

Comportement du béton sous fort confinement : Étude en compression et en extension triaxiales à l'échelle mésoscopique

Fabrice Dupray

► To cite this version:

Fabrice Dupray. Comportement du béton sous fort confinement : Étude en compression et en extension triaxiales à l'échelle mésoscopique. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2008. Français. NNT : . tel-00365786v2

HAL Id: tel-00365786 https://theses.hal.science/tel-00365786v2

Submitted on 20 Jul 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I

N° attribué par la bibliothèque :

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER

Spécialité : Matériaux, Mécanique, Génie Civil, Électrochimie

préparée au laboratoire SOLS, SOLIDES, STRUCTURES - RISQUES dans le cadre de $l'École\ Doctorale\ I-MEP^2$

présentée et soutenue publiquement par

Fabrice DUPRAY

le 5 décembre 2008

Comportement du béton sous fort confinement : Étude en compression et en extension triaxiales à l'échelle mésoscopique

Directeur de thèse : Laurent DAUDEVILLE Co-directeur de thèse : Yann MALÉCOT

JURY

М.	А.	Ibrahimbegović	Professeur à l'ENS Cachan	Président
М.	I.	CAROL	Professeur à l'UPC, Barcelone	Rapporteur
М.	С.	La Borderie	Professeur à l'ISA-BTP, Pau	Rapporteur
М.	Е.	Buzaud	Docteur-Ingénieur au CEG/DGA	Examinateur
М.	L.	DAUDEVILLE	Professeur à l'UJF, Grenoble	Directeur de thèse
М.	Υ.	Malécot	Maître de Conférence à l'UJF, Grenoble	Co-directeur de thèse

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier ma femme Blandine pour son soutien durant ces trois années, et surtout pendant la période de rédaction : l'autisme peut bel et bien n'être que temporaire, et l'angoisse de la page blanche n'existe qu'en littérature.

Puis mes camarades du labo, ceux qui ont terminé bien avant, Thomas, Hong, Luisa ou disons, en même temps, Stéphane, Florent, Luc, Lionel, Manu, Wenjie, Marcos... Sans oublier nos successeurs les Cédric, les Jérôme, Jessica et tous les autres. J'en ai beaucoup appris sur la montagne et l'escalade, mais heureusement il y avait aussi les gâteaux, que je goûtais plus. Et tous les autres, réunis le plus souvent autour de croissants comme tout bon vendredi matin.

Cette page est aussi l'occasion de rendre hommage à ceux qui nous quitté trop vite : Jane, Mark, Luc, les docteurs pensent à vous.

Merci à Yann pour sa présence permanente, même de loin, à Laurent, jamais loin quand se faisait sentir le besoin d'une signature urgente, et à Éric pour son savoir transmis. Mais surtout merci à eux trois, et à Jacky, de m'avoir fait confiance depuis maintenant 4 ans, le résultat valait le coup, je crois.

Une bonne thèse expérimentale ne peut exister sans bons techniciens, alors merci à Christophe et Roger.

Enfin, j'exprime ici ma gratitude envers les professeurs qui m'ont fait l'honneur de participer au jury de cette thèse, MM. Ibrahimbegović, Carol et La Borderie.

Et pour finir comme Binet dans les Bidochon, je ne remercie pas la SNCF, qui m'a régulièrement emmené ou ramené en retard cette dernière année, le record de 300% de retard sur 50 minutes de trajet restant à battre à l'heure actuelle.

Résumé

Ce mémoire de thèse a pour objectif de caractériser et de modéliser le comportement mécanique du béton sous fort confinement, à l'échelle mésoscopique, celle des granulats et de la matrice cimentaire. Le cadre plus général de cette étude est la compréhension du comportement du béton sous chargement dynamique de type impact, pouvant générer des pressions moyennes de l'ordre du GPa. Mais la caractérisation de la réponse d'un matériau, dans un état de contraintes homogène, ne peut se faire que par des essais quasi-statiques. Les essais déjà réalisés au laboratoire 3S-R ont mis en évidence l'importance des granulats dans la réponse en compression triaxiale du béton. La modélisation du béton à l'échelle mésoscopique, sous la forme d'une phase mortier et d'une phase granulats, permet une représentation de l'effet des granulats. Une étude expérimentale du comportement de la phase mortier est réalisée. Des essais usuels et des essais hydrostatiques et triaxiaux entre 60 et 650 MPa de confinement permettent d'identifier les paramètres d'un modèle de comportement de type plasticité couplée à l'endommagement. Celui-ci reproduit la compaction non-linéaire du mortier, l'endommagement des essais de compression ou de traction simple et la plasticité sous fort confinement. Le modèle biphasique utilise la méthode des éléments finis, en utilisant un maillage cubique régulier. Une méthode de Monte-Carlo est utilisée pour placer sur cette grille des granulats quasi-sphériques selon la granulométrie mesurée sur le béton de référence. Les simulations numériques sont comparées aux essais expérimentaux sur ce béton. Ces simulations, dont les paramètres sont identifiés par les essais expérimentaux sur mortier, reproduisent les différentes phases observées lors de la compaction hydrostatique. L'évolution des raideurs axiales avec le confinement est soulignée, ainsi que la bonne reproduction des états-limites des essais triaxiaux sous fort confinement. Les faciès de rupture des essais numériques sont comparables à ceux des essais expérimentaux. Les chargements d'extension triaxiale mettent en évidence les limites du modèle biphasique.

Mots Clés

Béton ; Mortier ; Essai triaxial ; Béton numérique ; Modèle couplé plasticité-endommagement.

Abstract

This Ph.D. thesis aims at characterising and modeling the mechanical behaviour of concrete under high confinement at the mesoscopic scale. This scale corresponds to that of the large aggregates and the cementitious matrix. The more general scope of this study is the understanding of concrete behaviour under dynamic loading. A dynamic impact can generate mean pressures around 1 GPa. But the characterisation of a material response, in an homogeneous state of stress, can only be achieved through quasi-static tests. The experimentations led in 3S-R Laboratory have underlined the importance of the aggregates in the triaxial response of concrete. Modeling concrete at the mesoscopic level, as a composite of an aggregates phase and a mortar phase, permits a representation of the aggregates effect. An experimental study of the behaviour of mortar phase is performed. Usual tests and hydrostatic and triaxial high confinement tests are realised. The parameters of a constitutive model that couples plasticity with a damage law are identified from these tests. This model is able to reproduce the nonlinear compaction of mortar, the damage behaviour under uniaxial tension or compression, and plasticity under high confinement. The biphasic model uses the finite element method with a cubic and regular mesh. A Monte-Carlo method is used to place quasi-spherical aggregates that respect the given granulometry of a reference concrete. Each element is identified by belonging either to the mortar or to the aggregate phase. Numerical simulations are compared with the experimental tests on this concrete. The parameters for these simulations are only identified on the mortar. The simulations reproduce the different phases observed in hydrostatic compression. The evolution of axial moduli under growing confinement is shown, as is the good reproduction of the limit-states experimentally observed under high confinement. The fracture aspect of numerical simulations is comparable with that of experimental tests. The triaxial extension loading shows the limits of this numerical model.

Keywords

Concrete; Mortar; Triaxial tests; Numerical concrete; Damage-plasticity model.

Table des matières

Reme	rcieme	ents	3
Résun	né		4
\mathbf{Abstr}	act		7
Table	des m	atières	9
Symbo	oles et	conventions	14
Introd	luctior	ı générale	19
Chapi	tre 1	Étude bibliographique	23
1.1	Intro	luction	23
1.2	Comp	ortement expérimental des bétons et mortiers sous fort confinement	24
	1.2.1	Comportement des mortiers sous fort confinement	24 24 30
	1.2.2	Comportement des bétons sous fort confinement	31 35 38
1.3	Modè	les de comportement du béton sous fort confinement	42
	1.3.1	Les modèles d'endommagement	42
	1.3.2	Les modèles de plasticité	46
1.4	Modé	lisation biphasique du comportement du béton	49
	1.4.1	Les modèles éléments discrets	49
	1.4.2	Les modèles éléments finis	51
1.5	Concl	usions	56

Chapit	tre 2	Essais expérimentaux sur mortier	59
2.1	Intro	luction	59
2.2	Dispo	sitifs expérimentaux et chaînes de mesure	60
	2.2.1	Dispositifs pour les essais usuels	60 60 60 62
	2.2.2	La presse GIGA	63 63 66
2.3	Échar	tillons de mortier	72
	2.3.1	Composition et réalisation des échantillons	72 72 73 74 75
	2.3.2	Mise en œuvre des échantillons	76 76 76
2.4	Résul	tats d'essais	77
	2.4.1	Essais non confinés	77 77 80
	2.4.2	Essais confinés	80 81 81
2.5	Comp	action et modes de rupture	88
	2.5.1	Caractérisation de la compaction	88
	2.5.2	Caractérisation du comportement déviatorique	89
	2.5.3	Faciès et modes de rupture	90
2.6	Concl	usion	93
Chapit	tre 3	Modèle couplé endommagement-plasticité	95
3.1	Intro	luction	95
3.2	Descr	iption du modèle PRM couplé	96
	3.2.1	Le modèle de plasticité de Krieg, Swenson et Taylor3.2.1.1Description générale3.2.1.2Fonctionnement de la compaction3.2.1.3Fonctionnement du glissement de cisaillement	96 96 96 98
	3.2.2	Le modèle d'endommagement Pontiroli-Rouquand-Mazars	99

		3.2.2.1 Description en 1D	99 103
	3.2.3	Fonctionnement du couplage	114
3.3	Identi	fication des paramètres pour le mortier	117
	3.3.1	Paramètres d'endommagement	117
	3.3.2	Paramètres de plasticité	118
	3.3.3	Comparaison avec les essais sur mortier	118
3.4	Concl	usion	121
Chapit	tre 4	Modèle de béton numérique	123
4.1	Introd	luction	123
4.2	Réalis	sation et caractéristiques du modèle	124
	4.2.1	Stratégie globale	124
		4.2.1.1 Type d'éléments	124
		4.2.1.2 Méthode de calcul	$125 \\ 125$
	422	Mise en place des granulats dans l'échantillon	126
	1.2.2	4.2.2.1 Caractérisation des granulats	126
		4.2.2.2 Algorithme de placement	127
		4.2.2.3 Type d'échantillon et taille de maille	128
4.3	Valida	ation du modèle	128
	4.3.1	Validation du maillage et du chargement sur un cylindre monophasique	128
	4.3.2	Sensibilité du modèle à la taille de maille $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	130
	4.3.3	Effet de la distribution des granulats	131
	4.3.4	Effet de la limite d'endommagement $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	131
	4.3.5	Validation des paramètres identifiés	131
4.4	Résult	tats comparés d'essais numériques	134
	4.4.1	Modèle à granulats élastiques	134
		4.4.1.1 Comportement hydrostatique	134
		4.4.1.2 Comportement triaxial	134 144
		4.4.1.4 Réponse globale du modèle	$144 \\ 145$
	4.4.2	Modèle affiné	148
		4.4.2.1 Définition du modèle affiné	148
		4.4.2.2 Résultats d'essais	150
4.5	Concl	usions	151
Chapit	tre 5	Comportement en extension triaxiale	155
5.1	Introd	luction	155

5.2	2 Comportement d'un BHP en traction confinée			
	5.2.1	Contexte	156	
	5.2.2	Caractérisation uniaxiale	$157 \\ 157 \\ 157 \\ 157$	
	5.2.3	Essais de traction confinée5.2.3.1Dispositif expérimental5.2.3.2Chemin de chargement et résultats d'essais	158 158 161	
	5.2.4	Essais d'extension	161 161 163	
	5.2.5	Analyse des résultats d'essais	164 164	
5.3	Comp	ortement du modèle numérique en extension	169	
	5.3.1	Objectifs de ces essais	169	
	5.3.2	Résultats d'essais d'extension sur béton numérique \hdots	170	
5.4	Concl	asion	170	
Conclu	Conclusions et perspectives 1			
Biblio	Bibliographie			
Liste d	Liste des figures			
Liste d	Liste des tableaux 1			

Symboles et conventions

Abréviations

FEM ou MEF	Finite Element Method ou Méthode des Éléments Finis
ITZ	Interfacial Transition Zone ou auréole de transition
R30A7	Béton de référence, de résistance caractéristique $f_{c28}{=}30MPa$ et d'affaissement au cône d'Abrams $7cm$
MR30A7	Mortier constituant du béton R30A7
HYD650	Essai de compression hydrostatique à 650 MPa de confinement
TXC50	Essai de compression triaxiale de révolution à $50MPa$ de confinement
TXE250	Essai d'extension triaxiale de révolution à $250MPa$ de confinement
BHP	Béton à Hautes Performances
BN	Béton Numérique
EL	État-limite

Notations expérimentales

P_c	Pression de confinement
$\sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_m$	Contrainte axiale, latérale, moyenne
$\varepsilon_x, \varepsilon_{\theta}, \varepsilon_v$	Déformation axiale, circonférentielle, volumique
$\varepsilon_{xd}, \varepsilon_{ heta d}$	Déformations axiale et circonférentielle recalées après la phase hydrostatique

Conventions diverses

 $f \neq f$ Autant que possible, on différencie les paramètres et variables f écrites en italique des fonctions f(x) écrites en police droite

Convention de signes pour les chapitres 2 et 4

 $\sigma_x \ge 0$ en compression

 ε_x et $\varepsilon_{\theta} \ge 0$ en contraction

Convention de signes pour le chapitre 3

 $\sigma_x \le 0$ en compression

 ε_x et $\varepsilon_{\theta} \leq 0$ en contraction

Notations tensorielles

$\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\varepsilon}}$	Tenseur des contraintes, tenseur des déformations
$I_1 = \operatorname{Trace}(\underline{\sigma})$	Premier invariant du tenseur des contraintes
J_2, J_3	Deuxième et troisième invariants de la partie déviatorique du tenseur des contraintes
$p = \frac{I_1}{3}$	Pression moyenne
$q = \sqrt{3J_2}$	Déviateur, ou contrainte déviatorique de von Mises
$\theta = \frac{1}{3}\arccos\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right)$	Angle de Lode

Relations entre les notations pour les essais à symétrie de révolution

$P_c = \sigma_{\theta}$	La pression de confinement donne la contrainte latérale
$p = \sigma_m = (\sigma_x + 2\sigma_\theta)/3$	Pression ou contrainte moyenne sont équivalentes
$q = \sigma_x - \sigma_\theta $	Calcul du déviateur des contraintes

Les notations mènent à la relation suivante, pour ces essais ou en contraintes principales :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{2}{3} q \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

Notations pour le modèle couplé

en 1D en 3I)
$\varepsilon \qquad \underline{\underline{\varepsilon}}$	Déformation (resp. tenseur des déformations)
$\sigma \qquad \underline{\underline{\sigma}}$	Contrainte (resp. tenseur des contraintes)
E_0	Module d'Young
$ u_0$	Coefficient de Poisson
$\lambda_0 ext{ et } \mu_0$	Coefficients de Lamé
D_t	Endommagement de tension (scalaire)
$D_{t,comp}$	Endommagement de tension lié à de la compression
$D_{t,tens}$	Endommagement de tension lié à de la traction
D_c	Endommagement en compression
$lpha_t$	Part du chargement correspondant à de la tension
$\sigma_{ft} = \sigma_{ft}$	Contrainte (resp. tenseur des contraintes) de fermeture des fissures en traction (σ_{ft_0} caractéristique scalaire initiale du matériau)
$\varepsilon_{ft} \qquad \stackrel{\varepsilon}{=}_{ft}$	Déformation irréversible (resp. tenseur des déformations irréversibles) correspondant à σ_{ft} (resp. $\underline{\underline{\sigma}}_{ft}$) (ε_{ft_0} caractéristique scalaire initiale du matériau)
$(\varepsilon_{fc}, \sigma_{fc}) (\underline{\varepsilon}_{fc}, \underline{\sigma}_{\underline{c}})$	$_{fc})~~{\rm Caractéristiques}$ du matériau, correspondant en 1D au point focal des décharges en compression
$ ilde{arepsilon}_M$	Déformation équivalente selon Mazars (1984) calculée à partir de ε (resp. $\underline{\underline{\varepsilon}})$
D_M	Endommagement selon Mazars (calculé à partir de $\tilde{\varepsilon}_M$)
D_{tM} et D_{cM}	Endommagement en tension (resp. en compression) défini par Mazars (1984) à partir de $\tilde{\varepsilon}_M$
α_{tM} et α_{cM}	Parts respectives entre D_{tM} et D_{cM}
$arepsilon_{0M}, A_{cM}, B_{cM}, \ A_{tM}, B_{tM}$	Caractéristiques du matériau décrivant l'évolution de D_{cM} et D_{tM}
$ ilde{arepsilon}$	Déformation équivalente calculée à partir de $\varepsilon - \varepsilon_{ft}$ (resp. $\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ft}$)
D_{tt} et D_{ct}	Endommagement en tension (resp. en compression) selon Mazars calculé à partir de $\tilde{\varepsilon}$
α_{tt} et α_{ct}	Parts respectives entre D_{tt} et D_{ct}
$\varepsilon_0, A_c, B_c, A_t, B_c$	\mathbf{R}_t Caractéristiques du matériau décrivant l'évolution de D_{ct} et D_{tt}

Introduction générale

Contexte de l'étude

La plupart des ouvrages d'infrastructure sont aujourd'hui réalisés en béton armé ou précontraint : ponts et ouvrages d'art, barrages, enceintes de centrales nucléaires, ouvrages sensibles de défense. Si ce matériau est donc considéré comme offrant une bonne résistance dans ces usages sensibles, la quantification de cette résistance aux impacts ou aux ondes de choc est un sujet ouvert. Les phénomènes ayant cours dans le béton lors d'un impact sont aujourd'hui bien décrits, par exemple par Zukas (1992) ou Bailly *et al.* (1996), dont les conclusions sont reprises à la figure 1. On observe en particulier que pendant la phase de pénétration de l'impacteur, l'état de sollicitation est un état de compression triaxiale. En avant de l'impacteur, on a des contraintes de cisaillement et de traction, donc un état multiaxial.

Le principal obstacle est la difficulté à obtenir une mesure expérimentale de la réponse du matériau béton sous ces sollicitations dynamiques, en raison des caractères transitoire et hétérogène du champ de contraintes dans l'échantillon. Une démarche permettant une quantification de ce comportement est d'utiliser comme point de départ une étude statique sous très fort confinement, complétée par la prise en compte de l'effet de la vitesse de chargement.

Le laboratoire 3S-R mène, en collaboration avec la DGA (Délégation Générale à l'Armement), une étude à long terme du comportement du béton sous sollicitations sévères. Dans le cadre du protocole de collaboration PREVI (Pôle de Recherche sur la Vulnérabilité des Infrastructures) entre la DGA, l'Université Joseph Fourier, le CNRS et Grenoble INP, le volet expérimental de cette étude a conduit à l'installation d'une presse triaxiale statique de grande capacité, la presse GIGA. Cette presse a été installée sur le site du laboratoire 3S-R à Saint-Martin-d'Hères, et a été inaugurée en mai 2004. Son principal intérêt est de permettre l'étude de grands échantillons de béton (de l'ordre du décimètre), qui peuvent donc être considérés comme homogènes, jusqu'à des niveaux de contrainte moyenne inédits, de l'ordre du GPa. Un béton de référence, appelé R30A7, a été créé à cette occasion pour l'ensemble de la collaboration.



FIGURE 1 – Sollicitation dans le béton impacté (in Bailly et al. (1996)

Comportement dynamique, statique et confiné du béton

Le comportement dynamique du béton peut être caractérisé directement par des essais dynamiques, dont le dispositif le plus usuel est celui aux barres de Hopkinson. Cette méthode d'essai n'offre qu'une maîtrise très relative du chemin de chargement, ainsi que des possibilités d'instrumentation limitées, liées à la petite taille de l'échantillon. Par ailleurs, cet essai ne permet pas d'atteindre l'équilibre dans l'échantillon, lorsque le matériau est fragile. Un autre dispositif est l'essai plaque-plaque, qui permet de caractériser le comportement dynamique du béton, mais dans des conditions plus sévères, généralement supérieures à celles atteintes lors d'impact classiques. Ce dispositif ne permet cependant pas de caractériser la réponse d'un matériau à un trajet de chargement.

Les pressions atteintes dans le béton lors d'un impact d'un projectile de taille moyenne sont de l'ordre de plusieurs centaines de MPa. Pour un projectile ogival de 2,3 kg en acier, lancé à $315 \, m.s^{-1}$, Gran et Frew (1997) ont mesuré des pressions maximales d'environ 300 MPa. Des impacteurs différents peuvent mener à des valeurs plus élevées, il apparaît donc utile de s'intéresser à des pressions plus élevées. Seuls des essais quasi-statiques peuvent reproduire ces niveaux de pression de manière homogène dans un échantillon.

Le comportement statique du béton est très étudié, et de nombreuses modélisations sont proposées, basées sur l'endommagement ou la plasticité. Pour passer de la statique à la dynamique, on doit caractériser l'effet de la vitesse de chargement sur le comportement du béton. Une vitesse de chargement élevée se traduit par une apparente augmentation de la résistance à la compression (jusqu'à environ 3 fois f_c) (voir Bischoff et Perry (1991)). Cet effet est principalement attribué aux effets d'inertie tendant à confiner le matériau pendant l'essai (voir Hentz *et al.* (2004)). Une très forte augmentation de la résistance à la traction a aussi été ob-

21

servée (jusqu'à environ 10 fois f_c) (voir Rossi *et al.* (1994)). Ces augmentations de résistance sont liées à la teneur en eau du béton pour de faible vitesses de chargement. À haute vitesse en traction, l'augmentation de résistance semble liée au mode de propagation des défauts (cf. Hild *et al.* (2003)). La modélisation de cet effet est possible, par un modèle comme celui développé par le Comité Euro-international du Béton (1993). Le reste du document ne concernera que des chargements quasi-statiques.

Le comportement confiné a été largement étudié jusqu'à des niveaux de pression de l'ordre de 200 MPa, et ce n'est que récemment que des niveaux supérieurs ont été atteints, par exemple par Schmidt *et al.* (2008). L'influence du confinement sur le béton est assez différenciée de celle sur le mortier, comme cela a été mis en évidence par Akers et Phillips (2004). Les travaux de Vu (2007) et de Gabet *et al.* (2008) ont ouvert de nouvelles pistes dans l'étude du comportement du béton sous très fort confinement, jusqu'à 650 MPa. Les niveaux de contraintes atteints, la variété des trajets de chargement ainsi que les variations des paramètres du matériau (taux de saturation, rapport E/C, variations sur les granulats), ont conduit à une meilleur connaissance de la réponse du matériau, ainsi qu'à des questions sur les causes de ces observations. En particulier, Vu *et al.* (2008a) a mis en évidence une prépondérance de l'influence du squelette granulaire dans le comportement à la limite sous fort confinement.

L'objectif de cette étude est de valider une approche de modélisation biphasique, séparant mortier et granulats, comme indiqué à la figure 2, pour des essais quasi-statiques et un état sec du matériau, afin de mieux comprendre quels phénomènes proviennent du comportement du mortier et de celui des granulats lorsqu'on observe le comportement global du béton. On souhaite donc étudier le matériau béton à l'échelle mésoscopique, intermédiaire entre les aspects micromécaniques des phénomènes ayant lieu dans la pâte de ciment et l'échelle macroscopique qui considère le béton homogène. Cet outil doit permettre d'étudier l'effet de variations de paramètres physiques ou géométriques. Les observations de l'effet du trajet de chargement menées expérimentalement par Gabet (2006) sur le béton de référence peuvent être comparées aux résultats numériques. Ces observations, ainsi que la reproduction du comportement du béton expérimental, servent à valider la modélisation biphasique mise en place, et à identifier les points à améliorer.



FIGURE 2 – Principe de représentation du béton en 2 matériaux

Organisation du mémoire

Ce mémoire de thèse est organisé en cinq chapitres. Le premier chapitre présente l'état des connaissances sur les sujets liés à l'étude. Le comportement expérimental des mortiers et des bétons sous fort confinement est d'abord revu, puis leur modélisation par des modèles monophasiques. Les modèles d'endommagement et de plasticité sont présentés, ainsi que ceux utilisant les deux aspects de manière couplée. Enfin on aborde les premiers développements de modèles biphasiques réalisés.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude expérimentale du mortier constituant, avec les granulats, le béton de référence R30A7. On présente avec précision le dispositif expérimental, et la manière dont ont été préparés les échantillons de mortier. Les résultats d'essais sont ensuite exposés et analysés en comparaison avec d'autres essais sur mortier et avec les essais sur béton.

Le troisième chapitre décrit le modèle utilisé pour la modélisation biphasique du béton. Il est constitué par couplage entre un modèle d'endommagement et un modèle de plasticité. Chacun est décrit séparément, puis la méthode de couplage est exposée. Enfin on identifie les paramètres du modèle pour le cas du mortier de l'étude.

Le quatrième chapitre montre comment est réalisé le modèle de béton numérique biphasique, au niveau des stratégies de modélisation et de placement des granulats. Les résultats des calculs effectués, basés sur la seule identification du comportement du mortier, sont ensuite confrontés aux résultats expérimentaux obtenus sur le béton R30A7.

Le cinquième chapitre étend cette approche à une autre sollicitation, l'extension triaxiale. Des essais de traction confinée et d'extension triaxiale ont été réalisés sur un autre béton, à hautes performances. Le comportement du modèle numérique biphasique est évalué pour ces sollicitations.

On conclut sur les capacités du modèle biphasique, et sur l'apport de ces calculs dans la compréhension des phénomènes mécaniques se déroulant à l'échelle mésoscopique dans le béton.

CHAPITRE 1

Étude bibliographique

1.1 Introduction

Le contexte général de l'étude est la vulnérabilité des ouvrages en béton armé soumis à des impacts. Lorsqu'un massif de béton est soumis à l'impact d'un projectile, de fortes contraintes, et particulièrement une forte contrainte moyenne, sont observées dans le béton au voisinage du projectile (cf. Gran et Frew (1997)). Le caractère directionnel du projectile est lui la cause d'un fort déviateur de contraintes, et sa vitesse implique des effets dynamiques. La précision et les difficultés liées aux essais dynamiques rendent nécessaires une caractérisation quasistatique de la réponse du béton sous fort confinement. Celle-ci permet des mesures précises et directes des contraintes et des déformations d'un échantillon, par des méthodes explicitées dans la section 1.2. La littérature sur le comportement mécanique du béton et sa modélisation mettent en évidence des approches à différentes échelles, de la micromécanique de la pâte de ciment au comportement homogène du béton à l'échelle macroscopique. Un objectif de la présente étude étant d'aller vers le calcul d'ouvrages, il parait logique de considérer les modèles homogènes, dont quelques exemples sont explicités à la section 1.3. Cependant, la taille des échantillons de laboratoire ouvre la possibilité de s'intéresser à des niveaux de détail supérieurs, comme c'est l'idée de départ des modèles biphasiques, présentés dans la section 1.4. Cette approche souligne l'importance du mortier dans le comportement global, c'est pourquoi le comportement expérimental sous fort confinement du mortier constituera le point de départ de cette étude bibliographique.

1.2 Phénoménologie expérimentale du comportement des bétons et mortiers sous fort confinement

1.2.1 Comportement des mortiers sous fort confinement

Le mortier en tant que tel est rarement utilisé comme matériau de construction, mais est un matériau dont les caractéristiques se rapprochent des bétons, et en outre constitue une partie du béton. L'absence de gros granulats implique que l'on peut considérer des échantillons de mortier comme homogènes dès des dimensions réduites. Cela a longtemps rendu son étude plus aisée que celle du béton, étant donné les limitations techniques imposées par les presses triaxiales à fort confinement. Il concentre en outre les principales variations possibles dans la composition d'un béton : type de ciment, rapport E/C, adjuvants; ensuite, le taux de saturation du béton dépend pratiquement uniquement de celui du mortier; enfin les dégradations d'origine chimique agissent aussi sur lui. Cela en fait donc un matériau adapté à des études du comportement mécanique sous l'influence de variations de ces différents paramètres. Plusieurs auteurs ont donc décrit les caractéristiques de son comportement mécanique non confiné ou sous confinement.

1.2.1.1 Phénomène de compaction

Une des propriétés remarquables du mortier à l'état initial est sa forte porosité, qui est parfois supérieure à 30 %. Une étude du comportement sous fort confinement du mortier passe donc par l'étude du comportement volumique, qui met en évidence le phénomène de compaction, phénomène diffus qui modifie les propriétés élastiques du matériau et induit des déformations irréversibles. Deux axes sont possibles pour les essais expérimentaux :un chargement en déformation uniaxiale, ou chargement oedométrique, qui est plus facile à mettre en œuvre, ou un chargement de compression hydrostatique, qui nécessite l'utilisation d'un fluide pour l'application de la pression de confinement.

La première méthode, qui a été utilisée par Bažant *et al.* (1986) et Burlion (1997) présente l'avantage de permettre, avec un confinement passif, donc une simple presse, l'obtention de très fortes déformations volumiques. Son principal inconvénient est d'entraîner un état de contraintes non homogène dans l'échantillon, ce qui peut nuire à la bonne compréhension des phénomènes mécaniques s'y déroulant. La seconde méthode a été utilisée par Burlion *et al.* (2001) pour comparaison avec des essais oedométriques, et par Williams *et al.* (2005).

Une revue de ces différents essais laisse apparaître des disparités très nettes à la fois dans les méthodes utilisées et dans les résultats. Les premières méthodes pour réaliser des essais de déformation uniaxiale consistaient à utiliser une chemise métallique relativement mince placée autour de l'échantillon du matériau étudié, supposé de module élastique très inférieur à celui de l'acier. Des jauges de déformations placées sur la chemise permettent d'accéder à la contrainte latérale appliquée à l'échantillon, tandis que des capteurs de force et de déplacement placées axialement renseignent les contraintes et déformations axiales. Ces méthodes ne permettent cependant pas d'aller dans le domaine des très hautes pressions, car l'essai était souvent arrêté par la rupture de la chemise, en particulier avec un matériau comme le béton dont le module d'Young est tout de même de l'ordre de 15 % de celui de l'acier.

Une autre méthode fut celle utilisée par Bažant et al. (1986) : au lieu de mesurer les

contraintes latérales, les auteurs ont préféré s'assurer que les déformations latérales restaient nulles, et ont donc utilisé une chemise métallique de très grandes dimensions par rapport à celles de l'échantillon, selon le principe montré figure 1.1. Cette méthode est bien sûr la plus proche de la théorie, mais certaines grandeurs demeurent inaccessibles.

Burlion désirant aussi utiliser son dispositif pour l'étude d'un béton, il avait besoin de pouvoir étudier des échantillons de dimensions plus importantes. Il a donc utilisé le premier principe présenté, mais avec une chemise beaucoup plus épaisse et largement instrumentée, ainsi qu'on peut le voir figure 1.2. Ainsi les essais ont pu être menés jusqu'à de fortes contraintes moyennes, en préservant des déformations radiales très faibles et en mesurant la contrainte latérale en plusieurs points. Son étude approfondie des phénomènes se déroulant lors de cet essai l'ont conduit à adopter des méthodes concernant le remplissage de l'espace initial entre l'échantillon et la chemise, le graissage de la chemise, et la prise en compte de ces biais dans la mesure.

Williams, Akers et Reed ont eux choisi d'utiliser une presse triaxiale de révolution classique, dans laquelle l'échantillon est donc entouré de simples membranes, et où le confinement latéral est contrôlé par un système d'asservissement de la pression de confinement aux déformations latérales. Celles-ci sont mesurées par un capteur LVDT monté sur des bras reliant deux plaques elle-même collées en vis-à-vis sur l'échantillon. Ce dispositif, présenté figure 1.3, présente l'avantage de réduire toute influence liée aux frottements entre l'échantillon et la chemise, mais sa précision dépend entièrement de celle du dispositif de mesure, qui repose sur un LVDT lui-même très sensible à la pression, comme cela a été prouvé par Gabet (2006) et Vu (2007), et qui en outre est localisé au centre de l'échantillon et ne peut donc garantir que l'état de déformations est homogène.



FIGURE 1.1 – Schéma de principe des essais œdométriques de Bažant et al. (1986)

Tous les essais hydrostatiques sont réalisés dans des appareillages similaires à celui présenté figure 1.3, mais sans utilisation du vérin axial. On présente figure 1.4 les résultats comparés des essais de Williams *et al.* (2005) et d'une partie de ceux de Burlion *et al.* (2001), qui a réalisé des essais sur des mortiers normalisés à différents rapports E/C. Les compositions et d'autres grandeurs disponibles des mortiers sont reprises dans le tableau 1.1. Bien que légèrement différents, ces mortiers sont comparables, ainsi que le montrent les courbes hydrostatiques respectives. On distingue nettement trois phases dans l'évolution du comportement volumique des mortiers en compression hydrostatique : une première phase élastique, dans les pressions de l'ordre de leur résistance à la compression ; suivie d'une phase plastique avec de l'écrouissage, qui correspond aux grandes déformations ; et les essais se terminent par une phase durcissante. Il est plus délicat de conclure sur les essais œdométriques, qui s'avèrent très différents entre eux, les déformations volumiques atteintes par le mortier chemisé étant pratiquement deux fois



FIGURE 1.2 – Schéma de principe des essais œdométriques de Burlion et al. (2001)



FIGURE 1.3 – Schéma de principe des essais œdométriques et hydrostatiques de Williams $et \ al. (2005)$

plus importantes que celle atteintes dans le dispositif asservi. Cependant, même dans les essais sur le mortier FACM, on constate un effet compactant des contraintes de cisaillement, qui différencient l'essai oedométrique de l'essai hydrostatique. Une explication de ce phénomène est que ces contraintes peuvent favoriser le réarrangement des grains de sable du mortier une fois la pâte de ciment fortement endommagée, ce qui n'est pas possible sous la seule pression hydrostatique, et donc favoriser une diminution de volume supplémentaire. On retrouve dans les deux cas une phase plastique importante, suivie d'une phase durcissante, mais seul l'essai de Williams présente une phase élastique initiale. Tout cela met en évidence l'importance très forte du dispositif expérimental, des conditions de drainage et de séchage, sur le résultat des essais.

nom du mortier	mortier normal $E/C 0.5$	mortier FACM
auteurs	Burlion, Yurtdas	Williams, Akers
Compo	osants exprimés pour $1 m^3$	de béton
Sable	$1350 kg/m^3$	$1445 kg/m^3$
Ciment	CEM I $42.5: 450 kg/m^3$	ASTM Type I/II : $474 kg/m^3$
Eau	$225 l/m^3$	$275 l/m^3$
Agent réducteur d'eau	_	$1,54 l/m^3$
Carac	téristiques physiques et mé	caniques
Porosité	18.2%	23,7%
Taux de saturation	n.d.	env. 50%
Résistance à la compression	n.d. $(>42,5MPa)$	46 MPa
rapport E/C	0,5	0,58

TABLE 1.1 – Caractéristiques du mortier normalisé de Burlion et du FACM de Williams



FIGURE 1.4 – Comparaison des essais oedométriques et hydrostatiques de Burlion et Williams

Ces différents auteurs ont donc mis en évidence et caractérisé le phénomène de compaction. L'endommagement du béton est couplé à l'augmentation de la microfissuration liée à un chargement mécanique (Hsu *et al.* (1963)), et se traduit par un baisse de la raideur axiale du matériau. Une question importante est de déterminer si cette fermeture de la porosité peut être assimilée à de l'endommagement du matériau ou non. Pour cela, une comparaison avec un autre matériau poreux de nature plus homogène, un aluminium poreux, est utile. Deux aluminiums poreux, respectivement à 9 et 17 %, ont été étudiés par Bonnan (1996), sous chargements hydrostatique et œdométrique. La forme générale des courbes, avec 3 phases successivement élastique, plastique avec écrouissage et durcissante, constitue une caractéristique commune avec les courbes obtenues sur mortier. Cependant on constate que les deux types d'essai donnent des réponses volumiques très proches, au contraire des essais sur mortier. En outre, la réponse en décharge est très particulière, puisque linéaire jusqu'à décharge complète, et après retour à pression nulle, la diminution de volume résiduelle correspond exactement au volume des vides initial. Ces courbes mettent donc en évidence la stricte influence de la compaction seule, sans endommagement.



FIGURE 1.5 – Courbes de comportement volumique d'aluminiums poreux lors d'essais hydrostatiques et œdométriques : contrainte moyenne en fonction de la déformation volumique (Bonnan (1996))

Dans l'étude de Burlion comme dans celle de Williams, des cycles de déchargementrechargement ont été effectués lors des essais oedométriques. La conclusion est que les cycles n'ont aucune influence sur la courbe enveloppe du comportement : c'est-à-dire que l'état final de contraintes et de déformation d'un échantillon sollicité en déformations uniaxiales sera le même qu'il y ait eu ou non des décharges sur le chemin de chargement. On peut donc dire que les cycles de charge-décharge en compression hydrostatique ou œdométrique ne sont pas eux-même source d'endommagement. La décharge elle-même apporte d'autres informations : le module de décharge est très élevé, et les déformations résiduelles sont importantes, ainsi qu'on peut le voir sur la figure 1.6. Les déformations résiduelles sont cependant fortement limitées par la très forte diminution du module de décharge en fin d'essai, qui donne donc un fort recouvrement de volume. Le phénomène d'hystérésis visible sur cette figure n'est pas nécessairement lié à la réponse matériau, car les frottements entre l'échantillon et la chemise peuvent provoquer ce type de dissipation d'énergie. La réponse du mortier sous ce type de chargement est clairement irréversible.

Les différences principales avec l'aluminium poreux sont donc d'abord la dépendance du comportement volumique à la contrainte moyenne et à la contrainte déviatorique, classique pour les géomatériaux, et l'élasticité résiduelle en fin de décharge. Ces deux caractéristiques proviennent de l'hétérogénéité du mortier à l'échelle microscopique. Le mortier est donc susceptible de subir des réorganisations internes au niveau du squelette granulaire, dépendantes du chemin de chargement.

Des informations supplémentaires importantes sur le comportement du mortier sous char-

gement hydrostatique nous sont apportées par Schickert et Danssmann (1984). Ces auteurs ont réalisé des essais de compression simple sur des échantillons ayant subi au préalable un chargement hydrostatique. Les principaux résultats de ces essais sont repris figure 1.7. On constate une très nette dégradation de la résistance à la compression simple des échantillons sollicités en compression hydrostatique. Cela démontre que des dégradations de la structure du mortier et non seulement une réduction de sa porosité ont été provoqués par la compression hydrostatique préalable. L'endommagement provoqué par une forte compression hydrostatique ou œdométrique, qui est lié à une forte réduction de volume et de porosité de l'échantillon, s'exprime une fois la pression de confinement redescendue.



FIGURE 1.6 – Force axiale en fonction du déplacement axial pour un essai œdométrique cyclique de Burlion (1997)



FIGURE 1.7 – Essais de Schickert et Danssmann (1984) : Résistance résiduelle à la compression simple en fonction de la pression hydrostatique de pré-sollicitation

1.2.1.2 Comportement triaxial des mortiers

Le paragraphe précédent a mis en évidence l'influence du chemin de chargement hydrostatique ou œdométrique sur la courbe de comportement. Une façon classique de représenter le comportement complexe de matériaux est de séparer les réponses sous chargement hydrostatique (la contrainte de référence étant la pression hydrostatique pour un essai hydrostatique, on utilise la contrainte moyenne p pour les autres chargements) et sous chargement déviatorique (la contrainte de référence pour cette partie est la contrainte déviatorique q). Nous avons vu qu'à contrainte moyenne égale, les déformations volumiques atteintes étaient plus élevées lorsqu'une composante déviatorique des contraintes était présente.

Pour aller plus loin et caractériser cette réponse sous contrainte déviatorique, des essais triaxiaux de révolution sont nécessaires. Des essais de compression triaxiale ont été réalisés par Williams *et al.* (2005) dans l'étude déjà présentée, leurs principaux résultats étant repris figure 1.8.D'autres essais ont été réalisés par Buzaud (1998), mais sur un matériau légèrement différent, le microbéton MB50, étude dont les principaux résultats sont présentés figure 1.9. Un microbéton contient une plus grande quantité de sable (proche de la quantité utilisée dans un béton normal), mais la taille du plus gros granulat est identique à celle des mortiers. Ces courbes mettent en évidence les caractéristiques majeures du comportement des mortiers liées au confinement.

La résistance à la compression triaxiale du matériau est nettement supérieure à la résistance à la compression simple, et ce dès les faibles confinements, et que l'on considère la contrainte axiale totale ou la contrainte déviatorique. Le comportement volumique (figure 1.8 droite) présente une caractéristique commune à tous les essais, qu'on appellera la transition contractance-dilatance, et qui correspond pour les essais où l'on distingue un pic de contrainte à un point très proche, légèrement inférieur à ce pic. Cette transition permet de définir un état-limite caractéristique du matériau, qui est une alternative à l'état-limite usuel (pic de contrainte) dans les cas où un tel pic n'est pas observé. La figure 1.8 (gauche) permet aussi de distinguer un changement dans le type de réponse du matériau entre les faibles confinements (jusqu'à 50 MPa), la réponse à 100 MPa et les plus forts confinements (200 MPa) et plus). Jusqu'à 50 MPa, on observe un pic de contrainte déviatorique, assez marqué jusqu'à 20 MPa, moins net à 50 MPa, pic croissant avec la pression de confinement. L'essai à 50 MPa est le premier à présenter une ductilité importante, ce qui permet d'ailleurs aux auteurs d'aller décharger l'échantillon, alors qu'une rupture était intervenue aux niveaux inférieurs. Lors de l'essai à 100 MPa, le comportement est plastique avec écrouissage, mais le niveau de contrainte déviatorique atteint est encore supérieur à l'essai à 50 MPa. Pour les essais au-delà de 200 MPa, on observe une plastification assez brutale suivie d'un plateau légèrement adoucissant, ce qui n'est pas en ligne avec l'évolution observée précédemment. Surtout, les courbes déviatoriques des essais à 200, 300 et 400 MPa sont très proches, différant seulement par leur raideur tangente, légèrement croissante avec le confinement. Cet effet de seuil est représenté à la figure 1.8 (bas), où l'on observe nettement un plateau de contrainte déviatorique à fort confinement.

Tous ces effets se retrouvent peu ou prou dans l'étude de Buzaud. En particulier on retrouve le caractère plastique du mortier sous fort confinement, et le plateau de contrainte déviatorique sur la figure 1.9 (droite), qui correspond aux extrémités des courbes. Dans cette étude, on connaît la conservation des échantillons, qui après conservation à saturation, ont été exposés à l'air libre pendant 7 jours, ce qui pour des échantillons de petite taille (ici $\phi = 20 \text{ mm}$) suffit à atteindre un taux de saturation de l'ordre de 50 %, similaire à celui mesuré sur les échantillons du mortier FACM.

Les résultats de l'étude de Vu (2007) sur l'influence de l'eau sur le comportement d'un béton mettent en évidence une courbe d'états-limites tout à fait similaire dans le cas particulier d'un matériau partiellement saturé. Le niveau du plateau est fonction de la teneur en eau du béton (Vu *et al.* (2008b)). Une étude de Yurtdas *et al.* (2004) sur l'effet du séchage sur le comportement triaxial du mortier normal E/C 0,5 dont la composition a été donnée dans le tableau 1.1 permet de confirmer cette hypothèse, en montrant qu'un échantillon sec peut supporter une contrainte déviatorique supérieure à un échantillon humide, comme le montre le cas présenté figure 1.10.

Parmi ces études, seule celle de Buzaud détaille le faciès final des échantillons, pour ceux sous fort confinement : ceux-ci peuvent présenter soit une forme légèrement en tonneau, soit une zone de forte déformations latérale, Buzaud soupçonnant celle-ci de provenir d'un flambage structurel initial. Dans tous les cas, au-dessus de 200 MPa de confinement, aucun auteur ne signale de fracture localisée. Au contraire, une étude de Rutland et Wang (1997) vise spécifiquement à caractériser l'orientation de la fracturation dans le mortier lors d'essais de compression triaxiale quasi-statiques, jusqu'à 56 MPa. Les résultats de cette étude sont repris figure 1.11, et montrent que l'angle de la fracture par rapport à la verticale augmente avec le confinement dans les basses pressions avant de se stabiliser vers 35°. Ces deux résultats corroborent le changement de régime de rupture qui a aussi été signalé sur les essais de Williams *et al.*, et qu'on appellera transition fragile-ductile.

La littérature donne un assez bon aperçu des caractéristiques qualitatives et quantitatives du comportement et de la rupture du mortier en compression triaxiale; ces essais sont plus communs que ceux d'extension triaxiale (c'est-à-dire un essai où la contrainte axiale est inférieure à la pression de confinement), car ils correspondent à un état de chargement plus fréquemment rencontré lors des impacts. Cependant, pour caractériser l'ensemble du comportement triaxial du mortier, des essais d'extension sont utiles, et très peu d'informations sont disponibles. Quelques essais d'extension avec différents chemins de chargement ont été réalisés à des pressions de confinement moyennes (entre 50 et 65 MPa) par Williams *et al.* (2005), et ces résultats sont repris figure 1.12. Williams *et al.* décrivent que chaque essai a été mené à la rupture, et on voit que la courbe de rupture en extension est significativement plus basse en valeur absolue que la courbe d'états-limites en compression, sans noter d'influence du chemin de chargement. On observe donc une forte influence de l'angle de Lode, surtout à bas confinement, dont il faudra tenir compte dans tout modèle de comportement à haute pression.

L'ensemble de ces études permet d'appréhender les caractéristiques nécessaires à inclure dans la modélisation du comportement du mortier : celles-ci sont donc la représentation de la compaction, la représentation de l'endommagement avec une fonction mémoire dépendante de la pression moyenne, et une différenciation des comportements en compression triaxiale sous faible confinement (pic suivi d'un adoucissement), fort confinement (plasticité), ainsi qu'en extension triaxiale.

1.2.2 Comportement des bétons sous fort confinement

Le matériau béton peut être décrit comme constitué d'un mortier similaire à ceux qui viennent d'être présentés, et de granulats de plus grandes dimensions. On s'attend donc à



FIGURE 1.8 – Résultats d'essais triaxiaux entre 5 et 400 MPa de confinement sur le mortier FACM par Williams *et al.* (2005) :

- (gauche) Courbes contrainte déviatorique q déformation axiale ε_x
- (droite) Courbes contrainte déviatorique q déformation volumique ε_v
 - (bas) Contrainte déviatorique q à la transition contractance-dilatance en fonction de la contrainte moyenne p





- (gauche) Courbes contrainte axiale σ_x déformation axiale ε_x
- (droite) Courbes contrainte déviatorique q contrainte moyenne p



FIGURE 1.10 – Essais sur mortier à 15 MPa de confinement par Yurtdas *et al.* (2004) : Contrainte déviatorique maximale en fonction de la perte en masse



FIGURE 1.11 – Angle de fracturation en fonction de la pression de confinement (in Rutland et Wang (1997))

retrouver certaines caractéristiques communes avec le mortier. Cependant, béton et mortier diffèrent sur des points importants : d'abord, la porosité d'un béton est inférieure à celle d'un mortier, si on utilise des granulats peu poreux. Ensuite la présence de ces granulats lors du coulage a des conséquences sur la microstructure du mortier : un béton moins fluide que le mortier coulé seul peut plus facilement retenir des bulles d'air, ce qui tend à augmenter la porosité de la phase mortier du béton si on la compare à la même phase coulée seule. En outre, il se crée à l'interface entre les granulats et le mortier une zone de transition, plus poreuse et plus fragile, appelée auréole de transition (ITZ pour *Interfacial Transition Zone*). Pour finir, les granulats sont généralement beaucoup plus rigides tant axialement que volumiquement, et ils constituent un squelette granulaire à l'intérieur du béton.

