

**UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE  
ECOLE CENTRALE DE LILLE**

Année 2005

N° d'ordre 

0	0	1	9
---	---	---	---

**THESE**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ECOLE CENTRALE DE LILLE**

*Doctorat délivré conjointement par l'Université des Sciences et Technologies de Lille  
et par l'Ecole Centrale de Lille*

*Discipline : AUTOMATIQUE et INFORMATIQUE INDUSTRIELLE*

Présentée et soutenue publiquement le 16 décembre 2005

par

**Hedi DHOUBI**

**UTILISATION DES RESEAUX DE PETRI A INTERVALLES  
POUR LA REGULATION D'UNE QUALITE :  
APPLICATION A UNE MANUFACTURE DE TABAC**

**Directeurs de Thèse :**

Etienne Craye  
Simon Collart Dutilleul

Professeur à l'Ecole Centrale de Lille  
Maître de Conférence à l'Ecole Centrale de Lille

**JURY :**

M. Michel Combacau	Rapporteur	Professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse
M. Mohamed Annabi	Rapporteur	Professeur à l'ESSTT de Tunis
M. Jean-Louis Boimond	Examineur	Professeur à l'Université d'Angers ISTIA
M. Vincent Cocquempot	Examineur	Maître de Conférence HDR à l'Université de Lille
M. Lotfi Nabli	Examineur	Maître assistant à l'ENIM - Tunisie

Thèse préparée au Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal  
L.A.G.I.S, UMR 8146- Ecole Centrale de Lille



# TABLE DES MATIERES

<b>Introduction générale</b> .....	1
 <b>Chapitre 1 : COMMANDE REACTIVE POUR LA REGULATION</b>	
<b>1.1 Introduction</b> .....	7
<b>1.2 Les systèmes de production</b> .....	7
1.2.1 Définitions.....	7
1.2.2 Caractéristiques des Systèmes à Evénements Discrets.....	8
1.2.2.1 Flexibilité.....	9
1.2.2.2 Réactivité.....	9
1.2.2.3 Proactivité.....	10
1.2.2.4 Robustesse.....	10
<b>1.3 Les systèmes à événements discrets</b> .....	11
1.3.1 Architecture des Systèmes à Evénements Discrets.....	13
1.3.2 Synthèse de la commande des Systèmes à Evénements Discrets.....	13
1.3.3 La commande des SED.....	14
1.3.4 Vers une commande réactive pour la régulation.....	15
<b>1.4 Gestion des perturbations dans les procédés de production</b> .....	17
1.4.1 Les perturbations.....	17
1.4.2 Evaluation des perturbations.....	18
1.4.3 Mesure de la robustesse et conduite .....	19
<b>1.5 Pilotage et surveillance des SED</b> .....	20
1.5.1 Pilotage.....	21
1.5.2 Surveillance .....	22
1.5.2.1 Le suivi.....	23
1.5.2.2 La détection.....	23
1.5.2.3 Le diagnostic.....	24
1.5.2.4 La reprise.....	24
1.5.3 Etat de l'art sur la surveillance des SFPM.....	24
1.5.3.1 Travaux de LAGIS, Lille.....	24
1.5.3.1.1 Surveillance préventive indirecte.....	25
1.5.3.1.2 Surveillance corrective indirecte.....	28
1.5.3.2 Travaux du LAMIH, Valenciennes .....	32
1.5.3.3 Travaux du LAAS.....	34
1.5.3.4 Travaux du LAI , Lyon.....	35
<b>1.6 Conclusion</b> .....	36

## **Chapitre 2 : MODELISATION DES SYSTEMES A EVENEMENTS DISCRETS INTEGRANTS LE TEMPS**

<b>2.1</b>	<b>Introduction.....</b>	<b>38</b>
<b>2.2</b>	<b>Modélisation des Systèmes à Evénements Discrets intégrant le temps.....</b>	<b>38</b>
2.2.1	Machines à états.....	39
2.2.2	Réseaux de Petri.....	39
2.2.3	Les Graphes d'Evénements.....	42
<b>2.3</b>	<b>Réseaux de Petri et robustesse des SED.....</b>	<b>42</b>
<b>2.4</b>	<b>Les réseaux de Petri temporisés .....</b>	<b>44</b>
2.4.1	Introduction .....	44
2.4.2	Définition .....	45
2.4.3	Règles de fonctionnement .....	47
2.4.4	Interprétation .....	47
2.4.5	Types de fonctionnement .....	47
2.4.6	Conclusion .....	48
<b>2.5</b>	<b>Les Réseaux de Petri temporels .....</b>	<b>49</b>
2.5.1	Les Réseaux de Petri t-temporels .....	49
2.5.1.1	Définition .....	49
2.5.1.2	Etats et règles de tir .....	49
2.5.1.3	Types de fonctionnement .....	52
2.5.1.3.1	Structure de type synchronisation .....	52
2.5.1.3.2	Structure de type choix .....	53
2.5.1.4	Conclusion .....	53
2.5.2	Les RdP p-temporels [KHA 97].....	54
2.5.2.1	Définition formelle .....	54
2.5.2.2	Règles de fonctionnement .....	54
2.5.2.3	Définition fondée sur l'intervalle de temps [KHA 97].....	54
2.5.2.4	Définition fondée sur l'âge de marque [KHA 97].....	55
2.5.2.5	Conditions de franchissement d'une transition.....	56
2.5.2.5.1	Etat de jetons .....	56
2.5.2.5.2	Calcul de l'état suivant .....	56
2.5.2.6	Structures de fonctionnement .....	57
2.5.2.6.1	Structure de synchronisation .....	57
2.5.2.6.2	Structure de parallélisme / synchronisation .....	58
2.5.2.7	Conclusion .....	62
<b>2.6</b>	<b>Les réseaux de Petri temporels à flux indépendant.....</b>	<b>64</b>
2.6.1	Définition [DIA 01].....	64
2.6.2	Règles de franchissement .....	64

2.6.3	Les différentes sémantiques de tir .....	64
2.6.4	Comparaison avec les RdP t-temporels et les RdP p-temporels.....	66
2.6.5	Conclusion .....	68

## **Chapitre 3 : INTEGRATION DE PARAMETRES QUANTITATIFS NON TEMPORELS**

<b>3.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>71</b>
<b>3.2</b>	<b>Les réseaux de Petri hybrides .....</b>	<b>72</b>
3.2.1	Les réseaux de Petri continus [DAV 92].....	73
3.2.2	Les RdP hybrides autonomes .....	74
3.2.3	Les RdP hybrides temporisés .....	75
3.2.4	Exemple d'application .....	76
3.2.4.1	Présentation du système.....	76
3.2.4.2	Modélisation par RdP hybride.....	77
3.2.4.3	Conclusion.....	78
3.2.5	Les réseaux de Petri lots [DEM 94].....	78
3.2.6	Les RdP différentiels [ DEM 96].....	79
3.2.7	Conclusion.....	79
<b>3.3</b>	<b>Les réseaux de Petri de haut niveau .....</b>	<b>79</b>
3.3.1	Introduction .....	79
3.3.2	Définition .....	80
3.3.3	Les RdP de haut niveau à marquage abstrait [RdPHMA].....	80
3.3.4	Application.....	81
3.3.5	Interprétation.....	82
<b>3.4</b>	<b>Les RdP à intervalles [COL 03].....</b>	<b>83</b>
3.4.1	Définition .....	83
3.4.2	Définition d'un état .....	85
3.4.3	Calcul de l'état suivant .....	86
3.4.4	Structures de fonctionnement.....	87
3.4.5	Les RdP P-temporels une sous classe des RdP à intervalles [COL 03].....	88
3.4.6	Les RdP à intervalles et classes d'état [COL 03] .....	89
3.4.7	Conclusion.....	89
<b>3.5</b>	<b>Synthèse.....</b>	<b>89</b>

## **Chapitre 4 : VALIDATION APPLICATIVE SUR UNE MANUFACTURE DE TABAC : CONSTRUCTION DU MODELE**

<b>4.1</b>	<b>Introduction.....</b>	<b>92</b>
<b>4.2</b>	<b>Présentation de la manufacture et analyse fonctionnelle.....</b>	<b>92</b>
4.2.1	Historique .....	92
4.2.2	Activité .....	93
4.2.3	Système de Production .....	93
4.2.3.1	Préparations générales du tabac.....	93
4.2.3.2	Confection des cigarettes .....	94
4.2.3.3	Emballage des cigarettes.....	94
4.2.4	Conclusion .....	94
<b>4.3</b>	<b>Présentation de l'atelier de confection .....</b>	<b>95</b>
4.3.1	Analyse fonctionnelle de l'atelier .....	95
4.3.2	Analyse structurelle de l'atelier .....	96
<b>4.4</b>	<b>Unité de confection des cigarettes .....</b>	<b>97</b>
4.4.1	Gamme de fabrication des cigarettes.....	98
4.4.2	Modélisation de la confectionneuse.....	100
4.4.2.1	Introduction .....	100
4.4.2.2	Modèle fonctionnel de la confectionneuse.....	100
<b>4.5</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>103</b>
<b>4.6</b>	<b>Identification des paramètres de qualité .....</b>	<b>104</b>
4.6.1	Définitions et procédures de contrôle des paramètres de qualité.....	105
4.6.1.1	Procédure de mesure de la densité d'une cigarette.....	105
4.6.1.2	Procédure de mesure du module d'une cigarette .....	105
4.6.1.3	Procédure de mesure du poids d'une cigarette .....	105
4.6.2	Problématique.....	105
<b>4.7</b>	<b>Modélisation du procédé et intégration du poids.....</b>	<b>107</b>
4.7.1	Régulation du poids.....	108
4.7.1.1	Résolution d'un problème non linéaire.....	109
4.7.1.2	Linéarisation autour d'un point de fonctionnement.....	109
4.7.1.3	Construction du modèle RdP « poids valué ».....	109
4.7.1.4	Construction des marges du modèle à partir des données de Production.....	111
4.7.1.4.1	Contexte.....	111
4.7.1.4.2	Proposition d'une étude statistique en vue de fixer les les bornes.....	111

4.7.2	Modélisation de la partie d'alimentation de tabac.....	114
4.7.2.1	Contrainte de niveau dans la confectionneuse.....	114
4.7.2.2	Modélisation hybride.....	114
4.7.2.3	Modélisation par RdP à intervalle « densité évaluée ».....	116
4.7.2.4	Construction des marges de validité.....	116
<b>4.8</b>	<b>Modèle général du procédé.....</b>	<b>117</b>
<b>4.9</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>118</b>

## **Chapitre 5 : UTILISATION DES PROPRIETES DU MODELE : CONTRIBUTION A LA ROBUSTESSE**

<b>5.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>120</b>
<b>5.2</b>	<b>Procédés à contraintes temporelles et réglage du temps.....</b>	<b>121</b>
<b>5.3</b>	<b>Pilotage réactif.....</b>	<b>121</b>
<b>5.4</b>	<b>Procédés à contraintes non temporelles et réglage du poids.....</b>	<b>121</b>
<b>5.5</b>	<b>Robustesse active et calcul des transitoires valides .....</b>	<b>122</b>
5.5.1	Condition nécessaire pour l'existence d'un transitoire respectant les contraintes temporelles [COL 02].....	122
5.5.2	Exemple d'application.....	125
5.5.3	Régulation du poids pour une manufacture de tabac.....	128
5.5.3.1	Vérification des conditions du théorème.....	128
5.5.3.2	Application.....	129
5.5.3.3	Interprétation des résultats.....	132
<b>5.6</b>	<b>Robustesse passive .....</b>	<b>133</b>
5.6.1	Bilan matière dans l'atelier de confection.....	133
5.6.1.1	Masse du tabac à l'entrée (1).....	133
5.6.1.2	Débit du tabac au niveau du tambour (3).....	134
5.6.1.3	Masse de tabac dans la gaine (2).....	135
5.6.1.4	Tabac au niveau du tapis (4).....	137
5.6.1.5	Au niveau des cigarettes.....	138
5.6.1.6	Effet de la variation de la compacité.....	139
5.6.2	Simulation [DHO 05a].....	140
<b>5.7</b>	<b>Apport de la commande.....</b>	<b>143</b>

<b>5.9 Conclusion</b> .....	150
<b>6 Conclusions et perspectives</b> .....	152
<b>Bibliographie</b> .....	156
<b>Annexes</b> .....	165
Annexe A : Description des phases de préparation du tabac.....	166
Annexe B : Procédures de contrôle qualité des cigarettes .....	168
Annexe C : Les RdP hybrides .....	171
Annexe D : Algorithme de calcul des transitoires.....	175



---

---

## *Liste des Figures*

---

---

### **CHAPITRE 1**

- Figure 1.1 : Schéma d'un système de production
- Figure 1.2 : Contraintes et enjeux
- Figure 1.3 : Occurrence d'événements dans un SED
- Figure 1.4 : Architecture d'un SED
- Figure 1.5 : Commande réactive pour la régulation
- Figure 1.6 : Représentation des perturbations
- Figure 1.7 : Robustesse active et passive
- Figure 1.8 : Modèle générique du pilotage des SP [SEN 04]
- Figure 1.9 : Principe de compensation des perturbations
- Figure 1.10 : Les différents types de Surveillance
- Figure 1.11 : Principe de la surveillance prédictive indirecte
- Figure 1.12 : Démarche globale de construction des indicateurs de qualité
- Figure 1.13 : Structure du Modèle de Surveillance
- Figure 1.14 : Structuration de la fonction surveillance et positionnement par rapport à la PC et au procédé [TOG 92]
- Figure 1.15 : Modèle associé à une opération [TOG 92]
- Figure 1.16 : Démarche d'obtention des entités critiques
- Figure 1.17 : Décision à prendre pour un produit susceptible d'être affecté par une défaillance [Ber 98]
- Figure 1.18 : Processus de réalisation de la configuration
- Figure 1.19 : Procédure de configuration [Mab 96]
- Figure 1.20 : Activités du système de Surveillance Préventive Indirecte
- Figure 1.21 : Modèle générique pour la commande, la supervision et la surveillance [Com 00]
- Figure 1.22 : Module de surveillance et du contrôle-commande

### **CHAPITRE 2**

- Figure 2.1 : Transformation équivalente des RdP t-temporisés / RdP p-temporisés
- Figure 2.2 : Structure de type séquence
- Figure 2.3 : Structure de synchronisation
- Figure 2.4 : RdP t-temporel
- Figure 2.5 : RdP t-temporel structure de type synchronisation
- Figure 2.6 : RdP t-temporel structure de type choix
- Figure 2.7 : RdP p-temporel structure de synchronisation
- Figure 2.8 : RdP p-temporel structure parallélisme/synchronisation
- Figure 2.9 : Marquage initial non nul

- Figure 2.10 : Exemple de modèle RdP p-temporel
- Figure 2.11 : Modèle RdP temporel équivalent du système de dosage des bouteilles
- Figure 2.12 : Structure de synchronisation dans un RdP à flux indépendants
- Figure 2.13 : Quelques sémantiques de tir des réseaux de Petri temporels à flux indépendants
- Figure 2.14 : Réseaux de Petri temporels

## **CHAPITRE 3**

- Figure 3.1 : Différentes représentations des nœuds des RdP hybrides
- Figure 3.2 : Système de réservoirs
- Figure 3.3 : Modèle RdP hybride des réservoirs
- Figure 3.4 : Le problème des réservoirs
- Figure 3.5 : Modèles équivalents

## **CHAPITRE 4**

- Figure 4.1 : Processus de fabrication
- Figure 4.2 : Diagramme fonctionnel de l'atelier de confection
- Figure 4.3 : Structure de l'atelier de confection
- Figure 4.4 : Unité de confection
- Figure 4.5 : Gamme de fabrication des cigarettes
- Figure 4.6 : Modèle fonctionnel d'une unité de confection
- Figure 4.7 : Procédé de fabrication des cigarettes
- Figure 4.8 : Etapes de formation d'une cigarette dans la confectionneuse
- Figure 4.9 : RdP à « poids valués »
- Figure 4.10 : Réseau de Petri fonctionnel avec les marges de validité
- Figure 4.11 : Modèle RdP hybride
- Figure 4.12 : RdP à intervalle du réglage de niveau
- Figure 4.13 : Marges de validité du système d'alimentation
- Figure 4.14 : Modèle global du procédé

## **CHAPITRE 5**

- Figure 5.1 : Calcul des attentes
- Figure 5.2 : Modèle de trajet d'un bus
- Figure 5.3 : RdP représentatif des variations des temps
- Figure 5.4 : RdP intégrant les intervalles de validité des paramètres
- Figure 5.5 : Evolution de la masse du tabac dans l'écluse
- Figure 5.6 : Evolution du débit de tabac dans l'écluse
- Figure 5.7 : Evolution de la masse du tabac au niveau du tambour

- Figure 5.8 : Evolution du débit de tabac au niveau du tambour  
Figure 5.9 : Courbe de variation des volumes de tabac  
Figure 5.10 : Evolution du nombre de cycles de remplissage de l'écluse  
Figure 5.11 : Variation du niveau du tabac sur le tapis  
Figure 5.12 : Variation de la densité des cigarettes  
Figure 5.13 : Variation de la compacité du tabac  
Figure 5.14 : Variation de la quantité de tabac écrêtée  
Figure 5.15 : Variation du niveau de tabac sur le tapis  
Figure 5.16 : Variation du module des cigarettes en fonction de la compacité du tabac  
Figure 5.17 : Variation du poids des cigarettes en fonction de la compacité du tabac

---

---

## *Liste des Tableaux*

---

---

### **CHAPITRE 4**

- Tableau 4.1 : Classification des paramètres de qualité suivant leurs causes  
Tableau 4.2 : Récapitulatif des paramètres de qualité  
Tableau 4.3 : Marges de validité du système d'alimentation du tabac

### **CHAPITRE 5**

- Tableau 5.1 : Réglages intermédiaires de passage à un état cible  
Tableau 5.2 : Variation des temps autour d'un état d'équilibre  
Tableau 5.3 : Comparaison des paramètres RdP-temporels / RdP « poids valué »  
Tableau 5.4 : Réglages intermédiaires de passage à un cible  
Tableau 5.5 : Réglages intermédiaires pour compenser la dérive de la densité d  
Tableau 5.6 : Variation des paramètres autour de valeurs moyennes  
Tableau 5.7 : Données statistiques de production

# REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au Laboratoire d'Automatique et de Génie Informatique et Signal (LAGIS) de l'Ecole Centrale de Lille, au sein de l'équipe « Systèmes à Evénements Discrets ».

Je tiens à exprimer ma gratitude envers mes directeurs de recherches pour m'avoir guidé tout au long de ces années. J'exprime toute ma reconnaissance envers Monsieur Etienne Craye, professeur et directeur de l'Ecole Centrale de Lille ; d'une part, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe et d'autre part, pour la sympathie, la confiance et les conseils avisés qu'il m'accorde tout au long de ce travail. Je remercie vivement, Monsieur Simon Collart-Dutilleul, maître de conférence à l'Ecole Centrale de Lille, d'avoir su instaurer entre nous un climat d'amitié, pour les nombreux instants qu'il a consacré à m'écouter, à deviner mes idées parfois désordonnées et de m'avoir fait confiance.

Je suis également très reconnaissant envers les deux rapporteurs de ce travail Monsieur Michel Combacau , professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse et Monsieur Mohamed Annabi, professeur à Ecole Supérieure des Sciences et Techniques de Tunis, de l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs. Je les remercie pour l'analyse minutieuse qu'ils ont menée sur ce mémoire, pour la lecture attentive qu'ils en ont fait et qui a contribué à son enrichissement.

Je suis extrêmement reconnaissant envers Monsieur, Jean-Louis Boimond professeur à l'Université d'Angers ISTIA et Monsieur, Vincent Cocquempot maître de conférence HDR à l'université de Lille pour l'intérêt qu'ils portent à mes travaux en acceptant de prendre part à mon jury.

Je tiens également à exprimer ma reconnaissance à Monsieur Lotfi Nabli, maître assistant à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, sans qui je ne serais pas au LAGIS, pour la confiance qu'il m'a témoignée, pour m'avoir sensibilisé à la recherche, pour m'encourager et m'aider tout au long de ma thèse.

Je remercie enfin chaleureusement mes collègues et amis du laboratoire, et plus particulièrement Abdallah Ghariani et Mohamed Gazel, pour l'aide qu'ils m'ont pu apporter pendant mes séjours à Lille.

Je dédie les lignes qui suivent à tous les membres de ma famille, mes parents, mon épouse et mes enfants qui m'ont accompagné tout au long de ce mémoire par leur amour inconditionnel, qui ont su me comprendre, me reconforter et me donner l'énergie nécessaire pour mener à bien ce travail.

# **INTRODUCTION GENERALE**



## INTRODUCTION GENERALE

L'environnement industriel connaît depuis plusieurs années, une évolution très rapide. Cette évolution est la conséquence :

- d'une concurrence très vive dans la plupart des secteurs,
- d'un marché fluctuant qui exige des produits de qualité croissante et répondant mieux à ses besoins,
- d'un progrès technologique accéléré, contribuant au raccourcissement de la durée de vie des produits.

Sous ces diverses influences, les produits deviennent de plus en plus complexes. Cette complexité est la résultante de plusieurs facteurs :

- une nouvelle technologie qui exige des compétences et des équipements spécifiques,
- une augmentation des éléments constituant un produit,
- une production en petites quantités de produits à plusieurs variantes, qui impose un système de gestion de production plus évolué et performant,
- des clients plus exigeants pour les délais, la qualité et le prix.

Pour s'adapter à cet environnement et survivre, les entreprises doivent se fixer des objectifs ambitieux, notamment :

- une grande souplesse de production obtenue par une flexibilité accrue d'équipements qui, associés à l'informatique (automates programmables, robots, cellules et ateliers flexibles) sont pris en charge par un système de gestion de production performant. D'où la nécessité d'un modèle destiné à fournir un support pratique d'analyse pour la prise de décision face à des perturbations.
- une diminution des arrêts machine par l'utilisation optimale des moyens de production en exigeant une grande disponibilité,
- une bonne qualité du produit intégrant les incertitudes sur les paramètres d'entrée,
- une réduction des coûts de production, en diminuant les rejets, et des coûts de maintenance en diminuant les arrêts.

Pour réaliser ces objectifs, les entreprises doivent s'adapter aux changements apportés aux systèmes de production et savoir anticiper et réagir face à une incertitude et une complexité croissantes.

L'anticipation est une démarche de projection dans le futur. C'est prévoir les évolutions de l'environnement et s'y adapter en se basant sur la situation actuelle et l'expérience acquise. Ainsi la capitalisation de l'expérience (données de production) en l'intégrant dans un modèle permet de prévenir les non-conformités des produits et d'améliorer de façon continue les performances.

En revanche, la réaction est une démarche attentiste. L'entreprise agit non pas avant mais après les modifications de l'environnement pour s'y adapter. La réaction de l'entreprise se traduit par sa capacité à répondre rapidement et économiquement à un changement de l'environnement ou aux aléas provenant soit du système de production (pannes des machines, défauts de fabrication, défauts d'alimentation...) soit de son environnement (rupture du stock de matières premières ou de pièces de rechange, commande urgente...).

L'évolution rapide de l'environnement fait, aujourd'hui, des aléas la règle et non l'exception. A cet effet, un système de production doit être à la fois réactif et proactif. La réactivité se caractérise par une capacité d'adaptation en temps opportun. La proactivité se mesure par une capacité à prévoir les changements pour pouvoir ajuster son environnement et modifier ses règles de fonctionnement en conséquence. On verra dans ce mémoire comment une démarche proactive amène à l'étude de la robustesse active.

L'amélioration de la réactivité des systèmes de production en vue de l'adaptation aux perturbations constitue un élément marquant à leur évolution. Afin d'assurer cette propriété de réactivité du système de production, trois fonctions annexes s'avèrent nécessaires [BRI 98] :

- *une fonction d'observation* qui collecte les variables nécessaires au suivi, afin de connaître l'état courant du système (disponibilité et état du produit, disponibilité et état des moyens de production) ;
- *un fonction de surveillance* qui collecte (suite au résultat d'une observation) et interprète les écarts et les changements entre le plan prévisionnel et le plan courant ;
- *une fonction de correction* qui tente à tout instant de corriger les écarts entre ces plans, ce qui implique un ordonnancement dynamique.

## **Problématique**

Les systèmes de production manufacturière et particulièrement les industries faisant appel à des procédés de nature chimique et agro-alimentaire sont constitués de procédés à contraintes de temps ou, plus précisément, à fenêtre de temps de séjour. La commande de ces procédés doit garantir, pour chaque opération, les spécifications sur les durées opératoires minimales afin d'assurer la conformité des produit et le taux de production.

Dans d'autres familles de procédés, le paramètre déterminant pour la qualité et le coût n'est pas le temps mais doit cependant appartenir de manière très stricte à des intervalles de validité. La commande devra alors donner des garanties sur le respect de ces spécifications.

Notre intérêt porte sur ce dernier type de procédé. Notre approche consiste à gérer les perturbations afin de maintenir la qualité du produit. Par exemple, dans l'application industrielle qui sera traitée en fin de ce mémoire, les spécifications concernent essentiellement la valeur du poids unitaire d'un produit, qui doit rester dans un intervalle déterminé. On cherche donc une commande robuste face aux dérives des paramètres influant sur la qualité. On veut ainsi garantir la capacité de corriger les fluctuations sur les entrées du système ainsi que sur l'état des composants du procédé. En effet, en assurant la qualité du produit, cette commande permettra d'obtenir un taux de production meilleure en diminuant les pertes en présence de variations.



## **Formulation du problème industriel**

Le type de système étudié est un système de production manufacturière composé d'un ensemble de machines identiques à vitesses constantes et montées en parallèle. Nous considérons que l'atelier étudié est sans ressources limitantes. D'un point de vue topologique, la différence avec une ligne sans stock et à ressource de transport unique est donc importante. Chaque produit est défini par un ensemble d'opérations. Le poids de l'unité fabriquée dépend essentiellement de la qualité de la matière première qui est préparée dans un atelier en amont. La commande cherchée doit donc garantir la robustesse du procédé et gérer chaque dérive de qualité de la matière première.

Par ailleurs, ces fluctuations peuvent être compensées par des opérations de réglage effectuées soit sur le système d'alimentation, en agissant sur le débit, soit sur les dimensions géométriques du produit au moment de sa formation par le procédé. Les paramètres sur lesquels nous pouvons agir sont aussi contraints par des intervalles de validité. Les violations de ces contraintes ont pour conséquence un rejet des quantités de produit présentes dans les appareils.

Pour valider les avancées théoriques, étudierons donc une unité de manufacture de confection des cigarettes où la maîtrise du poids des unités fabriquées conditionne l'amélioration du taux de production, la qualité et le coût, en limitant les rebuts. Dans ce type de système, le temps n'apparaît pas de manière explicite. Nous nous intéressons alors à la synthèse de commande robuste qui pourra absorber les dérives des paramètres non temporels du système.

Nous proposons d'étudier la robustesse et la réactivité de ce type système en associant, à un modèle réseau de Petri, un mécanisme de suivi et de contrôle des principaux paramètres influant sur le poids de l'unité fabriquée (considéré comme paramètre critique), sachant qu'une dérive non contrôlée de l'un d'entre eux sera sanctionnée par des rebuts et un arrêt. On veut aboutir à la construction d'une boucle de régulation dynamique dont la validité est théoriquement prouvée.

## **Contribution**

Nous nous sommes intéressés à la robustesse et à la réactivité des systèmes de production à contraintes non temporelles face aux perturbations de type dérives de qualité.

Notre contribution se situe au niveau de la recherche d'un outil de modélisation capable de décrire la dynamique de procédé discrets (ou considérés comme tels) à contraintes non temporelles. Nous introduisons un nouveau modèle de réseaux de Petri permettant l'intégration de contraintes d'intervalles fortes. Ce modèle s'appuie sur une définition mathématique similaire à celle des réseaux de Petri P-temporels. Il constitue donc une extension fonctionnelle d'un modèle. Il sera utilisé, comme les RdP P-temporels, pour la synthèse de commande robuste.

## **Plan du mémoire**

Le présent mémoire de thèse est organisé en cinq chapitres dont les thèmes sont donnés ci-dessous:

Le premier chapitre situe la problématique par rapport à l'état de l'art sur les approches utilisées pour l'optimisation des systèmes de production et les techniques de gestion des perturbations dans les systèmes de production manufacturière.

Le deuxième chapitre présente une revue succincte de deux principaux outils de modélisation des systèmes à événements discrets à contraintes temporelles : les RdP Temporisés et les RdP Temporels. Leur puissance de spécification et leurs limites seront mises en avant.

Le chapitre trois sera consacré aux outils de modélisation des systèmes hybrides et l'intégration des paramètres non temporels. Ce chapitre justifie l'utilité d'introduire un nouveau formalisme adapté à la modélisation des systèmes de production manufacturière à contraintes non temporelles : le formalisme des réseaux de Petri à intervalle. Les propriétés de ce nouvel outil de modélisation seront discutées.

Le chapitre quatre commence par présenter une problématique industrielle : une manufacture de confection des cigarettes. Sur un de ses ateliers, la construction pragmatique d'un modèle RdP à intervalles sera décrite.

Le dernier chapitre fait l'objet d'une exploitation industrielle du modèle sur l'atelier de confection des cigarettes présenté dans le chapitre quatre. Elle permet d'intégrer les contraintes fortes du procédé pour l'évaluation et l'optimisation de commandes robustes.

# **CHAPITRE 1**

## ***COMMANDE REACTIVE POUR LA REGULATION***



# Chapitre 1

## COMMANDE REACTIVE POUR LA REGULATION

### 1.1 Introduction

Notre intention au cours de ce premier chapitre est de poser le contexte de l'étude. Les Systèmes Flexibles de Production Manufacturière (SFPM) y sont présentés ainsi que leurs caractéristiques principales. Nous mettons particulièrement l'accent sur le problème de synthèse d'une commande réactive et sur le problème de gestion de perturbations : le fonctionnement normal et le fonctionnement en présences de dérives de qualité seront tous les deux pris en compte dans une démarche d'intégration. Un état de l'art rapide sur les travaux concernant les problèmes d'optimisation, de réactivité et de robustesse des systèmes de production manufacturière sera établi dans les lignes qui vont suivre pour positionner notre contribution.

### 1.2 Les systèmes de production

#### 1.2.1 Définitions

Un système de production est un espace constitué de produits (P), de moyens de production (M) et d'opérateurs (OP) en interaction. L'établissement, le contrôle et l'exploitation des liens entre eux sont du ressorts des algorithmes de pilotage. Les événements des ateliers sont situés dans cet espace (P, M, OP, temps). La tendance actuelle s'oriente vers des systèmes produisant des petites et moyennes séries capables de s'adapter aux changements de production, afin de répondre aux exigences de diversité, de productivité et de qualité, exigées par la concurrence actuelle du marché. Ces systèmes, appelés Systèmes Flexibles de Production Manufacturière (SFPM) se situent parmi les Systèmes Automatisés de Production (SAP). Les SFPM sont un compromis entre, d'une part les lignes de transfert automatisées à très haute productivité, mais conçues pour des productions de grande série, et d'autre part des installations manuelles à très faible automatisation permettant une production unitaire. Leur but est de fabriquer et de transformer une matière première en produit fini ou semi-fini. Le schéma simplifié des systèmes de production est représenté par Figure 1.1.

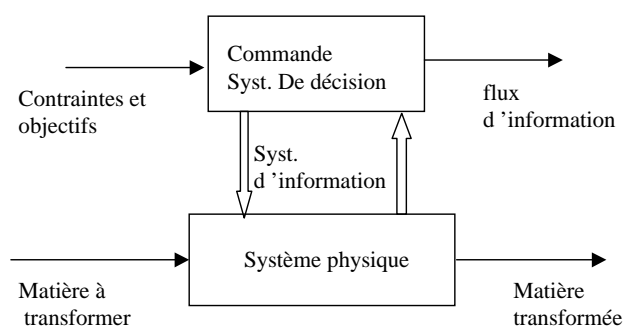


Figure 1.1 : Schéma d'un système de production

- La commande, ou système de décision, regroupe l'ensemble des moyens logiciels et matériels et les informations permettant la gestion du système. Elle représente la partie décisionnelle du système. Les décisions portent sur les actions à mener par le procédé sur le produit. Ces actions sont élaborées à partir des informations (comptes-rendus) recueillies sur le procédé ou sur le produit.
- Le système physique, ou procédé de production, ou Partie Opérative (PO) regroupe l'ensemble des organes physiques ayant pour but la transformation des matières premières. Selon la nature de flux de produit [RAK 93], la PO peut être de trois types :
  - o *discrète* : le produit représente une matière solide et discrète et constitue un ensemble de matière localisable individuellement.
  - o *continue* : le produit est un flux continu de matière.
  - o *mixte ou hybride* : le processus est à la fois discret et continu.
- Le système d'information collecte, transmet, traite et mémorise les informations, données et décisions.
- Les produits fabriqués qui représentent les entités à transformer et les entités transformées doivent répondre aux exigences de qualité, de coût et de délai.

### 1.2.2 Caractéristiques des systèmes de production

Aujourd'hui, l'entreprise est confrontée à des changements importants et quotidiens mettant les systèmes de production face à des contraintes et enjeux (Figure 1.2) qui ont généré une importante mutation de la fonction production.

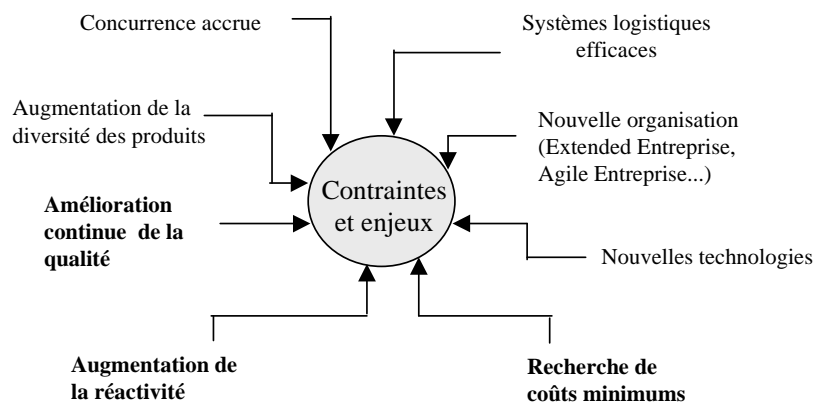


Figure 1.2 : Contraintes et enjeux

Pour produire efficacement, l'entreprise doit être dotée d'un système de production ayant de nouvelles caractéristiques, telles que la flexibilité, la réactivité, la proactivité et la robustesse. Les lignes qui suivent précisent ces mots clés.

### 1.2.2.1 Flexibilité

La flexibilité intervient au même titre que la qualité du procédé, le coût de fabrication, la capacité en quantité variables, comme un critère principal utilisé en industrie pour évaluer la compétitivité d'un système de production [HAR 90], [BAR 96].

Dans la littérature, plusieurs définitions plus ou moins proches ont été introduites. Nous pouvons les classer en deux catégories faisant référence à deux notions :

- **La notion de choix parmi des ressources** qui définit la flexibilité comme étant l'autorisation d'un choix parmi les ressources d'un Système de Production, afin de réaliser une fonction. Cette définition touche plus précisément la partie commande du système.
- **La notion d'adaptation face à des perturbations** qui définit la flexibilité comme étant la capacité d'adaptation à la production des nouveaux produits pour lesquels le système n'a pas été étudié. Cela suppose une adaptation totale du système de production au produit courant ou son passage d'une configuration à une autre. Cette définition touche le point de vue de la reconfiguration du système [BER 98].

Plusieurs types de flexibilité ont été mis en évidence [RAN 90], [BON 93], [ADA 97], suivant leurs incidences sur l'objectif, qui est le produit fini, et sur les moyens de production permettant la réalisation de ce produit. Ainsi la *flexibilité de produit* se caractérise par la facilité de reconfiguration du système pour la prise en compte d'un nouveau produit ou famille de produits permettant ainsi un gain de productivité. *La flexibilité des ressources* est définie comme étant la capacité des ressources à effectuer plusieurs tâches élémentaires et à permettre la reprogrammation. D'autres types de flexibilité sont définies telles que la flexibilité de quantité, qui s'exprime comme la capacité du système à faire face aux fluctuations de la quantité à fabriquer en modifiant le rythme et les changements d'outillage, la flexibilité de routage, qui offre au système les moyens d'un aiguillage plus souple pour servir les différents segments du procédé, et la flexibilité d'ordre des opérations, qui permet de changer l'ordre des opérations en cours de production.

Le présent mémoire cherche à se focaliser sur des procédés imposant le respect de contraintes d'intervalles. Le respect de ces contraintes pour une conduite définie de manière complètement rigide est déjà un problème peu abordé dans la littérature scientifique. C'est pourquoi c'est ce problème précis que nous étudierons. Nous gardons bien à l'esprit que les hypothèses que nous formulons ici sont très restrictives au regard des possibilités décrites plus haut, malheureusement, nous ne les exploiterons pas dans le cadre de ce mémoire.

### 1.2.2.2 Réactivité

La réactivité d'un système de production est définie comme son aptitude à répondre (réagir) dans un temps requis aux changements de son environnement interne ou externe par rapport au régime de fonctionnement. Ces aléas proviennent, soit du système de production (panne de machines, rebuts, non-conformité du produit,...), soit de son environnement.

La réactivité se pose en termes de mesure de la qualité d'une certaine performance du système de production. Celle-ci implique une maîtrise du type de performance à évaluer et de la pertinence sémantique et logique des données et des traitements mis en œuvre.

La réactivité d'un système de production impose une gestion dynamique des événements qui se passent dans le système. Afin d'assurer cette propriété de réactivité du système de production, trois fonctions annexes s'avèrent nécessaires :

- *une fonction d'observation* qui collecte les variables nécessaires au suivi, afin de connaître l'état courant du système (disponibilité et état du produit, disponibilité et état des moyens de production) ;
- *une fonction de surveillance* qui détecte (suite au résultat d'une observation) et interprète les écarts et les changements entre le plan prévisionnel et le plan courant par anticipation ;
- *une fonction de correction* qui tente à tout instant de corriger les écarts entre ces plans, ce qui implique un ordonnancement dynamique.

Dans nos travaux, nous nous intéressons à la réactivité du système en temps réel face à des perturbations suite aux dérives, d'une part, des valeurs des paramètres de qualité du produit au cours de sa fabrication, et d'autre part aux dérives à l'entrée du système.

### 1.2.2.3 Proactivité

Aujourd'hui, l'évolution rapide de l'environnement et la complexité croissante des processus de production conduisent à considérer comme nécessaire une adaptation permanente, dans un monde où les aléas constituent la règle et non l'exception. La réactivité est donc nécessaire, mais elle n'est pas suffisante et les systèmes de production doivent présenter une nouvelle propriété : la proactivité.

La proactivité d'un système de production est définie comme sa capacité à anticiper les changements d'état, à adapter ses règles de fonctionnement et à se réorganiser.

Notre approche sera de vérifier à priori la capacité du système à absorber des perturbations vraisemblables, et à le configurer dans ce but.

### 1.2.2.4 Robustesse

Dans la littérature, différentes définitions de la robustesse ont été proposées. Chaque définition répond à un objectif donné dans un domaine donné. Ainsi dans le domaine des statistiques, la robustesse est caractérisée comme étant une insensibilité à toutes les dérives par rapport aux hypothèses [HUB 81]. En recherche opérationnelle, dans le contexte d'aide à la décision, B. Roy propose le concept de conclusion robuste qui vise à élaborer des éléments de réponse à un problème auquel est confronté un décideur en tenant compte des incertitudes sur les paramètres du problème [ROY 97]. D'un point de vue conception d'un produit, la robustesse se mesure par l'insensibilité relative de ses performances fonctionnelles face aux déviations des spécifications lors de la fabrication [KAC 85]. En ce qui concerne la conception du système, la robustesse est caractérisée par l'ajustement des paramètres du système, afin de garantir un niveau de performance acceptable [GAU 00].



La robustesse d'un système de fabrication peut être définie comme étant sa capacité à préserver certaines propriétés d'intérêt face à des perturbations.

### 1.3 Les systèmes à événements discrets

Alors que la théorie classique des systèmes « continus » (y compris en temps discret) et de l'automatique s'intéresse à des systèmes « naturels » obéissant essentiellement aux lois de la physique, et descriptibles par des équations différentielles ou aux dérivées partielles (ou leur discrétisation approchée en temps), les Systèmes à Événements Discrets (SED) recouvrent des systèmes également dynamiques, mais dont la dynamique échappe totalement à ce genre de description. En réalité, c'est plutôt le niveau descriptif auquel on se place qui est la source de cette impossibilité : au lieu de s'intéresser au déroulement continu des phénomènes, on ne se soucie que des « débuts » et des « fins » de ces phénomènes (les événements discrets) et de leur enchaînement dynamique, logique ou temporel. Il s'agit de systèmes, dont le comportement peut être représenté sous forme d'occurrences asynchrones d'événements discrets. Ces occurrences peuvent être contrôlées ou non-contrôlées. Un événement discret peut être défini comme étant un changement qualitatif d'une situation. A titre d'exemple on peut citer la fin d'une opération dans un atelier de production, l'apparition d'un nouvel objet dans une zone donnée ou le déclenchement d'une alarme.

Formellement, un système à événements discrets est un système, ou plutôt une vision d'un système, pour laquelle le temps aussi bien que les composantes du vecteur d'état sont des variables discrètes.

Les SED peuvent être rencontrés dans plusieurs domaines : la production industrielle, le transport, le domaine de l'informatique, la communication...

Classiquement, lorsque l'on cherche à étudier un système de production, on le considère comme un SED ; c'est pourquoi nous allons nous attarder à leur description.

Les travaux sur la théorie des SED peuvent être divisés en deux grandes approches :

- **l'approche logique** qui ne s'intéresse qu'à l'occurrence des événements ou l'impossibilité de cette occurrence ("*impasse*" ou "*blocage*", en Anglais "*deadlock*") et à la succession de ces événements, mais pas à la *date* précise de ces occurrences, autrement dit, pas aux aspects de *performance*. Cette approche est basée sur la théorie de W.Wonham et P. Ramadge, et après eux de nombreux auteurs, ont étendu à la problématique de la *commande* « Théorie des automates et des langages formels », qui agit dans ce cas sur l'inhibition de certaines transitions d'état pour éviter les comportements non désirés (on cherche à faire en sorte que l'automate ne produise qu'un sous-langage « acceptable » du langage qu'il peut produire sans contrôle) ;

En effet, lorsque l'entrée du SED est spécifiée de manière déterministe comme une séquence d'événements  $\{e_1, e_2, \dots\}$  (Figure 1.3), sans information sur le temps auquel les occurrences de ces événements se produisent, partant d'un état initial, on décrit la trajectoire en termes de séquence d'états résultants : on a un modèle non temporisé qui décrit le comportement logique du système et qui permet de répondre en particulier à la question : « Un état particulier peut-il être atteint ? »

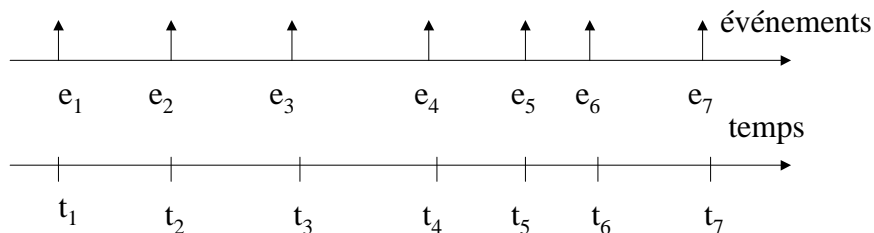


Figure 1.3 : Occurrence d'événements dans un SED

- **L'approche quantitative** qui s'adresse à l'aspect "*évaluation de performance*" (mesurée par le nombre d'événements survenant dans un laps de temps donné), voire à l'*optimisation* de ces performances ; dans ce contexte général, on peut distinguer deux écoles :
  - l'approche "*perturbation analysis*". Cette approche tournée vers l'optimisation n'est pas une description nouvelle des SED mais plutôt une technique de calcul de sensibilité de certaines grandeurs par rapport à certains paramètres. On doit s'appuyer sur une première trajectoire nominale obtenue par simulation ou par tout autre moyen. Sans répéter la simulation pour une valeur légèrement différente d'un paramètre, on cherche à évaluer les modifications de la trajectoire qui résultent d'une petite modification de ce paramètre. On obtient ainsi par différence finie une sorte de « gradient stochastique » susceptible d'être utilisé en optimisation dans un algorithme itératif.
  - l'approche "*Max Plus*". C'est une approche qui se caractérise par l'utilisation de « l'Algèbre Plus » : l'addition de deux nombres devient le maximum des ces deux nombres.

L'algèbre  $(\max,+)$  est une structure mathématique qui permet de modéliser et de décrire le fonctionnement de certains systèmes à événements discrets avec des équations linéaires ; ce qui n'est pas possible dans l'algèbre classique [OLS 93] (qui est un outil pour l'étude des systèmes dynamiques continus). L'algèbre  $(\max,+)$  présente de grandes analogies de forme avec la théorie classique des systèmes linéaires continus.

Pour obtenir un modèle linéaire au sens de  $\mathbf{R}_{\max}$  (la structure algébrique  $(\mathbf{R} \cup \{-\infty\}, \max,+)$  est un dioïde), il faut que le réseau soit un graphe d'événement [MAR 93].

Pour avoir un modèle déterministe (au sens de  $\max,+$ ), il faut imposer la règle de fonctionnement en vitesse maximale.

Lorsque l'entrée d'un SED est spécifiée de manière déterministe comme une séquence d'événements auxquels sont associées les dates d'occurrence, nous pouvons construire la trajectoire complète du modèle temporisé et répondre notamment aux questions :

« Quand un état particulier sera-t-il-atteint ? »

« Combien de temps le système passe-t-il dans un état particulier ? »

« Combien de fois un état particulier peut-il être atteint sur un intervalle de temps donné ? »

### 1.3.1 Architecture d'un Système à Evénements Discrets

D'un point de vue de la commande, l'événement de début correspond à un ordre de la partie commande, et l'événement de fin à un compte rendu du procédé.

Notre intérêt, dans ce mémoire, porte sur le niveau supervision/pilotage (figure 1.4) d'un SED et plus particulièrement la recherche d'une commande réactive qui assure la robustesse active et la régulation en temps réel du procédé.

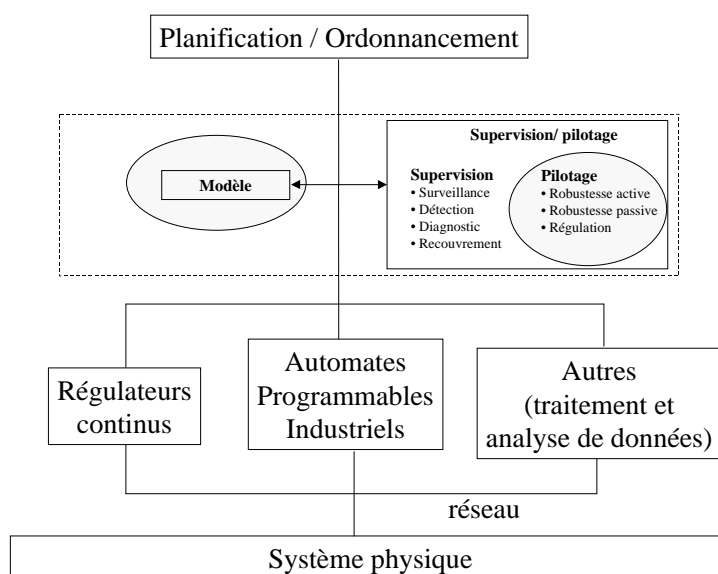


Figure 1.4 : Architecture d'un SED

### 1.3.2 Synthèse de la commande des systèmes à événements discrets

Partant d'une spécification de la structure et du comportement du système physique, la synthèse de commande consiste à contrôler les objectifs à atteindre, à spécifier une politique de commande pour ce système et à générer le code du contrôleur [KUM 95]. Un contrôleur est un agent capable d'activer ou de désactiver les transitions contrôlables d'un système discret en fonction des occurrences d'événements survenant sur le système physique. Il a pour but de gérer l'évolution des occurrences de chaque processus et leur coordination. La commande est fréquemment décomposée en cinq niveaux [VAL 88] [AND 94] :

- **Niveau commande** locale qui a pour but d'assurer la commande de chaque équipement en temps réel. Souvent, nous décomposons ce niveau en sous-parties (appelées aussi contrôleurs locaux). Chaque sous-partie ou contrôleur est composée d'opérations élémentaires faisant intervenir des capteurs et actionneurs de l'équipement concerné.
- **Niveau coordination** qui assure la coordination des commandes locales en cas d'intervention de ces dernières simultanément.

- **Niveau supervision** qui recouvre l'aspect fonctionnement normal et anormal en pilotant le procédé en temps réel de façon à respecter les spécifications. En fonctionnement anormal, le niveau supervision prend toutes les décisions nécessaires pour le retour vers un fonctionnement normal et déclenche les procédures d'urgence.
- **Niveau ordonnancement** qui a pour but de déterminer la séquence d'opérations à réaliser. Il détermine donc le plan prévisionnel de production.
- **Niveau planification** qui permet de déterminer les quantités à produire sur un horizon temporel. Il est basé sur une représentation agrégée du procédé et des produits.

### 1.3.3 La commande des SED

Les travaux en matière de commande des SED sont nombreux. La plupart de ces travaux sont concentrés sur la recherche de solution optimale vis à vis d'un critère donné.

Dans le cadre de cette thèse nous nous intéressons plus particulièrement au problème de calcul d'une commande réactive capable de gérer des perturbations au niveau local dans un procédé. Les problèmes de commandabilité et d'observabilité ne sont pas pris en compte : on suppose que le système n'est pas limité par l'instrumentation tant en capteurs qu'en actionneurs.

En général, la recherche d'une commande réactive dans un contexte perturbé est un problème complexe. Cette difficulté provient du fait qu'on cherche à intégrer deux activités fortement liées que sont la planification et la réaction, et qui présentent des objectifs contradictoires.

Les différentes approches proposées pour la résolution de ce problème peuvent être classées en trois types [LY 98] : l'approche cyclique, l'approche réactive et l'approche dynamique.

*L'approche cyclique* [PRO 94], [CAM 97], [KOR 98], vise l'élaboration hors ligne d'une commande prévisionnelle à flux de production maximale tout en supposant que :

- les pannes sont rares,
- les durées des opérations sont déterministes,
- l'écart entre la commande prévisionnelle et le déroulement réel de production est permis.

*L'approche réactive* [ROU 88], [ART 97] vise à élaborer une commande réactive pouvant s'adapter en cas de perturbations dues à une dérive ou dégradation de fonctionnement. Pour la commande réactive cherchée, l'objectif est de définir pour l'atelier une séquence de groupes d'opérations permutables.

Ce type de commande réactive permet de réagir aux perturbations selon deux niveaux : le niveau bas si les perturbations sont prises en compte localement dans le groupement d'opérations en cours d'exécution sur la ressource perturbée, et le niveau plus haut si le traitement des perturbations au niveau local est impossible.

Cette approche permet de réagir aux perturbations de type panne produit (liées à un problème d'approvisionnement) ou qui se rapporte au flux.

*L'approche dynamique* [TAW 95] a pour objectif d'effectuer une correction dynamique du comportement du procédé le plus tôt possible pour maîtriser une perturbation. Cette approche est basée sur un ordonnancement prévisionnel, effectué hors ligne, qui fixe les dates de début et de fin des opérations ainsi que les délais et les charges des machines.

Selon le type d'opération exécutée sur la pièce: transformation ou transfert, deux types de perturbations peuvent apparaître en cours de production :

- perturbation sur une ressource de transformation. Dans ce cas la réaction peut se faire par permutation locale des opérations, par échange de l'opération sur une autre machine ou par un réordonnancement.
- Dans le cas d'une perturbation sur le transfert, la correction consiste à chercher le plus court chemin entre deux ressources de transformation tout en tenant compte de la disponibilité des moyens de transport.

Cette approche est générale mais elle n'intègre pas de contraintes de qualité.

### **1.3.4 Vers une commande réactive pour la régulation**

Cette présentation non exhaustive des différentes approches de commandes des systèmes de production montre leur diversité et leur intérêt pour la maîtrise et l'exploitation des SFPM. La diversité de perturbations auxquelles les systèmes sont soumis accroît la complexité de recherche d'une commande adéquate, capable de répondre à un compromis entre l'optimisation de la production et la gestion des perturbations. Dans cet axe, notre approche vise à calculer une commande réactive face à des perturbations de type « rebut » et « non conformité ». Notre approche est basée sur le principe de régulation (Figure 1.5) en temps réel du procédé en exploitant sa robustesse. Nous cherchons donc une commande réactive et dynamique.

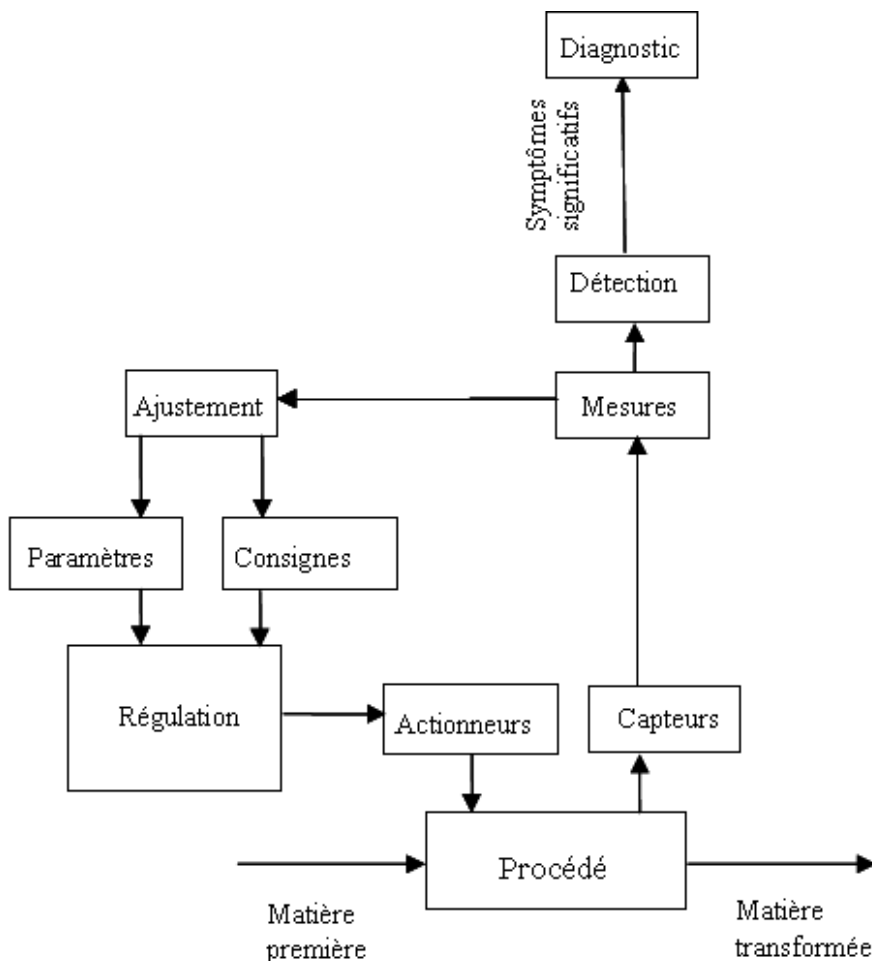


Figure 1.5 : Commande réactive pour la régulation

Dans le cadre de cette étude, seule la commande robuste des SED comportant des contraintes non temporelles est abordée. Les systèmes industriels contenant ce type de contraintes sont particulièrement répandus. Dans l’industrie du tabac, dont nous étudions plus loin un atelier de production, le poids par unité fabriquée constitue la contrainte à respecter pour fournir une production conforme.

