



HAL
open science

Simulation numérique directe du contrôle d'écoulements turbulents par forçage électromagnétique

Stéphane Montesino

► **To cite this version:**

Stéphane Montesino. Simulation numérique directe du contrôle d'écoulements turbulents par forçage électromagnétique. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2009. Français. NNT: . tel-00400838

HAL Id: tel-00400838

<https://theses.hal.science/tel-00400838>

Submitted on 1 Jul 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER
SCIENCES. TECHNOLOGIE. MÉDECINE

N° attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER

Spécialité: Mécanique des Fluides et Transferts

préparée au Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels
dans le cadre de l'École Doctorale ***Mécanique et Énergétique***

Date de soutenance: 10 Juin 2009

**Simulations numériques directes du contrôle
d'écoulements turbulents par forçages
électromagnétiques**

—————
Doctorant :

Stéphane MONTESINO

—————
Directeurs de thèse :

Jean-Paul THIBAUT & Sedat TARDU

—————
Composition du jury :

Pr. Alain MERLEN

Pr. Eric LAMBALLAIS

Pr. Christophe CORRE

Dr. Faouzi LAADHARI

Dr. Sedat TARDU

Dr. Jean-Paul THIBAUT

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Directeur de thèse

Directeur de thèse

*Je dédie cette thèse à celle qui a su m'écouter, me soutenir, m'encourager et s'intéresser
à mes recherches en me posant des questions simples mais pertinentes
durant ces trois dernières années:*

ma p'tite femme Dadoche

Remerciements

Merci à ...

- Mes parents pour leur soutien, leur amour et leur confiance.
- Jean-Paul et Sedat pour leur encadrement plus qu'exemplaire, leur DISPONIBILITE et leurs critiques.
- Ma femme pour sa patience.
- Ma tante Monique pour sa relecture et ses corrections...
- Olivier pour son humour, sa culture, ses discussions scientifiques fructueuses, ses compétences en numériques et turbulence et ses heures de calculs.
- Claudio, Cyril, Fares, Marcello, Rabia, Erwin, Estelle, Gabriel et tous les thésards pour l'ambiance chaleureuse.
- Laurent pour son regard scientifique critique et son intérêt pour mes travaux de recherche ainsi que son recul sur le monde actuel
- Patrick pour ses aides multiples concernant le langage Fortran.
- Loïc, Kevin et Gabriel pour leur disponibilité et leur gestion du service informatique du labo.
- L'assistance de l'IDRIS notamment Pascal Voury, Pierre-François Lavallé et Isabelle et Jean-Michel Dupays, Romuald Carpentier, Philippe Parnaudeau, Philippe Wautet, Thierry Goldmann, et Denis Girou pour leurs aides multiples concernant les langages UNIX, FORTRAN et OPEN MP.
- Pierre pour ses soudures, Stéphane pour sa gestion des cas spéciaux, Joseph pour la formation à l'atelier ;) et Jean-Marc pour son coup de machette.
- Sihri pour son coup de serpillière énergétique qui m'a permis de travailler dans de bonnes conditions de propreté.

Pour toutes ces personnes qui m'ont accompagné pendant ces quelques années riches en expériences et pour tous les étudiants autant passionnés que moi par le domaine de la turbulence, j'ai rédigé ce mémoire de thèse de façon à ce qu'il soit accessible au plus grand nombre. Le novice y trouvera résumées les bases de la mécanique des fluides, de la turbulence et de l'électromagnétisme. Le chercheur expérimenté pourra quant à lui se documenter de façon fructueuse sur le contrôle d'écoulement turbulent en général et plus particulièrement sur les simulations numériques directes de contrôle électromagnétique d'écoulements turbulents appliqué à l'hydrodynamique navale.

Table des matières

Liste des tableaux	xiii
Liste des figures	xxvii
Table des notations	xxix
I Introduction	1
1 Présentation du contrôle d'écoulement par forçage électromagnétique	3
1.1 Contexte historique	3
1.2 Applications	4
1.3 Contrôle d'écoulement	4
1.3.1 Contrôle passif	5
1.3.2 Contrôle actif	6
1.4 Actionneurs électromagnétiques	8
1.4.1 Actionneurs électromagnétiques normaux	9
1.4.2 Actionneurs électromagnétiques parallèles	14
1.5 Équations de base en électromagnétisme	16
1.5.1 Aspects électrochimiques	16
1.5.2 Charge électrique	16
1.5.3 Courant électrique	16
1.5.4 Conservation de la charge électrique	17
1.5.5 Loi d'Ohm	17
1.5.6 Équation de l'induction	18
1.5.7 Distribution du champ de force	19
1.6 Équations de base en mécanique des fluides	20
1.6.1 Conservation de la masse	20
1.6.2 Conservation de la quantité de mouvement	20
1.6.3 Nombres sans dimension	21
1.7 Ajustement des échelles du forçage	22
1.7.1 Échelles de la turbulence	22
1.7.2 Échelles du forçage	23
1.8 Objectifs de l'étude	24
II Méthodes numériques, simulation et modélisation	25
2 Simulations Numériques Directes	27
2.1 Géométrie du domaine de calcul	27

2.2	Méthodes numériques	29
2.2.1	Première étape: Approximation du champ de vitesse	30
2.2.2	Deuxième étape: Correction des champs de vitesse et de pression	33
2.3	Maillage du domaine de calcul de l'écoulement	34
2.3.1	Taille des mailles suivant la direction normale à la paroi	34
2.3.2	Taille des mailles suivant la direction transverse à l'écoulement	36
2.3.3	Taille des mailles suivant la direction longitudinale à l'écoulement	37
2.4	Pre-solveur du champ de force électromagnétique	37
2.4.1	Disposition des actionneurs dans le canal	37
2.4.2	Domaine élémentaire ("Bloc de base") pour le calcul du champ de force électromagnétique distribué numériquement sur domaine de calcul de l'écoulement par un jeu d'indice	38
2.4.3	Positionnement des actionneurs par rapport au maillage	38
2.5	Optimisation et architecture matérielle	39
2.5.1	Architecture parallèle superscalaire	39
2.5.2	Architecture vectorielle	42
2.6	Bilan des modifications apportées au code D.N.S.	42
3	Écoulement turbulent en canal plan non contrôlé	45
3.1	Transition à la turbulence	45
3.2	Statistiques d'un écoulement turbulent	46
3.2.1	Décomposition statistiques: moyenne de Reynolds	46
3.2.2	Nombre de Reynolds adimensionnel	46
3.3	Vitesse	47
3.3.1	Vitesse longitudinale moyenne	47
3.3.2	Écart-type des fluctuations de vitesse	49
3.4	Vorticité	51
3.4.1	Définition de la vorticité	51
3.4.2	Dynamique de la vorticité	52
3.4.3	Écarts-types des fluctuations de vorticité	52
3.5	Contraintes	57
3.5.1	Contraintes de cisaillement en écoulement turbulent	57
3.5.2	Contraintes de Reynolds	58
3.6	Structures vorticitaires cohérentes	60
3.6.1	Définition d'une structure vorticitaire cohérente	60
3.6.2	Critère Q	60
3.6.3	Critère λ^2	61
3.6.4	Visualisation de structures tourbillonnaires	61
3.6.5	Extrait de la bibliographie sur les structures vorticitaires	63
4	Modélisation des champs de force électromagnétique	65
4.1	Modélisation du champ magnétique	65
4.1.1	Modèle 3D d'après Akoun & Yonnet (1984)	66
4.1.2	Modèle d'extension infinie (2D)	69
4.1.3	Échantillonnage du champ magnétique sur le maillage	70
4.2	Modélisation du champ électrique	71
4.2.1	Modélisation de la densité de courant à la surface des électrodes	72
4.3	Modélisation des actionneurs parallèles	73
4.3.1	Modèle 1D d'actionneurs électromagnétiques parallèles	73
4.3.2	Modèle 2D d'actionneurs électromagnétiques parallèles	76

4.4	Résumé	83
III Simulations numériques du contrôle d'écoulements		85
5	Effet d'un forçage électromagnétique transverse à l'écoulement	91
5.1	Introduction	91
5.2	Étude bibliographique	92
5.2.1	Simulations numériques	92
5.2.2	Expériences	93
5.2.3	Stratégie de l'étude par rapport à la bibliographie	93
5.3	Échelon de forçage	94
5.3.1	Vitesses moyennes	94
5.3.2	Vorticités moyennes	96
5.3.3	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal	98
5.3.4	Distribution de la contrainte de cisaillement pariétal	102
5.3.5	Structures tourbillonnaires	104
5.3.6	Fluctuations de vitesse	106
5.3.7	Fluctuations de vortacité	110
5.3.8	Contraintes de Reynolds	119
5.3.9	Bilan de l'échelon de forçage	121
5.4	Forçage oscillant	123
5.4.1	Vitesse transverse moyenne	123
5.4.2	Vortacité longitudinale moyenne	124
5.4.3	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal	125
5.4.4	Cas de la fréquence optimale	126
5.4.5	Recherche des périodes d'oscillations optimales	132
5.4.6	Interprétations	134
5.5	Forçage transverse et actionneur d'extension finie	135
5.6	Forçage transverse et onde progressive transverse	137
5.6.1	Études bibliographiques	137
5.6.2	Géométrie des actionneurs	139
5.6.3	Distribution du champ de force	140
5.6.4	Résultats	141
5.7	Bilan et perspectives des forçages transverses	143
6	Effet d'un forçage électromagnétique dans la direction de l'écoulement	145
6.1	Introduction	145
6.2	Étude bibliographique	146
6.2.1	Expériences	146
6.2.2	Simulations numériques	146
6.3	Calcul analytique préliminaire: Effet d'un forçage 1D sur un écoulement laminaire	148
6.3.1	Modèle analytique du champ de force	148
6.3.2	Nombres sans dimension	148
6.3.3	Profils de vitesse	149
6.3.4	Cisaillement pariétal	152
6.3.5	Critère d'apparition des jets pariétaux	152
6.3.6	Détermination de la profondeur de pénétration de l'actionneur	154
6.4	Simulations: Effet d'un actionneur infiniment long sur un écoulement laminaire	155

6.4.1	Objectifs et méthode	155
6.4.2	Écoulement moyen	156
6.4.3	Fluctuations de l'écoulement	158
6.5	Simulations: Effet d'un actionneur infiniment long sur un écoulement turbulent	161
6.5.1	Paramètres de simulation	161
6.5.2	Description des actionneurs	161
6.5.3	Échelon de forçage	163
6.5.4	Relaxation consécutive à un échelon de forçage	177
6.5.5	Forçage proportionnel aux fluctuations de vorticité	191
6.5.6	Forçage proportionnel aux fluctuations de vitesses	201
6.5.7	Filtre passe-haut sur les fluctuations de vitesse	206
6.6	Conclusion	217
Conclusions et perspectives		219
6.7	Conclusions	219
6.8	Perspectives	220
A Validation du code DNS		223
A.1	Vitesse	223
A.1.1	Écart-type relatif des fluctuations de vitesse	224
A.1.2	Coefficient de dissymétrie des fluctuations de vitesse	225
A.1.3	Coefficient d'aplatissement des fluctuations de vitesse	227
A.1.4	Coefficient de corrélation de u' et de v'	228
A.2	Pression	229
A.2.1	Gradient de pression moyen	229
A.2.2	Écart-type des fluctuations de pression	229
A.3	Contraintes	230
A.3.1	Contraintes de cisaillement en écoulement laminaire	230
A.3.2	Contraintes totales dans le cas turbulent non forcé	231
Annexes		223
B Détails du calcul du champ magnétique		233
B.1	Définition	233
B.1.1	Potentiels et champs	233
B.2	Équations de Maxwell	234
B.2.1	Conservation du champ magnétique	234
B.2.2	Théorème de Faraday	234
B.2.3	Théorème de Gauss	235
B.2.4	Théorème d'Ampère	235
B.3	Modèle 3D du champ magnétique	236
B.3.1	Loi de Biot et Savart	236
B.3.2	Composantes tangentielles du champ magnétique	236
B.3.3	Composante normale du champ magnétique	238
C Détails du calcul du champ électrique		241
C.1	Potentiel uniforme à la surface des électrodes	241
C.1.1	Cas de deux électrodes infiniment longues	241
C.1.2	Réseau d'électrodes parallèles d'extension infinie	244

C.1.3	Limitation des modèles	247
C.2	Laplacien en 2D	248
C.3	Fonction elliptique de Jacobi sn	250
C.4	Intégrales elliptiques avec arguments Complexes	251
C.4.1	Pour $x < 1$	251
C.4.2	Pour $1 < x_0 < 1/k$	253
C.5	Intégrales elliptiques et intégrales de Carlson	254
C.6	Détails des calculs du champ électrique	256
C.6.1	Deux électrodes	256
C.6.2	Réseau d'électrodes	259
C.7	Coordonnées elliptique-cylindrique	261
C.7.1	Calcul de u en fonction de x et y	261
C.7.2	Calcul de v en fonction de x et y	262
D	Forçage électromagnétique transverse	265
D.1	Echelon de forçage	265
D.1.1	Énergie cinétique des fluctuations	265
D.1.2	Enstrophie des fluctuations	268
D.2	Relaxation	270
D.2.1	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal	270
D.2.2	Énergie des fluctuations de vitesses	271
E	Forçage électromagnétique 1D et écoulement laminaire	273
E.1	Résolution analytique des équations de Navier-Stokes	273
E.2	Forçage propulsif	276
E.2.1	Cisaillement	276
E.2.2	Courbure du profil de vitesse	277
E.3	Forçage freinant	278
E.3.1	Profils de vitesses	278
E.3.2	Cisaillement	280
E.3.3	Courbure du profil de vitesse	281
E.4	Énergie cinétique	282
E.5	Bilan de force	282
E.5.1	Force de pression	282
E.5.2	Force électromagnétique	282
E.5.3	Force visqueuse	282
E.6	Bilan de puissance volumique	283
E.6.1	Puissance volumique des forces de pression	283
E.6.2	Puissance volumique des forces électromagnétiques	284
E.6.3	Puissance volumique des forces visqueuses	286
E.7	Puissance volumique des forces électromagnétiques	287
E.8	Temps de réponse au forçage	288
E.9	Comparaison avec les résultats numériques	291
E.9.1	Différentes profondeurs de pénétration (a/h)	291
E.9.2	Différentes intensités de forçage	292
E.9.3	Nombre de Hartmann: paramètre de similitude	294

F Forçage longitudinal et onde progressive longitudinale	295
F.1 Étude bibliographique	295
F.2 Objectifs de l'étude	296
F.3 Géométrie et schéma d'activation des actionneurs	296
F.4 Résultats	298
F.5 Conclusion	300
 Bibliographie	 306

Liste des tableaux

2.1	Coefficients associés aux schémas numériques temporels	31
2.2	Transposition des indices et des directions	41
5.1	Temps caractéristiques T_τ^+ et minimum de contrainte de cisaillement pariétal τ^+ lors d'un échelon de forçage transverse pour différentes tailles d'actionneurs et intensités de forçage	101
6.1	Caractéristiques des distributions de forçage dans le canal	161
6.2	Valeurs des écarts-types standards des fluctuations de la composante normale de vorticité en fonction de la distance à la paroi inférieure du canal . .	197
6.3	Valeurs des écarts-types standards des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse en fonction de la distance à la paroi inférieure du canal .	201
D.1	Temps caractéristiques T_E^+ et minimum d'énergie cinétique E_{fluc}^+ des fluctuations lors d'un échelon de forçage transverse pour différentes tailles d'actionneurs et intensités de forçage	268

Liste des figures

1.1	Forces électromagnétiques volumiques: Produit vectoriel d'une densité surfacique \vec{j} de courant électrique et d'un champ d'induction magnétique \vec{B} . . .	3
1.2	Classification des schémas de contrôle selon Kral (2004).	5
1.3	Schéma et photo de "riblets" réalisés par la société 3M	5
1.4	Générateurs de vortex placés sur une Mitsubishi-Lancer-Evolution-IX	6
1.5	Décomposition des surfaces d'actionneurs électromagnétiques "normal" (en haut) et "parallèle" (en bas) (Lindquist, 2005)	8
1.6	Lignes de courant électrique (gauche) et d'induction magnétique (droite) générées par un actionneur "normal" (Lindquist, 2005)	9
1.7	Coupe dans le plan médian et lignes du champ de force électromagnétique généré par un actionneur "normal" en configuration centrifuge (Lindquist, 2005)	10
1.8	Comparaison entre expérience (a) et simulation numérique (b) d'un écoulement généré par un actionneur normal sur un fluide électro-conducteur initialement au repos (Lindquist, 2005)	10
1.9	Isosurface de vorticit�� d'un ��coulement g��n��r�� par un actionneur normal sur un fluide ��lectro-conducteur initialement au repos (Lindquist, 2005)	11
1.10	S��quence d'activation en 4 phases d'actionneurs "normaux" dispos��s en r��seau propos��e par Nosenchuck (1996)	12
1.11	Sch��ma de principe d'une exp��rience de for��age d'all��e synth��tique de structures coh��rentes lâ��ch��es en aval d'une demi-sph��re pari��tale (Rossi & Thibault, 2002)	12
1.12	Coupe des champs de vitesse (�� gauche) et de vorticit�� (�� droite) caract��ristiques de la pr��sence de structures tourbillonnaires g��n��r��es par une demi-sph��re (mesures P.I.V. r��alis��es par Lindquist <i>et al.</i> (2003))	13
1.13	Coupe du champ de vitesse d'��coulement en aval de la demi-sph��re (for��age ��lectromagn��tique non activ�� en haut et activ�� en bas) obtenue gr��ce �� des mesures P.I.V. r��alis��es par Lindquist <i>et al.</i> (2003)	13
1.14	Lignes de courant ��lectrique \vec{j} (gauche) et d'induction magn��tique \vec{B} (droite) g��n��r��s par un actionneur "parall��le" (Lindquist, 2005)	14
1.15	Coupe dans le plan m��dian et lignes du champ de force ��lectromagn��tique g��n��r�� par un actionneur "parall��le" (Lindquist, 2005)	14
1.16	Sch��ma repr��sentant la disposition de l'actionneur "parall��le" sur un profil (Lindquist, 2005)	15
1.17	Exp��rience de pr��vention de la s��paration de couche limite sur un profil en incidence par for��age ��lectromagn��tique r��alis��e par Weier <i>et al.</i> (2003) avec des actionneurs parall��les (cas o�� l'actionneur n'est pas activ�� �� gauche et est activ�� �� droite)	15

1.18	Vue conceptuelle de la structure et des échelles de la turbulence selon Meng (1998)	22
2.1	Géométrie et coordonnées du canal plan	28
2.2	Position des variables dans le maillage	29
2.3	Évolution de la taille des mailles en fonction de la distance à la paroi pour un écoulement turbulent non forcé en canal plan ($Re_\tau = 178.5$)	35
2.4	Évolution de l'écart de vitesse entre mailles successives en fonction de la distance à la paroi pour un écoulement turbulent non forcé en canal plan ($Re_\tau = 178.5$)	36
2.5	Réseau d'électrodes et d'aimants intégré de part et d'autre des parois du canal plan de la simulation de l'écoulement	37
2.6	Domaine de calcul du champ de force	38
2.7	Positionnement d'un actionneur par rapport au maillage (Bouillon, 2004)	39
3.1	Profils de vitesses longitudinales moyennes dans un écoulement en canal plan	47
3.2	Vitesses longitudinales moyennes en unités pariétales	48
3.3	Écart-type des fluctuations des composantes du champ de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)	49
3.4	Juxtaposition de coupes (plan xy et yz) du champ de vitesse et du cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$ à gauche) et d'un écoulement laminaire (à droite)	50
3.5	Coupe (xz) en $y^+ = 15$ de la composante longitudinale du champ de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)	51
3.6	Écarts-types des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan	53
3.7	Représentation schématique de tourbillon quasi-longitudinal par Kim <i>et al.</i> (1987)	54
3.8	Coupe (yz) de la composante longitudinale ω_x du champ de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)	54
3.9	Coupe (xz) en $y^+ = 15$ de la composante normale ω_y du champ de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)	55
3.10	Coupes (xy) et (yz) de la composante transverse ω_z du champ de vorticité et cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)	56
3.11	Contrainte de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan	57
3.12	Contraintes de Reynolds d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan	59
3.13	Vue en perspective d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan	62
3.14	Détails de la figure 3.13 : vue rapprochée sur des structures tourbillonnaires identifiées par des isosurfaces du critère $\lambda_2^+ = -0.01$, coupes (xy et yz) du champ de vitesse et cisaillement pariétal	62
3.15	Coupe yz du champ de vorticité et d'isovaleurs du critère λ_2 sur un tourbillon en épingle à cheveux	63
4.1	Influence d'une plaque en fer doux sur les lignes de champ d'induction magnétique	65
4.2	Élément de surface d'un pôle d'un aimant	66
4.3	Coupe du champ magnétique créé par deux aimants permanents	68
4.4	Divergence numérique du champ magnétique	70

4.5	Vue schématique d'un actionneur parallèle	73
4.6	Modèle 1D du forçage électromagnétique généré par un actionneur parallèle dans le cas d'une couche limite	74
4.7	Modèle 1D du forçage électromagnétique généré par des actionneurs parallèles dans un canal plan	75
4.8	Influence de la profondeur de pénétration sur la valeur moyenne de l'intensité du forçage	76
4.9	Champ de densité de courant électrique généré par des actionneurs parallèles en réseau dont la distance inter-aimant vaut $P/h = \pi/3$	77
4.10	Champ d'induction magnétique généré par des actionneurs parallèle en réseau dont la distance inter-aimant vaut $P/h = \pi/3$	77
4.11	Distribution du champ de force généré par des actionneurs parallèles en réseau dont la distance inter-aimant vaut $P/h = \pi/3$	78
4.12	Influence de la hauteur des aimants sur la distribution moyenne du champ de force	79
4.13	Influence de la taille des actionneurs sur la distribution moyenne du champ de force	80
4.14	Superposition des champs de force électromagnétique des modèles 1D et 2D	81
4.15	Schéma, notations et dimensions caractéristiques d'un actionneur électromagnétique	82
5.1	Réseau d'actionneurs parallèles disposé transversalement à l'écoulement	91
5.2	Vitesse débitante transverse normalisée d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à des échelons de forçage électromagnétique	95
5.3	Évolution temporelle des vitesses moyennes transverses d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$, $Re_\tau = 178.5$, distance aimant $P_x^+ = 35$)	96
5.4	Évolution temporelle de la vorticité longitudinale moyenne d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse	97
5.5	Vorticités longitudinales moyennes normalisées d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse à l'instant $t^+ = 37.7$ pour plusieurs intensités	97
5.6	évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimants $P_x^+ = 35$)	99
5.7	évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimants $P_x^+ = 70$)	99
5.8	évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimants $P_x^+ = 140$)	100
5.9	évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimants $P_x^+ = 280$)	100
5.10	Temps caractéristique du minimum de contrainte de cisaillement pariétale lors d'un échelon de forçage transverse en fonction du nombre de Stuart pour plusieurs tailles d'actionneurs	101
5.11	Contrainte de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$ et distance aimant $P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 0, T_\tau/3, 2T_\tau/3, T_\tau$	103

5.12	Vue d'ensemble des structures tourbillonnaires ($\lambda_2^+ = -0.01$), coupes xy et yz de la composante longitudinale du champ de vitesses, et cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$) à l'instant $t^+ = 0$ et $t^+ = T_\tau = 110$. . .	105
5.13	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$)	106
5.14	Coupe yz de la vitesse longitudinale d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$) à l'instant initial	107
5.15	Coupe yz de la vitesse longitudinale d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = T_\tau = 110$	107
5.16	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$)	108
5.17	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante transverse de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$)	109
5.18	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vortacité $\omega_{x_{rms}}^+$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$)	110
5.19	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vortacité $\omega_{y_{rms}}^+$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$) .	111
5.20	Coupe yz de la composante normale de la vortacité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800, P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 5$ et 20	113
5.21	Coupe yz de la composante normale de la vortacité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800, P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 30$ et 40	114
5.22	Coupe xz en $y^+ = 20$ de la composante normale de la vortacité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 0, 55, 110$	115
5.23	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante transverse de vortacité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$)	116
5.24	Coupe yz de la composante transverse de la vortacité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800, P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = 5$	117
5.25	Coupe yz de la composante transverse de la vortacité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800, P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = 20$	117
5.26	Coupe yz de la composante transverse de la vortacité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800, P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = 30$	118
5.27	Coupe yz de la composante transverse de la vortacité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800, P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = 40$	118

5.28	Évolution des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$) . . .	119
5.29	Évolution des contraintes de Reynolds $-\langle u'w' \rangle$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$)	120
5.30	Évolution des contraintes de Reynolds $-\langle v'w' \rangle$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$)	121
5.31	Évolution de la vitesse transverse w d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un forçage transverse oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$) pour différentes périodes d'oscillation ($T^+ = 60 - 100 - 160 - 200$)	123
5.32	Évolution de la vorticité longitudinale ω_x d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un forçage transverse oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$) pour différentes périodes d'oscillation ($T^+ = 60 - 100 - 160 - 200$)	124
5.33	Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Stuart_\tau = 200$, distance-aimant $P_x^+ = 35$) pour diverses périodes d'oscillation ($80 \leq T^+ \leq 160$)	125
5.34	Évolution temporelle des composantes longitudinale et transverse de la vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique transverse oscillant (période $T^+ = 120$, $Stuart_\tau = 200$, distance inter-aimant $P_x^+ = 35$)	126
5.35	Évolution temporelle des composantes longitudinale et transverse de la vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique transverse oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$ et $T^+ = 120$)	127
5.36	Coupes (yz) du champ de vorticité coloré par sa composante normale d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) aux premiers instants ($t^+ = 0$ à gauche, $t^+ = 5$ au centre et $t^+ = 10$ à droite d'un forçage électromagnétique transverse oscillant (période $T^+ = 120$, $Stuart_\tau = 200$, distance inter-aimant $P_x^+ = 35$)	128
5.37	Coupes xz en $y^+ = 20$ de la composante normale de vorticité ω_y d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis un forçage électromagnétique transverse oscillant (période $T^+ = 120$, $Stuart_\tau = 200$, distance inter-aimant $P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 90$ (en haut) et $t^+ = 150$ (en bas)	129
5.38	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$ et $T^+ = 120$)	130
5.39	Évolution temporelle des contraintes de Reynolds d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$ et $T^+ = 120$)	131
5.40	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Re_\tau = 178.5$, distance aimant $P_x^+ = 70$, $Stuart_\tau = 100$)	132
5.41	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Re_\tau = 178.5$, distance aimant $P_x^+ = 70$, $Stuart_\tau = 200$)	133
5.42	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Re_\tau = 178.5$, distance aimant $P_x^+ = 70$, $Stuart_\tau = 400$)	133

5.43	Géométrie d'un réseaux d'actionneur parallèle d'extension finie	135
5.44	Coupe yz du champ de force d'un réseaux d'actionneur parallèle d'extension fini	136
5.45	Évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique transverse oscillant (période $T^+ = 90$, $Stuart_\tau = 200$, distance inter-aimant $P_x^+ = 70$) pour un actionneur d'extension finie ($L_z^+ = 373$) et un actionneur infiniment long ($L_z^+ = \infty$)	137
5.46	Contrainte de cisaillement pariétal et coupe (yz) du champ de vitesse	138
5.47	Actionneur permettant de générer un forçage transverse modulé par un onde progressive transverse	139
5.48	Coupe yz du champ de forces électromagnétiques au-dessus des aimants	140
5.49	Coupe yz du champ de forces électromagnétiques au-dessus des électrodes	140
5.50	Évolution temporelle de contrainte moyenne de cisaillement pariétal en fonction de la célérité de l'onde transverse de forçage	141
5.51	Vue en perspective d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un forçage électromagnétique transverse modulé par une onde progressive transverse	142
6.1	Modèle analytique: Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique propulsif de profondeur de pénétration $a/h = 0.1$ sur le profil de vitesse d'un écoulement laminaire à débit constant	150
6.2	Modèle analytique: Influence de la profondeur de pénétration $H_{a_{deb}}^2 = 50$ et $0.01 < a/h < 0.3$	151
6.3	Modèle analytique: Influence de la profondeur de pénétration $H_{a_{deb}}^2 = 50$ et $0.4 < a/h < 10$	151
6.4	Modèle analytique: cisaillement pariétal d'un écoulement laminaire soumis à un forçage EM 1D ($H_a^2 > 0$: forçage propulsif, $H_a^2 < 0$: forçage freinant)	152
6.5	Modèle analytique: Nombre de Hartmann limite permettant la génération de jet pariétaux	153
6.6	Schéma de la disposition des actionneurs	155
6.7	Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal	156
6.8	Comparaison des profils de vitesse longitudinale moyenne des modèles 1D et 2D	157
6.9	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement laminaire (Re_{deb} soumis à un forçage électromagnétique ($Ha_{deb} = 20$, $P/h = \pi/3$) généré par des actionneurs électromagnétiques parallèles infiniment long	158
6.10	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité de d'un écoulement laminaire (Re_{deb} soumis à un forçage électromagnétique ($Ha_{deb} = 20$, $P/h = \pi/3$) généré par des actionneurs électromagnétiques parallèles infiniment long	159
6.11	Coupe (plan yz) de la composante normale ω_y de vorticité normalisé par $t_{deb} = h/U_{deb}$	160
6.12	Distribution du champ de force moyen: comparaison des modèles 1D et 2D	162
6.13	Effet de la distance inter-aimant ($23.3 \leq P_z^+ \leq 373.5$) sur la distribution du rotationnel du champ de force moyen	162
6.14	évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($20 \leq Stuart_\tau \leq 80$, distance aimants $P_z^+ = 23.3$)	163

6.15	Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($10 \leq Stuart_\tau \leq 40$, distance aimants $P_z^+ = 46.7$)	164
6.16	Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($5 \leq Stuart_\tau \leq 20$, distance aimants $P_z^+ = 93.4$)	164
6.17	Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($1 \leq Stuart_\tau \leq 6$, distance aimants $P_z^+ = 187$)	165
6.18	Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif (distance aimants $P_z^+ = 373.5$)	165
6.19	Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($20 \leq Stuart_\tau \leq 100$, distance aimants $P_z^+ = 23.3$)	167
6.20	Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($10 \leq Stuart_\tau \leq 60$, distance aimants $P_z^+ = 46.7$)	167
6.21	Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($5 \leq Stuart_\tau \leq 20$, distance aimants $P_z^+ = 93.4$)	168
6.22	Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($2.5 \leq Stuart_\tau \leq 10$, distance aimants $P_z^+ = 187$)	168
6.23	Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($1 \leq Stuart_\tau \leq 4$, distance aimants $P_z^+ = 373.5$)	169
6.24	Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($20 \leq Stuart_\tau \leq 100$, distance aimants $P_z^+ = 23.3$) . . .	170
6.25	Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($10 \leq Stuart_\tau \leq 60$, distance aimants $P_z^+ = 46.7$) . . .	170
6.26	Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($5 \leq Stuart_\tau \leq 40$, distance aimants $P_z^+ = 93.4$)	171
6.27	Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($2.5 \leq Stuart_\tau \leq 20$, distance aimants $P_z^+ = 187$) . . .	171
6.28	Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($1 \leq Stuart_\tau \leq 6$, distance aimants $P_z^+ = 373.5$)	172
6.29	Variation initiale d'énergie cinétique des fluctuations en fonction de la force électromagnétique moyenne ($23.3 \leq P_z^+ \leq 373.5$)	172
6.30	Évolution temporelle de l'ensrophie des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($20 \leq Stuart_\tau \leq 80$, distance aimants $P_z^+ = 23.3$)	173

6.31	Évolution temporelle de l'enstrophie des fluctuations de vorticité de l'écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($10 \leq Stuart_\tau \leq 60$, distance aimants $P_z^+ = 46.7$	174
6.32	évolution temporelle de l'enstrophie des fluctuations de vorticité de l'écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($5 \leq Stuart_\tau \leq 40$, distance aimants $P_z^+ = 93.4$	174
6.33	évolution temporelle de l'enstrophie des fluctuations de vorticité de l'écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($2.5 \leq Stuart_\tau \leq 20$, distance aimants $P_z^+ = 187$	175
6.34	évolution temporelle de l'enstrophie des fluctuations de vorticité de l'écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($1 \leq Stuart_\tau \leq 6$, distance aimants $P_z^+ = 373.5$	175
6.35	évolution temporelle ($2 \leq t^+ \leq 2000$) des contraintes de Reynolds $\langle u'v' \rangle$ en fonction de la distance à la paroi y^+ pour un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage propulsif ($Stuart_\tau = 7.5$, distance aimant $P_z^+ = 187$)	176
6.36	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent en relaxation ($T_{ON/OFF} = 600-1000-1500-2000$) après un échelon de forçage propulsif ($Re_\tau = 178.5$ $Stuart_\tau = 7.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$)	178
6.37	Force moyenne de pression d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en relaxation ($T_{ON/OFF} = 600-1000-1500-2000$) après un échelon de forçage propulsif ($Stuart_\tau = 7.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$)	178
6.38	énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en relaxation ($T_{ON/OFF} = 600-1000-1500-2000$) après un échelon de forçage propulsif ($Stuart_\tau = 7.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$)	179
6.39	Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en relaxation ($T_{ON/OFF} = 600-1000-1500-2000$) après un échelon de forçage propulsif ($Stuart_\tau = 7.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$)	179
6.40	Composante longitudinale de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif puis relaxé à l'instant $T_{ON/OFF}^+ = 1500$	181
6.41	Composante longitudinale de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif puis relaxé à l'instant $T_{ON/OFF}^+ = 2000$	181
6.42	écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)	182
6.43	écart-type des fluctuations de la composante normale de vitesse d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)	183
6.44	écart-type des fluctuations de la composante transverse de vitesse d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)	184
6.45	écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vorticité d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)	186
6.46	écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)	187

6.47	Écart-type des fluctuations de la composante transverse de vorticité d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)	188
6.48	Contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif puis relaxé à l'instant $T_{ON/OFF}^+ = 1500$	189
6.49	Contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif puis relaxé à l'instant $T_{ON/OFF}^+ = 2000$	189
6.50	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)	192
6.51	Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)	193
6.52	Force moyenne de pression appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)	193
6.53	énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)	195
6.54	Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)	195
6.55	écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$, $Stuart_{\tau_0} = 20$)	196
6.56	écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$, $Stuart_{\tau_0} = 20$)	196
6.57	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ mesuré à différentes distances de la paroi y_{probe}^+ pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)	197
6.58	Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ mesuré à différentes distances de la paroi y_{probe}^+ pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)	199

6.59	Force de pression moyenne appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ mesuré à différentes distances de la paroi y_{probe}^+ pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)	199
6.60	Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ mesuré à différentes distances de la paroi y_{probe}^+ pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)	200
6.61	Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ mesuré à différentes distances de la paroi y_{probe}^+ pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)	200
6.62	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)	202
6.63	Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)	203
6.64	Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)	203
6.65	Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)	204
6.66	Force moyenne de pression appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)	204
6.67	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre 1 sur u_{rms})	207
6.68	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre 2 sur u_{rms})	207
6.69	Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms})	209
6.70	Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms})	209
6.71	Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms})	210
6.72	Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms})	210

6.73	Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms})	211
6.74	Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms})	211
6.75	Force moyenne de pression appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms}) . . .	212
6.76	Force moyenne de pression appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms}) . . .	212
6.77	Évolution temporelle de la composante longitudinale de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms})	214
6.78	Évolution temporelle de la composante longitudinale de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms})	214
6.79	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$, $Stuart_{\tau_0} = 8$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms} évalué en $y_{probe}^+ = 40$)	215
6.80	Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$, $Stuart_{\tau_0} = 8$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms} évalué en $y_{probe}^+ = 40$)	215
6.81	Contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+$	216
6.82	Évolution temporelle des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$, $Stuart_{\tau_0} = 8$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms} évalué en $y_{probe}^+ = 40$)	216
A.1	Écart-type relatif des fluctuations du champ de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)	224
A.2	Coefficient de dissymétrie des fluctuations de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan sur toute la hauteur de celui-ci	226
A.3	Comparaison des coefficients de dissymétrie des fluctuations de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan	226
A.4	Comparaison des coefficients de d'aplatissement des fluctuations de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan	227
A.5	Coefficient de corrélation de u' et de v' en fonction de y^+ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan	228
A.6	Écart-type des fluctuations de pression d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan	230
A.7	Contraintes totales d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan	231

C.1	Système de coordonnées (μ, ν) obtenu par la transformation conforme $z = a \operatorname{sn}(\omega k)$	242
C.2	Transformations géométriques successives pour passer d'un réseau périodique à deux électrodes	244
C.3	Système de coordonnées (μ, ν) utilisés pour le calcul d'un réseau d'électrodes	245
C.4	Composante E_y normale à la paroi du champ électrique généré par un réseau d'une infinité d'électrodes infiniment longues et disposées de manière périodique suivant la direction \vec{x}	246
C.5	Composante E_x tangentielle à la paroi du champ électrique généré par un réseau d'une infinité d'électrodes infiniment longues et disposées de manière périodique suivant la direction \vec{x}	247
D.1	Énergie cinétique des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimant $P_x^+ = 35$)	266
D.2	Énergie cinétique des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimant $P_x^+ = 70$)	266
D.3	Énergie cinétique des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimant $P_x^+ = 140$)	267
D.4	Énergie cinétique des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimant $P_x^+ = 280$)	267
D.5	Enstrophie des fluctuations (distance aimant = 35^+)	268
D.6	Enstrophie des fluctuations (distance aimant = 70^+)	269
D.7	Enstrophie des fluctuations (distance aimant = 140^+)	269
D.8	Contrainte moyenne de cisaillement pariétal	270
D.9	Énergie des fluctuations de vitesses	271
E.1	Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique propulsif de profondeur de pénétration $a/h = 0.1$ sur le cisaillement d'un écoulement laminaire à débit constant	276
E.2	Influence de l'intensité d'un forçage propulsif sur la courbure du profil de vitesse	277
E.3	Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique freinant de profondeur de pénétration $a/h = 0.1$ sur le profil de vitesse d'un écoulement laminaire à débit constant	278
E.4	Influence de la profondeur de pénétration $H_{a_{deb}}^2 = -50$ et $0.01 < a/h < 0.3$	279
E.5	Influence de la profondeur de pénétration $H_{a_{deb}}^2 = -50$ et $0.4 < a/h < 10$	279
E.6	Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique freinant de profondeur de pénétration $a/h = 0.1$ sur le cisaillement d'un écoulement laminaire à débit constant	280
E.7	Influence de l'intensité d'un forçage freinant sur la courbure du profil de vitesse d'un écoulement laminaire	281
E.8	Coefficient de puissance des forces de pression en fonction de l'intensité du forçage $H_{a_{deb}}^2$ et de la profondeur de pénétration a/h ($H_a^2 > 0$: forçage propulsif, $H_a^2 < 0$: forçage freinant)	284
E.9	Coefficient de puissance des forces électromagnétiques en fonction de l'intensité du forçage $H_{a_{deb}}^2$ et de la profondeur de pénétration a/h ($H_a^2 > 0$: forçage propulsif, $H_a^2 < 0$: forçage freinant)	285
E.10	Rapport \mathcal{C}_{tot} entre la puissance volumique des forces injectées dans le cas d'un forçage électromagnétique et dans le cas sans forçage pour différentes intensités de forçages ($H_{a_{deb}}^2$) et différentes profondeurs de pénétration (a/h)	286

E.11	Évolution de l'incrément de vitesse en réponse à un échelon de forçage . . .	290
E.12	Influence de la profondeur de pénétration a/h sur le profil de vitesse . . .	291
E.13	Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique de profondeur de pénétration $a/h=0.1$ sur le profil de vitesse	292
E.14	Comparaison pour un même Hartmann au carré mais des Stuart et Reynolds différents	294
F.1	schéma d'activation des électrodes de l'actionneur électromagnétique . . .	297
F.2	influence de l'intensité du forçage sur la contrainte moyenne de cisaillement pariétal	298
F.3	Influence de la célérité de l'onde	299
F.4	Influence de la longueur d'onde	299

Table des notations

Quantités physiques

Lettres latines

a	Profondeur de pénétration d'un actionneur EM parallèle idéalisé [m]
\vec{B}	Induction magnétique [T]
\vec{B}^*	Fonction de distribution du champ d'induction magnétique
B_0	Induction magnétique au pôle de l'aimant, à la paroi [T]
\vec{E}	Champ électrique [V m ⁻¹]
\vec{F}_{em}	Force électromagnétique volumique de Lorentz-Laplace [N m ⁻³]
F_{cl}^0	Force volumique à la paroi pour une couche limite [N m ⁻³]
F_c	Force volumique au centre du canal [N m ⁻³]
I_e, I	Courant électrique fourni à une électrode, à tout l'actionneur [A]
\vec{j}	Champ de densité de courant électrique [A m ⁻²]
\vec{j}^*	Fonction de distribution du champ de densité de courant électrique
j_0	Densité de courant électrique à la surface d'une électrode [A m ⁻²]
l_a, l_o	Largeur et longueur des aimants ou des électrodes d'un actionneur EM [m]
l_ν	Longueur visqueuse
\vec{M}	Magnétisation de l'aimant [A m ⁻¹]
p	Pression [Pa] ou [J.m ⁻³]
P	Distance entre les centres des aimants [m]
\mathcal{P}	Puissance [W]
S_e, S_m	Superficie d'une électrode, du pôle d'un aimant [m ²]
t	Temps [s]
T	Période temporelle [s]
\vec{u}	Champ de vitesse de l'écoulement [m s ⁻¹]
U_{deb}	Vitesse débitante de l'écoulement [m s ⁻¹]
U_{cp}	Vitesse maximale au centre d'un profil de Poiseuille [m s ⁻¹]
u_τ	Vitesse de frottement [m s ⁻¹]
u, v, w	Composantes du champ de vitesse (selon les directions x, y et z) [m s ⁻¹]
\mathcal{V}, ϑ	Volume [m ³]
x, y, z	Position dans chaque direction de l'espace cartésien [m]

Lettres grecques

δ	Épaisseur de la couche limite ($u = 0,99U_\infty$) [m]
ε_0	Permittivité électrique du vide ($8,85 \times 10^{-12}$) [F m ⁻¹ ou C ² N ⁻¹ m ⁻²]
μ	Viscosité dynamique [kg m ⁻¹ s ⁻¹]
μ_0	Perméabilité magnétique du vide ($4\pi \times 10^{-7}$) [H m ⁻¹ ou N A ⁻²]
ν	Viscosité cinématique [m ² s ⁻¹]
ρ	Masse volumique [kg m ⁻³]
σ	Conductivité électrique apparente [S m ⁻¹ ou Ω^{-1} m ⁻¹]
τ	Contrainte de cisaillement à la paroi [Pa]
ϕ	Champ scalaire de potentiel électrique [V]
$\phi_e, \Delta\phi_e$	Potentiel électrique d'une électrode, saut de potentiel électroch. [V]
$\vec{\omega}$	Vorticité de l'écoulement [s ⁻¹]

Nombres sans dimension

Ha_{deb}^2	Nombre de Hartmann basé sur la vitesse débitante U_{deb} et la demi-hauteur h du canal
Re_{cp}	Nombre de Reynolds basé sur la vitesse au centre d'un profil de Poiseuille U_{cp} et la demi-hauteur h du canal
Re_{deb}	Nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante U_{deb} et la demi-hauteur h du canal
Re_τ	Nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement U_τ et la demi-hauteur h du canal
Re_m	Nombre de Reynolds magnétique
$Stuart_{deb}$	Nombre de Stuart ou paramètre d'interaction basé sur la vitesse débitante U_{deb} et la demi-hauteur h du canal
$Stuart_\tau$	Nombre de Stuart ou paramètre d'interaction basé sur la vitesse de frottement U_τ et la demi-hauteur h du canal

Symboles mathématiques

∇	Opérateur nabla, vecteur de dérivation
$\nabla \cdot$	Divergence
$\nabla \times$	Rotationnel
∇^2	Laplacien
d, D	Dérivée simple, totale
∂	Dérivée partielle
\times	Produit vectoriel
\cdot	Produit scalaire
$\ \vec{F}\ $	Norme du vecteur \vec{F}
$\langle \rangle$	Moyenne d'ensemble ou spatiale
$\mathcal{O}()$	Ordre de grandeur

Abréviations

CEM	Contrôle électromagnétique
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy (condition de)
EM	Électromagnétique
P.I.V.	Velocimétrie par image de particules (<i>Particle Image Velocimetry</i>)
QDM	Quantité de mouvement
<i>rms</i>	Racine carrée de la moyenne des carrés (<i>root mean square</i>)
D.N.S.	Simulation numérique directe (<i>Direct Numerical Simulation</i>)

Première partie

Introduction

Chapitre 1

Présentation du contrôle d'écoulement par forçage électromagnétique

1.1 Contexte historique

Le contexte historique de cette étude repose sur une longue tradition locale de recherches expérimentales et théoriques aussi bien en magnéto-hydrodynamique (MHD) qu'en turbulence. Les applications hydrodynamiques navales de l'électromagnétisme en eau de mer ont d'abord été étudiées en vue d'une propulsion directe par réaction, appelée propulsion MHD (Thibault *et al.*, 1993). Il s'agit de développer, dans un écoulement canalisé, des forces électromagnétiques propulsives capables de produire un jet propulsif. Ces forces volumiques, appelées forces de Lorentz et notées \vec{f}_{em} , résultent du produit vectoriel entre un champ d'induction magnétique \vec{B} et un champ de densité de courant électrique \vec{j} telles que: $\vec{f}_{em} = \vec{j} \wedge \vec{B}$ comme l'illustre la figure 1.1.

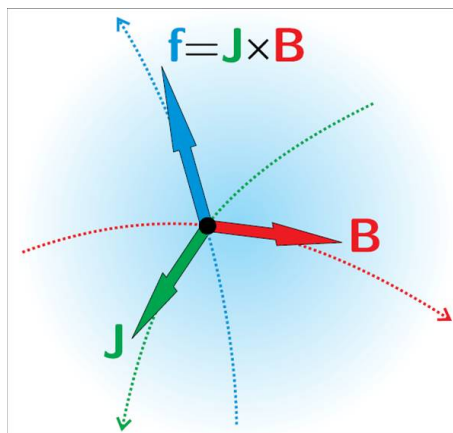


FIGURE 1.1 – Forces électromagnétiques volumiques: Produit vectoriel d'une densité surfacique \vec{j} de courant électrique et d'un champ d'induction magnétique \vec{B}

En propulsion MHD, le champ d'induction magnétique est imposé au moyen d'électro-aimants supra-conducteurs et le courant électrique est amené par des électrodes pariétales. Ce concept avancé de propulsion s'était fait remarquer par son fort potentiel de discrétion lié à l'absence d'hélice ou de toute autre pièce mécanique mobile. La problématique consistait à produire des forces volumiques permanentes aussi uniformes que possible dans un large volume fluide (typiquement 5% du volume du navire). La faible conductivité électrique apparente de l'eau de mer a conduit les évaluations énergétiques du concept à conclure que seule l'utilisation de grands aimants supra-conducteurs, capables de produire des champs magnétiques très intenses (typiquement 10 T) dans un large volume, permettrait d'envisager des applications rentables. Cependant les diverses équipes de recherche ayant travaillé dans le monde sur ces projets de propulsion de sous-marins ont été amenées à arrêter leurs travaux, faute de décision de réalisation. Une bonne part de cette communauté scientifique (Nosenchuck *et al.* (1995), Meng (1998), Thibault & Rossi (2003), Weier & Gerbeth (2004)) a donc été amenée à envisager d'autres applications au forçage électromagnétique, notamment le contrôle d'écoulement. Le forçage électromagnétique est ainsi envisagé comme un outil de manipulation de couches limites d'écoulement de fluides électro-conducteurs.

1.2 Applications

Les travaux de recherche sur le contrôle d'écoulement par forçage électromagnétique ont des applications directes dans le domaine de l'hydrodynamique navale. Les études réalisées expérimentalement ont montré qu'il pouvait être utilisé pour:

- Le contrôle du sillage
- La prévention de séparation de couches limites (Weier *et al.*, 2003)
- La réduction du taux de turbulence (Nosenchuck *et al.*, 1995)
- La réduction de traînée (Pang & Choi, 2004)

Ces travaux de recherche peuvent être généralisés à d'autres domaines traitant du contrôle de turbulence comme le décollement de couche limite en aérodynamique (Post & Corke, 2004) ou la transition by-pass en micro-fluidique (Nacereddine, 2007).

1.3 Contrôle d'écoulement

Il est possible de différencier les diverses méthodes de contrôle existant selon qu'elles nécessitent ou non un apport externe d'énergie et la présence de capteurs en amont et/ou en aval de la zone contrôlée. La figure 1.2 représente une classification des schémas de contrôle, selon Kral (2004). Elle montre qu'il existe principalement deux grandes catégories de contrôles d'écoulement: les contrôles passifs et les contrôles actifs.

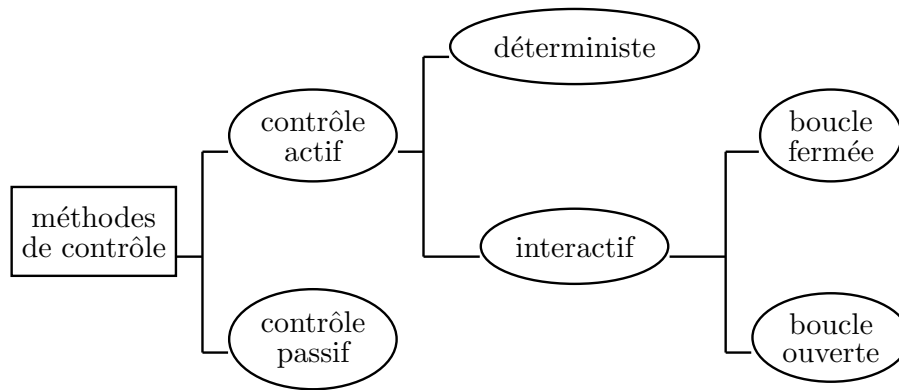


FIGURE 1.2 – Classification des schémas de contrôle selon Kral (2004).

1.3.1 Contrôle passif

Les schémas de contrôles passifs permettent de modifier un écoulement sans apport externe d'énergie. Ils présentent l'avantage d'être relativement bon marché et simples à mettre en oeuvre, ce qui les rend facilement utilisables dans des conditions pratiques réelles. De plus, toute réduction de traînée obtenue constitue un gain net d'énergie, puisque les méthodes de contrôle passif ne consomment pas d'énergie pour leur fonctionnement. En contrepartie, les méthodes passives possèdent généralement une plage de fonctionnement optimal relativement restreinte, et ne sont pas adaptables en temps réel à des changements de conditions d'opération.

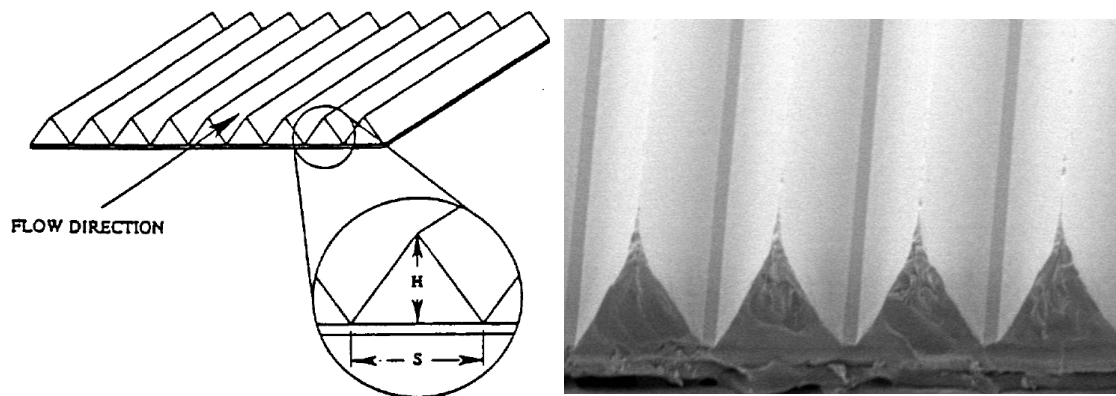


FIGURE 1.3 – Schéma et photo de “riblets” réalisés par la société 3M

Lorsque le contrôle d'écoulement vise à réduire la traînée de frottement, les méthodes passives sont généralement basées sur la modification des caractéristiques physiques de la paroi. Il est possible de citer l'utilisation de revêtements souples ou de films rainurés alignés dans le sens de l'écoulement et appelés “riblets”. La figure 1.3 à gauche en représente un schéma et celle droite une photo de “riblets” réalisés et commercialisés par la société 3M. Chaque rainure en forme de V mesure approximativement 150 micromètres de large (deux fois le diamètre d'un cheveu). Alignés suivant la direction de l'écoulement et correctement

dimensionnées (Choi *et al.*, 1993), elles permettent d'obtenir une réduction de la traînée de frottement de l'ordre de 10%. Ces “*riblets*” permettent d'éloigner de la paroi les tourbillons quasi-longitudinaux responsables de l'augmentation du frottement dans les écoulements turbulents cisailés. Ces rainures empêchent les transferts de quantité de mouvement proche de la paroi suivant la direction transverse de l'écoulement et altèrent ainsi le cycle de régénération de la turbulence.



FIGURE 1.4 – Générateurs de vortex placés sur une Mitsubishi-Lancer-Evolution-IX

Dans le cadre du contrôle des décollements de couches limites d'écoulement turbulent, il est possible de citer les générateurs de vortex comme moyen de contrôle passif. La figure 1.4 représente des générateurs de vortex positionnés au niveau de ligne de décollement de la couche limite sur une Mitsubishi Lancer Evolution-IX. La séparation d'une couche limite est souvent indésirable, puisque ce phénomène est associé à des pertes de charge, à l'émission de structures tourbillonnaires, ainsi qu'à une augmentation importante de la traînée de pression. Dans le cas d'une surface portante, la séparation de l'écoulement provoque aussi une forte diminution de la portance. Une solution classique pour éviter la séparation d'une couche limite consiste à apporter du fluide riche en quantité de mouvement au sein de la région de proche paroi siège de ce décollement. Cette quantité de mouvement peut provenir de l'écoulement externe par le biais de générateurs de vortex. En induisant de la turbulence dans leur sillage, ces générateurs de vortex entraînent ainsi de la quantité de mouvement en direction de la paroi.

1.3.2 Contrôle actif

Contrairement aux contrôles passifs, les contrôles actifs nécessitent un apport externe d'énergie pour être mis en oeuvre. Le contrôle d'écoulement par forçage électromagnétique se situe dans ce contexte et l'énergie nécessaire à ce contrôle est fourni par l'intermédiaire

d'un courant électrique. Les contrôles actifs peuvent se différencier en deux catégories *déterministes* ou *interactives* en fonction de la connaissance de l'état de l'écoulement par le biais de capteurs.

Contrôle actif déterministe

Dans le cas où le contrôle actif est déterministe, l'état local de l'écoulement est inconnu. L'écoulement est simplement soumis à l'action d'un dispositif qui le modifie de façon non-ciblée ou globale. A cause de l'absence de capteurs, ce mode de contrôle fonctionne de façon "aveugle", et ses paramètres de fonctionnement sont fixés au préalable. Parmi les moyens de contrôle actif déterministe se trouve le soufflage oscillé, utilisé pour rendre plus prédictible un écoulement turbulent (Tardu, 2001) ou pour augmenter la portance et diminuer la traînée de pression d'une aile (Seifert & Pack, 1999). Il est aussi possible de citer les actionneurs piézoélectriques utilisés pour changer l'orientation d'un jet (Smith & Glezer, 2002). Dans le cadre de cette étude, des échelons et des oscillations de forçage électromagnétique sont imposés de façon déterministe à un écoulement turbulent. Ce type de contrôle est réalisé pour évaluer les temps de réponse caractéristiques d'un écoulement turbulent lorsqu'il est soumis à ce type de forçage.

Contrôle actif interactif

En ce qui concerne le contrôle interactif, l'action locale des actionneurs est ajustée en fonction de l'état local de l'écoulement, lequel est déterminé à l'aide d'un ou plusieurs capteurs. Les schémas de contrôle interactif peuvent eux aussi se différencier selon la configuration de la boucle de contrôle : *boucle ouverte* si le capteur est placé en amont de l'actionneur, ou *boucle fermée* si les capteurs sont placés en amont et en aval de l'actionneur. Les méthodes de contrôle interactif en boucle fermée ont donc une notion d'objectif à atteindre intégré dans la boucle de contrôle. Elles peuvent potentiellement manipuler les structures turbulentes de l'écoulement à petite échelle, ce qui constitue un défi technologique majeur. Cependant, très peu de réalisations expérimentales ont vu le jour, principalement à cause de la complexité de la détermination expérimentale des caractéristiques spatio-temporelles d'une couche limite turbulente. Lorsque l'on souhaite manipuler les petites échelles de la turbulence avec un contrôle interactif, on se rend compte rapidement que ce n'est pas techniquement envisageable à l'heure actuelle. Les divers capteurs MEMS (*Micro-Electro-Mechanical Systems*) actuellement disponibles ne permettent pas d'identifier les structures turbulentes de façon robuste et de déterminer entièrement leurs interactions avec le cisaillement pariétal. De plus, l'implémentation de ce type de contrôle nécessiterait une densité surfacique de capteurs trop importante pour être mise en oeuvre avec les moyens techniques actuels.

Une alternative à ce problème consiste à ne contrôler que les plus grandes échelles de l'écoulement, celle-ci étant les plus énergétiques. Dans le chapitre 6.5 de cette étude, des contrôles interactifs en boucles fermées sont réalisés avec des actionneurs électromagné-

tiques dont la dimension est comparable aux échelles intégrales de l'écoulement. Les boucles de contrôle sont utilisées pour ajuster l'intensité globale du forçage électromagnétique au cours du temps. Elles se basent sur la connaissance de grandeurs intégrales comme l'écart-types des fluctuations de vitesse ou de vorticité mesuré sur tout un plan situé à une certaine distance de la paroi. Plus l'intensité moyenne des fluctuations diminue, plus l'intensité du forçage électromagnétique est diminuée.

1.4 Actionneurs électromagnétiques

Un actionneur est formé d'une paire d'électrodes pariétales (en titane platiné par exemple) et d'une paire d'aimants permanents (en Néodyme Fer Bore par exemple) reliés par une plaque de fer doux appelée "plaque de fermeture". Cette dernière permet de guider les lignes de champ magnétique et d'en limiter sa diffusion. Une paire d'aimants munie d'une plaque de fermeture est alors équivalente à une simple paire d'aimants de hauteur deux fois plus importante (Lindquist, 2005).

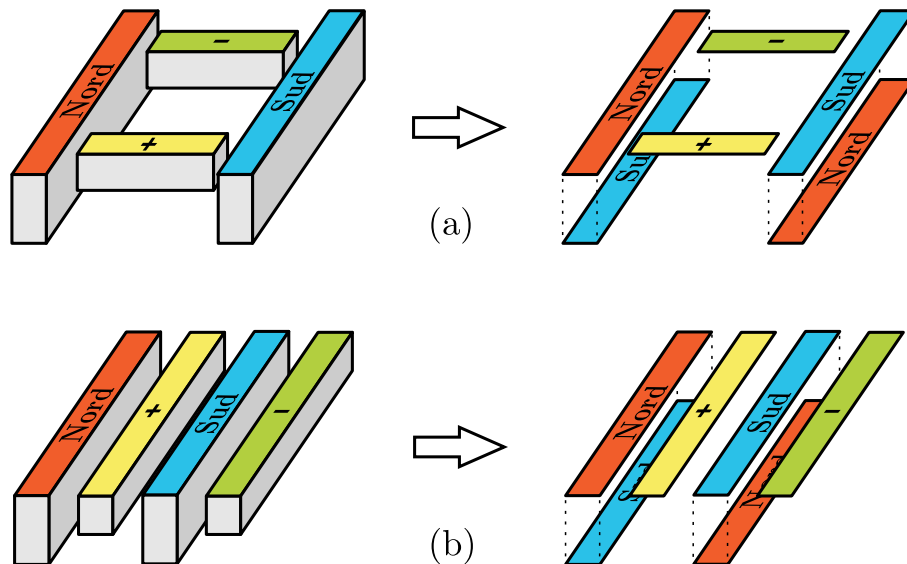


FIGURE 1.5 – Décomposition des surfaces d'actionneurs électromagnétiques "normal" (en haut) et "parallèle" (en bas) (Lindquist, 2005)

Deux configurations principales d'actionneurs sont proposées dans la littérature, suivant l'orientation relative des aimants et des électrodes. La figure 1.5 illustre respectivement les géométries des actionneurs "normal" en haut et "parallèle" en bas. Pour la modélisation des actionneurs, les électrodes et les aimants sont représentés par des surfaces que l'on nommera: "pôles". L'influence de la plaque de fermeture en fer doux n'est prise en compte qu'en considérant des aimants deux fois plus hauts. Les électrodes sont représentées par des pôles électriques positifs et négatifs qui sont colorés en vert et jaune respectivement. Les aimants sont représentés par des pôles magnétiques Nord et Sud qui sont colorés en bleu et rouge respectivement.

La juxtaposition de plusieurs actionneurs permet de former un réseau et de multiplier la surface d'action. Les aimants permanents permettent de générer des champs d'induction magnétique certes modérés ($\approx 1T$) mais ne nécessitant aucun apport d'énergie pour être activés. En contrepartie, les courants électriques doivent présenter une densité locale relativement importante de l'ordre de 10^3 à $10^5 A.m^{-2}$ (voir section 1.5.5). L'intensité et le signe des forces sont directement pilotés par l'intensité et le signe des courants apportés par les électrodes. Ainsi, les actionneurs électromagnétiques peuvent injecter directement de la quantité de mouvement dans un écoulement sans avoir de parties mobiles, trous ou protubérances (il n'y a ni injection ni aspiration de fluide). De plus, le forçage peut être instationnaire avec une forme temporelle arbitraire et une haute réponse en fréquence. Les actionneurs électromagnétiques peuvent donc être vus comme des actionneurs locaux capables de produire des forces volumiques locales non-uniformes dans des zones choisies de l'écoulement et à des instants choisis. D'autre part, la variabilité spatiale de ces forces leur confère un rotationnel non négligeable qui peut constituer une source directe de vorticité.

1.4.1 Actionneurs électromagnétiques normaux

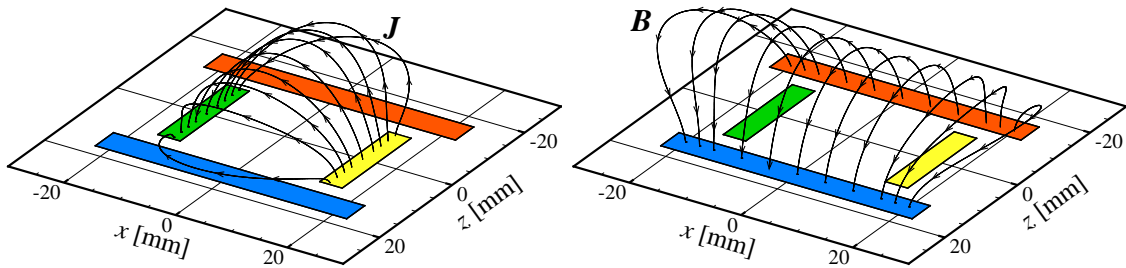


FIGURE 1.6 – Lignes de courant électrique (gauche) et d'induction magnétique (droite) générées par un actionneur “*normal*” (Lindquist, 2005)

La figure 1.6 illustre les lignes de courant électrique (à gauche) et les lignes de champ magnétique (à droite) générées par un actionneur “*normal*” (configuration où les électrodes et les aimants sont perpendiculaires entre eux).

La figure 1.7 illustre les lignes du champ de force électromagnétique qui résulte du produit vectoriel du champ de densité de courant électrique \vec{j} et du champ d'induction magnétique \vec{B} générés par un actionneur “*normal*”. Une coupe du champ de force coloré par son intensité montre que cette dernière est maximale à proximité des électrodes et des aimants. Elle diminue à mesure que l'on s'éloigne de la paroi. Les actionneurs “*normaux*” créent donc un champ de force tridimensionnel qui, suivant la polarité des électrodes, peut créer un forçage centrifuge se concrétisant par une “aspiration” de l'écoulement, ou un forçage centripète se concrétisant par un “soufflage” de l'écoulement.

Cette configuration d'actionneur disposé dans un aquarium, a permis à Lindquist (2005) de valider le modèle de force électromagnétique qui sera décrit dans le chapitre 4. Cette validation a été réalisée en comparant les résultats provenant de simulations numériques

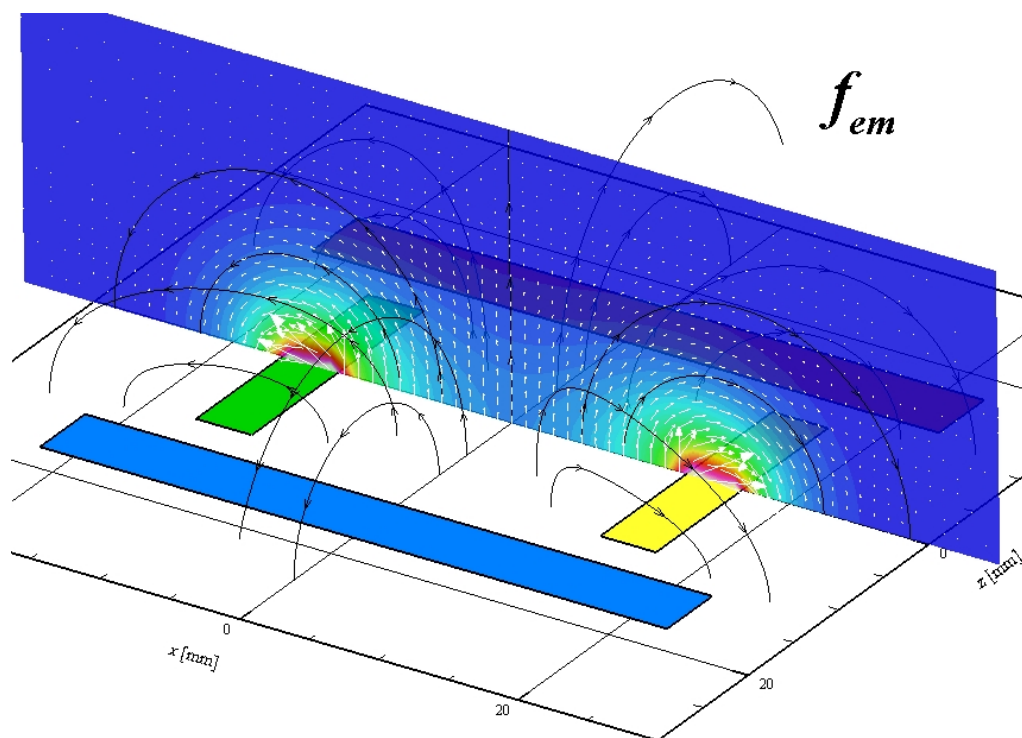


FIGURE 1.7 – Coupe dans le plan médian et lignes du champ de force électromagnétique généré par un actionneur “normal” en configuration centrifuge (Lindquist, 2005)

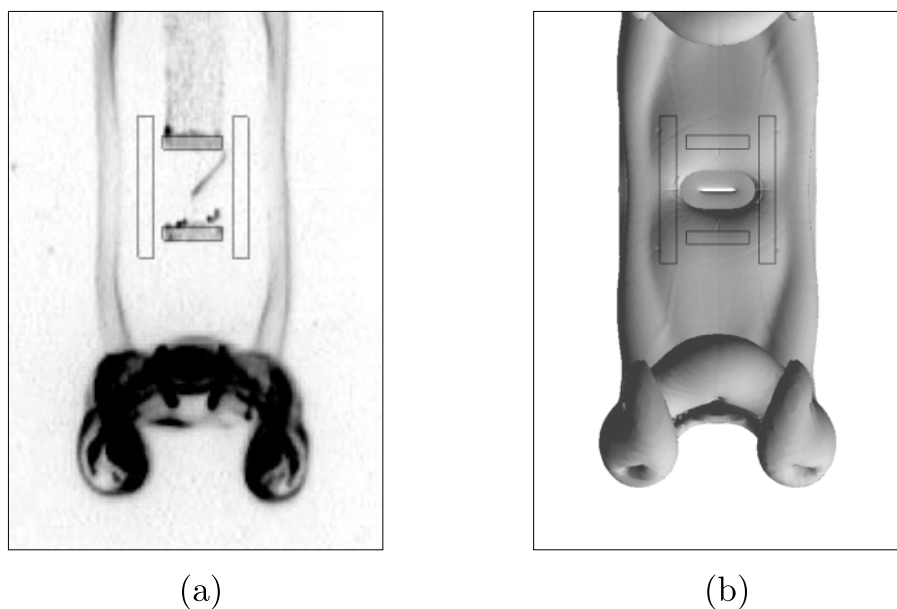


FIGURE 1.8 – Comparaison entre expérience (a) et simulation numérique (b) d'un écoulement généré par un actionneur normal sur un fluide électro-conducteur initialement au repos (Lindquist, 2005)

3D instationnaires et d'expériences où l'écoulement était initialement au repos dans un aquarium. La figure 1.8 représente une juxtaposition de la visualisation des structures vorticitaires cohérentes générées par un actionneur "*normal*" sur un écoulement initialement au repos. Le très bon accord obtenu entre les simulations numériques et les expériences a confirmé la qualité de la détermination du champ de force sans pour autant que ces forces ne puissent être directement mesurées.

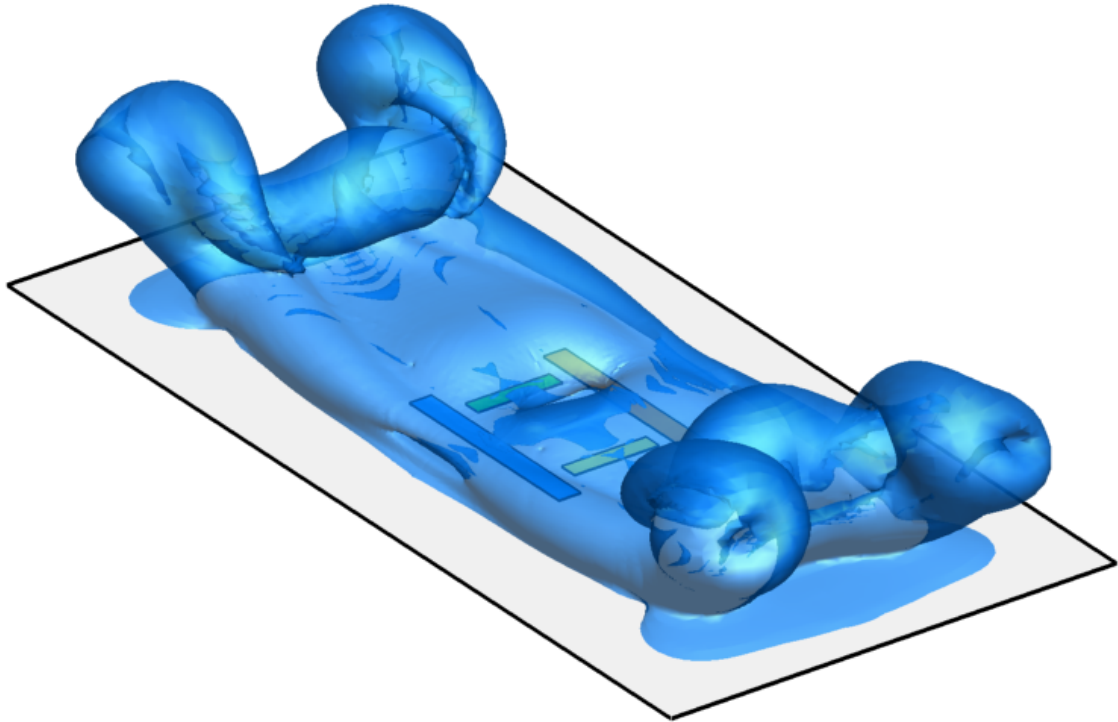


FIGURE 1.9 – Isosurface de vorticité d'un écoulement généré par un actionneur normal sur un fluide électro-conducteur initialement au repos (Lindquist, 2005)

La figure 1.9 représente une isosurface de vorticité d'un écoulement généré par un actionneur "*normal*" en configuration centrifuge sur un fluide électro-conducteur initialement au repos dans un aquarium. Ce type d'actionneur génère quatre grandes structures tourbillonnaires perpendiculaires entre elles et interconnectées. Les forces les plus intenses propulsent le fluide situé au-dessus des électrodes et des aimants de façon centrifuge dans un plan parallèle à la paroi. Par continuité de l'écoulement, une aspiration de fluide se produit au-dessus du centre de l'actionneur. On remarque alors qu'une partie du champ de vitesse de l'écoulement peut être localement opposée au champ de force. C'est en particulier le cas au-dessus du centre de l'actionneur. Même si l'intensité des forces décroît rapidement avec la distance à la paroi, Thibault & Rossi (2003) ont montré qu'un actionneur "*normal*" est capable d'agir par continuité de l'écoulement sur un volume beaucoup plus grand que celui où les forces ne sont pas négligeables.

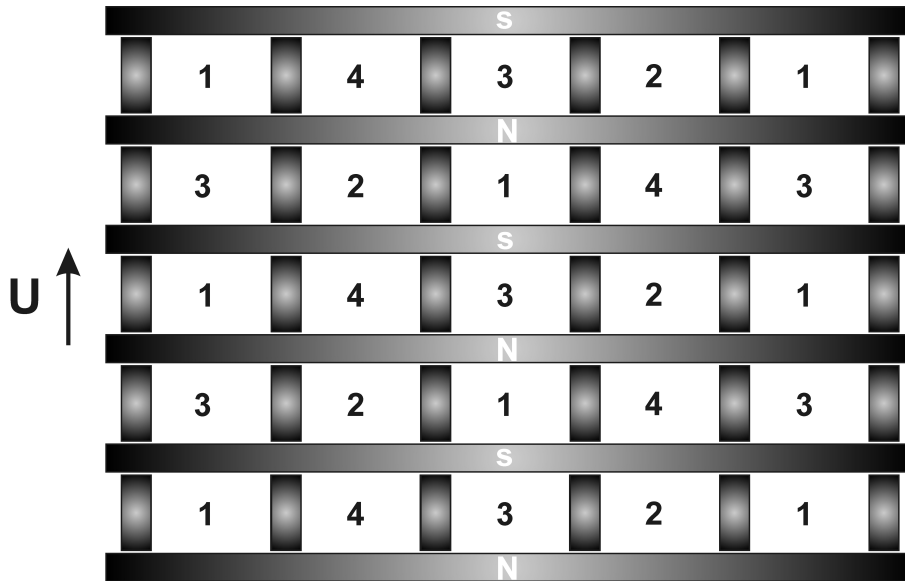


FIGURE 1.10 – Séquence d’activation en 4 phases d’actionneurs “normaux” disposés en réseau proposée par Nosenchuck (1996)

La disposition en réseau de ces actionneurs “normaux” a été proposée par Nosenchuck (1996) comme moyen de réduction de traînée d’une couche limite turbulente. La situation extrêmement complexe et multi-échelles d’une couche limite turbulente et le cycle d’activation du réseau d’actionneurs n’ont permis que des démonstrations qualitatives.

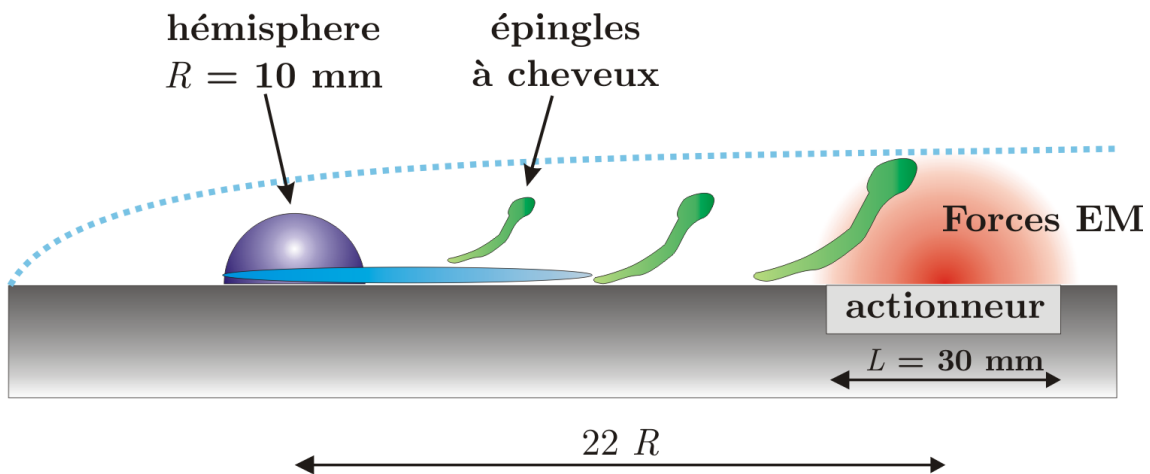


FIGURE 1.11 – Schéma de principe d’une expérience de forçage d’allée synthétique de structures cohérentes lâchées en aval d’une demi-sphère pariétale (Rossi & Thibault, 2002)

Rossi & Thibault (2002) ont proposé une expérience de forçage d’allée synthétique de structures cohérentes lâchées en aval d’une demi-sphère située sur une paroi, dans le but de démontrer les capacités des actionneurs électromagnétiques à modifier, voir détruire des structures vorticitaires cohérentes comparable celles observées en couche limite turbulentes (Adrian *et al.* (2000), Zhou *et al.* (1999)). En effet, la présence d’une demi-sphère pariétale

dans un écoulement est un moyen de contrôler en temps et en espace la génération de structures vorticitaires cohérentes (Acarlar & Smith, 1987). La figure 1.11 illustre le schéma de principe de cette expérience. Lindquist (2005) a instrumenté cette expérience en plaçant un actionneur “*normal*” à une distance de $22R$ en aval d’une demi-sphère de rayon R . La taille caractéristique de l’actionneur valait $3R$ et le tunnel avait une section de $10R \times 10R$.

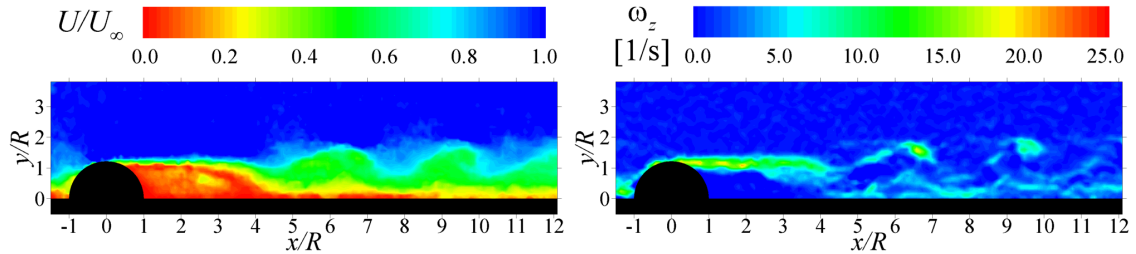


FIGURE 1.12 – Coupe des champs de vitesse (à gauche) et de vorticité (à droite) caractéristiques de la présence de structures tourbillonnaires générées par une demi-sphère (mesures P.I.V. réalisées par Lindquist *et al.* (2003))

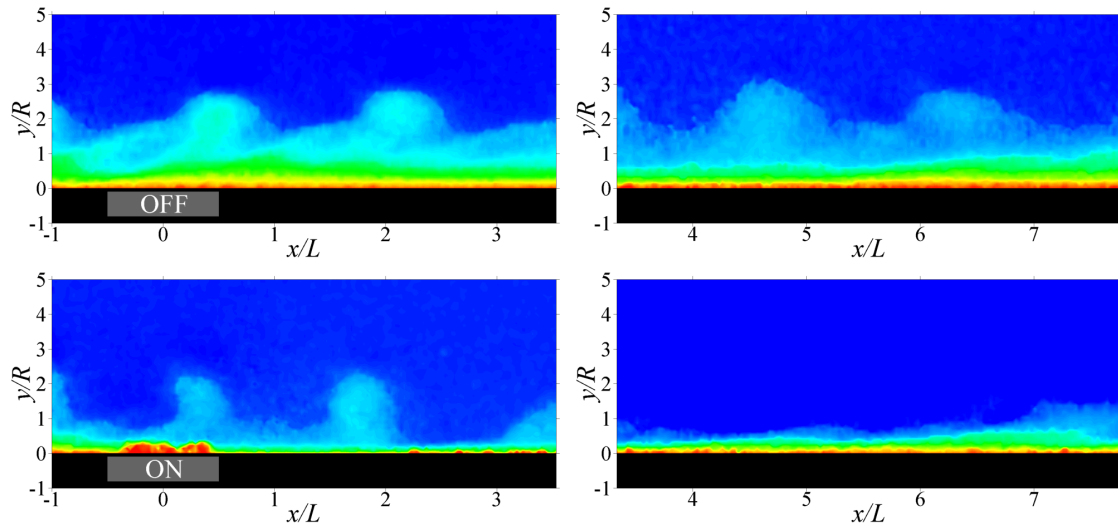


FIGURE 1.13 – Coupe du champ de vitesse d’écoulement en aval de la demi-sphère (forçage électromagnétique non activé en haut et activé en bas) obtenue grâce à des mesures P.I.V. réalisées par Lindquist *et al.* (2003)

La figure 1.12 de Lindquist *et al.* (2003) illustre des mesures P.I.V. 2D réalisées dans le plan médian de la demi-sphère. La figure de gauche représente une coupe du champ de vitesse et celle de droite une coupe du champ de vorticité caractéristiques de la présence de structures tourbillonnaires générées par une demi-sphère. Les tourbillons en forme d’épingle à cheveux lâchés en aval de la demi-sphère ont une géométrie et une fréquence d’apparition déterminées. La figure 1.13 de Lindquist *et al.* (2003) montre la destruction de ces mêmes structures vorticitaires cohérentes par l’imposition d’un forçage constant généré par des actionneurs électromagnétiques “*normaux*”. Cependant, les effets du confinement liés à la

faible dimension transversale de la section d'essais ne permettent pas une transposition directe à la couche limite turbulente.

1.4.2 Actionneurs électromagnétiques parallèles

La figure 1.14 représente les lignes de courant électrique \vec{j} (à gauche) et de champ d'induction magnétique \vec{B} (à droite) générés par un actionneur "parallèle" (configuration où les électrodes et les aimants sont parallèles entre eux). Ces lignes de courant électrique et de champ magnétique se croisent principalement dans le plan perpendiculaire à la paroi et à la direction principale des électrodes et des aimants.

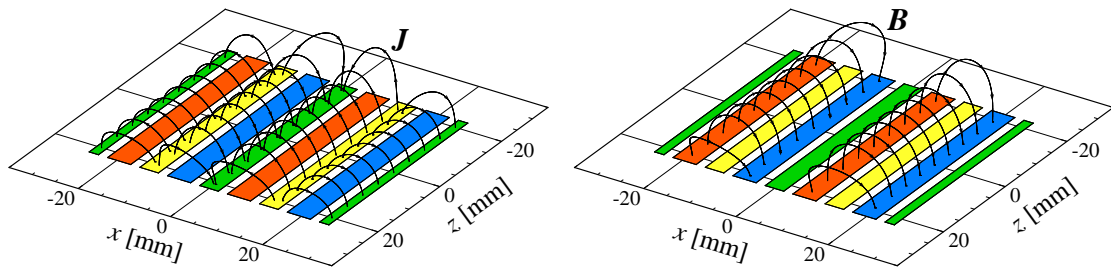


FIGURE 1.14 – Lignes de courant électrique \vec{j} (gauche) et d'induction magnétique \vec{B} (droite) générés par un actionneur "parallèle" (Lindquist, 2005)

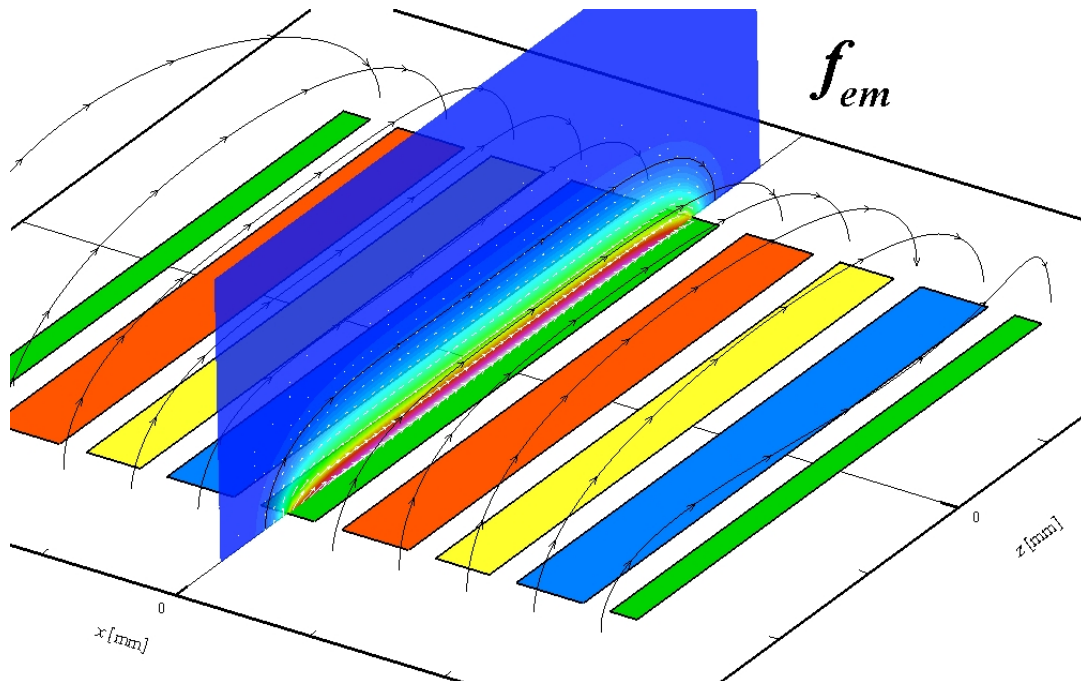


FIGURE 1.15 – Coupe dans le plan médian et lignes du champ de force électromagnétique généré par un actionneur "parallèle" (Lindquist, 2005)

La figure 1.15 montre une coupe et les lignes du champ de force électromagnétique résultant du produit vectoriel du champ de densité de courant électrique \vec{j} et du champ d'induction magnétique \vec{B} . Le champ de force est essentiellement parallèle à la paroi et orienté suivant la direction principale des électrodes et des aimants. Aux extrémités de l'actionneur, le champ de force est principalement perpendiculaire à la paroi mais l'intensité de ces forces d'extrémité est relativement faible devant les forces développées juste au-dessus de l'actionneur et parallèles à la paroi.

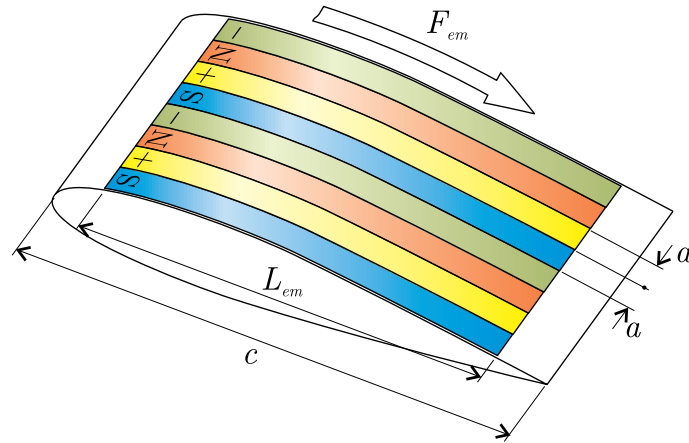


FIGURE 1.16 – Schéma représentant la disposition de l'actionneur “parallèle” sur un profil (Lindquist, 2005)

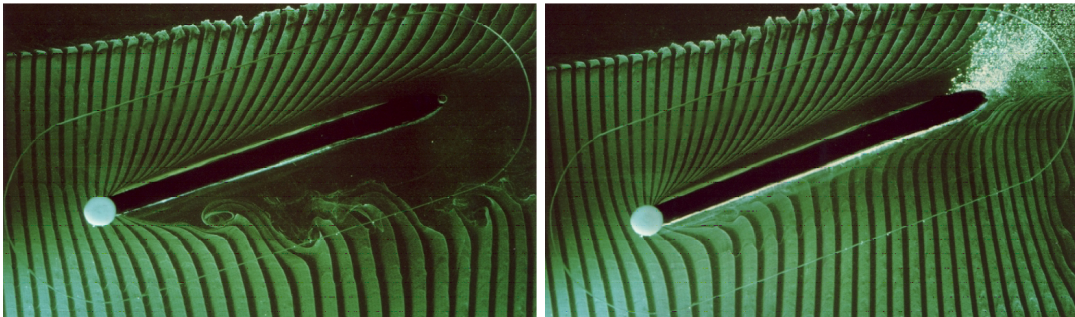


FIGURE 1.17 – Expérience de prévention de la séparation de couche limite sur un profil en incidence par forçage électromagnétique réalisée par Weier *et al.* (2003) avec des actionneurs parallèles (cas où l'actionneur n'est pas activé à gauche et est activé à droite)

Suivant l'orientation de l'actionneur par rapport à la direction de l'écoulement externe, les forces peuvent être orientées de façon à agir longitudinalement ou transversalement sur l'écoulement. Lorsque ces actionneurs sont placés sur un profil hydrodynamique, ils peuvent être utilisés en forçage aligné continu pour compenser un gradient de pression adverse et ainsi retarder voire empêcher un décollement de couche limite (figure 1.16 de Lindquist (2005) et 1.17 de Weier *et al.* (2003)). Lorsque les actionneurs “parallèles” sont orientés de manière transverse en regard d'une couche limite turbulente, ils peuvent générer un forçage transverse. Lorsque ce forçage est excité périodiquement de façon alternée, il peut produire

sur l'écoulement une action comparable à une oscillation transverse de paroi (Berger *et al.*, 2000).

1.5 Équations de base en électromagnétisme

Dans cette section, nous rappelons sommairement les notations et la formulation des équations de base retenues pour modéliser le champ de force électromagnétique. Nous présenterons en outre les hypothèses de base faites lors de la modélisation du mouvement d'un fluide faiblement électro-conducteur soumis à un forçage électromagnétique.

1.5.1 Aspects électrochimiques

L'eau de mer est un électrolyte: principalement une solution de chlorure de sodium. Les courants électriques résultent de la migration des ions induite par une différence de potentiel électrique et par l'écoulement. Au niveau des électrodes, les réactions d'oxydo-réduction permettent la continuité des courants. Elles se traduisent par des sauts de potentiel (ou surtensions) caractéristiques de l'activation des espèces ionisées (Hydrogène H^+ et Chlore Cl^-). Dans le cadre de cette étude, on suppose que ces surtensions sont réparties uniformément à la surface de l'électrode. On suppose aussi que la couche limite diffusionnelle électrochimique est suffisamment fine pour permettre un approvisionnement rapide en espèces électrochimiques (Boissonneau & Thibault, 1999). La présence des bulles n'est pas non plus prise en compte. Dans la suite de cette étude, l'eau de mer sera assimilée à un conducteur de conductivité apparente σ . Pour l'eau de mer, la conductivité apparente vaut $\sigma \approx 5S.m^{-1}$ environ.

1.5.2 Charge électrique

Une notion fondamentale en électricité est celle de la charge électrique. Elle joue un rôle analogue à la masse en mécanique des fluides. Il est postulé que sa valeur intrinsèque est indépendante de l'observateur. Ainsi, la charge d'un électron est $1.6008 \cdot 10^{-19}$ Coulomb quel que soit la vitesse de ce dernier. Le concept de charge ponctuelle est parfois utile pour analyser l'interaction de particules chargées (électrons ou ions). Quoiqu'il en soit, en électrodynamique des milieux continus, il est possible de faire l'hypothèse simplificatrice que la charge est une quantité distribuée de manière continue (Landau & Lifchitz, 1969). Il est alors possible de définir une densité volumique de charge électrique q telle que la charge totale Q d'un domaine de volume \mathcal{V} s'écrit:

$$Q = \iiint_{\mathcal{V}} q \, d\mathcal{V} \tag{1.1}$$

1.5.3 Courant électrique

Les porteurs de charge se déplacent par rapport à la matière qui elle-même est en mouvement par rapport au repère de référence. Si \vec{u} est la vitesse locale de la matière dans

ce référentiel et \vec{v} la vitesse relative des porteurs de charges par rapport à la matière, la densité de courant \vec{j} dans le repère de référence s'écrit:

$$\vec{j} = q(\vec{u} + \vec{v}) \quad (1.2)$$

Le courant i traversant une surface \mathcal{S} est donc le flux de densité de courant \vec{j} à travers cette surface:

$$i = \iint_{\mathcal{S}} \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}} \quad (1.3)$$

1.5.4 Conservation de la charge électrique

Ce principe de conservation universellement accepté est analogue à celui de conservation de la masse. Il suppose que la variation temporelle de la charge d'un domaine de volume \mathcal{V} donné provient du flux de charge à travers le contour $\partial\mathcal{V}$ de ce domaine.

$$\iiint_{\mathcal{V}} \frac{\partial q}{\partial t} d\mathcal{V} + \oiint_{\partial\mathcal{V}} \vec{j} \cdot d\vec{\mathcal{S}} = 0 \quad (1.4)$$

Le théorème de Green-Ostrogradsky nous permet de dire que le flux d'une quantité vectorielle à travers une surface fermée est égal à l'intégrale sur le volume contenu par cette surface de la divergence de ce vecteur. En prenant en compte de la définition 1.2, on obtient donc la relation suivante:

$$\iiint_{\mathcal{V}} \left(\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} \right) d\mathcal{V} = 0 \quad (1.5)$$

Comme l'intégrale de cette quantité est nulle quelque soit le choix du domaine de volume \mathcal{V} , cette quantité est nulle en tout point. On obtient alors la relation locale suivante:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (1.6)$$

Si le matériau utilisé est suffisamment conducteur, il n'y a pas d'accumulation locale de charges. Le champ vectoriel de densité de courant a donc la propriété d'être conservatif et l'équation de conservation de la charge s'écrit alors sous la forme simplifiée suivante:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (1.7)$$

1.5.5 Loi d'Ohm

Cette loi intrinsèque caractérise la capacité des matériaux à transporter des charges électriques sous l'influence d'un champ électrique appliqué. Dans les matériaux isotropes immobiles, on observe que la densité de courant \vec{j} est proportionnelle au champ électrique $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$ provenant d'un gradient de potentiel électrique φ et à la conductivité électrique.

Pour les fluides conducteurs en mouvement, la loi d'Ohm s'exprime sous la forme de l'équation 1.8 (Moreau, 1990). En effet, le déplacement avec une vitesse \vec{u} de matériaux conducteurs en présence d'un champ magnétique d'induction \vec{B} , induit un champ électrique ($\vec{u} \wedge \vec{B}$) générant une densité de courant telle que:

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \wedge \vec{B}) \quad (1.8)$$

Dans le cas où l'on utilise des aimants permanents en Néodyme Fer Bore, le champ magnétique rémanent est relativement faible (de l'ordre du Tesla). Avec une vitesse d'écoulement maximale de l'ordre $10m.s^{-1}$, le champ électrique induit $\vec{u} \wedge \vec{B}$ est de l'ordre de $10V.m^{-1}$. Il permet de générer des forces dont l'ordre de grandeur ne vaut que $50N.m^{-3}$. A titre de comparaison, les forces de gravité sont de l'ordre de $\rho g = 10^4N.m^{-3}$. Pour que les forces électromagnétiques développées au sein de l'écoulement ne soient pas négligeables, elles doivent être de l'ordre de 10^3 à $10^4N.m^{-3}$. Un champ électrique \vec{E} de l'ordre de $10^3V.m^{-1}$ doit donc être imposé pour atteindre ce niveau de forçage. Il apparaît alors clairement que le champ électrique $\vec{u} \wedge \vec{B}$ induit par l'écoulement devient négligeable face au champ électrique \vec{E} imposé par la différence de potentiel aux bornes des électrodes. La densité de courant électrique \vec{j} pourra donc être considérée comme indépendante de l'écoulement dans le cadre de cette étude et on retiendra la formulation de la loi d'Ohm suivante:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1.9)$$

1.5.6 Équation de l'induction

L'équation de l'induction décrite par Moreau (1990) s'obtient en combinant les équations de Maxwell avec la loi d'Ohm. Cette équation de l'induction traduit le fait qu'une variation temporelle de champ magnétique peut provenir de deux termes sources:

- Un terme de transport $\vec{\nabla} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{B})$
- Un terme de diffusion $\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \vec{B}$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \vec{B} \quad (1.10)$$

Si l'on adimensionne cette équation avec un champ magnétique caractéristique B_0 , une longueur l_c et une vitesse U_c caractéristiques de l'écoulement, on fait apparaître le nombre de Reynolds magnétique sans dimension Re_m tel que:

$$\frac{\partial \vec{B}^*}{\partial t^*} = \vec{\nabla}^* \wedge (\vec{u}^* \wedge \vec{B}^*) + \frac{1}{Re_m} \nabla^{*2} \vec{B}^* \quad (1.11)$$

Avec:

$$\begin{aligned} Re_m &= \mu_0 \sigma U_c / l_c \\ \vec{B}^* &= \vec{B} / B_0 \\ t^* &= t \times U_c / l_c \\ \vec{\nabla}_i^* &= \frac{\partial}{\partial x_i / l_c} \end{aligned}$$

Le nombre de Reynolds magnétique Re_m correspond au rapport entre le temps de diffusion magnétique ($l_c^2 / \mu_0 \sigma$) et le temps de transit (l_c / U_c). Dans l'eau de mer, la conductivité électrique ($\sigma = 5 S.m^{-1}$) est très faible par rapport à de bons conducteurs comme les métaux ($\sigma = 10^6$ à $10^7 S.m^{-1}$) et la perméabilité magnétique équivaut à peu près à celle du vide ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7} H.m^{-1}$). Le coefficient de diffusion électromagnétique $\frac{1}{\mu_0 \sigma}$ est donc de l'ordre de $1.6.10^5 m^2.s^{-1}$. Avec une vitesse caractéristique de l'ordre de $10 m.s^{-1}$ et une dimension caractéristique de couche limite de l'ordre de $10^{-2} m$, le nombre de Reynolds magnétique associé à un forçage électromagnétique d'écoulement en eau de mer est de l'ordre de 6.10^{-3} . Dans le cadre de cette étude, le nombre de Reynolds magnétique Re_m est donc très faible à cause de la faible conductivité de l'eau de mer. Cela permet de faire l'hypothèse simplificatrice que le champ magnétique est purement diffusif et ne dépend pas de l'écoulement. L'équation de l'induction se trouve alors simplifiée en une simple équation de diffusion:

$$\nabla^2 \vec{B} = 0 \quad (1.12)$$

1.5.7 Distribution du champ de force

Le champ de force électromagnétique est le produit vectoriel d'un champ de densité de courant électrique \vec{j} et d'un champ d'induction magnétique \vec{B} tel que:

$$\vec{f}_{em} = \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (1.13)$$

Comme nous venons de le voir dans le paragraphe précédent, le champ de densité de courant électrique \vec{j} et le champ d'induction magnétique \vec{B} sont indépendants de l'écoulement. Il en résulte que le champ de force électromagnétique est lui aussi indépendant de l'écoulement. L'utilisation d'aimants permanents implique que l'intensité et le signe du champ de force sont directement pilotés par l'intensité du courant et la polarité des électrodes.

Nous proposons de décrire les champs de densité de courant électrique et d'induction magnétique comme étant le produit d'une intensité et d'une fonction de distribution. Notons respectivement j_0 et B_0 , la densité moyenne de courant électrique et l'induction magnétique moyenne imposées au niveau de la surface respective des pôles électriques et

magnétiques telles que:

$$\vec{j} = j_0 \vec{j}^* \qquad \vec{B} = B_0 \vec{B}^* \qquad (1.14)$$

La densité de courant électrique j_0 sera considérée comme un paramètre variable et l'induction magnétique B_0 sera constante et ne dépendra que de la nature des aimants. Les vecteurs \vec{j}^* et \vec{B}^* sont alors respectivement des fonctions de distribution du champ de densité de courant électrique et du champ d'induction magnétique. Ces fonctions sont invariantes quelque soit l'intensité du forçage et sont décrites plus précisément dans le chapitre 4. Elles ne dépendent que de la géométrie des électrodes et des aimants.

Le champ de force électromagnétique peut alors s'écrire:

$$\vec{f}_{em} = j_0 B_0 \vec{f}_{em}^* \qquad \vec{f}_{em}^* = \vec{j}^* \wedge \vec{B}^* \qquad (1.15)$$

Le vecteur $\vec{j}^* \wedge \vec{B}^*$ correspond à la fonction de distribution des forces électromagnétiques \vec{f}_{em}^* . Cette dernière est décrite plus précisément dans le chapitre 4.3 dans le cas d'actionneurs parallèles. L'intensité et le signe des forces peuvent être modulés de manière interactive par la densité de courant électrique j_0 puisque l'induction magnétique B_0 est fixée par l'aimant.

1.6 Équations de base en mécanique des fluides

Dans cette section, nous présenterons les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement utilisés lors de la modélisation du mouvement d'un fluide électroconducteur soumis à un forçage électromagnétique.

1.6.1 Conservation de la masse

Le principe de conservation de la masse se traduit par l'équation 1.16.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \qquad (1.16)$$

Dans le cas d'écoulements incompressibles, la masse volumique est considérée comme invariante. Il n'y a pas d'accumulation de masse localement. Cette équation 1.16 se résume alors à l'équation de continuité 1.17 qui peut prendre les trois formes suivantes suivant les notations:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^3 u_{i,i} = 0 \qquad (1.17)$$

1.6.2 Conservation de la quantité de mouvement

Le principe fondamental de la dynamique permet d'écrire que la variation temporelle de la quantité de mouvement d'une particule de fluide est égale à la somme des forces (de

pression, de viscosité, etc...) qu'on lui applique. L'équation de Navier-Stokes comprenant les termes source de forces volumiques f_i , traduit ce principe pour un volume élémentaire telle que $\forall i \in [1,3]$

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i \quad (1.18)$$

- ρ correspond à la masse volumique en $kg.m^{-3}$
- u_i correspond à la vitesse en $m.s^{-1}$ dans la direction x_i
- t correspond au temps en s
- p correspond à la pression en *Pascal* (ou en $Joule.m^{-3}$)
- μ correspond à la viscosité dynamique en $kg.m^{-1}.s^{-1}$
- f_i correspond à une force volumique en $N.m^{-3}$

Lorsque les forces sont d'origine électromagnétique, on obtient l'équation de Navier-Stokes comprenant des termes source de forçage électromagnétique:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right) = -\vec{\nabla} p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (1.19)$$

1.6.3 Nombres sans dimension

La formulation adimensionnelle de l'équation de Navier-Stokes repose sur le choix d'une vitesse et d'une longueur caractéristiques de l'écoulement que l'on note ici respectivement U_c et l_c . Toutes les grandeurs physiques sont alors rapportées à ces échelles caractéristiques. Ces grandeurs physiques relatives sont écrites ici avec l'exposant * telles que:

$$\begin{aligned} u_i^* &= u_i / U_c & x_i^* &= x_i / l_c \\ t^* &= t \times l_c / U_c & p^* &= p / \rho U_c^2 \end{aligned}$$

Si l'on divise l'équation de Navier-Stokes (éq. 1.19) par $\rho U_c^2 / l_c$, on obtient alors la forme adimensionnée de l'équation de Navier-Stokes, comprenant des termes source de forçage électromagnétique, telle que $\forall i \in [1,3]$:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \sum_{j=1}^3 u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^{*2}} + Stuart (\vec{j}^* \wedge \vec{B}^*)_i \quad (1.20)$$

$$Re = \frac{\rho U_c l_c}{\mu} \quad Stuart = \frac{j_0 B_0 l_c}{\rho U_c^2} \quad (1.21)$$

Cette adimensionnalisation fait apparaître deux nombres sans dimension: le nombre de Reynolds et le nombre de Stuart. Le nombre de Reynolds Re traduit le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses dans l'écoulement. Le nombre de $Stuart$ traduit

le rapport entre les forces électromagnétiques et les forces d'inertie. Pour un écoulement donné, le nombre de *Stuart* est donc le paramètre caractérisant l'intensité relative des forces. Cette intensité des forces est ajustée par l'intensité j_0 de la densité de courant lorsque les aimants sont permanents.

Le nombre de Hartmann (produit du nombre de Reynolds Re et de *Stuart*) est aussi fréquemment utilisé. Il caractérise le rapport entre les forces électromagnétiques et les forces visqueuses.

$$H_a^2 = Re \times Stuart = \frac{j_0 B_0 l_c^2}{\rho \nu U_c} \quad (1.22)$$

1.7 Ajustement des échelles du forçage

1.7.1 Échelles de la turbulence

La figure 1.18 illustre une vue conceptuelle des échelles de la turbulence et de sa structuration selon Meng (1998). Cette figure montre le positionnement relatif de tourbillons en épingle à cheveux et de phénomènes d'éjection et de balayage.

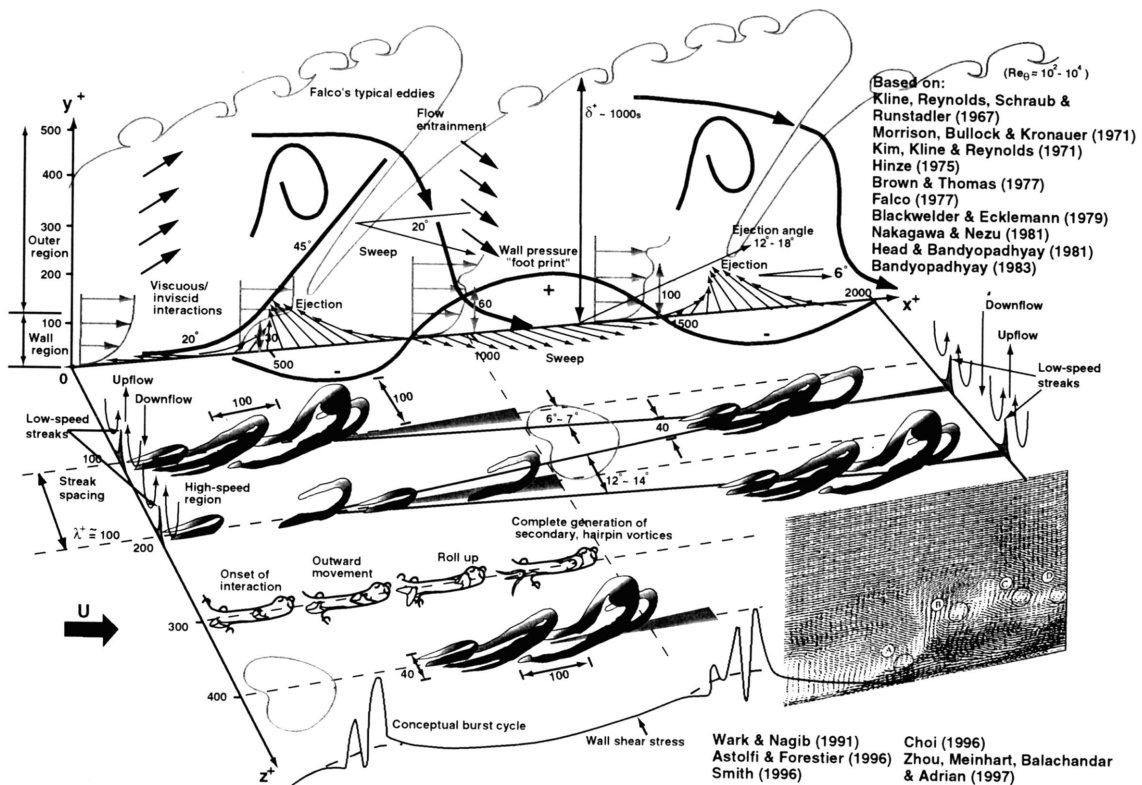


FIGURE 1.18 – Vue conceptuelle de la structure et des échelles de la turbulence selon Meng (1998)

Lorsque le nombre de Reynolds est très important, les forces d'inertie de l'écoulement l'emportent sur les forces de viscosité. Il en résulte que l'écoulement transite plus facilement vers un régime turbulent lorsqu'il est soumis à des perturbations. Des instabilités prenant la forme de structures vorticitaires cohérentes (tourbillons) se propagent alors au sein de

l'écoulement. Lorsqu'on veut caractériser un écoulement turbulent, on le décrit généralement en fonction de ses échelles internes. Les vitesses sont alors rapportées à la vitesse de frottement u_τ . On rappelle que la vitesse de frottement u_τ est définie de telle sorte que l'énergie cinétique volumique associée à cette vitesse soit égale à la contrainte moyenne de cisaillement à la paroi :

$$\rho u_\tau^2 = \mu \left. \frac{d\bar{u}}{dy} \right|_{wall} \quad (1.23)$$

Les distances sont, quant à elles, exprimées en fonction de la longueur visqueuse l_ν définie par $l_\nu = \frac{\nu}{u_\tau}$ où ν est la viscosité cinématique du fluide considéré. On utilise généralement l'exposant $+$ pour signifier qu'une quantité est normalisée par ces échelles internes de turbulence. On dit alors qu'elle est exprimée en unité de paroi ou unité pariétale.

1.7.2 Échelles du forçage

Dans le cas du contrôle électromagnétique d'écoulement, le forçage possède ses propres échelles temporelles et spatiales. Il est donc nécessaire de caractériser ces échelles pour les comparer et éventuellement les ajuster aux échelles temporelles et spatiales de la turbulence.

Échelles spatiales du forçage

L'échelle spatiale et la distribution des champs de force électromagnétique sont déterminées par l'échelle et la géométrie des actionneurs. En effet, ces derniers conditionnent sa zone d'action. Par conséquent, l'ajustement des échelles spatiales du forçage en regard des échelles de la turbulence s'effectue en déterminant la taille et la géométrie de l'actionneur correspondant à l'écoulement que l'on souhaite contrôler. Cette géométrie est aussi étroitement liée à des critères de réalisations pratiques.

Échelles temporelles du forçage

Les forces électromagnétiques peuvent et doivent être non-permanentes puisque le temps caractéristique de leur action dépend de la réponse de l'écoulement au forçage imposé. Comme le montre l'équation 1.20, l'intensité du forçage est caractérisée par un paramètre sans dimension dont la valeur est directement proportionnelle à l'intensité du courant imposé aux bornes des électrodes. Il est donc pertinent d'ajuster le cycle électrique d'activation (continu, alternatif, créneau) aux échelles temporelles de la turbulence. Cet ajustement temporel s'effectue en choisissant l'intensité du courant et le temps ou la période d'activation adéquate.

1.8 Objectifs de l'étude

Cette étude relativement académique se situe dans le cadre du contrôle actif d'écoulements turbulents pariétaux. Des schémas de contrôle déterministes et interactifs en boucle ouverte sont explorés à travers des simulations numériques directes d'écoulements turbulents. Ces dernières sont effectuées dans une géométrie académique (canal plan) permettant de limiter le nombre de paramètres intervenant dans cette étude. Elles permettent d'accéder aux caractéristiques physiques d'écoulements 3D instationnaires avec une résolution en temps et en espace nettement plus importante que n'importe quel montage expérimental. Elles donnent accès à des analyses très riches, aussi bien sur les propriétés statistiques de la turbulence que sur la structure et la dynamique de l'écoulement manipulé.

Le contrôle repose sur des forces électromagnétiques évoluant en temps et en espace et appliquées à un écoulement de fluide faiblement électro-conducteur (eau de mer par exemple). Les modèles permettant de déterminer le champ de force électromagnétique sont plus raffinés que ceux généralement décrits dans la littérature. En effet, nos modèles prennent en compte la géométrie des électrodes et des aimants composant les actionneurs. Le modèle analytique du champ de force utilisé dans la présente étude a été validé par Lindquist (2005) grâce à des comparaisons entre des expériences et des simulations numériques de forçage d'écoulement 3D instationnaires initialement au repos.

D'un point de vue applicatif, l'objectif est de poursuivre l'analyse des possibilités offertes par les actionneurs électromagnétiques pour la manipulation des couches limites d'eau de mer et la génération ou la destruction de structures vorticitaires cohérentes (Lindquist *et al.*, 2003). Il s'agit d'explorer les diverses géométries d'actionneurs et cycles d'actionnement en vue de proposer et comprendre les schémas de contrôle potentiellement intéressants et réalisables d'un point de vue expérimental.

Deuxième partie

Méthodes numériques, simulation et
modélisation

Chapitre 2

Simulations Numériques Directes

Les simulations numériques directes (D.N.S. pour “*Direct Numerical Simulation*”) de ces travaux portent sur le contrôle électromagnétique d’écoulements turbulents faiblement électro-conducteurs comme l’eau de mer. Elles reposent sur une version améliorée du code D.N.S. open-source (libre de droits) proposé par Orlandi (2000) et ses collaborateurs. Ces simulations numériques directes constituent un outil de recherche particulièrement riche pour analyser finement ce mode original de forçage. Elles permettent d’avoir accès aux grandeurs physiques ainsi qu’aux structures tourbillonnaires propres à un écoulement turbulent de proche paroi et donc de connaître l’influence de divers forçages sur celles-ci. La résolution de l’ensemble des échelles du maillage par simulations numériques directes ne peut être envisagée qu’autour de configurations très académiques (canal plan par exemple). Avec les performances des calculateurs actuels, elles ne sont en aucun cas un moyen d’obtenir des solutions aux équations de Navier-Stokes dans un problème d’ingénierie (écoulement externe d’un navire ou d’un avion). Des simulations des grandes échelles (L.E.S. pour “*Large Eddy Simulation*”) auraient pu être envisagées en raison de leur temps de calcul plus faible et de la possibilité d’utiliser des géométries moins académiques mais elles n’ont pas été retenues en raison de leur inadéquation au problème. En effet, les simulations des grandes échelles permettent d’utiliser des maillages moins raffinés que les D.N.S. mais elles reposent sur une modélisation de la turbulence aux échelles inférieures à la taille des mailles (Lamballais *et al.*, 2005). Dans le problème que nous considérons, le forçage imposé a ses propres échelles et les forces sont fortement non-uniformes et principalement localisées à proximité de la paroi. C’est pourquoi, les modèles sous-mailles des L.E.S. sont inappropriés puisqu’ils reposent sur l’hypothèse d’isotropie de l’écoulement pour les petites échelles et ainsi ne prennent pas en compte les forçages locaux.

2.1 Géométrie du domaine de calcul

L’étude du contrôle d’écoulement turbulent par forçage électromagnétique est effectuée dans un canal plan périodique de hauteur $2h$. Cette géométrie très simple et académique, permet de mettre en évidence les seuls effets du forçage sur la turbulence. Dans un canal

plan, l'écoulement moyen est homogène suivant les directions longitudinale (\vec{x}) et transverse (\vec{z}). La vitesse moyenne ne dépend que de la distance à la paroi suivant la direction normale (\vec{y}). Cependant, la simulation numérique d'écoulement turbulent en canal plan nécessite le calcul de champs de vitesse et de pression dans un domaine tridimensionnel. Cela donne la possibilité de prendre en compte des degrés de liberté permettant la croissance d'instabilités tridimensionnelles conduisant à la formation de structures tourbillonnaires en forme d'épingle à cheveux (Robinson, 1991) étroitement liées à l'augmentation du frottement pariétal.

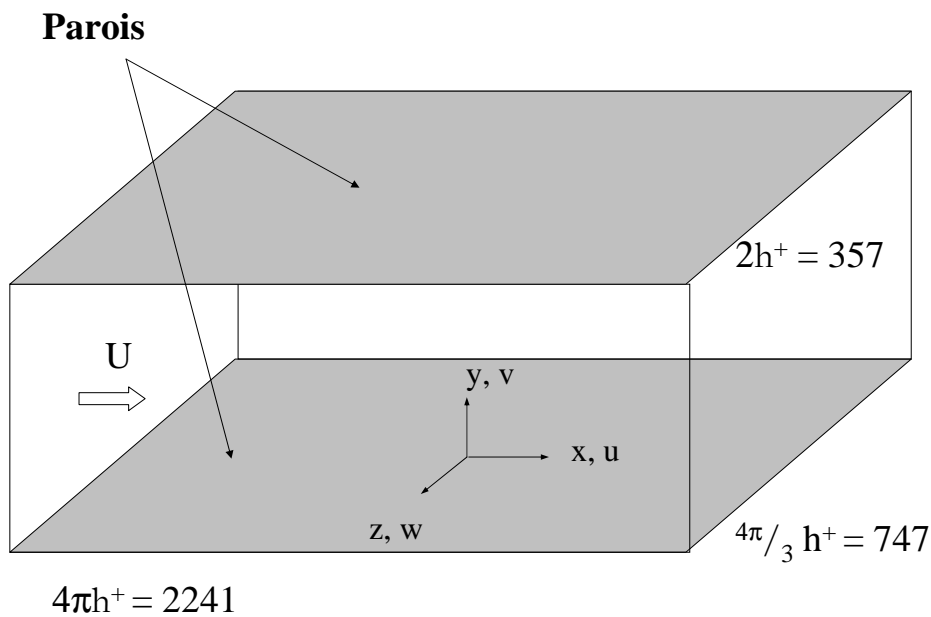


FIGURE 2.1 – Géométrie et coordonnées du canal plan

Les conditions aux limites sont telles que les parois supérieures et inférieures du canal sont adhérentes et imperméables (vitesse nulle). Suivant les directions longitudinale et transverse, des conditions de périodicité sont imposées. Le canal doit donc être suffisamment étendu transversalement et longitudinalement pour inclure les plus grosses structures tourbillonnaires. Celles-ci ont une hauteur maximale qui vaut approximativement h (où h est la demi-hauteur du canal) et une largeur maximale qui vaut approximativement $2h$ (Jimenez & Moin (1991), Jimenez & Moin (1999)). Si nous voulons qu'elles puissent interagir, il faut que le canal contienne au moins deux de ces plus grosses structures sur la largeur du canal. Sa taille est donc fixée à $\frac{4}{3}\pi h$ suivant la direction transverse. En ce qui concerne la longueur minimale du canal, elle a été fixée à $4\pi h^+ = 2241$ pour un nombre de Reynolds $Re_\tau = \frac{u_\tau h}{\nu} = h^+ = 178.5$. Cela permet de contenir au moins deux allées de hautes et basses vitesses sur toute la longueur du canal. Ces dimensions sont des multiples

de π car des transformées de Fourier sont utilisées dans la deuxième partie du calcul des champs de vitesse et de pression.

2.2 Méthodes numériques

Dans le cas d'écoulement en canal plan, l'équation de Navier-Stokes 2.1 est adimensionnée par la demi-hauteur h du canal et la vitesse maximale U_{cp} d'un profil de Poiseuille. La vitesse maximale U_{cp} est située au centre du canal et vaut $U_{cp} = \frac{3}{2}U_{deb}$ où U_{deb} est la vitesse débitante. Cette adimensionnalisation fait apparaître le nombre de Reynolds Re_{cp} et le nombre de Stuart $Stuart_{cp}$ tels que:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \sum_{j=1}^3 u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re_{cp}} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^{*2}} + Stuart_{cp} (\vec{j}^* \wedge \vec{B}^*)_i \quad (2.1)$$

$$Re_{cp} = \frac{\rho U_{cp} h}{\mu} \quad Stuart_{cp} = \frac{j_0 B_0 h}{\rho U_{cp}^2} \quad (2.2)$$

Le système d'équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement est résolu par une méthode de différences finies à pas fractionnés (*Fractional Step*) initialement développée par Yanenko (1971) puis repris par Kim & Moin (1985). La version de base du code de simulations numériques directes de l'équipe provient d'Orlandi (2000) et de ses collaborateurs.

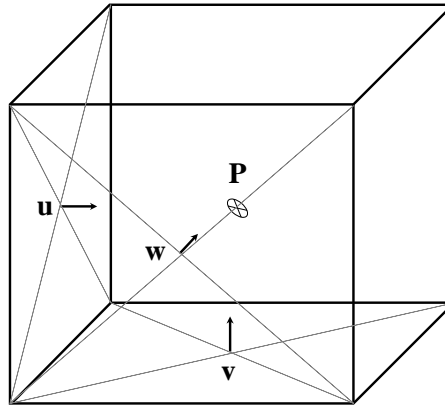


FIGURE 2.2 – Position des variables dans le maillage

La figure 2.2 illustre la position des variables dans une maille du domaine de calcul. Les composantes du champ de vitesse sont positionnées au centre des faces de chaque maille. La pression, quant à elle, est située au centre des mailles. Pour la résolution des équations de Navier-Stokes 2.1, la discrétisation des dérivées spatiales utilise un schéma centré d'ordre 2 décrit dans le livre d'Orlandi (2000). Cela implique que les composantes des forces de

pression, de viscosité sont calculées au centre des faces de chaque maille. Les termes source de forçage électromagnétique sont donc calculés aux mêmes endroits.

Pour l'avancement temporel, les termes non-linéaires (liés à la convection) noté " H_i " sont calculés de manière explicite soit par un schéma du type d'Adams-Bashfort d'ordre 2 ($CFL_{max} < 1$), soit par un schéma du type Runge-Kutta d'ordre 3 ($CFL_{max} < \sqrt{3}$). Le "CFL" fait référence à la condition de stabilité de Courant, Friedrichs et Lewy (Courant *et al.* (1928) et Courant *et al.* (1967)) liée au traitement explicite des termes de convection.

$$CFL = \max\left(\frac{u}{\Delta x} + \frac{v}{\Delta y} + \frac{w}{\Delta z}\right)\Delta t \quad (2.3)$$

Les termes de diffusion, relatifs aux forces de viscosité du fluide, sont discrétisés par un schéma implicite inconditionnellement stable de type Crank-Nicholson. Ce schéma permet de s'affranchir de la condition de stabilité visqueuse :

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^2 Re_{cp}} < \frac{1}{2}$$

Cette condition de stabilité est plus restrictive que la condition sur le "CFL" à faible nombre de Reynolds.

En ce qui concerne les termes de forçage électromagnétique, il n'existe pas à ma connaissance de critère de stabilité. On conviendra cependant, qu'un forçage électromagnétique dont l'ordre de grandeur est supérieur aux forces de frottement d'un écoulement turbulent non contrôlé sera si intense qu'il générera localement des sur-vitesses. Ces augmentations locales de vitesse peuvent ainsi augmenter la valeur du CFL et lui faire dépasser la valeur du critère de stabilité. Si la valeur du pas de temps n'est pas ajusté, le calcul pourra diverger.

2.2.1 Première étape: Approximation du champ de vitesse

La première étape du "*Fractional step*" consiste à déterminer une approximation du champ de vitesse \hat{u}_i^s au bout du pas de temps Δt de la simulation. Ce champ de vitesse est considéré comme une première approximation de telle sorte qu'il conservera le débit massique globalement mais pas localement. Dans la suite de ce chapitre, nous utiliserons les notations suivantes pour les quantités adimensionnées:

- Δt : pas de temps.
 n : indice temporel tel que le temps $t_n = n\Delta t$
 u_i^r : $i^{\text{ème}}$ composante du champ de vitesse au temps récent t_r .
 \hat{u}_i^s : $i^{\text{ème}}$ composante du champ de vitesse approché au temps suivant t_s .
 H_i^p : $i^{\text{ème}}$ composante du terme de convection au temps précédent t_p
 p^r : pression au temps récent t_r
 $F_{em_i}^{\frac{r+s}{2}}$: $i^{\text{ème}}$ composante du terme de forçage EM au temps moyen $t_{\frac{r+s}{2}}$
 σ_1 : coefficient lié à la discrétisation temporelle des forces de pression.

Considérons comme étant connus, les champs de vitesse et de pression aux temps récent t_r et précédent t_p . Le champ de force imposé est défini par l'utilisateur à chaque instant et est donc aussi une donnée connue. Les inconnues sont alors les champs de vitesse et pression au temps suivant t_s . Dans cette première étape du "*Fractional step*", nous écrivons l'équation de Navier-Stokes au temps $\frac{r+s}{2}$ ($n + \frac{1}{2}$ pour Adams-Bashfort) de telle sorte que: $\forall i \in [1,3]$:

$$\frac{\hat{u}_i^s - u_i^r}{\Delta t} = \gamma^k H_i^r + \rho^k H_i^p + \frac{\alpha^k}{Re_{cp}} \nabla^2 \left(\frac{\hat{u}_i^s + u_i^r}{2} \right) - \alpha^k \sigma_1 \vec{\nabla}_i p^r + \alpha^k F_{em_i}^{\frac{r+s}{2}} \quad (2.4)$$

$$F_{em_i}^{\frac{r+s}{2}} = Stuart_{cp}^{\frac{r+s}{2}} (j^* \wedge B^*)_i \quad (2.5)$$

Le champ de pression est évalué au temps récent t^r pour l'instant. Il sera lui aussi corrigé dans la deuxième partie du "*Fractional step*" pour prendre en compte la conservation locale de la masse.

Schéma d'Adams-Bashforth:						
k	s	r	p	γ^k	ρ^k	$\alpha^k = \gamma^k + \delta^k$
1	$n + 1$	n	$n - 1$	3/2	-1/2	1
Schéma de Runge-Kutta:						
k	s	r	p	γ^k	ρ^k	$\alpha^k = \gamma^k + \delta^k$
1	$n + 8/15$	n	$n - 1/3$	8/15	0	8/15
2	$n + 2/3$	$n + 8/15$	n	5/12	-17/60	2/15
3	$n + 1$	$n + 2/3$	$n + 8/15$	3/4	-5/12	1/3

TABLEAU 2.1 – Coefficients associés aux schémas numériques temporels

Le tableau 2.1 donne les valeurs des coefficients des schémas numériques utilisés pour la discrétisation temporelle. Le schéma d'Adams-Bashfort est assez classique. Il fait appel aux données du problème aux temps précédent $n - 1$, récent n et suivant $n + 1$. Dans ce schéma, les termes non-linéaires liés à la convection sont évalués au temps $\frac{r+s}{2} = n + \frac{1}{2}$. Ils sont discrétisés de la façon suivante: on prend la valeur au temps récent et on rajoute

la moitié de la variation entre les temps récent et précédent. Le schéma de Runge-Kutta, quant à lui, nécessite trois sous-pas de temps. Il est décrit dans le livre d'Orlandi (2000).

Si on note Δu_i , l'incrément de vitesse tel que $\Delta u_i = \hat{u}_i^s - u_i^r$, on a alors $\forall i \in [1,3]$:

$$\Delta u_i = \left(\gamma^k H_i^r + \rho^k H_i^p - \alpha^k \sigma_1 \vec{\nabla}_i p^r + \alpha^k F_{em_i}^{\frac{r+s}{2}} \right) \Delta t + \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_{cp}} \nabla^2 (\Delta u_i + 2u_i^r) \quad (2.6)$$

Et donc $\forall i \in [1,3]$:

$$\left(1 - \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re} \nabla^2 \right) \Delta u_i = \left(\gamma^k H_i^r + \rho^k H_i^p - \alpha^k \sigma_1 \vec{\nabla}_i p^r + \alpha^k F_{em_i}^{\frac{r+s}{2}} + \frac{\alpha^k}{Re_{cp}} \nabla^2 u_i^r \right) \Delta t \quad (2.7)$$

Lorsque le laplacien 3D est discrétisé par un schéma centré d'ordre 2 en espace et que l'équation (2.7) est appliquée en chaque point du domaine 3D, on fait apparaître un système d'équations tridiagonal par blocs (3D donc 3 blocs imbriqués) pour chaque composante du champ de vitesse. Ce système est approximé par un produit de trois matrices tridiagonales où les terme d'ordre 2 en temps sont négligés:

$$1 - \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_{cp}} \nabla^2 \approx \left(1 - \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_{cp}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(1 - \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_{cp}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left(1 - \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_{cp}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (2.8)$$

Pour résoudre ce système d'équations, nous devons alors résoudre successivement trois systèmes matriciels. Suivant les directions longitudinale et transverse, ces systèmes sont tridiagonaux et cycliques. Une méthode de LU (pour "Lower Upper")¹ optimisée pour les matrices creuses (Press *et al.*, 1992) est utilisée pour la résolution. Les routines utilisées dans notre code D.N.S. ont été validées sur des cas tests par Kubicki (2009). Suivant la direction normale à la paroi, le système d'équations est tridiagonal et le coût numérique est moindre. La résolution de ce système d'équations en chaque point du domaine 3D permet d'obtenir l'incrément Δu_i de chaque composante de vitesse et par conséquent le champ de vitesse approché $\hat{u}_i^s = u_i^r + \Delta u_i$.

Les termes de convection H sont calculés sous forme conservative. Le gradient de pression $\vec{\nabla} p$ se décompose en deux parties, l'une moyenne en espace $\nabla_x \bar{p}$, orientée suivant la direction longitudinale de l'écoulement, et l'autre fluctuante $\vec{\nabla} p'$. Le gradient de pression moyen $\nabla_x \bar{p}$ est ajusté pour assurer la conservation du débit massique global. Suivant la direction longitudinale de l'écoulement, ce gradient de pression moyen $\nabla_x \bar{p}$ compense les composantes longitudinales des forces visqueuses $F_{\nu_x} = \frac{1}{Re} \nabla^2 u_x^r$ liées au cisaillement et des forces électromagnétiques F_{em_x} .

$$\nabla_x \bar{p} = \frac{1}{\mathcal{V}_{canal}} \iiint_{\mathcal{V}_{canal}} (F_{\nu_x} + F_{em_x}) d\mathcal{V} \quad (2.9)$$

Dans la version du code fourni par Bouillon (2004) au début de cette étude, les inversions matricielles liées au traitement implicite des forces de viscosité n'étaient réalisées que

¹La méthode de LU utilisée est celle où des zéro sont situés sur la diagonale supérieure.

dans la direction transverse de l'écoulement. En regard des résultats présentés par Bouillon (2004), cette implémentation numérique ne semblait pas affecter les statistiques de la turbulence. Quoiqu'il en soit, par principe de précaution, les inversions matricielles liées au traitement implicite des forces de viscosité suivant les directions longitudinales et normales ont été implémentées. Après cette correction, le temps de calcul a largement augmenté. Le recours à une optimisation séquentielle et à une parallélisation (décrites dans la section 2.5) des calculs numériques a été plus que nécessaire pour atteindre la résolution souhaitée. Après ces modifications, une étude d'écoulement turbulent non-forcé a été réalisée pour valider les modifications profondes effectuées sur le code D.N.S.. Les résultats obtenus ont été analysés par des statistiques qui sont présentées dans le chapitre 3.

2.2.2 Deuxième étape: Correction des champs de vitesse et de pression

A la fin de la première étape du “*Fractional Step*”, le champ de vitesse approché conserve le débit massique globalement mais pas localement. La prise en compte de l'équation de continuité (1.17) permet de corriger cela dans une deuxième étape. Introduisons le potentiel de vitesse ϕ homogène à une pression tel que $\forall i \in [1,3]$:

$$\frac{u_i^s - \hat{u}_i^s}{\Delta t} = -\alpha^k \sigma_2 \vec{\nabla}_i \phi \quad (2.10)$$

σ_2 est un deuxième coefficient lié à la discrétisation temporelle des forces de pression.

En imposant la conservation de la masse au temps t_s (cf équation (1.17)), on impose une divergence nulle au champ de vitesse ($\vec{\nabla} \cdot \vec{u}^s = 0$). On obtient alors une équation de Poisson à résoudre sur le scalaire ϕ :

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{\alpha^k \sigma_2 \Delta t} \vec{\nabla} \cdot \vec{u}^s \quad (2.11)$$

Les conditions aux limites liées à la configuration en canal plan sont de type Neumann aux parois. Cela signifie que le gradient du potentiel de vitesse ϕ est nul à la paroi ($\vec{\nabla} \phi = 0$). En effet, le champ de vitesse aux parois haute et basse du canal est imposé et n'a donc pas à être corrigé car $u_i^s = \hat{u}_i^s \forall i \in [1,3]$. La résolution numérique se fait en passant par des transformées de Fourier rapides (FFT). Des conditions de périodicité sur les champs de vitesse et de fluctuation de pression sont implicitement imposées au niveau des limites longitudinales et transverses du domaine de calcul. La solution à ce problème est alors déterminable à une constante près. Pour fixer la solution, on impose que la valeur moyenne (suivant les directions longitudinale et transverse) du potentiel de vitesse soit nulle au niveau de la paroi basse du canal.

