



**HAL**  
open science

# Approche fiabiliste et mécanique pour la prédiction de risques d'accident de poids lourds

Yamine Sellami

► **To cite this version:**

Yamine Sellami. Approche fiabiliste et mécanique pour la prédiction de risques d'accident de poids lourds. Automatique / Robotique. Université de Nantes, 2008. Français. NNT: . tel-00394330

**HAL Id: tel-00394330**

**<https://theses.hal.science/tel-00394330>**

Submitted on 24 Sep 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NANTES  
UFR SCIENCES ET TECHNIQUES

---

INSTITUT DE RECHERCHE EN COMMUNICATION ET CYBERNETIQUE DE NANTES

Année 2008

N° attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

# Approche Fiabiliste et Mécanique pour la Prédiction de Risques d'Accident de Poids Lourds

---

THÈSE DE DOCTORAT

Discipline : Sciences et Techniques

Spécialité : Automatique, Robotique et Traitement du Signal

*Présentée  
et soutenue publiquement par*

**Yamine SELLAMI**

*Le 14 novembre 2008, devant le jury ci-dessous*

Rapporteurs	Dominique MEIZEL	Professeur	<i>ENSIL, Limoges</i>
	Maurice LEMAIRE	Professeur	<i>IFMA, Clermont-Ferrand</i>
Examineurs	Louis JEZEQUEL	Professeur	<i>Ecole Centrale de Lyon</i>
	Moises ARROYO	Professeur	<i>Univ. Auton. Queretaro, Mexique</i>
	Jean-Charles CADIOU	Professeur	<i>IRCCyN, Université de Nantes</i>
	Bernard JACOB	Directeur technique délégué	<i>LCPC, Paris</i>
	Abdelhafid ELHADRI	Maître de conférence	<i>UVSQ, Versailles</i>
Invités	Hocine IMINE	Chargé de recherche	<i>LCPC, Paris</i>
	Frédéric BERNARDIN	Chargé de recherche	<i>LRPC, Clermont-Ferrand</i>

*Directeur de thèse : Jean-Charles CADIOU*

*ED : STIM*

*Thèse, version 5.6*

*Contact : [yamine.sellami@yahoo.fr](mailto:yamine.sellami@yahoo.fr)*

## ***Remerciements***

Cette thèse est le fruit de beaucoup d'efforts et de passionnantes recherches. Je souhaite qu'elle présentera quelques utilités pour ceux qui veulent avancer dans le même sens de recherche.

Ce travail s'est déroulé dans de bonnes conditions grâce à un accueil de qualité au Laboratoire central des ponts et chaussées LCPC de Paris, à l'Institut de recherche en communication et cybernétique IRCCYN de l'université de Nantes, et au Laboratoire d'ingénierie des systèmes LISV de l'université de Versailles.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à mon directeur de thèse Mr Jean-Charles Cadiou ainsi qu'à Mrs Bernard Jacob, Hocine Imine, Abdelhafid El-Hadri, Frédéric Bernardin et Christian Cremona. J'ai apprécié l'attention et l'intérêt qu'ils m'ont accordés durant mon cursus de thèse. Leurs efforts, ouverture et disponibilité ont été remarquables, créant un environnement propice à la recherche.

Je suis très reconnaissant à Messieurs L. Jézéquel, D. Meizel, M. Lemaire et M. Arroyo de m'avoir fait l'honneur de rapporter et examiner ma thèse, en apportant un regard critique et constructif sur cette thèse.

Nombreux sont ceux qui ont contribué à la mise en œuvre de la présente thèse. Merci à tous et particulièrement à mon épouse et à O. Khemoudj, S. Srairi, M. Bouteldja, A. Boubezoul, A. Koita, D. Daucher, B. Richard, M. Bry, sans oublier les services de F. Romboni et M. Mariaye.

Je tiens aussi à remercier les personnels de la bibliothèque du LCPC pour l'aide précieuse qu'ils m'ont offerte.

Je réserve enfin un remerciement très spécial à mes parents, ma femme, ma famille et mes amis pour leur soutien constant. Et merci encore à mes anciens encadrants R. Ouiguini, C. Larbes, L. Barazane et B. Kazed qui m'ont mis sur cette voie de recherche.



## ***Résumé***

### **Approche fiabiliste et mécanique pour la prédiction de risques d'accident de poids lourds**

Cette thèse propose une nouvelle approche de prédiction de risques d'accident liés aux poids lourds. Le but est d'alerter le conducteur ou le système de contrôle actif, suffisamment tôt, pour leur permettre d'anticiper et de réagir avant d'entrer en situation accidentogène. La prédiction du risque est fondée sur la prise en compte des incertitudes du système véhicule-conducteur-infrastructure. Celles-ci sont modélisées par des quantités aléatoires, conduisant à évaluer le risque par la probabilité de dépassement d'un seuil critique de sécurité. Cependant, étant donnée la complexité du système, le calcul embarqué de cette probabilité n'est pas évident, les méthodes classiques de type Monte-Carlo étant prohibitifs en temps de calcul.

Dès lors, notre contribution réside dans l'introduction d'une approche fiabiliste, initialement employée dans la sécurité des structures, dans le but de réaliser un tel calcul probabiliste en temps réel. Une grandeur, dite indice de fiabilité, est introduite pour caractériser le risque d'accident au lieu d'une évaluation déterministe.

Dans ce travail, nous traitons principalement le cas de renversement. Deux dispositifs de prédiction fiabiliste du risque sont développés : une prédiction à long terme avant l'entrée dans la zone de risque, et une prédiction à court terme menée tout au long de l'évolution dynamique du véhicule. Afin d'optimiser le temps de calcul, une modélisation empirique du risque par les machines à vecteurs supports est mise en œuvre. Le modèle empirique fournit des expressions explicites de la limite de sécurité en fonctions des incertitudes du système.

Les méthodes proposées s'appliquent aussi bien à d'autres types de véhicules qu'à d'autres types de risque d'accident.

*Mots clés* : Poids lourds, sécurité routière, renversement, théorie de la fiabilité, prédiction fiabiliste, modèle empirique, machines à vecteurs supports (SVM)

## ***Summary***

### **Reliability- and mechanical-based approach to accident risk prediction of heavy vehicles**

In this thesis, we propose a new approach to accident risk prediction of heavy goods vehicles. The aim is to warn the driver or the active control system, enough early, to allow them to anticipate and react before entering into an accident-prone situation. The risk prediction is based on the system vehicle-driver-infrastructure uncertainties. These latter are modelled by random quantities, leading to evaluate the risk by the probability of exceeding a critical safety level. However, due to the complexity of the system, the embedded computation of this probability is not obvious with the classical methods like Monte-Carlo simulations.

So, our contribution consists in introducing the reliability theory, initially used in structural safety, in order to realize such a probability calculus in real-time. A measure, known as reliability index, is introduced to characterize the accident risk instead of a determinist evaluation.

In this work, rollover risk prediction is mainly dealt with. Two methods of reliability-based prediction are developed: a long-term prediction before entering into a hazardous area, and a short-term prediction performed during the dynamical evolution of the vehicle. To more optimize the computing time, an empirical model of the risk is implemented by using support machine vectors (SVM). The obtained empirical model provides explicit functions of the safety limit according to the system uncertainties. The proposed methods could be applied as well to other kinds of vehicles as to prevent other kinds of accident risks.

*Keywords:* heavy goods vehicle, road safety, rollover, reliability theory, reliability-based prediction, empirical model, support vector machines (SVM)

## Sommaire

CHAPITRE I. INTRODUCTION GENERALE.....	1
I.1 Contexte et problématique.....	1
I.2 Objectifs et contributions .....	5
I.3 Organisation de la thèse .....	7
CHAPITRE II. ETAT DE L'ART SUR LA PREVENTION DES ACCIDENTS ET SUR LA FIABILITE .....	9
II.1 Introduction.....	9
II.2 Modélisation du poids lourd .....	9
II.3 Critères de risque d'accident.....	11
1) Critères de mise en portefeuille .....	11
2) Critères de sortie de voie .....	12
3) Critères de renversement .....	12
II.4 Systèmes de prévention déterministe.....	16
II.5 Intérêt de l'approche probabiliste dans l'évaluation du risque d'accident.....	21
II.6 Les méthodes de fiabilité .....	22
II.6.1. Définitions et domaines d'application.....	22
II.6.2. Caractérisation des incertitudes .....	23
II.6.3. Marges de sécurité.....	24
II.6.4. Calcul de la probabilité de défaillance .....	24
1) Méthodes par simulation.....	25
2) Méthodes d'approximation (méthodes directes).....	26
II.7 Conclusion .....	28
CHAPITRE III. MODELISATION DETERMINISTE .....	29
III.1 Introduction.....	29
III.2 Modélisation déterministe du poids lourd .....	29
III.2.1. Modèle de poids lourd monocorps.....	29
1) Equations de mouvement.....	30
2) Prise en compte du dévers de la route.....	32
3) Modèle d'interaction roue/chaussée .....	33
4) Modèle de suspension.....	35
III.2.2. Modèle réduit de poids lourds.....	35
III.2.3. Logiciel de simulation Prosper.....	37
III.3 Critère du risque de renversement .....	38
III.4 Validation des modèles.....	39



1) Validation du critère de risque .....	40
2) Calage des paramètres du modèle de poids lourd .....	41
3) Résultats de validation .....	42
III.5 Prise en compte de l'effet du conducteur .....	45
1) Théorie des courbes .....	46
2) Equations de Serret-Frenet.....	47
3) Algorithme de suivi de chemin .....	48
4) Validation.....	49
III.6 Conclusion.....	50
CHAPITRE IV. MODELISATION PROBABILISTE .....	51
IV.1 Introduction.....	51
IV.2 Description du modèle probabiliste .....	51
1) Prise en compte des incertitudes paramétriques.....	52
2) Prise en compte des incertitudes de modélisation.....	52
IV.3 Modèle aléatoire de l'uni .....	53
1) Estimation de la densité spectrale de puissance .....	53
2) Simulation de processus stationnaire centré à partir d'une densité spectrale.....	54
3) Exemple de simulation de l'uni.....	55
IV.4 Génération aléatoire de trajectoires .....	57
IV.5 Modélisation probabiliste des paramètres.....	58
IV.5.1. Choix des distributions .....	58
1) Représentation par des lois lognormales.....	59
2) Représentation par le principe du maximum d'entropie .....	59
IV.5.2. Résultats d'estimation des lois des paramètres.....	61
IV.6 Etude de sensibilité .....	63
IV.6.1. Influence des variations paramétriques sur le risque de renversement.....	65
IV.6.2. Etude de sensibilité par variables aléatoires .....	69
IV.7 Etude statistique du risque d'accident.....	70
IV.7.1. Etude statistique du risque .....	70
IV.7.2. Histogramme des lois du LTR et des probabilités de dépassement de seuil .....	72
1) Historique des lois du LTR .....	72
2) Historique des probabilités de dépassement de seuil .....	73
IV.7.3. Lois de l'instant de premier franchissement de seuil.....	73
IV.7.4. Lois des valeurs extrêmes du LTR .....	74
IV.7.5. Conclusion .....	76
CHAPITRE V. EVALUATION DU RISQUE PAR FIABILITE.....	77
V.1 Principe du calcul fiabiliste .....	79
V.1.1. Etapes du calcul de fiabilité .....	79
V.1.2. Les transformations isoprobabilistes.....	80
1) Transformation de Rosenblatt .....	80
2) Transformation de Nataf.....	81

V.1.3. Calcul de l'indice de fiabilité .....	82
1) Algorithme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler.....	82
2) Calcul des gradients.....	83
V.1.4. Approximation de la probabilité du risque.....	85
1) Méthode FORM.....	85
2) Méthode SORM.....	86
V.1.5. Méthode par surface de réponse.....	88
1) Etapes d'approximation par surface de réponse .....	88
2) Surface de réponse quadratique .....	89
3) Calcul des coefficients de la surface de réponse.....	89
4) Choix d'un plan d'expériences .....	90
5) Plan d'expériences proposé .....	90
V.2 Prédiction fiabiliste du risque à long terme (le long du trajet) .....	94
V.2.1. Scénario d'application.....	94
V.2.2. Evaluation du risque par fiabilité .....	95
V.2.3. Evaluation de l'indice de fiabilité pour des situations à faibles risques.....	97
V.2.4. Evaluation fiabiliste sur un scénario plus réaliste .....	98
V.2.5. Facteurs de sensibilité .....	102
V.3 Prédiction par détection fiabiliste du risque .....	104
V.3.1. Estimation des variables d'état du véhicule .....	105
V.3.2. Prédiction de l'évolution de l'indice de fiabilité.....	108
V.3.3. Résultats de simulation .....	109
V.4 Prédiction fiabiliste du risque à court terme .....	113
V.5 Conclusion .....	115
CHAPITRE VI. MODELISATION EMPIRIQUE DU RISQUE .....	117
VI.1 Introduction .....	117
VI.2 Introduction d'un modèle empirique dans l'évaluation du risque.....	117
VI.3 Principe des machines à vecteurs supports (SVM) .....	119
VI.3.1. Cas des classes linéairement séparables .....	120
VI.3.2. Cas des données non-linéairement séparables .....	123
VI.3.3. Séparation de classes par les SVM .....	124
VI.4 Modèle empirique donnant une expression de l'état limite.....	127
VI.5 Modèle empirique donnant directement une évaluation du risque.....	133
VI.6 Conclusion.....	135
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES .....	137
REFERENCES.....	143
ANNEXE A. METHODE DE TIRAGES D'IMPORTANCE .....	A.1
ANNEXE B. FILTRAGE DE KALMAN UNSCENTED.....	A.3
1) Transformation Unscented (UT).....	A.3
2) Application au filtrage .....	A.4

## Liste des figures

Figure I.1. Evolution du nombre de tués en accidents et de l'indice de circulation <sup>0</sup> routière (en France).....	2
Figure II.1. Critère de mise en portefeuille .....	11
Figure II.2. Indicateur de sortie de voie à basse vitesse [Woodrooffe, 2007].....	12
Figure II.3. Schéma d'un poids lourd sous l'effet de l'accélération latérale maximale (a) sans roulis, (b) avec roulis.....	13
Figure II.4. Amplification de l'accélération latérale de l'essieu arrière [Winkler, 2000] (avec $A_{yi}$ la valeur maximale de l'accélération latérale de l'essieu $i$ ).....	15
Figure II.5. Intervention des systèmes de prévention selon l'évolution du risque d'accident .....	19
Figure II.6. Exemple de calcul de fiabilité dans un espace à deux dimensions. ....	25
Figure II.7. Etat limite et approximation de la probabilité de défaillance .....	27
Figure III.1. Modèle de poids lourd à 4ddl.....	30
Figure III.2. Dynamiques de roulis avec la prise en compte du dévers .....	33
Figure III.3. Exemple de courbe de Pacejka : force transversale en fonction de l'angle de dérive .....	34
Figure III.4. Force transversale en fonction de l'angle de dérive et de la charge verticale.....	38
Figure III.5. Schéma de validation du modèle de poids lourd .....	40
Figure III.6. (a) LTR des essieux et LTR total exprimés en fonction des forces normales (b) Comparaison entre le LTR calculé en fonction de l'accélération latérale et le LTR exprimé en fonction des forces normales .....	40
Figure III.7. Calcul de la force transversale d'une roue .....	42
Figure III.8. Les entrées de commande : (a) braquage des roues avant, (b) régulation de la vitesse du véhicule .....	43
Figure III.9. Validation du modèle du véhicule et du critère de risque .....	43
Figure III.10. Profils de braquage et de vitesse.....	44
Figure III.11. Résultats de validation pour une conduite à vitesse variable sur une route dégradée.....	44
Figure III.12. Chaîne de prédiction du risque .....	45
Figure III.13. Courbe de référence $\mathcal{C}(\theta)$ .....	46
Figure III.14. Commande géométrique de suivi de chemin .....	49
Figure III.15. Résultats de validation dans le cas de suivi de chemin et de contrôle de vitesse (conduite à vitesse variable sur une route dégradée).....	50
Figure IV.1. Mesures de l'uni de la RN10 par un APL (en mm) .....	55
Figure IV.2. Densité spectrale de puissance (en fonction de la fréquence spatiale) de la moyenne et la différence entre les traces gauche et droite de l'uni.....	56
Figure IV.3. Une réalisation de l'uni .....	56
Figure IV.4. Données de mesure des profils de vitesse et de courbure .....	57
Figure IV.5. Quelques réalisations des profils de vitesse et de courbure .....	57

Figure IV.6. Lois de probabilité qui maximise l'entropie, lognormale et normale de la masse totale (a) rapport écart-type / moyenne faible (b) rapport écart-type / moyenne élevé .....	62
Figure IV.7. Lois de probabilité qui maximisent l'entropie, lognormale et normale de la hauteur $h$ et du coefficient de frottement $\mu$ .....	62
Figure IV.8. Test avec une vitesse contrôlée de 54 km/h et un braquage de 150° au volant. ....	63
Figure IV.9. Profil de vitesse et de commande longitudinale lorsque la vitesse de référence est 62 km/h, braquage = 150° au volant.....	64
Figure IV.10. Rapport de transfert de charge pour différentes vitesses de référence.....	64
Figure IV.11. Variation relative du LTR de l'essieu Avant (en %) en fonction des variations relatives des paramètres (en %).....	67
Figure IV.12. Variation relative du LTR de l'essieu Arrière en fonction des variations relatives des paramètres (en %).....	67
Figure IV.13. Variation relative des LTR pour des variations positives des paramètres en respectant les incertitudes données dans le tableau IV.2 .....	69
Figure IV.14. Coefficient de variation des LTR lorsque l'écart-type de chaque paramètre est 50% supérieur à celui du tableau IV.2.....	70
Figure IV.15. Profils des LTR pour 5 réalisations.....	71
Figure IV.16. Estimation (a) de la loi de probabilité des LTR (pour 2000 simulations) et (b) des probabilités de dépassement de seuils des LTR.....	72
Figure IV.17. Loi de probabilité de l'instant du premier franchissement des niveaux 0,6, 0,8 et 1.....	74
Figure IV.18. Loi des valeurs maximales des LTR.....	75
Figure IV.19. Instants de l'occurrence de renversement .....	75
Figure V.1. Schéma du système de prédiction fiabiliste du risque proposé .....	77
Figure V.2. Algorithme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler.....	84
Figure V.3. Etat limite et approximation de la probabilité de risque par FORM et SORM .....	87
Figure V.4. Approximation de l'état limite par surface de réponse (pour deux plans d'expériences successifs) .....	88
Figure V.5. Exemples de plans d'expériences.....	90
Figure V.6. Application du champ de potentiel pour la conception d'un plan d'expériences .....	93
Figure V.7. Prédiction long terme du risque.....	94
Figure V.8. Profil de l'angle de braquage .....	94
Figure V.9. Résultats du recherche du point $P^*$ par l'algorithme HLRF et simulations de Monte Carlo.....	95
Figure V.10. Estimation de la probabilité de risque de renversement par tirages d'importance. ....	96
Figure V.11. Estimation de l'indice de fiabilité et la probabilité du risque pour plusieurs seuils du LTR.....	96
Figure V.12. Estimation de la probabilité du risque par tirages d'importance ( $N = 8500$ ) .....	97
Figure V.13. Estimation de l'indice de fiabilité et la probabilité du risque pour plusieurs seuils du LTR pour une vitesse de 40 km/h.....	98
Figure V.14. Trajet de référence et profil aléatoire de vitesse.....	99
Figure V.15. Estimation de la probabilité de risque par des tirages d'importance .....	100
Figure V.16. Evaluation de l'état limite et de l'indice de fiabilité au cours des itérations.....	102
Figure V.17. Facteurs de sensibilité de l'indice de fiabilité et de la probabilité du risque dans l'espace normé .....	103
Figure V.18. Prédiction court terme du risque .....	104

Figure V.19. <i>Algorithme d'un filtre de Kalman Unscented</i> .....	107
Figure V.20. <i>Conception du modèle de suivi de l'évolution de l'indice de fiabilité par un algorithme de filtrage adaptatif</i> .....	108
Figure V.21. <i>Profil de route et de vitesse pour un scénario de mise en virage</i> .....	109
Figure V.22. <i>Filtrage UKF des variables d'état et estimation du LTR</i> .....	110
Figure V.23. <i>Evolution de l'indice de fiabilité et de la probabilité du risque durant la mise en virage</i> .....	111
Figure V.24. <i>Résultats de prédiction (de 1 et 3 secondes) du risque de renversement par fiabilité</i> .....	112
Figure V.25. <i>Prédiction fiabiliste à court terme du risque</i> .....	113
Figure V.26. <i>Résultats de l'évaluation prédictive du risque de renversement par fiabilité</i> .....	114
Figure V.27. <i>Nombre d'itérations du calcul de l'indice de fiabilité</i> .....	115
Figure VI.1. <i>Modèle empirique donnant l'expression explicite d'une fonction d'état limite</i> .....	118
Figure VI.2. <i>Modèle empirique donnant directement une évaluation fiabiliste du risque</i> .....	118
Figure VI.3. <i>Séparation linéaire de deux classes. <math>H</math> un hyperplan séparateurs quelconque, <math>H^*</math> l'hyperplan optimal, VS les vecteurs supports</i> .....	120
Figure VI.4. <i>Séparation linéaire de deux classes non-linéairement séparables. <math>H</math> un hyperplan séparateur quelconque, <math>H^*</math> l'hyperplan optimal, VS les Vecteurs Supports</i> .....	123
Figure VI.5. <i>Séparation de classes par les SVM</i> .....	125
Figure VI.6. <i>Schéma de conception et d'utilisation du modèle empirique de l'état limite</i> .....	127
Figure VI.7. <i>Algorithme de construction d'une fonction d'état limite par SVM et par plan d'expérience</i> .....	128
Figure VI.8. <i>Approximation de l'état limite par SVM (noyau polynomial d'ordre 4) pour deux variables (vitesse linéaire <math>v</math> et hauteur du centre de gravité <math>h</math>)</i> .....	130
Figure VI.9. <i>Evolution du taux de classification</i> .....	130
Figure VI.10. <i>Résultat de calcul fiabiliste en utilisant le modèle empirique de l'état limite, et simulations de Monte Carlo sur l'état limite réel</i> .....	132
Figure VI.11. <i>Estimation de la probabilité du risque par tirage d'importance</i> .....	132
Figure VI.12. <i>Schéma de conception du modèle empirique du risque</i> .....	133
Figure VI.13. <i>Résultat de conception d'un modèle empirique du risque de renversement indiquant le dépassement ou pas de l'indice de fiabilité (la hauteur <math>h</math> est une variable aléatoire)</i> .....	134
Figure VI.14. <i>Taux de classification au cours des itérations</i> .....	134
Figure VI.15. <i>Hyper surface séparatrice dans l'espace physique</i> .....	135

## **Liste des tableaux**

Tableau I.1. Répartition des accidents mortels selon le type de véhicules impliqués .....	3
Tableau III.1. Paramètres du modèle de poids lourds monocorps .....	32
Tableau IV.1. Les variables considérées dans l'étude de sensibilité .....	65
Tableau IV.2. Les incertitudes paramétriques prises en compte.....	68
Tableau V.1. Résultat comparatif des différents algorithmes développés pour l'évaluation fiabiliste du risque .....	101
Tableau V.2. Facteurs de sensibilité et élasticité par rapport aux variables normées .....	103
Tableau VI.1. Résultats du calcul fiabiliste avec le modèle empirique et l'état limite de référence .....	132

---



# Chapitre I.

## INTRODUCTION GENERALE

### I.1 *Contexte et problématique*

Dans ce travail de thèse, nous nous intéressons à la prévention des accidents de la route liés à une classe particulière de véhicules, que sont les poids lourds. Plus particulièrement, le travail rentre dans le cadre du développement d'un système de détection précoce de risque d'accident. Le but est d'alerter le conducteur ou d'activer le système de contrôle actif, suffisamment tôt, pour leur permettre d'anticiper et de réagir avant d'entrer en situation accidentogène. Afin d'améliorer la prévision du risque, l'évaluation est fondée sur la prise en compte des incertitudes sur la dynamique du véhicule, sur le comportement du conducteur et sur les paramètres de l'infrastructure. Ces incertitudes sont modélisées par des quantités aléatoires. La particularité de ce travail réside dans l'application d'une approche fiabiliste afin de réaliser un tel calcul probabiliste en temps réel.

Un accident sur la route est un évènement aléatoire qui a lieu sur le réseau routier impliquant au moins un engin roulant (véhicule, moto, ...) et qui entraîne des dommages humains, matériels ou sur l'environnement. Selon un bilan publié par l'organisation mondiale de la santé (OMS) en 2004, les accidents de la route tuent 1,2 million de personnes dans le monde chaque année et en blessent 40 fois plus. Plusieurs facteurs peuvent contribuer à la survenue d'un accident de la route. Parmi ces facteurs nous citons :

- ◆ le comportement de l'utilisateur de la route : les causes comportementales sont essentiellement le non respect du code de la route,
- ◆ l'influence de certaines substances psycho-actives (dont l'alcool) et certains médicaments sur le comportement de l'utilisateur de la route, en ralentissant les réflexes, en diminuant la vigilance, allant jusqu'à fausser le jugement,
- ◆ la fatigue, la baisse de vigilance et l'endormissement au volant,
- ◆ la vitesse qui est une des causes déclenchantes et aggravante des accidents. En effet, lorsqu'un conducteur roule plus vite, il aura moins de temps pour réagir face à un événement inattendu, il augmente le risque de perte de contrôle notamment en virage, et il allonge la distance d'arrêt,



- ◆ les infrastructures routières mal adaptées peuvent aggraver ou rendre plus probable la survenue d'accidents.

Le besoin de mesures en sécurité routière est donc apparu avec l'apparition et l'augmentation du nombre d'accidents routiers. La prévention couvre l'ensemble des mesures visant à éviter les accidents de la route, ou à atténuer leurs conséquences. Dans ce cadre, des efforts considérables ont été consacrés au cours des dernières années pour réduire le nombre d'accidents et de victimes de la route. En effet, comme l'illustre la figure I.1, on constate qu'en vingt ans, le nombre de tués est en baisse constante, malgré la croissance du trafic routier.

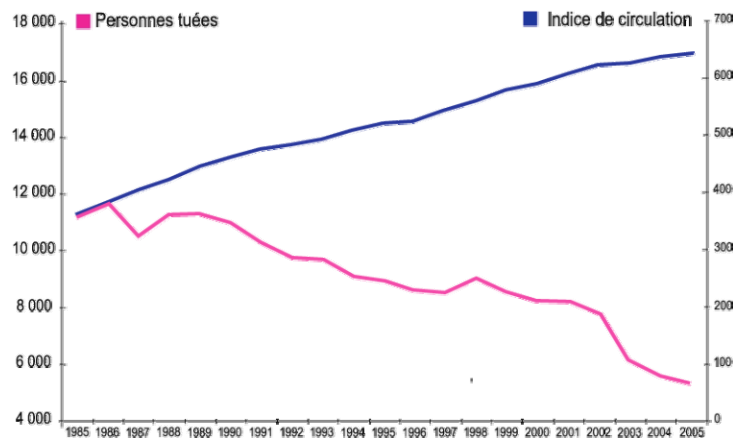


Figure I.1. Evolution du nombre de tués en accidents et de l'indice de circulation<sup>(1)</sup> routière (en France)

Les différents éléments qui ont contribué à la baisse du nombre de tués sur la route concernent d'une part le renforcement des contrôles et la sensibilisation au respect du code de la route, tels que [ONISR, 2004] :

- ◆ la formation à la conduite (depuis la création des premières auto-écoles en 1917 et l'instauration du code de la route en 1922),
- ◆ l'obligation du port de la ceinture de sécurité (en agglomération depuis 1979),
- ◆ la réglementation sur la limite du taux d'alcool dans le sang (depuis la loi de 1970 revue en 1983),
- ◆ l'établissement des lois de limitation de vitesse sur autoroute et en agglomération,
- ◆ l'installation des radars automatiques (2003).

D'autre part le développement croissant des moyens technologiques a permis d'éviter beaucoup de situations dangereuses et de diminuer les risques en cas d'accident. Les systèmes d'aide à la conduite (reposant sur des systèmes de contrôle actif et/ou de

<sup>1</sup> Indice établi à partir du nombre de véhicules passant par les points de comptage (base 100 en 1959).

génération d'alertes) ont permis un meilleur contrôle des véhicules sur la route. De surcroît, les moyens techniques toujours plus développés (comme les dispositifs d'amortissement des chocs et les airbags) ne cessent de réduire les conséquences corporelles et mortelles en cas d'accident.

L'amélioration des infrastructures (par leurs aménagements, l'exploitation des routes et la signalisation routière) aide aussi à diminuer significativement les risques d'accidents. Une route moins dégradée contribue au maintien de situations de conduites à risque plus faible.

Malgré ces efforts, le bilan annuel des victimes reste encore lourd. En France, près de 4000 tués ont été enregistrés en 2007. Il est donc indispensable de renforcer encore la sécurité routière par des améliorations tant au niveau technique que préventif.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à l'amélioration de la sécurité routière relative aux poids lourds. En effet, l'implication des poids lourds (PL) dans la sécurité routière se traduit souvent par la gravité des accidents et non par leur nombre. Soulignons que la définition du poids lourds<sup>(2)</sup> inclut les véhicules utilitaires, seuls ou avec remorques, de plus de 3,5 tonnes de poids total autorisé en charge, et les tracteurs routiers seuls ou avec remorque.

Les statistiques montrent que les accidents impliquant de tels véhicules sont plus graves que ceux des véhicules légers (VL). Le taux de mortalité est deux fois supérieur lors d'un accident mettant en jeu un poids lourd (Tableau I.1). Alors qu'ils constituent seulement 3% des véhicules en circulation, les poids lourds représentent 10% des véhicules impliqués dans des accidents mortels (13% des accidents liés aux PL sont mortels contre 6% pour les VL, et 85% des tués ne sont pas des usagers de PL).

	PL	VL
Accidents mortels	13% des accidents	6% des accidents
Accidents graves	36%	29%
% des tués (en 6 jours)	15% des usagers de PL	62% des usagers de VL

Tableau I.1. Répartition des accidents mortels selon le type de véhicules impliqués

La gravité des accidents de poids lourds est due principalement aux raisons suivantes :

- le contrôle du PL est beaucoup plus difficile que celui du véhicule léger (VL),
- la dynamique du PL est plus complexe du fait de sa structure, surtout lorsqu'il s'agit d'un PL articulé à plusieurs essieux,
- la dynamique du PL est moins stable à cause de ses caractéristiques particulières : hauteur du centre de gravité par rapport à la largeur des essieux, charge liquide induisant un phénomène de ballants pour les véhicules à citernes, présence

---

<sup>2</sup> Définition retenue dans les bilans d'accidentologie par le BAAC (Bulletin d'Analyse d'Accident Corporel)

---

d'articulation induisant un risque de mise en portefeuille lors d'un ralentissement brutal...

- à cause de son poids, le PL présente une énergie cinétique plus élevée, et donc un allongement de la distance de freinage et une augmentation du risque lors d'un éventuel choc.

Le plus souvent, les accidents ont lieu sur des routes nationales et départementales, et résultent principalement des cas de collision, de renversement et de mise en portefeuille.

Des études montrent que l'erreur humaine est à l'origine de 90% des accidents de la route. En effet, une courte inter-distance entre véhicules, un passage à une vitesse supérieure à celle admise dans un virage serré ou en sortie d'autoroute (sur des surfaces glissantes ou non) peuvent mener à des situations dangereuses. Les systèmes d'aide à la conduite s'avèrent être nécessaires pour éviter ces situations à risques.

C'est pourquoi, les exigences sur les règles de conduite constituent aussi des solutions préventives efficaces. Par exemple, pour obtenir un permis de conduire, le chauffeur de poids lourd doit connaître les risques probables de son véhicule et les bases de la conduite d'anticipation (ou conduite défensive), bien savoir équilibrer et répartir le chargement de son véhicule, savoir agir sur les freins pour éviter les situations de mise en portefeuille, contrôler la vitesse dans les conditions météorologiques difficiles pour éviter la sortie de voie, vider ou remplir entièrement les compartiments pour éviter les phénomènes de ballant, ...etc.

Par ailleurs, beaucoup de travaux de recherche ont eu lieu pour l'amélioration des aspects techniques de prévention, en particulier pour alerter ou assister le chauffeur durant la conduite. Les systèmes de contrôle comme l'ABS (Anti-Blocking System), l'EBS (Electronic Bracking System), l'ESP (Electronic Stability Program) et l'ACC (Adaptive Cruise Control) sont apparus et ont montré leur efficacité dans la prévention des accidents.

Cependant, la plupart de ces systèmes sont basés sur des approches déterministes et ne prennent pas en compte les incertitudes sur les paramètres et les variables du système poids lourd/conducteur/infrastructure. Ainsi, une marge de sécurité est introduite pour compenser la perte d'information au niveau de l'évaluation. Néanmoins, l'étendue de cette marge est généralement définie par des tests pratiques ou à partir des valeurs limites bornant les incertitudes du système. Cette manière de construire la marge n'est pas facile à déterminer, et la représentation des incertitudes par des bornes peut conduire dans certaines situations à une mauvaise évaluation du risque. D'autre part, si le comportement dynamique du poids lourd et les paramètres de l'infrastructure étaient parfaitement connus, il serait possible d'accepter une conduite en limite de sécurité. Par contre, si cette connaissance n'est pas parfaite et si l'on maintient la même conduite, le risque d'accident sera plus élevé et le conducteur devra le réduire, par exemple, en limitant sa vitesse. Ainsi, la prise en compte des incertitudes du système et une modélisation adéquate de ces incertitudes sont donc indispensables pour l'évaluation des risques d'accidents des poids lourds.

## I.2 Objectifs et contributions

Dans ce travail de thèse, nous nous intéressons à la prédiction des risques d'accidents relatifs aux poids lourds. Nous nous sommes basés sur une approche fiabiliste initialement employées dans la sécurité des structures (génie civil, avionique, conception mécanique, nucléaire, ...). Cette approche consiste à déterminer la probabilité de franchissement d'un seuil critique de sécurité. L'intérêt est de fournir une information anticipée et fiable au système d'alerte ou de contrôle actif embarqué dans le véhicule. Le principe est de fonder l'estimation du risque sur la prise en compte des incertitudes présentes dans le système poids lourd/conducteur/infrastructure et des aléas qui peuvent intervenir lors de la conduite. Les données incertaines internes au poids lourd (coordonnées du centre de gravité, masses, paramètres des suspensions, paramètres des pneumatiques, ...), du comportement du conducteur (profils de vitesse et d'angle de braquage), et de l'infrastructure (profils longitudinal et transversal de la route, dévers, adhérence, ...) sont prises en compte dans l'évaluation prédictive du risque d'accident.

En effet, les alertes basées sur les résultats de cette évaluation de risque, réduisent les sollicitations des systèmes de contrôle actif (ESP, ACC, ...) du véhicule, et aident le chauffeur à anticiper des situations critiques de manière à adapter ses réactions de façon progressive.

D'autre part, l'approche présentée peut être exploitée dans la conception et la gestion de l'infrastructure. Par exemple, déterminer la géométrie d'un itinéraire vis-à-vis d'un type de risque donné, limiter la vitesse dans un giratoire en fonction des conditions météorologiques, etc.

L'approche fiabiliste proposée passe par le calcul de la probabilité que le système poids lourds/conducteur/infrastructure dépasse un certain niveau de risque d'accident. Cette approche nécessite des données statistiques sur les variables aléatoires du modèle sous-jacent. Or, ces données ne sont pas toujours disponibles. En outre, le calcul des probabilités se complexifie quand le nombre de variables aléatoires augmente. Il est donc important de réduire le nombre de variables aléatoires à considérer. Le choix doit porter sur celles ayant les plus grandes variabilités et influence sur le risque.

Par ailleurs, le problème auquel nous nous intéressons fait intervenir la dynamique du poids lourd et ses interactions avec l'infrastructure. Le temps intervient alors de façon explicite dans des équations différentielles, qui sont de nature stochastiques, tant par leurs coefficients que par les variables et fonctions qui y figurent. On se trouve alors confronté à un problème de dynamique aléatoire, avec des processus stochastiques qui régissent l'état du poids lourd. La prédiction du risque d'accident se ramène donc à des problèmes de détection de franchissements de niveaux de tels processus.

La contribution principale de la thèse est l'application de l'approche fiabiliste sur un tel système dynamique. Afin de simplifier le problème d'introduction de l'aspect stochastique, nous proposons une approche où la dynamique du système est donnée par un modèle déterministe que l'on rend aléatoire. La démarche consiste à modéliser les paramètres les plus influents du système par des variables aléatoires. De plus, une quantité aléatoire, ne

---

faisant plus intervenir explicitement le temps, caractérise le risque sur tout l'intervalle de prédiction. En d'autres termes, nous traitons le problème en nous ramenant à des variables aléatoires en lieu et place de processus stochastiques. Les états du véhicule sont obtenus par la résolution d'équations différentielles ordinaires. Ceci permet d'utiliser les méthodes de fiabilité statique.

Il est important de préciser que, de par sa définition, le risque n'est pas fonction seulement de la probabilité de l'occurrence d'un accident (événement redouté), mais également de sa conséquence en termes de dommages humains, économiques et/ou environnementaux (gravité). Par exemple, pour une même probabilité d'accident, le risque est différent d'un type d'accident à un autre (collision ou renversement), ou d'un environnement à un autre (en agglomération ou en rase compagne). Dans cette étude, nous restreindrons le calcul du risque à l'évaluation de la probabilité de dépassement d'un seuil de sécurité (au lieu de la probabilité de l'occurrence de l'accident et d'une évaluation de sa gravité). Dans ce cas, la gravité de l'accident est prise en compte à travers le choix de ce seuil. Désormais, nous utilisons le terme 'risque' pour désigner cette probabilité.

Le type d'accident auquel nous nous intéressons dans ce travail concerne le renversement d'un poids lourd monocorps à deux essieux. Les modèles de poids lourds sont développés de manière à bien représenter la dynamique de roulis du véhicule. L'évaluation du risque de renversement est basée sur le calcul d'un indicateur nommé : rapport de transfert de charge LTR (*Load Transfer Ratio* en anglais). Ce dernier estime le rapport des forces normales agissant sur les côtés gauche et droit du véhicule. La probabilité (instantanée) du risque sera la probabilité que cet indicateur dépasse un seuil de sécurité donné.

Les scénarios étudiés correspondent à des passages dans des virages ou des giratoires dans lesquels le risque de renversement est élevé. Ce risque est évalué par le maximum du LTR sur l'intervalle de prédiction. Cette information est utilisée pour définir une surface d'état limite qui délimite le domaine de sécurité du véhicule. Les variables aléatoires d'entrée qui interviennent dans le calcul fiabiliste correspondent aux incertitudes des paramètres les plus influents sur le risque. Pour cela une étude de sensibilité est menée dans plusieurs situations de conduite afin de connaître le degré d'influence de ces paramètres. Les incertitudes et les erreurs d'estimation sont modélisées par des distributions convenables selon la nature physique des paramètres. Ainsi, la probabilité de dépassement d'un niveau de sécurité et un indice de fiabilité sont calculés par les méthodes de fiabilité de premier ordre, de second ordre et la méthode de surface de réponse.

En appliquant l'approche fiabiliste, nous concevons deux dispositifs de prédiction du risque qui fonctionnent en complémentarité. Le premier s'active avant l'arrivée dans la zone de risque, où les conditions initiales ne sont définies que par la vitesse du véhicule. La prédiction des valeurs maximales du LTR dépend dans ce cas du résultat de la résolution du modèle dynamique du poids lourd sur toute la longueur du virage. Une alerte au conducteur est donnée en cas de dépassement d'un seuil critique du LTR.

Le second dispositif fonctionne pendant l'évolution dynamique du véhicule, avec une prédiction à court terme. Dans ce cas, un indice de fiabilité est calculé à chaque instant à

travers une expression explicite du LTR. Un estimateur par filtrage de Kalman adapté aux systèmes non linéaires (Unscented Kalman Filter) est développé afin d'estimer les variables dynamiques. La probabilité instantanée du risque est ainsi calculée. Afin d'anticiper le risque, une méthode de filtrage adaptatif est utilisée pour le suivi de l'évolution de l'indice de fiabilité en fonction du temps. Puis le modèle qui en résulte est exploité pour prédire l'indice de fiabilité.

Puisque le modèle dynamique du poids lourd, les actions du conducteur et le profil de la route ne sont pas considérés dans la prédiction, les résultats ne sont valides que pour une anticipation à court terme du risque. Ce type de prédiction est alors plus approprié aux systèmes de contrôle actif qu'aux systèmes d'alertes au conducteur.

Pour une meilleure prévention du renversement, l'anticipation fiabiliste utilise le modèle dynamique du véhicule. Les équations différentielles du système entrent dans la description de la surface d'état limite. Le calcul de l'indice de fiabilité dépendra alors de la prédiction de l'état dynamique du véhicule à travers ce modèle. Cependant, une connaissance des données de l'infrastructure et du modèle de comportement du conducteur sont nécessaires. Le calcul fiabiliste est développé de façon à favoriser la mise en œuvre d'un dispositif de prévention fonctionnant en temps réel.

Afin d'optimiser le temps de calcul, nous avons opté pour une modélisation empirique du risque de renversement à partir de tests réalisés sur un modèle plus représentatif du risque. Le modèle empirique fournit, soit une forme explicite de la surface d'état limite en fonction des paramètres influents sur le risque, soit une expression de l'indice de fiabilité en fonction des paramètres des lois de distribution des variables aléatoires. Dans les deux cas, les paramètres déterministes susceptibles de varier entre deux situations de conduites différentes sont aussi considérés comme entrées du modèle.

La conception du modèle empirique fait appel aux méthodes de classification par des machines à vecteurs supports (SVM). Un plan d'expérience est développé pour réduire la base de tests et rendre récursive la conception du modèle.

Pour chacun des cas étudiés, les résultats obtenus sont comparés et validés avec des simulations de Monte Carlo et des tirages d'importance.

### I.3 **Organisation de la thèse**

Le contenu de ce mémoire de thèse est décomposé en cinq chapitres :

- **Le second chapitre**, "*Etat de l'art sur la prévention des accidents et sur la fiabilité*", décrit en premier lieu quelques travaux rencontrés dans la littérature consacrée à la modélisation de poids lourds, ainsi qu'aux méthodes de prévention des accidents liés à ce type de véhicules. Nous mentionnons ensuite les travaux sur la théorie et les méthodes de fiabilité que nous avons intégré au système préventif de renversement.
  - Dans **le troisième chapitre**, "*Modélisation déterministe*", la modélisation déterministe du comportement de poids lourd, du conducteur et de l'infrastructure, ainsi que la modélisation du risque d'accident de renversement sont présentés. Le poids lourd est de
-

type monocorps à deux essieux. Un modèle non linéaire à quatre degrés de liberté (dynamiques longitudinale, transversale, de lacet et de roulis) et un modèle linéaire à trois degrés de libertés (vitesses longitudinales constantes) ont été développés. L'évaluation du risque de renversement se base sur le calcul du rapport de transfert de charge entre les côtés gauche et droit du véhicule. Le simulateur de comportement des véhicules lourds (Prosper) est utilisé pour valider les modèles développés de poids lourds et le modèle du risque.

– **Le quatrième chapitre**, "*Modélisation probabiliste*", présente la modélisation probabiliste paramétrique du système poids lourd/conducteur/infrastructure. Les paramètres les plus influents sur le risque sont modélisés par des variables aléatoires, dont les lois dépendent de leur nature physique. Une étude de sensibilité est alors menée pour connaître l'influence de ces paramètres. Par la suite, afin de choisir l'indicateur probabiliste le mieux adapté, une étude statistique du risque de renversement de poids lourd est effectuée par des simulations de Monte Carlo. La dégradation de la route (l'uni) est modélisée par un processus stochastique stationnaire dont la densité spectrale est estimée à l'aide des données réelles.

– Après l'étude statistique du risque, nous entamons **dans le cinquième chapitre**, "*Evaluation du risque par fiabilité*", l'application de l'approche fiabiliste. Ainsi la probabilité de dépassement d'un niveau de sécurité et un indice de fiabilité sont calculés pour remplacer l'indicateur déterministe. Les scénarios considérés correspondent à des passages dans des virages, dans lesquels le risque est élevé. Pour cela nous considérons deux dispositifs d'alerte successifs, le premier s'active avant la mise en virage, où les conditions initiales ne sont définies que par la vitesse du véhicule, et le second pendant l'évolution dynamique du véhicule, où une prédiction à court terme est traitée.

– **Dans le sixième chapitre**, "*Modélisation empirique du risque*", nous avons développé un modèle empirique du risque à partir de tests réalisés sur un modèle plus représentatif du véhicule dans des situations accidentogènes. Le but est d'optimiser le temps de calcul en faisant la grande partie du traitement hors ligne. Le modèle empirique fournit, soit une fonction explicite de l'état limite en fonction des paramètres influents sur le risque, soit une expression de l'indice de fiabilité en fonction des paramètres des lois de distribution des variables aléatoires et en fonction des paramètres déterministes à grande variabilité.

– Enfin, une **conclusion générale** donne une synthèse du travail effectué et résume les principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives envisagées pour d'éventuelles améliorations ou pour une implémentation à d'autres types de défaillances et d'autres types de véhicules.

## Chapitre II.

# ÉTAT DE L'ART SUR LA PREVENTION DES ACCIDENTS ET SUR LA FIABILITE

### II.1 *Introduction*

Nous présentons dans ce chapitre quelques travaux sur la modélisation des poids lourds et quelques critères utilisés pour quantifier le risque selon le type d'accident qui peut survenir. Puis, un résumé sur les produits existants et travaux de recherche concernant la prévention des accidents relatifs aux poids lourds est présenté. Nous détaillons plus particulièrement ceux qui concernent le risque de renversement. Par la suite, nous présentons un schéma synthétique décrivant l'intervention des systèmes de sécurité selon la phase de l'évolution de l'accident afin de permettre de bien situer le niveau d'intervention de notre travail de thèse. Enfin, une synthèse sur la théorie de la fiabilité et les travaux de recherche dans ce domaine sont aussi présentés en précisant le positionnement de la thèse.

### II.2 *Modélisation du poids lourd*

La modélisation déterministe consiste à développer les expressions mathématiques permettant de décrire le mouvement du véhicule. Le modèle permet de simuler, suivre ou prédire le comportement du poids lourds en vue de l'étude de son évolution dynamique ou pour le contrôle de sa stabilité.

Un modèle global du poids lourd est rarement utilisé comme tel. De façon générale, il est simplifié pour limiter le nombre de paramètres à traiter et donc diminuer sa complexité tout en prenant soin de tenir compte des dynamiques utiles. Par exemple, pour l'étude de mouvements latéraux, la dynamique du lacet présente un intérêt et doit apparaître de manière explicite dans le modèle, par contre, les dynamiques verticales et de roulis peuvent être négligées. Pour l'étude du renversement, la dynamique de roulis est privilégiée.

Les poids lourds sont généralement classés selon leur conception géométrique : nombre d'unités (tracteur, remorques) et nombre d'essieux. Qu'ils soient monocorps ou articulés, des hypothèses simplificatrices doivent être faites sur le véhicule en concordance avec les objectifs de l'étude. Ces hypothèses ne sont pas spécifiques, elles dépendent du domaine d'utilisation du modèle, approprié à chaque type de poids lourd et à chaque situation de conduite.



Les modèles peuvent être orientés pour l'étude du comportement dynamique du véhicule, pour l'estimation des efforts d'interaction roues/chaussée, pour l'identification des paramètres tels que la hauteur du centre de gravité, ou pour d'autres aspects du contrôle actif (stabilité latérale du véhicule, ou stabilité en roulis), etc. Les travaux disponibles dans la littérature proposent de nombreuses applications se basant sur des modèles déterministes de véhicules lourds. Parmi ces modèles, citons par exemple :

Le modèle à deux roues dit modèle 'bicyclette' représente le véhicule dans le plan de la chaussée en regroupant les roues de chaque essieu. Ce modèle est couramment utilisé dans la mise en œuvre de la commande et l'observation des dynamiques latérales. On peut citer les travaux de Ramirez-Mendoza [Ramirez, 1997], [Haskara, 1998].

Le modèle Lagrangien tracteur/semi-remorque développé par Tomizuka [Tomizuka, 2004] prend en compte le roulis et le lacet du tracteur et de la remorque. L'auteur a traité deux types de modèles pour des poids lourds à plusieurs unités : un modèle complexe pour la simulation du comportement longitudinal et latéral, et un modèle plus simple pour le contrôle. Le même auteur, dans un autre article [Tomizuka 1997], a abordé la modélisation d'un poids lourd tracteur/semi-remorque à 3 essieux. La dynamique du roulis a été considérée, mais avec de faibles amplitudes servant seulement pour le contrôle de la stabilité latérale et de roulis. Ces deux modèles sont utilisés pour l'étude du renversement et également pour la commande latérale du véhicule.

Le modèle d'interaction PL/infrastructure à 12 degrés de liberté élaboré par Bouteldja [Bouteldja, 2005] tient compte de la dynamique verticale, du lacet et du roulis. Il a été conçu pour un poids lourd de type tracteur/semi-remorque à 5 essieux. Les paramètres de l'infrastructure pris en compte sont le dévers, la pente, l'uni et l'adhérence. Ce modèle a été utilisé pour l'élaboration d'un système d'alerte déterministe de risque de renversement.

Ackermann *et al.* [Ackermann, 1999] ont développé un modèle linéaire pour un poids lourd de type monocorps. Le modèle est utilisé pour stabiliser le comportement du véhicule en roulis.

Dans tous ces cas, la représentation analytique du modèle d'un poids lourd peut être exprimée par l'équation de mouvement :

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = F \quad (2.1)$$

avec  $q$  le vecteurs des variables de configuration,  $M(q)$  la matrice d'inertie généralisée,  $C(q, \dot{q})$  la matrice des forces de Coriolis et centrifuge,  $G(q)$  le vecteur des forces de gravité, et  $F$  le vecteur des forces généralisées.

Pour chaque type d'accident, le modèle choisi doit être représentatif du risque et simple (avec moins de paramètres et de degrés de liberté) dans la mesure du possible. A partir d'un tel modèle, on détermine un indicateur de risque approprié au type de défaillance et au type de prévention. La section suivante présente les critères du risque d'accident qui découlent de ces modèles, alimentent les systèmes de prévention et sont parmi les plus utilisés dans la littérature.

## II.3 Critères de risque d'accident

Plusieurs types d'accidents de poids lourds peuvent survenir sur la route. Parmi les plus fréquents nous citons le renversement, la mise en portefeuille, la sortie de voie et la collision. Tous ces accidents sont caractérisés par des critères de risque adaptés. Ces derniers, sont utilisés dans l'analyse des accidents et dans la conception des systèmes de prévention appropriés (systèmes d'alerte et de contrôle actif). Nous nous focalisons dans cette thèse sur un des critères de risque de renversement, mais les approches développées peuvent être généralisées à d'autres critères et d'autres types de défaillance. Dans cette section, nous décrivons quelques critères couramment cités dans la littérature.

### 1) Critères de mise en portefeuille

Lors de la conduite, le chauffeur peut se trouver dans une situation de perte de contrôle de son véhicule. Avec une faible adhérence des roues, et en cas d'une mauvaise distribution des forces de poussée ou en virage serré, la perte de contrôle peut conduire à une mise en portefeuille ou une sortie de voie.

Une mise en portefeuille est détectée lorsque l'angle de lacet relatif d'un véhicule articulé dépasse une valeur limite. En d'autres termes, le critère peut être traduit par une relation vectorielle, c.-à-d. par un produit scalaire entre les axes longitudinaux du tracteur et de la remorque. Dans [Fossum, 1981] [Bouteldja, 2006], le critère est exprimé par le produit scalaire du vecteur vitesse du point d'articulation et celui de l'axe longitudinal de la remorque (figure II.1). Ce produit scalaire doit être toujours positif pour rester dans le domaine de sécurité.

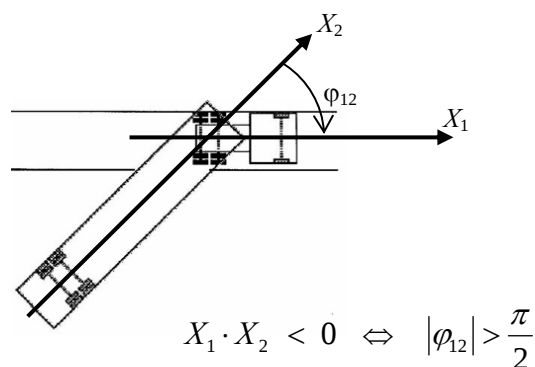


Figure II.1. Critère de mise en portefeuille

Les auteurs de [Bussières, 2001] ont d evolopp e un indicateur de mise en portefeuille dans un virage serr e. Cet indicateur évalue l'adhérence minimale  $\mu_{\min}$  entre les pneus et la chaussée. Il s'exprime par :

$$\mu_{\min} = \sum F_y / (\cos(\psi_r) \cdot \sum F_z) \quad (2.2)$$

où  $F_y$ ,  $F_z$  représentent respectivement la force latérale et la force verticale des roues motrices, et  $\psi_r$  l'angle de l'articulation entre le tracteur et la semi-remorque. Pour que la mise en portefeuille soit évitée, il est nécessaire que  $\mu_{\min} < 0.1$ .

## 2) Critères de sortie de voie

La sortie de voie dépend de l'adhérence latérale des pneus sur la chaussée, de la vitesse, de la configuration géométrique du véhicule, et de la largeur de la voie. [Haldane, 2002] [Douglas, 2003] [Woodrooffe, 2007] ont proposé un critère pour les vitesses élevées et un autre pour les basses vitesses. Le critère de sortie de voie à vitesse élevée est défini par la distance latérale entre la trace des roues directrices et celle des roues du dernier essieu. La distance est obtenue pour un passage en virage à courbure constante (400 m) et à vitesse élevée (100 km/h).

Le critère de sortie de voie à basse vitesse représente une mesure de distance lorsque le véhicule se déplace sur une voie à forte courbure (intersection par exemple). Ce critère est basé sur le calcul de la distance maximale entre la trace du point milieu de l'essieu directeur et celle du point milieu du dernier essieu (Figure II.2).

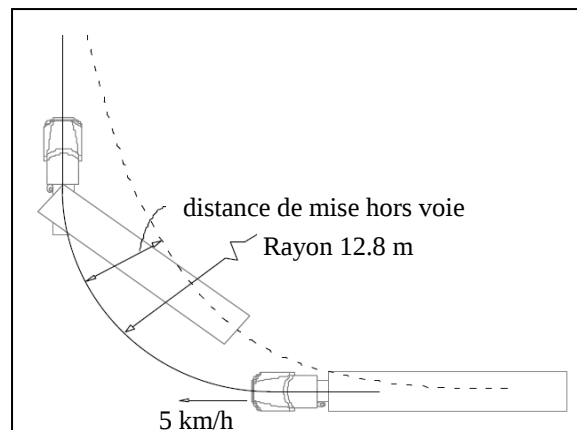


Figure II.2. *Indicateur de sortie de voie à basse vitesse* [Woodrooffe, 2007]

## 3) Critères de renversement

Les critères de renversement peuvent être regroupés en deux catégories : statique ou dynamique [John, 2002] [Haldane, 2002] [Douglas, 2003] [Bouteldja, 2005]. Nous donnons dans ce qui suit quelques critères couramment employés dans la littérature.

♦ **Seuil de renversement Statique (SRT, *Static rollover threshold*)**

Le seuil de renversement statique représente l'accélération latérale nécessaire pour produire un renversement du véhicule. La figure II.3 présente un véhicule sous l'effet de l'accélération latérale  $a_y = \alpha \cdot g$  (avec  $g$  l'accélération gravitationnelle). Pour ce modèle, le renversement survient lorsqu'une roue décolle de la surface, c.-à-d. lorsque l'intersection du vecteur d'accélération avec le sol n'appartient plus à la surface de contact du véhicule. Dans ce cas le seuil de renversement statique est calculé par [John, 2002] :

$$SRT = \alpha = \frac{T}{2H} - \phi \quad (2.3)$$

avec  $\phi$  l'angle de roulis du véhicule (en considérant l'axe de roulis sur le sol),  $T$  la largeur de la voie et  $H$  la hauteur du centre de gravité en statique par rapport au sol.

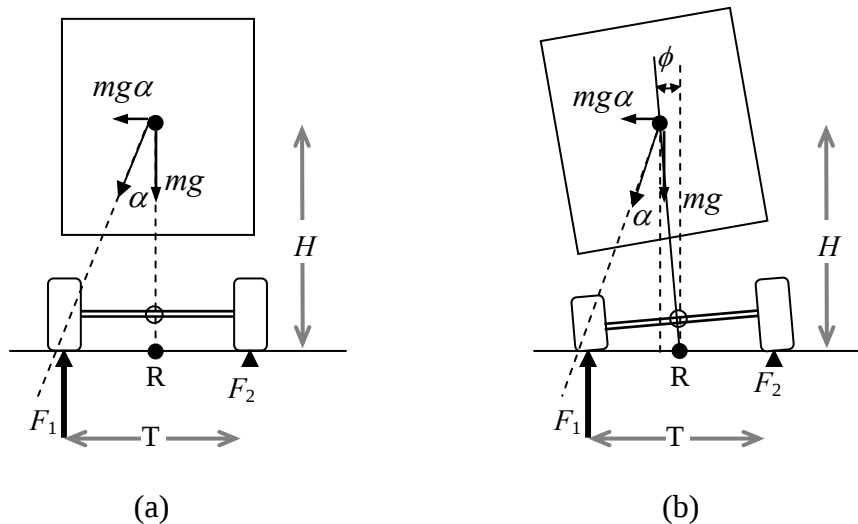


Figure II.3. Schéma d'un poids lourd sous l'effet de l'accélération latérale maximale  
(a) sans roulis, (b) avec roulis

Le terme le plus important de cette expression est  $T/2H$ , qui réfère généralement au facteur de stabilité statique. Il est associé au véhicule lui-même et ne dépend pas de sa dynamique. Ce terme représente ce que le SRT serait si le véhicule était un corps rigide sans roulis. Pratiquement, puisque les roulis des pneus, des suspensions et ceux du corps ne sont pas nuls, la valeur du SRT est inférieure à la valeur du rapport  $T/2H$ .

