ou les opérateurs à une paire particule-trou renormalisés (courbes en tirets bleus et verts). Les détails sont donnés dans le texte.

V.3.5 Résonances géantes

Des états d'importance particulière sont les résonances géantes, états très collectifs situés à haute énergie, au-delà du seuil de séparation de proton ou de neutron (8-10 MeV). De tels états ont été observés pour des noyaux stables au travers de toute la table des masses avec de larges sections efficaces. Parmi ces états, on trouve la résonance géante monopolaire qui a largement été étudiée et a permis d'estimer la valeur de la compressibilité de la matière nucléaire. L'excitation de ces résonances a été observée, par exemple, lors de la diffusion d'électrons [63, 64, 65, 66], d'He³ [67], de particules alpha [68] et de protons [69]. L'approche de structure RPA rend compte de l'existence de telles excitations et est capable de reproduire un certain nombre de propriétés telles que la position en énergie, la multipolarité et le type (isoscalaire ou isovectorielle) des excitations. Une autre quantité importante déduite de l'expérience peut être reproduite par les calculs RPA : il s'agit de la valeur de la contribution à la règle de somme pondérée en énergie (EWSR pour « energy weighted sum rule »). Cette contribution mesure l'importance relative d'une excitation particulière par rapport aux autres excitations de même multipolarité, de même parité et de même type. L'EWSR est définie par :

$$M_1(\hat{Q}_{JM}) = \sum_{N \in (J\pi)} (E_N - E_0) \left| \langle N | \hat{Q}_{JM} | \tilde{0} \rangle \right|^2, \quad (\text{V.8})$$

où $\hat{Q}_{JM} = \frac{e}{2} \sum_{i=1}^A (1 - \tau_z(i)) j_j(qr_i) Y_{JM}(\theta_i, \phi_i)$ est l'opérateur de transition électrique. Les états $|\tilde{0}\rangle$ et $|\tilde{N}\rangle$ sont les états RPA définis au chapitre III. Chaque contribution N à $M_1(\hat{Q}_{JM})$ représente un pourcentage de la somme \sum_N , cette dernière étant normalisée à 100%.

Les opérateurs d'excitation RPA permettent le calcul des sections efficaces associées à l'excitation de ces résonances par diffusion inélastique de protons. Nous présentons sur la figure V.10(a) la comparaison entre nos calculs et les données expérimentales [70] pour l'excitation de la résonance géante quadrupolaire située à 10.6 MeV d'excitation. Nous présentons en parallèle la répartition de la règle de somme pour les excitations de même multipolarité sur la figure V.8(c). La section efficace différentielle est bien reproduite. Cet accord est en partie attribuable à la prédiction RPA de 78% pour la valeur de EWSR, très proche de la valeur expérimentale de 70%. Par contre le calcul RPA prédit la position de cette excitation à 12.1 MeV, valeur supérieure à la valeur expérimentale. Cet écart est attribuable aux couplages non pris en compte dans l'approche RPA [71]. La même étude a été effectuée pour l'excitation de résonances hexadécapolaires observées autour de 12 MeV d'excitation [70]. La section efficace calculée est encore en bon accord avec les valeurs expérimentales. Ce résultat reflète l'accord entre la valeur EWSR expérimentale de 10%, et la valeur théorique de 11,28% (voir figure V.9(a)).

Les mesures expérimentales présentées et analysées dans l'article [70] indiquent la présence d'excitations collectives octupolaires autour de 20.9 MeV d'énergie d'excitation. Les calculs RPA prédisent un certain nombre d'états octupolaires dans cette zone en énergie. Pour comparer nos prédictions aux mesures expérimentales de diffusion, nous avons sommé les contributions provenant des différentes excitations présentes dans cette zone d'énergie. Les différentes contributions sont repérées par trois accolades (noire, bleue et verte) sur la figure V.8(d) selon le nombre d'états pris en compte dans notre calcul de diffusion. Les pourcentages de la règle de somme correspondant à ces différents regroupements sont indiqués sur la figure V.8(d), et les résultats des calculs de sections efficaces différentielles correspondant à ces trois regroupements sont présentés sur la figure V.10(b). L'excitation d'états octupolaires rend bien compte de ces données expérimentales de diffusion observées à 20,9 MeV. Par contre, la présence de nombreux états rend difficile un calcul précis de section efficace. A partir de la comparaison entre les données et nos calculs, nous pouvons seulement constater que les prédictions sont meilleures en prenant en compte un nombre d'états octupolaires dont la somme des valeurs de EWSR est comprise entre 17 et 38%.

Nous avons aussi analysé les données de diffusion inélastique de protons conduisant à l'excitation d'états situés à 14 MeV d'énergie d'excitation. Cette excitation est supposée contenir différentes contributions : celles des résonances monopolaire géante (isoscaire) et dipolaire géante (isovectorielle). Nous avons aussi pris en compte des excitations de multipolarités 4^+ et 6^+ . Le résultat du calcul des sections efficaces est présenté sur la figure V.10(c), où les différentes contributions sont détaillées. Les états pris en compte dans ce calcul sont indiqués par des accolades bleues sur les graphiques V.8(a), V.8(b), V.9(a) et V.9(b), qui présentent les valeurs de EWSR respectivement pour les multipolarités et parités 0^+ , 1^- , 4^+ et 6^+ . Ce calcul reproduit assez bien les mesures expérimentales, notamment le comportement angulaire au-dessous de 8° , principalement dû à l'excitation de résonances dipolaires.

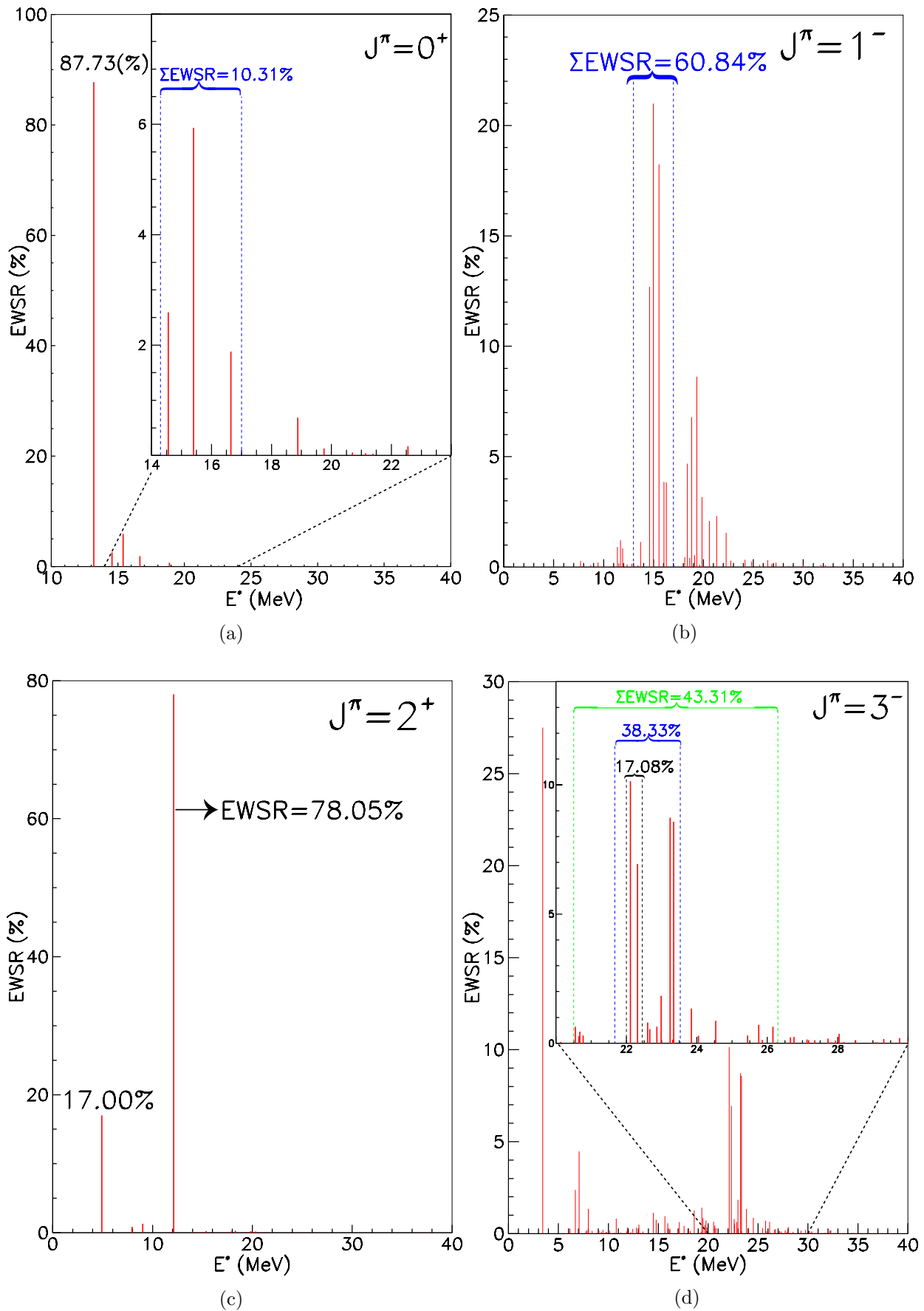


FIG. V.8 – Résultats RPA/D1S des règles de somme (EWSR, histogrammes rouges) pour des excitations (a) 0^+ , (b) 1^- , (c) 2^+ et (d) 3^- du ^{208}Pb . Les différentes informations présentes sur les graphiques sont analysées dans le texte.

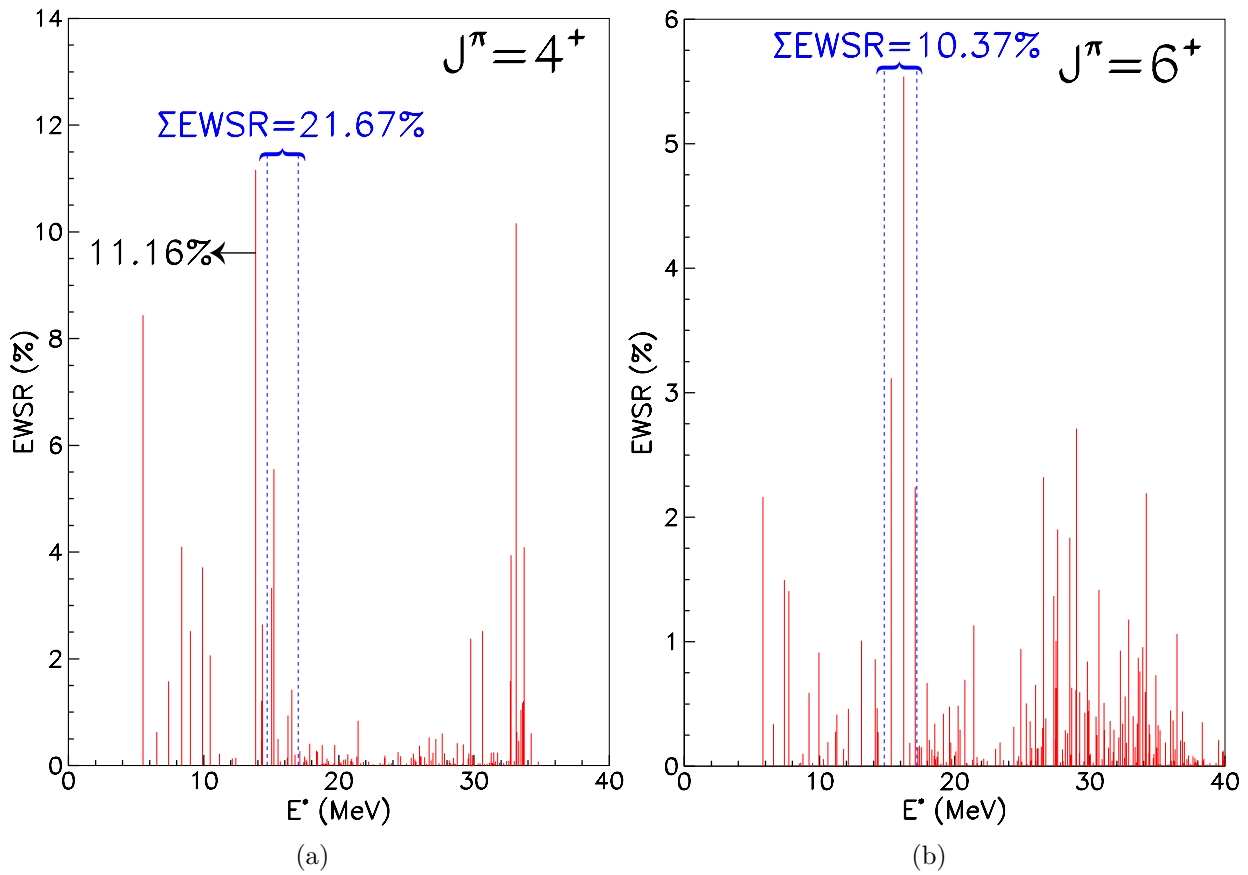


FIG. V.9 – Résultats RPA/D1S des règles de somme (EWSR, histogrammes rouges) pour des excitations (a) 4^+ et (b) 6^+ du ^{208}Pb . Les différentes informations présentes sur les graphiques sont analysées dans le texte.

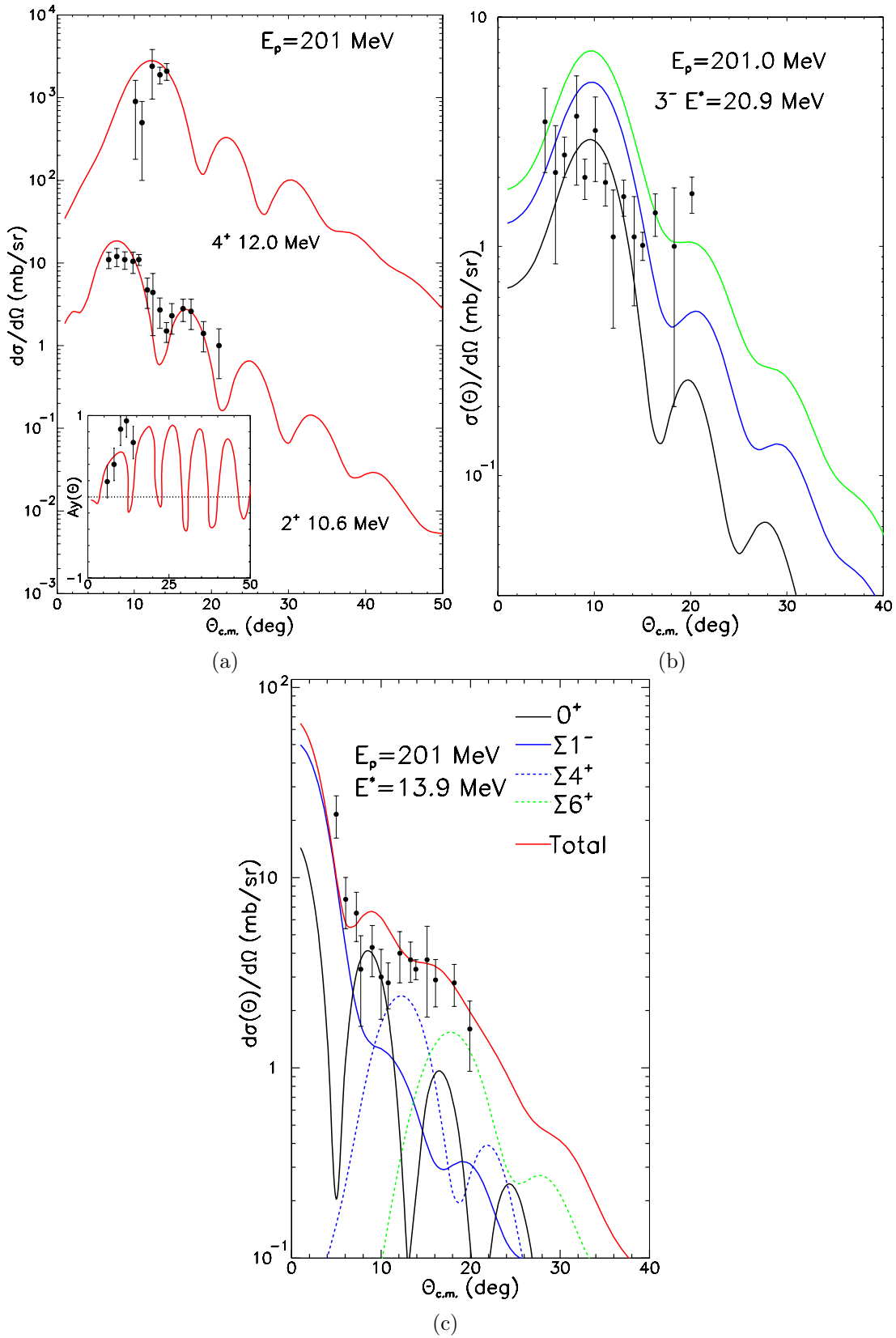


FIG. V.10 – Résultats des calculs des sections efficaces différentielles inélastiques correspondant à l'excitation d'états du ^{208}Pb dans la zone en énergie des résonances géantes. Comparaison avec les données expérimentales [70]. (a) excitation des résonances géantes quadrupolaire et hexadécapolaire, (b) excitation de résonances octupolaires au-dessus de 20 MeV d'excitation, (c) excitation des résonances géantes monopolaire et dipolaires avec quelques composantes provenant de l'excitation d'états 4^+ et 6^+ .

V.4 Calculs de diffusion inélastique de protons sur des cibles de ^{48}Ca , ^{40}Ca et ^{16}O

Le même type de calcul a été effectué pour la diffusion inélastique de protons sur des cibles de ^{48}Ca , ^{40}Ca et ^{16}O . Nous présentons sur les figures V.11(a) et V.11(b) les sections efficaces différentielles et les pouvoirs d'analyse correspondant aux transitions entre l'état fondamental et les premiers états 2^+ , 3^- et 5^- du ^{48}Ca . Malgré une petite surestimation des sections efficaces 3^- et 5^- , nos calculs reproduisent assez bien les différentes données, notamment celles des pouvoirs d'analyse. Nous présentons sur les figures V.11(c) et V.11(d) les calculs de sections efficaces différentielles et de pouvoirs d'analyse pour des transitions vers les premiers états excités 3^- et 5^- du ^{40}Ca et le premier état 3^- du ^{16}O . Nous nous sommes limité à ce type d'excitations car la méthode RPA ne permet pas de prédire les états de parité positive de basse énergie pour les noyaux ^{40}Ca et ^{16}O . En effet, pour ces deux noyaux, les excitations de types 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ etc... sont connues pour contenir des composantes 2p2h et 4p4h [72, 73, 74, 75]. Cette remarque est aussi valable pour certains états de parités positive du ^{48}Ca , notamment les états 0^+ de basses énergies. Néanmoins les états collectifs 3^- et 5^- sont bien reproduits dans l'approche RPA et les calculs de diffusion inélastique de protons conduisant à l'excitation de ces états sont encore en très bon accord avec les résultats expérimentaux. D'autres états expérimentaux de parité naturelle ont été excités par diffusion de protons, mais notre étude théorique des sections efficaces différentielles n'a pas abouti à des résultats satisfaisants. Il est donc possible que certains états de parité négative ne soient pas correctement reproduits par la méthode RPA et nécessitent l'inclusion de composantes plus complexes, par exemple de type 3p3h [75].

Comme extension possible de ce travail, il serait intéressant d'utiliser des résultats provenant d'une approche de structure de type mélange de configurations [76, 77, 78], allant au-delà de la méthode RPA, afin d'étendre nos analyses à tous les états excités observés pour les noyaux à couches fermées. D'autre part, il nous serait possible d'aborder la diffusion de nucléons sur des cibles sphériques ne présentant pas de doubles fermetures de couche grâce aux résultats d'une approche HFB+QRPA [24, 79, 80] (Hartree-Fock-Bogoliubov+Quasi-particule Random Phase Approximation), qui permet de décrire les états collectifs en présence d'appariement dans les noyaux.

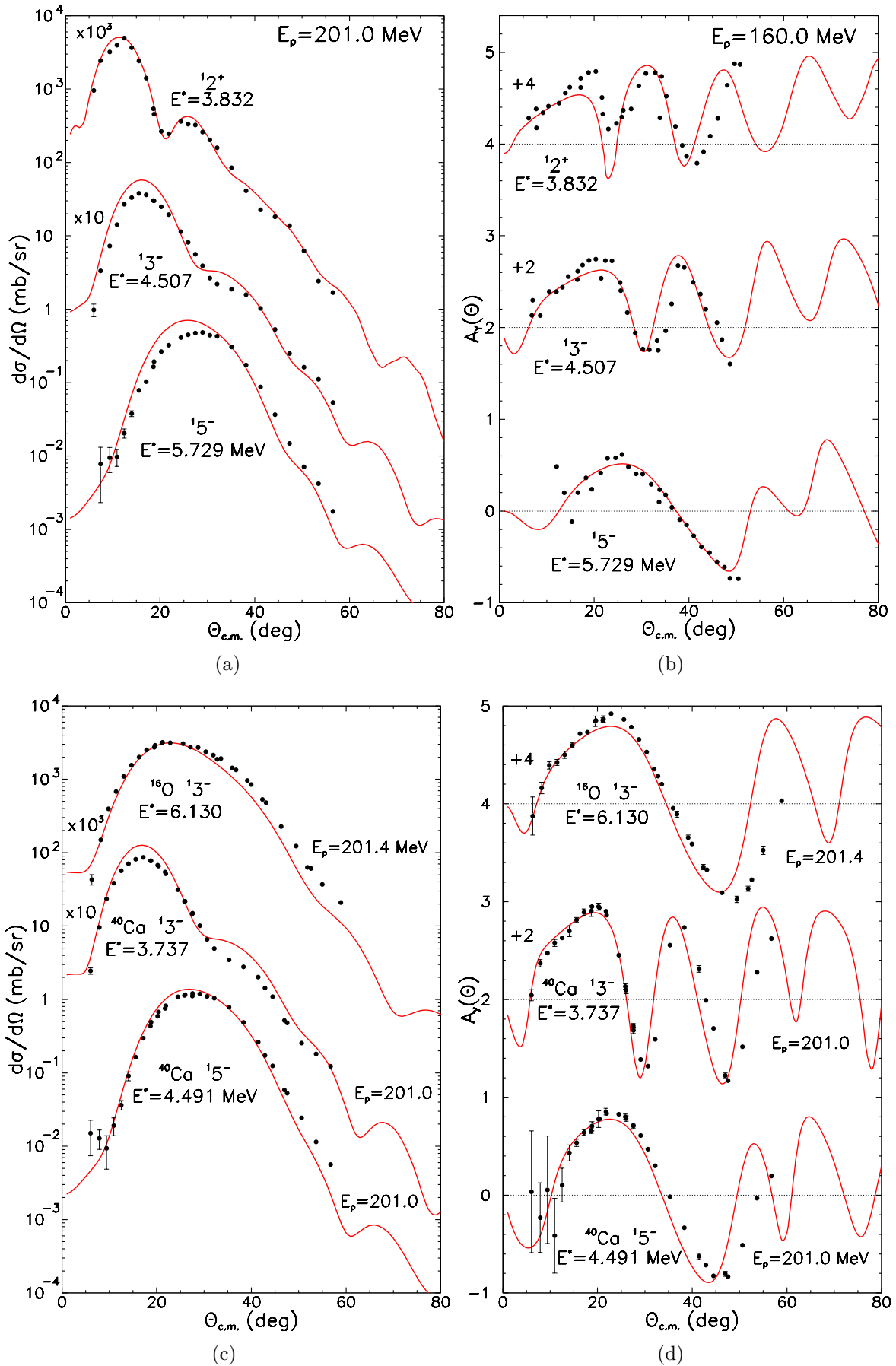


FIG. V.11 – Sections efficaces différentielles et pouvoirs d'analyse pour la diffusion inélastique de protons sur des cibles de (a,b) ^{48}Ca , (c,d) ^{40}Ca et ^{16}O . Les points représentent les données expérimentales et les courbes rouges les prédictions faites avec notre modèle DWA/RPA.

V.5 Cibles instables

Le formalisme DWA utilisant les informations de structure RPA/D1S s'applique tout aussi bien à la diffusion de nucléons sur des noyaux instables. Étant restreintes à des noyaux à couches fermées, les études peuvent s'effectuer sur des cibles de ^{56}Ni , ^{132}Sn , ^{100}Sn , par exemple. D'autre part, on peut aussi s'intéresser à des noyaux pour lesquels l'apparition de nouveaux nombres magiques est fortement supposée. On peut considérer le cas de ^{24}O pour lequel une fermeture de couche a été prédite pour un nombre de neutron égal à 16 [81].

La figure V.12(a) présente la comparaison entre les données expérimentales à 101 MeV [82], issues d'une étude en cinématique inverse, et nos prédictions pour la diffusion élastique et inélastique de protons sur une cible de ^{56}Ni . Le résultat pour la diffusion élastique (courbe noire) est en accord avec la donnée expérimentale à 21° . D'autre part la prédiction pour la diffusion inélastique correspondant à l'excitation du premier état 2^+ est aussi en bon accord avec la donnée expérimentale à 16° . Le manque de données ne nous permet pas d'effectuer une analyse plus détaillée. Il serait très intéressant de disposer de nouvelles mesures afin de mieux comparer les résultats pour la diffusion élastique et la diffusion inélastique vers le premier état 2^+ ainsi que pour tester les calculs pour d'autres états excités, comme par exemple le premier état 4^+ , représenté sur le graphique V.12(a) (courbe en tirets rouges).

Nous présentons sur la figure V.12(b) les prédictions pour la diffusion de protons de 101 MeV sur une cible de ^{24}O . La courbe noire est la prédiction pour la diffusion élastique et la courbe rouge pour la diffusion inélastique conduisant à l'excitation du premier état 2^+ prédit par la méthode RPA/D1S à 3.81 MeV, valeur supérieure à l'énergie de séparation du premier neutron prédite à 3.7(4) MeV [81]. Là encore des mesures seraient utiles pour valider ces prédictions.

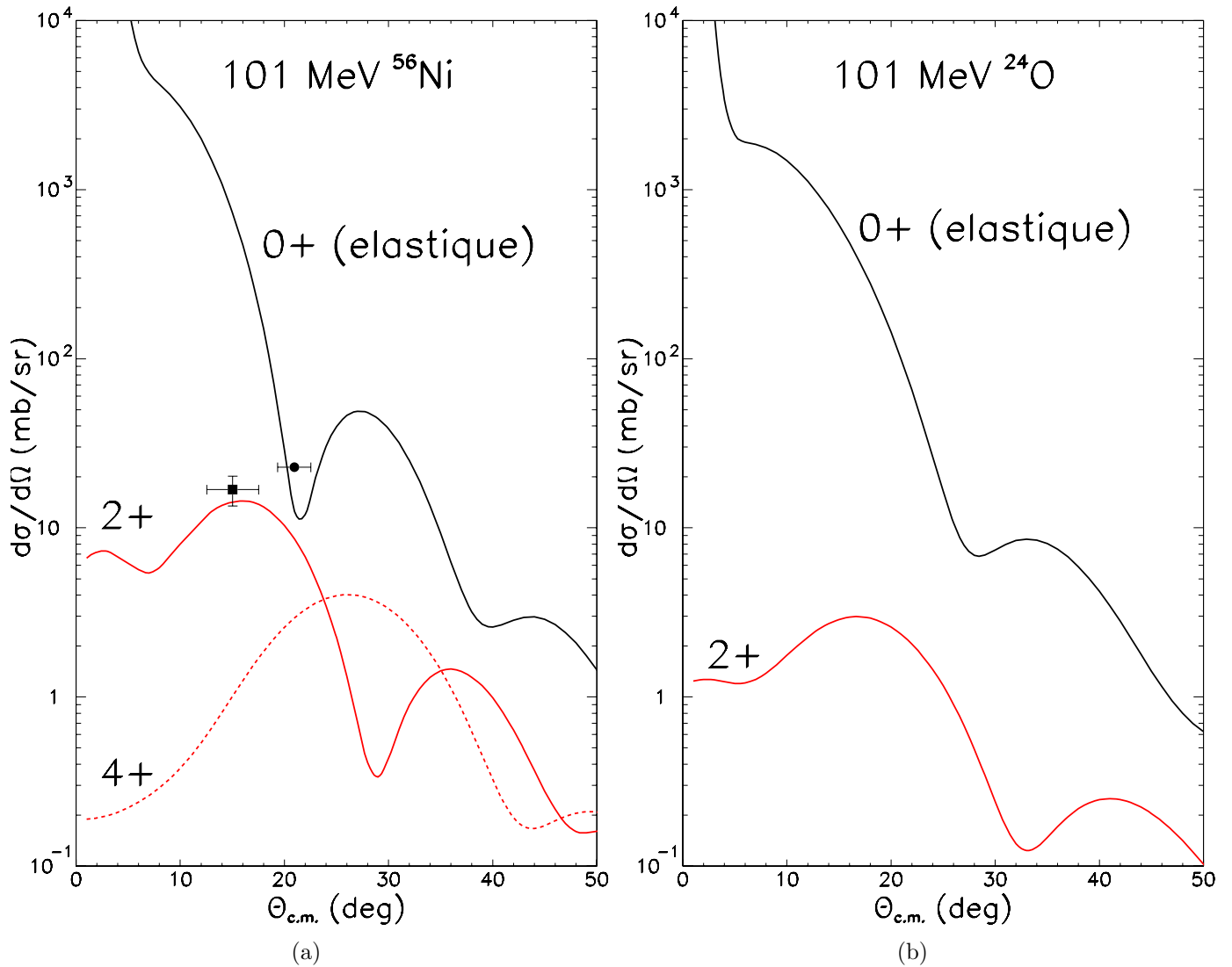


FIG. V.12 – (a) Comparaison entre les prédictions théoriques et les données expérimentales pour les diffusions élastique et inélastique de protons sur une cible de ^{56}Ni . La courbe noire représente le calcul de diffusion élastique et le point noir la donnée expérimentale. Les courbes rouges représentent les calculs de diffusions inélastiques associées aux transitions vers les premiers états excités 2^+ (courbe continue) et 4^+ (courbe en tirets). Le carré noir représente la donnée expérimentale pour l’excitation de l’état 2^+ . (b) Mêmes prédictions pour le noyau ^{24}O .

V.6 Le formalisme de double hélicité

Nous allons dans cette partie expliciter le formalisme de la « double hélicité » employé pour nos calculs de diffusion. Ce formalisme, utilisé dans le programme DWBA98, a été initialement développé par J. Raynal. On trouvera les explications détaillées dans les références [83, 84, 85]. Notre but est de rappeler la méthode à suivre afin d’exprimer les

amplitudes de transition de l'approximation DWA dans ce formalisme. Cela nous sera très utile par la suite, car ce formalisme sera employé pour écrire les éléments de matrice de transition au second ordre. Ces développements interviendront dans les calculs de pré-équilibre qui seront présentés au chapitre VI.

La matrice de transition DWA fait intervenir trois éléments à décrire dans le formalisme de double hélicité : les états liés, décrivant les nucléons de la cible, les états de diffusion, solutions des potentiels optiques dans les voies d'entrée et de sortie et enfin, l'interaction à deux corps. La description complète de l'interaction dans ce formalisme est assez longue à exposer. En conséquence, nous donnerons seulement son expression et quelques éléments de sa dérivation, sachant que l'on pourra se reporter aux références indiquées précédemment pour plus de détails. En revanche, nous allons porter une attention particulière à la dérivation des expressions des états liés et des états de diffusion dans le formalisme de la double hélicité. En effet, ces calculs vont nous fournir les méthodes et les résultats qui serviront de base aux calculs d'éléments de matrice du second ordre présentés au chapitre VI.

V.6.1 Définition des états liés de particule et de trou

Un état lié peut s'écrire dans une représentation classique :

$$\varphi_{n,l,j,m}(\mathbf{r}, \sigma) = \langle \mathbf{r} | n l j m \rangle = \sum_{m_l, m_{\frac{1}{2}}} \langle l m_l, \frac{1}{2} m_{\frac{1}{2}} | j m \rangle f_{nlj}(r) Y_{m_l}^l(\theta, \varphi) | \frac{1}{2} m_{\frac{1}{2}} \rangle . \quad (\text{V.9})$$

Dans cette représentation, toutes les projections de moments angulaires sont effectuées sur un même axe, en général l'axe (Oz) du repère associé au laboratoire. Le passage au formalisme d'hélicité consiste à passer du repère du laboratoire à un repère où l'axe (Oz) est aligné avec la direction \mathbf{r} , repérée dans le laboratoire par les angles d'Euler $\Omega \equiv (\theta, \varphi, \psi)$, où ψ est un angle arbitraire. En utilisant les matrices de rotation de Wigner (voir A.2), on peut écrire :

$$Y_{m_l}^l(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} R_{m,0}^{l*}(\Omega) \quad , \quad | \frac{1}{2} m_s \rangle = \sum_{\lambda} R_{m,0}^{\frac{1}{2}*}(\Omega) | \frac{1}{2} \lambda \rangle . \quad (\text{V.10})$$

Le nombre quantique λ est la projection du spin sur l'axe \mathbf{r} , soit l'axe (Oz) du nouveau repère. En recouplant les matrices de rotation, l'expression (V.9) devient :

$$\varphi_{n,l,j,m}(\mathbf{r}, \sigma) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} f_{nlj}(r) \sum_{\lambda} \langle l 0, \frac{1}{2} \lambda | j \lambda \rangle R_{m,\lambda}^{j*}(\Omega) | \frac{1}{2} \lambda \rangle . \quad (\text{V.11})$$

Cette expression se simplifie en écrivant :

$$\langle l0, \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} | j, +\frac{1}{2} \rangle = (-)^{l+\frac{1}{2}-j} \langle l0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | j, -\frac{1}{2} \rangle = \frac{\hat{j}}{\hat{l}\sqrt{2}} (-)^{l+j-\frac{1}{2}} , \quad (\text{V.12})$$

et donne :

$$\varphi_{n,l,j,m}(\mathbf{r}, \sigma) = \frac{\hat{j}}{\sqrt{8\pi}} f_{nlj}(r) \sum_{\lambda} \epsilon_{\lambda} R_{m,\lambda}^{j*}(\Omega) | \frac{1}{2} \lambda \rangle \quad \text{avec} \quad \epsilon_{\frac{1}{2}} = (-)^{l+j-\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad \epsilon_{-\frac{1}{2}} = 1 . \quad (\text{V.13})$$

Cette fonction d'onde n'est pas correctement normalisée si l'on prend la métrique $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi d\psi$. En effet, l'introduction d'un angle ψ arbitraire conduit à :

$$\int r^2 dr \sin\theta d\theta d\varphi d\psi |\varphi_{nlk}(\mathbf{r})|^2 = 2\pi . \quad (\text{V.14})$$

On doit donc introduire dans (V.13) la normalisation supplémentaire $\sqrt{2\pi}$. Finalement, en posant $\phi_{(nl),\lambda}^j(r) = \epsilon_{\lambda} f_{nlj}(r)$, un état lié s'écrit dans le formalisme de la double hélicité :

$$\langle \mathbf{r} | n l j m \rangle = \frac{\hat{j}}{4\pi} \sum_{\lambda} \phi_{(nl),\lambda}^j(r) R_{m,\lambda}^{j*}(\Omega) | \frac{1}{2} \lambda \rangle . \quad (\text{V.15})$$

V.6.2 Définition des états de diffusion

L'expression formelle d'un état de diffusion s'écrit :

$$\chi_{m_{\frac{1}{2}}}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \sum_{l j m} a_{nljm}(\hat{\mathbf{k}}) f_{lj}(kr) \Phi_{l j m}(\Omega_r) , \quad (\text{V.16})$$

où l'on a introduit les harmoniques sphériques généralisées :

$$\Phi_{l j m}(\Omega_r) = \sum_{m_l m'_{\frac{1}{2}}} \langle l m_l, \frac{1}{2} | j m \rangle Y_{m_l}^l(\Omega_r) | m'_{\frac{1}{2}} \rangle . \quad (\text{V.17})$$

La fonction d'onde radiale est une onde entrante ou sortante, selon que l'on considère l'onde distordue dans la voie d'entrée ou dans la voie de sortie. Cette onde possède la condition asymptotique d'onde plane avec un spin de projection $m_{\frac{1}{2}}$. L'onde de diffusion s'écrit à l'infini :

$$\chi_{m_{\frac{1}{2}}}^{\infty}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \frac{4\pi}{kr} \sum_{ljm} i^l kr j_l(kr) \langle lm_l, \frac{1}{2}m_{\frac{1}{2}} | jm \rangle Y_{m_l}^{l*}(\Omega_k) \Phi_{ljm}(\Omega_r) , \quad (\text{V.18})$$

où les $j_l(kr)$ sont les fonctions de Bessel sphériques. Avec la condition asymptotique $kr j_l(kr) = \sin(kr - l\frac{\pi}{2})$, pour que (V.16) se réduise à (V.18), on a la condition :

$$a_{l_j m m_{\frac{1}{2}}}(\hat{\mathbf{k}}) = \frac{4\pi}{kr} i^l \sum_{m_l} \langle lm_l, \frac{1}{2}m_{\frac{1}{2}} | jm \rangle Y_{m_l}^{l*}(\Omega_k) . \quad (\text{V.19})$$

L'équation (V.16) s'écrit donc :

$$\chi_{m_{\frac{1}{2}}}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \frac{4\pi}{kr} \sum_{ljm} \langle lm_l, \frac{1}{2}m_{\frac{1}{2}} | jm \rangle i^l f_{lj}(kr) Y_{m_l}^{l*}(\Omega_k) \Phi_{ljm}(\Omega_r) . \quad (\text{V.20})$$

Le but des manipulations qui vont suivre est d'exprimer cette forme en terme d'hélicité suivant le vecteur d'onde \mathbf{k} . Cette manipulation permet de faire apparaître les angles Ω_k , particulièrement utiles pour exprimer les différentes observables angulaires (sections efficaces différentielles, pouvoirs d'analyse ...). D'autre part, les fonctions angulaires $\Phi_{ljm}(\Omega_r)$ vont être représentées selon l'hélicité suivant le vecteur \mathbf{r} . Ces deux transformations, revenant à des projections sur les deux axes \mathbf{k} et \mathbf{r} , sont à l'origine de l'appellation « double hélicité ».

Le passage à l'hélicité suivant \mathbf{k} s'écrit :

$$\chi_{m_{\frac{1}{2}}}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \sum_{\lambda_k} R_{m_{\frac{1}{2}}, \lambda_k}^{\frac{1}{2}*}(\Omega_k) \chi_{\lambda_k}(\mathbf{kr}) , \quad (\text{V.21})$$

où Ω_k représente les angles d'Euler pour passer du repère du laboratoire à un repère dont l'axe (Oz) est parallèle à \mathbf{k} . Le nombre quantique λ_k est donc la projection du spin sur le nouvel axe (Oz) défini par la direction \mathbf{k} . Le passage à l'hélicité suivant \mathbf{r} s'écrit :

$$\begin{aligned} \Phi_{ljm}(\Omega_r) &= \sum_{\mu', \sigma'} \langle l\mu' \frac{1}{2}\sigma' | jm \rangle Y_{\mu'}^l(\Omega_r) | \frac{1}{2}\sigma' \rangle \\ &= \sum_{\mu', \sigma', \lambda_r} \langle l\mu' \frac{1}{2}\sigma' | jm \rangle Y_{\mu'}^l(\Omega_r) R_{\sigma', \lambda_r}^{\frac{1}{2}*}(\Omega_r) | \frac{1}{2}\lambda_r \rangle \\ &= \frac{\hat{l}}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\lambda_r} \langle l0 \frac{1}{2}\lambda | j\lambda \rangle R_{m, \lambda_r}^{j*}(\Omega_r) | \lambda_r \rangle , \end{aligned} \quad (\text{V.22})$$

où l'on a utilisé dans la troisième égalité la relation entre la matrice de rotation et les harmoniques sphériques (A.10), puis la relation de réduction des matrices de rotation

(A.8) et enfin la relation d'orthogonalité des symboles 3-j (A.4). $\Omega_{\mathbf{r}}$ représente les angles d'Euler pour passer du repère du laboratoire à un repère dont l'axe (Oz) est parallèle à \mathbf{r} . Le nombre quantique λ_r est donc la projection du spin sur un autre axe (Oz) parallèle à la direction \mathbf{r} . En reportant cette expression dans (V.20), la relation (V.21) peut s'écrire :

$$\sum_{\lambda_k} R_{m_{\frac{1}{2}}, \lambda_k}^{\frac{1}{2}*}(\Omega_{\mathbf{k}}) \chi_{\lambda_k}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \frac{4\pi}{kr} \sum_{ljm\lambda_r} \frac{\hat{l}}{\sqrt{4\pi}} \langle lm_l, \frac{1}{2}m_{\frac{1}{2}} | jm \rangle \langle l0 \frac{1}{2}\lambda | j\lambda \rangle \times i^l f_{lj}(kr) Y_{m_l}^{l*}(\Omega_{\mathbf{k}}) R_{m, \lambda_r}^{j*}(\Omega_{\mathbf{r}}) | \frac{1}{2}\lambda_r \rangle . \quad (\text{V.23})$$

Cette expression se réduit en utilisant la relation $Y_{\mu}^{l*}(\Omega_{\mathbf{k}}) = \frac{\hat{l}}{\sqrt{4\pi}} R_{\mu, 0}^l(\Omega_{\mathbf{k}})$, en multipliant des deux côtés par $R_{\sigma, \lambda_r}^{\frac{1}{2}}(\Omega_{\mathbf{k}})$, en sommant sur σ et enfin en recouplant les matrices de rotation qui dépendent de $\Omega_{\mathbf{k}}$. Ces manipulations conduisent à :

$$\chi_{\lambda_k}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \frac{1}{kr} \sum_{ljm\lambda_r} \hat{l}^2 \langle l0, \frac{1}{2}\lambda_r | j\lambda_r \rangle \langle l0, \frac{1}{2}\lambda_k | j\lambda_k \rangle i^l f_{lj}(kr) R_{m, \lambda_k}^j(\Omega_{\mathbf{k}}) R_{m, \lambda_r}^{j*}(\Omega_{\mathbf{r}}) | \frac{1}{2}\lambda_r \rangle . \quad (\text{V.24})$$

En écrivant les deux valeurs possibles du moment angulaire $l = j \pm \frac{1}{2}$, et en calculant explicitement les deux coefficients de Clebsch-Gordan grâce à la relation (V.12), on peut effectuer la transformation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \sum_{l=j \pm \frac{1}{2}} \hat{l}^2 \langle l0, \frac{1}{2}\lambda_r | j\lambda_r \rangle \langle l0, \frac{1}{2}\lambda_k | j\lambda_k \rangle i^l f_{lj}(kr) &= \frac{\hat{j}^2}{2} \frac{i^{j-\frac{1}{2}}}{r} (f_{j-\frac{1}{2}, j}(kr) + i^{\lambda_k - \lambda_r} f_{j+\frac{1}{2}, j}(kr)) \\ &= \frac{\hat{j}^2}{2} \Xi_{\lambda_k, \lambda_r}^j(kr) , \end{aligned} \quad (\text{V.25})$$

où l'on a posé :

$$\Xi_{\lambda_k, \lambda_r}^j(kr) = \frac{i^{j-\frac{1}{2}}}{r} (f_{j-\frac{1}{2}, j}(kr) + i^{\lambda_k - \lambda_r} f_{j+\frac{1}{2}, j}(kr)) . \quad (\text{V.26})$$

Ces dernières manipulations permettent d'écrire l'état de diffusion (V.24) sous la forme :

$$\chi_{\lambda_k}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2k\sqrt{2\pi}} \sum_{j\lambda'} \hat{j}^2 \Xi_{\lambda_k, \lambda_r}^j(kr) R_{\lambda_k, \lambda_r}^j(\Omega_{\mathbf{k}, \mathbf{r}}) | \frac{1}{2}\lambda_r \rangle , \quad (\text{V.27})$$

où apparaît la normalisation additionnelle $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$, pour la même raison que celle invoquée pour la normalisation des états liés (V.15).

V.6.3 Définition de l'interaction dans le formalisme d'hélicité

Le formalisme d'hélicité développé par J. Raynal consiste à exprimer les éléments de matrice de l'interaction en fonction des projections de spin sur les axes intrinsèques des deux particules en interaction, soit l'axe \mathbf{r}_1 pour la première particule et l'axe \mathbf{r}_2 pour la seconde particule. C'est pour cela que nous avons été conduit à formuler les fonctions d'onde du projectile et des particules de la cible en considérant des axes de quantification particuliers. Nous allons donner par la suite l'expression formelle de l'interaction. L'expression complète de l'interaction dans le formalisme d'hélicité n'a pas d'intérêt pour le présent travail. Nous donnons seulement quelques définitions permettant d'évaluer les éléments de matrice de l'interaction faisant intervenir les états à une particule définis précédemment. La décomposition multipolaire de l'interaction s'écrit dans le formalisme d'hélicité :

$$V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = \sum_{J, \mu_1, \mu_2} (2J + 1) V_{\mu_1, \mu_2}^J(r_1, r_2) [R^J(\Omega_1) R^J(\Omega_2)]_{\mu_1, \mu_2} , \quad (\text{V.28})$$

avec les définitions :

$$[R^J(\Omega_1) R^J(\Omega_2)]_{\mu_1, \mu_2} = \sum_{M_J} (-)^{M_J} R_{M_J, -\mu_1}^J(\Omega_1) R_{-M_J, -\mu_2}^J(\Omega_2) , \quad (\text{V.29})$$

et

$$V_{\mu_1, \mu_2}^J(r_1, r_2) = \left[\frac{1}{2} |\mu_1 \mu_2| (f^J(r_1, r_2) + \mu_1 \mu_2 c^J(r_1, r_2)) - \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - |\mu_1|) |\mu_2| e^J(r_1, r_2) \right. \\ \left. + (1 - |\mu_2|) |\mu_1| e^J(r_1, r_2) + (1 - |\mu_1|) (1 - |\mu_2|) d^J(r_1, r_2) \right] \sigma_{(1)\mu_1} \sigma_{(2)\mu_2} . \quad (\text{V.30})$$

Les indices μ_1 et μ_2 prennent les valeurs -1, 0 et 1. Les trois fonctions $d^J(r_1, r_2)$, $e^J(r_1, r_2)$ et $f^J(r_1, r_2)$ sont des fonctions complexes qui diffèrent de la partie de l'interaction considérée (centrale, tenseur ou spin-orbite). Nous donnons cette forme uniquement pour établir un lien clair avec les notations employées dans la référence [44]. Ces fonctions sont définies dans cette référence, pages 3 à 5 pour les parties centrale et tenseur et pages 8 et 9 pour la partie spin-orbite. Les angles Ω_1 et Ω_2 correspondent à deux changements de repère : Ω_1 pour passer du repère du laboratoire au repère où l'axe (Oz) est aligné avec le vecteur

\mathbf{r}_1 et Ω_2 pour passer du repère du laboratoire au repère où l'axe (Oz) est aligné avec le vecteur \mathbf{r}_2 . La signification de l'opérateur $\sigma_{(1)\mu_1}\sigma_{(2)\mu_2}$ sera donnée par la suite.

En utilisant les définitions en terme des hélicités des états à une particule, les éléments de matrice de cette interaction font intervenir ses éléments de matrice dans la base des hélicités de chaque particule :

$$V_{\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda_1, \lambda_2}^J = \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V_{\mu_1 \mu_2}^J | \lambda_1 \lambda_2 \rangle , \quad (\text{V.31})$$

et conduisent à :

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | \sigma_{(1)\mu_1} \sigma_{(2)\mu_2} | \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= \delta_{\mu_1, \lambda'_1 - \lambda_1} \delta_{\mu_2, \lambda'_2 - \lambda_2} \\ &\times (1 - \mu_1 (\mu_1 + 1)) (1 - \mu_2 (\mu_2 + 1)) \sqrt{1 + |\mu_1|} \sqrt{1 + |\mu_2|} . \end{aligned} \quad (\text{V.32})$$

Cette expression apporte une première signification à l'opérateur $\sigma_{(1)\mu_1}\sigma_{(2)\mu_2}$, que nous détaillerons dans la suite. Cette forme montre de quelle manière les éléments de matrice sont définis en fonction des hélicités des deux particules avant et après l'interaction. La formule importante de ce paragraphe est l'expression (V.28) qui sépare explicitement la partie angulaire (V.27) de la partie purement radiale. Les autres définitions, que l'on a volontairement omis de développer, ne seront pas utiles dans la suite de ce travail.

Nous donnons à présent la signification des opérateurs $\sigma_{(1)\mu_1}$ et $\sigma_{(2)\mu_2}$. Pour deux particules en interaction, les parties du potentiel qui dépendent du spin s'expriment en fonction des opérateurs de spin $\boldsymbol{\sigma}_1$ et $\boldsymbol{\sigma}_2$. Ces deux opérateurs sont identiques si ce n'est qu'ils s'appliquent à deux particules différentes. Dans le cas du formalisme d'hélicité, les opérateurs de spin représentés par les états d'hélicité $|\lambda_1\rangle$ et $|\lambda_2\rangle$ ne sont plus identiques car le spin est pris dans un repère lié à la particule au point \mathbf{r}_1 ou au point \mathbf{r}_2 généralement différents. En représentation classique, le produit scalaire $\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2$ se décompose comme un tenseur d'ordre 0 à partir de deux tenseurs d'ordre 1 :

$$\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 = \sum_{\mu=-1,0,+1} (-)^\mu \sigma_{1,\mu} \sigma_{2,-\mu} . \quad (\text{V.33})$$

Dans le formalisme d'hélicité, chacune des composantes de $\sigma_{1,\mu}$ et $\sigma_{2,\mu}$ doit s'exprimer sur le repère lié à \mathbf{r}_1 pour les $\sigma_{1,\mu}$, et sur le repère lié à \mathbf{r}_2 pour les $\sigma_{2,\mu}$. Cela s'écrit :

$$\sigma_{1,\mu} = \sum_{\mu_1} R_{\mu,\mu_1}^{1*}(\Omega_1) \sigma_{(1),\mu_1} \quad \text{et} \quad \sigma_{2,-\mu} = \sum_{\mu_2} R_{-\mu,\mu_2}^{1*}(\Omega_2) \sigma_{(2),\mu_2} . \quad (\text{V.34})$$

Les opérateurs $\sigma_{(i),\mu_i}$ ont une action bien définie sur les états d'hélicité $|\lambda_i\rangle$, où l'indice i désigne la particule considérée. L'action de $\sigma_{(i),0}$ sur l'état $|\lambda_i\rangle$ est simplement :

$$\sigma_{(i),0}|\lambda_i\rangle = \lambda_i|\lambda_i\rangle . \quad (\text{V.35})$$

Finalement, l'opérateur $\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2$ peut s'écrire :

$$\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 = \sum_{\mu, \mu_1, \mu_2} (-)^\mu R_{\mu, \mu_1}^{1*}(\Omega_1) R_{-\mu, \mu_2}^{1*}(\Omega_2) \sigma_{(1), \mu_1} \sigma_{(2), \mu_2} . \quad (\text{V.36})$$

Nous allons à présent préciser l'origine de la partie angulaire $[R^J(\Omega_1)R^J(\Omega_2)]_{\mu_1, \mu_2}$. Pour une forme d'interaction à deux corps du type :

$$V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = V_0(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) + V_1(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 , \quad (\text{V.37})$$

une décomposition multipolaire peut s'écrire :

$$V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = 4\pi \sum_{\substack{s=0,1 \\ L,M}} V_{s,L}(r_1, r_2) Y_M^L(\Omega_1) Y_M^{L*}(\Omega_2) \boldsymbol{\sigma}_1^s \cdot \boldsymbol{\sigma}_2^s , \quad (\text{V.38})$$

avec $\boldsymbol{\sigma}^0 = \hat{1}$ et $\boldsymbol{\sigma}^1 = \boldsymbol{\sigma}$. A l'aide de la relation (A.10), et en introduisant la décomposition (V.36), cette forme devient :

$$V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = 4\pi \sum_{\substack{s=0,1 \\ L,M \\ \mu, \mu_1, \mu_2}} V_{s,L}(r_1, r_2) R_{\mu, \mu_1}^{1*}(\Omega_1) R_{-\mu, \mu_2}^{1*}(\Omega_2) R_{M,0}^{L*}(\Omega_1) R_{-M,0}^{L*}(\Omega_2) \times \sigma_{(1), \mu_1} \sigma_{(2), \mu_2} . \quad (\text{V.39})$$

En recouplant les éléments de matrice de rotation ayant le même angle (formule (A.8)), puis en utilisant l'orthogonalité des symboles $3 - j$, on trouve :

$$V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = \sum_{J, \mu_1, \mu_2} (-)^J (2J + 1) \sum_{s,L} (2L + 1) V_{s,L}(r_1, r_2) \times \begin{pmatrix} L & s & J \\ 0 & \mu_1 & -\mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & s & J \\ 0 & \mu_2 & -\mu_2 \end{pmatrix} [R^J(\Omega_1)R^J(\Omega_2)]_{\mu_1, \mu_2} \sigma_{(1), \mu_1} \sigma_{(2), \mu_2} . \quad (\text{V.40})$$

On rappelle que les valeurs μ_1 et μ_2 intervenant dans cette définition sont identifiables à des projections de moment angulaire sur l'axe (Oz) du repère attaché à la particule 1 en \mathbf{r}_1 pour μ_1 et sur l'axe (Oz) du repère attaché à la particule 2 en \mathbf{r}_2 pour μ_2 .