Si l'on remplace la vitesse approchée $\hat{u}_i^s = u_i^s + \alpha^k \Delta t \sigma_2 \vec{\nabla}_i \phi$ (cf équation 2.10) dans l'équation 2.4, on obtient l'équation suivante résolue en deux étapes successives, telle que

$\forall i \in [1,3]$:

$$\frac{u_i^s - u_i^r}{\Delta t} = H_i^{\frac{r+s}{2}} + \frac{\alpha^k}{Re} \nabla^2 u_i^{\frac{r+s}{2}} - \alpha^k \vec{\nabla}_i \left(\sigma_1 p^r + \sigma_2 \left(\phi - \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_{cp}} \nabla^2 \phi \right) \right) + \alpha^k F_{em_i}^{\frac{r+s}{2}} \quad (2.12)$$

Avec

$$H_i^{\frac{r+s}{2}} = \gamma^k H_i^r + \rho^k H_i^p \quad (2.13)$$

$$\nabla^2 u_i^{\frac{r+s}{2}} = \nabla^2 \left(\frac{u_i^s + u_i^r}{2} \right) \quad (2.14)$$

La pression à l'itération temporelle suivante est évaluée par la relation :

$$p^s = p^r + \phi - \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_{cp}} \nabla^2 \phi \quad (2.15)$$

Donc finalement, l'équation de Navier-Stokes résolue en 2 étapes successives est telle que $\forall i \in [1,3]$:

$$\frac{u_i^s - u_i^r}{\Delta t} = H_i^{\frac{r+s}{2}} + \frac{\alpha^k}{Re_{cp}} \nabla^2 u_i^{\frac{r+s}{2}} - \alpha^k \vec{\nabla}_i [(\sigma_1 - \sigma_2)p^r + \sigma_2 p^s] + \alpha^k F_{em_i}^{\frac{r+s}{2}} \quad (2.16)$$

Dans le cas d'une simulation 3D instationnaire, la stabilité est un facteur important lorsqu'on ne veut pas se retrouver avec un pas de temps démesurément trop petit. En effet, dans le cas d'écoulements turbulents, les fluctuations locales de la vitesse peuvent induire une augmentation du critère de stabilité (CFL) jusqu'à un dépassement de sa valeur maximale (CFL_{max}). Cela entraîne alors une divergence de la simulation numérique. Pour palier à ce problème, la solution la plus directe est alors la diminution du pas de temps de la simulation, mais le temps total du calcul se trouve alors augmenté. Une solution plus élaborée consiste à prendre des schémas numériques plus stables permettant d'avoir des valeurs du CFL_{max} plus élevées. Les constantes σ_1 et σ_2 permettent de positionner temporellement l'évaluation du gradient de pression. Si $\sigma_1 = 1$ et $\sigma_2 = \frac{1}{2}$, le gradient de pression est évalué au temps $t^{\frac{r+s}{2}}$ et la précision est de l'ordre de $O(\Delta t^2)$. Dans notre cas, le choix $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ positionne l'évaluation du gradient de pression au temps t^s . La précision est alors de l'ordre de $O(\Delta t)$ mais le schéma numérique est bien plus stable (Orlandi, 2000).

2.3 Maillage du domaine de calcul de l'écoulement

2.3.1 Taille des mailles suivant la direction normale à la paroi

Le maillage utilisé pour cette étude est rectiligne. Il est raffiné près des parois du canal suivant la direction \vec{y} normale à celles-ci. Sa loi d'évolution est de type tangente hyperbolique avec un coefficient noté str_2 permettant d'en moduler la sévérité. Si l'on note ξ , la position suivant la normale à la paroi dans un maillage régulier et $y(\xi)$ la position

dans un maillage raffiné, alors $y(\xi)$ s'écrit de la façon suivante:

$$y(\xi) = \frac{\tanh(str_2(\xi - 0.5))}{\tanh(str_2/2)} \quad (2.17)$$

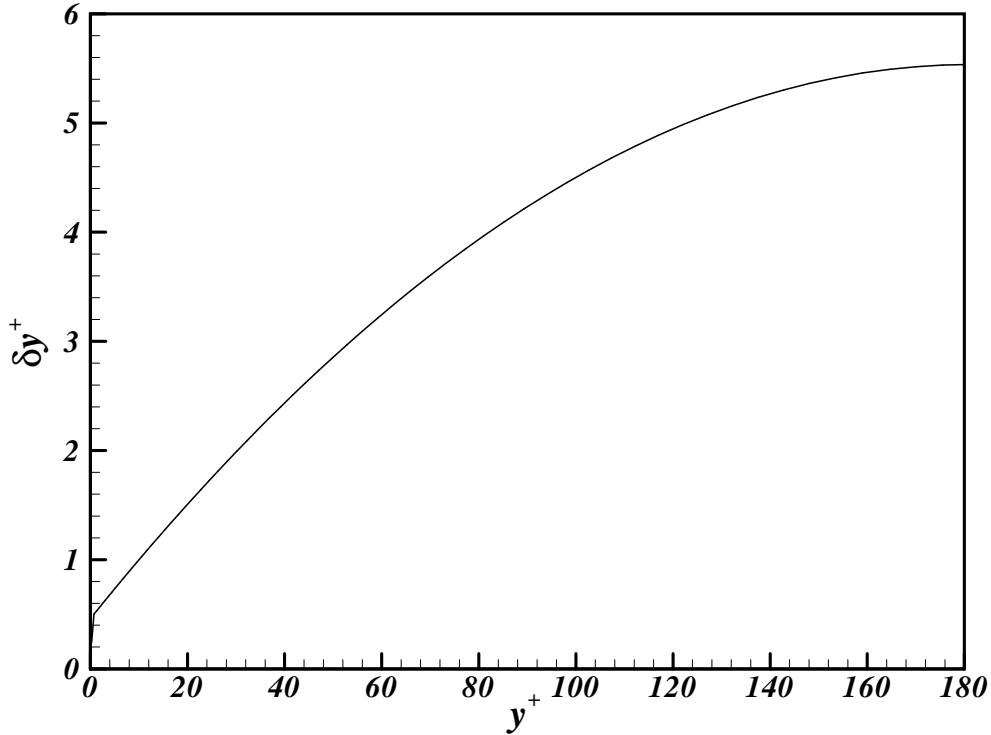


FIGURE 2.3 – Évolution de la taille des mailles en fonction de la distance à la paroi pour un écoulement turbulent non forcé en canal plan ($Re_\tau = 178.5$)

La figure 2.3 représente la taille des mailles δy^+ (en unités pariétales) en fonction de la distance à la paroi y^+ . Elle varie de $\delta y^+ = 0.5$ à la paroi à $\delta y^+ = 5.5$ au centre du canal. Dans ce cas, le nombre de mailles vaut $n2m = 128$ et le coefficient de raffinement vaut $str_2 = 3.8$. Ce choix est un bon compromis entre une discrétisation suffisamment fine près des parois et un nombre de mailles pas trop élevé. Ces paramètres sont conformes à ceux proposées dans les travaux de Bouillon (2004) et restent identiques pour toutes les simulations numériques présentées ci-après.

Le choix du coefficient de raffinement str_2 peut reposer sur la volonté d'avoir une variation de la vitesse moyenne δu^+ entre chaque maille, la plus constante possible. Ce critère permet de raffiner les zones de fort gradient. La figure 2.4 représente l'écart de vitesse longitudinale moyenne entre deux mailles successives. Cet écart de vitesse vaut $\delta u^+ = 0.5$ à la paroi. Il augmente jusqu'à $y^+ = 12$ pour atteindre la valeur $\delta u^+ = 0.68$. De $y^+ = 12$ à $y^+ = 40$, il décroît fortement jusqu'à atteindre la valeur $\delta u^+ = 0.16$. A partir de $y^+ = 40$, l'écart de vitesse entre deux mailles successives diminue beaucoup moins rapidement. Cette figure nous permet de conclure que la zone de l'écoulement comprise

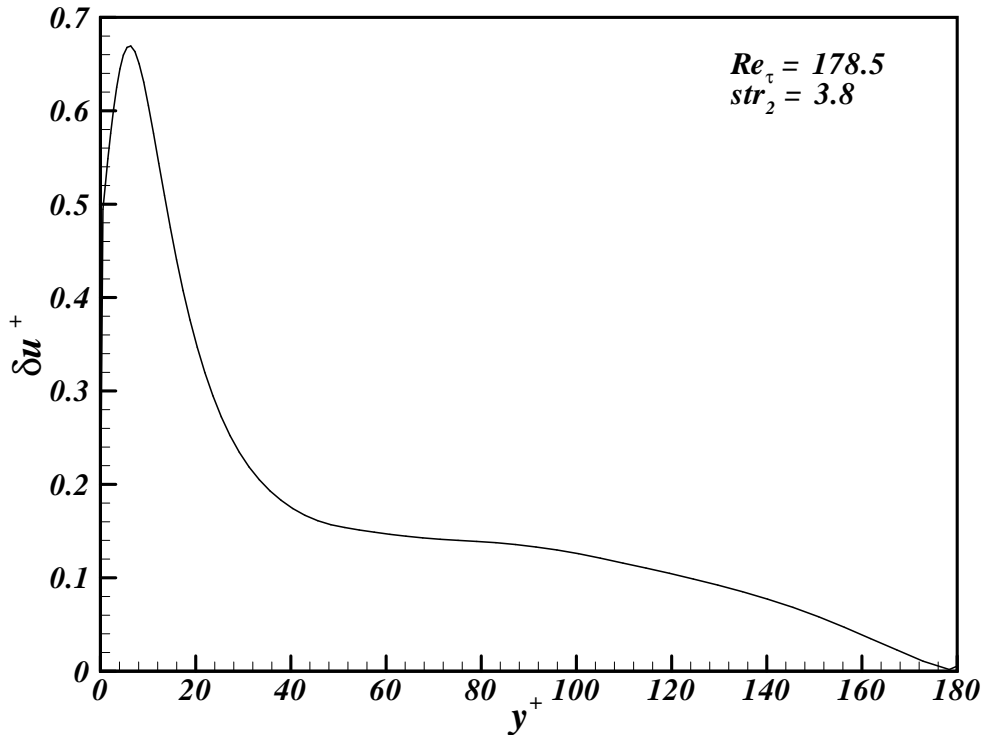


FIGURE 2.4 – Évolution de l'écart de vitesse entre mailles successives en fonction de la distance à la paroi pour un écoulement turbulent non forcé en canal plan ($Re_\tau = 178.5$)

entre la paroi et $y^+ = 40$ devrait encore être raffinée. Le choix du paramètre de raffinement str_2 pourrait donc encore être optimisé. Cependant, la variation de vitesse entre chaque maille étant de l'ordre de 3% de la vitesse maximale, nous avons considéré que le maillage était acceptable dans cette configuration.

2.3.2 Taille des mailles suivant la direction transverse à l'écoulement

La taille de maille suivant la direction \vec{z} transverse est constante et vaut $\delta z^+ = 2.9$ avec 256 mailles. Elle a été choisie dans le but d'obtenir une discrétisation suffisante des tourbillons quasi longitudinaux présents près de la paroi. En effet, Kim *et al.* (1987) rapportent que le diamètre moyen d'un tourbillon quasi-longitudinal vaut $d^+ \approx 20$. Cette taille de maille suivant la direction transverse permet de discrétiser un tourbillon quasi-longitudinal avec sept mailles environ. En ce qui concerne les actionneurs *parallèles* orientés suivant la direction longitudinale de l'écoulement, un minimum de 16 mailles est utilisé pour discrétiser le plus petit des actionneurs *parallèles* de base étudiés² dont la distance entre les aimants vaut $P_z^+ = 23.3$. Cela correspond à quatre mailles par pôle dans le pire des cas. Une faible discrétisation d'un actionneur ne se traduira pas en une erreur de calcul du champ de force électromagnétique au point considéré puisque celui-ci est calculé analyti-

²Un actionneur de base du réseau est composé de deux électrodes et deux aimants

quement. Cependant, cela se traduira en une représentation moins fine des variations du champ de force.

2.3.3 Taille des mailles suivant la direction longitudinale à l'écoulement

La taille des mailles suivant la direction \vec{x} longitudinale est elle aussi constante et vaut $\delta x^+ = 4.4$ avec 512 mailles. Elle a été choisie pour obtenir une discrétisation suffisante des têtes des tourbillons en épingle à cheveux et des forces générées par un actionneur de "petite" taille. En ce qui concerne les actionneurs *parallèles* orientés suivant la direction transverse de l'écoulement, un minimum de 16 mailles est utilisé pour discrétiser le plus petit des actionneurs *parallèles* de base étudiés dont la distance entre les aimants vaut $P_x^+ = 35$. Cela correspond à quatre mailles par pôle dans le pire des cas.

2.4 Pre-solveur du champ de force électromagnétique

2.4.1 Disposition des actionneurs dans le canal

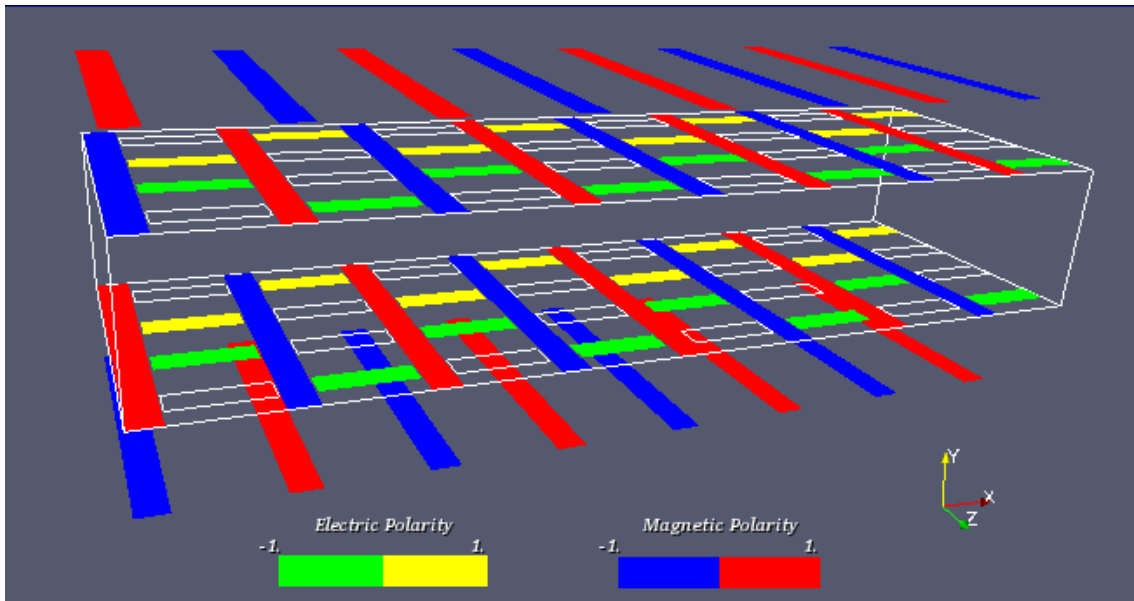


FIGURE 2.5 – Réseau d'électrodes et d'aimants intégré de part et d'autre des parois du canal plan de la simulation de l'écoulement

La figure 2.5 illustre un exemple de la disposition en réseau d'électrodes et d'aimants dans le canal plan. Le réseau d'électrodes et d'aimants de cette figure forme un réseau d'actionneurs normaux. Les conditions de périodicité imposées sur l'écoulement nous amènent à dimensionner les actionneurs de telle sorte que la périodicité du réseau soit conforme à la périodicité du domaine de calcul fluide. Lorsque l'on souhaite calculer le champ de force de manière correcte, il faut prendre en compte cette périodicité et considérer la présence d'un réseau périodique d'actionneurs tout autour du canal.

2.4.2 Domaine élémentaire (“Bloc de base”) pour le calcul du champ de force électromagnétique distribué numériquement sur domaine de calcul de l’écoulement par un jeu d’indice

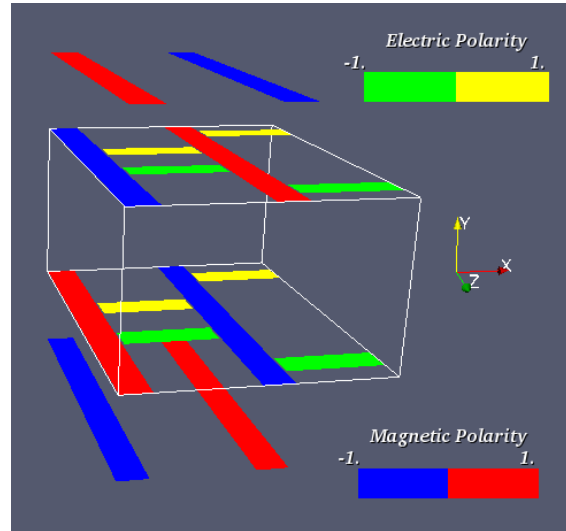


FIGURE 2.6 – Domaine de calcul du champ de force

Lorsque le pas du réseau d’actionneurs est plus petit que la taille du canal, il est nécessaire de faire en sorte que le nombre de schémas de base du réseau soit un diviseur du nombre de mailles du canal. Cela permet de conserver la symétrie de la projection du champ de force sur le maillage de l’écoulement. Par exemple, dans la figure 2.5, on note qu’il y a quatre schémas de base se partageant 512 mailles suivant la direction longitudinale \vec{x} de l’écoulement. La figure 2.6 représente le domaine de calcul du champ de force généré dans un élément de base du réseau périodique d’actionneurs normaux de la figure 2.5. Le champ de force n’est calculé qu’à l’intérieur du domaine correspondant au schéma de base d’actionneur en prenant en compte la présence des actionneurs voisins tout autour du schéma de base. Des conditions de périodicités sont alors considérées aux frontières du domaine de calcul du schéma de base du réseaux d’actionneurs électromagnétiques. Le champ de force calculé dans ce domaine électromagnétique de base est alors “dupliqué” dans le canal. Concrètement, pour économiser de l’espace mémoire et optimiser le calcul numérique de l’écoulement, les données concernant les valeurs du champ de force ne sont pas multipliées. Un incrément d’indices permet d’affecter la bonne valeur du champ de force au bon emplacement du maillage.

2.4.3 Positionnement des actionneurs par rapport au maillage

Dans le chapitre 4, nous verrons que le modèle analytique utilisé pour le calcul du champ de force comporte des singularités au niveau des arêtes des pôles. Il est donc nécessaire d’éloigner le plus possible ces singularités des points où l’on souhaite calculer les composantes des forces. Ces composantes du champ de force électromagnétique sont cal-

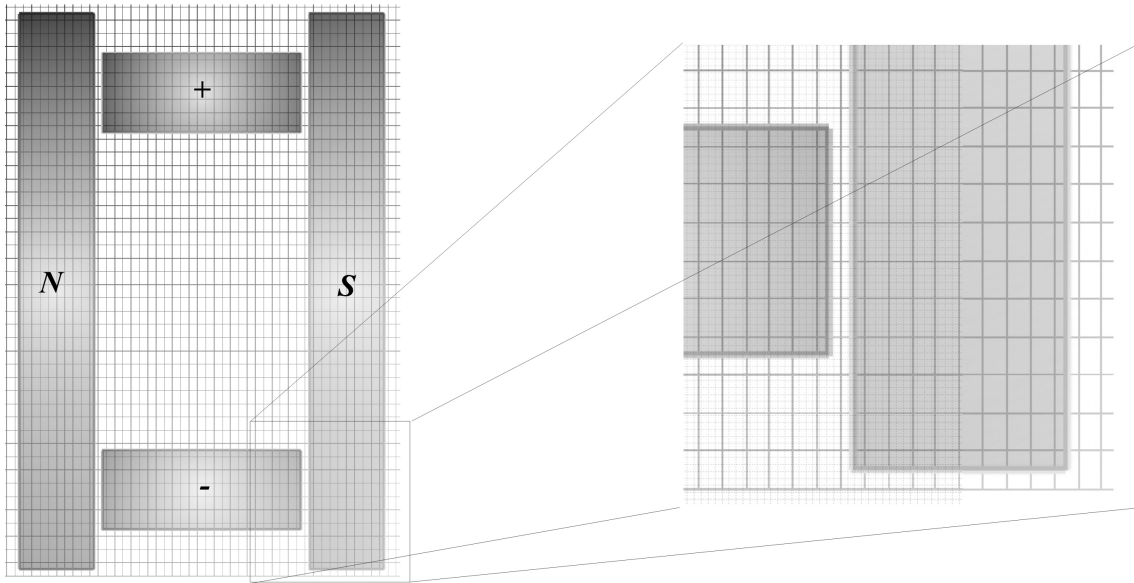


FIGURE 2.7 – Positionnement d'un actionneur par rapport au maillage (Bouillon, 2004)

culées aux mêmes endroits que les composantes du champ de vitesse (figure 2.2) pour que leurs effets soient correctement intégrés dans le calcul de l'écoulement. Pour les composantes longitudinale et transverse du champ de force, les points de calcul les plus proches des actionneurs sont situés au centre des faces de normales respectives \vec{x} et \vec{z} des mailles en contact avec la paroi (1^{er} plan de maille). Ainsi, pour la composante normale du champ de force, le point de calcul le plus proche des actionneurs est situé au centre de la face inférieure (de normale \vec{y}) du 2^{ème} plan de maille. En effet, à la paroi, le champ de vitesse est imposé ($\vec{u} = \vec{0}$). Par conséquent, la connaissance du champ de force en ce point est inutile. La figure 2.7 de Bouillon (2004) illustre la position des pôles électriques et magnétiques d'un actionneur par rapport au maillage. En positionnant les arêtes des pôles au niveau du centre des mailles suivant la direction longitudinale (\vec{x}) et transverse (\vec{z}), Bouillon (2004) positionne les singularités du champ de force le plus loin possible des premiers points de calcul. Pour toutes ces raisons, le positionnement des actionneurs par rapport au maillage proposé par Bouillon (2004) a été repris pour cette étude. Cependant, une différence est à noter: dans la présente étude, il n'y a pas de retrait des pôles magnétiques ($y < 0$) par rapport aux électrodes affleurant la paroi ($y = 0$).

2.5 Optimisation et architecture matérielle

2.5.1 Architecture parallèle superscalaire

Parallélisation

La parallélisation du code D.N.S. a été une étape importante de cette étude. Elle a permis d'augmenter le nombre de Reynolds de l'écoulement ainsi que la résolution sur les actionneurs. Étant donné les ressources humaines disponibles pour mener à terme cette

étude, la parallélisation avec les normes SMP (Shared Memory Processing) Open MP s'est avérée la plus adéquate de par sa facilité de mise en œuvre. Sur les noeuds des machines superscalaires de l'Idris, un maximum de 16 processeurs à mémoire partagée peut être utilisé en parallèle avec la norme Open MP. Cela correspond globalement à nos besoins. La parallélisation avec la norme MPI (Message Passing Interface) aurait permis certes d'obtenir un maximum de 512 processeurs à l'IDRIS mais aurait nécessité en plus l'implémentation de la gestion des communications inter-processeurs dont la mémoire est distribuée. Étant donné que la parallélisation avec la norme Open MP procurait déjà un gain de performance satisfaisant, la parallélisation avec la norme MPI n'a pas été implémentée.

Optimisation séquentielle

En Fortran, un tableau d'indices (i,j,k) est stocké en mémoire de façon à ce que les indices i varient d'abord, puis j et enfin k. A chaque fois que les processeurs vont chercher des données en mémoire RAM, ils en rapatrient un paquet dans leur mémoire cache (interne) supposant que les valeurs voisines à celles appelées sont susceptibles d'être utilisées. En effet, l'accès aux données stockées en mémoire RAM est plus long que l'accès aux données stockées dans la mémoire cache interne au processeur. Chaque accès à la mémoire RAM entraîne des temps de latence du processeur. Il est donc essentiel d'accéder aux données de manière continue de façon à utiliser les mémoires caches dans les limites de leur potentiel et diminuer ainsi le nombre d'accès à la mémoire RAM. Pour ne pas faire de saut en mémoire pendant l'accès aux données et utiliser les mémoires caches au maximum de leur potentiel, il est indispensable d'imbriquer les boucles de façon à ce que l'on accède aux données de façon continue telle que:

- do k=1,n3m
- do j=1,n2m
- do i=1,n1m

De même, il est indispensable de paralléliser les boucles les plus externes.

L'accès aux données dans la mémoire cache est très rapide mais cette mémoire a un prix exorbitant. Les processeurs IBM de l'IDRIS ont donc plusieurs niveaux de caches. Cela permet, à un coût réduit, d'augmenter la taille globale de la mémoire interne du processeur. Les caractéristiques des mémoires caches des processeurs IBM Power4 (Power4+) sont les suivantes:

- L1 data cache : 32 Ko (2 way set associative)
- L1 instruction cache : 64 Ko (direct mapped)
- L2 data cache : $3 \times 0,5 \text{ Mo} = 1,5 \text{ Mo}$ partagé par deux processeurs

Ces données permettent de connaître approximativement la zone mémoire chargée dans le cache pour estimer la taille minimum d'un sous-domaine de calcul afin d'optimiser le temps de calculs en minimisant les "cache-miss". En effet, un nombre réel codé en double

précision nécessite 8 octets. Le cache L1 pourra donc contenir $32 \times 1024 / 8 = 4096$ nombres réels codés en double précision.

Décomposition du domaine de calcul

Malgré le choix des normes Open MP qui ne nécessitent que quelques directives, une décomposition de domaine a tout de même été effectuée dans l'idée d'une possible migration ultérieure du code de calcul vers une sur-couche de parallélisation utilisant la norme MPI.

indice	i	j	k
direction	$-\vec{z}$	\vec{y}	\vec{x}

TABLEAU 2.2 – Transposition des indices et des directions

Dans notre code D.N.S., l'indice k correspond à la direction longitudinale (\vec{x}), l'indice j à la direction normale (\vec{y}) et l'indice i à la direction transverse ($-\vec{z}$). Pour la plupart des calculs, étant donnée la disposition des données en mémoire, le domaine a été décomposé suivant la direction longitudinale (indice k - boucle externe) de l'écoulement. Pour la résolution du potentiel de vitesse utilisé dans la 2ème partie du fractional step, le domaine a été partagé suivant la direction normale à la paroi. En effet, les transformées de Fourier sont appliquées sur les plans comprenant les directions homogènes.

Une des difficultés de ce type de simulations d'écoulements 3D instationnaires concerne la présentation et l'analyse des résultats. Un des accomplissements de ce travail porte sur la visualisation instantanée et animée des champs de données calculées. Pour la visualisation des données, nous avons utilisé le logiciel Open Source Paraview - VTK. Ce logiciel de visualisation a été choisi car il permet de traiter des champs de données de façon parallèle. En effet, ce logiciel libre de droit permet de lire de nombreux types de formats de fichiers dont le format "Ensign Gold". Dans ce format, les données peuvent être segmentées sur plusieurs blocs géométriques et donc être lues/écrites de façon parallèle. Avec le logiciel Paraview - VTK, cette décomposition de domaine nécessite une redondance de l'information aux frontières des sous-domaines. Ainsi pour minimiser l'espace disque nécessaire au stockage des données, il faut minimiser la taille de ces frontières. Le canal a donc été décomposé suivant les directions longitudinale (\vec{x} - indice k) et normale (\vec{y} - indice j) pour la visualisation. Cela semble être un bon compromis entre vitesse d'accès mémoire et minimisation de l'espace disque nécessaire. Un des autres intérêts du format Ensign Gold est la description des données. Un fichier ASCII (texte) d'extension ".case" décrit quels fichiers sont associés aux géométries (".geo") et quels fichiers correspondent aux données (".vec" et ".scl") pour chaque itération temporelle. Ces fichiers de géométries et données peuvent être lus/écrits en binaire et prendre ainsi beaucoup moins de place que s'ils étaient écrits en ASCII (texte). En effet, la taille des fichiers écrits en ASCII (texte) serait prohibitive avec le niveau de discrétisation souhaité.

2.5.2 Architecture vectorielle

L’IDRIS met à la disposition de ses utilisateurs, un calculateur vectoriel NEC SX8. Sur ces types de calculateurs à architecture vectorielle, les opérations sur des tableaux de grandes tailles sont beaucoup plus rapides que sur les calculateurs à architecture scalaire. En revanche, les opérations sur une simple variable (scalaire) prennent beaucoup plus de temps. Ces calculateurs à architecture vectorielle sont typiquement bien conçus pour la mécanique de fluides qui nécessite des maillages très importants. Il n’est donc pas nécessairement avantageux de paralléliser les calculs en décomposant le domaine sur ce type d’architecture. En effet, une parallélisation par décomposition de domaine casserait les bénéfices d’une vectorisation. Malheureusement, par manque de moyens humains, les travaux de vectorisation n’ont pas pu être menés jusqu’au bout sur la totalité du code. Seule la majeure partie des routines représentant le coeur du code D.N.S. (fractional step) a été vectorisée. Les routines de post-traitement statistique et de visualisation restent encore à vectoriser. L’automatisation de l’écriture des scripts de soumission de job n’a pas non plus été effectuée pour cette architecture. L’exploitation du code D.N.S. n’a donc pas été effectuée sur la NEC SX8 mais les premiers tests ont montré que l’utilisation d’un seul processeur vectoriel était comparable l’utilisation de 16 processeurs scalaires en parallèle. En revanche, un travail de portabilité a été initié et réalisé en collaboration avec les membres du support aux utilisateurs (Jean-Michel Dupays, Romuald Carpentier, Philippe Parnaud) de l’IDRIS pendant trois mois. Notamment, les bibliothèques de transformées de Fourier JMFFT de NEC (ainsi que la bibliothèque ESSL d’IBM et FFTW disponible en Open source) ont été implémentées en lieu et place de la bibliothèque initiale NCAR (1977) qui a dû être abandonnée suite au passage à la norme Fortran 95 en raison d’un nombre trop important de “*goto*” et des problèmes de déclaration de variables.

2.6 Bilan des modifications apportées au code D.N.S.

La mise en place d’un gestionnaire de version de codes (SVN) a permis la mutualisation des modifications apportées au code par les doctorants de l’équipe. Ainsi, l’équipe a pu profiter des derniers développements de chacun. Cette mutualisation a permis à tous d’intégrer ses propres fonctionnalités à ce code de calcul et d’en corriger certains BUGS ³. En effet, plus le nombre de personnes ayant accès au code source d’un logiciel est important, plus on a de chance de détecter des erreurs de programmation. C’est le principe de base des logiciels libres. J’invite donc les détenteurs de ce code (l’équipe EDT-LEGI) à le diffuser le plus largement possible. Il serait très profitable de partager les fruits des travaux de développement axés sur la portabilité du code et effectués lors de la collaboration avec l’IDRIS dans le cadre du support avancé.

Les travaux effectués sur le code D.N.S. ont donc permis la correction des procédures numériques de calcul d’écoulement turbulent incompressible notamment le traitement im-

³merci Vincent

plicité des forces de viscosité. Ils ont aussi permis une fiabilisation des routines en passant à la norme Fortran 95 et en supprimant les obsolescences (`goto`, `common`, etc...). L'intégration de la notion de modules a permis une meilleure lisibilité des fonctionnalités du code et une encapsulation des données permettant la détection d'erreur de déclaration de taille de tableaux. Une optimisation séquentielle, basée sur le temps d'accès mémoire des calculateurs à architecture superscalaire, a permis un gain d'un rapport 2 sur le temps de calcul. La parallélisation de la totalité du code (entrée/sortie incluse) a permis d'obtenir un "speed-up" (accélération) de 95% sur 16 processeurs. En d'autres termes, un calcul sur 16 processeurs va $16 \times 0.95 = 15.2$ fois plus vite qu'un calcul séquentiel (sur un seul processeur). L'automatisation de la gestion des scripts de l'IDRIS et du CINES facilite désormais l'utilisation des ressources de ces centres de calculs. De plus, l'automatisation du post-traitement statistique et des visualisations permet une exploitation plus aisée des résultats.

Les routines de calcul des champs de force électromagnétique, à partir de la géométrie d'électrodes et d'aimants, ont été totalement réencodées. Elles permettent désormais d'intégrer plus facilement des réseaux d'actionneurs comprenant de nombreuses symétries. L'implémentation de termes sources dans l'équation de Navier-Stokes a aussi été corrigée de manière à obtenir une conservation globale du débit dans le canal. Cette implémentation de termes sources permet, à de futurs utilisateurs, de mettre facilement en oeuvre leur propre forçage.

Étant donné qu'une grande partie du code de calcul a été modifiée, il a été nécessaire de valider ces modifications par des simulations de cas test comme des simulations d'écoulement turbulent non forcé (chapitre 3) ou des simulations d'écoulement laminaire contrôlé avec des modèles simples de forçage électromagnétique (section 6.3 du chapitre 6). Ces différents cas test ont permis de comparer nos résultats numériques avec des résultats analytiques ou provenant de la littérature. La validation de ces modifications apportées au code D.N.S. avec des cas tests a certes pris beaucoup de temps mais a permis d'avancer sur des bases saines.

Chapitre 3

Écoulement turbulent en canal plan non contrôlé

Ce chapitre décrit les résultats d'une simulation numérique directe d'un écoulement turbulent non forcé en canal plan. L'écoulement turbulent est décrit ici dans le seul but de rappeler les phénomènes que l'on souhaite contrôler. Tout d'abord, cette simulation a permis de valider le code DNS utilisé par une comparaison des statistiques de l'écoulement avec celles présentées par Kim *et al.* (1987). Ensuite, l'implémentation de procédures simplifiées pour réaliser des visualisations des structures vorticitaires présentes dans un écoulement turbulent a permis de mieux en appréhender la complexité et d'associer des phénomènes physiques à des statistiques. Finalement, les champs de vitesse et de pression de l'écoulement turbulent ainsi obtenu sont utilisés pour l'initialisation de l'ensemble des simulations de forçages électromagnétiques mis en oeuvre par la suite.

3.1 Transition à la turbulence

À l'instant initial, un profil de Poiseuille (laminaire) est imposé pour la vitesse et les fluctuations de pression sont nulles. Cette transition est initiée avec un nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante U_{deb} et la demi-hauteur h du canal $Re_{deb} = 5600$ et par l'ajout de fluctuations de vitesse d'amplitude aléatoire inférieure à 15% de la vitesse locale (Bouillon, 2004). À l'instant $t_{trans} = 1000 h/U_{deb}$, le taux de contraintes de cisaillement atteint un niveau tel que nous pouvons considérer que la transition à la turbulence a bien été initiée. Le nombre de Reynolds est ensuite réduit à la valeur $Re_{deb} = 2800$. Après l'instant $t_{turb} = 2000 h/U_{deb}$, des statistiques sur l'écoulement sont réalisées pendant un temps $t_{stat} = 267 h/U_{deb}$.

Notons que la technique de transition by-pass étudiée par Nacereddine (2007) permet d'obtenir la même solution turbulente beaucoup plus rapidement. Cette technique de transition à la turbulence s'effectue par l'ajout d'un nombre défini de paires de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs. La position, l'amplitude relative et les dimensions de ces perturbations sont définies de manière aléatoire.

3.2 Statistiques d'un écoulement turbulent

3.2.1 Décomposition statistiques: moyenne de Reynolds

Nous allons considérer ci-après, la turbulence développée d'un fluide newtonien soumis à un cisaillement. Nous nous intéresserons principalement à des écoulements de paroi tant d'un point de vue statistique que d'un point de vue structure tourbillonnaire. Dans un écoulement turbulent, les champs de vitesse et de pression sont fluctuants en temps et en espace. Pour étudier ce type d'écoulement, on utilise assez couramment les statistiques (Chassaing, 2000). Pour cela, les quantités étudiées (vitesse, pression, etc...) sont moyennées en temps et en espace suivant les directions homogènes de l'écoulement (longitudinales et transverses dans le cas du canal plan). On décompose donc une quantité turbulente instantanée quelconque q comme étant la somme de sa valeur moyenne \bar{q} et de sa fluctuation q' :

$$q = \bar{q} + q' \quad (3.1)$$

Lorsque cette quantité turbulente est une composante de vitesse u_i (i variant de 1 à 3) et que l'on souhaite évaluer la valeur moyenne du produit $(u_i.u_j)$ pour i et j variant de 1 à 3, on obtient:

$$\overline{u_i.u_j} = (\bar{u}_i + u'_i).(\bar{u}_j + u'_j) = \bar{u}_i.\bar{u}_j + \overline{u'_i.u'_j} \quad (3.2)$$

3.2.2 Nombre de Reynolds adimensionnel

Les principales statistiques (moyenne, écart-type) d'un écoulement turbulent développé non contrôlé sont ici comparées à celles présentées par Kim *et al.* (1987), prises classiquement comme référence. D'autres statistiques (facteur de dissymétrie et d'aplatissement, coefficient de corrélation, contraintes totales, etc...) sont décrites en annexe A. Ces statistiques dépendent en grande partie du nombre de Reynolds de cet écoulement. Le nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante U_{deb} et la demi-hauteur h du canal est ici fixé à $Re_{deb} = 2800$. Dans l'étude de Kim *et al.* (1987), le nombre de Reynolds basé sur des échelles intégrales n'est pas mentionné. Cependant, le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement u_τ , la demi-hauteur du canal h vaut $Re_{\tau_{Kim}} = \frac{u_\tau h}{\nu} \approx 180$. Dans notre simulation, ce même nombre sans dimension déterminé lors du post-traitement à partir du cisaillement pariétal moyen vaut $Re_{\tau_{wallunit}} = 176$. Ce nombre de Reynolds peut aussi être déterminé en utilisant la loi semi-empirique de Hinze (1975).

$$Re_{\tau_{Hinze}} = \frac{1}{8.3} Re_{cp}^{7/8} = 178.3 \quad (3.3)$$

$Re_{cp} = \frac{3}{2} Re_{deb}$ représente le nombre de Reynolds calculé à partir de la vitesse au centre U_{cp}^1 d'un profil de Poiseuille et de la demi hauteur du canal h .

¹ $U_{cp} = \frac{3}{2} U_{deb}$ (vitesse débitante)

3.3 Vitesse

3.3.1 Vitesse longitudinale moyenne

Échelles intégrales

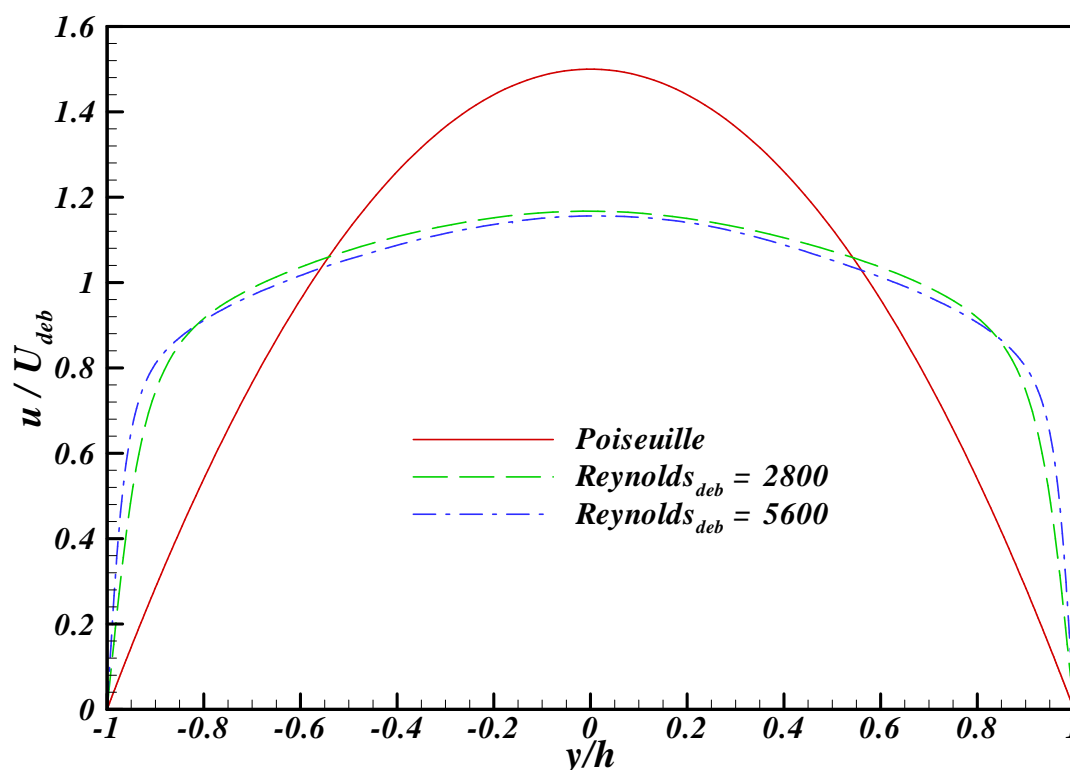


FIGURE 3.1 – Profils de vitesses longitudinales moyennes dans un écoulement en canal plan

La figure 3.1 représente divers profils de vitesse d'écoulements en canal plan. Elle illustre l'influence du nombre de Reynolds sur la forme du profil de vitesse. Plus le nombre de Reynolds augmente, plus le profil de vitesse s'aplatit. Cela signifie simplement que pour un même débit, plus la turbulence est importante, plus la vitesse longitudinale moyenne est importante près de la paroi et faible au centre du canal. Les conséquences directes à cela sont une augmentation du cisaillement pariétal moyen et une diminution de l'énergie cinétique moyenne.

Échelles pariétales

La figure 3.2 représente des profils de la vitesse moyenne $u^+ = u/u_\tau$ en fonction de la distance à la paroi inférieure du canal $y^+ = (y + h)/l_\nu$, exprimée en unités pariétales et en coordonnées logarithmiques. Les vitesses représentées sur la figure 3.2 sont d'une part celles obtenues par notre code D.N.S. et d'autre part celles déterminées par Kim *et al.* (1987). La courbe notée "Wall-unit" représente la vitesse moyenne adimensionnalisée par la vitesse de frottement u_τ déterminée à partir du cisaillement moyen de la simulation. La courbe

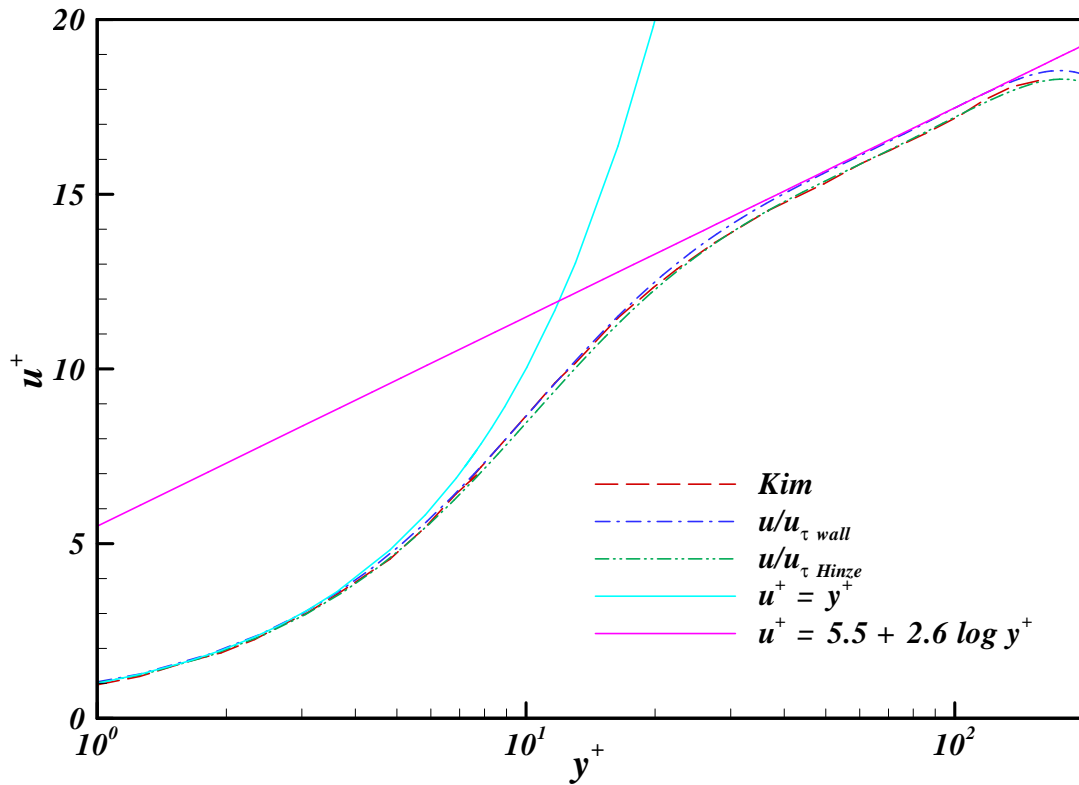


FIGURE 3.2 – Vitesses longitudinales moyennes en unités pariétales

notée “*Hinze*” représente aussi la vitesse moyenne obtenue par notre simulation. Cependant, pour cette courbe, l’adimensionalisation est réalisée en utilisant la vitesse de frottement déterminée par la formule semi-empirique de Hinze. Cette dernière donne une valeur de la vitesse de frottement légèrement plus élevée que celle de la simulation. Nous pouvons remarquer que les courbes représentant la vitesse moyenne en fonction de la distance à la paroi inférieure du canal présentent une forme particulière avec trois zones distinctes. Près de la paroi, jusqu’à $y^+ = 5$, la vitesse suit une évolution linéaire appelée “loi de paroi”. A partir de $y^+ = 30$, la vitesse suit une évolution logarithmique. La zone intermédiaire ($5 < y^+ < 30$) appelée la zone tampon, suit une loi en tangente hyperbolique. La courbe Wall-unit présente un léger décalage avec celle de Kim *et al.* (1987). Cet écart augmente légèrement avec la distance à la paroi du canal et vaut environ 1,3%. Il est lié au choix de la vitesse de frottement u_τ utilisée pour l’adimensionalisation. On peut remarquer que la courbe notée Hinze concorde parfaitement avec les valeurs de la littérature. Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer cet écart. La première hypothèse serait que notre code sous-estime le cisaillement pariétal, mais la résolution de la simulation est largement plus élevée que celle de Kim *et al.* (1987). Une deuxième explication serait que notre simulation et celle de la littérature n’ont pas exactement le même nombre de Reynolds basé sur des échelles intégrales comme la vitesse débitante. Mais ce dernier n’est pas mentionné.

3.3.2 Écart-type des fluctuations de vitesse

Un écoulement turbulent est généralement caractérisé par des fluctuations de vitesses. Les fluctuations des composantes du champ de vitesses sont quantifiées par la détermination de leur écart-type défini comme étant la racine carrée de la moyenne des carrés des fluctuations:

$$u'_{i_{RMS}} = \sqrt{u_i'^2} \quad (3.4)$$

L'étude de l'écart-type (valeurs RMS) des fluctuations permet de quantifier la dispersion de valeurs locales par rapport à leur valeur moyenne. Elle permet donc de mesurer l'intensité des fluctuations.

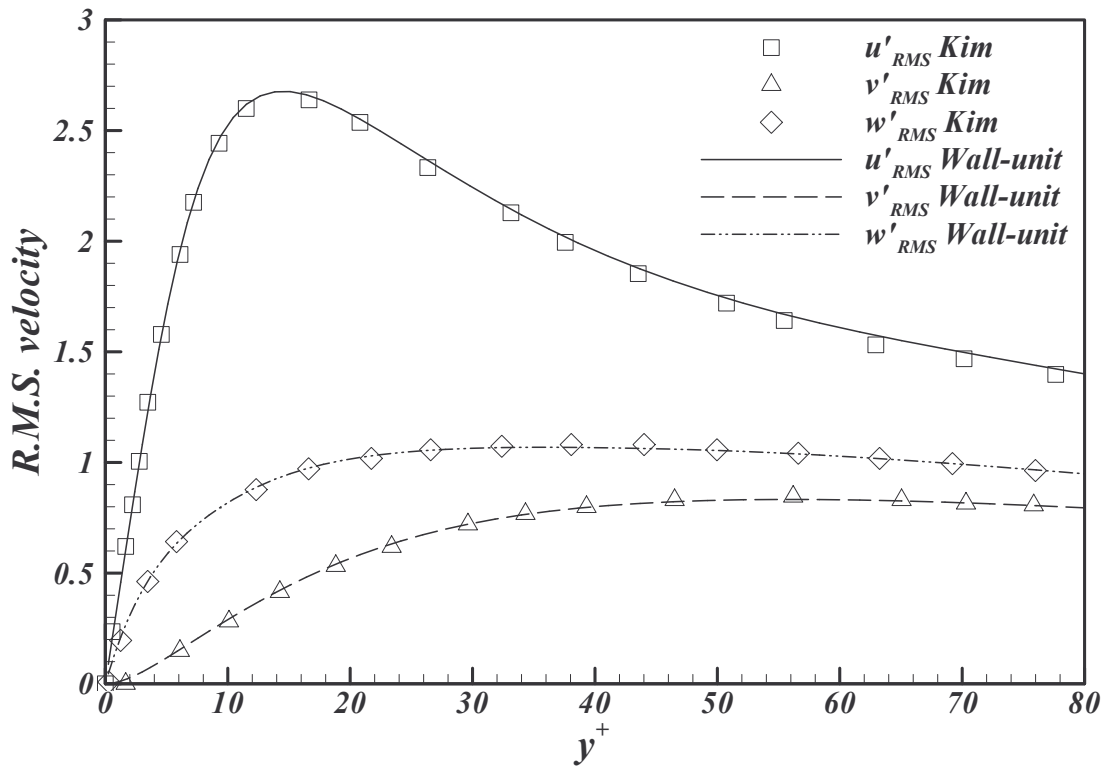


FIGURE 3.3 – Écart-type des fluctuations des composantes du champ de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)

La figure 3.3 illustre l'écart-type des fluctuations des composantes de vitesses longitudinales (u'), normales (v') et transversales (w') adimensionnalisées par la vitesse de frottement u_τ en fonction de la distance à la paroi. Il est possible de remarquer que les résultats obtenus par notre simulation coïncident avec les résultats de Kim *et al.* (1987). Il y a cependant un faible écart pour u'_{RMS} dans la partie décroissante de la courbe entre la valeur déterminée par la simulation et la valeur présentée par Kim *et al.* (1987). A une distance de la paroi inférieure $y^+ = 14$, l'écart-type des fluctuations de vitesses longitudinales est maximal et vaut $u'_{RMS} = 2,7 u_\tau$. En se rapprochant du centre du canal, les écarts-types des fluctuations des composantes de la vitesse diminuent.

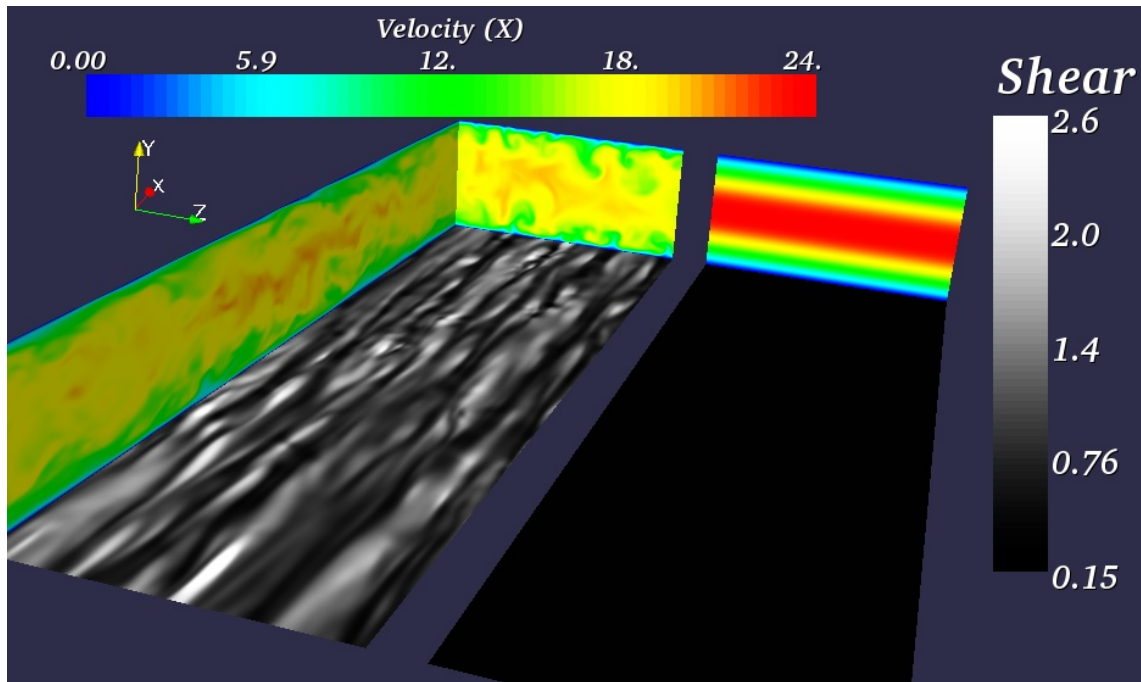


FIGURE 3.4 – Juxtaposition de coupes (plan xy et yz) du champ de vitesse et du cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$ à gauche) et d'un écoulement laminaire (à droite)

La figure 3.4 représente côte à côte une coupe transversale (plan yz) du champ de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) et une même coupe d'un écoulement laminaire. Dans le cas turbulent, la vitesse moyenne au centre est plus faible et celle près de la paroi est plus élevée que dans le cas laminaire. Dans le cas turbulent, on remarque des infiltrations de fluide de hautes vitesses dans les régions de proches parois et des zones de basses vitesses de hauteurs variées. Sur une largeur de $\Delta z^+ = 747$, on peut compter qualitativement jusqu'à six infiltrations de fluide rapide dans la région proche de la paroi.

La figure 3.5 représente une coupe (xz) en $y^+ = 15$ de la composante longitudinale du champ de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) allant de la gauche vers la droite. Cette coupe montre un écoulement assez structuré suivant la direction longitudinale avec des allées de hautes et basses vitesses. Qualitativement, on remarque que les allées de basses vitesses ont une longueur de cohérence maximale de l'ordre de 1000^+ . La taille du domaine de calcul (2241^+) est donc suffisante pour contenir au moins deux allées de basses vitesses. Les valeurs de la composante longitudinale sont comprises entre 5 et 17 fois la vitesse de frottement u_τ . Cette figure montre donc à quelle point la vitesse peut fluctuer dans cette région de l'écoulement. Elle montre aussi que la turbulence est loin d'être aussi chaotique qu'on peut le penser et qu'il existe une certaine structuration.

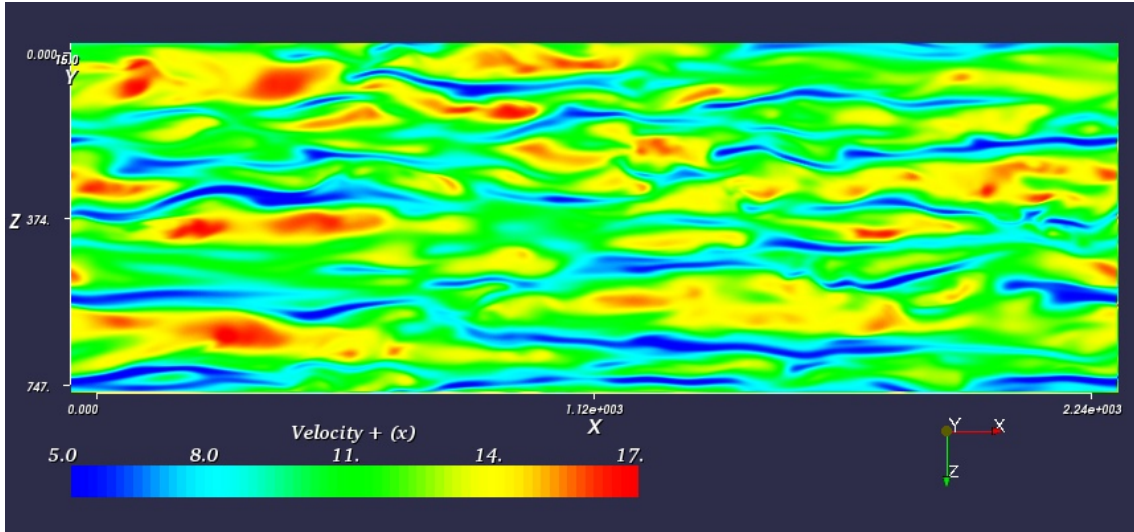


FIGURE 3.5 – Coupe (xz) en $y^+ = 15$ de la composante longitudinale du champ de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)

3.4 Vorticité

3.4.1 Définition de la vorticité

Pour un champ de vitesse \vec{u} , introduisons la vorticité $\vec{\omega}$ comme étant son rotationnel.

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u} = \begin{vmatrix} \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ u & v & w \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} w_{,y} - v_{,z} \\ u_{,z} - w_{,x} \\ v_{,x} - u_{,y} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

La vorticité traduit la capacité d'un écoulement à faire tourner une particule autour d'un axe quelconque. Pour un mouvement de solide, la vorticité $\vec{\omega}$ correspondrait au double du vecteur rotation. Elle est homogène à l'inverse d'un temps et se mesure donc en s^{-1} dans le système international d'unité. Pour un fluide cisailé dans un écoulement turbulent, une zone d'écoulement où la vorticité $\vec{\omega}$ est non négligeable correspond à une zone où l'écoulement peut potentiellement s'enrouler sur lui même et générer des structures tourbillonnaires cohérentes. Dans le cas d'un écoulement proche d'une paroi par exemple, le cisaillement du fluide, causé par la présence de la paroi, est la source principale de vorticité.

D'après le théorème de Stokes, la vorticité $\vec{\omega}$ est telle que son flux à travers une surface Σ correspond à la circulation de la vitesse le long du contour C de cette surface:

$$\oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l} = \iint_{\Sigma} (\vec{\nabla} \wedge \vec{u}) \cdot d\vec{S} = \iint_{\Sigma} \vec{\omega} \cdot d\vec{S} \quad (3.6)$$

3.4.2 Dynamique de la vorticité

Si l'on prend le rotationnel de l'équation de Navier-Stokes, on obtient l'équation de transport de la vorticité:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega} \right) = \rho (\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} + \mu \nabla^2 \vec{\omega} + \vec{\nabla} \wedge \vec{f} \quad (3.7)$$

On remarque que le terme de pression n'intervient pas car le rotationnel d'un gradient est nul par définition. On remarque aussi qu'une composante de vorticité peut être introduite dans un écoulement par étirement de cette même composante, par inclinaison ou rotation d'une autre composante et par le rotationnel d'une force volumique. Par exemple, la composante longitudinale ω_x de vorticité peut être introduite dans un écoulement par:

- étirement de la composante longitudinale de vorticité : $\omega_x \cdot \frac{du}{dx}$
- inclinaison de la composante normale de vorticité: $\omega_y \cdot \frac{du}{dy}$
- rotation de la composante transverse de vorticité: $\omega_z \cdot \frac{du}{dz}$
- la composante axiale du rotationnel d'une force volumique: $(\vec{\nabla} \wedge \vec{f})_x = \frac{df_z}{dy} - \frac{df_y}{dz}$

On se rend alors compte que le rotationnel des forces peut rentrer en compétition avec le processus de régénération de la turbulence.

Si on adimensionne cette équation 3.7 avec les échelles caractéristiques de la turbulence que sont la vitesse de frottement u_τ et la longueur visqueuse l_ν^2 , on obtient l'équation 3.8 traduisant le transport de la vorticité en unités pariétales:

$$\left(\frac{\partial \vec{\omega}^+}{\partial t^+} + (\vec{u}^+ \cdot \vec{\nabla}^+) \vec{\omega}^+ \right) = (\vec{\omega}^+ \cdot \vec{\nabla}^+) \vec{u}^+ + \nabla^2 \vec{\omega}^+ + \frac{Stuart_\tau}{Re_\tau} \vec{\nabla}^* \wedge \vec{f}^* \quad (3.8)$$

3.4.3 Écarts-types des fluctuations de vorticité

La figure 3.6 représente l'écart-type des fluctuations des trois composantes de vorticité (normalisées par le cisaillement moyen à la paroi) en fonction de la distance à la paroi du canal (exprimée en unités pariétales). Les résultats de nos simulations numériques directes concordent bien avec ceux présentés par Kim *et al.* (1987). Au delà d'une distance de la paroi de 50 unités pariétales, les écart-types des fluctuations des trois composantes de vorticité sont identiques. Entre $y^+ = 20$ et $y^+ = 50$, ils ont le même comportement: ils diminuent. Entre la paroi et cette zone, chaque composante a un comportement bien distinct.

Fluctuations de la composante longitudinale $\omega_{x_{rms}}$ de la vorticité

Sur la figure 3.6, l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale $\omega_{x_{rms}}$ de vorticité présente un maximum (17% du cisaillement pariétal moyen) à la paroi. Il décroît jusqu'à une distance de la paroi $y^+ = 5$ où il atteint un minimum local valant 9% du cisaillement pariétal moyen. Ensuite $\omega_{x_{rms}}$ augmente jusqu'à $y^+ = 20$ où il atteint un

²définies dans la section 1.7.1 page 22

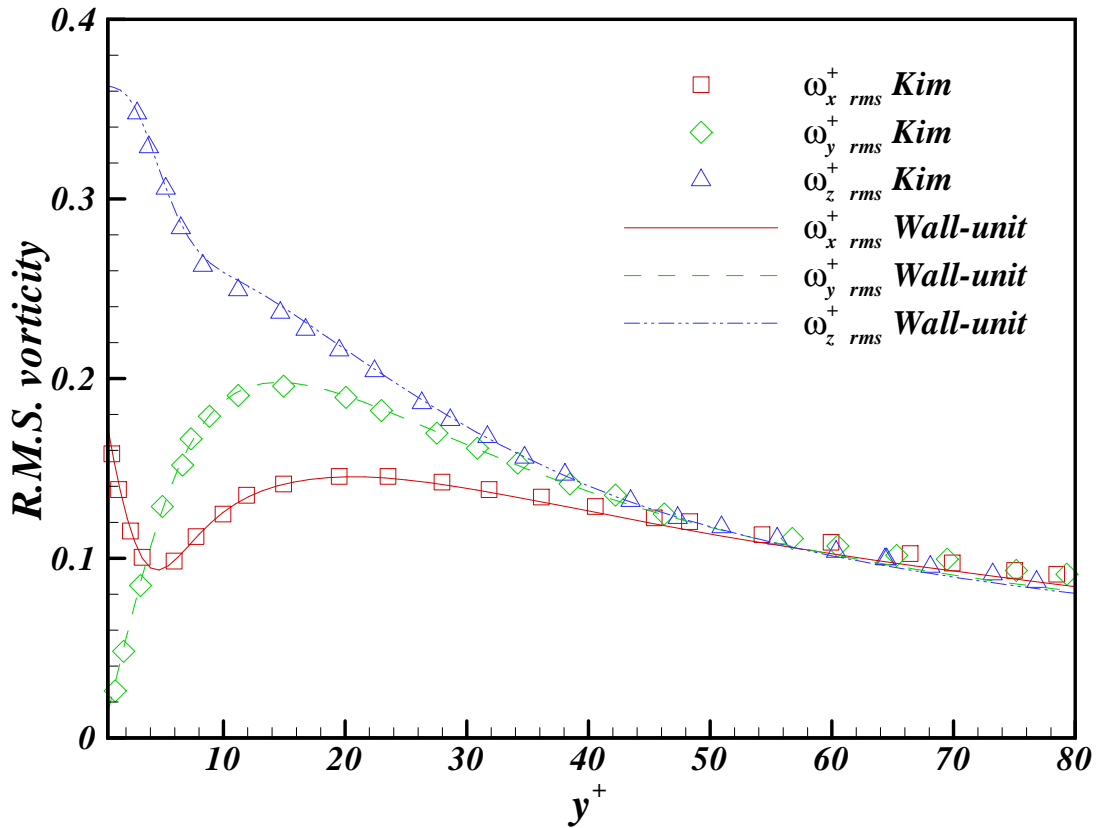


FIGURE 3.6 – Écart-types des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan

maximum local valant 15% du cisaillement pariétal moyen puis décroît progressivement jusqu'au centre du canal.

Kim *et al.* (1987) ont émis l'hypothèse que l'évolution de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale $\omega_{x,rms}$ de vorticité est liée à la présence de tourbillons quasi-longitudinaux dans cette région. La figure 3.7 illustre le schéma qu'ils avaient présenté pour décrire leur hypothèse. Ils avaient estimé que le centre des tourbillons quasi-longitudinaux est en moyenne positionné à une distance de la paroi $y^+ = 20$ avec un rayon moyen de l'ordre de 15 longueurs visqueuses l_ν . La position du maximum de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vorticité $\omega_{x,rms}$ correspondrait à la position moyenne du centre de tourbillons quasi-longitudinaux ($y^+ = 20$). Le minimum pourrait provenir de la vorticité longitudinale de signe opposé à la paroi causée par la condition de non glissement ($y^+ = 5$).

La figure 3.8 représente une coupe normale à la direction longitudinale de la composante longitudinale (\vec{x}) du champ de vorticité ainsi que le cisaillement sur la paroi inférieure d'un écoulement turbulent en canal plan ($Re_\tau = 178.5$) calculés par notre code de simulation numérique directe. Sur cette figure, on voit clairement la présence de couches superposées

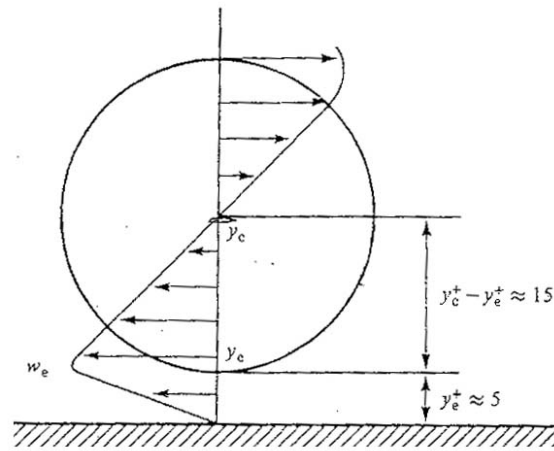


FIGURE 3.7 – Représentation schématique de tourbillon quasi-longitudinal par Kim *et al.* (1987)

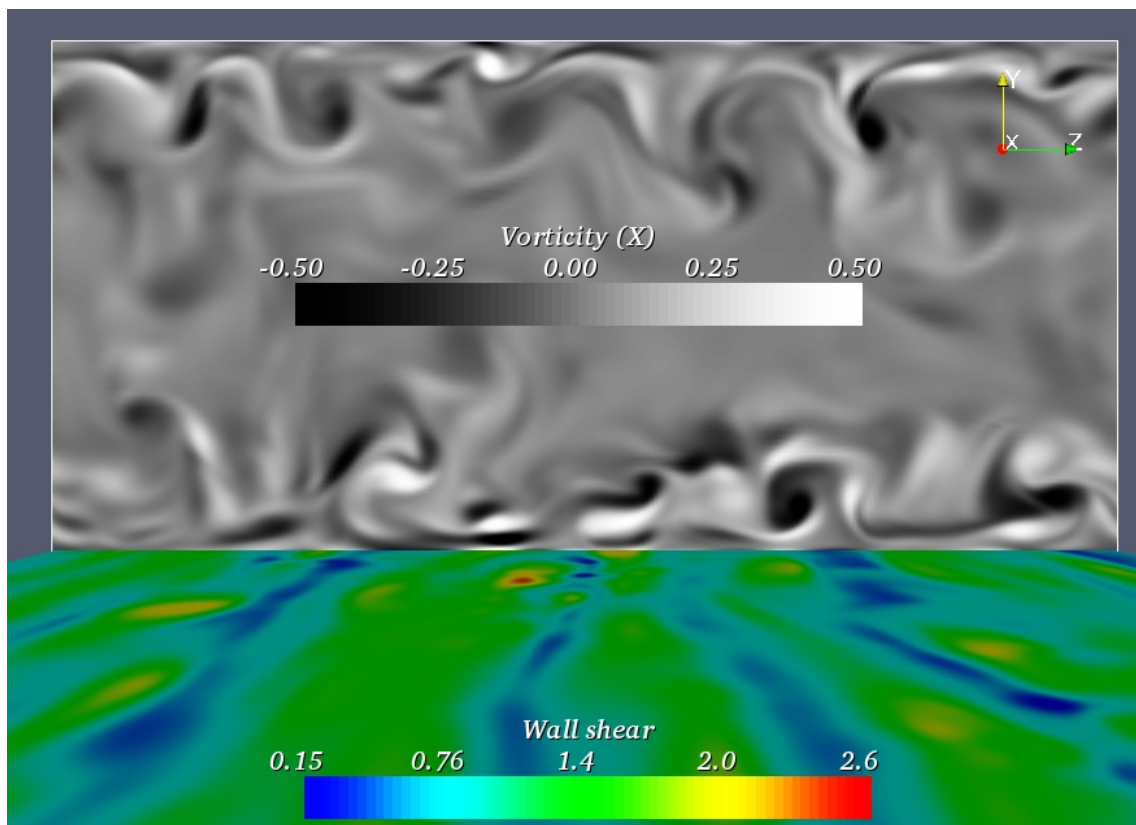


FIGURE 3.8 – Coupe (yz) de la composante longitudinale ω_x du champ de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)

de vorticité longitudinale de signe alterné. On remarque aussi que le cisaillement est plus élevé dans ces zones.

Fluctuations de la composante normale $\omega_{y_{rms}}$ de la vorticité

Sur la figure 3.6, l'écart-type des fluctuations de la composante normale $\omega_{y_{rms}}$ de vorticité est nul à la paroi. Il augmente jusqu'à une distance de la paroi $y^+ = 15$ où il atteint son maximum (20% du cisaillement pariétal moyen) puis décroît progressivement jusqu'au centre du canal.

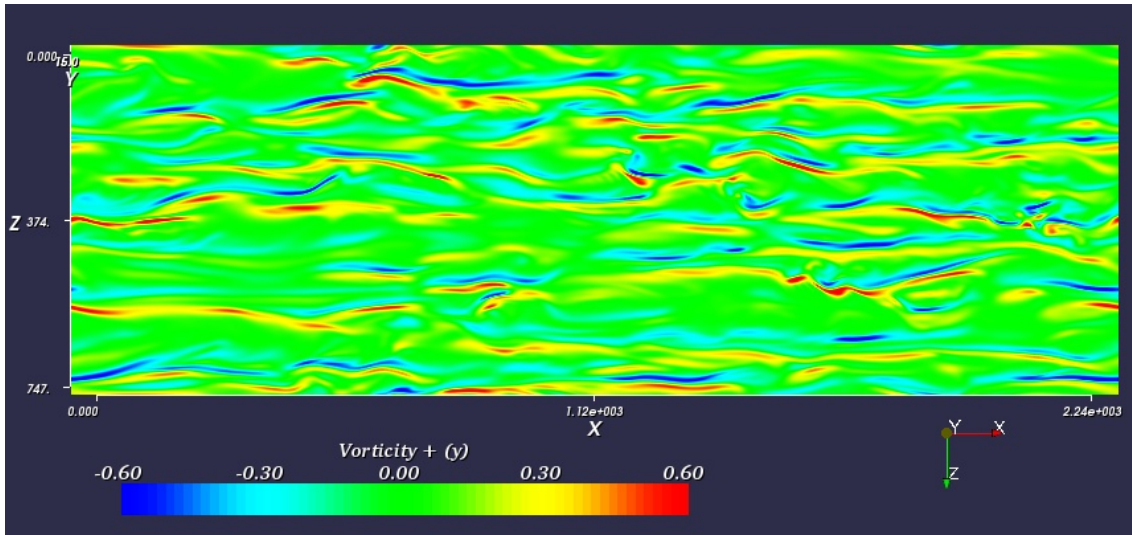


FIGURE 3.9 – Coupe (xz) en $y^+ = 15$ de la composante normale ω_y du champ de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)

La figure 3.9 représente une coupe (vue de dessus dans plan xz) de la composante normale du champ de vorticité en $y^+ = 15$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$). Sur cette figure, l'écoulement va de la gauche vers la droite. On remarque la présence de doubles couches de vorticité normale de signes opposés alignées suivant la direction longitudinale de l'écoulement. Comme nous l'avons remarqué précédemment sur la figure 3.3, le maximum de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse u'_{rms} est aussi situé à une distance de la paroi $y^+ = 15$. Il est possible de faire un rapprochement avec la figure 3.5 présentant une coupe (suivant le plan xz) de la composante longitudinale du champ de vitesse qui montre un écoulement assez structuré avec la présence d'allées de hautes et basses vitesses orientées suivant la direction de l'écoulement.

La fluctuation de la vorticité ω'_y est définie par l'équation suivante :

$$\omega'_y = \frac{\partial u'}{\partial z} - \frac{\partial w'}{\partial x} \quad (3.9)$$

Il est donc possible de supposer que la variation longitudinale des fluctuations de la composante transversale de vitesse est négligeable par rapport à la variation transversale des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse. On peut donc considérer que la

vorticité ω_y ne dépend que du premier terme $\frac{\partial u'}{\partial z}$.

$$\frac{\partial u'}{\partial z} \gg \frac{\partial w'}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad \omega'_y \approx \frac{\partial u'}{\partial z} \quad (3.10)$$

Nous interprétons donc la présence du maximum de l'écart-type des fluctuations de la composante normale $\omega_{y_{rms}}$ de vorticité en $y^+ = 15$ comme étant lié à la présence d'allées de hautes et de basses vitesses longitudinales situées à une distance moyenne de la paroi $y^+ = 15$. L'écoulement est alors cisailé entre ces allées, ce qui cause une source non négligeable de fluctuations de la composante normale de vorticité ω_y .

Fluctuations de la composante transverse $\omega_{z_{rms}}$ de la vorticité

Sur la figure 3.6, l'écart-type des fluctuations de la composante transverse $\omega_{z_{rms}}$ de vorticité est le plus important à la paroi où il atteint 36% du cisaillement pariétal moyen. Au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la paroi, l'écart-type $\omega_{z_{rms}}$ décroît avec une pente de plus en plus raide jusqu'à une distance de la paroi $y^+ = 6$. A partir de cette distance, la variation de $\omega_{z_{rms}}$ en fonction de la distance à la paroi y^+ change brusquement et décroît moins rapidement.

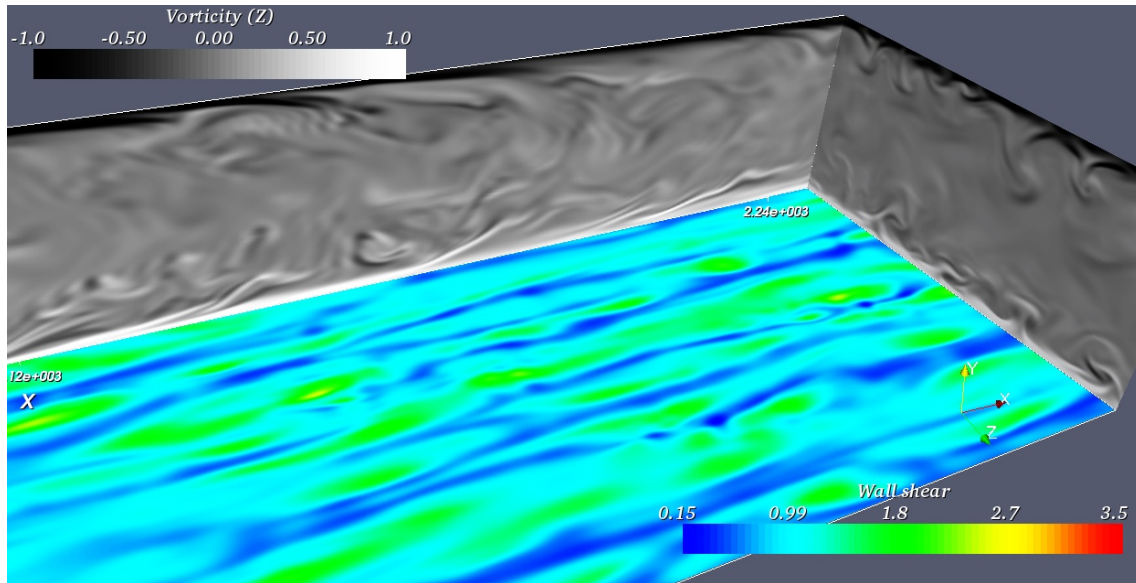


FIGURE 3.10 – Coupes (xy) et (yz) de la composante transverse ω_z du champ de vorticité et cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)

La figure 3.10 montre des coupes (xy) et (yz) de la composante transverse ω_z du champ de vorticité et le cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$). L'écoulement va de la gauche vers la droite. On remarque que des couches de vorticité décollent de la paroi.

3.5 Contraintes

3.5.1 Contraintes de cisaillement en écoulement turbulent

Dans un écoulement turbulent, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal est définie par la relation suivante:

$$\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{paroi} = \rho u_{\tau}^2 \quad (3.11)$$

La formule de Hinze donnée par l'équation 3.3 page 46 nous permet d'obtenir la formulation suivante:

$$\begin{aligned} \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{paroi} &= \rho u_{\tau}^2 \\ &= 0.0145 Re_{cp}^{-1/4} \rho u_{cp}^2 \\ &= 0.0295 Re_{deb}^{-1/4} \rho u_{deb}^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

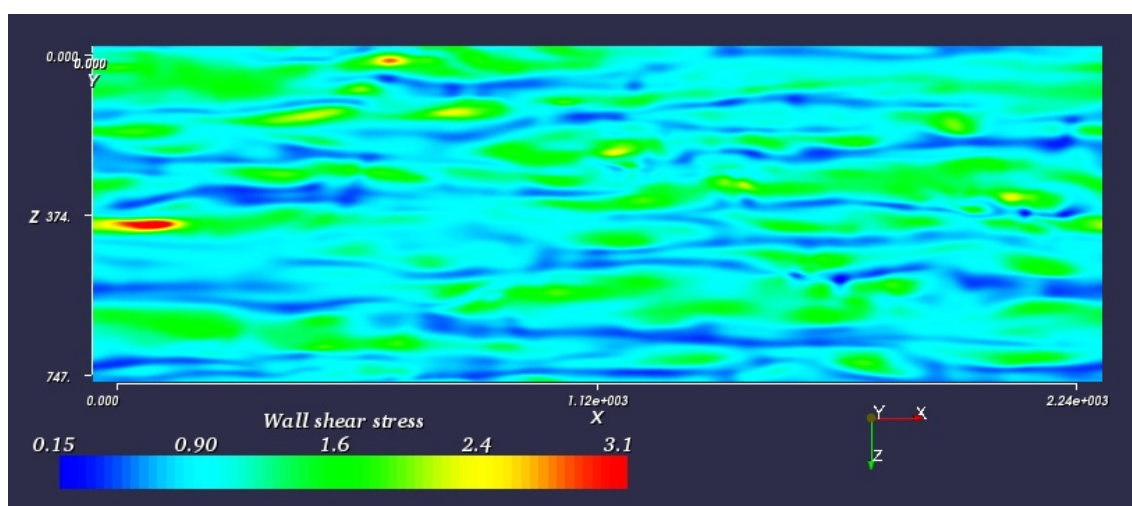


FIGURE 3.11 – Contrainte de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) en canal plan

La figure 3.11 représente la distribution des contraintes de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) en canal plan. Cette dernière est normalisée par la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. Le niveau de contrainte dans le cas laminaire vaut 26.4% de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. Il est possible de remarquer la présence d'allées de faibles et hautes contraintes orientées suivant la direction longitudinale. Les échelles de valeur vont de 15% à plus de 300% de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal

3.5.2 Contraintes de Reynolds

Définition des contraintes de Reynolds

Moyennons l'équation de conservation de la quantité de mouvement (éq:1.18) écrite sous forme conservative, nous obtenons alors l'équation de Reynolds avec terme source de forçage électromagnétique telle que $\forall i \in [1,3]$:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^3 \left(\mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \rho \overline{\frac{\partial u'_i u'_j}{\partial x_j}} \right) \quad (3.13)$$

Cette équation est analogue à celle de Navier-Stokes mais comporte un terme supplémentaire lié à la non-linéarité des termes de transport des fluctuations. Ce terme est appelé contraintes de Reynolds et est noté :

$$-\rho \overline{u'_i u'_j}$$

Lorsqu'on souhaite prédire les quantités moyennes associées à des écoulements turbulents, la difficulté principale provient de l'évaluation de ces contraintes de Reynolds. On dit alors qu'il y a un "*problème de fermeture*".

Des contraintes de Reynolds positives permettent de mettre en évidence la présence de phénomènes d'éjections et de balayages au sein d'un écoulement turbulent. En effet, la présence de balayage est causée par des fluctuations de vitesse longitudinale positives $u' > 0$ et des fluctuations de vitesse normale négatives $v' < 0$. L'éjection est causée par le phénomène inverse ($u' < 0$ et $v' > 0$).

Contraintes de Reynolds dans un écoulement turbulent non forcé

La figure 3.12 représente la variation de la contrainte de Reynolds adimensionnée par le cisaillement pariétal moyen en fonction de la distance à la paroi exprimée en unités pariétales. Les résultats que nous avons obtenus sont conformes à ceux de Kim *et al.* (1987). Les contraintes de Reynolds sont nulles au niveau de la paroi car des conditions d'adhérence et d'imperméabilité imposent une vitesse nulle. Le niveau de ces contraintes augmente jusqu'à atteindre son maximum (70% de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal) à une distance de la paroi $y^+ \approx 25$. Il décroît ensuite jusqu'au centre du canal.

Willmarth & Lu (1972) ont effectué une étude expérimentale sur la structure des contraintes de Reynolds. La vitesse mesurée à la limite de la sous-couche visqueuse est utilisée pour détecter des événements comme les éjections et les balayages. Le signal uv obtenu à partir d'une sonde à fils chauds croisés est échantillonné et classé dans les quatre quadrants du plan uv . En utilisant cette méthode, ils ont trouvé que lorsque la vitesse u_w mesurée à la limite de la sous-couche visqueuse devient faible et décroît, il se produit une éjection ($v' > 0$). Lorsque u_w devient élevé et augmente, il se produit un balayage ($v' < 0$). Dans les couches limites turbulentes, les éjections contribuent le plus largement (77%) au contraintes de Reynolds moyennes $\overline{u'v'}$, alors que les balayages y contribuent à 55% (les contributions négatives permettent d'atteindre les 100%). Ils ont aussi trouvé que

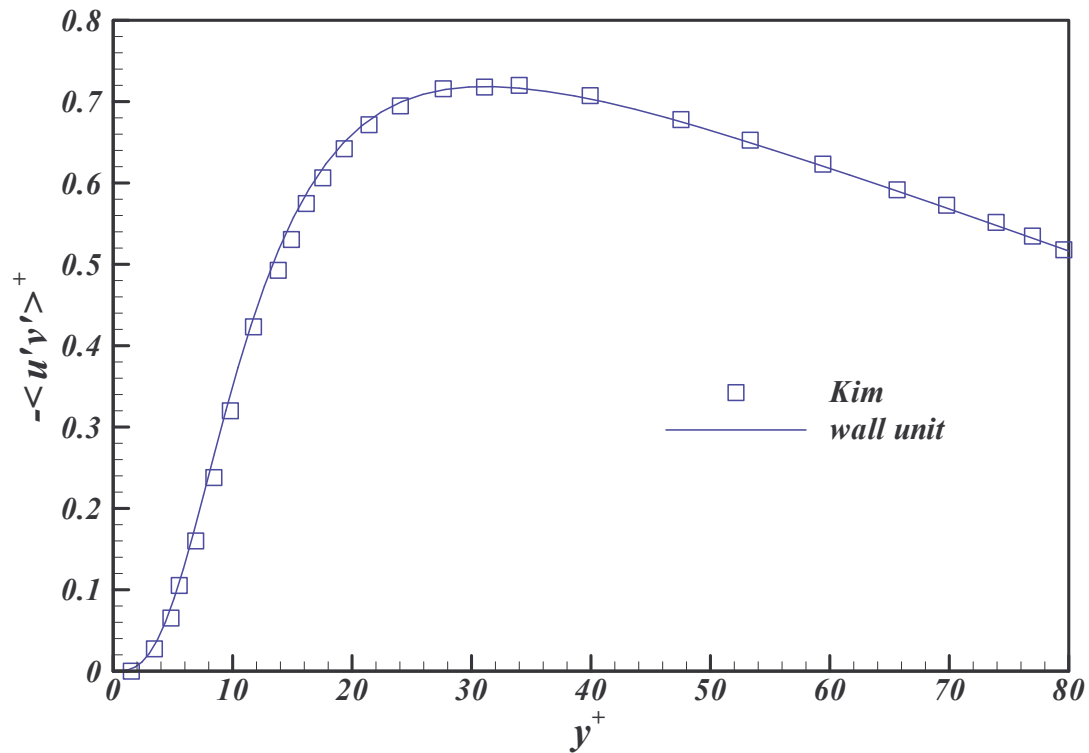


FIGURE 3.12 – Contraintes de Reynolds d’un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan

les intervalles de temps moyens caractéristiques des éjections et des balayages sont égaux et dépendent des échelles externes de l’écoulement. Ils suggèrent alors que les caractéristiques des écoulements fluctuants révélés par les mesures peuvent être expliqués par la convection devant les sondes de mesure d’une structure cohérente déterministe telle qu’un tourbillon en forme d’épingle à cheveux déjà présenté par Willmarth & Tu (1967).

Pour identifier l’origine de ces éjections et balayage source de contraintes de Reynolds et de l’augmentation du frottement, il est donc nécessaire de pouvoir identifier les structures tourbillonnaires présentes dans l’écoulement.

3.6 Structures vorticitaires cohérentes

3.6.1 Définition d'une structure vorticitaire cohérente

Un vortex ou une structure vorticitaire cohérente peut être défini comme une région d'un écoulement tourbillonnaire où la vorticité est suffisamment concentrée pour que les trajectoires de particules fluides s'enroulent autour d'un axe propre instantané. La cohérence de ces structures permet leur convection et la conservation d'une forme caractéristique pendant un temps plus long que leur temps de retournement local. Il ne faut pas confondre des vortex ou tourbillons caractérisant une structure globale d'un écoulement et la vorticité des particules qui traduit leur rotation sur elles-mêmes. Le modèle des tourbillons marginaux d'aile de Prandtl est un exemple de tourbillons irrotationnels (les particules tournent autour d'une direction fixe mais sans tourner sur elles mêmes, à l'instar des nacelles d'une grande roue foraine). A l'opposé les particules fluides tournent sur elles-mêmes dans une couche limite laminaire de plaque plane alors que leur trajectoire est quasi rectiligne, ce n'est donc pas un écoulement tourbillonnaire mais il est rotationnel. Dans ces structures vorticitaires cohérentes, la rotation d'une particule fluide est prépondérante à sa déformation. Elles sont souvent caractérisées par une dépression en leur centre permettant de compenser l'accélération centrifuge liée à leur rotation.

De nombreux articles Hunt *et al.* (1988), Jeong & Hussain (1995), Jiang *et al.* (2004) traitent de techniques de visualisation de structures vorticitaires cohérentes. Dans la suite de ce chapitre, nous ne présenterons que les deux principales méthodes utilisées: le critère Q et le critère λ_2 .

3.6.2 Critère Q

Hunt *et al.* (1988) ont présenté une méthode permettant de visualiser des structures vorticitaires par la représentation de surfaces d'isovaleurs d'un critère appelé le critère Q:

$$Q = -\frac{1}{2} \sum_{i,k} u_{k,i} u_{i,k} = -\frac{1}{2} \left(\|\overrightarrow{\Omega}\|^2 - \|\overrightarrow{S}\|^2 \right) = -\frac{1}{2} \text{trace} \left(\overrightarrow{\nabla u}^2 \right) \quad (3.14)$$

- $\overrightarrow{\nabla u}$ correspond au tenseur gradient de vitesse tel que $\overrightarrow{\nabla} u_{ij} = u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \forall (i,j) \in [1,3]^2$
- \overrightarrow{S} et $\overrightarrow{\Omega}$ correspondent respectivement au tenseur de déformation et de rotation tels que $\overrightarrow{S}_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ et $\overrightarrow{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i}) \forall (i,j) \in [1,3]^2$

Si on prend la divergence de l'équation de Navier-Stokes (1.18) et que l'on suppose la continuité de l'écoulement ($u_{i,i} = 0$), on obtient l'équation de Poisson suivante:

$$\rho \sum_{i,k} u_{k,i} u_{i,k} + p_{,ii} = 0 \quad (3.15)$$

En supposant que les tourbillons cohérents correspondent seulement à des zones de basse pression, alors le critère Q est suffisant pour les identifier.

3.6.3 Critère lambda 2

Jeong & Hussain (1995) ont remarqué que le critère Q n'était pas suffisant dans certains cas. Ils ont donc présenté une méthode de détection de structures vorticitaires cohérentes plus généralisée. Cette méthode est basée sur le calcul de la deuxième valeur propre de la partie symétrique du tenseur $\overrightarrow{\nabla u}$. Ils ont appelé ce critère: " le critère λ_2 ".

$$\frac{1}{2} \left(\overrightarrow{\nabla u}^2 + \overrightarrow{\nabla u}^{2T} \right) = \overrightarrow{S}^2 + \overrightarrow{\Omega}^2 \quad (3.16)$$

Comme $\overrightarrow{S}^2 + \overrightarrow{\Omega}^2$ est un tenseur symétrique réel, il possède des vecteurs propres. Notons \vec{r}_2 , le vecteur propre unitaire associé à la valeur propre λ_2 telle que $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$:

$$\overrightarrow{S}^2 + \overrightarrow{\Omega}^2 |\vec{r}_2\rangle = \overrightarrow{S}^T \overrightarrow{S} - \overrightarrow{\Omega}^T \overrightarrow{\Omega} |\vec{r}_2\rangle = \lambda_2 |\vec{r}_2\rangle \quad (3.17)$$

Lorsque cette valeur propre λ_2 est négative, l'accélération centrifuge est prépondérante à l'accélération liée au cisaillement suivant la direction du vecteur propre.

En prenant la partie symétrique du gradient de l'équation de Navier-Stokes (1.18), on obtient l'équation de transport du tenseur de déformation.

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} + (S^2 + \Omega^2)_{ij} = -\frac{1}{\rho} p_{,ij} + \nu \nabla^2 S_{ij} \quad (3.18)$$

On se rend alors compte que ce critère prend en compte les minima de pression comme le critère Q. Jeong & Hussain (1995) ont comparé ces deux critères pour différents écoulements et ont montré une meilleure précision du critère λ_2 dans certains cas instationnaires. Ce critère a donc été choisi pour visualiser les structures tourbillonnaires des écoulements turbulents soumis aux forçages électromagnétiques instationnaires qui seront décrits dans la suite de ce mémoire.

3.6.4 Visualisation de structures tourbillonnaires

La figure 3.13 illustre une vue en perspective d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan. Deux coupes (une au fond et une à droite) montrent la composante longitudinale du champ de vitesse colorée du bleu (à la paroi) au rouge (vers le centre du canal). Des isosurfaces du critère $\lambda_2 = -0.01$ sont colorées en noir et blanc par la vortacité longitudinale. Ces isosurfaces représentent les tourbillons présents dans les couches limites turbulentes. Par souci de visibilité, ils ne sont représentés que dans la partie basse du canal. En dessous des isosurfaces du critère λ_2 , au niveau de la paroi inférieure du canal, la contrainte de cisaillement pariétal est représentée principalement en bleu et vert. Il est possible d'observer des stries bleues et vertes correspondant respectivement à des allées de basses et hautes vitesses associées aux structures cohérentes.

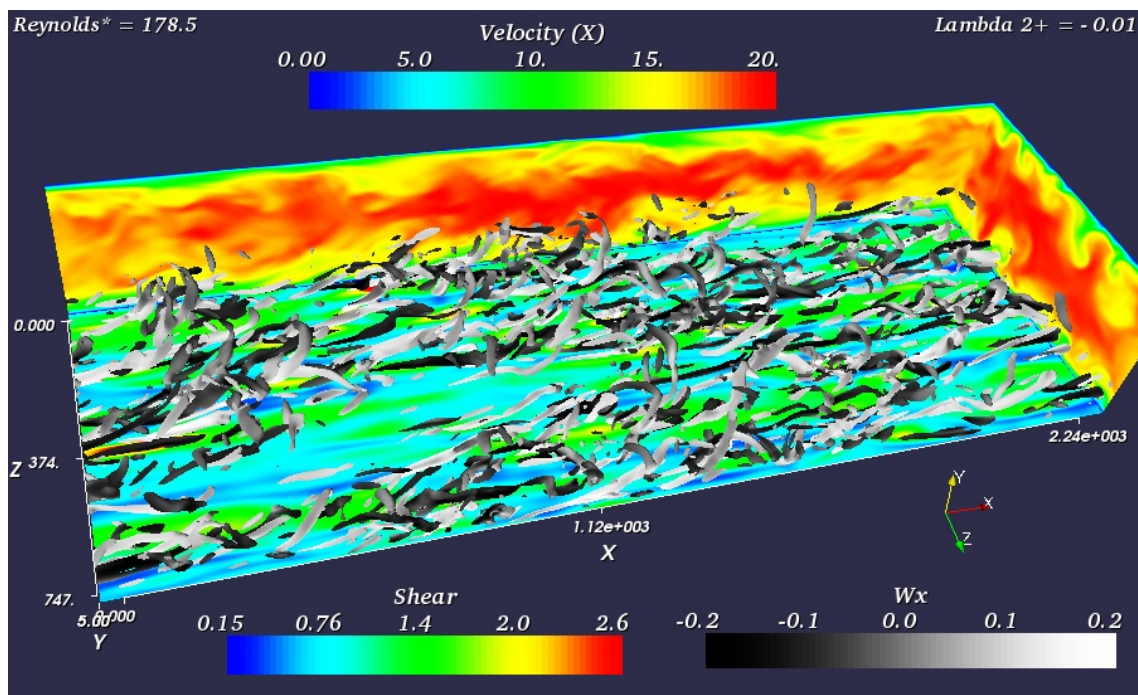


FIGURE 3.13 – Vue en perspective d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan

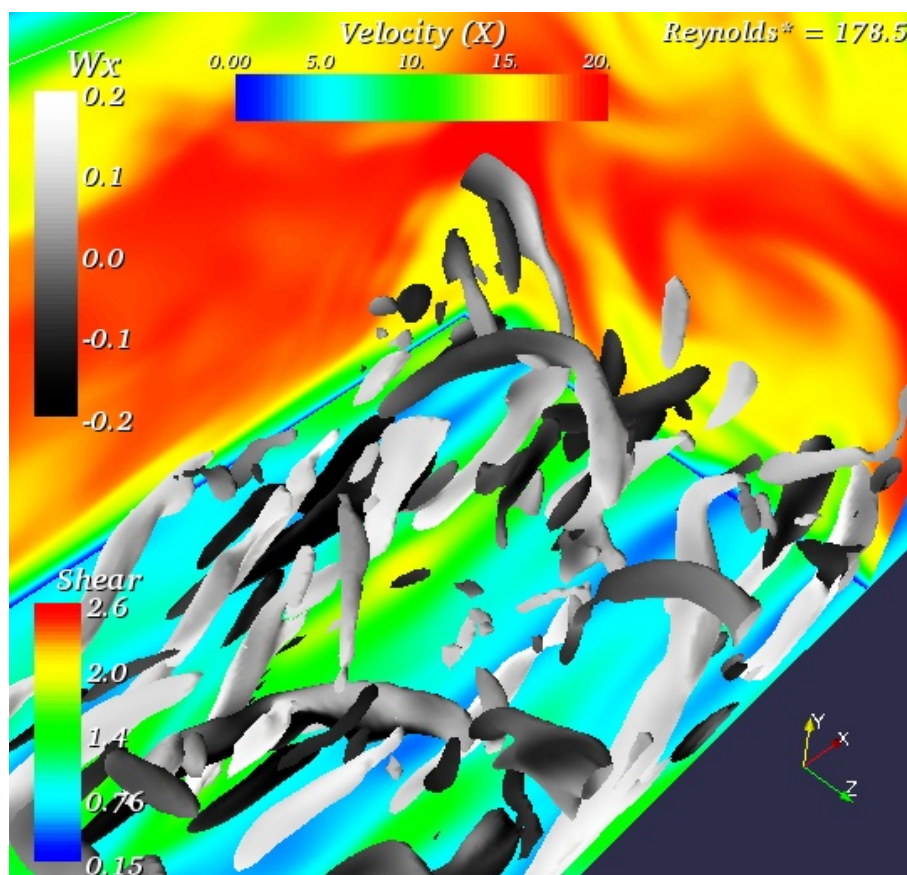


FIGURE 3.14 – Détails de la figure 3.13 : vue rapprochée sur des structures tourbillonnaires identifiées par des isosurfaces du critère $\lambda_2^+ = -0.01$, coupes (xy et yz) du champ de vitesse et cisaillement pariétal

La figure 3.14 montre une vue rapprochée de structures tourbillonnaires en épingle à cheveux qui s'enchevêtrent les unes aux autres. Cette figure montre que les “*jambes*” (parties basses quasi longitudinales) des tourbillons en épingle à cheveux situées en aval passent sous les têtes des tourbillons en épingle à cheveux situées en amont. Des coupes (suivant les plan xy et yz) du champ de vitesse mettent en évidence une zone uniforme de basses vitesses en dessous de la tête des tourbillons en épingle à cheveux et entre leurs jambes (Meinhart & Adrian, 1995). De chaque côté de ces épingles, on note aussi la présence de zones de hautes vitesses.

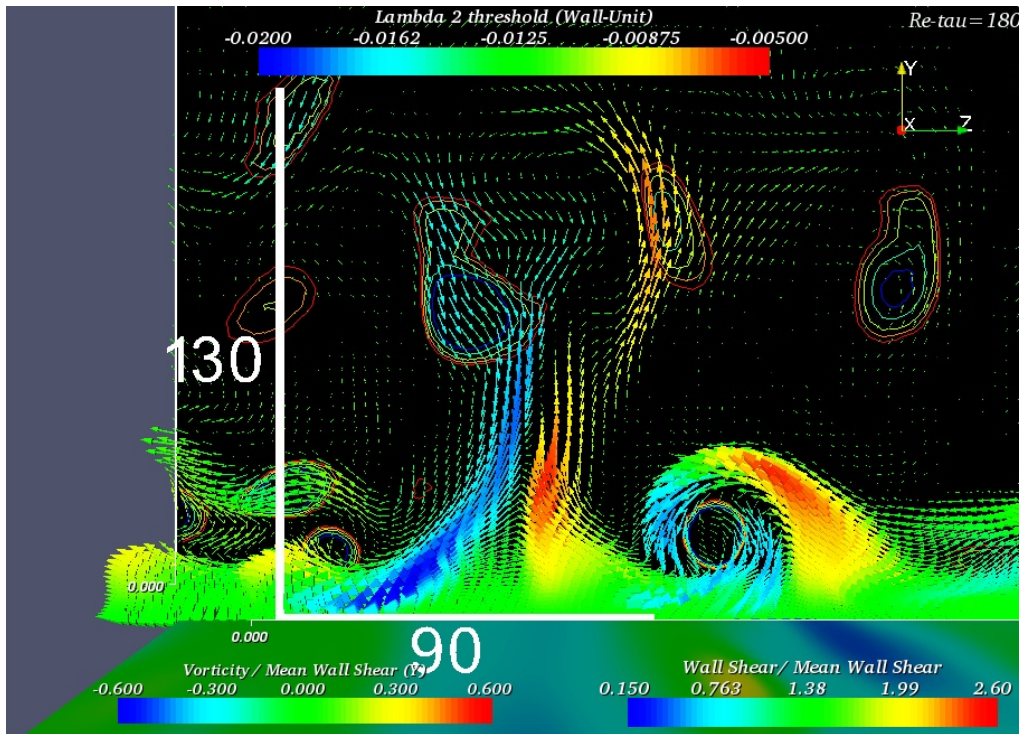


FIGURE 3.15 – Coupe yz du champ de vortacité et d'isovaleurs du critère λ_2 sur un tourbillon en épingle à cheveux

La figure 3.15 représente une coupe du champ de vortacité et d'isovaleurs du critère λ_2 sur un tourbillon en épingle à cheveux. On remarque que ce tourbillon en épingle à cheveux est associé à un repli de nappe de vortacité identifiable par les doubles couches de vortacité normale de signes opposés colorées en bleu et rouge.

3.6.5 Extrait de la bibliographie sur les structures vorticitaires

Adrian & Balachandar (1998) et Adrian *et al.* (2000) ont étudié l'organisation tourbillonnaire des régions externes des couches limites turbulentes. La structure de la turbulence contenant le plus d'énergie dans la région externe d'une couche limite à gradient de pression nul a été étudié grâce à l'utilisation de la vélocimétrie par image de particule (P.I.V.) pour mesurer les champs de vitesse instantanée dans le plan incluant les directions longitudinale et normale à la paroi. Les expériences réalisées pour trois nombres de Rey-

nolds compris dans la gamme $930 < Re_\theta < 6845$ montrent que la couche limite est peuplée de façon dense par des champs de vitesse associés à des tourbillons en forme d'épingles à cheveux. Ils utilisent le terme épingle à cheveux pour dénommer des tourbillons en forme de cannes, de fers à cheval, d'oméga, qui sont en fait des variations d'une structure commune de base d'écoulements turbulents à différentes étapes d'évolutions avec diverses tailles, âges, rapports de forme et symétries. Ces tourbillons en forme d'épingles à cheveux sont caractérisés par un coeur vorticitaire transverse fortement localisé dans les zones d'éjection ($u' < 0$ et $v' > 0$).

Dans la couche externe, les tourbillons en forme d'épingles à cheveux sont alignés par paquets suivant la direction longitudinale et se propagent avec une faible dispersion de vitesse. Les paquets qui commencent dans ou presque au-dessus de la couche tampon sont très similaires à ceux créés par mécanisme d'auto-génération (Zhou *et al.*, 1996). Les paquets individuels grandissent dans la direction longitudinale avec un angle moyen de 12 degrés. Les paquets de tourbillons en forme d'épingles à cheveux sont espacés d'une distance moyenne de plusieurs centaines de longueurs visqueuses suivant la direction longitudinale. Les paquets sont des structures organisées de la région de proche paroi dans lesquels de petites structures vorticitaires tridimensionnelles sont arrangées de manière cohérentes (avec une corrélation spatiale) pour former une plus grosse structure (aspect fractal de la turbulence). La formation de paquets explique l'apparition des événements turbulents comme les éjections et les balayages ainsi que la création de mouvement à grande échelle décrit par Townsend (1958). Ces paquets partagent de multiples aspects des modèles d'épingle à cheveux proposés par Smith (1984) pour la région de proche paroi et par Bandyopadhyay (1980) mais semble apparaître avec une hiérarchie d'échelles dans la plupart des couches limites.

Dans la couche logarithmique, les paquets de tourbillons cohérents qui prennent leur origine près de la paroi apparaissent dans des zones plus larges et plus rapides à vitesse uniforme qui peuvent s'étendre jusqu'à la moitié de la couche limite. Ces zones plus larges correspondent à l'écoulement induit à l'intérieur de paquets plus anciens de tourbillons en forme d'épingles à cheveux cohérents qui prennent leur origine en amont et passent au-dessus de jeunes paquets générés plus récemment. L'apparition de petits paquets de tourbillons en forme d'épingles à cheveux au sein de paquets de tourbillons en forme d'épingles à cheveux plus larges est une caractéristique majeure de la couche logarithmique. Lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds, les tourbillons en forme d'épingles à cheveux peuvent se générer à des échelles encore plus petites et leur nombre dans chaque paquet augmente. Les phénomènes d'éjection et de balayages générateurs de contraintes de Reynolds augmentent alors et le transfert de quantité de mouvement entre la paroi et l'écoulement externe s'intensifie. Si l'on souhaite diminuer la traînée de frottement induite par la turbulence, on se rend vite compte qu'il est nécessaire de contrôler la génération de ces structures tourbillonnaires.

Chapitre 4

Modélisation des champs de force électromagnétique

4.1 Modélisation du champ magnétique

Les aimants permanents sont constitués de matériaux magnétiques orientés, caractérisés par une magnétisation \vec{M} . Les deux faces des pôles perpendiculaires à cette magnétisation sont appelées les pôles Nord et Sud.

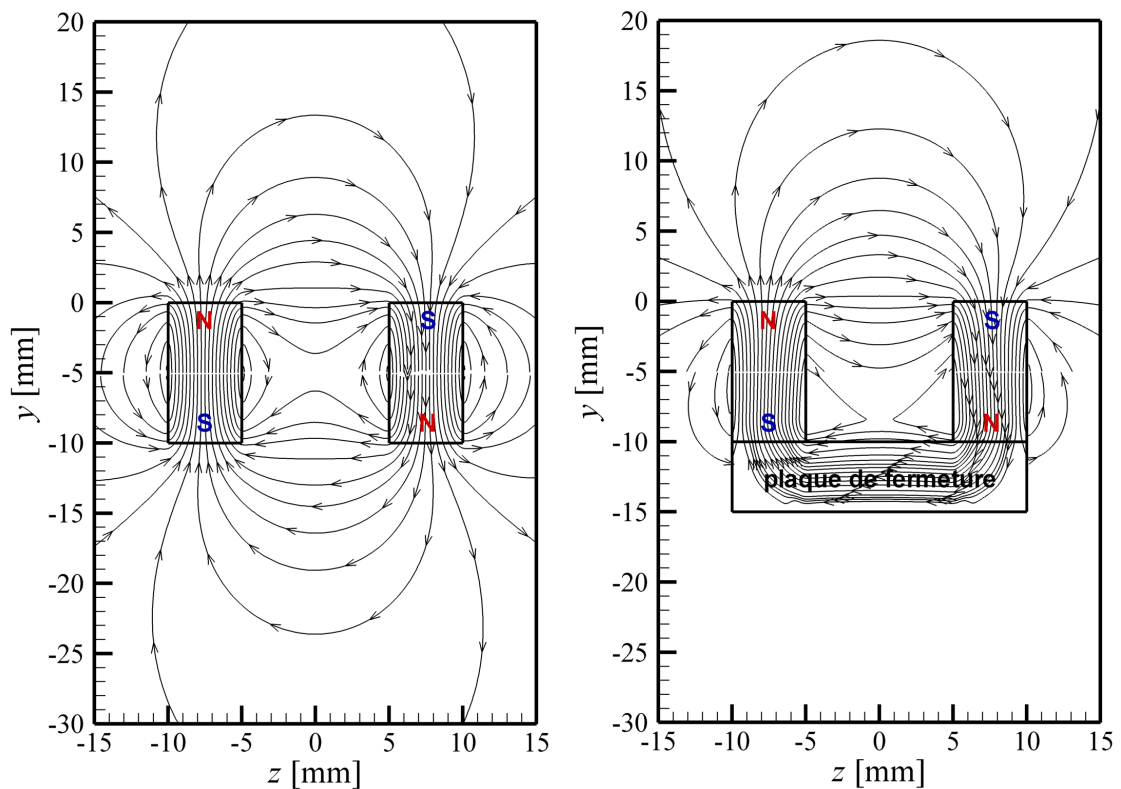


FIGURE 4.1 – Influence d'une plaque en fer doux sur les lignes de champ d'induction magnétique

Une plaque de “*fermeture*” réalisée en fer doux est couramment utilisée avec ce type d’aimant. Les études numériques menées par Lindquist (2005) montrent que l’ajout d’une plaque de “*fermeture*” sur les aimants permet de réduire leur hauteur d’un facteur deux tout en gardant la même intensité de champ d’induction magnétique. La figure 4.1 illustre l’influence d’une plaque “*fermeture*” en fer doux sur les lignes de champ d’induction magnétique. On remarque que les lignes de champs d’induction magnétique sont guidées par la plaque de “*fermeture*” au lieu de diffuser dans le demi-espace. En effet, le fer doux a une perméabilité relative très importante ($\mu_r \approx 1000H.m^{-1}$) qui favorise le passage du champ magnétique. Ce matériau est caractérisé par un champ magnétique de saturation $B_{sat} = 2T$ qui détermine l’épaisseur de la plaque de fermeture.

Diverses méthodes permettent de calculer le champ magnétique généré au sein du matériau et diffusé dans le milieu fluide qui se comporte magnétiquement comme le vide ($\mu_o = 4\pi.10^{-7}H.m^{-1}$). Si les méthodes de calculs par éléments finis sont classiquement utilisées, nous présenterons et utiliserons ici un modèle analytique qui permettra de calculer le champ magnétique diffusé à partir de la seule connaissance des pôles des aimants (taille et position) relativement à l’écoulement.

4.1.1 Modèle 3D d’après Akoun & Yonnet (1984)

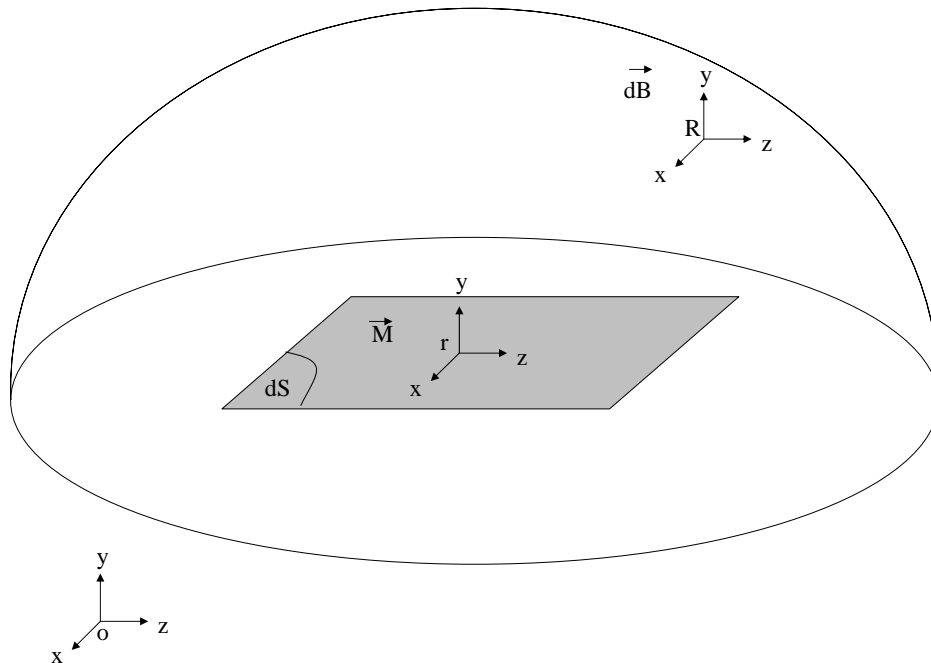


FIGURE 4.2 – Élément de surface d’un pôle d’un aimant

Une solution analytique du champ magnétique créé par un aimant permanent parallélépipédique de dimension finie dont la magnétisation \vec{M} serait homogène et normale à la surface des pôles a été proposée par Akoun & Yonnet (1984). Partant de l'hypothèse que le flux de champ magnétique se conserve et par des considérations de symétrie, il est possible de déduire que le flux magnétique sortant d'une surface élémentaire $d\vec{S}$ du pôle d'un aimant situé en \vec{r} va rayonner dans le demi-espace qui lui est offert. Si l'on se place en un point \vec{R} de ce demi-espace, le flux d'induction magnétique passant à travers la surface élémentaire $d\vec{S}$ est égal au flux de champ magnétique élémentaire traversant la demi-sphère de rayon $(\vec{R} - \vec{r})$. Cela se traduit par la relation suivante:

$$\vec{M} \cdot d\vec{S} = 2\pi \frac{(\vec{R} - \vec{r}) \cdot d\vec{S}}{|\vec{R} - \vec{r}|^3} \quad (4.1)$$

$\vec{B}(\vec{R})$:	Induction magnétique en Tesla (T)
$\vec{R} = (X, Y, Z)$:	Coordonnées du point de calcul du champ magnétique
$\vec{r} = (x, y, z)$:	Coordonnées de l'élément de surface $d\vec{S}$ de l'aimant
\vec{M}	:	Magnétisation de l'aimant (T)
\mathcal{S}	:	Surface de l'aimant

Le champ magnétique élémentaire $d\vec{B}$ créé par une surface élémentaire $d\vec{S}$ traversée par un flux magnétique $\vec{M} \cdot d\vec{S}$ vaut donc:

$$d\vec{B}(\vec{R}) = \frac{1}{2\pi} \frac{(\vec{R} - \vec{r}) \vec{M} \cdot d\vec{S}}{|\vec{R} - \vec{r}|^3} \quad (4.2)$$

Dans le cas d'un aimant permanent, pour obtenir le champ magnétique total, il faut alors intégrer sur toute la surface \mathcal{S} de ce dernier.

$$\vec{B}(\vec{R}) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathcal{S}} \frac{(\vec{R} - \vec{r}) \vec{M} \cdot d\vec{S}}{|\vec{R} - \vec{r}|^3} \quad (4.3)$$

Pour le cas d'un aimant parallélépipédique dont la magnétisation \vec{M} est constante et orientée perpendiculairement à deux des faces, remarquons tout d'abord que:

- Le produit scalaire $\vec{M} \cdot d\vec{S} = \|\vec{M}\|$ pour le pôle nord de l'aimant.
- Le produit scalaire $\vec{M} \cdot d\vec{S} = -\|\vec{M}\|$ pour le pôle sud de l'aimant.
- Le produit scalaire $\vec{M} \cdot d\vec{S} = 0$ pour les autres faces de l'aimant.

Le calcul du champ magnétique \vec{B} défini par l'équation 4.3 se réduit alors à l'intégrale sur les faces correspondant aux pôles nord et sud de l'aimant. Les détails de calcul de cette intégrale sont donnés en Annexe B. Notons $(x_0, x_1), (y_0, y_1), (z_0, z_1)$, les coordonnées des extrémités de cet aimant. Plaçons le pôle nord en y_0 et le pôle sud en y_1 . Le champ magnétique créé par cet aimant vaut donc:

$$\vec{B}_X(\vec{R}) = \frac{\|\vec{M}\|}{2\pi} \sum_{(i,j,k)=[0,1]^3} (-1)^{i+j+k} \ln(\mathcal{R}_{ijk} - (Z - z_k)) \quad (4.4)$$

$$\vec{B}_Y(\vec{R}) = \frac{\|\vec{M}\|}{2\pi} \sum_{(i,j,k)=[0,1]^3} (-1)^{i+j+k} \arctan\left(\frac{(X - x_i)(Z - z_k)}{\mathcal{R}_{ijk}(Y - y_j)}\right) \quad (4.5)$$

$$\vec{B}_Z(\vec{R}) = \frac{\|\vec{M}\|}{2\pi} \sum_{(i,j,k)=[0,1]^3} (-1)^{i+j+k} \ln(\mathcal{R}_{ijk} - (X - x_i)) \quad (4.6)$$

Avec:

$$\mathcal{R}_{ijk} = \sqrt{(X - x_i)^2 + (Y - y_j)^2 + (Z - z_k)^2} \quad (4.7)$$

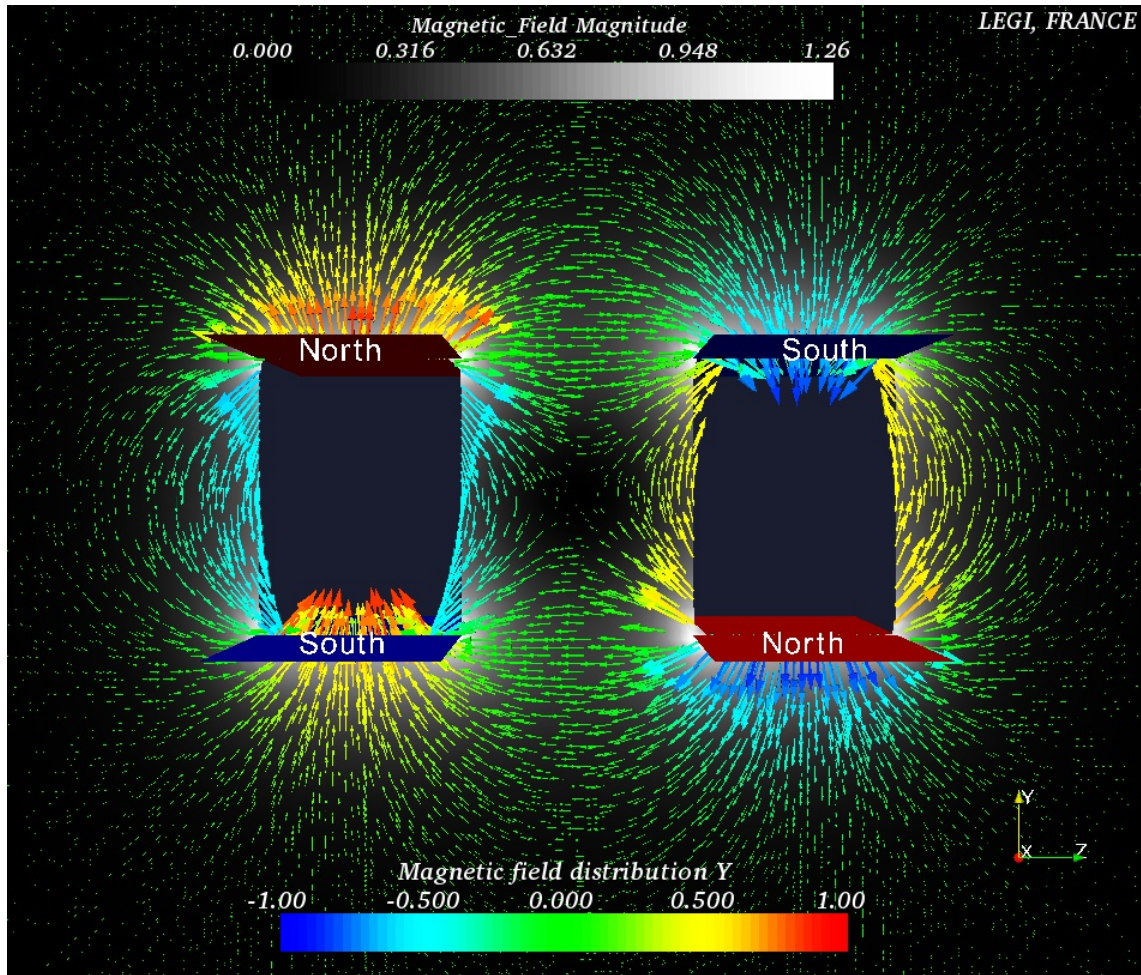


FIGURE 4.3 – Coupe du champ magnétique créé par deux aimants permanents

La figure 4.3 représente une coupe du champ magnétique calculé à partir de ce modèle dans le cas de deux aimants parallélépipédiques d'extension finie. Cette coupe est située à mi-distance des bords des aimants qui sont représentés par leurs pôles nord (surface

rouge) et sud (surface bleue). Le fond de cette coupe est coloré en noir et blanc par la norme du champ magnétique. Les maximums d'amplitude sont localisés au niveau des arêtes de chaque pôle. En effet, la formulation analytique de ce modèle a des singularités à ces endroits. La discrétisation du domaine de calcul et le positionnement des coins des pôles sur le maillage ont tendance à atténuer cela. Les vecteurs représentent la projection du champ magnétique sur le plan de coupe décrit précédemment. Ils sont colorés par la composante normale aux pôles du champ magnétique.

4.1.2 Modèle d'extension infinie (2D)

Dans le cas d'aimants d'extension infinie, le problème devient bidimensionnel. Par conservation du flux de champ magnétique et par des considérations de symétrie, il est possible de déduire que le flux magnétique sortant de l'élément de longueur $d\vec{\mathcal{L}}$ du pôle d'un aimant d'extension infinie situé en \vec{r} rayonne dans tout le demi-plan qui lui est offert. Si l'on se place en un point \vec{R} de ce demi-plan, ce flux d'induction magnétique à travers l'élément de longueur $d\vec{\mathcal{L}}$ est égal au flux de champ magnétique élémentaire traversant le demi-cercle de rayon $(\vec{R} - \vec{r})$. Cela se traduit par la relation suivante:

$$\vec{M}_l \cdot d\vec{\mathcal{L}} = \pi \|\vec{R} - \vec{r}\| \frac{(\vec{R} - \vec{r})}{\|\vec{R} - \vec{r}\|} \cdot d\vec{B} \quad (4.8)$$

\vec{M}_l : la densité linéique de flux magnétique à la surface de l'aimant (T)

\mathcal{L} : la largeur de l'aimant

Le champ magnétique créé en \vec{R} par l'élément de longueur $d\vec{\mathcal{L}}$ d'aimant vaut donc:

$$d\vec{B}(\vec{R}) = \frac{1}{\pi} \frac{(\vec{R} - \vec{r}) \vec{M}_l \cdot d\vec{\mathcal{L}}}{\|\vec{R} - \vec{r}\|^2} \quad (4.9)$$

Le champ magnétique créé en \vec{R} par l'aimant vaut donc:

$$\vec{B}(\vec{R}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{L}} \frac{(\vec{R} - \vec{r}) \vec{M}_l \cdot d\vec{\mathcal{L}}}{(\vec{R} - \vec{r})^2} \quad (4.10)$$

Soit \mathcal{H}_X l'intégrale suivante:

$$\vec{\mathcal{H}}_X(\vec{R}) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{(X - x)}{(X - x)^2 + (Y - y)^2} dx \quad (4.11)$$

$$= -\frac{1}{2} \left[\ln((X - x)^2 + (Y - y)^2) \right]_{x_0}^{x_1} \quad (4.12)$$

Si on place le pôle nord en y_0 et le pôle sud en y_1 , on en déduit alors la composante suivant \vec{x} du champ magnétique créé par un aimant d'extension infinie suivant la direction \vec{z} .

$$\vec{B}_X(\vec{R}) = \frac{\|\vec{M}\|}{2\pi} \sum_{i,j}^{[0,1]^2} (-1)^{i+j} \ln [(X - x_i)^2 + (Y - y_j)^2] \quad (4.13)$$

Soit \mathcal{H}_Y l'intégrale suivante:

$$\vec{\mathcal{H}}_Y(\vec{R}) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{(Y - y)}{(X - x)^2 + (Y - y)^2} dx \quad (4.14)$$

$$= - \left[\arctan \left(\frac{X - x}{Y - y} \right) \right]_{x_0}^{x_1} \quad (4.15)$$

On en déduit alors la composante suivant \vec{y} (normale aux pôles) du champ magnétique créé par un aimant d'extension infinie suivant la direction \vec{z} .

$$\vec{B}_Y(\vec{R}) = \frac{\|\vec{M}\|}{\pi} \sum_{i,j}^{[0,1]^2} (-1)^{i+j} \arctan \left(\frac{X - x_i}{Y - y_j} \right) \quad (4.16)$$

4.1.3 Échantillonnage du champ magnétique sur le maillage

Le champ d'induction magnétique est calculé analytiquement en chaque point du maillage de l'écoulement. La qualité de la représentation du champ d'induction magnétique dépend de la finesse de ce maillage. Pour évaluer la qualité de l'échantillonnage du champ d'induction magnétique sur le maillage, il est possible de calculer numériquement sa divergence. Par hypothèse, la divergence du champ d'induction magnétique est nulle.

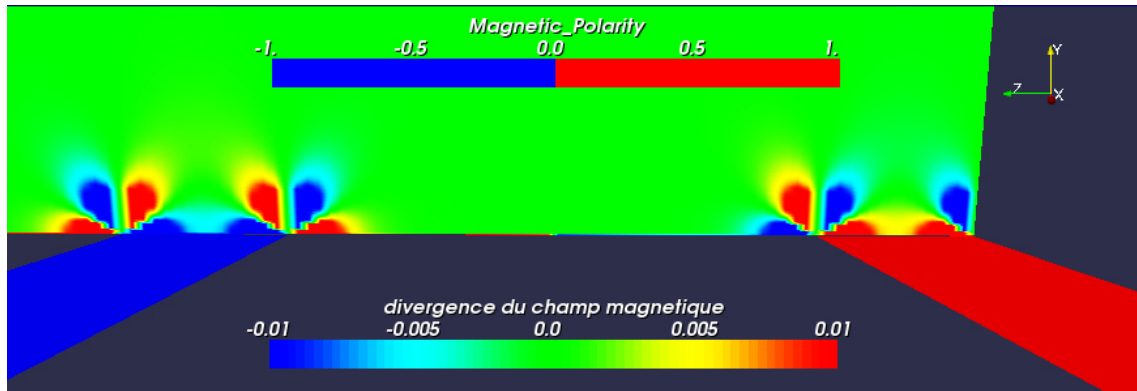


FIGURE 4.4 – Divergence numérique du champ magnétique

La figure 4.4 représente la divergence numérique du champ magnétique échantillonné sur le maillage de la région où l'on calcule l'écoulement. Cette divergence est calculée par un schéma centré d'ordre 2. Elle permet d'évaluer la qualité de l'échantillonnage du champ magnétique (calculé analytiquement) sur le maillage de la région où l'on calcule

l'écoulement. Il est possible de remarquer que la divergence numérique prend ses valeurs les plus extrêmes au niveau des arêtes des pôles. Le pôle Nord est représenté par le rectangle rouge et le pôle Sud par le rectangle bleu. En effet, c'est à cet endroit que le champ magnétique est le moins uniforme. Le maillage devrait être raffiné à ces endroits pour mieux prendre en compte les variations spatiales du champ magnétique.

4.2 Modélisation du champ électrique

Les expériences réalisées sur le contrôle d'écoulement en eau de mer (Lindquist, 2005) utilisent des électrodes très conductrices (titane platiné). Nous pouvons donc considérer que les électrodes sont infiniment conductrices par rapport à l'eau de mer. De plus, considérons que le matériau composant la paroi et compris entre les électrodes est parfaitement isolant comparé à l'eau de mer. Cela suppose que les courants fournis par les électrodes passent intégralement par l'eau de mer. Si on considère l'eau de mer comme un simple milieu conducteur de conductivité apparente σ constante et uniforme ($\sigma = 5S.m^{-1}$), alors, le potentiel électrique V à la surface des électrodes est uniforme. Si l'on note \vec{n} la normale aux parois isolantes et \vec{j} la densité de courant, on a alors la condition aux limites suivante:

$$\vec{j} \cdot \vec{n} = 0 \quad (4.17)$$

Dans l'eau de mer, on suppose qu'il n'y a pas d'accumulation de charge. Le principe de conservation de la charge implique alors que la divergence de la densité de courant \vec{j} est nulle.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (4.18)$$

La densité de courant est proportionnelle à la conductivité électrique σ et au gradient de potentiel $\vec{\nabla}V$ de telle façon que:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{avec} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad (4.19)$$

Si l'on suppose que la conductivité électrique est constante, on obtient alors l'équation de Laplace suivante:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (4.20)$$

Le calcul analytique de la distribution de la densité de courant correspondante à l'hypothèse d'un potentiel constant à la surface des électrodes est décrit en annexe C.1 pour deux électrodes de longueur infinie et pour un réseau d'électrodes de longueur infinie. Ce modèle analytique 2D ne prend pas en compte les effets liés aux phénomènes électrochimiques comme les sauts de potentiels chimiques et encore moins le dégazage de chlore et d'hydrogène lorsque l'on agit sur de l'eau salée (Boissonneau & Thibault, 1999).

4.2.1 Modélisation de la densité de courant à la surface des électrodes

En réalité, l'eau de mer n'est pas un simple matériau conducteur: c'est un électrolyte. Les courants sont amenés par des électrodes qui sont le siège de réaction d'oxydo-réduction. Ils passent par l'eau mer grâce à la migration d'ions H^+ et Cl^- . L'activation de ces espèces électrochimiques est associée à des surtensions qui modifient la distribution des courants juste au-dessus de la surface des électrodes (Boissonneau, 1997).

Dans le cas réel, la densité de courant présente des effets de bord important mais pas aussi élevés que ceux décrits dans l'annexe C.1. Il y a un effet de lissage lié à la variation du saut de potentiel chimique avec le courant local et à la distribution non homogène de la conductivité liée à la concentration d'ions H^+ et Cl^- . Une approximation de ces effets serait de considérer que la densité de courant est constante au niveau de la couche diffusionnelle des électrodes. Par conséquent, il est possible d'utiliser le modèle d'Akoun & Yonnet (1984) pour le calcul du champ électrique. Lindquist (2005) a utilisé ce modèle dans le cas d'un actionneur normal où les électrodes et les aimants sont perpendiculaires entre eux. Cet actionneur était placé dans un aquarium où l'écoulement initialement au repos reste laminaire au cours d'une activation continue. Des simulations numériques et des expérimentations ont permis de valider les hypothèses simplificatrices du modèle du champ électrique. Cette validation a été effectuée dans le cas de l'actionneur normal en suivant la position du centre des tourbillons générés par cet actionneur. Ce modèle, ayant été validé précédemment, est celui qui a été implémenté pour le calcul des forces électromagnétiques dans notre code de simulations numériques directes. Les hypothèses simplificatrices de ce modèle tendent à perdre leur validité dans le cas d'actionneurs parallèles. En effet le rapport entre la largeur des électrodes et leur distance est beaucoup plus élevé que pour les actionneurs normaux.

4.3 Modélisation des actionneurs parallèles

Pour générer un champ de forces orientées suivant une même direction, il suffit d'alterner des électrodes et des aimants et de les aligner suivant la direction désirée du forçage. La force électromagnétique \vec{F} obtenue est alors dirigée suivant la direction d'alignement des électrodes et des aimants. Le sens du forçage est quant à lui, déterminé par la polarité des électrodes.

