



**HAL**  
open science

# Étude par simulation numérique directe du comportement et de la dispersion de particules solides en écoulement non homogène isotherme ou anisotherme

Boris Arcen

► **To cite this version:**

Boris Arcen. Étude par simulation numérique directe du comportement et de la dispersion de particules solides en écoulement non homogène isotherme ou anisotherme. Autre. Université Henri Poincaré - Nancy 1, 2006. Français. NNT : 2006NAN10163 . tel-01754330v2

**HAL Id: tel-01754330**

**<https://theses.hal.science/tel-01754330v2>**

Submitted on 22 Apr 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



---

U.F.R. ESSTIN

École Doctorale EMMA (Énergétique, Mécanique et Matériaux)

Département de Formation Doctorale : Mécanique et Énergétique

# Thèse

présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université Henri Poincaré - Nancy I

en Mécanique et Énergétique

par **Boris ARCEN**

## **Étude par simulation numérique directe du comportement et de la dispersion de particules solides en écoulement non homogène isotherme ou anisotherme**

Soutenue le 10 novembre 2006 à l'ESSTIN

Membres du jury :

Rapporteurs :	M. Olivier SIMONIN	Professeur, INP Toulouse
	M. Alfredo SOLDATI	Professeur, Université d'Udine, Italie
Examineurs :	M. Michel LANCE	Professeur, Université Claude-Bernard Lyon I
	M. Benoît OESTERLE	Professeur, UHP, Nancy I (Directeur de thèse)
	M. Luis M. PORTELA	Docteur, Université de Delft, Pays-Bas
	M <sup>me</sup> Anne TANIÈRE	Maître de conférences, UHP, Nancy I (Co-Directeur de thèse)
Invité	M. Kyle D. SQUIRES	Professeur, Université d'Arizona, États-Unis

---

**Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (UMR 7563)**  
**Groupe ESSTIN - 2, rue Jean Lamour, 54519 Vandœuvre-lès-Nancy**



# Table des matières

<b>Nomenclature</b>	<b>v</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>3</b>
<b>I Etude numérique de l'écoulement gaz-solide</b>	<b>9</b>
<b>1 La phase porteuse</b>	<b>11</b>
1.1 Description du domaine d'étude . . . . .	11
1.2 Mise en équations . . . . .	12
1.3 Méthodes numériques de résolution directe . . . . .	13
1.3.1 Discrétisation du problème . . . . .	14
1.3.2 Caractéristiques de la simulation numérique . . . . .	15
1.4 Les travaux de référence sur la turbulence de canal . . . . .	18
1.4.1 Etudes expérimentales . . . . .	18
1.4.2 Etudes numériques . . . . .	19
1.5 Description statistique de l'écoulement . . . . .	20
1.5.1 Le calcul des statistiques . . . . .	20
1.5.2 Propriétés moyennes . . . . .	22
1.5.3 Propriétés fluctuantes : moments d'ordre 2 . . . . .	24
1.5.4 Propriétés fluctuantes : moments d'ordre 3 et 4 . . . . .	27
1.5.5 Etude du transfert de l'énergie cinétique turbulente . . . . .	30
1.6 Analyse corrélatrice . . . . .	33
1.6.1 Corrélations spatiales et échelles de longueurs . . . . .	34
1.6.2 Corrélations et échelles temporelles . . . . .	39
1.7 Approche structurale . . . . .	47
<b>2 La phase dispersée</b>	<b>57</b>
2.1 Mouvement d'une particule isolée . . . . .	57
2.2 Les forces hydrodynamiques et leurs corrections en proche paroi . . . . .	58
2.2.1 La force de traînée . . . . .	58
2.2.2 La force de portance . . . . .	61
2.3 Suivi lagrangien : similitude et méthodes numériques . . . . .	66
2.3.1 Similitude . . . . .	66
2.3.2 Méthodes numériques . . . . .	67
2.4 Réalisation d'un cas test international . . . . .	67

2.4.1	Présentation du cas test . . . . .	68
2.4.2	Résultats obtenus par l'ensemble des équipes de recherche . . . . .	69
2.4.3	Conservation de la quantité de mouvement moyenne de la phase dispersée . . . . .	70
2.5	Influence de la modélisation des forces sur la phase dispersée . . . . .	78
2.5.1	Paramètres des simulations . . . . .	78
2.5.2	Rapport entre les forces moyennes de traînée et de portance . . . . .	78
2.5.3	Concentration en particules . . . . .	80
2.5.4	Statistiques de la vitesse de la phase dispersée . . . . .	81
<b>Les points clés de cette partie</b>		<b>82</b>
 <b>II Dynamique de la phase dispersée et caractéristique du fluide « vu »</b>		 <b>87</b>
 <b>3 Etude de l'effet d'inertie en apesanteur</b>		 <b>89</b>
3.1	Caractéristiques de la simulation . . . . .	89
3.2	Concentration préférentielle . . . . .	90
3.3	Présentation des statistiques de la phase dispersée . . . . .	94
3.3.1	Concentration en particules . . . . .	94
3.3.2	Moyenne et écart type de la vitesse des particules . . . . .	95
3.3.3	Covariances fluide-particules et corrélations triples . . . . .	102
3.4	Echelles temporelles du fluide vu . . . . .	106
3.4.1	Présentation et comparaison . . . . .	106
3.4.2	Validité de la théorie de Tchen-Hinze pour une turbulence non homogène . . . . .	109
 <b>4 Etude des effets couplés d'inertie et de croisement de trajectoires</b>		 <b>113</b>
4.1	Croisement de trajectoires : formulation de Csanady . . . . .	113
4.2	Caractéristiques des simulations numériques . . . . .	115
4.3	Dynamique de la phase dispersée en écoulement vertical descendant . . . . .	117
4.3.1	Concentration en particules . . . . .	117
4.3.2	Moyenne et écart type de la vitesse des particules . . . . .	118
4.3.3	Covariances fluide-particules et corrélations triples . . . . .	122
4.4	Modélisation de ces effets sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu . . . . .	126
4.4.1	Et pourquoi pas une formulation type Csanady ? . . . . .	126
4.4.2	Test en écoulement horizontal . . . . .	127
4.4.3	Test en écoulement vertical descendant . . . . .	132
4.4.4	Discussion . . . . .	135
 <b>Les points clés de cette partie</b>		 <b>136</b>
 <b>III La D.N.S. au service de la modélisation stochastique lagrangienne</b>		 <b>139</b>
 <b>5 Fluide pur</b>		 <b>141</b>
5.1	Présentation du G.L.M. . . . .	141
5.1.1	Introduction . . . . .	141

5.1.2	L'équation stochastique du G.L.M. . . . . .	142
5.2	Extension du modèle de Oesterlé et Zaichik (2004) . . . . .	144
5.2.1	Présentation . . . . .	144
5.2.2	Extension aux composantes non diagonales et test . . . . .	146
5.3	Détermination des termes de dérive et de diffusion grâce à la D.N.S. . . . .	148
5.3.1	Méthodologie . . . . .	149
5.3.2	Résultats et analyse . . . . .	150
5.3.3	Tests a posteriori . . . . .	155
<b>6</b>	<b>Fluide vu par les particules</b>	<b>163</b>
6.1	Modélisation de la vitesse du fluide vu par une équation stochastique . . . . .	163
6.2	Première méthode d'identification de $G_{ij}^*$ et $B_{ij}^*$ . . . . .	164
6.2.1	Méthodologie . . . . .	164
6.2.2	Résultats et analyse . . . . .	166
6.2.3	Test a posteriori . . . . .	169
6.3	Seconde méthode d'identification de $G_{ij}^*$ . . . . .	176
6.3.1	Equation de transport des covariances fluide-particules . . . . .	176
6.3.2	Détermination des $G_{ij}^*$ . . . . .	177
	<b>Les points clés de cette partie</b>	<b>178</b>
<b>IV</b>	<b>Introduction du transfert de chaleur en écoulement vertical descendant</b>	<b>181</b>
<b>7</b>	<b>Simulation du transfert de chaleur au sein du fluide porteur</b>	<b>183</b>
7.1	Présentation du problème . . . . .	184
7.2	Méthodes numériques et caractéristiques des simulations . . . . .	185
7.2.1	Discretisations spatiale et temporelle . . . . .	185
7.2.2	Caractéristiques des simulations . . . . .	185
7.3	Les travaux numériques de références . . . . .	186
7.4	Description statistique du transfert de chaleur . . . . .	187
7.4.1	Propriétés moyennes de la température du fluide . . . . .	188
7.4.2	Propriétés fluctuantes de la température du fluide . . . . .	189
7.5	Echelle temporelle de la température du fluide . . . . .	193
7.5.1	Définition et procédure de calcul . . . . .	193
7.5.2	Evolution de $T_{\theta}^L$ par rapport à $T_{ij}^L$ . . . . .	194
<b>8</b>	<b>Simulation du transfert de chaleur entre les deux phases</b>	<b>197</b>
8.1	Les échanges de chaleur entre les deux phases . . . . .	197
8.2	Caractéristiques des simulations entreprises . . . . .	199
8.3	Présentation des statistiques thermiques de la phase dispersée . . . . .	199
8.3.1	Moyenne de la température des particules . . . . .	199
8.3.2	Ecart type de la température des particules . . . . .	201
8.3.3	Covariance des températures fluide-particules . . . . .	202
8.4	L'échelle temporelle de la température du fluide vu . . . . .	203

8.4.1	Définition et procédure de calcul . . . . .	203
8.4.2	Evolution de $T_{\theta}^{*g}$ par rapport à $T_{\theta}^L$ . . . . .	203
<b>Les points clés de cette partie</b>		<b>204</b>
<b>Conclusion générale et perspectives</b>		<b>209</b>
<b>Appendices</b>		<b>215</b>
<b>Annexe A <i>Complément sur les méthodes numériques</i></b>		<b>217</b>
A.1	Méthode de pas fractionnaire . . . . .	217
A.2	Discretisation spatiale et termes non linéaires . . . . .	219
A.2.1	Grille décalée et maillage . . . . .	219
A.2.2	Termes non linéaires . . . . .	220
<b>Annexe B <i>Complément sur les corrélations spatiales et temporelles</i></b>		<b>221</b>
B.1	Corrélations spatiales . . . . .	221
B.2	Suivi lagrangien de particules fluides . . . . .	224
<b>Annexe C <i>Résultats complémentaires issus du cas test</i></b>		<b>225</b>
C.1	Statistiques de la phase dispersée . . . . .	225
C.1.1	Concentration en particules . . . . .	225
C.1.2	Moyenne et écart type de la vitesse des particules . . . . .	225
C.2	Temps de décorrélation de la vitesse du fluide « vu » . . . . .	228
<b>Bibliographie</b>		<b>229</b>

# Nomenclature

## Lettres latines

$b_{ij}$	Tenseur d'anisotropie normalisé.
$Bi$	Nombre de Biot.
$B_{ij}$	Tenseur de diffusion.
$B_{ij}^*$	Tenseur de diffusion du fluide « vu ».
$c_{p,f}$	Chaleur massique du fluide.
$c_{p,p}$	Chaleur massique d'une particule solide.
$C_0$	Constante du G.L.M.
$C_0$	Constante de Kolmogorov.
$C_D$	Coefficient de traînée.
$C_p$	Concentration en particules solides.
$C_{ij}$	Tenseur de Reynolds.
$d_p$	Diamètre d'une particule solide.
$F(\cdot)$	Coefficient d'aplatissement de $(\cdot)$ .
$F_i^D$	Force de traînée.
$F_i^L$	Force de portance.
$g_i$	Accélération gravitationnelle.
$G_{ij}$	Tenseur de dérive.
$G_{ij}^*$	Tenseur de dérive du fluide « vu ».
$h_p$	Coefficient de transfert de chaleur par convection particulaire.
$k$	Energie cinétique turbulente.
$l$	Distance entre le centre d'une particule solide et la plus proche paroi.
$L_x, L_y, L_z$	Dimensions du canal.
$L_{ij}^{(k)}$	Echelle intégrale spatiale.
$m_p$	Masse d'une particule solide.
$N_x, N_y, N_z$	Nombres de points de discrétisations.
$Nu_p$	Nombre de Nusselt particulaire.
$p$	Pression.
$Pr$	Nombre de Prandtl.
$Pr_t$	Nombre de Prandtl turbulent.
$r_p$	Rayon d'une particule.
$R_{ij}^{(k)}$	Corrélation spatiale en deux points.
$R_{ij}^L$	Corrélation temporelle lagrangienne de la vitesse du fluide.
$R_{\theta}^L$	Corrélation temporelle lagrangienne de la température du fluide.



$R_{ij}^{mE}$	Corrélation temporelle eulérienne mobile de la vitesse du fluide.
$R_{ij}^*$	Corrélation temporelle de la vitesse du fluide « vu ».
$R_{\theta}^*$	Corrélation temporelle de la température du fluide « vu ».
$Re_b$	Nombre de Reynolds basé sur $\delta$ et $U_b$ .
$Re_{\tau}$	Nombre de Reynolds basé sur $\delta$ et $u_{\tau}$ .
$Re_p$	Nombre de Reynolds particulaire basé sur $d_p$ et $\ \mathbf{V}_r\ $ .
$S(\cdot)$	Coefficient de dissymétrie de $(\cdot)$ .
$Sc$	Nombre de Schmidt.
$t$	Temps.
$T_{ij}^L$	Echelle temporelle lagrangienne de décorrélation de la vitesse du fluide.
$T_{\theta}^L$	Echelle temporelle lagrangienne de décorrélation de la température du fluide.
$T_{ij}^{mE}$	Echelle temporelle de décorrélation de la vitesse du fluide dans un référentiel mobile.
$T_{ij}^*$	Echelle temporelle de décorrélation de la vitesse du fluide « vu ».
$T_{ij}^{*g}$	Echelle temporelle de décorrélation de la vitesse du fluide « vu » en présence la gravité.
$T_{\theta}^*$	Echelle temporelle de décorrélation de la température du fluide « vu ».
$\mathcal{T}_{ij}$	Tenseur des échelles lagrangiennes de décorrélation de la température du fluide.
$\mathcal{T}_{ij}^*$	Tenseur des échelles temporelles de décorrélation de la température du fluide « vu ».
$u_i$	Vitesse instantanée du fluide.
$\tilde{u}_i$	Vitesse du fluide à la position d'une particule solide.
$u_{\tau}$	Vitesse pariétale.
$U_b$	Vitesse de débit.
$v_{f,i}$	Vitesse d'une particule fluide.
$v_{p,i}$	Vitesse d'une particule solide.
$V_{d,i}$	Vitesse de dérive des particules solides.
$V_{r,i}$	Vitesse relative instantanée entre une particule et le fluide.
$W_i$	Processus de Wiener.
$x_i$	Coordonnées spatiales.
$x_{f,i}$	Coordonnées spatiales d'une particule fluide.
$x_{p,i}$	Coordonnées spatiales d'une particule solide.

## Lettres grecques

$\alpha$	Diffusivité thermique du fluide.
$\alpha_t$	Diffusivité thermique turbulente du fluide.
$\delta$	Demi-hauteur du canal.

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	Espaces inter-maille.
$\zeta$	Gradient normal aux parois de la vitesse longitudinale du fluide à la position de la particule.
$\eta_k$	Echelle de longueur de Kolmogorov.
$\eta_\theta$	Micro-échelle spatiale de la température.
$\theta$	Température du fluide.
$\theta_p$	Température d'une particule solide.
$\tilde{\theta}$	Température du fluide à la position d'une particule solide.
$\lambda_f$	Conductivité thermique du fluide.
$\lambda_p$	Conductivité thermique d'une particule solide.
$\mu$	Viscosité dynamique.
$\nu$	Viscosité cinématique.
$\nu_t$	Viscosité turbulente.
$\rho_p, \rho$	Masse volumique d'une particule et du fluide.
$\tau_k$	Echelle de temps de Kolmogorov.
$\tau_p$	Temps de relaxation dynamique particulaire.
$\tau_{p\theta}$	Temps de relaxation thermique particulaire.
$\tau_t$	Contrainte totale de cisaillement.
$\tau_w$	Contrainte pariétale.
$\varphi_w$	Flux de chaleur surfacique à la paroi.
$\omega_i$	Vorticité.

## Symboles divers et opérateurs mathématiques

$(\cdot)'$	Partie fluctuante de $(\cdot)$
$\langle(\cdot)\rangle$	Moyenne de $(\cdot)$ .
$\langle(\cdot) (\cdot)\rangle$	Moyenne conditionnelle de $(\cdot)$ .
$(\cdot)^+$	Valeur de $(\cdot)$ mise sans dimension avec $u_\tau$ et $\nu$ .
$(\cdot)^T$	Transposée de $(\cdot)$ .
$D(\cdot)/Dt$	Dérivée temporelle de $(\cdot)$ le long de la trajectoire d'une particule fluide.
$\overline{D}(\cdot)/Dt$	Dérivée temporelle de $(\cdot)$ le long du mouvement moyen du fluide.
$\overline{D}^p(\cdot)/Dt$	Dérivée temporelle de $(\cdot)$ le long du mouvement moyen de la phase dispersée.
$sign(\cdot)$	Signe de $(\cdot)$ .
$\ (\cdot)\ $	Norme de $(\cdot)$ .
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker.
$\epsilon_{ijk}$	Symbole de Levi-Civita.

## Notations indicielle et littérale

$$(u_1, u_2, u_3) \equiv (u, v, w).$$

$$(x_1, x_2, x_3) \equiv (x, y, z)$$

## Abréviations

D.N.S.	Direct Numerical Simulation.
G.L.M.	Generalized Langevin Model.
L.E.S.	Large Eddy Simulation.
L.I.P.M.	Lagrangian Isotropization of Production Model.
N.E.V.M.	Non Linear Eddy Viscosity Model.
R.A.N.S.	Reynolds-Averaged Navier-Stokes.
S.L.M.	Simple Langevin Model.

---

# **Introduction générale**

---



Le mouvement d'inclusions solides en suspension dans un écoulement de gaz turbulent et anisotherme est particulièrement complexe du fait de la multitude d'interactions entrant en jeu. En effet, ces inclusions solides peuvent interagir avec l'écoulement de gaz, les parois, mais aussi, selon la concentration en particules, des interactions entre les inclusions peuvent même survenir. A cela se rajoute la difficulté à caractériser ces interactions puisqu'elles peuvent dépendre de paramètres aussi variés que la turbulence du fluide, la géométrie de l'écoulement, la géométrie et les propriétés des inclusions. L'étude d'un tel écoulement peut donc difficilement être réalisée en tenant compte de tous ces facteurs. En ce qui concerne notre étude, nous ne tiendrons compte ni des interactions entre les particules ni de la modification de l'écoulement du fluide par la phase dispersée. Les inclusions solides seront considérées sphériques, de tailles identiques de l'ordre des plus petites échelles de la turbulence, et ayant une masse volumique très supérieure à celle du gaz.

La modélisation numérique d'un écoulement diphasique peut être réalisée en décrivant les phases de deux manières différentes. Dans l'approche euléro-lagrangienne (Berlemont, Desjonqueres et Gouesbet, 1990; Elghobashi, 1994), les particules sont suivies individuellement au sein de la phase porteuse qui est, quant à elle, décrite en résolvant les équations de Navier-Stokes moyennées. Un des atouts de cette approche est qu'elle permet une description précise du comportement global et individuel des particules solides. De plus, la prise en compte des interactions particule-parois et particule-particule dans les simulations euléro-lagrangiennes est assez simple. Toutefois, cette approche se heurte au délicat problème de la vitesse du fluide « vu ». C'est-à-dire que pour décrire la trajectoire d'une particule solide supposée ponctuelle, il faut reconstruire la vitesse instantanée du fluide à la position de la particule en ne connaissant que certains moments statistiques du champ de vitesse du fluide. Bien entendu, lorsqu'un suivi de la température des particules est également réalisé, un problème analogue se pose pour déterminer la température instantanée à la position de la particule solide. Une autre faiblesse est que le coût de calcul peut vite devenir exorbitant lorsque le nombre de particules suivies augmente.

Dans l'approche euléro-eulérienne (Simonin, 2000), les deux phases sont considérées comme des milieux continus s'interpénétrant qui sont soumis aux lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. La simulation de l'écoulement consiste alors à résoudre ces équations sur les grandeurs moyennes des deux phases en tenant compte du couplage intervenant au travers des termes de transfert aux interfaces. Un des avantages de cette approche est que les écoulements diphasiques denses peuvent être traités plus aisément. Les difficultés sont, quant à elles, liées à la fermeture des équations moyennées et à la difficulté à prendre en compte les interactions particule-particule et particule-parois. En outre, cette approche doit également faire face au problème de la détermination des caractéristiques de la vitesse du fluide « vu » puisque des termes fonctions de cette vitesse apparaissent dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement ainsi que dans l'équation de transport des contraintes cinétiques particulières. Dans cette approche également, des problèmes analogues surviennent lorsque le transfert de chaleur entre les deux phases est considéré.

Comme nous venons le voir, une difficulté commune à ces deux approches est donc d'évaluer les caractéristiques (dynamique ou thermique) du fluide à la position des particules solides. Une solution possible afin de modéliser les fluctuations de la vitesse et de la température du fluide consiste à considérer ces grandeurs comme des variables aléatoires régies par des équations différentielles stochastiques (Minier et Peirano, 2001; Moissette, Oesterlé et Boulet, 2001). Cette technique permet de simuler la trajectoire ainsi que l'évolution de la température des particules solides dans l'approche euléro-lagrangienne, alors que pour l'approche euléro-eulérienne, elle permet de faci-

liter la fermeture de l'équation moyennée de la phase dispersée. Bien qu'attractive, un des points faibles de la modélisation stochastique, qui n'est pas des moindres, est qu'elle ne donnera pleinement satisfaction que si les paramètres de l'équation stochastique sont correctement spécifiés. Le paramètre principal est souvent relié à l'échelle temporelle de décorrélation des fluctuations de la vitesse (ou de la température) du fluide « vu » (Pozorski et Minier, 1998). C'est par l'intermédiaire de cette échelle que les effets d'inertie et de croisement de trajectoires peuvent être introduits au sein de la modélisation du mouvement de la phase dispersée soumise à une force extérieure telle que la pesanteur. En se référant aux travaux présents dans la littérature, nous constatons qu'il existe des études théoriques et numériques sur l'influence de ces effets sur l'échelle temporelle de décorrélation de la vitesse du fluide vu pour une turbulence isotrope (Csanady, 1963; Wang et Stock, 1993; Février, 2000). Néanmoins, à notre connaissance, peu de travaux ont été effectués en turbulence non homogène. L'introduction des effets d'inertie et de croisement de trajectoires dans la modélisation du mouvement des particules dans un écoulement non homogène est donc un problème ardu. Pour simplifier quelque peu le problème, l'effet d'inertie est souvent négligé, alors que l'effet de croisement de trajectoires est généralement introduit à partir des formules proposées par Csanady (1963). Cela revient donc à négliger l'anisotropie des échelles de temps et à simplifier considérablement les propriétés de la cohérence spatiale de la turbulence du fluide porteur. En effet, l'analyse de Csanady (1963) est basée sur les caractéristiques de deux échelles spatiales, l'une longitudinale, l'autre transversale, alors qu'il existe 15 échelles spatiales non nulles caractérisant la turbulence de canal. En outre, les études portant sur l'influence de l'inertie des particules et du croisement de trajectoires sur l'échelle de décorrélation de la température du fluide vu sont encore plus rares, que ce soit en turbulence isotrope ou non homogène.

Le développement de la modélisation euléro-lagrangienne et euléro-eulérienne dépend fortement du niveau de connaissance de ces caractéristiques. A ce jour, un tel niveau de connaissance ne peut pas être atteint théoriquement étant donné que la résolution des équations décrivant les mouvements du fluide porteur est toujours un problème non résolu. L'alternative possible consiste à procéder de manière empirique. Deux voies possibles s'offrent alors à nous. La première est expérimentale, elle a l'avantage de pouvoir s'effectuer pour une grande gamme de nombres de Reynolds, cependant l'extraction des grandeurs auxquelles nous voulons nous intéresser peut s'avérer difficile, voire impossible. La seconde voie possible est numérique, elle consiste à déterminer une solution approchée des équations de Navier-Stokes et à simuler le mouvement d'inclusions solides à partir de cette solution. C'est cette dernière technique qui sera utilisée afin d'étudier le comportement dynamique et thermique des inclusions solides du fait qu'elle permet d'accéder aux grandeurs qui ne peuvent pas être déterminées expérimentalement. Bien entendu, la solution approchée doit être la plus précise possible pour ne pas fausser la simulation des trajectoires des particules. L'outil de simulation permettant d'obtenir une telle précision a été développé au sein du laboratoire (L.E.M.T.A.), sous l'impulsion de Anne Tanière, lors du travail de thèse de Rambaud (2001). Le code de calcul comprend deux parties. Dans la première, l'écoulement du fluide porteur est simulé directement sans autres approximations que celles liées aux schémas numériques employés. Dans la seconde, le suivi lagrangien de particules solides est réalisé à partir de la connaissance des caractéristiques dynamiques de la phase porteuse. Pour notre étude de l'écoulement diphasique anisotherme, nous avons dû d'une part apporter quelques corrections au code de calcul, d'autre part intégrer à celui-ci la simulation du transfert de chaleur au sein de la phase porteuse et entre les deux phases.