Notre intérêt porte sur l’évaluation des deux types de robustesse : la robustesse passive face à des perturbations au niveau local d’un procédé de production suite à une dérive de qualité de matière première qui affecte le paramètre critique et significatif du produit fini, à savoir le poids de l’unité fabriquée, et la robustesse active face aux dérives des paramètres critiques de qualité du produit, par le calcul du nombre de cycles requis pour passer d’un réglage à un autre sans violation des contraintes.

Le problème de régulation qui nous intéresse étant celui de la régulation effectuée sur le procédé en temps réel suite à une perturbation de type « non conformité » du produit, nous abordons ci-dessous la notion de perturbation.

## 1.4 Gestion des perturbations dans les procédés de production

### 1.4.1 Les perturbations

Une perturbation est définie comme toute information qui contredit une prévision faite aussi bien sur le fonctionnement du système opérant que l'évolution des objectifs élaborés à partir de la prévision de l'évolution de l'environnement [BAI 94].

On distingue deux types de perturbations (figure 1.6): les perturbations externes et les perturbations internes.

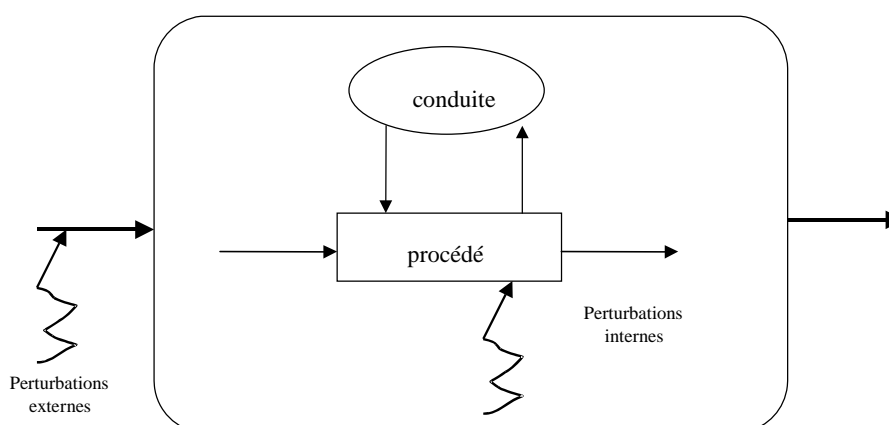


Figure 1.6 : Représentation des perturbations

**Les perturbations externes** sont définies, dans le cas général, comme étant les perturbations affectant l'entrée d'un système ou d'un procédé. Il s'agit des changements de gamme, des changements d'objectifs pour une gamme, de la variation des instants d'arrivée des produits. Dans notre cas nous considérons comme perturbations externes toutes les dérives sur la qualité de la matière à transformer.

**Les perturbations internes** sont celles qui affectent la constitution du procédé ou son fonctionnement : les pannes des machines, les changements des durées opératoires, la suppression de ressources pour maintenance préventive...

Les perturbations affectant le plus le fonctionnement des ateliers de fabrication de pièces élémentaires et d'assemblage simple sont classées, selon B. Grabot et L. Geneste, en trois types : perturbations de type « rebuts » ; « non-conformité » ; « défaillance machine » [ORG 95]

- **Les perturbations de type « rebuts »** correspondent à la fabrication des pièces qui ne répondent pas aux spécifications et qui ne peuvent être récupérées. Ces pièces sont donc considérées comme rejets et doivent parfois être relancées en fabrication ce qui perturbe le fonctionnement normal de l'atelier.
- **Les perturbations de type « non-conformité »** correspondent à des pièces qui ne sont pas exactement conformes à la spécification mais qui présentent des anomalies que l'on peut envisager de corriger.

- **Les perturbations de type « défaillance machine »** correspondent aux arrêts d'une machine pour réparation suite à une panne. En fonction de l'urgence de l'opération en cours et de la durée de réparation, l'opération est soit suspendue jusqu'à remise en état de la machine soit réaffectée sur une autre ressource.

D'une façon générale, ces définitions des perturbations permettent de prendre en compte tout ce qui peut affecter la conduite entraînant ainsi une modification par rapport au fonctionnement nominal prévu.

Dans notre cas les perturbations considérées sont celles de type « rebuts » et « non conformité » qui affectent le procédé au moment des opérations sur la transformation et la mise en forme du produit.

#### 1.4.2 Evaluation des perturbations

Différentes stratégies peuvent être mises en œuvre pour gérer les perturbations dans un système de production manufacturière. Vu la complexité et la diversité des perturbations, leur gestion pose un problème tant au niveau organisationnel qu'au niveau fonctionnel.

A cet effet, il convient d'identifier les éléments perturbants dans le système puis d'évaluer les moyens nécessaires pour les absorber. Plusieurs travaux de recherches sont menés dans le domaine d'optimisation des systèmes de production et leur maîtrise en temps réel pour pouvoir produire ce qu'il faut, au meilleur coût, au moment où il le faut.

La gestion des perturbations repose donc sur des systèmes robustes au niveau opérationnel (algorithmes, techniques d'ordonnancement...). La majorité des approches mises en œuvre pour gérer les perturbations consiste à exploiter les marges sur les contraintes ou la gestion des durées floues.

En cas de processus à contrainte temporelle, le modèle de contrôle peut fournir des indications sur les marges et évaluer l'impact des perturbations sur ce processus pour prendre la décision de réagir ou non.

Une approche proposée [OUA 95] [OUA 96] fondée sur les graphes est la modélisation des relations floues. Une fonction d'appartenance, associée à chacune des relations, permet d'interpréter le degré de perturbation. Les algorithmes de recherche opérationnelle proposés sont basés sur les structures de production pour déterminer:

- *Le plus fort chemin* d'un sommet vers tous les autres pour déterminer le chemin le plus perturbé, comprenant les relations critiques, donc fragiles.
- *L'arborescence de poids max* qui permet de déterminer les branches les plus perturbées d'une structure. Cela permet d'évaluer la fragilité de cette structure de production.
- *Le flot maximum* qui permet de calculer le flot maximum dans une structure. Cette évaluation permet de détecter les relations les moins perturbées.

En cas de systèmes où la contrainte n'est pas le temps, selon les spécifications du problème et selon les capacités de réaction du système, plusieurs approches sont envisagées.



La gestion des perturbations des type « rebuts » et « non conformité », concernées par notre exemple, nécessite le calcul préalable d'une commande et une conduite réactive qui tienne comptes des spécifications et des marges sur les paramètres.

### 1.4.3 Mesure de la robustesse et conduite

La mesure de la robustesse d'un système de production se définit par rapport à deux paramètres [COL 97] : le type de variations d'une part et la définition des qualités requises pour la sortie du système d'autre part. Pour un système manufacturier, le critère de sortie est en général le respect de la gamme. Il peut être enrichi par divers critères comme le nombre d'en-cours, la régularité de sortie des produits, ou le temps de séjour dans l'atelier. Pour chacun de ces différents objectifs, une commande donnée sera plus ou moins robuste par rapport à telle ou telle perturbation. L'utilisation de l'outil modélisation est considérée comme une voie importante de recherche pour la détermination de la robustesse dans la conduite des systèmes de production. Les outils utilisés font l'objet de la dernière partie de ce chapitre. Du point de vue de la robustesse, la détermination consiste à garantir à priori des temps de réponse du système, des taux de production, des temps de séjour des produits dans le système, voire même des comportements face à des perturbations.

Ce problème d'évaluation de la robustesse a déjà été étudié à plusieurs reprises en utilisant les réseaux de Petri comme modèle : une preuve de robustesse externe a été apportée [COL 94]. Une commande dynamique est utilisée pour intégrer la dynamique d'un opérateur humain [COL 95]. D'autres outils comme les Graphes d'Evénements (GE) en fonctionnement au plus tôt, utilisés selon la méthode de Hervé Hillion [HIL 89], permet de répondre au critère « taux de production ».

On distingue alors la robustesse externe, qui correspond à la capacité d'un système à faire face aux variations prévues ou imprévues, et la robustesse interne du système, qui correspond à sa capacité face à des variations internes.

Quand les objectifs sont conservés sans modification de la commande, on parlera d'une **robustesse passive**, contrairement à la **robustesse active** qui caractérise la capacité d'un système à assurer les performances au prix d'une modification en temps réel de la conduite. La détermination de cette robustesse fournit un critère de décision pour le calcul d'une nouvelle conduite (nouveau séquençement puis nouvelle commande) dans le cas où la marge de robustesse passive est violée.

Ces concepts de robustesse ont été développés dans [COL 94] , [ COL 95]. Ils sont représentés par la figure 1.7

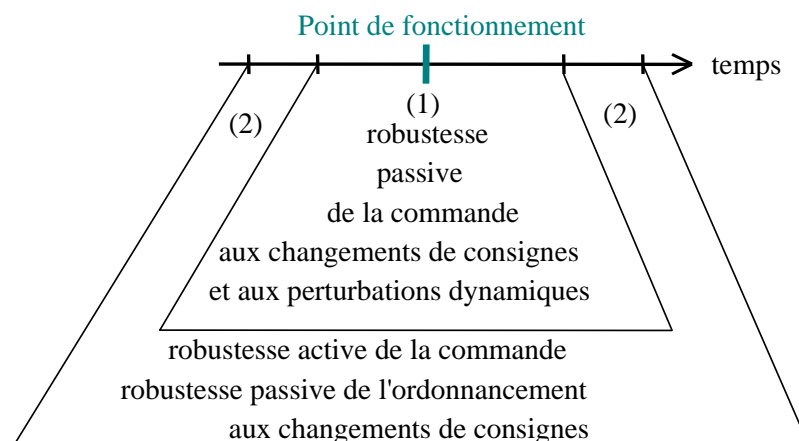


Figure 1.7: Robustesse active et passive

**Travaux de LISTIC, Annecy ( J.P. Denat, Simon Collart Dutilleul [COL 97])**

Dans ses travaux de thèse, Simon Collart Dutilleul a développé une méthode de synthèse de commande robuste pour garantir des spécifications dans les ateliers comportant des contraintes de temps de séjour dont dépend directement la qualité du produit. Il a présenté une procédure de séparation et d'évaluation utilisant des contraintes, qui découlent des propriétés structurelles du modèle construit.

Cette approche permet donc de traiter le problème d'optimisation des systèmes de production à contraintes de temps de séjour en spécifiant la dynamique du système pour maintenir un taux de production donné face aux perturbations externes admissibles et ce, après le choix d'une référence typique dans la marge de la robustesse passive, et pour permettre un maintien de la périodicité de la sortie des pièces fabriquées en lissant les perturbations externes durant le cycle de production.

Des marges sur la robustesse passive d'une commande temporelle vis-à-vis de la conservation du taux de production ont été obtenues, ce qui permet d'évaluer les fluctuations tolérables pour garantir un fonctionnement robuste du système.

Les travaux de Denat sont dédiés à la galvanoplastie. Il n'a considéré que le facteur temps sans tenir compte des autres paramètres pour l'évaluation des performances. C'est une approche intéressante dans la mesure où nos travaux partagent certains centres d'intérêts notamment pour la conformité du produit et la minimisation des rebuts mais nous voulons une approche plus générale particulièrement au point de vue fonctionnel.

**1.5 Pilotage et Surveillance des SED**

La robustesse du système passe aussi bien par sa capacité à anticiper les perturbations que par sa capacité à réagir pour maintenir un niveau de perfectionnement convenable. Ces deux objectifs peuvent être atteints par les deux fonctions : **pilotage** et **surveillance**.

### 1.5.1 Pilotage

Selon Olivier SENECHAL [SEN 04], c'est Norbert Wiener, qui fût l'un des premiers à utiliser le mot « cybernetics » issu du grec « kubernétique » ou « art de pilotage » [WIE 48].

Wiener développe une grande partie des ses propositions sur la cybernétique autour de plusieurs concepts indispensables à la définition du pilotage : la commande (contrôle), la transmission (communication), la rétroaction négative et l'isomorphisme.

Ces concepts se justifient par l'une des hypothèses fondamentales de la cybernétique, qui est que tout système est soumis à une boucle perturbatrice désorganisatrice, qui peut se montrer soit réellement antagoniste, soit amie renforçant l'état d'équilibre stable, et intègre une boucle réorganisatrice chargée de maintenir l'état du système qui lui permet d'atteindre son but (Figure 1.8).

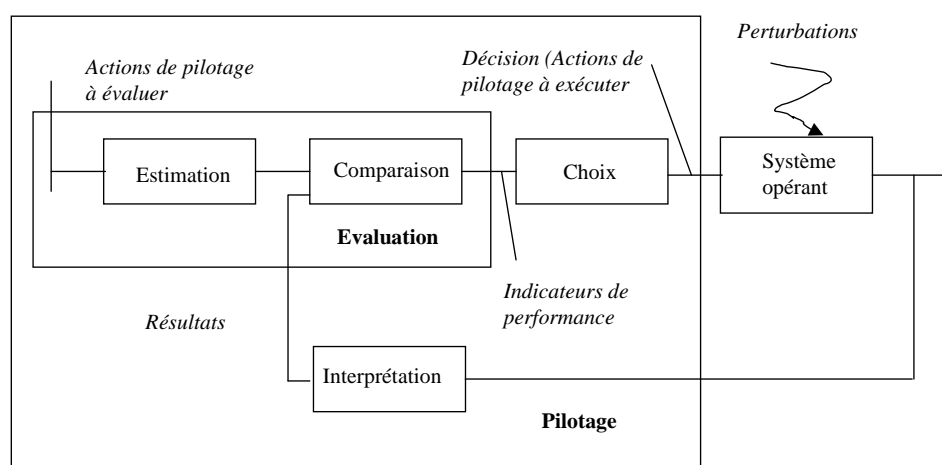


Figure 1.8 : Modèle générique du pilotage des SP [SEN 04]

Cette définition du pilotage est applicable aux systèmes de production, dès lors que l'on précise que, plus que de simples informations, c'est l'appréciation (ou l'interprétation) des performances du système qui conditionne les décisions de modification de trajectoire ou même d'objectifs. Cette particularité est due à la dimension humaine des systèmes de production.

Quelle que soit l'architecture du système, le pilotage consiste en l'ensemble des actions effectuées pour diriger et guider de manière à assurer la pertinence et la cohérence du système en présence de perturbations afin de réaliser un ensemble d'opérations sur un flux de produit.

Dans l'application industrielle que nous traiterons, les opérations doivent garantir un poids optimum dont la valeur doit rester dans un intervalle donné. En dehors de cet intervalle, le produit est considéré comme un rebut. La compensation de la dérive des paramètres influant sur le poids se fait par des réglages du procédé en temps réel (Figure 1.9).

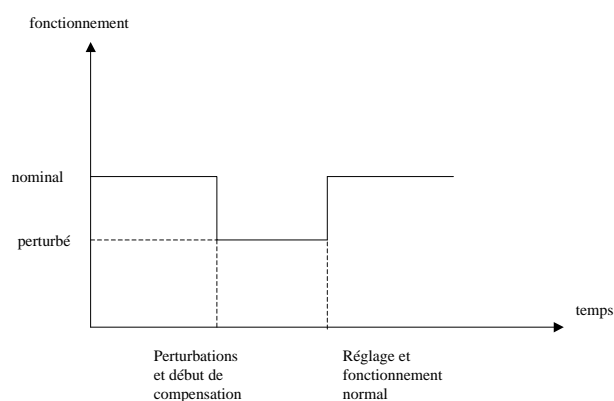


Figure 1.9 : Principe de compensation des perturbations

Nous nous intéressons aux actions effectuées en temps réel dans le but de diminuer l'impact des perturbations imprévues sur la qualité. Pour cela, le système doit disposer d'une marge permettant de mettre en œuvre la **robustesse** nécessaire.

### 1.5.2 Surveillance

Si le pilotage est une fonction essentielle dont la spécification inclut souvent une volonté d'autonomie vis à vis des opérateurs (source de reproductibilité), il n'en est pas de même pour la surveillance où l'homme est actuellement considéré comme l'élément intelligent de la boucle.

Quel que soit le système de production, la surveillance doit ***suivre*** le fonctionnement du système pour ***détecter*** les situations anormales (dysfonctionnement du procédé, dérives de qualité et du flux), ***identifier*** les causes des anomalies et déterminer un ensemble de décisions permettant ***la reprise*** dans les bonnes conditions.

Nous distinguons deux types de surveillance :

- **La surveillance de la commande** qui a pour objectif de s'assurer que la commande émise est en parfaite adéquation avec l'état du procédé. Une telle surveillance permet d'éviter la propagation de défaillance d'un composant vers d'autres composants. Une approche de LAGIS [ELK 93], est fondée sur les filtres de commande. Ces derniers ont pour rôle la vérification de la compatibilité des actions émises avec l'état du procédé.
- **La surveillance du procédé** peut être classée en deux types (figure 1.10) : la surveillance correctrice et la surveillance préventive.

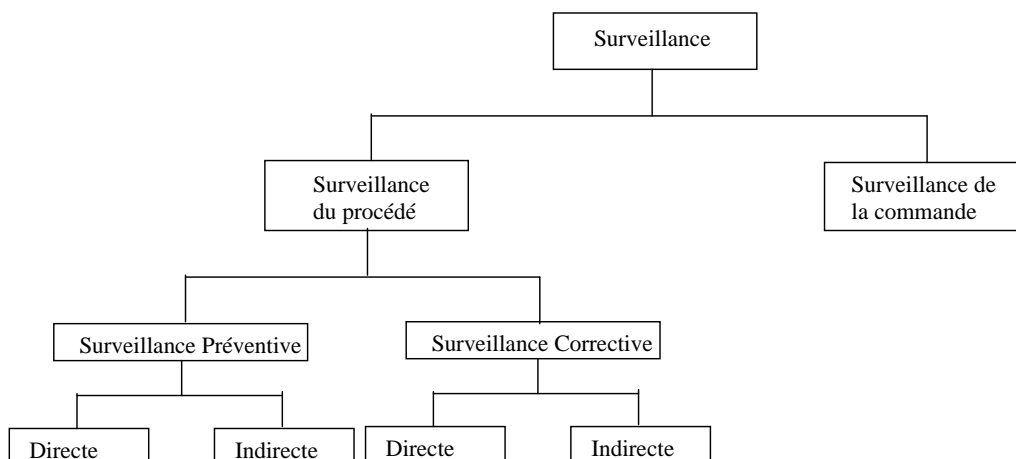


Figure 1.10 : Les différents types de Surveillance

L’objectif de la surveillance corrective est de détecter et de diagnostiquer les anomalies dans le procédé. Ce type de surveillance peut être **direct** en se basant sur le concept Contrôle Commande qui vérifie en temps réel la réalisation des actions reçues par le procédé afin d’assurer la fiabilité du système de commande ou **indirect** en s’appuyant sur les modèles fonctionnels représentatifs du procédé [TOG 92].

Pour remplir sa fonction, la surveillance se décline donc en quatre temps : le **sui**vi, la **dé**tection, le **di**agnostic et la **re**prise.

### 1.5.2.1 Le suivi

La fonction de suivi est de garder une trace des événements observés et des traitements effectués. Ces informations peuvent être utilisées par la fonction commande et les autres fonctions faisant partie de la surveillance-supervision.

Quelle que soit la stratégie appliquée, le suivi d’évolution des variables réelles en fonction du temps doit assurer le bon fonctionnement du système. Ses objectifs sont : la réduction des temps d’immobilisation et la conformité du produit fabriqué.

### 1.5.2.2 La détection

La détection est toujours fondée sur une comparaison, en temps réel, du comportement effectif du système surveillé avec celui d’un modèle de comportement. Dans le cadre de surveillance des systèmes de production, la détection consiste à remarquer une incohérence entre le comportement du système physique et celui du modèle. Elle consiste à identifier, à partir des symptômes détectés par le système, où, pourquoi et comment naissent et se développent des défauts, et évaluer leurs propagations. Au niveau local et pour la partie continue du système, la détection repose sur la comparaison de la variable d’état mesurée  $x_M(t)$  avec des contraintes algébriques correspondant au domaine de définition de la variable :

$$\forall t, x_{\min}(t) \leq x_M(t) \leq x_{\max}(t)$$

où  $x_{\min}$  et  $x_{\max}$  sont les bornes respectivement inférieures et supérieures des seuils de tolérance prédéfinis (par exemple par une tolérance relative autour de la consigne). Pour la partie discrète du système, la détection des situations anormales correspond à la cohérence entre les signaux des capteurs tout ou rien qui appellent des évolutions logiques déterminées et l'état de l'automate, immédiatement avant la réception des signaux, qui n'autorise que certaines évolutions logiques. Si l'intersection entre les états souhaités et les états accessibles est nulle, il y a une incohérence qui est significative d'une anomalie. La contrainte est donc exprimée par la liste des événements sensibilisés du modèle.

### 1.5.2.3 Le diagnostic

Lorsqu'une situation anormale est détectée, la connaissance des causes de cette situation est nécessaire afin de trouver la solution appropriée.

A cet effet, le diagnostic est une phase délicate dans la mesure où il doit être entrepris dans un temps limité afin d'éviter les situations graves et doit mettre en œuvre un processus d'analyse pour fixer la cause du problème à partir de nombreuses informations fournies par l'observateur d'état.

En effet, on se trouve souvent face à un ensemble de signaux à interpréter pour trouver le signal d'origine et non pas face à un événement isolé.

En général, l'homme, qui possède un modèle mental de surveillance et son savoir faire, joue un grand rôle pour mener la phase de diagnostic aux bonnes conclusions.

Le système diagnostic peut être décomposé en trois fonctions [TOG 92] : la **localisation** qui permet de déterminer le bloc défaillant sans forcément se situer au niveau de l'organe défectueux, l'**identification** qui donne les causes de la ou des défaillances et le **pronostic** qui a pour rôle de prédire l'évolution et la propagation des défauts ou des défaillances en indiquant leurs conséquences inéluctables.

### 1.5.2.4 La reprise

Lorsque le diagnostic est établi, il faut déterminer un ensemble de décisions qui ramènent l'installation dans un état de fonctionnement acceptable.

La reprise est un ensemble de procédures intégrées au système de commande, fondé sur le choix des actions permettant de revenir dans le domaine de satisfaction des contraintes du modèle de bon fonctionnement.

## 1.5.3 Etat de l'art sur la surveillance/supervision des SFPM

### 1.5.3.1 Travaux du LAGIS, Lille

Les travaux du Laboratoire du d'Automatique et de Génie Informatique et Signal de Lille concernent les Systèmes Automatisés de Production (SAP) de type Systèmes à Evénements Discrets (SED). La complexité de tels systèmes et les aléas qui vont inévitablement se produire indifféremment sur la partie opérative, les produits ou la commande amènent le concepteur à définir non seulement le mode de marche normal de son application mais l'ensemble des modes du système. La volonté est de rechercher une disponibilité toujours accrue. Dans ce sens les travaux de l'équipe peuvent être regroupés suivant deux points de vue :

- **en différé** (off-line), la problématique et le développement de méthodes de spécification et de conception formelles du logiciel de commande et tout ce qui concerne les politiques de maintenance préventive. Cette approche est basée sur l'analyse prévisionnelle qui vise à déterminer qualitativement et quantitativement les propriétés d'une architecture de production.
- **en direct** (on line) tel que le développement de politiques d'actions de compensation et de reprise en cas de défaillance. La problématique est de pouvoir prendre en compte les défaillances et d'y remédier alors que le système est opérationnel en phase d'exploitation. Dans ce cadre, les travaux portent sur un ensemble de fonctions telles que la surveillance, la gestion des modes et le pilotage, visant à garantir le respect des objectifs du système de production.

Dans les lignes qui suivent nous présentons un tour d'horizon qui regroupe des présentations de quelques travaux sur la problématique de surveillance en direct des systèmes de production manufacturière. Cette problématique peut être classée en deux classes [TOG 92] : surveillance du procédé (directe et indirecte) et surveillance de la commande (Figure 1.10).

#### 1.5.3.1.1 Surveillance préventive indirecte

Ce type de surveillance consiste à surveiller les ressources à partir des perturbations qu'elles engendrent sur les produits. Dans ce sens la thématique est abordée par l'équipe selon deux approches : approche flux [LY 99] et approche qualité [NAB 00]

- **Approche flux : Travaux de Fatime LY [LY 99]**

Ces travaux rentrent dans le cadre du projet CASPAIM (Conception Assistée de Système de Production Automatisée en Industrie Manufacturière). L'auteur présente essentiellement une méthode de Surveillance Prédictive Indirecte selon une approche quantitative. Son principe repose sur le fait de lier les perturbations sur les flux de produits fabriqués à l'état des équipements. Par ailleurs, elle suppose que la cause d'une dérive est liée à l'état défaillant d'une ressource ayant entraîné une baisse de ses performances, et donc un retard dans l'accomplissement de sa fonction de production par rapport à celle qui lui avait été définie au départ.

Cette démarche est présentée en trois étapes : **la détection, le diagnostic et le pronostic.**

L'objectif est de chercher à optimiser la maintenance en lui donnant les moyens de porter son propre jugement sur les services qu'elle rend, et de pouvoir ajuster ses stratégies sur la base d'indicateurs quantitatifs lui permettant de déterminer l'influence de l'état des ressources sur la production.

Ainsi l'approche par la Surveillance Prédictive Indirecte (Figure 1.11) est un outil d'interprétation commun pour la production et la maintenance, permettant de fédérer leurs objectifs et leurs contraintes.

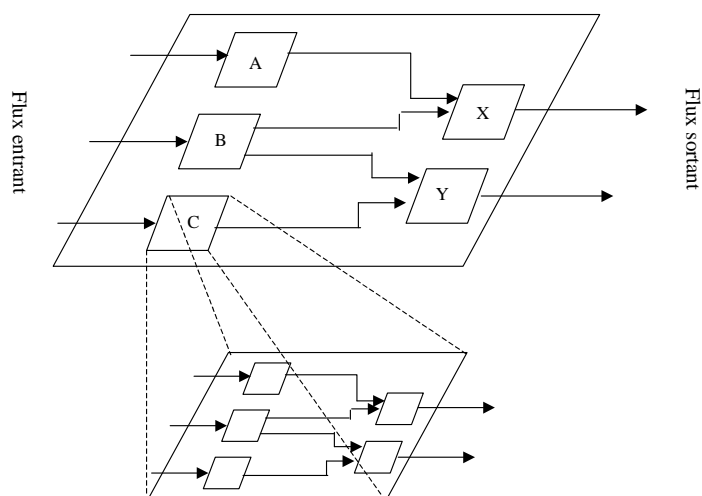


Figure 1.11 : Principe de la surveillance prédictive indirecte

L'approche quantitative présentée dans cette partie a plusieurs fonctions ; celle de détecter et de diagnostiquer une dérive de flux, et ensuite d'estimer l'impact de celle-ci sur le système d'un point de vue quantitatif et temporel grâce au pronostic.

La détection des déviations progressives passe par la construction de taux de dérives en différents points mesurables du système. Ces informations, regroupées avec la connaissance des gammes produites et les ressources utilisées, permettent d'identifier les ressources défaillantes. L'objectif est donc de déterminer ces points mesurables pour identifier les défaillances et minimiser ainsi les arrêts du système.

Cette étude a montré qu'il est possible à partir des résultats de la Surveillance Prédictive Indirecte de mieux planifier la politique de production et de maintenance de l'entreprise.

Par rapport à Fatime Ly, nous cherchons la régulation du système afin d'assurer une qualité conforme du produit. En termes de flux, notre intérêt porte sur l'optimisation du volume consommé par unité du temps ou par unité fabriquée. Nous cherchons une commande réactive et non la surveillance. Cette commande doit garantir la conformité en termes de qualité et de flux simultanément.

- **Approche qualité : Travaux de Lotfi Nabli [NAB 00]**

L'approche proposée par Nabli est complémentaire à celle de Ly. Elle repose sur le suivi de l'évolution, la détection des dérives au niveau de la qualité du produit, l'identification de l'origine de la dérive et ensuite l'analyse de la cause de cette dérive. L'auteur suppose que la cause d'une dérive est liée à l'état défaillant d'une ressource ayant entraîné une baisse de qualité du produit avant de constater une baisse de ses performances, et donc un retard dans l'accomplissement de sa fonction de production par rapport à ce qui lui avait été défini au départ.

Le but de ce travail est de concevoir un outil de Surveillance Préventive Conditionnelle Indirecte (SPCI) pour les systèmes automatisés de production tout en exploitant les principes de normalisation.

L'analyse fonctionnelle d'une Unité de Filature Textile à Bout Ouvert (UFTBO) d'un point de vue qualité a permis de dégager les principaux paramètres de qualité aux différentes étapes de



production. A partir de ces paramètres, on définit des indicateurs de qualité qui sont comparés à des seuils critiques, afin de détecter une dégradation de la qualité du produit d'une part et du procédé de fabrication d'autre part.

La démarche globale de construction des indicateurs de qualité est résumée dans la figure 1.12

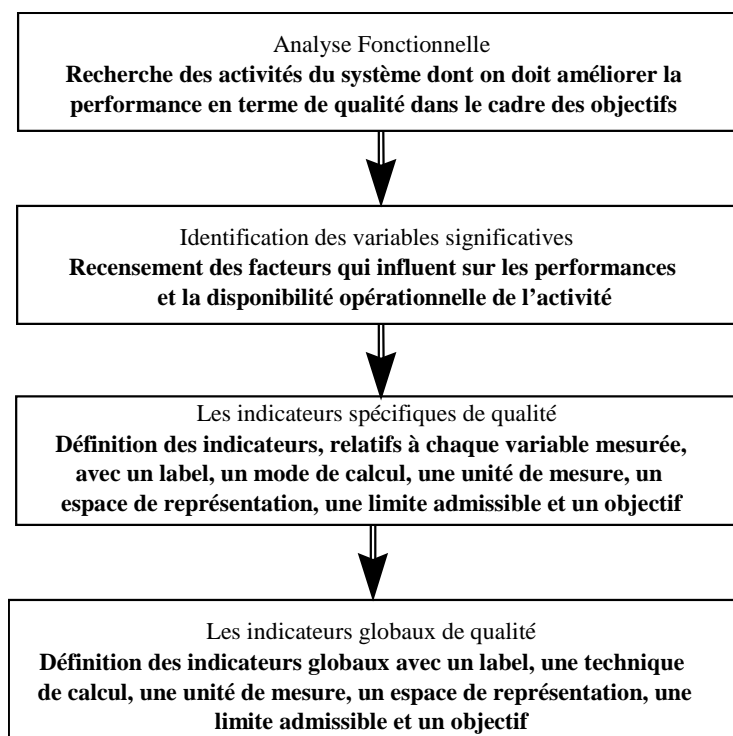


Figure 1.12: Démarche globale de construction des indicateurs de qualité

A partir de ces indicateurs et dans le but d'avoir des valeurs significatives permettant d'analyser l'impact de la qualité sur les éléments du procédé de fabrication d'une part, et de décider les actions (détectations, prédictions, diagnostics, etc.) à mener par le service maintenance d'autre part, un modèle de surveillance multicritères en ligne est mis en place.

L'approche qualitative proposée – la surveillance préventive prévisionnelle indirecte – permet de détecter les dérives de qualité et d'estimer l'impact de celles-ci sur le système grâce au pronostic.

Le modèle de surveillance proposé est résumé dans la figure 1.13

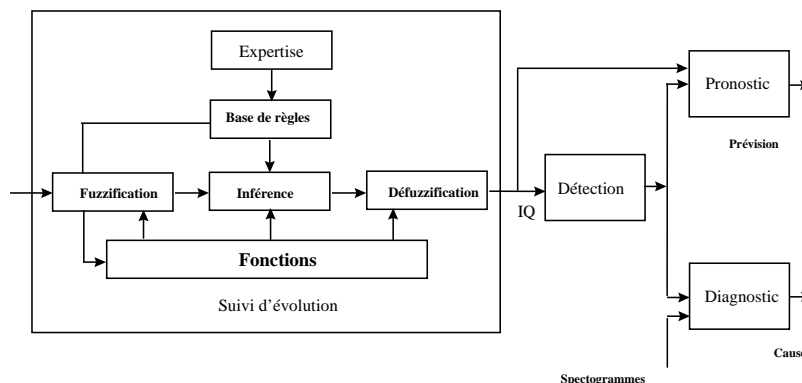


Figure 1.13: Structure du modèle de surveillance

La mise en place d'un tel modèle a nécessité des outils de modélisation et d'évaluation. Dans ce travail on a opté pour une modélisation modulaire, à base de la méthode SADT qui décompose le système en activités élémentaires afin de définir les liens existant entre les paramètres de qualité du produit et l'état des entités de procédé.

Une nouvelle technique d'inférence floue appelée la Moyenne Dynamique des Métriques (MDM) est mise en place pour assurer le fonctionnement des quatre processus de SPCI développés, à savoir le Suivi d'évolution, la Détection, le Pronostic et le Diagnostic.

La MDM permet un suivi continu de l'évolution de l'indice de qualité. Ce qui permet la détection au plutôt des dégradations dans les éléments du procédé.

Dans son approche L. Nabli s'intéresse à l'état du système (outil de fabrication surveillé). Cette surveillance est basée sur l'analyse de la tendance des écarts types des variations de la moyenne des valeurs mesurées sur les paramètres considérés. Il se place alors dans le cas qui caractérise l'usure des machines [PER 96]. Par ailleurs, il a supposé que les classes de défauts sont prédéterminées.

Nos travaux vont dans le même sens et partagent certains centres d'intérêts et particulièrement pour ce qui concerne la dérive de qualité. Mais nous ne considérons que le cas correspondant à un système de production dont les ressources soient bien entretenues. Les dérives de qualité sont dues à des variations de la qualité de la matière première que nous devons compenser en utilisant la robustesse de la commande du procédé. Nous exprimons en contraintes qui garantissent une production conforme. Par ailleurs, dans nos travaux nous considérons que la variation de la matière première est aléatoire et les classes de défauts ne sont pas prédéterminées [DHO 05c].

### 1.5.3.1.2 Surveillance corrective indirecte

- Approche de A. Toguyeni [TOG 92]

L'approche proposée a pour objectif la surveillance en ligne des systèmes flexibles de l'industrie manufacturière. Dans cette approche, un outil de surveillance curative est élaboré sur la base d'une modélisation fonctionnelle du procédé. La surveillance est composée de trois fonctions : détection, diagnostic et recouvrement (Figure 1.14).

L'auteur s'intéresse particulièrement à la surveillance en ligne intégrée à la commande des ateliers flexibles.

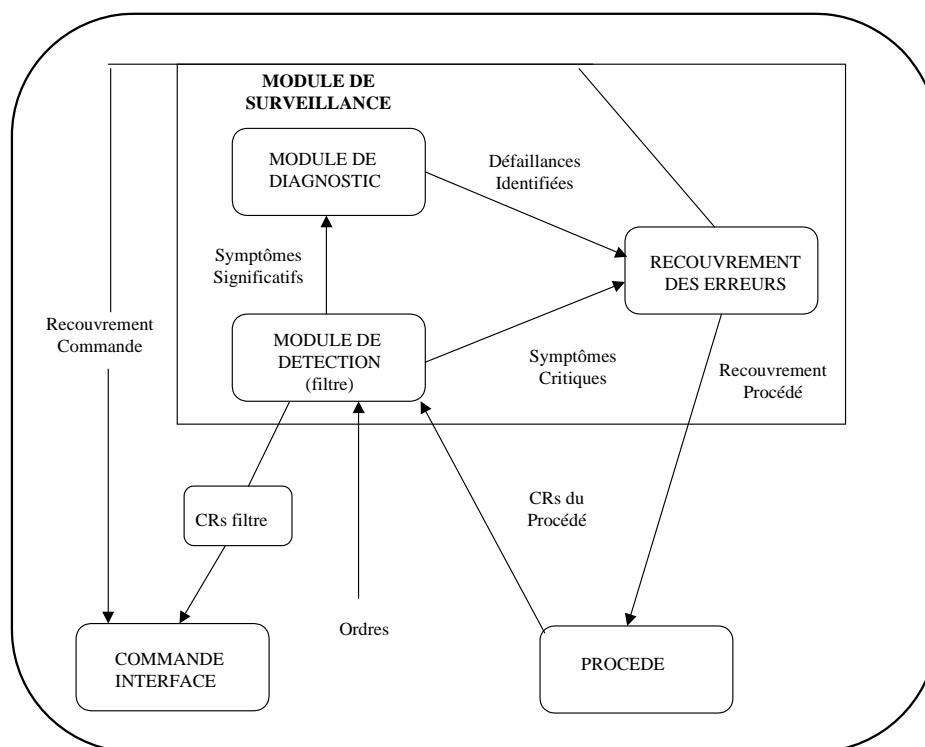


Figure 1.14 : Structuration de la fonction surveillance et positionnement par rapport à la PC et au procédé [TOG 92]

**La détection** est basée sur l'hypothèse que toute panne d'une entité matérielle se manifeste par la violation du temps imparti à la réalisation d'une action qu'elle réalise.

La détection est réalisée en exploitant un modèle temporel qui met en relation un événement concernant une opération et son compte-rendu CRI. Un symptôme est déclenché lorsque l'occurrence de CRI est déclenchée ou lorsque l'occurrence de CRI ne s'est pas produite dans l'intervalle de validité (Figure 1.15).

La détection est mise en œuvre à partir d'un mécanisme de génération et de filtrage qui permet de filtrer et classer les symptômes détectés.

A partir des symptômes détectés et en se basant sur un modèle fonctionnel appelé GF (Graphe Fonctionnel), le **diagnostic** permet de déterminer précisément la nature du défaut et son impact sur le système. Cette fonction est assurée en deux étapes : la localisation et l'identification [TOG 91].

La localisation a pour objectif de circonscrire l'origine du défaut à une zone du système. Elle est mise en œuvre par l'interprétation des Signatures Temporelles Causales (STC) qui correspondent à des suites de symptômes ordonnés dans le temps et séparés par des intervalles quantifiables. Ainsi le STC modélise le comportement défaillant d'une partie du système.

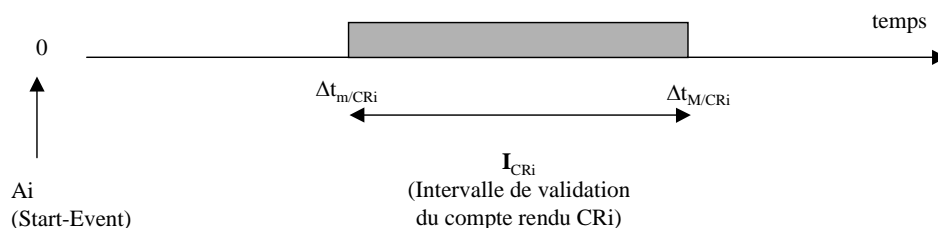


Figure 1.15 : Modèle associé à une opération [TOG 92]

Le rôle de **l'identification** est la détermination des fonctions initiatrices des défaillances. Pour mettre en œuvre l'identification, le GF est identifié à un graphe d'hypothèses dans lequel est propagé le raisonnement.

**Le recouvrement** est considéré comme une fonction intervenant après l'occurrence d'une défaillance détectée et diagnostiquée, afin d'assurer la sécurité du système et de maintenir sa capacité de production le plus proche possible du taux planifié. Pour la mise en œuvre de la fonction recouvrement, on propose une méthode de classification des procédures de recouvrement. Ces propositions visent à adapter la commande et le procédé à une gestion implicite des modes de marches dégradés du système. Dans le même cadre [BER 98] à proposé des algorithmes de recouvrement, basés sur la flexibilité des SFPM, pour résoudre les indéterminismes induits par l'occurrence de défaillances.

Par rapport à nos travaux, l'approche de Toguyeni est basée sur la notion des Signatures Temporelles Causales STC. Seul ici le facteur temps est considéré pour la surveillance du système.

- **Travaux de Berruet [BER 98]**

Le travail de Berruet s'intéresse principalement au recouvrement des pannes matérielles dans les systèmes flexibles de production manufacturière. L'objectif est de maintenir une disponibilité élevée du système et de conserver son caractère opérationnel face à la présence de perturbations de type « panne ».

Cet objectif est atteint par la recherche d'un nouvel état par un ensemble d'actions correctives modifiant le comportement du procédé et de la commande de manière à assurer la sécurité du système et le maintien d'un taux de production acceptable.

L'approche originale se fonde sur la détermination des éléments critiques du système (Figure 1.16) à partir de son modèle de graphe GAO (Graphe d'Accessibilité Opérationnel). Ce graphe est un modèle à partir duquel il est possible d'analyser les conséquences d'une défaillance sur les fonctions de transformation du SFPM.

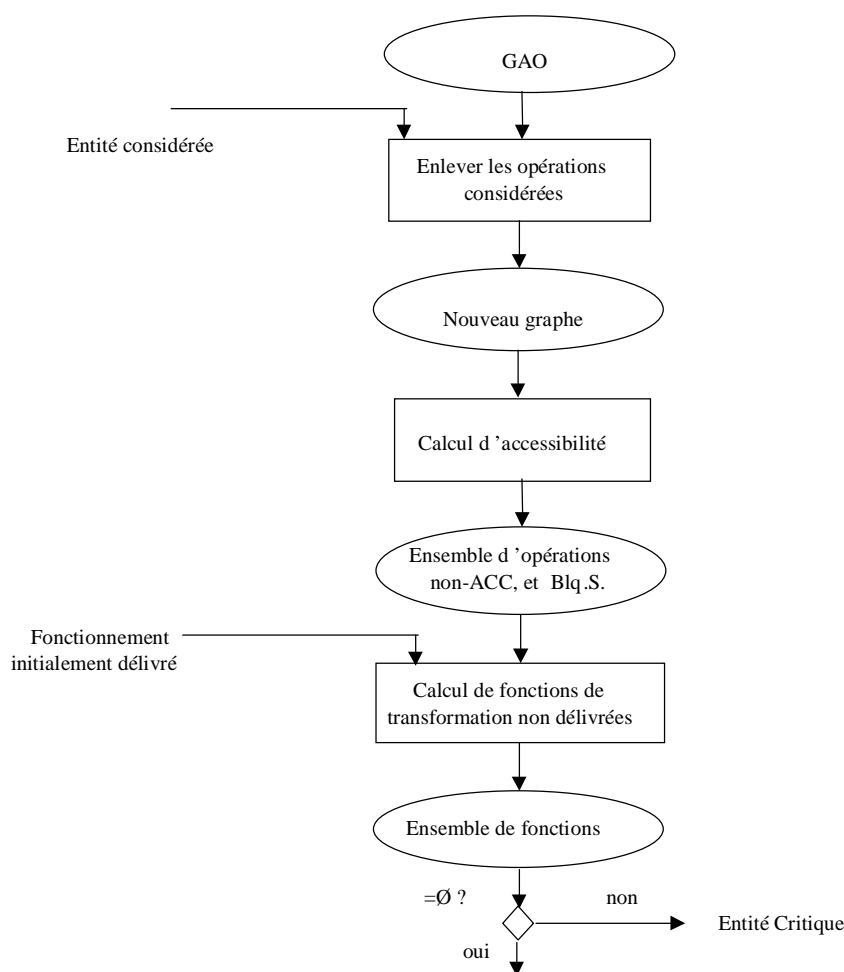


Figure 1.16 : Démarche d'obtention des entités critiques

Suivant le type de défaillance constatée (critique ou significative), le recouvrement peut effectuer d'une part une mise en repli immédiate pour éviter la propagation et assurer ainsi la sécurité au détriment d'une indisponibilité partielle ou totale du système mis en cause. D'autre part, en cas de défaillance significative, il effectue une nouvelle organisation du système de production en vue d'une reprise à l'aide d'actions correctives : *analyse* du système en vue d'étudier sa capacité de continuer à produire, *détermination* des chemins encore accessibles pour le choix d'une solution optimale selon différents critères (fidélité maximale à l'ordonnancement initial).

La nouvelle configuration du système doit tenir compte du produit en cours de transformation dans le SFPM au moment de l'apparition de la panne. Selon la stratégie de recouvrement considérée, ce produit doit : être évacué, être fini sur la même ressource, poursuivre sa gamme plus tard ou être rejeté (Figure 1.17).

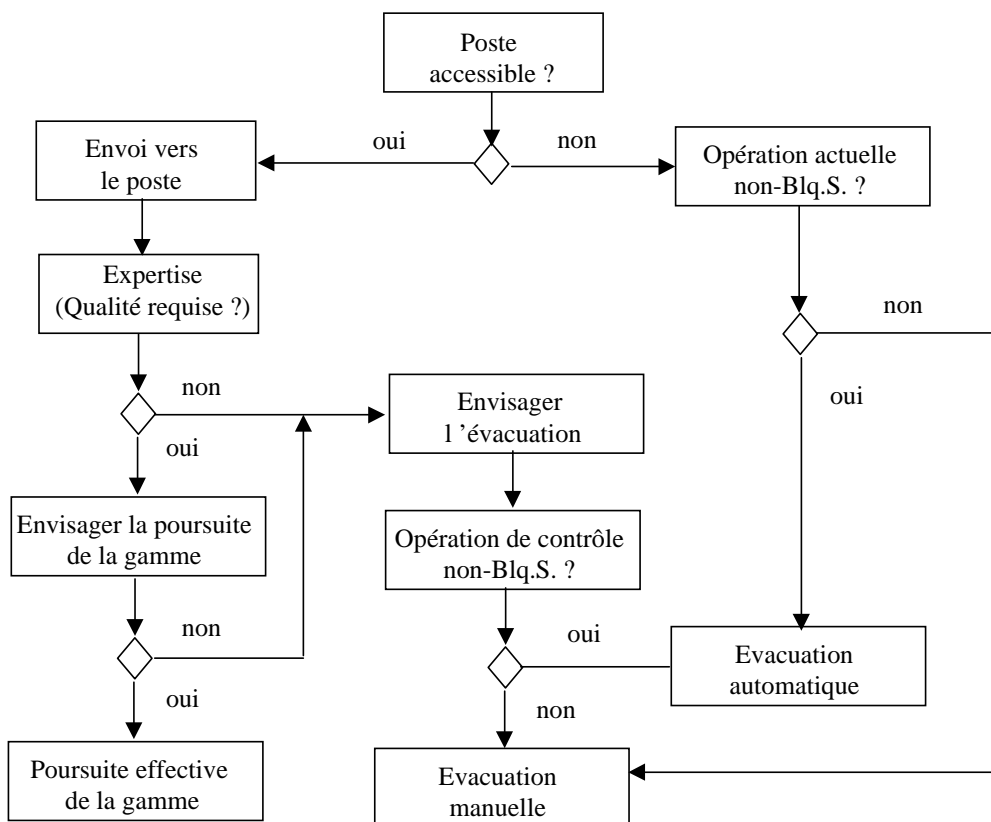


Figure 1.17: Décision à prendre pour un produit susceptible d'être affecté par une défaillance [Ber 98]

Cette approche est très intéressante d'un point de vue de la **réactivité** du système face aux perturbations. Cette réactivité se traduit par le temps écoulé entre la détection d'une défaillance et le début de recouvrement. Notre intérêt porte aussi sur la notion de réactivité du système de production face aux perturbations. Mais en considérant le formalisme de P. Berruet, notre système est critique en tout point puisque les opérations sont enchaînées et qu'un arrêt d'une entité provoque l'arrêt de toutes les autres. Par ailleurs chaque arrêt du procédé génère un rejet automatique des unités en cours de fabrication. Il faut donc maximiser la robustesse pour éviter les rejets.

### 1.5.3.2 Travaux du LAMIH Valenciennes

Les travaux de l'équipe Génie Industriel et Logiciel (GIL) du Laboratoire d'Automatique et de Mécanique Industrielles et Humaines de Valenciennes (LAMIH), se sont intéressés à l'exploitation et la reconfiguration du SFPM. Ils sont fondés sur une description des modes d'exploitation explicités à partir du Modèle d'Exploitation des Systèmes Automatisés de Production (MESAP) [PAR 92]. Ce modèle réside en une décomposition structurelle permettant de mettre en évidence certains niveaux d'abstraction tels que le niveau flux de pièces, le niveau composant et les niveaux application.

M. Dupas [DUP 99] définit la reconfiguration d'un SFPM comme étant une modification de son comportement dynamique et des modes de marche afin qu'il maintienne les performances

souhaitées. Le processus d'élaboration de la configuration se réalise selon deux niveaux (Figure 1.18) : un niveau stratégique qui décide la modification en termes de flux de produits et en termes de modes de fonctionnement des ressources [RAM 96], un niveau tactique qui assure les états intermédiaires pour la transition de l'état actuel, et l'état objectif.

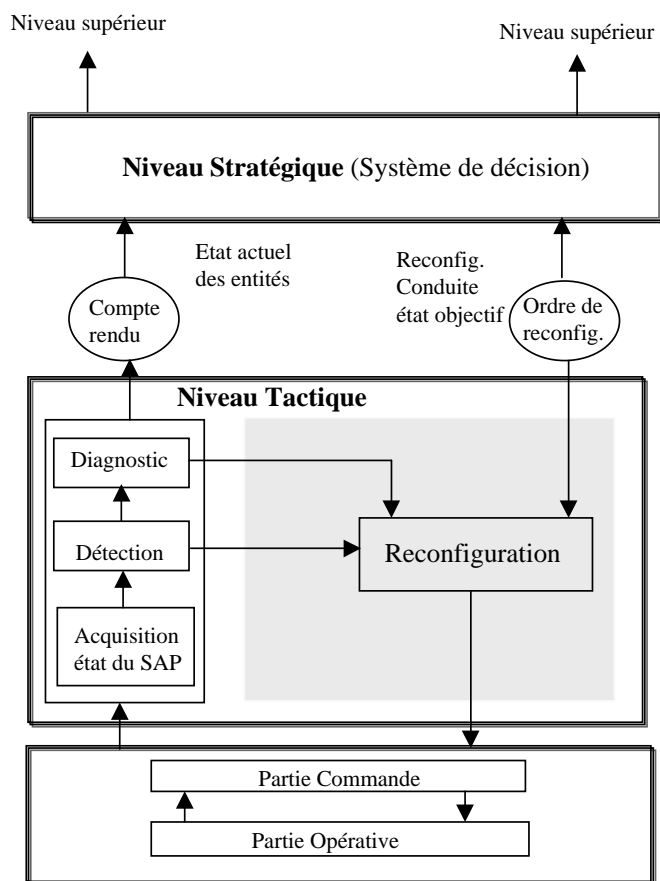


Figure 1.18 : Processus de réalisation de la configuration

La détermination des actions à mener pour atteindre l'état objectif est basée sur l'évaluation des modes d'exploitation et de fonctionnement des ressources d'usage [ROJ 96]. Ainsi les solutions sont définies en se basant sur des stratégies à court terme, utilisant le mode dégradé ou la réparation de la ressource défaillante, et sur des stratégies à moyen terme par la reconfiguration du système. La décision est fondée sur une évaluation du temps nécessaire à l'élaboration des solutions et sur une estimation du temps de production [RAM 96].

Une procédure proposée par M. Mabrouk [MAB 96] permet de déterminer les états transitoires Er avant le passage de l'état initial à l'état objectif (Figure 1.19). Cette procédure est décomposée en trois étapes :

- Spécification des états de modes de fonctionnement,
- Spécification des contraintes entre ces états,
- Spécification des scénarii de reconfiguration.

Les nœuds du « graphe d'état » obtenu représentent les états stables (états commandables à partir desquels la reprise est possible) et les arcs spécifient les relations d'accessibilité entre les modes.

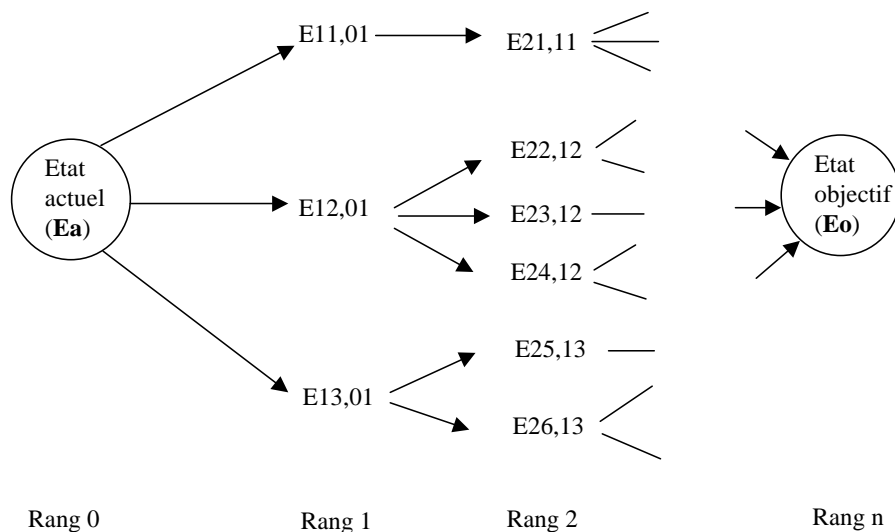


Figure 1.19 : Procédure de configuration [Mab 96]

Pour l'application qui nous intéressera par la suite, l'atelier est en régime établi et les transitoires sont très pénalisants. On se concentrera alors sur la présence des fonctions du système dans un mode de marche donné. Notre approche est située sur le niveau tactique.

### 1.5.3.3 Travaux du LAAS

Les travaux du Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS), dans le cadre de la surveillance des systèmes temps réel, développent une architecture intégrant commande et surveillance active [ZAM 97]. Cette architecture [COM 00] est constituée d'un bloc d'acquisition, d'un modèle des traitements des défaillances et d'un ensemble de fonction de surveillance de commande et de supervision (Figure 1.21).

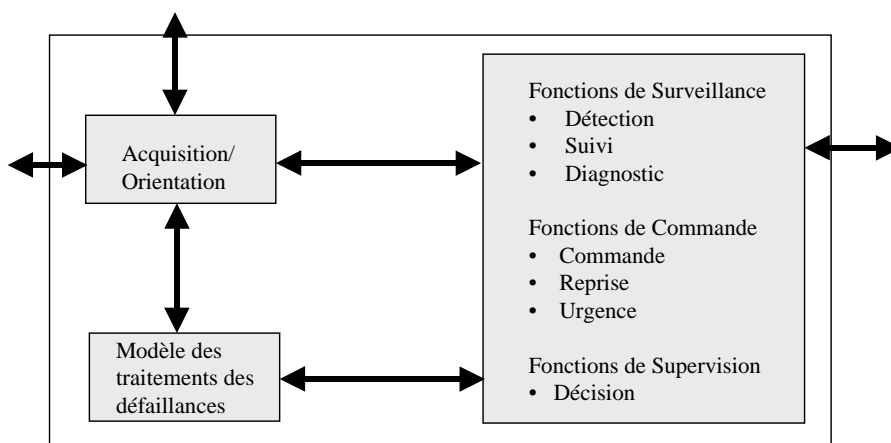


Figure 1.21 : Modèle générique pour la commande, la supervision et la surveillance [Com 00]

Les réactions d'une telle architecture dépendent des défaillances détectées et également des ressources utilisées, du type de produit fabriqué et de la politique de production spécifiée par



l'utilisateur. Les réactions obtenues sont dues à la coopération de plusieurs fonctions génériques :

- Le suivi, la détection et le diagnostic (partie surveillance)
- La décision (partie supervision)
- L'urgence, la reprise et la commande (partie commande).

L'approche développée est fondée sur l'activation simultanée de ces fonctions pour décrire les traitements possibles après défaillance. De cette façon, la séquence classique de surveillance (détection, diagnostic, décision et reprise) n'est plus la seule possible [ZAM 98].

### 1.5.3.5 Travaux du LAI, Lyon

Les travaux du Laboratoire d'Automatique d'Industrie (LAI) de Lyon concernent l'étude, l'analyse, la commande des Systèmes à Événements Discrets sujets à des perturbations. Ces travaux visent l'évaluation des performances, la sûreté et la conduite de système. Basés sur la théorie des automates, ces travaux permettent de basculer d'un fonctionnement nominal à un fonctionnement dégradé, face aux perturbations.

Dans le contexte de surveillance, l'approche proposée consiste à adjoindre un module de surveillance à la commande par supervision. Le rôle de la surveillance est de prendre en charge la reconnaissance et la gestion des situations jugées anormales [NOU 97]. Le principe de cette approche est fondé sur la détection des dérives comportementales du procédé et la compensation des défaillances apparues en vue de maintenir le système en état de fonctionnement. Durant la période de compensation, le système fonctionne en mode dégradé. Ce mode de fonctionnement débute dès l'apparition de la dérive jusqu'à la phase de reprise.