D'un point de vue expérimental, le béton est plus difficile à étudier, car la présence des granulats de grande dimension a pour conséquence qu'un échantillon de béton ne peut être considéré comme homogène que si ses dimensions sont très supérieures à celles du plus gros granulat, ce qui donne une dimension caractéristique de $10 \, cm$ pour un plus gros granulat de $1 \, cm$. Cette condition ne pose pas de problème en compression simple, mais reste un frein à la réalisation d'essais sous fort confinements. Les dispositifs d'essais sous fort confinement ($200 \, MPa$ et plus) sont en effet d'un coût élevé, dû à leurs dimensions très supérieures à la dimension typique de l'échantillon, en raison de l'épaisseur nécessaire de la paroi de cellule, et du volume de fluide à mettre sous pression.

Ainsi des essais sur des échantillons de béton ont été réalisés à partir de 1997 par Gran et Frew (1997), qui a été jusqu'à une pression de confinement de 300 MPa, puis par Schmidt *et al.* (2008), Warren *et al.* (2004), Williams *et al.* (2006), jusqu'à 400 ou 450 MPa, et enfin par Gabet (2006) et Vu (2007) jusqu'à 650 MPa. On présente dans le tableau 1.2 les compositions des différents bétons cités.

type de béton	béton B23	béton WES5000	béton SAM-35	béton R30A7			
auteurs	Warren	Schmidt	Williams, Akers	Gabet, Vu, Poinard			
	Composants	exprimés pour $1l$	d'eau				
Granulats en kg	0,31	7,11	5,42	5,96			
Sable en kg	5,87	5,76	6,15	4,96			
Ciment Portland en kg	Type I/II : 1,17	Type I : $1,81$	Type $I/II : 1.59$	CEM I $52,5:1,56$			
Eau en l	1	1	1	1			
Cendres volantes en kg	0	0,384	0	0			
Réducteur d'eau en l	0,009	$0,015 \ (2 \text{ types})$	200N:0,0041	0			
Entraîneur d'air en l	0	0	0,0005	0			
Caractéristiques physiques et mécaniques							
Porosité	n.d.	n.d.	20%	12,6%			
Taux de saturation	n.d. « sec »	n.d. « sec »	env. 40%	variable			
Résistance en compression	23MPa	45MPa	33,6MPa	38MPa			
rapport E/C	0,85	0,55	$0,\!63$	$0,\!64$			
Caractéristiques des essais							
$\phi \times h$ des échantillons (mm)	50×110	50×110	50×110	70×140			
P_c maximale (TXC)	400 MPa	450MPa	400MPa	650MPa			

TABLE 1.2 – Caractéristiques des bétons étudiés

Ces différentes études ont révélé de nombreuses caractéristiques communes avec le comportement des mortiers. En particulier, sous un chargement de compression hydrostatique, on retrouve un comportement assez similaire, avec une compaction de l'échantillon de béton qui est, si on la compare à celle d'un mortier, proportionnelle à leur porosité respective, et qui comprend les mêmes phases successives : élastique, de compaction et de durcissement. L'étude de Schickert et Danssmann (1984) a aussi démontré que les mécanismes d'endommagement sous compression hydrostatique étaient les mêmes entre le mortier et le béton. En effet, la figure 1.7 montre qu'une pré-compression hydrostatique a les mêmes effets sur la résistance à la compression des mortiers et du béton, dont les résistances initiales étaient comparables. Cette étude à relativement faible confinement n'a pas mis en évidence d'influence du comportement des granulats sous ce type de chargement. Une étude de Poinard *et al.* (2008) sur l'état du béton après une compression hydrostatique met en évidence une fracturation forte des granulats, dès un niveau de confinement de 400 MPa. Celle-ci peut être une source de différences entre les comportements des mortiers et des bétons sous très fort confinement. Le comportement triaxial du béton diffère plus nettement de celui du mortier, sous l'influence du squelette granulaire.

1.2.2.1 Comportement en compression triaxiale

Les différentes études mettent en évidence la hausse de la résistance à la compression triaxiale du béton. Comme sur les mortiers, on observe un pic de résistance à bas confinement, accompagné d'un changement d'évolution volumique de la compaction vers la dilatance. Sous fort confinement, on a de nouveau une absence de pic de contrainte axiale, mais toujours un état-limite caractérisé par la transition contractance-dilatance du matériau. Cet effet est visible sur les courbes présentées figure 1.13, tirées des études de Williams *et al.* (2006) et de Schmidt *et al.* (2008). On caractérise donc de la même manière que pour les mortiers l'état-limite d'un béton en compression triaxiale.

Cependant, les faciès des échantillons après compression triaxiale diffèrent nettement des faciès observés sur le mortier, qui se caractérisaient par une forte déformation en tonneau avec une fissure plus ou moins inclinée sous faible confinement et par l'absence de macrofissure sous fort confinement. Une étude de Sfer et al. (2002) détaille le type de rupture en fonction du confinement jusqu'à une pression de 60 MPa pour un béton usuel, et ce pour des échantillons de grandes dimensions (diamètre $15 \, cm$). Les résultats de cette étude, présentés figure 1.14, mettent en évidence le changement de type de fracturation, passant d'une fissuration distribuée sous très faible confinement à une fracturation constituée d'une ou deux macro-fissures très inclinées accompagnées d'une forte micro-fissuration dans les granulats. Les études de Gabet (2006) et Vu (2007) complètent ces observations pour des plus fortes pressions de confinement. Une vue d'ensemble des faciès de rupture est présentée à la figure 1.15. On retrouve à 50 MPa un faciès comparable avec celui observé par Sfer *et al.*, avec une ou deux macro-fissures inclinées. À une pression supérieure, on retrouve une ou plusieurs macro-fissures, ou bandes de localisation, mais perpendiculaires à l'axe de chargement principal, ce qui diffère nettement du comportement des mortiers. Vu constate que ces bandes correspondent à une ruine totale de la matrice cimentaire, accompagnée d'un déchaussement de granulats. Le nombre de bandes semble dépendre de la déformation axiale maximale imposée. Dans ce cas où la matrice cimentaire est totalement endommagée, on met donc en évidence l'effet de la présence des granulats.

Il est intéressant de constater que l'effet de hausse de la résistance à la compression triaxiale par rapport à celle à la compression simple est plus marqué sur un béton de faible résistance en compression simple, comme c'est le cas de celui de l'étude de Warren *et al.* (2004), dont les résultats sont présentés figure 1.16, que sur un béton de résistance usuelle ou *a fortiori* supérieure. On constate en effet sur la figure 1.17 qu'il n'y a pas de corrélation entre la résistance à la compression simple et la résistance à la compression confinée. On trouve réunis sur cette figure des essais sur des bétons entre 23 et 140 MPa, et on s'aperçoit que le béton ayant


FIGURE 1.12 – Résultats d'essais d'extension triaxiale selon différents chemins de chargement sur le mortier FACM par Williams *et al.* (2005) : (gauche) Courbes contrainte déviatorique q - déformation axiale ε_x

(droite) Courbes contrainte déviatorique q - contrainte moyenne p





- (gauche) entre 100 et 400 MPa de confinement sur le béton SAM-35 par Williams *et al.* (2006)
- (droite) à 375 MPa de confinement sur le béton WES5000 par Schmidt *et al.* (2008)



FIGURE 1.14 – Résultats d'essais triaxiaux à basse pression (*in Sfer et al.* (2002)) :
(gauche) Évolution des faciès de rupture
(droite) Évolution des comportements axial et volumique



FIGURE 1.15 – Faciès de rupture d'échantillons secs de R30A7 (in Vu (2007))

la plus grande résistance à la compression sous fort confinement a une résistance à la compression simple moyenne. La dispersion entre ces essais reste faible, en particulier dans les pressions de confinement moyennes, entre 100 et 200 MPa. En dessous, la résistance à la compression simple garde un effet important, comme on le voit sur les résultats d'essais de Hanchak *et al.* (1992), qui sont dans le haut du spectre à faible confinement, puis dans le bas ensuite. Il semble donc impossible de corréler la résistance à la compression simple à celle sous fort confinement, à cause de la présence du squelette granulaire, qui semble contrôler le comportement du béton sous fort confinement (Vu (2007)). Inclure dans un unique modèle de comportement un comportement de matrice et un comportement de squelette mène à des modèles forcément très complexes, qui justifient la démarche de cette thèse.

Un autre point a été relevé par Schmidt (2003) dans sa thèse concernant le comportement sous fort confinement du béton : il s'agit du fluage sous compression hydrostatique ou triaxiale. Ce fluage est notable dès quelques dizaines de secondes de palier de chargement, Schmidt ayant trouvé une stabilisation au bout d'environ 30 minutes. Ses essais montrent cependant qu'après une phase de fluage, la courbe de comportement du béton rejoint la courbe sous chargement monotone. C'est un point qui a une forte influence sur les aspects expérimentaux, car il empêche d'obtenir la pente initiale dans la phase triaxiale. En effet, dans un dispositif expérimental classique, il se passe un certain temps après la fin du chargement hydrostatique, avant la mise en contact du piston axial et de l'échantillon. L'échantillon se retrouve donc temporairement dans un état de fluage. Cela permet au contraire lors de la détermination d'un module de décharge d'éliminer toute composante de fluage de la mesure.



FIGURE 1.16 – Résultats d'essais triaxiaux sur B23 (*in* Warren *et al.* (2004)) : Contrainte axiale σ_x en fonction de la déformation axiale ε_x

1.2.2.2 Comportement en extension triaxiale

Comme pour les mortiers, on doit s'intéresser dans le cadre d'un modèle général sous fort confinement à des chargements triaxiaux autres que ceux de compression triaxiale, c'est-àdire les chargements pour lesquels l'angle de Lode est différent de 0°. Le plus courant est l'extension triaxiale, pour laquelle l'angle de Lode vaut 180°. Des applications particulières du béton ont fait qu'une littérature plus riche que celle sur les mortiers sous le même chemin de chargement existe. En effet, un état de contrainte avec de la compression dans toutes les directions, mais avec deux directions dominant la troisième peut se rencontrer dans des



FIGURE 1.17 – Comparaison des états-limites en compression de différents bétons, tiré de Buzaud (2004) et complété : contrainte déviatorique q à l'état-limite en fonction de la contrainte moyenne p



FIGURE 1.18 – Résultats d'essais triaxiaux avec phases de fluage sur béton WES5000 par Schmidt (2003) :

(gauche) phase hydrostatique : contrainte moyenne p en fonction des déformations

(droite) phase déviatorique : contrainte déviatorique q en fonction des déformations

structures réelles, lorsque l'on met en œuvre de la précontrainte dans deux directions, et qu'un chargement quelconque vient s'appliquer dans la troisième. Le confinement lié à la précontrainte est couramment de l'ordre de 10 MPa, ce qui a amené différents auteurs à étudier l'extension triaxiale des bétons à des pressions de confinement faibles à moyennes. Il faut noter que sous faible confinement, la résistance du béton est généralement suffisante pour obtenir une contrainte de tension dans la direction axiale, on ne parlera plus alors d'extension triaxiale mais de traction confinée, ce qui nécessite un dispositif expérimental particulier, l'échantillon devant être collé au système de chargement axial.

Les plus anciennes études du domaine de l'extension triaxiale ont été réalisées par Mills et Zimmerman (1970) sur un béton usuel, et par Kotsovos et Newman (1979) sur différents bétons de résistance à la compression comprise entre 32 et 62 MPa, pour des pressions de confinement entre 17 et 69 MPa, Kotsovos ayant en outre étudié le domaine de la traction confinée lors de ces essais. On présente figure 1.19 certains de ces essais, qui révèlent les comportements axiaux et radiaux typiques. On remarque que la déformation volumique est pratiquement nulle au cours de ces essais, puis dilatante en fin d'essai, et que même sous une pression élevée, la contrainte finale est proche de 0 MPa, donc du domaine de la traction.

Ces études utilisent un dispositif expérimental similaire à celui des essais de compression déjà présentés, c'est-à-dire qu'il s'agit d'essais triaxiaux de révolution. Un autre type de dispositif peut être utilisé, il s'agit de presses triaxiales "vraies", utilisant des peignes pour appliquer les efforts sur un cube de matériau. De tels essais nécessitent des moyens expérimentaux particuliers, et ont été réalisés par Jiang *et al.* (1991), ou par Petkovski *et al.* (2006) dans le cas particulier des hautes températures. Ceux-ci permettent en outre de faire varier l'angle de Lode, et donc d'avoir la réponse sous des chargements sans symétrie de révolution. Tous les essais d'extension, indépendamment du dispositif, ont été réunis dans le plan q/f_c en fonction de p/f_c par Seow et Swaddiwudhipong (2005), dont on reprend la compilation de résultats figure 1.20.

On observe 2 tendances sur cette figure : tout d'abord, la courbe d'états-limites identifiée par Seow et Swaddiwudhipong en extension est significativement plus basse en valeur absolue, et donc non symétrique de la courbe d'états-limites en compression; ensuite, si on observe les points expérimentaux et non la courbe, ceux-ci présentent 2 phases : jusqu'à environ $\xi/f_c = 2$, soit $p/f_c = 1, 2$, on n'observe pas de changement de pente, les points expérimentaux sont pratiquement alignés (le spectre s'élargit, mais il n'y a pas d'inflexion générale). Au-delà, la courbe dessinée par ces points s'infléchit puis reste pratiquement parallèle à la courbe en compression pour les pressions élevées. Mais le plus remarquable reste la très faible dispersion des résultats, moindre qu'autour de la courbe en compression, alors que les données sont ramenées à une donnée usuelle, la résistance à la compression, qui est généralement considérée comme non caractéristique à haute pression. Les observations correspondent à celles déjà faites sur le comportement des mortiers en extension triaxiale.

L'ensemble des essais triaxiaux sur béton présentés ont confirmé la plupart des observations réalisées sur les mortiers. La compaction est logiquement inférieure à celle sur le mortier mais présente les mêmes phases successives (élastique, de compaction, puis de consolidation). Ceci s'explique principalement par la porosité moindre du béton. Les courbes de comportement déviatorique présentent les mêmes caractéristiques que celle du mortier, contrairement aux faciès de rupture, qui sont caractéristiques des 2 matériaux : le béton présente des bandes de localisation, dont l'inclinaison varie avec la pression jusqu'à être perpendiculaires à l'axe principal de chargement, tandis que sur le mortier ces bandes n'apparaissaient plus au-delà



FIGURE 1.19 – Résultats d'essais d'extension triaxiale sur béton de résistance 46,9 MPa à différentes pressions de confinement (*in* Kotsovos et Pavlovic (1995)) : contrainte axiale (en N/mm^2 ou MPa) en fonction des déformations axiales et radiales totales



FIGURE 1.20 – Comparaison des états-limites de différents bétons, tiré de Seow et Swaddiwudhipong (2005) : ratio de contrainte déviatorique ρ/f_c $(\rho = \sqrt{\frac{2}{3}}q)$ à l'état-limite en fonction du ratio de contrainte moyenne ξ/f_c $(\xi = \sqrt{3}p)$

d'un confinement d'environ $100\,MPa$.

Les qualités d'un modèle nécessaires à la description du comportement sous fort confinement du béton ont été mises en avant, en premier lieu desquelles l'utilité de séparer les deux phases du béton afin de mettre en évidence l'influence du squelette granulaire sur le comportement d'ensemble; mais aussi les caractéristiques (endommagement, compaction, plasticité) utiles à la description du comportement du mortier.

1.3 Modélisation monophasique du comportement du béton sous fort confinement

Les modèles visant à décrire un géomatériau hétérogène à petite échelle de manière homogène pour une utilisation à l'échelle macroscopique sont très nombreux. On peut les classer de trois manières : les modèles de plasticité, d'endommagement et de fracturation. Il existe bien sûr des modèles combinant ces différents effets. D'autre part, la formulation des critères peut se présenter de deux manières : formulation en contraintes ou en déformations. Les critères de plasticité s'expriment en contraintes sous la forme $F(\sigma) = 0$, ou parfois des formes simplifiées en raison du caractère isotrope du matériau, dans lesquelles $\underline{\sigma}$ est remplacé par les contraintes principales $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]$ ou les invariants $[I_1, J_2, J_3]$ ou $[\sigma_m, \sigma_{vM}, \theta]$, où σ_{vM} est la contrainte équivalente de von Mises et θ l'angle de Lode. Au-delà de ce critère, une loi d'évolution plastique gouverne le comportement. Les modèles d'endommagement peuvent être exprimés de la même manière ou bien écrits en déformations, c'est à dire $F(\underline{\varepsilon}) = 0$, et là encore on a ensuite une loi d'évolution, cette fois de l'endommagement. Les modèles de fracturation présentent aussi ce genre de critère, mais différent largement des deux autres puisqu'ils introduisent une ligne de fracturation dans l'élément atteignant le critère, ligne qui a son propre comportement d'interface tandis que le reste du matériau garde les mêmes propriétés. On ne détaillera que les deux premières familles qui nous intéressent ici.

L'objectif final de l'étude menée au laboratoire 3S-R en collaboration avec le Centre d'Etudes de Gramat (DGA/CEG) est l'application du modèle a des problèmes dynamiques. Le choix a donc été fait au départ d'utiliser une modélisation éléments finis de type explicite, parfaitement adaptée aux problèmes dynamiques, et utilisable pour des cas quasi-statiques à condition de contrôler les phénomènes inertiels. Celle-ci permet d'utiliser, à temps de calcul égal, des modèles de comportement plus fins, en raison de l'absence d'itération dans un pas de calcul.

1.3.1 Les modèles d'endommagement

La mécanique de l'endommagement permet de modéliser les effets de la microfissuration sur le comportement à l'échelle macroscopique du béton. La base des modèles d'endommagement est l'introduction d'une variable locale d'endommagement jouant sur la raideur du matériau. Ce type de modèle a été introduit initialement pour des matériaux métalliques, pour représenter à l'échelle d'une longueur caractéristique des phénomènes de fissuration anisotrope de dimension caractéristique très inférieure (quelques microns contre quelques dixièmes de millimètres) (voir les travaux de Lemaitre et Chaboche (1978), repris par Montheillet et Moussy (1986)). Mazars (1984) a écrit un modèle de comportement dérivé de ces travaux adapté au comportement uniaxial du béton, en compression comme en tension. Le modèle utilise une seule variable scalaire d'endommagement. Cela signifie que la densité de microfissures est supposée la même dans toutes les directions de l'espace, ou encore que le matériau subit un endommagement isotrope. En outre, l'hypothèse classique que l'endommagement ne dépend que des contraintes effectives $\tilde{\sigma}$, définies comme les contraintes s'appliquant sur une surface non endommagée, permet d'écrire une équivalence en déformations, et donc d'exprimer le modèle en déformations.

On va présenter les équations constitutives de ce modèle en mettant en évidence les points qui ont été améliorés ultérieurement par différents auteurs. La variable interne d'endommagement est D. Le potentiel d'énergie libre W, exprimé en déformations, s'écrit de la manière suivante :

$$W = \frac{1}{2}(1-D)\varepsilon_{ij}E_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{1.1}$$

où E_{ijkl} est le tenseur de Hooke, et ε_{ij} sont les déformations. Les lois d'état découlent de ce potentiel par les dérivations classiques :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} = (1 - D) E_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$
(1.2)

$$Y = -\frac{\partial W}{\partial D} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} E_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$
(1.3)

où σ_{ij} sont les contraintes associées aux déformations ε_{ij} , et Y le taux de restitution d'énergie associé à l'endommagement, qui est positif ou nul. Le taux de dissipation $\dot{\Phi}$ est égal à la différence entre la variation totale de l'énergie mécanique et le taux d'énergie libre. Il doit vérifier le second principe de la thermodynamique, ou inégalité de Clausius-Duhem :

$$\dot{\Phi} = \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{W} = Y\dot{D} \ge 0 \tag{1.4}$$

d'où $\dot{D} \ge 0$ du fait que $Y \ge 0$. Cela signifie que dans un tel modèle, l'endommagement ne peut pas décroître. Il faut encore définir l'évolution de l'endommagement, qui est pilotée par une fonction seuil et une loi dépendant des déformations. Le modèle (potentiel d'énergie libre et loi d'évolution de l'endommagement) est donc entièrement écrit en déformations.

On commence par la fonction seuil du modèle de Mazars (1984), qui s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{f} = \tilde{\varepsilon} - \kappa(D) \tag{1.5}$$

où $\tilde{\varepsilon}$ est la déformation équivalente selon Mazars (voir l'équation 1.6), et κ la variable d'histoire, valant initialement ε_{D_0} le seuil d'endommagement en tension, puis prenant la valeur maximale historique de $\tilde{\varepsilon}$.

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{i} \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \tag{1.6}$$

avec ε_i les déformations principales ($\langle x \rangle_+ = x \text{ si } x > 0$ et $\langle x \rangle_+ = 0$ sinon). Ceci traduit le fait que l'endommagement dans ce modèle n'évolue que sous l'effet de déformations de tension, ce qui a été justifié par Mazars (1986), et correspond à des microfissurations principalement normales à l'axe de chargement en traction et parallèles en compression.

Enfin la loi d'évolution de l'endommagement s'écrit sous la forme :

$$D_i(\tilde{\varepsilon}) = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}(1 - A_i)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_i}{e^{B_i(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{D_0})}}$$
(1.7)

dans laquelle l'indice a prend les valeurs t (resp. c) pour la traction (resp. la compression). Les coefficients A_t , B_t , A_c et B_c sont les paramètres caractéristiques du matériau. Enfin, les deux variables intermédiaires d'endommagement D_t et D_c sont réunies en fonction de l'état de déformations du matériau sous cette forme :

$$D = \alpha_t(\underline{\varepsilon})^\beta D_t + (1 - \alpha_t(\underline{\varepsilon}))^\beta D_c \tag{1.8}$$

où α_t est la proportion relative des déformations positives, et β un paramètre constant représentant la dépendance au cisaillement. Ce modèle reproduit bien le comportement typique pour des chargements non-cycliques, comme on peut le voir figure 1.21.



FIGURE 1.21 – Réponse du modèle d'endommagement de Mazars en traction simple (a) et en compression simple (b) (*in* Mazars (1994))

On voit donc qu'il est facile à partir de là d'introduire plusieurs variables d'endommagement scalaires indépendantes en compression et en traction, modification qui a été apportée ultérieurement par Mazars *et al.* (1990) et La Borderie (1991).

A partir du même cadre (même potentiel d'énergie libre), Marigo (1981) a développé un modèle dans lequel la fonction seuil est exprimée différemment, sous la forme suivante :

$$\mathbf{f} = Y - \kappa(D) \tag{1.9}$$

La loi d'évolution est donnée par la condition de consistance f = 0 et $\dot{f} = 0$, qui mène à :

$$\dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial Y} = \dot{\lambda} \tag{1.10}$$

où $\dot{\lambda}$ est appelé le multiplicateur d'endommagement. puis $D = \kappa^{-1}(Y_{max})$.

Bodé (1994) a suivi une autre approche en écrivant la fonction seuil sous la forme suivante, qui est un pseudo-potentiel de dissipation :

$$\mathbf{f} = Y - k(Y) \tag{1.11}$$

où k est nommée variable d'écrouissage par analogie avec la plasticité. La condition de consistance s'applique toujours et mène au même multiplicateur d'endommagement, mais on a la variable supplémentaire \dot{z} , fonction d'écrouissage associée à κ :

$$\dot{z} = \dot{\lambda} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \kappa} = -\dot{\lambda} \tag{1.12}$$

On choisit pour \dot{z} la forme $\dot{z} = -H\dot{\kappa}$, où H est donc appelé module d'écrouissage. On a donc $\dot{D} = -\dot{z}$, ce qui permet de décrire l'évolution de l'endommagement :

$$\begin{cases} \operatorname{si} (f(Y) = 0 \operatorname{et} \dot{f}(Y) = 0) & \operatorname{alors} \dot{D} = H\dot{Y} \\ \operatorname{si} (f(Y) < 0) \operatorname{ou} (f(Y) = 0 \operatorname{et} \dot{f}(Y) < 0) & \operatorname{alors} \dot{D} = 0 \end{cases}$$
(1.13)

Il reste à choisir une fonction H, fonction du taux de restitution d'énergie Y, qui doit être intégrable de façon à exprimer D en fonction de Y, ce qu'on ne présentera pas ici.

Tous ces modèles ont été appliqués avec succès au comportement du béton, en particulier en résolution analytique. L'application à des simulations numériques est plus délicate : en effet, ces modèles sont adoucissants aussi bien en traction qu'en compression (voir figure 1.21), ce qui rend le problème numérique mal posé dès que le comportement devient adoucissant en un point. Il s'agit alors de localisation, définie généralement comme une zone où les déformations restent continues, mais se concentrent dans une zone de taille très petite vis-à-vis de la structure (voir Bodé (1994)). Avec ce type de modèles, on trouve de forts gradients d'endommagement dans cette zone, ce qui entraîne pour les simulations par éléments finis une dépendance des résultats au maillage. En effet, Bažant (1976) a observé que la zone de localisation devient proportionnelle à la taille de l'élément fini où le critère de localisation est atteint. Plus la maillage est raffiné, moins on dissipe d'énergie, jusqu'au cas théorique extrême où les déformations se concentrent dans un volume nul, d'où une énergie dissipée nulle (voir Pijaudier-Cabot et Bodé (1992)).

Adapter les modèles d'endommagement pour éviter la dépendance au maillage a donc été une priorité pour leur développement, ce qui a pris plusieurs formes. La première, la plus simple, nommée *crack band model* par Pietrusczak et Mroz (1981) et Bažant et Oh (1983), était de fixer la taille de maille optimale pour la zone de localisation en fonction du modèle utilisé. Cette taille de maille devenait alors un paramètre du modèle que l'utilisateur devait respecter.

Une autre possibilité est d'écrire le modèle de telle manière que la densité d'énergie dissipée lors de la rupture (aire sous la loi de comportement) soit variable en fonction de la taille des éléments finis. Cette approche a été utilisée par Willam *et al.* (1986), en utilisant comme référence une propriété matérielle du matériau, l'énergie de fissuration G_f , c'est-à-dire la quantité d'énergie dissipée lors de la rupture d'une éprouvette de longueur quelconque et de section constante. Ainsi la loi de comportement n'est plus écrite en fonction des déformations mais en fonction des déplacements aux extrémités de l'élément fini de structure analysé.

Une deuxième méthode est d'introduire directement dans la loi de comportement une longueur interne. On peut pour cela utiliser une théorie non-locale, méthode développée par Pijaudier-Cabot (voir Pijaudier-Cabot et Bažant (1987) et Pijaudier-Cabot et Bodé (1992)). La fonction seuil devient dépendante de l'énergie dissipée dans un volume autour du point matériel considéré, caractérisé par une longueur caractéristique l_c . Pijaudier-Cabot et Bažant (1987) ont observé que cette longueur est dépendante de la taille des hétérogénéités du milieu considéré, et ont proposé pour le béton $l_c = 3\phi_q$.

Ces diverses évolutions ont conduit à des modèles robustes et utilisables aussi bien analytiquement que dans des codes éléments finis, mais ils ont toujours été optimisés pour les chargements non confinés, compression ou traction uniaxiale, et donc adaptés aux calculs de structures quasi-statiques ou vibratoires, mais pas à la dynamique rapide ou aux forts confinements. Pour ces aspects, les recherches ont plutôt porté sur des modèles de plasticité qui sont présentés au paragraphe suivant.

1.3.2 Les modèles de plasticité

Les modèles de plasticité trouvent une justification physique dans la mécanique des métaux, et ont donc été développés dans ce cadre. L'emploi de ces modèles pour le béton pose des problèmes thermodynamiques, mais donne cependant de bons résultats pour certains types de trajets de chargement. Le principal obstacle à l'utilisation des modèles de plasticité est le caractère unilatéral du béton : en traction, le béton est un matériau fragile, tandis qu'en compression, il présente plutôt un caractère élasto-plastique à écrouissage négatif : cela impose donc éventuellement de différencier la loi d'écoulement plastique en fonction de ce critère. Feenstra (1993) a noté que ces modèles donnent cependant aussi de bons résultats en compression biaxiale. Avant de voir leurs capacités sous fort confinement, les principes de la plasticité et les principaux modèles adaptés au béton seront présentés.

Le principe général consiste en une partition incrémentale des déformations de la manière suivante :

$$\mathrm{d}\underline{\varepsilon} = \mathrm{d}\underline{\varepsilon}^e + \mathrm{d}\underline{\varepsilon}^p \tag{1.14}$$

où $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ est le tenseur des déformations élastiques et $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ est le tenseur des déformations plastiques, déformations calculées incrémentalement par application d'une loi d'écoulement plastique. L'existence d'un potentiel d'énergie libre est postulé et permet la détermination des équations d'état. Le domaine de réversibilité du comportement est limité par une surface de charge F, plafond des déformations élastiques. L'évolution des déformations plastiques est guidé par cette surface. Les conditions d'évolution sont données par les inégalités suivantes :

$$\begin{cases} F < 0 & \text{comportement élastique} \\ F = 0 \text{ et } \dot{F} = 0 & \text{écoulement plastique} \\ F = 0 \text{ et } \dot{F} < 0 & \text{décharge élastique} \end{cases}$$
(1.15)

La forme de cette surface dans l'espace des contraintes est un point-clé qui différencie les modèles de plasticité. En fonction du nombre de paramètres dont elle dépend on la représente simplement dans le plan (p,q), si le critère de plasticité est indépendant de l'angle de Lode, ou conjointement dans le plan déviatorique (perpendiculaire à l'axe hydrostatique). Les modèles de plasticité les plus simples sont de la forme $\mathbf{F} = \mathbf{g}(\underline{\sigma}) - k$, où g est une fonction simple des contraintes principales ou des invariants de $\underline{\sigma}$, et k est un paramètre qui peut être fixe (on dit alors que la surface est sans écrouissage), ou dépendre d'autres paramètres et représenter l'écrouissage. Par exemple, les critères de Tresca et de von Mises utilisent comme fonction g les définitions de la contrainte de Tresca ($\sigma_T = \max_{ij} |\sigma_i - \sigma_j|$), respectivement de la contrainte de von Mises $q = \sigma_{vM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}$. Dans le domaine des

de von Mises $q = \sigma_{vM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}$. Dans le domaine des géomatériaux, la contrainte de von Mises, qui est reliée de façon bijective à la valeur absolue du deuxième invariant des contraintes, est la plus employée. Les modèles de plasticité pour les géomatériaux ont donc souvent consisté à écrire la surface seuil sous la forme $\mathbf{F} = q - \mathbf{F}_0 \mathbf{F}_{\pi}$, où \mathbf{F}_0 représente la fonction définissant le critère dans le plan (p,q) et \mathbf{F}_{π} est la fonction associée à sa forme dans le plan déviatorique, égale à 1 si celle-ci est un cercle, c'est-à-dire dans les cas où l'on considère un modèle indépendant de l'angle de Lode.

Dans ce cadre, on peut citer les modèles principaux que sont le modèle de Drucker-Prager (Drucker et Prager (1952)), qui a introduit à partir du modèle de von Mises la bien connue dépendance des géomatériaux à la contrainte moyenne sous la forme suivante :

$$\mathbf{F}_0 = \alpha p + k \text{ et } \mathbf{F}_\pi = 1 \tag{1.16}$$

où α et k sont les paramètres du matériau, pour ce critère qui prend la forme d'un cône centré sur l'axe hydrostatique dans l'espace des contraintes. La forme du seuil de plasticité dans le plan (p,q) est un paramètre déterminant dans l'application d'un modèle de plasticité à un matériau donné. Dans le cas du béton en compression triaxiale, il est admis (voir section 1.2) qu'une courbe linéaire est inadaptée à la description des états-limites du béton dans une large gamme de pressions. L'introduction de fonctions F₀ paraboliques a dans un premier temps permis de décrire ce type de forme, comme dans le modèle de Mises-Schleicher (Schleicher (1926)). Les problèmes posés par ce type de fonctions sur les essais sous très haute pression ont mené à l'introduction de fonctions différentes, permettant de mieux représenter la faible augmentation du déviateur limite sous les très forts confinements. On peut citer les fonctions de type racine de polynôme (Swenson et Taylor (1983)), de type puissance (Kotsovos et Pavlovic (1995)), ou bien l'utilisation de fonctions par morceaux, comme dans le critère MSDP (Aubertin et Simon (1998)), qui utilise le critère de Mises-Schleicher à bas confinement puis le critère de Drucker-Prager (linéaire) sous fort confinement.

Le critère le plus utilisé pour les géomatériaux à avoir introduit la dépendance de la surface de plasticité à l'angle de Lode est le critère de Willam-Warnke à 3 paramètres (Willam et Warnke (1974)). Si on reprend le formalisme indiqué plus haut, on peut l'exprimer ainsi :

$$F_0 = p - b \text{ et } F_\pi = \lambda(\theta) \tag{1.17}$$

où *b* est un paramètre matériau et λ une fonction dépendante du matériau, d'unique variable θ l'angle de Lode. Cette dépendance à l'angle de Lode est indispensable pour représenter correctement la fracturation en tension observée expérimentalement, comme sur la figure 1.20. Elle est généralement déterminée à partir du rapport des rayons en compression et en traction dans le plan déviatorique, comme cela est indiqué à la figure 1.22, dans le cas particulier de l'Extended Leon Model (ELM) (voir Etse et Willam (1994)), un modèle dérivé du critère de Willam-Warnke à 3 paramètres.



FIGURE 1.22 – Influence de l'excentricité sur la forme de la surface de charge dans le plan déviatorique pour l'LM (Extended Leon Model) (*in* Pivonka *et al.* (2002))

Une des principales différences avec les modèles d'endommagement est que cette surface de charge est définie en contraintes, ce qui nécessite donc de formuler l'ensemble du modèle en contraintes. Le caractère élastique des déformations en dessous de la surface de charge permet un passage facile des déformations aux contraintes. Il est par contre possible d'utiliser des lois élastiques non-linéaires, adaptées à la représentation de la compaction. L'étude bibliographique des expérimentations sur les mortiers et les bétons a révélé que la courbe de compaction typique de ces matériaux n'était pas linéaire, et que des déformations irréversibles apparaissaient pour ce chargement, ce qui nécessite pour une bonne représentation d'utiliser une loi non-linéaire. Il est possible de découpler les comportements élastiques sous chargements hydrostatique et déviatorique afin de conserver de l'élasticité linéaire sous chargement déviatorique. Ces développements ont été menés par Krieg (1972), Swenson et Taylor (1983) pour le modèle de Krieg. Dans ce modèle, une loi de comportement volumique décrit la relation entre contrainte moyenne et déformation volumique, jusqu'au point de compaction à partir duquel le module volumique est fixé. Dans un modèle plus classique, un chargement de compression hydrostatique reste élastique linéaire, sauf dans les modèles « capés »ou *cap model*, dans lesquels la surface de charge n'est pas ouverte sur l'axe hydrostatique, ce qui nécessite soit une formulation complexe (ellipsoïde) de la surface, soit d'ajouter un plan de coupure (d'équation $p = p_{max}$) à un modèle plus simple.

On notera qu'à l'intérieur de la surface de charge plastique, il est aussi possible d'utiliser des modèles d'endommagement basés sur l'élasticité linéaire, ceux-ci étant compatibles avec la formulation générale des modèles plastiques, qui devient alors :

$$\mathrm{d}\underline{\varepsilon} = \mathrm{d}\underline{\varepsilon}^{ed} + \mathrm{d}\underline{\varepsilon}^p \tag{1.18}$$

où $\underline{\underline{\varepsilon}}^{ed}$ est le tenseur des déformations après endommagement, incluant les déformations élastiques. Pour une loi d'endommagement isotrope, donc avec une unique variable scalaire d'endommagement, la partie plasticité de ces modèles couplés est alors écrite en contrainte effective $\underline{\tilde{\sigma}}$:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1 - D} \tag{1.19}$$

et l'écriture de la loi élastique en fonction des contraintes effectives permet de ne pas différencier $\underline{\underline{\varepsilon}}^{ed}$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}^{e}$. Des lois d'endommagement plus complexes peuvent aussi être couplées à la plasticité, de la manière présentée par Lemaitre et Desmorat (2005). Un bon exemple en est fourni par les travaux de Hansen *et al.* (2001), qui utilisent une loi d'endommagement anisotrope. Ces auteurs notent qu'une difficulté de ces formulations réside dans la régularisation à l'intersection des surfaces de charge.

Ces modèles couplés plasticité-endommagement, en ce qui concerne les modélisations homogènes, sont les plus aptes à reproduire le comportement du béton dans une vaste gamme de chargement, des chargements de traction-compression uniaxiale aux chargements dynamiques confinés. Ces modèles peuvent en effet être améliorés par l'inclusion d'effets de vitesse (voir Dubé et al. (1996)), d'effets hystérétiques lors de décharges-recharges (voir Ragueneau et al. (1998)), et sont utilisables dans un code de calcul explicite, ce qui les rend aptes à être utilisés pour n'importe quelle sollicitation. Cependant, il reste notable que le couplage n'agit pas sur l'ensemble des sollicitations : en effet, ces formulations inhibent totalement la plasticité pour les chargements uniaxiaux non confinés (la première surface seuil atteinte est celle de la loi d'endommagement); tandis que l'endommagement n'intervient pas sous fort confinement, comme l'ont montré les travaux de Jason et al. (2004) sur un modèle utilisant le modèle d'endommagement de Mazars couplé à un modèle plastique dérivé de celui de Willam-Warnke. Or les expérimentations, en particulier les observations optiques sur des échantillons fortement confinés, montrent que de l'endommagement est toujours présent dans ces conditions. Une piste pour mieux comprendre ces phénomènes d'endommagement sous fort confinement est la représentation de la structure du béton à l'échelle mésoscopique, qui constitue le sujet de cette thèse.

1.4 Modélisation biphasique du comportement du béton

La modélisation du béton à l'échelle mésoscopique consiste à représenter les éléments visibles si on se place à l'échelle en-dessous de l'homogénéité du béton, ce qu'on pourrait traduire simplement par la vue d'une coupe de béton à l'œil nu. On distingue alors seulement 2 phases constituant un composite, les granulats et la matrice déjà identifiée comme étant le mortier. On peut donc envisager de séparer les comportements des 2 phases, en utilisant ou non le même type de loi pour les deux. Les modèles discrets sont exposés dans un premier temps. Ceux-ci considèrent les granulats comme rigides mais utilisent des lois empiriques pour représenter le comportement global d'un échantillon. On considère ensuite les avancées introduites dans des modélisations éléments finis.

1.4.1 Les modèles éléments discrets

La représentation de base de ces modèles consiste à ne matérialiser que les granulats du béton sous formes d'éléments discrets sphériques ou polygonaux, tandis qu'un réseau de barres, ou treillis, d'où leur autre nom *lattice model*, relie les éléments situés autour de l'élément considéré. Le comportement de ces barres est donné par des modèles rhéologiques simples, qui peuvent donc représenter l'élasticité, la plasticité, des effets visqueux, ou une rupture. Ce type de modèle est développé, entre autres, par Cusatis et Pelessone (2006), dont la figure 1.23 reprend le principe. Dans un premier temps, une procédure aléatoire dispose des granulats (coordonnées du centre et rayon aléatoires) dans l'échantillon, et les accepte si il n'y a pas recouvrement avec un précédent granulat. A partir de ces points, une triangulation de Delaunay en 3D est effectuée, et chaque arête de tétraèdre ainsi créé est considéré comme barre de liaison, ce qui détermine le nombre d'interactions, et donc le coût de calcul. Le diagramme de Voronoï des mêmes points, qui est le dual de la triangulation de Delaunay, donne l'aire de contact à travers laquelle les forces d'interaction sont transmises d'un granulat à l'autre. La barre de liaison n'étant généralement pas centrée par rapport à la surface de contact (voir figure 1.23 (b)), il y a des efforts normaux et de cisaillement dans la barre de liaison.

Le modèle de comportement pour les barres de liaison choisi par Cusatis et Pelessone reproduit de l'endommagement, et les effets de vitesse et de fluage. Les relations constitutives des barres sont les suivantes :

$$\sigma_N = (1 - D)E\varepsilon_N \tag{1.20}$$

$$\sigma_i = \alpha (1 - D) E \varepsilon_i \text{ où } (i = M, L)$$
(1.21)

où D est le paramètre d'endommagement et α remplace le coefficient de Poisson à l'échelle d'une barre. E est la raideur élastique de la barre, calculée pour chaque barre en fonction de la géométrie relative de la barre et des deux granulats qu'elle relie de la façon suivante :

$$E = \frac{L}{\frac{L_g}{E_g} + \frac{L_m}{E_m}} \tag{1.22}$$

où $L_g = R_1 + R_2$ est la longueur de granulats sur l'axe de la barre et L_m celle de mortier (voir figure 1.23 (c)). Ainsi l'identification des paramètres internes utilise des grandeurs mesurables à partir d'essais, comme les modules respectifs des granulats et du mortier et des énergies de fissuration.

On note cependant qu'une telle modélisation utilise des modèles de comportement déjà vus auparavant, et que ce comportement est concentré dans des barres, les granulats étant





- (a) Aire de contact (surface de rupture potentielle) entre 2 granulats adjacents
- (b) Surface projetée
- (c) Géométrie et degrés de liberté d'une barre de liaison
- (d) Contraintes agissant sur l'aire de contact et forces nodales correspondantes

rigides. On n'a donc plus d'effet indésirables liés à la localisation, et on reproduit facilement les comportements usuels (traction-compression simple), mais les granulats restent fictifs.

Poussant plus loin cette démarche, certains auteurs utilisant la méthode des éléments discrets s'affranchissent du lien avec la géométrie réelle des granulats, se laissant ainsi plus de latitude dans le choix des géométries pour représenter au mieux le comportement global. On peut citer les travaux de Shiu et al. (2008) qui modélisent correctement les impacts sur une dalle de béton armé, ou encore les travaux assez différents de Wœstyn et al. (2006), qui prennent en compte les contacts entre granulats. Dans le cas de Wœstyn, qui se place en 2D, les éléments discrets sont polygonaux, basés sur la décomposition en cellules de Voronoï. Les lignes de contact sont bien définies, puisqu'initialement parallèles, ce qui permet un calcul aisé de la surface de superposition après rupture des liens entre les éléments, dont est déduite la force de contact. Pour des éléments sphériques, la théorie de Hertz est souvent utilisée. La prise en compte de ces efforts rend possible la représentation d'un éventuel écoulement granulaire. Ce dernier point constitue à l'heure actuelle un écueil pour les modélisations éléments finis : en effet, il faut permettre des interactions entre les granulats, ce qui n'est possible que si les éléments séparant les granulats le permettent. Cela nécessite d'utiliser des éléments d'interface permettant le mouvement d'un granulat par rapport à la matrice l'entourant, ou bien de l'érosion, donc sauf adaptation en perdant la conservation de masse. Ces méthodes sont à l'heure actuelle soit peu fiables, soit très coûteuses en temps de calcul.

1.4.2 Les modèles éléments finis

Les modèles biphasiques basés sur les éléments finis se passent donc généralement de ces raffinements, et restent rares en raison du très grand nombre d'éléments nécessaires pour modéliser correctement les granulats, qui fixent un maximum de la taille de maille. En effet, la taille de maille doit être inférieure à celle du plus petit granulat. On trouve donc 3 approches : les modèles en 2D, qui peuvent permettre un plus grand raffinement, les modèles 3D réguliers, qui sont les moins coûteux en temps de calcul, et les modèles 3D aléatoires sur grille régulière. Un exemple de chacune de ces approches est mis en avant.

Un bon exemple de l'état d'avancement des modèles utilisant la MEF en 2D est constitué par les travaux de Pedersen *et al.* (2007b). Cette modélisation prend en compte les deux phases que sont le mortier et les granulats, mais y ajoute une modélisation de l'auréole de transition entre le mortier et les granulats. Cette inclusion, qui est à la limite entre l'échelle mésoscopique et l'échelle microscopique, tient compte de l'importance de cette zone au niveau micromécanique. Zimbelmann (1985) a quantifié la résistance mécanique de cette zone, qui est significativement inférieure à celle du mortier. Pedersen *et al.* choisissent de limiter la résistance à la traction de l'ITZ à 1 *MPa*. Un détail du maillage est présenté figure 1.24. Les différences entre le modèle homogène et le modèle mésoscopique sont révélées sur la figure 1.25 pour des essais aux barres d'Hopkinson, ainsi que les courbes correspondantes. On remarque l'amélioration de la représentation de la fracturation observée expérimentalement, en particulier par la présence de branches.

La deuxième approche est l'approche régulière, qui a été développée par Akers et Phillips (2004). On remarque que l'approche de Pedersen, bien que développée en seulement 2 dimensions, nécessite un très grand nombre d'éléments triangulaires. Cependant cette approche, si elle modélise bien le caractère aléatoire de la distribution de granulats en 2D, est complètement déterministe dans la troisième dimension, ce qui constitue une limitation. Le modèle d'Akers



FIGURE 1.24 – Détail du maillage du modèle de Pedersen et al. (2007b)



FIGURE 1.25 – Résultats de simulations numériques aux barres d'Hopkinson (in Pedersen et al. (2007b))

et Phillips, présenté figure 1.26 (gauche) permet donc pour un coût de calcul acceptable de représenter un modèle biphasique en 3 dimensions. Cependant, comme on peut le voir sur la carte d'endommagement figure 1.26 (droite), la directionnalité du modèle est très marquée, menant à des effets particuliers dans le mortier. Cela permet cependant de mieux voir les zones dans lesquelles l'endommagement atteint les granulats. Il est ensuite facile d'accoler à une zone modélisée de cette manière une zone homogène en éléments finis pour représenter des pièces de grande dimension, comme cela a été fait dans cette étude : cela reste la méthode la moins coûteuse en temps de calcul et la plus efficace pour simuler des zones élastiques ou de faible endommagement dans une structure. La même démarche de couplage entre un modèle éléments finis et un modèle éléments discrets est beaucoup moins aisée, comme l'ont montré les travaux de Rousseau *et al.* (2008).



FIGURE 1.26 – Modélisation biphasique de Akers et Phillips (2004) :
(gauche) vue du quart du modèle avec les zones homogène et biphasique (droite) carte de l'endommagement lors d'un impact sur la dalle

Si on se concentre sur le comportement d'un échantillon plus petit, il est enfin possible de construire des modèles biphasiques en 3 dimensions dont la distribution de granulats est entièrement aléatoire (centres et rayons). La procédure de distribution devient un problème crucial lorsque l'on cherche à atteindre des taux volumiques de granulats élevés, la principale difficulté venant de la large distribution de taille. On ne peut atteindre une compacité de l'ordre de 60% que sur des granulométries étroites ou sur une base géométrique semialéatoire (cf. Jerier et al. (2008)). Cette contrainte impose un rayon de coupure à partir de la courbe granulométrique du béton que l'on veut reproduire. On trouve ensuite trois méthodes de maillage : la première méthode, utilisée par Caballero et al. (2006) repose sur la décomposition de l'échantillon en polyèdres de Voronoï, répartis entre les deux phases puis maillés classiquement par des tétraèdres. Elle ne permet pas une représentation de la granulométrie réelle puisque la décomposition est réalisée en une seule fois à partir d'une grille homogène. La deuxième, choisie par Wriggers et Moftah (2006), part d'une distribution préalable de granulats sphériques et maille séparément les 2 phases avec des tétraèdres. La difficulté technique réside dans le respect des nœuds à l'interface des maillages. La troisième méthode est de partir d'un maillage de cubes réguliers et de reporter dessus une distribution de granulats, dont les formes seront donc approximées par des cubes. Cette méthode, qui présente l'avantage d'une grande robustesse, a été choisie par Riedel et al. (2008). On présente figure 1.27 leurs échantillons respectifs afin de mettre en évidence leurs différences. La première est le nombre d'éléments, qui est nécessairement très élevé dans le modèle de Wriggers et Moftah, ici 773405, tandis que le modèle de Riedel et al. peut contenir un nombre d'éléments inférieur (ici, environ 100000), et celui de Caballero *et al.* est encore moins contraignant. Caballero *et al.* ont choisi de modéliser la fracturation par l'usage d'éléments d'interface sans épaisseur, placé autour de tous les granulats et selon certains plans dans la phase mortier, tout en n'utilisant qu'un modèle élastique. Cependant n'importe quel type de modèle de comportement peut être utilisé puisque le cadre théorique reste celui des éléments finis usuels. Les modèles incluant de l'endommagement sont bien adaptés car ils permettent de bien modéliser les zones de fracturation sans présumer de leur situation ou orientation, ce qui est justement l'objectif de ces modèles.