Grâce à cet outil de simulation, nous nous proposons d'étudier et d'analyser l'influence de l'inertie et du croisement de trajectoires sur les caractéristiques dynamiques et thermiques de la phase dispersée ainsi que celles du fluide vu afin de faciliter le développement futur des modélisations euléro-lagrangienne et euléro-eulérienne. Pour ce faire, nous étudierons aussi bien l'effet de l'inertie des particules en apesanteur que les effets couplés d'inertie et de croisement de trajectoires dans des écoulements horizontal et vertical descendant. Nous essayerons d'analyser au mieux la conséquence de ces effets sur les statistiques de la phase dispersée telles que la concentration, la moyenne et l'écart type de la vitesse des particules, les covariances fluide-particules, les corrélations triples de la vitesse des particules. Parallèlement à cela, les caractéristiques du fluide vu seront examinées, nous nous intéresserons notamment à la vitesse de dérive des particules, aux tensions de Reynolds du fluide vu, et la décorrélation temporelle des fluctuations de la vitesse du fluide vu. En ce qui concerne la partie thermique, nous présenterons les statistiques thermiques de la phase dispersée et du fluide vu par les particules au sein de l'écoulement anisotherme vertical descendant. Tous ces aspects seront développés en gardant à l'esprit le cadre général de cette étude, c'est-à-dire comprendre le comportement thermique de la phase dispersée et fournir des informations concernant des grandeurs importantes intervenant dans la modélisation euléro-eulérienne ou euléro-lagrangienne d'un tel écoulement.

Dans cet esprit, le plan de cette étude se présente ainsi :

Au sein de la première partie, nous présenterons le code de simulation numérique directe de l'écoulement diphasique confiné en l'absence du transfert de chaleur. Le premier chapitre de cette partie sera consacré à la simulation numérique de la phase porteuse. Après une brève description des méthodes numériques, une validation de la simulation sera proposée. Elle portera sur les moments statistiques d'ordre 1 à 4 de la vitesse et de la pression, les termes intervenants dans les équations de transport des contraintes de Reynolds et de l'énergie cinétique turbulente, les échelles intégrales de longueurs, les échelles de décorrélation temporelles et enfin, quelques grandeurs caractérisant certaines structures cohérentes. Dans le second chapitre, nous aborderons la simulation du mouvement des particules solides. Nous y rappellerons les caractéristiques du suivi lagrangien des particules solides. Ensuite, la validation de la simulation concernant la phase dispersée est entreprise grâce à un cas test. Nous clôturerons ce chapitre par une étude portant sur l'influence du choix des forces hydrodynamiques agissant sur les particules dans un écoulement de fluide confiné.

Dans la seconde partie, nous proposerons d'étudier les effets d'inertie et de croisement de trajectoires sur la dynamique de la phase dispersée. Le premier chapitre sera dévolu à l'examen de l'effet de l'inertie sur le phénomène de concentration préférentielle, les moments statistiques de la vitesse des particules et enfin sur la décorrélation de la turbulence vue par les particules solides. Au cours de cette présentation, nous nous efforcerons d'établir un lien direct entre le phénomène de concentration préférentielle et les statistiques de la phase dispersée. Une étude portant sur la validité de la théorie de Tchen-Hinze viendra clore ce chapitre. Le second chapitre de cette partie sera consacré à l'étude des effets couplés d'inertie et de croisement de trajectoires. Après un bref rappel sur l'effet de croisement de trajectoires, nous présenterons des résultats obtenus pour la phase dispersée lorsque l'écoulement diphasique est vertical descendant. Ensuite, nous examinerons l'influence du croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de décorrélation du



fluide vu à partir de calculs réalisés pour des écoulements horizontal et vertical descendant. Enfin, nous nous interrogerons sur l'application des formules établies par Csanady (1963), qui permettent de modéliser l'effet de croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu, pour une turbulence non homogène.

Dans la troisième partie, nous essayerons de combler certaines lacunes dont souffre la modélisation stochastique d'un tel écoulement que ce soit pour la phase porteuse ou la phase dispersée. Au sein du premier chapitre, nous présenterons deux études qui sont liées à la modélisation des trajectoires de particules fluides à l'aide d'un processus stochastique markovien. Nous étudierons le modèle de Oesterlé et Zaichik (2004), déterminé à partir d'un processus stochastique type modèle de Langevin généralisé, qui permet de rendre compte de l'anisotropie des échelles lagrangiennes de décorrélation de la vitesse du fluide. Ce modèle, qui a été initialement développé pour les composantes diagonales des échelles lagrangiennes du fluide, sera étendu aux composantes non diagonales puis testé. Enfin, nous terminerons par une étude portant sur l'identification des paramètres intervenant dans le processus stochastique type G.L.M. pour une turbulence non homogène. Dans le second chapitre, nous nous focaliserons principalement sur la prédiction des propriétés fluctuantes du fluide à la position des particules solides à partir d'une équation stochastique analogue à celle utilisée pour prédire les trajectoires de particules fluides. Tout d'abord, nous présenterons deux modèles stochastiques permettant de générer la vitesse instantanée du fluide le long des trajectoires des particules solides. Nous préciserons quelles en sont les difficultés d'application en turbulence non homogène. Ensuite, nous nous intéresserons à l'identification des paramètres intervenant dans un de ces deux modèles à partir de données obtenues grâce à notre simulation numérique directe. Deux méthodes seront alors proposées pour identifier ces paramètres. La première repose sur une analogie avec l'étude précédente portant sur la modélisation de trajectoires de particules fluides. La seconde est, quant à elle, issue de la modélisation euléro-eulérienne de l'écoulement diphasique. En outre, les valeurs obtenues par une de ces méthodes seront introduites dans une modélisation euléro-lagrangienne de l'écoulement diphasique. Ce test a posteriori nous permettra de les valider et d'en déduire si une modélisation correcte de la turbulence du fluide vu par les particules est possible au moyen du modèle stochastique étudié.

Au sein de la quatrième et dernière partie de ce mémoire, nous aborderons l'écoulement gaz-solide en présence d'un champ de température non uniforme. Le premier chapitre sera dédié à la simulation numérique directe du transfert de chaleur au sein du fluide porteur. Après une brève description des méthodes numériques, les résultats obtenus seront présentés et comparés à ceux provenant d'autres simulations numériques directes. Enfin, nous compléterons ce chapitre avec la présentation des échelles lagrangiennes caractérisant la décorrélation des fluctuations de la température du fluide. Dans le second chapitre de cette partie, nous introduirons le transfert de chaleur entre les phases porteuse et dispersée. Nous présenterons les statistiques thermiques de la phase dispersée et du fluide vu par les particules au sein de l'écoulement anisotherme vertical descendant. Enfin, la décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu sera analysée. Tous ces aspects seront développés en gardant à l'esprit le cadre général de cette étude, c'est-à-dire comprendre le comportement thermique de la phase dispersée et fournir des informations concernant des grandeurs importantes intervenant dans la modélisation euléro-eulérienne ou euléro-lagrangienne d'un tel écoulement.

## **TABLE DES MATIÈRES**

---

Enfin, une synthèse des travaux entrepris ainsi que les perspectives de cette étude seront présentées.



*Première partie*

---

**Etude numérique de l'écoulement gaz-solide**

---



# Chapitre 1

## La phase porteuse

Dans ce premier chapitre, est présentée la simulation numérique de la phase porteuse (gaz). Nous présentons d'abord les caractéristiques statistiques d'un écoulement turbulent de canal et les équations régissant le mouvement du fluide. Les méthodes numériques permettant la résolution directe sont ensuite décrites. Après un bref rappel bibliographique des études tant expérimentales que numériques sur la turbulence de canal, la comparaison des résultats obtenus est effectuée. Elle porte sur les moments statistiques d'ordre 1 à 4 de la vitesse et de la pression, les termes intervenants dans les équations de transport des contraintes de Reynolds et de l'énergie cinétique turbulente, les échelles intégrales de longueurs, les échelles de décorrélation temporelles et enfin, quelques grandeurs caractérisant certaines structures cohérentes.

### 1.1 Description du domaine d'étude

La présente étude est basée sur la simulation numérique du mouvement de particules solides dans un écoulement turbulent confiné entre deux plaques planes, parallèles et supposées infinies (cf. figure 1.1).

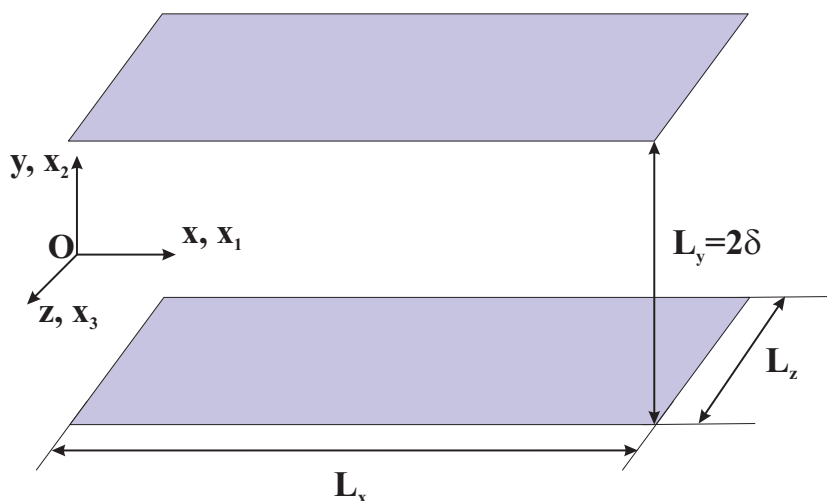


FIGURE 1.1 – Configuration du canal plan.

La turbulence associée à ce type de géométrie est dite non homogène, par conséquent, les statistiques varient selon la position. L'étude se fait dans le cas où la turbulence est statistiquement établie et stationnaire, c'est-à-dire lorsque les différents moments statistiques sont indépendants du temps et de la coordonnée  $x$ . Par conséquent, les statistiques eulériennes seront uniquement fonction de la coordonnée normale aux parois. La géométrie de l'écoulement implique également la symétrie des statistiques par rapport au plan médian parallèle aux parois. L'origine du repère lié au canal plan, ayant pour hauteur  $2\delta$ , est située au centre de celui-ci, les plans supérieur et inférieur sont donc situés respectivement à  $y = \delta$  et  $y = -\delta$ . Le champ de vitesse eulérien du fluide fonction de la position  $\mathbf{x}$  et du temps  $t$  sera noté  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  ou simplement  $\mathbf{u}$  afin de ne pas surcharger inutilement ce mémoire. Les composantes de ce vecteur seront quant à elles notées  $(u_1, u_2, u_3)$  ou bien  $(u, v, w)$ . L'indice 1, 2 ou 3 permet de différencier les composantes de vitesse longitudinale ( $Ox$ ), normale ( $Oy$ ) et transversale ( $Oz$ ). Le champ de vitesse du fluide peut être décomposé en une vitesse moyenne et fluctuante de la manière suivante :

$$u_i = \langle u_i \rangle + u'_i, \quad (1.1)$$

avec  $\langle u_i \rangle$  une moyenne spatio-temporelle de la vitesse et  $u'_i$  la fluctuation de vitesse du fluide. La configuration de l'écoulement impose également que  $\langle v \rangle = \langle w \rangle = 0$ , rendant ainsi l'écoulement unidirectionnel en moyenne.

## 1.2 Mise en équations

Le mouvement d'un fluide newtonien incompressible, décrit par les variables  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  et  $p(\mathbf{x}, t)$ , respectivement la vitesse et la pression du fluide, est régi par les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Les équations locales, selon une approche eulérienne, peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad \text{dans } \Omega, \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega, \quad (1.3)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide et  $\nu$  sa viscosité cinématique. La première expression est l'équation de la conservation de la quantité mouvement du fluide occupant le domaine  $\Omega = [0, L_x] \times ]-\delta, \delta[ \times [0, L_z]$ . Elle relie l'accélération d'un élément fluide aux forces de pression et de viscosité. La seconde expression est l'équation simplifiée de la conservation de la masse. La présence des parois solides est prise en compte en imposant des conditions d'adhérence et de non pénétration pour le fluide situé à la paroi. Nous adjoignons donc aux deux équations précédentes, les contraintes sur la vitesse du fluide qui suivent :

$$\mathbf{u} = 0 \quad \text{pour } y = \pm \delta. \quad (1.4)$$

Enfin, une dernière condition sera imposée, liée à la périodicité de l'écoulement dans les directions statistiquement homogènes (c-à-d longitudinale et transversale), cette condition s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x} + L_x \cdot \mathbf{e}_x, t) &= \mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \\ \mathbf{u}(\mathbf{x} + L_z \cdot \mathbf{e}_z, t) &= \mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (1.5)$$

avec  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  la base orthonormée directe associée au repère précédemment défini.

**Equations sans dimension** L'adimensionnalisation des variables se fait à partir des grandeurs macroscopiques caractérisant la géométrie du canal plan et l'écoulement moyen. Dans le cas présent, elles sont les suivantes :  $\delta$ , la demi-hauteur du canal ;  $U_b$ , la vitesse débitante. Les variables sans dimensions sont donc :

$$\mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U_b}, \quad \mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{\delta}, \quad \text{et } t^* = \frac{tU_b}{\delta}, \quad (1.6)$$

où  $U_b$  est définie par :

$$U_b = \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} \langle u \rangle dy, \quad (1.7)$$

avec  $\langle u \rangle$  la vitesse moyenne longitudinale de l'écoulement. Il est désormais possible d'écrire les équations sans dimension décrivant le mouvement du fluide dans le domaine  $\Omega$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + (\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* &= -\frac{1}{\rho} \nabla p^* + \frac{1}{Re_b} \nabla^2 \mathbf{u}^* + \mathbf{G}^*, \\ \nabla \cdot \mathbf{u}^* &= 0. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Le terme  $\mathbf{G}^* = (G_1^*, 0, 0)$  qui a été rajouté aux équations de Navier-Stokes permet, en contrebalançant les pertes de charges, de garder un débit constant. Contrairement à la majorité des D.N.S., où le nombre de Reynolds est basé sur la vitesse de frottement ( $u_\tau$ ), nous avons choisi de le baser sur la vitesse débitante. Les différents travaux entrepris nous ont amenés à effectuer des simulations à  $Re_b = 2800$  et  $Re_b = 2280$ , cela permettant d'obtenir des nombres de Reynolds, basés sur la vitesse de frottement ( $u_\tau$ ),  $Re_\tau \approx 185$  et  $Re_\tau \approx 155$  respectivement. La vitesse de frottement est définie par :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (1.9)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $\tau_w$  la contrainte pariétale qui s'écrit :

$$\tau_w = \rho \nu \left( \frac{d\langle u \rangle}{dy} \right)_{y=-\delta}. \quad (1.10)$$

A ces équations s'ajoutent les conditions aux limites de ce domaine :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^* &= 0 \quad \text{pour } y^* = \pm 1, \\ \mathbf{u}^*(\mathbf{x} + L_x^* \cdot \mathbf{e}_x, t^*) &= \mathbf{u}^*(\mathbf{x}^*, t^*), \\ \mathbf{u}^*(\mathbf{x}^* + L_z^* \cdot \mathbf{e}_z, t^*) &= \mathbf{u}^*(\mathbf{x}^*, t^*). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Dans le but de simplifier les notations, le symbole « \* » sera supprimé par la suite.

## 1.3 Méthodes numériques de résolution directe

Cette partie est consacrée aux méthodes numériques permettant de résoudre sans aucune modélisation les équations de Navier-Stokes. Après une brève description des schémas numériques, les paramètres caractérisant les simulations que nous avons effectuées sont présentés. Si nécessaire, se référer aux travaux de Verzicco et Orlandi (1996), Orlandi (2000) et Rambaud (2001) pour des explications complémentaires sur certaines spécificités du présent code de calcul.



### 1.3.1 Discrétisation du problème

#### Discrétisation temporelle

La méthode de résolution des équations instationnaires de Navier-Stokes repose sur une méthode de pas fractionnaire du type projection (aussi appelé correction de pression). Cette technique qui est largement utilisée de nos jours a été introduite par Chorin (1968) et Temam (1969). L'intérêt de cette méthode porte sur la séparation du problème de convection-diffusion de la contrainte d'incompressibilité. Un premier sous-pas de temps permet de déduire une vitesse intermédiaire qui est ensuite projetée sur l'espace des champs de vecteurs à divergence nulle. Les diverses versions de cette méthode qui ont été développées ensuite diffèrent de par : (i) le traitement du terme de pression ; (ii) l'avancement temporel de l'équation de convection-diffusion. Les avantages et désavantages de plusieurs de ces schémas à pas fractionnaire sont présentés dans les travaux de Perot (1992) et Guermond, Mineev et Shen (2005).

Notre code de calcul par D.N.S. utilise une méthode où le terme de pression est traité de manière explicite. Contrairement à la plupart des méthodes à pas fractionnaire, le gradient de la pression au temps précédent est inséré dans l'équation de convection-diffusion (Verzicco et Orlandi, 1996). Les termes convectifs et diffusifs de l'équation de convection-diffusion sont approchés, respectivement, par un schéma de type Runge-Kutta à trois sous-pas de temps et un schéma de Crank-Nicolson. Les termes convectifs sont alors estimés, pour un pas de temps  $\Delta t$ , en  $O(\Delta t^3)$ , alors que les termes diffusifs le sont en  $O(\Delta t^2)$ . Cette discrétisation temporelle, qui est couramment utilisée dans les codes de calcul numérique, permet de traiter de façon simple les termes non linéaires et d'élargir le domaine de stabilité de par l'utilisation d'un schéma implicite pour les termes diffusifs. Le code de calcul permet également l'utilisation d'un schéma de type Adams-Bashforth d'ordre 2 pour les termes convectifs. En raison de son domaine de stabilité moindre, ce schéma n'a jamais été utilisé lors des différentes simulations numériques entreprises. Les étapes détaillées permettant la résolution numérique directe des équations de Navier-Stokes sont présentées en annexe A.1.

#### Discrétisation spatiale et traitement des termes non linéaires

D'une façon générale, les simulations numériques directes d'écoulement dans un canal plan peuvent être classées dans différents groupes selon la méthode de discrétisation spatiale employée. L'énoncé de ces groupes est effectué selon l'ordre décroissant de la précision obtenue :

- Méthodes pseudo-spectrales pour lesquelles le champ de vitesse est décomposé en séries de Fourier selon les directions homogènes et en polynômes de Tchebychev selon la direction normale aux parois (Kim, Moin et Moser, 1987),
- Méthodes mixtes, pseudo-spectrales/différences finies (Lamballais, Lesieur et Métais, 1997),
- Méthodes par schémas compacts aux différences finies type Padé (Debusschere et Rutland, 2004),
- Méthodes par schémas classiques aux différences finies (Abe, Kawamura et Matsuo, 2004).  
A cause des problèmes de robustesse de ces schémas pour des ordres élevés, celui-ci est généralement limité à 4.

Notre de calcul par D.N.S. est basé sur une approximation des dérivées spatiales par des différences finies centrées du second ordre. La méthode que nous utilisons est donc la moins précise, cependant

elle a l'avantage d'être simple à mettre en oeuvre et d'avoir un champ d'utilisation plus grand de par sa relative facilité à s'adapter à différents types de géométrie et de maillage. Cette discrétisation est effectuée à partir d'une grille dite décalée (Harlow et Welch, 1965) et sur un maillage resserré en proche paroi dans la direction normale aux parois (cf. annexe A.2). L'affinage du maillage est nécessaire afin de pouvoir « capter » les plus petites échelles de la turbulence qui se trouvent en proche paroi, ce qui permet également d'obtenir une meilleure représentation de l'agitation turbulente et des gradients qui peuvent être importants en proche paroi. Il faut toutefois savoir que lorsque la variation de hauteur de deux cellules contiguës est importante, l'approximation des dérivées spatiales par différences finies se dégrade, car celle-ci n'est pas strictement d'ordre 2 sur un maillage non uniforme. La simulation de Kim *et al.* (1987) repose sur une décomposition des composantes de la vitesse en polynômes de Tchebychev dans la direction normale aux parois, cela implique généralement que le maillage soit généré avec une fonction en cosinus afin de faciliter l'usage de tels polynômes. Cette spécificité met en défaut la simulation par des méthodes pseudo-spectrales car, bien que très précise, elle demeure très peu flexible.

Un autre point important de la simulation numérique directe est le traitement des termes convectifs non linéaires  $\partial u_i u_j / \partial x_j$ . Selon la forme sous laquelle ils sont écrits puis discrétisés, la propriété conservative de ces termes dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement est soit respectée, respectée a priori ou alors non respectée (Vasilyev, 2000). Il en va de même pour les termes intervenant dans l'équation de transport de l'énergie cinétique qui dépendent du choix effectué sur la forme des termes non linéaires. La forme adoptée pour cette étude est du type conservative. Selon les travaux précédemment cités celle-ci ne permet pas de conserver globalement ni localement l'énergie cinétique, mais cependant, ce terme est conservatif a priori dans l'équation de quantité de mouvement. De plus, Horiuti et Itami (1998) ont montré que cette formulation n'introduit pas d'erreurs de troncatures contrairement aux autres formulations. Un complément d'information concernant la problématique de la forme sous laquelle les termes non linéaires sont écrits puis discrétisés se trouve dans l'annexe A.2. Nous y rappelons notamment les différentes formes analytiques qu'il est possible d'utiliser, et nous précisons également la signification d'un terme dit conservatif.

### 1.3.2 Caractéristiques de la simulation numérique

#### Résolution spatiale et temporelle exigées

Les méthodes de discrétisation spatiales employées étant de moins bonne qualité que celles d'une simulation pseudo-spectrale, ce déficit est généralement compensé par une meilleure résolution spatiale. La simulation numérique de l'écoulement turbulent dans un canal plan qui fait référence est celle de Kim *et al.* (1987), puisque des méthodes pseudo-spectrales ainsi qu'une résolution spatiale élevée ont été utilisées. Le choix concernant les longueurs du canal et le nombre de points de discrétisation a été fait en fonction des caractéristiques de leur simulation numérique. Les caractéristiques principales de notre simulation, et pour comparaison, de la simulation de Kim *et al.* (1987), sont présentées dans le tableau 1.1. Nous avons choisi un nombre de points de discrétisation équivalent à celui de l'étude conduite par Kim *et al.* (1987), cependant le domaine a une taille moindre. Cela implique une meilleure résolution spatiale dans les directions  $Ox$  et  $Oz$ . Afin d'améliorer la résolution spatiale, il aurait été possible de diminuer encore plus la taille du domaine. Toutefois, il a été prouvé numériquement par Jiménez et Moin (1991) que la taille du

domaine minimum est  $L_x^+ \approx 250 - 350^1$  et  $L_z^+ \approx 100$  afin de de maintenir l'écoulement turbulent et donc d'éviter sa « re-laminarisation ». La dimension  $L_x^+ \approx 250 - 350$  correspond approximativement à la longueur minimum d'un vortex alors que  $L_z^+ \approx 100$  correspond à l'espacement transverse entre deux longues étendues de courant fluide de haute ou basse vitesse appelées stries (en anglais « streaks »). Bien qu'il soit possible de maintenir l'écoulement dans un tel domaine, Jiménez et Moin (1991) expliquent que la qualité des statistiques extraites s'en voit dégradée et que le temps nécessaire à la convergence des statistiques est rallongé à cause du faible nombre de structures turbulentes dans le domaine. La taille du domaine que nous utilisons excède la taille

	Notre simulation	Kim <i>et al.</i> (1987)
$Re_\tau$	$\approx 185$	180
$L_x, L_y, L_z$	$2.5\pi\delta, 2\delta, 1.5\pi\delta$	$4\pi\delta, 2\delta, 2\pi\delta$
$N_x, N_y, N_z$	192, 129, 160	192, 129, 160
$L_x^+, L_y^+, L_z^+$	1452, 370, 872	2262, 360, 1130
$\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$	7.6, [ 1,4.6], 5.4	11.8, [0.05,4.4], 7
$\Delta t^+$	$\approx 0.1$	-

TABLEAU 1.1 – Caractéristiques de la simulation numérique.  $N_x, N_y$  et  $N_z$  représentent le nombre de points de discrétisation, et  $\Delta x, \Delta y$  et  $\Delta z$  l'espace inter-maille en unités de paroi dans les directions longitudinale, normale et transverse.

minimum nécessaire au maintien d'une turbulence pleinement développée définie par Jiménez et Moin (1991). Cependant, une étude portant sur la décroissance des corrélations spatiales des fluctuations de vitesse a été menée afin de s'assurer de l'adéquation entre la taille du domaine et la simulation de l'écoulement turbulent. Les corrélations en deux points séparés par une distance  $r$  de deux composantes du champ de vitesse, présentées dans les figures 1.2 et 1.3, sont données par l'expression suivante :

$$R_{ij}^{(k)}(\mathbf{x}, r, t) = \frac{\langle u'_i(\mathbf{x}, t)u'_j(\mathbf{x} + r\mathbf{e}_k, t) \rangle}{\sqrt{\langle u_i'^2(\mathbf{x}, t) \rangle} \sqrt{\langle u_j'^2(\mathbf{x} + r\mathbf{e}_k, t) \rangle}}. \quad (1.12)$$

Les propriétés turbulentes moyennes étant invariables par translation selon  $Ox$  et  $Oz$  et indépendantes du temps, la dépendance en temps dans l'équation (1.12) est volontairement omise et le vecteur  $\mathbf{x}$  est choisi arbitrairement tel que  $\mathbf{x} = (0, y, 0)$ . Ces corrélations sont tracées pour des séparations  $r$  allant de 0 à la demi-longueur (cf. figure 1.2) ou demi-largeur (cf. figure 1.3) du canal, car, compte tenu des conditions de périodicité, elles sont symétriques par rapport aux plans médians  $x_2x_3$  et  $x_1x_2$  respectivement. A partir de ces deux figures, nous remarquons que les valeurs de ces corrélations décroissent toutes jusqu'à des valeurs proches de zéro pour des séparations inférieures à la demi-longueur ou la demi-largeur du canal. La taille choisie pour le domaine est par conséquent assez large pour garantir qu'une faible partie de l'énergie cinétique se trouve dans

<sup>1</sup>( $\cdot$ )<sup>+</sup> : grandeurs adimensionnées par les échelles visqueuses qui sont définies à partir de  $u_\tau$  et  $\nu$ .