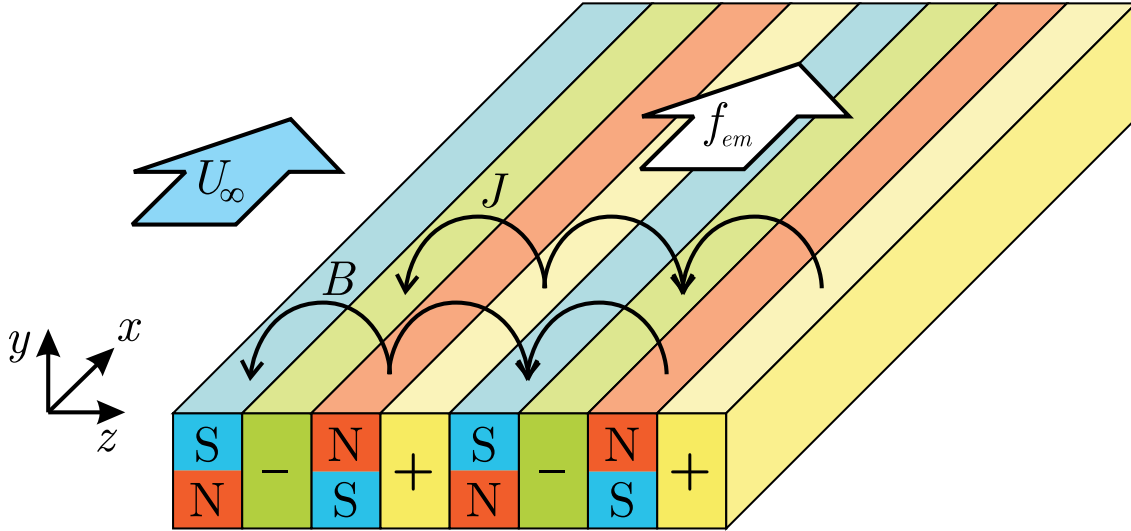


FIGURE 4.5 – Vue schématique d'un actionneur parallèle

4.3.1 Modèle 1D d'actionneurs électromagnétiques parallèles

Cas de la couche limite

Gailitis & Lielausis (1961), Weier *et al.* (1998), Berger *et al.* (2000), Du *et al.* (2002) ont simplifié le champ de force électromagnétique généré par un actionneur parallèle en supposant qu'il ne dépend que de la distance à la paroi, par un modèle 1D. Il est communément admis que l'intensité de la force électromagnétique est maximum à la paroi et décroît de manière exponentielle avec la distance de l'actionneur. Sa valeur à la paroi F_{cl}^0 est proportionnelle à la densité moyenne de courant j_0 , au champ magnétique moyen B_0 et à la valeur moyenne à la paroi de la fonction de distribution $F_{em}^* = j^* \wedge B^*$ liée au produit vectoriel des champs électrique et magnétique. La profondeur de pénétration de ce forçage peut être modulée par un paramètre noté "a" dans la suite de ce chapitre. Dans la littérature, le paramètre "a" est supposé proportionnel à la distance inter-aimant. Nous détaillerons cela par la suite dans la section 4.3.2 en comparant ce modèle simplifié avec un modèle prenant en compte la géométrie des électrodes et des aimants. Dans le cas du contrôle d'une couche limite où la paroi est située en $y = 0$, la force électromagnétique $F_{cl}(y)$ générée par un actionneur parallèle s'écrit de la manière suivante:

$$F_{cl}(y) = F_{cl}^0 e^{-\frac{y}{a}} \quad (4.21)$$

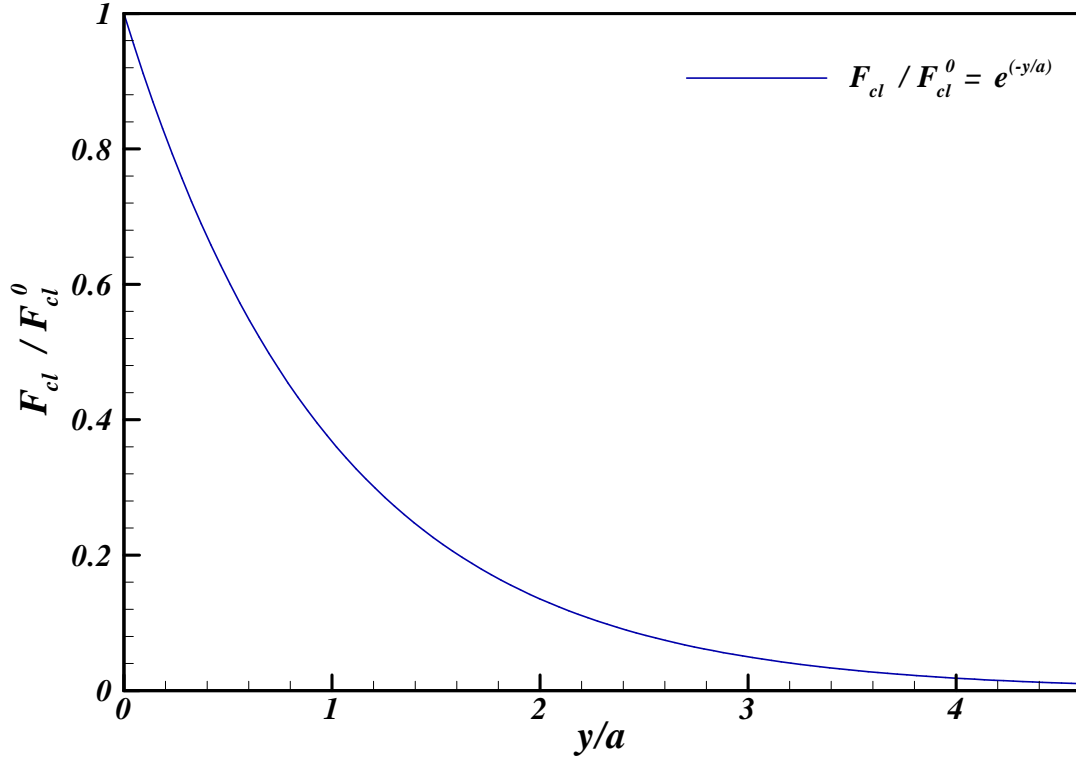


FIGURE 4.6 – Modèle 1D du forçage électromagnétique généré par un actionneur parallèle dans le cas d'une couche limite

Cas du canal plan

Dans le cas d'un canal de demi hauteur h centré en $y = 0$, pour conserver la symétrie du problème, on place des actionneurs parallèles identiques sur les deux parois. On note $F_{cl-h}(y)$ et $F_{cl+h}(y)$, l'intensité du forçage généré par les actionneurs situés respectivement à la paroi inférieure en $y = -h$ et à la paroi supérieure en $y = +h$. La force $F_{cl-h}(y)$ générée par l'actionneur situé sur la paroi inférieure, décroît suivant les y croissants et vaut F_{cl}^0 en $y = -h$. La force $F_{cl+h}(y)$ générée par l'actionneur situé sur la paroi supérieure, décroît suivant les y décroissants et vaut F_{cl}^0 en $y = +h$.

$$F_{cl-h}(y) = F_{cl}^0 e^{-\frac{y+h}{a}} \quad (4.22)$$

$$F_{cl+h}(y) = F_{cl}^0 e^{\frac{y-h}{a}} \quad (4.23)$$

La force électromagnétique générée par les deux actionneurs dans l'ensemble du canal peut alors s'écrire comme la superposition des deux forçages F_{cl-h} et F_{cl+h} :

$$F_{canal}(y) = F_{cl-h}(y) + F_{cl+h}(y) = F_{cl}^0 2e^{-\frac{h}{a}} \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \quad (4.24)$$

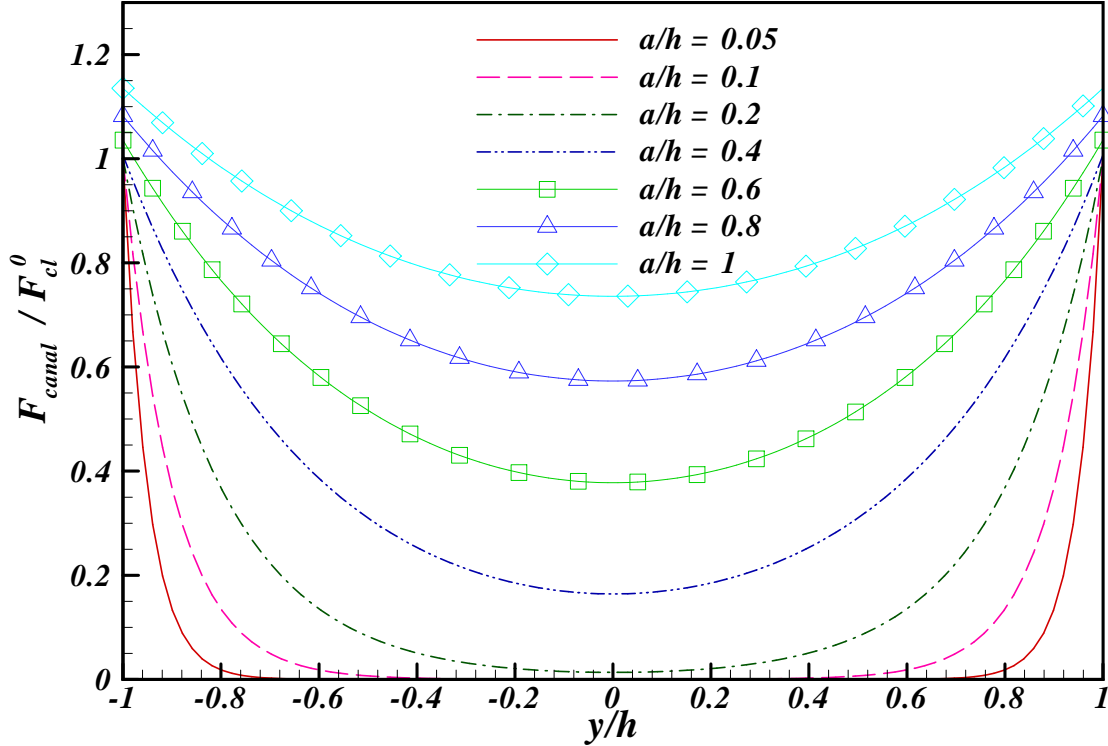


FIGURE 4.7 – Modèle 1D du forçage électromagnétique généré par des actionneurs parallèles dans un canal plan

L'effet de la profondeur de pénétration a/h du forçage est illustré par la figure 4.7. Plus la profondeur de pénétration augmente, plus l'intensité du forçage sera relativement importante à une position fixée. De plus, cette figure montre qu'en dessous d'une profondeur de pénétration d'environ $a/h \approx 0.2$, le forçage est principalement concentré au niveau des parois du canal en $y/h = \pm 1$ et est nul au centre du canal. Au-delà de cette profondeur de pénétration $a/h \approx 0.2$, l'intensité du forçage au centre du canal n'est plus négligeable par rapport à l'intensité du forçage au niveau des parois. Pour des profondeurs de pénétration importantes, il est aussi possible de remarquer que la valeur du forçage à la paroi n'est pas unitaire. En effet, un actionneur ayant une profondeur de pénétration importante par rapport à la taille du canal génère une force non négligeable au niveau de la paroi opposée.

En intégrant l'équation 4.24, on obtient la valeur moyenne de l'intensité de la force électromagnétique.

$$F_{canal_{moy}} = \frac{F_{cl}^0}{2h} \int_{-h}^h 2e^{-\frac{h}{a}} \cosh\left(\frac{y}{a}\right) dy = F_{cl}^0 2e^{-\frac{h}{a}} \frac{a}{h} \left(1 - e^{-2\frac{h}{a}}\right) \quad (4.25)$$

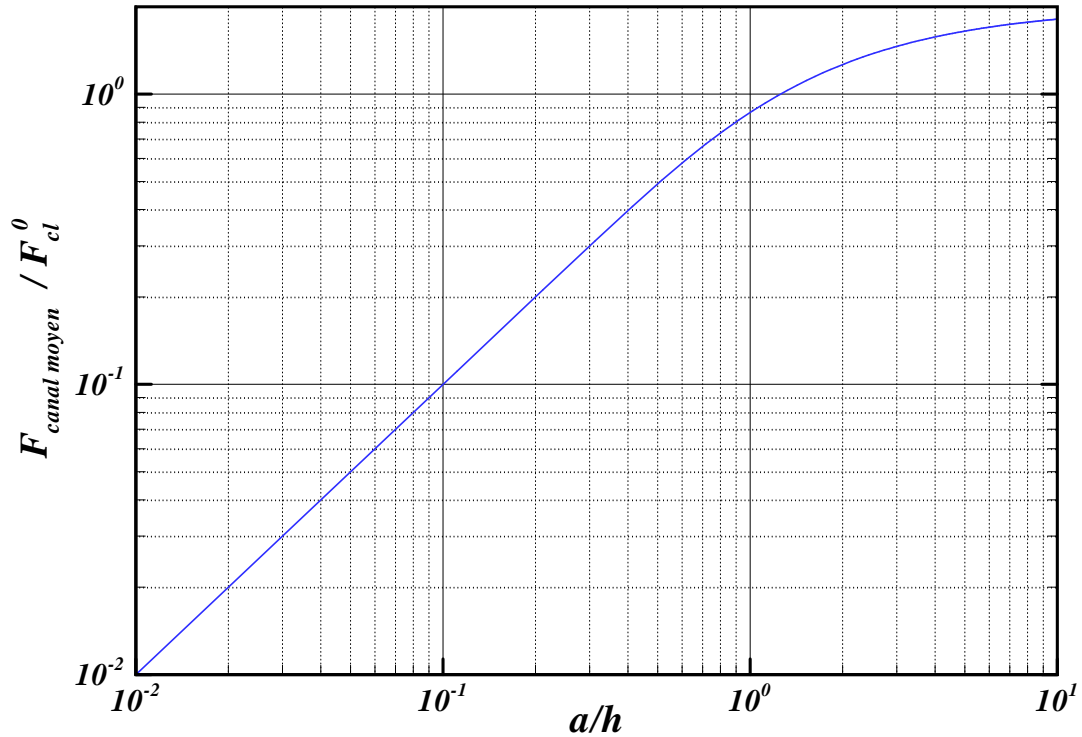


FIGURE 4.8 – Influence de la profondeur de pénétration sur la valeur moyenne de l'intensité du forçage

La figure 4.8 représente en échelle logarithmique l'effet de la profondeur de pénétration a/h sur la valeur moyenne de l'intensité du forçage. Pour $a/h \ll 1$, la valeur moyenne de l'intensité du forçage croît linéairement avec la profondeur de pénétration. Pour $a/h \gg 1$, la valeur moyenne de l'intensité du forçage tend vers $F_{\text{canal moy}} = 2 F_{cl}^0$

4.3.2 Modèle 2D d'actionneurs électromagnétiques parallèles

Dans le cas où l'on souhaite prendre en compte plus précisément la géométrie d'aimants et d'électrodes d'extension infinie, les modèles 2D des champs électrique et magnétique sont utilisés pour calculer le champ de force électromagnétique. Le forçage ne dépend alors que des deux coordonnées normale et transverse des pôles de l'actionneur.

Distribution des champs électrique et magnétique

Les figures 4.9 et 4.10 représentent des coupes (normales à la direction de l'actionneur) de la distribution du champ de densité de courant électrique et du champ d'induction magnétique générés par des actionneurs parallèles disposés en réseau dans le canal et dont la distance inter-aimant vaut $P/h = \pi/3$. Les pôles nord des aimants sont représentés par les bandes rouges, les pôles sud par les bandes bleues. Les électrodes positives sont

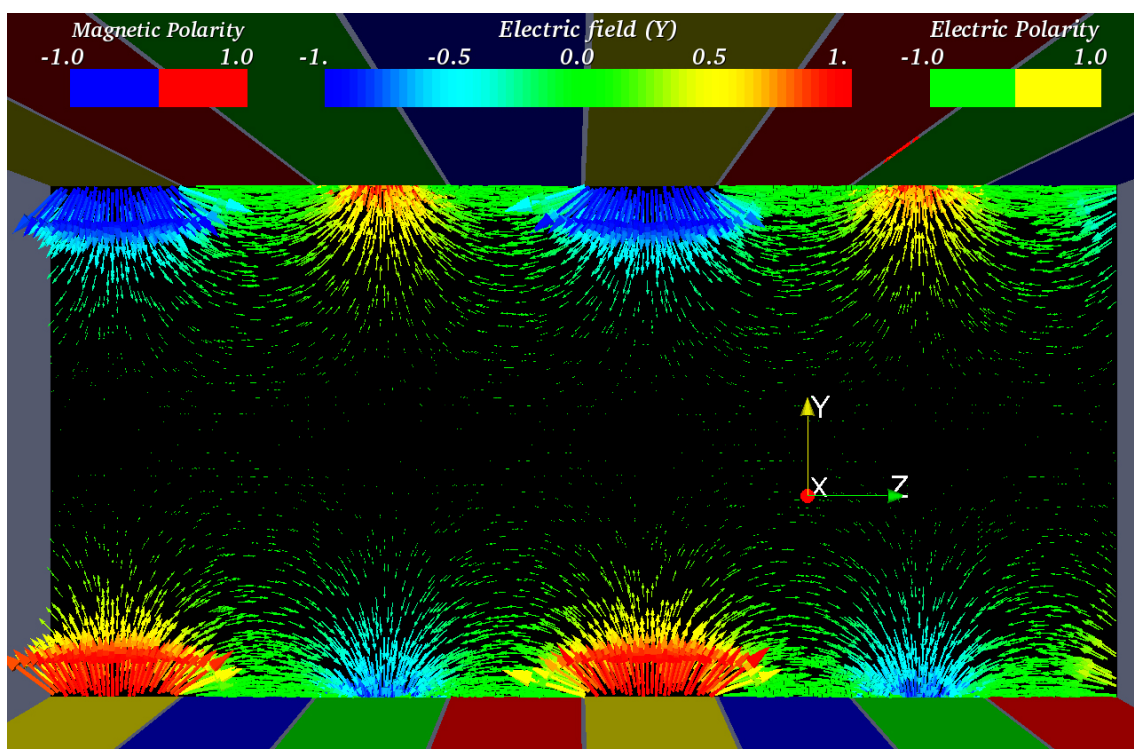


FIGURE 4.9 – Champ de densité de courant électrique généré par des actionneurs parallèles en réseau dont la distance inter-aimant vaut $P/h = \pi/3$

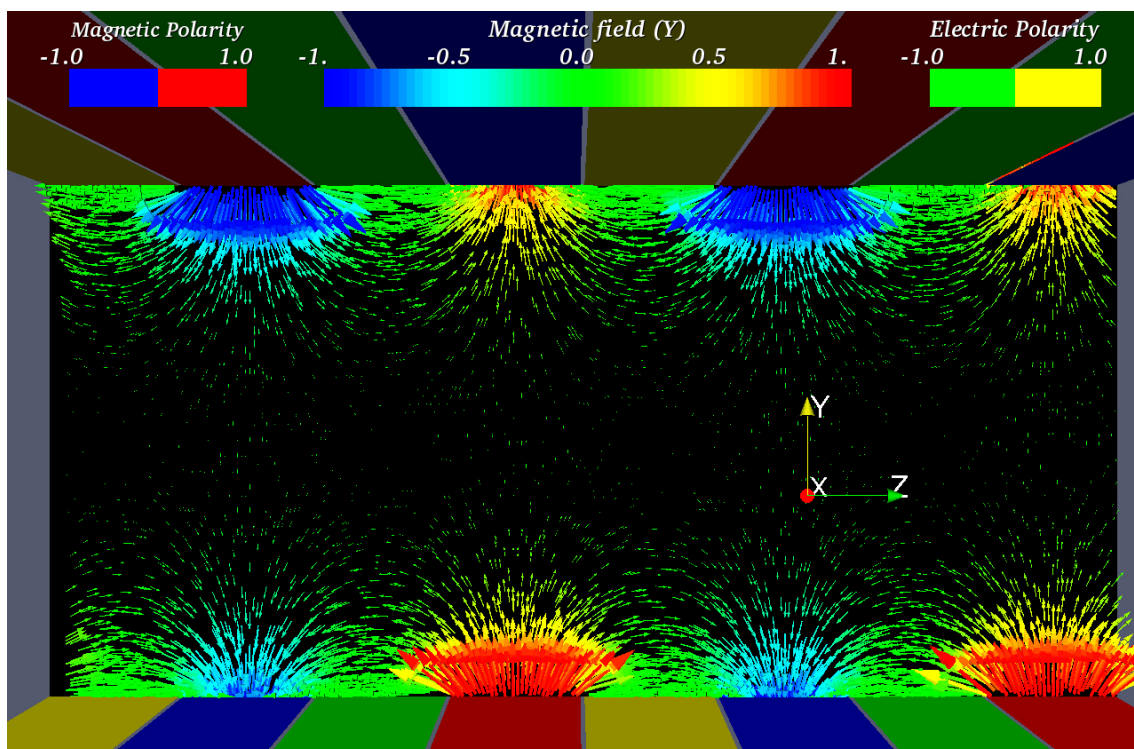


FIGURE 4.10 – Champ d'induction magnétique généré par des actionneurs parallèle en réseau dont la distance inter-aimant vaut $P/h = \pi/3$

représentées par les bandes jaunes et les électrodes négatives par les bandes vertes. A la surface des pôles, la distribution du champ de densité de courant électrique et du champ d'induction magnétique sont uniformes et orientées suivant la direction normale aux pôles. Le modèle analytique qui permet de calculer ces champs est le modèle 2D d'extension infinie présenté précédemment dans la section 4.1.2.

Distribution du champ de force

La distribution du champ de force électromagnétique est obtenue à partir du produit vectoriel des distributions des champs électrique et magnétique.

$$\vec{F}_{em}^* = \vec{j}^* \wedge \vec{B}^* \quad (4.26)$$

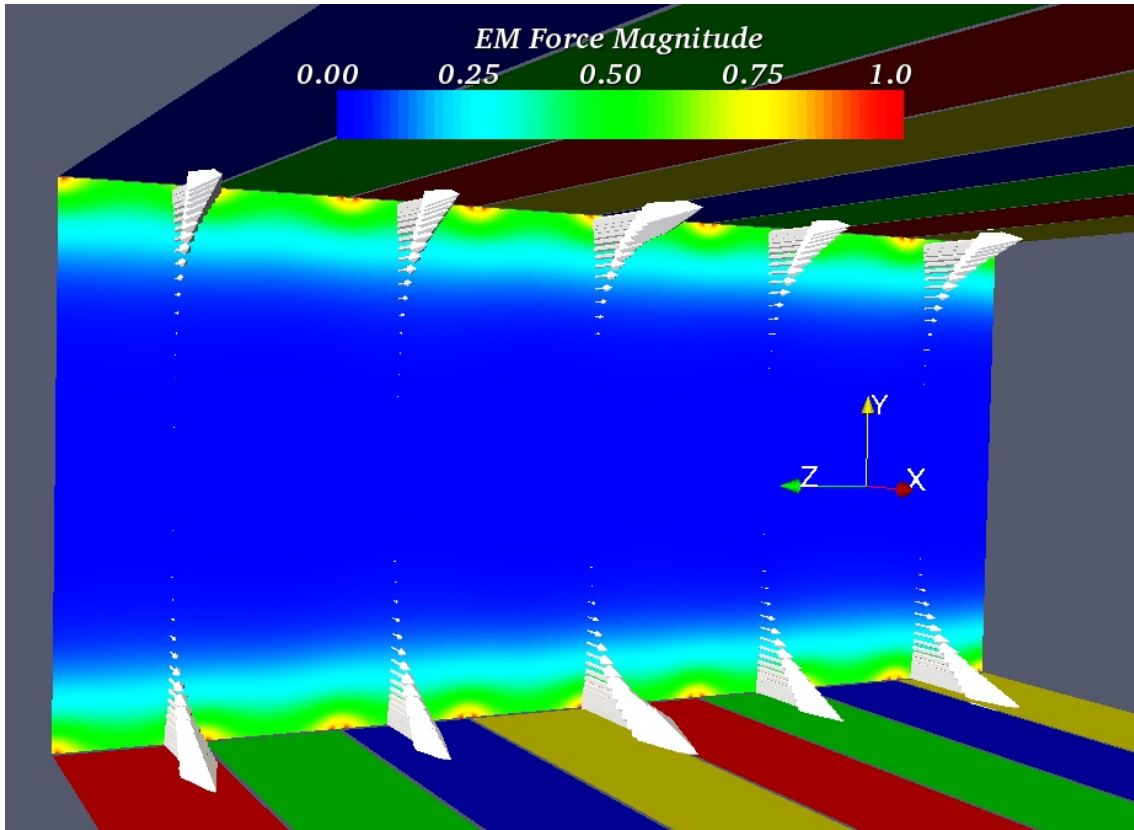


FIGURE 4.11 – Distribution du champ de force généré par des actionneurs parallèles en réseau dont la distance inter-aimant vaut $P/h = \pi/3$

La figure 4.11 illustre la distribution du champ de force \vec{F}_{em}^* calculée en utilisant le modèle 2D de la section 4.1.2 pour le calcul des champs de densité de courant électrique et d'induction magnétique. Dans le cas présenté sur cette figure, la distance entre les centres des aimants ou des électrodes vaut $P/h = \pi/3$ et la distance entre les bords d'une électrode et d'un aimant vaut $Gap/h = \pi/192$. Au dessus des électrodes et des aimants, le champ de force est maximum et décroît de manière exponentielle à mesure que l'on s'éloigne de la paroi. La valeur maximale la distribution du champ de force \vec{F}_{em}^* (produit vectoriel des

distributions de champs électrique et magnétique) est de l'ordre 1 et est atteinte au niveau du bord des électrodes et des aimants. Au centre de ces derniers, l'intensité du forçage moins importante: $||\vec{F}_{em}^*|| \approx 0.5$.

Influence de la hauteur des aimants

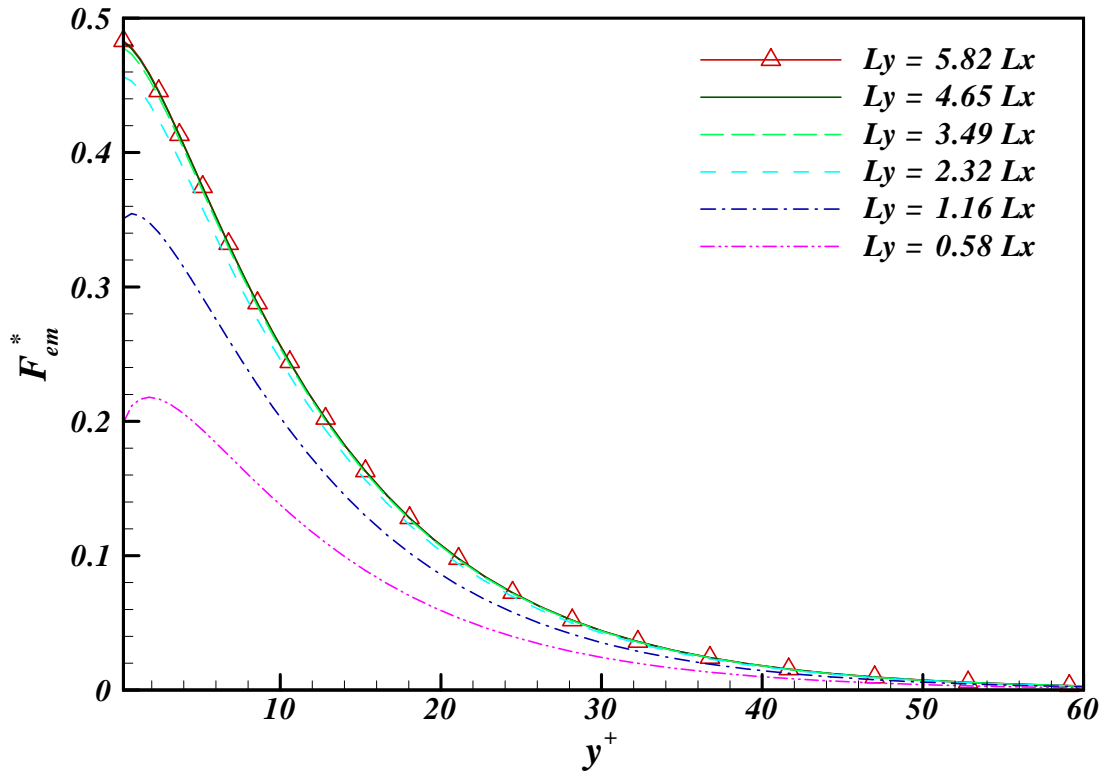


FIGURE 4.12 – Influence de la hauteur des aimants sur la distribution moyenne du champ de force

Dans le cas d'actionneurs parallèles d'extension infinie, dont le pas entre les pôles magnétiques (ou électriques) vaut $P/h = \pi/8$, nous avons fait varier la hauteur des aimants. Ce paramètre a un impact direct sur la distribution du champ magnétique et donc sur la distribution du champ de force. La figure 4.12 montre qu'au-delà d'un certain rapport de forme des aimants $hauteur/largeur \approx 4$, le champ de force moyen n'est plus trop affecté. Dans la suite de cette étude, ce rapport d'aspect est respecté pour toutes les géométries d'actionneurs utilisées.

Influence de la taille des actionneurs parallèles

La figure 4.13 permet de mettre en évidence l'influence de la taille des actionneurs sur la distribution moyenne du champ de force. Nous avons fait varier la distance entre les aimants d'un rapport 2 entre chaque cas. La distance entre les pôles électriques et magnétiques adjacents vaut une maille (soit $0.025h$) pour chaque cas. Il est possible de

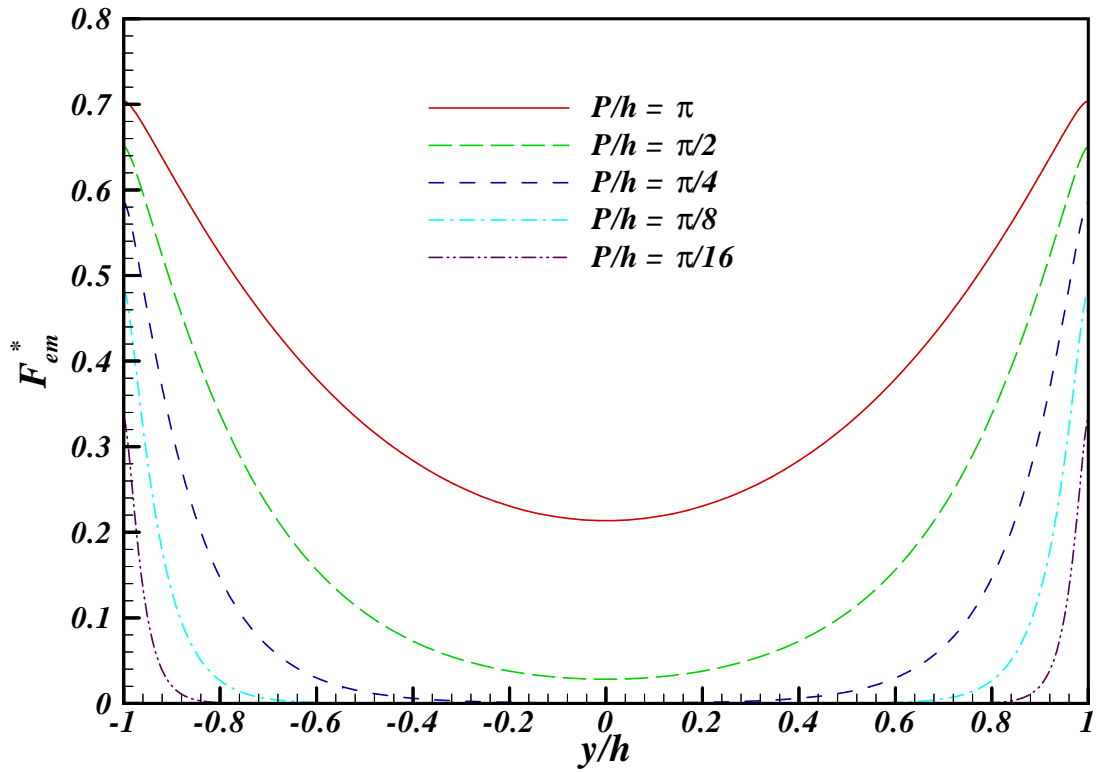


FIGURE 4.13 – Influence de la taille des actionneurs sur la distribution moyenne du champ de force

remarquer que plus la taille de l'actionneur est grande par rapport à la demi-hauteur du canal, plus le forçage pénètre dans l'écoulement.

Comparaison des modèles de forçage 1D et 2D

Dans le but de comparer ces deux modèles, nous avons ajusté les paramètres du modèle 1D de façon à faire correspondre la distribution moyenne du champ de force calculé à partir des deux modèles 1D et 2D. Pour le modèle 1D, l'intensité de la force électromagnétique au niveau de la paroi s'écrit:

$$F_{canal_{1D}}(y = \pm h) = F_{cl}^0 \times \left(1 + e^{-2\frac{h}{a}}\right) \quad (4.27)$$

Lorsque la profondeur de pénétration relative est faible ($a/h \ll 1$), la force vaut F_{cl}^0 à la paroi. Pour le modèle 2D, nous considérons les distributions \vec{j}^* et \vec{B}^* ¹ ainsi que les intensités j_0 et B_0 des champs électrique et magnétique pour évaluer la distribution du forçage:

$$F_{canal_{2D}}(y = \pm h) = j_0 B_0 \|\vec{j}^* \wedge \vec{B}^*\|_{y=\pm h} \quad (4.28)$$

Si on souhaite comparer avec un simple modèle 1D, le champ de force électromagnétique moyen généré par des électrodes et des aimants infiniment longs, il faut déterminer

¹leur produit vectoriel est nécessairement inférieur ou égal à l'unité

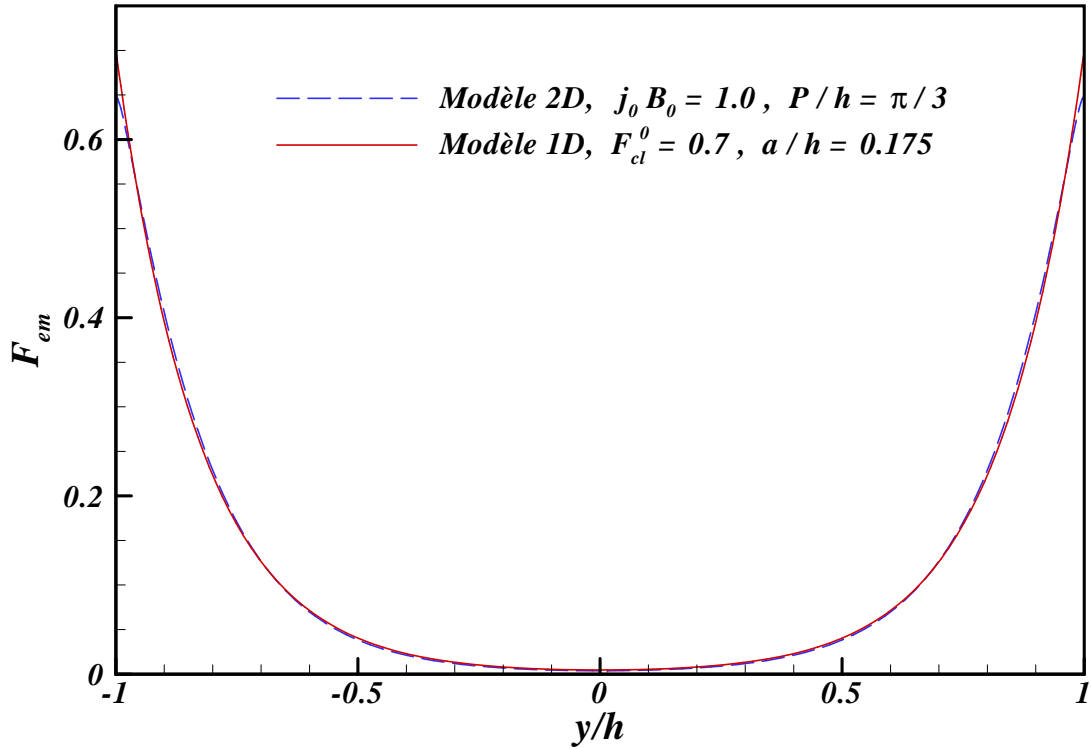


FIGURE 4.14 – Superposition des champs de force électromagnétique des modèles 1D et 2D

les paramètres tels que la profondeur de pénétration a/h et la valeur de la force F_{cl}^0 générée par un actionneur sur une seule paroi. Les valeurs numériques de ces paramètres ont été déterminées de manière graphique en superposant les courbes du champ de force électromagnétique des deux modèles et en cherchant le meilleur ajustement possible (fig 4.14). La distance entre les centres des aimants ou des électrodes vaut $P = \frac{\pi}{3}h$ et la distance entre les bords d'une électrode et d'un aimant vaut $Gap = \frac{\pi}{256}h$. Au-dessus des électrodes et des aimants, le champ de force est maximum et décroît plus ou moins exponentiellement à mesure que l'on s'éloigne de la paroi. La valeur maximale atteinte par le produit vectoriel des distributions des champs électrique et magnétique est de l'ordre de 0.7 à la paroi pour ce ratio Gap/P . Le meilleur ajustement est obtenu pour $F_{cl}^0 = 0.7$ et $a/h = 0.175$ pour le modèle 1D. Cependant, il reste un écart à la paroi. Il est envisageable de supposer que cet écart s'accroît à mesure que la distance Gap entre les bords d'une électrode et d'un aimant est importante. Dans la littérature, la profondeur de pénétration du forçage est supposée égale à la distance inter-aimant. Dans ce cas, on montre que la profondeur de pénétration a du forçage vaut six fois la distance entre les aimants (ou électrodes), soit : $P/a = 6$

Puissance électrique

La puissance électrique \mathcal{P}_e consommée par ces actionneurs est le produit de la tension V appliquée aux bornes des électrodes et du courant total I traversant ces électrodes.

$$\mathcal{P}_e = \Delta V I \quad (4.29)$$

Considérons un schéma élémentaire d'actionneur composé de deux électrodes soumises à une différence de potentiel électrique ΔV et de deux aimants de polarité Nord et Sud. Notons P la distance entre les centres des deux électrodes de polarité opposée, l_a la largeur d'une électrode et l_o sa longueur (extension). La largeur de cet actionneur élémentaire comprenant deux électrodes et deux aimants vaut donc $2P$.

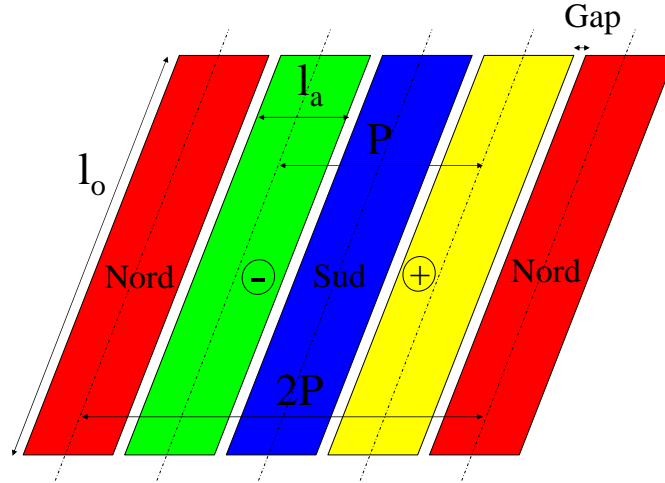


FIGURE 4.15 – Schéma, notations et dimensions caractéristiques d'un actionneur électromagnétique

Si on note E le champ électrique et j_0 la densité de courant électrique moyenne à la surface des électrodes, on obtient:

$$\Delta V = EP = \frac{j}{\sigma} P \quad (4.30)$$

$$I = j_0 l_a l_o \quad (4.31)$$

La puissance \mathcal{P}_e dissipée par un actionneur élémentaire vaut donc:

$$\mathcal{P}_e = \frac{j_0^2}{\sigma} P l_a l_o \quad (4.32)$$

Notons $\mathcal{P}_{0_{surf}}$, la puissance surfacique des forces de frottement d'un écoulement turbulent non contrôlé par des actionneurs.

$$\mathcal{P}_{0_{surf}} = \rho u_{\tau_0}^2 U_{deb} \quad (4.33)$$

Notons $Stuart_\tau$, le rapport entre l'intensité des forces électromagnétiques $j_0 B_0$ et les forces de frottement $\rho u_\tau^2/h$ (où u_τ est la vitesse de frottement d'un écoulement turbulent).

$$Stuart_{\tau_0} = \frac{j_0 B_0 h}{\rho u_{\tau_0}^2} \quad (4.34)$$

Introduisons le facteur κ_{deb} comme le rapport entre le champ de densité de courant électrique total j_0/σ et le champ électrique induit $U_{deb} \times B_0$ par un fluide conducteur s'écoulant à la vitesse débitante U_{deb} dans un champ magnétique B_0 .

$$\kappa_{deb} = \frac{j_0}{\sigma U_{deb} B_0} \quad (4.35)$$

$$(4.36)$$

Si on considère que l'on dispose des actionneurs sur les deux parois (inférieure et supérieure) d'un canal de demi-hauteur h , alors le rapport entre la puissance électrique dissipée par un actionneur électromagnétique élémentaire et la puissance dissipée par frottement dans un écoulement turbulent sur la surface d'un actionneur s'écrit:

$$\frac{2 \times \mathcal{P}_e}{\mathcal{P}_{0_{surf}} \times 2Pl_0} = Stuart_\tau \times \kappa_{deb} \times \frac{l_a}{h} \quad (4.37)$$

4.4 Résumé

Les modèles du champ de force prennent en compte la géométrie réelle des faces des pôles magnétiques (isolés de l'écoulement) et des électrodes (en contact avec l'écoulement) Les électrodes sont modélisées par des sources uniformes de courant. Les pôles des aimants sont modélisés par des sources uniformes d'induction magnétique. L'écoulement d'eau de mer (électrolyte) est modélisé par un écoulement de fluide électro-conducteur de conductivité apparente uniforme $\sigma = 5S.m^{-1}$.

Troisième partie

Simulations numériques du contrôle
d'écoulements

État de l'art du contrôle d'écoulement turbulent

Le contrôle d'écoulement concerne diverses applications telles que l'amélioration du mélange, le contrôle de la séparation et du rattachement de couche limite, la réduction du bruit induit par un écoulement ou encore la réduction du frottement pariétal. Le contrôle d'écoulement a déjà été étudié à travers des simulations numériques d'écoulement à faible nombre de Reynolds (Choi *et al.* (1994), Bewley (2001), Jung *et al.* (1992)) qui indique que la turbulence et la traînée peuvent être réduites par divers modes d'actionnements.

Simulations numériques

Choi *et al.* (1994) ont démontré à travers des expériences numériques que lorsque les tourbillons longitudinaux de proche paroi étaient supprimés grâce à un contrôle local en boucle fermée, une réduction de la traînée significative (environ 25%) pouvait être obtenue. Il a aussi été trouvé qu'une modification similaire de l'interaction entre les tourbillons longitudinaux et la paroi par des surfaces rainurées dans la direction de l'écoulement ("*riblets*") entraîne une réduction de traînée. Quoiqu'il en soit, cette réduction de traînée obtenue grâce aux "*riblets*" par Choi *et al.* (1993), est bien plus faible que celle obtenue par un contrôle en boucle fermée dans des simulations numériques. Dans les deux cas, ces résultats suggèrent que la clé pour réduire la traînée est d'altérer tout d'abord les interactions entre les tourbillons longitudinaux et la paroi et ensuite et de prévenir le soulèvement de la vorticité transverse de proche paroi pour supprimer la création de nouveaux tourbillons longitudinaux.

Exp eriences

La plupart de ces contr oles "*num eriques*" sont extr emement difficiles, sinon impossibles à projeter dans une application réelle. Bien que de nombreuses strat egies aient été développées pour réduire le frottement pariétal des couches limites turbulentes, leur applications restent très rares. Il est bien connu que les tourbillons longitudinaux contrôlent la production turbulente de proche paroi et la génération de la traînée. Mais leurs propriétés physiques posent d'importants obstacles: petites échelles (1mm pour un avion), positions aléatoires et dynamiques spatio-temporelles apparemment complexes. L' tat de l'art actuel se penche sur le contrôle actif pariétal via des systèmes micro-électro-mécaniques (MEMS) tant pour les capteurs que pour les actionneurs. En réponse, les strat egies de contrôle récentes se sont focalisées sur l'annulation locale des effets de chaque tourbillon longitudinal produisant de la traînée en se basant sur des informations concernant l'écoulement instantané. Pour une implémentation pratique, ces strat egies requièrent l'utilisation de capteurs et d'actionneurs à l'échelle sous millimétriques des tourbillons de proche paroi. De nombreux types d'actionneurs prometteurs et susceptibles d'agir sur un écoulement ont déjà été proposés dans des exp eriences réelles. On peut citer par exemple: le chauffage localisé (Liepmann & Nosenchuck, 1982), les volets piézo-électriques (Seifert *et al.*, 1998), le souf-

flage oscillant (Seifert & Pack, 1999), les jets synthétiques (Glezer & Amitay, 2002), les déplacements de paroi (Breuer *et al.*, 1989) et les décharges de plasma (Corke & Matlis, 2000).

Actionneurs électromagnétiques

Pour les fluides électro-conducteurs tels que l'eau de mer, il est possible d'utiliser des actionneurs électromagnétiques générant une force de Lorentz résultant de l'interaction entre un courant électrique et un champ magnétique. Cette force peut alors induire un mouvement au fluide proche de la paroi et permettre ainsi une altération du cycle de production de la turbulence. Pour le contrôle d'écoulement, les actionneurs électromagnétiques ont ceci d'intéressant qu'ils n'ont pas de partie mobile et ne présentent pas de trous ou de protubérances.

Les possibilités de contrôle d'écoulement offertes par les forces de Lorentz générées lorsqu'un fluide électro-conducteur s'écoule à travers un champ électromagnétique sont connues depuis un certain temps (Gailitis & Lielausis (1961), Tsinober & Shtern (1967)). L'exploitation de ce mécanisme pour réduire la traînée visqueuse a aussi été proposée. Cependant, la conception d'actionneurs électromagnétiques n'est pas simple. La génération de bulles d'électrolyse, la corrosion des électrodes ainsi que l'alignement des électrodes et des aimants sont les principales difficultés rencontrées pour la réalisation de tels actionneurs.

Le principe d'utilisation des forces de Lorentz a déjà été mis en oeuvre à travers de nombreuses configurations expérimentales (Nosenchuck & Brown (1993), Henoach & Stace (1995), Tsinober (1990)) et numériques (Crawford & Karniadakis (1997), O'Sullivan & Biringen (1998), Du *et al.* (2002), Berger *et al.* (2000)). Si certaines de ces approches ont montré une réduction du frottement pariétal, c'est au prix d'un bilan énergétique négatif: l'énergie sauvée par réduction de traînée est inférieure à l'énergie dépensée pour le forçage.

Le groupe de Princeton (Nosenchuck & Brown (1993), Nosenchuck *et al.* (1995)) a exploré la possibilité d'obtenir une réduction de traînée visqueuse avec des forces de Lorentz dans des couches limites turbulentes. Dans ces expériences, les auteurs génèrent des forces de Lorentz avec des actionneurs normaux présentés en 1.4.1. Ces forces de Lorentz interagissent avec les structures turbulentes de proche paroi responsables de la production de turbulence. Dans les expériences du groupe de Princeton, les forces de Lorentz étaient utilisées indirectement pour influencer sur les structures turbulentes étant probablement les plus responsables du frottement pariétal dans les couches limites turbulentes. Bien que certains de leurs résultats indiquent que la turbulence est significativement affectée par les forces de Lorentz, aucun de leurs résultats n'inclut une analyse énergétique et donc aucune conclusion sur une nette réduction de traînée n'a pu être reportée.

Bandyopadhyay (1998) a réalisé des études numériques et expérimentales sur l'utilisation de micro-actionneurs composés d'électrodes et d'aimants miniatures pour contrôler la turbulence de proche paroi. La longueur et les échelles de temps des micro-actionneurs ont été dimensionnées pour correspondre à celles des structures turbulentes de petites échelles

rencontrées à des nombres de Reynolds élevés. En pulsant la force de Lorentz produite par un réseau de cinq micro-actionneurs placés dans les directions longitudinales et transverses, d'étroits tourbillons en forme d'épingles à cheveux sont superposés à l'écoulement moyen. Un modèle simplifié était proposé pour expliquer les effets de cette force. Il a été postulé que les forces pulsées créent une condition de résonance similaire à celle produite par une couche de Stokes de paroi oscillante. Quoiqu'il en soit, il n'a trouvé aucune réduction nette de la traînée de frottement pariétal et n'a pas spécifié les mécanismes responsables de la réduction de traînée induite par des forces de Lorentz pulsées.

O'Sullivan & Biringen (1998) ont tenté d'identifier les mécanismes de résonance dans des simulations numériques à faible nombre de Reynolds comme l'a proposé Bandyopadhyay (1998). Quatre types d'actionneurs avaient été simulés. Un de ceux là a été mis en place pour reproduire les micro-actionneurs expérimentaux de Bandyopadhyay (1998). Il a été trouvé que la force de Lorentz résultante était trop faible pour avoir un effet sur un écoulement turbulent. Le second type d'actionneur était utilisé pour étudier les applications de champs de force statiques et pulsés dans le temps dans le but de trouver une relation de résonance entre la fréquence des forces et la fréquences moyennes des *burst* ou des couches de Stokes. Seulement une faible altération de la traînée moyenne avait été observée. Quoiqu'il en soit, il a été trouvé qu'une réduction de traînée de 5% et 10% était obtenue à proximité des micro-actionneurs pour des champs de forces respectivement statiques et pulsés. Les troisième et quatrième types d'actionneurs généraient des forces oscillantes dans la direction transverse à l'écoulement. Mais, seulement une très faible réduction de traînée de l'ordre de 1% avait été rapportée.

La compréhension actuelle de l'effet des forces de Lorentz sur la dynamique de la turbulence est très limitée et beaucoup de questions restent encore ouvertes. Dans la suite de ce mémoire, nous traiterons des réponses d'un écoulement turbulent soumis à des forces de Lorentz. Ces forces seront orientées suivant une direction spécifique de l'écoulement et auront une action globale sur celui-ci. L'écoulement étudié aura un faible nombre de Reynolds et se fera dans un canal plan. Le but de cette étude est d'obtenir une compréhension plus profonde de la physique fondamentale des écoulements turbulents soumis à des forçages électromagnétiques globaux (non locaux).

Chapitre 5

Effet d'un forçage électromagnétique transverse à l'écoulement

5.1 Introduction

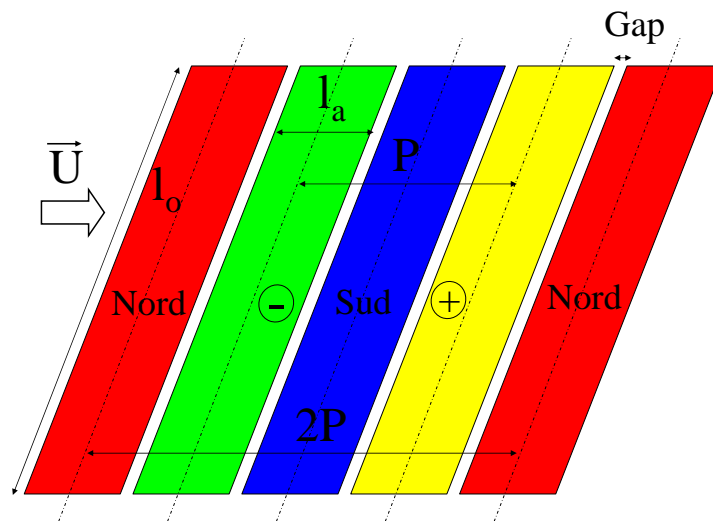


FIGURE 5.1 – Réseau d'actionneurs parallèles disposé transversalement à l'écoulement

Comme nous l'avons montré dans les chapitres précédents, un réseau d'actionneurs électromagnétiques parallèles permet d'imposer un champ de force parallèle à ce réseau (cf figure 4.11). L'intensité des forces et leur sens sont directement pilotés par les courants imposés aux électrodes. En disposant le réseau transversalement et en l'excitant avec des courants alternés, il est facile de concevoir un forçage transverse alterné qui va permettre de manipuler l'écoulement d'une manière comparable à une paroi oscillant transversalement sans pour autant nécessiter le moindre mécanisme mobile capable de réaliser cette oscillation (Laadhari *et al.*, 1994).

5.2 Étude bibliographique

Akhavan *et al.* (1993) ont montré, à travers des simulations numériques, que des oscillations transverses de paroi ou de gradient de pression peuvent supprimer la turbulence et le frottement pariétal longitudinal. Des expériences de surfaces oscillantes ont été réalisées par Laadhari *et al.* (1994) et ont confirmé les résultats numériques d'Akhavan *et al.* (1993). De plus, Coleman *et al.* (1996) et Sendstad & Moin (1992) ont montré qu'une réduction de l'énergie cinétique turbulente et du frottement pariétal apparaît pendant la phase transitoire où un gradient de pression transverse est imposé brusquement à une couche limite. Les effets des oscillations transverses de paroi peuvent être reproduits par l'imposition d'un forçage électromagnétique transverse oscillé. Une des motivations concernant l'utilisation d'un contrôle de la composante transverse de la vitesse vient de la constatation suivante présentée par Choi & Balachandar (1997): "*Une rupture de la structure transverse de l'équilibre turbulent par un mouvement de paroi oscillant a d'importants effets sur la production turbulente et la traînée associée*".

5.2.1 Simulations numériques

Berger *et al.* (2000) ont effectué des simulations numériques directes (D.N.S.) d'un écoulement turbulent en canal plan à faibles nombres de Reynolds ($Re_\tau = 100, 200, 400$)¹ pour examiner l'efficacité de l'utilisation des forces de Lorentz pour réduire le frottement à la paroi. Les effets de ces forces de Lorentz (stationnaires, et instationnaires) imposées sur les structures turbulentes ont été étudiés pour explorer de nouvelles stratégies de contrôle. Des schémas de contrôle en boucle ouverte et en boucle fermée sont examinés. Des distributions de forces réalistes et idéalisées sont testées pour le schéma de contrôle en boucle ouverte alors que seule la distribution idéalisée est utilisée avec le schéma de contrôle en boucle fermée. Pour le contrôle en boucle ouverte, des forces de Lorentz oscillant temporellement et spatialement dans les régions de proche paroi sont testées. Différents paramètres de forçage comme la profondeur de pénétration, la direction, l'amplitude, la période d'oscillation (temporelle), le nombre d'onde (spatial) de la distribution de forces ont été considérés. Ils ont montré que la traînée de frottement à la paroi peut être réduite de 40% si une force de Lorentz oscillant transversalement est appliquée à un écoulement en canal ($Re_\tau = 100$). Quoiqu'il en soit, la puissance utilisée pour générer les forces de Lorentz requise est d'un ordre de grandeur plus élevée que la puissance économisée grâce à la réduction de traînée. Les simulations ont été effectuées à des nombres de Reynolds plus élevés ($Re_\tau = 200, 400$) pour déterminer si l'efficacité (définie comme étant le rapport de la puissance économisée sur la puissance utilisée) s'améliore en augmentant le nombre de Reynolds. Ils ont trouvé que l'efficacité diminue en augmentant le nombre de Reynolds.

¹ Re_τ est le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de cisaillement pariétal et la demi-hauteur du canal

5.2.2 Expériences

Breuer *et al.* (2004) ont travaillé sur la conception d'actionneurs électromagnétiques et leurs applications pour affecter la contrainte de cisaillement dans un écoulement en canal pleinement turbulent. Les actionneurs sont constitués d'aimants permanents alignés transversalement et alternés avec des électrodes affleurant la paroi. Ces électrodes sont segmentées pour permettre aux forces de Lorentz de se propager sous la forme d'une onde progressive suivant la direction transverse de l'écoulement. Les problèmes communément associés au contrôle électromagnétique d'écoulement comme l'électrolyse, la formation de bulles et la corrosion des électrodes sont substantiellement réduits par l'utilisation d'un revêtement constitué d'un polymère conducteur. Les actionneurs génèrent un profil de vitesse ayant une profondeur de pénétration d'environ 1 mm (ajustée par le pas électrode/aimant pour une demi-hauteur de canal $h = 2.25\text{ cm}$) et la vitesse maximale est d'environ 4 cm/s (pour un nombre de Reynolds $Re_\tau = 289$ et 418). La vitesse induite par le forçage varie linéairement avec la tension et la fréquence imposée aux électrodes de l'actionneur. Le rendement électrique/mécanique est très faible ($\approx 10^{-4}$). Cela est principalement causé par les limitations de l'intensité du champ magnétique et la faible conductivité du fluide contrôlé (eau de mer). Les actionneurs sont utilisés dans un écoulement pleinement turbulent en canal plan et leur effet sur le frottement pariétal est mesuré via une mesure directe de la traînée. Les réductions de traînée maximales d'environ 10% sont mesurées lorsque l'écoulement est soumis à des forces de Lorentz oscillant transversalement. D'après leur conclusion, la période d'oscillation optimale est inversement proportionnelle à l'intensité du forçage.

5.2.3 Stratégie de l'étude par rapport à la bibliographie

Dans la plupart des études tirées de la bibliographie, la description du champ de force est simplifiée en ne prenant en compte qu'une décroissance exponentielle à mesure que l'on s'éloigne de la paroi. Il nous a semblé important de raffiner cette description du champ de force en prenant en compte la géométrie des électrodes et des aimants comme cela est décrit dans le chapitre 4. Dans ce chapitre, les modèles 2D et 3D d'Akoun & Yonnet (chapitre 4.1 et 4.2) sont utilisés pour la modélisation des champs électriques et magnétiques.

D'autre part, leur choix de la période d'oscillation optimale ne semble pas être clairement défini. Dans certains cas, ce choix a été guidé par la volonté d'obtenir une certaine profondeur de pénétration de la couche de Stokes. Nous tenterons d'identifier la période d'oscillation optimale en ayant une approche d'automaticien. A la fois des échelons et des oscillations de forçage sont appliqués dans la direction transverse d'un écoulement turbulent caractérisé par un nombre de Reynolds $Re_\tau = 178.5$ (basé sur la vitesse de frottement u_τ et la demi-hauteur h du canal). Nous tenterons ensuite de corrélérer les temps de réponse de l'écoulement à ces diverses sollicitations. L'objectif de ce chapitre est de comprendre les mécanismes permettant d'obtenir une réduction de traînée dans ce cas de forçage.

5.3 Échelon de forçage

Pour caractériser l'effet d'un actionneur électromagnétique transverse sur un écoulement turbulent, étudions d'abord la réponse de ce dernier à un échelon de forçage. Les temps de réponse ainsi obtenus permettront de choisir objectivement les périodes d'oscillations dans les étapes suivantes. L'étude est réalisée sur un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un forçage électromagnétique transverse constant dans le temps pour plusieurs intensités de forçage et plusieurs tailles d'actionneurs. Les actionneurs sont supposés d'extension infinie et le modèle 2D d'Akoun & Yonnet (chapitre 4.1 et 4.2) est ici utilisé.

5.3.1 Vitesses moyennes

Si l'on choisit la vitesse de frottement u_τ comme vitesse caractéristique et la longueur visqueuse $l_\nu = \nu/u_\tau$ comme longueur caractéristique pour adimensionnaliser l'équation de Navier-Stokes, on obtient l'équation de conservation de quantité de mouvement en unité pariétale telle que $\forall i \in [1,3]$:

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial t^+} + \sum_{j=1}^3 u_j^+ \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+} = -\frac{\partial p^+}{\partial x_i^+} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 u_i^+}{\partial x_j^{+2}} + \frac{Stuart_\tau}{Re_\tau} (\vec{j}^* \wedge \vec{B}^*)_i \quad (5.1)$$

$$Re_\tau = \frac{u_\tau h}{\nu} \quad Stuart_\tau = \frac{j_0 B_0 h}{\rho u_\tau^2}$$

Les nombres Re_τ et $Stuart_\tau$ sont basés sur la vitesse de frottement u_τ et la demi-hauteur du canal h .

La figure 5.2 représente l'évolution temporelle de la vitesse débitante transverse normalisée par le rapport $Stuart_\tau \times f_{em_{moy}}^*/Re_\tau$. Le rapport $\frac{Stuart_\tau}{Re_\tau} = \frac{t_{\nu\tau}}{t_{em\tau}} = \frac{\nu/u_\tau^2}{\rho u_\tau/j_0 B_0}$ correspond à un ratio entre les temps $t_{\nu\tau}$ et $t_{em\tau}$. Le temps $t_{\nu\tau}$ correspond au temps de diffusion visqueuse d'une vitesse de l'ordre de u_τ . Le temps $t_{em\tau}$ correspond au temps de génération d'une vitesse de l'ordre de u_τ liées à l'accélération résultant du forçage électromagnétique. En effet, plus l'intensité du forçage est importante, plus la vitesse atteinte à un instant donné est grande. $f_{em_{moy}}^*$ correspond à la valeur moyenne de la distribution des forces électromagnétiques sur toute la hauteur du canal. Sur l'axe des ordonnées, t^+ correspond au temps écoulé après l'imposition de l'échelon de forçage transverse. Ce temps est normalisé par le temps $t_\nu = \frac{\nu}{u_\tau^2}$. Plusieurs intensités de forçages ($Stuart_\tau$) et tailles d'actionneurs sont utilisées. Par contre un seul nombre de Reynolds est utilisé. Berger *et al.* (2000) avaient aussi montré que la vitesse des jets était proportionnelle à $\frac{Stuart_\tau}{Re_\tau}$ dans le cas d'un forçage oscillant en faisant apparaître ce terme dans les équations de Navier-Stokes. Les courbes correspondant à un même actionneur se superposent bien pour des temps courts ($t^+ < 50$) où leur évolution semble linéaire. Au delà de $t^+ = 50$, il est possible d'observer une diminution de la pente de ces courbes. En effet l'écoulement étudié

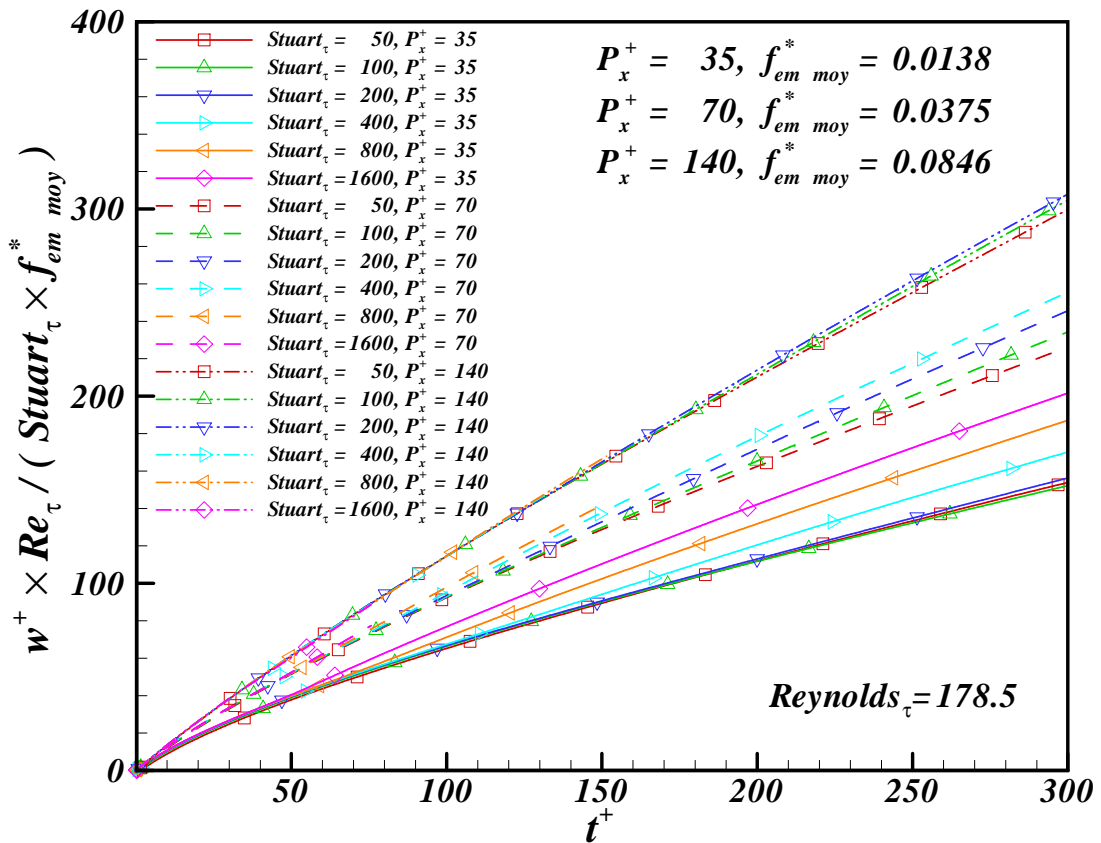


FIGURE 5.2 – Vitesse débitante transverse normalisée d’un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à des échelons de forçage électromagnétique

est visqueux et la vitesse débitante transverse doit tendre vers une limite. On constate aussi que la normalisation proposée n’est plus aussi bonne qu’aux instants initiaux du forçage. Plus la taille de l’actionneur est faible, plus la vitesse tend vers une vitesse limite normalisée de plus en plus faible. Une interprétation plausible pourrait être la suivante: Au fur et à mesure que le forçage met en place l’écoulement transverse, les forces transverses de viscosité augmentent et la vitesse transverse tend vers une limite. Dans le cas de forçages intenses, les forces de viscosité transverses sont beaucoup moins importantes que les forces électromagnétiques et leur effet est donc moins important.

La figure 5.3, représente l’évolution temporelle de la vitesse transverse moyenne en fonction de la distance à la paroi dans le canal pour une taille d’actionneur de $P_x^+ = 35$ et une intensité de forçage $Stuart_\tau = 200$. Les statistiques sont obtenues à chaque instant en moyennant suivant les directions homogènes longitudinale \vec{x} et transverse \vec{z} . La vitesse transverse moyenne est nulle à la paroi à cause de la condition d’adhérence imposée. Un écoulement transverse proche de la paroi apparaît au cours du temps et la quantité de mouvement transverse diffuse par viscosité en direction du centre du canal en $y^+ = 178.5$. L’évolution du profil de vitesse transverse moyenne est très rapide au début du forçage. Il évolue ensuite de moins en moins vite comme pour tendre vers une courbe asymptotique.

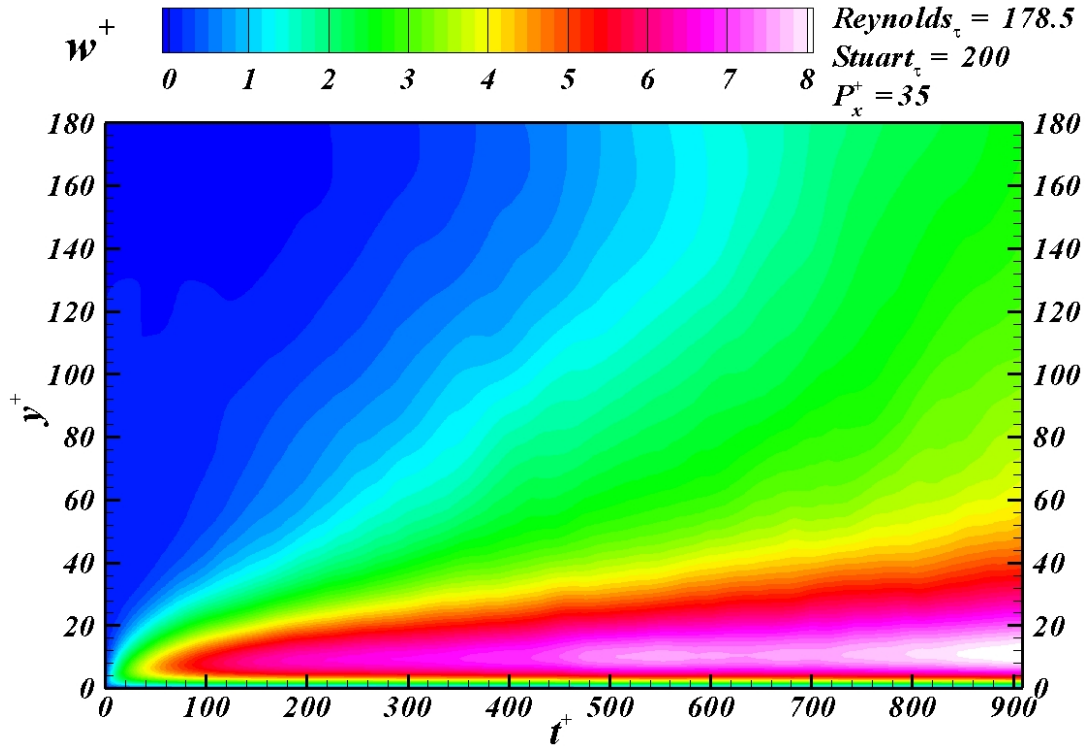


FIGURE 5.3 – Évolution temporelle des vitesses moyennes transverses d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_{\tau} = 200$, $Re_{\tau} = 178.5$, distance aimant $P_x^+ = 35$)

La position du maximum de vitesse transverse moyenne évolue au cours du temps. Elle tend à s'éloigner de la paroi au fur et à mesure que le forçage agit sur l'écoulement mais avoisine toujours la position $y^+ = 8 \approx P_x^+/4$ qui correspond à la profondeur de pénétration de forces générées par l'actionneur parallèle ayant une distance entre les centres des aimants $P_x^+ = 35$.

5.3.2 Vorticités moyennes

La figure 5.4 représente l'évolution temporelle de la vorticité longitudinale moyenne pour un actionneur dont la distance entre les centres des aimants vaut $P_x^+ = 35$ et une intensité de forçage telle que $Stuart_{\tau} = 200$. La vorticité moyenne est obtenue à chaque instant en moyennant suivant les directions longitudinales et transverses. Cette figure met en évidence la présence de deux couches de vorticité de signes opposés de chaque côté de la zone où la vitesse transverse est maximale. La position y^+ du maximum des vitesses correspond à la position où la vorticité s'annule. On remarque sur cette figure que cette position augmente au cours du temps. De toute évidence, cette position n'évolue pas de manière linéaire en fonction du temps. Il semble que l'on observe une évolution en \sqrt{t} . Il est possible de vérifier que le maximum de vorticité moyenne longitudinale se situe bien à la paroi où le forçage est le plus intense.

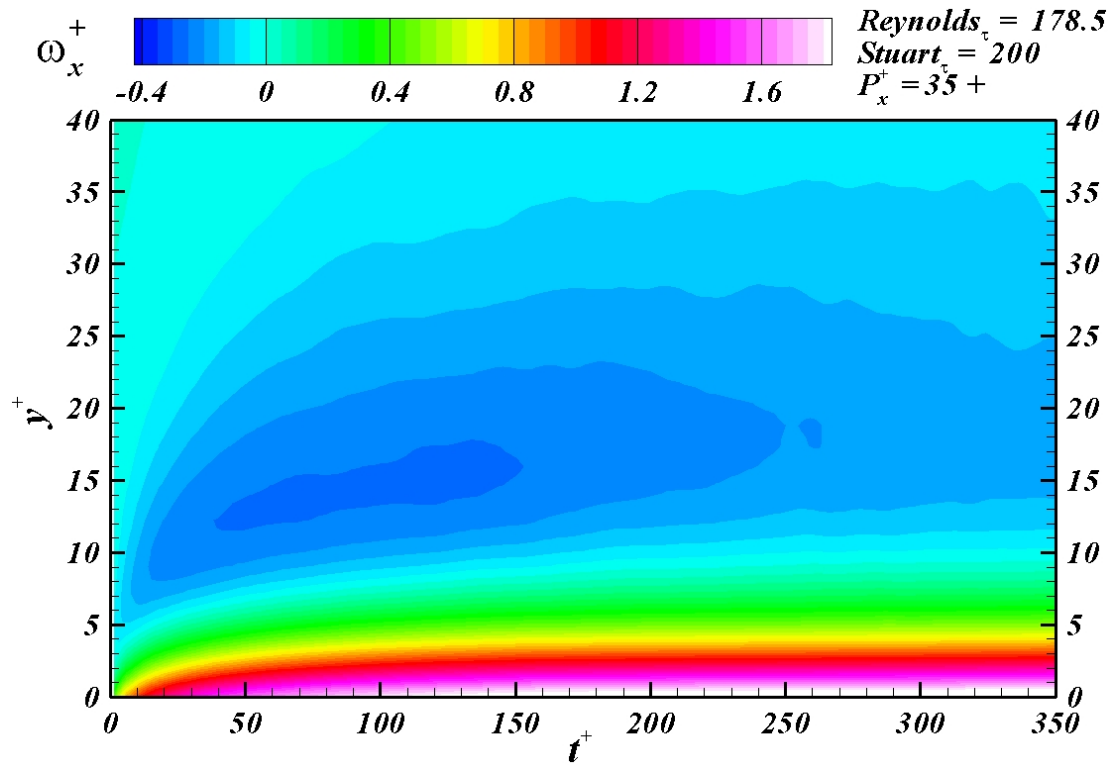


FIGURE 5.4 – Évolution temporelle de la vorticité longitudinale moyenne d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse

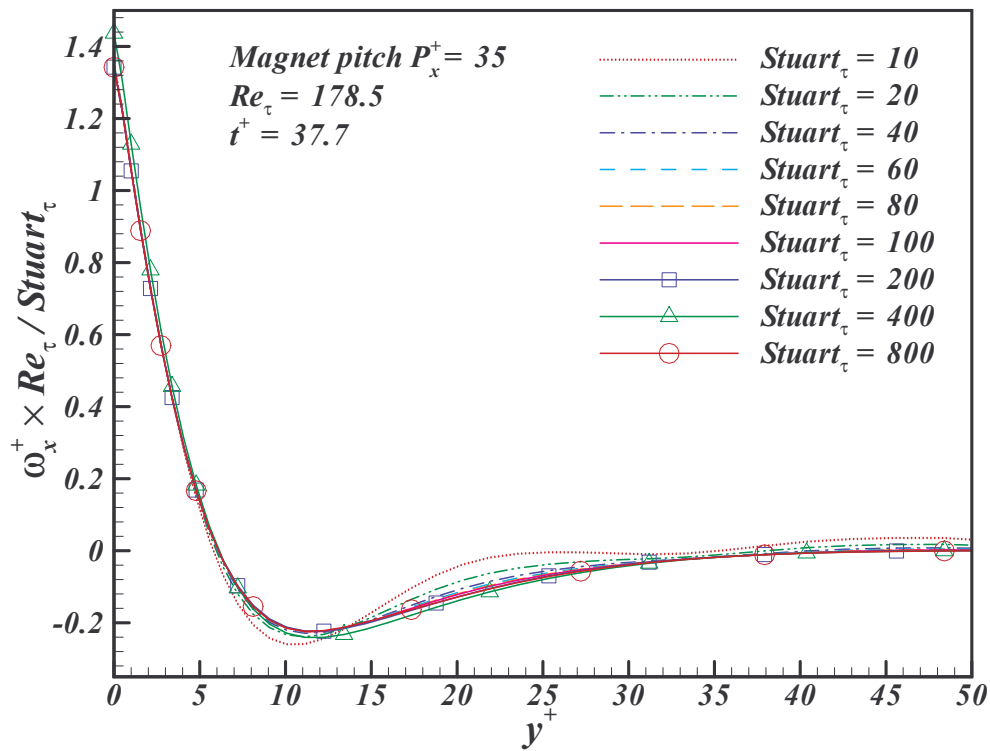


FIGURE 5.5 – Vorticités longitudinales moyennes normalisées d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse à l'instant $t^+ = 37.7$ pour plusieurs intensités

La figure 5.5 représente les profils de vorticités longitudinales moyennes d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un forçage électromagnétique transverse (*distance aimant* $P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = 37.7$ (choisi arbitrairement) pour plusieurs intensités. La vorticité est normalisée par le ratio $\frac{Stuart_\tau}{Re_\tau}$ comme l'indique l'équation 3.8 de la page 52. On remarque tout d'abord que la plupart des courbes se superposent de $y^+ = 0$ à $y^+ = 20$. Cela permet de valider le fait, que la vorticité induite par le forçage à un instant donné soit proportionnelle à l'intensité du forçage dans les instant initiaux. Pour le cas où $Stuart_\tau = 400$, on observe tout de même un écart de 6% sur la vorticité longitudinale moyenne à la paroi par rapport aux autres courbes. Les écarts peuvent être attribués à un manque de convergence des statistiques qui ne sont pas moyennées dans le temps.

5.3.3 Contrainte moyenne de cisaillement pariétal

Les figures 5.6, 5.7, 5.8 et 5.9 illustrent l'effet d'un échelon de forçage électromagnétique dans la direction transverse à l'écoulement sur l'évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal τ . Cette contrainte est normalisé par ρu_τ^2 où u_τ est la vitesse de frottement dans le cas d'un écoulement non forcé tel que:

$$\tau^+ = \frac{1}{\rho u_\tau^2} \times \mu \frac{d \langle u \rangle}{dy} \quad (5.2)$$

Chaque figure correspond à un actionneur dont la distance entre les centres des aimants vaut respectivement $P_x^+ = 35, 70, 140, 280$. En abscisse, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal de l'écoulement soumis au forçage est normalisée par la contrainte moyenne de cisaillement pariétal ρu_τ^2 dans le cas d'un écoulement non forcé. Au delà d'une certaine intensité de forçage relativement importante ², l'évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement présente un minimum local dans le temps. Un temps caractéristique T_τ peut alors être associé à ce minimum local du cisaillement moyen. Plus l'intensité du forçage est importante, plus la valeur de ce temps caractéristique T_τ diminue et plus le niveau de réduction de traînée est important. En effet, on peut s'imaginer que plus le forçage est intense plus il sera efficace pour balayer les structures vorticitaires présentes dans la couche limite turbulente. En contrepartie, plus l'intensité du forçage est importante, moins le niveau de réduction de traînée perdure dans le temps. En effet, on peut supposer que plus le forçage est intense, plus il va pouvoir générer des vitesses transverses importantes et plus l'écoulement deviendra rapidement instable à nouveau.

Le tableau 5.1 récapitule l'ensemble des temps caractéristiques T_τ^+ et des minima de la contrainte de cisaillement pariétal τ^+ lors d'un échelon de forçage transverse pour différentes tailles d'actionneurs et intensités de forçage.

² La force volumique moyenne électromagnétique transverse est supérieure au gradient de pression moyen longitudinal de l'écoulement sans forçage.

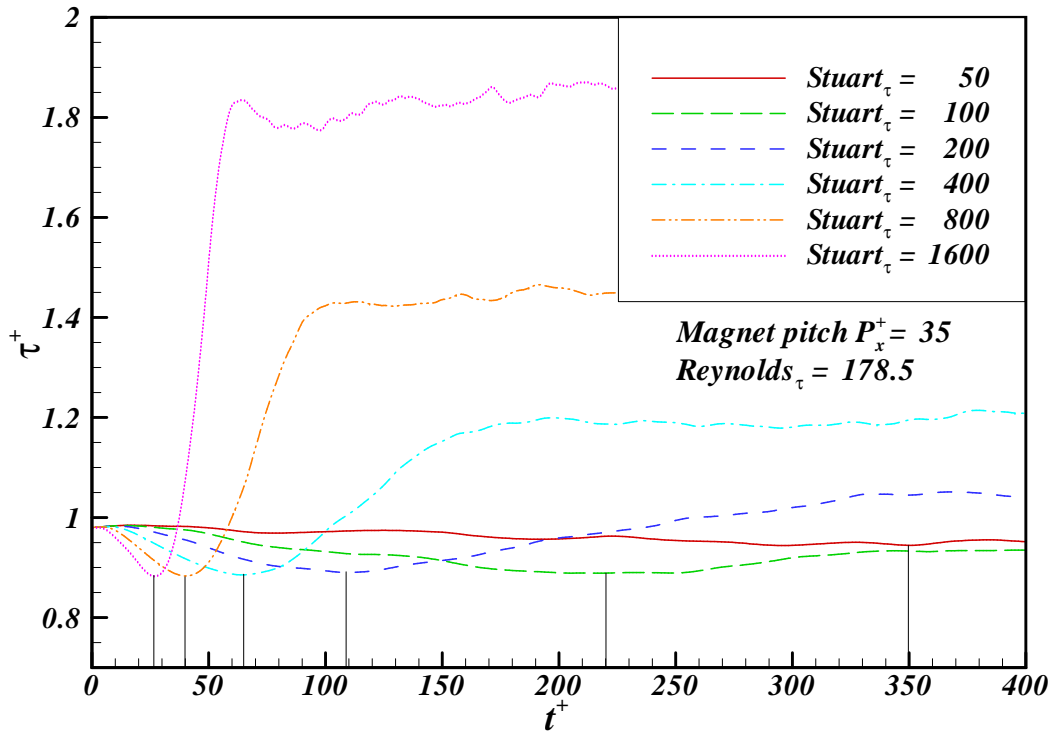


FIGURE 5.6 – Évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimants $P_x^+ = 35$)

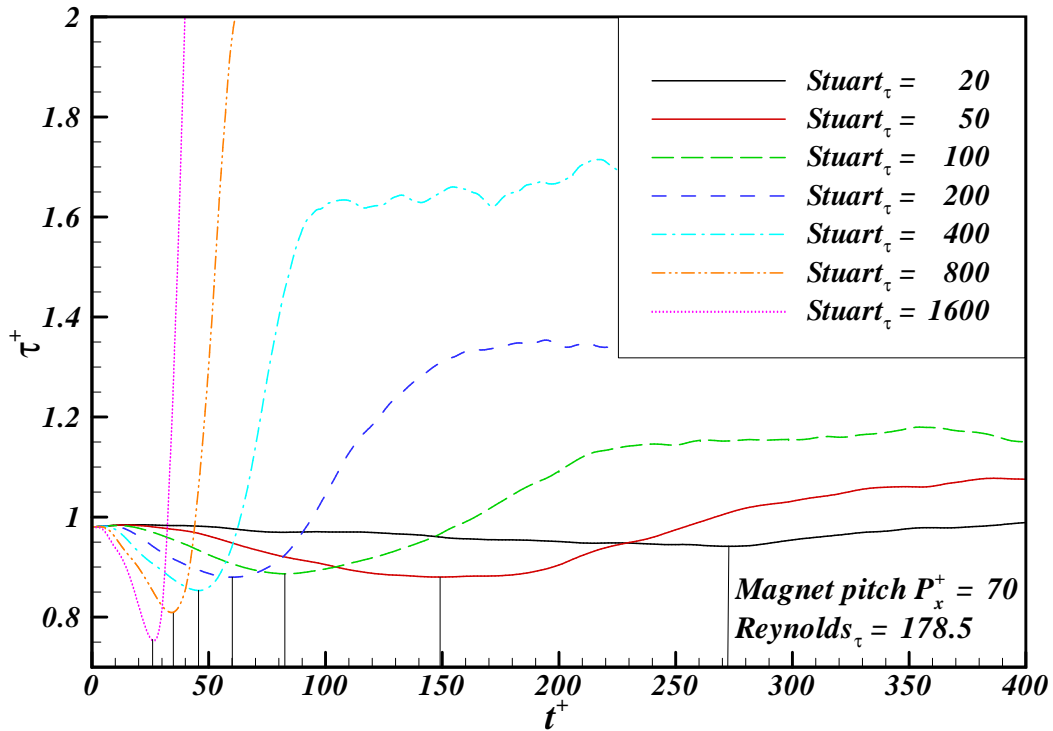


FIGURE 5.7 – Évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimants $P_x^+ = 70$)

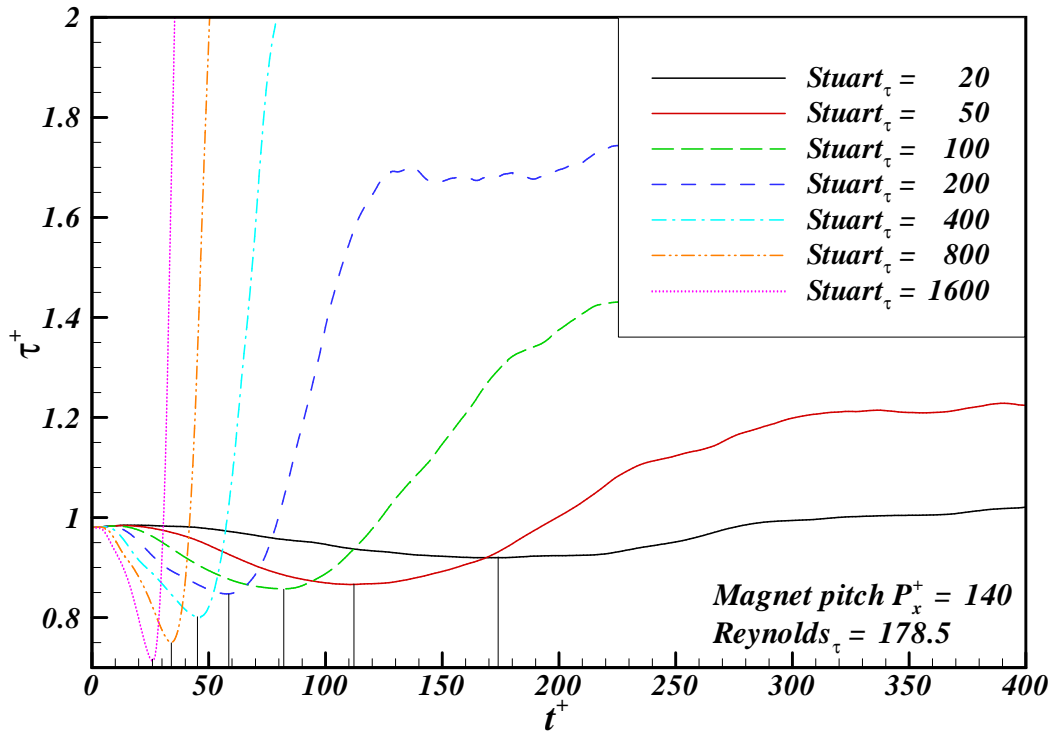


FIGURE 5.8 – Évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimants $P_x^+ = 140$)

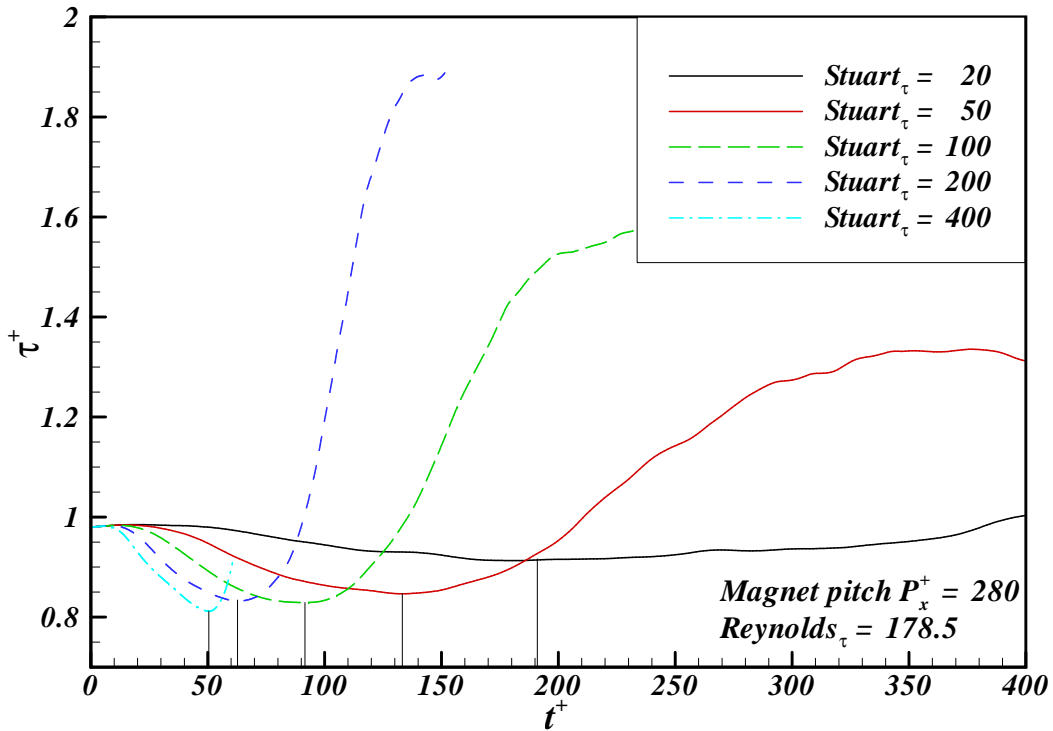


FIGURE 5.9 – Évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimants $P_x^+ = 280$)

Distance aimant P_x^+	35 ⁺		70 ⁺		140 ⁺		280 ⁺	
	T_τ	$\tau^+(T_\tau)$	T_τ	$\tau^+(T_\tau)$	T_τ	$\tau^+(T_\tau)$	T_τ	$\tau^+(T_\tau)$
$Stuart_\tau = 20$			272	0.94	173	0.91	182	0.91
$Stuart_\tau = 50$	350	0.94	149	0.88	111	0.87	133	0.84
$Stuart_\tau = 100$	220	0.89	83	0.88	82	0.86	91	0.83
$Stuart_\tau = 200$	109	0.89	60	0.88	58	0.85	63	0.83
$Stuart_\tau = 400$	64	0.88	46	0.85	46	0.80	50	0.81
$Stuart_\tau = 800$	40	0.88	34	0.81	34	0.75		
$Stuart_\tau = 1600$	27	0.88	26	0.75	26	0.71		

TABLEAU 5.1 – Temps caractéristiques T_τ^+ et minimum de contrainte de cisaillement pariétal τ^+ lors d'un échelon de forçage transverse pour différentes tailles d'actionneurs et intensités de forçage

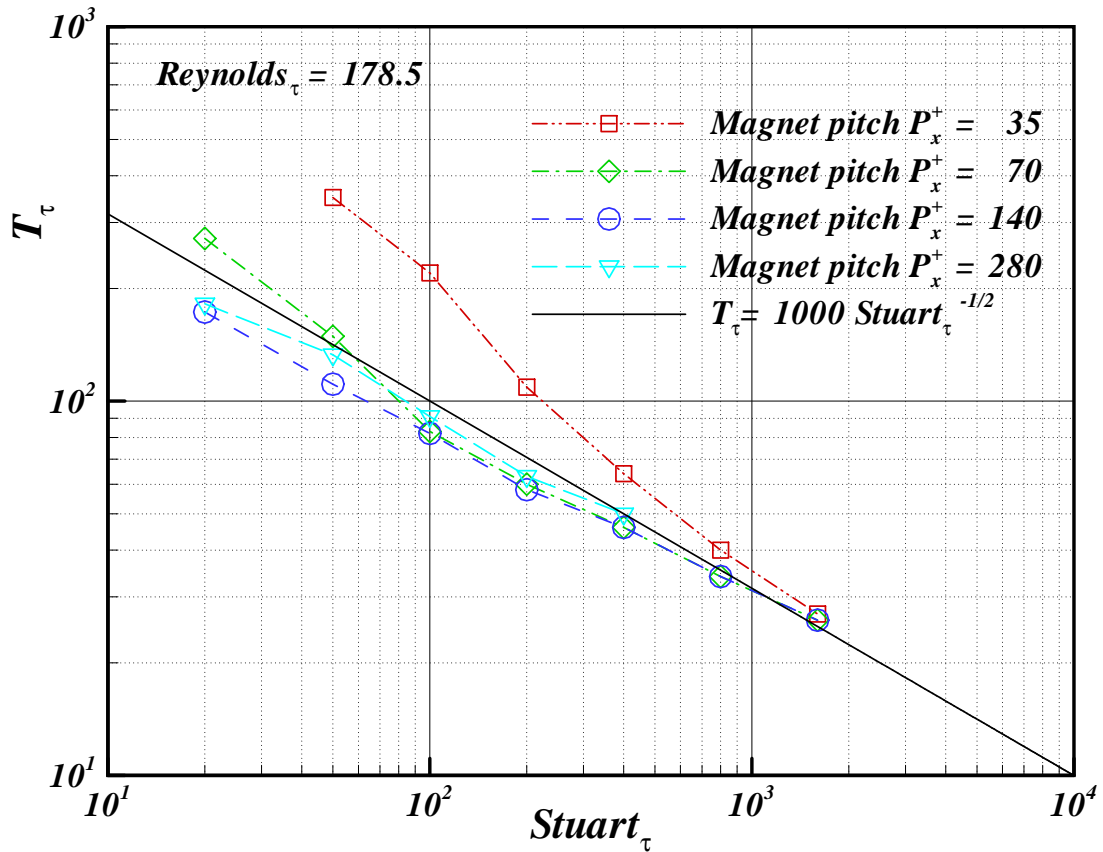


FIGURE 5.10 – Temps caractéristique du minimum de contrainte de cisaillement pariétale lors d'un échelon de forçage transverse en fonction du nombre de Stuart pour plusieurs tailles d'actionneurs

La figure 5.10 illustre l'évolution du temps T_τ correspondant au minimum de traînée lors d'un échelon de forçage transverse. Ce temps caractéristique est tracé en fonction du nombre de $Stuart_\tau$ pour quatre tailles d'actionneurs. Deux décades d'intensité de forçage ont été balayées: cela correspond à 3000 heures CPU de calcul sur l'IDRIS. On remarque que les courbes correspondant aux plus gros actionneurs ($P_x^+ \geq 70$) se superposent presque. Pour les forçages les plus intenses, le temps de réponse T_τ de l'écoulement ne dépend que très peu de la taille de l'actionneur. L'actionneur dont la distance entre le centre des aimants vaut 70^+ , a une profondeur de pénétration de 15^+ environ (d'après la figure 4.13). Il semblerait donc que des actionneurs ayant une profondeur de pénétration inférieure à 15^+ nécessitent des temps plus longs pour agir. En effet, la zone de production de la turbulence se situe à une distance de la paroi $y^+ = 15$. C'est donc sur cette zone de l'écoulement qu'il faudrait a priori concentrer l'action d'un forçage pour être le plus efficace possible. Plus les nombres de $Stuart_\tau$ sont élevés, plus les temps caractéristiques T_τ tendent vers une valeur identique quelque soit la taille de l'actionneur. On remarque une évolution en loi puissance ($\approx -1/2$) du temps caractéristique en fonction du nombre de $Stuart_\tau$. Le temps caractéristique T_τ satisfait à l'équation suivante:

$$\frac{1}{T_\tau^2} = 10^{-6} Stuart_\tau \quad (5.3)$$

Interprétation: En première approximation (si on ne prend pas en compte les forces de viscosité), le déplacement Δz^+ moyen suivant la direction transverse d'une particule fluide initialement au repos et soumise à une force électromagnétique vaut:

$$\Delta z^+(y^+, t^+) = Stuart_\tau / Re_\tau f_{em}^*(y^+) \times t^{+2}$$

Si l'on fait le rapprochement avec l'évolution du temps caractéristique T_τ , il est possible de constater qu'à l'instant T_τ , les déplacements Δz^+ moyens suivant la direction transverse, sont identiques pour tous les forçages effectués.

$$\Delta z^+(y^+, T_\tau) = 5555 \times f_{em}^*(y^+) \quad (5.4)$$

5.3.4 Distribution de la contrainte de cisaillement pariétal

La figure 5.11 montre la distribution des contraintes de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$ et $P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 0, T_\tau/3, 2T_\tau/3, T_\tau$ sur la paroi inférieure du canal. Le canal est vu de dessus et l'écoulement va de la gauche vers la droite. Le forçage est toujours orienté suivant la direction transverse z (vers le bas). Le cisaillement pariétal est normalisé par sa valeur moyenne dans le cas non forcé. On remarque que les allées de hautes et basses vitesses, identifiables par les stries de faible (bleu) et forte (vert-jaune-rouge) contrainte de cisaillement, subissent une déviation autour de l'axe normal \vec{y} .

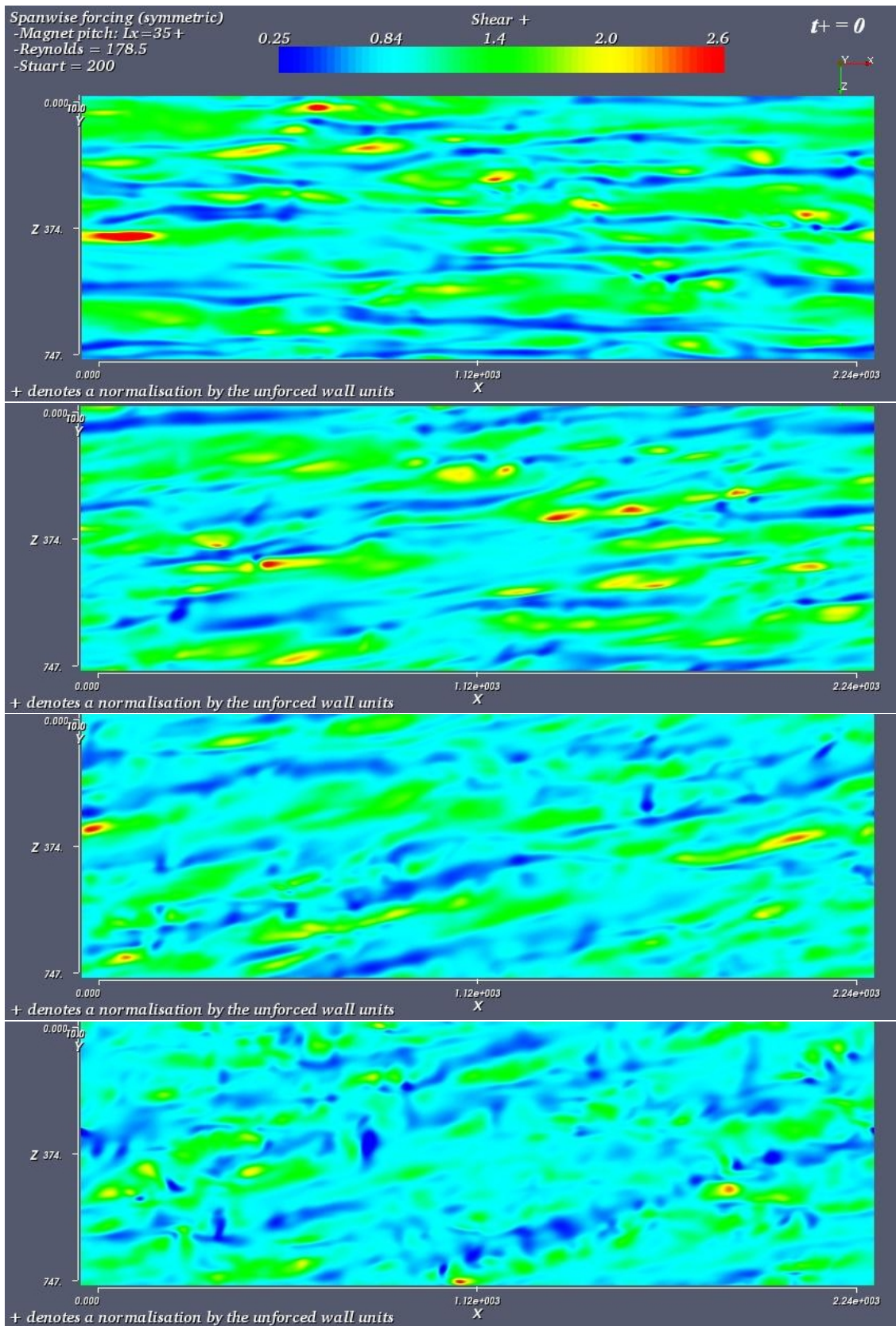


FIGURE 5.11 – Contrainte de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$ et distance aimant $P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 0, T_\tau/3, 2T_\tau/3, T_\tau$

5.3.5 Structures tourbillonnaires

La figure 5.12 montre en perspective deux prises de vue instantanées de l'écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$) avec un actionneur dont la distance entre les centres des aimants vaut $P_x^+ = 35$. Ces prises de vue de l'écoulement sont effectuées à l'instant initial du forçage $t^+ = 0$ (figure haute) et à l'instant T_τ correspondant au minimum de traînée (figure basse). La vue est en perspective et orientée suivant la direction de l'écoulement. Deux coupes (une au fond dans le plan (y,z) et une à gauche dans le plan (x,y)) montrent la composante longitudinale du champ de vitesse colorée du bleu (à la paroi) au rouge (vers le centre du canal). On remarque que les allées de hautes et basses vitesses sont inclinées et déviées transversalement par le cisaillement du jet pariétal transverse généré par le forçage.

Des isosurfaces du critère $\lambda_2 = -0.01$ sont colorées en noir et blanc par la vorticité longitudinale. Ces isosurfaces représentent les structures tourbillonnaires présentes dans les couches limites turbulentes. Par souci de visibilité, elles ne sont représentées que dans la partie basse du canal. On remarque que ces structures tourbillonnaires sont déformées et inclinées par le cisaillement associé à l'écoulement transverse proche de la paroi. La partie basse des tourbillons est entraînée vers la droite par l'écoulement transverse alors que la partie haute continue son cheminement dans la direction de l'écoulement. Cela entraîne une rotation suivant l'axe y des structures tourbillonnaires.

En dessous des isosurfaces du critère λ_2 , au niveau de la paroi basse du canal, la contrainte de cisaillement pariétal est représentée en bleu et vert. A l'instant $t^+ = 0$, il est possible d'observer des stries bleues et vertes correspondant respectivement à des allées de basses et hautes vitesses. A l'instant $t^+ = T_\tau = 110$, les stries ne sont plus aussi régulières et structur es et la contrainte de cisaillement pariétal a diminué en moyenne de 11% d'après la figure 5.6.

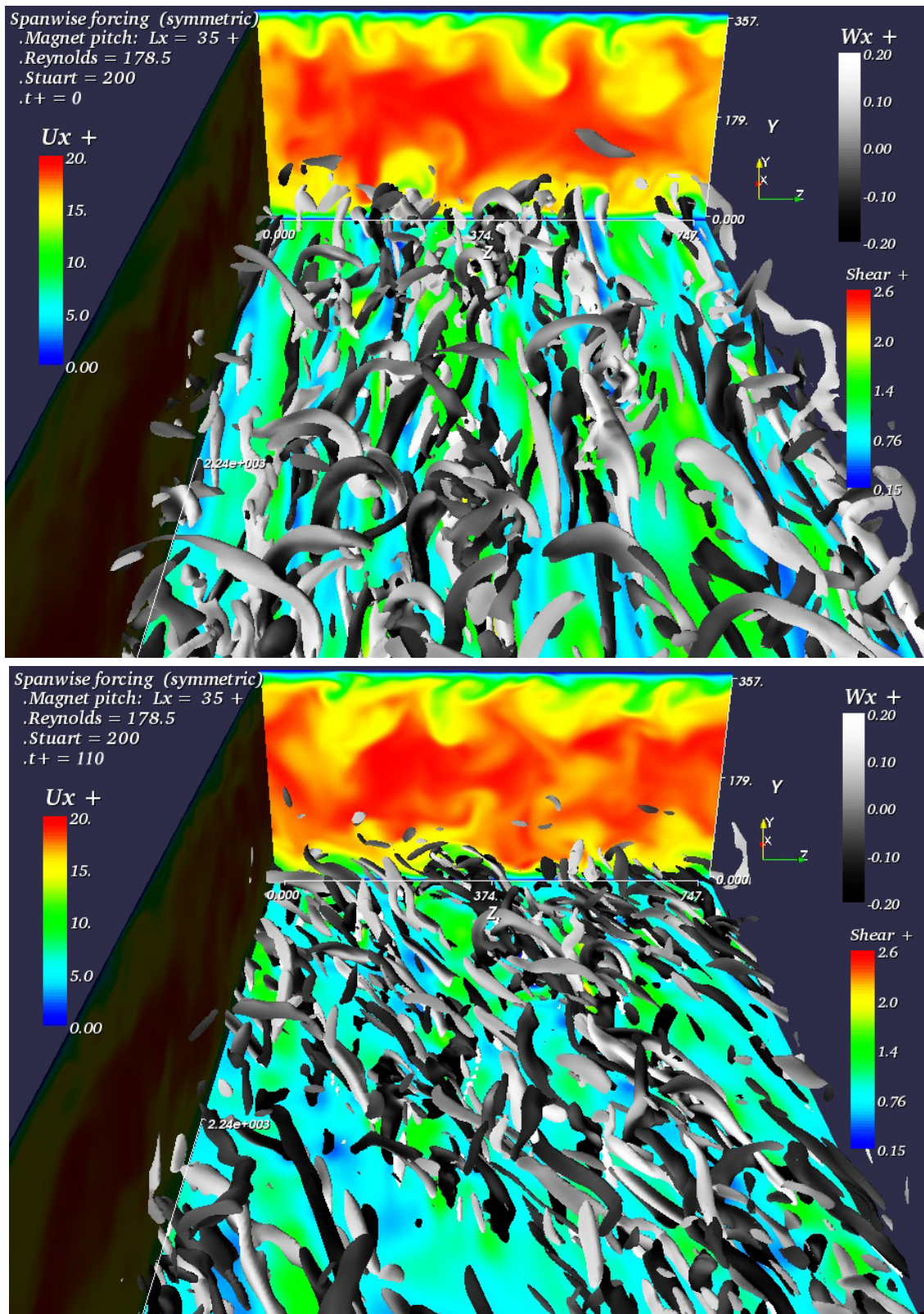


FIGURE 5.12 – Vue d’ensemble des structures tourbillonnaires ($\lambda_2^+ = -0.01$), coupes xy et yz de la composante longitudinale du champ de vitesses, et cisaillement pariétal d’un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$) à l’instant $t^+ = 0$ et $t^+ = T_\tau = 110$

5.3.6 Fluctuations de vitesse

Fluctuations de la composante longitudinale de vitesse

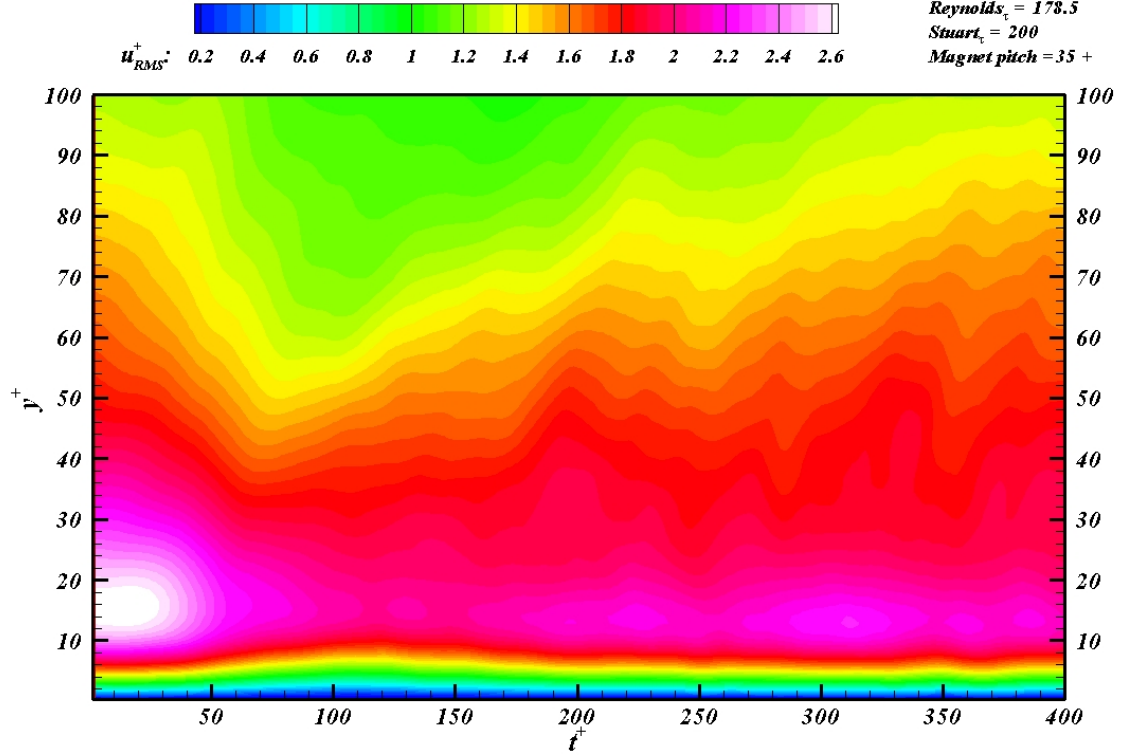


FIGURE 5.13 – Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$)

La figure 5.13 illustre l'effet d'un échelon de forçage électromagnétique transverse ($Stuart_\tau = 200$ et distance inter-aimants $P_x^+ = 35$) sur l'évolution temporelle de l'écart-type u_{rms}^+ des fluctuations de vitesses longitudinales d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$). Ces fluctuations sont relatives à la vitesse moyenne obtenue à chaque instant considéré. A l'instant initial, l'écart-type des fluctuations de vitesse longitudinale atteint son maximum en $y^+ \approx 15$. A cette distance de la paroi, il diminue jusqu'à l'instant $t^+ = 120 \approx T_\tau$ et augmente ensuite. En $y^+ = 35$, u_{rms}^+ diminue jusqu'à $t^+ = 60 \approx T_\tau/2$ puis reste quasiment constant.

Les figures 5.14 et 5.15 représentent respectivement deux coupes (plan yz) de la composante longitudinale de la vitesse à l'instant initial et à l'instant $t^+ = T_\tau = 110$. Près des parois supérieure et inférieure du canal, les allées de basses vitesses sont représentées par la couleur verte et les allées de hautes vitesses par la couleur rouge. On remarque que les allées de basses vitesses (généralement situées entre des paires de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs en $t^+ = 0$) sont inclinées par le forçage transverse en $t^+ = 110$. Elles passent en dessous des allées de hautes vitesses voisines et les empêchent ainsi d'aller impacter sur

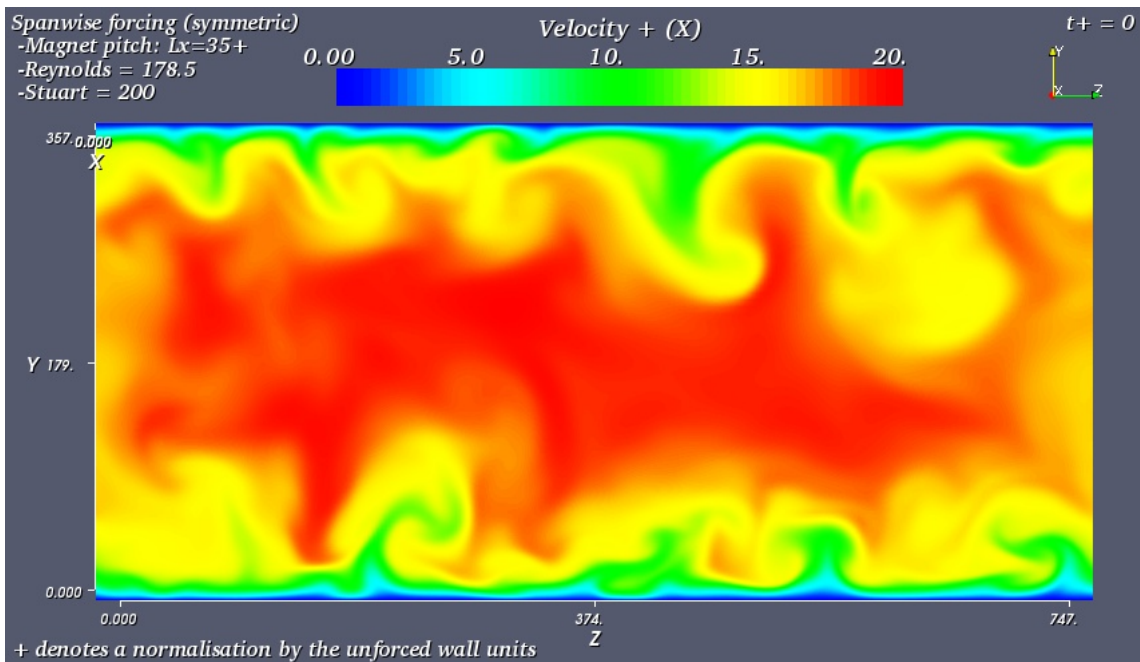


FIGURE 5.14 – Coupe yz de la vitesse longitudinale d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$) à l'instant initial

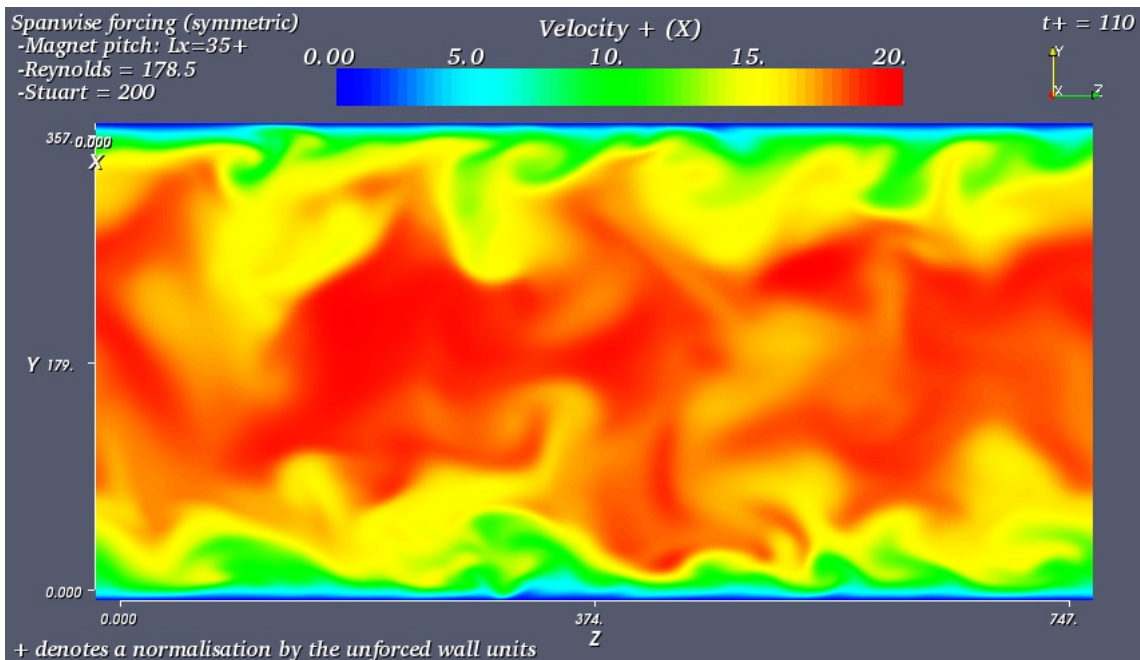


FIGURE 5.15 – Coupe yz de la vitesse longitudinale d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = T_\tau = 110$

la paroi. Sur la figure 5.15, on constate de manière qualitative que les fluctuations de vitesses sont réduites à l'instant $t^+ = T_\tau = 110$. Les couches de basses vitesses situées près des parois se trouvent alors lissées et plus épaisses suivant la direction \vec{y} , ce qui concorde avec la réduction de cisaillement pariétal. D'autre part, l'étendue de la zone perturbée semble plus mince qu'à l'instant initial, comme le montre les statistiques représentées sur la figure 5.13.

Fluctuations de la composante normale de vitesse

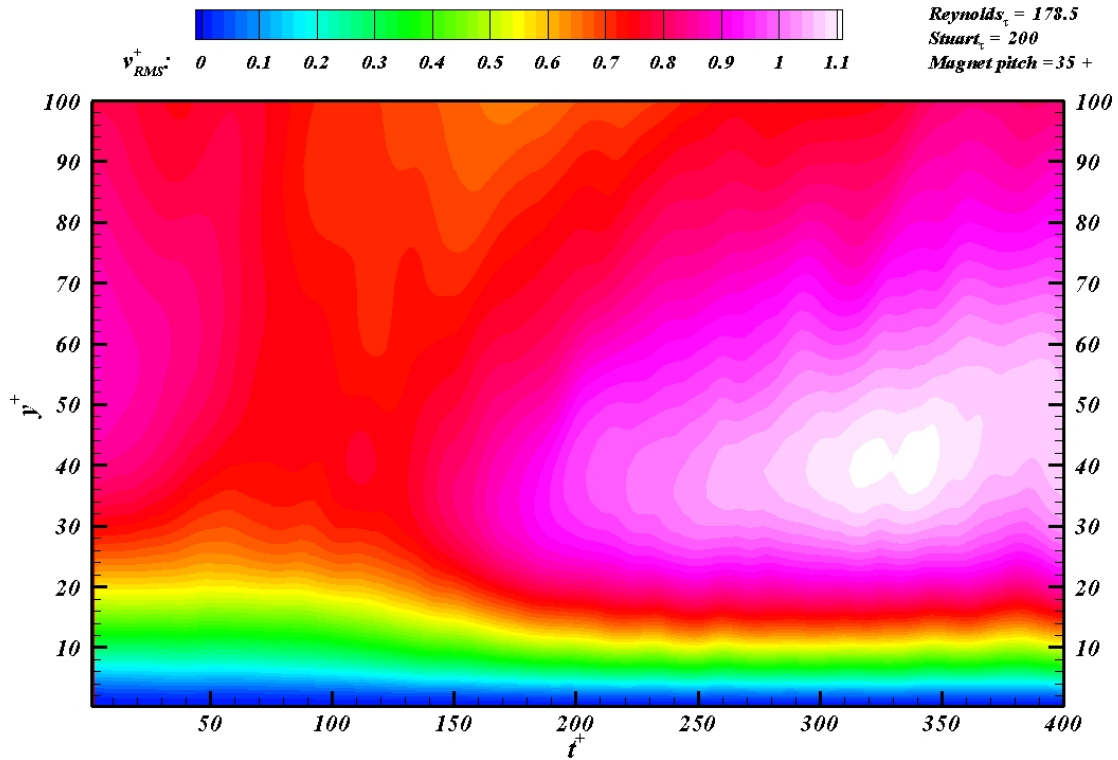


FIGURE 5.16 – Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$)

La figure 5.16 illustre l'effet d'un échelon de forçage électromagnétique transverse ($Stuart_\tau = 200$ et distance inter-aimant $P_x^+ = 35$) sur l'évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de vitesse normale d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$). A l'instant initial, l'écart-type des fluctuations de vitesses normales atteint son maximum autour de $50 < y^+ < 60$. A cette distance de la paroi, il diminue légèrement jusqu'à l'instant $t^+ = 100 = T_E$ et augmente ensuite. En $y^+ = 20$, il reste quasiment constant jusqu'à $t^+ = 100 = T_E$ et augmente ensuite. Il est possible d'en conclure que les fluctuations de la composante normale de vitesse sont très peu modifiées pendant la phase de réduction de traînée initiale au forçage transverse.

Fluctuations de la composante transverse de vitesse

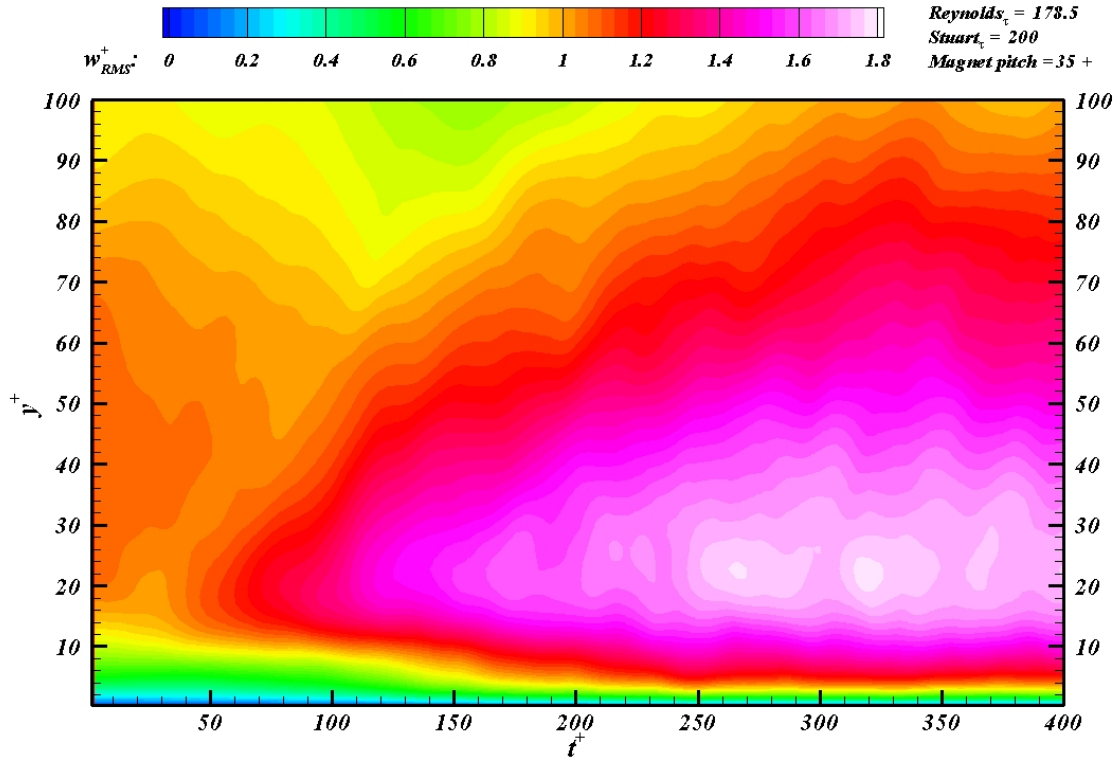


FIGURE 5.17 – Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante transverse de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$)

La figure 5.17 illustre l'effet d'un échelon de forçage électromagnétique transverse ($Stuart_\tau = 200$ et distance inter-aimant = 35^+) sur l'évolution temporelle de l'écart-type w_{rms}^+ des fluctuations de la composante transverse de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$). A l'instant initial, l'écart-type des fluctuations de vitesses transverses se situe autour de $30 < y^+ < 60$. Dans cette zone, il diminue légèrement (10%) jusqu'à un temps de plus en plus grand à mesure que l'on s'éloigne de la paroi. En dessous de $t^+ = 15$, w_{rms}^+ ne fait qu'augmenter depuis l'instant initial au forçage.

Interprétations

En dessous de $y^+ = 15$, avant $t^+ = T_\tau$, il est possible de supposer un transfert des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse vers la composante transverse tandis que les fluctuations de la composante normale ne sont pas affectées. Au dessus de $y^+ = 15$, les écart-types de fluctuations de toutes les composantes de vitesse diminuent jusqu'à atteindre un minimum. Ces minima sont atteints à des instants d'autant plus élevés que l'on s'éloigne de la paroi. Un phénomène de réduction des fluctuations semble se propager en direction du centre du canal.

5.3.7 Fluctuations de vorticité

Fluctuations de la composante longitudinale de vorticité

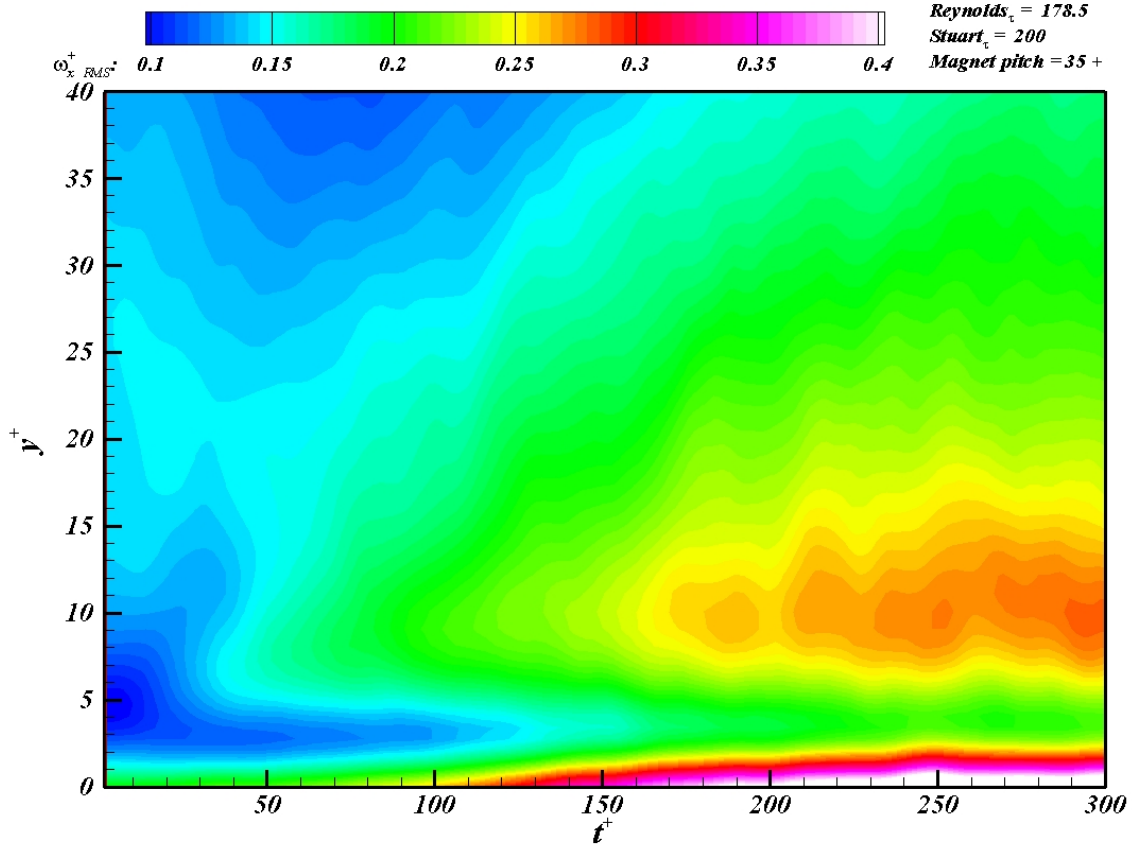


FIGURE 5.18 –  volution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vorticité $\omega_{x_{rms}}^+$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$)

La figure 5.18 illustre l'effet d'un forçage électromagnétique transverse sur l'évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vorticité $\omega_{x_{rms}}^+$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$). Ces fluctuations sont relatives à la valeur moyenne de la composante longitudinale de la vorticité obtenue à l'instant considéré. Au début du forçage, l'écart-type des fluctuations de vorticité longitudinale augmente près de la paroi ($y^+ < 10$). Au delà de $y^+ > 20$, $\omega_{x_{rms}}^+$ diminue jusqu'à atteindre un minimum à un instant t^+ d'autant plus grand que l'on s'éloigne de la paroi. Cette évolution est tout à fait comparable à celle des fluctuations de vitesses transverses. A partir de l'instant $t^+ = 40$, on remarque aussi la présence d'un maximum local de l'écart-type des fluctuations à la même altitude $y^+ \approx 6$ que le zéro de la valeur moyenne de la vorticité longitudinale (figure 5.4). Cette position correspond aussi au maximum de vitesse transverse du jet pariétal de la figure 5.3. De chaque coté de ce maximum local, on identifie aussi la présence de deux minima locaux plus ou moins accentués.

Fluctuations de la composante normale de vorticité

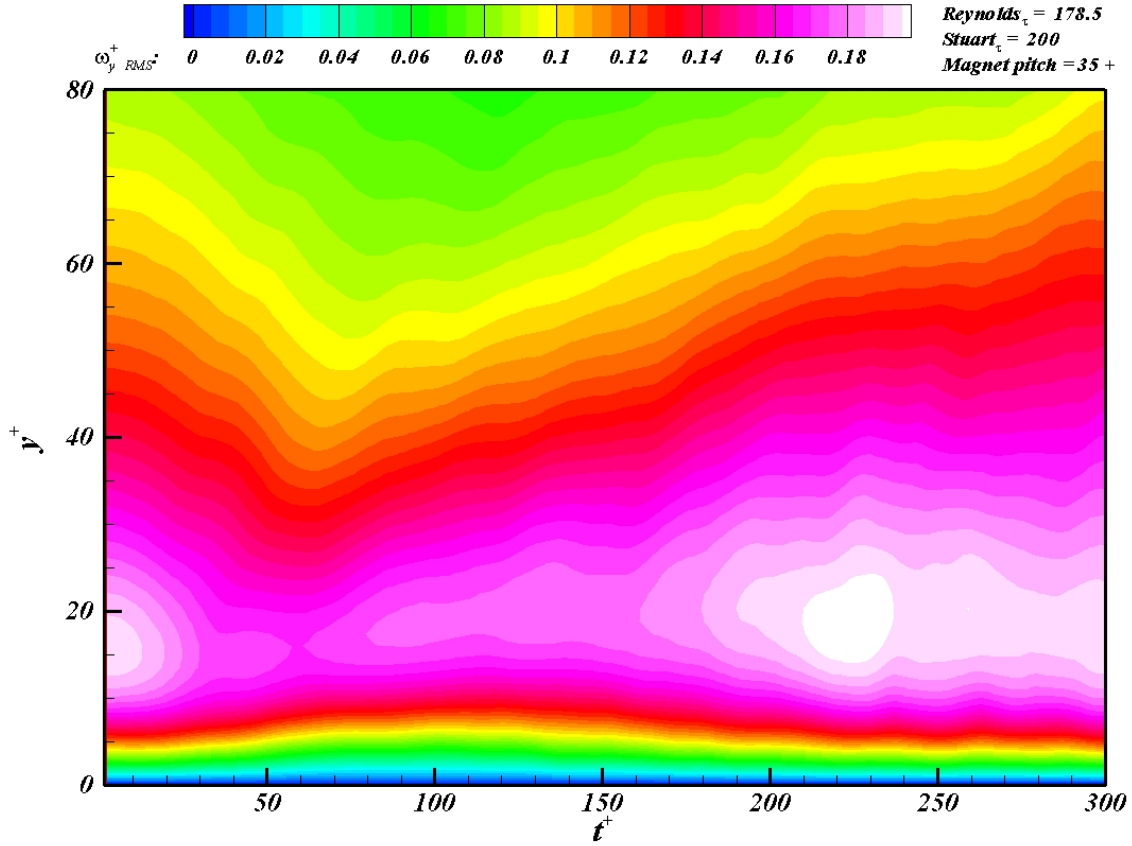


FIGURE 5.19 – Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité $\omega_{y_{rms}}^+$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$)

La figure 5.19 illustre l'effet d'un forçage électromagnétique transverse sur l'évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité $\omega_{y_{rms}}^+$ d'un écoulement turbulent. Les fluctuations de vorticités normales caractérisent les allées de hautes et basses vitesses et sont la signature des paires de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs présents dans les couches limites turbulentes. Cette figure est assez comparable à la figure 5.13 représentant l'évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de vitesses longitudinales. Près de la paroi, en $y^+ = 5$, $\omega_{y_{rms}}^+$ diminue jusqu'à $t^+ = T_\tau = 110$ puis augmente ensuite. En $y^+ \approx 15$, à l'instant initial, $\omega_{y_{rms}}^+$ atteint son maximum. A cette distance de la paroi, il diminue jusqu'à l'instant $t^+ = 60 \approx T_\tau/2$ et augmente ensuite. Au delà de $y^+ > 15$, l'instant t^+ où $\omega_{y_{rms}}^+$ atteint son minimum augmente à mesure que l'on s'éloigne de la paroi. L'écoulement semble réagir avec du retard par rapport aux zones de proche paroi où le forçage est le plus intense. Il est possible de supposer un effet de diffusion visqueuse.

Les figures 5.20 et 5.21 illustrent l'évolution de la distribution de la composante normale de la vorticité d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800, P_x^+ = 35$) à travers une coupe suivant le plan yz (perpendiculaire à l'axe longitudinal \vec{x} de l'écoulement). Cette intensité de forçage relativement forte a été choisie pour bien mettre en évidence l'effet de l'échelon de forçage sur la composante normale de vorticité. Les doubles couches verticales de vorticités normales négatives (noir) puis positives (blanc) correspondent aux allées de basses vitesses. Au fur et à mesure que le forçage agit sur l'écoulement, ces doubles couches de vorticités normales sont inclinées par la vorticité longitudinale de l'écoulement transverse (voir section 3.4.2 page 52). Elles sont globalement rabattues contre la paroi dans la direction $-\vec{x}$. Puis, elles sont étirées et leur partie basse finit par passer sous les doubles couches voisines. A l'instant $t^+ = T_\tau = 40$, les doubles couches de vorticités normales sont bien moins hautes mais sont toujours présentes.

La figure 5.22 représente une coupe en $y^+ = 20$ (suivant le plan xz parallèle à la paroi) de la composante normale de vorticité ω_y d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 0, 55, 110$. L'écoulement principal est vu de dessus et va de la gauche vers la droite. Le forçage est orienté suivant \vec{z} (vers le bas sur la figure). Les allées de basses vitesses sont représentées par les doubles couches de vorticités normales de signes opposés alignées suivant la direction de l'écoulement. Au fur et à mesure que le forçage agit, les doubles couches de vorticités normales subissent une déviation autour de l'axe normal \vec{y} . Cela peut s'expliquer par le fait que la partie basse (amont) des tourbillons longitudinaux contra-rotatifs est entraînée beaucoup plus rapidement dans la direction transverse que la partie haute (aval). Ils subissent alors une déviation autour l'axe normal \vec{y} . Le contraste est le plus faible en $t^+ = T_\tau/2 = 55$ puis augmente ensuite; ce qui est en accord avec les statistiques de la figure 5.19 en $y^+ = 20$. Les doubles couches de vorticités normales, caractéristiques des allées de basses vitesses, se sont rapprochées près de la paroi et ont pivoté suivant un axe normal \vec{y} jusqu'à l'instant $t^+ = T_\tau/2 = 55$. A l'instant $t^+ = T_\tau = 110$, la quantité de doubles couches de vorticités normales semble qualitativement plus élevée et correspondre au statistiques de la figure 5.19.