FIGURE 1.27 – Modélisations biphasiques en éléments finis :

- (haut) décomposition de Voronoï et maillage du modèle de Caballero et al. (2006)
- (milieu) géométrie et maillage du modèle de Wriggers et Moftah (2006)
 - (bas) maillage et les 2 phases du modèle de Riedel *et al.* (2008)

Riedel *et al.* utilisent un modèle biphasique pour des simulations de choc. Cela leur permet de mettre en évidence des réverbérations localisées entre les grains et les ruptures localisées correspondantes, tout en respectant les vitesses de propagation macroscopiques. Wriggers et Moftah simulent eux avec succès un essai de compression simple, mais ne reproduisent pas un faciès de rupture usuel. Comme on peut le voir à la figure 1.28, l'endommagement reste localisé sur une face de chargement. Ce type de modèle présente donc des résultats prometteurs en quasi-statique, à faible pression moyenne, comme dans des cas d'impacts générant de fortes pressions, ce qui correspond au spectre de chargements de cette étude.



FIGURE 1.28 – Essai de compression simple sur le modèle de Wriggers et Moftah (2006) :
 (gauche) courbe contrainte-déformation comparée à l'expérience
 (droite) carte d'endommagement avant et après le pic

Outre les aspects déterministes, on remarque que ces modélisations, par la répartition aléatoire des granulats, se prêtent bien à une analyse stochastique. En plus de l'effet de la répartition des granulats, il est possible de modéliser le caractère aléatoire de certains paramètres de comportement. Ce choix a été fait pour la résistance à la traction de l'auréole de transition dans de récents travaux de Pedersen *et al.* (2007a), couplé à des variations de forme des granulats, comme indiqué sur la figure 1.29. Cette démarche peut être poussée plus loin jusqu'à une modélisation globalement multi-échelles, où le comportement d'une cellule est calculé de façon stochastique à partir d'une analyse à l'échelle mésoscopique, puis intégré dans le calcul global de la structure. Ce travail est en cours de réalisation par Ibrahimbegović et Marković (2003) et Colliat *et al.* (2008).



FIGURE 1.29 – Différentes configurations du modèle mésoscopique de Pedersen et al. (2007a) et un exemple de distribution de résistances en traction des éléments de l'ITZ (droite)

1.5 Conclusions

Cette étude bibliographique a abordé le comportement triaxial des mortiers et bétons sous les deux angles de l'expérimentation et de la modélisation. Les résultats de la littérature ont mis en évidence les principaux phénomènes liés à la présence d'un fort confinement : forte compaction, avec une dépendance à la porosité initiale, augmentation de la résistance et de la raideur tangente avec le confinement ; influence du chemin de chargement sur le comportement ; En outre, les différents modes de rupture observés, en fonction du type de matériau, mortier ou béton, ont été présentés.

La compaction est un phénomène de diminution irréversible du volume lié à la fermeture de la porosité du matériau. Il s'agit d'un phénomène fortement non-linéaire, accompagné de déformations irréversibles. On la caractérise généralement sous compression hydrostatique, car les trajets ayant une composante déviatorique, tels la compression œdométrique présentent une compaction supérieure. Les trajets triaxiaux sous fort confinement ont mis en évidence sur le mortier l'augmentation de la résistance axiale avec le confinement. La contrainte déviatorique correspondante plafonne sous fort confinement dans certaines études. Ceci semble lié à la présence d'eau dans les pores, ce qui met en exergue la nécessité de soigner le séchage des échantillons. On a observé les mêmes phénomènes sur les courbes d'essais des bétons. Les courbes de comportement axial ont mis en évidence un pression de transition entre les moyens confinements pour lesquels la rupture est plus ou moins fragile (comportement adoucissant) et les forts confinements pour lesquels un plateau plastique, éventuellement avec écrouissage positif, est observé. Cette pression, qui dépend du matériau, est appelée pression de transition fragile-ductile.

Sur les deux matériaux, deux états-limites ont été rencontrés : une transition de la contractance du matériau vers sa dilatance (état-limite en déformation), et l'atteinte d'un seuil de contrainte axiale, sous forme d'un pic ou d'un plateau (état-limite en contrainte). Au-delà de l'état-limite, à faible confinement, on a observé sur le mortier comme sur le béton de la localisation et des fissurations inclinées. Sous fort confinement, le mortier ne présente plus de macro-fissures tandis que le béton peut révéler des bandes de localisation perpendiculaires à l'axe principal de chargement. Le niveau de confinement généralement atteint lors de ces études est inférieur à celui que nous avons à disposition, ce qui permet d'envisager d'aller plus loin dans la caractérisation du matériau.

La complexité des effets que devrait reproduire un modèle idéal de comportement du béton est soulignée. Les approches de base correspondant aux situations non confinées et aux situations confinées ont été présentées avec les principales formulations de départ. Les modèles d'endommagement reproduisent bien le comportement du béton non confiné en compression comme en traction. Les possibilités d'utilisation de paramètres d'endommagement isotrope ou non ont été présentées, ainsi que des surfaces de charge typiques. Les modèles de plasticité sont eux adaptés sous fort confinement, dans la mesure où l'on a mis en évidence un comportement en compression triaxiale sous fort confinement des bétons et mortiers qui peut être représenté par un modèle plastique avec écrouissage positif. La complexité d'obtention d'une forme de la surface de charge modélisant bien tous les aspects du comportement a été mise en relief par les choix de modèles paraboliques ou multi-surfaces, avec des méridiens de compression et d'extension asymétriques. Enfin on a abordé les techniques de couplage entre ces deux types de modèles, qui sont à l'heure actuelle les plus aptes à couvrir tous les types de chargement pour une modélisation homogène du béton. La littérature sur les modélisations hétérogènes du béton évolue rapidement puisque la modélisation du béton à l'échelle mésoscopique est un sujet qui a été ouvert par l'augmentation des puissances de calcul. On a abordé les méthodes discrètes qui prennent en compte la structure réelle du matériau, puis celles, plus empiriques, qui exploitent l'aspect granulaire de ces modèles indépendamment de la mésostructure du béton. Enfin, les modèles biphasiques utilisant la MEF ont été présentés, ce qui permet de voir les aspects prometteurs de cette démarche pour modéliser les profils réels de fracturation et le comportement global aussi bien en compression simple quasi-statique que sous chargement fortement dynamique. Ce dernier point justifie notre choix d'utiliser ce type de modèle pour notre démarche d'analyse-retour partant du comportement expérimental du mortier pour retrouver celui du béton, *via* des essais sur béton numérique.

CHAPITRE 2

Essais expérimentaux sur mortier

2.1 Introduction

L'étude expérimentale du béton R30A7, référence de l'étude, a été menée sur un dispositif d'essais triaxiaux sous très fort confinement, la presse Giga. L'étude de ce matériau à l'échelle mésoscopique distingue deux phases, le mortier et les granulats. Le comportement sous fort confinement de la phase mortier est étudié. Les expérimentations préalablement citées au chapitre 1 ont montré que l'identification du comportement d'un mortier dans les conditions précises voulues nécessitait des précautions dans l'utilisation du dispositif expérimental. Cette partie décrit donc d'abord, dans la section 2.2 la machine d'essais sous fort confinement et tous les éléments de la chaîne de mesure, ainsi que les dispositifs d'essais usuels. L'influence de la très fort pression de confinement sur les mesures est évaluée. Les conditions de réalisation et de conservation des échantillons sont présentées ensuite dans la section 2.3. La protection des échantillons face à la pression de fluide est décrite. Les résultats quantitatifs sont présentés dans la section 2.4, puis les observations post-mortem des échantillons viennent dans la section 2.5. On décrit enfin l'évolution du comportement du mortier avec le confinement.

2.2 Dispositifs expérimentaux et chaînes de mesure

2.2.1 Dispositifs pour les essais usuels

2.2.1.1 Compression simple

Dans une étude comme celle-ci qui vise un large spectre de sollicitations, une bonne caractérisation du matériau selon les paramètres usuels que sont la résistance en compression simple et à la traction, ainsi que le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν , est nécessaire. A partir de ces deux derniers paramètres, on peut en outre déterminer un module de compressibilité volumique K_v qui peut être confronté à celui mesuré lors d'un essai de compression hydrostatique et donc valider la chaîne de mesures sous fort confinement.

Les essais de compression simple ont été réalisés sur la presse Schenck du laboratoire 3S-R. Il s'agit d'une presse servo-hydraulique Schenck Hydropuls d'une capacité de 1 MN, entièrement asservie de manière hydraulique, et capable de développer des déplacements de vérin à des vitesses comprises entre 3.10^{-7} et $2.10^{-3} m/s$. Cette presse dispose d'un capteur de force dont la gamme correspond à nos essais et d'un capteur de déplacement du vérin. Ces deux capteurs ont été contrôlés et certifiés selon les normes UKAS par un organisme extérieur, Instron, peu avant cette étude, en mars 2005. Le pilotage des essais de compression simple est fait pour suivre l'adoucissement du matériau après le pic, et est donc réalisé en déplacement imposé.

Un système d'acquisition est utilisé en complément de ce dispositif, ce qui permet l'enregistrement des données de la presse ainsi que de 3 capteurs LVDT supplémentaires et de 3 jauges de déformation. La carte d'acquisition à 8 voies National Instruments NI-6259 est reliée à un PC Pentium III 700 MHz. La très haute fréquence d'échantillonnage (jusqu'à 1 MHz) de la carte d'acquisition permet d'utiliser le principe suivant pour la prise d'un point de mesures (fréquence usuelle de 5 Hz) : pour chaque point enregistré, on réalise une moyenne sur 1 msdes données reçues par la carte. Cette méthode améliore nettement la qualité du signal par rapport à une mesure directe.

En outre, une rotule est utilisée de façon à limiter les effets d'un éventuel non-parallélisme des faces. Les déplacements du plateau de la rotule sont mesurés par trois capteurs LVDT disposés à 120°autour de l'échantillon. Le centrage est assuré par des repères gravés sur les plateaux de la presse et de la rotule. L'ensemble du dispositif est représenté aux figures 2.1 et 2.2.

2.2.1.2 Flexion 3 points

La détermination de la résistance à la traction d'un mortier peut se faire de plusieurs manières (traction directe, essai de fendage, flexion 3 ou 4 points). Nous avons retenu la flexion 3 points car elle permet une mise en oeuvre aisée et la détermination de l'adoucissement du matériau, bien qu'elle présente l'inconvénient de ne pas être un essai homogène. La procédure normalisée (voir AFNOR (Collectif) (2002)) indique d'employer des éprouvettes rectangulaires de petite dimension $(4 \times 4 \times 16 \text{ cm})$. Le faible effort nécessaire à la rupture de telles poutres impose d'utiliser une autre machine d'essais que la presse Schenck. Le laboratoire dispose d'une presse Tri-Scan 50, de capacité 50 kN mieux adaptée, présentée figure 2.3. Il



FIGURE 2.1 – Vue d'ensemble de la presse Schenck



FIGURE 2.2 - Vue de détail du dispositif de mesures en compression simple :
 (gauche) positionnement des capteurs LVDT et de la rotule
 (droite) schéma de disposition des jauges



s'agit d'un système mécanique à vérin à vis motorisé, qui a été équipé d'un capteur de force électronique.

FIGURE 2.3 – Vue d'ensemble de la presse Tri-Scan

2.2.1.3 Mesure par jauges

Pour ces deux types d'essais, les ponts de jauges étaient adaptés à des jauges de résistance nominale 350Ω . Les dimensions respectives des échantillons de compression simple et de flexion ont conduit à choisir deux longueurs de jauge : 2,8 cm pour la compression (type Vishay N2A-06-10CBE-350) et 1 cm pour la flexion (type Vishay CEA-06-250UW6350). Dans les deux cas, la taille du plus gros granulat dans le mortier (2 mm) reste très inférieure à la dimension de la jauge, ce qui assure une mesure homogène. Le collage est réalisé en deux étapes, en fonction des besoins spécifiques à ces essais : le collage doit colmater les pores de surface, mais pour ces essais une résistance aux grandes déformations n'est pas nécessaire. On utilise donc une colle époxy à prise lente de type Vishay M-Bond GA-2, déposée en couche très fine après un nettoyage soigneux de la surface de collage (papier abrasif pour augmenter la rugosité puis nettoyage à l'air sous haute pression pour enlever les poussières). Cette surface peut alors être traitée avec les produits de nettoyage Vishay, afin de coller ensuite la jauge avec la colle cyanoacrylate à prise rapide Vishay M-Bond 200. Le résultat est visible sur la figure 2.4. Des monobrins de 0.2 mm de diamètre sont utilisés pour relier la jauge aux cosses-relais. On utilise une jauge en sous-face pour les essais de flexion, mais 3 jauges (2 axiales et 1 circonférentielle) pour les essais de compression simple (voir figure 2.2 (droite)).



FIGURE 2.4 – Echantillon de mortier pour flexion 3 points, instrumenté avec une jauge

2.2.2 La presse GIGA

La réalisation d'essais instrumentés sous très fort confinement sur un matériau poreux est un problème complexe, que les travaux de Gabet (2006) et Vu (2007) ont largement contribué à solutionner. Le dispositif expérimental utilisé a donc bénéficié de leurs travaux. Cette section présente la presse triaxiale « GIGA », puis le traitement des signaux fournis par les différents capteurs.

2.2.2.1 Présentation de la presse triaxiale

Description générale

La presse utilisée pour les essais sous très fort confinement de cette étude a été conçue et réalisée par la société Thiot Ingénierie (Thiot (2004)), sur une commande de la DGA (Délégation Générale à l'Armement, Ministère de la Défense) et installée au laboratoire 3S en 2004 (voir figure 2.5). Elle permet de solliciter des échantillons cylindriques de 7 cm de diamètre et de 14 cm de longueur, soit un élancement $\frac{L}{D} = 2$, jusqu'à une pression de confinement de 0,85 GPa et une contrainte axiale maximale de 2,3 GPa. L'échantillon est d'abord placé sur un dispositif porte-échantillon constitué de 2 enclumes et de pièces permettant de placer un capteur LVDT et de manipuler l'ensemble, nommé équipage mobile, afin de finalement le mettre en place dans une cellule de confinement (voir figures 2.6 et 2.7).

Le fluide de confinement a été spécialement choisi pour sa faible compressibilité et son caractère non-inflammable : il s'agit de di-2-éthylhexyl azelate, ou DOZ, un composant organique non volatile. Il est injecté dans la cellule par des perçages usinés dans le bouchon supérieur de la cellule. Le circuit de mise sous pression du DOZ est constitué d'un premier étage basse pression, ou circuit primaire (25 MPa), auquel est relié un vérin multiplicateur de rapport de sections 40, ce qui permet d'obtenir une pression nominale théorique de 1 *GPa*. Celle-ci n'a pas pu être atteinte en raison d'une limitation de la course du vérin multiplicateur, butée qui est atteinte pour les essais sous fort confinement sans corps mort, corps mort dont l'usage n'a pas pu être fait à cause du volume finalement occupé par le système de protection de l'échantillon. Ces corps morts permettent de réduire le volume de DOZ, donc le volume compressible.

L'effort axial est généré par un vérin de capacité 13 MN situé sous la cellule et est transmis à l'échantillon par un piston passant au travers de la cellule. Les pompes du circuit primaire assurent aussi le fonctionnement de ce vérin. Les systèmes de mise en pression et d'effort axial sont entièrement asservis et peuvent être commandés l'un en fonction de l'autre ou indépendamment, ce qui permet de réaliser différents trajets de chargement.

Chemins de chargement

La presse est techniquement biaxiale de révolution, ce qui laisse la possibilité d'agir sur seulement 2 paramètres, au contraire d'une presse triaxiale « vraie », qui interdit l'usage d'un fluide pour appliquer une pression de confinement et est donc beaucoup plus complexe à mettre en œuvre. Le vérin axial est contrôlé en vitesse de déplacement, ce qui fait que nous imposons un trajet en déformation à l'échantillon sur les faces supérieure et inférieure, tandis que le vérin multiplicateur est contrôlé en vitesse de mise en pression, ce qui s'assimile à un trajet imposé en contraintes sur la surface latérale de l'échantillon. La figure 2.8 présente les cinq



FIGURE 2.5 – Schéma d'ensemble de la presse Giga



FIGURE 2.6 – Photo et vue en coupe de la cellule de confinement



FIGURE 2.7 – Schéma de l'équipage mobile et détail du capteur LVDT



FIGURE 2.8 – Chemins de chargement réalisables avec la presse Giga

différentes possibilités qui ont été programmées dans l'automate de commande.

Le chargement hydrostatique consiste à appliquer une pression de confinement croissante dans la cellule. Le piston n'amenant pas l'équipage mobile en contact avec le bouchon, le fluide de confinement est en contact avec l'enclume supérieure, et la pression de confinement s'applique donc aussi sur la direction axiale de l'échantillon. La vitesse de chargement étant constante, le chargement en contrainte est linéaire, éventuellement par morceaux puisqu'on a la possibilité d'effectuer des paliers et des cycles de décharge/recharge.

Le chargement de compression triaxiale s'effectue en deux étapes : La première est identique au chargement hydrostatique décrit ci-dessus ; la seconde consiste à charger l'échantillon avec le vérin axial, tout en maintenant la pression de confinement constante. Entre ces deux phases, la mise au contact de l'équipage mobile avec le bouchon est effectuée, pendant laquelle le chargement hydrostatique reste constant.

Le chargement d'extension triaxiale pourrait être considéré comme très similaire, mais du point de vue de la mise en œuvre ce n'est pas le cas. Il est nécessaire d'assurer l'étanchéité entre les éléments axiaux, ce qui est fait par la mise en place préalable de joints entre l'enclume et le vérin (resp. le bouchon). Une légère compression axiale est nécessaire de façon permanente pour assurer l'étanchéité, avant l'introduction du fluide. La vitesse du vérin axial est ensuite imposée, et la pression de confinement est asservie au signal du capteur de force, qui permet le calcul de la contrainte axiale pendant la phase de compression hydrostatique. Ensuite la pression de confinement est maintenue constante pendant que le vérin axial redescend, permettant le relâchement de la contrainte axiale.

Le chargement proportionnel utilise le même type d'asservissement entre le vérin axial et le vérin multiplicateur, mais la commande du vérin multiplicateur est proportionnelle à la contrainte développée sur l'échantillon par le vérin axial au lieu d'être égale. Le coefficient de proportionnalité $k = \frac{P_c}{\sigma_x}$ peut varier entre 0,1 et 1, ce dernier cas correspondant à un essai de compression hydrostatique.

Le chargement œdométrique est un chargement uniaxial confiné. On impose une déformation circonférentielle nulle et une déformation axiale croissante. La première condition est assurée par une chemise de confinement et par une pression de confinement asservie à la déformation circonférentielle : la pression augmente pour maintenir une mesure de déformation nulle. Pour plus de sécurité, celle-ci est mesurée sur la chemise et non sur l'échantillon directement.

2.2.2.2 Moyens de mesure et traitement des signaux

Choix des capteurs

Une des principales difficultés des essais sous très fort confinement, difficulté soulignée par Schmidt (2003) dans sa thèse, est la mesure des déformations de l'échantillon. On dispose de manière générale de 3 types de mesures :

- Les mesures machine (capteurs de déplacement des vérins, capteur de pression, capteur de force)
- Les mesures globales de l'échantillon (capteurs LVDT axiaux ou radiaux)
- Les mesures locales sur l'échantillon (jauges de déformations, capteurs internes)

Pour un matériau poreux comme le mortier ou le béton, et pour des essais sous très fortes sollicitations, la robustesse des mesures machine ne compense pas leur imprécision, tandis que les mesures locales sont elles très précises, mais moins robustes. Nous avons donc orienté les moyens de mesure en fonction de ces critères : utiliser autant que possible les mesures globales sur l'échantillon, et si ce n'est pas possible, fiabiliser les mesures locales.

Cela nous a conduit à privilégier pour la mesure des déformations axiales un capteur LVDT. Le grand nombre de fils nécessaires au fonctionnement d'un seul capteur interdit d'en utiliser plusieurs pour contrôler l'homogénéité du chargement. En effet on ne peut passer par les passages étanches qu'un nombre limité de fils. L'espace disponible dans la cellule s'est d'autre part avéré insuffisant pour mettre en place un capteur de déformations radiales, de type LVDT à bras, ce qui a imposé une mesure par jauges des déformations circonférentielles. À l'échelle d'un échantillon de 7 cm de diamètre, on peut considérer le mortier comme homogène. L'utilisation de jauges circonférentielles largement plus longues que l'hétérogénéité typique du matériau $(2.8 \, cm \text{ contre } 0.2 \, cm)$ permet donc de mesurer de manière correcte les déformations de l'échantillon. De façon à contrôler l'homogénéité du chargement, deux jauges circonférentielles sont placées en vis-à-vis. Enfin, on ajoute une jauge axiale, qui comparée au signal du LVDT, peut permettre de détecter une localisation ou une hétérogénéité de chargement. Le schéma de la disposition des différents capteurs est présenté figure 2.9. La fiabilité de la mesure par jauges sous très fort confinement est un problème que les travaux de Vu (2007) et Gabet et al. (2006) ont fortement amélioré, et ces améliorations ont aussi donné satisfaction dans le cas du mortier, ce qui mène à une fiabilité acceptable.



FIGURE 2.9 – Positionnement du capteur LVDT et des jauges sur l'échantillon

Influence de la pression

Nous avons passé en revue les problèmes liés à la réalisation des mesures, mais il reste à traiter la question de la justesse des mesures dans ces conditions très particulières : les jauges sont soumises à une forte pression, et le capteur LVDT est noyé dans le fluide de confinement sous pression ; enfin le capteur de force est lui aussi soumis sur sa surface extérieure à la pression imposée par le fluide. Il est donc nécessaire de quantifier l'influence éventuelle de la pression sur les mesures de ces différents capteurs.

Tout d'abord, la valeur de référence pour cet aspect de l'étude sera la pression de confinement, mesurée par le capteur interne. Les spécifications de celui-ci sont une précision de 1 % de sa gamme, soit ici 10 MPa pour une gamme de 1 GPa. Ce capteur est étalonné annuellement et on fait l'hypothèse pour le traitement des données qu'il ne subit pas de dérive temporelle. Le deuxième point de repère sera le capteur de force, qui peut lui aussi être étalonné (sans confinement). Il s'agit en fait d'une pièce métallique qui se déforme de façon élastique dans la gamme de fonctionnement de la machine. Ses déformations sont mesurées par un capteur LVDT de haute précision, situé dans une zone « à l'air libre ». S'agissant d'une pièce élastique dont plusieurs faces sont soumises à la pression de confinement, celle-ci va intervenir dans le signal mesuré. Le choix s'est donc porté sur une utilisation exclusive du capteur en tant que capteur de force déviatorique, définie comme $F_d = F_x - P_c S_{piston}$. Le signal mesuré en nombre de points est à la fois proportionnel à la force déviatorique et à la pression, selon les équations suivantes :

$$F_{mes}(Npts) = \frac{F_d(kN)}{10 \times K_1} + K_2 \times P(bar)$$

$$\tag{2.1}$$

soit :

$$F_d(kN) = 10 \times K_1 \left[F_{mes}(Npts) - K_2 \times P(bar) \right]$$
(2.2)

Les coefficients K_1 et K_2 sont déterminés lors de deux étalonnages différents. Le coefficient K_1 de proportionnalité à l'effort axial est déterminé à l'aide d'un capteur de force étalon. Ce capteur est supposé être très précis et avoir une grande répétabilité. Il peut être placé dans la position d'un échantillon, donc en série avec le capteur de la presse, ce qui permet un étalonnage direct, en l'absence de fluide. Le capteur de force ayant été changé pendant la phase d'essais suite à un incident technique, on note dans le tableau 2.1 les valeurs de K_1 avant et après. En outre, il est réétalonné après les essais le sollicitant le plus fortement (œdométrique ou compression triaxiale à 650 MPa), afin de conserver une bonne précision sur l'ensemble des essais. On note qu'à part en cas de changement de capteur, les variations sont faibles, inférieurs à 1%.

Date d'étalonnage	15/05/06	06/11/07	27/02/08
coefficient K_1	-0,170	-0,130	-0,133

TABLE 2.1 – Valeurs d'étalonnage du capteur de force

La détermination de K_2 est différente puisqu'il suffit de solliciter le capteur de façon hydrostatique. Ceci est donc réalisé lors de chaque essai hydrostatique ou de compression triaxiale. Il faut noter que l'hypothèse qui est faite de supposer une influence linéaire de la pression sur le capteur de force est relativement erronée, comme on peut le voir sur la figure 2.10. On note que la contrainte déviatorique, qui est bien nulle pendant un chargement hydrostatique, n'est pas mesurée comme telle pendant une phase transitoire du chargement. Cependant cette erreur ne se propage pas à la phase déviatorique, qui est la seule pour laquelle nous utilisons ce signal. Le coefficient K_2 est donc ajusté (en fonction de la pression de confinement nominale de l'essai) lors du traitement pour que la contrainte déviatorique q mesurée soit nulle dans la phase de transition entre les chargement hydrostatique et déviatorique. Une valeur moyenne est introduite dans le dispositif de visualisation pendant l'essai de façon à ne pas induire l'utilisateur en erreur. Entre plusieurs essais à même pression de confinement, les variations sont inférieures à 3 %.



FIGURE 2.10 – Évaluation de la non-linéarité en pression du capteur de force : contrainte déviatorique q dans l'échantillon, selon le signal corrigé linéairement en pression, comparée à la pression de confinement

Au niveau des mesures plus locales sur l'échantillon, on doit quantifier l'influence de la pression sur le capteur LVDT et sur les jauges. Pour cela on réalise des essais sur acier, de nuance 42 CD4, matériau dont le comportement déviatorique est indépendant de la pression de confinement. Les travaux de Vu (2007) et Gabet (2006) ont démontré qu'une forte pression n'avait qu'une faible influence sur la sensibilité des jauges, et seulement dans les phases déviatoriques, ce qui suggérait plutôt un effet indirect lié au comportement de la colle. Cet effet est donc négligé ici, les phases du comportement du béton où il peut être sensible étant préférentiellement mesurées par le signal non-local du capteur LVDT.

Le capteur LVDT est par contre fortement influencé par la pression hydrostatique. Lors d'un essais sur un matériau raide, il donne l'impression d'observer un comportement d'extension de l'échantillon lors d'une compression hydrostatique, comme on peut le voir à la figure 2.11. Le comportement déviatorique est plus proche, mais inversement pas assez raide. Plusieurs points, soulignés par l'étude de Vu (2007), sont avancés pour expliquer ce phénomène. La faible rigidité du LVDT relativement à l'échantillon et aux autres pièces de la machine font qu'il subit d'importantes déformations liées au confinement, ce qui peut expliquer le phénomène. La différence par rapport aux jauges est flagrante dans le cas des métaux, mais pourrait passer inapercue sur un matériau bien moins rigide comme le mortier. Elle s'élève pourtant à environ 1% à 650 MPa. En outre, un essai de compression hydrostatique sur le même échantillon d'acier avec un cycle de décharge a été réalisé. La courbe de la figure 2.12 met en évidence une non-symétrie du comportement en charge et en décharge, bien que les valeurs finales soient respectées. La correction apportée lors de cette étude est calée sur le comportement en charge, mais des essais dont l'objectif est l'étude du comportement cyclique devraient prendre en compte le phénomène mis en évidence ici. Celui-ci peut correspondre à la présence de frottements, induisant des effets visqueux, ou des phénomènes de type retournement de joint. On note aussi pour étayer cette hypothèse que la brutale mise en pression de préchargement



FIGURE 2.11 – Correction en pression et en déviateur du LVDT sur un essai TXC650 sur acier :

(gauche) Courbe non corrigée(droite) Courbe corrigée en pression et en déviateur



FIGURE 2.12 – Évaluation de la non-linéarité en pression du capteur LVDT : mesure corrigée du LVDT comparée aux mesures des jauges lors d'un essai de HYD650 sur acier, avec cycle de décharge puis recharge entre 500 et 300 MPa

de 10 MPa a un effet très marqué (saut dans la mesure à $t \approx 50 s$).

On a noté que la phase déviatorique présentait aussi un décalage entre les signaux des jauges (référence) et celui du LVDT. Vu (2007) a démontré que cet effet n'était pas lié à la pression de confinement, mais aux déformations des enclumes sous chargement déviatorique. Le capteur LVDT étant fixé à mi-hauteur des enclumes, il mesure aussi la déformation de celles-ci. La quantification de cet effet est aisée à partir des courbes déjà présentées, et ne présente pas de non-linéarité. Au final, la mesure utile du LVDT s'écrit de la manière suivante :

$$u_{LVDT}(mm) = u_{brut}(mm) - k_p \times P_c(bar) - k_d \times F_d(kN)$$
(2.3)

Les valeurs de k_p et k_d se sont avérées constantes au cours du temps et des changements de LVDT, avec $k_p = -2,25.10^{-3} mm/bar$ et $k_d = 3,6.10^{-5} mm/kN$.

Traitement du signal des jauges

Les jauges utilisées sont de type EP08 de la société Vishay Micro – Measurements. Ces jauges ont une résistance nominale de 120Ω et sont montées en quart de pont. Par principe de mesure, la variation relative de résistance est proportionnelle à la déformation incrémentale de la jauge :

$$\frac{\delta R}{R} = K \frac{\delta L}{L} \tag{2.4}$$

avec K = 2,065. La variation de la résistivité en fonction de la température est documentée par le fabricant et prise en compte de la manière suivante :

$$K = 2,065.(1+7.10^{-5}(T-24))$$
(2.5)

où K est le facteur de jauge et T est la température en degrés Celsius, la référence utilisée étant le capteur de température du fluide de la machine. Le signal enregistré est un signal en nombre de points. Un étalonnage a permis d'établir le rapport entre la variation de résistance et la variation du nombre de points. Les résultats sont présentés dans le tableau 2.2.

J1	$R(\Omega) = 9,799.10^{-08}Pt + 4,888.10^{-03}Pt + 1,182.10^{+02}$
J2	$R(\Omega) = 9,761.10^{-08}Pt + 4,900.10^{-03}Pt + 1,185.10^{+02}$
J3	$R(\Omega) = 9,743.10^{-08}Pt + 4,884.10^{-03}Pt + 1,181.10^{+02}$

TABLE 2.2 – Étalonnage des chaînes de mesures des jauges

Traitement des données en grandes déformations

Le principe de mesure incrémentale des déformations qui est celui utilisé pour les jauges est directement compatible avec la théorie des grandes déformations, théorie indispensable à l'étude de matériaux comme le béton et le mortier, très compressibles, et qui peuvent subir sous très fortes contraintes des déformations supérieures à 10%. On rappelle donc comment s'écrivent les déformations et les contraintes dans ce cadre, et comment cela s'applique aux mesures expérimentales. Cela permettra par la suite de bien comparer les mêmes grandeurs lorsque l'on mettra en parallèle des essais expérimentaux et numériques.

On introduit les déformations logarithmiques couramment utilisées dans le cadre de la caractérisation expérimentale des grandes déformations :

$$\varepsilon_x = \ln \frac{L}{L_0} \text{ et } \varepsilon_\theta = \ln \frac{2\pi R}{2\pi R_0}$$
(2.6)

Ces déformations logarithmiques sont particulièrement pratiques à utiliser lorsque que les directions principales de chargement ne varient pas. Un autre avantage de ces déformations est qu'une série de transformations constitue une somme de déformations. Si l'on considère deux transformations successives d'un état de référence 0 à i et de l'état i à i + 1:

$$\varepsilon_{0\to i} = \ln \frac{L_i}{L_0} = \ln \left(\frac{L_{i-1}}{L_0} \times \frac{L_i}{L_{i-1}} \right) = \ln \frac{L_{i-1}}{L_0} + \ln \frac{L_i}{L_{i-1}} = \varepsilon_{0\to i-1} + \varepsilon_{i\to i} = \varepsilon_{i-1} + \delta\varepsilon_i \quad (2.7)$$

Cette propriété est particulièrement pratique car elle va nous permettre de sommer les déformations entre deux incréments de déformation :

$$\varepsilon_i = \sum_{k=1}^i \delta \varepsilon_k \tag{2.8}$$

Enfin, on fait l'hypothèse qu'entre deux incréments de déformation l'hypothèse des petites transformations est valable et que l'on peut confondre la déformation logarithmique avec la déformation classiquement utilisée en petites déformations :

$$\delta \varepsilon_i = \ln \frac{L_i}{L_{i-1}} \approx \frac{L_i - L_{i-1}}{L_{i-1}} \tag{2.9}$$

La figure 2.13 montre l'écart obtenu entre les grandes et les petites déformations pour des déformations de l'ordre de 15 %. Si la déformation classique est proportionnelle à la variation



FIGURE 2.13 – Comparaison entre les petites déformations et les déformations incrémentales

de longueur et symétrique par rapport à zéro, la déformation logarithmique n'a plus ces propriétés. On perd en effet la symétrie extension-contraction, ce qui nécessite de faire attention aux conventions de signe utilisées.

Appliquée à notre système de mesures, on exprime les déformations de la manière suivante :

$$L_i = L_0 - u_{x,i} (2.10)$$

$$\varepsilon_{x,i} = \varepsilon_{x,i-1} + \delta \varepsilon_{x,i} = \varepsilon_{x,i-1} + \frac{\delta u_{x,i}}{L_i}$$
(2.11)

$$\varepsilon_{x,i} = \varepsilon_{x,i-1} + \frac{u_{x,i} - u_{x,i-1}}{L_0 - u_{x,i}}$$
(2.12)

En outre, les grandes déformations influent sur la contrainte axiale réelle dans l'échantillon, qui est calculée à partir de l'effort mesuré par le capteur de force et de la section de l'échantillon de la manière suivante :

$$q_i = \sigma_{d,i} = \frac{F_{d,i}}{S_i} = \frac{4F_{d,i}}{\pi D_i^2}$$
(2.13)

$$D_i = D_{i_1} + \delta D_i = D_{i-1} + \delta \varepsilon_{\theta,i} D_{i-1} = D_{i-1} (1 + \varepsilon_{\theta,i} - \varepsilon_{\theta,i-1})$$
(2.14)

$$\sigma_{x,i} = p_{c,i} + q_i \tag{2.15}$$

où D_i et S_i sont le diamètre et la section de l'échantillon à l'état i; D_i est calculé à partir des déformations circonférentielles, car on a proportionnalité entre la circonférence C et le diamètre $(C = \pi D)$.
Conclusion

Il est maintenant établi que le dispositif d'essais de la presse Giga est maîtrisé, et que l'influence de la pression est très importante dans les corrections de la chaîne de mesure, sur le capteur LVDT et le capteur de force. Pour nos essais qui seront monotones, les corrections linéaires sont suffisantes pour obtenir une bonne précision. Les grandes déformations du mortier sont en outre très supérieures à l'erreur la plus importante observée avant correction (1%) et a fortiori après correction (0,05%).

2.3 Echantillons de mortier

Outre la maîtrise de la chaîne de mesures, une expérimentation correcte passe par la maîtrise de la réalisation et de la mise en place des échantillons. Nous détaillerons donc dans cette section ces deux aspects.

2.3.1 Composition et réalisation des échantillons

2.3.1.1 Compositions du béton et du mortier

La démarche employée dans ce travail, succinctement présentée dans l'introduction, consiste à séparer les comportements des deux phases du béton de référence R30A7, largement étudié par Gabet (2006) et Vu (2007), afin de les réunir numériquement dans un modèle biphasique. La réalisation de la séparation des deux phases en conservant au mieux les caractéristiques du mortier est donc l'objet de cette partie. On ne réalisera pas d'essais sur les granulats du béton, dont la caractérisation est délicate, et nécessiterait un autre dispositif expérimental, car il s'agit de granulats naturel roulés dont on ne peut avoir d'échantillon de grande dimension. Les granulats, fournis par la société Sifraco, sont de nature siliceuse à 98,7%, et présentent une masse volumique de $2530 kg/m^3$, ce qui servira à déterminer leurs caractéristiques mécanique par analogie. Le sable, de type Silmix, est constitué de 97,3% de silice, et sa courbe granulométrique est présentée à la figure 2.14.



FIGURE 2.14 – Courbe granulométrique du sable Silmix D1800 μm

La composition du mortier MR30A7 est dérivée de celle du béton de référence R30A7,

de laquelle sont soustraits les granulats de plus de 2mm. Ces granulats correspondent au gravier utilisé dans le béton R30A7. Une très faible part de ce gravier (3%) a été mesurée de dimension inférieure à 2mm. Pour une question de simplicité, cette partie est remplacée par une masse égale de sable de la classe inférieure. Le tableau 2.3 donne les compositions en kg/m^3 du béton et du mortier.

nom du matériau	béton R30A7	mortier MR30A7					
Composants exprimés pour $1 m^3$ de béton							
Gravier D $2/8$	$1007 kg/m^{3}$	$0 kg/m^3$					
Sable $1,8mm$	$838 kg/m^3$	$1464 kg/m^3$					
Ciment CEM I 52,5	$263 kg/m^{3}$	$440 kg/m^3$					
Eau	$169 l/m^3$	$283 l/m^3$					

TABLE 2.3 – Compositions du béton R30A7 et du mortier MR30A7

Le béton a été formulé pour une résistance en compression simple à 28 jours f_{c28} de 30 MPaet un affaissement de 7 cm. Il s'agit donc d'un béton de résistance usuelle, mais il faut noter que l'usage d'un ciment de haute qualité, choisi pour avoir une meilleure reproductibilité des gâchées, mène à une faible quantité de ciment. Cette caractéristique se retrouve naturellement dans le mortier. Le procédé de réalisation du béton R30A7 a été fixé par Vu, et nous avons donc choisi de réaliser le mortier selon la même méthode, autant que faire se peut. Le malaxage a donc été effectué dans le même malaxeur de 18 l utilisé pour le béton (voir figure 2.15). Les temps de malaxage ont aussi été respectés, la différence résidant dans la vibration. La consistance du mortier étant liquide, la vibration aurait pour conséquence la ségrégation des grains de sable. Le temps de vibration a donc été remplacé par un piquage, selon norme NF P18-423. Le bloc est démoulé après 24 heures, puis conservé dans l'eau, emballé dans un film plastique (voir figure 2.15). Cependant, on note que les échantillons de petite taille ont été coulés dans des moules parallélépipédiques, et non usinés dans un bloc.



2.3.1.2 Usinage des échantillons

Il est bien connu que le mode de conservation du béton dans les premiers jours a une forte influence sur le retrait de surface et la résistance finale à la compression. Cet effet est limité à la surface exposée, l'état d'humidité restant saturé dès quelques cm de profondeur.

Il a cependant été préféré une conservation immergée pendant 28 jours, avant l'usinage des échantillons.

L'usinage comprend 3 phases : le carottage, le sciage et la rectification (voir figure 2.16). Le carottage est réalisé avec un refroidissement par eau, afin d'obtenir des éprouvettes cylindriques de 7 cm de diamètre. Le sciage ramène la hauteur à un peu plus de 14 cm. Ces procédés d'usinage permettent d'éviter les effets de peau associés à l'utilisation d'éprouvettes moulées. Le carottage donne un bon état de surface et une bonne cylindricité. Mais le sciage ne suffit pas pour donner à l'échantillon une géométrie dans les tolérances pour les essais. La presse Giga n'étant pas équipée de rotules, le parallélisme des faces est très important, tout comme une bonne perpendicularité entre l'axe du cylindre et les faces. Pour cela, on effectuera donc une rectification (voir figure 2.16 (droite)). Pour cette étape, l'échantillon est positionné sur 4 axes de sa surface latérale, puis les 2 faces sont usinées. L'état de surface est contrôlé et accepté si les variations sont inférieures à 0.1 mm entre les points haut et bas de la face. La longueur de l'échantillon peut varier de plus d'1 mm autour de 14 cm sans poser de problème, aussi c'est l'état de surface qui est privilégié lors de la rectification. La qualité de l'usinage permet une mise en place correcte de l'échantillon.



FIGURE 2.16 – Usinage des échantillons de mortier : (gauche) Carottage d'un bloc de mortier (droite) Rectification d'un échantillon

2.3.1.3 Conservation du mortier

Les travaux de Vu *et al.* (2008b) et Yurtdas *et al.* (2004) ont bien mis en relief l'importance de la conservation et de l'état hydrique du béton dans son comportement triaxial. Le but de cette étude étant de caractériser les effets de la mésostructure du matériau, il a été considéré que la présence d'eau nuirait à une bonne interprétation des effets observés. Le choix s'est donc porté sur des essais sur échantillons secs.

Un autre effet bien connu sur les matériaux cimentaires, du moins en compression simple, est celui de l'âge. Comme les essais sur béton R30A7 de la campagne d'essais du laboratoire 3S-R, il a été choisi d'étudier le mortier à un âge suffisant pour que son comportement soit quasi-stabilisé. Les essais sont donc tous réalisés sur des échantillons de plus de 12 mois. L'ensemble de ces considérations, ainsi que les contraintes matérielles de l'usage de la machine, ont mené aux conservations suivantes : la gâchée 1 a été conservée 3 mois dans l'eau, puis

ses échantillons 1 an dans l'air, et enfin 1 an dans une étuve sèche à 50° C; La gâchée 2 a été conservée 2 mois dans l'eau, puis ses échantillons 1 an dans l'étuve. Un long passage en étuve permet de s'assurer d'un taux de saturation aussi bas que possible lors de l'essai. On présente à la figure 2.17 l'exemple de la courbe de perte de masse de deux échantillons préalablement saturés. Un minimum de 90 jours est donc nécessaire dans le cas d'un échantillon de mortier de diamètre 70 mm pour considérer l'échantillon comme sec.



FIGURE 2.17 – Cinétique de séchage de deux échantillons de mortier

2.3.1.4 Porosité du mortier

Avec cette mesure de la perte de masse d'un échantillon initialement saturé en eau, on a aussi pu déterminer la porosité accessible à l'eau de l'échantillon. Une pesée sous eau (M_{eau}) des échantillons M1 et M2 a été effectué à l'état saturé afin de déterminer leur volume apparent. Les pesées à l'état saturé surface sèche (M_{air}) et à l'état sec (M_{sec}) permettent la calcul de la porosité selon la méthode suivante :

- On détermine le volume apparent, grâce à la poussée d'Archimède

$$M_{eau} = M_{air} - \rho_{eau} V_{app} \tag{2.16}$$

– puis on détermine la masse volumique apparente ρ_d de l'échantillon

$$\rho_d = \frac{M_{sec}}{V_{app}} = \frac{M_{sec}\rho_{eau}}{M_{air} - M_{eau}} \tag{2.17}$$

– et enfin la porosité η

$$\eta = \frac{V_{eau}}{V_{app}} = \frac{M_{air} - M_{sec}}{M_{air} - M_{eau}} \tag{2.18}$$

On a déterminé sur la base de ces 2 échantillons une porosité accessible à l'eau de 16,4%. Ces mesures ont pu être confirmées par une analyse de porosimétrie au mercure, réalisée par C.Poinard, qui a trouvé ainsi une porosité de 16,2% sur la première gâchée. La masse volumique brute $\rho = M_{sec}/(l\pi\phi^2/4)$ de ces échantillons secs s'élève à 2108 Kg/m^3 . La seconde gâchée présente une masse volumique brute significativement inférieure à 2056 kg/m^3 , ce qui fait soupçonner une porosité plus importante dans le deuxième bloc. Les échantillons n'ayant pas été pesés sous eau, on ne peut déterminer de façon directe la porosité. Si on fait

l'hypothèse que la masse volumique ρ_s du squelette (pâte de ciment et sable) est constante entre les gâchées, on trouve la porosité suivante $\eta_2 = \frac{\rho_s - \rho_2}{\rho_s} = 18,5\%$. La différence provient certainement du manque de reproductibilité du piquage des blocs, tandis que le passage sur table vibrante utilisé pour les matériaux moins liquides est parfaitement reproductible.

2.3.2 Mise en œuvre des échantillons

2.3.2.1 Instrumentation des échantillons

Une fois l'échantillon usiné, il reste à placer le système de mesure local, c'est-à-dire les trois jauges dont le principe a déjà été présenté. Le principe de collage diffère de celui utilisé en compression simple en raison de la présence d'un fort confinement. L'objectif est de fiabiliser la mesure par jauges dans ces conditions. Cela passe par une préparation minutieuse de la surface de collage. Un des risques, bien mis en évidence par Gabet *et al.* (2006), est l'ouverture d'une porosité macroscopique situé juste sous la surface. On va donc procéder à une recherche de cette porosité sur toute la zone potentielle de collage, en agrandissant les pores de surface lorsque cela est possible, afin d'une part d'essayer de placer les jauges ailleurs, et sinon de les reboucher avec un mortier de type Sikatop SF-126 afin d'éviter une perforation ultérieure.

La colle utilisée doit cette fois être capable de subir de très grandes déformations, ce qui empêche d'utiliser une colle rapide. L'autre contrainte étant d'obtenir une couche de colle aussi fine que possible, la procédure de collage diffère de celle des essais non-confinés. La colle sélectionnée est la colle Vishay M-Bond GA-2, colle époxy à deux composants (résine et agent de prise) à prise lente. La pression nécessaire au maintien en place des jauges pendant la prise, et à la réduction d'épaisseur de colle, est assurée par une membrane de latex de diamètre légèrement inférieur à celui des échantillons et qui est mise en place par dessus l'échantillon une fois les jauges placées par des scotchs, selon la plan présenté à la figure 2.9.

Un élément important de la fiabilité de la mesure par jauges, développé par Vu et Gabet est la présence d'un bouclier thermoformé en co-polyester PETG (Veralite[®] 200), qui protège la jauge vis-à-vis des perforations liées à la présence de bulles d'air sous la jauge, tout en transmettant bien la pression de confinement de façon uniforme, le module élastique du co-polyester PETG restant très inférieur à celui du matériau étudié. Ce matériau est thermoformable entre 120 et 170°C, avec les outils présentés figure 2.18. Ce bouclier est traversé par des fils monobrins de fort diamètre (0,6 mm), tandis que les monobrins de petit diamètre reliant la jauge aux cosses-relais sont eux aussi protégés par le bouclier.

2.3.2.2 Protection des échantillons

L'étape suivante du processus d'un essai est la mise en place de l'échantillon dans l'équipage mobile, présenté à la figure 2.7. Cet ensemble étant placé à l'horizontale dans la cellule de confinement, il est nécessaire d'avoir un système de centrage de l'échantillon, celui-ci ne devant pas pour autant bloquer les déformations de l'échantillon par la suite lors de l'essai. Le choix s'est porté sur des membranes épaisses en latex, dont la rigidité est suffisante pour supporte le poids d'un échantillon, et dont les efforts ont tendance à le recentrer par rapport aux enclumes, beaucoup plus lourdes. Ces membranes jouent un double rôle, puisqu'elles servent aussi d'élément principal pour empêcher la pénétration de fluide dans l'échantillon. Le mortier présente vis-à-vis du risque de perforation des membranes des caractéristiques différentes de celles du béton. On note que la taille maximale des pores courants est inférieure à l'épaisseur des membranes, ce qui limite largement le risque de perforation. Cependant, on trouve aussi de gros pores, ayant pour origine une bulle d'air. Ceux-ci sont moins nombreux que dans le béton, mais tout aussi dangereux pour la réussite de l'essai. Leur repérage est aussi plus aisé puisqu'ils ne peuvent pas être cachés en sous-face d'un granulat. Comme on l'a donc fait pour le collage de jauges, on recherche et on ouvre les pores de grande taille sur toute la surface, et on les rebouche avec du mortier Sikatop SF-126 afin d'éviter une perforation ultérieure.