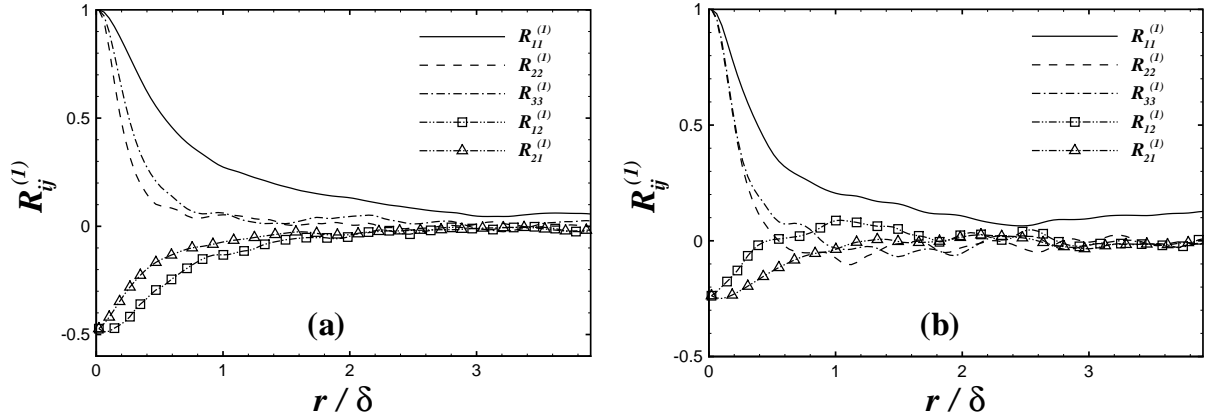


FIGURE 1.2 – Corrélations spatiales avec déplacement selon la direction longitudinale. (a)  $y^+ = 6$ . (b)  $y^+ = 155$ .

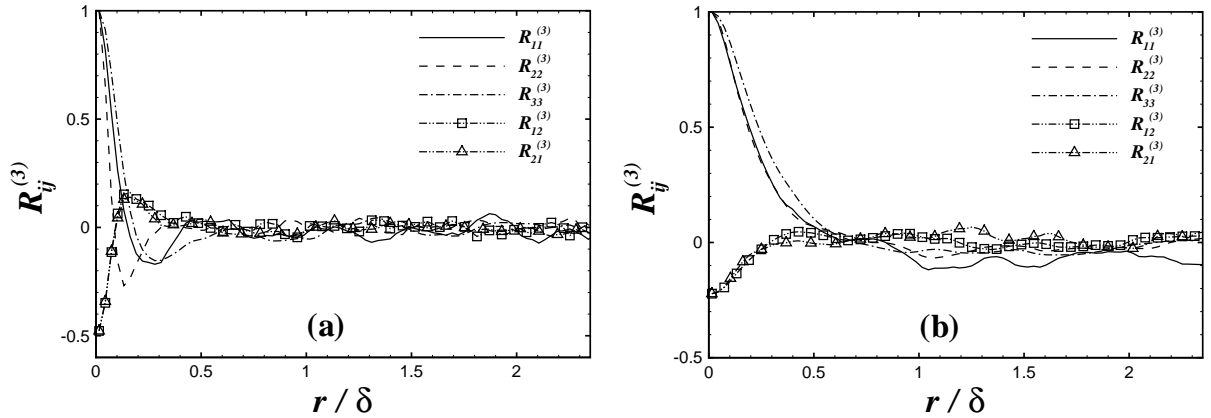


FIGURE 1.3 – Corrélations spatiales avec déplacement selon la direction transversale. (a)  $y^+ = 6$ . (b)  $y^+ = 155$ .

des structures turbulentes d'une taille supérieure à la taille du domaine (Jiménez, 1998). Jusqu'à récemment cette méthode permettant la justification de la taille du domaine prévalait. En effet, des études expérimentale et numérique récentes ont montré que de très longues structures longitudinales existent également loin de la paroi. Une grande longueur du domaine ( $L_x \approx 8\pi\delta$ ) serait alors nécessaire afin qu'il n'y ait pas d'interférences avec ces longues structures. Sur ce point, nous sommes amenés à penser que les longues structures présentes dans notre écoulement sont peut-être mal décrites.

Pour terminer, clarifions une idée reçue relative à la résolution spatiale et temporelle nécessaire afin de réaliser une simulation précise d'un écoulement turbulent par D.N.S. Généralement, il est dit que pour simuler le plus correctement un écoulement turbulent par D.N.S., la plus petite échelle de longueur de la turbulence qui est appelée échelle de longueur de Kolmogorov doit être résolue. Cependant cette échelle de longueur de Kolmogorov,  $\eta_k = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$  où  $\varepsilon$  est le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, est de l'ordre de 1 en unités de paroi. Il est par conséquent clair d'après le tableau 1.1 qu'une telle résolution spatiale n'est atteinte ni pour la simulation numérique de Kim *et al.* (1987) ni lors de la présente étude. Les résultats de Kim *et al.* (1987), qui sont

pourtant en très bon accord avec les résultats expérimentaux, laissent à penser que la plus petite échelle de longueur de la turbulence à simuler est  $O(\eta_k)$  et non pas strictement  $\eta_k$ . L'utilisation d'un schéma temporel explicite pour les termes convectifs impose une condition de stabilité sur le pas de temps donnée par le nombre de C.F.L. (Courant, Friedrichs et Lewy). Le schéma hybride que nous utilisons requiert un nombre de C.F.L. inférieur à  $\sqrt{3}$  afin d'être stable. Lors de toutes nos simulations, le nombre de C.F.L. a été fixé à une valeur inférieure ou égale à 0.8. Le pas de temps résultant de ce nombre de C.F.L. est inférieur aux échelles de temps visqueuse ( $\nu/u_\tau^2$ ) et de Kolmogorov ( $\tau_k$ ). Un pas de temps de cet ordre de grandeur permet de minimiser les erreurs de simulation des plus petites échelles de la turbulence.

### Forçage de l'écoulement

Dans le but de simuler un écoulement établi pour lequel les moyennes statistiques ne sont pas fonction de la coordonnée  $x$ , il nous faut compenser les pertes de charge dues à la viscosité du fluide étudié. Pour ce faire, un terme moteur de l'écoulement doit être ajouté à l'équation de Navier-Stokes projeté selon  $Ox$  [terme  $\mathbf{G}$  dans l'équation (1.8)]. Ce terme, analogue à une force extérieure qui agirait sur l'écoulement, fait office de terme source et peut permettre de conserver soit le gradient longitudinal de la pression moyenne, soit le débit volumique. Imposer un gradient de pression longitudinal constant revient à considérer la vitesse de frottement constante, ce qui est appréciable lorsque la résolution numérique se fait à partir des équations de Navier-Stokes adimensionnée avec la vitesse de frottement. Cependant, les simulations que nous avons entreprises ont été réalisées en maintenant le débit constant à chaque pas de temps, soit  $\partial(U_b)/\partial t = 0$ . Cette procédure numérique de conservation du débit, qui est tirée des travaux de thèse de Deschamps (1988), a l'avantage d'accélérer la transition laminaire-turbulent de l'écoulement.

## 1.4 Les travaux de référence sur la turbulence de canal

Un rappel bibliographique concernant les études expérimentales et numériques effectuées au cours du siècle dernier, et plus récemment, est proposé dans cette section. Ce rappel n'est en aucun cas exhaustif car seules les études qui nous paraissent être incontournables sont présentées.

### 1.4.1 Etudes expérimentales

Expérimentalement, l'étude d'un écoulement turbulent entre deux plaques parallèles a débuté dans les années trente et s'est surtout enrichie quelques décennies plus tard avec le développement de nouvelles techniques de mesure. Durant cette période, un des travaux le mieux documenté a été fourni par Comte-Bellot (1965) pour des nombres de Reynolds, basés sur la vitesse de débit et la demi-hauteur du canal, compris entre 57000 et 230000. Elle a mesuré les grandeurs moyennes, les tensions de Reynolds, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement de la vitesse, les spectres d'énergie ainsi que les coefficients de corrélations spatiales. Un peu plus tard, des expériences à des nombres de Reynolds plus faibles ont été réalisées par Eckelmann (1974) avec une technique d'anémométrie à fil chaud puis par Niederschulte, Adrian et Hanratty (1990) avec un système de vélocimétrie laser à effet Doppler (L.D.V.) à deux composantes. Les nombres de Reynolds spécifiés lors de ces études sont compris dans l'intervalle  $Re_b \in [2414, 3550]$ . Les mesures effectuées par

Niederschulte *et al.* (1990) ont permis notamment d'examiner la précision de la simulation numérique directe de Kim *et al.* (1987). Malgré certaines différences entre les résultats expérimentaux et numériques, il a été conclu que la D.N.S. permet de fournir une représentation précise de la turbulence de canal.

### 1.4.2 Etudes numériques

La première étude numérique significative d'un écoulement turbulent de canal a été réalisée par Moin et Kim (1982) par L.E.S., avec un modèle de sous-maille type Smagorinsky, à  $Re_\tau = 640$ . L'utilisation d'une méthode mixte pseudo-spectrales/différences finies pour évaluer les dérivées spatiales, et d'une résolution spatiale suffisante, a permis d'obtenir des résultats plus qu'encourageant pour la suite. Ce travail a révélé la capacité de la simulation numérique à décrire précisément un écoulement turbulent confiné. De plus, la possibilité d'étudier des champs de vitesse instantanées laissait à penser que des avancées notables sur la compréhension de la dynamique de la turbulence pourraient se faire dans un futur proche. Un peu plus tard, Kim *et al.* (1987) ont simulé à nouveau cette écoulement à  $Re_\tau = 180$  sans modèle de sous-maille et en utilisant des méthodes encore plus précises. Le grand nombre de statistiques présenté dans cette étude ainsi que la qualité de la simulation en font la référence incontournable en ce qui concerne les écoulements de canal plan incompressibles à faible nombre de Reynolds. L'étape suivante a été l'augmentation du nombre de Reynolds afin d'étudier la dépendance des résultats précédemment obtenus à ce nombre. Cependant, cette augmentation devant se faire en maintenant la résolution spatiale plus ou moins constante, de tels calculs n'ont été possibles que bien plus tard. Moser, Kim et Mansour (1999) ont été les premiers à présenter des résultats pour des simulations d'écoulement de canal allant jusque  $Re_\tau = 590$ . A notre connaissance, pour un écoulement turbulent confiné dans un canal, le plus haut nombre de Reynolds jamais atteint auparavant pour une simulation numérique directe est  $Re_\tau = 2003$  par Hoyas et Jiménez (2006). Cet impressionnant calcul, qui a nécessité quelques millions de processeurs et généré quelques TeraBytes de données, n'est et ne sera réalisable, pour le moment, que par une poignée d'équipes de recherche. Nous tenons aussi à citer les travaux effectués sur la turbulence et le transfert de chaleur au sein d'un canal plan par le groupe dirigé par H. Kawamura. Contrairement aux précédentes études, réalisées par des méthodes pseudo-spectrales ou mixte pseudo-spectrales/schémas compacts aux différences finies, tous leurs travaux par D.N.S. utilisent des schémas aux différences finies ordinaires. De plus, les simulations ont été effectuées pour une gamme de nombres de Reynolds assez étendue ( $Re_\tau \in [180, 1020]$ ). A partir d'un code de calcul utilisant également une discrétisation aux différences finies du second ordre, Kristoffersen et Andersson (1993) ont, quant à eux, étudié la turbulence se développant au sein d'un canal soumis à un mouvement de rotation. Que ce soit le code de calcul provenant du groupe dirigé par H. Kawamura ou celui utilisé par Kristoffersen et Andersson (1993), tous ont montré, par comparaison avec des résultats provenant de codes de calcul utilisant des méthodes pseudo-spectrales, que la précision atteinte à partir de techniques numériques par différences finies est très satisfaisante.

Une partie des résultats obtenus par ces différents groupes de recherche est accessible via Internet aux adresses suivantes :

- Kim *et al.* (1987), à  $Re_\tau = 180$ ,  
<http://cfd.me.umist.ac.uk/ercoftac/>,
- Moser *et al.* (1999), à  $Re_\tau = 180, 395$  et  $590$ ,  
<http://www.tam.uiuc.edu/faculty/moser/>,

- Groupe J. Jiménez, à  $Re_\tau = 186, 547, 934$  et 2003,  
ftp ://torroja.dmt.upm.es/channels/data/,
- Groupe H. Kawamura, à  $Re_\tau = 180, 395, 640$  et 1020,  
http ://murasun.me.noda.tus.ac.jp/db/DNS.html.
- Kristoffersen et Andersson (1993), à  $Re_\tau = 194$ ,  
http ://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/.

Pour la validation de notre code de calcul, nous avons choisi de comparer principalement nos résultats à ceux de Kim *et al.* (1987) et Moser *et al.* (1999). Ces deux études serviront de références pour ce qui est des D.N.S. par méthodes pseudo-spectrales. Il est à noter que les données issues de ces études ont été obtenues avec un code de calcul de D.N.S. quasiment similaire. La seule différence réside dans l'avancement temporelle des termes convectifs. Celui-ci est effectué par un schéma de type Runge-Kutta à trois sous-pas de temps dans la version de Moser *et al.* (1999), alors que dans celle utilisée par Kim *et al.* (1987), c'est un schéma d'Adams-Bashforth d'ordre 2 qui permet l'avancement temporel des termes convectifs. De plus, les caractéristiques de la simulation de Moser *et al.* (1999) sont quasiment identiques à celles choisies par Kim *et al.* (1987) (cf. tableau 1.1). Nous effectuerons également des comparaisons avec les résultats obtenus par Kristoffersen et Andersson (1993) à partir du moment où l'ajout de leurs données n'affectent pas la lisibilité des courbes et lorsque celles-ci sont disponibles, bien sûr. Cette dernière comparaison est intéressante puisqu'elle permet d'examiner les capacités des codes de calcul basés sur des différences finies et de situer la précision de notre code de calcul. Nous avons reporté dans le tableau 1.2, les caractéristiques principales de la simulation numérique effectuée par Kristoffersen et Andersson (1993).

$Re_\tau$	$L_x, L_y, L_z$	$N_x, N_y, N_z$	$\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$
194	$4\pi\delta, 2\delta, 2\pi\delta$	128, 129, 128	19, [ 0.5, 5], 9.5

TABLEAU 1.2 – Caractéristiques de la simulation numérique de Kristoffersen et Andersson (1993).

## 1.5 Description statistique de l'écoulement

### 1.5.1 Le calcul des statistiques

#### Les outils mathématiques

Dans le but de d'étudier les propriétés des mouvements moyen et fluctuant d'un écoulement turbulent de canal, une description statistique doit être entreprise. Pour ce faire, il est utile d'introduire tout d'abord l'opération de moyenne statistique qui permet d'extraire le mouvement moyen du fluide à partir de plusieurs réalisations du champ eulérien de la vitesse instantanée du fluide. Soit  $f$  une variable scalaire fonction de l'espace et du temps, sa moyenne d'ensemble est définie par :

$$\langle f(x, y, z, t) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f^{(i)}(x, y, z, t), \quad (1.13)$$

où  $f^{(i)}$  sont des réalisations indépendantes de  $f$ , et  $N$  le nombre de fois qu'une expérience  $i$  a été conduite. En utilisant les propriétés de la turbulence de canal, c'est-à-dire l'homogénéité statistique dans les directions  $Ox$  et  $Oz$  et la stationnarité des statistiques, sous l'hypothèse d'ergodicité, la moyenne d'ensemble peut être assimilée à la moyenne spatio-temporelle suivante :

$$\langle f \rangle = \frac{1}{L_x L_z T} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} \int_0^T f(x, y, z, t) dx dz dt, \quad (1.14)$$

avec  $T$  le temps d'observation. Comme indiqué précédemment, la moyenne spatio-temporelle de la variable  $f$ ,  $\langle f \rangle \equiv \langle f(x, y, z, t) \rangle$ , est seulement fonction de la distance à la paroi. Connaissant les caractéristiques moyennes de la variable  $f$ , nous pouvons désormais en déduire sa partie fluctuante,  $f'(x, y, z, t)$ , par :

$$f(x, y, z, t) = \langle f \rangle + f'(x, y, z, t). \quad (1.15)$$

Cette décomposition, dite de Reynolds, impose par conséquent que  $\langle f' \rangle = 0$ . L'étude des moments statistiques d'ordre supérieur à 1 peut alors être effectuée. Les plus usités pour décrire la turbulence sont la déviation standard (écart type), le facteur de dissymétrie et d'aplatissement, définis par :

- $\langle f'^2 \rangle$  : la variance. Elle mesure la dispersion de la distribution de  $f$  autour de sa moyenne et est égale à l'écart type au carré.
- $\langle f'^3 \rangle / \langle f'^2 \rangle^{3/2}$  : le facteur de dissymétrie normalisé. Il rend compte du degré de dissymétrie de la distribution de  $f$  par rapport à sa moyenne.
- $\langle f'^4 \rangle / \langle f'^2 \rangle^2$  : le facteur d'aplatissement normalisé. Ce facteur permet quant à lui de mesurer l'étalement de la distribution de  $f$ .

Par exemple, si la variable aléatoire est gaussienne, le facteur de dissymétrie est nul et le facteur d'aplatissement est égal à trois. Le calcul des moments statistiques d'ordre trois et quatre nous permettra de vérifier si l'échantillonnage a été suffisant, et si tel est le cas, d'estimer la précision de notre code de calcul par simple comparaison avec les résultats obtenus par des codes de calcul utilisant des méthodes pseudo-spectrales. Gardons à l'esprit que les simulations effectuées par des méthodes pseudo-spectrales sont celles qui permettent d'accéder, à l'heure actuelle, à ce type de grandeurs de la façon la plus précise qu'il soit.

### Application

Après obtention d'une turbulence pleinement développée à partir d'un champ de type Poiseuille auquel des perturbations sont superposées, le calcul des statistiques peut débuter. Notre choix s'est porté sur la sauvegarde d'une centaine de champs de vitesse et de pression à des intervalles de temps suffisamment grands pour qu'ils soient statistiquement indépendants. Puis à partir de ces fichiers, un programme de post-traitement nous permet de calculer les statistiques voulues en un temps très court. L'avantage de cette technique est que si le calcul d'une caractéristique de l'écoulement a été oublié, son calcul sera effectué rapidement après modification du programme de post-traitement. L'autre possibilité est de calculer les statistiques au cours de la simulation numérique de l'écoulement. Bien que cette technique permette d'avoir un échantillon de données plus grand, le processus de calcul des statistiques est plus long puisque simultanément la résolution des équations de Navier-Stokes est effectuée. En pratique, l'obtention de bonnes statistiques nécessite environ une à deux heures de calcul à partir des champs de vitesse et pression sauvegardés. Alors que, si ce calcul est conduit lors de la simulation numérique de l'écoulement, l'obtention de statistiques de qualité équivalente demandera 1 mois de calcul.



## 1.5.2 Propriétés moyennes

### La vitesse moyenne

Les profils de la vitesse moyenne correspondant à l'écoulement fluide dans les régimes laminaire et turbulent sont présentés sur la figure 1.4(a). Le demi-profil de la vitesse moyenne du fluide obtenu numériquement par Kim *et al.* (1987) en régime turbulent  $y$  est également présenté. La comparaison avec les résultats de Kim *et al.* (1987) montre un léger déficit de la vitesse moyenne près de la paroi et une surestimation au centre du canal. La valeur de la vitesse moyenne adimensionnée par la vitesse de débit,  $\langle u_1 \rangle / U_b$ , est de 1.18 au centre du canal. Cette valeur est très proche de celle trouvée par Kim *et al.* (1987), 1.16, et de celle donnée par la corrélation proposée par Dean (1978) qui est égal à 1.17.

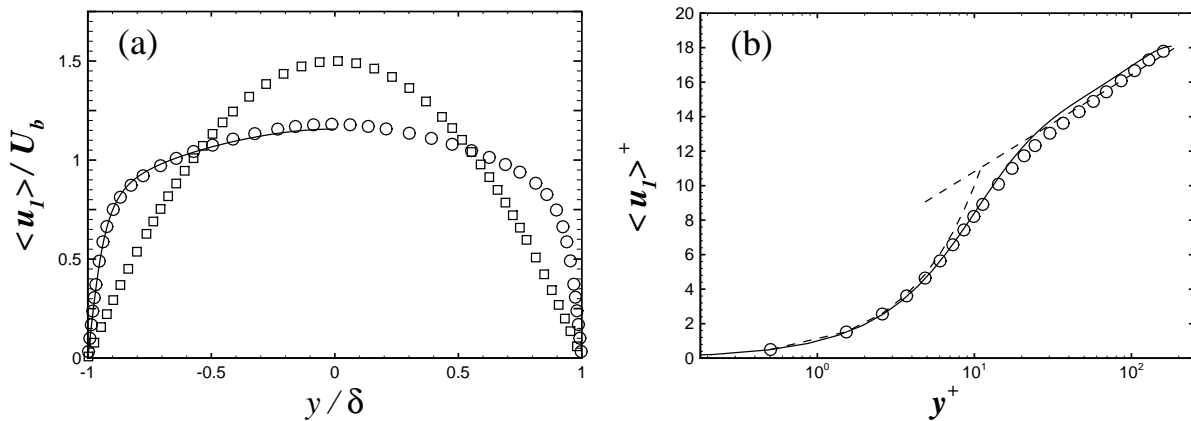


FIGURE 1.4 – Vitesse moyenne longitudinale. (a) Adimensionnée par  $U_b$  :  $\square$ , laminaire ;  $\circ$ , turbulent ; —, Kim *et al.* (1987). (b) Adimensionnée par  $u_\tau$  :  $\circ$ ,  $\langle u_1 \rangle^+$  ; —, Kim *et al.* (1987) ; - -, lois de paroi.

Afin de permettre une meilleure comparaison avec les lois de paroi usuelles, la vitesse moyenne est présentée dans la figure 1.4(b) en unités de paroi et en utilisant une échelle logarithmique pour l'axe des abscisses. Cette figure montre le bon accord de nos données avec ceux de Kim *et al.* (1987) en très proche paroi. Cependant, nous notons que la vitesse moyenne est sous-estimée par rapport à Kim *et al.* (1987) pour  $y^+ > 10$ . Cela provient du fait que la vitesse moyenne est adimensionnée par une vitesse de frottement ayant une valeur différente de celle de Kim *et al.* (1987). En effet, la vitesse de frottement est déterminée par l'équation (1.9) alors que pour Kim *et al.* (1987) cette vitesse est un paramètre. Nous obtenons une valeur de  $u_\tau/U_b = 0.066$  alors que pour Kim *et al.* (1987), ce rapport est égal à 0.064. Sur la figure 1.4(b), la vitesse moyenne est également comparée aux lois de paroi suivantes :

- $\langle u_1 \rangle^+ = y^+$  : dans la sous-couche visqueuse ( $0 < y^+ < 5$ ),
- $\langle u_1 \rangle^+ = 2.5 \ln y^+ + 5,5$  : dans la zone logarithmique ( $y^+ > 30$ ), la valeur 5.5 est celle proposée par Kim *et al.* (1987). A noter que cette valeur est fonction du nombre de Reynolds lorsque celui-ci est faible.