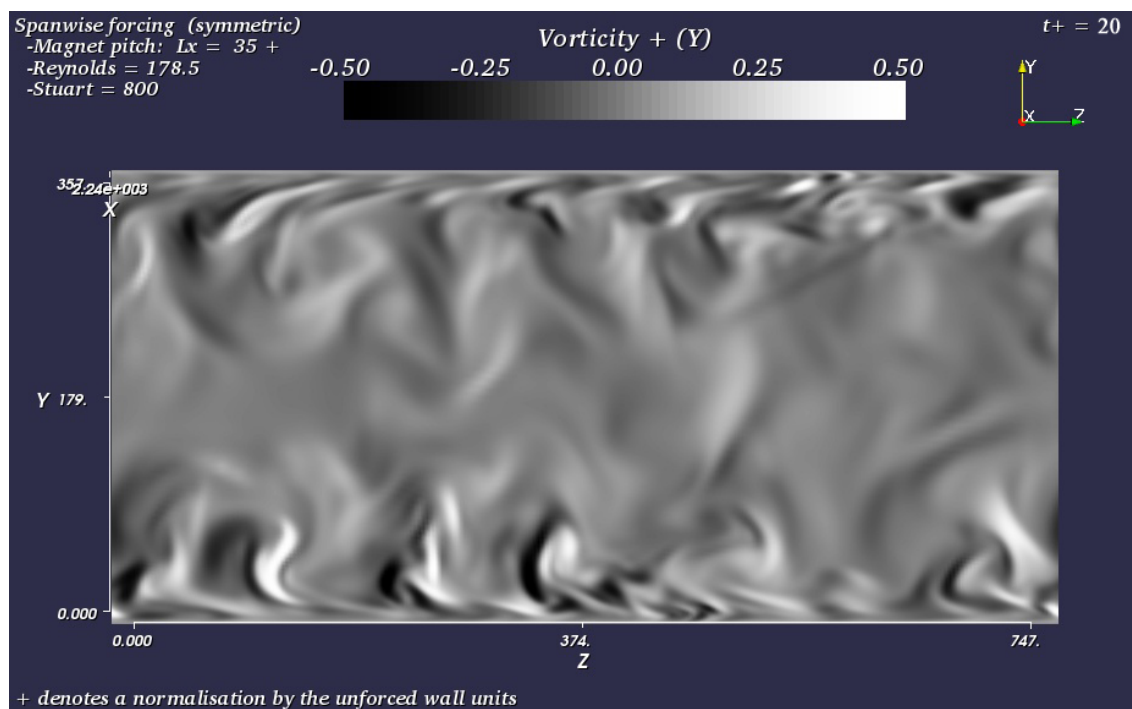
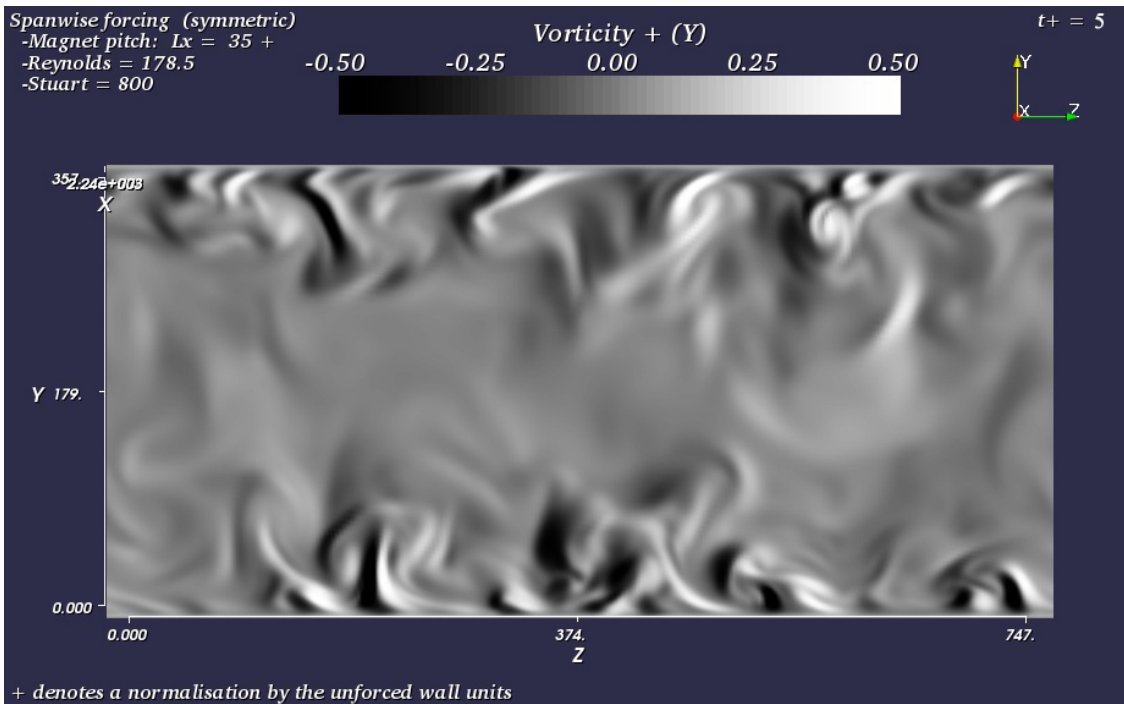


FIGURE 5.20 – Coupe yz de la composante normale de la vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800$, $P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 5$ et 20

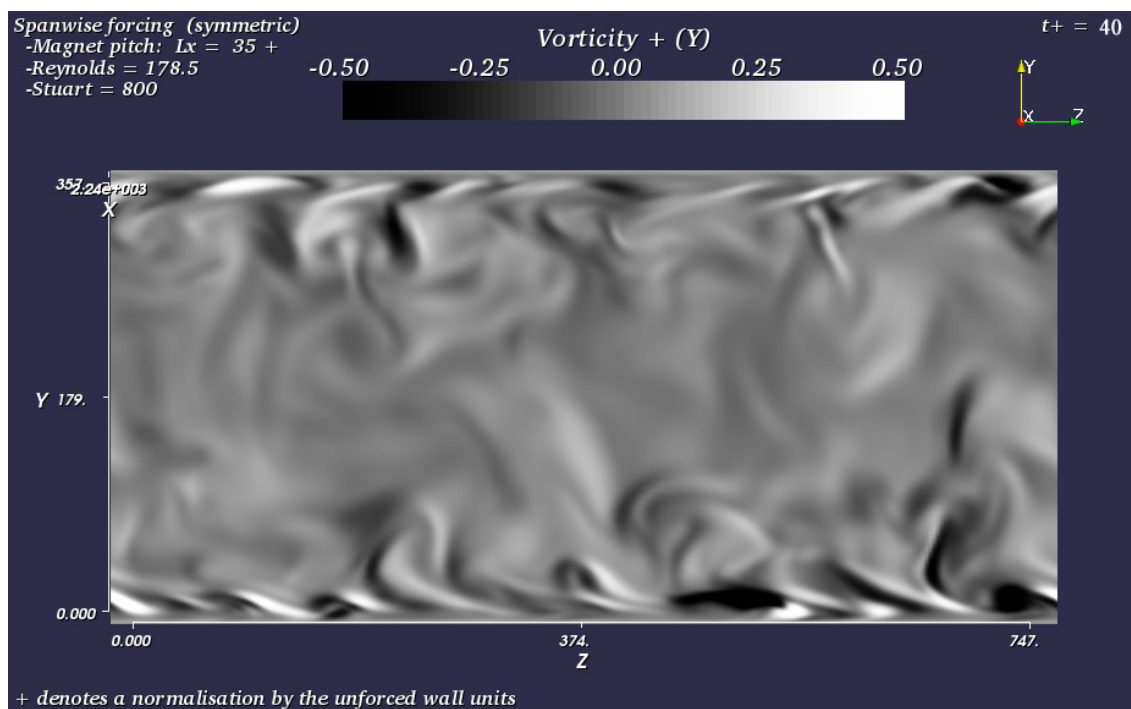
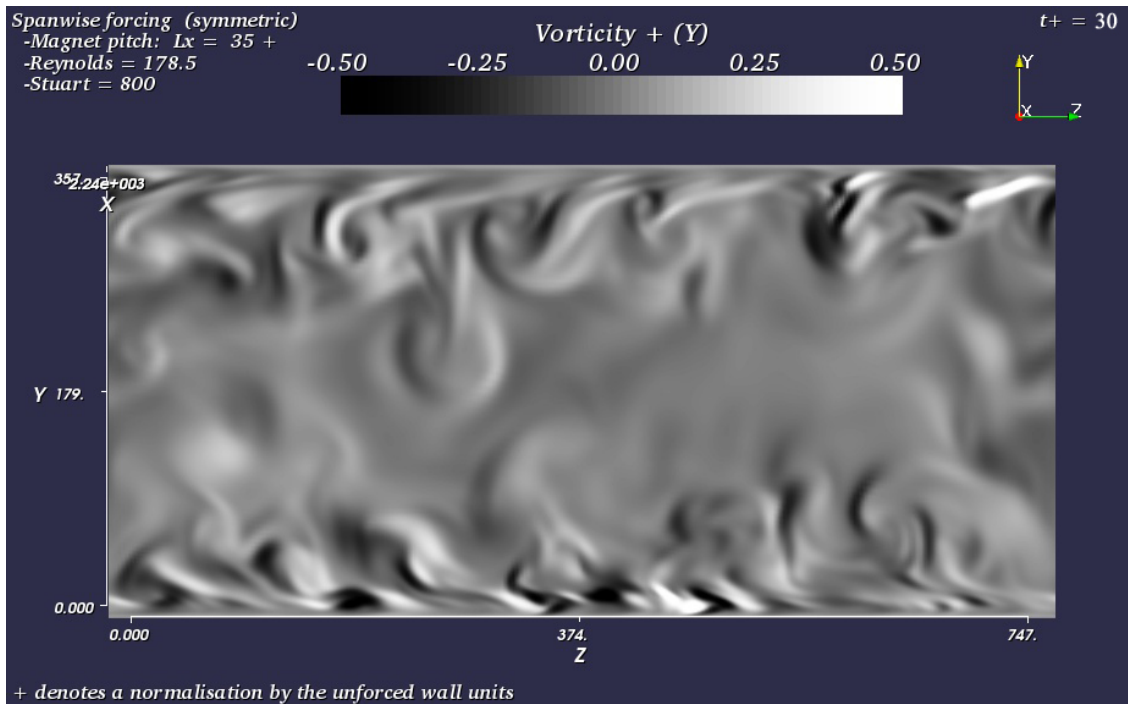


FIGURE 5.21 – Coupe yz de la composante normale de la vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800$, $P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 30$ et 40

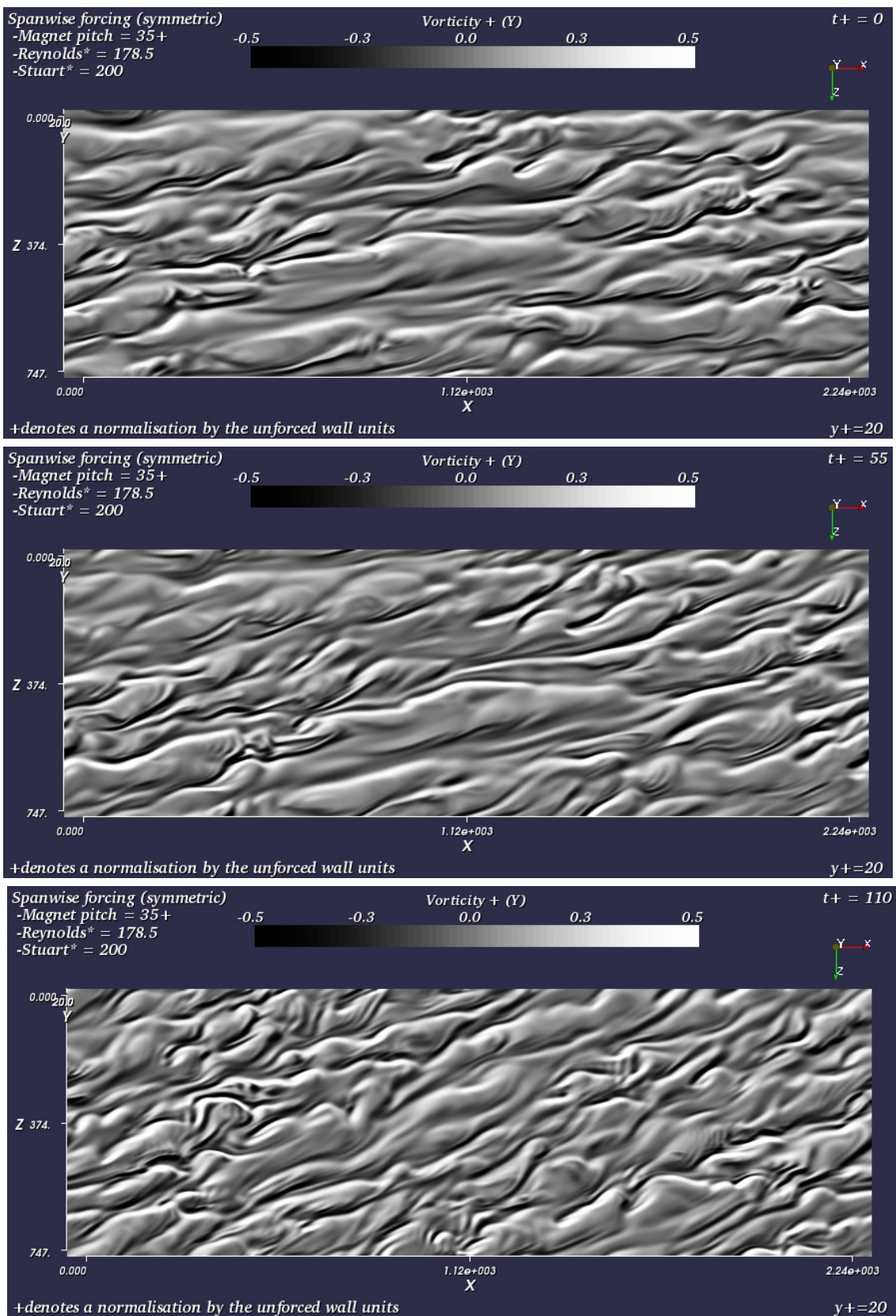


FIGURE 5.22 – Coupe xz en $y^+ = 20$ de la composante normale de la vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200, P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 0, 55, 110$

Fluctuations de la composante transverse de vorticité

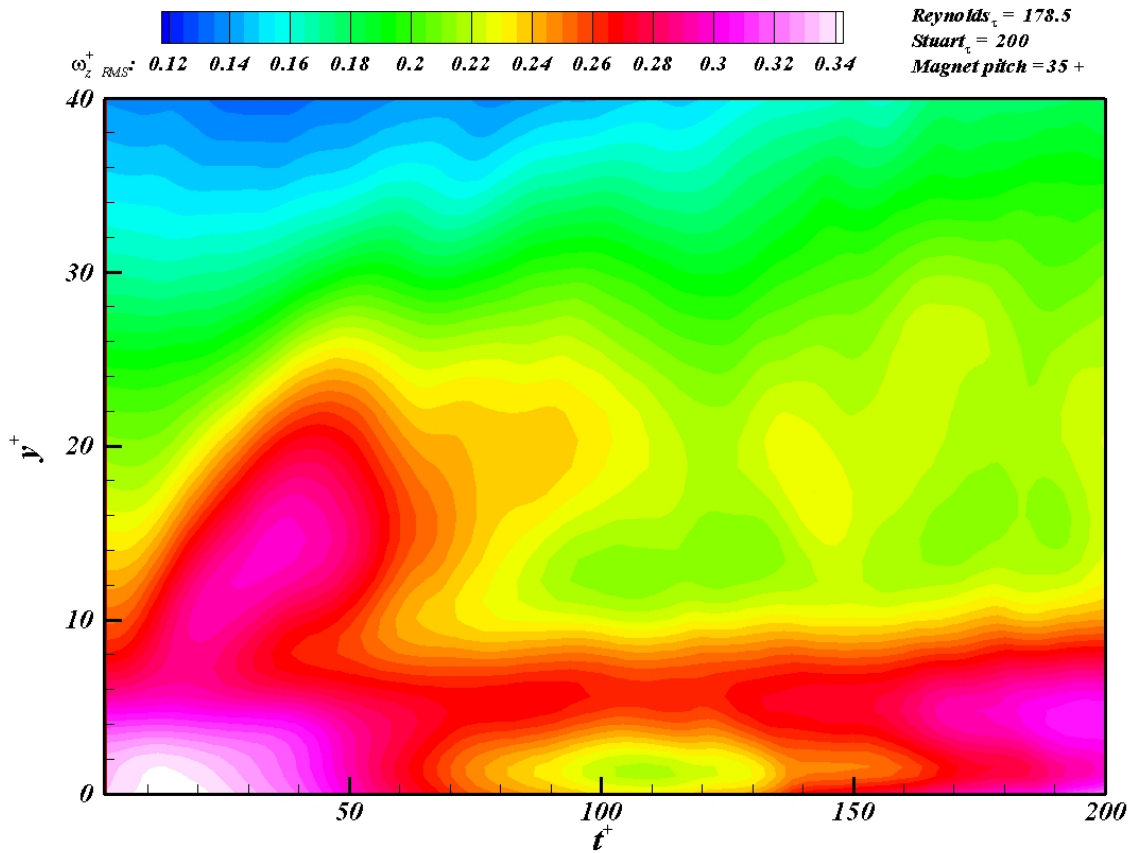


FIGURE 5.23 –  volution temporelle de l'ecart-type des fluctuations de la composante transverse de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_{\tau} = 200$)

La figure 5.23 représente l'ecart-type des fluctuations de vorticités transverses d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse. Dans la région de proche paroi ($y^+ < 5$), il diminue jusqu'à l'instant $t^+ = T_{\tau} = 110$ et augmente ensuite.   une distance $y^+ = 7$ de la paroi, il est possible de constater que sa variation temporelle est très faible. Cette position correspond à la position de vitesse maximale du jet pariétal transverse.   cet endroit, le cisaillement transverse moyen associé à l'écoulement pariétal transverse est nul. Les doubles couches de vorticités normales ne sont donc pas inclinées. Par conséquent, à cette distance de la paroi, il est possible de supposer que les fluctuations de la composante transverse de vorticité ne soient pas trop modifiées. Pour $7 < y^+ < 30$, l'ecart-type des fluctuations augmente au début du forçage ($t^+ < T_{\tau}/2 = 55$) puis diminue ensuite. Cette diminution dans la couche tampon se propage vers les y croissants au fur et à mesure que le forçage agit dans le temps.

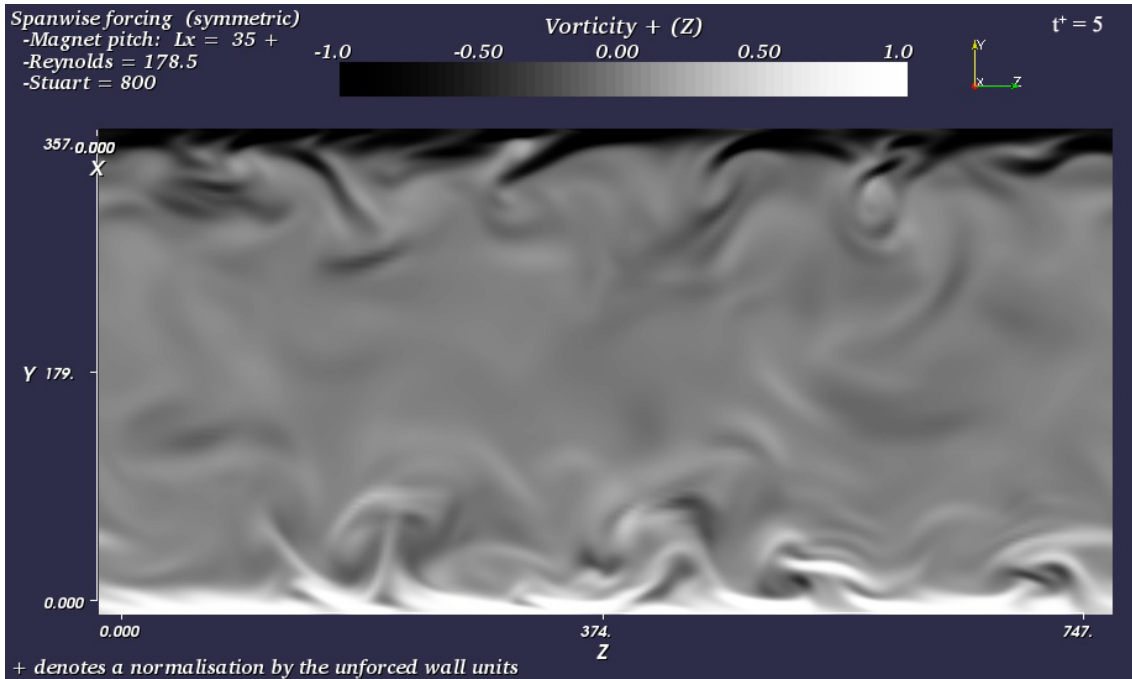


FIGURE 5.24 – Coupe yz de la composante transverse de la vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800$, $P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = 5$

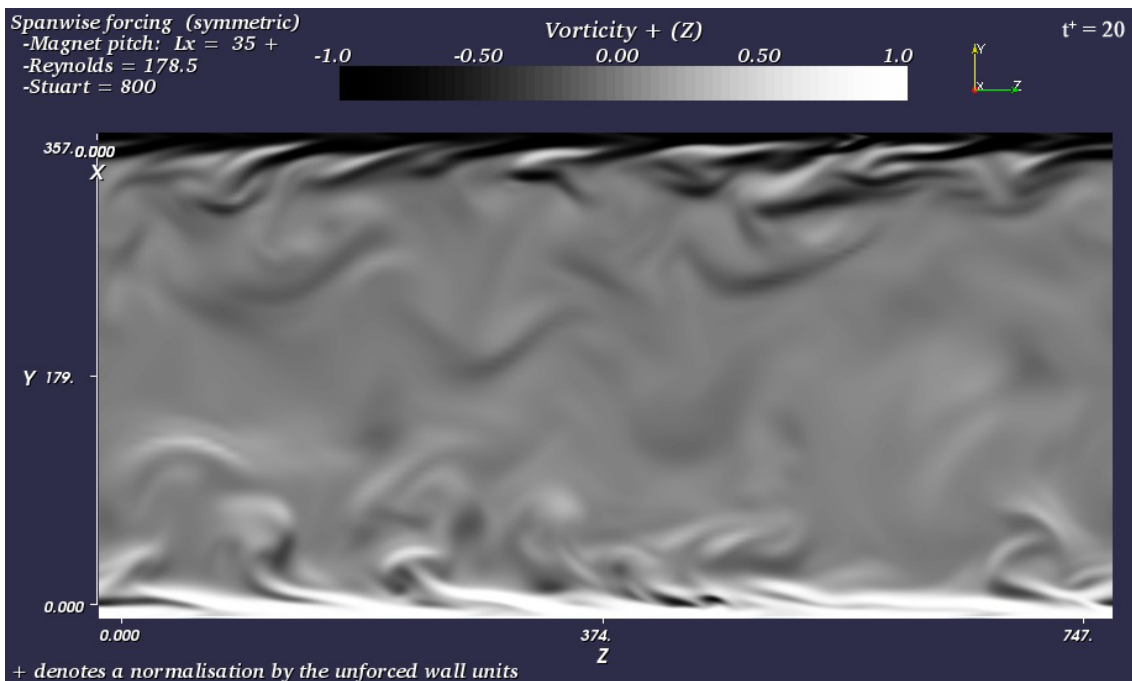


FIGURE 5.25 – Coupe yz de la composante transverse de la vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800$, $P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = 20$

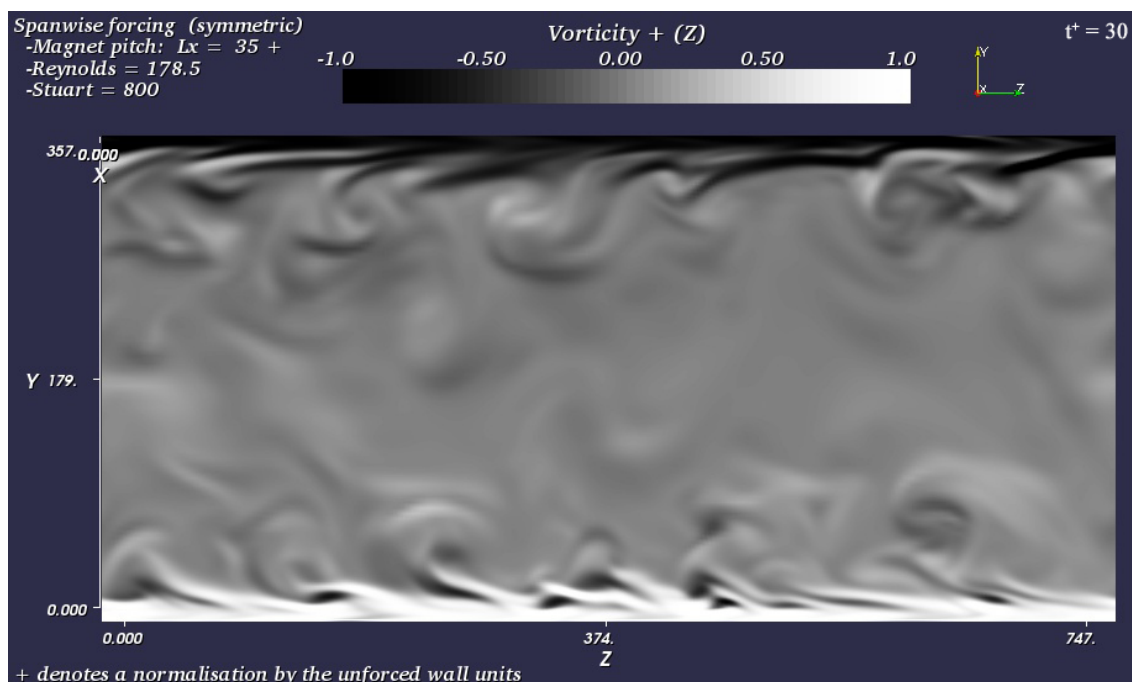


FIGURE 5.26 – Coupe yz de la composante transverse de la vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800$, $P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = 30$

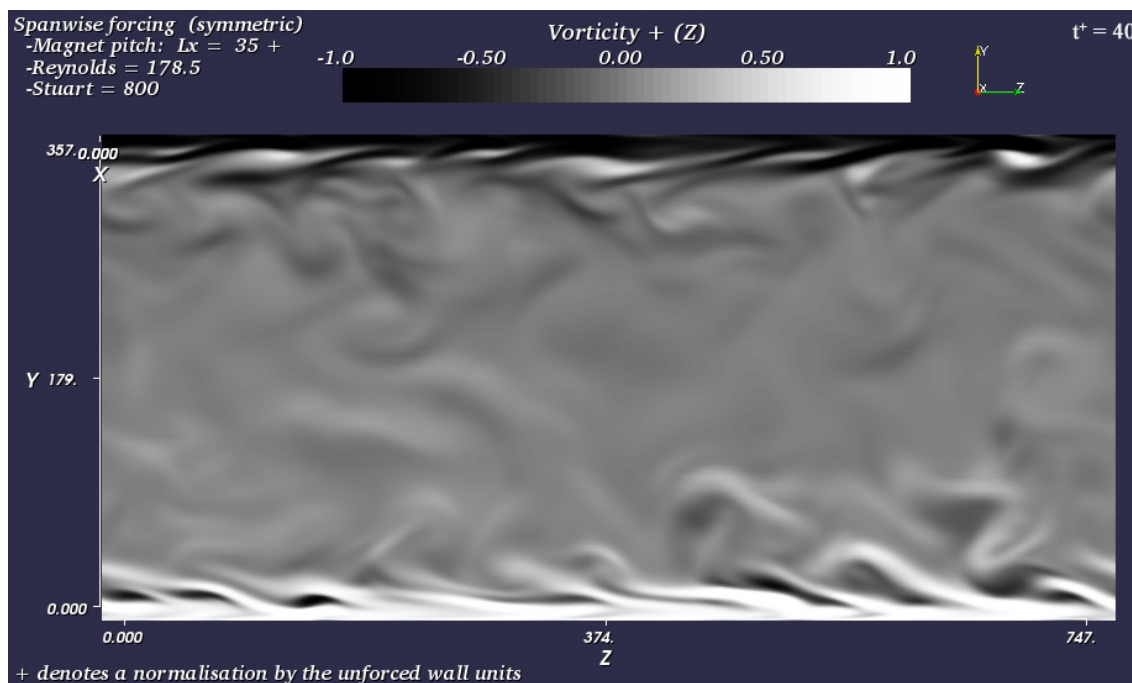


FIGURE 5.27 – Coupe yz de la composante transverse de la vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800$, $P_x^+ = 35$) à l'instant $t^+ = 40$

Les figures 5.24, 5.25, 5.26 et 5.27 illustrent l'évolution de la distribution de la composante transverse de la vorticité (coupe yz) d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 800$). Au fur et à mesure que le forçage agit, on constate l'apparition de doubles couches de vorticités transverses de signes opposés. Les doubles couches de vorticités normales ont été inclinées dans la direction transverse par le cisaillement associé aux jets pariétaux générés par le forçage électromagnétique transverse. L'inclinaison suivant la direction transverse des doubles couches de vorticités normales permet d'expliquer cette augmentation des fluctuations de vorticités transverses constatée au début du forçage en $7 < y^+ < 30$. A l'instant $t^+ = T_\tau/2 = 20$ (pour cette intensité), le repli de la nappe de vorticité passe sous le repli voisin.

5.3.8 Contraintes de Reynolds

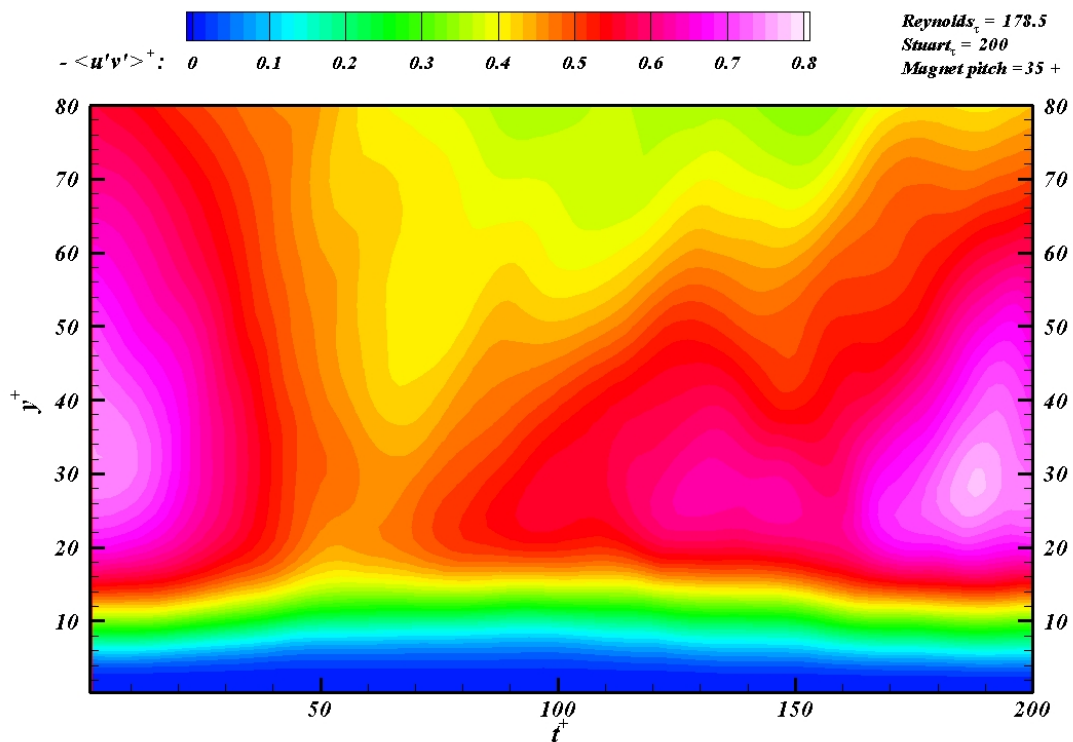


FIGURE 5.28 – Évolution des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$)

La figure 5.28 illustre l'effet de l'échelon de forçage transverse sur les contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$. Des valeurs positives de ces contraintes mettent en évidence les phénomènes de balayages et d'éjections. On parle de balayages lorsque du fluide "*rapide*" vient impacter à la paroi. On parle d'éjections lorsque du fluide "*lent*" s'éloigne de la paroi. On remarque que pour $0 < t^+ < T_\tau/2 = 55$, ces contraintes diminuent. Pour $T_\tau/2 < t^+ < T_\tau$, ces contraintes restent à un niveau stable en dessous de $y^+ = 15$ et augmentent au delà.

Tout comme les fluctuations de vorticité normale, on retrouve une évolution temporelle qui fait apparaître le temps caractéristique $T_\tau/2$.

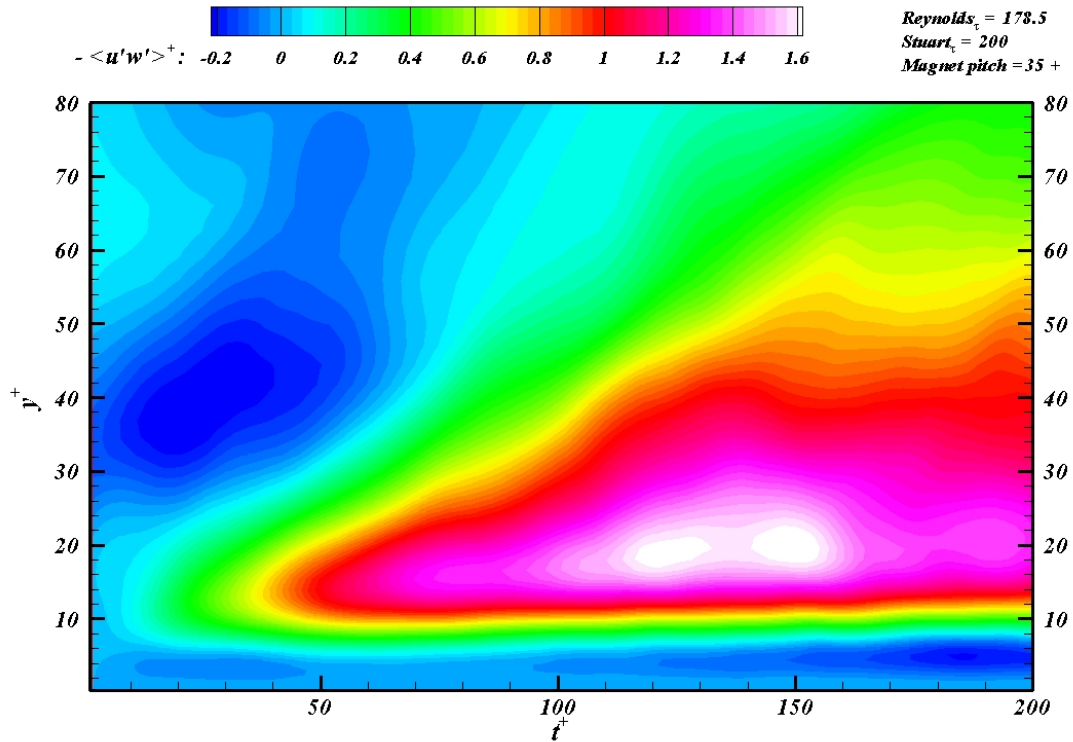


FIGURE 5.29 – Évolution des contraintes de Reynolds $-\langle u'w' \rangle$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$)

La figure 5.29 représente l'évolution temporelle des contraintes de Reynolds $-\langle u'w' \rangle$ d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse. Au dessus de $y^+ = 5$, ces contraintes augmentent de plus en plus au fur et à mesure que l'écoulement est influencé par le forçage l'écoulement. De plus, cette augmentation de contraintes se propage en direction du centre du canal. Ces valeurs positives traduisent des mouvements de fluide "lent" ($u' < 0$) dans la direction transverse (direction du jet $w' > 0$) ou des mouvements de fluide "rapide" ($u' > 0$) dans la direction opposée ($w' < 0$).

La figure 5.30 à droite représente l'évolution temporelle des contraintes de Reynolds $-\langle v'w' \rangle$ d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse. Au fur et à mesure que le forçage agit sur l'écoulement, ces contraintes de Reynolds $-\langle v'w' \rangle$ prennent des valeurs de plus en plus négatives . Cela traduit des mouvements de fluide "ascendant" ($v' > 0$) et "rapide" ($w' > 0$) où des mouvements de fluide "descendant" ($v' < 0$) et "lent" ($w' > 0$).

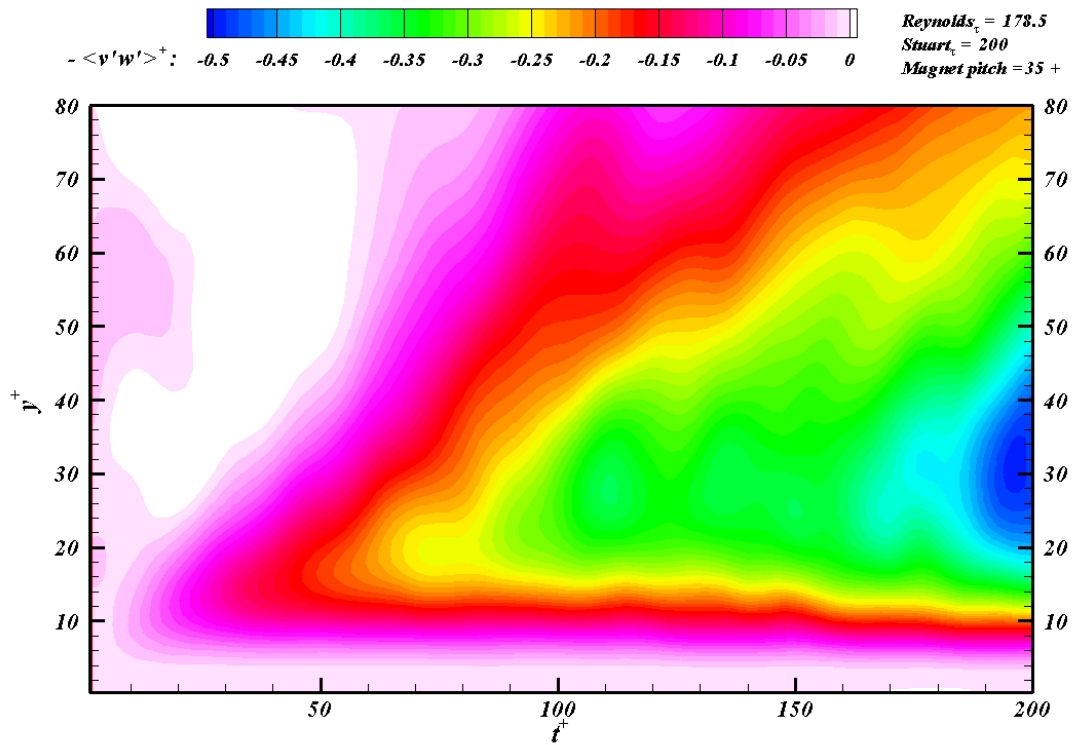


FIGURE 5.30 – Évolution des contraintes de Reynolds $-\langle v'w' \rangle$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un échelon de forçage transverse ($Stuart_\tau = 200$)

5.3.9 Bilan de l'échelon de forçage

Le forçage génère un écoulement transverse proche des parois du canal (figure 5.3). Cet écoulement transverse entraîne, d'abord transversalement, la partie basse des structures tourbillonnaires pendant que la partie haute continue à être entraînée suivant la direction longitudinale par l'écoulement moyen. Comme la partie basse de ces structures est située en amont et que leur partie haute est située en aval, le forçage les fait tourner autour de l'axe normal \vec{y} (figures 5.12, 5.22 et 5.11). Cette déviation suivant la direction transverse affecte les phénomènes d'éjections et de balayages associés aux contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ positives et donc à la production turbulente. Les allées de hautes vitesses ($u' > 0$) (siège de balayages $v' < 0$) se trouvent déviées suivant la direction opposée à l'écoulement transverse généré par le forçage. Ce changement d'orientation permet alors la création de fluctuation de vitesse transverse $w' < 0$. Cela permet donc la création de contraintes de Reynolds $-\langle u'w' \rangle$ positives comme le montre les statistiques précédentes de la figure 5.29. De plus, ces allées de hautes vitesses sont le siège de balayages ($v' < 0$) et participent donc à la création de contraintes de Reynolds $-\langle v'w' \rangle$ négatives comme le montre la figure 5.30. De la même façon, les allées de basses vitesses ($u' < 0$) qui ont subi cette déviation, participent à la création de $w' > 0$ et permettent la création de contraintes de Reynolds $-\langle u'w' \rangle$ positives. De plus, ces allées de basses vitesses sont le siège d'éjections ($v' > 0$) et participent donc à la création de contraintes de Reynolds $-\langle v'w' \rangle$ négatives. Cette

déviations des structures tourbillonnaires associées aux éjections et balayages permet donc une diminution de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse u'_{RMS} (figure 5.13) au profit de l'écart-type des fluctuations de la composante transverse de vitesse w'_{RMS} (figure 5.17). La forte diminution de u'_{RMS} est donc la principale cause de la diminution des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$.

Après un certain temps T_τ , la traînée longitudinale $\mu \frac{d \langle u \rangle}{dy}$ de l'écoulement cesse de diminuer et commence à augmenter. Le forçage étant constant et très élevé ³, la vitesse transverse et la vorticité longitudinale ne font qu'augmenter. D'autres instabilités apparaissent alors et interviennent dans l'augmentation de la tra nee longitudinale. Ce temps T_τ constitue un temps caractéristique à retenir dans une perspective de dimensionnement optimal d'un forçage électromagnétique transverse.

³La force volumique moyenne électromagnétique transverse est supérieure au gradient de pression moyen longitudinal de l'écoulement sans forçage.

5.4 Forçage oscillant

Dans cette section, un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan est soumis à un forçage électromagnétique oscillant dans le temps de manière similaire à une oscillation de paroi. Dans cette section, nous expliquerons comment une oscillation de forçage transverse peut affecter les fluctuations d'un écoulement turbulent pour avoir une influence sur ses valeurs moyennes. Nous tenterons ensuite de corrélérer les périodes d'oscillations optimales pour une réduction de traînée, avec les différents temps de réponse résultant de l'analyse des échelons de forçage.

5.4.1 Vitesse transverse moyenne

Dans cette étude, le forçage suit une évolution temporelle sous la forme d'une fonction en cosinus. Pendant une période d'oscillation, le fluide en écoulement est dévié transversalement d'un côté puis de l'autre côté. Avec cette évolution temporelle du forçage suivant une fonction cosinus, la vitesse moyenne transverse est nulle sur une période.

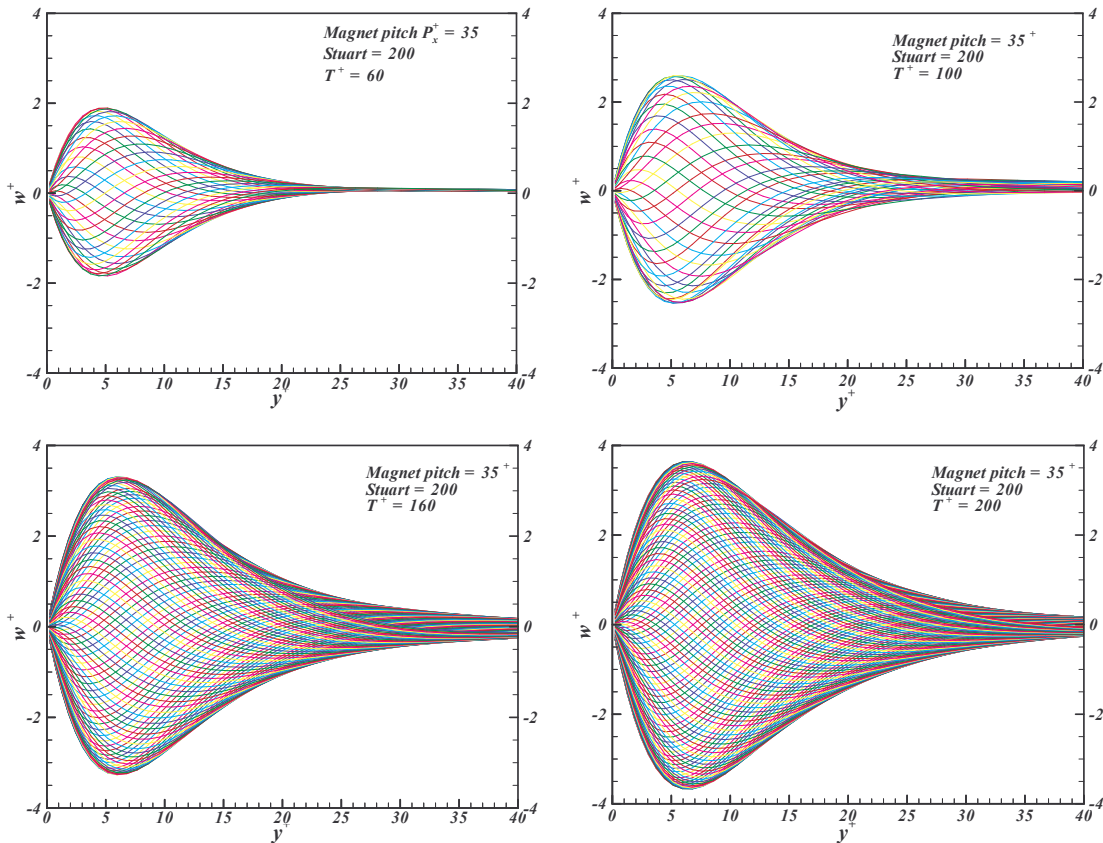


FIGURE 5.31 – Évolution de la vitesse transverse w d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un forçage transverse oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$) pour différentes périodes d'oscillation ($T^+ = 60 - 100 - 160 - 200$)

La figure 5.31 permet de comparer les profils de vitesses transverses obtenus par simulations numériques directes pour différentes périodes d'oscillations, une même géométrie

d'actionneurs (distance entre les centres des aimants $P_x^+ = 35$, distance entre les bords des aimants et des électrodes $\delta_x^+ = 4.4$) et une même intensité de forçage ($Stuart_\tau = 200$). Ces figures mettent en évidence un phénomène ondulatoire amorti qui se propage suivant la direction normale à la paroi \vec{y} . On remarque que plus la période d'oscillation est grande, plus la vitesse maximale atteinte tend vers un maximum et plus l'effet du forçage a le temps de pénétrer dans l'écoulement. Par contre, la position du maximum de vitesse ne varie que très peu avec la fréquence d'oscillation.

5.4.2 Vorticité longitudinale moyenne

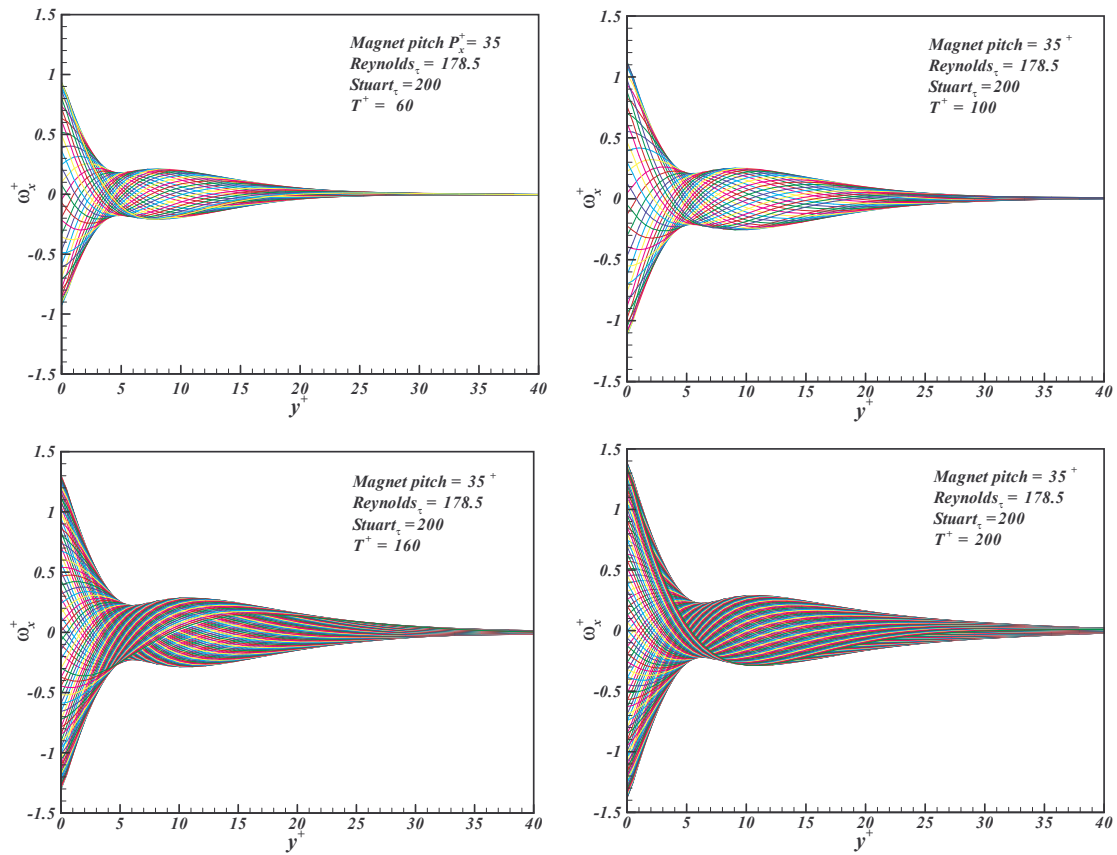


FIGURE 5.32 – Évolution de la vorticité longitudinale ω_x d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan soumis à un forçage transverse oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$) pour différentes périodes d'oscillation ($T^+ = 60 - 100 - 160 - 200$)

La figure 5.32 permet de comparer les profils de vorticités longitudinales obtenus pour les différentes périodes d'oscillations. On remarque que plus la période d'oscillation est grande, plus la vorticité maximale atteinte tend vers un maximum et plus l'effet du forçage a le temps de diffuser dans l'écoulement. D'autre part, on remarque que l'enveloppe de ces courbes possède un point d'inflexion dont la position ne varie que très peu avec la fréquence du forçage. Cette position est approximativement la même que celle du maximum de vitesse. Il est probable que cette position dépend principalement de la géométrie de l'actionneur.

5.4.3 Contrainte moyenne de cisaillement pariétal

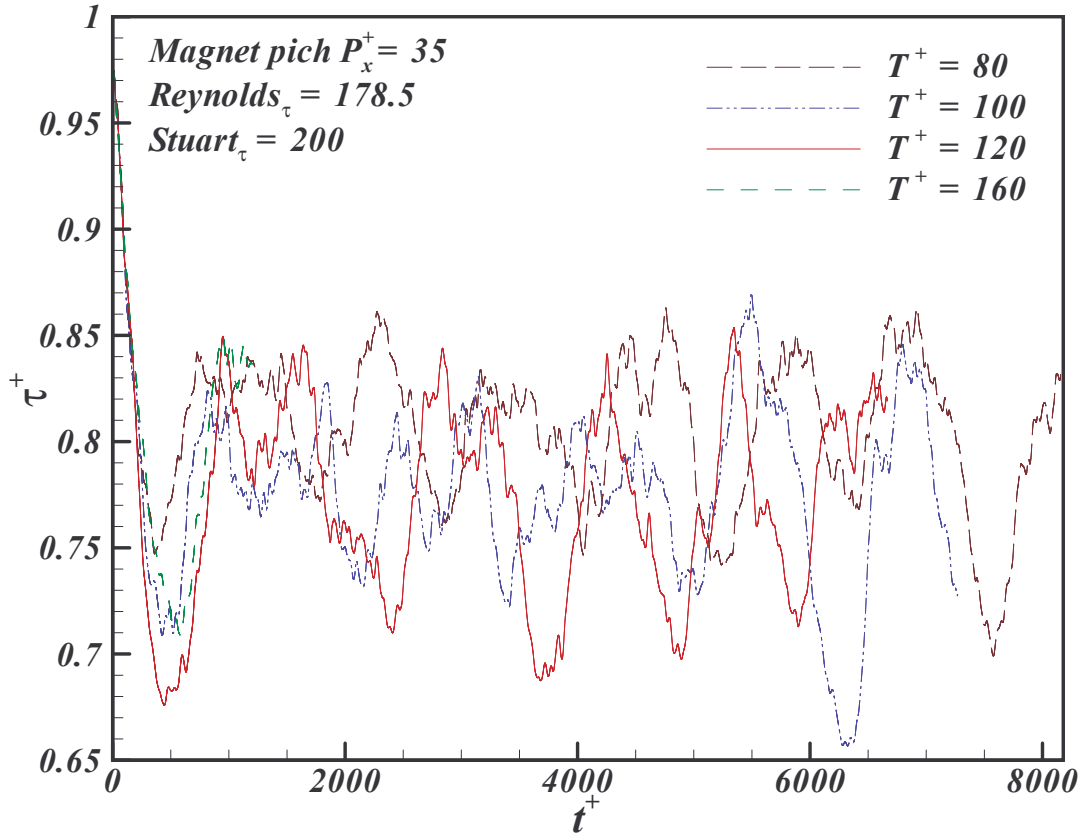


FIGURE 5.33 – Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Stuart_\tau = 200$, distance-aimant $P_x^+ = 35$) pour diverses périodes d'oscillation ($80 \leq T^+ \leq 160$)

La figure 5.33 illustre l'effet d'un forçage oscillant sur la contrainte de cisaillement pariétal τ^+ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan pour diverses fréquences de forçages. La contrainte est normalisée par la contrainte moyenne de cisaillement pariétal dans le cas non forcé. Pour une même intensité de forçage ($Stuart_\tau = 200$) et une même géométrie d'actionneurs (distance entre les centres des aimants $P_x^+ = 35$, distance entre les bords des aimants et des électrodes $\delta_x^+ = 4.4$), plusieurs périodes d'oscillation sont comparées. Cette figure montre qu'il existe une période "optimale" ($T^+ \approx 120$) pour cette configuration (géométrie-intensité) donnée. Cette période d'oscillation est du même ordre de grandeur que le temps de réponse $T_\tau = 109$ obtenu avec un échelon de forçage (tableau 5.1 page 101) pour des nombres Re_τ et $Stuart_\tau$ identiques. La réduction de traînée atteint environ 25% avec des variations temporelles de $\pm 8\%$. Par ailleurs, pour cette courbe, on constate aussi que la contrainte moyenne de cisaillement pariétal oscille avec une période temporelle d'environ 1000^+ .

5.4.4 Cas de la fréquence optimale

Les résultats présentés ci-après correspondent au cas du forçage de période d'oscillation "optimale", soit $T^+ = 120$ pour le nombre de $Stuart_\tau = 200$ et la géométrie $P_x^+ = 35$ considérée.

Écoulement moyen

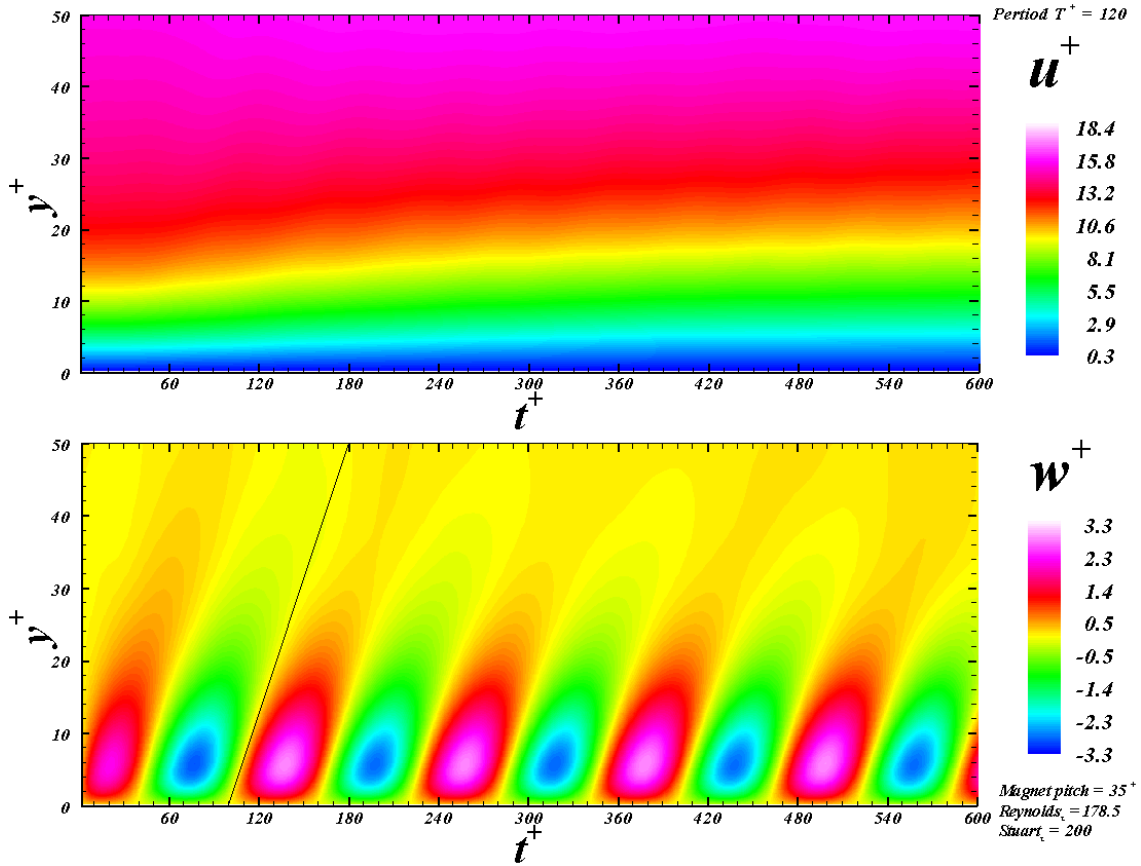


FIGURE 5.34 – Évolution temporelle des composantes longitudinale et transverse de la vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique transverse oscillant (période $T^+ = 120$, $Stuart_\tau = 200$, distance inter-aimant $P_x^+ = 35$)

La figure 5.34 en haut représente l'évolution temporelle de la composante longitudinale de la vitesse moyenne en fonction de la distance à la paroi. Ces moyennes sont réalisées à une distance de la paroi y^+ et un instant t^+ donnés sur toute l'étendue longitudinale et transverse du canal. Il est possible de constater un épaissement de la couche limite.

La figure 5.34, en bas et la figure 5.35 en haut, représentent respectivement l'évolution temporelle de la composante transverse w^+ de la vitesse moyenne et de la composante longitudinale ω_x^+ de la vorticité moyenne en fonction de la distance à la paroi. Ces figures mettent en évidence la période d'oscillation ($T^+ = 120$) imposée par le forçage, ainsi que l'épaisseur du jet pariétal transverse induit. La figure 5.34 en bas, montre que la vitesse maximale ($w^+ = 3.3$) du jet transverse est atteinte en $y^+ = 6$. Cette altitude dépend

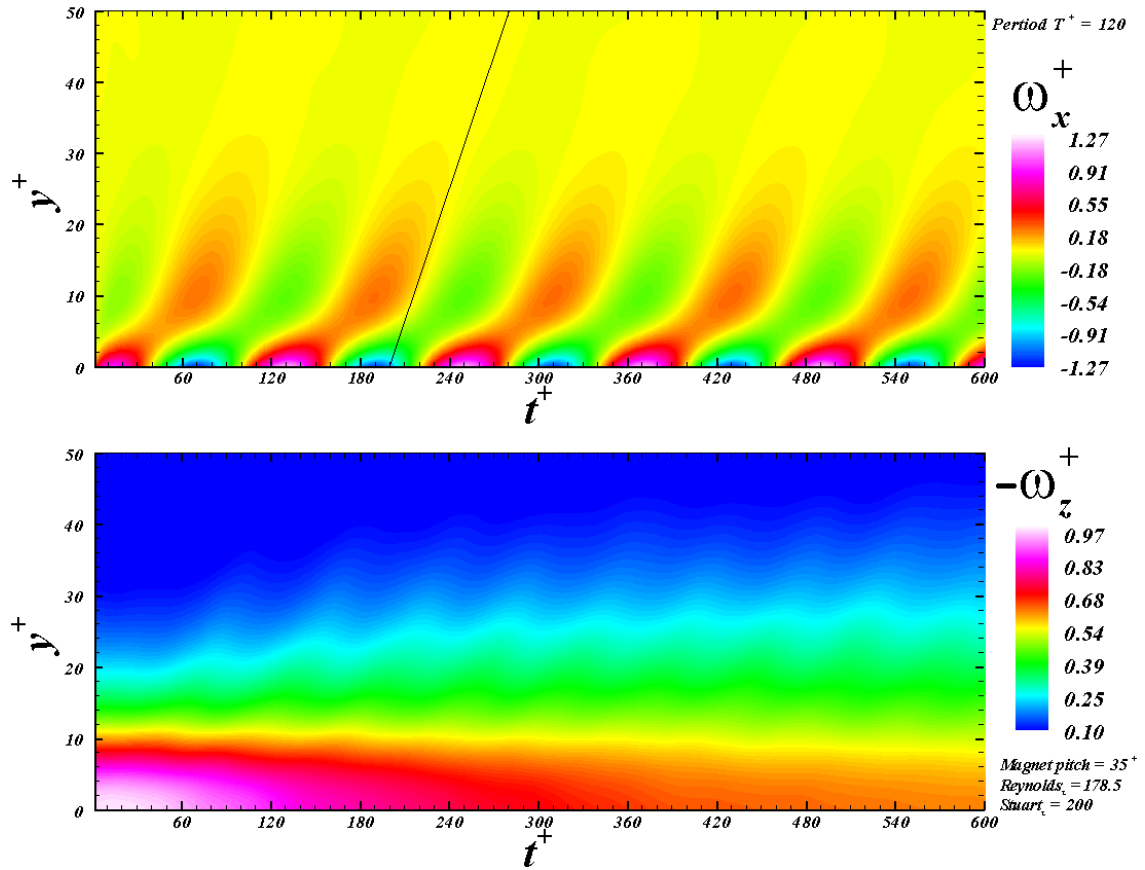


FIGURE 5.35 – Évolution temporelle des composantes longitudinale et transverse de la vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique transverse oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$ et $T^+ = 120$)

principalement de la géométrie de l'actionneur (distance aimant $P_x^+ = 35$) et de la période d'oscillation ($T^+ = 120$) du forçage. La figure 5.35 en haut, montre que la vorticité est de signe opposé de part et d'autre de ce maximum de vitesse du jet pariétal transverse. On observe aussi un changement de pente en $y^+ = 6$. On remarque aussi que la perturbation générée par le forçage se propage en direction du centre du canal avec une célérité d'environ $50/80 u_\tau$.

La figure 5.35 en bas représente l'évolution temporelle de la composante transverse ω_z^+ de la vorticité moyenne en fonction de la distance à la paroi. On constate une diminution de l'amplitude de la composante transverse de la vorticité à la paroi au cours de ces cinq périodes d'oscillation du forçage. On remarque aussi, comme on pouvait s'y attendre que cette composante transverse de vorticité oscille avec une fréquence double de celle du forçage.

Fluctuations de vorticités

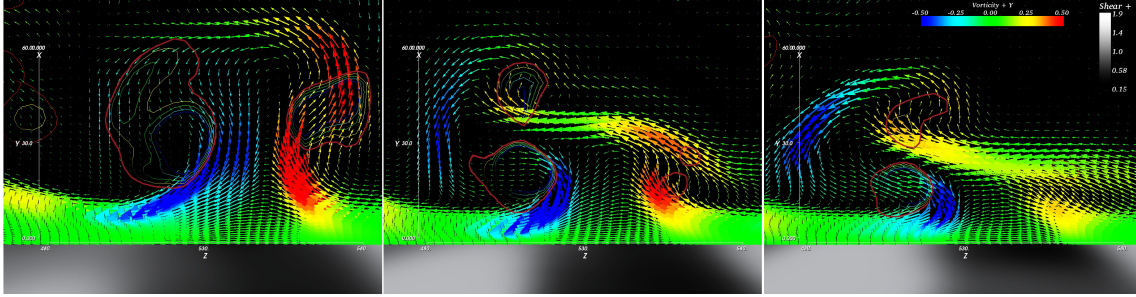


FIGURE 5.36 – Coupes (yz) du champ de vorticité coloré par sa composante normale d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) aux premiers instants ($t^+ = 0$ à gauche, $t^+ = 5$ au centre et $t^+ = 10$ à droite) d'un forçage électromagnétique transverse oscillant (période $T^+ = 120$, $Stuart_\tau = 200$, distance inter-aimant $P_x^+ = 35$)

La figure 5.36 montre des coupes du champ de vorticité coloré par l'intensité de sa composante normale et cinq isovalues du critère λ_2 caractéristique du taux d'accélération centrifuge (contours du bleu au rouge pour $-0.03 \leq \lambda_2 \leq -0.01$). Ces coupes sont réalisées suivant le plan yz (perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'écoulement) au début du forçage. Ces figures sont focalisées sur une structure tourbillonnaire identifiée par le critère λ_2 et caractérisée par un repli de la nappe de vorticité transverse. Les replis des nappes de vorticité (ω_y négatif en bleu puis positive en rouge) correspondent à des allées de basses vitesses qui sont la signature des paires de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs présents dans les couches limites turbulentes. A mesure que le forçage agit transversalement sur l'écoulement, ces replis des nappes de vorticité sont rabattus périodiquement contre la paroi à la fréquence du forçage. La composante normale de vorticité ω_y s'incline suivant la direction transverse \vec{z} à cause du cisaillement associé à l'écoulement pariétal transverse généré par le forçage.

La figure 5.37 présente une coupe en $y^+ = 20$ (suivant le plan xz parallèle à la paroi) de la composante normale ω_y de la vorticité aux instants $t^+ = 90$ et $t^+ = 150$ (respectivement $30 t_\nu^4$ avant et après $t^+ = 120$). Le canal est vu de dessus et l'écoulement principal va de la gauche vers la droite. A mesure que le forçage agit, les replis des nappes de vorticité (identifiés par les deux bandes de vorticité normale ω_y de signes opposés) sont déviés latéralement suivant l'axe \vec{z} . A $t^+ = 90$, l'écoulement pariétal transverse est dirigé en direction des z décroissants (vers le haut de la figure) et à $t^+ = 150$ dans le sens contraire. Cette rotation peut s'expliquer de la manière suivante: Il est connu que les tourbillons quasi-longitudinaux contra-rotatifs sont inclinés avec un angle compris entre 15° et 45° par rapport à la paroi (Robinson, 1991). La partie amont de ces tourbillons, située aux alentours de $y^+ = 6$ (maximum de vitesse du jet pariétal transverse généré par le forçage), est entraînée beaucoup plus rapidement suivant la direction transverse que la partie aval des tourbillons située à une altitude plus importante (où la vitesse transverse est plus faible).

⁴Temps visqueux: $t_\nu = \frac{u_\tau^2}{\nu}$

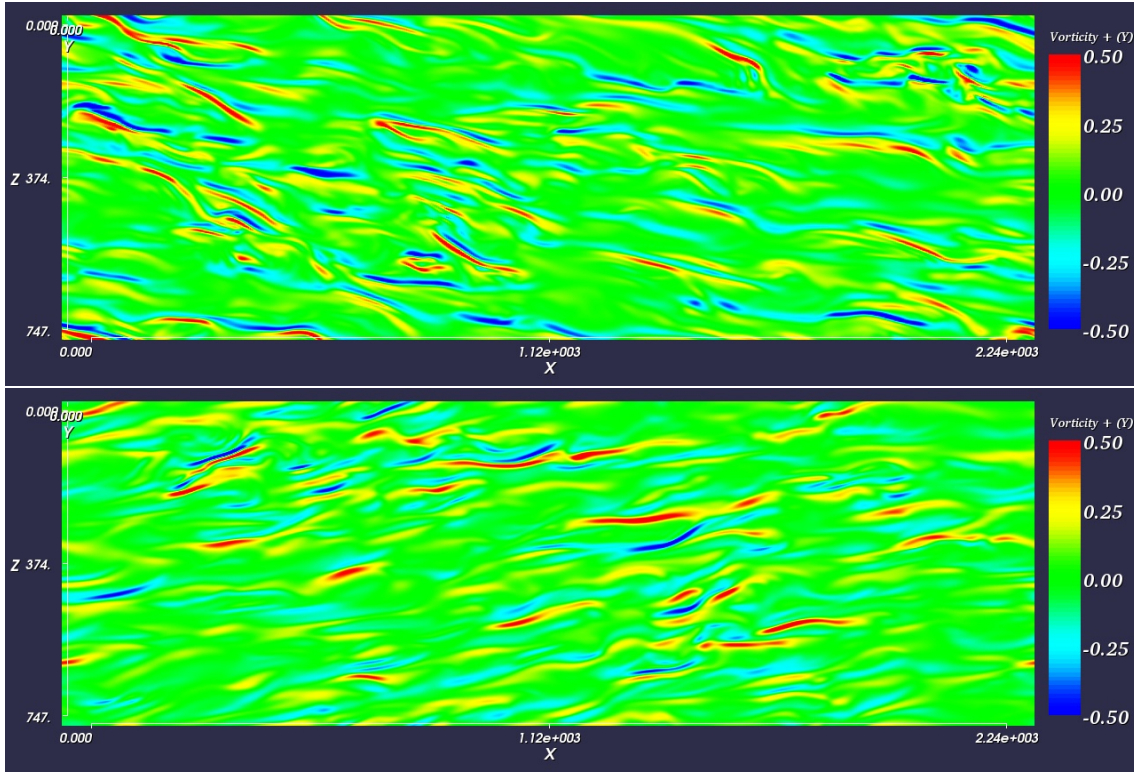


FIGURE 5.37 – Coupes xz en $y^+ = 20$ de la composante normale de vorticité ω_y d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis un forçage électromagnétique transverse oscillant (période $T^+ = 120$, $Stuart_\tau = 200$, distance inter-aimant $P_x^+ = 35$) aux instants $t^+ = 90$ (en haut) et $t^+ = 150$ (en bas)

La figure 5.38 montre l'évolution des écarts-types des fluctuations des trois composantes de vorticité $\omega'_{x_{RMS}}$, $\omega'_{y_{RMS}}$, $\omega'_{z_{RMS}}$ respectivement de haut en bas. Ces fluctuations sont relatives à la vorticité moyenne obtenue suivant les directions longitudinale et transverse du canal à l'instant t^+ considéré et à une distance de la paroi y^+ donnée. On constate que les fluctuations des composantes de vorticité oscillent à une fréquence double de celle du forçage. Les maxima de ces écart-types sont situés entre $y^+ = 10$ et $y^+ = 20$. Ils s'atténuent au cours du temps. On remarque aussi un phénomène de propagation des perturbations vers les y^+ croissants. Les écart-types des fluctuations de la composante longitudinale $\omega'_{x_{RMS}}$ et normale $\omega'_{y_{RMS}}$ de vorticité présentent des variations temporelles en opposition de phase avec celui de la composante transverse $\omega'_{z_{RMS}}$.

Il est possible de conclure que l'oscillation générée par le forçage électromagnétique permet un transfert des fluctuations des composantes longitudinale et normale de vorticité suivant la direction transverse. On remarque aussi que la variation temporelles de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité $\omega'_{y_{RMS}}$ est très faible aux alentours de $y^+ \approx 6$. Cette position correspond aux extrema de vitesse de l'écoulement pariétal transverse et au minima locaux de l'enveloppe de la vorticité longitudinale moyenne.

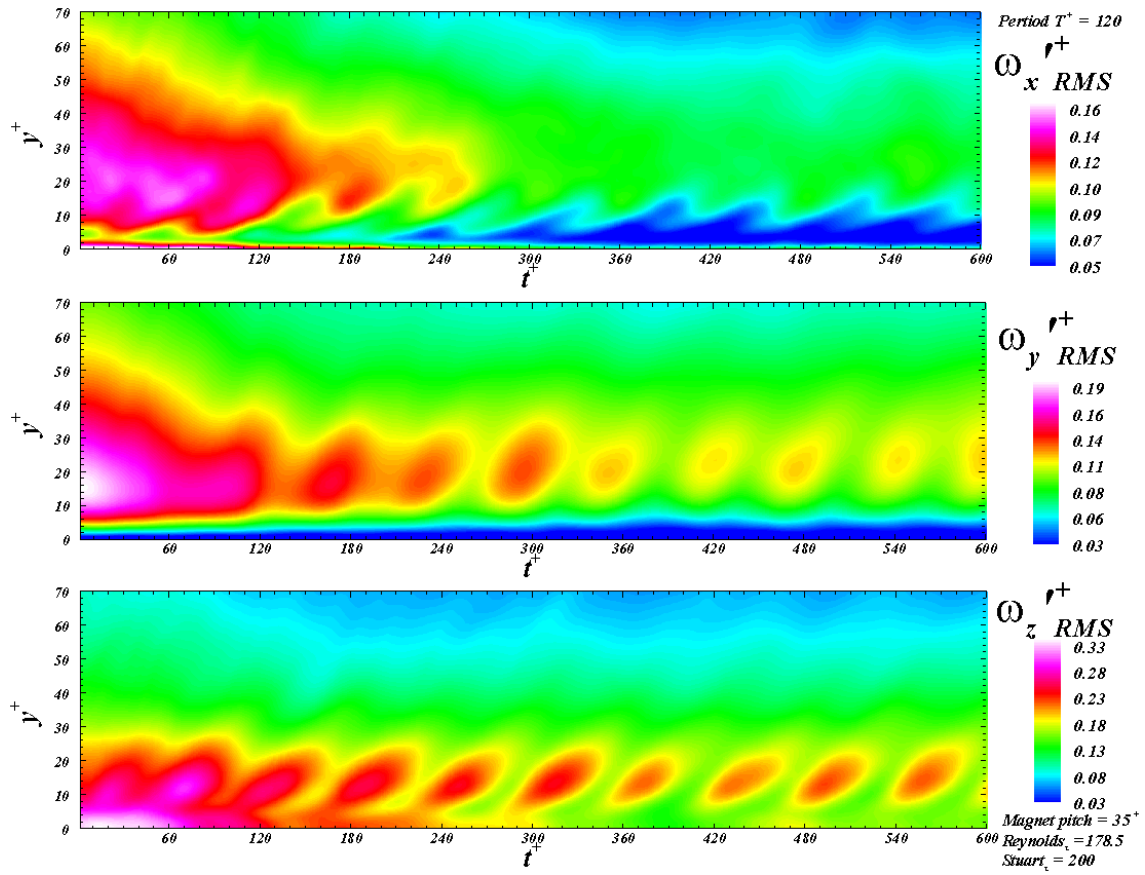


FIGURE 5.38 – Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$ et $T^+ = 120$)

Contraintes de Reynolds

La diminution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal peut s'expliquer par une diminution des contraintes de Reynolds - $\langle u'v' \rangle$. On rappelle que des valeurs positives des contraintes - $\langle u'v' \rangle$ mettent en évidence les phénomènes de balayages et d'éjections. On rappelle que l'on parle de balayages lorsque du fluide "rapide" ($u' > 0$) vient impacter à la paroi ($v' < 0$) et d'éjections lorsque du fluide "lent" ($u' < 0$) s'éloigne de la paroi ($v' > 0$). Dans le cas d'un écoulement sans forçage, ces incursions proviennent principalement de structures tourbillonnaires en épingles à cheveux décrites par Robinson (1991). Il semble évident qu'un intense forçage transverse de proche paroi puisse balayer ces structures et affecter le cycle de régénération de la turbulence.

La figure 5.39 illustre l'effet du forçage oscillant transverse sur les contraintes de Reynolds (respectivement de haut en bas) - $\langle u'v' \rangle$, - $\langle u'w' \rangle$ et - $\langle v'w' \rangle$. Les contraintes - $\langle u'v' \rangle$ sont fortement diminuées dès les premières oscillations du forçage et évoluent de manière périodique avec une fréquence double de la fréquence imposée. Les contraintes de Reynolds - $\langle u'w' \rangle$ et - $\langle v'w' \rangle$ oscillent avec la même fréquence que le forçage. Pendant la première demi-période du forçage, vers $y^+ = 20$, des contraintes de Reynolds -

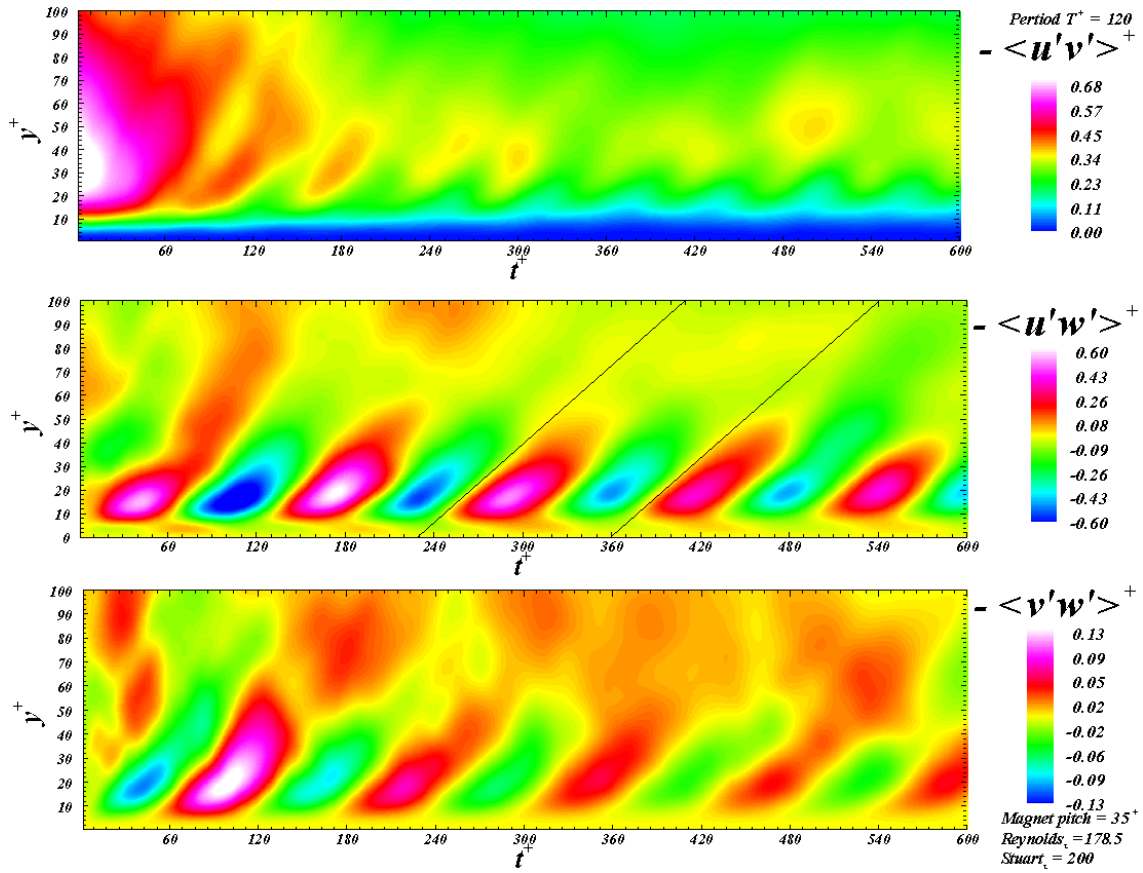


FIGURE 5.39 – Évolution temporelle des contraintes de Reynolds d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Stuart_\tau = 200$, $P_x^+ = 35$ et $T^+ = 120$)

$\langle u'w' \rangle$ positives traduisent des mouvements de fluide "lent" ($u' < 0$) suivant la direction transverse ($w' > 0$) et des mouvements de fluide "rapide" ($u' > 0$) suivant le sens opposé ($w' < 0$). Des contraintes de Reynolds $-\langle v'w' \rangle$ négatives traduisent des mouvements de fluide "ascendant" ($v' > 0$) suivant la direction transverse ($w' > 0$) et des mouvements de fluide "descendant" ($v' < 0$) suivant le sens opposé ($w' < 0$). Le signe de ces contraintes s'explique par la déviation transverse des allées de hautes et basses vitesses. Une partie de la composante longitudinale u' des fluctuations de vitesse est transférée vers la composante transverse w' . Ces résultats concordent avec la diminution des éjections et des balayages à chaque fois que les replis des nappes de vorticité (doubles couches de vorticité normale de signes opposés) sont rabattus contre la paroi.

5.4.5 Recherche des périodes d'oscillations optimales

Connaissant les temps de réponse à un échelon de forçage (figure 5.10), on peut être amené à penser qu'il y a un lien entre ces temps de réponse et la période optimale d'oscillation. Nous allons tenter de vérifier cette hypothèse.

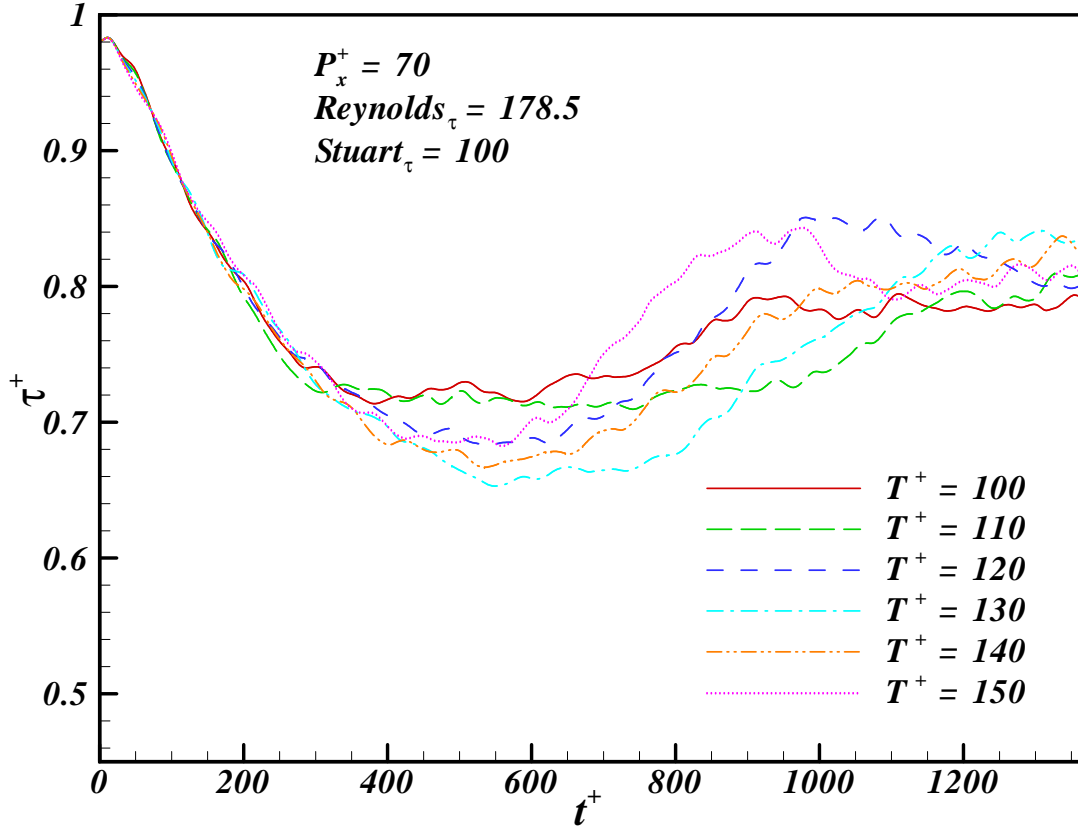


FIGURE 5.40 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Re_{\tau} = 178.5$, distance aimant $P_x^+ = 70$, $Stuart_{\tau} = 100$)

Les figures 5.40, 5.41 et 5.42 illustrent l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique oscillant dont la distance entre les centres des aimants vaut $P_x^+ = 70$ et l'intensité $Stuart_{\tau} = 100 - 200 - 400$ respectivement. On remarque tout d'abord sur l'ensemble de ces trois figures, que plus l'intensité du forçage est importante plus le niveau de contrainte de cisaillement pariétal atteint est faible. On remarque aussi que la période d'oscillation a peu d'influence sur le taux de réduction de traînée. Notons T_{opt} la période d'oscillation permettant d'atteindre le taux de contrainte de cisaillement le plus faible possible pour une intensité de forçage donnée. Pour $Stuart_{\tau} = 100 - 200 - 400$, la période d'oscillation optimale vaut respectivement $T_{opt} = 130 - 90 - 70$. On remarque donc que la période d'oscillation "optimale" dépend principalement de l'intensité du forçage. Plus le forçage est intense plus la période d'oscillation optimale T_{opt} est faible. En fait, lorsqu'on multiplie l'intensité du forçage par 2 on divise la période d'oscillation par un facteur $\sqrt{2}$ dans les cas

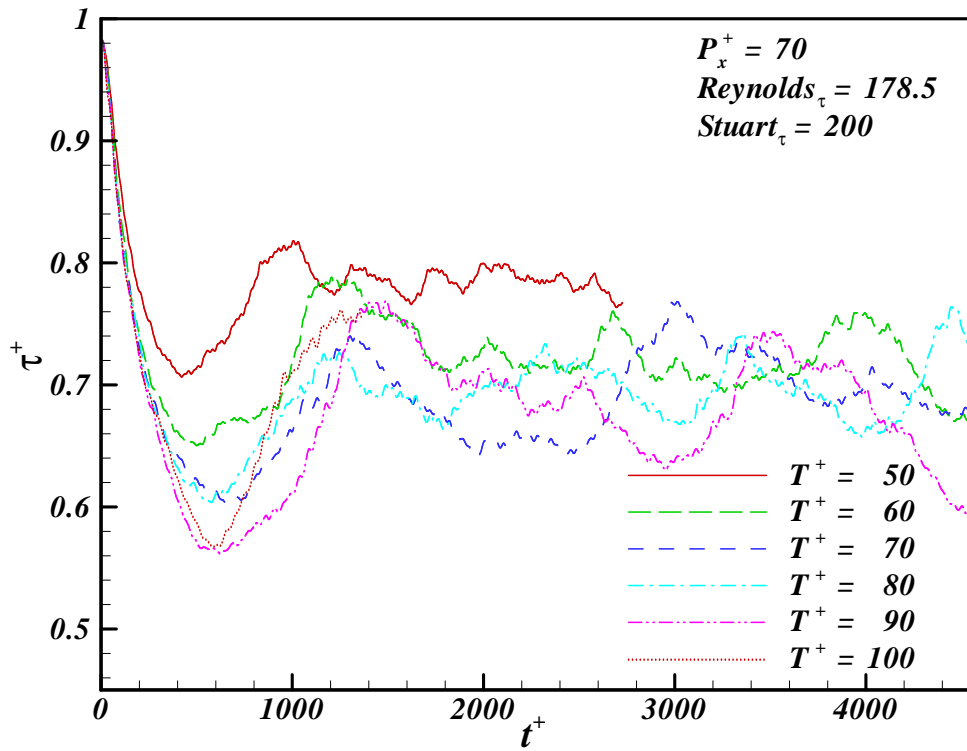


FIGURE 5.41 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Re_{\tau} = 178.5$, distance aimant $P_x^+ = 70$, $Stuart_{\tau} = 200$)

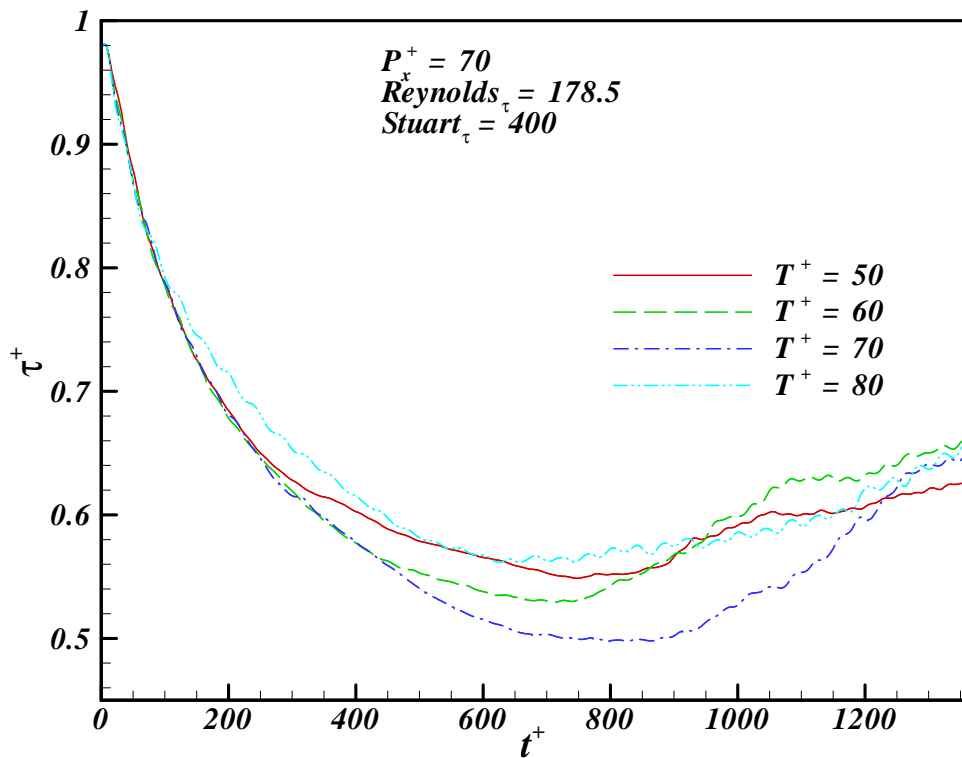


FIGURE 5.42 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique oscillant ($Re_{\tau} = 178.5$, distance aimant $P_x^+ = 70$, $Stuart_{\tau} = 400$)

étudiés. Cela va dans le sens de l'interprétation faite dans le cas de l'échelon de forçage 5.3 sur la variation de temps caractéristiques avec $1/\sqrt{\cdot}$ (*Stuart*). Il est finalement possible de remarquer qu'aucune corrélation entre les périodes d'oscillation "*optimales*" et les temps de réponse à des échelons de forçage n'a abouti.

5.4.6 Interprétations

Des simulations numériques directes d'un écoulement turbulent en canal plan, soumis à un forçage électromagnétique transverse oscillant, ont permis d'analyser finement des mécanismes de réduction de traînée. Dans le cas non forcé, la moindre perturbation génère des fluctuations de la composante normale de vortacité ω_y par un soulèvement de la vortacité moyenne transverse ω_z . La nappe de vortacité présente alors ce que nous avons appelé un repli et que nous avons identifié grâce à des coupes yz du champ de vortacité et des coupes xz en $y^+ = 20$ de la composante normale de vortacité. Immédiatement après ce soulèvement, le cisaillement pariétal moyen (du/dy) incline suivant la direction longitudinale cette composante normale de vortacité ω_y . Cela permet ainsi la génération de vortacité longitudinale et de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs. Ces tourbillons longitudinaux contra-rotatifs sont associés à des allées de hautes et basses vitesses par des phénomènes d'éjections et de balayages. Dans le cas forcé, le cisaillement dw/dy transverse résultant du forçage permet d'incliner suivant la direction transverse, toutes composantes normales ω_y de la vortacité, avec la même fréquence que celle du forçage. Cela permet des transferts de quantité de mouvement suivant la direction transverse par inclinaison des phénomènes d'éjections et de balayages. En plus de cette inclinaison, toutes composantes longitudinales de vortacité tend à être déviée pour contribuer à la production de composantes transverses de vortacité. Cette déviation est aussi périodique et présente la même fréquence que celle du forçage. Elle s'explique par le fait que la partie basse des structures tourbillonnaire est entraînée transversalement tandis que la partie haute "continue" son chemin suivant la direction longitudinale. Les éjections et balayages sont déviés périodiquement suivant la direction transverse et leur intensité s'atténue à chaque oscillation au moins pendant les premières périodes du forçage. En diminuant la production de fluctuations de vortacité longitudinale, ces déviations périodiques perturbent le cycle de régénération de la turbulence et conduisent ainsi à une réduction de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. Une perspective à cette étude serait de réduire progressivement l'intensité du forçage au fur et à mesure que la contrainte moyenne de cisaillement pariétal diminue.

5.5 Forçage transverse et actionneur d'extension finie

Jusqu'à présent, les actionneurs étaient modélisés par des électrodes et des aimants infiniment longs dans la direction transverse \vec{z} . Si l'on se place du point de vue de l'expérimentateur qui souhaiterait disposer des actionneurs sur une paroi en contact avec un écoulement, on se rend vite compte qu'il est difficile de réaliser des actionneurs d'extension transverse infinie.

Dans cette section, nous allons étudier l'effet de la dimension finie des actionneurs électromagnétiques parallèles. Ceux-ci sont disposés suivant la même direction que dans la section précédente, c'est à dire de manière transverse à l'écoulement mais ont une longueur transverse L_z finie. Nous allons donc mettre en évidence l'importance des effets de bords au niveau de la jonction entre deux rangées d'actionneurs électromagnétiques qui seraient juxtaposées.

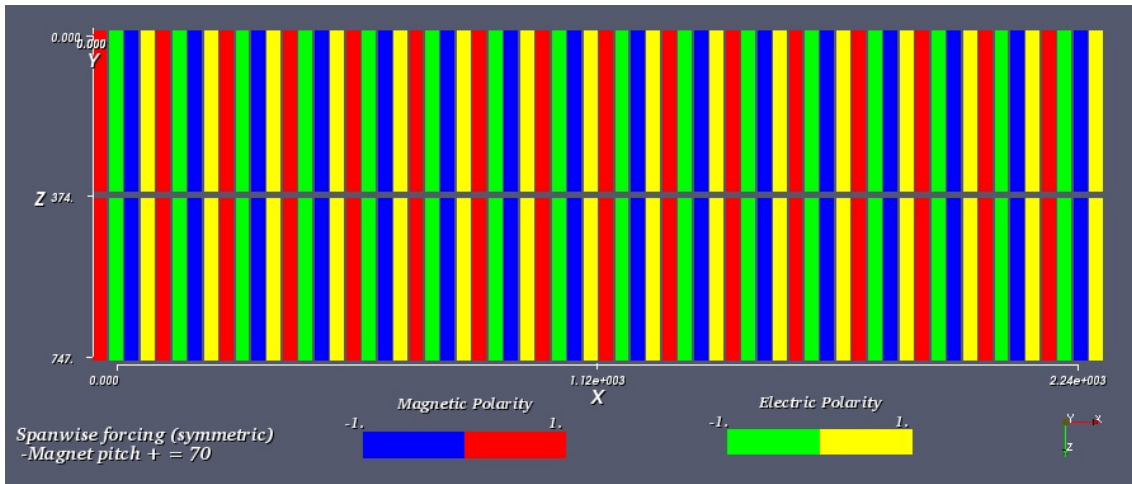


FIGURE 5.43 – Géométrie d'un réseaux d'actionneur parallèle d'extension finie

La figure 5.43 illustre la géométrie des actionneurs parallèles utilisés. La distance entre les centres des aimants vaut $P_x^+ = 70$. Deux rangées de largeur finie $L_z^+ = 373$ sont juxtaposées sur la largeur de la boîte de calcul périodique de l'écoulement. La distance entre ces deux rangées d'actionneurs vaut $\delta_z^+ = 14$. On a donc un rapport $L_z/\delta_z \approx 26$.

La figure 5.44 représente une coupe suivant le plan yz du champ de forces généré par ce type d'actionneur d'extension finie. Dans la zone de jonction entre les actionneurs, le champ de forces est beaucoup moins intense. De plus, sa composante normale à la paroi prend des valeurs qui ne sont plus négligeables.

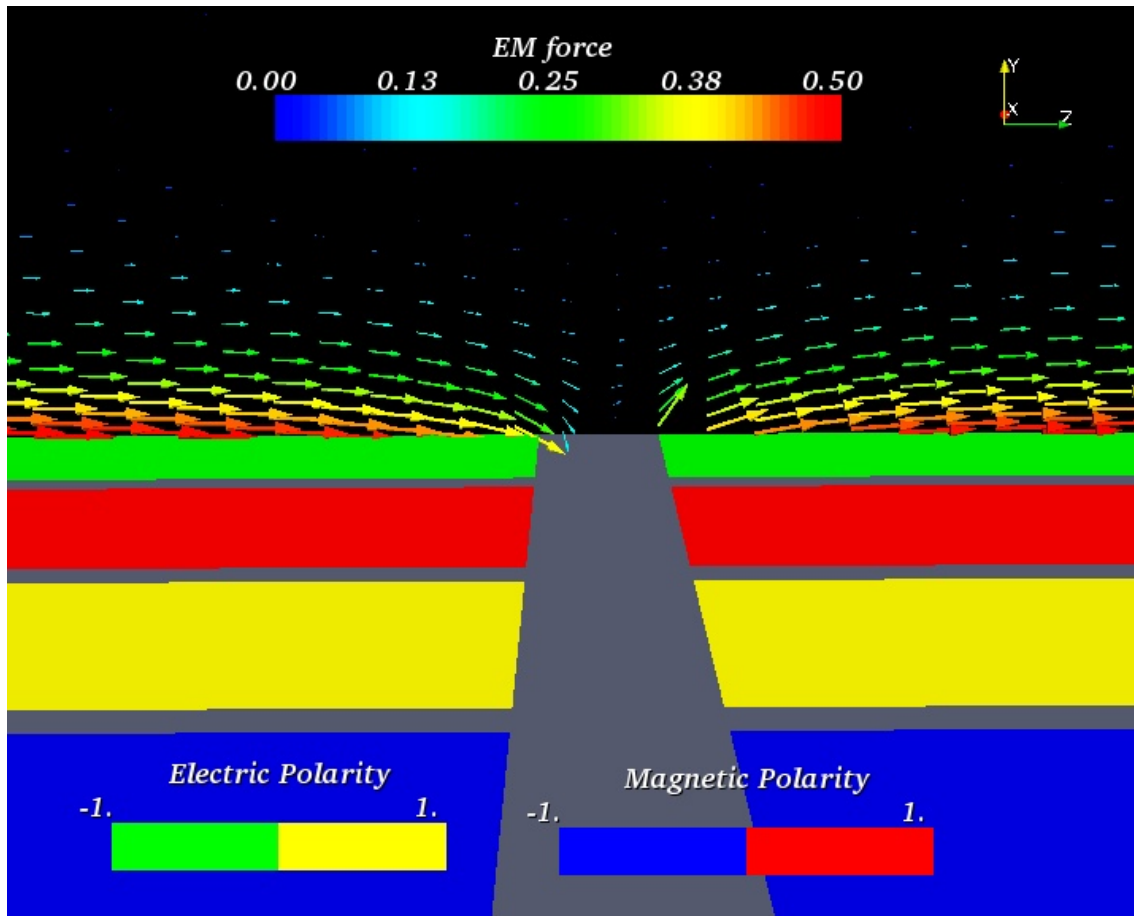


FIGURE 5.44 – Coupe yz du champ de force d'un réseaux d'actionneur parallèle d'extension fini

La figure 5.45 illustre l'évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal pour un actionneur d'extension infinie et un actionneur d'extension finie. Dans le cas où l'actionneur a une extension finie, la réduction de traînée n'atteint que 14% alors qu'elle atteint en moyenne 30% dans le cas d'un actionneur d'extension infinie.

La figure 5.46 montre une prise de vue instantanée de l'écoulement à l'instant $t^+ = 1500$. On remarque la présence d'allées de faibles contraintes de cisaillements autour des jonctions entre les rangées d'actionneurs. La coupe du champ de vitesse montre aussi une zone de basse vitesse au niveau de la jonction. De part et d'autre de ces allées de faible contrainte, on remarque des zones concentrées de fortes contraintes de cisaillements. Tout cela est caractéristique de la présence de tourbillons en épingle à cheveux localisés au-dessus de la jonction entre les deux rangées d'actionneurs. La présence de ces instabilités affecte ainsi le processus de réduction de traînée induit par un forçage oscillant.

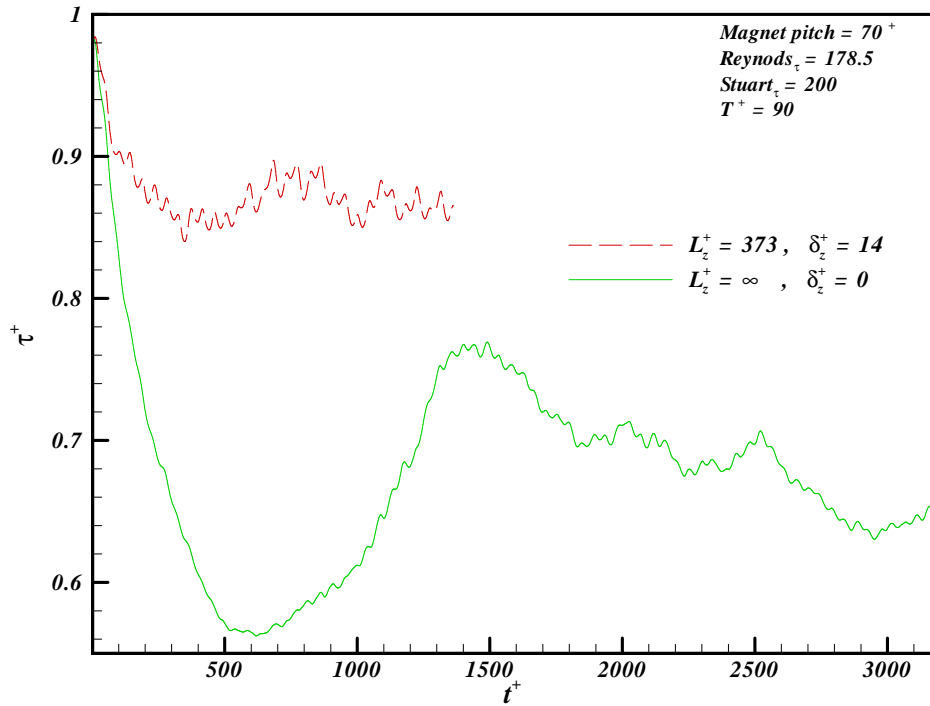


FIGURE 5.45 – Évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique transverse oscillant (période $T^+ = 90$, $Stuart_\tau = 200$, distance inter-aimant $P_x^+ = 70$) pour un actionneur d'extension finie ($L_z^+ = 373$) et un actionneur infiniment long ($L_z^+ = \infty$)

5.6 Forçage transverse et onde progressive transverse

5.6.1 Études bibliographiques

Schoppa & Hussain (1998) ont utilisé des simulations numériques directes pour mettre au point une nouvelle méthode de réduction du frottement pariétal en utilisant un forçage de l'écoulement à grande échelle et une loi de contrôle en boucle ouverte. Le forçage est transverse et indépendant de la direction longitudinale (\vec{x}). Il oscille spatialement suivant la direction transversale (\vec{z}) avec une longueur d'onde de 400 unités pariétales l_ν . Ce forçage consiste à superposer deux gros tourbillons longitudinaux contra-rotatifs à un écoulement turbulent. Avec une amplitude de 6% de la vitesse au centre, ce forçage entraîne une réduction significative de 20% des tourbillons longitudinaux contra-rotatif de proche paroi et 50% des jets pariétaux transverses et opposés. La réduction de traînée résulte d'une atténuation de l'intensité des tourbillons longitudinaux de proche paroi causée par la suppression du mécanisme d'instabilité des allées de hautes et basses vitesses. En particulier, le forçage affaiblit de manière significative la composante normale à la paroi de la vorticité ω_y encadrant les allées de basses vitesses, ce qui supprime l'instabilité sinusoidale des stries qui génèrent directement de nouveaux tourbillons longitudinaux dans des écoulements non control s. Ces résultats suggèrent de nouvelles techniques prometteuses de réduction de

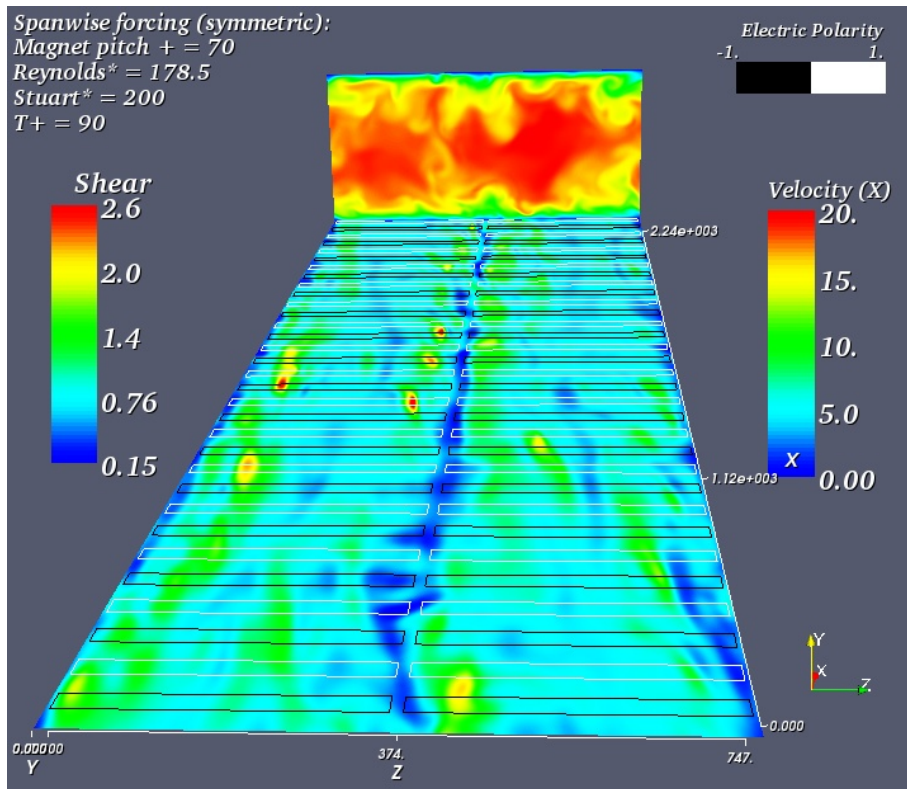


FIGURE 5.46 – Contrainte de cisaillement pariétal et coupe (yz) du champ de vitesse

traînée, telles que des générateurs de vortex passifs ou des jets transverse et opposés provenant de fentes alignées dans la direction longitudinale et impliquant des actionneurs robustes sans aucun capteur ni logique de contrôle.

Des simulations numériques directes d'écoulement en canal réalisées par Du *et al.* (2002) révèlent que la production de turbulence peut être supprimée par l'action d'ondes transverse progressives. Des visualisations d'écoulement montrent que la structure de l'écoulement de proche paroi est altérée de manière significative, ce qui entraîne une forte réduction des contraintes de cisaillement (plus de 30%). Les ondes progressives peuvent être induites par une force transverse confinée dans la sous-couche visqueuse. Son intensité est maximale à la paroi et décroît de manière exponentielle avec la distance relative à celle-ci. Ils ont démontré la robustesse de leur approche et son applicabilité dans de l'eau de mer en utilisant des réseaux d'actionneurs électromagnétiques qui peuvent produire l'excitation de l'onde progressive requise. Ils ont aussi étudié les résultats d'une oscillation transverse utilisant une force similaire, qui entraîne une large réduction de traînée. Bien que les statistiques de la turbulence pour ces deux approches soient similaires, les structures de proche paroi paraissent différentes: Pour l'oscillation transverse, il y a une présence claire des allées de hautes et basses vitesses pariétales alors que pour l'onde progressive, ces allées ont disparu.

5.6.2 Géométrie des actionneurs

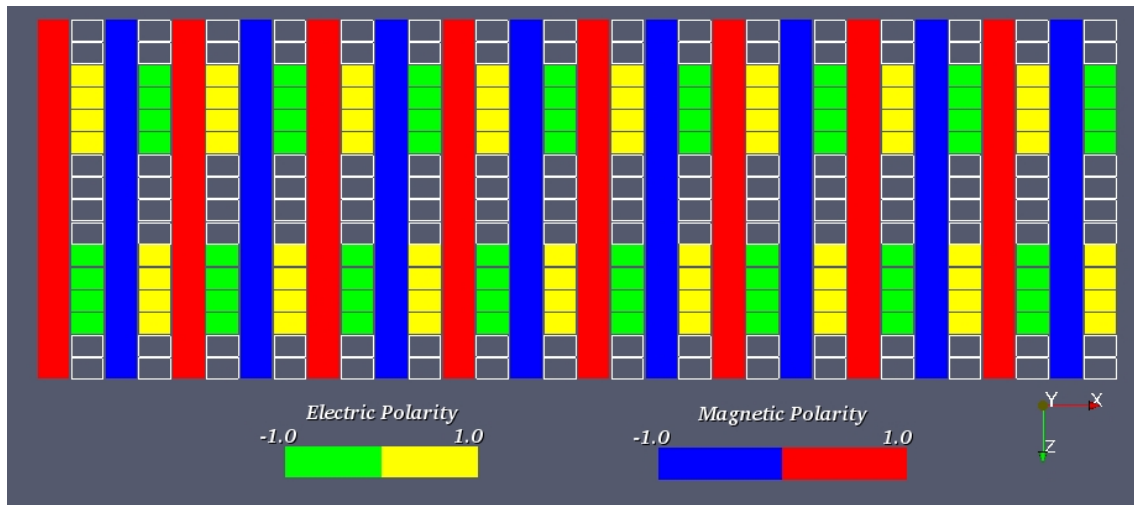


FIGURE 5.47 – Actionneur permettant de générer un forçage transverse modulé par un onde progressive transverse

Dans cette section les électrodes et les aimants sont distribués de façon à générer une force variant de manière périodique avec une alternance de signe suivant la direction transverse. Pour générer un forçage transverse modulé dans le temps par une onde progressive transverse, l'idée consiste donc à disposer deux rangées d'actionneurs parallèles transverse face à face et de décaler leur position au cours du temps suivant la direction transverse \vec{z} . Le décalage transverse au cours du temps peut s'effectuer de manière discrète en segmentant les électrodes des actionneurs. La figure 5.47 illustre la disposition des électrodes et des aimants utilisés. Des aimants d'extension infinie et de polarité alternée sont alignés suivant la direction transverse. Des électrodes d'extension finie sont alignées entre les aimants suivant la même direction. Dans notre cas, elles sont activées en rang (suivant une même position z transverse) par série de quatre électrodes de même polarité.

5.6.3 Distribution du champ de force

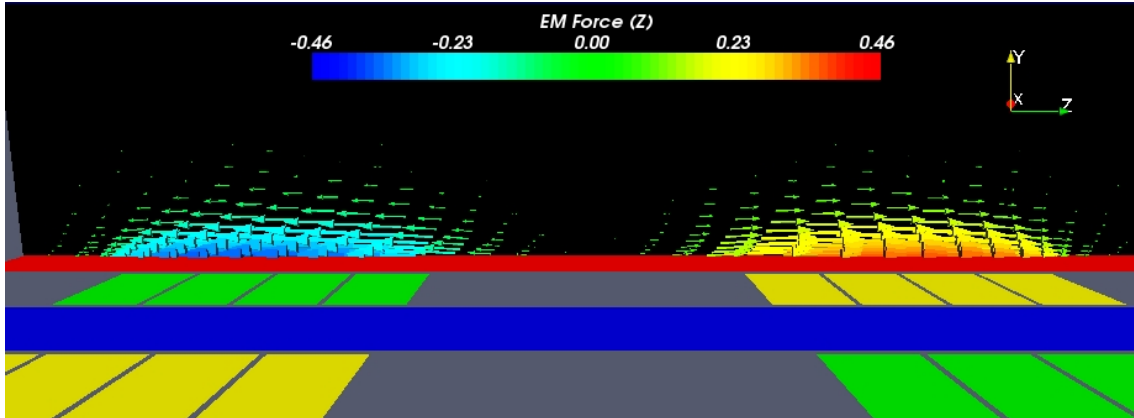


FIGURE 5.48 – Coupe yz du champ de forces électromagnétiques au-dessus des aimants

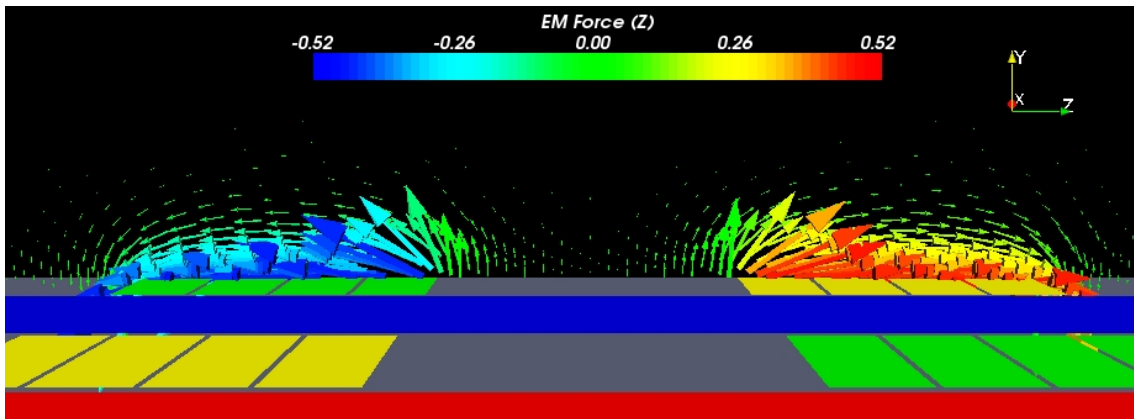


FIGURE 5.49 – Coupe yz du champ de forces électromagnétiques au-dessus des électrodes

Les figures 5.48 et 5.49 représentent une coupe suivant le plan yz du champ de forces électromagnétiques au-dessus des aimants et des électrodes respectivement. Au-dessus des aimants d'extension infinie, le champ de force est aligné suivant la direction transverse \vec{z} . Son intensité varie le long de cette direction. Au-dessus des électrodes, la distribution du champ de forces est de type centrifuge/centripète. Les forces sont nulles au-dessus des électrodes non activées et sont de signe opposé au niveau de chaque rangée d'électrodes activées.

5.6.4 Résultats

Influence de la célérité de l'onde

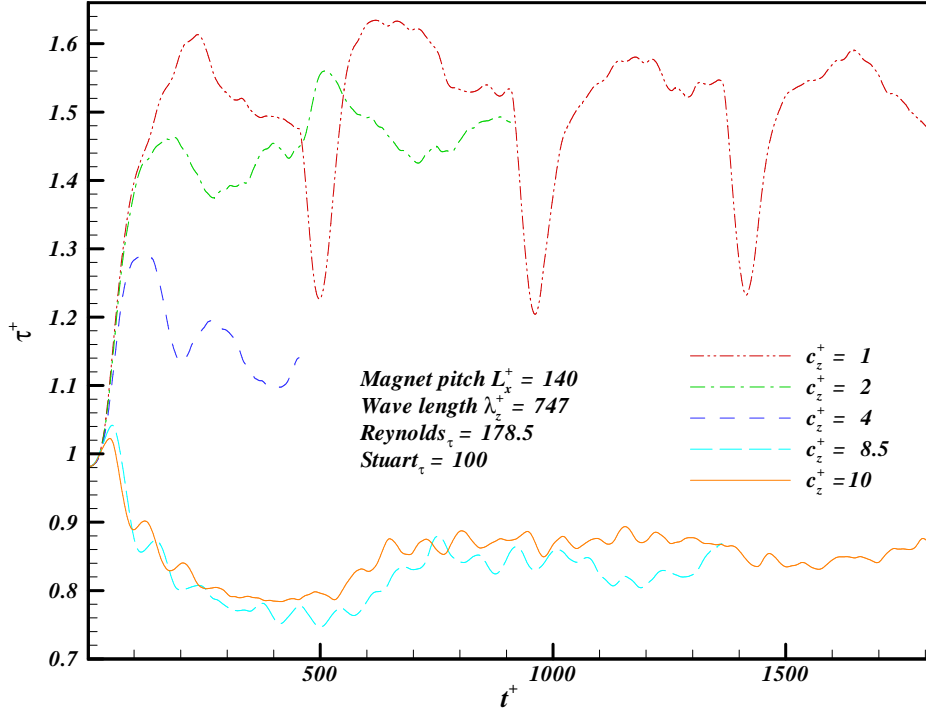


FIGURE 5.50 – Évolution temporelle de contrainte moyenne de cisaillement pariétal en fonction de la célérité de l'onde transverse de forçage

La figure 5.50 illustre l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique transverse évoluant sous la forme d'une onde progressive. La distance entre les centres des aimants vaut $P_x^+ = 140$, la longueur d'onde vaut $\lambda_z^+ = 747$ et l'intensité du forçage est telle que $Stuart_\tau = 100$. Cette figure permet de mettre en évidence l'effet de la célérité de l'onde transverse du forçage. On remarque que la valeur de la célérité "optimale" se trouve au alentours $c_z^+ \approx 8.5$. Cela correspond à une période $T_z^+ = \lambda_z/c_z = 88$ qui est de l'ordre de grandeur de la période d'oscillation des forçages transverse réalisés avec des actionneurs infiniment longs.

Structures tourbillonnaires

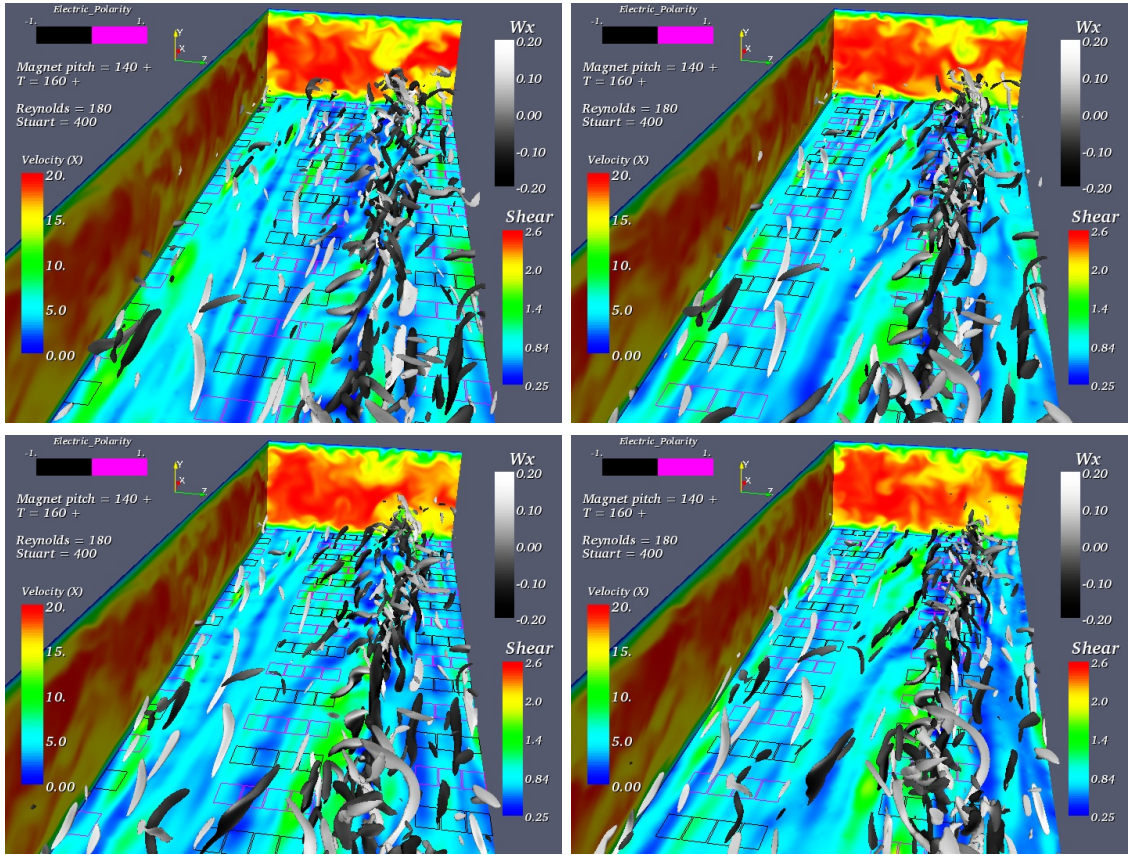


FIGURE 5.51 – Vue en perspective d'un écoulement turbulent en canal plan soumis à un forçage électromagnétique transverse modulé par une onde progressive transverse

La figure 5.51 montre plusieurs vues d'ensemble d'un écoulement turbulent soumis à ce type de forçage. Ces prises de vue sont espacées dans le temps d'un intervalle $\delta t^+ = 23$. On remarque la présence d'une zone fortement perturbée où l'on détecte des structures tourbillonnaires. Juste à côté, se trouve une zone qui est beaucoup moins perturbée et où l'on détecte moins de structures tourbillonnaires. Ces zones tendent à se déplacer suivant la direction transverse \vec{z} avec une célérité bien inférieure à celle de l'onde progressive imposée par le forçage. Cela nous amène à penser que l'effet moyen ressenti par l'écoulement est largement comparable à celui du forçage oscillant avec des actionneurs d'extension finie.

Dans le cas où la célérité imposée par le forçage est nulle, la zone perturbée contenant des structures tourbillonnaires est située à l'endroit où le forçage est centripète et génère une large éjection à l'échelle d'une demi longueur d'onde λ_z . La zone moins perturbée où l'on détecte moins de structures tourbillonnaires est située à l'endroit où le forçage est centrifuge et génère un large balayage à l'échelle d'une demi longueur d'onde λ_z .

5.7 Bilan et perspectives des forçages transverses

L'étude des échelons de forçage a permis de mettre en évidence des temps T_τ caractéristiques de réduction de traînée pendant la phase transitoire. La variation de ce temps caractéristiques T_τ avec le nombre de $Stuart_\tau$ a permis de mettre en évidence que les déplacements de l'écoulement sont quasiment identiques à l'instant T_τ quelque soit l'intensité du forçage Cette étude a permis d'expliquer comment cette réduction de traînée était mise en oeuvre: Les forçages transverses dévient les structures tourbillonnaires de telle façon que les phénomènes d'éjections et de balayages associés aux contraintes de Reynolds se trouvent transférés suivant la direction transverse.

L'étude des oscillations de forçage n'a pas réussi à corrélérer exactement ses temps T_τ caractéristiques de l'échelon avec des périodes d'oscillation optimale. Cependant, nous avons montré que les mécanismes de réduction de traînée étaient identiques. Peut-être que des corrélations entre ces temps auraient pu être obtenues avec des forçages alternés suivant une variation en créneaux. Certes, ce type de forçage permet une forte réduction de la traînée mais sa rentabilité énergétique n'est pas assurée comme cela a déjà été annoncé par Berger *et al.* (2000). En effet, les intensités de forçages utilisées pour générer l'oscillation sont d'un à deux ordres de grandeurs supérieurs à celles nécessaires pour simplement propulser l'écoulement. Les phénomènes d'éjections et de balayages jouant un rôle majeur dans la production d'énergie turbulente, il est fort probable que des forçages transverses directement opposés à ces phénomènes soient plus rentables qu'une oscillation transverse de la totalité de la couche tampon de l'écoulement.

De plus, l'étude des forçages générés par des actionneurs d'extension finie a montré l'importance des effets de bord sur le niveau de réduction de traînée atteignable. Ces effets de bord sont loin d'être négligeables et permettent de fixer des structures tourbillonnaires au niveau des jonctions entre deux électrodes; réduisant ainsi l'effet stabilisant de l'oscillation de forçage.

L'étude des forçages transverses modulés par une onde progressive transverse a mis en évidence le fait que les phénomènes de réduction de traînée étaient globalement comparables. Cette étude a aussi montré que l'injection de quantité de mouvement dans la direction de l'écoulement ($u' > 0$) près de la paroi via des phénomènes de balayages à grande échelle permet de réduire l'intensité des structures tourbillonnaires et de stabiliser l'écoulement dans cette zone de balayage. Dans la suite de ce mémoire nous allons donc orienter les actionneurs parallèles de manière à injecter directement de la quantité de mouvement près de la paroi et dans la direction de l'écoulement \vec{x} .

Chapitre 6

Effet d'un forçage électromagnétique dans la direction de l'écoulement

6.1 Introduction

Dans ce chapitre, les actionneurs électromagnétiques sont alignés suivant la direction de l'écoulement. Ils génèrent une force de Lorentz permettant de propulser le fluide. L'ensemble des simulations est réalisé à débit constant quelque soit l'intensité du forçage. Pour conserver ce débit, le gradient de pression moyen est ajusté à chaque instant. Lorsque le forçage électromagnétique est faible ou nul, le gradient de pression moyen est négatif et est favorable à la propulsion de l'écoulement. Lorsque le forçage électromagnétique augmente de telle façon qu'il compense totalement les forces de viscosité, le gradient de pression moyen devient nul. Quand le forçage électromagnétique est très élevé, le gradient de pression moyen est positif. On se trouve alors dans le cas d'une pompe électromagnétique (Convert, 1992).

Dans un premier temps, nous étudierons l'effet d'un modèle simple (1D) de forçage électromagnétique $\vec{F}_{em}(y)$ sur un écoulement laminaire et validerons notre code D.N.S. Dans un deuxième temps, nous étudierons l'effet d'un modèle 2D de forçage $\vec{F}_{em}(y,z)$ prenant en compte la dimension transverse des électrodes l_e et des aimants l_a ainsi que leurs espacements P_z . Nous montrerons alors que cette distribution 2D du forçage ne génère que de faibles fluctuations dans un écoulement laminaire. Dans un troisième temps, nous appliquerons ce modèle 2D de forçage électromagnétique à un écoulement turbulent. Plusieurs schémas de contrôle seront comparés. Nous examinerons alors dans quelles conditions d'intensité de forçage et de profondeur de pénétration, la propulsion additionnelle générée par le forçage électromagnétique permet de stabiliser l'écoulement et de le relaminariser entièrement.

6.2 Étude bibliographique

6.2.1 Expériences

Patel & Head (1968) ont montré expérimentalement que l'imposition d'un fort gradient de pression favorable sur un écoulement turbulent permet sa relaminarisation. Il en résulte un épaissement de la sous-couche visqueuse et une augmentation de vitesse dans la couche externe. Gailitis & Lielausis (1961) semblent avoir été les premiers à proposer l'utilisation de forces de Lorentz pour le contrôle d'écoulement. Dans leur analyse, une force de Lorentz longitudinale à l'écoulement était appliquée à une couche limite laminaire dans le but d'augmenter la force de poussée et le temps de transition à la turbulence d'un écoulement sur des véhicules sous-marins par prévention de l'épaississement du profil de couche limite laminaire. Tsinober & Shtern (1967) ont clairement montré que le profil de Blasius d'une couche limite devient plus stable quand des forces de Lorentz (créées par des bandes alternées d'électrodes et d'aimants) sont appliquées à l'écoulement.

Henoch & Stace (1995) ont réalisé une étude expérimentale sur des couches limites turbulentes d'eau de mer soumises à des forces de Lorentz. Ces forces sont générées par des bandes d'électrodes et d'aimants alignés dans la direction de l'écoulement. Elles peuvent agir dans le sens de l'écoulement de manière propulsive ou en sens contraire. Dans le sens de l'écoulement, il a été trouvé que le cisaillement à la paroi augmente mais cela est compensé par un gain en poussée. De plus, l'épaisseur de la couche limite diminue et les fluctuations turbulentes sont supprimées. Un paramètre d'interaction basé sur l'épaisseur de la couche limite et la vitesse de frottement a été utilisé pour caractériser les différents régimes d'écoulement soumis à des forçages faibles, modérés et intenses. Pour de faibles forçages, ils montrent une diminution de l'intensité turbulente dans la seule région de proche paroi. Lorsque le paramètre d'interaction est plus élevé, cela génère un jet de proche paroi. Le cisaillement pariétal moyen est presque inchangé mais l'intensité turbulente est diminuée d'environ 30% par rapport aux valeurs non perturbées. Pour de fortes amplitudes du forçage, les jets pariétaux sont relativement importants. Le frottement pariétal et l'intensité turbulente sont augmentés. Dans les cas où les forçages sont opposés à l'écoulement, la vitesse moyenne est diminuée et l'intensité turbulente est augmentée. Ce comportement est précurseur d'une déstabilisation complète de la couche limite. Son seul intérêt applicatif se situerait dans une perspective d'intensification des transferts ou de déclenchement de séparation de couches limites.

6.2.2 Simulations numériques

Crawford & Karniadakis (1997) ont simulé numériquement par D.N.S l'effet d'un forçage électromagnétique longitudinal sur un écoulement turbulent en canal plan. Ils ont trouvé une augmentation de la traînée pour cette configuration. Ils ont aussi analysé les budgets de contraintes de Reynolds et identifié les termes responsables de l'augmentation de traînée.

Leur simulation a été effectuée à débit constant en utilisant une méthode parallèle d'éléments spectraux. Ils ont utilisé 224 éléments spectraux d'ordre 11 et 32 modes de Fourier suivant la direction longitudinale. La longueur de leur canal vaut $L_x = 5.61h$ et sa largeur vaut $L_z = 2h$ (h est la demi-hauteur du canal). Le nombre de Reynolds basé sur la demi-hauteur h du canal et la vitesse au centre d'un profil de vitesse parabolique (de Poiseuille) U_{cp} vaut $Re_{cp} = 5000$. Le pas de temps utilisé pour leur simulation est relativement faible $\Delta t \times h/U_{cp} = 0.005$. Dans le cas non forcé, le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement et la demi-hauteur du canal vaut $Re_\tau(l) = 206$.

Des électrodes et des aimants sont disposés uniquement sur la paroi inférieure de leur canal. Le calcul du champ de forces associé à ces actionneurs est basé sur le calcul du produit vectoriel d'un champ de densité de courant électrique et d'un champ d'induction magnétique. Cependant, ils émettent l'hypothèse très critiquable que le champ d'induction magnétique \vec{B} dérive d'un potentiel scalaire Φ tel $\vec{B} = -\nabla\Phi$. On peut alors émettre de sérieux doutes sur la validité du calcul de leur champ de force. Leur distribution de forces est nulle à la paroi (ce qui est physiquement faux) puis augmente rapidement jusqu'à une valeur maximale ($= 1$) en $y/h = -0.99$. Lorsqu'on s'éloigne de la paroi, cette distribution passe par une phase de décroissance exponentielle jusqu'à atteindre des valeurs négatives avant de s'annuler. L'intensité de leur forçage est modulée par un paramètre d'interaction noté I tel que $I = \sigma EBh/\rho U_{cp}^2$. Ce paramètre d'interaction correspond au rapport entre un temps inertiel $T_i = h/U_{cp}$ et un temps électromagnétique $T_{em} = \rho U_{cp}/\sigma EB$. Il est identique au nombre de *Stuart*_{cp} utilisé dans les fichiers d'entrée de notre code DNS.

Les auteurs présentent en détail deux cas d'échelons de forçage pour une seule géométrie d'actionneurs. La distance entre le centre des aimants qu'ils utilisent vaut $P_z = 0.5h$. D'après la distribution de forces qu'ils présentent, la profondeur de pénétration résultante vaut $a/h = 0.045$. Cette profondeur de pénétration n'est pas précisée dans l'article mais il est possible de la déduire en regardant à quelle distance de la paroi la distribution de forces atteint 36% (e^{-1}) de sa valeur maximale. Le coefficient multiplicateur lié au produit vectoriel de la distribution de leurs champs de densité de courant électrique et d'induction magnétique vaut $F_{em_{wall}}^* = 1$. Dans le premier cas, le paramètre d'interaction I est fixé à la valeur $I = 0.4$. Cela correspond à un nombre de *Stuart*_{TC&K} = \sigma EBh/\rho U_\tau^2 = 231.7. Dans le deuxième cas le paramètre d'interaction I est fixé à la valeur $I = 0.1$; ce qui correspond à un nombre *Stuart*_{TC&K} = 57.9. Un échelon de forçage et des forçages en créneaux ont été simulés avec cette intensité. Dans le premier cas la période du forçage vaut $T \times U/\delta = 1$. Dans le deuxième cas, deux périodes $T \times U/\delta = 1$ et 0.01 sont testées. Dans tous les cas, l'application de ces forçages génère des jets pariétaux accompagnés d'une augmentation de la traînée, de l'écart-type des fluctuations de vitesses et de vorticité et des contraintes de Reynolds.}}

6.3 Calcul analytique préliminaire: Effet d'un forçage 1D sur un écoulement laminaire

Dans un premier temps, nous proposons un modèle analytique dont la solution exacte permet de décrire l'effet d'un forçage électromagnétique moyen (ne dépendant que de la distance à la paroi) sur un écoulement laminaire à débit constant dans un canal plan. Cette étude permet de mettre en évidence l'effet global d'un forçage moyen sur un écoulement simple. Nous nous affranchissons ainsi des effets de la géométrie plus ou moins complexe des actionneurs et des effets de la turbulence. D'autre part, les résultats obtenus nous permettent de valider les simulations numériques avec des solutions analytiques. Dans cette section, seul le cas du forçage propulsif est étudié. Le forçage est ici qualifié de propulsif parce qu'il est parallèle à la direction de l'écoulement et qu'il va promouvoir sa propulsion. Cette propulsion est principalement effective dans les régions de proches parois (zones où les forces sont les plus intenses). Le cas du forçage freinant est discuté en annexe E.3.

6.3.1 Modèle analytique du champ de force

Le modèle de forces électromagnétiques utilisé correspond à celui présenté dans la section 4.3.1 dans le cas du canal plan. Le champ de force est ici orienté dans la direction longitudinale \vec{x} de l'écoulement. Il peut être soit propulsif soit freinant et ne dépend que de la position dans le canal suivant la direction normale \vec{y} . Sa distribution est décrite par l'équation suivante 6.1 dont la représentation se trouve sur la figure 4.7 page 75 de la section 4.3.1. La valeur de la force au centre du canal (en $y/h = 0$) est notée $F_c = \vec{F}_x(y = 0)$.

$$\vec{F}_{em_x}(y) = F_c \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \quad \text{avec} \quad F_c = F_{cl}^0 2e^{-\frac{h}{a}} \quad (6.1)$$

6.3.2 Nombres sans dimension

Dans le cas laminaire, on adimensionne les vitesses de l'écoulement en canal forcé par la vitesse débitante U_{deb} et les longueurs par la demi-hauteur h du canal, on fait apparaître des temps caractéristiques:

- un temps inertiel $T_i = h/U_{deb}$
- un temps de diffusion $T_d = h^2/\nu$
- un temps électromagnétique $T_{em} = \rho U_{deb}/j_0 B_0$

Le rapport de ces temps caractéristiques de l'écoulement forcé permet d'obtenir les nombres sans dimension de Reynolds Re , Stuart et Hartmann H_a tels que:

$$Re_{deb} = \frac{T_d}{T_i} = \frac{U_{deb} h}{\nu} \quad \text{Stuart}_{deb} = \frac{T_i}{T_{em}} = \frac{j_0 B_0 h}{\rho U_{deb}^2} \quad (6.2)$$

$$H_{a_{deb}}^2 = Re_{deb} \times Stuart_{deb} = \frac{T_d}{T_{em}} = \frac{j_0 B_0 h^2}{\rho \nu U_{deb}} \quad (6.3)$$

Le choix de deux nombres sans dimension sur ces trois permet de caractériser un écoulement soumis à un forçage électromagnétique. Le nombre de Stuart permet de caractériser l'intensité du forçage électromagnétique par rapport aux forces d'inertie de l'écoulement. Il permet d'évaluer la capacité d'un forçage à agir sur l'écoulement moyen. Le carré du nombre de Hartmann correspond au produit du nombre de Reynolds et du nombre de Stuart. Il permet de caractériser l'intensité du forçage par rapport aux forces de viscosité de l'écoulement.