Les membranes utilisées sont en latex, matériau offrant la meilleure résistance à la perforation, recouvertes d'une membrane en néoprène, qui offre la meilleure résistance chimique au DOZ, qui est agressif envers le latex (occasionnant gonflement, augmentation de la raideur, diminution de la déformabilité). Pour le mortier, le nombre de membranes utilisées est adapté en fonction de la pression de confinement, variant entre 4 mm pour des essais en dessous de 150 MPa et 8 mm pour un essai à 650 MPa. Les membranes sont placées comme indiqué sur la figure 2.19.

Le dernier problème à résoudre est le passage des fils de jauges à travers les membranes. Chaque membrane de latex est donc percée, les fils pratiquant une chicane entre chaque membrane de façon à ne pas aligner les trous. Le trou sortant de la dernière membrane latex est étanché avec un élastomère silicone Rhodorsil CAF 4. Ce trou est recouvert d'une demi-membrane néoprène, de sous laquelle les fils sortent pour revenir par dessus cette demimembrane. Cette sortie est elle aussi étanchée avec la pâte silicone, et le demi-tour des fils est recouvert d'une deuxième demi-membrane néoprène. Le point de sortie final des 6 fils est aussi étanché avec du silicone. Ces trois sécurités assurent que le fluide de confinement ne vas pénétrer dans l'échantillon en suivant le passage de fils. Le principe exposé est schématisé à la figure 2.20, ainsi qu'une photo d'un échantillon prêt à être testé.

2.4 Résultats d'essais

La campagne d'essais avait pour objectif d'obtenir des caractéristiques du mortier sous divers types de chargement et non d'étudier la dispersion des essais. Aussi à part pour les essais non confinés pour lesquels la dispersion notoire nécessite des prendre en compte plusieurs essais, un seul essai de chaque type a été réalisé. On trouvera donc dans les sections suivantes les résultats de 2 essais de compression simple, 3 essais de flexion 3 points, 2 essais de compression hydrostatique à 650 MPa, et 4 essais de compression triaxiale de révolution, à respectivement 60, 120, 300 et 650 MPa de pression de confinement. On présente au tableau 2.4 les relations entre les éprouvettes, les gâchées et les essais.

2.4.1 Essais non confinés

2.4.1.1 Essais de compression simple

L'objectif de ces essais est de caractériser le module d'Young en compression du mortier, son coefficient de Poisson ainsi que sa résistance à la compression. Ces paramètres seront identifiés dans la section 3.3. Ces essais ont donc été instrumentés comme indiqué à la section





(gauche) Thermoformage du bouclier de protection(droite) Jauge équipée des fils et de la protection



FIGURE 2.19 – Membrane multi-couches en latex et néoprène (cas $P_c = 650 MPa$)



FIGURE 2.20 – Schéma du passage de fils à travers les membranes et échantillon prêt à l'essai

essais	chargement	échantillon	gâchée	dimensions en mm	
compression simple	CS	M5	1	φ 70 - L 89	
compression simple	CS	M6	1	ϕ 70 - L 105	
flexion 3 points	F3P	MP1	3	40x40x160	
	F3P	MP2	3	40x40x160	
	F3P	MP3	3	40x40x160	
compression hydrostatique	HYD650	M3	1	φ 70 - L 131	
	HYD650	M4	1	ϕ 70 - L 138	
compression triaxiale	TXC60	M2	1	φ 70 - L 140	
	TXC120	M7	2	ϕ 70 - L 140	
	TXC300	M8	2	ϕ 70 - L 140	
	TXC650	M1	1	φ 70 - L 140	

TABLE 2.4 – Récapitulatif des essais effectués

2.2.1, par 3 capteurs LVDT et 3 jauges, dont 1 circonférentielle. Les résultats présentés à la figure 2.21 sont basés sur la jauge circonférentielle pour la déformation circonférentielle, sur les jauges axiales pour la première partie du chargement et sur les LVDT pour le comportement pré- et post-pic, en ce qui concerne les déformations axiales. Les signaux des jauges et des LVDT ont un large zone de recouvrement pendant laquelle les signaux se superposent. De la même manière, on représente le comportement volumique du mortier pendant ces essais de compression simple à la figure 2.22. Cette courbe permet de voir un nette transition d'un comportement compactant vers un comportement dilatant, peu avant le pic de contrainte. Cela correspond aux observations faites pour les états triaxiaux du mortier dans la section 1.2.1.2. On note que bien que les pentes initiales des deux essais sont parfaitement identiques, l'endommagement a été un peu plus rapide dans un des deux essais, comme cela est souvent observé sur les matériaux cimentaires. Les résistances à la compression mesurées sont de 57 et 62 MPa, le module d'Young initial est 25,5 GPa, et le coefficient de Poisson vaut 0,16.



FIGURE 2.21 – Essais de compression simple sur MR30A7 : courbes contrainte axiale en fonction des déformations axiales et circonférentielles



FIGURE 2.22 – Essais de compression simple sur MR30A7 : courbes contrainte moyenne en fonction des déformations volumiques

2.4.1.2 Essais de flexion 3 points

Les essais de flexion 3 points sont effectués conformément à la norme EN 196.1. Les résultats sont indiqués dans le tableau 2.5. La présence d'une mesure par jauge permet en outre la déduction du module d'Young en traction pour chaque essai. On note que cette méthode de mesure de la résistance à la traction surestime systématiquement les mesures qui sont obtenues en cas d'essai de traction directe.

éprouvette de MR30A7	1	2	3
effort à la rupture en N	4025	3582	4026
résistance à la traction en MPa	9,4	8,4	9,4
module d'Young en GPa	$_{30,5}$	29,5	30,9

TABLE 2.5 – Résultats des essais de flexion 3 points

2.4.2 Essais confinés

Les essais usuels permettent de bien caractériser le comportement non confiné du matériau, les propriétés élastiques d'un matériau restant une composante primordiale de toute modélisation. L'étude bibliographique du chapitre 1 nous a guidé vers les essais dont la réalisation permet de caractériser le comportement sous fort confinement du mortier. Nous avons justifié dans le paragraphe 1.2.1.1 notre préférence pour les essais de compression hydrostatique sur les essais œdométriques. Ceux-ci, couplés avec des essais de compression triaxiale à des pressions variées, permettent de caractériser le comportement compactant et le comportement déviatorique du mortier MR30A7. De manière générale, les résultats de ces essais seront présentés sous la forme de courbes (ε_x, σ_x) et ($\varepsilon_\theta, \sigma_x$), que l'on appelle courbes contraintes-déformations ou courbes de comportement axial (basées sur la contrainte axiale σ_x), et de courbes (ε_v, p) (on rappelle que $p = \sigma_m$ est la pression moyenne), appelées courbes de comportement volumique.

2.4.2.1 Essais de compression hydrostatique

Deux essais de compression hydrostatique ont été réalisés, jusqu'à la pression maximale de 650 MPa, dont un avec des cycles de décharge-recharge partiels. Le premier essai est présenté à la figure 2.23. On observe que la jauge axiale quitte vers $P_c = 250 MPa$ sa trajectoire initiale, qui était en accord avec les autres moyens de mesure. On suppose que cela provient d'un décollement partiel de la jauge, la partie décollée ne mesurant plus la déformation exacte. Les 2 autres jauges sont par contre parfaitement superposées, et indiquent des déformations circonférentielles légèrement supérieures à la déformation axiale mesurée par le LVDT. L'homogénéité des mesures reste tout de même acceptable. La courbe de comportement volumique (2.23 (droite)) est basée sur la somme des 2 jauges et du LVDT.

Le caractère monotone du chargement met bien en évidence les principales caractéristiques de la réponse du mortier sous ce chargement, c'est-à-dire les 3 phases déjà signalées à la section 1.2, comme déjà observé par Burlion *et al.* (2001). La phase linéaire est suivie de fortes déformations, avant un durcissement, qui n'est pas encore très marqué à ce niveau de pression. La décharge indique une raideur supérieure à la raideur initiale en charge, et est quasiment linéaire entre 650 et 100 MPa, avant que la raideur ne chute rapidement pour devenir très faible en fin de décharge. Les travaux de Schmidt (2003) sur le fluage sous fort confinement permettent de noter que le début de la décharge, à 650 MPa, serait tout à fait linéaire si un temps de fluage plus long (plusieurs minutes) avait été respecté, au lieu de 30 secondes ici.

Le deuxième essai avait pour objectif de confirmer les résultats du premier essai, mais aussi de caractériser le comportement en décharge du matériau à différentes pression de confinement, ainsi que d'observer d'éventuels cycles d'hystérésis lors de la recharge. Les résultats sont présentés à la figure 2.24. On note que la jauge axiale a très rapidement cédé, sans doute suite à un problème électrique (rupture de fil, faux contact). Les deux jauges circonférentielles et le capteur LVDT montrent une bonne cohérence bien qu'on ne retrouve pas la parfaite superposition des deux jauges obtenue sur le premier essai.

Le comportement volumique global est similaire au premier essai, mais la déformation finale est assez nettement inférieure au premier essai. La seule différence d'état entre les échantillons est que le premier échantillon a été conservé équipé (jauges, membranes) et emballé de manière étanche pendant 30 jours suite à une intervention sur la presse. Il n'a repris pendant la phase d'équipement que 3 g d'eau (sur une perte d'environ 100 g entre un échantillon humide et sec, cf. 2.17) ce qui ne semble pas suffisant pour expliquer la différence, qu'on mettra préférentiellement sur le compte de la variabilité dans le bloc où ont été usinés les échantillons. Bien que les pentes de décharge semblent identiques aux différents niveaux où elles ont été effectuées, la figure 2.25 montre que ce n'est pas le cas. La pente de décharge est croissante avec la pression de confinement atteinte. On n'observe un cycle d'hystérésis que si la décharge est de grande amplitude par rapport au confinement atteint, dans notre cas 300 MPa sur 400 MPa. Les mécanismes de fonctionnement du mortier sous ces sollicitations seront détaillés à la section 2.5.

2.4.2.2 Essais de compression triaxiale

Le chemin de chargement des essais de compression triaxiale présentent 2 phases, ainsi qu'on peut le voir sur la figure 2.26. La première consiste à appliquer une pression hydrostatique autour de l'échantillon, jusqu'à une valeur donnée P_c . Ceci est directement réalisé par le fluide de confinement, qui applique la pression sur la surface latérale de l'échantillon ainsi que sur



FIGURE 2.23 – Résultats du premier essai de compression hydrostatique à 650 MPa : (gauche) Courbe contrainte-déformations σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ} (droite) Courbe de comportement volumique p en fonction de ε_v





- (gauche) Courbe contrainte-déformations σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ}
- (droite) Courbe de comportement volumique p en fonction de ε_v



FIGURE 2.25 – Essai HYD650 sur MR30A7 : Visualisation des cycles de décharge-recharge

les enclumes, à une vitesse imposée de 100 MPa/min. On impose ensuite un déplacement du vérin axial, qui vient d'abord au contact de l'enclume en appliquant sur celle-ci un effort correspondant à la pression hydrostatique, puis qui comprime l'échantillon à une vitesse de déplacement donnée de $5 \mu m/s$. On détaillera les réponses du matériau dans les 2 phases, en appliquant les conventions données dans le préambule, à savoir que les contraintes de compression et les déformations de contraction sont définies positives. Les essais sont brièvement présentés et analysés ici, la caractérisation du comportement d'ensemble du mortier étant décrite à la section 2.5.

Essai triaxial à 60 MPa

Cette pression de confinement a été choisie car elle correspond à la résistance à la compression du mortier. On s'attend donc à observer un comportement linéaire dans la phase hydrostatique, et on souhaite vérifier le comportement déviatorique dans cet état où la compaction irréversible n'a pas encore fait son effet. Les résultats sont présentés aux figures 2.27 et 2.28. Le comportement du mortier dans la phase hydrostatique est bien linéaire, et comme on peut le voir sur la figure 2.27 (gauche), les signaux des jauges et du LVDT sont en bon accord, seule la jauge axiale présentant un caractère légèrement plus raide. Le module de compressibilité volumique mesuré sur cet essai est $K_v = 11, 1 \, GPa$, ce qui est légèrement inférieur au module calculé à partir des paramètres mesurés sur l'essai CS, qui donnent $K_v = \frac{E}{3(1-2\nu)} = 12,5 \, GPa.$ La phase déviatorique, représentée à droite de la même figure, montre de nouveau un très bon accord entre les différentes mesures. Le comportement présente un pic de contrainte suivi d'un long plateau très faiblement adoucissant. L'échantillon subit une déformation axiale de plus de 10% en conservant une résistance de plus de 90% du pic de contrainte, ce qui peut être assimilé à de la plasticité à écrouissage négatif. Cependant avant le pic de contrainte, on note que la raideur tangente du matériau est constamment décroissante, ce qui est au contraire typique d'un comportement endommageant. En observant la courbe d'ensemble des deux phases figure 2.28 (gauche), on note que les déformations de la phase hydrostatiques sont très faibles $(\varepsilon_x \simeq 0, 2\%)$ comparées à celles de la phase triaxiale $(\varepsilon_x \simeq 4\%)$. Enfin la figure 2.28 (droite) nous montre le comportement volumique de l'échantillon, basé sur la moyenne des 2 jauges circonférentielles et sur le LVDT. On voit nettement que le comportement est plus compactant sous chargement déviatorique que sous chargement hydrostatique, et on distingue bien la transition contractance-dilatance, qui coïncide avec le pic de contrainte.

Essai triaxial à 120 MPa

Cette pression de confinement a été choisie par rapport à la littérature comme étant potentiellement proche de la pression de transition fragile-ductile définie au chapitre 1. Les résultats sont présentés aux figures 2.29 et 2.30. Pour cette essai, toutes les jauges ont tenu jusque bien au-delà de la transition contractance-dilatance, on a donc pu obtenir des courbes complètes jusqu'à décharge totale du matériau.

Pendant la phase hydrostatique, détaillée à la figure 2.29 (gauche), on constate qu'au-delà de 60 MPa, le module de compressibilité commence à diminuer. La phase déviatorique (figure 2.29 droite) montre une diminution progressive de la raideur tangente, lente jusqu'à un déviateur de 200 MPa puis plus marquée. Cette phase se termine par un plateau en contrainte, donc de la plasticité, avec des déformations axiales dépassant 10 %. Avant ce plateau, la baisse de raideur est par contre toujours typique de l'endommagement.

Les figures 2.30 montrent les comportements axial et volumique pour l'ensemble de l'essai. On constate que les déformations axiales de la phase hydrostatique sont toujours très inférieures à celles de la phase déviatorique. Le comportement volumique présente les mêmes



FIGURE 2.26 – Chemins de chargement dans le plan (p,q)



FIGURE 2.27 – Résultats de l'essai TXC60 sur MR30A7 : (gauche) Phase hydrostatique : courbe de comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ} (droite) Courbe de comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$



FIGURE 2.28 – Résultats de l'essai TXC60 sur MR30A7 : (gauche) Courbe de comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_θ (droite) Courbe de comportement volumique p en fonction de ε_v

caractéristiques que pour l'essai TRX60, avec un comportement contractant plus marqué pendant la phase déviatorique. La transition contractance-dilatance précède de peu le plateau de contrainte. La courbe de comportement volumique étant complète, on peut caractériser le comportement du mortier lors de la décharge ayant lieu après la transition contractancedilatance. On note donc pendant cette phase de décharge que le mortier se contracte, ce qui est remarquable. La faible déformation volumique résiduelle traduit en fait la compensation entre de fortes déformations résiduelles axiales et latérales.



FIGURE 2.29 – Résultats de l'essai TXC120 sur MR30A7 : (gauche) Phase hydrostatique : courbe de comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ} (droite) Courbe de comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$



FIGURE 2.30 – Résultats de l'essai TXC120 sur MR30A7 : (gauche) Courbe de comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_θ (droite) Courbe de comportement volumique p en fonction de ε_v

Essai triaxial à 300 MPa

Cet essai constitue un intermédiaire entre 120 MPa entre le maximum machine de 650 MPa. Les résultats sont présentés aux figure 2.31 et 2.32. Une des jauges circonférentielles n'a pas tenu à la mise en pression initiale, mais les trois signaux restants montrent une bonne cohérence, ce qui nous permet de déterminer de façon satisfaisante toutes les données. La figure 2.31 donne une vue d'ensemble de l'essai, en comportement axial et en comportement volumique. On note que la phase hydrostatique présente 2 phases bien marquées, quasiment linéaires, l'une jusqu'à 60 MPa, l'autre entre 100 et 300 MPa, qui présente une pente inférieure à la première. Le comportement volumique est déterminé à partir des mesures de la jauge circonférentielle et du LVDT, et présente la transition typique entre contractance et dilatance. À partir de ces pressions, l'échantillon étant beaucoup plus court qu'initialement, la phase d'approche du vérin est assez longue et la pression assez haute pour qu'on observe un fluage notable (0,2% sur les déformations axiales). Ceci a des conséquences sur la phase initiale du chargement déviatorique, qui apparaît très raide, mais cette caractéristique provient seulement du fluage. Le comportement déviatorique recalé sans tenir compte du fluage est présenté à la figure 2.32. Le comportement dans cette phase est donc, hors fluage, pratiquement linéaire jusqu'à un déviateur q de 350 MPa. Le raideur tangente diminue ensuite, mais la contrainte continue à croître même au-delà de la transition contractance-dilatance. Les déformations axiales totales atteintes sont cette fois supérieures à 12\%, mais la proportion relative des déformations dues à la phase hydrostatique est en hausse.



FIGURE 2.31 – Résultats de l'essai TXC300 sur MR30A7 : (gauche) Courbe de comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_θ (droite) Courbe de comportement volumique p en fonction de ε_v



FIGURE 2.32 – Résultats de l'essai TXC300 sur MR30A7 : Courbe de comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$

Essai triaxial à 650 MPa

Cet essai correspond à la capacité maximale de la machine. Les résultats sont présentés aux figures 2.33 et 2.34. L'ensemble des signaux est présent presque jusqu'à la fin de la phase déviatorique, seule une jauge circonférentielle lâchant à ce moment. Jusqu'à une pression hydrostatique de 300 MPa, ces signaux sont très proches, puis la jauge axiale et une jauge circonférentielle subissent moins de déformations que le LVDT et l'autre jauge circonférentielle jusqu'à la fin de la phase hydrostatique. Dans la phase déviatorique, les signaux montrent une très bonne cohérence, comme on peut le voir à la figure 2.34. La fin de l'essai a été déterminée non par rapport au critère habituel de passage de la transition contractance-dilatance, mais par les limites de capacité du vérin, en gardant une marge de sécurité.

La figure 2.33 montre l'ensemble des deux phases. On note que les déformations axiales dans chaque phase sont comparables, tandis que si on se réfère au comportement volumique, la phase hydrostatique est prépondérante. Les déformations axiales ε_x atteignent 4% dans la phase hydrostatique et sont supérieures à 6% dans la phase déviatorique. On présente deux calculs du comportement volumique, le premier basé sur les deux jauges circonférentielles et le LVDT, s'arrêtant donc à la rupture de l'une des deux, l'autre seulement sur la jauge n°3 et le LVDT. En fonction de la mesure considérée, on note ou on ne note pas de transition contractance-dilatance. Cela met en relief le risque d'erreur d'interprétation de ces mesures. La courbe basée sur la jauge n°3 indiquant un comportement de moins en moins contractant dans sa phase finale, on suppose que l'état atteint est très proche, mais inférieur à l'étatlimite. Les déformations volumiques atteignent 17%, et sont donc de l'ordre de grandeur de la porosité accessible à l'eau de l'échantillon.

Si on observe plus précisément le comportement déviatorique présenté à la figure 2.34, on remarque comme pour l'essai TXC300 l'influence du fluage hydrostatique sur la raideur initiale de la phase déviatorique. Un petit cycle de décharge-recharge a été pratiqué, afin de comparer la pente en décharge en début et en fin de chargement déviatorique. Les déformations circonférentielles lors de cette décharge-recharge ont été élastiques linéaires, au contraire des déformations axiales, ce qui met en relief le caractère unilatéral de la réponse du matériau sous ce chargement. Ce phénomène ne peut être modélisé dans le cadre classique où ν est constant.



FIGURE 2.33 – Résultats de l'essai TXC650 sur MR30A7 : (gauche) Courbe de comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ} (droite) Courbe de comportement volumique p en fonction de ε_v



FIGURE 2.34 – Résultats de l'essai TXC650 sur MR30A7 : Courbe de comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$

2.5 Compaction et modes de rupture

2.5.1 Caractérisation de la compaction

Les essais de compression hydrostatique ont permis de quantifier la compaction du mortier en fonction de la pression de confinement. On constate sur la figure 2.35 (gauche) que l'essai triaxial à 650 MPa confirme la tendance, avec une déformation volumique de 12,5 % à la fin de la phase hydrostatique : les variations entre les 3 essais (les 2 HYD650 et le TXC650) restent de faible amplitude. L'observation des essais TXC120 et TXC300 montre au contraire un décalage notable avec la partie hydrostatique des essais à 650 MPa. Il est clair qu'une différence existe entre les deux gâchées, occasionnant une compaction plus forte pour la seconde. Plusieurs explications sont avancées : tout d'abord, on a noté une légère différence de poids (cf. section 2.3.1.4), explicable par une différence de porosité due à la non-reproductibilité du piquage. La différence observée sur la porosité (2%) n'est pas suffisante pour expliquer la différence de compaction, bien visible sur la figure 2.35 (droite), qui atteint 2% dès 300 MPa alors que la fermeture de la porosité a lieu sur une gamme de pressions plus large. Une autre source d'explication est le ciment. Celui utilisé pour la seconde gâchée étant le même que pour la première, il était beaucoup plus âgé, et donc moins réactif, ce qui tend à donner un module d'Young, et par conséquent un module de compressibilité plus faible. Cette réactivité joue sur le comportement initial, en modifiant la consistance, qui est plus liquide. Une consistance liquide est source de variabilité accrue (cf. Neville (2000)). On prendra pour référence lorsque c'est possible la première gâchée.

On retrouve les 3 phases classiquement observées aussi bien sur mortier que sur béton :

- Phase élastique linéaire, ici jusqu'à 60 MPa.
- Phase de diminution du module de compressibilité tangent, jusqu'à 300 MPa.
- Phase de durcissement, hausse du module de compressibilité tangent.

On note sur la figure 2.36 que le phénomène de compaction dans la phase hydrostatique est parfaitement homogène, les signaux axiaux et circonférentiels étant quasiment confondus.

Si on considère maintenant le phénomène de compaction dans la phase triaxiale, on note sur chaque essai qu'à contrainte moyenne p égale, une contrainte déviatorique favorise la compaction. C'est particulièrement notable si on considère l'essai TXC60 comparé à l'essai TXC650 (figure 2.35 droite) ou l'essai TXC120 comparé à l'essai TXC300 (figure 2.35 gauche). L'effet est d'autant plus marqué que le rapport du déviateur sur la pression q/p est élevé, c'est à dire à basse pression. On note ainsi que le module de compressibilité initial (tangent) de la phase déviatorique de l'essai TXC650 est proche de celui de la fin de la phase hydrostatique, alors que sur l'essai TXC60, il est très inférieur. Burlion (1997) et Gabet (2006) citent un réarrangement granulaire sous l'effet d'un cisaillement local comme source principale de cette différence entre les phases hydrostatique et déviatorique. Si dans le cas du béton, ceci est attesté sous fort confinement par de fortes émissions acoustiques et des perturbations des mesures locales, ce n'est pas le cas du mortier. Les signaux ne sont pas perturbés lors de la phase déviatorique. Les faciès finaux des échantillons (voir section 2.5.3) montrent en outre que si réorganisation granulaire il y a, alors elle est homogène à l'échelle d'une jauge.



FIGURE 2.35 -Comportement volumique des essais triaxiaux et hydrostatiques sur MR30A7, p en fonction de ε_v : Vue globale

(gauche)





FIGURE 2.36 – Comportement axial des essais triaxiaux sur MR30A7, σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ} (transition contractance-dilatance : \Box)

2.5.2Caractérisation du comportement déviatorique

La figure 2.37, qui regroupe les phases déviatoriques des 4 essais triaxiaux, permet de visualiser l'évolution du type de réponse et celle de la raideur tangente du mortier MR30A7 en fonction de la pression de confinement P_c . On note ainsi la présence d'un pic de contrainte, puis un comportement plastique, et enfin un comportement où on n'atteint pas de limite en contrainte axiale. Le plateau de plasticité parfaite observé lors de l'essai TXC120 indique bien qu'il s'agit d'une bonne approximation de la pression de transition fragile-ductile, au sens usuel pour les géomatériaux (à $P_c = 60 MPa$, le comportement du mortier ne peut évidemment plus être qualifié de « fragile »).

Si on s'intéresse aux raideurs, on s'aperçoit que la raideur tangente initiale de l'essai TXC120 est de loin la plus faible de tous les essais, tandis que les raideurs initiales des essais TXC60 et TXC300 sont très proches. La notion d'endommagement permet d'interpréter ces effets : à $P_c = 60 MPa$, l'endommagement du à la compaction est nul, ce qui explique qu'on retrouve une pente proche de celle de compression simple. À $P_c = 120 MPa$, au contraire on a perdu de la cohésion dans le mortier après le chargement hydrostatique, cohésion dont la rupture d'ensemble est à l'origine du comportement fragile observé à confinement nul ou faible. La structure est endommagée, donc lors d'un chargement déviatorique, sa raideur est significativement réduite. Pour les essais à des pressions supérieures, c'est le confinement, associé à la diminution de la porosité, qui joue le rôle d'un raidisseur du matériau, expliquant pourquoi la raideur maximale est observée à $P_c = 650 MPa$. Ce phénomène a aussi été mis en évidence sur le béton par Vu (2007).

La fin d'essai est caractérisée par la présence d'un changement de comportement volumique de la contractance vers la dilatance. On vérifie bien que pour les essais présentant un pic de contrainte, dont l'essai de compression simple, cet état est très proche du pic de contrainte. On adopte donc aussi la définition de l'état-limite comme étant l'état du mortier au moment de cette transition, comme l'ont déjà fait différents auteurs en mécanique des roches ou des sols pour inclure cet état limite dans un modèle de plasticité (Fossum et Fredrich (2000), Cambou et Jafari (1988)). Afin de vérifier si toutes ces observations sont étayées par l'état des échantillons après essai, ceux-ci seront présentés à la section suivante.



FIGURE 2.37 – Comportement déviatorique recalé des essais TXC sur MR30A7, q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$ (transition contractance-dilatance : \Box)

2.5.3 Faciès et modes de rupture

Les observations des courbes de réponse du mortier aux différents chargements ont permis de dégager les principales caractéristiques. Cependant, l'interprétation des fins d'essai est parfois peu sûre, et une comparaison des interprétations avec les faciès après essai peut aider à conclure. Le faciès après essai de l'essai TXC60 est présenté à la figure 2.38. Plusieurs plans de glissement sont apparus, et sont inclinés selon le même angle d'environ 60°. Les résultats montrent cependant que l'énergie nécessaire au glissement des plans reste élevée sous confinement, puisque bien qu'on visualise à l'œil nu le glissement, la contrainte résistante pendant cette phase restait élevée. On note aussi la présence d'un gonflement en forme de tonneau sur un le morceau inférieur de l'échantillon.



FIGURE 2.38 – Faciès de l'échantillon après essai TXC60



FIGURE 2.39 – Faciès de l'échantillon après essai TXC120

Le faciès de l'essai à 120 MPa, présenté à la figure 2.39, est très différent. On note l'absence de macro-fissuration, ce qui confirme le caractère ductile et non plus fragile. L'échantillon présente nettement une forme en tonneau. À 60 comme à 120 MPa, la surface de l'échantillon est peu abîmée, contrairement à ce qui est observé sur l'échantillon de l'essai TXC300, visible à la figure 2.40. On note en effet la présence de perforations au niveau des bulles d'air sousjacentes de l'échantillon, perforations qui ont abîmé les couches inférieures des membranes. Le faciès de l'échantillon TXC300 présente un décalage entre les faces hautes et basses, qui ne sont plus alignées, sans pour autant qu'on ne décèle à l'œil nu de macro-fissuration.

Le faciès de l'échantillon de l'essai TXC650 (figure 2.41) ne présente aucun défaut visible. Seule une mesure de ses dimensions indique la très forte compaction subie par l'échantillon. Cela semble confirmer que l'état-limite n'a pas tout à fait été atteint lors du chargement.



FIGURE 2.40 – Faciès de l'échantillon après essai TXC300



FIGURE 2.41 – Faciès de l'échantillon après essai TXC650

2.6 Conclusion

L'adaptation du protocole pour les essais sur béton au mortier a permis la réalisation d'essais sous très fort confinement, instrumentés par des jauges et un capteur LVDT, avec une bonne réussite. On met en évidence l'importance de la calibration de la chaîne de mesure par rapport à la pression de confinement, ainsi que celle de la prise en compte des grandes déformations atteintes.

Les résultats d'essais confinés mettent en évidence les très fortes déformations volumiques atteintes dès la phase hydrostatique, supérieures à 12% à 650 MPa, et les trois phases de la réponse du mortier : la phase élastique linéaire, la phase de fermeture de la porosité, puis l'initiation de la phase de consolidation. On met en évidence d'importantes différences dans le comportement déviatorique en fonction de la pression de confinement. À une pression de confinement de 120 MPa, on observe une transition dans le comportement déviatorique d'un comportement adoucissant, pour des pression inférieures, à un comportement plastique écrouissant au-delà. Cette pression de confinement est appelée pression de transition fragileductile. La fin de chaque essai est caractérisée par la transition d'un comportement contractant vers un comportement dilatant, appelée état-limite. Cette transition est proche du pic de contrainte pour les essais en présentant un. Le comportement déviatorique est fortement nonlinéaire, le module tangent diminuant avec l'augmentation de la contrainte.

CHAPITRE 3

Modèle couplé endommagement-plasticité

3.1 Introduction

Au cours des années 80, les modèles d'endommagement du béton ont bénéficié de grands développements en raison de leur capacité à reproduire les différents aspects du comportement du béton en l'absence de confinement; ils rejoignirent ainsi le niveau d'élaboration atteint par les modèles de plasticité, aux origines plus anciennes, qui présentent eux l'avantage de reproduire les mécanismes principaux du comportement du béton sous fort confinement. Parmi les domaines d'utilisation du béton, les ouvrages défensifs sont parmi ceux qui peuvent recevoir la plus grande variété de chargements. Ceci a amené dans les années 90 le Centre d'Études de Gramat (CEG/DGA, Ministère de la Défense) à étudier la réalisation d'un modèle général de comportement du béton. Par général, on entend qu'il soit capable de reproduire la ruine d'une structure sous différents chargements sévères, de type impact ou explosion en champ proche. Cela suppose que le modèle reproduise à la fois la réponse locale du matériau sous choc ou face à un effet de souffle, mais aussi pour obtenir la réponse à l'échelle de la structure, qu'il modélise correctement l'endommagement loin du chargement. Ceci a mené au développement d'un modèle couplé d'endommagement et de plasticité, écrit de manière explicite de manière à pouvoir être utilisé en dynamique rapide. Le modèle de plasticité est d'abord appliqué, et détermine les déformations et les paramètres élastiques qui sont envoyés au modèle d'endommagement. On présente donc ici les fonctionnements respectifs du modèle de plasticité et du modèle d'endommagement, ainsi que de leur couplage, dans la section 3.2. La question de l'identification des paramètres est traitée à la section 3.3, à partir des résultats des essais présentés au chapitre 2.

3.2 Description du modèle PRM couplé

Le modèle PRM couplé est basé sur la résolution successive, à chaque pas, d'un modèle de plasticité et d'un modèle d'endommagement couplés. Aussi avant de présenter le fonctionnement global du couplage, seront présentés les modèles de plasticité et d'endommagement. Les modèles qui ont servi de base au modèle PRM couplé ont subi des modifications notables pour leur inclusion dans le modèle. Le modèle de plasticité est dérivé du modèle de Krieg, Swenson et Taylor, dont les origines remontent aux travaux de Krieg (1972), tandis que le modèle d'endommagement est le modèle Pontiroli-Rouquand-Mazars légèrement modifié, qui a pour origine les travaux de Mazars (1984). Dans cette section, on utilise la convention de signes de la mécanique, les déformations et contraintes de compression sont donc négatives, et la raideur volumique K est définie positive par $p = -K\varepsilon_v$.

Il faut noter qu'outre les capacités du modèle qui ont été utilisées et qui sont donc décrites ici, le modèle PRM couplé présente plusieurs autres fonctionnalités, dont l'existence justifie notre choix de ce modèle, pour de futurs travaux. Il s'agit de deux aspects : la prise en compte de l'influence de la vitesse de chargement sur l'endommagement et la plasticité, et une modélisation de l'influence du taux de saturation sur le comportement global, intégrée au modèle de plasticité. Le premier aspect permet de passer facilement de modélisations d'essais quasi-statiques à celle d'essais dynamiques; le second permet de représenter des états du matériau différents de l'état sec étudié ici, l'importance du taux de saturation sur les résultats ayant déjà été soulignée à la section 1.2.

3.2.1 Le modèle de plasticité de Krieg, Swenson et Taylor

3.2.1.1 Description générale

Le modèle de plasticité de Krieg est un mécanisme élastoplastique relativement simple, qui repose sur la modélisation de façon découplée de deux mécanismes liés d'un côté à la pression moyenne et de l'autre aux contraintes de cisaillement. Cette simplicité permet d'écrire ce modèle sous une forme explicite nécessaire au couplage des deux modèles. Sous l'action d'un fort confinement, le modèle simule la fermeture irréversible de la porosité, phénomène dont l'importance a été démontrée expérimentalement par les travaux de Burlion *et al.* (2001) ou Williams *et al.* (2004), dont les travaux ont été présentés à la section 1.2. Sous l'action d'un fort cisaillement, déterminé par la contrainte déviatorique, ou contrainte de von Mises, le modèle reproduit un mécanisme de glissement irréversible. Il est important de noter que le seul point reliant les deux aspects du modèle est la prise en compte du niveau de contrainte moyenne p dans la limite élastique de la contrainte déviatorique q. La réduction de volume sous l'action des efforts de pression se fait sans distorsion, et la distorsion plastique se développe à volume constant.

3.2.1.2 Fonctionnement de la compaction

Le point de départ de chaque nouveau pas de calcul est l'incrément du tenseur des déformations. On peut à partir de là calculer l'incrément de déformation volumique et la nouvelle déformation volumique, en grandes déformations :

$$\varepsilon_v^{i+1} = \varepsilon_v^i + \ln(1 + \mathrm{d}\varepsilon_v) \tag{3.1}$$

La figure 3.1 montre à la fois la façon dont est paramétrée la courbe de comportement volumique (linéaire par morceaux) et la façon dont se comporte le modèle en charge et décharge dans différentes situations. Les paramètres d'entrée sont le point (ε_{v1}, P_1) (qui doit vérifier une raideur volumique K_p égale à la raideur volumique élastique $K_0 = \frac{E_0}{3(1-2\nu_0)}$), le point de consolidation ($\varepsilon_{v,cons}, P_{cons}$), et un éventuel ensemble de points compris entre les deux, définissant la forme de la courbe. En outre, il faut préciser la raideur volumique après consolidation K_{cons} , la raideur de la décharge élastique finale $K_{0,cons}$, et la pression P_{min} , qui est la (dé)pression isostatique à appliquer après consolidation pour retrouver le volume initial. On distingue trois phases dans ce modèle :

- une phase élastique linéaire jusqu'à ε_{v1} ;
- une phase de mécanisme de fermeture irréversible des pores jusqu'à $\varepsilon_{v,cons}$;
- et une phase consolidée, pour laquelle le comportement est élastique non-linéaire.



FIGURE 3.1 – Relation pression-volume du modèle KST

L'observation de cette figure permet de noter plusieurs points importants du comportement en réponse à une sollicitation de confinement hydrostatique. En cas de chargement monotone, on suit simplement la courbe affine par morceaux imposée. Après la phase élastique linéaire, limitée par le point (ε_{v1}, P_1), la pente initiale en décharge K_{max} est calculée à partir de K_p et de K_{cons} qui sont des données matériau, par interpolation linéaire. Cette pente est donc supérieure à K_p , puisqu'on a pour tous les géomatériaux $K_{cons} > K_p$. La décharge suit ensuite une courbe non-linéaire, donnée par une fonction de forme complexe. Celle-ci dépend de $\varepsilon_{v,min}$ et des raideurs K_{max} et K_{min} , cette dernière étant déterminée par interpolation linéaire entre K_p et $K_{0,cons}$. Les interpolations s'écrivent :

$$K_{max} = K_{cons} + (K_p - K_{cons}) \min\left(\frac{\langle P_{cons} - P_{max} \rangle_+}{P_{cons} - P_1}, 1\right)$$
(3.2)

$$K_{min} = K_{0,cons} + (K_p - K_{0,cons}) \min\left(\frac{\langle P_{cons} - P_{max} \rangle_+}{P_{cons} - P_1}, 1\right)$$
(3.3)

Dans cette zone, la fonction $p(\varepsilon_v)$ vérifie :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \varepsilon_v}\right)_{\varepsilon_{v,max}} = -K_{max} \text{ et } \left(\frac{\partial p}{\partial \varepsilon_v}\right)_{\varepsilon_{v,min}} = -K_{min} \tag{3.4}$$

où la déformation $\varepsilon_{v,min}$ (cf. figure 3.1) est déterminée par une fonction à partir des pentes K_{max} et K_{min} et de la déformation atteinte $\varepsilon_{v,max}$.

$$-\varepsilon_{v,min} = -\varepsilon_{v,max} - \frac{P_{max} - P_{min}}{\bar{K}}$$
(3.5)

où \overline{K} est la raideur moyenne, fonction de K_{max} , K_{min} et de la fonction de forme; et P_{min} est donné par la relation suivante :

$$P_{min} = P_{cut} \left[\left(1 - \frac{K_{0,cons}}{K_{cons}} \right) \times \min \left(\frac{\langle P_{cons} - P_{max} \rangle_+}{P_{cons} - P_1}, 1 \right) \right]$$
(3.6)

Dans la troisième phase, lorsque le matériau est consolidé, sont comportement est simplement déterminé de la même manière que dans la deuxième phase, mais avec $K_{max} = K_{cons}$ et $K_{min} = K_{0,cons}$.

L'ensemble de ces caractéristiques sont très proches des observations établies sur le mortier, aussi bien par l'étude bibliographique que par l'étude du mortier MR30A7. Les seuls points expérimentaux non pris en compte sont le fluage et les boucles d'hystérésis observées sur certains essais. Pour l'objectif final de cette étude, qui est la modélisation de phénomènes allant de quelques millièmes de secondes à quelques minutes, le fluage n'est pas capital; D'autre part, on a noté à la section 2.4.2.1 que pour des cycles de décharge partiels dans la phase hydrostatique, la modélisation de l'hystérésis n'était pas indispensable.

3.2.1.3 Fonctionnement du glissement de cisaillement

L'étape précédente a permis de déterminer la pression p, paramètre indispensable à la détermination de la contrainte déviatorique q. L'autre paramètre indispensable est la raideur volumique en charge, qui permet de calculer le module de cisaillement G. La raideur volumique en charge est calculée par rapport aux incréments de pression et de déformations :

$$K_{charge} = -\frac{p^{i+1} - p^i}{\mathrm{d}\varepsilon_v} \tag{3.7}$$

On en déduit le module de cisaillement :

$$G = \frac{3}{2} \frac{K_{charge}(1 - 2\nu_0)}{1 + \nu_0} \tag{3.8}$$

Il ne reste ensuite qu'à écrire la contrainte déviatorique élastique en fonction de l'incrément de déformation :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{d,\acute{e}last}^{i+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{d,\acute{e}last}^{i} + 2G\left(\underline{d\underline{\varepsilon}} - d\varepsilon_{v}\underline{\underline{1}}\right)$$
(3.9)

Le critère de glissement en cisaillement est exprimé par rapport à la contrainte déviatorique de von Mises q, qui est calculée à partir de $\underline{\sigma}_d$:

$$q_{\acute{e}last} = \sqrt{\frac{3}{2}\underline{\underline{\sigma}}_{d,\acute{e}last} : \underline{\underline{\sigma}}_{d,\acute{e}last}}$$
(3.10)

Le seuil de plasticité est établi en fonction de la pression moyenne, et éventuellement d'une limite absolue :

$$q_0 = \min\left(\sqrt{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}, q_{max}\right)$$
(3.11)

et prend donc la forme de la figure 3.2. S'agissant d'un modèle de plasticité parfaite, une contrainte déviatorique calculée supérieure au seuil est ramenée à la contrainte plastique par un ratio $R = q_0/q$, ce qui peut s'écrire dans le cas de n'importe quelle contrainte déviatorique :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{\underline{d}} = R \underline{\underline{\sigma}}_{\underline{d}, \acute{e}last} \quad \text{où} \quad R = \min\left(\frac{q_0}{q_{\acute{e}last}}, 1\right)$$
(3.12)

On peut alors déterminer le tenseur des contraintes final :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_{\underline{d}} - p\underline{\underline{1}} \tag{3.13}$$



FIGURE 3.2 – Représentation du seuil de plasticité du modèle KST

3.2.2 Le modèle d'endommagement Pontiroli-Rouquand-Mazars

Ce modèle est le fruit d'une collaboration entre le CEG et le Laboratoire de Mécanique et de Technologie (LMT, ENS Cachan). Il a été développé à partir des travaux de Mazars (1986) sur le modèle d'endommagement isotrope qui porte son nom. Pontiroli (1995) et Rouquand (1996) ont effectué des modifications prenant en compte la correction des limitations initiales du modèle, tant au niveau de la réponse matériau qu'au niveau de l'utilisation pratique du modèle dans un code éléments finis. On présentera ici la formulation du modèle ainsi que les caractéristiques de son fonctionnement. Pour une meilleure compréhension, il est conseillé de se reporter aux notations exposées page 17.

3.2.2.1 Description en 1D

La section 1.3.1 a permis de décrire les bases d'un modèle d'endommagement isotrope. La première modification à apporter pour une meilleure modélisation du comportement du béton ou du mortier, est de prendre en compte le caractère unilatéral des déformations. Il est en effet bien connu que les fissures d'endommagement en traction sont refermables (restauration de

raideur) lors d'un chargement ultérieur en compression selon le même axe, ce qui doit être pris en compte. Les équations unidimensionnelles seront donc présentées en premier afin de mettre en évidence les phénomènes physiques associées, avant d'écrire la formulation complète. Le fonctionnement du modèle en 1D est bien décrit par un essai de traction-compression mené dans cet ordre : traction au-delà du seuil d'endommagement, compression au-delà du pic, décharge puis traction pour que l'endommagement D_t croisse de nouveau, etc. La réponse du matériau béton, qui a servi de base à la construction de ce modèle est schématisée à la figure 3.3. Le mortier présente les mêmes caractéristiques.



FIGURE 3.3 – Schématisation du comportement en traction-compression

Expérimentalement, la fermeture de fissures de tractions lors d'une compression ultérieure n'a pas lieu à déformation nulle, mais dans un état légèrement comprimé. La courbe de chargement en compression à partir de la traction présente un redressement caractéristique au point ($\varepsilon_{ft_0}, \sigma_{ft_0}$). Le caractère unilatéral du modèle correspond donc à un changement de raideur lorsque la contrainte ($\sigma - \sigma_{ft}$) change de signe. Il doit s'accompagner d'un découplage entre un endommagement en traction D_t (qui guide la pente en décharge de traction jusqu'au point ($\varepsilon_{ft_0}, \sigma_{ft_0}$) et un endommagement en compression D_c , qui guide la pente en décharge de compression. Les résultats expérimentaux ont en outre montré que lorsqu'on crée de l'endommagement en compression, le point focal de la décharge n'est pas le point ($\varepsilon_{ft_0}, \sigma_{ft_0}$) mais un point de coordonnées ($\varepsilon_{fc}, \sigma_{fc}$) constantes. Il faut donc que le point de changement de type de comportement évolue en fonction de D_c , comme indiqué par le trait pointillé représentant les points ($\varepsilon_{ft}, \sigma_{ft}$) sur la figure 3.3.

D'après ces constatations, on peut écrire le modèle sous la forme :

$$\sigma - \sigma_{ft} = E_0(1 - D)(\varepsilon - \varepsilon_{ft}) \tag{3.14}$$

où l'endommagement D n'est pas, contrairement au modèle de Mazars, croissant, mais évolue en fonction de D_t , D_c , mais aussi en fonction du signe de $(\varepsilon - \varepsilon_{ft})$, ce qui signifie qu'il peut diminuer lors d'un changement de nature du chargement. On reprend l'écriture usuelle de D:

$$D = \alpha_t D_t + (1 - \alpha_t) D_c \tag{3.15}$$

où α_t représente la part des déformations de tension. Cette écriture s'apparente à un changement d'origine dans la loi de Mazars, au calcul de D près. Il reste à écrire deux lois : la loi d'évolution de D, mais aussi la loi d'évolution de $(\varepsilon_{ft}, \sigma_{ft})$. Pour cela, on utilise la relation suivante, visible à la figure 3.3 :

$$\sigma_{fc} - \sigma_{ft} = E_0 (1 - D_c) (\varepsilon_{fc} - \varepsilon_{ft})$$
(3.16)

On vérifie $\sigma_{fc} = E_0 \varepsilon_{fc}$. Les auteurs ont choisi de fixer une loi d'évolution de σ_{ft} , dont on a constaté expérimentalement qu'elle tendait vers 0 lorsque l'endommagement croissait. La loi choisie est la suivante :

$$\sigma_{ft} = \sigma_{ft_0} (1 - D_c)^2 \tag{3.17}$$

La relation 3.16 impose le comportement suivant pour ε_{ft} :

$$\varepsilon_{ft} = \varepsilon_{ft_0} (1 - D_c) - \varepsilon_{fc} \frac{D_c}{1 - D_c}$$
(3.18)

En outre, la relation 3.16 permet de développer l'équation 3.14 sous la forme suivante :

$$\sigma = E_0(1-D)(\varepsilon - \varepsilon_{ft}) + E_0(1-D_c)(\varepsilon_{ft} - \varepsilon_{fc}) + E_0\varepsilon_{fc}$$
(3.19)

On peut alors simplifier la relation développée 3.19 et obtenir :

$$\sigma = \alpha_t [E_0(1 - D_t)(\varepsilon - \varepsilon_{ft})] + (1 - \alpha_t)[E_0(1 - D_c)(\varepsilon - \varepsilon_{ft})] + \sigma_{ft}$$
(3.20)

où σ_{ft} est donné par l'équation 3.17 et ε_{ft} en est déduit par la relation 3.18.

Les résultats d'essais cycliques de traction-compression montrent que la raideur en traction est modifiée par un chargement endommageant de compression. Ceci est introduit dans le modèle sous la forme suivante :

- Compression : D_c et D_t (sous la forme $D_{t,comp}$) évoluent.
- Tension : D_t (sous la forme $D_{t,tens}$) évolue et D_c n'évolue pas.