La vitesse moyenne correspond parfaitement à la loi de paroi qui est valable dans la zone où la viscosité prédomine (c-à-d sous-couche visqueuse). Une si parfaite correspondance n'est pas retrouvée avec la loi logarithmique. A priori, cette mauvaise représentation de la loi logarithmique est

due à l'utilisation de schémas de discrétisation aux différences finies, comme le précise Gullbrand (2000). Cette explication est à relativiser puisque Kawamura (1994) a réussi à obtenir de bons résultats en utilisant des schémas aux différences finies et en discrétisant de façon consistante (cf. annexe A.2.2). Ce léger problème ne peut être entièrement imputé à l'utilisation de différences finies. Nous pensons qu'une étude portant sur l'influence de la taille du domaine et de la forme sous laquelle sont écrits les termes non linéaires dans les équations de Navier-Stokes peut permettre l'amélioration des résultats.

### La pression moyenne

Sur la figure 1.5 est tracé le profil de la pression moyenne au sein du canal. Cette grandeur n'a pas été présentée dans l'étude de Kim *et al.* (1987) et n'est pas accessible à partir de la base de données regroupant certains de leurs résultats. Par conséquent, nous avons utilisé les données obtenues par Moser *et al.* (1999) avec un code de calcul de D.N.S. similaire à celui ayant servi dans l'étude de Kim *et al.* (1987). La seule différence réside dans l'avancement temporel des termes convectifs, la version de Moser *et al.* (1999) permet l'utilisation d'un schéma de type Runge-Kutta à trois sous-pas de temps. La comparaison montre que nos résultats sont en bon accord avec ceux de

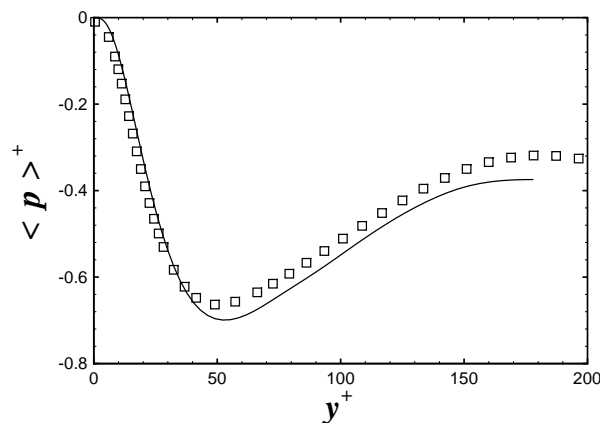


FIGURE 1.5 – Pression moyenne adimensionnée par  $\rho u_\tau^2$  :  $\square$ ,  $\langle p \rangle^+$  ; —, Moser *et al.* (1999).

Moser *et al.* (1999). Il faut toutefois savoir que les simulations numériques de Moser *et al.* (1999) ne nécessitent pas le calcul explicite de la pression lors de la résolution des équations de Navier-Stokes. Cela est rendu possible en ne résolvant pas directement les équations de Navier-Stokes mais un système d'équations couplées dérivées des équations de Navier-Stokes. Dans l'étude de Moser *et al.* (1999), ce système comprend une équation aux dérivées partielles d'ordre 4 pour la vitesse normale aux parois et une équation aux dérivées partielles d'ordre 2 pour la composante de la vorticité normale aux parois. Le champ de pression est alors déterminé en sachant qu'il doit vérifier l'équation suivante :

$$\nabla^2 p = -\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, \quad (1.16)$$

ainsi que la condition aux limites suivante :  $\partial p / \partial x_2 = \mu \partial^2 u_2 / \partial x_2^2$  pour  $x_2 = \pm \delta$ . Cette équation du type Poisson a été résolue numériquement par Kim *et al.* (1987) et Moser *et al.* (1999) par une méthode dite de Fourier/Tau-Chebyshev.

### 1.5.3 Propriétés fluctuantes : moments d'ordre 2

#### Les fluctuations de la vitesse

Le tenseur de Reynolds représente les contraintes dues à la turbulence, il est symétrique et s'écrit  $\langle u'_i u'_j \rangle$ . La moitié de la trace de ce tenseur représente l'énergie cinétique moyenne par unité de volume. L'écoulement dans un canal étant statistiquement invariant selon la coordonnée  $x_3$ , les termes  $\langle u'_3 u'_1 \rangle$  et  $\langle u'_3 u'_2 \rangle$  sont nuls. Le tenseur de Reynolds est donc composé seulement de cinq composantes. La symétrie de l'écoulement par rapport au plan situé à  $x_2 = 0$  implique que la composante  $\langle u'_1 u'_2 \rangle$  est une fonction impaire, alors que les composantes formant la diagonale du tenseur de Reynolds sont des fonctions paires. Dans la figure 1.6(a), les intensités turbulentes, c'est-

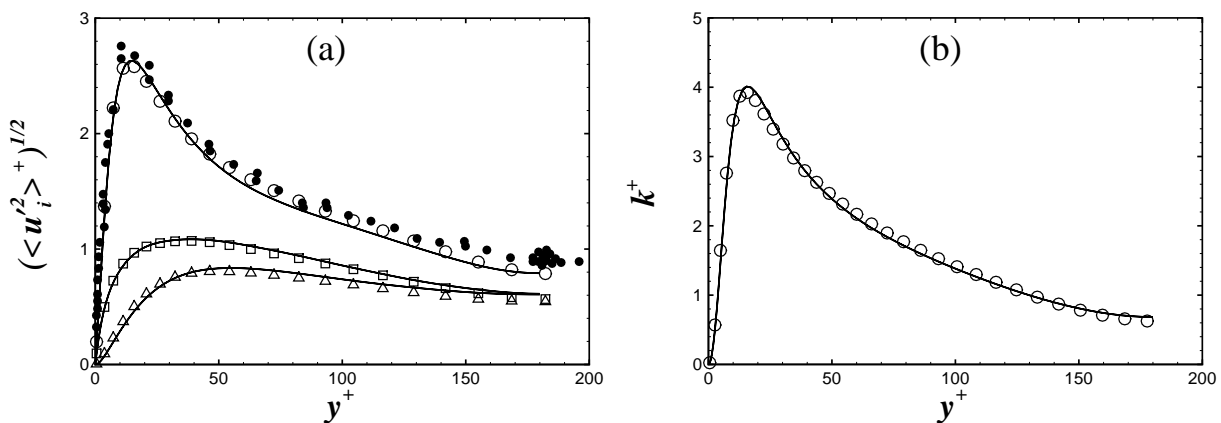


FIGURE 1.6 – (a) Intensités turbulentes :  $\circ$ ,  $i = 1$ ;  $\triangle$ ,  $i = 2$ ;  $\square$ ,  $i = 3$ . (b) Energie cinétique turbulente :  $\circ$ ,  $k^+$ . —, Kim *et al.* (1987);  $\bullet$ , Niederschulte *et al.* (1990).

à-dire la racine carrée des termes diagonaux du tenseur de Reynolds, sont tracées et comparées aux résultats numériques de Kim *et al.* (1987) et à ceux obtenus expérimentalement par Niederschulte *et al.* (1990). La comparaison avec les valeurs obtenues par Kim *et al.* (1987) indique une légère surestimation de nos résultats pour la composante longitudinale ( $i = 1$ ) pour  $50 < y^+ < 150$  alors que la comparaison est plutôt bonne avec les résultats expérimentaux. La position du maximum de la composante longitudinale de l'intensité turbulente, située à  $y^+ \approx 12$ , correspond bien à celle issue de la simulation de Kim *et al.* (1987). Cette valeur correspond à la position dans le canal où la production de l'énergie cinétique turbulente est également maximum. Les deux autres composantes de l'intensité turbulente sont quant à elles légèrement sous-estimées par rapport à Kim *et al.* (1987). Le profil de l'énergie cinétique turbulente,  $k = \langle u'_i u'_i \rangle / 2$ , est tracé sur la figure 1.6(b). Une bonne correspondance entre nos résultats et ceux de Kim *et al.* (1987) est obtenue. Au delà de la comparaison, ces différents résultats montrent que l'activité turbulente est forte dans la zone comprise entre  $0 < y^+ < 50$ . C'est aussi dans cette zone que l'anisotropie des tensions de Reynolds est la plus importante. La tension de Reynolds  $\langle u'_1 u'_2 \rangle$  est tracée sur la figure 1.7(a) et comparée aux résultats de Kim *et al.* (1987) et de Niederschulte *et al.* (1990). Nous constatons un bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques, même si les résultats présents sont légèrement inférieurs à ceux obtenus par Kim *et al.* (1987).

A partir de  $\langle u'_1 u'_2 \rangle$ , il est nous est possible de calculer la contrainte totale de cisaillement afin de vérifier le caractère pleinement développé de la turbulence au sein du canal. Pour ce faire, il

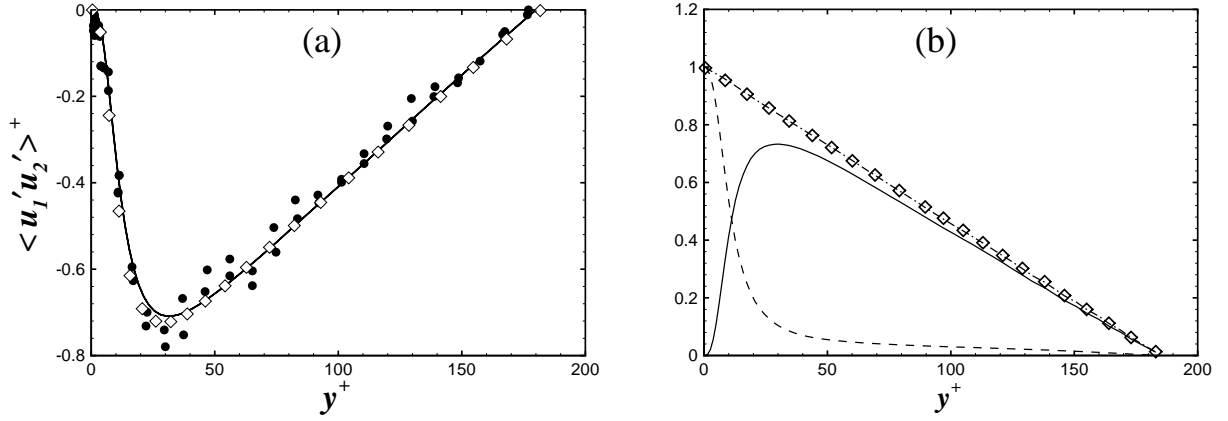


FIGURE 1.7 – (a) Contrainte turbulente de cisaillement :  $\diamond$ ,  $\langle u_1' u_2' \rangle^+$  ; —, Kim *et al.* (1987) ;  $\bullet$ , Niederschulte *et al.* (1990). (b) Contrainte totale normalisée par la contrainte pariétale :  $- \cdot -$ ,  $\partial \langle u_1 \rangle^+ / \partial x_2^+ - \langle u_1' u_2' \rangle^+$  ; —,  $-\langle u_1' u_2' \rangle^+$  ;  $- -$ ,  $\partial \langle u_1 \rangle^+ / \partial x_2^+$  ;  $\diamond$ , solution analytique.

suffit de projeter selon  $Ox_1$  et  $Ox_2$  l'équation du mouvement moyen, de simplifier les équations obtenues en considérant que l'écoulement est stationnaire et établi, et enfin, d'exprimer le gradient longitudinal de la pression moyenne en fonction de la contrainte pariétale. La contrainte totale,  $\tau_t$ , peut alors s'écrire :

$$\tau_t(x_2) = \rho \nu \frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_2} - \rho \langle u_1' u_2' \rangle = \tau_w \left( 1 - \frac{x_2}{\delta} \right). \quad (1.17)$$

Elle varie donc linéairement en fonction de la distance à la paroi et elle représente simplement la somme des contraintes de cisaillement dues au mouvement turbulent ( $-\rho \langle u_1' u_2' \rangle$ ) et à la viscosité du fluide ( $\rho \nu \partial \langle u_1 \rangle / \partial x_2$ ). Les contraintes totales obtenues numériquement et analytiquement sont comparées sur la figure 1.7(b), les contributions visqueuse et turbulente y sont également reportées. A noter que toutes ces grandeurs sont normalisées par la contrainte pariétale et exprimées en fonction de  $x_2^+$ . L'expression précédente de la contrainte totale prend alors la forme suivante :

$$\frac{\tau_t(x_2^+)}{\tau_w} = \frac{\partial \langle u_1 \rangle^+}{\partial x_2^+} - \langle u_1' u_2' \rangle^+ = \left( 1 - \frac{x_2^+}{\delta^+} \right). \quad (1.18)$$

Une observation importante découlant de la figure 1.7(b) est que la contrainte visqueuse prédomine en proche paroi ( $y^+ < 10$ ) puis devient négligeable dans le reste de l'écoulement. Le très bon accord entre les contraintes totales calculées numériquement et analytiquement prouve que les statistiques recueillies à partir de champs turbulents proviennent d'un écoulement statistiquement stationnaire et établi.

### Les fluctuations de la pression

L'écart type de la pression en unités de paroi est présenté sur la figure 1.8. Son maximum est situé aux alentours de  $y^+ = 25$  et la valeur minimum est atteinte au centre du canal. La valeur à la paroi est quant à elle environ égal à 1.6. Sont également reportés sur cette figure, les résultats issus des calculs numériques effectués par Moser *et al.* (1999) et Kristoffersen et Andersson (1993). La figure 1.8 indique que les valeurs de l'écart type de la pression que nous obtenons sont plus élevées que celles obtenues par Moser *et al.* (1999) dans la zone tampon de l'écoulement puis

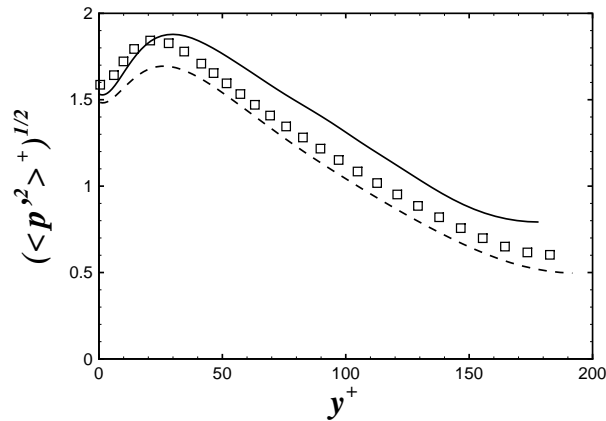


FIGURE 1.8 – Ecart type de la pression :  $\square$  ; — , Moser *et al.* (1999); - - , Kristoffersen et Andersson (1993).

plus faibles dans le reste du canal. Les résultats numériques de Kristoffersen et Andersson (1993) diffèrent également des nôtres, ces derniers étant légèrement supérieurs. A priori, notre simulation permet une meilleure prédiction des fluctuations de la pression que celle conduite par Kristoffersen et Andersson (1993). Cela est sûrement dû au fait que la résolution spatiale caractérisant notre simulation numérique est meilleure que la leur (cf. tableaux 1.1 et 1.2).

### Les fluctuations de la vortacité

Il est reconnu que certaines grandeurs sont difficiles à obtenir avec précision à partir d'un code de calcul utilisant des différences finies d'ordre 2 (cf. Rai et Moin (1991)). Parmi celles-ci, il y a tous les moments statistiques d'ordre supérieurs à deux et la vortacité. Rappelons que la vortacité est définie par  $\omega_i = -\epsilon_{ijk} \partial u_j / \partial x_k$ , où  $\epsilon_{ijk}$  est le symbole de Levi-Civita auquel est associé la valeur 1 pour toutes permutations paires de  $(i, j, k)$ ,  $-1$  pour les permutations impaires et 0 sinon. L'écart type de la vortacité est quant à lui défini par  $\langle \omega_i'^2 \rangle^{1/2}$ . Cette dernière grandeur étant fonction de dérivées spatiales de la vitesse instantanée, il est par conséquent évident qu'une estimation correcte requiert que la prédiction du champ de vitesse du fluide et la dérivation spatiale de ce champ soient effectuées avec une précision suffisante. Une telle précision est difficilement atteignable avec un code basé sur des schémas aux différences finies d'ordre 2. L'écart type de la vortacité que nous obtenons ainsi que les valeurs issues de la simulation de Moser *et al.* (1999) sont tracés sur la figure 1.9. D'un point de vue qualitatif, les formes des profils correspondant aux trois composantes sont proches de celles déterminées par une simulation pseudo-spectrale. Cependant, quantitativement, mis à part pour la composante longitudinale, il existe de nettes différences. Nous ne pouvons pas conclure de manière catégorique sur la cause de ce désaccord, c'est-à-dire si c'est le champ fluide qui n'est pas prédit assez précisément, ou bien, si c'est la méthode de calcul de la vortacité qui conduit à cela. Il faut savoir que le calcul de la vortacité n'est pas direct puisqu'une grille décalée est utilisée. Par exemple, afin de calculer  $\omega_1 = \partial u_3 / \partial x_2 - \partial u_2 / \partial x_3$ , les deux dérivées spatiales doivent être déterminées à une même position. Cela n'est possible qu'en interpolant les composantes de la vitesse en certains points puis en calculant les dérivées spatiales à partir des vitesses interpolées. Il est par conséquent clair que le calcul de la vortacité n'est pas une chose aisée, surtout lorsque des schémas aux différences finies sont utilisés pour la simulation numérique

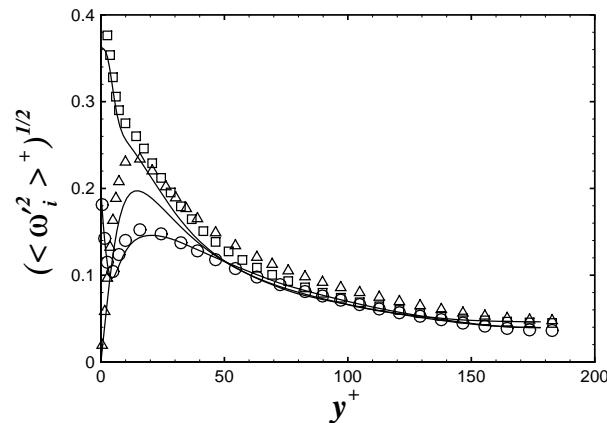


FIGURE 1.9 – Ecart type de la vorticité :  $\circ$ ,  $i = 1$ ,  $\triangle$ ,  $i = 2$ ;  $\square$ ,  $i = 3$ . —, Moser *et al.* (1999).

directe. De tels problèmes ne surviennent pas lorsque la simulation est effectuée à l'aide de méthodes pseudo-spectrales, puisque la vitesse est alors décomposée en séries trigonométriques et en polynômes de Tchebychev. Les dérivés spatiales peuvent alors être déterminées, assez simplement, en n'importe quels points du domaine sans que la précision ne soit affectée.

### 1.5.4 Propriétés fluctuantes : moments d'ordre 3 et 4

#### Coefficients de dissymétrie et d'aplatissement de la vitesse

Dans ce paragraphe, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des trois composantes de la vitesse sont présentés et comparés aux résultats obtenus par Moser *et al.* (1999) et de Kristoffersen et Andersson (1993). Ces moments statistiques étant d'un ordre élevé, une simulation numérique très précise ainsi qu'un nombre important de données sont requis afin de les estimer correctement.

Les coefficients de dissymétries sont représentés sur la figure 1.10. Remarquons tout d'abord que les valeurs de ces coefficients indiquent que les densités de probabilité des vitesses  $u$  et  $v$  sont loin d'être gaussiennes. Ensuite, pour ce qui est de  $S(w)$ , la géométrie de l'écoulement impose que ce coefficient soit nul. Si cela n'est pas vérifié, c'est que trop peu de données ont été utilisés afin d'estimer cette grandeur. Que ce soit pour les résultats présents et ceux de Kristoffersen et Andersson (1993), les valeurs de  $S(w)$  sont très proches de zéro, et cela, quelle que soit la distance à la paroi, alors que nous pouvons remarquer que les valeurs issues de la simulation de la simulation de Moser *et al.* (1999) divergent de la valeur zéro pour  $y^+ \gtrsim 110$ . Ceci est un fait assez étrange puisque l'ensemble de leurs données semble de bonne qualité. La comparaison de  $S(u)$  montre le bon accord de nos données avec celles de Moser *et al.* (1999), et souligne également que les résultats issus Kristoffersen et Andersson (1993) se trouvent toujours au-dessus des nôtres tout en étant assez proches, mis à part dans la zone de très proche paroi. Ces remarques sont dans la globalité valables pour  $S(v)$ , sauf qu'il existe cette fois une très forte différence aussi bien au niveau qualitatif que quantitatif pour  $y^+ \lesssim 20$ . En effet, Moser *et al.* (1999) observent un point d'inflexion aux alentours de  $y^+ \approx 12$  et un changement de signe de coefficient dans cette zone, aucune des simulations utilisant des schémas aux différences finies ne prédisent de telles caractéristiques. Physiquement, Moser *et al.* (1999) observent qu'il existe de fortes fluctuations positives

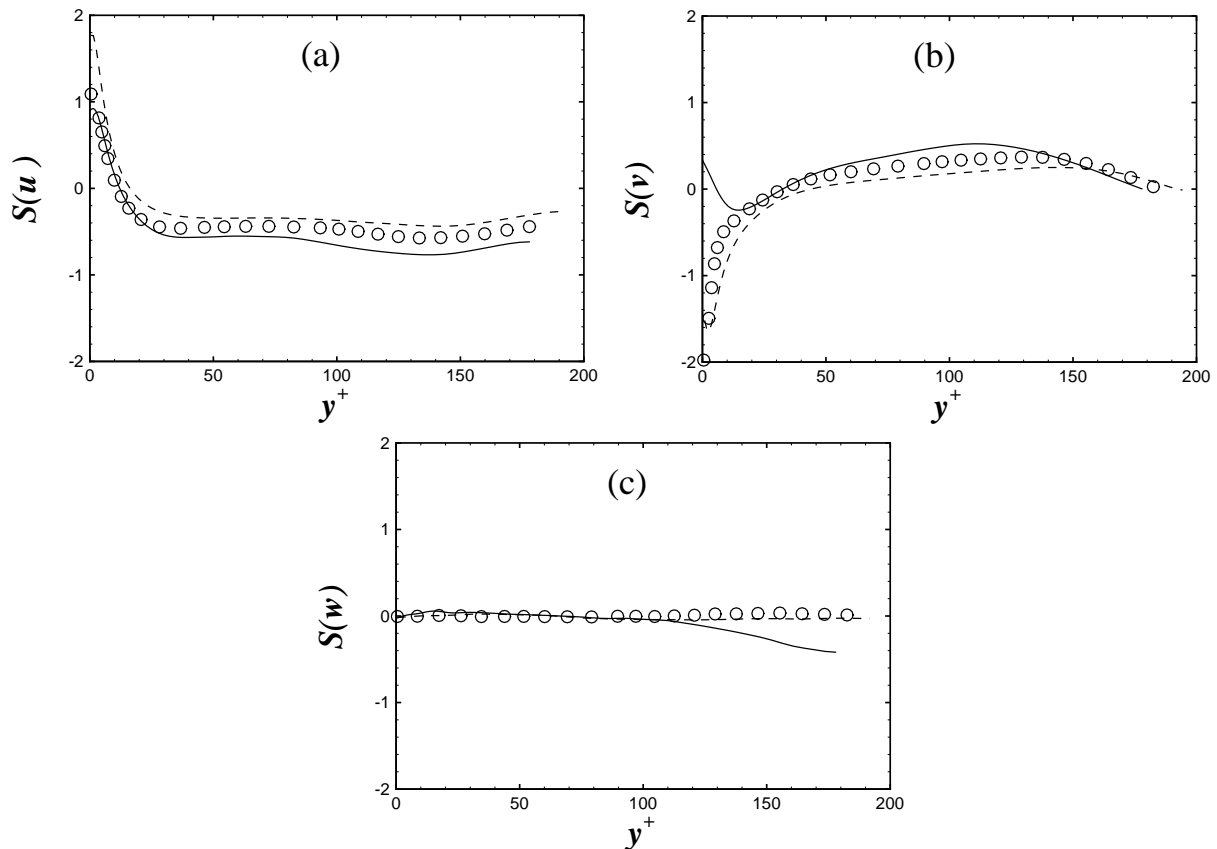


FIGURE 1.10 – Coefficients de dissymétrie. (a) :  $S(u)$ . (b) :  $S(v)$ . (c) :  $S(w)$ .  $\circ$ , présents résultats ; —, Moser *et al.* (1999) ; - - , Kristoffersen et Andersson (1993) .

de  $v$  (c-à-d  $S(v) > 0$ ) alors que les résultats issus des D.N.S. par différences finies laissent à penser que ces fortes fluctuations sont négatives (c-à-d  $S(v) < 0$ ).

Les différences notées précédemment devraient être retrouvées, voire être encore plus importantes, sur les coefficients d'aplatissement qui sont reportés sur la figure 1.11. Nos résultats pour les trois composantes de la vitesse sont qualitativement en bon accord avec ceux de Moser *et al.* (1999). Comme pour les coefficients de dissymétrie, notre simulation permet d'obtenir des résultats d'une meilleure qualité que celle effectuée par Kristoffersen et Andersson (1993). A l'exception de  $F(w)$ , notons qu'il existe d'importantes différences pour  $y^+ < 10$  entre les résultats de Moser *et al.* (1999) et ceux provenant de simulations numériques par schémas aux différences finies. Les valeurs en proche paroi peuvent atteindre deux fois celles obtenues par une simulation pseudo-spectrale. Il apparaît donc que la précision obtenue par ce type de simulation numérique est très difficilement atteignable par des schémas aux différences finies.