6.3.3 Profils de vitesse

Le profil de vitesse de la solution analytique ne dépend que du nombre de Hartmann Ha^2 , de la profondeur de pénétration a et de la demi-hauteur h du canal. La solution correspond à la superposition d'un profil de Poiseuille parabolique et d'une fonction en cosinus hyperbolique liée au forçage électromagnétique. Les détails de calcul permettant d'obtenir l'expression du profil de vitesse se trouvent en annexe E.1. Sous forme adimensionnelle, l'équation E.20 traduisant l'expression du profil de vitesse u/U_{deb} en fonction de la position y/h dans le canal s'écrit:

$$\begin{aligned} \frac{u(y)}{U_{deb}} = & \frac{3}{2} \left[1 - 2H_{a_{deb}}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \right] \left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2 \right] \\ & + 2H_{a_{deb}}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left[\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \right] \end{aligned} \quad (6.4)$$

La figure 6.1 illustre l'influence du nombre de Hartmann (intensité du forçage) sur le profil de vitesse d'un écoulement laminaire à débit constant dans le cas d'un forçage électromagnétique propulsif de profondeur de pénétration fixée ($a/h = 0.1$). Plus le nombre de Hartmann augmente, plus l'écoulement est accéléré près de la paroi où la distribution de forçage est principalement concentrée. La conservation du débit de l'écoulement incompressible entraîne, lorsque le forçage électromagnétique est trop intense, que les forces de pression doivent être opposées à l'écoulement. En d'autres termes, le gradient de pression moyen devient positif pour des forçages propulsifs suffisamment intenses conformément à la situation d'une pompe électromagnétique. C'est pour cette même raison de conservation de débit que la vitesse de l'écoulement au centre du canal ($y/h = 0$) diminue au fur et à mesure que le nombre de Hartmann est augmenté au delà d'une certaine limite telle que $90 < H_{a_{deb}}^2 < 120$ (pour le cas d'une profondeur de pénétration $a/h = 0.1$). Au delà de cette limite d'intensité de forçage, deux jets pariétaux apparaissent et le profil de vitesse devient convexe au centre du canal.

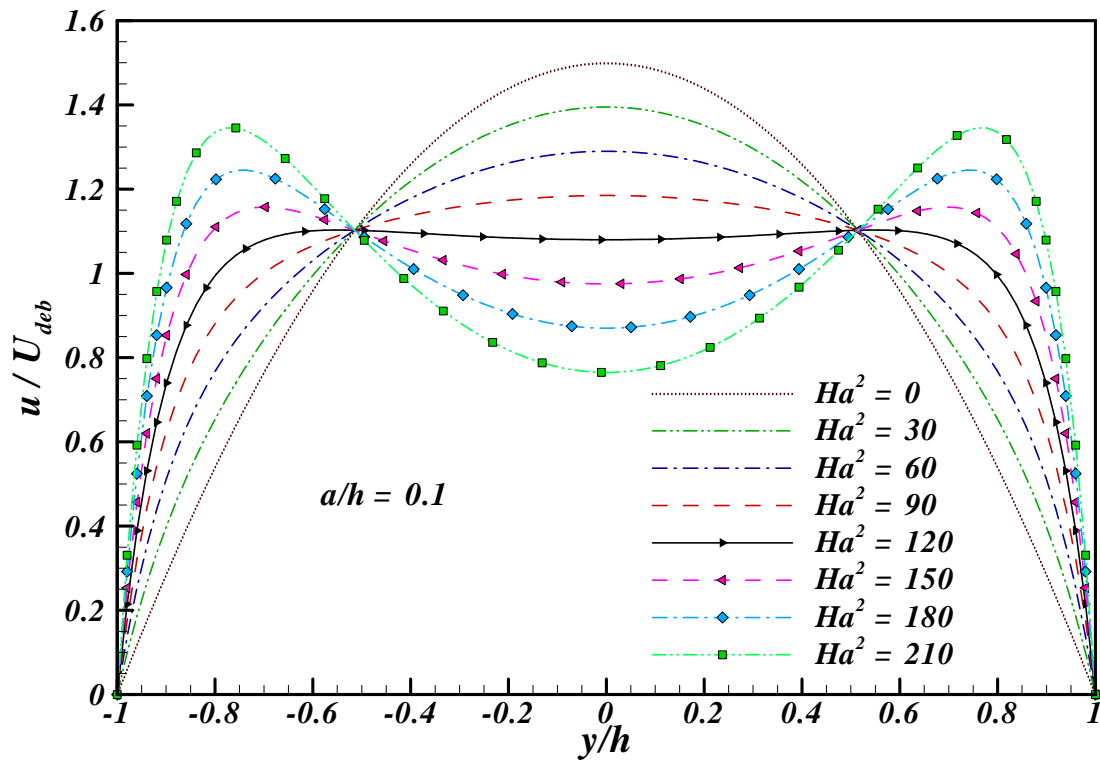


FIGURE 6.1 – Modèle analytique: Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique propulsif de profondeur de pénétration $a/h = 0.1$ sur le profil de vitesse d'un écoulement laminaire à débit constant

Les figures 6.2 et 6.3 illustrent l'effet de la profondeur de pénétration sur le profil de vitesse pour un forçage propulsif. Pour un nombre de Hartmann constant ($Ha_{deb}^2 = 50$), ces figures montrent qu'il existe une profondeur de pénétration optimale ($0.3 < a/h < 0.4$) pour créer des jets pariétaux dont l'amplitude est maximale. Plus on s'éloigne de cette profondeur de pénétration "optimale" plus le profil de vitesse tend à se rapprocher du profil de Poiseuille d'un écoulement laminaire sans forçage. Pour comprendre ce phénomène, revenons sur la figure 4.7 page 75. Cette figure montre qu'en dessous d'une profondeur de pénétration d'environ $a/h \approx 0.3$, le forçage est principalement concentré au niveau des parois du canal en $y/h = \pm 1$. Plus la profondeur de pénétration augmente en se rapprochant de la valeur $a/h \approx 0.3$, plus la valeur forçage au niveau des jets sera importante par rapport à sa valeur au centre. Au delà de cette profondeur de pénétration $a/h \approx 0.3$, l'intensité du forçage au centre du canal n'est plus négligeable par rapport à l'intensité du forçage au niveau des parois. La distribution de force tend à s'uniformiser et donc à se rapprocher d'une distribution constante sur toute la hauteur du canal. C'est pour cela que l'on retrouve un profil de vitesse proche du cas laminaire sans forçage pour d'importantes profondeurs de pénétration. Dans ce cas, les forces électromagnétiques ne modifient que très peu le profil de vitesse mais agissent bien évidemment sur le gradient de pression longitudinal moyen.

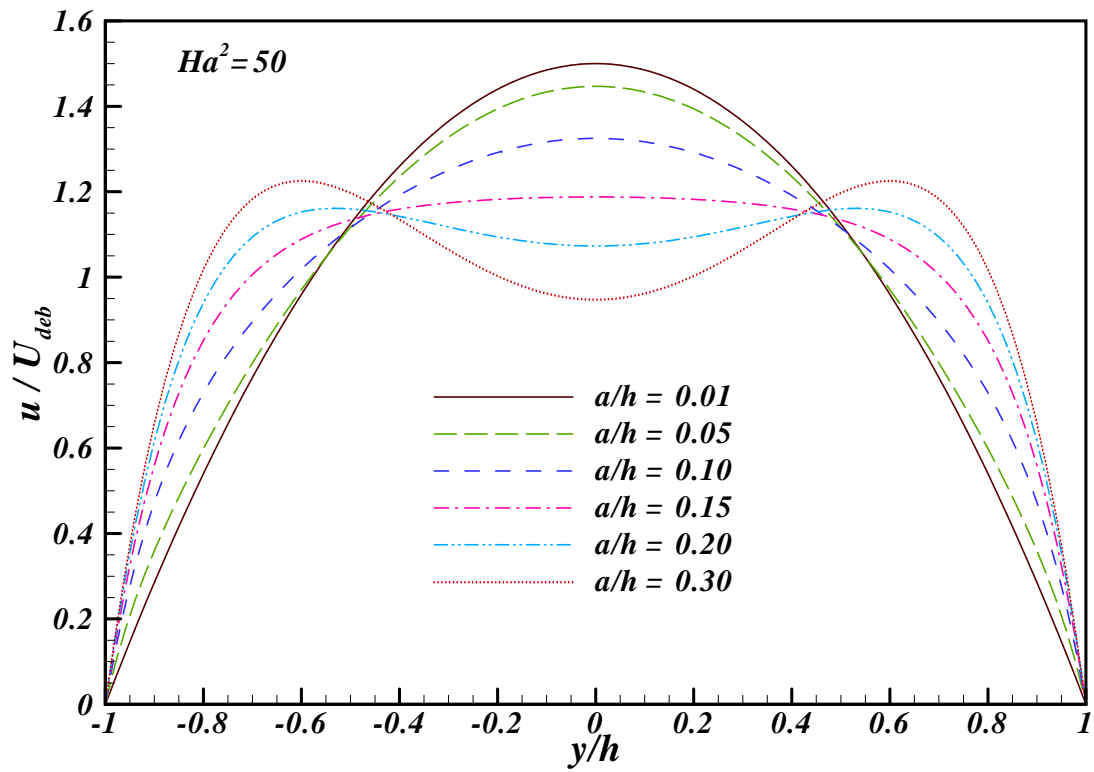


FIGURE 6.2 – Modèle analytique: Influence de la profondeur de pénétration $Ha_{deb}^2 = 50$ et $0.01 < a/h < 0.3$

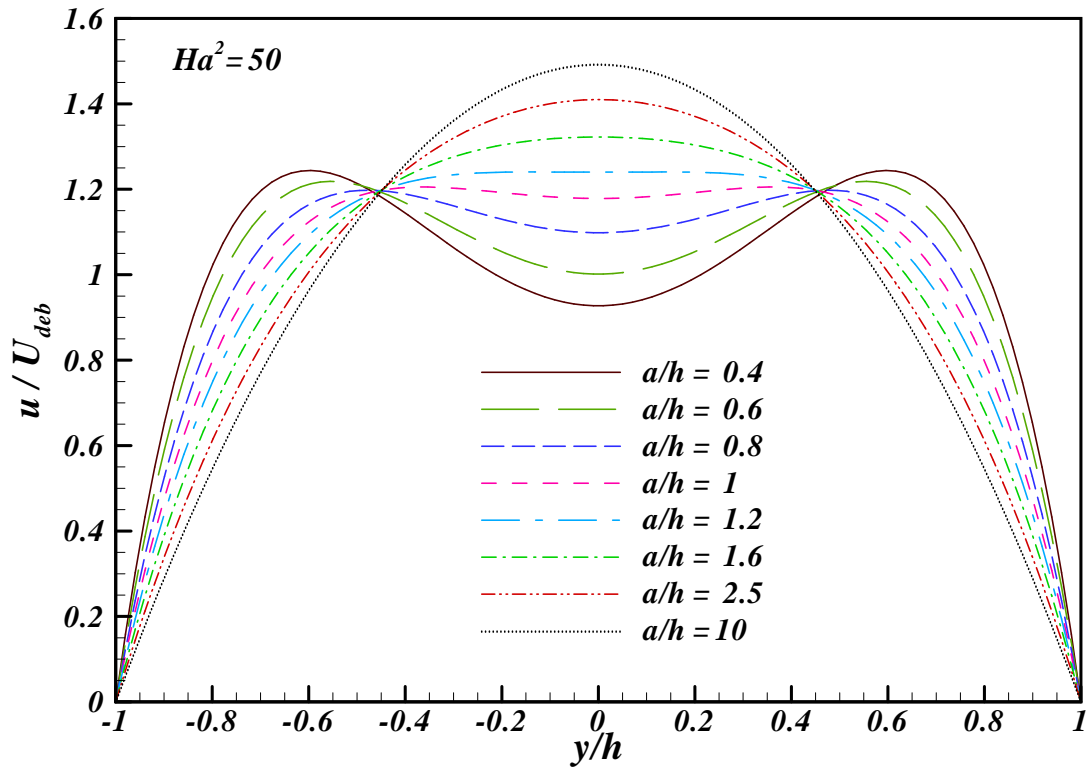


FIGURE 6.3 – Modèle analytique: Influence de la profondeur de pénétration $Ha_{deb}^2 = 50$ et $0.4 < a/h < 10$

6.3.4 Cisaillement pariétal

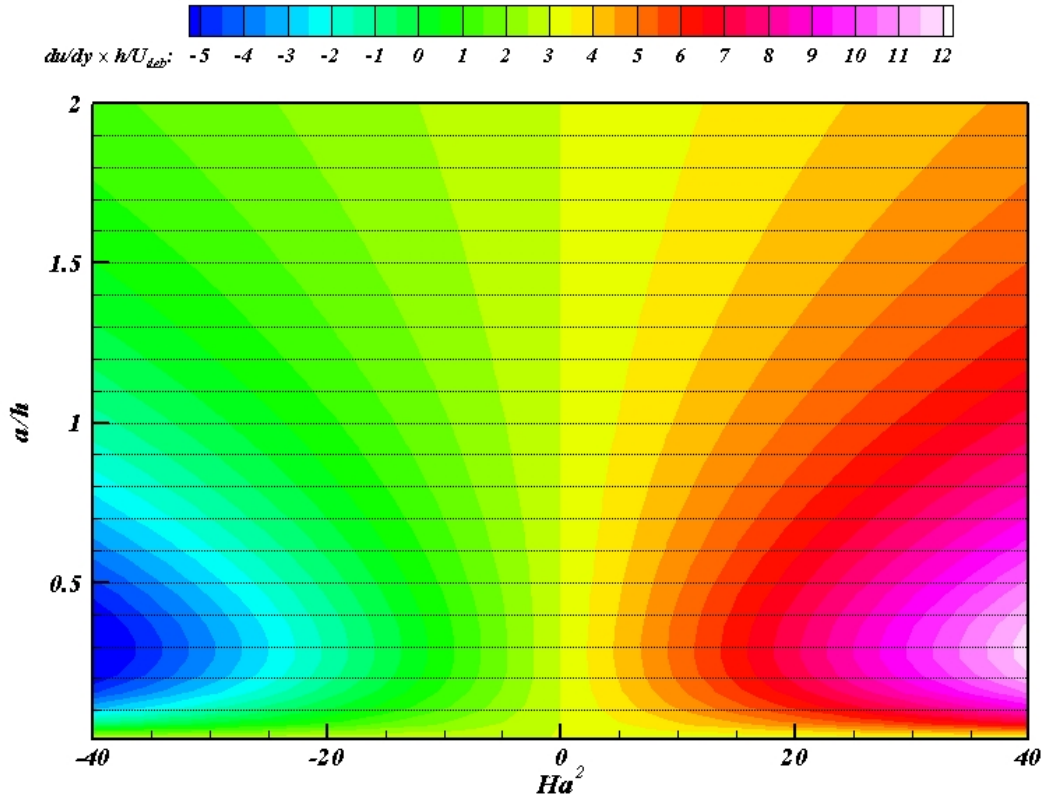


FIGURE 6.4 – Modèle analytique: cisaillement pariétal d'un écoulement laminaire soumis à un forçage EM 1D ($Ha^2 > 0$: forçage propulsif, $Ha^2 < 0$: forçage freinant)

L'énergie volumique dissipée par frottement dans l'écoulement est proportionnelle au cisaillement pariétal. La figure 6.4 illustre les valeurs prises par le cisaillement pariétal d'un écoulement laminaire soumis à un forçage électromagnétique 1D. Le cisaillement pariétal est représenté en fonction de l'intensité du forçage (carré du nombre de Hartmann Ha_{deb}^2) et de la profondeur de pénétration a/h . Pour une profondeur de pénétration fixée, on remarque que plus l'intensité du forçage (Ha_{deb}^2) augmente, plus le cisaillement pariétal augmente. Pour une intensité de forçage (Ha_{deb}^2) fixée quelconque, on remarque que le cisaillement pariétal rencontre un extremum pour une profondeur de pénétration $a/h \approx 0.3$.

6.3.5 Critère d'apparition des jets pariétaux

Dans le cas d'un forçage propulsif d'intensité suffisante, des jets pariétaux apparaissent. Le profil de vitesse devient alors convexe au centre du canal. Cela se traduit par une courbure positive en $y/h = 0$. L'équation E.22 nous permet d'en déduire que cette condition est satisfaite lorsque le nombre de Hartmann dépasse la valeur limite telle que:

$$Ha_{limite}^2 = \frac{3e^{\frac{h}{a}}}{6\frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) - 2} \quad (6.5)$$

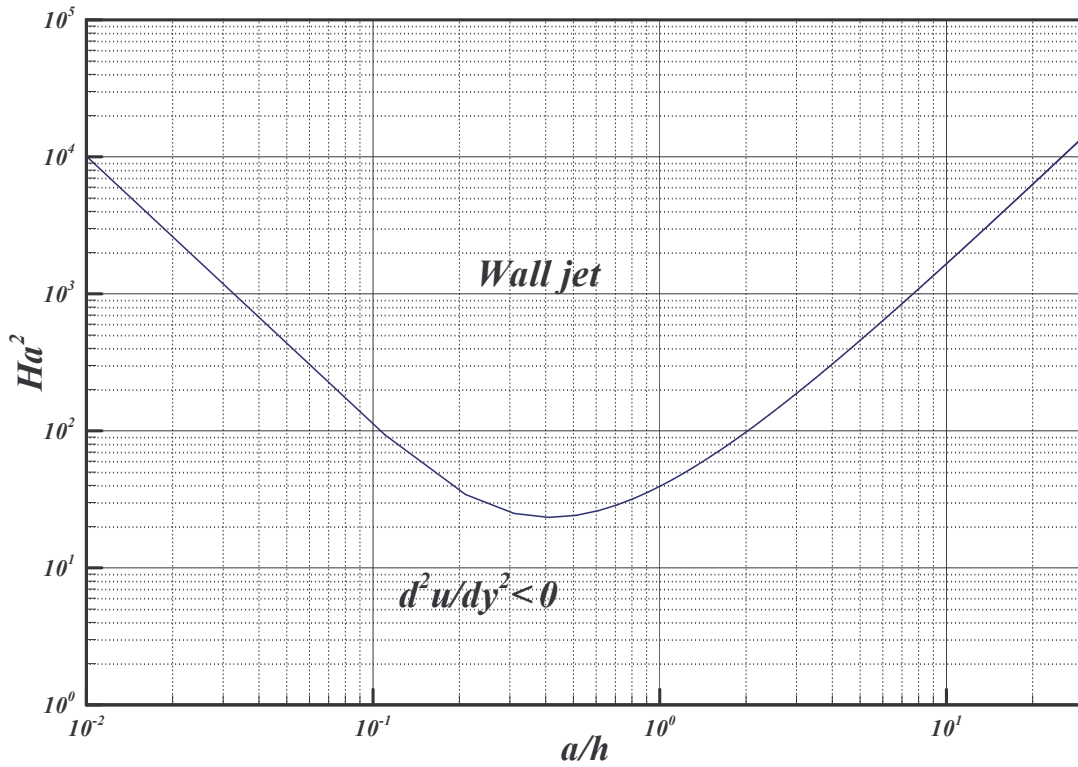


FIGURE 6.5 – Modèle analytique: Nombre de Hartmann limite permettant la génération de jet pariétaux

La figure 6.5 illustre l'influence de la profondeur de pénétration sur le carré du nombre de Hartmann limite. Au-dessus de la courbe, l'intensité du forçage et la profondeur de pénétration permettent d'obtenir une courbure du profil de vitesse positive au centre du canal. Cela traduit l'apparition de deux jets pariétaux. On remarque que, si Ha^2 n'excède pas une valeur minimale comprise entre 20 et 30, il n'y aura pas apparition des jets pariétaux quelque soit la profondeur de pénétration. On remarque aussi que pour une profondeur de pénétration $a/h \approx 0.4$, la valeur du nombre de Hartmann limite est la plus faible ($20 < Ha^2 < 30$). Cela signifie qu'avec cette profondeur de pénétration, le forçage nécessitera le moins d'intensité pour modifier la forme du profil de vitesse.

Cette profondeur de pénétration optimale correspond au minimum du nombre de Hartmann limite. Donc pour cette valeur optimale de la profondeur de pénétration, la variation de Ha_{deb}^2 limite en fonction de la profondeur de pénétration a/h est nulle. Le numérateur de la dérivée de l'équation 6.5 est donc nulle pour cette profondeur de pénétration optimale. On obtient alors la relation suivante sur la valeur optimale de a/h :

$$-3 \left(\left(1 + 3\frac{a}{h}\right) \cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \left(1 + \frac{a}{h} + 3\frac{a^2}{h^2}\right) \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) + \frac{h^2}{a^2} = 0 \quad (6.6)$$

Numériquement, on trouve que cette valeur optimale vaut $a/h = 0.413088$

6.3.6 Détermination de la profondeur de pénétration de l'actionneur

Si l'on souhaite modéliser un actionneur expérimental avec le modèle 1D de forçage électromagnétique décrit dans la section 4.3.1, il est nécessaire d'identifier la valeur de la profondeur de pénétration. Cette dernière peut être obtenue par le biais de mesures du profil de vitesse, de cisaillement ou de la courbure du profil de vitesse.

A partir du profil de vitesse

Il est possible de remarquer que tous les profils de vitesse correspondant à une même profondeur de pénétration a/h se croisent au même point y_v/h quelque soit le nombre de Hartmann. En ces points y_v/h , la valeur de la vitesse pour un écoulement avec forçage est la même que celle d'un écoulement sans forçage. L'équation 6.4 permet d'obtenir la relation suivante:

$$\frac{3}{2} \left(\cosh \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh \left(\frac{h}{a} \right) \right) \left(1 - \left(\frac{y_v}{h} \right)^2 \right) = \cosh \left(\frac{h}{a} \right) - \cosh \left(\frac{y_v}{a} \right) \quad (6.7)$$

Si l'on connaissait la position de ce point y_v/h par des mesures du profil de vitesse pour différents nombres de Hartmann, il serait ainsi possible d'en déduire la profondeur de pénétration a/h de l'actionneur.

A partir du cisaillement

Il est possible de remarquer que toutes les courbes ayant une même profondeur de pénétration a/h se croisent au même point y_i/h quelque soit le nombre de Hartmann. En ces points y_i/h , la valeur du cisaillement pour un écoulement avec forçage est le même que celui d'un écoulement sans forçage. L'équation E.21 permet d'obtenir la relation suivante:

$$3 \frac{a}{h} \left(\cosh \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{a}{h} \sinh \left(\frac{h}{a} \right) \right) \frac{y_i}{h} = \sinh \left(\frac{y_i}{a} \right) \quad (6.8)$$

Connaissant la position y_i/h par des mesures du cisaillement pour différents nombres de Hartmann, il serait possible d'en déduire la profondeur de pénétration a/h de l'actionneur.

A partir de la courbure du profil de vitesse

Il est possible de remarquer que toutes les courbures correspondant à une même profondeur de pénétration a/h se croisent au même point y_c/h quelque soit le nombre de Hartmann. En ces points y_c/h , la valeur de la courbure pour un écoulement avec forçage est le même que celui d'un écoulement sans forçage. Si on connaissait la courbure du profil de vitesse d'un écoulement laminaire soumis à plusieurs intensités de forçage, il serait possible d'obtenir la profondeur de pénétration a/h de l'actionneur. L'équation E.22 permet d'obtenir la relation suivante:

$$\cosh \left(\frac{y_c}{a} \right) = 3 \left(\cosh \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{a}{h} \sinh \left(\frac{h}{a} \right) \right) \quad (6.9)$$

6.4 Simulations: Effet d'un actionneur infiniment long sur un écoulement laminaire

6.4.1 Objectifs et méthode

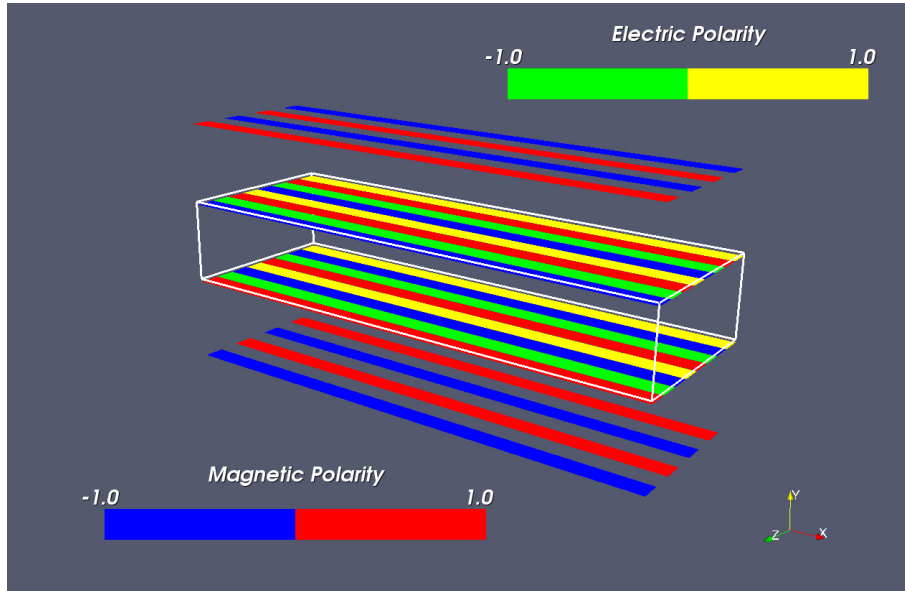


FIGURE 6.6 – Schéma de la disposition des actionneurs

Dans cette section, nous allons simuler par D.N.S. l'effet d'un échelon de forçage généré par un actionneur parallèle infiniment long sur un écoulement laminaire. Les aimants et les électrodes sont placés sur chacune des parois du canal et alignés suivant la direction longitudinale de l'écoulement comme l'illustre la figure 6.6. La distance entre le centre des aimants ou des électrodes vaut $P = \pi/3h$ et la distance entre les bords d'une électrode et d'un aimant vaut $Gap = 0.016h$.¹ La distribution de forçage est ici plus réaliste. Elle prend en compte les variations suivant la direction normale et transverse de l'écoulement. On la qualifiera alors de distribution 2D. Dans le but de comparer les modèles 1D et 2D du champ de forces électromagnétiques, nous nous plaçons dans le cas d'un écoulement laminaire avec un nombre de Reynolds $Re_{deb} = 1000$. Il sera ainsi possible de rendre compte des seuls effets de la géométrie de l'actionneur sur l'écoulement tout en s'affranchissant des effets de la turbulence. La non-uniformité des forces générées par les actionneurs entraînent des fluctuations du champs de vitesse. L'étude de l'impact d'un échelon de forçage électromagnétique sur un écoulement initialement laminaire et non forcé permet ainsi de quantifier les fluctuations liées aux seuls effets géométriques de la distribution de force induite par les actionneurs. L'intensité du forçage électromagnétique est fixée de telle sorte qu'elle soit suffisamment importante pour agir sur l'écoulement sans pour autant être prépondérante face au gradient de pression ($Ha_{deb}^2 = 20$) et générer des jets pariétaux.

¹On rappelle que h représente la demi-hauteur du canal

6.4.2 Écoulement moyen

Contrainte moyenne de cisaillement pariétal

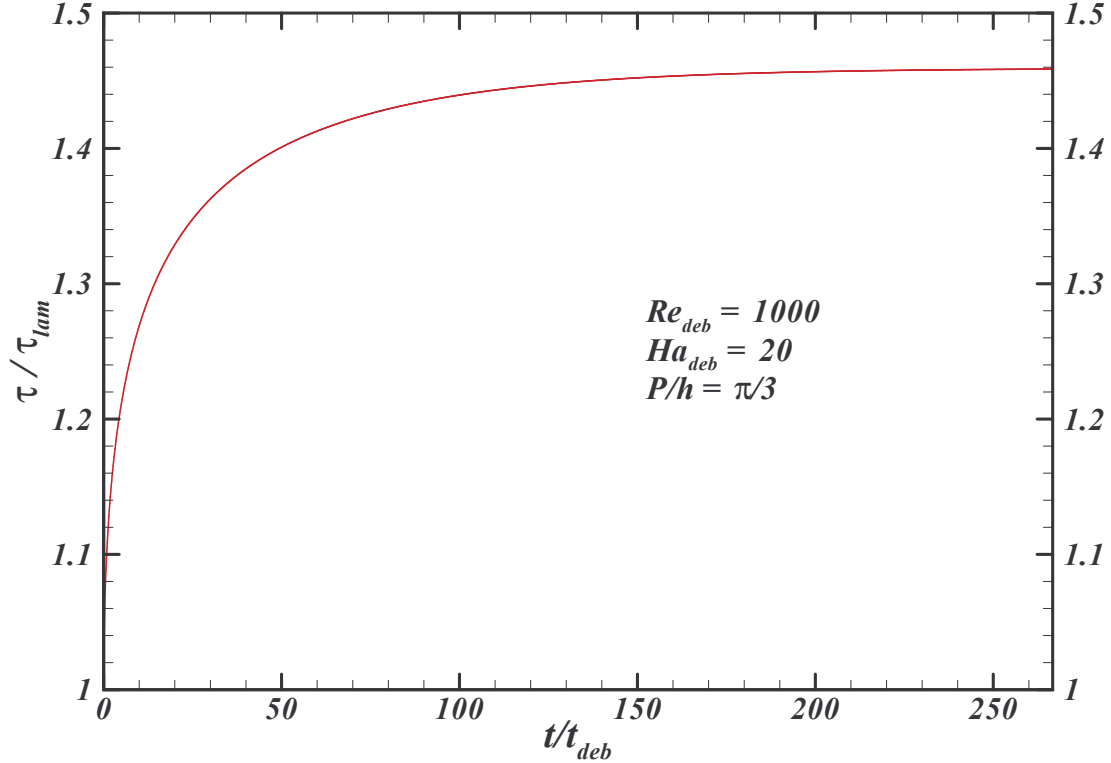


FIGURE 6.7 – Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal

La figure 6.7 représente l'évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal normalisée par sa valeur dans le cas laminaire. Le temps est normalisé par le temps caractéristique $t_{deb} = h/U_{deb}$ ². A l'instant initial, le niveau de contrainte de cisaillement pariétal est celui d'un écoulement laminaire non forcé. On remarque que cette contrainte évolue ensuite suivant la fonction:

$$\tau - \tau_{lam} = (\tau_{max} - \tau_{lam}) \times (1 - e^{-t/\Delta T}) \quad (6.10)$$

Après une phase transitoire, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal atteint la valeur maximale $\tau_{max} = 1.46 \times \tau_{lam}$. On remarque que l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal est semblable à l'évolution supposée de la vitesse de l'écoulement au centre canal (E.53). Cela permet de confirmer l'approximation faite à l'équation E.53 pour la détermination du temps transitoire entre les deux états stationnaires d'un écoulement soumis à un échelon de forçage.

² $t_{deb} = h/U_{deb}$: temps de parcours d'une particule sur une distance valant la demi-hauteur du canal h à la vitesse débitante U_{deb}

Vitesse moyenne

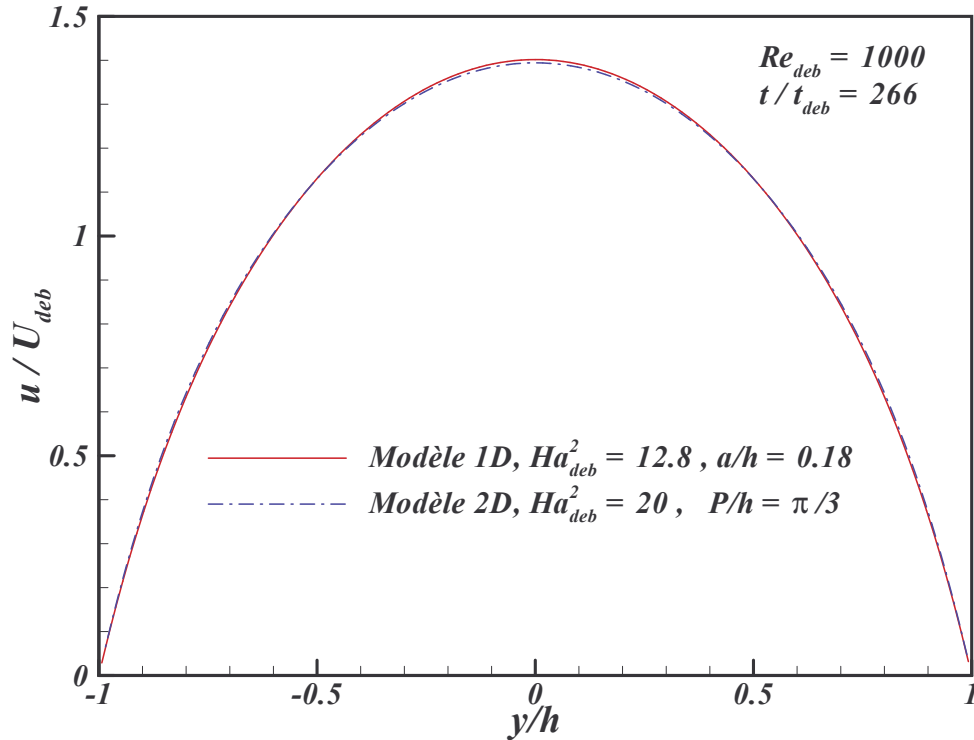


FIGURE 6.8 – Comparaison des profils de vitesse longitudinale moyenne des modèles 1D et 2D

La figure 6.8 permet de comparer les profils de vitesses longitudinales moyennes u/U_{deb} pour les deux modèles (1D et 2D) de forçage lorsqu'un état quasi-stationnaire est atteint. La valeur moyenne de la vitesse est alors obtenue à l'instant final en moyennant suivant les directions longitudinales et transverses de l'écoulement. Ces courbes montrent tout d'abord un amincissement de la couche limite qui est naturellement associée à l'augmentation de la contrainte de cisaillement pariétal constatée sur la figure 6.7. Les paramètres du modèle de forçage 1D sont déterminés graphiquement en utilisant la méthode présentée dans la section 4.3.2. Un écart de seulement 0.6% peut être constaté entre les deux profils de vitesses obtenus avec les modèles de forçage 1D et 2D. Compte-tenu des écarts dus à la détermination graphique de la profondeur de pénétration équivalente et des écarts qui proviennent des fluctuations rajoutées par le modèle 2D, nous pouvons conclure que le modèle 1D et le modèle 2D nous fournissent les mêmes résultats concernant les grandeurs moyennes d'un écoulement laminaire. Dans le cas laminaire, le modèle 2D nécessite plus de temps de calcul que le modèle 1D. Ce surcoût de calcul semble donc inutile lorsqu'on s'intéresse seulement aux valeurs moyennes d'un écoulement laminaire. Par contre, lorsqu'on s'intéressera à la structure fine d'un écoulement turbulent, la prise en compte de la distribution 2D non-uniforme du champ de force est indispensable et le surcoût de calcul devient négligeable face au calcul de l'écoulement 3D.

6.4.3 Fluctuations de l'écoulement

Fluctuations de la composante longitudinale de vitesse

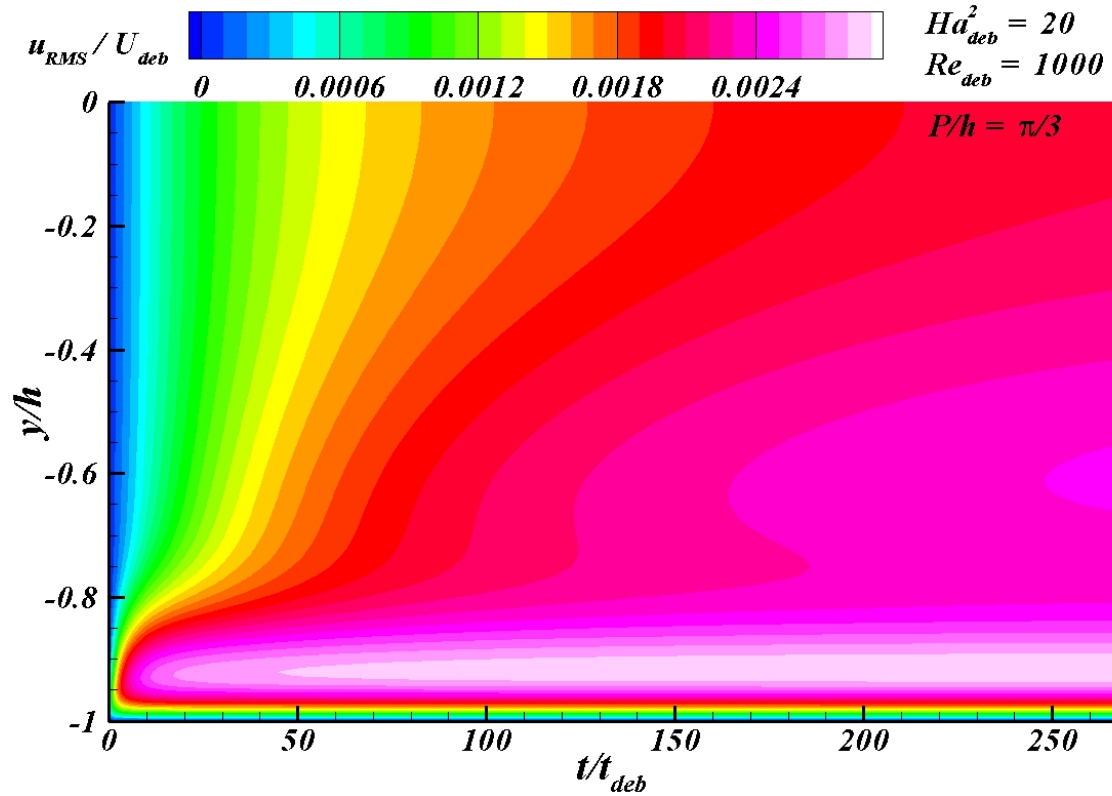


FIGURE 6.9 – Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement laminaire (Re_{deb} soumis à un forçage électromagnétique ($Ha_{deb} = 20$, $P/h = \pi/3$) généré par des actionneurs électromagnétiques parallèles infiniment long

La figure 6.9 représente l'évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de vitesse longitudinale u_{RMS} . L'écart-type est déterminé en prenant la racine de la valeur moyenne des carrés des fluctuations. Nous pouvons remarquer qu'il est de l'ordre de 0.2% de la vitesse débitante et est maximal en $y = \pm 0.9h$. Alors que l'écoulement moyen est quasiment convergé, l'écart-type des fluctuations évolue encore légèrement.

Fluctuations de la composante normale de vorticité

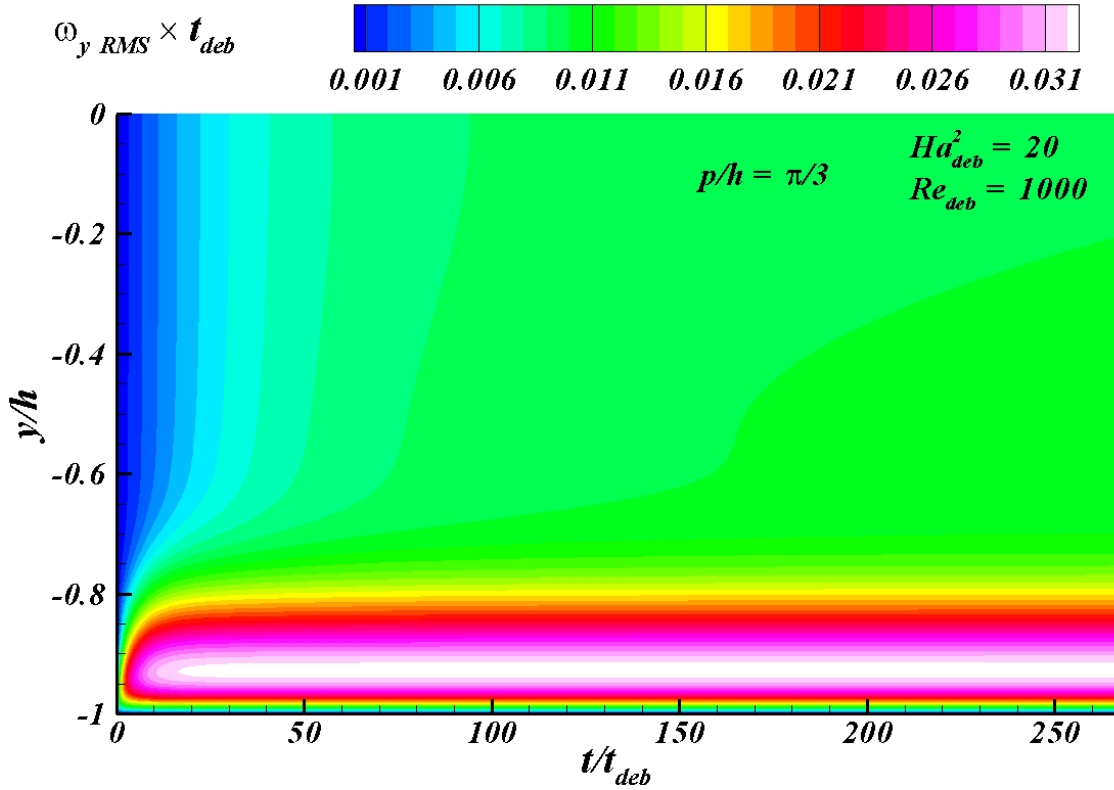


FIGURE 6.10 –  volution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité d'un écoulement laminaire (Re_{deb} soumis à un forçage électromagnétique ($Ha_{deb} = 20$, $P/h = \pi/3$) généré par des actionneurs électromagnétiques parallèles infiniment long

La figure 6.10 illustre l'évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité $w_{y_{RMS}}$ normalisée par U_{deb}/h . La majeure partie des fluctuations est confinée entre la paroi et $y/h = \pm 0.8$. Leur écart-type maximal vaut 3% U_{deb}/h en $0.90 < y/h < 0.95$. Comparées aux fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse, les fluctuations de la composante normale de vorticité sont localisées plus près des parois et des actionneurs par la même occasion.

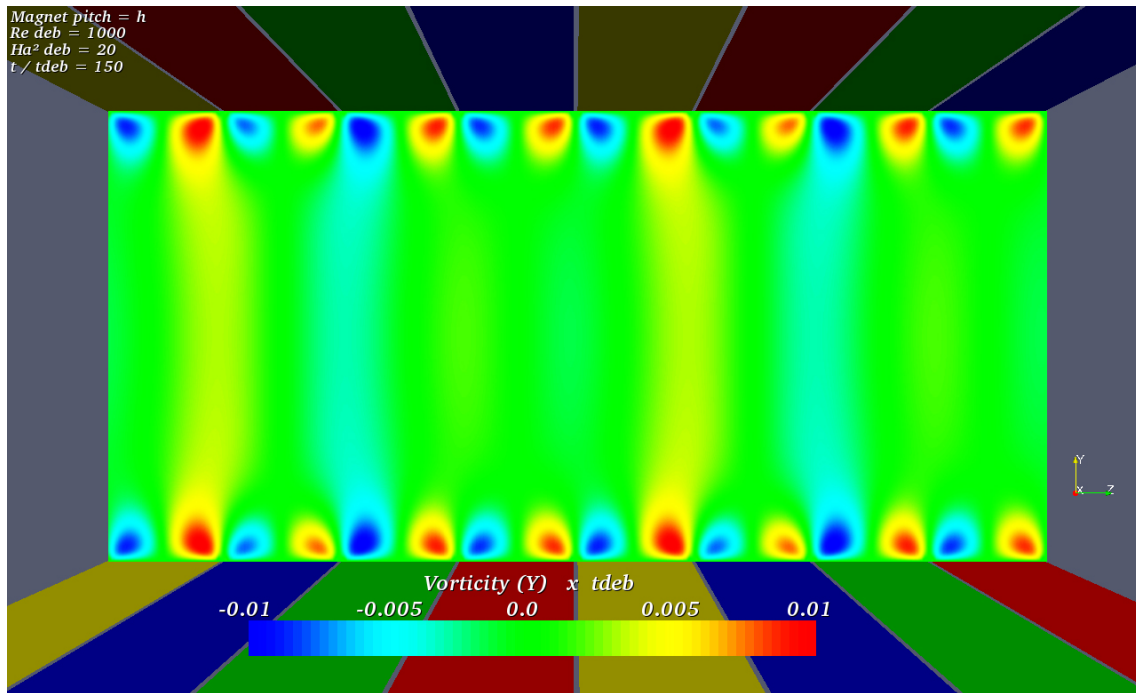


FIGURE 6.11 – Coupe (plan yz) de la composante normale ω_y de vorticité normalisée par $t_{deb} = h/U_{deb}$

La figure 6.11 représente une coupe dans le plan yz , de la composante normale de vorticité normalisée par U_{deb}/h . Nous pouvons observer des couches alternées de vorticité normale de signes opposés de part et d'autre des arêtes des pôles. Cela traduit la présence d'allées de hautes et basses vitesses qui sont générées par la distribution du forçage électromagnétique (figure 4.11). Au-dessus des arêtes des électrodes et des aimants, le forçage est plus élevé et par conséquent la composante longitudinale de la vitesse y est plus importante qu'au-dessus du centre des électrodes ou des aimants.

Avec un modèle 1D, ces fluctuations de l'écoulement n'existent pas. Dans le cas d'un écoulement turbulent, les fluctuations de ce dernier font l'essence même de la turbulence. Il semble donc nécessaire d'utiliser un modèle de forçage suffisamment précis pour prendre en compte les fluctuations du forçage et leurs effets sur les fluctuations de l'écoulement.

6.5 Simulations: Effet d'un actionneur infiniment long sur un écoulement turbulent

6.5.1 Paramètres de simulation

Après avoir analysé l'effet d'un actionneur d'extension infini sur un écoulement laminaire, plaçons-nous désormais dans le cas d'un écoulement turbulent. Cet écoulement est caractérisé par un nombre de Reynolds $Re_\tau = 178.5$. Pour ce nombre de Reynolds, le domaine de calcul des simulations est $4\pi h \times 2h \times \frac{4}{3}\pi h$ où h est la demi-hauteur du canal plan. Le maillage minimal nécessaire ($512 \times 129 \times 256$) est plus grand que celui classiquement utilisé pour les simulations d'un écoulement non forcé.

6.5.2 Description des actionneurs

La configuration d'actionneurs utilisée est la même que celle de la section précédente 6.4, à savoir une configuration d'actionneurs parallèles alignés suivant la direction de l'écoulement. La distribution des polarités des électrodes et des aimants est telle que la force résultante est dans le sens propulsif de l'écoulement.

Plusieurs actionneurs de dimensions différentes ont été testés. Pour chaque taille d'actionneur, la figure 6.12 illustre la distribution de la force moyenne propulsive (orientée suivant \vec{x}) en fonction de la distance à la paroi. Plus la largeur des électrodes et des aimants est importante, plus le forçage pénètre profondément dans le canal. La figure 6.13 illustre la distribution du rotationnel des forces électromagnétiques. On remarque qu'il est positif contrairement au rotationnel du champ de vitesse. Plus l'actionneur est petit, plus la valeur maximale atteinte par le rotationnel des forces est élevée et localisée près de la paroi.

P_z^+	mailles	a/h	F_{cl}^0	$\frac{1}{2h} \int_{-h}^h \vec{F}_{em}^* dy$
373.5	256	0.348	0.73	0.253
187	128	0.175	0.70	0.122
93.4	64	0.090	0.64	0.057
46.7	32	0.046	0.55	0.025
23.3	16	0.023	0.40	0.009

TABLEAU 6.1 – Caractéristiques des distributions de forçage dans le canal

Le tableau 6.1 récapitule la distance entre les centres des aimants, le nombre de mailles occupées par un actionneur (deux électrodes et deux aimants) suivant la direction transverse de l'écoulement, la profondeur de pénétration a/h , la valeur de F_{cl}^0 caractérisant la distribution du forçage à la paroi en fonction de la géométrie ainsi que la force moyenne de la distribution sur toute la hauteur du canal.

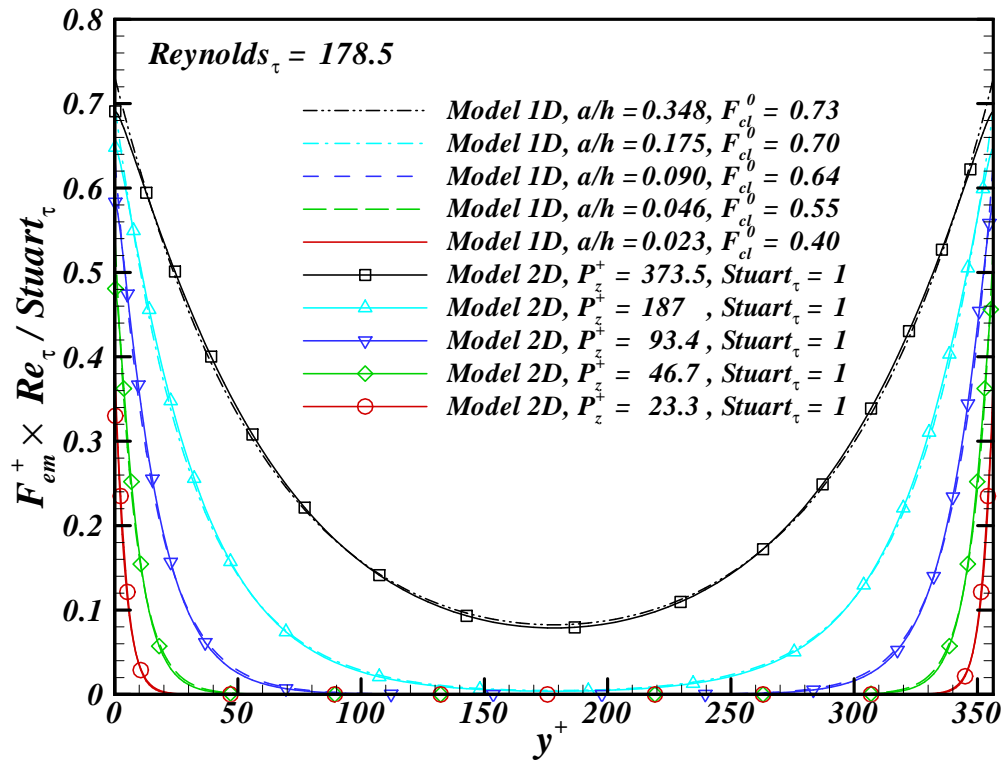


FIGURE 6.12 – Distribution du champ de force moyen: comparaison des modèles 1D et 2D

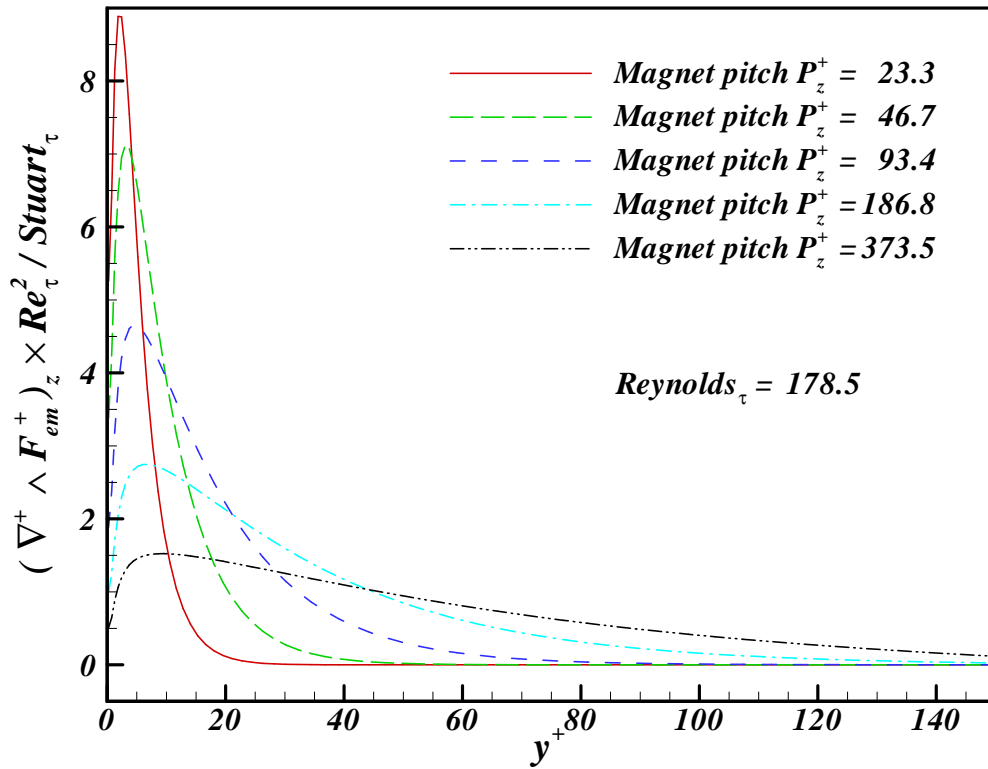


FIGURE 6.13 – Effet de la distance inter-aimant ($23.3 \leq P_z^+ \leq 373.5$) sur la distribution du rotationnel du champ de force moyen

6.5.3 Échelon de forçage

Dans un premier temps, nous allons soumettre un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan à un échelon de forçage électromagnétique. Rappelons que le gradient de pression moyen est ajusté pour assurer la conservation du débit.

Contrainte moyenne de cisaillement pariétal

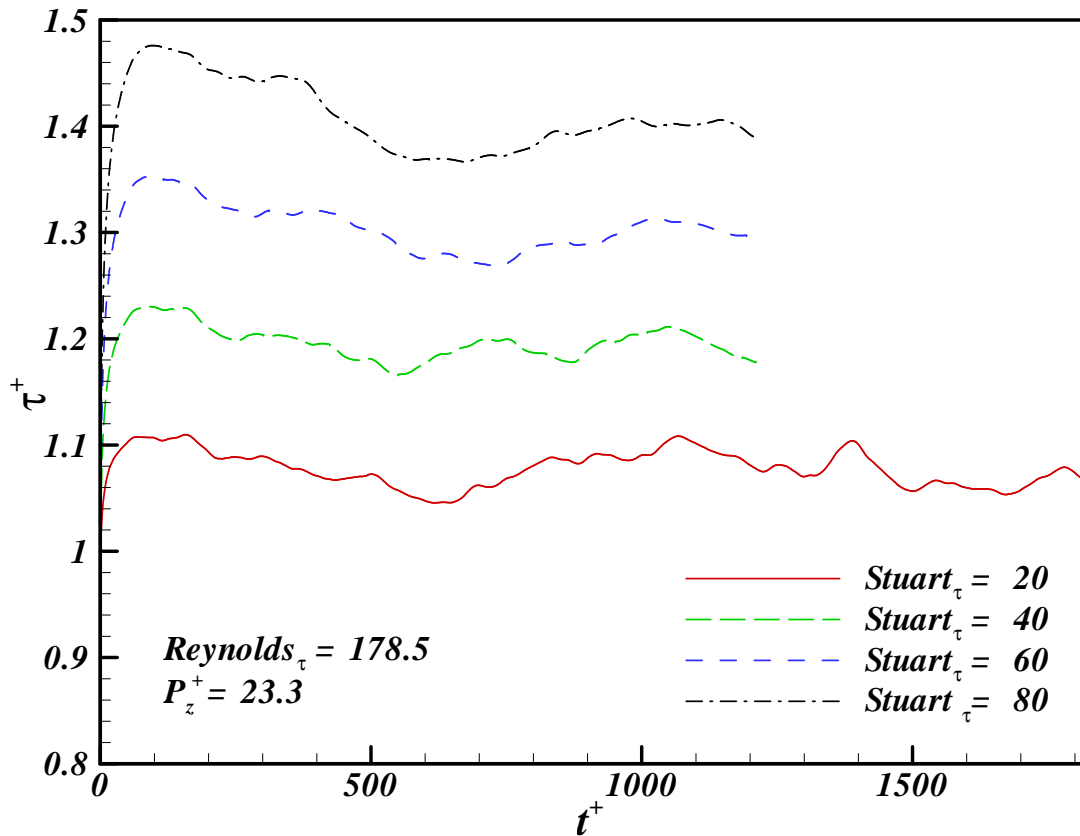


FIGURE 6.14 – Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($20 \leq Stuart_\tau \leq 80$, distance aimants $P_z^+ = 23.3$)

Les figures 6.14, 6.15, 6.16, 6.17 et 6.18 illustrent l'effet de différentes distributions et intensités de forçages électromagnétiques propulsifs sur l'évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal τ^+ . La contrainte de cisaillement est normalisée par la contrainte moyenne de cisaillement pariétal dans le cas non forcé. Les différentes géométries d'actionneurs utilisées sont telles que la distance entre les aimants P_z^+ vaut 23.3, 46.7, 93.4, 187 373.5 respectivement. Nous pouvons remarquer que le forçage électromagnétique entraîne une augmentation nette de cette contrainte au début du forçage jusqu'à l'instant $t^+ = 100$. La variation temporelle de la contrainte du cisaillement pariétal, au début du forçage, est d'autant plus forte que le forçage ($Stuart_\tau$) est intense. En effet, le

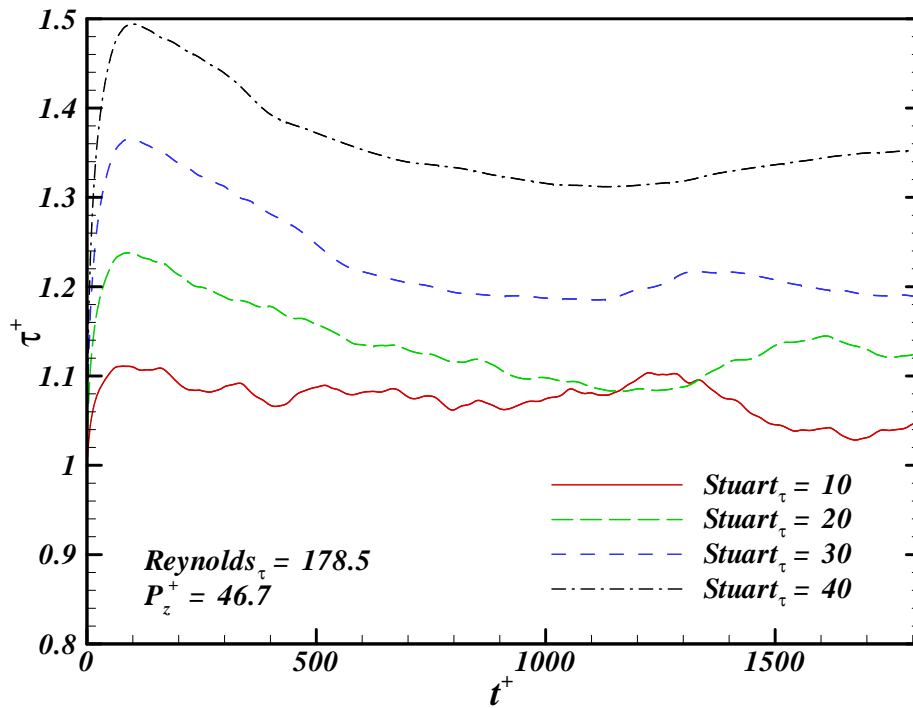


FIGURE 6.15 – Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($10 \leq Stuart_\tau \leq 40$, distance aimants $P_z^+ = 46.7$)

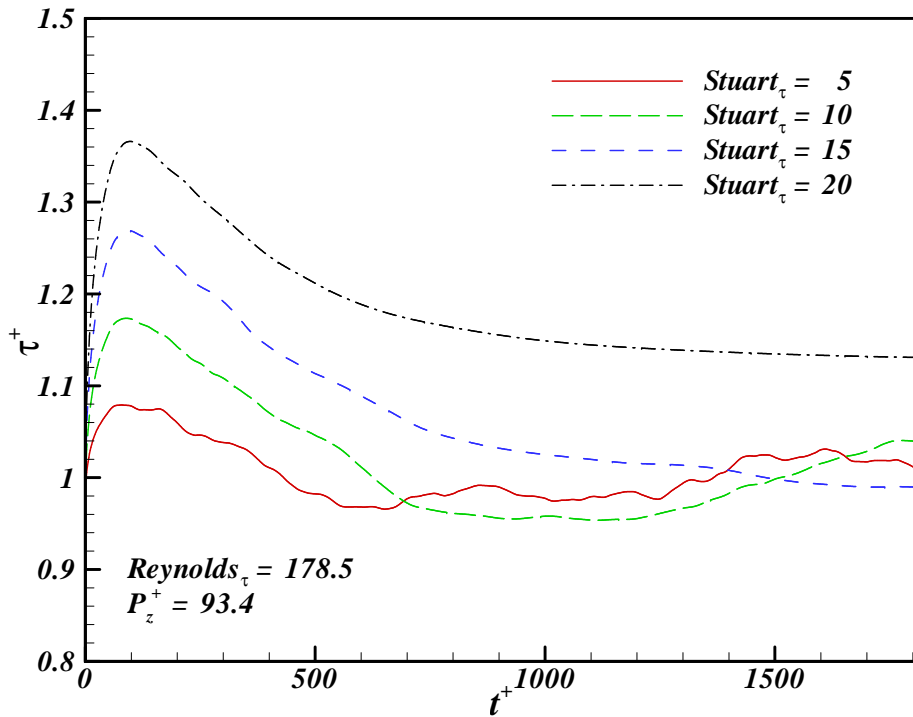


FIGURE 6.16 – Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($5 \leq Stuart_\tau \leq 20$, distance aimants $P_z^+ = 93.4$)

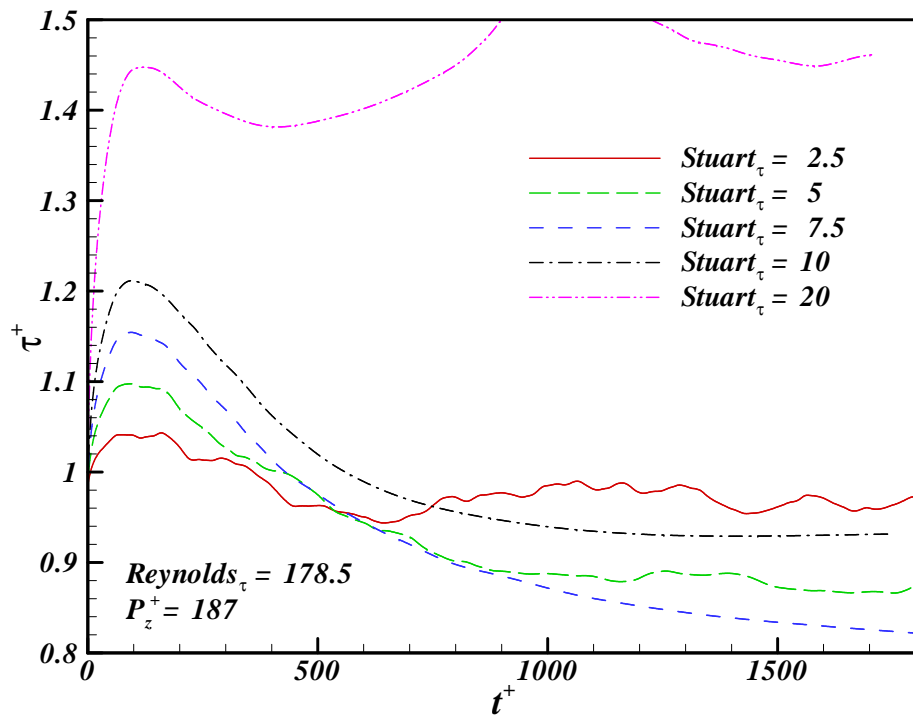


FIGURE 6.17 – Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($1 \leq Stuart_\tau \leq 6$, distance aimants $P_z^+ = 187$)

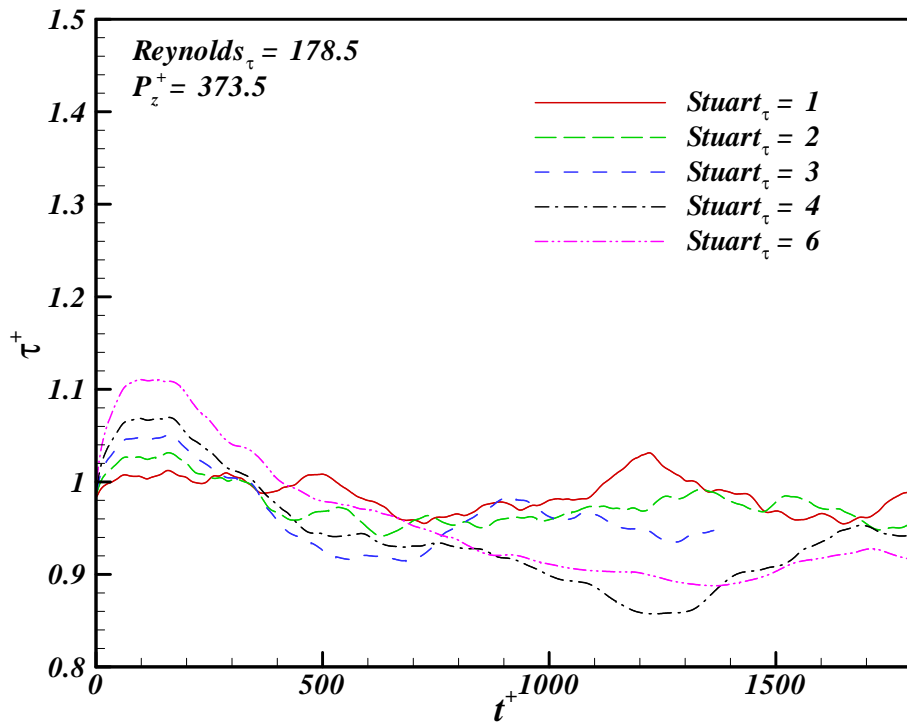


FIGURE 6.18 – Évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif (distance aimants $P_z^+ = 373.5$)

forçage étant principalement localisé près de la paroi, il accélère le fluide dans cette région et augmente alors le cisaillement pariétal. Après avoir atteint un maximum, nous pouvons constater que la contrainte moyenne de cisaillement décroît de façon non négligeable. Elle décroît d'autant plus que la profondeur de pénétration des actionneurs se rapproche du cas optimum pour générer des jets de parois avec un minimum d'intensité dans le cas d'un écoulement laminaire (voir figure 6.5).

Dans le cas de l'actionneur dont la distance entre les centres des aimants vaut $= 187^+$ (pour un nombre de Reynolds $Re_\tau = 178.5$), la contrainte de cisaillement pariétal devient même plus faible (jusqu'à 18% de réduction de traînée) que dans le cas non forcé pour une intensité de forçage telle que $5 < Stuart_\tau < 10$. Rappelons que la profondeur de pénétration correspondant à cette géométrie vaut $a/h = 0.175$ et que la distribution du forçage à la paroi vaut $F_{em_{wall}}^* = 0.66$. D'après la figure 6.5, pour cette profondeur de pénétration, l'intensité de forçage nécessaire pour générer des jets pariétaux est telle que $Ha_{deb}^2 \approx 35$. Cela équivaut à $Stuart_{\tau_{1D}} = Ha_{deb}^2 \times Re_{deb}/Re_\tau^2 \approx 3.0$ et donc à $Stuart_\tau = Stuart_{\tau_{1D}}/F_{em_{wall}}^* \approx 5$.

Gradient de pression

Dans les simulations numériques directes d'écoulement turbulent en canal que nous utilisons, le débit est maintenu constant en ajustant le gradient de pression à chaque itération temporelle. La force électromagnétique étant favorable à la propulsion de l'écoulement, il en résulte alors une réduction des forces de pression $-dp/dx$ par raison de conservation du débit.

Les figures 6.19, 6.20, 6.21, 6.22 et 6.23 illustrent l'évolution temporelle du gradient de pression moyen pour différentes géométries et intensités de forçage électromagnétique. Pour une même intensité, plus la taille de l'actionneur est grande, plus la valeur moyenne du forçage est grande et plus le gradient de pression moyen à l'instant initial est faible.

Comme le forçage électromagnétique est constant dans le temps, l'évolution du gradient de pression moyen est directement reliée à celle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. On remarque que pour les cas où la contrainte moyenne de cisaillement pariétal est la plus faible (distance entre le centre des aimants $P_z^+ = 187$ et $5 < Stuart_\tau < 10$), les forces de pression nécessaires pour conserver le débit sont fortement diminuées. L'ordre de grandeur de cette baisse est compris entre 50% et 100%. Cela signifie que la part du forçage électromagnétique utilisée pour propulser le fluide dans ces cas optimums vaut entre 50% et 100% de la somme totale des forces nécessaires à l'entretien de l'écoulement à un débit constant.

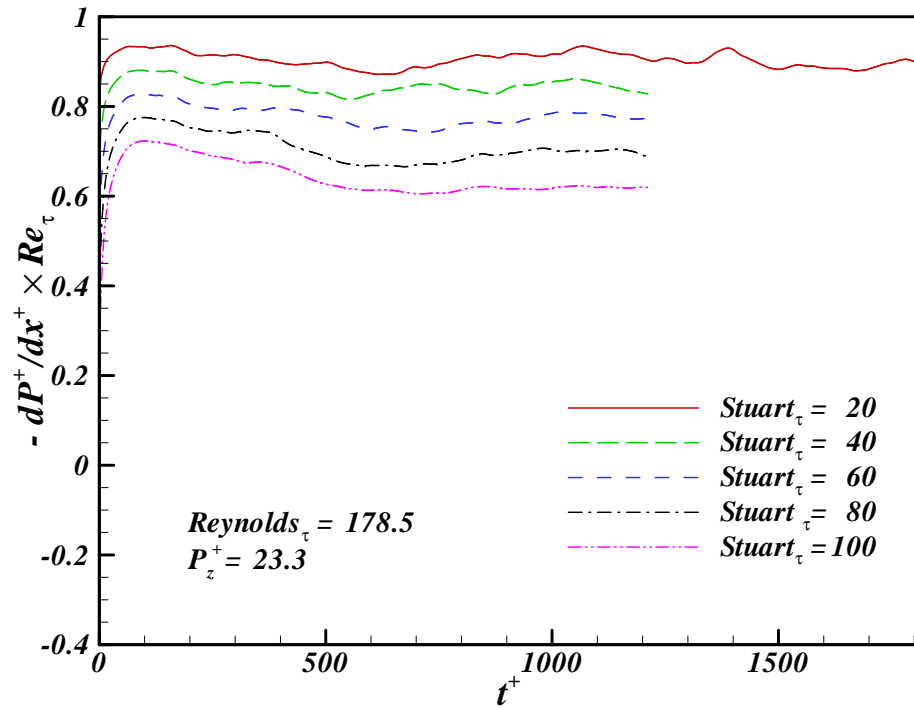


FIGURE 6.19 – Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($20 \leq Stuart_\tau \leq 100$, distance aimants $P_z^+ = 23.3$)

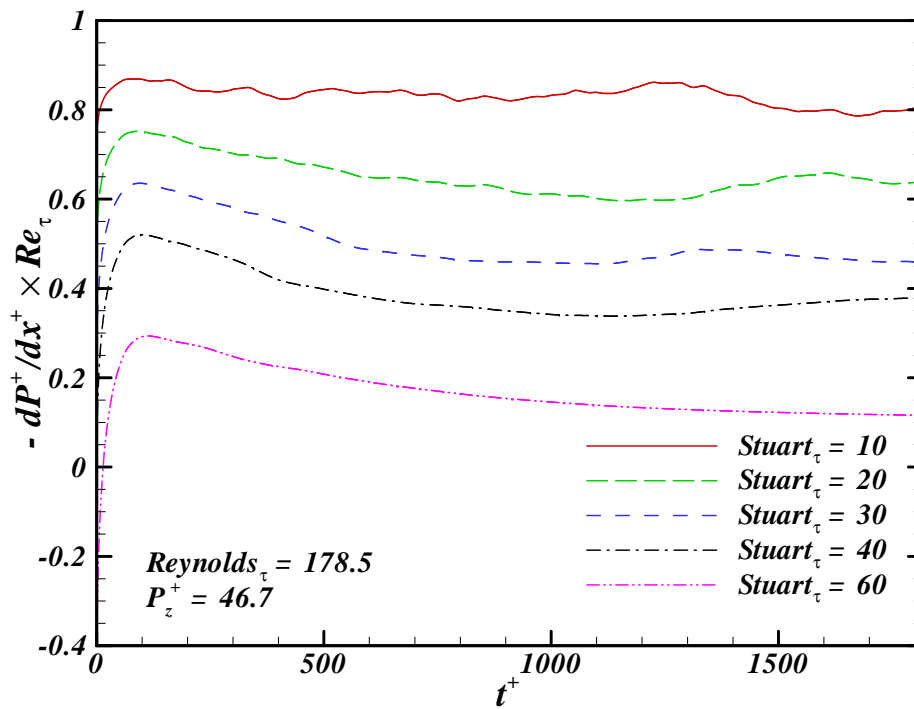


FIGURE 6.20 – Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($10 \leq Stuart_\tau \leq 60$, distance aimants $P_z^+ = 46.7$)

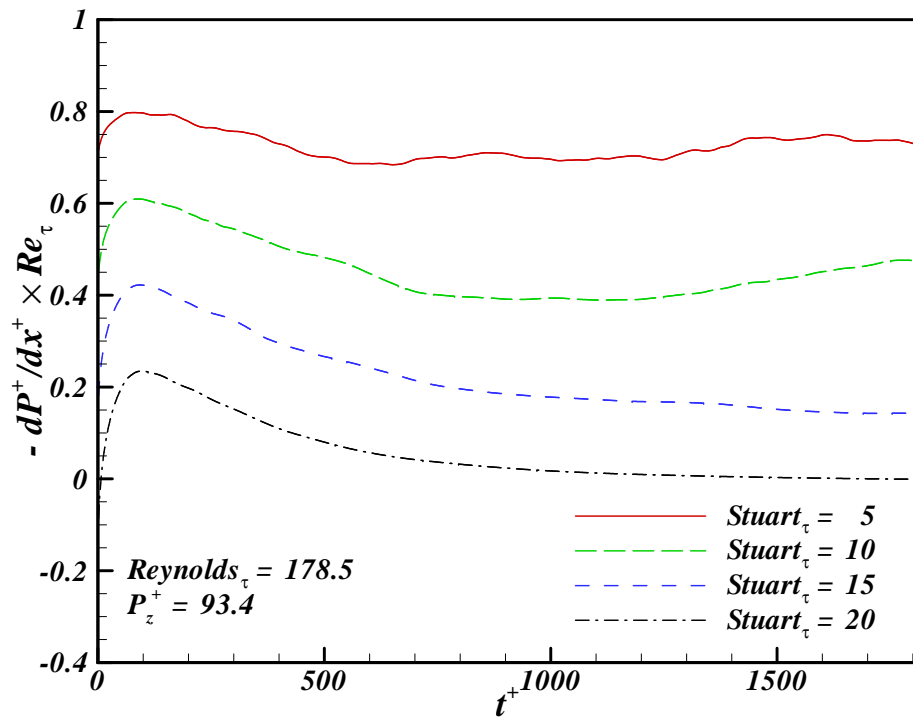


FIGURE 6.21 – Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($5 \leq Stuart_\tau \leq 20$, distance aimants $P_z^+ = 93.4$)

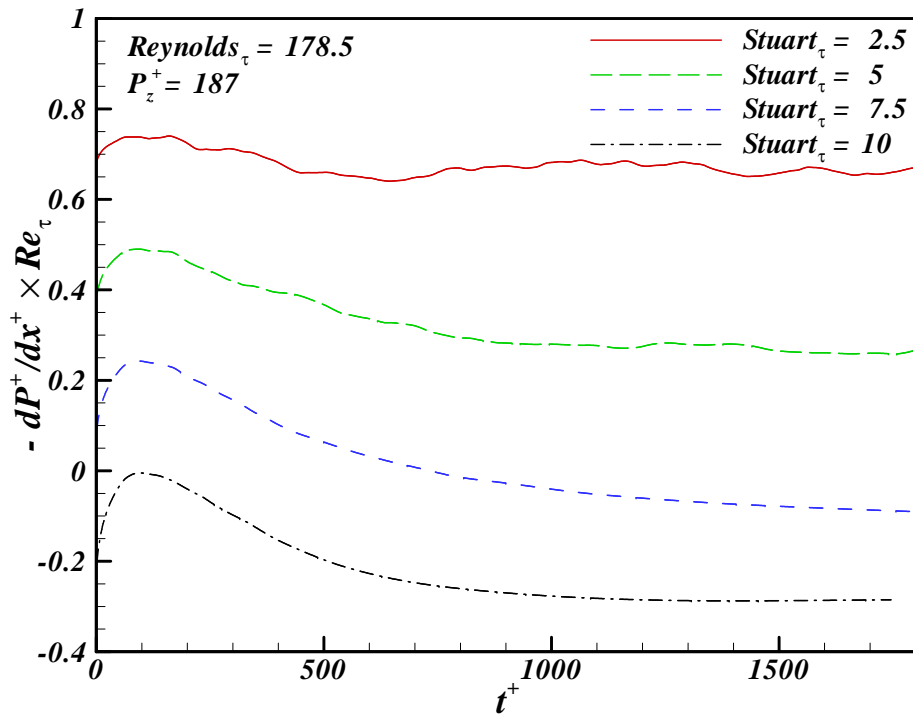


FIGURE 6.22 – Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($2.5 \leq Stuart_\tau \leq 10$, distance aimants $P_z^+ = 187$)

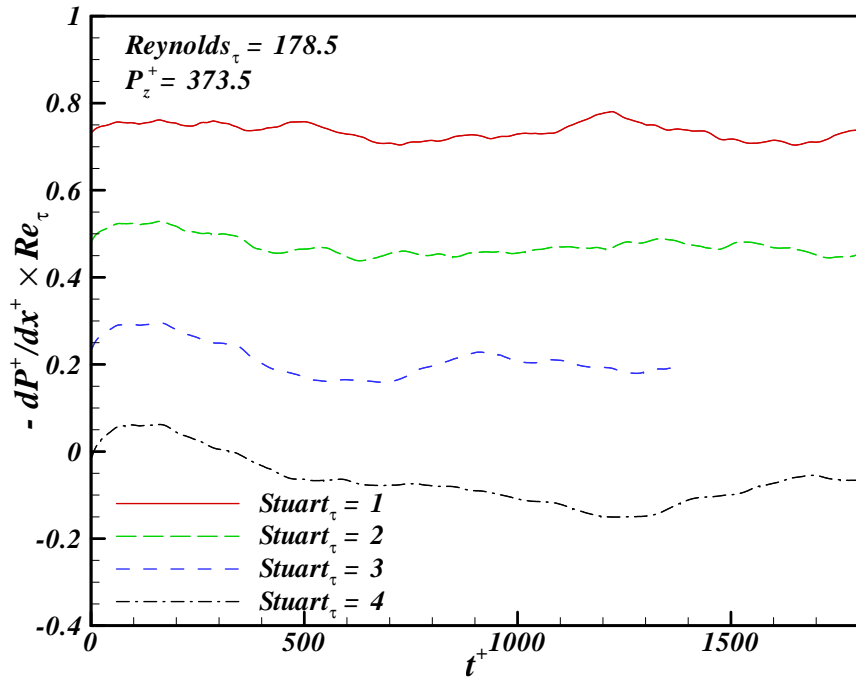


FIGURE 6.23 – Évolution temporelle du gradient de pression moyen d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique propulsif ($1 \leq Stuart_\tau \leq 4$, distance aimants $P_z^+ = 373.5$)

Énergie cinétique des fluctuations

Les figures 6.24, 6.25, 6.26, 6.27 et 6.28 représentent l'évolution temporelle de la valeur moyenne sur tout le canal de l'énergie cinétique E_{fluc}^+ des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage électromagnétique propulsif. D'après cette figure, E_{fluc}^+ diminue et cela d'autant plus rapidement que l'intensité du forçage est importante jusqu'à une certaine limite. Cette diminution des fluctuations traduit une relaminarisation partielle de l'écoulement et permet de comprendre pourquoi la contrainte moyenne de cisaillement finit par baisser. Pour des intensités de forçages trop importantes (distance centre des aimants $P_z^+ = 187$ et $Stuart_\tau > 10$, l'énergie cinétique des fluctuations de vitesses finit par augmenter à nouveau à cause de la génération par le forçage de jets de parois rendant le profil de vitesse moyen inflexionnel et donc instable.

La figure 6.29 illustre la variation initiale d'énergie cinétique des fluctuations en fonction de la force électromagnétique moyenne dans le canal. Cette variation initiale d'énergie cinétique des fluctuations est proportionnelle à la force électromagnétique moyenne pour chaque géométrie. Quelque soit l'actionneur, plus la force moyenne est élevée, plus l'énergie cinétique des fluctuations diminue rapidement à l'instant initial du forçage. Cette force moyenne dépend de la géométrie des actionneurs et de l'intensité du forçage ($Stuart_\tau$). Pour une même force électromagnétique moyenne, il semblerait que les actionneurs dont la distance entre le centre des aimants est comprise entre $P_z^+ = 46.7$ et $P_z^+ = 93.4$ permettent d'obtenir une réduction plus rapide de l'énergie cinétique des fluctuations.

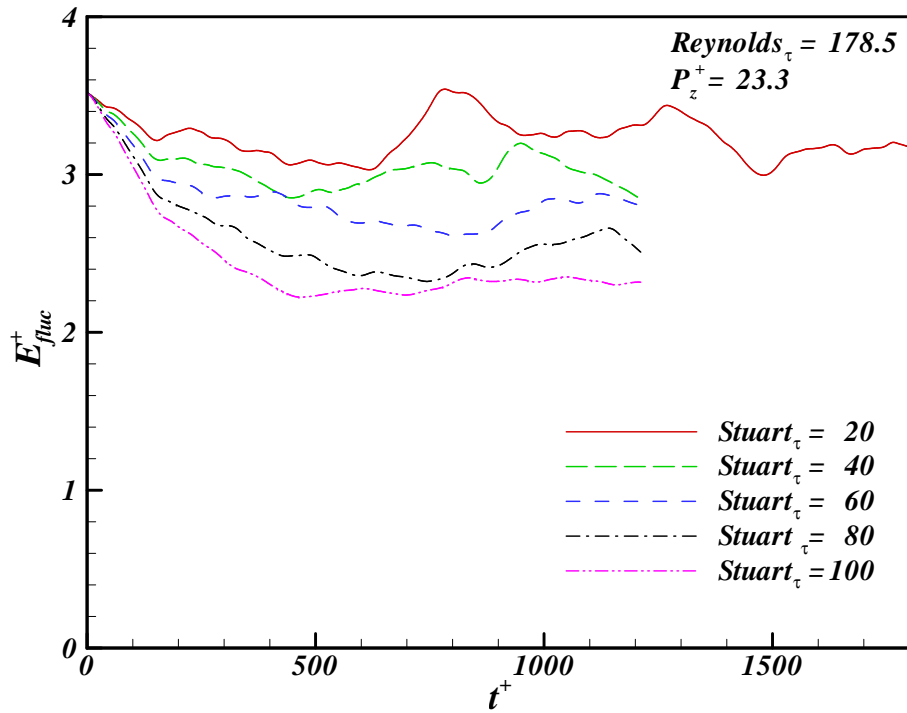


FIGURE 6.24 – Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($20 \leq Stuart_{\tau} \leq 100$, distance aimants $P_z^+ = 23.3$)

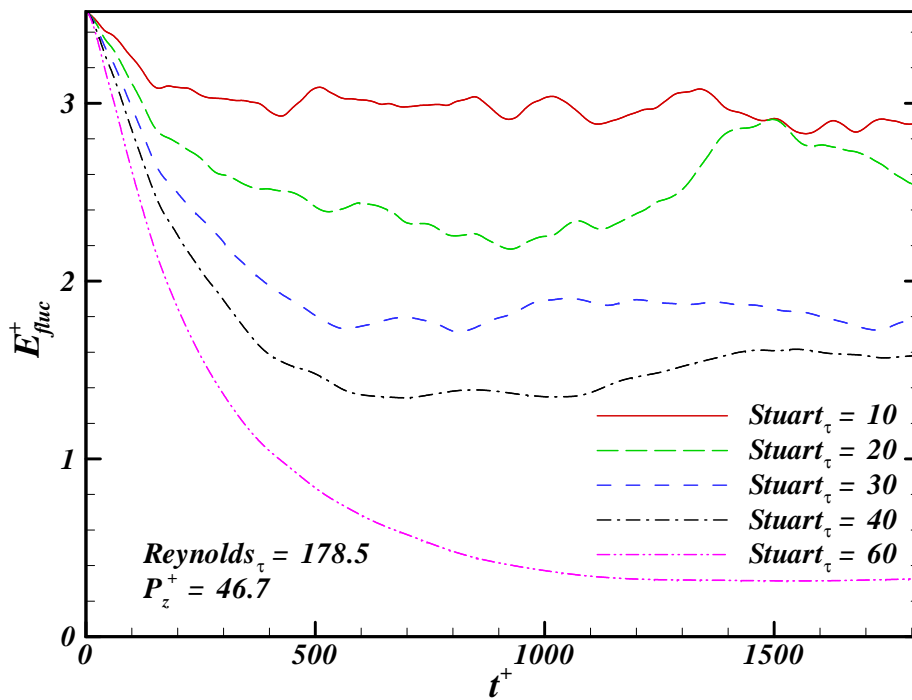


FIGURE 6.25 – Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($10 \leq Stuart_{\tau} \leq 60$, distance aimants $P_z^+ = 46.7$)

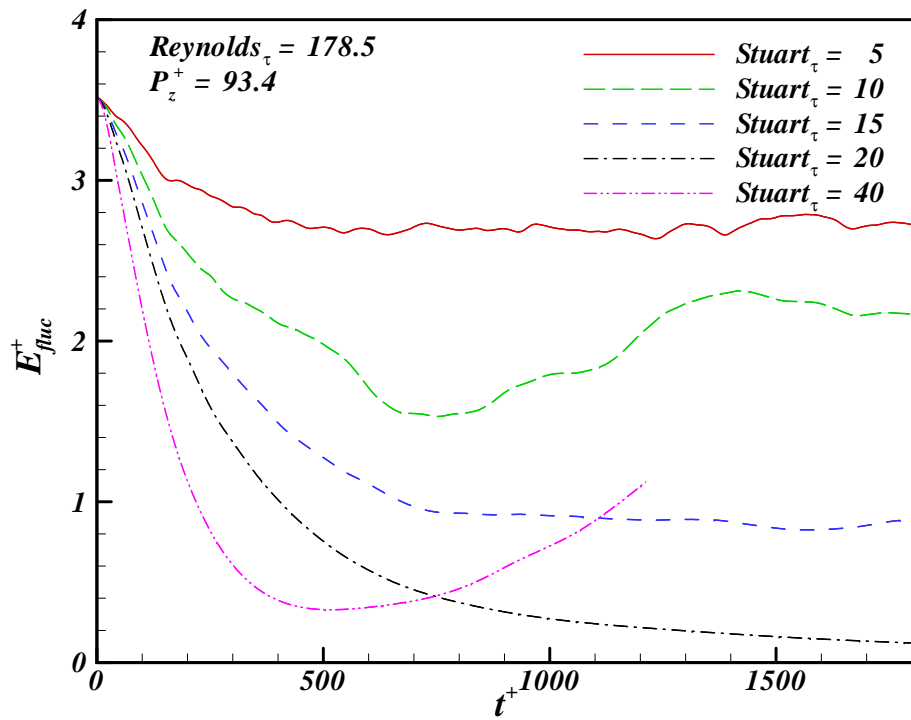


FIGURE 6.26 – Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($5 \leq Stuart_{\tau} \leq 40$, distance aimants $P_z^+ = 93.4$)

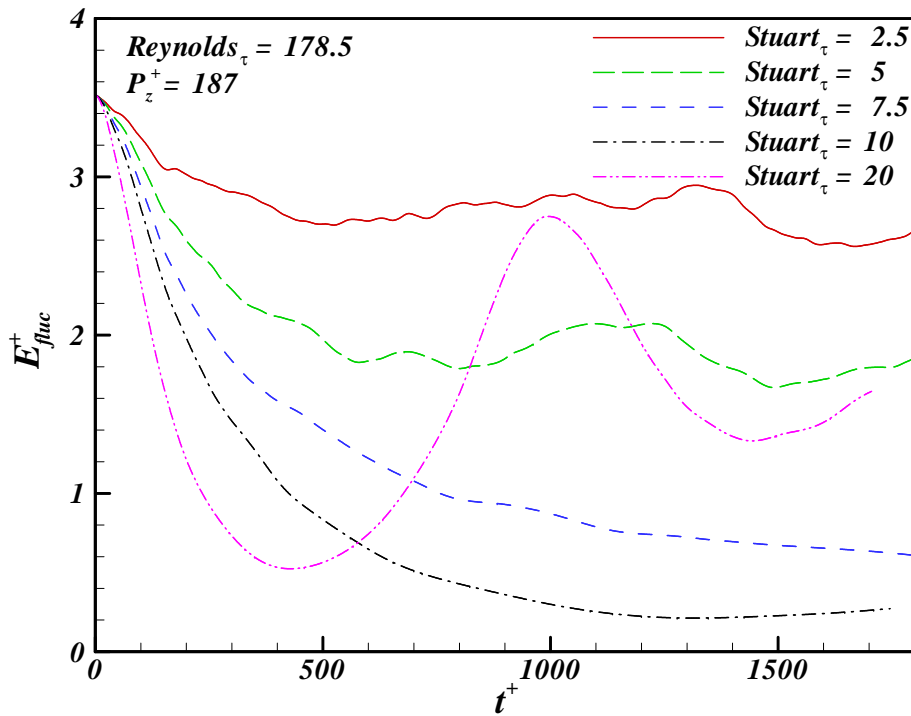


FIGURE 6.27 – Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($2.5 \leq Stuart_{\tau} \leq 20$, distance aimants $P_z^+ = 187$)

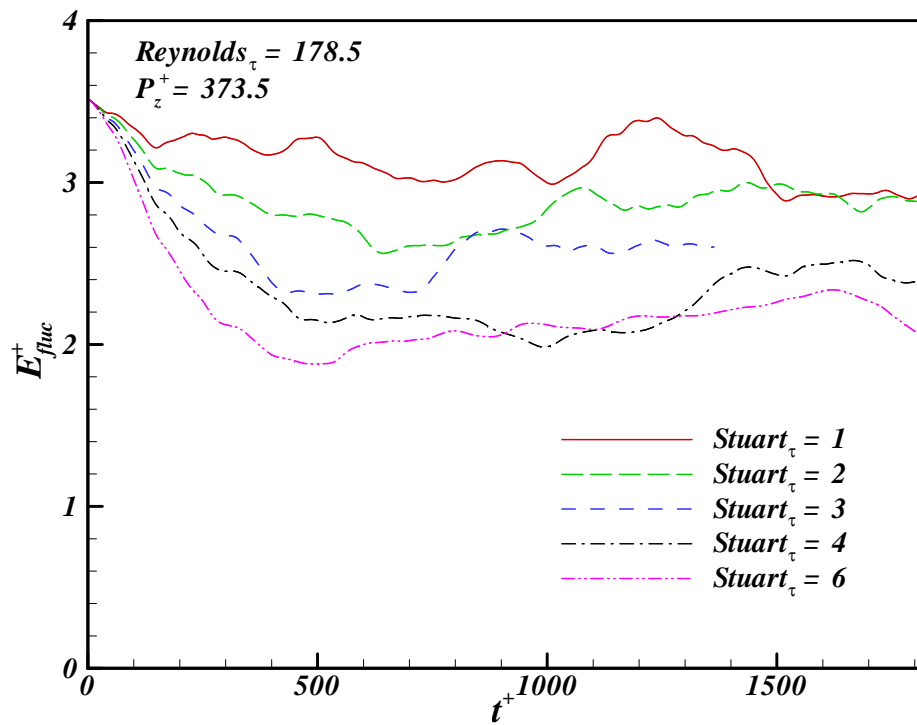


FIGURE 6.28 – Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($1 \leq Stuart_{\tau} \leq 6$, distance aimants $P_z^+ = 373.5$)

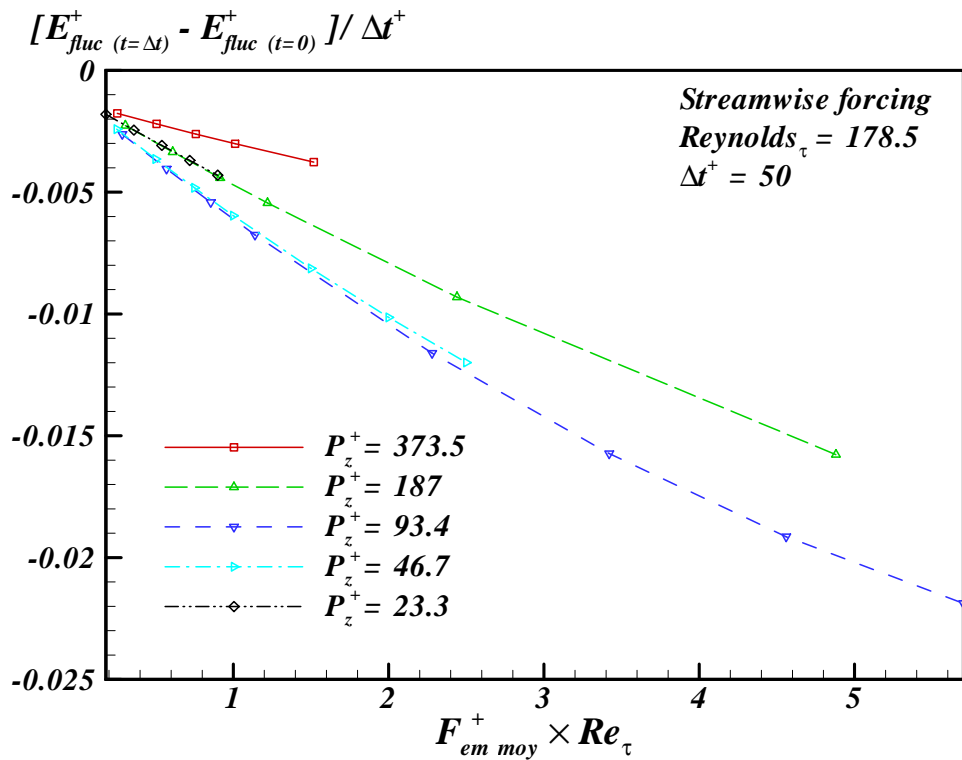


FIGURE 6.29 – Variation initiale d'énergie cinétique des fluctuations en fonction de la force électromagnétique moyenne ($23.3 \leq P_z^+ \leq 373.5$)

Enstrophie des fluctuations

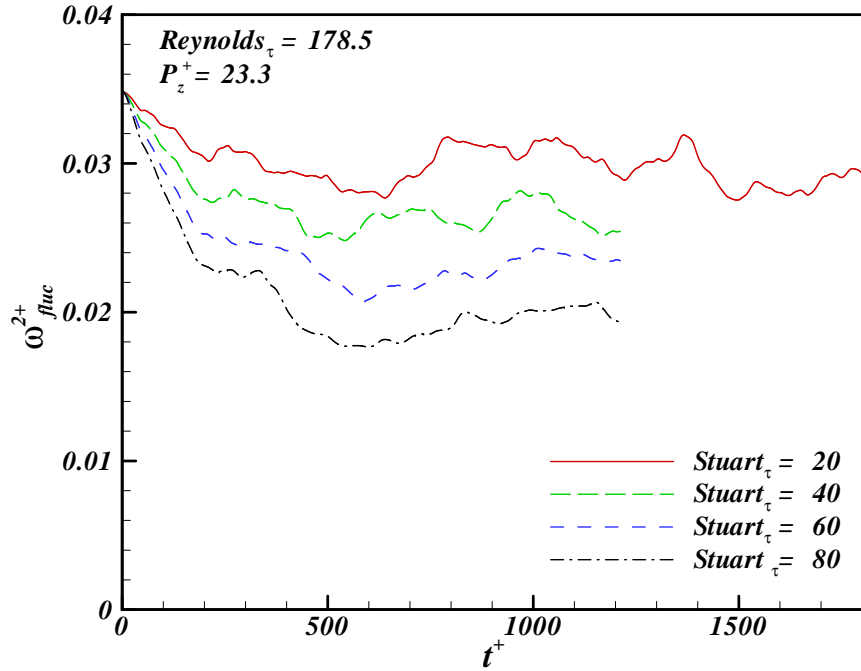


FIGURE 6.30 – Évolution temporelle de l'enstrophie des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($20 \leq Stuart_{\tau} \leq 80$, distance aimants $P_z^+ = 23.3$)

Les figures 6.30, 6.31, 6.32, 6.33 et 6.34 illustrent l'évolution temporelle de l'enstrophie des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs. Pour chaque taille d'actionneur, on remarque que plus le forçage est intense (dans la gamme des intensités considérées), plus l'enstrophie des fluctuations notée w_{fluc}^{2+} diminue. Pour le cas des deux actionneurs dont la distance entre le centre des aimants vaut respectivement $P_z^+ = 93.4^+$ et 187^+ , on remarque une évolution quasi identique de l'enstrophie des fluctuations. Dans ces deux séries de simulations, la force électromagnétique moyenne est presque la même. En effet, la force électromagnétique moyenne de la distribution des actionneurs dont la distance entre le centre des aimants vaut 93.4^+ est quasiment deux fois plus faible que celle dont la distance entre les aimants vaut 187^+ (voir tableau 6.1). Or les intensités ($Stuart_{\tau}$) des forçages utilisées pour les actionneurs dont la distance entre le centre des aimants vaut 187^+ sont deux fois plus fortes. Il semble donc y avoir un paramètre de similitude mettant en relation la diminution de l'enstrophie des fluctuations de vorticité et la force électromagnétique moyenne. On remarque aussi que l'évolution de l'énergie fluctuante (figure 6.27) et celle de l'enstrophie fluctuante (figure 6.33) sont quasiment identiques.

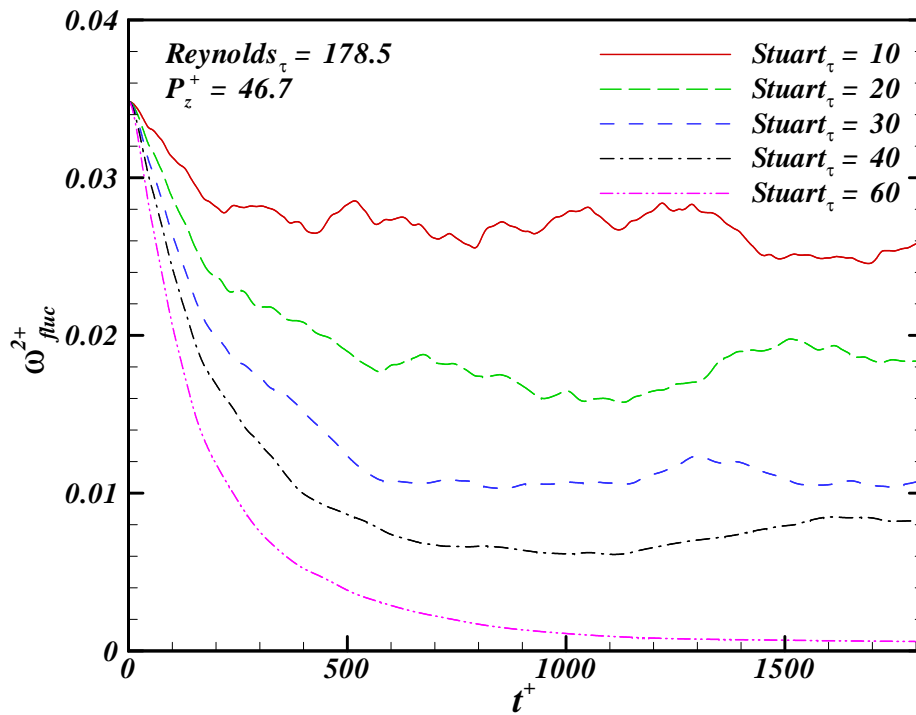


FIGURE 6.31 – Évolution temporelle de l'ensrophie des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($10 \leq Stuart_\tau \leq 60$, distance aimants $P_z^+ = 46.7$)

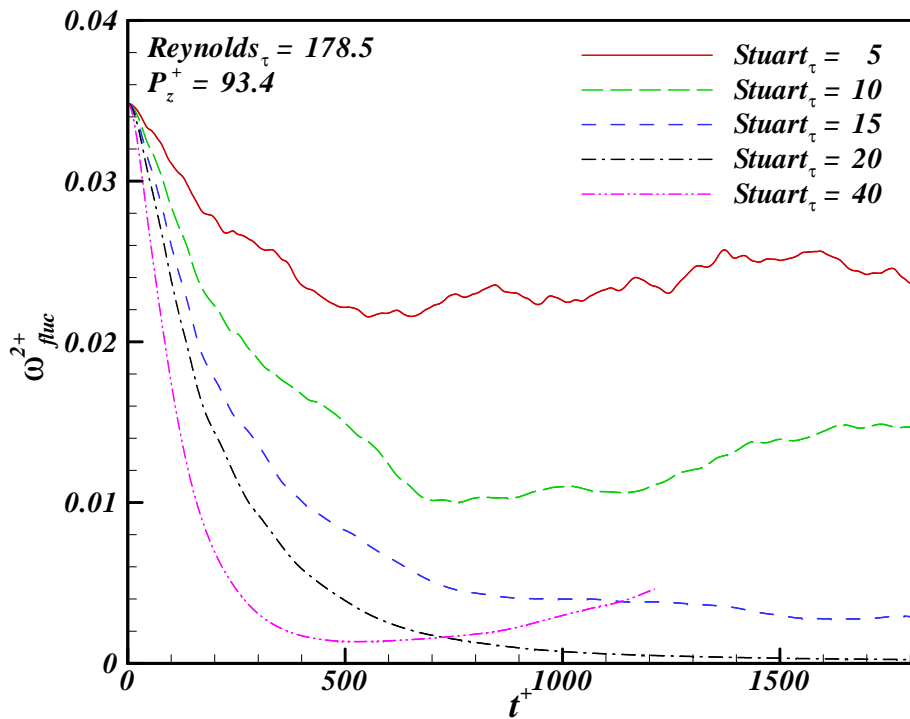


FIGURE 6.32 – Évolution temporelle de l'ensrophie des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($5 \leq Stuart_\tau \leq 40$, distance aimants $P_z^+ = 93.4$)

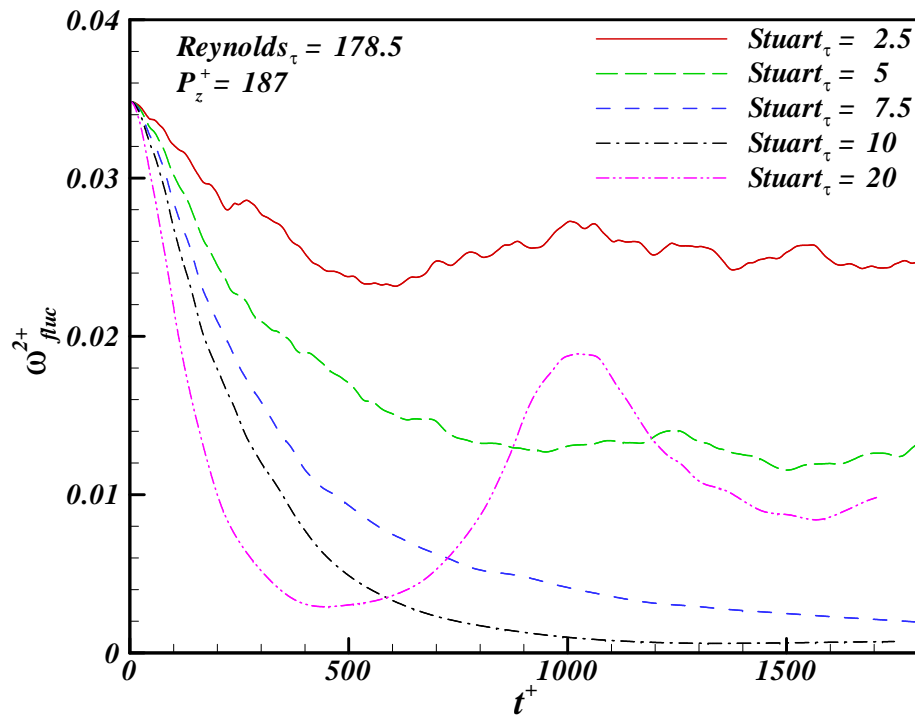


FIGURE 6.33 – Évolution temporelle de l'ensrophie des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($2.5 \leq Stuart_\tau \leq 20$, distance aimants $P_z^+ = 187$)

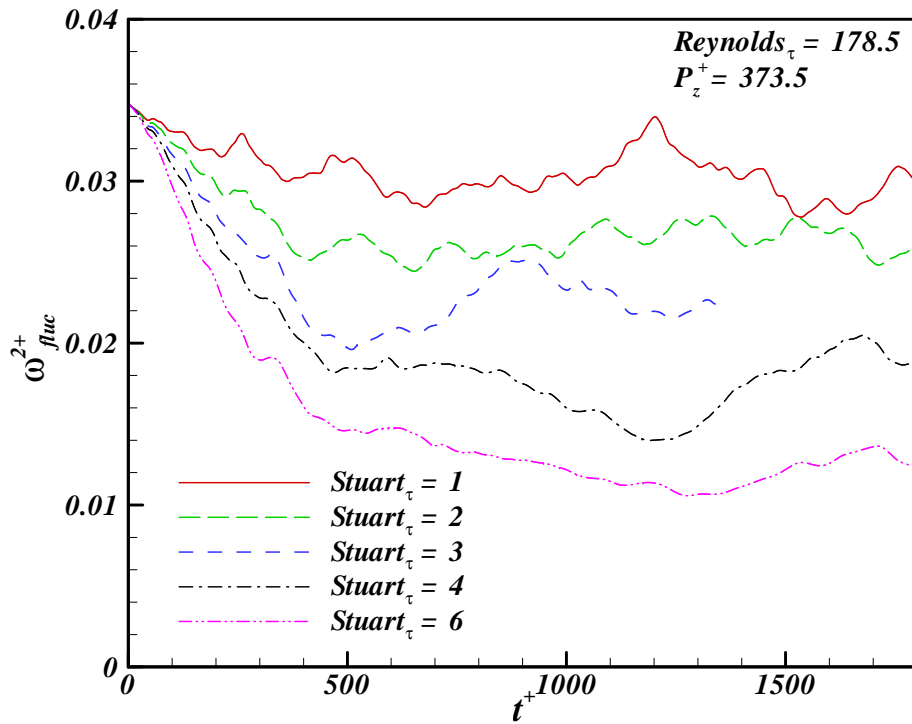


FIGURE 6.34 – Évolution temporelle de l'ensrophie des fluctuations de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un échelon de forçages électromagnétiques propulsifs ($1 \leq Stuart_\tau \leq 6$, distance aimants $P_z^+ = 373.5$)

Contraintes de Reynolds

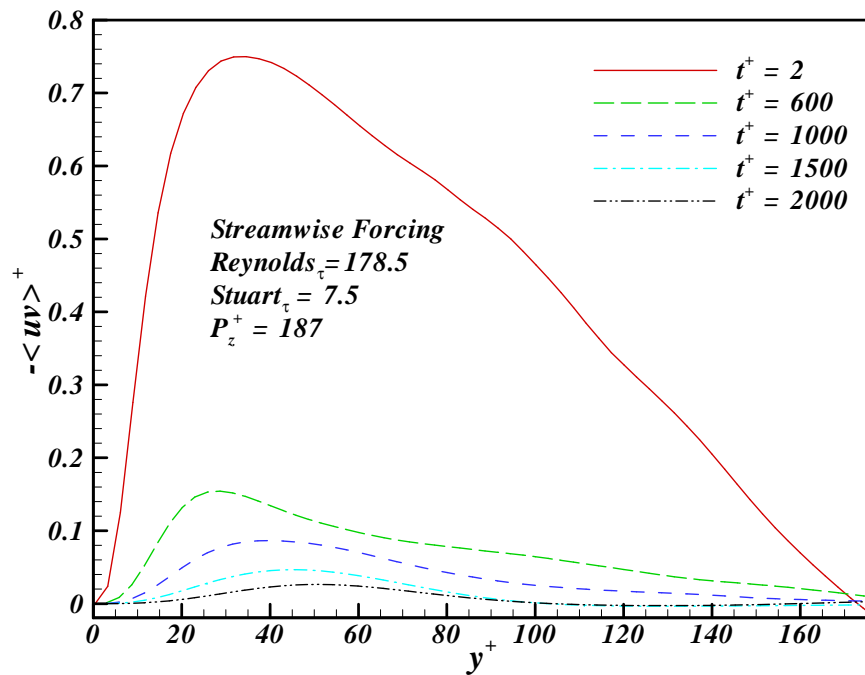


FIGURE 6.35 – Évolution temporelle ($2 \leq t^+ \leq 2000$) des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+$ en fonction de la distance à la paroi y^+ pour un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage propulsif ($Stuart_\tau = 7.5$, distance aimant $P_z^+ = 187$)

La figure 6.35 illustre l'effet de l'échelon de forçage sur l'évolution des profils des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+$. Lors des 600 premières unités de temps pariétal $t_\nu = \nu/u_{\tau_{Hinzé}}^2$, le niveau maximal des contraintes de Reynolds a baissé d'un facteur 5 pour passer de 0.75 à 1.5. Au fur et à mesure que le temps s'écoule, le niveau maximal des contraintes de Reynolds diminue et sa position se décale vers les y^+ croissants. A l'instant $t^+ = 1500$, les contraintes de Reynolds commencent à prendre de valeurs légèrement négatives au delà de $y^+ = 100$. A l'instant $t^+ = 2000$, le niveau maximal des contraintes est encore deux fois plus faible qu'à $t^+ = 1500$. Il est alors situé à une distance de la paroi y^+ telle que $30 < y^+ < 40$.

Interprétation

En imposant un forçage électromagnétique propulsif dont la profondeur de pénétration et l'intensité sont à la limite de générer des jets pariétaux, on augmente certes la contrainte moyenne de cisaillement dans un premier temps mais on diminue aussi énormément l'intensité turbulente et les contraintes de Reynolds. Par conséquent, on relaminarise l'écoulement et la contrainte moyenne de cisaillement pariétal finit par baisser. On remarque par ailleurs que le paramètre dimensionnant de ce forçage est le produit $Stuart_\tau \times P_z^+$.

6.5.4 Relaxation consécutive à un échelon de forçage

Regardons maintenant comment répond l'écoulement lorsque le forçage est arrêté après un échelon prolongé de forçage. Prenons le cas optimal où la distance entre les centres des aimants vaut $P_z = 187^+$ et l'intensité du forçage est telle que $Stuart_\tau = 7.5$. Arrêtons ensuite le forçage à l'instant $T_{ON/OFF}^+$ et regardons ce qui se passe pour différentes valeurs de $T_{ON/OFF}^+$. Cette analyse doit être considérée avec une grande réserve dans la mesure où les simulations D.N.S. restent peu performantes pour prédire correctement une transition à la turbulence.

Contrainte moyenne de cisaillement pariétal et force moyenne de pression

Les figures 6.37 et 6.36 illustrent respectivement l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal et de la force moyenne de pression d'un écoulement turbulent en relaxation après un échelon de forçage propulsif. Après l'arrêt du forçage, dans les cas où $T_{ON/OFF}^+ = 600 - 1000 - 1500$, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal chute puis remonte à son niveau standard. La force de pression moyenne, quant à elle, remonte brusquement pour compenser l'arrêt du forçage et maintenir le débit. Elle baisse ensuite puis remonte à son niveau standard en suivant l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. Plus le temps de forçage est élevé, plus le niveau de contrainte minimum atteint est faible. D'ailleurs, pour le cas où $T_{ON/OFF}^+ = 2000$, l'écoulement est quasiment relaminarisé et n'arrive plus à transiter à la turbulence à nouveau. Ceci est dû au relativement faible nombre de Reynolds utilisé pour ces simulations mais ne correspond pas forcément à un comportement physique quand on connaît la difficulté à simuler des transitions à la turbulence.

Énergie cinétique et enstrophie des fluctuations

Les figures 6.38 et 6.39 illustrent respectivement l'évolution de l'énergie cinétique et de l'enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent en relaxation après un échelon de forçage propulsif. Dès que l'on interrompt le forçage aux instants $T_{ON/OFF} = 600 - 1000 - 1500$, l'énergie cinétique et l'enstrophie des fluctuations arrête de baisser. Elles remontent ensuite en passant par leur niveau initial $E_{fluc}^+ = 3.5$ et en le dépassant d'autant plus que $T_{ON/OFF}^+$ est élevé. Elles finissent ensuite par redescendre à leur niveau initial et fluctuent autour de cette valeur. Dans le cas où $T_{ON/OFF} = 2000$, l'énergie des fluctuations ne remonte pas à sa valeur initiale $E_{fluc}^+ = 3.5$ mais remonte et stagne autour d'une valeur $E_{fluc}^+ = 1.5$, alors que la contrainte moyenne de cisaillement pariétal continue de baisser. En ce qui concerne l'enstrophie des fluctuations, elle ne remonte pas non plus à sa valeur initiale $\omega_{fluc}^{2+} = 0.035$ mais stagne autour d'une valeur $\omega_{fluc}^{2+} = 0.001$. Tout se passe comme s'il y avait un seuil de fluctuation au-delà duquel l'écoulement ne pourrait plus transiter à la turbulence numériquement. Il est possible de supposer que ce phénomène est dû au faible nombre de Reynolds utilisé dans ces simulations.

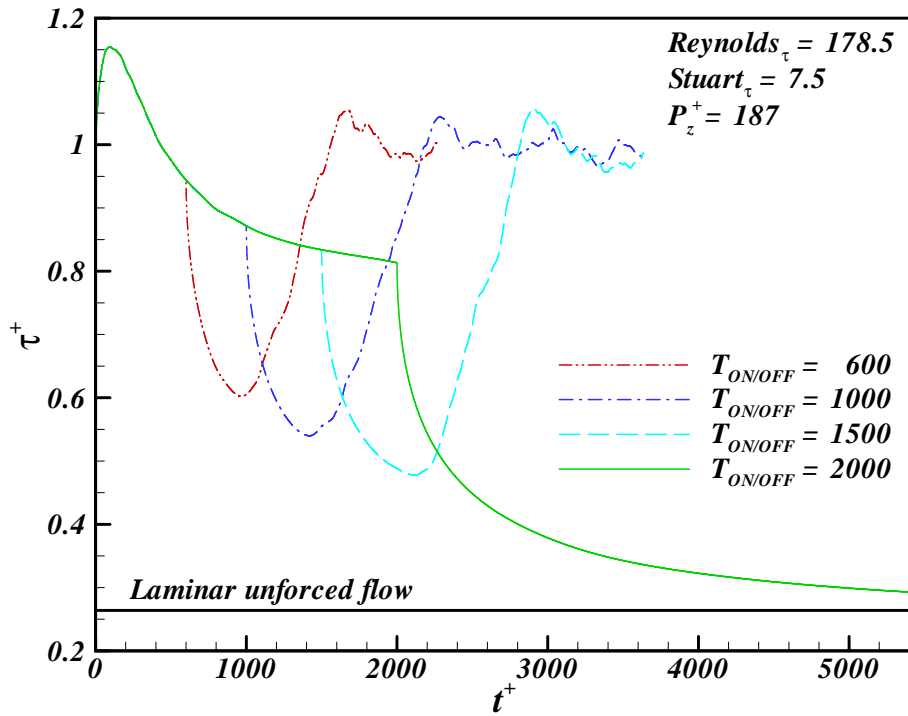


FIGURE 6.36 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent en relaxation ($T_{ON/OFF} = 600-1000-1500-2000$) après un échelon de forçage propulsif ($Re_{\tau} = 178.5$, $Stuart_{\tau} = 7.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$)

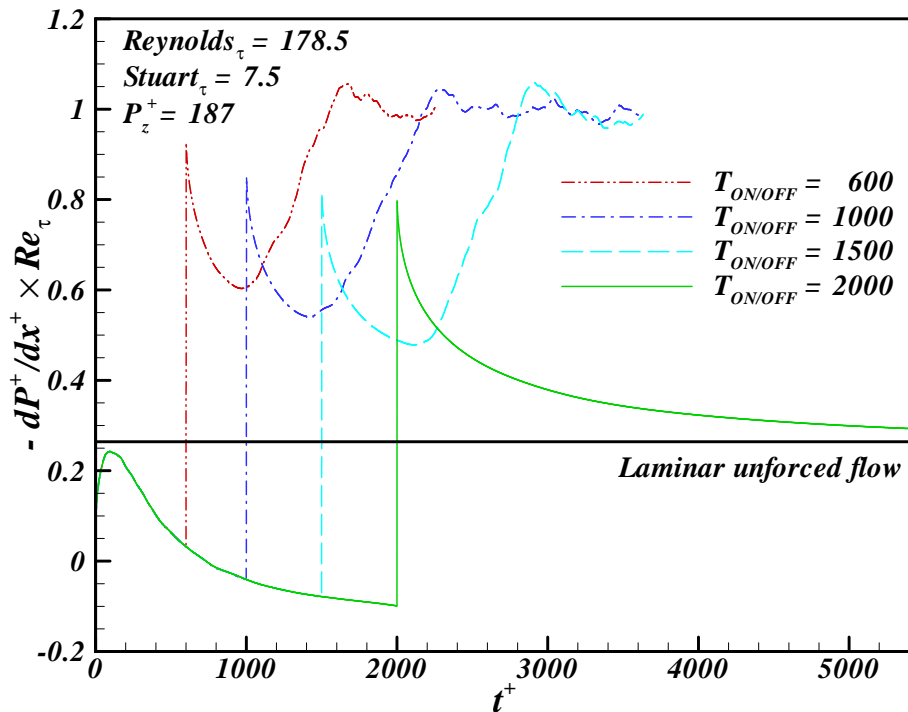


FIGURE 6.37 – Force moyenne de pression d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) en relaxation ($T_{ON/OFF} = 600-1000-1500-2000$) après un échelon de forçage propulsif ($Stuart_{\tau} = 7.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$)

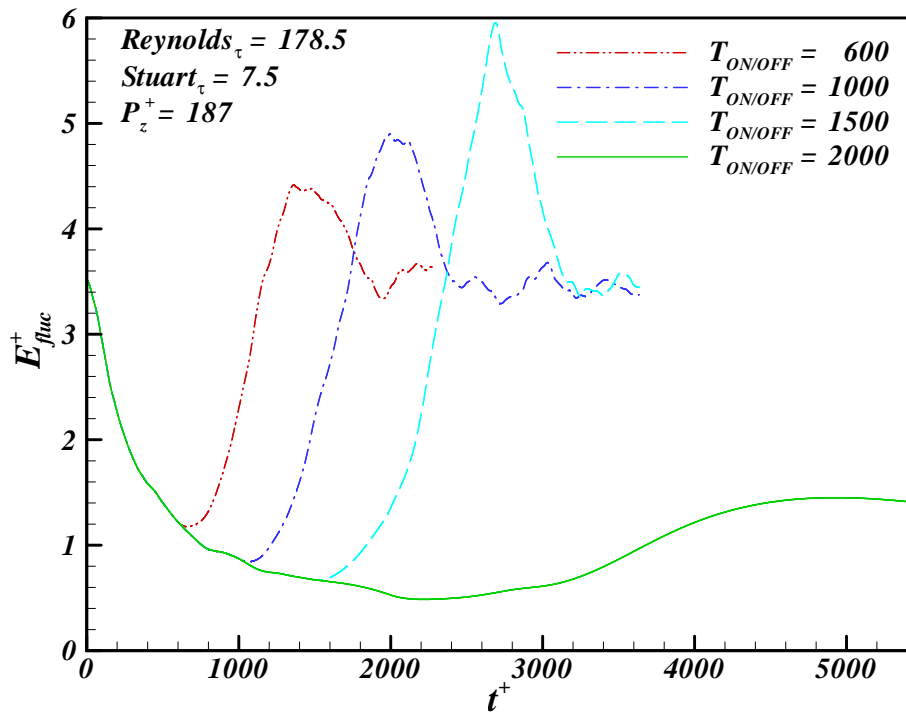


FIGURE 6.38 – Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) en relaxation ($T_{ON/OFF} = 600-1000-1500-2000$) après un échelon de forçage propulsif ($Stuart_{\tau} = 7.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$)

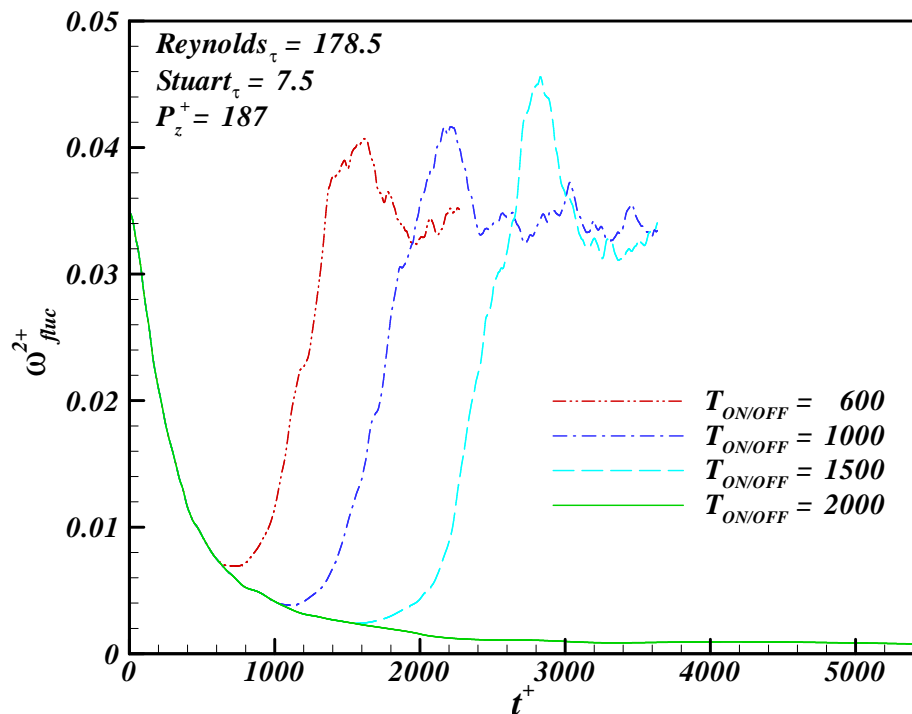


FIGURE 6.39 – Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) en relaxation ($T_{ON/OFF} = 600-1000-1500-2000$) après un échelon de forçage propulsif ($Stuart_{\tau} = 7.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$)

Composante longitudinale de la vitesse moyenne

Les figures 6.40 et 6.41 illustrent respectivement l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent ($Reynolds_\tau = 178.5$) soumis à un forçage propulsif ($Stuart_\tau = 7.5$, distance entre les centres des aimants $P_z^+ = 187$) puis relaxé aux instants $T_{ON/OFF}^+ = 1500$ et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$. On remarque que la couche limite s'amincit jusqu'à $t^+ \approx 100$ puis s'épaissit au delà. Vers $t^+ = 1400$, on constate que l'apparition d'un maximum de vitesse en $y^+ = 70$. Le début d'un profil en "M" commence à se dessiner. A l'instant $t^+ = T_{ON/OFF}^+$, le forçage est arrêté et l'épaisseur de la couche limite augmente alors brusquement. Dans le cas où $T_{ON/OFF}^+ = 1500$, la transition à la turbulence se fait 1000 unités de temps pariétal plus tard et est caractérisée par une brusque décroissance de l'épaisseur de couche limite à l'instant $t^+ = 2500$. Dans le cas où $T_{ON/OFF}^+ = 2000$, l'écoulement reste à l'état laminaire après l'arrêt du forçage (dans la fenêtre temporelle explorée). Ces variations d'épaisseur de la couche limite concordent avec les variations de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal.

Écart-type des fluctuations de vitesse

Les figures 6.42, 6.43 et 6.44 illustrent respectivement l'évolution des écarts-type u_{rms}^+ , v_{rms}^+ et w_{rms}^+ des fluctuations des composantes longitudinale, normale et transverse de vitesse d'un écoulement turbulent ($Reynolds_\tau = 178.5$) soumis à un forçage propulsif ($Stuart_\tau = 7.5$, distance entre le centre des aimants $P_z^+ = 187$) puis relaxé dans les cas $T_{ON/OFF}^+ = 1500$ (à gauche) et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ (à droite). On remarque que les écarts-types u_{rms}^+ , v_{rms}^+ et w_{rms}^+ diminuent tout au long de la période où le forçage est actif $t^+ < T_{ON/OFF}^+$. Cette diminution est effective quelque soit la distance à la paroi. Lorsque le forçage est interrompu, la diminution de u_{rms}^+ est également immédiatement interrompue au-delà de $y^+ = 20$ et u_{rms}^+ augmente alors que v_{rms}^+ et w_{rms}^+ continuent de diminuer quelque soit la distance à la paroi. Dans le cas $T_{ON/OFF}^+ = 1500$, à l'instant $t^+ \approx 2000$, lorsque u_{rms}^+ commence à augmenter à une distance de la paroi inférieure à $y^+ = 20$, on remarque que v_{rms}^+ et w_{rms}^+ commencent aussi, à leur tour, à augmenter. u_{rms}^+ remonte alors à son niveau standard non actionné (initial) et le dépasse pendant les instants tels que ($2500 < t^+ < 2900$). Il finit par redescendre et se stabiliser autour de son niveau standard non actionné (initial). Dans le cas $T_{ON/OFF}^+ = 2000$, u_{rms}^+ remonte aussi mais pas jusqu'à son niveau standard non actionné (initial). Le maximum se trouve alors en $y^+ = 70$. En ce qui concerne les écarts-type v_{rms}^+ et w_{rms}^+ , ils ne font que continuer à diminuer sur toute la hauteur du canal alors même que le forçage n'est plus actif.