♦ **Rapport de transfert de charge (LTR, *Load transfer ratio*)**

Ce rapport décrit la répartition de charge entre les deux côtés d'un même essieu [Ackermann, 1999] [Kamnik, 2003] [Iagnemma, 2003] [Gaspar, 2005] [Solmaz, 2007]. Le rapport de transfert de charge relatif du véhicule est défini par la différence des charges sur les roues gauches et droites normalisée par la charge totale :

$$LTR = \frac{F_{z,R} - F_{z,L}}{F_{z,R} + F_{z,L}} \quad (2.4)$$

avec  $F_{z,R}$  et  $F_{z,L}$  la somme des forces verticales appliquées respectivement aux côtés droit et gauche du véhicule.

Il est clair que ce rapport varie entre  $-1$  et  $+1$ , et pour un véhicule parfaitement symétrique qui se déplace en ligne droite, ce facteur est nul. L'état limite de renversement est atteint lorsque les roues d'un des deux côtés décollent ( $LTR \pm 1$ ). Si la dynamique de roulis est ignorée, le LTR est approximé par :

$$LTR = \frac{2H}{T} \frac{a_y}{g} \quad (2.5)$$

où  $a_y$  est l'accélération latérale du centre de gravité, et  $g$  l'accélération gravitationnelle.

Pependant, l'estimation basée sur l'équation (2.5) n'est pas suffisante pour détecter la phase transitoire du renversement, car la dynamique de roulis est négligée [Solamz, 2007]. Si on fait l'hypothèse que le véhicule est constitué d'une masse non suspendue négligée par rapport à la masse totale  $m$ , et si le centre de roulis se trouve au niveau du sol, l'équilibre des moments autour de l'axe de roulis sera donné par :

$$-F_R \frac{T}{2} + F_L \frac{T}{2} + k\phi + c\dot{\phi} = 0$$

$k$  et  $c$  étant la raideur et le coefficient d'amortissement de suspension.

Avec la définition de transfert de charge (2.4), on obtient :

$$LTR = \frac{2}{T} \frac{c\dot{\phi} + k\phi}{mg} \quad (2.6)$$

#### ♦ **Amplification arrière (RA, Rearward Amplification)**

Lorsqu'un véhicule articulé subit un braquage rapide, l'effet du braquage sur la remorque est amplifié. Il conduit à augmenter les forces latérales (ou l'accélération latérale) de la dernière remorque. Ceci augmente la probabilité de renversement de cette remorque. Par exemple, un poids lourd, qui change de voie rapidement afin d'éviter un obstacle, aura moins de risque de se renverser s'il possède des caractéristiques d'amplification arrière plus favorable.

L'amplification arrière est définie comme le rapport de l'accélération latérale au centre de gravité de la dernière remorque sur celle du tracteur dans une manœuvre (figure II.4). Le nombre d'articulations, la longueur totale du PL, la rigidité latérale des pneumatiques et les

masses non suspendues des essieux des remorques influent sur le facteur d'amplification arrière [Woodrooffe 2007] [MacAdam, 2000] [Haldane, 2002].

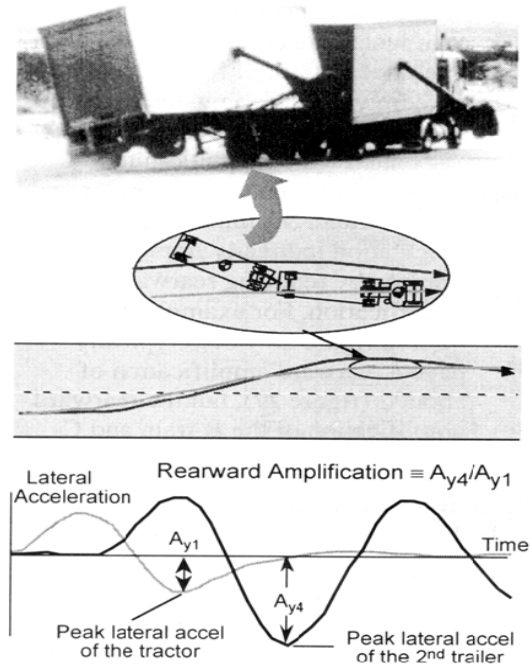


Figure II.4. Amplification de l'accélération latérale de l'essieu arrière [Winkler, 2000]  
(avec  $A_{yi}$  la valeur maximale de l'accélération latérale de l'essieu  $i$ )

#### ◆ Potentiel de renversement

Eger *et al.* [Eger, 2003] ont proposé une méthode pour modéliser le scénario de renversement. En effet, plusieurs situations peuvent survenir : cas où toutes les roues sont en contact avec le sol, cas de déplacement du véhicule sur un côté, cas de décollement de toutes les roues,... Chacune de ces situations est représentée par un modèle. Le passage entre ces différents modèles est assuré par une machine d'état en utilisant une stratégie de commutation. La séquence de renversement se produit sur deux intervalles successifs. Dans le premier intervalle, le moment de roulis du véhicule, exprimé en fonction des forces externes (latérales et normales), génère un potentiel de renversement. Dans le second intervalle le moment de renversement commence à agir et ralentit le mouvement en roulis jusqu'à ce que l'angle de roulis atteigne son maximum. Le critère de renversement est donc fonction de la somme des deux potentiels correspondants aux deux intervalles. Le renversement aura lieu lorsque cette somme est positive. L'avantage de la méthode proposée est qu'elle ne nécessite qu'un seul capteur qui mesure la vitesse angulaire de roulis du véhicule.

## II.4 **Systemes de prévention déterministe**

D'une manière générale, face aux risques d'accidents routiers, deux types de stratégies préventives peuvent être définis : la prévention active et la prévention passive. La sécurité passive mobilise des éléments incorporés dans le véhicule, comme les systèmes d'amortissement de chocs, les ceintures de sécurité, les airbags et les barres anti-encastrement pour les véhicules lourds. Ces derniers servent à prévenir ou minimiser les dégâts corporels, mais fonctionnent d'une manière passive et unique quelque soit le scénario et la gravité de l'accident [ADSP, 2002]. Un système passif s'active lorsque l'accident est imminent ou vient de survenir. La sécurité active se réfère aux systèmes de contrôle qui utilisent les informations de l'environnement externe du véhicule afin de modifier sa réponse et améliorer sa sécurité avant ou durant l'accident. Beaucoup de systèmes de sécurité intégrés dans les véhicules légers et les poids lourds sont pratiquement les mêmes. Toutefois, les systèmes destinés aux poids lourds doivent être plus robustes étant donné leur dynamique complexe.

Il existe une multiplicité de techniques contribuant à améliorer la sécurité des poids lourds. Ces différentes techniques sont basées sur le contrôle de vitesse, de braquage, de freinage ou de suspension. Dans ce qui suit, nous présentons des travaux de recherche et dispositifs dédiés à la prévention des accidents de poids lourds, en donnant plus d'intérêt aux accidents de renversement. Notons qu'un accident peut être la conséquence d'un autre. Par exemple, le renversement d'un véhicule peut survenir sur une route glissante après un dérapage ou une sortie de voie.

La régulation de vitesse sur une route nationale ou une autoroute offre plus de confort et de sécurité. Le système ACC (adaptive cruise control), régule à vitesse constante la vitesse du véhicule lorsqu'il est isolé ou se déplace sur une route à faible courbure. Il permet aussi d'éviter les collisions et d'ajuster la vitesse pour garder une distance de sécurité entre véhicules. Glaser et al. [Glaser, 2007] ont proposé une méthode d'adaptation de la vitesse lors d'un passage en virage. Un système d'alerte est conçu pour prévenir le conducteur d'un risque d'accident. Le système est constitué de trois modules pour : (i) collecter les informations sur la géométrie de la route, (ii) définir une vitesse de sécurité en fonction de sa position sur la route, de la dynamique du véhicule et des paramètres du conducteur, et (iii) assurer une régulation de la vitesse du véhicule à la vitesse de sécurité si le conducteur ne réagit pas suffisamment à l'alerte. Ce travail a été inspiré d'un projet de développement d'un système d'alerte placé dans l'infrastructure, nommé "Dynamic curve warning systems". Ce dernier consistait à afficher des messages d'alerte aux conducteurs, les avisant d'un risque de renversement [Douglas, 2003].

Par ailleurs, les systèmes qui agissent sur le freinage permettent de gérer des situations critiques, telles que l'instabilité latérale et de roulis. Le système anti-blocage (ABS, Anti-Blocking System) empêche le blocage des roues lors d'un freinage d'urgence. Ainsi, il est possible de faire des manœuvres pendant un fort freinage, et freiner d'une façon efficace même sur une surface glissante. Ce système est complété par un système anti-patinage qui

assure une répartition plus efficace de l'énergie sur les roues motrices pour avoir une meilleure motricité [RSAP, 2006]. Le contrôle actif de stabilité (ESP, Electronic Stability Program) comprend les fonctionnalités du système anti-blocage et celles du système anti-patinage. En cas d'accident imminent, il permet en principe de ramener le véhicule dans la trajectoire désirée, en agissant sur les freins lors d'un dérapage <sup>(3)</sup>.

Parmi les systèmes nouvellement développés, l'assistant de freinage prédictif aide le conducteur, en cas d'accident imminent, par la préparation du système de freinage d'urgence. Ce système crée une pression dans le circuit de freinage de façon préventive, complètement inaperçue par le conducteur, ce qui permet d'obtenir une réponse de freinage plus rapide <sup>(4)</sup>. Lors d'un freinage d'urgence ou un dérapage, un système prédictif assure la sécurité des passagers par une prétention des ceintures de sécurité et en faisant reculer les sièges des passagers à une position plus sûre.

En ce qui concerne la prévention des renversements, le contrôle anti-renversement a pour but de fournir au véhicule la capacité de résister aux moments de retournement générés en virage ou lors d'une brusque manœuvre, afin de stabiliser son roulis. Certaines stratégies de contrôle emploient des barres anti-roulis actives pour générer des moments s'opposant aux moments de retournement (suspension active) [Gaspar, 2005b], d'autres ajustent l'angle de braquage par de faibles variations pour réduire l'accélération latérale [Ackerman, 1999b], d'autres sont basées sur des mécanismes de freinage actif permettant de réduire les forces latérales de contact des roues extérieures (ESP).

Acarman *et al.* [Acarman, 2003] ont traité le problème de stabilité des poids lourds transportant du liquide et partiellement chargés. Les actions des freins et le braquage influent sur la position du centre de gravité de la charge et rendent dynamique les taux latéral et longitudinal du transfert de charge. Les variations de ces transferts de charge ont beaucoup d'influence sur le comportement global du poids lourd. Pour stabiliser le véhicule, les auteurs ont proposé une commande par mode glissant qui agit sur le freinage, et permet d'atténuer les mouvements causés par les excitations du véhicule lors d'une manœuvre à vitesse variable.

Gaspar *et al.* [Gaspar, 2005a] ont combiné la méthode d'Identification et de détection de défaut avec un contrôle utilisant des barres anti-roulis actives et un système de freinage électronique. En cas d'un bon fonctionnement, le système de freinage réagit *rapidement* lorsque le taux de transfert de charge atteint une valeur critique. En cas de défaillance des actionneurs (des barres hydrauliques actives), le système global de commande doit assurer la stabilité du véhicule en roulis par un choix judicieux (par réduction) du taux critique de transfert de charge.

Dans un autre article, Gaspar *et al.* [Gaspar, 2005b] ont proposé une structure de contrôle combiné pour diminuer le risque de renversement de poids lourds monocorps. Les barres-

---

<sup>3</sup> Source : <http://www.crash-test.org/techno/passive.htm>

<sup>4</sup> Source : <http://www.fmcsa.dot.gov/facts-research/systems-technology/product-guides/vehicle-stability.htm>

---



antiroulis actives sont combinées avec le système de freinage actif. Les barres antiroulis actives fonctionnent à tout moment pour réduire le risque de renversement. Alors que le système de freinage s'active lorsque le renversement devient imminent et une situation critique persiste. La détection des situations critiques est basée sur le calcul du rapport de transfert de charge latéral de chaque essieu. Afin de réduire les sollicitations du système de freinage, la valeur du LTR est prédite en un temps court en suivant l'évolution du LTR dans le temps. Un modèle AR (modèle autorégressif) est utilisé pour modéliser l'évolution du LTR et pour sa prédiction.

Sanchez et al. [Sanchez, 2004] ont proposé un système de contrôle anti-renversement d'un tracteur/semi-remorque. L'angle de roulis est prédit par un algorithme d'identification par réseaux de neurones (*high order recurrent neural network identifier*) en vue de le comparer à un angle critique de renversement. Une régulation de la vitesse de lacet et de la vitesse longitudinale est implémentée pour réduire l'accélération latérale et l'angle de roulis de la semi-remorque. Le contrôle est assuré en agissant sur le système de freinage.

Du point de vue de l'évaluation du risque, les auteurs dans [Kamnik, 2003] ont traité le problème d'estimation des rapports de transfert de charge d'un tracteur et de sa semi-remorque. L'estimation se base sur des capteurs déjà utilisés par les systèmes ABS et ASP. Le LTR du tracteur est calculé en fonction des glissements des roues, tandis que celui de la semi-remorque est estimé par filtrage de Kalman étendu en se basant sur le modèle du tracteur et son LTR calculé.

Dans [Chen-Peng, 1999a] [Chen-Peng, 1999b], une méthode de calcul du temps jusqu'au renversement TTR (time to rollover) pour des véhicules articulés a été proposée. Une alerte est générée au conducteur si le TTR estimé est inférieur à 3 secondes. Quatre modèles simplifiés (0, 1, 2 et 4 ddl) ont été comparés pour le choix du modèle approprié à la dynamique de roulis. Le modèle bicyclette à 4ddl incluant la suspension, les effets de contact roue-sol et l'articulation, est susceptible d'être implémenté en temps réel, mais il engendre des imprécisions sur le calcul du TTR. De ce fait, les auteurs ont proposé un système d'apprentissage par réseaux de neurones d'un TTR limité à 3 secondes ayant comme entrées les TTR calculés avec le système simplifié et les données pratiques des angles et des vitesses de roulis. Le TTR résultant est comparé avec celui d'un modèle plus complet de simulation (simulateur ArcSim).

Actuellement, les véhicules intelligents tendent à adopter plusieurs mécanismes de sécurité en parallèle dans le but d'assister à tout moment le conducteur, de prévenir les risques accidents et de minimiser les dégâts corporels et matériels en cas d'accident.

D'après l'état de l'art présenté dans ce chapitre sur la prévention des accidents, et en s'inspirant du rapport de la société Siemens VDO [IAA, 2007], nous présentons un schéma descriptif (Figure II.5) qui classe l'intervention des différents systèmes de sécurité durant les différentes phases d'occurrence d'un accident. Ce schéma peut être interprété comme suit :

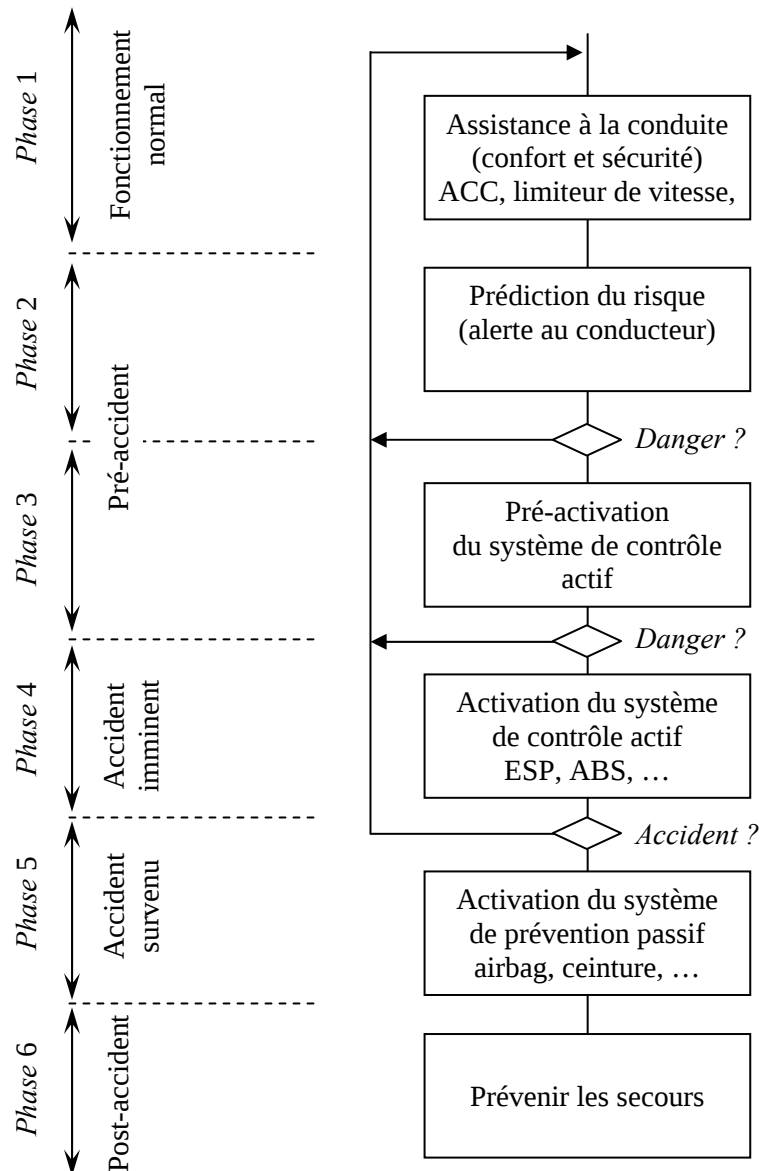


Figure II.5. Intervention des systèmes de prévention selon l'évolution du risque d'accident

*Phase 1* : Assistance en conduite normale. Dans cette phase, le système d'assistance à la conduite assure un meilleur couple confort/sécurité. Par exemple, le système d'aide à la conduite qui se base sur les données GPS, guide le conducteur à choisir l'itinéraire optimal selon des critères de temps de parcours, d'économie ou de sécurité. Le maintien d'une distance de sécurité, l'adaptation de la vitesse (ACC) et l'orientation automatique des phares en conduite dans la nuit font aussi partie des systèmes de sécurité intervenant en conduite normale.

*Phase 2.* Prédiction de risque. Cette phase comprend la prédiction des risques d'accident. Le système de sécurité doit identifier des situations à fort risque en un temps suffisamment précoce pour alerter le conducteur. L'alerte doit être générée d'une façon à ne pas influencer négativement le comportement du conducteur vis-à-vis de l'évènement.

*Phase 3.* Pré-activation de quelques systèmes de sécurité. Si la probabilité de l'occurrence d'un accident devient importante, le système de sécurité se prépare pour être prêt à faire face à cet accident. A titre d'exemple, l'assistant de freinage d'urgence prédictif s'active en accumulant une pression au niveau des freins pour aider le conducteur à réagir correctement à cette situation à risque. Les systèmes passifs, tels que les ceintures de sécurité et les airbags, se préparent à un éventuel impact. Les sièges qui peuvent être repositionnés électriquement sont aussi ajustés.

*Phase 4.* Activation du système de contrôle actif. En cas d'accident imminent, des mesures sont prises pour atténuer autant que possible l'effet de l'accident. A ce niveau, ces mesures incluent l'intervention automatique des systèmes de freinage et de braquage. Les systèmes de contrôle actifs, tel que le système de contrôle de stabilité ESP, s'activent.

*Phase 5 :* Activation du système de prévention passif. En cas d'accident, les mesures de protection passives sont prises et la sévérité de l'impact est évaluée (par des capteurs d'accélération, ...). En combinant ces informations avec les données collectées dans les phases précédentes, le système détermine la stratégie optimale pour cette circonstance.

*Phase 6 :* Prévenir les secours. Cette phase consiste à prévenir les secours en leur transmettant des informations sur la sévérité de l'accident et le positionnement du véhicule.

Ce travail de thèse concerne plus particulièrement l'évaluation prédictive du risque de renversement et intervient dans la deuxième et troisième phase de l'accident. La probabilité d'occurrence d'accident doit être fournie en un temps suffisamment précoce au système d'alerte au conducteur (phase 2) ou au système de contrôle actif (phase 3).

## II.5 Intérêt de l'approche probabiliste dans l'évaluation du risque d'accident

Les systèmes de prévention cités précédemment sont basés sur des approches déterministes. Les indicateurs déterministes qui alimentent ces systèmes ne prennent pas en compte les incertitudes sur les paramètres et les variables intervenant dans le calcul. Les incertitudes sur ces indicateurs ne sont pas modélisées ou elles sont représentées par des valeurs limites. Afin de compenser la perte d'exactitude au niveau de l'évaluation du risque, une marge de sécurité est introduite et ajoutée comme information supplémentaire au système de prévention. Dès que l'indicateur atteint cette marge, le système de contrôle ou d'alerte est activé.

De ce fait, le choix de cette marge se fait à partir d'un compromis entre la sécurité et le fonctionnement du poids lourd. En définissant une marge de sécurité plus large, on augmente sa sécurité en dépit de son fonctionnement. L'aspect sécuritaire concerne une conduite du véhicule sans risque d'accident. Par contre, l'aspect fonctionnement décrit des conditions de conduite permettant au chauffeur d'effectuer sa tâche de manière optimale (vitesse, contrainte de mobilité et consommation du carburant). Cependant, l'étendue de cette marge est généralement déterminée par des tests pratiques ou à partir des valeurs limites des incertitudes (paramétriques et de modélisation) du système tout en ayant une limite acceptable de sécurité. En outre, cette manière de construire la marge n'est pas facile à réaliser, et les bornes des incertitudes ne représentent pas une information suffisante pour une bonne évaluation du risque.

La prise en compte des incertitudes du système et une modélisation adéquate de ces incertitudes sont donc importantes pour la prévention des accidents de poids lourds, surtout lorsqu'il s'agit d'une prévention basée sur la prédiction du risque. Dans ce travail de thèse, des distributions probabilistes sont utilisées pour modéliser les incertitudes sur le comportement dynamique du poids lourds, sur les entrées du conducteur et sur les paramètres de l'infrastructure. La distribution de l'indicateur de risque est fonction des distributions des incertitudes du système. De ce fait, dans l'évaluation du risque d'accident, l'indicateur déterministe du risque est remplacé par la probabilité de dépassement d'un seuil critique de sécurité. Ce seuil est choisi en fonction de la gravité de l'accident. Etant donné la complexité du modèle du véhicule, les non linéarités intervenant dans le calcul de l'indicateur probabiliste et les formes non gaussiennes des incertitudes, les simulations de Monte Carlo sont les plus adaptées au calcul de cette probabilité contrairement aux méthodes analytiques.

Toutefois, puisque des faibles valeurs de la probabilité du risque (de l'ordre de  $10^{-6}$ ) sont à calculer, les méthodes de Monte Carlo trouvent leurs limites dans la conception des systèmes embarqués de prévention basée sur une approche probabiliste. La contrainte du temps réel ne peut être respectée avec les calculateurs actuels. Afin de contourner ce problème, nous avons utilisé les méthodes du calcul de fiabilité, initialement employées dans la sécurité des structures (nucléaire, génie civil, mécanique, ...) [Ditlevsen, 1996] [Lemaire, 2005] [Schall, 1991]. La section suivante présente le principe de l'approche fiabiliste, ses domaines d'utilisation actuels et ses outils.

## II.6 **Les méthodes de fiabilité**

### II.6.1. **Définitions et domaines d'application**

La fiabilité d'un système, que ce soit physique ou non, se mesure par la probabilité qu'il fonctionne sans défaillance, pendant une durée donnée et dans un environnement spécifié [Blanquart, 1981] [Wasserman, 2003].

La notion temporelle de fiabilité se distingue par exemple par l'augmentation ou la diminution de la probabilité de défaillance en fonction du temps.

A titre d'exemple, un logiciel se trouve en état de défaillance suite à un bug ou une faute de conception. Les corrections successives des erreurs au cours du temps font augmenter la fiabilité du logiciel, prédite généralement par des modèles dits de croissance de fiabilité (reliability growth model) [Gaudoin, 2002].

De même, la fiabilité d'un système électronique (ou d'une structure mécanique) dépend de son vieillissement et peut être obtenue par *des tests pratiques* en faisant fonctionner un nombre élevé de dispositifs et en comptant, à des instants spécifiés, ceux qui subissent un endommagement. La probabilité de défaillance se calcule donc par le rapport entre le nombre de dispositifs défectueux et le nombre total des dispositifs. D'une manière générale, si la durée de fonctionnement est élevée (ouvrages d'art) ou pour une défaillance non admissible (réacteurs nucléaires), on aura recours à des *méthodes de simulation* ou à des *tests pratiques accélérés*. Les méthodes de simulation emploient des modèles de fatigue appropriés au système (distributions de Weibull, exponentielle ...) [Erto, 2005] [Weibull, 2006]. Les tests accélérés (méthodes statistiques) reproduisent le même phénomène de défaillance sur une durée de test plus réduite et par des sollicitations (des variables accélératrices) plus accentuées [Nelson 2005]. Les tests pratiques peuvent être utilisés pour l'estimation des paramètres du modèle de fiabilité, et pour le calcul de fiabilité d'un produit dans son cycle de développement [Tebbi, 2005] [Zwingmann, 2005].

Dans les exemples cités précédemment, le paramètre de temps intervient dans le cadre d'une évolution temporelle lente. Dans le cas contraire, on se place dans la théorie des processus stochastiques. Plusieurs travaux de la littérature traitent des processus stochastiques et caractérisent la défaillance par le taux de franchissements<sup>(5)</sup> et le taux de premier franchissement d'un tel processus [Ghanem, 1991] [Rice, 1944].

En étude de fiabilité, il est nécessaire de distinguer entre le système et les composants. La première réflexion, en citant un composant, concerne l'aspect physique. Par exemple, les composants d'un véhicule peuvent être les pneus, les suspensions, des modules de commande active, ... D'un point de vue fiabiliste, les composants sont considérés comme étant des modes de défaillance du système. La défaillance est due à l'occurrence d'un évènement représenté par le composant. La défaillance d'un système est due à la

---

<sup>5</sup> Le taux de franchissement est défini par le nombre de franchissements de seuil sur un intervalle de temps.

combinaison des évènements de défaillance. Plusieurs types de combinaison sont utilisés notamment :

- ◆ combinaison série : il s'agit d'un système qui devient défaillant si au moins un événement de défaillance a lieu.
- ◆ combinaison parallèle : dans ce cas, le système est défaillant si tous les évènements de défaillance ont lieu.
- ◆ d'autres combinaisons construites à partir des combinaisons séries et parallèles.

En ce qui concerne la prévention des accidents de poids lourds, nous définissons le poids lourd comme un système. Les composants sont les différents scénarios d'accidents : le renversement, la mise en portefeuille, la sortie de route, la collision, etc. De ce fait, la représentation de ce système est une représentation en série, car il suffit d'avoir l'occurrence d'un seul évènement de défaillance, représenté ici par une situation d'accident, pour que le poids lourd soit en état de défaillance. Notons que, l'accident du poids lourd peut être le résultat de deux défaillances successives, par exemple, une sortie de voie suivie d'un renversement. Dans le cadre de cette thèse, nous utilisons l'approche pour prévenir un seul type d'accident. Le composant dans notre cas est le renversement. Une seule fonction d'état limite délimite la marge de sécurité.

### II.6.2. Caractérisation des incertitudes

On distingue deux types d'incertitudes : des incertitudes sur les données, et des incertitudes de modélisation. Les incertitudes sur les données se regroupent principalement en erreurs paramétriques, de mesure et d'estimation. Les incertitudes de modélisation résultent des hypothèses sur les phénomènes physiques, considérées pour apporter des simplifications au modèle. Une incertitude attachée à un système doit être décrite par un modèle représentatif pour être exploitée dans l'évaluation des risques. Des niveaux de représentation sont à considérer et peuvent être présentés à travers la classification suivante des travaux de la littérature sur la fiabilité :

- ◆ une représentation probabiliste, dans laquelle les densités de probabilité sont statistiquement connues. L'emploi d'un outil de fiabilité adéquat pourrait conduire à un calcul précis de la probabilité de défaillance.
  - ◆ une représentation probabiliste imprécise, dans laquelle la connaissance des lois de probabilité ne correspond pas forcément à la réalité (probabilité de défaillance imprécise). Dans la littérature, plusieurs travaux de recherche ont eu pour objet l'adaptation et l'estimation des paramètres des lois de probabilité. Nous pouvons citer par exemple les travaux de [Utkin, 2005].
  - ◆ une représentation floue, pour laquelle dans le cas d'une imprécision sur les densités de probabilité, des représentations par des ensembles flous sont utilisées. L'incertitude est alors munie d'une fonction d'appartenance, et les opérateurs flous sont employés pour donner une valeur approximative de la fiabilité (*fuzzy reliability theory*) [Reddy, 1990] [Chen, 1999] [Lei, 2005] [Nachtmann, 2003].
-

- ♦ une représentation par intervalles, pour laquelle l'incertitude est déterminée par un simple intervalle (ou par un volume dans un espace de dimension élevée) définissant les plages de variation possibles des données (*interval analysis*). Cette représentation est utile dans le cas où on n'a pas de connaissance sur la forme des incertitudes ou pour des raisons de temps de calcul [Chang, 1995]. Dans certains travaux de la littérature, les bornes des intervalles ont été considérées comme des données incertaines [Hall, 2004] ainsi que la probabilité de défaillance [Tonon, 1998] [Tonon, 2004].

Dans cette thèse, nous avons choisi de travailler uniquement sur la représentation probabiliste des incertitudes. La notion d'imprécision des lois de probabilité pourra être intégrée ultérieurement.

### II.6.3. Marges de sécurité

Afin de quantifier un risque, il est nécessaire de définir une marge de sécurité, dite fonction d'état limite. Cette dernière délimite le domaine de bon fonctionnement du poids lourd (domaine de sécurité) et constitue la frontière du domaine de défaillance. Une fonction d'état limite  $g(x)$  est construite de façon à ce que :

$g(x) = 0$  l'état limite, frontière du domaine de sécurité (ou de défaillance)

$g(x) > 0$  le système est en fonctionnement normal

$g(x) < 0$  le système est défaillant

où  $x$  est le vecteur des paramètres physiques.

L'analyse de fiabilité revient donc au calcul de la probabilité de défaillance définie par :

$$P_f = P(g(X) \leq 0) \quad (2.7)$$

où  $X$  représente le vecteur des variables aléatoires intervenant dans la description de la fonction d'état limite. Cependant, le calcul de cette probabilité se complexifie d'une manière exponentielle avec la dimension du vecteur aléatoire. On cherche donc à réduire le nombre de variables à probabiliser pour limiter le temps de calcul, en ne retenant que les variables les plus pertinentes, c.-à-d. à forte variabilité ou dont l'influence sur le résultat est la plus importante. La discrimination de ces variables est réalisée par l'analyse de sensibilité que nous allons décrire ultérieurement.

### II.6.4. Calcul de la probabilité de défaillance

En se basant sur sa définition,  $P_f = P(G(X) \leq 0)$ , la probabilité de défaillance peut être exprimée de deux manières. La première expression est déterminée par intégration sur le domaine de défaillance de la densité de probabilité conjointe du vecteur aléatoire :

$$P_f = \int_{D_f} f_X(x) dx \quad (2.8)$$

avec  $dx$  un volume élémentaire de  $\mathcal{R}^n$ ,

$D_f$  le domaine de défaillance, défini par :  $D_f = \{x \in \mathcal{R}^n \mid g(x) \leq 0\}$ ,

$f_X$  la densité de probabilité conjointe du vecteur aléatoire  $X$ .

En pratique, l'intégration multi-dimensionnelle n'est pas évidente, et engendre des erreurs de calcul d'ordre de grandeur souvent comparable à la probabilité de défaillance.

La deuxième expression dépend de la densité de probabilité de la variable aléatoire  $Y = g(X)$  correspondante à la fonction d'état limite. Elle est donnée par :

$$P_f = \int_{-\infty}^0 f_G(g(x)) ds \quad (2.9)$$

avec  $f_G$  la densité de probabilité de la variable aléatoire  $Y = g(X)$ .

Par le biais de l'équation (2.9), le problème est alors réduit à une intégrale simple, mais la difficulté reste dans la caractérisation de la variable aléatoire  $g(X)$ .

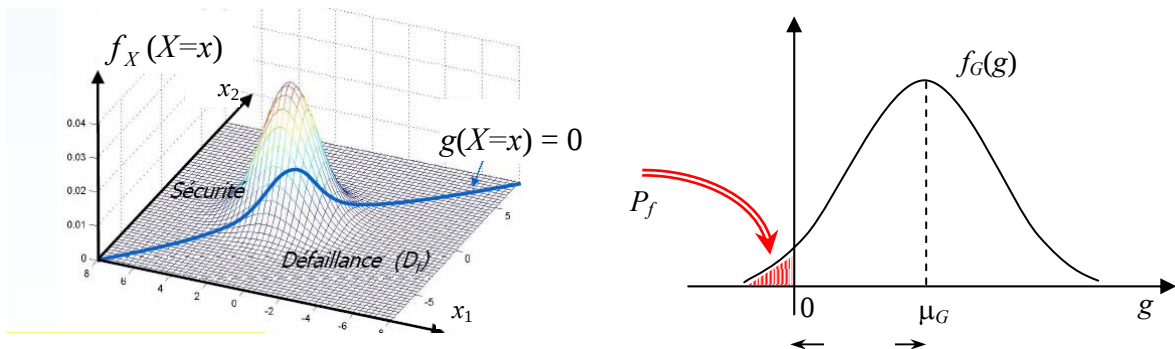


Figure II.6. Exemple de calcul de fiabilité dans un espace à deux dimensions.

Afin d'éviter l'intégration et d'apporter des précisions sur le calcul de la probabilité de défaillance, plusieurs méthodes ont été développées. Nous les classons en deux catégories, à savoir : les méthodes par simulation et les méthodes d'approximation.

### 1) Méthodes par simulation

Les méthodes par simulation permettent d'estimer la probabilité de défaillance même dans le cas de lois de probabilité complexes, de corrélations entre variables ou de fonctions d'états limites non linéaires. Cependant, ces méthodes requièrent des temps de calcul qui peuvent être prohibitifs.

Parmi ces méthodes on trouve la méthode de Monte-Carlo, la méthode Monte-Carlo Conditionnelle avec ou sans estimation du point de défaillance le plus probable [Ditlevsen,



1996]. Le principe des simulations de Monte-Carlo est de réaliser des tirages selon la loi de probabilité conjointe du vecteur aléatoire et de compter le nombre de fois où le système se trouve dans le domaine de défaillance. La probabilité de défaillance peut être exprimée par la relation :

$$P_f \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(x_i) \leq 0] \quad (2.10)$$

avec  $x_i$  la réalisation du  $i^{\text{ème}}$  tirage, et la fonction indicatrice  $I[c]$  vaut "1" si la condition  $c$  est vérifiée et "0" sinon. L'évaluation de la probabilité de défaillance est exacte si le nombre de tirages est infini.

La loi associée à cet estimateur est une loi binomiale. Sa limite lorsque  $N$  tend vers l'infini est une loi gaussienne dont le coefficient de variation (rapport écart-type/moyenne) est donné par [Lemaire, 2005] :

$$c = \sqrt{\frac{1-P_f}{N \cdot P_f}} \quad (2.11)$$

L'intervalle de confiance est obtenu par l'estimation de la moyenne à variance inconnue. Pour un intervalle de 95% :  $\tilde{P}_f (1-1,96 \cdot \tilde{c}) \leq P_f \leq \tilde{P}_f (1+1,96 \cdot \tilde{c})$ , avec  $\tilde{P}_f$  l'estimateur de  $P_f$ , et  $\tilde{c} = \sqrt{(1-\tilde{P}_f)/(N \cdot \tilde{P}_f)}$ .

Afin d'améliorer la précision et de réduire le nombre de simulations, d'autres méthodes (de Monte-Carlo conditionnées) ont été développées sur la base de la méthode classique. Parmi ces méthodes, celle des Tirages d'importance avec laquelle les simulations sont réalisées autour du point de défaillance le plus probable si ce dernier est connu (voir annexe A), et les méthodes basées sur l'exclusion ou la limitation de la zone de tirage. Ces méthodes sont aussi utilisées pour affiner les résultats obtenus par les méthodes d'approximation que nous allons détailler dans la suite.

## 2) Méthodes d'approximation (méthodes directes)

Le calcul analytique de la fiabilité est le plus souvent irréalisable du fait de la complexité du système. Les méthodes d'approximation reposent sur des approximations (linéaires, quadratiques, ...) de la fonction d'état limite, et des transformations des lois de probabilités conjointes par changements de variables, afin d'obtenir des solutions analytiques approximatives et d'éviter l'intégration numérique [Ditlevsen, 1996] [Lemaire, 2005].

Ces méthodes se basent sur deux types de simplifications qui rendent les intégrales calculables :

– La première approximation consiste à transformer l'espace physique en un espace normalisé où les variables aléatoires sont gaussiennes, indépendantes, de moyennes nulles

et de variances unités (Transformation de Rosenblatt, de Nataf, de Paloheimo, de Rackwitz-Fissler...). La surface d'état limite dans l'espace normé sera délimitée par :

$$H(u) = 0 \quad (2.12)$$

avec  $u$  une réalisation de  $U$ , et  $U$  un vecteur de  $n$  variables aléatoires gaussiennes, centrées et normées. La probabilité de défaillance est donnée par l'expression suivante :

$$P_f = P(H(U) < 0) \quad (2.13)$$

– La deuxième approximation se rapporte à la fonction d'état limite par des fonctions qui facilitent l'évaluation de la probabilité de défaillance.

La linéarisation de la fonction d'état limite conduit à remplacer l'hyper-surface d'état limite par un hyper-plan tangent au point de défaillance le plus probable. La méthode utilisant cette simplification est appelée FORM "First Order Reliability Method" [Ditlevsen, 1996] [Lemaire, 2005]. La probabilité de défaillance est alors calculée analytiquement après la transformation de l'espace physique en un espace normalisé de variables indépendantes, et la détermination du point de défaillance ayant la densité de probabilité la plus élevée, dit point de défaillance le plus probable.

Dans le cas d'une forte non-linéarité de la fonction d'état limite, d'autres approximations ont été développées dans la littérature. Nous citons par exemple, l'approximation polynomiale de second ordre (parabolique ou hyperbolique) qui est la base de la méthode SORM "Second Order Reliability Method" (Figure II.7) [Zhao, 2001]. Les outils de fiabilité utilisés dans cette étude sont plus détaillés dans le chapitre *Evaluation du risque par fiabilité* (Chapitre V. ).

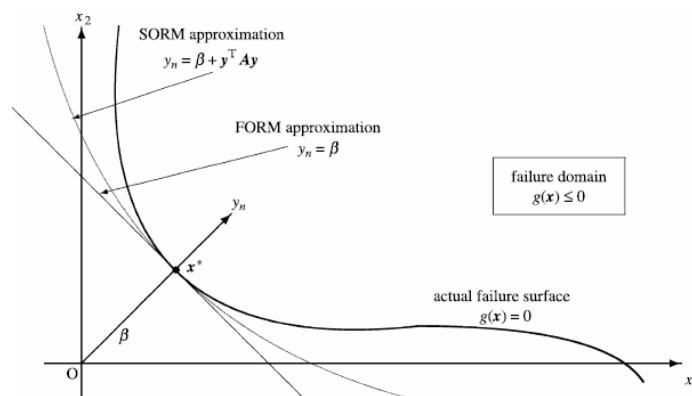


Figure II.7. Etat limite et approximation de la probabilité de défaillance dans l'espace normé

Dans la théorie de la fiabilité, une autre variable indicatrice de fiabilité, dite indice de fiabilité, est introduite parallèlement à la probabilité de défaillance. Plusieurs indices ont été

proposés dans la littérature en commençant par l'indice de Rjanitzyne en 1950 et Cornell en 1970. L'indice apparaît comme le rapport entre la moyenne et l'écart-type de la variable de marge  $G(X)$ . Cependant cet indice n'est pas invariant par modification de l'expression mathématique de la fonction  $g(x)$  pour le même état limite. Une représentation différente de l'état limite pour la même surface d'état limite peut conduire à une valeur différente de l'indice. L'indice de Hasofer et Lind (1974) présente une définition rigoureuse et complète par rapport aux indices précédents. Cette variable peut s'interpréter géométriquement par la distance minimale qui sépare, dans l'espace normé, l'état limite de l'origine, de ce fait elle est invariante dans différentes représentations d'un même état limite. Elle est définie aussi comme la distance entre l'origine de l'espace normé et  $P^*$  le point de défaillance le plus probable situé sur la surface d'état limite.

Dans cette thèse, nous utilisons l'approche fiabiliste citée dans ce chapitre pour la conception d'un système de prévention d'accident embarqué dans véhicule. Cependant, étant donné que le système conducteur/PL/infrastructure comporte des dynamiques non linéaires, dépendantes du temps et inclut des mouvements à fréquences élevées, les processus stochastiques et les équations différentielles stochastiques sont nécessaires pour décrire son comportement aléatoire. Or la résolution analytique de ce genre de systèmes n'est pas évidente avec les outils mathématiques actuels. Les simulations de Monte Carlo sont les plus adaptés à ce genre de systèmes [Bressollette, 1994] [Kloeden, 2000] [Higham, 2001]. Afin de rendre le calcul de la probabilité du risque embarquable, nous avons simplifié le problème en considérant des variables aléatoires au lieu de processus stochastiques.

## II.7 **Conclusion**

Ce chapitre comprend deux parties principales. Dans la première partie, nous avons présenté un état de l'art sur les critères de risque d'accident et les systèmes de prévention déterministes. En particulier, nous avons mis l'accent sur la prévention du risque de renversement de poids lourd.

Dans la seconde partie, nous avons décrit quelques notions fondamentales de la théorie de fiabilité : les méthodes de calculs de fiabilité, méthodes de simulation et méthodes d'approximation. Cette étude nous a permis de déduire l'intérêt et la manière d'introduire les méthodes de fiabilité dans la prévention des risques de renversement de poids lourds.

Dans le prochain chapitre, nous entamons la modélisation dynamique du système poids lourd/conducteur/infrastructure et le modèle du critère de risque de renversement. Ces derniers seront exploités dans le calcul fiabiliste.

## Chapitre III.

### MODELISATION DETERMINISTE

#### III.1 *Introduction*

Pour répondre au problème de prédiction du renversement de poids lourd, nous avons besoin d'un modèle suffisamment précis de sa dynamique et un critère représentatif du risque. Dans ce chapitre, le choix est porté sur un modèle de poids lourd rigide monocorps à deux essieux. Le modèle du système poids lourd/conducteur/infrastructure inclut le modèle dynamique du poids lourds à quatre degrés de liberté, qui peut être réduit à un modèle à trois degrés de liberté [Ackermann, 1998], un modèle de suspension, un modèle non linéaire d'interaction roue/sol et une représentation des effets du conducteur. Un profil de dévers de la route est aussi pris en compte. La validation de ce modèle est réalisée en imposant des scénarii dans lesquels le risque de renversement est élevé. Les résultats sont comparés avec ceux obtenus par le simulateur Prosper [Prosper, 2004] pour les mêmes scénarii.

#### III.2 *Modélisation déterministe du poids lourd*

##### III.2.1. *Modèle de poids lourd monocorps*

La modélisation déterministe du comportement du poids lourd est effectuée sous les hypothèses suivantes :

- Le véhicule considéré est composé de deux corps rigides. Le premier corps qui comprend les deux essieux constitue la partie non suspendue. Il est de masse  $m_1$  et son centre de gravité est noté  $G_1$ . Le second corps, de masse  $m_2$ , est la partie suspendue du véhicule incluant le châssis. Son centre de gravité est noté  $G_2$ .
- $G_1$  est supposé être positionné sur la chaussée, au dessous de  $G_2$  (Figure III.1).
- Les efforts aérodynamiques ainsi que la dynamique verticale et de roulis des essieux ne sont pas pris en compte.

Pour modéliser le comportement global du véhicule nous définissons les repères suivants : un repère fixe  $\mathfrak{R}_0(O, X_0, Y_0, Z_0)$ , un repère  $\mathfrak{R}_1(G_1, X_1, Y_1, Z_1)$  lié à la masse non suspendue et un repère  $\mathfrak{R}_2(G_2, X_2, Y_2, Z_2)$  lié à la masse suspendue.

Le mouvement relatif du repère  $\mathfrak{R}_1$  par rapport au système de coordonnées fixe  $R_0$  décrit le mouvement de translation du véhicule dans le plan horizontal et son mouvement de lacet autour de l'axe  $Z_0$ . Le mouvement de roulis de la masse non suspendue est décrit par le mouvement de  $\mathfrak{R}_2$  par rapport à  $\mathfrak{R}_1$ .

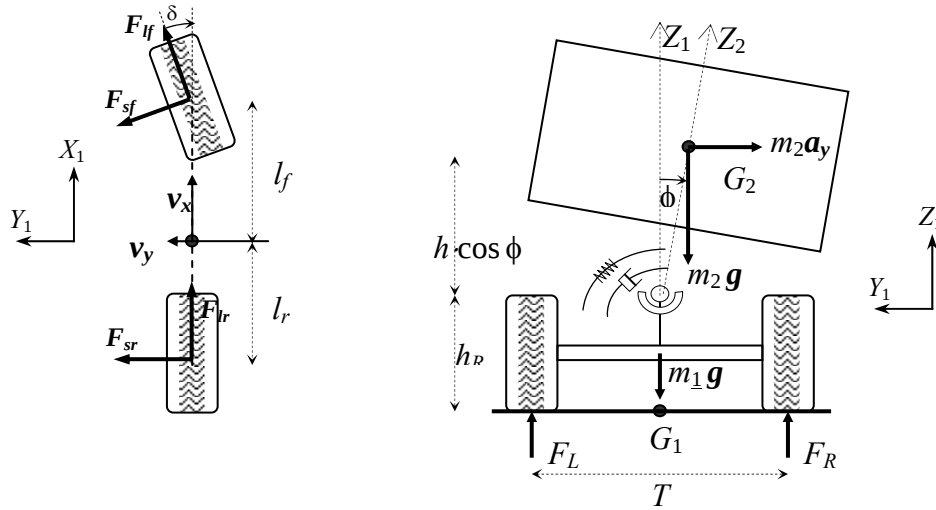


Figure III.1. Modèle de poids lourd à 4ddl

### 1) Equations de mouvement

Les mouvements du véhicule exprimés dans le repère  $\mathfrak{R}_1$  sont écrits sous la forme matricielle suivante :

$$M(q)\ddot{q} + K(q, \dot{q}) = F(q) \quad (3.1)$$

avec  $q \in \mathbb{R}^4$  le vecteur de coordonnées généralisées suivant :

$$q = \left[ \int v_x dt \quad \int v_y dt \quad \psi \quad \phi \right] \quad (3.2)$$

Les vecteurs  $\dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^4$  sont respectivement les vitesses et les accélérations correspondantes.  $v_x$  et  $v_y$  désignent les vitesses longitudinales et latérales,  $\psi$  l'angle de lacet et  $\phi$  l'angle de roulis de la caisse.

La matrice  $M(q)$  est la matrice d'inertie définie dans  $\mathbb{R}^{4 \times 4}$ . Elle est symétrique définie positive.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & hm_2 \sin(\phi) & 0 \\ 0 & m & 0 & -hm_2 \cos(\phi) \\ hm_2 \sin(\phi) & 0 & M_{33} & 0 \\ 0 & -hm_2 \cos(\phi) & 0 & J_{2x} + h^2 m_2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

avec  $M_{33} = J_{1z} + J_{2z} \cos^2(\phi) + (J_{2y} + h_r m_2) \sin^2(\phi)$

Le vecteur  $K(q, \dot{q})$  englobe les termes de Coriolis et les forces dues à la gravité, il est donné par :

$$K(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m\dot{\psi}v_y + 2hm_2\dot{\phi}\dot{\psi} \cos(\phi) \\ m\dot{\psi}v_x + hm_2(\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2) \\ \dot{\psi} \sin(\phi)(-hm_2v_y + 2(J_{2y} - J_{2z} + h^2 m_2)\dot{\phi} \cos(\phi)) \\ -\dot{\psi} \cos(\phi)(hm_2v_x + (J_{2y} - J_{2z} + h^2 m_2)\dot{\psi} \cos(\phi)) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$F(q)$  est le vecteur des forces généralisées, il est donné par :

$$F(q) = \begin{bmatrix} F_{lr} + F_{lf} \cos(\delta) - F_{sf} \sin(\delta) \\ F_{sr} + F_{lf} \sin(\delta) + F_{sf} \cos(\delta) + F_{yD} \\ l_f(F_{lf} \sin(\delta) + F_{sf} \cos(\delta)) - l_r F_{sr} + M_{yD} \\ hm_2 g \sin(\phi) - M_\phi - M_{\dot{\phi}} + M_{yD} \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

$\delta$  étant la moyenne des angles de braquage des roues avant,  $F_{lf}$ ,  $F_{lr}$  les sommes des forces longitudinales des roues avant et arrière, et  $F_{sf}$ ,  $F_{sr}$  les sommes des forces transversales des roues avant et arrière respectivement.

Les valeurs des paramètres du modèle sont données dans le tableau III.1.

<i>symbole</i>	<i>valeur</i>	<i>Description</i>
<i>Paramètres géométriques</i>		
$l_f$	1.95 m	distance longitudinale entre le centre de gravité et l'essieu avant
$l_r$	1.54 m	distance longitudinale entre le centre de gravité et l'essieu arrière
$l$	3.49 m	empattement (distance entre les deux essieux)
$T$	1.86 m	largeur d'un essieu
$h_R$	0.68 m	hauteur de l'axe de roulis par rapport au sol
$h$	1.15 m	distance entre le CG de la masse suspendue $G_2$ et l'axe de roulis
<i>Paramètres inertiels</i>		
$J_{2x}$	24201 kgm <sup>2</sup>	inertie de roulis de la masse suspendue
$J_{2y}$	30000 kgm <sup>2</sup>	inertie de tangage de la masse suspendue
$J_{2z}$	30490 kgm <sup>2</sup>	inertie de lacet de la masse suspendue
$J_{1z}$	4427 kgm <sup>2</sup>	inertie de lacet de la masse non suspendue
$m$	14 300 kg	masse totale du poids lourd
$m_2$	12 487 kg	masse suspendue
<i>Paramètres d'interaction roue sol</i>		
$c_f$	582 kN/rad	rigidité latérale des roues avant (front cornering stiffness)
$c_r$	783 kN/rad	rigidité latérale des roues arrières (rear cornering stiffness)
$\mu$	1	coefficient d'adhésion de la route
<i>Paramètres de suspension</i>		
$c$	457 kNm/rad	rigidité de suspension en roulis
$d$	100 kN/rad	coefficient d'amortissement de suspension en roulis

Tableau III.1. Paramètres du modèle de poids lourds monocorps

## 2) Prise en compte du dévers de la route

L'inclinaison transversale de la chaussée (dévers) dépend des rayons de courbures et de la vitesse de référence retenue pour la conception de la route. La valeur maximale acceptée est de faible grandeur. Selon les normes françaises [SETRA, 1994] [SETRA, 2006], elle ne doit pas dépasser 7% quelque soit la vitesse de conception. Malgré sa faible valeur, le dévers joue un rôle primordial dans la sécurité routière.

La figure III.2 représente le modèle du véhicule avec prise en compte du dévers de la route. Sur la figure,  $\phi$  et  $\alpha$  sont respectivement l'angle de roulis et de dévers.

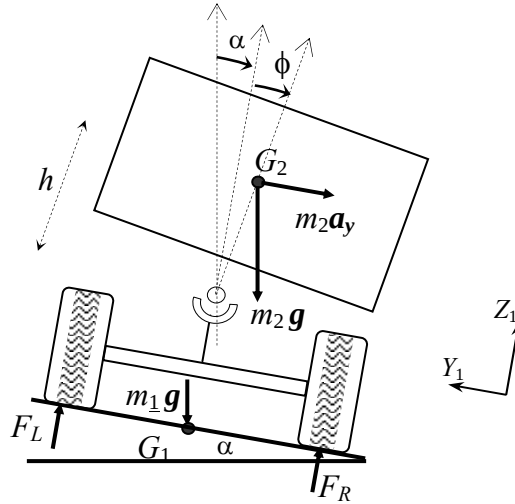


Figure III.2. Dynamiques de roulis avec la prise en compte du dévers

En présence de faibles valeurs de l'angle de dévers ( $\cos(\alpha) \approx 1$ ), le vecteur des forces généralisées de l'équation (3.5) peut être approché par :

$$F(q) = \begin{bmatrix} F_{lr} + F_{lf} \cos(\delta) - F_{sf} \sin(\delta) \\ F_{sr} + F_{lf} \sin(\delta) + F_{sf} \cos(\delta) + F_{yD} - mg \sin(\alpha) \\ l_f (F_{lf} \sin(\delta) + F_{sf} \cos(\delta)) - l_r F_{sr} + M_{yD} \\ hm_2 g \sin(\phi + \alpha) - M_\phi - M_{\dot{\phi}} + M_{yD} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

avec  $\alpha$  l'angle de dévers de la chaussée. Les autres matrices  $M(q)$  et  $K(q, \dot{q})$  s'expriment de la même façon que (3.3) et (3.4).

### 3) Modèle d'interaction roue/chaussée

Le modèle d'interaction roues/chaussée intervient dans la détermination des forces  $F_{lf}$ ,  $F_{lr}$ ,  $F_{sf}$ ,  $F_{sr}$ . Cette interaction est complexe étant donnée la diversité des revêtements, les changements des conditions de la route et les caractéristiques variées des pneumatiques. Ainsi, plusieurs travaux ont été consacrés à la modélisation de l'interaction roues/chaussée. Ces travaux couvrent aussi bien de simples modèles statiques que de modèles dynamiques à éléments finis donnant une description plus précise de la physique de l'interaction [Wong, 2001] [Stephant, 2002] [Canudas De Wit, 2002] [Swendenius, 2003]. Cependant, les modèles complexes nécessitent la connaissance de multiples paramètres, généralement variant dans le temps, comme par exemple la température, la raideur des roues, la nature du sol, ... Des modèles empiriques ont alors été développés, ne dépendant que de peu de paramètres. Ces derniers sont soit identifiés sur des bancs d'essai ou obtenus à partir des paramètres physiques. Citons par exemple le modèle empirique de Pacejka [Pacejka, 1991] [Pacejka, 1997], retenu dans ce travail.



L'effort au niveau des contacts pneu/sol est décrit par un vecteur de forces tri-axial exprimé dans le repère lié à la roue en admettant que l'origine du repère est fixée au centre de l'aire de contact. Les résultantes des forces transversales appliquées par la chaussée sur le véhicule sont fonction des forces normales sur chaque roue et des angles de dérives.

Les angles de dérive avant et arrière du véhicule sont donnés par les expressions :

$$\begin{aligned}\alpha_f &= \delta - \frac{v_y + L_f \dot{\psi}}{v} \\ \alpha_r &= -\frac{v_y - L_r \dot{\psi}}{v}\end{aligned}\quad (3.7)$$

avec  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  et  $\delta$  l'angle de braquage des roues avant.

La force transversale de chaque roue est exprimé par :

$$F_{s,i} = D \cdot \sin \left\{ C \cdot \operatorname{atan} \left[ B \cdot \alpha_i - E \cdot (B \cdot \alpha_i - \operatorname{atan}(B \cdot \alpha_i)) \right] \right\} \quad (3.8)$$

$\alpha_i$  étant l'angle de dérive de la  $i^{\text{ème}}$  roue et B, C, D, E les paramètres du modèle empirique. La figure III.3 présente un exemple d'une courbe obtenue par l'équation (3.8), pour une charge normale de 3000 daN. Les paramètres du modèle sont retrouvés à partir de l'allure de cette courbe (pente à l'origine présentant la rigidité de dérive, valeur maximale  $F_{s,max}$ , angle de dérive optimale correspondant à  $F_{s,max}$ , et un facteur de courbure) (Figure III.3).

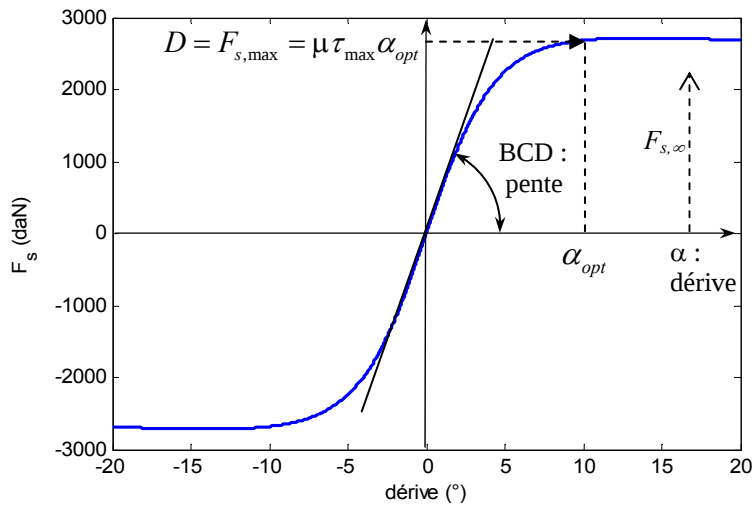


Figure III.3. Exemple de courbe de Pacejka : force transversale en fonction de l'angle de dérive

Lorsque le véhicule fonctionne dans la partie linéaire de l'interaction roues/chaussées, les résultantes des forces latérales de contact sont exprimées par :

$$\begin{aligned} F_{sf} &= F_{sf,gauche} + F_{sf,droite} = \mu c_f \alpha_f \\ F_{sr} &= F_{sr,gauche} + F_{sr,droite} = \mu c_r \alpha_r \end{aligned} \quad (3.9)$$

où  $F_{sf}$ ,  $F_{sr}$  sont respectivement les forces latérales des roues avant et arrière du véhicule. Elles représentent les sommes des forces latérales des roues gauche et droite. Les rigidités de dérive  $c_f$  et  $c_r$  sont alors les sommes des rigidités des dérives des roues gauche et droite.