Un point qui n'a pas été encore abordé est la précision des machines de calculs utilisées. L'ensemble de nos calculs ont été réalisés avec des systèmes mono-processeur 32 bits. Nous pensons que si les calculs avaient été faits sur une machine ayant un processeur 64 bits, les résultats sur les coefficients dissymétrie et d'aplatissement seraient certainement différents, surtout en proche paroi. Nous pouvons affirmer cela puisque Rambaud (2001), qui a effectué ses calculs sur une station de travail équipé d'un processeur DEC Alpha 64 bits, a réussi, à partir du même code de D.N.S., à obtenir de meilleurs résultats que nous. Cela est surtout vrai en proche paroi. Les coefficients de

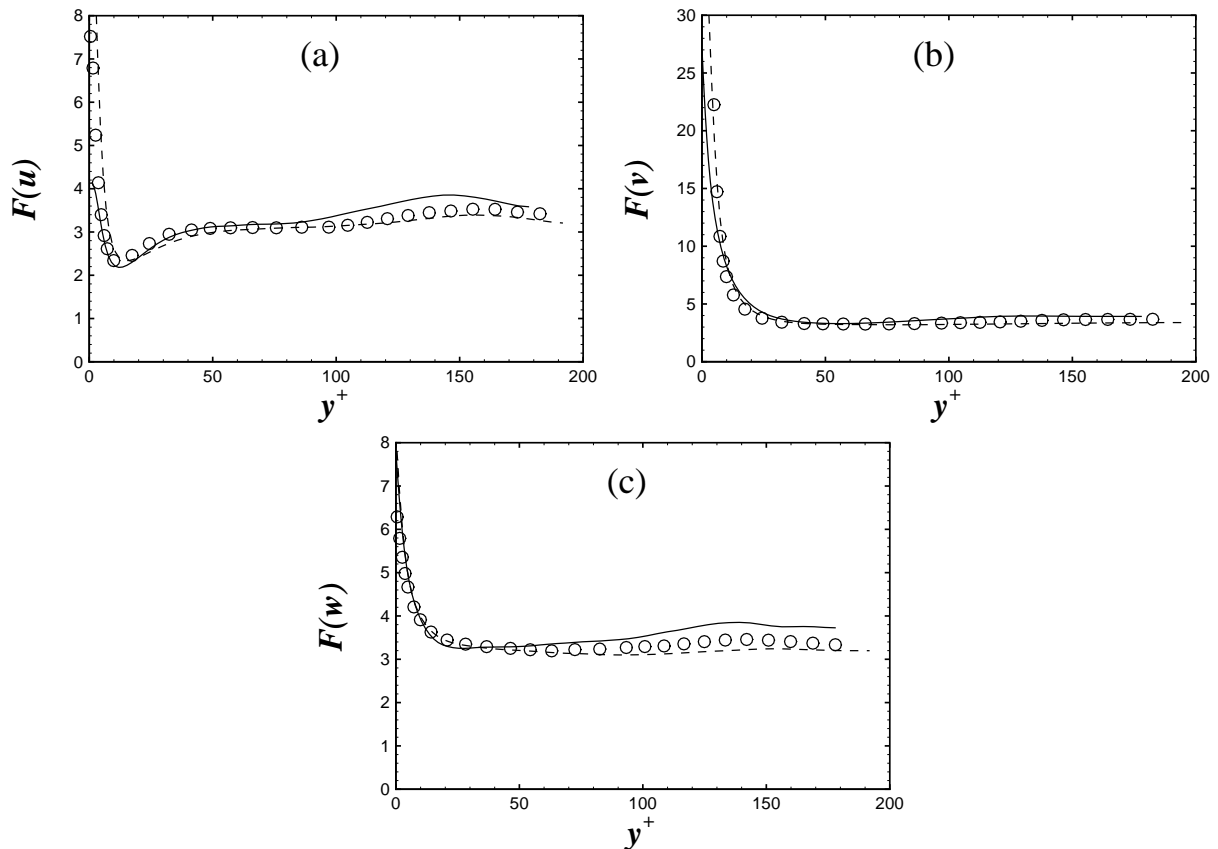


FIGURE 1.11 – Coefficients d’aplatissement (a) :  $F(u)$ . (b) :  $F(v)$ . (c) :  $F(w)$ .  $\circ$ , présents résultats ; —, Moser *et al.* (1999) ; - -, Kristoffersen et Andersson (1993) .

dissymétrie et d’aplatissement font intervenir une division par l’écart type de la vitesse à la puissance 3 et 4. Sachant que ces écart types tendent vers zéro quand on se rapproche de la paroi, il n’est pas exclu que ce problème soit juste dû à la précision de la machine et non pas à l’usage de schémas aux différences finies.

### Coefficients de dissymétrie et d’aplatissement de la pression

Les coefficients de dissymétrie et d’aplatissement de la pression sont tracés sur la figure 1.12. Moser *et al.* (1999) ne fournit pas ces données, nous les avons donc repris directement de l’article de Kim *et al.* (1987). Ces caractéristiques du champ de pression étant assez difficiles à trouver dans la littérature, nous avons également tracé des résultats issus d’une D.N.S. par méthode pseudo-spectrale de Iwamoto (2002) à  $Re_\tau = 150$ . Ces données se trouvent sur le site Internet de l’équipe de recherche dirigée par N. Kasagi <sup>2</sup>. Le coefficient de dissymétrie de la pression est positif pour  $y^+ < 10$  puis négatif, alors que les résultats issus de simulations pseudo-spectrales ont toujours des valeurs négatives. Les formes des courbes sont identiques quel que soit le type de la simulation, cependant les présentes valeurs se trouvent être trop faibles.

Les valeurs du coefficient d’aplatissement évoluent quant à elles entre 5 et 6. Elles sont aussi trop faibles par rapport aux données obtenues par Kim *et al.* (1987) et Iwamoto (2002). Toutefois,

<sup>2</sup><http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/>.



l'allure générale des résultats présents est en bon accord. Il est difficile de statuer sur le fait que les valeurs des moments statistiques d'ordre 3 et 4 de la pression obtenues par simulation pseudo-spectrale soient correctes. Car bien que les simulations de Kim *et al.* (1987) et Iwamoto (2002) aient été effectuées à des nombres de Reynolds relativement proches, nous remarquons que les valeurs du coefficient de dissymétrie et surtout d'aplatissement provenant de ces deux simulations sont loin d'être identiques.

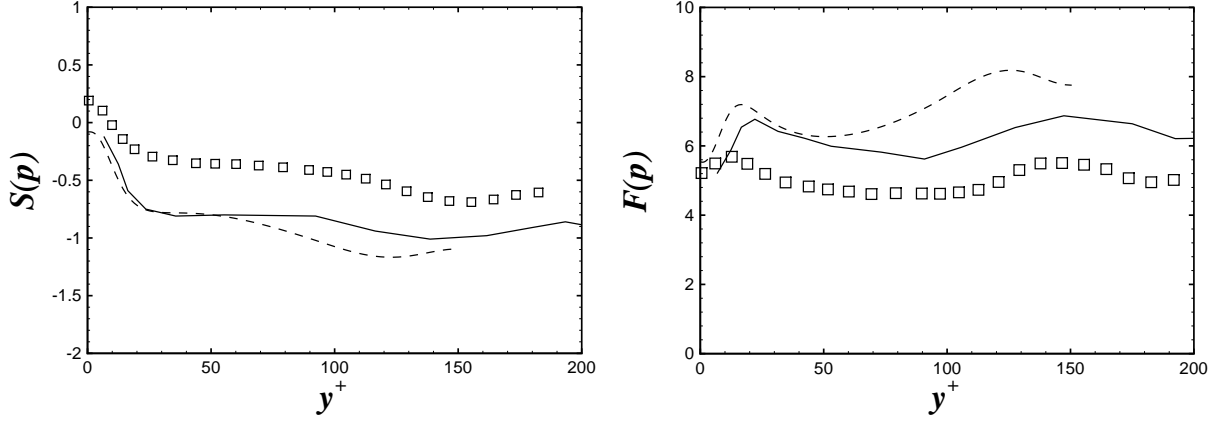


FIGURE 1.12 – Coefficients de dissymétrie et d'aplatissement de la pression,  $S(p)$  et  $F(p)$ .  $\square$ , présents résultats ; —, Kim *et al.* (1987) ; --, Iwamoto (2002).

### 1.5.5 Etude du transfert de l'énergie cinétique turbulente

Commençons par présenter l'équation de transport par le mouvement moyen des tensions de Reynolds qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{D}}{Dt} \langle u'_i u'_j \rangle = & - \left( \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k} + \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} \langle u'_i u'_j u'_k \rangle + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \langle u'_i u'_j \rangle \\ & - \frac{1}{\rho} \left( \left\langle u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle u'_j \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right\rangle \right) - 2\nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle, \quad (1.19) \end{aligned}$$

avec  $\overline{D}(\cdot)/Dt \equiv \partial(\cdot)/\partial t + \langle u_j \rangle \partial(\cdot)/\partial x_j$ .

Les termes du membre de droite représentent :

- $P_{ij} = - \left( \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k} + \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} \right)$ , la production par le mouvement moyen,
- $T_{ij} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \langle u'_i u'_j u'_k \rangle$ , la diffusion par agitation turbulente,
- $D_{ij} = \nu \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \langle u'_i u'_j \rangle$ , la diffusion visqueuse,
- $\Pi_{ij} = - \frac{1}{\rho} \left( \left\langle u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle u'_j \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right\rangle \right)$ , la corrélation avec la fluctuation de pression,
- $\varepsilon_{ij} = 2\nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle$ , la pseudo-dissipation, ce terme peut être trouvé également dans la littérature sous le nom de dissipation.

## 1.5 Description statistique de l'écoulement

Nous remarquons, à partir de l'équation (1.19), que la composante longitudinale des contraintes de Reynolds,  $\langle u_1'^2 \rangle$ , est la seule à être induite par le mouvement moyen. Ainsi, toute l'énergie cinétique produite se trouve dans  $\langle u_1'^2 \rangle$ . En l'absence de terme de production par le mouvement moyen, l'énergie contenue dans les deux autres composantes normales,  $\langle u_2'^2 \rangle$  et  $\langle u_3'^2 \rangle$ , est quant à elle entièrement sous-tirée à  $\langle u_1'^2 \rangle$  par le biais des fluctuations de la pression. On dit généralement que l'énergie est redistribuée entre les trois composantes. Ces propos sont illustrés par la figure 1.13 où sont représentés les termes intervenant dans l'équation de transport des quatre tensions de Reynolds,  $\langle u_i' u_j' \rangle$ . A noter que pour une tension de Reynolds donné, les termes qui sont positifs sont des sources d'énergie et ceux négatifs, des puits. Pour  $\langle u_1'^2 \rangle$ , le terme de production,  $P_{11}$ , est bien positif

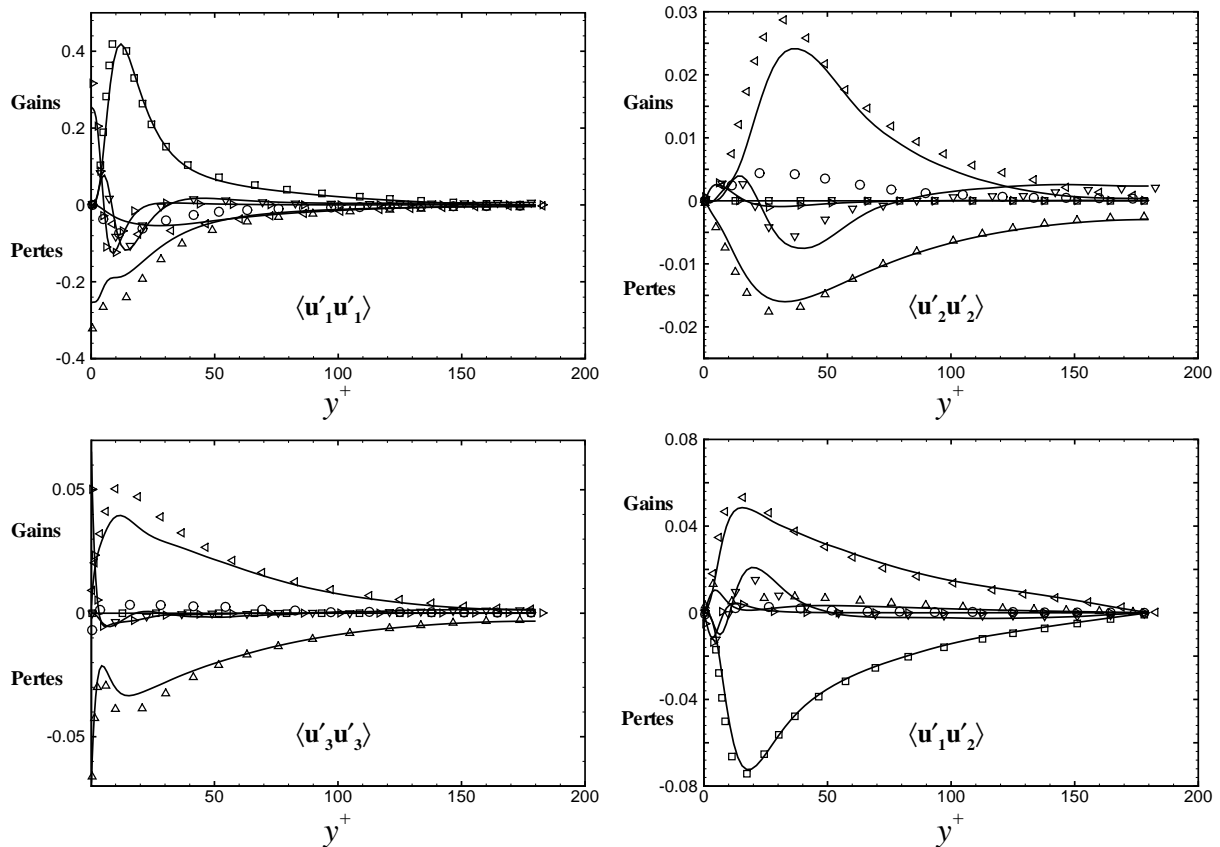


FIGURE 1.13 – Bilan des termes provenant de l'équation de transport des tensions de Reynolds  $\langle u_i' u_j' \rangle$  :  $\square$ ,  $P_{ij}^+$ ;  $\nabla$ ,  $T_{ij}^+$ ;  $\triangleright$ ,  $D_{ij}^+$ ;  $\triangleleft$ ,  $\Pi_{ij}^+$ ;  $\triangle$ ,  $-\varepsilon_{ij}^+$ ;  $\circ$ , somme de tous les termes. —, Moser *et al.* (1999).

alors que le terme de corrélation vitesse-pression,  $\Pi_{11}$ , qui est responsable de la redistribution, est un puits d'énergie car négatif. Pour les composantes  $\langle u_2'^2 \rangle$  et  $\langle u_3'^2 \rangle$ , nous constatons que la source importante d'énergie provient du terme de redistribution. La comparaison de ces termes, pour les composantes normales des contraintes de Reynolds, avec les résultats de Moser *et al.* (1999) est correcte. Il y a tout de même quelques différences notables surtout pour les termes représentant la corrélation vitesse-pression et la dissipation. Ce manque de précision engendre une somme de tous les termes qui n'est pas nulle pour  $y^+ \lesssim 100$ , ce qui devrait être le cas puisque l'écoulement étudié est statistiquement stationnaire et établi. Au contraire, pour la contrainte de cisaillement de Reynolds,  $\langle u_1' u_2' \rangle$ , la comparaison avec Moser *et al.* (1999) est satisfaisante et la somme de tous

les termes est proche de zéro.

Par simple contraction des indices  $i$  et  $j$  dans l'équation de transport des tensions de Reynolds et après multiplication par  $1/2$ , nous obtenons l'équation bilan de l'énergie cinétique turbulente,  $k = \langle u'_i u'_i \rangle / 2$  :

$$\frac{\overline{D}k}{Dt} = \underbrace{-\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}}_P - \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i u'_i u'_j \rangle}_{T} + \underbrace{\frac{1}{2} \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \langle u'_i u'_i \rangle}_{D} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u'_i p' \rangle}_{\Pi} - \underbrace{\nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle}_{\varepsilon}. \quad (1.20)$$

Les différents termes intervenant dans le membre de droite de cette équation sont tracés sur la figure 1.14. La comparaison avec les résultats de Moser *et al.* (1999) montre que l'estimation de ces termes à partir de notre simulation est tout à fait correcte. Notons tout de même, que la dissipation visqueuse, qui est en fait la pseudo-dissipation, a des valeurs un peu trop faibles lorsque  $y^+ < 50$ , ce qui conduit à une valeur négative de la somme de tous les termes dans cette même zone.

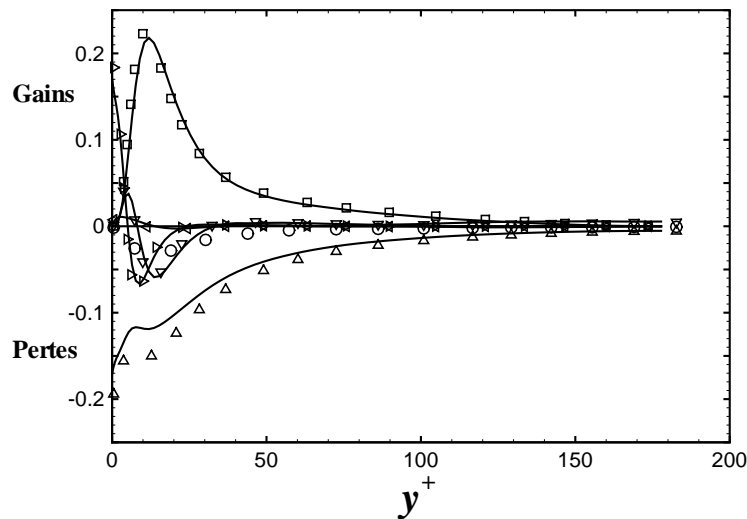


FIGURE 1.14 – Bilan des termes provenant de l'équation de bilan de l'énergie cinétique turbulente  $k$  :  $\square$ ,  $P^+$  ;  $\nabla$ ,  $T^+$  ;  $\triangleright$ ,  $D^+$  ;  $\triangleleft$ ,  $\Pi^+$  ;  $\triangle$ ,  $-\varepsilon^+$  ;  $\circ$ , somme de tous les termes. —, Moser *et al.* (1999).

Tout comme pour l'écart type de la vorticité, le calcul de la dissipation nécessite le calcul de dérivées spatiales des fluctuations de vitesse. Il est donc possible que l'utilisation de méthodes plus précises puisse améliorer la qualité de nos résultats. Par ailleurs, nous avons appris de L.M. Portela que ce problème de précision a été également rencontré par son équipe de recherche. L'obtention précise d'une telle grandeur a alors nécessité la décomposition au préalable de la vitesse en séries de Fourier. Nous n'avons pas, pour l'instant, essayé d'utiliser cette technique afin de calculer la dissipation visqueuse.

Une dernière information importante provenant du bilan de l'énergie cinétique turbulente est liée au rapport entre les termes de production et de dissipation,  $P/\varepsilon$ . Tout d'abord, ces deux grandeurs sont les plus importantes de par leurs valeurs dans le bilan de l'énergie cinétique et cela dans une grande partie du canal. De plus, le terme de production peut être quasiment égal au taux de dissipation dans certaines parties du canal. Afin de mieux rendre compte de cela, le rapport  $P/\varepsilon$  est reporté dans la figure 1.15. Les présents résultats ainsi que ceux de Moser *et al.* (1999) et Kristoffersen et Andersson (1993) révèlent que pour une zone comprise entre  $50 < y^+ < 100$ ,  $P \approx \varepsilon$ .

Dans cette zone, qui correspond à la zone logarithmique, il existe donc un quasi-équilibre entre la production et la dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Moser *et al.* (1999) ont montré que cet équilibre est plus marqué pour des nombres de Reynolds plus élevés. D'après leurs résultats obtenus à  $Re_\tau = 395$  et  $590$ , il existe bien une zone où le rapport est quasiment égal à 1. Alors que pour les simulations effectuées à des nombres de Reynolds plus faibles, ce rapport est juste proche de 1.

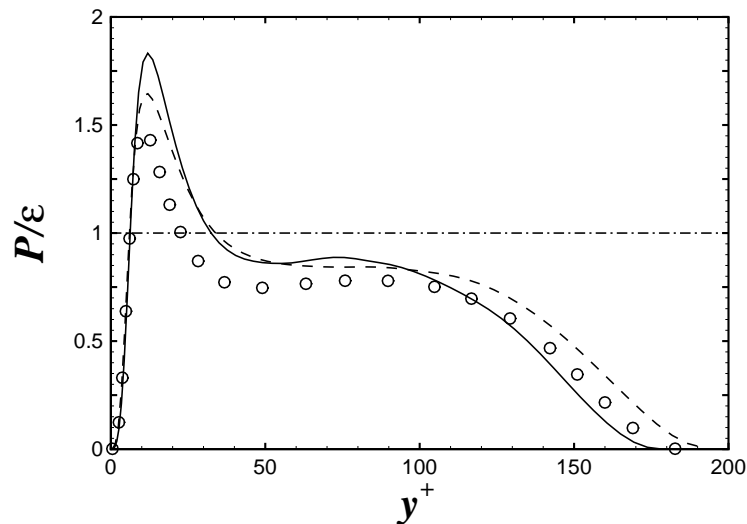


FIGURE 1.15 – Rapport entre la production et la dissipation de l'énergie cinétique turbulente  $k$  :  $\circ$ ,  $P/\varepsilon$ . —, Moser *et al.* (1999); - -, Kristoffersen et Andersson (1993).

## 1.6 Analyse corrélatrice

Bien que nécessaires, les différents moments statistiques de la vitesse et de la pression ne permettent pas d'accéder, directement ou indirectement, à toutes les caractéristiques de la turbulence. Par exemple, la notion de cohérence (ou « mémoire ») spatio-temporelle des fluctuations de la vitesse du fluide ne peut pas être étudiée à partir de telles statistiques. L'étude de cette notion peut s'effectuer grâce aux corrélations statistiques des fluctuations de la vitesse. Elles permettent d'étudier la corrélation entre deux points situés dans le domaine occupé par le fluide. Selon que la séparation entre ces deux points est fonction de l'espace ou du temps, elles prendront le nom de corrélation spatiale ou temporelle. Imaginons un champ turbulent « figé », il est alors possible d'estimer des corrélations spatiales, c'est-à-dire de quantifier la corrélation entre une certaine fluctuation en un point et les fluctuations de vitesse se situant dans son voisinage. La moyenne d'ensemble des corrélations est obtenue en effectuant cette opération dans plusieurs autres champs turbulents. Si le déplacement est désormais donné par le déplacement d'une particule fluide, la corrélation sera dite temporelle et lagrangienne. Un tel calcul consiste tout simplement à estimer la corrélation des valeurs des composantes de la fluctuation de la vitesse d'une particule fluide à un instant  $t$  avec celles obtenues à différents instants  $t + \tau, t + 2\tau, \dots$ . Ce qui revient à calculer les corrélations des fluctuations de la vitesse d'une particule fluide le long de sa trajectoire.

## 1.6.1 Corrélations spatiales et échelles de longueurs

### Les corrélations spatiales

Quelques corrélations spatiales ont été présentées précédemment (cf. §1.3.2) afin de montrer que la taille du domaine numérique n’interfère pas avec les structures turbulentes présentes dans l’écoulement. Ici, elles nous permettent de caractériser la distribution spatiale des fluctuations de la vitesse du fluide dans l’écoulement. Sur les figures 1.16, 1.17 et 1.18, sont représentées les corrélations spatiales en deux points pour des séparations selon les directions longitudinale, transversale et normale aux parois.