V.6.4 Calcul de l'élément de matrice de transition au premier ordre

Dans ce paragraphe, nous allons dériver les amplitudes de transition au premier ordre qui interviennent dans le calcul des sections efficaces de diffusion présentées au début de ce chapitre. Dans l'approximation des ondes distordues, l'état initial de la particule est une onde distordue d'impulsion \mathbf{k}_i et d'hélicité λ_i , et l'état final est une onde distordue d'impulsion \mathbf{k}_f et d'hélicité λ_f . La cible est dans un état initial de spin nul (état fondamental) et dans un état final de spin I_f et d'hélicité μ_f . L'élément de matrice $T_{\lambda_i, \lambda_f \mu_f I_f}^{(1)}$, correspondant à la transition entre ces deux états, est défini par :

$$T_{\lambda_i, \lambda_f \mu_f I_f}^{(1)} = \langle \chi_{\lambda_f}^{(-)}(k_f), I_f, \mu_f | V(1, 2) | \chi_{\lambda_i}^{(+)}(\mathbf{k}_i), (I_i, \mu_i) = (0, 0) \rangle . \quad (\text{V.41})$$

Nous allons calculer cette expression en considérant un état final de la cible décrit par une excitation particule-trou simple sur l'état fondamental Hartree-Fock, soit :

$$|I_f \mu_f\rangle = A_{I_f \mu_f \Pi}^+(p\tilde{h}) |HF\rangle = \sum_{m_p m_h} \langle j_p m_p, j_h - m_h | JM \rangle s_h a_p^+ a_h |HF\rangle . \quad (\text{V.42})$$

D'autre part, on a décomposé au paragraphe V.1 l'interaction à deux corps $V(1, 2)$ en terme d'opérateurs d'excitation RPA (voir (V.5)). On peut facilement adapter cette forme à une décomposition en terme d'opérateurs particule-trou du type (V.42), soit :

$$V(1, 2) = \frac{1}{2} \sum_{\substack{n_p n_h \\ (j, m)_{p, h, i, f}}} \langle k_f, p | V | \widetilde{k_i j_h} \rangle \\ \sum_{JM\Pi} s_{k_i} \langle j_{k_f} m_{k_f}, j_{k_i} - m_{k_i} | J - M \rangle A_{J-M\Pi}^+(k_f, \tilde{k}_i) \times \langle j_p m_p, j_h - m_h | JM \rangle s_h A_{JM\Pi}^+(p\tilde{h}) , \quad (\text{V.43})$$

avec $k_{i/f} \equiv k_{i/f}, j_{i/f}, m_{i/f}$ et $p/h \equiv n_{p/h}, j_{p/h}, m_{p/h}$. Les variables k_i et k_f correspondent à l'état du projectile respectivement dans la voie d'entrée et de sortie, soit les états d'onde distordue $\chi_{\lambda_i}^{(+)}(k_i)$ et $\chi_{\lambda_f}^{(-)}(k_f)$. L'élément de matrice (V.41) correspond donc à la composante de l'interaction :

$$T_{\lambda_i, \lambda_f \mu_f I_f}^{(1)} = \sum_{j_i, j_f m_{i, f, p, h}} s_h s_{k_i} \langle k_f p | V | \widetilde{k_i h} \rangle \langle j_f m_f, j_i - m_i | I_f - \mu_f \rangle \langle j_p m_p, j_h - m_h | I_f \mu_f \rangle . \quad (\text{V.44})$$

L'élément de matrice $\langle k_f, p | V | \widetilde{k_i h} \rangle$ va être calculé à l'aide du formalisme d'hélicité. Afin d'utiliser les définitions (V.27) des états du continuum (états du projectile) et (V.15) des

états liés des nucléons de la cible, on insère deux fois dans cette expression la relation de fermeture :

$$\hat{1} = \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \iint r_1^2 dr_1 d\Omega_1 r_2^2 dr_2 d\Omega_2 |\mathbf{r}_1 \lambda_1, \mathbf{r}_2 \lambda_2\rangle \langle \mathbf{r}_1 \lambda_1, \mathbf{r}_2 \lambda_2| , \quad (\text{V.45})$$

où λ_{r_1} et λ_{r_2} sont les projections du spin (des états à une particule considérés) sur les axes respectifs \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 . Cette manipulation conduit à l'expression :

$$\begin{aligned} \langle k_f p | V | \widetilde{k_i h} \rangle = & \sum_{\lambda_{r_1}, \lambda_{r_2}, \lambda'_{r_1}, \lambda'_{r_2}} \iint r_1^2 dr_1 d\Omega_1 r_2^2 dr_2 d\Omega_2 \langle k_f, p | \mathbf{r}_1 \lambda'_{r_1}, \mathbf{r}_2 \lambda'_{r_2} \rangle \\ & \langle \lambda'_{r_1}, \lambda'_{r_2} | V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) | \lambda_{r_1}, \lambda_{r_2} \rangle \langle \mathbf{r}_1 \lambda_1, \mathbf{r}_2 \lambda_2 | \widetilde{k_i h} \rangle , \end{aligned} \quad (\text{V.46})$$

pour laquelle on a tenu compte du fait que l'interaction V (matrice G de Melbourne) est donnée sous une forme locale. Avec la définition (V.28), les éléments de matrice de cette interaction s'écrivent :

$$\begin{aligned} \langle \lambda'_{r_1}, \lambda'_{r_2} | V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) | \lambda_{r_1}, \lambda_{r_2} \rangle = & \sum_{JM, \mu_{r_1}, \mu_{r_2}} \hat{j}^2(-)^{M_J} \\ & \langle \lambda'_{r_1}, \lambda'_{r_2} | V_{\mu_{r_1}, \mu_{r_2}}^J(r_1, r_2) | \lambda_{r_1}, \lambda_{r_2} \rangle R_{M_J, -\mu_{r_1}}^J(\Omega_{\mathbf{r}_1}) R_{-M_J, -\mu_{r_2}}^J(\Omega_{\mathbf{r}_2}) . \end{aligned} \quad (\text{V.47})$$

Avec les définitions (V.27) et (V.15), et en considérant uniquement la partie directe, on écrit :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{k}_f | \mathbf{r}_1, \lambda'_{r_1} \rangle &= \frac{1}{2k_f \sqrt{2\pi}} \hat{j}_f^2 R_{m_f \lambda_{k_f}}^{j_f^*}(\Omega_{\mathbf{k}_f}) R_{m_f \lambda'_{r_1}}^{j_f}(\Omega_{\mathbf{r}_1}) \Xi_{\lambda_{k_f}, \lambda'_{r_1}}^{(-), j_f^*}(k_f r_1) , \\ \langle \mathbf{r}_1, \lambda_{r_1} | \mathbf{k}_i \rangle &= \frac{1}{2k_i \sqrt{2\pi}} \hat{j}_i^2 R_{m_i \lambda_{k_i}}^{j_i}(\Omega_{\mathbf{k}_i}) R_{m_i \lambda_{r_1}}^{j_i^*}(\Omega_{\mathbf{r}_1}) \Xi_{\lambda_{k_i}, \lambda_{r_1}}^{(+), j_i}(k_i r_1) , \\ \langle p | \mathbf{r}_2, \lambda'_{r_2} \rangle &= \frac{\hat{j}_p}{4\pi} \phi_{(nl)_p, \lambda'_{r_2}}^{j_p^*}(r_2) R_{m_p \lambda'_{r_2}}^{j_p}(\Omega_{\mathbf{r}_2}) , \\ \langle \mathbf{r}_2, \lambda_{r_2} | h \rangle &= \frac{\hat{j}_h}{4\pi} \phi_{(nl)_h, \lambda_{r_2}}^{j_h}(r_2) R_{m_h \lambda_{r_2}}^{j_h}(\Omega_{\mathbf{r}_2}) . \end{aligned} \quad (\text{V.48})$$

On peut dès à présent intégrer les parties angulaires qui font intervenir les matrices de rotation dépendantes de $\Omega_{\mathbf{r}_1}$ et $\Omega_{\mathbf{r}_2}$ dans les expressions précédentes et dans celle de l'interaction (V.28). Cela s'écrit :

$$\begin{aligned}
 I_{\mathbf{r}_1} &= \int d\Omega_{\mathbf{r}_1} R_{m_i \lambda'_{r_1}}^{j_i}(\Omega_{\mathbf{r}_1}) R_{M_J, -\mu_{r_1}}^J(\Omega_{\mathbf{r}_1}) R_{m_f, \lambda_{r_1}}^{j_f^*}(\Omega_{\mathbf{r}_1}) \\
 &= 8\pi^2 (-)^{m_f + \lambda_{r_1}} \begin{pmatrix} j_f & J & j_i \\ m_f & M_J & -m_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_f & J & j_i \\ \lambda'_{r_1} & -\mu_{r_1} & -\lambda_{r_1} \end{pmatrix}, \quad (\text{V.49})
 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
 I_{\mathbf{r}_2} &= \int d\Omega_{\mathbf{r}_2} R_{m_p \lambda'_{r_2}}^{j_p}(\Omega_{\mathbf{r}_2}) R_{-M_J, -\mu_{r_2}}^J(\Omega_{\mathbf{r}_2}) R_{m_h, \lambda_{r_2}}^{j_h^*}(\Omega_{\mathbf{r}_2}) \\
 &= 8\pi^2 (-)^{m_p + \lambda_{r_2}} \begin{pmatrix} j_p & J & j_h \\ m_p & -M_J & -m_h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & J & j_h \\ \lambda'_{r_2} & -\mu_{r_2} & -\lambda_{r_2} \end{pmatrix}. \quad (\text{V.50})
 \end{aligned}$$

L'intégration sur les parties radiales s'écrit :

$$\begin{aligned}
 S_{\lambda'_{r_1} \lambda'_{r_2}, \lambda_{r_1} \lambda_{r_2}}^J &= \iint r_1^2 dr_1 r_2^2 dr_2 \langle \lambda'_{r_1}, \lambda'_{r_2} | V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) | \lambda_{r_1}, \lambda_{r_2} \rangle \\
 &\quad \times \Xi_{\lambda_{k_f}, \lambda'_{r_1}}^{(-), j_f^*}(k_f r_1) \Xi_{\lambda_{k_i}, \lambda_{r_1}}^{(+), j_i}(k_i r_1) \phi_{(nl)_p, \lambda'_{r_2}}^{j_p^*}(r_2) \phi_{(nl)_h, \lambda_{r_2}}^{j_h}(r_2) \quad (\text{V.51})
 \end{aligned}$$

A ce stade, on peut définir la quantité :

$$\begin{aligned}
 f_{j_p(j_f \lambda_f), j_h(j_i \lambda_i)}^{(-, +), J} &= \sum_{\{\lambda\}} (-)^{j_i + j_p + \lambda_{r_1} + \lambda_{r_2}} \hat{j}_i \hat{j}_f \hat{j}_p \hat{j}_h \\
 &\quad \times \begin{pmatrix} j_f & J & j_i \\ \lambda'_{r_1} & -\mu_{r_1} & -\lambda_{r_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & J & j_h \\ \lambda'_{r_2} & -\mu_{r_2} & -\lambda_{r_2} \end{pmatrix} S_{\lambda'_{r_1} \lambda'_{r_2}, \lambda_{r_1} \lambda_{r_2}}^J, \quad (\text{V.52})
 \end{aligned}$$

avec $\{\lambda\} \equiv \lambda_{r_1}, \lambda_{r_2}, \lambda'_{r_1}, \lambda'_{r_2}$. Ces calculs conduisent à l'expression de l'élément de matrice (V.46) :

$$\begin{aligned}
 \langle k_f p | V | k_i h \rangle &= \frac{\sqrt{2\pi}}{k_i k_f} \hat{j}_i \hat{j}_f R_{m_f \lambda_{k_f}}^{j_f^*}(\Omega_{\mathbf{k}_f}) R_{m_i \lambda_{k_i}}^{j_i}(\Omega_{\mathbf{k}_i}) \sum_{JM_J} \hat{J}^2 (-)^{j_i + j_p + m_i + m_p} \\
 &\quad \begin{pmatrix} j_p & J & j_h \\ m_p & -M_J & -m_h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_f & J & j_i \\ m_f & M_J & -m_i \end{pmatrix} f_{j_p(j_f \lambda_f), j_h(j_i \lambda_i)}^{(-, +), J}. \quad (\text{V.53})
 \end{aligned}$$

L'amplitude de transition, après simplification des phases, peut s'écrire en fonction de symboles 3 - j comme :

$$T_{\lambda_i, \lambda_f \mu_f I_f}^{(1)} = \sum_{j_i, j_f m_i, m_f} (-)^{j_p + j_f + m_i + m_h} \langle k_f, p | V | \widetilde{k_i h} \rangle \hat{I}_f^2 \begin{pmatrix} j_f & j_i & I_f \\ m_f & -m_i & \mu_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_h & I_f \\ m_p & -m_h & -\mu_f \end{pmatrix}. \quad (\text{V.54})$$

Avec le symbole $3 - j$ de l'expression (V.53), on peut utiliser la relation d'orthogonalité (A.4), soit :

$$\sum_{m_p, m_h} \begin{pmatrix} j_p & j_h & I_f \\ m_p & -m_h & -\mu_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ m_p & -m_h & -M_J \end{pmatrix} = \frac{\delta_{I_f, J} \delta_{\mu_f, M_J}}{\hat{I}_f^2}. \quad (\text{V.55})$$

Cette relation permet d'écrire l'amplitude de transition comme :

$$T_{\lambda_i, \lambda_f \mu_f I_f}^{(1)} = \frac{2\pi}{k_i k_f} \sum_{j_i, j_f, m_i, m_f} \hat{j}_i \hat{j}_f \hat{I}_f^2 (-)^{j_i - m_i + j_f + j_p + j_h} R_{m_i, \lambda_{k_i}}^{j_i}(\Omega_{\mathbf{k}_i}) R_{m_f, \lambda_{k_f}}^{j_f*}(\Omega_{\mathbf{k}_f}) \begin{pmatrix} j_i & j_f & I_f \\ m_i & -m_f & -\mu_f \end{pmatrix} f_{(j_f \lambda_f) j_p, (j_i \lambda_i) j_h}^{(-, +), I_f}. \quad (\text{V.56})$$

Cette expression se simplifie en considérant d'une part la relation :

$$f_{(j_f \lambda_f) j_p, (j_i \lambda_i) j_h}^{(-, +), I_f} = (-)^{j_i + j_f + j_p + j_h} f_{j_p (j_f \lambda_f), j_h (j_i \lambda_i)}^{(-, +), I_f}. \quad (\text{V.57})$$

D'autre part, en choisissant l'axe de quantification le long du vecteur \mathbf{k}_f , on trouve facilement :

$$R_{m_f, \lambda_{k_f}}^{j_f*} = \delta_{m_f, \lambda_{k_f}} \quad (\text{V.58})$$

$$R_{m_i, \lambda_{k_i}}^{j_i}(\Omega_{\mathbf{k}_i}) = R_{m_i, \lambda_{k_i}}^{j_i}(\Omega_{\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i}) = R_{\lambda_{k_i}, m_i}^{j_i*}(\Omega_{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f}),$$

où apparaît l'angle entre le projectile incident et le projectile diffusé $\Omega_{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f}$. Finalement, l'amplitude de transition au premier ordre s'écrit :

$$\begin{aligned} T_{\lambda_i, \lambda_f \mu_f I_f}^{(1)} &= \langle \chi_{\lambda_f}^{(-)}(k_f), I_f, \mu_f | V(1, 2) | \chi_{\lambda_i}^{(+)}(\mathbf{k}_i), (I_i, \mu_i) = (0, 0) \rangle \\ &= \frac{2\pi}{k_i k_f} \sum_{j_i, j_f, m_i, m_f} \hat{j}_i \hat{j}_f \hat{I}_f^2 (-)^{j_i - m_i} \\ &\quad \times R_{\lambda_{k_i}, m_i}^{j_i*}(\Omega_{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f}) \begin{pmatrix} j_i & j_f & I_f \\ m_i & -\lambda_{k_f} & -\mu_f \end{pmatrix} f_{(j_f \lambda_f) j_p, (j_i \lambda_i) j_h}^{(-, +), I_f} \end{aligned} \quad (\text{V.59})$$

Cette forme, ainsi que les définitions introduites dans cette partie sur l'hélicité, seront très utiles pour les calculs de sections efficaces du second ordre que nous allons aborder au prochain chapitre. En effet, nous verrons qu'il est possible d'exprimer les amplitudes de transition du second ordre en fonction des quantités $f_{(j_f \lambda_f) j_p, (j_i \lambda_i) j_h}^{(-,+), I_f}$, calculées par le programme DWBA98 de J. Raynal. Ces démonstrations, que nous avons dû redériver en détails, permettent plus généralement d'utiliser les informations, dépendantes du formalisme de l'hélicité, présentes dans ce code de calcul.

Chapitre VI

Réactions de pré-équilibre

VI.1 Introduction

Les modèles cherchant à étudier tous les aspects d'une réaction nucléaire font appel à la description de trois processus distincts, soit les réactions directes, le mécanisme de pré-équilibre et la formation et l'évaporation du noyau composé. Les modèles de noyau composé ont été développés depuis l'hypothèse de N. Bohr et sont assez fiables pourvu qu'on leur fournisse de bonnes conditions initiales. Les théories de réactions directes ont été construites un peu plus tard et parviennent maintenant à une description assez fidèle des processus directs. Par contre, l'étape pré-équilibre a commencé à être décrite seulement dans les années soixante. Le premier modèle qui est apparu est celui des excitons, dû à J. J. Griffin [86, 87]. Ce modèle est basé sur une équation maîtresse décrivant l'évolution du nombre d'excitons, soit le nombre de particules et de trous du système. Selon cette théorie, l'évolution au cours du temps de la probabilité $P(n, t)$ de trouver n excitons dans le système au temps t est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{dP(n, t)}{dt} &= P(n-2, t) \cdot \lambda^+(n-2, E) + P(n+2, t) \lambda^-(n+2, E) && \rightarrow \text{Gains} \\ &- P(n, t) [\lambda^+(n+2, E) + \lambda^-(n-2, E) + L(n, E)] && \rightarrow \text{Pertes} \end{aligned}$$

La fonction $L(n, E)$ est le taux d'émission de particules du système dans un état d'énergie E à n excitons. La fonction $\lambda^+(n-2, E)$ est la probabilité qu'un système à l'énergie E et à $n-2$ excitons passe dans un état à n excitons. Selon cette définition, les autres possibilités $\lambda^\pm(n \pm 2, E)$ se comprennent facilement. Ces probabilités sont définies par :

$$\lambda^\pm(n, E) \sim |M|^2 \omega^\pm(n, E) ,$$

où $\omega^\pm(n, E)$ est la densité d'états finaux et M est un élément de matrice, généralement donné par la relation $|M|^2 = \frac{K}{EA^3}$. Le facteur K est un paramètre qui est ajusté grâce à certaines données expérimentales. Cette formulation intuitive du problème a connu un grand succès et a été développée et raffinée jusqu'à aujourd'hui (voir par exemple [88, 89]). Mais le facteur K n'a pas réellement d'équivalent microscopique et doit toujours être contraint par l'expérience. Pour trouver une formulation microscopique du mécanisme de pré-équilibre, on a dû attendre les formulations proposées par T. Tamura, T. Udagawa et H. Lenske [5, 6], H. Feshbach, A. Kerman et A. K. Koonin [7, 8] et H. Nishioka, W. A. Weidenmüller et S. Yoshida [9]. Nous allons donner dans la prochaine section les principales caractéristiques de ces trois modèles microscopiques de pré-équilibre. Ils ont largement été utilisés et améliorés dans les calculs pratiques durant les deux dernières décennies [90, 91, 92]. Pour information, on trouvera une revue détaillée de ces modèles et de leurs applications dans le livre de E. Gadioli et P. E. Hogson [93], et les références associées.

VI.2 « Multistep Direct » et « Multistep Compound »

Les théories quantiques de pré-équilibre direct sont basées sur le développement en série de Born de l'amplitude de transition entre un état initial $|i\rangle$ et un état final $|f\rangle$:

$$T_{f \leftarrow i} = \langle f | V \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{H - E + i\eta} V \right)^n | i \rangle . \quad (\text{VI.1})$$

où V est l'interaction résiduelle (interaction effective à deux corps), E l'énergie totale du système et H le Hamiltonien non perturbé du système (Hamiltonien de la cible + Hamiltonien du projectile). Le terme d'ordre n est identifié à un processus de pré-équilibre à n étapes, appelé « Multistep ». L'état initial est constitué d'une particule dans le continuum interagissant avec le noyau cible dans son état fondamental. Les états finaux doivent décrire toutes les possibilités accessibles au bout des n étapes, en considérant le nombre et l'énergie des particules émises dans le continuum ainsi que les états possibles du noyau résiduel. A chaque étape, on considère que le projectile communique de l'énergie à la cible en créant une excitation de type particule-trou. Les formulations microscopiques du pré-équilibre distinguent généralement deux processus. Durant les n étapes du processus de pré-équilibre, le projectile peut soit rester dans un état du continuum soit être capturé par la cible et passer dans un état lié. Si le projectile reste dans le continuum, on parle d'un processus « Multistep Direct » (MSD), par analogie avec les réactions directes. Si le projectile tombe dans un état lié, on parle alors de « Multistep Compound » (MSC), par analogie avec la formation d'un noyau composé. Ces deux processus auront une importance relative différente selon l'énergie des particules incidentes. A faible énergie (au-dessous de 15 MeV pour des nucléons), le processus MSC jouera un rôle important car

le projectile n'a pas besoin de perdre une grande quantité d'énergie pour tomber sur un état lié. Pour des énergies incidentes plus grandes (au-delà de 30 MeV), le projectile devra subir un grand nombre d'interactions avant d'atteindre un état lié. Il restera donc assez longtemps dans des états du continuum et aura une grande chance d'être éjecté avant d'être absorbé. Le processus MSD aura donc un rôle prépondérant pour de grandes énergies incidentes. Il existe aussi un domaine énergétique (entre environ 15 et 30 MeV) pour lequel ces deux processus sont en compétition. Une représentation courante des processus multistep peut être visualisée sur la figure VI.1. Ce schéma représente l'état du système projectile+cible à chaque étape d'un processus multistep. L'espace des états accessibles est divisé en deux sous-espaces : l'espace P , pour lequel au moins un des nucléons est dans un état du continuum et l'espace Q pour lequel tous les nucléons sont liés. Le chiffre indiqué dans chaque case représente le nombre d'excitations particule-trou. L'évolution la plus probable du système est décrite par un parcours suivant les flèches continues. Ce parcours est caractérisé par une complexité de l'état du système croissante : à chaque étape, l'interaction cible-projectile a beaucoup plus de chances de créer une nouvelle paire particule-trou que d'en détruire une. Cette hypothèse est appelée le « never-come-back ». Elle peut se justifier en considérant que le nombre d'états à $n-1$ paires particule-trou est négligeable devant le nombre d'états à $n+1$ paires particule-trou. Les transitions entre les espaces P et Q (flèches bleues et vertes) sont généralement peu probables sauf dans la gamme d'énergie où les processus MSC et MSD sont en compétition. D'autre part, en considérant seulement des interactions à deux corps, les transitions peuvent uniquement se produire entre des cases voisines. Une autre hypothèse sur le déroulement du processus est généralement adoptée : si, à une étape du processus multistep, un des nucléons de la cible est émis dans le continuum, il est supposé ne plus participer à l'étape suivante. Après un certain nombre de ces étapes, le système aura émis un certain nombre de particules. Il ne possédera alors plus assez d'énergie pour une nouvelle émission et évoluera au travers de l'espace Q vers un état d'équilibre statistique, le noyau composé, pour lequel les transitions entre les différents états sont devenues équiprobables. Cette séparation du mécanisme de pré-équilibre en deux parties (MSD et MSC) a formellement été justifiée par Feshbach et *al.* [8]. Expérimentalement, le processus MSD peut être reconnu en mettant en rapport la perte d'énergie du projectile, supérieure à celle d'une réaction directe, et une distribution angulaire toujours piquée vers l'avant. L'existence d'un processus de type MSC peut être déduite de l'observation de particules qui sont émises symétriquement par rapport à 90° , mais dont l'énergie est trop grande pour provenir d'un noyau composé complètement équilibré. La symétrie des distributions angulaires (isotrope devient symétrique par rapport à 90° si on considère le spin [94]) indique une réaction de type noyau composé et la présence de particules de haute énergie indique l'émission de particules lors des premières étapes du pré-équilibre. Le traitement de ces deux mécanismes est généralement effectué séparément. Le multistep compound est traité de manière statistique. Pour expliquer ceci, on introduit une description des états du système en différentes classes, déterminées par le nombre d'excitations de type particule-trou présentes. Alors que les transitions entre des états de l'espace P se produisent rapidement, les transitions au travers de l'espace Q sont assez lentes : à chaque étape, il se produit un grand nombre d'interactions, donc d'échanges d'énergie, mais qui n'altère pas le nombre d'excitons (nombre de

particules et de trous). Pour chaque étape de la chaîne est établi un état de quasi-équilibre qui peut conduire à l'émission symétrique de particules d'énergies assez grandes. Nous ne décrivons pas le formalisme permettant d'étudier ce mécanisme. On se référera pour cela au livre de E. Gadioli et P. E. Hogson [93] et à l'article de synthèse [95]. Nous allons exclusivement nous concentrer sur le formalisme du pré-équilibre direct (MSD). Nous rappellerons la dérivation des équations, relatives au MSD, communes aux trois modèles FKK, TUL et NWY. Par la suite, nous rappellerons aussi quelles sont les différentes approximations permettant de distinguer clairement ces trois modèles (voir aussi [96, 97]).

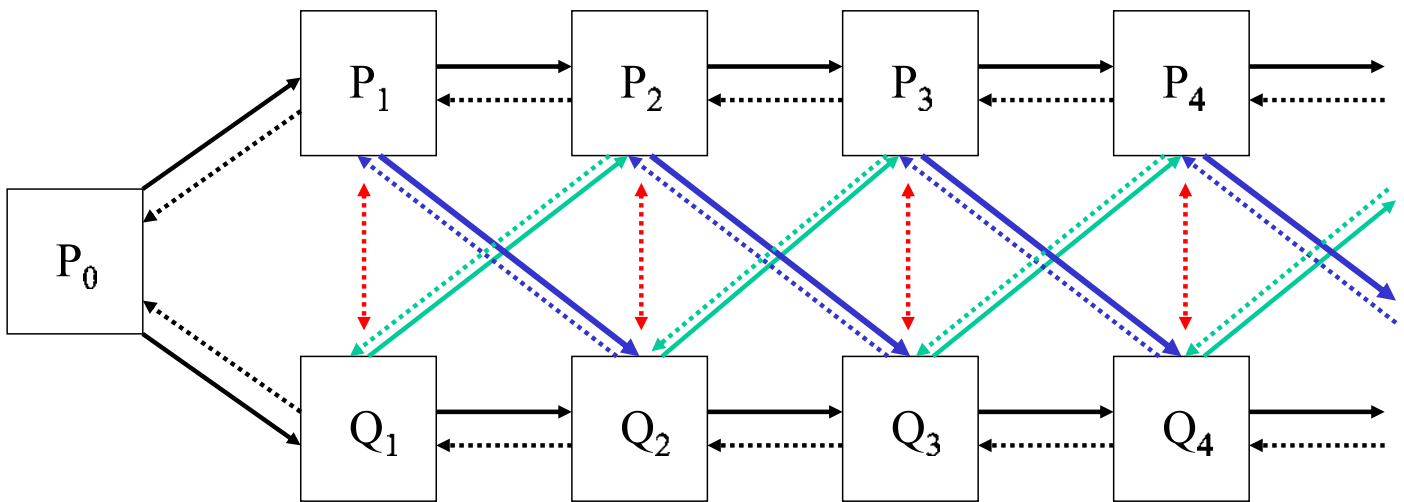


FIG. VI.1 – Évolution du processus multistep : échanges entre les sous-espace P (au moins un nucléon dans le continuum) et Q (tous les nucléons dans des états liés).

VI.3 Formulation quantique du processus « multistep direct » (MSD)

Nous présentons dans cette section le formalisme le plus usuel permettant de traiter la partie « multistep direct » des réactions de pré-équilibre. Ce formalisme a largement été utilisé dans des calculs pratiques [98, 97] essentiellement pour la diffusion de nucléons à des énergies moyennes (entre 20 et 200 MeV). Les approximations que nous allons rappeler ont surtout été motivées par la complexité des équations initiales qui ne permettait pas d'effectuer des calculs pratiques en raison de la limitation des capacités informatiques.

Le mécanisme de pré-équilibre direct peut être interprété comme une succession d'interactions cible-projectile pendant laquelle le projectile n'est jamais capturé par la cible, c'est à dire qu'il reste toujours dans un état du continuum. Via une réaction de type MSD, un nucléon peut être diffusé inélastiquement d'un état $|\chi^{(+)}(\mathbf{k}_i)\rangle$ vers un état $|\chi^{(-)}(\mathbf{k}_f)\rangle$, le noyau cible passant de son état fondamental $|0\rangle$ à un état excité $|F\rangle$. L'amplitude de

probabilité correspondant à ce processus peut être formulée grâce au développement de Born :

$$T_{f \leftarrow i} = \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), F | V + V G^{(+)} V + V G^{(+)} V G^{(+)} V + \dots | \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i), 0 \rangle = \sum_{m=1}^{\infty} T_{f \leftarrow i}^{(m)} , \quad (\text{VI.2})$$

où V est l'interaction résiduelle responsable du processus multistep. Les amplitudes $T_{f \leftarrow i}^{(m)}$ sont définies par :

$$T_{f \leftarrow i}^{(m)} = \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), F | V (G^{(+)} V)^{m-1} | \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i), 0 \rangle . \quad (\text{VI.3})$$

Le terme du premier ordre s'exprime simplement :

$$T_{f \leftarrow i}^{(1)} = \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f) F | V | \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) 0 \rangle . \quad (\text{VI.4})$$

L'opérateur $G^{(+)}$, qui assure la propagation du système cible-projectile entre chaque interaction, a pour expression :

$$G^{(+)} = \frac{1}{E - H + i\eta} . \quad (\text{VI.5})$$

L'opérateur H est le Hamiltonien du système non perturbé, et E l'énergie totale égale à la somme de l'énergie incidente et de l'énergie de liaison de la cible, soit :

$$H = H_A + H_p , \quad E = E_0 + E_{k_i} , \quad E_{k_i} = \frac{k_i^2}{2\mu} , \quad (\text{VI.6})$$

où μ est la masse réduite du système cible-projectile .

A partir de ces amplitudes, on peut calculer la distribution angulaire associée à la diffusion inélastique d'un nucléon dans un état d'impulsion \mathbf{k}_i d'énergie $E_{k_i} = \frac{k_i^2}{2\mu}$ en voie d'entrée et dans un état d'énergie $E_{k_f} = \frac{k_f^2}{2\mu}$ en voie de sortie. Le système étant conservatif, la section efficace doublement différentielle s'écrit :

$$\frac{d^2\sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F |T_{f \leftarrow i}|^2 \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) , \quad (\text{VI.7})$$

où l'amplitude de transition $T_{f \leftarrow i}$ est définie en (VI.2) et où E_F^* est l'énergie d'excitation du noyau cible après diffusion :

$$H_A |F\rangle = E_F |F\rangle = (E_0 + E_F^*) |F\rangle . \quad (\text{VI.8})$$

En introduisant le développement de Born tronqué au deuxième ordre, la section efficace (VI.7) devient :

$$\frac{d^2\sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \left(\left| T_{f\leftarrow i}^{(1)} \right|^2 + \left| T_{f\leftarrow i}^{(2)} \right|^2 + 2\text{Re}(T_{f\leftarrow i}^{(1)*} T_{f\leftarrow i}^{(2)}) \right) \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \quad (\text{VI.9})$$

Pour la suite, il est utile d'écrire cette dernière expression sous la forme :

$$\frac{d^2\sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} + \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} + \frac{d^2\sigma^{(C)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} \quad (\text{VI.10})$$

Le premier terme du membre de droite est la section efficace au premier ordre définie par :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \left| T_{f\leftarrow i}^{(1)} \right|^2 \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \\ &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), F|V|\chi^{(+)}(\mathbf{k}_i), 0 \rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (\text{VI.11})$$

où la seconde égalité tient en vertu de (VI.4). Ce dernier terme s'identifie à la section efficace de diffusion inélastique telle qu'elle a été calculée au chapitre V. En effet, en choisissant l'énergie E_{k_f} de la particule sortante, une seule amplitude de transition subsiste (dans le cas RPA, il n'y a pas de dégénérescence autre que sur le nombre quantique M). Le troisième terme de (VI.10) correspond à :

$$\frac{d^2\sigma^{(C)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F 2\text{Re} \left(T_{f\leftarrow i}^{(1)*} T_{f\leftarrow i}^{(2)} \right) \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*), \quad (\text{VI.12})$$

où l'indice C indique l'intervention d'un terme croisé des amplitudes du premier et second ordres. Enfin, le second terme de (VI.10) est la section efficace du second ordre définie par :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \left| T_{f\leftarrow i}^{(2)} \right|^2 \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \\ &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), F|VG^{(+)}V|\chi^{(+)}(\mathbf{k}_i), 0 \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{VI.13})$$

Cette section efficace sera étudiée en détail au paragraphe VI.3.3, où nous décrirons notamment les différentes approximations utilisées par les trois modèles TUL, NWY et FKK pour simplifier son expression. Nous allons dans un premier temps nous concentrer sur la formulation précise de la section efficace du premier ordre (VI.11), formulation commune aux modèles TUL, NWY et FKK. Pour cela, nous devons avant tout définir la structure des états excités $|F\rangle$ de la cible.

VI.3.1 Description des états finaux de la cible et moyennes statistiques

Lors des études du pré-équilibre, on cherche à calculer des transitions vers des états de la cible dont l'énergie d'excitation est assez haute (au-delà de 10 MeV). Le calcul de la section efficace (VI.13) nécessite la connaissance des états de la cible pour toutes les énergies d'excitation possibles. Mais au-delà de la description des états discrets (étudié au chapitre III), la structure exacte des états de la cible n'est pas bien connue. D'autre part, la densité d'états devient tellement grande (quasi-continue) à haute énergie d'excitation qu'il serait impossible de calculer une à une toutes les transitions possibles. Généralement, les états de la cible sont décrits par une expression du type :

$$|n\rangle = \sum_{\mu} a_{1,\mu}^n |(ph)_{\mu}\rangle + \sum_{\nu} a_{2,\nu}^n |(2p2h)_{\nu}\rangle + \dots = \sum_{m,\mu} a_{m,\mu}^n |(mpmh)_{\mu}\rangle . \quad (\text{VI.14})$$

Cette description invoque une combinaison linéaire de toutes les excitations possibles du type 1ph, 2ph ... kpkh, où les états $|(ph)_{\nu}\rangle, |(2p2h)_{\mu}\rangle \dots$ sont les états propres du Hamiltonien H_A de la cible. L'indice μ représente les nombres quantiques des excitations mpmh considérées. Il paraît raisonnable de supposer qu'une petite largeur autour d'une énergie excitation contient un très grand nombre d'états excités du type $|n\rangle$. En considérant un spectre d'états assez dense sur un intervalle $[E_{min}, E_{max}]$ centré sur l'énergie d'excitation E_n , on peut utiliser les variables continues : $a_{m,\mu}^n \equiv a_{m,\mu}(E)$. Une approximation possible est d'estimer que chaque coefficient $a_{m,\mu}(E)$ varie de manière aléatoire selon l'énergie E_n considérée. On précise que les variations aléatoires s'appliquent indépendamment pour chaque valeur de m, μ . Cette hypothèse est à la base de l'application de la « statistique du système résiduel » [98] qui, comme nous le verrons dans la suite, sera largement utilisée dans le calcul explicite des sections efficaces des premier et second ordres. Nous allons à présent écrire précisément en quoi consiste cette statistique.

Sur l'intervalle $[E_{min}, E_{max}]$, avec l'hypothèse de variables aléatoires indépendantes, la fonction de distribution des variables $a_{m,\mu}(E)$ se factorise sous la forme :

$$\rho(a_{1,\mu_1}, a_{1,\mu_2}, \dots ; a_{2,\mu_1}, a_{2,\mu_2}, \dots ; \dots ; a_{m,\mu_1}, a_{m,\mu_2}, \dots) = \prod_{(m,\mu)} \rho(a_{m,\mu}) . \quad (\text{VI.15})$$

Avec cette propriété, toute fonction $F(\{a_{m,\mu}\})$ des coefficients $a_{m,\mu}$ moyennée sur un intervalle d'énergie $[E_{min}, E_{max}]$ s'écrit :

$$\langle F(\{a_{m,\mu}\}) \rangle_E = \int F(\{a_{m,\mu}\}) \prod_{(m,\mu)} \rho(a_{m,\mu}) da_{m,\mu} . \quad (\text{VI.16})$$

Avec $F(\{a_{m,\mu}\}) = a_{j,\mu_i}$, la moyenne donne simplement :

$$\langle a_{j,\mu_i} \rangle_E = \int \prod_{(m \neq i, \mu \neq \mu_i)} \rho(a_{m,\mu}) da_{m,\mu} \times \underbrace{\int a_{j,\mu_i} \rho(a_{j,\mu_i}) da_{m_j, \mu_i}}_{=0} = 0 \quad \forall (j, \mu_i) . \quad (\text{VI.17})$$

Avec $F(\{a_{m,\mu}\}) = a_{j,\mu_i} a_{l,\mu_k}$, la moyenne est :

$$\begin{aligned} \langle a_{j,\mu_i} a_{l,\mu_k} \rangle_E &= \int \prod_{(m \neq j, l, \mu \neq \mu_i, \mu_k)} \rho(a_{m,\mu}) da_{m,\mu} \times \int a_{j,\mu_i} a_{l,\mu_k} \rho(a_{j,\mu_i}) \rho(a_{l,\mu_k}) da_{m_j, \mu_i} da_{m_l, \mu_k} \\ &= \delta_{j,l} \delta_{\mu_i, \mu_k} \langle |a_{j,\mu_i}|^2 \rangle_E . \end{aligned} \quad (\text{VI.18})$$

Avec les correspondances $\sum_n \leftrightarrow \langle \rangle_E$ pour tout n tel que $E_n \in [E_{min}, E_{max}]$, et $\sum_{n'} \leftrightarrow \langle \rangle_{E'}$ pour tout n' tel que $E_{n'} \in [E'_{min}, E'_{max}]$, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \sum_{n, n'} a_{m,\mu}^n a_{m,\mu'}^{n'*} &\equiv \langle a_{m,\mu} \rangle_E \langle a_{m,\mu'}^* \rangle_{E'} = 0 \quad \text{si } n \neq n' \quad \forall \mu, \mu' , \\ \sum_n a_{m,\mu}^{n*} a_{m',\mu'}^n &\equiv \langle a_{m,\mu}^* a_{m',\mu'} \rangle_E = \delta_{\mu,\mu'} \delta_{m,m'} \sum_n |a_{m,\mu}^n|^2 . \end{aligned} \quad (\text{VI.19})$$

Ces deux résultats sont très importants car il seront intensément utilisés dans la suite. Toutefois, les coefficients $a_{m,\mu}^n$ doivent obéir à certaines règles, comme la condition de normalisation :

$$\langle n|n \rangle = \sum_{(m,\mu)} |a_{m,\mu}^n|^2 = 1 . \quad (\text{VI.20})$$

De plus, l'ensemble des états $|n\rangle$ définit une relation de fermeture, soit $\sum_n |n\rangle \langle n| = 1$. Ceci implique une corrélation entre les coefficients $a_{(m,\mu)}^n$ de chaque état $|n\rangle$ via la relation :

$$\langle (mpmh)_\mu | (mpmh)_\mu \rangle = \sum_n \langle (mpmh)_\mu | n \rangle \langle n | (mpmh)_\mu \rangle = \sum_n |a_{m,\mu}^n|^2 = 1 \quad , \quad \forall (m, \mu) \quad . \quad (\text{VI.21})$$

VI.3.2 Section efficace au premier ordre

La section efficace du premier ordre a été définie en (VI.11) par :

$$\frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) |\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), F | V | \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i), 0 \rangle|^2 \quad . \quad (\text{VI.22})$$

En utilisant la description définie en (VI.14) pour les états finaux $|F\rangle$, soit :

$$|F\rangle = \sum_\mu a_{1,\mu}^F |(p1h)_\mu\rangle + \sum_\nu a_{2,\nu}^F |(2p2h)_\nu\rangle + \dots = \sum_{m,\mu} a_{m,\mu}^F |(mpmh)_\mu\rangle \quad . \quad (\text{VI.23})$$

les éléments de matrice intervenant dans (VI.22) s'écrivent :

$$\langle F | V | 0 \rangle = \left(\sum_\mu a_{1,\mu}^{F*} \langle (1p1h)_\mu | + \sum_\mu a_{2,\mu}^{F*} \langle (2p2h)_\mu | + \dots \right) V | 0 \rangle \quad . \quad (\text{VI.24})$$

Dans cette expression, on a omis volontairement les ondes distordues pour plus de lisibilité. L'état fondamental de la cible $|0\rangle$ est généralement identifié à l'état fondamental Hartree-Fock $|HF\rangle$, sur lequel sont construites les excitations à 1p1h, 2p2h ... intervenant dans le développement (VI.14). Il en résulte que, pour un élément de matrice du type $\langle n | V | HF \rangle$, seules les composantes du type $\langle 1p1h | V | HF \rangle$ sont non nulles, ce qui conduit à :

$$\langle F | V | 0 \rangle = \sum_\mu a_{1,\mu}^{F*} \langle (1p1h)_\mu | V | HF \rangle \quad . \quad (\text{VI.25})$$

Avec cette expression, la section efficace au premier ordre peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_n \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_n^*) \sum_{\mu,\mu'} a_{1,\mu}^{n*} a_{1,\mu'}^n \\ &\times \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_{\mu'} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \quad . \quad (\text{VI.26}) \end{aligned}$$

D'autre part, on a vu que pour une énergie d'excitation assez haute, le spectre de la cible peut être assimilé à un continuum. Cette hypothèse permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \sum_n \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_n^*) a_{1,\mu}^{n*} a_{1,\mu'}^n &= \int dE \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E) a_{1,\mu}^*(E) a_{1,\mu'}(E) \\ &= a_{1,\mu}^*(E_{k_i} - E_{k_f}) a_{1,\mu'}(E_{k_i} - E_{k_f}) . \end{aligned} \quad (\text{VI.27})$$

Afin d'utiliser les propriétés statistiques dérivées au paragraphe VI.3.1, la section efficace $\frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}}$ doit être moyennée sur un petit intervalle en énergie δ centré sur l'énergie finale E_{k_f} :

$$\left\langle \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} \right\rangle_E = \frac{1}{2\delta} \int_{E_{k_f}-\delta}^{E_{k_f}+\delta} \frac{d\sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k})}{d\Omega dE_k} dE_k . \quad (\text{VI.28})$$

En utilisant l'expression (VI.27), et la relation d'équivalence (VI.19) entre moyenne statistique et moyenne en énergie, la moyenne sur l'énergie des états finaux donne :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\delta} \int_{E_{k_f}-\delta}^{E_{k_f}+\delta} dE a_{1,\mu}^*(E_{k_i} - E) a_{1,\mu'}(E_{k_i} - E) &= \frac{1}{2\delta} \int_{E_{k_f}-\delta}^{E_{k_f}+\delta} dE \delta_{\mu,\mu'} |a_{1,\mu}(E_{k_i} - E)|^2 \\ &= \delta_{\mu,\mu'} \rho_{1,\mu}(E_{k_i} - E_{k_f}) , \end{aligned} \quad (\text{VI.29})$$

où l'on a introduit la densité d'états à une paire particule-trou $\rho_{1,\mu}(E_{k_i} - E_k)$. Avec cette simplification, la section efficace au premier ordre s'écrit :

$$\frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{\mu} \rho_{1,\mu}(E_{k_i} - E_{k_f}) \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_{\mu} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right|^2 . \quad (\text{VI.30})$$

Afin de pouvoir comparer les sections efficaces calculées de cette manière aux sections efficaces mesurées expérimentalement, cette expression doit être moyennée sur un intervalle Δ centré sur E_{k_f} , où Δ correspond cette fois à la résolution expérimentale :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{1}{2\Delta} \int_{E_{k_f}-\Delta}^{E_{k_f}+\Delta} dE_k \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \\ &\quad \times \sum_{\mu} \rho_{1,\mu}(E_{k_i} - E_k) \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}), (1p1h)_{\mu} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right|^2 . \end{aligned} \quad (\text{VI.31})$$

avec $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$. Cette expression est généralement commune à tous les modèles microscopiques traitant du pré-équilibre direct, notamment les modèles TUL, FKK et NWY. Elle fait intervenir d'une part, les amplitudes de transition entre l'état fondamental de type Hartree-Fock et des excitations à une paire particule-trou et d'autre part, les densités de ces états excités à l'énergie transférée par le projectile.

VI.3.3 Section efficace au second ordre

Afin de calculer les termes du développement (VI.2) d'ordre supérieur à $m = 1$, il est nécessaire de connaître la fonction de Green associée à l'opérateur (VI.5). Une manière d'éviter le calcul explicite de cette fonction est d'effectuer une décomposition spectrale de cet opérateur sur une base complète de fonctions. Toujours en utilisant l'approximation de la particule spectatrice, c'est à dire en supposant que les fonctions d'onde du projectile et des nucléons de la cible sont définies dans deux espaces de Fock distincts, on peut former une relation de fermeture sur l'espace à $A+1$ particules comme le produit tensoriel de la relation de fermeture dans l'espace des fonctions décrivant les états de la cible avec la relation de fermeture dans l'espace des fonctions décrivant le projectile. La relation de fermeture sur les états de la cible s'écrit simplement :

$$\hat{\mathbf{1}}_A = \sum_n |n\rangle\langle n| \quad , \quad (\text{VI.32})$$

où l'ensemble des états $|n\rangle$ est défini selon la description adoptée pour la structure de la cible (HF et RPA dans nos applications présentées plus loin). Ces états sont solutions du Hamiltonien H_A :

$$H_A |n\rangle = E_n |n\rangle = (E_0 + E_N^*) |n\rangle \quad , \quad (\text{VI.33})$$

et sont orthonormés :

$$\langle n | n' \rangle = \delta_{n,n'} \quad . \quad (\text{VI.34})$$

Par contre, la relation de fermeture correspondant à l'espace engendré par les états du projectile est moins évidente car elle ne peut pas être construite uniquement à partir des fonctions propres $|\chi^\pm(\mathbf{k})\rangle$ du Hamiltonien H_p . En effet, comme cet Hamiltonien contient une partie imaginaire et n'est donc pas Hermitique ($H_p^\dagger \neq H_p$), on peut montrer que la relation de fermeture est valable si et seulement si elle est construite à partir des fonctions propres de H_p et des fonctions propres $|\hat{\chi}^\pm(\mathbf{k})\rangle$ de H_p^\dagger . Nous discutons ce problème et donnons les démonstrations qui permettent d'obtenir une relation de fermeture correcte dans l'appendice D. Nous écrivons seulement le résultat :

$$\hat{\mathbf{1}}_p = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\chi^{(+)}(\mathbf{k})\rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})| = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\chi^{(-)}(\mathbf{k})\rangle \langle \hat{\chi}^{(-)}(\mathbf{k})| , \quad (\text{VI.35})$$

avec la relation d'orthogonalité :

$$\langle \hat{\chi}^{\pm}(\mathbf{k}') | \chi^{\pm}(\mathbf{k}) \rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') . \quad (\text{VI.36})$$

Les états $\hat{\chi}^{\pm}(\mathbf{k})$ et $\chi^{\pm}(\mathbf{k})$ sont respectivement solutions des équations :

$$H_p |\chi^+(\mathbf{k})\rangle = E_k |\chi^+(\mathbf{k})\rangle , \quad (\text{VI.37})$$

et

$$H_p^\dagger |\hat{\chi}^+(\mathbf{k})\rangle = E_k |\hat{\chi}^+(\mathbf{k})\rangle , \quad (\text{VI.38})$$

avec, dans les deux cas, $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$.

Avec (VI.35) et (VI.32), la relation de fermeture sur l'espace des fonctions décrivant le système cible+projectile peut s'écrire :

$$\hat{\mathbf{1}} = \hat{\mathbf{1}}_A \otimes \hat{\mathbf{1}}_p = \sum_n \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\chi^{(+)}(\mathbf{k}, n)\rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}, n)| . \quad (\text{VI.39})$$

Cette relation permet d'exprimer le propagateur $G^{(+)}$ (VI.5) comme :

$$G^{(+)} = \hat{\mathbf{1}} G^{(+)} \hat{\mathbf{1}} = \sum_{n, n'} \iint \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\chi^{(+)}(\mathbf{k}', n')\rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}', n') | G^{(+)} | \chi^{(+)}(\mathbf{k}, n)\rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}, n)| . \quad (\text{VI.40})$$

Or, d'après les relations (VI.33) et (VI.37), on a :

$$\frac{1}{E - H + i\eta} |\chi^{(+)}(\mathbf{k}, n)\rangle = \frac{1}{E - E_k - E_n + i\eta} |\chi^{(+)}(\mathbf{k}, n)\rangle . \quad (\text{VI.41})$$

Avec cette dernière égalité, le propagateur $G^{(+)}$ devient :

$$G^{(+)} = \sum_{n, n'} \iint \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\chi^{(+)}(\mathbf{k}', n')\rangle \frac{\langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}', n') | \chi^{(+)}(\mathbf{k}, n)\rangle}{E - E_k - E_n + i\eta} \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}, n)| , \quad (\text{VI.42})$$

qui, d'après les propriétés d'orthonormalité (VI.34) et (VI.36), se réduit à :

$$G^{(+)} = \sum_n \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{|\chi^{(+)}(\mathbf{k}, n)\langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}, n) |}{E - E_k - E_n + i\eta} . \quad (\text{VI.43})$$

Cette forme est la décomposition spectrale du propagateur. Utilisons cette relation pour exprimer le deuxième ordre du développement de Born (VI.2), soit :

$$T_{f \leftarrow i}^{(2)} = \sum_n \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), F | V | \chi^{(+)}(\mathbf{k}, n) \rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}, n) | V | \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i), 0 \rangle}{E - E_k - E_n + i\eta} . \quad (\text{VI.44})$$

Avec cette expression, la section efficace du second ordre introduite en (VI.13) s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F |T^{(2)}|^2 \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \\ &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \\ &\times \left| \sum_n \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), F | V | \chi^{(+)}(\mathbf{k}, n) \rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}, n) | V | \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i), 0 \rangle}{E - E_k - E_n + i\eta} \right|^2 \end{aligned} \quad (\text{VI.45})$$

Cette expression est l'expression exacte de la contribution à la section efficace provenant de l'amplitude de transition du second ordre. Elle nécessite la connaissance des tous les états et énergies propres du Hamiltonien de la cible afin de pouvoir décrire les états intermédiaires $|n\rangle$, les états finaux $|F\rangle$ et les énergies E_n et E_F associées. Malheureusement, il n'existe pas de théorie exacte capable de bien décrire tous les états de la cible à n'importe quelle énergie d'excitation. D'autre part, cette forme fait intervenir une intégration sur \mathbf{k} , soit toutes les impulsions possibles pourvu que le projectile reste dans le continuum, soit une intégration entre $\mathbf{k} > \mathbf{k}_{Fermi}$, le moment de Fermi, et $\mathbf{k}_\infty = \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow +\infty} \mathbf{k}$. Même en disposant d'une bonne description des états du projectile et de la cible, cette intégration n'est pas réalisable car on ne dispose pas de forme analytique des éléments de matrice intervenant dans cette intégrale. Cette difficulté ne peut donc pas être dépassée sans modifier cette forme. Cette expression, assez complexe, peut cependant être réduite en considérant certaines approximations. Celles-ci peuvent être différentes selon que l'on considère les modèles de pré-équilibre quantique FKK, TUL ou NWY, et elles n'aboutissent pas à une unique expression de la section efficace du second ordre. Nous allons dans ce qui suit présenter ces trois modèles, en définissant minutieusement les hypothèses invoquées lors de la simplification de cette section efficace (VI.45).