Ainsi formulé, on note que le modèle ne dépend plus que des lois d'évolution de D_c et D_t . Cela signifie que si ces lois d'évolution sont indépendantes de σ , le calcul de la contrainte ne dépend que des déformations, il n'est donc pas nécessaire d'intégrer la loi de comportement par un processus itératif. Cela signifie que le modèle est explicite.

Par ailleurs, on note que D_t n'intervient que dans la formulation finale de σ , tandis que σ_{ft} et ε_{ft} dépendent de D_c . Cela impose l'ordre du calcul des endommagements lors de l'écriture du modèle. Cette écriture peut être présentée par ses principales étapes :

- 1. Endommagement de compression : les scalaires D_c et $D_{t,comp}$ sont calculés à partir de la loi d'évolution de Mazars, mais les déformations d'entrée sont $(\varepsilon \varepsilon_{fc})$ pour D_c et $(\varepsilon \varepsilon_{ft_0})$ pour $D_{t,comp}$.
- 2. Calcul de $(\varepsilon_{ft}, \sigma_{ft})$: par les relations 3.18 et 3.17. On en déduit α_t , fonction de $(\varepsilon \varepsilon_{ft})$.
- 3. Endommagement de tension : $D_{t,tens}$ est calculé par la loi d'évolution de Mazars, les déformations d'entrée étant ($\varepsilon \varepsilon_{ft}$). D_t prend la valeur de $D_{t,tens}$ en tension ($\alpha_t = 1$)et de $D_{t,comp}$ en compression ($\alpha_t = 0$).
- 4. Calcul de σ : par la relation 3.20.

Afin de mieux préparer le passage en trois dimensions, les auteurs ont utilisé une méthode particulière pour décrire les changements d'origine, utilisés pour le calcul de D_c et D_t . Cette méthode est décrite ci-après. On présente le cas d'un chargement de compression en 1D, pour lequel on introduit la variable e_c , appelée covariable réduite, puisque $1/e_c$ est une forme de réduction de la déformation courante.

$$e_c = \frac{\varepsilon_{fc}}{\varepsilon} \tag{3.21}$$

Dans ce cas, α_t est nul, et l'équation 3.20 devient :

$$\sigma = E_0 [1 - D_c (1 - e_c)] \varepsilon \tag{3.22}$$

ou encore $\sigma = E_0(1 - D_{cM})\varepsilon$ avec $D_{cM} = D_c(1 - e_c)$, ce qui est la formulation classique du modèle de Mazars. On rappelle que l'endommagement n'évolue que sur la fonction seuil $\mathbf{f} = \tilde{\varepsilon}_M - k(\tilde{\varepsilon}_M)$, où $k(\tilde{\varepsilon}_M)$ est la valeur maximale atteinte par $\tilde{\varepsilon}_M$ au-delà de la valeur initiale ε_{0c} , et avec $\mathbf{f} = 0$. $\tilde{\varepsilon}_M$ est la déformation équivalente selon Mazars, c'est-à-dire en 1D et en compression $\tilde{\varepsilon}_M = -\sqrt{2\nu_0\varepsilon}$. On peut alors utiliser directement la formulation de Mazars pour calculer D_{cM} , formulation rappelée ci-dessous :

$$D_{cM} = 1 - \frac{\varepsilon_{0c}(1 - A_{cM})}{\tilde{\varepsilon}_M} - \frac{A_{cM}}{eB_{cM}(\tilde{\varepsilon}_M - \varepsilon_{0c})}$$
(3.23)

où ε_{0c} , A_{cM} , B_{cM} sont des caractéristiques du matériau. Il faut noter que ε_{0c} est un paramètre lié seulement au comportement en compression simple du béton, ce qui signifie qu'il est découplé de ε_{0t} , seuil d'endommagement en tension. Cette propriété est utile pour la description du comportement du mortier, dont le rapport entre les résistance en compression et en traction (typiquement <10) est assez différent du rapport usuel constaté sur les béton (typiquement >10). On déduit à partir de là l'endommagement de compression utilisé dans le modèle :

$$D_c = \frac{D_{cM}}{1 - e_c} \tag{3.24}$$

Pendant cette première étape de calcul, on doit aussi calculer l'endommagement de tension du à la compression, $D_{t,comp}$, qui n'est activé qu'en cas de traction ultérieure, du moins en 1D. On introduit donc la covariable réduite correspondante $e_{t_0} = \frac{\varepsilon_{ft_0}}{\varepsilon}$.



FIGURE 3.4 – Zooms de la courbe 3.3 montrant les variables dont dépendent D_c et $D_{t,comp}$

Si on se réfère au modèle de Mazars, $D_{t,comp}$ correspond à l'endommagement de compression après un changement d'origine de (0,0) à $(\varepsilon_{ft_0}, \sigma_{ft_0})$ (cf. figure 3.4). La méthode présentée au paragraphe précédent utilisant l'endommagement de compression selon Mazars D_{cM} peut être réutilisée, mais avec un changement d'origine différent. En outre, on constate sur la figure 3.4, que lorsque σ devient inférieur à σ_{ft_0} , cela impose $D_{t,comp} > 1$, ce qui pose un problème numérique. Pour le contourner, on va imposer $\sigma_{ft_{0e}} = \sigma_{ft} = \sigma_{ft_0}(1 - D_c)^2$. Le changement d'origine est différent à chaque pas, mais on vérifie toujours $\sigma_{ft_{0e}} = E_0 \varepsilon_{ft_{0e}}$, donc $\varepsilon_{ft_{0e}} = \varepsilon_{ft_0}(1 - D_c)^2$. On a donc :

$$D_{t,comp} = \frac{D_{cM}}{1 - e_{t_0}(1 - D_c)^2}$$
(3.25)

On vérifie bien qu'en compression, ε et $\varepsilon_{ft_{0e}}$ sont de même signe négatif, tandis que ε_{fc} est positif, donc e_c est négatif et $e_{t_0}(1 - D_c)^2$ est positif, ce qui nous permet de vérifier :

$$D_c < D_{cM} < D_{t,comp} \tag{3.26}$$

On calcule directement ($\varepsilon_{ft}, \sigma_{ft}$) par les relations 3.18 et 3.17. On en déduit α_t , fonction de ($\varepsilon - \varepsilon_{ft}$). On peut alors calculer $D_{t,tens}$, ce qui une fois encore consiste en un changement d'origine du modèle de Mazars, mais cette fois appliqué à la partie en tension. Le point d'origine du comportement n'étant cette fois plus situé sur l'axe $\sigma = E_0 \varepsilon$, on doit écrire explicitement le modèle en fonction de la déformation corrigée. La relation 3.20 devient en tension pure :

$$\sigma - \sigma_{ft} = E_0 (1 - D_{t,tens}) (\varepsilon - \varepsilon_{ft}) \tag{3.27}$$

On identifie ici clairement la loi de Mazars avec un changement d'origine. On utilise donc la déformation équivalente du modèle unilatéral, c'est à dire en 1D et en tension simplement $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \varepsilon_{ft} = \tilde{\varepsilon}_M$. On rappelle que l'endommagement n'évolue que sur la fonction seuil $f = \tilde{\varepsilon} - k(\tilde{\varepsilon})$, où $k(\tilde{\varepsilon})$ est la valeur maximale atteinte par $\tilde{\varepsilon}$ au-delà de la valeur initiale ε_{D_0} , et avec $\dot{f} = 0$.

$$D_{t,tens} = 1 - \frac{\varepsilon_{0t}(1 - A_t)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_t}{e^{B_t(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{0t})}}$$
(3.28)

où ε_{0t} , A_t et B_t sont des caractéristiques du matériau. L'endommagement de tension D_t est donc égal à $D_{t,comp}$ si on est en compression, et à $D_{t,tens}$ si on est en tension. Par ailleurs, les endommagements D_t et D_c sont croissants, et vérifient donc $\dot{D}_t \ge 0$ et $\dot{D}_c \ge 0$. Le calcul de σ par la loi 3.20 termine le pas de calcul.

3.2.2.2 Formulation en 3D

L'ensemble des concepts introduits dans la formulation 1D sera repris en 3D, en s'adaptant à la nature tensorielle des déformations et des contraintes. Le matériau étant isotrope, le modèle est entièrement écrit sur les directions principales du tenseur des déformations logarithmiques totales. En outre, les auteurs ont préféré pour cette partie une écriture du modèle en fonction des coefficients de Lamé λ et μ . En prévision du couplage à la loi de plasticité, on différencie les paramètres élastiques fixes par l'indice 0, ce qui signifie que E, λ et μ sont variables, au contraire de ν_0 . La loi générale s'écrit donc :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_{ft} = (1 - D) [\lambda \operatorname{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft}) \underline{\underline{1}} + 2\mu (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft})]$$
(3.29)

Les 4 étapes de la résolution sur un pas sont les mêmes qu'en 1D : calcul de la part en compression, détermination de $(\underline{\varepsilon}_{ft}, \underline{\sigma}_{ft})$, calcul de la part en tension et calcul de $\underline{\sigma}$. On remarque aussi que la constante ε_{fc} est remplacée par le tenseur $\underline{\varepsilon}_{fc}$ qui dépend du chargement, et que la variable $\varepsilon_{ft_{0e}}$ est remplacée par le tenseur $\underline{\varepsilon}_{ft_{0}}$ qui dépend de l'histoire du chargement.

Le matériau étant décrit de façon isotrope, toute notation indicielle à un seul indice désigne les valeurs propres du tenseur correspondant. Lorsque des incréments sur un pas de calcul sont utilisés, l'incrément de x est désigné par dx. Une vue générale de ces étapes et de leur contournement éventuel est donnée à la figure 3.5.

Étape 1. Part en compression

L'existence d'un chargement de compression est définie par le signe de la trace de la contrainte effective réduite $\underline{\tilde{s}}$ (contrainte effective au sens de l'endommagement, cf. 1.3.1), qui doit être négative.

$$\underline{\tilde{s}} = \frac{\nu_0}{(1+\nu_0)(1-2\nu_0)} \operatorname{Trace}(\underline{\varepsilon}) \underline{1} + \frac{1}{1+\nu_0} \underline{\varepsilon}$$
(3.30)

$$\begin{cases} \text{si Trace}(\underline{\tilde{s}}) \ge 0 & \to & \alpha_{tc} = 1\\ \text{si Trace}(\underline{\tilde{s}}) < 0 & \to & \alpha_{tc} < 1 \end{cases}$$
(3.31)

Si $\alpha_{tc} \neq 1$ (c'est-à-dire si la part en compression n'est pas nulle), alors on doit déterminer les endommagements de compression par les formules suivantes :

$$D_c = \frac{\|\underline{\underline{\varepsilon}}\|}{\|\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft}\|} D_M \tag{3.32}$$

$$D_{t,comp} = \frac{\|\underline{\underline{\varepsilon}}\|}{\|\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft_0}\|} D_M \tag{3.33}$$

avec $\| \cdot \| = \sqrt{\underline{\varepsilon} : \underline{\varepsilon}}$ la norme euclidienne, et D_M l'endommagement défini par Mazars (1984). Contrairement au cas 1D où on calculait D_c et $D_{t,comp}$ directement à partir de D_{cM} , il nous fait maintenant tenir compte du fait qu'un chargement peut être seulement partiellement compressif, et donc utiliser l'endommagement global de Mazars D_M .

$$\tilde{\varepsilon}_M = \sqrt{\sum_i \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \tag{3.34}$$

avec ε_i les déformations principales ($\langle x \rangle_+ = x \text{ si } x > 0 \text{ et } \langle x \rangle_+ = 0 \text{ sinon}$). Pour calculer α_{tM} , on doit séparer les déformations positives dues aux contraintes positives ε_{ti} des déformations positives dues aux contraintes négatives ε_{ci} , dans le repère local principal. On note H le vecteur tel que $\langle \varepsilon_i \rangle_+ = H_i \varepsilon_i = \varepsilon_{ti} + \varepsilon_{ci}$. On peut exprimer ε_{ti} seulement en fonction des signes des \tilde{s}_i :

$$\varepsilon_{ti} = \lambda_i \left[\varepsilon_i + \frac{\nu_0}{1 - 2\nu_0} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \right] - \frac{\nu_0}{1 + \nu_0} (\lambda_1 \varepsilon_1 + \lambda_2 \varepsilon_2 + \lambda_3 \varepsilon_3) - \frac{\nu_0^2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)}{(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$$

$$(3.35)$$

avec $\begin{cases} \lambda_i = 0 & \text{si} \quad \tilde{s}_i < 0\\ \lambda_i = 1 & \text{si} \quad \tilde{s}_i \ge 0\\ \text{On peut alors calculer } \alpha_{tM} : \end{cases}$

$$\alpha_{tM} = \sum_{i} \left[\frac{H_i \varepsilon_{ti} \varepsilon_i}{\tilde{\varepsilon}_M^2} \right] \tag{3.36}$$



FIGURE 3.5 – Organigramme de fonctionnement du modèle d'endommagement PRM

On vérifie bien la répartition suivante, qui justifie le sens de α_{tM} :

$$1 = \frac{\sum_{i}(H_{i}\varepsilon_{i})^{2}}{\sum_{i}(H_{i}\varepsilon_{i})^{2}} = \frac{\sum_{i}(H_{i}\varepsilon_{i})(H_{i}\varepsilon_{i})}{\sum_{i}\langle\varepsilon_{i}\rangle_{+}^{2}} = \frac{\sum_{i}(\varepsilon_{ti} + \varepsilon_{ci})(H_{i}\varepsilon_{i})}{\tilde{\varepsilon}_{M}^{2}} = \frac{\sum_{i}\varepsilon_{ti}H_{i}\varepsilon_{i}}{\tilde{\varepsilon}_{M}^{2}} + \frac{\sum_{i}\varepsilon_{ci}H_{i}\varepsilon_{i}}{\tilde{\varepsilon}_{M}^{2}} = \alpha_{tM} + \alpha_{cM}$$

On rappelle que l'endommagement n'évolue que sur la fonction seuil $f = \tilde{\varepsilon}_M - k(\tilde{\varepsilon}_M)$, où $k(\tilde{\varepsilon}_M)$ est la valeur maximale atteinte par $\tilde{\varepsilon}_M$ au-delà de la valeur initiale ε_{0M} , et si f = 0. D_M est donc calculé ainsi :

$$\begin{cases}
D_{tM} = 1 - \frac{\varepsilon_{0M}(1 - A_{tM})}{\tilde{\varepsilon}_M} - \frac{A_{tM}}{eB_{tM}(\tilde{\varepsilon}_M - \varepsilon_{0M})} \\
D_{cM} = 1 - \frac{\varepsilon_{0M}(1 - A_{cM})}{\tilde{\varepsilon}_M} - \frac{A_{cM}}{eB_{cM}(\tilde{\varepsilon}_M - \varepsilon_{0M})} \\
D_M = \alpha_{tM}{}^\beta D_{tM} + (1 - \alpha_{tM}){}^\beta D_{cM}
\end{cases}$$
(3.37)

avec α_{tM} la part des déformations de tension, β un coefficient de couplage permettant de mieux représenter les effets du cisaillement¹, ε_{0M} , A_{tM} , B_{tM} , A_{cM} et B_{cM} sont les paramètres du modèle de Mazars pour cette étape. L'expérience du modèle de Mazars a permis aux auteurs d'affiner son fonctionnement, et ils ont donc introduit à ce stade une correction pour le cas de sollicitations de compression biaxiale, via un coefficient correcteur γ_M :

$$\tilde{\varepsilon}_{M,corr} = \tilde{\varepsilon}_{M} \gamma_{M}(\underline{\tilde{s}}) \text{ avec } \gamma_{M}(\underline{\tilde{s}}) = -\frac{\sqrt[4]{\sum_{i} \langle \tilde{s}_{i} \rangle_{-}^{4}}}{\sum_{i} \langle \tilde{s}_{i} \rangle_{-}}$$
(3.38)

où $\langle x \rangle_{-} = x$ si x < 0 et $\langle x \rangle_{-} = 0$ sinon. En compression biaxiale, on ne prend ainsi en compte que $\sqrt[4]{2}/2 \simeq 60\%$ de la déformation équivalente usuelle pour le calcul de D_M , ce qui augmente la résistance du matériau dans des proportions couramment observées sur les bétons ou mortiers (voir par exemple les travaux de Lee *et al.* (2004)). Le modèle de Mazars non corrigé donne $f_{c,biaxial} = f_{c,uniaxial}$, ce qui n'est jamais observé, l'augmentation de la résistance biaxiale étant comprise entre 1,1 et 2 selon le matériau et les conditions de l'essai.

Pour terminer le calcul des endommagements de compressions (voir équations 3.32 et 3.33), il faut actualiser les tenseurs $\underline{\varepsilon}_{fc}$ et $\underline{\varepsilon}_{ft_0}$. On représente à la figure 3.6 l'ensemble des points que peuvent représenter ces tenseurs (avant initiation de l'endommagement D_c dans le cas de $\underline{\varepsilon}_{ft_0}$). Comme indiqué en début de section, on procède de manière proportionnelle pour $\underline{\varepsilon}_{fc}$ et de manière incrémentale pour $\underline{\varepsilon}_{ft_0}$, en utilisant les covariables réduites (cf. équation 3.21) :

$$\underline{\varepsilon}_{fc} = e_c \underline{\varepsilon} \tag{3.39}$$

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}_{ft_0} = d[(1 - D_c)^2] \ e_{t_0}\underline{\underline{\varepsilon}} = -dD_c \ D_c e_{t_0}\underline{\underline{\varepsilon}}$$
(3.40)

Il faut donc déterminer les covariables réduites e_c et e_{t_0} en 3D, ce qui est fait de la manière suivante :

$$e_c = \mathcal{R}(\underline{\varepsilon})\varepsilon_{fc} \tag{3.41}$$

$$e_{t_0} = \mathbf{R}(\underline{\varepsilon})\varepsilon_{ft_0} \tag{3.42}$$

^{1.} β peut être pris égal à 1,05 pour les bétons courants, alors qu'une valeur de 1 surestime l'influence des tractions locales (Mazars (1984))

avec

$$\mathbf{R}(\underline{\underline{\varepsilon}}) = \frac{\sqrt{3}c^2 \operatorname{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}})}{c^2 (\operatorname{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}}))^2 + \frac{1}{2}(\underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{\varepsilon}} - \sum_{i,j \in 1...3, i < j} \varepsilon_i \varepsilon_j)}$$
(3.43)

et

$$c^{2} = \frac{(1+\nu_{0})^{2}}{2(1-2\nu_{0})(\sqrt{3}-1+2\nu_{0})}$$
(3.44)

On dispose maintenant de toutes les informations pour calculer D_c et $D_{t,comp}$ par les équations 3.32 et 3.33.

Étape 2. Détermination de $(\underline{\underline{\varepsilon}}_{ft}, \underline{\underline{\sigma}}_{ft})$ Comme $\underline{\underline{\varepsilon}}_{ft_0}, \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft}$ est déterminé de manière incrémentale de façon à prendre en compte l'histoire du chargement. L'équation 3.18 devient donc :

$$d\underline{\varepsilon}_{ft} = \left(e_{t_0} \ d[1 - D_c] - e_c \ d\left[\frac{D_c}{1 - D_c}\right]\right) \underline{\varepsilon}$$
(3.45)

et l'équation 3.17 devient :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{ft} = (1 - D_c)^2 \left[\lambda \text{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}}_{ft_0}) \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft_0} \right]$$
(3.46)

On peut à partir de là calculer le coefficient α_t qui servira à calculer la valeur finale de D. Ce coefficient est calculé par rapport aux contraintes et non aux déformations comme dans le modèle de Mazars. On utilise la contrainte effective réduite $\underline{\tilde{s}} - \underline{\tilde{s}}_{ft}$, calculée à partir du tenseur $(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft})$.

$$\underline{\tilde{\underline{s}}} - \underline{\tilde{\underline{s}}}_{ft} = \frac{\nu_0}{(1+\nu_0)(1-2\nu_0)} \operatorname{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft}) \underline{\underline{1}} + \frac{1}{1+\nu_0} (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft})$$
(3.47)

$$\begin{cases} \text{si Trace}(\underline{\tilde{s}} - \underline{\tilde{s}}_{=ft}) \ge 0 & \to & \alpha_t = 1\\ \text{si Trace}(\underline{\tilde{s}} - \underline{\tilde{s}}_{=ft}) < 0 & \to & \alpha_t = \frac{\sum_i \langle (\tilde{s} - \tilde{s}_{ft})_i \rangle_+}{\sum_i \langle (\tilde{s} - \tilde{s}_{ft})_i \rangle_-} \end{cases}$$
(3.48)

Étape 3. Part en tension

Si la part en traction du chargement (avec changement d'origine) est non nulle, c'est-à-dire si $\alpha_t \neq 0$, on doit déterminer l'endommagement en tension $D_{t,tens}$, définie par :

$$D_{t,tens} = \alpha_{tt}{}^{\beta}D_{tt} + (1 - \alpha_{tt})^{\beta}D_{ct}$$
(3.49)

où α_{tt} , D_{tt} et D_{ct} sont les variables du modèle de Mazars, utilisé avec comme déformations d'entrée le tenseur ($\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft}$). On utilise donc la déformation équivalente suivante :

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{i} \left\langle (\varepsilon - \varepsilon_{ft})_i \right\rangle_+^2} \tag{3.50}$$

$$\begin{cases} D_{tt} = 1 - \frac{\varepsilon_0 (1 - A_t)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_t}{e^{B_t (\tilde{\tilde{\varepsilon}} - \varepsilon_0)}} \\ D_{ct} = 1 - \frac{\varepsilon_0 (1 - A_c)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_c}{e^{B_c (\tilde{\tilde{\varepsilon}} - \varepsilon_0)}} \end{cases}$$
(3.51)
où ε_0 , A_t , B_t , A_c et B_c sont les paramètres du modèle de Mazars pour cette étape. Comme dans la première étape, $\tilde{\varepsilon}$ est corrigé pour tenir compte des cas de sollicitations biaxiales, selon la formule $\tilde{\varepsilon}_{corr} = \tilde{\varepsilon} \gamma_M(\underline{\tilde{s}} - \underline{\tilde{s}}_{ft})$.

Étape 4. Calcul du tenseur des contraintes

On détermine maintenant la valeur de D_t qui sera utilisée dans le calcul de $\underline{\sigma}$, comme étant le maximum de $D_{t,comp}$ et de $D_{t,tens}$. Puis on s'assure de la croissance des endommagements en vérifiant :

$$\dot{D}_t \ge 0 \text{ et } \dot{D}_c \ge 0 \tag{3.52}$$

Il ne reste plus qu'à calculer $\underline{\sigma}$:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \alpha_t \ (1 - D_t) [\lambda \operatorname{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft}) \underline{\underline{1}} + 2\mu(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft})] + (1 - \alpha_t) (1 - D_c) [\lambda \operatorname{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft}) \underline{\underline{1}} + 2\mu(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft})] + (1 - D_c)^2 [\lambda \operatorname{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}}_{ft_0}) \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft_0}]$$
(3.53)

Ce qui s'écrit aussi

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1 - D) [\lambda \operatorname{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft}) \underline{\underline{1}} + 2\mu (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft})] + (1 - D_c)^2 [\lambda \operatorname{Trace}(\underline{\underline{\varepsilon}}_{ft_0}) \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}_{ft_0}]$$
(3.54)

avec :

$$D = \alpha_t D_t + (1 - \alpha_t) D_c \tag{3.55}$$

Régularisation de Hillerborg

Nous avons abordé à la section 1.3 les problèmes posés par les modèles adoucissants locaux lors de leur utilisation dans un code éléments finis. La dissipation d'énergie devient fonction de la taille des éléments finis dans lesquels ont lieu l'adoucissement du modèle. Pour éviter ce problème, les auteurs ont adopté la régularisation de Hillerborg *et al.* (1976). Cette méthode ne limite pas la localisation, mais seulement l'énergie dissipée. Ce principe utilise le concept d'énergie de fissuration G_f , définie ainsi :

$$G_f = \int_0^\infty \sigma \mathrm{d}U \tag{3.56}$$

où U est l'ouverture de la fissure. En 1D, on peut écrire $dU = L_e d\varepsilon$, avec L_e la longueur de l'élément, d'où $G_f = L_e \int_{\varepsilon_{0t}}^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon$, avec ε_{0t} la déformation correspondant au maximum des contraintes. On constate que G_f tend vers 0 lorsque L_e tend vers 0. La régularisation de Hillerborg consiste à remplacer dans la formulation du modèle ε par la déformation corrigée ε^* :

$$\begin{cases} \varepsilon^* = \varepsilon & \text{si } \varepsilon \le \varepsilon_{0t} \\ \varepsilon^* = \varepsilon_{0t} + (\varepsilon - \varepsilon_{0t}) \frac{L_e}{L_c} & \text{si } \varepsilon > \varepsilon_{0t} \end{cases}$$
(3.57)

L'énergie dissipée devient alors :

$$G_f = L_e \int_{\varepsilon_{0t}}^{\infty} \sigma d\varepsilon = L_c \int_{\varepsilon_{0t}}^{\infty} \sigma d\varepsilon^*$$
(3.58)

et est donc indépendante de L_e , seulement de L_c , qui peut être choisi directement, ou bien indirectement en mesurant l'énergie de fissuration du matériau par un essai approprié, l'essai de flexion 3 points sur prisme entaillé.

Dans le cas général tridimensionnel, on doit prendre en compte les variations de ε_{0t} dues au caractère potentiellement multidirectionnel du chargement, ce qui passe par l'utilisation d'un autre seuil, dépendant du paramètre mesurant la part de traction du chargement α_t , sous la forme :

$$\varepsilon_0^h = \alpha_t \varepsilon_{0t} + (1 - \alpha_t) \varepsilon_{0c} \tag{3.59}$$

où ε_{0t} est la déformation au pic en traction simple, ε_{0c} la déformation équivalente d'initiation de l'endommagement en compression simple, et α_t la part de traction. Ces paramètres peuvent prendre leurs valeurs de l'étape 1 comme celles de l'étape 3. La régularisation est ensuite introduite sous forme d'un scalaire défini par rapport à $\tilde{\varepsilon}$, de manière à se ramener à la situation 1D. L'écriture de cette régularisation est donc :

$$\begin{cases} \omega = 1 & \text{si } \tilde{\varepsilon} \leq \varepsilon_0^h \\ \omega = \frac{\varepsilon_0^h}{\tilde{\varepsilon}} + (1 - \frac{\varepsilon_0^h}{\tilde{\varepsilon}}) \frac{L_e}{L_c} & \text{si } \tilde{\varepsilon} > \varepsilon_0^h \end{cases}$$
(3.60)

et le paramètre ω est utilisé dans l'écriture des endommagements :

$$D = 1 - \frac{\varepsilon_0^h (1 - A)}{\tilde{\varepsilon}} - \omega \frac{A}{e^{B(\omega \tilde{\varepsilon} - \varepsilon_0^h)}}$$
(3.61)

où D, ε_0^h, A et B prennent différentes valeurs selon l'utilisation du modèle, en fonction de l'étape et du chargement considéré. On note la propriété suivante : $\omega \tilde{\varepsilon} - \varepsilon_0^h = (\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_0^h) \frac{L_e}{L_c}$. Il est nécessaire d'introduire un facteur ω au terme en exponentielle afin d'obtenir l'indépendance de G_f à L_e , comme le montre le résultat suivant, obtenu pour un chargement de traction sur le cas général du modèle (c'est-à-dire $E = E_0, A = A_t$ (ou A_{tM}), $B = B_t$ (ou B_{tM}) et $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon$):

$$\begin{aligned} G_{f} &= L_{e} \int_{\varepsilon_{0}^{h}}^{\infty} \sigma d\varepsilon \\ &= L_{e} \int_{\varepsilon_{0}^{h}}^{\infty} E_{0}(1-D)\varepsilon d\varepsilon \\ &= L_{e}E_{0} \int_{\varepsilon_{0}^{h}}^{\infty} \left(\frac{\varepsilon_{0}^{h}(1-A_{t})}{\varepsilon} + \omega \frac{A_{t}}{e^{B_{t}(\omega\varepsilon-\varepsilon_{0}^{h})}}\right)\varepsilon d\varepsilon \\ ^{2} &= L_{e}E_{0} \int_{\varepsilon_{0}^{h}}^{\infty} \left(\varepsilon_{0}^{h}(1-A_{t}) + \omega \frac{A_{t}}{e^{B_{t}(\omega\varepsilon-\varepsilon_{0}^{h})}\varepsilon}\right) d\varepsilon \end{aligned}$$
(3.62)
$$&= L_{e}E_{0}A_{t} \int_{\varepsilon_{0}^{h}}^{\infty} \left(\frac{\varepsilon_{0}^{h}}{\varepsilon} + (1-\frac{\varepsilon_{0}^{h}}{\varepsilon})\frac{L_{e}}{L_{c}}\right)\varepsilon e^{-B_{t}(\varepsilon-\varepsilon_{0}^{h})\frac{L_{e}}{L_{c}}}d\varepsilon \\ &= L_{e}E_{0}A_{t} \left[\frac{-(B_{t}L_{e}\varepsilon+B_{t}(L_{c}-L_{e})\varepsilon_{0}^{h}+L_{c})}{B_{t}^{2}L_{e}^{2}}e^{-B_{t}(\varepsilon-\varepsilon_{0}^{h})\frac{L_{e}}{L_{c}}}\right]_{\varepsilon_{0}^{h}} \\ &= L_{e}E_{0}A_{t} \frac{L_{c}(B_{t}\varepsilon_{0}^{h}+1)}{B_{t}^{2}L_{e}} \\ G_{f} &= E_{0}A_{t}L_{c}\frac{B_{t}\varepsilon_{0}^{h}+1}{B_{t}^{2}} \end{aligned}$$
(3.63)

On a démontré que cette régularisation rendait bien l'énergie de fissuration G_f indépendante de L_e , la taille de l'élément.

Calcul des paramètres ε_{D_0} , $A_{t,c}$ et $B_{t,c}$

Les auteurs ont choisi de paramétrer le modèle en fonction de critères simples, principalement les paramètres élastiques initiaux E_0 et ν_0 et les résistances en compression et en traction simple du matériau, f_c et f_t . La première série de paramètres est celle utilisée à l'étape 1 pour le calcul des endommagements en compression. On rappelle qu'à cette étape, le changement d'origine est effectué après un calcul du modèle de Mazars, sans changement d'origine. Les coefficients ε_{0M} , A_{tM} , B_{tM} , A_{cM} et B_{cM} sont obtenus à partir des relations 3.37, calculées ou dérivées en des points précis. Suite à l'équation 3.23, on a noté qu'on choisissait de séparer les seuils d'endommagement en compression et en tension du matériau pour mieux couvrir l'ensemble des matériaux cimentaires. ε_{0M} est défini en fonction du chargement par la relation suivante :

$$\varepsilon_{0M} = \alpha_{tc} \varepsilon_{0t} + (1 - \alpha_{tc}) \varepsilon_{0c} \tag{3.64}$$

où ε_{0t} est le seuil usuel d'endommagement en tension, et ε_{0c} le seuil d'endommagement en compression. Pour le calcul de A_t , l'utilisation de la régularisation de Hillerborg impose que la contrainte finale en tension soit nulle. On reprend la contrainte telle qu'écrite dans l'intégrale de l'équation générale 3.62, avec les variables propres à cette étape du calcul :

$$\sigma_{final} = \varepsilon_0^h (1 - A_t) = \varepsilon_{0M} (1 - A_{tM}) \tag{3.65}$$

Ce qui mène simplement à $A_{tM} = 1$.

Les auteurs ont considéré qu'en tension simple, la contrainte maximale est obtenue lorsque la déformation équivalente $\tilde{\varepsilon}_M$ est égale au seuil d'endommagement en tension, et ont écrit la relation suivante :

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\tilde{\varepsilon}_M}\right)_{\varepsilon_{0t}} = 0 \tag{3.66}$$

Cette équation est vérifiée pour :

$$B_{tM} = \frac{1}{\varepsilon_{0t}} \tag{3.67}$$

Ici, j'ai intégré au modèle une amélioration qui prend en compte le caractère notoirement non-dérivable de σ par rapport à ε en ce point, qui est justement le point anguleux de la courbe de comportement en traction. L'équation 3.67 impose en fait la forme de la courbe à droite du seuil d'endommagement, qui prend une tangente de pente nulle, ce qui, A_t étant fixé, détermine l'énergie dissipée. Or, on peut choisir de caractériser B_{tM} par rapport à l'énergie de fissuration. En effet, A_{tM} étant défini, l'aire sous la courbe $\sigma(\varepsilon)$, donc G_f , ne dépend plus que de B_{tM} , et on peut utiliser la formule générale proposée par Hillerborg (1983).

$$L_c = \frac{E_0 G_f}{f_t^2} \text{ ou } G_f = L_c E_0 \varepsilon_{0t}^2$$
(3.68)

D'autre part, on a démontré à l'équation 3.63 que G_f ne dépendait que des paramètres de traction du modèle, ce qui donne ici :

$$G_f = L_c E_0 \frac{B_{tM} \varepsilon_{0t} + 1}{B_{tM}^2} \tag{3.69}$$

^{2.} Dans l'équation 3.62, le terme de gauche dans l'intégrale, $E_0 \varepsilon_0^h (1-A_t)$, qui est une constante par rapport à ε , correspond à la contrainte finale, qui est nécessairement nulle pour que G_f ait un sens; Avec l'intégrale, si ce terme est non nul, G_f est infini.

et mène à la valeur suivante :

$$B_{tM} = \frac{\sqrt{5+1}}{2} \frac{1}{\varepsilon_{0t}} \simeq \frac{1,62}{\varepsilon_{0t}}$$
(3.70)

On rappelle qu'on a en traction simple à contrainte finale nulle :

$$B_{tM} = \left(\frac{\partial D}{\partial \varepsilon}\right)_{\varepsilon_{0t}} \tag{3.71}$$

On peut aussi considérer comme cela a été fait pour ε_{0M} une dépendance de B_{tM} à la nature du chargement, ce qui se traduirait alors simplement par le remplacement de ε_{0t} par ε_{0M} . En tension simple, on a bien $\varepsilon_{0M} = \varepsilon_{0t}$, donc on respecte les calculs établis. Ce choix a été fait par les auteurs à partir de leur formule initiale 3.67, ce qui donne $B_{tM} = \frac{1}{\varepsilon_{0M}}$. Dans le modèle modifié, on utilise donc :

$$B_{tM} = \frac{\sqrt{5+1}}{2\varepsilon_{0M}} \tag{3.72}$$

Les paramètres de compression A_{cM} et B_{cM} sont obtenus à partir d'un système d'équations tirées de propriétés de la courbe de compression simple. On doit écrire que la contrainte maximale en compression simple f_c est atteinte lorsque la dérivée $\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}$ s'annule, en ε_{pc} la déformation au pic; on écrit ensuite $\sigma(\varepsilon_{pc}) = f_c$; puis la relation entre B_{cM} et A_{cM} est obtenue en écrivant que la pente de la courbe $\sigma(\varepsilon)$, donc de nouveau la même dérivée, vaut E_0 lors de l'initiation de l'endommagement, donc lorsque $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_{0c}$. Le système s'écrit :

$$\begin{cases} 1 + B_{cM}\sqrt{2}\nu_0\varepsilon_{pc} = 0\\ E_0\varepsilon_{pc}\left(\frac{\varepsilon_{0c}(1 - A_{cM})}{-\sqrt{2}\nu_0\varepsilon_{pc}} + A_{cM}e^{-B_{cM}(-\sqrt{2}\nu_0\varepsilon_{pc} - \varepsilon_{0c})}\right) = 0\\ E_0A_{cM}(1 + B_{cM}\varepsilon_{0c}) = E_0 \end{cases}$$
(3.73)

On établit alors les 2 relations suivantes :

$$\frac{f_c}{\varepsilon_{0c}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}\nu_0} \left[(1 - A_{cM}) + \frac{A_{cM}^2}{A_{cM} - 1} e^{-1/A_{cM}} \right]$$
(3.74)

$$B_{cM} = \frac{A_{cM} - 1}{A_{cM}\varepsilon_{0c}} \tag{3.75}$$

La relation 3.75 ne dépend que d'un paramètre, A_{cM} . Il suffit par conséquent de déterminer A_{cM} à partir de la relation 3.74, qui ne dépend elle aussi que d'une variable, mais n'est pas soluble de manière formelle. Une méthode itérative est utilisée pour calculer A_{cM} , qui ne dépend que de paramètres fixes et est donc calculé une fois pour toutes.

La troisième étape du calcul fait appel à une version plus complexe du changement d'origine de la loi de Mazars, et on doit déterminer de manière similaire les paramètres ε_0 , A_t , B_t , A_c et B_c . Le calcul de ε_0 dépend du point focal ($\underline{\varepsilon}_{ft}, \underline{\sigma}_{ft}$), donc de D_c , et doit respecter le seuil initial en tension ε_{0t} tant que l'endommagement de compression reste nul. On trouve la relation suivante :

$$\varepsilon_0 = (\alpha_t \varepsilon_{0t} + (1 - \alpha_t) \varepsilon_{0c}) (1 - D_c) - \varepsilon_{ft_0}$$
(3.76)

où on rappelle que $\varepsilon_{ft_0} = \frac{\varepsilon_{0t}}{(1-D_c)^2}$.

Le calcul des paramètres A_t et B_t nécessité de se reporter à la figure 3.7, qui illustre le comportement en tension, en prenant en compte le point focal des décharges en tension. Dans



FIGURE 3.6 – Représentation de $\underline{\varepsilon}_{fc}$ et $\underline{\varepsilon}_{ft_0}$ dans le repère des déformations principales



FIGURE 3.7 – Comportement en tension avec changement d'origine

cette partie du calcul, on a les propriétés $(\varepsilon - \varepsilon_{ft}) = \tilde{\varepsilon}$, $\varepsilon_{ft} = \varepsilon_{ft_0}$, $\sigma_{ft} = \sigma_{ft_0}$ et $D = D_t$, d'où :

$$\sigma - \sigma_{ft_0} = E_0 (1 - D_t) \tilde{\varepsilon} \tag{3.77}$$

Si on pose $\sigma' = \sigma - \sigma_{ft_0}$, on retrouve le modèle de Mazars usuel. Dans ce cadre, on note que la contrainte finale en tension σ'_{final} vaut $-E_0\varepsilon_{ft_0}$ (on rappelle que $\varepsilon_{ft_0} < 0$). La contrainte finale du modèle de Mazars s'écrit :

$$\sigma \prime_{final} = E_0 \varepsilon_0 (1 - A_t) \tag{3.78}$$

Ce qui mène à la relation :

$$A_t = 1 + \frac{\varepsilon_{ft_0}}{\varepsilon_0} \tag{3.79}$$

Dans notre situation de traction simple, sans pré-endommagement de compression, on a $\varepsilon_{ft_0} = \varepsilon_{0t}$, d'où :

$$A_t = 1 - \frac{\varepsilon_{0t}}{2\varepsilon_{0t}} = \frac{1}{2} \tag{3.80}$$

On utilise la relation 3.63 pour déterminer B_t . Celle-ci devient dans notre cas :

$$G_f = \frac{1}{2} L_c E_0 \frac{B_t \varepsilon_0 + 1}{B_t^2} \tag{3.81}$$

On écrit toujours l'égalité 3.68, et $\varepsilon_0 = 2\varepsilon_{0t}$ et on trouve :

$$B_t = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \frac{1}{\varepsilon_{0t}} \simeq \frac{1,37}{\varepsilon_{0t}}$$
(3.82)

Pour prendre en compte l'évolution de ε_{ft_0} , on va écrire B_t en fonction de cette variable, sous la forme :

$$B_t = \frac{\sqrt{3} + 1}{\varepsilon_0} \simeq \frac{2,73}{\varepsilon_0} \tag{3.83}$$

On doit ensuite déterminer les coefficients de compression, dont la détermination repose sur les mêmes critères qu'à la première étape. Cependant, dans cette étape, la compression ne peut pas être très sollicitée puisque d'une part le changement d'origine réduit notablement les déformations de compression, et d'autre part cette étape n'est utilisée que si un chargement de traction existe. On n'applique donc ce changement d'origine qu'au paramètre B_c :

$$A_c = A_{cM} \text{ et } B_c = \frac{A_c - 1}{A_c \varepsilon_0}$$
(3.84)

On a ainsi déterminé l'ensemble des paramètres ayant pour origine la loi de Mazars, en utilisant exclusivement des grandeurs physiques mesurables en seulement 2 essais, un essai de compression simple instrumenté et un essai de flexion instrumenté. Outre le module d'Young E_0 mesuré sur les deux essais, ces paramètres sont en compression : la résistance à la compression simple f_c et le seuil d'endommagement en compression ε_{0c} ; et en traction : le seuil d'endommagement en traction ε_{0t} et l'énergie de fissuration G_f . Il faut noter que si les paramètres de la première étape (endommagement de compression) sont fixes au cours du temps, ceux de la troisième (endommagement de traction) dépendent du chargement (via ε_0) et de son histoire (via ε_{ft_0} , fonction de D_c), et peuvent donc évoluer à chaque pas.

Amortissement interne au matériau

Afin de simuler la dissipation générée au sein du matériau par des mécanismes de frottement liés à la présence de microfissuration, qui se traduit par des cycles d'hystérésis lors d'essais cycliques avec endommagement, les auteurs ont introduit une contrainte supplémentaire dans le modèle. L'amortissement croît avec l'endommagement car celui-ci traduit l'augmentation de la quantité de microfissures, et ne se manifeste que dans les phases élastiques. Le principe s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_{ft} = (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_{ft})^{endommagement} + \underline{\underline{\sigma}}^{amortissement}$$
(3.85)

où l'indice endommagement indique que la contrainte provient de la relation 3.29; et la contrainte d'amortissement $\underline{\sigma}^{amortissement}$ est décrite par :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{amortissement} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\beta_1 + \beta_2 D) (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_{ft})^* f_{\text{hystérésis}} \mathbf{I}(\dot{D}_c, \dot{D}_t)$$
(3.86)

où β_1 définit l'amortissement en l'absence d'endommagement, et $\beta_1 + \beta_2$ l'amortissement du matériau totalement endommagé; L'indice * signifie que les composantes du tenseur considéré sont multipliées par un facteur égal à +1 ou -1 selon le sens de chargement, +1 correspondant aux composantes du tenseur des déformations ($\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{ft}$) de même signe que le tenseur des incréments de déformation d $\underline{\varepsilon}$; f_{hystérésis} est une fonction de forme décrivant l'hystérésis, comprise entre 0 et 1; I est simplement égale à 1 si \dot{D}_c et \dot{D}_t sont nuls, et à 0 sinon. La figure 3.8 montre un exemple du fonctionnement de l'amortissement dans les cas de cycles complets ou incomplets. On suit une courbe à endommagement constant à partir du point $\varepsilon_{décharge}$. La fonction de forme vise d'abord le point ε_1^d , ou point de convergence en décharge, puis si la déformation imposée change de sens, elle vise un nouveau point de convergence en charge ε_2^c , situé sur la courbe que suivrait la matériau sur un cycle complet. Suite à cela, la décharge vise de nouveau le point ε_1^d . En cas de cycle complet, le point $\varepsilon_{décharge}$ est le point de convergence en charge.



FIGURE 3.8 – Exemple du fonctionnement de l'amortissement interne

3.2.3 Fonctionnement du couplage

L'écriture des deux modèles permet d'élaborer la stratégie de couplage entre les deux. Celleci repose sur les principes suivants :

- 1. La compaction sous pression hydrostatique ne provoque pas d'endommagement;
- 2. Un fort confinement inhibe l'endommagement, même préalable;
- 3. L'endommagement est intégré à la phase de cisaillement du modèle de plasticité.

La figure 3.9 montre l'ordre dans lequel les phases des modèles s'opèrent ainsi que les échanges de variables entre eux.

Le premier principe impose que le modèle d'endommagement ne s'applique qu'aux déformations de cisaillement. La détermination de celles-ci, qui sont les données d'entrée du modèle d'endommagement, est effectuée à partir de l'équation 3.9. On déduit de cette relation un tenseur des contraintes intermédiaire $\underline{\sigma}_1$:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{\underline{1}} = \underline{\underline{\sigma}}_{\underline{d},\underline{\acute{e}}last} - p\underline{\underline{1}} \tag{3.87}$$

à partir de laquelle on détermine le tenseur des déformations d'entrée $\underline{\varepsilon}_1$, en utilisant pour cela le module en décharge $K_{décharge}$, déterminé par la fonction de forme abordée à la section 3.2.1.2, et compris entre K_{min} et K_{max} :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{1} = \frac{1+\nu_{0}}{E} \underline{\underline{\sigma}}_{1} - \frac{\nu_{0}}{E} \operatorname{Trace}(\underline{\underline{\sigma}}_{1}) \underline{\underline{1}}$$
(3.88)

où $E = 3K_{d\acute{e}charge}(1 - 2\nu_0).$

Le deuxième principe est basé sur une observation expérimentale : un échantillon fortement endommagé par exemple en compression simple retrouve sa raideur volumique initiale lors d'un chargement fortement confiné, par exemple un essai de compression œdométrique. Ce principe nécessite d'introduire un nouveau paramètre à l'intérieur du modèle d'endommagement. L'équation 3.55 devient :

$$D = \alpha_{Dc} \left(\alpha_t D_t + (1 - \alpha_t) D_c \right) \tag{3.89}$$

où α_{Dc} est un paramètre compris entre 0 et 1 qui quantifie l'importance du chargement déviatorique par rapport au confinement. Les auteurs ont choisi de baser ce paramètre sur les contraintes effectives $\underline{\tilde{\sigma}}$ (au sens de l'endommagement), de manière à ce que ce soit le confinement soit évalué par rapport au matériau sain. On a :

$$\underline{\tilde{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{\underline{\sigma}}}_{1-D} \tag{3.90}$$

On définit à partir de ce tenseur la pression \tilde{p} et la contrainte déviatorique \tilde{q} avec les conventions habituelles, $\tilde{p} = -\text{Trace}(\underline{\tilde{\sigma}})/3$ et $\tilde{q} = \sqrt{3/2 \times \underline{\tilde{\sigma}} : \underline{\tilde{\sigma}}}$. Le paramètre α_{dc} doit respecter les observations expérimentales, il doit donc être égal à 1 en compression simple et nul sous chargement œdométrique. Le rapport \tilde{q}/\tilde{p} est un bon indicateur de la différence de confinement entre ces deux essais, et est donc choisi comme repère, tandis qu'un comportement linéaire en fonction de ce rapport est adopté entre les deux situations considérées.

$$\begin{cases} \alpha_{Dc} = 0 & \text{si } \frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} \leq \frac{3(1-2\nu_0)}{1+\nu_0} \quad \text{(compression cedométrique)} \\ \alpha_{Dc} = 1 & \text{si } \frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} \geq 3 \quad \text{(compression simple)} \\ \alpha_{Dc} = \frac{(3\lambda_0 + 2\mu_0)\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}} - 6\mu_0}{9\lambda_0} & \text{entre les deux} \end{cases}$$
(3.91)

Le troisième principe impose un ordre de calcul des contraintes pour déterminer la contrainte déviatorique réelle, la pression moyenne étant déjà calculée. À partir du tenseur $\underline{\varepsilon}_1$ est déterminé le tenseur des contraintes selon le modèle d'endommagement $\underline{\sigma}_{endo}$, d'où on tire



FIGURE 3.9 – Organigramme du couplage entre le modèle d'endommagement et le modèle de plasticité

l'incrément : $d\underline{\sigma}_{\underline{d},endo} = \underline{\sigma}_{\underline{d},endo}^{i+1} - \underline{\sigma}_{\underline{d},endo}^{i}$, ce qui nécessite de conserver en mémoire $\underline{\sigma}_{\underline{endo}}^{i}$. Une nouvelle prévision du tenseur des contraintes déviatoriques est établie à partir de la contrainte déviatorique réelle au pas précédent :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{d,endo}^{i+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{d}^{i} + \mathrm{d}\underline{\underline{\sigma}}_{d,endo}$$
(3.92)

On reproduit alors le principe exposé des équations 3.10 à 3.12, en remplaçant $\underline{\sigma}_{d,\acute{e}last}$ par $\underline{\sigma}_{d,endo}$:

$$q_{endo} = \sqrt{\frac{3}{2}} \underline{\underline{\sigma}}_{d,endo} : \underline{\underline{\sigma}}_{d,endo}$$
(3.93)

$$\underline{\underline{\sigma}}_{d} = R \underline{\underline{\sigma}}_{d,endo} \quad \text{où} \quad R = \min\left(\frac{q_0}{q_{endo}}, 1\right)$$
(3.94)

On peut alors déterminer le tenseur des contraintes final :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_{\underline{d}} - p\underline{\underline{1}} \tag{3.95}$$

3.3 Identification des paramètres pour le mortier

3.3.1 Paramètres d'endommagement

La détermination des paramètres d'endommagement repose sur les essais non confinés présentés à la section 2.4.1. À partir des essais présentés à la figure 2.21 a été déterminé un comportement moyen normalisé, qui a servi à l'identification du module d'Young initial, du coefficient de Poisson et des paramètres de compression du modèle PRM. Les valeurs mesurées ont été les suivantes :

$$E_{0} = 25,5 GPa$$

$$\nu_{0} = 0,16 \qquad (3.96)$$

$$f_{c} = 59,6 GPa$$

Dans le modèle initial, le seuil d'endommagement en compression est fixé par rapport à la résistance à la compression, par la relation $\varepsilon_{0c} = -\frac{f_c}{12E_0}$. Ce rapport est particulièrement adapté aux bétons, moins au mortier, et introduit indirectement une dépendance au coefficient de Poisson, puisque ε_{0c} est une contrainte équivalente, donc $\varepsilon_{0c} = -\sqrt{2}\nu_0\varepsilon_{seuil,c}$. On présente à la figure 3.10 le comportement en compression simple du modèle identifié, dans deux situations. La première correspond au modèle non modifié, et la seconde au modèle avec une modification du seuil d'endommagement en compression, qui permet une meilleure reproduction du comportement.