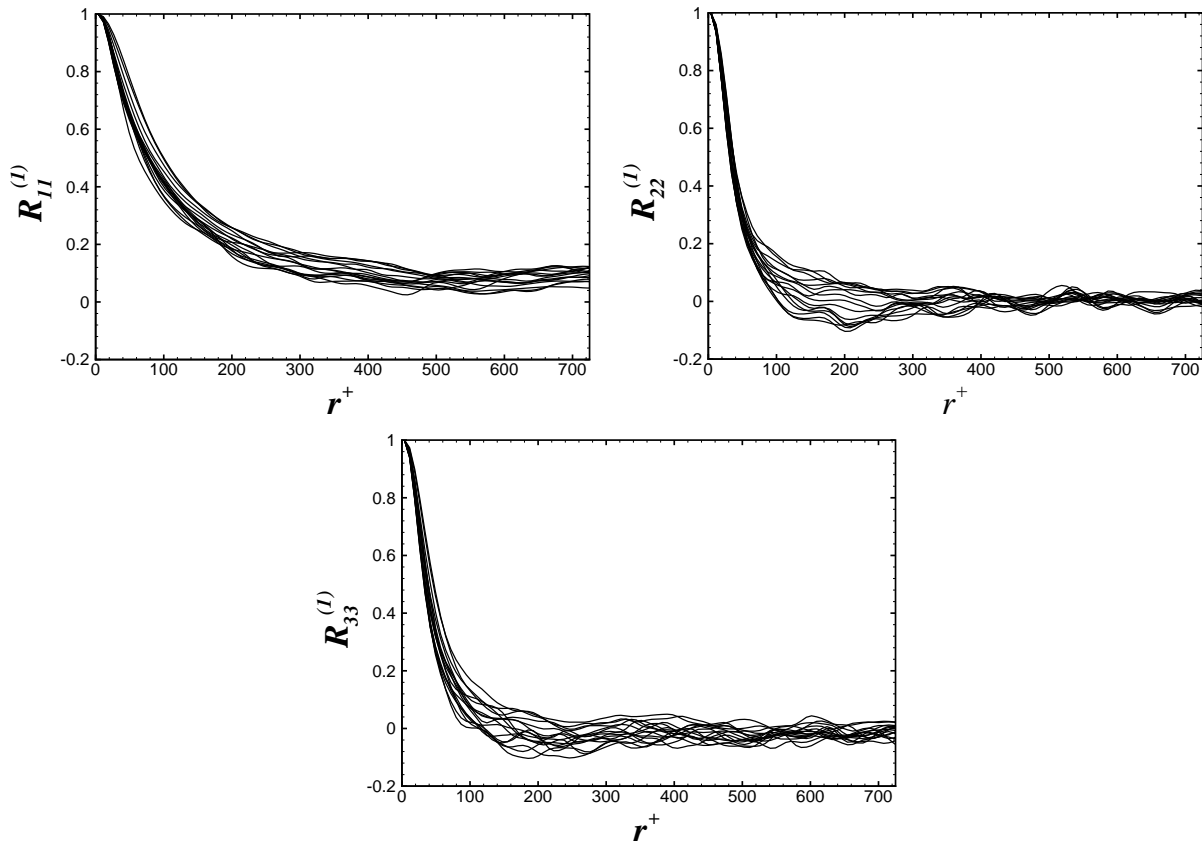


FIGURE 1.16 – Corrélations spatiales avec déplacement selon  $Ox$  pour différentes valeurs de  $y$ ,  $R_{ii}^{(1)}$ .

Les corrélations sont tracées pour différentes valeurs de  $y^+$  afin de montrer leurs évolutions en fonction de la position où celles-ci sont calculées. Il est à noter par ailleurs que nous n’avons pas représenté tous les coefficients de corrélation spatiale,  $R_{ij}^k$ , puisqu’il en existe 27, mais dû à la géométrie de l’écoulement seulement 15 sont non nuls. Les coefficients  $R_{12}^k$  et  $R_{21}^k$ , qui ne sont pas identiques, sont présentés dans l’annexe B.1 afin de ne pas surcharger cette section. Au sein de cette annexe, nous montrons également, théoriquement et à partir de résultats numériques, que pour une turbulence de canal pleinement développée  $R_{ij}^{(k)}(\mathbf{x}, r) = R_{ji}^{(k)}(\mathbf{x}, -r)$  pour  $k = 1, 3$ . Une simple étude qualitative de ces résultats nous apprend que pour des séparations longitudinales, ces coefficients diffèrent peu, et ce, quelle que soit la position à laquelle ils ont été calculés.

En considérant que les coefficients de corrélations spatiales caractérisent les plus grosses structures turbulentes, cela laisse à penser qu'il existe des structures longitudinales dont les propriétés sont plus ou moins semblables quelles que soient leurs positions dans l'écoulement. A contrario, pour des séparations uniquement transversales, les coefficients  $R_{ii}^{(3)}$  exhibent une plus grande dépendance envers la position où ils ont été calculés. De plus, pour les fluctuations  $u'_2$  et  $u'_3$ , des boucles négatives très prononcées sont visibles. Une boucle négative de  $R_{22}^{(3)}$  est un signe distinctif de la présence de structure tourbillonnaire longitudinale dans l'écoulement, alors que pour  $R_{33}^{(3)}$ , elle indique la présence d'une paire de vortex contro-rotatifs. De telles observations sur l'aspect des corrélations spatiales sont tout à fait consistantes avec ce qui a été remarqué auparavant par Kim *et al.* (1987) et Kristoffersen et Andersson (1993), et également par Moser et Moin (1984) lors de l'étude par D.N.S. d'un écoulement turbulent dans un canal légèrement incurvé.

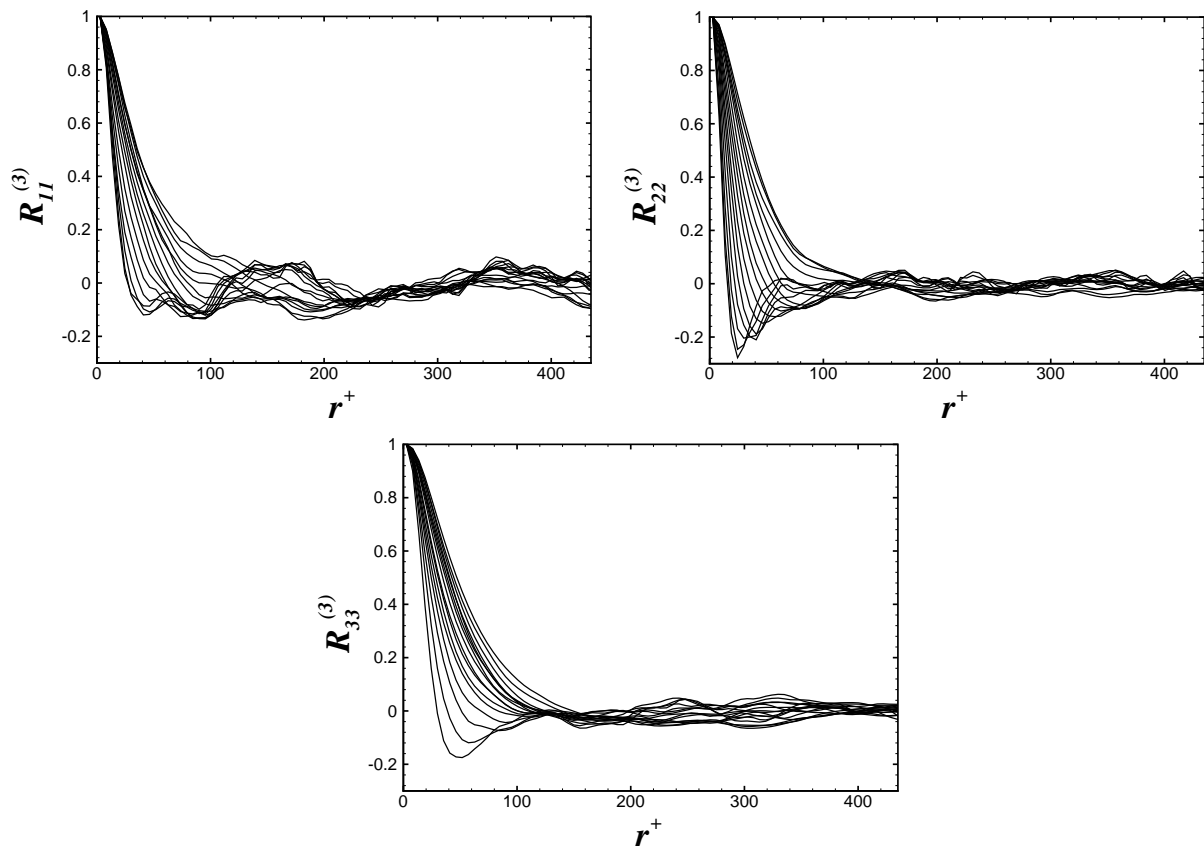


FIGURE 1.17 – Corrélations spatiales avec déplacement selon  $Oz$  pour différentes valeurs de  $y$ ,  $R_{ii}^{(3)}$ .

Les coefficients de corrélations spatiales avec séparation dans la direction normale aux parois ont été également calculés. A notre connaissance, il n'existe qu'une seule étude, effectuée expérimentalement par Comte-Bellot (1965), lors de laquelle cette grandeur a été calculée dans un écoulement de canal. Comte-Bellot (1965) a également déterminé les valeurs de  $R_{ii}^{(1)}$  et  $R_{ii}^{(3)}$ . A partir de la figure 1.18, nous observons, comme Comte-Bellot (1965), que les courbes de corrélation obtenues,  $R_{ii}^{(2)}$ , sont dissymétriques quelle que soit la distance à la paroi. Les fluctuations de la vitesse ne sont donc pas corrélées de la même façon selon que le déplacement se fait vers la paroi ou vers le centre du canal. Cette caractéristique est pour ainsi dire logique puisque la turbulence étudiée est

non homogène et l'agitation turbulente est plus importante lors d'un déplacement vers la paroi que vers le centre du canal.

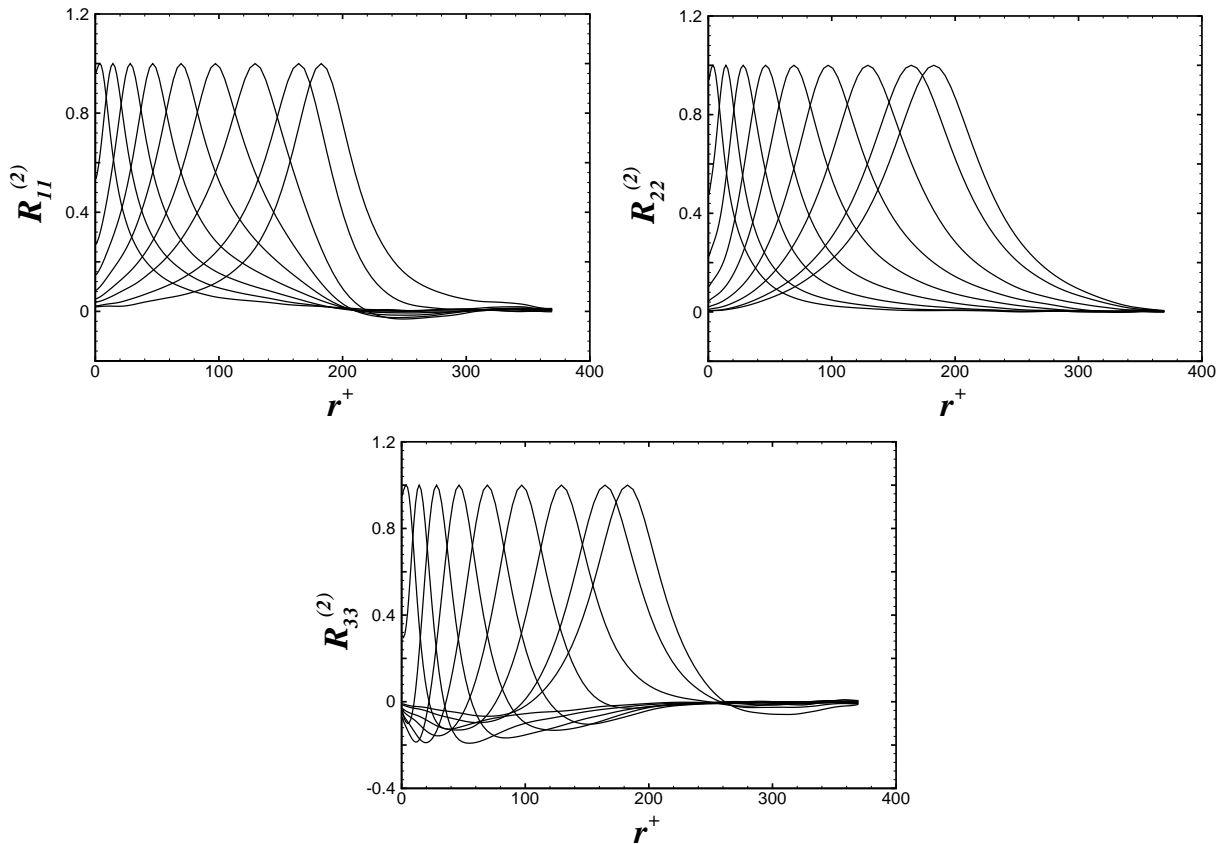


FIGURE 1.18 – Corrélations spatiales avec déplacement selon  $Oy$  pour différentes valeurs de  $y$ ,  $R_{ii}^{(2)}$ .

Une dernière remarque concerne l'importance de la définition du coefficient de corrélation  $R_{ij}^k$  afin de déterminer  $R_{ij}^{(2)}$ . Nous avons fait le choix de le définir comme étant le rapport de la covariance par le produit des écart types calculés aux positions  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x} + r\mathbf{e}_k$  [cf. équation (1.12)]. Il est possible de rencontrer dans la littérature une définition où la covariance est divisée par la variance des fluctuations qui est calculée à la position  $\mathbf{x}$ . Le problème de cette définition est qu'elle peut engendrer des valeurs pour les coefficients de corrélations  $R_{ij}^{(2)}$  non comprises dans l'intervalle  $[-1, 1]$ , alors qu'en utilisant la présente définition, nous imposons  $-1 < R_{ij}^{(2)} < 1$ .

### Les échelles spatiales

Il est possible de caractériser la corrélation spatiale des fluctuations de vitesse du fluide par une grandeur qui ne soit pas fonction du déplacement  $r$ . Cette grandeur est appelée échelle intégrale spatiale et est définie par :

$$L_{ij}^{(k)} = \int_0^\infty R_{ij}^{(k)} dr. \quad (1.21)$$

L'échelle intégrale de longueur représente tout simplement l'aire sous la courbe de  $R_{ij}^{(k)}$ . Nous pouvons donc l'assimiler à une macro-échelle qui fournit une évaluation quelque peu grossière de la taille des plus gros tourbillons. Du point de vue numérique,  $L_{ij}^{(k)}$  pour  $k = 1, 3$  a été estimé par la formule suivante :

$$L_{ij}^{(k)} = \int_0^{L_k/2} R_{ij}^{(k)} dr, \quad (1.22)$$

avec  $(L_1, L_2, L_3) \equiv (L_x, L_y, L_z)$  les dimensions du domaine numérique.

La dissymétrie des coefficients de corrélations  $R_{ij}^{(2)}$  ne nous permet pas de suivre la même procédure. Deux possibilités s'offrent à nous : soit  $R_{ij}^{(2)}$  est intégré sur toute la hauteur du canal et nous considérons que cela nous donne le double de la valeur de l'échelle intégrale spatiale ; soit  $R_{ij}^{(2)}$  est intégré à partir de la position initiale jusqu'à une paroi, puis une seconde fois de la position initiale jusqu'à l'autre paroi de sorte à obtenir deux échelles intégrales distinctes. Nous avons choisi la seconde méthode afin de conserver le maximum d'informations sur la décorrélation des fluctuations de la vitesse dans la direction normale aux parois. Ces deux échelles ont été alors estimées à partir des expressions suivantes :

$$L_{ij}^{(2-)} = \int_{-\delta}^y R_{ij}^{(2)} dr \quad \text{et} \quad L_{ij}^{(2+)} = \int_y^{\delta} R_{ij}^{(2)} dr. \quad (1.23)$$

Pour débiter la présentation des présents résultats, une comparaison de certaines de ces échelles intégrales de longueur est effectuée avec des données issues d'une simple intégration numérique des coefficients de corrélations obtenues par Moser *et al.* (1999), Iwamoto (2002) et Kristoffersen et Andersson (1993). L'intégration numérique des équations (1.22) et (1.23) a été réalisée par la méthode des trapèzes. La comparaison est effectuée sur les échelles de longueurs obtenues à partir des corrélations avec déplacement dans les directions longitudinale et transversale qui sont les seules données disponibles. Pour une direction de déplacement donnée,  $L_{11}^{(k)}$ ,  $L_{22}^{(k)}$ ,  $L_{33}^{(k)}$  et  $L_{12}^{(k)}$  ont pu être estimées à partir des données de Moser *et al.* (1999) et Iwamoto (2002) alors qu'il n'a été possible de calculer que  $L_{11}^{(k)}$ ,  $L_{22}^{(k)}$ ,  $L_{33}^{(k)}$  à partir des données de Kristoffersen et Andersson (1993).

Les échelles intégrales de longueur  $L_{ij}^{(1)}$  et  $L_{ij}^{(3)}$  sont présentées sur les figures 1.19 et 1.20 respectivement. Tout d'abord, à partir de la figure 1.19, nous constatons que pour les échelles intégrales de longueur  $L_{11}^{(1)}$ ,  $L_{22}^{(1)}$  et  $L_{33}^{(1)}$ , les valeurs obtenues à partir de notre simulation numérique ainsi que de celle de Kristoffersen et Andersson (1993) sont légèrement plus faibles que celles issues des données de Moser *et al.* (1999) et Iwamoto (2002). La différence est de l'ordre de 40 en unités de parois quelle que soit la distance à la paroi pour  $L_{11}^{(1)}$ , et légèrement plus faible pour  $L_{22}^{(1)}$  et  $L_{33}^{(1)}$ . De plus, il est visible que nos valeurs de  $L_{11}^{(1)}$  ne dépassent jamais la dimension de la demi-hauteur du canal  $\delta^+$ , alors que pour les données de Moser *et al.* (1999) et de Iwamoto (2002), cette échelle de longueur est supérieure ou quasiment égale à la demi-hauteur du canal. Les valeurs obtenues pour  $L_{12}^{(1)}$ , qui sont quant à elles négatives dans cette partie du canal, sont aussi plus faibles en valeur absolue que celles provenant des simulations pseudo-spectrales. En outre, il est à noter que les résultats issus des simulations par méthodes pseudo-spectrales de Moser *et al.* (1999) et Iwamoto (2002) sont en très bon accord pour  $y^+ < 100$ .

Les échelles  $L_{ij}^{(3)}$ , relatives à une séparation dans la direction  $Ox_3$ , sont présentées sur la figure 1.20. Les valeurs de ces échelles de longueurs coïncident presque parfaitement avec celles issues des données de Moser *et al.* (1999). Étonnamment, nous observons que les valeurs de  $L_{12}^{(3)}$  sont faibles,



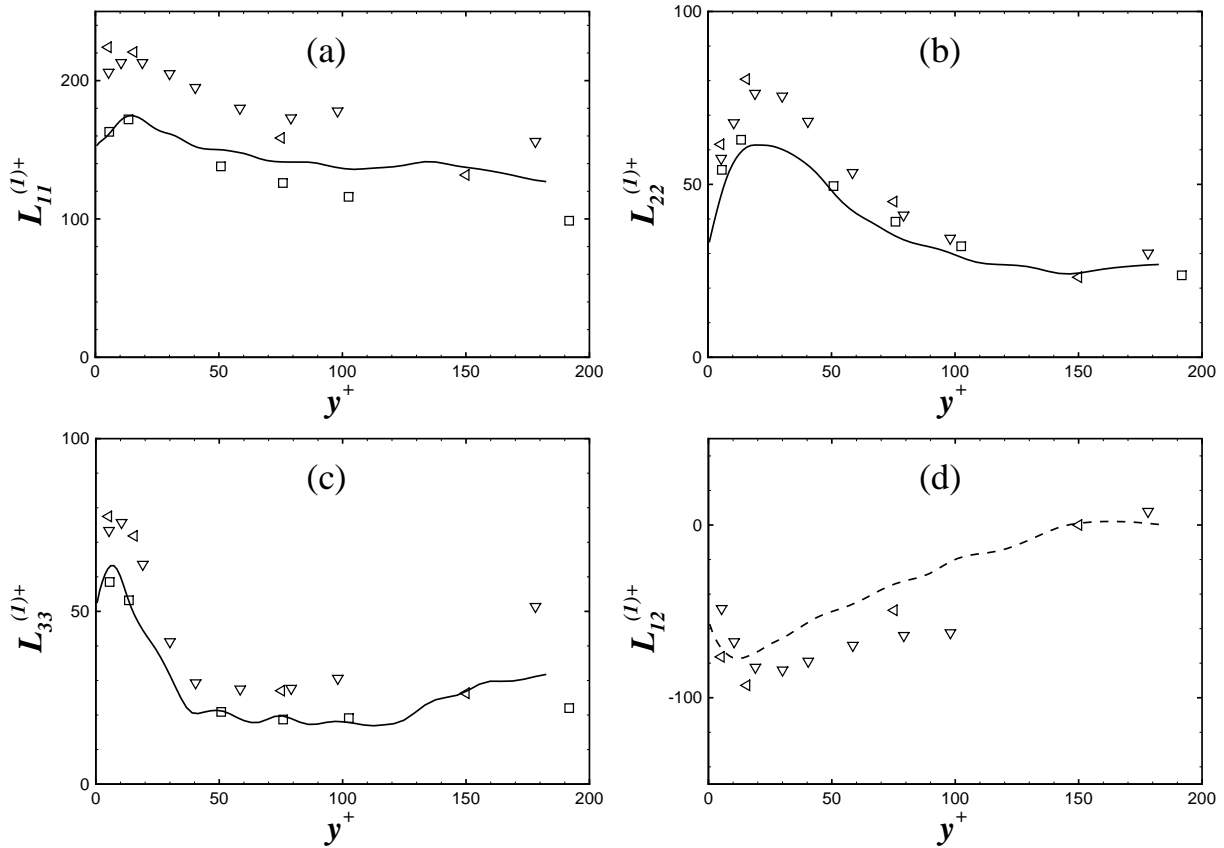


FIGURE 1.19 – Echelles intégrales spatiales  $L_{ij}^{(1)}$ . (a)  $L_{11}^{(1)}$ . (b)  $L_{22}^{(1)}$ . (c)  $L_{33}^{(1)}$ . (d)  $L_{12}^{(1)}$ . —, présents résultats ;  $\nabla$ , Moser *et al.* (1999) ;  $\triangleleft$ , Iwamoto (2002) ;  $\square$ , Kristoffersen et Andersson (1993).

voir nulles, alors que les coefficients de corrélations correspondant ne le sont pas. Cela veut tout simplement dire que l'aire sous la partie négative de la courbe de  $R_{12}^{(3)}$  est identique à celle sous la partie qui est positive.

Nous pouvons conclure de cette comparaison des échelles de longueur que, globalement, les résultats obtenus à partir de simulations numériques par différences finies sont en bon accord avec ceux provenant de simulations par des méthodes pseudo-spectrales.

Pour permettre une meilleure appréciation des différences entre toutes ces échelles spatiales, nous les avons toutes reportées dans la figure 1.21. Les valeurs de  $L_{ij}^{(2+)}$  et  $L_{ij}^{(2-)}$  y sont aussi reportées. Nous retrouvons bien la différence entre les échelles  $L_{12}^{(k)}$  et  $L_{21}^{(k)}$ , évoquée précédemment pour les coefficients de corrélations. Il est également visible que les échelles de longueurs longitudinales (c-à-d pour  $i = j = k$ ) sont plus élevées que les échelles transversales lorsque le déplacement se fait dans les directions  $Ox_1$  ou  $Ox_3$ , alors que pour un déplacement selon  $Ox_2$ , cela ne s'avère exact que pour certaines valeurs de  $y^+$ . L'ensemble des échelles de longueur ont des valeurs comprises approximativement entre 0 et 50, mis à part  $L_{11}^{(1)}$  dont les valeurs sont 3 à 4 fois supérieures. La corrélation de  $u_1'$  persiste donc plus longtemps dans l'espace que toutes les autres. Nous pouvons raisonnablement supposer que cela est dû à la présence de longues structures cohérentes dans l'écoulement. L'effet de certaines de ces structures cohérentes tridimensionnelles sur les corrélations spatiales peut être visible, cependant, il serait hasardeux d'en déduire directe-

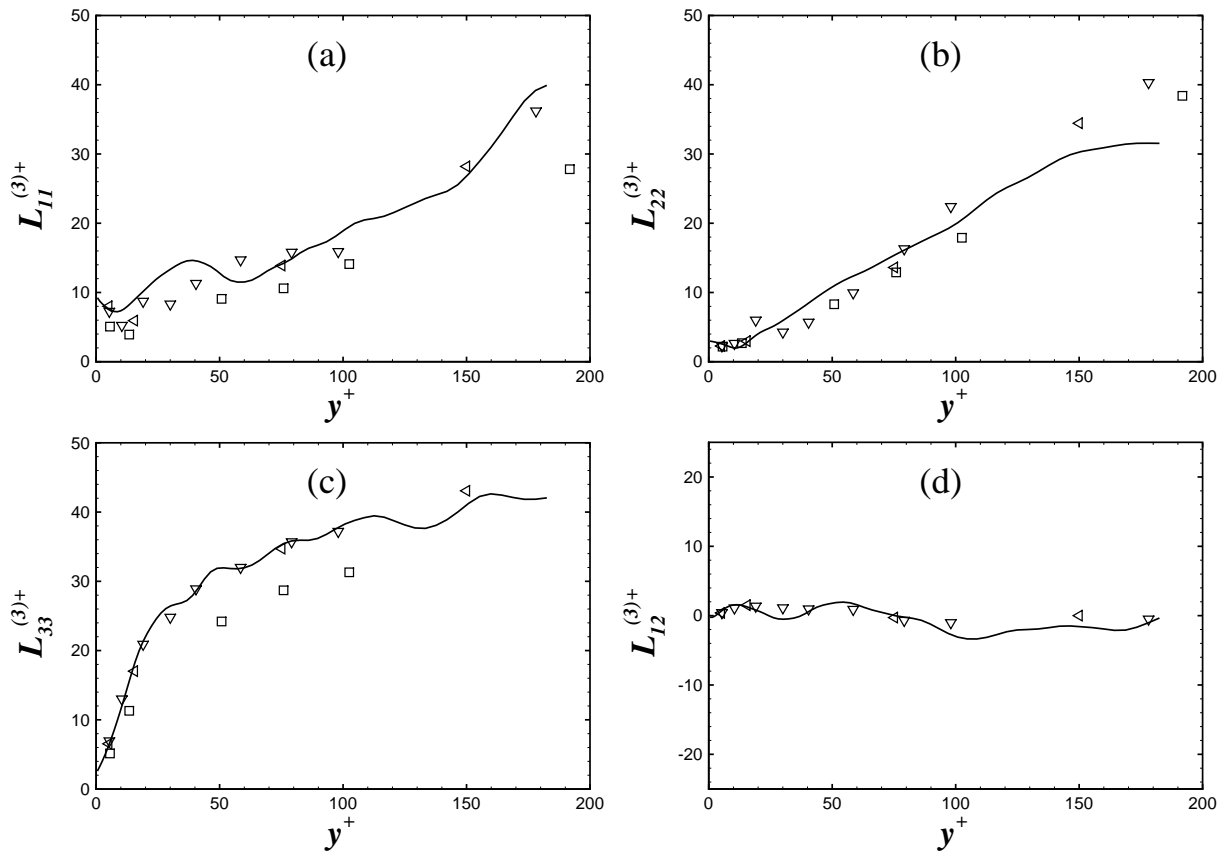


FIGURE 1.20 – Echelles intégrales spatiales  $L_{ij}^{(3)}$ . (a)  $L_{11}^{(3)}$ . (b)  $L_{22}^{(3)}$ . (c)  $L_{33}^{(3)}$ . (d)  $L_{12}^{(3)}$ . —, présents résultats ;  $\nabla$ , Moser *et al.* (1999) ;  $\triangleleft$ , Iwamoto (2002) ;  $\square$ , Kristoffersen et Andersson (1993).

ment les dimensions précises de ces structures.