VI.4 Modèle de Tamura, Udagawa, Lenske (TUL)

Le modèle TUL est basé sur les propriétés statistiques associées aux états de la cible. Ce modèle emploie la description (VI.14) des états finaux de la cible du type :

$$|F\rangle = \sum_{\mu} a_{1,\mu}^F |(ph)_{\mu}\rangle + \sum_{\nu} a_{2,\nu}^F |(2p2h)_{\nu}\rangle + \dots = \sum_{m,\mu} a_{m,\mu}^F |(mpmh)_{\mu}\rangle . \quad (\text{VI.46})$$

De plus, le modèle TUL considère que les états intermédiaires $|n\rangle$ apparaissant dans la section efficace du second ordre (VI.45) sont aussi du type (VI.14), soit :

$$|n\rangle = \sum_{\mu} a_{1,\mu}^n |(ph)_{\mu}\rangle + \sum_{\nu} a_{2,\nu}^n |(2p2h)_{\nu}\rangle + \dots = \sum_{m,\mu} a_{m,\mu}^n |(mpmh)_{\mu}\rangle . \quad (\text{VI.47})$$

Cette description des états intermédiaires s'explique généralement comme suit. Le mouvement du projectile est déterminé par un Hamiltonien à un corps effectif représentant de manière globale (potentiel optique) les interactions possibles entre ce projectile et les nucléons de la cible. Ceci étant une approximation, une partie des interactions omises peut être représentée avec une interaction résiduelle V_{res} qu'il n'est pas utile de spécifier ici. Dans cette approche, on suppose qu'avant chaque interaction, qui caractérise chaque étape du processus à plusieurs étapes (processus multistep), l'interaction résiduelle V_{res} a le temps de s'enclencher et de provoquer un mélange de configurations du type (VI.46). Cette hypothèse est dite « adiabatique » car elle suppose que l'interaction résiduelle V_{res} est beaucoup plus rapide que l'interaction provoquant la transition entre différents états de la cible. Toutefois, il est bon de préciser que les composantes de l'état $|n\rangle$ seront quand même prépondérantes sur des états à n paires particule-trou dont les énergies propres, correspondant au Hamiltonien non perturbé H_A , restent assez proches de l'énergie de l'état $|n\rangle$ considéré. Cette remarque est importante car, en considérant l'approximation adiabatique, un mélange de configurations a le temps de perturber l'état fondamental $|HF\rangle$. Cependant, comme les premières excitations de type particule-trou sont assez hautes en énergie (quelques MeV), on peut conserver l'état initial $|HF\rangle$ non perturbé.

Revenons à présent aux éléments de matrice intervenant dans les amplitudes de transition. Lors de la première étape du processus à deux étapes, le potentiel de transition pour un état final $|n\rangle$ sera :

$$\begin{aligned} V_{on} = \langle n|V|HF\rangle &= \left(\sum_{\mu} a_{1,\mu}^{n*} \langle (1p1h)_{\mu}| + \sum_{\mu} a_{2,\mu}^{n*} \langle (2p2h)_{\mu}| + \dots \right) V|HF\rangle \\ &= \sum_{\mu} a_{1,\mu}^{n*} \langle (1p1h)_{\mu}|V|HF\rangle . \end{aligned} \quad (\text{VI.48})$$

Il est bon de préciser que, même si seules les composantes $|(1p1h)_\mu\rangle$ de l'état $|n\rangle$ contribuent à cet élément de matrice, l'état $|n\rangle$ est excité dans sa globalité. Examinons à présent les conséquences des propriétés (VI.19) sur la section efficace du second ordre. Lors de la deuxième étape, le potentiel responsable de la transition s'écrit :

$$V_{nF} = \langle F|V|n\rangle = \left(\sum_{\mu} a_{1,\mu}^{F*} \langle (1p1h)_\mu | + \sum_{\mu} a_{2,\mu}^{F*} \langle (2p2h)_\mu | + \dots \right) V \left(\sum_{\mu} a_{1,\mu}^n |(1p1h)_\mu\rangle + \sum_{\mu} a_{2,\mu}^n |(2p2h)_\mu\rangle + \dots \right) . \quad (\text{VI.49})$$

Dans le but d'utiliser les moyennes statistiques définies au paragraphe VI.3.1, il est bon d'exprimer l'état final $|F\rangle$ en fonction des états intermédiaires $|n\rangle$. Cela s'écrit :

$$|F\rangle = \sum_{\nu} b_{1\nu,n}^F |(1p1h)_\nu, n\rangle + d|F\rangle , \quad (\text{VI.50})$$

où $d|F\rangle$ contient toutes les composantes de $|F\rangle$ qui ne peuvent pas s'écrire comme la superposition d'une paire particule-trou sur l'état $|n\rangle$. Cette décomposition est bien entendu différente pour chaque état $|n\rangle$. Ceci donne pour l'élément de matrice V_{nF} l'expression simple :

$$\langle F|V|n\rangle = \sum_{\nu} b_{1\nu,n}^{F*} \langle (1p1h)_\nu, n|V|n\rangle + (\langle F|d)V|n\rangle \simeq \sum_{\nu} b_{1\nu,n}^{F*} \langle (1p1h)_\nu|V|HF\rangle \quad (\text{VI.51})$$

où l'on a utilisé les propriétés de l'interaction à deux corps permettant d'écrire : $\langle (1p1h)_\nu, n|V|n\rangle = \langle (1p1h)_\nu|V|HF\rangle$. Le fait de négliger le terme $(\langle F|d)V|n\rangle$ peut s'expliquer en faisant appel à l'approximation de la particule spectatrice : une seconde paire particule-trou est créée lors de la seconde étape avec une probabilité indépendante de l'état du système après la première étape et tous les autres processus ont une probabilité négligeable. Le produit des deux éléments de matrice de transition intervenant dans le processus à deux étapes s'écrit :

$$\langle F|V|n\rangle \langle n|V|HF\rangle = \sum_{n,\nu,\mu} b_{1\nu,n}^{F*} a_{1,\mu}^{n*} \langle (1p1h)_\nu|V|HF\rangle \langle (1p1h)_\mu|V|HF\rangle . \quad (\text{VI.52})$$

Avec ceci, la section efficace au second ordre (VI.45) s'exprime selon la forme :

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \left| T_{f \leftarrow i}^{(2)} \right|^2 \\
&= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \sum_{nn'\nu\nu'\mu\mu'} \\
&\quad b_{1\nu',n'}^F a_{1,\mu'}^{n'} \left(\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_{\nu'} | V | HF \rangle G^{(+)}(E_n^*) \langle (1p1h)_{\mu'} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right)^* \\
&\quad \times b_{1\nu,n}^{F*} a_{1,\mu}^{n*} \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_{\nu} | V | HF \rangle G^{(+)}(E_{n'}^*) \langle (1p1h)_{\mu} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle ,
\end{aligned} \tag{VI.53}$$

où E_n^* et $E_{n'}^*$ sont les énergies d'excitation respectives des états intermédiaires $|n\rangle$ et $|n'\rangle$ de la cible. Le propagateur $G^{(+)}(E_n^*)$ est décomposé seulement sur les états de la cible, soit :

$$G^{(+)}(E_n^*) = \frac{1}{E_{k_i} - E_n^* - H_p + i\eta} . \tag{VI.54}$$

La méthode employée par le modèle TUL pour simplifier l'expression (VI.53) est d'utiliser les propriétés statistiques que l'on peut associer aux coefficients $b_{1\nu,n}^F$ et $a_{1,\mu}^n$. Déjà, selon la même méthode que celle appliquée à la section efficace du premier ordre, une moyenne sur une faible largeur δ autour de l'énergie finale peut être appliquée à cette expression. Avant tout, en utilisant l'hypothèse d'un continuum d'états finaux, nous écrivons :

$$\begin{aligned}
\sum_F b_{1\nu,n}^{F*} b_{1\nu',n'}^F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) &= \int dE b_{1\nu,n}^*(E) b_{1\nu',n'}(E) \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E) \\
&= b_{1\nu,n}^*(E_{k_i} - E_{k_f}) b_{1\nu',n'}(E_{k_i} - E_{k_f}) .
\end{aligned} \tag{VI.55}$$

Avec cette forme, et en faisant l'hypothèse que les coefficients $b_{1\nu,n}$ possèdent un comportement statistique tel qu'il a été défini au paragraphe VI.3.1, la moyenne sur l'énergie de l'état final s'écrit :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\delta} \int_{E_{k_f}-\delta}^{E_{k_f}+\delta} dE \sum_{\nu,\nu'} b_{1\nu,n}^*(E_{k_i} - E) b_{1\nu',n'}(E_{k_i} - E) \\
= \sum_{\nu} \frac{1}{2\delta} \int_{E_{k_f}-\delta}^{E_{k_f}+\delta} dE |b_{1\nu,n}(E_{k_i} - E)|^2 \delta_{n,n'} \delta_{\nu,\nu'} ,
\end{aligned} \tag{VI.56}$$

où l'on a utilisé les relations (VI.19) pour la dernière égalité. Cependant, au vu de la définition (VI.50), il est clair que nous n'avons aucune connaissance des coefficients $b_{1\nu,n}$. Pour dépasser ce problème, le modèle TUL utilise l'approximation :

$$|b_{1\nu,n}(E_i - E_k)|^2 \simeq |a_{1\nu}(E_{k_i} - E_k + E_n^*)|^2 \quad , \quad (\text{VI.57})$$

où l'on rappelle que $a_{1\nu}(E_{k_i} - E_k - E_n^*)$ est la composante à une paire particule-trou d'un état du type (VI.47). Cette approximation est assez difficile à expliquer. Les auteurs invoquent encore l'hypothèse de la particule spectatrice [6], mais cette explication ne permet pas, nous semble-t-il, de clairement justifier l'approximation (VI.57). Néanmoins, cette hypothèse a le mérite de conduire à une expression de la section efficace du second ordre pour laquelle tous les termes sont définis. En effet, en utilisant (VI.57), on obtient :

$$\sum_{\nu} \frac{1}{2\delta} \int_{E_{k_f}-\delta}^{E_{k_f}+\delta} dE |a_{1\nu}(E_{k_i} - E - E_n^*)|^2 = \sum_{\nu} \rho_{1\nu}(E_{k_i} - E_{k_f} - E_n^*) \quad , \quad (\text{VI.58})$$

où apparaît la densité d'états à une particule-trou $\rho_{1\nu}(E_{k_i} - E_n^* - E_{k_f})$ pour une énergie d'excitation $E_{k_i} - E_n^* - E_{k_f}$. On note que l'apparition de cette densité d'états donne une signification plus claire à l'approximation de la particule spectatrice : lors de la seconde interaction entre le projectile et la cible, la dynamique du système est représentée par une particule d'énergie incidente $E_{k_i} - E_n^*$ interagissant avec le système dans son état fondamental. Les états finaux accessibles pour ce type de réaction sont du type une paire particule-trou à l'énergie d'excitation correspondant à la différence entre l'énergie incidente $E_{k_i} - E_n^*$ et sortante E_{k_f} . Ce point de vue est intuitivement acceptable, mais il ne justifie pas formellement l'approximation (VI.57). Avec ces simplifications, la section efficace du second ordre (VI.53) devient :

$$\frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{\nu n \mu \mu'} \rho_{1\nu}(E_{k_f} - E_n^* - E_{k_i}) |t_{\nu}|^2 a_{1,\mu}^{n*} a_{1,\mu'}^n t_{\mu} t_{\mu'}^* \quad (\text{VI.59})$$

où l'on a posé : $t_{\alpha} = \langle (1p1h)_{\alpha} | V | HF \rangle$ pour $\alpha = \mu, \mu'$ ou ν .

À ce stade, une nouvelle moyenne en énergie peut être appliquée, cette fois sur l'énergie des états intermédiaires $|n\rangle$. En utilisant la propriété (VI.19), on a :

$$\sum_n a_{1,\mu}^{n*} a_{1,\mu'}^n = \int dE a_{1,\mu}^*(E) a_{1,\mu'}(E) = \int dE \delta_{\mu,\mu'} |a_{1,\mu}(E)|^2 \quad . \quad (\text{VI.60})$$

La moyenne sur l'énergie E des états intermédiaires s'écrit alors :

$$\frac{1}{2\delta} \int_{E-\delta}^{E+\delta} dE' |a_{1,\mu}(E')|^2 = \rho_{1\mu}(E) \quad . \quad (\text{VI.61})$$

Avec ces résultats, la section efficace au second ordre du modèle TUL devient :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{\nu\mu} \int dE \rho_{1\nu}(E_{k_i} - E_{k_f} + E) \rho_{1\mu}(E) \\ &\times \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_\nu | V | HF \rangle G^{(+)}(E) \langle (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (\text{VI.62})$$

où le propagateur $G^{(+)}(E)$ est :

$$G^{(+)}(E) = \frac{1}{E_{k_i} - E - H_p + i\eta}. \quad (\text{VI.63})$$

Nous ne donnons pas la démonstration ici, mais selon la même méthode, on peut facilement prouver que, avec les propriétés statistiques (VI.19), le terme croisé (VI.12) s'annule.

VI.5 Modèle de Nishioka, Weidenmüller, Yoshida (NWX)

Ce modèle se caractérise par l'approximation soudaine dans le processus d'excitation de la cible. Il suppose que la création d'une paire particule-trou est beaucoup plus rapide que l'interaction résiduelle aboutissant à un mélange de configuration du type (VI.46) utilisé dans le modèle TUL. Selon cette hypothèse, les états intermédiaires sont des excitations à une paire particule-trou non perturbées. En conséquence, afin de décomposer le propagateur intervenant dans la forme (VI.13), on utilise la relation de fermeture sur les états de la cible :

$$\sum_n |n\rangle \langle n| = \sum_\mu |(1p1h)_\mu\rangle \langle (1p1h)_\mu|. \quad (\text{VI.64})$$

où interviennent seulement les projecteurs sur les états à une paire particule-trou. Avec cette définition des états intermédiaires, l'amplitude de transition au second ordre s'écrit :

$$T_{f \leftarrow i}^{(2)} = \sum_\mu \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), F | V | (1p1h)_\mu \rangle G^{(+)}(E_\mu^*) \langle (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle, \quad (\text{VI.65})$$

avec

$$H_A |(1p1h)_\mu\rangle = (E_0 + E_\mu^*) |(1p1h)_\mu\rangle \quad \text{et} \quad G^{(+)}(E_\mu^*) = \frac{1}{E_{k_i} - E_\mu^* - H_p + i\eta}. \quad (\text{VI.66})$$

L'état final de la cible est du type (VI.46), soit :

$$|F\rangle = \sum_{\mu} a_{1,\mu}^F |(ph)_{\mu}\rangle + \sum_{\nu} a_{2,\nu}^F |(2p2h)_{\nu}\rangle + \dots = \sum_{m,\mu} a_{m,\mu}^F |(mpmh)_{\mu}\rangle . \quad (\text{VI.67})$$

Le modèle NWY considère aussi que la création d'une nouvelle paire particule-trou est toujours le processus le plus probable par rapport à la destruction où la diffusion de la paire créée lors de la première étape. Cette approximation implique que l'élément de matrice correspondant à la seconde étape peut se simplifier comme :

$$\langle F|V|1p1h\rangle_{\mu} \simeq \sum_{\nu} a_{2,\nu}^F \langle (2p2p)_{\nu}|V|(1p1h)_{\mu}\rangle , \quad (\text{VI.68})$$

où l'on a conservé dans l'état final seulement les composantes à deux paires particule-trou. On peut noter chacune de ces composantes comme :

$$|(2p2p)_{\nu}\rangle = |p_1 h_1 p_2 h_2\rangle . \quad (\text{VI.69})$$

Pour une composante de l'état final de ce type, les seuls états intermédiaires $|(1p1h)_{\mu}\rangle$, pour lesquels les éléments de matrice $\langle p_1 h_1 p_2 h_2|V|(1p1h)_{\mu}\rangle$ ne sont pas nuls, s'écrivent :

$$\begin{aligned} |(1p1h)_{\mu}\rangle = |p_1 h_1\rangle &\implies \langle p_1 h_1 p_2 h_2|V|(1p1h)_{\mu}\rangle = \langle p_2 h_2|V|HF\rangle \\ &= |p_2 h_2\rangle \implies = \langle p_1 h_1|V|HF\rangle \\ &= |p_1 h_2\rangle \implies = -\langle p_2 h_1|V|HF\rangle \\ &= |p_2 h_2\rangle \implies = -\langle p_1 h_2|V|HF\rangle . \end{aligned} \quad (\text{VI.70})$$

Ces différentes approximations permettent d'écrire la section efficace du second ordre (VI.45) sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \left| T_{f\leftarrow i}^{(2)} \right|^2 \\ &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) \sum_{\nu\nu'\mu\mu'} \\ &\quad a_{2\nu'}^F \left(\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (2p2h)_{\nu'}|V|(1p1h)_{\mu'}\rangle G^{(+)}(E_{\mu'}^*) \langle (1p1h)_{\mu'}|V|HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right)^* \\ &\quad \times a_{2\nu}^{F*} \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (2p2h)_{\nu}|V|(1p1h)_{\mu}\rangle G^{(+)}(E_{\mu}^*) \langle (1p1h)_{\mu}|V|HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle . \end{aligned} \quad (\text{VI.71})$$

A l'instar du modèle TUL, une moyenne sur l'énergie de l'état final peut aussi être appliquée. L'hypothèse du continuum d'états permet d'établir :

$$\begin{aligned} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E_F^*) a_{2\nu'}^{F*} a_{2\nu}^F &= \int dE \delta(E_{k_i} - E_{k_f} - E) a_{2\nu'}(E) a_{2\nu}(E) \\ &= a_{2\nu'}(E_{k_i} - E_{k_f}) a_{2\nu}(E_{k_i} - E_{k_f}). \end{aligned} \quad (\text{VI.72})$$

Avec ce résultat, et en utilisant les propriétés (VI.19) des moyennes statistiques, la moyenne sur une petite largeur δ autour de l'énergie E_{k_f} de la particule sortante s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\delta} \int_{E_{k_f}-\delta}^{E_{k_f}+\delta} a_{2\nu'}^*(E_{k_i} - E) a_{2\nu}(E_{k_i} - E) dE &= \frac{1}{2\delta} \int_{E_{k_f}-\delta}^{E_{k_f}+\delta} dE \delta_{\nu,\nu'} |a_{2\nu}(E_{k_i} - E)|^2 \\ &= \delta_{\nu,\nu'} \rho_{2\nu}(E_{k_i} - E_{k_f}) , \end{aligned} \quad (\text{VI.73})$$

où l'on a introduit la densité d'états à deux paires particule-trou $\rho_{2\nu}(E_{k_i} - E_{k_f})$. Finalement, la section efficace du second ordre donnée par le modèle NWFY est définie par :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{\nu} \rho_{2\nu}(E_{k_i} - E_{k_f}) \sum_{\mu\mu'} \\ &\quad (\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (2p2h)_{\nu} | V | 1p1h)_{\mu'} \rangle G^{(+)}(E_{\mu'}^*) \langle (1p1h)_{\mu'} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle)^* \\ &\quad \times \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (2p2h)_{\nu} | V | (1p1h)_{\mu} \rangle G^{(+)}(E_{\mu}^*) \langle (1p1h)_{\mu} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle . \end{aligned} \quad (\text{VI.74})$$

La particularité de cette expression est qu'elle fait apparaître des termes d'interférences entre les différents chemins possibles pour atteindre un état final donné, ces différents chemins étant représentés par les quatre états intermédiaires (VI.70). Ces termes d'interférences sont absents de l'expression donnée par le modèle TUL et, comme nous allons le voir, de celle donnée par le modèle FKK. On note que les termes croisés du type (VI.12) sont automatiquement nuls car les amplitudes de transition au premier et second ordres ne font pas intervenir les mêmes états finaux de la cible.

VI.6 Modèle de Feshbach, Kerman, Koonin (FKK)

Les différentes hypothèses invoquées par le modèle FKK conduisent à des simplifications assez fortes qui ont pour but d'exprimer une section efficace du second ordre comme un produit de convolution de sections efficaces du premier ordre :

$$\frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \frac{\mu}{2\pi^2\hbar^2} \int \frac{k_1^2 dk_1 d\Omega_1}{(2\pi)^3} \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_1)}{d\Omega_1 dE_{k_1}}. \quad (\text{VI.75})$$

Cette formulation est très utile car elle permet d'effectuer des calculs de sections efficaces du second ordre en peu de temps. Ce type de produit de convolution est généralement valable dans le modèle FKK pour les sections efficaces à tous les ordres. Pour faciliter la présentation, nous décrivons seulement la méthode permettant de dériver l'expression de la section efficace au second ordre (VI.75). La dérivation des équations du modèle FKK peut être effectuée à partir du résultat (VI.62) obtenu par le modèle TUL. Cette méthode permet de rejoindre la démonstration originale, donnée dans l'article fondateur du modèle FKK [8]. On note qu'une autre dérivation, différente de l'originale, est possible. Cette méthode n'utilise pas la statistique du système résiduel, mais attribue un comportement statistique aux éléments de matrice eux-mêmes afin de retrouver une expression du type (VI.75). Avec cette hypothèse, cette méthode permet de démontrer la forme (VI.75) sans utiliser les propriétés statistiques associées aux états intermédiaires. Nous rappelons ici la démonstration originale (sauf la seconde hypothèse qui a été introduite ultérieurement). Pour la méthode alternative, on pourra consulter les références [99, 97, 96, 98].

On a vu que le modèle TUL, en utilisant les propriétés statistiques associées aux excitations de la cible, parvient à exprimer la section efficace du second ordre comme :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{\nu\mu} \int dE \rho_{1\nu}(E_{k_i} - E - E_{k_f}) \rho_{1\mu}(E) \\ &\times \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_\nu | V | HF \rangle G^{(+)}(E) \langle (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{VI.76})$$

On peut obtenir une forme simplifiée de cette expression en utilisant de nouvelles hypothèses. Pour cela, nous devons d'abord réécrire explicitement la représentation spectrale du propagateur $G^{(+)}(E)$:

$$G^{(+)}(E) = \int \frac{d\mathbf{k}}{2\pi^3} \frac{|\chi^{(+)}(\mathbf{k})\rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})|}{E_{k_i} - E - E_k + i\eta}. \quad (\text{VI.77})$$

En utilisant cette expression, la forme (VI.76) devient :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{\nu\mu} \int dE \iint \frac{d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2}{(2\pi)^6} \rho_{1\nu}(E_{k_i} - E - E_{k_f}) \rho_{1\mu}(E) \\ &\times \frac{\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_\nu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_1) \rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}_1), (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle}{E_{k_i} - E - E_{k_1} + i\eta} \\ &\times \frac{\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_\nu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_2) \rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}_2), (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle^*}{E_{k_i} - E - E_{k_2} - i\eta}. \end{aligned} \quad (\text{VI.78})$$

Pour la suite, on définit la fonction $M(E_{k_1}, E_{k_2})$ comme le produit des quatre éléments de matrice apparaissant dans l'expression ci-dessus. C'est à présent que vont intervenir les nouvelles approximations du modèle FKK. Définissons d'abord l'intégrale I par :

$$I = \int dE \frac{\rho_{1\nu}(E_{k_i} - E - E_{k_f})\rho_{1\mu}(E)M(E_{k_1}, E_{k_2})}{(E_{k_i} - E - E_{k_1} + i\eta)(E_{k_i} - E - E_{k_2} - i\eta)} . \quad (\text{VI.79})$$

Cette intégrale peut être évaluée en fermant le contour d'intégration dans le demi-plan supérieur (seul le pôle $E = E_{k_i} - E_{k_1} + i\eta$ intervient) et donne en vertu du théorème des résidus :

$$I = \rho_{1\nu}(E_{k_1} - E_{k_f})\rho_{1\mu}(E_{k_i} - E_{k_1})M(E_{k_1}, E_{k_2}) \frac{2i\pi}{E_{k_1} - E_{k_2} - 2i\eta} . \quad (\text{VI.80})$$

L'application du théorème des résidus utilise l'hypothèse $\rho_{1\mu}(0) \simeq 0$, qui se vérifie facilement dans le cas des noyaux sphériques où les premières excitations particule-trou sont à quelques MeV au-dessus de l'énergie de l'état fondamental. La fraction présente dans cette expression peut se décomposer comme :

$$\frac{2i\pi}{E_{k_1} - E_{k_2} - 2i\eta} = 2\pi^2\delta(E_{k_1} - E_{k_2}) + P \left\{ \frac{2i\pi}{E_{k_1} - E_{k_2}} \right\} . \quad (\text{VI.81})$$

Première hypothèse : À ce stade, le modèle FKK fait l'hypothèse importante que le terme $\rho_{1\nu}(E_{k_1} - E_{k_f})\rho_{1\mu}(E_{k_i} - E_{k_1})M(E_{k_1}, E_{k_2})$ varie doucement en fonction des énergies E_{k_1} et E_{k_2} . Ceci a pour effet d'annuler l'intégrale de la partie principale et simplifie l'expression (VI.80) à :

$$\begin{aligned} I &\simeq \rho_{1\nu}(E_{k_1} - E_{k_f})\rho_{1\mu}(E_{k_i} - E_{k_1})2\pi^2\delta(E_{k_1} - E_{k_2})M(E_{k_1}, E_{k_2}) \\ &= \frac{8\pi^4\mu}{\hbar^2}\rho_{1\nu}\left(\frac{\hbar^2k_1^2}{2\mu} - E_{k_f}\right)\rho_{1\mu}\left(E_{k_i} - \frac{\hbar^2k_1^2}{2\mu}\right)\delta(k_1^2 - k_2^2)M(E_{k_1}) . \end{aligned} \quad (\text{VI.82})$$

En insérant ce résultat dans l'expression (VI.78), et en écrivant les quatre éléments de matrice représentés par $M(E_{k_1})$, la section efficace au second ordre devient :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{\nu\mu} \int \frac{d\mathbf{k}_1}{(2\pi)^3} \rho_{1\nu}(E_{k_1} - E_{k_f})\rho_{1\mu}(E_{k_i} - E_{k_1}) \\ &\times \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_\nu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_1) \rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}_1), (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \\ &\times \frac{8\pi^4\mu}{\hbar^2} \int \frac{d\Omega_2}{2} \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_\nu | V | HF, \chi^{(+)}(k_1, \Omega_2) \rangle^* \\ &\quad \times \langle \hat{\chi}^{(+)}(k_1, \Omega_2), (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle^* . \end{aligned} \quad (\text{VI.83})$$

Cette expression est obtenue suite à l'intégration sur \mathbf{k}_2 , avec $\int \delta(k_1^2 - k_2^2) d\mathbf{k}_2 \equiv k_1^2 \int d\Omega_2$.

Seconde hypothèse : Cette seconde hypothèse, la plus controversée [100] du modèle FKK, est l'approximation introduite par H. Feshbach sur la relation de fermeture dans l'espace des fonctions du projectile. Cette hypothèse est essentielle pour ce modèle car, sans elle, on ne peut aboutir à une expression de sections efficaces du second ordre comme produit de convolution de sections efficaces du premier ordre. Cette hypothèse s'écrit :

$$\int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\chi^{(+)}(\mathbf{k})\rangle \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})| \simeq \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\bar{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})\rangle \langle \bar{\chi}^{(-)}(\mathbf{k})| , \quad (\text{VI.84})$$

où les barres au-dessus des fonctions χ représentent une moyenne sur l'énergie. Cette approximation est assez mal justifiée en dépit de la démonstration présentée dans les références [101, 98]. Nous donnons dans ce qui suit les grandes lignes de cette démonstration conduisant à la relation (VI.84), mais elle reste, en ce qui nous concerne, incomprise. Comme cela apparaît dans (VI.84), ces démonstrations font appel à une moyenne en énergie des fonctions $\hat{\chi}^{(+)}$ et $\chi^{(+)}$ représentant le projectile dans l'état intermédiaire. On rappelle que le ket $|\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})\rangle$ est solution de l'équation :

$$|\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})\rangle = |\mathbf{k}\rangle + \frac{1}{E - T - U^+ + i\eta} U^+ |\mathbf{k}\rangle \quad (\text{VI.85})$$

où U^+ est un potentiel « ré-génératif », adjoint du potentiel optique U utilisé pour la diffusion élastique.

La méthode introduite par H. Feshbach consiste à moyenner sur l'énergie l'expression (VI.85) pour aboutir à la relation :

$$\langle |\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})\rangle \rangle_E = \left\langle |\mathbf{k}\rangle + \frac{1}{E - T - U^+ + i\eta} U^+ |\mathbf{k}\rangle \right\rangle_E \simeq |\mathbf{k}\rangle + \frac{1}{E - \langle T + U^+ \rangle_E} \langle U^+ \rangle_E |\mathbf{k}\rangle . \quad (\text{VI.86})$$

La seconde égalité est en soit assez difficile à justifier. Le passage à un comportement asymptotique d'onde entrante est ensuite réalisée grâce à la représentation :

$$\frac{1}{E - \langle T + U^+ \rangle_E} = -\frac{1}{2i\pi} \oint \frac{dz}{(E - z)(z - \langle T + U^+ \rangle_E)} , \quad (\text{VI.87})$$

qui implique $E = E - i\eta$ (voir [101, 98] pour plus d'explication). Finalement, l'équation (VI.86) s'écrit :

$$\langle |\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}) \rangle \rangle_E \simeq |\bar{\chi}^{(-)}(\mathbf{k}) \rangle = |\mathbf{k} \rangle + \frac{1}{E - \langle T + U^+ \rangle_E - i\eta} \langle U^+ \rangle_E |\mathbf{k} \rangle . \quad (\text{VI.88})$$

En résumé, ces approximations conduisent à remplacer le vecteur $|\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}) \rangle$, par un vecteur $|\bar{\chi}^{(-)}(\mathbf{k}) \rangle$ vecteur propre d'un Hamiltonien moyenné $\langle T + U^+ \rangle_E$ et possédant un comportement asymptotique d'onde entrante. La moyenne en énergie est aussi appliquée au vecteur $|\chi^{(+)}(\mathbf{k}) \rangle$ qui doit être remplacé par un vecteur $|\bar{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}) \rangle$, solution du Hamiltonien moyenné $\langle T + U \rangle_E$.

Troisième et dernière hypothèse : Une nouvelle approximation est appliquée aux éléments de matrice faisant intervenir les angles Ω_2 . En écrivant explicitement les nombres quantiques j_μ et m_μ des états $|(1p1h)_\mu \rangle$, cette hypothèse s'écrit :

$$\begin{aligned} \sum_{m_\mu} \langle \bar{\chi}^{(-)}(k_1, \Omega_1), (1p1h)_{\mu j_\mu m_\mu} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \langle \bar{\chi}^{(-)}(k_1, \Omega_2), (1p1h)_{\mu j_\mu m_\mu} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \\ \simeq \delta(\Omega_1 - \Omega_2) \sum_{m_\mu} \left| \langle \bar{\chi}^{(-)}(k_1, \Omega_1), (1p1h)_{\mu j_\mu m_\mu} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right|^2 . \end{aligned} \quad (\text{VI.89})$$

Cette approximation peut se justifier en supposant que les éléments de matrice sont de signes aléatoires. Ce comportement a pour effet d'introduire des interférences destructives entre les produits d'éléments de matrice pour lesquels $\Omega_1 \neq \Omega_2$. En utilisant cette nouvelle propriété, la section efficace du second ordre (VI.83) s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \frac{4\pi^4 \mu}{\hbar^2} \sum_{\nu\mu} \int \frac{d\mathbf{k}_1}{(2\pi)^3} \rho_{1\nu}(E_{k_1} - E_{k_f}) \rho_{1\mu}(E_{k_i} - E_{k_1}) \\ &\times \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_\nu | V | HF, \bar{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}_1) \rangle \right|^2 \left| \langle \bar{\chi}^{(-)}(\mathbf{k}_1), (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right|^2 . \end{aligned} \quad (\text{VI.90})$$

En définissant les sections efficaces du premier ordre :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_1)}{d\Omega_1 dE_{k_1}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_1}{k_i} \sum_{\mu} \rho_{1\mu}(E_{k_i} - E_{k_1}) \left| \langle \bar{\chi}^{(-)}(\mathbf{k}_1), (1p1h)_\mu | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right|^2 \\ \frac{d^2 \sigma^{(1)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_1} \sum_{\nu} \rho_{1\nu}(E_{k_1} - E_{k_f}) \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_\nu | V | HF, \bar{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}_1) \rangle \right|^2 , \end{aligned} \quad (\text{VI.91})$$

on retrouve la forme convoluée (VI.75), soit :

$$\frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \frac{\mu}{4\pi^2\hbar^2} \int \frac{d\mathbf{k}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_1)}{d\Omega_1 dE_{k_1}} \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} . \quad (\text{VI.92})$$

VI.7 Applications : sections efficaces au premier ordre

Dans cette partie nous procédons aux calculs de sections efficaces au premier ordre pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . Cette cible a été choisie pour notre étude car de nombreuses données expérimentales sont disponibles, à différentes énergies incidentes, pour de grands transferts d'énergie entre le projectile et la cible. L'étude de ce type de réactions nécessite la prise en compte d'un ensemble d'excitations du noyau cible et se distingue donc des études réalisées au chapitre V. La section efficace moyennée de diffusion inélastique de protons de moment incident \mathbf{k}_i et de moment sortant \mathbf{k}_f peut être calculée via la relation :

$$\left\langle \frac{d^2\sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} \right\rangle_{E_{k_f}} = \frac{1}{2\Delta} \int_{E_{k_f}-\Delta}^{E_{k_f}+\Delta} \frac{d^2\sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k})}{d\Omega dE_k} dE , \quad (\text{VI.93})$$

avec $k = |\mathbf{k}| = \sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar^2}}$. La largeur 2Δ correspond à la largeur expérimentale soit la largeur en énergie des protons sortant qui seront comptés dans la section efficace $\frac{d^2\sigma(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}}$. On rappelle l'expression (VI.11) de la section efficace du premier ordre :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(1)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k})}{d\Omega dE_k} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k}{k_i} \sum_F \left| T_{f \leftarrow i}^{(1)} \right|^2 \delta(E_{k_i} - E_k - E_F^*) \\ &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k}{k_i} \sum_F \delta(E_{k_i} - E_k - E_F^*) \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}), F | V | \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i), 0 \rangle \right|^2 . \end{aligned} \quad (\text{VI.94})$$

Dans cette expression, nous n'avons pas défini la structure des états finaux $|F\rangle$. Les moyennes en énergie du paragraphe (VI.3.1) ne sont donc pas appliquées. En effet, nous allons donner une méthode qui diffère de celle traditionnellement utilisée et qui a été présentée au paragraphe VI.3.2. Avant de continuer, on signale que ces deux méthodes sont parfaitement équivalentes mais celle qui va suivre permet de donner une origine plus précise de la densité d'états à une paire particule-trou apparaissant dans la forme (VI.31).

En toute généralité, les éléments de matrice apparaissant dans la section efficace du premier ordre devraient être non nuls pour tout type d'état excité. En effet, une théorie exacte ferait intervenir comme état fondamental de la cible non pas l'état Hartree-Fock (ou RPA) mais le vrai vide du système défini comme le vide de tous les modes propres possibles. En appelant cet état $|0_{\text{vrai}}\rangle$, on a généralement :

$$\langle npnh|V|0_{\text{vrai}}\rangle \neq 0 \quad \forall n . \quad (\text{VI.95})$$

Une approximation possible est de considérer que les éléments de matrice de type $\langle 1p1h|V|0_{\text{vrai}}\rangle$ ont des valeurs très supérieures à celles des éléments de matrice du type $\langle npnh|V|0_{\text{vrai}}\rangle$ pour $n > 2$. De plus, en posant $|0_{\text{vrai}}\rangle = |HF\rangle + \delta|0_{\text{vrai}}\rangle$, on peut effectuer l'approximation :

$$\langle 1p1h|V|0_{\text{vrai}}\rangle = \langle 1p1h|V|HF\rangle + \langle 1p1h|V|\delta|0_{\text{vrai}}\rangle \simeq \langle 1p1h|V|HF\rangle . \quad (\text{VI.96})$$

Le fait que seules les excitations de type $|1p1h\rangle$ interviennent dans un calcul du premier ordre n'est pas une conséquence du fait que l'interaction résiduelle V est une interaction à deux corps mais provient de l'approximation $|0_{\text{vrai}}\rangle \simeq |HF\rangle$.

Dans les applications qui suivent, nous allons utiliser une description Hartree-Fock ou RPA des états excités de la cible. Dans le cas HF, les excitations sont des états à n paires particule-trou libres, couplées à des nombres quantiques J, M, Π, τ . Avec cette description, et en suivant la discussion ci-dessus, les seuls états finaux à considérer sont des excitations à une paire particule-trou définis par :

$$|F\rangle = |ph\rangle = \left[a_{p,j_p}^+ \otimes a_{\tilde{h},j_h} \right]_M^{J,\Pi,\tau} |HF\rangle . \quad (\text{VI.97})$$

Dans le cas RPA, les états finaux possibles peuvent être des états à n bosons, car les contractions du type $\langle f|a_\alpha^+ a_\beta|\tilde{0}\rangle$, où $|\tilde{0}\rangle$ est l'état fondamental RPA, n'ont aucune raison d'être toujours nulles (voir l'appendice C.4 pour un exemple d'état à deux bosons). Toutefois, nous supposons que les amplitudes du premier ordre associées à des transitions vers un état final à n bosons pour $n \geq 2$ sont très faibles et l'on considère seulement les transitions vers les états RPA à un boson :

$$|F\rangle = |N\rangle = \Theta_{N,J,M,\Pi}^+ |\tilde{0}\rangle , \quad (\text{VI.98})$$

où les opérateurs $\Theta_{N,J,M,\Pi}^+$ ont été définis au chapitre III (équation (III.52) page 44). Revenons à l'expression (VI.94) de la section efficace au premier ordre. On rappelle que la fonction $\delta(E_{k_i} - E_k - E_N^*)$, avec $E_N^* = E_F^*$, sélectionne les excitations de la cible qui donneront une contribution non nulle à cette section efficace. Cette fonction delta est obtenue en supposant que l'on connaît parfaitement les énergies propres et les états

propres de la cible. Cependant, les calculs de structure que l'on utilise (HF ou RPA) sont des calculs approchés. Dans le cas RPA, seules les interactions entre paires particule-trou sont considérées (au-delà du champ moyen HF). Or un calcul permettant de prendre en compte implicitement les couplages négligés, soit des couplages à des excitations plus complexes (2p2h, 3p3h ...), prouve que les énergies propres E_N des états RPA doivent être modifiées telles que :

$$E'_N = E_N - \delta_N + i \frac{\Gamma_N}{2} . \quad (\text{VI.99})$$

Le même type de corrections doit être appliqué aux énergies E_{ph}^* des excitations particule-trou simples (états HF) quand on utilise cette description des états finaux. Le terme δ_N représente un décalage en énergie et le terme Γ est une largeur d'amortissement (« damping widths ») indiquant que l'état $|N\rangle$ possède une durée de vie limitée car il n'est pas un état propre exact du Hamiltonien total de la cible. D'autre part, une nouvelle largeur devrait être ajoutée à Γ_N en considérant les couplages des états $|N\rangle$ à des états du continuum (« escape widths »). Ces types de corrections ont déjà été dérivées et introduites dans des études de résonances géantes [55, 56, 57, 58]. En utilisant les énergies corrigées E'_N , la fonction de Dirac $\delta(E - E_N^*)$, avec $E = E_{k_i} - E_k$, doit être remplacée par une fonction $f_N(E)$ de type Lorentzienne :

$$f_N(E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_N}{(E - E_N^* + \delta_N)^2 + \left(\frac{\Gamma_N}{2}\right)^2} . \quad (\text{VI.100})$$

On peut comprendre cette substitution en regardant la limite de la fonction $f_N(E)$ quand la largeur Γ_N tend vers zéro :

$$\lim_{\Gamma_N \rightarrow 0, \delta_N \rightarrow 0} f_N(E) = \lim_{\Gamma_N \rightarrow 0} -\frac{1}{\pi} \Im \left\{ \frac{1}{E - E_N^* + i \frac{\Gamma_N}{2}} \right\} = \delta(E - E_N^*) . \quad (\text{VI.101})$$

D'autre part, cette fonction $f_N(E)$ peut s'identifier à la densité d'états $\rho_{1\mu}(E)$ apparaissant dans la section efficace du premier ordre dérivée au paragraphe VI.3.2, l'indice 1μ représentant une excitation particule-trou (VI.97) ou RPA (VI.98). Finalement, la méthode du paragraphe VI.3.2 et celle présentée ici sont équivalentes mais cette dernière permet de donner une justification plus précise à la forme de la densité d'états $\rho_{1\mu}(E)$ que l'on utilise dans les calculs.

Avant de calculer les sections efficaces (VI.94), nous devons préciser la prescription choisie pour les valeurs Γ_N et δ_N . Les valeurs des δ_n ont été évaluées de manière phénoménologique en constatant les écarts entre les énergies propres HF et RPA et les énergies expérimentales de certains états. Dans le cas RPA, cette étude sommaire conduit à diminuer de 500 keV la position des états d'énergie inférieure à 8 MeV et de 1 MeV au-delà. Dans le cas HF, ces écarts doivent être accentués d'environ 500 keV à basse énergie. Bien entendu, ces choix sont des approximations grossières et prétendent seulement simuler une

tendance générale afin de s'approcher du comportement expérimental. Les largeurs Γ_N ont été évaluées dans le même esprit. Au-dessous de 8 MeV d'excitation, nous choisissons une faible largeur, soit 300 keV. Entre 8 MeV et 10 MeV une largeur de 2 MeV est adoptée. A plus haute énergie, on prend une valeur de 4 MeV pour cette largeur. Nous avons vérifié que nos résultats ne dépendent pas trop violemment de ces choix. En fait, leur impact est minimisé par la présence de la largeur expérimentale Δ qui est de l'ordre de quelques MeV pour les données expérimentales que nous allons analyser .

Nous avons choisi d'analyser les résultats de diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . En effet, de nombreuses distributions angulaires expérimentales sont disponibles pour cette réaction et sur une large gamme d'énergie transférée [1]. La figure VI.2 présente la comparaison entre nos calculs du premier ordre et les distributions expérimentales. Les courbes rouges sont les calculs effectués avec une description RPA des états de la cible et les courbes bleues avec une description HF+particule-trou libre. Les calculs utilisant la description RPA fournissent des résultats en très bon accord avec les données expérimentales pour des transferts d'énergie de 6,(figure VI.2(a)), 10 (figure VI.2(b)) et 14 MeV (figure VI.2(c)) au noyau cible. Les calculs utilisant la description HF+particule-trou sous-estiment systématiquement l'expérience. L'écart entre les calculs HF et RPA peut s'expliquer en considérant la collectivité des excitations RPA donnant des sections efficaces plus élevées que celles calculées avec les excitations HF. Cet écart semble diminuer à mesure que l'énergie transférée augmente, i.e. à mesure que l'énergie des états excités intervenant dans les calculs augmente. Ceci s'explique simplement car les états RPA perdent graduellement leur collectivité quand l'énergie d'excitation augmente : leur structure s'identifie de plus en plus à celle d'une simple excitation particule-trou. Notamment, les deux calculs de sections efficaces se rejoignent quasiment à 20 MeV d'excitation (figure VI.2(d)), où le peu de collectivité encore présente semble ne pas avoir d'effet sur les résultats. La seule différence notable se situe aux angles avant, au-dessous de 20° .

D'autre part, le graphique VI.2(d) montre clairement que notre calcul ne reproduit pas correctement les données de diffusion aux angles arrière pour 20 MeV d'énergie transférée à la cible. Cette lacune est bien entendu due à la présence de processus à plusieurs étapes non pris en compte dans les calculs du premier ordre. Ce comportement devient de plus en plus flagrant à mesure que l'énergie transférée à la cible augmente (voir figure VI.3). En effet, bien que les prédictions restent acceptables aux angles avant ($<60^\circ$) jusqu'à 40 MeV d'énergie transférée (i.e. proton sortant de 80 MeV pour 120 MeV incident), les sections efficaces aux angles arrière sont toujours sous-estimées. Au-delà de 40 MeV d'énergie transférée, les prédictions se dégradent même aux angles avant et montrent l'importance des processus à plusieurs étapes. Avant de passer au calcul des sections efficaces au second ordre, nous allons discuter des lacunes de ces calculs du premier ordre.

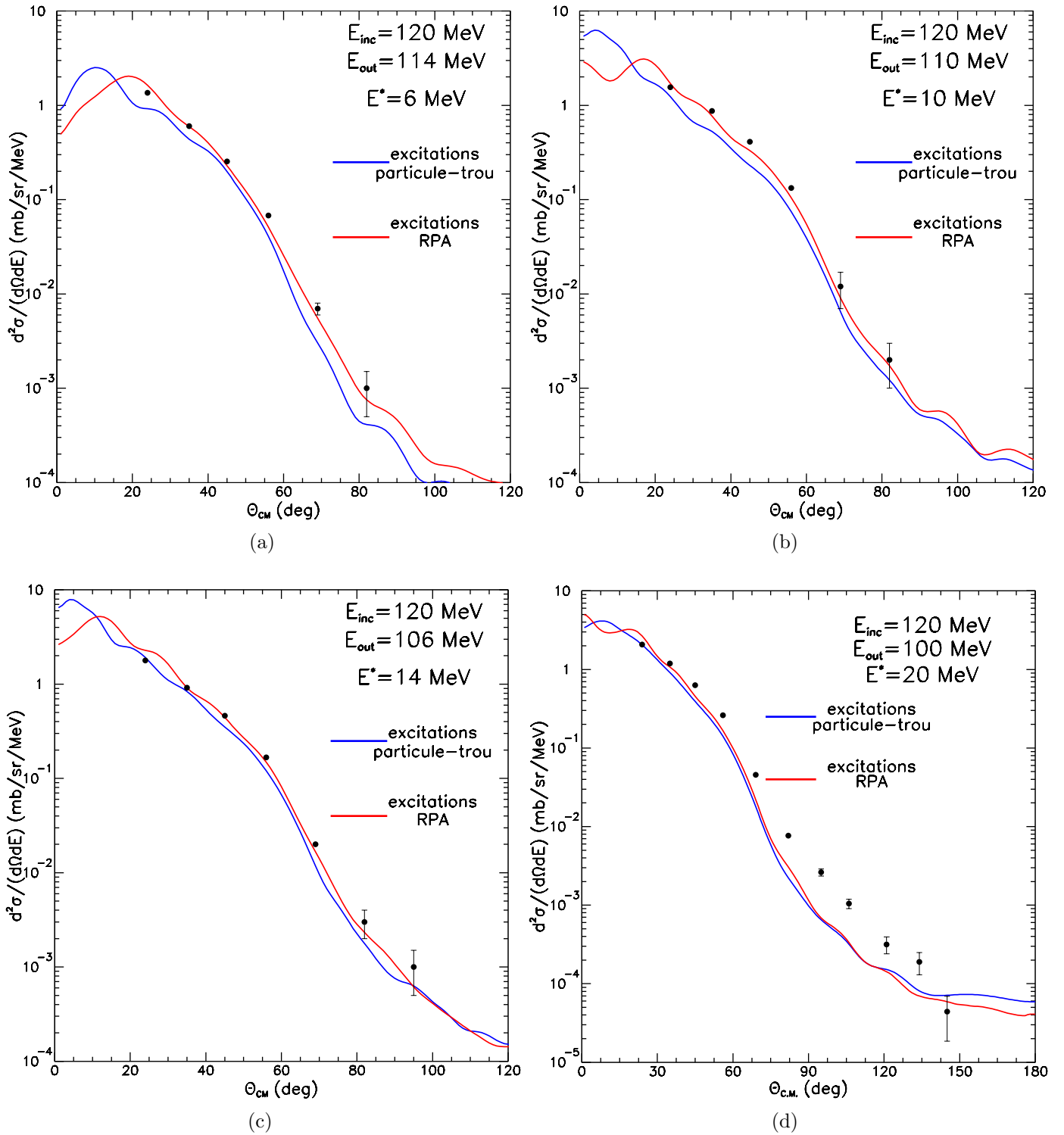


FIG. VI.2 – Sections efficaces doublement différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . Comparaison entre les données expérimentales [1] et les calculs du premier ordre avec une description particule-trou (courbes bleues) et RPA (courbes rouges) des états excités de la cible.

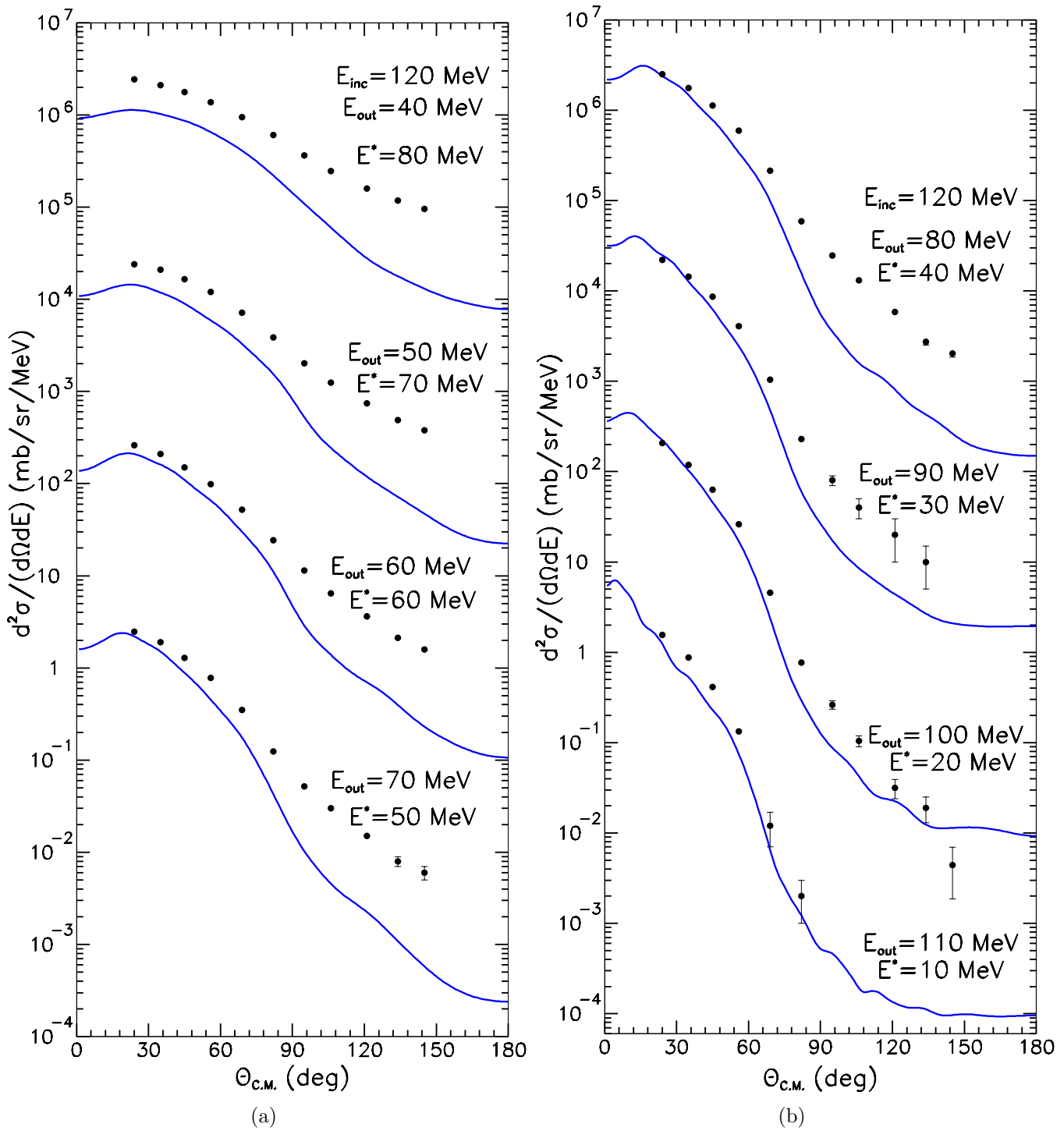


FIG. VI.3 – Sections efficaces doublement différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . Comparaison entre les données expérimentales [1] et les calculs du premier ordre avec une description particule-trou (courbes bleues).

Discussion 1 : Un effet relatif à la taille de la base pourrait être important. En effet les excitations à une paire particule-trou sont construites à partir des états individuels Hartree-Fock calculés dans une base d'oscillateur harmonique à 15 couches (base 14). Une variation de cette taille de base peut modifier l'énergie et le nombre des états individuels et, en conséquence, la densité d'états à une paire particule-trou. Pour illustrer ceci, nous présentons sur la figure VI.4 les densités d'états pour des calculs HF effectués avec 15 (en noir), 17 (en vert) ou 19 (en bleu) couches d'oscillateur harmonique. On voit que la densité d'états augmente nettement avec la taille de la base, notamment au delà de 30 MeV d'énergie d'excitation. Un calcul de section efficace au premier ordre est donc sensible à la taille de la base à travers ces densités d'états. Le décrochage entre les données expérimentales et les calculs à partir de 20 MeV d'excitation pour les angles arrière et de 60 MeV pour les angles avant pourrait donc être en partie dû à la limitation de la taille de la base.