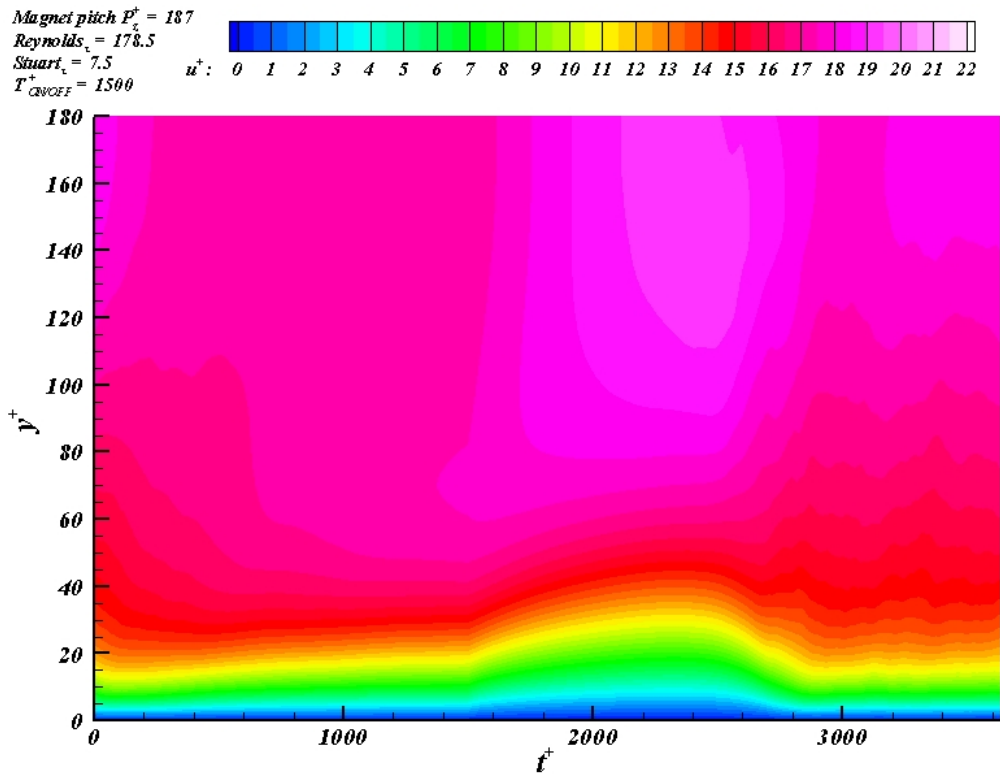


FIGURE 6.40 – Composante longitudinale de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif puis relaxé à l'instant $T_{ON/OFF}^+ = 1500$

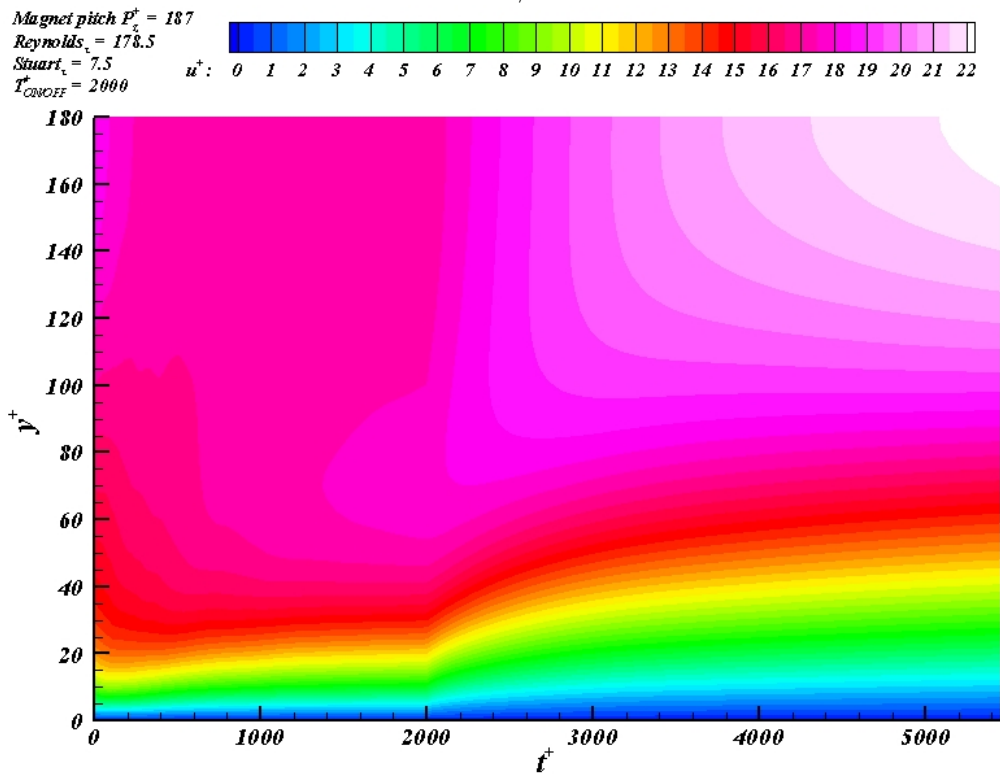


FIGURE 6.41 – Composante longitudinale de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif puis relaxé à l'instant $T_{ON/OFF}^+ = 2000$

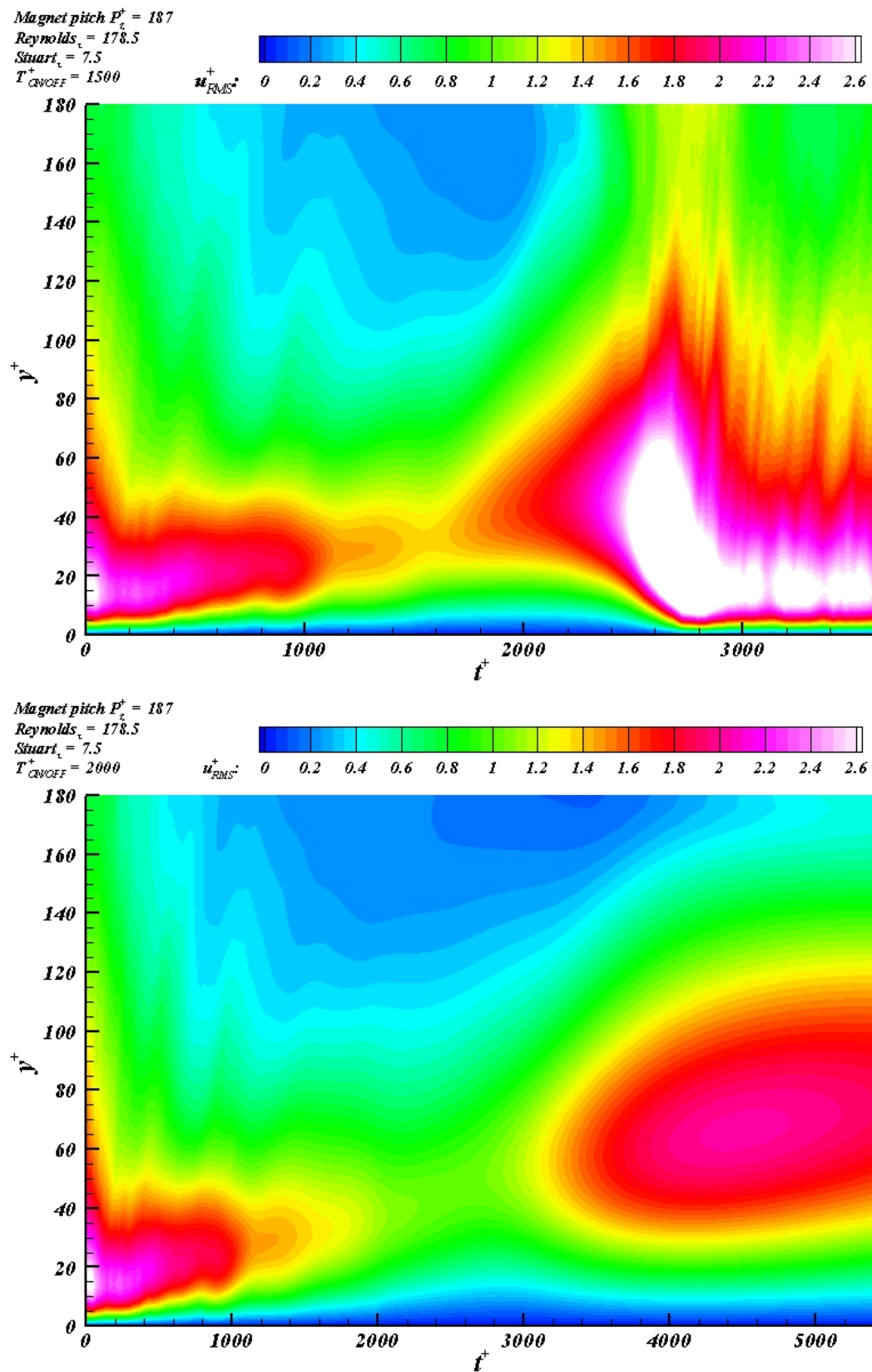


FIGURE 6.42 – Écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)

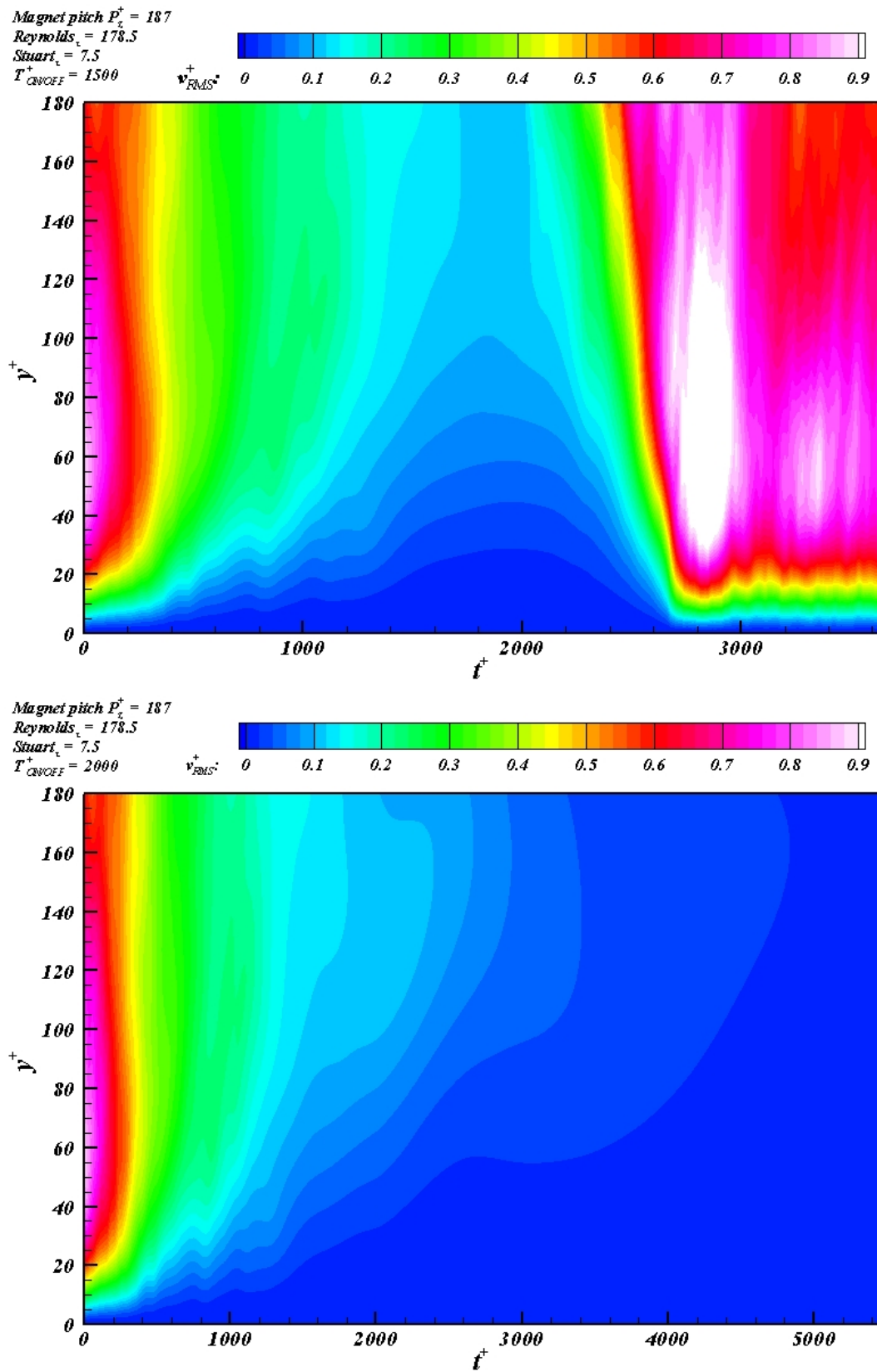


FIGURE 6.43 – Écart-type des fluctuations de la composante normale de vitesse d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)

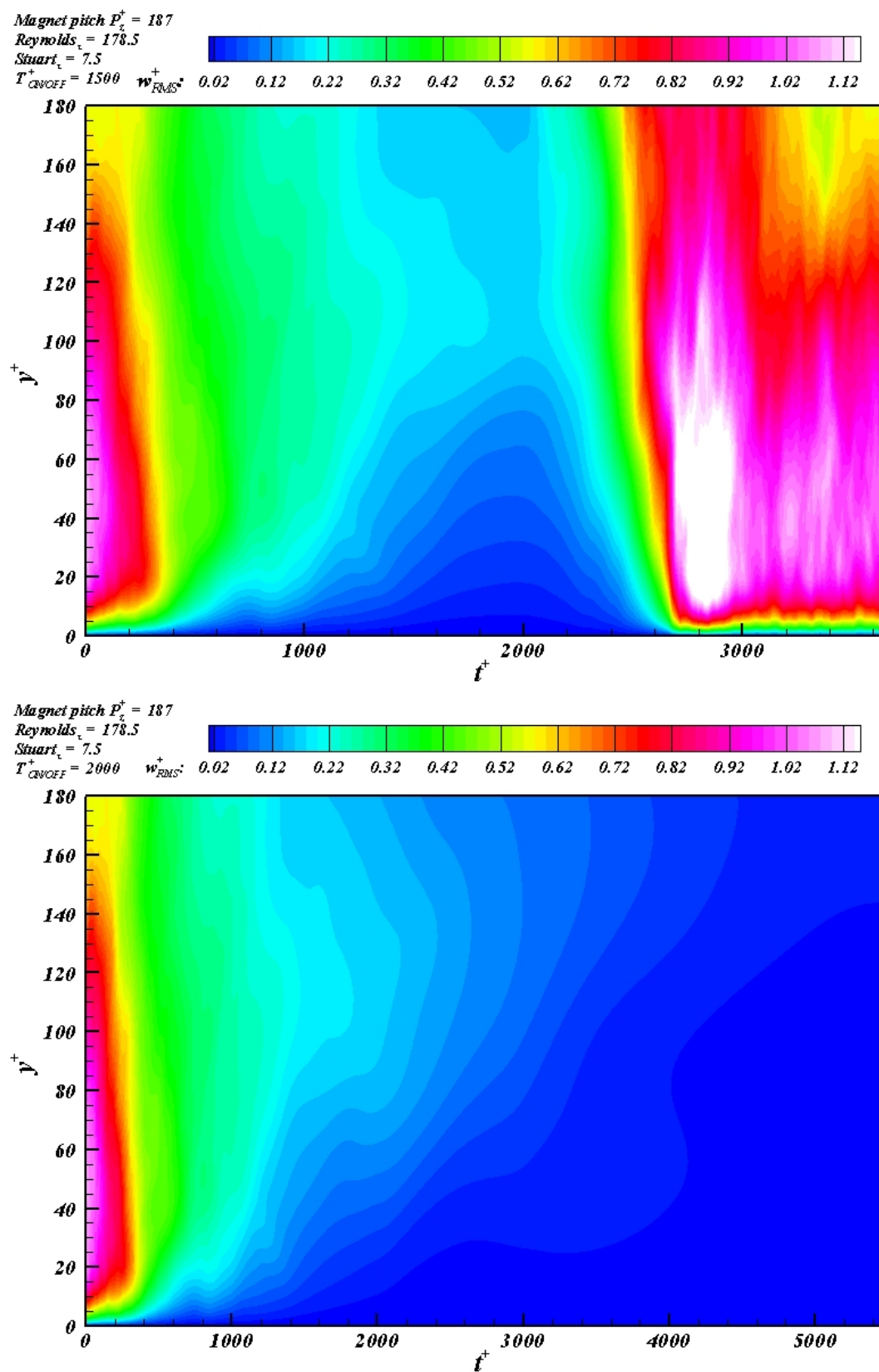


FIGURE 6.44 – Écart-type des fluctuations de la composante transverse de vitesse d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)

Écart-type des fluctuations de vortacité

Les figures 6.45, 6.46, et 6.47 illustrent l'évolution de l'écart-type des fluctuations des composantes longitudinales, normales et transverses (respectivement de haut en bas) de vorticités d'un écoulement turbulent ($Reynolds_\tau = 178.5$) soumis à un forçage propulsif ($Stuart_\tau = 7.5$, distance entre le centre des aimants $P_z^+ = 187$) puis relaxé dans les cas $T_{ON/OFF}^+ = 1500$ et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ (respectivement de gauche à droite). On remarque que les écarts-types $\omega_{x\ rms}^+$, $\omega_{y\ rms}^+$ et $\omega_{z\ rms}^+$ diminuent tout au long de la période où le forçage est actif $t^+ < T_{ON/OFF}^+$. Cette diminution est effective quelque soit la distance à la paroi. L'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vortacité $\omega_{x\ rms}^+$ conserve son minimum local près de la paroi mais la position de ce dernier s'en éloigne pendant la période où le forçage est actif. Lorsque le forçage est interrompu, la diminution de $\omega_{y\ rms}^+$ est aussi immédiatement interrompue à une distance de la paroi telle que $20 < y^+ < 40$. $\omega_{y\ rms}^+$ augmente alors que $\omega_{x\ rms}^+$ et $\omega_{z\ rms}^+$ continuent de diminuer quelque soit la distance à la paroi. Dans le cas où $T_{ON/OFF}^+ = 1500$, à l'instant $t^+ \approx 2000$, lorsque $\omega_{y\ rms}^+$ commence à augmenter à une distance de la paroi inférieure à $y^+ = 20$, on remarque que $\omega_{x\ rms}^+$ et $\omega_{z\ rms}^+$ commencent aussi à augmenter à leur tour. $\omega_{y\ rms}^+$ remonte alors à son niveau standard non actionné (initial) et le dépasse pendant un temps ($2500 < t^+ < 2900$). Il finit par redescendre et se stabiliser autour de son niveau standard non actionné (initial). Dans le cas $T_{ON/OFF}^+ = 2000$, $\omega_{x\ rms}^+$ ne fait que continuer de diminuer sur toute la hauteur du canal alors même que le forçage n'est plus actif $\omega_{y\ rms}^+$ augmente dans une tranche de l'écoulement comprise entre $30 < y^+ < 80$ mais n'atteint pas son niveau standard non actionné (initial). Le maximum se trouve alors en $y^+ = 70$. $\omega_{z\ rms}^+$ continue de diminuer sur toute la hauteur du canal jusqu'à $t^+ = 2800$. Au-delà de $t^+ > 2800$, $\omega_{z\ rms}^+$ ne continue de diminuer que dans une tranche de l'écoulement comprise entre $30 < y^+ < 80$. De part et d'autre de cette tranche ($y^+ < 20$ et $y^+ > 80$), $\omega_{z\ rms}^+$ augmente légèrement au cours du temps.

Contraintes de Reynolds

Les figures 6.48 et 6.49 illustrent l'évolution de la contrainte de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif puis relaxé respectivement aux instants $T_{ON/OFF}^+ = 1500$ et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$. Dès le début du forçage, ces contraintes diminuent fortement sur toute la hauteur du canal. Pendant la période de forçage ($t^+ < T_{ON/OFF}^+$), le maximum des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ avoisine $30 < y^+ < 40$. Après l'arrêt du forçage ($t^+ > T_{ON/OFF}^+$), le niveau de contrainte augmente et la position du maximum se déplace en s'éloignant de la paroi vers les y^+ croissants. Dans le cas où $T_{ON/OFF}^+ = 1500$, on assiste à un retour vers l'état turbulent. Dans le cas où $T_{ON/OFF}^+ = 2000$, le retour à l'état turbulent ne se fait pas dans la fenêtre temporelle explorée. Cela s'explique par le faible nombre de Reynolds utilisé pour ces simulations.

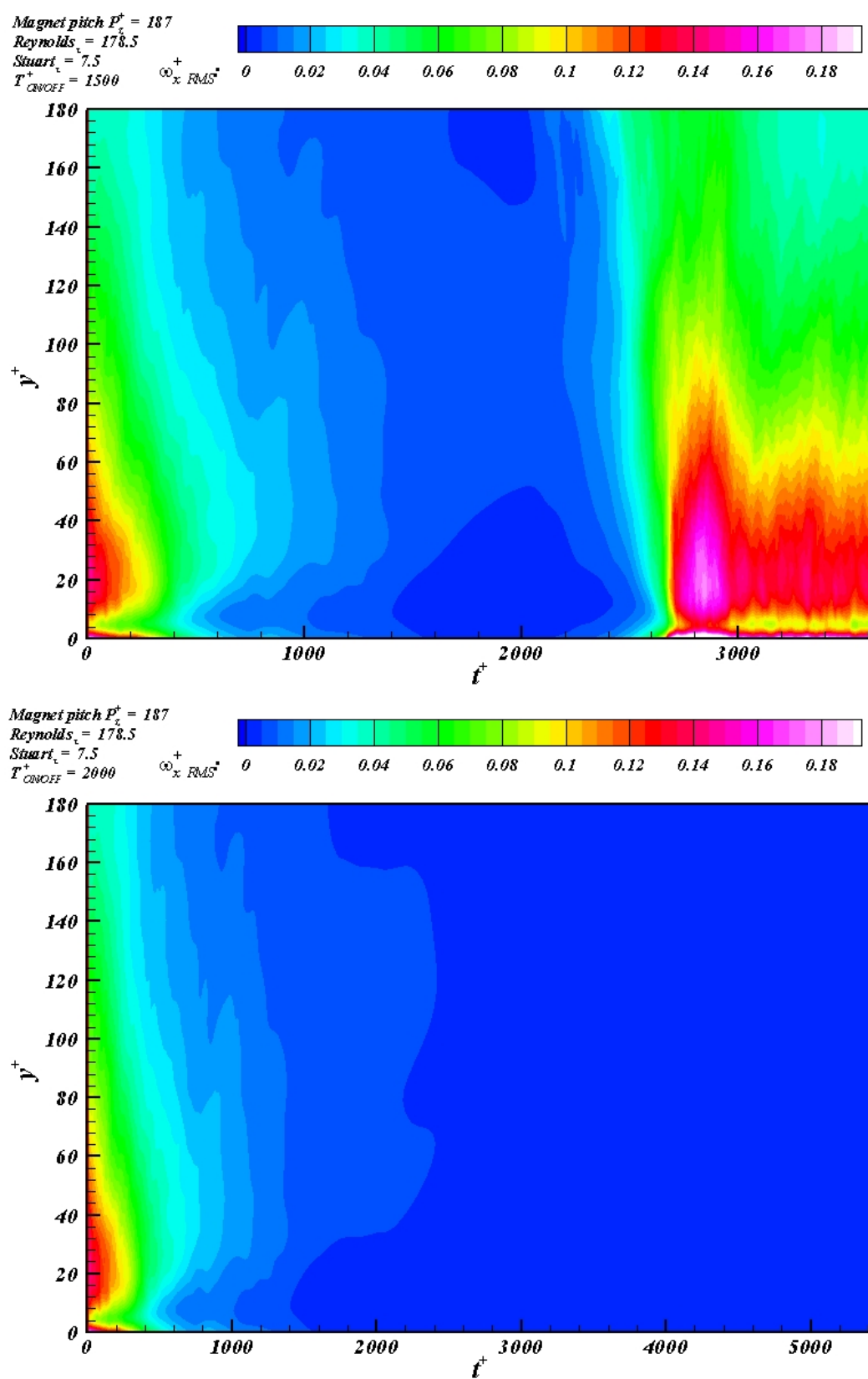


FIGURE 6.45 – Écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vorticité d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)

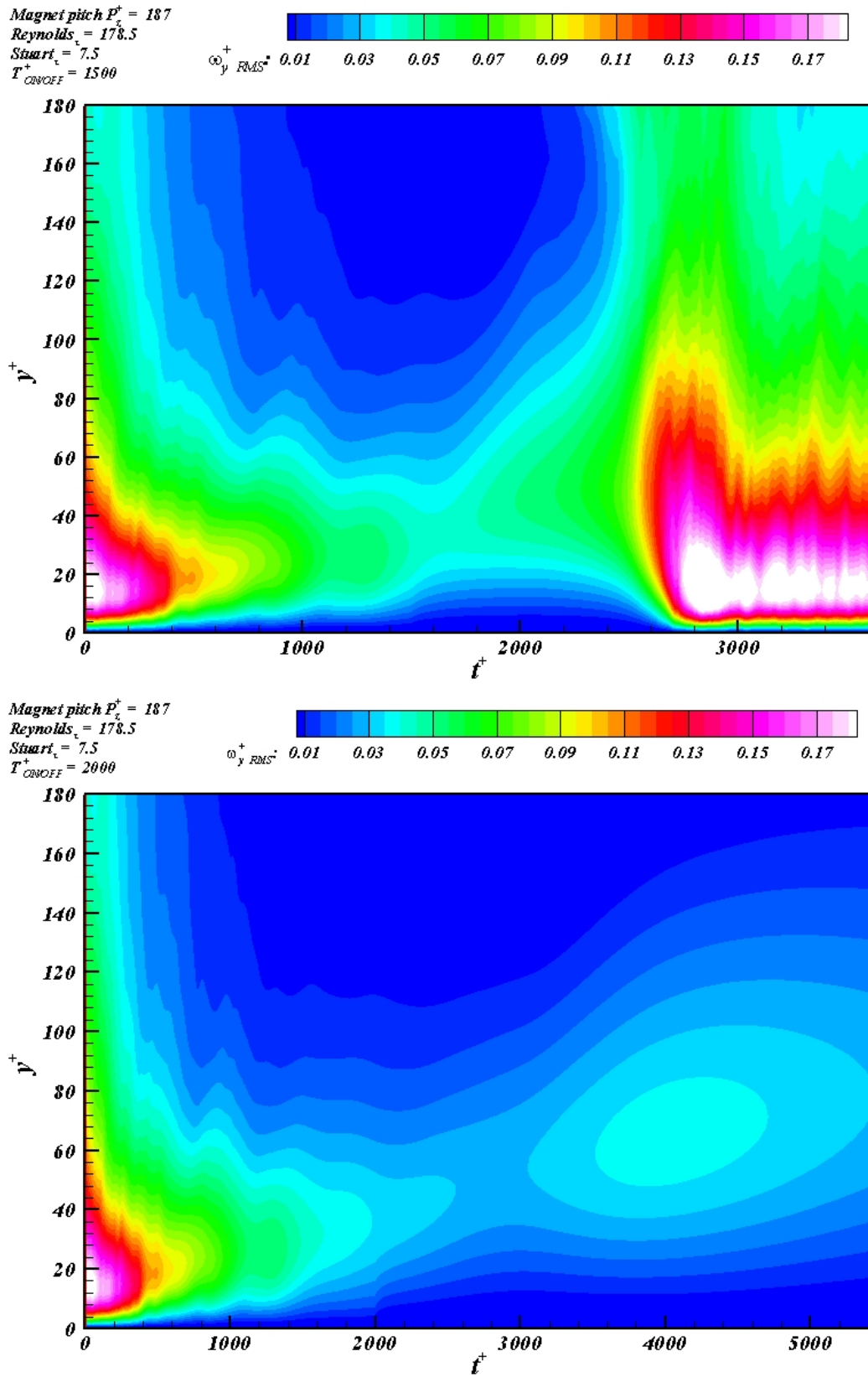


FIGURE 6.46 – Écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)

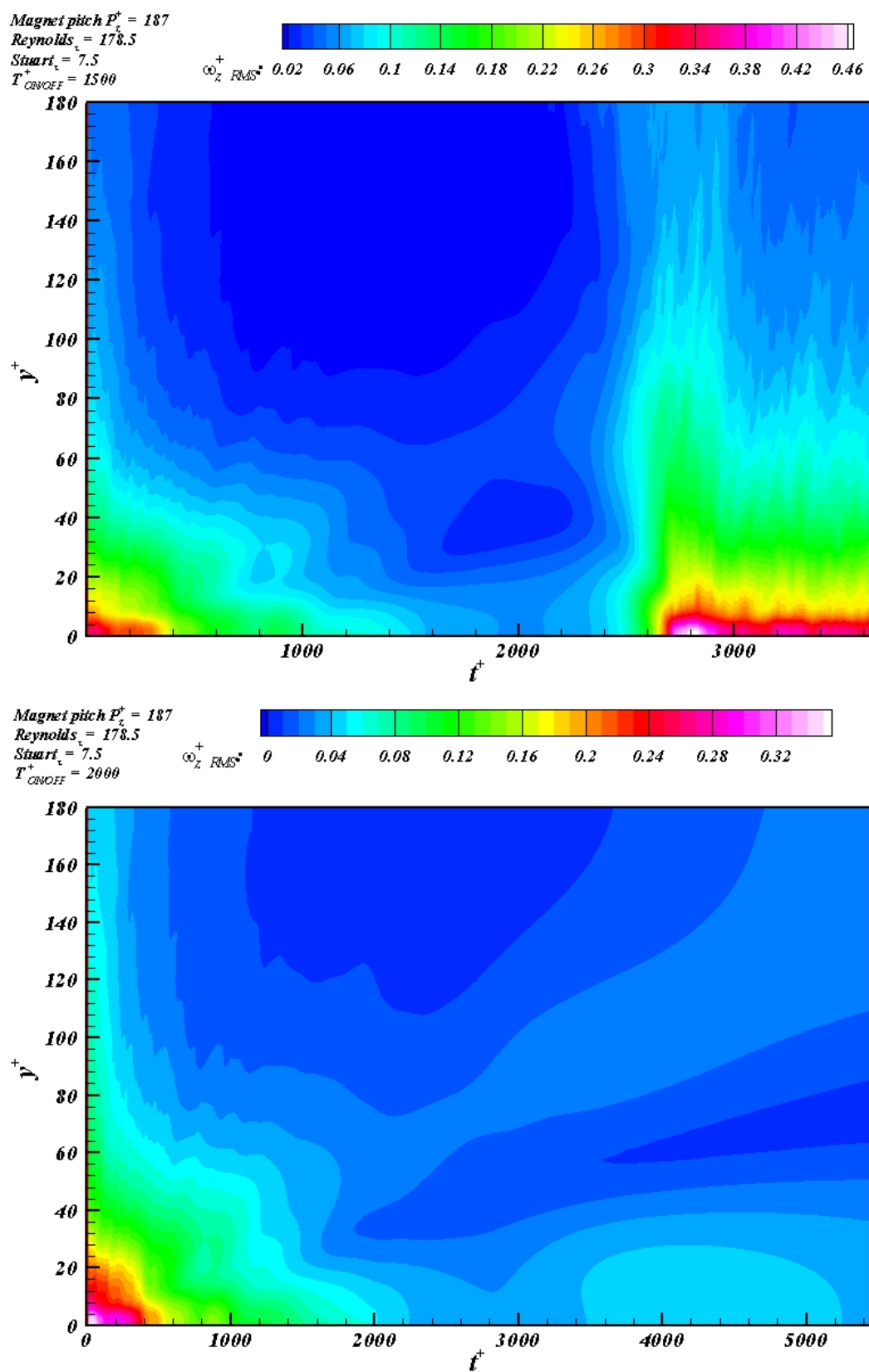


FIGURE 6.47 – Écart-type des fluctuations de la composante transverse de vorticité d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif ($T_{ON/OFF}^+ = 1500$ en haut et $T_{ON/OFF}^+ = 2000$ en bas)

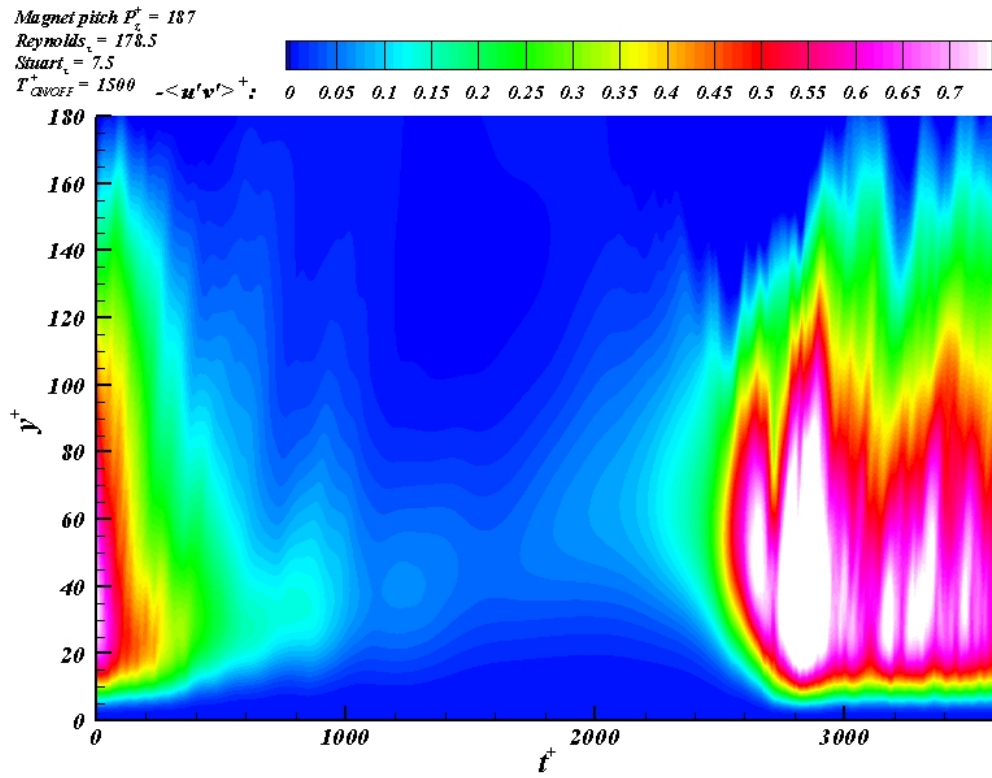


FIGURE 6.48 – Contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif puis relaxé à l'instant $T_{ON/OFF}^+ = 1500$

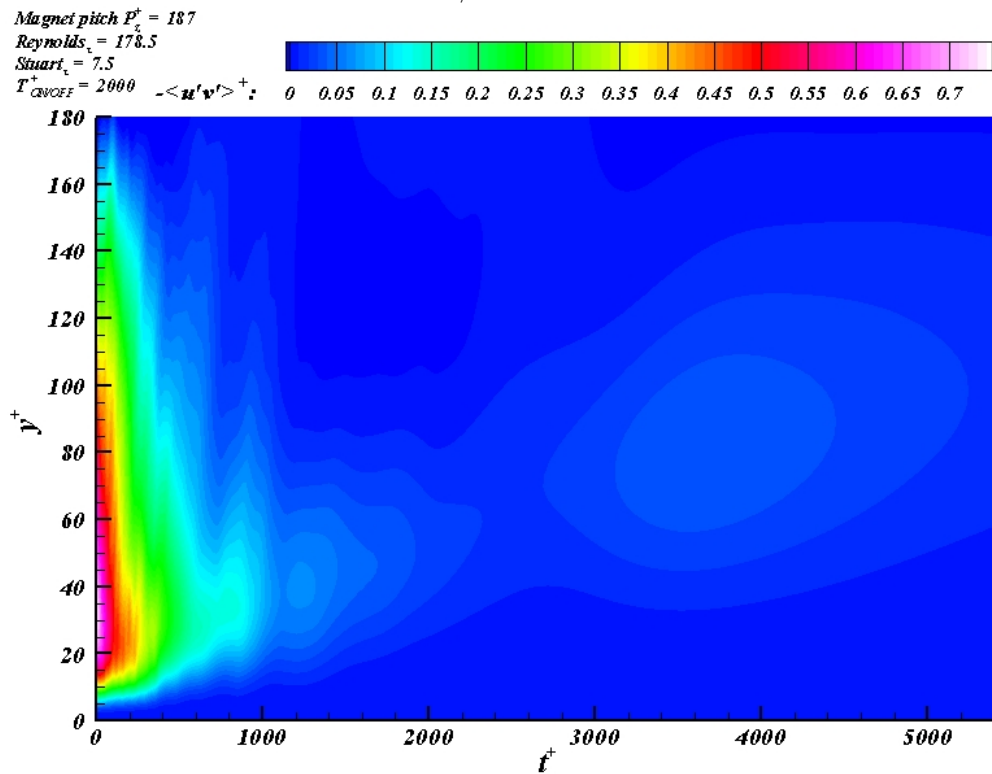


FIGURE 6.49 – Contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ d'un écoulement turbulent soumis à un forçage propulsif puis relaxé à l'instant $T_{ON/OFF}^+ = 2000$

Interprétations

Les études de relaxations montrent que si l'on arrête le forçage après un certain temps d'activation, le niveau moyen des contraintes de cisaillement pariétal chute rapidement et atteint un niveau inférieur au cas turbulent non forcé. Dans le cas où le niveau de contrainte de Reynolds atteint un niveau suffisamment faible, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal finit par atteindre le niveau de contrainte d'un écoulement laminaire. Ces études montrent aussi que l'arrêt du forçage implique aussi une remontée systématique du niveau d'énergie cinétique des fluctuations. Cette remontée du niveau d'énergie cinétique des fluctuations ne s'accompagne pas nécessairement d'une augmentation du niveau d'enstrophie des fluctuations. Lorsque le niveau de contrainte de Reynolds atteint un seuil suffisamment faible (cas $T_{ON/OFF}^+ = 2000$), la transition à la turbulence semble ne pas s'effectuer. En effet, même si le niveau d'énergie cinétique des fluctuations augmente, le niveau d'enstrophie des fluctuations continue de baisser. Cependant, il ne faut pas manquer de regard critique face à ces simulations numériques dont le nombre de Reynolds est très faible et à la limite du nombre de Reynolds critique. En effet, la transition à la turbulence est en général difficilement prédite par les codes de simulations numériques. Il est toutefois possible de conclure qu'un forçage dont l'intensité serait progressivement réduite pourrait permettre d'atteindre des niveaux de contraintes de cisaillement proches du niveau laminaire. Pour éviter une nouvelle transition vers un état turbulent, il serait nécessaire de garder un forçage minimum conditionné par les fluctuations de l'écoulement. Nous proposons dans la suite de ce chapitre de relier l'intensité du forçage à l'énergie cinétique ou l'enstrophie des fluctuations pour relaminariser un écoulement turbulent. Plus le niveau d'énergie cinétique ou d'enstrophie des fluctuations atteint est faible, plus l'intensité du forçage pourrait être diminuée. Ce type de contrôle se placerait alors dans le cadre d'un contrôle actif en boucle fermée.

6.5.5 Forçage proportionnel aux fluctuations de vortacité

Si l'on souhaite réaliser un contrôle actif en boucle fermée dont l'intensité du forçage serait reliée à l'enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent, il faut tout d'abord se demander comment mesurer concrètement cette quantité. Si l'on se place d'un point de vue expérimental, on ne peut mesurer plus ou moins facilement qu'une composante de vortacité à une distance donnée de la paroi. Les fluctuations de la composante normale de vortacité mesurable par leur écart-type (noté $\omega_{y_{rms}}$) sont caractéristiques de la présence de structures vorticitaires cohérentes liées aux allées de hautes et basses vitesses. Elles sont aussi celles qui répondent le plus vite aux essais de relaxations (voir figure 6.45, 6.46 et 6.47). Le contrôle en boucle fermée pourra donc se baser sur la seule mesure de $\omega_{y_{rms}}$ dans un plan situé à une hauteur fixée de la paroi.

$$\vec{F}_{em}^+ = \frac{Stuart_{\tau_0}}{Re_{\tau_{Hinze}}} \times \frac{\omega_{y_{rms}}}{\omega_{y_{rms0}} \Big|_{y_{sonde}^+}} \times \vec{j}^* \wedge \vec{B}^* \quad (6.11)$$

Dans cette section, un schéma de contrôle actif en boucle fermée est testé. L'intensité du forçage est directement proportionnelle à l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vortacité $\omega_{y_{rms}}$ mesuré dans le plan situé à une distance de la paroi telle que $y_{sonde} = y_{sonde}^+ \times l_{\nu_{Hinze}}$. Cet écart-type est normalisé par l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vortacité dans le cas non contrôlé $\omega_{y_{rms0}}$ de telle sorte que l'intensité du forçage puisse valoir $Stuart_{\tau_0}$ à l'instant initial. La géométrie des actionneurs est la même que celle utilisée pour les études en relaxation. La distance entre les centres des aimants vaut $P_z^+ = 187$ pour un nombre de $Reynolds_{\tau} = 178.5$.

Influence de l'intensité

Dans un premier temps, nous allons placer notre plan de "mesure" à une distance de la paroi $y^+ = 15$. D'après la figure 3.6, l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vortacité à cette distance de la paroi vaut $\omega_{y_{rms0}}^+ = 0.2$. C'est à cette distance de la paroi qu'il atteint son niveau maximum.

Contrainte moyenne de cisaillement pariétal La figure 6.50 illustre l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent forcé en boucle fermée avec un contrôle de l'intensité du forçage basé sur la mesure de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vortacité $\omega_{y_{rms}}^+$ en $y^+ = 15$. Comme le montre l'étude précédente sur les échelons de forçage, plus l'intensité du forçage est importante, plus la contrainte moyenne de cisaillement pariétal augmente au début du forçage. Ensuite, après $t^+ = 100$, elle décroît d'autant plus que l'intensité initiale du forçage est élevée. Dans les cas où $Stuart_{\tau_0} = 7.5$ et 15 , après avoir atteint son minimum, cette contrainte remonte pour fluctuer autour d'une valeur d'autant plus faible que l'intensité initiale $Stuart_{\tau_0}$ est élevée (dans la gamme des paramètres étudiés). Dans le cas où $Stuart_{\tau_0} = 20$, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal décroît jusqu'à $0.42\rho u_{\tau_{Hinze}}^2$. Elle est ensuite soumise à

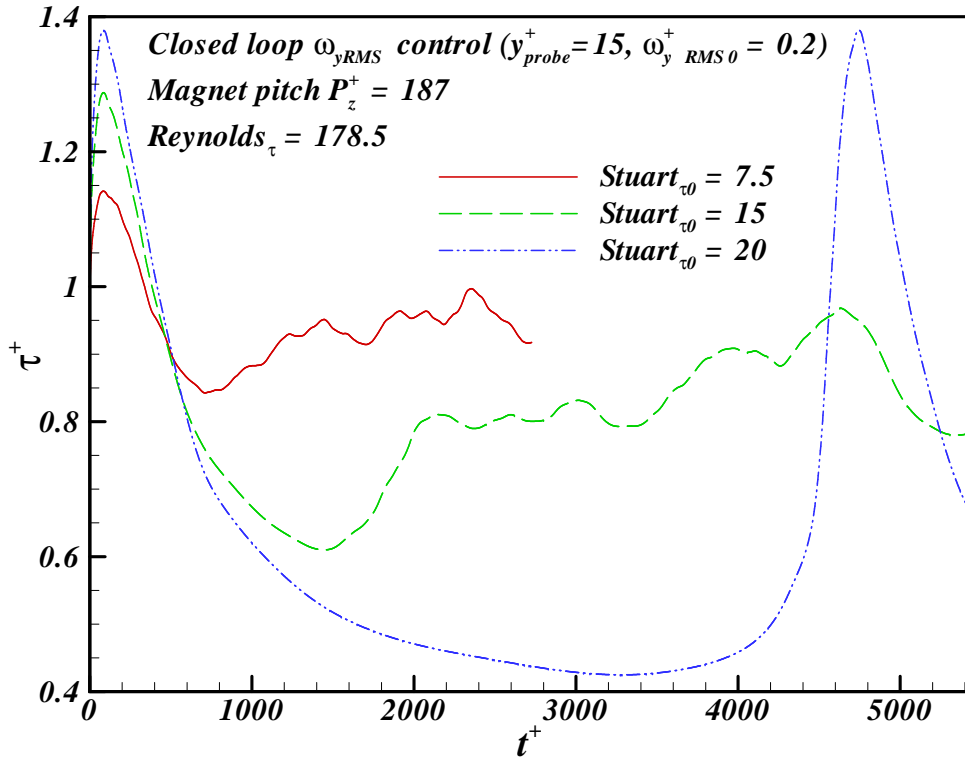


FIGURE 6.50 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y_{rms}}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)

une brusque remontée à partir de $t^+ = 3400$ et une brusque redescente à partir $t^+ = 4700$. Cela montre donc que ce contrôle en boucle fermée a un potentiel d'efficacité mais est instable dans le cas où le plan de mesure est situé à une distance de la paroi $y_{sonde}^+ = 15$.

Force électromagnétique et force de pression Les figures 6.51 et 6.52 illustrent les évolutions temporelles respectives de la force électromagnétique moyenne et de la force de pression moyenne pour le même contrôle en boucle fermée que précédemment (forçage proportionnel à $\omega_{y_{rms}}^+$ en $y^+ = 15$). Cette figure montre que dans les cas où $Stuart_{\tau_0} = 7.5$, la force électromagnétique moyenne appliquée à l'instant initial est telle que la force moyenne de pression ne vaut plus que 15% de sa valeur standard dans le cas non actionné. Dans les cas où $Stuart_{\tau_0}$ vaut 15 et 20, la force électromagnétique moyenne à l'instant initial est si forte que la force de pression moyenne doit être négative pour conserver le débit (cas d'une pompe électromagnétique). Juste après le début du forçage, son intensité diminue tellement rapidement que vers l'instant $t^+ = 600$, la force électromagnétique moyenne est comprise entre 0.5 et $0.6 \times \rho u_{\tau_{Hinze}}^2/h$ dans tous les cas, quelque soit l'intensité initiale. Le contrôle en boucle fermée proportionnel à $\omega_{y_{rms}}^+$ en $y^+ = 15$ permet ensuite de réduire si fortement l'intensité du forçage que la force de pression remonte à un niveau positif. Dans le cas où $Stuart_{\tau_0} = 20$, la force électromagnétique moyenne décroît jusqu'à $0.2 \times \rho u_{\tau_{Hinze}}^2/h$ puis subit une brusque remontée jusqu'à $2 \times \rho u_{\tau_{Hinze}}^2/h$ et finit par redescendre ensuite.

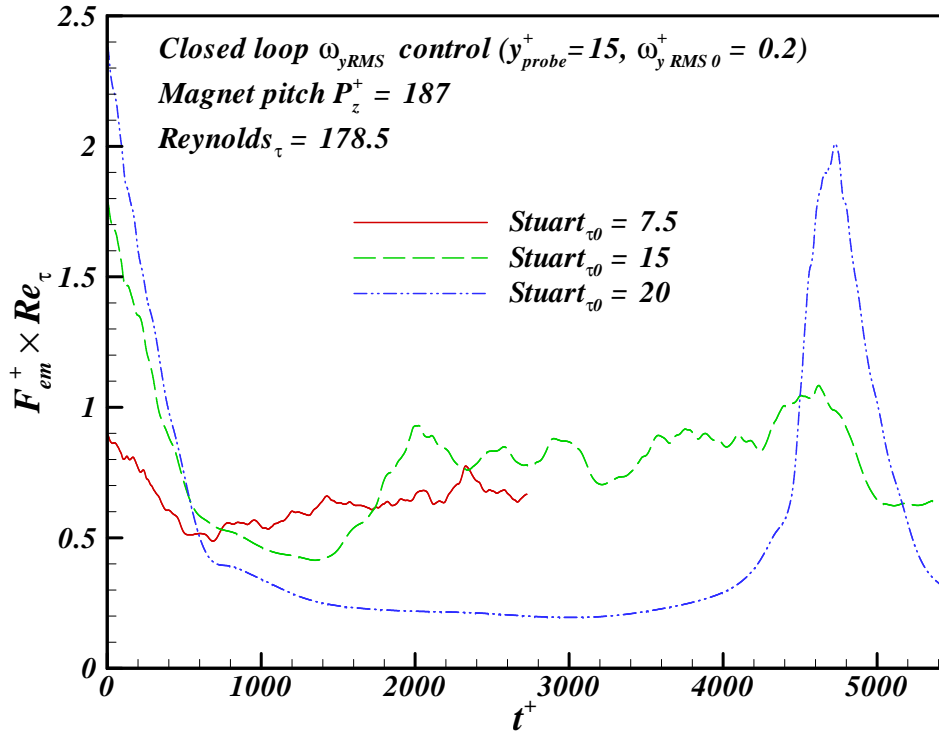


FIGURE 6.51 – Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)

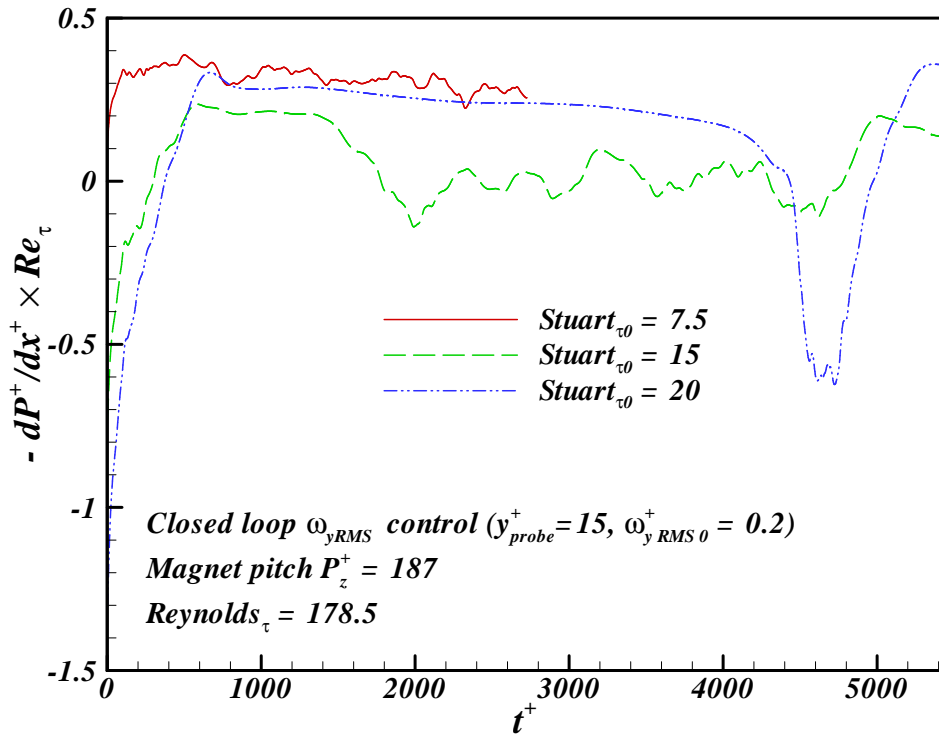


FIGURE 6.52 – Force moyenne de pression appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)

Énergie cinétique et enstrophie des fluctuations Les figures 6.53 et 6.54 illustrent les évolutions temporelles respectives de l'énergie cinétique et de l'enstrophie pour le même contrôle en boucle fermée que précédemment (forçage proportionnel à $\omega_{y_{rms}}^+$ en $y^+ = 15$). On remarque que plus l'intensité initiale $Stuart_{\tau_0}$ est élevée, plus l'enstrophie et l'énergie des fluctuations atteindront des niveaux bas. Dans le cas où $Stuart_{\tau_0} = 7.5$ et 15, les niveaux d'énergie cinétique et d'enstrophie des fluctuations finissent par fluctuer autour d'une valeur légèrement supérieure à leur niveau le plus bas. Ces fluctuations sont le signe d'une turbulence encore présente. Dans le cas où $Stuart_{\tau_0} = 20$, ces faibles fluctuations ne sont plus présentes. On remarque que l'enstrophie des fluctuations n'évolue plus dans l'intervalle de temps $800 < t^+ < 3000$ alors que l'énergie des fluctuations ne fait qu'augmenter avec une pente constante pendant tout ce laps de temps. De $t^+ = 3600$ à $t^+ = 4600$, l'enstrophie des fluctuations commence singulièrement à augmenter pendant que l'énergie de ces dernières augmente avec une pente beaucoup plus importante. On peut alors se demander si un contrôle basé sur la mesure de l'énergie des fluctuations ne serait pas plus adapté en terme de réactivité. En effet, en $y^+ = 15$, on remarque que l'évolution de l'énergie cinétique des fluctuations laisse annoncer la remontée du niveau des fluctuations dès l'instant $t^+ = 700$ alors que l'évolution de l'enstrophie n'annonce cette remontée qu'à partir de l'instant $t^+ = 3400$.

Écart-type des fluctuations de la composante normale de vortacité La figure 6.55 illustre l'évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante normale de vortacité $\omega_{y_{rms}}^+$ dans le cas où $Stuart_{\tau_0} = 20$ pour un forçage proportionnel à $\omega_{y_{rms}}^+$ en $y^+ = 15$. Pour $y^+ < 40$, $\omega_{y_{rms}}^+$ ne fait que diminuer jusqu'à $t^+ = 3200$ et augmente à nouveau ensuite pour une transition à la turbulence en $t^+ = 4600$. Pour $y^+ > 40$, $\omega_{y_{rms}}^+$ diminue jusqu'à $t^+ \approx 700$ et ne fait ensuite qu'augmenter jusqu'à la transition à la turbulence en $t^+ = 4600$. On peut alors supposer que l'intensité du forçage a été réduite trop rapidement. Cela est probablement dû au fait que notre plan de mesure en $y^+ = 15$ est placé un peu trop bas pour bien caractériser l'état turbulent de l'écoulement.

Écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse La figure 6.56 illustre l'évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse u_{rms}^+ dans le cas où $Stuart_{\tau_0} = 20$ pour un forçage proportionnel à $\omega_{y_{rms}}^+$ en $y^+ = 15$. Pour $y^+ < 30$, u_{rms}^+ ne fait que diminuer jusqu'à $t^+ = 3200$ et augmente à nouveau ensuite pour une transition à la turbulence en $t^+ = 4600$. Pour $y^+ > 30$, u_{rms}^+ diminue jusqu'à $t^+ \approx 700$ ne fait qu'augmenter ensuite jusqu'à la transition à la turbulence en $t^+ = 4600$. Tout comme le figure 6.55 précédente, cette figure 6.56 met aussi en évidence le fait que notre plan de mesure en $y^+ = 15$ est placé un peu trop bas pour bien caractériser l'état turbulent de l'écoulement. D'autre part, on remarque aussi de manière qualitative que l'évolution de u_{rms}^+ semble plus sensible que celle de $\omega_{y_{rms}}^+$ dans le sens où elle atteint plus rapidement des niveaux relativement plus élevés et cela sur une

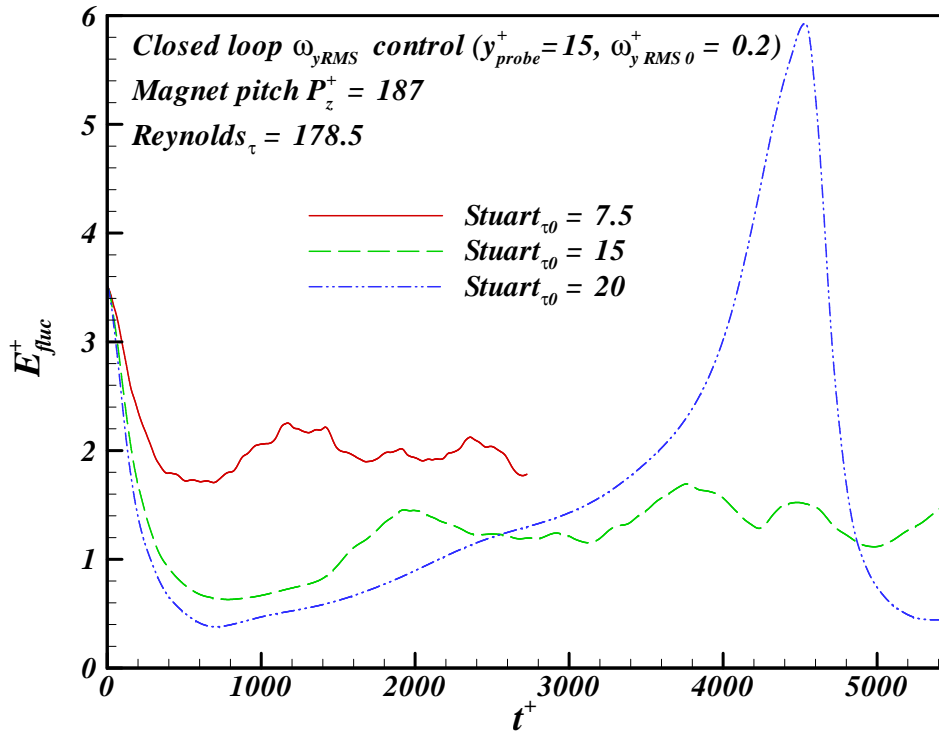


FIGURE 6.53 – Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)

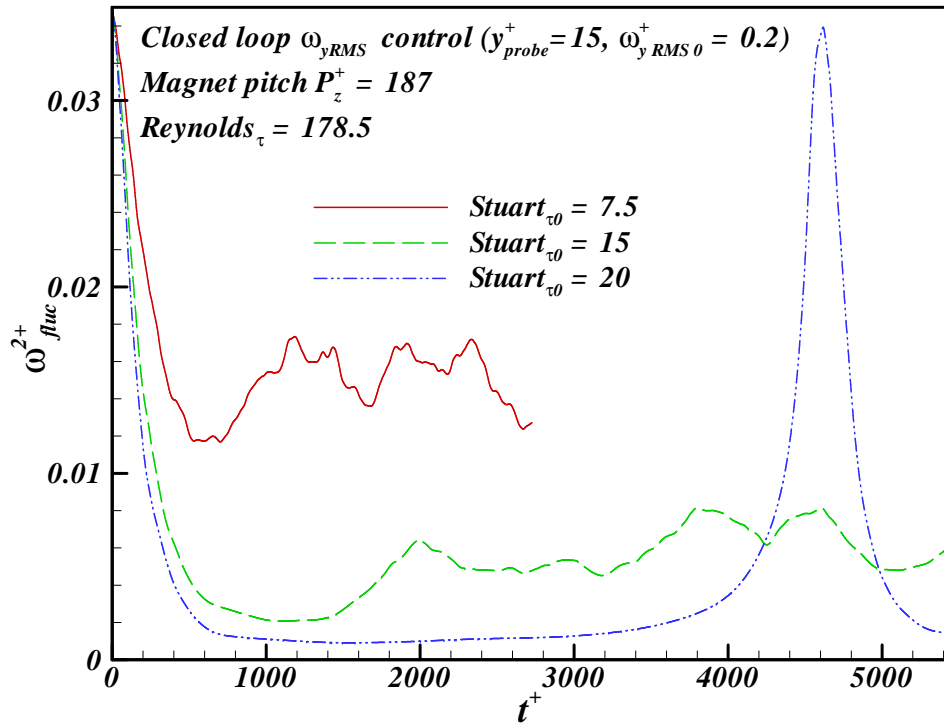


FIGURE 6.54 – Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$)

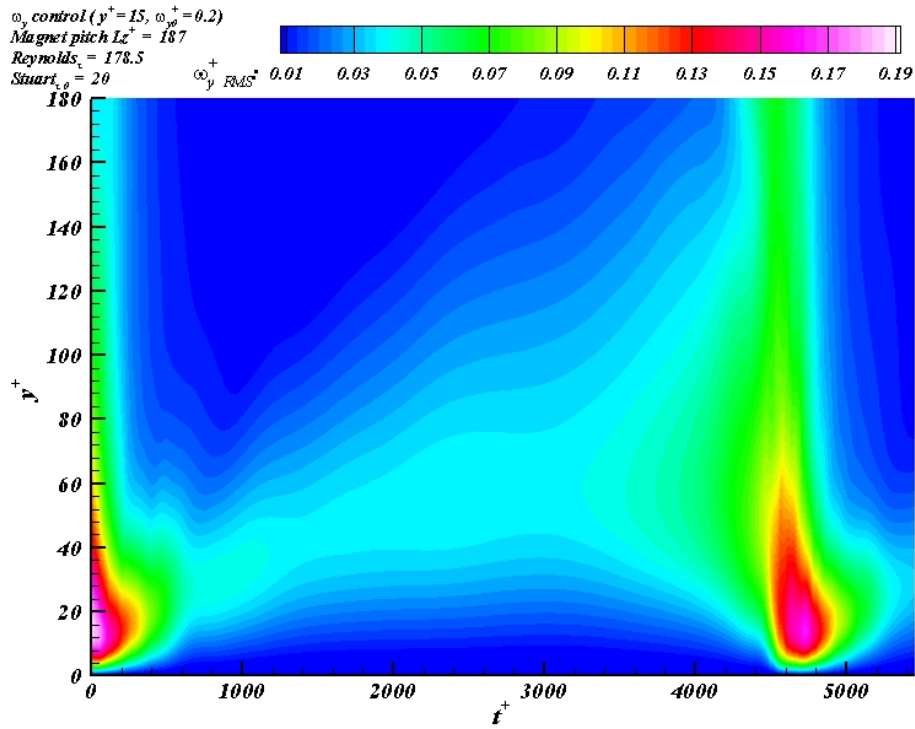


FIGURE 6.55 – Écart-type des fluctuations de la composante normale de vorticité d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$, $Stuart_{\tau_0} = 20$)

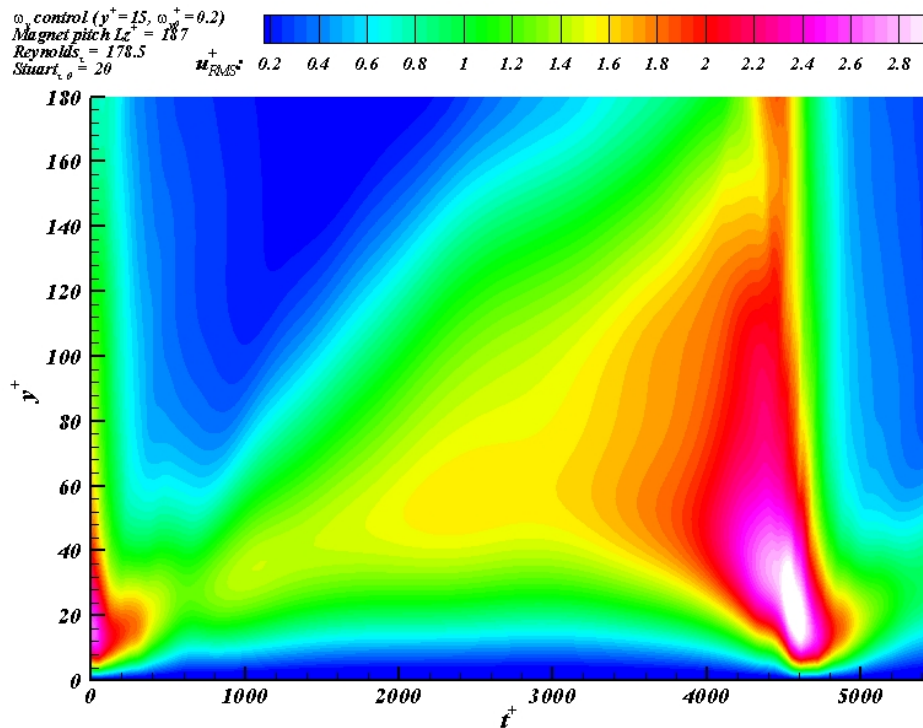


FIGURE 6.56 – Écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y\ rms}^+$ en $y_{probe}^+ = 15$, $Stuart_{\tau_0} = 20$)

hauteur d'écoulement plus importante. On conviendra aussi que cette impression pourrait probablement provenir du niveau des échelles de couleurs utilisées.

Influence de la position du plan de mesure

Pour connaître la distance de la paroi à laquelle il faut positionner le plan de mesure de façon optimale, plaçons-nous dans le cas où $Stuart_{\tau_0} = 20$ et testons plusieurs hauteurs de plan de mesure. L'intensité du forçage est toujours proportionnelle à $\omega_{y_{rms}}^+ / \omega_{y_{rms0}}^+$ mesuré à une certaine distance de la paroi y_{sonde}^+ pour une intensité de forçage initial tel que $Stuart_{\tau_0} = 20$.

y_{sonde}^+	15	30	40	50	60	70
$\omega_{y_{rms0}}^+$	0.200	0.162	0.135	0.117	0.102	0.090

TABLEAU 6.2 – Valeurs des écarts-types standards des fluctuations de la composante normale de vorticité en fonction de la distance à la paroi inférieure du canal

Le tableau 6.2 récapitule l'ensemble des valeurs $\omega_{y_{rms0}}^+$ utilisées pour normaliser les différents contrôles. Ces valeurs proviennent de la figure 3.6.

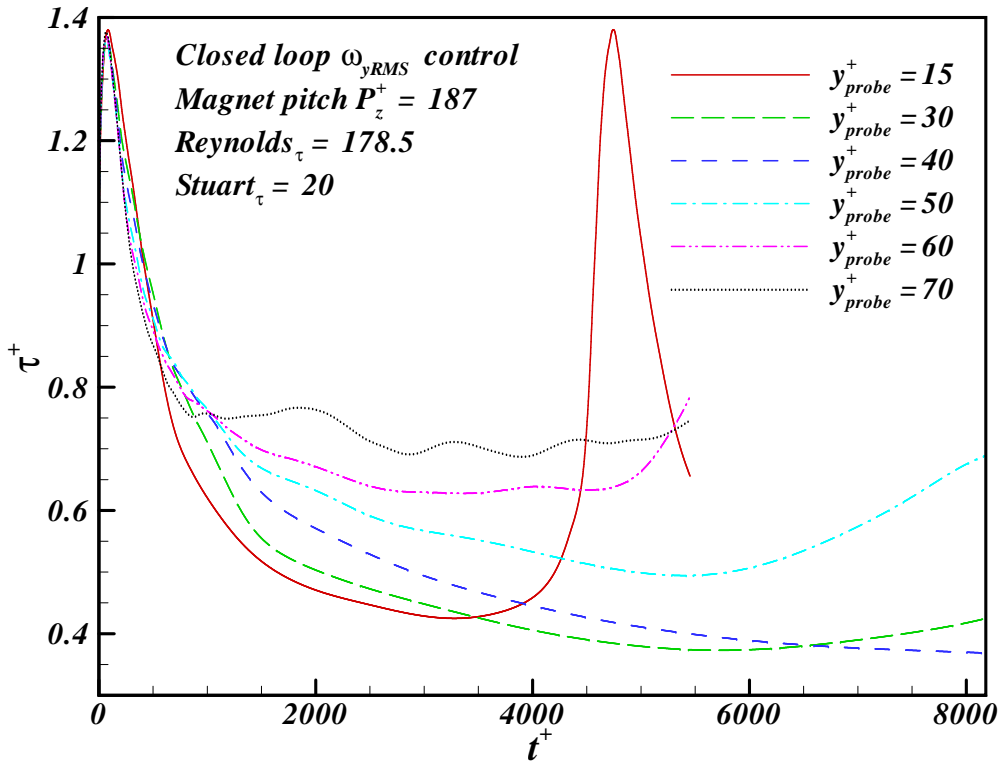


FIGURE 6.57 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_{\tau} = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y_{rms}}^+$ mesuré à différentes distances de la paroi y_{probe}^+ pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)

Contrainte moyenne de cisaillement pariétal La figure 6.57 illustre l'évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal et de l'intensité du forçage pour $Stuart_{\tau_0} = 20$. Cette figure nous montre que plus le plan de mesure est bas, plus la contrainte moyenne de cisaillement pariétal diminue rapidement après la phase transitoire d'augmentation ($t^+ > 100$). Pour les cas où $y_{sonde}^+ < 40$, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal diminue certes rapidement mais finit par remonter dans l'intervalle de temps exploré. Pour le cas où $y_{sonde}^+ = 40$, l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal diminue avec monotonie et finit par atteindre le niveau le plus bas de toutes ces simulations à l'instant $t^+ = 8000$.

Force électromagnétique et force de pression Les figures 6.58 et 6.59 illustrent les évolutions temporelles respectives de la force électromagnétique moyenne et de la force de pression moyenne. Au début du forçage, dans tous les cas, la force électromagnétique moyenne est environ 2.5 fois plus forte que ce qui serait nécessaire pour propulser l'écoulement. L'imposition d'une force de pression opposée à l'écoulement est donc nécessaire pour conserver le débit. Au fur et à mesure que le contrôle se met en place, l'intensité du forçage est tellement réduite qu'on se retrouve à l'instant $t^+ = 600$, avec une force de pression qui finit par participer à la propulsion de l'écoulement dans la plupart des cas ($0 < -dP/dx \times \rho u_{\tau_{Hinze}}^2/h < 0.2$). Pour $t^+ < 3000$, plus le plan de mesure est proche de la paroi, plus la force électromagnétique moyenne atteint un niveau faible et plus la force de pression remonte à un niveau élevé et participe à la propulsion. Pour $t^+ > 3000$, dans les cas où le plan de mesure est situé en $y^+ < 40$, la force électromagnétique moyenne finit par augmenter à nouveau et la force de pression finit par diminuer dans l'intervalle de temps considéré. Dans le cas où le plan de mesure est situé le plus bas en $y^+ 15$, le forçage augmente même de façon très brusque et la force de pression diminue elle aussi brusquement jusqu'à prendre des valeurs négatives. Dans le cas où le plan de mesure est situé en $y^+ = 40$, la force électromagnétique moyenne diminue de façon la plus monotone jusqu'à $0.2\rho u_{\tau_0}^2/h$ et les forces de pression augmentent elles aussi de façon monotone jusqu'à $0.2\rho u_{\tau_0}^2/h$. A $t^+ = 8000$, elle se partagent donc pour moitié la propulsion du fluide avec une force totale moyenne plus faible de 60% environ.

Énergie cinétique et enstrophie des fluctuations Les figures 6.60 et 6.61 illustrent les évolutions temporelles respectives de l'énergie cinétique de l'enstrophie des fluctuations. Dans tout les cas, les niveaux d'énergie et d'enstrophie des fluctuations chutent au début du forçage ($t^+ < 1000$). Ensuite, l'énergie des fluctuations a tendance à augmenter plus ou moins fortement selon les cas considérés alors que l'enstrophie reste à un niveau relativement constant. En général, on constate une augmentation de l'énergie cinétique des fluctuations environ 1000 unités de temps pariétales t_ν avant l'augmentation de l'enstrophie. Dans le seul cas où le plan de mesure se situe à $y_{sonde}^+ = 40$, on peut constater que l'enstrophie et l'énergie cinétique des fluctuations restent à un niveau constant au delà de l'instant $t^+ = 2000$.

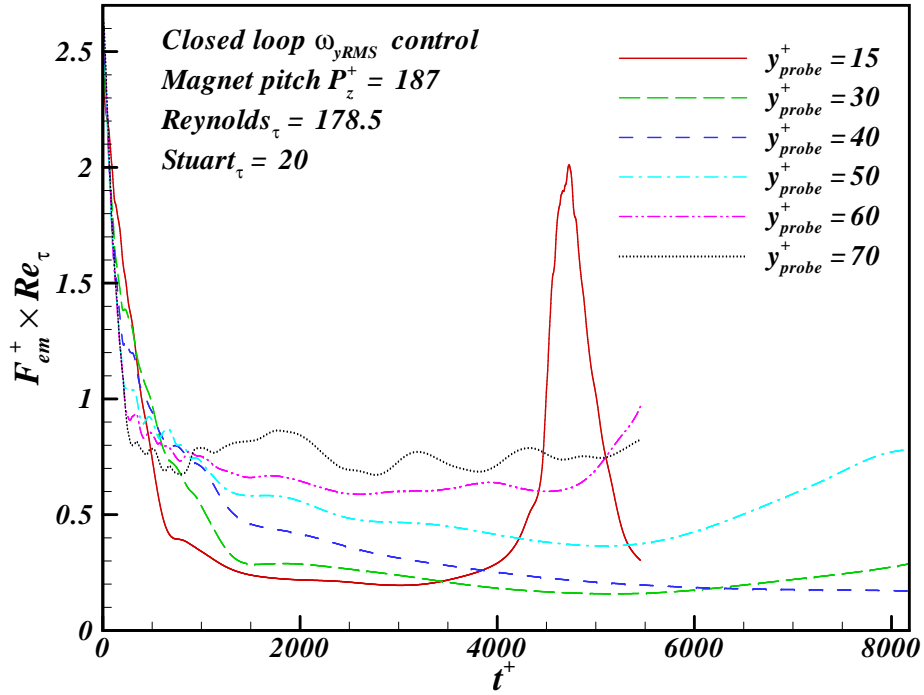


FIGURE 6.58 – Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y rms}^+$ mesuré à différentes distances de la paroi y_{probe}^+ pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)

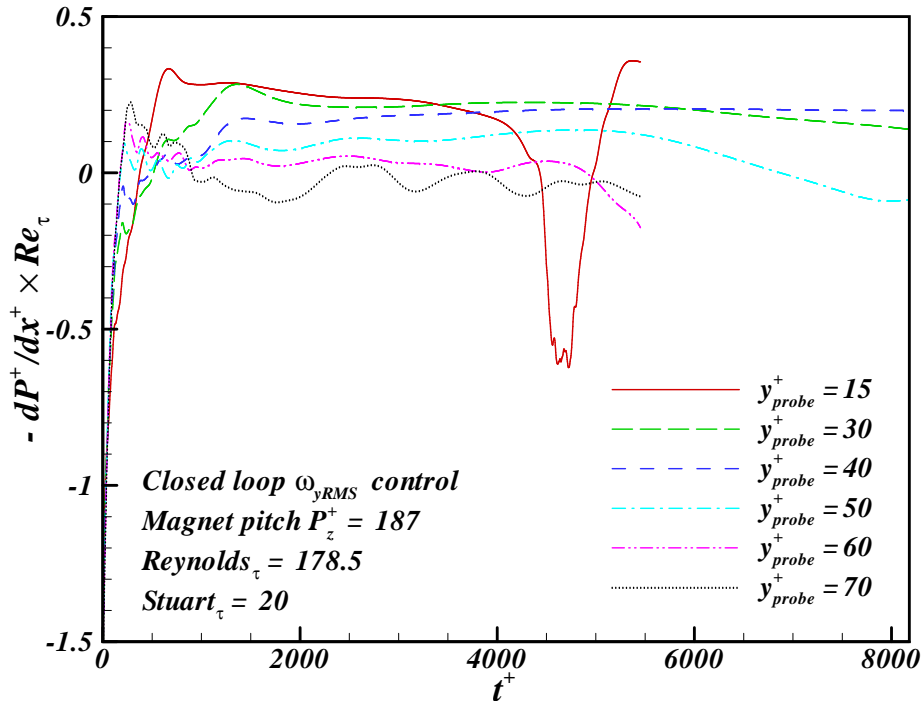


FIGURE 6.59 – Force de pression moyenne appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega_{y rms}^+$ mesuré à différentes distances de la paroi y_{probe}^+ pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)

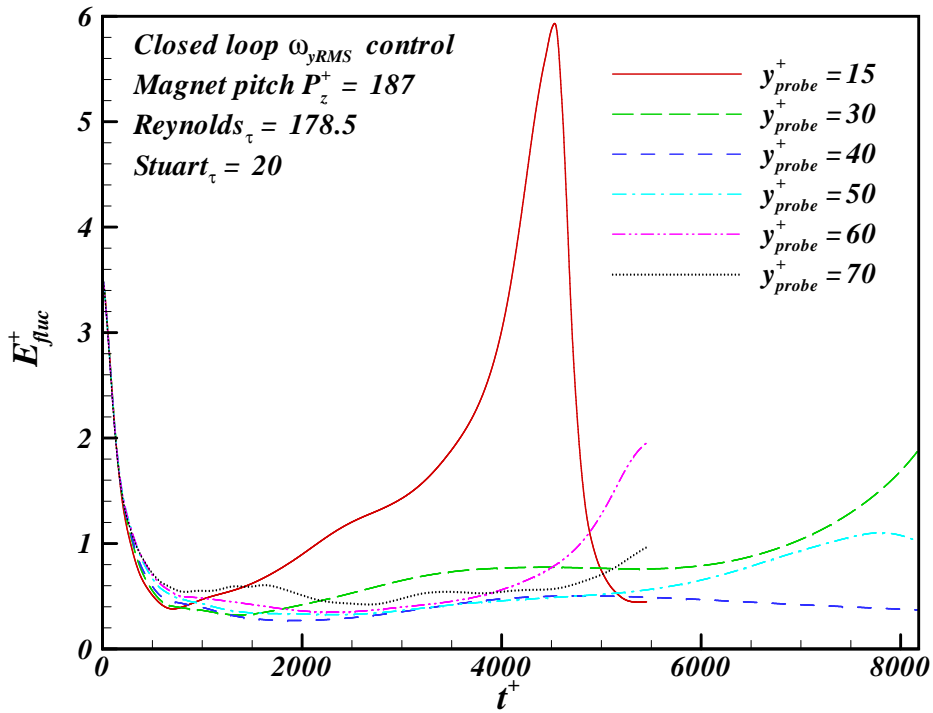


FIGURE 6.60 – Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P^+_z = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega^+_{y\ rms}$ mesuré à différentes distances de la paroi y^+_{probe} pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)

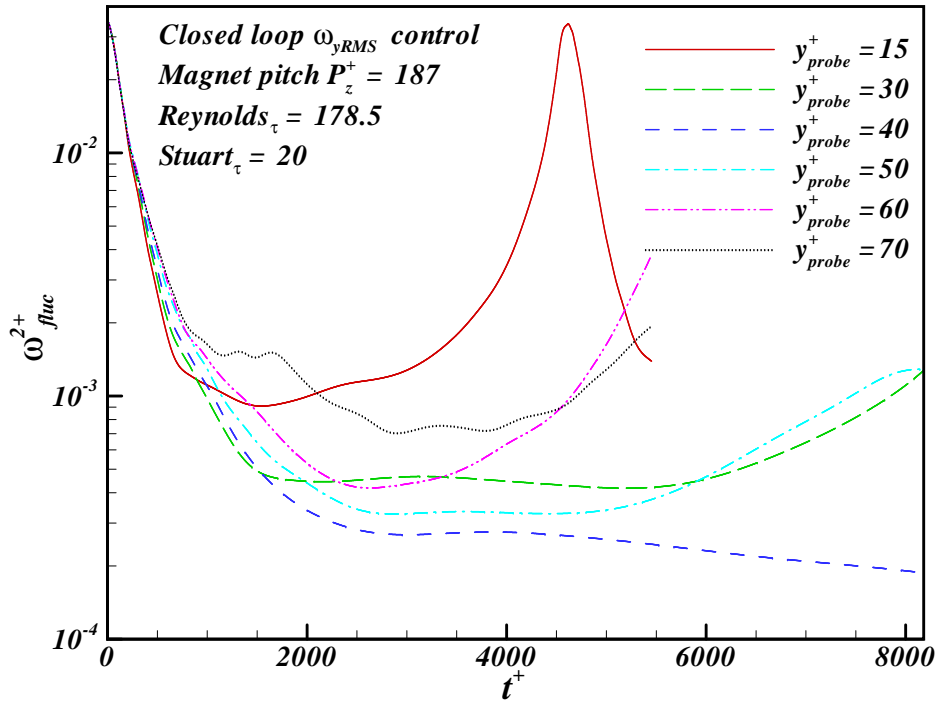


FIGURE 6.61 – Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P^+_z = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à $\omega^+_{y\ rms}$ mesuré à différentes distances de la paroi y^+_{probe} pour une intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 20$)

6.5.6 Forçage proportionnel aux fluctuations de vitesses

Pour réaliser un contrôle actif en boucle fermée dont l'intensité du forçage serait relié à l'énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent, il faut tout d'abord se demander comment mesurer concrètement cette quantité. Expérimental, on ne peut mesurer plus ou moins facilement qu'une composante de vitesse à une distance donnée de la paroi. Les fluctuations de la composante longitudinale de vitesse ont le plus important écart-type (noté u_{rms}^+) et représentent donc une part importante de l'énergie des fluctuations. Ce sont aussi celles qui répondent le plus vite aux essais de relaxations (voir figure 6.42, 6.43 et 6.44). Le contrôle de l'intensité moyenne du forçage pourra donc se baser sur la seule mesure u_{rms}^+ dans un plan situé à une hauteur fixée de la paroi.

$$\vec{F}_{em}^+ = \frac{Stuart_{\tau_0}}{Re_{\tau_{Hinze}}} \times \frac{u_{rms}}{u_{rms0}} \Big|_{y_{sonde}^+} \times \vec{j}^* \wedge \vec{B}^* \quad (6.12)$$

Dans cette section, le schéma de contrôle est interactif en boucle fermée et l'intensité du forçage est modulé par l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse u_{rms}^+ mesuré dans un plan situé à une distance y_{sonde}^+ fixée de la paroi. Cet écart-type est normalisé par l'écart-type u_{rms0} des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse dans le cas non contrôlé. Le tableau 6.3 récapitule l'ensemble des valeurs u_{rms0}^+ utilisées pour normaliser les différents contrôles. Ces valeurs proviennent de la figure 3.3.

y_{sonde}^+	30	40	50	60	70
u_{rms0}^+	2.34	1.96	1.75	1.61	1.499

TABLEAU 6.3 – Valeurs des écarts-types standards des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse en fonction de la distance à la paroi inférieure du canal

Contrainte moyenne de cisaillement pariétal

La figure 6.62 illustre l'évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) en canal plan soumis à un forçage électromagnétique dont l'intensité est proportionnelle à l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse mesurée dans le plan situé à la distance y_{sonde}^+ de la paroi. Deux intensités initiales de forçage telles que $Stuart_{\tau_0} = \{7.5 - 15\}$ et trois positions du plan de mesure telles que $y_{sonde}^+ = \{30 - 40 - 50\}$ sont testées. Au début du forçage ($t^+ < 100$), plus l'intensité de forçage ($Stuart_{\tau_0}$) est importante, plus l'augmentation de la contrainte moyenne de cisaillement l'est aussi. Ensuite ($t^+ > 100$), le niveau de cette contrainte décroît d'autant plus que $Stuart_{\tau_0}$ est élevé (dans la gamme des paramètres étudiés). Pour $Stuart_{\tau_0} = 7.5$, le niveau de contrainte finit par fluctuer entre $0.8 < \tau^+ < 0.9$ quelque soit la position du plan de mesure. Pour $Stuart_{\tau_0} = 15$, le niveau de contrainte fluctue beaucoup moins et l'on peut penser qu'il finira par atteindre $\tau^+ \approx 0.4$ quelque soit la position du plan de mesure.

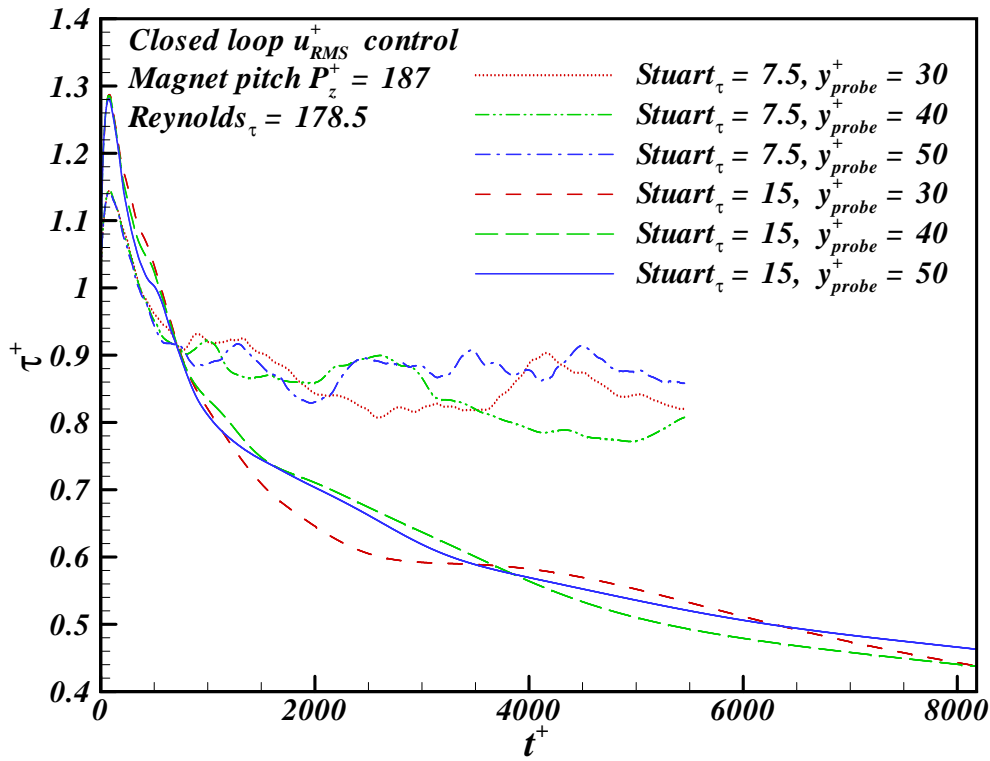


FIGURE 6.62 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)

Énergie cinétique et enstrophie des fluctuations

Les figures 6.63 et 6.64 illustrent les évolutions temporelles respectives de l'énergie cinétique et de l'enstrophie (échelle logarithmique) des fluctuations pour le même contrôle en boucle fermée que précédemment (forçage proportionnel à u_{rms}^+). On remarque que plus l'intensité du forçage est grande (dans la gamme des paramètres étudiés), plus l'énergie cinétique et l'enstrophie des fluctuations diminuent et atteignent des niveaux faibles. A l'instant $t^+ = 8000$, pour $Stuart_{\tau_0} = 15$, le niveau d'énergie cinétique des fluctuations a diminué d'environ un ordre de grandeur et celui de l'enstrophie d'environ deux ordres de grandeur. On peut aussi conclure que la nécessité de précision sur la position du plan de mesure est beaucoup moins importante que dans le cas du contrôle basé sur l'écart-type relatif des fluctuations de la composante normale de vorticité. En effet, quelque soit la position du plan de mesure, les tendances sont quasiment les mêmes.

Force électromagnétique et force de pression

Les figures 6.65 et 6.66 illustrent l'évolution temporelle respective de la force électromagnétique moyenne et de la force de pression moyenne. Dans le cas où l'intensité initiale est telle que $Stuart_{\tau_0} = 7.5$, les forces électromagnétiques sont presque suffisamment importantes pour entraîner l'écoulement à elles seules dès les premiers instants du forçage.

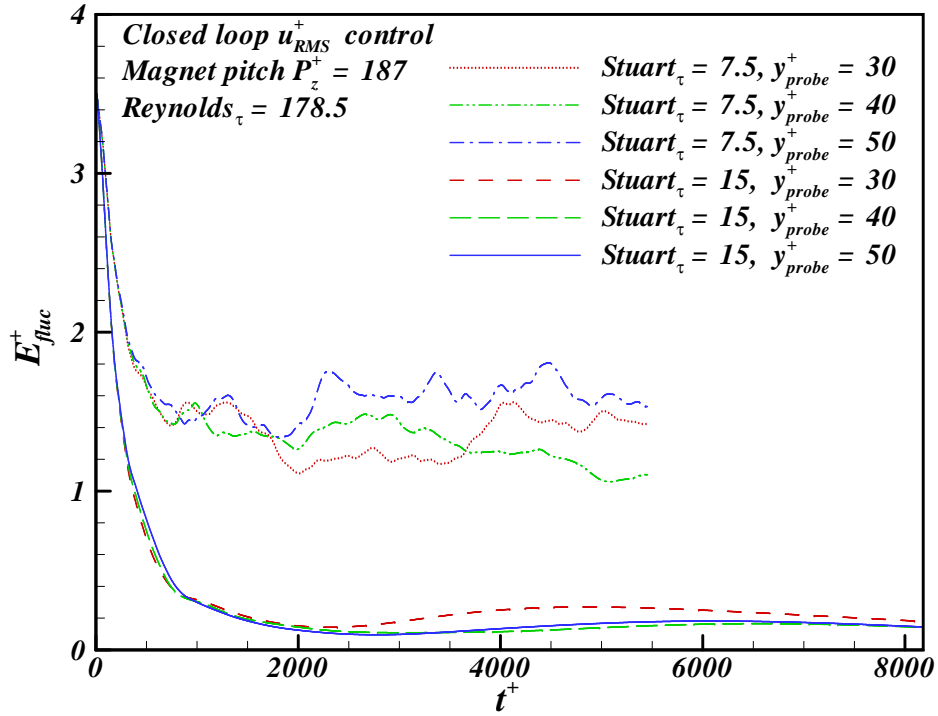


FIGURE 6.63 – Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)

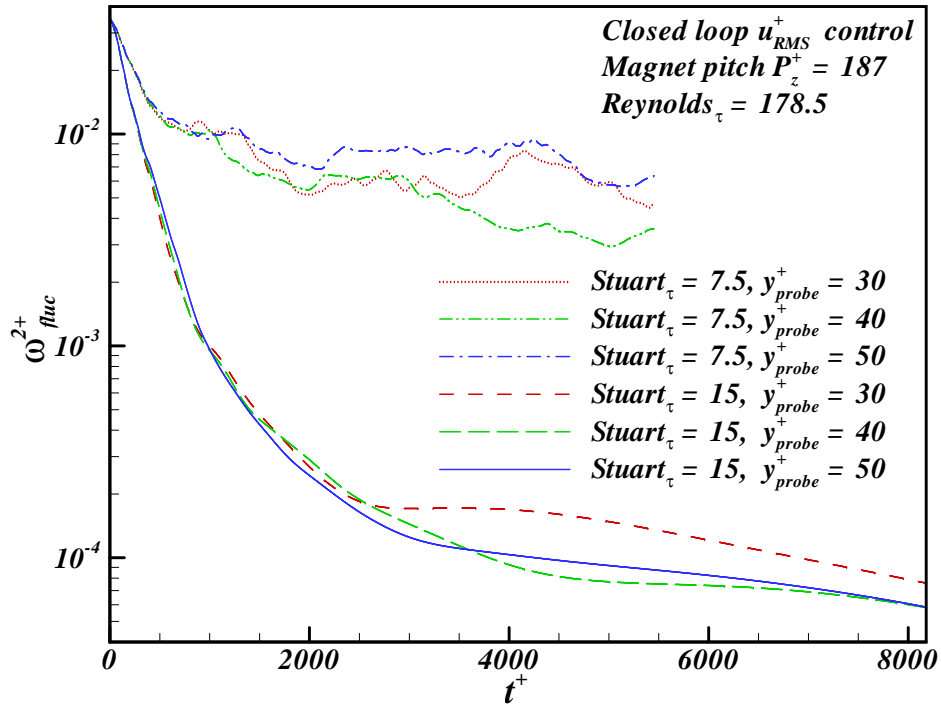


FIGURE 6.64 – Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)

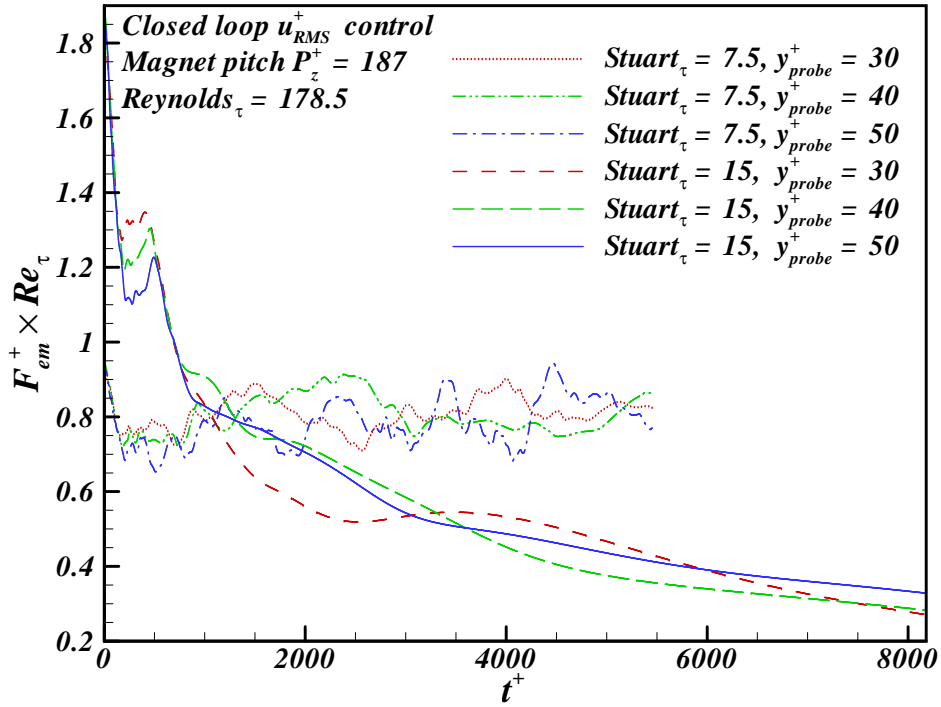


FIGURE 6.65 – Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)

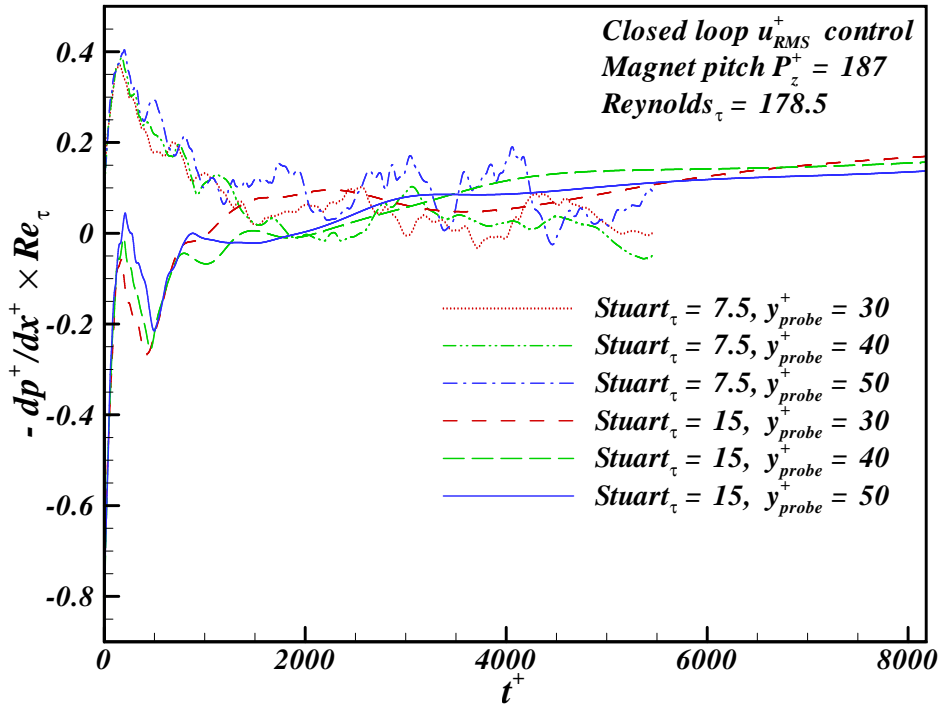


FIGURE 6.66 – Force moyenne de pression appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (intensité du forçage proportionnelle à u_{rms}^+)

Ensuite, l'intensité de la force électromagnétique commence à diminuer avec la baisse des fluctuations tandis que la force de pression commence à augmenter pour contrebalancer l'augmentation initiale des forces de frottement et la diminution des forces électromagnétiques. A l'instant $t^+ = 200$, la force électromagnétique moyenne est descendue jusqu'à son minimum et est comprise entre 0.7 et $0.8\rho u_\tau^2/h$. Ensuite, elle remonte légèrement pour fluctuer autour de $0.8\rho u_\tau^2/h$. La force de pression quant à elle monte jusqu'à $\approx 0.4\rho u_\tau^2/h$ à l'instant $t^+ = 200$ puis redescend pour fluctuer entre 0 et $0.2\rho u_\tau^2/h$. Finalement, la force totale ($F_{em} + F_p$) à la fin du forçage est comprise entre 0.8 et $0.9\rho u_\tau^2/h$. Dans le cas où l'intensité initiale est telle que $Stuart_{\tau_0} = 15$, l'intensité des forces électromagnétiques est presque deux fois trop importante pour entraîner l'écoulement dès les premiers instants du forçage. C'est pour cela que les forces moyennes de pression sont négatives à l'instant initial. Juste après le début du forçage, l'intensité des forces électromagnétiques commence à descendre avec la baisse des fluctuations tandis que la force de pression commence à augmenter pour contrebalancer l'augmentation initiale des forces de frottement et la diminution des forces électromagnétiques. A l'instant $t^+ = 200$, la force électromagnétique moyenne est descendue jusqu'à une valeur comprise entre 1.1 et $1.3\rho u_\tau^2/h$ où elle stagne jusqu'à l'instant $t^+ = 500$. Pendant ce temps où le forçage électromagnétique est presque constant, les forces de frottement continuent à baisser, ce qui entraîne une diminution de forces de pression entre les instants tels que $200 < t^+ < 500$. A l'instant $t^+ = 500$, les forces des frottement continuent à baisser et passent en dessous du niveau standard non actionné. Les forces électromagnétiques reprennent alors leur décroissance pendant que le niveau des forces de pression reprend son ascension. A l'instant $t^+ = 8000$, le niveau des forces électromagnétiques a baissé jusqu'à $0.3\rho u_\tau^2/h$ et les forces de pression sont remontées jusqu'à $0.15\rho u_\tau^2/h$. Pour un même débit, la somme des forces (électromagnétiques et de pression) mises en jeu vers la fin du forçage vaut presque 45% de la somme des forces mises en jeu dans le cas non actionné.

Interprétations

Dans le cas d'un forçage où l'intensité des forces est proportionnelle à l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse, il est possible d'obtenir une réduction importante de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal ($\approx 60\%$). Cette réduction est principalement associée à une diminution de l'énergie cinétique des fluctuations de l'écoulement. Cette réduction n'est obtenue que pour des intensités initiales de forçage suffisamment importantes ($\approx 2\rho u_\tau^2/h$). En effet, avec ce contrôle en boucle fermée, la diminution rapide des fluctuations entraîne aussi une diminution rapide de l'intensité du forçage. Or, on constate qu'un minimum de forçage est nécessaire pour faire chuter l'énergie cinétique des fluctuations et relaminariser l'écoulement. On constate aussi que ce schéma de contrôle est moins sensible à la position du plan de mesure que le schéma de contrôle précédent. En effet, les résultats obtenus sont très comparables quelque soit la position du plan de mesure ($y_{sonde}^+ = 30 - 40 - 50$).

6.5.7 Filtre passe-haut sur les fluctuations de vitesse

Dans cette section, nous allons mettre en place un forçage dont l'intensité sera presque constante tant que l'écart-type u_{rms} des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse sera au-dessus d'un certain seuil noté $u_{rms_{seuil}}^+$. En dessous de ce seuil, l'intensité du forçage diminue progressivement. Pour cela, nous allons utiliser des filtres passe-haut d'ordre $n = 1$ et $n = 2$ sur u_{rms} pour moduler l'intensité du forçage.

$$\vec{F}_{em}^+ = \frac{Stuart_{\tau_0}}{Re_{\tau_{Hinze}}} \times \frac{1 - \exp\left(-\left(\frac{u_{rms}(y_{sonde}^+)}{u_{rms_{seuil}}}\right)^n\right)}{1 - \exp\left(-\left(\frac{u_{rms_0}(y_{sonde}^+)}{u_{rms_{seuil}}}\right)^n\right)} \times \vec{j}^* \wedge \vec{B}^* \quad (6.13)$$

Le nombre de Reynolds de ces simulations vaut $Re_{\tau} = 178.5$ et la taille des actionneurs est telle que la distance entre les centres des aimants vaut $P_z^+ = 187$. Les actionneurs sont encore situés sur chaque paroi du canal pour conserver la symétrie de l'écoulement. L'intensité initiale $Stuart_{\tau_0} = 8$ du forçage a été choisie de façon à compenser presque entièrement les forces de frottement à l'instant initial du forçage. Le plan de mesure est situé à une distance $y_{sonde}^+ = 40$ de la paroi inférieure du canal. A cette distance de la paroi, l'écart-type initial des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse vaut $u_{rms_0} = 1.96$.

Contrainte moyenne de cisaillement pariétal

Les figures 6.67 et 6.68 illustrent l'évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique en boucle fermée (filtres passe-haut d'ordres respectifs $n = 1$ et $n = 2$ sur u_{rms} pour différents niveaux de seuils). Dans tous les cas étudiés, on remarque tout d'abord que cette contrainte commence par augmenter de 16% pour ensuite redescendre. Cette augmentation initiale est caractéristique de tous les forçages propulsifs de proche paroi étudiés jusqu'à présent. A l'instant $t^+ = 500$, le niveau de contrainte est redescendu à son niveau initial quelque soit le seuil $u_{rms_{seuil}}^+$. Au delà de cet instant, les différents cas étudiés commencent à se distinguer les uns des autres. Dans le cas où le filtre est d'ordre $n = 1$ et le niveau de seuil vaut $u_{rms_{seuil}}^+ = 0.1$, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal atteint presque le même niveau $\tau^+ = 0.8$ que dans le cas de l'échelon de forçage (voir figure 6.17). Lorsqu'on augmente progressivement le niveau de seuil, on remarque que la contrainte moyenne de cisaillement pariétal peut descendre encore plus bas que le niveau atteint par l'échelon de forçage. A l'instant $t^+ = 13500$, cette contrainte atteint le niveau $\tau^+ = 0.35$ pour presque tous les cas où le seuil est tel que $0.4 < u_{rms_{seuil}}^+ < 1.0$. Il continue à décroître de telle sorte que l'on peut penser qu'il peut finir par atteindre un niveau proche du celui du cas laminaire non forcé. Dans le cas où le filtre est d'ordre $n = 2$, seul le cas où le niveau de seuil vaut $u_{rms_{seuil}}^+ = 0.6$ semble efficace et permet à la contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'atteindre le niveau d'un écoulement laminaire non forcé. Il est d'ailleurs atteint

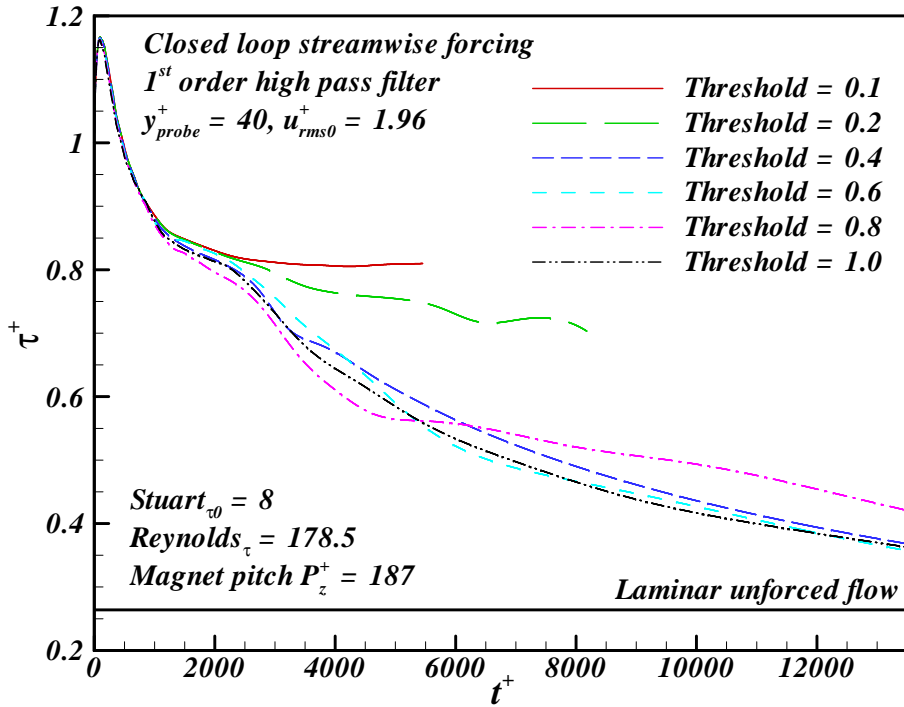


FIGURE 6.67 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre 1 sur u_{rms})

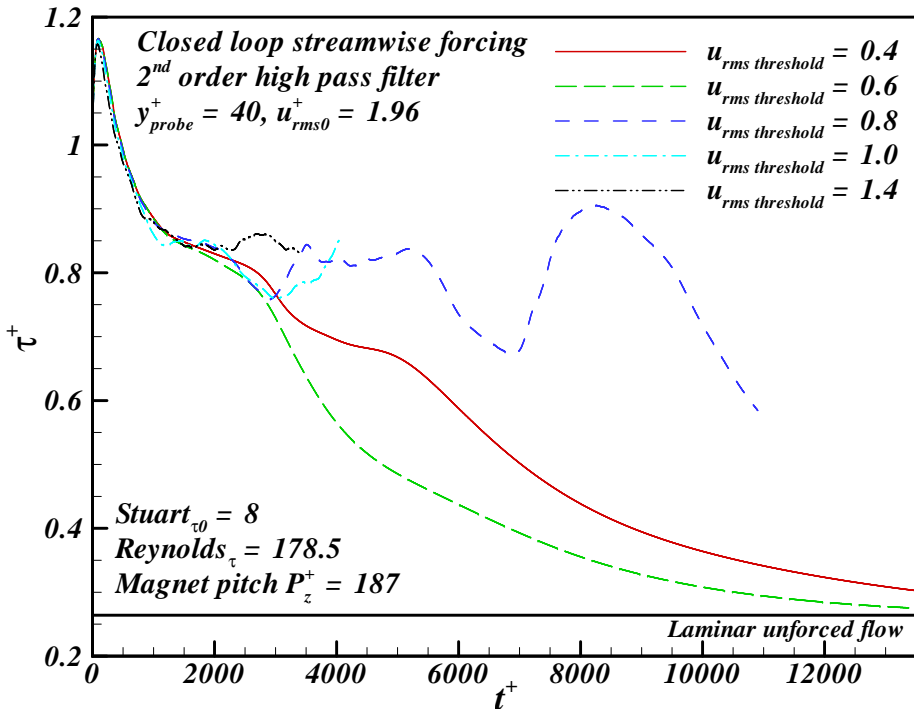


FIGURE 6.68 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$ distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre 2 sur u_{rms})

plus rapidement que dans le cas du filtre d'ordre $n = 1$. Cependant, dans le cas d'un filtre d'ordre $n = 2$, le choix du niveau de seuil $u_{rms_{seuil}}^+$ est aussi plus restreint.

Énergie cinétique et enstrophie des fluctuations

Les figures 6.69 et 6.70 illustrent l'évolution temporelle de l'énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique en boucle fermée (filtres passe-haut d'ordres respectifs $n = 1$ et $n = 2$ sur u_{rms} pour différents niveaux de seuils). Les figures 6.71 et 6.72 illustrent l'évolution temporelle de l'enstrophie des fluctuations. Jusqu'à l'instant $t^+ = 500$, les décroissances de l'énergie cinétique et de l'enstrophie des fluctuations sont identiques quelque soit le niveau de seuil $u_{rms_{seuil}}^+$ et l'ordre du filtre $n = 1$ ou $n = 2$. De l'instant $t^+ = 500$ à $t^+ = 3000$, quelque soit l'ordre du filtre, on distingue deux évolutions distinctes pour des niveaux de seuils bas ($u_{rms_{seuil}}^+ < 0.6$) et des niveaux de seuils plus élevés. Dans les cas où les seuils sont bas, l'énergie cinétique et l'enstrophie des fluctuations diminuent plus rapidement et de façon monotone. Pour les cas où les niveaux de seuils $u_{rms_{seuil}}^+$ sont plus élevés, on constate que l'énergie cinétique des fluctuations n'en finit pas de varier après avoir atteint son niveau le plus bas. L'enstrophie des fluctuations, quant à elle, ne fait que décroître de façon monotone pour la plupart des seuils $u_{rms_{seuil}}^+$ associés au filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ et pour les seuils faibles uniquement dans le cas où l'ordre du filtre vaut $n = 2$. Dans les cas optimum, l'enstrophie diminue de deux à trois ordres de grandeur par rapport au niveau initial.

Force électromagnétique et force de pression

Les figures 6.73 et 6.74 illustrent l'évolution temporelle de la force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique en boucle fermée (filtres passe-haut d'ordres respectifs $n = 1$ et $n = 2$ sur u_{rms} pour différents niveaux de seuils). Les figures 6.75 et 6.76 illustrent l'évolution temporelle de la force de pression appliquée à ce même écoulement turbulent dans le but de conserver son débit. Du début du forçage jusqu'à l'instant $t^+ \approx 200$, plus le seuil est élevé, plus le niveau de force électromagnétique décroît et plus le niveau des forces de pression augmente. Plus l'ordre du filtre est élevé, plus ces effets sont accentués. La force électromagnétique est presque inchangée pour les niveaux de seuil les plus faibles et diminue d'environ 10% ($n = 1$) et 20% ($n = 2$) pour les niveaux de seuil les plus élevés. Ensuite, de l'instant $t^+ \approx 200$ jusqu'à l'instant $t^+ = 2000$, le niveau de force électromagnétique imposé reste autour d'un niveau constant tandis que la force de pression diminue jusqu'à $-0.6 \leq F_{pr} \leq -1.6$. Finalement, après l'instant $t^+ = 2000$, dans les cas où le seuil avoisine $u_{rms_{seuil}}^+ = 0.6$ le niveau de force électromagnétique diminue progressivement. A l'instant $t^+ = 12000$, il finit par atteindre $F_{em} \approx 0.2 \rho u_\tau^2/h$ tout en continuant sa décroissance dans le cas où l'ordre du filtre vaut $n = 1$ et $F_{em} \approx 0.02 \rho u_\tau^2/h$ dans le cas où l'ordre du filtre vaut $n = 2$. Pour ce même seuil $u_{rms_{seuil}}^+ = 0.6$, plus l'ordre du filtre est élevé, plus le forçage reste quasiment constant tant que l'écart-type u_{rms} des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse est

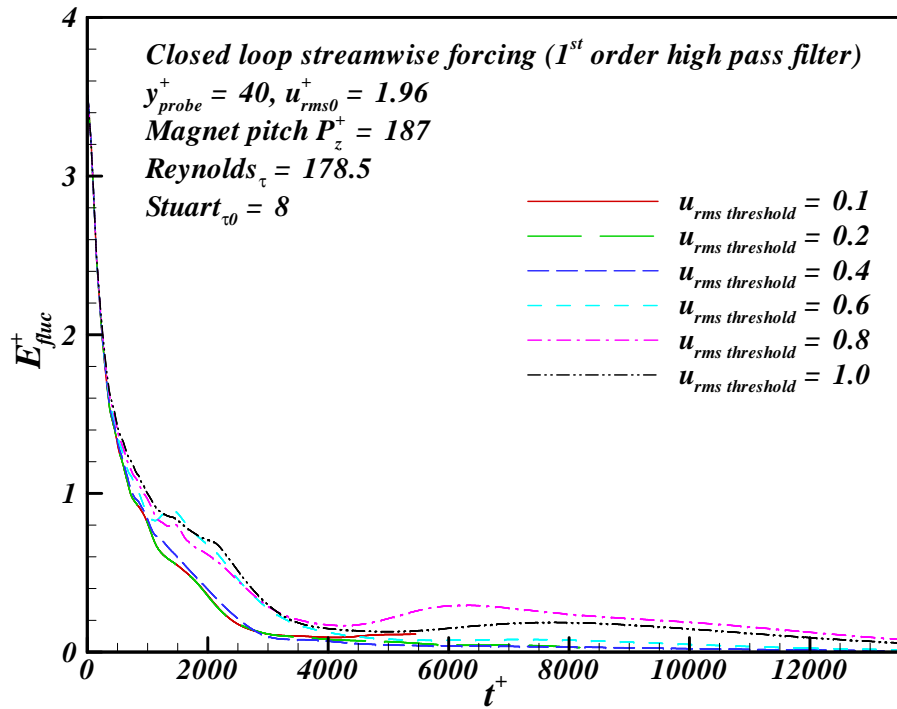


FIGURE 6.69 – Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms})

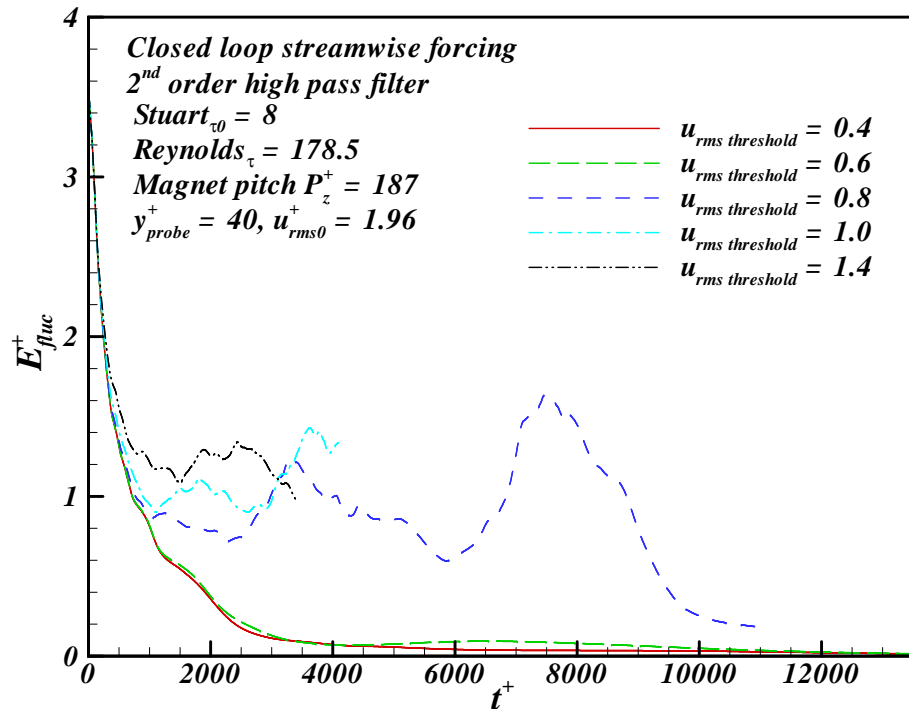


FIGURE 6.70 – Énergie cinétique des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms})

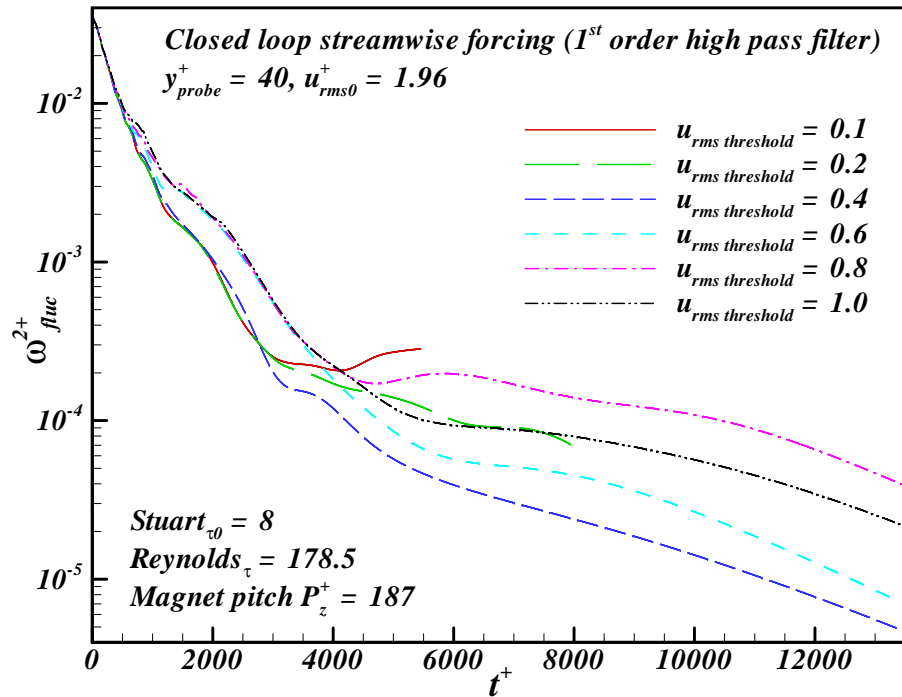


FIGURE 6.71 – Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms})

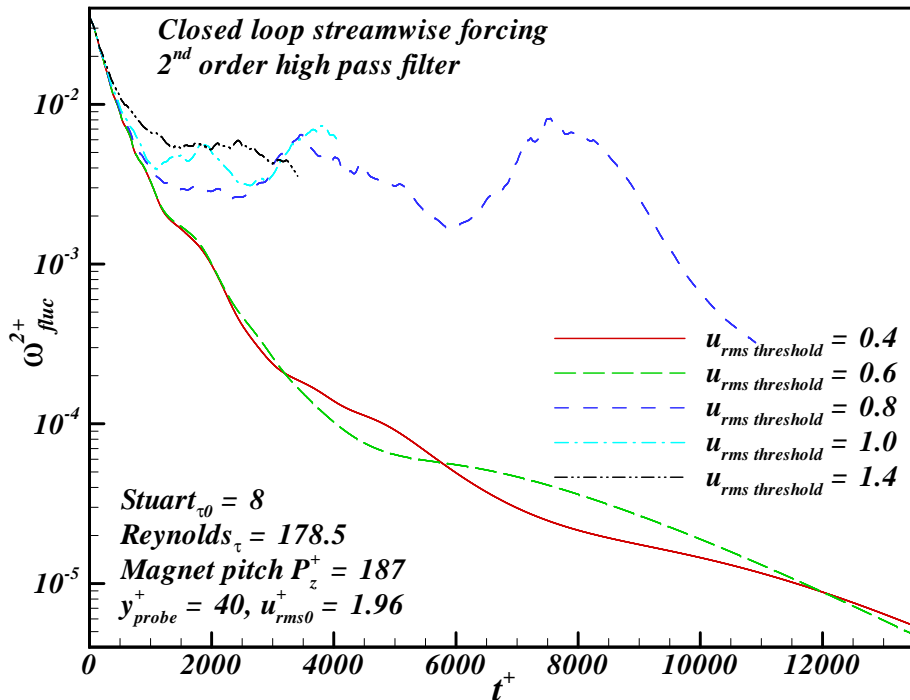


FIGURE 6.72 – Enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent ($Re_{\tau} = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms})

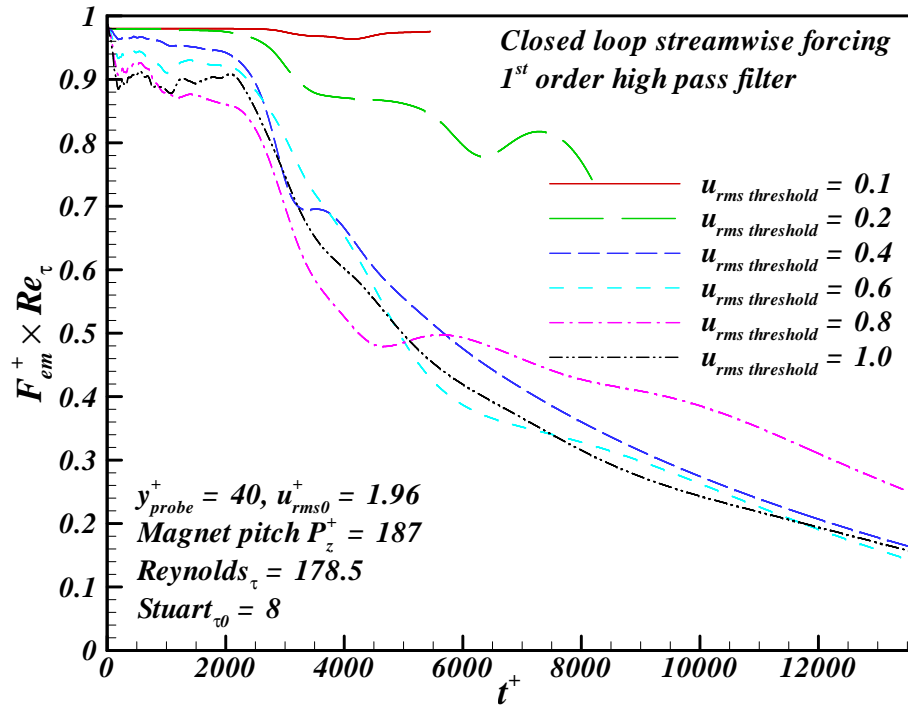


FIGURE 6.73 – Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms})

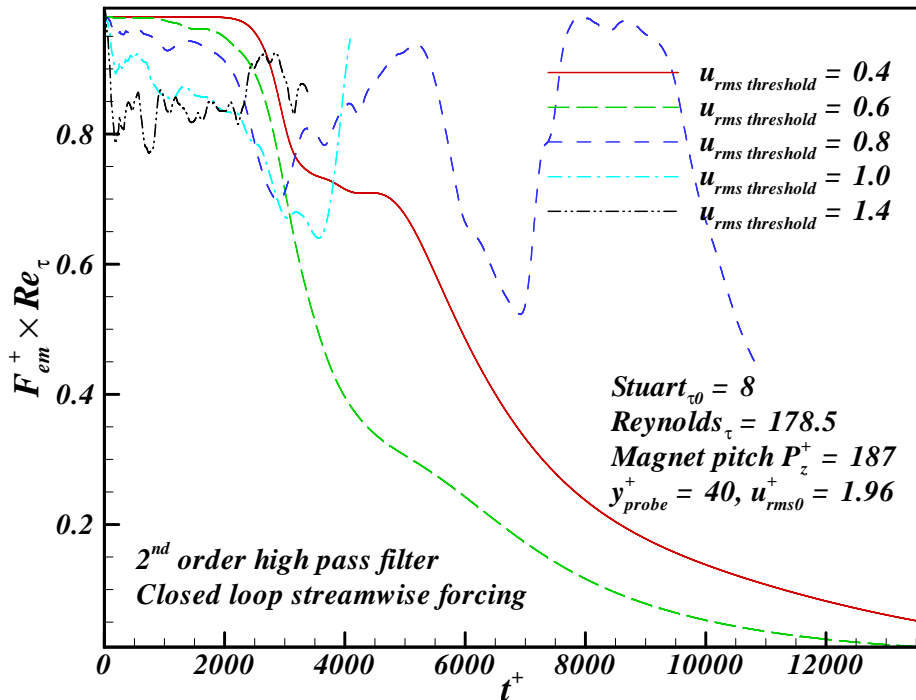


FIGURE 6.74 – Force électromagnétique moyenne appliquée à un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique longitudinal ($Re_\tau = 178.5$, distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms})

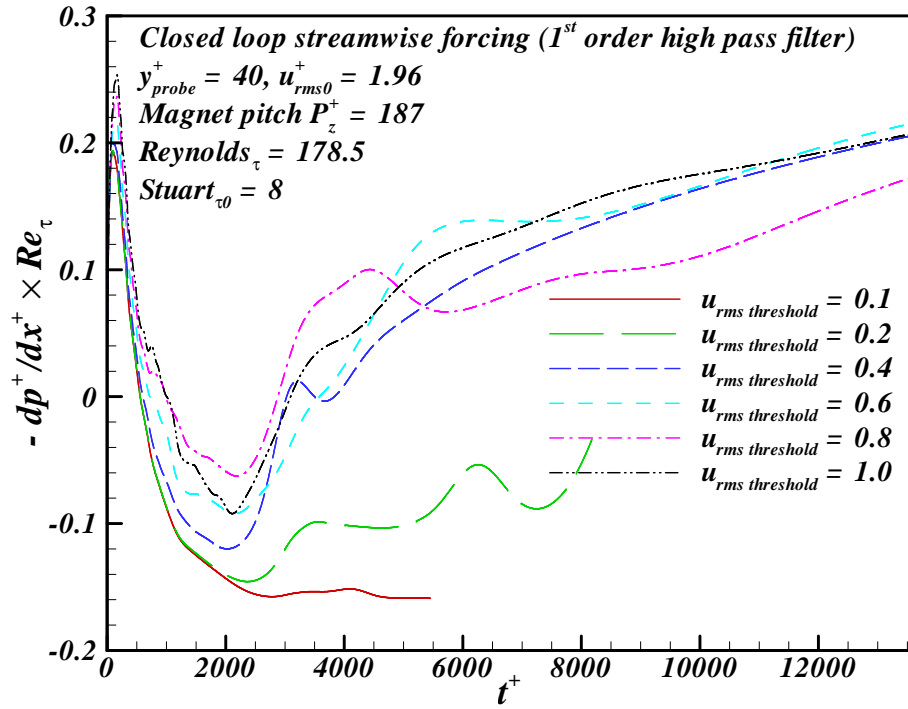


FIGURE 6.75 – Force moyenne de pression appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms})

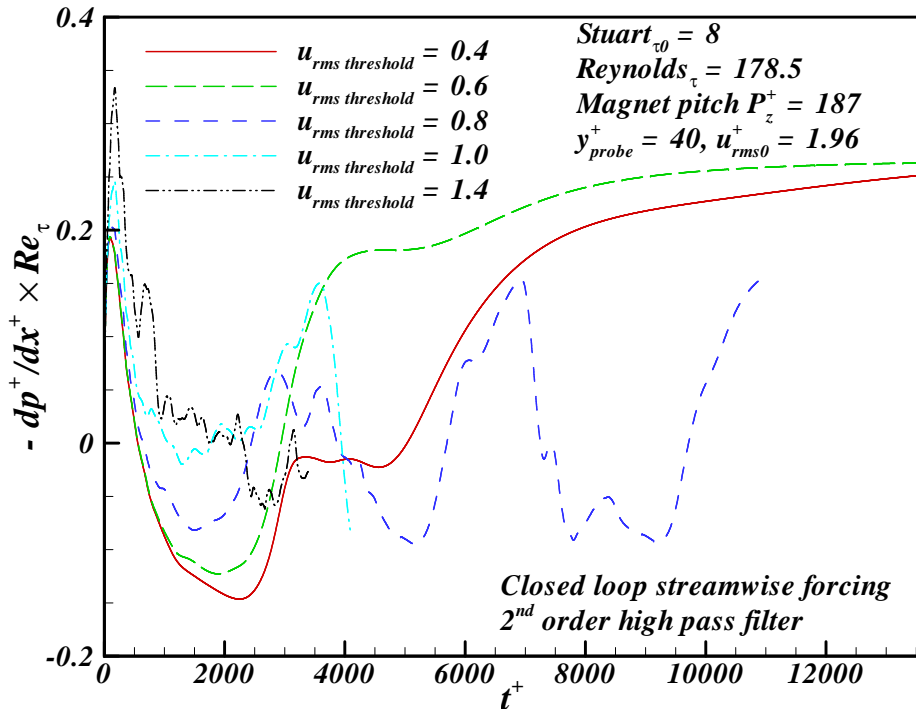


FIGURE 6.76 – Force moyenne de pression appliquée à un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique longitudinal (distance aimants $P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms})

supérieur au seuil. Lorsque u_{rms} devient inférieur au seuil, plus l'ordre du filtre est élevé, plus l'intensité du forçage décroît rapidement. La force de pression quant à elle, remonte jusqu'à un niveau $F_{em}^+ = 0.2\rho u_\tau^2/h$ tout en continuant légèrement sa remontée dans le cas où l'ordre du filtre vaut $n = 1$ et $F_{em}^+ = 0.26 \rho u_\tau^2/h$ à l'instant $t^+ = 12000$ dans le cas où l'ordre du filtre vaut $n = 2$.

Composante longitudinale de la vitesse moyenne

Les figures 6.77 et 6.78 illustrent l'évolution temporelle de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre 1 sur u_{rms} en $y^+ = 40$ pour un niveau de seuil tel que $u_{rms_{seuil}}^+ = 0.6$). Par raison de symétrie, cette évolution est représentée pour le seul demi canal inférieur. Au tout début du forçage, la couche limite s'amincit rapidement jusqu'à l'instant $t^+ = 100$ et commence à s'épaissir ensuite. Au-delà de l'instant $t^+ = 100$ et jusqu'à $t^+ = 3000$, la vitesse augmente à une distance de la paroi tel que $20 < y^+ < 100$ et diminue de part et d'autre (à la paroi et au centre du canal). Plus l'ordre du filtre est élevé, plus cet effet est accentué. Un maximum de vitesse apparaît alors en $y^+ \approx 80$. Au-delà de $t^+ = 3000$, la position de ce maximum se rapproche du centre du canal. Le profil de vitesse tend alors de plus en plus vers un profil laminaire. Dans le cas où le filtre est d'ordre $n = 2$, l'arrêt du forçage est moins progressif et l'évolution vers un profil laminaire se fait plus brusquement. D'ailleurs, au même instant $t^+ = 12000$, la vitesse au centre du canal est bien plus importante dans ce cas.

Fluctuations de vitesse

Les figures 6.79 et 6.80 illustre l'évolution temporelle de l'écart-type u_{rms} des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique en boucle fermée dont l'intensité est modulée par un filtre passe-haut d'ordres respectifs $n = 1$ et $n = 2$ sur u_{rms} en $y^+ = 40$ pour un niveau de seuil tel que $u_{rms_{seuil}}^+ = 0.6$. Au début du forçage, u_{rms} atteint son niveau maximum en $y^+ = 15$. Jusqu'à l'instant $t^+ \approx 200$, il diminue sur toute la hauteur du canal. Ensuite, jusqu'à $t^+ = 1000$, il reste quasiment constant à une distance de la paroi telle que $y^+ > 40$ tandis qu'il continue à baisser en dessous. A l'instant $t^+ \approx 1000$, on constate la présence d'un minimum local en temps sur toute la hauteur du canal. Ensuite, u_{rms} remonte légèrement jusqu'à l'instant $t^+ = 2000$ pour $y^+ > 15$. Le niveau maximum est alors atteint en $y^+ = 30$. Il est d'autant plus faible que l'ordre n du filtre est élevé. Pour le cas où l'ordre du filtre vaut $n = 2$, on remarque d'ailleurs sur les figures 6.73 et 6.74 que la force électromagnétique moyenne imposée est plus élevée à cet instant. Après $t^+ = 2000$, u_{rms} reprend sa décroissance sur toute la hauteur du canal. La position de son maximum ne cesse de s'éloigner de la paroi. A l'instant $t^+ = 4000$, il est situé à une distance de la paroi $y^+ \approx 50$ et à l'instant $t^+ = 8000$, il est situé à une distance de la paroi $y^+ \approx 80$. A partir de l'instant $t^+ = 6000$, le maximum d'écart-type des fluctuations de la composante

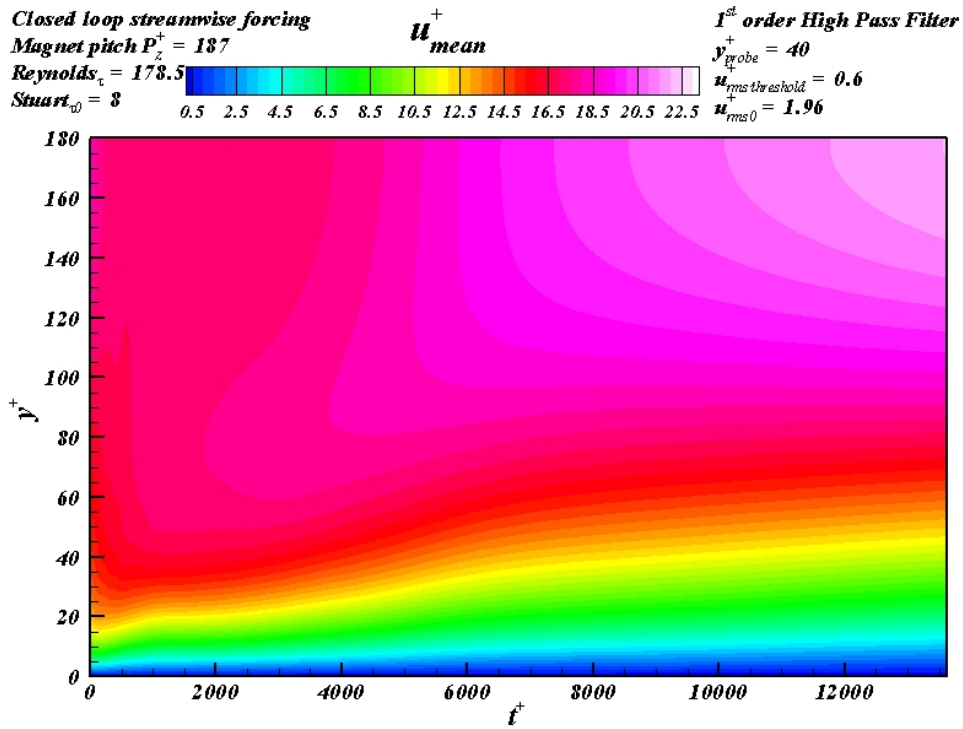


FIGURE 6.77 – Évolution temporelle de la composante longitudinale de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms})

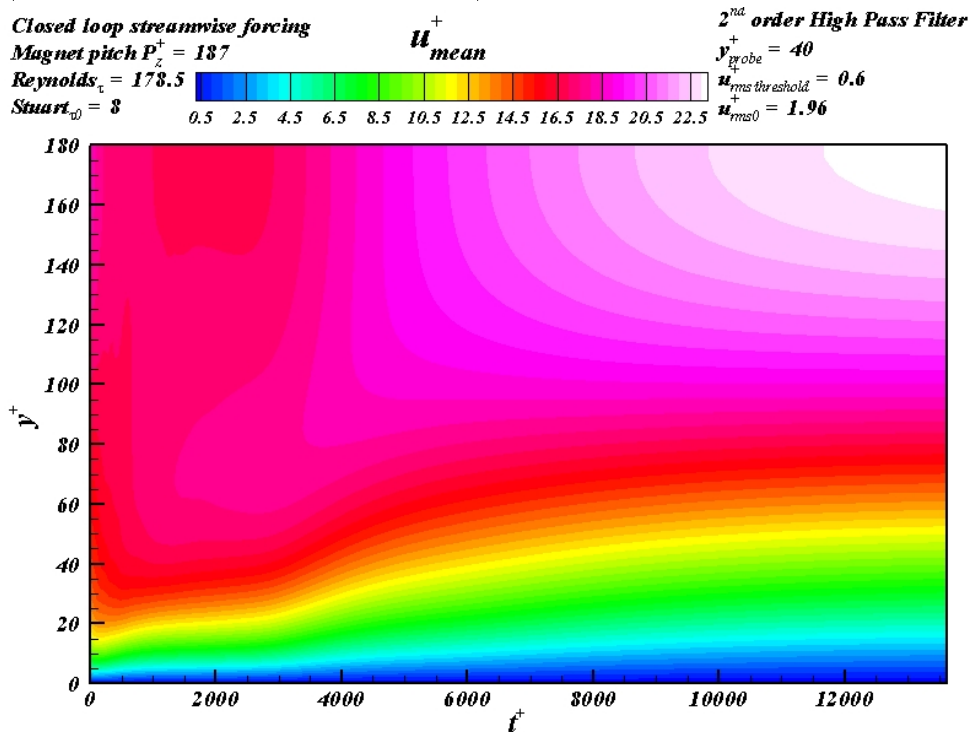


FIGURE 6.78 – Évolution temporelle de la composante longitudinale de la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms})

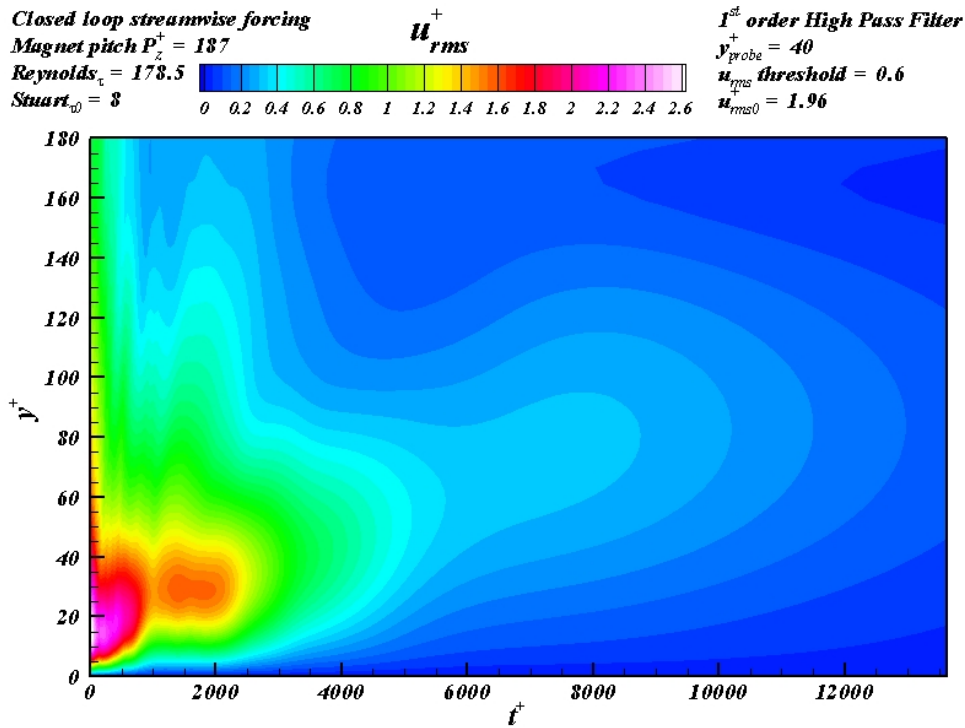


FIGURE 6.79 – Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$, $Stuart_{\tau_0} = 8$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms} évalué en $y_{probe}^+ = 40$)

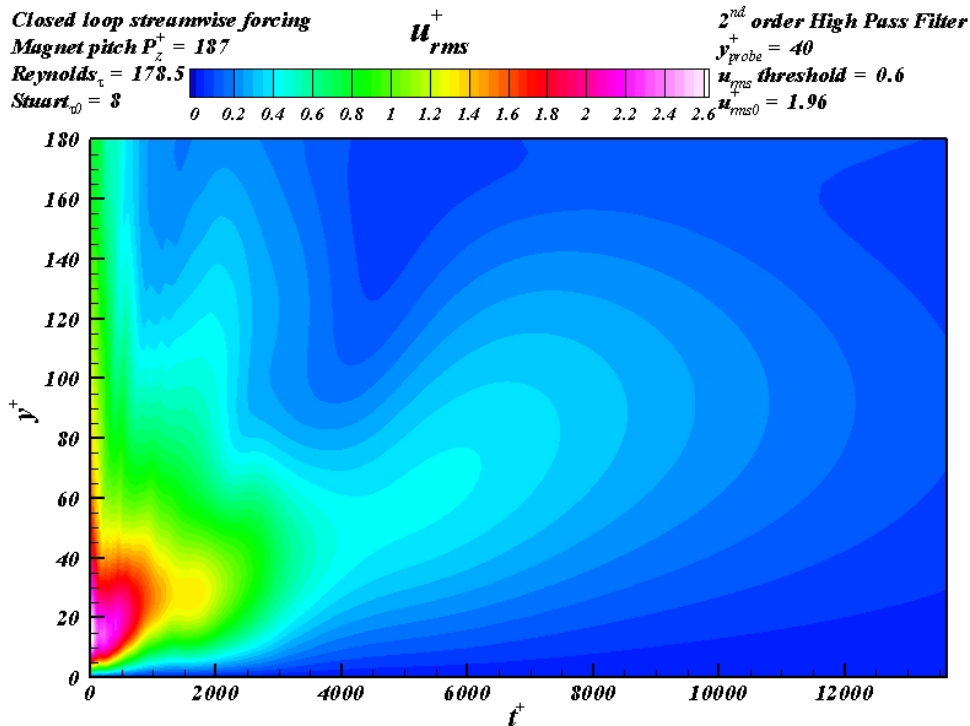


FIGURE 6.80 – Évolution temporelle de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$, $Stuart_{\tau_0} = 8$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 2$ sur u_{rms} évalué en $y_{probe}^+ = 40$)

longitudinale de vitesse est d'autant plus élevé que l'ordre du filtre est élevé (contrairement à l'instant $t^+ = 2000$). Pour le cas où l'ordre du filtre vaut $n = 2$, on remarque sur les figures 6.73 et 6.74 que la force électromagnétique moyenne est plus faible à cet instant.