#### 4) Modèle de suspension

La liaison entre la caisse et les essieux est assurée par le système de suspension. On suppose que les suspensions sont constituées de ressorts et d'amortisseurs ayant un comportement linéaire. L'axe de roulis est supposé parallèle au sol et sa dynamique verticale est négligée. Les moments de suspension en fonction de l'angle et de la vitesse de roulis sont exprimés par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} M_\phi &= c \cdot \phi \\ M_{\dot{\phi}} &= d \cdot \dot{\phi} \end{aligned} \quad (3.10)$$

où  $M_\phi$  et  $M_{\dot{\phi}}$  sont respectivement les moments équivalents de suspension dus aux ressorts et aux amortisseurs.

#### III.2.2. Modèle réduit de poids lourds

Dans le modèle de poids lourd précédent, un certain nombre d'hypothèses sont considérées : les angles de roulis sont supposés faibles et des approximations linéaires sont considérées dans la dynamique de suspension et dans l'interaction roues/chaussée. Le modèle peut être réduit de 4 à 3 ddl en imposant au véhicule une vitesse longitudinale constante sur une chaussée plane sans dévers et sans pente, ce qui correspond à  $v_x$  constant, dévers = 0 et pente = 0 dans le modèle précédent. Ce modèle a été utilisé dans les travaux d'Ackermann et Odenthal [Ackermann, 1998].

Le modèle résultant à trois degrés de liberté est présenté sous la forme :

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = S\delta \quad (2.18)$$

avec :

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & -hm_2 \\ 0 & J_z & 0 \\ -hm_2 & 0 & J_x + h^2m_2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \frac{\mu(c_f + c_r)}{v} & \frac{\mu(c_f l_f - c_r l_r) + mv^2}{v} & 0 \\ \frac{\mu(c_f l_f - c_r l_r)}{v} & \frac{\mu(c_f l_f^2 + c_r l_r^2)}{v} & 0 \\ 0 & -hm_2 v & d \end{bmatrix}$$

$$Kq = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \phi(c - m_2 gh) \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} \mu c_f \\ \mu c_f l_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

où  $q = \left[ \int v_y dt, \psi, \phi \right]$  désigne le vecteur des coordonnées généralisées (position transversale, angle de lacet, angle de roulis),  $\delta$  l'angle de braquage, et  $v$  la vitesse du véhicule. La vitesse longitudinale  $v_x$  est constante.

L'accélération transversale de la masse non suspendue est exprimée par :

$$a_{y,1} = v_y + v \cdot \dot{\psi} \quad (3.11)$$

L'accélération latérale de la masse suspendue comprend en plus un terme d'accélération par rapport à la masse non suspendue :

$$a_{y,2} = v_y + v \cdot \dot{\psi} - h \cdot \ddot{\phi} = a_{y,1} - h \cdot \ddot{\phi}$$

Par substitution, le vecteur d'accélération peut être écrit sous une forme linéaire par rapport aux variables dynamiques :

$$a_{y,2} = \begin{bmatrix} \frac{(c - m_2 gh)hm_1}{\det} & \frac{(c_f + c_r)\mu J_x}{v \cdot \det} & \frac{2v^2 \det + J_x \mu(c_f l_f - c_r l_r)}{v \cdot \det} & \frac{-hdm_1}{\det} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ v_y \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\text{avec } \det = mJ_x + mh^2m_2 - h^2m_2^2$$

### III.2.3. Logiciel de simulation Prosper

Prosper est un logiciel de simulation du comportement dynamique des véhicules composés de 2 jusqu'à 10 essieux, avec ou sans remorques conçu par la société Sera-CD [Prosper, 2004]. L'intérêt d'utiliser un tel simulateur est de reproduire des scénarii réalistes des situations de conduite à risque, tout en prenant en compte le modèle d'interaction avec l'infrastructure, les actions aérodynamiques, la configuration du moteur et les réactions du conducteur au niveau du volant et de l'accélérateur. Ce simulateur est principalement utilisé pour la conception et l'étude du comportement des véhicules ainsi que pour la simulation de scénarii de conduite accidentogène tels que le renversement ou la mise en portefeuille. Il a été validé expérimentalement avec des poids lourds instrumentés [Schaefer, 1997], [Lechner, 1997], [Dolcemascolo, 2002], [Schaefer, 2003], [Delanne, 2003].

Le véhicule peut évoluer sur des sols allant d'un simple sol plan (sol lisse sans irrégularités) jusqu'aux sols à représentation tridimensionnelle où le profil de route, le dévers, la pente sont considérés. L'interaction roues/chaussée est modélisée par le modèle de Pacejka. Les suspensions peuvent adopter différentes géométries (essieux rigides, roues indépendantes, ...). La commande peut s'effectuer en boucle ouverte (commande conducteur au volant et à l'accélérateur) ou en boucle fermée (commande de vitesse par cruise control et/ou poursuite de chemin). La propulsion peut être thermique ou électrique avec plusieurs schémas de transmission.

Prosper permet de fournir les variables dynamiques du véhicule tels que les variables liées aux mouvements de translation et de rotation de la caisse et des essieux (vitesses, accélérations, débattements des roues, roulis, tangage, lacet, ...). Il permet également d'afficher les forces agissant sur le véhicule notamment les forces de suspension et le torseur d'efforts appliqué aux roues. Au total nous disposons d'une centaine de grandeurs calculées à l'issue de la simulation.

Dans la présente thèse nous avons utilisé le simulateur pour modéliser le comportement de poids lourds de type mono-corps. Nous avons pris le soin de modéliser le même poids lourd que dans la section précédente.

Le véhicule comporte deux essieux, un essieu avant avec deux roues et un essieu arrière avec deux roues jumelées. Le passage entre le paramétrage de Prosper et le modèle développé sera décrit dans la section III.4.

Le modèle d'interaction pneumatique chaussée est basé sur la représentation de Pacejka avec la prise en compte l'influence de la charge verticale et du carrossage [Prosper, 2004]. La figure III.4 illustre la cartographie de la poussée latérale en fonction de la charge verticale et de l'angle de dérive.

Le modèle de suspension utilisé est décrit par son type (roues indépendantes, essieu rigide), la courbe force/débattement avec butées, les barres anti-roulis, les effets cinématiques d'empattement et de carrossage, etc.

---

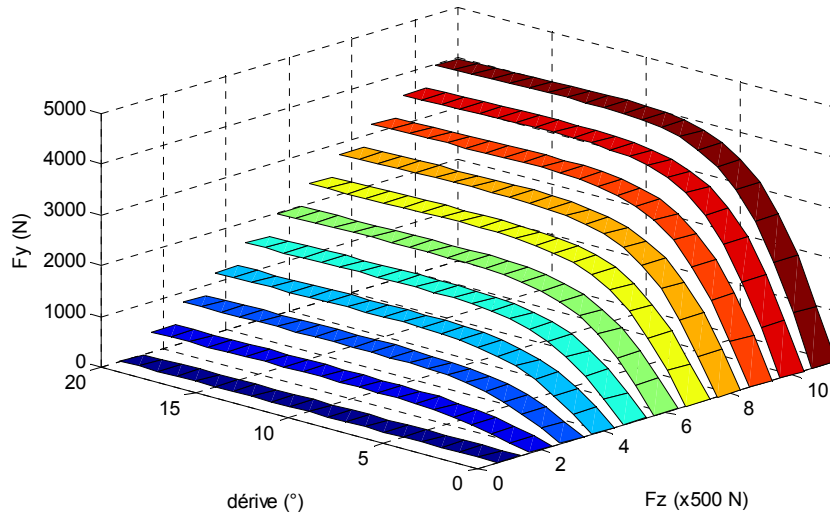


Figure III.4. Force transversale en fonction de l'angle de dérive et de la charge verticale

### III.3 Critère du risque de renversement

L'évaluation du risque de renversement est basée sur le calcul du rapport de transfert de charge LTR (*Load Transfer Ratio* en anglais). Ce dernier représente le rapport des forces normales agissant sur les deux côtés (gauche et droit) du véhicule.

Pour chaque essieu, le rapport de transfert de charge est donné par :

$$LTR_i = \frac{F_{R,i} - F_{L,i}}{F_{R,i} + F_{L,i}} \quad (3.13)$$

où  $F_{L,i}$  et  $F_{R,i}$  sont les forces normales sur les côtés gauche et droit du  $i^{\text{ème}}$  essieu. Afin d'avoir une seule évaluation du risque, on définit un rapport de transfert global pour le véhicule. Ce dernier peut être défini, par exemple, par la moyenne des  $LTR_i$  relatifs à chaque essieu ou par le maximum des LTR des essieux. Dans notre étude, ce rapport est défini par la résultante des forces d'impact appliquées sur les parties droite et gauche du véhicule, ce qui permet de quantifier le transfert total de la charge comme suit :

$$LTR = \frac{F_R - F_L}{F_R + F_L} \quad (3.14)$$

avec  $F_L = \sum_i F_{L,i}$  et  $F_R = \sum_i F_{R,i}$

Une formulation du LTR en fonction des variables dynamiques du système peut être définie par les équations d'équilibre des forces verticales et des moments de roulis sur  $G_1$ . L'expression du LTR résultante sera :

$$LTR = \frac{2m_2}{m \cdot T} \left( (h_R + h \cos \phi) \frac{a_{y,2}}{g} + h \sin \phi \right) \quad (3.15)$$

$a_{y,2}$  est l'accélération latérale de la masse suspendue du véhicule, son expression est donnée par :

$$a_y = \dot{v}_y + v_x \dot{\psi} - h \ddot{\phi} \quad (3.16)$$

Lorsque le véhicule (à charges équitablement réparties) est en ligne droite, il aura des dynamiques stables en roulis, et le LTR prendra de faibles valeurs. Le risque devient d'autant plus élevé si cet indicateur tend vers  $\pm 1$ . Les deux valeurs extrêmes caractérisent le décolllement des roues. Le LTR donne alors une condition nécessaire mais pas suffisante pour que le renversement se produise. Le critère du risque de renversement est donné par :

$$-R_{seuil} < LTR < R_{seuil} \quad (3.17)$$

avec  $R_{seuil}$  un seuil de sécurité donné au LTR. Ici,  $R_{seuil}$  est choisi dans ]0,1] selon le niveau de sécurité désiré.

Remarque : En présence de dévers de la chaussée, et en considérant de faibles valeurs de l'angle de dévers  $\alpha$ , l'expression du LTR en fonction de l'accélération latérale devient :

$$LTR \approx \frac{2m_2}{m \cdot T} \left( (h_R + h \cos(\phi + \alpha)) \frac{a_y}{g} + h_R \sin(\alpha) + h \sin(\phi + \alpha) \right) \quad (3.18)$$

D'après la formule (3.18), le risque de renversement peut diminuer significativement avec un dévers favorable ou avec la réduction de l'accélération latérale (par les actions de freinage ou de braquage). De même, le poids lourd devient plus sensible au renversement si la hauteur de son centre de gravité est élevée, si la largeur des essieux est faible, ou s'il est excessivement chargé.

### III.4 Validation des modèles

Pour valider le modèle dynamique du poids lourd et de son interaction avec l'infrastructure, décrit dans la section III.2, nous avons utilisé le simulateur Prosper. Pour les mêmes profils de braquage des roues et de vitesse tangentielle, nous avons comparé les variables dynamiques du véhicule et les rapports de transfert de charge latéral obtenus par ces deux modèles. Le schéma ci-dessous décrit la démarche de validation suivie.

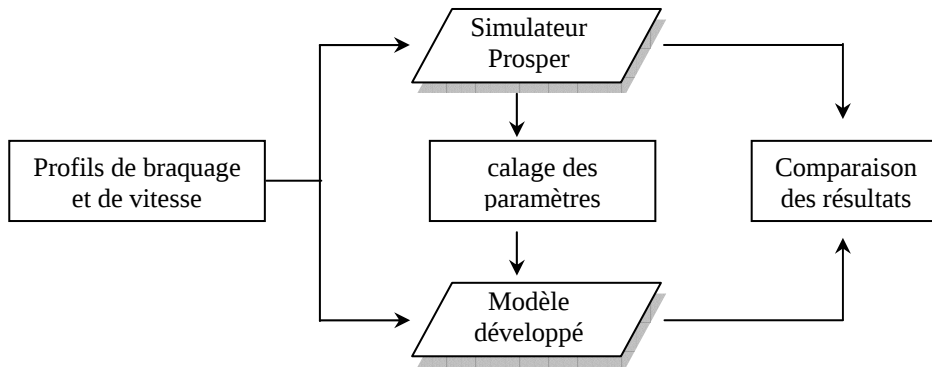


Figure III.5. Schéma de validation du modèle de poids lourd

### 1) Validation du critère de risque

L'indicateur du risque de renversement (LTR) est obtenu de deux manières : en fonction des forces verticales de contact (équations (3.13) et (3.14)), ou en fonction des variables dynamiques et paramètres du système (équation (3.15) et (3.18)). Nous avons comparé l'indicateur obtenu par ces deux méthodes en utilisant les données de Prosper afin de valider les expressions utilisées. La figure III.6 montre les résultats d'une conduite à risque élevé. Les indicateurs représentés sur la figure III.6.a sont les rapports de transfert de charge  $LTR_i$  des deux essieux et le LTR global exprimés en fonction des forces verticales. D'après la figure III.6.b, le LTR exprimé par les variables dynamiques du véhicule est similaire à celui calculé en fonction des forces verticales. Ceci nous permet de valider les expressions du LTR déjà établies.

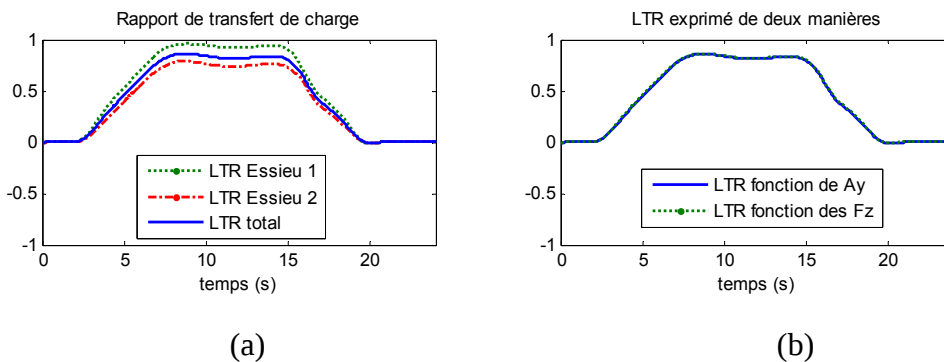


Figure III.6. (a) LTR des essieux et LTR total exprimés en fonction des forces normales  
 (b) Comparaison entre le LTR calculé en fonction de l'accélération latérale et le LTR exprimé en fonction des forces normales

## 2) Calage des paramètres du modèle de poids lourd

Les paramètres du modèle déterminés à partir de Prosper sont les masses, les inerties, les paramètres géométriques du véhicule, les paramètres de suspension et de pneumatique. La position longitudinale du centre de gravité ( $l_f, l_r$ ), les masses ( $m_1, m_2$ ), la largeur des essieux ( $T$ ) et les inerties sont calculées en statique en fonction des charges statiques et les autres paramètres de Prosper.

La procédure de calcul des paramètres des modèles de suspension et de pneumatique est effectuée une seule fois en dynamique, dans une situation de conduite à risque élevé de renversement. Ces paramètres restent inchangés pour les autres situations.

La suspension de chaque essieu  $i$  comprend deux groupes de ressorts-amortisseurs espacés entre eux de  $T_{res,i}$  et  $T_{am,i}$  respectivement. Ceci peut être remplacé par un ressort et un amortisseur de rigidité équivalente au centre de chaque essieu et un ressort en torsion de rigidité équivalente placé au niveau de l'axe de roulis. Les moments des ressorts  $M_{res}$  et amortisseurs  $M_{am}$ , de chaque essieu sont données par :

$$\begin{aligned} M_{res,i} &= 2F_{res,i} \frac{T_{res,i}}{2} \\ M_{am,i} &= 2F_{am,i} \frac{T_{am,i}}{2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

avec  $F_{res,i}$  et  $F_{am,i}$  respectivement les forces des ressorts et des amortisseurs de l'essieu  $i$ . Elles sont données, en fonction des débattement et de la vitesse de débattement de suspension  $x_{res,i}$  et  $\dot{x}_{am,i}$ , par :  $F_{res,i} = K_{res,i} \cdot x_{res,i}$  et  $F_{am,i} = K_{am,i} \cdot \dot{x}_{am,i}$ , avec  $K_{res,i}$  et  $K_{am,i}$  les raideurs des ressorts et des amortisseurs.

En tenant compte de l'effet de la barre anti-roulis, les moments équivalents de suspension de chaque essieu sont approximés par :

$$M_{\phi,i} = M_{res,i} + M_{bar,i} \quad (3.20)$$

avec  $M_{bar,i} = K_{bar,i} \cdot \phi_i$ ,  $K_{bar,i}$  la raideur de la barre anti-roulis et  $\phi_i$  l'angle de roulis de l'essieu  $i$ .

Finalement, les formules de suspension qui permettent d'établir le lien entre le modèle du simulateur Prosper et le modèle développé, peuvent être données par :

$$\begin{aligned} M_{\phi} &= c_{\phi} \cdot \phi = \sum_i M_{res,i} + M_{bar,i} \\ M_{\dot{\phi}} &= d_{\dot{\phi}} \cdot \dot{\phi} = \sum_i M_{am,i} \end{aligned} \quad (3.21)$$



De cet ensemble d'équations, les raideurs de suspension équivalentes sont identifiées à partir des angles et vitesses de roulis et des forces de suspension issus de Prosper.

Concernant le modèle d'interaction roues/chaussée, nous avons considéré les non linéarités du modèle de pneumatique (figure III.7). Le modèle de Pacejka nécessite la connaissance de la force verticale au niveau de chaque roue, l'angle de dérive  $\alpha$  et le coefficient de frottement de la chaussée  $\mu$ .

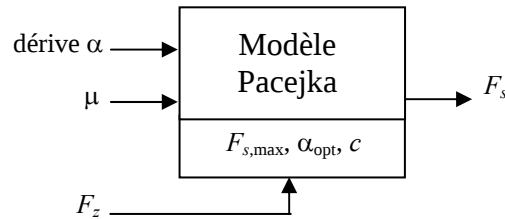


Figure III.7. *Calcul de la force transversale d'une roue*

Les paramètres  $F_{s,max}$ ,  $\alpha_{opt}$  et  $c$  sont respectivement la valeur de pic de la courbe caractéristique de Pacejka, la dérive correspondant au pic, et la rigidité de dérive du pneu. Ces paramètres sont fonction de la force verticale, et sont déterminés à partir d'un ensemble de points utilisés aussi dans le simulateur Prosper (une méthode d'interpolation est utilisée pour le calcul de ces paramètres). Nous avons calculé les forces verticales sur chacune des roues à partir des transferts de charge longitudinal et latéral du véhicule. Les variations de l'adhérence en fonction du carrossage et de la température de la bande de roulement ne sont pas prises en compte dans le modèle.

### 3) Résultats de validation

Une fois les paramètres du modèle calculés, nous avons effectué un ensemble de simulations dans des situations à haut risque de renversement et nous les avons comparées avec les résultats de Prosper. De manière plus précise, nous avons réalisé des simulations sous Prosper, à partir desquelles nous avons obtenu les données concernant les profils de vitesse et de braquage. Par la suite, ces données sont utilisées comme entrées pour le modèle dynamique développé.

Afin d'avoir le même profil de vitesse, nous avons développé un contrôleur qui permet de réguler la vitesse du poids lourd à une vitesse de référence (qui est celle de Prosper). Le contrôleur est basé sur une loi de commande par mode glissant [Utkin, 1992]. La commande agit sur les forces de locomotion du véhicule qui sont liées aux forces de traction du moteur ( $F_{lf}$ ,  $F_{lr}$ ). Ceci est équivalent à une régulation par une action sur la pédale d'accélération que ferait un conducteur.

En premier lieu, nous considérons un scénario de passage en virage à vitesse constante. Le poids lourd évolue sur une route plane, sans uni ni dévers. Le scénario de conduite est

choisi de telle façon à avoir en première phase une trajectoire en ligne droite puis un virage à vitesse constante. La figure III.8 présente les profils de braquage et de vitesse appliqués au système. Nous constatons que le système suit bien les consignes de commande fournies par le simulateur Prosper. Les commandes ainsi obtenues sont appliquées au modèle dynamique du poids lourd développé.

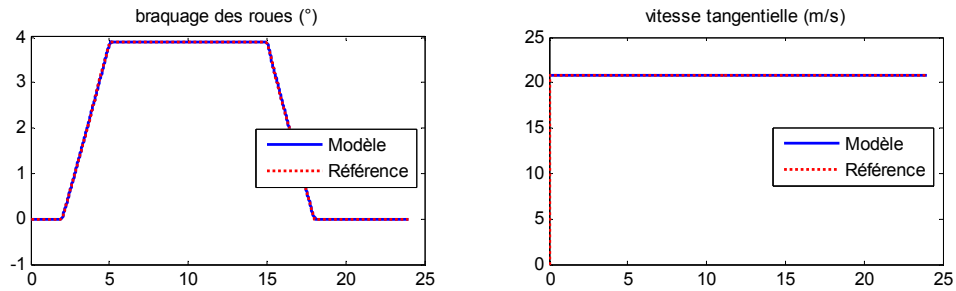


Figure III.8. Les entrées de commande : (a) braquage des roues avant, (b) régulation de la vitesse du véhicule

Les résultats correspondants sont illustrés sur la figure III.9, où nous remarquons que toutes les variables du modèle développé ont un comportement similaire à celles de référence extraites de Prosper. Nous constatons une faible différence (entre 2% et 3%) entre les simulations de Prosper et celles du modèle. Cette erreur peut être justifiée par les dynamiques non linéaires que Prosper prend en considération et les dynamiques négligées dans le modèle de poids lourd. Citons par exemple le carrossage et l'effet aérodynamique.

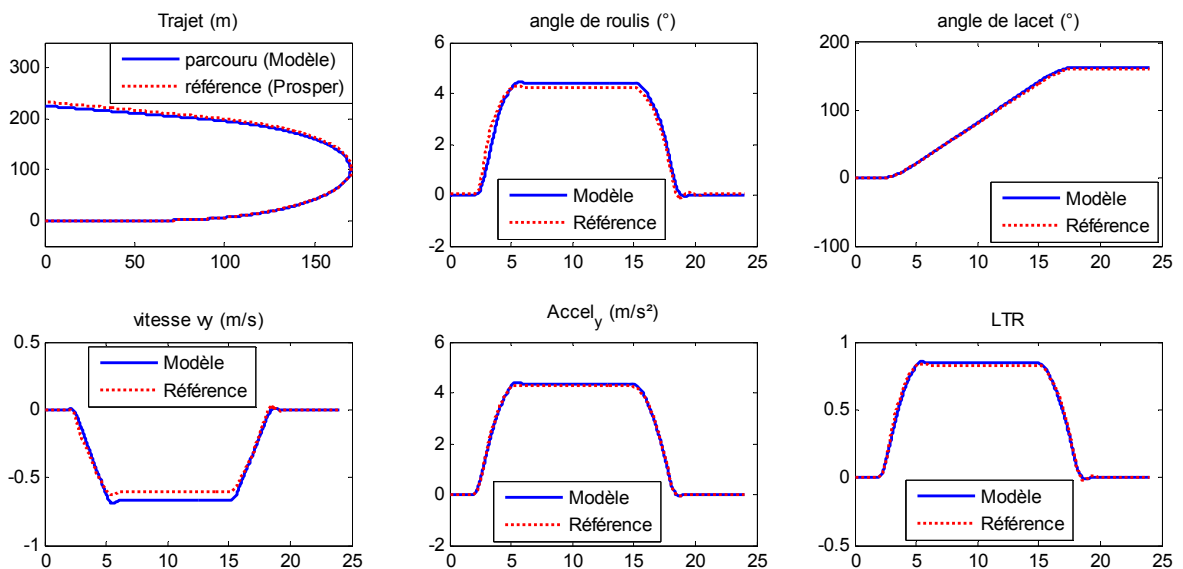


Figure III.9. Validation du modèle du véhicule et du critère de risque

Pour une meilleure validation, un second scénario d'une conduite à vitesse variable est défini. Les résultats de comparaison entre le modèle de poids lourd et le simulateur Prosper sont représentés par les figures III.10 et III.11. Ici, le profil de dévers est considéré dans les deux modèles, alors que l'uni de la route n'est introduit que dans Prosper.

D'après ces figures, on constate que les profils de vitesse et de braquage sont bien suivis. Par contre, sur les graphes correspondant aux résultats de Prosper, des fluctuations apparaissent au niveau des dynamiques de roulis, de lacet et du LTR. Ceci est principalement dû à l'effet de l'uni. Malgré que ces fluctuations ne sont pas reproduites par le modèle développé, les résultats restent assez comparables et satisfaisants pour notre problématique.

A ce stade, les résultats deviennent assez différents pour des conduites à fortes décélérations ou à fortes manœuvres. Le modèle reste valide tant que les dynamiques du tangage sont négligées.

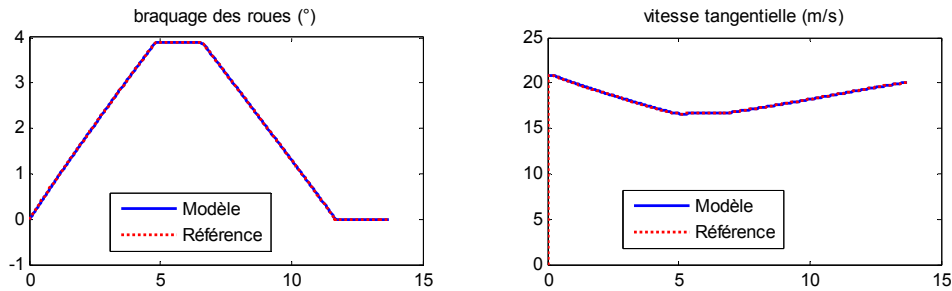


Figure III.10. Profils de braquage et de vitesse

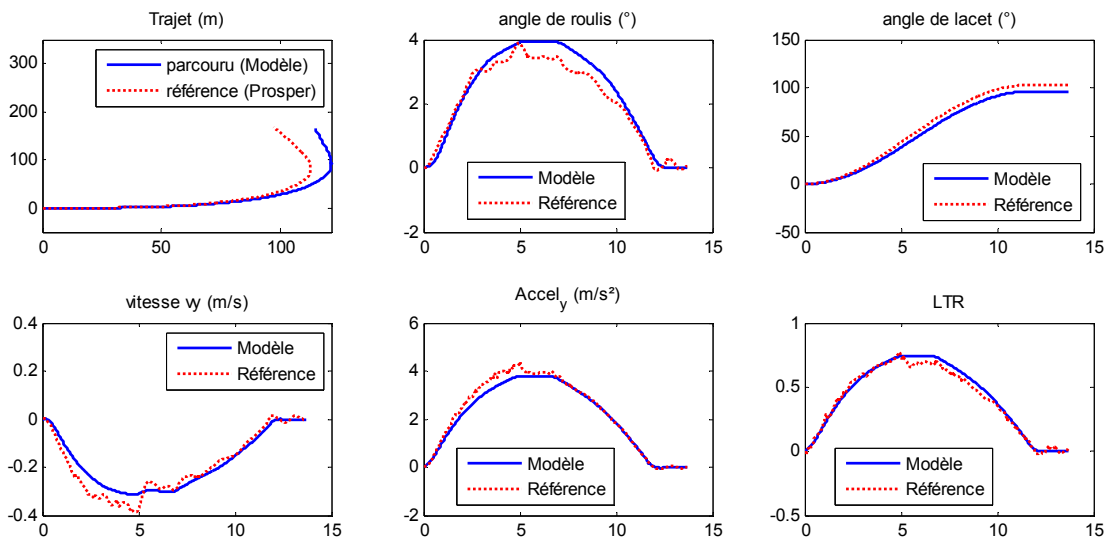


Figure III.11. Résultats de validation pour une conduite à vitesse variable sur une route dégradée

### III.5 Prise en compte de l'effet du conducteur

Outre le modèle dynamique du PL et la connaissance préalable des données de l'infrastructure, la prédiction du risque de renversement nécessite aussi une représentation adéquate du comportement du conducteur. Cependant, ceci nécessite des travaux de recherche particuliers que nous n'avons pas menés dans le cadre de cette thèse, sur les aspects psychologiques notamment [Moreau, 1998].

De ce fait, nous avons porté notre étude sur la dynamique du poids lourd et son environnement en prenant en compte le conducteur par ses actions sur le volant et sur les pédales d'accélération et de freinage. Ces actions se transforment physiquement en un profil de vitesse avec lequel le véhicule suit un chemin spécifique sur la route. Ainsi, pour prédire le risque, nous avons modélisé la situation de conduite par un chemin à suivre sur la route en lui associant un profil de vitesse qui est fonction de sa position sur ce chemin. En conséquence, la chaîne d'évaluation du risque peut être complétée comme le représente le schéma de la figure III.12.

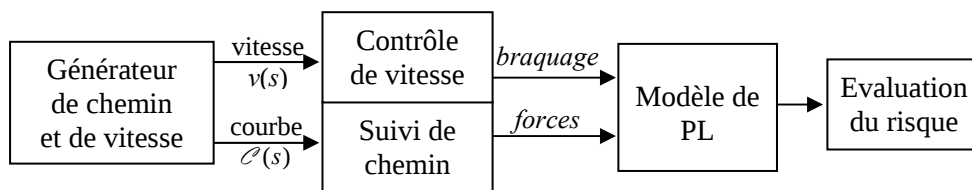


Figure III.12. Chaîne de prédiction du risque

En effet, pour reproduire un scénario de conduite plus réaliste en simulation, nous avons développé un pilote automatique (remplaçant le conducteur) permettant de suivre un itinéraire de référence (ligne droite, virage, chicane...) avec un profil de vitesse donné. Dans ce cadre, nous utilisons les approches de commande employées pour le contrôle de mouvement des véhicules autonomes. Les problèmes de contrôle de mouvement dans la littérature peuvent être classifiés en trois groupes [Laumond, 2001] :

- Problème de stabilisation en un point, où le but est d'atteindre un point donné et de stabiliser le véhicule à une configuration finale désirée. Ce problème reste un vrai challenge pour les chercheurs, mais il ne concerne pas notre étude.
- Problème de suivi de trajectoire, où le véhicule poursuit une référence paramétré par la variable temporelle  $t$ . Cela revient à asservir le véhicule à un véhicule virtuel dont la trajectoire est la trajectoire de référence définie par  $t \mapsto x_r(t)$ .
- Problème de suivi de chemin, où le véhicule est amené à poursuivre un chemin de référence à une certaine vitesse, mais sans avoir la nécessité d'une spécification temporelle. Ce type de problème correspond typiquement à la conduite sur route lorsque le conducteur cherche à maintenir une distance constante par rapport à des marquages au sol, par

exemple. Ceci correspond à notre problématique qui consiste à suivre un itinéraire de référence sur une route.

Dans ce travail, le contrôle est assuré par un algorithme de suivi de chemin qui agit sur l'angle de braquage, et une commande assurant l'asservissement de la vitesse du véhicule à une vitesse de référence en agissant sur les forces de locomotion. Ces algorithmes sont implémentés sur le modèle de prévision.

### 1) Théorie des courbes

Pour établir la commande de suivi de chemin, nous avons été amenés à utiliser la théorie des courbes [Skjetne, 2001] [Egeland, 2001].

Soit une courbe de référence  $\mathcal{C}(x_r(\theta), y_r(\theta))$  où  $\theta$  est une variable de paramétrage (Figure III.13). Soit  $r_d(\theta, t) = [x_r(\theta(t)), y_r(\theta(t))]^T$  le vecteur position d'un point  $P$  de la courbe, exprimé dans le repère absolu  $\mathfrak{R}_0$  et  $v_d(t) = \dot{r}_d(t)$  la vitesse de ce point.

En intégrant cette vitesse, l'abscisse curviligne  $s$  du point  $P$  est donnée par :

$$s = \int_{\theta_0}^{\theta} \left| \frac{\partial r_d}{\partial \theta'} \right| d\theta' = \int_{\theta_0}^{\theta} \sqrt{\left( \frac{\partial x_r}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y_r}{\partial \theta} \right)^2} d\theta' \quad (3.22)$$

L'abscisse  $s$  peut être utilisée, tout comme la variable  $\theta$ , comme paramètre caractéristique de la courbe. C'est-à-dire tout point de la courbe peut être défini par une valeur unique de  $s$ . Nous exprimons désormais la courbe par  $\mathcal{C}(s)$  au lieu de  $\mathcal{C}(\theta)$ .

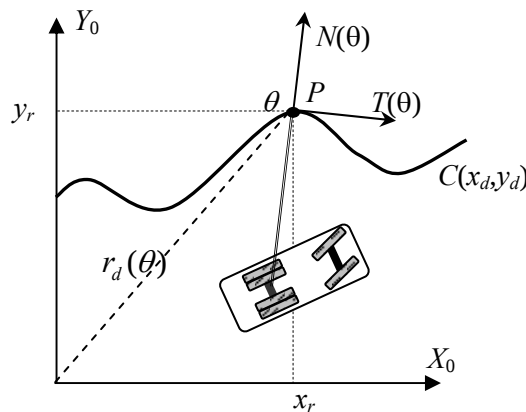


Figure III.13. Courbe de référence  $\mathcal{C}(\theta)$

L'expression du vecteur unitaire tangent au point  $P$  est  $T(t) = v_d(t) / \|v_d(t)\| = \dot{r}_d(t) / \dot{s}$ , d'où :

$$T(s) = \frac{dr_d}{ds} \quad (3.23)$$

Soit  $\psi_s(s)$  l'angle entre l'axe  $X_0$  du repère absolu  $\mathfrak{R}_0$  et le vecteur unitaire tangent  $T(s)$ . Le vecteur  $T(s)$  sera donc exprimé dans  $\mathfrak{R}_0$  par :

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\psi_s) \\ \sin(\psi_s) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Sa dérivé par rapport à  $s$  devient :

$$\frac{dT(s)}{ds} = \frac{dT}{d\psi_s} \frac{d\psi_s}{ds} = \begin{bmatrix} -\sin(\psi_s) \\ \cos(\psi_s) \end{bmatrix} \frac{d\psi_s}{ds} \quad (3.25)$$

Par définition, la courbure  $\gamma(s)$  de  $\mathcal{C}$  est le taux de variation de l'angle  $\psi_s(s)$  par rapport à  $s$ . On aura alors :

$$|\gamma(s)| = \left\| \frac{dT(s)}{ds} \right\| = \left\| \frac{d\psi_s}{ds} \right\| \quad (3.26)$$

Le vecteur normal à  $T(s)$ , qui est parallèle à  $dT/ds$ , sera décrit par :

$$N(s) = \begin{bmatrix} -\sin(\psi_s) \\ \cos(\psi_s) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Les deux vecteurs  $T(s)$  et  $N(s)$  vont définir un repère  $\mathfrak{R}_s$  lié à la courbe  $\mathcal{C}(s)$  au point défini par l'abscisse curviligne  $s$ .

## 2) Equations de Serret-Frenet

D'après les équations précédentes, nous déduisons le système d'équations de Serret-Frenet suivant :

$$\frac{dT}{ds} = \gamma N \quad ; \quad \frac{dN}{ds} = -\gamma T \quad ; \quad \dot{\psi}_s = \gamma \dot{s} \quad (3.28)$$

Soit  $[x, y, \theta]^T$  le vecteur de configuration du véhicule dans le plan, exprimé dans le repère absolu. Soit  $\bar{\psi} = \psi - \psi_s$  l'erreur entre le lacet du véhicule et l'angle directeur  $\psi_s(s)$  de la courbe.

Considérant  $P$ , le point de la courbe le plus proche du véhicule, comme origine du repère  $\mathfrak{R}_s$ . Le véhicule est alors localisé à la position  $[0, e]^T$  dans le repère  $\mathfrak{R}_s$ , où la norme de  $e$  représente la distance entre le véhicule et la courbe de référence  $\mathcal{C}$ .

D'après les relations cinématiques, on montre que lors du déplacement du véhicule, le mouvement du point le plus proche  $P$  de la courbe est régi par les équations suivantes :

$$\begin{bmatrix} 1 - e \cdot \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \gamma & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \\ \dot{\bar{\psi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\bar{\psi}) & -\sin(\bar{\psi}) & 0 \\ \sin(\bar{\psi}) & \cos(\bar{\psi}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

où  $v_x$  et  $v_y$  sont les vitesses d'un point du véhicule dans le repère  $\mathfrak{R}_1$ .

Le but est d'établir une loi de commande qui permet de faire tendre l'erreur de suivi  $e$  et  $\bar{\psi}$  vers zéro afin d'assurer le suivi de la courbe, et réguler la vitesse en assurant que  $\dot{s}$  tend vers la vitesse de référence  $v_{ref}(s)$ .

### 3) Algorithme de suivi de chemin

Dans notre travail, le suivi de chemin est assuré par deux types de pilotes : un pilote géométrique et un pilote de type PID (proportionnel, dérivateur, intégrateur). Ces deux pilotes sont aussi intégrés dans le simulateur Prosper.

Le pilote géométrique est basé sur l'orientation des roues de façon à être constamment en direction d'un point de la trajectoire placé devant le véhicule. Comme illustré sur la figure III.14, le pilote prend en compte deux paramètres :

- un point de visée  $P'$  de  $\mathcal{C}$ , à l'abscisse curviligne courante plus une distance  $\Delta s$  égale au temps de prévision  $\Delta t$  que multiplie la vitesse du véhicule.
- un point de suivi, classiquement défini au centre de gravité  $G_1$  ou au milieu de l'essieu avant  $P_1$  du véhicule.

Ce pilote a l'avantage d'être robuste et rapide en temps de calcul. Néanmoins, il est peu fiable lors de fortes courbures.

Le suivi de chemin est assuré par le contrôle de l'angle de braquage moyen des roues, exprimé par l'angle entre le vecteur  $\overline{P_1 P'}$  et l'axe  $X_0$  du repère  $\mathfrak{R}_1$ .

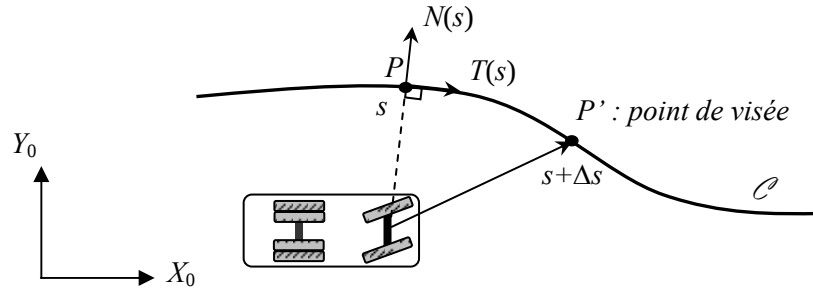


Figure III.14. Commande géométrique de suivi de chemin

Le pilote PID est basé sur le calcul d'une erreur globale, de sa dérivée et son intégrale. Cette erreur est exprimée dans notre cas par :

$$e_{globale} = k_1 e + k_2 \bar{\psi} + k_3 (\gamma - \gamma_1)$$

où,  $e$  et  $\bar{\psi}$  sont respectivement l'écart latéral et l'erreur angulaire entre le véhicule et le chemin  $\mathcal{C}$ .  $\gamma$  et  $\gamma_1$  représentent respectivement les courbures du chemin  $\mathcal{C}$  et du chemin parcouru par le véhicule.

#### 4) Validation

Afin de pouvoir tester et comparer le comportement du modèle développé par rapport à celui de Prosper dans des situations de suivi de chemin, nous avons développé un module qui permet de générer un chemin de référence identique à celui généré par le simulateur Prosper. La courbe  $\mathcal{C}$  est générée en exploitant les données fournies par Prosper sur la position du véhicule dans le plan et sa vitesse, et en utilisant la théorie des courbes décrite dans les paragraphes précédents.

La figure III.15 présente les résultats concernant la simulation d'une situation de suivi d'un chemin généré par Prosper. Dans ce test nous avons repris le scénario de la figure III.11. Nous remarquons que le véhicule suit bien le chemin généré par Prosper. De ce fait, l'angle de lacet, la vitesse transversale et l'accélération latérale sont plus précis que ceux des résultats de la figure III.11.



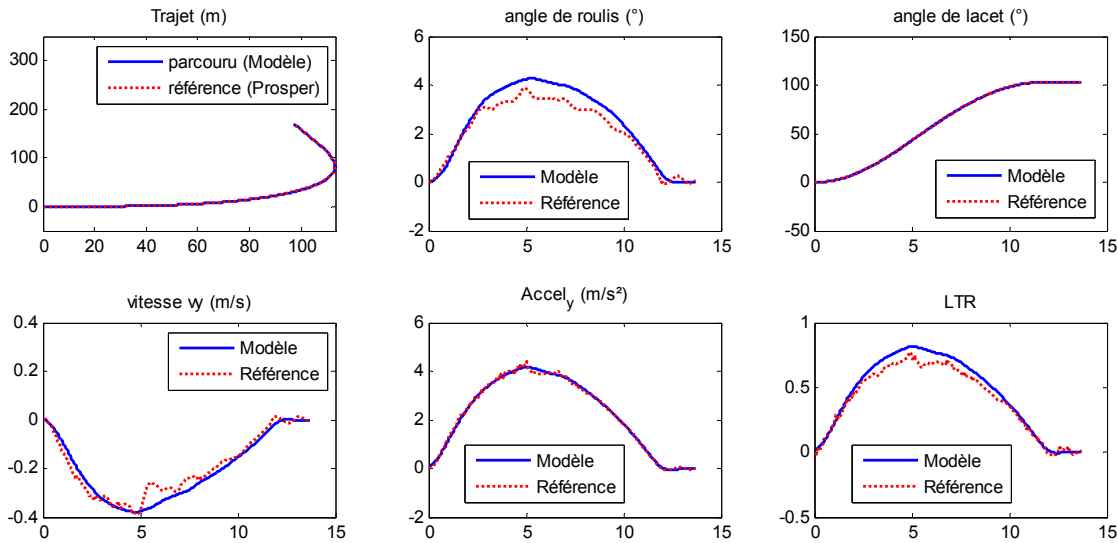


Figure III.15. *Résultats de validation dans le cas de suivi de chemin et de contrôle de vitesse (conduite à vitesse variable sur une route dégradée)*

### III.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la modélisation dynamique du système poids lourd/conducteur/infrastructure ainsi que le modèle de risque de renversement. Le modèle développé prend en considération les interactions entre les différents modules du système global. Le modèle d'interaction se base sur la représentation empirique de Pacejka dont les paramètres sont calculés à partir de la répartition de la charge dynamique sur toutes les roues du véhicule. Notons que la prise en compte de certains effets dus à la présence du conducteur s'est faite à travers l'utilisation des approches de suivi de chemin utilisées en robotique mobile. Afin d'éprouver la réponse du système dynamique développé, nous avons fait appel au simulateur Prosper qui permet de simuler le comportement dynamique des poids lourds. Le modèle global est validé en choisissant des scénarii de conduite à risque élevé. Les tests de validation ont concerné le critère de risque de renversement (LTR) et le modèle de poids lourd en incluant le modèle d'interaction roues/sol et le modèle représentant le comportement du conducteur. Les résultats de simulation et la comparaison avec les données issues de Prosper montrent que ces modèles sont suffisamment représentatifs pour les hypothèses définies au départ. Dans le chapitre suivant, nous exploitons ces modèles et les adaptions à l'approche probabiliste.

## Chapitre IV.

### MODELISATION PROBABILISTE

#### IV.1 *Introduction*

Ce chapitre traite le passage du domaine déterministe défini dans le chapitre précédent, vers le domaine probabiliste. Il représente aussi une phase essentielle pour appliquer la théorie de la fiabilité à l'évaluation du risque de renversement.

Dans ce qui suit, nous commençons par la modélisation probabiliste du système poids lourd/conducteur/infrastructure. Le modèle probabiliste de l'imperfection de la route (l'uni) est obtenu à partir des mesures réelles et sera décrit par un processus stochastique. Le comportement du conducteur est représenté à travers des chemins sur la route et des profils de vitesse à paramètres aléatoires. Cependant la dynamique du poids lourd est représentée par des équations différentielles à paramètres aléatoires.

Par la suite une étude de sensibilité est menée afin d'identifier les paramètres les plus influents sur le risque de renversement. Ces paramètres vont être considérés comme aléatoires dans l'évaluation fiabiliste du risque.

Enfin, une analyse probabiliste du comportement dynamique du poids lourds vis-à-vis du risque de renversement est menée afin de choisir la manière la plus adaptée à l'évaluation probabiliste du risque qui sera utilisée dans l'approche fiabiliste.

#### IV.2 *Description du modèle probabiliste*

Rappelons que le modèle déterministe d'un poids lourd à corps rigides est régi par une équation différentielle ordinaire de la forme :

$$M(q)\ddot{q} + K(q, \dot{q}) = F(q) \quad (4.1)$$

avec  $M$ ,  $K$ , et  $F$  des matrices de dimensions appropriées, et  $q$  le vecteur des coordonnées généralisées.

Ce modèle déterministe va servir de base pour la conception d'un modèle probabiliste. En premier lieu, nous présentons un modèle probabiliste à paramètres aléatoires, où seules les

incertitudes paramétriques sont modélisées. Puis en second lieu, les perturbations externes et les incertitudes de modélisation sont considérées.

### 1) **Prise en compte des incertitudes paramétriques**

Si un ou plusieurs paramètres sont supposés aléatoires, le modèle probabiliste du poids lourd peut s'écrire sous la forme :

$$M(Q, \beta)\ddot{Q} + K(Q, \dot{Q}, \beta) = F(Q, \beta) \quad (4.2)$$

avec

$Q$  le processus aléatoire correspondant au vecteur des coordonnées généralisées,

$\beta$  le vecteur aléatoire contenant l'ensemble des paramètres aléatoires.

Si, à chaque résolution du modèle, le vecteur des paramètres est constant sur la période de prédiction, cette équation est dite : *équation différentielle à paramètres aléatoires*. La résolution du système ne repose que sur le modèle déterministe du poids lourd/conducteur/infrastructure.

### 2) **Prise en compte des incertitudes de modélisation**

La représentation des dynamiques négligées et/ou des excitations externes (qui ne sont pas parfaitement modélisables) par des modèles probabilistes peut conduire à écrire le système sous la forme d'un *modèle stochastique hybride* :

$$M(Q, \beta)\ddot{Q} + K(Q, \dot{Q}, \beta) = F(Q, \beta) + G(Q) \cdot w(t) \quad (4.3)$$

avec  $w$  le bruit de l'état, et  $G$  une matrice dépendante du vecteur de configuration. Dans le cas où l'information sur la dynamique négligée n'est pas disponible, la matrice  $G$  est généralement considérée constante, et si de plus le bruit d'état est un bruit blanc gaussien normé, cette matrice correspondra à la matrice de covariance des bruits d'état. L'expression de cette matrice en fonction de l'état et des paramètres peut être obtenue statistiquement par des données expérimentales, et/ou en réduisant un modèle plus complet du poids lourd. Le modèle stochastique est régi par une *équation différentielle stochastique d'Itô*.

D'un point de vue variabilité, certains paramètres sont variables dans le temps pendant la phase de prédiction, comme l'angle de braquage, et d'autres sont considérés constants, tels que le poids du véhicule ou la raideur de suspension. Ces paramètres sont alors représentés par des processus stochastiques, par des variables aléatoires ou par des quantités déterministes. La charge et la position du centre de gravité sont considérées incertaines et constantes dans le temps, en supposant que la distribution spatiale de la charge reste la même durant tout l'intervalle de prédiction. Les excitations de l'uni sont généralement considérées stationnaires à large bande. Les variables estimées ont une fréquence nulle, à bande étroite ou à large bande, selon l'observateur ou le filtre considéré. Les variables

d'état (angle de roulis, de lacet, vitesses,...) sont modélisées par des processus stochastiques avec des spectres dépendant des excitations (uni, braquage) et des paramètres du modèle probabiliste du poids lourd.

Dans notre étude fiabiliste, les paramètres les plus influents sur le risque de renversement sont pris comme aléatoires. De plus, ils sont soit supposés constants dans le temps, soit représentés par des fonctions à paramètres aléatoires. De ce fait, des équations différentielles à paramètres aléatoires sont utilisées pour simuler le comportement dynamique du poids lourd et évaluer le risque de renversement.

Pour l'étude statistique du comportement de poids lourds, nous développons un modèle aléatoire pour l'uni, permettant de reproduire les excitations dues à l'imperfection de la chaussée.

### IV.3 **Modèle aléatoire de l'uni**

L'uni est un paramètre qui reflète l'imperfection de la surface d'une route. Il quantifie les variations du profil de la chaussée par rapport à un profil fictif parfaitement lisse. Il a un effet significatif sur le confort, la sécurité et le coût d'utilisation des véhicules.

Une des possibilités de modéliser l'uni est d'utiliser un processus stochastique stationnaire, généralement un bruit blanc gaussien. Or ce dernier, ayant un spectre de fréquence à support infini et ne tendant pas vers zéro à l'infini, n'est pas pratiquement réalisable. Dans notre étude, la modélisation de l'uni s'effectue en deux phases [Kree, 1983] [Soize, 1993] :

1. La première phase concerne la caractérisation du profil de route par une densité spectrale de puissance. Cette dernière reflète la répartition de la fréquence spatiale de l'uni réel. [Hrovat, 1997] a modélisé la densité spectrale par  $S(\omega) = A\omega^n$ , où  $\omega$  désigne la fréquence spatiale.  $A$  et  $n$  sont des coefficients dépendants du type de la chaussée (autoroute, chemin de terre ...). Une seconde possibilité, plus adaptée, consiste à exploiter des données réelles pour l'estimation de cette densité. Dans nos simulations, nous générons l'uni à partir des échantillons de mesure fournis par un Analyseur de Profil en Long (APL) [Imine, 2003] [Imine, 2008].
2. La seconde phase consiste à générer l'uni par un algorithme de simulation de processus stochastique en se basant sur la densité spectrale obtenue précédemment.

#### 1) **Estimation de la densité spectrale de puissance**

Soit  $X$  un processus stochastique stationnaire centré, indexé par  $t \in \mathbb{R}$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .  $L$  étant un entier, on note :  $(x^{(l)}, l \in \{1, \dots, L\})$ , une famille de  $L$  réalisations indépendantes du processus  $X$ .

Soit  $S_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ : \omega \rightarrow S_X(\omega)$  la densité spectrale de puissance de  $X$  (centré), tel que :

$$S_X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} R(u) e^{-i\omega u} du \quad ; \quad \forall \omega \in \mathbb{R} \quad (4.4)$$

où  $R : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : u \rightarrow R(u) = E[X(t+u) \cdot X(t)]$  est la fonction d'autocorrélation de  $X$ .

Soit  $W_T : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la fenêtre de Hamming, telle que :

$$W_T(t) = \begin{cases} \frac{1.5863}{\sqrt{T}} \left[ 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T}\right) \right] & \forall t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.5)$$

L'expression  $\hat{S}(\omega)$  ci-dessous est alors un bon estimateur de  $S(\omega)$ .

$$\hat{S}_X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \|\hat{x}^{(l)}(\omega)\|^2 \quad (4.6)$$

avec

$$\hat{x}^{(l)}(\omega) = \int_{\mathbb{R}} W_T(t) \cdot x^{(l)}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4.7)$$

## 2) Simulation de processus stationnaire centré à partir d'une densité spectrale

Il est possible de simuler des trajectoires d'un tel processus  $X$  à partir de sa densité spectrale de puissance  $S_X(\omega)$ . Le calcul numérique, détaillé ci-dessous et faisant appel à la transformée de Fourier rapide, procède par les étapes suivantes :

- tirage d'une série de nombres aléatoires  $\{u_1, \dots, u_N\}$  suivant une loi uniforme sur  $[0, 1]$ .
- associer une suite numérique  $A_k$  à  $u_k$ , telle que :

$$A_k = \begin{cases} \sqrt{S_X(\omega_k)} \exp(i2\pi \cdot u_k) & k = 1, \dots, N \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.8)$$

- construire une suite numérique  $\{y_1, \dots, y_N\}$  à l'aide d'une transformée de Fourier rapide, telle que :

$$y_m = \sum_{k=1}^N A_k \exp\left(\frac{i2\pi \cdot m \cdot k}{N}\right) ; \quad m = 1, \dots, N \quad (4.9)$$

- enfin, déduire une suite numérique  $\{x_1, \dots, x_N\}$  des échantillons d'une trajectoire d'une approximation du processus stochastique  $x$  aux instants  $t_m = (m-1) \cdot \Delta t$  :

$$x_m = \sqrt{2\Delta\omega} \operatorname{Re} \left( y_m \exp \left( \frac{-i\pi(N-1)}{N} \cdot m \right) \right) ; \quad m = 1, \dots, N \quad (4.10)$$

avec  $\Delta\omega = \frac{2\pi}{N \cdot \Delta t}$ . Cette suite est une réalisation discrète de  $X$ .

Notons que l'uni de la chaussée n'est pas indexé sur le temps, mais sur la distance parcourue par l'APL. Les mêmes algorithmes peuvent néanmoins être appliqués.

### 3) Exemple de simulation de l'uni

La figure IV.1, présente un relevé expérimental de mesure de l'uni de la route RN10 par un APL. Une seule réalisation,  $L=1$ , est utilisée pour l'estimation de la densité spectrale de l'uni, du fait des données expérimentales disponibles. Ceci n'est pas gênant car il est raisonnable de pouvoir faire une hypothèse d'ergodicité. L'uni mesuré est discrétisé au pas de 0.05 m.

La série des nombres aléatoires de loi uniforme est générée par un générateur de nombres pseudo-aléatoires de Mersenne Twister développé par Nishimura et Matsumoto [Matsumoto, 1998].

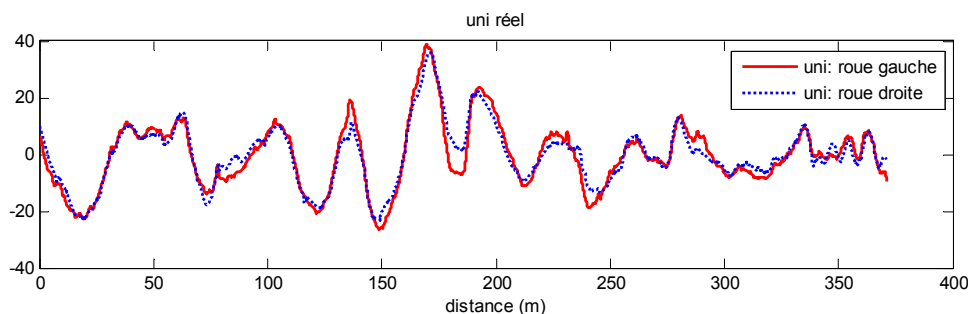


Figure IV.1. Mesures de l'uni de la RN10 par un APL (en mm)

La densité spectrale de puissance est donnée à la figure IV.2. Notons que la plus grande énergie du signal se trouve pratiquement autour de deux raies principales, une raie dominante à une période d'environ 30 m et une autre relativement faible à une période de 100 m. Afin de garder une corrélation entre les deux traces (des roues gauches et droites) de l'uni, les densités spectrales de la moyenne et de la différence des deux traces de l'uni sont considérées pour la simulation de l'uni. La moyenne et la différence caractérisent respectivement le soulèvement moyen de la chaussée et son roulis.

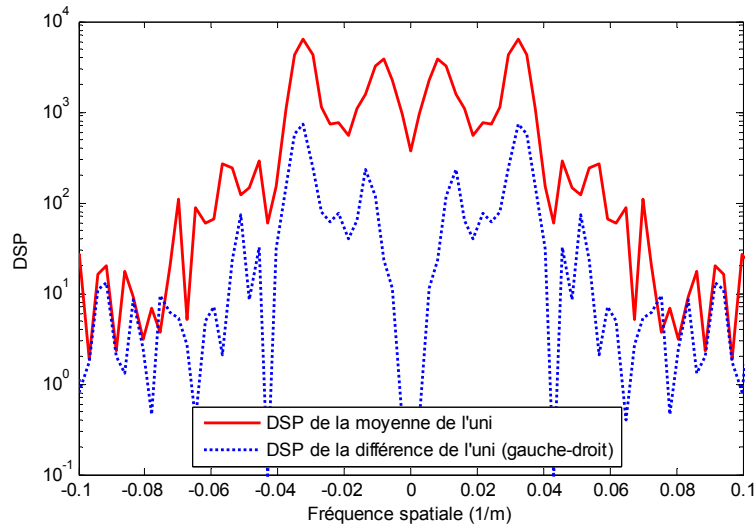


Figure IV.2. Densité spectrale de puissance (en fonction de la fréquence spatiale) de la moyenne et la différence entre les traces gauche et droite de l'uni

Des approximations de la moyenne et de la différence des traces gauche et droite de l'uni sont calculées à partir de leurs spectres selon l'algorithme défini précédemment. Les traces droite et gauche sont déduites par une simple fonction linéaire des deux signaux résultants. Une réalisation est donnée par la figure IV.3.

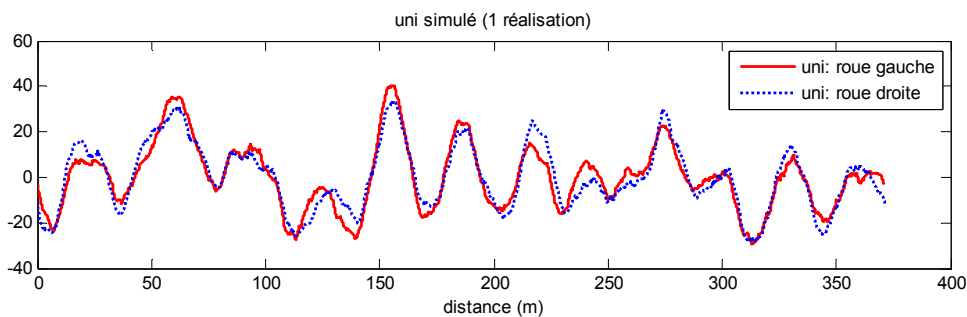


Figure IV.3. Une réalisation de l'uni

L'uni n'est pas utilisé dans l'approche fiabiliste proposée, puisque cette dernière ne traite pas des processus stochastiques. Etant donné que l'uni produit de faibles fluctuations sur le LTR, nous avons introduit une faible marge de sécurité afin de compenser cette influence. Par contre, le modèle stochastique de l'uni sera utilisé dans la section IV.7, qui traite l'étude statistique du risque d'accident.