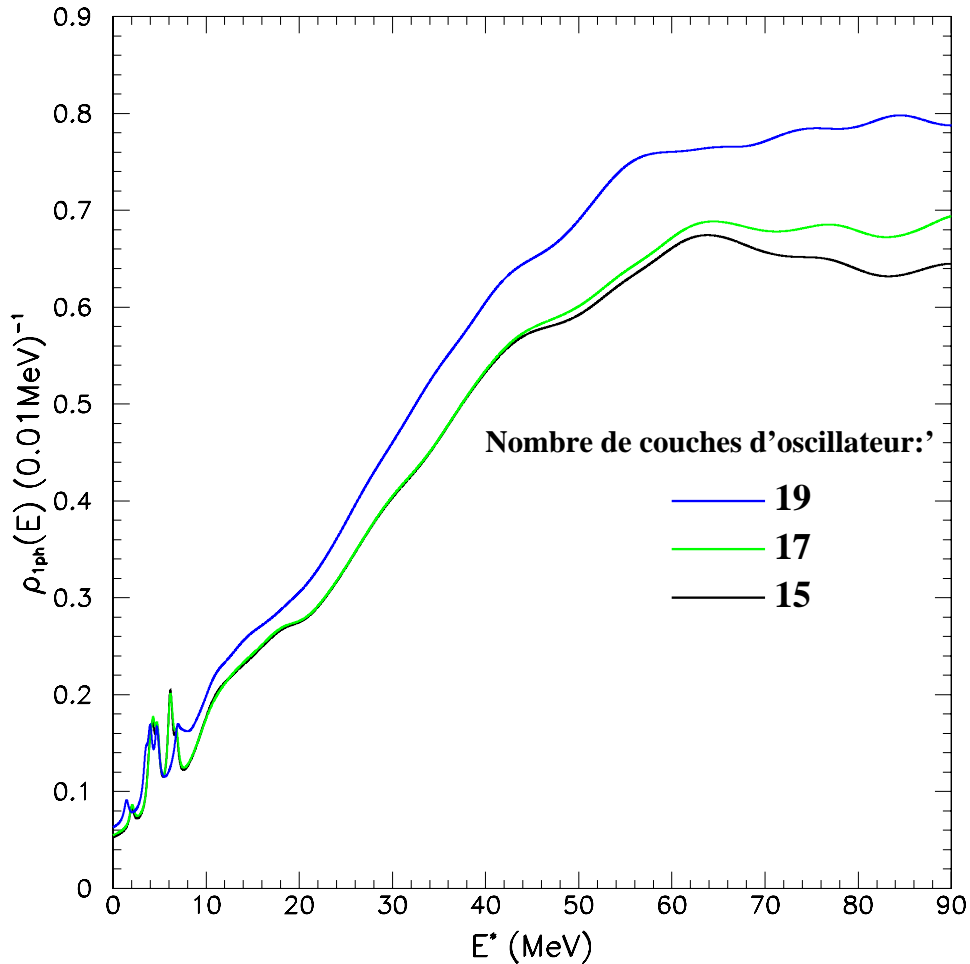


FIG. VI.4 – Densités d'états à une paire particule-trou. Les états individuels sont déterminés par un calcul Hartree-Fock avec 15 (courbe noire), 17 (courbe verte) ou 19 (courbe bleue) couches d'oscillateurs.

Discussion 2 : Une autre lacune importante de ce modèle concerne l'impossibilité de prendre en compte l'émission d'une seconde particule lors du premier choc. En effet, la première excitation peut donner lieu à la création d'une paire particule-trou dont l'énergie de l'état de particule se situe bien au-delà du seuil d'émission de nucléons. Cet état pourrait décroître très rapidement et donner lieu à l'émission dans le continuum d'une seconde particule lors du processus à une étape. Cette seconde particule émise peut contribuer aux données expérimentales présentées sur les graphiques VI.2 et VI.3, données qui ne différencient bien entendu pas les particules provenant d'une émission multiple. On sait donc à l'avance que les sections efficaces aux angles arrière auront, en plus des contributions du processus à deux (ou plus) étapes, une contribution provenant de cette seconde émission. Pour illustrer ceci, nous présentons sur la figure VI.5 une comparaison entre les mêmes données expérimentales et les sections efficaces calculées à l'aide d'un modèle de cascade intra-nucléaire (code BRIC [102], calculs réalisés par H. Duarte). Les courbes en tirets rouges représentent les sections efficaces en tenant compte seulement des contributions des processus pour lesquels la particule sortante est la même que la particule entrante (comme le modèle de cascade est un modèle classique, les particules du système sont différenciables et peuvent être suivies individuellement). Les courbes en tirets bleus représentent la contribution à la section efficace pour laquelle la particule sortante n'est pas la particule entrante : cette contribution est donc due à un (ou plusieurs) nucléon éjecté du noyau cible. Le projectile pourra lui-aussi être éjecté et participer aux sections efficaces pour d'autres énergies sortantes. Les courbes en tirets bleus représentent donc les contributions aux sections efficaces provenant de l'émission d'un nucléon de la cible ou de l'émission multiple dans le cas où le projectile est aussi ré-émis dans le continuum. On voit clairement que ces processus contribuent fortement aux sections efficaces, notamment aux angles arrière, cela d'autant plus que l'énergie de ces particules sortantes est faible. Les irrégularités aux angles arrière sont dues à un manque de statistique dans le calcul de cascade qui utilise une méthode Monte-Carlo. On note que cette émission multiple contribue aussi aux angles avant des sections efficaces, même pour les énergies sortantes les plus hautes ($\sim 25\%$ pour des protons de 100 MeV dans la voie de sortie, figure VI.5(a)) alors que le calcul quantique (voir figure VI.2(d)) reproduit les données aux angles avant sans tenir compte de cette émission multiple. Nous ne pouvons expliquer ces incohérences entre les deux modèles, mais la question mériterait d'être étudiée plus en détail.

Pour tenir compte de cette seconde émission dans un calcul quantique, une voie possible serait de décrire les états de particule non pas comme des états à une particule dans un champ moyen mais comme des ondes distordues solutions d'une équation de diffusion. Cette méthode, permettrait d'obtenir les distributions angulaires de la seconde particule émise ainsi que des informations sur les corrélations existantes entre les particules émises lors d'une émission multiple. Cette direction n'a pas encore pu être explorée car un temps conséquent nous a été nécessaire pour dériver et calculer les sections efficaces du second ordre. Ceci est le propos du prochain paragraphe.

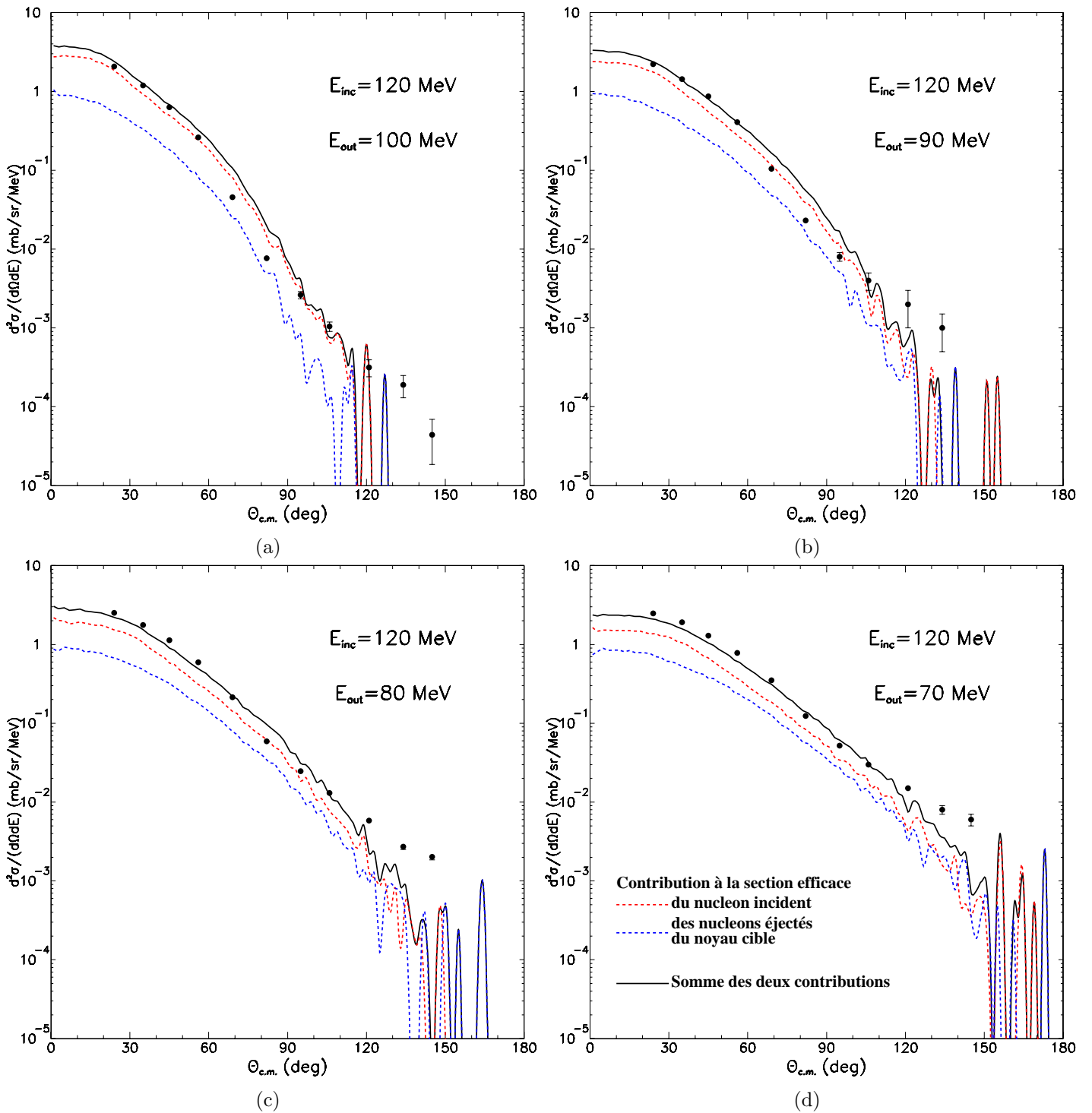


FIG. VI.5 – Sections efficaces doublement différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur un cible de ^{90}Zr . Comparaison entre les données expérimentales [1] et les calculs réalisés à l'aide d'un modèle de cascade intra-nucléaire. La signification de chaque courbe et les énergies des particules sortantes sont indiquées sur les graphiques.

VI.8 Forme explicite de l'amplitude de transition au second ordre

Cette partie est dédiée à la dérivation de la forme explicite de l'amplitude de transition au second ordre à partir de la définition (VI.45). Ce travail effectué, cette forme sera d'une part utilisée, pour calculer les sections efficaces du second ordre, et d'autre part, elle nous permettra de tester certaines des approximations sous-jacentes aux modèles FKK, TUL et NWF.

Avant toute chose, nous rappelons que l'amplitude de probabilité associée à la transition entre un état initial $|i\rangle$ et un état final $|f\rangle$, s'écrit au second ordre du développement de Born :

$$T_{f \leftarrow i} = \langle f | V + VG^{(+)}V | i \rangle = T_{i \leftarrow f}^{(1)} + T_{f \leftarrow i}^{(2)} , \quad (\text{VI.102})$$

avec :

$$G^{(+)} = \frac{1}{E - H + i\eta} . \quad (\text{VI.103})$$

L'opérateur $H = H_A + H_p$ est le Hamiltonien du système non perturbé. Nous rappelons que, dans nos calculs, la matrice G de Melbourne est utilisée pour représenter l'interaction résiduelle V . Nous choisissons ici, ainsi que dans les applications qui vont suivre, de décrire les états du système à l'aide d'excitations particule-trou sur un fondamental Hartree-Fock $|HF\rangle$. L'amplitude de transition au second ordre s'écrit :

$$T_{(I_F, \mu_F; k_f, \lambda_f) \leftarrow (0, 0; k_i, \lambda_i)}^{(2)} = \langle \chi_{\lambda_f}^{(-)}, I_F, \mu_F | VG^{(+)}(E)V | \chi_{\lambda_i}^{(+)}, HF \rangle . \quad (\text{VI.104})$$

Dans cette expression, on a déjà introduit les hélicités λ_i et λ_f du projectile respectivement dans les voies d'entrée et de sortie. Ces hélicités λ_i et λ_f sont définies comme les projections du spin du projectile respectivement sur l'axe \mathbf{k}_i et l'axe \mathbf{k}_f . Le propagateur $G^{(+)}$ s'exprime suivant la décomposition spectrale :

$$G^{(+)} = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \sum_{n, m_s} |n, \chi_{m_s}^+(\mathbf{k})\rangle \frac{1}{E_{k_i} - E_k - E_n^* + i\eta} \langle n, \hat{\chi}_{m_s}^{(+)}(\mathbf{k}) | . \quad (\text{VI.105})$$

On note que la relation de fermeture dans l'espace de la cible fait intervenir une somme sur les deux projections du spin intrinsèque, soit $m_s = \pm \frac{1}{2}$. Pour la suite, il est de nouveau utile d'introduire la représentation d'hélicité pour décrire la projection du spin du projectile dans l'état intermédiaire. On introduit donc le nombre quantique λ correspondant à la projection du spin sur l'axe \mathbf{k} . Les états intermédiaires $|n\rangle$ sont des excitations à une paire particule-trou de moment angulaire J , de projection M et de parité Π :

$$|n\rangle = A_{JM,\Pi,\tau}^+(p\tilde{h})|HF\rangle = \left[a_{p,j_p}^+ \otimes a_{\tilde{h},j_h} \right]_M^{J,\Pi,\tau} |HF\rangle, \quad (\text{VI.106})$$

avec $\tau = 1$ pour une excitation de proton et $\tau = 0$ pour une excitation de neutron. La projection M du moment s'effectue sur l'axe \mathbf{k} . Les états finaux $|F\rangle$ sont des états à deux paires particule-trou couplées :

$$\begin{aligned} |F\rangle &= \left[\left[a_{p_1,j_{p_1}}^+ \otimes a_{\tilde{h}_1,j_{h_1}} \right]_{M_1}^{J_1,\Pi_1,\tau_1} \otimes \left[a_{p_2,j_{p_2}}^+ \otimes a_{\tilde{h}_2,j_{h_2}} \right]_{M_2}^{J_2,\Pi_2,\tau_2} \right]_{\mu_F}^{I_F,\Pi_F} |HF\rangle \\ &= \left[A_{J_1,\Pi_1,\tau_1}^+(p_1\tilde{h}_1) \otimes A_{J_2,\Pi_2,\tau_2}^+(p_2\tilde{h}_2) \right]_{\mu_F}^{I_F,\Pi_f} |HF\rangle. \end{aligned} \quad (\text{VI.107})$$

Les niveaux d'énergie d'excitation $E_f = \epsilon_{p_1} + \epsilon_{p_2} - \epsilon_{h_1} - \epsilon_{h_2}$ présentent une dégénérescence égale à $(2j_{p_1} + 1)(2j_{h_1} + 1)(2j_{p_2} + 1)(2j_{h_2} + 1)$. Le nombre quantique μ_F représente la projection du moment angulaire I_F sur l'axe \mathbf{k}_f . A partir de maintenant, afin d'alléger nos notations, nous n'écrivons plus explicitement les nombres quantiques de parité Π et d'isospin τ .

En introduisant l'expression (VI.105) du propagateur $G^{(+)}$ dans la définition (VI.104) de l'amplitude de transition $T^{(2)}$, on obtient :

$$\begin{aligned} T_{(I_F,\mu_F;k_f,\lambda_f)\leftarrow(0,0;k_i,\lambda_i)}^{(2)} &= \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \sum_{J,M,m_s} \langle \chi_{\lambda_f}^{(-)}, I_F, \mu_F | V | n, \chi_{\lambda}^{(+)}(\mathbf{k}) \rangle \\ &\quad \frac{1}{E_{k_i} - E_k - E_n + i\eta} \langle n, \hat{\chi}_{\lambda}^{(+)}(\mathbf{k}) | V | \chi_{\lambda_i}^{(+)}, \tilde{0} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{VI.108})$$

Comme nous l'avons vu au chapitre V (équation (V.4), page 78), l'interaction à deux corps V , intervenant dans les éléments de matrice de l'expression ci-dessus, peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \sum_{k,k',p',h'} \langle k', p' | V | \widetilde{k}, \tilde{h}' \rangle \sum_{J',M'} s_k \langle j_{k'} m_{k'}, j_k - m_k | J - M \rangle A_{J',M'}^+(k', \tilde{k}) \\ &\times \left[\langle j_{p'} m_{p'}, j_{h'} - m_{h'} | J' M' \rangle s_h A_{J',M'}^+(p', \tilde{h}') + \langle j_h m_h, j_p - m_p | J M \rangle s_p (-)^{J+j_p-j_h} A_{J,\bar{M}}(p, \tilde{h}) \right], \end{aligned} \quad (\text{VI.109})$$

où les opérateurs $A_{J',M'}^+(p', \tilde{h}')$ et $A_{J',\bar{M}'}(p', \tilde{h}')$ agissent dans l'espace des fonctions d'onde de la cible, et l'opérateur $A_{J',M''}^+(k', \tilde{k})$ agit dans l'espace du projectile. Selon cette décomposition, les éléments de matrice correspondant à la seconde étape font intervenir les contractions du type :

$$\begin{aligned} \langle f|A_{JM}^+(p'\tilde{h}')|n\rangle &= \sum_{M_1, M_2} \langle J_1 M_1, J_2 M_2 | I_F, \mu_F \rangle \\ &\langle HF | A_{J_2 M_2}(p_2 \tilde{h}_2) A_{J_1 M_1}(p_1 \tilde{h}_1) A_{J' M'}^+(p' \tilde{h}') A_{JM}^+(p \tilde{h}) | HF \rangle . \end{aligned} \quad (\text{VI.110})$$

Maintenant, nous introduisons une approximation qui suppose que les opérateurs $A_{JM}^+(p\tilde{h})$ correspondent à des excitations élémentaires. Cela signifie que dans l'expression ci-dessus, nous conservons seulement les contractions du type :

$$\begin{aligned} \langle HF | A_{J_2 M_2}(p_2 \tilde{h}_2) A_{J_1 M_1}(p_1 \tilde{h}_1) A_{J' M'}^+(p' \tilde{h}') A_{JM}^+(p \tilde{h}) | HF \rangle \\ = \delta_{J_1 M_1, JM} \delta_{J_2 M_2, J' M'} + \delta_{J_2 M_2, JM} \delta_{J_1 M_1, J' M'} , \end{aligned} \quad (\text{VI.111})$$

et omettons celles obtenues en découplant les opérateurs A_{JM}^+ et A_{JM} . La forme ci-dessus montre clairement que, dans notre approximation, seulement deux excitations intermédiaires sont possibles pour aboutir à un état final du type (VI.107). Ces deux états sont :

$$|1J_1 M_1\rangle = A_{J_1 M_1}^+(p_1 \tilde{h}_1) |HF\rangle \quad \text{et} \quad |2J_2 M_2\rangle = A_{J_2 M_2}^+(p_2 \tilde{h}_2) |HF\rangle , \quad (\text{VI.112})$$

et la relation de fermeture sur les états de la cible se réduit à :

$$\sum_n |n\rangle \langle n| = \sum_{M_1} |1J_1 M_1\rangle \langle 1J_1 M_1| + \sum_{M_2} |2J_2 M_2\rangle \langle 2J_2 M_2| . \quad (\text{VI.113})$$

Avec cette simplification, l'amplitude de transition au second ordre, définie en (VI.108), peut s'écrire :

$$T_{(I_F J_1 J_2) \mu_F k_f \lambda_f, k_i \lambda_i}^{(2)} = \sum_{M_1, M_2} \langle J_1 M_1, J_2 M_2 | I_F, \mu_F \rangle t_{I_F (J_1 J_2); J_1}^{(2)} + \sum_{M_1, M_2} \langle J_1 M_1, J_2 M_2 | I_F, \mu_F \rangle t_{I_F (J_1 J_2); J_2}^{(2)} , \quad (\text{VI.114})$$

avec :

$$t_{I_F (J_1 J_2); J_1}^{(2)} = \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\langle \chi_{\lambda_f}^{(-)}, 2J_2 M_2 | V | HF, \chi_{\lambda}^{(+)}(\mathbf{k}) \rangle \langle \hat{\chi}_{\lambda}^{(+)}(\mathbf{k}), 1J_1 M_1 | V | HF \chi_{\lambda_i}^{(+)} \rangle}{E_{k_i} - E_k - E_1 + i\eta} \quad (\text{VI.115})$$

et

$$t_{I_F (J_1 J_2); J_2}^{(2)} = \sum_{\lambda} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\langle \chi_{\lambda_f}^{(-)}, 1J_1 M_1 | V | HF, \chi_{\lambda}^{(+)}(\mathbf{k}) \rangle \langle \hat{\chi}_{\lambda}^{(+)}(\mathbf{k}), 2J_2 M_2 | V | HF \chi_{\lambda_i}^{(+)} \rangle}{E_{k_i} - E_k - E_2 + i\eta} , \quad (\text{VI.116})$$

où $E_1 = \epsilon_{p_1} - \epsilon_{h_1}$ et $E_2 = \epsilon_{p_2} - \epsilon_{h_2}$.

La dérivation qui va suivre a pour but d'exprimer les amplitudes du second ordre (VI.115) et (VI.116) en fonction d'amplitudes du type premier ordre qui nous sont fournies par le programme DWBA98. Pour ce faire, nous devons utiliser le formalisme d'hélicité introduit dans la section V.6. On rappelle l'expression (V.59) dérivée au chapitre V :

$$\begin{aligned}
T_{\lambda_i, \lambda_f, \mu_F I_F}^{(1)} &= \langle \chi_{\lambda_f}^{(-)}(k_f), I_F, \mu_F | V(1, 2) | \chi_{\lambda_i}^{(+)}(\mathbf{k}_i), (I_i, \mu_i) = (0, 0) \rangle \\
&= \frac{2\pi}{k_i k_f} \sum_{j_i, j_f, m_i, m_f} \hat{j}_i \hat{j}_f \hat{I}_F^2 (-)^{j_i - m_i} R_{\lambda_{r1}, m_i}^{j_i^*}(\Omega_{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f}) \\
&\quad \times \begin{pmatrix} j_i & j_f & I_F \\ m_i & -m_f & -\mu_F \end{pmatrix} f_{(j_f \lambda_f) j_p, (j_i \lambda_i) j_h}^{(-, +), I_F}(k_f, k_i) ,
\end{aligned} \tag{VI.117}$$

où les fonctions $f_{(j_f \lambda_f) j_p, (j_i \lambda_i) j_h}^{(-, +), I_F}(k_f, k_i)$ sont celles définies en (V.52), page 113. Nous avons ajouté à cette définition la spécification des moments cinétiques k_i et k_f , soit les moments cinétiques du projectile respectivement avant et après la transition. En utilisant cette définition, les deux éléments de matrice présents dans (VI.116) peuvent s'exprimer comme :

$$\begin{aligned}
F_1 &= \langle \chi_{\lambda_f}^{(-)}(\mathbf{k}_f), 1J_1 M_1 | V | HF, \chi_{\lambda}^{(+)}(\mathbf{k}) \rangle \\
&= \frac{2\pi}{k_f k} \sum_{j j_f m} \hat{j} \hat{j}_f \hat{J}_1 (-)^{j - m} \begin{pmatrix} j & j_f & J_1 \\ m & -\lambda_f & -M_1 \end{pmatrix} R_{m, \lambda}^j(\Omega_{k_f, k}) f_{j_{p1} (j_f \lambda_f) j_{h1} (j \lambda)}^{J_1, (-, +)}(k_f, k) ,
\end{aligned} \tag{VI.118}$$

$$\begin{aligned}
F_2 &= \langle \hat{\chi}_{\lambda}^{(+)}(\mathbf{k}), 2J_2 M_2 | V | HF, \chi_{\lambda_i}^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \\
&= \frac{2\pi}{k k_i} \sum_{j' j_i m_i} \hat{j}' \hat{j}_i \hat{J}_2 (-)^{j_i - m_i} \begin{pmatrix} j_i & j' & J_2 \\ m_i & -\lambda & -M_2 \end{pmatrix} R_{m_i, \lambda_i}^{j_i}(\Omega_{k, k_i}) f_{j_{p2} (j' \lambda) j_{h2} (j_i \lambda_i)}^{J_2, (\hat{+}, +)}(k, k_i) .
\end{aligned} \tag{VI.119}$$

Afin de pouvoir intégrer le produit $F_1 \times F_2$ sur la partie angulaire de $d\mathbf{k} = k^2 dk d\Omega_k$, nous écrivons :

$$R_{m, \lambda}^J(\Omega_{k_f k}) = \sum_{m'} R_{m, m'}^j(\Omega_{k_f k_i}) R_{m', \lambda}^j(\Omega_{k_i k}) = \sum_{m'} R_{m, m'}^j(\Omega_{k_f k_i}) R_{\lambda, m'}^{j^*}(\Omega_{k k_i}) . \tag{VI.120}$$

L'intégration sur $d\Omega_k$ se réduit à :

$$\int d\Omega_k R_{\lambda, m'}^{j*}(\Omega_{kk_i}) R_{m_i, \lambda_i}^{j_i}(\Omega_{kk_i}) = \frac{8\pi^2}{\hat{j}_i^2} \delta_{\lambda, m_i} \delta_{m', \lambda_i} \delta_{j, j_i} . \quad (\text{VI.121})$$

Avec ceci, l'amplitude du second ordre (VI.116) devient :

$$\begin{aligned} t_{I_F(J_1 J_2); J_2}^{(2)} &= (2\pi)^3 \frac{4\pi}{k_i k_f} \int dk \sum_{j_i j_f j m \lambda} \hat{j}_i \hat{j}_f \hat{J}_1 \hat{J}_2 R_{m, \lambda_i}^{j_i}(\Omega_{k_f, k_i}) (-)^{m-\lambda} \\ &\times \begin{pmatrix} j_i & j_f & J_1 \\ m & -\lambda_f & -M_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_i & j & J_2 \\ \lambda & -\lambda & 0 \end{pmatrix} \\ &\times \frac{f_{j_{p_1}(j_f \lambda_f) j_{h_1}(j_i \lambda)}^{J_1, (-, +)}(k_f, k) f_{j_{p_2}(j \lambda) j_{h_2}(j_i \lambda_i)}^{J_2, (\hat{+}, +)}(k, k_i)}{E_{k_i} - E_k - E_2 + i\eta} . \end{aligned} \quad (\text{VI.122})$$

On note que le second symbole $3-j$ de cette formule a imposé $M_2 = 0$. Ceci implique que, dans le premier terme de (VI.114), on a obligatoirement $M_1 = \mu_F$. La forme de $t_{I_F(J_1 J_2); J_1}^{(2)}$ est déterminée en inversant les indices 1 et 2 dans l'expression (VI.122).

Finalement, on rappelle l'expression (VI.114) de l'amplitude de transition au second ordre :

$$T_{(I_F J_1 J_2) \mu_F k_f \lambda_f, k_i \lambda_i}^{(2)} = \langle J_1 \mu_F, J_2 0 | I_F, \mu_F \rangle t_{I_F(J_1 J_2); J_2}^{(2)} + \langle J_1 0, J_2 \mu_F | I_F, \mu_F \rangle t_{I_F(J_1 J_2); J_1}^{(2)} . \quad (\text{VI.123})$$

VI.9 Applications : sections efficaces au second ordre

Dans cette partie, nous présentons les résultats des calculs de sections efficaces du second ordre déterminées à partir des amplitudes de transition (VI.123) avec les expressions (VI.122). Les fonctions $f_{j_{p_1}(j_f \lambda_f) j_{h_1}(j_i \lambda)}^{J_1, (-, +)}(k_f, k)$ et $f_{j_{p_2}(j \lambda) j_{h_2}(j_i \lambda_i)}^{J_2, (\hat{+}, +)}(k, k_i)$ sont obtenues grâce au code de calcul DWBA98 [44]. Pour nos applications, nous utilisons dans un premier temps l'approximation sur couche d'énergie, soit :

$$\frac{1}{E_{k_i} - E_k - E_{1/2} + i\eta} \simeq -i\pi \delta(E_{k_i} - E_k - E_{1/2}) , \quad (\text{VI.124})$$

où $E_{1/2}$ signifie E_1 ou E_2 , selon l'état intermédiaire considéré. Avec cette approximation, l'énergie E_k du projectile dans l'état intermédiaire est fixée par la valeur $E_{k_i} - E_{1/2}$. La section efficace du second ordre est déterminée par la forme :

$$\frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} = \sum_F \rho_F(E_{k_i} - E_{k_f}) \left| T_{F, k_f \leftarrow HF, k_i}^{(2)} \right|^2 . \quad (\text{VI.125})$$

Comme dans le cas du calcul de la section efficace du premier ordre, cette section efficace est moyennée sur une largeur Δ autour de l'énergie de la particule sortante. Les amplitudes du second ordre $T_{F, k_f \leftarrow HF, k_i}^{(2)}$ correspondent à une transition de la cible de son état fondamental Hartree-Fock $|HF\rangle$ à un état excité $|F\rangle$ de type deux paires particule-trou couplées. Les densités d'états ρ_F sont les densités d'états à deux paires particule-trou, calculées à partir de la forme :

$$\rho_{2p2h}(E_{k_i} - E_{k_f}) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_{2p2h}}{(E_{k_i} - E_{k_f} - E_{2p2h} + \delta_{2p2h})^2 + \left(\frac{\Gamma_{2p2h}}{2}\right)^2} \quad (\text{VI.126})$$

avec :

$$E_{2p2h} = E_1 + E_2 \quad , \quad \delta_{2p2h} = \delta_1 + \delta_2 \quad \text{et} \quad \Gamma_{2p2h} = \Gamma_1 + \Gamma_2 \quad , \quad (\text{VI.127})$$

où $E_{1/2}$, $\delta_{1/2}$ et $\Gamma_{1/2}$ sont les énergies propres, les décalages et les largeurs de décroissance de chacune des deux paires particule-trou qui composent l'état final considéré. Les valeurs numériques de ces quantités sont données au paragraphe VI.7.

VI.9.1 Approximation de H. Feshbach

Dans ce qui suit, nous allons tout d'abord tester l'impact sur nos résultats de l'hypothèse de H. Feshbach dans le modèle FKK (voir seconde hypothèse, paragraphe VI.6) :

$$\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}) \simeq \bar{\chi}^{(-)}(\mathbf{k}) . \quad (\text{VI.128})$$

On rappelle que la fonction $\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})$ est déterminée avec le complexe conjugué du potentiel optique pour la diffusion élastique de nucléons d'énergie $E_k = \frac{\hbar^2}{2\mu}$.

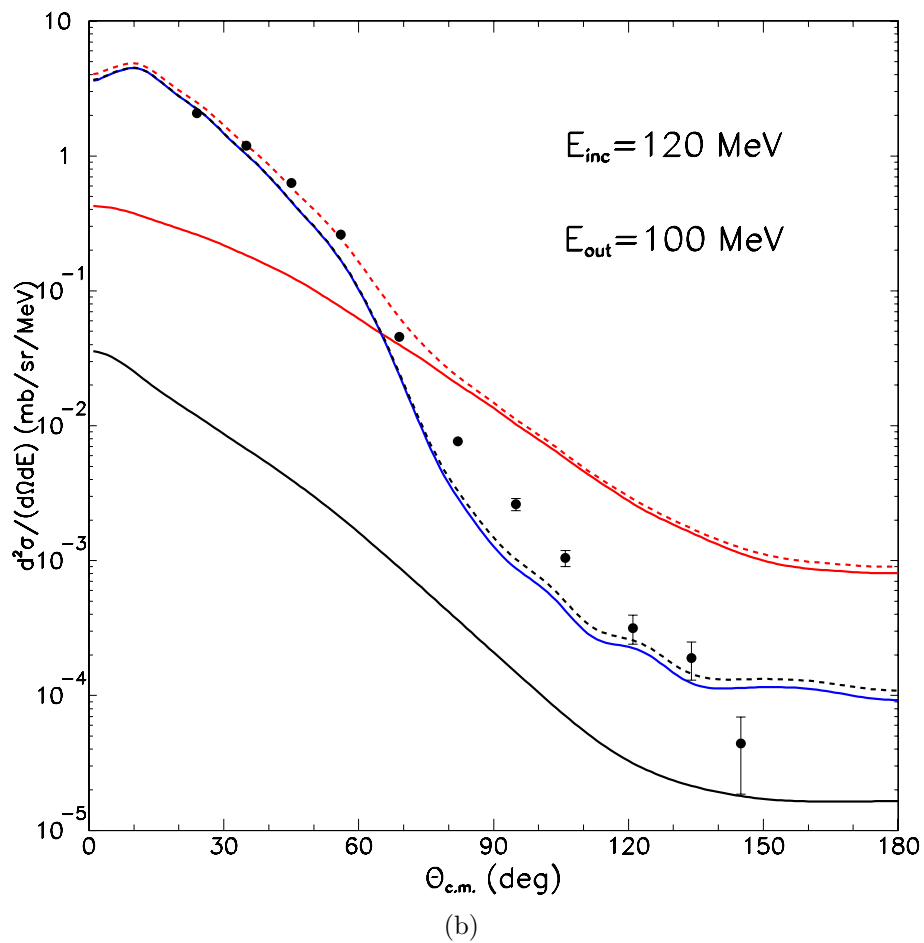
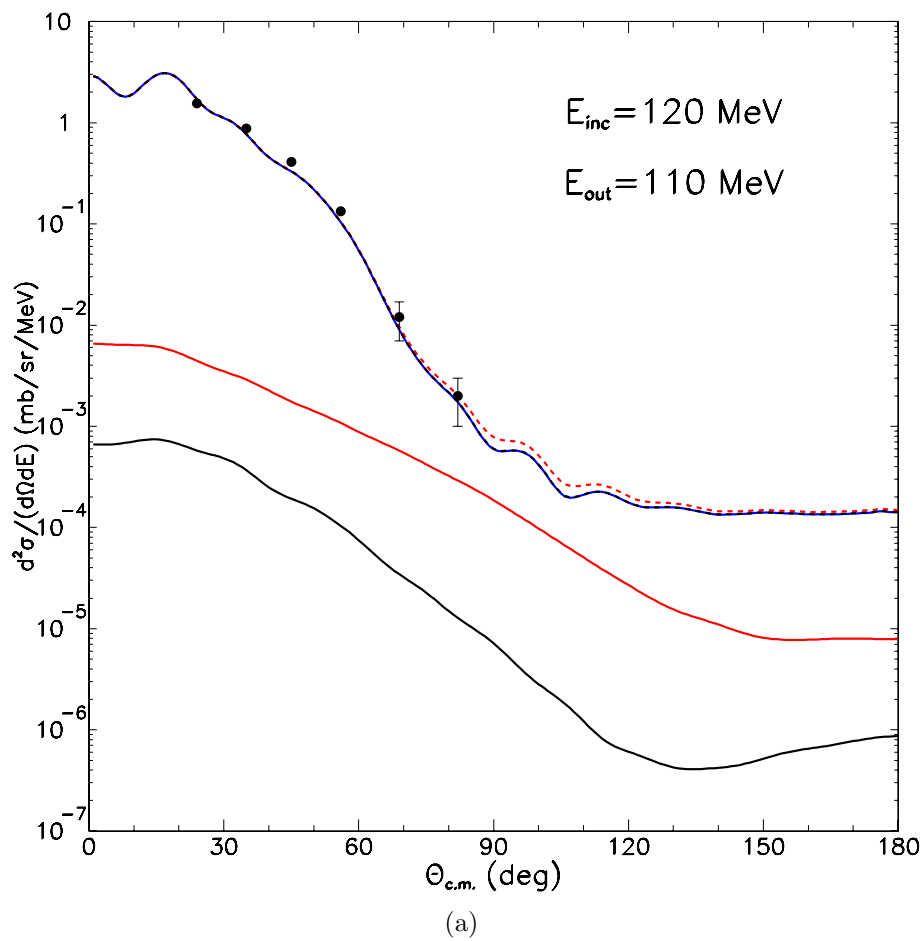
Nous présentons sur la figure VI.6 les résultats de ce calcul de section efficace pour la diffusion de protons de 120 MeV sur une cible de ^{90}Zr . Les courbes continues rouges représentent les sections efficaces du second ordre calculées sans l'approximation (VI.128) et les courbes noires celles calculées en faisant l'approximation (VI.128). Nous avons aussi reporté les résultats des sections efficaces du premier ordre (courbes continues bleues) présentées au paragraphe VI.3.2. On remarque d'ores et déjà que l'approximation (VI.128) a un impact considérable sur les calculs : les sections efficaces calculées avec l'approximation (VI.128) sont de 10 à 100 fois plus faibles (selon l'angle de diffusion et l'énergie transférée) que les sections efficaces n'utilisant pas cette approximation. Ce comportement n'a rien de surprenant car les ondes distordues $\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})$ sont solutions d'un potentiel

optique « ré-génératif ». Ce potentiel optique a pour effet de créer un flux « fictif » dans l'état intermédiaire. Nous avons qualifié ce flux de « fictif » car il ne correspond pas à une quantité observable : il est seulement une conséquence de la relation de fermeture dans l'espace du projectile. Au contraire un potentiel absorptif diminue le flux dans l'état intermédiaire et, en conséquence, les sections efficaces résultantes sont considérablement réduites. On précise, comme l'ont remarqué N. Austern et C. M. Vincent [103], qu'une discussion sur le sens physique d'un potentiel « ré-génératif » n'a pas lieu d'être dans ce cadre : la seule quantité physique à considérer est le flux associé au projectile dans la voie de sortie.

Analysons maintenant plus en détail les contributions des sections efficaces du second ordre calculées sans l'approximation (VI.128). Sur le graphique VI.6(a), nous présentons les résultats pour un transfert d'énergie de 10 MeV. La contribution de la section efficace du second ordre est très faible à ces énergies. Ceci s'explique aisément car la densité d'états à deux particule-trou est très faible dans cette zone en énergie. Pour des énergies transférées de 20 et 30 MeV, la section efficace du second ordre semble beaucoup trop forte quand on n'utilise pas l'approximation $\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k}) \simeq \bar{\chi}^{(-)}(\mathbf{k})$. Cette surestimation a plusieurs origines possibles. La première est un double comptage dû au fait que nous utilisons la matrice-G pour construire les ondes distordues et comme interaction résiduelle. Cette interaction tient compte implicitement d'excitations intermédiaires de la cible (diagrammes en échelle), que nous traitons explicitement avec nos excitations intermédiaires de type particule-trou. D'autre part, nous avons effectué une approximation sur couche qui n'est pas vraiment justifiable. La prise en compte de la partie principale du propagateur pourrait avoir de gros effets sur nos prédictions.

Les sections efficaces du second ordre que nous avons calculées ne sont pas exploitables pour analyser les résultats expérimentaux, mais mettent en avant l'impact de l'approximation faite par H. Feshbach, trop considérable pour être ignorée comme cela a été le cas jusqu'à aujourd'hui dans les applications du modèle FKK. On peut aussi remarquer que jusqu'à présent, les calculs du second ordre avec le formalisme FKK ont été effectués avec des interactions de type Yukawa dont les profondeurs de puits sont ajustées en fonction de l'énergie incidente. Il est fortement probable que l'utilisation de ces interactions phénoménologiques masque les défauts présents dans les modèles de pré-équilibre quantique traditionnellement utilisés. En effet, on voit facilement que les sections efficaces du second ordre, telles qu'elles apparaissent sur les graphiques VI.6, peuvent facilement être ajustées à l'expérience si l'on s'accorde le droit de modifier les paramètres de notre interaction.

Pour résumer, nous avons constaté que l'hypothèse (VI.128) conduit à sous-estimer d'au moins un ordre de grandeur la section efficace du second ordre. En conséquence, il semble difficile d'accepter cette approximation, qui pourtant, a jusqu'à maintenant largement été utilisée dans les applications du modèle FKK.



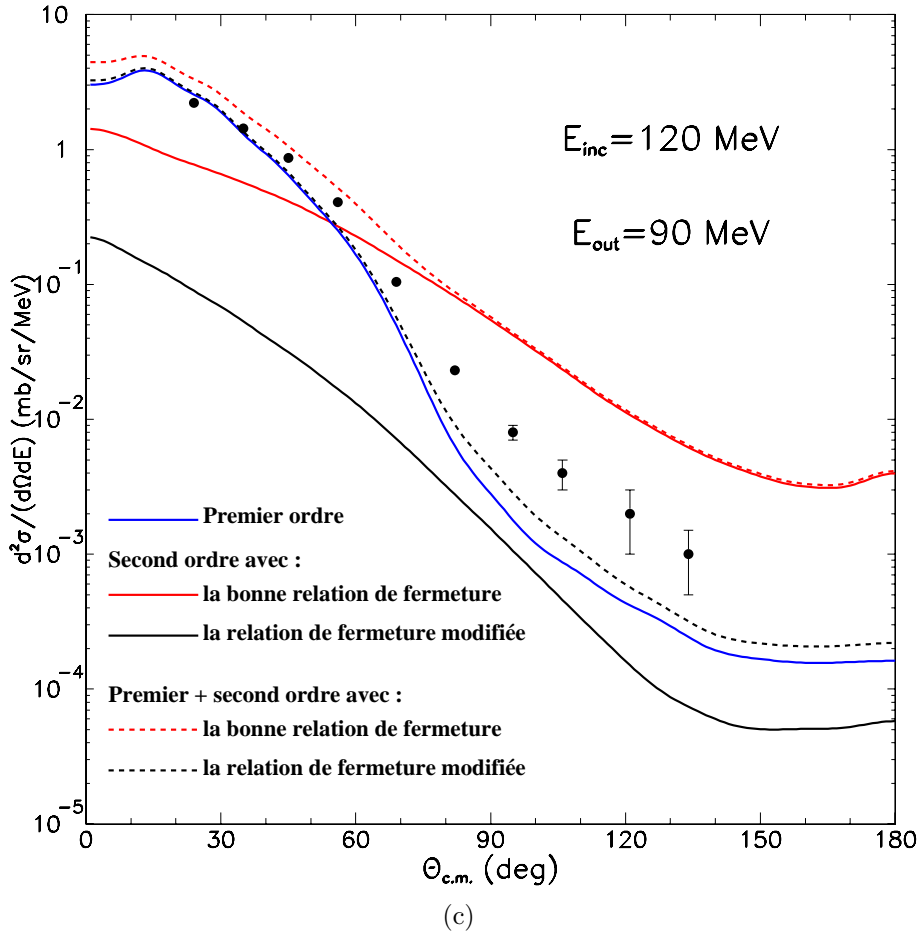


FIG. VI.6 – Sections efficaces doublement différentielles pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . Comparaison entre les données expérimentales [1], les calculs du premier ordre avec une description particule-trou (courbes bleues) et les calculs du second ordre utilisant (courbes noires) et n'utilisant pas (courbes rouges) l'approximation de Feshbach. Les courbes en tirets représentent la somme des premier et second ordres.

VI.9.2 Interférences dans la sommation sur les états intermédiaires

Dans cette seconde illustration, nous étudions l'impact des interférences dues à la somme sur les états intermédiaires dans le calcul des amplitudes de transition. Nous rappelons que cette amplitude s'écrit :

$$T_{(I_F J_1 J_2) \mu_F k_f \lambda_f, k_i \lambda_i}^{(2)} = \langle J_1 \mu_F, J_2 0 | I_F, \mu_F \rangle t_{I_F (J_1 J_2); J_2}^{(2)} + \langle J_1 0, J_2 \mu_F | I_F, \mu_F \rangle t_{I_F (J_1 J_2); J_1}^{(2)}. \quad (\text{VI.129})$$

Les interférences se produisent suite à la présence dans cette expression de deux termes provenant de la sommation sur les états intermédiaires (VI.113). Afin de tester l'impact

de ces interférences sur les sections efficaces du second ordre, nous comparons les sections efficaces obtenues en utilisant $\left| T_{(I_F J_1 J_2) \mu_F k_f \lambda_f, k_i \lambda_i}^{(2)} \right|^2$, c'est à dire la somme cohérente des amplitudes, ou en utilisant :

$$\left| T_{(I_F J_1 J_2) \mu_F k_f \lambda_f, k_i \lambda_i}^{(2)} \right|^2 \simeq \left| \langle J_1 \mu_F, J_2 0 | I_F, \mu_F \rangle t_{I_F(J_1 J_2); J_2}^{(2)} \right|^2 + \left| \langle J_1 0, J_2 \mu_F | I_F, \mu_F \rangle t_{I_F(J_1 J_2); J_1}^{(2)} \right|^2, \quad (\text{VI.130})$$

c'est à dire la somme incohérente des amplitudes (somme des modules au carré des amplitudes). Cette comparaison va nous permettre de juger si les termes d'interférence ont une influence notable sur les valeurs des sections efficaces du second ordre, comme cela est suggéré par le modèle NWY (voir paragraphe VI.5 et référence [9]).

Nous effectuons d'abord cette étude des sections efficaces du second ordre pour un seul état final. Nous choisissons un état d'énergie d'excitation de 20 MeV et composé des deux paires particule-trou :

$$|f, I_F, \mu_F, \Pi_F = -\rangle = \left[A_{3-}^+(p_1 \tilde{h}_1) \otimes A_{2+}^+(p_2 \tilde{h}_2) \right]_{\mu_F}^{I_F, -} |HF\rangle, \quad (\text{VI.131})$$

où les états p_1 et h_1 sont des états de proton, avec $E_1 = \epsilon_{p_1} - \epsilon_{h_1} \simeq 15$ MeV, et p_2 et h_2 des états de neutron, avec $E_2 = \epsilon_{p_2} - \epsilon_{h_2} \simeq 5$ MeV. Nous présentons sur la figure VI.7 les résultats de calculs de sections efficaces du second ordre simplement différentielles pour quelques états finaux désignés par les deux nombres quantiques I_F et μ_F parmi les possibilités $1 \leq I_F \leq 5$ et $-\min(I_F, J_1, J_2) \leq \mu_F \leq \min(I_F, J_1, J_2)$ (on se place dans le cas où les deux chemins sont possibles). On observe sur ces différents graphiques que les interférences ont un effet notable sur les sections efficaces. Cependant, au vu de ces quelques exemples, la différence entre le calcul utilisant une somme cohérente et incohérente semble être aléatoire (en signe et amplitude) quand on passe d'un état final à l'autre. On peut donc s'attendre à ce que ces effets se moyennent lors de la sommation sur un groupe d'états finaux qui permet d'obtenir la section efficace doublement différentielle. Pour illustrer ceci, on a représenté sur la figure VI.8 les comparaisons entre les calculs « cohérents et incohérents » pour différents spins I_F après sommation sur les projections μ_F : (a) $I_F = 1$, (b) $I_F = 3$ (c) $I_F = 5$. On observe alors que les effets d'interférences disparaissent progressivement, pour devenir quasiment nuls quand on effectue la somme sur les spin I_F (figure VI.8(d)).

Pour conclure, nous présentons sur la figure VI.9 un calcul de section efficace doublement différentielle qui tient compte d'un grand nombre d'états finaux d'énergies d'excitations d'environ 20 MeV (avec une largeur Δ sur l'énergie de la particule sortante de 3 MeV). On voit sur ce calcul global que les interférences n'ont pratiquement aucun impact sur les résultats et peuvent en conséquence être ignorés. Ces interférences peuvent seulement avoir un impact notable pour des calculs impliquant un faible nombre d'états finaux. Ce cas est rencontré pour des réactions à plus basse énergie incidente ou, plus généralement, pour de faibles transferts d'énergie entre le projectile et la cible. Cependant, dans ce cas, le calcul des sections efficaces du second ordre est inutile car elles sont souvent négligeables par rapport aux sections efficaces du premier ordre (voir par exemple la figure VI.6(a)).

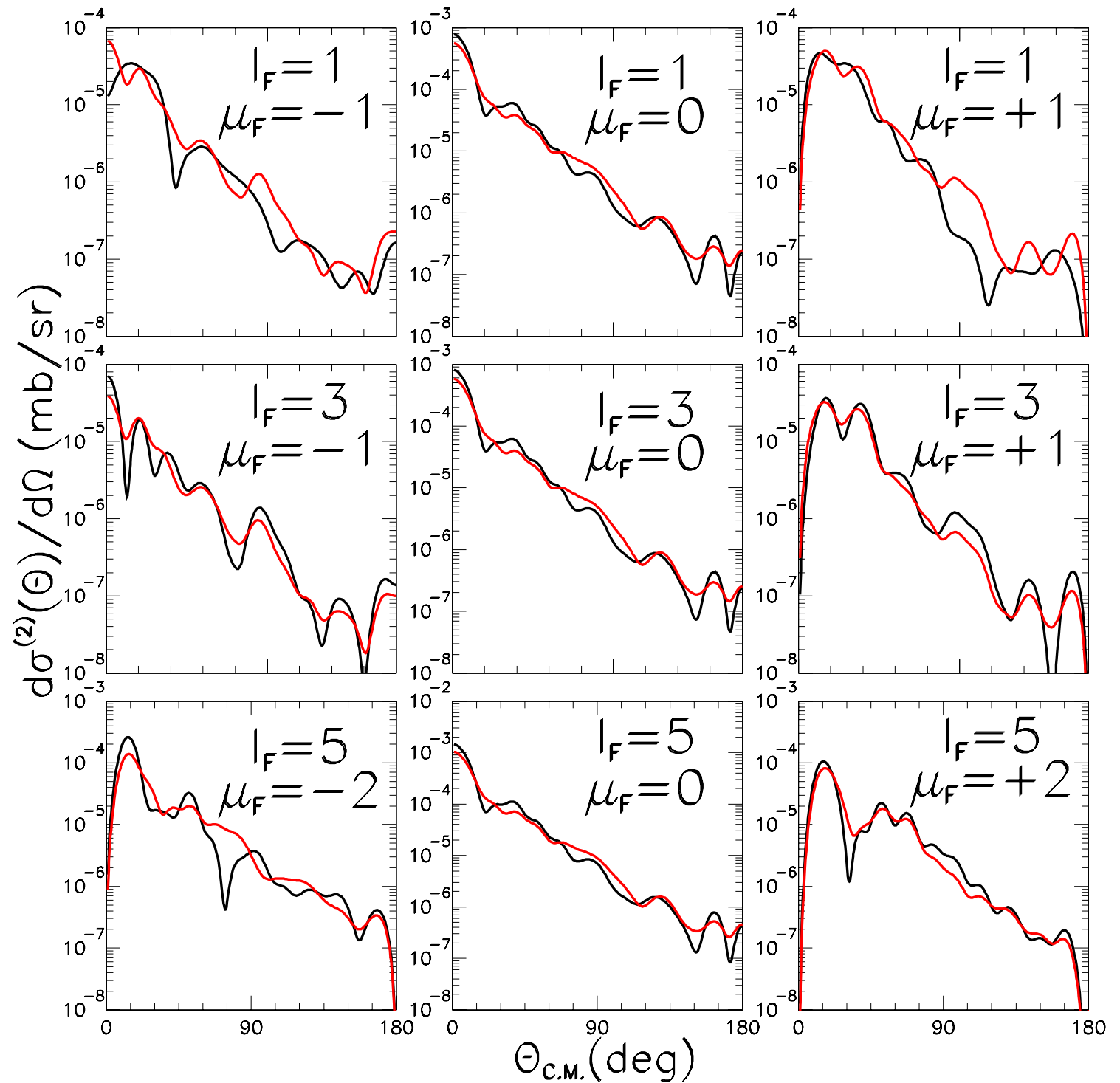


FIG. VI.7 – Sections efficaces différentielles du second ordre pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr et un état final de la cible du type (VI.131). Comparaison entre les calculs utilisant une somme cohérente (courbes noires) et un somme incohérente (courbes rouges) des amplitudes de transition. Les spin I_F et leurs projections μ_F des états finaux considérés sont indiqués sur les graphiques.

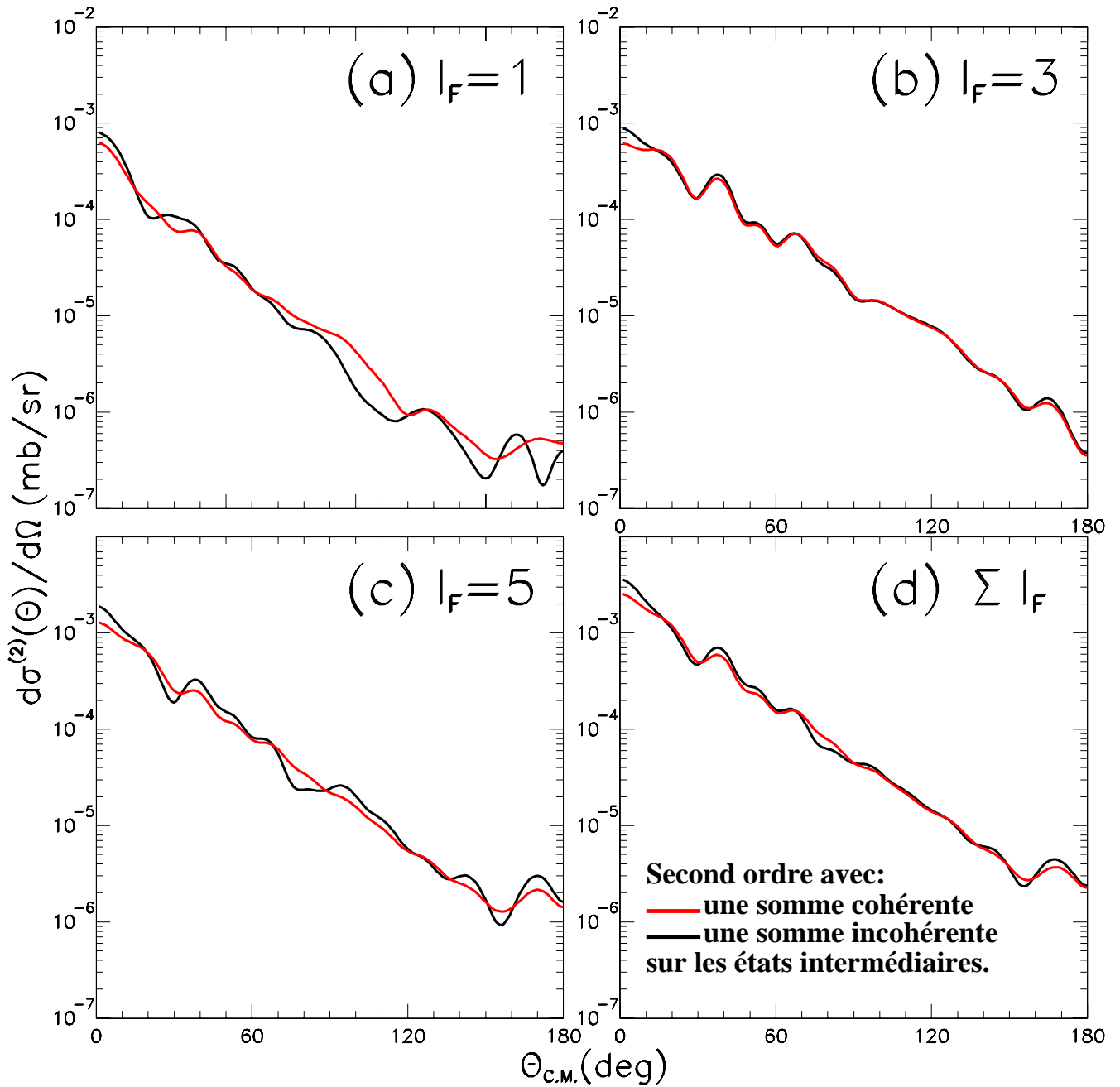


FIG. VI.8 – Sections efficaces différentielles du second ordre pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr et un état final de la cible du type (VI.131). Mêmes comparaisons que celles présentées sur la figure VI.7, après sommation sur les projections μ_F pour chaque spin, (a) $I_F = 1$, (b) $I_F = 3$, (c) $I_F = 5$. Le graphique (d) représente la somme de ces trois sections efficaces.