Ainsi le module de surveillance est composé de deux blocs (Figure 1.22) : un bloc observateur qui a pour rôle de suivre l'évolution du système, de détecter les déviations comportementales et un bloc compensateur qui reçoit les informations à travers l'observateur et assure la continuité du fonctionnement du système en mode dégradé.

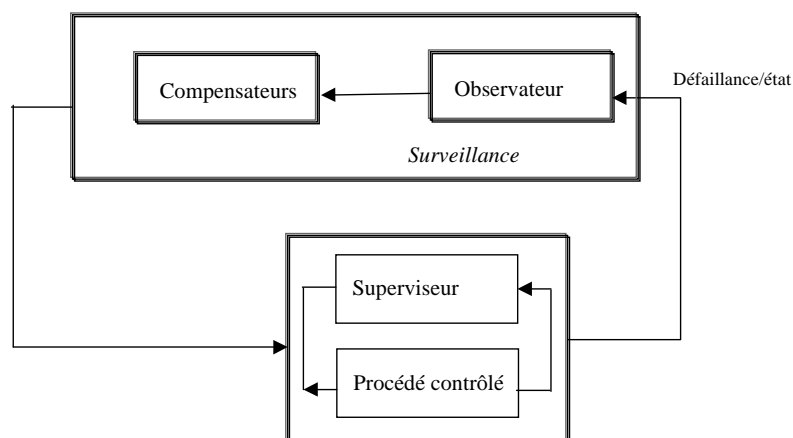


Figure 1.22 : Module de surveillance et du contrôle-commande

Dans ce modèle, un compensateur est un superviseur spécifique, distinct du superviseur nominal dédié à la commande.

La synthèse de ce modèle se fait hors ligne.

Cette approche est intéressante. Par contre, dans ce mémoire nous nous sommes intéressés aux déviations des paramètres de qualité du produit et non aux entités du procédé.

## 1.6 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté la problématique et un état de l'art sur les techniques de synthèse d'une commande robuste dans les systèmes à événements discrets. Les contributions des travaux présentés portent sur l'évaluation des performances des systèmes à événement discrets à contraintes temporelles par la surveillance en temps réel. Ces approches consistent à gérer les perturbations des systèmes de production à contraintes temporelles afin de les maintenir dans un état de fonctionnement conformes aux objectifs fixés.

Le coût très élevé des changements de ressources nous amène à écarter les approches de reconfiguration s'appuyant sur des changements de machines ou de modes de marche.

Nos travaux ont clairement des centres d'intérêt similaires à ceux présentés ici mais intègrent des contraintes qualitatives non temporelles. Nous considérons alors la robustesse du système en minimisant les arrêts machines et les rejets pour améliorer le taux de production. Comme nous cherchons une commande robuste aux évolutions et aux incertitudes sur les paramètres d'entrée du système, l'extension des résultats concernant les problématiques temporelles sera envisagée. Ainsi, comme pour les systèmes de production à temps de séjours critiques, on voudra utiliser un modèle intégrant toutes les contraintes qui soit riche en propriétés structurelles.

Dans un premier temps nous allons présenter certains modèles de RdP de la littérature utilisés pour la modélisation des procédés à contraintes de temps. Leurs limites pour l'étude des contraintes qualitatives non temporelles seront bien sûr mises en avant. Par contre, on discutera des possibilités d'extensions de leurs méthodologies et approches à un modèle fonctionnel plus large. C'est seulement après cela qu'un nouvel outil capable de modéliser les contraintes non temporelles sera envisagé.

Le troisième chapitre de ce mémoire sera alors consacré à la recherche d'un outil de modélisation et de spécification pour ce genre de contraintes. A partir de ce modèle nous cherchons à évaluer les performances telles que : le taux de production, la qualité du produit et le non blocage. Ces trois performances constituent la robustesse du système face aux perturbations à l'entrée ou au niveau local.

# CHAPITRE 2

## *MODELISATION DES SYSTEMES A EVENEMENTS DISCRETS INTEGRANT LE TEMPS*



## Chapitre 2

### **MODELISATION DES SYSTEMES A EVENEMENTS DISCRETS INTEGRANT LE TEMPS**

#### **2.1 Introduction**

Un grand nombre de processus peuvent être décrits par un modèle dynamique à événements discrets, comme les ateliers flexibles, les multiprocesseurs ou les réseaux de transport. Ils se distinguent des systèmes continus par un espace d'état discret et un changement d'état produit par des événements. Leur comportement est caractérisé principalement par le parallélisme, la synchronisation et la concurrence.

La mise en jeu de ces trois problèmes nécessite la recherche d'outils de modélisation permettant de prendre en compte les divers aspects de tels systèmes et permettent ainsi de préserver les propriétés fondamentales du comportement, à savoir celles d'un système concurrent asynchrone évoluant dans le temps de manière discrète [HIL 89].

L'outil de modélisation approprié, doit être à la fois moyen de description et moyen d'analyse du fonctionnement.

#### **2.2 Modélisation des Systèmes à Événements Discrets**

Rappelons qu'un système à événements discrets (SED) est caractérisé par son comportement dynamique qui se traduit par le changement d'état vers un autre état suite à l'occurrence d'un événement. Les événements peuvent être de deux types : l'événement de temps est un événement uniquement déterminé par rapport à la variable temps ; l'événement d'état dépend des conditions d'évolution du système et s'obtient par des règles.

Pour pouvoir exploiter au mieux les potentialités d'un système à événements discrets, il faut choisir un modèle.

Un modèle est une approximation, une vue partielle plus ou moins abstraite de la réalité afin de l'appréhender plus simplement. Il est établi pour un objectif donné.

Un modèle est donc subjectif puisqu'il est établi en fonction des objectifs, du jugement, de la nature et de la qualité des informations dont dispose le concepteur. Il peut être exprimé par des mathématiques, des symboles, des mots, ...[CAL 90]

Une description et une comparaison des différents outils de modélisation utilisés pour l'évaluation des performances des systèmes à événements discrets est présentée dans les travaux de H.Camus [CAM 97].

Les deux classes de modèles habituellement utilisées pour représenter les systèmes à événements discrets sont les machines à états finis et les réseaux de Petri.

### 2.2.1 Machines à états finis

Un **automate fini** (on dit parfois **machine à états finis**), en anglais *finite state automaton* ou *finite state machine* (FSA, FSM), est une machine abstraite utilisée en théorie de la calculabilité et dans l'étude des langages formels. Un automate est constitué d'*états* et de *transitions*. Son comportement est dirigé par un mot fourni en entrée : l'automate passe d'état en état, suivant les transitions, à la lecture de chaque lettre de l'entrée. Un automate fini possède un nombre fini d'états distincts : il ne dispose donc que d'une mémoire bornée.

Une machine à états peut être représentée graphiquement par un graphe étiqueté. Les états sont des cercles (ou des ellipses) et les transitions sont des flèches orientées de leur état de départ vers leur état de destination. Les transitions sont étiquetées par des expressions de la forme *ev & garde / action*. Les états contiennent leur nom et sont étiquetés par leurs actions d'entrée et de sortie. L'état initial est repéré par une flèche spéciale en forme de L.

Formellement, un Automate Fini Déterministe (DFA) est un quintuplet :  $(S, \Sigma, T, s, A)$

- un alphabet ( $\Sigma$ )
- un ensemble d'états ( $S$ )
- une fonction de transition ( $T : S \times \Sigma \rightarrow S$ ).
- un état de départ ( $s \in S$ )
- un ensemble d'états acceptant ( $A \subseteq S$ )

Pour construire un modèle à événements discrets à l'aide d'une machine à états, il faut énumérer explicitement les états dans lesquels peut se trouver le système étudié. Ce qui présente une tâche difficile pour le concepteur du modèle. Il faut donc prévoir tous les états possibles à partir d'un scénario prévu et du matériel disponible.

Dans nos travaux, nous voulons spécifier le comportement du système en présence du mécanisme de synchronisation. Pour cette raison nous nous sommes dirigés vers l'utilisation des RdP qui représentent explicitement et graphiquement ces mécanismes.

### 2.2.2 Réseau de Petri

Parmi les formalismes utilisables pour décrire les systèmes à événements discrets, les réseaux de Petri jouent un rôle important car ils sont capables de modéliser des propriétés telles que synchronisation, parallélisme, conflits, mutuelle exclusion et partage de ressources.

Les réseaux de Petri (RdP) constituent, depuis leur introduction en 1964 par Carl Adam Petri, un puissant outil graphique de représentation des phénomènes et mécanismes séquentiels, de modélisation des systèmes à événements discrets [MUR 89] [SIL 96]. Les modèles obtenus, outre l'expression graphique de la structure des systèmes, permettent une analyse de leurs propriétés :

- *les propriétés dynamiques intéressantes du système* : bornitude, absence de blocage, invariants, réversibilité, ...

- **La représentation du processus** : un comportement donné d'un processus en modélisant le fait que les ressources sont partagées, que des priorités interviennent, qu'il peut y avoir présence d'une gamme de fabrication,...
- **Les objectifs de production** : le processus doit obéir à des critères liés aux coûts de fonctionnement et à sa rentabilité et devra être optimisé : ressources minimales nécessaires, taux de production, production au plus tard pour limiter les stocks de pièces, périodicité du système,...

L'analyse des systèmes modélisés par les RdP se fait, soit par application de méthodes d'analyses, en se basant sur une définition mathématique qui donne l'espace d'état atteignable, soit par simulation en utilisant des simulateurs appropriés.

Nous supposons que le lecteur est familiarisé avec les principales propriétés des RdP (voir [RAM 80][MUR 89] [DAV 92][DIC 93]).

**Définition 2.1 [VAL 01]**

Un réseau de Petri (RdP)  $R$  est un outil graphique et mathématique décrivant les relations entre des conditions et des événements.

Il est composé par un ensemble de places représentées par des cercles, un ensemble de transitions représentées par des barres et deux applications ayant comme ensemble d'arrivée l'ensemble des entiers naturels :

$$R = \langle P, T, Pre, Post \rangle$$

où :

- $P$  est un ensemble fini de places,
- $T$  est un ensemble fini de transitions,
- $Pre : P \times T \rightarrow N$  est l'application *places précédentes*,
- $Post : P \times T \rightarrow N$  est l'application *places suivantes*

On utilise également la notation :

$$C = Post - Pre$$

et  $C$  est en général appelée *matrice d'incidence* du réseau de Petri

Un réseau de Petri marqué est le couple :

$$N = \langle R, M \rangle$$

où :

- $R$  est un réseau de Petri
- $M$  est une application de marquage

$$M : P \rightarrow N$$

$M(p)$  est le nombre de marques (jetons) contenus dans la place  $p$ . Le marquage d'un réseau de Petri est une opération qui consiste à assigner des jetons dans les places.

- Un réseau de Petri  $R$  est pur si et seulement si:

$$\forall p \in P \text{ et } \forall t \in T : \text{Pr } e(p,t) \cdot \text{Post}(p,t) = 0$$

Le graphe du réseau ne comprend aucune boucle élémentaire, c'est-à-dire aucune transition n'ayant la même place en entrée et en sortie.

- Une transition  $t$  est franchissable (sensibilisée) si et seulement si :

$$\forall p \in P \quad M(p) \geq \text{Pr } e(p,t)$$

Si  $t$  est franchissable pour le marquage  $M$ , le franchissement (tir, firing) de  $t$  donne le nouveau marquage  $M'$  tel que :

$$\forall p \in P \quad M'(p) = M(p) - \text{Pr } e(p,t) + \text{Post}(p,t)$$

Le tir d'une transition correspond à enlever les jetons dans les places d'entrée dans les transitions pour les mettre dans les places de sortie les transitions.

Le vecteur marquage  $M$  est un vecteur de dimension égale au nombre de places.  $M_0$  contient le marquage initial.

D'une façon générale, les RdP sont considérés comme l'outil le plus puissant et le mieux adapté à la modélisation dynamique des systèmes à événements discrets [MUR 89] [SIL 96]. Leur application à la modélisation de ces systèmes et particulièrement aux systèmes de production permet de mettre en évidence les propriétés des systèmes représentés et d'effectuer des simulations.

L'état du système modélisé par le RdP est représenté par le vecteur marquage définissant le nombre de jetons que contient chaque place. L'évolution de l'état (dynamique du système) correspond donc à une évolution du marquage. L'évolution du marquage se produit par le franchissement de transitions : à l'occurrence d'un événement correspond le franchissement d'une transition, si certaines conditions sur le marquage de ses places en amont sont satisfaites (dans le cas d'un RdP autonome seuls les marquages des places interviennent pour le franchissement des transitions). L'espace des marquages accessibles tient lieu d'espace d'états.

Par l'analyse, deux types de propriétés sont étudiés à partir d'un modèle RdP :

- Propriétés de structure. Elles sont *indépendantes* du marquage initial,
- Propriétés de comportement. Elles sont *dépendantes* du marquage initial.



Parmi les principales propriétés que l'on peut extraire du modèle, citons la bornitude, la vivacité (non blocage), l'accessibilité, la réinitialisabilité, la présence de conflits effectifs, etc.

Les principales méthodes d'analyse des propriétés peuvent être classées en trois groupes [BRA 83][MUR 89][DAV 89][ALL 01] :

- Graphe de marquage ou de l'arborescence de couverture. Une arborescence est un graphe particulier composé d'arcs orientés qui divergent progressivement à partir d'un nœud appelé racine de l'arborescence,
- Algèbre linéaire dans l'ensemble des entiers relatifs,
- Réduction des RdP.

### 2.2.3 Les Graphes d'Événements

Un Graphe d'Événements (GE) est un RdP pour lequel chaque place a exactement une transition d'entrée et une transition de sortie. Il se caractérise donc par l'absence de conflits structurels.

En d'autres termes, toute transition franchissable pour un marquage quelconque reste franchissable tant qu'elle n'est pas tirée, et ceci quelle que soit l'évolution ultérieure du réseau [HIL 89].

Un graphe d'événement est dit fortement connexe (GEFC) si et seulement si, il existe un chemin orienté qui relie tout couple de sommet.

Les graphes d'événements fortement connexes sont un outil particulièrement approprié pour la modélisation d'ateliers manufacturiers en fonctionnement répétitif. [LAF 91].

Comme les procédés qui nous intéressent présentent des contraintes de synchronisation et seront en fonctionnement répétitifs, c'est cette classe de RdP que nous exploiterons en priorité.

### 2.3 Réseaux de Petri et robustesse des SED

Rappelons que la robustesse d'un système à événement discrets définie comme étant sa capacité à préserver certaines propriétés d'intérêt face à des perturbations.

Le problème qui nous intéresse étant celui de la robustesse d'un système de production à contraintes qualitatives, nous cherchons une commande robuste face à des perturbations à l'entrée du système sans violer les contraintes sur la qualité spécifiée.

En général, la démarche de synthèse d'une commande des systèmes de production consiste à :

- Etablir un modèle de spécification des contraintes du procédé à commander,
- Résoudre des choix. Cette résolution se traduit par l'affectation des ressources et leur séquençement. Dans le cas des systèmes de production en mode de fonctionnement répétitif, on aboutit à un Graphe d'Événements Fortement Connexe (GEFC).
- Déterminer les dates de lancement des opérations à effectuer (pour les commandes temporelles). Ces dates correspondent aux instants de tir des transitions d'un GEFC.

La robustesse doit être prise en compte à toutes les étapes de la synthèse de la commande :

- Le modèle doit être capable de prendre en compte les tolérances et les imprécisions sur les durées opératoires.
- Le choix d'un séquençement des ressources doit aboutir à un séquençement admissible.
- Le contrôle des instants de début des opérations doit tenir compte des perturbations qui peuvent agir sur le procédé.

Plusieurs travaux utilisant les modèles de réseau de Petri pour l'évaluation de la robustesse sont présentés. Nous pouvons classer ces travaux, selon les spécifications sur les opérations, en deux classes :

- Les travaux basés sur les RdP temporisés où les durées associées à chaque opération sont insérées dans le modèle. Dans ce cas, maximiser la robustesse passive pour un objectif de fonctionnement périodique, c'est fixer un échéancier de référence de fonctionnement périodique au plus tôt. Pour garantir la robustesse active du système, on pourra modifier dynamiquement l'échéancier en fonction des variations des temps opératoires tout en restant dans leurs marges de spécification.
- D'autres types de procédés sont caractérisés par des spécifications de temps de séjour ayant des contraintes d'intervalles. Ces procédés sont modélisés par les RdP P-temporels. Une commande est nécessaire pour éviter la mort des marques et définir ainsi les performances en terme de taux de production [KHA 96]. On cherche soit la robustesse du séquençement [COL 94][FAV 96] [AYG 97] pour laquelle le taux de production peut évoluer, soit la robustesse de la commande temporelle. Le problème dans ce dernier cas est de maintenir un taux de production. Un algorithme de calcul de commande temporelle robuste qui garantit le taux de production est donné. L'algorithme est basé sur l'utilisation d'un graphe valué orienté associé au GEFC P-temporel [KHA 97].

Plusieurs classes de réseaux de Petri ont été développées, chacune d'elles cherchant à décrire une « vue » des systèmes flexibles de production, de leur conception et de leur conduite. Les réseaux de Petri autonomes où seul l'ordre d'apparition des événements est pris en compte, les RdP dépendants du temps [RAM 74] [CHR 83], etc...

La complexité des structures physiques et de leurs commandes donne lieu aux études sur les réseaux de Petri colorés [ALL 84] [JEN 92].

Les systèmes présentant des aspects continus trouvent un début de réponse avec les RdP continus [DAV 87].

Grâce aux avantages que présentent les RdP : formalisme visuel, support mathématique, modularité, spécification hiérarchique et description facile des systèmes, on peut considérer ces outils comme les plus adaptés pour la modélisation de la dynamique des systèmes discrets.

Plusieurs articles et ouvrages ont traité les réseaux de Petri et leurs propriétés fondamentales parmi lesquels nous citons: G.W. Brams [BRA 82] ; [BRA 83] ; [MUR 89] ; [DAV 92] ; [JEN 92] ;

Dans ce chapitre, nous allons présenter les deux principaux types de modèles réseaux de Petri qui utilisent le temps explicitement : les RdP temporisés et les RdP temporels.

Ces deux outils de modélisations permettent de spécifier, pour chaque opération, soit une durée minimale associée aux transitions ou aux places du réseau (RdP temporisé) soit une durée opératoire comprise dans un intervalle de temps, associé aux transitions ou aux places ou aux arcs du réseau (RdP temporel).

## 2.4 Les réseaux de Petri temporisés

Les systèmes à événements discrets sont des systèmes qui comprennent des activités parallèles, concurrents et asynchrones.

Les réseaux de Petri, de par leur capacité à traiter de ces problèmes, constituent un outil de description et de modélisation puissant.

De plus, leur représentation graphique permet de visualiser le comportement dynamique du système pendant sa simulation.

Les modèles de réseaux de Petri intégrant la dimension de temps permettent de traiter les problèmes liés à l'analyse et l'évaluation des performances aux travers des méthodes analytiques.

Dans ce cadre, ce chapitre est consacré à l'étude des principaux types de réseaux de Petri utilisés pour la modélisation des systèmes à contraintes temporelles :

- Les réseaux de Petri temporisés: le temps est représenté par des durées (nombres rationnels positifs ou nuls) associées aux transitions [RAM 74] ou aux places [SIF 77].
- Les réseaux de Petri temporels : le temps est représenté par un intervalle  $[a_i, b_i]$  associé à la transition [MER 74] ou à la place [KHA 96].
- Les réseaux de Petri temporel à flux : le temps est représenté par un intervalle associé à l'arc [DIA 01]

Nous mettrons l'accent sur les sémantiques des contraintes et les différentes structures de fonctionnement dans chaque modèle.

### 2.4.1 Introduction

Pour représenter le comportement des systèmes dynamiques, il est nécessaire de modéliser le temps. Certaines extensions des réseaux de Petri permettent cette modélisation : il s'agit des RdP temporisés. Le temps peut être associé indifféremment aux transitions (modèle RdP t-temporisé) [RAM 74] ou aux places (modèle RdP p-temporisé) [SIF 77a] [SIF 77.b].

La sémantique d'une durée temporelle associée à une transition correspond à la durée de tir de cette transition. Cette association n'a de sens que si la transition est interprétée comme une activité et non comme un événement instantané. On peut considérer qu'en fait cette transition est éclatée en une séquence « *transition-place-transition* » (figure 2.1-a). La première transition correspond à l'événement *instantané* de début d'activité (on enlève tous les jetons), la place sert à mémoriser l'activité en cours et la dernière transition correspond à l'événement *instantané* de fin d'activité (on met les jetons dans les places de sortie). Le franchissement de la première transition suivant la place  $P_1$  de la forme éclatée correspond à la réservation des jetons (les jetons

*réservés* ne peuvent plus être utilisés pour franchir une autre transition que lorsque  $t$  s'écoule. Après le franchissement de la deuxième transition les jetons sont libérés.

La sémantique d'un paramètre associé à une place correspond au temps de séjour minimum d'une marque dans cette place (temps d'indisponibilité). La place concernée représente une activité et peut être éclatée en une séquence « *place-transition-place* » (figure 1.1-b). La première place correspond à l'activité en cours, la transition correspond à l'événement *temps écoulé* et la dernière place correspond à une attente éventuelle (synchronisation avec d'autres activités) après la fin de l'activité. Pendant que l'activité est en cours le jeton ne peut être utilisé pour franchir une transition. On dit qu'il est *non disponible*. Une fois l'activité terminée, le jeton devient disponible et la transition  $T_2$  peut éventuellement être franchie.

Compte tenu de l'équivalence des deux modèles, montrée par Sifakis [SIF 79a] [SIF 79.b], [HIL 89] et illustrée par la figure 2.2 de la transformation d'un RdP  $p$ -temporisé en RdP  $t$ -temporisé. Nous considérons dans nos développements les réseaux de Petri  $p$ -temporisés où le temps est associé aux places.

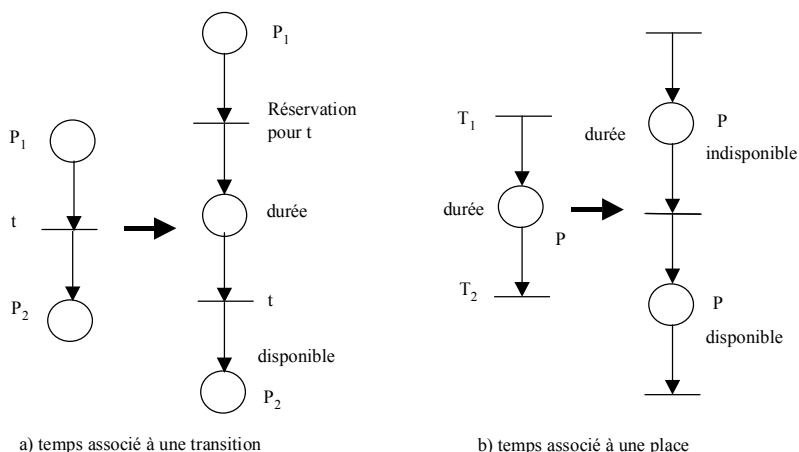


Figure 2.2 : Transformation équivalente des RdP  $t$ -temporisés / RdP  $p$ -temporisés

### 2.4.2 Définition

Un réseau de Petri temporisé avec  $n$  places et  $p$  transitions est un doublet  $RT = \langle R, D \rangle$  avec:

- $R$  est un réseau de Petri  $\langle P, T, Pre, Post \rangle$  avec un marquage initial  $M_0$
- $D$  est la fonction durée de franchissement :

$$D : P \longrightarrow \mathbb{Q}^+$$

qui à chaque place fait correspondre un nombre rationnel positif décrivant la durée d'indisponibilité des jetons.

La sémantique est que les marques doivent rester dans la place  $p_i$  au moins le temps  $d_i$  associé à cette place. Pendant  $d_i$  la marque est indisponible ; elle ne participe pas à la validation des transitions.  $d_i$  représente donc :

- la durée d'indisponibilité de la marque pour la validation des transitions
- le temps minimum de séjour d'une marque dans une place.

Remarquons que dans la littérature on définit les réseaux de Petri stochastiques (RdPS) qui sont obtenus à partir des réseaux de Petri classiques [VAL 92] en associant des durées de franchissement aléatoires aux transitions pour l'évolution du marquage [ZIE 96]. Ce type de RdPS est bien adapté pour la modélisation des phénomènes aléatoires où le temps entre deux événements n'est pas fixe. C'est le cas par exemple de bon fonctionnement (entre 2 pannes) d'une machine ou de mouvement d'un robot (répétabilité imparfaite). Il permet de prendre en compte l'occurrence des défaillances et leur influence sur le comportement du système.

Couramment les temporisations (durées) aléatoires sont distribuées selon la loi exponentielle de taux  $\mu$ .

Cette loi est caractérisée par :

- Sa densité de probabilité:  $h(t) = \mu e^{-\mu t}$
- Sa fonction de répartition:  $H(t) = 1 - e^{-\mu t}$
- Sa valeur moyenne  $\frac{1}{\mu}$  et sa variance  $\frac{1}{\mu^2}$

Selon le type de la durée de franchissement manipulée, plusieurs extensions de réseau de Petri stochastiques sont définies :

- Les réseaux de Petri stochastiques généralisés (RdPSG) [MAR 84]. Ils permettent de prendre en compte deux types de transitions : les transitions avec des lois exponentielles et des transitions tirées sans délai appelées « immédiates ».
- Les RdP stochastiques Etendus (RdPSE) [DUG 84]. Ce type de réseau de Petri permet de prendre en compte des lois de distribution quelconques.
- Les réseaux de Petri stochastiques et déterministes (RdPSD) [MAR 86]. Ce réseau de Petri permet des délais exponentiellement distribués et des délais constants

Dans les lignes qui suivent, nous développons seulement les RdP temporisés déterministes car nous nous intéressons à donner une preuve de non occurrence d'un événement amenant à ne pas respecter les spécifications.

En effet, les durées associées aux transitions ou aux places de réseaux représentent une partie de l'ensemble des contraintes à respecter (les états interdits tels que l'arrêt de l'usine ou la sécurité des personnes,...). Ces durées peuvent correspondre soit à des valeurs fixes dans le cas des durées d'un RdP temporisé déterministe, soit à des valeurs moyennes dans le cas des RdP stochastiques. Par conséquent, même si le processus n'est pas déterministe, il faut trouver un résultat qui garantit le bon fonctionnement sur une plage.

### 2.4.3 Règles de fonctionnement

Un état est un doublet  $\langle M, I \rangle$  où

- $M$  est une application de marquage, assignant à chaque place du réseau un certain nombre de marques

$$\forall p \in P, M(p) \geq 0$$

- $I$  est une application de temps d'indisponibilité, assignant à chaque marque  $k$  dans la place  $p_i$  un temps  $\theta_i^k$  où  $\theta_i^k$  est la durée qui reste à la marque  $k$  pour terminer son temps de séjour minimal dans la place  $p_i$ .

Les temporisations associées aux places permettent de prendre en compte les durées opératoires minimales. Par conséquent une transition validée au sens des RdP autonome peut ne pas être obligatoirement franchie. Une transition est franchissable si elle est validée au sens des RdP autonomes et si les marques qui la valident sont disponibles.

### 2.4.4 Interprétations

Soit  $t$  le temps de séjour du jeton dans la place  $p$  et  $d(p)$  la durée associée à la place  $p$ . Il existe donc deux états possibles pour un jeton :

- non disponible si  $t < d(p)$
- disponible si  $t \geq d(p)$

Le temps où un jeton n'est pas disponible permet de spécifier la durée nécessaire pour effectuer une opération sur un produit donné. L'état de disponibilité d'un jeton permet de modéliser l'état d'un produit qui est disponible pour la prochaine tâche. Il faut remarquer que la spécification ne donne pas de borne supérieure au temps de séjour : l'attente, une fois le temps minimal écoulé peut être infinie.

### 2.4.5 Types de fonctionnement

Deux types de fonctionnement ont été présentés dans les littératures : le fonctionnement au plus tôt (les transitions sont franchies dès qu'elles sont franchissables)[SIF 77], [CHR 83], [CHR 84], [BRA 83], [DAV 92], [COH 85] et le fonctionnement périodique [RAM 74], [RAM 80]. Ces deux fonctionnements fournissent les mêmes performances en terme de taux de production. Dans ce qui suit nous allons discuter le fonctionnement au plus tôt.

$\forall n \in \mathbb{N}$  et soient  ${}^o p$  la transition d'entrée de  $p$  et  $p^o$  sa transition de sortie,  $S^o p(n)$  est l'instant du  $n^{\text{ième}}$  franchissement de  ${}^o p$  et  $S p^o(n)$  l'instant du  $n^{\text{ième}}$  tir de  $p^o$ .

- Pour une structure de type séquence (figure 2.3), le fonctionnement au plus tôt assure un temps de séjour égal à  $d$  et nous aurons :

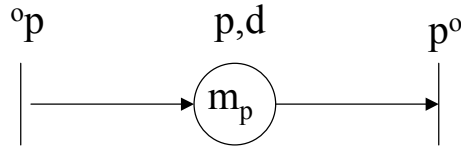


Figure 2.3 : Structure de type séquence

$$S p^{\circ}(n+m_p) \geq S^{\circ} p(n) + d \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Cette inéquation traduit l'écart du temps minimal entre le  $(n+m_p)^{i\text{ème}}$  franchissement de la transition de sortie de la place  $p$  et le  $n^{i\text{ème}}$  franchissement de sa transition d'entrée.

- Pour la structure de synchronisation (figure 2. 4), nous aurons :

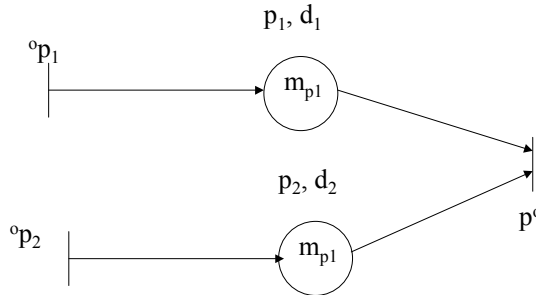


Figure 2.4 : Structure de synchronisation

$$S p^{\circ}(n) \geq S^{\circ} p_1(n-m_{p1})+d_1$$

$$S p^{\circ}(n) \geq S^{\circ} p_2(n-m_{p2})+d_2$$

$$\Rightarrow S p^{\circ}(n) \geq \text{Max} \{S^{\circ} p_1(n)+d_1 ; S^{\circ} p_2(n)+d_2\}$$

Le temps de séjour des jetons dans les places immédiatement en amont de la transition de synchronisation n'est plus égal à leurs temporisations associées. Sauf pour la marque qui, à son arrivée, sensibilise la transition

### 2.4.6 Conclusion

Dans un RdP temporisé le temps représentant une durée opératoire est associé à une place ou à une transition. L'obligation de franchissement n'existant pas dans les règles d'évolution, seul un temps minimum de séjour d'une marque dans une place est spécifié (durée minimale d'une opération).

Dans certains cas il faut ajouter des interprétations complémentaires pour obtenir une modélisation correcte avec les RdP temporisés.

Les RdP temporisés permettent donc de spécifier les contraintes du temps minimum. Mais ils ne sont pas capables de modéliser les systèmes pour lesquels les opérations de traitement dont la durée doit être comprise entre un maximum et un minimum. C'est le cas du traitement de surface par exemple. Il est évident que le non respect de ces contraintes entraîne une altération de la qualité du produit et son rejet au niveau du contrôle.

Pour traduire cette obligation de respect de séjour, on fait appel aux RdP temporels qui feront l'objet du paragraphe suivant.

## 2.5 Les réseaux de Petri temporels

Il existe deux formes de réseau de Petri temporel :

- les RdP t-temporels qui associent un intervalle temporel de sensibilisation aux transitions et une horloge globale au RdP. Ces modèles sont principalement utilisés pour l'étude des systèmes de télécommunication [MER 74] ou pour modéliser l'interface entre le modèle discret et le modèle continu lors de la modélisation des systèmes batch [AND 96].
- Les RdP p-temporels [KHA 97] qui associent un intervalle de temps aux places. Ces intervalles temporels spécifient des durées de séjour.

### 2.5.1 Les réseaux de Petri t-temporels

#### 2.5.1.1 Définition

Un réseau de Petri t-temporel [MER 74] est un 6-uplet  $\langle P, T, \text{Pré}, \text{Post}, M_0, \text{IS} \rangle$  tel que :

- $\langle P, T, \text{Pré}, \text{Post}, M_0 \rangle$  est un réseau de Petri
- $\text{IS} : T \rightarrow Q^+ \times (Q^+ \cup \{\infty\})$  ( $Q^+$  est l'ensemble des nombres rationnels positifs) est la fonction d'intervalle statique, qui à chaque transition associe son intervalle statique, à bornes rationnelles de tir. On parle ici d'intervalle de tir statique, car en étudiant la dynamique du RdP, ces intervalles évoluent dans le temps, et on parle dans ce cas là d'intervalle dynamique de tir.

Pour  $t \in T$  tel que  $\text{IS} = [a_i, b_i]$  avec  $0 \leq a_i \leq b_i$ ,  $t$  ne peut être franchie qu'entre  $a_i$  et  $b_i$  u.t. La transition doit nécessairement être franchie si elle a été sensibilisée pendant  $b_i$  u.t.

#### 2.5.1.2 Etats et règle de tir

Un état d'un réseau t-temporel est une paire  $E = (M, I)$  dans lequel :

- $M$  est un marquage
- $I$  est l'application qui associe à chaque transition  $t$ , de  $T$ , son intervalle de tir.

L'état initial est défini par  $E_0 = (M_0, I_0)$ , où  $M_0$  est le marquage initial, et  $I_0$  est l'application qui associe à chaque transition son intervalle statique de tir, si cette transition est sensibilisée par  $M_0$ , et l'intervalle vide sinon. Formellement  $I_0$  est définie par :



$$I_0(t) = \begin{cases} IS(t) \text{ si } \forall p : M(p) \geq \text{Pré}(p, t) \\ \phi \text{ sinon} \end{cases}$$

Une transition  $t$  est franchissable, à une date relative  $\tau$ , depuis un état  $E = (M, I)$  si et seulement si les conditions suivantes sont satisfaites:

- 1) la transition  $t$  est sensibilisée par le marquage  $M : \forall p \in {}^0t : M(p) \geq \text{Pré}(p, t)$
- 2)  $\tau$  n'est pas inférieur à la date au plus tôt de  $t$ .
- 3)  $\tau$  n'est pas supérieur à la date au plus tard d'aucune transition sensibilisée.

La première condition est celle qui autorise le tir dans les réseaux de Petri ; les deux dernières résultent de l'obligation de tirer les transitions dans leurs intervalles de tir.

Le tir d'une transition sensibilisée  $t$ , à l'instant  $\tau$ , depuis l'état  $E(M, I)$ , conduit à un nouvel état  $E'(M', I')$  déterminé comme suit :

- 1) le nouveau marquage  $M'$  est déterminé par l'équation classique :

$$\forall p \in P \quad M'(p) = M(p) - \text{Pré}(p, t) + \text{Post}(p, t)$$

- 2) les nouveaux intervalles de tir  $I'$  pour les transitions:

- $I' = \phi$  pour toutes les transitions  $i$  non- sensibilisées par le marquage  $M'$
- $I' = [a_j', b_j'] = [\max(0, a_j - \tau), b_j - \tau]$  pour toutes les transitions  $j$  sensibilisées par le marquage  $M$  et non en conflit avec la transition  $t$
- $I' = IS$  (l'intervalle statique  $[a_i, b_i]$ ) pour les autres transitions.

En d'autres termes, les transitions non sensibilisées par le nouveau marquage  $M'$  reçoivent les intervalles de tir vides ; les transitions distinctes de  $t$  et qui sont restées sensibilisées pendant le tir de  $t$  voient leur intervalle de tir décalé, vers l'origine du temps, de la valeur  $\tau$ , date relative à laquelle la transition a été tirée (ces intervalles sont restreints, si nécessaire, aux valeurs de temps non négatives) ; toutes les autres transitions sensibilisées par  $M'$  reçoivent, pour intervalle de tir, leur intervalle statique.

Notons que, si  $t$  est restée sensibilisée pendant son propre tir, alors elle reçoit, pour intervalle, son intervalle statique.

### Application 2.1

Pour illustrer ces concepts et méthodes introduites sur les notions de sensibilisation des transitions, des états et de la relation d'accessibilité entre états. Prenons l'exemple de la figure 2.5, qui représente un réseau t-temporel. Pour plus de détail le lecteur peut consulter [MEN 82].

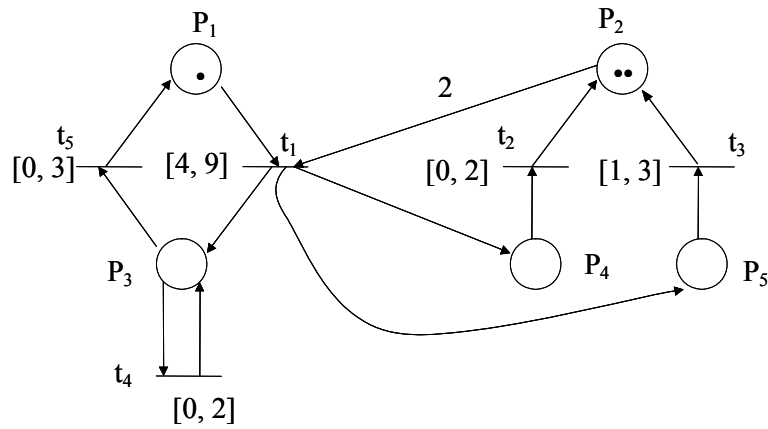


Figure 2.5 : RdP t-temporel

L'état initial de ce réseau est constitué du couple  $(M_0, D_0)$  avec :

- $M_0$  : marquage initial,  $M_0 = (1, 2, 0, 0, 0)$
- $D_0$  : domaine de tir (à l'état initial) obtenu en associant une variable temporelle à chaque transition sensibilisée par le marquage  $M_0$ .  
 $4 \leq t_1 \leq 9$

Ainsi, pour le marquage  $M_0$  ci-dessus les seules places marquées sont  $P_1$  et  $P_2$  ( $P_1$  avec un jeton,  $P_2$  avec deux jetons). La seule transition sensibilisée par ce marquage  $M_0$  est  $t_1$  à laquelle on peut associer donc la variable temporelle  $t_1$  (les variables temporelles sont notées comme les transitions auxquelles sont associées).

Le tir de  $t_1$  depuis l'état  $E_0$ , à la date relative  $\tau_1$ , conduit à l'état  $E_1 (M_1, D_1)$  avec :

- $M_1 = (0, 0, 1, 1, 1)$
- $D_1$  : l'ensemble des solutions en  $(t_2, t_3, t_4, t_5)$  du système :

$$\begin{aligned} 0 &\leq t_2 \leq 2 \\ 1 &\leq t_3 \leq 3 \\ 0 &\leq t_4 \leq 2 \\ 0 &\leq t_5 \leq 3 \end{aligned}$$

Le tir de la transition  $t_2$  à une date relative  $\tau_2$  comprise dans l'intervalle  $[0, 2]$  mène dans l'état  $E_2 (M_2, D_2)$  avec :

$$M_2 = (0, 1, 1, 0, 1)$$

$D_2$  : l'ensemble des solutions en  $(t_3, t_4, t_5)$  du système :

$$\max(0, 1 - \tau_2) \leq t_3 \leq 3 - \tau_2$$

$$0 \leq t_4 \leq 2 - \tau_2$$

$$0 \leq t_5 \leq 3 - \tau_2$$

Le paramètre  $\tau_2$  peut prendre toutes les valeurs réelles dans l'intervalle  $[0, 2]$ . L'état  $E_1$  admet donc une infinité d'états suivants par le tir de  $t_2$ . Chaque valeur de  $\tau_2$  définit un état suivant (différent des autres).

### 2.5.1.3 Types de fonctionnement

Nous considérons deux structures de base de types synchronisation et choix représentées par les figures 2.6 et 2.7

#### 2.5.1.3.1 Structure de type synchronisation

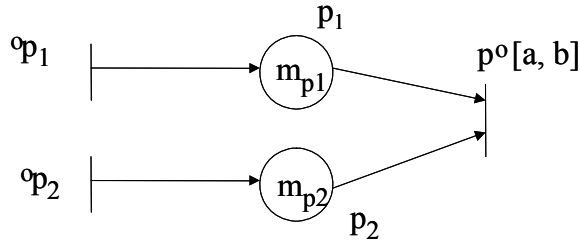


Figure 2.6 : RdP t-temporel structure de type synchronisation

Considérons comme indépendantes les séquences de tirs  $(^o p_1, p_1^o)$  et  $(^o p_2, p_2^o)$ . Cela nous fournit les relations suivantes :

$$S^o p_1(n-m_{p1}) + a \leq S p_1^o(n) \leq S^o p_1(n-m_{p1}) + b \text{ pour la place } p_1$$

$$S^o p_2(n-m_{p2}) + a \leq S p_2^o(n) \leq S^o p_2(n-m_{p2}) + b \text{ pour la place } p_2$$

Ces deux dernières relations donnent :

$$\text{Max} \{ S^o p_1(n-m_{p1}) + a ; S^o p_2(n-m_{p2}) + a \} \leq \min \{ S^o p_1(n-m_{p1}) + b ; S^o p_2(n-m_{p2}) + b \}$$

L'inéquation ci-dessus fournit alors une condition suffisante sur les instants de tirs pour que les temps de séjours soient respectés (on n'a cependant pas pris en compte que  $p_1^o = p_2^o = p^o$  dans le fonctionnement du réseau)

Pour respecter la règle de fonctionnement des RdP t-temporels (le temps est compté à partir de la sensibilisation de la transition) nous aurons :

$$\text{Max} \{ S^o p_1(n-m_{p1}) + a ; S^o p_2(n-m_{p2}) + a \} \leq \text{Max} \{ S^o p_1(n-m_{p1}) + b ; S^o p_2(n-m_{p2}) + b \}$$

Nous remarquons que concernant la structure de synchronisation, on suppose toujours que les marques arrivent dans les places en amont des transitions de synchronisation en des temps compatibles : cette dernière inéquation a toujours un ensemble de solution non vide.

### 2.5.1.3.2 Structure de type choix :

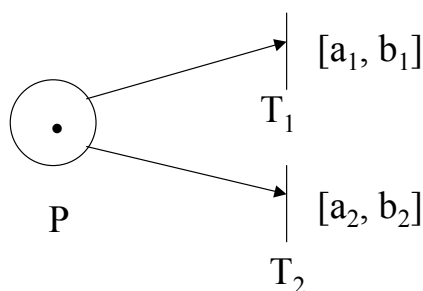


Figure 2.7 : RdP t-temporel structure de type choix

Le choix d'une transition à franchir dans ce cas est imposé par les intervalles : si la borne supérieure d'une des transitions de conflit est plus petite que les bornes inférieures de toutes les autres transitions du conflit, cette transition doit être franchie dans son intervalle. Ce comportement est issu des règles de fonctionnement définies à l'origine [MER 74] [MEN 82].

### 2.5.1.4 Conclusion :

L'interprétation des structures de synchronisation montre la condition de sensibilisation (validation) d'une transition est une condition nécessaire pour qu'elle soit tirable. C'est-à-dire que c'est la dernière marque qui valide une transition de synchronisation qui fixe son échéancier de tir. Ainsi une marque peut rester jusqu'à l'infini dans une place en amont d'une transition de synchronisation (jusqu'à la validation de cette transition). Ceci est impossible dans le cas des systèmes contenant des contraintes de temps de séjours (sauf pour une borne supérieure infinie). Par conséquent, les RdP t-temporels n'ont pas la capacité de modéliser simplement de tels systèmes.

De plus, la gestion des conflits peut être fixée par des intervalles. Nous ne prenons pas alors en compte la dynamique et la structure globale du système. Une conséquence de ceci est qu'une partie pourra alors ne jamais fonctionner. Cela influe sur les performances du système.

Dans ce qui suit nous présentons une extension des réseaux de Petri temporels qui dispose les intervalles temporels sur les places [KHA 97]. La sémantique de ces intervalles est la durée de séjour admissible d'une marque dans une place. Ce modèle, appelé RdP p-temporel, a la capacité de modéliser les systèmes discrets à contrainte de séjour.

Le fait d'associer les intervalles temporels aux places du réseau permet la conservation du traitement des conflits. Les temporisations n'imposent pas de contraintes sur le franchissement de ces transitions [KHA 96].

## 2.5.2 Les RdP p-temporels [KHA 97]

### 2.5.2.1 Définition formelle

Un réseau de Petri p-temporel est un tuple  $\langle P, T, \text{Pré}, \text{Post}, M_0, IS \rangle$  dans lequel :

- $\langle P, T, \text{Pré}, \text{Post}, M_0 \rangle$  est un réseau de Petri marqué muni d'un marquage initial  $M_0$ ,
- $IS$  est une fonction qui à chaque place  $p$  fait correspondre un intervalle fermé de temps de séjour.

$$IS : P \rightarrow (Q^+ \cup 0) \times (Q^+ \cup \infty)$$

$$p_i \rightarrow IS_i = [a_i, b_i] \text{ avec } 0 \leq a_i \leq b_i$$

$IS_i$  définit l'intervalle statique de temps de séjour d'une marque dans la place  $p_i$  ( $Q^+$  est l'ensemble des nombres rationnels positifs). Une marque dans la place  $p_i$  ne participe à la validation de ses transitions de sortie seulement si elle a séjourné au moins la durée  $a_i$  dans cette place. Elle doit quitter la place  $p_i$ , donc franchir l'une des ses transitions de sorties au plus tard quand sa durée de séjour devient  $b_i$ . Si elle ne peut pas le faire on dit que la marque est « morte » et ne participera plus à la validation des transitions.

A l'état initial, l'intervalle associé aux marques est  $[0, \infty[$ , et dès qu'une marque arrive dans une place par franchissement d'une transition, elle prend l'intervalle associé à la place.

### 2.5.2.2 Règles de fonctionnement

Pour déterminer le fonctionnement d'un RdP p-temporel, il faut caractériser la situation du réseau à un instant donné. Cette situation peut être caractérisée en utilisant la notion d'état.

A partir d'un état donné, à un instant donné, nous pouvons analyser et étudier le comportement du réseau selon deux approches : « approche intervalle de temps » et approche « âge des marques ». La première approche est meilleure pour l'étude du comportement, la seconde est utilisée pour l'analyse des propriétés d'un réseau.

### 2.5.2.3 Définition fondée sur l'intervalle de temps [KHA 97]

A un instant donné, l'état est défini par un doublet  $E \langle M, I \rangle$  avec :

- $M$  est une application du marquage, assignant à chaque place du réseau un certain nombre de marques ( $\forall p \in P, M(p) \geq 0$ ).
- $I$  est une application de tir, associant à chaque marque  $k$  dans une place  $p_i$  un intervalle  $[a_i^k, b_i^k]$  qu'on appellera « intervalle dynamique » pour le distinguer de l'intervalle statique (initial) associé à la place qui contient cette marque. Cet intervalle dynamique est relatif à l'instant d'arrivée de la marque dans la place.

Supposons que la marque  $k$  arrive dans la place  $p_i$  (son intervalle statique est  $[a_i, b_i]$  à l'instant  $c$ .

A l'instant  $c + d$  ( $a_i \leq d \leq b_i$ ) l'intervalle dynamique de  $k$  est  $[a_i^k, b_i^k] = [\max(a_i - d, 0), b_i - d]$ .

Le tir d'une transition dépend des intervalles dynamiques associés aux marques dans toutes ses places d'entrée.

#### 2.5.2.4 Définition fondée sur l'âge des marques [KHA 97]

A un instant donné, l'état est défini par un doublet  $E = \langle M, G \rangle$ , où :

- $M$  est identique à la définition précédente ;
- $G$  est une application temps de séjour qui associe à chaque marque  $k$  dans la place  $p_i$  un nombre réel  $g_i^k$  où  $g_i^k$  est l'âge de cette marque (le temps écoulé depuis son arrivée dans la place  $p_i$ ).

Soit  $[a_i, b_i]$  l'intervalle statique associé à la place  $p_i$ . Alors une marque  $k$  peut participer à la validation des ses transitions de sortie si et seulement si :

- 1)  $g_i^k$  n'est pas inférieur à  $a_i$  :  $g_i^k \geq a_i$
- 2)  $g_i^k$  n'est pas supérieur à  $b_i$  :  $g_i^k \leq b_i$

La marque  $k$  est morte quand son âge devient strictement supérieur à  $b_i$ .

L'âge  $g_i^k$  d'une marque  $k$  (donné par une horloge locale associée à celle-ci) est relatif à l'instant d'arrivée de cette marque dans la place  $p_i$ .

Soit  $t$  l'instant, absolu (donné par une horloge globale), d'arrivée de la marque  $k$  dans  $p_i$ . L'âge de cette marque à cet instant est égal à zéro.

Son âge à l'instant absolu  $t'$  est  $g_i^k = t - t'$ . Elle ne participe à la validation des transitions de sortie de la place qui la contient, qu'à partir de l'instant  $t' = t + a_i$  et elle sera morte dès l'instant  $t' > t + b_i$ .

Une marque sera morte si son âge devient strictement supérieur à la borne supérieure de l'intervalle statique associé à sa place d'accueil et si aucune des transitions de sortie de la place contenant cette marque n'est validée à cet instant.

### 2.5.2.5 Condition de franchissement d'une transition

#### 2.5.2.5.1 Etats d'un jeton :

Soit  $c$  un instant absolu d'arrivé d'un jeton dans une place (donné par une horloge globale). A l'instant  $t$  un jeton peut être :

- indisponible si  $t < c + a$
- disponible si  $c + a \leq t \leq c + b$
- ‡ mort si  $t > c + b$

#### Définition 2.3 [KHA 97]

Une transition  $t_i$  est potentiellement tirable (validée au sens des RdP p-temporel) à partir de l'état  $E(M, G)$  si et seulement si:

- 1-  $\forall p_i \in P : m(p_i) \geq \text{Pré}(p_i, t_i)$  [BRA 83]
- 2-  $\forall p_i \in P$ , il existe au moins  $\text{Pré}(p_i, t_i)$  marques dans cette place telle que :  
 $\min(b_i - \theta_i^k) - \max(0, \max(a_i - \theta_i^k)) \neq 0$  où :  
 $k = 1, 2, 3 \dots, \text{pré}(p_i, t_i)$   
 $[a_i, b_i]$  est l'intervalle statique associé à la place  $p_i$ .  
 $\theta_i^k$  est l'âge de la marque  $k$  dans la place  $p_i$ .

De plus, il n'existe pas de marques  $j$  (qui ne participent pas au franchissement de la transition  $t_i$ ) telles que  $(b_i - \theta_i^j) \leq \max(0, \max(a_i - \theta_i^j))$ . Sinon cette marque sera morte.

Alors on associe à cette place l'intervalle  $[\max(0, \max(a_i - \theta_i^k)), \min(b_i - \theta_i^k)]$ .

L'intersection de tous ces intervalles (pour chaque place d'entrée de  $t_i$ , on associe un intervalle) donne l'intervalle dans lequel la transition reste potentiellement tirable.

#### 2.5.2.5.2 Calcul de l'état suivant

D'après la notion d'état on constate que par continuité de temps, un nombre infini d'états possibles peut en général exister à partir d'un état donné. Il existe deux possibilités pour avoir un nouvel état à partir d'un état donné :

- l'écoulement du temps.
- Le franchissement d'une transition franchissable.

Les deux définitions suivantes donnent l'état suivant pour chacune de ces deux possibilités.

#### Définition 2.4

L'état  $E'(M', G')$  est un état accessible à partir de l'état  $E(M, G)$  par écoulement du temps  $\tau$  si et seulement si :

- $M'=M$ ,
- $\forall j$  une marque dans la place  $p_i$ , nous aurons :

$$a_i^j = \max(a_i^j - \tau, 0) \text{ et } b_i^j = b_i^j - \tau \geq 0$$

où  $a_i^j$  et  $b_i^j$  (resp.  $a_i^j$  et  $b_i^j$ ) représentent la borne inférieure et la borne supérieure de l'intervalle dynamique associé à la marque  $j$  dans la place  $p_i$  depuis l'état  $E$  (respectivement  $E'$ ).

### Définition 2.5

L'état  $E'(M', G')$  est atteignable depuis l'état  $E(M, G)$  par le franchissement d'une transition  $t_i$  si et seulement si :

- $t_i$  est franchissable (tirable) à partir de  $E$
- $\forall p \in P, M'(p) = M(p) - \text{Pré}(p_i, t_i) + \text{Post}(p_i, t_i)$ ,

Les marques qui ne se déplacent pas, gardent le même âge dans  $E$  et  $E'$  (nous supposons que la durée de franchissement d'une transition est nulle). Les marques déplacées ou créées prennent l'âge zéro associé à leurs nouvelles places d'accueil.

La règle précédente permet de calculer les états et les relations d'accessibilité entre eux. L'ensemble des séquences de tir réalisables depuis l'état initial caractérise le comportement du RdP  $p$ -temporel, de la même manière que l'ensemble des marquages accessibles ou les séquences de tir réalisables pour les RdPT et pour les RdP autonomes.

## 2.5.2.6 Structures de fonctionnement

### 2.5.2.6.1 Structure de synchronisation

Pour une structure de synchronisation figure 2.8 nous obtenons :

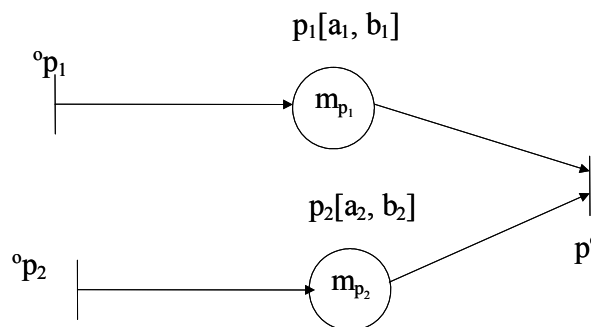


Figure 2.8 : RdP  $p$ -temporel structure de synchronisation

$$S^o p_1(n-m_{p1}) + a_1 \leq S^o p_1(n-m_{p1}) + b_1$$

$$S^o p_2(n-m_{p2}) + a_2 \leq S^o p_2(n-m_{p2}) + b_2$$



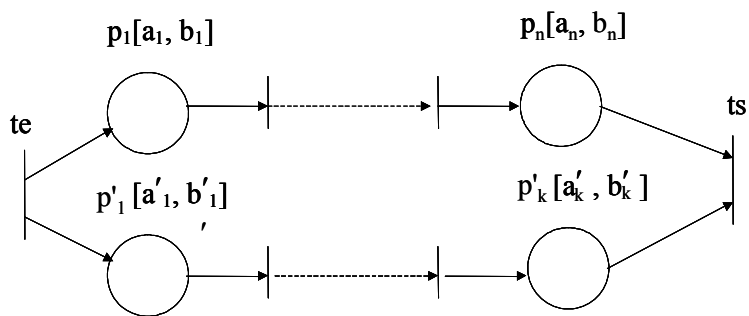
Ces deux relations donnent :

$$\text{Max } \{S^{\circ}p_1(n-m_{p1}) + a_1 ; S^{\circ}p_2(n-m_{p2}) + a_2\} \leq \text{min } \{ S^{\circ}p_1(n-m_{p1}) + b_1 ; S^{\circ}p_2(n-m_{p2}) + b_2\}$$

Les contraintes de temps de séjour restent spécifiées pour cette structure. La contrepartie est que les instants de franchissement des transitions  $^{\circ}p_1$  et  $^{\circ}p_2$  ne sont pas indépendants.