#### IV.4 Génération aléatoire de trajectoires

Dans le chapitre précédent, les effets du conducteur sont représentés à travers un chemin de référence à suivre et un profil de vitesse associé à ce chemin. De cette manière, définir un seul chemin de référence devient insuffisant dans la prédiction probabiliste du risque. La conception d'un générateur de trajectoires aléatoires du véhicule sur une route donnée devient alors nécessaire.

Les incertitudes sur les profils de vitesse sont modélisées par des variables aléatoires ou des processus stochastiques. Puisque nous allons travailler avec des variables aléatoires, la vitesse (si elle n'est pas constante) est caractérisée par un profil à paramètres aléatoires. Le même principe peut être utilisé pour la génération aléatoire des courbures de la route.

La figure IV.4 illustre des mesures de profil de vitesse et de courbure, faites lors d'un test de passage en virage sur la route départementale RD518. Les vitesses et courbures aléatoires sont générées à partir de ces profils paramétrés par des variables aléatoires.

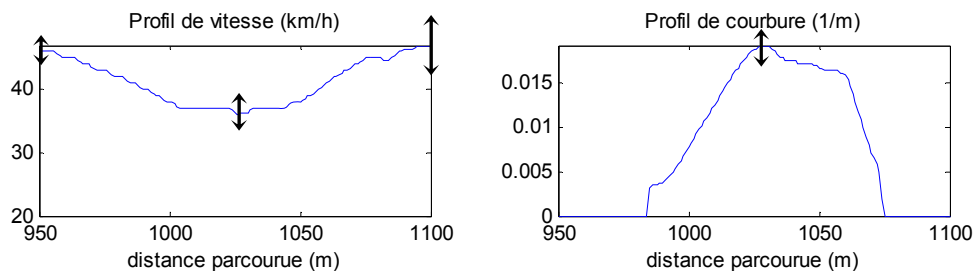


Figure IV.4. Données de mesure des profils de vitesse et de courbure

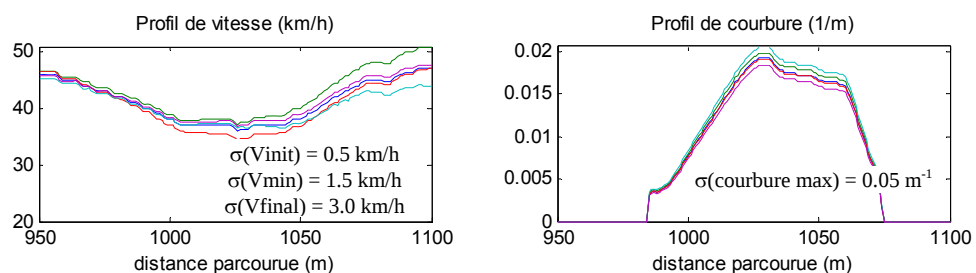


Figure IV.5. Quelques réalisations des profils de vitesse et de courbure

La figure IV.5 présente cinq réalisations de ces profils en fonction de la distance parcourue. La courbure est construite à partir de la pondération de la courbure de la figure IV.4 par une variable aléatoire. Ici, ce coefficient de pondération suit une loi gaussienne d'écart-type de 5%. Par contre, l'allure de la vitesse est fonction de trois paramètres aléatoires, qui sont les vitesses correspondantes aux abscisses 950m, 1030m et 1100m avec des écarts-types de 0.5, 1.5 et 3 km/h respectivement. La pondération n'est donc pas constante, elle est fonction de la distance parcourue et des réalisations de ces paramètres caractéristiques.



Par ailleurs, des perturbations sur l'angle de braquage peuvent aussi être ajoutées. Il a été montré [Ackermann, 1998] que les variations du braquage appliquées par un conducteur ordinaire ont des fréquences comprises entre 0 et 5 Hz. Il est alors possible de le modéliser à partir d'une estimation de sa densité spectrale de la même manière que la modélisation de l'uni mentionné précédemment.

#### IV.5 *Modélisation probabiliste des paramètres*

Les paramètres du système poids lourds / conducteur / infrastructure sont représentés par des modèles probabilistes avec des lois de probabilité convenables, et sont considérés constants durant tout l'intervalle de prédiction.

Le choix de ces lois dépend des caractéristiques physiques de ces paramètres. Par exemple, les masses et les inerties sont représentées par des distributions à support positif, tels que les distributions log-normales ou des distributions obtenues par le principe du maximum d'entropie, selon les données statistiques ou selon l'information dont on dispose sur les variables aléatoires.

Les paramètres que nous avons considérés dans ce travail sont :

- les paramètres du conducteur : paramètres du profil de la vitesse du véhicule et de l'angle de braquage des roues avant.
- les paramètres du poids lourd : paramètres de suspension, paramètres de pneumatique, les masses suspendue et non suspendue, les inerties, la position du centre de gravité et les paramètres géométriques.
- les paramètres de l'infrastructure : profil de route, dévers, pente et coefficient de frottement de la chaussée.

Des relations analytiques entre les différents paramètres sont considérées de telle façon à ne traiter que des variables aléatoires indépendantes. Citons les simples relations de dépendance suivantes :

- relation entre les empattements :  $l = l_f + l_r$  où  $l$  est invariant.
- relation entre les masses :  $m = m_1 + m_2$  où  $m_1$  est invariant.
- Le moment d'inertie est supposé dépendre linéairement de la masse correspondante :  $J = m_i \cdot R^2$  où  $R$ , le rayon de giration du corps  $i$ , est invariant.

##### IV.5.1. **Choix des distributions**

Les informations disponibles sur les paramètres sont les plus souvent leurs moyennes et leurs variances. Cependant, ces informations conduisent à des lois gaussiennes qui ne sont pas adaptées à une représentation physique des paramètres à cause de leurs supports. Par exemple, la masse ne peut être négative. Une distribution lognormale va mieux la représenter. D'autres informations peuvent aussi être utilisées comme contraintes pour décrire ces lois. D'où une méthode d'optimisation, comme celle du principe d'entropie, est utilisée pour estimer les lois des paramètres.

### 1) Représentation par des lois lognormales

Une variable aléatoire  $X$  de support  $]0, \infty[$  suit une loi lognormale  $\text{LogN}(m, \sigma)$  si son logarithme  $\ln(X)$  suit une loi normale de paramètres  $N(m, \sigma)$ . La densité de  $X$  est alors écrite sous la forme :

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - m}{\sigma}\right)^2\right) & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.11)$$

Puisque en pratique, on dispose le plus souvent de la moyenne et de la variance des paramètres, il est préférable de les utiliser dans la description de cette loi.

Les paramètres d'une loi normale  $\text{LogN}(X, m, \sigma)$  peuvent être calculés par la relation :

$$\begin{aligned} m &= \ln(m_X) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{m_X^2}\right) \\ \sigma &= \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{m_X^2}\right)} \end{aligned} \quad (4.12)$$

avec  $m_X, \sigma_X$  la moyenne et de l'écart-type de la variable aléatoire  $X$ .

### 2) Représentation par le principe du maximum d'entropie

Le principe du maximum d'entropie est introduit par Shannon en 1948 dans le cadre de la théorie de l'information, et consiste à déterminer les lois de probabilité d'une variable aléatoire en n'utilisant que l'information disponible sur la variable, par exemple, sur son support, sa moyenne et ses moments d'ordres supérieurs [Guisu, 1985] [Chevalier, 2005].

Soit  $X$  un vecteur aléatoire ayant une densité  $p_X(x)$ . L'entropie de la densité de probabilité  $p_X(x)$  est définie par :

$$S(p_X) = -\int_{\mathbb{R}^n} p_X(x) \log(p_X(x)) dx = -E\{\log(p_X(x))\} \quad (4.13)$$

L'entropie est une mesure de l'incertitude de la variable aléatoire  $X$ . Elle est maximale si l'incertitude est modélisée par une loi uniforme, et prend une valeur minimale ( $S(p_X) \rightarrow -\infty$ ) si elle est déterministe. D'autre part, plus le support est large, plus l'incertitude est grande, et plus l'entropie est grande.

Dans le cas où on ne dispose d'aucune information sur l'incertitude à part son support, la loi de probabilité correspondante au maximum d'entropie est une loi uniforme. Si on

dispose d'autres informations (avec un support borné ou non), ces dernières seront alors utilisées comme contraintes dans le processus de maximisation de l'entropie : la densité de probabilité à construire est celle qui correspond à la plus grande incertitude sur l'ensemble de toutes les densités de probabilité  $p_X(x)$  qui vérifient les contraintes définies par l'information disponible.

Soit  $s_n$  le support de  $p_X(x)$ , supposé connu. Les autres informations sont généralement données sous forme de contraintes par  $m$  vecteurs  $f_1, \dots, f_m$  de dimensions  $v_1, \dots, v_m$  respectivement, avec :

$$f_i = \int_{R^n} g_i(x) p_X(x) dx = E\{g_i(X)\} \quad , \quad i = 1..m \quad (4.14)$$

Le problème de détermination de la loi  $p_X(x)$  revient au problème de maximisation de  $S(p_X)$ , définie par (4.13), en respectant les contraintes données par (4.14).  $1 + m$  multiplicateurs de Lagrange ( $\lambda_0 - 1, \lambda_1, \dots, \lambda_m$  avec  $\lambda_0 \in R$ ,  $\lambda_i \in R^{v_i}$ ,  $i = 1, \dots, m$ ) sont alors introduits. Le Lagrangien à maximiser est donné par :

$$L(p_X) = S(p_X) - (\lambda_0 - 1) \left( \int_{R^n} p_X(x) dx - 1 \right) - \sum_{i=1}^m \langle \lambda_i, \int_{R^n} g_i(x) p_X(x) dx - f_i \rangle \quad (4.15)$$

où  $\langle, \rangle$  désigne le produit scalaire.

Il a été démontré que la détermination des multiplicateurs de Lagrange revient aussi à minimiser la fonction convexe  $\Lambda \rightarrow H(\Lambda)$ , définie par :

$$H(\Lambda) = \langle \Lambda, F \rangle + \int_{s_n} \exp(-\langle \Lambda, G(x) \rangle) dx \quad (4.16)$$

avec  $\Lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m)^T$ ,  $F = (1, f_1, \dots, f_m)^T$ ,  $G(x) = (1, g_1(x), \dots, g_m(x))^T$

La solution de la minimisation peut être obtenue en utilisant les algorithmes classiques d'optimisation. Il faut dans ce cas prendre en compte la présence de l'intégrale dans la fonction (4.16) à minimiser, qui peut rendre complexe le problème d'optimisation.

Finalement, la loi de probabilité  $p_X(x)$  sera définie par :

$$p_X(x) = 1_{s_n} \cdot \exp(-\langle \Lambda, G(x) \rangle) \quad (4.17)$$

Dans ce travail, les lois de probabilité des paramètres du modèle sont calculées selon les informations disponibles sur les supports  $[a, b]$ , les moyennes statistiques  $m_X$  et les écarts-types  $\sigma_X$  de ces paramètres. Les variables aléatoires sont indépendantes. Les contraintes (4.14) deviennent :

$$F = \left(1, m_X, \sigma_X^2 + m_X^2\right)^T = E(G(X)) \quad \text{avec} \quad G(x) = \left(1, x, x^2\right)^T \quad (4.18)$$

avec  $m_X, \sigma_X$  la moyenne et l'écart-type de la variable aléatoire  $X$ .

Les expressions des densités de probabilité  $p_X(x)$  sont de la forme :

$$p_X(x) = 1_{[a,b]} \cdot \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 x - \lambda_2 x^2) \quad (4.19)$$

avec  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$  les coefficients de Lagrange, déterminés en résolvant le problème (4.16).

L'algorithme que nous avons utilisé pour la minimisation de la fonction (4.16) est celui de Nelder-Mead. La méthode de Nelder-Mead est un algorithme d'optimisation non-linéaire, qui minimise une fonction dans un espace à plusieurs dimensions [Lagarias 1998].

Notons que si le support de  $X$  est  $s = ]-\infty, +\infty[$ , la meilleure loi qui maximise l'entropie et vérifie les contraintes (4.18) correspond à une loi gaussienne. Les paramètres de Lagrange seront :

$$\lambda_0 = \frac{m_X^2}{2\sigma_X^2} - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_X}\right), \quad \lambda_1 = \frac{-m_X}{\sigma_X^2}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{2\sigma_X^2} \quad (4.20)$$

et la densité de probabilité  $p_X(x)$  devient:

$$p_X(x) = 1_{[-\infty, \infty]} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_X} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_X^2} (x - m_X)^2\right) \quad (4.21)$$

Cependant, lorsque le support est borné, un bon choix des coefficients de Lagrange initiaux est primordial pour éviter la divergence de l'algorithme d'optimisation et éviter les minima locaux. Dans notre algorithme, les conditions initiales correspondent aux coefficients de Lagrange d'une distribution gaussienne où le support est  $\mathbb{R}$ , c.-à-d. les coefficients donnés par l'équation (4.20). Les conditions initiales sont aussi appliquées pour des supports semi-bornés  $s = [a, +\infty[$ .

#### IV.5.2. Résultats d'estimation des lois des paramètres

Nous avons calculé les lois de probabilité des variables aléatoires correspondantes à quelques paramètres du modèle. Nous avons considéré les informations disponibles sur le support, la moyenne et la variance de chaque paramètre.

Les figures ci-après montrent les lois de probabilité liées à la masse, la hauteur du centre de gravité du véhicule et le coefficient d'adhérence de la route.

La figure IV.6 présente le résultat d'estimation de la distribution de la charge  $m$ , par l'application du principe d'entropie et par des lois normale et lognormale. Les résultats sont obtenus dans les trois cas avec les mêmes valeurs moyennes et écarts-types. Dans le cas où le rapport écart-type / moyenne est faible (Figure IV.6.a), les lois obtenues ont pratiquement les mêmes allures. Cependant, pour une plus faible valeur de la moyenne et en gardant le même écart-type (Figure IV.6.b), nous constatons une troncature dans la loi obtenue par le principe d'entropie, et une probabilité non négligeable que la masse soit négative, avec la loi normale. La loi lognormale semble mieux représenter ce paramètre par rapport aux deux autres types de loi.

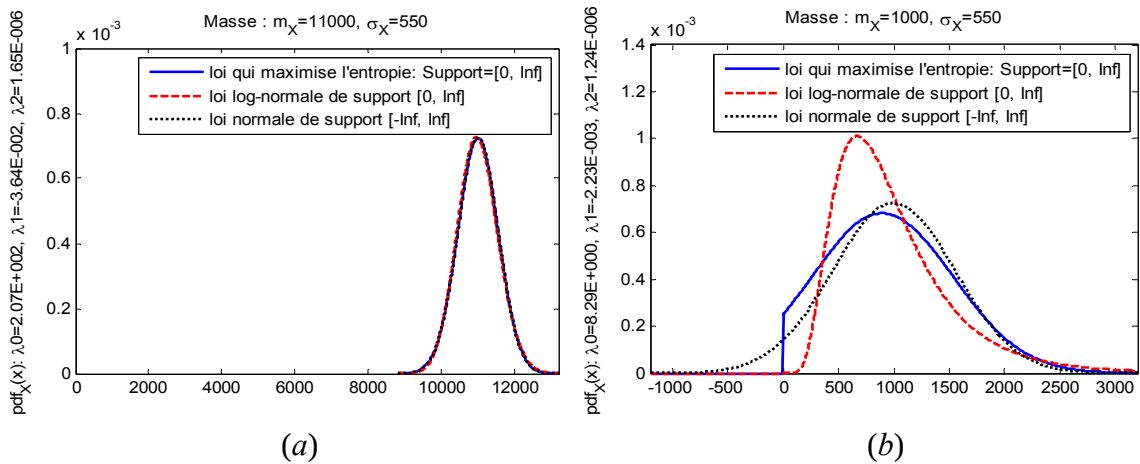


Figure IV.6. Lois de probabilité qui maximise l'entropie, lognormale et normale de la charge  
(a) rapport écart-type / moyenne faible (b) rapport écart-type / moyenne élevé

La figure IV.7 présente des exemples d'estimation des lois de probabilité pour d'autres paramètres en utilisant le principe du maximum d'entropie, la loi lognormale et la loi normale. Les simulations sont réalisées pour la hauteur  $h$  et le coefficient d'adhérence  $\mu$  dans les mêmes conditions que précédemment.

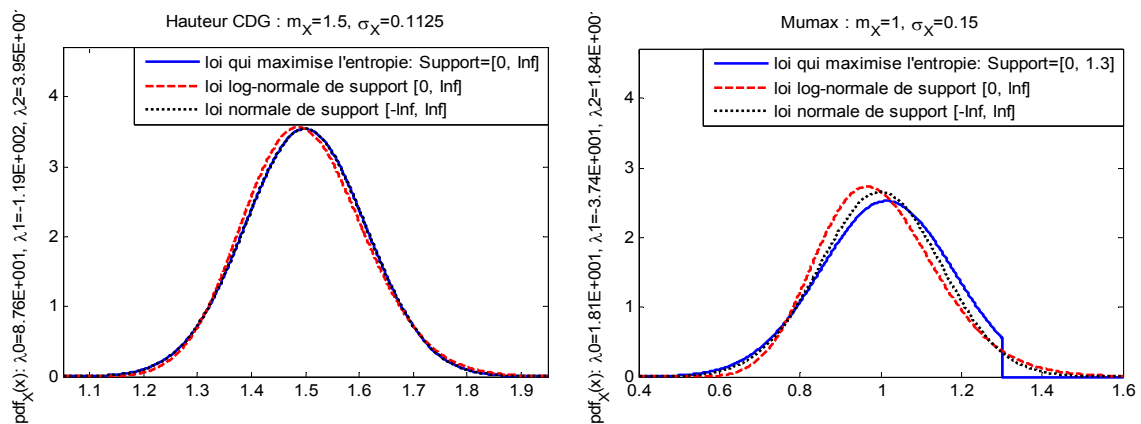


Figure IV.7. Lois de probabilité qui maximisent l'entropie, lognormale et normale de la hauteur  $h$  et du coefficient de frottement  $\mu$

En ce qui concerne l'estimation par le principe d'entropie, lorsque le support de la loi est borné, il y aura une troncature de la densité de probabilité (4.19). La loi résultante pourrait être une mauvaise approximation de la loi statistique (réelle) de la variable aléatoire. Dans ce cas, on pourra ajouter d'autres contraintes et/ou remplacer la mesure d'entropie par une autre mesure, évitant les troncatures et donnant ainsi d'autres formes de fonctions de densité de probabilité plus appropriées.

Dans notre étude, les masses, inerties, positions du centre de gravité et raideurs de suspension et de pneumatiques sont modélisées par des distributions lognormales puisque leur support est toujours positif. Par contre, les paramètres pouvant être négatifs, tels que le dévers et le braquage, sont représentés par des lois gaussiennes. Les distributions correspondantes à tous les paramètres sont déterminées en fonction de leurs moyennes et de leurs écarts-types.

#### IV.6 Etude de sensibilité

Cette section est consacrée à l'étude de sensibilité du risque de renversement de poids lourd par rapport aux variations et incertitudes paramétriques du système conducteur / poids lourd / infrastructure. Les paramètres à considérer comme variables aléatoires seront ceux qui ont le plus d'influence sur le risque.

L'analyse est réalisée sous le simulateur Prosper sur un poids lourd monocorps à deux essieux. L'étude faite dans cette section peut être généralisée à d'autres types de poids lourds et d'autres modèles.

Les tests effectués correspondent à des mises en virage à vitesses constantes. Pour garder une vitesse constante, le module de régulateur de vitesse (Cruise control) de Prosper est utilisé. Le braquage est commandé en boucle ouverte en lui donnant le profil indiqué dans la figure IV.8. Cette dernière montre les profils de commande appliqués et la trajectoire pour une situation où la vitesse de 15m/s (54km/h) est contrôlée dans un virage de rayon d'environ 70 m (braquage maximal = 150° au volant).

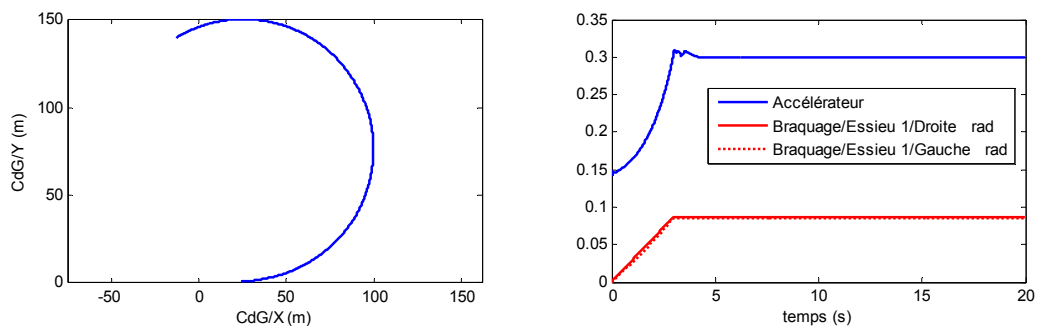


Figure IV.8. Test avec une vitesse contrôlée de 54 km/h et un braquage de 150° au volant.

Le temps de montée de braquage influe sur la partie transitoire de la dynamique du véhicule. Un passage progressif du braquage vers la valeur désirée permet un passage

progressif des différentes variables (en particulier les rapports de transfert de charge LTR) vers leurs valeurs à l'état final. Avec un passage rapide, la partie transitoire est plus sollicitée, et le renversement peut se produire malgré l'état de stabilité en roulis en régime établi.

Toutefois, sous Prosper, le contrôle d'une vitesse constante n'est pas efficace en virage lorsque la vitesse est élevée et le virage est serré. Le simulateur tient compte de la capacité du moteur et de son fonctionnement physique. La figure IV.9 montre une légère diminution de la vitesse du véhicule dès la mise en virage lorsque la vitesse de référence est de 62 km/h. Pour la vitesse et le braquage donnés, le Cruise control demande en virage plus de couple au niveau des roues, donc plus d'appuis sur l'accélérateur. Ce dernier a atteint sa valeur maximale conduisant à la réduction de la vitesse du véhicule en virage. Le même phénomène peut être remarqué sur une forte pente.

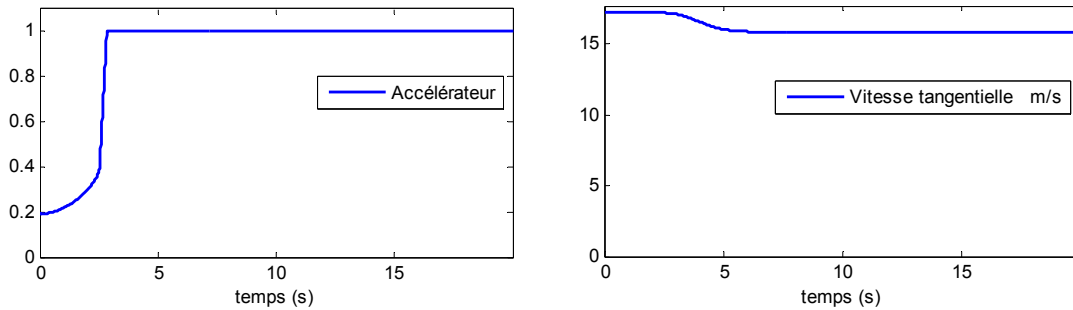


Figure IV.9. Profil de vitesse et de commande longitudinale lorsque la vitesse de référence est 62 km/h, braquage = 150° au volant

A partir d'une certaine vitesse (63 km/h), au moins une roue gauche décolle dans la phase transitoire de la mise en virage (virage gauche). Pour ce poids lourd, la roue arrière gauche est la plus sensible au renversement et décolle la première. Les roues reviennent au sol après cette phase, et l'équilibre du PL en virage est atteint. Le rapport de transfert de charge latéral devient constant (Figure IV.10) et le renversement n'a pas lieu.

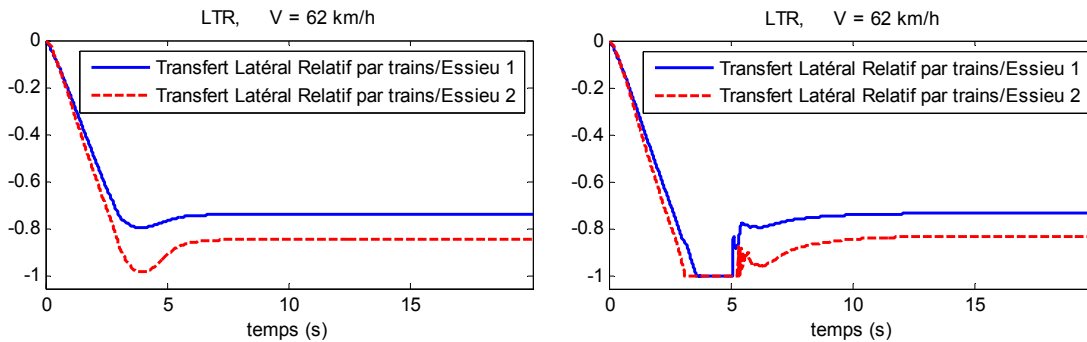


Figure IV.10. Rapport de transfert de charge pour différentes vitesses de référence

Afin d'étudier l'influence des paramètres pris un par un, les tests utilisés dans l'étude de sensibilité correspondent aux situations à risque élevé. Cependant la vitesse doit rester constante durant toute la mise en virage et le LTR ne dépasse pas les limites de décollement des roues.

#### IV.6.1. Influence des variations paramétriques sur le risque de renversement

Le rapport de transfert de charge au niveau de chaque essieu est utilisé comme indicateur pour évaluer le risque de renversement. Dans l'analyse de sensibilité, un seul paramètre est varié à la fois pour chaque simulation. Le risque est évalué par les valeurs maximales du LTR sur tout l'intervalle de simulation.

La sensibilité du *LTR* par rapport au vecteur  $p$  des paramètres est donnée par :

$$S = \frac{\partial LTR}{\partial p} \quad (4.22)$$

La sensibilité est calculée numériquement et suppose que les éléments du vecteur  $p$  sont indépendants. Dans cette analyse, nous effectuons des simulations pour des variations relatives des paramètres de  $\pm 5\%$  et  $\pm 10\%$ , en considérant ici que la variation relative d'un paramètre  $p_i$  est  $\Delta p_i / p_i$ . Les paramètres pris en compte sont donnés dans le tableau IV.1.

	<b>Paramètres</b>	<b>Description</b>
Paramètres d'entrée :	Vitesse Braquage	Vitesse initiale Angle de braquage
Paramètres du PL :	Hauteur CDG Mns1, Mns2 MTotale L1 ou X Y Kr1, Kr2 Kam1, Kam2 Kb1, Kb2 Kp1, Kp2	Hauteur du CG Masse non suspendue des trains 1 et 2 Masse totale du PL Distance CG – essieu 1 Position latérale du CG Raideurs des ressorts des essieux 1 et 2 Raideurs des amortisseurs des essieux 1 et 2 Raideurs des barres anti-roulis des essieux Raideurs des pneumatiques des essieux 1 et 2
Paramètres d'interaction Pneus/Chaussée :	Adhx1, Adhx2, Adhy1, Adhy2 $\mu$	Adhérences longitudinales et latérales (Le coefficient de rigidité et l'adhérence maximale sont modifiés) Coefficient de frottement de la chaussée
Infrastructure :	Pente, Dévers	Pente et dévers de la chaussée (l'uni n'est pas considéré)

Tableau IV.1. Les variables considérées dans l'étude de sensibilité



Les représentations non-linéaires des suspensions et des pneumatiques intégrées dans Prosper sont prises en compte. Pour modifier les raideurs des ressorts et des amortisseurs ( $K_{r1}, K_{r2}, K_{am1}, K_{am2}$ ), toute la courbe caractéristique de suspension de ces ressorts (ou amortisseurs) a été pondérée par un facteur approprié. Le même raisonnement est appliqué aux caractéristiques de pneumatiques verticales ( $K_{p1}, K_{p2}$ ).

L'interaction pneu/chaussée est modélisée par un modèle de Pacejka. Dans nos tests, chaque courbe caractéristique est aussi pondérée par un seul facteur. La rigidité longitudinale et latérale de pneumatique ainsi que l'adhérence maximale (pic de la courbe caractéristique de Pacejka) sont pondérés par un même facteur.

Pour faire varier, sous Prosper, le coefficient de frottement  $\mu$  qui caractérise la chaussée, nous avons fait varier simultanément et de la même valeur les rigidités des pneumatiques de toutes les roues du véhicule.

Les figures IV.11 et IV.12 montrent les variations relatives du LTR des essieux avant ( $LTR_1$ ) et arrière ( $LTR_2$ ) en fonction des variations relatives des paramètres.

Les paramètres sont classés en ordre décroissant des variations relatives des LTR. Ils sont alors classés par leurs degrés d'influence. A partir de ces figures, nous remarquons que les paramètres les plus influents sont les paramètres d'entrée (vitesse et braquage), la hauteur et la position longitudinale du centre de gravité et la masse totale. Les raideurs des barres anti-roulis, des suspensions et des pneumatiques sont moins influents, de même pour l'adhérence.

La distinction du sens de variation du LTR peut être utile lorsqu'on souhaite réaliser un générateur d'alerte. Elle nous permet de constater que, pour les paramètres ayant une influence positive, une variation (ou même une incertitude) positive de ces paramètres provoque une variation positive du LTR. Une alerte pourrait être fournie dans une situation hors danger. Alors que pour une variation négative, il peut y avoir des situations de danger sans génération d'alerte.

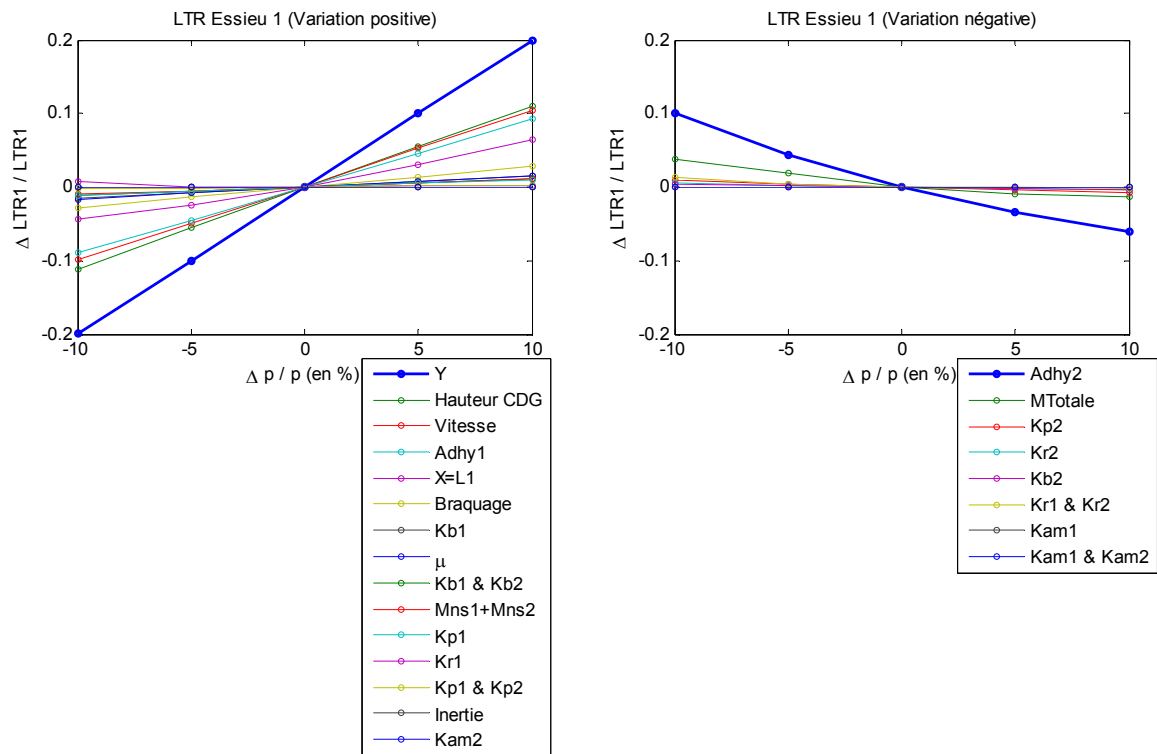


Figure IV.11. Variation relative du LTR de l'essieu Avant (en %) en fonction des variations relatives des paramètres (en %)

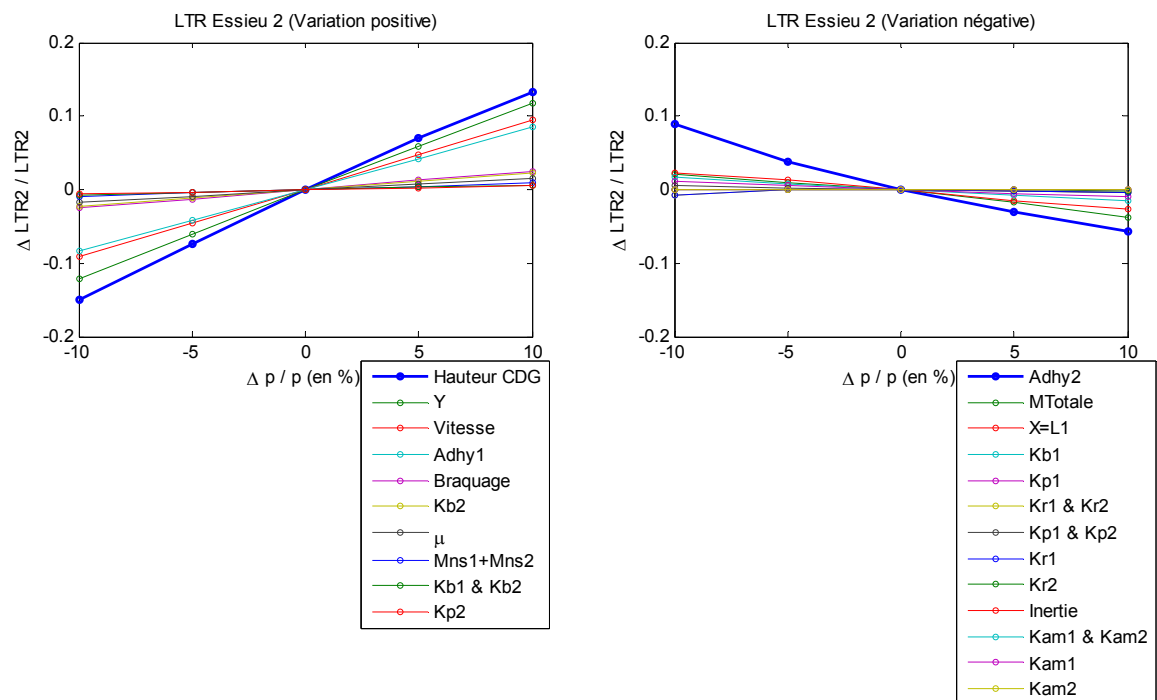


Figure IV.12. Variation relative du LTR de l'essieu Arrière en fonction des variations relatives des paramètres (en %)

Pour mieux étudier la sensibilité des paramètres sur le risque de renversement, nous utilisons les informations disponibles sur les incertitudes et/ou variations des différents paramètres. Les incertitudes que nous avons supposées sont données dans le tableau suivant.

Paramètre	Valeur moyenne	Ecart-type	Unité
Vitesse	60	2.5	km/h
Braquage	100	1.5	°
Hauteur CDG	1.830	0.112	m
Mns1 , Mns2	656 , 500	30 , 25	kg
Mtotale	14300	550	kg
L1 = X	2.0	0.10	m
Y	0	0.025	m
Kr1, Kr2		0.05*Kr	
Kam1, Kam2		0.05*Kam	
Kb1	300	30	daN.m/°
Kb2	300	25	daN.m/°
Kp1, Kp2		0.05*Kp	
Adhy1, Adhy2	Mumax Rigidité	0.05*Mumax 0.05*Rigidité	
Dévers	5	2.5	%
Pente	0	2.5	%

Tableau IV.2. *Les incertitudes paramétriques prises en compte*

Dans les simulations nous avons gardé les mêmes conditions que précédemment. La figure IV.13 présente les variations relatives des LTR en fonction des variations des paramètres selon les valeurs données dans le tableau IV.2.

Les paramètres sont classés selon l'ordre décroissant de la variation relative des LTR (prise en valeur absolue). A partir de cette figure, les paramètres les plus influents sont, par influence décroissante, la position longitudinale et verticale du centre de gravité, les coefficients de rigidité latérale des roues et la vitesse du véhicule, l'angle de braquage, la masse totale, les raideurs anti-roulis, de pneumatique et des ressorts.

L'ordre d'influence des ces paramètres diffère de celui obtenu précédemment. Il peut aussi être différent pour d'autres variations paramétriques, mais nous pouvons toujours distinguer les paramètres les plus influents sur le risque.

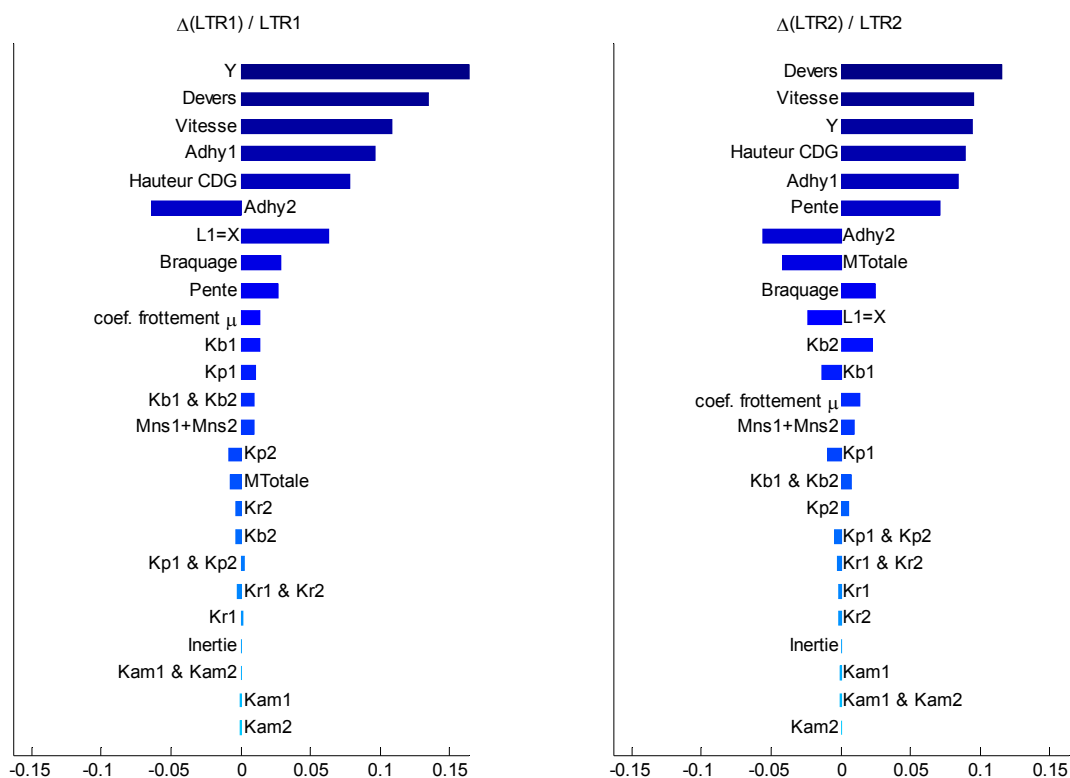


Figure IV.13. Variation relative des LTR pour des variations positives des paramètres en respectant les incertitudes données dans le tableau IV.2

#### IV.6.2. Etude de sensibilité par variables aléatoires

Afin de prendre en compte l'influence des variations mutuelles des incertitudes, les lois de probabilité correspondant aux paramètres les plus influents sont considérées. Les simulations de Monte-Carlo sont réalisées pour la détermination de la loi du LTR en fonction des différentes variables aléatoires. Des lois normales sont attribuées aux variables aléatoires avec des moyennes et écart-types données dans le tableau IV.2.

La figure IV.14 présente l'influence des paramètres aléatoires sur les coefficients de variation de LTR. Dans chaque cas, l'écart-type d'un seul paramètre est augmenté à 50% par rapport à l'écart-type du tableau IV.2. Les écart-types des autres paramètres sont maintenus constants.

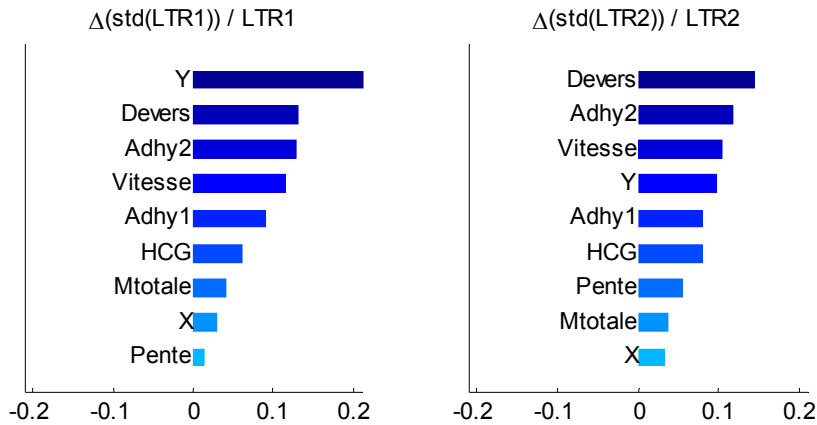


Figure IV.14. *Coefficient de variation des LTR lorsque l'écart-type de chaque paramètre est 50% supérieur à celui du tableau IV.2*

L'avantage de l'étude probabiliste de la sensibilité est la prise en compte des effets mutuels de l'ensemble des paramètres aléatoires sur le risque.

D'après l'étude de sensibilité, les paramètres susceptibles d'être modélisés par des variables aléatoires sont : la position (hauteur, positions latérale et longitudinale) du centre de gravité, la masse, l'adhérence, la pente, le dévers et la vitesse du véhicule.

La section suivante présente une étude statistique du risque d'accident de renversement en tenant compte des lois relatives aux paramètres et variables du système poids lourd/conducteur/infrastructure.

## IV.7 *Etude statistique du risque d'accident*

### IV.7.1. *Etude statistique du risque*

Nous avons effectué des simulations de Monte Carlo pour étudier le comportement probabiliste du poids lourd dans des situations de conduites à forts risques. Les simulations ont été réalisées en utilisant le simulateur Prosper. Les données de l'infrastructure et les actions aérodynamiques sont prises en compte par le simulateur.

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus lors d'une mise en virage à vitesse constante. La vitesse est de 60 km/h et le braquage au volant varie linéairement de 0 à 150° en 5 secondes puis se stabilise. L'uni est considéré dans les simulations et simulé à partir de données réelles. La méthode de simulation de l'uni est celle donnée dans la section IV.3. Les incertitudes sont modélisées par des variables aléatoires gaussiennes ou lognormales selon la nature physique des paramètres. Leurs distributions sont fonction des valeurs moyenne et écarts-types donnés par le tableau IV.2.

Pour donner une idée sur les dispersions des profils des LTR, la figure IV.15 présente les courbes de 5 réalisations de Monte Carlo. Le LTR de l'essieu avant est plus élevé et plus dispersé que celui de l'essieu arrière.

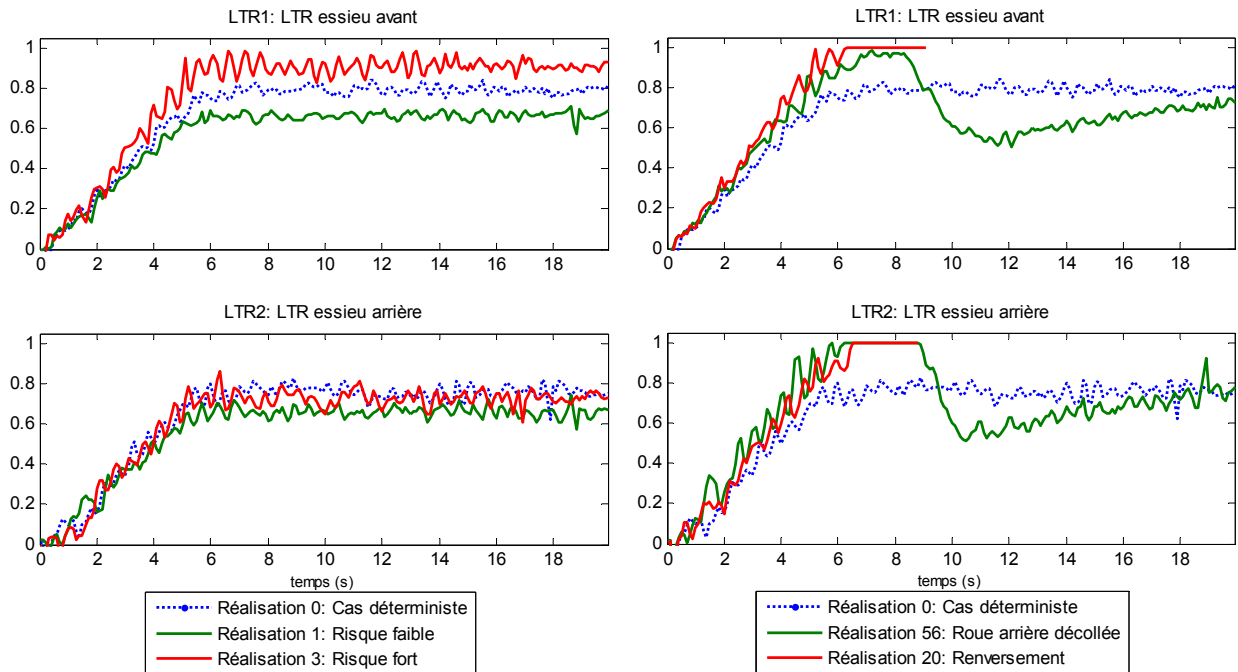


Figure IV.15. Profils des LTR pour 5 réalisations.

Nous présentons ici quelques réalisations qui montrent les limites d'une évaluation fondée sur les données déterministes. Le cas déterministe est présenté par les courbes bleues, où les paramètres sont les valeurs moyennes des variables aléatoires. Dans ce cas, ni renversement, ni décollage de roue ne sont constatés. Cependant, en présence des incertitudes, le risque de renversement peut être plus faible (1<sup>ère</sup> réalisation) ou plus élevé (3<sup>ème</sup> réalisation). Il y a même des cas de décollage de roue sans renversement, et des cas de renversement. Ainsi, en présence d'incertitudes le poids lourd pourrait se trouver en état de renversement bien que l'accident ne soit pas prévu par le calcul déterministe.

A partir des simulations de Monte Carlo sous Prosper, la quantification probabiliste du risque de renversement sera faite par les histogrammes des lois des LTR et des probabilités de dépassement de seuil (qui sont des évaluations dépendantes du temps), par l'instant du premier franchissement de seuil (qui présente une loi pour chaque seuil), et par les lois des valeurs maximales des LTR (qui permettent d'aboutir à une évaluation unique pour tout l'intervalle de prédiction). L'étude de ces différentes méthodes va nous aider dans la prise de décision sur la méthode la mieux adaptée à l'évaluation fiabiliste du risque de renversement [Sellami, 2008a].

## IV.7.2. Histogramme des lois du LTR et des probabilités de dépassement de seuil

### 1) Historique des lois du LTR

L'histogramme des estimations des lois des LTR avant et arrière et de l'accélération latérale est obtenu à partir d'environ 17000 réalisations. Ceci permet d'approximer des probabilités de 7% avec un intervalle de confiance de 95% (section II.6.4). La figure IV.16.a montre les lois des LTR correspondant à quatre instants de discrétisation.

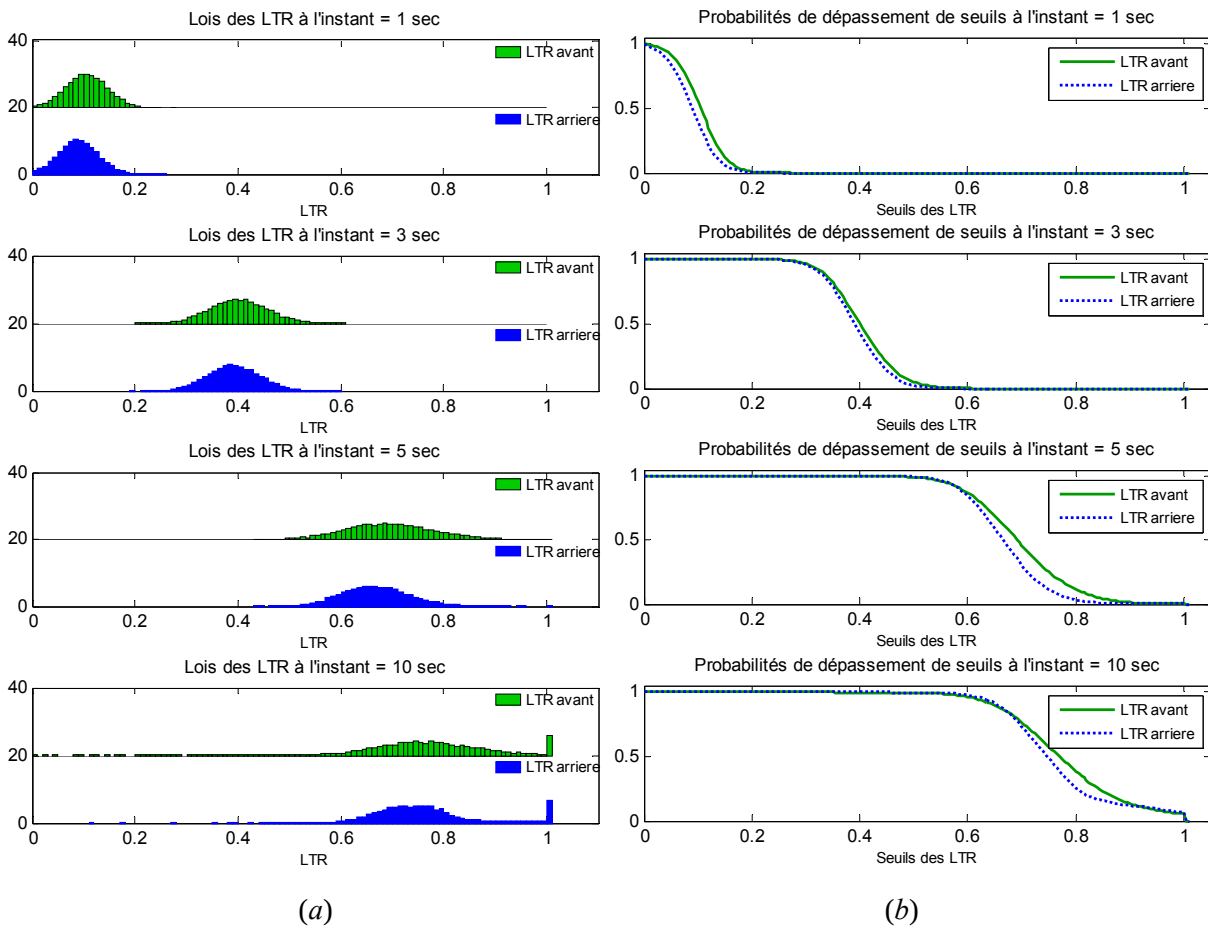


Figure IV.16. Estimation (a) de la loi de probabilité des LTR (pour 2000 simulations) et (b) des probabilités de dépassement de seuils des LTR

Les instants d'observation correspondent au début de mise en virage (1sec), à la partie transitoire (3 et 5 sec) et au régime permanent (10 sec).

D'après les histogrammes, les LTR ont pratiquement les mêmes lois pour les différents instants correspondant au régime permanent. Cependant, la dispersion est différente en transitoire. Le LTR augmente en moyenne et s'étale dans le temps jusqu'au régime permanent. D'autre part, un pic est constaté pour  $LTR=1$ , qui correspond au cas de décollement des roues gauches. La probabilité de décollement de la roue arrière (rouge) est

supérieure à celle de la roue avant (bleue). Ce pic est dû au fait que le rapport de transfert de charge ne dépasse pas 1, étant donnée que l'expression du LTR utilisée est fonction des forces normales des côtés gauche et droit de l'essieu et que ces forces normales sont des entités positives. Ce pic représente alors tous les cas de décollement des roues que ce soit avec ou sans renversement.

## 2) Historique des probabilités de dépassement de seuil

A partir des résultats précédents, nous pouvons déduire la probabilité que le LTR dépasse un seuil donné à chaque instant. La probabilité peut être calculée par la relation :

$$P(LTR > seuil) = 1 - F_{LTR}(seuil)$$

avec  $F_{LTR}(seuil)$  la fonction de distribution du LTR.

La figure IV.16.b montre les probabilités de dépassement de seuil en fonction des seuils du LTR aux instants 1, 3, 5 et 10 secondes.

Il est important d'avoir une seule évaluation qui caractérise le risque sur tout l'intervalle de prédiction. L'analyse de ces données nous permet de choisir des seuils critiques sur lesquels se base l'évaluation du risque. En effet, une situation dans laquelle on juge qu'on a un fort risque de renversement est détectée en choisissant un seuil du LTR,  $LTR_{critique}$ , et une probabilité critique de dépassement de ce seuil,  $P_{critique}$ . Le  $LTR_{critique}$  est déterminé selon les incertitudes qu'on a sur le LTR. La probabilité critique est déterminée en fonction d'un compromis admis entre la mobilité du PL sur la route et sa sécurité.

D'autre part, en étudiant l'évolution de la probabilité de dépassement de  $LTR_{critique}$  en fonction du temps, on peut déduire l'instant auquel cette probabilité dépasse  $P_{critique}$ . Ces deux seuils et cet instant pourraient être les paramètres utilisés pour alimenter le dispositif d'alerte.

### IV.7.3. Lois de l'instant de premier franchissement de seuil

Tout comme le seuil critique de LTR, la connaissance de l'instant de l'occurrence du risque est importante. L'alerte doit se faire en un temps précoce suffisant pour la réaction du conducteur ou le système de contrôle.

A chaque valeur de seuil, sont calculées les lois de probabilité des instants du premier franchissement (en croissant) de ce seuil. Nous présentons dans la figure IV.17 les lois correspondantes aux niveaux 0.6, 0.8 et 1.0.



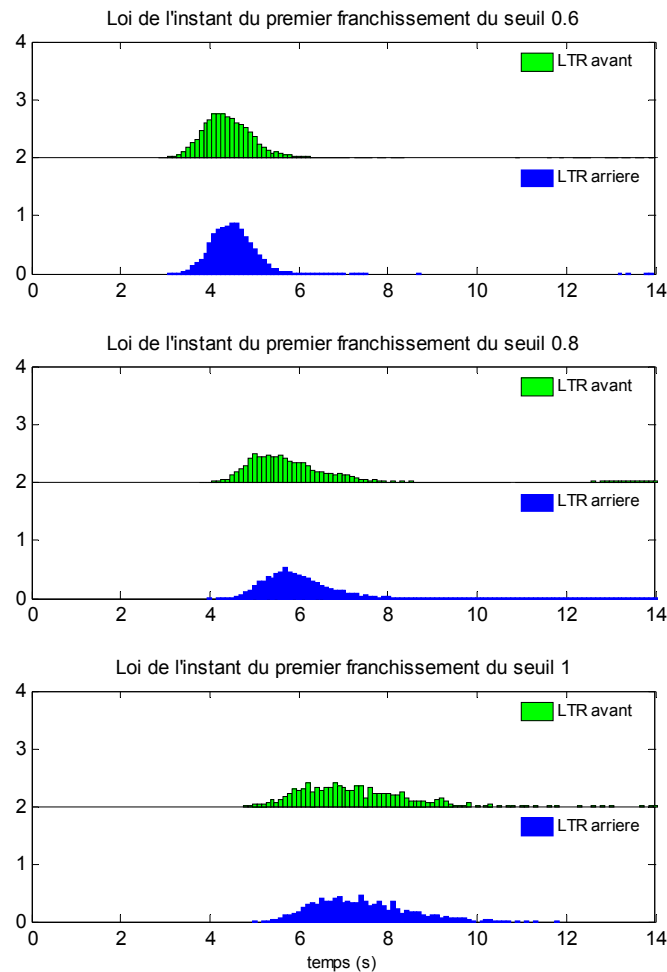


Figure IV.17. *Loi de probabilité de l'instant du premier franchissement des niveaux 0.6, 0.8 et 1.*

D'après la figure, le seuil 0.6 est franchi à environ 4.5 secondes. Par contre, les instants correspondant aux seuils plus élevés suivent des lois plus dilatées dans le temps. Ceci complique l'utilisation de ces instants pour l'évaluation du risque.

Par ailleurs, l'évaluation n'est pas instantanée, ce qui est avantageux. Cependant elle dépend du choix du seuil.

#### IV.7.4. Lois des valeurs extrêmes du LTR

Une autre façon d'avoir une seule évaluation du risque est de considérer à chaque réalisation la valeur maximale du LTR sur la période de simulation. Dans ce cas, le paramètre du temps n'intervient pas. La figure IV.18 présente l'allure de la loi de probabilité correspondante aux valeurs maximales du LTR ainsi que sa fonction de répartition.