En ce qui concerne les échelles de longueurs  $L_{ij}^{(2-)}$  et  $L_{ij}^{(2+)}$ , figures 1.21(c) et 1.21(d), la dissymétrie des corrélations correspondant est confirmée puisque  $L_{ij}^{(2-)}$  et  $L_{ij}^{(2+)}$  sont différentes. En proche paroi, les valeurs absolues de  $L_{ij}^{(2-)}$  sont beaucoup plus faibles que celles de  $L_{ij}^{(2+)}$ , alors qu'en s'approchant du centre du canal, elles deviennent identiques. Il est également intéressant de remarquer que l'ordre de grandeur des échelles de longueur  $L_{ii}^{(2+)}$  est le même que celui des échelles  $L_{ii}^{(3)}$ .

Nous avons vu que les corrélations spatiales ainsi que les échelles de longueur correspondantes permettent de caractériser spatialement un écoulement turbulent, bien que cela soit quelque fois hasardeux. Elles nous seront toutefois d'une grande utilité lors de l'étude de l'effet du croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de la turbulence « vue » par des particules solides.

### 1.6.2 Corrélations et échelles temporelles

#### Les corrélations temporelles

Un écoulement turbulent peut aussi être caractérisé par ses échelles temporelles de décorrélation. Pour cette étude, nous nous intéresserons seulement à deux d'entre elles, l'échelle lagran-

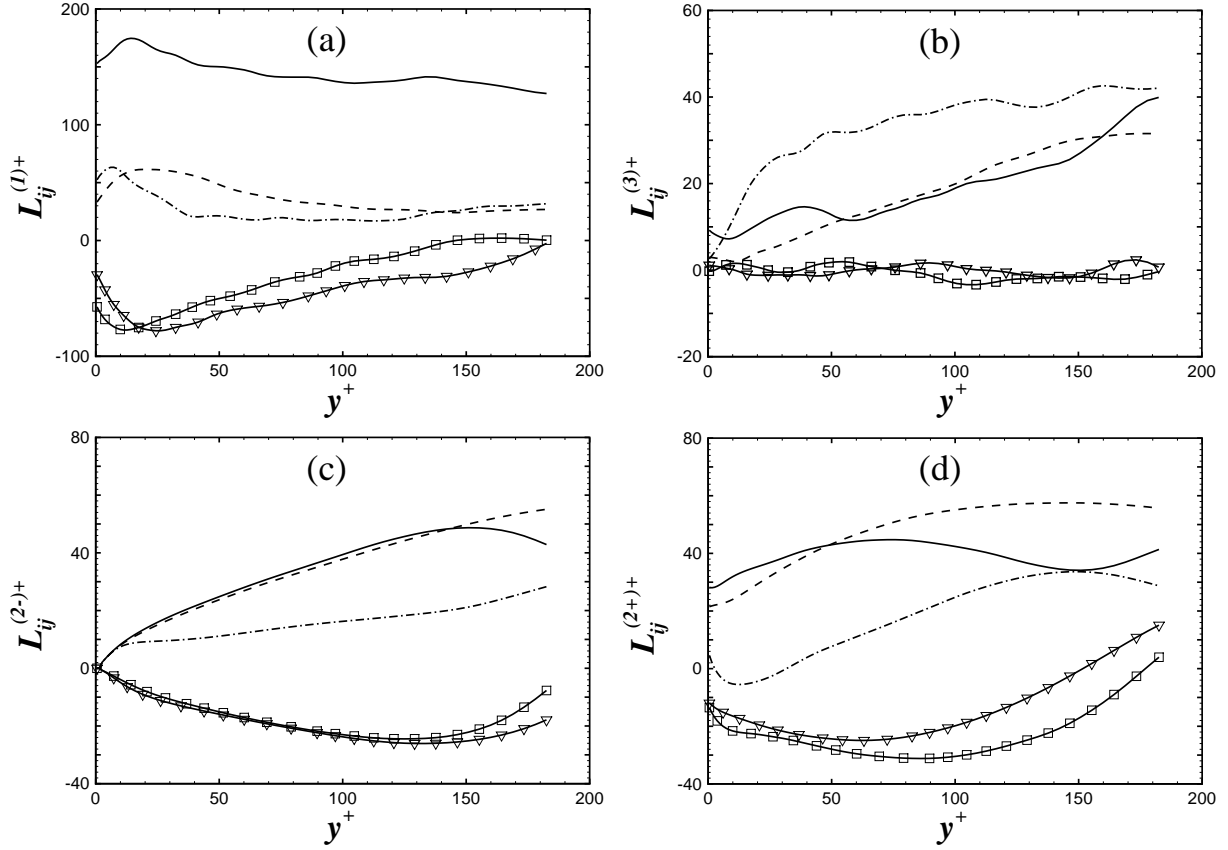


FIGURE 1.21 – Echelles intégrales spatiales  $L_{ij}^{(k)}$ . (a)  $L_{ij}^{(1)}$ . (b)  $L_{ij}^{(3)}$ . (c)  $L_{ij}^{(2-)}$ . (d)  $L_{ij}^{(2+)}$ . —,  $i = j = 1$ ; --,  $i = j = 2$ ; - · -,  $i = j = 3$ ; -□-,  $i = 1$  et  $j = 2$ ; -▽-,  $i = 2$  et  $j = 1$ .

gienne ainsi que l'échelle eulérienne dans un référentiel mobile. La première est calculée en suivant une particule fluide, la seconde en se déplaçant à la vitesse moyenne du fluide.

La corrélation lagrangienne a été calculée à partir de la définition conventionnelle suivante [cf. Choi, Yeo et Lee (2004), Iliopoulos et Hanratty (2004)] :

$$R_{ij}^L(\mathbf{x}_f(t), \tau) = \frac{\langle u'_i(\mathbf{x}_f(t), t) u'_j(\mathbf{x}_f(t + \tau), t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle u_i'^2(\mathbf{x}_f(t), t) \rangle \langle u_j'^2(\mathbf{x}_f(t + \tau), t + \tau) \rangle}}, \quad (1.24)$$

où  $\mathbf{x}_f(t)$  est le vecteur position d'une particule fluide,  $\tau$  le décalage temporel et  $\langle \cdot \rangle$  est une moyenne effectuée sur toutes les particules initialement positionnées à la même coordonnée  $y$ . Le calcul des corrélations lagrangiennes s'effectue à partir de 64 groupes de 10 000 particules fluides initialement positionnées aléatoirement dans chacune des 64 tranches parallèles aux parois qui constituent une moitié du domaine numérique. L'épaisseur des tranches correspond à la séparation dans la direction  $Oy$  entre deux points du maillage. Les particules sont ensuite suivies en résolvant numériquement l'équation décrivant leurs mouvements. Le schéma du type prédicteur-correcteur est présenté dans l'annexe B.2. Enfin, le long des trajectoires, nous calculons les coefficients de corrélation à partir des fluctuations de la vitesse des particules fluides. Rappelons que ces coefficients de corrélation sont fonction de la position initiale des particules considérées puisque l'écoulement turbulent étudié est non homogène. Sachant que 64 groupes de particules ont été positionnés entre

$0 < y^+ < 185$ , nous pourrions en déduire 64 coefficients de corrélations.

La corrélation eulérienne dans un référentiel mobile a, quant à elle, la forme suivante :

$$R_{ij}^{mE}(\mathbf{x}(t), \tau) = \frac{\langle u'_i(\mathbf{x}(t), t) u'_j(\mathbf{x}(t + \tau), t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle u_i'^2(\mathbf{x}(t), t) \rangle \langle u_j'^2(\mathbf{x}(t + \tau), t + \tau) \rangle}}, \quad (1.25)$$

où  $\mathbf{x}(t)$  est la position initiale d'une particule virtuelle et  $\mathbf{x}(t + \tau) = \mathbf{x}(t) + \tau \langle \mathbf{u}(\mathbf{x}(t)) \rangle$  sa position après un déplacement à la vitesse moyenne locale du fluide durant un laps de temps  $\tau$ . Les moyennes sont effectuées à partir de  $193 \times 161$  particules virtuelles initialement positionnées aux nœuds du maillage dans un plan parallèle aux parois. Afin de rendre compte de la non homogénéité de l'écoulement, cette corrélation est également calculée pour les 64 tranches qui constituent une moitié du domaine numérique.

L'écoulement étant statistiquement stationnaire, les corrélations temporelles sont indépendantes du moment initial  $t$ . Par la suite, nous imposons  $t = 0$ . Elles ont été calculées pour un décalage temporel en unités de paroi,  $\tau^+$ , variant de 0 à 250. Le calcul a été répété au minimum cinq fois à partir de champs de vitesse du fluide statistiquement indépendants. La moyenne des corrélations est ensuite réalisée à partir de ces différentes réalisations.

Les résultats portant sur le coefficient de corrélation lagrangienne,  $R_{ij}^L$ , sont reportés sur la figure 1.22 en fonction du décalage temporel  $\tau$  et pour quatre plans différents situés à  $y^+ = 2.6, 24.4, 100.9$  et  $168.9$ . Pour les termes diagonaux  $R_{ii}^L$ , il est à noter que la corrélation lagrangienne de la vitesse fluctuante longitudinale  $u'_1$  décroît beaucoup plus lentement les corrélations des fluctuations  $u'_2$  et  $u'_3$ , et ce quelle que soit la position initiale des particules fluides. Cette différence a déjà été soulignée auparavant lors d'études numériques portant sur la caractérisation des statistiques lagrangiennes dans un écoulement de canal (Choi *et al.*, 2004; Wang, Squires et Wu, 1995) ou celles relatives à la modélisation de la dispersion de particules solides par une approche stochastique dans un canal plan (Iliopoulos, Mito et Hanratty, 2003). Cette plus lente décorrélation des fluctuations de la vitesse du fluide  $u'_1$  a même été observée par Shen et Yeung (1997) lors d'une étude numérique par D.N.S. sur la dispersion de particules fluides dans d'un écoulement turbulent homogène cisailé. En étudiant certaines trajectoires de particules fluides initialement situées près de la paroi ainsi que la variation temporelle des composantes de la vitesse fluctuante de ces particules, Choi *et al.* (2004) ont montré qu'il existait deux principaux types de trajectoires. Le premier type de trajectoire, associé à des tourbillons longitudinaux, est hélicoïdal. Le second est quasiment linéaire dans la direction de l'écoulement moyen et induit par de longues stries de fluide. L'étude de la variation temporelle de la vitesse fluctuante leur apprend que la fluctuation de vitesse  $u'_1$  associée au deuxième type de trajectoire est plutôt lente. Ils en déduisent qu'il est donc logique que  $R_{11}^L$  décroisse plus lentement que  $R_{22}^L$  et  $R_{33}^L$ . Ce scénario est plausible en proche paroi puisque nous savons qu'il existe de nombreuses stries de faible vitesse. Cependant, sachant que ces stries de fluide ne sont pas clairement identifiables pour  $y^+ > 40$  (Kline, Reynolds, Schraub et Rundstadler, 1967; Smith et Metzler, 1983), il est difficile de croire que ce scénario soit valable quelle que soit la position par rapport à la paroi.

Les composantes  $R_{12}^L$  et  $R_{21}^L$  sont également reportées sur la figure 1.22. A notre connaissance, ces deux composantes n'ont jamais été présentées pour une turbulence non homogène. Nous pouvons toutefois citer le travail de Wang *et al.* (1995), réalisé à partir d'une simulation numérique du type L.E.S., dans lequel est présentée la composante  $R_{12}^L$  pour trois différentes positions correspondant à la sous-couche visqueuse, la zone tampon et la zone logarithmique. Il est à regretter que la composante  $R_{21}^L$  n'ait pas été également calculée. D'après la figure 1.22, nous notons que la courbe de  $R_{12}^L$

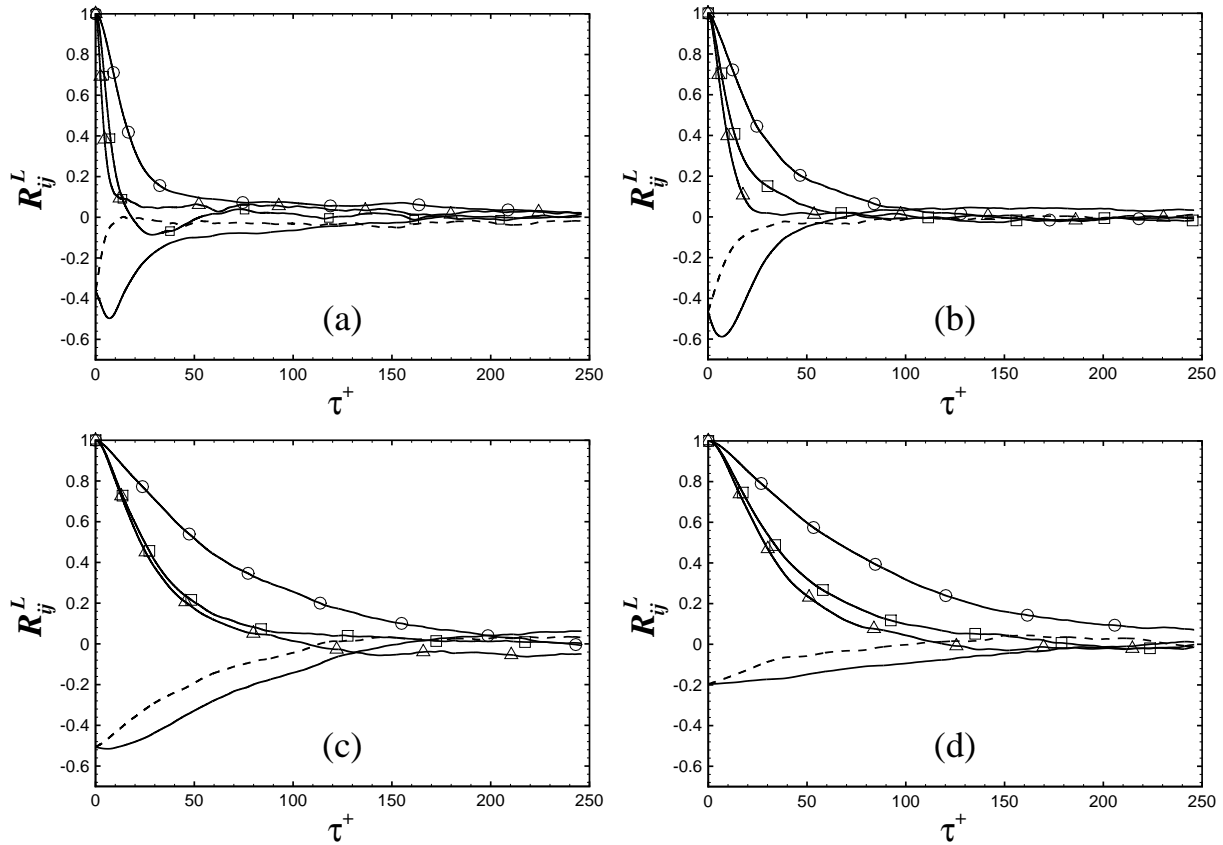


FIGURE 1.22 – Corrélations temporelles lagrangiennes  $R_{ij}^L$ . (a)  $y^+ = 2.6$ . (b)  $y^+ = 24.4$ . (c)  $y^+ = 100.9$ . (d)  $y^+ = 168.9$ .  $-\circ-$ ,  $R_{11}^L$ ;  $-\triangle-$ ,  $R_{22}^L$ ;  $-\square-$ ,  $R_{33}^L$ ;  $-$ ,  $R_{12}^L$ ;  $- -$ ,  $R_{21}^L$ .

est assimilable à une fonction en exponentielle décroissante, alors que celle de  $R_{21}^L$  ne l'est pas du fait de l'existence d'un minimum situé aux alentours de  $\tau^+ = 8$ . Cette différence tend à s'atténuer lorsque  $y^+$  augmente. Le fait que la corrélation  $R_{21}^L$  tende plus lentement vers zéro que la corrélation  $R_{12}^L$ , s'explique par le fait que les fluctuations de vitesse  $u'_1$  se décorrèlent dans le temps plus lentement que les fluctuations  $u'_2$  comme il a été remarqué précédemment. L'existence d'un minimum pour  $R_{21}^L$  qui n'est pas situé à l'origine reste pour le moment inexplicée. Par analogie avec l'étude de Choi *et al.* (2004), nous pensons qu'en étudiant quelques trajectoires caractéristiques de particules fluides ainsi que l'évolution de leurs fluctuations de vitesse dans le temps, il serait possible d'expliquer la présence de ce minimum. Il est même envisageable de calculer la corrélation lagrangienne  $R_{21}^L$  pour chacune des trajectoires, puis d'en déduire quel est le type de trajectoire qui contribue à l'existence de ce minimum. Cette démarche consiste simplement à conditionner le calcul de la corrélation par les caractéristiques des trajectoires.

Intéressons nous maintenant aux corrélations temporelles calculées dans un référentiel mobile en translation à la vitesse moyenne locale du fluide  $R_{ij}^{mE}$ . Les corrélations temporelles sont tracées sur la figure 1.23 pour les quatre mêmes plans qui ont été choisis pour présenter les corrélations lagrangiennes. Comme pour les corrélations lagrangiennes, toutes les composantes de  $R_{ij}^{mE}$  sont différentes les unes des autres et  $R_{11}^{mE}$  décroît plus lentement que  $R_{22}^{mE}$  et  $R_{33}^{mE}$ . Cette différence n'est toutefois pas aussi importante que pour les corrélations lagrangiennes. Tout comme le long des trajectoires de particules fluides, nos résultats indiquent que les fluctuations  $u'_1$  de la vitesse

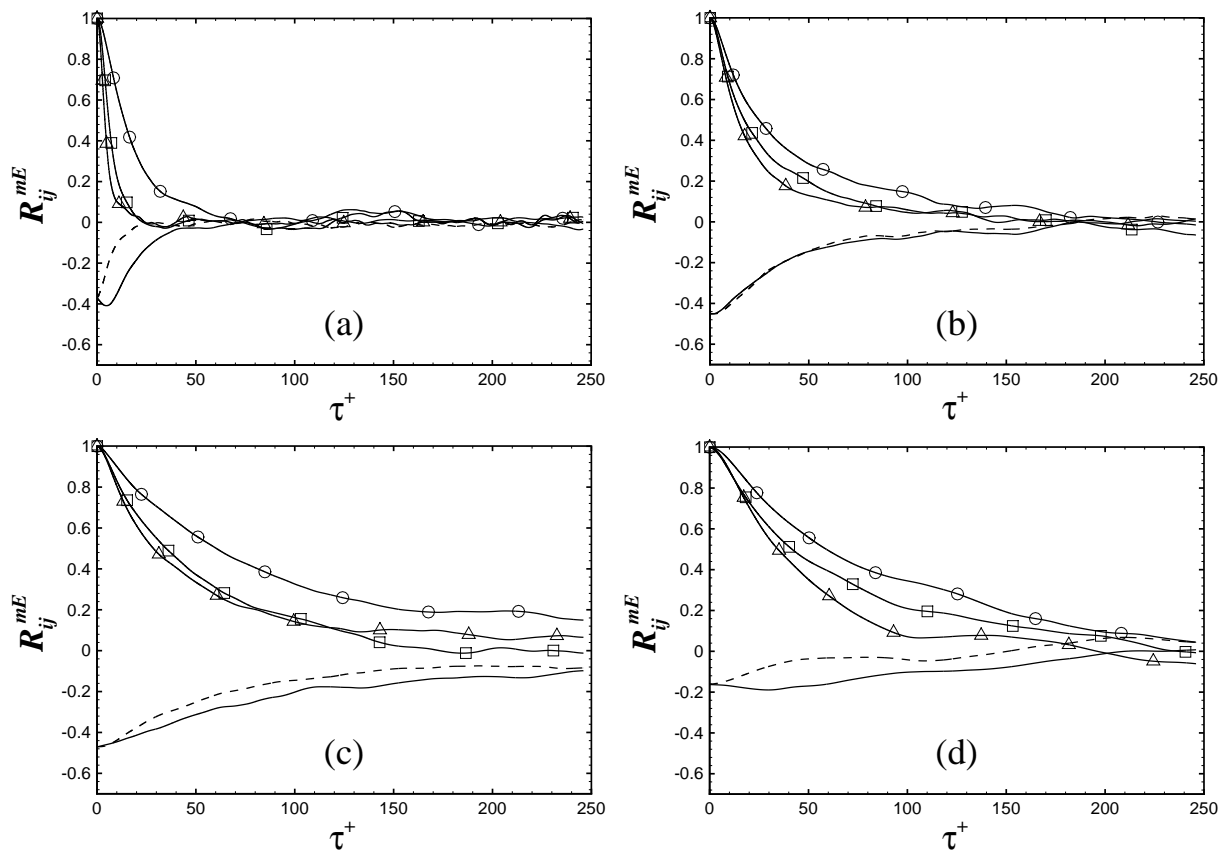


FIGURE 1.23 – Corrélations temporelles eulériennes  $R_{ij}^{mE}$ . (a)  $y^+ = 2.6$ . (b)  $y^+ = 24.4$ . (c)  $y^+ = 100.9$ . (d)  $y^+ = 168.9$ .  $\circ$ —,  $R_{11}^{mE}$ ;  $\triangle$ —,  $R_{22}^{mE}$ ;  $\square$ —,  $R_{33}^{mE}$ ; —,  $R_{12}^{mE}$ ; - - ,  $R_{21}^{mE}$ .

du fluide rencontrées par des particules ayant des trajectoires rectilignes et parallèles aux parois se décorrélaient plus lentement que les fluctuations  $u'_2$  et  $u'_3$ . Nous pouvons légitimement admettre que les causes permettant d'expliquer ce phénomène pour  $R_{11}^L$  sont identiques à celles qui induisent la lente décroissance de  $R_{11}^{mE}$ . Deux autres observations importantes, liées aux corrélations  $R_{12}^{mE}$  et  $R_{21}^{mE}$ , peuvent être dégagées de cette figure. Tout d'abord, il apparaît que les composantes  $R_{12}^{mE}$  et  $R_{21}^{mE}$  sont différentes mis à part pour le plan situé à  $y^+ = 24.4$ . La différence notée est plus importante pour le plan situé dans la sous-couche visqueuse que pour les deux autres plans. Elle peut s'expliquer de la même façon que pour les corrélations lagrangiennes  $R_{12}^L$  et  $R_{21}^L$ , le fait que la corrélation des fluctuations longitudinales de la vitesse du fluide rencontrées par les particules virtuelles décroît plus lentement que la corrélation des fluctuations de vitesse  $u'_2$  induit une décroissance plus lente de la corrélation de  $u'_2(\mathbf{x}(0), 0)$  avec  $u'_1(\mathbf{x}(\tau), \tau)$  que de  $u'_1(\mathbf{x}(0), 0)$  avec  $u'_2(\mathbf{x}(\tau), \tau)$ . L'égalité ou la faible différence entre  $R_{12}^{mE}$  et  $R_{21}^{mE}$  qui est visible pour les plans situés à  $y^+ = 24.4, 100.9$  et  $168.9$  pourrait être due au fait que  $R_{11}^{mE}$  diffère peu de  $R_{22}^{mE}$  et  $R_{33}^{mE}$ . De plus, comme pour les corrélations lagrangiennes, nous constatons l'existence d'un minimum de la courbe de  $R_{21}^{mE}$  situé à  $\tau^+ = 8$  et non pas à l'origine, cependant il n'est rencontré que pour le plan situé à  $y^+ = 2.6$ . Tout comme pour la corrélation lagrangienne, les causes expliquant ce phénomène n'ont pas été déterminées.