Pour que le respect des temps de séjours soit satisfait, il faut que les instants de tir soient contrôlés. Ces contraintes se reportent sur les tirs de toutes les transitions en amont de cette transition de synchronisation. Elles se traduisent en particulier sur la longueur des chemins entre une transition de parallélisme et de synchronisation, comme l'illustre la figure 2.9

**2.5.2.6.2 Structure de parallélisme/synchronisation**



**Figure 2.9 : RdP p-temporel structure parallélisme/synchronisation**

Pour un marquage donné nous aurons :

$$St_e(n) + \text{Max}(\sum_{i=1}^n a_i, \sum_{i=1}^k a'_i) \leq St_s(n) \leq St_e(n) + \text{min}(\sum_{i=1}^n b_i, \sum_{i=1}^k b'_i)$$

Les trois termes de cette inéquation représentent respectivement : la date minimale de sensibilisation, la date de sortie ( $St_s(n)$ ) et la date maximale de mort.

Dans le cas où le marquage initial est non nul sur les deux chemins, les contraintes se compliquent davantage et il faut rajouter les distances de marques initiales par rapport à la transition de synchronisation. Pour illustrer cette remarque considérons la structure de la figure 2.10.

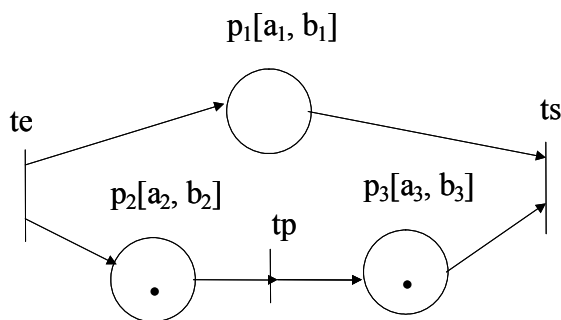


Figure 2.10 : marquage initial non nul

Nous avons :

$$\begin{cases} St_e(n) + a_1 \leq St_s(n) \leq St_e(n) + b_1 \\ St_e(n) + a_2 \leq St_p(n+1) \leq St_e(n) + b_2 \\ St_p(n+1) + a_3 \leq St_s(n+2) \leq St_p(n+1) + b_3 \end{cases}$$

Dans cette structure, la différence des marquages initiaux entre les chemins en parallèle impose des contraintes sur ces chemins.

En effet, la première relation de ce système d'équations donne une condition sur  $P_1$ , la deuxième et la troisième équation correspondent aux contraintes de précédence, respectivement, sur  $P_2$  et  $P_3$ .

De plus elle crée des contraintes sur les écarts de temps séparant les franchissements d'une même transition, d'où les limitations sur les périodes de fonctionnement minimum et maximum admissibles si l'on veut imposer un fonctionnement périodique.

### Application 2.2

Pour illustrer ces développements concernant les RdP p-temporels, nous considérons le modèle de la figure 2.11 (exemple traité dans [KHA 97]) qui représente une cellule de traitement assurant la coloration des pièces à l'aide des bains chimiques). Cette cellule est constituée :

- de deux cuves identiques (de capacité unitaire) qui assurent le même traitement (coloration). Le temps de traitement d'une pièce doit durer entre 4 et 6 unités de temps.

- d'un robot réalisant le chargement et le déchargement des deux cuves. Après une opération de chargement, le robot a besoin d'une unité de temps pour être prêt pour l'opération suivante. Le temps de chargement est exactement 3 unités de temps, celui de déchargement est exactement 3 unités de temps, quelles que soient les cuves.

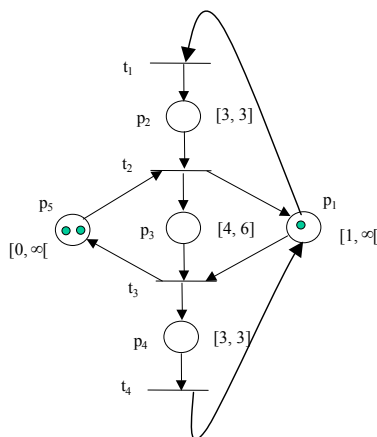


Figure 2.11 : exemple de modèle RdP p-temporel

$P_1$  modélise le robot libre,  $P_2$  le chargement,  $P_3$  le traitement dans les cuves,  $P_4$  le déchargement, et  $P_5$  les cuves libres.

A partir du temps associé à la place  $P_1$ , nous savons que le robot a besoin d'une unité de temps pour être prêt pour faire l'opération suivante (chargement ou déchargement) et il peut attendre jusqu'à l'infini sans charger une nouvelle pièce. La transition de synchronisation  $t_2$  et la borne supérieure de l'intervalle de temps associé à la place  $P_2$ , assurent qu'une cuve doit être vide à la fin du chargement d'une nouvelle pièce. Par les intervalles associés aux places  $P_1$  et  $P_3$  (en amont de la transition de synchronisation  $t_3$ ), nous modélisons le fait que le robot doit être libre au plus tard à la fin du temps de traitement autorisé ( $[4, 6]$ ) d'une pièce dans une cuve.

Pour déterminer le fonctionnement et caractériser la situation du réseau de la figure 2.11 nous utilisons la notion d'état selon les deux approches :

- En considérant la notion de l'intervalle du temps on aura :

L'état initial du modèle est  $E_0 < M_0, I_0 >$  avec :

$$M_0 : M_0(P_1) = 1, M_0(P_5) = 2$$

$$I_0 : I_0(m_1^1) = [1, \infty[$$

$$I_0 : I_0(m_5^1) = [0, \infty[$$

$$I_0 : I_0(m_5^2) = [0, \infty[$$

L'application  $I_0$  assigne donc un intervalle potentiel de tir à chaque marque. Dans cet état initial, la seule transition tirable est  $t_1$ .

Après une unité de temps, nous aurons un autre état  $E_1 < M_1, I_1 >$  tel que :

$$\begin{aligned} M_1 : M_1(P_1) &= 1, M_1(P_5) = 2 \\ I_1 : 3 \leq \theta_2^1 &\leq 3 \\ \max(0, 0 - \theta_{ii}) &= 0 \leq \theta_5^1 \leq \infty \\ \max(0, 0 - \theta_{ii}) &= 0 \leq \theta_5^2 \leq \infty \end{aligned}$$

Où dans chaque inéquation une variable  $\theta_i^j$  associé à une marque  $j$  dans une place  $p_i$  montre quelles sont les contraintes imposées sur le temps de séjour de cette marque dans cette place.

- En utilisant la notion de l'âge des marques, l'état initial du réseau de la figure 2.11 est  $E_0 < M_0, G_0 >$  avec :

$$\begin{aligned} M_0 : M_0(P_1) &= 1, M_0(P_5) = 2 \\ G_0 : g_1^1 &= 0 \\ g_5^1 &= 0 \\ g_5^2 &= 0 \end{aligned}$$

L'application  $G_0$  assigne une valeur « âge » à chaque marque.

Après une unité de temps l'état  $E_1 < M_1, G_1 >$  obtenu à partir de l'état initial est :

$$\begin{aligned} M_1 : M_1(P_1) &= 1, M_1(P_5) = 2 \\ G_1 : g_1^1 &= 1 \\ g_5^1 &= 1 \\ g_5^2 &= 1 \end{aligned}$$

Après franchissement de  $t_1$  on obtient :

$$\begin{aligned} M_2 : M_2(P_2) &= 1, M_2(P_5) = 2 \\ G_2 : g_2^1 &= 0 \\ g_5^1 &= 1 \\ g_5^2 &= 1 \end{aligned}$$

Et ainsi de suite on peut décrire l'évolution dynamique du réseau par des durées et des tirs de transitions.

Afin d'illustrer la différence entre les sémantiques des contraintes temporelles dans les réseaux de Petri temporisés et les réseaux de Petri temporels prenons l'exemple d'un système de dosage de bouteilles : une doseuse effectue le remplissage automatique des bouteilles sur une ligne de production. Un tapis à vitesse constante amène les bouteilles à la doseuse. Notre but est de

chercher les conditions analytiques de production sans chute de bouteilles. Le modèle qui représente ce système doit décrire les deux comportements normal et anormal du système (Figure 2.12).

- **Pour les RdP temporisé** : la transition de fin de tapis doit être franchie au plus tôt. Cette obligation n'existe pas dans les règles d'évolution.
- **En terme d'un RdP temporel**, nous aurons deux cas possibles :
  - Si l'intervalle de temps est associé à une place (RdP p-temporel), on spécifie la contrainte : chute de bouteille qui signifie la mort de la marque et qui représente un état interdit.  
Un tel modèle permet donc de trouver les conditions analytiques du taux de production maximale sans chute de bouteilles.
  - Si l'intervalle de temps est associé à une transition (RdP t-temporel). Un tel modèle permet de décrire le comportement normal et le comportement anormal système d'alarme pour détecter une chute de bouteille.

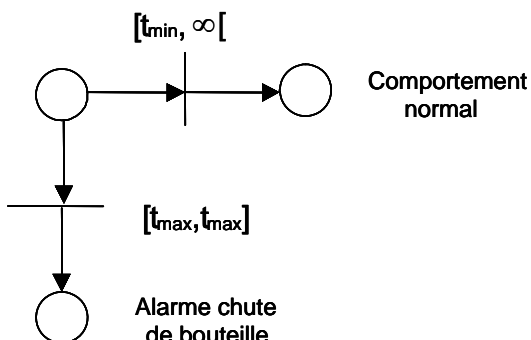


Figure 2.12 : Modèle RdP temporel équivalent du système de dosage des bouteilles

### 2.5.2.7 Conclusion

Les RdP p-temporels imposent l'obligation de franchissement de toutes les transitions du réseau. Par conséquent, les instants d'arrivée des marques dans les places qui sont des places d'entrée de transition de synchronisation doivent être compatibles. Ainsi, les RdP p-temporels modélisent les temps de séjour minimal et le temps de séjour maximal des marques dans toutes les places du réseau (même celles qui sont en amont des transitions de synchronisation). Ceci n'est pas possible avec les autres modèles RdP basiques.

En contrepartie, il est nécessaire d'associer à chaque transition sensibilisée une horloge locale (un chronomètre) qui mesure le temps à partir de l'instant de sensibilisation, sinon d'éventuelles morts de marques (violation de contraintes de temps de séjour) sont possibles.

L'état d'un réseau de Petri temporel est donc défini par le marquage courant et par la valeur des horloges associées aux transitions sensibilisées. Il y a deux types de changements d'états. Le premier est lié à l'écoulement du temps lorsqu'aucune transition n'est franchie. Si  $\tau$  s'est écoulé, alors, sans changer le marquage courant il faut ajouter  $\tau$  à chacune des horloges associées aux transitions sensibilisées. Le deuxième type de changement d'état correspond au franchissement d'une transition. Comme le franchissement est instantané, le temps (en tant que variable continue) n'évolue pas. A temps constant, nous modifions le marquage, nous construisons la nouvelle liste des transitions sensibilisées. Pour les transitions qui étaient sensibilisées avant le franchissement, sauf celle qui vient d'être franchie, et qui le restent nous laissons la valeur de leur horloge inchangée. Pour chaque transition  $t$  nouvellement sensibilisée nous initialisons son horloge à la valeur du temps courant  $\theta$ . Les dates au plus tôt et au plus tard de franchissement pour  $t$  seront alors :

$$\theta + \tau_{s,\min}(t) \text{ et } \theta + \tau_{s,\max}(t).$$

L'analyse des RdP temporels de manière générale est donc fondée sur une notion de classe d'états qui regroupe tous les états ayant même marquage et n'étant différents que par la valeur des horloges associées aux transitions sensibilisées. Tous les états regroupés dans une classe doivent être tels que l'évolution future du réseau de Petri temporel est la même (l'ensemble des états accessibles doit être le même).

Cette approche peut couvrir tous les cas possibles mais elle peut aboutir à un nombre de classes d'états très grand (explosion combinatoire). Le graphe obtenu est lourd, coûteux et difficile à exploiter. Le problème vient du fait que l'on cherche à caractériser tous les comportements quelle que soit la date de franchissement de la transition considérée pendant tout son intervalle de franchissement autorisé.

Pour obtenir un ensemble fini caractérisant tous les états possibles nous devons alors passer en temps relatif et donc considérer que l'origine des temps est toujours la date du dernier franchissement effectué. Nous devons donc faire un changement de l'origine des temps lors de chaque franchissement.

Deux problèmes peuvent survenir dans les RdP p-temporels : le blocage classique (un marquage tel que qu'aucune transition n'est validée) et la mort des marques (l'intervalle dynamique d'une marque devient  $[0, 0]$  et aucune des transitions de sortie de la place contenant cette marque n'est validée à cet instant).

Par ailleurs, certains systèmes possèdent un comportement plus complexe, ils possèdent un comportement temporel propre, autonome, et qui en lui même, peut être sophistiqué. Par exemple, la voix ou les sons musicaux possèdent un tel comportement. C'est pour cette raison qu'une extension plus complexe que les RdP temporels sera présentée dans les lignes qui suivent : les réseaux de Petri à flux indépendants.

Les RdP temporels à flux indépendants associent les intervalles de validité temporels  $[\alpha_i, \beta_i]$  aux arcs. La transition possédant l'arc sera sensibilisée selon les contraintes temporelles de l'intervalle défini sur cet arc. Cet intervalle se définit à partir de l'instant  $\tau$ , qui correspond à l'arrivée du jeton dans la place entrée de l'arc.

Une transition est tirée lorsque tous les arcs qui entrent sur cette transition satisfont leurs contraintes temporelles.

## 2.6 Les réseaux de Petri temporels à flux indépendants

### Définition 2.6 [DIA 01]

Soit  $A_j$  l'ensemble des arcs qui entrent dans une transition  $t_j$  (l'ensemble est noté  $A$  pour une transition  $t$ ) :

$$A_j = \{a_k = (p_k, t_j) \mid \text{Pré}(p_k, t_j) \neq 0\}$$

où  $\text{Pré}(p_k, t_j)$  est le poids de l'arc  $a_k$ .

### 2.6.1 Définition [DIA 01]

Un réseau de Petri temporel à flux indépendants est un triplet  $(R, ITA, SYN)$  dans lequel :

- $R$  est un réseau de Petri places-transition.
- $ITA$  est une application qui associe, à chaque arc  $a_i$  un intervalle :

$$ITA : A_j \rightarrow \mathcal{Q}^+ \times \mathcal{Q}^+ \times (\mathcal{Q}^+ \cup \{\infty\})$$

Soit le triplet  $(\alpha_i, n_i, \beta_i)$  dans lequel  $\alpha_i$  représente la date de tir au plus tôt,  $n_i$  une valeur nominale et  $\beta_i$  la date au plus tard (ces quantités sont associées à l'arc).

- $SYN$  est une fonction de typage des transitions ; elle associe à chaque transition un type, c'est à dire une sémantique donnée.

$$SYN : T \rightarrow \{\text{sémantique}\}$$

Ces différentes sémantiques définissent donc les valeurs d'intervalles possibles de tir.

### 2.6.2 Règles de franchissement

#### Définition 2.7

Un arc  $(p_i, t_j)$  est sensibilisé par un marquage  $M$  quand sa place d'entrée  $p_i$  reçoit un nombre de jetons supérieur au poids de l'arc, c'est à dire si et seulement si  $M(p_i) \geq \text{Pré}(p_i, t_j)$ .

Quand l'arc devient sensibilisé, une minuterie virtuelle associée à ce arc est initialisée, par exemple en l'instant  $\tau$ . La définition des intervalles, étendue de façon directe des transitions aux arcs, implique que le jeton lié à cet arc doit être tiré pendant l'intervalle  $[\alpha_i + \tau, \beta_i + \tau]$ . La valeur de référence de tir sera alors  $\tau + n_i$ .

### 2.6.3 Les différentes sémantiques de tir

La définition d'une règle de tir d'une transition dans les réseaux de Petri à flux indépendants, qui définira l'intervalle temporel de fonctionnement possible, constitue un choix fondamental,

compte tenu des objectifs du modèle. En fait, il a été proposé [DIA 03] plusieurs sémantiques temporelles de tir dans un RdP à flux indépendants : Et, Et-Faible, Et-Pur, Ou, Ou-Fort, Ou-Maître, Maître-Fort...

Le contexte d'utilisation permet de décider si une sémantique est plus adaptée qu'une autre.

Dans les lignes qui suivent, nous présenterons quelques sémantiques de ces règles de tir :

- **Règle de tir « Et-Pur »** : La sémantique de cette règle de tir se définit en considérant que le temps de séjour de chaque jeton dans la place d'entrée de la transition considérée est défini par l'instant  $\tau$  de marquage de la place  $p_i$  et par l'intervalle associé à l'arc  $[\alpha_i + \tau, \beta_i + \tau]$ .

Ce qui se traduit mathématiquement par :

$$\begin{cases} \forall p_i, M(p_i) \geq \Pr \acute{e}(p_i, t_i) \\ \forall p_i, (\tau_i + \alpha_i) \leq \tau \leq (\tau_i + \beta_i) \end{cases}$$

- **Règle de tir « Et-Faible »** : La sémantique de cette règle est définie en considérant que si une place  $p_i$  reçoit un jeton en  $\tau_i$ , l'instant absolu de tir  $\tau$  ne sera pas plus petit que tous les  $(\alpha_i + \tau_i)$  et ne sera pas plus grand que le plus grand des  $(\beta_i + \tau_i)$ . Ainsi si un arc est en avance sur les autres, il peut être retardé jusqu'à la fin des autres arcs.

$$\begin{cases} \forall p_i, M(p_i) \geq \Pr \acute{e}(p_i, t_i) \\ \forall p_i, (\tau_i + \alpha_i) \leq \tau \quad \text{et} \quad \exists p_i, \tau \leq (\tau_i + \beta_i) \end{cases}$$

Les deux règles présentées peuvent être écrites sous les formes :

**Et-Pur** :  $\max \{\alpha_i + \tau_i\} \leq \min \{\beta_i + \tau_i\}$

**Et-Faible** :  $\max \{\alpha_i + \tau_i\} \leq \max \{\beta_i + \tau_i\}$

A partir de ces deux sémantiques et par combinaisons manquantes (min min et min max) découlent d'autres sémantiques qui seront illustrées par la Figure 2.13

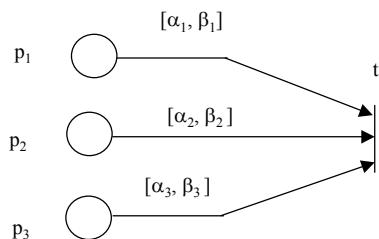


Figure 2.13 : Structure de synchronisation dans un RdP à flux indépendants



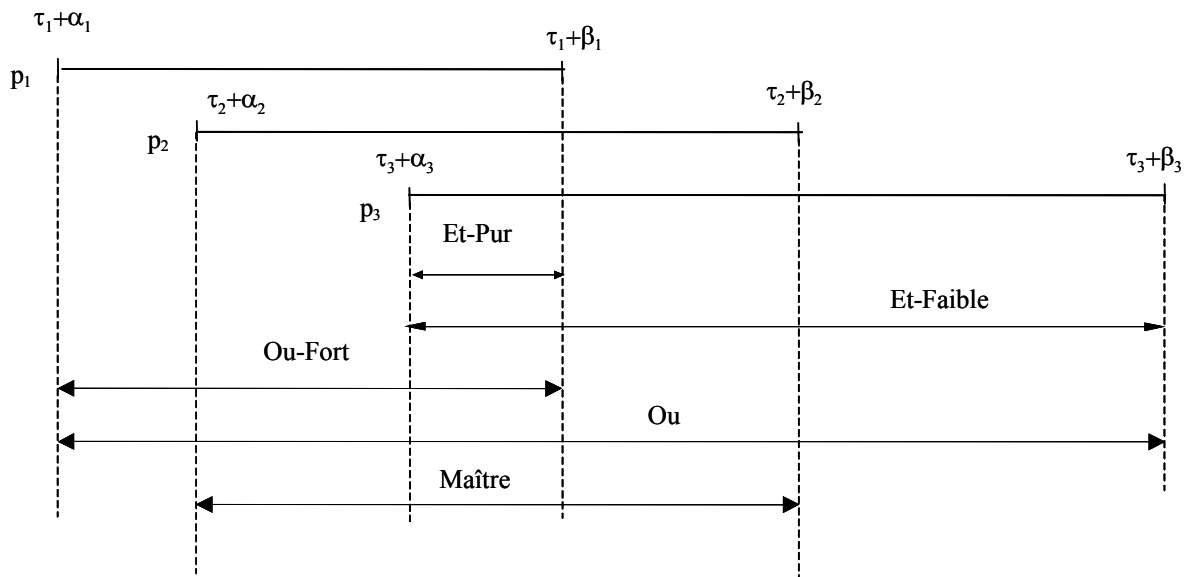


Figure 2.14 : Quelques sémantiques de tir des réseaux de Petri temporels à flux indépendants

#### 2.6.4 Comparaison avec les RdP t-temporels et p-temporels

A partir des définitions données pour les RdP t-temporels, p-temporels et les réseaux à flux indépendants nous donnons, dans les lignes qui suivent, une comparaison pour la structure de synchronisation. Pour cela considérons l'exemple d'une transition qui possède deux places d'entrée représentée par la figure 2.15

Dans les réseaux de Petri temporels (figure 2.15a), le temps de synchronisation n'est pas lié aux tâches ou aux processus qui s'exécutent, mais à une attente après leur synchronisation logique sur la transition.

En revanche, pour les réseaux de Petri p-temporels et à flux indépendants (figures 2.15b et 2.15c) cette synchronisation est une composition temporelle liée aux tâches qui s'exécutent : une action peut être lancée d'une manière autonome en comptant le temps dès le début de celle-ci, c'est à dire avant la sensibilisation de la transition de synchronisation.

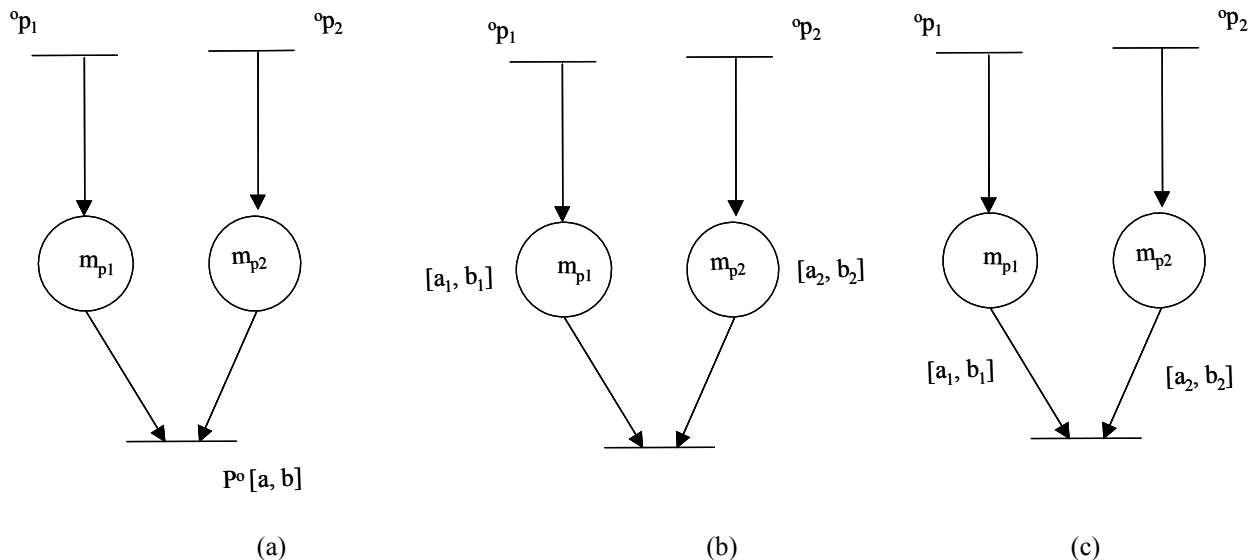


Figure 2.15 : Réseaux de Petri temporels  
 (a) t-temporel, (b) p-temporel, (c) à flux indépendants

- Il a été montré [DIA 01] qu'un réseau de Petri t-temporel est un réseau de Petri à flux indépendant dont :
  - les transitions sont de type Et-faible
  - les intervalles  $[min, max]$  de tous les arcs allant des places  $P_i$  à la transition de synchronisation sont des intervalles  $[min, max]$  de la transition du réseau de Petri temporel.
- En revanche, un RdP p-temporel permet de spécifier les contraintes de séjour des marques dans toutes les places du réseau (même celles qui sont en amont des transitions de synchronisation).

De même pour les RdP à flux indépendant et pour une règle de tir de type Et-pur, la contrainte temporelle liée à l'arc ne peut être assurée que si l'instant de tir appartient à l'intervalle  $[\tau + a_i, \tau + b_i]$ .

Pour la transition de synchronisation, tous les arcs doivent satisfaire cette contrainte :

Soit  $\tau^f$ , l'instant absolu de tir d'une transition de synchronisation et  $[MIN, MAX]$  l'intervalle possible de tir, nous devons avoir pour tout arc :

$$MIN = \max_{(i)} \{ \tau_i + a_i \} = \max(\text{des min}) \leq \tau^f$$

$$MAX = \min_{(i)} \{ \tau_i + b_i \} = \min(\text{des max}) \geq \tau^f$$

Il en découle de ce qui précède que les réseaux de Petri à flux indépendants dont la sémantique « Et-Pur » permettent aussi de décrire les contraintes de séjour et le même formalisme pour les RdP p-temporel peut être appliqué dans ce cas.

Les autres sémantiques de tir pour les RdP à flux indépendant les rendent plus généraux et donc plus intéressants pour modéliser les systèmes à événements discrets où on ne considère que le temps.

### 2.6.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à la modélisation des systèmes à événements discrets à contraintes temporelles. Pour l'étude dynamique de ces systèmes, il est nécessaire de prendre en compte le temps de façon explicite.

Nous avons présenté brièvement les principaux modèles des réseaux de Petri qui permettent une intégration simple et efficace du temps. Ces modèles présentés (RdP temporisés et RdP temporels) sont donc bien adaptés à l'évaluation des performances des systèmes, à contraintes temporelles, soit analytiquement en se basant sur la recherche des circuits critiques et sur le calcul du temps de cycle associé, soit par simulation du modèle. Plusieurs chercheurs ont utilisé cette notion de temps de cycle pour l'évaluation analytique des performances d'ateliers de fabrication [HIL 88], [HIL 89]. Le modèle considéré est dans ce cas un graphe d'événements.

Dans les réseaux de Petri p-temporels, le temps est représenté par une durée, sous forme d'intervalle, associé aux places. La borne inférieure représente la date de disponibilité du jeton pour le tir d'une transition. La borne supérieure de l'intervalle représente la date au plus tard avant laquelle le jeton doit quitter la place, sous peine de violation de contrainte et de bon fonctionnement du réseau.

Les réseaux de Petri à flux indépendant permettent de modéliser certains systèmes contenant des objets complexes, qui possèdent un comportement temporel propre, autonome, et qui en lui-même, peut être sophistiqué. Ces réseaux permettent de définir la synchronisation temporelle en la liant aux tâches qui s'exécutent. Ce qui permet de lancer des actions autonomes et de compter le temps dès le début de celles-ci, c'est à dire avant la sensibilisation de la transition de synchronisation (condition nécessaire de franchissement dans un RdP temporel). En effet, l'association des intervalles de validité temporelle aux arcs modifie complètement les situations modélisables, et en particulier la sémantique du modèle. La seule difficulté réside dans le choix d'une sémantique appropriée.

Un RdP à flux indépendants constitue donc un modèle général pour les contraintes d'intervalles temporels. Si leur richesse peut poser des problèmes dans la phase d'analyse, il n'en reste pas moins vrai que les RdP à flux indépendants constituent un modèle fédérateur pour les approches intégrant spécification et surveillance. Cette perspective intéressante ne sera cependant pas abordée dans ces lignes puisque l'aspect surveillance ne sera pas étudié dans la partie applicative de cette thèse.

Reste que, dans de nombreux procédés, d'autres paramètres que le temps peuvent être des facteurs déterminants pour la qualité, le taux de production et le coût. Le paramètre considéré dans un tel procédé doit parfois appartenir de manière très stricte à des intervalles de validité de

manière analogue à la problématique temporelle. La commande devra dans ce cas donner des garanties sur le respect de ces spécifications. C'est pourquoi, un modèle approprié, riche en propriétés analytiques est nécessaire à la synthèse du pilotage. Les modèles décrits dans ce chapitre ne sont pas capables de modéliser ces contraintes quantitatives. Or, nous verrons par la suite l'exemple d'un procédé de production de cigarettes où la contrainte de poids conditionne la conformité du produit ainsi que l'amélioration du taux de production et de la qualité.

Il y a donc nécessité de rechercher un nouvel outil de modélisation, efficace pour un type générique de contrainte d'intervalle. Dans cette optique, la modélisation des systèmes à contraintes non temporelles fera l'objet du chapitre suivant.

# CHAPITRE 3

## *INTEGRATION DE PARAMETRES QUANTITATIFS NON TEMPORELS*



## Chapitre 3

### **INTEGRATION DE PARAMETRES QUANTITATIFS NON TEMPORELS**

#### **3.1 Introduction**

Au chapitre précédent, nous avons exposé une première extension des réseaux de Petri ordinaires. Cette extension porte sur la modélisation des systèmes dont les comportements dépendent de façon explicite de valeurs temporelles. Ainsi nous avons présenté les deux principales familles d'extension temporelle des réseaux de Petri : les réseaux de Petri temporisés et les réseaux de Petri temporels.

Nous avons alors abordé la représentation des systèmes de production à comportements contraints par le temps et la représentation des paramètres temporels, en précisant comment prendre en compte la modélisation et la sémantique des valeurs explicites du temps.

Cependant, la complexité des structures physiques des systèmes réels et de leurs commandes donne lieu à d'autres extensions des réseaux de Petri. Chacune de ces extensions apporte un élément de réponse à tel ou tel autre aspect de la complexité des systèmes étudiés. En conséquence le choix d'un modèle dépendra du système à étudier et des propriétés à analyser.

Le système de production manufacturière qui nous intéresse est constitué de procédés où la contrainte poids de l'unité fabriquée est un facteur déterminant pour la qualité, le coût et le taux de production. La valeur du poids doit être dans un intervalle donné. La commande de ce processus devra alors donner des garanties sur le respect des spécifications pondérales. Ce type de contrainte ne peut être spécifié par les réseaux de Petri à contrainte du temps ou par les Rdp de bas niveau en général.

Dans ce contexte, ce chapitre est consacré à notre réflexion sur les réseaux de Petri à intervalles qui est considéré comme un nouvel outil de modélisation de ce type de procédé à contrainte non temporelle et de spécification des paramètres linéaires de natures très diverses tel que le poids.

Avant d'introduire l'outil de modélisation choisi, et dans le but de justifier notre choix, nous présentons deux modèles de réseaux de Petri comme outils capables de modéliser les systèmes complexes à contraintes non temporelles : les réseaux de Petri hybrides et les réseaux de Petri de haut niveau.

Des applications classiques de la littérature sur la dynamique de ces outils sont présentées dans ce chapitre afin d'illustrer les règles de fonctionnement de chaque modèle.

La deuxième partie de ce chapitre sera réservée à ce nouvel outil de modélisation : les réseaux de Petri à intervalles, qui constituent une sous-classe des Réseaux de Petri de Haut Niveau à Marquage Abstrait (RdPHNMA) [YIM 96], [COL 03]. Ils permettent de modéliser et de garantir une contrainte sur un paramètre quelconque dans un processus manufacturier [COL 04].

### 3.2 Les réseaux de Petri hybrides

L'étude des systèmes hybrides est en plein développement actuellement. Suivant les domaines d'application, les motivations sont diverses, mais souvent il s'agit d'une volonté de prendre en compte divers aspects d'un système dans toutes leurs complexités. Dans le cas des systèmes de production, l'intérêt pour les modèles hybrides provient en grande partie du développement rapide des procédés de fabrication par lots dans l'industrie agro-alimentaire ou en chimie finie. Les matières premières sont continues, mais elles sont traitées par lot, c'est à dire de façon discrète.

Le modèle décrivant ce type de système doit prendre en compte à la fois les aspects discrets et les aspects continus. C'est à dire qu'il doit manipuler des variables discrètes et continues et être capable de décrire leurs évolutions.

Le réseau de Petri hybride constitue un outil capable de modéliser un système hybride. Il permet de concilier les propriétés des réseaux de Petri continus et discrets. La partie continue est bien adaptée pour modéliser un flux continu ou un flux discret comportant un nombre important de marques (par exemple un nombre de pièces dans un stock par un nombre évoluant continûment). Conjointement, la partie discrète sert à modéliser ce qui ne peut l'être en continu (par exemple, l'état opérationnel d'un moteur ou d'une machine, où l'état de panne, ne peut être modélisé par un nombre réel, car il s'agit d'une grandeur purement booléenne ne possédant que deux valeurs possibles.

En fonction de la nature discrète ou continue ou différentielle des nœuds du réseau, nous utilisons la représentation de la figure 3.1

Cette représentation nous permet de distinguer les nœuds continus et les nœuds discrets dans un RdP hybride.



**Figure 3.1: différentes représentations des nœuds des RdP hybrides**

Dans la littérature [DAV 92] nous trouvons deux types de réseaux de Petri hybrides : les RdP autonomes et les RdP temporisés.

Dans une première étape, nous présentons les réseaux de Petri continus [DAV 92] qui constituent une partie des RdP hybrides. Ensuite, nous présentons ces deux types des RdP hybrides.



Une application des réseaux de Petri hybrides sur un système classique de remplissage de deux réservoirs sera présentée à la fin de ces lignes.

### 3.2.1 Les réseaux de Petri continus [DAV 92]

Un RdP continu est caractérisé par sa nature de marquage qui correspond à un vecteur avec des composantes réelles positives ou nulles et non plus des entiers.

Pour un nombre réel de marquage donné une transition  $t_j$  est validée si nous pouvons franchir une quantité  $X_j$  de  $t_j$  avec  $0 \leq X_j \leq \min (M(p_a), \dots, M(p_b))$  ( $\{p_a, \dots, p_b\}$  l'ensemble des places d'entrée de  $t_j$ ).

$X_j$  est appelée quantité de franchissement.

[DAV 92] montre que le comportement d'un RdP continu est un cas limite du RdP discret, obtenu en coupant chacune des marques du réseau en  $K$  jetons avec  $K$  tend vers l'infini.

Le franchissement d'une transition  $t_j$  consiste alors à enlever une quantité  $X_j$  des places en amont de  $t_j$  et à ajouter cette quantité  $X_j$  dans les places en aval de  $t_j$ .

Le franchissement s'effectue donc comme un flux continu.

Soit  $d_j(t)$  la temporisation associée à la transition  $t_j$  à l'instant  $t$  d'un réseau continu temporisé. Nous définissons la fréquence de franchissement  $U_j(t)$  associée à cette transition tel que:

$$U_j(t) = 1 / d_j(t)$$

Cette fréquence est homogène à une vitesse:  $V_j = K / d_j(t)$

Selon l'interprétation des contraintes temporelles pour la validation des transitions qui dépend du marquage des places en amont de la transition considérée nous définissons:

- le modèle RdP continu à vitesse constante (RdPCC) [DAV 92] (annexe D)
- le modèle RdP continu à vitesse variable (RdPCV) [DAV 92] (annexe D)

Dans un RdP continu, pour une vitesse  $V_j(t) > 0$  une transition  $t_j$  est franchie continûment. A un instant  $(t + dt)$  le marquage d'une place  $p_i$  est :

$$m_i(t + dt) = m_i(t) + \sum_{K=1}^m [Post(P_i, T_k) - Pr \acute{e}(P_i, T_k)] V_k(t) dt \quad 1 \leq i \leq n$$

Soit la relation fondamentale :

$$\frac{dM}{dt} = W.V(t)$$

où :

$W$  : matrice d'incidence du RdPC

$V(t)$  : vitesse instantanée de franchissement.  $V(t) = (V_1(t), \dots, V_m(t))$

$$M(t) = (m_1(t), \dots, m_n(t)) \quad \frac{dm_i}{dt} = \dot{m}_i$$

### 3.2.2 Les RdP hybrides autonomes

#### Définition 3.1:

Un réseau de Petri hybride autonome est un sextuplet  $Q = \langle P, T, Pre, Post, m_0, h \rangle$  tel que:

- $P = \{P_1, P_1, \dots, P_n\}$  est un ensemble fini et non vide de places ;
- $T = \{T_1, T_1, \dots, T_n\}$  est un ensemble fini et non vide de transitions ;
- $P \cap T = \emptyset$ , c'est-à-dire que les ensembles  $P$  et  $T$  sont disjoints ;
- $h : P \cup T \rightarrow \{D, C\}$ , appelée « fonction hybride », indique pour chaque nœud s'il est discret ou continu ;
- $Pre : P \times T \rightarrow R^+$  où  $N$  est l'application d'incidence avant ;
- $Post : P \times T \rightarrow R^+$  où  $N$  est l'application d'incidence arrière ;
- $Mo : P \rightarrow R^+$  où  $N$  est le marquage initial.

Dans les définitions de  $Pre$ ,  $Post$  et  $m_0$  :  $N$  correspond au cas où  $p_i \in D$ -Place et  $R^+$  correspond au cas où  $p_i \in C$ -Place.

Les propriétés concernant chaque partie sont conservées. Par contre, une contrainte supplémentaire entre le discret et le continu est nécessaire pour conserver le marquage entier des places discrètes. Pour cela, la validation de la transition continue nécessite que toutes les places discrètes en amont aient un marquage supérieur ou égal aux poids des arcs et que toutes les places continues en amont soient marquées.

De plus, pour assurer une cohérence au RdP, les fonctions  $Pre$  et  $Post$  doivent satisfaire le critère suivant :

Pour toutes les places discrètes  $P_i$  reliées à une transition continue  $t_j$  il faut que la relation  $Pré(p_i, t_j) = Post(p_i, t_j)$  soit vérifiée.

**Définition 3.2:** Une D-transition est validée si chacune des places  $P_i$  de  ${}^0t_j$  vérifie :

$$M(P_i) \geq Pré(p_i, p_j).$$

**Définition 3.3:** Une C-transition est validée si chacune des places  $p_i$  de  ${}^0t_j$  vérifie :

- si  $P_i$  est une D-place,  $M(p_i) \geq Pré(p_i, t_j)$  ;
- si  $P_i$  est une C-place  $M(p_i) > 0$ .

Un marquage  $\mathbf{m}$  peut être obtenu à partir d'un marquage initial  $\mathbf{m}_0$  par le franchissement de la séquence  $S$  par la relation fondamentale :

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \mathbf{W} \cdot \mathbf{s}$$

avec:  $\mathbf{s}$  le vecteur caractéristique de la séquence  $S$

Cette relation fondamentale est identique à celle d'un RdP discret. Donc nous pouvons transposer toutes les propriétés des RdP discrets aux RdP hybrides.

Par ailleurs, il est possible d'avoir des arcs inhibiteurs dans un RdP hybride [ALL 98]. On définit ainsi un réseau de Petri Hybride étendu.

### 3.2.3 Les RdP hybrides temporisés

Les RdP hybrides temporisés sont des outils largement utilisés dans l'analyse et l'évaluation des performances des systèmes réels où nous intégrons la dimension temps.

Des temporisations sont associées soit aux places soit aux transitions (les deux cas sont équivalents [DAV 92]).

Donc un RdP temporisé est un couple  $\langle H, \text{Tempo} \rangle$  où  $H$  est un RdP hybride et  $\text{Tempo}$  est l'application qui associe à chaque transition (place) un nombre rationnel positif :

$\text{Tempo}(t_j) = d_j$  : temps associé à la transition  $t_j$ .

- ✓ La temporisation associée à une D-transition  $t_j$  est  $d_j$
- ✓ La vitesse maximale de franchissement associée à une C-transition  $t_j$  est :  $V_j = \frac{1}{d_j}$
- ✓ Le marquage  $M(t)$  d'un RdP temporisé à un instant donné, pour un marquage initial  $M_0$ , se déduit à partir de la relation fondamentale :

$$M(t) = M(0) + W[\sigma(t) + \int_{u=0}^t V(u)du]$$

avec:

$\sigma(t)$ : nombre de franchissement de chaque D-transition (interprétation discrète) entre l'instant initial et l'instant  $t$ . Les composantes associées aux C-transitions sont nulles.

$V(t)$ : vecteur vitesse de franchissement instantanée des C-transitions à l'instant  $t$ .

Comme les temps associés aux transitions d'un RdP hybride peuvent être des valeurs déterministes ou stochastiques nous définissons deux modèles :

- Le modèle RdP hybride à partie discrète déterministe (RdPHCC) (annexe C)
- Le modèle RdP hybride à partie discrète stochastique (RdPHDS) (annexe C)

Les modèles RdP hybrides constituent des outils capables de modéliser des systèmes industriels complexes. Ils permettent la prise en compte des aspects continus d'un système de fabrication (commande d'axes, régulation de vitesses, régulation d'un débit, etc...) et son aspect discret (exécution des phases ou des opérations). Ainsi dans un modèle hybride ou différentiel on peut gérer simultanément deux types de variables : des variables continues qui prennent leurs valeurs dans l'ensemble des réels  $\mathbb{R}$  et des variables discrètes qui prennent des valeurs dans l'ensemble des entiers  $\mathbb{N}$ .

Dans les lignes qui suivent, nous présenterons une modélisation par un RdP hybride d'un système constitué de deux réservoirs entre lesquels circule un liquide. Ce système est constitué d'une partie continue (les réservoirs) et d'une partie discrète (la pompe), il peut être alors modélisé par un réseau de Petri hybride. Le schéma simplifié du système est représenté par la figure 3.2

### 3.2.4 Exemple d'application

#### 3.2.4.1 Présentation du système

Le système considéré est constitué de deux réservoirs ( $R_1$  et  $R_2$ ), de deux pompes ( $P_1$  et  $P_2$ ), de trois électrovannes ( $EV_1$ ,  $EV_2$  et  $EV_3$ ) et de deux capteurs de volumes ( $C_1$ ,  $C_2$ ) dans les réservoirs (figure 3.2).

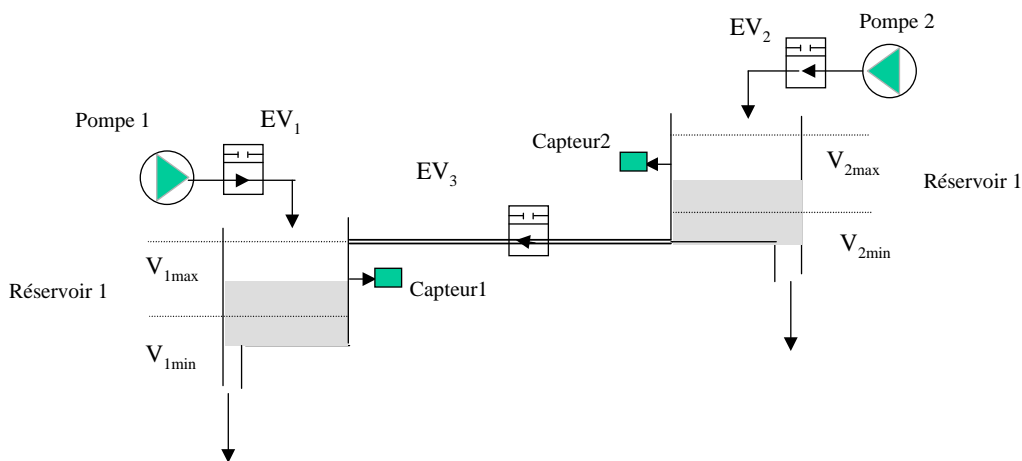


Figure 3.2 : Système de réservoirs

Les deux réservoirs alimentent des utilisateurs selon les besoins. Le volume dans chaque réservoir ( $R_1$  et  $R_2$ ) doit rester dans un intervalle donné  $[V_{imin}$  et  $V_{imax}]$ .

Le problème de régulation de ce système est étudié en détail dans [SAR 03].

Dans notre modélisation, nous considérons la circulation du liquide dans les phases d'alimentation et de vidange des réservoirs.

L'alimentation des réservoirs ( $R_1$  et  $R_2$ ) est assurée, respectivement, par les pompes ( $P_1$  et  $P_2$ ). Quand le volume de liquide correspondant à un niveau est inférieur à  $V_{i \min}$  la pompe est mise en marche ; elle est stoppée quand ce niveau atteint  $V_{i \max}$ .

Pour la vidange, il est possible de vider complètement le réservoir, soit vers l'extérieur, soit vers le second si sa capacité le permet.

Nous pouvons également remplir entièrement un réservoir, soit à partir de l'extérieur à travers la pompe soit vers l'autre si sa capacité le permet.

#### 3.2.4.2 Modélisation par réseau de Petri hybride

Ce système peut être modélisé par le réseau de Petri hybride de la figure 3.3. Les places  $P_1$  et  $P_2$  représentent les réservoirs  $R_1$  et  $R_2$ . Le fonctionnement des deux pompes est identique en termes d'états et de successions d'états : pompes en arrêt ( $P_3, P_6$ ), pompes en marche ( $P_4, P_5$ ).

Les transitions  $t_1$  et  $t_2$  représentent le début du processus de vidange des réservoirs vers l'extérieur.

Les transitions  $t_9$  et  $t_{10}$  représentent le début du processus de vidange d'un réservoir vers l'autre si sa capacité le permet.

Les transitions  $t_3$  et  $t_4$  représentent, respectivement, le signal de niveau bas du réservoir 1 et du réservoir 2.

La transition  $t_5$  est une transition de synchronisation qui sera franchie lorsque les deux réservoirs sont vides.

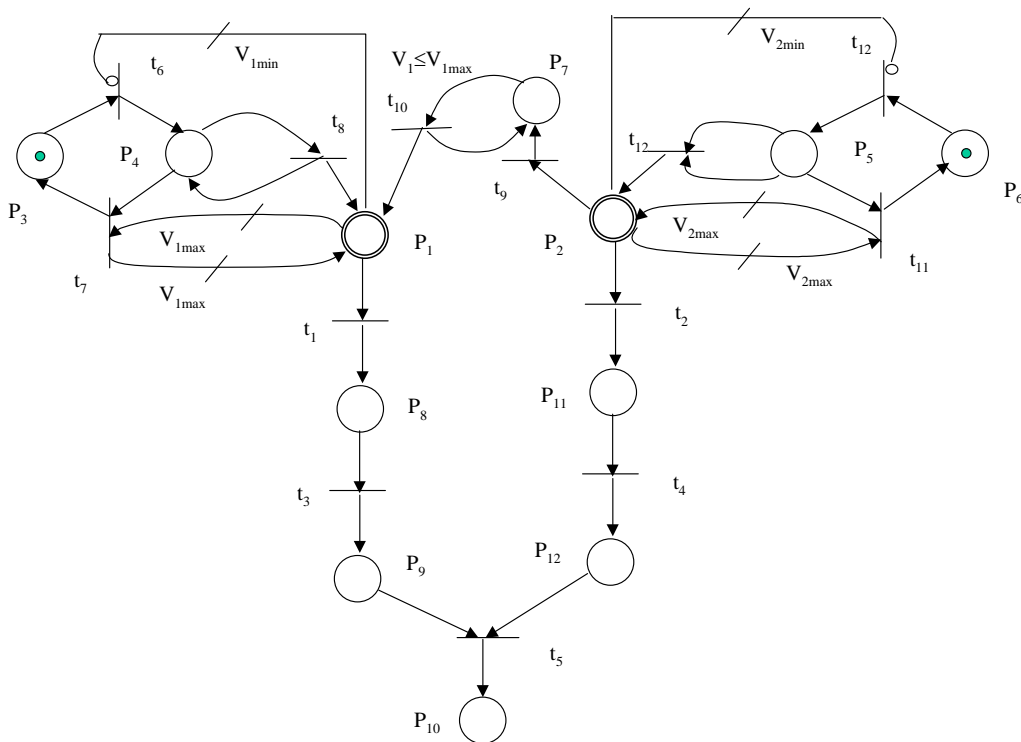


Figure 3.3 : Modèle RdP hybride des réservoirs

### 3.2.4.3 Conclusion

Un réseau de Petri hybride permet donc de représenter soit l'influence d'un système discret (un automate par exemple) sur un processus continu soit l'influence d'un processus continu sur un système discret.

Cependant, plusieurs auteurs ont proposé des extensions aux RdP hybrides pour pouvoir représenter des phénomènes particuliers et complexes. Nous citons à titre d'exemple les RdP différentiels [DEM 96] et les RdP lots [DEM 94].

### 3.2.5 Les réseaux de Petri lots [DEM 94]

Ces RdP sont destinés à modéliser les systèmes dans lesquels on trouve en même temps et sur les mêmes éléments, les phénomènes d'accumulation et de retard de propagation. C'est le cas, par exemple d'un convoyeur à bande au sein d'un système de production. Les produits qui rentrent sur un convoyeur mettent un certain temps pour être disponibles en sortie (phénomène de retard et de propagation) car ils doivent être transportés de l'amont vers l'aval du convoyeur. Une partie peut être accumulée en sortie (phénomène d'accumulation) si la totalité du flux sortant du convoyeur ne peut être absorbée par le convoyeur ou la machine aval. Les RdP lots se composent de trois types de places et de transitions : Places Discrète (DP) – Places Continues (CP) – Places

Lot (BP) et Transitions Discrète (DT) – Transitions Continues (CT) – Transitions Lot (BT). Les lois d'évolution d'un RdP lot permettent de définir les valeurs de flux échangées entre les places à un instant donnée et de calculer le temps où les flux gardent une valeur constante. Les lois d'évolution définissent aussi comment les lots sont créés, déplacés et détruits sur le convoyeur.

### 3.2.6 Les RdP différentiels [DEM 96]

Ces RdP sont composés de deux types de places et de transitions : places discrètes et différentielles, transitions discrètes et différentielles. L'évolution des variables discrètes du modèle est décrite par les places et les transitions discrètes. La partie continue dans ce réseau est représentée par un modèle différentiel permettant un marquage négatif dans les places. La dynamique de ce modèle différentiel est décrite par un système linéaire d'équations différentielles.

### 3.2.7 Conclusion

Les RdP lots conviennent très bien à la modélisation des systèmes de production qui se composent souvent de machines de fabrication ou de contrôle reliées entre elles par des convoyeurs de transport ou de stockage des produits pour étudier l'influence de ces convoyeurs sur la productivité. Ce modèle n'est pas approprié à nos travaux de calcul de commande qui ne formulent pas d'hypothèses sur la topologie du système.

Les RdP différentiels permettent d'élaborer des modèles échantillonnés ou discrétisés en utilisant les places et les transitions différentielles pour modéliser la partie continue. L'évolution des variables d'état est donnée par les profils (linéaires) de franchissement de transitions, ce qui permet l'interpolation des valeurs entre deux instants d'échantillonnage. La temporisation permet de représenter le pas d'échantillonnage du modèle continu.

Dans nos travaux, nous ne nous sommes pas intéressés à la dynamique continue du système. De ce fait, ce modèle donne des possibilités que nous n'exploitons pas. Par contre, il nous impose un formalisme complexe.

Par ailleurs, il existe d'autres extensions des réseaux de Petri hybrides qui permettent d'intégrer des composantes continues dans un modèle à événements discrets. Ces modèles sont appelés RdP de haut niveau. Ils feront l'objet des lignes qui suivent.

## 3.3 Les Réseaux de Petri de haut niveau

### 3.3.1 Introduction

Dans certains cas, les RdP autonomes et même les RdP temporisés s'avèrent limités dès la phase de modélisation. On fait alors appel aux réseaux dits de haut niveau. Ils présentent un outil de modélisation privilégié, susceptible de résoudre aussi bien les problèmes de spécification, validation ou analyse des systèmes. Dans un réseau de haut niveau, le marquage est défini comme une expression d'un langage de premier ordre. De plus, une distinction est faite entre les différents jetons dans une même place (le marquage est un multi-ensemble).

Citons l'exemple de la modélisation des procédés de fabrication où la conformité d'une unité fabriquée dépend essentiellement de la valeur du poids qui doit être comprise entre un minimum et un maximum. Ce type de contrainte ne peut être spécifié par les RdP de bas niveau. On donne donc là une définition des RdP de Haut niveau [ISB] :

### 3.3.2 Définition:

Un RdP de haut niveau est une structure  $(S, T, C, F, \text{Pré}, \text{Post}, M_0)$  avec :

- $S$  est un ensemble fini de places
- $T$  est un ensemble fini de transitions :  $S \cap T = \emptyset$
- $C$  est un ensemble non vide de déclarations
- $F : S \cup T \rightarrow C$  est une fonction qui détermine chaque type de place et chaque mode de transition.
  - Mode d'une Transition : c'est l'assignation de valeurs pour les variables associées à la transition de telle façon que la condition de franchissement soit satisfaite.
  - Type de Place : c'est un ensemble non vide d'éléments associés à une place. Cet ensemble décrit une structure complexe et arbitraire.
- $\text{Pré}, \text{Post} : \text{Trans} \rightarrow \mu\text{Place}$  sont
 
$$\text{Tran} = \{(t, m) / t \in T, m \in C(t)\}$$

$$\text{Place} = \{(s, g) / s \in S, g \in C(s)\}$$
- $M_0 \in \mu\text{Place}$  est un multi-ensemble nommé marquage initial.

**Définition 3.4:** un marquage  $M$  dans un réseau de Petri de haut niveau est un multi-ensemble  $M \in \mu\text{Place}$

**Définition 3.5:** Un multi-ensemble de modes de transitions,  $T_\mu \in \mu\text{TRANS}$  est validé pour un marquage  $M$  si :

Soit  $\text{mult}(tr, T_\mu)$  le nombre de fois où la transition  $tr$  est validée dans le multi-ensemble de mode de transitions  $T_\mu$ .

$$\text{Pré}(T_\mu) \leq M \text{ avec : } \text{Pré}(T_\mu) = \sum_{tr \in \text{TRANS}} \text{mult}(tr, T_\mu) \text{Pré}(tr)$$

**Définition 3.6:** le marquage  $M'$  résultant du tir de la transition  $t$  est tel que :

$$M' = M(p) - \text{Pré}(T_\mu) + \text{Post}(T_\mu)$$

On note alors  $M \xrightarrow{T_\mu} M'$  où  $M \rightarrow M'$

### 3.3.3 Les RdP de Hauts niveau à Marquages Abstraites (RdPHMA)

Dans un RdP de haut niveau, un jeton a une couleur bien définie dont la valeur appartient à un ensemble fini. Nous allons maintenant utiliser le concept d'abstraction pour la couleur des jetons.



Un RdP de haut niveau contenant un marquage à couleur partielle sera appelé un RdP de haut niveau à marquage abstrait.

**Définition 3.7:** Un marquage à couleur partielle dans un RdP de haut-niveau est un couple  $(M, \psi)$  où :

- 1)  $M$  est une application qui associe à chaque place une somme de jetons dont la couleur est un  $n$ - symbolique potentiellement non close.
- 2)  $\psi$  est une formule satisfaisable
- 3)  $M$  et  $\psi$ , n'ont aucune variable en commun avec les annotations du Réseau

**Définition 3.8:** validation d'une transition pour un marquage à couleur partielle

1) Un multi-ensemble de modes de transitions,  $T_\mu \in \mu TRANS$  est validé pour un marquage partiel  $(M, \psi)$  si :

- Soit  $mult(tr, T_\mu)$  le nombre de fois où la transition  $tr$  est validée dans le multi-ensemble de mode de transitions  $T_\mu$ .

- Soit  $\lambda$  une application qui associe à chaque arc  $(p, t)$  une somme symbolique  $\lambda(p, t)$  tel que :

$$\lambda(p, t) = mult(t, T_\mu) Pr e(t) \text{ est satisfaisable,}$$

$$1) Pr e(T_\mu) \leq M, \text{ avec } Pr e(T_\mu) = \sum_{tr \in TRANS} mult(tr, T_\mu) Pr e(tr)$$

2)  $\psi \wedge_{p \in {}^o t} (\lambda(p, t))$  est satisfaisable

Dans un RdP de haut niveau à marquage abstrait (RdPHNMA), on utilise donc une abstraction sur la somme symbolique d'expressions associées au marquage. Les règles d'évolution du marquage sont alors réinterprétées en fonction de cette abstraction [YIM 96]. Le tir d'une transition a donc pour effet de propager les contraintes.