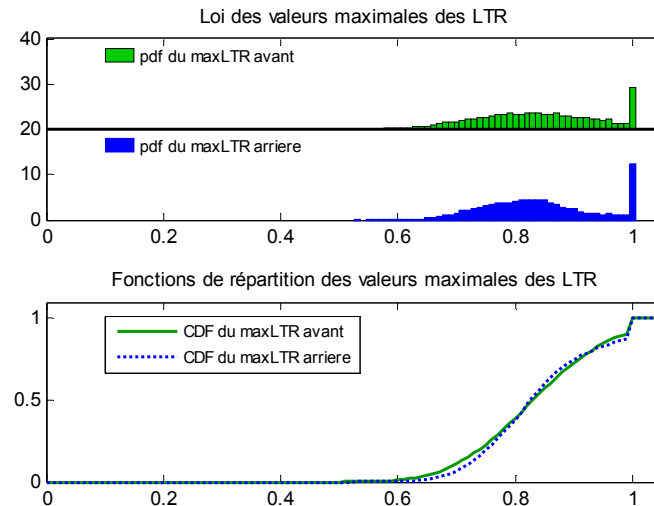


Figure IV.18. Loi des valeurs maximales des LTR

Jusqu'à présent, le risque est évalué par un dépassement de seuil du LTR. Cependant les valeurs du LTR ne permettent pas de définir l'état limite ultime (qui délimite la zone d'accident du PL). Les statistiques sur les instants auxquels il y a eu renversement sont représentées par la figure IV.19, et sont comparées à celles des instants de décollement d'au moins une roue (instants du premier franchissement du seuil 1). Le scénario utilisé conduit à une probabilité de renversement de 4.91% alors que la probabilité de décollement d'au moins une roue est de 13.60% (avec des intervalles de confiance de 93% et 95% respectivement). Ce qui signifie qu'il y a 8.79% de cas de décollement de roue sans pour autant qu'il y ait accident. L'événement du renversement se produit à environ 9 sec, soit près de 1.5 secondes après le décollement d'au moins une roue.

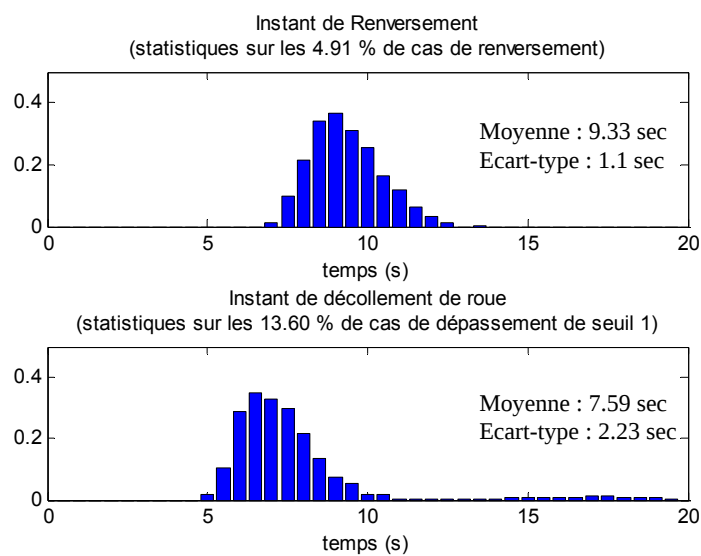


Figure IV.19. Instants de l'occurrence de renversement

#### IV.7.5. Conclusion

Nous avons vu que le choix d'un seuil critique et l'instant de dépassement de ce seuil sont des informations très utiles pour évaluer le risque de renversement du poids lourd. Le dispositif d'alerte sera alors alimenté par la probabilité de dépassement de ce seuil ou par l'instant de son premier franchissement. La valeur maximale du LTR peut être utilisée pour déterminer la probabilité de dépassement du seuil critique.

Cependant, ces informations ne peuvent être obtenues en temps réel puisque le modèle de poids lourd/infrastructure/conducteur est fortement non linéaire et complexe. Il est cependant important d'apporter des simplifications, soit au niveau du modèle ou au niveau de l'aspect aléatoire. Les simplifications du modèle permettent d'avoir des solutions analytiques et d'éviter les simulations de Monte Carlo. D'autre part, le fait de formuler le problème avec des variables aléatoires au lieu des dynamiques stochastiques permet d'utiliser les outils de fiabilité statique existants.

Notons qu'une seule valeur est nécessaire pour décrire un risque d'accident, il est donc possible de se limiter à modéliser le risque par une variable aléatoire au lieu d'un processus stochastique. La sortie du modèle du risque représente la valeur maximale du LTR sur l'intervalle de prédiction ou l'instant du premier franchissement d'un seuil critique donné. Le chapitre suivant est consacré à une évaluation fiabiliste du risque de renversement en utilisant les méthodes de fiabilité statiques.

Cependant, toutes les entrées du modèle de risque sont des variables aléatoires. Les entités variables dans le temps, comme le profil de vitesse et l'angle de braquage, sont des fonctions à paramètres aléatoires.

## Chapitre V.

### EVALUATION DU RISQUE PAR FIABILITE

Le poids lourd possède une dynamique complexe régie par un modèle non-linéaire multivariables. Les variables d'état qui sont des processus stochastiques ne peuvent être obtenues analytiquement. De ce fait, il n'est pas évident d'exprimer l'indicateur de risque en fonction du temps. Il est cependant utile d'apporter des simplifications sur la description stochastique du système. Dans ce travail, nous optons pour une description indépendante du temps, en décrivant les variables d'entrées du système par des variables aléatoires et l'évaluation du risque par une seule variable aléatoire pour toute la période de prédiction. Ceci conduit à un système d'équations différentielles à paramètres aléatoires. Dès lors, l'utilisation des méthodes de fiabilité classique pour l'évaluation du risque de renversement de poids lourd est rendue possible. Dans cette étude, l'imperfection de la chaussée (l'uni), modélisée par un processus stochastique, n'est pas prise en compte dans le calcul fiabiliste.

La figure V.1 représente le schéma général de l'algorithme de prédiction fiabiliste du risque d'accident, proposé dans cette étude.

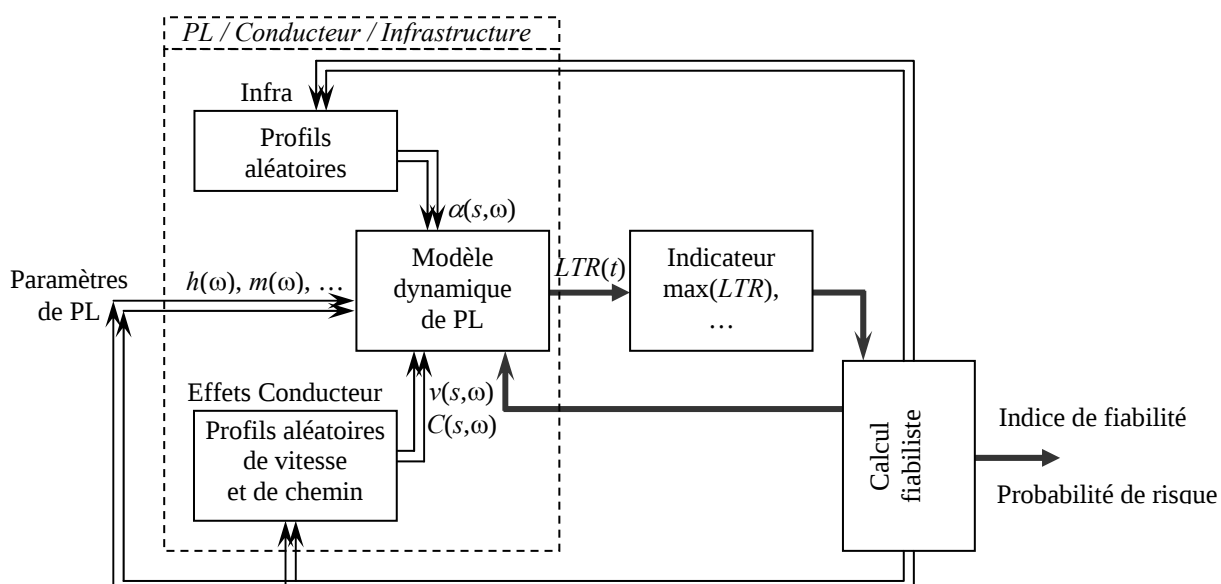


Figure V.1. Schéma du système de prédiction fiabiliste du risque proposé ( $t$ ,  $s$  et  $\omega$  désignent respectivement le temps, la distance parcourue et l'aléa)

Les entrées du bloc poids lourd/conducteur/infrastructure sont les paramètres considérés comme variables aléatoires. Ce sont les paramètres liés au poids lourd tels que la hauteur du centre de gravité, la masse,... et les paramètres liés à l'infrastructure et au conducteur tels que les paramètres des profils de vitesse, de courbure, du dévers,... L'espace dans lequel ces variables sont définies est dit espace physique.

Le calcul fiabiliste s'effectue en trois étapes : (i) transformation de l'espace physique en un espace gaussien normalisé, (ii) calcul d'un indice, dit indice de fiabilité, par un algorithme d'optimisation, en imposant à chaque itération des réalisations des paramètres aléatoires, en lançant une ou plusieurs simulations sur l'intervalle de prédiction, et en récupérant à chacune d'elle un indicateur déterministe du risque (par exemple le maximum du LTR sur l'intervalle de prédiction), (iii) approximation de la probabilité de risque d'accident (probabilité que cet indicateur dépasse un seuil donné).

Dans ce chapitre, nous commençons par décrire les méthodes de fiabilité utilisées. Puis nous les appliquons à l'évaluation prédictive du risque de renversement d'un poids lourd. En premier lieu, la méthode fiabiliste est utilisée pour prédire le risque à long terme, plus précisément avant l'entrée dans un virage où les conditions initiales de l'état du véhicule sont données par seulement sa vitesse et sa position sur la route. Les facteurs de sensibilité sont déduits du calcul fiabiliste et comparés avec la sensibilité des paramètres présentée dans le chapitre précédent. En second lieu, une prédiction fiabiliste à court terme est réalisée lors de l'évolution dynamique du véhicule. Un filtre de Kalman Unscented, dédié aux systèmes non-linéaires, est développé pour estimer les variables dynamiques. Nous présentons dans cette partie deux approches de prédiction par fiabilité : une prédiction par le suivi de l'évolution de l'indice de fiabilité caractérisant la probabilité instantanée du risque, puis une prédiction fiabiliste en exploitant le modèle du système poids lourd/conducteur/ infrastructure.

## V.1 Principe du calcul fiabiliste

### V.1.1. Etapes du calcul de fiabilité

Afin de quantifier le risque, il est nécessaire de définir une marge de sécurité, dite fonction d'état limite  $g(x)$ , qui délimite le domaine de bon fonctionnement du véhicule. Cette fonction est exprimée à partir de l'indicateur de risque déterministe et doit vérifier les conditions suivantes :

$g(x) = 0$  décrivant l'état limite de sécurité

$g(x) > 0$  où le système est en fonctionnement sûr

$g(x) < 0$  où le système est en situation d'accident ou son fonctionnement dépasse un niveau élevé de risque

Ici,  $x$  désigne le vecteur de paramètres que l'on rend aléatoires et intervenant dans la description de l'indicateur de risque.

Ainsi la probabilité du risque  $P_{risk}$  devient :

$$P_{risk} = P(g(X) < 0) \quad (5.1)$$

où  $X$  est le vecteur contenant toutes les variables aléatoires du modèle du risque.

Comme mentionné dans le chapitre sur l'état de l'art, plusieurs méthodes de fiabilité ont été développées pour le calcul de cette probabilité: des méthodes de simulation et des méthodes d'approximation [Melchers, 1999] [Lemaire, 2005]. Les premières sont basées sur des simulations de Monte Carlo dont le coût de calcul est prohibitif. Les secondes sont basées sur des approximations de la fonction d'état limite  $g(x)$ , ce qui fait réduire considérablement le temps de calcul.

L'approximation de la probabilité du risque, par une méthode d'approximation, procède principalement par les trois étapes suivantes :

1. La première étape consiste à transformer le vecteur aléatoire physique  $X$  en un vecteur aléatoire gaussien centré et normé  $U$ :  $U = T(X)$ . Cette transformation est dite isoprobabiliste. Les transformations  $T$  les plus utilisées sont celles de Rosenblatt, Nataf, Paloheimo, et Rackwitz-Fissler [Melchers, 1999]. L'hyper-surface d'état limite, définie par  $g(x) = 0$ , peut être exprimée dans le nouvel espace par  $H(u) = 0$ , où  $u$  est une réalisation de  $U$ .

La probabilité du risque de renversement sera alors donnée par :

$$P_{risk} = P(H(U) < 0) \quad (5.2)$$

2. Dans la seconde étape, on recherche, dans l'espace normalisé, le point  $P^*$  de l'hyper-surface d'état limite ayant la densité de probabilité la plus élevée, dit point défaillant le plus probable. Puis on calcule un indice de fiabilité  $\beta$  lui étant associé.

Plusieurs représentations de l'indice de fiabilité ont été proposées dans la littérature, en commençant par l'indice de Rjanitzynne en 1950 et l'indice de Cornell en 1970. Hasofer et Lind (1974) présentent une définition complète de cet indice: il correspond à la distance euclidienne entre l'origine de l'espace normalisé et la surface d'état limite, c'est-à-dire : entre l'origine et le point  $P^*$ . L'indice est obtenu en résolvant le problème de minimisation suivant:

$$\beta = \min \left( \|u\|^2 \right) \text{ sous les contraintes } H(u) = 0 \quad (5.3)$$

$P^*$ , point défaillant le plus probable, est le point de l'espace normalisé qui réalise ce minimum.

3. Dans la troisième étape, la probabilité du risque de renversement est estimée par une simple fonction de l'indice de fiabilité. Dans ce cadre, cette dernière fonction dépend de la manière d'approcher l'état limite autour du point  $P^*$ . Dans la méthode FORM, la surface d'état limite est approximée par un hyper-plan tangent au point  $P^*$ . Dans la méthode SORM, elle est approximée par une surface parabolique. Des méthodes d'ordres supérieurs ont aussi été développées pour pallier la non-linéarité des fonctions d'état limite [Zhao, 2001].

### V.1.2. Les transformations isoprobabilistes

Une transformation isoprobabiliste permet de transformer les variables physiques  $X$ , qui suivent a priori une loi quelconque et qui sont a priori corrélées, en des variables aléatoires gaussiennes centrées réduites (indépendantes)  $U$ . Ces dernières définissent les vecteurs de base de l'espace normé ou espace gaussien. Cet espace conduit à simplifier les calculs. Ainsi, les difficultés liées aux domaines de définition des densités des variables physiques sont évitées étant donné que la densité gaussienne est à support infini [Mohammadkhani, 2007]. De plus, du fait de transformer l'espace physique en un espace normé, il est possible de manipuler les variables en jeu, en présence d'écart importants entre les ordres de grandeurs de leurs valeurs moyennes et leurs variances. Enfin, la métrique de l'espace normé est la métrique euclidienne. C'est pourquoi l'indice de fiabilité prend une signification géométrique.

#### 1) Transformation de Rosenblatt

Si la densité de probabilité conjointe des variables est connue, la transformation de Rosenblatt, notée  $U = T(X)$ , peut être appliquée. Cette transformation est donnée par la forme récursive suivante :

$$\begin{cases} U_1 = \Phi^{-1}(F_1(X_1)) \\ U_2 = \Phi^{-1}(F_2(X_2|X_1)) \\ \vdots \\ U_n = \Phi^{-1}(F_n(X_n|X_{n-1}, \dots, X_1)) \end{cases} \quad (5.4)$$

où  $F_i$  est la fonction de répartition de la variable  $X_i$ ,  $F_i(X_i|X_{i-1}, \dots, X_1)$  la fonction de répartition de  $X_i$  sachant  $X_1, \dots, X_{i-1}$ , et  $\Phi$  la fonction de répartition de la loi gaussienne centrée et normée.

La transformation inverse s'obtient successivement à partir de la première variable :

$$\begin{cases} X_1 = F_1^{-1}(\Phi(U_1)) \\ X_2 = F_2^{-1}(\Phi(U_2)|U_1) \\ \vdots \\ X_n = F_n^{-1}(\Phi(U_n)|U_{n-1}, \dots, U_1) \end{cases} \quad (5.5)$$

La difficulté majeure dans l'application de cette transformation réside dans la détermination des probabilités conditionnelles. L'ordonnement des composantes du vecteur aléatoire peut simplifier ou complexifier le calcul des probabilités conditionnelles. De plus, la densité conjointe des variables physiques n'est pas toujours connue.

Dans le cas de variables indépendantes, seule les transformées marginales sont nécessaires. Pour une variable normale  $N(m, \sigma)$  de moyenne  $m$  et d'écart-type  $\sigma$ , cette transformation marginale s'écrit ;

$$X = m + \sigma U \quad (5.6)$$

Pour une variable lognormale  $\text{Log}N(m, \sigma)$ , la transformation marginale est :

$$X = \frac{m_X}{\sqrt{1 + (\sigma_X/m_X)^2}} \exp\left(U \sqrt{\log(1 + (\sigma_X/m_X)^2)}\right) = \exp(U \cdot \sigma + m) \quad (5.7)$$

avec  $m_X$  et  $\sigma_X$  la moyenne et l'écart-type de  $X$ .

## 2) Transformation de Nataf

La transformation de Nataf ne requiert pas la connaissance de la densité conjointe des variables physiques. Elle nécessite seulement leurs densités marginales ainsi que la matrice de corrélation  $\rho_{ij}$ . Son principe procède par deux étapes, la première consiste à une transformation par les densités marginales en une suite de variables normales centrées



réduites  $Z = (Z_1, \dots, Z_n)^t$  corrélées deux à deux. Le vecteur des réalisations des variables intermédiaires est déterminé par la relation :

$$z_i = \Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i)) \quad (5.8)$$

Les corrélations de ces variables intermédiaires  $\rho_{ij}^*$  sont solutions de l'équation intégrale :

$$\rho_{ij} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x_i - m_i}{\sigma_i} \frac{x_j - m_j}{\sigma_j} \phi_2(z_i, z_j, \rho_{ij}^*) dz_i dz_j \quad (5.9)$$

dans laquelle  $\phi_2$  représente la densité de la loi binormale.  $m_i, \sigma_i$  sont respectivement la moyenne et écart-type de la variable  $X_i$ .

Dans la seconde étape, les variables  $Z_i$  sont décorréliées en procédant à une décomposition de Cholesky de la matrice de corrélation  $\rho^*$ . Des relations empiriques fournissant des estimations acceptables des corrélations des variables intermédiaires sont utilisées. Les coordonnées des variables physiques dans l'espace normé peuvent alors être déterminées [Melchers, 1999].

### V.1.3. Calcul de l'indice de fiabilité

Cette section décrit les algorithmes d'optimisation adoptés pour la recherche du point de défaillance le plus probable et le calcul de l'indice de fiabilité.

#### 1) Algorithme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler

Il existe de nombreux algorithmes permettant la résolution du problème d'optimisation. En pratique, l'algorithme de Rackwitz-Fiessler [Rackwitz, 1978] est le plus employé à cause de sa simplicité et ses bons résultats. L'algorithme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler [Lemaire, 2005] est un algorithme d'optimisation de premier ordre pour la recherche du point de défaillance le plus probable.

Cependant des hypothèses doivent être considérées dans l'algorithme :

- La fonction d'état limite  $H$  admet un gradient au point de coordonnée  $u$ .
- Le gradient  $\nabla H(u)$  est non nul en tout point de l'hyper surface d'état limite.

Au début de l'algorithme, un point de départ a priori quelconque est choisi. Dans la majorité des cas, l'initialisation aura lieu aux valeurs médianes des variables, autrement dit, à l'origine de l'espace normé. Ce point peut également être tiré aléatoirement.

On se place dans l'espace normé en un point  $P^k$  de coordonnée  $u^k$  à l'itération  $k$ . Le développement en série de Taylor de la fonction d'état limite  $H(u)$  autour du point  $P^k$  donne :

$$H(u) = H(u^k) + \nabla H(u^k)(u - u^k) + O(u - u^k)^2 \quad (5.10)$$

avec  $\nabla H(u^k)$  le gradient de  $H(u)$  au point  $P^k$ . On définit alors  $P^{k+1}$  par :

$$H(u^{k+1}) = H(u^k) + \nabla H(u^k)(u^{k+1} - u^k) = 0$$

En divisant l'équation par la norme  $\|\nabla H(u^k)\|$  et en introduisant les cosinus directeurs de  $H$  en  $P^k$  on obtient :

$$\langle u^{k+1}, \alpha^k \rangle = \langle u^k, \alpha^k \rangle - \frac{H(u^k)}{\|\nabla H(u^k)\|} = -\beta^k \quad (5.11)$$

avec  $\alpha^k = \frac{\nabla H(u^k)}{\|\nabla H(u^k)\|}$  le vecteur des cosinus directeurs (ou le vecteur du gradient normalisé)

de  $H$  en  $P^k$ . Le vecteur  $\alpha^k$  étant de norme 1, on obtient :

$$u^{k+1} = \langle u^k, \alpha^k \rangle \cdot \alpha^k - \frac{H(u^k)}{\|\nabla H(u^k)\|} \alpha^k = -\beta^k \alpha^k \quad (5.12)$$

avec  $\beta^k = -\langle u^k, \alpha^k \rangle + \frac{H(u^k)}{\|\nabla H(u^k)\|}$  l'indice de fiabilité à l'itération  $k$ .

L'algorithme de recherche de l'indice de fiabilité s'arrête lorsque la norme  $\|u^{k+1} - u^k\|$  est faible.

Cette méthode peut être résumée par l'algorithme de la figure V.2.

Des améliorations de l'algorithme précédent sont possibles par une recherche du pas optimal (iHLRF [Lemaire 2005]) ou par des algorithmes d'optimisation d'ordres supérieurs.

## 2) Calcul des gradients

Les méthodes citées précédemment nécessitent généralement la connaissance de la fonction d'état limite et de ses gradients en un point donné. Cependant la connaissance explicite des gradients n'est pas toujours possible.

En pratique, le gradient est souvent exprimé par des solutions numériques approchées. Il peut être obtenu numériquement par différences finies ou par dérivation d'une fonction explicite usuelle approchée de l'état limite (par exemple dans la méthode de la surface de réponse quadratique). Concernant la méthode des différences finies, un développement de Taylor conduit à des approximations de la dérivé de  $H(u)$  par rapport à chaque variable  $u_i$  :

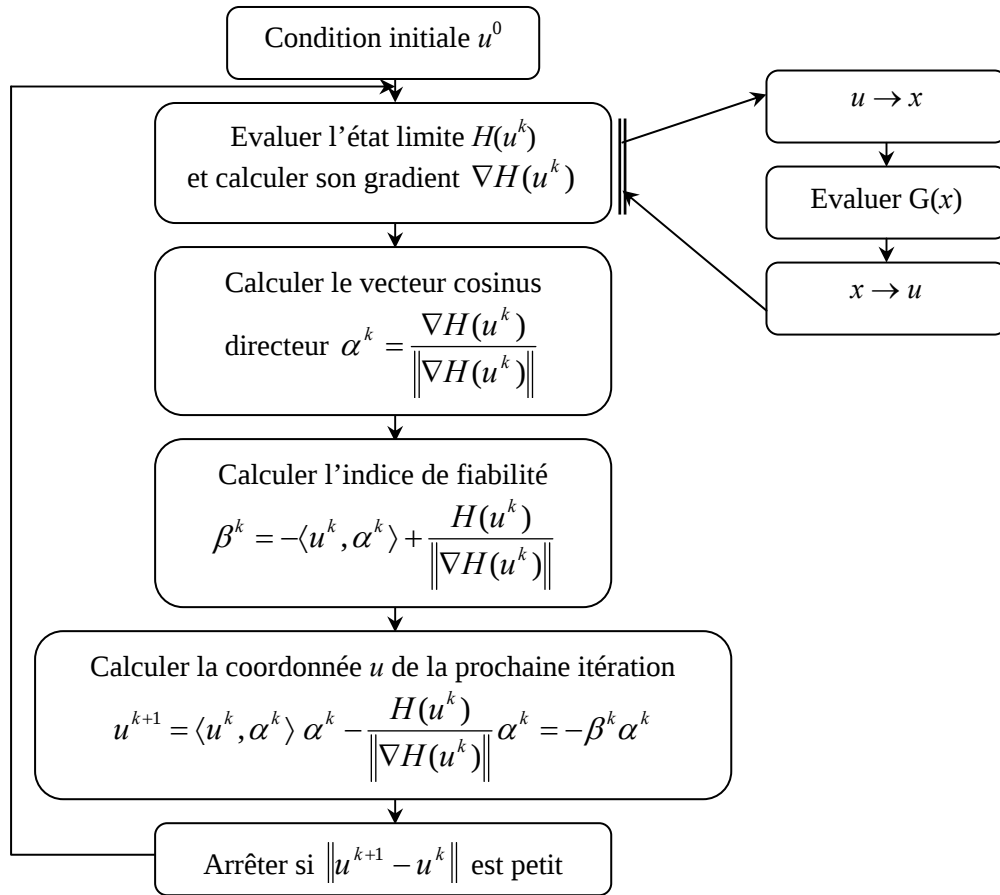


Figure V.2. Algorithme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler

– approximation avec une erreur d'ordre  $O^2$  nécessitant  $n$  évaluations supplémentaires de l'état limite :

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial u_i}(u) &\approx \frac{H(u_1, \dots, u_i + h, \dots, u_n) - H(u_1, \dots, u_i, \dots, u_n)}{h} \\ &\approx \frac{H(u_1, \dots, u_i, \dots, u_n) - H(u_1, \dots, u_i - h, \dots, u_n)}{h} \end{aligned} \quad (5.13)$$

– approximation avec une erreur d'ordre  $O^3$  (car les termes en  $h^2$  s'annulent) nécessitant  $2n$  évaluations supplémentaires de l'état limite :

$$\frac{\partial H}{\partial u_i}(u) \approx \frac{H(u_1, \dots, u_i + h, \dots, u_n) - H(u_1, \dots, u_i - h, \dots, u_n)}{2h} \quad (5.14)$$

Les dérivées secondes sont obtenues avec une erreur d'ordre  $O^4$  et  $2n+1$  évaluations :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u_i^2}(u) \approx \frac{H(u_1, \dots, u_i + h, \dots, u_n) + H(u_1, \dots, u_i - h, \dots, u_n) - 2H(u_1, \dots, u_i, \dots, u_n)}{h^2} \quad (5.15)$$

Les dérivées par rapport à deux variables, nécessaires pour le calcul de la matrice Hessienne, s'obtiennent par la dérivation croisée suivante :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u_i \partial u_j}(u) \approx \frac{H(\dots, u_i + h, \dots, u_j + h, \dots) - H(\dots, u_i + h, \dots, u_j - h, \dots) - H(\dots, u_i - h, \dots, u_j + h, \dots) + H(\dots, u_i - h, \dots, u_j - h, \dots)}{4h^2} \quad (5.16)$$

Un bon choix du pas  $h$  est nécessaire pour une précision suffisante du gradient, surtout si la fonction d'état limite n'est pas précise.

#### V.1.4. Approximation de la probabilité du risque

Après application d'une transformation isoprobabiliste, il est possible d'utiliser les méthodes FORM et SORM pour l'estimation de la probabilité de risque [Ditlevsen, 1996]. Elles consistent tout d'abord à trouver une approximation de la fonction d'état limite  $H(u)$ , notée  $\tilde{H}(u)$  par un développement en série de Taylor autour d'un point donné  $u_0$  :

$$\tilde{H}(u) = H(u) + \nabla H(u)^T (u - u_0) + \frac{1}{2} (u - u_0)^T \nabla^2 H(u) \cdot (u - u_0) + O_{u=u_0}((u - u_0)^t (u - u_0)) \quad (5.17)$$

$\nabla H(u)$  et  $\nabla^2 H(u)$  représentent respectivement le gradient de la fonction d'état limite et la matrice Hessienne, évalués en  $u_0$ . Ce point  $u_0$  sera par la suite le point de défaillance le plus probable  $P^*$ .

##### 1) Méthode FORM

Une fois le point  $P^*$  et l'indice de fiabilité obtenu, la probabilité de défaillance sera estimée. Dans la méthode FORM (First Order Reliability Method) la surface d'état limite est approchée par l'hyper-plan tangent au point  $P^*$  à la surface  $H(u) = 0$ . L'approximation au premier ordre de la fonction d'état limite consiste à négliger les termes de second ordre de l'équation (5.17).

La recherche du point  $P^*$  donne :

$$u^* = -\beta \cdot \alpha \quad (5.18)$$

Où  $\alpha$  représente le gradient normalisé de la fonction d'état limite, évaluée au point  $P^*$  par  $\alpha = \nabla H(u^*) / \|\nabla H(u^*)\|$ .

En se reportant à la relation (5.17), nous obtenons l'équation de l'hyperplan tangent au point de conception :

$$\tilde{H}(u) = \beta + \langle \alpha, u \rangle \quad (5.19)$$

A l'aide de cette approximation au premier ordre, il est possible d'approximer la probabilité du risque par :

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (5.20)$$

dans laquelle  $\Phi$  représente la fonction de répartition de la loi gaussienne centrée et réduite.

Il est à noter que dans le cas d'une fonction d'état limite de forte courbure, l'approximation au point de conception par l'hyper plan tangent n'est plus adaptée. Il est alors nécessaire de recourir à une approximation d'ordre supérieur.

## 2) Méthode SORM

L'approximation au second ordre nécessite de considérer les termes de second ordre dans l'équation (5.17). La matrice Hessienne doit être déterminée puis diagonalisée pour calculer les courbures principales  $\kappa_i$ . La méthode SORM utilise l'hyperparaboloïde tangent au point de conception  $P^*$ , et peut s'exprimer par :

$$\tilde{H}(u) = u_n - \beta - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \kappa_i u_i^2 = 0 \quad (5.21)$$

$u_i$  étant la  $i^{\text{ème}}$  composante du vecteur  $u$ , et  $\kappa_i$  les courbures principales de l'hyperparaboloïde au point  $P^*$ .

Avec cet hyper-paraboloïde, la probabilité de défaillance peut être approchée de plusieurs façons. La probabilité de défaillance approchée par Breitung [Breitung, 1984] est :

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \kappa_i \beta)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.22)$$

Hohenbichler et Rackwitz [Hohenbichler & Rackwitz, 1988] proposent une approximation de probabilité de défaillance plus générale. Cette approximation est donnée par :

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} \left( 1 + \kappa_i \frac{\phi(\beta)}{\Phi(-\beta)} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.23)$$

où  $\phi(\beta)$  désigne la densité de probabilité de la loi normale, centrée et réduite.

Notons que la méthode SORM peut être ramenée à une approche au premier ordre en définissant un hyperplan tangent au point de conception, mais à une distance équivalente  $\beta'$  définie par [Ditlevsen, 1996] [Cremona, 2003] :

$$\beta' \approx -\Phi^{-1}(P_f) \quad (5.24)$$

$\beta'$  est appelé indice de fiabilité généralisé, et diffère donc de l'indice d'Hasofer-Lind. La figure V.3 illustre une représentation géométrique de l'indice de fiabilité obtenu par les deux approches FORM et SORM.

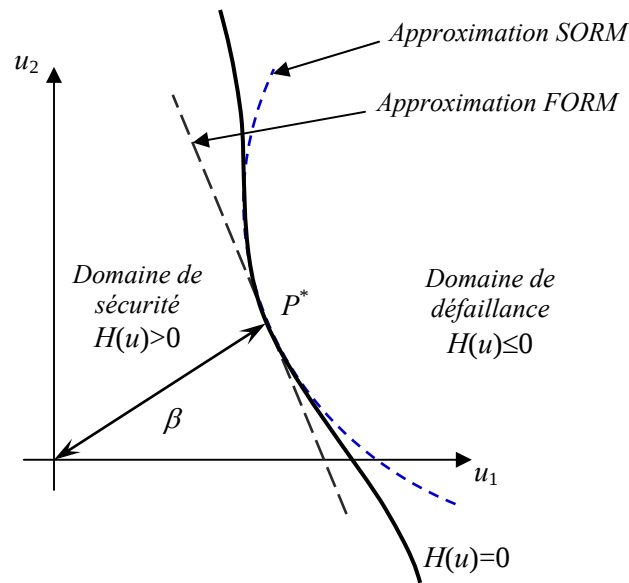


Figure V.3. Etat limite et approximation de la probabilité de risque par FORM et SORM

Notons que l'indice de fiabilité est un concept indispensable dans la théorie de la fiabilité, à tel point qu'il est souvent préféré à la probabilité de défaillance. En effet, cette probabilité est souvent très faible contrairement à l'indice de fiabilité.

Les deux méthodes FORM et SORM dépendent étroitement de la recherche du point de défaillance le plus probable  $P^*$ , dont l'unicité n'est jamais assurée. De plus, le calcul numérique des gradients et des Hessiens peut devenir fastidieux si le nombre de variables aléatoires est élevé. Ce calcul peut aussi cumuler des erreurs dues aux évaluations de la fonction d'état limite, qui est le résultat de la prédiction des états du véhicule à travers son modèle dynamique et faisant appel à une résolution numérique d'une équation différentielle. Les courbures principales, dans la méthode SORM, sont sensibles à la précision du calcul de l'Hessien.

L'estimation de la probabilité du risque par les méthodes FORM et SORM peut être par la suite ajustée ou validée en utilisant les méthodes de simulations conditionnées par le calcul du point  $P^*$ . La méthode des simulations par tirages d'importance en est un exemple.

### V.1.5. Méthode par surface de réponse

Dans cette méthode, l'état limite est approché par une surface, dite surface de réponse [Lemaire, 2003] [Hurtado, 2004]. L'idée est de remplacer la fonction d'état limite a priori inconnue, dans l'espace physique  $g(x)$  ou normé  $H(u)$ , par une fonction explicite équivalente  $\hat{g}(x)$  ou  $\hat{H}(u)$ . Cette dernière est généralement développée sur une base polynomiale, en particulier quadratique. Les coefficients de l'état limite approché sont déterminés de manière à minimiser l'erreur d'approximation autour du point  $P^*$ . La détermination de ces coefficients nécessite l'élaboration d'un plan d'expériences, permettant de s'approcher progressivement de la surface d'état limite réelle. Dans cette section, nous traitons la construction d'une surface de réponse quadratique dans l'espace normé.

#### 1) Etapes d'approximation par surface de réponse

La mise en œuvre d'une surface de réponse par plan d'expériences procède par les étapes suivantes (figure V.4) :

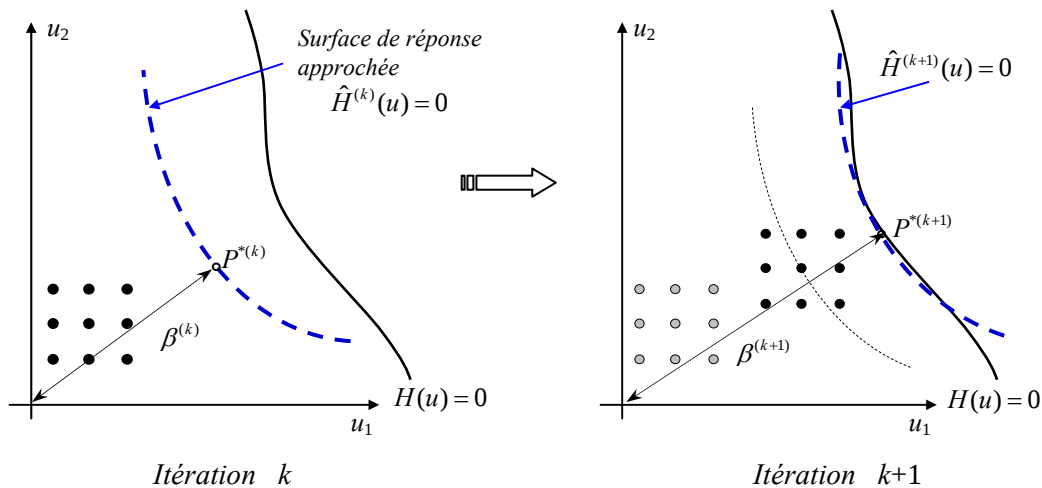


Figure V.4. *Approximation de l'état limite par surface de réponse (pour deux plans d'expériences successifs)*

- recherche d'une surface de réponse approchée,  $\hat{H}^{(k+1)}(u) = 0$ , par une méthode de régression en utilisant le résultat d'un plan d'expériences autour de la  $k^{\text{ème}}$  approximation du point de défaillance le plus probable  $P^{*(k)}$ .
- recherche du nouveau point  $P^{*(k+1)}$  par une méthode d'optimisation (par exemple l'algorithme HLRF) en se basant sur la nouvelle surface de réponse. L'algorithme d'optimisation devient rapide du fait d'utiliser des expressions explicites de la fonction d'état limite et de ses gradients.

Le résultat du calcul est exploité pour établir le prochain plan d'expériences permettant une approximation plus précise de l'état limite et du point de défaillance le plus probable.

Ces deux étapes sont itérées jusqu'à convergence vers le point de défaillance le plus probable. L'indice de fiabilité correspondra à la distance entre ce point et l'origine de l'espace normé.

## 2) Surface de réponse quadratique

Pour un développement complet d'une surface de réponse quadratique ( $d = 2$ ) dans un espace de dimension  $n$ , le nombre de coefficients minimal est :

$$l = \frac{(n+d)!}{n!d!} = \frac{(n+1)(n+2)}{2} \quad (5.25)$$

L'expression d'une surface quadratique sous sa forme complète est donnée par :

$$\hat{H}(u) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i u_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} u_i u_j \quad (5.26)$$

avec  $a_i, a_{ij}$  les  $l$  coefficients du polynôme, et  $u_i$  les composantes du vecteur  $u$ .

Cette expression peut être décrite par la représentation matricielle suivante :

$$\hat{H}(u) = Z \cdot C \quad (5.27)$$

avec

$$Z = [1, u_1, u_2, \dots, (u_i^p u_j^q) \dots] \text{ telles que } p+q \in \{0,1,2\}; i, j = 1 \dots n$$

$$C^T = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_{ij} \dots]$$

Le vecteur  $C$  contient les  $l$  coefficients de la surface de réponse approchée, regroupant les coefficients  $a_i$  et  $a_{ij}$ . Ces coefficients sont les inconnus du problème qu'il faut rechercher en utilisant un plan d'expériences de taille minimale.

## 3) Calcul des coefficients de la surface de réponse

Dans un plan d'expériences constitué de  $n_e$  expériences, l'ensemble des  $n_e$  évaluations de la fonction d'état limite, décrites par l'équation (5.27), peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\{H(u^{(r)})\} = \{Z^{(r)}\} \cdot C \quad ; \quad r = 1, \dots, n_e \quad (5.28)$$



$\{Z^{(r)}\}$  est une matrice de dimension  $n_e \times l$ .

Les coefficients de la surface de réponse peuvent être estimés par une méthode de régression, en particulier par une approximation classique de moindres carrés :

$$\hat{C} = \left( \{Z^{(r)}\}^T \{Z^{(r)}\} \right)^{-1} \{Z^{(r)}\}^T \{H(u^k)\} \quad (5.29)$$

#### 4) Choix d'un plan d'expériences

Il n'existe pas de règles précises pour le choix d'un plan d'expérience. Le nombre d'expériences du plan est choisi de manière à avoir un nombre d'équations indépendantes supérieur ou égal au nombre des paramètres inconnus de la surface de réponse.

Le plan d'expériences le plus simple, avec le moins d'expériences possibles, est le plan dit en étoile. Il requiert  $n_e = 2n + 1$  points (avec  $n$  la dimension de l'espace des variables aléatoires) : un point central  $u$  et  $2n$  points supplémentaires  $u_i \pm h$  donnés par l'incrémentation individuelle de chaque coordonnée de  $u$  par  $\pm h$  (figure V.5.a),  $h$  étant une valeur arbitraire. Un second plan concerne un plan d'expériences en étoile modifié. Il requiert  $n_e = (2n)k + 1$  points : un point central  $u$  et  $2kn$  points  $u_i \pm h_j$  avec  $i = 1, \dots, n$  et  $j = 1, \dots, k$  (figure V.5.b). Un autre type consiste à prendre en compte les interactions entre les variables, par exemple le plan illustré à la figure V.5.c.

Dans le cas où le développement de la surface de réponse est fait dans l'espace des variables physiques, l'écart-type correspondant à chaque variable est pris en compte dans l'élaboration du plan d'expérience.

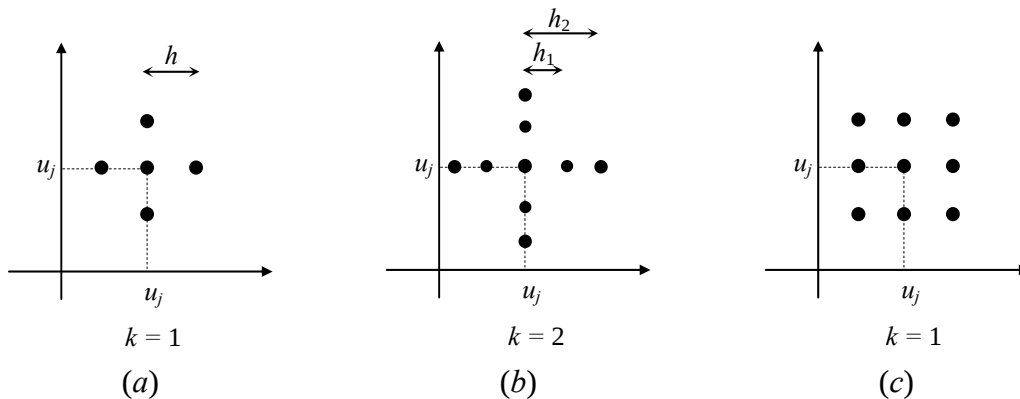


Figure V.5. Exemples de plans d'expériences

#### 5) Plan d'expériences proposé

Dans notre étude, nous proposons un autre type de plan d'expériences que ceux exposés précédemment. L'idée est de placer un nombre quelconque de points d'expériences sur une hyper-sphère de dimension  $n$  et de rayon  $h$  autour d'un point central  $u$ , de façon à ce qu'ils

soient répartis le plus uniformément possible sur cette sphère. Autrement dit, la distance minimale entre ces points doit être la plus grande possible.

N'ayant pas trouvé dans la littérature une solution explicite d'un tel problème d'optimisation, nous proposons un algorithme basé sur l'approche des champs de potentiel. Cette approche est largement utilisée en robotique pour planifier le mouvement de robots mobiles ou manipulateurs [Khatib, 1986] [Koren Y., 1991] [Sellami, 2006]. Elle est aussi utilisée pour déterminer, dans une scène virtuelle, les meilleures représentations tridimensionnelles des objets, ainsi que pour traiter leurs mouvements et leurs collisions [Chuang, 2000] [Wojciechowski, 2006].

Dans notre cas, le principe du champ de potentiel est basé sur la création d'un potentiel répulsif autour de chaque point. Chaque point est alors plongé dans un champ de potentiel qui résulte de la superposition de tous les potentiels répulsifs liés aux autres points. Ceci se traduit par la génération d'une force répulsive lui imposant de s'éloigner des autres points tout en restant sur l'hyper-sphère.

Le potentiel répulsif créé autour d'un point donné  $u_i$  prend la forme :

$$U_{rep}(u) = \frac{1}{2} k_r \left( \frac{1}{\rho(u, u_i)} \right)^2 \quad (5.30)$$

où  $k_r$  est un facteur d'échelle positif,  $u \in \mathbb{R}^n$  et  $\rho(u, u_i)$  la distance entre les points  $u$  et  $u_i$ .

Pour que les points soient repoussés les uns des autres, il suffit de les faire évoluer selon le gradient décroissant du potentiel à travers la force répulsive dont la forme est comme suit :

$$F_{rep} = -\nabla U_{rep}(u) = k_r \frac{1}{\rho^3(u, u_i)} \nabla \rho(u, u_i) \quad (5.31)$$

L'algorithme du plan d'expérience est comme suit :

- à l'initialisation, créer un ensemble de  $N$  points répartis aléatoirement sur une sphère de rayon  $h$ ,
- calculer la force appliquée à chaque point  $u_i$  issue des forces répulsives générées par l'ensemble des points de la sphère,
- mouvoir les points  $u_i$  en fonction des forces correspondantes tout en les maintenant sur la sphère,
- calculer la distance minimale entre chaque point  $u_i$  et les autres points :  
 $d_i = \min_{j \neq i} (\|u_i - u_j\|),$

- s'arrêter dès que l'écart maximal  $\Delta = \max_{i,j} (|d_i - d_j|)$  devient inférieur à un seuil donné.

C'est-à-dire, lorsque la distance minimale entre les points est la plus grande possible pour le seuil imposé.

La figure V.6 présente des exemples de l'application de l'approche du champ de potentiel dans la conception d'un plan d'expérience, dans un espace bi- et tri-dimensionnel. Le plan est construit à partir d'une hyper-sphère de rayon 1, avec un critère d'arrêt défini par  $\Delta < 0.05$ .

Le premier exemple (Figure V.6.a) illustre l'évolution de la distribution des points d'expériences sur un espace de deux variables aléatoires ( $n = 2$ ). Dans ce cas, pour construire une surface de réponse quadratique complète, le plan doit contenir au moins 6 expériences selon l'équation (5.25) : un point central et cinq points autour d'un cercle de rayon 1. A la première itération, les cinq points sont distribués aléatoirement sur le cercle, puis se déplacent par le biais du potentiel répulsif jusqu'à atteindre une configuration finale à l'itération 104. La figure V.6.b montre la conception d'un plan d'expérience pour trois variables aléatoires avec un nombre minimal de 9 points sur la sphère. Les résultats montrent bien l'efficacité de l'algorithme dans la conception d'un plan dont les points sont uniformément répartis autour d'un point central.

Notons que le temps de convergence dépend de la distribution initiale des points sur la sphère. Cependant, l'algorithme reste de manière générale rapide du fait que les forces répulsives sont suffisamment élevées durant les premières itérations. Ceci permet de faire éloigner rapidement les points qui sont très proches les uns des autres (équation (5.31)). Etant donnée que la précision n'est pas un facteur primordial pour la conception du plan d'expériences, il est alors possible d'arrêter l'algorithme avant d'atteindre le critère d'arrêt tout en gardant une distribution raisonnable.

Par ailleurs, en présence d'erreurs sur l'évaluation de la fonction d'état limite, il serait préférable d'enrichir le plan d'expériences par un ensemble d'expériences supplémentaire afin de mieux estimer les coefficients de la surface de réponse. La figure (V.6.c), montre un exemple de la conception du plan d'expérience pour 3 variables aléatoires avec un supplément de cinq points d'expériences.

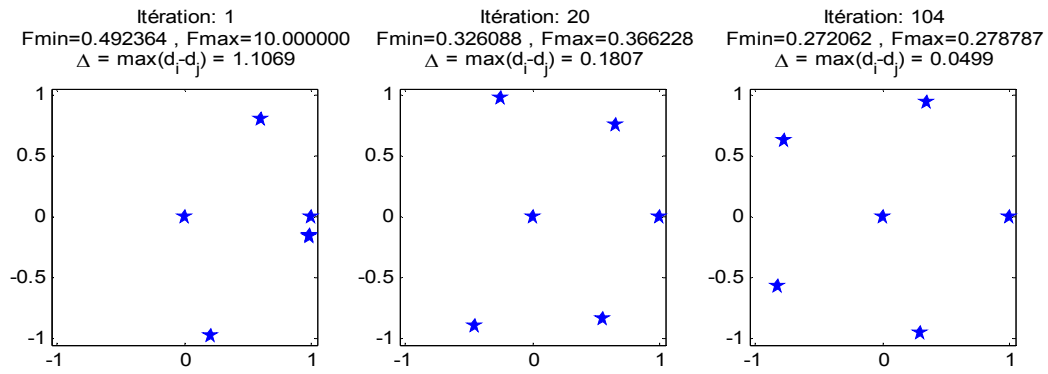
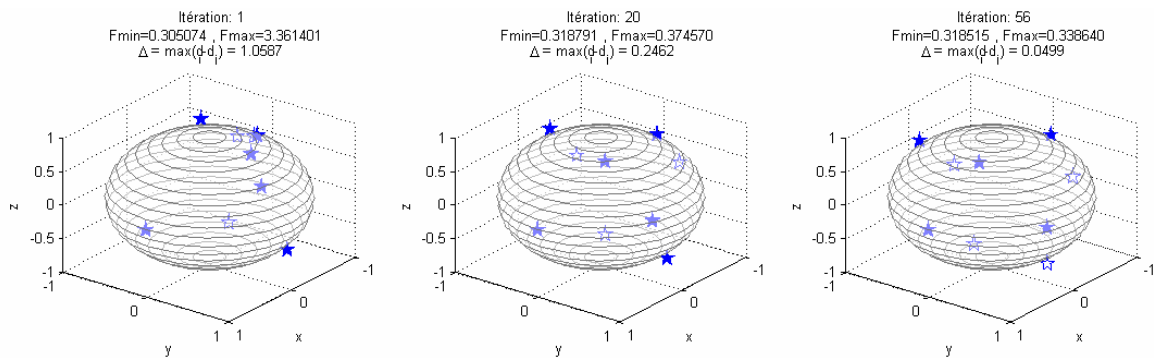
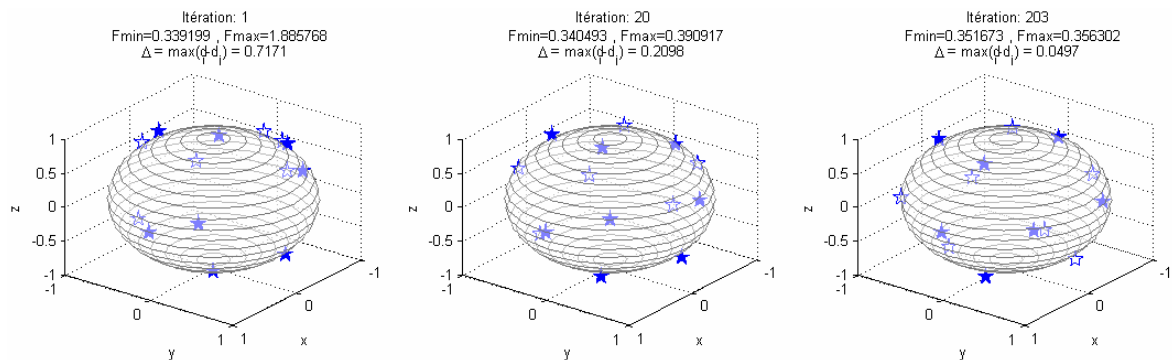
(a) cas de 5 points générés ( $n = 2$ )(b) cas de 9 points générés ( $n = 3$ )(c) cas de 14 points générés ( $n = 3$ )

Figure V.6. Application du champ de potentiel pour la conception d'un plan d'expériences

Le même algorithme peut aussi être appliqué pour concevoir des plans d'expériences de types multi-sphériques, en définissant les rayons des sphères et un nombre  $N_i$  de points sur chaque sphère. L'algorithme s'arrête lorsque les distances (deux à deux) entre tous les points sur toutes les sphères sont les plus proches possibles, c'est-à-dire la distance minimale soit la plus grande possible.

## V.2 *Prédiction fiabiliste du risque à long terme (le long du trajet)*

Nous avons appliqué en premier lieu les méthodes de fiabilité sur un modèle réduit de poids lourd mono-corps. La variable aléatoire de sortie correspond au maximum du rapport de transfert de charge (LTR) sur tout l'intervalle de prédiction. Le problème sera alors d'estimer l'indice de fiabilité et la probabilité que cet indicateur dépasse un seuil donné, en fonction des variables aléatoires du système (Figure V.1) [Sellami, 2008b].

### V.2.1. *Scénario d'application*

Le risque est évalué pour un scénario de passage en virage. L'intervalle de prédiction correspond à l'évolution du poids lourd sur tout le virage (Figure V.7).

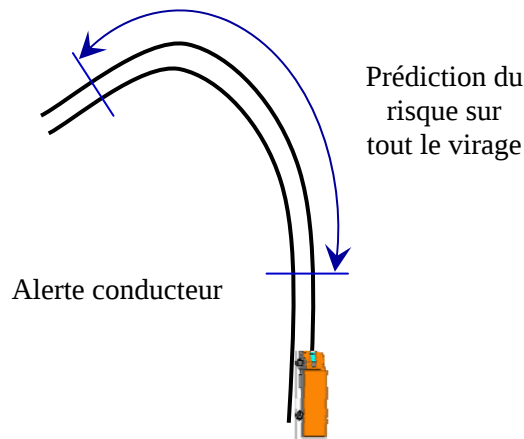


Figure V.7. *Prédiction long terme du risque*

L'entrée du braquage varie linéairement durant une période d'une seconde, puis elle se stabilise à une valeur donnée. Un profil de l'angle de braquage est donné sur la figure V.8.

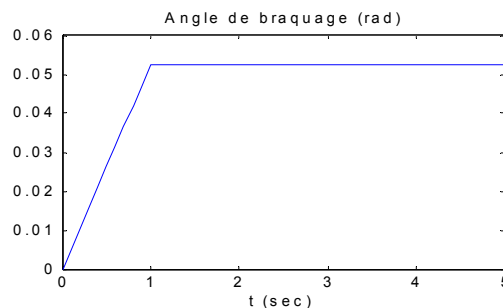


Figure V.8. *Profil de l'angle de braquage*

En premier lieu, deux variables aléatoires sont prises en compte : la vitesse  $v$  du véhicule et la distance  $h$  qui sépare le centre de roulis du centre de gravité de la masse suspendue. Les

variables  $v$  et  $h$  sont supposées des réalisations de variables aléatoires gaussiennes de moyennes 15 m/s et 1.15 m et d'écart-types 1 m/s et 0.1 m respectivement.

L'état limite correspond à la valeur du  $LTR = 1$ . C'est le cas où un soulèvement des roues d'un côté du véhicule est constaté. La fonction d'état limite résulte de la résolution du modèle du véhicule sur toute la mise en virage et prendra la forme :

$$g(x) = R_{seuil} - \max_{t \in T} (LTR(t, x))$$

avec  $x = [v, h]^t$ ,  $R_{seuil} = 1$  et  $T$  l'intervalle de prédiction (durée de la mise en virage).

### V.2.2. Evaluation du risque par fiabilité

Après avoir fait une transformation isoprobabiliste des variables aléatoires (équation (5.6)), l'algorithme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler (HLRF) est utilisé pour la recherche du point de défaillance le plus probable et l'indice de fiabilité. La condition d'arrêt est basée sur une précision de  $10^{-4}$ , et un pas de 0.1 est utilisé pour le calcul numérique du gradient (équation (5.14)). L'algorithme converge en 5 itérations (avec 25 appels de la fonction d'état limite). L'indice de fiabilité retrouvé est  $\beta = 1.735$ , ce qui correspond à une probabilité de soulèvement d'une roue estimée à  $P_{risk} = \phi(-\beta) = 4.14\%$ . Le point de défaillance le plus probable dans l'espace physique correspond à la vitesse 16.32 m/s et la hauteur 1.262 m. La figure V.9 présente les résultats de la recherche du point  $P^*$ , ainsi que des simulations de Monte Carlo autour de ce point.

D'après cette figure, l'état limite correspondant aux deux variables aléatoires peut être approché raisonnablement par un état limite linéaire. L'estimation de la probabilité du risque de renversement par la méthode FORM est alors correcte.

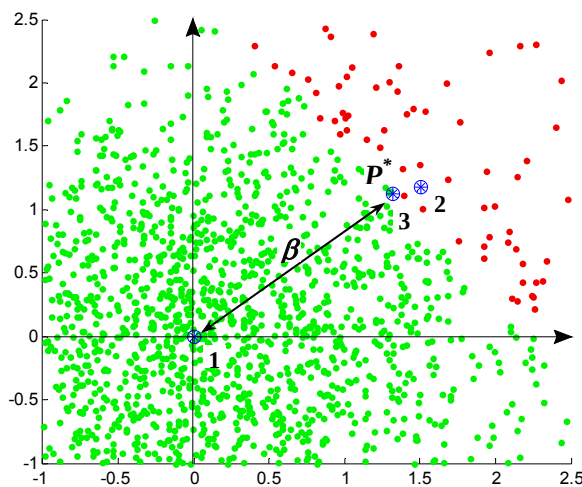


Figure V.9. Résultats de la recherche du point  $P^*$  par l'algorithme HLRF et simulations de Monte Carlo

Afin de valider les résultats de la méthode FORM, la probabilité est estimée par la méthode de tirages d'importance (annexe A). L'algorithme s'arrête lorsqu'un intervalle de confiance de 95% est atteint, c.-à-d. lorsque le coefficient de variation de la probabilité de risque atteint 2.5% (équation (7.4) de l'annexe A). La figure V.10 montre l'évolution de l'estimation de la probabilité de risque et de son coefficient de variation. Le résultat de l'estimation de la probabilité est de 3.97%, ce qui est proche de l'approximation par FORM. Pour un intervalle de confiance de 95%, environ 3400 simulations ont été nécessaires contre 37000 simulations avec la méthode de Monte Carlo classique (section II.6.4).

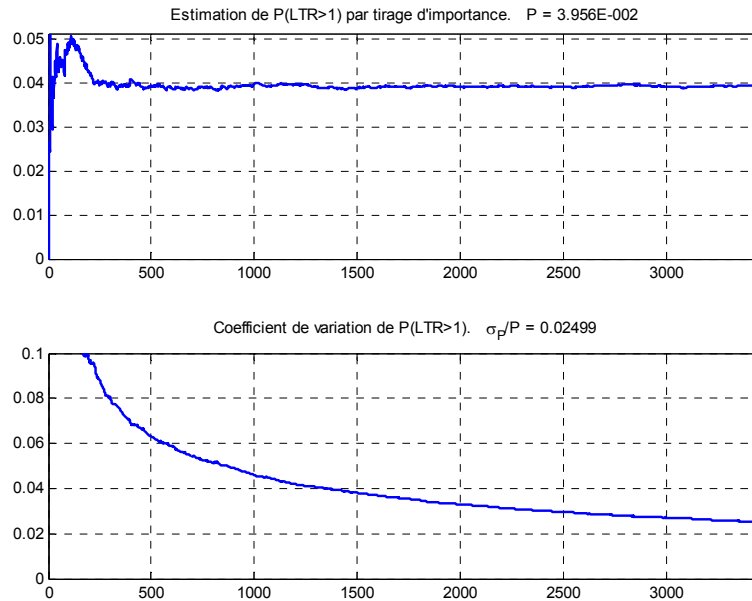


Figure V.10. *Estimation de la probabilité de risque de renversement par tirages d'importance.*

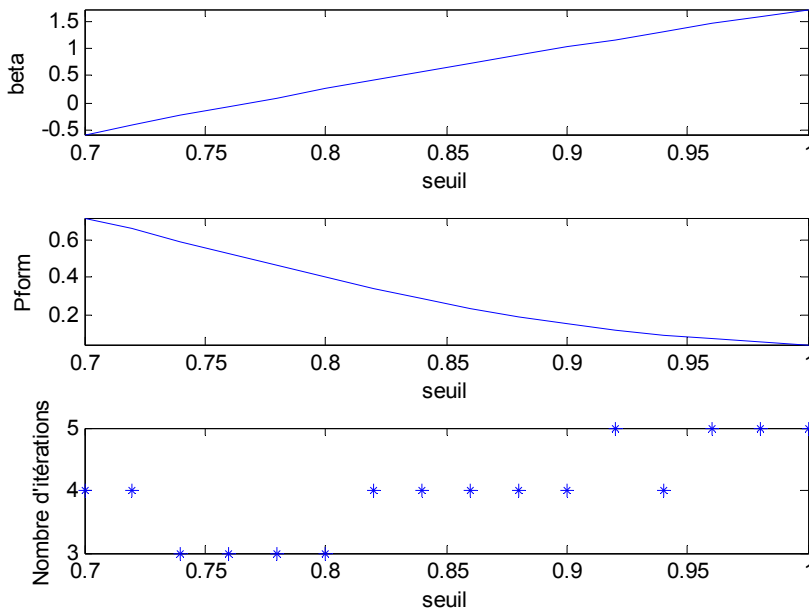


Figure V.11. *Estimation de l'indice de fiabilité et la probabilité du risque pour plusieurs seuils du LTR*

Les résultats de l'estimation de l'indice de fiabilité et de la probabilité de risque en fonction des seuils du LTR sont donnés par la figure V.11. L'indice de fiabilité est d'autant plus élevé que le seuil augmente et que le risque de renversement est toléré. Ces informations permettent de définir, dans l'évaluation du risque de renversement, le seuil critique correspondant à un niveau acceptable de risque, c.-à-d. à un indice de fiabilité ou une probabilité donnés.