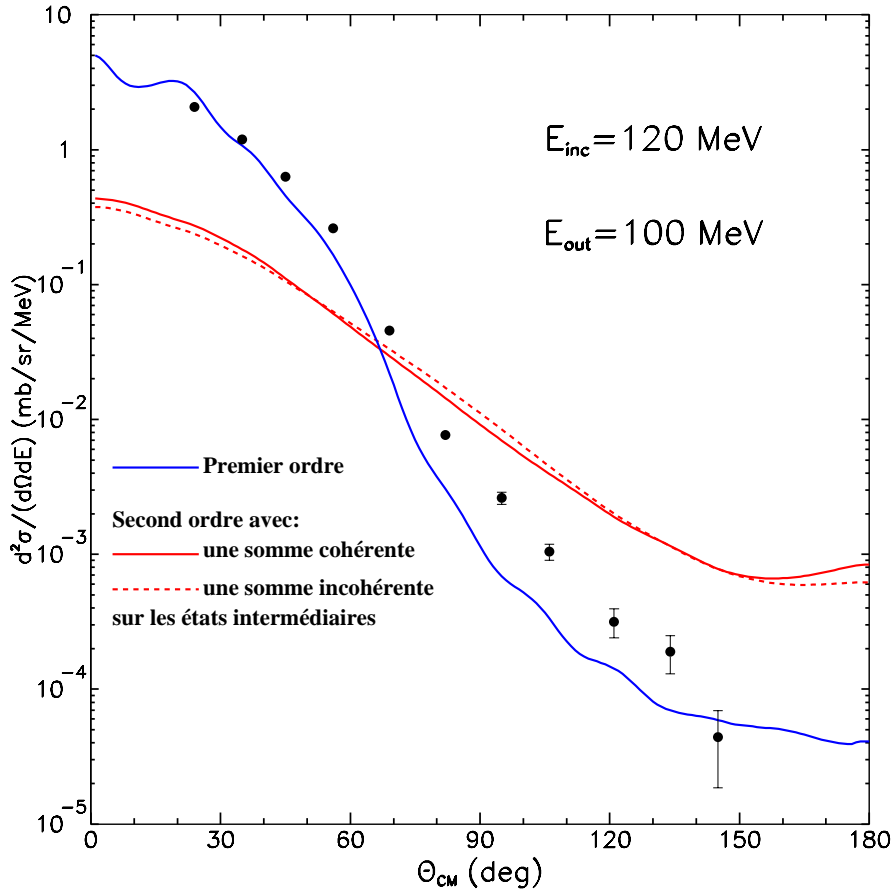


FIG. VI.9 – Sections efficaces doublement différentielles aux premier et second ordres pour la diffusion inélastique de protons sur une cible de ^{90}Zr . La signification des couleurs est indiquée sur le graphique.

VI.9.3 Effet des largeurs de décroissance dans les états intermédiaires

Dans cette troisième illustration, nous avons voulu estimer les conséquences de l'approximation sur couche d'énergie que nous avons adoptée en conservant seulement la fonction de Dirac dans le propagateur (VI.124). Avant d'aller plus loin, nous devons dire que ces calculs ne conduisent pas à des solutions stables. En conséquence, nous n'avons pas pu évaluer les sections efficaces du second ordre sans l'approximation sur couche, mais nous présentons tout de même la méthode utilisée pour ces calculs ainsi que les raisons qui sont à notre avis à l'origine de leur divergence.

On rappelle l'expression initiale de l'amplitude de transition au second ordre :

$$T_{f \leftarrow i}^{(2)} = \langle f | V G^{(+)} V | i \rangle . \quad (\text{VI.132})$$

Le propagateur $G^{(+)}$ est défini par :

$$G^{(+)} = \frac{1}{E_i - H + i\eta} . \quad (\text{VI.133})$$

Le Hamiltonien H est la somme du Hamiltonien $H_p = U_{opt} + T$ du projectile et de celui H_A de la cible. On a vu que ce propagateur se décompose sur les états du projectile comme :

$$G^{(+)} = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\chi^{(+)}(\mathbf{k})\rangle \frac{1}{E_i - E_k - H_A + i\eta} \langle \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})| . \quad (\text{VI.134})$$

Pour achever la décomposition spectrale du propagateur, on utilise une relation de fermeture dans l'espace des états de la cible. Jusqu'à présent, nous avons choisi les états à n paires particule-trou qui forment une base complète de l'espace de Fock (uniquement pour les fonctions de la cible) :

$$\hat{1}_A = \sum_{m\mu} |(mpmh)_\mu\rangle \langle (mpmh)_\mu| . \quad (\text{VI.135})$$

De plus, nous avons aussi considéré que ces états sont des états propres du Hamiltonien de la cible H_A . Pour un état à une paire particule-trou par exemple, on avait :

$$H_A|ph\rangle = (\epsilon_p - \epsilon_h)|ph\rangle . \quad (\text{VI.136})$$

Cependant, ces états ne sont pas les états propres du Hamiltonien complet de la cible, que l'on appelle H_{vrai} , mais du Hamiltonien Hartree-Fock, que l'on appelle H_{HF} . Le Hamiltonien H_A apparaissant dans le propagateur est en toute rigueur égal à H_{vrai} . La relation (VI.136) est donc approximative mais peut se corriger comme :

$$H_A|ph\rangle \simeq (\epsilon_p - \epsilon_h - \delta_{ph} + i\frac{\Gamma_{ph}}{2})|ph\rangle , \quad (\text{VI.137})$$

en traitant de manière approchée les perturbations provoquées par l'interaction résiduelle $V_{res} = H_{vrai} - H_{HF}$. Cette relation a aussi été utilisée pour décrire les énergies des états finaux dans les précédents calculs de sections efficaces aux premier et second ordres. Avec la relation (VI.137), et conservant seulement les états à une paire particule-trou dans la relation de fermeture, le propagateur $G^{(+)}$ devient :

$$\begin{aligned}
G^{(+)} &= \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\chi^{(+)}(\mathbf{k})\rangle \sum_{\mu\nu} |(1p1h)_\mu\rangle \langle (1p1h)_\mu| \\
&\quad \frac{1}{E_i - E_k - H_A + i\eta} |(1p1h)_\nu\rangle \langle (1p1h)_\nu| |\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})| \quad (\text{VI.138}) \\
&\simeq \sum_{\mu} \delta_{\mu,\nu} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{|\chi^{(+)}(\mathbf{k}), (1p1h)_\mu\rangle \langle (1p1h)_\mu, \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})|}{E_i - E_k - (E_\mu - \delta_\mu + i\frac{\Gamma_\mu}{2}) + i\eta} .
\end{aligned}$$

L'amplitude de transition au second ordre pour un état final donné s'écrit alors :

$$T_{f \leftarrow i}^{(2)} = \sum_{\mu} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\langle f|V|\chi^{(+)}(\mathbf{k}), (1p1h)_\mu\rangle \langle (1p1h)_\mu, \hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})|V|i\rangle}{E_i - E_k - (E_\mu - \delta_\mu + i\frac{\Gamma_\mu}{2})} . \quad (\text{VI.139})$$

Nous avons procédé au calcul de cette expression pour quelques états finaux mais malheureusement ces calculs ne convergent pas numériquement. En effet, on a observé que nos résultats varient beaucoup en fonction des bornes choisies pour l'intégration sur l'impulsion k du projectile dans l'état intermédiaire. En effet, à mesure que l'on élargit ces bornes, la valeur de la section efficace calculée à l'aide de l'amplitude de transition ci-dessus augmente et ne semble pas tendre vers une valeur asymptotique. De plus, ces valeurs sont extrêmement sensibles au choix des largeurs Γ_μ introduites dans le propagateur ce qui rend une estimation de la section efficace irréalisable dans cette approche. Pour mieux expliquer ce problème, nous avons étudié les variations des éléments de matrice présents dans (VI.139), en fonction de l'énergie $E_k = \frac{k^2}{2\mu}$ du projectile dans l'état intermédiaire. Pour expliquer cette analyse, nous rappelons l'expression dans le formalisme d'hélicité de l'amplitude de transition du second ordre pour un état intermédiaire (VI.122) avec les largeurs introduites dans le propagateur :

$$\begin{aligned}
t_{I_F(J_1 J_2); J_2}^{(2)} &= (2\pi)^3 \frac{4\pi}{k_i k_f} \sum_{j_i j_f j m \lambda} \hat{j}_i \hat{j}_f \hat{J}_1 \hat{J}_2 R_{m, \lambda_i}^{j_i}(\Omega_{k_f, k_i}) (-)^{m-\lambda} \\
&\quad \times \begin{pmatrix} j_i & j_f & J_1 \\ m & -\lambda_f & -M_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_i & j & J_2 \\ \lambda & -\lambda & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{VI.140}) \\
&\quad \times \int dk \frac{f_{j_{p1}(j_f \lambda_f) j_{h1}(j_i \lambda)}^{J_1, (-, +)}(k_f, k) f_{j_{p2}(j \lambda) j_{h2}(j_i \lambda_i)}^{J_2, (\hat{+}, +)}(k, k_i)}{E_{k_i} - E_k - (E_2 - \delta_2 + i\frac{\Gamma_2}{2})} .
\end{aligned}$$

Nous présentons sur la figure VI.10 les variations en fonction de l'énergie E_k des fonctions $f_{j_{p2}(j \lambda) j_{h2}(j_i \lambda_i)}^{J_2, (\hat{+}, +)}(k, k_i)$ pour quelques jeux de valeurs $j_i \lambda_i j \lambda$. Ces fonctions étant à valeurs complexes, nous montrons séparément les parties réelles (courbes rouges) et les parties

imaginaires (courbes noires). On voit clairement que ces fonctions varient fortement avec la valeur de l'énergie E_k . De plus, à mesure que l'on s'éloigne de la valeur sur couche $E_k = E_{k_i} - E_2$, la valeur de ces fonctions ne diminue pas progressivement et semble ne pas présenter de comportement régulier. C'est ce comportement des éléments de matrice qui est à l'origine de la divergence de nos calculs.

Nous avons d'autre part pensé que ce comportement pourrait être dû à l'utilisation d'un potentiel « ré-génératif ». Pour répondre à cette question, nous présentons sur la figure VI.11 la même étude, cette fois-ci en utilisant les fonctions $f_{j_{p_2}(j\lambda)j_{n_2}(j_i\lambda_i)}^{J_2,(-,+)}(k, k_i)$, c'est-à-dire en appliquant l'approximation du modèle FKK : $|\hat{\chi}^{(+)}(\mathbf{k})\rangle \simeq |\bar{\chi}^{(-)}(\mathbf{k})\rangle$. On voit que le comportement des fonctions $f^{J_2,(-,+)}$ est le même que celui constaté en figure VI.10 pour les fonctions $f^{J_2,(\hat{+},+)}$. Avec cette approximation, le calcul des sections efficaces du second ordre ne converge toujours pas.

Le comportement de ces fonctions est peut être aussi dû aux propriétés de la matrice-G de Melbourne. Il serait intéressant de regarder leurs variations en utilisant une interaction modèle (de type Yukawa) pour voir si ce comportement subsiste et s'il n'est pas seulement dû aux propriétés particulières de la matrice-G de Melbourne. Ce travail, qui n'a pas pu être réalisé dans le cadre de cette thèse, devra être entrepris ultérieurement.

D'autre part, on aurait pu s'attendre à ce que la fonction :

$$\frac{1}{E_i - E_k - (E_\mu - \delta_\mu + i\frac{\Gamma_\mu}{2})} = \frac{1}{2} \frac{i\Gamma_\mu}{(E_i - E_k - E_\mu + \delta_\mu)^2 + \left(\frac{\Gamma_\mu}{2}\right)^2} - \frac{E_i - E_k - E_\mu + \delta_\mu}{(E_i - E_k - E_\mu + \delta_\mu)^2 + \left(\frac{\Gamma_\mu}{2}\right)^2} ,$$

décroisse assez vite à mesure que l'on s'éloigne de l'énergie sur couche pour rendre le calcul convergent. Cependant, nos calculs ont montré que ce n'est pas le cas.

On aurait aussi pu s'attendre à des effets d'interférences croissant entre les différents éléments de matrice à mesure que l'on élargit les bornes de l'intégration sur l'impulsion du projectile dans l'état intermédiaire. De cette manière, des interférences destructives pourraient minimiser les contributions de cette intégrale loin de l'énergie sur couche. Cependant, même si ces effets existent, ils ne sont pas assez forts pour faire converger nos calculs.

En résumé, ce travail, même s'il n'a pas encore abouti à des résultats précis, permet de soulever la question de la pertinence de l'approximation sur couche, généralement utilisée par les modèles quantiques de pré-équilibre direct.

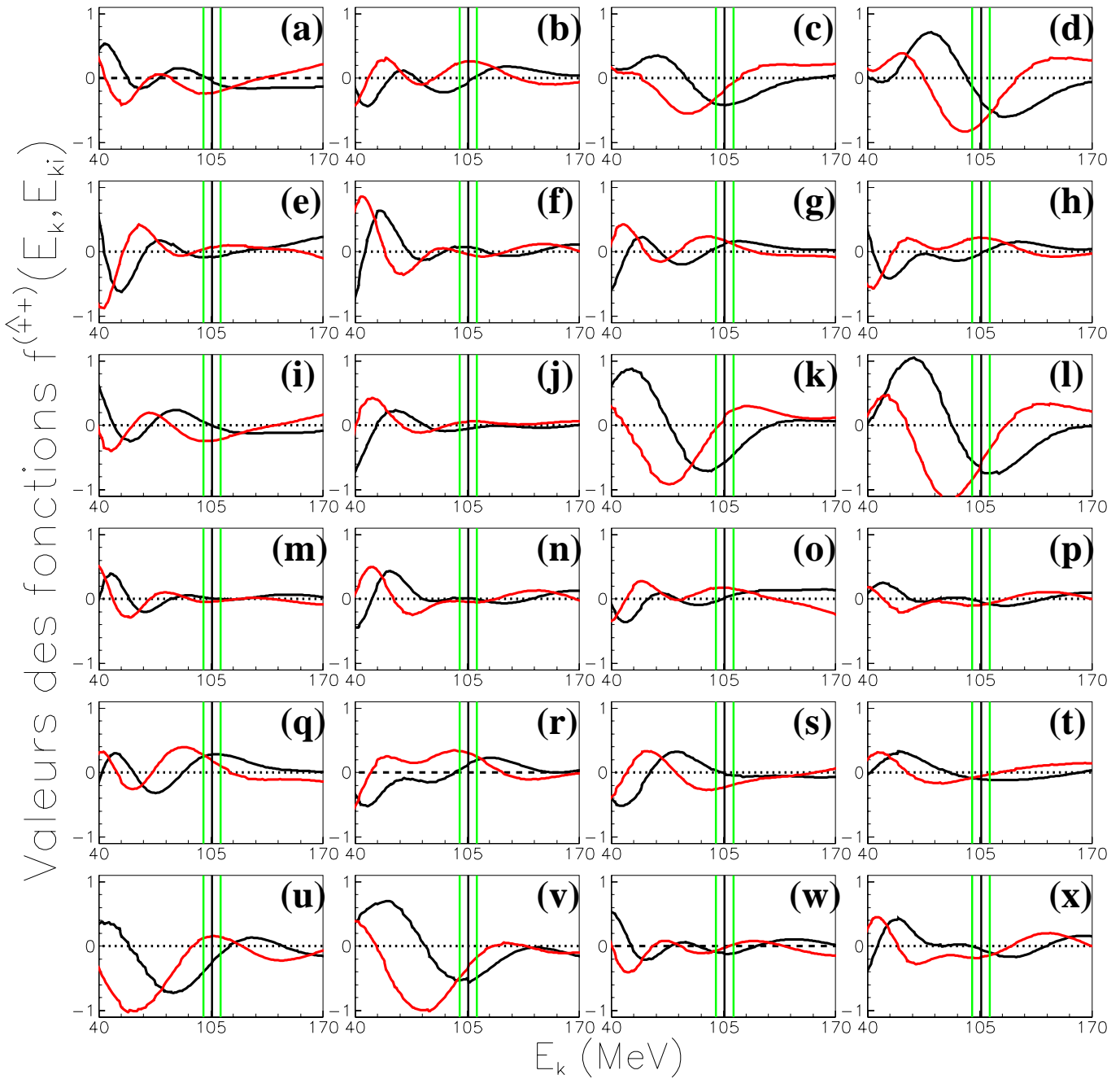


FIG. VI.10 – Variation des fonctions $f_{j_{p_2}(j\lambda)j_{h_2}(j_i\lambda_i)}^{J_2,(\hat{+},+)}(k, k_i)$ en fonction de l'énergie $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$. Les courbes rouges représentent les parties réelles et les courbes noires les parties imaginaires. Chaque graphique est donné pour un ensemble de nombres quantiques $(j_i, j, \lambda_i, \lambda)$. Pour les valeurs de ces nombres, voir la table VI.1. La ligne verticale noire permet de visualiser la valeur de ces fonctions à l'énergie sur couche. Les deux lignes vertes correspondent à l'énergie sur couche $\pm 5\text{MeV}$.

j	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{11}{2}$
j_i		(a)	(c)		
$\frac{1}{2}$		(a)	(c)		
$\frac{3}{2}$	(e)	(g)	(i)	(k)	
$\frac{5}{2}$	(m)	(o)	(q)	(s)	(u)
$\frac{7}{2}$		(w)			

(a) $\lambda_i = +\frac{1}{2}$ et $\lambda = +\frac{1}{2}$

j	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{11}{2}$
j_i		(b)	(d)		
$\frac{1}{2}$		(b)	(d)		
$\frac{3}{2}$	(f)	(h)	(j)	(l)	
$\frac{5}{2}$	(n)	(p)	(r)	(t)	(v)
$\frac{7}{2}$		(x)			

(b) $\lambda_i = -\frac{1}{2}$ et $\lambda = +\frac{1}{2}$

TAB. VI.1 – Tables de correspondance entre chaque graphique des figures VI.10 et VI.11 et les nombres quantiques j_i , j , λ_i et λ . Par exemple, le graphique (r) représente les fonctions $f^{(+,+)}$ ou $f^{(-,+)}$ pour les nombres quantiques $j_i = \frac{5}{2}$, $j = \frac{7}{2}$, $\lambda_i = -\frac{1}{2}$ et $\lambda = +\frac{1}{2}$.

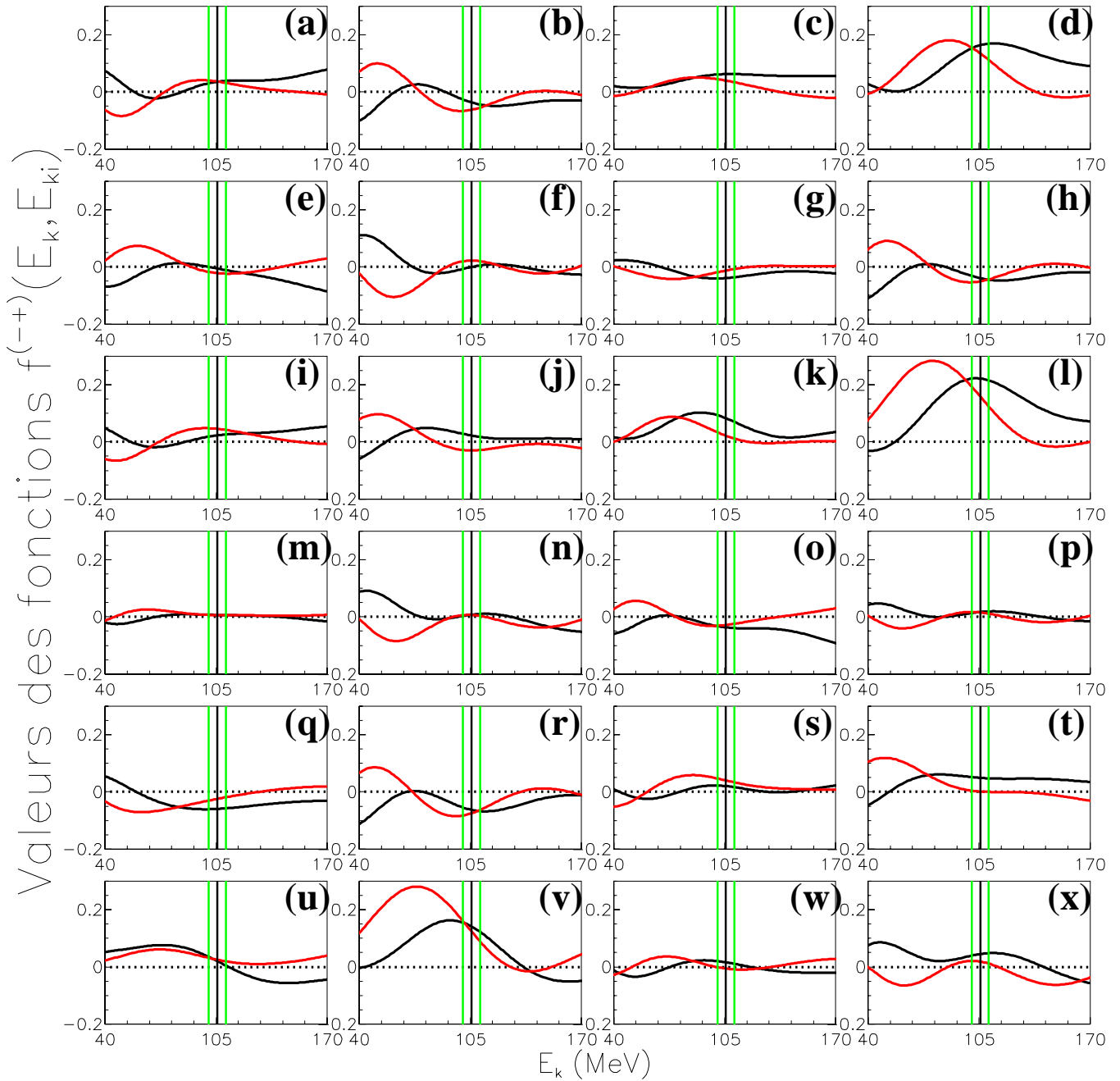


FIG. VI.11 – Variation des fonctions $f_{j_{p_2}(j\lambda)j_{h_2}(j_i\lambda_i)}^{J_2,(-,+)}(k, k_i)$. Voir légende de la figure VI.10.

VI.10 Conclusions et discussions

Les différentes études présentées ici ont mise en évidence que certaines approximations utilisées par les modèles quantiques de pré-équilibre direct ne sont pas forcément justifiées. Le cas est flagrant pour l'approximation $|\hat{\chi}^{(+)}\rangle \simeq |\hat{\chi}^{(-)}\rangle$, généralement employée lors de l'utilisation du modèle FKK, qui implique une variation des valeurs des sections efficaces du second ordre d'au moins un ordre de grandeur. Nous avons, d'autre part, étudié les effets des termes d'interférence dus à la sommation sur les états intermédiaires. Ces termes sont absents des modèles FKK et TUL, car éliminés par des moyennes statistiques, mais toujours présents dans la formulation du modèle NWY. Nous avons constaté que ces interférences ont des effets qui se compensent lors de la sommation sur les états finaux, ce qui rend leur calcul inutile. Cependant, nous avons seulement tenu compte des deux premiers états intermédiaires possibles (voir relations (VI.70)) dans le calcul des amplitudes de transitions du second ordre pour un état final donné. Bien que nous pensons que l'utilisation de tous les états intermédiaires ne changerait pas notre conclusion sur les effets des interférences, ce calcul complet devra être effectué pour que cette étude soit exhaustive.

Notons que cette conclusion permet de rapprocher les expressions des sections efficaces de second ordre des modèles TUL (VI.62) et NWY (VI.74). En effet, en négligeant les termes d'interférences, cette section efficace s'écrit pour le modèle NWY :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{\nu} \rho_{2\nu}(E_{k_i} - E_{k_f}) \sum_{\mu} \\ & \quad \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (2p2h)_{\nu} | V | (1p1h)_{\mu} \rangle G^{(+)}(E_{\mu}) \langle (1p1h)_{\mu} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (\text{VI.141})$$

à comparer à la forme donnée par le modèle TUL :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^{(2)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f)}{d\Omega_f dE_{k_f}} &= \frac{\mu^2}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sum_{\nu\mu} \int dE \rho_{1\nu}(E_{k_i} - E_{k_f} + E) \rho_{1\mu}(E) \\ & \quad \times \left| \langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), (1p1h)_{\nu} | V | HF \rangle G^{(+)}(E) \langle (1p1h)_{\mu} | V | HF, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{VI.142})$$

Cette dernière expression est cependant beaucoup plus complexe à utiliser, du fait de la présence d'une intégration sur l'énergie des états intermédiaires.

Un problème commun aux modèles TUL et NWY est la présence de l'intégration sur l'impulsion du projectile dans l'état intermédiaire. Ce problème est généralement évité grâce à une approximation sur couche. Cependant, comme nous l'avons vu au paragraphe VI.9.3, cette approximation est difficile à justifier.

Nous avons aussi rencontré une difficulté majeure dans nos calculs des sections efficaces du second ordre en utilisant une interaction effective de type matrice-G, difficulté que nous n'avons pas encore pu dépasser. Il s'agit de la présence très probable d'un double comptage dû au traitement explicite des voies inélastiques dont la majeure partie peut déjà être prise en compte par l'interaction effective utilisée (matrice G de Melbourne). Nous envisageons de tester l'impact de ce double comptage en utilisant des états excités de type RPA. Nous rappelons que ces états excités sont des états à n bosons, construits sur l'état fondamental RPA. Un état à un boson s'écrit :

$$|N\rangle = \Theta_{N,J,M}^+ |\tilde{0}\rangle = \left(\sum_{(ph) \in (J,M)} X_{ph}^N A_{J,M}^+(p, \tilde{h}) - Y_{ph}^N A_{J,\bar{M}}(p, \tilde{h}) \right) |\tilde{0}\rangle . \quad (\text{VI.143})$$

En supposant que les états intermédiaires du type $A_{J,M}^+(p, \tilde{h}) |\tilde{0}\rangle \simeq A_{J,M}^+(p, \tilde{h}) |HF\rangle$ sont déjà pris en compte implicitement par l'interaction effective (matrice-G de Melbourne), une manière d'éviter le double comptage serait d'utiliser des états intermédiaires du type (VI.143) en conservant seulement les composantes :

$$|N - X\rangle = \left(\sum_{(ph) \in (J,M)} Y_{ph}^N A_{J,\bar{M}}(p, \tilde{h}) \right) |\tilde{0}\rangle . \quad (\text{VI.144})$$

La notation $|N - X\rangle$ signifie l'état $|N\rangle$ pour lequel nous annulons les amplitudes X_{ph}^N . Un tel calcul n'a pas pu être effectué dans ce travail de thèse mais pourrait bientôt être entrepris.

Plus généralement, de nombreux tests doivent encore être effectués et nous sont facilement accessibles grâce à notre dérivation de l'amplitude de transition du second ordre et au développement du code de calcul associé. Ces outils sont prêts mais le temps imparti à leur développement a été trop long pour entreprendre toutes les applications que nous envisagions initialement. Celles-ci pourront être réalisées dans un futur proche.

Conclusions

Dans ce travail de thèse, nous avons d'une part, accompli une étude microscopique des réactions de diffusions élastique et inélastique directes de nucléons sur des noyaux à doubles couches fermées, et, d'autre part, étudié de manière critique différentes approximations utilisées par les modèles quantiques de pré-équilibre direct.

L'étude microscopique de la diffusion élastique a été effectuée en construisant un potentiel optique à partir d'une interaction effective, la matrice-G de Melbourne, et de la matrice densité HF+RPA (avec l'interaction D1S) associée au fondamental de la cible. Cette étude nous a révélé qu'une description très précise de la matrice densité associée au fondamental de la cible, incluant les corrélations RPA du fondamental, permet de bien décrire, sans ajustement, les différentes observables pour des énergies comprises entre 80 MeV et 225 MeV. A plus basse énergie, nos prédictions sont moins satisfaisantes, notamment pour les sections efficaces différentielles aux grands angles. Ces résultats à basse énergie pourraient être améliorés en traitant de manière explicite les couplages entre la voie élastique et les voies inélastiques faisant intervenir les états les plus collectifs. Cette approche serait réalisable en utilisant les opérateurs de bosons de la méthode RPA pour construire une correction au potentiel optique utilisé [15, 16].

Des calculs de diffusion inélastique à l'approximation des ondes distordues ont été effectués en utilisant la matrice-G de Melbourne et la description RPA des opérateurs d'excitations pour construire les potentiels de transition. Cette méthode nous a permis de calculer de manière entièrement microscopique les observables de diffusion inélastique de protons impliquant un grand nombre d'états discrets du ^{208}Pb , de basse ou haute énergie d'excitation, collectifs ou non collectifs. Nous avons aussi pu décrire avec précision l'excitation par diffusion de protons des premiers états collectifs des noyaux ^{48}Ca , ^{40}Ca et ^{16}O . Pour ces trois noyaux, l'extension de cette étude à d'autres états ne pourra être possible qu'en disposant d'une description des opérateurs d'excitation plus complète que celle fournie par la méthode RPA. L'aboutissement des méthodes de mélange de configurations [76, 77, 78], permettrait d'entreprendre un telle étude. Il serait aussi intéressant de disposer d'une description QRPA [24, 79, 80] des états de la cible afin de traiter les excitations collectives pour les noyaux sphériques en présence d'appariement. Un autre sujet que nous n'avons pas abordé est la présence d'un terme de réarrangement lié à la dépendance en densité de la matrice G de Melbourne. Ce travail devrait conduire ultérieurement à des études spécifiques.

Nous avons donc pu décrire les diffusions élastique et inélastique de nucléons de manière cohérente, c'est à dire en utilisant une seule interaction effective, la matrice G de Melbourne, et une description des états fondamental et excités de la cible provenant d'un seul modèle de structure, la méthode RPA avec l'interaction D1S de Gogny. Nous insistons sur le fait que tous nos résultats ont été obtenus sans aucun ajustement aux données expérimentales. La seule « incohérence » des méthodes utilisées réside dans le fait que nous n'utilisons pas la même force pour décrire, d'une part les états de la cible, et d'autre part l'interaction entre le projectile et les nucléons de la cible. On peut envisager de résoudre ce problème pour la diffusion à basse énergie (<40 MeV), en définissant le potentiel optique non pas à partir d'une matrice- G , mais en calculant explicitement l'opérateur de masse dans une approche de type structure nucléaire [104, 105].

Nos analyses des diffusions élastique et inélastique de nucléons nous ont permis de valider pour ce type d'étude l'utilisation de la matrice- G de Melbourne avec la description RPA/D1S des états de la cible. Ces ingrédients microscopiques ont alors pu être utilisés avec confiance dans l'étude des modèles de pré-équilibre quantique et ont permis de nous affranchir des ambiguïtés inhérentes à l'utilisation de paramètres phénoménologiques. Une présentation des principaux modèles de pré-équilibre quantique, TUL, FKK et NWY, a été effectuée en s'efforçant d'expliquer clairement les différentes hypothèses présentes dans chacun d'eux, notamment la signification des moyennes statistiques impliquées dans les dérivations des sections efficaces du premier et du second ordre. Dans un premier temps, nous avons effectué des calculs de diffusion inélastique de protons au premier ordre. L'utilisation des états excités RPA et de la matrice G de Melbourne nous permet de bien décrire les distributions angulaires pour des transferts d'énergie du projectile à la cible jusqu'à 20 MeV, énergie au-delà de laquelle la prise en compte de termes d'ordre supérieur semble nécessaire. Nous avons aussi montré que les corrélations apportées par la RPA sont indispensables pour parvenir à une description précise de ces données jusqu'à 20 MeV d'excitation pour le ^{90}Zr . Notre dérivation précise des amplitudes de transition au second ordre nous a permis de tester trois des principales approximations généralement utilisées dans les modèles FKK, TUL et NWY. Afin d'utiliser les amplitudes du premier ordre calculées par le code de calcul DWBA98, il nous a fallu exprimer ces amplitudes de transition du second ordre dans le formalisme de double hélicité, initialement développé par J. Raynal. Ce travail a été assez conséquent et il fournit en soi une base solide pour de nombreux développements ultérieurs. Nous avons clairement montré que l'utilisation d'une relation de fermeture modifiée, telle que proposée par H. Feshbach dans le cadre du modèle FKK, conduit à une sous-estimation de la section efficace du second ordre beaucoup trop importante pour que cette approximation puisse être utilisée sans réserve. D'autre part, nous avons testé l'effet des interférences présentes dans les amplitudes de transitions au second ordre. Nous avons vu que, même si pour des transitions individuelles ces effets ont une grandeur non négligeable, le calcul de la section efficace du second ordre, qui somme un grand nombre de transitions, moyenne ces écarts et rend le calcul des termes d'interférences inutile pour le degré de précision désiré. Ce résultat justifie à posteriori une des hypothèses contenues dans les modèles FKK et TUL.

Néanmoins, nos calculs conduisent à une estimation beaucoup trop forte des sections efficaces du second ordre. Cette surestimation a été attribuée à l'utilisation de la matrice G comme interaction effective, qui prend implicitement en compte certaines excitations intermédiaires de la cible que nous traitons explicitement comme états intermédiaires dans le processus de pré-équilibre à deux étapes. Une manière d'éviter ce double comptage serait d'utiliser des excitations de type RPA comme états intermédiaires en conservant seulement les amplitudes Y des opérateurs d'excitation : cela permettrait de ne pas compter les excitations intermédiaires de type particule-trou, incluses dans les états RPA au travers des amplitudes X .

Nous avons aussi pu tester quels effets pourrait avoir l'inclusion des parties hors-couche sur les sections efficaces du second ordre. Les fortes variations en fonction de l'énergie des éléments de matrice ne nous ont pas permis de faire converger ces calculs. Cependant, il apparaît que ces termes ont une forte importance et, en conséquence, que leurs contributions peuvent difficilement être supprimées en faisant appel à des moyennes statistiques.

Nous avons remarqué qu'un calcul classique d'émission de pré-équilibre, fait à l'aide d'un modèle de cascade intra-nucléaire, aboutissait à une contribution non négligeable de l'émission multiple de nucléons, processus qui n'est généralement pas traité dans les modèles quantiques de pré-équilibre direct. A notre avis, l'importance des contributions d'ordres supérieurs au premier ne peut être correctement évaluée sans un calcul précis de cette émission multiple. Ce processus devra donc faire l'objet d'études plus poussées.

Ces études sans paramètres ajustables nous ont donc permis de démontrer que certaines des approximations utilisées par les modèles quantiques de pré-équilibre direct ne sont pas justifiées. Cependant, pour mieux comprendre le pré-équilibre microscopique, de nombreuses questions restent en suspens, comme par exemple : comment évaluer précisément les influences dues au double comptage, aux parties off-shell des propagateurs et à l'émission multiple de particules dans les premiers ordres ? Si ces problèmes trouvent une solution acceptable, il serait alors opportun d'étudier la convergence de la série de Born associée au processus de pré-équilibre direct en traitant le terme du troisième ordre.

Enfin, ce travail a seulement abordé la partie directe de l'émission de pré-équilibre (MSD) et le même type d'étude mérite d'être réalisé pour tester la validité des modèles traitant la partie « composée » (MSC) de l'émission de pré-équilibre.

Annexe A

Moments angulaires

A.1 Symboles 3 - j et 6 - j

La relation entre les coefficients de Clebsch-Gordan et les symboles 3 - j s'écrit :

$$\langle J_1 m_1, j_2 m_2 | JM \rangle = \hat{J} (-)^{-j_1+j_2-M} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ m_1 & m_2 & -M \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Les symboles 3-j obéissent aux propriétés :

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = (-)^{j_1+j_2+j_3} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ -m_1 & -m_2 & -m_3 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

et

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} &= (-)^{j_1+j_2+j_3} \begin{pmatrix} j_2 & j_1 & j_3 \\ m_2 & m_1 & m_3 \end{pmatrix} \\ &= (-)^{j_1+j_2+j_3} \begin{pmatrix} j_1 & j_3 & j_2 \\ m_1 & m_3 & m_2 \end{pmatrix} = (-)^{j_1+j_2+j_3} \begin{pmatrix} j_3 & j_2 & j_1 \\ m_3 & m_2 & m_1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

La relation d'orthogonalité sur les symboles 3 - j s'écrit :

$$\sum_{m_1 m_2} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m'_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2j_3 + 1} \delta_{j_3 j'_3} \delta_{m_3 m'_3}. \quad (\text{A.4})$$

Quelques valeurs particulières utiles :

$$\begin{pmatrix} j & j & 0 \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} = \frac{(-)^{j-m}}{\hat{j}} \quad , \quad \begin{pmatrix} l & \frac{1}{2} & \lambda \\ 0 & \lambda & -\lambda \end{pmatrix} = \frac{(-)^{j-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\hat{l}}} \quad . \quad (\text{A.5})$$

Une relation utile donne les symboles $6-j$ en terme de symboles $3-j$:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{matrix} \right\} = \sum_{\{m,n\}} (-)^{l_1+l_2+l_3+n_1+n_2+n_3} \\ & \times \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & n_2 & -n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & j_2 & l_3 \\ -n_1 & m_2 & n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & j_3 \\ n_1 & -n_2 & m_3 \end{pmatrix} \quad , \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

où $\{m, n\}$ signifie la somme sur les indices m_i et n_i , avec $i = 1, 2, 3$. Les différents symboles $3-j$ montrent que seuls deux des six indices de sommation sont indépendants. On peut donc effectuer la somme seulement sur m_1 et m_2 en multipliant le membre de droite par $\hat{j}_3^2 = 2j_3 + 1$.

A.2 Matrices de rotation de Wigner

Un élément $R_{mm'}^j(\Omega = \psi, \theta, \phi)$ de la matrice de rotation de Wigner est défini par :

$$R_{mm'}^j(\Omega) = \langle jm | e^{-i\psi J_z} e^{-i\theta J_y} e^{-i\phi J_z} | jm' \rangle \quad . \quad (\text{A.7})$$

On donne la relation de réduction du produit tensoriel $R^{j_1} \otimes R^{j_2}$:

$$R_{m_1 m'_1}^{j_1}(\Omega) R_{m_2 m'_2}^{j_2}(\Omega) = \sum_{J, M, M'} \langle j_1 m_1, j_2 m_2 | JM \rangle R_{MM'}^J(\Omega) \langle j_1 m'_1, j_2 m'_2 | JM' \rangle \quad , \quad (\text{A.8})$$

et la formule de composition :

$$R_{MM'}^J(\Omega) = \sum_{m_1 m'_1 m_2 m'_2} \langle j_1 m_1, j_2 m_2 | JM \rangle R_{m_1 m'_1}^{j_1}(\Omega) R_{m_2 m'_2}^{j_2}(\Omega) \langle j_1 m'_1, j_2 m'_2 | JM' \rangle \quad . \quad (\text{A.9})$$

Pour un moment angulaire entier, une relation utile entre les éléments de la matrice de rotation et les harmoniques sphériques s'écrit :

$$Y_m^l(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} R_{m,0}^{l*}(\Omega) \quad . \quad (\text{A.10})$$

Annexe B

Force de Gogny avec la paramétrisation D1S

L'interaction nucléon-nucléon effective D1S possède la forme paramétrique :

$$\begin{aligned} V_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & \sum_{j=1}^2 e^{-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{\mu_j^2}} (W_j + B_j P_\sigma - H_j P_\tau - M_j P_\sigma P_\tau) && \text{Terme central} \\ & + t_3 (1 + x_0 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \rho^\alpha \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \right) && \text{Terme densité} \\ & + i W_{ls} \nabla_{12} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \wedge \nabla_{12} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) && \text{Terme spin-orbite} \\ & + (1 + 2\tau_{1z})(1 + 2\tau_{2z}) \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} && \text{Terme coulombien} \end{aligned} \tag{B.1}$$

Les valeurs de chaque paramètre μ_j , W_j , B_j , H_j , M_j $j = 1, 2$; t_3 , x_0 , α , W_{ls} , caractérisant l'interaction D1S, sont données dans la référence [34].

Annexe C

Démonstrations concernant la théorie RPA

C.1 Variations de l'opérateur densité

Le but de cet appendice est de définir la forme des variations de la matrices densité. On peut associer à toute transformation infinitésimale entre deux déterminants de Slater $|\psi_{(0)}\rangle$ et $|\psi_{(0)} + \delta\psi\rangle$ une transformation entre les deux opérateurs densité correspondant $\hat{\rho}^{(0)}$ et $\hat{\rho}^{(0)} + \delta\hat{\rho}$, qui obéissent aux propriétés :

$$\hat{\rho}^{(0)2} = \hat{\rho}^{(0)} \quad , \quad (\hat{\rho}^{(0)} + \delta\hat{\rho})^2 = \hat{\rho}^{(0)} + \delta\hat{\rho} \quad . \quad (\text{C.1})$$

La seconde condition implique, après simplification :

$$\hat{\rho}^{(0)}\delta\hat{\rho} + \delta\hat{\rho}\hat{\rho}^{(0)} = \delta\hat{\rho} \quad . \quad (\text{C.2})$$

Par définition, les éléments de matrice de l'opérateur $\hat{\rho} = \hat{\rho}^{(0)} + \delta\hat{\rho}$ s'écrivent

$$\begin{aligned} \langle\alpha|\hat{\rho}|\beta\rangle &= \langle\psi_{(0)} + \delta\psi|a_{\beta}^{\dagger}a_{\alpha}|\psi_{(0)} + \delta\psi\rangle \\ &= \langle\psi_{(0)}|a_{\beta}^{\dagger}a_{\alpha}|\psi_{(0)}\rangle \\ &\quad + \langle\psi_{(0)} + \delta\psi|a_{\beta}^{\dagger}a_{\alpha}|\psi_{(0)}\rangle + \langle\psi_{(0)}|a_{\beta}^{\dagger}a_{\alpha}|\psi_{(0)} + \delta\psi\rangle \\ &\quad + \langle\delta\psi|a_{\beta}^{\dagger}a_{\alpha}|\delta\psi\rangle \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Le premier terme de droite est égal à $\hat{\rho}_{\alpha\beta}^{(0)}$ auquel viennent s'ajouter deux termes. Le premier peut s'associer à une correction du premier ordre :

$$\hat{\rho}_{\alpha\beta}^{(1)} = \langle \psi_{(0)} + \delta\psi | a_{\beta}^{\dagger} a_{\alpha} | \psi_{(0)} \rangle + \langle \psi_{(0)} | a_{\beta}^{\dagger} a_{\alpha} | \psi_{(0)} + \delta\psi \rangle , \quad (\text{C.4})$$

et le second à une correction du second ordre :

$$\hat{\rho}_{\alpha\beta}^{(2)} = \langle \delta\psi | a_{\beta}^{\dagger} a_{\alpha} | \delta\psi \rangle . \quad (\text{C.5})$$

La correction $\delta\hat{\rho}$ peut donc se décomposer comme $\delta\hat{\rho} = \hat{\rho}^{(1)} + \hat{\rho}^{(2)}$. En séparant les différents ordres, l'équation (C.2) est équivalente aux relations :

$$\hat{\rho}^{(1)} = \hat{\rho}^{(0)} \hat{\rho}^{(1)} + \hat{\rho}^{(1)} \hat{\rho}^{(0)} \quad \text{et} \quad \hat{\rho}^{(2)} = \hat{\rho}^{(0)} \hat{\rho}^{(2)} + \hat{\rho}^{(2)} \hat{\rho}^{(0)} + \hat{\rho}^{(1)} \hat{\rho}^{(1)} . \quad (\text{C.6})$$

On va démontrer que la première égalité implique que les seules contributions du premier ordre non nulles sont du type $\hat{\rho}_{ph}^{(1)}$ et $\hat{\rho}_{hp}^{(1)}$. Les éléments de matrice de $\hat{\rho}^{(1)}$ peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{\alpha\beta}^{(1)} &= \langle \alpha | \hat{\rho}^{(1)} | \beta \rangle \\ &= \langle \alpha | \hat{\rho}^{(0)} \hat{\rho}^{(1)} | \beta \rangle + \langle \alpha | \hat{\rho}^{(1)} \hat{\rho}^{(0)} | \beta \rangle \\ &= \sum_{\mu} \langle \alpha | \hat{\rho}^{(0)} | \mu \rangle \langle \mu | \hat{\rho}^{(1)} | \beta \rangle + \sum_{\mu} \langle \alpha | \hat{\rho}^{(1)} | \mu \rangle \langle \mu | \hat{\rho}^{(0)} | \beta \rangle \\ &= \sum_{\mu} \hat{\rho}_{\alpha\mu}^{(0)} \hat{\rho}_{\mu\beta}^{(1)} + \sum_{\mu} \hat{\rho}_{\alpha\mu}^{(1)} \hat{\rho}_{\mu\beta}^{(0)} , \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

où l'on a utilisé la relation de fermeture sur les état à une particule $\sum_{\mu} |\mu\rangle \langle \mu|$.

Pour évaluer ces éléments de matrice, il faut se souvenir de la propriété $\hat{\rho}_{\alpha\beta}^{(0)} \neq 0 \iff \alpha = \beta = h$. On voit directement que les éléments de matrice du type $\hat{\rho}_{pp'}^{(1)}$ s'annulent. Les éléments du types $\hat{\rho}_{hh'}^{(1)}$ satisfont à l'égalité :

$$\hat{\rho}_{hh'}^{(1)} = \sum_{\mu} \hat{\rho}_{h\mu}^{(0)} \hat{\rho}_{\mu h'}^{(1)} + \sum_{\mu} \hat{\rho}_{h\mu}^{(1)} \hat{\rho}_{\mu h'}^{(0)} = \delta_{\mu,h} \hat{\rho}_{\mu h'}^{(1)} + \delta_{\mu,h'} \hat{\rho}_{h\mu}^{(1)} = 2\hat{\rho}_{hh'}^{(1)} , \quad (\text{C.8})$$

vérifiée seulement si $\hat{\rho}_{hh'}^{(1)} = 0$. Par contre, un élément du type $\hat{\rho}_{ph}^{(1)}$ s'écrit :

$$\hat{\rho}_{ph}^{(1)} = 0 + \sum_{\mu} \hat{\rho}_{p\mu}^{(1)} \hat{\rho}_{\mu h}^{(0)} = \delta_{\mu h} \hat{\rho}_{p\mu}^{(1)} , \quad (\text{C.9})$$

relation évidemment vérifiée pour toutes valeurs de $\hat{\rho}_{ph}^{(1)}$. Les variations du type $\hat{\rho}_{hp}^{(1)}$ sont aussi permises selon la relation $\hat{\rho}_{hp}^{(1)} = \hat{\rho}_{ph}^{(1)*}$.

En excluant la solution évidente $\hat{\rho}_{hp}^{(1)} = 0$, ces résultats sont résumés par :

$$\hat{\rho}_{ph}^{(1)} = \hat{\rho}_{hp}^{(1)*} \neq 0 \quad \text{et} \quad \hat{\rho}_{pp'}^{(1)} = \hat{\rho}_{hh'}^{(1)*} = 0 . \quad (\text{C.10})$$

Pour évaluer les variations du types $\hat{\rho}_{\alpha\beta}^{(2)}$, on procède de la même manière. Pour $\hat{\rho}_{pp'}^{(2)}$, il vient :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{pp'}^{(2)} &= \sum_{\mu} \hat{\rho}_{p\mu}^{(0)} \hat{\rho}_{\mu p'}^{(2)} + \sum_{\mu} \hat{\rho}_{p\mu}^{(2)} \hat{\rho}_{\mu p'}^{(0)} + \sum_{\mu} \hat{\rho}_{p\mu}^{(1)} \hat{\rho}_{\mu p'}^{(1)} \\ &= 0 + 0 + \sum_h \hat{\rho}_{ph}^{(1)} \hat{\rho}_{hp'}^{(1)} + \sum_{p''} \hat{\rho}_{pp''}^{(1)} \hat{\rho}_{p''p'}^{(1)} \\ &= \sum_h \hat{\rho}_{ph}^{(1)} \hat{\rho}_{hp'}^{(1)} , \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

où l'on a utilisé (C.10). Les variation du types $\hat{\rho}_{hh'}^{(2)}$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{hh'}^{(2)} &= \sum_{\mu} \hat{\rho}_{h\mu}^{(0)} \hat{\rho}_{\mu h'}^{(2)} + \sum_{\mu} \hat{\rho}_{h\mu}^{(2)} \hat{\rho}_{\mu h'}^{(0)} + \sum_{\mu} \hat{\rho}_{h\mu}^{(1)} \hat{\rho}_{\mu h'}^{(1)} \\ &= 2\hat{\rho}_{hh'}^{(2)} + \sum_{h''} \hat{\rho}_{hh''}^{(1)} \hat{\rho}_{h''h'}^{(1)} + \sum_p \hat{\rho}_{hp}^{(1)} \hat{\rho}_{ph'}^{(1)} \\ &= - \sum_p \hat{\rho}_{hp}^{(1)} \hat{\rho}_{ph'}^{(1)} . \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Cette forme garantit la conservation du nombre de particules lors des variations de la matrice densité, soit $Tr(\hat{\rho}^{(0)} + \delta\hat{\rho}) = N$.

Les éléments de matrice du type $\hat{\rho}_{ph}^{(2)}$ ne sont pas forcément nuls, mais on peut les négliger par rapport aux éléments $\hat{\rho}_{ph}^{(1)}$.

On résume ces résultats par :

$$\hat{\rho}_{pp'}^{(2)} = \sum_h \hat{\rho}_{ph}^{(1)} \hat{\rho}_{hp'}^{(1)} , \quad \hat{\rho}_{hh'}^{(2)} = - \sum_p \hat{\rho}_{hp}^{(1)} \hat{\rho}_{ph'}^{(1)} \quad \text{et} \quad \hat{\rho}_{ph}^{(2)} = \hat{\rho}_{hp}^{(2)*} \simeq 0 . \quad (\text{C.13})$$

C.2 Interaction particule-trou RPA

Nous allons dans ce paragraphe donner l'expression de l'interaction particule-trou apparaissant dans le développement (III.15). Cette expression est dérivée à partir de celle d'une interaction dépendante en densité de la forme :

$$V = \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V(\rho) | \widetilde{\gamma\delta} \rangle a_{\alpha}^{+} a_{\beta}^{+} a_{\delta} a_{\gamma} . \quad (\text{C.14})$$

On suppose que cette interaction dépend seulement de la densité locale. C'est le cas de la force D1S dont les termes qui dépendent de la densité sont de portée nulle. L'énergie calculée avec une telle interaction devient une fonction de la matrice densité :

$$E(\rho) = \sum_{\alpha,\beta} T_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V(\rho) | \widetilde{\gamma\delta} \rangle \rho_{\delta\beta} \rho_{\gamma\alpha} . \quad (\text{C.15})$$

En remplaçant les éléments de matrice ρ_{ij} par $\rho_{ij}^{(0)} + \rho_{ij}^{(1)} + \rho_{ij}^{(2)}$ (voir C.1), on obtient les contributions au second ordre :

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial^2 E}{\partial \rho_{ph} \partial \rho_{p'h'}} \right]_{\rho=\rho^{(0)}} &= \langle ph' | V(\rho^{(0)}) | \widetilde{hp'} \rangle & (\text{a}) \\ &+ \sum_{i \in \{h\}} \langle ih' | \frac{\partial V(\rho)}{\partial \rho_{hp}} | \widetilde{ip'} \rangle + \langle ip | \frac{\partial V(\rho)}{\partial \rho_{p'h'}} | \widetilde{ih} \rangle & (\text{b}) \\ &+ \sum_{i,j \in \{h\}} \langle ij | \frac{\partial^2 V(\rho)}{\partial \rho_{hp} \partial \rho_{p'h'}} | \widetilde{ij} \rangle & (\text{c}) \\ &+ (\varepsilon_p - \varepsilon_h) \delta_{h,h'} \delta_{p,p'} , & (\text{d}) \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

et

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial^2 E}{\partial \rho_{hp} \partial \rho_{p'h'}} \right]_{\rho=\rho^{(0)}} &= \langle pp' | V(\rho^{(0)}) | \widetilde{hh'} \rangle & (\text{a}) \\ &+ \sum_{i \in \{h\}} \langle ip' | \frac{\partial V(\rho)}{\partial \rho_{hp}} | \widetilde{ih'} \rangle + \langle ip | \frac{\partial V(\rho)}{\partial \rho_{h'p'}} | \widetilde{ih} \rangle & (\text{b}) \\ &+ \sum_{i,j \in \{h\}} \langle ij | \frac{\partial^2 V(\rho)}{\partial \rho_{hp} \partial \rho_{h'p'}} | \widetilde{ij} \rangle & (\text{c}) . \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

Le terme (d) de (C.16) est la contribution à l'énergie provenant des excitations individuelles particule-trou. Les autres termes dans (C.16) et (C.17) correspondent aux couplages possibles entre ces paires particule-trou. D'autre part, les termes (b) et (c) de

(C.16) et (C.17) proviennent uniquement de la dépendance en densité de l'interaction, et sont appelés les termes de réarrangement. Leur rôle est essentiel pour satisfaire les règles de somme de Landau. Les détails, qui ne concernent pas ce travail, peuvent être trouvés dans [106] et les références associées. Cette petite discussion pour souligner le fait que la méthode RPA avec une interaction dépendante en densité est capable de rendre compte de nombreuses propriétés des noyaux doublement magiques. De fait, notre but étant d'utiliser les descriptions les plus microscopiques, possédant bien sûr de nombreuses validations vis à vis de l'expérience, le choix de cette théorie paraît naturel.