### 3.3.4 Application

A titre d'illustration des règles de modélisation des systèmes par des réseaux de haut niveau, on reprend le problème des réservoirs représenté par la figure 3.3. Un réservoir peut être rempli avec un débit  $q_e$  et /ou vidé avec un débit  $q_s$ . Le niveau du liquide dans le réservoir doit être entre un niveau mini  $N_1$  et un niveau maxi  $N_2$ , à l'état initial les réservoirs sont vides. On a donc quatre actions autorisées, à l'exclusion de toute autre : remplissage, vidange, remplissage et vidange simultanément et réservoir en repos.

Le comportement du système peut être modélisé à l'aide d'un RdP de haut niveau (Figure 3.4). Le contenu doit bien entendu rester positif (la capacité n'est jamais modifiée). Le marquage initial doit donc être  $\langle 0, N_2 \rangle$ . Chacune des actions possibles peut être traduite par une transition : **vider**, **remplir**, **remplir\_vider** et **repos**. Les variables du système sont le niveau  $N$  avec  $N_1 \leq N \leq N_2$  et les débits  $q_e$  et  $q_s$ . Nous avons associé les variables sur les transitions de sortie et d'entrée des quatre places  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$  qui représentent respectivement les quatre configurations possibles du réservoir : « en repos », « en remplissage », « en vidange » et « en remplissage/vidange ».

Nous remarquons qu'une modélisation similaire d'un système classique de vidange d'un réservoir est effectuée dans [CHA 98]. Le modèle choisi est Le réseau de Petri prédicats-transitions-différentiels. Ce modèle est une combinaison d'un réseau prédicats-transitions et des systèmes d'équations différentielles algébriques. Dans ce modèle des fonctions de sensibilisation et de jonction sont associées à chaque transition du réseau qui, respectivement, détecte le dépassement de seuil de variable d'état et calcule sa valeur à l'instant  $t$ .

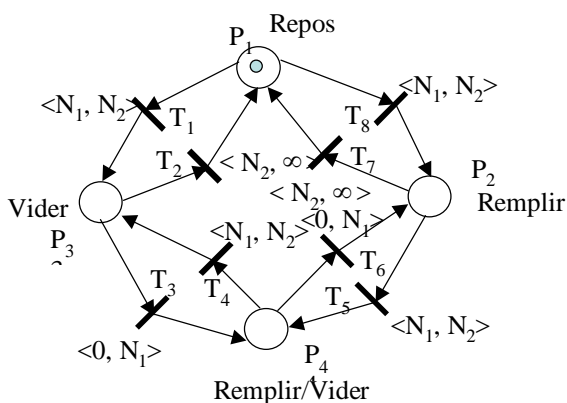


Figure 3.4: le problème des réservoirs

### 3.3.5 Interprétation

Il est clair que la modélisation des systèmes dynamiques par les RdP de haut niveau apporte un gain réel d'expressivité par rapport à la modélisation par les RdP temporisés. Ce style de modélisation se révèle très souple d'emploi et permet de décrire et de résoudre plusieurs problèmes réputés « difficiles », en particulier le Hoist Scheduling Problem : Le Hoist Scheduling Problem (HST) est un problème d'ordonnancement, typique des processus industriels comme les chaînes de galvanoplastie. Les pièces doivent subir une suite de traitements chimiques consistant à effectuer des trempes dans différents bains successifs. Le temps d'immersion dans les cuves est contraint par une borne inférieure (en dessous de laquelle le traitement n'est pas terminé) et une borne supérieure (au delà de laquelle le traitement est altéré).

Actuellement, beaucoup d'applications font appel aux réseaux de Petri de haut niveau. Ces réseaux possèdent une certaine élégance de la formalisation et une finesse de description du

modèle de base, en offrant un support plus compact à la représentation. Par ailleurs, ce pouvoir descriptif se fait au détriment de la puissance d'analyse. La simulation devient souvent le seul moyen d'exploitation des réseaux de Petri de haut niveau.

Le fait de ne pouvoir dégager des résultats analytiques pour le calcul d'une commande et des performances nous a conduit à chercher une exploitation plus fine de ces modèles. Nous proposons dans la suite de ce mémoire, de définir une classe de RdPHNMA qui soit analytiquement plus exploitables.

En effet, nos travaux portent sur la modélisation et l'étude des systèmes de production manufacturière soumis à des contraintes quantitatives. L'amélioration du taux de production et de la qualité n'est envisagée qu'à l'aide d'un outil de modélisation approprié, qui soit à la fois un moyen de description et un moyen d'analyse de fonctionnement via des propriétés structurelles fortes.

Les lignes qui suivent font l'objet d'une présentation de ce nouvel outil de modélisation : les réseaux de Petri à intervalle.

### 3.4 Les RdP à Intervalles [COL 03]

Les RdP à intervalles ont été introduits pour étendre le champ d'application des RdP P-temporels par une abstraction fonctionnelle sur le paramètre associé aux places [COL 03]. Il serait donc logique de retrouver rigoureusement la même définition mathématique de l'outil. Néanmoins, la restriction des intervalles associés aux places à des rationnels positifs se justifie quand la signification du paramètre associé est une durée. Par contre, elle n'a plus de raison d'être pour une variation d'un poids ou d'une position par exemple qui peut bien évidemment être positive ou négative.

De plus, l'introduction d'un nouveau formalisme a été le prétexte à une remise à plat de la définition initiale. Ainsi, nous présentons de manière non équivoque le marquage comme un multi-ensemble. De même, la transmission d'une quantité véhiculée avec le jeton sera représentée de manière explicite.

#### 3.4.1 Définition:

Un RdP à intervalles est un tuple  $\langle R, m, IS, D, Val, Val_0, X, X_0 \rangle$  dans lequel :

- R est un RdP non marqué,
- m une application qui affecte un marquage au réseau telle que :  
Soit Va un ensemble de variables à valeur dans Q.  
Soit V un ensemble non vide de formules utilisant des variables de Va.  
Soit  $\mu V$  un multiensemble défini sur l'ensemble V.

$$m : P \rightarrow \mu V$$

$$p \in P \rightarrow m(p), \text{ où } m(p) \text{ est le marquage d'une place.}$$

On note M l'application qui a chaque place associe le cardinal de son marquage.

$$M : P \rightarrow N \text{ (ensemble des entiers positifs).}$$

$$p \rightarrow \text{card}(m(p))$$

- $IS : P \rightarrow Q \cup \{-\infty, +\infty\} \times Q \cup \{-\infty, +\infty\}$  définit les intervalles associés aux places du réseau.  
 $p_i \rightarrow IS_i = [a_i, b_i]$  avec  $0 \leq a_i \leq b_i$

- $D$  est une application qui associe à chaque couple (place, marque) une valeur rationnelle  $q$  qui doit être inférieure au égale à  $b_i$ . Cette grandeur correspond à la modification de la valeur associée au jeton qui est intervenue sur la place  $p_i$ .

$D: m(p) \times P \rightarrow \mathbb{Q}$

$\forall i, 1 \leq i \leq n, n = \text{Card}(P)$

Soit  $k$  un jeton,  $k \in m(p_i)$ ,

$k \rightarrow q_i \mid a_i \leq q_i \leq b_i$ ,

où  $a_i, b_i$  sont les valeurs rationnelles fixées par  $IS$ .

- $X$  est un application qui assigne à chaque variable une valeur.

$X : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{Q}$

$va \rightarrow u \in \mathbb{Q}$

En fixant une valeur à chaque variable,  $X$  fixe les  $q_i$ .

- $X_0$  définit les valeurs initiales des variables.
- $Val$  associe à chaque jeton une formule à valeur dans  $\mathbb{Q}$  dont la signification physique est volontairement non définie.

$Val$  est une application de l'ensemble des marques  $m(P)$  dans  $\mathbb{V}$  :

$m(P) \rightarrow \mathbb{V}$

$(k \in m(p)) \rightarrow v \in \mathbb{V}$ , où  $k$  est une marque.

- $Val_0$  définit les formules initiales associées aux jetons

Une marque  $k$  dans la place  $p_i$  participe à la validation de ses transitions de sortie seulement si  $q_i(k)$  a acquis la valeur minimale  $a_i$  de cette place. Elle doit quitter la place  $p_i$ , au plus tard quand  $q_i(k)$  atteint la valeur maximale  $b_i$ . Dans le cas contraire, nous disons que la marque devient morte.

Fort logiquement, après le franchissement d'une transition, des jetons sont générés dans les places de sorties et leurs variables associées sont égales à :

$$Val(k) + q_i(k).$$

Les significations physiques des paramètres  $q$  et  $Val(k)$  sont volontairement non définies. On introduit ainsi une abstraction fonctionnelle.

Bien plus, si nous envisageons l'existence d'une relation entre l'évolution des variables associées aux couples (place, jeton), nous ne la fixons pas dans la définition du modèle. Par exemple, dans les RdP  $p$ -temporels, nous trouvons la relation :

$$\forall q, dq/dt=1$$

où  $t$  est le temps.

Dans un RdP à intervalles l'application  $X$  n'est pas mathématiquement imposée. On verra, par exemple, dans le quatrième chapitre de cette thèse, une application où les paramètres  $q$  représentent des variations de poids des cigarettes. Dans ce cas là, les valeurs des paramètres associés aux couples (place, jeton) sont indépendantes.

### 3.4.2 Définition d'un état

L'état est défini par un quadruplet  $E = \langle m, D, Val, X \rangle$  où :

- $m$  affecte un marquage au réseau,
- $D$  et  $X$  s'associent pour assigner à chaque marque  $k$  dans la place  $p_i$  un nombre rationnel  $q_i(k)$ .

Le  $q_i(k)$  associé à une marque  $k$  dans la place  $p_i$  doit être inférieur ou égal à  $b_i$  où  $[a_i, b_i]$  est l'intervalle statique associé à la place  $p_i$ . La marque  $k$  dans la place  $p_i$  peut participer à la validation de ses transitions de sortie quand sa valeur est supérieure ou égale à  $a_i$ . Elle meurt quand sa valeur associée devient supérieure à  $b_i$ .

- $Val$  associe une formule utilisant des variables rationnelles à chaque jeton. La valeur effective des ces variables rentre dans la définition de l'état (c'est  $X$  qui les fixe indirectement).

La fixation de valeur est donc possible quand l'évolution des variables associées aux couples (place, jeton) est parfaitement définie. Dans le cas contraire, il existe cependant une possibilité de faire évoluer le modèle et d'en extraire des propriétés. Une abstraction mathématique pourra être utilisée.

### Définition 3.9

Une abstraction sur un ensemble de la forme  $\{x: A \bullet \psi\}$  est interprétée comme l'ensemble des valeurs du domaine associé à la formule  $A$  dont l'équation à  $x$  satisfait la formule  $\psi$ .

Nous spécifions donc les paramètres associés au jeton, sans que l'application  $X$  soit définie :

- $A = \sum q_j$ , où l'indice  $j$  définit la suite des places en entrées des transitions successivement tirées pour amener à la création du jeton  $x = \{q_j\}$
- $\psi = \prod (a_j \geq q_j) \wedge (q_j \leq b_i)$

De cette façon, les conditions mathématiques pour le franchissement seront considérées, sans que les valeurs définitives des  $q$  ne soient fixées. Cette dernière technique sera particulièrement utile pour faire de la spécification.

### 3.4.3 Calcul de l'état suivant

D'après la notion d'état nous constatons qu'un nombre infini d'états peut être atteint à partir d'un état donné. Il existe deux possibilités pour avoir un nouvel état à partir d'un état donné: l'évolution des variables associées et le franchissement d'une transition franchissable. Les deux définitions qui suivent donnent l'état suivant pour chacune de ces deux évolutions.

#### Définition 3.10

L'état  $E'(m', D', Val', X')$  est un état accessible à partir de l'état  $E(m, D, Val, X)$  par évolution des variables associés si et seulement si :

- 1-  $m'=m$ ,
- 2-  $\forall j$  une marque dans la place  $p_i$  :

$$q'_i(j) = q_i(j) + \Delta q_i(j), a_i \leq q'_i(j) \leq b_i$$

où  $a_i$  et  $b_i$  sont les valeurs associées minimum et maximum dans la place  $p_i$ .

#### Définition 3.11

L'état  $E'(m', D', Val', X')$  est un état atteignable depuis l'état  $E(m, D, Val, X)$  par le franchissement d'une transition  $t_i$  si et seulement si :

- 1-  $t_i$  est franchissable (tirable) à partir de  $E$ ,
- 2-  $\forall p \in P$ ,

$$m'(p) = m(p) - \text{Pré}(p, t_i) + \text{Post}(p, t_i),$$

- 3- Les marques qui restent dans la même place, gardent la même valeur associée dans  $E$  et  $E'$ .

Les marques qui sont créées prennent la valeur zéro pour le compteur  $q$  associé à leurs nouvelles places d'accueil, la valeur associée au jeton  $k'$  par  $Val$  est :

$$Val(k') = Val(k) + q(k),$$

où  $k$  est un jeton qui était dans une place  $p_j$  d'entrée de  $t_i$  et qui a été utilisé pour le tir de  $t_i$ .

La règle de tir précédente permet de calculer les états et les relations d'accessibilité entre eux. L'ensemble des séquences de tir réalisables depuis l'état initial caractérise le comportement du RdP de la même manière que l'ensemble des marquages accessibles ou les séquences de tir réalisables pour les RdP autonomes.

### 3.4.4 Structures de fonctionnement

**Théorème** : un RdP à intervalles dont l'application assignant une valeur aux compteurs locaux n'est pas définie peut être modélisé par un RdPHNMA [COL03].

Procédure de modélisation :

Nous considérerons trois structures de bases.

- **la séquence** peut être modélisée par une variable libre associée à l'arc d'entrée d'une transition. La contrainte sur la valeur ajoutée pour le franchissement de la transition est introduite sur la garde de la transition par une double inégalité de la forme :  $a \leq q \leq b$

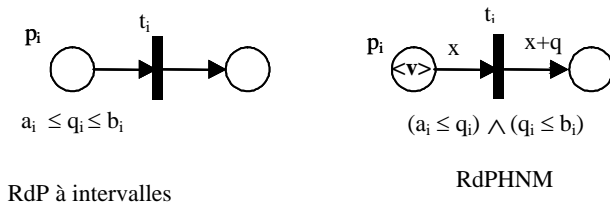


Figure 3.5 : Modèles équivalents

- **Le choix** se déduit directement de la séquence. En effet, les contraintes ajoutées sur les gardes sont identiques pour toutes les transitions directement connectées à la place comportant une contrainte d'intervalle.
- **La structure de parallélisme** comprend plusieurs places en amont de la transition de sortie. Les pondérations des arcs sont identiques à celles utilisées pour la séquence. Par contre, la garde est modifiée de telle sorte que la définition des RdP à intervalles soit respectée. La garde devient alors :

$$(\forall i \in N | p_i \in \text{Pre}(p_i, t), \prod_i (a_i \leq q_i) (q_i \leq b_i)) \wedge (\forall (i, j) | (p_i, p_j) \in I(t) \times I(t), x_i + q_i = x_j + q_j)$$

(dans cette formule  $I(t)$  désigne :  $\text{Pre}(p_i, t_i)$ )

Les RdP à intervalles sont donc une sous-classe des RdPHNMA . A ce titre, les solveurs de types Minos sont utilisables sur ce type de réseau [LEF 98]. Par ailleurs, il a été montré que les modèles tels que les RdP algébriques et les RdP colorés pouvaient être représentés à l'aide des RdPHNMA .

Si pour une topologie d'atelier donnée et pour une contrainte de type particulier, à savoir le temps, des algorithmes dédiés ont été présentés [COL 97], il est particulièrement intéressant de disposer de solveurs plus généraux dès que l'on élargit le champ d'application et la nature des contraintes manipulées.

D'un point de vue modélisation, les RdP de Hauts niveaux comme les RdP colorés sont des abréviations des RdP ordinaires. Ils sont donc trop limités pour modéliser des outils qui dérivent de la famille des RdP temporisés qui eux, sont des extensions des RdP ordinaires. L'introduction de l'abstraction mathématique permet de manipuler un domaine non fini de couleurs. On exclut alors la possibilité de déplier le modèle pour se ramener à un RdP ordinaire.

### 3.4.5 Les RdP p-temporels : une sous classe des RdP à intervalles [COL 03]

Comme nous pouvons le constater, les RdP p-temporels peuvent être définis comme une sous classe des RdP à intervalles en posant les restrictions suivantes:

L'ensemble d'arrivé de l'application IS est restreint de  $Q \cup \{-\infty, +\infty\} \times Q \cup \{-\infty, +\infty\}$  à  $(Q^+ \cup +\infty) \times (Q^+ \cup +\infty)$ .

La signification du paramètre est définie comme étant l'âge du jeton dans une marque. Cette définition est acceptable pour les RdP à intervalles.

L'application D régissant l'évolution des paramètres est complètement fixée puisqu'elle correspond à l'évolution linéaire du temps. Nous vérifions bien que ce temps est une fonction monotone qui fixe l'évolution de tous les âges.

**Lemme 1** : un RdP P-temporel peut être représenté par un RdP à intervalles de validité où la valeur associée au couple (place, jeton) est :

- une durée d'un point de vue fonctionnel
- un rationnel positif d'un point de vue mathématique

Les RdP à intervalles peuvent donc être utilisés comme une abstraction fonctionnelle des RdP P-temporels. Le temps sera donc une valeur particulière dans le domaine des interprétations possibles.

**Théorème** : les propriétés structurelles démontrées sur les RdP P-temporels sont transposables à toute instance des RdP à intervalles si et seulement si :

$$\forall i | 1 \leq i \leq n, n = \text{Card}(P), \min_i (q_i) \neq -\infty$$

Cette transposition implique bien sur que les restrictions sur le marquage et sur la structure du réseau de Petri sont les mêmes.

**Preuve** : Toutes les instances des RdP à intervalles s'appuient sur un modèle mathématique identique, au détail près que les RdP p-temporels sont restreints aux rationnels positifs pour la valeur des paramètres associés. Une démonstration s'appuyant sur le marquage et la nature du graphe sera donc valide pour toutes les interprétations des RdP à intervalles, à condition que la valeur minimale des paramètres ne soit pas infinie. Ainsi, on pourra ramener l'instance courante des RdP à intervalles aux RdP P-temporels par un changement d'origine sur l'axe trivial.

Il est néanmoins clair que la signification physique d'une même propriété dépendra de la signification fonctionnelle donnée aux variables associées aux jetons.



### 3.4.6 Les RdP à intervalles et classes d'états [COL 03]

Remarquons que rien ne laisse supposer que l'évolution des différents paramètres associés aux couples (places, marque) soit régie par une formule unique. C'est cependant une hypothèse acceptable qui est utilisée dans le cas des RdP P-temporels. Ce découplage des évolutions apparaît indispensable tant il est vrai qu'à l'exception du temps, elles sont généralement différentes. Ainsi, si on considère la position de deux chariots, leurs vitesses de déplacement sont rarement égales, de même que les débits de deux pompes différentes. De ce fait, le graphe de classe d'état qui sera généré sera différent de ce qu'il aurait pu être avec des P-temporels.

A l'inverse des propriétés structurelles des RdP P-temporels, les techniques de vérifications des propriétés par l'analyse des classes d'état seront difficilement généralisables au RdP à intervalles.

### 3.4.7 Conclusion

Les réseaux de Petri à intervalles (ICPN) sont introduits comme une abstraction fonctionnelle des RdP p-temporels pour la spécification. Ils constituent une sous-classe des réseaux de Petri de Haut Niveau (RdPHNMA) [YIM 96],[COL 03]. Cet outil de modélisation permet d'étendre le champ d'application des réseaux de Petri p-temporel en associant aux places des paramètres plus généraux que le temps (la contenance des réservoirs, le poids d'un produit, la souplesse d'un tissu, la position d'un élément par rapport à un référentiel,...).

Ce nouvel outil permet donc de modéliser les systèmes à contraintes non temporelles. Les possibilités d'extension des théorèmes établis avec les RdP p-temporels aux RdP à intervalles ont aussi été étudiées dans ce chapitre.

## 3.5 Synthèse

Dans le chapitre précédent, nous nous sommes intéressés à la modélisation des systèmes à événements discrets à contraintes temporelles. Pour l'étude dynamique de ces systèmes, il est nécessaire de prendre en compte le temps de façon explicite.

Ainsi, nous avons présenté brièvement les principaux modèles de réseaux de Petri qui permettent une intégration simple et efficace du temps. Ces modèles présentés (RdP temporisés et RdP temporels) sont donc bien adaptés à l'évaluation des performances des systèmes, à contraintes temporelles, soit analytiquement en se basant sur la recherche des circuits critiques et sur le calcul du temps de cycle associé soit par simulation du modèle (cas des modèles hybrides par exemple).

Plusieurs chercheurs ont utilisé cette notion de temps de cycle pour l'évaluation analytique des performances d'ateliers de fabrication [HIL 88], [HILL 89]. Le modèle considéré est dans ce cas un graphe d'événements.

Dans les réseaux de Petri p-temporels, des intervalles temporels sont associés aux places. La borne inférieure représente la date de disponibilité de jeton pour le tir d'une transition. La borne supérieure de l'intervalle représente la date au plus tard avant laquelle le jeton doit quitter la place, sous peine de violation de contrainte et de bon fonctionnement du réseau.

Dans ce chapitre, nous avons introduit un nouvel outil capable de modéliser des procédés où la contrainte considérée est non temporelle et peut être déterminante pour la qualité, le coût et le taux de production. Cette contrainte doit alors appartenir de manière très stricte à des intervalles de validité. La commande devra alors donner des garanties sur le respect de ces spécifications.

Nous avons donc introduit les réseaux de Petri à intervalles, qui constituent une sous-classe des Réseaux de Petri de Haut Niveau à Marquage Abstrait (RdPHNMA) [YIM 96], [COL 03]. Ils permettent de modéliser et de garantir une contrainte sur un paramètre quelconque dans un processus manufacturier [COL 04].

Les RdP à intervalles sont une abstraction fonctionnelle des RdP P-temporels [KHA 96]. De ce fait, l'extension de propriétés structurelles propres aux RdP P-temporels est justifiée sous certaines conditions [COL 04].

Le chapitre suivant fera l'objet d'une construction d'un modèle réseau de Petri à intervalles décrivant un procédé de fabrication des cigarettes intégrant la contrainte poids qui doit être dans un intervalle de validité bien spécifié. Ce chapitre commencera par une présentation succincte du procédé et des paramètres de qualité assurant un poids optimal. Ensuite le modèle global du procédé sera construit avec des marges de validité calculées à partir des données statistiques de la production.

# **Chapitre 4**

***VALIDATION APPLICATIVE  
SUR  
UNE MANUFACTURE DE TABAC :  
CONSTRUCTION DU MODELE***



## Chapitre 4

### **VALIDATION APPLICATIVE SUR UNE MANUFACTURE DE TABAC : CONSTRUCTION DU MODELE**

#### **4.1 Introduction**

Dans le chapitre précédent, nous avons montré la nécessité d'un nouvel outil de modélisation des procédés de fabrication à contraintes non temporelles : les réseaux de Petri à intervalles.

Cet outil nous a permis de généraliser les études faites pour les contraintes temporelles à des contraintes de natures différentes telles que le poids de la cigarette dans un procédé de fabrication.

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la validation de ce nouvel outil de modélisation. L'application à un atelier de manufacture de tabac représente bien la problématique des intervalles de validité du modèle.

Après une mise en situation de la manufacture dans son environnement productif et une analyse structurelle et fonctionnelle de l'atelier considéré, un modèle global réseau de Petri à intervalles avec ses marges de validité sera construit.

Le modèle général obtenu sera produit par l'assemblage de deux sous modèles qui représentent, respectivement, le système de formation de la cigarette et le système de régulation du début de tabac à l'entrée du procédé.

Les marges de validité des intervalles du modèle seront obtenues à partir des données réelles de production.

#### **4.2- Présentation de la manufacture et analyse fonctionnelle**

##### **4.2.1 Historique**

Jusqu'à la date du 2 Mars 1981, l'exploitation du monopole des tabacs appartenait à la Régie Nationale des Tabacs et des Allumettes (R.N.T.A.). A compter de cette date un nouvel organisme ayant le même objet que la R.N.T.A. est né : c'est la Manufacture des Tabacs de Kairouan (M.T.K.).

La création de celle-ci s'insère dans le cadre de développement répondant ainsi à un double objectif : économique et social.

En effet, la consommation des tabacs en Tunisie ne cesse de croître d'une année à une autre, alors que la capacité de production de la R.N.T.A. reste toujours limitée.

C'est la raison pour laquelle des conventions de fabrication des tabacs, ont été élaborées avec certains pays, dans le but de combler l'insuffisance de la production locale.

#### 4.2.2 Activité

L'activité principale de la MTK est la production des paquets de cigarettes. Cette production est obtenue par la transformation des feuilles de tabacs à l'état brut en cigarettes consommables et ce par l'intermédiaire d'homme, de machines et d'équipements.

L'effectif actuel de l'entreprise est de 800 personnes et la capacité de production est de 180 millions de paquets/an.

#### 4.2.3 Système de production

Le système de transformation et de production du tabac utilise une terminologie et supports mécaniques particuliers, ce qui nécessite un éclaircissement concernant le vocabulaire utilisé d'une part et une description des différentes étapes de fabrication des cigarettes d'autre part. On donne dans ce qui suit une description du système de production de la manufacture des tabacs de Kairouan (figure 4.1).

Pour obtenir un paquet de cigarettes prêt à être commercialisé puis consommé, il faut passer par les étapes suivantes :

- stockage de la matière première,
- préparations générales,
- confection des cigarettes,
- emballage des cigarettes.

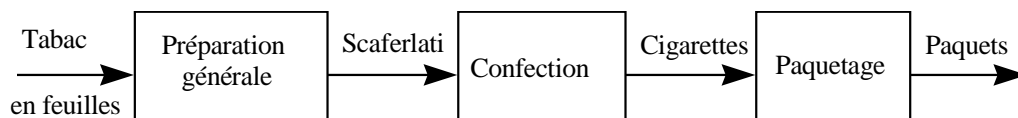


Figure 4.1 : Processus de fabrication

On va se limiter à la description des trois dernières étapes seulement (Préparations Générales « PG », confection et paquetage).

##### 4.2.3.1 Préparations générales du tabac

Les préparations générales, sont l'ensemble des traitements appliqués au lot de tabac en feuilles afin de transformer ceux-ci en tabac haché et séché (Scaferlati), prêt à être utilisé pour la confection des cigarettes.

L'unité de fabrication utilisée est la « tranche » ; elle est caractérisée par une mise en œuvre de quatre tonnes de tabac. Selon la nature des cigarettes à fabriquer, on réalise la composition correspondante.

Les préparations générales donnent naissance aux opérations suivantes :

- composition de tranche,
- pré-humidification sous vide (P.S.V.),
- battage,
- hachage,
- séchage et encaissage du scaferlati.

Les différentes opérations des préparations des tabacs à la MTK sont décrites en annexes A.

#### **4.2.3.2 Confection des cigarettes:**

La confection des cigarettes consiste à envelopper un faisceau de tabac par le papier de cigarettes. Le boudin (cigarette sans fin) obtenu est découpé en tronçons aux dimensions d'une cigarette pour obtenir l'unité consommation (ébauche).

Les ébauches sont assemblés ensuite avec les filtres et ce à l'aide du papier manchette et de colle. On obtient alors le produit fini : les cigarettes qui seront ramassées dans des bateaux de 4000 unités.

#### **4.2.3.3 Empaquetage des cigarettes**

Après confection et stockage de cigarettes dans les bateaux de 4000 unités, ces derniers sont acheminés vers l'unité d'empaquetage.

L'empaquetage consiste à envelopper 20 cigarettes dans un papier aluminium. Le papier ainsi formé est habillé par une étiquette portant aussi bien la marque de la cigarette que certaines informations destinées au consommateur, le tout est scellé par une vignette. La mise en forme de tous ces papiers est réalisée avec de la colle.

#### **4.2.4 Conclusion**

La société a été brièvement présentée. Son activité principale est la production des cigarettes. La société est solidement implantée dans un secteur où les exigences de qualité sont draconiennes. En fait, le tabac est un produit qui a des caractéristiques physiques ayant un aspect dynamique dont la qualité dépend de plusieurs paramètres dépendants eux mêmes soit de la culture proprement dite (climat, sol, ensoleillement,...) soit du traitement après récolte.

Chaque type de tabac ou variété a ses caractéristiques propres qui la rend apte à fournir telles ou telles propriétés physico chimiques d'une cigarette (goût, saveur, compacité, combustibilité,...). Donc parler de la qualité d'une cigarette c'est tenir compte de toutes ces caractéristiques physiques, chimiques et organoleptiques qui dépendent en grande partie des conditions écologiques, des méthodes de production, des traitements pesticides, du séchage,...

Dans notre étude, on va se limiter aux propriétés physiques des cigarettes et notamment le poids. Optimiser le poids d'une cigarette c'est optimiser à la fois la qualité, le coût et le taux de production.

En effet, les cigarettes étant vendues au volume, le fabricant a un grand intérêt à réserver à leur confection les tabacs les plus aptes à permettre une économie de matière, sans altérer les caractères de dégustation du produit. Il cherchera donc à produire un scaferlati dont le foisonnement et le pouvoir de remplissage soient capables de réaliser une compacité correcte avec le minimum de tabac.

Dans les lignes qui suivent, nous allons présenter l'atelier de confection des cigarettes objet de notre étude.

### **4.3 Présentation de l'atelier de confection**

#### **4.3.1 Analyse fonctionnelle de l'atelier**

A la sortie de l'atelier des préparations générales, le tabac est amené à l'atelier de confection par un système pneumatique qui permet d'alimenter 20 unités de confections des cigarettes.

Les confectionneuses sont alimentées en scaferlati (tabac haché et séché) à partir de trois alimentateurs AP<sub>1</sub>, AP<sub>2</sub> et AP<sub>3</sub>. Chaque AP<sub>1</sub> peut alimenter plusieurs machines.

Ce système d'alimentation permet la livraison du scaferlati dans la trémie de la confectionneuse à partir de caisses de stockage. L'alimentation d'une confectionneuse n'est pas une opération continue, mais sur demande. La confectionneuse est équipée d'un dispositif de détection de bas niveau qui transmet un signal électrique par l'intermédiaire d'un circuit de commande lorsque le tabac atteint un bas niveau dans la trémie et que celle-ci doit être remplie. Un signal « d'appel » par le détecteur de bas niveau, et par l'intermédiaire du pupitre de commande principal, déclenche l'aspiration du tabac à travers des conduits en aluminium qui relient les alimentateurs et les machines.

La figure 4.2 représente le diagramme fonctionnel de l'atelier de confection. Dans notre cas, on va se limiter à l'étude et la synthèse de la partie commande (C1.2) du système.



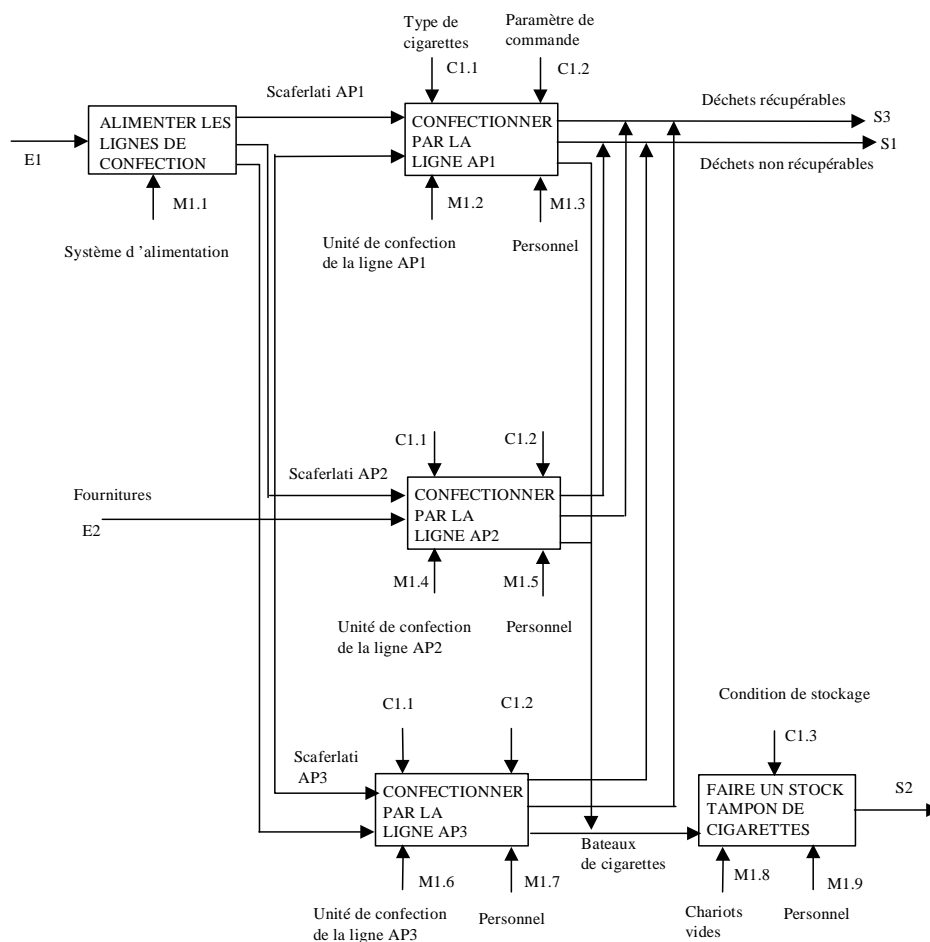


Figure 4.2 : Diagramme fonctionnel de l'atelier de confection

### 4.3.2 Analyse structurelle de l'atelier

L'atelier de confection des cigarettes dans la manufacture des tabacs est un atelier à flot sans ressources limitantes. D'un point de vue topologique, la différence avec une ligne sans stock et à ressource de transport unique est donc complètement différente. Cependant, la cellule de confection des cigarettes peut être décomposée en structures critiques.

L'atelier de confection des cigarettes est constitué de 20 unités identiques réparties sur trois lignes en parallèles (figure 4.3). La capacité théorique d'une unité est de 3000 cigarettes par minute. L'alimentation de l'atelier est assurée par des alimentateurs pneumatiques décrits plus haut. Les stocks d'entrée et de sortie sont supposés non limités.

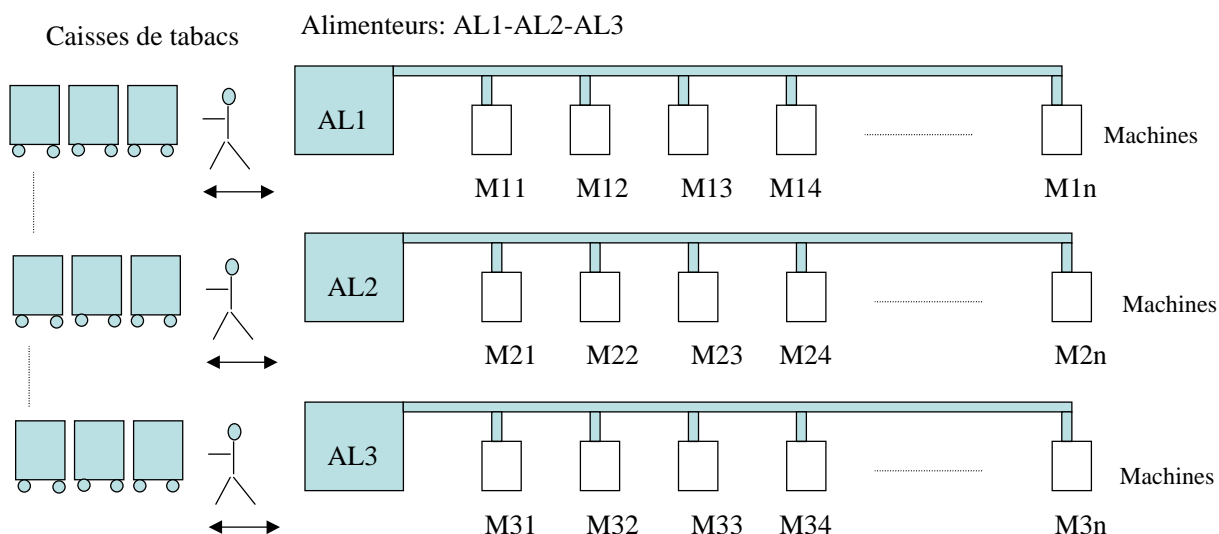


Figure 4.3 : Structure de l'atelier de confection

#### 4.4 Unité de confection des cigarettes

Une unité de confection est constituée de trois machines en cascade : confectionneuse, assembleuse et ramasseuse (figure 4.4).

La confectionneuse permet la formation d'un boudin de tabac régulier et homogène (une cigarette sans fin) : un faisceau de scaferlati est enveloppé par du papier cigarette à l'aide de la colle. Le boudin obtenu est découpé en tronçons aux dimensions d'une cigarette pour obtenir l'unité de consommation (ébauche).

Les ébauches sont acheminées vers l'assembleuse pour recevoir le filtre. Un dispositif de coupe sectionne les filtres en longueur triple. Le papier de recouvrement enduit de colle est ensuite sectionné en petits morceaux et posé sur deux ébauches associées en tête bêche par l'intermédiaire d'un filtre. C'est ainsi qu'on obtient une cigarette de double longueur qui sera dédoublée à l'aide d'un couteau. Avant leur passage à la machine de ramassage, chaque cigarette subit un contrôle de conformité s'assurant de l'homogénéité de la matière, de la présence du filtre et de l'acceptabilité de la constitution de son extrémité.

Le ramassage des cigarettes consiste à remplir les bateaux par des cigarettes finies et en bon état. Les bateaux remplis sont envoyés par la suite vers l'atelier d'emballage à l'aide de chariots de transport.

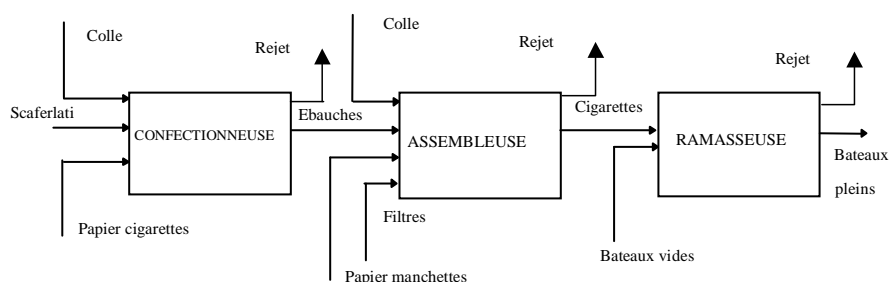


Figure 4.4 : Unité de confection

#### 4.4.1 Gamme de fabrication des cigarettes

Vu que toutes les machines dans l'atelier sont identiques et que l'opération de transformation des cigarettes est la même pour n'importe quel type de tabac. Une unique gamme est en permanence susceptible de se présenter à l'entrée de l'atelier. La description fonctionnelle des opérations effectuées sur le tabac est donnée par la figure 4.5

Dans le cadre de nos travaux, nous allons considérer seulement la première partie de cette unité : la confectionneuse.

Notre objectif est d'optimiser ce procédé de fabrication des cigarettes par une méthode de surveillance des opérations décrites par la figure 4.5 afin de garantir la conformité du produit et minimiser ainsi les rejets.

Les opérations à surveiller sont :

- Réglage du débit de tabac
- Entraînement du tabac (vitesse)
- Ecrêtage (volume)
- Formation et coupe des cigarettes (module et longueur)

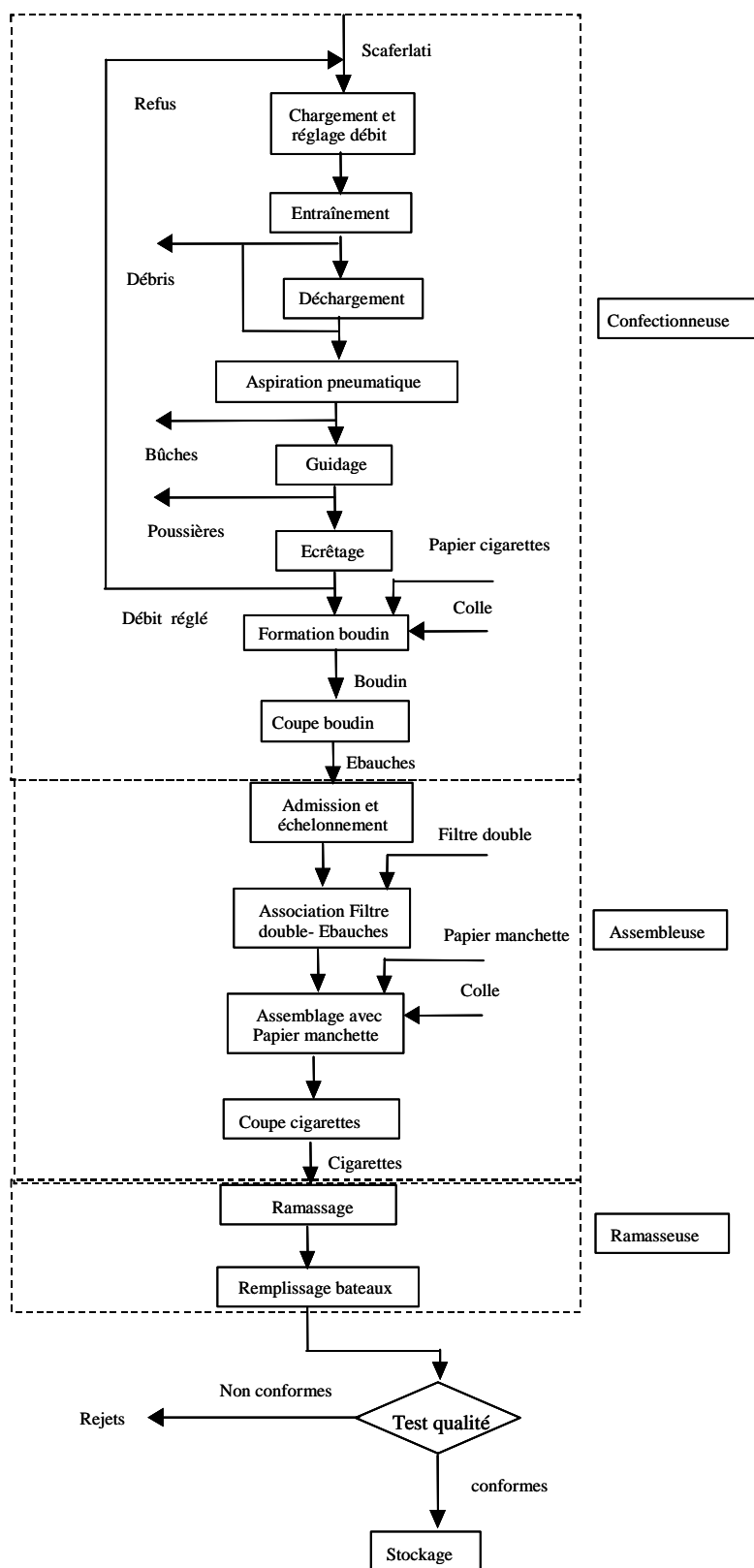


Figure 4.5: Gamme de fabrication des cigarettes

## 4.4.2 Modélisation de la confectionneuse

### 4.4.2.1 Introduction

Toute modélisation d'un système est généralement dépendante de l'application dans laquelle elle sera utilisée. Notre modèle sera bâti sur le postulat qu'il peut détecter les perturbations internes du procédé. Nous cherchons donc une commande qui peut assurer un compromis entre les trois critères de performance de tout système de production : **quantité**, **qualité** et **disponibilité** par une approche s'appuyant sur un modèle **réseau de Petri hybride**.

La partie discrète du modèle décrit le flux cigarettes et les contrôles de la conformité du produit. La partie continue du réseau représente le flux du tabac.

Dans ce qui suit nous allons présenter en premier temps le modèle fonctionnel de la confectionneuse des cigarettes décrite ci-dessus avec les explications et les commentaires nécessaires à la compréhension de son fonctionnement.

Ensuite, nous exposerons notre problématique pour construire un modèle qui permet d'intégrer des contraintes non temporelles telles que le poids du produit fabriqué.

La construction du modèle global sera faite à partir de deux sous modèles: le premier correspond à la partie de régulation du poids, alors que le second représente la partie d'alimentation du procédé.

### 4.4.2.2 Modèle fonctionnel de la confectionneuse

La figure 4.6 représente le modèle fonctionnel de la confectionneuse des cigarettes. Ce modèle est constitué de deux parties : la partie du système en fonctionnement normal et la partie qui représente l'état de dysfonctionnement.

La place P1.21 représente l'état correct du contrôle sur le module. Une valeur non déterministe  $m^*$ , valide la transition t1.18.

Si  $m^* \notin [m_{\min}, m_{\max}]$ , alors c'est la transition t1.19 qui va être tirée.

Le tir de la transition t1.19 enlève les jetons correspondant au contrôle correct pour la longueur (P1.26=P1.22) et le module (P1.21=P1.27).

Un franchissement de la transition t1.19 provoque un marquage de la place p1.23. Cette place modélise un arrêt du système.

La place P1.26 représente l'état correct du contrôle sur la longueur. Une valeur non déterministe  $l^*$ , valide la transition t1.21. Le fonctionnement général est similaire au contrôle sur le module décrit plus haut.

Lors d'un arrêt du système, une quantité de cigarettes  $n$  fixe est mise aux rebuts dans chacune des machines :

- franchissement de t1.20 pour la confectionneuse.  $n$  est la quantité de cigarettes systématiquement rejetée par la machine.  $n'$  correspond à une quantité moyenne qui est nécessaire pour la formation initiale du boudin. C'est l'amorçage du processus (cette quantité dépend de l'habileté de l'opérateur de la machine).
- franchissement de t1.23 pour l'assembleuse. Une quantité  $n$  de cigarettes est automatiquement rejetée.

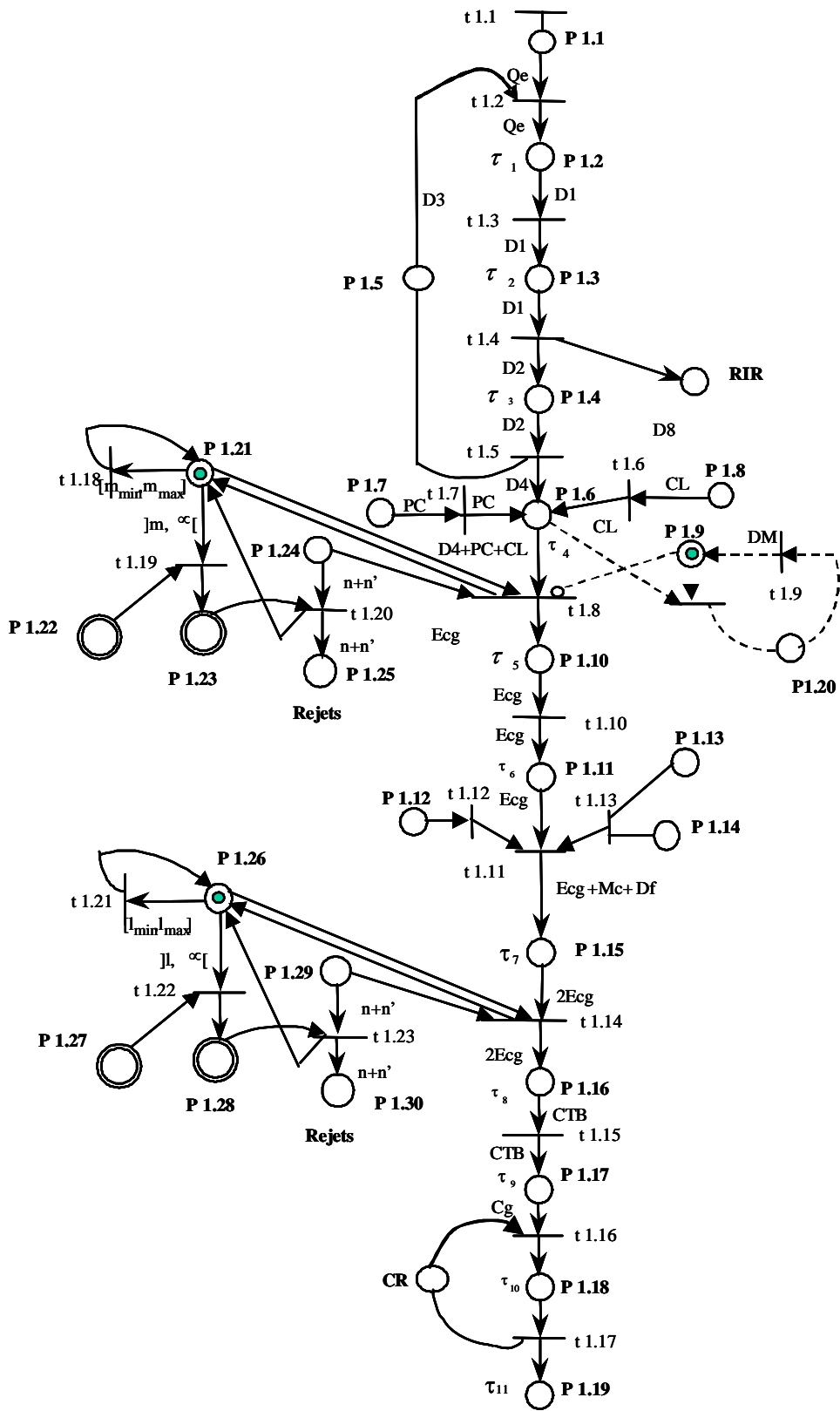


Figure 4.6 : modèle fonctionnel d'une unité de confection

## DESIGNATION

### Places:

P1.1	: Stock d'entrée de scaferlati
P1.2	: Chargement d'entrée
P1.3	: Entraînement
P1.4	: Ecrêtage
P1.5	: Recyclage du tabac
P1.6	: Formation boudin
P1.7	: Stock papier cigarette
P1.8	: Stock colle
P1.9	: Contrôle de démarrage
P1.10	: Coupe boudin
P1.11	: Admission
P1.12	: Stock filtre
P1.13	: Stock colle
P1.14	: Stock papier manchette
P1.15	: Assemblage
P1.16	: Coupe des ébauches cigarettes
P1.17	: Contrôle bout et pression des cigarettes
P1.18	: Ramassage des cigarettes
P1.19	: Stockage des cigarettes
P1.20	: Contrôle présence de papier manchette
P1.21	: Contrôle module exacte
P1.22	: Contrôle longueur exacte
P1.23	: Défaut- arrêt de l'unité
P1.24	: Cigarettes à rejeter
P1.25	: Rejets
P1.26	: P1.22
P1.27	: P1.21
P1.28	: P1.23
P1.29	: P.15
P1.30	: Rejets
RIR	: Rejets Irrécupérables

#### Poids d'arcs

Qe	:	Quantité d'entrée machine
D1	:	Débit (pré-réglé) de sortie du chargement
D2	:	Débit de sortie du tapis d'entraînement
D3	:	Débit de tabac recyclé
D4	:	Débit de tabac relatif à une ébauche
Ecg	:	Ebauche cigarette
DM	:	Evénement de démarrage
Mc	:	Manchette
Df	:	Filtre
CTB	:	Cigarettes en Tête Bêche
CR	:	Contrôle de nombre des cigarettes Rangées
N	:	Quantité à rejeter chaque démarrage
n'	:	Quantité moyenne rejetée avant la formation du boudin
PC	:	Papier cigarette
CL	:	Quantité de colle nécessaire pour coller un cigarette
$\tau_i$	:	Temporisation de séjour

#### 4.5 Conclusion

Le modèle fonctionnel construit de l'unité de confection des cigarettes, peut être considéré comme un outil de simulation permettant le suivi de l'évolution de la production et de ses paramètres.

Ceci offre des informations utiles pour l'étude du diagnostic et d'évaluation des performances du système [KAM 97].

A partir de ce modèle nous pouvons dégager des scénarios d'optimisation de la production dans le contexte général.

Les grandeurs que nous pouvons observer, au niveau de l'unité de confection, et qui sont considérées comme grandeurs excitatrices sont de deux types :

- grandeurs d'entrée : masse de scaferlati consommée, nombre de bobines de papier cigarette, nombre de bateaux de baguettes filtre, nombre de bobines de papier manchette,
- grandeurs de sortie : nombre de bateaux cigarettes fabriquées, masse de déchets (récupérables et non récupérables),

Par ailleurs, nous pouvons détecter les aléas de fonctionnement des unités de confection en étudiant les différents temps d'arrêt, leurs types et leurs causes.

La description de la gamme de fabrication des cigarettes, représentée par la figure 4.5, montre que le contrôle de qualité se fait à la sortie de la machine. Cette méthode traditionnelle de suivi de la qualité, basée sur l'échantillonnage sur le produit fini, ne permet pas la détection d'une dégradation en temps réel. Ce qui engendre un taux de rejets important et par conséquent une augmentation du coût de production.



Dans les lignes qui suivent, nous nous proposons tout d'abord de décrire les principaux paramètres de qualité d'une cigarette et les procédures actuelles de contrôle utilisées par le service de qualité. Nous soulignons plus particulièrement les procédures de contrôle des paramètres qu'on peut régler en ligne (ils sont en gras dans la liste ci-dessous). Nous présentons ensuite les deux études sur la régulation du poids et la robustesse.

#### 4.6 Identification des paramètres de qualité des cigarettes

Pour les cigarettes, les paramètres fondamentaux et caractéristiques sont :

- **La densité ou pouvoir de remplissage en g/mm<sup>3</sup>**
- **Le module en mm**
- **Le poids en gramme**
- **Longueur en mm**
- La résistance au tirage en mmCE (Colonne d'Eau)
- Taux d'humidité
- Compacité
- Fumage mécanique

Ces paramètres de qualité peuvent être classés, suivant leurs causes, en trois types :

- des paramètres dépendant du système de transformation,
- des paramètres dépendant des fournitures et matières premières (causes externes),
- des paramètres qui dépendent à la fois du système et des causes externes.

Cette classification est représentée par le tableau 4.1

Paramètre	Système	Facteurs externes	Système et Facteurs Externes
Densité			*
Module	*		
Poids			*
Longueur	*		
Résistance au Tirage			*
Taux d'humidité		*	
Compacité de tabac	*	*	
Fumage mécanique		*	

Tab 4.1 : Classification des paramètres de qualité suivant leurs causes

#### 4.6.1 Définitions et procédures de contrôle des paramètres de qualité des cigarettes

Dans ce qui suit nous parlerons seulement de quatre paramètres : la densité, le module et le poids des cigarettes.

Nous développons en annexe B les définitions et les procédures de contrôle des autres paramètres de qualité des cigarettes.

##### 4.6.1.1 Procédure de mesure de la densité d'une cigarette

La densité ou dureté des cigarettes est l'écrasement que subit un échantillon de cigarettes lorsqu'on lui applique une charge constante, elle est définie après 10 secondes d'écrasement sous une charge de 2 kg. L'appareil utilisé est le densimètre. Les mesures se font sur des prélèvements de 10 cigarettes par machine et par heure.

##### 4.6.1.2 Procédure de mesure du module d'une cigarette

Le **module m** de la cigarette dont la valeur doit être dans un intervalle fixé par les normes et qu'on peut régler en ligne tout en agissant sur le banc de formation du boudin. Le contrôle du module se fait par échantillonnage au cours de fabrication.

La mesure du diamètre d'une cigarette se fait sur un « module mètre » dans le laboratoire de la MTK.

Les mesures se font sur des échantillons de dix cigarettes pour chaque machine en production avec une période d'échantillonnage d'une heure.

##### 4.6.1.3 Procédure de mesure du poids d'une cigarette

Le poids considéré d'une cigarette c'est l'ensemble des poids de tous ses constituants :

- matière première (scaferlati),
- fournitures de fabrication (filtre, papier à cigarettes, papier manchette et colle) .

La mesure du poids se fait sur la moyenne des échantillons de 100 cigarettes. Les prélèvements se font toutes les heures sur chaque machine. Le poids d'une cigarette constitue une donnée fondamentale de la qualité.