### V.2.3. Evaluation de l'indice de fiabilité pour des situations à faibles risques

On atteint la situation à faible risque en diminuant ou augmentant les valeurs des paramètres du système poids lourd / conducteur / infrastructure, ou bien en rétrécissant les écarts-types des variables aléatoires pour un même point de fonctionnement. Dans notre cas, la vitesse du véhicule est réduite à 11 m/s (40 km/h).

Pour un seuil 1 (risque de décollement de roues), l'algorithme converge après 7 itérations (35 appels de la fonction d'état limite). L'indice de fiabilité résultant est de  $\beta = 4.85$  qui correspond à une probabilité de risque de  $6.097 \cdot 10^{-7}$ .

La probabilité est très faible relativement à celle obtenue avec le scénario précédent. La validation de cette probabilité nécessite un nombre important de simulations de Monte Carlo de l'ordre de  $2.6 \cdot 10^9$ .

La figure V.12 montre l'évolution de l'estimation de cette probabilité par des tirages d'importance. Après 8500 tirages, l'approximation est de  $6.197 \cdot 10^{-7}$ . L'estimation de la probabilité est proche de celle calculée par la méthode FORM, où une approximation linéaire de l'état limite est supposée.

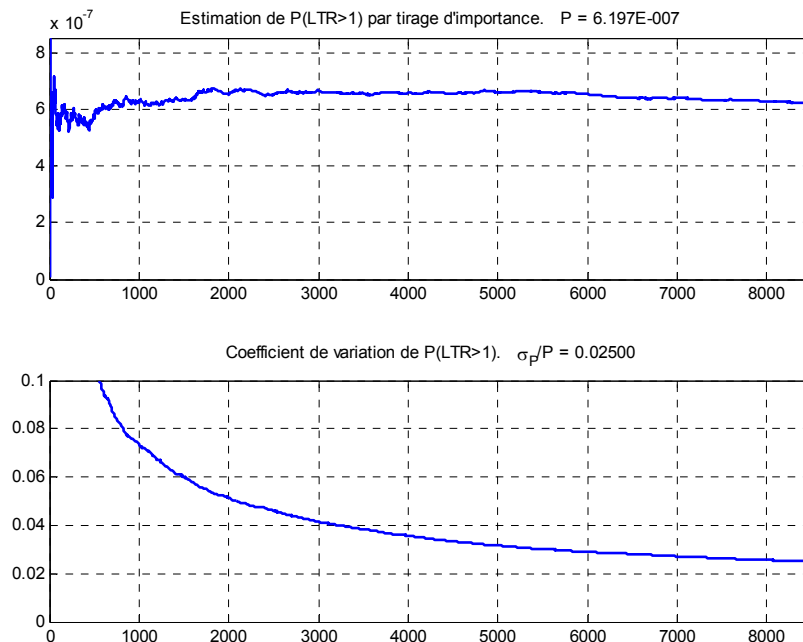


Figure V.12. Estimation de la probabilité du risque par tirages d'importance ( $N = 8500$ )



Les résultats de l'estimation de l'indice de fiabilité et de la probabilité de risque en fonction des seuils du LTR sont donnés à la figure V.13. De la même manière, l'indice de fiabilité est d'autant plus élevé que le risque est toléré (si le seuil du LTR est élevé). De plus, la variation de l'indice de fiabilité est pratiquement linéaire par rapport aux seuils, contrairement à la variation de la probabilité du risque qui a une forme exponentielle.

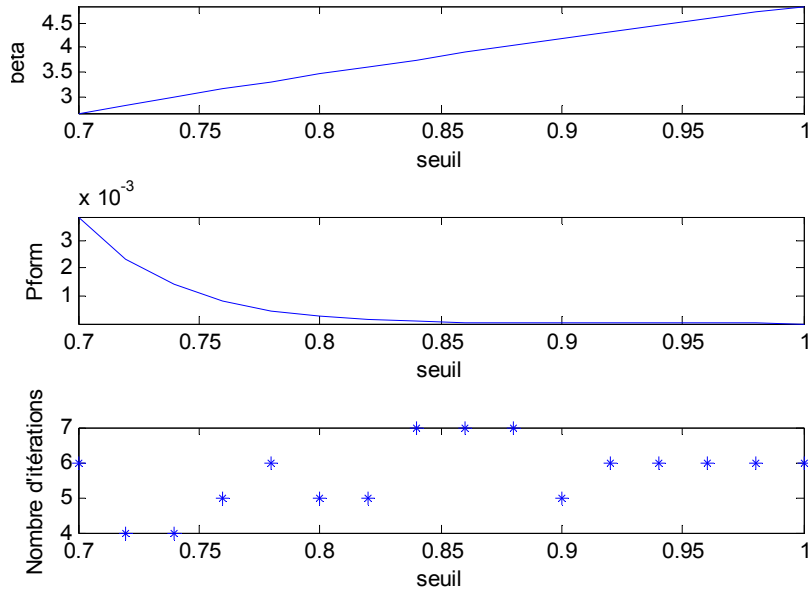


Figure V.13. *Estimation de l'indice de fiabilité et la probabilité du risque pour plusieurs seuils du LTR pour une vitesse de 40 km/h*

#### V.2.4. Evaluation fiabiliste sur un scénario plus réaliste

Afin de mieux valider l'approche de prévention du risque de renversement, nous avons fait évoluer le poids lourd sur une trajectoire en virage suivant une vitesse variable (figure V.14). Nous utilisons pour ce cas le modèle développé à quatre degrés de liberté. L'allure du profil de la vitesse est construite à partir de données expérimentales sur la route RN10. Nous avons considéré comme variables aléatoires les paramètres les plus influents : la vitesse, les raideurs de pneumatique des roues avant et arrière ( $c_f$ ,  $c_r$ ), le coefficient d'adhérence ( $\mu$ ) de la chaussée et la masse suspendue  $m_2$ .

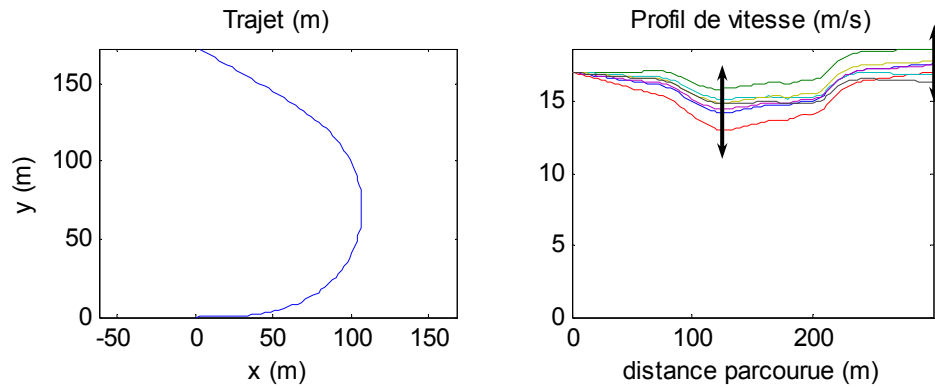


Figure V.14. Trajet de référence et profil aléatoire de vitesse

La vitesse est modélisée par un profil de référence et trois paramètres aléatoires suivant des lois lognormales. Le premier paramètre correspond à la vitesse  $V_1$  du PL en entrée du virage, le second paramètre à sa vitesse  $V_2$  au milieu du virage, et le troisième à sa vitesse  $V_3$  en sortie du virage. Dans nos simulations, le premier paramètre est considéré déterministe. Les écarts-types des deux vitesses, au milieu et en sortie du virage, sont respectivement de 4 et 2 km/h (Figure V.14).

Après avoir transformé les variables aléatoires en des variables gaussiennes centrées et réduites (équations (5.6) et (5.7)), l'algorithme HLRF est utilisé pour le calcul de l'indice de fiabilité. Après sa convergence en 9 itérations, l'indice obtenu est  $\beta = 3.3229$ , qui correspond à une probabilité de risque de  $P_{risk} = \Phi(-\beta) = 4.454 \cdot 10^{-4}$  (méthode FORM). Les paramètres correspondant au point de défaillance le plus probable sont  $x^* = (V_2, V_3, h, c_f, c_r, \mu, m_2) = (14.67, 17.62, 1.23, 618236, 722843, 0.995, 13023)$ , conformément aux unités standards utilisées dans la thèse.

Pour vérifier la probabilité estimée par la méthode FORM, nous avons effectué des simulations de Monte Carlo autour du point de défaillance le plus probable  $P^*$ . La probabilité du risque obtenue est de  $P_{risk} = 4.459 \cdot 10^{-4}$  (Figure V.15). Cette probabilité est proche de celle calculée précédemment.

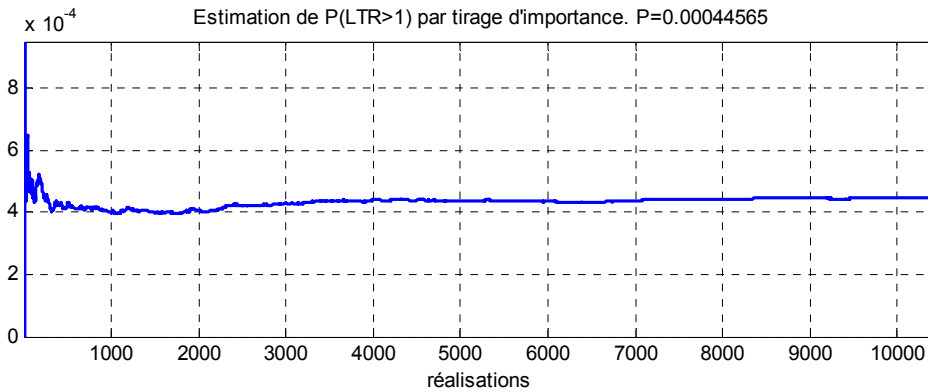


Figure V.15. *Estimation de la probabilité de risque par des tirages d'importance*

Afin de comparer les résultats, la méthode de fiabilité de second ordre et la méthode par surface de réponse sont implémentées. La méthode utilisée pour la recherche du point de défaillance le plus probable est celle de HLRF avec les mêmes paramètres que précédemment. Pour la méthode SORM, une fois le point de défaillance le plus probable obtenu, la matrice Hessienne est calculée numériquement (par le biais des équations (5.15) et (5.16)), puis utilisée pour l'estimation des courbures de l'état limite approchée. La probabilité du risque est calculée par la formulation de Breitung (équation (5.22)).

Dans la méthode par surface de réponse, la fonction état limite est approchée à chaque itération par une série d'expériences. Le plan d'expériences est conçu par l'approche des champs de potentiel. L'algorithme HLRF est ensuite utilisé pour déterminer le point défaillant le plus probable en utilisant les expressions explicites de la fonction d'état limite approchée et de son gradient.

Le tableau V.1 résume les résultats de simulation obtenus par l'application des différentes méthodes développées pour l'évaluation fiabiliste du risque. Les principales informations extraites de chaque méthode sont le nombre d'itérations nécessaire pour la convergence, l'indice de fiabilité  $\beta$ , la probabilité du risque  $P_{risk}$ , et l'indice de fiabilité généralisé  $\beta'$  (défini par l'équation (5.24)). Les résultats sont très proches et sont en concordance avec le résultat obtenu par les tirages d'importances. Ceci ne nous permet pas de confirmer qu'une méthode est meilleure qu'une autre car l'état limite réel n'est pas connu et susceptible de changer d'une situation de conduite à une autre. Par rapport à notre cas d'étude, la méthode FORM semble mieux approcher la probabilité du risque. Par contre la méthode de fiabilité basée sur la surface de réponse (SR1) converge plus rapidement (5 itérations) par rapport aux autres méthodes. Pour toutes les méthodes, l'ordre de grandeur de la probabilité du risque est le même.

Méthode	Nb itérations	$\beta$	$P_{risk}$	$\beta' = -\Phi^{-1}(P_{risk})$
FORM	9	3.3229	$4.454 \cdot 10^{-4}$	3.3229
SORM	9	3.3229	$4.037 \cdot 10^{-4}$	3.3502
SR 1	5	3.3225	$2.918 \cdot 10^{-4}$	3.4391
SR 2	12	3.3270	$2.715 \cdot 10^{-4}$	3.4586
Tirages d'Importance	/	/	$4.459 \cdot 10^{-4}$	3.3226

Tableau V.1. Résultat comparatif des différents algorithmes développés pour l'évaluation fiabiliste du risque

Avec la méthode de fiabilité par surface de réponse, il est aussi possible de faire évoluer la surface de réponse vers l'état limite réel sans pour autant dépasser cette frontière de sécurité. A chaque itération, le plan d'expérience peut être construit autour d'un point central situé entre l'origine et le point de défaillance le plus probable, de telle façon à ce que tous les points d'expériences se trouvent dans le domaine de sécurité. Nous utilisons cette manière de conception du plan d'expériences (méthode SR2) pour le cas où le rapport LTR est décrit en fonction des forces normales (équation (3.14)) et non pas par une estimation en fonction des variables et paramètres du système (équation (3.18)). En effet, la fonction d'état limite est nulle dans la zone où il y a décollement de roues, ce qui ne permet pas d'utiliser l'algorithme HLRF (gradient nul), ni les plan d'expériences dans cette zone.

D'après la figure V.16, l'évaluation de l'état limite par les méthodes FORM, SORM et de Surface de Réponse SR1, converge au cours des itérations vers pratiquement la même valeur nulle en passant transitoirement par des valeurs négatives. Par contre, dans l'algorithme SR2, l'état limite est toujours positif. Ceci se justifie par le principe de la méthode SR2 comme décrit précédemment où le plan d'expérience est défini exclusivement dans le domaine de sécurité. Ici, le point central du plan d'expériences est situé à une distance de  $0.9\beta^{(k)}$  ( $\beta^{(k)}$  étant la distance entre l'origine et le point défaillant de la surface de réponse approchée de la  $k^{\text{ème}}$  itération). Même si ce point central est différent du point défaillant le plus probable, l'indice de fiabilité converge approximativement vers la même valeur qu'avec les autres méthodes.

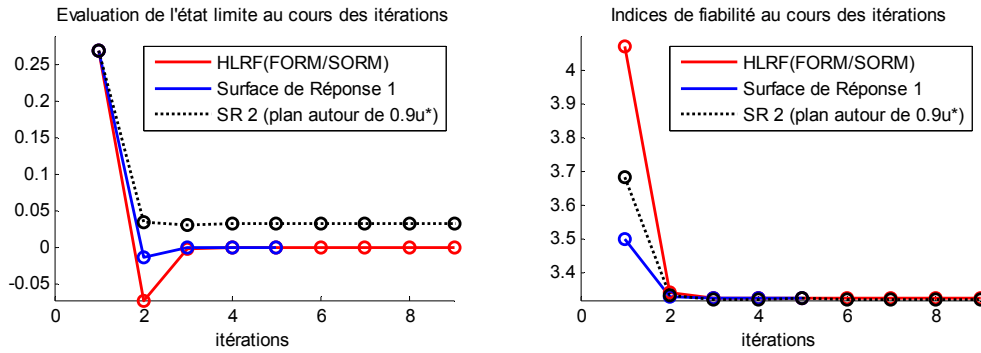


Figure V.16. *Evaluation de l'état limite et de l'indice de fiabilité au cours des itérations*

D'après les résultats obtenus, l'approche fiabiliste peut être utilisée pour la prédiction du risque de renversement du poids lourd le long d'un trajet. Cependant, une bonne connaissance du système, notamment le comportement du conducteur, est indispensable pour avoir un meilleur compromis fonctionnement/sécurité du véhicule.

### V.2.5. Facteurs de sensibilité

A partir du calcul fiabiliste du risque de renversement, il est possible de déterminer l'influence des paramètres sur ce risque. Ceci peut être réalisé par le biais des facteurs de sensibilité. Ces facteurs représentent la sensibilité de l'indice de fiabilité et de la probabilité du risque vis-à-vis des variables aléatoires et des paramètres de leurs lois de distribution.

Dans l'espace physique la sensibilité, dite sensibilité mécanique, est donnée par la relation [Lemaire, 2005] :

$$s_i = \frac{\partial G(x)}{\partial x_i} \quad (5.32)$$

où  $G(x)$  désigne l'expression de la fonction de l'état limite dans l'espace physique. La normalisation de cette sensibilité aboutit à une grandeur adimensionnelle que l'on appelle élasticité et qui est donnée par :

$$\bar{s}_i = \frac{\partial G(x)}{\partial x_i} \bigg/ \frac{G(x)}{x_i} \quad (5.33)$$

L'étude faite dans la section IV.6 correspond à l'élasticité mécanique du LTR par rapport aux paramètres.

De la même manière, nous pouvons définir les élasticités de l'indice de fiabilité et de la probabilité du risque par rapport aux variables aléatoires dans l'espace normalisé. Le tableau suivant résume les expressions des sensibilités et élasticités de l'indice de fiabilité et de la probabilité du risque au point de défaillance les plus probables  $u^*$ .

	Sensibilité	Elasticité
Indice de fiabilité par rapport aux variables normées	$s = \frac{\partial \beta}{\partial u} \Big _{u^*} = -\alpha$	$\bar{s}_i = -\alpha_i \cdot \frac{u_i^*}{\beta}$
Probabilité du risque par rapport aux variables normées	$s = \frac{\partial P_{risk}}{\partial u} \Big _{u^*} = -\Phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial u} \Big _{u^*}$	$\bar{s}_i = -\Phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial u_i} \Big _{u^*} \cdot \frac{u_i^*}{P_{risk}}$

Tableau V.2. Facteurs de sensibilité et élasticité par rapport aux variables normées

La figure V.17 présente les résultats de calcul des facteurs de sensibilité pour le même scénario de conduite que celui de la section précédente. Les résultats de l'étude de sensibilité montrent que les paramètres les plus influents sont toujours la vitesse et la hauteur du centre de gravité. Cependant l'influence du coefficient de frottement est relativement faible, comparée à l'influence des autres paramètres. Pratiquement le même ordre d'influence des paramètres sur le risque est constaté avec l'étude établie à la section IV.6.

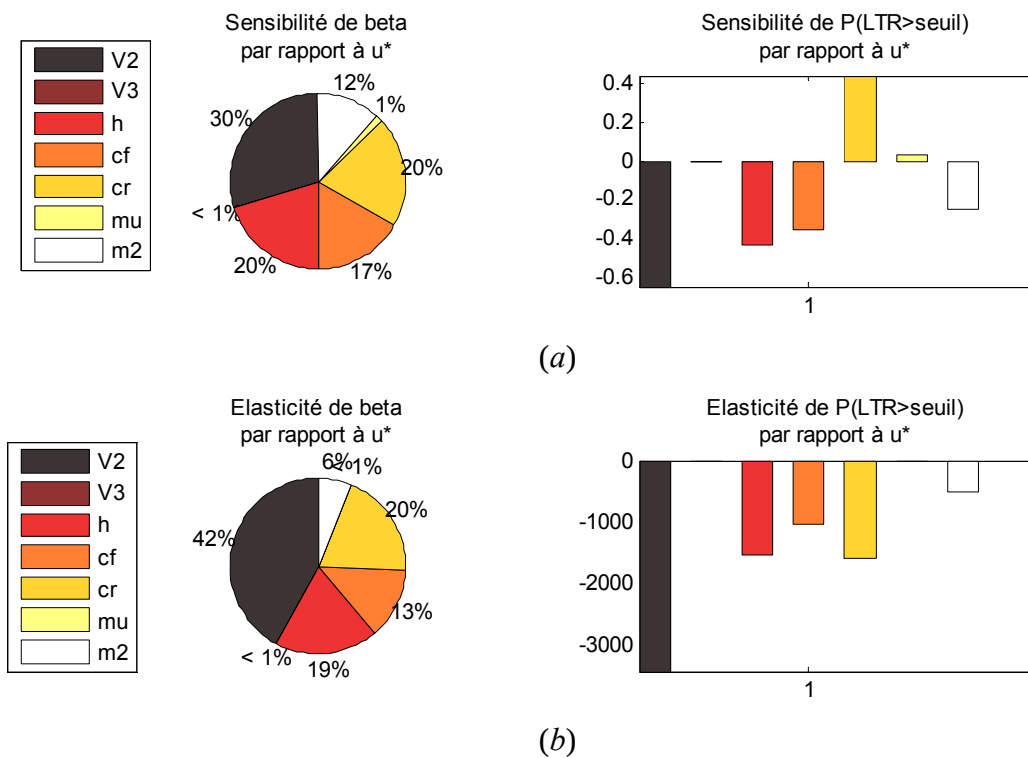


Figure V.17. Facteurs de sensibilité de l'indice de fiabilité et de la probabilité du risque dans l'espace normé

### V.3 *Prédiction par détection fiabiliste du risque*

Cette section traite une prédiction fiabiliste à court terme du risque de renversement (Figure V.18). A chaque instant  $t$ , on calcul l'indice de fiabilité  $\beta(t)$  qui correspond à la probabilité que l'indicateur  $LTR(t)$  à cet instant dépasse un seuil donné [Sellami, 2007]. La prédiction ne rentre donc pas dans le calcul fiabiliste. Cependant, l'évolution dynamique de l'indice de fiabilité  $\beta$  est exploitée pour prédire sa valeur  $\beta(t + \Delta t)$  dans un horizon à court terme, cette dernière représentera l'indicateur fiabiliste du risque de renversement [Sellami, 2008c].

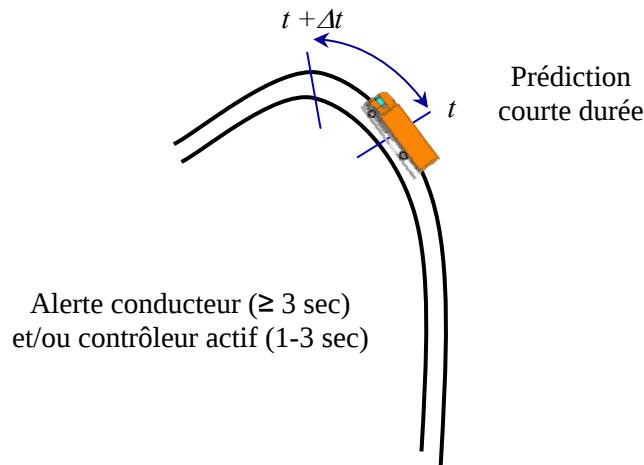


Figure V.18. *Prédiction court terme du risque*

L'indicateur du risque de renversement est défini en fonction des états dynamiques et des paramètres du système par l'expression explicite (3.18). La fonction d'état limite à l'instant  $t$  est exprimée par :

$$g(x, t) = R_{seuil} - |LTR(x, t)| \quad (5.34)$$

avec  $x$  le vecteur des variables à considérer aléatoires. La probabilité instantané du risque est alors définie par :

$$P_{risk}(t) = P(|LTR(t)| > R_{seuil}) \quad (5.35)$$

où  $R_{seuil}$  est choisi dans  $]0, 1]$  selon le niveau de sécurité désiré.

Cette probabilité est approximée par une méthode de fiabilité. Les variables aléatoires qui interviennent correspondent aux incertitudes des paramètres les plus influents sur le risque. Ces paramètres sont soit connus a priori soit estimés en temps réel. Cependant, les incertitudes et les erreurs d'estimation sont modélisées par des variables aléatoires avec des distributions convenables.

Etant donné que l'expression de l'indicateur de renversement LTR est fonction de la hauteur du centre de gravité  $h$  et de la masse  $m_2$ , seulement ces deux paramètres seront considérés comme variables aléatoires. Les lois de distribution des autres variables seront estimées par un filtre de Kalman Unscented [Sellami, 2005] [Dakhlallah, 2007]. Le principe ainsi que l'algorithme de ce filtre seront présentés dans la section suivante.

### V.3.1. Estimation des variables d'état du véhicule

A partir du modèle du poids lourd présenté dans le chapitre de modélisation déterministe, les équations de mouvement peuvent être réécrites sous une représentation d'état. Les composantes du vecteur d'état sont données par  $x_1 = \phi$  et  $x_2 = \dot{q}$ . L'expression du modèle est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{\phi} \\ \dot{x}_2 = \ddot{q} = M(q)^{-1}(-K(q, \dot{q}) - F(q)) \\ y = C(x) \end{cases} \quad (5.36)$$

avec  $x = [x_1, x_2]^t$ ,  $C(x)$  la fonction d'observation et  $y$  la sortie de mesure.

Etant donné que la représentation d'état du modèle du poids lourd est fortement non linéaire, on ne peut envisager d'estimer l'état de ce système à l'aide d'un filtre de Kalman classique. D'autre part, l'expérience montre que la convergence d'un filtre de Kalman étendu (EKF) dépend de l'ampleur des non linéarités du problème, de l'écart entre le vecteur d'état initial et son estimé ainsi que de la covariance de l'erreur d'estimation initiale. Le filtre risque de ne pas converger. Afin de s'affranchir des problèmes liés à la linéarisation, on adopte le filtre de Kalman Unscented (UKF) qui est une extension différente du filtre de Kalman classique, dédiée aux systèmes non linéaires [Julier, 1997].

Le principe du filtre repose sur la transformation Unscented (UT) qui consiste à représenter une variable aléatoire gaussienne  $X$  (d'ordre  $d$ ) par  $(2d+1)$  points  $\chi_i$ , appelés *sigma points*, auxquels on attribue des poids  $\omega_i$ . L'objectif est de faire propager les sigma points de la variable aléatoire à travers une fonction non linéaire afin de mieux estimer la moyenne et la matrice de covariance de la variable de sortie. Cette transformation permet donc de faire propager l'état aléatoire du modèle à travers les équations dynamiques non linéaires du système dans le processus du filtrage, sans avoir recours à une linéarisation du système. Les sigma points  $\chi_i$  de poids  $\omega_i$  sont construits de la manière suivante [Julier, 1997] :

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \bar{x} \\ \chi_i &= \bar{x} + \left( \sqrt{(d+\lambda)P_x} \right)_i, \quad i = 1 \dots d \\ \chi_i &= \bar{x} - \left( \sqrt{(d+\lambda)P_x} \right)_{i-d}, \quad i = d+1 \dots 2d \end{aligned} \quad (5.37)$$

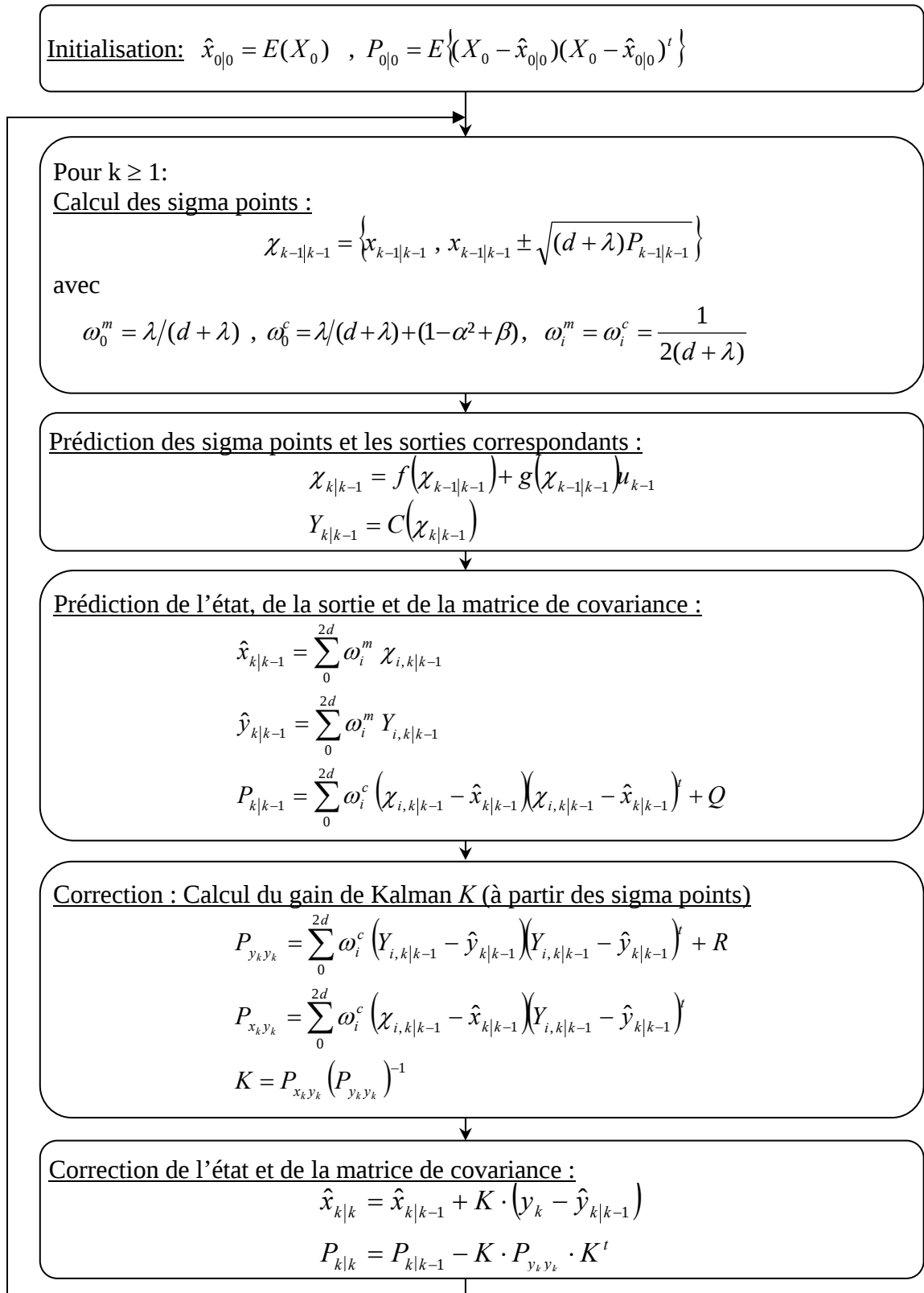


$$\begin{aligned}
\omega_0^m &= \lambda/(d + \lambda) \\
\omega_0^c &= \lambda/(d + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta) \\
\omega_i^m &= \omega_i^c = \frac{1}{2(d + \lambda)}
\end{aligned} \tag{5.38}$$

avec  $\bar{x}$  la moyenne de  $X$ ,  $P_x$  sa matrice de covariance,  $\lambda = \alpha^2(d + k) - d$  un facteur d'échelle,  $\alpha$  un paramètre qui contrôle la répartition des sigma points autour de la moyenne  $\bar{x}$  et prend généralement une faible valeur,  $\beta$  un paramètre lié au type de distribution de  $X$  ( $\beta = 2$  pour les distributions gaussiennes),  $(\sqrt{(d + \lambda)P_x})_i$  la  $i^{\text{ème}}$  ligne ou colonne de la matrice racine de  $(d + \lambda)P_x$ , obtenue par décomposition de Cholesky. Les poids  $\omega_i^m$ ,  $\omega_i^c$  sont utilisés pour le calcul de la moyenne et de la matrice de covariance de la sortie de la fonction non-linéaire respectivement.

L'algorithme du filtrage est décrit dans la figure V.19. Il est procédé par une étape d'initialisation et la succession des étapes de prédiction a priori et de correction [Van der Merwe, 2001].

Dans la suite, nous exploitons l'information donnée par le filtre et les lois de distributions des paramètres  $h$  et  $m_2$  obtenues a priori, pour appliquer l'approche fiabiliste dans l'évaluation du risque de renversement du véhicule.

Figure V.19. *Algorithme d'un filtre de Kalman Unscented.*

$R$  et  $Q$  sont respectivement les matrices de covariance des bruits de mesure et d'état. Elles regroupent les incertitudes de modélisation et les perturbations externes.

### V.3.2. Prédiction de l'évolution de l'indice de fiabilité

Pour une meilleure prévention du renversement, l'anticipation du risque est considérée. La méthode de prédiction que nous présentons dans cet article repose sur le suivi de l'évolution de l'indice de fiabilité.

Après avoir calculé à chaque instant l'indice de fiabilité  $\beta(t)$  selon l'algorithme décrit dans la section précédente, nous modélisons les dernières valeurs de discrétisation de l'indice de fiabilité par un filtre adaptatif (de type ARMA). Les paramètres de ce filtre sont identifiés par un algorithme récursif (figure V.20).

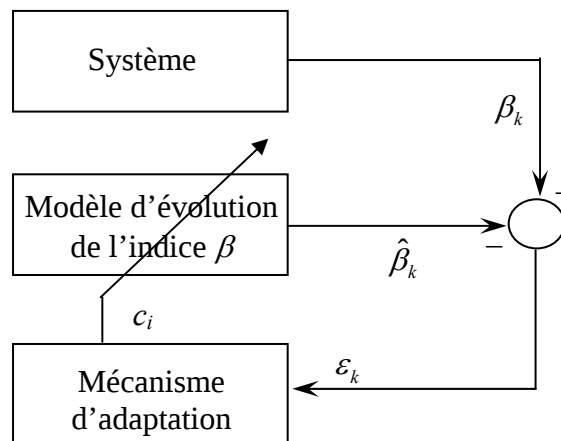


Figure V.20. *Conception du modèle de suivi de l'évolution de l'indice de fiabilité par un algorithme de filtrage adaptatif*

Ici, l'évolution dynamique de l'indice de fiabilité est décrite par un modèle AR d'ordre 4. Le modèle de l'évolution est défini par :

$$\beta_k = s_k - \sum_{i=1}^N c_i \beta_{k-i}$$

avec  $\beta_k$  la sortie du processus à l'instant  $k$ ,  $s_k$  un bruit blanc centrée,  $N = 4$ , et  $c_i$  les paramètres du modèle. Plusieurs mécanismes d'adaptation existent dans la littérature, nous citons par exemple les algorithmes LMS (*Least Mean Square*) et RLS (*Recursive Least Square*). Dans notre étude, un filtre de Kalman est utilisé pour identifier les paramètres de ce modèle, en prenant comme variable d'état l'indice de fiabilité, et variable d'observation la valeur courante de cet indice.

Le modèle de l'évolution ainsi obtenu représente le modèle prévisionnel sur lequel se base la prédiction de l'indice de fiabilité  $\beta(t + \Delta t)$ . Ce dernier sera le nouvel indicateur fiabiliste du risque de renversement.

Néanmoins, comme nous allons le montrer par la suite, du fait que le modèle dynamique du poids lourd, le modèle du comportement du conducteur et le profil de la route ne sont pas utilisés dans la prédiction, les résultats ne sont valides que pour une anticipation à court terme du risque.

### V.3.3. Résultats de simulation

Afin de valider l'application de l'approche fiabiliste dans l'évaluation du risque de renversement de poids lourds, nous choisissons un scénario de mise en virage. La figure V.21 montre les profils de route et de vitesse utilisés.

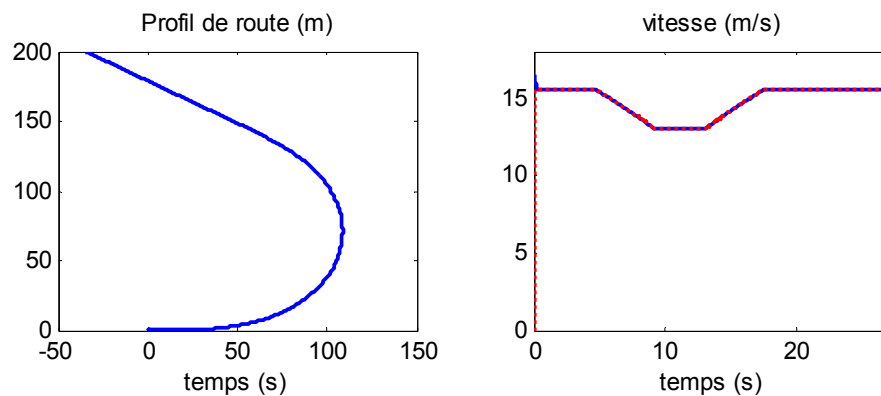


Figure V.21. Profil de route et de vitesse pour un scénario de mise en virage

Concernant le filtre de Kalman Unscented (UKF), nous avons pris comme variables d'observation les positions du véhicule  $x$  et  $y$  dans le repère absolu, l'angle de roulis  $\phi$  et la vitesse de lacet  $r$ . L'estimation des variables dynamiques qui interviennent explicitement dans l'expression du LTR est représentée dans la figure V.22. La figure montre l'efficacité de l'UKF à suivre la dynamique du véhicule.

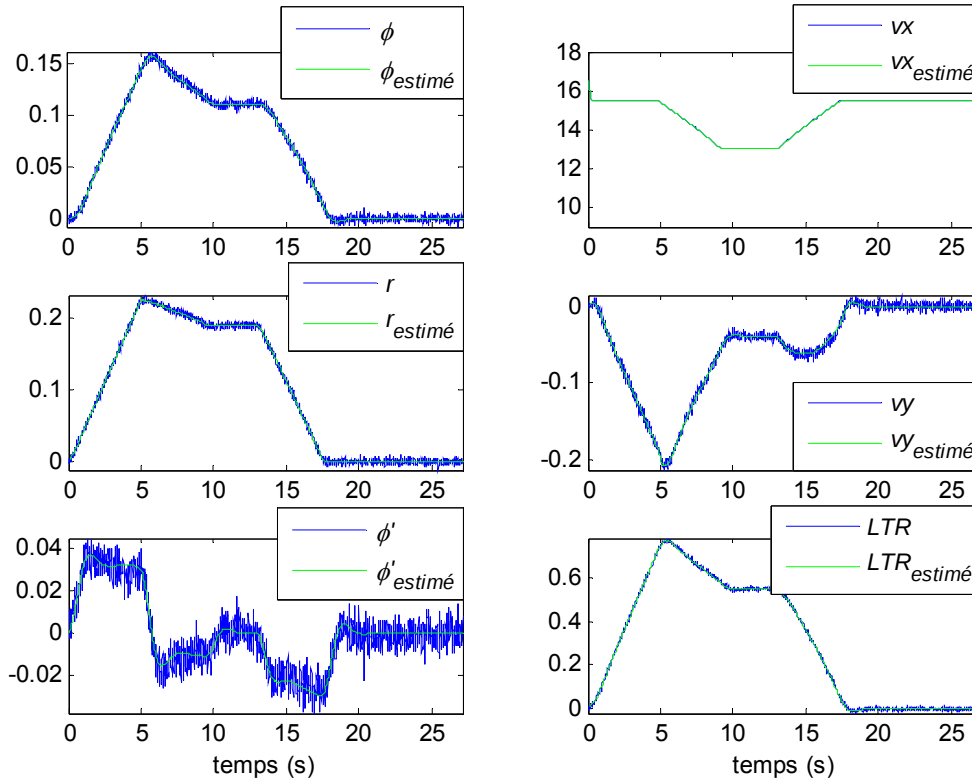


Figure V.22. *Filtrage UKF des variables d'état et estimation du LTR*

Les variables aléatoires prises en compte dans le calcul de fiabilité sont les variables dynamiques  $\phi$ ,  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $r$ ,  $\dot{\phi}$  et les paramètres  $h$  et  $m_2$  du véhicule. La fonction d'état limite correspond à la valeur seuil  $R_{\text{seuil}} = 1$ , pour laquelle le cas d'un décollage de roue est détecté.

L'algorithme HLRF développé est utilisé en temps réel pour la recherche du point de conception  $P^*$  et de l'indice de fiabilité  $\beta$  en fonction des incertitudes du modèle. La condition d'arrêt est que l'écart  $\|u^{k+1} - u^k\|$  soit inférieur à  $10^{-4}$ . Le pas  $\delta = 0.1$  est utilisé pour évaluer numériquement le gradient de l'équation (18).

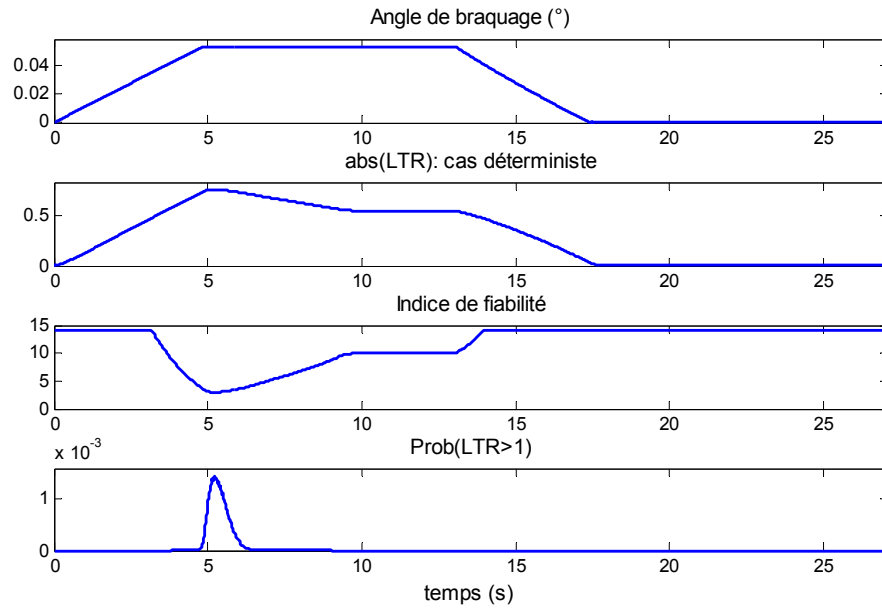


Figure V.23. Evolution de l'indice de fiabilité et de la probabilité du risque durant la mise en virage

La figure V.23 présente l'évolution du LTR, de l'indice de fiabilité et de la probabilité que le LTR dépasse un seuil critique en fonction du temps. Le profil du LTR permet de donner une idée sur le risque de renversement. Cependant, ceci est déterministe et ne prend pas en compte les incertitudes sur les paramètres et les variables dynamiques du modèle du poids lourd. Dans le cas où ces incertitudes sont importantes, le LTR déterministe donnera toujours une même évaluation, alors que le risque réel est plus élevé. Ce qui n'est pas le cas avec la méthode de fiabilité où le risque est évalué par probabilité. L'indice de fiabilité est alors une bonne métrique pour l'évaluation du risque de renversement de poids lourds dans de tels scénarii. En outre, l'estimation de la probabilité du risque est réalisée en temps réel, ce qui n'est pas possible avec les simulations de Monte Carlo.

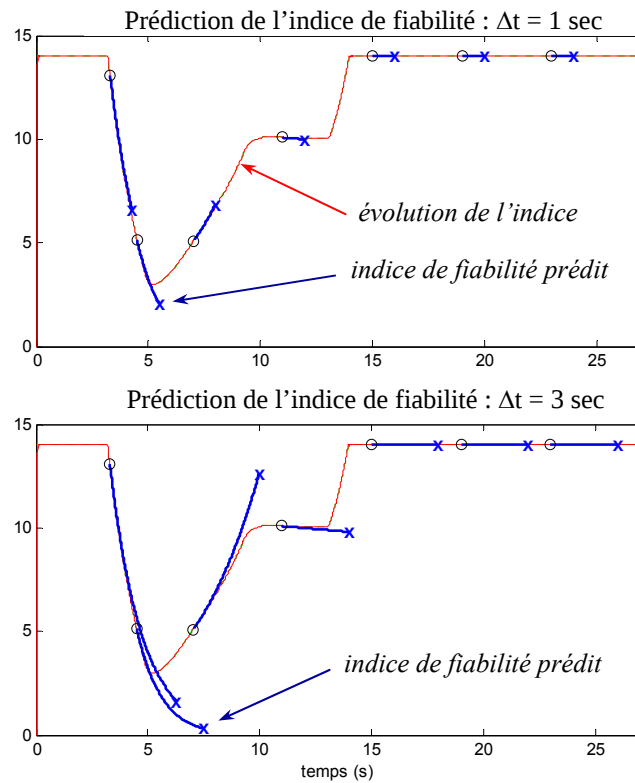


Figure V.24. *Résultats de prédiction (de 1 et 3 secondes) du risque de renversement par fiabilité*

La figure V.24 présente l'évolution de l'indice de fiabilité en fonction du temps, ainsi que sa prédiction à court terme (à 1 seconde et à 3 secondes).

Comme le montre cette figure, la prédiction de l'indice de fiabilité est acceptable pour une durée d'une seconde, mais elle ne l'est pas pour 3 secondes. Ceci est dû au fait que la prédiction est basée sur un modèle adaptatif de type ARMA dont les paramètres sont identifiés en fonction de l'évolution de l'indice de fiabilité. Ce type de prédiction n'est pas approprié pour alerter le conducteur, mais il peut être utilisé pour alimenter le système de contrôle actif.

### V.4 Prédiction fiabiliste du risque à court terme

Cette méthode consiste à exploiter le modèle du système poids lourd / conducteur / infrastructure pour la prédiction fiabiliste du risque d'accident. Le principe de cette approche est comme suit : Les états dynamiques sont estimés par un observateur ou par un filtre. Ces variables vont représenter les conditions initiales. Le modèle du véhicule est ensuite utilisé pour prédire l'évolution des variables dynamiques ainsi que l'indicateur du risque déterministe sur l'intervalle de prédiction  $[t, t + \Delta t]$ . La fonction d'état limite dépend des valeurs maximales du rapport de transfert de charge ou de l'instant du premier franchissement d'un seuil critique. Enfin, une méthode de fiabilité est appliquée pour calculer l'indice de fiabilité et déduire la probabilité du risque.

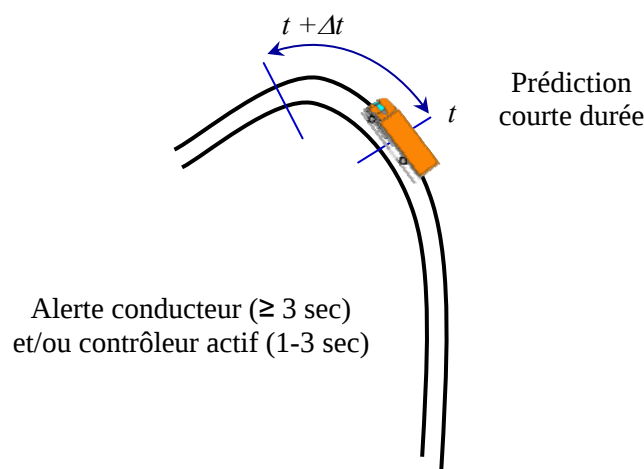


Figure V.25. Prédiction fiabiliste à court terme du risque

La fonction d'état limite de sécurité est alors exprimée par :

$$g(x) = R_{seuil} - \max_{t \in [t, t + \Delta t]} |LTR(t, x)| \quad (5.39)$$

$R_{seuil}$  étant un seuil donné du LTR,  $[t, \Delta t]$  l'intervalle de prédiction et  $x$  le vecteur des variables à considérer aléatoires.

Afin de mettre en évidence cette approche de prédiction du risque, nous avons effectué une simulation sur le même trajet que celui de la section précédente. A chaque résolution du modèle de prévision, qui est le modèle du poids lourd, une réalisation des paramètres est effectuée selon les distributions associées. Les variables d'états, obtenues par filtrage de Kalman Unscented, représentent les conditions initiales du modèle de prévision. Pour le calcul de l'indice de fiabilité, nous avons appliqué l'algorithme de HLRF.

Ici, le comportement du conducteur et le trajet du véhicule sont supposés parfaitement connus. L'incertain n'est donné que par les paramètres aléatoires.



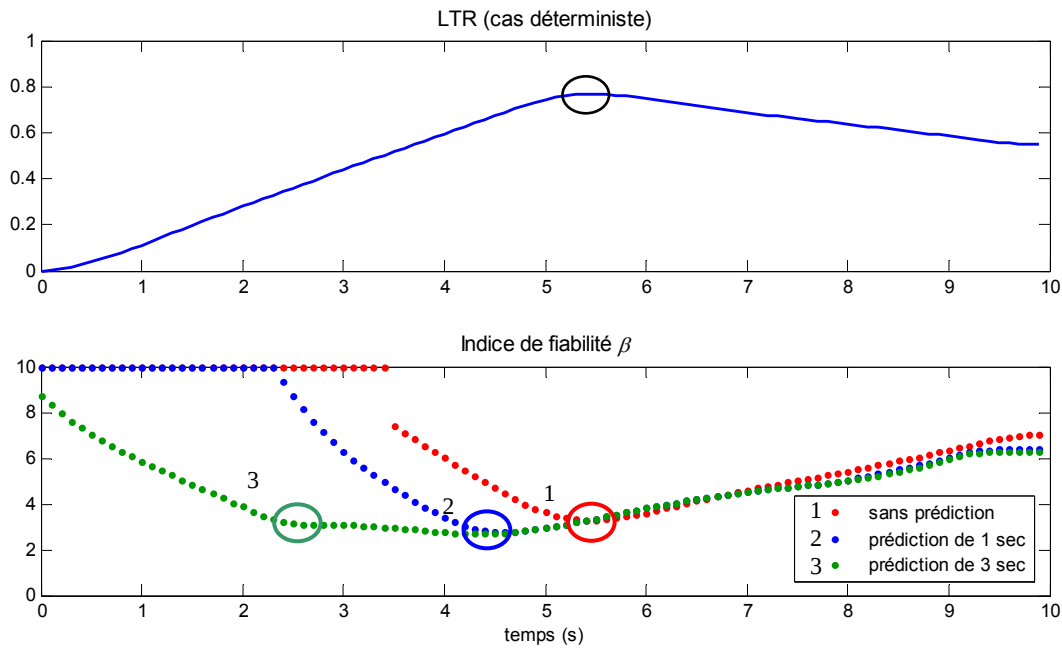


Figure V.26. *Résultats de l'évaluation prédictive du risque de renversement par fiabilité*

La figure V.26 montre trois dispositifs d'évaluation du risque : le premier évalue la probabilité (instantanée) de dépassement de seuil du LTR sans faire de prédiction, le second évalue la probabilité de dépassement du maximum du LTR sur une prédiction d'une seconde, et le troisième sur une prédiction de trois secondes.

D'après la figure, le pic du profil du LTR déterministe est à environ 5 secondes. Cet instant correspond aussi au même pic du profil de l'indice de fiabilité obtenu sans prédiction du modèle (par le premier dispositif). Pour le cas du second dispositif, la prédiction de la même valeur du pic est bien obtenue une seconde avant. De même pour le troisième dispositif, où ce pic est correctement prédit trois secondes avant.

Etant donné que le système d'alerte se base sur le seuil de l'indice de fiabilité, cette méthode de prédiction par fiabilité est mieux adaptée au système d'alerte au conducteur que celle de la section précédente.

Dans le cas où le comportement du conducteur est parfaitement modélisé et les données de l'infrastructure sont parfaitement connues, la prédiction peut se faire au delà de trois secondes sans perdre de l'information sur la prédiction du risque. La durée de prédiction dépendra de la connaissance de ces informations.

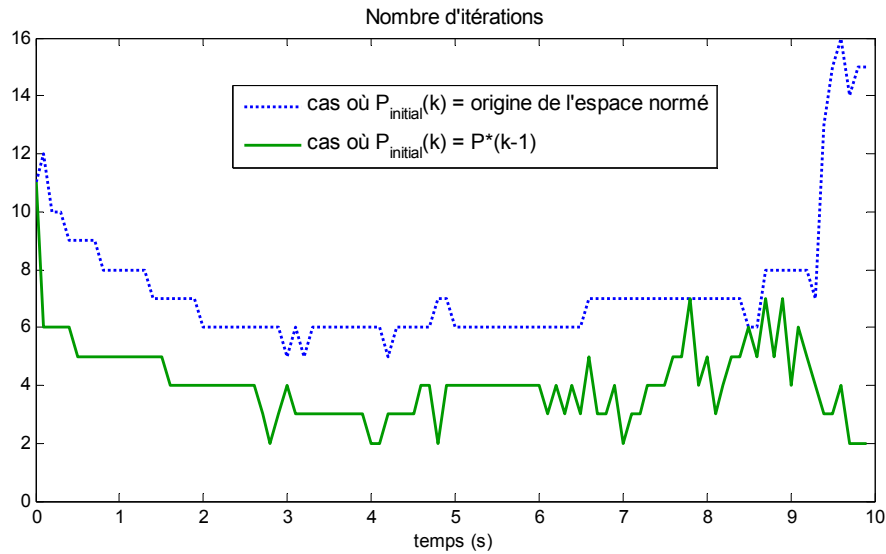


Figure V.27. Nombre d'itérations du calcul de l'indice de fiabilité

La méthode fiabiliste permet d'estimer la probabilité du risque par un nombre réduit de simulations comparé aux méthodes de Monte-Carlo. Pour réduire encore plus ce temps de calcul, nous avons diminué le nombre d'itérations pour le calcul de l'indice de fiabilité en mettant comme condition initiale le point de défaillance le plus probable de l'itération précédente (voir la figure V.27). D'après cette figure, le nombre d'itération est nettement inférieur, surtout lorsqu'il s'agit des situations à faible risque où l'indice de fiabilité est élevé.

## V.5 Conclusion

Dans ce chapitre, le risque de renversement de poids lourds est évalué et prédit en utilisant une approche fiabiliste. Nous avons considéré des variables aléatoires au lieu de processus stochastiques pour la modélisation de la dynamique du système poids lourd / conducteur / infrastructure. De ce fait, en définissant un critère de défaillance par le maximum d'un processus temporel sur l'intervalle de prédiction, une méthode de fiabilité, issue de problèmes exclusivement statiques, a pu être mise en œuvre.

Deux dispositifs d'évaluation du risque de renversement ont été développés. Le premier dispositif donne une évaluation avant d'entrer dans la zone à risque. La valeur maximale du LTR sur tout le virage est utilisée pour le calcul de l'indice de fiabilité. L'indice de fiabilité et la probabilité du risque sont calculés par les méthodes de fiabilité FORM, SORM et par la méthode de Surface de Réponse. Pour cette dernière méthode, nous avons proposé d'introduire l'approche du champ de potentiel dans l'établissement du plan d'expériences dans le but de bien répartir les points d'expériences et de pouvoir utiliser un nombre quelconque de points.

Pour le second dispositif, un algorithme de calcul de l'indice de fiabilité durant l'évolution dynamique du véhicule est développé. Cet indice prend en compte les lois de distribution des différents paramètres influents, connues a priori et des incertitudes des variables dynamiques obtenues par le filtrage de Kalman Unscented. Les variables aléatoires prises en compte sont celles qui interviennent explicitement dans l'expression de la fonction d'état limite, basée elle-même sur l'indicateur du risque déterministe (LTR). Le calcul fiabiliste est dans ce cas plus rapide puisqu'une expression explicite de l'état limite est utilisée. La prédiction de l'indice de fiabilité est assurée en exploitant son évolution dans le temps. Un modèle de type ARMA, dont les paramètres sont obtenus par un filtre récursif, est construit et utilisé comme base pour la prédiction.

Cependant, étant donné que les paramètres de ce modèle ne dépendent que de l'évolution de l'indice de fiabilité, une prédiction à court terme n'est pas suffisante pour alerter le conducteur. De ce fait, une seconde approche exploitant le modèle du système poids lourd/conducteur/infrastructure a été développée. L'idée est d'évaluer le risque, pour chaque réalisation des paramètres, par la valeur maximale du LTR sur un intervalle de prédiction à court terme. Cette approche donnera de meilleurs résultats sous réserve d'une modélisation suffisamment précise du comportement du conducteur et des données de l'infrastructure. L'indice de fiabilité prédit sera alors le nouvel indicateur et remplacera l'indicateur de risque déterministe.

Dans un système embarqué, la contrainte temps réel doit être respectée. Dans une approche fiabiliste, le temps de calcul nécessaire pour la prédiction du risque dépend étroitement du nombre des variables aléatoires et de l'expression de l'état limite. Afin d'améliorer encore le temps de calcul, il est très utile de disposer d'une expression explicite de l'état limite et de son gradient. De ce point de vue, nous avons opté pour la réalisation d'un modèle empirique du risque d'accident et qui sera présenté dans le chapitre suivant.

## Chapitre VI.

### **MODELISATION EMPIRIQUE DU RISQUE**

#### **VI.1 Introduction**

Ce dernier chapitre est consacré à l'élaboration d'un modèle empirique du risque d'accident. La méthode est basée sur les techniques de classification, plus particulièrement sur les machines à vecteurs supports (SVM) introduits par V. Vapnik [Vapnik, 1995]. L'intérêt de cette approche est double : d'une part, le temps de calcul est réduit, en obtenant soit l'expression explicite d'une fonction l'état limite ou un modèle empirique de risque intégrant le calcul fiabiliste. D'autre part des essais réalisés en pratique ou sur simulateur peuvent être utilisés pour la prédiction au lieu d'un modèle du poids lourd simplifié.

Dans ce qui suit, nous décrivons notre approche en précisant l'intérêt et la façon de développer un modèle empirique pour l'évaluation du risque. Puis, nous introduisons le principe des SVM et leur application dans le calcul fiabiliste.