Contraintes de Reynolds

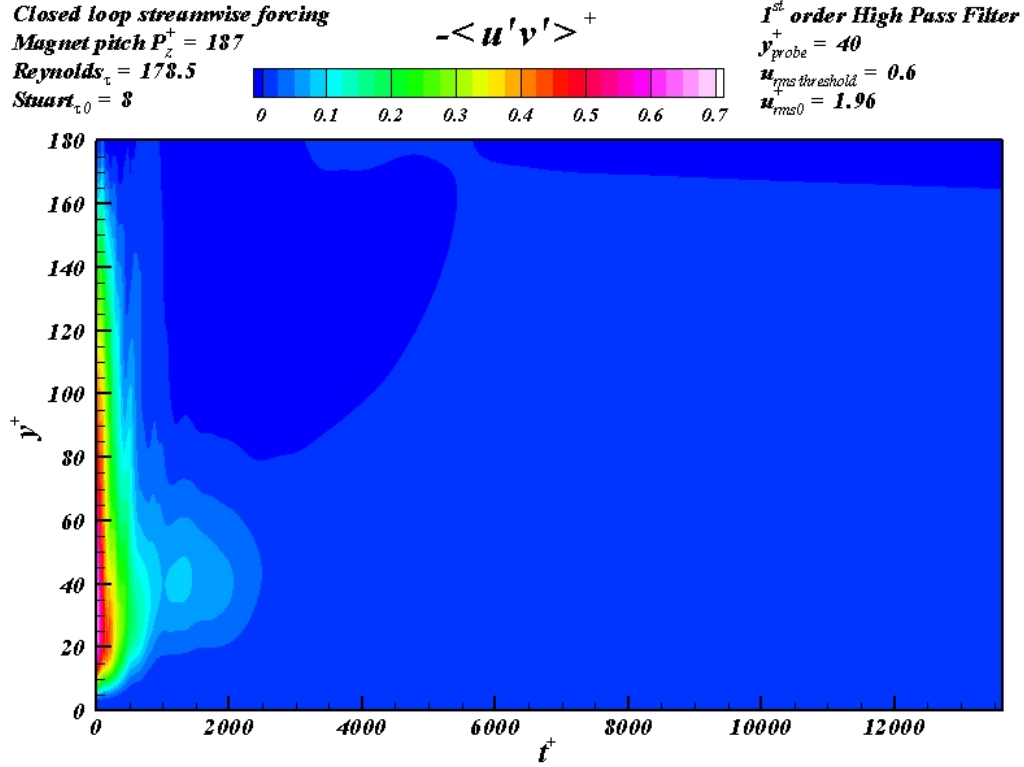


FIGURE 6.81 – Contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+$

FIGURE 6.82 – Évolution temporelle des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+$ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) soumis à un forçage électromagnétique ($P_z^+ = 187$, $St_{\tau_0} = 8$) en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre $n = 1$ sur u_{rms} évalué en $y_{probe}^+ = 40$)

La figure 6.82 illustre l'évolution temporelle des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+$ d'un écoulement turbulent soumis à un forçage électromagnétique en boucle fermée (filtre passe-haut d'ordre 1 sur u_{rms} en $y^+ = 40$ pour un niveau de seuil tel que $u_{rms\ seuil}^+ = 0.6$). Au début du forçage le maximum de contraintes est situé en $y^+ = 30$. Dès que le forçage est activé, le niveau de contrainte de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+$ diminue quelque soit la distance à la paroi y^+ . A l'instant $t^+ = 1000$, il atteint un minimum local dans le temps puis remonte légèrement jusqu'à $t^+ = 1200$. A ce moment là, le maximum des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle^+$ est situé à une distance de la paroi $y^+ = 40$. Ensuite, le niveau de contrainte ne cesse de baisser jusqu'à un niveau quasiment nul sur toute la hauteur du canal.

Interprétations

Ce type de schéma de contrôle interactif en boucle fermée permet d'avoir une intensité de force électromagnétique moyenne quasiment constante pendant les 2000 unités de temps $\nu/u_{\tau_{Hinze}}^2$ initiales. L'imposition de ce forçage dont la distribution répartit l'intensité principalement près de la paroi génère initialement (jusqu'à $t^+ = 100$) une augmentation de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. En effet, le fluide présent dans cette région de proche paroi, subit une accélération globale (sur toute l'étendue du canal) dès l'activation du forçage. Pendant ce temps, le niveau d'énergie cinétique et d'enstrophie des fluctuations et de contraintes de Reynolds chute fortement quelque soit le niveau de seuil $u_{rms_{seuil}}^+$. Après l'instant $t^+ = 100$, la chute du niveau de turbulence finit par entraîner une diminution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. A l'instant $t^+ = 2000$, le niveau d'enstrophie des fluctuations a chuté de plus d'un ordre de grandeur, les niveaux d'énergie cinétique des fluctuations et des contraintes de Reynolds $-\langle u'v' \rangle$ sont sept fois plus faibles qu'initialement. L'écoulement est donc quasiment relaminarisé et la contrainte moyenne de cisaillement commence à atteindre un plateau vers $\tau^+ = 0.8$. L'effet du filtre passe haut commence alors à agir en faisant baisser l'intensité du forçage pour $u_{rms_{seuil}}^+ \geq 0.4$. La diminution progressive de l'intensité du forçage permet alors de reprendre la diminution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal sans que le niveau de l'énergie cinétique ou de l'enstrophie des fluctuations n'augmente trop pour autant. L'ordre n du filtre a une influence sur la relative constance du forçage pendant la phase de relaminarisation $t^+ < 2000$ et le taux de décroissance du forçage pendant la phase de relaxation $t^+ > 2000$. Tant que u_{rms} est au-dessus du seuil $u_{rms_{seuil}}$, plus l'ordre du filtre est élevé plus le forçage électromagnétique tend à être constant pendant un long intervalle de temps et plus l'écoulement se relaminarise vite. Lorsque u_{rms} est en dessous du seuil $u_{rms_{seuil}}$, plus l'ordre du filtre est élevé, plus le forçage électromagnétique diminue rapidement et plus l'écoulement relaxe vite. Un filtre d'ordre $n = 2$ montre donc son efficacité plus rapidement mais est plus sensible au réglage du niveau de seuil.

6.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons, dans un premier temps, mis en évidence de façon analytique, l'effet d'un forçage électromagnétique sur un écoulement laminaire et avons validé notre code de simulation numérique. Dans un deuxième temps, nous avons montré l'influence non négligeable de la géométrie de l'actionneur électromagnétique sur les fluctuations d'un écoulement. Dans un troisième et dernier temps, nous avons montré qu'il était possible de relaminariser des écoulements turbulents grâce des forçages électromagnétiques de dimension et d'intensité adéquate. Ce type d'actionnement nous a montré que l'injection de quantité de mouvement dans le sens de l'écoulement et dans la région proche de la paroi permet de réduire l'énergie cinétique et l'enstrophie des fluctuations d'un écoulement turbulent. Nous avons mis en évidence le fait qu'un schéma de contrôle interactif en

boucle fermée permet d'obtenir une réduction de traînée de 75% pour atteindre le niveau d'un écoulement laminaire non forcé. Dans le cas le plus efficace, l'intensité moyenne du forçage est réglée en fonction la mesure de l'écart-type des fluctuations de la composante longitudinale de vitesse u_{rms} dans un plan situé une distance de la paroi $y^+ = 40$.

Conclusions et perspectives

6.7 Conclusions

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse de doctorat mettent en évidence les effets de différents contrôles électromagnétiques sur un écoulement turbulent électroconducteur. Les mécanismes de réduction de traînée d'un forçage transverse oscillant et d'un forçage aligné dans le sens de l'écoulement sont décrits grâce à l'analyse de la structure fine de la turbulence. Toutes les grandeurs locales d'un écoulement turbulent sont accessibles grâce à la mise en oeuvre de simulations numériques directe (D.N.S). Le code D.N.S. de Orlandi (2000) a été développé et optimisé avec la collaboration de l'IDRIS. Le gain en performance est de l'ordre d'un facteur 2 en séquentiel et un "*speed-up*" de 95% est atteint en parallèle (gain $\times 30$ à l'IDRIS avec 16 processeurs et $\times 60$ au CINES avec 32 processeurs) Ce code D.N.S. est ici utilisé dans une approche exploratoire. Il permet de tester différents schémas de contrôles actifs et géométries d'actionneurs pour en évaluer leur possibilités applicatives.

Le modèle de champ de force a été raffiné de façon à prendre en compte les effets locaux de discontinuité de la géométrie des actionneurs. Ce modèle, validé expérimentalement, constitue un gain notable par rapport à la littérature existante. En particulier, il permet d'analyser les effets de bords et de la géométrie des actionneurs. Plusieurs schémas de contrôles actifs déterministes (échelons, relaxations, oscillations) et interactifs (proportionnel, filtre passe-haut) ont été utilisés pour étudier la réponse d'un écoulement à un forçage électromagnétique. Les échelons de forçage et les relaxations ont permis de déterminer les temps de réponse d'écoulement turbulent à ces diverses sollicitations. Cela a ensuite permis de mettre en place des schémas de contrôles adaptés à la réponse de l'écoulement.

Les forçages transverses ont montré que les intensités de forçages utilisées pour générer l'oscillation permettant une réduction de traînée sont d'un à deux ordres de grandeurs supérieures à celles nécessaires pour simplement propulser l'écoulement. L'étude des forçages transverses modulés par des ondes progressives transverses a montré que les régions de l'écoulement où le forçage génère des balayages à grande échelle sont le siège de fluctuations beaucoup moins intenses et nous a donc incité à mettre en place un forçage propulsif de proche paroi..

L'étude d'échelons de forçage aligné suivant le sens de l'écoulement a permis de déterminer l'intensité et l'échelle géométrique du forçage la plus adéquate pour relaminariser un écoulement faiblement turbulent. Cette intensité présente un maximum qui est du même ordre de grandeur que celle qui serait nécessaire pour propulser l'écoulement. La distance entre le centre des aimants P_z est du même ordre de grandeur que la demi-hauteur du canal h . Les schémas de contrôles interactifs de forçages alignés suivant le sens de l'écoulement ont permis finalement d'atteindre le niveau de contrainte moyenne de cisaillement pariétal d'un écoulement laminaire non forcé.

6.8 Perspectives

Les moyens de calculs actuels ne nous permettent de simuler des écoulements qu'à très faibles nombres de Reynolds. De plus, les transitions d'un écoulement laminaire à turbulent et vice et versa restent à ce jour mal simulées. Il serait donc très intéressant de mettre en oeuvre des expériences de contrôle d'écoulement par forçage électromagnétique permettant de rendre compte de l'impact du forçage sur des écoulements à nombre de Reynolds nettement plus élevé et dont la rugosité des parois serait parfaitement déterminée. Cependant, la difficulté des mesures ne permettrait pas une analyse des champs de vitesse (de leur fluctuation et de leur dérivée) aussi détaillée que celle aisément accessible par les simulations numériques directes.

Le contrôle de décollements est un sujet de recherche qui intéresse de nombreux industriels. Les schémas de contrôle interactifs qui sont présentés dans le chapitre 6 de ce mémoire pourraient être généralisés pour le contrôle de décollements. Pour éviter le soulèvement de couche de la vorticité transverse qui est source de turbulence, nous avons montré que l'écoulement devait être for  de manière à suivre la paroi. Autrement dit, en injectant de la quantité de mouvement dans les zones proches de la paroi et parallèlement à celle-ci (Weier *et al.*, 2003), nous pourrions éviter ces décollements pour stabiliser un écoulement et en réduire la traînée.

Annexes

Annexe A

Validation du code DNS

A.1 Vitesse

Vitesse longitudinale moyenne - Cas laminaire

Dans le cas où l'écoulement est laminaire, la vitesse est orientée suivant une seule direction longitudinale (\vec{x}) et ne dépend que de la distance à la paroi y . Dans un cas stationnaire où le débit est constant, les forces de viscosité et le gradient de pression se compensent. L'équation qui traduit la conservation de la quantité de mouvement (Navier-Stokes) nous permet d'obtenir:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Étant donné que la pression p est indépendante de la direction normale à la paroi y , alors le gradient de pression longitudinale $\frac{\partial p}{\partial x}$ ne dépend pas de la distance à la paroi y . La vitesse étant maximale au centre du canal, on obtient par intégration :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y \quad (\text{A.3})$$

En intégrant une 2ème fois et en imposant une vitesse nulle aux parois en $y = \pm h$, on obtient alors:

$$u = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(\frac{y^2}{2} - \frac{h^2}{2} \right) \quad (\text{A.4})$$

Notons U_{cp} , la vitesse maximale au centre d'un profil de Poiseuille dans un canal plan telle que:

$$U_{cp} = - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2\mu} \quad (\text{A.5})$$

On obtient alors le profil de vitesse suivant, appelé communément profil de Poiseuille:

$$\frac{u}{U_{cp}} = 1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2 \quad (\text{A.6})$$

Notons U_{deb} , la vitesse débitante. Le rapport entre la vitesse débitante et la vitesse maximale vaut:

$$\frac{U_{deb}}{U_{cp}} = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h 1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2 dy = \frac{1}{h} \left[y - \frac{y^3}{3h^2} \right]_0^h = \frac{2}{3} \quad (\text{A.7})$$

A.1.1 Écart-type relatif des fluctuations de vitesse

L'étude de l'écart-type relatif permet de quantifier la proportion des fluctuations des composantes de vitesse relativement à la vitesse longitudinale moyenne de l'écoulement. L'impact de fluctuations ayant le même écart-type ne sera pas le même si elles sont situées près de la paroi ou si elles sont situées au milieu du canal. En effet, la vitesse longitudinale moyenne est minimale à la paroi et maximale au centre du canal. Cet écart-type relatif est donc sans dimension et permet de rendre compte de l'évolution de l'intensité de la turbulence en fonction de la distance à la paroi. La détermination de la vitesse de frottement n'est alors plus nécessaire pour quantifier les fluctuations.

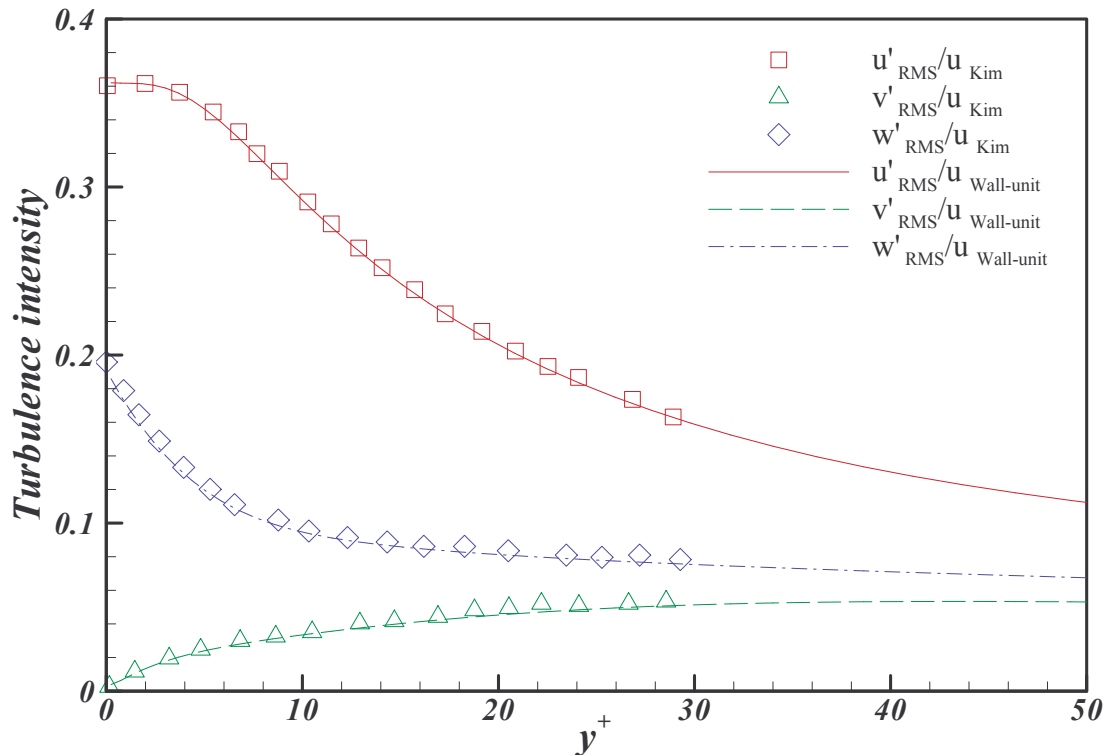


FIGURE A.1 – Écart-type relatif des fluctuations du champ de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$)

La figure A.1 compare les écarts-types relatifs des fluctuations des composantes du champ de vitesses obtenus par notre simulation et ceux présentés par Kim *et al.* (1987). Ces écarts-types relatifs sont tracés en fonction de la distance à la paroi inférieure du canal. Cette distance est normalisée par la longueur visqueuse l_ν obtenue à partir du cisaillement moyen déterminé lors du post-traitement de la simulation. Les résultats obtenus par cette simulation numérique directe sont en très bon accord avec ceux de la littérature. L'écart-type relatif des fluctuations pour la composante longitudinale est le plus élevé. Il atteint son maximum (36 %) à la paroi, reste constant jusqu'à une distance $y^+ = 5$ et finit par décroître à mesure que l'on s'éloigne de la paroi. L'écart-type relatif des fluctuations de la composante transverse de vitesse atteint son maximum (20 %) à la paroi et décroît à mesure que l'on s'éloigne de celle-ci. L'écart-type relatif des fluctuations de la composante normale de vitesse est nul à la paroi et augmente jusqu'à $\approx 6\%$ au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la paroi (contrairement aux autres composantes).

A.1.2 Coefficient de dissymétrie des fluctuations de vitesse

Le coefficient de dissymétrie (skewness) est défini à partir de l'équation A.8. Dans le cas d'une distribution gaussienne de variables aléatoires, le coefficient de dissymétrie prend la valeur 0.

$$S(u'_i) = \frac{\overline{u_i'^3}}{u_{i,RMS}^3} \quad (\text{A.8})$$

Ce coefficient met en évidence le signe des événements les plus intenses. En d'autres termes, plus le coefficient de dissymétrie d'une variable est positif, plus cette variable a des valeurs positives intenses et localisées.

La figure A.2 représente les coefficients de dissymétrie pour les trois composantes des fluctuations de vitesse sur toute la hauteur du canal. On remarque que ce coefficient est symétrique par rapport à la demi-hauteur du canal pour la composante longitudinale des fluctuations de vitesse u' alors qu'il est antisymétrique pour la composante normale des fluctuations de vitesse v' . Pour la composante transverse des fluctuations de vitesse w' , le coefficient de dissymétrie fluctue autour de zéro. Cela illustre le taux de convergence statistique du calcul du coefficient de dissymétrie.

La figure A.3 représente la variation du coefficient de dissymétrie pour les fluctuations de vitesses longitudinale et normale en fonction de la distance à la paroi exprimée en unités pariétales. Nous remarquons qu'il y a une légère différence entre les résultats de la présente étude et les résultats de Kim *et al.* (1987) bien que la tendance générale soit la même dans les deux études. On remarque qu'il y a un écart maximum de 10% entre les résultats de Kim *et al.* (1987) et les nôtres. Dans les deux cas, le coefficient de dissymétrie des fluctuations de vitesses longitudinales u' est positif jusqu'à une distance de la paroi $y^+ \approx 12$ puis négatif au-delà. Il existe donc des zones bien localisées où l'écoulement est fortement accéléré par

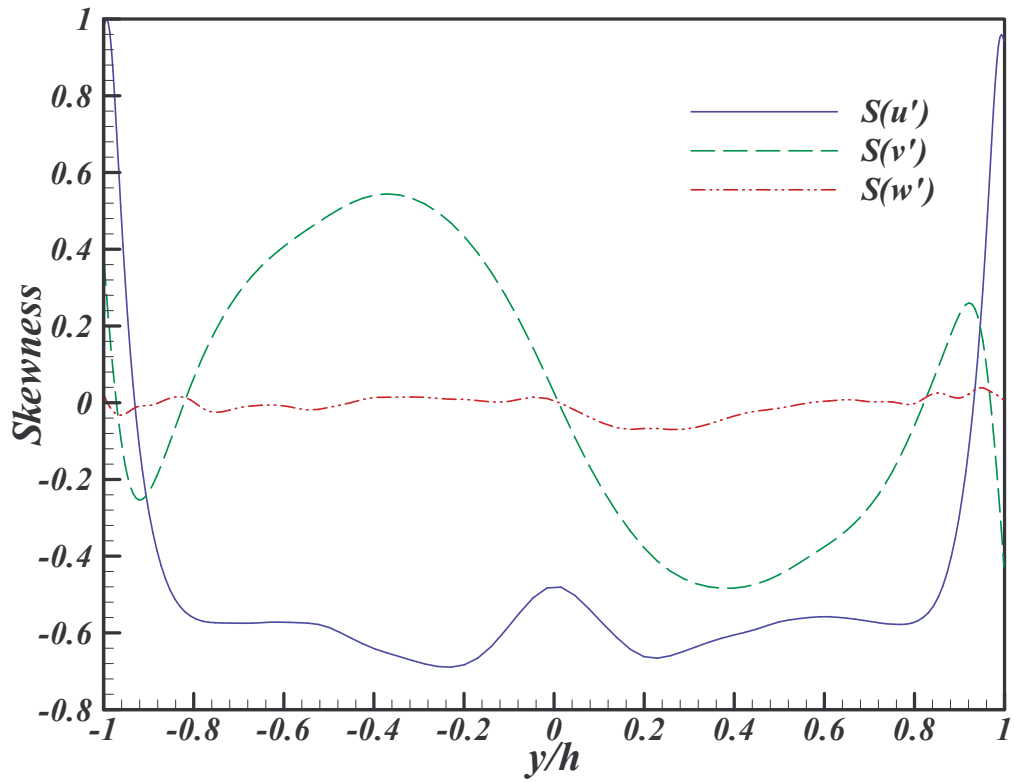


FIGURE A.2 – Coefficient de dissymétrie des fluctuations de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan sur toute la hauteur de celui-ci

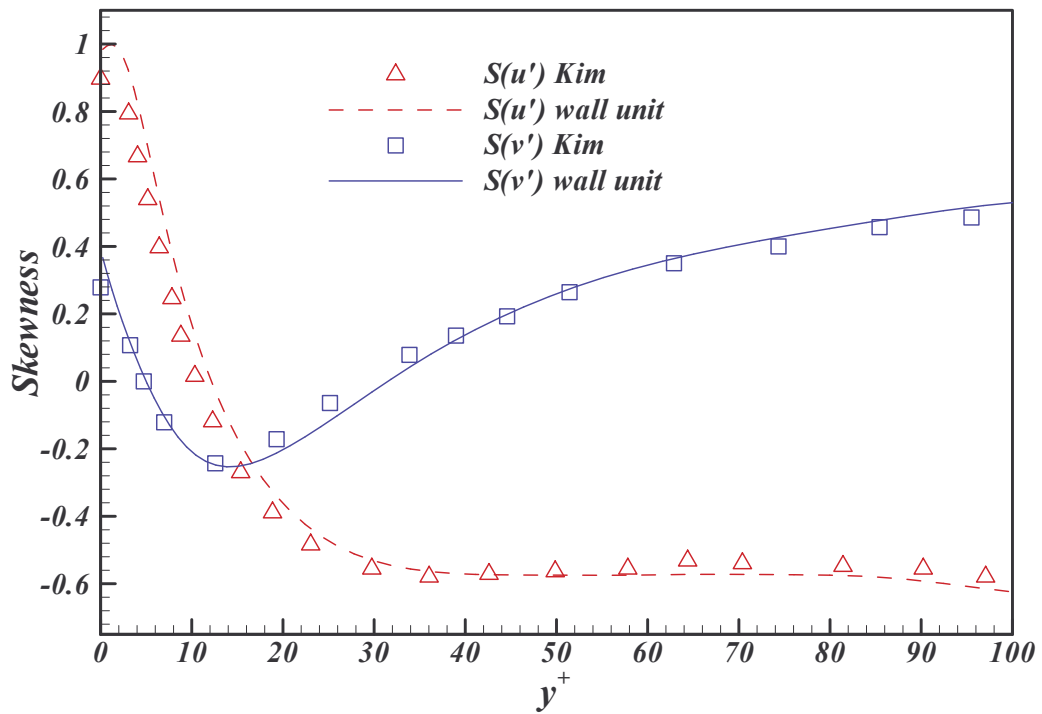


FIGURE A.3 – Comparaison des coefficients de dissymétrie des fluctuations de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan

rapport à sa valeur moyenne en dessous de $y^+ \approx 12$ et des zones où il est ralenti au-delà. En ce qui concerne le facteur de dissymétrie des fluctuations de vitesse normale v' de la figure A.3, on remarque qu'il est positif en dessous de $y^+ \approx 5$, qu'il est négatif pour $5 < y^+ < 30$ et qu'il redevient positif à partir de $y^+ > 30$ jusqu'à la moitié du canal. Cela signifie qu'il existe des zones très localisées où l'écoulement a tendance à fortement plonger vers la paroi pour $5 < y^+ < 30$ et à s'en éloigner pour $y^+ < 5$ et $y^+ > 30$.

A.1.3 Coefficient d'aplatissement des fluctuations de vitesse

Le coefficient d'aplatissement (flatness) est déterminé à partir de l'équation A.9. Dans le cas d'une distribution gaussienne de variables aléatoires, il prend la valeur 3.

$$F(u'_i) = \frac{\overline{u_i'^4}}{u_{i,RMS}^4} \quad (\text{A.9})$$

Ce coefficient met en évidence le caractère intermittent d'une variable. En d'autres termes, plus le coefficient d'aplatissement d'une variable est élevé, plus cette variable a des valeurs intenses et localisées.

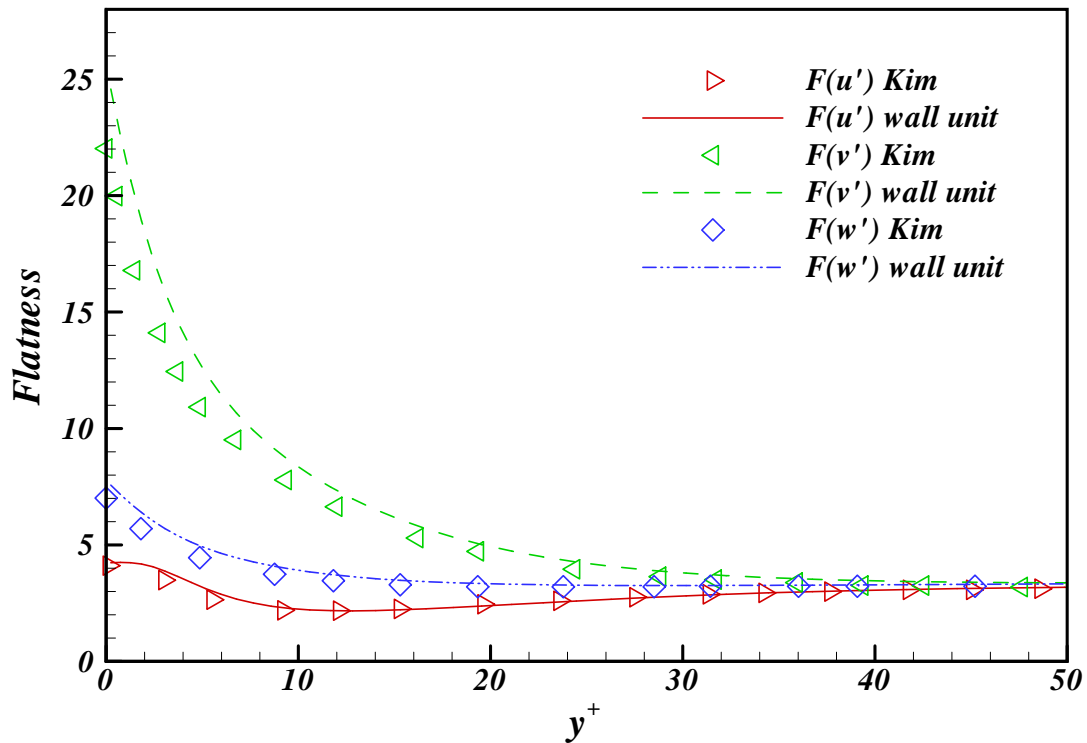


FIGURE A.4 – Comparaison des coefficients de d'aplatissement des fluctuations de vitesse d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan

Sur la figure A.4, nous comparons la variation du coefficient d'aplatissement des fluctuations des composantes de vitesses longitudinale, normale et transverse en fonction de

la distance à la paroi inférieure du canal. Nous pouvons remarquer un écart certain entre nos résultats et ceux de la littérature. En effet, les coefficients d'aplatissement que nous avons déterminés par simulation numérique directe sont plus élevés que ceux présentés par Kim *et al.* (1987). Étant donné le manque de convergence statistique de nos résultats sur les coefficients de dissymétrie, nous pouvons sérieusement douter de la précision de nos résultats sur les coefficients d'aplatissement. Cependant, nous pouvons remarquer que ces coefficients d'aplatissement prennent leurs valeurs les plus élevées au niveau de la paroi. Cette figure nous montre que ce sont les fluctuations de la composante normale de vitesse qui sont les plus intermittentes, avec un coefficient d'aplatissement supérieur à ≈ 20 à la paroi, tandis que les composantes longitudinale et transverse des fluctuations de vitesse ont un coefficient, à la paroi, de ≈ 4.5 et de ≈ 8 respectivement.

A.1.4 Coefficient de corrélation de u' et de v'

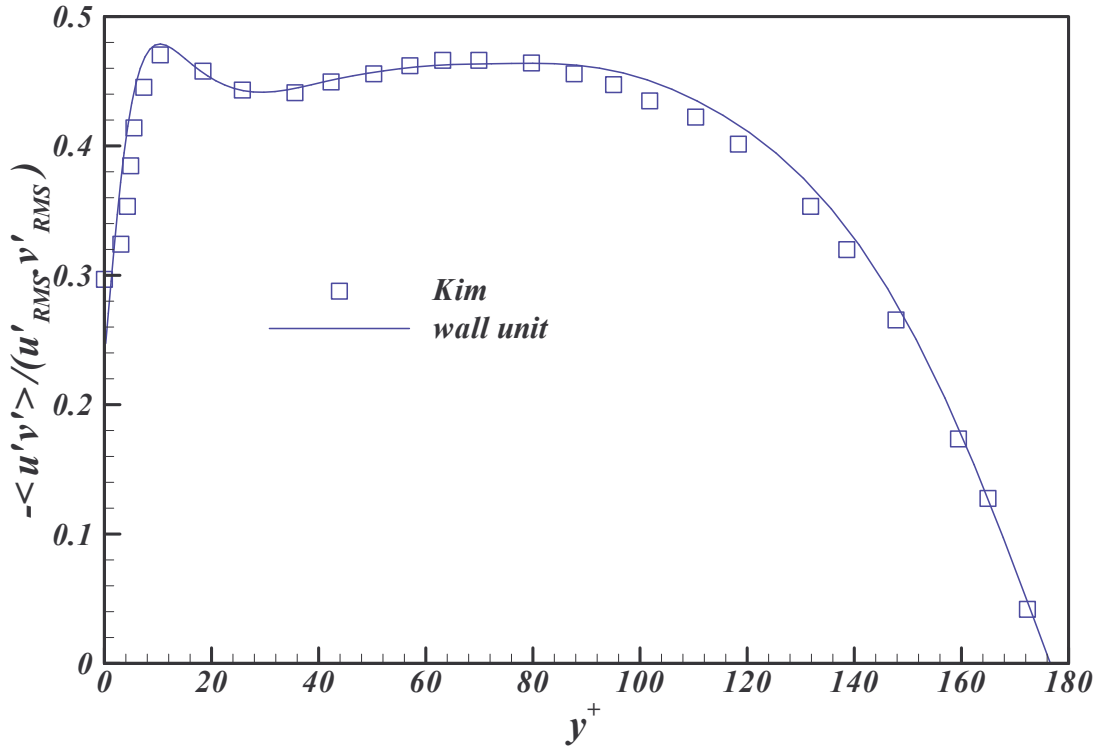


FIGURE A.5 – Coefficient de corrélation de u' et de v' en fonction de y^+ d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan

La figure A.5 représente le coefficient de corrélation de la fluctuation de la composante longitudinale de vitesse u' avec la fluctuation de la composante normale de vitesse v' . Cette figure permet de comparer les résultats obtenus par notre code et ceux obtenus par Kim *et al.* (1987). On remarque que les deux résultats coïncident. Il est intéressant de noter que le coefficient de corrélation présente un pic pour $y^+ = 12$, qui est aussi la localisation du maximum de la fluctuation de vitesse longitudinale.

A.2 Pression

A.2.1 Gradient de pression moyen

Lorsque qu'on veut conserver un débit constant dans un écoulement non contrôlé par un forçage externe, le gradient de pression doit compenser exactement les forces de frottement liées à la viscosité du fluide. Dans le cas où l'écoulement est contrôlé par forçage électromagnétique, la somme des forces de pression et des forces électromagnétique permettent de compenser les forces de frottement (voir équation 2.9).

Cas laminaire

Dans le cas d'écoulement laminaire, l'équation A.5 montre que le gradient de pression varie linéairement avec la vitesse débitante et qu'il vaut:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -U_{cp} \frac{2\mu}{h^2} = -U_{deb} \frac{3\mu}{h^2} \quad (\text{A.10})$$

Notons $Re_{cp} = \frac{U_{cp}h}{\nu}$ le nombre de Reynolds basé sur la vitesse U_{cp} au centre du canal pour un profil de Poiseuille et la demi hauteur du canal h . Notons $Re_{deb} = \frac{U_{deb}h}{\nu}$ le nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante U_{deb} et la demi-hauteur du canal h . On obtient alors que le gradient de pression s'écrit:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{2}{Re_{cp}} \frac{\rho U_{cp}^2}{h} = -\frac{3}{Re_{deb}} \frac{\rho U_{deb}^2}{h} \quad (\text{A.11})$$

Cas turbulent

Dans le cas turbulent, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal est beaucoup plus importante que dans le cas laminaire.

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{1}{2h} \mu \left(\left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=h} - \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=-h} \right) \quad (\text{A.12})$$

Il est aussi possible d'exprimer le gradient de pression moyen en fonction de la vitesse de frottement u_τ :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = -\frac{\rho u_\tau^2}{h} \quad (\text{A.13})$$

A.2.2 Écart-type des fluctuations de pression

La figure A.6 représente l'écart-type des fluctuations de pression en fonction de la distance à la paroi inférieure du canal. On remarque la présence d'un maximum à une distance de la paroi $y^+ = 30$ ainsi qu'un minimum au centre du canal. Nos résultats sont plus élevés (6% environ) que ceux de Kim *et al.* (1987), principalement dans les zones proches des parois. Cet écart est peut être dû au fait que dans le calcul de Kim *et al.*

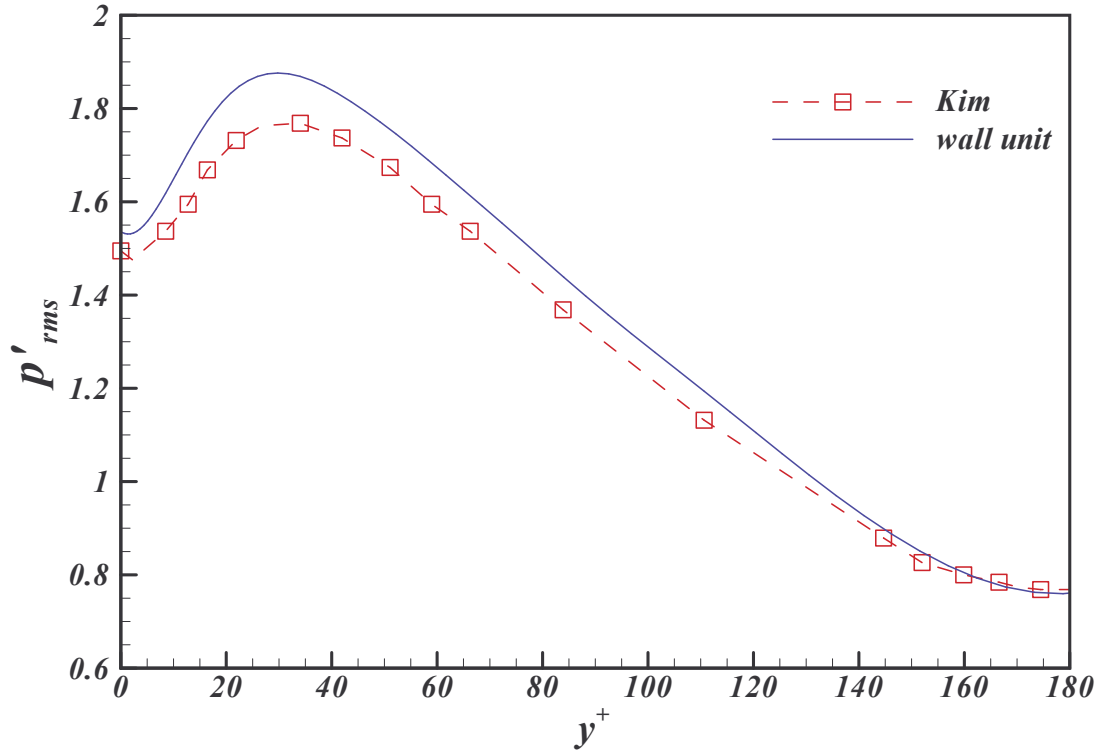


FIGURE A.6 – Écart-type des fluctuations de pression d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan

(1987), le gradient de pression fluctuant n'est pas pris en compte dans la première partie du "*fractional step*". Ces résultats concernant l'écart-type des fluctuations de pression restent tout de même plus faibles que les résultats expérimentaux de Willmarth (1975) qui montrent que l'écart-type des fluctuations de pression dans une couche limite turbulente varie entre 2 et 3.

A.3 Contraintes

A.3.1 Contraintes de cisaillement en écoulement laminaire

D'après l'équation (A.3), la contrainte de cisaillement varie linéairement avec la distance à la paroi:

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} y \quad (\text{A.14})$$

A la paroi inférieure, elle vaut donc:

$$\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{-h} = -\frac{\partial p}{\partial x} h = \frac{2}{Re_{cp}} \rho U_{cp}^2 = \frac{3}{Re_{deb}} \rho U_{deb}^2 \quad (\text{A.15})$$

A.3.2 Contraintes totales dans le cas turbulent non forcé

Avant d'étudier le contrôle d'un écoulement turbulent par forçage, il faut s'assurer que la turbulence de ce dernier soit pleinement développée. L'étude des contraintes totales décrite par Tennekes & Lumley (1972) permet de vérifier cela.

$$+ \left. \frac{\partial \bar{u}^+}{\partial y^+} \right|_{y^+} - \overline{u'v'}^+ = 1 - \frac{y^+}{h^+} \quad (\text{A.16})$$

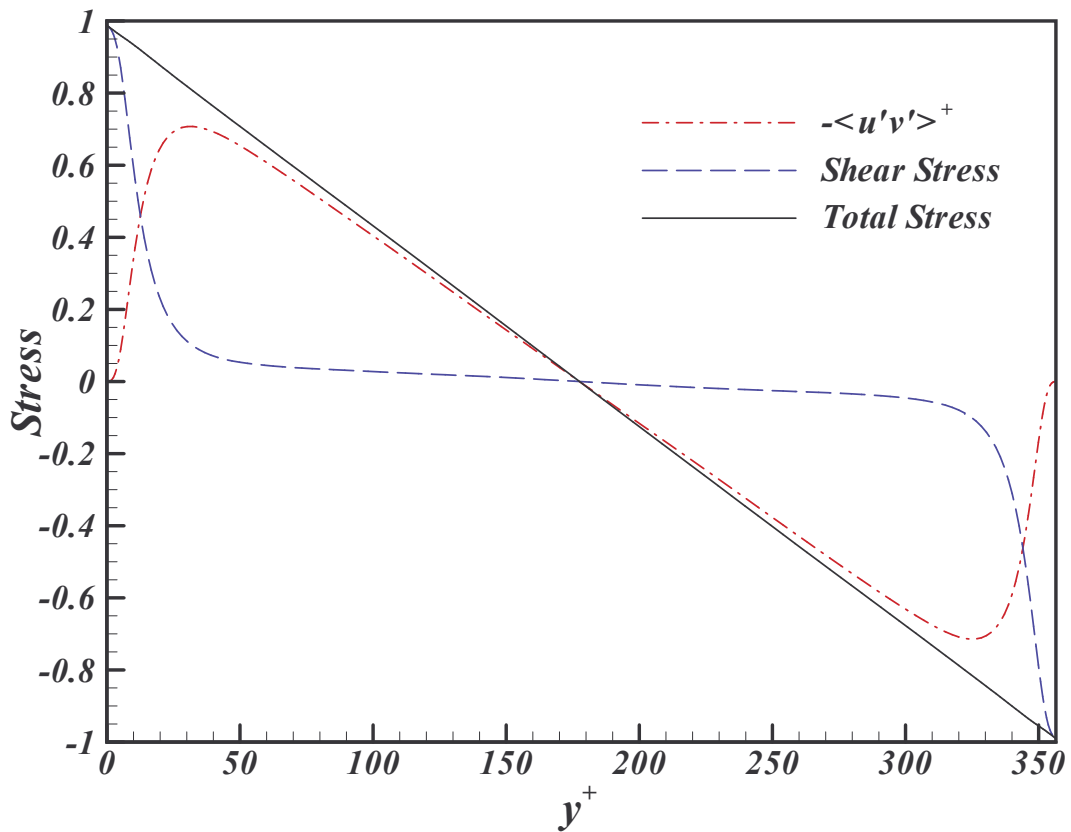


FIGURE A.7 – Contraintes totales d'un écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan

La figure A.7 représente la contrainte de cisaillement $\mu \frac{\partial u}{\partial y}$, la contrainte de Reynolds $\overline{u'v'}$ et la contrainte totale en fonction de la distance à la paroi dans le canal. On constate que la somme des contraintes de Reynolds et de cisaillement calculée par la simulation numérique directe donne bien une droite de pente -1 . Au niveau des parois, les contraintes de Reynolds sont bien nulles alors que les contraintes de cisaillement prennent leurs valeurs les plus extrêmes. Au milieu du canal, les contraintes de Reynolds et de cisaillement s'annulent.

Annexe B

Détails du calcul du champ magnétique

Dans ce chapitre, les hypothèses et les détails du calcul du champ magnétique utilisé dans cette étude sont décrits.

B.1 Définition

B.1.1 Potentiels et champs

Pour prendre en compte les interactions entre les charges, même à grande échelle, deux potentiels sont définis: un potentiel scalaire $\varphi(\vec{x},t)$ dont l'unité est le Volt et un potentiel vecteur $\vec{A}(\vec{x},t)$ dont l'unité est le Volt seconde par mètre (ou le Weber/mètre). Un élément de volume $d\mathcal{V}$ centré en un point M ($O\vec{M} = \vec{x}'$) à un temps τ induit au point P ($O\vec{P} = \vec{x}$) et au temps t les potentiels suivants:

$$d\varphi(\vec{x},t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_m} \frac{q(\vec{x}',\tau)d\mathcal{V}}{|\vec{r}|} \quad (\text{B.1})$$

$$d\vec{A}(\vec{x},t) = \frac{\mu_m}{4\pi} \frac{\vec{j}(\vec{x}',\tau)d\mathcal{V}}{|\vec{r}|} \quad (\text{B.2})$$

où $\vec{r} = \vec{x} - \vec{x}'$ et $t = \tau + r/c$ avec $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$. Cette définition implique l'hypothèse suivante: tout changement dans la matière se propage à la vitesse de la lumière c . Une modification de la charge ou de la densité de courant en M à un temps τ produit une modification des potentiels au point P au temps $\tau + r/c$. Les symboles ϵ_m et μ_m représentent respectivement la permittivité et la perméabilité de la matière. Dans la suite de ce mémoire, ces quantités sont supposées être constantes et égales à leur valeur dans le vide ($\epsilon_0 = 8.855210^{-2} F.m^{-1}$ et $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H.m^{-1}$) car c'est approximativement le cas dans les fluides électro-conducteurs isotropiques comme l'eau salée qui nous intéresse ici. Les expressions décrivant les potentiels

créés par une distribution de charge électrique dans tout l'espace sont alors données par:

$$\varphi(\vec{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{q(\vec{x}', \tau)}{|\vec{r}|} d\mathcal{V} \quad (\text{B.3})$$

$$\vec{A}(\vec{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{x}', \tau)}{|\vec{r}|} d\mathcal{V} \quad (\text{B.4})$$

Les champs magnétique \vec{B} et électrique \vec{E} dérivent des potentiels \vec{A} et φ tels que:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad (\text{B.5})$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{B.6})$$

B.2 Équations de Maxwell

B.2.1 Conservation du champ magnétique

Le flux de champ magnétique est conservatif. On postule qu'il n'existe pas de charge magnétique. Cela signifie que le flux rentrant dans un volume donné est égal au flux sortant de ce volume. Autrement dit, le flux de champ magnétique sur une surface fermée est nul.

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{B.7})$$

Appliquons le théorème de Green-Ostrogradsky à la relation précédente:

$$\iiint_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} d\mathcal{V} = 0 \quad (\text{B.8})$$

Comme l'intégrale de cette quantité est nulle quelque soit le choix du domaine de volume \mathcal{V} , cette quantité est nulle en tout point. On obtient alors la relation locale suivante cohérente avec la définition du champ magnétique (éq. B.5) et le théorème de la divergence (la divergence d'un champ rotationnel est nulle):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{B.9})$$

B.2.2 Théorème de Faraday

Appliquons l'opérateur rotationnel ($\vec{\nabla} \wedge$) à la définition du champ électrique (éq. B.6). Le rotationnel d'un gradient étant nul par définition, on obtient alors:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{B.10})$$

Cela signifie que la circulation d'un champ électrique le long d'un contour fermé peut générer une variation temporelle du champ magnétique.

B.2.3 Théorème de Gauss

Le théorème de Gauss démontre que le flux d'induction électrique ($\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ où ε est la permittivité électrique et \vec{E} le champ électrique) à travers une surface fermée ($\mathcal{S} = \partial\mathcal{V}$) entourant un volume (\mathcal{V}) est égal à la charge (Q_{int}) intérieure à ce volume.

$$\oiint_{\partial\mathcal{V}} \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{int} \quad (\text{B.11})$$

Appliquons le théorème de Green-Ostrogradsky à la relation précédente et utilisons la définition de la charge électrique q (éq. 1.1). Nous obtenons alors:

$$\iiint_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \, d\mathcal{V} = \iiint_{\mathcal{V}} \frac{q}{\varepsilon} \, d\mathcal{V} \quad (\text{B.12})$$

Cette relation intégrale étant valable quelque soit le volume \mathcal{V} , la relation locale suivante l'est aussi.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = q \quad (\text{B.13})$$

B.2.4 Théorème d'Ampère

La circulation de l'induction magnétique ($H = \vec{B}/\mu$) le long d'un contour fermé ($\partial\mathcal{S}$) est égale au courant électrique traversant la surface (\mathcal{S}) incluse dans ce contour.

$$\oint_{\partial\mathcal{S}} \vec{H} \, d\mathcal{L} = \iint_{\mathcal{S}} \vec{j} \, d\mathcal{S} \quad (\text{B.14})$$

Le théorème de Stokes démontre que la circulation d'un champ de vecteur le long d'un contour fermé ($\partial\mathcal{S}$) est égale au flux de son rotationnel à travers la surface (\mathcal{S}) délimitée par ce contour. Cela permet d'écrire:

$$\iint_{\mathcal{S}} \vec{\nabla} \wedge \vec{H} \, d\mathcal{S} = \iint_{\mathcal{S}} \vec{j} \, d\mathcal{S} \quad (\text{B.15})$$

Cette relation étant valable quelque soit la surface (\mathcal{S}), la relation locale suivante l'est aussi:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{B.16})$$

Cette relation ne reste valable que si l'on s'intéresse à des matériaux suffisamment conducteurs pour que le temps de relaxation de la charge électrique soit beaucoup plus court que le temps de transit des ondes électromagnétiques. Dans ce cas, le déplacement de courant ($\varepsilon \partial \vec{E} / \partial t$) est négligeable devant la densité de courant électrique (\vec{j}) et le rotationnel de l'induction magnétique ($\vec{\nabla} \wedge \vec{H}$).

B.3 Modèle 3D du champ magnétique

B.3.1 Loi de Biot et Savart

La *loi de Biot et Savart* est une solution particulière de la relation d'Ampère (éq. B.16) et de l'équation locale de conservation de la charge (éq. 1.7):

$$B(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \iiint \frac{\vec{j}(\vec{x}') \wedge \vec{r}}{|\vec{r}|^3} d\mathcal{V} \quad \text{avec} \quad \vec{r} = \vec{x} - \vec{x}' \quad (\text{B.17})$$

B.3.2 Composantes tangentielles du champ magnétique

Soit $\vec{\mathcal{H}}_X(\vec{R})$ l'intégrale suivante sur une surface de longueur $2a$ suivant la direction \vec{x} et de largeur $2b$ suivant la direction \vec{z} .

$$\vec{\mathcal{H}}_X(\vec{R}) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{(X-x)}{|\vec{R}-\vec{r}|^3} dx dz \quad (\text{B.18})$$

$$\text{avec } |\vec{R}-\vec{r}| = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-z)^2 + (Z-z)^2} \quad (\text{B.19})$$

Remarquons tout d'abord:

$$\frac{d|\vec{R}-\vec{r}|^2}{dz} = -2(Z-z) \quad (\text{B.20})$$

Notons ensuite les deux relations suivantes:

$$\frac{d|\vec{R}-\vec{r}|}{dz} = \frac{-(Z-z)}{|\vec{R}-\vec{r}|} \quad (\text{B.21})$$

$$\begin{aligned} \frac{d|\vec{R}-\vec{r}|(Z-z)}{dz} &= \frac{d|\vec{R}-\vec{r}|}{dz}(Z-z) - |\vec{R}-\vec{r}| \\ &= -\frac{(Z-z)^2}{|\vec{R}-\vec{r}|} - |\vec{R}-\vec{r}| \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Donc si l'on soustrait l'équation B.22 à l'équation B.20, on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{d\left(|\vec{R}-\vec{r}|^2 - |\vec{R}-\vec{r}|(Z-z)\right)}{dz} &= -2(Z-z) + \frac{(Z-z)^2}{|\vec{R}-\vec{r}|} + |\vec{R}-\vec{r}| \\ \frac{d\left(|\vec{R}-\vec{r}|\left(|\vec{R}-\vec{r}| - (Z-z)\right)\right)}{dz} &= \frac{\left(|\vec{R}-\vec{r}| - (Z-z)\right)^2}{|\vec{R}-\vec{r}|} \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Or on a :

$$\frac{(X-x)}{\|\vec{R}-\vec{r}\|^3} = \frac{(X-x) \frac{(\|\vec{R}-\vec{r}\|-(Z-z))^2}{\|\vec{R}-\vec{r}\|}}{\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 (\|\vec{R}-\vec{r}\|-(Z-z))^2} \quad (\text{B.24})$$

Si l'on note :

$$D = \|\vec{R}-\vec{r}\| (\|\vec{R}-\vec{r}\|-(Z-z)) \quad (\text{B.25})$$

On obtient que :

$$\frac{(X-x)}{\|\vec{R}-\vec{r}\|^3} = \frac{(X-x) \frac{dD}{dz}}{D^2} \quad (\text{B.26})$$

Intégrons donc tout d'abord par rapport à z :

$$\vec{\mathcal{H}}_X(\vec{R}) = \int_{-a}^a \left[\frac{-(X-x)}{\|\vec{R}-\vec{r}\| (\|\vec{R}-\vec{r}\|-(Z-z))} \right]_{-b}^b dx \quad (\text{B.27})$$

Remarquons que :

$$\frac{d(\|\vec{R}-\vec{r}\|-(Z-z))}{dx} = \frac{-(X-x)}{\|\vec{R}-\vec{r}\|} \quad (\text{B.28})$$

On obtient finalement :

$$\vec{\mathcal{H}}_X(\vec{R}) = \left[\left[\ln(\|\vec{R}-\vec{r}\|-(Z-z)) \right]_{-b}^{+b} \right]_{-a}^{+a} \quad (\text{B.29})$$

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{H}}_X(\vec{R}) = & + \ln \left(\sqrt{(X-a)^2 + (Y-y)^2 + (Z-b)^2} - (Z-b) \right) \\ & - \ln \left(\sqrt{(X+a)^2 + (Y-y)^2 + (Z-b)^2} - (Z-b) \right) \\ & + \ln \left(\sqrt{(X+a)^2 + (Y-y)^2 + (Z+b)^2} - (Z+b) \right) \\ & - \ln \left(\sqrt{(X-a)^2 + (Y-y)^2 + (Z+b)^2} - (Z+b) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Si l'on note $\vec{\mathcal{H}}_Z(\vec{R})$ l'intégrale suivante sur une surface de longueur 2a suivant la direction x et de largeur 2b suivant la direction z

$$\vec{\mathcal{H}}_Z(\vec{R}) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{(Z-z)}{||\vec{R}-\vec{r}'||^3} dx dz \quad (\text{B.31})$$

On obtient de la même manière:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{H}}_Z(\vec{R}) = & +\ln\left(\sqrt{(X-a)^2+(Y-y)^2+(Z-b)^2}-(X-a)\right) \\ & -\ln\left(\sqrt{(X+a)^2+(Y-y)^2+(Z-b)^2}-(X+a)\right) \\ & +\ln\left(\sqrt{(X+a)^2+(Y-y)^2+(Z+b)^2}-(X+a)\right) \\ & -\ln\left(\sqrt{(X-a)^2+(Y-y)^2+(Z+b)^2}-(X-a)\right) \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

B.3.3 Composante normale du champ magnétique

Soit $\vec{\mathcal{H}}_Y(\vec{R})$ l'intégrale suivante sur une surface de longueur 2a suivant la direction x et de largeur 2b suivant la direction z

$$\vec{\mathcal{H}}_Y(\vec{R}) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{(Y-y)}{||\vec{R}-\vec{r}'||^3} dx dz \quad (\text{B.33})$$

Remarquons tout d'abord:

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\frac{Z-z}{||\vec{R}-\vec{r}'||}\right)}{dz} &= \frac{-||\vec{R}-\vec{r}'||-(Z-z)\frac{d||\vec{R}-\vec{r}'||}{dz}}{||\vec{R}-\vec{r}'||^2} = \frac{-||\vec{R}-\vec{r}'||+\frac{(Z-z)^2}{||\vec{R}-\vec{r}'||}}{||\vec{R}-\vec{r}'||^2} \\ \frac{d\left(\frac{Z-z}{||\vec{R}-\vec{r}'||}\right)}{dz} &= \frac{-||\vec{R}-\vec{r}'||^2+(Z-z)^2}{||\vec{R}-\vec{r}'||^3} \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

Cela nous permet d'écrire

$$\frac{(Y-y)}{||\vec{R}-\vec{r}'||^3} = \frac{-(Y-y)}{||\vec{R}-\vec{r}'||^2-(Z-z)^2} \frac{d\left(\frac{Z-z}{||\vec{R}-\vec{r}'||}\right)}{dz} = \frac{-(Y-y)}{(X-x)^2+(Y-y)^2} \frac{d\left(\frac{Z-z}{||\vec{R}-\vec{r}'||}\right)}{dz} \quad (\text{B.35})$$

Et donc:

$$\vec{\mathcal{H}}_Y(\vec{R}) = \int_{-a}^a \left[\frac{-(Y-y)}{(X-x)^2+(Y-y)^2} \frac{(Z-z)}{||\vec{R}-\vec{r}'||} \right]_{-b}^{+b} dx \quad (\text{B.36})$$

Remarquons ensuite:

$$\frac{d\left(\frac{X-x}{\|\vec{R}-\vec{r}\|}\right)}{dx} = \frac{-\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 + (X-x)^2}{\|\vec{R}-\vec{r}\|^3} \quad (\text{B.37})$$

Donc:

$$\begin{aligned} \frac{-1}{(X-x)^2 + (Y-y)^2} &= \frac{-\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 + (X-x)^2}{\left((X-x)^2 + (Y-y)^2\right) \left(\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 - (X-x)^2\right)} \\ &= \frac{-\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 + (X-x)^2}{(X-x)^2 \left(\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 - (X-x)^2\right) + (Y-y)^2 \left(\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 - (X-x)^2\right)} \\ &= \frac{-\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 + (X-x)^2}{(X-x)^2 \left(\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 - (X-x)^2 - (Y-y)^2\right) + (Y-y)^2 \left(\|\vec{R}-\vec{r}\|^2\right)} \end{aligned}$$

On obtient donc:

$$\frac{-1}{(X-x)^2 + (Y-y)^2} = \frac{-\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 + (X-x)^2}{(X-x)^2(Z-z)^2 + (Y-y)^2\|\vec{R}-\vec{r}\|^2} \quad (\text{B.38})$$

Finalement:

$$\vec{\mathcal{H}}_Y(\vec{R}) = \int_{-a}^a \left[\frac{-\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 + (X-x)^2}{(X-x)^2(Z-z)^2 + (Y-y)^2\|\vec{R}-\vec{r}\|^2} \frac{(Z-z)(Y-y)}{\|\vec{R}-\vec{r}\|} \right]_{-b}^{+b} dx \quad (\text{B.39})$$

$$\vec{\mathcal{H}}_Y(\vec{R}) = \int_{-a}^a \left[\frac{(Y-y)^2\|\vec{R}-\vec{r}\|^2}{(X-x)^2(Z-z)^2 + (Y-y)^2\|\vec{R}-\vec{r}\|^2} \frac{d}{dx} \left(\frac{((X-x)(Z-z))}{(Y-y)\|\vec{R}-\vec{r}\|} \right) \right]_{-b}^{+b} dx \quad (\text{B.40})$$

$$\text{Avec } \frac{d}{dx} \left(\frac{((X-x)(Z-z))}{(Y-y)\|\vec{R}-\vec{r}\|} \right) = \frac{(Z-z)}{(Y-y)} \frac{\left(-\|\vec{R}-\vec{r}\|^2 + (X-x)^2\right)}{\|\vec{R}-\vec{r}\|^3}$$

On a donc:

$$\vec{\mathcal{H}}_Y(\vec{R}) = \left[\left[\arctan \left(\frac{(X-x)(Z-z)}{(Y-y)\|\vec{R}-\vec{r}\|} \right) \right]_{-b}^{+b} \right]_{-a}^{+a} \quad (\text{B.41})$$

$$\begin{aligned}\vec{\mathcal{H}}_Y(\vec{R}) = & + \arctan \left(\frac{(X-a)(Z-b)}{(Y-y)\sqrt{(X-a)^2 + (Y-y)^2 + (Z-b)^2}} \right) \\ & - \arctan \left(\frac{(X+a)(Z-b)}{(Y-y)\sqrt{(X+a)^2 + (Y-y)^2 + (Z-b)^2}} \right) \\ & + \arctan \left(\frac{(X+a)(Z+b)}{(Y-y)\sqrt{(X+a)^2 + (Y-y)^2 + (Z+b)^2}} \right) \\ & - \arctan \left(\frac{(X-a)(Z+b)}{(Y-y)\sqrt{(X-a)^2 + (Y-y)^2 + (Z+b)^2}} \right) \quad (\text{B.42})\end{aligned}$$

Annexe C

Détails du calcul du champ électrique

C.1 Potentiel uniforme à la surface des électrodes

Plaçons-nous dans un demi-plan d'extension infinie. Pour résoudre l'équation de Laplace 4.20, il est possible de se placer dans un système de coordonnées (μ, ν) adaptées à la géométrie du problème. Dans ce nouveau système de coordonnées, la solution est simplement le produit de fonctions à variables séparées. Supposons que ce nouveau système de coordonnées ait les propriétés suivantes:

$$\frac{dx}{d\mu} = \frac{dy}{d\nu} \quad \text{et} \quad \frac{dx}{d\nu} = -\frac{dy}{d\mu} \quad (\text{C.1})$$

D'après l'annexe C.2, l'expression du laplacien en 2D dans la nouvelle base s'écrit:

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} = \frac{1}{\left(\frac{dx}{d\mu}\right)^2 + \left(\frac{dx}{d\nu}\right)^2} \left(\frac{d^2V}{d\mu^2} + \frac{d^2V}{d\nu^2} \right) \quad (\text{C.2})$$

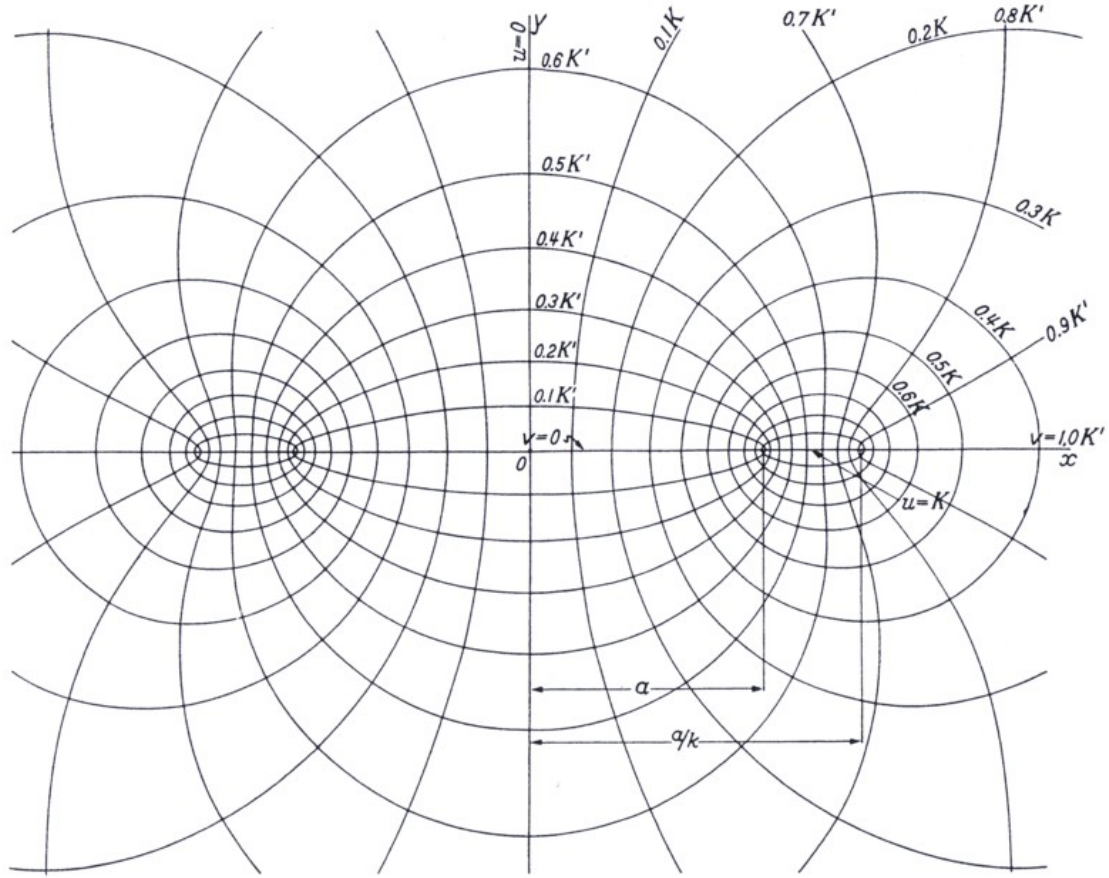
C.1.1 Cas de deux électrodes infiniment longues

Dans le livre *Field Theory Handbook* de Moon & Spencer (1988), il est possible de trouver des systèmes de coordonnées basés sur des transformations conformes. Ces transformations conformes ont la propriété de conserver l'orthogonalité des vecteurs de base. Parmi toutes les transformations conformes disponibles dans ce livre, celle utilisant la fonction elliptique de Jacobi sn à la page 71 a retenu mon attention. Notons $z = x + iy$ tel que $(x, y) \in \mathfrak{R}^2$, les coordonnées d'un repère cartésien. Cette transformation conforme associe le nombre complexe z à tout nombre complexe $\omega = \mu + i\nu$ tels que $(\mu, \nu) \in \mathfrak{R}^2$.

$$z = a \text{sn}(\omega|k) \quad (\text{C.3})$$

$$(\text{C.4})$$

La figure C.1 illustre les lignes d'isovaleurs de μ et ν dans un repère (x, y) . Ce système de coordonnées décrit parfaitement la géométrie et les conditions aux limites de deux


 FIGURE C.1 – Système de coordonnées (μ, ν) obtenu par la transformation conforme $z = a \operatorname{sn}(\omega|k)$

électrodes d'extension infinie si, en $y = 0$, on place une électrode au potentiel $V_0/2$ entre les abscisses $x = a$ et $x = a/k$ et une autre électrode au potentiel $-V_0/2$ entre les abscisses $x = -a$ et $x = -a/k$.

La fonction elliptique de Jacobi sn (cf. annexe C.3) est par définition la réciproque de l'intégrale elliptique de premier ordre (cf. annexe C.4). Cette intégrale elliptique associée à tout paramètre réel k et nombre complexe $z = x + iy$, le nombre complexe $\omega = \mu + i\nu$ tel que :

$$\omega(k, z) = \int_0^{z/a} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} \quad (\text{C.5})$$

Notons K et K' les intégrales suivantes dont la valeur peut être obtenue de façon numérique par les méthodes de Carlson (1977) (cf. annexe C.5) :

$$K = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} \quad (\text{C.6})$$

$$K' = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-(1-k^2)t^2)}} \quad (\text{C.7})$$

D'après l'annexe C.4, on obtient:

$$0 \leq \mu \leq K \qquad 0 \leq \nu \leq K' \qquad (\text{C.8})$$

Dans ce nouveau repère (μ, ν) , le potentiel V ne dépend que de μ . L'équation de Laplace 4.20 provenant du principe de conservation de la charge et du fait que le champ électrique dérive d'un potentiel s'exprime alors:

$$\frac{d^2 V}{d\mu^2} = 0 \qquad (\text{C.9})$$

Les conditions aux limites sont $V = 0$ en $\mu = 0$ et $V = V_0/2$ en $\mu = K$. Le potentiel V s'écrit donc de la façon suivante:

$$V = \frac{V_0}{2K} \mu(x, y) \qquad (\text{C.10})$$

Le champ électrique \vec{E} est le gradient du potentiel V . Il s'écrit par définition:

$$\vec{E} = \frac{V_0}{2K} \left(\frac{\partial \mu}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial \mu}{\partial y} \vec{e}_y \right) \qquad (\text{C.11})$$

Or,

$$\frac{\partial \omega}{\partial z} = \frac{\partial \mu}{\partial x} - i \frac{\partial \mu}{\partial y} \qquad (\text{C.12})$$

D'après l'annexe C.6, nous obtenons la formulation suivante des composantes du champ électrique généré par deux électrodes infiniment longues:

$$E_x(x, y) = \frac{V_0}{2K} \frac{\sqrt{\rho(x, y) + R(x, y)}}{\sqrt{2} D_{eno}(x, y)} \times \text{sign}(-xI(x, y)) \qquad (\text{C.13})$$

$$E_y(x, y) = \frac{V_0}{2K} \frac{\sqrt{\rho(x, y) - R(x, y)}}{\sqrt{2} D_{eno}(x, y)} \times \text{sign}(x) \qquad (\text{C.14})$$

$$\rho(x, y) = \sqrt{R^2(x, y) + I^2(x, y)} \qquad (\text{C.15})$$

$$R(x, y) = 1 - \frac{(1 + k^2)}{a^2} (x^2 - y^2) + \frac{k^2}{a^4} \left((x^2 - y^2)^2 - 4x^2 y^2 \right) \qquad (\text{C.16})$$

$$I(x, y) = 2 \frac{1 + k^2}{a^2} xy - 4 \frac{k^2}{a^4} xy (x^2 - y^2) \qquad (\text{C.17})$$

$$D_{eno}(x, y) = a \sqrt{R_D^2(x, y, a) + I_D^2(x, y, a)} \sqrt{R_D^2(x, y, a/k) + I_D^2(x, y, a/k)} \qquad (\text{C.18})$$

$$R_D(x, y, a) = 1 - \frac{x^2 - y^2}{a^2} \qquad (\text{C.19})$$

$$I_D(x, y, a) = \frac{2xy}{a^2} \qquad (\text{C.20})$$

C.1.2 Réseau d'électrodes parallèles d'extension infinie

Pour obtenir le champ électrique créé par un réseau d'électrodes parallèles de longueur infinie, nous pouvons nous baser sur les calculs analytiques permettant d'obtenir le champ électrique créé par deux électrodes parallèles de longueur infinie. La figure C.2 représente,

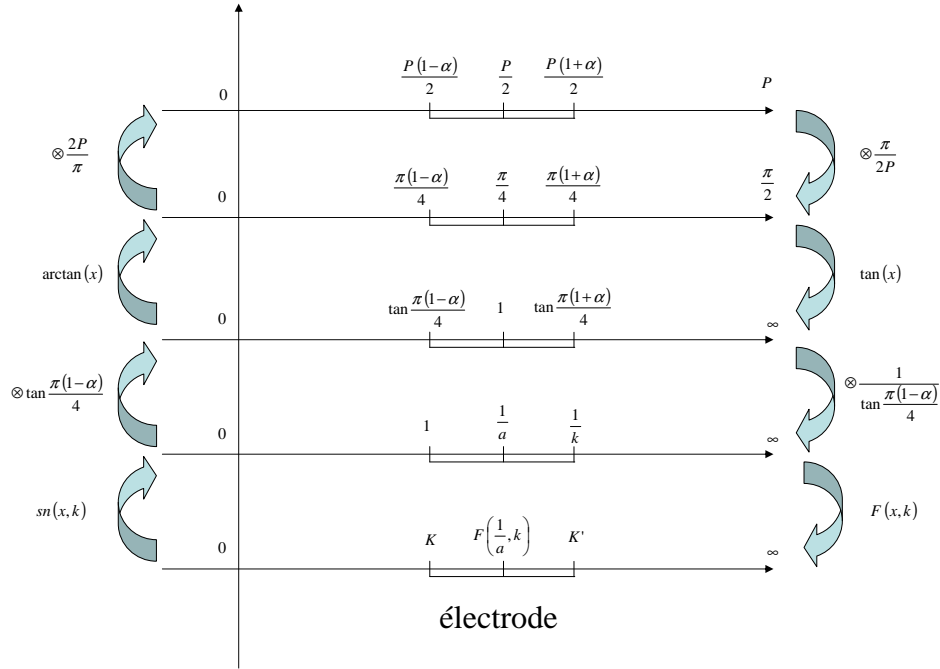


FIGURE C.2 – Transformations géométriques successives pour passer d'un réseau périodique à deux électrodes

à droite, la succession d'opérations géométriques à réaliser pour passer d'un schéma composé d'une infinité d'électrodes disposées de façon périodique à un schéma composé de seulement deux électrodes. Sur la partie gauche de cette figure, se trouve la succession d'opérations géométriques inverses. Notons P la période géométrique du réseau (contenant une électrode), l la largeur d'une électrode et α le rapport $\frac{l}{P}$ tel que $0 < \alpha < 1$. Sur la première ligne de la figure C.2, l'électrode est donc comprise entre $\frac{P(1-\alpha)}{2} + nP$ et $\frac{P(1+\alpha)}{2} + nP$ où n est un entier quelconque. Les opérations comprises entre les lignes 1 et 3 permettent de repousser à l'infini le point où se trouve la période du réseau. Notons $\gamma = \tan \frac{\pi\alpha}{4}$, $a = \tan \frac{\pi(1-\alpha)}{4} = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}$ et $a/k = \tan \frac{\pi(1+\alpha)}{4}$. Les opérations comprises entre les lignes 3 et 5 permettent de se placer dans un système de coordonnées adaptées à la géométrie de deux électrodes (cf C.1.1).

L'ensemble des transformations à réaliser sur un système de coordonnées cartésiennes (x, y) pour l'adapter à la géométrie d'un réseau d'une infinité d'électrodes infiniment longues

et disposées de manière périodique se résume donc à l'équation suivante:

$$\omega_\infty(k, z) = \mu + i\nu = \int_0^{\frac{1}{a} \tan \frac{\pi}{2p} z} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} \quad (\text{C.21})$$

L'opération réciproque est la suivante:

$$z = x + iy = \frac{2P}{\pi} \arctan(a \operatorname{sn}(\omega_\infty | k)) \quad (\text{C.22})$$

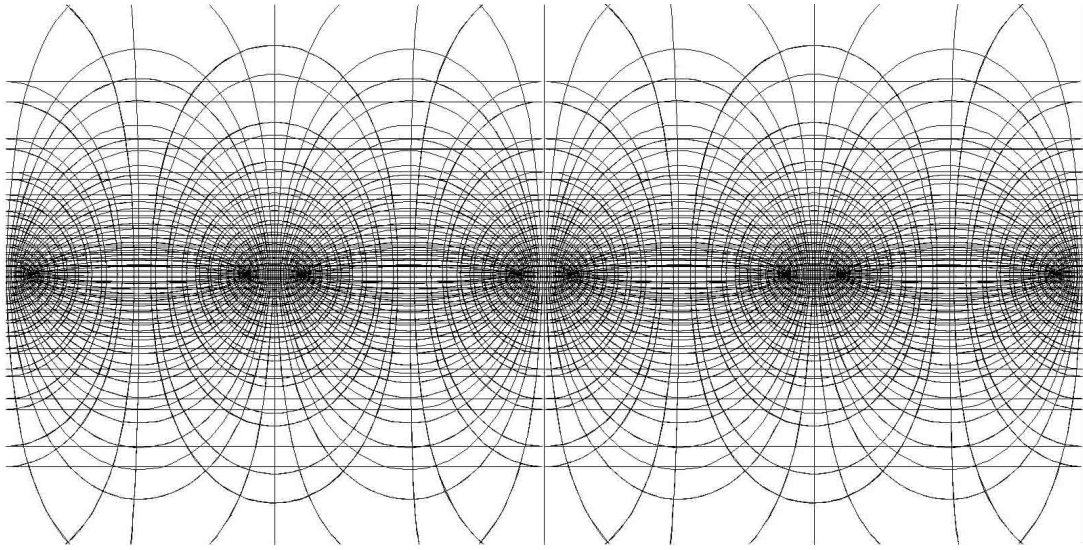


FIGURE C.3 – Système de coordonnées (μ, ν) utilisés pour le calcul d'un réseau d'électrodes

La figure C.3 illustre les lignes d'isovaleurs de μ et ν pour un réseau d'une infinité d'électrodes infiniment longues et disposées de manière périodique. Seulement quatre périodes géométriques du réseau sont représentées. A chaque valeur de μ correspond une valeur du potentiel électrique et à chaque valeur de ν correspond une valeur du champ électrique. Si l'on considère que la largeur de l'électrode est ici 5 fois inférieure à la période, cette figure est alors centrée sur une électrode. Si l'on considère que la largeur d'une électrode vaut $4/5$ de la période, les isovaleurs du potentiel électrique et les lignes de courant sont inversées et la figure est centrée sur une zone isolante. Il est alors remarquable que la profondeur de pénétration du champ électrique dépend principalement de la largeur relative de l'électrode.

La figure C.4 représente la composante normale à la paroi $E_y(x, y) = dV/dy$ du champ électrique. La figure est centrée sur une partie isolante et deux périodes géométriques d'un réseau d'électrodes sont représentées. Au niveau de la paroi (en $y/P = 0$), à l'emplacement des électrodes ($-0.6 < x/P < -0.4$ et $0.4 < x/P < 0.6$), cette composante a une valeur non nulle. Cela signifie bien que seules les électrodes sont sources de courant. L'électrode centrée en $x/P = 0.5$ correspond à la borne positive et l'électrode centrée en $x = -0.5$ correspond à la borne négative. Les pics d'intensité situés au niveau des arêtes des électrodes en $(x/P = -0.6, -0.4, 0.4, 0.6, y/P = 0)$ montrent une singularité caractéristique d'une

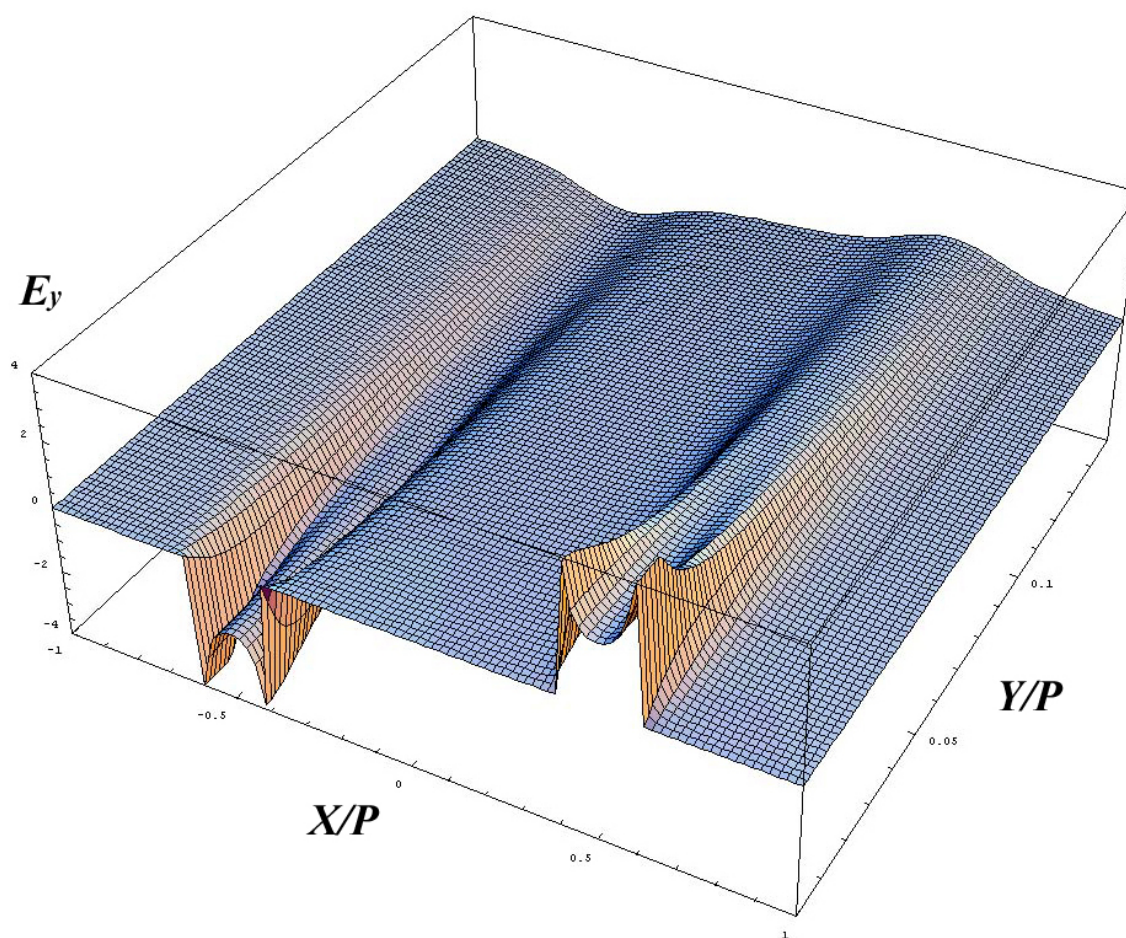


FIGURE C.4 – Composante E_y normale à la paroi du champ électrique généré par un réseau d'une infinité d'électrodes infiniment longues et disposées de manière périodique suivant la direction \vec{x}

densité de courant importante au bord des électrodes. Il est aussi possible de noter une forte décroissance de l'intensité du champ avec la distance à la paroi y/P . En fait, pour avoir une bonne visibilité de la distribution du champ électrique (i.e. densité de courant à un coefficient de proportionnalité près), la zone de visualisation a été limitée. Si l'on se rapproche encore plus près de la paroi, le champ électrique tend vers l'infini.

La figure C.5 représente l'intensité de la composante tangentielle à la paroi $E_x(x,y) = dV/dx$ du champ électrique. Deux périodes géométriques d'un réseau d'électrodes sont représentées. La largeur de l'électrode vaut $1/5$ de la période et la figure est centrée sur une partie isolante de l'actionneur parallèle. On remarque que cette composante s'annule en $y/P = 0$ pour $-0.6 < x/P < -0.4$ et $0.4 < x/P < 0.6$ qui correspond à l'emplacement des électrodes. Cela signifie bien que le potentiel est constant à la surface de l'électrode. Les pics d'intensité de part et d'autre des électrodes en $(x/P = -0.6, -0.4, 0.4, 0.6, y/P = 0)$ montrent une singularité caractéristique du passage d'un milieu de conductivité infinie à un milieu isolant : cela correspond au bord des électrodes. Pour être bien représentatif de ces pics de champ électrique localisés, il est alors nécessaire de raffiner le maillage près des arêtes des électrodes et près de la paroi. Le signe de ces pics nous indique que le courant va

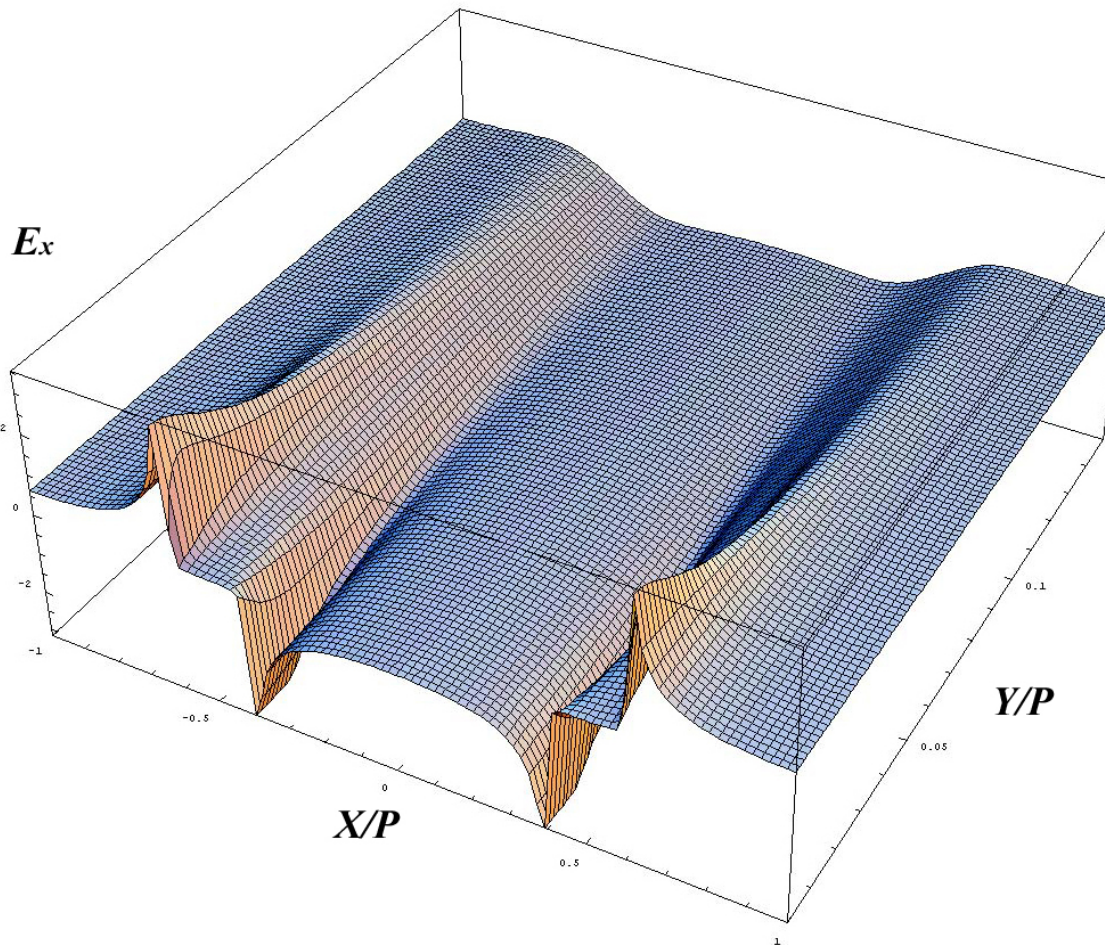


FIGURE C.5 – Composante E_x tangentielle à la paroi du champ électrique généré par un réseau d'une infinité d'électrodes infiniment longues et disposées de manière périodique suivant la direction \vec{x}

vers les x décroissants. L'électrode centrée en $x/P = 0.5$ correspond bien à la borne positive et celle centrée en $x/P = -0.5$ à la borne négative. On note aussi une forte décroissance de cette composante avec la distance à la paroi y . Comme pour la figure précédente, la zone de visualisation a été limitée pour avoir une bonne visibilité de la distribution du champ électrique. Si l'on se rapproche encore plus près de la paroi, le champ électrique tend vers l'infini au niveau des bords de l'électrode. Un raffinement du maillage est donc tout autant nécessaire à mesure que l'on se rapproche de la paroi.

C.1.3 Limitation des modèles

Ce modèle analytique 2D ne décrit que le cas d'électrodes infiniment longues. Il ne prend donc pas en compte l'extension finie d'électrodes réelles. Pour modéliser cet effet, il est possible d'envisager une transformation conforme de type elliptique-cylindrique (Annexe C.7) suivant le plan yz . Les calculs analytiques pour ce type de géométrie n'ont pas été menés à terme.

C.2 Laplacien en 2D

Soit $V(x,y)$ le potentiel électrique lié à une géométrie 2D dans un repère cartésien (x,y) . Notons (η,φ) un système de coordonnées telles que la dérivée du potentiel dans ces nouvelles coordonnées s'exprime par la relation suivante.

$$\frac{dV}{d\eta} = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{d\eta} + \frac{dV}{dy} \frac{dy}{d\eta} \quad (\text{C.23})$$

La dérivée 2^{nde} du potentiel V dans le nouveau repère s'exprime de manière générale de la façon suivante:

$$\frac{d^2V}{d\eta^2} = \frac{d}{d\eta} \left(\frac{dV}{dx} \frac{dx}{d\eta} \right) + \frac{d}{d\eta} \left(\frac{dV}{dy} \frac{dy}{d\eta} \right) \quad (\text{C.24})$$

Si l'on développe la dérivée des produits de l'équation précédente C.24, on obtient:

$$\frac{d^2V}{d\eta^2} = \left(\frac{d}{d\eta} \left(\frac{dV}{dx} \right) \frac{dx}{d\eta} + \frac{dV}{dx} \frac{d^2x}{d\eta^2} \right) + \left(\frac{d}{d\eta} \left(\frac{dV}{dy} \right) \frac{dy}{d\eta} + \frac{dV}{dy} \frac{d^2y}{d\eta^2} \right) \quad (\text{C.25})$$

Or, d'après l'équation C.23 on sait que:

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{dV}{dx} \right) = \frac{d^2V}{dx^2} \frac{dx}{d\eta} + \frac{d^2V}{dx dy} \frac{dy}{d\eta} \quad (\text{C.26})$$

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{dV}{dy} \right) = \frac{d^2V}{dy^2} \frac{dy}{d\eta} + \frac{d^2V}{dy dx} \frac{dx}{d\eta} \quad (\text{C.27})$$

Donc, de manière générale, la dérivée 2^{nde} du potentiel V par rapport à la nouvelle coordonnées η s'écrit:

$$\begin{aligned} \frac{d^2V}{d\eta^2} = & \left[\frac{d^2V}{dx^2} \left(\frac{dx}{d\eta} \right)^2 + \frac{d^2V}{dx dy} \frac{dy}{d\eta} \frac{dx}{d\eta} + \frac{dV}{dx} \frac{d^2x}{d\eta^2} \right] \\ & + \left[\frac{d^2V}{dy^2} \left(\frac{dy}{d\eta} \right)^2 + \frac{d^2V}{dy dx} \frac{dx}{d\eta} \frac{dy}{d\eta} + \frac{dV}{dy} \frac{d^2y}{d\eta^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

De même

$$\begin{aligned} \frac{d^2V}{d\varphi^2} = & \left[\frac{d^2V}{dx^2} \left(\frac{dx}{d\varphi} \right)^2 + \frac{d^2V}{dx dy} \frac{dy}{d\varphi} \frac{dx}{d\varphi} + \frac{dV}{dx} \frac{d^2x}{d\varphi^2} \right] \\ & + \left[\frac{d^2V}{dy^2} \left(\frac{dy}{d\varphi} \right)^2 + \frac{d^2V}{dy dx} \frac{dx}{d\varphi} \frac{dy}{d\varphi} + \frac{dV}{dy} \frac{d^2y}{d\varphi^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{C.29})$$

Donc:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2V}{d\eta^2} + \frac{d^2V}{d\varphi^2} = & \frac{d^2V}{dx^2} \left(\left(\frac{dx}{d\eta} \right)^2 + \left(\frac{dx}{d\varphi} \right)^2 \right) \\
 & + \frac{d^2V}{dxdy} \left(\frac{dy}{d\eta} \frac{dx}{d\eta} + \frac{dy}{d\varphi} \frac{dx}{d\varphi} \right) \\
 & + \frac{dV}{dx} \left(\frac{d^2x}{d\eta^2} + \frac{d^2x}{d\varphi^2} \right) \\
 & + \frac{d^2V}{dy^2} \left(\left(\frac{dy}{d\eta} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi} \right)^2 \right) \\
 & + \frac{d^2V}{dydx} \left(\frac{dx}{d\eta} \frac{dy}{d\eta} + \frac{dx}{d\varphi} \frac{dy}{d\varphi} \right) \\
 & + \frac{dV}{dy} \left(\frac{d^2y}{d\eta^2} + \frac{d^2y}{d\varphi^2} \right) \tag{C.30}
 \end{aligned}$$

Supposons que le nouveau système de coordonnées (η, φ) ait les propriétés suivantes,

$$\frac{dx}{d\eta} = \frac{dy}{d\varphi} \quad \text{et} \quad \frac{dx}{d\varphi} = -\frac{dy}{d\eta} \tag{C.31}$$

On a donc:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2x}{d\eta^2} &= \frac{d}{d\eta} \left(\frac{dy}{d\varphi} \right) = -\frac{d^2y}{d\varphi^2} \\
 \frac{d^2y}{d\eta^2} &= \frac{d}{d\eta} \left(-\frac{dx}{d\varphi} \right) = -\frac{d^2x}{d\varphi^2}
 \end{aligned}$$

On obtient alors pour le Laplacien 2D:

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} = \frac{1}{\left(\frac{dx}{d\eta} \right)^2 + \left(\frac{dx}{d\varphi} \right)^2} \left(\frac{d^2V}{d\eta^2} + \frac{d^2V}{d\varphi^2} \right) \tag{C.32}$$

C.3 Fonction elliptique de Jacobi sn

La fonction elliptique de Jacobi sn est la fonction réciproque de l'intégrale elliptique décrite en annexe C.4. D'après Abramowitz & Stegun (1972), la fonction elliptique de Jacobi sn a les propriétés suivantes:

$$\operatorname{sn}(\mu + i\nu) = \frac{\operatorname{sn} \mu \operatorname{cn} i\nu \operatorname{dn} i\nu + \operatorname{sn} i\nu \operatorname{cn} \mu \operatorname{dn} \mu}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 \mu \operatorname{sn}^2 i\nu} \quad (\text{C.33})$$

$$\operatorname{sn} i\nu = i \frac{\operatorname{sn}' \nu}{\operatorname{cn}' \nu} \quad (\text{C.34})$$

$$\operatorname{cn} i\nu = \sqrt{1 - \operatorname{sn}^2 i\nu} = \sqrt{1 + \frac{\operatorname{sn}'^2 \nu}{\operatorname{cn}'^2 \nu}} = \frac{1}{\operatorname{cn}' \nu} \quad (\text{C.35})$$

$$\operatorname{dn} i\nu = \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 i\nu} = \sqrt{1 + k^2 \frac{\operatorname{sn}'^2 \nu}{\operatorname{cn}'^2 \nu}} = \frac{\operatorname{dn}' \nu}{\operatorname{cn}' \nu} \quad (\text{C.36})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{sn}(\mu + i\nu) &= \frac{\operatorname{sn} \mu \frac{1}{\operatorname{cn}' \nu} \frac{\operatorname{dn}' \nu}{\operatorname{cn}' \nu} + i \frac{\operatorname{sn}' \nu}{\operatorname{cn}' \nu} \operatorname{cn} \mu \operatorname{dn} \mu}{1 + k^2 \operatorname{sn}^2 \mu \frac{\operatorname{sn}'^2 \nu}{\operatorname{cn}'^2 \nu}} \\ &= \frac{\operatorname{sn} \mu \operatorname{dn}' \nu + i \operatorname{sn}' \nu \operatorname{cn}' \nu \operatorname{cn} \mu \operatorname{dn} \mu}{\operatorname{cn}'^2 \nu + k^2 \operatorname{sn}^2 \mu \operatorname{sn}'^2 \nu} \\ &= \frac{\operatorname{sn} \mu \operatorname{dn}' \nu + i \operatorname{sn}' \nu \operatorname{cn}' \nu \operatorname{cn} \mu \operatorname{dn} \mu}{1 - \operatorname{sn}'^2 \nu + (1 - \operatorname{dn}^2 \mu) \operatorname{sn}'^2 \nu} \end{aligned} \quad (\text{C.37})$$

$$x = \frac{a}{\Lambda} \operatorname{sn} \mu \operatorname{dn}' \nu \quad (\text{C.38})$$

$$y = \frac{a}{\Lambda} \operatorname{cn} \mu \operatorname{dn} \mu \operatorname{sn}' \nu \operatorname{cn}' \nu \quad (\text{C.39})$$

$$\Lambda = 1 - \operatorname{dn}^2 \mu \operatorname{sn}'^2 \nu \quad (\text{C.40})$$

Quand $\mu = 0$

$$\begin{aligned} \operatorname{sn} \mu = 0 \\ \operatorname{cn} \mu = 1 \\ \operatorname{dn} \mu = 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{a \operatorname{sn}' \nu \operatorname{cn}' \nu}{1 - \operatorname{sn}'^2 \nu} = \frac{a \operatorname{sn}' \nu}{\operatorname{cn}' \nu} \Rightarrow \begin{cases} \text{si } \nu = 0 & \Rightarrow y = 0 \\ \text{si } \nu = K' & \Rightarrow y = \infty \end{cases} \end{cases}$$

Quand $\mu = K$

$$\begin{aligned} \operatorname{sn} \mu = 1 \\ \operatorname{cn} \mu = 0 \\ \operatorname{dn} \mu = \sqrt{1 - k^2} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{a}{1 - (k^2) \operatorname{sn}'^2 \nu} = \frac{a}{\operatorname{dn}'^2 \nu} \Rightarrow \begin{cases} \text{si } \nu = 0 & \Rightarrow x = a \\ \text{si } \nu = K' & \Rightarrow x = a/k \end{cases} \\ y = 0 \end{cases}$$

Quand $\nu = 0$

$$\begin{aligned} \text{sn}' \nu = 0 \\ \text{cn}' \nu = 1 \\ \text{dn}' \nu = 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x = a \text{sn} \mu \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{si } \mu = 0 & \Rightarrow x = 0 \\ \text{si } \mu = K & \Rightarrow x = a \end{cases}$$

Quand $\nu = K'$

$$\begin{aligned} \text{sn}' \nu = 1 \\ \text{cn}' \nu = 0 \\ \text{dn}' \nu = \sqrt{1 - k'^2} = k \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{a \text{sn} \mu k}{1 - \text{dn}^2 \mu} = \frac{a}{k \text{sn} \mu} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{si } \mu = 0 & \Rightarrow x = \infty \\ \text{si } \mu = K & \Rightarrow x = a/k \end{cases}$$

C.4 Intégrales elliptiques avec arguments Complexes

Henderson (1960) décrit les propriétés des fonctions elliptiques avec arguments complexes. Leur propriétés essentielles sont ici retranscrites avec plus de détails pour permettre la compréhension des transformations conformes utilisées dans le calcul du champ électrique.

Soit $F(k, x)$, une intégrale elliptique avec arguments Complexes telle que:

$$F(k, x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} \quad (\text{C.41})$$

C.4.1 Pour $x < 1$

Si on pose $x = \sin \phi$, $t = \sin \xi$ et $dt = \cos \xi d\xi$, on peut exprimer $F(k, x)$ de la façon suivante:

$$\begin{aligned} F(k, x = \sin \phi) &= \int_0^\phi \frac{\cos \xi d\xi}{\sqrt{(1 - \sin^2 \xi)(1 - k^2 \sin^2 \xi)}} \\ &= \int_0^\phi \frac{d\xi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \xi}} \end{aligned} \quad (\text{C.42})$$

Pour $x = i\beta$, si on pose $t = iy$, on obtient:

$$F(k, x = i\beta) = i \int_0^\beta \frac{dy}{\sqrt{(1 + y^2)(1 + k^2 y^2)}} \quad (\text{C.43})$$

Si on pose ensuite, $y = \tan \phi$, $dy = \frac{\cos^2 \phi + \sin^2 \phi}{\cos^2 \phi}$ et $d\phi = \frac{d\phi}{\cos^2 \phi}$, on obtient:

$$\begin{aligned}
 F(k, x = i\beta) &= i \int_0^{\arctan \beta} \frac{\frac{d\phi}{\cos^2 \phi}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\sin^2 \phi}{\cos^2 \phi}\right) \left(1 + k^2 \frac{\sin^2 \phi}{\cos^2 \phi}\right)}} \\
 &= i \int_0^{\arctan \beta} \frac{\frac{d\phi}{\cos^2 \phi}}{\sqrt{\frac{\cos^2 \phi + k^2 \sin^2 \phi + \sin^2 \phi - \sin^2 \phi}{\cos^4 \phi}}} \\
 &= i \int_0^{\arctan \beta} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - (1 - k^2) \sin^2 \phi}} \tag{C.44}
 \end{aligned}$$

$$F(k, i\beta) = iF(k' = \sqrt{1 - k^2}, x = \sin(\arctan \beta)) \tag{C.45}$$

$$\text{Or } \sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \phi + \sin^2 \phi}} = \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \tan^2 \phi}} = \sqrt{\frac{\tan^2 \phi}{1 + \tan^2 \phi}}$$

$$\text{Pour } \phi = \arctan \beta, \text{ on a } \sin \phi = \frac{\beta}{\sqrt{1 + \beta^2}}$$

La fonction elliptique d'une variable x imaginaire pure donne donc un nombre imaginaire pur

$$F(k, x = i\beta) = iF\left(k' = \sqrt{1 - k^2}, x = \frac{\beta}{\sqrt{1 + \beta^2}}\right) \tag{C.46}$$

Notons $K = F(k, 1)$ et $K' = F(k' = \sqrt{1 - k^2}, 1)$

$$K = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - k^2 x^2)}} \tag{C.47}$$

$$K' = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - (1 - k^2)x^2)}} \tag{C.48}$$

$$K' = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{(1 - (1 - k^2) \sin^2 \phi)}} \tag{C.49}$$

$$F(k' = \sqrt{1 - k^2}, x_0) = \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - (1 - k^2)x^2)}} \tag{C.50}$$

Posons $1 - k^2 t^2 = (1 - k^2)x^2$

On a alors:

$$x = \sqrt{\frac{1 - k^2}{1 - k^2 t^2}} \quad \text{et} \quad -2k^2 t dt = 2(1 - k^2)x dx$$

$$dx = \frac{-k^2 t dt}{\sqrt{((1-k^2)(1-k^2 t^2))}} \quad (\text{C.51})$$

$$t = \sqrt{\frac{1-(1-k^2)x^2}{k^2}} = \sqrt{\frac{1-k'^2 x^2}{1-k'^2}} \quad (\text{C.52})$$

$$1-x^2 = 1 - \frac{1-k^2 t^2}{1-k^2} = \frac{1-k^2 - 1 + k^2 t^2}{1-k^2} = \frac{k^2(t^2-1)}{1-k^2} \quad (\text{C.53})$$

$$1-(1-k^2)x^2 = 1-(1-k^2 t^2) = k^2 t^2 \quad (\text{C.54})$$

$$F(k' = \sqrt{1-k^2}, x_0) = \int_{1/k}^{\sqrt{\frac{1-(1-k^2)x_0^2}{k^2}}} \frac{-k^2 t dt}{\sqrt{(1-k^2)(1-k^2 t^2)}} \sqrt{\frac{1-k^2}{k^2(t^2-1)}} \frac{1}{kt} \quad (\text{C.55})$$

$$= \int_{1/k}^{\sqrt{\frac{1-(1-k^2)x_0^2}{k^2}}} \frac{-dt}{\sqrt{(t^2-1)(1-k^2 t^2)}} \quad (\text{C.56})$$

Donc

$$F(k' = \sqrt{1-k^2}, x_0 = 1) = \int_1^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(1-k^2 t^2)}} \quad (\text{C.57})$$

$$F(k, x = 1/k) = F(k, x = 1) + iF(k', x = 1) = K + iK' \quad (\text{C.58})$$

C.4.2 Pour $1 < x_0 < 1/k$

$$\begin{aligned} F(k, x_0) &= K + iK' - \int_{x_0}^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} \\ &= K + iK' - \int_{x_0}^{1/k} \frac{dt}{-i\sqrt{(t^2-1)(1-k^2 t^2)}} \\ &= K + iK' - i \int_{x_0}^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(1-k^2 t^2)}} \end{aligned} \quad (\text{C.59})$$

Or d'après l'équation

$$\begin{aligned} F\left(k', \sqrt{\frac{1-k^2 x_0}{1-k^2}}\right) &= \int_{\sqrt{\frac{1-(1-k^2)\frac{1-k^2 x_0^2}{1-k^2}}{k^2}}}^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(1-k^2 t^2)}} \\ &= \int_{x_0}^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(1-k^2 t^2)}} \end{aligned} \quad (\text{C.60})$$

$$F(k, x_0) = K + iK' - iF\left(k', \sqrt{\frac{1 - k^2 x_0^2}{1 - k^2}}\right) \quad (\text{C.61})$$

Notons

$$F\left(\begin{array}{c} x_2 \\ x_1 \end{array}\right) = F(k, x_2) - F(k, x_1)$$

Posons $x = \frac{1}{k\xi}$ et $dx = \frac{-d\xi}{k\xi^2}$

$$F\left(\begin{array}{c} x_0 \\ 1 \end{array}\right) = \int_1^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} = \int_{1/k}^{1/kx_0} \frac{\frac{-d\xi}{k\xi^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{1}{k^2\xi^2}\right)\left(1 - \frac{1}{\xi^2}\right)}} \quad (\text{C.62})$$

$$\begin{aligned} &= \int_{1/kx_0}^{1/k} \frac{d\xi}{\sqrt{(k^2\xi^2 - 1)(\xi^2 - 1)}} \\ &= F\left(\begin{array}{c} 1/k \\ 1/kx_0 \end{array}\right) \end{aligned} \quad (\text{C.63})$$

Si l'on soustrait: $F\left(\begin{array}{c} 1/k \\ 1 \end{array}\right)$, on obtient:

$$F\left(\begin{array}{c} x_0 \\ 1/k \end{array}\right) = F\left(\begin{array}{c} 1/k \\ 1/kx_0 \end{array}\right) \quad (\text{C.64})$$

C.5 Intégrales elliptiques et intégrales de Carlson

L'intégrale elliptique que nous cherchons à calculer est la suivante:

$$K = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} \quad (\text{C.65})$$

Posons $t = \sin\phi$

$$dt = \cos\phi d\phi = \sqrt{1-t^2} d\phi$$

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{(1-k^2\sin^2\phi)}} \quad (\text{C.66})$$

Posons $x = (1 - k^2) \tan^2 \phi$.

Quand $\phi = 0 \rightarrow x = 0$ et quand $\phi = \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \infty$

$$\frac{d \tan \phi}{d\phi} = \frac{\cos^2 \phi + \sin^2 \phi}{\cos^2 \phi} = 1 + \tan^2 \phi$$

$$dx = 2(1 - k^2)(1 + \tan^2 \phi) \tan \phi d\phi$$

Or

$$1 + \tan^2 \phi = 1 + \frac{x}{1 - k^2} = \frac{1 - k^2 + x}{1 - k^2} \quad (\text{C.67})$$

$$\tan \phi = \sqrt{\frac{x}{1 - k^2}} \quad (\text{C.68})$$

$$d\phi = \frac{dx}{2(1 - k^2)^{\frac{1-k^2+x}{1-k^2}} \sqrt{\frac{x}{1-k^2}}} = \frac{\sqrt{1 - k^2} dx}{2(1 - k^2 + x)\sqrt{x}} \quad (\text{C.69})$$

$$\begin{aligned} 1 - k^2 \sin^2 \phi &= 1 - k^2 \frac{\tan^2 \phi}{1 + \tan^2 \phi} = \frac{1 + \tan^2 \phi - k^2 \tan^2 \phi}{1 + \tan^2 \phi} \\ &= \frac{1 + (1 - k^2) \tan^2 \phi}{1 + \tan^2 \phi} = \frac{1 + x}{1 + \frac{x}{1 - k^2}} \\ &= \frac{(1 - k^2)(1 + x)}{1 - k^2 + x} \end{aligned} \quad (\text{C.70})$$

$$\begin{aligned} K &= \int_0^\infty \frac{\sqrt{1 - k^2} dx}{2(1 - k^2 + x)\sqrt{x}} \sqrt{\frac{1 - k^2 + x}{(1 - k^2)(1 + x)}} \\ &= \int_0^\infty \frac{dx}{2\sqrt{x(x + (1 - k^2))(x + 1)}} \end{aligned} \quad (\text{C.71})$$

$$K = RF(0, 1 - k^2, 1) \quad (\text{C.72})$$

C.6 Détails des calculs du champ électrique

C.6.1 Deux électrodes

$$\omega(k,z) = \int_0^{z/a} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} \quad (\text{C.73})$$

Effectuons le changement de variable tel que $t = s/a$:

$$\omega(k,z) = \int_0^z \frac{ds/a}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{s}{a}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{s}{a/k}\right)^2\right)}} \quad (\text{C.74})$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial z} = \frac{1}{a\sqrt{\left(1 - \left(\frac{z}{a}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{z}{a/k}\right)^2\right)}} \quad (\text{C.75})$$

Pour obtenir les parties réelle et imaginaire de $\frac{\partial\omega}{\partial z}$, multiplions le dénominateur de l'équation C.75 par son complexe conjugué.

$$\frac{\partial\omega}{\partial z} = \frac{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\bar{z}}{a}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{\bar{z}}{a/k}\right)^2\right)}}{a\sqrt{\left(1 - \left(\frac{z}{a}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{z}{a/k}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{\bar{z}}{a}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{\bar{z}}{a/k}\right)^2\right)}} \quad (\text{C.76})$$

Soit $(R_D, I_D) \in \mathfrak{R}_e^2$. Notons respectivement $R_D(x,y,a)$ et $I_D(x,y,a)$, les parties réelles et imaginaires de $\left(1 - \left(\frac{z}{a}\right)^2\right)$ tel que:

$$R_D(x,y,a) = \Re_e \left\{ 1 - \left(\frac{z}{a}\right)^2 \right\} = 1 - \frac{x^2 - y^2}{a^2} \quad (\text{C.77})$$

$$I_D(x,y,a) = \Im_m \left\{ 1 - \left(\frac{z}{a}\right)^2 \right\} = \frac{2xy}{a^2} \quad (\text{C.78})$$

On obtient alors:

$$\left(1 - \left(\frac{z}{a}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{\bar{z}}{a}\right)^2\right) = R_D^2(x,y,a) + I_D^2(x,y,a) \quad (\text{C.79})$$

$$\left(1 - \left(\frac{z}{a/k}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{\bar{z}}{a/k}\right)^2\right) = R_D^2(x,y,a/k) + I_D^2(x,y,a/k) \quad (\text{C.80})$$

Si l'on note $D_{eno}(x,y)$, le dénominateur de l'équation C.76:

$$D_{eno}(x,y) = a\sqrt{\left(R_D^2(x,y,a) + I_D^2(x,y,a)\right) \left(R_D^2(x,y,a/k) + I_D^2(x,y,a/k)\right)} \quad (\text{C.81})$$

Notons $N_{um}(x,y)$ le numérateur de l'équation C.76 tel que:

$$\frac{\partial \omega}{\partial z} = \frac{N_{um}(x,y)}{D_{eno}(x,y)} \quad (\text{C.82})$$

$$N_{um}^2(x,y) = \left(1 - \left(\frac{\bar{z}}{a}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{\bar{z}}{a/k}\right)^2\right) \quad (\text{C.83})$$

En développant l'équation C.83, on obtient:

$$\begin{aligned} N_{um}^2(x,y) &= 1 - \frac{\bar{z}^2}{a^2} - \frac{k^2 \bar{z}^2}{a^2} + \left(\frac{\bar{z}}{a}\right)^2 \left(\frac{k\bar{z}}{a}\right)^2 \\ &= 1 - \frac{1+k^2}{a^2} \bar{z}^2 + \frac{k^2}{a^4} \bar{z}^4 \end{aligned}$$

$$\bar{z}^2 = (x-iy)^2 = x^2 - y^2 - 2ixy$$

$$\bar{z}^4 = (x^2 - y^2)^2 - 4x^2y^2 - 4ixy(x^2 - y^2)$$

Soit $(R,I) \in \mathfrak{R}^2$ tels que $R(x,y) = \Re_e \{N_{um}^2\}$ et $I(x,y) = \Im_m \{N_{um}^2\}$:

$$R(x,y) = 1 - \frac{(1+k^2)}{a^2} (x^2 - y^2) + \frac{k^2}{a^4} \left((x^2 - y^2)^2 - 4x^2y^2\right) \quad (\text{C.84})$$

$$I(x,y) = 2\frac{1+k^2}{a^2} xy - 4\frac{k^2}{a^4} xy(x^2 - y^2) \quad (\text{C.85})$$

Soit n un entier et respectivement $\rho \in \mathfrak{R}^+$ et $\varphi \in [0,2\pi]$, le module et l'argument de N_{um}^2 tels que

$$\begin{aligned} N_{um}^2(x,y) &= \rho(x,y)e^{i(\varphi+2n\pi)} \\ \rho(x,y) &= \sqrt{R^2(x,y) + I^2(x,y)} \\ \varphi &= \arg(N_{um}^2) \end{aligned}$$

$$N_{um}(x,y) = \pm \sqrt{\rho(x,y)} \left(\cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2}\right)$$

Rappelons quelques identités remarquables sur les fonctions trigonométriques:

$$\begin{aligned} \cos 2\varphi &= \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \\ &= 2 \cos^2 \varphi - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\varphi}{2} &= \begin{cases} \sqrt{\frac{1+\cos\varphi}{2}} & \text{si } \frac{\varphi}{2} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] + 2n\pi \\ -\sqrt{\frac{1+\cos\varphi}{2}} & \text{si } \frac{\varphi}{2} \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] + 2n\pi \end{cases} \\ \sin \frac{\varphi}{2} &= \begin{cases} \sqrt{\frac{1-\cos\varphi}{2}} & \text{si } \frac{\varphi}{2} \in [0, \pi] + 2n\pi \\ -\sqrt{\frac{1-\cos\varphi}{2}} & \text{si } \frac{\varphi}{2} \in [-\pi, 0] + 2n\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Relation entre cosinus et tangente

$$1 + \tan^2 \varphi = 1 + \frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

Donc

$$\cos \varphi = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{1+\tan^2 \varphi}} & \text{si } \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] + 2n\pi \\ -\sqrt{\frac{1}{1+\tan^2 \varphi}} & \text{si } \varphi \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] + 2n\pi \end{cases}$$

Soit $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ tel que: $\theta = \arctan\left(\frac{I}{R}\right)$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\theta}{2} &= \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{1+\tan^2 \theta}}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{1+(\frac{I}{R})^2}}}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{\frac{R^2}{R^2+I^2}}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{\rho + |R|}{2\rho}} \end{aligned}$$

De même

$$\sin \frac{\theta}{2} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\rho-|R|}{2\rho}} & \text{si } \frac{\theta}{2} \in [0, \pi] + 2n\pi \\ -\sqrt{\frac{\rho-|R|}{2\rho}} & \text{si } \frac{\theta}{2} \in [-\pi, 0] + 2n\pi \end{cases}$$

Pour $\varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$:

$$\begin{array}{l} R > 0 \\ I > 0 \\ \theta > 0 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \theta \\ \frac{\varphi}{2} = \frac{\theta}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{\varphi}{2} = \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\rho+|R|}{2\rho}} \\ \sin \frac{\varphi}{2} = \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\rho-|R|}{2\rho}} \end{cases}$$

Pour $\varphi \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$:

$$\begin{array}{l} R < 0 \\ I > 0 \\ \theta < 0 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \theta + \pi \\ \frac{\varphi}{2} = \frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{\varphi}{2} = -\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\rho-|R|}{2\rho}} \\ \sin \frac{\varphi}{2} = \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\rho+|R|}{2\rho}} \end{cases}$$

Pour $\varphi \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$:

$$\begin{array}{l} R < 0 \\ I < 0 \\ \theta > 0 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \theta + \pi \\ \frac{\varphi}{2} = \frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{\varphi}{2} = -\sin \frac{\theta}{2} = -\sqrt{\frac{\rho-|R|}{2\rho}} \\ \sin \frac{\varphi}{2} = \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\rho+|R|}{2\rho}} \end{cases}$$

Pour $\varphi \in [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$:

$$\begin{array}{l} R > 0 \\ I < 0 \\ \theta < 0 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \theta + 2\pi \\ \frac{\varphi}{2} = \frac{\theta}{2} + \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{\varphi}{2} = -\cos \frac{\theta}{2} = -\sqrt{\frac{\rho+|R|}{2\rho}} \\ \sin \frac{\varphi}{2} = -\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\rho-|R|}{2\rho}} \end{cases}$$

$$N_{um}(x,y) = \pm \left(\text{sign}(I(x,y)) \sqrt{\frac{\rho(x,y) + R(x,y)}{2}} + i \sqrt{\frac{\rho(x,y) - R(x,y)}{2}} \right) \quad (\text{C.86})$$

C.6.2 Réseau d'électrodes

$$\omega_{\infty}(k,z) = \int_0^{\frac{1}{a} \tan \frac{\pi}{2p} z} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} \quad (\text{C.87})$$

Posons:

$$t = \frac{1}{a} \tan \frac{\pi}{2p} s \quad (\text{C.88})$$

$$dt = \frac{1}{a} \frac{\pi}{2p} \left(1 + \tan^2 \frac{\pi}{2p} s \right) ds \quad (\text{C.89})$$

$$\omega_\infty(k,z) = \frac{1}{a} \frac{\pi}{2p} \int_0^z \frac{1 + \tan^2 \frac{\pi}{2p} s}{\sqrt{\left(1 - \frac{1}{a^2} \tan^2 \frac{\pi}{2p} s\right) \left(1 - \frac{k^2}{a^2} \tan^2 \frac{\pi}{2p} s\right)}} ds \quad (\text{C.90})$$

$$\frac{d\omega_\infty(k,z)}{dz} = \frac{\pi}{2p} \frac{1 + \tan^2 \frac{\pi}{2p} z}{a \sqrt{\left(1 - \frac{1}{a^2} \tan^2 \frac{\pi}{2p} z\right) \left(1 - \frac{k^2}{a^2} \tan^2 \frac{\pi}{2p} z\right)}} \quad (\text{C.91})$$

$$\begin{aligned} \tan Z &= \frac{e^{iZ} - e^{-iZ}}{i(e^{iZ} + e^{-iZ})} = \frac{(e^{iZ} - e^{-iZ})(e^{-i\bar{Z}} + e^{i\bar{Z}})}{i(e^{iZ} + e^{-iZ})(e^{-i\bar{Z}} + e^{i\bar{Z}})} \\ &= \frac{\left(e^{i(Z-\bar{Z})} + e^{i(Z-\bar{Z})} - e^{-i(Z+\bar{Z})} - e^{-i(Z-\bar{Z})}\right)}{i\left(e^{i(Z-\bar{Z})} + e^{i(Z-\bar{Z})} + e^{-i(Z+\bar{Z})} + e^{-i(Z-\bar{Z})}\right)} \\ &= \frac{(e^{-2Y} + e^{2iX} - e^{-2iX} - e^{-2Y})}{i(e^{-2Y} + e^{2iX} + e^{-2iX} + e^{-2Y})} \\ &= \frac{\sin 2X + i \sinh 2Y}{\cos 2X + \cosh 2Y} \end{aligned} \quad (\text{C.92})$$

Notons respectivement X_t et Y_t , les parties réelles et imaginaires de $\tan \frac{\pi}{2p} z$ tel que:

$$X_t = \Re_e \left\{ \tan \frac{\pi}{2p} z \right\} = \frac{\sin \frac{\pi x}{p}}{\cos \frac{\pi x}{p} + \cosh \frac{\pi y}{p}} \quad (\text{C.93})$$

$$Y_t = \Im_e \left\{ \tan \frac{\pi}{2p} z \right\} = \frac{\sinh \frac{\pi y}{p}}{\cos \frac{\pi x}{p} + \cosh \frac{\pi y}{p}} \quad (\text{C.94})$$

Notons respectivement $R_D(X_t, Y_t, a)$ et $I_D(X_t, Y_t, a)$, les parties réelles et imaginaires de $\left(1 - \left(\frac{1}{a} \tan \frac{\pi}{2p} z\right)^2\right)$ tel que:

$$R_D(X_t, Y_t, a) = \Re_e \left\{ 1 - \left(\frac{1}{a} \tan \frac{\pi}{2p} z\right)^2 \right\} = 1 - \frac{X_t^2 - Y_t^2}{a^2} \quad (\text{C.95})$$

$$I_D(X_t, Y_t, a) = \Im_m \left\{ 1 - \left(\frac{1}{a} \tan \frac{\pi}{2p} z\right)^2 \right\} = \frac{2X_t Y_t}{a^2} \quad (\text{C.96})$$

On obtient alors:

$$\left(1 - \left(\frac{1}{a} \tan \frac{\pi z}{2p}\right)^2\right) \overline{\left(1 - \left(\frac{1}{a} \tan \frac{\pi z}{2p}\right)^2\right)} = R_D^2(X_t, Y_t, a) + I_D^2(X_t, Y_t, a) \quad (\text{C.97})$$

$$\left(1 - \left(\frac{k}{a} \tan \frac{\pi z}{2p}\right)^2\right) \overline{\left(1 - \left(\frac{k}{a} \tan \frac{\pi z}{2p}\right)^2\right)} = R_D^2(X_t, Y_t, \frac{a}{k}) + I_D^2(X_t, Y_t, \frac{a}{k}) \quad (\text{C.98})$$

$$\begin{aligned}\tan^2 Z &= \frac{(\sin 2X + i \sinh 2Y)^2}{(\cos 2X + \cosh 2Y)^2} \\ &= \frac{(\sin 2X)^2 - (\sinh 2Y)^2 + 2i \sin 2X \sinh 2Y}{(\cos 2X + \cosh 2Y)^2}\end{aligned}\quad (\text{C.99})$$

$$\begin{aligned}\Re_e \{1 + \tan^2 Z\} &= \frac{(\cos 2X + \cosh 2Y)^2 + (\sin 2X)^2 - (\sinh 2Y)^2}{(\cos 2X + \cosh 2Y)^2} \\ &= \frac{2(1 + \cos 2X \cosh 2Y)}{(\cos 2X + \cosh 2Y)^2}\end{aligned}\quad (\text{C.100})$$

$$\Im_m \{1 + \tan^2 Z\} = \frac{2 \sin 2X \sinh 2Y}{(\cos 2X + \cosh 2Y)^2}\quad (\text{C.101})$$

$$\frac{d\omega_\infty(k, z)}{dz} = \frac{\pi \left(1 + \tan^2 \frac{\pi}{2p} z\right) \times N_{um}(X_t, Y_t)}{2p D_{eno}(X_t, Y_t)}\quad (\text{C.102})$$

C.7 Coordonnées elliptique-cylindrique

Soit z et w , des nombres complexes tels que $z = x + iy$ avec $(x, y) \in \mathfrak{R}^2$ et $w = u + iv$ avec $(u, v) \in \mathfrak{R}^2$. La transformation conforme suivante permet alors de passer d'un repère cartésien (x, y) à un repère en coordonnées élliptique-cylindrique (u, v) :

$$z = a \cosh(w)\quad (\text{C.103})$$

$$\begin{aligned}z &= a \frac{e^w + e^{-w}}{2} \\ z &= a \frac{e^u e^{iv} + e^{-u} e^{-iv}}{2} \\ z &= a \left(\frac{e^u e^{iv} + e^u e^{-iv} + e^{-u} e^{iv} + e^{-u} e^{-iv}}{4} \right) + \left(\frac{e^u e^{iv} - e^u e^{-iv} - e^{-u} e^{iv} + e^{-u} e^{-iv}}{4} \right) \\ z &= a \left(\frac{e^u + e^{-u}}{2} \right) \left(\frac{e^{iv} + e^{-iv}}{2} \right) + i \left(\frac{e^u - e^{-u}}{2} \right) \left(\frac{e^{iv} - e^{-iv}}{2i} \right)\end{aligned}$$

$$x = a \cosh u \cos v\quad (\text{C.104})$$

$$y = a \sinh u \sin v\quad (\text{C.105})$$

C.7.1 Calcul de u en fonction de x et y

En partant de la relation $\cos^2 v + \sin^2 v = 1$, on montre que les isovaleurs de u sont des ellipses

$$\frac{x^2}{a^2 \cosh^2 u} + \frac{y^2}{a^2 \sinh^2 u} = 1\quad (\text{C.106})$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow x^2 \tanh^2 u + y^2 = a^2 \sinh^2 u \\
 &\Rightarrow x^2 \tanh^2 u + y^2 + a^2 - a^2 \cosh^2 u = 0 \\
 &\Rightarrow x^2 \tanh^2 u + y^2 + a^2 + \frac{a^2 \cosh^2 u}{\sinh^2 u - \cosh^2 u} = 0 \\
 &\Rightarrow x^2 \tanh^2 u - x^2 + x^2 + y^2 + a^2 + \frac{a^2}{\tanh^2 u - 1} = 0 \\
 &\Rightarrow x^2(\tanh^2 u - 1) + x^2 + y^2 + a^2 + \frac{a^2}{\tanh^2 u - 1} = 0 \\
 &\Rightarrow x^2(\tanh^2 u - 1)^2 + (x^2 + y^2 + a^2)(\tanh^2 u - 1) + a^2 = 0
 \end{aligned}$$

On se retrouve donc à résoudre une équation du 2nd degré en $\tanh^2 u - 1$

$$A = x^2 \quad B = x^2 + y^2 + a^2 \quad C = a^2 \quad \Omega^2 = B^2 - 4AC$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow (\tanh^2 u - 1) = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \\
 &\Rightarrow \tanh^2 u = 1 + \frac{-x^2 - y^2 - a^2 + \Omega}{2x^2} = \frac{x^2 - y^2 - a^2 + \Omega}{2x^2} \quad (\text{C.107})
 \end{aligned}$$

$$u = \operatorname{arctanh} \sqrt{\frac{x^2 - y^2 - a^2 + \Omega}{2x^2}} \quad \text{avec} \quad \Omega = \sqrt{(x^2 + y^2 + a^2)^2 - 4a^2x^2} \quad (\text{C.108})$$

Pour $x = 0$, on a : $u = \arg \sinh \left| \frac{y}{a} \right|$

Pour $y = 0$, on a : $u = \arg \cosh \left| \frac{x}{a} \right|$

C.7.2 Calcul de v en fonction de x et y

En partant de la relation $\cosh^2 v - \sinh^2 v = 1$, on montre que les isovaleurs de v sont des hyperboles :

$$\frac{x^2}{a^2 \cos^2 v} - \frac{y^2}{a^2 \sin^2 v} = 1 \quad (\text{C.109})$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow x^2 \tanh^2 v - y^2 = a^2 \sin^2 v \\
 &\Rightarrow x^2 \tanh^2 v - y^2 - a^2 + a^2 \cos^2 v = 0 \\
 &\Rightarrow x^2 \tanh^2 v + x^2 - (x^2 + y^2 + a^2) + \frac{a^2 \cos^2 v}{\cos^2 v + \sin^2 v} = 0 \\
 &\Rightarrow x^2(\tanh^2 v + 1) - (x^2 + y^2 + a^2) + \frac{a^2}{\tan^2 v + 1} = 0 \\
 &\Rightarrow x^2(-(\tanh^2 v + 1))^2 + (x^2 + y^2 + a^2)(-(\tanh^2 v + 1)) + a^2 = 0
 \end{aligned}$$

On se retrouve donc à résoudre une équation du 2nd degré en $-(\tanh^2 v + 1)$

$$A = x^2 \quad B = x^2 + y^2 + a^2 \quad C = a^2 \quad \Omega^2 = B^2 - 4AC$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -(\tanh^2 v + 1) &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \\ \Rightarrow \tanh^2 v &= \frac{x^2 + y^2 + a^2 + \Omega}{2x^2} - 1 = \frac{-x^2 + y^2 + a^2 + \Omega}{2x^2} \end{aligned} \quad (\text{C.110})$$

$$v = \arctan \sqrt{\frac{-x^2 + y^2 + a^2 + \Omega}{2x^2}} \quad \text{avec} \quad \Omega = \sqrt{(x^2 + y^2 + a^2)^2 - 4a^2x^2} \quad (\text{C.111})$$

Pour $x = 0$, on a : $v = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (k entier)

Pour $y = 0$, on a : $v = k\pi$

Annexe D

Forçage électromagnétique transverse

D.1 Echelon de forçage

D.1.1 Énergie cinétique des fluctuations

Les figures D.1, D.2, D.3 et D.4 illustrent les effets d'un échelon de forçage sur l'énergie cinétique moyenne E_{fluc}^+ des fluctuations de vitesse dans l'ensemble du canal.

$$E_{fluc}^+ = \frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{u_\tau^2} \quad (\text{D.1})$$

Chaque graphique correspond à une taille d'actionneur pour plusieurs intensités de forçages. Dans tous les cas, quelque soit la géométrie ou l'intensité du forçage, les courbes présentent un minimum local noté $E_{fluc_{mini}}$ à un instant donné noté T_E . Ce temps caractéristique T_E diminue avec l'intensité du forçage. La valeur minimale de l'énergie cinétique des fluctuations $E_{fluc_{mini}}$ atteint sa valeur la plus faible pour des forçages tels que $Stuart_\tau \approx 50$. En dessous de cette intensité de forçage, on peut supposer que le forçage n'est pas assez intense pour diminuer l'intensité des fluctuations. Au dessus de cette intensité de forçage, on peut supposer que l'écoulement transverse créé par le forçage transverse est si fort qu'il a tendance à générer des instabilités.

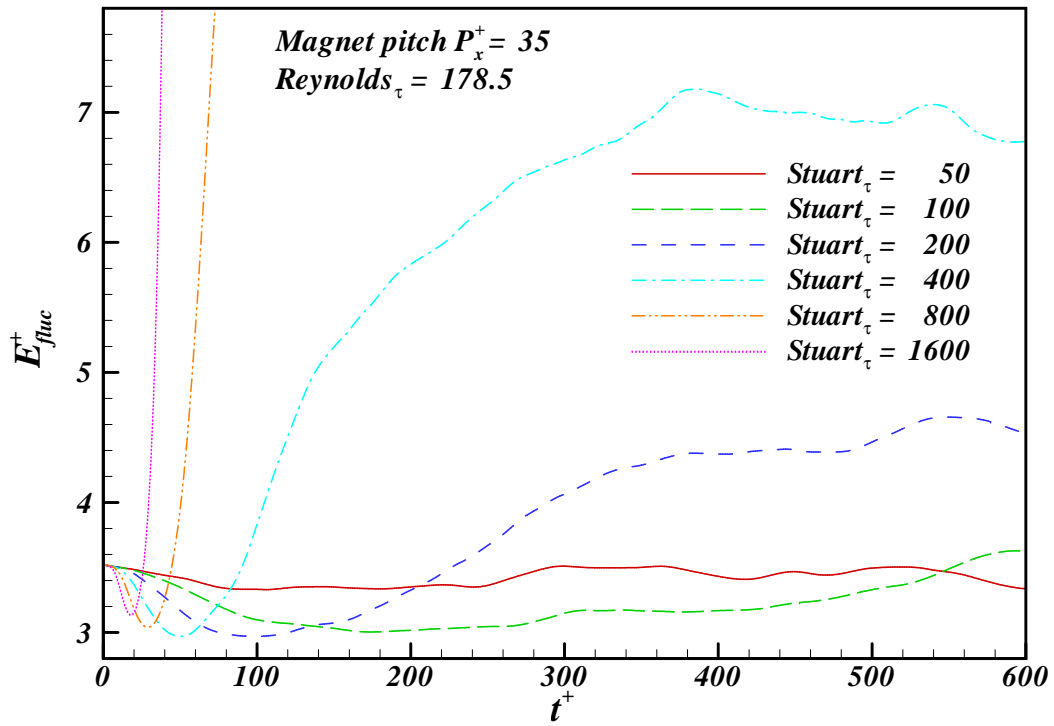


FIGURE D.1 – Énergie cinétique des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimant $P_x^+ = 35$)

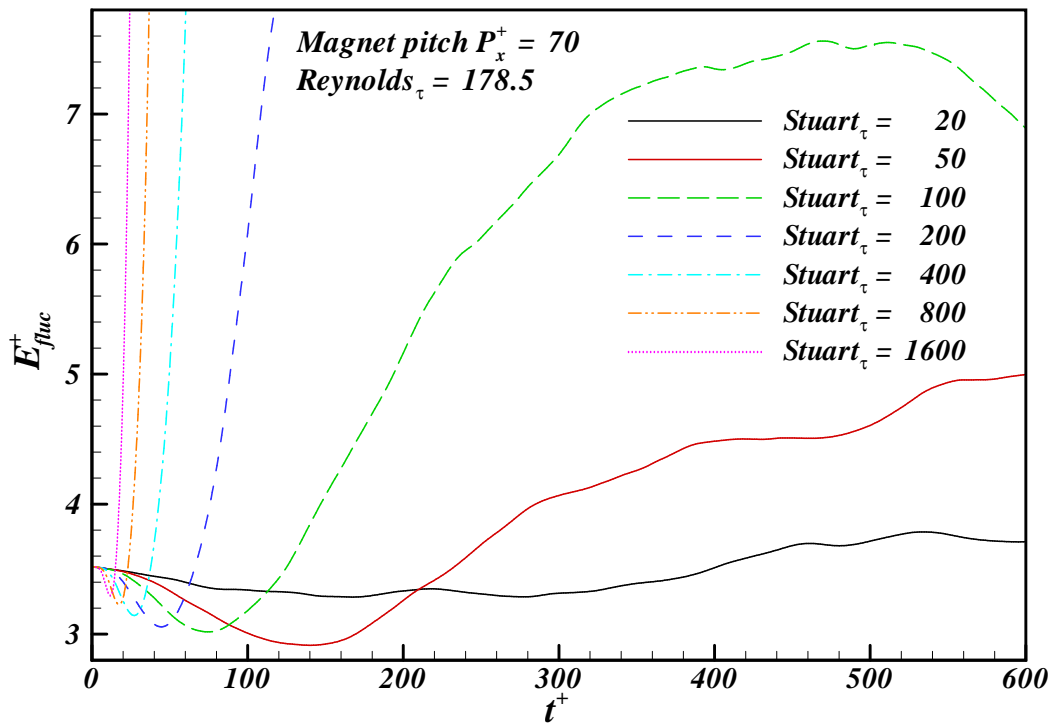


FIGURE D.2 – Énergie cinétique des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimant $P_x^+ = 70$)

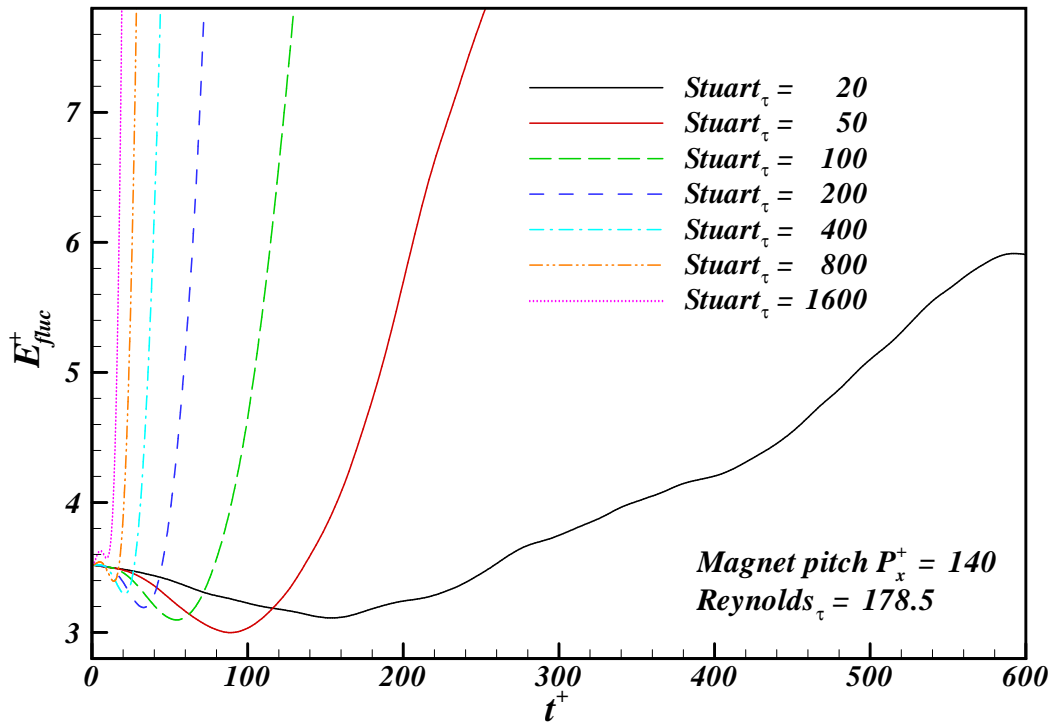


FIGURE D.3 – Énergie cinétique des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimant $P_x^+ = 140$)

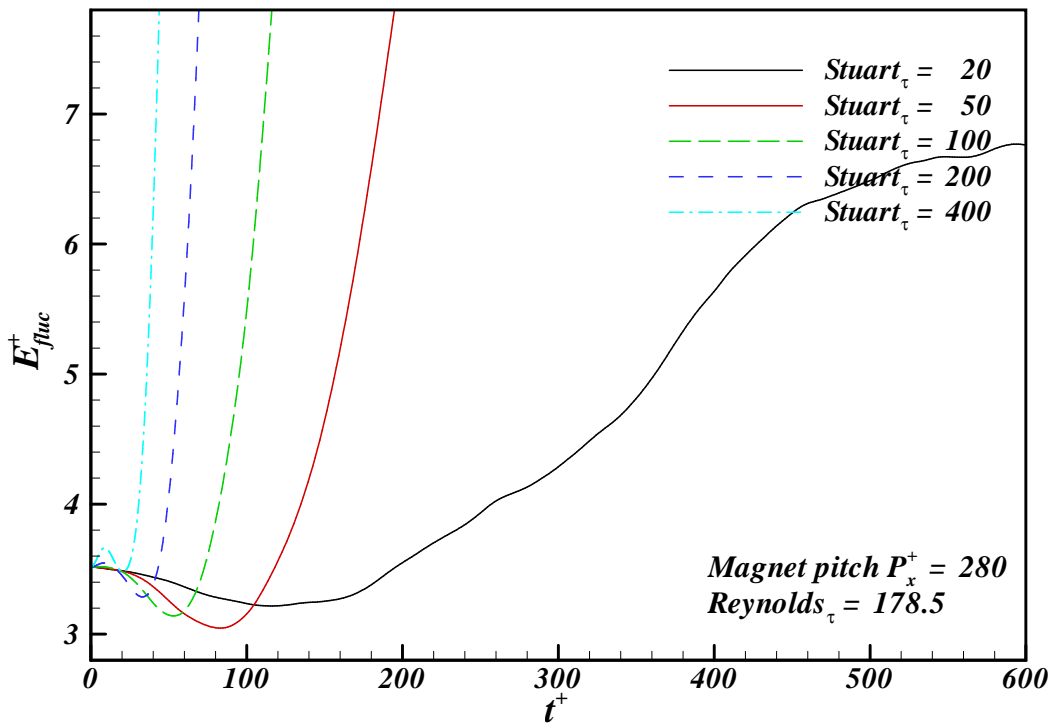


FIGURE D.4 – Énergie cinétique des fluctuations de vitesses d'un écoulement turbulent soumis à un échelon de forçage transverse (distance aimant $P_x^+ = 280$)

Distance aimant P_x^+	35^+		70^+		140^+		280^+	
	T_E	E_{fluc}^+	T_E	E_{fluc}^+	T_E	E_{fluc}^+	T_E	E_{fluc}^+
$Stuart_\tau = 20$			277	3.28	154.5	3.11	115	3.22
$Stuart_\tau = 50$	789	3.30	140.9	2.91	89.4	3.00	83.3	3.05
$Stuart_\tau = 100$	174	3.00	74.2	3.02	54.5	3.10	53.0	3.14
$Stuart_\tau = 200$	98.5	2.97	44.7	3.06	33.3	3.19	32.9	3.29
$Stuart_\tau = 400$	50	2.97	27.3	3.14	21.2	3.30	20.6	3.48
$Stuart_\tau = 800$	28.8	3.04	17.4	3.22	14.0	3.39		
$Stuart_\tau = 1600$	18.2	3.14	11.7	3.30	9.5	3.57		

TABLEAU D.1 – Temps caractéristiques T_E^+ et minimum d'énergie cinétique E_{fluc}^+ des fluctuations lors d'un échelon de forçage transverse pour différentes tailles d'actionneurs et intensités de forçage

Le tableau D.1 rassemble l'ensemble des valeurs minimales d'énergie cinétique E_{fluc}^+ des fluctuations ainsi que l'instant T_E où ces minima sont atteints.