En effet, d'un point de vue qualité, une cigarette trop lourde a un tirage difficile et une cigarette légère donne l'impression aux consommateurs l'impression d'être lésée présentant des bouts peu garnis et se vide facilement. D'un point de vue coût, l'excès de tabac dans une cigarette est considéré comme une perte et peut causer des arrêts suite à des bourrages dans le circuit de formation du boudin. Sachant que chaque arrêt de la machine génère systématiquement une certaine quantité de rejet (les cigarettes en cours de formation sont mises au rebut).

#### 4.6.2 Problématique

Dans nos travaux, nous nous sommes intéressés uniquement au problème de l'instabilité du poids des ébauches (cigarettes sans filtres) produites et sa conformité aux normes au travers des paramètres physiques et du débit de tabac à l'entrée du procédé..

En outre, on recherche respecter la contrainte d'intervalle sur la valeur du poids par unité fabriquée sans altérer sa qualité.

Le poids des cigarettes (sans filtre) est fonction de trois paramètres:

- le module ( $m$ ) et la longueur ( $l$ ) qui représentent les caractéristiques géométriques de la cigarette et sur lesquels nous pouvons agir en temps réel en cas de dérives.
- La densité ( $d$ ) des cigarettes qui est fonction du débit du tabac est assurée par un système d'alimentation.

Dans les lignes qui suivent nous présentons le procédé de fabrication des ébauches des cigarettes et les points de réglage à surveiller pour garantir ces contraintes d'intervalles sur le poids des unités fabriquées.

### Présentation du procédé

Le schéma de la figure 4.7 représente le procédé de confection des cigarettes. Ce procédé est constitué de deux parties : le distributeur qui doit assurer la densité voulue et le banc de formation qui doit assurer le module et la longueur voulus.

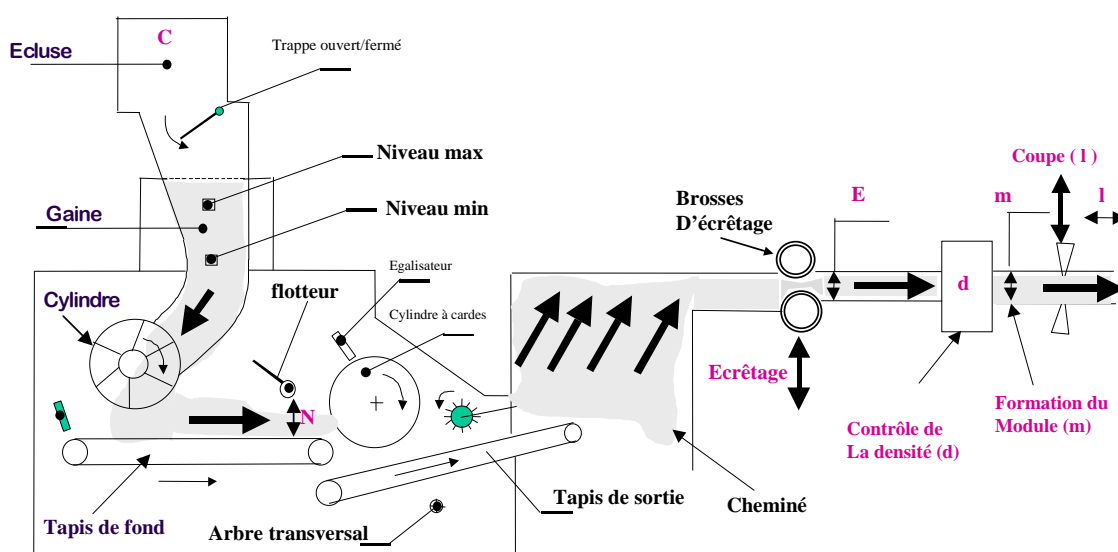


Figure 4.7 : procédé de confection des cigarettes

- Le distributeur est composé de:
  - un dispositif d'amenée de tabac

- un distributeur, partie centrale
- un alimenteur de la machine en tabac
- un tapis d'entraînement

A partir d'une alimentation en tabac de type écluse, le tabac tombe dans une gaine et est entraîné par un cylindre, de façon à entretenir un niveau (N) de tabac convenable sur le tapis de fond. Ce niveau est contrôlé par le flotteur dont la position commande la rotation du cylindre.

La partie centrale du distributeur permet de débiter le tabac à une vitesse réglable, par un variateur commandé par la machine, à travers l'arbre transversal.

Le tapis de fond entraîne le tabac et le pousse sur le cylindre à cardes équipé d'une barre égalisatrice, animée d'un mouvement alternatif, de façon à peigner le tabac qui garnit la carde.

Le tabac est projeté alors sur le tapis de sortie qui entraîne celui-ci en couche mince bien émiettée vers la cheminée d'aspiration.

➤ Le banc de formation des cigarettes est composé de :

- une cheminée d'aspiration du tabac
- une poutre
- un poste d'écrtage
- un circuit papier
- un poste coupeur

La cheminée transporte les brins de tabac par aspiration vers la poutre. Cette dernière est chargée de transporter le flot de tabac vers l'écrtage, où la seule section (de module m) de tabac retenue pour la formation de la cigarette sera transportée jusqu'à la bande de papier. Le boudin obtenu est alors découpé en tronçons de longueur (l) d'une cigarette.

Notre objectif est de trouver un modèle basé sur les réseaux de Petri qui nous permet d'évaluer les variations du poids des cigarettes en cours de fabrication et d'agir ainsi en temps réel pour maintenir un poids optimum dont la valeur doit rester dans des intervalles prédéfinis.

#### **4.7 Modélisation du procédé et intégration du poids**

Dans les lignes qui suivent nous commençons par la modélisation du procédé (figure 4.7) et l'intégration du poids en se basant sur un modèle de réseau de Petri à intervalle qui était introduit dans le chapitre précédent. Nous appelons le modèle construit « RdP à poids valué ». En fait, le modèle est un RdP à Intervalles où le paramètre associé est le poids.

Ensuite, en utilisant les données de production, nous calculons les marges des intervalles associés aux places du modèle.

Les marges calculées seront utilisées dans le chapitre suivant, pour l'optimisation des critères taux de production et robustesse du système.

Les paramètres et les points de réglage sur lesquels nous pouvons agir pour maintenir la valeur du poids dans un intervalle de validité donné sont représentés par la figure 4.8.

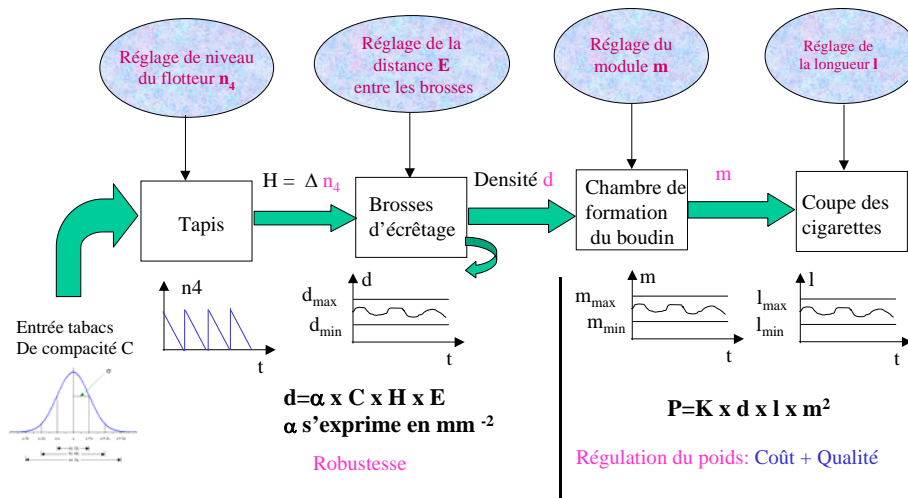


Figure 4.8 : Etapes de formation d'une cigarette dans la confectionneuse

Pour traiter ce problème de respect des contraintes d'intervalles sur le poids, nous sommes donc en face de deux problèmes: la robustesse de la première partie du procédé face aux dérives de la compacité qui influent sur la densité et la régulation du poids qui constitue la deuxième partie de la figure 4.8 via les trois paramètres (densité, module et longueur).

La construction du modèle RdP à intervalle sera faite en deux étapes :

- En première étape nous modélisons la partie régulation du poids. Le modèle construit sera appelé RdP à intervalles « poids valué »
- Ensuite, nous modélisons la partie alimentation. Nous appelons, abusivement, le modèle construit : RdP à intervalles « densité valuée ».

Remarquons que, cette décomposition est due à la nature hétérogène des paramètres considérés. En effet, la compacité et le niveau ne sont pas observables en temps réel alors que le module et la longueurs sont observables.

Le modèle global du procédé est construit par connection des deux modèles.

#### 4.7.1 Régulation du poids

Une cigarette peut être assimilée à un cylindre de diamètre ( $m$ ) et de longueur ( $l$ ). Soit ( $d$ ), la densité de cette cigarette. Dans ces conditions le poids ( $P$ ) de la cigarette est donné par la relation suivante :

$$P = \frac{\Pi m^2}{4} \cdot l \cdot d \quad \text{ou encore} \quad P = k \cdot m^2 \cdot l \cdot d \quad (4.1)$$

$m$ : module de la cigarette en mm tel que  $m \in [m_{min}, m_{max}]$  ;

$l$ : longueur de la cigarette en mm tel que  $l \in [l_{min}, l_{max}]$  ;

d: densité en  $\text{g/mm}^3$  tel que  $d \in [d_{\min}, d_{\max}]$  ;  
k: constante ( $\Pi/4$ )

Nous remarquons que les quatre paramètres : poids, module, longueur et densité sont couplés et la dérive d'un paramètre va causer une variation sur le poids qui peut générer soit des rejets soit des arrêts du système.

Notre objectif est de veiller à respecter la tolérance sur le poids via les trois paramètres m, l et d qui doivent rester, chacun à son tour, dans un intervalle donné :

$$P_1 \leq k.m^2.l.d \leq P_2 \quad (4.2)$$

#### 4.7.1.1 Résolution d'un problème non linéaire

Un système, algébrique ou différentiel, non linéaire est un système dont la dérivée de la fonction  $f$  par rapport à la variable d'état est une fonction continue non constante sur le domaine de définition de la variable d'état. La résolution d'un tel système fait appel à des méthodes numériques. Le principe de base consiste à linéariser le système autour d'un état d'équilibre. L'équation (4.1) est une équation non linéaire. Pour la résoudre, l'approche adoptée est la linéarisation de cette fonction par un développement de Taylor au premier ordre (en général pour l'analyse statistique des tolérances, on limite le développement au premier ordre ou au deuxième ordre).

#### 4.7.1.2 Linéarisation autour d'un point de fonctionnement

En ne considérant que la fluctuation de ces paramètres de qualité de la cigarette ne présentent jamais des caractéristiques rigoureusement constantes et varient toujours autour d'une position moyenne, qui représente physiquement l'état d'équilibre du système, nous pouvons approcher la relation (4.1) par une relation linéaire plus simple en faisant un développement limité d'ordre 1 et remplacer ainsi l'accroissement de cette fonction par l'accroissement d'une forme linéaire :

$$\Delta P \leq K_1 \Delta d + K_2 \Delta m + K_3 \Delta l \quad (4.3)$$

avec:

$$\begin{aligned} K_1 &= klm^2 \\ K_2 &= 2klmd \\ K_3 &= kdm^2 \\ \Delta P &\in [P_{\min}, P_{\max}] \end{aligned}$$

#### 4.7.1.3 Construction du modèle RdP « poids valué »

L'équation (4.3) peut être représentée par le réseau de Petri à intervalles de la figure 4.9 qu'on nommera abusivement « poids valués »,

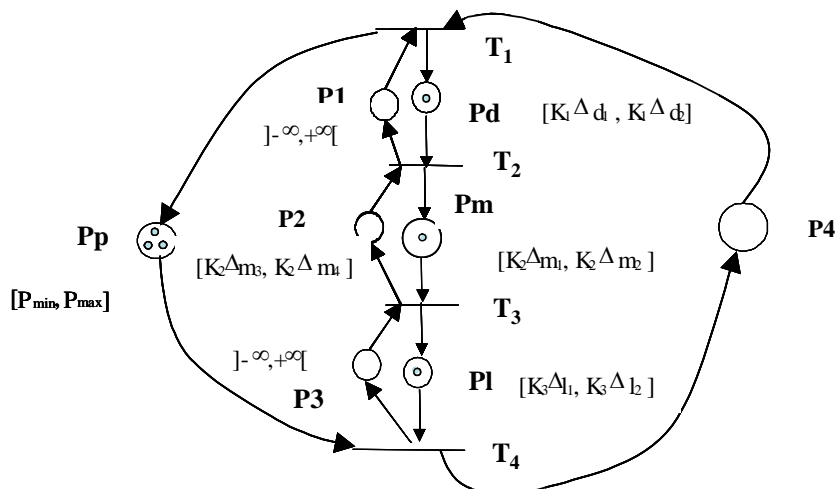


Figure 4.9 : RdP à intervalle « poids valués »

**Discussion sur le fonctionnement du réseau de Petri de la figure 4.9 :**

Le réseau de Petri de la figure 4.9 présente l'équation (4.3) qui modélise les variations du poids dans les trois postes de transformation : de la densité, du module et de la longueur. A cet effet, la variation moyenne des circuits n'est pas identique pour tous les postes. Par contre, si on affectait aux arcs une pondération correspondant physiquement au poids, on aurait une égalité de la valeur moyenne des circuits. Cet invariant du système représente la conservation du poids.

Le modèle de la figure 4.9 est constitué de :

- 8 places  $P_c$ ,  $P_m$ ,  $P_p$ ,  $P_l$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$ .
- 4 Transitions  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$
- 5 circuits élémentaires :
  - $\gamma_1 = T_1, P_d, T_2, P_1$
  - $\gamma_2 = T_2, P_m, T_3, P_2$
  - $\gamma_3 = T_3, P_l, T_4, P_3$
  - $\gamma_4 = T_1, P_p, T_4, P_4$
  - $\gamma_5 = T_1, P_d, T_2, P_m, T_3, P_l, T_4, P_4$

Les places  $P_1$  et  $P_3$  servent à borner à 1 la quantité de jetons pour une opération donnée. Comme elles n'ont pas d'autre utilité, on leur associe l'intervalle  $]-\infty, +\infty[$  de manière à ce que ces dernières ne restreignent pas le fonctionnement du réseau. La place  $P_2$  elle représente la contrainte soumise sur la variation du module

Le procédé de fabrication correspondant aux deux places Pd et Pm (densité et module) est en fait continu. Il est considéré comme discret lors de notre analyse car la mesure du module comme de la densité se fait sur des échantillons. On considère qu'une quantité de 20 cigarettes est une valeur typique.

La densité est sujette à des dérives aléatoires. On se propose alors de compenser ces dérives en agissant sur le module et la longueur qui sont réglables et dépendent de l'état du système. Cependant, Cette régulation doit intégrer les couplages du système qui influencent son comportement dynamique.

#### **4.7.1.4 Construction des marges du modèle à partir des données de production**

##### **4.7.1.4.1 Contexte**

Pour un atelier à contraintes de temps dans la chimie, les intervalles de validité viennent des spécifications chimiques du procédé. Cependant, le problème de la construction des valeurs extrêmes de ces intervalles se pose.

En ce qui concerne la manufacture de tabac étudiée, il existe quatre paramètres critiques : le poids, la longueur, le module et la densité.

L'espace de validité du poids dérive directement des spécifications du procédé (comme le temps dans la chimie).

Pour la longueur et le module, à une consigne donnée correspond une distribution statistique des valeurs constatées sur les produits. Enfin, la densité subit les dérives de la compacité du tabac qui n'est pas commandable, au sens automatique du terme. Elle varie en fonction des lots, des fournisseurs et d'autres différents paramètres, sans que l'on puisse agir sur ces fluctuations.

##### **4.7.1.4.2 Proposition d'une étude statistique en vue de fixer les bornes [DHO 05 b]**

L'objectif est de fixer les tolérances de notre produit à partir des données statistiques afin d'assurer la qualité finale du produit.

Le produit dans notre cas subit une suite d'opérations de transformation constituant à faire successivement les opérations de préparations qui donnent la densité (**d**), d'enroulement qui donne le module (**m**) et le découpage qui donne la longueur (**l**).

Ces trois paramètres sont variables et chacun doit respecter un intervalle de tolérance donné pour optimiser le poids (**P**) qui est contraint par une borne inférieure (en dessous de laquelle le produit est considéré comme rebut) et une borne supérieure (au-delà de laquelle le produit est de mauvaise qualité et peut causer des arrêts du système). Comme il était mentionné, la relation mathématique (4.1) liant ces paramètres est non linéaire.

Dans ce cas, le calcul de la répartition statistique est un peu compliqué. Trois approches peuvent être envisagées pour la recherche d'une solution :

- La linéarisation par un développement de Taylor ;
- La recherche d'une approximation par simulation ;



- La détermination expérimentale de la relation par plan d'expériences ou par études de corrélation.

L'approche adoptée est la linéarisation de la relation (4.1) par un développement de Taylor au premier ordre.

On pose  $p_0$ ,  $m_0$ ,  $l_0$  et  $d_0$ , les cibles pour, respectivement, le poids, le module, la longueur et la densité. Le développement de la relation (4.1) nous donne :

$$p \approx p_0 + \frac{\delta p}{\delta m}(m - m_0) + \frac{\delta p}{\delta d}(d - d_0) + \frac{\delta p}{\delta l}(l - l_0) + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 p}{\delta m^2}(m - m_0)^2 + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 p}{\delta d^2}(d - d_0)^2 + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 p}{\delta l^2}(l - l_0)^2 \quad (4.4)$$

Que l'on peut écrire sous la forme :

$$p - p_0 \approx \sum_{i=1}^3 [b_i X_i + b_{ii} X_i^2] \quad (4.5)$$

Avec :

$$X_1 = \frac{(m - m_0)}{\sigma_1} \quad X_2 = \frac{(d - d_0)}{\sigma_2} \quad X_3 = \frac{(l - l_0)}{\sigma_3}$$

$$\text{et } b_i = d_i \sigma_i \quad b_{ii} = d_{ii} \sigma_i^2$$

$$\text{où : } d_1 = \frac{\delta p}{\delta m} \quad d_2 = \frac{\delta p}{\delta d} \quad d_3 = \frac{\delta p}{\delta l}$$

$$d_{11} = \frac{\delta^2 p}{\delta m^2} \quad d_{22} = \frac{\delta^2 p}{\delta d^2} \quad d_{33} = \frac{\delta^2 p}{\delta l^2}$$

où  $\sigma_i$  représente l'écart type du paramètre considéré.

La représentation graphique des données expérimentales montre que la distribution suit une loi normale. Dans ces conditions et comme première approximation on écrit :

$$\sigma_p^2 = \sum_1^3 b_i^2 \quad (4.6)$$

L'application de la relation (4.1) nous donne :

$$\sigma_p^2 = 4k^2 l^2 m^2 d^2 \sigma_m^2 + k^2 l^2 m^4 \sigma_d^2 + km^4 d^2 \sigma_l^2 \quad (4.7)$$

Supposons que les valeurs cibles pour une bonne qualité de cigarettes sont :

$$m = 7.9 \text{ mm}$$

$$l = 64 \text{ mm}$$

$$d < 0.24 \text{ g/cm}^3$$

$P = 775 \text{ mg}$

Les données de production nous permettent de calculer les écarts types, respectivement, du poids, de la densité et de la longueur telle que :

$$\sigma_p = 20, \sigma_d = 0.006 \text{ et } \sigma_l = 0.1$$

Dans ces conditions, nous pouvons déterminer l'écart type du module à partir de l'équation (4.7) tel que:  $\sigma_m = 0.427$ . Ce qui nous donne l'intervalle de tolérance du module:  $Itm = 0.26$ .

Le tableau 4.2 résume les valeurs de tolérances des paramètres de qualité.

Paramètre	Unité	Valeur
$m_{\min}$	mm	7.77
$m_{\max}$	mm	8.03
$l_{\min}$	mm	63.7
$l_{\max}$	mm	64.3
$d_{\min}$	$\text{g}/\text{mm}^3$	0.2
$d_{\max}$	$\text{g}/\text{mm}^3$	0.23
$P_{\min}$	mg	745
$P_{\max}$	mg	805

Tableau 4.2: récapitulatif des valeurs de paramètres de qualité

La figure (4.10) représente le modèle réseau de Petri fonctionnel avec les marges de validité calculées.

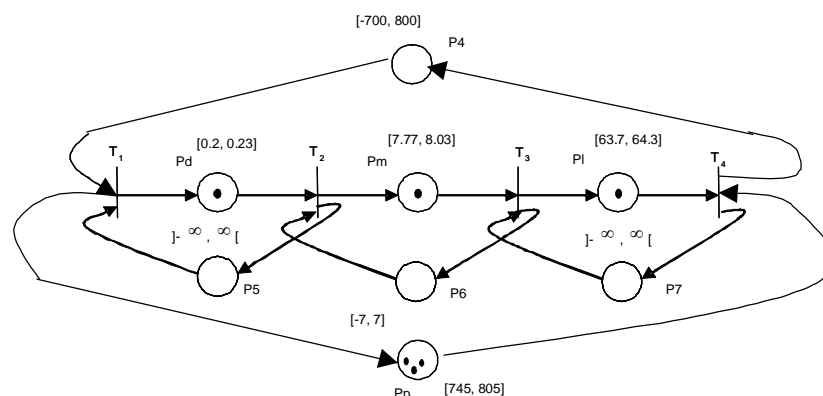


Figure 4.10 : Réseau de Petri fonctionnel avec les marges de validité

Finalement, à partir des données de production nous construisons le modèle réseau de Petri à intervalle relatif à la partie formation des cigarettes dans le procédé de confection en réinjectant les données de la figure 4.10 dans les variables de la figure 4.9. Concrètement, il faut choisir un réglage de référence valide pour chacun des paramètres. Ensuite, on retranche ces valeurs aux

intervalles de la figure 4.10 pour obtenir les bornes sur les variations possibles. Ces variations sont multipliées par les coefficients d'homogénéisation  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$ .

Néanmoins, pour la modélisation du procédé de confection des cigarettes il nous faut le modèle représentatif de la partie alimentation qui fera l'objet des lignes qui suivent.

#### **4.7.2 Modélisation de la partie d'alimentation de tabac**

D'une façon analogue à la modélisation de la partie régulation du poids, nous allons construire, dans les lignes qui suivent, le modèle RdP à intervalle relatif à la partie alimentation du procédé de la figure 4.7.

##### **4.7.2.1 Contrainte de niveau dans la confectionneuse**

Le débit de tabac constitue le deuxième paramètre qui doit être surveillé afin de maintenir la densité. Ce débit est contrôlé en deux étapes (figure 4.7): au moment du remplissage du distributeur par un contrôle  $C_1$  et au moment de l'entraînement du tabac sur le tapis par un contrôle  $C_2$ .

Le contrôle  $C_1$  assure le niveau de tabac dans l'écluse. Ce niveau doit être compris entre un minimum  $n_1$  au dessous duquel la machine s'arrête pour manque de tabac et un niveau maximum  $n_2$  au delà duquel l'alimentation est arrêtée.

Le contrôle  $C_2$  qui assure le niveau de tabac sur le tapis d'entraînement doit être compris, aussi entre un niveau minimum  $n_3$  au dessous duquel la machine s'arrête pour manque de tabac et un niveau maximum  $n_4$  au-delà duquel le cylindre d'entraînement du tabac s'arrête.

##### **4.7.2.2 Modélisation hybride**

Le distributeur décrit ci-dessus est un système qui présente des aspects à la fois continus et discrets. Le modèle choisi doit pouvoir reproduire rigoureusement le fonctionnement désiré. Nous avons choisi le réseau de Petri hybride pour la modélisation du distributeur [DHO 05 b]. La définition des réseaux de Petri hybrides est donnée dans le chapitre précédent.

Le modèle de réseau de Petri hybride équivalent du système d'alimentation du tabac est représenté par la figure 4.11

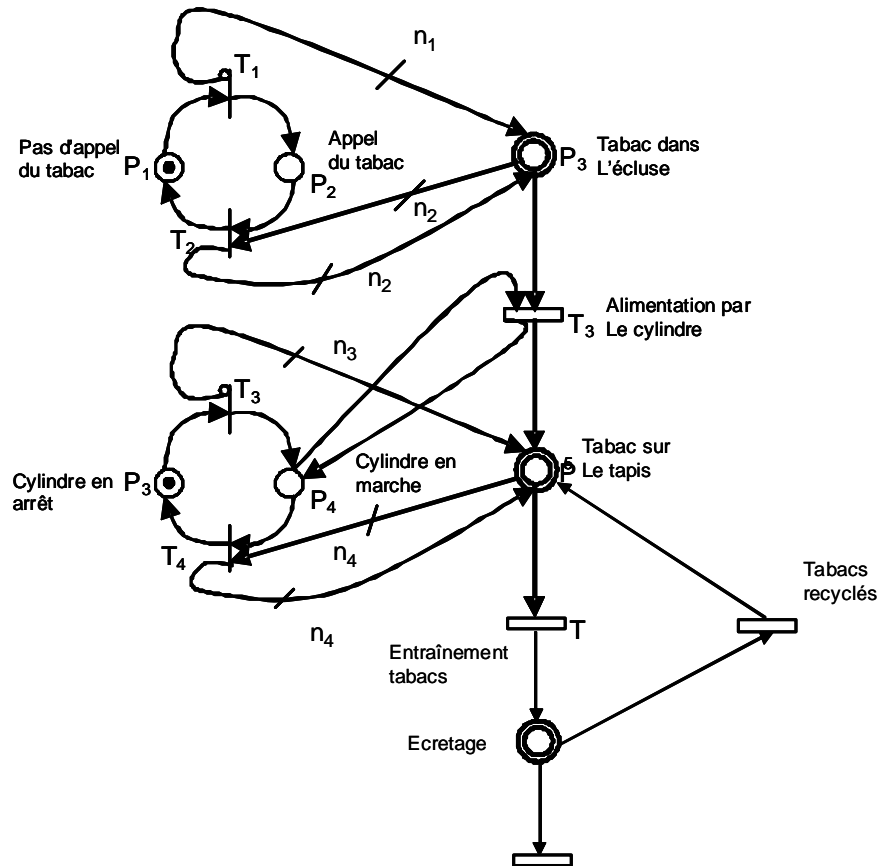


Figure 4.11: Modèle RdP hybride

Ce système décrit par la figure 4.11 doit être robuste face aux variations du paramètre d'entrée constituées par la compacité du tabac. La loi de distribution de ce paramètre compacité peut être obtenue à partir des données statistiques de l'atelier. L'objectif est de minimiser les fluctuations de la densité du flux de tabac nécessaire pour produire une cigarette avec la bonne quantité.

La valeur de la densité de la cigarette doit être comprise dans un intervalle donné pour avoir un poids de cigarette correct. Comme il était mentionné, cette densité est fonction de trois paramètres :

- C : la compacité du tabac avec  $C \in [C_{\min}, C_{\max}]$  elle est exprimée en  $g/m^3$
- N : le niveau du tabac sur le tapis  $C \in [N_{\min}, N_{\max}]$  en mètre
- E : la hauteur du tabac écrité  $C \in [E_{\min}, E_{\max}]$  en mètre.

$$D = \alpha \times C \times N \times E \quad (4.8)$$

Avec  $\alpha$  un coefficient exprimé en  $mm^{-2}$

Après développement limité de la relation non linéaire (4.8) au premier ordre on obtient un accroissement d'une forme linéaire :

$$\Delta D = \alpha_1 NE\Delta C + \alpha_2 CE\Delta N + \alpha_1 NC\Delta E \quad (4.9)$$

#### 4.7.2.3 Modélisation par RdP à intervalle « densité valuée »

Le modèle réseau de Petri à intervalle équivalent de l'équation (4.9) est présenté par la figure 4.12. Ce modèle est appelé, abusivement, RdP à intervalle « densité valuée ».

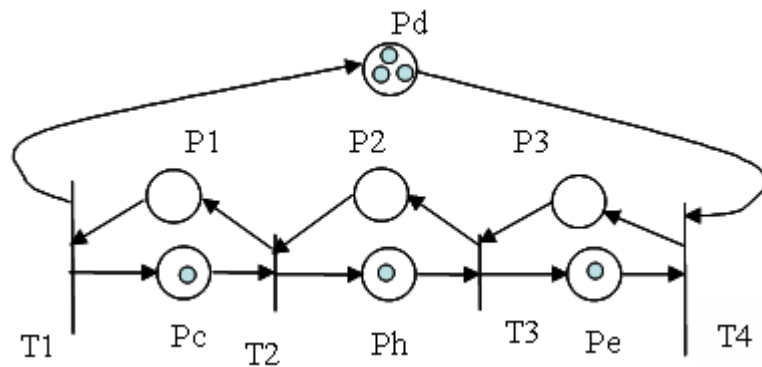


Figure 4.12 : RdP à intervalle « densité valuée »

Les places P1, P2 et P3 du réseau de la figure 4.12 représentent, respectivement, les contraintes soumises sur la variation de la compacité (Pc), de la hauteur (Ph) et de l'écrêtage (Pe). La compacité du tabac varie en fonction des lots, des fournisseurs et d'autres paramètres, sans que nous puissions agir sur ses fluctuations. Par conséquent la densité subit ces dérives à partir de la compacité. Nous proposons alors une compensation de ces dérives en agissant sur le réglage du niveau du tabac sur le tapis et de la quantité d'écrêtage. Cependant, cette régulation doit intégrer les couplages du système qui influent sur son comportement dynamique.

#### 4.7.2.4 Construction des marges de validité

Pour trouver les marges de validité du modèle de la figure 4.12, nous avons combiné deux méthodes : les données de production concernant la densité des cigarettes et la compacité du tabac d'une part et la simulation pour le niveau du tabac sur le tapis et l'écrêtage d'autre part.

Les marges sur la densité sont calculées dans le paragraphe précédent :

$$d_{\min} = 0.2 \text{ et } d_{\max} = 0.23 \text{ g/mm}^3$$

Les marges sur la compacité sont calculées à partir des données statistiques de production: La répartition de ce paramètre est normale avec une moyenne  $C_m = 5$  et de valeur minimale  $C_{\min} = 4.5 \text{ g/mm}^3$  et de valeur maximale  $C_{\max} = 6 \text{ g/mm}^3$ .

Dans ces conditions les marges de validité du réseau de la figure 4.13 sont obtenues par une simulation. Les résultats de cette simulation sont représentés par le tableau 4.3.

Paramètre	Unité	Valeur
$c_{\min}$	$g/mm^3$	4.5
$c_{\max}$	$g/mm^3$	6
$d_{\min}$	$g/mm^3$	0.2
$d_{\max}$	$g/mm^3$	0.23
$N_{\min}$	mm	100
$N_{\max}$	mm	500
$E_{\min}$	mm	7.8
$E_{\max}$	mm	8.1

Tableau 4.3 : marge de validité du système d'alimentation du tabac

Avec  $N_{\min}$  et  $N_{\max}$  correspondent respectivement aux niveaux minimal et maximal du tabac dans l'écluse (1) du système d'alimentation de la figure 4.7 :  $m = 3$  kg et  $M = 7$  kg.

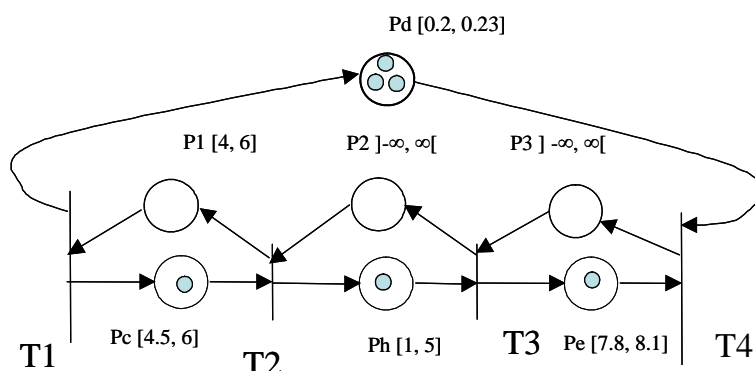


Figure 4.13 : Marges de validité du système d'alimentation

#### 4.8 Modèle général du procédé

La construction du modèle global du procédé de fabrication des cigarettes avec ses marges de validité associées à chaque paramètre s'obtient par connection des deux modèles des figures 4.10 et 4.13. Ce modèle peut être transformé en RdP à intervalle en suivant une procédure analogue à celle qui a été décrite pour la figure 4.10.

La figure 4.14 représente le modèle global en réseau de Petri avec les intervalles de validité sur les paramètres de qualité concernant le poids des cigarettes.

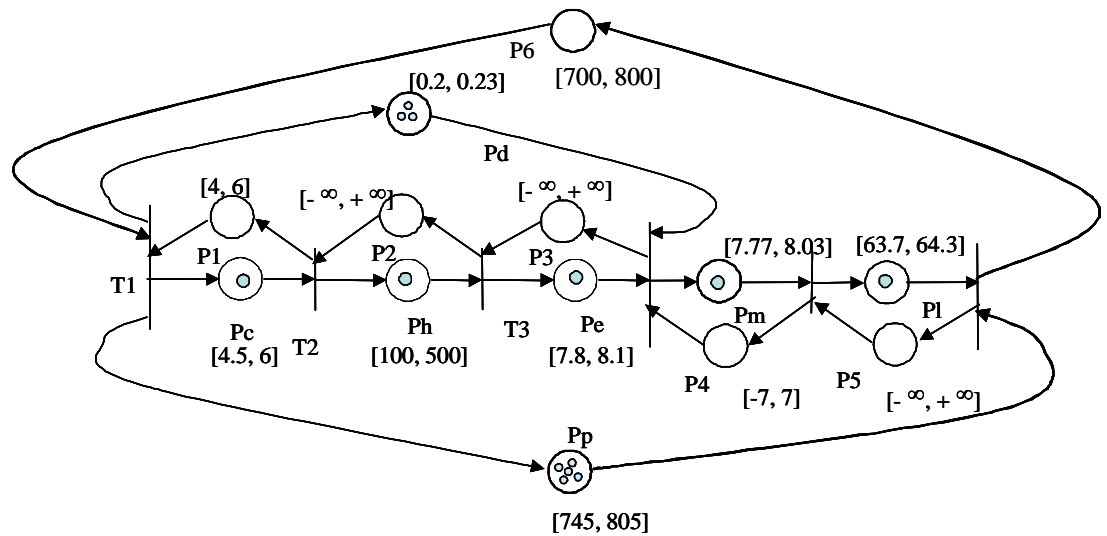


Figure 4.14 : Modèle global du procédé

#### 4.9 Conclusion :

Au cours de ce chapitre, nous avons construit le modèle de l'atelier avec les réseaux de Petri à intervalles pour un procédé de fabrication des cigarettes où le poids du produit fabriqué est le facteur déterminant pour la qualité et le coût.

En effet, vu la nature des contraintes à spécifier, ce type de procédé ne peut être représenté par un réseau de Petri temporel ou temporisé. Ce modèle combine les deux parties du système : la partie continue qui représente le flux du tabac et la partie discrète qui représente la formation des cigarettes.

Ainsi le modèle construit permet de décrire les contraintes sur les paramètres de qualité à assurer pour la fabrication d'un produit conforme aux normes. Il permet le « pilotage » en maintenant le fonctionnement du système autour d'un état d'équilibre et le « contrôle » en suivant l'évolution des paramètres au cours du temps pour compenser les fluctuations qui auront lieu à l'entrée du système. Pour construire le modèle global avec les marges de validité nous avons utilisé la simulation et les données de production.

Il faut donc maintenant exploiter le modèle que nous avons obtenu. Dans les lignes qui suivent, nous allons utiliser les propriétés de ce modèle pour calculer une loi de commande qui permet d'améliorer le taux de production du procédé et étudier le problème de la robustesse face aux perturbations de type « dérive de qualité » à l'entrée du système. Enfin, nous allons étudier l'apport de la commande calculée à partir du modèle en comparant les données de production sans loi de commande automatique, avec les sorties produites par la commande calculée.

# Chapitre 5

*UTILISATION  
DES  
PROPRIETES DU MODELE :*

*CONTRIBUTION  
A  
LA ROBUSTESSE*





## Chapitre 5

### **UTILISATION DES PROPRIETES DU MODELE : CONTRIBUTION A LA ROBUSTESSE**

#### **5.1 Introduction**

La qualité est étroitement liée au contrôle, c'est à dire aux activités qui mesurent la conformité et réagissent sur la production lorsqu'il est nécessaire [MAR 91]. Ainsi le contrôle de la conformité cherche à limiter l'instabilité de la qualité qui est sanctionnée par des rebuts et des arrêts qui entraînent une augmentation des coûts et une diminution du taux de production. La conformité de la production peut s'exprimer sur divers paramètres : les dimensions, le poids, l'aspect, les temps de traitements,...

Dans le procédé de fabrication des cigarettes, le paramètre du poids du produit est un facteur déterminant. La valeur du poids doit rester dans les intervalles de valeurs valides. La commande de ce processus devra alors donner des garanties sur le respect de ces spécifications.

Ainsi, ce chapitre concerne l'utilisation des propriétés du modèle réseau de Petri à intervalles d'une unité de confection des cigarettes construit au cours du chapitre précédent, pour la détermination d'une loi de commande robuste. Cette commande doit donc garantir les spécifications sur la qualité du produit.

Dans une première phase, nous étudierons le problème de robustesse active du procédé et les transitoires valides à partir des marges sur le modèle. Ces transitoires seront calculés à partir d'une extension d'un théorème [COL 02] donnant les conditions analytiques pour l'évolution d'un point de fonctionnement cyclique à un autre point pour un modèle RdP p-temporel.

Dans une deuxième phase nous étudierons la robustesse passive du procédé face aux aléas prévisibles sur la qualité du produit à l'entrée. Cette étude sera faite par une simulation du modèle obtenu, sur un échantillon de données réel.

L'apport de la loi de commande obtenue sera validé par une comparaison avec les sorties réelles de production correspondant à l'échantillon de tabac considéré.

## 5.2 Procédés à contraintes temporelles et réglage des temps

Dans la littérature, les études faites sur la conception, l'élaboration d'une commande, ou les deux simultanément sont focalisées sur l'optimisation du taux de production [VAR 96]. Les procédés concernés sont des procédés à contraintes temporelles. L'objectif est souvent soit la minimisation du temps de cycle par l'optimisation des temps opératoires, soit la recherche de possibilité de gestion des aléas sur l'entrée du système. La recherche d'une commande robuste pour ces procédés pour garantir un fonctionnement correct semble judicieuse.

Par ailleurs, pour les procédés où la contrainte sur la qualité n'est pas le temps, la commande cherchée doit permettre des réglages dans des intervalles de validité bien spécifiés. Notons bien que, sur l'exemple considéré, la vitesse de production est élevée et les marges de réglage sont extrêmement faibles. Reste qu'il est possible d'utiliser ces marges en temps réel lors d'un pilotage réactif.

## 5.3 Pilotage réactif ou prédictif

Un pilotage est considéré comme réactif si le système peut réagir en temps réel en cas de dérive d'un ou des paramètres considérés. Ce type de pilotage est approprié dans notre cas, car les contraintes de qualité pèsent sur la production de la manufacture de tabac aussi bien d'un point de vue coût que d'un point de vue taux de production (à cause des arrêts et des rebuts). Or il est connu que la robustesse active a, par définition, une plage plus étendue que la robustesse passive.

Dans l'atelier considéré, l'alimentation des machines est continue donc nous n'avons pas de retard sur l'entrée ou sur l'ensemble. Par contre les variations à l'entrée concernent la qualité de la matière première qui se traduira par des perturbations de fonctionnement des machines. Pour compenser ces dérives d'entrée un calcul d'une commande réactive s'impose. L'analyse de cette commande est basée sur des données réelles de production qui sont disponibles a priori. Il s'agit d'évaluer la robustesse passive du système. [COL 94] a démontré qu'il existe une robustesse passive sur des boucles de commande prédictive dans un atelier de trempe des pièces et que l'atelier est alors capable de supporter des perturbations sur les instants d'entrée des pièces et sur les temps de trempe. Notre intérêt porte sur le même objectif avec l'atelier de fabrication des cigarettes. Nous cherchons à fournir une sortie périodique en présence des perturbations sur l'entrée de système en terme de dérive de qualité de la matière première. Ce problème fera l'objet d'une étude spécifique de la deuxième partie de ce chapitre.

Une présentation didactique centrée sur la robustesse aurait commencé par présenter la robustesse passive d'une commande prédictive. Cependant, cette dernière a fait l'objet d'une validation applicative par la simulation, alors que nous nous servons de la robustesse active pour illustrer l'extension d'un théorème des RdP temporel. Le principe de l'extension ayant été présenté, l'impact de la commande sur l'atelier réel est abordé dans un deuxième temps.

## 5.4 Procédés à contraintes non temporelles et régulation du poids

Dans cette section nous développons une extension d'un théorème [COL 02] donnant les conditions analytiques pour l'évolution d'un point de fonctionnement cyclique à un autre pour un RdP P-temporel. Cette extension permet de généraliser ce théorème à des contraintes non temporelles telles que le poids dans la confection des cigarettes en utilisant les RdP à intervalles.

Nous montrerons que le théorème permet, face à une dérive d'un paramètre dans le système, de changer le réglage pour gérer la nouvelle valeur et respecter ainsi la contrainte.

## 5.5 Robustesse active et calcul des transitoires valides

La robustesse a été définie dans le premier chapitre. Une commande robuste d'un procédé à contrainte temporelle doit être capable de prendre en compte les imprécisions sur les durées opératoires afin d'assurer un fonctionnement périodique. L'objectif de cette commande se traduit alors par la période de référence de fonctionnement du GEFC.

Dans ce contexte, un théorème [COL 02] fournit une condition pour changer de consigne cyclique et permet de garantir la réactivité du système : on donne un nombre maximal de cycles pour passer d'un réglage à un autre. Ce calcul d'une nouvelle instantiation des paramètres se fait avec l'hypothèse que les dérives sont très lentes et qu'elles peuvent être anticipées. Ce théorème est utile pour la régulation de procédés discrets sous contraintes de temps.

Dans les lignes qui suivent nous voulons envisager de porter ce type d'approche sur un procédé sous contrainte non temporelle tel que le procédé de confection des cigarettes.

### 5.5.1 Condition nécessaire pour l'existence d'un transitoire respectant les contraintes temporelles [COL 02]

Notons  $C_{t_1}$  et  $C_{t_2}$  deux réglages différents pour l'instanciation des variables associées aux couples (places, jeton).

$C_2$  est la valeur d'un cycle pour  $C_{t_2}$  et  $C_1$  est la valeur d'un cycle pour  $C_{t_1}$ .

$p_i$  a un intervalle de validité associé  $[a_i, b_i]$ .

La valeur effective du temps de séjour d'un jeton en fonctionnement mono-périodique pour un réglage  $C_{t_j}$  est notée  $q_{i,C_{t_j}}$ .

$A_{i,C_{t_j}}$  est la marge disponible sur la place  $p_i$ , soit pour le respect d'une contrainte sur la qualité du produit, soit pour le respect d'une contrainte de périodicité. Cette marge est propre au réglage  $C_{t_j}$ .

$$A_{i,C_{t_j}} = (q_{i,C_{t_j}} - a_i). \quad (5.1)$$

Il existe une suite d'états respectant, chacun, les contraintes de temps de séjour pour tous les jetons du réseau, qui permet de passer d'un état à un autre appartenant au fonctionnement mono-périodique correspondant à  $C_{t_i}$  à un état appartenant au fonctionnement mono-périodique correspondant à  $C_{t_j}$ . Le passage du réglage  $C_{t_i}$  au réglage  $C_{t_j}$  sera notée  $C_{t_{ij}}$ .

$dt_{ij}$  est la durée totale du régime transitoire  $C_{t_{ij}}$ .

**Définition 5.1 :** toute structure du réseau comme les circuits élémentaires et les couples de transitions (synchronisation, parallélisme) reliées entre eux par deux chemins directs distincts,

dont l'un contient au plus une marque, seront appelées structures critiques primaires. La figure 5.1a décrit ce type de structure parallélisme /synchronisation.

$SC_i$  sera la structure critique primaire d'indice  $i$ .

$nc_i$  est le nombre de jetons dans cette structure  $SC_i$ . Rigoureusement, on devrait considérer cette dernière grandeur comme une fonction du temps.

Supposons que l'atelier ne contient que des structures critiques primaires. Appelons  $p_r$  la place modélisant une contrainte dans la structure critique  $SC_r$ .

**Theorème [COL 02]:**

$$(\forall At_{r,Ct1}, \exists C_1 | At_{r,Ct1} > 0) \Rightarrow \exists Ct_{12}$$

$$nt_{12} = \lceil (C_2 - C_1) / \Delta C^* \rceil + 1 \quad (5.2)$$

$$dt_{12} = n^* \cdot nt_{12} \cdot (C_1 + (\Delta C^* \cdot nt_{12}) / 2) \quad (5.3)$$

Avec :

$$\Delta C^* = \min_r (At_{r,Ct1} / nc_r) \quad (5.4)$$

$$n^* = \max_r (nc_r) \quad (5.5)$$

$nt_{12}$  : représente le nombre de pas intermédiaires entre les réglages  $C_{t1}$  et  $C_{t2}$ . Le pas intermédiaire consiste à tirer  $n^*$  toutes les transitions du réseau.

$nc_r$  : est le nombre de marques dans un circuit élémentaire ou la différence de marques entre une transition de synchronisation et une transition de parallélisme.

La preuve a été présentée pour les RdP P-temporels, mais une abstraction fonctionnelle nous permet de généraliser la propriété au RdP à intervalles.

Les fonctions de marquage dépendant du temps voient leur valeur fixée à l'instant initial.

L'algorithme permettant de valider le passage d'un réglage  $C_{t1}$  à un réglage  $C_{t2}$  est le suivant.

$\Phi_{cd}$  :

$$SC_r = \{p_k, {}^o p_k, p^o_k\}_{k \in N^+ \cap [i,j]} \rightarrow SC_{r^*} = \{p_k, {}^o p_k, p^o_k, p_{r^*}\}_{k \in N^+ \cap [i,j]}$$

où:

$$a_k = \min(q_{k,Ct1}, q_{k,Ct2})$$

$$b_k = \max(q_{k,Ct1}, q_{k,Ct2})$$

$$p_{r^*}^o = p_j^o$$

$${}^o p_{r^*} = {}^o p_i$$

$$a_{r^*} = \sum_{k=i}^{k=j} q_{k,Ct1} - \sum_{k=i}^{k=j} M(p_k) \cdot C_d + nc_r \cdot \Delta C^*$$

$$b_{r^*} = \infty$$

**Remarque:** La place  $p_{r^*}$  modélise les contraintes du temps de séjour. Elle permet la spécification de la variation globale du temps de séjour dans un circuit élémentaire donné.

Soit  $R$  une décomposition du réseau en circuits critiques  $SC_r$ .

L'algorithme ci-dessous [COL 03] est appliqué pour calculer l'ensemble  $\sum_{k=i}^{k=j} \Delta q_k$  :

*i) La première étape correspond à la construction des modes de transitions.*

for r=1 to card (R)

if ( $\varepsilon \cdot \sum_{k=i}^{k=j} (q_{Ct2} - q_{Ct*}) \geq \varepsilon \cdot nc_r \cdot \Delta C^*$ ) then

$SC_r \leftarrow \varphi_{1*}(SC_r)$

else  $\forall m \in [i, j], \begin{cases} q_{m,Ct1} < q_{m,Ct2} \\ q_{m,Ct_n^*} = q_{m,Ct2} \end{cases} \vee \begin{cases} q_{m,Ct1} > q_{m,Ct2} \\ \Delta q_m = 0 \end{cases}$

end for

*ii) Les instants de tir dans un GEFC peuvent être calculés à partir des algorithmes polynomiaux.*

Nous donnons en annexe D deux algorithmes A1 et A2. Le premier calcule les instants de tir dans  $\varphi_{1*}(G)$  si  $C_1 < C_2$  et le deuxième algorithme A2 calcule ces instants de tir dans les autres cas. ( $\varphi_{cd}(G)$  est le graphe transformé à partir du graphe de transformation décrit dans i).

Dans notre cas, la contrainte sur le temps de retour  $[a_i, b_i]$  nous oblige à modifier l'algorithme de [COL 03] car ce dernier suppose qu'il n'y a pas de contrainte temporelle sur les places du retour des robots. En effet, l'intervalle attribué à une telle place est  $[a_i, \infty]$

**Calcul des attentes :**

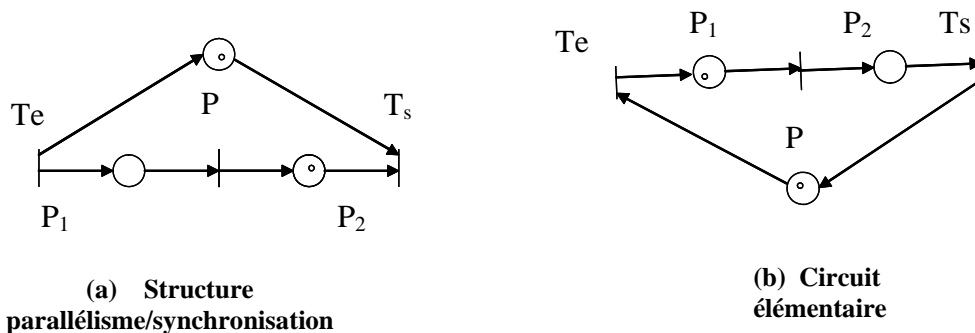


Figure 5.1 : calcul des attentes

Considérons les deux figures 5.1a et 5.1b, et calculons les attentes dans chaque circuit dans deux cas :

**Cas 1 :** retard ou allongement du temps de cycle C. Une marque arrive à la transition Te en avance. Le problème est : comment gérer cette pièce en avance alors que l'autre pièce en aval

(P<sub>2</sub>) est dans le temps normal. On cherche s’il y’a une marge d’attente pour cette pièce en P<sub>2</sub>. Ces marges se calculent par les relations :

$$At_i = q_i - a_i : \text{pour les circuits du type a} \tag{5.6}$$

$$At_i = b_i - q_i : \text{pour les circuits du type b} \tag{5.7}$$

**Cas 2 :** Avance ou diminution du temps de cycle C. Une marque arrive en retard à la transition T<sub>e</sub>. De même on cherche une marge disponible à cette marque pour se synchroniser avec la marque dans la place P. Cette marge est donnée par les relations :

$$At_i = b_i - q_i : \text{pour le circuit a} \tag{5.8}$$

$$At_i = q_i - a_i : \text{pour le circuit b} \tag{5.9}$$

**Remarque :** dans le cas où il n’a pas de différence de marques dans les places, nous n’aurons pas de problème.

**5.5.2 Exemple d’application :**

Prenons l’exemple de trois bus qui doivent parcourir un trajet en un temps contraint. Ce trajet est composé de trois sections. Ensuite, il va revenir au point de départ. Chaque section ne doit contenir qu’un seul bus à la fois. Le système dans son ensemble est soumis à des contraintes temporelles qui sont décrites directement sur le modèle RdP temporel de la figure 5.2.

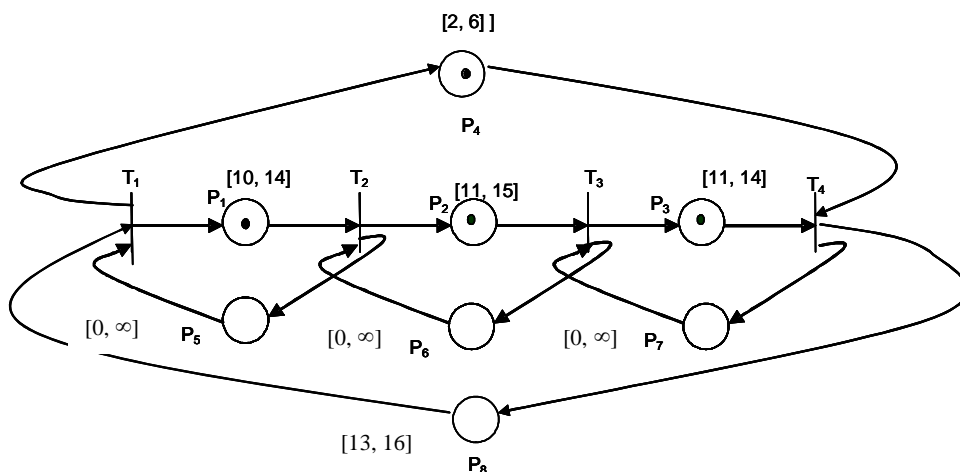


Figure 5.2 : Modèle du trajet des bus

La place P1 représente le circuit non réservé. Les places P<sub>2</sub> et P<sub>3</sub> représentent les circuits réservés. La place P<sub>4</sub> représente la contrainte sur la durée prévue du parcours de tout le trajet. La place P<sub>8</sub> modélise la durée entre deux bus consécutifs. Les places P<sub>5</sub>, P<sub>6</sub> et P<sub>7</sub> représentent la disponibilité des stations : un jeton dans l’une de ces places signifie que la station est libre. Dans ce réseau nous avons 5 circuits élémentaires :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= (T_1, P_1, T_2, P_5) \\ \gamma_2 &= (T_2, P_2, T_3, P_6) \\ \gamma_3 &= (T_3, P_3, T_4, P_7) \\ \gamma_4 &= (T_1, P_8, T_4, P_4) \\ \gamma_5 &= (T_1, P_1, T_2, P_2, T_3, P_3, T_4, P_4) \end{aligned}$$

Dans un premier temps nous allons considérer les variations du temps.

Le temps du cycle de fonctionnement du graphe est donné par la relation :

$$C(\gamma) = \frac{\mu(\gamma)}{M(\gamma)}$$

avec :

$\mu(\gamma)$  est la durée totale des circuits élémentaires et  $M(\gamma)$  le marquage du graphe.

Considérons le réseau de la figure 5.2 et supposons que les valeurs des réglages de départ Q1, Q2 et Q3 sont telles que :

$$Q_1= 10, Q_2= 13 \text{ et } Q_3= 12$$

En appliquant l'algorithme [COL 02] les valeurs des réglages sur les autres places donnent:

$$Q_8= 13, Q_4= 3, \mathbf{C=16 \text{ et } \Delta C= 0.5}$$

Si les valeurs du réglage cible sont :

$$Q_1= 13, Q_2= 15 \text{ et } Q_3= 14 \text{ nous aurons :}$$

$$Q_8= 15, Q_4= 4, \mathbf{C= 19 \text{ et } \Delta C =0.5}$$

Sachant que la marge disponible dans la place Pi pour passer d'un réglage Ct1 à un réglage Ct2 est égale à :

$$At_{i,Ctj} = (q_{i,Ctj} - a_{i,Ctj})$$

et en appliquant l'algorithme pas à pas, les réglages intermédiaires permettant d'atteindre le réglage cible sont donnés par le tableau 5.1 :



Pas	1	2	3	4	5	6	7
C	16	16.5	17	17.5	18	18.5	19
At4	1	1	1	1	1	1	1
At8	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0
Q1	10	10	10	10	11	11	12
Q2	13	13	13	14	14	15	15
Q3	12	13	14	14	14	14	14
Q4	3	3	3	3	3	3	3
Q8	13	13.5	14	14.5	15	15.5	16
$\Delta C$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

Tableau 5.1 : Réglages intermédiaires de passage à un état cible

Considérons maintenant les variations du temps par rapport à un état d'équilibre. Pour cela nous considérons que cet état d'équilibre pour notre graphe est tel qu'à chaque pas les  $q_i$  sont les valeurs calculées dans le tableau 5.1.

**Exemple** : pour le pas 1 nous avons  $Q_1 = 10$  avec la contrainte de  $Q_1 \in [10, 14]$  on trouve :

$$\Delta P_1 = [0, 4]$$

En raisonnant de façon analogue sur toutes les places pour le pas 1, on obtient la première colonne du tableau 5.2.

En faisant de même pour chacun des pas du transitoire, nous aurons le tableau 5.2.