#### **VI.2 Introduction d'un modèle empirique dans l'évaluation du risque**

Dans le chapitre précédent, nous nous sommes intéressés à l'évaluation par fiabilité du risque de renversement afin de mettre en œuvre des calculs probabilistes en temps réel.

A présent, pour avoir une bonne prédiction du risque, il est nécessaire d'utiliser le modèle du système véhicule/conducteur/infrastructure comme modèle prévisionnel. Les calculs conséquents peuvent être importants si le nombre de variables aléatoires est élevé. Pour remédier à cela, nous proposons d'élaborer un modèle empirique pour représenter le risque. Ceci nous permet d'éviter le recours à résoudre les équations différentielles décrivant l'évolution du véhicule durant l'intervalle de prédiction.

Autrement dit, dans le cas de prévention du renversement, le modèle prévisionnel permet d'obtenir le maximum du LTR sur l'intervalle de prédiction. Le modèle empirique a pour but de fournir cette valeur directement à partir des valeurs des paramètres et des variables d'entrée. La résolution des équations différentielles est effectuée durant la phase de conception du modèle empirique.

Dans ce qui suit, deux modèles empiriques sont développés : le premier modèle (Figure VI.1) permet d'obtenir l'hyper-surface d'état limite ( $g(x)=0$ ) qui sépare le domaine de sécurité ( $g(x)>0$ ) du domaine de défaillance ( $g(x)<0$ ). A partir de ce résultat, une expression analytique de l'état limite est construite. Le calcul de l'indice de fiabilité et de la probabilité que le critère de sécurité soit enfreint se fera a posteriori.

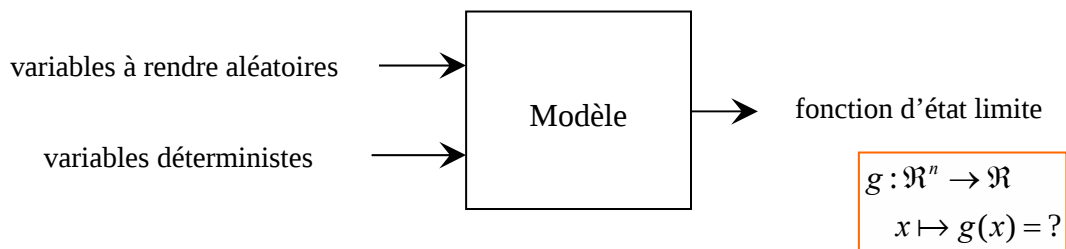


Figure VI.1. *Modèle empirique donnant l'expression explicite d'une fonction d'état limite*

Les entrées de ce modèle sont les variables à rendre aléatoires, comme la hauteur du centre de gravité, ainsi que les paramètres susceptibles de varier significativement entre deux situations de conduite différentes. Par exemple, la masse non suspendue est considérée constante durant l'intervalle de prédiction. Cependant, elle dépend du chargement du poids lourd qui peut être différent d'un trajet à un autre.

Le second modèle empirique (Figure VI.2) permet de délivrer directement une évaluation du risque d'accident. Dans cette étude, la sortie du modèle permet de connaître si l'indice de fiabilité  $\beta$  est supérieur ou inférieur à un seuil donné  $\beta_{seuil}$  (c.-à-d. s'il y a alerte ou pas). Le calcul de fiabilité se fait alors durant la phase de conception du modèle empirique.

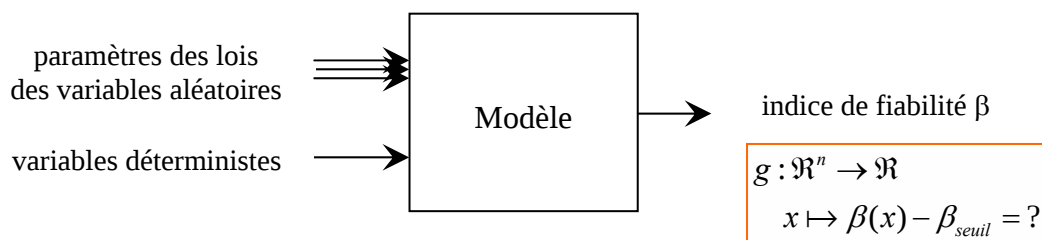


Figure VI.2. *Modèle empirique donnant directement une évaluation fiabiliste du risque*

En entrée du modèle, tous les paramètres qui varient d'une manière significative sont pris en considération. De surcroît, le modèle dépend des paramètres des lois de distribution des

différentes variables aléatoires (comme par exemple, les moyennes et écarts-types). Ceci nous permet d'intégrer le module du calcul de fiabilité dans le modèle empirique.

Dans ce contexte, une bonne précision sur l'estimation de la fonction d'état limite n'est pas nécessaire pour les points éloignés de la frontière de sécurité. Par contre nous nous intéressons plus particulièrement à l'exactitude de la marge de sécurité ( $g(x)=0$ ) qui délimite le domaine de sécurité.

Le modèle empirique peut être obtenu par des méthodes de classification ou de régression. Dans une approche d'estimation par régression, les points d'apprentissage doivent être répartis sur un domaine large, ceci fait que cette méthode est plus adaptée à la définition de la fonction d'état limite. Cependant, dans une approche par classification, les points doivent être plus concentrés au voisinage de l'hypersurface d'état limite afin de mieux séparer le domaine de sécurité du domaine de risque [Hurtado, 2004] [Deheger, 2007].

Plusieurs méthodes de classification existent dans la littérature, citons entre autres : des méthodes analytiques, des méthodes à base de réseaux de neurones et des méthodes à noyaux. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons plus particulièrement à la technique de discrimination initialement proposée par V.Vapnik [Vapnik, 1995] : les SVM (*support vector machines*). L'utilisation de cet algorithme couvre une large gamme de problèmes, linéaires et non linéaires, avec une souplesse permettant une phase de développement plus rapide qu'avec la plupart des autres techniques.

Afin de rendre la conception du modèle empirique plus rapide, nous avons opté pour un plan d'expérience en vue d'avoir le minimum de simulations (ou de tests pratiques). Ceci est réalisé en faisant concentrer progressivement les points d'expériences au voisinage de l'hyper surface d'état limite.

### VI.3 Principe des machines à vecteurs supports (SVM)

Les SVM (*Séparateurs à vaste marge* ou *Machines à vecteurs supports*) constituent un type d'algorithmes de classification nouvellement introduits par Vapnik et Boser [Boser, 1992] [Vapnik, 1995]. Les performances de cette méthode ont été démontrées lors de son utilisation dans de nombreuses applications [Furey, 2000] [Ganapathiraju, 2002] [Ben Ayad, 2003] [Boubezoul, 2008].

Pour le cas de deux classes d'échantillons, les SVM recherchent une surface de décision optimale, déterminée par certains points de l'ensemble d'apprentissage appelés vecteurs supports, en projetant les données d'entrée non-linéairement séparables dans un espace de plus grande dimension appelé espace de caractéristiques. Cette surface, qui est dans l'espace des caractéristiques, peut être considérée comme un hyperplan optimal de décision. Elle est obtenue par la résolution d'un problème de programmation quadratique sous contraintes.

Les SVM, sont des algorithmes basés sur les trois principes mathématiques suivants [Ciarlet, 1994] :

- Le principe de Fermat (1638) : Les points qui minimisent ou maximisent une fonction dérivable annulent sa dérivée. Ils sont appelés points stationnaires.

- Le principe de Lagrange (1788) : Pour résoudre un problème d'optimisation sous contraintes, il suffit de rechercher un point stationnaire  $x_0$  du Lagrangien  $L$  de la fonction  $f$  à optimiser.

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=0}^K \lambda_i f_i(x) \quad (6.1)$$

Où les  $f_i$  expriment les contraintes et les  $\lambda_i$  sont des coefficients de Lagrange.

- Le principe de Kuhn-Tucker (1951) : Les relations de Kuhn-Tucker peuvent s'appliquer en utilisant les fonctions convexes  $f$  et  $f_i$ . Il est toujours possible de trouver un point-selle  $(x^0, \lambda^*)$  qui vérifie l'équation suivante :

$$\min_x L(x, \lambda^*) = L(x^0, \lambda^*) = \max_{\lambda \geq 0} L(x^0, \lambda) \quad (6.2)$$

Dans ce chapitre nous présentons les aspects théoriques de la méthode des SVM et nous décrivons l'utilisation des vecteurs supports pour la classification binaire. Nous abordons dans un premier temps la formulation des SVM en considérant le cas des données linéairement séparables et non linéairement séparables. L'extension au cas non linéaire sera ensuite décrite.

### VI.3.1. Cas des classes linéairement séparables

Soit une base d'exemples,  $S = \{(x_i, y_i) ; x_i \in E \subset \mathbb{R}^n ; y_i \in \{-1, +1\} ; i = 1, \dots, m\}$  linéairement séparables.

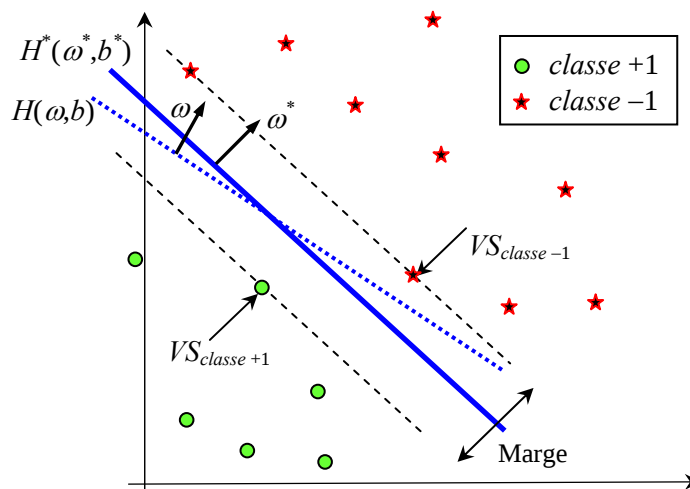


Figure VI.3. Séparation linéaire de deux classes.  $H$  un hyperplan séparateurs quelconque,  $H^*$  l'hyperplan optimal,  $VS$  les vecteurs supports.

Soit  $H(\omega, b)$  un hyperplan séparateur de l'ensemble des points d'apprentissage  $\{x_i ; x_i \in \mathbb{R}^n, i = 1..m\}$ , et qui vérifie les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \omega^T \cdot x_i + b &\geq +1 & \text{si } y_i = +1 \\ \omega^T \cdot x_i + b &\leq -1 & \text{si } y_i = -1 \end{aligned} \quad (6.3)$$

Ce qui est équivalent à écrire :

$$y_i(\omega^T \cdot x_i + b) \geq 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \quad (6.4)$$

L'hyperplan optimal est défini comme étant l'hyperplan séparateur qui maximise la marge  $M(\omega, b)$ , sous les contraintes de l'équation (6.4), donnée par :

$$M(\omega, b) = \min_{x_i: y_i = -1} d(\omega, b, x_i) + \min_{x_i: y_i = 1} d(\omega, b, x_i) \quad (6.5)$$

où  $d(\omega, b, x_i) = \left| \frac{\omega^T \cdot x_i + b}{\|\omega\|} \right|$  désigne la distance euclidienne entre un point  $x_i$  et l'hyperplan  $H(\omega, b)$ . La marge  $M(\omega, b)$  s'écrira alors sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} M(\omega, b) &= \min_{x_i: y_i = -1} \frac{|\omega^T \cdot x_i + b|}{\|\omega\|} + \min_{x_i: y_i = 1} \frac{|\omega^T \cdot x_i + b|}{\|\omega\|} \\ &= \frac{2}{\|\omega\|} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Maximiser la marge  $M(\omega, b)$ , revient à minimiser la fonction  $\phi(\omega) = \frac{1}{2} \omega^T \cdot \omega$  sous les contraintes de l'équation (6.4).

L'application du principe de Kuhn-Tucker (6.2) mène à la recherche d'un point-selle  $\omega^*, b^*, \lambda^*$  du Lagrangien :

$$L(\omega, b, \lambda) = \frac{1}{2} \omega^T \cdot \omega - \sum_{i=1}^m \lambda_i [y_i(\omega^T \cdot x_i + b) - 1] \quad (6.7)$$

où  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$  le vecteur des coefficients de Lagrange.

Ce point-selle  $\omega^*, b^*, \lambda^*$  vérifie les conditions :

$$\lambda_i^* [y_i(\omega^* \cdot x_i + b^*) - 1] = 0, \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \quad (6.8)$$



Ce qui donne :

$$\lambda_i^* = 0 \quad \text{ou} \quad y_i(\omega^* \cdot x_i + b^*) = 1 \quad \text{avec} \quad \lambda_i^* > 0 \quad (6.9)$$

Les vecteurs supports sont les vecteurs  $x_i$  pour lesquels l'égalité  $y_i(\omega^* \cdot x_i + b^*) = 1$  est vérifiée. Ce sont les vecteurs les plus proches de l'hyperplan optimal. Les coefficients de Lagrange  $\lambda_i^*$  de tous les autres exemples qui vérifient l'équation (6.8) sont donc nuls.

Les conditions d'annulation des dérivées partielles du Lagrangien permettent d'écrire les relations que vérifie l'hyperplan optimal, avec  $\lambda_i^*$  non nuls, seulement pour les vecteurs supports. Ces conditions sont :

$$\begin{aligned} \frac{\delta L(\omega, b, \lambda)}{\delta b} = 0 &\Leftrightarrow \sum_{i=1}^m \lambda_i^* y_i = 0 \\ \frac{\delta L(\omega, b, \lambda)}{\delta \omega} = 0 &\Leftrightarrow \omega^* = \sum_{i=1}^m \lambda_i^* y_i x_i \end{aligned} \quad (6.10)$$

Ces contraintes d'égalité permettent d'exprimer la forme duale du Lagrangien (6.7), dans lequel le vecteur  $\omega^*$  est remplacé par sa formulation (6.10) :

$$F(\lambda) = \sum_{i=1}^m \lambda_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m \lambda_i \lambda_j y_i y_j (x_i^T \cdot x_j) \quad (6.11)$$

Pour trouver le point-selle, il suffit alors de maximiser  $F(\lambda)$  dans le quadrant positif  $\lambda_i \geq 0$ ,  $i = 1 \dots m$ , sous la contrainte  $\sum_{i=1}^m \lambda_i^* y_i = 0$ . La résolution du problème dual permet donc de calculer le vecteur  $\omega^*$  avec une méthode classique d'optimisation quadratique.

La valeur du biais  $b^*$  est par la suite obtenue en utilisant l'équation (6.8) et en considérant les vecteurs supports :

$$b^* = \frac{1}{2} ([\omega^* \cdot VS_{(classe+1)}] + [\omega^* \cdot VS_{(classe-1)}]) \quad (6.12)$$

où  $VS_{(classe-1)}$  et  $VS_{(classe+1)}$  représentent les vecteurs supports des classes  $-1$  et  $+1$  respectivement.

Enfin, la fonction de classification  $classe(x)$  s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} classe(x) &= \text{sign}(\omega^{*T} \cdot x + b^*) \\ &= \text{sign}[(\sum_{x_i \in VS} \lambda_i^* y_i x_i)^T \cdot x + b^*] \\ &= \text{sign}[\sum_{x_i \in VS} \lambda_i^* y_i (x_i^T \cdot x) + b^*] \end{aligned} \quad (6.13)$$

Si la fonction classe( $x$ ) est négative alors  $x$  appartient à la classe  $-1$  sinon  $x$  appartient à la classe  $+1$ . Notons la présence des produits scalaires ( $x_i^T \cdot x$ ) dans l'équation (6.13).

### VI.3.2. Cas des données non-linéairement séparables

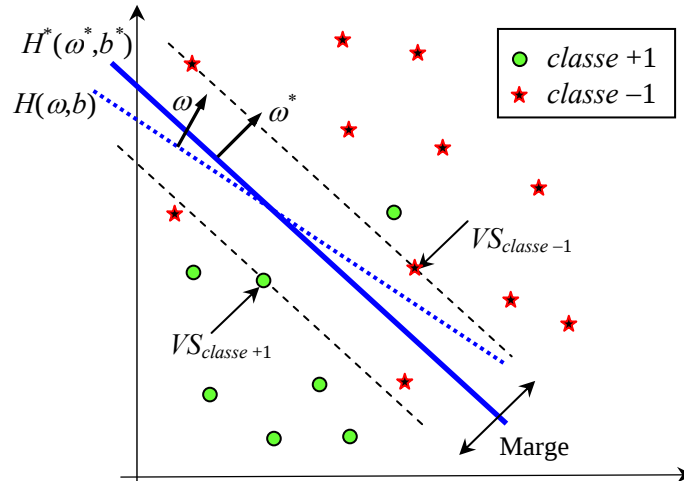


Figure VI.4. Séparation linéaire de deux classes non-linéairement séparables.  $H$  un hyperplan séparateur quelconque,  $H^*$  l'hyperplan optimal,  $VS$  les Vecteurs Supports.

Pour ce type de classes, les exemples ne sont pas linéairement séparables (figure VI.4) et l'hyperplan optimal sera celui qui vérifie les contraintes suivantes :

- La distance entre l'hyperplan et les vecteurs bien classés doit être maximale.
- La distance entre l'hyperplan et les vecteurs mal classés doit être minimale.

Pour résoudre ce problème, on peut reformuler les conditions du système des équations (6.3), en introduisant des variables positives  $\xi_i$ , pour  $i = 1, \dots, m$ . Nous obtenons les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} (\omega^T \cdot x_i) + b &\geq +1 - \xi_i & \text{si } y_i = +1 \\ (\omega^T \cdot x_i) + b &\leq -1 + \xi_i & \text{si } y_i = -1 \end{aligned} \quad (6.14)$$

Ainsi, au lieu de chercher le vecteur de poids  $\omega^*$  qui minimise la norme  $\frac{1}{2} \|\omega\|^2$  comme dans le cas des exemples séparables, on cherche à minimiser la quantité suivante :

$$\phi(\omega, \xi) = \frac{1}{2} \omega^T \cdot \omega + C \sum_{i=1}^m \xi_i \quad (6.15)$$

où  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_m)$  et  $C$  est une constante choisie. Cette constante indique l'importance que l'on donne aux erreurs de classification. Pour de grandes valeurs de  $C$ , seules de très faibles valeurs de  $\xi_i$  sont autorisées, le nombre de vecteurs mal classés sera alors faible. Par contre, si  $C$  est petit, on accorde plus d'importance à la marge. D'où,  $\xi_i$  peut devenir plus grand et les erreurs de classifications sont plus autorisées.

De la même manière qu'avec les classes linéairement séparables, la solution  $\lambda_i^*$  s'obtient par la maximisation du Lagrangien dual (6.11), mais sous les contraintes :

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i^* y_i = 0 \quad 0 \leq \lambda_i \leq C \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \quad (6.16)$$

Ainsi, nous obtenons l'équation de l'hyperplan optimal au sens des nouvelles contraintes tenant compte des  $\xi_i$ . Les vecteurs supports sont toujours les exemples les plus proches de cet hyperplan associés à  $\lambda_i^* \neq C$ .

### VI.3.3. Séparation de classes par les SVM

En pratique, un grand nombre de jeux de données sont non-linéairement séparables. Pour classer ce genre de données on pourrait utiliser une fonction de décision non linéaire.

L'idée sous-jacente de l'extension des SVM pour les données non linéairement séparables est de tenter de trouver une projection (*mapping*) de l'espace d'entrée  $E$  vers un autre espace de représentation  $F$  (*feature space*) à dimension élevée dans lequel les données sont linéairement séparables (Figure VI.5).

Soit  $\Psi$  une transformation non linéaire qui transforme l'espace d'entrée  $E$  en un espace interne  $F$  de plus grande dimension :  $\Psi : E \rightarrow F ; x \mapsto \Psi(x) = h$ . Ainsi l'ensemble des exemples  $S'$  sera transformé sous la forme suivante :

$$S' = \{(\Psi(x_i), y_i) ; x_i \in E \subset \mathbb{R}^n ; y_i \in \{-1, +1\} ; i = 1, \dots, m\} \quad (6.17)$$

Pour construire l'hyperplan optimal dans l'espace de représentation  $F$  sans considérer explicitement cet espace, il suffit de savoir calculer les produits scalaires entre les vecteurs supports et les vecteurs de l'espace de représentation. Pour cela, on s'est appuyé sur le résultat mathématique suivant :

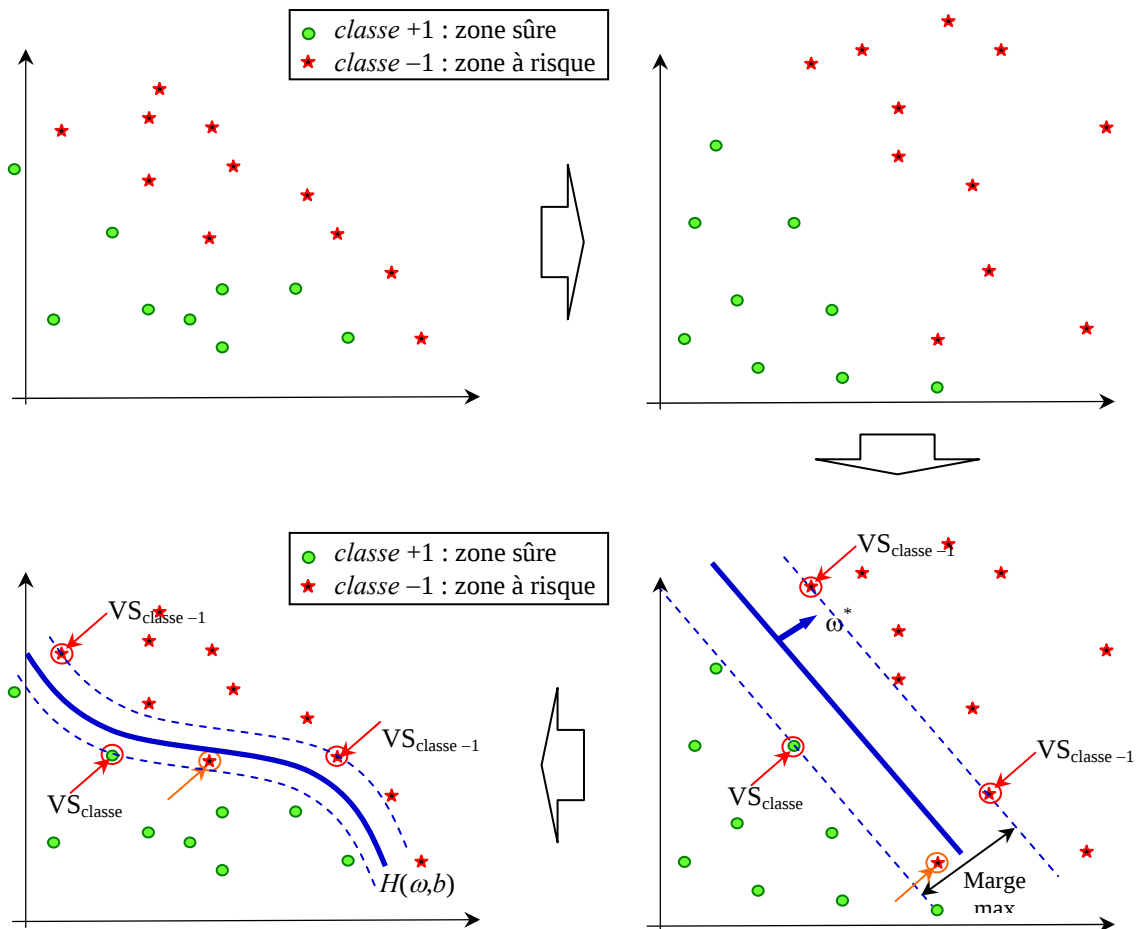


Figure VI.5. Séparation de classes par les SVM

Dans un espace de Hilbert, un produit scalaire peut s'exprimer sous la forme :

$$K(x, x^*) = \Psi(x)^T \cdot \Psi(x^*) = \sum_{i=1}^{\infty} \Psi_i(x) \Psi_i(x^*) \quad (6.18)$$

où  $K(x, x^*)$  est une fonction symétrique vérifiant les conditions de Mercer :

$$\int K(x, x^*) \varphi(x) \varphi(x^*) dx dx^* \geq 0 \quad (6.19)$$

pour toute fonction  $\varphi(x)$  telle que  $\int \varphi(x)^2 dx < \infty$ .

Ainsi, il suffit de reprendre les équations énoncées dans les sections précédentes pour la recherche de l'hyperplan optimal, et de remplacer les produits scalaires des vecteurs d'entrée  $(x_i^T \cdot x)$  par leurs images dans l'espace de représentation  $\Psi(x_i)^T \cdot \Psi(x_j)$  ou tout simplement par des fonctions noyaux  $K(x_i, x_j)$ .

Le problème d'optimisation revient à la maximisation du Lagrangien dual :

$$F(\lambda) = \sum_{i=1}^m \lambda_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m \lambda_i \lambda_j y_i y_j K(x_i, x_j) \quad (6.20)$$

sous les contraintes :

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i y_i = 0 \quad ; \quad 0 \leq \lambda_i \leq C \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \quad (6.21)$$

Après avoir calculé les coefficients de Lagrange  $\lambda_i^*$ , la fonction de classification sera définie par :

$$\text{classe}(x) = \text{sign} \left[ \sum_{x_i \in \mathcal{V}^S} \lambda_i^* y_i K(x_i, x) + b^* \right] \quad (6.22)$$

Les vecteurs supports sont les vecteurs  $x_i$  associés aux  $0 < \lambda_i < C$ . Ce sont les vecteurs les plus proches de l'hyperplan optimal qui sépare les deux classes dans l'espace de représentation F. Les exemples mal classés sont associés à  $\lambda_i = C$  et les autres exemples à  $\lambda_i = 0$ . L'hypersurface séparatrice dans l'espace d'entrée E est alors définie par l'équation :

$$\sum_{x_i \in \mathcal{V}^S} \lambda_i^* y_i K(x_i, x) + b^* = 0 \quad (6.23)$$

Plusieurs fonctions noyaux ont été utilisées dans les SVM, dont :

- Le produit scalaire :  $K(x, y) = x \cdot y$ , c'est le cas d'une classification linéaire.
- Le noyau polynomial :  $K(x, y) = [(x \cdot y) + 1]^d$  où d est le degré du polynôme.
- Le noyau RBF (Radial Basis Function) :  $K(x, y) = \exp(-\gamma |x - y|^2)$  où  $\gamma$  est un paramètre généralement déterminé de façon empirique.

### VI.4 Modèle empirique donnant une expression de l'état limite

Dans cette section, la méthode de classification par les SVM est appliquée pour la détermination d'un modèle empirique de l'état limite de sécurité. En d'autres termes, nous cherchons à définir une hyper-surface séparatrice qui se rapproche le mieux de la frontière de sécurité. Cette dernière est désormais appelée état limite de référence. Une fois définie, l'hyper-surface estimée est utilisée pour le calcul fiabiliste et l'évaluation du risque d'accident du poids lourd (Figure VI.6).

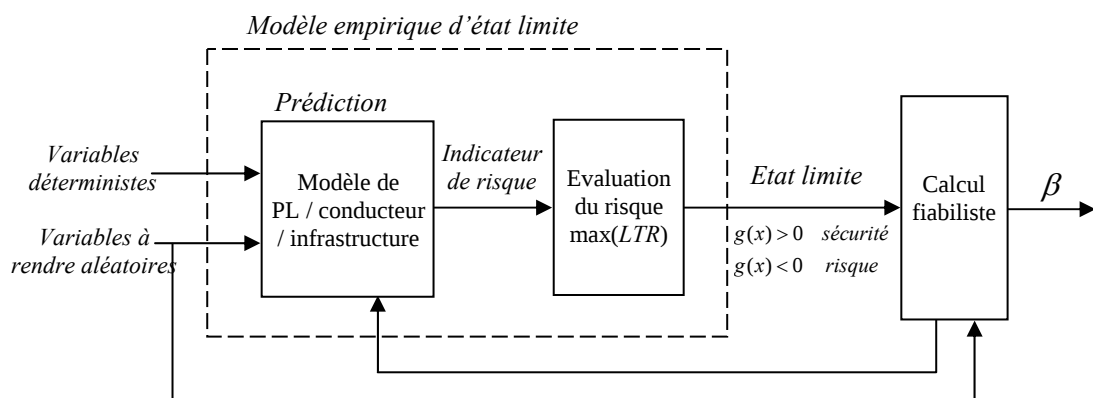


Figure VI.6. Schéma de conception et d'utilisation du modèle empirique de l'état limite

Pour pouvoir traiter des données de nature et de grandeurs différentes, nous procédons à la normalisation de l'espace des variables d'entrée telle que toute variable est transformée en une variable appartenant à l'intervalle  $[-1, +1]$ .

L'algorithme proposé pour la construction de la frontière de sécurité est donné comme suit :

- A partir d'un ensemble d'expériences, chaque point est évalué par la fonction d'état limite de référence, puis étiqueté d'une valeur  $-1$  ou  $+1$  signifiant respectivement une situation avec ou sans risque d'accident.

- La méthode de classification par SVM est utilisée pour construire une hypersurface qui sépare ces points. Ce séparateur est exprimé en fonction de quelques points de l'ensemble d'expériences, dits *vecteurs supports*.

- Puis un nouvel ensemble de points d'expériences est généré aléatoirement autour des points situés à proximité de l'hypersurface, entre autres les vecteurs supports. Ces nouveaux points sont générés de telle façon à ce qu'ils soient dispersés et éloignés des autres points. Ils sont par la suite évalués, étiquetés puis utilisés avec les anciens points pour construire à nouveaux une hypersurface séparatrice.

- L'algorithme s'arrête lorsque la marge, définie par l'équation (6.6), devient suffisamment faible. Cet algorithme est décrit par l'organigramme présenté à la figure VI.7.

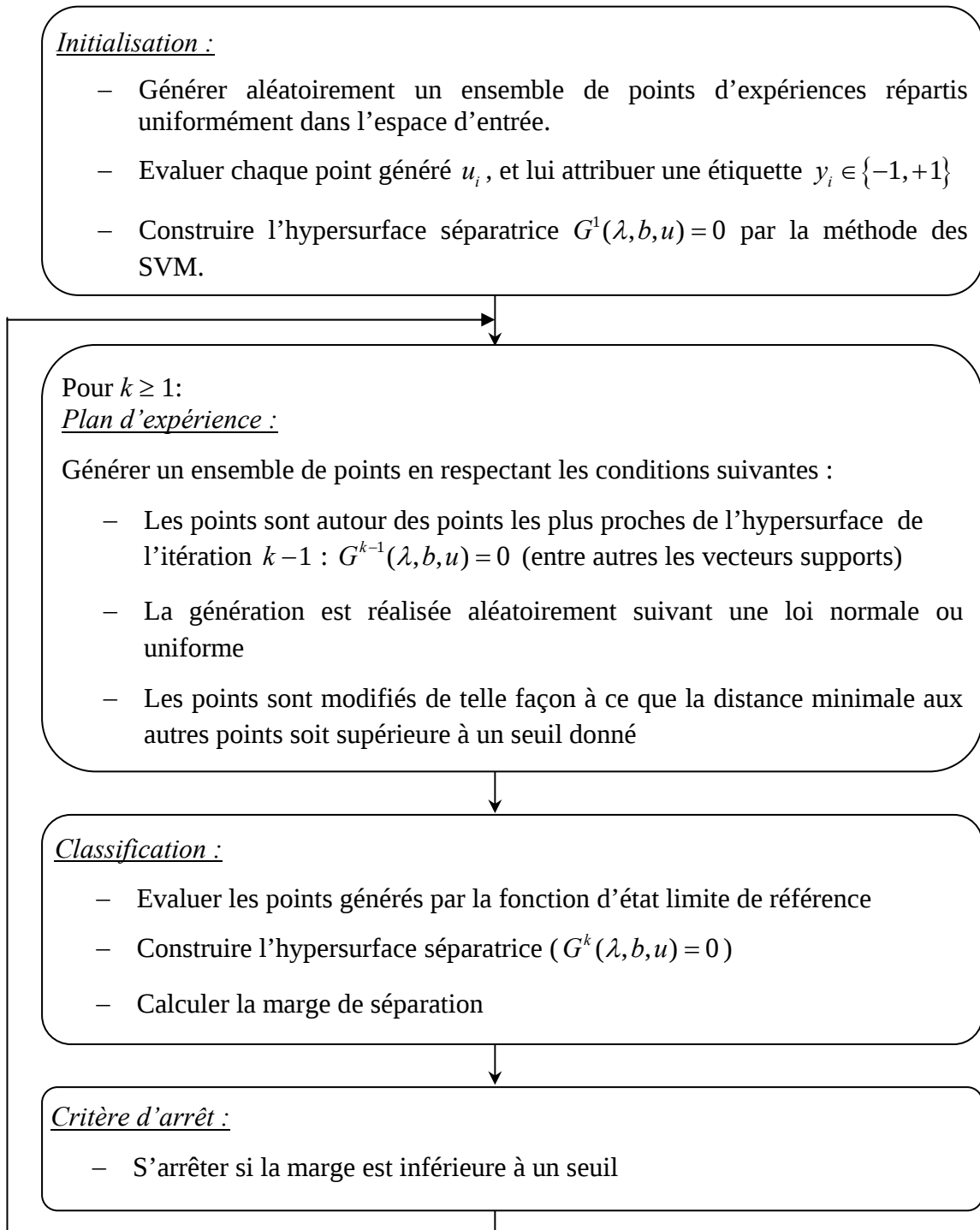


Figure VI.7. Algorithme de construction d'une fonction d'état limite par SVM et par plan d'expérience

Afin d'illustrer les phases de conception du modèle empirique, nous avons considéré deux variables d'entrée : la vitesse  $v$  du véhicule et la hauteur  $h$  du centre de gravité par rapport à l'axe de roulis. Dans nos simulations, l'espace d'apprentissage est l'espace euclidien défini par :  $E = \{x = (v, h) ; v \in [30 \text{ km/h}, 90 \text{ km/h}], h \in [0.5 \text{ m}, 2.0 \text{ m}]\}$ .

La fonction d'état limite de référence est évaluée par la comparaison entre les valeurs maximales du LTR sur l'intervalle de prédiction et un seuil critique  $LTR_{seuil} = 1$ .

La figure VI.8 montre le résultat de classification par les SVM en utilisant un plan d'expérience. L'hyper-surface séparatrice dans chaque itération est représentée en bleue, et les deux hyper-surfaces passant par les vecteurs supports sont représentées en rouge et vert.

Ici, dix expériences ont été effectuées à l'initialisation, puis cinq points sont générés à chaque itération. La classification est réalisée en utilisant la bibliothèque simpleSVM développée par G. Loosli [Loosli, 2004]. Le noyau utilisé dans la classification est le noyau polynomial de quatrième ordre, défini par  $K(x, y) = [(x \cdot y) + 1]^d$ ,  $d = 4$ . La tolérance aux erreurs de classification est caractérisée par la constante  $C = 10000$ .

Nous remarquons d'après la figure VI.8 que la marge de séparation entre les deux domaines : de sécurité et de défaillance, se rétrécit au cours des itérations. L'algorithme converge après 10 itérations, donnant ainsi une séparation suffisamment précise avec seulement 6 vecteurs supports.

L'expression de la fonction d'état limite et son gradient sont donc exprimés analytiquement par :

$$G(\lambda, b, u) = \sum_{u_i \in \mathcal{V}^S} \lambda_i y_i (u_i^T \cdot u + 1)^d + b \quad (6.24)$$

$$\nabla G(\lambda, b, u) = \sum_{u_i \in \mathcal{V}^S} \lambda_i y_i \cdot d (u_i^T \cdot u + 1)^{d-1} \cdot u_i \quad (6.25)$$

avec  $b$  le biais de l'hyperplan séparateur de l'espace de représentation, et  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$  le vecteur des coefficients de Lagrange,  $d = 4$  l'ordre du noyau polynomial.

La figure VI.9 montre l'évolution du taux de classification par les SVM. Pour l'évaluation de ce taux, nous avons construit une base de tests constituée de l'ensemble de tous les points d'expériences générés jusqu'à l'arrêt de l'algorithme, en lui incluant des points supplémentaires générés par des simulations de Monte Carlo. Pour chaque itération  $k$ , le taux est calculé en évaluant le modèle empirique obtenu,  $G^k(\lambda, b, u)$ , sur cet ensemble de tests.



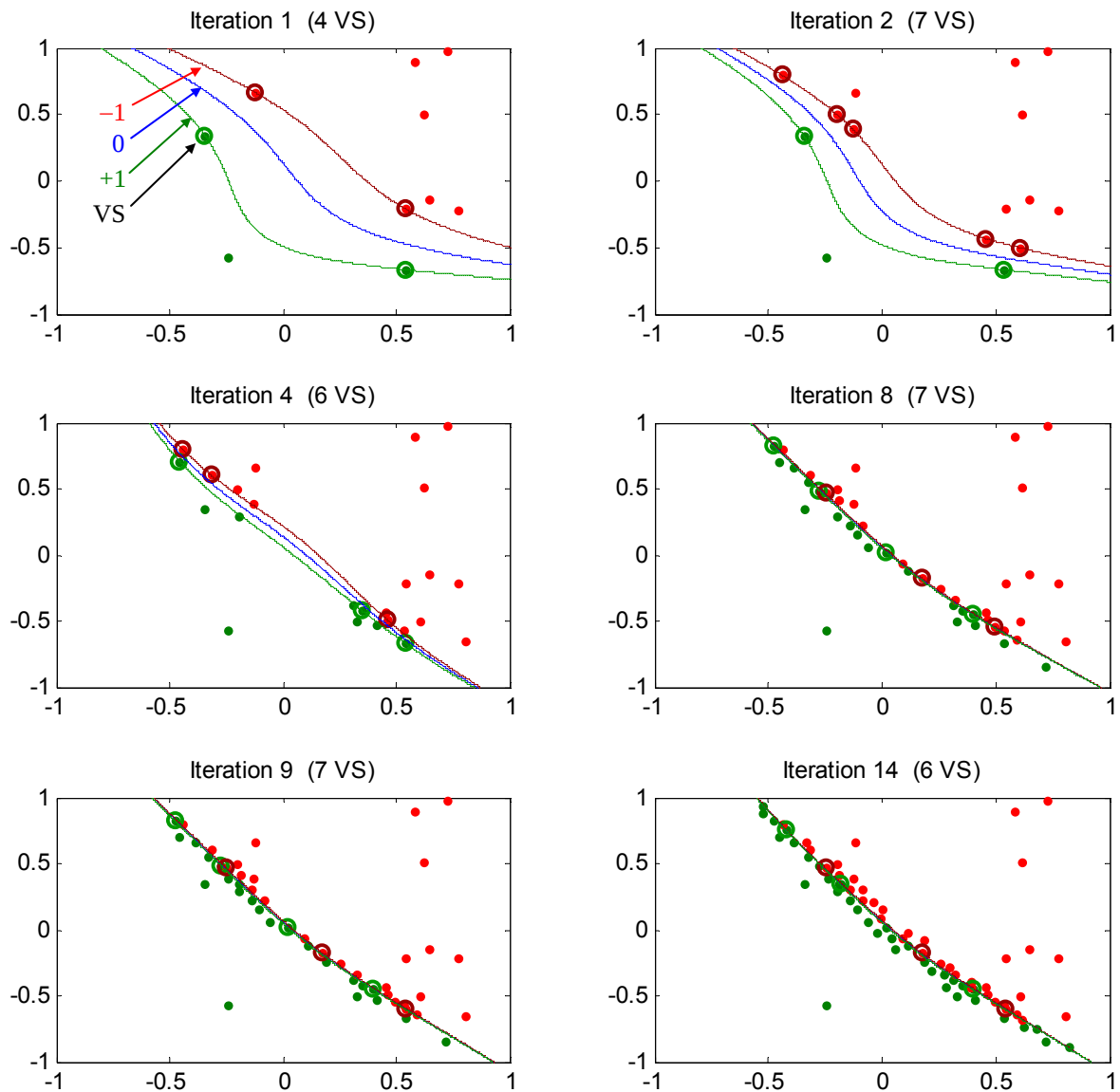


Figure VI.8. Approximation de l'état limite par SVM (noyau polynomial d'ordre 4) pour deux variables (vitesse linéaire  $v$  et hauteur du centre de gravité  $h$ )

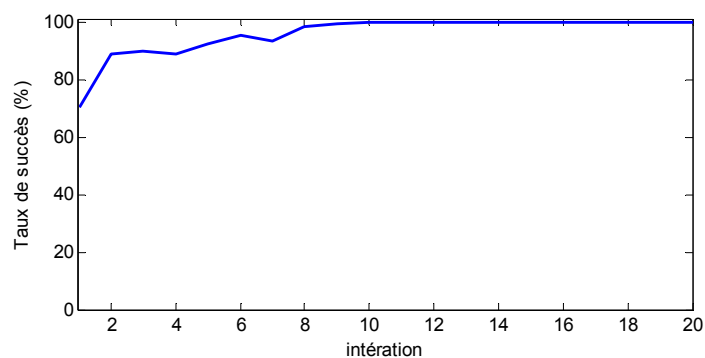


Figure VI.9. Evolution du taux de classification

La valeur de la constante  $C = 10000$  semble appropriée à la détermination du modèle empirique de l'état limite. De grandes valeurs de  $C$  accordent plus d'importance à la marge de séparation par rapport aux erreurs sur les données. Cependant, si l'état limite de référence présente de fortes oscillations, ou si les erreurs de modélisation du système poids lourd / conducteur / infrastructure sont considérées (telles que celles produites par l'uni), de faibles valeurs de  $C$  sont nécessaires pour donner moins d'importance à ces erreurs et réduire le nombre des vecteurs supports. Une certaine robustesse dans le choix de ce paramètre peut être acquise par des méthodes de validation croisée (cross-validation) [Kohavi, 1995] [Wahba, 2000].

A présent, le modèle empirique de l'état limite, obtenu par la méthode des SVM, est utilisé dans l'évaluation du risque de renversement par fiabilité.

Le scénario considéré correspond à une situation de conduite à fort risque de renversement. Le poids lourd effectue une mise en virage à vitesse constante. La vitesse du véhicule et la hauteur du centre de gravité sont modélisées par des variables aléatoires gaussiennes de moyennes 15 m/s et 1.15 m, et d'écart-types de 1.05 m/s et 0.08 m respectivement. Les autres paramètres restent inchangés par rapport aux valeurs utilisées dans la conception de la fonction d'état limite.

L'algorithme de HLRF est utilisé pour le calcul de l'indice de fiabilité. Ici, la fonction d'état limite et le gradient sont calculés analytiquement par les expressions (6.24) et (6.25). Pour valider le modèle empirique de l'état limite, le même algorithme de fiabilité et le même scénario de conduite cités ci-dessus sont utilisés en se basant sur l'état limite de référence.

Les résultats du calcul fiabiliste sont donnés au tableau VI.1 et à la figure VI.10. L'algorithme de fiabilité converge après 4 itérations avec les deux états limites. Une faible différence entre les indices de fiabilité et entre les probabilités du risque est constatée. Des simulations de Monte Carlo sont aussi réalisées autour du point de défaillance le plus probable  $P^*$  pour valider les probabilités obtenues (Figure VI.11).

Les simulations de Monte Carlo ont été effectuées en se basant sur l'état limite de référence. D'après la figure VI.10, nous pouvons constater que l'état limite estimé (tracé en bleu) sépare bien les situations avec risque et les situations sans risque de renversement.

Dans le calcul fiabiliste, l'indice de fiabilité obtenu peut être comparé avec une valeur seuil  $\beta_{seuil}$  pour alimenter le système de prévention. Dans ce cas, on ne s'intéresse pas à estimer avec précision l'indice de fiabilité. Par contre, la différence entre cet indice et le seuil  $\beta_{seuil}$  doit être la plus précise possible. Dans ces conditions, il serait possible d'utiliser une méthode de classification pour élaborer un modèle empirique fournissant directement l'information requise par le dispositif de prévention. Autrement dit, indiquer s'il y a dépassement ou pas de  $\beta_{seuil}$ . La prochaine section traite l'élaboration de ce modèle avec le même algorithme de classification que celui utilisé pour construire le modèle empirique d'état limite.

	Nb itérations	$\beta$	$P_{risk}$	$P^*$
Etat limite estimé par les SVM	4	2.2872	0.0111	$v^* = 17.07$ m/s $h^* = 1.2433$
Etat limite de référence	4	2.3010	0.0107	$v^* = 17.0695$ m/s $h^* = 1.2456$

Tableau VI.1. Résultats du calcul fiabiliste avec le modèle empirique et l'état limite de référence

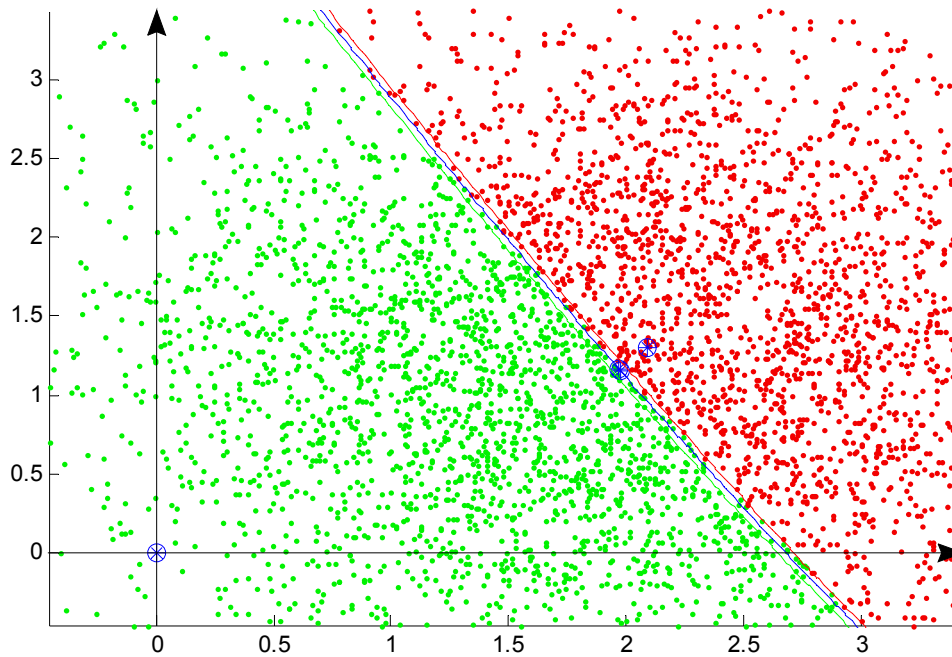


Figure VI.10. Résultat de calcul fiabiliste en utilisant le modèle empirique de l'état limite, et simulations de Monte Carlo sur l'état limite réel (représentation dans l'espace physique des variables d'entrée)

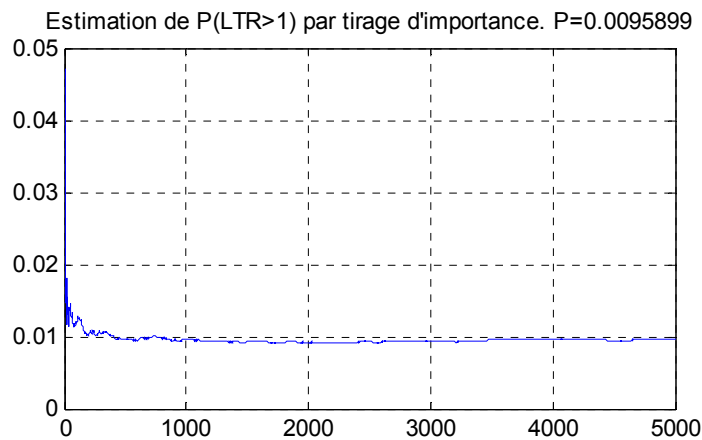


Figure VI.11. Estimation de la probabilité du risque par tirage d'importance

### VI.5 Modèle empirique donnant directement une évaluation du risque

Dans cette partie, nous cherchons à définir un modèle empirique intégrant le calcul fiabiliste (Figure VI.12). Ce modèle indique si la situation de conduite passe à un état dangereux, plus précisément si l'indice de fiabilité devient inférieur à un seuil de sécurité.

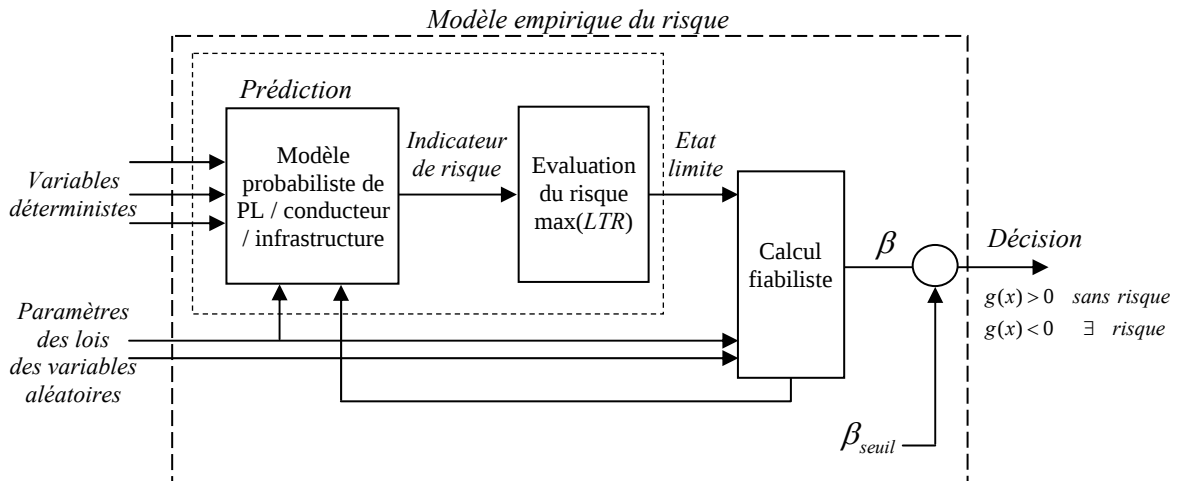


Figure VI.12. Schéma de conception du modèle empirique du risque

Pour valider l'approche et pour une illustration bidimensionnelle des phases de conception du modèle empirique, deux paramètres d'entrée alimentent le modèle. A titre d'exemple, nous avons pris la moyenne  $m_h$  et l'écart-type  $\sigma_h$  de la hauteur du centre de gravité par rapport à l'axe de roulis. L'espace d'apprentissage des vecteurs d'entrée est défini par :

$$E = \{x = (m_h, \sigma_h ; m_h \in [0.5 \text{ m}, 2.0 \text{ m}], \sigma_h \in [0.01 \text{ m}, 0.10 \text{ m}])\}$$

Les autres paramètres des variables aléatoires et les autres variables déterministes sont supposés inchangés. La vitesse, la masse, l'adhérence et les paramètres des pneumatiques sont modélisés par des variables aléatoires de lois appropriées.

Le scénario de conduite est le même que celui de la section précédente. La fonction d'état limite de référence est évaluée par la comparaison entre les valeurs maximales du LTR sur l'intervalle de prédiction et un seuil critique  $LTR_{seuil} = 0.9$ . L'indice de fiabilité est calculé avec l'algorithme HLRF et comparé à un indice critique de sécurité de  $\beta_{seuil} = 3$ , ce qui correspond à une probabilité critique de  $1.35 \cdot 10^{-3}$ . Chaque point appartenant à l'espace d'entrée est évalué par la fonction de référence  $g(x) = \beta - \beta_{seuil}$ . Le risque est critique si cette fonction est négative, dans le cas contraire la situation de conduite est acceptable.

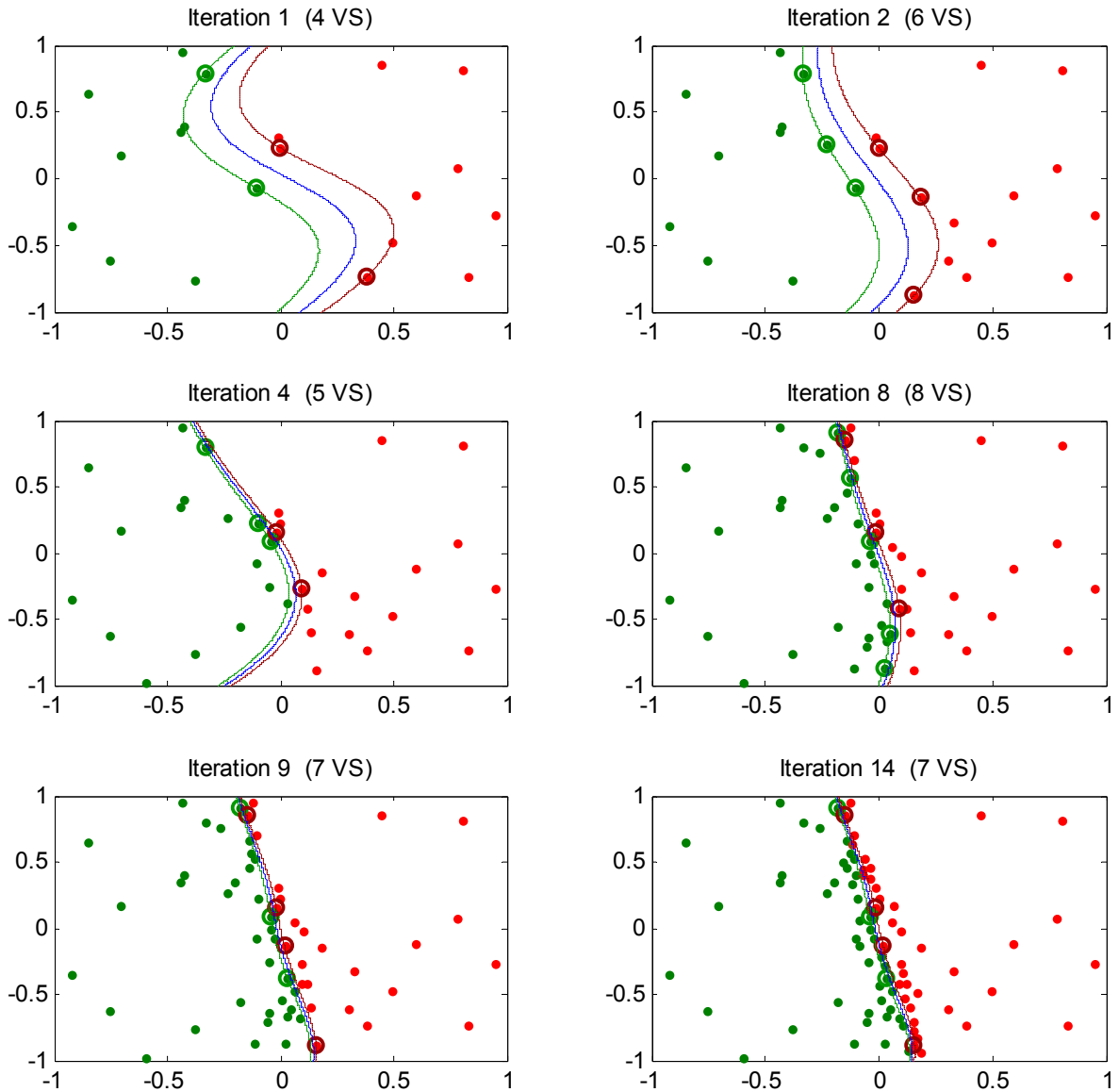


Figure VI.13. Résultat de conception d'un modèle empirique du risque de renversement indiquant le dépassement ou pas de l'indice de fiabilité (la hauteur  $h$  est une variable aléatoire)

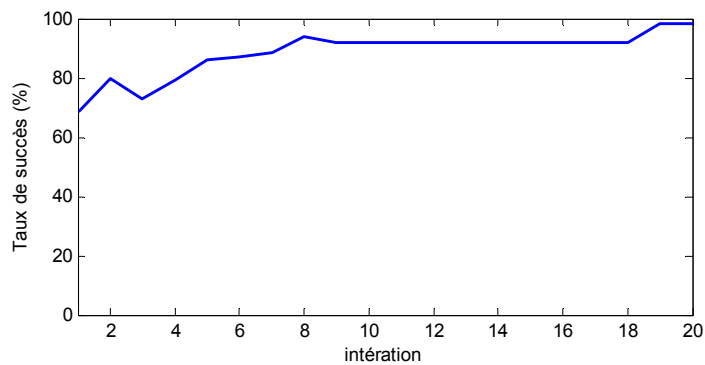


Figure VI.14. Taux de classification au cours des itérations

La figure VI.13 montre les résultats de la classification en utilisant le même algorithme que celui de la section précédente avec un noyau polynomial d'ordre 4. A l'initialisation, 20 points sont générés aléatoirement, puis 5 points sont ajoutés à chaque itération. Nous remarquons que le taux de classification dépasse les 90% après les dix premières itérations (figure VI.14), ce taux est calculé en prenant l'ensemble des points générés en 20 itérations, en plus d'un ensemble de points d'expériences générés par des simulations de Monte Carlo. Le modèle empirique ainsi obtenu est caractérisé par une expression analytique qui est fonction de seulement 7 vecteurs supports.

A la 14<sup>ème</sup> itération (Figure VI.15), la forme de l'hypersurface séparatrice devient plus stable et la séparation entre les cas avec ou sans risque est suffisamment précise. D'après la figure, lorsque l'écart-type de  $h$  est faible (0.01 m), une situation critique de risque est détectée ( $\beta < \beta_{seuil}$ ) lorsque la moyenne de cette variable atteint la valeur 1.4 m. Cependant, si l'écart-type augmente, le risque devient plus élevé et la limite acceptable de la moyenne de  $h$  devient plus réduite.