D.1.2 Enstrophie des fluctuations

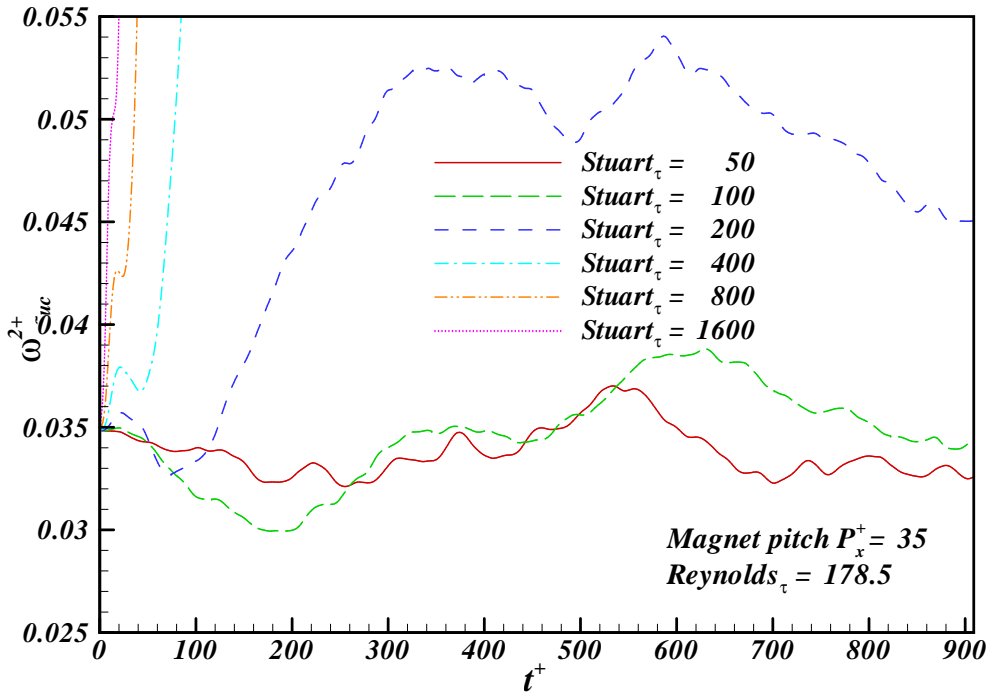
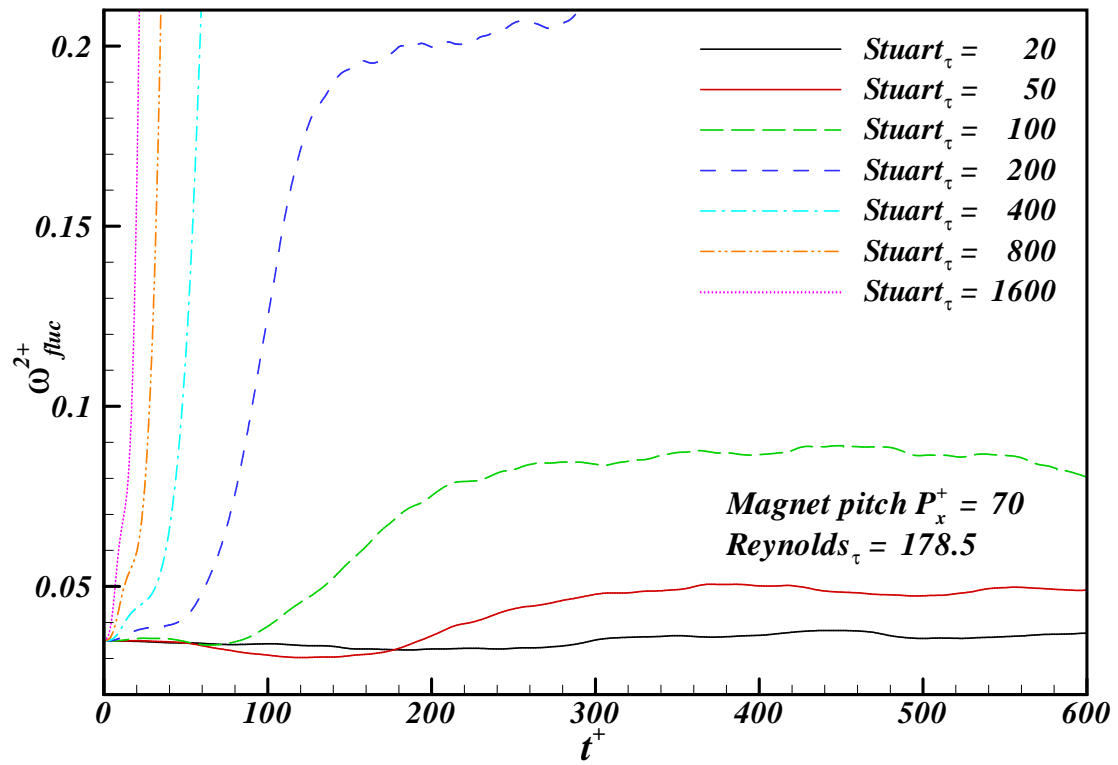
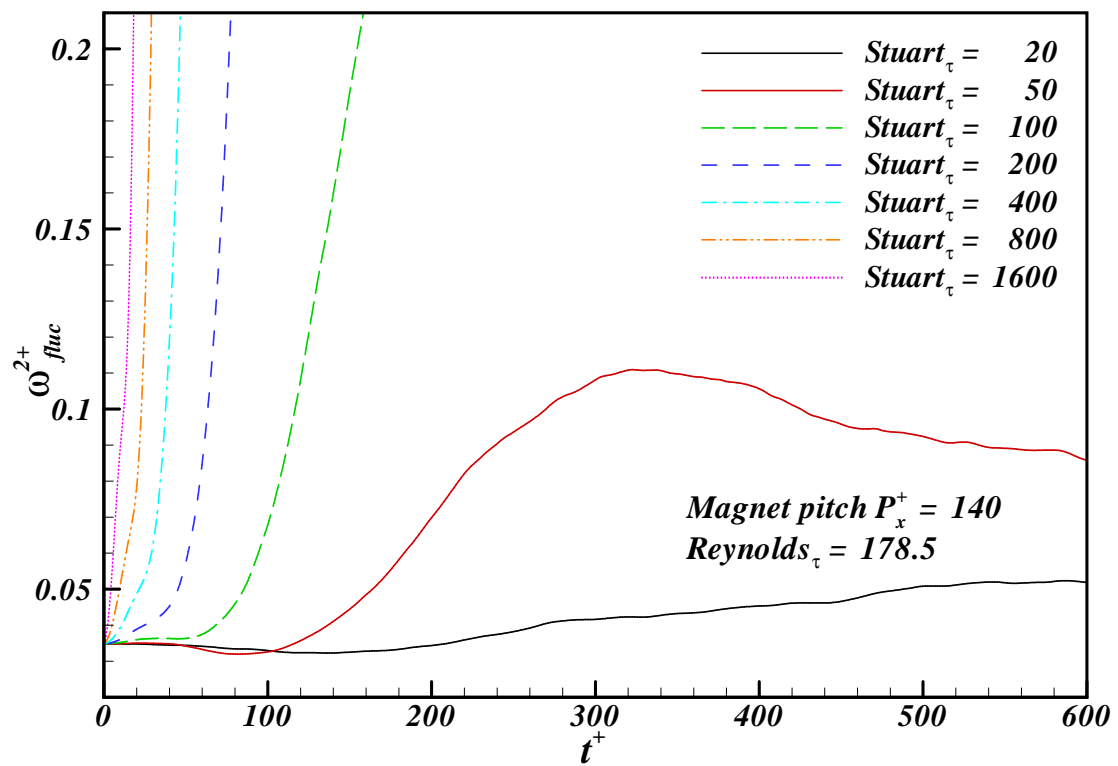


FIGURE D.5 – Enstrophie des fluctuations (distance aimant = 35^+)

FIGURE D.6 – Enstrophie des fluctuations (distance aimant = 70^+)FIGURE D.7 – Enstrophie des fluctuations (distance aimant = 140^+)

D.2 Relaxation

Dans cette section, l'écoulement turbulent ($Re_\tau = 178.5$) en canal plan est soumis à un échelon de forçage pendant un certain temps T_r . Au delà de ce temps T_r , le forçage est interrompu et on s'intéresse alors à ce qui se passe après. La géométrie de l'actionneur est telle que la distance entre les aimants vaut 70^+ . L'intensité du forçage est telle que $Stuart_\tau = 50$.

D.2.1 Contrainte moyenne de cisaillement pariétal

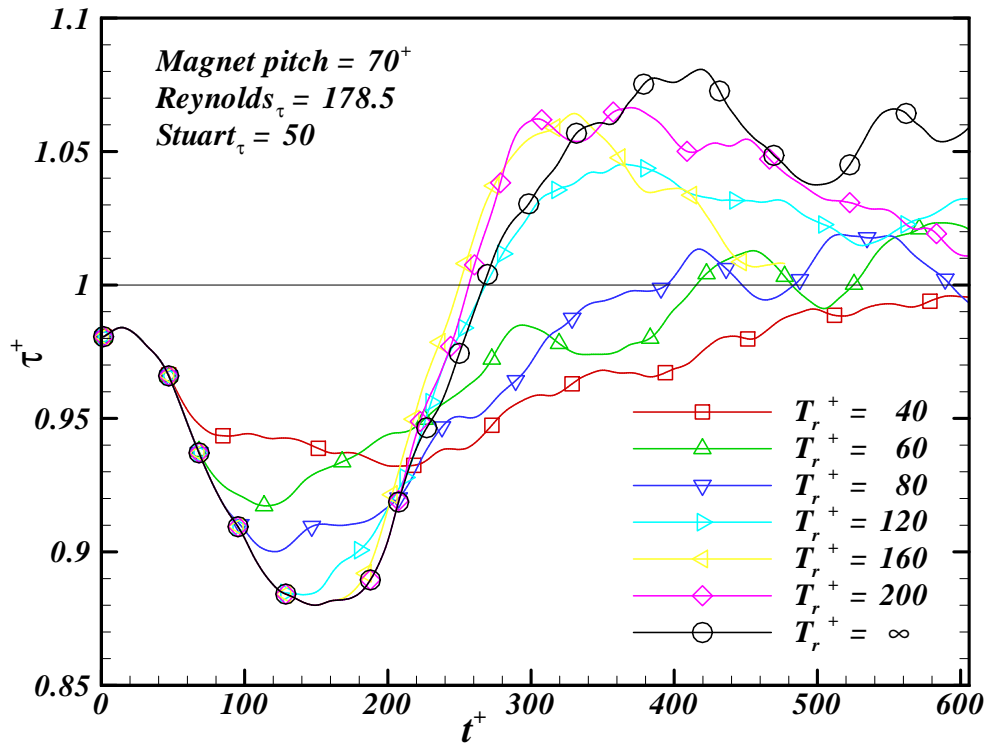


FIGURE D.8 – Contrainte moyenne de cisaillement pariétal

La figure D.8 représente l'évolution temporelle de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. Divers temps de relaxation T_r ont été expérimentés. Pour tous ces temps de relaxation T_r , dès que l'on arrête le forçage, la contrainte moyenne de cisaillement pariétal augmente aussitôt comparée à l'échelon de forçage ($T_r^+ = \infty$). Elle finit ensuite par revenir à sa valeur moyenne standard dans le cas non forcé et fluctuer autour. Notons $T_r(\tau^+ = 1)$ le temps au bout duquel la contrainte moyenne de cisaillement pariétal repasse par sa valeur moyenne standard dans le cas non forcé. On remarque que plus T_r est faible, plus $T_r(\tau^+ = 1)$ est grand.

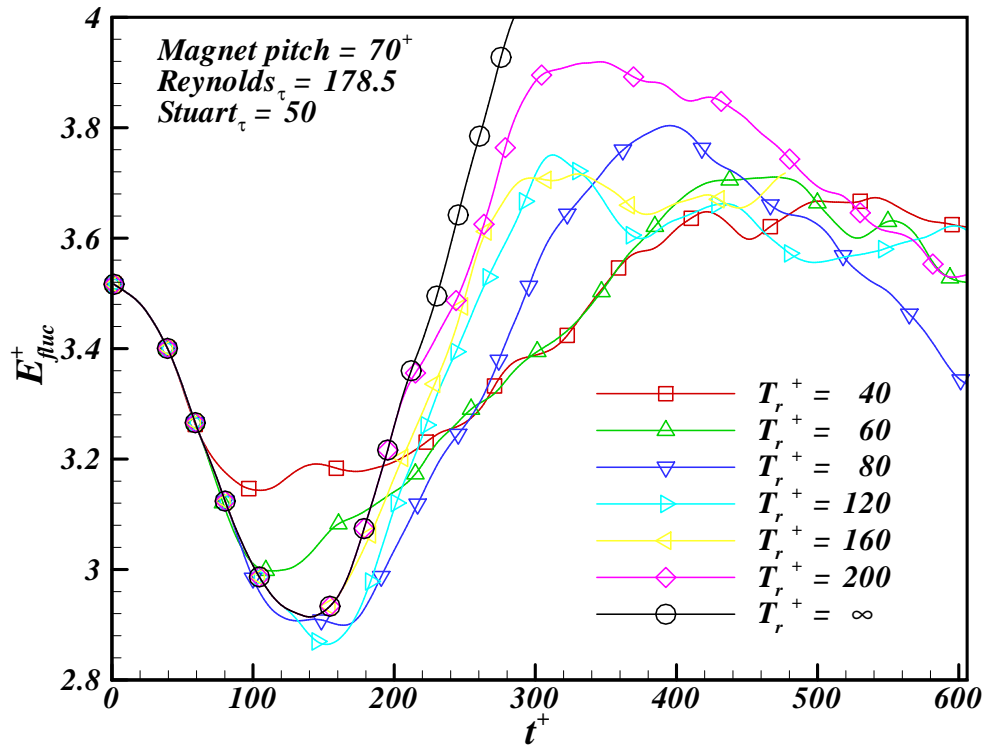


FIGURE D.9 – Énergie des fluctuations de vitesses

D.2.2 Énergie des fluctuations de vitesses

La figure D.9 représente l'évolution temporelle de l'énergie cinétique des fluctuations de vitesses. Les fluctuations des composantes de vitesses sont calculées par rapport à leur valeur moyenne à l'instant considéré. Pour $T_r < T_{\tau}/2$ ($T_r^+ = 40 - 60$), dès que l'on arrête le forçage, l'énergie cinétique des fluctuations arrête sa décroissance puis finit par augmenter à nouveau pour atteindre le niveau standard dans le cas non forcé. Pour les cas où le temps de relaxation $T_{\tau}/2 < T_r < T_{\tau}$ ($T_r^+ = 80 - 120$), l'énergie cinétique des fluctuations continue sa décroissance après l'arrêt du forçage. Elle atteint même des niveaux plus faibles comparés au cas de l'échelon de forçage ($T_r^+ = \infty$). On peut alors constater une certaine inertie dans la réduction des fluctuations de vitesses. Pour $T_r > T_{\tau}$ ($T_r^+ = 160 - 200$), l'arrêt du forçage permet d'atténuer l'augmentation de l'énergie cinétique de fluctuations qui a lieu après l'instant T_{τ} dans le cas de l'échelon de forçage ($T_r^+ = \infty$).

Annexe E

Forçage électromagnétique 1D et écoulement laminaire

E.1 Résolution analytique des équations de Navier-Stokes

Le modèle de force électromagnétique utilisé correspond à celui présenté dans la section 4.3.1 dans le cas du canal plan. Le champ de force $\vec{F}_x(y)$ est ici orienté dans la direction longitudinale \vec{x} de l'écoulement et peut être soit propulsif soit freinant. Il ne varie qu'en fonction de la distance à la paroi y . On note F_c , la force au centre du canal telle que:

$$\vec{F}_x(y) = F_c \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \quad \text{avec} \quad F_c = F_{cl}^0 2e^{-\frac{h}{a}} \quad (\text{E.1})$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement à laquelle on ajoute le terme de force électromagnétique s'écrit:

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_j u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \sum_j \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + F_i \quad (\text{E.2})$$

Dans le cas où les forces sont alignées suivant la direction de l'écoulement, le problème est bidimensionnel et stationnaire:

- La vitesse longitudinale u ne dépend que de y .
- On considère que les vitesses normales v et transversales w sont nulles.

C'est à dire: $u = u(y) \quad v = w = 0$

L'équation de Navier-Stokes avec terme source se simplifie donc et s'écrit:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + F_x(y) \quad (\text{E.3})$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial y} \quad (\text{E.4})$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} \quad (\text{E.5})$$

On en déduit alors que la pression P ne dépend que de x . Étant donné que la vitesse u et la force électromagnétique F_x ne dépendent que de y , alors, d'après l'équation (éq. E.3), le gradient longitudinal de pression est constant. En effet, deux fonctions dépendantes de variables différentes ne peuvent être égales entre elles que si elles sont égales à une constante.

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + F_c \cosh\left(\frac{y}{a}\right) = \text{constante} \quad (\text{E.6})$$

Pour obtenir le profil de vitesse il ne reste plus qu'à intégrer suivant y l'équation ci-dessous exprimant la courbure du profil de vitesse:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{F_c}{\mu} \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \quad (\text{E.7})$$

Si l'on intègre l'équation précédente par rapport à y , on obtient l'expression du cisaillement à une constante près notée $C1$.

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y - \frac{F_c}{\mu} a \sinh\left(\frac{y}{a}\right) + C1 \quad (\text{E.8})$$

Par hypothèse, le problème est symétrique par rapport au centre du canal. Le profil de vitesse $u(y)$ présente donc un extremum au centre, c'est-à-dire en $y = 0$.

On a donc:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (\text{E.9})$$

Comme $\sinh(0) = 0$, on en déduit que la constante $C1$ est nulle et que l'expression du cisaillement s'écrit.

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y - \frac{F_c}{\mu} a \sinh\left(\frac{y}{a}\right) \quad (\text{E.10})$$

Si l'on intègre l'équation précédente par rapport à y , on obtient le profil de vitesse à une constante près noté $C2$.

$$u(y) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{y^2}{2} - \frac{F_c}{\mu} a^2 \cosh\left(\frac{y}{a}\right) + C2 \quad (\text{E.11})$$

La deuxième constante $C2$ est déterminée en prenant en compte la condition d'adhérence à la paroi. Cette condition aux limites impose $u(\pm h) = 0$ et donc:

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{h^2}{2} - \frac{F_c}{\mu} a^2 \cosh\left(\frac{h}{a}\right) + C2 = 0 \quad (\text{E.12})$$

Le profil de vitesse peut alors s'écrire en fonction du gradient de pression et de la force électromagnétique. Il est possible de mettre en évidence la superposition d'un profil de Poiseuille parabolique et d'une fonction en cosinus hyperbolique liée au forçage électromagnétique.

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y^2 - h^2) + \frac{F_c}{\mu} a^2 \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \right) \quad (\text{E.13})$$

Le débit noté Q est défini par:

$$Q = \int_{-h}^h u(y) dy = U_{deb} \cdot 2h \quad (\text{E.14})$$

$$\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \underbrace{\int_{-h}^h (y^2 - h^2) dy}_{I_1} + \frac{F_c}{\mu} a^2 \underbrace{\int_{-h}^h \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \right) dy}_{I_2} = U_{deb} \cdot 2h \quad (\text{E.15})$$

Calcul de l'intégrale I_1

$$I_1 = \int_{-h}^h (y^2 - h^2) dy = \left[\frac{y^3}{3} - h^2 y \right]_{-h}^h = \frac{-4h^3}{3} \quad (\text{E.16})$$

Calcul de l'intégrale I_2

$$I_2 = \int_{-h}^h \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \right) dy = 2 \left(h \cdot \cosh\left(\frac{h}{a}\right) - a \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \quad (\text{E.17})$$

Donc l'expression du débit peut s'écrire:

$$\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left(\frac{-4h^3}{3} \right) + \frac{2F_c}{\mu} a^2 \left(h \cdot \cosh\left(\frac{h}{a}\right) - a \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) = U_{deb} \cdot 2h \quad (\text{E.18})$$

A partir de l'équation E.18, on obtient alors que le facteur modulant la partie parabolique du profil de vitesse s'écrit:

$$\frac{h^2}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{3}{2} \left[U_{deb} - \frac{F_c}{\mu} a^2 \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \right] \quad (\text{E.19})$$

On remarque alors que le gradient de pression longitudinal est proportionnel à la vitesse débitante U_{deb} et à l'intensité du forçage électromagnétique. Si l'on remplace ce facteur (éq. E.19) dans l'expression du profil de vitesse de l'équation E.13, on exprime alors le profil de vitesse $u(y)$ en fonction de la vitesse débitante U_{deb} et du forçage électromagnétique:

$$\begin{aligned} u(y) &= \frac{3}{2} \left[U_{deb} - \frac{F_c}{\mu} a^2 \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \right] \left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{F_c}{\mu} a^2 \left[\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.20})$$

La vitesse ne dépend que de l'intensité du forçage et de la profondeur de pénétration. Il est possible de mettre en évidence la superposition d'un profil de Poiseuille parabolique et d'une fonction en cosinus hyperbolique liée au forçage électromagnétique.

E.2 Forçage propulsif

E.2.1 Cisaillement

L'expression du cisaillement $\partial u/\partial y$ en fonction de la position y dans le canal s'obtient en dérivant l'équation 6.4. On obtient alors la forme suivante en adimensionnalisant par la vitesse débitante U_{deb} et la demi-hauteur du canal h :

$$\frac{\partial u}{\partial y} \times \frac{h}{U_{deb}} = -3 \left[1 - 2Ha_{deb}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \right] \left[\frac{y}{h} \right] - 2Ha_{deb}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a}{h} \sinh\left(\frac{y}{a}\right) \quad (\text{E.21})$$

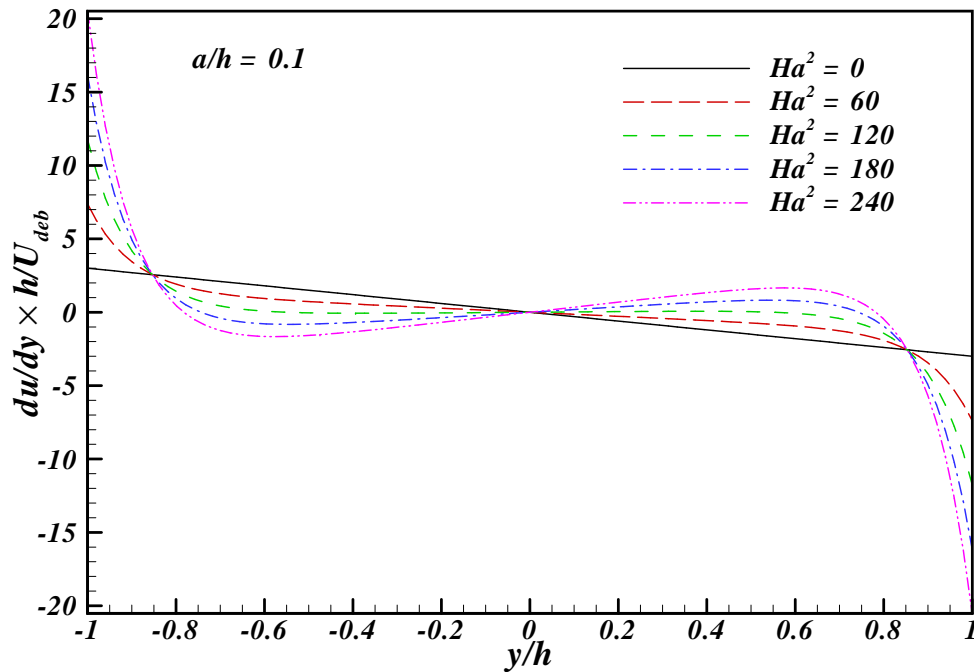


FIGURE E.1 – Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique propulsif de profondeur de pénétration $a/h = 0.1$ sur le cisaillement d'un écoulement laminaire à débit constant

La figure E.1 illustre l'influence du nombre de Hartmann sur le cisaillement d'un écoulement laminaire à débit constant pour une profondeur de pénétration fixée $a/h = 0.1$. Quelque soit l'intensité du forçage dans le cas propulsif, le cisaillement pariétal ($y/h = \pm 1$) est plus important que dans le cas de l'écoulement non forcé. Plus le nombre de Hartmann augmente, plus l'amplitude du cisaillement s'accroît près de la paroi où la distribution de forçage est principalement concentrée. Pour une intensité de forçage $90 < Ha_{deb}^2 < 120$ (dans le cas d'une profondeur de pénétration $a/h = 0.1$), le cisaillement est nul et constant dans la partie centrale du canal. Pour des nombres de Hartmann plus élevés, le forçage a un effet moteur prépondérant sur l'écoulement. Le cisaillement s'annule et change de signe entre les parois et le centre du canal ($y/h = 0$). Sa variation n'est plus monotone sur toute

la hauteur du canal. Le cisaillement passe des extremums locaux et il devient croissant sur la partie centrale du canal. On dit alors que le profil de vitesse devient inflexionnel et cela traduit l'apparition de jets pariétaux.

E.2.2 Courbure du profil de vitesse

La force volumique liée au frottement est proportionnelle au Laplacien de la vitesse qui se réduit à la courbure du profil de vitesse dans ce cas académique bidimensionnel. La courbure s'obtient alors en dérivant l'équation E.21 par rapport à la position y dans le canal. La forme adimensionnée par la vitesse débitante U_{deb} et la demi-hauteur du canal h s'écrit:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \times \frac{h^2}{U_{deb}} = -3 \left[1 - 2Ha_{deb}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \right] - 2Ha_{deb}^2 e^{-\frac{h}{a}} \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \quad (\text{E.22})$$

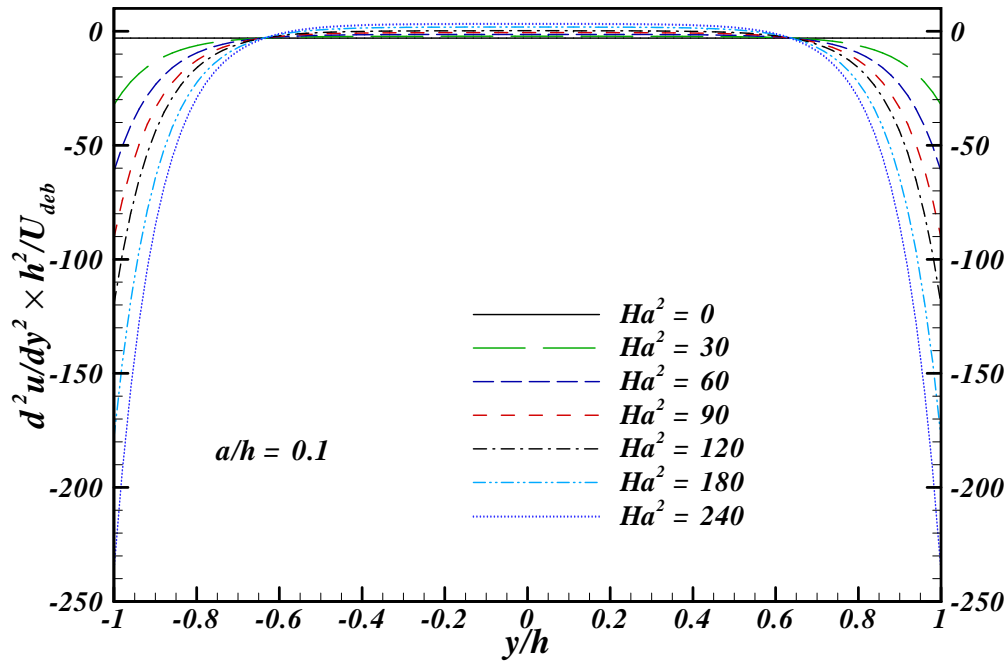


FIGURE E.2 – Influence de l'intensité d'un forçage propulsif sur la courbure du profil de vitesse

La figure E.2 illustre l'influence de l'intensité d'un forçage propulsif sur la courbure du profil de vitesse d'un écoulement laminaire à débit constant pour une profondeur de pénétration fixée $a/h = 0.1$. Dans le cas laminaire sans forçage ($Ha_{deb}^2 = 0$), la courbure du profil est constante et vaut $-3U_{deb}/h^2$. Plus l'intensité du forçage augmente plus l'amplitude de la courbure augmente près de la paroi. Pour un nombre de Hartmann suffisamment important $Ha_{deb}^2 > 90$, la courbure change de signe et devient positive au centre du canal. Cela traduit la présence de jets pariétaux.

E.3 Forçage freinant

Un forçage est qualifié de freinant lorsqu'il est parallèle à la direction de l'écoulement mais de sens opposé à celui-ci. Cet effet de freinage est principalement effectif dans les régions de proches parois.

E.3.1 Profils de vitesses

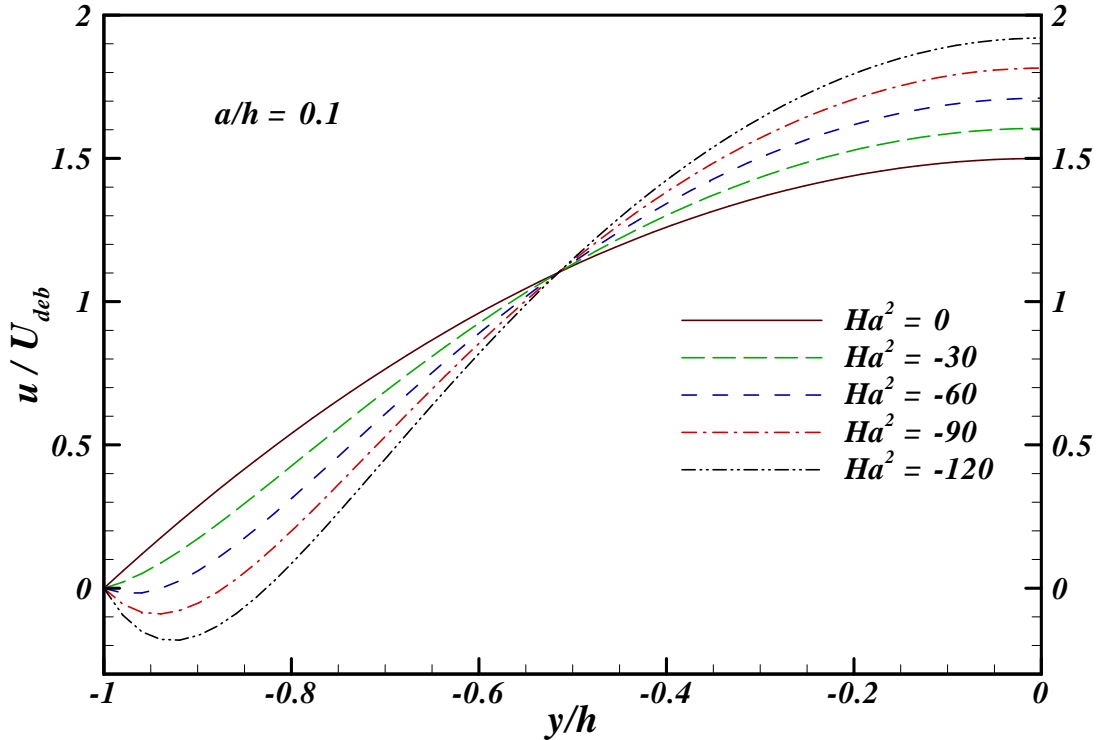
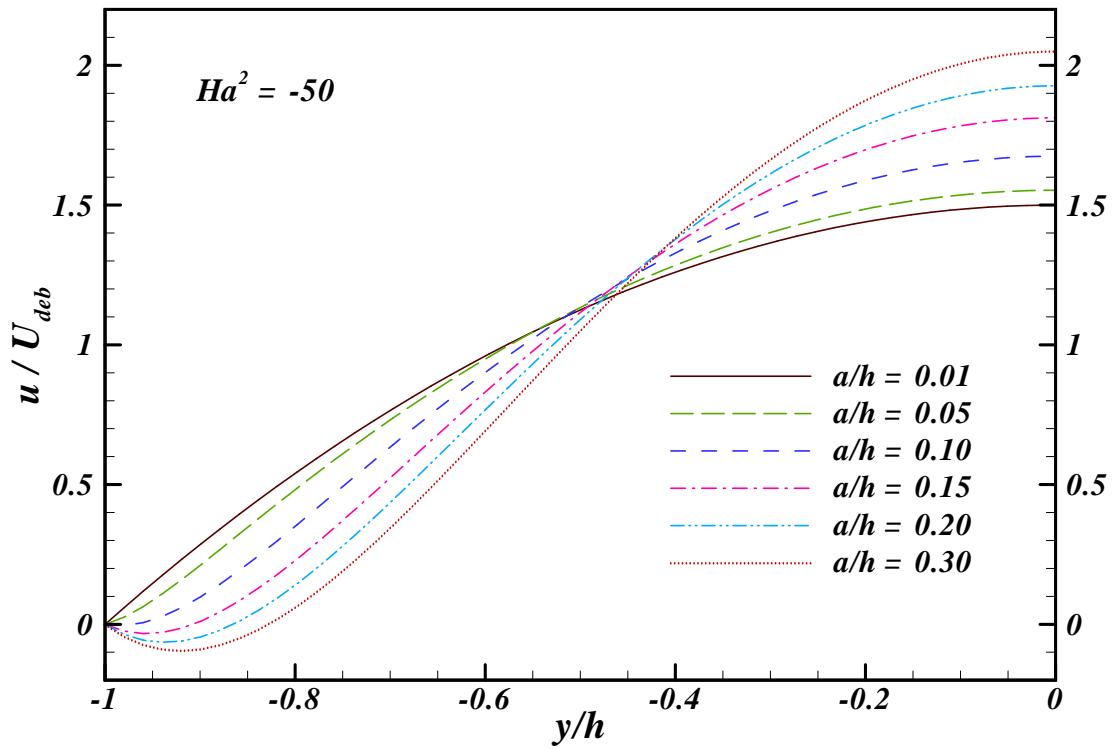
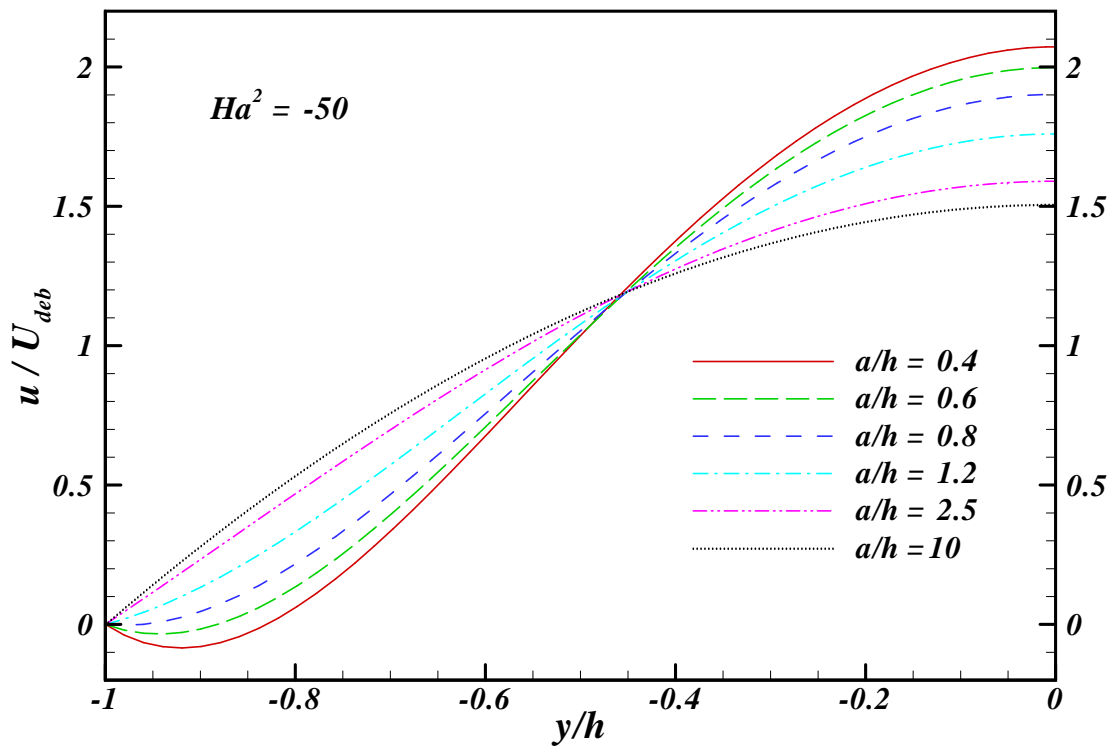


FIGURE E.3 – Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique freinant de profondeur de pénétration $a/h = 0.1$ sur le profil de vitesse d'un écoulement laminaire à débit constant

La figure E.3 illustre l'influence du nombre Hartmann sur le profil de vitesse d'un écoulement laminaire à débit constant dans le cas d'un forçage électromagnétique freinant de profondeur de pénétration fixée ($a/h = 0.1$). Seule la moitié de la courbe est tracée. Le reste s'obtient par symétrie par rapport au centre du canal en $y/h = 0$. Plus le nombre de Hartmann augmente, plus l'écoulement est ralenti près de la paroi où la distribution de forçage est principalement concentrée. Comme le débit est fixé constant, la vitesse de l'écoulement au centre du canal ($y/h = 0$) augmente à mesure que le nombre de Hartmann devient de plus en plus négatif. On se rend compte qu'il existe une intensité de forçage pour laquelle le cisaillement pariétal s'annule. Au delà de cette intensité du forçage ($Ha^2 \approx -60$ pour le cas d'une profondeur de pénétration $a/h = 0.1$), l'effet du forçage électromagnétique devient prépondérant. Deux jets pariétaux orientés de manière opposée à l'écoulement commencent à apparaître.

FIGURE E.4 – Influence de la profondeur de pénétration $Ha_{deb}^2 = -50$ et $0.01 < a/h < 0.3$ FIGURE E.5 – Influence de la profondeur de pénétration $Ha_{deb}^2 = -50$ et $0.4 < a/h < 10$

Les figures E.4 et E.5 illustrent l'effet de la profondeur de pénétration sur le profil de vitesse pour un forçage freinant. Pour un nombre de Hartmann constant ($Ha_{deb}^2 = -50$), ces figures montrent qu'il existe une profondeur de pénétration optimale ($0.3 < a/h < 0.4$) pour modifier un profil de vitesse avec un minimum de forçage. Plus on s'éloigne de cette profondeur de pénétration "optimale" plus le profil de vitesse tend à se rapprocher du profil de Poiseuille d'un écoulement laminaire sans forçage. La valeur optimale de profondeur de pénétration est la même que dans le cas propulsif. L'explication de l'existence d'une profondeur de pénétration optimum est la même qu'énoncée précédemment dans le cas d'un forçage propulsif dans la section 6.3.3 page 149.

E.3.2 Cisaillement

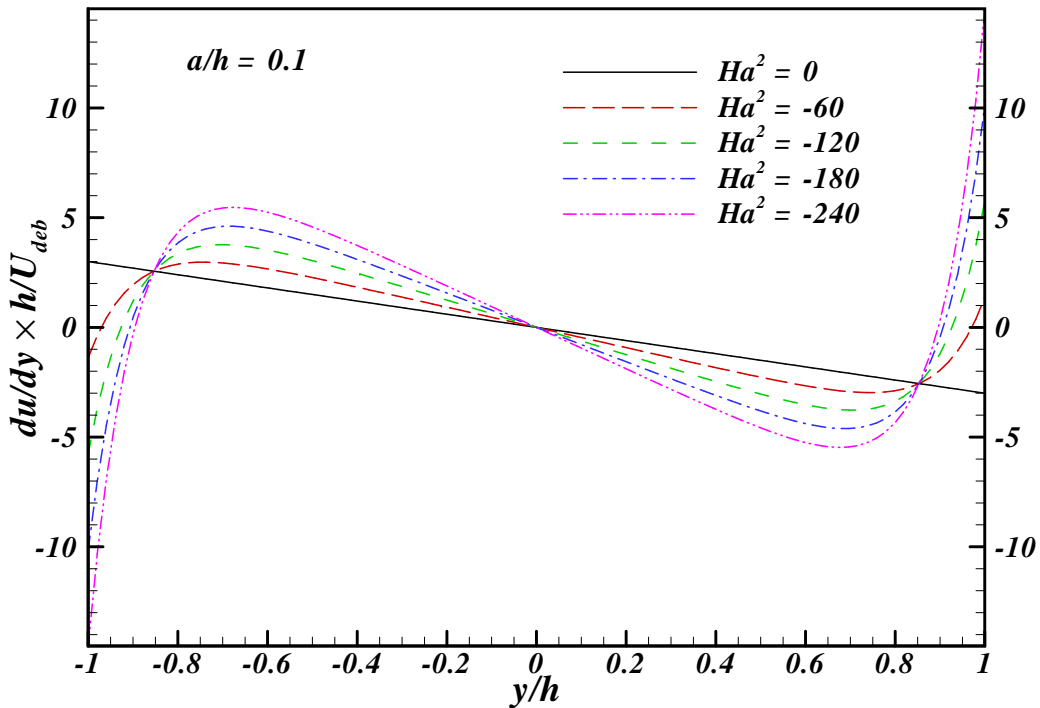


FIGURE E.6 – Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique freinant de profondeur de pénétration $a/h = 0.1$ sur le cisaillement d'un écoulement laminaire à débit constant

Dans le cas d'un forçage électromagnétique freinant de profondeur de pénétration fixée ($a/h = 0.1$), la figure E.6 illustre l'influence du nombre de Hartmann sur le cisaillement d'un écoulement laminaire à débit constant. Quelque soit l'intensité du forçage, on remarque tout d'abord que le cisaillement ne varie plus de façon monotone. Intuitivement, on peut être amené à penser que l'écoulement sera instable quelque soit l'intensité du forçage dans ce cas de forçage freinant. Pour de faibles intensités de forçage ($Ha_{deb}^2 > -60$ pour le cas d'une profondeur de pénétration $a/h = 0.1$), on constate qu'il est possible de diminuer l'amplitude du cisaillement pariétal ($y/h = \pm 1$) jusqu'à l'annuler. Pour des intensités de forçage plus élevées ($Ha_{deb}^2 < -60$), l'effet du forçage devient prépondérant. Le cisaillement pariétal

change de signe par rapport au cas non forcé. Cela traduit l'apparition des jets pariétaux opposés à l'écoulement moyen. Plus l'amplitude du nombre de Hartmann augmente, plus les jets pariétaux opposés à l'écoulement moyen sont importants et plus le cisaillement pariétal atteint des valeurs extrêmes et opposées au cas de l'écoulement laminaire sans forçage.

E.3.3 Courbure du profil de vitesse

Forçage freinant

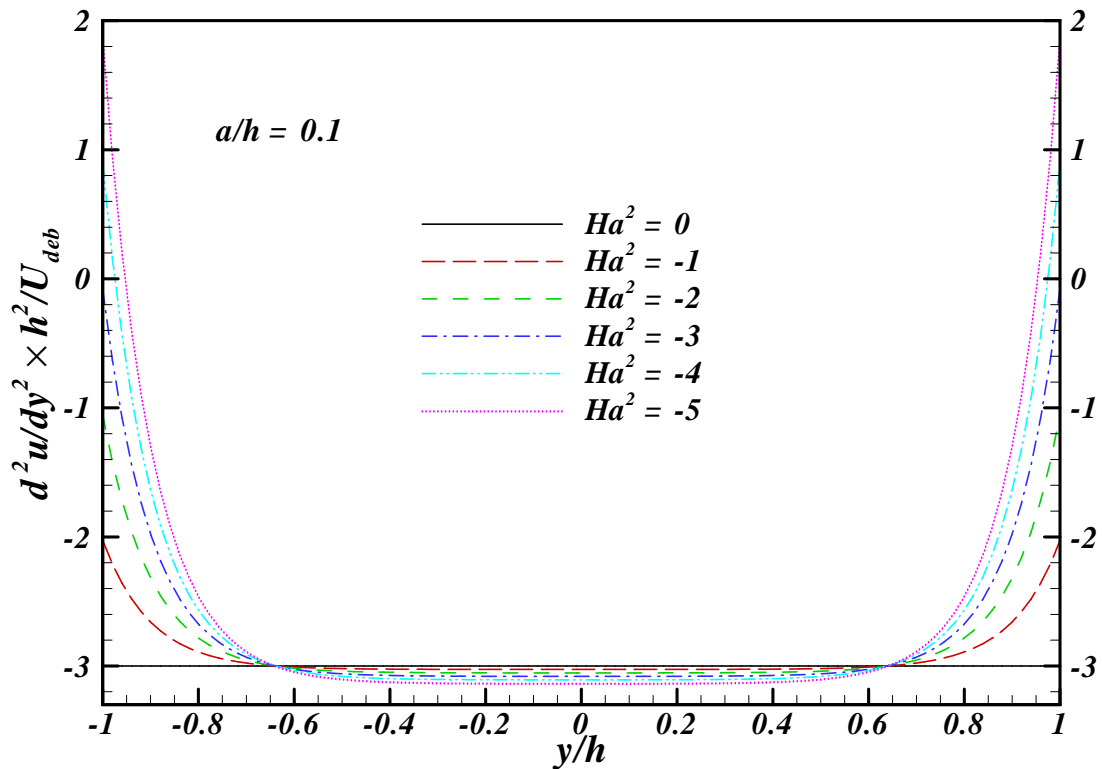


FIGURE E.7 – Influence de l'intensité d'un forçage freinant sur la courbure du profil de vitesse d'un écoulement laminaire

Les courbes de la figure E.7 illustre l'influence de l'intensité d'un forçage freinant sur la courbure du profil de vitesse d'un écoulement laminaire à débit constant pour une profondeur de pénétration fixée $a/h = 0.1$. Pour de faibles intensités de forçage ($-3 < Ha_{deb}^2 < 0$), la courbure reste négative sur toute la hauteur du canal. Dès que le forçage est plus intense ($Ha_{deb}^2 < -4$), la courbure devient positive près des parois. Plus l'amplitude du forçage augmente plus la courbure augmente près de la paroi.

E.4 Énergie cinétique

$$e = \frac{\frac{1}{2}\rho u^2}{\frac{1}{2}\rho U_{deb}^2} \quad (\text{E.23})$$

$$\begin{aligned} e = & - \left(\frac{h^2}{2\mu U_{deb}} \frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right)^2 \\ & - \frac{h^2}{\mu U_{deb}} \frac{\partial P}{\partial x} \left(1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right) \times \frac{F_c a^2}{\mu U_{deb}} \left(\cosh \left(\frac{h}{a} \right) - \cosh \left(\frac{y}{a} \right) \right) \\ & + \left(\frac{F_c a^2}{\mu U_{deb}} \right)^2 \left(\cosh \left(\frac{h}{a} \right) - \cosh \left(\frac{y}{a} \right) \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{E.24})$$

E.5 Bilan de force

Notons F la force volumique moyenne telle que:

$$F = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h f(y) dy \quad (\text{E.25})$$

E.5.1 Force de pression

A partir de l'équation E.19 page 275, il est possible d'obtenir la forme adimensionnelle de la force volumique moyenne de pression $F_p = -\frac{\partial p}{\partial x}$.

$$F_p \times \frac{h}{\rho U_{deb}^2} = 3 \left[\frac{1}{Re} - 2 \text{Stuart} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{a}{h} \sinh \left(\frac{h}{a} \right) \right) e^{-\frac{h}{a}} \right] \quad (\text{E.26})$$

E.5.2 Force électromagnétique

En intégrant l'équation 4.24, on obtient la forme adimensionnelle de la force volumique électromagnétique moyenne F_{em} .

$$F_{em} \times \frac{h}{\rho U_{deb}^2} = 2 \text{Stuart} \frac{a}{h} \sinh \left(\frac{h}{a} \right) e^{-\frac{h}{a}} \quad (\text{E.27})$$

E.5.3 Force visqueuse

A partir de l'équation E.21, on obtient l'expression de la force volumique de frottement visqueux moyen F_ν :

$$\begin{aligned} F_\nu \times \frac{h}{\rho U_{deb}^2} = & -3 \left[\frac{1}{Re} - 2 \text{Stuart}_{deb} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{a}{h} \sinh \left(\frac{h}{a} \right) \right) e^{-\frac{h}{a}} \right] \\ & - 2 \text{Stuart}_{deb} \frac{a}{h} \sinh \left(\frac{h}{a} \right) e^{-\frac{h}{a}} \end{aligned} \quad (\text{E.28})$$

On vérifie bien que:

$$F_p + F_{em} + F_\nu = 0 \quad (\text{E.29})$$

Cela implique donc que le débit se conserve:

$$\int \frac{\partial \rho u^h}{\partial t} dy = 0 \quad (\text{E.30})$$

E.6 Bilan de puissance volumique

E.6.1 Puissance volumique des forces de pression

Notons \mathcal{P}_p , la puissance volumique moyenne des forces de pression.

$$\mathcal{P}_p = \int_{-h}^h \vec{F}_p \cdot \vec{u}(y) dy = F_p \times U_{deb} \quad (\text{E.31})$$

F_p est la force moyenne de pression décrite en annexe E.5.1 par l'équation E.26.

$$\mathcal{P}_p = \frac{\rho U_{deb}^3}{h} \times 3 \left[\frac{1}{Re} - 2 \text{Stuart}_{deb} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) e^{-\frac{h}{a}} \right] \quad (\text{E.32})$$

Notons \mathcal{C}_p , le coefficient de puissance des forces de pression. Ce coefficient de puissance représente le ratio entre la puissance volumique des forces de pression dans le cas d'un forçage électromagnétique et la puissance volumique des forces de pression dans le cas où il n'y pas de forçage électromagnétique.

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_p &= \frac{\mathcal{P}_p}{\mathcal{P}_{p(\text{Stuart}_{deb}=0)}} \\ \mathcal{C}_p &= 1 - 2 H_{a_{deb}}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{E.33})$$

La figure E.8 représente les valeurs prises par le coefficient de puissance des forces de pression en fonction de l'intensité du forçage ($H_{a_{deb}}^2$) et de la profondeur de pénétration (a/h). Ce coefficient prend un valeur unitaire lorsque l'intensité du forçage ($H_{a_{deb}}^2$) est nulle. Il s'annule lorsque les forces électromagnétiques peuvent propulser l'écoulement à elles seules et que les forces de pression sont nulles. On remarque que plus la profondeur de pénétration a/h du forçage électromagnétique est faible, plus l'intensité $H_{a_{deb}}^2$ nécessaire pour annuler la puissance des forces de pression est forte. A débit imposé, lorsque le forçage électromagnétique est très important, celui permet de compenser des forces de pression opposées à l'écoulement.

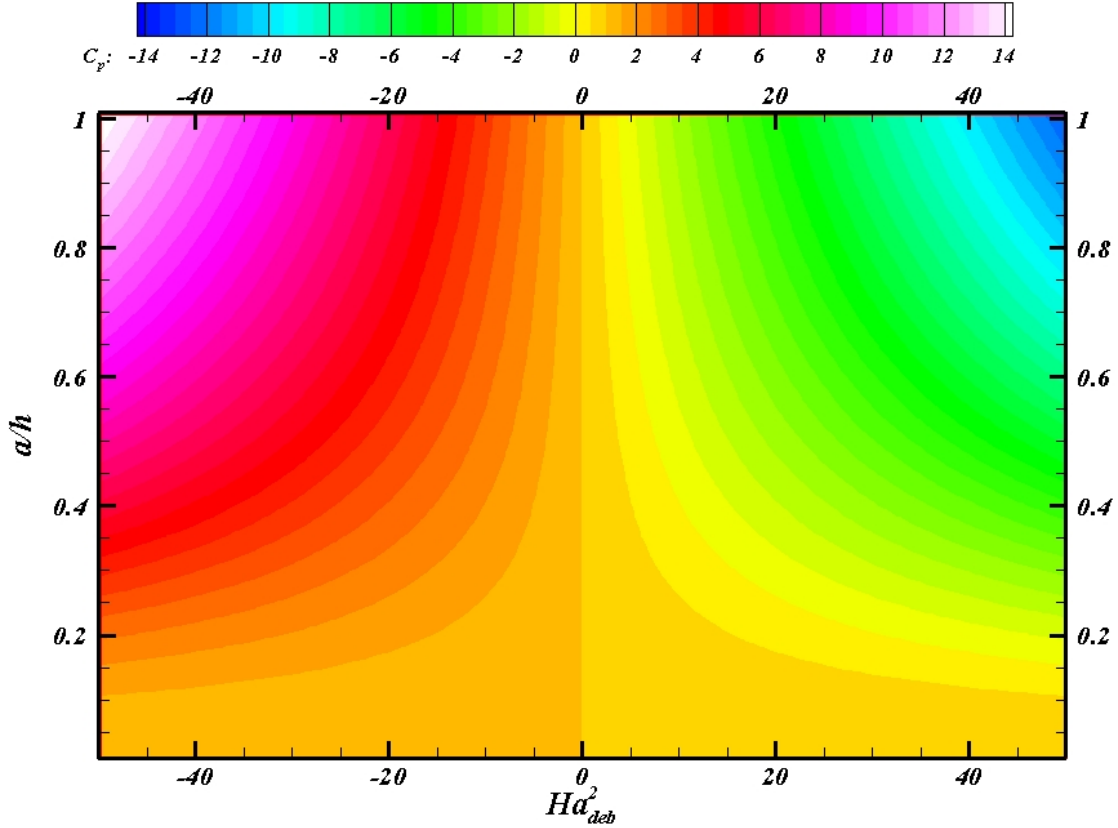


FIGURE E.8 – Coefficient de puissance des forces de pression en fonction de l'intensité du forçage Ha_{deb}^2 et de la profondeur de pénétration a/h ($Ha_a^2 > 0$: forçage propulsif, $Ha_a^2 < 0$: forçage freinant)

E.6.2 Puissance volumique des forces électromagnétiques

Notons \mathcal{P}_{em} , la puissance volumique moyenne des forces électromagnétiques.

$$\mathcal{P}_{em} = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h \vec{F}_{em} \cdot \vec{u} \, dy \quad (\text{E.34})$$

D'après l'équation E.46 de l'annexe E page 288, la puissance volumique des forces électromagnétiques s'écrit:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{em} = & \frac{\rho U_{deb}^3}{h} \times \text{Stuart}_{deb} \, 2e^{-\frac{h}{a}} \times \\ & \left\{ 3 \left[1 - 2Ha_{deb}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \right] \times \frac{a^2}{h^2} \left[\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right] \right. \\ & \left. + Ha_{deb}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left[\frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \cosh\left(\frac{h}{a}\right) - 1 \right] \right\} \quad (\text{E.35}) \end{aligned}$$

Notons \mathcal{C}_{em} , le rapport entre la puissance volumique des forces électromagnétiques et celle des forces de pression dans le cas où il n'y a pas de forçage électromagnétique.

$$\mathcal{C}_{em} = \frac{\mathcal{P}_{em}}{\mathcal{P}_p(\text{Stuart}_{deb}=0)} \quad (\text{E.36})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{em} = & H_{a_{deb}}^2 \frac{2}{3} e^{-\frac{h}{a}} \times \\ & \left\{ 3 \left[1 - 2H_{a_{deb}}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \right] \times \frac{a^2}{h^2} \left[\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right] \right. \\ & \left. + H_{a_{deb}}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left[\frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \cosh\left(\frac{h}{a}\right) - 1 \right] \right\} \quad (\text{E.37}) \end{aligned}$$

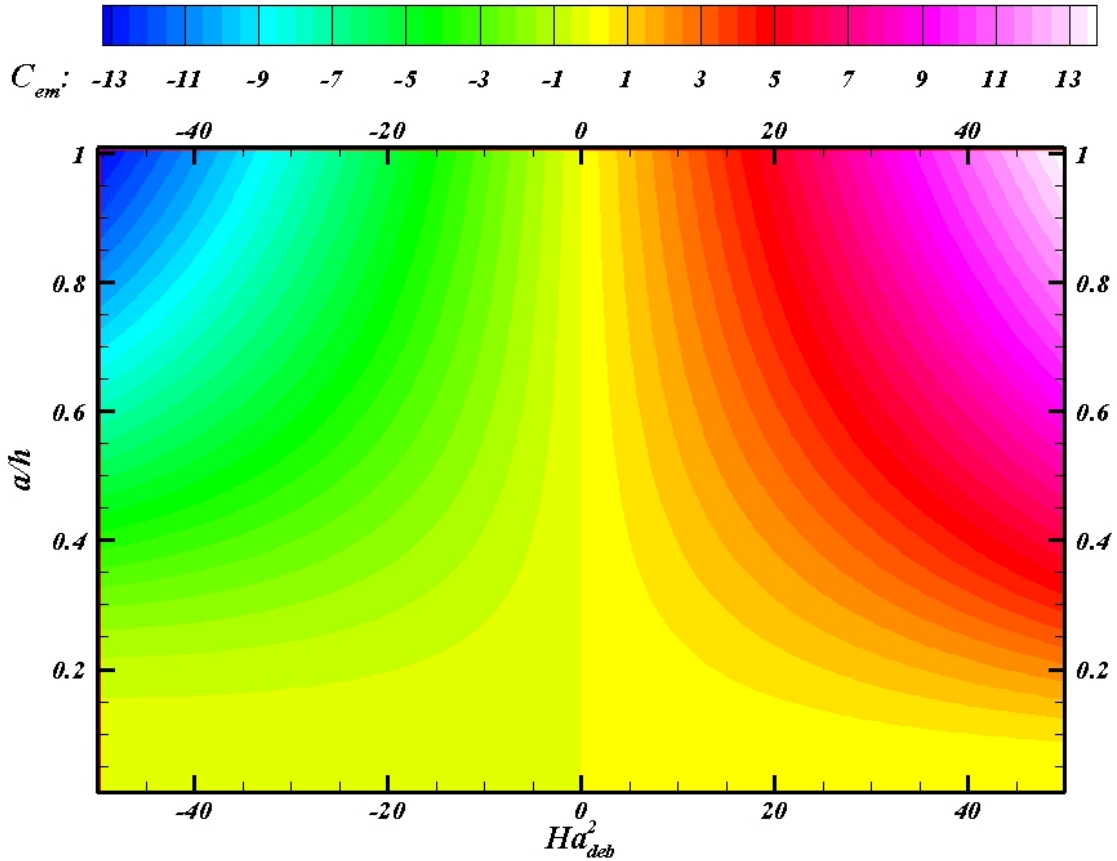


FIGURE E.9 – Coefficient de puissance des forces électromagnétiques en fonction de l'intensité du forçage $H_{a_{deb}}^2$ et de la profondeur de pénétration a/h ($H_a^2 > 0$: forçage propulsif, $H_a^2 < 0$: forçage freinant)

La figure E.9 représente les valeurs prises par le coefficient de puissance des forces électromagnétiques en fonction de l'intensité du forçage ($H_{a_{deb}}^2$) et de la profondeur de pénétration (a/h). Ce coefficient s'annule lorsque l'intensité du forçage ($H_{a_{deb}}^2$) est nulle. On remarque que plus la profondeur de pénétration a/h est faible, plus la puissance volumique relative des forces électromagnétiques varie lentement avec l'intensité du forçage ($H_{a_{deb}}^2$).

On remarque aussi que la puissance volumique relative d'un forçage propulsif ($H_{adeb}^2 > 0$) est plus importante que celle d'un forçage freinant ($H_{adeb}^2 < 0$).

E.6.3 Puissance volumique des forces visqueuses

Pour faire un bilan de puissance du forçage, regardons le rapport \mathcal{C}_μ entre les puissances volumiques des forces visqueuses dans le cas d'un forçage électromagnétique et dans le cas où il n'y a pas de forçage. Le coefficient \mathcal{C}_μ s'écrit de la façon suivante:

$$\mathcal{C}_\mu = \frac{\mathcal{P}_p + \mathcal{P}_{em}}{\mathcal{P}_{p0}} \quad (\text{E.38})$$

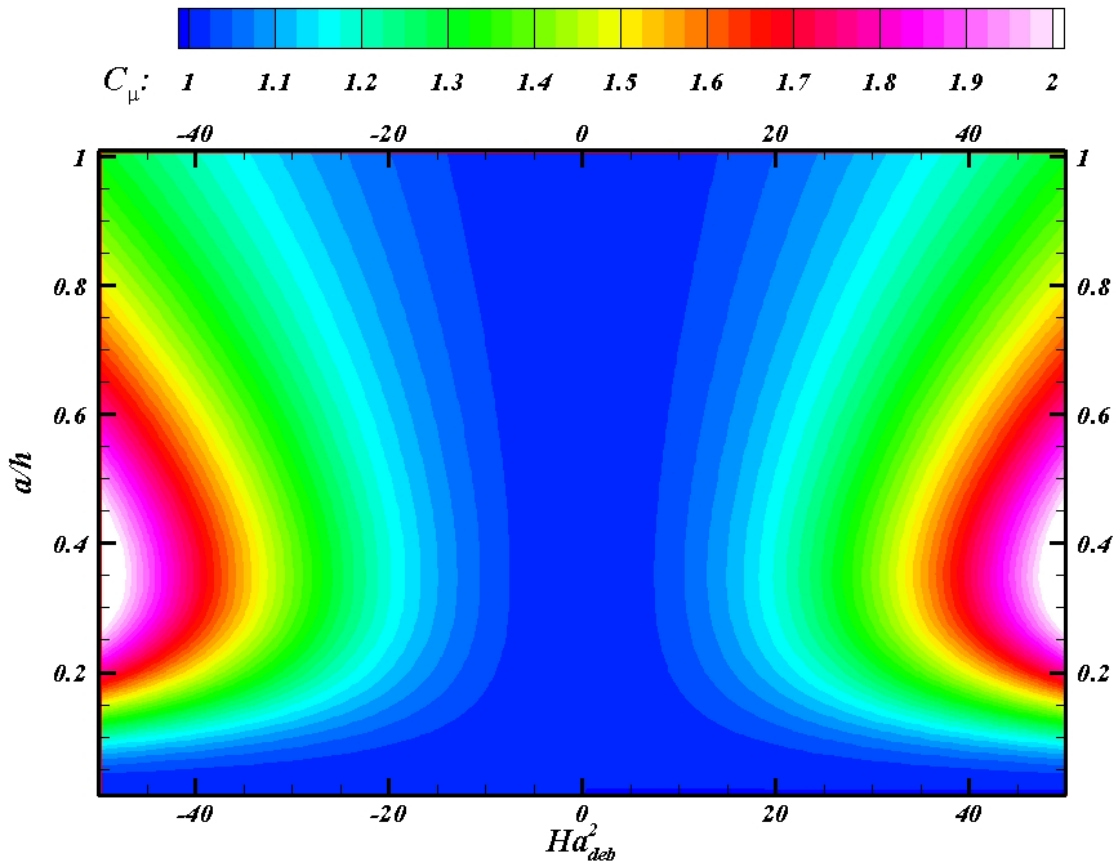


FIGURE E.10 – Rapport \mathcal{C}_{tot} entre la puissance volumique des forces injectées dans le cas d'un forçage électromagnétique et dans le cas sans forçage pour différentes intensités de forçages (H_{adeb}^2) et différentes profondeurs de pénétration (a/h)

La figure E.10 représente les valeurs prises par la puissance volumique relative totale \mathcal{C}_{tot} du forçage pour différentes intensités de forçage et différentes profondeurs de pénétration. On remarque tout d'abord que $\mathcal{C}_{tot} > 1$ quelque soit l'intensité du forçage H_{adeb}^2 et de la profondeur de pénétration a/h . La somme des puissances volumiques injectées dans le cas d'un forçage électromagnétique idéalisé et appliqué dans la direction d'un écoulement laminaire sera toujours supérieure au total des puissances injectées dans le cas d'un écou-

lement non forcé. Quelque soit la profondeur de pénétration a/h , on remarque ensuite que le forçage propulsif nécessite moins de puissance qu'un forçage freinant pour une même intensité de forçage. D'autre part, on remarque que le coût relatif \mathcal{C}_{tot} du forçage augmente brusquement pour tous les cas de forçages freinants et pour les cas des forçages propulsifs dont l'intensité dépasse une certaine valeur dépendant de la profondeur de pénétration. Dans le cas de forçages freinants, les forces électromagnétiques sont opposées aux forces de pression. De même, dans le cas de forçages propulsifs, lorsque l'intensité du forçage électromagnétique est trop importante pour seulement propulser l'écoulement à débit fixé, les forces de pression leur sont alors opposées pour ne pas dépasser le débit imposé. On comprend donc que dans ces deux cas la puissance volumique relative totale \mathcal{C}_{tot} puisse croître rapidement et que cela n'est pas bon d'un point de vue bilan énergétique. Dans le cas où les forces de pression et les forces électromagnétiques agissent suivant le même sens (forçage propulsif de faible intensité), on remarque d'abord qu'à profondeur de pénétration fixée, plus l'intensité du forçage ($H_{a_{deb}}^2$) augmente, plus la puissance volumique relative totale \mathcal{C}_{tot} augmente. Dans ce même cas, on remarque ensuite qu'à intensité de forçage électromagnétique ($H_{a_{deb}}^2$) fixée quelconque, il existe une profondeur de pénétration $a/h \approx 0.35$ pour laquelle la puissance volumique relative totale \mathcal{C}_{tot} est maximale.

E.7 Puissance volumique des forces électromagnétiques

Notons \mathcal{P}_{em} , la puissance des forces électromagnétiques.

$$\mathcal{P}_{em} = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h \vec{F}_{em} \cdot \vec{u} \, dy \quad (\text{E.39})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{em} = & \frac{1}{2h} \frac{\rho U_{deb}^3}{h} \times \int_{-h}^h \text{Stuart}_{deb} 2e^{-\frac{h}{a}} \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \times \\ & \left\{ \frac{3}{2} \left[1 - 2H_{a_{deb}}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \right] \left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2 \right] \right. \\ & \left. + 2H_{a_{deb}}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left[\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \cosh\left(\frac{y}{a}\right) \right] \right\} dy \end{aligned} \quad (\text{E.40})$$

On montre que:

$$\int_{-h}^h \cosh\left(\frac{y}{a}\right) dy = a \left[\sinh\left(\frac{y}{a}\right) \right]_{-h}^h = 2a \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \quad (\text{E.41})$$

On montre aussi que:

$$\begin{aligned}
 \int_{-h}^h \left(\frac{y}{h}\right)^2 \cosh\left(\frac{y}{a}\right) dy &= \left[\left(\frac{y}{h}\right)^2 a \sinh\left(\frac{y}{a}\right)\right]_{-h}^h - \int_{-h}^h \frac{2y}{h^2} a \sinh\left(\frac{y}{a}\right) dy \\
 &= 2a \sinh\left(\frac{h}{a}\right) - \left[\frac{2y}{h^2} a^2 \cosh\left(\frac{y}{a}\right)\right]_{-h}^h + \int_{-h}^h \frac{2}{h^2} a^2 \cosh\left(\frac{y}{a}\right) dy \\
 &= 2a \sinh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{4a^2}{h} \cosh\left(\frac{h}{a}\right) + \frac{4a^3}{h^2} \sinh\left(\frac{h}{a}\right)
 \end{aligned} \tag{E.42}$$

Donc d'après les équations E.41 et E.42, on obtient :

$$\frac{1}{2h} \int_{-h}^h \left[1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2\right] \cosh\left(\frac{y}{a}\right) dy = 2 \frac{a^2}{h^2} \left[\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right)\right] \tag{E.43}$$

On montre que:

$$\begin{aligned}
 \int_{-h}^h \cosh^2\left(\frac{y}{a}\right) dy &= \frac{1}{2} \int_{-h}^h 1 + \cosh\left(\frac{2y}{a}\right) dy = \frac{1}{2} \left[y + \frac{a}{2} \sinh\left(\frac{2y}{a}\right)\right]_{-h}^h \\
 &= h + \frac{a}{2} \sinh\left(\frac{2h}{a}\right) = h + a \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \cosh\left(\frac{h}{a}\right)
 \end{aligned} \tag{E.44}$$

Donc d'après les équations E.41 et E.44, on obtient :

$$\frac{1}{2h} \int_{-h}^h \left[\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \cosh\left(\frac{y}{a}\right)\right] \cosh\left(\frac{y}{a}\right) dy = \frac{1}{2} \left[\frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \cosh\left(\frac{h}{a}\right) - 1\right] \tag{E.45}$$

Si l'on remplace les équations E.45 et E.43 dans l'équation E.40, on obtient l'expression de la puissance des forces électromagnétiques:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{em} &= \frac{\rho U_{deb}^3}{h} \times Stuart_{deb} 2e^{-\frac{h}{a}} \times \\
 &\left\{ 3 \left[1 - 2Ha_{deb}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right) \right] \times \frac{a^2}{h^2} \left[\cosh\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \right] \right. \\
 &\left. + Ha_{deb}^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left[\frac{a}{h} \sinh\left(\frac{h}{a}\right) \cosh\left(\frac{h}{a}\right) - 1 \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{E.46}$$

E.8 Temps de réponse au forçage

Avant de faire varier les différents paramètres, nous devons nous assurer que le temps de calcul est suffisamment grand pour atteindre un état stationnaire. A l'instant où l'on impose le champ de forces électromagnétiques, le profil de vitesse initial est celui de Poiseuille. Le gradient de pression nécessaire pour conserver le débit est alors ajusté de telle sorte que la somme des forces moyennes de viscosité, de pression et électromagnétiques soit nulle. L'écoulement va passer d'un profil de Poiseuille à un profil forcé comme décrit dans la section 6.3.3. Le forçage imposé à l'instant initial génère un déséquilibre local de force qui se résorbe progressivement au fur et à mesure que le profil de vitesse tend vers son état

stationnaire forcé. Au centre du canal, en $y/h = 0$, la force électromagnétique f_{em} , la force visqueuse f_ν et la force de pression f_p s'écrivent:

$$\frac{h}{\rho U_{deb}^2} \times f_{em}|_{y=0,t=0} = 2 \text{Stuart}_{deb} e^{-\frac{h}{a}} \quad (\text{E.47})$$

$$\frac{h}{\rho U_{deb}^2} \times f_\nu|_{y=0,t=0} = \frac{-3}{\text{Re}_{deb}} \quad (\text{E.48})$$

$$\frac{h}{\rho U_{deb}^2} \times f_p|_{y=0,t=0} = \frac{3}{\text{Re}} - 2 \text{Stuart}_{deb} \frac{a}{h} \left(\sinh \left(\frac{h}{a} \right) \right) e^{-\frac{h}{a}} \quad (\text{E.49})$$

La somme des forces locales en $y/h = 0$ vaut donc

$$\frac{h}{\rho U_{deb}^2} \times [f_{em} + f_p + f_\nu]|_{y=0,t=0} = 2 \text{Stuart}_{deb} \left(1 - \frac{a}{h} \sinh \left(\frac{h}{a} \right) \right) e^{-\frac{h}{a}} \quad (\text{E.50})$$

Cette force conduit à un ajustement de la vitesse au centre ($y/h = 0$) qui passe de sa valeur maximale d'un profil de Poiseuille à sa valeur dans le cas forcé. Dans le cas forcé, on appelle Δu la différence entre la valeur de la vitesse au centre du canal à un instant donné et sa valeur au bout d'un temps infiniment long tel que:

$$\Delta u(t) = [u(t) - u(t_\infty)]_{y/h=0} \quad (\text{E.51})$$

D'après l'équation 6.4, l'incrément de vitesse Δu en $y/h = 0$ s'écrit alors:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\Delta u(y=0)}{U_{deb}} \right|_{y/h=0} &= -3H_a^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{a}{h} \cdot \sinh \left(\frac{h}{a} \right) \right) \\ &\quad + 2H_a^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(\cosh \left(\frac{h}{a} \right) - 1 \right) \\ \left. \frac{\Delta u(y=0)}{U_{deb}} \right|_{y/h=0} &= H_a^2 e^{-\frac{h}{a}} \frac{a^2}{h^2} \left(3 \frac{a}{h} \cdot \sinh \left(\frac{h}{a} \right) - \cosh \left(\frac{h}{a} \right) - 2 \right) \end{aligned} \quad (\text{E.52})$$

En première approximation, l'incrément de vitesse évolue dans le temps en suivant l'équation E.53 représentée par la figure E.11:

$$\left. \frac{\Delta u(t_0) - \Delta u(t)}{\Delta u(t_0)} \right|_{y=0} = 1 - e^{-t/\Delta t} \quad (\text{E.53})$$

Le temps Δt correspond au temps que mettrait la vitesse $u(y=0)$ pour passer de sa valeur dans le cas non forcé d'un profil de Poiseuille ($t=0$) à sa valeur finale (t_∞) dans le cas forcé si la somme des forces au centre du canal ($y/h=0$) restait constante pendant cet intervalle de temps Δt . Dans ce cas où la somme des forces au centre du canal ($y/h=0$) reste constante, l'incrément de vitesse $\Delta u(t=0)$ est atteint au bout du temps Δt tel que :

$$\rho \left. \frac{\Delta u}{\Delta t} \right|_{t=0} = [f_{em} + f_p + f_\nu]_{y=0,t=0} \quad (\text{E.54})$$

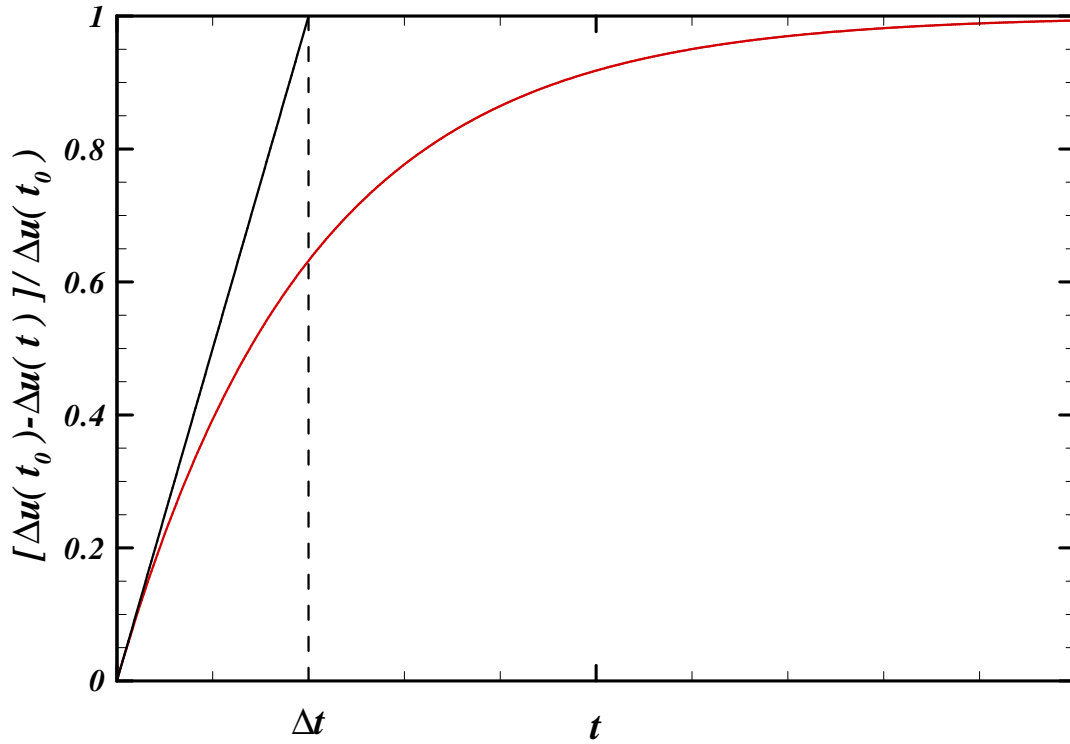


FIGURE E.11 – Évolution de l'incrément de vitesse en réponse à un échelon de forçage

En remplaçant dans l'équation E.54, l'incrément de vitesse par l'équation E.52 et la somme des forces en $y = 0$ par l'équation E.50, on obtient alors que le temps Δt satisfait l'équation suivante:

$$\frac{\Delta t}{t_{deb}} = Re_{deb} \frac{a^2}{h^2} \left(\frac{3\frac{a}{h} \sinh(\frac{h}{a}) - \cosh(\frac{h}{a}) - 2}{2(1 - \frac{a}{h} \sinh(\frac{h}{a}))} \right) \quad (\text{E.55})$$

Le temps de réponse t_c nécessaire pour atteindre un état stationnaire avec une précision de $\frac{\Delta u(t_c)}{U_{deb}} \Big|_{y=0}$ vaut donc:

$$\begin{aligned} \frac{t_c}{t_{deb}} &= -\frac{\Delta t}{t_{deb}} \times \ln \left(\frac{\Delta u(t_c)}{U_{deb}} \Big|_{y=0} \right) \\ \frac{t_c}{t_{deb}} &= -Re_{deb} \frac{a^2}{h^2} \left(\frac{3\frac{a}{h} \sinh(\frac{h}{a}) - \cosh(\frac{h}{a}) - 2}{2(1 - \frac{a}{h} \sinh(\frac{h}{a}))} \right) \times \ln \left(\frac{\Delta u(t_c)}{U_{deb}} \Big|_{y=0} \right) \end{aligned} \quad (\text{E.56})$$

E.9 Comparaison avec les résultats numériques

À partir des résultats analytiques, nous avons comparé les résultats numériques obtenus dans des cas extrêmes et validé la fiabilité du code D.N.S. pour le cas d'un forçage 1D (ne dépendant que de la distance à la paroi y/h) sur un écoulement laminaire. Nous nous intéresserons à trois cas différents. Tout d'abord, nous ferons varier seulement la profondeur de pénétration (a/h). Ensuite nous prendrons différentes valeurs de l'intensité de forçage (*Stuart*) pour une même profondeur de pénétration (a/h). Enfin nous nous intéresserons à deux cas présentant un même nombre de Hartmann ($Ha^2 = Re \times Stuart$) mais des nombres de Reynolds (Re) et *Stuart* différents. Les valeurs des différents paramètres (profondeur de pénétration a/h , nombre de Hartmann, nombre de *Stuart*) pour la comparaison analytique/numérique n'ont pas été prises au hasard. Nous avons essayé de balayer au plus large l'étendue des valeurs sachant que nous disposions déjà des résultats analytiques développés précédemment.

E.9.1 Différentes profondeurs de pénétration (a/h)

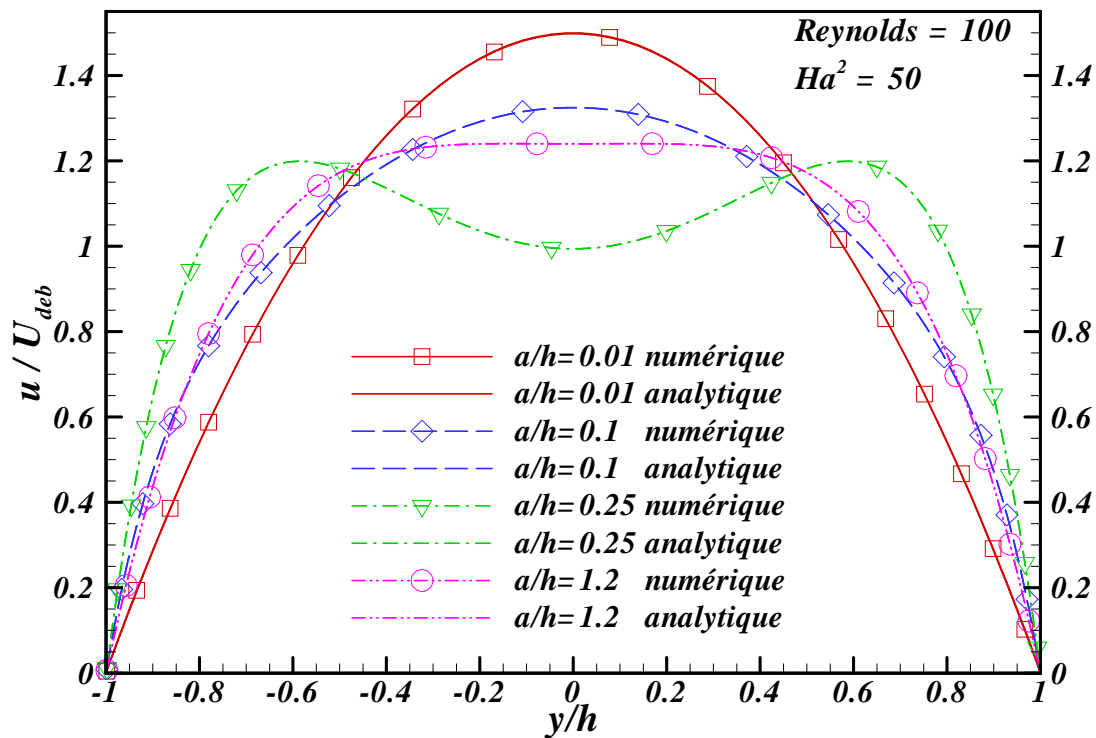


FIGURE E.12 – Influence de la profondeur de pénétration a/h sur le profil de vitesse

La figure E.12 permet de comparer les résultats analytiques et expérimentaux pour différentes profondeurs de pénétration. Cette comparaison nous conduit à une différence maximale de l'ordre de 10^{-4} entre les résultats numériques et analytiques pour le cas $a/h = 0.01$. Sachant que nous avons fixé le temps de calcul pour obtenir un incrément de

vitesse final $\frac{\Delta u(t_c)}{U_{deb}}|_{y=0}$ de l'ordre de 10^{-4} , on peut donc valider le code pour un forçage 1D sur un écoulement laminaire.

Ici le forçage est orienté suivant la direction de l'écoulement ($Ha^2 > 0$), ce qui va promouvoir la propulsion de celui-ci en particulier dans les régions de proches parois où l'on voit apparaître des jets pariétaux. L'étude analytique précédente 6.3 a permis de montrer qu'il existe une profondeur de pénétration optimale ($a/h \approx 0.4$) pour créer des jets pariétaux dont l'amplitude est maximale avec une intensité de forçage minimale. Plus on s'éloigne de cette profondeur de pénétration optimale, plus le profil de vitesse tend à se rapprocher du profil de Poiseuille d'un écoulement laminaire sans forçage. Au-delà de cette profondeur de pénétration $a/h \approx 0.4$, l'intensité du forçage au centre du canal n'est plus négligeable par rapport à l'intensité du forçage au niveau des parois. On retrouve ainsi un profil proche du cas laminaire sans forçage pour d'importantes profondeurs de pénétration.

E.9.2 Différentes intensités de forçage

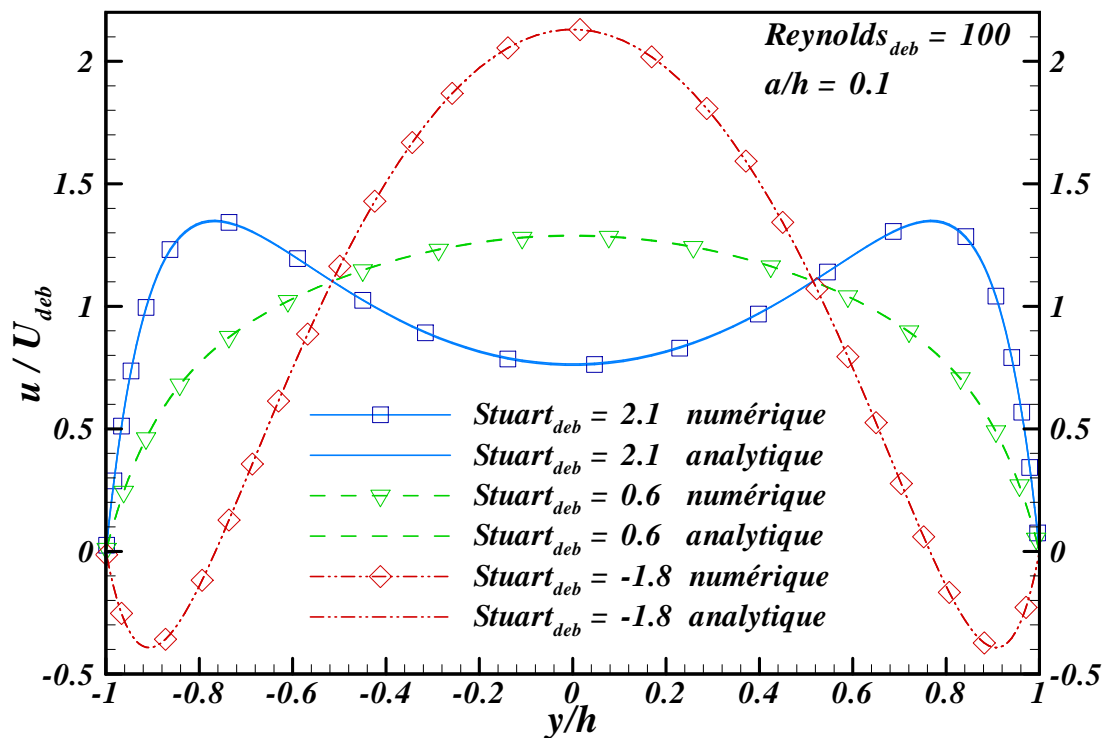


FIGURE E.13 – Influence de l'intensité d'un forçage électromagnétique de profondeur de pénétration $a/h=0.1$ sur le profil de vitesse

La figure E.13 permet de comparer quatre cas de forçage électromagnétique 1D sur un écoulement laminaire. La conservation de l'état laminaire de l'écoulement est réalisé en fixant le nombre de Reynolds à une valeur relativement faible ($Re = 100$). La profondeur de pénétration du forçage est fixée à la valeur $a/h = 0.1$ de manière à être représentatif des géométries qui seront utilisées par la suite. Une simulation de forçage freinant

avec $Stuart_{deb} = -1.8$ et trois simulations de forçage propulsif avec $Stuart_{deb} > 0$ sont comparées avec leur solution analytique. Dans le cas d'un forçage électromagnétique propulsif de profondeur de pénétration fixée $a/h = 0.1$, plus l'intensité du forçage augmente ($Stuart_{deb}$), plus l'écoulement est accéléré près de la paroi où la distribution de forçage est principalement concentrée. Comme le débit est constant, la vitesse de l'écoulement au centre du canal ($y/h = 0$) diminue à mesure que le nombre de Stuart augmente. En fait, au-delà d'une certaine intensité de forçage telle que $Ha^2 > 100$ (voir figure 6.5 page 153), l'effet des forces électromagnétiques devient prépondérant par rapport aux forces de pression. Deux jets pariétaux apparaissent et le profil de vitesse devient convexe au centre du canal.

Le raisonnement est identique dans le cas d'un forçage électromagnétique freinant mais les effets sont inversés. Plus l'intensité du forçage prend des valeurs négatives, plus l'écoulement est ralenti près de la paroi et plus la vitesse de l'écoulement au centre du canal augmente (à débit constant). Au-delà d'une certaine intensité de forçage, l'effet des forces électromagnétiques devient prépondérant et deux jets pariétaux orientés de manière opposée à l'écoulement apparaissent. Ce type de forçage est décrit plus en détail en annexe E.3.

E.9.3 Nombre de Hartmann: paramètre de similitude

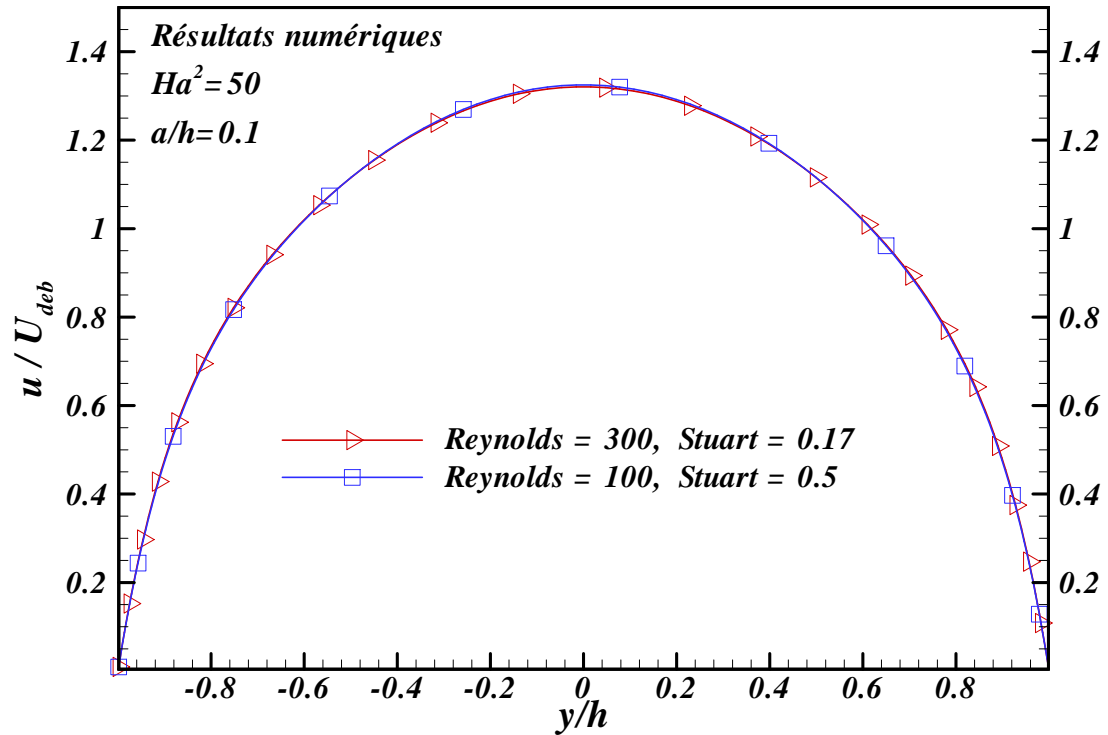


FIGURE E.14 – Comparaison pour un même Hartmann au carré mais des Stuart et Reynolds différents

Sachant que le carré du nombre de Hartmann Ha^2 est le produit du nombre de Reynolds Re et du nombre de Stuart tel que $Ha^2 = Re \times Stuart$, nous avons voulu vérifier si nous obtenions les mêmes résultats en prenant des nombres de Reynolds et de Stuart différents pour un nombre de Hartmann et une profondeur de pénétration identiques. Comme le montre la figure E.14, les profils de vitesse se superposent parfaitement. Cela confirme le fait que le profil de vitesse d'un écoulement laminaire soumis à un forçage ne dépend pas seulement du nombre Reynolds ou de Stuart mais plutôt du produit des deux qui est le carré du nombre de Hartmann.

Annexe F

Forçage longitudinal et onde progressive longitudinale

F.1 Étude bibliographique

Shen *et al.* (2003) ont réalisé une simulation numérique directe (D.N.S) d'un écoulement turbulent de vitesse externe fixée et notée U . Cet écoulement est réalisé au-dessus d'une paroi sujette à des déplacements suivant sa direction normale \vec{y} . Ce déplacement y_w évolue sous la forme une onde progressive longitudinale de longueur d'onde λ_x , de célérité c_x suivant la direction longitudinale et d'amplitude $a = \frac{\lambda}{8\pi}$ suivant la direction normale à la paroi.

$$y_w = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - ct) \times F(t) \quad (\text{F.1})$$

$$F(t) = \left[1 - \exp^{-t^2}\right] \quad (\text{F.2})$$

La fonction $F(t)$ qu'ils utilisent permet de passer progressivement d'une paroi lisse à une paroi ondulante à la manière d'un poisson. Le domaine de calcul mesure $4\lambda \times \frac{2}{\pi}\lambda \times 2\lambda$ suivant les directions \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} respectivement. Des conditions aux limites de périodicité sont utilisées suivant les directions longitudinale et transverse de l'écoulement. Les équations de Navier-Stokes et de conservation de la quantité de mouvement sont résolues en utilisant méthodes à "pas fractionné". La première étape est résolue avec un schéma d'Adams-Bashforth pour les termes de convection et un schéma de Crank-Nicolson pour les termes visqueux. La deuxième étape est résolue en passant par des méthodes pseudo-spectrales suivant les directions homogènes. Suivant la direction normale, un schéma de différence finie d'ordre 2 est utilisé sur un maillage raffiné (Harlow & Welch, 1965). Le nombre de mailles utilisées vaut 192^3 pour un nombre de Reynolds $Re_\lambda = \frac{U\lambda}{\nu} = 10170$. Pour comparer avec le cas du canal plan, on aurait $\lambda = \frac{\pi h}{2}$ et $U = U_{max} \approx 1.16U_{deb}$ donc $Re_\lambda \approx 1.8Re_{deb}$ soit $Re_{deb} \approx 5580$. Leur nombre de Reynolds est donc presque 2 fois plus élevé que le notre ($Re_{deb} = 2800$).

Avec l'ensemble des paramètres décrits précédemment, ils montrent l'influence de la vitesse de propagation d'une onde progressive générée par la paroi sur un écoulement turbulent. Ils ont montré que l'oscillation de la paroi, sous forme d'ondes progressives longitudinales, peut être optimisée pour supprimer la séparation de l'écoulement, réduire la turbulence, créer de la poussée et minimiser la puissance dissipée. Lorsque les ondulations de la paroi sont stationnaires ($c/U = 0$), une bulle de séparation de l'écoulement se crée en aval des bosses. Les puissances dissipées sur la paroi sont les puissances des forces de frottement et des forces de pression tangentielle et normales (puissance de nage). D'après leur figure 11, les forces de frottement semblent être quasiment constantes quelque soit la célérité de l'onde. Les forces de pression tangentielle quant à elles, diminuent à mesure que le rapport c/U se rapproche de 1. Lorsque $c/U = 1$, la force de pression tangentielle est nulle. Il en résulte que la bulle de séparation disparaît et l'intensité turbulente ainsi que les contraintes de Reynolds sont réduites. Lorsque $c/U > 1$, la force de pression tangentielle générée par le déplacement de la paroi change de signe et permet de propulser l'écoulement. La puissance dissipée par les forces de pression normales est appelée puissance de nage et est notée \mathcal{P}_s ("swimming power") tel que $\mathcal{P}_s = \int \int p dy_w / dt dx dz$. Leur figure 16 montre que la puissance de nage s'annule lorsque la célérité de l'onde est nulle ou lorsque la pression est équilibrée ($c/U \approx 1$). Cette puissance est fournie à la paroi lorsque $0 < c/U < 1$ et est fournie par la paroi lorsque $c/U < 0$ et $c/U > 1$. Dans leurs études, la puissance des forces de pression tangentielle diminue plus vite que la puissance de nage n'augmente. Ils se trouvent alors que la puissance totale dissipée est minimale lorsque le ratio $c/U \approx 1.2$.

F.2 Objectifs de l'étude

Dans le cas que nous étudions, le fluide est amené à se déplacer entre deux parois, ce qui constitue déjà une première différence. D'autre part, les parois sont planes et ne vont pas générer d'autres forces que des forces de frottement. Cependant, nous pouvons nous demander si les effets des distributions de forces de pression tangentielle de Shen *et al.* (2003) ne pourraient pas être comparables aux effets des forces électromagnétiques présentées dans la section 6.5 de ce mémoire. Pour cela, nous allons générer des forces électromagnétiques propulsives modulées par une onde progressive longitudinale et les appliquer à un écoulement turbulent en canal plan pour voir si il est possible d'obtenir une réduction de traînée plus efficace avec ce mode d'actionnement.

F.3 Géométrie et schéma d'activation des actionneurs

Pour générer un forçage propulsif modulé par une onde progressive, nous avons repris les actionneurs 2D (infiniment longs) dont la distance entre les centres des aimants est identique au cas optimal de la section 6.5 et vaut $P_z^+ = 187$. Les électrodes de ces actionneurs 2D ont ensuite été sectionnées en segments de longueur $L_x^+ = 70$ (16 mailles dont 15 conductrices). La figure F.1 illustre le schéma d'activation des électrodes de l'actionneur

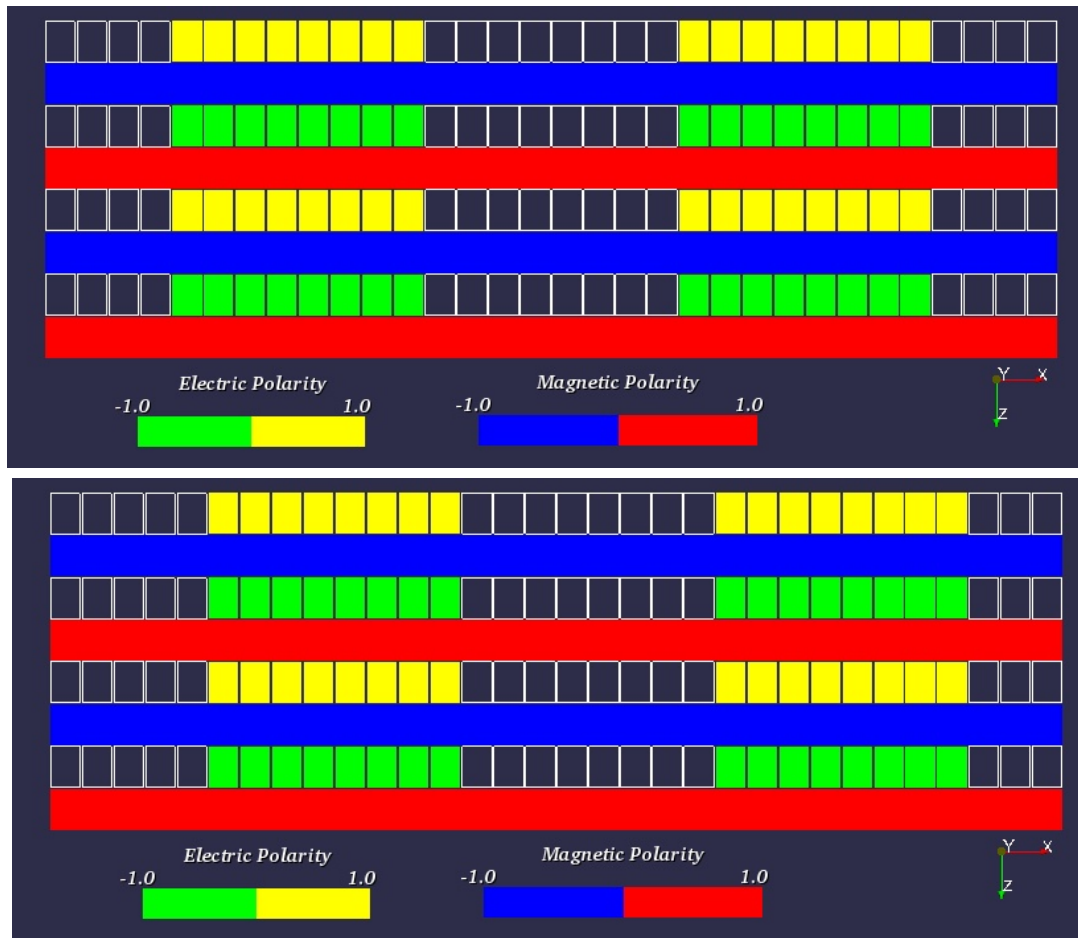


FIGURE F.1 – schéma d'activation des électrodes de l'actionneur électromagnétique

électromagnétique pour deux instants consécutifs. Les électrodes sont activées de façon à générer un forçage propulsif au-dessus des segments d'électrodes actives. Le forçage reste typiquement nul au-dessus des segments d'électrodes inactives. La variation longitudinale du forçage est réalisée de manière discrétisée en n'alimentant qu'un groupe d'électrodes sur deux. L'évolution temporelle sous forme d'onde progressive est elle aussi réalisée de manière discrétisée. Périodiquement, la rangée d'électrodes (alignées suivant la direction transverse de l'écoulement) située en amont du groupe d'électrodes alimentées en courant pendant la période précédente, est activée. En même temps, la rangée d'électrodes située en aval est désactivée. Cela permet de décaler le schéma de forçage suivant la direction longitudinale. Techniquement, le champ de force est calculé (ou lu) initialement avant la simulation de l'écoulement dans son domaine de périodicité spatiale. Ensuite, il n'est pas recalculé, il est juste décalé par un jeu d'indice sur le maillage de l'écoulement. On se rend alors compte que le nombre de mailles suivant une direction du canal doit être un multiple du nombre de mailles occupées par un actionneur ou une période spatiale d'actionneur.

F.4 Résultats

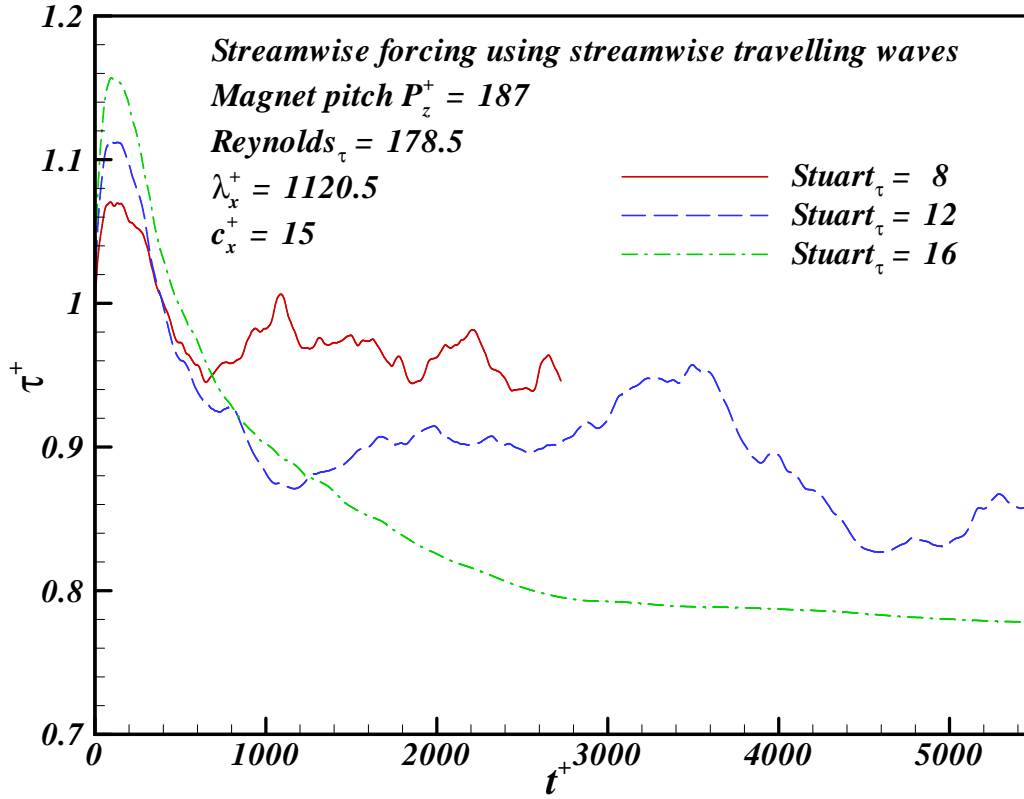


FIGURE F.2 – influence de l'intensité du forçage sur la contrainte moyenne de cisaillement pariétal

La figure F.2 illustre l'influence de l'intensité du forçage sur la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. Dans les cas présent, la longueur d'onde λ_x correspond à la longueur des allées de hautes et basses vitesses. Nous avons donc fixé $\lambda_x = 1120.5$, ce qui correspond à une demi-longueur de canal. La célérité de l'onde a été fixée à $c_x^+ = 15$, tout en sachant que la vitesse débitante de l'écoulement $U_{deb}^+ = 15.7$ dans le cas où le nombre de Reynolds vaut $Re_\tau = 178.5$. Cette figure met en évidence une réduction de l'ordre 22% de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal dans le cas où $Stuart_\tau = 16$. Ce niveau est atteint au bout d'un instant $t^+ = 5000$ après le début du forçage. L'évolution temporelle de cette contrainte semble assez similaire à celle de la figure 6.17 de la page 165 où un échelon de forçage est généré avec des actionneurs infiniment longs ayant la même distance entre les centres des aimants $P_z^+ = 187$ et une intensité de forçage électromagnétique telle que $Stuart_\tau = 7.5$. Dans les deux cas, la force moyenne est quasiment identique et le taux de réduction de traînée finale aussi. Cependant, dans le cas de l'échelon, il était atteint au bout d'un temps $t^+ = 1800$ (≈ 2.5 fois plus court). Ce temps est donc plus court lorsque le ratio de la surface occupée par les actionneurs activés sur la surface totale du canal est maximal (pour une même force électromagnétique moyenne).

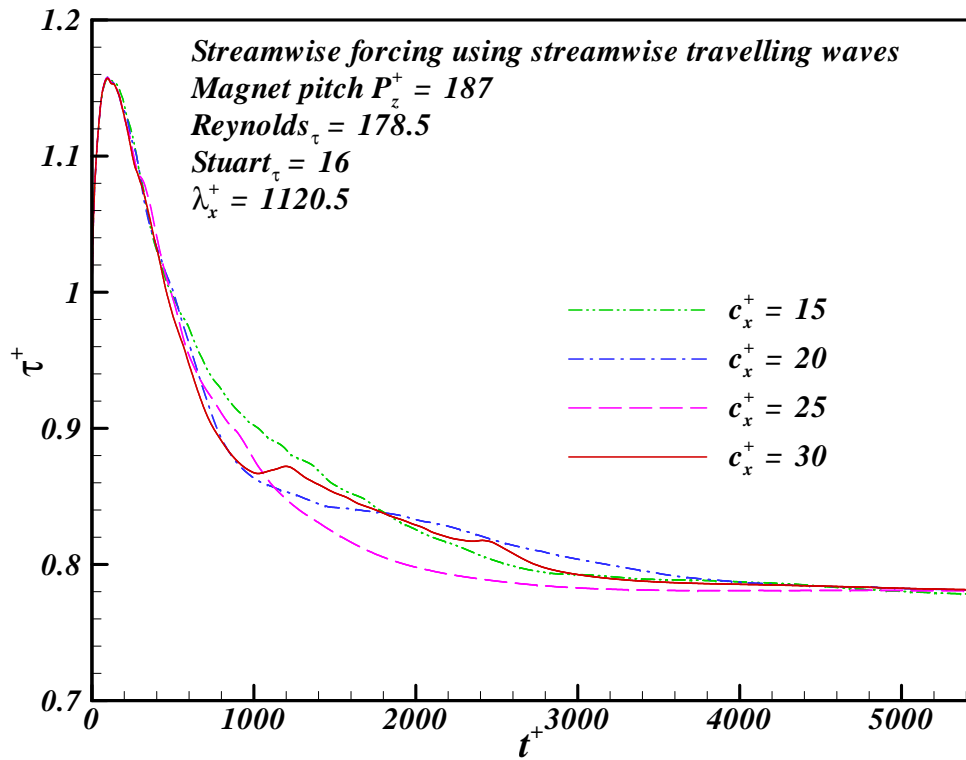


FIGURE F.3 – Influence de la célérité de l'onde

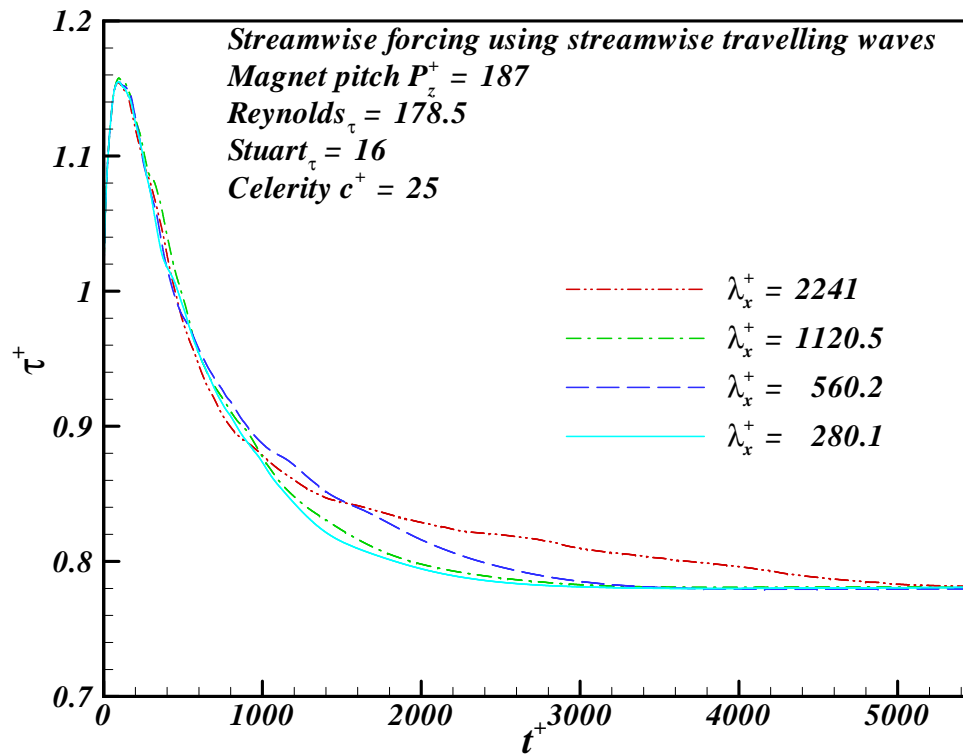


FIGURE F.4 – Influence de la longueur d'onde

La figure F.3 illustre l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal dans le cas où la longueur d'onde vaut la demi longueur du canal ($\lambda_x = 1120.5$), le nombre de $Reynolds_\tau = 178.5$ et l'intensité du forçage est telle que $Stuart_\tau = 16$. Plusieurs célérités de l'onde sont alors comparées. Cette figure met en évidence le fait que la célérité de l'onde n'a que très peu d'influence sur l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. En effet, les niveaux de contraintes atteints au début et après la phase transitoire sont quasiment identiques. On note toutefois une légère différence dans le cas où $c_x^+ = 25$ en constatant que le niveau de contrainte finale est atteint un petit peu plus rapidement. Si l'on considère que la vitesse U du cas de Shen *et al.* (2003) correspond à la vitesse au centre du profil turbulent, nous obtenons d'après la figure 3.1 que $U^+ = 1.16U_{deb}/U_\tau = 1.16Re_{deb}/Re_\tau = 1.16 \times 2800/178.5$, soit $U^+ = 18.2$. La célérité optimale de l'onde serait alors de l'ordre de 21.8. Serait-ce une coïncidence? La question reste ouverte, mais il semble plus probable que les fluctuations liées à la turbulence soit à l'origine de ces écarts transitoires.

La figure F.4 illustre l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal dans le cas où la célérité de l'onde vaut $c_x^+ = 25$, le nombre de $Reynolds_\tau = 178.5$ et l'intensité du forçage est telle que $Stuart_\tau = 16$. Plusieurs longueurs d'ondes sont alors comparées. Cette figure met en évidence le fait que la longueur d'onde n'a que très peu d'influence sur l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal. Dans tous les cas, l'évolution initiale et la valeur finale de la contrainte sont identiques ($\tau^+ = 0.78$ à l'instant $t^+ \approx 5000$). On note toutefois que cette valeur finale de la contrainte moyenne de cisaillement pariétal est atteinte la plus rapidement dans le cas où la longueur d'onde est la plus petite $\lambda_x^+ = 280.1$ et plus lentement dans le cas où la longueur d'onde est la plus grande $\lambda_x^+ = 2241$. Cependant, l'étude de cas intermédiaires $\lambda_x^+ = 560.2$ et $\lambda_x^+ = 1120.5$ ne suit pas cette logique et invalide toute conclusion hâtive.

F.5 Conclusion

Les résultats présentés permettent de conclure que l'écoulement ne ressent principalement que l'action moyenne du forçage dans le domaine des paramètres explorés. On en conclue aussi que le taux final de réduction de contrainte moyenne de cisaillement pariétal met plus de temps à se mettre en place lorsque la surface occupée par les actionneurs est plus faible (pour une force électromagnétique moyenne identique).

Bibliographie

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A. 1972, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9th printing. New York: Dover.
- Acarlar, M. S. & Smith, C. R. 1987, A study of hairpin vortices in a laminar boundary layer Part 1 : hairpin vortices generated by a hemisphere protuberance. *Journal of Fluid Mechanics*, 175, 1–41.
- Adrian, R. J. & Balachandar, S. 1998, Vortex packet and the structure of wall turbulence. Dans *Proc. of the International Symposium on Seawater Drag Reduction*, pp. 33–38, Newport, Rhode Island, USA.
- Adrian, R. J., Meinhart, C. D., & Tomkins, C. D. 2000, Vortex organization in the outer region of the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 442, 1–54.
- Akhavan, R., Jung, W. J., & Mangiavacchi, N. 1993, Turbulence control in wall-bounded flows by spanwise oscillations. Dans Nieuwstadt, F. T. M., editor, *Applied Scientific Research of Advances in Turbulence IV*, volume 51, pp. 299–303. Kluwer, New York.
- Akoun, G. & Yonnet, J.-P. 1984, 3D analytical calculation of the forces exerted between two cuboidal magnets. *IEEE Transactions on Magnetics*, Mag 20(5), 1962–1964.
- Bandyopadhyay, P. November 1980, Large structure with a characteristic upstream interface in turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 23(11), 2326–2327.
- Bandyopadhyay, P. R. 1998, Drag reduction experiments on a small axisymmetric body in saltwater using electromagnetic microtiles. Dans *Proc. of the International Symposium on Seawater Drag Reduction*, pp. 457–461, Newport.
- Berger, T. W., Kim, J., Lee, C., & Lim, J. 2000, Turbulent boundary layer control utilizing the Lorentz force. *Physics of Fluids*, 12(3), 631–649.
- Bewley, T. 2001, Flow control: New challenges for a new renaissance. *Progress in Aerospace Science*, 21(37).
- Boissonneau, P. 1997, *Propulsion MHD en eau de mer: étude des couplages hydrodynamique - électrochimie - électromagnétisme*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- Boissonneau, P. & Thibault, J.-P. 1999, Experimental analysis of couplings between electrolysis and hydrodynamics in the context of MHD in seawater. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 32, 2387–2398.
- Bouillon, F. 2004, *Simulations numériques directes du contrôle électromagnétique: Étude de l'impact d'un forçage électromagnétique sur un écoulement turbulent en canal plan*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.

- Breuer, K. S., Haritonidis, J. H., & Landahl, M. T. 1989, The control of localized disturbances in a boundary layer through active wall motion. *Physics of Fluids A*, 1(3), 574–582.
- Breuer, K. S., Park, J., & Henoch, C. 2004, Actuation and control of a turbulent channel flow using Lorentz forces. *Physics of Fluids*, 16(4), 897–907.
- Carlson, B. C. 1977, Elliptic integrals of the first kind. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 8, 231–242.
- Chassaing, P. 2000, *Turbulence en mécanique des fluides - Analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur*. Cépaduès.
- Choi, H., Moin, P., & Kim, J. 1993, Direct numerical simulation of turbulent flow over riblets. *Journal of Fluid Mechanics*, 255, 503–539.
- Choi, H., Moin, P., & Kim, J. 1994, Active turbulence control for drag reduction in wall-bounded flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 262, 75–110.
- Choi, K.-S. & Balachandar, S. 1997, Turbulent boundary layer control by means of spanwise wall oscillation. Dans *28th AIAA Fluid Dynamics Conference*, pp. 97–1795, Snowmass CO.
- Coleman, G. N., Kim, J., & Le, A. 1996, A numerical study of three-dimensional wall-bounded flows. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 19, 333.
- Convert, D. 1992, *Propulsion MHD en eau de mer*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- Corke, T. & Matlis, E. 2000, Plasma phased arrays for unsteady flow control. *AIAA Pap.*, pp. 2000–2323.
- Courant, R., Friedrichs, K., & Lewy, H. 1928, Über die partiellen differenzgleichungen der mathematischen physik. *Mathematische Annalen*, 100(1), 32–74.
- Courant, R., Friedrichs, K., & Lewy, H. March 1967, On the partial difference equations of mathematical physics, english translation of the 1928 german original. *IBM Journal*, pp. 215–234.
- Crawford, C. H. & Karniadakis, G. E. 1997, Reynolds stress analysis of EMHD-controlled wall turbulence. Part I. Streamwise forcing. *Physics of Fluids*, 9(3), 788–806.
- Du, Y., Symeonidis, V., & Karniadakis, G. E. 2002, Drag reduction in wall-bounded turbulence via a transverse travelling wave. *Journal of Fluid Mechanics*, 457, 1–34.
- Gailitis, A. K. & Lielausis, O. A. 1961, On the possibility of drag reduction on a flat plate in an electrolyte. *Applied Magnetohydrodynamics. Reports of the Physics Institute*, 12, 143–146.
- Glezer, A. & Amitay, M. 2002, Synthetic jets. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 34, 503.
- Harlow, F. H. & Welch, J. 1965, Numerical calculation of time-dependant viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Physics of Fluids*, 8(12), 2182–2189.
- Henderson, F. M. 1960, *Elliptic functions with complex arguments*. The University of Michigan Press.

- Henoch, C. & Stace, J. 1995, Experimental investigation of a salt water turbulent boundary layer modified by an applied stream wise magnetohydrodynamic body force. *Physics of Fluids*, 7(6), 1371–1383.
- Hinze, J. 1975, *Turbulence*. McGraw-Hill, New York.
- Hunt, J. C. R., Wray, A. A., & Moin, P. 1988, Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. Report ctr-s88, Center for Turbulence Research.
- Jeong, J. & Hussain, F. 1995, On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 285, 69–94.
- Jiang, M., Machiraju, R., & Thompson, D. S. 2004, Detection and visualization of vortices. Dans Johnson, C. R. & Hansen, C. D., editors, *Visualization Handbook*, pp. 287–301. Academic Press.
- Jimenez, J. & Moin, P. 1991, The minimal flow unit in near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 225, 213–240.
- Jimenez, J. & Moin, P. 1999, The autonomous cycle of near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 389, 335–259.
- Jung, W., Mangiavacchi, N., & Akhavan, R. 1992, Suppression of turbulence in wall-bounded flows by high frequency oscillations. *Phys. Fluids A*, p. 1605.
- Kim, J. & Moin, P. 1985, Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 59, 308–323.
- Kim, J., Moin, P., & Moser, R. 1987, Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 177, 133–166.
- Kral, L. D. 2004, Active flow control technology. Technical brief, ASME Fluids Engineering Division.
- Kubicki, V. 2009, *Amélioration des performances dans les échangeurs thermiques bidimensionnels*. Thèse de doctorat, Mines de Douai, Douai, France.
- Laadhari, F., Skandaji, L., & Morel, R. 1994, Turbulence reduction in a boundary layer by a local spanwise oscillating surface. *Physics of Fluids*, 6(10), 3218–3220.
- Lamballais, E., Friedrich, R., Geurts, B. J., & Métais, O. September 12-14 2005, *Direct and Large Eddy Simulation VI : Proceedings of the Sixth International Ercoftac Workshop on Direct and Large-Eddy Simulation, Held at the University of Poitiers*. Direct and Large-Eddy Simulation VI.
- Landau, L. & Lifchitz, E. 1969, *Électrodynamique des milieux continus*. Moscou, editions MIR.
- Liepmann, H. W. & Nosenchuck, D. M. 1982, Active control of laminar turbulent transition. *J. Fluid Mech.*, 10(118), 201.
- Lindquist, C. 2005, *Contrôle électromagnétique d'écoulements - Étude expérimentale et numérique sur le forçage d'écoulement initialement au repos et d'écoulement en tunnel hydrodynamique*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.

- Lindquist, C., Rossi, L., & Thibault, J.-P. 2003, étude expérimentale sur le contrôle électromagnétique de structures en épingle à cheveux dans une couche limite. Dans *Annales du 16ème Congrès Français de Mécanique*, Nice.
- Meinhart, C. D. & Adrian, R. J. 1995, On the existence of uniform momentum zones in a turbulent boundary layer. *Physics of Fluids*, 7(4), 694–696.
- Meng, J. C. S. 1998, Engineering insight of near-wall microturbulence for drag reduction and derivation of a design map for seawater electromagnetic turbulent control. Dans *Proc. of the International Symposium on Seawater Drag Reduction*, pp. 389–393, Newport.
- Moon, P. & Spencer, D. E. 1988, *Field Theory Handbook, Including Coordinate Systems, Differential Equations, and Their Solutions*, 2nd ed. New York: Springer-Verlag.
- Moreau, R. 1990, *Magnetohydrodynamics*. Kluwer Academic Publishers.
- Nacereddine, R. 2007, *Intéraction de perturbations localisées dans un écoulement pariétal: nouveau mécanisme de transition by-pass*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- Nosenchuck, D. M. 1996, Boundary layer control using the Lorentz force. Dans *Proc. of the ASME Fluids Engineering Meeting*, pp. 1050–1061, San Diego.
- Nosenchuck, D. M., Brown, G. L., Culver, H. C., Eng, T. I., & Huang, I. S. 1995, Spatial and temporal characteristics of boundary layers controlled with the Lorentz force. Dans *12th Australasian Fluid Mechanics Conference*.
- Nosenchuck, D. N. & Brown, G. L. 1993, The direct control of wall shear stress in a turbulent boundary layer. Dans *Proc. of the Int. Conf. on Near Wall Turbulent Flows*, pp. 689–698. Elsevier.
- Orlandi, P. 2000, *Fluid Flow Phenomena : A Numerical Toolkit*. Kluwer Academic Publishers.
- O’Sullivan, P. L. & Biringen, S. 1998, Direct numerical simulations of low Reynolds number turbulent channel flow with EMHD control. *Physics of Fluids*, 10(5), 1169–1181.
- Pang, J. & Choi, K.-S. 2004, Turbulent drag reduction by lorentz force oscillation. *Physics of Fluids*, 16(5), L35–L38.
- Patel, V. C. & Head, M. R. 1968, Reversion of turbulent to laminar flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 34, 371–392.
- Post, M. L. & Corke, T. C. 2004, Separation control on high angle of attack airfoil using plasma actuators. *AIAA Journal*, 42(11), 2177–2184.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical Recipes in Fortran 77: The art of scientific computing*. Cambridge University Press.
- Robinson, S. K. 1991, Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23, 601–639.
- Rossi, L. & Thibault, J.-P. 2002, Investigation of wall normal electromagnetic actuator for seawater flow control. *Journal of Turbulence*, 5(3).

- Schoppa, W. & Hussain, F. 1998, A large scale control strategy for drag reduction in turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 10, 1049–1051.
- Seifert, A., Eliahu, S., Greenblatt, D., & Wygnanski, I. 1998, Use of piezoelectric actuators for airfoil separation control. *AIAA Journal*, 36(8), 1535–1537.
- Seifert, A. & Pack, L. G. 1999, Oscillatory excitation of unsteady compressible flows over airfoils at flight reynolds numbers. Dans *37th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, numéro 99 dans 925, Reno NV.
- Sendstad, O. & Moin, P. 1992, The near-wall mechanics of three-dimensional turbulent boundary layers. Contractor Report TF-57, Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University.
- Shen, L., Zhang, X., Yue, D. K. P., & Triantafyllou, M. S. 2003, Turbulent flow over a flexible wall undergoing a streamwise travelling wave motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 484, 197–221.
- Smith, B. L. & Glezer, A. 2002, Jet vectoring using synthetic jet actuators. *Journal of Fluid Mechanics*, 458, 1–34.
- Smith, C. R. 1984, A synthesized model of the near-wall behavior in turbulent boundary layers. Dans *8th Symposium on Turbulence*, pp. 299–325, University of Missouri-Rolla.
- Tardu, S. F. 2001, Active control of near-wall turbulence by local oscillating blowing. *Journal of Fluid Mechanics*, 439, 217–253.
- Tennekes, H. & Lumley, J. 1972, *A first course in turbulence*. MIT Press.
- Thibault, J.-P., Jegat, E., Alemany, A., & Pilaud, A. 1993, Basic studies on seawater MHD thruster. *Magnetohydrodynamics*, 29(3), 245–250.
- Thibault, J.-P. & Rossi, L. 2003, Electromagnetic flow control: characteristic numbers and flow regimes of a wall-normal actuator. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 36, 2559–2568.
- Townsend, A. A. 1958, *The turbulent boundary layer*. In *Boundary Layer Research*. H. Görtler.
- Tsinober, A. B. 1990, Viscous drag reduction in boundary layers. *Progress in Aeronautics and Astronautics AIAA Reston VA*, 123, 327–349.
- Tsinober, A. B. & Shtern, A. G. 1967, Possibility of increasing the flow stability in a boundary layer by means of crossed electric and magnetic fields. *Magnetohydrodynamics*, 3(2), 152–154.
- Weier, T. & Gerbeth, G. 2004, Control of separated flows by time periodic lorentz forces. *European Journal of Mechanics – B/Fluids*, 23(6), 835–849.
- Weier, T., Gerbeth, G., Mutschke, G., Lielausis, O., & Lammers, G. 2003, Control of flow separation using electromagnetic forces. *Flow, Turbulence and Combustion*, 71, 5–17.
- Weier, T., Gerbeth, G., Mutschke, G., Platacis, E., & Lielausis, O. 1998, Experiments on cylinder wake stabilization in an electrolyte solution by means of electromagnetic forces localized on the cylinder surface. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 16, 84–91.

- Willmarth, W. 1975, Pressure fluctuations beneath turbulent boundary layer. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 7, 13–38.
- Willmarth, W. & Lu, S. 1972, Structure of the reynolds stress near the wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 55, 65–92.
- Willmarth, W. & Tu, B. 1967, Structure of turbulence in the boundary layer near the wall. *Physics of Fluids*, 10(9), S134–S137.
- Yanenko, N. 1971, *The method of fractional steps*. Springer-Verlag, New York.
- Zhou, J., Adrian, R. J., & Balachandar, S. 1996, Autogeneration of near-wall vortical structures in channel flow. *Physics of Fluids*, 8(1), 288–290.
- Zhou, J., Adrian, R. J., Balachandar, S., & Kendall, T. M. 1999, Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 387, 353–396.

Titre : Simulation numérique directe du contrôle d'écoulements turbulents par forçage électromagnétique

Résumé : Ce mémoire de thèse porte sur le contrôle électromagnétique d'écoulement turbulent pariétal. Ce dernier a des applications navales prometteuses, comme la prévention de séparation d'écoulement et la réduction de traînée. Il porte principalement sur des simulations numériques directes de configuration de forçage dans une géométrie très académiques de canal plan. Des électrodes affleurant la paroi et des aimants placés sous la paroi composent les actionneurs électromagnétiques qui peuvent générer des forces de Lorentz. Il en résulte qu'un champ de forces volumiques locales agit directement au sein de la couche limite d'eau de mer. Une des originalités de cette étude vient du calcul des forces électromagnétiques à partir de la géométrie des électrodes et des aimants par une méthode analytique basée sur la conservation des flux magnétique et électrique. La présente étude se focalise principalement sur l'actionneur électromagnétique parallèle où les aimants et les électrodes sont parallèles entre eux. Cet actionneur, qui génère une force quasi-unidirectionnelle, peut aussi bien être aligné dans la direction transverse que longitudinale d'un écoulement turbulent en canal. L'objectif de ces travaux de recherche est la diminution de la puissance nécessaire à un contrôle actif pour réduire la traînée. Une grande diversité de simulations numériques directes a été réalisée dans le but d'obtenir une meilleure compréhension des mécanismes mis en oeuvre dans la réduction de traînée générée aussi bien par des forçages électromagnétiques transverses oscillants que longitudinaux propulsifs.

Mots-clés : contrôle d'écoulement turbulent, forçage électromagnétique, réduction de traînée, simulation numérique directe, turbulence, structure vorticitaire cohérente

Title : Direct numerical simulation of turbulent flow control by electromagnetic forcing

Abstract : This thesis deals with electromagnetic turbulent flow control and its promising naval applications like flow separation prevention and drag reduction. It is mostly an academic approach using Direct Numerical Simulations (D.N.S.) of turbulent channel flow. Electromagnetic actuators are made with "Wall flushed" electrodes and "sub-surface" magnets. They can generate local volumic Lorentz forces within a sea-water turbulent boundary layer. The originality of this study comes from the computation of electromagnetic forces taking account of the geometry of electrodes and magnets with an analytical method based on electric and magnetic fluxes conservation. The present study is mainly focused on the parallel electromagnetic actuator whose magnets and electrodes are parallel to each other. This actuator that generates a quasi-unidirectional force, is aligned in the spanwise or streamwise direction of a turbulent channel flow. The objectives of this research is the diminution of the required power of an active control to reduce the drag. Direct numerical simulations are performed in order to obtain a better understanding of the drag reduction mechanism caused by spanwise oscillating or streamwise propulsive electromagnetic forcing.

Keywords : turbulent flow control, electromagnetic forcing, drag reduction, direct numerical simulation, turbulence, coherent vortical structure



Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels
BP 53 – 38041 Grenoble Cedex 9