Pas	1	2	3	4	5	6	7
$\Delta p_1$	[0, 4]	[0, 4]	[0, 4]	[0, 4]	[-1, 3]	[-1, 3]	[-2, 2]
$\Delta p_2$	[-2, 2]	[-2, 2]	[-2, 2]	[-3, 1]	[-3, 1]	[-4, 0]	[-4, 0]
$\Delta p_3$	[-1, 2]	[-2, 1]	[-3, 0]	[-3, 0]	[-3, 0]	[-3, 0]	[-3, 0]
$\Delta p_4$	[-1, 3]	[-1, 3]	[-1, 3]	[-1, 3]	[-1, 3]	[-1, 3]	[-1, 3]
$\Delta P_8$	[0, 3]	[-0.5, 2.5]	[-1, 2]	[-1.5, 1.5]	[-2, 1]	[-2.5, 0.5]	[-3, 0]

Tableau 5.2 : Variation des temps autour d'un état d'équilibre

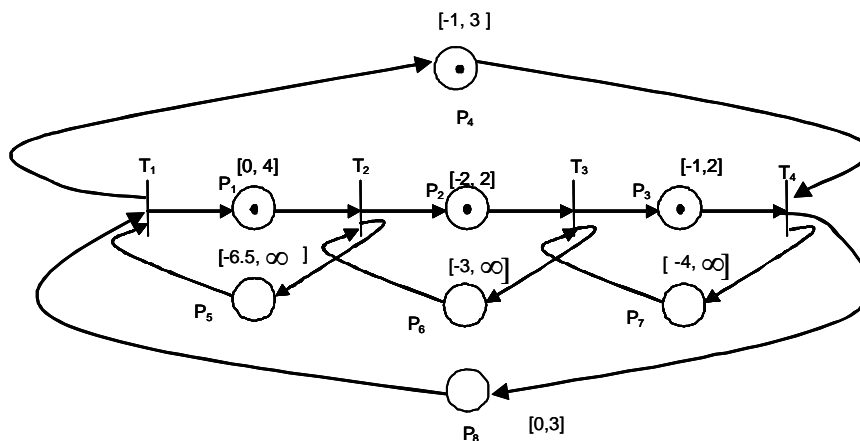


Figure 5.3: RdP représentatif des variations des temps

Le réseau relatif aux valeurs de la colonne 1 du tableau 5.2 est donné par la figure 5.3

On remarquera que le réseau de la figure 5.3 n'est plus à proprement parlé un RdP P-temporel puisqu'il contient des durées négatives : nous avons ici une illustration de passage d'un modèle P-temporel à un modèle à intervalle par changement des origines du repère utilisé.

Cette section se termine donc sur un théorème utile à la régulation de procédés discrets sous contraintes de temps. Comme les résultats produits découlent des propriétés structurelles, on peut envisager de porter ce type d'approche sur un modèle à contraintes non temporelles en utilisant les RdP à intervalles. La section suivante appliquera l'analyse présentée à la contrainte de poids des cigarettes dans une manufacture.

### 5.5.3 Régulation du poids pour une manufacture de tabac

**Définition 5.2** : un RdP à « poids valué » est un RdP à intervalle de validité où la valeur associée au couple (place, jeton) est interprétée comme étant un poids.

Cet outil RdP à « poids valué » permet de modéliser un procédé de fabrication où le poids d'une unité fabriquée doit être compris dans un intervalle donné.

C'est le cas des ateliers de confection des cigarettes d'une manufacture des tabacs présentée ci-dessus.

La nouvelle signification du théorème [COL 02] pour les RdP « poids valué » et les applications qui en découlent seront discutées dans les lignes qui suivent

#### 5.5.3.1 Vérification des conditions du théorème

L'atelier de confection des cigarettes dans la manufacture des tabacs est un atelier à flots sans ressources limitantes. D'un point de vue topologique, la différence avec une ligne sans stock et à ressource de transport unique est donc complètement différente. Cependant, la cellule de confection des cigarettes peut être décomposée en structures critiques. En effet, la suite des

opérations de la gamme est évidemment décrite par une séquence. Par ailleurs les limitations de stocks physiques où induites par les contraintes de périodicité se modélisent par les retours arrière dans la gamme. Cela donne des circuits élémentaires.

Enfin, les contraintes concernant le poids sont représentées par une place en parallèle avec le modèle de la gamme opératoire. Nous sommes alors en présence d'un couple de chemin commençant par une transition de parallélisme et finissant par une transition de synchronisation. Ici encore, il y a conformité avec la définition des structures critiques primaires. L'atelier considéré répond donc aux conditions d'application du théorème [COL 02].

### 5.5.3.2 Application

Considérons donc le réseau à « poids valué » de la figure 4.8 (chapitre 4) qui modélise la variation du poids d'une cigarette. Cette variation est décrite par l'équation différentielle (4.3) donnée au chapitre 4. Ce réseau est constitué de 8 places, 4 transitions et 4 circuits élémentaires.

Notre objectif est d'appliquer le théorème [COL 02] tout en considérant des variations d'une quantité de tabac et non plus des variations du temps.

D'un point de vue purement mathématique, un RdP temporel et n'importe quel RdP à intervalle (par exemple les RdP « poids valué ») ont les mêmes propriétés. Par contre, l'interprétation physique qu'il faut donner au modèle est complètement différente. Le tableau 5.3 récapitule les significations des différents paramètres intervenant dans les RdP temporels et les RdP « poids valué ».

Dans ces conditions, l'application du théorème présenté ci-dessus sera absolument identique. Par contre, il existe une différence notable entre le modèle P-temporel et le modèle « poids valué » de notre exemple : le modèle « poids valué » utilise une différentielle de premier ordre autour d'un point de référence qui nous permet de linéariser le modèle. En effet, il est clair que de manière générale, le calcul du temps de cycle en « poids valué » n'est pas linéaire. De cette façon, on pourra quantifier la variation de poids qui intervient aux différents postes. A l'aide de cette propriété on pourra donc se déplacer à l'intérieur de l'espace des solutions valides car on reste au voisinage du point d'équilibre.

Paramètres	Signification en P-temporel	En « poids valué »
<b>C</b>	Temps de cycle	Poids par cycle pour une pièce (ou un lot de pièces suivant l'échantillonnage)
$\Delta C$	Variation du temps de cycle	Variation du poids par cycle pour une pièce (par rapport à une situation de référence)
<b>Q</b>	Temps effectif passé dans la place	Poids effectif ajouté dans cette place. Poids à l'arrivée dans la place à laquelle on ajoute une quantité q comprise entre deux bornes = Poids du produit en sortie de la place.
$\Delta Q$	Variation du temps effectif	Variation du poids ajouté dans la place par rapport à une situation de référence.
<b>Ai</b>	Temps de séjour minimal	Poids minimal ajouté
<b>Bi</b>	Temps de séjour maximal	Poids maximal ajouté
<b>M</b>	Un produit, une ressource, une contrainte.	Un produit, une ressource, une contrainte.

Tableau 5.3 : Comparaison des paramètres RdP-temporels / RdP « poids valué »

Comme il est impossible de contrôler toutes les cigarettes, à cause de la vitesse élevée de fonctionnement, on procède à un échantillonnage d'une quantité de cigarettes consécutives sur laquelle seront calculées les valeurs du poids moyen

Ce poids est fonction de trois principaux paramètres : le module, la longueur et la densité. Les deux premiers paramètres sont réglables par action sur le système par contre la densité varie en fonction de la compacité de la matière première.

La compensation des variations de la compacité du tabac peut être assurée par des opérations de réglage effectuées sur le système d'alimentation de la machine. Cette partie sera développée dans la section « réglage de niveau » dans les lignes qui suivent.

Par ailleurs, on peut aussi contrôler la densité en surveillant en ligne la quantité de retour tabac sur le tapis de retour (modèle général de la confectionneuse). Cette quantité doit être comprise entre 25 % et 30 % de tabac entrant.

A chaque déviation on cherche un réglage qui pourra gérer la nouvelle valeur de la densité et par conséquent de la compacité.

Pour illustrer ce principe, prenons un exemple numérique et appliquons le théorème [COL 02].

Pour cela, considérons le réseau de la figure 5.4 qui représente le modèle RdP avec les intervalles de validité des paramètres calculés dans le chapitre précédent. Ce modèle n'est pas homogène puisque les valeurs des intervalles sont dans des unités différentes. Le modèle RdP à intervalle décrit lui un fonctionnement autour d'une valeur de référence de fonctionnement pour chaque poste. On pourra donc construire ces données en retranchant cette valeur de référence aux grandeurs de la figure 5.4 et en multipliant le résultat par les coefficients d'homogénéisation (voire remarque de la figure 4.9).

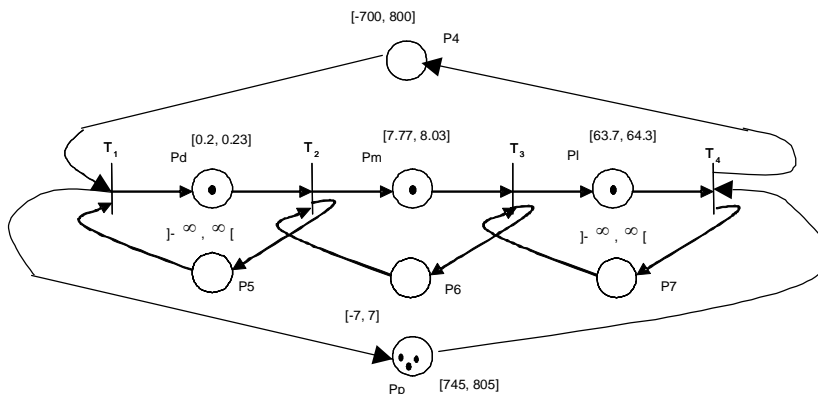


Figure 5.4: RdP intégrant les intervalles de validité des paramètres

Supposons que les valeurs de départ des paramètres : module, longueur et poids soient respectivement :

$m=8$  ,  $l = 64$  et  $P = 770$ .

La densité du lot est  $d = 0.21$

Notre objectif est de diminuer le poids à  $P = 740$ .

Les réglages intermédiaires permettant d’atteindre cet objectif sont donnés par le tableau 5.4.

Pas	1	2	3	4	5	6	7	8
$d= 0.21$								
M	8	7.98	7.95	7.93	7.9	7.9	7.9	7.9
L	64	64	64	64	64	63.8	63.5	63
P	770	768	762	758	752	750	746	<b>740</b>
Atp	30	28	22	18	12	10	6	0
Atm	2	2	2	2	2	2	2	2

Tableau 5.4 : Réglages intermédiaires de passage à un cible

Supposons maintenant que la densité a dérivé et la nouvelle valeur est  $d = 0.22$  ce qui nous oblige de faire d’autres réglages pour compenser cette dérive et atteindre un poids proche du poids cible. Le tableau 5.5 donne les réglages intermédiaires de compensation et la valeur du poids qu’on peut atteindre.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
d=0.22											
<b>M</b>	7.9	7.93	7.95	7.98	8	8	8	8.05	8.08	8.1	8.1
<b>L</b>	63.5	63.5	63.5	63.5	63.5	63.8	64	64	64	64	64
<b>P</b>	684	690	693	698	702	705	707	716	721	725	<b>730</b>
<b>Atp</b>	47	41	38	33	29	26	24	15	10	6	0
<b>Atm</b>	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Tableau 5.5 : Réglages intermédiaires pour compenser la dérive de la densité d

Considérons maintenant les variations des quantités par rapport à des valeurs moyennes qui représentent les valeurs cibles. Pour cela, nous considérons que ces valeurs décrites par le graphe de la figure 5.4 sont telles que à chaque pas les  $Q_i$  sont des valeurs calculées dans le tableau 5.4.

Par exemple, Pour le pas 1 nous avons  $m = 8$  avec la contrainte de  $m \in [7.9, 8.1]$  ; on trouve  $\Delta m_1 = [-0.1, 0.1]$ .

Un raisonnement analogue sur toutes les places pour les différents pas des réglages transitoires, nous permet de calculer toutes les variations des quantités par rapport à des valeurs moyennes. Les résultats du calcul sont donnés par le tableau 5.6

<b>Pas</b>	1	2	3	4	5	6	7	8
d=0.23								
<b><math>\Delta m</math></b>	[-0.1, 0.1]	[-0.08, 0.12]	[-0.05, 0.15]	[-0.06, 0.17]	[0, 0.2]	[0, 0.2]	[0, 0.2]	[0, 0.2]
<b><math>\Delta l</math></b>	[-1, 0]	[-1, 0]	[-1, 0]	[-1, 0]	[-1, 0]	[-0.8, 0.2]	[-0.5, 0.5]	[0, 1]
<b><math>\Delta P</math></b>	[-50, 4 0]	[-48, 52]	[-42, 48]	[-38, 52]	[-32, 58]	[-30, 60]	[-26, 64]	[-20, 70]

Tableau 5.6: Variation des paramètres autour de valeurs moyennes

### 5.5.3.3 Interprétation des résultats

L'interprétation pour une contrainte de poids va maintenant être brièvement présentée. Comme le graphe du système est fortement connexe, la pondération associée à un circuit élémentaire correspondra à la somme des poids ajoutés ou retranchés par rapport au réglage de référence sur un cycle.

Rappelons que l'on a effectué un développement limité au premier ordre autour de cette référence.

Le théorème présenté dans cette section fournit une condition pour changer de consigne cyclique, dans l'hypothèse où les dérives du procédé sont très lentes et qu'elles peuvent être anticipées. C'est le cas ici, si on considère les dérives de la densité du tabac qui doivent être compensées par une variation de la longueur et / ou du module.

De fait, le tabac est conditionné par lot de qualité assez homogène. Si un lot est sujet à une dérive qui va affecter la densité, cela pourra être détecté lors de la phase de conditionnement du tabac.

Le théorème fournit une garantie quant à la réactivité du système : on donne un nombre maximal de cycles pour passer d'un réglage à l'autre. Il sera alors possible de calculer une nouvelle instanciation des paramètres (capable de gérer une nouvelle valeur de la densité), et d'effectuer un transitoire vers ce nouveau réglage.

Dans toute cette procédure, la non violation des contraintes est assurée. En définitive, comme les violations de contraintes ont pour conséquence un rejet des quantités de produit présentes dans les appareils, on a donc fourni des outils analytiques pour diminuer les rejets. Dans la partie de la manufacture étudiée, les machines fonctionnent à la vitesse du poste bouchon : en diminuant les rebuts, on augmente donc la production.

## 5.6 Robustesse passive

Dans les lignes qui suivent, nous allons étudier la robustesse passive de notre procédé. A cet effet, considérons le système d'alimentation présenté par le schéma de la figure 4.10 §4. Ce système doit assurer un débit optimal de tabac pour la formation de cigarettes. Comme il était mentionné, ce tabac est caractérisé par sa compacité variable. Pour compenser les fluctuations de cette compacité, il est possible d'agir sur les réglages de niveau sur les tapis du système et les quantités de retour (tabac écrêté). La relation entre ces paramètres est décrite par les équations (4.8) et (4.9) §4. Notre objectif dans cette partie est l'évaluation pratique des performances du système face aux dérives de son entrée.

### 5.6.1 Bilan matière dans l'atelier de confection

#### 5.6.1.1 Masse de tabac à l'entrée

En supposant que l'alimentation de la machine est périodique de période T. Au niveau de l'écluse (1) (la numérotation est relative à la figure 4.10 qui représente le système d'alimentation du tabac) la masse de tabac est :

$$\begin{aligned}
 M_1(t) &= \frac{M_0}{\xi} \cdot t && \text{pour } t \in [0, \xi] \\
 M_1(t) &= 0 && \text{pour } t \in ]\xi, T[
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

avec :  $\xi$  est le temps nécessaire pour le remplissage de l'écluse d'entrée de la machine,  
 $M_0$  est la quantité de tabac versée dans l'écluse.

Dans ces conditions, les figures 5.5 et 5.6 représentent, respectivement, les courbes d'évolution de la masse M(t) et du débit Q(t) de tabac dans l'écluse.

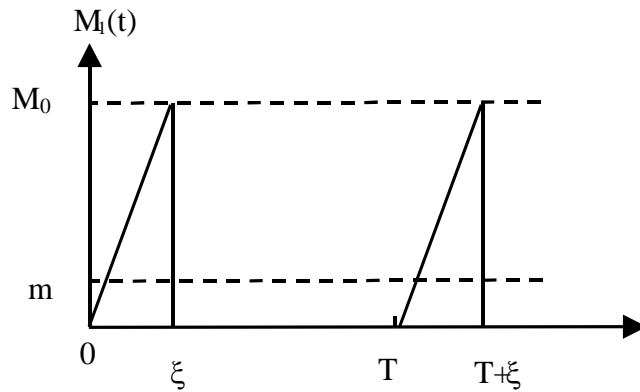


Figure 5.5: Evolution de la masse du tabac dans l'écluse

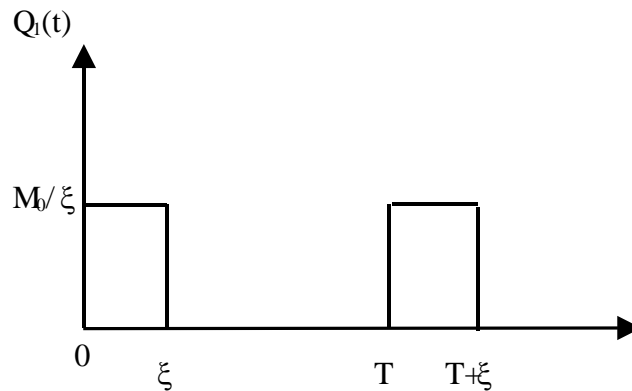


Figure 5.6: Evolution du débit de tabac dans l'écluse

$M$  et  $m$  sont respectivement, le niveau maximal et minimal dans l'écluse ( $m = 3 \text{ Kg}$ ,  $M = 7 \text{ g}$ )

### 5.6.1.2 Masse de tabac au niveau du tambour (3)

Soit  $C$ ,  $\alpha$  et  $\omega$  trois paramètres qui représentent, respectivement, la compacité du tabac, une constante qui dépend de la géométrie du tambour et la vitesse de rotation du tambour.

Le débit massique du tabac fournie par le tambour au tapis (4) est donné par la relation :

$$Q_3(t) = \frac{\alpha \times \omega}{C}$$

Soit  $M_3(t)$  la masse du tabac écoulee à travers Ce tambour. Cette masse est donnée par la relation :

$$M_3(t) = \int_0^t Q_3(t) \cdot dt$$

En tenant compte d'un temps  $\tau$  de retard de déclenchement de l'opération d'entraînement du tabac par le tambour, la masse  $M_3(t)$  s'écrit alors :

$$M_3(t) = Q_3(t)(t - \tau) \tag{5.11}$$



Les figure 5.7 et 5.8 représentent, respectivement, les courbes d'évolution de la masse  $M_3(t)$  du tabac dans le tambour et du débit  $Q_3(t)$  qu'on suppose constant.

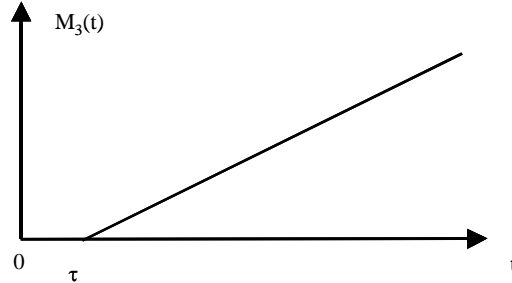


Figure 5.7: Evolution de la masse du tabac au niveau du tambour

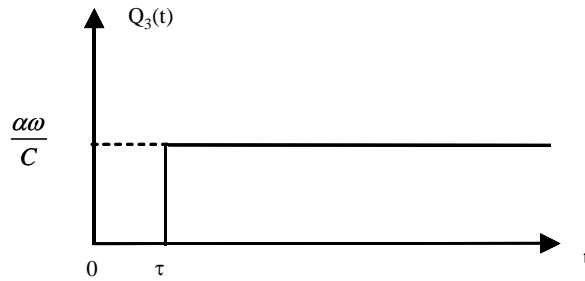


Figure 5.8: Evolution du débit de tabac au niveau du tambour

### 5.6.1.3 Masse de tabac dans la gaine (2)

$$M_2(t) = M_{20} + M_0 * E\left(\frac{t+T-\xi}{T}\right) - M_3(t) \quad (5.12)$$

Avec  $M_{20}$  est la masse initiale dans la gaine (2),  $E$  est la fonction partie entière.

$$M_2(t) = M_{20} + M_0 * E\left(\frac{t+T-\xi}{T}\right) - \frac{\alpha \times \omega}{C} \times (t - \tau) \quad (5.13)$$

#### Application :

$T$	: Période de remplissage 2.5 [min]
$\xi$	: 1 [min]
$\tau$	: 1 [min]
$M_0$	: 5 [kg]
$C$	: 5 [cm <sup>3</sup> /g]
$Q_3 \times C$	: 1.66510 <sup>-4</sup> [m <sup>3</sup> /s]

Les courbes de la figure 5.9 représentent les variations des volumes  $V_1$  et  $V_2$  du tabac dans, respectivement, l'écluse et la gaine. Ces variations sont déterminées par rapport à la masse initiale  $M_{20}$  supposée au niveau  $n_1$  de la gaine.

$$V_1(t) = M_1(t) \times C$$

$$V_2(t) = M_2(t) \times C$$

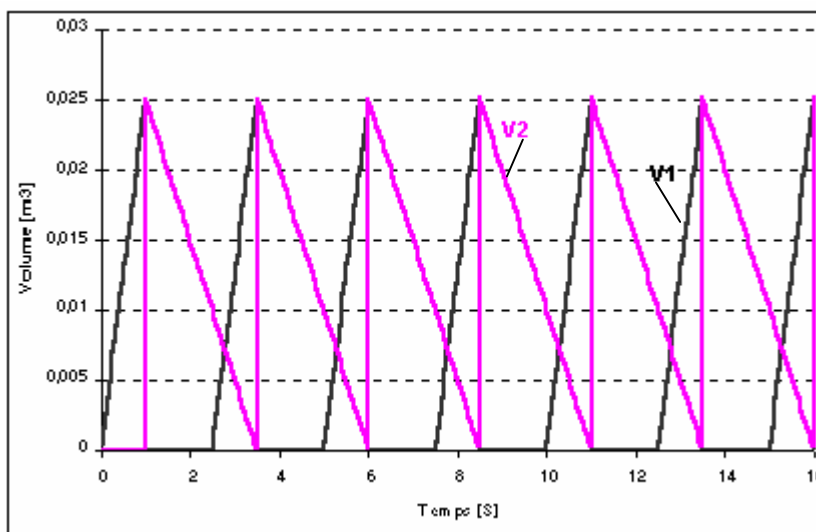


Figure 5.9 : Courbes de variation des volumes de tabac

La courbe de la figure 5.10 représente le cycle de remplissage de l'écluse pour une période T

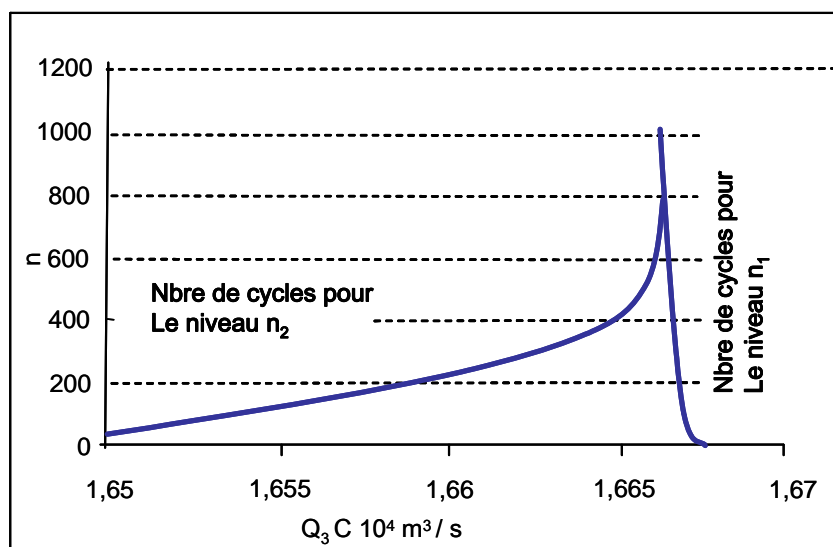


Figure 5.10 : Evolution du nombre de cycles de remplissage de l'écluse

Le volume entre les niveaux  $n_1$  à  $n_2$  de la gaine (2) correspond à un volume de tabac dans le bac de la confectionneuse ( $V = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ ) ce qui permet d'écrire :

$$M_2(t) = M_{20} + M_0 \times E\left(\frac{t+T-\xi}{T}\right) \times \delta_e - \frac{\alpha \times \omega}{C} \times (t-\tau) \times \delta_e \quad (5.14)$$

avec :

$$\begin{aligned} \delta_e &= 1 \text{ si } h_e \in ]n_1, n_2[ \\ \delta_e &= 0 \text{ si } h_e = n_1 \text{ ou } n_2 \text{ (arrêt de la chaîne de production)} \end{aligned}$$

#### 5.6.1.4 Tabac au niveau du Tapis (4)

Le débit  $Q_3(t)$  est fonction de la vitesse de rotation angulaire du tambour

$\dot{V}_4 = Q_3(t) \times C$  : débit volumique sur le tapis (supposé constant pour une vitesse angulaire du tambour constante)

Le débit volumique au niveau du tapis est défini par :

$$\dot{V}_4 = \int_s v_4 dS_4(t) : \text{l'intégrale sur la surface (s) du tapis.}$$

avec :

$v_4$  : la vitesse du déplacement du tapis

$S_4$  : la section de passage du tabac sur le tapis définie par :

$$S_4(t) = l_4 \times h_4(t)$$

avec :

$l_4$  : largeur du tapis

$h_4$  : hauteur de tabac sur le tapis.

Un flotteur contrôle la hauteur  $h_4$  de tabac sur le tapis. Il doit être compris entre un niveau minimal  $n_3$  et un niveau maximal  $n_4$ .

Soit la fonction  $\delta_t$  tel que:

$$\begin{aligned} \delta_t &= 1 \text{ si } h_4 \in ]n_3, n_4[ \text{ bon fonctionnement} \\ \delta_t &= 0 \text{ si } h_4 = n_3 \text{ ou } n_4 \text{ phase d'arrêt} \end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\dot{V}_4(t) = v_4 \times l_4 \times h_4(t) \times \delta_t$$

$$h_4(t) = \frac{\alpha \times \omega \times \delta_t}{v_4 \times l_4} + h_{n_3, n_4} \times (1 - \delta_t)$$

avec  $h_{n_3, n_4}$  correspond au niveau de  $n_3$  ou  $n_4$ ,

La figure 5.11 représente l'effet des vitesses du tapis et du tambour sur la variation du niveau

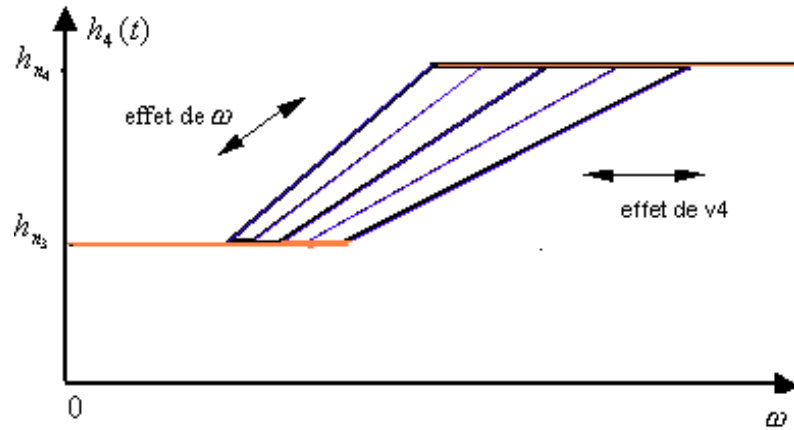


Figure 5.11 : Variation du niveau de tabac sur le tapis

En tenant compte des conditions de fonctionnement dans l'écluse on obtient :

$$\dot{V}_4(t) = v_4 \times l_4 \times h_4(t) \times \delta_t \times \delta_e$$

et

$$M_2(t) = M_{20} + M_0 \times E\left(\frac{t+T-\xi}{T}\right) \times \delta_e \times \delta_t - \frac{\alpha \times \omega}{C} \times (t-\tau) \times \delta_e \times \delta_t \quad (5.15)$$

$$M_2(t) = M_{20} + M_0 \times E\left(\frac{t+T-\xi}{T}\right) \times \delta_e \times \delta_t - \frac{1}{C} v_4 \times l_4 \times h_4(t) \times (t-\tau) \times \delta_e \times \delta_t \quad (5.16)$$

### 5.6.1.5 Au niveau des cigarettes

$$Q_s(t) = \int_s \frac{v_s}{C} dS_c(t)$$

$Q_s(t)$  : débit massique cigarette

$V_s$  : vitesse de sortie cigarette

$S_c(t)$  : section de cigarette

$C$  : compacité du tabac

$$S_c(t) = \frac{\pi \cdot D_s(t)}{4}$$

Or le module  $D_s(t)$  est constant après chaque réglage.

$$\dot{Q}_s = \frac{\pi \times v_s \times D_s}{4 \times C}$$

En tenant compte de la fraction de rejet, le débit  $Q_s(t)$  est aussi défini par :

$$\dot{Q}_s = \frac{1}{C} v_4 \times l_4 \times h_4(t) \times \delta_t \times \delta_e \times (1 - \varepsilon(t))$$

avec  $\varepsilon(t)$  qui définit la fraction de rejet transportée au début du tapis

**Correction de  $\dot{V}_4(t)$**

$$\dot{V}_4(t) = v_4 \times l_4 \times h_4(t) \times (1 + \varepsilon(t)) \times \delta_t \times \delta_e$$

on note  $h'_4(t) = h_4(t) \times (1 + \varepsilon(t))$

$$\dot{V}_4(t) = v_4 \times l_4 \times h'_4(t) \times \delta_t \times \delta_e$$

donc on aura

$$\delta_t = 1 \text{ si } h'_4 \in ]n_3, n_4[ \text{ bon fonctionnement}$$

$$\delta_t = 0 \text{ si } h'_4 = n_3 \text{ ou } n_4 \text{ phase d'arrêt}$$

et

$$M_2(t) = M_{20} + M_0 \times E\left(\frac{t+T-\xi}{T}\right) \times \delta_e \times \delta_t - \frac{1}{C} v_4 \times l_4 \times h'_4(t) \times (t-\tau) \times \delta_e \times \delta_t \quad (5.17)$$

$$\dot{Q}_s = \frac{1}{C} v_4 \times l_4 \times h'_4(t) \times \delta_t \times \delta_e \times \frac{(1-\varepsilon(t))}{(1+\varepsilon(t))}$$

### 5.6.1.6 Effet de variation de la compacité

Nous Considérons que chaque remplissage d'ordre n la compacité  $C_T^n$  est constante. Ce qui donne :

- **Pour l'alimentation de l'écluse (1)**

$$V_1(t) = M_0 \times C_T^n \times \frac{t}{\xi} \quad \text{pour } t \in [0, \xi]$$

$$V_1(t) = 0 \quad \text{pour } t \in ]\xi, T[$$

- **Au niveau du tambour (3)**

$$\dot{m}_3 = \frac{\alpha \times \omega}{C_T^\beta}$$

$$\beta = E\left(\frac{t+T-\xi}{T}\right)$$

$$M_3(t) = \frac{\alpha \times \omega}{C_T^\beta} \times (t-\tau) \quad (5.18)$$

- **Masse dans la gaine (2)**

$$M_2(t) = M_{20} + M_0 * E\left(\frac{t+T-\xi}{T}\right) \times \delta_e \times \delta_t - \frac{\alpha \times \omega}{C_T^\beta} \times (t-\tau) \times \delta_e \times \delta_t \quad (5.19)$$

$$M_2(t) = M_{20} + M_0 \times E\left(\frac{t+T-\xi}{T}\right) \times \delta_e \times \delta_t - \frac{1}{C_T^\beta} v_4 \times l_4 \times h'_4(t) \times (t-\tau) \times \delta_e \times \delta_t \quad (5.20)$$

• **Au niveau du Tapis (4)**

$$\dot{V}_4 = \dot{m}_3 \times C_T^\beta$$

$$h_4(t) = \frac{\alpha \times \omega \times \delta_t \times \delta_e}{v_4 \times l_4} + h_{n_3, n_4} \times (1 - \delta_t)$$

$$h'_4(t) = h_4(t) \times (1 + \varepsilon(t))$$

$$\dot{V}_4(t) = v_4 \times l_4 \times h'_4(t) \times \delta_t \times \delta_e$$

• **Au niveau de cigarette**

$$Q_s(t) = \int_s \frac{v_s}{C_T^\beta} dS_c(t)$$

$$\dot{Q}_s = \frac{\pi \times v_s \times D_s}{4 \times C_T^\beta}$$

$$\dot{Q}_s = \frac{1}{C_T^\beta} v_4 \times l_4 \times h_4(t) \times \delta_t \times \delta_e \times (1 - \varepsilon(t)) \quad (5.21)$$

$$\dot{Q}_s = \frac{1}{C_T^\beta} v_4 \times l_4 \times h'_4(t) \times \delta_t \times \delta_e \times \frac{(1 - \varepsilon(t))}{(1 + \varepsilon(t))} \quad (5.22)$$

Les équations (5.21) et (5.22) représentent les couplages entre les paramètres continus. Les réglages étant calculés sur un modèle RdP à intervalles pour obtenir une robustesse donnée, on valide ces réglages par une simulation.

**5.6.2 Simulation [DHO 05a]**

La simulation est largement utilisée en pratique dans l'atelier considéré. Elle a l'avantage de pouvoir s'appliquer aux systèmes complexes. C'est un moyen puissant d'évaluation et d'optimisation des performances des systèmes à événements discrets [JEN 90] et hybride [ALL 98].

Une démarche intéressante consiste alors à utiliser des propriétés mathématiques du système (lorsqu'elles sont connues) pour définir la portée des essais effectués. Dans le cas contraire, le seul moyen de trouver la relation entre les paramètres et les résultats est de faire des jeux d'essai. Cette procédure est particulièrement lourde [PRO 87]. En ce qui nous concerne, la simulation s'effectue sur un modèle dont les propriétés structurelles ont été étudiées au préalable.

Pour réaliser la simulation de notre modèle du réseau de Petri à intervalles de la figure 4.13, nous avons programmé les équations analytiques liant les différents paramètres du modèle en utilisant le langage FORTRAN en considérant les marges de validité du modèle déjà calculées:

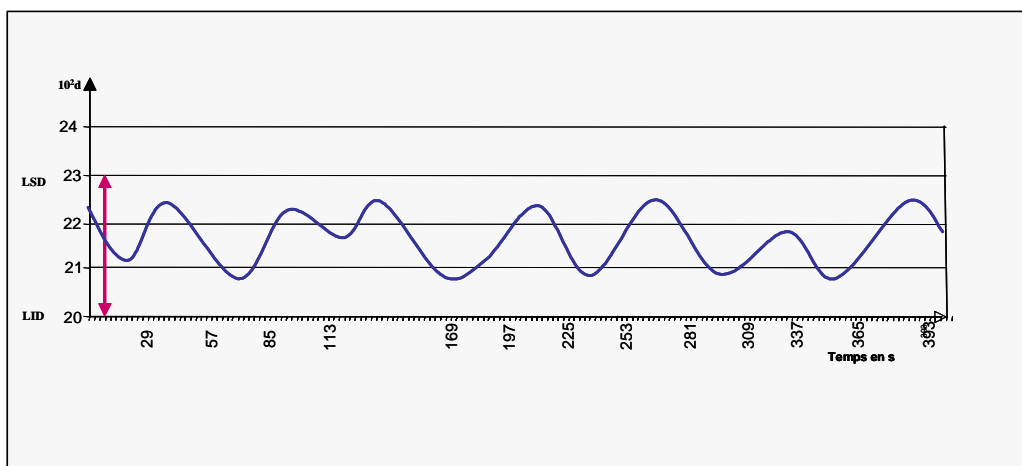
- Limite Supérieure de la Densité LI<sub>d</sub>= 0.20
- Limite Inférieure de la Densité LI<sub>d</sub>= 0.23
- Limite Supérieure de la Capacité LI<sub>C</sub>= 4.5
- Limite Inférieure de la Capacité LI<sub>C</sub>= 6
- Limite Supérieure de l'Ecrêtage LI<sub>E</sub>= 7.8

- Limite Inférieure de l'Ecrêtage LSE 8.1
- Limite Supérieure du Niveau LIN= 100
- Limite Inférieure du Niveau LSN= 500

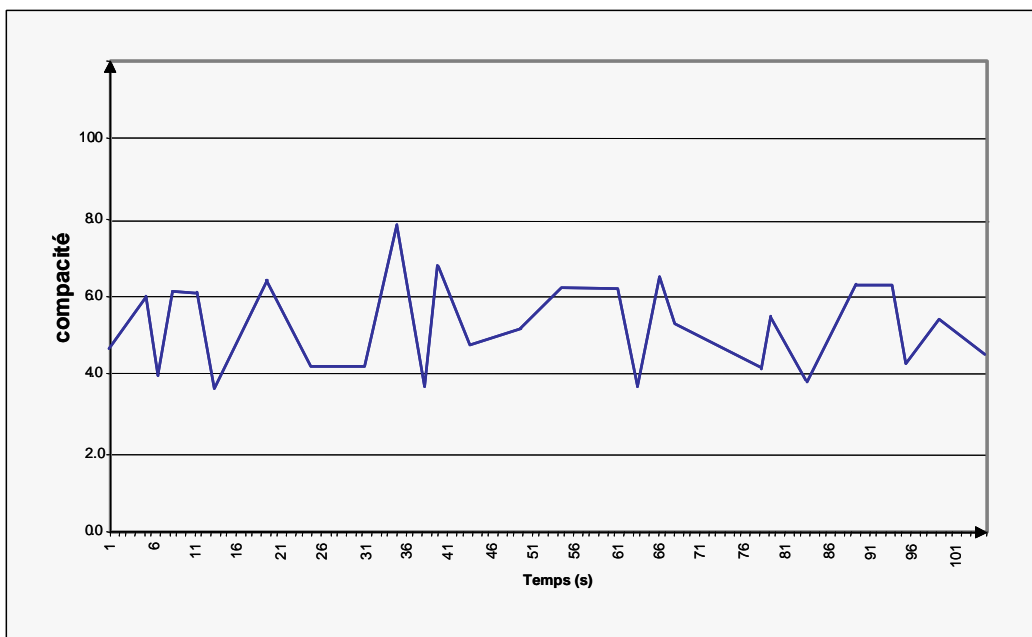
L'entrée du modèle est la fonction de répartition de la compacité (supposée normale de moyenne et écart type connus). La sortie du modèle est la densité. Pour des différents réglages des deux autres paramètres N et E dans leurs intervalles de validité les résultats de cette simulation sont donnés par les courbes 5.12, 5.13, 5.14 et 5.15 qui représentent, respectivement, la variation de la densité, de la compacité ( C ), de la quantité du tabac écrêté ( E ) et du niveau de tabac sur le tapis ( N ).

La distribution de la compacité est normale. Cette distribution est obtenue à partir des données statistiques sur la production. Ainsi la courbe 5.13 représente la variation de la moyenne de ce paramètre. La courbe 5.14 montre que la variation du niveau du tabac est inversement proportionnelle à celle de la compacité. C'est logique dans la mesure où, pour la même quantité de tabac, le volume change en fonction de la compacité d'un échantillon à un autre. Les dérives significatives sur les valeurs de la compacité peuvent être compensées par des réglages sur l'écrêtage.

La courbe 5.12 montre bien le système est capable d'encaisser efficacement les dérives subies de la compacité (les pics des courbes). Cette dernière caractéristique valide la robustesse passive du procédé. Les paliers horizontaux de la courbe 5.14 représentent la phase d'arrêt du cylindre d'alimentation suite aux dépassements du niveau admissible de tabac sur le tapis.



Courbe 5.12 : Variation de la densité



Courbe 5.13 : Variation de la compacité

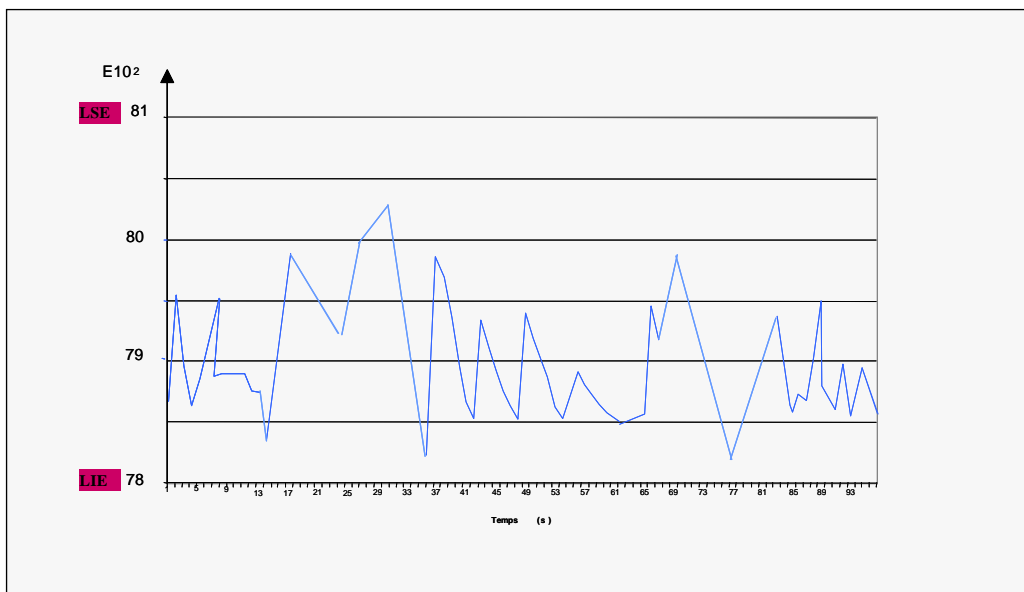


Figure 5.14 : Variation de la quantité de tabac écrêté





Jours	Compacité	Sans commande			Avec commande		
		Module	Poids	Rebuts	Module	Poids	Rebuts
1	4.41	7.93	776	3.28	7,93	730	1.4
2	4.67	7.93	760	2.64	7,93	732	1.8
3	4.69	7.94	776	3.01	7,92	738	1.66
4	4.43	7.92	757	3.13	7,91	731	1.54
5	4.52	7.98	765	3.99	7,91	740	1.67
6	4.86	8.02	787	4.02	7,91	730	1.75
7	5.06	8	778	3.97	7,91	732	1
8	4.89	7.97	746	3.04	7,90	738	1.3
9	4.61	7.97	761	2.61	7,91	731	1.56
10	5.02	7.93	761	2.7	7,90	740	1.02
11	4.84	8.02	7.59	3.81	7,90	730	1.66
12	5.42	7.92	752	3.26	7,92	733	0.95
13	4.66	7.94	763	2.5	7,89	727	1.7
14	4.91	7.93	772	3.45	7,90	729	1.5
15	5	7.92	760	4.26	7,90	737	1.05
16	4.54	7.95	776	4.13	7,91	731	1.9
17	5.04	7.94	753	3.51	7,90	718	1.1
18	5.06	7.94	744	4.11	7,92	725	1.08
19	4.99	7.94	762	3.4	7,92	722	1.2
20	4.53	7.91	751	4	7,91	717	1.98
21	4.71	7.96	786	4.06	7,91	715	1.99
22	4.94	7.92	771	3.71	7,91	724	1.35
23	4.62	7.96	775	3.87	7,92	726	1.69
24	4.92	7.99	770	4.01	7,93	736	1.36
25	4.79	7.96	792	3.3	7,95	720	1.45
26	4.87	7.97	765	3.7	7,92	716	1.7
27	4.78	7.96	776	4.11	7,95	722	1.8
28	4.81	8.05	780	3.51	7,94	721	1.8
29	5.02	7.97	794	4.26	7,94	719	1.15
30	5.02	7.98	797	4.89	7,94	725	1.2
31	5.08	7.96	741	4.12	7,94	727	1.2
32	5.11	7.91	754	4.4	7,95	731	1.15
33	5	7.96	756	4.4	7,95	727	1.30
34	4.43	7.92	757	3.94	7,95	736	2
35	4.69	7.94	776	3.29	7,95	730	1.8
36	4.67	7.93	760	3.64	7,95	723	1.8
37	4.41	7.93	776	3.43	7,96	729	2
38	4.81	7.87	774	3.86	7,95	726	1.60
39	4.64	7.91	769	3.63	7,94	719	1.75
40	4.84	7.88	781	3.88	7,95	723	1.5
41	4.62	7.99	741	3.99	7,94	732	1.69
42	4.81	7.96	764	4.10	7,93	725	1.7
43	4.74	8	782	4.13	7,93	723	1.7
44	4.56	7.98	775	4.33	7,92	720	1.9

45	5.15	7.94	748	4.16	7,93	724	1.02
46	4.88	7.94	784	4.26	7,93	734	1.8
47	4.92	8	776	4.17	7,94	729	1.6
48	4.79	7.95	794	3.56	7,95	737	1.7
49	5.11	8	790	4.05	7,92	731	1
50	4.73	7.94	769	3.44	7,94	725	1.5

Tableau 5.7 : données statistiques de production

Les statistiques de paramètres (module, poids) de qualité des cigarettes données par le tableau 5.7 montrent la variation de chacun de ces paramètres en fonction de la variation de la compacité dans les deux cas :

- les deux colonnes 3 et 4 sont les valeurs de données réelles sur le module et le poids à partir des mesures sur des échantillons pris en temps réel.
- les deux colonnes 6 et 7 sont les valeurs du module et du poids calculées en appliquant la loi de notre commande déterminée dans le chapitre précédent.

Dans les deux cas nous avons considéré les mêmes valeurs de compacité du tabac de la colonne 2 du tableau.

Les colonnes 5 et 8 donnent les pourcentages de rebuts dans les deux cas. Nous avons considéré seulement les rebuts résultants de la partie de formation des cigarettes du procédé étudié. Ce rebut est le rapport entre la quantité produite et la quantité rejetée pour non conformité du produit pendant l'intervalle du temps considéré.

Les figures 5.16 et 5.17 donnent les courbes qui permettent d'illustrer ces résultats et de voir l'efficacité de la commande.

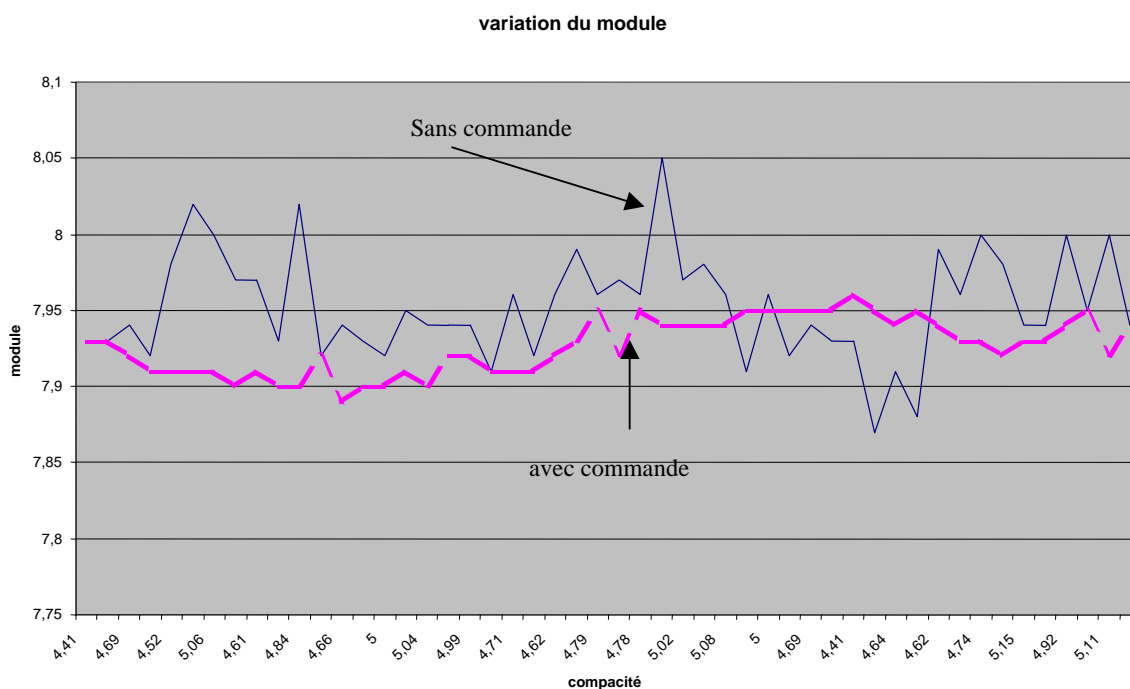


Figure 5.16 : variation du module des cigarettes en fonction de la compacité du tabac

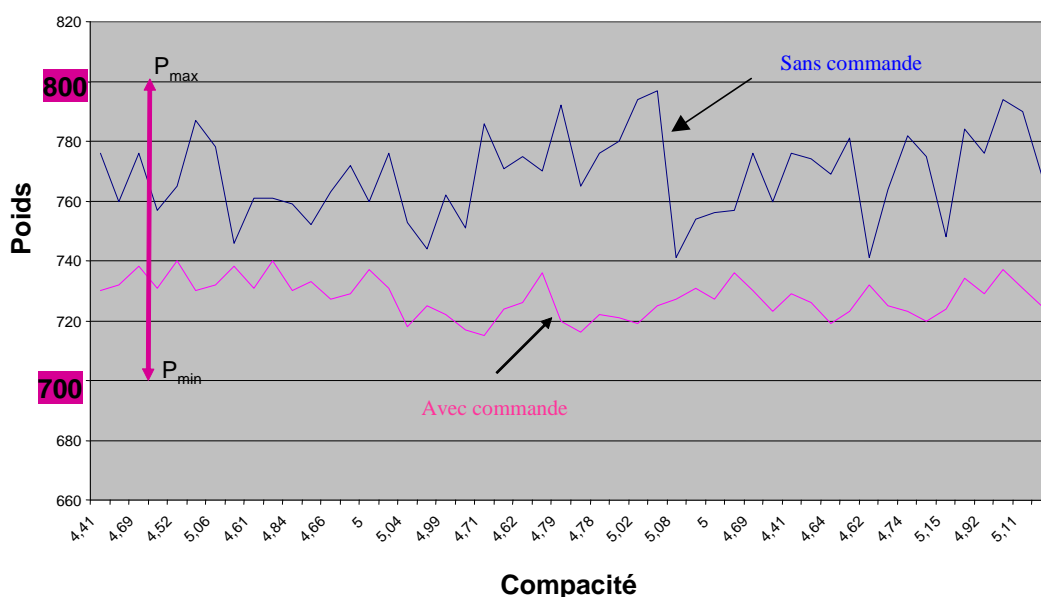


Figure 5.17 : variation du poids des cigarettes en fonction de la compacité du tabac

Dans la littérature [PIL 00], La robustesse d'un procédé face aux perturbations de type « non conformité » peut être exprimée en terme de sa stabilité et de sa capacité

### ➤ La stabilité d'un procédé

L'observation d'un procédé de production au cours du temps permet de définir deux type de dispersions :

- La dispersion instantanée ;
- La dispersion globale.

La différence entre la dispersion instantanée et la dispersion globale provient des variations de consigne qui auront lieu au cours de la production. Plus le procédé est stabilisé, plus ces variations de consigne seront faibles. En effet, un écart important entre la dispersion instantanée et la dispersion globale indique que le procédé n'est pas stable, et que nous ne sommes pas capables de maintenir la consigne sur la valeur cible (figure 5.18).

Par conséquent un procédé stable est caractérisé par :

- une distribution invariable et prévisible dans le temps,
- l'absence d'action des causes spéciales ou anormales.

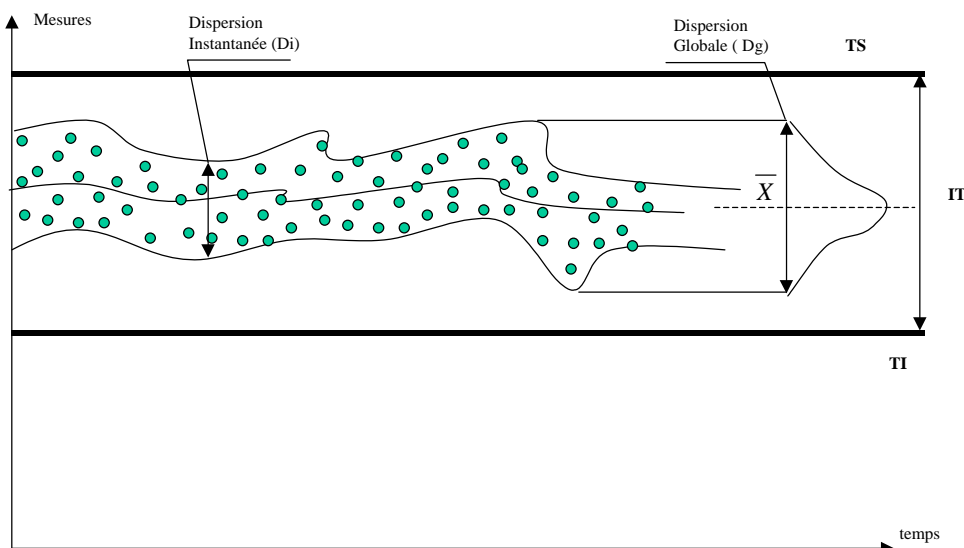


Figure 5.18 : Stabilité d'un procédé

➤ **La capacité d'un procédé**

La capacité d'un processus **Cp** se définit comme étant le rapport entre la performance demandée et la performance réelle.

L'indicateur **Cp** est calculé de la façon suivante :

$$Cp = \frac{IT}{Dispersion\ instantanée} = \frac{IT}{6\sigma_i}$$

Avec :

- IT = Ts – Ti : intervalle de tolérance
- Ts : Tolérance supérieure
- Ti : Tolérance inférieure
- σ : Ecart type

En général un processus est considéré capable si **Cp > 1.33**

Dans les lignes qui suivent, nous présentons une étude sommaire de cette méthode en simulant les valeurs de mesures effectuées sur 50 échantillons de 20 cigarettes. Pour calculer la capacité du procédé face aux variations de la compacité du tabac nous avons programmé sur Excel les équations de calcul des indicateurs de capacité. Les deux pages suivantes présentent les principaux résultats de cette simulation et les conclusions sur la performance du procédé dans les deux cas (avec et sans commande).

Les résultats obtenus nous permettent de valider notre loi de commande. En fait, en appliquant cette loi, le procédé est très performant et capable de produire avec les tolérances exigées sur les paramètres de qualité.

A l'inverse, sans commande le procédé n'est pas capable et le taux de rebut est très élevé.