Les essais de flexion ont permis d'identifier la résistance en traction du mortier, mais n'étant pas instrumentés par des LVDT, ils ne permettent pas d'identifier le comportement post-pic, et donc l'énergie de fissuration G_f . Celle-ci sera donc prise égal à une valeur usuelle pour les mortier, 100 $N.m^{-1}$. La résistance moyenne en traction sur les 3 essais est :

$$f_t = 9 M P a \tag{3.97}$$

3.3.2 Paramètres de plasticité

Les paramètres du modèle de plasticité sont de deux sortes : les paramètres liés à la compaction, et ceux liés au glissement de cisaillement. Contrairement aux paramètres d'endommagement, qui sont des données mesurables, la plupart des paramètres du modèle de plasticité relèvent de choix de courbes. La courbe de compaction a été choisie par rapport à la moyenne entre l'essai HYD650 et l'essai TXC650. On représente à la figure 3.11 notre choix de paramètres, ce qui comprend outre les points (ε_v, p) , la vérification que la pente initiale calculée à partir de l'essai de compression simple $K_0 = \frac{E_0}{3(1-2\nu_0)}$ est bien vérifiée ici, et la détermination d'une pente en décharge. On se base sur celle-ci pour déterminer la pente de consolidation, estimée en première approche à $K_{cons} = 20 GPa$. La fin de décharge hydrostatique nous permet de mesurer $K_{0,cons} = 0,32 \, GPa$. La pression de consolidation, très supérieure à celle atteinte lors des essais, est déterminée pour que la déformation volumique après retour à pression nulle soit égale à la porosité, ce qui donne $P_{cons} = 1430 MPa$. On constate sur la figure 3.12 (gauche) que ces choix ne permettent pas une bonne reproduction de la décharge à 650 MPa. Cela provient du fait que le matériau n'étant pas consolidé à cette pression, la raideur en décharge n'est pas encore la raideur consolidée. Le choix $K_{cons} = 40 \, GPa$ mène à une reproduction correcte, sauf dans la phase finale de décharge, comme on peut le voir à la figure 3.12 (droite). Cela provient de l'écriture même du modèle qui n'utilise la pente $K_{0,cons}$ qu'à des pressions négatives (traction).

Le deuxième aspect du modèle est le seuil de plasticité en cisaillement. Étant donné l'impossibilité pour le modèle de reproduire la transition vers la dilatance en fin d'essai, une estimation de cette courbe est réalisée à partir des différents états-limites identifiés sur les essais triaxiaux confinés. L'essai de compression simple n'entre pas en compte ici car il n'est pas déterminé par le modèle de plasticité. Il faut par contre s'assurer que le seuil de plasticité est au-dessus de la contrainte atteinte en compression simple. En outre, le paramètre a_0 , qui guide la courbe à faible pression, doit être supérieur à $a_1 \times f_{t,tri}$ pour qu'un état de tri-traction (p < 0), qui doit être guidé par le modèle d'endommagement, fasse partie de l'intervalle de définition de q_0 . La courbe identifiée est comparée à la courbe des états-limites expérimentaux à la figure 3.13. Les paramètres de l'équation 3.11 sont les suivants :

$$a_0 = 2, 1.10^{15}; a_1 = 2, 76.10^8; a_2 = 0, 755$$
 (3.98)

3.3.3 Comparaison avec les essais sur mortier

Afin de bien comprendre les résultats ultérieurs, on présente ici la réponse du modèle à quelques chemins de chargement usuel, afin de mieux mettre en évidence les différences entre ce comportement et celui du modèle biphasique du chapitre 4. À la figure 3.14 est présenté le comportement en compression triaxiale du modèle PRM couplé monophasique, à 120 MPa et 650 MPa de confinement, comparé aux essais expérimentaux TXC120 et TXC650. On constate que si on suit bien les non-linéarités de la phase hydrostatique, le comportement dans la phase déviatorique est linéaire, contrairement au comportement expérimental. On observe un plateau à un niveau, donné par l'équation 3.98, proche de celui de l'essai expérimental à 120 MPa, et proche de l'état atteint pour l'essai à 650 MPa. La figure 3.15 (gauche) met en évidence le passage du modèle d'endommagement au modèle de plasticité avec la hausse du confinement, pour le comportement en compression triaxiale. Dès un confinement de 10 MPa, on sollicite le modèle de plasticité, mais le module tangent de la pente est d'abord nettement affecté par l'augmentation de l'endommagement. À 60 MPa de confinement, on note une



FIGURE 3.10 – Comparaison en compression simple du modèle identifié avec l'essai expérimental : (gauche) Modèle non retouché

- (gauche) Modele non recouche
- (droite) Modèle retouché (seuil d'endommagement élevé)



FIGURE 3.11 – Identification des paramètres de compaction à partir des phase hydrostatiques de deux essais expérimentaux à 650 MPa: Courbes des 2 essais, courbe de compaction choisie, pente initiale et pente en décharge



FIGURE 3.12 – Essai hydrostatique sur le modèle PRM couplé comparé à un essai expérimental : identification de la pente consolidée.
$$\begin{split} K_{cons} &= K_{d\acute{e} charge, exp.} \\ K_{cons} &= 40 \, GPa \end{split}$$
(gauche)

(droite)



FIGURE 3.13 – Identification du seuil de plasticité

légère baisse de la raideur, tandis que l'endommagement n'apparaît que très proche du seuil de plasticité. Enfin dès 120 MPa, il n'y a plus d'endommagement, tandis que le module tangent diminue encore. Le module tangent dans la phase déviatorique de l'essai à 650 MPa remonte par rapport aux essais à plus basse pression, comme on peut le voir à la figure 3.15 (droite) : cela a été observé expérimentalement à la figure 2.37. Les choix de modules pour le

3.4 Conclusion

calcul de la phase déviatorique est donc pertinent.

Une présentation détaillée du modèle PRM couplé a été effectuée, en mettant en évidence le type de sollicitation quasi-statique qui est celui qui fait l'objet de ce travail. Les principes du modèle ont été mis en évidence, et leur bon accord avec les observations expérimentales soulignées. La compaction n'affecte pas l'endommagement, et présente trois phases : une phase élastique linéaire, une phase de fermeture irréversibles des porosités et une phase consolidée. Le comportement déviatorique est guidé prioritairement par la loi élastique endommageable, mais un fort confinement inhibe l'endommagement ; en outre si le seuil de plasticité, de type racine de polynôme, est atteint, la contrainte est limitée par ce seuil. Le glissement plastique se fait alors à volume et contrainte constants, ce qui interdit toute représentation d'une dilatance en fin d'essai. Les essais réalisés permettent une identification de l'ensemble des paramètres du modèle, qu'il s'agisse de l'endommagement ou de la plasticité, dont on choisit de la baser sur la courbe d'états-limites expérimentaux. Des modifications ont été apportées au modèle afin de mieux prendre en compte les différences entre mortier et béton, et afin de régulariser l'énergie dissipée en traction par rapport au critère classique de Hillerborg.



FIGURE 3.14 – Exemple de comportement triaxial du modèle monophasique : (gauche) essai de compression triaxiale à 120 MPa de confinement (droite) essai de compression triaxiale à 650 MPa de confinement



FIGURE 3.15 – Comportement triaxial du modèle monophasique : réponses axiales du modèle en compression triaxiale à différentes pressions (gauche) de confinement comportement déviatorique du modèle à différentes pressions de confinement (droite)





CHAPITRE 4

Modèle de béton numérique

4.1 Introduction

La modélisation a l'échelle macroscopique du béton fait l'objet de nombreux travaux, dans lesquels sont mis en évidence la difficulté de la compréhension de l'ensemble des phénomènes mécaniques s'y déroulant; Cela se traduit par la difficulté de définir un modèle de comportement du béton qui soit correct aussi bien pour les chargements usuels que multiaxiaux ou confinés. Un des aspects les plus délicats à modéliser à l'échelle macroscopique est l'effet du squelette granulaire. Le but de cette étude numérique est d'identifier quelles caractéristiques du comportement du béton dépendent respectivement de celui du mortier et/ou de celui du squelette granulaire.

Les travaux expérimentaux de Akers *et al.* (2002) ont permis de bien caractériser les différences de comportement entre le granulat et le mortier sous fort confinement. On s'aperçoit sur la figure 4.1 que le comportement du béton est une sorte de moyenne de ceux du mortier et des granulats. Une différence importante apparaît entre les essais de Akers *et al.* (2002), pour lesquels la courbe d'état-limite du béton sous fort confinement est supérieure à celle du mortier, et les essais sur R30A7 et MR30A7, pour lesquels elle est légèrement inférieure, comme on peut le voir à la figure 4.2. On souhaite ici appliquer la démarche de séparation de manière numérique, afin de quantifier les influences respectives des deux phases.

À la section 1.4 ont été présentés plusieurs approches de réalisation d'un béton numérique. Notre objectif est de représenter la totalité d'un échantillon expérimental par un modèle numérique biphasique. Cela implique la représentation d'un grand nombre de granulats et le choix d'une modélisation éléments finis adaptée. La réalisation pratique de cet aspect est présentée à la section 4.2. Il faut ensuite valider la modélisation par différents tests de sensibilité, ce qui est réalisé à la section 4.3. Enfin on présente la modélisation des différents essais sur béton qui ont été réalisés par Gabet (2006) et Vu (2007) dans la section 4.4.



FIGURE 4.1 – Comportement expérimental du mortier, des granulats et du béton (*in* Akers et Phillips (2004)) :

- (gauche) Comportement en compression hydrostatique
- (droite) Courbes d'états-limites à partir d'essais TXC



FIGURE 4.2 – Courbes d'états-limites de R30A7 et MR30A7

4.2 Réalisation et caractéristiques du modèle

4.2.1 Stratégie globale

4.2.1.1 Type d'éléments

La section 1.4 de la bibliographie a permis de passer en revue les différentes approches de la problématique de ce travail : comment modéliser un matériau biphasique ? La complexité des réponses apportées par les différents auteurs correspond à des spécificités : une modélisation très fine, voire triphasique, peut être envisagée pour de petits échantillons ou en deux dimensions, comme cela a été fait par Caballero *et al.* (2006) ou Pedersen *et al.* (2007a). Dans leurs cas, le nombre total d'éléments est de quelques milliers, donc le nombre de granulats de l'ordre de 100. Notre choix initial mène à un nombre de granulats beaucoup plus élevé, de l'ordre de 8500 granulats. Riedel *et al.* (2008) ont montré qu'une approche plus grossière était cependant fonctionnelle. L'analyse des besoins pour la modélisation du comportement d'ensemble sous fort confinement nous a conduit à simplement utiliser des éléments finis collés, sans interface de glissement. Celles-ci sont particulièrement utiles pour des chargements de traction, ou même de compression simple, mais a priori moins pour modéliser les essais sous fort confinement, pour lesquels on n'a pas développement d'une fissuration nette, mais des zones de quelques millimètres d'épaisseur fortement dégradées, ce qui correspond à l'échelle d'un élément fini. Le choix s'est donc porté sur un maillage cubique régulier sur lequel on différencie des éléments mortier et des éléments granulat. Le code utilisé est Abaqus, et les éléments utilisés sont de type C3D8R, donc des cubes à 8 nœuds, à intégration réduite et à contrôle de l'effet « sablier ».

4.2.1.2 Méthode de calcul

En raison du grand nombre d'éléments nécessaires à une bonne modélisation d'un milieu biphasique en 2D, la méthode d'intégration explicite a dès le départ de cette étude été choisie, et le modèle couplé d'endommagement et de plasticité réalisé dans cette optique. Cette méthode présente l'avantage d'un calcul direct des nouveaux efforts à partir du modèle de comportement et des déformations, mais est conditionnellement stable, et la condition de stabilité, qui dépend de la taille de maille, mène à des pas de calculs très faibles. On détermine par exemple pour une maille de 1 mm de côté, donc de longueur caractéristique $L_e = 1 mm$, et pour le mortier dans son état initial, la limite suivante :

$$\Delta t_{critique} = \frac{L_e}{c_d} = \frac{L_e}{\sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}} = 2,8.10^{-7}s \tag{4.1}$$

où c_d est la vitesse de propagation d'une onde de dilatation dans le milieu. Ce point rend critique le choix du temps total de calcul, donc le choix de la vitesse de déformation. Il faut en effet concilier la minimisation du temps de calcul avec la conservation du caractère quasistatique de la simulation, caractère qui n'est pas contrôlé, les équations de la dynamique étant utilisées en boucle ouverte. Étant déjà placé à cette limite, il n'est pas apparu souhaitable d'utiliser les méthodes basées sur une augmentation de la masse pour accélérer le temps de calcul. Ces méthodes permettent d'accélérer le temps de calcul (hausse de ρ dans l'équation 4.1) d'une simulation quasi-statique en se rapprochant de la limite à laquelle apparaissent les effets inertiels. Il a été préféré une augmentation de la vitesse de déformation en contrôlant l'absence d'effets inertiels pour limiter le temps de calcul. Ce critère de pas de temps critique est cependant très dépendant de la raideur des éléments : aussi l'augmentation de la raideur qui se produit sous fort confinement dans le modèle PRM couplé peut significativement allonger le temps de calcul.

4.2.1.3 Choix des modèles et caractéristiques

Les caractéristiques du mortier ont été largement étudiées, et la validité du choix du modèle PRM mise en évidence à la section 3.3. On utilisera donc les paramètres identifiés à cette section. La nature même des granulats utilisés dans le béton R30A7, des granulats roulés, rend des essais de type compression simple ou compression triaxiale très délicats, en raison de leur petite taille et de l'impossibilité d'obtenir une géométrie voulue à partir de tels spécimens. Il a donc été choisi d'utiliser leur nature chimique comme base de l'identification de paramètres. Il s'agit de granulats siliceux, de formule chimique SiO₂, communément appelés quartzite. Il existe une certaine diversité de granulats de ce type, différenciés par leur porosité. Une mesure de porosité au mercure a été effectuée sur les granulats roulés, et a révélé une porosité de 0,2 %, ce qui est très faible et les classent parmi la quartzite compacte. Ce type de granulats a été étudié sous forme de blocs de plus grandes dimensions, par exemple dans la thèse de Camborde (1999) ou dans les travaux de Sellers et Scheele (1996). Tous deux ont obtenus un module d'Young E_g de 70 GPa et un coefficient de Poisson de 0,2. En raison de leur très grande résistance par rapport au mortier et des faciès de rupture des essais à très haute pression sur béton, qui révélaient peu de fractures dans les granulats, il a été choisi de représenter ceux-ci par un modèle élastique. La fermeture de porosité dans la quartzite se produit à des pressions supérieures à 2 GPa (Camborde (1999)), aussi le comportement volumique des granulats est bien linéaire dans la gamme de pressions testée.

4.2.2 Mise en place des granulats dans l'échantillon

4.2.2.1 Caractérisation des granulats

La caractérisation des granulats et le choix de leur représentation numérique est un problème important. Le premier critère est la forme des granulats. Ceux réellement employés en construction sont de deux types : concassés ou roulés. Les granulats concassés peuvent être assimilés à des polyèdres. La représentation aléatoire de polyèdres quelconques est très complexe. En effet la méthode usuelle, utilisée par Caballero *et al.* (2006), est l'approche de Voronoï, à partir d'une grille de points déplacés aléatoirement. Celle-ci produit des polyèdres relativement variés, mais plusieurs aspects posent problème : d'abord les polyèdres formés sont convexes, ce qui n'est pas nécessairement vrai dans la réalité, mais surtout ils ont tous la même dimension typique, donnée par la grille initiale. Une répartition totalement aléatoire des points initiaux mènerait cependant à des problèmes lors du maillage, sans résoudre le problème de la maîtrise des dimensions des granulats.

Le problème est posé différemment pour les granulats roulés, assimilables à des ellipsoïdes, et donc proches de sphères. Les empilements de sphères, bien définies géométriquement, sont plus faciles à gérer au niveau des techniques aléatoires et sont donc préférés ici. Une fois ces sphères appliquées au maillage régulier choisi, celles-ci retrouvent une forte rugosité qui tend naturellement à bloquer les rotations, sinon favorisées par la sphéricité du granulat.

Le deuxième critère est de déterminer jusqu'à quelle dimension typique les granulats font partie du mortier, ce qui définit le mortier. On se repère pour cela à la composition du béton, qui distingue parmi les granulats le sable du gravier. Un premier choix est fixé à 2 mm, le sable Silmix étant donné pour un diamètre maximal de 1,8 mm. Si on se réfère au sable normalisé des mortiers normaux, utilisés pour caractériser les ciments, on note que 90 % de ce sable est de dimension inférieure à 2 mm : ce choix est donc tout à fait caractéristique avec la définition usuelle d'un mortier.

Il faut s'assurer qu'un algorithme soit capable de placer l'ensemble des granulats de plus de 2 mm de diamètre dans l'échantillon. Étant donné une répartition granulaire non optimisée en terme de compacité (elle est optimisé pour le béton dans son ensemble), il faut contrôler que la proportion de ces gros granulats reste significativement inférieure à la compacité accessible avec des sphères de même diamètre, soit 74%. L'étude granulométrique des granulats du béton R30A7 a été effectuée par Vu (2007), et est présentée à la figure 4.3. La composition permet de constater que 40,2% du volume total du béton est constitué de granulats de plus de 2 mm. Cette valeur est accessible aux algorithmes de placement de sphères connus, aussi la limite fixée à 2 mm est conservée.

4.2.2.2 Algorithme de placement

Les algorithmes de placement de sphères sont de trois types : géométriques, dynamiques et aléatoires. Jerier *et al.* (2008) montrent que les algorithmes géométriques permettent d'atteindre des compacités élevées, gèrent des rapports entre D_{min} et D_{max} élevés, mais se basent sur un maillage assez régulier et donc ne sont pas totalement aléatoires. Lubachevsky et Stillinger (1990) montrent que les algorithmes dynamiques (ou mécaniques), qui reposent sur l'expansion de sphères en permettant leur déplacement en cas d'interactions, ne sont compétitives en termes de temps de calcul que sur un spectre $[D_{min}, D_{max}]$ étroit, ce qui n'est pas notre cas ici. Enfin les méthodes aléatoires, ou méthodes de Monte-Carlo, sont entièrement basées sur 4 paramètres aléatoires que sont les 3 coordonnées du centre de la sphère et son rayon. La superposition des sphères est contrôlée et une sphère n'est créée que si elle ne se superpose à aucune autre. Elles sont coûteuses en temps de calcul mais offrent une très bonne maîtrise de la répartition granulaire, et pas seulement des rayons minimaux et maximaux. C'est cette dernière méthode qui a été programmée et adaptée au maillage régulier choisi.

La procédure consiste à tirer aléatoirement un centre et un rayon pour le granulat suivant et à contrôler si le granulat ainsi défini est en superposition avec un autre granulat. En raison du caractère régulier du maillage, la procédure a été adaptée de façon à contrôler seulement la superposition par rapport non pas aux sphères déjà créées mais seulement par rapport aux éléments dont la nature est celle des granulats. Si la sphère ne se superpose à aucun élément, alors les éléments dont le centre est compris dans la sphère changent de nature et deviennent des élements granulat. Cette procédure doit être hiérarchisée par classes de diamètres de granulat, de manière à réussir à placer tous les granulats. On utilise la granulométrie du gravier D 2/8 pour distinguer 6 classes, dont les proportions sur le volume total de l'échantillon sont présentées à la figure 4.4. Les classes sont remplies du plus grand diamètre au plus petit, avec à l'intérieur de chaque classe un tirage aléatoire du diamètre. Le bloc dans lequel les tirages sont effectués est un parallélépipède de section $7 \times 7 \, cm^2$ et de longueur 14 cm. Le programme gère l'extraction du cylindre approché dans ce bloc.

Le programme donne la possibilité de rendre plus strict le critère de superposition, en augmentant artificiellement le diamètre de la nouvelle sphère lors du test de superposition. Il est ainsi possible de s'assurer qu'un espace suffisant est conservé entre les granulats, ce qui se traduit par la présence d'au minimum 1 élément de mortier entre 2 granulats.



FIGURE 4.3 – Courbes granulométriques de R30A7

4.2.2.3 Type d'échantillon et taille de maille

L'objectif initial est de représenter l'ensemble de l'échantillon. Grâce au caractère explicite du modèle, un nombre important d'éléments peut être utilisé sans aboutir à un temps de calcul disproportionné, le plus important étant l'influence de la taille de l'élément sur le pas de temps critique. Le choix le plus grossier qui puisse être fait est de choisir une taille de maille de 2mm égale à la dimension d'un granulat. Le nombre d'éléments d'un tel cylindre est de 68110, et un exemple de répartition des granulats est présenté à la figure 4.5. Le choix le plus fin compatible avec des temps de calcul raisonnables est une maille de 1mm, ce qui donne un échantillon de 539280 éléments, représenté à la figure 4.6. Il faut noter que ce choix, appliqué à un chargement d'une durée de $10^{-3}s$, et en supposant le pas critique constant, mène à environ 2 milliards d'applications du modèle, ce qui est déjà très élevé.

Dans les deux cas, on cherche à optimiser la durée de calcul en imposant la vitesse la plus élevée possible qui ne provoque pas d'effets dynamiques (ou inertiels). Ceci est contrôlé après essai par vérification des efforts sur les deux faces de chargement ainsi que par vérification de l'absence d'ondulations lors du chargement. Les vitesses de chargement dans la phase triaxiale peuvent être plus élevées à haute pression en raison de l'augmentation de la raideur du matériau, mais au-delà d'une vitesse de déformation de $20 \, s^{-1}$, on observe systématiquement un léger effet inertiel (oscillations autour de la réponse quasi-statique).

Un maillage plus fin présente cependant l'avantage de permettre de tirer parti de la capacité du programme de répartition des granulats d'augmenter leur interdistance. En effet il est impossible de forcer la présence d'un élément entre chaque granulat avec le modèle à taille de maille 2 mm, et d'obtenir le pourcentage réel de granulats. La conséquence est qu'on peut rencontrer des granulats contigus, ce qui sans interface, les rend collés. Pour des chargements de compression confinée, cela ne pose *a priori* pas de problème, il est clair cependant que pour des chargements de traction ou d'extension, la partie post-pic peut devenir irréaliste en raison de l'impossibilité potentielle pour une fissure (zone d'endommagement) de se propager librement. Avec une maille de 1 mm, on peut utiliser un critère de superposition plus strict, donc une meilleure séparation des granulats, les faces en contact étant suffisamment rares pour ne pas altérer significativement le développement de l'endommagement de traction. Il faut aller vers des mailles et des échantillons de taille inférieure pour s'assurer de la présence d'un ou plusieurs éléments mortier entre tous les granulats.

4.3 Validation du modèle

Les paramètres utilisés ici ne sont pas ceux présentés à la section 3.3, de légères différences peuvent donc apparaître avec les essais de la section 4.4. Les courbes sont présentées en tant que justifications techniques.

4.3.1 Validation du maillage et du chargement sur un cylindre monophasique

Avant d'évaluer les propriétés du modèle biphasique, on vérifie qu'un cylindre de mortier, maillé selon la grille régulière utilisée pour le modèle biphasique, présente bien les mêmes



FIGURE 4.4 – Histogramme des classes de tri des granulats



FIGURE 4.5 – Vue du modèle biphasique avec une maille de $2\,mm$



FIGURE 4.6 – Vue du modèle biphasique avec une maille de $1\,mm$

caractéristiques qu'un élément seul auquel est appliquée le modèle PRM couplé. Le modèle monophasique permet aussi de définir les vitesses de chargement applicables, puisque tous les problèmes liés à la taille de maille présentés plus haut sont déjà présents à ce stade. Outre la définition des vitesses acceptables, il est intéressant de vérifier l'influence de celle-ci sur la réponse du modèle. On réalise pour cela plusieurs essais, sur plusieurs tailles de mailles et à plusieurs vitesses. Les résultats sont mis en évidence à la figure 4.7, sur laquelle est également présenté un essai sur un échantillon cylindrique de dimensions différentes.

On vérifie tout d'abord que le comportement d'ensemble correspond bien au comportement du modèle. On note aussi qu'il n'y a aucun effet de la différence de vitesse sur le comportement volumique, et un effet très limité sur le comportement axial.



FIGURE 4.7 – Comportement du mortier numérique sur un essai TXC650, influence du maillage et de la vitesse :

(gauche) Comportement axial en fonction de l'essai, σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ}

(droite) Comportement volumique en fonction de l'essai, p en fonction de ε_v

4.3.2 Sensibilité du modèle à la taille de maille

La question de la sensibilité au maillage dans le cas monophasique est traitée de façon interne au modèle d'endommagement par la régularisation de Hillerborg, la plasticité parfaite ne pouvant pas être affectée par la taille de maille. Cependant, s'agissant d'un modèle biphasique, un changement de la taille de maille joue aussi sur la forme des granulats, et sur leur espacement moyen, qui augmente (en nombre d'éléments) quand la taille de maille diminue. La rugosité de la sphère approchée est aussi modifiée par ce changement, puisque la taille des rugosités diminue, mais leur nombre augmente. On souhaite donc quantifier l'effet de ces phénomènes sur les essais de façon à vérifier que le modèle le plus simple que l'on souhaite utiliser ne constitue pas une approche trop grossière. On montre à la figure 4.8 les résultats comparés d'essais triaxiaux à 650 MPa avec les mêmes paramètres sur les deux maillages. On constate que les deux réponses sont extrêmement proches, aussi bien en termes de comportement volumique que déviatorique. L'écart en contrainte au pic est inférieur à 1 %. Ceci permet de valider le choix du modèle utilisant la maille de 2 mm, qui représente un gain élevé en coût de calcul.

4.3.3 Effet de la distribution des granulats

Une des étapes initiales de cette étude a été de tester l'influence de la distribution de granulats sur la réponse du modèle. Trois distributions différentes, donc trois échantillons de béton numérique ont été créés et testés selon le même chargement. Les résultats comparés sont présentés à la figure 4.9. On note que l'aléa de distribution n'a aucun effet sur la courbe pratiquement jusqu'à la phase finale. L'écart maximal sur la contrainte finale est de 0,6 %, ce qui est négligeable. On note une légère différence de comportement post-pic, liée au fait que le développement de l'endommagement est dépendant de la répartition des granulats. Ces très faibles écarts montrent qu'un essai sur un échantillon suffit à caractériser le comportement du béton numérique.

4.3.4 Effet de la limite d'endommagement

En raison du caractère hautement hétérogène de l'échantillon et de la nature anguleuse des hétérogénéités, il apparaît préférable de ne pas autoriser un endommagement trop important. L'endommagement diminue la raideur effective de l'élément, ce qui peut poser un problème numérique si cet élément n'ayant plus que 1 % de sa raideur initiale est au contact d'un élément élastique très largement plus rigide. Afin d'identifier quel choix permet la meilleure stabilité de calcul tout en préservant un comportement similaire au comportement réel, plusieurs essais triaxiaux à 50 MPa de confinement ont été réalisés avec des limites d'endommagement fixées à 0,6, 0,8, 0,9 et 0,99. Cette pression correspond typiquement à une pression où les états endommagé et plastifiés se rencontrent simultanément dans l'échantillon. Les résultats de ces essais sont présentés à la figure 4.10. On observe que l'essai pour lequel l'endommagement n'est pratiquement pas limité ne peut être mené aussi loin que les autres. L'essai avec endommagement limité à 0,9, qui garantit une raideur égale à 10% de la raideur initiale, présente un adoucissement tout à fait comparable à l'essai non limité. Pour un endommagement limité à 0,8, la pente post-pic devient notablement différente, tandis qu'un endommagement limité à 0,6 change complètement le comportement du matériau. On choisit donc de limiter l'endommagement à 0,9 pour les essais ultérieurs, sauf mention contraire.

4.3.5 Validation des paramètres identifiés

On souhaite d'abord vérifier que le comportement élastique du béton numérique est en accord avec celui observé expérimentalement pour le béton R30A7. Les paramètres ayant été seulement identifiés sur le mortier, et la modélisation ne prenant en compte que les phénomènes principaux caractérisant le béton à l'échelle mésoscopique, un écart est possible. On utilise donc d'abord les estimations de modules élastiques, en partant du module des granulats $E_g = 70 \, GPa$ et de celui du mortier $E_m = 25, 5 \, GPa$, et en utilisant comme hypothèses que les déformations sont uniformes (borne de Voigt), ou bien que les contraintes sont uniformes (borne de Reuss).

On calcule ainsi :

$$E_V = f_m E_m + f_g E_g = 43, 3 \, GPa \text{ et } E_R = \frac{1}{\frac{f_m}{E_m} + \frac{f_g}{E_q}} = 34, 2 \, GPa \tag{4.2}$$

Ces deux valeurs encadrent le module réel du béton numérique $E_R \leq E \leq E_V$, et peuvent être comparées au module réel identifié lors des essais sur le béton R30A7 sec, qui est E_{exp} =





- (gauche) Comportement volumique p en fonction de ε_v
- (droite) Comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$



 $\label{eq:FIGURE 4.9-Comparaison de 3 échantillons de BN sur un essai TXC200 : comportement déviatorique et détail de la fin d'essai$



FIGURE 4.10 – Influence de la limite d'endommagement sur le comportement du BN lors d'un essai TXC50 :

(gauche) Comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ}

(droite) Comportement volumique p en fonction de ε_v

 $29 \, GPa$. Il est donc clair que le béton numérique sera bien plus raide que le béton réel. Plusieurs caractéristiques du matériau béton peuvent expliquer la différence observée. La première, qui a déjà été mise en évidence au chapitre 1, est la présence de l'auréole de transition, zone de caractéristiques mécaniques faibles, caractérisée par une très grande porosité. La seconde est la différence dans la mise en œuvre entre le béton et le mortier. Le béton est vibré, ce qui tend à réduire sa porosité, mais la présence de granulats induit un plus grand nombre de macro-pores, qui restent à proximité des granulats (voir plus loin figure 4.37 a). Ces pores pouvant atteindre de grandes dimensions (plusieurs mm) ne sont pas observés sur le mortier, bien que celui-ci n'ai été que piqué. Il est possible que cette plus grande porosité se traduise par un module de la phase mortier du béton inférieur à celui mesuré sur mortier seul.

Pour compenser cet effet, il a été choisi de corriger uniquement le comportement des granulats, de manière à ramener le module élastique global au module mesuré sur le matériau R30A7. Les premiers essais ont révélé que le module du béton numérique était très proche du module calculé selon Voigt E_V . On a donc déterminé un nouveau module pour les granulats :

$$E_g = \frac{E_{exp} - f_m E_m}{f_g} = 35 \, GPa \tag{4.3}$$

On présente aux figures 4.11 et 4.12, sur un essai à 200 MPa, les différences entre les deux bétons numériques, avec les modules $E_g = 70 \, GPa$ et $E_g = 35 \, GPa$. On observe sur la courbe de comportement volumique que la raideur des granulats exerce une forte influence sur le comportement global du béton numérique. Dans la phase hydrostatique, le béton avec les granulats les plus raides est en effet 25 % plus raide (au sens volumique) que le béton ayant des granulats de module $E_g = 35 \, GPa$. Si on observe ensuite la courbe de comportement déviatorique recalée, on note une baisse de l'influence de la raideur des granulats : la raideur axiale n'augmente que de 18 %, tandis que les déformations circonférentielles sont pratiquement inchangées. Enfin on note que l'effet sur la contrainte au pic du béton numérique est faible, seulement 2%.



FIGURE 4.11 – Influence de la raideur des granulats sur le béton numérique lors d'un essai HY650 : courbe de comportement volumique p en fonction de ε_v

4.4 Résultats comparés d'essais numériques

4.4.1 Modèle à granulats élastiques

Les essais de validation du modèle ayant été réalisés, on s'intéresse maintenant à la réponse du modèle tel qu'il a été identifié. L'identification du modèle PRM couplé est basée exclusivement sur le comportement du mortier seul. Le comportement d'ensemble du modèle de béton numérique, comparé au comportement du béton R30A7, doit permettre de mettre en évidence quels phénomènes observés sur les essais expérimentaux ont pour origine un des aspects de cette modélisation, et quels phénomènes doivent être expliqués autrement que par l'interaction entre des granulats élastiques et une matrice endommageable.

4.4.1.1 Comportement hydrostatique

La réponse du modèle est d'abord évaluée sous chargement hydrostatique. On présente à la figure 4.13 les courbes de comportement volumique de deux échantillons lors d'un essai hydrostatique à 650 MPa, comparées au comportement observé expérimentalement. L'échantillon cylindrique a une taille de maille de 1 mm, et on présente pour comparaison un essai réalisé sur un échantillon cubique de plus petites dimensions, $3 \times 3 \times 3 cm^3$, avec une taille de maille de 0,6 mm. On observe que le modèle numérique reproduit bien les différentes phases de la compaction du béton. En particulier, on note que le comportement du béton numérique est linéaire jusqu'à environ 90 MPa, soit environ 2 fois la résistance à la compression simple, comme sur l'essai expérimental, et ce alors que le comportement identifié pour le mortier n'est linéaire que jusqu'à 60 MPa.

L'explication de ce phénomène est apportée à la figure 4.14, par l'observation de la pression moyenne dans chacune des phases : on note que dès une faible pression de confinement, la pression moyenne dans le mortier se stabilise à environ $0, 7P_c$. Cela signifie qu'à une pression de confinement de 90 MPa, la pression moyenne dans le mortier est de 65 MPa, ce qui explique pourquoi le comportement du béton numérique apparaît linéaire jusqu'à cette pression. Cela justifie aussi l'hypothèse faite à la section 4.3.5 d'une égalité des déformations et non des contraintes dans les deux phases pour le calcul du module d'Young approché du béton.

Il apparaît à partir de 200 MPa une légère différence entre les deux échantillons considérés : on explique cette différence par la fait que le modèle cubique, plus fin, vérifie une parfaite séparation des granulats par au moins un élément de mortier. Il n'y a aucune portion de squelette granulaire continu, ce qui implique une sollicitation très légèrement plus forte de la phase mortier, et donc des déformations légèrement plus élevées. Le très faible écart entre les courbes justifie que l'on peut utiliser un modèle plus grossier sans compromettre notablement la validité des calculs.

4.4.1.2 Comportement triaxial

Les essais triaxiaux numériques ont été menés aux mêmes pressions que les essais sur le béton R30A7 sec de Gabet (2006), c'est-à-dire 50, 100, 200, 500 et 650 MPa. Les essais sont dans un premier temps présentés par ordre décroissant de pression de confinement, puis l'évolution du comportement avec le confinement est étudiée.



- FIGURE 4.12 Influence de la raideur des granulats sur le béton numérique lors d'un essai TXC200 :
 - (gauche) Comportement volumique p en fonction de ε_v
 - (droite) Comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$



FIGURE 4.13 – Essais hydrostatiques à 650MPa: Comparaison des réponses de deux échantillons de béton numérique avec la réponse expérimentale, p en fonction de ε_v



FIGURE 4.14 – Évolution des rapports p_g/P_c et p_m/P_c en fonction de la pression de confinement P_c

Essai TXC650 sur BN

La figure 4.15 montre le comportement axial et volumique de l'essai TXC650 sur BN, comparé à un essai expérimental sur R30A7. La première partie de cet essai est similaire à la phase de chargement de l'essai hydrostatique présenté à la figure 4.13. On observe cependant de façon plus claire que l'écart entre les courbes volumiques expérimentale et numérique se forme entre 60 et 200 MPa puis reste à peu près constant au-delà.

On note maintenant que dans la phase déviatorique de l'essai, cet écart reste aussi constant, jusqu'à la phase finale de l'essai, qui se traduit par la transition contractance-dilatance pour l'essai expérimental et par une nette diminution de raideur du béton numérique pour l'essai numérique. Ceci était prévu étant donné les caractéristiques du modèle, comme indiqué à la section 3.3.

La courbe de comportement axial révèle un bon accord entre la raideur axiale expérimentale et la raideur axiale du béton numérique. On observe en effet sur la figure 4.15 (droite) que la courbe numérique vient tangenter la courbe expérimentale à une contrainte axiale de 700 MPa. Or la raideur initiale de l'essai expérimental est principalement guidée par le fluage, comme cela a été mis en évidence aux chapitres 1 et 2 (cf. travaux de Schmidt *et al.* (2008)). La raideur initiale expérimentale, une fois enlevé l'effet du fluage, est donc seulement légèrement supérieure à la raideur numérique. Si on s'intéresse au comportement orthoradial dans la phase déviatorique, on note que la pente initiale de celui-ci est bien reproduite, mais le coefficient de Poisson du modèle PRM couplé restant constant, la courbe numérique s'éloigne progressivement de la courbe expérimentale.



FIGURE 4.15 – Résultats d'essai TXC650 sur BN, comparé à R30A7 : (gauche) Comportement volumique p en fonction de ε_v (droite) Comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_θ (EL expérimental : \Box)

Si on observe maintenant l'évolution de l'endommagement dans la phase mortier (figure 4.16 droite), on note que celui que développe le modèle d'endommagement est pratiquement totalement inhibé par le confinement, le rapport des contraintes déviatoriques par rapport à la pression moyenne restant faible. La plastification reste l'élément principal dans la diminution de la raideur axiale globale, tandis que la déviation observée par rapport à la courbe de comportement hydrostatique en toute fin d'essai est liée à l'initiation de l'endommagement. S'agissant des mécanismes mis en jeu à l'état-limite de l'échantillon numérique comparés à ceux de l'échantillon expérimental, on s'intéresse donc à la plastification des éléments. On peut se référer à la déformation compressive maximale des éléments de mortier comme à un indice de cette plastification. En effet la plastification s'accompagne d'une augmentation de la déformation principale maximale en contraction, au moment où on atteint l'état-limite

au sens du béton numérique. On observe sur cette image une légère direction privilégiée. Les zones de plastification probable (zones foncées) sont en effet à dominante horizontale, et jamais orientées verticalement. Les bandes de localisation observées expérimentalement sous ce confinement sont toujours horizontales.

Le résultat le plus remarquable sur cet essai sur béton numérique reste cependant sa capacité à reproduire assez précisément l'état-limite du béton R30A7 expérimental, atteint à p = 940 MPa contre p = 920 MPa expérimentalement, soit 2,2 % d'écart.

Essai TXC500 sur BN

On s'intéresse ensuite à l'essai à 500 MPa. On présente aux figures 4.18 et 4.19 les résultats des essais sur béton numérique comparés aux essais expérimentaux. La nature de la réponse est similaire aux essais sous plus fort confinement. On note que l'écart entre les pressions à l'état-limite est légèrement plus faible, à 1,4%. La courbe de comportement déviatorique révèle que la raideur initiale du béton numérique est une bonne représentation de celle du béton expérimental. Mais la variation continue de la raideur du béton expérimental n'est reproduite sur le béton numérique que dans les derniers 300 MPa de chargement, lorsque la plasticité, puis l'endommagement, interviennent dans le comportement global.

Essai TXC200 sur BN

L'essai à 200 MPa de confinement permet d'observer un net changement dans la nature des phénomènes post-pic. La figure 4.21 met en évidence une localisation marquée, dans le cas présenté en 2 endroits, sur d'autres essais en 1 endroit (au centre) ou en 3 endroits (au centre et près des deux extrémités), liée à un fort endommagement dans le mortier. Ce phénomène correspond bien aux bandes de localisation observées expérimentalement. Les bandes observées numériquement sont détectables avant le pic, et sont initialement au nombre de cinq. Elles sont systématiquement perpendiculaires à l'axe de chargement. En fonction des paramètres matériau, des conditions aux limites et de la distribution aléatoire des granulats, une ou plusieurs de ces bandes voient ensuite leur niveau d'endommagement croître.

Cependant, la plasticité reste le principal mécanisme de diminution de la raideur tangente, ce qui explique que sur les courbes des figures 4.20 et 4.22, l'effet de l'endommagement ne soit pas plus marqué avant le pic. En effet l'endommagement ne se développe pas plus tôt au cours de l'essai, ce qui se traduit au niveau de la courbe déviatorique (figure 4.22 gauche) par un écart toujours marqué entre les courbes expérimentale et numérique. La courbe d'endommagement (figure 4.22 droite) montre tout de même qu'au niveau du pic de contrainte, l'endommagement moyen dans le mortier est désormais supérieur à 0,1. On observe toujours une bonne prévision du modèle numérique quant à la pression d'état-limite du béton, comme on peut le voir sur la figure 4.20, avec un écart mesuré de 3%. La comparaison des phases hydrostatiques du chargement est notablement affectée par l'écart avec l'expérience déjà mis en évidence sur l'essai TXC650.

Essai TXC100 sur BN

À cette pression de confinement, on observe comme à 200 MPa des phénomènes localisés sur l'échantillon numérique, comme c'est visible à la figure 4.23. Mais on commence à noter que ces plans de localisation ne sont plus nettement perpendiculaires à l'axe de chargement, ce qui est aussi observé expérimentalement (cf. Vu (2007)). Comme pour l'essai précédent,

^{1.} Seule la phase mortier est représentée. Les zones les plus sombres ont les plus grandes déformations principales compressives.



 $\begin{array}{ll} \mbox{FIGURE 4.16} - \mbox{Résultats d'essai TXC650 sur BN, comparé à R30A7 :} \\ (gauche) & \mbox{Comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$ (EL expérimental : \Box)} \\ (droite) & \mbox{Endommagement en fonction de la déformation ε_{xd} } \end{array}$



FIGURE 4.17 – Essai TXC650 : visualisation comparée de la carte des déformations principales compressives maximales dans une coupe de l'échantillon numérique¹, à l'étatlimite, avec le faciès d'un échantillon expérimental mené au-delà de l'étatlimite



FIGURE 4.18 – Résultats d'essai TXC500 sur BN, comparé à R30A7 : (gauche) Comportement volumique p en fonction de ε_v (droite) Comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_θ (EL expérimental : \Box)



 $\begin{array}{ll} \mbox{FIGURE 4.19-Résultats d'essai TXC500 sur BN, comparé à R30A7:} \\ (gauche) & Comportement déviatorique q en fonction de <math>\varepsilon_{xd}$ et $\varepsilon_{\theta d}$ (EL expérimental : \Box) (droite) & Endommagement en fonction de la déformation ε_{xd}



FIGURE 4.20 - Résultats d'essai TXC200 sur BN, comparé à R30A7 :(gauche)Comportement volumique p en fonction de ε_v (droite)Comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_θ (EL expérimental : \Box)



FIGURE 4.21 – essai TXC200 : visualisation comparée de la carte de l'endommagement dans une coupe de l'échantillon numérique, après le pic de contrainte, avec le faciès d'un échantillon expérimental mené au-delà de l'état-limite



 $\begin{array}{ll} \mbox{Figure 4.22} - \mbox{Résultats d'essai TXC200 sur BN, comparé à R30A7 :} \\ (gauche) & \mbox{Comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$ (EL expérimental : \Box)} \\ (droite) & \mbox{Endommagement en fonction de la déformation ε_{xd} } \end{array}$

la plasticité est la cause primordiale de la baisse de raideur tangente, et l'endommagement apparaît très rapidement après le pic, comme cela est mis en évidence par la juxtaposition des trois cartes successives de l'endommagement.

Les figures 4.24 et 4.25 montrent les courbes de comportement du béton numérique pour ce chargement. Le comportement se révèle ici significativement plus raide que celui du béton expérimental, à part en début de chargement déviatorique, et la contrainte déviatorique au pic (état-limite du béton numérique) est supérieure de 7,4 % à l'état-limite mesuré expérimentalement.



FIGURE 4.23 – Essai TXC100 : visualisation de trois cartes de l'endommagement dans une coupe de l'échantillon numérique, à partir du pic de contrainte et jusqu'à 89 % de la contrainte axiale maximale

Essai TXC50 sur BN

La figure 4.27 présente une comparaison entre l'état d'endommagement d'un échantillon numérique à 93 % de la contrainte maximale atteinte (après le pic) et l'état final d'un échantillon expérimental ayant subi le même chargement. Cela met en évidence la bonne représentation des mécanismes de ruine observés expérimentalement : en effet les essais sur béton R30A7 ont révélé que les bandes de localisation créées lors d'essais à moyen confinement (en-dessous de 100 MPa) présentaient une inclinaison, assez marquée à $P_c = 50 MPa$. L'inclinaison des bandes d'endommagement numérique est néanmoins inférieure à l'inclinaison expérimentale. Les figures 4.26 et 4.28 montrent les courbes de comportement volumique, axial et déviatorique des échantillons numériques et expérimentaux. Le niveau de contrainte maximale numérique est significativement supérieur à celui expérimental, de 35 %. L'endommagement est à ce niveau le mécanisme prépondérant dans la chute de la raideur tangente. En effet, on a noté à la section 3.3 que l'ajustement du seuil de plasticité sous faible confinement était compromis par la nécessité d'encadrer les essais de compression simple et de traction isostatique.