C.3 Relations sur les opérateurs de bosons

La normalisation des états $|N\rangle$ peut s'écrire :

$$\langle N||N\rangle = 1 = \langle \tilde{0} | [\Theta_N, \Theta_N^+] | \tilde{0} \rangle + \langle \tilde{0} | \Theta_N^+ \Theta_N | \tilde{0} \rangle = \langle \tilde{0} | [\Theta_N, \Theta_N^+] | \tilde{0} \rangle , \quad (\text{C.18})$$

où l'on a utilisé la relation (III.37). Les définitions (III.43) conduisent au développement :

$$1 = \sum_{(ph), (p'h')} X_{ph}^N X_{p'h'}^N \langle \tilde{0} | [a_h^+ a_p, a_{p'}^+ a_{h'}] | \tilde{0} \rangle + Y_{ph}^N Y_{p'h'}^N \langle \tilde{0} | [a_p^+ a_h, a_{h'}^+ a_{p'}] | \tilde{0} \rangle \\ - X_{ph}^N Y_{p'h'}^N \langle \tilde{0} | [a_h^+ a_p, a_{h'}^+ a_{p'}] | \tilde{0} \rangle - Y_{ph}^N X_{p'h'}^N \langle \tilde{0} | [a_p^+ a_h, a_{p'}^+ a_{h'}] | \tilde{0} \rangle . \quad (\text{C.19})$$

Les règles de commutation (III.40), avec l'approximation des quasi-bosons, conduisent au résultat :

$$1 = \sum_{(ph), (p'h')} X_{ph}^N X_{p'h'}^N \delta_{p,p'} \delta_{h,h'} - Y_{ph}^N Y_{p'h'}^N \delta_{p,p'} \delta_{h,h'} . \quad (\text{C.20})$$

On a donc la condition sur les amplitudes des modes RPA :

$$\sum_{ph} X_{ph}^{N^2} - Y_{ph}^{N^2} = 1 . \quad (\text{C.21})$$

Il est utile de donner le résultat des contractions $\langle \tilde{0} | [\Theta_N, \Theta_{N'}^+] | \tilde{0} \rangle$, $\langle \tilde{0} | [\Theta_N, \Theta_{N'}] | \tilde{0} \rangle$ et $\langle \tilde{0} | [\Theta_N^+, \Theta_{N'}^+] | \tilde{0} \rangle$. La définition (III.37) permet facilement d'obtenir les résultats :

$$\langle \tilde{0} | [\Theta_N, \Theta_{N'}^+] | \tilde{0} \rangle = \delta_{N,N'} \quad (\text{C.22})$$

$$\langle \tilde{0} | [\Theta_N, \Theta_{N'}] | \tilde{0} \rangle = \langle \tilde{0} | [\Theta_N^+, \Theta_{N'}^+] | \tilde{0} \rangle = 0 .$$

Ces règles de commutation indiquent que les opérateurs de création et d'annihilation correspondants au mode RPA se comportent comme des opérateurs de boson vis à vis du vide RPA. De plus on peut extraire de (C.22), une nouvelle condition sur les amplitudes X et Y . La première relation de (C.22) donne la généralisation de (C.21) :

$$\boxed{\sum_{ph} X_{ph}^N X_{ph}^{N'} - Y_{ph}^N Y_{ph}^{N'} = \delta_{N,N'} .} \quad (\text{C.23})$$

La seconde relation de (C.22) , avec l'approximation des quasi-bosons, donne :

$$\boxed{\sum_{(ph),(p'h')} X_{ph}^N Y_{p'h'}^{N'} + Y_{ph}^N X_{p'h'}^{N'} = 0 .} \quad (\text{C.24})$$

C.4 États RPA à deux bosons

Les états du type $\Theta_{N_1}^+ \Theta_{N_2}^+ |\tilde{0}\rangle$ correspondant à un empilement de deux excitations de bosons sur le vide RPA sont aussi vecteurs propres du Hamiltonien RPA, avec les énergies propres $E_N = E_{N_1} + E_{N_2}$. Pour établir une relation avec les excitations naturelles du système, ces états doivent être d'une part normalisés, et d'autre part de spin J de projection M et de parité Π définis. Ces dernières conditions s'expriment grâce aux règles de couplages des moments angulaires. On peut définir un état $|N_f \in (J\mu\Pi)\rangle$ tel que :

$$\begin{aligned} |N \in (J\mu\Pi)\rangle &= \hat{N} [\Theta_{N_1 J_1 \Pi_1}^+ \otimes \Theta_{N_2 J_2 \Pi_2}^+]^{J\mu\Pi} |\tilde{0}\rangle \\ &= \hat{N} \sum_{M_1 M_2} \hat{j}(-)^{-J_1+J_2-M} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J \\ M_1 & M_2 & -M \end{pmatrix} \Theta_{N_1 J_1 M_1 \Pi_1}^+ \Theta_{N_2 J_2 M_2 \Pi_2}^+ |\tilde{0}\rangle , \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

où \hat{N} est un facteur de normalisation.

Cet état doit être symétrique dans l'échange des deux bosons, condition qui peut s'écrire :

$$|N \in (J\mu\Pi)\rangle = [\Theta_{N_1 J_1 \Pi_1}^+ \otimes \Theta_{N_2 J_2 \Pi_2}^+]^{J\mu\Pi} |\tilde{0}\rangle = [\Theta_{N_2 J_2 \Pi_2}^+ \otimes \Theta_{N_1 J_1 \Pi_1}^+]^{J\mu\Pi} |\tilde{0}\rangle . \quad (\text{C.26})$$

Le dernier membre de cette équation est défini par :

$$\begin{aligned}
& [\Theta_{N_2 J_2 \Pi_2}^+ \otimes \Theta_{N_1 J_1 \Pi_1}^+]^{J\mu\Pi} |\tilde{0}\rangle \\
&= \sum_{M_1 M_2} \hat{J}(-)^{-J_1+J_2-M} \begin{pmatrix} J_2 & J_1 & J \\ M_2 & M_1 & -M \end{pmatrix} \Theta_{N_1 J_1 M_1 \Pi_1}^+ \Theta_{N_2 J_2 M_2 \Pi_2}^+ |\tilde{0}\rangle . \quad (\text{C.27})
\end{aligned}$$

En utilisant le fait que les opérateurs de création de bosons commutent, et en inversant les deux premières colonnes du coefficient trois-j, on voit que l'égalité (C.26) est valable seulement à la condition $(-)^{J_1+J_2+J} = 1$. Ceci indique qu'on ne peut construire des états à deux bosons seulement si $J_1 + J_2 + J$ est un nombre pair.

D'autre part, la normalisation \hat{N} est définie par :

$$\begin{aligned}
1 &= \langle N \in (J\mu\Pi) | N \in (J\mu\Pi) \rangle \\
&= |\hat{N}|^2 \hat{J}^2 \sum_{M_1 M_2 M'_1 M'_2} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J \\ M_1 & M_2 & -M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J \\ M'_1 & M'_2 & -M \end{pmatrix} \langle \tilde{0} | \Theta_{N_2} \Theta_{N'_1} \Theta_{N_1}^+ \Theta_{N'_2}^+ | \tilde{0} \rangle , \quad (\text{C.28})
\end{aligned}$$

où on a posé $N_i \equiv N_i J_i M_i \Pi_i$ et $N'_i \equiv N_i J_i M'_i \Pi_i$. En vertu des propriétés (C.22) des opérateurs de boson, la contraction du membre de droite se réduit à :

$$\langle \tilde{0} | \Theta_{N_2} \Theta_{N'_1} \Theta_{N_1}^+ \Theta_{N'_2}^+ | \tilde{0} \rangle = \delta_{N_1, N'_1} \delta_{N_2, N'_2} + \delta_{N_1, N'_2} \delta_{N_2, N'_1} . \quad (\text{C.29})$$

Dans le cas où l'on empile deux bosons de nombres quantiques $NJ\Pi$ différents, le terme $\delta_{N_1, N'_2} \delta_{N_2, N'_1}$ disparaît. Le terme subsistant implique $M_1 = M'_1$ et $M_2 = M'_2$. On peut donc utiliser la relation :

$$\sum_{M_1 M_2} \hat{J}^2 \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J \\ M_1 & M_2 & -M \end{pmatrix} = 1 , \quad (\text{C.30})$$

d'où la normalisation $\hat{N} = e^{i\theta}$, où θ est une phase arbitraire que l'on choisit égale à zéro.

Dans le cas où l'on empile deux bosons de nombres quantiques $NJ\Pi$ identiques, le terme $\delta_{N_1, N'_2} \delta_{N_2, N'_1}$ subsiste et implique $M_1 = M'_2$ et $M_2 = M'_1$. La simplification (C.30) s'applique à nouveau et on trouve facilement la normalisation $\hat{N} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, avec la même convention de phase que celle définie précédemment.

Ces résultats se résument par :

$$|N \in (J\mu\Pi)\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{N_1, N_2}}} [\Theta_{N_1 J_1 \Pi_1}^+ \otimes \Theta_{N_2 J_2 \Pi_2}^+]^{J\mu\Pi} |\tilde{0}\rangle , \quad (\text{C.31})$$

avec $(-)^{J_1 + J_2 + J} = 1$.

On peut calculer les éléments de matrice densité de transition correspondant à ces états :

$$\rho_{\alpha\beta}^{(N, \tilde{0})} = \langle N \in (I\mu\Pi) | A_{\alpha\beta}^+ (I\mu\Pi) | \tilde{0}\rangle . \quad (\text{C.32})$$

avec

$$A_{\alpha\beta}^+ (I\mu\Pi) = \left[a_{n_\beta, j_\beta}^+ \otimes \tilde{a}_{n_\alpha, j_\alpha} \right]^{I\mu\Pi} . \quad (\text{C.33})$$

Quand $\alpha, \beta = p, h$ ou h, p , l'élément de matrice est nul car il se ramène à la contraction de trois opérateurs de boson sur le vide RPA.

Étudions maintenant le cas où $\alpha, \beta = p, p'$. La méthode va de nouveau consister à introduire une relation de fermeture sur les opérateurs à une particule puis à faire apparaître des opérateurs de boson dont les contractions sur le vide RPA sont connues. Pour cela, on découple (C.33) et on insère la relation de fermeture $\sum_{\nu} a_{\nu} a_{\nu}^+ \approx \sum_h a_h a_h^+{}^1$:

$$\rho_{pp'}^{(N, \tilde{0})} = \sum_{m_p, m_{p'}, m_h} s_{p'} \langle j_p m_p, j_{p'} - m_{p'} | I\mu \rangle \langle NI\mu\Pi | a_p^+ a_h a_h^+ a_{p'} | \tilde{0}\rangle . \quad (\text{C.34})$$

Avec le bra associé au ket (C.31), cette équation devient :

$$\rho_{pp'}^{(N, \tilde{0})} = \hat{N} \sum_{m_p, m_{p'}, m_h} s_{p'} \langle j_p m_p, j_{p'} - m_{p'} | I\mu \rangle \sum_{M_1, M_2} \langle J_1 M_1, J_2 M_2 | I\mu \rangle \langle \tilde{0} | \Theta_{N_2 M_2 J_2 \Pi_2} \Theta_{N_1 J_1 M_1 \Pi_1} a_p^+ a_h a_h^+ a_{p'} | \tilde{0}\rangle . \quad (\text{C.35})$$

En exprimant les opérateurs $a_p^+ a_h$ et $a_h^+ a_{p'}$ respectivement en fonction des opérateurs $A_{J_a M_a}^+(p, \tilde{h})$ et $A_{J_b \bar{M}_b}(p, \tilde{h})$ (voir (III.47) et (III.51)), puis ces derniers opérateurs en fonction des opérateurs de bosons (voir III.53), l'équation (C.35) devient :

¹L'approximation se justifie pour la même raison que celle évoquée lors de la dérivation des éléments $\rho_{pp'}$ au paragraphe III.3.1

$$\begin{aligned}
\rho_{pp'}^{(N,\tilde{0})} = & \hat{N} \sum_{m_p, m_{p'}, m_h} s_{p'} \langle j_p m_p, j_{p'} - m_{p'} | I \mu \rangle \sum_{M_1, M_2} \langle J_1 M_1, J_2 M_2 | I \mu \rangle \\
& \sum_{N_a, N_b} s_h \langle j_p m_p j_h - m_h | J_a M_A \rangle s_{p'} \langle j_h m_h j_{p'} - m_{p'} | J_b M_b \rangle (-)^{j_{p'} - j_h + J_b} \\
& X_{ph}^{N_a J_a \Pi_A} Y_{p'h}^{N_b J_b \Pi_b} \langle \tilde{0} | \Theta_{N_2 M_2 J_2 \Pi_2} \Theta_{N_1 J_1 M_1 \Pi_1} \Theta_{N_a J_a M_a \Pi_a}^+ \Theta_{N_b J_b M_b \Pi_b}^+ | \tilde{0} \rangle, \quad (C.36)
\end{aligned}$$

où l'on a déjà éliminé les contractions ne donnant pas de contributions. La contraction sur le vide RPA $|\tilde{0}\rangle$ est égale à $\delta_{a,1}\delta_{b,2} + \delta_{a,2}\delta_{b,1}$ et donne, après introduction dans (C.36) et quelques réarrangements :

$$\begin{aligned}
\rho_{pp'}^{(N,\tilde{0})} = & \hat{N} \sum_h X_{ph}^{N_1 J_1 \Pi_1} Y_{p'h}^{N_2 J_2 \Pi_2} \sum_{m_p, m_{p'}, m_h} \sum_{M_1, M_2} s_h (-)^{j_{p'} - j_h + J_2} \\
& \langle j_p m_p, j_{p'} - m_{p'} | I \mu \rangle \langle J_1 M_1, J_2 M_2 | I \mu \rangle \langle j_p m_p j_h - m_h | J_1 M_1 \rangle \langle j_h m_h j_{p'} - m_{p'} | J_2 M_2 \rangle \\
& + (1 \leftrightarrow 2), \quad (C.37)
\end{aligned}$$

où l'on a utilisé $s_p^2 = 1$ et $(-)^{J_1 + J_2 + I} = 1$. Le symbole $(1 \leftrightarrow 2)$ signifie : la même expression en intervertissant les labels 1 et 2. Nous allons réduire cette forme grâce à la relation (A.6) entre coefficients 3-j et 6-j. La série des coefficients de Clebsch-Gordan dans (C.37) s'écrit en vertu de (A.1) :

$$\begin{aligned}
\hat{I}^2 \hat{J}_1 \hat{J}_2 (-)^{J_1 + J_2 + M_1 + M_2} & \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & I \\ M_1 & M_2 & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_{p'} & j_p & I \\ -m_{p'} & m_p & \mu \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} j_{p'} & J_2 & j_h \\ m_{p'} & M_2 & -m_h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_h & J_1 \\ m_p & -m_h & -M_1 \end{pmatrix}. \quad (C.38)
\end{aligned}$$

En utilisant les propriétés (A.2) et (A.3), on établit facilement la correspondance entre les coefficients 3-j ci-dessus et ceux présent dans (A.6). De plus, pour appliquer (A.6), on doit introduire la phase $(-)^{m_p + m'_p + m_h}$. Pour cela, on écrit $(-)^{M_1 + M_2} = (-)^{m_p - m'_p}$ qui, en multipliant par s_h , devient $(-)^{m_p - m'_p - m_h} = (-)^{m_p + m'_p + m_h}$ (on a utilisé le fait que $m'_p + m_h$ est un entier). D'autre part, dans (A.6), la somme porte sur toutes les projections de moments angulaires. Mais comme seulement deux d'entre elles sont indépendantes, on peut omettre la somme sur l'une des projections m n'apparaissant pas dans la phase et diviser le résultat par $2m + 1$. En choisissant $m = \mu$, l'application de (A.6) devient évidente. Finalement les éléments de matrice $\rho_{pp'}^{(N,\tilde{0})}$ sont donnés par :

$$\rho_{pp'}^{(N,\bar{0})} = -\hat{N}\hat{J}_1\hat{J}_2 \sum_h X_{ph}^{N_1 J_1 \Pi_1} Y_{p'h}^{N_2 J_2 \Pi_2} \left\{ \begin{array}{ccc} J_1 & J_2 & I \\ j_{p'} & j_p & j_h \end{array} \right\} (-)^{J_1+j_p-j_h} , \quad (C.39)$$

+(1 \iff 2)

où le symbole (1 \iff 2) signifie : la même expression en intervertissant les labels 1 et 2.

Les éléments de matrice $\rho_{hh'}^{(N,\bar{0})}$ sont dérivés de manière équivalente et nous donnons seulement le résultat :

$$\rho_{hh'}^{(N,\bar{0})} = \hat{N}\hat{J}_1\hat{J}_2 \sum_p X_{ph'}^{N_1 J_1 \Pi_1} Y_{ph}^{N_2 J_2 \Pi_2} \left\{ \begin{array}{ccc} J_1 & J_2 & I \\ j_{h'} & j_h & j_p \end{array} \right\} (-)^{J_2+j_p-j_{h'}} . \quad (C.40)$$

+(1 \iff 2)

Annexe D

Relation de fermeture dans l'espace des fonctions d'onde du projectile

Dans cette partie, nous allons donner la démonstration qui permet de définir une relation de fermeture construite à partir des solutions propres d'un Hamiltonien non hermitique. La méthode est identique à celle utilisée dans [14] dans le cas d'un Hamiltonien hermitique.

D.1 Ondes planes

On introduit les états d'onde plane $|\mathbf{k}\rangle$, solutions stationnaires de l'équation de Schrödinger :

$$H_0|\mathbf{k}\rangle = E_k|\mathbf{k}\rangle , \quad (\text{D.1})$$

avec $E_k = \frac{k^2}{2\mu}$ et $H_0 = T$, T étant l'opérateur d'énergie cinétique. Ces états forment un ensemble de vecteurs orthonormés :

$$\langle \mathbf{k}|\mathbf{k}'\rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') , \quad (\text{D.2})$$

D'autre part, si l'on laisse de côté le spin, l'ensemble des ondes planes permet de décrire l'espace des fonctions d'onde à une particule dans le continuum (car elles représentent l'ensemble des solutions de L'ECOC $\{T, P\}$). On peut donc écrire l'opérateur identité sous la forme de la relation de fermeture :

$$\hat{1} = \int d\mathbf{k}|\mathbf{k}\rangle\langle \mathbf{k}| . \quad (\text{D.3})$$

Cette relation permet de décomposer tout vecteur $|\psi\rangle$ représentant un état du continuum à une particule comme :

$$|\psi\rangle = \int d\mathbf{k} c(k) |\mathbf{k}\rangle , \quad (\text{D.4})$$

où les $c(k)$ sont des fonctions à valeurs complexes définies par $c(k) = \langle \mathbf{k} | \psi \rangle$.

D.2 Ondes distordues

Considérons maintenant l'équation de Schrödinger :

$$H|\Psi\rangle = E_k|\Psi\rangle , \quad (\text{D.5})$$

avec

$$H = H_0 + V . \quad (\text{D.6})$$

Cette équation admet, pour une valeur propre E_k donnée, les solutions formelles :

$$|\Psi^{(\pm)}(\mathbf{k})\rangle = |\mathbf{k}\rangle + \frac{1}{E_k - H_0 \pm i\eta} V |\Psi^{(\pm)}(\mathbf{k})\rangle = |\mathbf{k}\rangle + \frac{1}{E_k - H \pm i\eta} V |\mathbf{k}\rangle , \quad (\text{D.7})$$

où $|\mathbf{k}\rangle$ est solution de l'équation homogène (D.1) et où les exposants $(-)$ et $(+)$ indiquent respectivement les conditions aux limites d'onde entrante et d'onde sortante.

Calculons maintenant le produit scalaire $\langle \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle$. Pour cela, on introduit l'adjoint de la seconde égalité de (D.7), soit :

$$\langle \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}') | = \langle \mathbf{k}' | + \langle \mathbf{k}' | V^+ \frac{1}{E_{k'} - H^+ \mp i\eta} . \quad (\text{D.8})$$

On se place dans le cas général où $V \neq V^+$ (donc $H \neq H^+$). Avec (D.8), le produit scalaire $\langle \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle$ peut s'écrire :

$$\langle \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = \langle \mathbf{k}' | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle + \langle \mathbf{k}' | V^+ \frac{1}{E_{k'} - H^+ \mp i\eta} | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle . \quad (\text{D.9})$$

En remplaçant, dans le premier terme de droite, $|\Psi^{(\pm)}(\mathbf{k})\rangle$ par la première égalité de (D.7), il vient :

$$\langle \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = \langle \mathbf{k}' | \mathbf{k} \rangle + \langle \mathbf{k}' | \frac{1}{E_k - H_0 \pm i\eta} V | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle + \langle \mathbf{k}' | V^+ \frac{1}{E_{k'} - H^+ \mp i\eta} | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle . \quad (\text{D.10})$$

On se place maintenant dans le cas où l'opérateur V est hermitique, donc dans le cas où $V^+ = V$ et $H^+ = H$. En vertu des équations de Schrödinger (D.1) et (D.5), la relation (D.10) devient :

$$\langle \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = \langle \mathbf{k}' | \mathbf{k} \rangle + \frac{\langle \mathbf{k}' | V | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle}{E_k - E_{k'} \pm i\eta} + \frac{\langle \mathbf{k}' | V | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle}{E_{k'} - E_k \mp i\eta} . \quad (\text{D.11})$$

En notant que les deux dénominateurs sont de signes opposés et en utilisant la relation (D.2), on a simplement :

$$\langle \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = \langle \mathbf{k}' | \mathbf{k} \rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') . \quad (\text{D.12})$$

Cette relation d'orthogonalité nous permet de construire une relation de fermeture à partir des solutions propres du Hamiltonien H , en admettant que cet Hamiltonien H ne possède pas d'état lié, soit :

$$\hat{1} = \int d\mathbf{k} | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle \langle \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) | . \quad (\text{D.13})$$

Cependant, on ne peut pas généraliser directement ce résultat au cas d'un Hamiltonien non hermitique. En effet, comme d'une part les opérateurs V et H ne sont pas auto-adjoints et, d'autre part, le ket $| \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle$ n'est généralement pas vecteur propre de H^+ , la relation (D.10) ne peut plus se simplifier et conduire à la relation d'orthonormalité (D.12). On ne peut donc plus construire de relation de fermeture de cette manière.

On va montrer que la solution réside dans l'utilisation des vecteurs propres de H^+ . Ces vecteurs sont définis par l'équation de Schrödinger :

$$H^+ | \hat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = E_k | \hat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle , \quad (\text{D.14})$$

avec $H^+ = H_0 + V^+$.

Les solutions de cette équation peuvent formellement s'écrire :

$$| \hat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = | \mathbf{k} \rangle + \frac{1}{E_k - H_0 \pm i\eta} V^+ | \hat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = | \mathbf{k} \rangle + \frac{1}{E_k - H^+ \pm i\eta} V^+ | \mathbf{k} \rangle . \quad (\text{D.15})$$

On va maintenant calculer le produit scalaire $\langle \widehat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle$ en suivant la même procédure que celle décrite dans le cas d'un Hamiltonien hermitique. L'adjoint de la seconde égalité de (D.15) s'écrit :

$$\langle \widehat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}') | = \langle \mathbf{k}' | + \langle \mathbf{k}' | V \frac{1}{E_{k'} - H \mp i\eta} . \quad (\text{D.16})$$

Avec cette relation, le produit scalaire recherché devient :

$$\langle \widehat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = \langle \mathbf{k}' | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle + \langle \mathbf{k}' | V \frac{1}{E_{k'} - H \mp i\eta} | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle . \quad (\text{D.17})$$

En remplaçant dans le premier terme de droite le ket $|\Psi^{(\pm)}(\mathbf{k})\rangle$ par la première égalité de (D.7), il vient :

$$\begin{aligned} \langle \widehat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle &= \langle \mathbf{k}' | \mathbf{k} \rangle \\ &+ \langle \mathbf{k}' | \frac{1}{E_k - H_0 \pm i\eta} V | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle + \langle \mathbf{k}' | V \frac{1}{E_{k'} - H \mp i\eta} | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle . \end{aligned} \quad (\text{D.18})$$

En utilisant les équations (D.1) et (D.14), il vient :

$$\langle \widehat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = \langle \mathbf{k}' | \mathbf{k} \rangle + \frac{\langle \mathbf{k}' | V | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle}{E_k - E_{k'} \pm i\eta} + \frac{\langle \mathbf{k}' | V | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle}{E_{k'} - E_k \mp i\eta} . \quad (\text{D.19})$$

En vertu de (D.2), cette équation se réduit immédiatement à :

$$\langle \widehat{\Psi}^{(\pm)}(\mathbf{k}') | \Psi^{(\pm)}(\mathbf{k}) \rangle = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') . \quad (\text{D.20})$$

Grâce à cette relation d'orthonormalité on peut maintenant construire une décomposition de l'opérateur identité $\hat{1}$ applicable à tout vecteur $|\psi\rangle$ de l'espace sous-tendu par les vecteurs propres du Hamiltonien non hermitique H , soit :

$$\hat{1} = \int d\mathbf{k} | \widehat{\Psi}^{(\pm)} \rangle \langle \Psi^{(\pm)} | . \quad (\text{D.21})$$

Annexe E

Calculs de diffusion élastique de protons et de neutrons

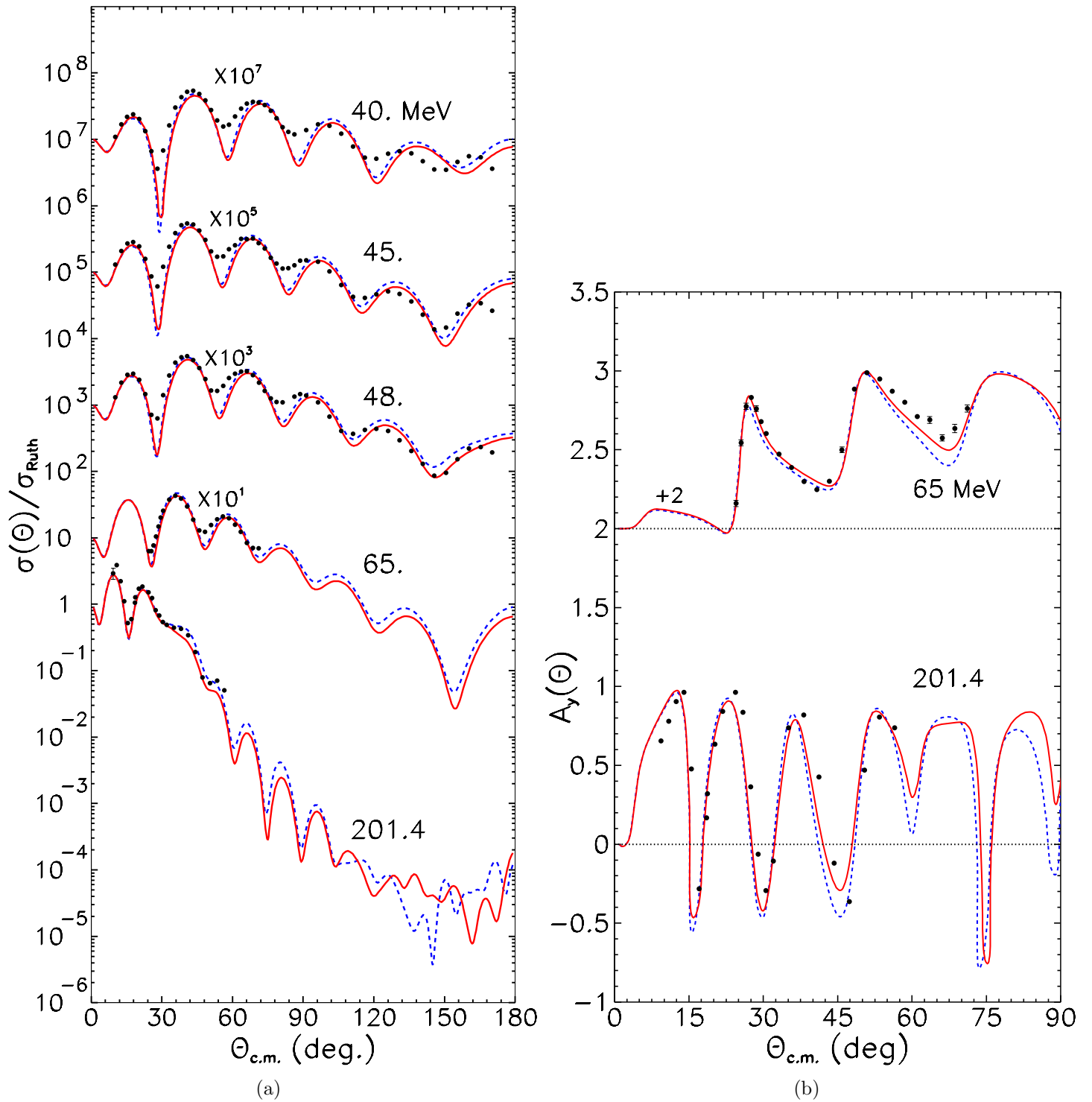


FIG. E.1 – (a) Sections efficaces différentielles et (b) pouvoirs d'analyse pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{48}Ca . Comparaison entre les données expérimentales F.1 (points) et les prédictions faites à partir du potentiel optique construit avec les densités HF (courbes en tirets bleus) et les densités HF+RPA (courbes continues rouges).

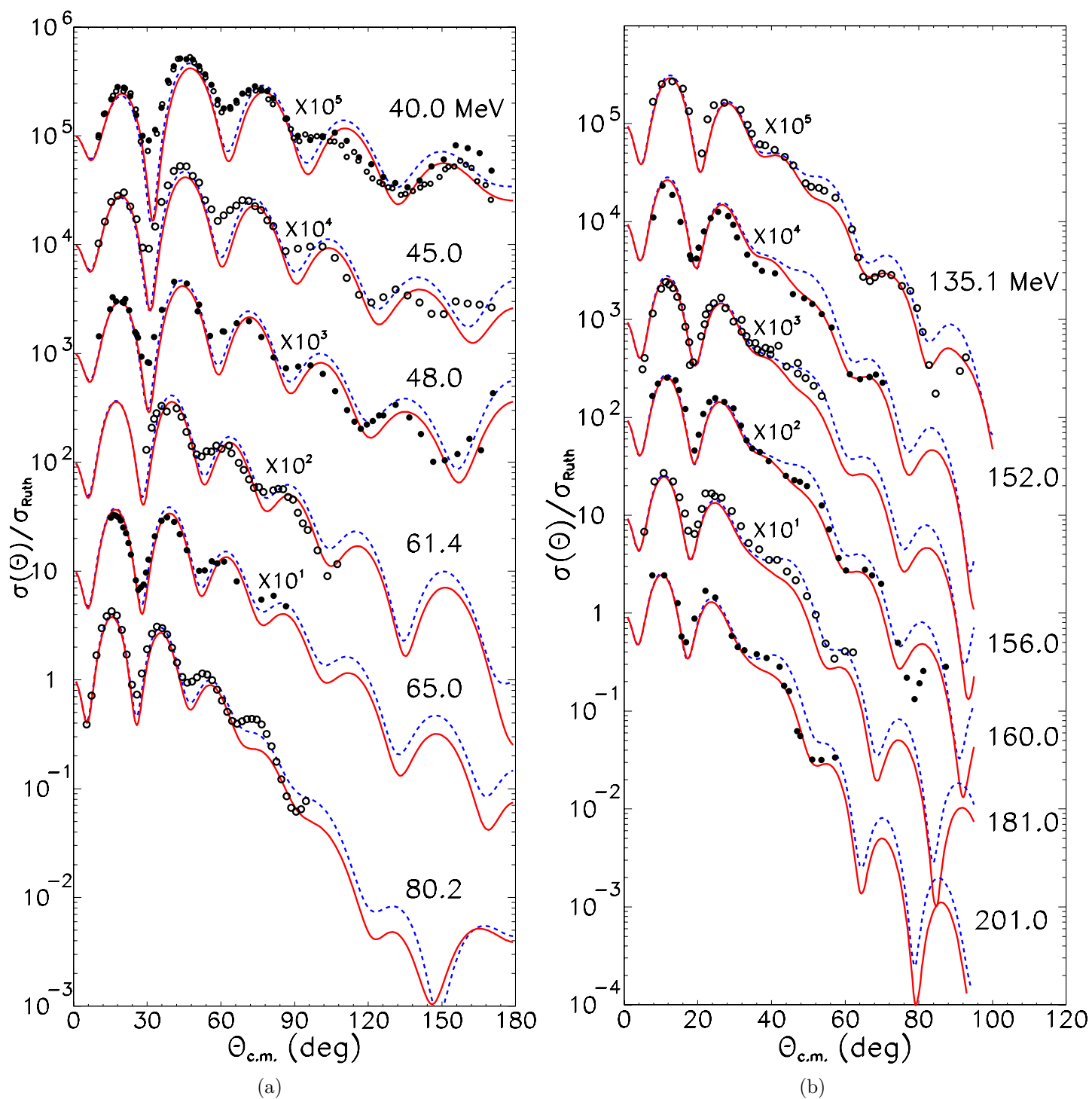


FIG. E.2 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{40}Ca . Voir légende de la figure E.1.

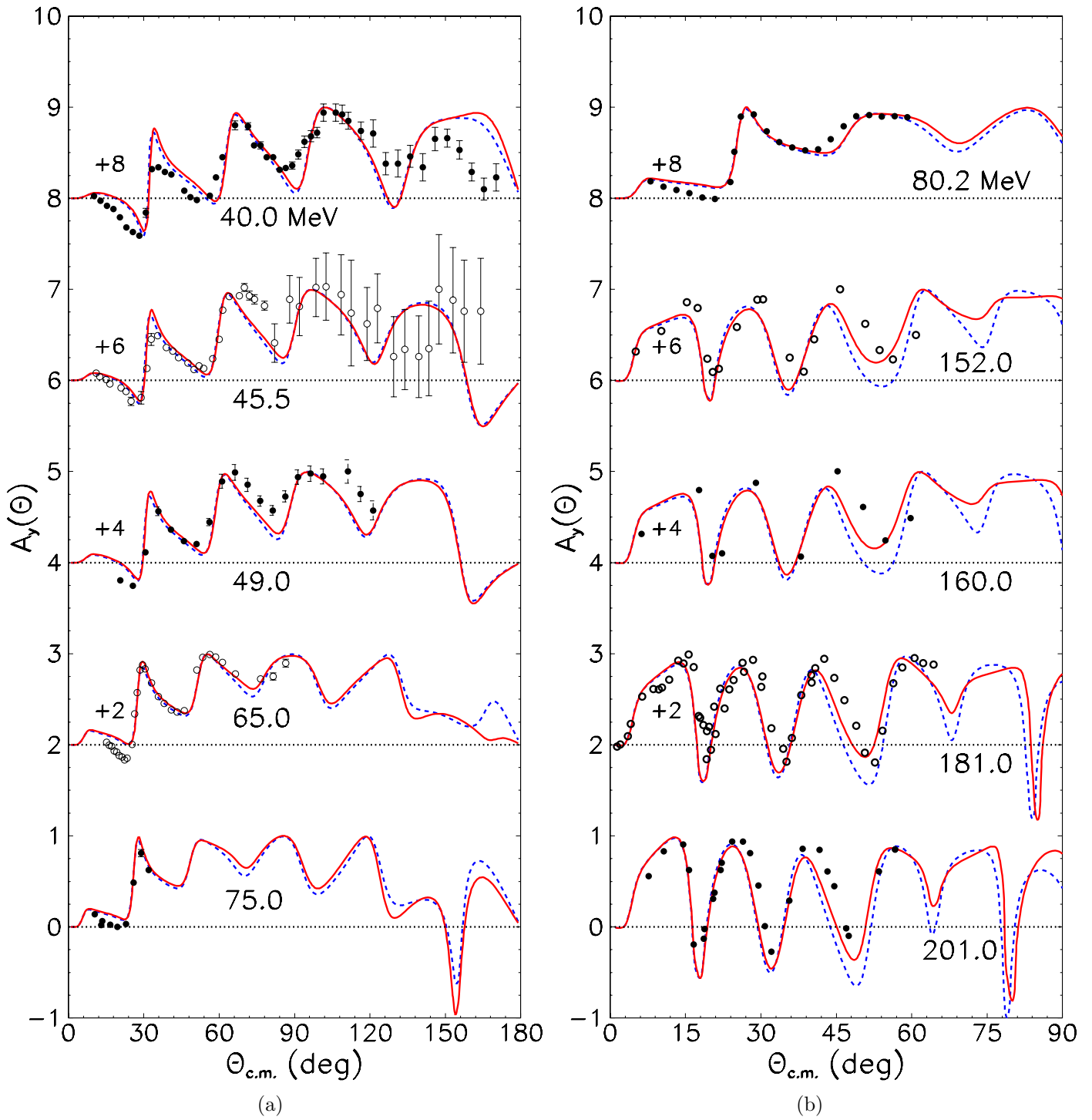


FIG. E.3 – Pouvoirs d’analyse pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{40}Ca . Voir légende de la figure E.1.

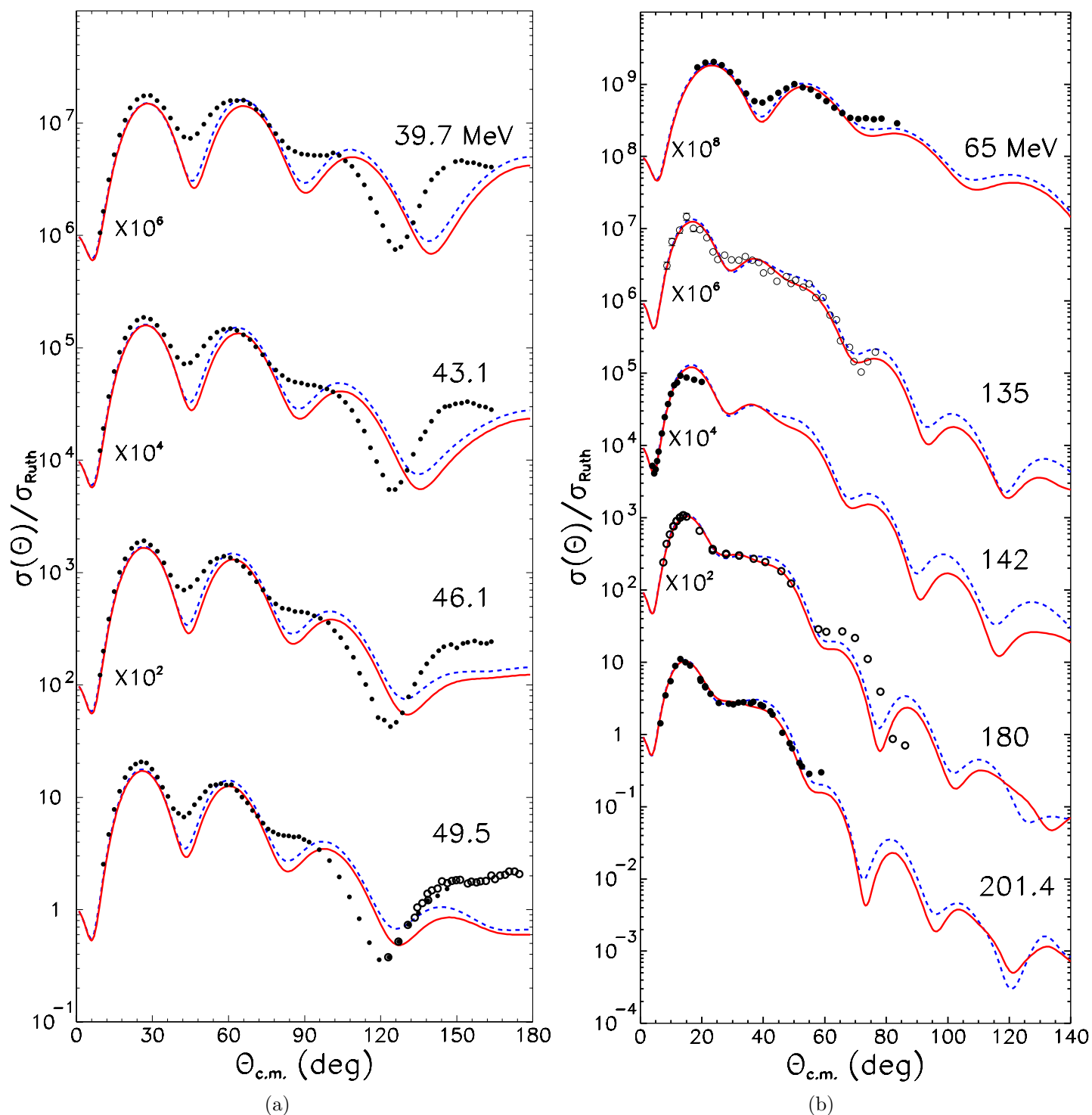


FIG. E.4 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{16}O . Voir légende de la figure E.1.

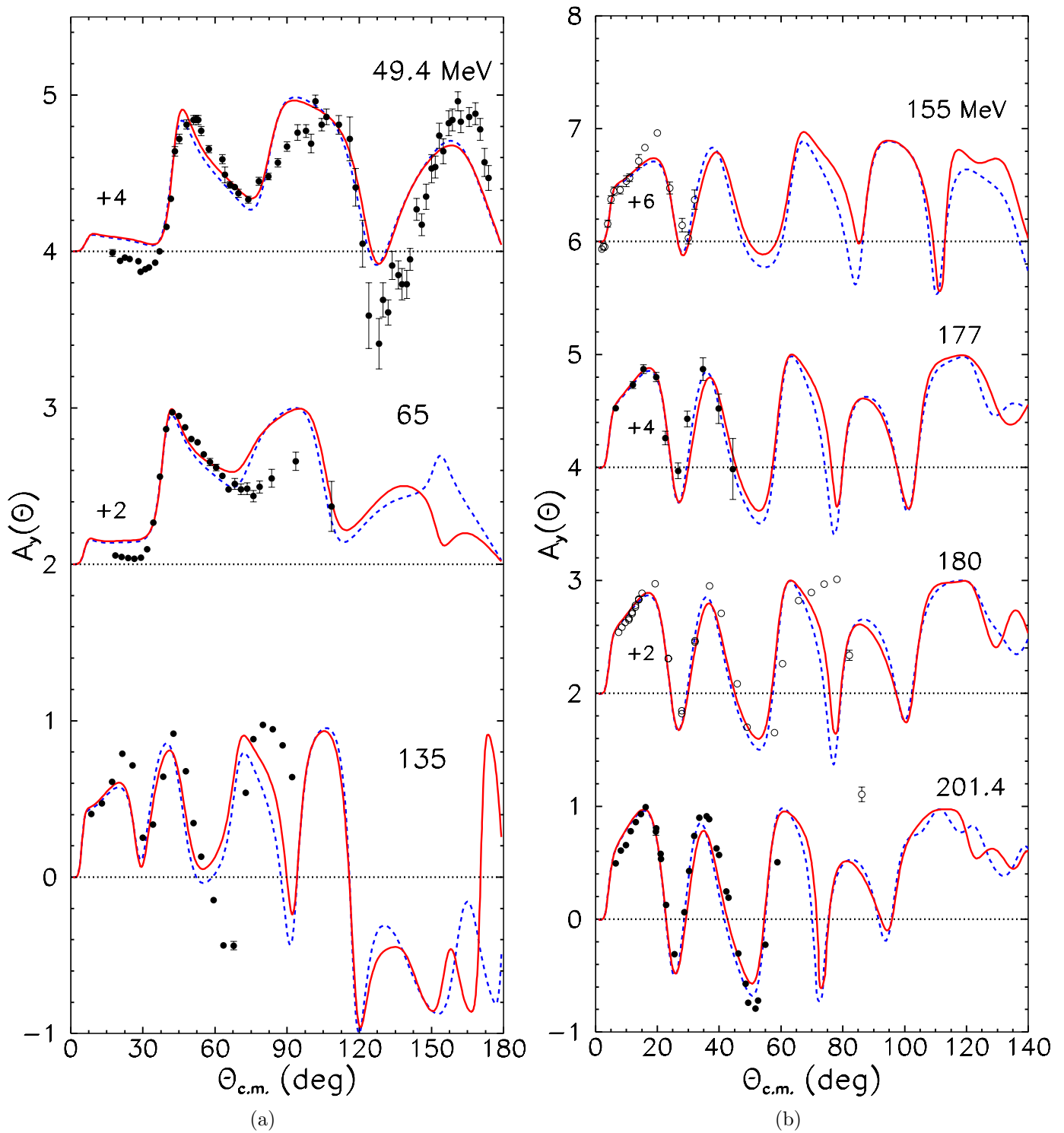


FIG. E.5 – Pouvoirs d’analyse pour la diffusion élastique de protons sur une cible de ^{16}O . Voir légende de la figure E.1.

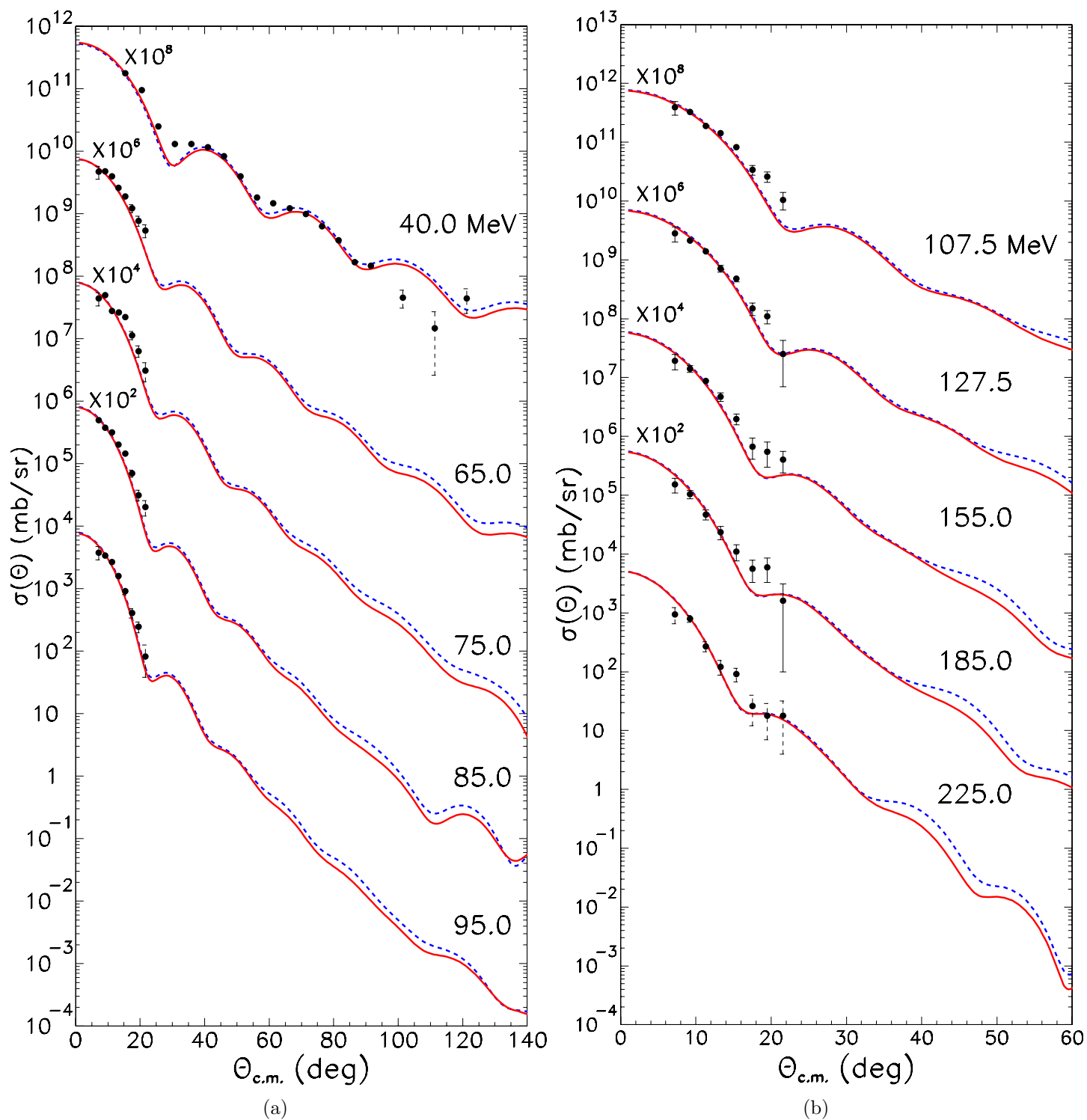


FIG. E.6 – Sections efficaces différentielles pour la diffusion élastique de neutrons sur une cible de ^{40}Ca . Voir légende de la figure E.1.

Annexe F

Table de références pour les données expérimentales de la diffusion élastique

Réaction	Ref.	Énergies (MeV)	Ref.	Énergie (MeV)
$^{208}\text{Pb}(p,p)^{208}\text{Pb}$	[107] [109] [111] [113] [118]	40 45, 47.3 61.4 65 79.9, 104.4, 121.2, 182.4	[108] [110] [112] [114, 115, 116, 117]	97, 185 156 160 201
$^{48}\text{Ca}(p,p)^{48}\text{Ca}$	[119] [121]	40, 45, 48.4 65	[120]	201.4
$^{40}\text{Ca}(p,p)^{40}\text{Ca}$	[107] [122] [123] [111] [113] [124]	40 45.5 48, 49 61.4 65 75	[108] [118] [124] [110] [108] [125, 126]	80.2 135.1 152 156 160, 181 201
$^{16}\text{O}(p,p)^{16}\text{O}$	[127] [129] [113] [132, 133] [135]	37.4, 43.1, 46.1 49.5 65 135 142	[128] [130] [131] [134] [125]	155 177 180 200 201.4
$^{208}\text{Pb}(n,n)^{208}\text{Pb}$	[136] [139]	40 65, 75, 85, 95, 107.5 127.5, 155, 185, 225	[137, 138] [140] [141]	65 96 155
$^{40}\text{Ca}(n,n)^{40}\text{Ca}$	[136] [139],[137] [139]	40 65 75,85,95	[139] [139]	107.5,127.5 155,185

TAB. F.1 – Base de données pour la diffusion élastique de protons et de neutrons.

Annexe G

Table de références pour les données expérimentales de la diffusion inélastique

Réaction	E^* (MeV)	J^Π	Énergies incidentes (MeV) et références
$^{208}\text{Pb}(p,p')^{208}\text{Pb}^*$	2.614	3^-	39.7 [142], 54 [143], 61.2 [144], 80 [145], 98 [146], 120 [145], 135.2 [147], 155 [148], 185 [149], 200 [150, 151, 152]
	3.198	5^-	54 [143], 61.2 [144], 135.2 [147], 185 [149], 200 [150, 151, 152]
	3.709	5^-	54 [143], 61.2 [144], 135.2 [147], 185 [149], 200 [150]
	4.037	7^-	201 [153]
	4.085	2^+	54 [143], 61.2 [144], 65 [154], 135.2 [147], 185 [149], 200 [150, 152]
	4.323	4^+	54 [143], 61.2 [144], 135.2 [147], 185 [149], 200 [150, 152]
	4.422	6^+	135.2 [147]
	4.610	8^+	135.2 [147], 200 [153]
	4.895	10^+	80 [62], 135.2 [147]
	6.097	12^+	135.2 [147]
	6.44	12^-	135.2 [147]
	6.73	14^-	135.2 [147]
	6.73	11^+	80 [62]
	7.825	10^-	80 [62]
$^{48}\text{Ca}(p,p')^{48}\text{Ca}^*$	3.832	2^+	160 [155], 201[120]
	4.507	3^-	160 [155], 201[120]
	5.729	5^-	160 [155], 201[120]
$^{40}\text{Ca}(p,p')^{40}\text{Ca}^*$	3.737	3^-	201 [125]
	4.491	5^-	201[125]
$^{16}\text{O}(p,p')^{16}\text{O}^*$	6.130	3^-	201.4[125]

TAB. G.1 – Base de données pour la diffusion inélastique de protons.