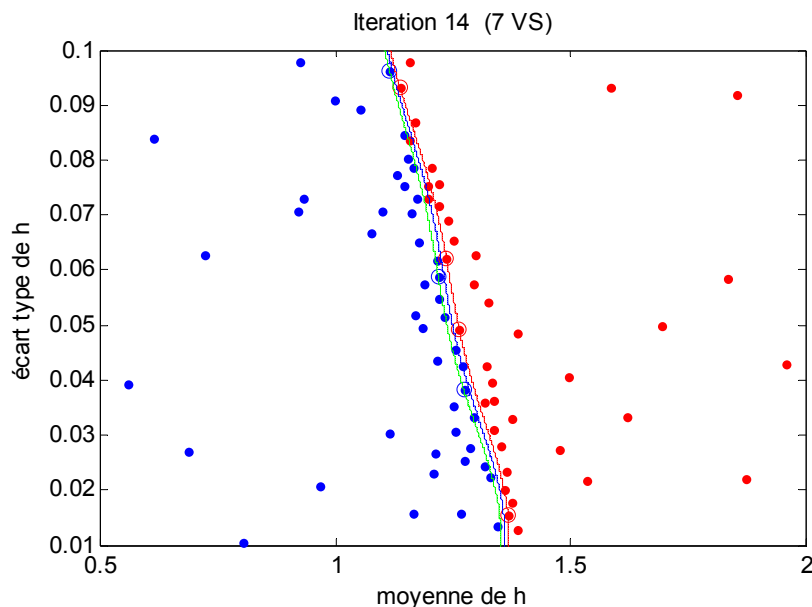


Figure VI.15. *Hyper surface séparatrice dans l'espace physique*

## VI.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit un nouveau point de vue pour signaler un état critique de risque d'accident. L'approche consiste à utiliser la théorie des machines à vecteurs supports pour définir un modèle empirique du risque. Ici, deux modèles ont été proposés : le premier fournit une expression explicite de la fonction l'état limite et de son gradient, le calcul de l'indice de fiabilité étant fait a posteriori. Le second modèle intègre le calcul fiabiliste et évalue directement le risque en indiquant si l'indice de fiabilité franchit un seuil critique donné.

L'intérêt d'utiliser les machines à vecteurs supports est multiple : (i) implémentation temps réel du calcul fiable, puisque la résolution des équations différentielles du modèle prévisionnel (et éventuellement le calcul fiable) se fait hors ligne, (ii) possibilité d'utiliser des modèles plus complets du système véhicule-conducteur-infrastructure, (iii) possibilité de prendre en compte l'aspect dynamique aléatoire dans la phase de conception du modèle empirique sous réserve d'un bon paramétrage de l'algorithme de classification par SVM (en accordant plus ou moins d'importance aux erreurs de classification), (iv) possibilité de traiter un grand nombre de variables aléatoires étant donné la souplesse et la rapidité de développement des machines à vecteurs supports.

La conception de ces modèles empiriques est améliorée par la construction de plans d'expériences. Le but est de rendre la phase de conception plus rapide en réalisant un nombre réduit de simulations (ou de tests). Chaque plan d'expériences est construit en faisant concentrer progressivement les points d'expériences au voisinage de la surface de séparation (la surface qui sépare le domaine de sécurité du domaine de défaillance).

Enfin, les résultats de simulation obtenus montrent bien l'intérêt et la possibilité d'utiliser des machines à vecteurs supports et des plans d'expériences dans la conception des modèles empiriques embarquables et dans la prédiction du risque d'accident de poids lourds.

## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

### *Conclusion générale*

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur l'application de la théorie de la fiabilité au domaine de la sécurité routière relative aux poids lourds. Plus précisément, nous proposons des systèmes de détection précoce du risque d'accident de poids lourds à partir d'une approche fiabiliste, initialement employée dans le domaine de la sécurité des structures (génie civil, avionique, industrie, nucléaire,...).

La plupart des systèmes de prévention existant actuellement sont basés sur une approche déterministe. Les indicateurs déterministes, qui alimentent ces systèmes, ne sont pas exprimés en fonction des incertitudes et des aléas intervenant lors de la conduite. Afin de prendre en compte ces derniers, une marge de sécurité est alors introduite pour compenser les erreurs de calcul de l'indicateur du risque. Cependant, cette marge n'est pas facile à déterminer et les bornes des incertitudes ne représentent pas une information suffisante pour une évaluation précise du risque. De plus, dans le cas déterministe, l'indicateur donne toujours une valeur unique même si les incertitudes sont importantes, alors que le risque réel est plus élevé.

Pour permettre une bonne prédiction suffisamment précoce et fiable du risque d'accident, il est nécessaire de prendre en compte et bien modéliser ces incertitudes.

A ces fins, nous avons opté pour une approche stochastique où les incertitudes sur la dynamique du poids lourd et sur les données de l'infrastructure sont modélisées par des distributions probabilistes. Les incertitudes dues à la présence du conducteur sont prises en compte par l'introduction d'incertitudes sur le suivi du chemin prédit et sur le profil de vitesse. Ceci permet de remplacer l'indicateur déterministe par la probabilité de dépassement d'un seuil critique de sécurité. Cependant, la dynamique du véhicule et de ses interactions avec l'infrastructure fait intervenir explicitement le paramètre du temps. Les processus stochastiques et les équations différentielles stochastiques sont alors nécessaires pour prédire l'état du véhicule. De plus, le système poids lourds / conducteur / infrastructure est régi par un modèle fortement non linéaire et complexe, et les formes des incertitudes sont généralement non gaussiennes. Dans ce cadre, pour calculer l'indicateur probabiliste du risque les simulations de Monte Carlo sont les plus adaptées contrairement aux méthodes analytiques. Toutefois, cette solution est très coûteuse en terme de temps de calcul, du fait que des probabilités de faibles valeurs sont à calculer.



Pour résoudre ce problème, nous proposons d'utiliser la théorie de fiabilité pour approximer la probabilité du risque avec un minimum de simulations. Ainsi, afin de simplifier le problème d'introduction de l'aspect stochastique, tous les paramètres incertains du système sont représentés par des variables aléatoires au lieu de processus stochastiques. Le risque est, quant à lui, représenté par une seule variable aléatoire sur tout l'intervalle de prédiction. Par conséquent, les états du véhicule sont décrits par des équations différentielles ordinaires, ce qui nous permet d'utiliser les méthodes de fiabilité statiques. Une nouvelle mesure, dite indice de fiabilité, est introduite pour caractériser le risque. Celle-ci correspond à une distance entre l'état du système et la frontière de sécurité.

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à la prédiction du risque de renversement de poids lourds, qui figure parmi les accidents les plus fréquents, et qui peut causer des dégâts significatifs au véhicule, au conducteur et à l'infrastructure. Cependant, nous avons introduit les cas de la mise en portefeuille et de dérive des véhicules articulés qui peuvent également se traiter de la même façon. Pour caractériser le risque de renversement nous nous sommes basé sur un indicateur nommé : rapport de transfert de charge latéral du véhicule (LTR). Ce dernier est utilisé pour décrire, au travers d'une fonction d'état limite, la zone de sécurité.

Dans ce travail, nous avons utilisé un modèle du poids lourd monocorps rigide à deux essieux. La représentativité dynamique de ce dernier, dans les situations de conduite présentant un fort risque de renversement, a été validée avec le logiciel de simulation de poids lourds Prosper (*Chapitre 3*). Pour cela, la validation est faite avec des scénarii pouvant conduire à des renversements. Le modèle dynamique du véhicule développé, les données de l'infrastructure et les actions du conducteur sont utilisés pour la prédiction de l'état du véhicule. Dans cette étude, les actions du conducteur sont simplement traduites par un profil de vitesse et un chemin sur la route. Néanmoins, le travail nécessaire pour faire en sorte que la simulation puisse représenter la situation de conduite a requis l'utilisation de méthodes issues du domaine de la robotique mobile, et notamment des méthodes de suivi de chemin.

Pour pouvoir appliquer l'approche fiabiliste, nous avons au préalable établi un modèle probabiliste du système poids lourd / conducteur / infrastructure (*Chapitre 4*). Dans ce cas, l'imperfection de la route (l'uni) est générée par un algorithme de simulation de processus stochastique. Cet algorithme est basé sur le calcul d'une densité spectrale de puissance reflétant la répartition de la fréquence spatiale de l'uni réel. Les incertitudes sur les actions du conducteur sont traduites par des chemins sur la route et des profils de vitesse à paramètres aléatoires. De même, la dynamique du poids lourd est décrite par des équations différentielles ordinaires à paramètres aléatoires.

Etant donné que le calcul fiabiliste se complexifie avec l'augmentation du nombre des variables aléatoires, une étude de sensibilité a été menée afin d'extraire les paramètres les plus influents sur le risque de renversement. Ce sont ces paramètres qui sont considérés, par la suite, comme aléatoires dans l'évaluation fiabiliste du risque. L'étude statistique du comportement du véhicule et du risque de renversement, faites par des simulations de Monte Carlo, nous a permis d'obtenir une représentation adéquate du risque pour son

évaluation fiabiliste. En effet, à chaque réalisation, le risque de renversement est représenté par une seule valeur sur tout l'intervalle de prédiction. Notre choix porte sur les valeurs maximales de l'indicateur LTR dans la description de la fonction d'état limite qui représente la frontière de sécurité. Ceci permet de ne considérer qu'une variable aléatoire en lieu et place d'un processus stochastique. Notons que l'instant du premier franchissement d'un seuil peut aussi être utilisé dans l'expression de l'état limite.

Grâce à cette description, une méthode de fiabilité issue de problèmes exclusivement statiques a pu être mise en œuvre (*Chapitre 5*). Par le biais de cette théorie, nous proposons deux méthodes de prédiction fiabiliste de renversement. Le premier dispositif donne une évaluation avant d'entrer dans la zone de risque (prédiction à long terme). La valeur maximale du LTR sur tout le virage est utilisée pour le calcul de l'indice de fiabilité. Ce dernier est obtenu par un algorithme d'optimisation. Les méthodes de fiabilité FORM, SORM et la méthode de Surface de Réponse ont été implémentées et comparées avec une méthode de simulation (tirages d'importance). Pour la méthode de Surface de Réponse, nous proposons un algorithme de conception d'un plan d'expériences permettant de faire distribuer les points d'expériences de la façon la plus uniforme possible. Pour ce faire, nous nous sommes inspirés de la théorie des champs de potentiels, largement appliquée dans le domaine de la planification de mouvement en robotique et dans la vision par ordinateur. Les résultats de l'estimation de l'indice de fiabilité et de la probabilité de risque pour différents scénarii ont montré l'apport d'une évaluation basée sur des méthodes de fiabilité par rapport à une évaluation déterministe.

Le second dispositif assure une prédiction fiabiliste à court terme, menée tout au long de l'évolution dynamique du véhicule. Les variables d'état du véhicule sont estimées par filtrage de Kalman Unscented et sont utilisées dans le calcul fiabiliste.

L'algorithme de calcul de l'indice de fiabilité tient compte des lois de distribution des différents paramètres influents, connues a priori, et des incertitudes sur les variables dynamiques obtenues par le filtre. Cet indice correspond à la probabilité instantanée que l'indicateur LTR dépasse un seuil donné. Les variables aléatoires prises en compte sont celles qui interviennent explicitement dans l'expression de la fonction d'état limite. Le calcul fiabiliste est dans ce cas plus rapide puisqu'une expression explicite de l'état limite est utilisée. La prédiction fiabiliste est assurée en exploitant l'évolution de l'indice de fiabilité dans le temps. Un modèle de type ARMA, dont les paramètres sont obtenus par un filtre récursif, est construit et utilisé comme base pour la prédiction.

Cependant, étant donné que les paramètres de ce modèle ne dépendent que de l'évolution de l'indice de fiabilité, la méthode de prédiction n'est valide que sur un horizon très court. Elle est plus appropriée aux systèmes de contrôle actif qu'aux systèmes d'alerte au conducteur. Ceci est confirmé par les résultats réalisés pour une prédiction de 1 et 3 secondes.

De ce fait, afin d'augmenter l'horizon de prédiction, nous avons amélioré ce dispositif par une seconde approche de prédiction fiabiliste en exploitant le modèle du système poids lourd/conducteur/infrastructure. L'idée de base reprend celle du premier dispositif ; c'est-à-

dire, pour chaque réalisation des paramètres aléatoires, le risque est évalué par la valeur maximale du LTR sur l'intervalle de prédiction à court terme. Cependant, les variables dynamiques du système sont estimées par un observateur, dans notre cas par un filtre de Kalman Unscented. Ces variables représentent les conditions initiales du système dans la prédiction, contrairement au premier dispositif où les conditions initiales ne sont définies que par la vitesse du véhicule. Notons que dans ce cas la fonction d'état limite, n'étant pas explicite, est le résultat d'une prédiction du modèle du système poids lourd/conducteur/-infrastructure à travers une équation différentielle. Cette approche de prédiction donne de meilleurs résultats sous réserve d'une modélisation suffisamment précise du comportement du conducteur et des données de l'infrastructure. L'indice de fiabilité prédit sera alors le nouvel indicateur et remplacera l'indicateur de risque déterministe.

Il faut noter également qu'il est intéressant de faire fonctionner ces deux dispositifs en parallèle du fait de leur complémentarité, afin d'exploiter au mieux les avantages de chacun. En effet, si le conducteur roule à une vitesse excessivement élevée, la prédiction à court terme pourrait ne pas suffire pour la réaction du conducteur. Le premier dispositif l'avertit avant d'entrer dans la zone de risque bien qu'il ne dispose pas d'informations précises sur le système. Le second dispositif permet une prédiction actualisée du risque tout au long de l'évolution du véhicule.

Par ailleurs, dans un système embarqué, la contrainte temps réel doit être respectée. Dans une approche fiabiliste, le temps de calcul nécessaire pour la prédiction du risque dépend étroitement du nombre des variables aléatoires et de l'expression de l'état limite. Les traitements, tels que le calcul numérique du gradient, pourraient altérer le fonctionnement temps réel du système de prédiction. Afin de réduire davantage le temps de calcul, il est très utile de disposer d'une expression explicite de l'état limite et de son gradient. De ce point de vue, nous avons opté pour la réalisation de modèles empiriques du risque d'accident (*Chapitre 6*). L'intérêt est que la résolution des équations différentielles, décrivant le modèle prévisionnel du système, soit effectuée durant la phase de conception du modèle empirique. Pour cela, nous nous sommes orienté vers une approche qui consiste à utiliser la théorie des machines à vecteurs supports (SVM). Les algorithmes basés sur les SVM présentent une souplesse permettant une phase de développement plus rapide par rapport à la plupart des autres techniques.

Dans une première approche, nous avons développé un modèle qui permet d'obtenir l'hyper-surface d'état limite séparant la zone de sécurité de celle du risque. A partir de cette hyper-surface, une expression explicite de la fonction d'état limite et de son gradient est construite. Ces derniers sont fonction des paramètres à rendre aléatoires et des paramètres déterministes susceptibles de varier significativement entre deux situations de conduite différentes. Pour la prédiction du risque, les calculs fiabilistes se font alors, a posteriori, durant l'évolution du véhicule.

Dans une seconde approche, nous avons développé un modèle empirique qui permet de fournir directement une évaluation du risque d'accident. Cette méthode classe le risque dans deux domaines selon le résultat de comparaison entre la valeur de l'indice de fiabilité (ou de la probabilité du risque) et un seuil critique de sécurité. Dans ce cas, le calcul

fiabiliste est intégré dans le processus de conception du modèle empirique. Par rapport à la première approche de représentation empirique, les paramètres des lois de distributions des variables aléatoires (moyennes, écarts-types, ...) sont rajoutés en entrée du modèle.

Pour améliorer la conception des deux derniers modèles, nous avons réalisé un plan d'expérience dans le but de réduire le nombre de simulations (ou de tests pratiques). Ce plan d'expérience est choisi de façon à faire converger progressivement les expériences vers le voisinage de l'hyper-surface séparatrice. Ceci donne un séparateur suffisamment robuste et précis qui nous permet d'obtenir une bonne représentation empirique du risque.

Les résultats de simulation obtenus montrent l'avantage d'introduire les machines à vecteurs supports dans la prédiction du risque d'accident. En effet, cette approche d'évaluation du risque a permis de réduire considérablement le temps de calcul par rapport aux méthodes de prédiction fiabiliste développées dans le chapitre 5.

Ce travail présente une contribution à la prévention des accidents de poids lourds, qui reste toujours parmi les préoccupations majeures de la société. Nous avons montré dans ce travail que l'utilisation d'une approche fiabiliste, prenant en considération les différentes incertitudes dans l'évaluation du risque d'accident, donne de bons résultats. De plus, les méthodes de prédiction fiabiliste développées permettent d'envisager des systèmes embarquables dans un véhicule. Les résultats ouvrent des perspectives intéressantes pour l'amélioration de la sécurité routière, et pour le développement de nouvelles avancées de systèmes d'alerte et de contrôle actif. Cependant, la validation sur site réel des méthodes fiabiliste proposées est nécessaire pour justifier l'utilisation de celles-ci par rapport aux méthodes déterministes.

### *Perspectives*

Les travaux en cours et les perspectives déduites à partir de l'étude présentée dans ce document se résument dans les points suivants :

- Des travaux sont en cours sur l'amélioration du plan d'expériences utilisé dans la modélisation empirique, permettant ainsi d'augmenter le nombre des variables d'entrée de façon à ce que le modèle empirique représente mieux le risque [Hurtado, 2004] [Deheeger, 2007]. Des essais réalisés en pratique ou sur simulateur pourraient aussi être utilisés dans la conception du modèle empirique au lieu d'un modèle prévisionnel simplifié pour en améliorer sa représentativité.
  - L'imperfection de la chaussée (l'uni), modélisée par un processus stochastique, n'a pas été prise en compte dans les calculs fiabilistes proposés dans le chapitre 5. Cependant, étant donné les avantages que procurent les machines à vecteurs supports, cette imperfection peut très bien être intégrée dans la conception du modèle empirique. De ce fait, la marge de séparation pourra être maximisée en acceptant certaines erreurs de classification. Les paramètres des SVM pourront être ajustés par des méthodes dites de cross-validation.
  - Les travaux menés ont permis de montrer que l'approche fiabiliste et les modèles empiriques développés peuvent être utilisés pour la prédiction des risques d'accidents de
-

renversement. Il serait intéressant de généraliser ces méthodes à d'autres types de risque et d'autres types de véhicules. En effet, de part la nature similaire des accidents encourus, suite par exemple à une mise en portefeuille ou une déviation dans la route d'un poids lourds articulé, la mise en œuvre de ces méthodes dans ces deux cas devrait aussi donner des résultats probants. Il faut cependant associer à chaque type d'accident un indicateur adéquat au risque sur l'intervalle de prédiction.

– En ce qui concerne la prédiction du risque de renversement, il est possible de remplacer le critère du risque déterministe LTR par un autre critère plus représentatif. Une idée consiste à utiliser des méthodes basées sur le calcul du ZMP (*Zero Moment Point*, utilisé par exemple dans la locomotion de systèmes bipèdes robotisés), qui correspond en mécanique au "centre de pression" [Sardain P., 2004] [Djouidi, 2005].

– Plusieurs situations accidentogènes, comme la mise en portefeuille, la sortie de route et la collision, peuvent être intégrées dans le calcul fiabiliste. Ainsi, elles peuvent être prédites simultanément en combinant plusieurs frontières de sécurité. On traitera alors des méthodes dites de fiabilité système.

## REFERENCES

- [Acarman, 2003] Acarman T., Ozguner U., “Rollover prevention for heavy trucks using frequency shaped sliding mode control”, IEEE Conf. Control Applications, vol.1, pp.7-12, 23-25 June 2003.
- [Ackermann, 1998] Ackermann J., Odenthal D., “Robust steering control for active rollover avoidance of vehicles with elevated center of gravity”, Proc. International Conference on Advances in Vehicles with Control and Safety, pp. 118-123, 1998.
- [Ackermann, 1999a] Ackermann J., Odenthal D., “Damping of vehicle roll dynamics by speed-scheduled active steering”, European Control Conference, Karlsruhe, Germany, 1999.
- [Ackermann, 1999b] Ackermann J., Bünte T., Odenthal D., “Advantages of active steering for dynamics control”, German Aerospace Center, 99ME013, 1999.
- [ADSP, 2002] “L’expérience de la prévention des accidents domestiques : des connaissances Applicables aux accidents de la route ?”, Adsp n° 41, décembre 2002
- [Ben Ayad, 2003] Ben Ayad Y., “Détection de mots clés dans un flux de parole”, Thèse de Doctorat, Ecole National Supérieur de Télécommunication (ENST), France, 1992.
- [Blanquart, 1981] Blanquart P., Roncin J.C., “Fiabilité. Technique de l’ingénieur”, Dossier E1420\_3\_1981, 1981.
- [Blanquart, 1981] Blanquart P., Roncin J.C., Fiabilité. Technique de l’ingénieur, 1981.
- [Boser, 1992] Boser B.E, Guyon I., Vapnik V., “A training algorithm for optimal margin classifiers”, Proceeding of the Fifth Annual Workshop on Computational Learning Theory, pp 144-152, Pennsylvania, United States, 1992.
- [Boubezoul, 2008] Boubezoul A., “Système d’aide au diagnostique par apprentissage : application au systèmes microélectroniques”, Thèse Doctorat, Université PAUL Cezanne Aix-marseille, Mars 2008.
- [Bouteldja, 2005] Bouteldja M., “Modélisation des interactions dynamiques Poids lourd/ Infrastructures pour la sécurité et les alertes”, Thèse UVSQ, France, Nov. 2005.
- [Bouteldja, 2006] Bouteldja M., Koita A., Dolcemsacolo V., Cadiou, J.C., “Prediction and detection of jackknifing problems for tractor semi-trailer”, IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, VPPC’06, 6-8, pp.1-6, September 2006.
- [Breitung, 1984] Breitung K., “Asymptotic approximations for multinormal integral”, Engineering Mechanics, ASCE, 110(3), pp. 357-366, 1984.
- [Bressolette, 1994] Bressolette Ph., Fogli M., “Quelques méthodes de résolution de problèmes de dynamique stochastique non linéaire”, Annales Mathématiques Blaise Pascal, T1, n°1, 1994, pp.43-60.
- [Burges, 1998] Burges C.J.C. “A tutorial on support vector machines for pattern recognition”, Data Mining and Knowledge Discovery, 2(2) :121\_167, 1998.

- [Bussières, 2001] Bussières M., Falah B., “Outil permettant d’analyser la stabilité des véhicules lourds”, Rapport Technique du Service de la Normalisation Technique, Ministère des Transports du Québec, 2001.
- [Canudas, 2002] Canudas D.W., “Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction. Vehicle System Dynamics”, October 2002.
- [Chang 2008] Chang CC., Lin CJ., “LIBSVM: a Library for Support Vector Machines”, <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm/>
- [Chang, 1995] Chang D.S., “Reliability bounds for the stress-strength model”, Computers ind. Engineering, vol. 29, n 1-4, pp.15-19, 1995.
- [Chen, 1997] Chen C., Tomizuka M., “Modeling and control of articulated vehicles”, Research Report, Institute of Transportation Studies, University of California, Berkeley, 1997.
- [Chen, 1999] Chen S., Nikolaidis E., Cudney H.H., “Comparison of probabilistic and fuzzy set methods for designing under uncertainty”, American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA-99-1579, 1999.
- [Chen, 1999a] Chen B.C., Peng H., “Rollover warning of articulated vehicles based on a time-to-rollover metric”, Proc. ASME Int. Congress and Exploitation, November 1999.
- [Chen, 1999b] Chen B.C., Peng H., “A real-time rollover threat index for sports utility vehicles”, Proc. American Control Conference, vol.2, pp.1233-1237, 2-4 June 1999.
- [Chevalier, 2005] Chevalier L., Cloupet , Soize C., “Probabilistic model for random uncertainties in steady state rolling contact”, Elsevier, WEAR, Vol.258, pp.1543-1554, 2005.
- [Chuang, 2000] Chuang J.H, Tsai C.H., Ko M.C., “Skeletonization of three-dimensional object using generalized potential field”, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.22, Novembre 2000.
- [Cremona, 2003] Cremona C., “Application des notions de fiabilité à la gestion des ouvrages existants”, Association Française de Génie Civil, Presse de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2003.
- [Dahia, 2005] Dahia.K, “Nouvelles méthodes en filtrage particulaire : Application au recalage de navigation inertielle par mesures altimétriques ”, Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Janvier 2005.
- [Dakhlallah, 2007] Dakhlallah J., Imine H., Sellami Y., Bellot D., “Heavy Vehicle State Estimation and Rollover Risk Evaluation Using Kalman Filter and Sliding Mode Observer”, European Control Conference 2007, Greece 2-5 July 2007.
- [Dakhlallah, 2008] Dakhlallah J., Imine H., Sellami Y., Glaser S., “Validation Expérimentale de l’Identification de la Hauteur du Centre de Gravité du Poids Lourd et l’Estimation du Risque de Renversement par un Observateur   Mode Glissant”, CIFA 2008, Bucarest, Roumanie, 3-5 septembre 2008.
- [Deheeger, 2008] Deheeger.F, “Couplage mécano-fiabiliste : SMART – méthodologie d’apprentissage stochastique en fiabilité”, Thèse de Doctorat, Université Blaise-pascal-Clermont II, Janvier 2008.
- [Delanne, 2003] Delanne Y., Schmitt V. and Dolcemascolo V., “Heavy truck Rollover Simulation”, 18th International Conference on the Enhanced Safety of Vehicles, Nagoya, Japan, May 2003.
- [Diard, 2003] Diard J., Bessi ere P., Mazer E., “A survey of probabilistic models, using the Bayesian programming methodology as a unifying framework”, Second international conference on computational intelligence, robotics and autonomous systems (CIRAS 2003), Singapore, December 2003.

- [Ditlevsen, 1996] Ditlevsen O., Madsen H.O., "Structural reliability methods", Ed. John Wiley & Sons Inc, Janvier 1996.
- [Djoudi, 2005] Djoudi D., Chevallereau C., Aoustin Y., "Optimal reference motions for walking of a biped robot", IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, ICRA, pp. 2002-2007 avril 2005.
- [Djoudi, 2007] Djoudi D., "Contribution à la commande d'un robot bipède", Thèse de Doctorat, IRRCyN, Nantes, janvier 2007.
- [Dolcemascolo, 2002] Dolcemascolo V., Labry D., Jacob B. "Accuracy comparison of two multiple-sensor WIM static estimation algorithms", Orlando, Florida, 2002.
- [Douglas, 2003] Douglas W.H, Ingrid B.P, Darren J.T, William D.G, " Highway/Heavy Vehicle Interaction", A Synthesis of Safety Practice, Commercial truck and bus safety, July 2003.
- [Egeland, 2001] Egeland O., Gravdahl J.T., "Modeling and simulation for control", Lecture notes 2001-1-X, Norw. Univ. Sci.&Tech., Trondheim, Norway, 2001
- [Eger, 2003] Eger R., Kiencke U., "modelling of rollover sequences", Control Engineering Practice 11(2003), Science Direct, pp 209-216, 2003.
- [Erto, 2005] Erto P., Palumbo B., "Origins, properties and parameters estimation of the hyperbolic reliability model", IEEE Trans. Reliability, vol.54, no.2, pp.276-281, June 2005.
- [Fleury, 2006] Fleury G., "Convergence of schemes for stochastic differential equations, Probabilistic Eng. Mechanics", Vol.21, pp.35-43, 2006.
- [Fossum, 1981] Fossum T.V., Lewis G.N., "A mathematical model for trailer-truck jackknifing", SIAM Review, vol.23, n°1, 1981.
- [Furey, 2000] Furey T.S., Christianini N., Duffy N., Bednarski D.W., Schummer M., et Hauessler D., "Support vector machine classification and validation of cancer tissue samples using microarray expression data", Bioinformatics, pp 906-914, 2000.
- [Ganapathiraju, 2002] Ganapathiraju A., "Support vector machines for speech recognition", PhD Thesis, Faculty of Mississippi State University, 2002.
- [Gaspar, 2005a] Gaspar P., Szaszi I., Bokor J., "Reconfigurable control structure to prevent the rollover of heavy vehicles", Elsevier, Control Engineering Practice, n°13, pp.699-711, 2005.
- [Gaspar, 2005b] Gaspar P., Szabo Z., Bokor J., "Prediction Based Combined Control to Prevent the Rollover of Heavy Vehicles", IEEE Int. Symposium on Intelligent Control, Mediterrean, Conference on Control and Automation, 27-29 June 2005, pp.575-580.
- [Gaudoin, 2002] Gaudoin O., "Modèles stochastiques et méthodes statistiques pour la fiabilité des systèmes", Thèse d'Habilitation, INP Grenoble, 2002.
- [Ghanem, 1991] Ghanem R. G., Spanos P.D., "Stochastic finite elements: A spectral approach", Springer Verlag, New York, 1991.
- [Gillon, 1997] Gillon F., "Modélisation et optimisation par plan d'expériences d'un moteur a commutation électronique", Thèse de Doctorat, Université de Lille, Décembre 1997.
- [Glaser, 2007] Glaser S., Nouvelière L., Luseti B., "Speed limitation based on an advanced curve warning system", proceeding of the 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Istanbul, Turkey, june 2007.
-



- [Guermeur, 1999] Guermeur Y., Paugam-Moisy H., “Théorie de l’apprentissage de Vapnik et SVM, Support Vector Machines”, *Read*, vol. 3, N.1, 17-38, 1999.
- [Guiasu, 1985] Guiasu S., Shenitzer A., “The principle of maximum entropy”, *The Mathematical Intelligencer*, 7(1), 1985.
- [Haldane, 2002] Haldane M., Bunker J., “Assessing the Impacts of Multi-Combination Vehicles on Traffic Operations and Safety”, *A Literature Review*, Queensland Government, Department of main roads.
- [Hall, 2004] Hall J.W., Lawry J., “Generation, combination and extension of random set approximations to coherent lower and upper probabilities”, *Reliability Engineering and System Safety*, vol.85, pp.89-101, 2004.
- [Haskara, 1998] Haskara I., Hatipoglu C., Özgüner Ü., “Combined decentralized longitudinal and lateral controller design for truck convoys”, *IEEE Intelligent Transportation Systems ITSC97*, pp 123-128, 1997.
- [Higham, 2001] Higham D.J., “An algorithmic introduction to numerical simulation of stochastic differential equations”, *SIAM*, vol.43, n°3, pp.525-546, 2001.
- [Higham, 2001] Higham D.J., Mao X., Stuart A.M., “Strong convergence of Euler-tupe methods for nonlinear stochastic differential equations”, *SIAM, J. Num. Anal.*, vol.40, n°3, pp.1041-1063, 2002.
- [Hohenbichler, 1988] Hohenbichler M., Rackwitz R., “Improvement of second-order reliability estimation by importance sampling”, *Engineering Mechanics, ASCE*, 114(12), pp. 2195\_2199, 1988.
- [Hrovat, 1997] Hrovat D., “Survey of advanced suspension development and related optimal control applications”, *Automatica*, 33(10), pp. 1781-1817, 1997.
- [Hsu, 2007] HSU CW., Chang CC., Lin CJ., “A practical guide to support vector classification”, *Technical Report*, Department of Computer Science, National Taiwan University, 2003.
- [Hurtado, 2004] Hurtado J.E., “Structural reliability”, *Statistical Learning Perspectives*. Ed. Springer, Berlin, 2004.
- [IAA, 2007] “A better connection : Siemens VDO’s modern safety systems offer improved protection before, during, and after an accident”, *Regensburg, Germany*, Septembre 2007.
- [Iagnemma, 2003] Iagnemma K., Rzepniewski A., Dubowsky S., “Control of Robotic Vehicles with Actively Articulated Suspensions in Rough Terrain”, *Autonomous Robots*, Kluwer Academic Publishers, vol.14, pp.5–16, 2003.
- [Imine, 2003] Imine H., “Observation d’états d’un véhicule pour l’estimation du profil dans les traces de roulement”, *Thèse de doctorat*, Université de Versailles Sain Quentin en Yvelines, 2003.
- [Imine, 2007] Imine H., Dolcemascolo V., “Rollover risk prediction of Heavy Vehicle in interaction with infrastructure”, *International Journal of Heavy Vehicle Systems IJHVS*, vol. 14, n°.3 pp. 294-307, 2007.
- [Imine, 2008] Imine H., Fridman L., “Road profile estimation in heavy vehicle dynamics simulation”, *Int. Journal of Vehicle Design*, 2008.
- [Jezequel, 1995] Jezequel.De Louis, “Active Control in Mechanical Engineering”, *Edition Hermes*, 1995.
- [Jianye, 2006] Ching J., Beck JL., Porter KA., “Bayesian state and parameter estimation of uncertain dynamical systems”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, pp 81-96, 2006.

- [John, 2002] John D.P., Baas P., Hutchinson D., Lalasih D., "Including Performance Measures In Dimensions And Mass Regulations ", 7<sup>th</sup> International Symposium on Heavy Vehicle Weights & Dimensions, Delft, the Netherlands, Europe, June 16-20, 2002.
- [Julier, 1997] S. J. Julier, J.K. Uhlmann, "A new Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems", Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, Simul. and Controls, Orlando, FL, 1997.
- [Kamnik, 2003] Kamnik R., Boettiger F., Hunt K., "Roll Dynamics and Lateral Load Transfer estimation in articulated heavy freight vehicles: A simulation study", Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part D, Journal of Automobile Engineering, vol.217, n°11, pp. 985-997, Nov. 2003.
- [Kloeden 2003] Kloeden P.E., Platen E., Schurz H., "Numerical solution of SDE through computer experiments", Third Edition, Springer-Verlag, 2003.
- [Kohavi, 1995] Kohavi R., "A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection", Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence, 2(12), pp. 1137-1143, 1995.
- [Koren Y., 1991] Koren Y., Borenstein J., "IEEE Conf on Robotics and Automation", California, avril 7-12, 1991, pp. 1398-1404.
- [Kree, 1986] Kree P., Soize C., "Mathematics of random phenomena: Random vibration of mechanical structure", D Reidel pub Co, Novembre 1986.
- [Lagarias 1998] Lagarias, J.C., J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, "Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions," SIAM Journal of Optimization, Vol. 9 Number 1, pp. 112-147, 1998.
- [Laumond, 2001] Laumond J.P., Devy M., Espiau B., Génot F., Ghallab M., Lamiraux F. Morin P., Rives P., Samson C., Sekhavat S., "La Robotique Mobile ", Ed. Hermes Sciences Publications, Collection Systèmes Automatisés, Paris, 2001.
- [Lechner, 1997] Lechner D., Delanne Y., Schaefer G., Schmitt V., "méthodologie de validation du logiciel de dynamique CALLAS", Lyon, 1997.
- [Lei, 2005] Lei X.-R., Ren Z., Huang W.-Y., Chen Bi-Y., "Fuzzy Reliability Analysis of Distribution Systems Accounting for Parameters Uncertainty", Int. Conf. Machine Learning and Cybernetics, vol.7, pp.4017-4022, August 2005.
- [Lemaire, 2005] Lemaire M., "Fiabilité des structures : Couplage mécano-fiabiliste statique", Ed. Hermès Lavoisier, Paris, 2005.
- [Loosli, 2004] Loosli G., "Toolbox Simples SVM documentation", NIP'2004. <http://gaelle.loosli.fr/research/tools/simplesvm.html>
- [MacAdam, 2000] MacAdam C., Hagan M., Fancher P., Winkler C., Ervin R., Zhou J., Bogard S., "Rearward Amplification Suppression (RAMS)", Technical Report, University of Michigan, Transportation Research Institute, December 2000.
- [Ma-Peng, 1998] Ma W.-H., Peng H., "Worst-case manoeuvres for the roll-over and jackknife of articulated vehicles", Proc. American Control Conference, vol.4, pp.2263-2267, 24-26 June 1998.
- [Marseguerra, 1998] Marseguerra M., Zio E. et al., "A concept paper on dynamic reliability via Monte Carlo simulation", Mathematics and Computers in Simulation, vol.47, pp.371-382, 1998.
- [Matsumoto, 1998] Matsumoto M., Nishimure T., "Mersenne twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator", ACM trans; on Modeling and Computer Simulation, 8(1): 3-30, January 1998.
-

- [Melchers, 1999] Melchers R.E., “Structural reliability analysis and prediction”, Second Edition, Wiley, 1999.
- [Mohamadkhani, 2007] Mohamadkhani-shali S., “Contribution à l’étude de la redondance dans les ponts: Analyses des mécanismes de défaillance par surfaces de réponse”, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Octobre 2007.
- [Moreau, 1998] Moreau G., “Modélisation du comportement pour la simulation interactive application au trafic routier multimodal”, Thèse de doctorat, Université de Rennes, novembre 1998.
- [Mueller99] Mueller T.H., De Pont J.J., Baas P.H., “Heavy Vehicle Stability Versus Crash Rates”, Report Prepared for the Land Transport Safety Authority, July 1999.
- [Nachtmann, 2003] Nachtmann H., Chimka J.R., “Fuzzy reliability in conceptual design”, Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp.360-364, 27-30 January 2003.
- [Naess, 2002] Naess A., “The reliability of quadratic dynamic systems”, Mathematical Methods in Reliability (MMR2002), 17-20 Juin 2002.
- [Nelson 2005] Nelson W.B., “A bibliography of accelerated test plans”, IEEE Trans. Reliability, vol.54, no.2, pp.194-373, June 2005.
- [ONISR, 2004] “La sécurité routière en France. Bilan de l’année 2004”, Observatoire National Interministériel de Sécurité Routière (ONISR), La Documentation Française, Sécurité Routière, <http://www.securiteroutiere.gouv.fr/>, Juillet 2005.
- [Pacejka, 1991] Pacejka H.B., Sharp R.S., “Shear force developments by pneumatic tires in steady-state conditions: A review of modelling aspects”, Vehicle System Dynamics, vol. 29, pp. 121-176, 1991.
- [Pacejka, 1997] Pacejka, H.B., Besselink I.J.M., “Magic formula tire with transient properties”, Vehicle System Dynamics Supplement, vol. 27, pp. 234-249, 1997.
- [Prosper, 2004a] “Prosper and Callas. Professional vehicle dynamics simulation”, Sera-CD, 2004. <http://simulation.sera-cd.com/>
- [Prosper, 2004b] “Prosper/Calas,. Documentation Utilisateur, 2004”.
- [Rackwitz, 1978] Rackwitz R., et al, “Structural reliability under combined random load sequences”, Computer and Structures, Vol. 9, pp 489-494, 1978.
- [Rackwitz, 2001] Rackwitz R., “Reliability analysis—a review and some perspectives”, Structural Safety, vol.23, pp.365-395, 2001.
- [Ramirez, 1997] Ramirez M., “Sur la modélisation et la commande des véhicules automobiles”, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Juillet 1997.
- [Reddy, 1990] Reddy R.K., Haldar A., “A random-fuzzy reliability analysis”, 1<sup>st</sup> Int. Symp. on Uncertainty Modeling and Analysis, pp.161-166, 3-5 December 1990.
- [Rice, 1944] Rice S.O., “Mathematical analysis of random noise”, Bell System Tech J., vol.32-33, 1044.
- [RSAP, 2006] “Briefing active safety in cars”, Road Safety Advisory Panel (RSAP), [www.dft.gov.uk/pgr/roadsafety](http://www.dft.gov.uk/pgr/roadsafety), September 2006.
- [SAMPSON, 2000] Sampson D.J., Jeppesen B.P., Cebon D., “The Development of an Active Roll Control System for Heavy Vehicles”, Proc. 6<sup>th</sup> International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions, Saskatoon, Canada, 2000.
- [Sanchez, 2004] Sanchez E.N., Ricalde L.J., Langari R., Shahmirzadi D., “Rollover prediction and control in heavy vehicles via recurrent neural networks”, IEEE 43rd Conference of Decision and Control, vol.5, pp.5210-5215, 14-17 December 2004.

- [Sardain P., 2004] Sardain P., Bessonnet G., “Forces acting on a biped robot. Center of pressure-zero moment point”, *IEEE Trans. Systems, Man. and Cybernetics, part A*, vol.34, pp. 630-637, september 2004.
- [Schaefer, 2003] Schaefer G., Lechner D., Naude C., “Sécurité des poids lourds au renversement”, Lyon, 2003
- [Schall, 1991] G. Schall, M.H. Faber, R. Rackwitz, “The Ergodicity Assumption for Sea States in the Reliability Estimation of Offshore Structure”, *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 113 :241-246, August 1991.
- [Sellami, 2005] Sellami Y., “Contrôle de traction d’un Robot mobile avec estimation des paramètres d’interaction roues/sol”, rapport de stage de Master, Université Pierre et Marie Curie, 2005.
- [Sellami, 2007] Sellami Y., Imine H., El-Hadri A., Cadiou J-C., “Probabilistic detection of rollover risk of heavy vehicles”, *SAE 2008 World Congress, USA*, 14-17 April 2007.
- [Sellami, 2008a] Sellami Y., Imine H., Bernardin F., Cadiou J-C., “Probabilistic approach to rollover risk analysis of heavy vehicles”, *Transport Research Arena, Ljubljana, Slovenia*, 21-24 April 2008.
- [Sellami, 2008b] Sellami Y., Imine H., Jacob B., Bernardin F., Cadiou J-C., “Rollover risk prevention of heavy vehicles by reliability-based analysis”, *Heavy Vehicle Transport Technology, HVTT’10, Paris*, May 19-22, 2008.
- [Sellami, 2008c] Sellami Y., Imine H., Cadiou J-C., El-Hadri A., “Evaluation du risque de renversement de poids lourds par indice de fiabilité”, *Conférence Internationale Francophone d’Automatique (CIFA 2008)*, Bucarest, Roumanie, 3-5 septembre 2008.
- [SETRA, 1994] “Aménagement des routes principales. Recommandation pour la conception et la géométrie de la route”, Setra, 1994.
- [SETRA, 2006] “Comprendre les principaux paramètres de conception géométriques des routes”, Setra Service d’Etudes Techniques des Routes et Autoroutes, Collection les Fondamentaux. Janvier 2006.
- [Skjetne, 2001] Skjetne R., Fossen T.F., “Nonlinear manoeuvring and control of ships”, *Proc. Of Oceans 2001 MTS/IEEE Conference*, November 2001.
- [Soize, 1993] Soize C., “Méthodes mathématiques et analyse du signal”, Masson, Paris, 1993.
- [Solmaz, 2007] Solmaz S., “Topics in Automotive Rollover Prevention: Robust and Adaptive Switching Stratégies for Estimation and Control”, PhD Thesis in Control Engineering, National University of Irland, Maynooth, December 2007.
- [Stéphane, 2002] Stéphane J., Charara A., Meizel D., “Force model comparison on the wheel-ground contact for vehicle dynamics”, *IV2002, IEEE Intelligent Vehicle Symposium, Versailles, France*, Juin 2002.
- [Swendenius, 2003] Swendenius J., Wittenmark B., “Review of wheel modelling and friction estimation. Internal report”, Lund Institute Technology. August 2003.
- [Tai, 2004] M.Tai, M.Tomizuka, “Modelling of multi-unit heavy vehicle systems for automated guidance”, *Int. J. Vehicle Design*, vol.11, no.1, 2004.
- [Tebbi, 2005] Tebbi O., “Estimation des lois de fiabilité en mécanique par les essais accélérés”, Thèse de Doctorat, Université d’Angers, 2005.
- [Tonon, 1998] Tonon F., Bernardini A., “A random set approach to the optimization of uncertain structures”, *Computers and Structures*, vol.68, pp.583-600, 1998.
-

- [Tonon, 2004] Tonon F., “A search algorithm for calculating validated reliability bounds”, REC, 2004.
- [Utkin, 1992] Utkin, V.I., “Sliding mode control and optimization”, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [Utkin, 2005] Utkin L.V., Coolen F.P.A., “Imprecise reliability: An introductory overview”, Department of Computer Science, Russia & Dep. Mathematical Sciences, Durham, England, October 2005.
- [Van der Merwe, 2001] R. Van der Merwe, E.A.Wan, “The square-root unscented Kalman filter for state and parameter-estimation”, IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing, pp.3461-3464, 2001.
- [Vapnik, 1995] Vapnik V.N., “The nature of statistical learning theory”, Springer-Verlag, 1995.
- [Vukobratovic, 2004] Vukobratovic M., Borovac B., “Zero point moment – thirty five years of its life”, Int. Journal of Humanoid Robotics, vol.1, n°1, pp.157-173, 2004.
- [Wahba, 2000] Wahba G., Lin Y., Zhang H., “Généralized approximate cross-validation for support vector machines, or, another way to look at margin-like quantities”, Technical report N°1006, Department of statistics, University of Wisconsin, Feb. 1999.
- [Wasserman, 2003] Wasserman G.S., “Reliability Verification, Testing, and Analysis in Engineering Design”. Marcel Dekker, Inc. New York, 2003.
- [Weibull, 2006] “Life Data Analysis and Weibull analysis”, <http://www.weibull.com/>
- [Winkler, 2000] Winkler C.B., Blower D., et al., “Rollover of Heavy Commercial Vehicles”, Society of Automotive Engineers Inc., Warrendale, PA, United States, 2000.
- [Wojciechowski, 2006] Wojciechowski A., “Potential field based camera collisions detection in a static 3D environment”, Machine Graphics & Vision International Journal, vol.15, n°3, pp.665-672, Janvier 2006.
- [Wong, 2001] Wong J.N., “Theory of ground vehicles”, 3rd edition, John Wiley & Son, 2001.
- [Woodrooffe, 2007] Woodrooffe J., Milliken P., “Safety analysis of a double & Triple B-train carrying loaded Containers”, Report Prepared for Saskatchewan Highways and Transportation, February 2007.
- [Zhao, 2001] Zhao Y. G., Ono T., “Moment methods for structural reliability”, Structural Safety, vol.23, pp.47-75, 2001.
- [Zwingmann, 2005] Zwingmann X., “Modèle d'évaluation de la fiabilité et de la maintenabilité au stade de la conception”, PhD, l'Université Laval, Québec, 2005.

## ANNEXE A.

### METHODE DE TIRAGES D'IMPORTANCE

Les simulations de types Monte Carlo permettent l'estimation des probabilités par un calcul d'intégrales d'une façon statistique. Le premier document relatif aux méthodes est attribué en 1949 à Metropolis et Ulam [Metropolis, 1949]. Dans ce type de méthodes, il n'y a pas de restrictions sur le type des distributions des variables à traiter. Ces dernières peuvent être complexes et peuvent présenter des dépendances entre les variables.

Dans le calcul fiabiliste, cette méthode permet d'estimer la probabilité de défaillance en réalisant des tirages aléatoires selon la loi de probabilité conjointe des variables aléatoires et en comptant le nombre de fois que le système se trouve dans le domaine de défaillance. Cependant, la probabilité à estimer est souvent très faible, ce qui nécessite un nombre très de simulations, pouvant rendre le temps de calcul prohibitif. De ce fait, d'autres méthodes ont apparu pour réduire ce temps de calcul tout en conservant une précision acceptable, parmi lesquelles on peut citer les méthodes de simulations conditionnées, de simulations directionnelles et de tirages d'importance,... Dans cette thèse, la méthode des tirages d'importance a été utilisée pour le calcul des probabilités de défaillance, nous présentons dans ce qui suit uniquement cette méthode [Lemaire, 2003].

Cette méthode est sur la connaissance du point de défaillance le plus probable  $P^*$ , obtenu par une des méthodes d'approximation fiabilistes (FORM, SORM, ...). Elle est utilisée généralement pour valider ou améliorer la précision du calcul de la probabilité approximée par ces méthodes. L'intégration est donnée sous la forme suivante :

$$P_f = \int_{D \subset \mathbb{R}^n} I[H(u_k) \leq 0] \frac{\phi(u_k)}{\psi(u_k)} \psi(u_k) du_1 \dots du_n \quad (7.1)$$

avec  $u_k = (u_1, \dots, u_n)$  le vecteur des variables aléatoires dans l'espace normé,

$\phi(\cdot)$  la densité de probabilité de la loi gaussienne, entrée et réduite,

$I[c]$  la fonction indicatrice qui vaut 1 si la condition  $c$  est vérifiée, 0 sinon.

$\psi(u_k)$  est la fonction de densité des tirages, autour de  $P^*$ , à choisir. Une forme de cette fonction correspond à la densité gaussienne réduite et centrée au point  $P^*$  de coordonnées  $u^* = (u_1^*, \dots, u_n^*)$ , définie par :

$$\psi(u_k) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (u_i - u_i^*)^2\right) \quad (7.2)$$

Avec  $N$  tirages autour de  $P^*$  selon la densité  $\psi(u_k)$ , la probabilité de défaillance est alors estimée par :

$$\begin{aligned} \hat{P}_f &= \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N I[H(u_k^{(r)}) \leq 0] \frac{\phi(u_k^{(r)})}{\psi(u_k^{(r)})} \\ \hat{P}_f &= \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N I[H(u_k^{(r)}) \leq 0] \exp\left(-\frac{\beta}{2} - \sum_{i=1}^n u_i^* (u_i^{(r)} - u_i^*)\right) \end{aligned} \quad (7.3)$$

avec  $r$  le numéro du tirage et  $\beta = \sum_{i=1}^n u_i^*$  l'indice de fiabilité de Hasofer Lind.

Un estimateur de la variance de  $P_f$  est donné par la relation :

$$\text{var}(\hat{P}_f) \approx \frac{1}{N-1} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( I(H(u) \leq 0) \left( \frac{\phi(u_k^{(r)})}{\psi(u_k^{(r)})} \right)^2 \right) - \hat{P}_f^2 \right) \quad (7.4)$$

La méthode par tirages d'importances s'arrête lorsque l'estimateur de la variance de  $P_f$  est inférieur à un seuil.

## ANNEXE B.

### FILTRAGE DE KALMAN UNSCENTED

Le filtre de Kalman sans biais (UKF, *Unscented Kalman Filter*) est introduit pour améliorer le filtre de Kalman Etendu. Les bruits sont supposés gaussiens, mais pas forcément additifs, et la linéarisation (le calcul du gradient) du système n'est pas prise en compte dans l'algorithme. Ce filtre est utilisé principalement pour l'estimation des variables d'état des systèmes dont la non linéarité est plus importante que le filtre EKF [Julier, 1997] [Van der Merwe, 2004] [Sellami, 2005].

Le principe du filtre repose sur le principe de la transformation Unscented (UT) qui consiste à représenter une variable aléatoire gaussienne (d'ordre  $d$ ) par  $(2d + 1)$  points, appelés *sigma points*. L'objectif de la transformation est de faire propager la variable à travers une fonction non-linéaire, afin de mieux estimer sa moyenne et sa matrice de covariance. Elle permet donc de propager la variable aléatoire correspondante à l'état du modèle à travers les équations dynamiques non linéaires du système dans le processus du filtrage.

#### 1) Transformation Unscented (UT)

Soit  $X$  une variable aléatoire de dimension  $d$ , de moyenne statistique  $\bar{x}$  et de matrice de covariance  $P_x$ , et  $Y$  une variable aléatoire liée à  $X$  par une fonction non linéaire ( $Y = g(X)$ ).  $(2d + 1)$  sigma points  $\chi_i$  de poids  $\omega_i$  sont construits de la manière suivante [Julier, 1997] :

$$\begin{aligned}
 \chi_0 &= \bar{x} & \omega_0^m &= \lambda / (d + \lambda) \\
 \chi_i &= \bar{x} + \left( \sqrt{(d + \lambda) P_x} \right)_i, \quad i = 1 \dots d & \omega_0^c &= \lambda / (d + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta) \\
 \chi_i &= \bar{x} - \left( \sqrt{(d + \lambda) P_x} \right)_{i-d}, \quad i = d + 1 \dots 2d & \omega_i^m &= \omega_i^c = \frac{1}{2(d + \lambda)}
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

avec  $\lambda = \alpha^2(d + k) - d$  un facteur d'échelle,  $\alpha$  contrôle la répartition (*spread*) des sigma points autour de la moyenne  $\bar{x}$  et prend généralement une faible valeur.  $k$  un deuxième facteur d'échelle généralement nul, et  $\beta$  un paramètre lié au type de distribution (modale) de  $X$  ( $\beta = 2$  pour les distributions gaussiennes),  $\left( \sqrt{(d + \lambda) P_x} \right)_i$  la  $i^{\text{ème}}$  ligne ou colonne de la matrice racine de  $(d + \lambda) P_x$ , obtenue par décomposition de Cholesky. Les poids  $\omega_i^m$ ,  $\omega_i^c$



sont utilisés pour le calcul de la moyenne et la matrice de covariance du vecteur d'état  $Y$  respectivement.

Après la propagation des vecteurs  $\chi$  à travers la fonction non linéaire  $g(\cdot)$ , la moyenne et matrice de covariance de  $Y$  sont données par :

$$\begin{aligned}\bar{y} &\approx \sum_{i=0}^{2d} \omega_i^m g(\chi_i) \\ P_y &\approx \sum_{i=0}^{2d} \omega_i^c (g(\chi_i) - \bar{y})(g(\chi_i) - \bar{y})^T\end{aligned}$$

D'après les équations (7.5), nous pouvons remarquer que les poids  $\omega_i^m$  sont choisis de telle sorte que la moyenne des sigma points corresponde à  $\bar{x}$ , c.-à-d. :

$$\sum_{i=0}^{2d} \omega_i^m \chi_i = \lambda/(d + \lambda) \cdot \bar{x} + 2d \frac{1}{2(d + \lambda)} \cdot \bar{x} = \bar{x} \quad (7.6)$$

Concernant les poids relatifs à la covariance  $\omega_i^c$ , ils sont choisis de telle sorte à avoir :

$$\sum_{i=0}^{2d} \omega_i^c (\chi_i - \bar{x})(\chi_i - \bar{x})^T = P_x \quad (7.7)$$

## 2) Application au filtrage

Le filtre UKF classique consiste à étendre l'état du système avec les bruits d'état et de mesure  $x^a = [x^t, v^t, w^t]^t$ . De cette manière, les bruits ne seront pas forcément additifs. L'algorithme du filtrage est donnée par :

### Initialisation :

$$\begin{aligned}\hat{x}_{0|0} &= E(X_0) \quad , \quad P_{0|0} = E\{(X_0 - \hat{x}_{0|0})(X_0 - \hat{x}_{0|0})^t\} \quad (\text{choisis à } k=0) \\ x_{0|0}^a &= \begin{bmatrix} \hat{x}_{0|0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad P_{0|0}^a = E\{(X_0^a - \hat{x}_{0|0}^a)(X_0^a - \hat{x}_{0|0}^a)^t\} = \begin{bmatrix} P_{0|0} & & \\ & Q & \\ & & R \end{bmatrix}\end{aligned} \quad (7.8)$$

Pour  $k \geq 1$  :

Calcul des points sigma :

$$\chi_{k-1|k-1}^a = \begin{bmatrix} \chi_{k-1|k-1}^x \\ \chi_{k-1|k-1}^y \\ \chi_{k-1|k-1}^w \end{bmatrix} = \left\{ \chi_{k-1|k-1}^a \quad \chi_{k-1|k-1}^a \pm \sqrt{(d + \lambda) P_{k-1|k-1}^a} \right\} \quad (7.9)$$

Prédiction :

$$\begin{aligned} \chi_{k|k-1}^x &= f\left(\chi_{k-1|k-1}^x, u_{k-1}, \chi_{k-1|k-1}^y\right) && \text{(les sigma points prédites)} \\ Y_{k|k-1} &= h\left(\chi_{k|k-1}^x, \chi_{k-1|k-1}^w\right) && \text{(les sorties des sigma points prédites)} \\ \hat{x}_{k|k-1} &= \sum_0^{2d} \omega_i^m \chi_{i,k|k-1}^x && \text{(état prédit : moyenne des sigma points prédites)} \\ \hat{y}_{k|k-1} &= \sum_0^{2d} \omega_i^m Y_{i,k|k-1} && \text{(sortie prédite : moyenne des sorties des sigma points prédites)} \\ P_{k|k-1}^x &= \sum_0^{2d} \omega_i^c \left(\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_{k|k-1}\right) \left(\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_{k|k-1}\right)^t && \text{(Matrice de covariance de la prédiction)} \end{aligned} \quad (7.10)$$

Correction :

$$\begin{aligned} P_{y_k, y_k} &= \sum_0^{2d} \omega_i^c \left(Y_{i,k|k-1}^x - \hat{y}_{k|k-1}\right) \left(Y_{i,k|k-1}^x - \hat{y}_{k|k-1}\right)^t \\ P_{x_k, y_k} &= \sum_0^{2d} \omega_i^c \left(\chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_{k|k-1}\right) \left(Y_{i,k|k-1}^x - \hat{y}_{k|k-1}\right)^t \\ K &= P_{x_k, y_k} \left(P_{y_k, y_k}\right)^{-1} && \text{(Gain optimal de Kalman, sous sa forme initiale)} \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K \cdot \left(y_k - \hat{y}_{k|k-1}\right) && \text{(Correction de l'état prédit)} \\ P_k &= P_{k|k-1} - K \cdot P_{y_k, y_k} \cdot K^t && \text{(Correction de la matrice de covariance prédite)} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Il a été montré dans la littérature que le filtre UKF est de performances équivalentes à celles d'un filtre de Kalman étendu de troisième ordre.

Remarques :

- Dans le cas de bruits additifs, les expressions de l’algorithme peuvent être simplifiées en ne faisant pas augmenter l’état du système ( $\chi_{k|k}^a = \chi_{k|k}^x$ ) et en remplaçant les expressions de  $P_{k|k-1}$  et  $P_{y_k y_k}$  par :

$$\begin{aligned}
 P_{k|k-1}^x &= \sum_0^{2d} \omega_i^c \left( \chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_{k|k-1} \right) \left( \chi_{i,k|k-1}^x - \hat{x}_{k|k-1} \right)^t + Q \\
 P_{y_k y_k} &= \sum_0^{2d} \omega_i^c \left( y_{i,k|k-1}^x - \hat{y}_{k|k-1} \right) \left( y_{i,k|k-1}^x - \hat{y}_{k|k-1} \right)^t + R
 \end{aligned} \tag{7.12}$$

Même remarque si un des deux bruits est additif.

- Les bruits d’état et de mesure sont supposés centrés, ou à biais connu. Cependant, si le biais n’est pas connu, il est possible de prendre les composantes inconnues des biais comme des variables étendues du vecteur d’état, à condition que le modèle étendu soit observable.
- Dans le cas où le système non linéaire est continu, il est possible de prendre en compte l’idée du filtrage Kalman-Bucy et modifier le calcul de la prédiction des sigma points par la relation suivante :

$$\chi_{k|k-1}^x = \chi_{k-1|k-1}^x + \int_{t_{k-1}}^{t_k} f \left( \chi_{k-1|k-1}^x, u_{k-1}, \chi_{k-1|k-1}^v \right) dt \tag{7.13}$$