FIGURE 4.24 – Résultats d'essai TXC100 sur BN, comparé à R30A7 : (gauche) Comportement volumique p en fonction de ε_v (droite) Comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_θ (EL expérimental : \Box)



 $\begin{array}{ll} \mbox{FIGURE 4.25-Résultats d'essai TXC100 sur BN, comparé à R30A7:} \\ (gauche) & Comportement déviatorique q en fonction de <math>\varepsilon_{xd}$ et $\varepsilon_{\theta d}$ (EL expérimental : \Box) (droite) & Endommagement en fonction de la déformation ε_{xd}



FIGURE 4.26 – Résultats d'essai TXC50 sur BN, comparé à R30A7 :(gauche)Comportement volumique p en fonction de ε_v (droite)Comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_θ (EL expérimental : \Box)



FIGURE 4.27 – essai TXC50 : visualisation comparée de la carte de l'endommagement dans une coupe de l'échantillon numérique, après le pic de contrainte, avec le faciès d'un échantillon expérimental mené au-delà de l'état-limite



 $\begin{array}{ll} \mbox{FIGURE 4.28} - \mbox{Résultats d'essai TXC050 sur BN, comparé à R30A7 :} \\ (gauche) & \mbox{Comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$ (EL expérimental : \Box)} \\ (droite) & \mbox{Endommagement en fonction de la déformation ε_{xd} } \end{array}$
4.4.1.3 Comportement en compression simple

La reproduction du comportement en compression simple n'est pas l'objectif de la modélisation choisie, mais il est utile de l'évaluer. On présente donc à la figure 4.29 la réponse du béton numérique pour un chargement de compression simple, avec déplacements libres des bords. Si le module du béton est correctement modélisé, la résistance à la compression simple est nettement surestimée.

La réalisation d'un essai avec des paramètres de comportement en compression simple différents, menant à une chute de contrainte plus brutale après le pic dans le mortier (ce qui rapproche le modèle du comportement réel, cf. section 3.3), change nettement la réponse du béton numérique, comme on peut le constater à la figure 4.30. Ces paramètres sont les points focaux ε_{fc} et ε_{ft} , l'énergie de fissuration en traction G_f et les seuils d'endommagement ε_{0t} et ε_{0c} . On obtient alors une bonne représentation de la résistance à la compression simple du béton R30A7. Cela prouve que le comportement du béton numérique est fortement dépendant de l'énergie dissipée dans le mortier après le pic en compression simple, ce qui est logique puisqu'une fois dans un modèle biphasique, cette énergie s'apparente à une énergie de fissuration. Il semble donc nécessaire d'affiner cette partie du modèle PRM couplé afin de laisser plus de choix à l'utilisateur pour l'identification des paramètres d'endommagement : choix explicite du seuil d'endommagement en compression, choix du point focal en compression.

On présente enfin à la figure 4.31 différents faciès de rupture, obtenus pour des échantillons et des paramètres différents, qui montrent que ce modèle élémentaire est capable de reproduire les différents faciès usuels de rupture en compression simple : une seule bande de cisaillement inclinée à 45°, un éclatement axial, ou une division en plusieurs morceaux séparés par des bandes de cisaillement. La figure 4.32 présente les faciès de rupture d'essais expérimentaux sur des bétons de granulométrie identique à R30A7, avec 3 types de mortier, de rapport E/C différents. On observe comme sur les essais numériques une ou plusieurs bandes très inclinées, ou un éclatement axial.



FIGURE 4.29 – Résultats d'essais de compression simple sur BN : comportement axial de 2 échantillons de BN, avec les paramètres identifiés, et d'un échantillon avec un endommagement plus rapide après le pic, comparés à R30A7, à 28 jours (courbe basse) et après 1 an en étuve (courbe haute)

4.4.1.4 Réponse globale du modèle

Après avoir mis en évidence les caractéristique du modèle pour chaque essai, il est intéressant de montrer l'évolution d'ensemble de la réponse du béton numérique en fonction de la pression de confinement. La figure 4.33 montre l'évolution du comportement volumique avec la pression dans les deux cas expérimentaux et numériques. On note dans les essais expérimentaux que le comportement volumique dans la phase triaxiale ne suit pas la courbe de compaction sous chargement hydrostatique : la réponse du matériau est plus contractante sous chargement déviatorique. La réponse du béton numérique suit plus longtemps la courbe de compaction hydrostatique, mais la deuxième moitié du chargement hydrostatique fait apparaître un surcroît de compaction. Là où le modèle monophasique suivait seulement le modèle de plasticité KST, la présence des granulats induit que certains éléments de mortier, très déformés mais dans lesquels la pression moyenne est faible, sollicitent le modèle d'endommagement, et donc augmentent la compaction.

Un deuxième point à étudier est l'évolution des pentes initiales dans la phase déviatorique des essais, présentée à la figure 4.34. La courbe expérimentale met en évidence de fortes variations de cette pente, le minimum étant atteint sous un confinement de 100 MPa et le maximum sous le confinement le plus élevé. On note que le modèle numérique reproduit le même type de phénomène, mais les variations numériques sont trop faibles par rapport aux variations expérimentales. En particulier, la pente sous confinement 50 MPa est égale à celle sous confinement 650 MPa, tandis qu'expérimentalement elle est inférieure. De manière générale les pentes sous confinement inférieur à 200 MPa sont surestimées par le modèle.

Le troisième aspect à observer sur l'ensemble des essais est la reproduction de la courbe d'états-limites du béton. On a représenté à la figure 4.35 les états-limites des matériaux expérimental et numérique dans le plan (p,q), ce qui souligne qu'au-dessus de 100 MPa, le modèle permet une bonne représentation des états-limites atteints. A plus bas confinement, le modèle surestime assez largement l'état-limite expérimental. Le principal facteur de cette surestimation est la courbe de plasticité identifiée sur le mortier, comme indiqué à la section 3.3.2. Sa précision est compromise par la nécessité qu'elle soit définie jusqu'à une dépression de 7,5 MPa et de passer au-dessus du pic en compression simple. On représente à la figure 4.36 le seuil de plasticité dans les basses pressions. La fonction racine définissant ce seuil interdit une bonne représentation dans les pressions inférieures à 100 MPa. L'utilisation d'une



FIGURE 4.30 – Comparaison de la réponse en CS du BN avec 3 jeux de paramètres



- FIGURE 4.31 Visualisation de l'endommagement dans le modèle numérique, en compression simple :
 - (a) échantillon 1, paramètres identifiés
 - (b) échantillon 2, paramètres identifiés
 - (c) paramètres d'endommagement différents
 - (d) paramètres d'endommagement différents



FIGURE 4.32 – Faciès de rupture d'échantillons de béton de granulométrie identique à R30A7 (in Vu (2007))



FIGURE 4.33 – Comportement volumique des bétons expérimental et numérique lors d'essais triaxiaux de 50 à 650 MPa de confinement, p en fonction de ε_v : (gauche) béton R30A7 expérimental (droite) béton numérique



FIGURE 4.34 – Comportement déviatorique des bétons expérimental et numérique lors d'essais triaxiaux de 50 à 650 MPa de confinement, q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$: (gauche) béton R30A7 expérimental (droite) béton numérique

autre fonction mathématique pour la représentation du seuil de plasticité pourrait permettre d'améliorer cet aspect de la modélisation. On note que l'écart entre le mortier et le béton est correctement représenté par cette modélisation, avec une courbe d'états-limites du béton constamment inférieure à celle des états-limites du mortier.



FIGURE 4.35 – États-limites des bétons numérique et expérimental



FIGURE 4.36 – Détail du seuil de plasticité dans les faibles pressions

4.4.2 Modèle affiné

4.4.2.1 Définition du modèle affiné

Un écart entre le modèle et les courbes expérimentales a été mis en évidence dans la phase hydrostatique. Cet écart est concentré entre des pressions de 50 et 200 MPa sur la figure 4.15. Plusieurs aspects expérimentaux et numériques concourent à cet écart. Expérimentalement, des observations tomographiques ont confirmé la présence en nombre significatif de pores macroscopiques à proximité immédiate de granulats, dont la présence n'est pas notée dans le mortier, comme on peut le voir à la figure 4.37. La compaction de ces pores n'est donc pas prise en compte dans le modèle numérique. L'autre cause supposée de cet écart est l'absence de modélisation de l'auréole de transition. Une modélisation de la compaction de l'auréole de transition doit être intégrée dans le modèle biphasique. L'auréole de transition étant attachée au granulat, il a été choisi de remplacer le comportement élastique du granulat par un comportement plus complexe, prenant en compte à la fois la compaction de l'auréole de transition et le comportement élasto-plastique endommageable de la quartzite. On utilise pour cela le modèle PRM couplé, avec un jeu de paramètres différent.



FIGURE 4.37 – Tomographie aux rayons X d'échantillons de béton et mortier (*in* Poinard *et al.* (2008))

La compaction de l'auréole de transition est estimée à partir des travaux de Scrivener et Nemati (1996) et des observations de Poinard *et al.* (2008). Une estimation de l'épaisseur moyenne de l'auréole de transition est de $30 \,\mu m$. Sachant que le diamètre moyen des granulats est de $5 \,mm$, on détermine que le volume de l'auréole représente en moyenne 2,3% du volume des granulats. La courbe de compaction de l'ensemble granulat-auréole de transition peut donc être déterminée à partir du module d'Young du béton numérique pour les basses pressions, et à haute pression par les caractéristiques élastiques du granulat seul. Le module volumique initial $K_{g,init}$ de l'ensemble granulat-auréole de transition est calculé à partir du module d'Young E_{g+ITZ} , calculé par l'équation 4.3 :

$$K_{g,init} = \frac{E_{g+ITZ}}{3(1-2\nu)} = 19,4\,GPa \tag{4.4}$$

Le module de compressibilité après consolidation (au sens du modèle PRM couplé) $K_{g,cons}$ est approximé comme étant celui des granulats, et donc pris égal à $K_g = 38,9 \, GPa$. La détermination de la pression pour laquelle l'auréole de transition est entièrement compactée est basée sur les comportements respectifs des bétons expérimentaux et numériques déjà testés. Ceux-ci indiquent que l'écart croît principalement entre 50 et 200 MPa, tandis que le module de compressibilité tangent du béton numérique déjà testé reste cohérent avec l'expérience jusqu'aux pressions atteintes. Les observations tomographiques menées après un essai hydrostatique à 400 MPa montrent que l'auréole de transition n'est plus distinguable du mortier à cette pression et à l'échelle mésoscopique (cf. figure 4.37 b et c). La figure 4.14 permet alors le calcul des pressions correspondantes dans la phase granulat, qui sont environ 250 MPa et 600 MPa. La courbe de compaction d'ensemble est représentée à la figure 4.38 (gauche). La résistance en compression simple et en compression triaxiale de la quartzite a été étudiée par Sellers et Scheele (1996), et les valeurs obtenues expérimentalement sont utilisées dans ce modèle. Les essais d'identification et la courbe sont représentés à la figure 4.38 (droite).



FIGURE 4.38 – Identification des paramètres de compaction, de plasticité et d'endommagement de l'ensemble granulat-ITZ :

(gauche) Courbe de compaction

(droite) Seuil de plasticité pour la quartzite

4.4.2.2 Résultats d'essais

Essai de compression hydrostatique

L'objectif de l'introduction de la modélisation de l'auréole de transition est de mieux représenter le comportement hydrostatique du béton, tout en représentant de façon réaliste le comportement des granulats, aspect qui a du être compromis dans la modélisation élastique. On présente à la figure 4.39 la courbe de comportement volumique du modèle affiné. On constate que jusqu'à 300 MPa, la courbe du modèle affiné suit la courbe expérimentale. À partir d'environ 500 MPa, la raideur augmente plus vite que la raideur expérimentale, ce qui est lié à la compaction totale de l'auréole de transition dans le modèle.



FIGURE 4.39 – Résultat d'essai HYD650 sur le modèle affiné, comparé au BN initial : comportement volumique p en fonction de $epsilon_v$

Essai TXC50

On présente à la figure 4.40 le comportement du béton numérique prenant en compte la présence de l'auréole de transition comparé à celui du béton numérique à granulats élastiques. On constate que la modélisation de l'auréole de transition a des conséquences sur le comportement déviatorique. La raideur déviatorique est significativement diminuée par l'apport de cette modélisation, ce qui corrige simultanément, mais partiellement, la raideur trop importante observée en comparant l'essai initial à l'essai expérimental. Le pic de contrainte n'est pas significativement affecté par cet apport.



FIGURE 4.40 – Résultats d'essai TXC50 sur le modèle affiné, comparé au BN initial : (gauche) Comportement volumique p en fonction de ε_v (droite) Comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ}

Essai TXC650

La figure 4.41 montre le comportement du modèle affiné, comparé à la fois au modèle avec les granulats élastiques et aux résultats expérimentaux. Au-delà de la phase hydrostatique dont le comportement a déjà été étudié, on observe que le comportement volumique est légèrement plus raide que dans le modèle initial. Les déformations axiales dans la phase déviatorique sont légèrement supérieures, avec une raideur 9% supérieure à celle du modèle à granulats élastiques. Les courbes restent cependant proches jusqu'à la fin de l'essai, et la contrainte finale n'est supérieure que de 3%. Les aspects améliorés par le modèle affiné ne compromettent donc pas les points du modèle initial qui représentaient correctement l'état-limite du béton expérimental.

4.5 Conclusions

On a présenté dans ce chapitre une modélisation originale du comportement sous fort confinement du béton. Le béton, matériau complexe, est séparé en deux phases, une composée de la pâte de ciment et du sable (phase mortier), et l'autre des granulats de dimension supérieure à 2 mm. La méthode des éléments finis est utilisée pour les calculs, ce qui permet d'attribuer des caractéristiques mécaniques différentes aux éléments finis représentant la phase mortier et à ceux représentant les granulats.

Le maillage utilisé est cubique, régulier, et les granulats sont créés sur ce maillage. Un algorithme basé sur une méthode de Monte-Carlo permet de créer le squelette granulaire du béton. Les granulats sont modélisés comme des sphères approchées par un ensemble d'éléments finis



FIGURE 4.41 – Résultats d'essai TXC650 sur le modèle affiné, comparé au BN initial : (gauche) Comportement volumique p en fonction de ε_v (droite) Comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$

cubiques.

Le modèle PRM couplé est utilisé pour décrire le comportement du mortier, et dans un premier temps les granulats sont considérés comme élastiques. Les paramètres de comportement du mortier sont basés sur les essais expérimentaux sur cette phase seule, décrits au chapitre 2. L'écart observé entre les résultats numériques et expérimentaux permet d'évaluer quels mécanismes du fonctionnement réel du béton sous très fort confinement ont été pris en compte dans le modèle.

La robustesse du modèle vis-à-vis des changements de taille de maille, de la vitesse de chargement, de la distribution des granulats, est évaluée. Afin de bien représenter le module de compressibilité initial du béton, on prend en compte un abaissement du module d'Young des granulats. Les résultats présentés, de la compression simple à la compression triaxiale à 650 MPa de confinement, mettent en évidence les qualités du modèle : reproduction des différentes phases du comportement hydrostatique avec un faible écart, niveau de contrainte des états-limites bien reproduit au-dessus de 100 MPa, variations des raideurs déviatoriques initiales cohérentes avec l'expérience mais pas assez marquées.

Si on compare ce comportement au modèle PRM couplé utilisé seul, la présence des granulats plus rigides que le mortier permet le développement de l'endommagement avant le niveau de contrainte maximale. Cela se traduit au niveau du comportement volumique par une plus forte contraction sous chargement déviatorique, à contrainte moyenne égale. Ce phénomène est une des caractéristiques du comportement du béton sous chargement déviatorique.

L'autre aspect instructif de cette modélisation est sa faculté à expliquer les différences observées entre les faciès de rupture en compression triaxiale sur mortier et sur béton. Les chapitres 1 et 2 ont mis en évidence l'allure typique des faciès de rupture du mortier : des bandes de localisation inclinées sous confinement inférieur à 50 MPa, une bande perpendiculaire à l'axe de chargement sous confinement d'environ 100 MPa, puis une déformation en tonneau audelà, sans localisation à l'échelle macroscopique. Les essais sur béton R30A7 de Gabet (2006) et Vu (2007) ont au contraire démontré que des bandes de localisation se développaient à tous les niveaux de confinement sur béton, inclinées à faible pression, et perpendiculaires à l'axe de chargement au-delà de 200 MPa. Le modèle numérique proposé reproduit les mécanismes de localisation post-pic observés expérimentalement jusqu'à 200 MPa. On a ensuite expliqué l'origine des différents écarts observés entre le béton expérimental et le mortier, ce qui donne des pistes d'améliorations, l'une d'elles ayant été appliquée. Une cause de la surestimation des états-limites sous faible confinement est la forme du seuil de plasticité, qui ne peut reproduire de manière satisfaisante la courbe d'états-limites expérimentaux sous forte pression tout en restant définie en l'absence de confinement.

Bien que le modèle biphasique soit capable de reproduire une baisse de raideur tangente dans la phase déviatorique du chargement, la raideur expérimentale diminue de façon beaucoup plus forte et régulière.

Enfin le problème de l'écart observé dans la phase hydrostatique est expliqué de deux manières : expérimentalement, l'observation tomographique des échantillons de béton a révélé la présence de nombreux pores de dimensions macroscopiques, pores pratiquement absents du mortier testé. D'autre part, il est connu, et vérifié sur ces observations, qu'il existe autour des granulats une auréole de transition, de forte porosité et de faible résistance, donc fortement compressible, qui n'a pas été incluse dans le modèle, seulement biphasique. Une manière de l'estimer et de la prendre en compte est proposée et testée, et donne des résultats satisfaisants aussi bien dans la phase hydrostatique que déviatorique. Cet apport au modèle accentue en outre la baisse de raideur déviatorique initiale dans les pressions de confinement moyennes (entre 50 et 200 MPa), ce qui rapproche le modèle des observations expérimentales.

CHAPITRE 5

Comportement d'un BHP et du modèle numérique en extension triaxiale

5.1 Introduction

Cet aspect du comportement confiné des bétons n'a pas été motivé par les mêmes applications que les aspects étudiés jusque là. En effet, une sollicitation d'extension triaxiale correspond à une situation où la contrainte axiale est inférieure à celle latérale, voire prend une valeur de traction, ce qui n'est pas le cas des problèmes d'impacts pour lesquels c'est la pénétration, donc une très forte contrainte axiale, qui est à l'origine du confinement. Cependant des retours d'ondes, peuvent amener ce type de sollicitation en face arrière d'une structure. Dans un autre registre, une structure précontrainte dans deux directions en phase de service, et donc confinée, peut recevoir des chargements de faible compression ou de tension qui seront affectés par le confinement. Ce chapitre présente à la section 5.2 une étude expérimentale réalisée sur un béton de type utilisé dans des ouvrages en béton précontraint, ici un béton à hautes performances, sous des sollicitations de traction confinée ou d'extension triaxiale. Le chargement de traction confinée correspond à la situation où σ_x est une contrainte de traction et σ_{θ} des contraintes de compression, tandis qu'en extension triaxiale, toutes les contraintes sont compressives mais $|\sigma_x| < |\sigma_{\theta}|$. Cette étude est complétée par une évaluation du comportement du modèle numérique en extension triaxiale à la section 5.3.

5.2 Comportement d'un BHP en traction confinée

5.2.1 Contexte

Les applications du béton précontraint sont vastes, des ponts aux grands réservoirs. Les principaux objectifs liés au choix de cette technique sont d'une part, de limiter la zone de béton tendu dans les sections de poutres, et d'autre part de réduire la porosité macroscopique du béton en fermant les fissures de tension liées au retrait. Bien que désormais d'usage courant, cette technique peut faire apparaître des problèmes inhabituels : dans le cas d'une précontrainte appliquée dans deux directions, de rares cas d'écaillage ont été rapportés. Cela se traduit par le décollement de blocs de béton de la structure, dans l'épaisseur comprise entre les câbles de précontrainte et la surface extérieure. Bien que ce phénomène ne compromette pas la stabilité mécanique de la structure, des problèmes de corrosion peuvent en découler à plus long terme, et l'étanchéité à l'air ou à l'eau peut en être affectée. La compréhension du phénomène est donc nécessaire à sa prévention.

Les objectifs de cette section sont de caractériser le comportement du béton en traction confinée (TC), et plus généralement en extension triaxiale (TXE), d'identifier l'effet du niveau de précontrainte sur la résistance en traction, et d'évaluer les capacités de modèles usuels à reproduire ou non le comportement observé.

L'essai relativement courant dont la sollicitation se rapproche le plus de la traction confinée est l'essai de compression biaxiale. En effet l'état final atteint est le même que si l'on réalisait un essai de traction confinée à la pression donnant une résistance en traction nulle. De tels essais ont par exemple été réalisés par Hussein et Marzouk (2000), Lee et al. (2004) et d'autres auteurs. Ces essais ont démontré une augmentation de la résistance des bétons à la compression biaxiale par rapport à la compression uniaxiale, comprise entre 1,1 et 1,4 selon le matériau et le dispositif d'essai. Cela se traduit par la possibilité d'exercer sur l'échantillon un effort de traction lorsque le confinement reste inférieur à la résistance en compression biaxiale, qui constitue la limite à $\sigma_x = 0$ des essais de traction confinée. D'autre part, la fissuration hydraulique du béton en traction a été étudiée par Visser et van Mier (1998), la différence résidant cette fois dans la présence d'eau sous pression dans l'échantillon lors de l'essai : cette pression interne au matériau lui fait perdre toute résistance à la traction dès des pressions très faibles (quelques MPa). Enfin des essais d'extension triaxiale, pouvant aller jusqu'en traction, ont été réalisés par Newman (1974) et Kotsovos et Pavlovic (1995) sur des bétons de bonne résistance (jusqu'à 60 MPa), pour des pressions de confinement comprises entre 17 et 69 MPa. L'étude d'un matériau plus performant, sur une gamme de pression plus vaste, permet à la fois de se placer au plus près de la situation réelle et de caractériser le comportement du matériau sur une gamme de pressions permettant de caractériser un comportement global.

Les conditions d'utilisation du béton précontraint nous donnent un ordre de grandeur du confinement à utiliser pour les essais de traction confinée, qui est de l'ordre de $P_c = 10 MPa$. Des essais de traction confinée sont donc réalisés à des pressions de 10, 15 et 25 MPa. Le dispositif expérimental pour les essais à haute pression interdisant toute possibilité d'appliquer une contrainte de traction, il est nécessaire de se placer bien au-dessus de l'estimation de résistance à la compression biaxiale, qui est au moins de l'ordre de 100 MPa. On choisit de réaliser les essais à 250 et 450 MPa. Tous les essais pratiqués sont décrits dans les prochaines sections, en commençant par la nécessaire caractérisation uniaxiale à la section 5.2.2, les essais TC à la section 5.2.3 et enfin ceux d'extension à la section 5.2.4. Ces essais sont ensuite analysés par rapport à la littérature, et par rapport à des critères usuels à la section 5.2.5.

5.2.2 Caractérisation uniaxiale

5.2.2.1 Matériau et échantillons

La composition du béton étudié est donnée dans le tableau 5.1. Des essais de compression simple (CS) sur cylindre, ainsi que des essais de flexion 3 points ont été réalisés afin de caractériser le comportement uniaxial du béton étudié. Les caractéristiques du matériau, comme la résistance à la compression simple f_c , le module d'Young E_0 , le coefficient de Poisson et la résistance à la traction, ont été identifiés à partir de ces essais. Tous les essais CS et TC ont été effectués sur des échantillons cylindriques de diamètre $10 \, cm$ et de hauteur $20 \, cm$, carottés, sciés et rectifiés. Les essais de flexion ont eux été réalisés sur des poutres coulées de section $10 \times 10 \, cm^2$ et de longueur $40 \, cm$. Tous les résultats présentés sont pour un béton âgé d'environ 300 jours, conservé dans l'eau après usinage, et séchés une semaine à l'air libre avant essai, à l'exception des essais d'extension réalisés sur échantillons séchés en étuve.

Composition	
Composant	Proportion (kg/m^3)
Sable calcaire $0/5$	780
Grave fine $5/12.5$	320
Grave grossière $12.5/25$	810
Fillers calcaires	60
Fumées de silice	40
Eau	160
Ciment CEM II 42.5	265
Superplastifiant	9
Propriétés	
Masse volumique (béton saturé)	$2700 kg/m^3$
Porosité	$12{,}2\%$

TABLE 5.1 – Composition et propriétés du BHP étudié

5.2.2.2 Résultats des essais usuels

Essais de compression simple

Pour ces essais, les échantillons sont instrumentés par 3 jauges de déformations, dont 2 axiales et 1 circonférentielle. Le dispositif utilisé est celui déjà présenté à la section 2.2.1, avec une chaîne d'acquisition différente, et le même principe utilisant une rotule pour éviter les efforts de flexion. Trois essais ont été réalisés pour caractériser la résistance à la compression et les paramètres élastiques du BHP étudié, et leurs résultats sont présentés à la figure 5.1. La résistance moyenne à la compression observée est de 71,7 MPa, pour une déformation au pic de 0,26 %. Les courbes révèlent un comportement élastique-fragile typique des BHP non fibrés.

Essais de flexion 3 points

Contrairement aux essais sur mortier déjà présentés, les essais de flexion sur béton nécessitent des poutres de dimensions très supérieures afin de limiter l'influence des granulats sur la rupture. Les essais sont réalisés avec la presse Schenck déjà présentée à la section 2.2.1, sur un banc de flexion réalisé à cet effet. Les dimensions de la poutre permettent une instrumentation plus complète que les essais sur mortier. Une jauge en fibre inférieure permet de contrôler la linéarité de la réponse du matériau en traction, tandis qu'un jeu de 5 capteurs LVDT mesurant les déplacements des appuis et du point de chargement permet de reconstituer le comportement post-pic, pour cet essai à déplacement contrôlé. Les résultats sont représentés à la figure 5.2, et mettent en évidence une certaine variabilité, à la fois dans l'effort maximal et dans la limite élastique. Cette non-linéarité montre qu'un simple modèle élastique fragile est insuffisant pour déterminer la résistance en traction du béton. Cela impose d'utiliser un modèle de comportement pour identifier la résistance en traction, mais permet de cette manière d'en déduire le comportement post-pic en traction, ce qui n'est pas possible sur un essai de traction directe. Le modèle utilisé ici est le modèle de Mazars (1984). On trouve une résistance à la traction directe de 3,3 MPa.

5.2.3 Essais de traction confinée

5.2.3.1 Dispositif expérimental

Cellule triaxiale

La presse utilisée pour ces essais est encore la presse Schenck déjà décrite à la section 2.2.1. Le dispositif de confinement est un multiplicateur de pression à vérins, capable de générer une pression de 70 MPa. Le fluide de confinement utilisé est une huile pour vérins hydrauliques Total Azolla. Une cellule pour essais de compression triaxiale à été modifiée afin d'appliquer un effort de traction sur l'échantillon.

Système de traction

Le choix du système de traction s'est porté sur le collage plutôt que sur des mors, qui provoquent des contraintes transversales. La colle Sikadur 30 est utilisée pour coller l'échantillon aux enclumes. Un système d'alignement, présenté à la figure 5.3, a été conçu et réalisé afin d'assurer le bon alignement de l'échantillon avec les enclumes. Un cylindre creux est équipé de 6 vis micrométriques à compteur, étalonnées sur un échantillon de référence, qui permettent de maintenir en une position définie l'échantillon pendant le séchage de la colle. Une couronne de colle est ajoutée près des bords pour réduire les concentrations de contraintes à l'interface (cf. figure 5.4). En présence de ce dispositif, aucune rupture n'a été observée près des bords.

Mesure des déformations

La mesure des déformations est effectuée au moyen de deux jauges axiales et une jauge circonférentielle. En outre, un capteur LVDT est placé à l'extérieur de la cellule entre le plateau mobile de la presse et une partie fixe de la cellule, de manière à contrôler la mesure par jauges. Étant donné la dimension importante du plus gros granulat, des jauges de grandes dimensions (longueur 5 cm) de type Vishay N2A-06-10CBE-350 sont utilisées pour assurer l'homogénéité de la mesure.

Protection des échantillons

Le système de protection utilisé pour ces essais est dérivé de celui éprouvé lors des essais sous fort confinement sur béton. Cependant les pressions atteintes ici ne nécessitent pas d'utiliser



FIGURE 5.1 – Résultats des essais de compression simple sur BHP : contrainte axiale σ en fonction des composantes des déformations ε_x (axiales, à droite) et ε_{θ} (circon-férentielles, à gauche)



FIGURE 5.2 – Résultats des essais de flexion 3 points sur BHP : effort de flexion en fonction de la déformation longitudinale ε (lignes pleines) et réponse du modèle de Mazars identifié (pointillé)



FIGURE 5.3 – Coupe du système d'alignement



FIGURE 5.4 – Vue de la couronne de colle

un bouclier pour les jauges, ni d'employer autant de membranes. Les porosités superficielles sont ouvertes à l'aide d'un pointeau puis remplies d'un mortier à prise rapide Sikatop SF-126. Deux membranes de latex de 1 mm sont ensuite placées autour de l'échantillon, ainsi qu'une membrane en néoprène de 0.5 mm servant à protéger le latex des agressions chimiques de l'huile.

5.2.3.2 Chemin de chargement et résultats d'essais

Des essais ont été réalisés à 3 niveaux de confinement (10, 15 et 25 MPa), ainsi qu'en l'absence de pression, afin d'explorer l'effet du confinement sur le comportement et la résistance en traction du béton. Les échantillons sont soumis au trajet de chargement suivant : une précontrainte axiale de quelques MPa est appliquée; puis la pression de confinement, qui est seulement latérale est appliquée; enfin on procède au déplacement du vérin axial. Le chemin typique est représenté à la figure 5.5. On utilise pour cette section 5.2.3 la convention de signes dite de la mécanique, où en traction $\varepsilon_x > 0$ et $\sigma_x > 0$.

Trois essais ont été réalisés à la pression de confinement $P_c = 10 MPa$, afin d'évaluer la dispersion des essais. À ce niveau de confinement, la résistance moyenne à la traction est de 3,12 MPa, avec une dispersion de 4%. On observe sur la figure 5.6 qui représente ces trois essais une bonne homogénéité jusqu'à une déformation axiale de 0,05%. Une certaine dispersion est ensuite notée, due à un phénomène de localisation, qui est ou n'est pas capturé par les jauges en fonction de leur emplacement.

Les essais à différentes pressions de confinement, y compris en traction simple $P_c = 0 MPa$, sont comparés à la figure 5.7. Le module tangent initial est similaire sur les différents tests, mais le seuil d'endommagement diminue avec l'augmentation de la pression. En outre, le module tangent après ce seuil diminue aussi avec la pression. On note aussi que la déformation axiale correspondant au pic de contrainte est similaire sur l'ensemble des essais malgré l'augmentation de la pression de confinement. La contrainte maximale de traction est elle logiquement affectée par la hausse de la pression de confinement. Cependant il est clair qu'une pression de confinement modérée n'a pas une influence dramatique sur la résistance à la traction du BHP. On conclut qu'un BHP précontraint dans deux directions conserve une résistance à la traction du même ordre de grandeur que celle d'un béton usuel, et que l'écaillage observé ne peut pas être expliqué par le seul état de compression biaxiale.

5.2.4 Essais d'extension

5.2.4.1 Protocole expérimental

Afin d'avoir une vision plus générale du comportement du BHP étudié sous ce type de chargement ayant une direction d'extension, des essais supplémentaires, d'extension, ont été réalisés, avec la presse Giga. Le principe de réalisation des essais d'extension sous fort confinement a déjà été présenté à la section 2.2.2.1. Les échantillons utilisés pour ces essais ont des dimensions différentes de ceux pour les essais de traction confinée, avec un diamètre de 7 cm et une longueur de 15,5 cm.

On utilise des pression beaucoup plus élevées qu'en traction confinée, 250 et 450 MPa, et on présente à la figure 5.8 (gauche) le chemin de chargement décrit à la section 2.2.2.1. On reprend



FIGURE 5.5 – Chemin de chargement usuel pour un essai de traction confinée : contrainte axiale σ_1 en fonction de la pression de confinement P_c



FIGURE 5.6 – Comparaison des 3 essais de traction confinée à 10 MPa : contrainte axiale σ_1 en fonction des déformations axiale ε_x et circonférentielle ε_{θ}

à partir d'ici la convention dite génie civil, pour laquelle en compression $\varepsilon_x > 0$ et $\sigma_x > 0$. Afin de mieux distinguer les chargements de compression triaxiale des chargements d'extension triaxiale, on utilise la notation q pour désigner la contrainte différentielle $q = \sigma_x - P_c$, qui est négative pour les chargements de traction confinée et d'extension triaxiale.

Mesure des déformations

Le système de mesure des déformations est repris des essais du chapitre 2. Il s'agit donc de jauges axiales et circonférentielles, protégées par un bouclier en PETG, et d'un capteur LVDT axial, compensé en pression. Les jauges pour la presse Giga étant relativement plus courtes que celle utilisées sur les essais de traction confinée, il a été préféré d'en utiliser deux circonférentielles afin de compenser l'hétérogénéité du matériau à l'échelle de la jauge.

Protection des échantillons

Le système de protection par membranes déjà présenté est adapté aux conditions des essais, et du type de béton, avec une membrane multi-couches en latex de 6 mm pour l'essai à 250 MPa et de 8 mm pour l'essai à 450 MPa, suivi d'une membrane en néoprène de 1 mm.

5.2.4.2 Résultats d'essais

Le chemin de chargement, présenté à la figure 5.8 (gauche), commence par un chargement quasi-hydrostatique, pendant lequel la pression de confinement est asservie à la contrainte mesurée par le capteur de force. Un déplacement en extension du vérin est ensuite appliqué. La vitesse moyenne de chargement dans cette phase est de 0.45 MPa/s, et dans la phase d'extension, le taux de déformation est de $7.10^{-4} s^{-1}$.

Les résultats de l'essai à 250 MPa sont présentés aux 5.8 et 5.9, respectivement pour le comportement axial et pour le comportement volumique. La courbe de comportement volumique révèle une longue phase linéaire pendant la phase hydrostatique, jusqu'à un confinement de 150 MPa. Comme pour les autres essais sur béton, comme ceux de Gabet *et al.* (2008) ou Schmidt *et al.* (2008), et au contraire de ce qui est observé sur mortier, cette phase dure environ jusqu'à une pression de confinement égale à 2 fois la résistance en compression simple. Le comportement volumique est contractant dès le départ de la décharge triaxiale (voir figure 5.9 gauche), puis très contractant à la fin de l'essai. Les effets opposés de la baisse de la pression moyenne (effet dilatant) et de la hausse de la valeur absolue de la contrainte déviatorique (effet contractant), mène au final à un comportement contractant, et ce même si on ne prend en compte dans le calcul de ε_v que la seule jauge circonférentielle mesurant les plus petites déformations (jauge OG2, voir figure 5.9 droite), en écrivant $\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2$.

L'essai a été arrêté car la contrainte finale atteinte était nulle. Au-delà, il y avait un risque de pénétration de fluide de confinement et impossibilité pour la machine de mettre l'échantillon en traction. Il n'y a donc pas eu rupture franche de l'échantillon. Les déformations mesurées permettent cependant de dire que l'état atteint en était extrêmement proche. En outre, on peut comparer l'état final atteint à celui atteint lors d'une compression biaxiale, tous deux étant de la forme ($\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3$). On atteint ici l'état de contrainte ($\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3 \simeq 3, 5f_c$) alors que les essais de compression biaxiale mènent à l'état de contrainte ($\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3 \simeq 1, 2f_c$), comme le montrent les résultats de Hampel et Curbach (2000) sur un BHP comparable. Ceci s'explique par l'absence d'endommagement lors de la phase hydrostatique : l'endommagement ne peut ensuite se développer que très modérément car la contrainte moyenne reste toujours

supérieure à la contrainte moyenne finale $(p \ge 2P_c/3)$. Au contraire en compression biaxiale traditionnelle la contrainte moyenne est toujours inférieure à la contrainte au pic, permettant l'endommagement du matériau. L'importance de la dépendance de l'état-limite au chemin de chargement suivi est ici mise en évidence, dépendance que permettent les modèles couplés endommagement-plasticité, qui sollicitent le modèle d'endommagement seul en compression biaxiale usuelle, et le modèle couplé en extension triaxiale.

L'essai d'extension triaxial à 450 MPa est présenté à titre d'information à la figure 5.10. En effet la fin d'essai a été brouillée par un problème machine, et l'échantillon ne présentant pas de rupture visible ne permet pas de conclure sur l'état final atteint. On ne définira donc pas d'état-limite pour cet essai. Il est cependant intéressant d'observer le comportement en extension à ce niveau de pression de confinement. Comme pour l'essai TXE250, on note que le comportement volumique est contractant dès le début de l'essai, et ce caractère augmente légèrement en fin d'essai.

5.2.5 Analyse des résultats d'essais

5.2.5.1 Effet du confinement sur le comportement en traction

L'effet du confinement sur la résistance en traction peut être analysé dans le plan des contraintes (p,q). La figure 5.11 montre les états-limites atteints lors des différents essais, dans ce plan. Il est intéressant de noter que les 4 points sont bien alignés. On a représenté sur cette figure le symétrique de l'approximation trouvée en traction, et il apparaît que le point correspondant à la rupture en compression simple du matériau est nettement au-dessus de cette droite. Le méridien de la surface d'états-limites en traction est donc nécessairement plus bas (plus proche de l'axe hydrostatique à pression égale) que le méridien en compression, comme cela a déjà été expliqué par Chen (1982), et observé expérimentalement par Kotsovos et Pavlovic (1995) ou, bien qu'avec un dispositif très différent, par Jiang *et al.* (1991).

Comparaison entre la traction confinée et l'extension triaxiale

L'alignement remarquable des états-limites en traction confinée est confirmé par l'essai d'extension à 250 MPa. Bien que le chemin de chargement soit légèrement différent, cet essai confirme clairement cette tendance linéaire, comme on peut le voir à la figure 5.12. Jusqu'à ce niveau de pression, la surface de rupture en extension de ce BHP peut être approximée par les critères linéaires. L'étendue de la gamme de pressions où cette linéarité est observée interdit en revanche aux modèles paraboliques ou racine d'apparaître corrects sur l'ensemble. Un critère global devra néanmoins prendre en compte la dépendance à l'angle de Lode du méridien des états-limites pour représenter la différence entre extension et compression triaxiales.

Comparaison avec d'autres essais de traction confinée et d'extension triaxiale

Les essais dont le trajet de chargement est comparable à ceux présentés ici sont peu nombreux : seuls ceux menés par Kotsovos et Newman (1979) ont été jusqu'à un chargement de traction, et on trouve des essais d'extension par Mills et Zimmerman (1970), et à des pressions plus élevées, Williams *et al.* (2006) et Gabet (2006). L'étude de Kotsovos et Newman porte sur trois bétons différents, caractérisés par leurs résistances à la compression simple (32, 47 et



FIGURE 5.7 – Comparaison des essais de traction confinée à 0, 10, 15 et 25 MPa : contrainte axiale σ_1 en fonction des déformations axiale ε_x et circonférentielle ε_{θ}



FIGURE 5.8 – Essai TXE250 sur BHP : (gauche) chemin de chargement dans le plan (P_c, σ_1) (droite) Courbe de comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ}



FIGURE 5.9 - Essai TXE250 sur BHP :
(gauche)Courbe de comportement volumique p en fonction de ε_v
(droite)(droite)Courbe de comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$



FIGURE 5.10 – Essai TXE450 sur BHP : (gauche) Courbe de comportement volumique p en fonction de ε_v (droite) Courbe de comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$



FIGURE 5.11 – États-limites observés en traction confinée, dans le plan (p,q) (■); Approximation linéaire, et son symétrique en compression (lignes pleines), comparées à l'état-limite de l'essai de compression simple (▲)



FIGURE 5.12 – Etats-limites observés en traction confinée et en extension triaxiale (▲), dans le plan (p,q), avec l'approximation linéaire correspondante (ligne pleine)

62 MPa), et étudiés sous des confinements compris entre 17 et 69 MPa. Kotsovos et Newman ont confrontés les états de rupture de l'ensemble de leurs essais dans un plan $(p/f_c, q/f_c)$, avec une remarquable cohérence d'ensemble, et ont modélisé la courbe résultante par une loi puissance. L'exposant du méridien d'extension identifié par Kotsovos est de 0,86, donc une valeur assez proche de 1.

Les résultats de la présente étude sont combinés avec ceux de Kotsovos et Newman (1979) et Mills et Zimmerman (1970) à la figure 5.13. Ces différentes études, basées sur des dispositifs expérimentaux comparables, se révèlent complémentaires dans cette représentation, puisque les essais de traction confinée sur un BHP mènent à un ratio p/f_c faible, tandis que l'essai d'extension au contraire donne un ratio élevé, les autres essais étant compris entre les deux. Il apparaît alors clairement qu'une approximation linéaire est une bonne représentation de la surface de rupture dans le plan $(p/f_c, q/f_c)$. Les essais d'extension triaxiale à pression élevée sont rares. Ceux de Gabet (2006) ou Williams *et al.* (2006), effectués sur des bétons courants, ont un rapport p/f_c très supérieur à ceux de cette représentation. Il n'est donc pas possible d'extrapoler les résultats au-delà de ceux présentés. L'approximation linéaire apparaît donc valide jusqu'à un rapports P_c/f_c de 1,8, pour les bétons courants.

Une comparaison est possible avec les résultats compilés par Seow et Swaddiwudhipong (2005), à partir de dispositifs expérimentaux variés. Ces résultats, déjà présentés à la figure 1.20 page 41, montrent deux choses : tout d'abord, jusqu'à un ratio ξ/f_c de 3 (courbe du bas), soit $p/f_c \simeq 1,7$, une approximation linéaire est tout à fait valide pour représenter les états-limites d'extension, bien que cela n'ait pas été interprété ainsi par Seow et Swaddiwudhipong. Cela correspond à des ratios P_c/f_c supérieurs à 2. Au-delà, on observe une nette non-linéarité, malgré l'augmentation de la dispersion des résultats présentés. Ces résultats sont cohérents avec la figure 5.12, qui a bien montré que cette approximation pouvait être étendue pour le BHP étudié jusqu'à $P_c/f_c = 3, 6$.

Une caractéristique du comportement du BHP par rapport à celui des bétons courants est son caractère contractant en extension triaxiale (voir figure 5.9 gauche). Les résultats obtenus par Kotsovos et Pavlovic (1995) et Gabet (2006) (voir la figure 1.19 page 41 et la figure 5.14 gauche) montrent au contraire une très faible évolution du volume de l'échantillon pendant la plus grand partie de l'essai, puis un caractère dilatant en fin d'essai. Cette différence fondamentale de réponse entre les matériaux peut expliquer la différence entre les états-limites.



FIGURE 5.13 – Représentation des états-limites en extension de 5 bétons dans le plan $(p/f_c, q/f_c)$, et l'approximation linéaire correspondante (hors les 2 derniers essais de Mills)

Evaluation de modèles de rupture usuels en traction confinée

Comme dans les chapitres précédents, cette analyse est effectuée dans le plan (p,q), qui permet de bien mettre en évidence la dépendance du comportement des géomatériaux à la pression. Les modèles de plasticité sont souvent utilisés pour décrire le comportement du béton, y compris pour des chargements menant à une rupture fragile du béton, auquel cas ils sont adaptés, et la surface-seuil de plasticité devient surface de rupture. Leurs avantages et inconvénients généraux ne seront pas discutés ici, mais il est intéressant de vérifier quelles familles de modèles peuvent fournir une surface de rupture compatible avec les résultats expérimentaux.

En première approche, on peut classer les modèles selon deux critères. Le premier est la forme de la surface-seuil dans le plan déviatorique (perpendiculaire à l'axe hydrostatique) peut être circulaire (donc sans influence de l'angle de Lode), hexagonale (pour les critères dérivés du critère de Tresca), ou triangulaire à angles arrondis (comme introduit par Zienkiewicz *et al.* (1972)). Le deuxième critère est la forme des méridiens dans le plan (p,q), qui peut être linéaire (pour les critères dérivés de Drucker et Prager (1952)) ou courbe, basé sur des lois polynomiales ou puissance (critère de von Mises-Schleicher et ceux en dérivant). En outre, les surfaces-seuils de tous ces modèles peuvent être fermées à très haute pression, au-delà de celles considérées dans cette section.

Tout d'abord, ces essais confirment que le méridien en extension doit, dans la plan (p, |q|), être inférieur à celui en compression, ce qui est généralement admis (voir par exemple Kotsovos et Newman (1979) ou Aubertin et Simon (1998)), ce qui ne peut être représenté que par une surface de rupture de forme grossièrement triangulaire dans le plan déviatorique. Mais ces essais permettent de souligner une caractéristique du comportement en extension du béton sous des confinements relativement faibles $(P_c/f_c < 1,7)$, qui est la linéarité de la surface seuil. Les essais réalisés comme ceux provenant de la littérature tendent à prouver cette linéarité, en particulier en traction confinée stricte.

En outre, pour le béton à hautes performances testé, la surface de rupture est linéaire jusqu'à une pression largement plus élevée que celle mise en évidence par Mills et Zimmerman (1970) pour un béton ordinaire ($f_c = 29 MPa$). Ces résultats, visibles à la figure 5.13, montrent que la surface de rupture pour ce béton commence à se courber à une pression de confinement modérée ($P_c/f_c \approx 1, 5$). les modèles de plasticité utilisant un critère parabolique pour les basses pressions ne semblent donc pas les plus adaptés à la modélisation de la rupture du béton en traction confinée. C'est en particulier le cas du modèle MSDP, créé par Aubertin et Simon (1998), qui est constitué du critère von Mises-Schleicher à basse pression et du critère Drucker-Prager à plus haute pression. Bien qu'apparemment adapté à la compression triaxiale, les résultats précédents incitent à faire un usage inversé des deux modèles, en combinant un modèle linéaire à basse pression et un modèle parabolique à haute pression, pour bien représenter la rupture en extension triaxiale.

Les récents développements du modèle ELM (Extended Leon Model) décrits dans l'article de Pivonka *et al.* (2002) montrent qu'un choix judicieux de la description mathématique de la surface et de ses paramètres peut mener à une surface courbe dont la forme est très proche d'un cône pour des pressions faibles. Un tel critère peut être une solution adéquate pour des bétons courants.

Mais pour ce béton à haute performance, le modèle le plus simple et le plus correct pour décrire la partie en extension de la surface-seuil est le modèle de Willam-Warnke à trois paramètres (voir Willam et Warnke (1974)). La surface-seuil de Drucker-Prager est simplement modifiée pour intégrer une dépendance à l'angle de Lode, qui réduit le niveau du méridien en extension (ou traction confinée) par comparaison au méridien pour les états de compression triaxiale.

5.3 Comportement du modèle numérique en extension

5.3.1 Objectifs de ces essais

Ces essais mettent en évidence les caractéristiques nécessaires à la bonne représentation d'essais d'extension par un critère de rupture de modèle monophasique. Dans le cas du modèle PRM couplé, la rupture en tension est déterminée non par le critère de plasticité mais par un seuil d'endommagement en tension. Il est en de même sous faible confinement.

Le seuil du modèle KST (Krieg (1972), Swenson et Taylor (1983)), utilisé dans le modèle PRM couplé, est lui basé sur une fonction de type $\sqrt{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}$, indifférenciée en compression et en extension, fonction qui, de par sa forme, ne permet pas d'être à la fois au-dessus de la résistance en compression simple, définie en traction isostatique et correcte sous fort confinement. Une fonction respectant les 2 derniers critères s'écrirait $\sqrt{a_2(p - f_{t,tri})^2}$, où $f_{t,tri}$ est la résistance à une traction isostatique, et où a_2 est calculé par rapport au plus haut point connu de la courbe, et sous-estimerait la résistance en compression simple du matériau ainsi modélisé. Ce type de fonction, qui admet un développement limité linéaire à faible pression, permettrait par contre de décrire la linéarité de la courbe d'états-limites en extension.

Les essais d'extension sur mortier menés par Williams et al. (2005) ont montré un décalage entre les méridiens d'extension et de compression comparable à celui observé sur le béton. On souhaite donc évaluer par les essais d'extension sur matériau biphasique si le décalage entre les courbes d'états-limites en extension et en compression triaxiales est seulement lié au décalage observé sur le mortier, ou si les granulats jouent un rôle dans ce phénomène.