MTK	<b>Performance du Procédé</b>		Date:	Le 5/08/2005
Processus:	confectionneuse des cigarettes	Machine:	2	
Code:		N° de la gamme:		
Objectif:	Valider un processus de fabrication			
Caractéristique à contrôler:	poids	valeur cible:	733	
Origine mesure:	0	Résolution de l'instrument de mesure:	1	
les valeurs sont en	mg	la taille = 50	Le contrôleur:	Hedi

**SAISIR LES 50 VALEURS DE L'ECHANTILLON**

776	760	776	757	765	787	778	746	761	761
759	752	763	772	760	776	753	744	762	751
797	794	780	776	765	792	770	775	771	786
741	754	756	757	776	760	776	774	769	781
769	790	794	776	784	748	775	782	764	741

nombre de classes	7	KT	
étendue de classes	8	alors Ht =	8
Li de la 1ère classe	740,5	Li1	
Ls de la 1ère classe	748,5	Ls1	

**CONSTRUCTION DE L'HISTOGRAMME**

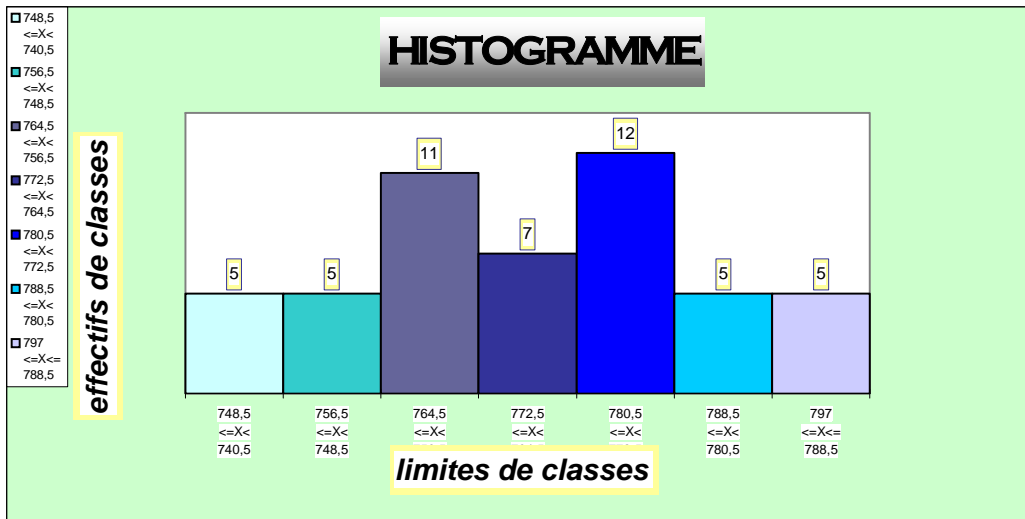
n°de classe	Limites de classes		Effectifs de classe
	Li<=X<Ls		
1	740,5	<=X< 748,5	5
2	748,5	<=X< 756,5	5
3	756,5	<=X< 764,5	11
4	764,5	<=X< 772,5	7
5	772,5	<=X< 780,5	12
6	780,5	<=X< 788,5	5
7	788,5	<=X<= 797	5

←Cliquez ICI

Calcul de Pp et Ppk ( "Performance du procédé " ):

Saisir les limetes de tolérance Ts et Ti

Ts	760	<b>Interprétation des résultats:</b>	
Ti	700		
La moyenne $\bar{X}$	768,64		
Ecart type	14,38		
Pp	0,70		<b>Le processus est incapable</b>
Ppks	-0,20		
Ppki	1,59		
Ppk	-0,20	<b>Le processus est mal réglé</b>	
<b>Taux des pièces qui sont hors tolérance supérieure(Ts)=</b>		<b>72,60</b> %	
<b>Taux des pièces qui sont hors tolérance inférieure (Ti) =</b>		<b>0,00</b> %	
<b>Taux des pièces non-conformes</b>		<b>= 72,60</b> %	



MTK	<b>Performance du Procédé</b>			Date:	Le 5/08/2005
Processus:	confectionneuse des cigarettes	Machine:	2		
Code:		N° de la gamme:			
Objectif:	Valider un processus de fabrication				
Caractéristique à contrôler:	poids	valeur cible:	733		
Origine mesure:	0	Résolution de l'instrument de mesure:	1		
les valeurs sont en	mg	la taille = 50	Le contrôleur:	Hedi	

**SAISIR LES 50 VALEURS DE L'ECHANTILLON**

730	732	738	731	740	730	732	738	731	740
730	733	727	729	737	731	718	725	722	717
715	724	726	736	720	716	722	721	719	725
727	731	727	736	730	723	729	726	719	723
732	725	723	720	724	734	729	737	731	725

nombre de classes	7	<b>KT</b>	
étendue de classes	3,571	<b>alors Ht =</b>	4
Li de la 1ère classe	714,5	<b>Li1</b>	
Ls de la 1ère classe	718,5	<b>Ls1</b>	

**CONSTRUCTION DE L'HISTOGRAMME**

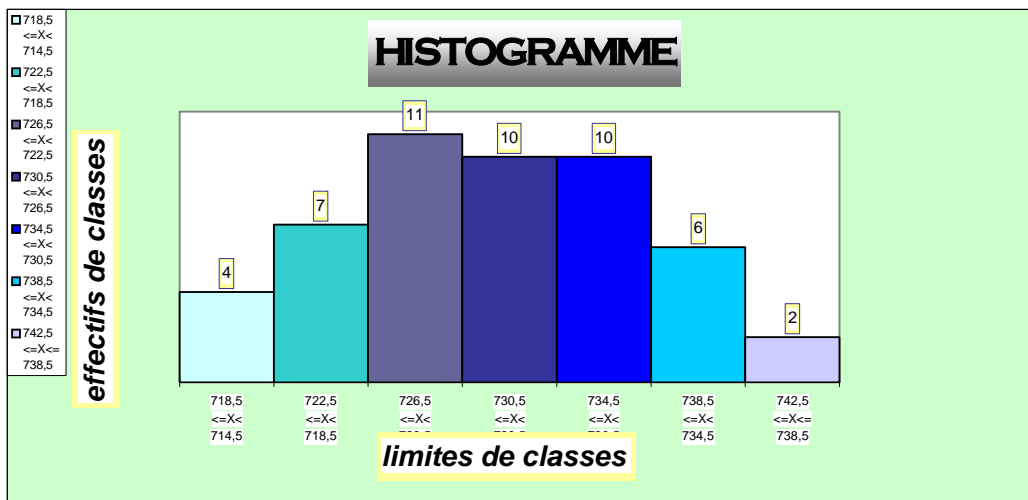
n°de classe	Limites de classes			Effectifs de classe
	Li<=X<Ls			NC
1	714,5	<=X<	718,5	4
2	718,5	<=X<	722,5	7
3	722,5	<=X<	726,5	11
4	726,5	<=X<	730,5	10
5	730,5	<=X<	734,5	10
6	734,5	<=X<	738,5	6
7	738,5	<=X<=	742,5	2

← Cliquez ICI

Calcul de Pp et Ppk ( "Performance du procédé " ) :

Saisir les limetes de tolérance Ts et Ti

Ts	760	<b>Interprétation des résultats:</b>	
Ti	700		
La moyenne $\bar{X}$	727,72		
Ecart type	6,46		
Pp	1,55		<b>Le processus est capable</b>
Ppks	1,67		
Ppki	1,43		
Ppk	1,43	<b>Le processus est bien réglé</b>	
Taux des pièces qui sont hors tolérance supérieure(Ts)=		0,00 %	
Taux des pièces qui sont hors tolérance inférieure (Ti) =		0,00 %	
Taux des pièces non-conformes =		0,00 %	



## 5.9 Conclusion

Après avoir construit un modèle en utilisant la production passée, nous avons proposé un réglage et une commande réactive.

Le présent chapitre se termine par une mesure d'impact de la nouvelle conduite sur une production postérieure aux données qui ont servi à construire les valeurs extrêmes des intervalles.

Les chiffres sont clairs et l'efficacité industrielle de la méthode, au moins sur cette application, est prouvée.

Avant de clore ce dernier chapitre nous mettrons en avant la diversité des paramètres et des problématiques inclus dans le système étudié. La longueur est une variable indépendante du temps, mais le niveau de tabac sur le tapis est une variable continue qui a une dynamique d'évolution continue. De plus, la synthèse d'une commande dynamique discrète d'un système hybride est un domaine peu abordé dans la littérature.

Si l'application considérée n'est qu'un exemple, c'est assurément un exemple de grande valeur.



**CONCLUSIONS**

**ET**

**PERSPECTIVES**



## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Les réseaux de Petri sont connus pour leur capacité à la représentation des caractéristiques et des interactions entre les différents composants d'un atelier de production manufacturière. Ils permettent de décrire les contraintes de précédence (séquences), les choix, les mécanismes de synchronisation et de parallélisme. En termes de modélisation, les outils réseaux de Petri de la littérature sont utilisés pour décrire et résoudre plusieurs problèmes réputés « difficiles ». En particulier les procédés à contraintes de temps où on doit spécifier soit le temps minimum d'une opération soit l'intervalle auquel doivent appartenir leurs durées. La qualité, et même la conformité du produit dépendent directement du respect de ces contraintes.

Dans certains procédés, la contrainte à garantir ne dépend pas du temps. En termes de modélisation, l'introduction d'un nouvel outil s'est avérée utile. En effet, la commande d'un procédé sous contraintes d'intervalles pour une qualité quelconque doit fournir des garanties de respect du cahier des charges, y compris en présence de dérives.

Nous avons, dans le premier chapitre, positionné notre problématique relative à la robustesse de la commande face aux perturbations de type « non conformité » et de type « rebuts » dans les systèmes de production. Ce chapitre a permis de présenter le contexte dans lequel nos travaux s'inscrivent.

Le chapitre II présente une revue succincte des principaux modèles de réseaux de Petri utilisés dans la littérature pour présenter les systèmes de production à contraintes du temps : les réseaux de Petri temporisés et les réseaux de Petri temporels. Cette présentation met en évidence les limites de ces outils en terme de modélisation. En fait, nous avons montré que ces modèles ne permettent pas une évaluation aisée des ateliers comportant des contraintes d'intervalles de validité sur des paramètres de qualité non temporels. Pour autant, l'éventualité d'une extension des approches et des propriétés mises en avant pour les études temporelles nous a paru très intéressante.

Le chapitre III est consacré aux extensions des propriétés des modèles à contraintes temporelles à d'autres formalismes permettant de prise en compte de contraintes sur des paramètres dont la valeur évolue en fonction du comportement du système. L'introduction des RdP à intervalles est notre réponse à cette problématique. Ce mémoire sera donc l'occasion de l'introduction d'un nouvel outil de modélisation, ou plutôt d'une nouvelle approche. En effet, d'un point de vue du modèle il dérive des RdP à marquage abstrait. L'abstraction fonctionnelle faite au niveau des RdP à intervalles permet la prise en compte de contraintes linéaires de natures très diverses.

Le chapitre IV est consacré à la construction du modèle réseau de Petri à intervalles d'un atelier de fabrication des cigarettes. Cet atelier comporte des contraintes d'intervalles de validité sur les opérations successives que doivent subir les cigarettes. Ce chapitre donne un exemple pragmatique de construction du modèle à partir des données de production.

Le modèle RdP à intervalles étant établi, nous avons abordé le problème de calcul de ses marges de validité. La généralisation des propriétés des RdP P-temporels fournit ici des outils

analytiques utiles pour la réactivité et la robustesse du système. Dans le dernier chapitre nous avons utilisé les propriétés du modèle pour la recherche d'une loi de commande robuste d'un procédé de confection de cigarettes. En présentant un exemple à contraintes temporelles ayant la même structure que le modèle de notre atelier, nous avons montré la proximité mathématique des problèmes considérés. Par ailleurs, à travers l'extension d'un théorème temporel, les différences d'interprétations fonctionnelles ont été illustrées.

Pour l'application en tant que telle, nous avons étudié le problème de la robustesse du procédé face aux variations de l'entrée du système. En fait, la matière première (tabac) est préparée par lots dans l'atelier en amont, sa compacité varie d'un lot à un autre. Notre système doit alors être capable de compenser cette variation de compacité afin de produire des cigarettes de bonne qualité. En s'appuyant sur le calcul de la robustesse passive, le réglage statique a été effectué, puis validé par la simulation.

Dans un deuxième temps, nous avons appliqué les calculs de régimes transitoires pour changer de réglage en ligne. Une simulation finale nous a permis de visualiser le comportement du système face aux dérives du paramètre d'entrée. Elle fournit ainsi une validation de la loi de commande qui est construite à partir du modèle avec ses marges de validité calculées sur des données effectives. Ainsi, la construction d'une conduite réactive de l'atelier est validée. L'approche proposée est particulièrement portable puisqu'on a pris la peine de faire dériver le modèle manipulant le poids des RdP à intervalles introduit dans cette étude.

Pour valider cette démarche, nous avons étudié sa mise en œuvre pragmatique sur un atelier réel. Au delà de la validation, des indications pratiques pour l'implantation sont donc fournies au lecteur.

Dans notre étude nous n'avons pas tenu compte du fait qu'un réglage à la proximité d'une borne supérieure ou inférieure peut faire augmenter le taux de rejet dans le cas où les entrées sont bruitées. Une évaluation multicritères des ateliers comportant des contraintes d'intervalles de validité devrait permettre de traiter ce dernier point.

Les problématiques industrielles sont multiples et le poids est vraiment un cas parmi d'autres. Le champ applicatif est donc très vaste. Il y va de même pour le réglage et la régulation que nous proposons. L'état de l'art montre bien que nous avons considéré un problème particulier. On pourrait, par exemple, étudier la commandabilité et l'observabilité de ce type de modèle, s'intéresser au diagnostic et même remonter les contraintes d'intervalles et les valeurs de robustesse pour fournir des critères de choix lors de la phase d'ordonnancement.

Au terme de ces travaux, plusieurs perspectives de recherche se dégagent :

➤ A court termes :

- nous allons envisager une implantation d'un logiciel permettant la simulation et la validation des RdP à intervalles.
- Nous comptons proposer l'extension de cet outil de modélisation à d'autres problématiques telles que la supervision et la détection. On pourra alors exploiter la robustesse pour filtrer les alarmes qualifiées de « non critiques » ou la détection de non conformité du produit hors marges.

- Nous envisageons des applications de l'approche à d'autres domaines tels que la mécanique (intervalles des tolérances sur les pièces), la régulation des niveaux dans les bacs...
  - On pourrait faire une étude systématique de généralisation de certaines propriétés utilisées en RdP p-temporels. En effet, nous n'avons utilisé que certaines propriétés utiles à notre application.
- A plus long terme et vu que les RdP à intervalles sont une abstraction fonctionnelle des RdP p-temporels on pourra envisager d'une manière analogue avec les RdP t-temporels pour faire le diagnostic et le suivi. Par ailleurs, on peut envisager une approche globale pour aborder les systèmes complexes où le problème globale sera de spécifier avec les réseaux de Petri de haut niveau à marquage abstrait. A partir duquel on veut trouver un réglage souhaitable pour étudier certains problèmes critiques. On envisagera alors d'utiliser un seul modèle puisqu'il s'agit d'une sous classe.

# **BIBLIOGRAPHIE**



## BIBLIOGRAPHIE

- [ADA 97] Adamou M., « Contribution à la modélisation en vue d'une conduite des systèmes flexibles d'assemblage à l'aide des réseaux de Petri orientés objets ». Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté, 1997.
- [AIT 93] Ait Hssain Ou Bouchouch A., « Conduite hiérarchisée intégrée des ateliers manufacturières flexibles : Une approche mixte objets / réseaux de Petri ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, décembre 1993.
- [ALA 86] P. Alanche, P. Salvi, G. Morel, M. Roesch, P. Lhoste, M. Salim, « Modélisation de la partie opérative et application à la structuration de la commande des systèmes automatisés ». Journées AFCET : Méthodes et Outils Modernes de conception et d'exploitation de la commande des procédés discontinus complexes, Montpellier, mars 1986.
- [ALL 84] H. Alla, P. Ladet, J. Martinez, M. Silva, « Modelling and validation of complex systems by coloured Petri nets : Application to flexible Manufacturing Systems », Advances in Petri nets. Ed Spring Verlag, 1984.
- [ALL 98] H. Alla, J.M. Flaus, « Modélisation d'une unité de stockage de gaz par réseaux de Petri hybrides ». ADPM'98, Reims, mars 1998.
- [ALL 01] A. Alla, R. David, M. Di Mascolo, J.L. Ferrier. « Analyse et commande des systèmes à événements discrets ». Hermès Ed. 2000.
- [AND 94] D.Andreu, M. Combacau, P. Esteban et J-C. Pascal., « Commande temps- réel hiérarchisée, application à une maquette d'atelier flexible ». Revue d'Automatique et de Productique Appliqués, 7(5) :627-639, 1994.
- [AND 96] Andreu D., « Commande et supervision des procédés discontinus : une approche hybride ». Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse III, 1996.
- [ART 97] C. Artigues, « Ordonnancement en temps réel d'ateliers avec temps de préparation des ressources ». Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, décembre 1997.
- [AYG 97] P. Aygalinc, S. Clavez, W. Khansa, S.C. Dutilleul, « Using p-time Petri nets for robust control of Manufacturing Systems with Staying Time Constraints ». MIM'97, Vienne, Autriche, february, 1997.
- [BAI 94] P. Baillet, « Contribution à l'amélioration de la réactivité dans les systèmes de production notamment par la mise en œuvre des concepts de décentralisation des fonctions de décision ». Thèse de Doctorat, Université de droit, d'économie et des sciences d'Aix Marseille III, novembre 1994.



- [BAR 96] P. Bardelli. « Le Modèle de Production Flexible ». PUF 1996.
- [BER 98] Berruet P., « Contribution au recouvrement des systèmes flexibles de production manufacturière : analyse de la tolérance et reconfiguration ». Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Techniques de Lille, décembre 1998.
- [DIA 01] M. Diaz, « Les réseaux de Petri – Modèles fondamentaux ». Paris, Hermès Sciences Publication, 2001
- [BRA 82] G. W. Brams. « Réseau de Petri : théorie et pratique ». Tome 1 théorie et analyse, Masson, 1982.
- [BRA 83] G. W. Brams. « Réseau de Petri : théorie et pratique ». Tome 2 modélisation et applications, Masson, 1983.
- [BRI 98] Brinzei N., « L'état de l'art sur la conduite de systèmes flexibles de production ». Rapport à l'Université Polytechnique de Timisoara, 1998.
- [CAL 90] J. P. Clavez, « Spécification et conception des systèmes ». Masson, 1990
- [CAM 97] H. Camus « Conduite des systèmes flexibles de production manufacturière par composition des régimes permanents cycliques : modélisation et évaluation des performances à l'aide des réseaux de Petri ». Thèse de Doctorat, Université de Lille 1, mai 1997.
- [CHA 98] Ronan Champagnat, « Supervision des systèmes discontinus : définition d'un système hybride et pilotage en temps-réel ». Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, LAAS, octobre 1998.
- [CHR 83] P. Chretienne, « les réseaux de Petri temporisés ». Thèse d'état, Université Paris VI, juin 1983.
- [CHR 84] P. Chrétienne. « Exécution Contrôlée des Réseaux de Petri Temporisés ». T.S.I., Technique et Science Informatiques, AFCET-Bordas, 1984.
- [COH 85] G. Cohen, D. Dubois « A linear –system Theoric View of discrete-event Process and its View for Performance Evaluation in Manufacturing » IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. AC –30, n°3, 1985.
- [COL 02] Collart Dutilleul S., J. P. Denat, Chetouane F., « External Robust Control of electroplating Lines ». IEEE Conférence, Hammamet, octobre 2002.
- [COL 03] Collart Dutilleul S., H. Dhouibi, E. Craye, « Internal Robustness of Discret Event System with internal constraints in repetitive functioning mode ». ACS'2003 conference, Miedzyzdroje, Poland.
- [COL 04] Collart Dutilleul S., H. Dhouibi, E. Craye. « Tolerance analysis approach with interval constrained Petri nets ». ESMc 2004 conference, Paris.
- [COL 94] Collart Dutilleul S., J. P. Denat, W. Khansa, « Commande robuste d'un atelier flot

- sans stocks et sans attentes ». Automatique, Informatique Industrielle (APII), vol. 28, n°6/1994, 1994.
- [COL 95] Collart Dutilleul S., J. P. Denat, « Use of periodic controlled Petri nets for Discrete Event Dynamical Control Synthesis ». Ecc'95.
- [COL 97] Collart Dutilleul S., « Commande Robuste d'Ateliers à Contraintes de Temps de Séjour : Application à la Galvanoplastie ». Thèse de Doctorat, Université de Savoie, décembre 1997.
- [COM 00] M. Cambacau, P. Berruet, E. Zamai et al « Supervision and Monitoring of Production Systems ». Seconde Conférence Management et Conduite en Production et Logistique, MCPL'2000, Grenoble, juillet 2000.
- [DAV 87] David, H. Alla, « Continuous Petri Nets ». Proceeding of the eight european workshop on application and theory of Petri nets., Universidad de Zaragoza, p 275 – 294, june 1987.
- [DAV 89] René David et Hassane Alla, « Du grafcet aux réseaux de Petri ». Edition HERMES, Paris 1989.
- [DAV 92] René David, Hassane Alla, « Du Grafcet au réseaux de Petri ». Hermès, 1992 (2<sup>ème</sup> édition revue et augmentée).
- [DEM 94] I. Demongodin, « Les réseaux de Petri lots: modélisation des systèmes de production à haute cadence en régime transitoire ». Thèse de Doctorat de l'université de Montpellier II. 1994.
- [DEM 96] I. Demongodin et N.T. Koussoulas. « Differential Petri nets : a new model for hybrid systems ». Dans les proceedings D'ASI'96 (Advanced Summer Institute). pages 61-69 Toulouse (France), Juin 1996.
- [DHO 05a] H. Dhouibi, Collart Dutilleul S., L. Nabli, E.Craye., « Utilisation de la simulation pour valider la robustesse d'un système hybride ». MHOSI 05 conférence, Hammamet, Tunisie.
- [DHO 05b] H. Dhouibi, Collart Dutilleul S., , E.Craye., L. Nabli "Computing Intervals of Intervals Constrained Petri Net: a tobacco manufacturing application", IMACS 05 conférence, Paris, juillet 05.
- [DHO 05c] H. Dhouibi, Collart Dutilleul S., L. Nabli, E.Craye., « Méthode de surveillance indirecte d'un système de production par la logique floue : cas d'une manufacture de tabac ». JISPME 05, Tozeur-Tunisie, décembre 05.
- [DIA 03] M. Diaz, « Vérification et mise en œuvre des réseaux de Petri ». Paris, Hermès Sciences Publication, 2003.
- [DIC 93] Dicesare F., Harhalakis G., Proth J.M., Silva M., Vernadat F.B. « Practice of Petri Nets in Manufacturing, Chapman et Hall, 1993.

- [DUG 84] J.B. Dugan, K.S. Trivedi, R.M. Geist et V.F. Nicola, « Extende Stochastic Petri Nets : Applications and Analysis ». 10<sup>th</sup> International Symposium on Computer Performance, p. 507-519, 1984.
- [DUP 99] M. Dupas, Y. Salliez, T. Berger, R. Soenen « Reconfiguration des systèmes automatisés de production », 3<sup>ème</sup> Congrès International de Génie Industriel, Montréal (Canada), 1999, vol. 3, pp. 2007-2012.
- [ELK 93] S. El Khattabi, « Intégration de la surveillance de bas niveau dans la conception des systèmes à événements discrets : application aux systèmes de production flexibles ». Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, septembre 1993.
- [FAV 96] E. Favre, « Utilisation de la robustesse active et passive sur des ateliers à contrainte de temps séjour ». Rapport de DEA d'Automatique Industrielle, LAMII-CESALP, 1996.
- [GAU 00] Gaury, E., « Designing pull production control systems : customization and robustness ». Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal, France, 2000.
- [HAR 90] L. Harris, « Mind over manufacturing ». *AI. Expert*, Nov 1990.
- [HIL 88] H. P. Hillion et J. M. Proth. « Analyse de Fabrication non linéaire et répétitive à l'aide des Graphes d'Événements Temporisés ». *R.A.I.R.O.*, vol. 22, n°2, septembre 1988.
- [HIL 89] M. Hervé Hillion « Modélisation et analyse des systèmes de production discrets par par les réseaux de Petri. ». Thèse de Doctorat, L'université Pierre et Marie Curie Paris VI, 23 Janvier 1989.
- [HUB 81] Huber P.J., « Robust Statistics », Jhon Wiley et Sons 1981.
- [JEN 90] K. Jensen, « Coloured Petri nets. Basic concepts, analysis methods and practical use ». *Analysis Methods of Monographs in Theoretical Computer Science*, volume 2, Springer-Verlag, 1994.
- [JEN 92] K. Jensen, « Coloured Petri nets: Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use ». Volume 1: Basic Concepts, *EATCS Monographs in Computer Science*, Vol. 26, Springer-Verlag, 1992.
- [KAC 85] Kakar R.N., « Off line Quality control, Parameter design and the Taguchi Method ». *Journal of Quality Technology*, 17(4), p 176-188, 1985.
- [KAM 97] Kamel M. J. « Modélisation et évaluation des performances du système de production de la manufacture des tabacs de Kairouan ». Thèse de Doctorat, université des Sciences, des Techniques et de Médecine de Tunis, ESSTT, septembre 1997.

- [KHA 96] W. Khansa, J.P. Denat, S. Collart-Dutilleul, « P-Time Petri Nets for Manufacturing Systems ». Wodes'96, Edinburgh UK, August 19-21, pp. 94-102, 1996., International Workshop on Discret Event Systems.
- [KHA 97] W. Khansa, « Réseaux de Petri P-temporels: contribution à l'étude des Systèmes à Evénements Discrets ». Thèse de Doctorat de l'Université de Savoie, France, mars 1997.
- [KOR 98] O. Korbaa « Commande cyclique des systèmes flexibles de production manufacturière à l'aide des réseaux de Petri : de la planification à l'ordonnancement des régimes transitoires ». Thèse de Doctorat, Université de Lille 1, juin 1998.
- [KUM 95] R. Kumar, V. Garg « Modeling and control of logical Discrete Event Systems ». Kluwer Press, Boston, 1995.
- [LAF 91] Laftit S. « Graphe d'Événement Déterministes et Stochastiques : Application aux Systèmes de Production ». Thèse de Doctorat, Université Paris 9-Dauphine, Paris, septembre 1991
- [LEF 98] A. Lefort « Les hypernets : un outil de modélisation et de spécification ». Thèse de Doctorat, LAGIS, Juillet 1998.
- [LHO 91] P. Lhoste, « Surveillance des M.S.A.P. : les Atouts de la Modélisation de Comportement ». Journée Surveillance du Pôle SED (GT2) du GR Automatique, février 1991.
- [LY 98] Ly F., Toguyeni A.K.A., Craye E., « A real-time diagnostic method of production flows deviation in flexible manufacturing systems ». WODES'98, 4<sup>ème</sup> workshop on Discrete Events Systems, Cagliari, Italie, août 1998.
- [LY 99] Ly F. « Optimisation de la maintenance dans les SFPM : Approche par la structuration et la surveillance prédictive indirecte ». Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Lille, 1999.
- [MAB 96] M. Mabrouk « Proposition d'une méthode et d'un outil d'aide à la reconfiguration des systèmes automatisés de production », Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 28 mai 1996.
- [MAR 84] M.A. Marsan, G. Balbo et G. Conte, « A Class of Generalised Stochastic Petri Nets for the Performance Evaluation of Multiprocessor Systems ». Transactions of computer Systems, vol. 2, n°2, p. 93-122, Association for Computing Machinery, may 1984.
- [MAR 86] M.A. Marsan et G. Chiolla, « On Petri Nets with Deterministic and Exponentially Distributed Firing Times, ». 7<sup>th</sup> European workshop on Applications and theory of Petri Nets, p. 132-145, Springer-Verlag, Lecture Notes in Computer Science 266, « Advances in Petri Nets, 1987 », June 1986.

- [MAR 91] Chritian Maria. « La qualité des produits industriels ». Bordas, Paris, 1991
- [MAR 93] MARES M., « Etude Comparative des Méthodes d'Analyse des Systèmes à Evénements Discrets : Réseaux de Petri et Algèbre (Max, +) ». Mémoire de DEA, Université d'Angers, Lab. d'Ingénierie des Systèmes Automatisés, 1993.
- [MEN 82] M. Menache, « Analyse des Réseaux de Petri Temporisés et Application aux Systèmes Distribués ». Thèse de Doctorat en Automatique, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1982.
- [MER74] P. Merlin, « A Study of the Recoverability of Communication Protocols ». Ph.D. Thesis, Computer Science Dep., University of California, Irvine, 1974.
- [MUR 89] T. Murata, « Petri Nets: Proprieties, Analysis and Applications ». Proceedings of the IEEE of Electrical and Electronics Engineers, Inc. Vol. 77, n°4, Avril 1989.
- [NAB 00] Nabli L. « Surveillance prédictive conditionnelle prévisionnelle indirecte d'une unité de filature textile : Approche par la qualité ». Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Lille, 2000.
- [NOU 97] M. Nourelfath « Extension de la théorie de la supervision à la surveillance et à la commande des systèmes à événements discrets : Application à la sécurité opérationnelle des systèmes de production ». Thèse de Doctorat, LAI, Lyon, juillet 1997.
- [OLS 93] Olsder G.J. « Max Algebra Approach to Discrete Event Systems ». Belgian-French-Netherlands, Summer School on Discrete Event Systems, SPA, Belgium, June 7-11, 1993.
- [ORG 95] Orgalea, « Organiser les ressources et gérer les aléas ». Programme Thématique de Recherche : Processus Manufacturiers, Région Rhône-Alpe, Rapport d'activité, avril 1995.
- [OUA 95] Ouali M.S., A., M.K. Gharbi. « Réseau de Petri à coloration floues ». Note interne au Laboratoire d'Automatique de Grenoble n°95-031, 1995.
- [OUA 96] Ouali M.S., A. El Mhamedi, and Z. Binder (1996). « Prise en compte des perturbations des structures de production : Approche par les graphes à relations floues. CMAT'96, INP Grenoble, France, mai 1996.
- [PAR 92] T. Parayre, « Vers une méthode d'exploitation des systèmes automatisés de production », Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, mars 1992.
- [PIL 00] M. Pillet « Appliquer la Maîtrise Statistique de Procédé ». Edition d'Organisation 1995-2000.
- [PER 96] Peres F. « Outils d'analyse de performance pour stratégies de maintenance dans les systèmes de production ». Thèse de Doctorat, Université Bordeaux 1, 1996.

- [PRO 87] J.M. Proth et J.B. Cavaillé. *Pratique de la Simulation en Production Discontinue*, Ed. EC2, Coll, Novotique, Paris, 1987.
- [PRO 94] J-M. Proth, X.L.. Xie « Les réseaux de Petri pour la conception et la gestion des systèmes de production », édition Masson 1994.
- [RAK 93] M.P. Rakotoson « Synthèse des caractéristiques et techniques de développement de la commande des systèmes discontinus : application aux systèmes de production flexibles ». Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Techniques de Lille, juillet 1993.
- [RAM 74] C. Ramchandani « Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets », Technical Report n°120, Laboratory for Computer Science, MIT, Cambridge, MA,1974.
- [RAM 80] C.V. Ramamoorthy et G.S. Ho., « Performance Evaluation of Asynchronous Systems Using Petri Nets ». *IEEE Trans. On Software Engineering*, vol SE – 6, n°5, 1980.
- [RAM 96] J.R. Ramirez, « Etude de modes de marche des systèmes automatisés de production pour la définition des stratégies de conduite ». Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, janvier 1996.
- [RAN 90] P. Ranky, « Flexible Manufacturing Cells and Systems in CIM ». CIMware Ltd, Guildford, U.K. 1990.
- [ROJ 96] J. Rojas Ramirez « Etude des modes de marche des systèmes automatisés de production pour la définition des stratégies de conduite ». Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, janvier 1996.
- [ROU 88] F. Roubellat et V. Thomas « Une méthode et un logiciel pour l'ordonnancement en temps réel d'ateliers ». *APII* 1988, vol 22, p. 419-439.
- [ROY 97] Roy B. « Un chaînon manquant en Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision : les conclusions robustes ». *Cahier du Laboratoire d'Analyse et de Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision*, N° 144, Université de Paris Dauphine 1997.
- [SAR 03] Sarhane Khalfaoui, « Méthodes de recherche des scénarios redoutés pour l'évaluation de la sûreté de fonctionnement des systèmes mécatroniques du monde automobile ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.
- [SEN 04] Olivier SENECHAL, « Pilotage des systèmes de production vers la performance globale ». Rapport d'habilitation à diriger des recherches, UVHC-LAMIH, 2 septembre 2004.
- [SIF 77 ] J. Sifakis. « Use of Petri Nets for Performance Evaluation ». In : Beilner, H.,

- Gelenbe, E. : Modelling and Performance Evaluation of Computer Systems, Measuring, Modelling and Evaluating Computer Systems, pp. 75-93. Amsterdam : North Holland, 1997.
- [SIF 77a] J.Sifakis, « Use of Petri Nets for Performance Evaluation in Measuring Modelling and Evaluating Computer systems ». North Holland, Publ. Co. 1977, pp 75-93.
- [SIF 77b] J.Sifakis, « Etude du Comportement Permanent des Réseaux de Petri Temporisés ». Journées AFCET sur les Réseaux de Petri, Paris 1977.
- [SIF 79a] J.Sifakis « le Contrôle des systèmes asynchrones: Concepts, Propriétés, Analyse Statique ». Thèse du Docteur en Sciences Mathématiques, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, Institut Polytechnique de Grenoble, Juin 1977.
- [SIF 79b] J.Sifakis " Performance Evaluation of Systems Using Nets", Net Theory and Applications, Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag, pp. 307-319, 1979.
- [SIL 96] M. Silva, « Petri net for the design and operation of Manufacturing Systems ». 17<sup>th</sup> International Conference on application and theory of Petri Nets- Manufacturing and Petri Nets, 31-61, Osaka, Japan, 1996.
- [TAW 95] R. Tawegoum « Contrôle temps réel du déroulement des opérations dans les systèmes de production flexibles ». Thèse de Doctorat, Université de Lille 1, avril 1995.
- [TOG 91] Toguyeni A.K.A., « From the treatment of failure to the management of working degraded modes ». Proceedings of IMACS'91, may 91, pp 595-601, Lille-France.
- [TOG 92] Toguyeni A.K.A., « Surveillance et diagnostic en ligne dans les ateliers flexibles de l'industrie manufacturière ». Thèse de Doctorat, Université de Lille, novembre 1992.
- [VAL 88] R. Valette « Coordination problems in FMS control systems ». Coordination Management by Means of Petri Nets, Modena (Italie), avril 1988.
- [VAL 92] Robert Valette, « Les réseaux de Petri ». Support de cours, France 1992.  
[www.laas.fr/~robert/enseignement.d](http://www.laas.fr/~robert/enseignement.d)
- [VAL 01] Robert Valette, « cours sur les réseaux de Petri ». Septembre 95.  
[www.laas.fr/~robert/enseignement.d](http://www.laas.fr/~robert/enseignement.d)
- [VAR 96] Varnier C., « Extension du Hoist Scheduling Problem Cyclique – Résolution basée sur les contraintes disjonctives en Programmation Logique avec contraintes ». Thèse de Doctorat de l'université de France-Comté, France, Janvier 1996.
- [WIE 48] Wiener N. « Cybernetics or controls and communication in the animal and the machine ». Herman et Cie, Technology Press, Jhon Wiley and sons, 1948, deuxième édition augmentée, the MIT Press, 1961.
- [YIM 96] P. Yim, A. Lefort, and A. Hebrard " System Modelling with Hypernets" ETFA'96

IEEE Conference, pp 37-47, Paris, October 1996.

- [ZAM 97] E. Zamai « Architecture de Surveillance-Commande pour les Systèmes à Événements Discrets Complexes ». Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, septembre 1997.
- [ZAM 98] E. Zamai, M. Combacau, A. Chaillet-Sublas « Models and Strategies for Monitoring of Flexible Manufacturing Systems » 9<sup>th</sup> Symposium on Information Control in Manufacturing, Nancy-Metz, France, June 1998, pp. 365-370.
- [ZIE 96] Christian Ziegler : « Sûreté de fonctionnement d'architectures informatiques embarquées sur automobile ». Thèse de Doctorat, LAAS, 12 juillet 1996.



# **ANNEXES**



## ANNEXES A

---

---

### **Description des phases de préparation du tabac**

La phase des préparations du tabac constitue l'ensemble de traitements appliqués à la matière première (tabac en feuilles) afin de transformer celle-ci en tabac haché (Scaferlati), prêt à être utilisé pour la confection des cigarettes.

L'unité de fabrication utilisée est la « tranche », elle est caractérisée par la mise en œuvre de quatre tonnes de tabac. Selon la nature des cigarettes à fabriquer, on réalise la composition correspondante.

Les opérations des préparations générales du tabac sont décrites par le diagramme fonctionnel de la figure A1.

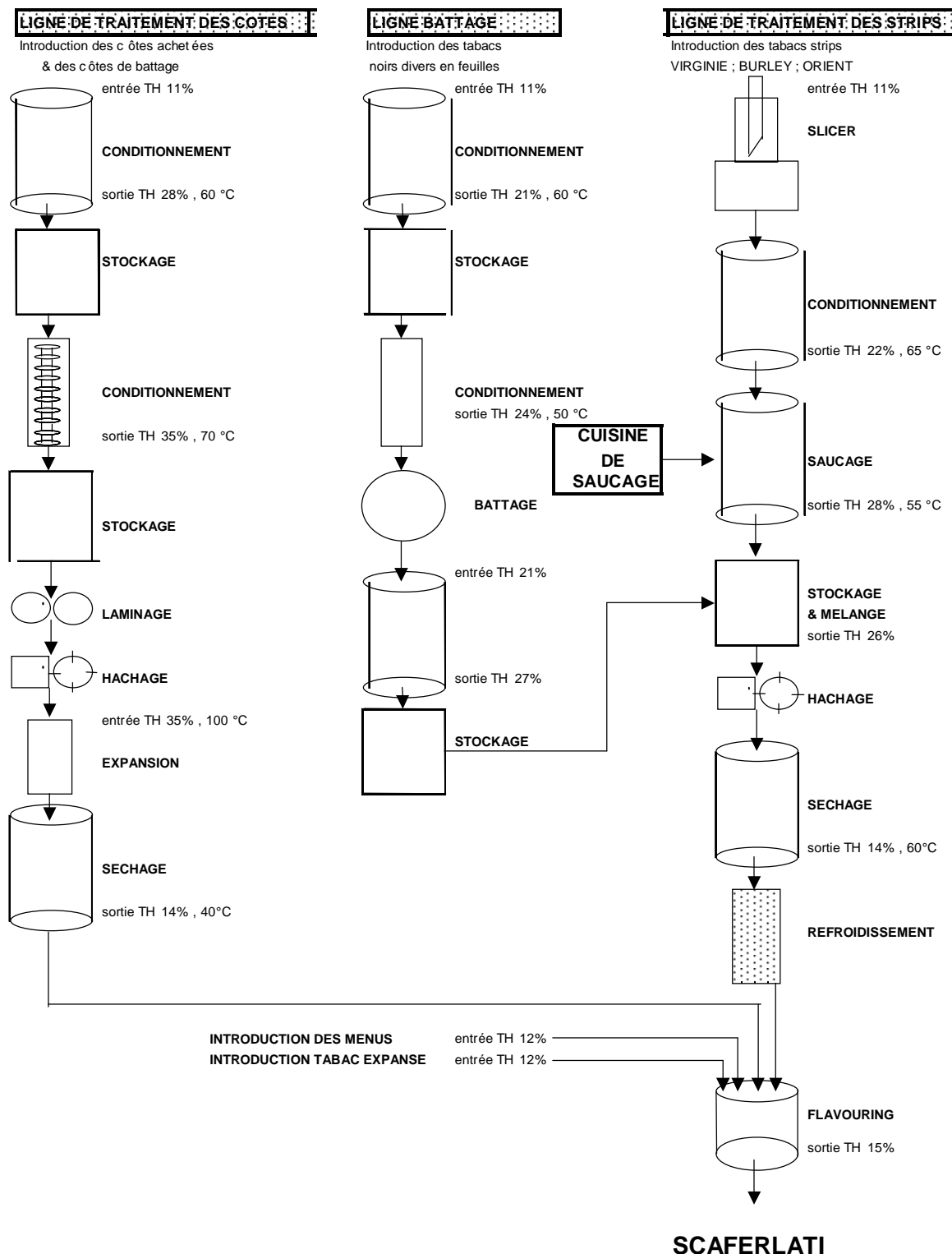


Figure A1 : Diagramme fonctionnel de la chaîne des préparations générales

## ANNEXES B

---

---

### Procédures de contrôle qualité des cigarettes (Norme ISO 6565)

#### ➤ Procédure de mesure de la résistance au tirage :

La résistance au tirage des cigarettes et des bâtonnets-filtres est une notion très répandue et de grande importance pour les spécifications de qualité du produit..

Elle est définie comme la différence de pression statique entre les deux extrémités de l'éprouvette, lorsque celle-ci est parcourue par un écoulement d'air en régime permanent dont le débit volumétrique mesuré, dans les conditions normalisées (température 22 °C et taux d'humidité 60 % ), à l'extrémité de sortie est de 17,5 ml/s.

L'évaluation de cette résistance au tirage est réalisée par échantillonnage.

Des prélèvements journaliers par machine et à un intervalle de 2 h d'un échantillon de 100 cigarettes se font pour mesurer directement par les appareils de mesure à lecture directe installés sur les équipements du laboratoire physique de la MTK.

Les résultats sont exprimés sous forme d'un rapport qui sera adressé au responsable de fabrication en cas de non conformité avec la norme ISO 6565 .

La valeur standard de la RT pour une cigarette est fixée à 70 - 120 mm CE.

#### ➤ Procédure de mesure du taux d'humidité d'une cigarette :

Le taux d'humidité ou teneur en eau d'une cigarette se définit comme étant la proportion d'eau que contient cette cigarette.

La formule du taux d'humidité est :

$$\text{TH (\%)} = (E / P) \cdot 100$$

avec :

E : le poids de la quantité d'eau contenue dans l'échantillon,  
P : le poids total de l'échantillon.

Le taux d'humidité d'une cigarette est une donnée fondamentale. Elle conditionne l'aptitude de la cigarette:

- à subir plus au moins convenablement les opérations de préparation.
- à se prêter à une plus ou moins bonne conservation, au niveau de son stockage.
- à être transformée d'une façon plus ou moins économique, au niveau de sa fabrication.
- à être dégustée d'une façon plus ou moins satisfaisante, au niveau de sa consommation.

Le fabricant est ainsi appelé à intervenir constamment pour réajuster le taux d'humidité, au gré des exigences des opérations industrielles.

Pour la vérification du TH au niveau de la confection, on prélève des échantillons de 100 cigarettes par machine et toutes les heures et à l'aide d'une balance thermique dans le laboratoire on peut mesurer le TH de chaque cigarette.

La valeur moyenne des mesures sera ensuite comparée avec la valeur standard pour une éventuelle correction en cas d'une dérive.

#### ➤ **Procédure de mesure de la compacité du tabac :**

Le pouvoir de remplissage est une caractéristique qui permet de juger de l'aptitude d'un tabac à fournir, une masse donnée et dans des conditions bien définies, le plus de cigarettes au standard (c'est à dire correctement remplies) possibles.

La mesure de cette caractéristique se réalise sur le contenu en scaferlati d'un échantillon de 100 cigarettes par machine toutes les heures.

La quantité du scaferlati est comprimée dans un tube de diamètre défini sous une charge de 525 g pendant 30 s. La température et l'humidité de référence du tabac doivent être respectées.

#### ➤ **Procédure de fumage mécanique des cigarettes :**

L'opération de fumage des cigarettes se fait sur une machine à fumage automatique dans le laboratoire de qualité. Elle permet de déterminer, selon la méthode normalisée CORESTA, les propriétés chimiques des cigarettes fabriquées :

- **Volume de la bouffée** : volume de fumée, prélevée à l'extrémité bouche de la cigarette pendant une bouffée. Le volume de la bouffée doit être de  $(35 \pm 0.3)$  ml à 20 °C.
- **Durée de la bouffée** : temps pendant lequel on applique la différence de pression entre les extrémités de la cigarette. La durée de bouffée doit être comprise entre 1.8 et 2.2 s et être reproductible à  $\pm 0.03$  s.
- **Fréquence des bouffées** : nombre de bouffées par unité de temps. La fréquence de bouffées doit être de 1 bouffée par 60 s  $\pm 1$ s.
- **Longueur du mégot** : longueur de la partie non consommée de la cigarette après le fumage. Elle doit être de 23 mm.
- **Nombre de bouffées** : nombre moyen de bouffées par cigarette dans les conditions standard ci-dessus.
- **Perméabilité** : volume d'air en ml (à 20 °C et à 55-65 % d'humidité relative) traversant une surface plane de 1 cm<sup>2</sup> de papier de cigarette en une minute, sous une dépression de 100 mm CE.

- **Condensât brut** : poids de la partie de la fumée totale qui est retenue dans le piège à fumée. Il est indiqué en mg par cigarette (mg/cig).
- **Condensât anhydre** : poids du condensât brut moins poids de l'eau qu'il contient.

---



---

 ANNEXES C
 

---



---

### 1. Le modèle RdP continu à vitesses constantes (RdPCC) [Dav 92]

Un RdPCC est caractérisé par des intervalles de temps avec les vitesses de franchissement (ou quantité de franchissement par unité du temps) constantes.

Un RdPCC est un sextuplet  $R = \langle P, T, V, \text{Pré}, \text{Post}, M_0 \rangle$

où :

$P, T, V, \text{Pré}, \text{Post}$  ont les mêmes définitions que celle des RdP discrets, excepté que  $\text{Pré}$  et  $\text{Post}$  peuvent correspondre à des réels.

$M_0$  est le marquage initial des RdP continu.

$V$  est une application de l'ensemble  $T$  des transitions de  $R$  dans l'ensemble des nombres  $R^+ \cup \{\infty\}$ .

Pour illustrer ces définitions, prenons le modèle continu temporisé de la figure 1.

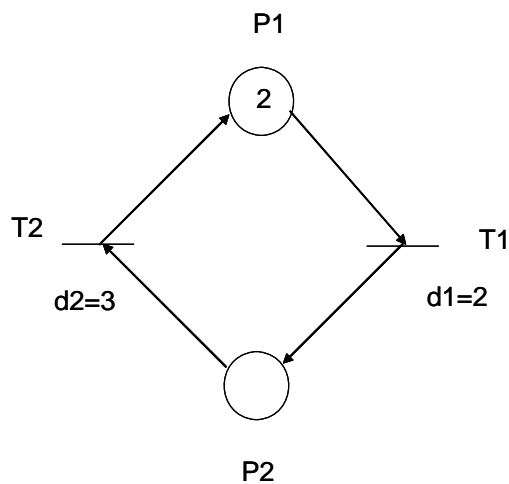


Figure 1 : RdP continu

Les fréquences de franchissement associées respectivement aux transitions T1 et T2 sont :

$$U1 = 1 / d1 = 0.5$$

$$U2 = 1 / d2 = 0.333$$



## Fonctionnement

**A l'instant initial ( $t = 0$ ),** seul P1 est marqué ( $m_1 = 2$ ).

T1 est franchie à sa vitesse maximale  $V_1(t) = U_1$ , tant que le marquage de P1 est  $> 0$ .

La vitesse  $V_1(t)$  est la vitesse instantanée de franchissement de T1. Ceci signifie que la quantité  $V_1(t)dt$  est enlevée de P1 et ajoutée à P2 entre  $t$  et  $t+dt$ .

Cette quantité ajoutée à P2 durant  $[t, t+dt]$  permet de franchir T2 grâce au fonctionnement continu.

Le franchissement de T2 aura lieu à une vitesse  $V_2(t) = U_2$  (car  $U_2 < U_1$ ).

L'évolution de marquage, pour  $M(P_1)$  non vide, suit alors les équations suivantes :

$$m_1(t) = m_1(0) - U_1 t + U_2 t = 2 - \frac{t}{6}$$

$$m_2(t) = m_2(0) + U_1 t - U_2 t = \frac{t}{6}$$

**A l'instant  $t = 12$**

$M(P_1) = m_1(t) = 0$ , T1 ne peut pas être franchie à vitesse maximale car P1 est alimentée à la vitesse  $U_2 < U_1$ .

**A l'instant  $t > 12$ ,** la vitesse de franchissement de T1 est limitée par la vitesse d'alimentation de P1 qui vaut  $V_2(t) = U_2$  et les vitesses instantanées seront  $v_2(t) = v_1(t) = U_2$ .

Les deux transitions sont validées pour  $t \geq 12$ .

On peut déduire donc qu'il y a 2 phases de fonctionnement lors de l'évolution de ce RdP, une phase de variation du marquage et une phase finale donnant un marquage constant.

Ces phases peuvent être décrites par le graphe d'évolution suivant :

$$M_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{t=0} \begin{pmatrix} V_1 = 0.5 \\ V_2 = 0.333 \end{pmatrix} \rightarrow M = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{t=12} \begin{pmatrix} V_1 = 0.333 \\ V_2 = 0.333 \end{pmatrix}$$

Chaque phase est caractérisée par son vecteur de vitesse de franchissement constant.

## 2. Le modèle RdP continu à vitesses variables (RdPCV) [Dav 92]

Dans le RdPCC, la vitesse maximale de franchissement d'une transition  $T_j$  est constante. Alors on ne tient pas compte de la valeur des marquages des places en amont de cette transition. Par contre dans un RdP continu à vitesses variables, les vitesses de franchissement dépendent à chaque instant du nombre de marques continues dans les places en amont des transitions considérées.

La vitesse instantanée de chaque transition est donnée par les relations suivantes :

- **pour le mode implicite** (limitations des transitions à un seul franchissement à la fois)

$$v_j(t) = U_j \min(1, m_i(t)) \quad \text{avec } i \text{ tel que } P_i \in {}^0T_j$$

- **pour le mode explicite** (pas de limitations de franchissement)

$$v_j(t) = U_j \min(m_i(t)) \quad \text{avec } i \text{ tel que } P_i \in {}^0T_j$$

prenons comme application de ces définitions le cas en mode implicite du RdP de la figure 1.

Comme dans le cas des RdPCC, on aura 2 phases de fonctionnement :

- **Phase 1 :**

à l'instant initial  $t = 0$ , la vitesse de T1 est limitée à  $U_1$  car  $M(P1) > 1$  et on a :  $v_1(t) = U_1 X_1$ , la vitesse de T2 dépend de  $m_2$  et on a :  $v_2(t) = U_2 X_2 m_2$

En utilisant la relation fondamentale :  $\frac{dM}{dt} = W.V(t)$  on trouve :

$$\dot{m}_1 = V_2 - V_1 = U_2 \min(1, m_2) - U_1 \min(1, m_1) = U_2 m_2(t) - U_1 = \frac{1}{3} m_2(t) - 0.5$$

$$\dot{m}_2 = V_1 - V_2 = U_1 \min(1, m_1) - U_2 \min(1, m_2) = U_1 - U_2 m_2(t) = 0.5 - \frac{1}{3} m_2(t)$$

Après intégration de ces deux équations on trouve :

$$m_1(t) = \frac{1}{2} \left( 1 - 3e^{-\frac{t}{3}} \right) \quad m_2(t) = \frac{3}{2} \left( 1 + e^{-\frac{t}{3}} \right)$$

Ce résultat est valable pour  $m_1(t) \neq 0$ .

- **Phase 2 :**

A partir de l'instant où  $m_1(t)$  devient nul c'est-à-dire à un instant  $t = t_1$ . On passe à la 2<sup>ème</sup> phase et de la même manière on obtient un système d'équations différentielles dont la résolution donne les deux solutions :

$$m_1 = \frac{1}{3} \left( 2 + e^{-\frac{t}{2}} \right) \quad m_2(t) = \frac{3}{2} \left( 1 + e^{-\frac{t}{3}} \right)$$

L'intérêt du RdPCV vient du fait que les valeurs atteintes en régime stationnaire (marquages constants) correspondent aux valeurs moyennes du RdP discret correspondant. Lorsqu'il s'agit de modéliser un système discret, l'approximation fournie par RdPCV est donc meilleure que celle donnée par le RdPCC.

### 3. Le modèle RdP hybride à partie discrète déterministe (RdPHCC) [Dav 92]

Dans ce type de réseau on associe :

- une temporisation  $d_j$  à chaque D-transition  $T_j$
- une fréquence de franchissement  $U_j = 1 / d_j$  à chaque C-transition  $T_j$ .

#### **4. Le modèle RdP hybride à partie discrète stochastique (RdPHDS) [Dav 92]**

Ce type de modèle RdP hybride à partie discrète stochastique se diffère du RdPHCC par la nature des durées associées aux D-transitions  $T_j$ . Dans un RdPHDS ces durées sont stochastiques notées  $\theta_j$ .

Les mêmes règles de franchissement sont appliquées que dans le cas des RdPHCC.

Dans ce type de réseau on associe une temporisation  $d_j$  à chaque D-transition  $T_j$  et une fréquence de franchissement  $U_j = 1 / d_j$  à chaque C-transition  $T_j$ .

Pour la partie continu, les 2 modèles décrits précédemment RdPCC et RdPCV sont compatibles.

---



---

*ANNEXES D*

---



---

Un graphe  $G'$  est associée à un Graphe d'événement fortement Connexe P-temporel  $G$  en fonctionnement 1-periodique de période  $C$ . Les noeuds de  $G'$  sont les transitions de  $G$ ,

- les arcs de  $G'$  sont obtenus à partir des places de  $G$ : deux arcs sont associés à chaque place  $p$ .
  - le premier arc part de  ${}^{\circ}p$  à  $p^{\circ}$  sa pondération est calculée suivant la formule :  

$$v_p = a_p - C.m_p$$
  - le second part  $p^{\circ}$  à  ${}^{\circ}p$  sa pondération correspond à la formule:  

$$-v'_p = -b_p + C.m_p$$

**Algorithme A1** « un contrôle périodique est obtenu à partir de cet l'algorithme » :

- choisir une transition  $t_s$ , associer  $St_s(1) = 0$  à  $t_s$
- associer à chaque transition  $t_u \in T$ ,  $St_u(1) = \max_{l_{su}} \sum_{p \in l_{su}} v_p$

**Algorithme A2** « qui associe à chaque transition  $t_u \in T$  » :

$$St_u(1) = \min_{l_{su}} \sum_{p \in l_{su}} v'_p$$

où  $l_{su}$  est un chemin élémentaire direct de  $s$  à  $u$ .

## Résumé

La première partie de ce travail est consacrée à l'introduction d'un nouvel outil de modélisation - les Réseaux de Petri à Intervalles - pour répondre à un besoin de spécification, validation et évaluation des systèmes de production intégrant des contraintes d'intervalles de validité sur une qualité donnée. Le premier chapitre situe la contribution applicative par rapport à l'état de l'art en la restreignant à la régulation sur la commande locale pour les ateliers en fonctionnements répétitifs. Ensuite, L'extension de certaines propriétés structurelles des réseaux de Petri P-temporels à des problématiques non temporelles est alors étudiée avec ce nouvel outil.

La deuxième partie de ce travail développe une validation applicative sur une manufacture de tabac. Une construction systématique du modèle Réseaux de Petri à Intervalles est proposée. La méthodologie s'appuie sur les statistiques de production de l'atelier. En s'appuyant sur ce modèle, un réglage est analytiquement calculé en prenant en compte les spécifications de robustesse. Ensuite, une commande réactive est proposée pour faire face aux dérives lentes du procédé. Enfin, l'efficacité de la conduite est démontrée en la simulant sur un ensemble de données de production différent de celui qui a été utilisé pour la construction du modèle.

Le présent travail a donc introduit un outil de modélisation dont la pertinence est avérée, au moins sur ce type d'application. Reste que l'abstraction fonctionnelle de l'outil ouvre des champs applicatifs qui restent à explorer, tant d'un point de vue analyse que d'un point de vue mise en œuvre.

**Mots clés:** Réseaux de Petri, Systèmes de Production Manufacturière, Robustesse, Contraintes d'intervalles.

## Abstract

In the first part of this work, a new modeling tool - Interval Constrained Petri Nets (ICPN) - is introduced to allow us specify, validate and evaluate the performance of the production systems integrating constraints of validity intervals. In a first step, the applicative contribution of this new model in comparison with the methods and tools being used is presented. This applicative contribution is limited to regulation of local control for workshops in a repetitive functioning mode. After that, the extension of some structural properties of P-time Petri Nets of this new tool on non temporal constraints is studied.

Part two of this work develops an applicative validation on a tobacco manufacturing. A systematic methodology based on production data is proposed to construct the model Interval Constrained Petri Nets. This new model used to calculate a setting taking into account robustness specifications. Then, a reactive control is proposed in order to take into account drifts in the process. The control law thus obtained is validated using a second set of production data.

The present work therefore introduces a new modeling tool whose pertinence is proved, at least of this type of application. However, the functional abstraction of this tool opens fields of application that have yet to be explored.

**Key words:** Petri Nets, production systems, Robustness, Intervals Constraints