Annexe H

Publication dans Physical Review C

Correlations in microscopic optical model for nucleon elastic scattering off doubly closed-shell nuclei

M. Dupuis, S. Karataglidis,* E. Bauge, J. P. Delaroche, and D. Gogny[†]

Commissariat à l'Énergie Atomique, Département de Physique Théorique et Appliquée, Service de Physique Nucléaire, Boite Postale 12, F-91680 Bruyères-le-Châtel, France

(Received 17 March 2005; published 23 January 2006)

The random phase approximation (RPA) long-range correlations are known to play a significant role in understanding the depletion of single particle-hole states observed in (e, e') and $(e, e'p)$ measurements. Here the RPA theory, implemented using the DIS force is considered for the specific purpose of building correlated ground states and related one-body density matrix elements. These may be implemented and tested in a fully microscopic optical model for NA scattering off doubly closed-shell nuclei. A method is presented to correct for the correlations overcounting inherent to the RPA formalism. One-body density matrix elements in the uncorrelated (i.e., Hartree-Fock) and correlated (i.e., RPA) ground states are then challenged in proton scattering studies based on the Melbourne microscopic optical model to highlight the role played by the RPA correlations. Agreement between the parameter free scattering predictions and measurements is good for incident proton energies ranging from 200 MeV down to approximately 60 MeV and becomes gradually worse in the lower energy range. Those features point unambiguously to the relevance of the g -matrix method to build microscopic optical model potentials at medium energies, and emphasize the need to include nucleon-phonon coupling, that is, a second-order component of the Feshbach type in the potential at lower energies. Illustrations are given for proton scattering observables measured up to 201 MeV for the ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , and ^{208}Pb target nuclei.

DOI: [10.1103/PhysRevC.73.014605](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.73.014605)

PACS number(s): 21.10.Gv, 24.10.Ht, 25.40.Cm, 25.40.Dn

I. INTRODUCTION

Our understanding of the many facets of the nuclear structure properties has been and still is reliant on the picture of independent particles moving in a mean potential. This picture stands at the foundation of the shell model that nowadays serves routinely as the basis of nuclear structure calculations and is implicit to the self-consistent mean-field (i.e., Hartree-Fock) description of nuclear ground states. For independent particle motion, the occupancy associated to nucleon orbitals is 1 or 0 depending on whether the single-particle level is below or above the Fermi energy, respectively.

It is only recently that the quenching of shell-model occupation probabilities has been disclosed in a dedicated series of experiments in which incident electrons serve to map detailed structure properties hard to reach using other probes. First hints revealing such a quenching came in measurements of electron scattering from ^{206}Pb and ^{208}Tl , from which the $3s_{1/2}$ proton radial wave function was determined. Its shape is peaked in the central region and close to expectations for a $3s_{1/2}$ wave function. Minor adjustment of the $3s$ -hole strength provided an improved data prediction [1]. Evidence for partial occupancy for this orbital was provided later on from a joint analysis of (e, e') and $(e, e'p)$ experiments. The $3s_{1/2}$ orbital was found to be depleted by a $(18 \pm 9)\%$ amount [2,3]. Today

the absolute occupation probability of this proton orbital is evaluated to be 0.76 ± 0.07 [4].

Further detailed information on the single-particle structure have been recently gained through measurements of the spectral function $S(E, k)$, where E and k are the removal energy and momentum, respectively, of a proton in $(e, e'p)$ knockout experiments. For ^{208}Pb , these measurements performed at high binding energy and momentum transfer show that mean-field predictions are lying far below the data, highlighting the need for consideration of tensor [5,6] as well as short- [7–9] and long-range correlations beyond the mean field [10–13]. A wealth of methods and models have been adopted to tackle this issue. These are the Green's functions method [14,15], the variational Monte Carlo method [16,17], the correlated basis function theory [18], the particle-vibration model [19], the dispersive optical model extrapolated to the bound-state region [20–23], and the random phase approximation (RPA) [24–28]. Among the correlations that have been considered so far, the long-range ones appear important for curing the deficiencies associated with the mean-field predictions.

In the present work we investigate the impact that nuclear long-range correlations have on the interaction of nucleons incident on doubly closed-shell nuclei, among which includes ^{208}Pb , a nucleus for which many scattering observables have been measured. In the past, detailed experimental information on nuclear structure as gained from electron scattering measurements played a key role in building effective NN forces and mass operators for nucleon scattering studies in the folding model framework [29,30]. Now that a successful and parameter free NA microscopic optical model (OM) based on a g -matrix interaction has been established in r space [31],

*Present address: School of Physics, University of Melbourne, Victoria 3010, Australia.

[†]Present address: Lawrence Livermore National Laboratory, California, USA.

it is timely to push the limits of its predictive power using various microscopic structure information. Several studies along this line have already been published. For example, no core shell-model wave functions have been adopted in successful interpretations of proton scattering measurements for ^{12}C and light nuclei below and at the neutron drip line [32–34]. Hartree-Fock predictions based on Skyrme forces have also been challenged in proton and neutron elastic scattering studies at medium energy to provide estimates of neutron skin thickness in ^{208}Pb . Here, the correlated ground states of stable doubly closed-shell nuclei, built using the finite range, density-dependent DIS force [35] in the self-consistent RPA theory [36], are used instead and thoroughly tested.

Our article is organized as follow. The main features of the fully antisymmetric, microscopic NA optical model are described in Sec. II. Section III includes a brief presentation of the HF+RPA theory for establishing our notations and describes the method used to fix the well-known double counting problem. RPA predictions are compared to experimental data for charge and neutron radial shapes of ^{208}Pb in its ground state. One-body density matrix elements in the correlated ground state are then provided. Finally, optical model predictions based on HF and HF+RPA one-body density matrix elements are compared in Sec. IV to various scattering observables in the 40–201 MeV incident proton energy range for ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , and ^{208}Pb and to scattering predictions based on the Skyrme SkM* [37] force. These predictions are of good quality only for the higher incident energies. The origin of poorer predictions at the lower energies is discussed in terms of second-order components of Feshbach type, which are missing in the present optical model potential.

II. MICROSCOPIC OPTICAL POTENTIAL FROM THE MELBOURNE g MATRIX

The full details of the Melbourne g matrix optical potential may be found in Ref. [31], to which we refer the reader. We present a brief summary of the derivation of the potential, highlighting those points relevant to the use of RPA densities in its calculation and the observables obtained therefrom.

In folding models of the optical potential, one starts with a credible effective NN interaction. In the case of the Melbourne potential, the effective NN interaction is the g matrix derived from the Bonn-B NN interaction [38]. The g matrix for infinite matter is a solution of the Bruckner-Bethe-Goldstone equation in momentum space, *viz.*

$$g(\mathbf{q}', \mathbf{q}; \mathbf{K}) = V(\mathbf{q}', \mathbf{q}) + \int V(\mathbf{q}', \mathbf{k}') \times \frac{Q(\mathbf{k}', \mathbf{K}; k_f)}{[E(\mathbf{k}, \mathbf{K}) - E(\mathbf{k}', \mathbf{K})]} g(\mathbf{k}', \mathbf{q}; \mathbf{K}) d\mathbf{k}', \quad (1)$$

where $Q(\mathbf{k}', \mathbf{K}; k_f)$ is a Pauli operator and medium effects are included in the energy denominator. Effective g matrices are obtained in coordinate space for finite nuclei whose Fourier transforms best map those momentum space solutions. Those g matrices so obtained contain central, tensor, and two-body spin-orbit terms. They are also constructed over all two-body spin and isospin channels, allowing for a self-consistent

specification of proton and neutron scattering, as well as charge exchange reactions. Those g matrices are then folded with the ground-state density matrix elements to give the optical potential for elastic scattering.

The optical potential (OMP) derived therefrom can be cast in the following form:

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \int \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{s}) g_D(\mathbf{r}, \mathbf{s}; E) \varphi_{\beta}(\mathbf{s}) ds + \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) g_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) \varphi_{\beta}(\mathbf{r}') = U_D(\mathbf{r}; E) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + U_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E), \quad (2)$$

where the subscripts D and E designate the direct and exchange contributions, respectively. The density matrix element $\rho_{\alpha\beta}$ is defined in terms of the RPA (or HF) ground state $|0\rangle$ by $\rho_{\alpha\beta} = \langle 0 | a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} | 0 \rangle$ (see Sec. III). Nuclear structure information enters the construction of the optical potential in two ways. The first one is via the density dependence of the g matrix at the two radii \mathbf{r} and \mathbf{r}' . The second one is via the one-body matrix elements $\rho_{\alpha\beta}$ and the specification of the bound-state single-particle wave functions φ_{α} and φ_{β} . Note that in Eq. (2), the local and nonlocal radial densities associated to the target ground state can be recognized, namely

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\beta}(\mathbf{r}) \quad \text{and} \quad (3)$$

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\beta}(\mathbf{r}'),$$

respectively. These features clearly show that this kind of potential cannot be constructed from phenomenological nuclear densities. Indeed experimental local densities can be obtained for neutron and charge local radial distributions, but experimental information on nonlocal densities is not available.

The main source of nonlocality in the optical potential is from the exchange term. The direct term resembles a $g\rho$ -type optical potential and by definition is local. The form of the exchange term necessarily does not follow this construction: the exchange terms in the folding require that the sum is over explicit effective NN two-body amplitudes. As such, direct comparisons are not possible between this form of the optical potential and those that are local, as constructed from nonlocal NN amplitudes through local approximations, or as specified phenomenologically as sums of Woods-Saxon form factors.

To obtain the observables for scattering, the optical potential so obtained is used in the nonlocal integrodifferential Schrödinger equation, *viz.*

$$\left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 - V_C(r) + E \right] \Psi(\mathbf{r}) = \int U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (4)$$

where $V_C(r)$ is the Coulomb potential and the terms because of the intrinsic spin of the system have been suppressed for simplicity. The code DWBA98 [39] is used to calculate the folding potential from the effective NN g matrices and obtain the relevant scattering observables.

At low energy, the averaging over the coupling to the nonelastic channels represented by the g matrix is no longer valid and the derivation of the optical potential must be done in terms of explicit channel coupling to open and closed channels. Such has recently been constructed in terms of the collective model [40,41].

III. NUCLEAR STRUCTURE

As an introduction to this section, it is important to mention that our approach is not fully consistent. On the one hand, we use the g matrix as an interaction between the projectile and the nucleons in the target, whereas, on the other hand, to calculate nuclear structure, we consider effective interactions that have been separately adjusted. As long as we focus on studying medium energy scattering, one can find justifications for proceeding in this way. However, at low energy, this approach would be more questionable and it is likely that the derivation of an optical potential in the frame of a more fundamental theory (as in Ref. [42]) should be considered.

A. The mean-field approximation

The simplest description of the nuclear structure is provided by the self-consistent mean-field theory, that is also called Hartree-Fock (HF). There, the ground state is a Slater determinant constructed with individual particle states that are solutions of the HF equations. In this work, we use the HF results obtained using two different interactions. One is the Skyrme SkM* [37] interaction, and the other one is the finite-range, density-dependent DIS interaction [35]. The details of the HF formalism used with the DIS density-dependent interaction can be found in [43,44].

To calculate the one-body matrix elements $\rho_{\alpha\beta}$ of Sec. II, it is convenient to express the HF ground state in second quantization as

$$|HF\rangle = \prod_h a_h^\dagger |0\rangle. \quad (5)$$

The above product contains only occupied states labeled “h” (hole states) according to the usual terminology. The creation operator a_h^\dagger associated with the creation of a hole in a HF single particle state is defined with: $\varphi_h(r) = \langle r | a_h^\dagger | 0 \rangle$, where $|0\rangle$ is the single particle vacuum.

By introducing these notations, the matrix elements $\rho_{\alpha\beta}$ read

$$\rho_{\alpha\beta} = \langle HF | a_\beta^\dagger a_\alpha | HF \rangle. \quad (6)$$

and are diagonal ($\rho_{h,h} = 1$, $\rho_{p,p} = 0$) in the HF approximation.

B. Description of the ground state beyond the HF approximation

The density-dependent effective interaction DIS has successfully been used in various extensions of the mean-field theory. Among them, the one of interest for our study is the microscopic description of collective excitations for closed shell nuclei as described in Ref. [36]. We recall some essential

features of this approach and make the link with the usual RPA theory. This will permit us to define the two variants of correlated ground states that we propose for the description of the target.

1. Ground-state correlations induced by collective excitations

The approach of Ref. [36] is based on the quadratic form introduced to study the stability conditions of the HF solutions. It is obtained by performing a Taylor expansion of the energy E up to second order in the variation of the density matrix around the equilibrium HF density ($\rho^{(0)}$). The quadratic form in question is expressed in terms of the matrix

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix}, \quad (7)$$

with elements

$$A_{(ph),(p'h')} = \delta_{pp'} \delta_{h,h'} (\epsilon_p - \epsilon_h) + \left(\frac{\partial^2 E / \partial \rho_{ph}}{\partial \rho_{p'h'}} \right)_{\rho=\rho^{(0)}}, \quad (8)$$

and

$$B_{(ph),(p'h')} = \left(\frac{\partial^2 E}{\partial \rho_{ph} \partial \rho_{h'p'}} \right)_{\rho=\rho^{(0)}}, \quad (9)$$

where ϵ_p and ϵ_h are the HF single-particle energies for a particle state and a hole state, respectively. This matrix is used to define a set of RPA equations [36,45], namely

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} X \\ -Y \end{pmatrix}, \quad (10)$$

where ω is a set of eigenvalues corresponding to a set of eigenvectors with components X and Y . The definition of the matrix (7) presents the advantage to show that, because of its explicit dependence on the density, the particle-hole matrix elements of DIS must contain the so-called rearrangement terms in addition to the usual ones. Notice also that one retrieves the usual particle-hole matrix elements when the interaction does not depend on the density. Once such prescription is adopted for defining the particle-hole vertices, the approach developed in Ref. [36] follows closely the standard RPA theory as described extensively in Ref. [45]. Below we only give the relevant definitions that introduce the quantities of interest for this work. We express the formalism in a representation that accounts for rotational invariance and reflection symmetries of the nuclear interaction and the mean field as well (see Appendix A). Creation and annihilation operators are defined through a Bogolyubov transformation

$$\begin{aligned} \Theta_{i,(\pi,J,M)}^\dagger &= \sum_{p,h} X_{i,(\pi,h)}^{\pi,J} A_{(p,h)}^\dagger(\pi, J, M) \\ &\quad + Y_{i,(\pi,h)}^{\pi,J} \bar{A}_{(p,h)}(\pi, J, M), \\ \bar{\Theta}_{i,(\pi,J,M)} &= \sum_{p,h} Y_{i,(\pi,h)}^{\pi,J} A_{(p,h)}^\dagger(\pi, J, M) \\ &\quad + X_{i,(\pi,h)}^{\pi,J} \bar{A}_{(p,h)}(\pi, J, M), \end{aligned} \quad (11)$$

which mixes the creation and destruction operators, $A_{(p,h)}^\dagger(\pi, J, M)$ and $\bar{A}_{(p,h)}(\pi, J, M)$ respectively, of independent particle-hole pairs with definite angular momentum and

parity. The amplitudes X and Y are the components of the solutions of the RPA equations defined in Eq. (10). Because we work within the quasiboson approximation, the Bogolyubov transformation is nothing but a canonical transformation between two sets of bosons. Excitation modes of the nucleus are then defined through the action of any creation operator Θ^\dagger onto the quasiboson vacuum $|\tilde{0}\rangle$ of the destruction operator Θ . This is expressed as follows:

$$\begin{aligned} |i, (\pi, J, M)\rangle &= \Theta_{i,(\pi,J,M)}^\dagger |\tilde{0}\rangle, \\ \Theta_{i,(\pi,J,M)} |\tilde{0}\rangle &= 0 \quad \forall i, \pi, J, M. \end{aligned} \quad (12)$$

The quasiboson vacuum can be constructed explicitly from the vacuum $|HF\rangle$ of the $A_{(p,h)}(\pi, J, M)$ operators. According to Ref. [45] it reads

$$|\tilde{0}\rangle = Ne^{\hat{Z}}|HF\rangle, \quad (13)$$

with

$$\hat{Z} = \frac{1}{2} \sum_{\pi,J} \sum_{(ph),(p'h')} Z_{(ph),(p'h')}^{\pi,J} [A_{(p,h)}^\dagger(\pi, J) \otimes A_{(p',h')}^\dagger(\pi, J)]_0^0,$$

and the normalization N defined as

$$N = \langle HF|\tilde{0}\rangle.$$

This form shows clearly that the quasiboson vacuum is a superposition of $(2p-2h)$, $2(2p-2h)$, ... $n(2p-2h)$ excitations coupled to zero angular momentum as it should, because the total spin of the ground state is zero for the nuclei under consideration. In the present work and for future applications to inelastic scattering we assume that the quasiboson vacuum [Eq. (13)] and the excited modes [Eq. (12)] provide a reasonable description of the ground state and nuclear excitations of the target.

At this stage it is worth pointing out that there exists another explicit form of the correlated ground state that has been derived [25] by summing up the RPA diagram to all orders. This important work shows that the resulting ground state, denoted here as $|RPA\rangle$, has exactly the same structure as the quasiboson vacuum, but it reveals also that the quasiboson counts twice the lowest-order term of the perturbation theory. How it affects mean values of one body operator is now shown on the matrix elements of the one-body density operator.

2. One-body density matrix for the RPA ground state

The one-body density matrix calculated in correlated ground states is no longer diagonal but contains all the elements of the form $\rho_{h,h'}$ and $\rho_{p,p'}$. The nondiagonal particle-hole matrix elements vanish because of the structure of the ground state. Moreover, on the account of symmetries it can be shown that the density matrix reduces to diagonal block matrices labeled by (l, j, τ) and independent of the projection m of the angular momentum j , namely

$$\rho_{(\alpha),(\beta)} = \delta_{l_\alpha l_\beta} \delta_{j_\alpha j_\beta} \delta_{\tau_\alpha \tau_\beta} \rho_{(l_\alpha j_\alpha \tau_\alpha)(l_\beta j_\beta \tau_\beta)}. \quad (14)$$

Finally, it is often convenient in the formalism to perform the summation over m in advance and to consider the following

quantities instead

$$\bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)} = \sum_m \rho_{(\alpha),(\beta)} = (2j_\alpha + 1)\rho_{(\alpha),(\beta)}. \quad (15)$$

We next provide expressions for these quantities in the cases of the quasiboson vacuum and RPA vacuum

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)} &= \langle \tilde{0} | \sum_m a_{(\beta)}^\dagger a_{(\alpha)} | \tilde{0} \rangle, \\ \bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)}^{\text{RPA}} &= \langle \text{RPA} | \sum_m a_{(\beta)}^\dagger a_{(\alpha)} | \text{RPA} \rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

The calculation in the quasiboson vacuum is straightforward. We give the result only for the particle and hole cases, respectively, as follows:

$$\bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)} = \delta_{(\alpha),(\beta)} \sum_{i,J,\pi,h} (2J+1) Y_{i,(\alpha,h)}^{\pi,J} Y_{i,(\beta,h)}^{\pi,J} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\beta}, \quad (17)$$

and

$$\bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)} = \delta_{(\alpha),(\beta)} \left[\delta_{n_\alpha, n_\beta} - \sum_{i,J,\pi,h} (2J+1) Y_{i,(\alpha,h)}^{\pi,J} Y_{i,(\beta,h)}^{\pi,J} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\beta} \right],$$

with the definition $\delta_{(\alpha),(\beta)} = \delta_{l_\alpha l_\beta} \delta_{j_\alpha j_\beta} \delta_{\tau_\alpha \tau_\beta}$.

To calculate the RPA one-body matrix elements one refers to Ref. [24], where expressions of the occupation probabilities of single-particle orbitals in the RPA state can be found. Although such probabilities involve only diagonal matrix elements of the density, it is not difficult to generalize an expression for the nondiagonal ones. It turns out that the one-body matrix elements in the RPA state and those in the quasiboson vacuum [Eq. (17)] differ only by the lowest-order contribution in the perturbation theory. The correction terms are given for particle and hole cases, respectively, as

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)} &= -\frac{1}{2} \delta_{(\alpha),(\beta)} \sum_{J,\pi} (2J+1) \\ &\times \sum_{p',h',h} \frac{B_{(\alpha,h),(p',h')}^{\pi,J} B_{(\beta,h),(p',h')}^{\pi,J} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\beta}}{[\epsilon_{(p',h')} + \epsilon_{(\alpha,h)}][\epsilon_{(p',h')} + \epsilon_{(\beta,h)}]}, \end{aligned} \quad (18)$$

and

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)} &= -\frac{1}{2} \delta_{(\alpha),(\beta)} \sum_{J,\pi} (2J+1) \\ &\times \sum_{p,p',h'} \frac{B_{(p,\alpha),(p',h')}^{\pi,J} B_{(p,\beta),(p',h')}^{\pi,J} \delta_{\tau_\alpha, \tau_\beta}}{[\epsilon_{(p',h')} + \epsilon_{(p,\alpha)}][\epsilon_{(p',h')} + \epsilon_{(p,\beta)}]}, \end{aligned}$$

where the $\epsilon_{(p,h)} = \epsilon_p - \epsilon_h$ are the free particle-hole pair energies and $B_{(p,h),(p',h')}^{\pi,J}$ the values defined in Eq. (9) for particle-hole pairs with good angular momentum J and parity π . With these notations, the RPA density matrix reads as follows:

$$\bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)}^{\text{RPA}} = \bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)} + \Delta \bar{\rho}_{(\alpha),(\beta)}. \quad (19)$$

This expression is folded with the Melbourne g matrix [see Eq. (2)] and the optical potential so obtained is then used to calculate elastic scattering observables.

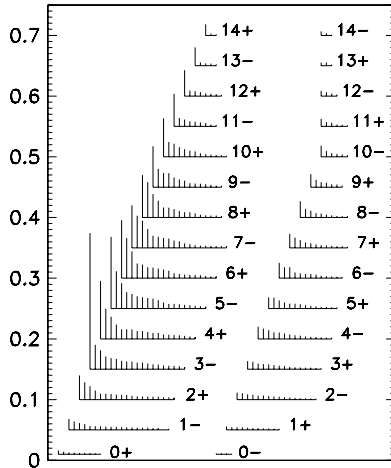


FIG. 1. Values of the quantities $\bar{\theta}_\alpha^{\pi,J}$ defined in the text. We present the contributions for ^{208}Pb , $\alpha = 1 \rightarrow 20$ first states of each (π, J) block.

3. Structure of correlated ground states

From inspection of the vacuum structure [Eq. (13)] as outlined in Appendix B, it is clear that the θ_α amplitudes [see Eq. (B3)] provide a direct measure of ground-state correlations. Taking into account the $(2J + 1)$ -fold degeneracy of the θ_α s in each (π, J) subspace, the ratio

$$\bar{\theta}_\alpha^{\pi,J} = \frac{(2J + 1)}{(2J_{\text{Ref}} + 1)} \theta_\alpha^{\pi,J}, \quad (20)$$

is a measure of the relative importance of each subspace, with J_{Ref} taken as the multipolarity of the one that provides the main contribution to the overall correlations (here, $J_{\text{Ref}} = 3$). These ratios shown in Fig. 1 for ^{208}Pb indicate that some natural and unnatural parity states of all (π, J) subspaces, even high-spin ones, are worthy of consideration for building the correlated ground state.

As the correlations are smearing out the occupation probability distribution of proton and neutron single-particle levels around their respective Fermi energies, the radial ground state densities get depleted toward the nuclear center. This effect can be seen in Fig. 2 where measured charge and neutron distributions are shown together with our HF and HF+RPA predictions for ^{208}Pb . Calculated root-mean-square (rms) radii of proton, charge, and neutron distributions as well as neutrons skins are gathered in Table I for ^{208}Pb as well as for ^{16}O , ^{40}Ca , and ^{48}Ca . A good overall agreement between the RPA predictions and experimental values is obtained.

IV. ANALYSES OF SCATTERING OBSERVABLES

To test the predictions of the OMP described above, an incident proton experimental database was built, comprising differential cross sections $\sigma(\theta)/\sigma_{\text{Ruth}}$, analyzing powers $A_y(\theta)$ and spin rotation functions $R(\theta)$ and $Q(\theta)$. References to these data are provided in Table II only for ^{208}Pb . The incident energies of present interest are limited to the 40–201 MeV range where the Melbourne OMP is most successful

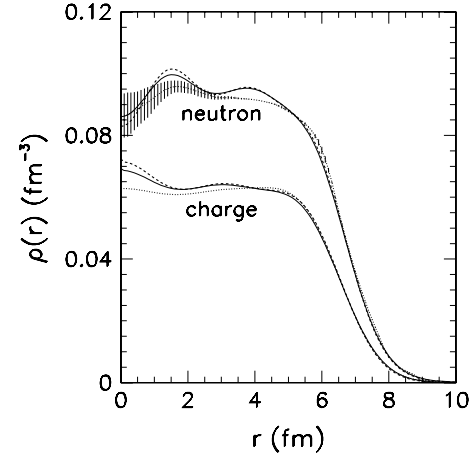


FIG. 2. Charge and neutron radial densities of ^{208}Pb . Comparisons between experimental data [46.47] (dotted curves), correlated (full curves) and uncorrelated (dashed curves) calculations.

[31]. For all the comparisons between model predictions and experimental data shown below the continuous and dashed curves represent the OMP calculations based on one-body density matrix elements of correlated (RPA) and uncorrelated ground states (HF), respectively.

A. Incident protons

Proton scattering experiments have provided a wealth of valuable information on angular distributions for various observables at many incident energies. For this reason, the proton database we have formed in Table II serves as the main playground for detailed OMP analyses. We also show some illustrations for the three other stable doubly closed-shell nuclei ^{16}O , ^{40}Ca , and ^{48}Ca .

1. ^{208}Pb

The differential cross sections discussed below are normalized to Rutherford scattering cross sections to magnify differences existing between our OMP predictions and scattering data. This comparison is shown in the upper panel of Fig. 3. Similar comparisons for $A_y(\theta)$ are shown in the lower panel of Fig. 3.

For the comparison between solid (RPA-based) and dashed (HF-based) curves for cross sections, it turns out that the former is systematically lower over most scattering angles. Compared to OMP predictions based on the Hartree-Fock ground-state density matrix, those using the RPA one are all in closer agreement with the spread of cross-section data except at lower incident energies where the calculated minima seem too deep. This is a known low-energy shortcoming of the g -folding model that has been noticed previously [64]. Nevertheless, the agreement between RPA-based calculations and measured differential cross sections is good, especially at the higher incident energies, where HF- and RPA-based calculations differ the most, and considering that no parameter was adjusted.

Extending the comparison from experimental cross sections to analyzing powers, it may be seen in the lower part of

TABLE I. Proton, charge, and neutron rms radii for ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , and ^{208}Pb . Comparisons between present HF and HF+RPA predictions, and experimental values. The neutron skin Δr_{np} is defined as $\Delta r_{\text{np}} = \langle r_n^2 \rangle^{1/2} - \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$. The estimated $\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$ and Δr_{np} values of Refs. [49,50] are from systematics.

Nucleus		$\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	Δr_{np} (fm)
^{16}O	Exp		2.730(25) [48]		
	HF	2.669	2.718	2.647	-0.022
	HF+RPA	2.658	2.728	2.678	-0.020
					-0.040 [50]
^{40}Ca	Exp		3.482(25) [48]	3.312(2) [49]	
	HF	3.408	3.470	3.365	-0.065(2) [49]
	HF+RPA	3.421	3.483	3.381	-0.043
					-0.040
					+0.128 [50]
^{48}Ca	Exp		3.470(9) [48]	3.436(23) [49]	
	HF	3.441	3.496	3.588	+0.079(23) [49]
	HF+RPA	3.455	3.510	3.590	+0.144
					+0.130
					+0.15(2) [50]
^{208}Pb	Exp		5.503(7) [48]	5.511(11) [49]	
	HF	5.432	5.475	5.567	+0.12(7) [51]
	HF+RPA	5.467	5.504	5.592	+0.097(14) [49]
					+0.135
					+0.125

Fig. 3 that the correlated ground-state specifications lead to an excellent overall OMP description of the $A_y(\theta)$ data spread, especially at medium angles for energies $E \geq 150$ MeV. A similar statement is made for the spin-rotation functions $R(\theta)$ and $Q(\theta)$ measured at 65 and 201 MeV, respectively. As can be seen in Fig. 4 the phasing and amplitude of these measured observables are well accounted for by our OMP calculations, although these observable predictions do not seem very sensitive to RPA correlations.

The increasing mismatch between experimental data and calculations as incident energies decrease is most likely related to effects that are outside the g matrix derivation. These effects stem from particle-phonon couplings that give rise to a second-order component (Feshbach term) in the optical model potential [65–68]. A full calculation of medium energies OMPs should include both (and avoid double counting) the g matrix and the Feshbach components whose relative weights are expected to change from low to high incident energies. Thus,

TABLE II. $\sigma(\theta)/\sigma_{\text{Ruth}}$, $A_y(\theta)$, $R(\theta)$, and $Q(\theta)$ database for proton scattering off ^{208}Pb .

Energy (MeV)	Ref.	Energy (MeV)	Ref.
40	[52]	104,4,121,2	[53]
45,47,3	[54]	156	[55]
61.4	[56]	160	[57]
65	[58]	182,4	[53]
79,9	[53]	185	[59]
97	[59]	201	[60–63]

the disagreements between our pure g -matrix calculations and data can be seen as a measurement of the effects of the neglected collective inelastic channel contributions. Those effects become sizable below 60 MeV, the region where collective excitations are expected to take place in nuclei. Contributions from inelastic channels result in an increase in the imaginary component of the OMP. To estimate the amplitude of the the imaginary OMP correction needed to account for the experimental data at 40 MeV, a sensitivity calculation was performed showing that an upward renormalization of the imaginary OMP component of the order of 25% is necessary to account for the back angles data. We can thus conclude that the changes to the imaginary component of the OMP induced by the coupling to collective states are very sizable at low energies and that an optical model containing only g -matrix components is more suited to describing scattering at energies greater than 60 MeV.

2. Other doubly magic nuclei

Calculations were also performed for protons incident on the other stable doubly magic nuclei ^{16}O , ^{40}Ca , and ^{48}Ca . Although these calculations were performed for all incident energies where experimental data are available, Fig. 5 only displays comparisons at highest energies, where the difference between HF- and HF+RPA-based OMPs is the most striking. Those results are representative of the agreement obtained over the range from 60 to 201 MeV. For these doubly magic nuclei, comparison between calculations using correlated and uncorrelated ground-state density matrices, and the experimental data, allows us to confirm the conclusions of

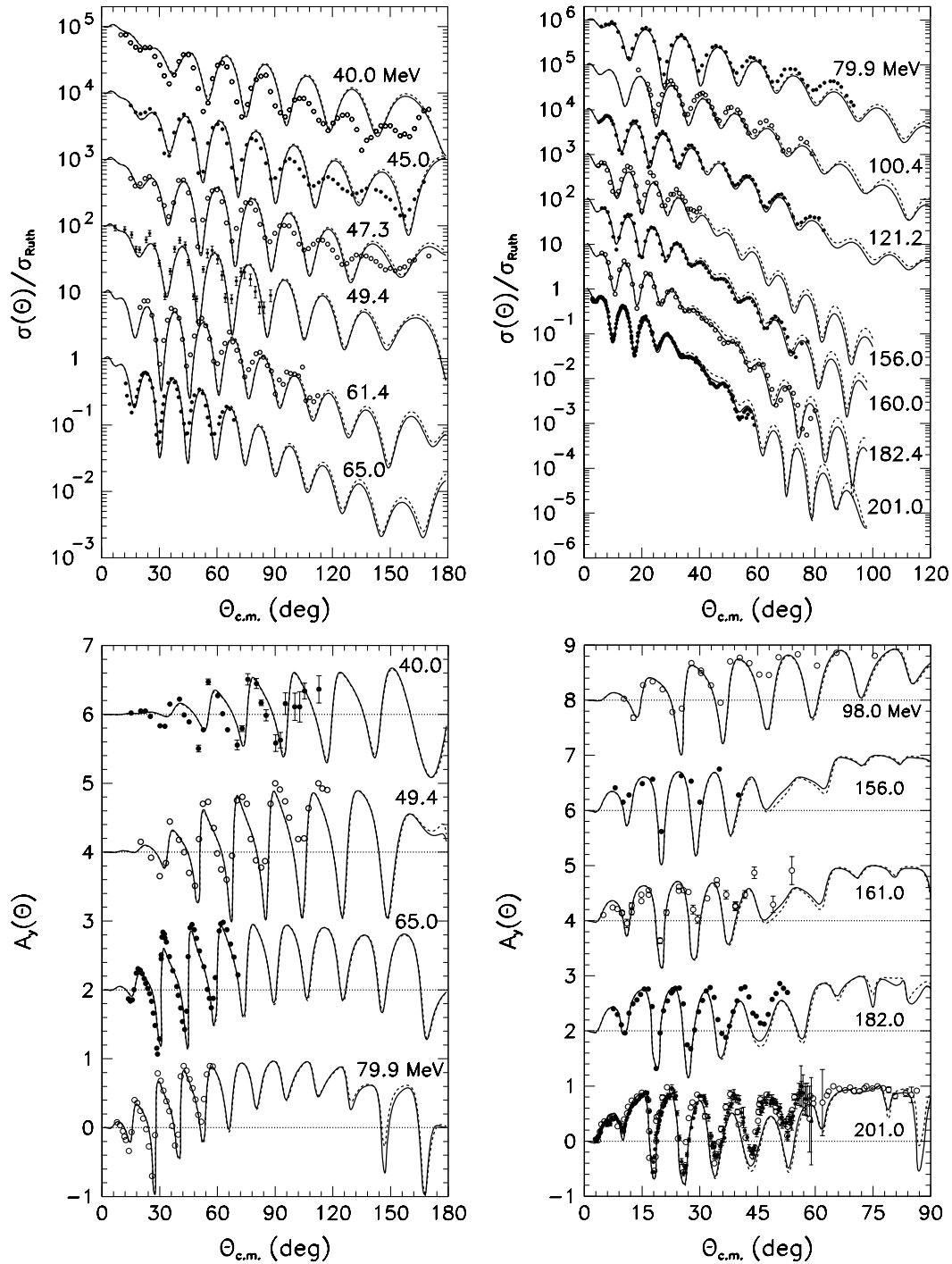


FIG. 3. Differential cross sections $\sigma(\theta)/\sigma_{\text{Ruth}}$, and analyzing powers $A_y(\theta)$ for protons incident on ^{208}Pb . Comparison between data (symbols) and OMP predictions based on correlated (solid curves) and uncorrelated (dashed curves) descriptions of the ground state. Cross sections are offset by factors 10, whereas analyzing powers are shifted by 2.

the $\bar{p} + ^{208}\text{Pb}$ scattering study with a larger data sample. Below 60 MeV, our predictions exhibit deficiencies similar to those encountered for lead.

B. Incident neutrons

Although some neutron scattering data is available [69–71] at neutron energies higher than 40 MeV, those data sets (with

the notable exceptions of Refs. [70,71]) do not extend far enough in angles to allow for discrimination between the nuclear structure models used as a basis for our OMP analyses. Thus, those data sets can be described in a satisfactory way above 60 MeV by our OMP using either the HF or RPA one-body density matrix. Moreover, when comparing incident proton and incident neutron calculations, no effect specific to incident neutrons was observed, and as for incident protons, the

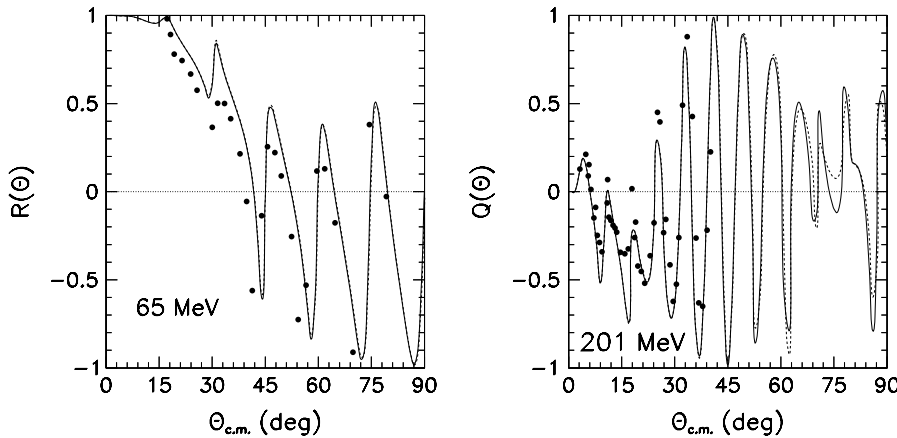


FIG. 4. Spin rotation functions $R(\theta)$ and $Q(\theta)$ at 65 and 201 MeV for protons incident on ^{208}Pb . Comparisons between experimental data (symbols) and present OMP calculations for correlated (solid curves) and uncorrelated (dashed curves) ground state descriptions.

RPA-based neutron-nucleus OMP calculations predict cross sections that are systematically lower at large angles than their HF counterparts. Nevertheless, the scarcity of high-energy, large angular range neutron scattering data calls for new measurements of the quality of those in Refs. [70,71], may be at higher energy.

We conclude these analyses with making the statement that the RPA correlations have sizable impacts on the OMP predictions only at the higher incident energies of present interest and for center-of-mass scattering angles larger than typically $\theta \sim 30^\circ$. This statement is relevant to ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , and ^{208}Pb target nuclei. This statement should, however,

be moderated by the fact that the pure g -matrix treatment of the OMP used here does not take into account the coupling to collective states that becomes important at low ($E < 60$ MeV) projectile energies.

C. Discussion

As discussed in Sec. IV A 1, we have seen evidence that the g -matrix approach to the OMP is more relevant for the higher part of our incident energy range, where effects of coupling to collective states produce negligible corrections to the g -matrix treatment. For this reason the following discussion focuses only on the higher energy range (60–200 MeV), where our physical conclusions will not be affected by the absence of proper treatment of coupling to collective states.

1. Probing ground-state correlations

In Sec. IVA, we have shown that similarly to electron scattering, nucleon scattering is sensitive to small details of the nuclear structure of the target nuclei, such as those stemming from the presence of long-range correlations in the target ground state. Moreover, including such correlations does improve the agreement between calculated and measured scattering cross sections. Next comes the difficult question of identifying the features of the correlated density matrix that nucleon scattering is sensitive to. Looking at Fig. 3 can provide us with hints to that effect: the differences between HF- and RPA-based calculations can be seen to be stronger at large angles, suggesting that such differences appear when more interior regions of the target are probed. Replotting the $p+^{208}\text{Pb}$ scattering cross sections as functions of the momentum transfer q (see Fig. 6) confirms that, indeed, for all energies, differences between HF- and RPA-based calculations are associated with values of q larger than 1.7 fm^{-1} and thus deeper regions of the target. Figure 2 displays the radial charge density of ^{208}Pb calculated with (solid curve) and without (dashed curve) RPA correlations in the ground state, showing the well-known effect of RPA correlations, i.e., depleting the interior of the density distributions and enlarging the distributions rms radii. The fact that only $q \geq 1.7 \text{ fm}^{-1}$ cross sections are impacted by RPA correlations suggests that this value of the momentum transfer constitutes the threshold above which the depletion of the probed inner surface regions of the

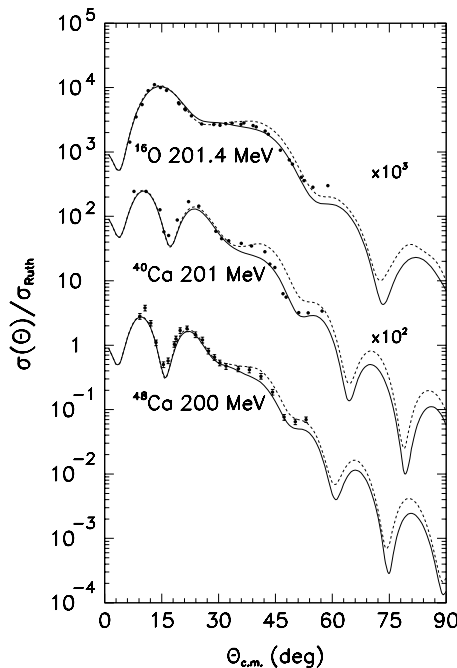


FIG. 5. Differential cross sections $\sigma(\theta)/\sigma_{\text{RMI}}$ for protons incident on ^{16}O , ^{40}Ca , and ^{48}Ca . Comparison between experimental data (symbols) and OMP predictions based on correlated (solid curves) and uncorrelated (dashed curves) descriptions of the ground state. Cross sections offset factors and proton incident energies are indicated on the figure. Data are taken from Ref. [72] for ^{16}O and ^{40}Ca and from Ref. [73] for ^{48}Ca .

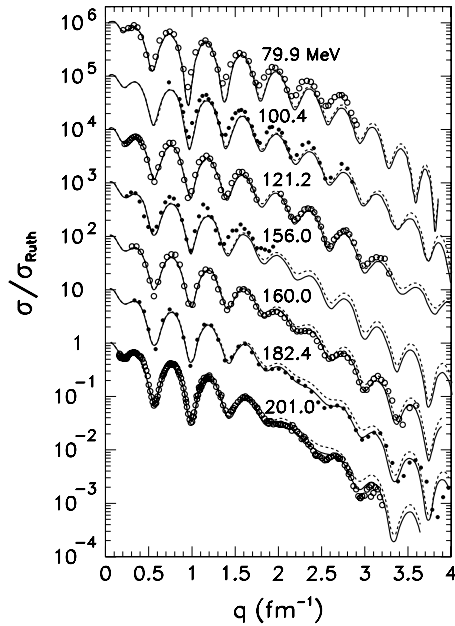


FIG. 6. Proton elastic scattering from ^{208}Pb : differential cross sections $\sigma/\sigma_{\text{Ruth}}$ as functions of the momentum transfer q . For more details, see the legend to Fig. 3.

target becomes sizable. Because of the absorption, the interior region of the target cannot be probed. However, because the density matrix used as an input to our microscopic OMP calculations conveys much more complex nuclear structure information than does the radial density alone, disentangling the effects of the RPA correlations on nucleon scattering is a much more difficult task than analyzing the q dependence of the radial density. Therefore, unlike the case of electron scattering, such an analysis can at best provide qualitative insight into the actual sensitivity of nucleon scattering to the presence of RPA correlations in the one-body density matrix of the target.

2. Double counting

Further tests of the sensitivity of our scattering predictions to changes in matter distributions have been performed by ignoring the $\Delta\rho$ double counting correction terms [see Eqs. (18) and (19)]. Elastic scattering calculation results performed with (solid curve) and without (dashed curve) these correction terms are shown in Fig. 7 for 201-MeV protons incident on ^{208}Pb . First, Fig. 7 shows that including or ignoring the $\Delta\rho$ correction produces nonnegligible changes in the calculated scattering cross section. Moreover, except for a local improvement at $\theta = 54^\circ$ over those using $\Delta\rho \neq 0$ (solid curve), the agreement between data and the OMP calculation with $\Delta\rho = 0$ is worse all over the range $\theta \geq 34^\circ$. Setting $\Delta\rho$ to 0 leads to increasing the rms radii from $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle^{1/2} = 5.504$ fm ($\Delta\rho \neq 0$, see Table I) to $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle^{1/2} = 5.517$ fm ($\Delta\rho = 0$), a value falling apart from the experimental result $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle^{1/2} = 5.503(7)$ fm (see Table I). The ^{208}Pb neutron and proton radial shapes calculated assuming $\Delta\rho = 0$ (dotted curves) and $\Delta\rho \neq 0$ (full curves) are shown in the insert of Fig. 7. The above discussion

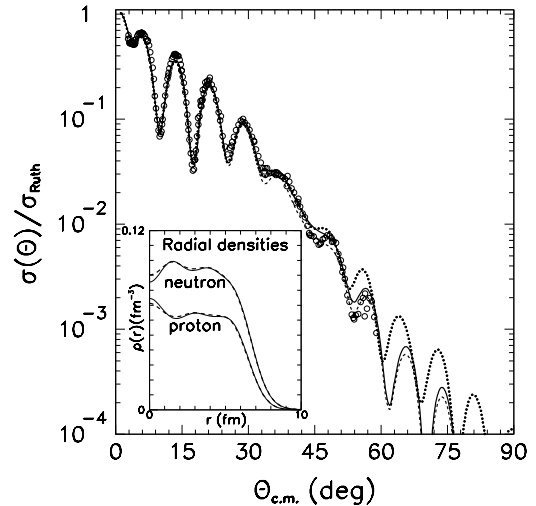


FIG. 7. Differential cross sections $\sigma(\theta)/\sigma_{\text{Ruth}}$ for 201 MeV protons incident on ^{208}Pb . Comparison between experimental data (symbols) and OMP predictions based on correlated (solid curves), correlated without double counting corrections (dashed curves), and Hartree-Fock SkM* (dotted curve) descriptions of the ground state. The insert shows comparison between proton and neutron radial densities for correlated (solid curves) and correlated without double counting corrections (dashed curves) descriptions of the ground state.

shows that the $\Delta\rho$ double counting correction to the RPA density matrix should not be ignored in scattering calculations.

3. Skyrme Hartree-Fock model

In recent years, Skyrme Hartree-Fock models have been considered to assess the neutron rms radius in ^{208}Pb [74]. Furthermore, various Skyrme force parametrizations have been tested in NA g -folding model calculations to discern which one provides the best representation of the neutron density. As a result, it turns out that SkM* seems appropriate when combining analyses of electron and nucleon scattering data. g -folding model calculations with HF/SkM* as input have again been performed and compared with calculations based on the present correlated ground-state densities. The comparison made for (p, p) scattering off ^{208}Pb at 201 MeV is shown in Fig. 7 where the dotted and solid curves are for results from the HF/SkM* and HF+RPA/DIS based OMPs, respectively. The dotted and solid curve overlap each other over most of the angular range, except perhaps for angles above 50° . This is not surprising because both HF/SkM* and HF+RPA/DIS structure calculations provide nearly identical radial matter distributions and neutron skins for ^{208}Pb . However, this similarity conceals more fundamental differences: whereas the SkM* interaction was designed to reproduce the measured charge radii of many stable nuclei within the HF framework only (its parameters take care of correlations present in nuclear ground states in an effective way at the mean-field level), the DIS interaction is designed not to include such correlation effects in its parametrization, so that correlations can be explicitly taken care of, in a detailed way, at a level that goes beyond that of the mean-field approximation.

V. CONCLUSIONS

We present a comprehensive analysis of ground-state structure properties of doubly closed-shell nuclei, together with the impacts they have on the interpretation of nucleon elastic scattering observables within the Melbourne g -folding model. Long-range correlations are treated in the self-consistent RPA theory implemented with the DIS force, and the long-standing problem relevant to double counting is solved to calculate local and nonlocal densities. The theoretical framework that in the past proved successful in the interpretation of electron scattering measurements is shown to be equally successful in the analyses of nucleon elastic scattering between 60 and 201 MeV. All the measured differential cross sections, analyzing powers and spin-rotation functions are well described, *with no adjusted parameter*. Turning off RPA correlations (or not implementing them properly, i.e., without considering double counting corrections) negatively affects the agreement between experimental data and calculations, an effect that becomes more and more sizable as incident energy and momentum transfer increase. It seems plausible that the differences observed between predictions are strongly tied to differences between correlated and uncorrelated matter densities only in the outer and inner surface regions.

Another important lesson that can be learned from the present study is related to the validity of a pure g -matrix approach of the OMP as a function of projectile energies. Whereas at high energies pure g matrix seems to be satisfactory as far as reproducing elastic scattering data is considered, at lower energies ($E < 60$ MeV), the disagreement between measured and calculated elastic scattering cross sections becomes sizeable. We attribute that disagreement to the components of the OMP that are not included in the g matrix: the coupling to collective excitations of the target. Indeed a 25% renormalization of the imaginary OMP would be needed to account for the 40 MeV experimental data at the back angles. Although a study of the OMP, including both the g matrix and coupling to collective excitation components (also avoiding double counting) is outside the scope of the present article, our work highlights the necessity of such a treatment for projectile energies around 40 MeV, where none of those two components dominate. On the other hand, for energies between 60 and 200 MeV, the g -matrix component seems to be dominant, and conversely, the effect of coupling to collective states can be neglected (or more precisely mostly reduces to the g -matrix component which is already included). In this energy range, the Melbourne g matrix produces a good approximation of the "true" OMP and can be used as a tool to probe details of the nuclear structure of the target.

Finally, because in RPA theory the correlated ground state happens to be the vacuum on which excited states are built as quasibosons excitations, a framework is at hand for extending our g -folding model analyses from elastic scattering to inelastic scattering from low to high excitation energy levels. Work along this line is in progress.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge the usefulness of discussions with S. Peru on the RPA formalism and codes. We are also deeply indebted

to J. Raynal for his relentless support of his microscopic DWBA code and for invaluable insights into many obscure but nevertheless very important points.

APPENDIX A: DEFINITION

The Hartree-Fock solutions in the spherical case take the form

$$\langle x | (nlj), m, \tau \rangle = R_{nl}^{\tau}(r) i^l [\chi^{1/2}(\sigma) \otimes Y^l(\Omega)]_{jm}^j \chi^{1/2}(\tau). \quad (\text{A1})$$

The operator $a_{(nlj),m,\tau}^{\dagger}$ creates a particle in this state and its hermitian conjugate defines the destruction operator $a_{(nlj),m,\tau}$. It is convenient to define destruction operators $\bar{a}_{(nlj),m,\tau}$ through the relation

$$\bar{a}_{(nlj),m,\tau} = (-)^j i^m a_{(nlj),-m,\tau}. \quad (\text{A2})$$

Indeed, with this definition, both $a_{(nlj),m,\tau}^{\dagger}$ and $\bar{a}_{(nlj),m,\tau}$ transform under rotations such as the component m of an irreducible tensor of rank j . Consequently creation operators of particle-hole pairs of definite angular momentum are readily constructed with the usual rules for coupling two tensors:

$$\begin{aligned} A_{(p,h)}^{\dagger}(\pi, J, M) &= [a_{(p),\tau}^{\dagger} \otimes \bar{a}_{(h),\tau}]_M^J \\ &= \sum_{m_p, m_h} C_{m_p m_h}^{j_p j_h J} a_{(p),m_p,\tau}^{\dagger} \bar{a}_{(h),m_h,\tau}. \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

The parity π of the particle-hole pair that we indicate explicitly is defined by: $\pi = (-)^{j_p - j_h}$. As we did for the fermions, we define operators \bar{A}

$$\bar{A}_{(p,h)}(\pi, J, M) = (-)^{j_p - M} A_{(p,h)}(\pi, J, -M), \quad (\text{A4})$$

which annihilate particle-hole pairs of angular momentum J and projection M . As a consequence, by mixing A^{\dagger} and \bar{A} , the Bogolyubov transformation defines operators Θ^{\dagger} and Θ , which respectively create and annihilate collective modes of definite angular momentum and parity. Finally, let us also recall that we consider only neutron and proton particle-hole pairs and consequently $\tau_p = \tau_h$.

APPENDIX B: THE QUASIBOSON VACUUM

The expression of the quasiboson vacuum takes a very simple form in the so-called canonical representation defined as follows

$$\begin{aligned} B_{\alpha}^{\dagger}(\pi, J, M) &= \sum_{(ph)} D_{\alpha,(ph)}^{\pi,J} A_{(ph)}^{\dagger}(\pi, J, M), \\ \bar{B}_{\alpha}(\pi, J, M) &= \sum_{(ph)} D_{\alpha,(ph)}^{\pi,J} \bar{A}_{(ph)}(\pi, J, M). \end{aligned} \quad (\text{B1})$$

The transformation D is an orthogonal transformation that mixes separately the creation and destruction operators of the original particle-hole pairs (it is orthogonal because our Bogolyubov transformation is real). It is defined by solving the eigenvalues problem

$$\begin{aligned} \sum_{(p'h')} [\tilde{Y}^{\pi,J} Y^{\pi,J}]_{(ph),(p'h')} D_{\alpha,(p'h')}^{\pi,J} &= \rho_{\alpha}^{\pi,J} D_{\alpha,(ph)}^{\pi,J}, \\ [\tilde{Y}^{\pi,J} Y^{\pi,J}]_{(ph),(p'h')} &= \sum_i Y_{(ph)}^{\pi,J} Y_{(p'h')}^{\pi,J}. \end{aligned} \quad (\text{B2})$$

In this representation, the vacuum reads

$$|\tilde{0}\rangle = \prod_{\pi, J} \left(\prod_{\alpha} \text{ch} \theta_{\alpha}^{\pi, J} \right)^{(2J+1)} e^{\hat{Z}} |HF\rangle,$$

with

$$\begin{aligned} \hat{Z} &= \frac{1}{2} \sum_{\pi, J, \alpha} \text{th} \theta_{\alpha}^{\pi, J} \sum_M B_{\alpha}^{\dagger}(\pi, J, M) \bar{B}_{\alpha}(\pi, J, M) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\pi, J, \alpha} \text{th} \theta_{\alpha}^{\pi, J} \hat{J} [B_{\alpha}^{\dagger}(\pi, J) \otimes \bar{B}_{\alpha}(\pi, J)]_0^0. \end{aligned} \quad (\text{B3})$$

The angle $\theta_{\alpha}^{\pi, J}$ is related to the eigenvalues $\rho_{\alpha}^{\pi, J}$ through the relation:

$$\text{th} \theta_{\alpha}^{\pi, J} = \sqrt{\frac{\rho_{\alpha}^{\pi, J}}{1 + \rho_{\alpha}^{\pi, J}}}. \quad (\text{B4})$$

This form shows clearly that the $\theta_{\alpha}^{\pi, J}$ s provide a direct measure of the correlations that are induced by the RPA modes.