5.3.2 Résultats d'essais d'extension sur béton numérique

Les figures 5.14 et 5.15 montrent les résultats d'un essai d'extension sur béton numérique, avec les mêmes paramètres qu'à la section 4.4, et des granulats considérés comme élastiques. On présente les résultats pour les deux module d'Young considérés au chapitre précédent pour les granulats. Ils sont comparés à l'essai d'extension réalisé sur R30A7. On observe que la tendance des déformations axiales ou latérales est bien décrite, mais la contrainte finale est trop haute par rapport à la contrainte observée. Le comportement volumique apparaît dilatant pendant la phase de décharge, principalement en raison d'une sous-estimation des déformations orthoradiales, visible à la figure 5.15 (gauche). Le mécanisme de rupture dans l'échantillon numérique étant lié à l'endommagement, il se traduit par un comportement volumique final contractant. On remarque que les directions principales d'endommagement sont les directions latérales, dont les déformations augmentent notablement en fin d'essai.



FIGURE 5.14 – Résultats d'essai TXE200 sur BN, comparé à R30A7 : (gauche) Comportement volumique p en fonction de ε_v (droite) Comportement axial σ_x en fonction de ε_x et ε_{θ}

5.4 Conclusion

Le comportement en traction d'un béton à hautes performances sous des confinements bas et élevé a été étudié. Les résultats sont en accord avec les études de la littérature pour les basses pressions de confinement (donc avec une contrainte axiale de traction) sur d'autres bétons, moins résistants. Ces résultats font apparaître une dépendance linéaire de la contrainte déviatorique maximale q à la pression moyenne maximale p.

Cette linéarité est mise en évidence dans des études de la littérature sur des bétons ordinaires. La représentation des chargements d'extension dans le plan $(p/f_c, q/f_c)$ pour ces différents bétons mène à un résultat très cohérent pour des confinements de l'ordre de f_c . Par contre, pour des pressions de confinement supérieures, jusqu'à 250 MPa, là où est observé une courbure du méridien d'extension sur les bétons ordinaires, la linéarité est conservée, dans ces



FIGURE 5.15 – Résultats d'essai TXE200 sur BN, comparé à R30A7 :(gauche)Comportement déviatorique q en fonction de ε_{xd} et $\varepsilon_{\theta d}$ (droite)Endommagement en fonction de la déformation ε_{xd}

conditions où tous les contraintes sont compressives.

Le critère de Willam-Warnke à 3 paramètres apparaît comme la meilleure représentation des courbes d'états-limites observées sur ce BHP. La nature de l'évolution du BHP pendant un chargement d'extension triaxiale sous fort confinement est différente de celle d'un béton courant, puisqu'elle est contractante.

La réponse du modèle de béton numérique sous un chargement d'extension triaxiale est évaluée, par rapport au béton de référence R30A7, qui est un béton courant. On montre une bonne reproduction des déformations axiales mais une sous-estimation des déformations latérales. Le pic de déviateur est aussi sous-estimé. Le mécanisme de rupture dans ce modèle est l'endommagement, lié à une forte contraction latérale finale, ce qui correspond au mécanisme de rupture du BHP mais pas à celui de R30A7 ou des bétons ordinaires.

Conclusions et perspectives

Conclusions

Le travail dont les résultats sont présentés dans ce manuscrit s'inscrit dans le cadre d'une coopération entre le laboratoire 3S-R et le Centre d'Études de Gramat (DGA). Il concerne l'élaboration d'un modèle numérique du béton R30A7, qui est le béton de référence pour l'ensemble de cette collaboration. Ce modèle décrit le béton à l'échelle mésoscopique, constitué de deux phases, le mortier, c'est-à-dire la pâte de ciment et le sable, l'autre phase étant les granulats.

L'étude bibliographique a montré les principales caractéristiques du comportement des mortiers et des bétons sous fort confinement. Les chargements hydrostatiques ou triaxiaux présentent des réponses différentes, qui incitent à distinguer la réponse sous chargement hydrostatique de la réponse sous chargement déviatorique pour caractériser la réponse triaxiale globale de ces matériaux cimentaires.

Dès une pression de confinement de l'ordre de grandeur de la résistance à la compression simple du matériau, une non-linéarité de comportement apparaît sous chargement hydrostatique. Ce phénomène de compaction est caractérisé pour les mortiers et les bétons, les premiers étant beaucoup plus compactants. Un lien avec la porosité initiale du matériau est établi. La réponse triaxiale des matériaux présentés souligne la forte augmentation de la contrainte axiale supportée par les matériaux cimentaires dès les faibles confinements, de l'ordre que quelques dizaines de MPa. Sous fort confinement, on n'atteint plus de contrainte maximale, mais les courbes de comportement volumique (p en fonction de ε_v) mettent en évidence une transition d'un comportement contractant à un comportement dilatant. Cette transition est appelée état-limite en déformation, et est observée aussi sur les essais présentant un état-limite (ou pic) en contrainte, approximativement au même moment.

La disparition du pic de contrainte s'accompagne d'une grande capacité de déformations, de type plastique. On caractérise pour chaque matériau une pression de confinement de transition entre les deux types de réponses, présentant ou non un pic de contrainte, appelée pression de transition fragile-ductile.

Les différences entre bétons et mortiers, principalement les faciès de rupture, sont soulignées, ainsi que l'importance que prend le taux de saturation dans la réponse déviatorique de ces matériaux. L'étude du matériau sec est privilégiée de manière à limiter le nombre de paramètres. La modélisation du béton de référence R30A7 à l'échelle mésoscopique passe donc par une étude expérimentale du comportement de la phase mortier, dans l'état sec. Cette phase est définie à partir de la composition du béton de référence R30A7, de laquelle sont retranchés les granulats de dimension supérieure à 2 mm. L'étude est constituée d'essais non confinés, de compression et de flexion, et d'essais confinés, hydrostatiques et triaxiaux, à des pression de confinement comprises entre 60 et 650 MPa. La dimension des échantillons (diamètre 7 cm) assure l'homogénéité du matériau à cette échelle. Les résultats mettent en évidence la courbe de compaction du mortier sous chargement hydrostatique. La phase déviatorique est marquée par la très grande capacité de déformation axiale du mortier, supérieure à 10 % tout en gardant une résistance de 90 % la contrainte au pic, dès un confinement de 60 MPa. La raideur initiale dans la phase déviatorique est fortement dépendante de la pression de confinement, et son minimum correspond à la pression de transition fragile-ductile, ici 120 MPa. Comme dans les essais de la littérature, on observe les deux types d'état-limite, en fonction de la pression de confinement.

Ces différents aspects du comportement expérimental des matériaux cimentaires, en fonction de la pression de confinement, ont mené à la création d'un grand nombre de modèles, dont la bibliographie a présenté deux familles, les modèles d'endommagement et ceux de plasticité. Les premiers sont principalement destinés à la représentation du comportement du béton en l'absence de confinement, en traction ou en compression. Les modèles de plasticité simples sont plus adaptés à la description du comportement sous fort confinement. Des modèles de plasticité non associés peuvent permettre la description de la transition contractance-dilatance, ce qui n'est possible ni avec les modèles d'endommagement ni avec les modèles de plasticité associés. Le couplage d'un modèle de plasticité et d'un modèle endommagement est envisagé comme la meilleure approche pour la reproduction des phénomènes observés en-dessous de l'état-limite sur les matériaux cimentaires.

À l'échelle macroscopique, le mortier peut être envisagé comme un matériau homogène, ce qui n'est pas le cas du béton. Cette constatation a conduit au développement de modèles prenant en compte la reproduction du comportement du béton à l'échelle mésoscopique, c'est-à-dire sous la forme de deux ou trois phases. L'approche par des éléments discrets est possible, mais l'implantation de modèles de comportement complexes dans ces modèles n'en est qu'à ses débuts. Les développements de modèles utilisant la méthode des éléments finis, en 2D ou en 3D, concernent la compression simple et les ondes de choc.

Ces différents éléments ont mené au choix pour notre modèle mésoscopique de la méthode aux éléments finis, qui permet l'utilisation d'un modèle de plasticité représentant correctement les différents aspects du comportement du mortier avant l'état-limite. Ce modèle, le modèle PRM couplé, est constitué d'un modèle de plasticité, dérivé du modèle Krieg-Swenson-Taylor (KST), couplé au modèle d'endommagement Pontiroli-Rouquand-Mazars (PRM).

Le modèle KST est élastique non-linéaire plastique parfait. L'élasticité non-linéaire permet la représentation de la compaction en paramétrant la courbe de compaction expérimentale sous sollicitation hydrostatique. Le comportement déviatorique avant couplage est élastique linéaire. Le couplage avec le modèle PRM permet d'apporter une composante d'endommagement à la réponse déviatorique, ce qui modifie la réponse triaxiale sous faible confinement et en grandes déformations. Le problème de la dépendance de la réponse globale au maillage est traitée par une régularisation de Hillerborg. Les essais sur mortier ont permis l'identification des paramètres de plasticité et d'endommagement du modèle PRM couplé.

Le modèle biphasique est construit directement sur un maillage cubique régulier d'éléments finis, par une méthode de Monte-Carlo. Les granulats sont rangés par classes conformément à la granulométrie du gravier de R30A7, et une distribution aléatoire de centres et de diamètres est effectuée dans l'échantillon. Chaque nouveau granulat sphérique n'entrant pas en contact avec un élément fini de type granulat est approximé par un ensemble d'éléments finis cubiques. Le comportement de la phase mortier a été identifié expérimentalement, mais les caractéristiques des granulats sont obtenues à partir de leur composition chimique et de la littérature, et un modèle élastique linéaire est utilisé. Un premier ajustement a été effectué afin que le module volumique initial du béton numérique corresponde à celui mesuré expérimentalement. Les résultats des essais numériques sous une large gamme de confinements (0 à 650 MPa) sont comparés à ceux des essais expérimentaux. Le modèle numérique reproduit bien les différentes phases de la compaction du béton, en sous-estimant cependant les déformations, surtout pour des pressions entre 50 et 200 MPa. On met en évidence une grande différence dans les niveaux de pression moyenne atteints dans les deux phases : le mortier ne subit une pression moyenne que de l'ordre de 0,7 fois le confinement, contre 1,4 fois dans les granulats.

Le comportement triaxial sous fort confinement est bien reproduit, en particulier au niveau de l'état-limite atteint. Comme dans les essais expérimentaux, le comportement volumique des échantillons numérique est affecté par le chargement déviatorique, ce qui n'est pas le cas du modèle monophasique. La définition mathématique du seuil de plasticité empêche une bonne reproduction de l'état-limite sous faible confinement (en dessous de 100 MPa), aussi bien sur le modèle monophasique que biphasique.

L'autre aspect intéressant de ces résultats est la reproduction des faciès de rupture expérimentaux pour des confinements compris entre 0 et plus de 200 MPa. En compression simple, les différents types de rupture usuels sont reproduits, avec des bandes de localisation fortement inclinées. L'augmentation de la pression de confinement diminue le nombre et l'inclinaison des bandes, jusqu'à ce qu'elles soient perpendiculaires à l'axe principal de chargement à 200 MPa, et cela correspond aux observations expérimentales.

On a ensuite étudié les réponses d'un BHP et du modèle de béton numérique en extension triaxiale, chargement dont les mécanismes sont encore mal compris. Les résultats d'essais expérimentaux soulignent le caractère linéaire du seuil de rupture dans le plan (p, q), jusqu'à des confinements d'environ 2 fois f_c pour les béton usuels, mais jusqu'à plus de 3 fois f_c pour ce BHP. La dépendance du comportement en extension sous confinement moyen à la résistance en compression simple est donc soulignée.

Le modèle biphasique est comparé aux essais d'extension déjà réalisés sur le béton R30A7. On note que la résistance dans cette direction est sous-estimée par le modèle, mais que l'allure du comportement axial est reproduite.

Le modèle numérique permet de mettre en évidence le fonctionnement à l'échelle mésoscopique du béton : le principal apport est de quantifier la pression moyenne dans chaque phase, ce qui met en évidence que le mortier travaille dans le béton à une pression largement inférieure à la pression moyenne du matériau homogène. Il atteint donc localement son état-limite pour des déformations plus faibles que celles observées à la même pression de confinement lors d'un essai sur mortier. L'apport positif (rigidité) des granulats fragilise donc le mortier, et les deux effets se compensent pratiquement : les contraintes à l'état-limite atteintes sur le béton sont seulement légèrement inférieures à celles atteintes sur le mortier. Cette observation expérimentale est confirmée par les essais numériques. L'influence du comportement du mortier reste importante dans la détermination de l'état-limite sous fort confinement.

Les écarts observés entre l'expérience et la modélisation permettent de proposer et de mettre en œuvre une première amélioration, qui est la prise en compte de l'auréole de transition, zone qui n'est détectable qu'à l'échelle microscopique mais dont les premiers essais ont montré l'importance. La compaction, de cette zone située autour des granulats est modélisée dans la phase granulat du béton numérique, et les essais mettent en évidence une nette amélioration de la reproduction du comportement hydrostatique et du comportement déviatorique à faible confinement.

Perspectives

À partir du modèle actuel, il sera intéressant d'étendre les résultats obtenus sur les matériaux secs à des essais numériques à l'état humide. Une modélisation de l'effet de l'eau est incluse dans le modèle PRM couplé et pourra être testée. Le deuxième point ouvert est d'éclaircir l'influence du mortier dans la réponse sous fort confinement. Les travaux de Vu *et al.* (2008a) tendent à minimiser son influence, tandis que l'état-limite du béton numérique dépend de l'interaction entre le mortier et les granulats. Des essais expérimentaux sur les mortiers modifiés contribueraient à éclaircir cet aspect.

Les récentes observations par tomographie aux rayons X sur des échantillons vierges et sollicités hydrostatiquement, menées par Poinard *et al.* (2008), complètent la compréhension des mécanismes se produisant lors du chargement du béton sous fort confinement. Ces observations montrent que les granulats sont fissurés dès la phase hydrostatique, principalement au voisinage des porosités macroscopiques du béton. Ces deux aspects n'ont pas été pris en compte, et pourraient l'être par une adaptation soit des paramètres de la phase mortier (modification de la porosité), soit par la modélisation d'une troisième phase, les macro-pores.

L'endommagement des granulats dès la phase hydrostatique pose problème car les modèles d'endommagement ne peuvent créer d'endommagement sous sollicitation hydrostatique (absence de déformations positives). Cependant dans le modèle numérique, la situation d'un élément donnée est de type triaxial, même sous chargement hydrostatique. Il semble que l'inhibition de l'endommagement sous fort confinement telle qu'elle est programmée à l'heure actuelle soit trop forte : les expérimentations sur mortier, mais surtout sur béton, montrent que la réponse déviatorique est fortement non-linéaire, dès le début du chargement. Une prise en compte de l'endommagement sous des déviateurs plus faibles sous fort confinement pourrait améliorer la reproduction de ce comportement.

Le critère de plasticité utilisé dans le modèle PRM couplé peut être amélioré afin de mieux reproduire les observations expérimentales sur mortier, par exemple par l'utilisation d'une loi puissance à la place de la loi racine de polynôme. L'autre piste à suivre au niveau du modèle numérique est la modélisation de la transition contractance-dilatance. Le modèle a démontré sa capacité à reproduire les états-limites expérimentaux, mais n'est pas construit pour reproduire la dilatance. Il semble donc nécessaire d'utiliser un modèle de plasticité non-associé, capable de reproduire ce comportement (voir Chen et Han (1988)).

Enfin, le sujet du comportement en extension reste mal compris : des essais d'extension triaxiale sur mortier semblent nécessaires pour s'assurer de la validité du modèle de mortier dans ces conditions. La modélisation mésoscopique des essais de traction, confinée ou non, nécessite l'utilisation d'éléments d'interface capables de représenter le décollement matricegranulats. Ce type d'éléments ne semble cependant pas nécessaire pour la modélisation des chargements triaxiaux compressifs.

Bibliographie

- AFNOR (COLLECTIF) (2002). Béton et constituants du béton : Méthodes d'essai du béton, volume 2. AFNOR, 5^e édition. 60
- AKERS, S. A. et PHILLIPS, B. R. (2004). Concrete modeled as an inhomogeneous material : Numerical simulations of contact detonations charges. In 18th International Symposium on Military Aspects of Blast and Shock, Bad Reichenhall, Germany. 21, 51, 53, 124, 186, 188
- AKERS, S. A., REED, P. A. et PHILLIPS, B. R. (2002). Concrete modeled as an inhomogeneous material — part I : Quasi-static mechanical behavior of aggregate. In 73th Shock and Vibration Symposium. 123
- AUBERTIN, M. et SIMON, R. (1998). Un critère de rupture multiaxial pour matériaux fragiles. Canadian Journal of Civil Engineering, 25:277–290. 47, 168, 169
- BAILLY, P., TOMBINI, C. et LE VU, O. (1996). Modélisation de géomatériaux sous sollicitations dynamiques élevées. i : Un tir de pénétration sur cible en béton. In Colloque du réseau GEO, Aussois, France. 19, 20, 185
- BAŽANT, Z. P. (1976). Instability, ductility and size-effect in strain-softening concrete. Journal of Engineering Mechanics, 102:331–344. 45
- BAŽANT, Z. P., BISHOP, F. C. et CHANG, T. P. (1986). Confined compression tests of cement paste and concrete up to 300 ksi. ACI Journal, 33:553–560. 24, 25, 185
- BAŽANT, Z. P. et OH, B. (1983). Crack band theory for fracture of concrete. Materials and Structures, RILEM, 16:331–344. 45
- BISCHOFF, P. H. et PERRY, S. H. (1991). Compressive behaviour of plain concrete loaded in uniaxial compression. *Materials and Structures*, 24:425–450. 20
- BODÉ, L. (1994). Stratégies numériques pour la prévision de la ruine des structures du génie civil. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI. 44, 45
- BONNAN, S. (1996). Modélisation mésomécanique du comportement sous choc de l'aluminium poreux Validation expérimentale. Thèse de doctorat, Université de Poitiers. 27, 28, 185

- BURLION, N. (1997). Compaction des bétons : éléments de modélisation et caractérisation expérimentale. Thèse de doctorat, ENS Cachan, LMT. 24, 29, 89, 185
- BURLION, N., PIJAUDIER-CABOT, G. et DAHAN, N. (2001). Experimental analysis of compaction of concrete and mortar. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 25:1467–1486. 24, 25, 26, 81, 96, 185
- BUZAUD, E. (1998). Performances mécaniques et balistiques du microbéton MB50. Rapport technique, Dynalis, pour le Centre d'Études de Gramat. 30, 32, 185
- BUZAUD, E. (2004). High pressure triaxial compression of concrete. In Workshop Hard Target Research, QinetiQ, Farnborough, UK. 39
- CABALLERO, A., CAROL, I. et LÓPEZ, C. M. (2006). A meso-level approach to the 3d numerical analysis of cracking and fracture of concrete materials. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*, 29(12):979–991. 53, 54, 124, 126
- CAMBORDE, F. (1999). Modélisation du comportement dynamique du béton Application aux problèmes d'impacts et d'explosions. Thèse de doctorat, Laboratoire de Détection et de Géophysique, CEA. 126
- CAMBOU, B. et JAFARI, K. (1988). Modèle de comportement des sols non cohérents. *Revue Française de Géotechnique*, 144:43–55. 90
- CHEN, W.-F. (1982). Plasticity in Reinforced Concrete. McGraw-Hill. 164
- CHEN, W.-F. et HAN, D. J. (1988). Plasticity for Structural Engineers. Springer. 176
- COLLIAT, J.-B., HAUTEFEUILLE, M. et IBRAHIMBEGOVIĆ, A. (2008). Meso- to macro-scale probability aspects for size effects and heterogeneous materials failure. In CAZACU, O., éditeur : Multiscale Modeling of Heterogenous Materials : From microstructure to macroscale properties, chapitre 14. Wiley-ISTE. 55
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1993). CEB-FIP model code 1990. Thomas Telford. 21
- CUSATIS, G. et PELESSONE, D. (2006). Mesolevel simulation of reinforced concrete structures under impact loadings. In Proceedings of the EURO-C 2006 Conference on Computational Modelling of Concrete Structures, Mayrhofen, Austria. 49, 50, 186
- DRUCKER, D. et PRAGER, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Quarterly of Applied Mathematics, 10(2):157–165. 46, 168
- DUBÉ, J.-F., PIJAUDIER-CABOT, G. et LA BORDERIE, C. (1996). A rate dependant damage model for concrete in dynamics. *Journal of Engineering Mechanics - ASCE*, 122(10):939– 947. 48
- ETSE, G. et WILLAM, K. J. (1994). Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 120(9):1983–2011. 47
- FEENSTRA, P. H. (1993). Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete. PhD dissertation, Delft University of Technology, Netherlands. 46
- FOSSUM, A. F. et FREDRICH, J. T. (2000). Cap plasticity models and compactive and dilatant pre-failure deformation,. In Proceedings 4th North American Rock Mechanics Symposium, pages 1169–1176, Seattle, USA. A.A. Balkema, Rotterdam. 90

- FraMCos-3 (1998). Fracture Mechanics of Concrete Structures : Proceedings of FraMCoS-3, Gifu, Japan. 181, 182
- GABET, T. (2006). Comportement triaxial du béton sous fortes contraintes : Influence du trajet de chargement. Thèse de doctorat, Laboratoire 3S-R. 21, 25, 34, 35, 63, 68, 72, 89, 123, 134, 152, 164, 167, 168
- GABET, T., MALÉCOT, Y. et DAUDEVILLE, L. (2008). Triaxial behaviour of concrete under high stresses : Influence of the loading path on compaction and limit states. *Cement and Concrete Research*, 38(3):403–412. 21, 163
- GABET, T., VU, X. H., MALÉCOT, Y. et DAUDEVILLE, L. (2006). A new experimental technique for the analysis of concrete under high triaxial loading. *Journal de Physique IV*, 134:635–640. 66, 76
- GRAN, J. K. et FREW, D. J. (1997). In-target radial stress measurements from penetration experiments into concrete by ogive-nose steel projectiles. *International Journal of Impact Engineering*, 19(8):715–726. 20, 23, 34
- HAMPEL, T. et CURBACH, M. (2000). Behavior of high performance concrete under multiaxial loading. In Proceedings PCI/FHWA/FIB International Symposium on High Performance Concrete, Orlando, USA. 163
- HANCHAK, S. J., FORRESTAL, M. J., YOUNG, E. R. et EHRGOTT, J. Q. (1992). Perforation of concrete slabs with 48 MPa and 140 MPa unconfined compressive stress. International Journal of Impact Engineering, 12(1):1–7. 38
- HANSEN, E., WILLAM, K. J. et CAROL, I. (2001). A two-surface anisotropic damage/plasticity model for concrete. In Proceedings of FraMCoS-4 Conference, Paris, France. 48
- HENTZ, S., DONZÉ, F. V. et DAUDEVILLE, L. (2004). Discrete element modelling of concrete structures submitted to dynamic loading at high strain rates. *Computers and Structures*, 82:2509–2524. 20
- HILD, F., DENOUAL, C., FORQUIN, P. et BRAJER, X. (2003). On the probabilisticÜdeterministic transition involved in a fragmentation process of brittle materials. *Computer and Structures*, 81(12):1241–1253. 21
- HILLERBORG, A. (1983). Analysis of a single crack. In WITTMANN, F. H., éditeur : Fracture Mechanics of Concrete, pages 223–249. Elsevier. 110
- HILLERBORG, A., MODEER, M. et PETERSSON, P. E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6(6):773–782. 108
- HSU, T. T. C., SLATE, F. O., STURMAN, G. M. et WINTER, G. (1963). Microcracking of plain concrete and the shape of the stress-strain curve. ACI Journal, 60(2):209–224. 27
- HUSSEIN, A. et MARZOUK, H. (2000). Behavior of high-strength concrete under biaxial stresses. *Materials Journal*, 97:27–36. 156
- IBRAHIMBEGOVIĆ, A. et MARKOVIĆ, D. (2003). Strong coupling methods in multi-phase and multi-scale modeling of inelastic behavior of heterogeneous structures. *Computer Methods* in Applied Mechanics and Engineering, 192(28-30):3089–3107. 55
- JASON, L., PIJAUDIER-CABOT, G., HUERTA, A. et GHAVAMIAN, S. (2004). Damage and plasticity for concrete behavior. In Proceedings of European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Sweden. 48
- JERIER, J.-F., IMBAULT, D., DONZÉ, F.-V. et DOREMUS, P. (2008). A geometric algorithm based on tetrahedral meshes to generate a dense polydisperse sphere packing. *Granular Matter.* in press. 53, 127
- JIANG, L. H., HUANG, D. H. et XIE, N. H. (1991). Behaviour of concrete under triaxial compressive-compressive-tensile stresses. *Materials Journal*, 88(2):181–185. 40, 164
- KOTSOVOS, M. D. et NEWMAN, J. B. (1979). A mathematical description of the deformational behaviour of concrete under complex loading. *Magazine of Concrete Research*, 31:77–90. 40, 164, 167, 168
- KOTSOVOS, M. D. et PAVLOVIC, M. (1995). Structural Concrete : Finite-element analysis for limit-state design. Thomas Telford. 41, 47, 156, 164, 168, 186
- KRIEG, R. (1972). A simple constitutive description for soils and crushable foams. Rapport technique SC-DR-72-0883, Sandia National Laboratories, Albuquerque. 48, 96, 169
- LA BORDERIE, C. (1991). Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable : Modélisation et application à l'analyse de structures en béton. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie – Paris VI, ENS Cachan. 44
- LEE, S.-K., SONG, Y.-C. et HAN, S.-H. (2004). Biaxial behavior of plain concrete of nuclear containment vessel. *Nuclear Engineering and Design*, 227:143–153. 106, 156
- LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.-L. (1978). Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. Journal de Mécanique Appliquée, 2:317–365. 42
- LEMAITRE, J. et DESMORAT, R. (2005). Engineering Damage Mechanics : Ductile, Creep, Fatigue and Ductile Failures. Springer. 48
- LUBACHEVSKY, B. et STILLINGER, F. (1990). Geometric properties of random disk packings. Statistical Physics, 60:561–583. 127
- MARIGO, J.-J. (1981). Formulation d'une loi d'endommagement d'un matériau élastique. Compte-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 292(19):1309–1312. 44
- MAZARS, J. (1984). Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Thèse de doctorat, Laboratoire de Mécanique et Technologie, ENS Cachan. 17, 42, 43, 96, 104, 106, 158
- MAZARS, J. (1986). A description of micro- and macroscale damage of concrete structures. Engineering Fracture Mechanics, 25(5-6):729–737. 43, 99
- MAZARS, J. (1994). Mechanisms and mechanics of the behaviour and the failure of concrete. In ALERT, 6th European Autumn School : Constitutive Equations for Geomaterials, Aussois, France. ALERT. 44, 186
- MAZARS, J., BERTHAUD, Y. et RAMTANI, S. (1990). The unilateral damage behaviour of damaged concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 35(4):629–635. 44
- MILLS, L. et ZIMMERMAN, R. (1970). Compressive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions. ACI Journal, 67:802–807. 40, 164, 167, 169

- MONTHEILLET, F. et MOUSSY, F. (1986). *Physique et mécanique de l'endommagement*. les éditions de physique. 42
- NEVILLE, A. M. (2000). Propriétés des bétons. Eyrolles. 88
- NEWMAN, J. (1974). Apparatus for testing concrete under multiaxial states of stress. *Magazine* of Concrete Research, 26:229–238. 156
- PEDERSEN, R. R., SIMONE, A. et SLUYS, L. J. (2007a). Multiple-scale analysis of impact fracture. In OWEN, D. R. J., OÑATE, E. et SUÁREZ, B., éditeurs : IX International Conference on Computational Plasticity, Barcelona, Spain. 55, 124, 186
- PEDERSEN, R. R., SIMONE, A., STROEVEN, M. et SLUYS, L. J. (2007b). Mesoscopic modelling of concrete under impact. In Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures : Proceedings of FraMCoS-6, Catania, Italy. 51, 52, 186
- PETKOVSKI, M., CROUCH, R. S. et WALDRON, P. (2006). Apparatus for testing concrete under multiaxial compression at elevated temperature (mac^{2T}) . Experimental Mechanics, 46(3):387-398. 40
- PIETRUSCZAK, S. T. et MROZ, Z. (1981). Finite element analysis of deformation of strainsoftening materials. International Journal of Numerical Methods in Engineering, 17:327– 334. 45
- PIJAUDIER-CABOT, G. et BAŽANT, Z. P. (1987). Nonlocal damage theory. Journal of Engineering Mechanics - ASCE, 113:1512–1533. 45
- PIJAUDIER-CABOT, G. et BODÉ, L. (1992). Localisation in nonlocal continuum. Mechanics Research Communications, 19:145–153. 45
- PIVONKA, P., LACKNER, R. et MANG, H. A. (2002). Shapes of loading surfaces of concrete models and their influence on the peak load and failure mode in structural analysis. *International Journal of Engineering Science*, 41:1649–1665. 47, 169
- POINARD, C., MALÉCOT, Y. et DAUDEVILLE, L. (2008). Damage of concrete in a very high stress state : Experimental investigation. soumis. 35, 149, 176
- PONTIROLI, C. (1995). Comportement au souffle de sturctures en béton armé, analyse expérimentale et modélisation. Thèse de doctorat, ENS Cachan, CEG. 99
- RAGUENEAU, F., MAZARS, J. et LA BORDERIE, C. (1998). Damage model for concrete including residual hysteretic loops : Application to seismic and dynamic loading. *In* FraMCos-3 (1998), pages 685–696. 48
- RIEDEL, W., WICKLEIN, M. et THOMA, K. (2008). Shock properties of conventional and high strength concrete : Experimental and mesomechanical analysis. *International Journal of Impact Engineering*, 35:155–171. 53, 54, 124, 186
- ROSSI, P., VAN MIER, J. G. M., TOUTLEMONDE, F., LE MAOU, F. et BOULAY, C. (1994). Effect of loading rate on the strength of concrete subjected to uniaxial tension. *Materials* and Structures, 27(5):260–264. 21
- ROUQUAND, A. (1996). An explicit damage model for dynamic concrete behaviour. numerical simulations and comparisons with experimental results on reinforced concrete plates under blast loading. In International conference on structures under shock and impact, Udine, Italy. DOI: 10.2495/SUSI960301. 99

- ROUSSEAU, J., FRANGIN, E., MARIN, P. et DAUDEVILLE, L. (2008). Discrete element modeling of concrete structures and coupling with a finite element model. soumis. 53
- RUTLAND, C. A. et WANG, M. L. (1997). The effects of confinement on the failure orientation in cementitious materials experimental observations. *Cement and Concrete Composites*, 19:149–160. 31, 33
- SCHICKERT, G. et DANSSMANN, J. (1984). Behaviour of concrete stressed by high hydrostatic compression. In Proceedings of International Conference on Concrete under Multiaxial Conditions, pages 69–84, Toulouse, France. Presses de l'Université Paul Sabatier. 29, 34
- SCHLEICHER, F. (1926). Der Spannungszustand an der Fliessgrenze (Plastizitätsbedingung). Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 6:199–216. 47
- SCHMIDT, M. J. (2003). High pressure and high strain rate behavior of cementitious materials : experiments ans elastic/viscoplastic modeling. PhD dissertation, University of Florida. 38, 39, 66, 81, 186
- SCHMIDT, M. J., CAZACU, O. et GREEN, M. L. (2008). Experimental and theoretical investigation of the high-pressure behavior of concrete. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. in press DOI : 10.1002/nag.700. 21, 34, 35, 36, 136, 163
- SCRIVENER, K. L. et NEMATI, K. M. (1996). The percolation of pore space in the cement paste/aggregate interfacial zone of concrete. *Cement and Concrete Research*, 26(1):35–40. 149
- SELLERS, E. et SCHEELE, F. (1996). Prediction of anisotropic damage in experiments simulating mining in witwatersrand quartzite blocks. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., 33(7):659–670. 126, 150
- SEOW, P. E. C. et SWADDIWUDHIPONG, S. (2005). Failure surface for concrete under multiaxial load : a unified approach. Journal of Materials in Civil Engineering, 17(2):219–228. 40, 41, 167
- SFER, D., CAROL, I., GETTU, R. et ETSE, G. (2002). Study of the behavior of concrete under triaxial compression. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(2):156–163. 35, 37, 185
- SHIU, W., DONZÉ, F. V. et DAUDEVILLE, L. (2008). Compaction process in concrete during missile impact : a dem analysis. in press. 51
- SWENSON, D. V. et TAYLOR, L. M. (1983). A finite element model for the analysis of tailored pulse simulation of boreholes. *International Journal for Numerical and Analytical Methods* in Geomechanics, 7(4):469–484. 47, 48, 169
- THIOT, P. (2004). Presse triaxiale. Thiot Ingénierie. 46130 St Michel Loubéjou, France. 63
- VISSER, J. H. M. et van MIER, J. G. M. (1998). The mechanical behaviour of hydraulic fractured, possibly saturated materials. *In* FraMCos-3 (1998), pages 269–280. 156
- VU, X. H. (2007). Caractérisation expérimentale du béton sous fort confinement : influence du degré de saturation et du rapport eau/ciment. Thèse de doctorat, Laboratoire 3S-R. 21, 25, 31, 34, 35, 37, 38, 63, 66, 68, 69, 72, 90, 123, 126, 137, 147, 152, 185
- VU, X. H., MALÉCOT, Y., DAUDEVILLE, L. et BUZAUD, E. (2008a). Concrete behaviour under high confinement : Effect of the water/cement ratio. soumis. 21, 176

- VU, X. H., MALÉCOT, Y., DAUDEVILLE, L. et BUZAUD, E. (2008b). Experimental analysis of concrete behavior under high confinement : Effect of the saturation ratio. soumis. 31, 74
- WARREN, T. L., FOSSUM, A. F. et FREW, D. J. (2004). Penetration into low-strength (23 MPa) concrete : target characterization and simulations. *International Journal of Impact Engineering*, 30:477–503. 34, 35, 38, 186
- WILLAM, K. J., BICANIC, N., PRAMONO, E. et STURE, S. (1986). Composite fracture model for strain-softening computations of concrete. In WITTMANN, F. H., éditeur : Fracture Mechanics of Concrete : Fundamentals and Applications, pages 149–162. Elsevier. 45
- WILLAM, K. J. et WARNKE, E. P. (1974). Constitutive model for the triaxial behavior of concrete. In IABSE, Seminar on Concrete Structures subjected to triaxial stresses, Report 19, numéro 1 de III, pages 1–30, Bergamo, Italy. IABSE. 47, 169
- WILLIAMS, E. M., AKERS, S. A. et REED, P. A. (2004). Concrete modeled as an inhomogeneous material — part II : Mechanical properties of fine aggregate cementitious material. In 75th Shock and Vibration Symposium, Virginia Beach, USA. 96
- WILLIAMS, E. M., AKERS, S. A. et REED, P. A. (2005). Laboratory characterization of fine aggregate cementitious material. Rapport technique ERDC/GSL TR-05-16, US Army Engineer Research and Development Center. 24, 25, 26, 30, 31, 32, 36, 169, 185
- WILLIAMS, E. M., AKERS, S. A. et REED, P. A. (2006). Laboratory characterization of SAM-35 concrete. Rapport technique ERDC/GSL TR-06-15, US Army Engineer Research and Development Center. 34, 35, 36, 164, 167
- WESTYN, S., DELAPLACE, A. et KECHLIN, P. (2006). Analyse de la rupture dynamique du béton par un modèle discret. *Revue Européenne de Génie Civil*, 10(10):1281–1308. 51
- WRIGGERS, P. et MOFTAH, S. O. (2006). Mesoscale models for concrete : Homogenisation and damage behaviour. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42(7):623–636. 53, 54, 55, 186
- YURTDAS, I., BURLION, N. et SKOCZYLAS, F. (2004). Triaxial mechanical behaviour of mortar : Effects of drying. *Cement and Concrete Research*, 34:1131–1143. 31, 33, 74, 185
- ZIENKIEWICZ, O. C., OWEN, D. R. J., PHILLIPS, D. V. et NAYAK, G. C. (1972). Finite element methods in the analysis of reactor vessels. *Nuclear Engineering and Design*, 20(2):507–541. 168
- ZIMBELMANN, R. (1985). A contribution to the problem of cement-aggregate bond. *Cement* and Concrete Research, 15:801–808. 51
- ZUKAS, J. A. (1992). Impact Dynamics. Krieger. 19

Liste des figures

1	Sollicitation dans le béton impacté (<i>in</i> Bailly <i>et al.</i> (1996)	20
2	Principe de représentation du béton en 2 matériaux	21
1.1	Schéma de principe des essais œdométriques de Bažant <i>et al.</i> (1986)	25
1.2	Schéma de principe des essais œdométriques de Burlion <i>et al.</i> (2001)	26
1.3	Schéma de principe des essais œdométriques de Williams $et \ al. (2005)$	26
1.4	Comparaison des essais oedométriques et hydrostatiques de Burlion et Williams	27
1.5	Comportement à la compaction d'aluminium por eux par Bonnan (1996) $\ .$	28
1.6	Résultats d'un essai œdométrique de Burlion (1997)	29
1.7	Essais de compression simple après chargement hydrostatique par Schickert .	29
1.8	Résultats d'essais triaxiaux sur le mortier FACM par Williams $et\ al.\ (2005)$.	32
1.9	Résultats d'essais triaxiaux sur le microbéton MB50 par Buzaud (1998) $\ .$.	32
1.10	Pics de contrainte en fonction du séchage (in Yurtdas et al. (2004))	33
1.11	Angle de fracturation en fonction de la pression de confinement	33
1.12	Résultats d'essais d'extension triaxiale sur mortier par Williams $et \ al. (2005)$	36
1.13	Résultats d'essais triaxiaux sur les bétons SAM35 et WES5000	36
1.14	Résultats d'essais triaxiaux à basse pression (in Sfer et al. (2002))	37
1.15	Faciès de rupture d'échantillons secs de R30A7 (in Vu (2007))	37

1.16	Résultats d'essais triaxiaux sur B23 (in Warren et al. (2004)) $\ldots \ldots \ldots$	38
1.17	Comparaison des états-limites en compression de différents bétons	39
1.18	Résultats d'essais triaxiaux de fluage sur WES5000 (in Schmidt (2003)) $\ .$.	39
1.19	Résultats d'essais d'extension triaxiale (in Kotsovos et Pavlovic (1995)) $\ .$.	41
1.20	Comparaison des états-limites en extension et compression	41
1.21	Réponse du modèle de Mazars sous chargements simples $(in\ {\rm Mazars}\ (1994))$.	44
1.22	Influence de l'excentricité sur la surface de charge dans le plan π \ldots .	47
1.23	Principe des modèles éléments discrets (in Cusatis et Pelessone (2006))	50
1.24	Détail du maillage du modèle de Pedersen <i>et al.</i> (2007b)	52
1.25	Résultats de simulations aux barres d'Hopkinson (in Pedersen et al. (2007b))	52
1.26	Modélisation biphasique de Akers et Phillips (2004)	53
1.27	Modélisations biphasique de Wriggers et Moftah (2006) et Riedel $et \ al.$ (2008)	54
1.28	Essai de compression simple sur le modèle de Wriggers et Moftah (2006) $\ .$.	55
1.29	Vue globale et locale du modèle évolué de Pedersen <i>et al.</i> (2007a)	55
2.1	Vue d'ensemble de la presse Schenck	61
2.2	Vue de détail du dispositif de mesures en compression simple $\ldots \ldots \ldots$	61
2.3	Vue d'ensemble de la presse Tri-Scan	62
2.4	Echantillon de mortier pour flexion 3 points, instrumenté avec une jauge	62
2.5	Schéma d'ensemble de la presse Giga	64
2.6	Photo et vue en coupe de la cellule de confinement	64
2.7	Schéma de l'équipage mobile et détail du capteur LVDT	64
2.8	Chemins de chargement réalisables avec la presse Giga	65
2.9	Positionnement du capteur LVDT et des jauges sur l'échantillon	66
2.10	Évaluation de la non-linéarité en pression du capteur de force	68
2.11	Correction en pression et en déviateur du LVDT	69
2.12	Évaluation de la non-linéarité en pression du LVDT	69

2.13	Comparaison entre les petites déformations et les déformations incrémentales	71
2.14	Courbe granulométrique du sable Silmix D1800 μm	72
2.15	Mise en œuvre et conservation du mortier	73
2.16	Usinage des échantillons de mortier	74
2.17	Cinétique de séchage de deux échantillons de mortier	75
2.18	Mesure par jauges	78
2.19	Membrane multi-couches en latex et néoprène (cas $P_c = 650 \; MPa) \; \ . \ . \ .$	78
2.20	Schéma du passage de fils à travers les membranes et échantillon prêt à l'essai	78
2.21	Essais CS sur MR30A7 : comportement axial	79
2.22	Essais CS sur MR30A7 : comportement volumique	80
2.23	Résultats du premier essai HYD650 sur MR30A7	82
2.24	Résultats du second essai HYD650 sur MR30A7	82
2.25	Essai HYD650 sur MR30A7 : Visualisation des cycles de décharge-recharge	82
2.26	Chemins de chargement dans le plan (p,q)	84
2.27	Résultats de l'essai TXC60 sur MR30A7 - I	84
2.28	Résultats de l'essai TXC60 sur MR30A7 - II	84
2.29	Résultats de l'essai TXC120 sur MR30A7 - I	85
2.30	Résultats de l'essai TXC120 sur MR30A7 - II	85
2.31	Résultats de l'essai TXC300 sur MR30A7 - I	86
2.32	Résultats de l'essai TXC300 sur MR30A7 - II	86
2.33	Résultats de l'essai TXC650 sur MR30A7 - I	87
2.34	Résultats de l'essai TXC650 sur MR30A7 - II	88
2.35	Comportement volumique des essais TXC sur MR30A7	89
2.36	Comportement axial des essais TXC sur MR30A7	89
2.37	Comportement déviatorique recalé des essais TXC sur MR30A7	90
2.38	Faciès de l'échantillon après essai TXC60	91
2.39	Faciès de l'échantillon après essai TXC120	91

2.40	Faciès de l'échantillon après essai TXC300	92
2.41	Faciès de l'échantillon après essai TXC650	92
3.1	Relation pression-volume du modèle KST	97
3.2	Représentation du seuil de plasticité du modèle KST	99
3.3	Schématisation du comportement en traction-compression	100
3.4	Zooms de la courbe 3.3 montrant les variables dont dépendent D_c et $D_{t,comp}$.	102
3.5	Organi gramme de fonctionnement du modèle d'endomma gement PRM $\ .\ .\ .$	105
3.6	Représentation des tenseurs des points focaux	112
3.7	Comportement en tension avec changement d'origine	112
3.8	Exemple du fonctionnement de l'amortissement interne	114
3.9	Organigramme du couplage entre les deux parties du modèle	116
3.10	Comparaison en compression simple du modèle avec l'essai expérimental	119
3.11	Identification des paramètres de compaction	119
3.12	Comparaison du modèle avec l'essai HYD	120
3.13	Identification du seuil de plasticité	120
3.14	Comportement triaxial du modèle monophasique face aux essais	122
3.15	Comportement triaxial du modèle monophasique	122
4.1	Comportement des 2 phases et du béton $(in \text{ Akers et Phillips } (2004))$	124
4.2	Courbes d'états-limites de R30A7 et MR30A7	124
4.3	Courbes granulométriques de R30A7	127
4.4	Histogramme des classes de tri des granulats	129
4.5	Vue du modèle biphasique avec une maille de $2mm$	129
4.6	Vue du modèle biphasique avec une maille de $1 mm$	129
4.7	Influences du maillage et de la vitesse	130
4.8	Influence du maillage sur le béton numérique	132
4.9	Comparaison de 3 échantillons de BN	132

4.10	Influence de la limite d'endommagement sur le BN	132
4.11	Influence de la raideur des granulats sur le béton numérique - essai HY650	133
4.12	Influence de la raideur des granulats sur le béton numérique - essai TXC200 $% \left({{{\rm{C}}} {{\rm{D}}} $	135
4.13	Résultats d'essais TXC650 sur BN, comparés à R30A7	135
4.14	Évolution des rapports p_g/P_c et p_m/P_c en fonction de P_c	135
4.15	Résultats d'essai TXC650 sur BN, comparé à R30A7 - I	136
4.16	Résultats d'essai TXC650 sur BN, comparé à R30A7 - II	138
4.17	Visualisation des zones plastifiées lors d'un essai TXC650	138
4.18	Résultats d'essai TXC500 sur BN, comparé à R30A7 - I	139
4.19	Résultats d'essai TXC500 sur BN, comparé à R30A7 - II	139
4.20	Résultats d'essai TXC200 sur BN, comparé à R30A7 - I	139
4.21	Visualisation de l'endommagement post-pic lors d'un essai TXC200	140
4.22	Résultats d'essai TXC200 sur BN, comparé à R30A7 - II	140
4.23	Visualisation de l'évolution de l'endommagement lors d'un essai TXC100	141
4.24	Résultats d'essai TXC100 sur BN, comparé à R30A7 - I	142
4.25	Résultats d'essai TXC100 sur BN, comparé à R30A7 - II	142
4.26	Résultats d'essai TXC050 sur BN, comparé à R30A7 - I	142
4.27	Visualisation de l'endommagement post-pic lors d'un essai TXC50 $\ .\ .\ .$.	143
4.28	Résultats d'essai TXC050 sur BN, comparé à R30A7 - II	143
4.29	Résultats d'essais CS sur BN, comparé à R30A7	144
4.30	Comparaison de la réponse en CS du BN avec 3 jeux de paramètres	145
4.31	Faciès de rupture en compression simple - BN	146
4.32	Faciès de rupture en compression simple - bétons expérimentaux	147
4.33	Comportement volumique des bétons pour des essais TRX	147
4.34	Comportement déviatorique des bétons pour des essais TRX	147
4.35	États-limites des bétons numérique et expérimental	148
4.36	Détail du seuil de plasticité dans les faibles pressions	148

4.37	Tomographie aux rayons X d'échantillons de béton et mortier	149
4.38	Identification des paramètres du modèle pour l'ensemble granulat-ITZ	150
4.39	Résultat d'essai HYD650 sur le modèle affiné, comparé au BN initial $\ .\ .\ .$	150
4.40	Résultats d'essai TXC50 sur le modèle affiné, comparé au BN initial $\ \ldots \ \ldots$	151
4.41	Résultats d'essai TXC650 sur le modèle affiné, comparé au BN initial	152
5.1	Résultats d'essais CS sur BHP	159
5.2	Résultats des essais de flexion sur BHP	159
5.3	Coupe du système d'alignement	160
5.4	Vue de la couronne de colle	160
5.5	Chemin de chargement en traction confinée	162
5.6	Essais de traction confinée à $10 MPa$ sur BHP $\dots \dots \dots$	162
5.7	Essais de traction sous différents confinements sur BHP	165
5.8	Résultats de l'essai TXE250 sur BHP - I	165
5.9	Résultats de l'essai TXE250 sur BHP - I	165
5.10	Résultats de l'essai TXE450 sur BHP	166
5.11	États-limites en TC dans le plan (p,q) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	166
5.12	États-limites en TXE et TC dans le plan (p,q)	167
5.13	États-limites d'extension de 5 bétons dans le plan $(p/f_c, q/f_c)$	168
5.14	Résultats d'essai TXE200 sur BN, comparé à R30A7 - I	170
5.15	Résultats d'essai TXE200 sur BN, comparé à R30A7 - II	171

Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques du mortier normalisé de Burlion et du FACM de Williams	27
1.2	Caractéristiques des bétons étudiés	34
2.1	Valeurs d'étalonnage du capteur de force	67
2.2	Étalonnage des chaînes de mesures des jauges	70
2.3	Compositions du béton R30A7 et du mortier MR30A7	73
2.4	Récapitulatif des essais effectués	79
2.5	Résultats des essais de flexion 3 points	80
5.1	Composition et propriétés du BHP étudié	157