-
- [1] J. M. Cavedon *et al.*, Phys. Rev. Lett. **49**, 978 (1982).
 [2] E. N. M. Quint *et al.*, Phys. Rev. Lett. **57**, 186 (1986).
 [3] E. N. M. Quint *et al.*, Phys. Rev. Lett. **58**, 1088 (1987).
 [4] I. Sick and P. de Witts Huberts, Comments Nucl. Part. Phys. **20**, 177 (1991).
 [5] V. R. Pandharipande and S. Pieper, Nucl. Phys. **A507**, 167 (1990).
 [6] S. Fantoni and V. R. Pandharipande, Nucl. Phys. **A427**, 473 (1984).
 [7] L. Lapikas, Nucl. Phys. **A553**, 297 (1993).
 [8] S. C. Pieper, R. B. Wiringa, and V. R. Pandharipande, Phys. Rev. C **46**, 1741 (1992).
 [9] J. H. Heisenberg and B. Mihaila, Phys. Rev. C **59**, 1440 (1999).
 [10] I. Bobeldijk *et al.*, Phys. Rev. Lett. **73**, 2684 (1994).
 [11] I. Bobeldijk *et al.*, Phys. Lett. **B353**, 32 (1995).
 [12] V. R. Pandharipande, C. N. Papanicolas, and J. Wambach, Phys. Rev. Lett. **53**, 1133 (1984).
 [13] V. R. Pandharipande, I. Sick, and P. K. deWitt Huberts, Rev. Mod. Phys. **69**, 981 (1997).
 [14] R. Wiringa, Nucl. Phys. **A631**, 70c (1998).
 [15] S. C. Pieper, V. R. Pandharipande, R. B. Wiringa, and J. Carlson, Phys. Rev. C **64**, 014001 (2001).
 [16] R. B. Wiringa, S. C. Pieper, J. Carlson, and V. R. Pandharipande, Phys. Rev. C **62**, 014001 (2000).
 [17] B. S. Pudliner, V. R. Pandharipande, J. Carlson, S. C. Pieper, and R. B. Wiringa, Phys. Rev. C **56**, 1720 (1997).
 [18] S. Fantoni and V. R. Pandharipande, Phys. Rev. C **37**, 1697 (1988).
 [19] V. Bernard and N. Van Giai, Nucl. Phys. **A348**, 75 (1980).
 [20] C. Mahaux and R. Sartor, Nucl. Phys. **A493**, 157 (1989).
 [21] C. Mahaux and H. Ngo, Nucl. Phys. **A431**, 486 (1984).
 [22] C. Mahaux and R. Sartor, Nucl. Phys. **A546**, 65 (1992).
 [23] C. Mahaux and R. Sartor, Adv. Nucl. Phys. **20**, 1 (1991).
 [24] J. Dechargé and L. Sips, Nucl. Phys. **A407**, 1 (1983).
 [25] J. Dechargé, L. Sips, and D. Gogny, Phys. Lett. **B98**, 229 (1981).
 [26] H. Lenske and J. Wambach, Phys. Lett. **B249**, 377 (1990).
 [27] D. Gogny, in *Lectures Notes in Physics*, edited by H. Arenhörel and Dreschel (Springer-Verlag, Berlin, 1979), Vol. 108, p. 88.
 [28] Z. Y. Ma and J. Wambach, Phys. Lett. **B256**, 1 (1991).
 [29] F. Petrovich, Nucl. Phys. **A354**, 499c (1981).
 [30] W. Love, in *The (p,n) Reaction and the Nucleon-Nucleon Force* (Plenum, New York, 1980), p. 23.
 [31] K. Amos, P. J. Dortmans, H. V. von Geramb, S. Karataglidis, and J. Raynal, Adv. Nucl. Phys. **25**, 275 (2000), and references therein.
 [32] H. V. von Geramb, in *Lectures Notes in Physics*, edited by H. V. von Geramb (Springer-Verlag, Berlin, 1978), Vol. 89, p. 104.
 [33] P. Navrátil and B. R. Barrett, Phys. Rev. C **57**, 3119 (1998).
 [34] P. Schwandt, in *AIP Conference Proceedings*, edited by H. O. Meyer (Springer-Verlag American Institute of Physics, New York, 1983), Vol. 97, p. 89.
 [35] J. F. Berger, M. Girod, and D. Gogny, Comput. Phys. Commun. **63**, 365 (1990), and references therein.
 [36] J. Blaizot and D. Gogny, Nucl. Phys. **A284**, 429 (1977).
 [37] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, and H.-B. Hakanson, Nucl. Phys. **A386**, 79 (1982).
 [38] R. Machleidt, K. Holinde, and C. Elster, Phys. Rep. **149**, 1 (1987).
 [39] J. Raynal, computer code DWBA98, 1998, (NEA 1209/05).
 [40] K. Amos, L. Canton, G. Pistent, J. P. Svenne, and D. van der Knijff, Nucl. Phys. **A728**, 65 (2003).
 [41] L. Canton, G. Pistent, J. P. Svenne, D. van der Knijff, K. Amos, and S. Karataglidis, Phys. Rev. Lett. **94**, 122503 (2005).
 [42] F. Villars, in *Fundamentals in Nuclear Theory: Collision Theory*, (IAEA, Vienna, 1967), p. 269.
 [43] J. Dechargé and D. Gogny, Phys. Rev. C **21**, 1568 (1980).
 [44] J. Dechargé, M. Girod, D. Gogny, and B. Grammaticos, Nucl. Phys. **A358**, 203c (1981).
 [45] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, New York, 1980).
 [46] B. Frois, J. B. Bellicard, J. M. Cavedon, M. Huet, P. Leconte, P. Ludeau, A. Nakada, Phan Zuan Ho, and I. Sick, Phys. Rev. Lett. **38**, 152 (1977).
 [47] V. E. Starodubsky and N. M. Hintz, Phys. Rev. C **49**, 2118 (1994).
 [48] H. De Vries, C. W. De Jager, and C. De Vries, At. Data Nucl. Data Tables **36**, 495 (1987).
 [49] B. C. Clark, L. J. Kerr, and S. Hama, Phys. Rev. C **67**, 054605 (2003).
 [50] A. Trzcinska, J. Jastrzebski, P. Lubinsky, F. J. Hartmann, R. Schmidt, T. von Egidy, and B. Klos, Phys. Rev. Lett. **87**, 082501 (2001).
 [51] M. Csatlos *et al.*, Nucl. Phys. **A719**, 304c (2003).
 [52] L. N. Blumberg, E. E. G. A. van der Wende, A. Zucker, and R. H. Bassel, Phys. Rev. **142**, 812 (1966).
 [53] A. Nadasen, P. Schwandt, P. P. Singh, W. W. Jacobs, A. D. Bacher, P. T. Debevec, M. D. Kaitchuck, and J. T. Meek, Phys. Rev. C **23**, 1023 (1981).
 [54] W. T. H. Oers, H. Haw, N. E. Davison, A. Igemarsson, B. Stagerstrom, and G. Tibell, Phys. Rev. C **10**, 307 (1974).
 [55] V. Comparat, R. Frascaria, N. Marty, M. Morlet, and A. Willis, Nucl. Phys. **A221**, 403 (1974).
 [56] C. B. Fulmer, J. B. Ball, A. Scott, and M. L. Whiten, Phys. Rev. **181**, 1565 (1969).

- [57] P. G. Ross and N. S. Wall, *Phys. Rev. B* **140**, 1237 (1965).
- [58] H. Sakagushi, M. Nakamura, K. Hatakama, A. Goto, T. Noro, F. Ohtani, H. Sakamoto, H. Ogawa, and S. Kobayashi, *Phys. Rev. C* **26**, 944 (1982).
- [59] P. Schwandt, H. O. Meyer, W. W. Jacobs, A. D. Bacher, S. E. Vigdor, M. D. Kaitchuck, and T. R. Donoghue, *Phys. Rev. C* **26**, 55 (1982).
- [60] D. A. Hutcheon *et al.*, in *Polarization Phenomena in Nuclear Physics*, Proceedings of the Fifth International Symposium on Polarization Phenomena in Nuclear Physics, Santa Fe, AIP Conf. Proc., No. 69, edited by G. G. Holsen, R. H. Brown, N. Jamie, W. W. Mc Naughton, and G. M. Hale (AIP, New York, 1981), p. 454.
- [61] M. Ju, M. S. thesis, Simon Fraser University, 1987.
- [62] N. Ottenstein, S. J. Wallace, and J. A. Tjon, *Phys. Rev. C* **38**, 2272 (1988).
- [63] L. Lee *et al.*, *Phys. Lett.* **B205**, 219 (1988).
- [64] P. K. Deb, K. Amos, and S. Karataglidis, *Phys. Rev. C* **62**, 037601 (2000).
- [65] H. Feshbach, *Ann. Phys. (NY)* **5**, 357 (1958).
- [66] H. Feshbach, *Ann. Phys. (NY)* **19**, 287 (1962).
- [67] C. Rao, M. Reeves, and G. Satchler, *Nucl. Phys.* **A207**, 182 (1973).
- [68] N. Vinh Mau and A. Bouyssy, *Nucl. Phys.* **A257**, 189 (1976).
- [69] J. H. Osborne *et al.*, *Phys. Rev. C* **70**, 054613 (2004).
- [70] J. Klug *et al.*, *Phys. Rev. C* **67**, 031601(R) (2003).
- [71] J. Klug *et al.*, *Phys. Rev. C* **68**, 064605 (2003).
- [72] H. Scifert *et al.*, *Phys. Rev. C* **47**, 1615 (1993).
- [73] A. E. Feldman *et al.*, *Phys. Rev. C* **49**, 2068 (1994).
- [74] S. Karataglidis, K. Amos, B. A. Brown, and P. K. Deb, *Phys. Rev. C* **65**, 044306 (2002).

Annexe I

Article soumis pour publication dans
Physical Review Letters

Microscopic description of elastic and inelastic proton scattering from ^{208}Pb

M. Dupuis, S. Karataglidis, E. Bauge, J.-P. Delaroche, and D. Gogny

*Commissariat à l'Energie Atomique,
Département de Physique Théorique et Appliquée,
Service de Physique Nucléaire, BP 12, 91680 Bruyères-le-Châtel, France*

(Dated: March 17, 2006)

Abstract

Information on the equation of state (EOS) of neutron matter may be gained from studies of ^{208}Pb . Descriptions of ^{208}Pb require credible models of structure, taking particular note also of the spectrum. Such may be tested by analyses of scattering data. Herein, we report on such analyses using an RPA model for ^{208}Pb in a folding model of the scattering. No *a posteriori* adjustment of parameters are needed to obtain excellent agreement with data. From those analyses, the skin thickness of ^{208}Pb is predicted to lie in the range 0.13 – 0.17 fm.

PACS numbers: 21.60.Jz,24.10.Ht,24.10.Eq

Interest in large-scale nuclear structure models for ^{208}Pb , and the specification of matter densities therefrom, is topical [1, 2]. The neutron skin thickness ($S = \sqrt{\langle r_n^2 \rangle} - \sqrt{\langle r_p^2 \rangle}$) of a heavy nucleus is related to the radius of a neutron star [3], by virtue of the equation of state of neutron matter, and understanding this relationship requires detailed knowledge of the requisite proton and neutron densities, for which ^{208}Pb has been used as the example. There is a proposal to measure the skin thickness by parity-violating electron scattering from ^{208}Pb at the Jefferson Laboratory [4]. Thus realistic nuclear structure models are required in order to understand neutron densities in heavy nuclei as well as neutron matter.

Previous estimates of the skin thickness of ^{208}Pb , based on analyses of available electron and nucleon scattering data, range from 0.1 to 0.3 fm [2, 5]. But the skin thickness alone is not a sufficient constraint on the models of structure [2], and a proper evaluation of the neutron density requires analyses of scattering data, for which proton scattering data from ^{208}Pb are particularly suited. The dominance of the isoscalar 3S_1 component of the nucleon-nucleon (NN) interaction [6] ensures that proton scattering probes the neutron density and vice-versa. Elastic scattering probes the neutron density directly; inelastic scattering from ^{208}Pb probes the transitions within the neutron surface and may provide additional information by which the skin thickness and neutron EOS may be further constrained. It is the purpose of this letter to use the Random Phase Approximation (RPA) to obtain the spectrum of ^{208}Pb and to evaluate the wave functions obtained therefrom in analyses of elastic and inelastic proton scattering data. Such provides sensitive constraints to the neutron density in ^{208}Pb .

Microscopic optical potentials based on the Melbourne g folding model [2, 6–8] have been successfully used in describing intermediate energy nucleon-nucleus (NA) elastic scattering without any *a posteriori* adjustment of parameters. Therein, the optical potential for elastic scattering is obtained from the folding of the NN g matrices for infinite matter with the density matrix of the ground state of the target nucleus. However, the reliability of those optical potentials so obtained rests upon the specification of a credible model of structure for the target. As the optical potentials are found from the folding of effective NN interactions, which are one-body operators with respect to the target nucleons, a requirement is that the chosen model of structure exhibits nucleon degrees of freedom. Excellent agreement with data has been achieved in the analyses of elastic scattering of 65 and 200 MeV data across the mass range [6] and of exotic nuclei from hydrogen [7, 9]. In the case of ^{208}Pb , analyses of elastic scattering data allowed discrimination between disparate models of ^{208}Pb which, while predicting the same skin thickness, predicted different matter densities which were reflected in the calculated cross sections [2].

Excellent agreement also has been achieved in describing inelastic scattering in light nuclei self-consistently when using the same effective g matrix as the transition operator within a distorted wave approximation (DWA) for the scattering, and when the transition density matrix elements are obtained from the same underlying structure models. This has been illustrated only for light nuclei [6]. Of particular note is the case of ^6He [6, 7]: the neutron halo in ^6He was unambiguously established only with a self-consistent analysis of elastic and inelastic scattering data.

With the RPA it is possible to describe inelastic scattering from heavy nuclei with the same level of agreement as that for scattering from light nuclei. This allows for evaluation of the models of nuclear structure for heavy nuclei, for which the specification of excited states and of transitions to them is possible, providing additional constraints to the neutron density. Using the RPA and quasi-particle RPA (QRPA) models for heavy nuclei to obtain

density matrices is akin to the use of no-core shell models for light nuclei. Herein, we shall use the Melbourne g folding model to obtain microscopic optical potentials for use in scattering analyses and thus evaluate the wave functions obtained from the RPA.

The microscopic g -folding optical potential for NA elastic scattering has been described in detail in a review article [6]; we present a brief summary of the model illustrating the salient points with regards to the nuclear structure.

The microscopic, nonlocal, optical potential is obtained from the effective NN g matrices in infinite matter. NN g matrices for infinite matter are solutions of the Bruckner-Bethe-Goldstone equation in momentum space [6], and are derived from the Bonn-B potential [10] for the calculations presented herein. We obtain effective NN g matrices in coordinate space for finite nuclei whose Fourier transforms best map those momentum space (infinite nuclear matter) values. The effective g matrices so obtained, which contain central, tensor, and two-body spin-orbit terms, are folded with the ground state density matrix elements, obtained from the assumed model of structure, to give the optical potential for elastic scattering. The optical potential so defined is complex, energy-dependent and nonlocal. It has the form [6]

$$\begin{aligned}
U(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) &= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \\
&\quad \sum_{\alpha_1 m_1 \alpha_2 m_2} \rho_{\alpha_1 m_1 \alpha_2 m_2} \int \varphi_{\alpha_1 m_1}^*(\mathbf{s}) g_D(\mathbf{r}, \mathbf{s}; E) \varphi_{\alpha_2 m_2}(\mathbf{s}) d\mathbf{s} \\
&\quad + \sum_{\alpha_1 m_1 \alpha_2 m_2} \rho_{\alpha_1 m_1 \alpha_2 m_2} \varphi_{\alpha_1 m_1}^*(\mathbf{r}) g_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) \varphi_{\alpha_2 m_2}(\mathbf{r}') \\
&= U_D(\mathbf{r}; E) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + U_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) , \quad (1)
\end{aligned}$$

where the subscripts D, E designate the direct and exchange contributions, respectively, $\alpha \equiv \{n, l, j\}$, corresponding to the occupied single-particle orbits, and

$$\rho_{\alpha_1 m_1 \alpha_2 m_2} = \langle \Psi_{J_i M_i} | a_{\alpha_1 m_1}^\dagger a_{\alpha_2 m_2} | \Psi_{J_i M_i} \rangle , \quad (2)$$

is the density matrix. (For ^{208}Pb , $J_i = M_i = 0$.) The coordinates \mathbf{r} and \mathbf{r}' are projectile coordinates. The coordinate-space code DWBA98 [11] has been used to obtain the results presented herein.

Inelastic scattering is obtained in the DWA using the effective g matrices, specified for elastic scattering, as the transition operators. The DWA transition amplitudes can be written as

$$\begin{aligned}
T_{J_f J_i}^{M_f M_i \nu' \nu}(\theta) &= \langle \chi_{\nu'}^{(-)}(\mathbf{k}_0 0) | \langle \Psi_{J_f M_f}(1 \cdots A) | \mathcal{A} g_{\text{eff}}(0, 1) \\
&\quad \mathcal{A}_{01} \{ | \chi_{\nu}^{(+)}(\mathbf{k}_i 0) \rangle | \Psi_{J_i M_i}(1 \cdots A) \rangle \} , \quad (3)
\end{aligned}$$

where the distorted wave functions are denoted by $\chi_{\mu}^{(\pm)}(\mathbf{k}q)$ for an incoming/outgoing proton with spin projection μ , wave vector \mathbf{k} and coordinate set ' q ' (either 0 or 1). The nuclear wave functions are denoted by $\Psi_{JM}(1 \cdots A)$ and, since all pairwise interactions between the projectile and every target nucleon are assumed to be the same, it is convenient to make a cofactor expansion of the nuclear wave functions from which the transition amplitudes

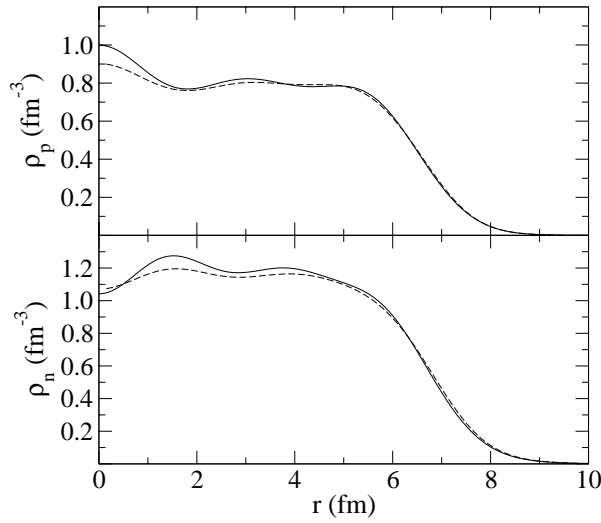


FIG. 1: Proton (top) and neutron (bottom) densities for ^{208}Pb . The results obtained from the RPA and SkM* models are shown by the solid and dashed lines, respectively.

expand to the form, for spin-zero targets,

$$\begin{aligned}
 T_{J_f J_i}^{M_f M_i \nu' \nu}(\theta) = & \sum_{\alpha_1 \alpha_2 m_1 m_2} \frac{(-1)^{j_1 - m_1}}{\sqrt{2J_f + 1}} \\
 & \langle j_2 m_2 j_1 -m_1 | J_f M_f \rangle \left\langle J_f \left\| \left[a_{j_2}^\dagger \times \tilde{a}_{j_1} \right]^{J_f} \right\| 0 \right\rangle \\
 & \times \left\langle \chi_{\nu'}^{(-)}(\mathbf{k}_o 0) \left| \varphi_{\alpha_2 m_2}(1) \right| \mathbf{g}_{\text{eff}}(0, 1) \right. \\
 & \left. \mathcal{A}_{01} \left\{ \left| \chi_{\nu}^{(+)}(\mathbf{k}_i 0) \right\rangle \left| \varphi_{\alpha_1 m_1}(1) \right\rangle \right\} . \quad (4)
 \end{aligned}$$

The one-body transition density matrix elements are obtained from the relevant structure model. Exchange terms enter naturally by the action of the two-body antisymmetrisation operator \mathcal{A}_{01} on the bound nucleon and projectile in the initial state. The optical potentials and observables obtained therefrom are also calculated using DWBA98 [11].

The densities for the ground state of and transitions in ^{208}Pb were obtained from an RPA calculation using the D1S effective NN force of Gogny [12, 13], which is density dependent and includes finite-range exchange terms. That is used in a self-consistent RPA theory to obtain the relevant density matrix elements and single-particle wave functions. The RPA accounts for ground state correlations induced by collective excitations, beyond the Hartree-Fock approximation, and allows for the specification of transitions to excited states. For comparison in elastic scattering, we have also used densities obtained from a Skyrme-Hartree-Fock calculation using the SkM* interaction [14]. That model was deemed most appropriate for the description of the ground state of ^{208}Pb based on analyses of the neutron skin thickness, elastic electron scattering data and elastic proton and neutron scattering data [2]. The predicted skin thickness from the SkM* model is 0.17 fm [2] while that from our RPA calculation is 0.13 fm.

The densities, from the RPA and SkM* models of structure, and normalised to proton and neutron number, are shown in Fig. 1. The results obtained from the RPA and SkM* models for both the proton and neutron densities largely agree with each other. The predicted

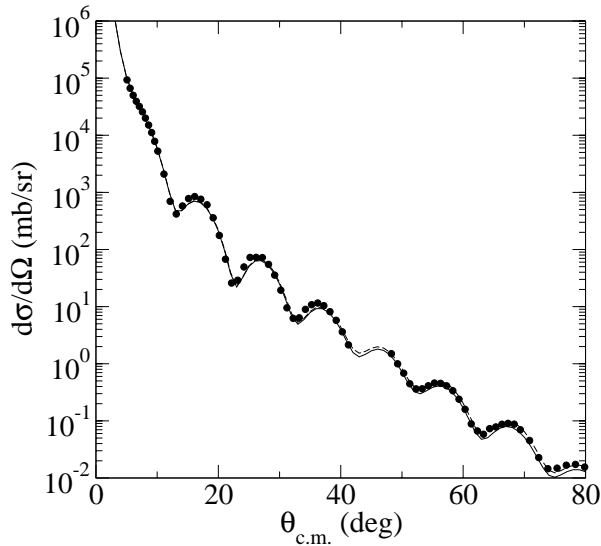


FIG. 2: Elastic scattering of 121 MeV protons from ^{208}Pb . The data of Nadasen *et al.* [15] are compared to the results of g -folding optical model calculations made using SkM* (solid line) and RPA (dashed line) densities.

proton rms radii are 5.47 fm and 5.45 fm for the RPA and SkM* models, respectively, while the predicted neutron rms radii are 5.59 fm and 5.62 fm, respectively. This significant difference in the neutron radii is reflected in the neutron density only at the surface, where the RPA model predicts a sharper surface leading to the smaller skin thickness.

As there are no available elastic scattering data at 135 MeV, the energy at which relevant inelastic scattering data exist, we compare results of the g -folding optical model calculations for the scattering using the RPA and SkM* densities with data taken at 121 MeV [15]. Those comparisons are shown in Fig. 2. Note that these calculations are predictive: no adjustments at all have been made to find a better fit to the data. Clearly, there is excellent agreement between the results of the calculations and the data indicating that the densities obtained from both the RPA and SkM* models are reliable. The cross section is insensitive to the difference in the models which is largely confined only to the surface. This is expected as the optical potential is dependent on the volume integral of the density and so surface effects are relatively minor. Hence, to investigate the surface we turn to inelastic scattering. However, we only use the RPA in those analyses as the Skyrme-Hartree-Fock models cannot specify transitions.

As a first test of the transition densities obtained from the RPA for the transitions to the 2_1^+ (4.08 MeV) and 3_1^- (2.61 MeV) states in ^{208}Pb , we calculate the $B(E2)$ and $B(E3)$ values for those transitions. The values obtained from our model are $0.296 \times 10^4 e^2\text{fm}^4$ and $0.692 \times 10^6 e^2\text{fm}^6$ for the $B(E2)$ and $B(E3)$ respectively. Those values obtained from experiment are $0.318(13) \times 10^4 e^2\text{fm}^4$ [16] and $0.611(12) \times 10^6 e^2\text{fm}^6$ [17] for the $B(E2)$ and $B(E3)$, respectively. The excellent level of agreement between our model results and the data indicates that no effective charges are needed in the transition matrix elements to correct for any truncations in the model space. Therefore, we may use the bare transitions density matrix elements in the calculations of inelastic scattering without the use of effective charge corrections.

The Melbourne g matrix at 135 MeV has been used successfully in analyses of scattering

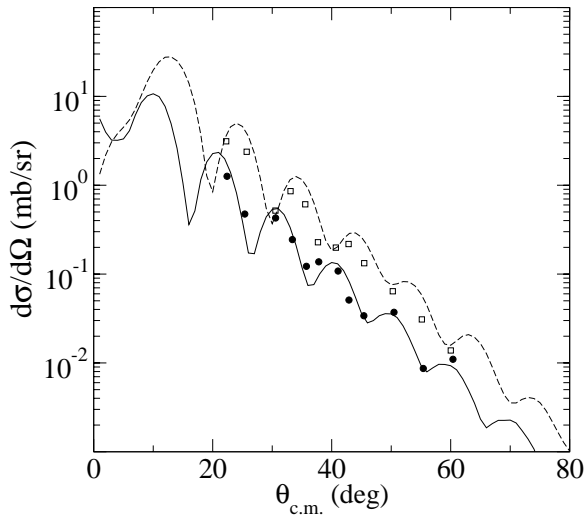


FIG. 3: Inelastic scattering to the 2_1^+ (4.08 MeV) and 3_1^- (2.61 MeV) states in ^{208}Pb . The data of Adams *et al.* for scattering to the 2_1^+ and 3_1^- states are displayed by the circles and squares, respectively. The results of the g -folding calculations made to the 2_1^+ and 3_1^- states are displayed by the solid and dashed lines, respectively.

from ^3He and ^{12}C [6]. We have used that g matrix in the calculations of the DWA transition amplitudes for inelastic scattering to the 2_1^+ and 3_1^- states in ^{208}Pb , for which the transition densities were obtained from our RPA calculation. In Fig. 3 we present results for the scattering to both the 2_1^+ and 3_1^- states. The data of Adams *et al.* to the 2_1^+ and 3_1^- states are denoted by the circles and squares respectively, while the results of the g -folding calculations made are shown by the solid and dashed lines, respectively.

As with the elastic scattering, the agreement between the results of the g -folding calculation and the data for scattering to the 2_1^+ state shown in Fig. 3 is excellent. Again, note that our calculations are predictions. In contrast, phenomenological analyses of those data [18] required a deformed spin-orbit term reflecting the density of ^{208}Pb and for which the deformation parameters for each transition were fitted to each set of data. Our result is in general agreement with that phenomenological one without the need of any additional spin-orbit components to the underlying g matrix.

In the case of scattering to the 3_1^- state (Fig. 3), the agreement between our results (predictions once more) and the data is not quite as good as those for the elastic scattering or the 2_1^+ transition. The earlier phenomenological calculation [18] does better by virtue of fitting the deformation parameters of that optical potential to the data being described. Note that both the data and our results naturally follow the phase rule of Blair [19].

It is insightful to compare our results with those of a semi-microscopic calculation [20] in which a tp form of the optical potential with transition densities obtained from analyses of inelastic electron scattering was used. The t matrices used in that analyses were those of Love *et al.* [21]. Those analyses gave quite a good reproduction of the 3_1^- transition when the requisite densities were obtained from electron scattering data, and when just the central and two-body spin-orbit components of the t matrix were chosen. They do not, however, reproduce the 2_1^+ transition. Agreement with those data is achieved only when the central term of the t matrix is used. In part, that may be due to a problem in extracting the transition density from the available electron scattering data [20]. However, the problem

may also lay in the isoscalar assumption, equating the proton and neutron densities, which was used in constructing these optical potentials. The reason as given was that the isoscalar parts of the interaction are much larger than the isovector parts. Yet that assumption fails to conserve neutron number and so the density dependence of their potentials is not correct. This would be especially problematic in proton scattering at these energies. As proton scattering probes primarily the neutron density it is important to ensure that the correct neutron density is used. That is the case with the present calculations.

We have predicted, using a fully microscopic parameter-free model, the elastic and inelastic scattering of intermediate energy protons from ^{208}Pb . The densities used for the elastic scattering and transitions were obtained from an RPA calculation using the D1S effective NN interaction. The RPA model allowed for an effective no-core microscopic model description of the spectrum of ^{208}Pb . The skin thickness obtained using the RPA wave functions is 0.13 fm, as compared to 0.17 fm obtained from the SkM* model. Those RPA densities were folded with the Melbourne g matrices to give the microscopic optical potentials needed to describe the scattering without any fitting of parameters to the data being described *a posteriori*. Excellent agreement has been obtained for both elastic and inelastic scattering commensurate with descriptions of elastic and inelastic scattering for much lighter nuclei. As a result, we are pursuing analyses of inelastic scattering up to and including excitation of the 12^+ state. The present analyses, together with those obtained previously, lead to a prediction of the skin thickness in the range $0.13 < S < 0.17$ fm. While these results were obtained using the pure RPA, they give encouragement to studying the structures of heavy nuclei with nucleon scattering when one generalises also to the use of the QRPA or Generator Coordinate Method [22]. The information gained on the neutron densities of such nuclei may then be used to study effectively the neutron equation of state.

-
- [1] B. A. Brown, Phys. Rev. Lett. **85**, 5296 (2000).
 - [2] S. Karataglidis, K. Amos, B. A. Brown, and P. K. Deb, Phys. Rev. C **65**, 044306 (2002).
 - [3] C. J. Horowitz and J. Piekarewicz, Phys. Rev. C **64**, 062802(R) (2001).
 - [4] Jefferson Laboratory Experiment E-00-003, spokespersons R. Michaels, P. A. Souder, and G. M. Urciuoli.
 - [5] B. C. Clark, L. J. Kerr, and S. Hama, Phys. Rev. C **67**, 054605 (2003).
 - [6] K. Amos, P. J. Dortmans, H. V. von Geramb, S. Karataglidis, and J. Raynal, Adv. in Nucl. Phys. **25**, 275 (2000), and references cited therein.
 - [7] A. Lagoyannis et al., Phys. Lett. **B518**, 27 (2001).
 - [8] J. Klug et al., Phys. Rev. C **67**, 031601(R) (2003).
 - [9] S. Karataglidis, P. G. Hansen, B. A. Brown, K. Amos, and P. J. Dortmans, Phys. Rev. Lett. **79**, 1447 (1997).
 - [10] R. Machleidt, K. Holinde, and C. Elster, Phys. Rep. **149**, 1 (1987).
 - [11] J. Raynal, *Computer program DWBA98, NEA 1209/05* (1998).
 - [12] J. P. Blaizot and D. Gogny, Nucl. Phys. **A284**, 429 (1977).
 - [13] J. F. Berger, M. Girod, and D. Gogny, Comp. Phys. Commun. **63**, 365 (1990), and references cited therein.
 - [14] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, and H.-B. Hakanson, Nucl. Phys. **A386**, 79 (1982).
 - [15] A. Nadasen, P. Schwandt, P. P. Singh, W. W. Jacobs, A. D. Bacher, P. T. Debevec, M. D.

- Kaitchuck, and J. T. Meek, Phys. Rev. C **23**, 1023 (1981).
- [16] W. J. Vermeer, M. T. Esat, J. A. Kuehner, R. H. Spear, A. M. Baxter, and S. Hinds, Aust. J. Phys. **37**, 123 (1984).
- [17] D. Goutte et al., Phys. Rev. Lett. **45**, 1618 (1980).
- [18] G. S. Adams, A. D. Bacher, G. T. Emery, W. P. Jones, D. W. Miller, W. G. Love, and F. Petrovich, Phys. Lett. **91B**, 23 (1980).
- [19] K. A. Amos, I. E. McCarthy, and K. R. Greider, Nucl. Phys. **68**, 469 (1965).
- [20] F. Petrovich, W. G. Love, G. S. Adams, A. D. Bacher, G. T. Emery, W. P. Jones, and D. W. Miller, Phys. Lett. **91B**, 27 (1980).
- [21] W. G. Love, A. Scott, F. T. Baker, W. P. Jones, and J. D. W. Jr., Phys. Lett. **73B**, 277 (1978).
- [22] P. Ring and P. Schuck, *The nuclear many-body problem* (Springer-Verlag, Berlin, 1980).

Bibliographie

- [1] A. A. Cowley et al. *Phys. Rev.*, C43 :678, (1991).
- [2] J. R. Oppenheimer et M. Phillips. *Phys. Rev.*, 48 :500, (1935).
- [3] N. Bohr. *Nature*, 137 :344, (1936).
- [4] F. E. Bertrand et R. W. Peelle. *Phys. Rev.*, C8 :1045, (1973).
- [5] T. Tamura, T. Udagawa, D. H. Feng et K. K. Kan. *Phys. Lett.*, B66 :20, (1972).
- [6] T. Tamura, T. Udagawa et H. Lenske. *Phys. Rev.*, C26 :379, (1982).
- [7] H. Feshbach. *Munich conference. Vol. 2, 631.* J. J. de Boer et H. J. Hang, Amsterdam, (1973).
- [8] H. Feshbach, A. Kerman et A. K. Koonin. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 125 :429, (1980).
- [9] H. Nishioka, W. A. Weidenmuller et S. Yoshida. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 183 :166, (1988).
- [10] J. S. Bell et E. J. Squires. *Phys. Rev. Lett.*, 3 :96, (1959).
- [11] H. Feshbach. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 5 :357, (1958).
- [12] H. Feshbach. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 19 :287, (1962).
- [13] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu et F. Laloë. *Mécanique quantique.* Collection Enseignement des Sciences, Paris. 2 tomes.
- [14] F. Villars. In *Fundamentals in Nuclear Theory, Collision Theory*, page 269. Lectures presented at an international course, Trieste, 1966, organized by ICTP, Trieste, IAEA, Vienna, (1967).
- [15] H. Feshbach, A. Gal et J. Hufner. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 66 :20, (1971).
- [16] N. Vinh Mau. Microscopic Derivation of the Optical Potential. In *Theory of Nuclear Structure, Trieste Lectures 1969*, page 931, Vienna, (1970). IAEA.
- [17] K. Amos, P. J. Dortmans, H. V. von Geramb, S. Karataglidis et J. Raynal. *Adv. Nucl. Phys.*, 25 :275, (2000). and references therein.
- [18] K. M. Watson. *Phys. Rev.*, 89 :575, (1953).
- [19] K. A. Brueckner, C. A. Levinson et H. M. Mahmond. *Phys. Rev.*, 95 :217, (1954).
- [20] K. A. Brueckner, R. J. Eden et N. C. Francis. *Phys. Rev.*, 98 :1445, (1955).
- [21] H. A. Bethe. *Phys. Rev.*, 103 :1353, (1956).
- [22] J. Goldstone. *Proc. R. Soc.*, A239 :267, (1957).

- [23] L. S. Rodberg et R. M. Thaler. *Introduction to the The Quantum Theory of Scattering*. Academic Press, New York and London, (1967).
- [24] P. Ring et P. Schuck. *The Nuclear Many-body Problem*. Springer-Verlag, New York, (1980).
- [25] P. Quentin. *Cours de mécanique quantique avancée*. donnés au DEA Noyaux, Atomes, Agrégats, Plasmas á l'université de Bordeaux 1, (2002).
- [26] A. Bohr et B. R. Mottelson. *Nuclear Structure*. World Scientific, Singapore, (1998). (Première édition : 1969).
- [27] D. R. Hartree. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 24 :89, (1928).
- [28] V .A. Fock. *Z. Phys.*, 61 :126, (1930).
- [29] J. W. Negele. *Phys. Rev.*, C1 :1260, (1970).
- [30] D. Gogny et P. L. Lions. *Mathematical Modeling and Numerical Analysis*, 20 :571, (1986).
- [31] J. P. Blaizot et D. Gogny. *Nucl. Phys.*, A284 :429, (1977).
- [32] J. Dechargé et L. Šips. *Nucl. Phys.*, A407 :1, (1983).
- [33] D. Gogny et J. Dechargé. *Journal de Physique*, C4 :221, (1984).
- [34] J. F. Berger, M. Girod et D. Gogny. *Comput. Phys. Commun.*, 63 :365, (1991).
- [35] P. J. Ellis. *Nucl. Phys.*, A155 :625, (1970).
- [36] D. Gogny. Theory of the Nuclear Ground state beyond Hartree-Fock in Nucl. Phys. with Electromagnetic interactions. In H. Arenhörel and Dreschel, editors, *Lectures Notes in Physics*, volume 108, page 88. Springer, Berlin, (1979).
- [37] S. Karataglidis, K. Amos, B. A. Brown, and P. K. Deb. *Phys. Rev. C*, 65 :044306, (2002).
- [38] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet et H.-B. Hakanson. *Nucl. Phys.*, A386 :79, (1982).
- [39] B. C. Clark, L. J. Kerr et S. Hama. *Phys. Rev.*, C67 :054605, (2003).
- [40] H. de Vries, C. W. de Jager et V. de Vries. Nuclear Charge-Density Parameters from Elastic Electron Scattering. In *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, volume 36, page 495. Academic Press, New York, (1987).
- [41] H. De Vries, C. W. De Jager et C. De Vries. *At. Data Nucl. Data Tables*, 36 :495, (1987).
- [42] A. Trzcinska et al. *Phys. Rev. Lett.*, 87 :082501, (2001).
- [43] M. Csatlos et al. *Nucl. Phys.*, A719 :304c, (2003).
- [44] J. Raynal. computer code DWBA98, 1998, (NEA 1209/05).
- [45] A. Messiah. *Mécanique Quantique*. Dunod, Paris, (1959).
- [46] Charles J. Joachain. *Quantum Collision Theory*. North-Holland Physics Publishing, Amsterdam, (1983).
- [47] E. Bauge, J. P. Delaroche et M. Girod. *Phys. Rev. C*, 58 :1118, (1998).

- [48] J. P. Jeukenne, A. Lejeune et C. Mahaux. *Phys. Rev.*, C10 :1391, (1974).
- [49] J. P. Jeukenne, A. Lejeune et C. Mahaux. *Phys. Rep.*, 25 :83, (1976).
- [50] L. Wolfenstein. *Phys. Rev.*, 75 :1665, (1949).
- [51] J. Raynal. Aspects géométrique des réactions. Note CEA-N-1529.
- [52] J. Dechargé et D. Gogny. *Phys. Rev. C*, 21 :1568, (1980).
- [53] J. Dechargé, L. Šips et D. Gogny. *Phys. Lett.*, B98 :229, (1981).
- [54] J. Heisenberg et al. *Phys. Rev.*, C25 :2292, (1982).
- [55] G. F. Bertsh et I. Hamamoto. *Phys. Rev.*, C26 :1323, (1982).
- [56] G. F. Bertsch, P. F. Bortignon et R. A. Broglia. *Rev. Mod. Phys.*, 55 :287, (1983).
- [57] Drózd V. Klemt, J. Speth et J. Wambach. *Phys. Lett.*, 166B :18, (1986).
- [58] R. D. Smith et J. M. Wambach. *Phys. Rev.*, C38 :100, (1988).
- [59] Nuclear Data Sheets, vol. 47-4, p. 840 (1986) .
- [60] T. Cheon, K. Takayanagi et K. Yazaki. *Nucl. Phys.*, A445 :227, (1985).
- [61] T. Cheon et K. Takayanagi. *Phys. Rev. Lett.*, 68 :1291, (1992).
- [62] Y. Fujita et al. *Phys. Lett.*, B247 :219, (1990).
- [63] R. Pitthan et Th. Walcher. *Phys. Lett.*, B36 :563, (1971).
- [64] F. R. Buskirk et al. *Phys. Lett.*, B42 :194, (1972).
- [65] F. R. Fukuda et Y. Torizuka. *Phys. Rev. Lett.*, 29 :1109, (1972).
- [66] M. Nagao et Y. Torizuka. *Phys. Rev. Lett.*, 30 :1068, (1973).
- [67] A. Moalem, W. Benenson et G. M. Crawley. *Phys. Rev. Lett.*, 31 :482, (1973).
- [68] L. L. Rutledge et J. C. Hubert. *Phys. Lett.*, 32 :551, (1974).
- [69] M. B. Lewis, F. E. Bertrand et D. J. Horen. *Phys. Rev.*, C8 :398, (1973).
- [70] D. K. McDaniels et el. *Phys. Rev.*, C33 :1943, (1985).
- [71] P. F. Bortignon et R. A. Broglia. *Nucl. Phys.*, A371 :405, (1981).
- [72] A. Covello et G. Sartoris. *Nucl. Phys.*, 75 :297, (1966).
- [73] R. Leonardi, P. Loncke et J. Pradal. *Nucl. Phys.*, 75 :305, (1966).
- [74] W. J. Gerace et A. M. Green. *Nucl. Phys.*, A93 :110, (1966).
- [75] W. J. Gerace et A. M. Green. *Nucl. Phys.*, A93 :110, (1966).
- [76] N. Pillet, P. Quentin et J. Libert. *Nucl. Phys.*, A697 :141, (2002).
- [77] N. Pillet, JF Berger, E. Caurier et M. Girod. Proceeding de conférence, Kazimierz (Pologne). submitted for publication in International Journal of Modern Physics E, (2005).
- [78] N. Pillet, N. Sandulescu, Nguyen Van Giai et J. F. Berger. *Phys. Rev.*, C71 :044306, (2005).
- [79] G. Giambrione et al. *Nucl. Phys.*, A726 :3, (2003).
- [80] S. Péru. communications privées.

- [81] A. Obertelli, S. Péru, J.-P. Delaroche, A. Gillibert, M. Girod et H. Goutte. *Phys. Rev.*, C71 :024304, (2005).
- [82] G. Kraus et al. *Phys. Rev.*, C73 :1773, (1994).
- [83] J. Raynal. *Nucl. Phys.*, A97 :572, (1967).
- [84] J. Raynal. Symposium sur les mécanismes de réaction nucléaires et phénomènes de polarisation, (1969). Université de Laval, Quebec.
- [85] J. Raynal. *Notes on DWBA98/DWBB98*. Note CEA-N-1529, Saclay.
- [86] J. J. Griffin. *Phys. Rev. Lett.*, 17 :478, (1966).
- [87] J. J. Griffin. *Phys. Lett.*, B24 :5, (1967).
- [88] C. Kalbach. *Phys. Rev.*, C72 :024607, (2005).
- [89] A. J. Koning et M. C. Duijvestijn. *Nucl. Phys.*, A744 :15, (2004).
- [90] A. J. Koning et M. B. Chadwick. *Phys. Rev.*, C56 :970, (1996).
- [91] M. B. Chadwick, P. G. Young, D. C. George et Y. Watanabe. *Phys. Rev.*, C50 :996, (1994).
- [92] T. Kawano et S. Yoshida. *Phys. Rev.*, C64 :024603, (2001).
- [93] E. Gadioli et P. E. Hogson. *Pre-Equilibrium Nuclear Reactions*. Oxford Science Publications, Oxford, (1992).
- [94] S. M. Grimes et al. *Phys. Rev.*, C3 :645, (1971).
- [95] R. Bonetti et al. *Phys. Rep.*, 202 :171, (1991).
- [96] A. J. Koning et J. M. Akkermans. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 208 :216, (1991).
- [97] A. J. Koning et J. M. Akkermans. *Phys. Rev.*, C47 :724, (1992).
- [98] Bonetti et al. *Phys. Rep.*, 247 :1, (1994).
- [99] A. J. Koning et J. M. Akkermans. *Phys. Lett.*, B234 :417, (1990).
- [100] M. B. Chadwick, F. S. Dietrich, A. K. Kerman, A. J. Koning, S. M. Grimes, M. Kawai, W. G. Love, M. Herman, F. Petrovich, G. Walker, Y. Watanabe, H. Wolter, M. Avrigeanu, E. Betàk, S. Chiba, J. P. Delaroche, E. Gadioli, S. Hilaire, M. S. Hussein, T. Kawano, R. Lindsay, A. Marcinkowski, B. Marianski, M. Mustafa, E. Ramström, G. Reffo, W. A. Richter, M. A. Ross et S. Yoshida. *Acta Phys. Slov.*, 49 :365, (1999).
- [101] H. Feshbach. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 159 :150, (1985).
- [102] H. Duarte. Improvement of the Intranuclear Cascade code of Bruyères-le-Châtel (BRIC) at low intermediate energy. In *Proceedings of the 10th International Conference on Nuclear Reaction Mechanisms*. ed. by E. Gadioli, (Ricerca Scientifica ed Educazione Permanente) Supplemento N. 122, 607-616, (2003).
- [103] N. Austern et C. M. Vincent. *Phys. Rev.*, C10 :2623, (1974).
- [104] N. Vinh Mau et A. Bouyssy. *Nucl. Phys.*, A257 :189, (1976).
- [105] F. Osterfeld, J. Wambach et V. A. Madsen. *Phys. Rev.*, C23 :179, (1981).
- [106] D. Gogny et R. Padjen. *Nucl. Phys.*, A293 :365, (1977).

- [107] L. N. Blumberg, E. E. Gross, A. van der Wende, A. Zucker et R. H. Bassel. *Phys. Rev.*, 142 :812, (1966).
- [108] P. Schwandt et al. *Phys. Rev.*, C26 :55, (1982).
- [109] W. T. H. Van Oers et al. *Phys. Rev.*, C10 :307, (1974).
- [110] V. Comparat et al. *Nucl. Phys.*, A221 :403, (1974).
- [111] C. B. Fulmer, J. B. Ball, A. Scott et M. L. Whiten. *Phys. Rev.*, 181 :1565, (1969).
- [112] P. G. Ross et N. S. Wall. *Phys. Rev.*, B140 :1237, (1965).
- [113] H. Sakagushi et al. *Phys. Rev.*, C26 :944, (1982).
- [114] D. A. Hutcheon et al. *In Polarization Phenomena in Nuclear Physics, Proceedings of The Fifth International Symposium on Polarization Phenomena in Nuclear Physics, Santa Fe, AIP Conf. Proc., No.69, (AIP, New York, 1981), p.454.* edited by G. G. Holsen et al, (1980).
- [115] M. Ju. Master's thesis, Simon Fraser University, (1987).
- [116] N. Ottenstein, S. J. Wallace et J. A. Tijon. *Phys. Rev.*, C38 :2272, (1988).
- [117] L. Lee et al. *Phys. Lett.*, B205 :219, (1988).
- [118] A. Nadasen et al. *Phys. Rev.*, C23 :1023, (1981).
- [119] R. H. McCamis et al. *Phys. Rev.*, C33 :1624, (1986).
- [120] A. E. Feldman et al. *Phys. Rev.*, C49 :2068, (1994).
- [121] T. Noro et al. *Nucl. Phys.*, A366 :189, (1981).
- [122] E. E. Gross et al. *Nucl. Phys.*, A102 :673, (1967).
- [123] K. H. Bray et al. *Nucl. Phys.*, A167 :57, (1971).
- [124] C. Rolland et al. *Nucl. Phys.*, 80 :625, (1966). et références associées.
- [125] H. Seifert et al. *Phys. Rev.*, C47 :1615, (1993).
- [126] J. Stephenson. *J. Phys. Soc. Jpn.*, (suppl.)55 :316, (1985).
- [127] J. M. Cameron, J. Reginald Richardson, W. T. H. van Oers et J. W. Verba. *Phys. Rev.*, 167 :908, (1968).
- [128] R. Alphonse, A. Johansson et G. Tibell. *Nucl. Phys.*, A4 :672, (1957).
- [129] N. M. Clarke, E. J. Burge et D. A. Smith. *Nucl. Phys.*, 157 :145, (1970).
- [130] P. Hillman, A. Johansson et H. Tyren. *Nucl. Phys.*, A4 :648, (1957).
- [131] Kelly et al. *Phys. Rev.*, C41 :2504, (1990).
- [132] K. Amos et al. *Nucl. Phys.*, A413 :255, (1984).
- [133] Kelly et al. *Phys. Rev.*, C39 :2012, (1989).
- [134] C. W. Glover et al. *Phys. Rev.*, C31 :1, (1985).
- [135] A. E. Taylor et E. Wood. *Nucl. Phys.*, 25 :642, (1961).
- [136] R. P. De Vito, S. M. Austin, W. Sterrenburg et U. E. P. Berg. *Phys. Rev. Lett.*, 47 :628, (1981).

- [137] E. L. Hjort et al. *Phys. Rev.*, C50 :275, (1994).
- [138] M. Ibaraki et al. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.*, A446 :536, (2000).
- [139] J. H. Osborne et al. *Phys. Rev.*, C70 :054613, (2004).
- [140] J. Klug et al. *Phys. Rev.*, C67 :031601, (2003).
- [141] R. S. Harding. *Phys. Rev.*, 111 :1164, (1958).
- [142] T. Stovall et N. M. Hintz. *Phys. Rev.*, B135 :330, (1964).
- [143] M. B. Lewis, F. E. Bertrand et C. B. Fulmer. *Phys. Rev.*, C7 :1966, (1973).
- [144] A. Scott, N. P. Mathur et F. Petrovich. *Nucl. Phys.*, A285 :222, (1977).
- [145] S. Kailas. *Phys. Rev.*, C35 :2324, (1987).
- [146] S. Kailas et al. *Phys. Rev.*, C29 :2075, (1984).
- [147] G. S. Adams et al. *Phys. Let.*, B91 :23, (1980).
- [148] A. Willis et al. *Nucl. Phys.*, 112 :417, (1968).
- [149] A. Ingemarsson et B. Fagerstrom. *Physica Scripta*, 13 :208, (1976).
- [150] D. K. McDaniels et al. *Nucl. Phys.*, A467 :557, (1987).
- [151] L. Lee et al. *Nucl. Phys.*, A492 :607, (1989).
- [152] C. Djalali, N. Marty, M. Morlet et A. Willis. *Nucl. Phys.*, A380 :42, (1982).
- [153] M. A. Hofstee et al. *Nucl. Phys.*, A588 :729, (1995).
- [154] Y. Fujita et al. *Phys. Rev.*, C40 :1595, (1989).
- [155] R. E. Segel. *Phys. Rev.*, C29 :1703, (1984).

Résumé :

Lors d'une collision entre un nucléon et un noyau cible, différentes réactions peuvent se produire, comme les diffusions élastique et inélastique du nucléon, l'échange de charge ... Afin de décrire ces réactions, différents modèles sont utilisés : les modèles de réactions directes, de pré-équilibre et de noyau composé. Le but de ce travail de thèse est d'étudier dans une approche quantique sans paramètre ajustable, les réactions directes et de pré-équilibre pour des diffusions de nucléons sur des noyaux à couches fermées. Une première étude concerne les réactions directes : nous décrivons les diffusions de nucléons en utilisant la matrice-G de Melbourne, représentant l'interaction entre le projectile et un nucléon de la cible, et les fonctions d'onde RPA qui décrivent les états du noyau cible. Cette approche est entièrement microscopique : aucun paramètre ajustable n'est utilisé. Dans la seconde étude, nous nous concentrons sur la diffusion inélastique de nucléons pour de grands transferts d'énergie, processus pour lequel le mécanisme de pré-équilibre prend de l'importance. Différents modèles ont été développés dans le passé pour tenir compte du mécanisme de pré-équilibre. Ils sont basés sur le développement de Born de l'amplitude de transition associée au processus inélastique et utilisent différentes hypothèses qui n'ont jamais vraiment été vérifiées. Nous avons réalisé quelques comparaisons de sections efficaces du second ordre calculées avec et sans les approximations invoquées par ces modèles. Ces études nous permettent de critiquer certaines de ces approximations et de définir quelques directions en vue d'améliorer les modèles quantiques de pré-équilibre.

Mots-clés :

physique nucléaire, diffusion de nucléons, potentiel optique, réactions directes, pré-équilibre, modèles microscopiques, Random Phase Approximation, double hélicité

Abstract :

When a nucleon collides with a target nucleus, several reactions may occur : elastic and inelastic scatterings, charge exchange ... In order to describe these reactions, different models are involved : the direct reactions, pre-equilibrium and compound nucleus models. Our goal is to study, within a quantum framework and without any adjustable parameter, the direct and pre-equilibrium reactions for nucleons scatterings off double closed-shell nuclei. We first consider direct reactions : we are studying nucleon scattering with the Melbourne G-matrix, which represents the interaction between the projectile and one target nucleon, and with RPA wave functions which describe all target states. This is a fully microscopic approach since no adjustable parameters are involved. A second part is dedicated to the study of nucleon inelastic scattering for large energy transfer which necessarily involves the pre-equilibrium mechanism. Several models have been developed in the past to deal with pre-equilibrium. They start from the Born expansion of the transition amplitude which is associated to the inelastic process and they use several approximations which have not yet been tested. We have achieved some comparisons between second order cross sections which have been calculated with and without these approximations. Our results allow us to criticize some of these approximations and give several directions to improve the quantum pre-equilibrium models.

Keywords :

nuclear physics, nucleon scattering, optical potential, direct reactions, pre-equilibrium, microscopic models, Random Phase Approximation, double helicity