Nous avons vu dans ce paragraphe que l'étude des courbes des corrélations temporelles, qui se fait souvent en essayant de lier leurs caractéristiques géométriques à l'existence de structures

turbulentes organisées dans le canal, est complexe et nécessite bien souvent l'utilisation du conditionnel. De nombreuses questions restent en suspens. Il est tout de même possible d'en déduire des échelles de temps de décorrélation qui nous seront d'une grande utilité par la suite.

### Les échelles temporelles

L'échelle temporelle de décorrélation est définie par :

$$T_{ij}(\mathbf{x}(0)) = \int_0^{\infty} R_{ij}(\mathbf{x}(0), \tau) d\tau. \quad (1.26)$$

Ayant préalablement déterminé les corrélations temporelles lagrangiennes et eulériennes dans un référentiel mobile, nous pouvons en déduire deux échelles de temps caractérisant la turbulence :

$$T_{ij}^L(\mathbf{x}_f(0)) = \int_0^{\infty} R_{ij}^L(\mathbf{x}_f(0), \tau) d\tau \quad \text{et} \quad T_{ij}^{mE}(\mathbf{x}(0)) = \int_0^{\infty} R_{ij}^{mE}(\mathbf{x}(0), \tau) d\tau. \quad (1.27)$$

$T_{ij}^L(\mathbf{x}_f(0))$  désigne l'échelle temporelle lagrangienne de décorrélation, et  $T_{ij}^{mE}(\mathbf{x}(0))$  l'échelle temporelle de décorrélation dans un référentiel mobile. Nous omettrons par la suite de préciser que ces temps sont fonction de la position initiale des particules. Différentes méthodes permettent d'estimer les échelles temporelles  $T_{ij}^L$  et  $T_{ij}^{mE}$ . Souvent, les corrélations temporelles sont approchées par des fonctions exponentielles décroissantes  $\exp(-\tau/T_{ij})$ , les temps de décorrélation correspondent alors aux temps nécessaires pour que les corrélations atteignent la valeur  $\exp(-1)$  (Iliopoulos *et al.*, 2003; Wang *et al.*, 1995). Une méthode plus rapide, basée sur le même principe, consiste à considérer que le temps mis pour que les corrélations atteignent la valeur  $\exp(-1/2)$  est égal à la moitié des temps de corrélations (Iliopoulos et Hanratty, 1999). Ces deux approches ont l'avantage de permettre d'estimer les échelles temporelles rapidement et sans avoir à utiliser des méthodes numériques d'intégration. Cette dernière méthode a toutefois été choisie par Choi *et al.* (2004) afin de calculer les échelles temporelles. La convergence des intégrales des corrélations n'étant assurée du fait des oscillations de l'intégrande aux décalages temporelles élevés, il est nécessaire de fixer la limite supérieure de ces intégrales. Choi *et al.* (2004) ont fait le choix de fixer cette limite à quatre fois le temps nécessaire à la corrélation pour atteindre la valeur  $\exp(-1/2)$ . Afin de simplifier le calcul des échelles temporelles, nous les avons supposées égales au temps nécessaire pour que les corrélations atteignent la valeur  $\exp(-1)$ . Il est évident que cette méthode ne peut être appliquée au calcul de  $T_{12}^L$  ou  $T_{12}^{mE}$ . Une méthode plus générale a été utilisée. Les corrélations  $R_{12}^L$  ou  $R_{12}^{mE}$  sont approchées par la fonction exponentielle suivante :

$$R_{12}(\tau) \approx a \exp\left(-\frac{a\tau}{T_{12}}\right), \quad (1.28)$$

où  $a = R_{12}(0)$ . Nous pouvons alors en déduire que  $T_{12} = a\tau$  pour  $R_{12} = a \exp(-1)$ . La forme spécifique de  $R_{21}^L$  ou  $R_{21}^{mE}$  ne permettant pas l'utilisation de la méthode précédente, nous avons dû appliquer la méthode d'intégration numérique par trapèzes, en choisissant comme limite supérieure d'intégration, le temps pour lequel la corrélation atteint pour la première fois zéro.

L'ensemble des résultats obtenus pour  $T_{ij}^L$  et  $T_{ij}^{mE}$  est reporté sur la figure 1.24. Sachant qu'à notre connaissance, aucune valeur de  $T_{ij}^{mE}$  n'a jamais été présentée dans la littérature, ces échelles n'ont pas pu être comparées, alors que pour  $T_{ij}^L$ , nous avons reporté sur cette figure la majeure partie des résultats issus de la littérature. Ils proviennent uniquement de simulations numériques

par D.N.S. et L.E.S. Le nombre de Reynolds caractérisant chacune de ces expériences numériques ainsi que les composantes de  $T_{ij}^L$  qui en ont été extraites sont les suivants :

- Wang *et al.* (1995), L.E.S.,  $Re_\tau = 180$ ,  $T_{11}^L$ ,  $T_{22}^L$ ,  $T_{33}^L$ ,  $T_{12}^L$  ont été extraites pour trois différentes coordonnées  $y^+ \in [2.4, 93]$ ,
- Iliopoulos *et al.* (2003), D.N.S.,  $Re_\tau = 150$ ,  $T_{11}^L$ ,  $T_{22}^L$  et  $T_{33}^L$  sont présentées pour onze différentes coordonnées  $y^+ \in [1, 150]$ ,
- Choi *et al.* (2004), D.N.S.,  $Re_\tau = 200$ ,  $T_{11}^L$ ,  $T_{22}^L$  et  $T_{33}^L$  sont présentées pour quatre différentes coordonnées  $y^+ \in [5.22, 200]$ .,
- Cho, Chung, Kim et Sung (2005), D.N.S.,  $Re_\tau = 180$ ,  $T_{11}^L$ ,  $T_{22}^L$ ,  $T_{33}^L$ ,  $T_{12}^L$  et  $T_{21}^L$  ont été extraites pour dix différentes coordonnées  $y^+ \in [5, 160]$ .

Nous tenons à préciser que, dans l'étude de Wang *et al.* (1995), la composante de la corrélation lagrangienne  $R_{12}^L$  est définie quelque peu différemment de nous, puisqu'ils l'ont considérée égale au rapport de la covariance par sa valeur absolue à  $\tau = 0$ . Cette définition a été étendue à l'ensemble des composantes de  $T_{ij}^L$  dans l'étude de Cho *et al.* (2005), soit :

$$R_{ij}^L(\mathbf{x}_f(0), \tau) = \frac{\langle u'_i(\mathbf{x}_f(0), 0)u'_j(\mathbf{x}_f(\tau), \tau) \rangle}{|\langle u'_i(\mathbf{x}_f(0), 0)u'_j(\mathbf{x}_f(0), 0) \rangle|}. \quad (1.29)$$

Bernard et Rovelstad (1994) ont défini également de cette manière les corrélations temporelles afin d'en déduire certaines composantes de  $T_{ij}^L$  dans un écoulement turbulent de canal.

D'après la figure 1.24, nous observons que nos résultats pour  $T_{11}^L$  sont en bon accord malgré qu'ils soient légèrement supérieurs à ceux provenant de la littérature pour  $70 < y^+ < 150$ . Il est en est de même pour la composante  $T_{22}^L$ . Nos résultats pour  $T_{33}^L$  sont quant à eux en très bon accord avec les différentes données provenant de la littérature. Malgré l'utilisation d'une définition différente de la corrélation lagrangienne, les données de Cho *et al.* (2005) sont tout de même en bon accord avec l'ensemble des autres résultats. Nous pouvons toutefois noter que les échelles temporelles lagrangiennes  $T_{11}^L$ ,  $T_{22}^L$  provenant de l'étude de Cho *et al.* (2005) augmentent pour  $y^+$  tendant vers 0. Ce phénomène, qui a déjà été noté par Bernard et Rovelstad (1994), n'est pas retrouvé lorsque  $R_{ij}^L$  est définie par l'équation (1.24). Cela peut s'expliquer par le fait que le dénominateur de  $R_{ij}^L$  reste constant lorsque l'équation (1.29) est utilisée alors qu'il peut varier si  $R_{ij}^L$  est définie par l'équation (1.24). Par conséquent, il se peut que plus la corrélation est calculée près de la paroi, plus la migration des particules fluides vers des zones caractérisées par une forte intensité turbulente est rapide, induisant ainsi une augmentation du dénominateur de l'équation (1.24) en fonction du temps. Cela conduirait alors à une diminution plus rapide de la corrélation lagrangienne, et, par conséquent, à l'obtention d'un temps de décorrélation plus faible que si le dénominateur restait constant.

Pour les échelles  $T_{12}^L$  et  $T_{21}^L$ , la définition de la corrélation lagrangienne utilisée par Wang *et al.* (1995) et Cho *et al.* (2005) entraîne que les corrélations  $R_{12}^L = R_{21}^L = 1$  pour  $\tau = 0$  alors qu'en utilisant la définition que nous avons choisie, nous obtenons :

$$R_{12}^L(\mathbf{x}_f(0), 0) = R_{21}^L(\mathbf{x}_f(0), 0) = \frac{\langle u'_1(\mathbf{x}_f(0), 0)u'_2(\mathbf{x}_f(0), 0) \rangle}{\sqrt{\langle u_1'^2(\mathbf{x}_f(0), 0) \rangle} \sqrt{\langle u_2'^2(\mathbf{x}_f(0), 0) \rangle}}. \quad (1.30)$$

Afin de permettre la comparaison avec nos résultats, les échelles de temps déterminées par Wang *et al.* (1995) et Cho *et al.* (2005) ont été préalablement multipliées par  $\langle u'_1 u'_2 \rangle / [(u_1'^2)(u_2'^2)]^{1/2}$ . Cette



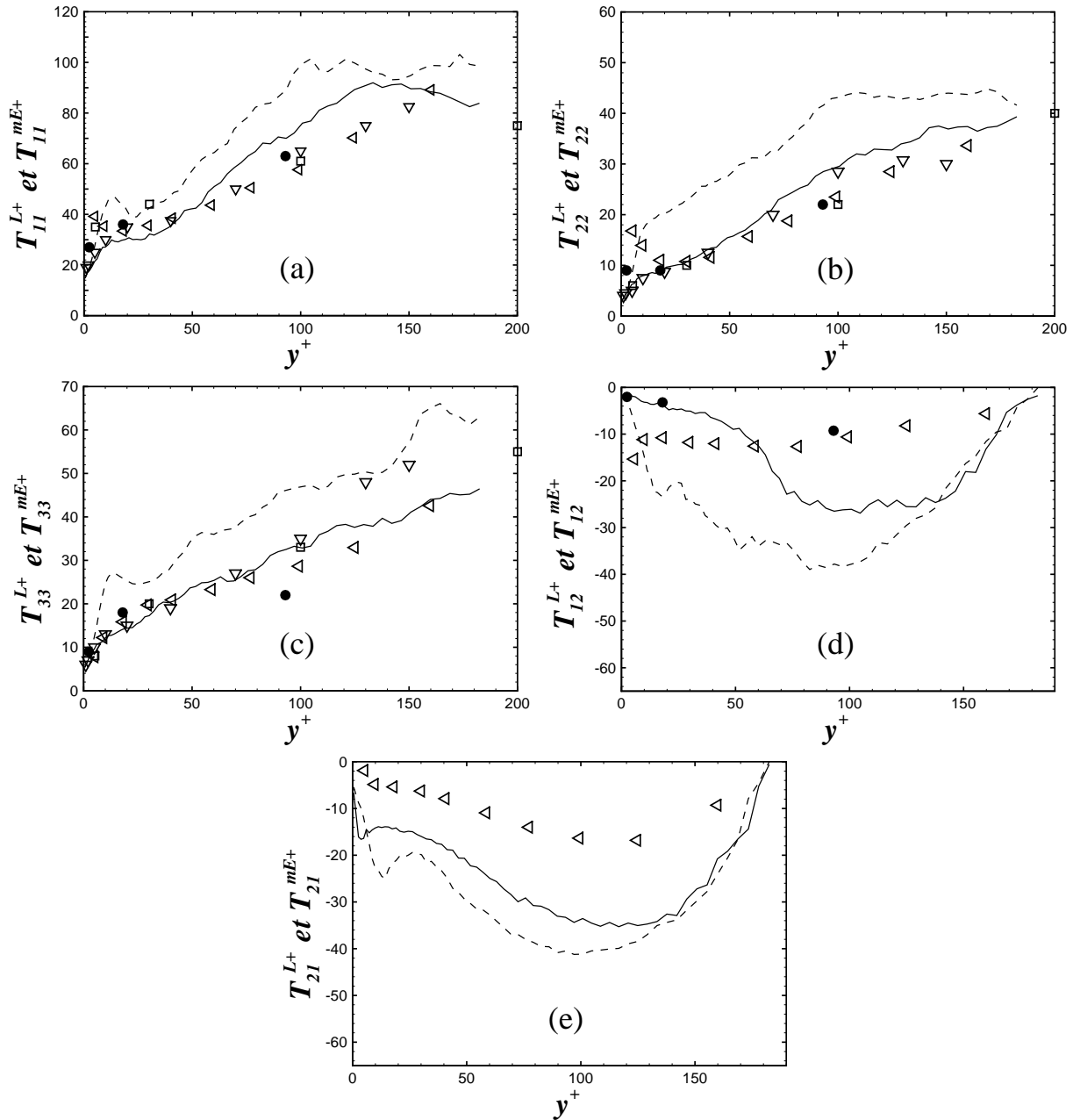


FIGURE 1.24 – Temps de décorrélation  $T_{ij}^L$  et  $T_{ij}^{mE}$ . (a)  $i = j = 1$ . (b)  $i = j = 2$ . (c)  $i = j = 3$ . (d)  $i = 1$  et  $j = 2$ . (e)  $i = 2$  et  $j = 1$ . Pour  $T_{ij}^L$  : —, présents résultats ;  $\triangleleft$ , Cho *et al.* (2005) ;  $\square$ , Choi *et al.* (2004) ;  $\nabla$ , Iliopoulos *et al.* (2003) ;  $\blacktriangledown$ , Wang *et al.* (1995). Pour  $T_{ij}^{mE}$  : - - -, présents résultats.

transformation permet seulement une estimation des échelles de temps que nous avons calculées à partir de la définition de la corrélation donnée par l'équation (1.24). Les résultats présentés sur la figure 1.24 révèlent un assez fort désaccord entre nos résultats et ceux de Cho *et al.* (2005) que ce soit pour  $T_{12}^L$  ou  $T_{21}^L$ , alors que les valeurs de l'échelle  $T_{12}^L$  sont assez cohérentes avec les deux valeurs obtenues par Wang *et al.* (1995) pour  $y^+ < 20$ .

Les valeurs des échelles temporelles lagrangiennes confirment les observations précédentes sur les corrélations. Nous retrouvons bien que l'échelle temporelle  $T_{11}^L$  est largement plus élevée que

les échelles  $T_{22}^L$  et  $T_{33}^L$  quelle que soit la valeur de  $y^+$ . Il en est de même pour la valeur absolue de  $T_{21}^L$  qui est supérieure à celle de  $T_{12}^L$ . Les échelles temporelles calculées dans un référentiel mobile sont elles aussi conformes aux observations effectuées précédemment sur les corrélations. En comparant les échelles temporelles  $T_{ij}^L$  et  $T_{ij}^{mE}$  une à une, il est intéressant de noter que les courbes de  $T_{ii}^{mE}$  et  $T_{ii}^L$  ont des formes identiques mais que les valeurs associées à  $T_{ii}^{mE}$  sont toujours supérieures à celles de  $T_{ii}^L$ , quelle que soit la valeur de  $y^+$ . Cela est aussi valable pour les valeurs absolues des composantes non diagonales (c-à-d pour  $i \neq j$ ) de  $T_{ij}^{mE}$  et  $T_{ij}^L$ . Nous pouvons en déduire que les fluctuations de la vitesse du fluide se décorrèlent plus lentement le long des trajectoires des particules se déplaçant à la vitesse moyenne du fluide que le long des trajectoires des particules fluides. Cela a déjà été constaté auparavant pour des écoulements turbulents moins complexes, par exemple, par Squires et Eaton (1990) pour une turbulence homogène isotrope décroissante ou cisailée et par Yeung et Pope (1989) pour une turbulence isotrope stationnaire.

Avant de clore ce chapitre dédié à la présentation et la validation de l'écoulement turbulent confiné, nous proposons une dernière et assez succincte étude, statistique et visuelle, portant sur l'aspect structurel de cet écoulement.

## 1.7 Approche structurale

### Analyse par quadrant des événements $u'_1 u'_2$

Une des premières études, lors de laquelle les événements turbulents ont été caractérisés par le produit des composantes longitudinale et normale aux parois de la vitesse fluctuante du fluide  $u'_1 u'_2$ , a été réalisée expérimentalement par Wallace, Eckelmann et Brodkey (1972). L'analyse consiste en

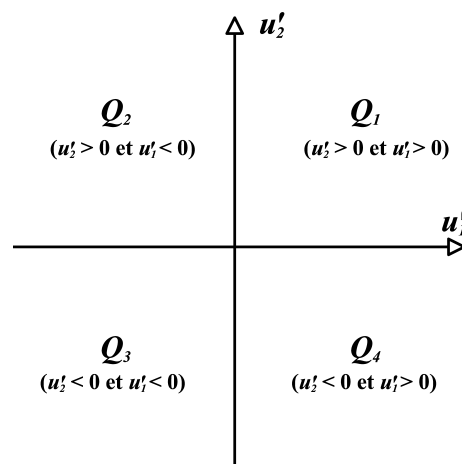


FIGURE 1.25 – Analyse du produit  $u'_1 u'_2$  selon les signes de  $u'_1$  et  $u'_2$ .

une décomposition du produit  $u'_1 u'_2$  en quatre catégories selon le signe de  $u'_1$  et  $u'_2$  (cf. figure 1.25). Le premier quadrant  $Q_1$  ( $u'_1 > 0$  et  $u'_2 > 0$ ) caractérise les mouvements de fluide dirigés vers le plan médian du canal ; le second quadrant  $Q_2$  ( $u'_1 < 0$  et  $u'_2 > 0$ ) est associé aux éjections de fluide ayant une faible vitesse longitudinale (par rapport à la moyenne) ; le troisième quadrant  $Q_3$  ( $u'_1 < 0$  et  $u'_2 < 0$ ) rend compte des mouvements lents du fluide vers la paroi ; le quatrième quadrant  $Q_4$  ( $u'_1 > 0$  et  $u'_2 < 0$ ) caractérise enfin des masses de fluide ayant une forte vitesse longitudinale

et qui se déplacent vers la paroi. Les quadrants  $Q_2$  et  $Q_4$  contribuent donc de façon négative à la contrainte turbulente de cisaillement, et par conséquent, induisent une production de l'énergie cinétique turbulente positive, alors que  $Q_1$  et  $Q_3$  y contribuent de façon positive et donc conduisent à une production turbulente négative. La contrainte turbulente de cisaillement étant négative dans cette partie du canal, nous en déduisons que les événements turbulents appartenant à  $Q_2$  et  $Q_4$  sont plus nombreux ou bien plus intenses que ceux appartenant à  $Q_1$  et  $Q_3$ .

Sur la figure 1.26, nous avons reporté, à partir d'une réalisation du champ de vitesse du fluide, les valeurs du produit  $u'_1 u'_2$  dans le plan  $(u'_1, u'_2)$  à quatre positions différentes à travers le canal ( $y^+ = 3.7, 28.1, 82.2$  et  $145.8$ ). Les hyperboles correspondent au produit  $u'_1 u'_2$  égale à cinq fois la

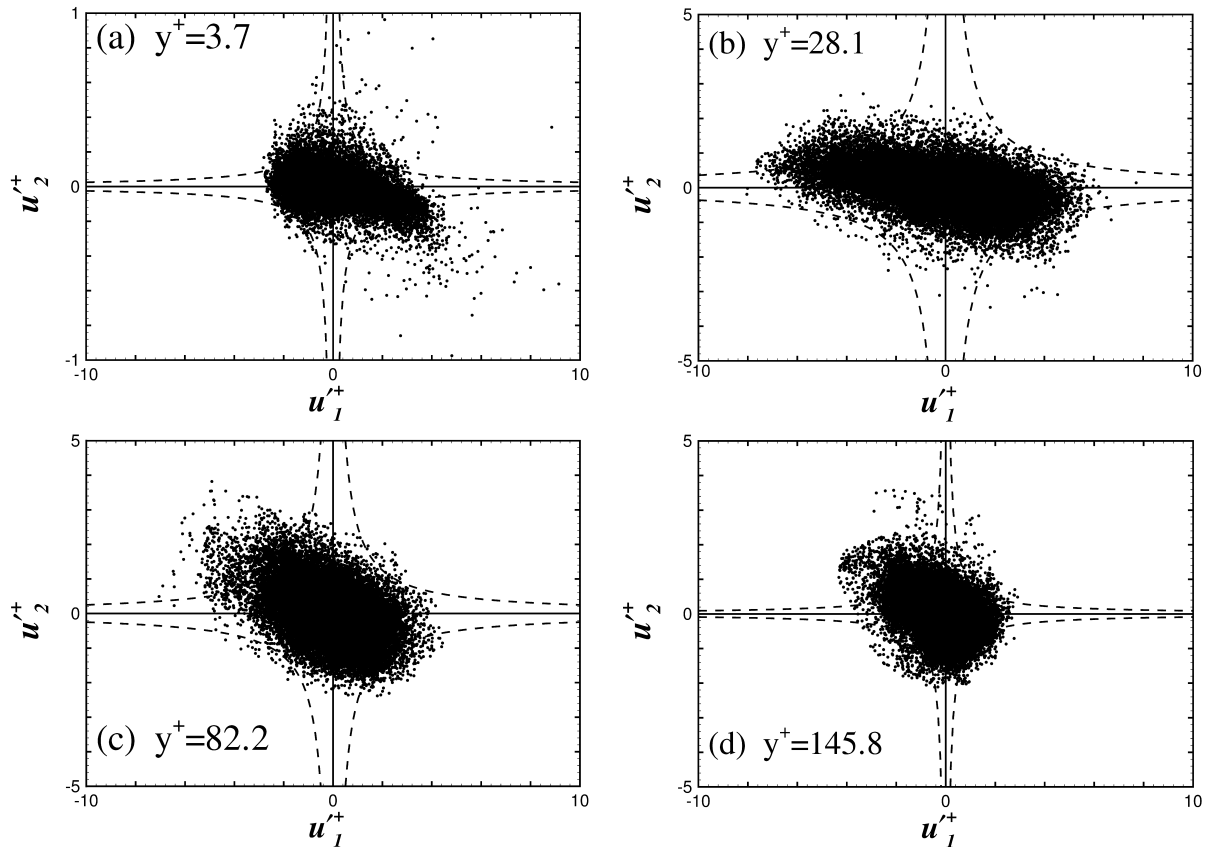


FIGURE 1.26 – Analyse du produit  $u'_1 u'_2$  dans l'espace des phases des fluctuations de la vitesse du fluide  $(u'_1, u'_2)$ . --, hyperboles correspondant à  $u'_1 u'_2 = \pm 5 \langle u'_1 u'_2 \rangle$ .

valeur moyenne des contraintes turbulentes de cisaillement, elles permettent de rendre compte de l'intensité des événements turbulents extraient du champ turbulent. Cette figure nous permet aussi de situer dans quel quadrant sont les événements turbulents les plus intenses en fonction de  $y^+$ . Nous observons que dans la sous-couche visqueuse, ces événements appartiennent principalement à  $Q_4$ , alors qu'en dehors de cette zone, ils appartiennent majoritairement à  $Q_2$ . Notons que ces événements turbulents peuvent être extrêmement intenses dans la sous-couche visqueuse. En effet, nous avons observé dans cette zone que certaines masses de fluide pouvaient avoir une vitesse fluctuante longitudinale qui est quatre à cinq fois supérieure à la vitesse moyenne locale (données non visibles sur la figure 1.26).

Les distributions instantanées des événements  $u'_1 u'_2$  dans un plan  $(u'_1, u'_2)$  permettent d'étudier

grossièrement les réalisations de  $u'_1 u'_2$  en fonction des signes de  $u'_1$  et  $u'_2$ . Il est toutefois impossible, par exemple, d'en déduire leurs intensités et leurs nombres. Pour étudier quantitativement et individuellement les événements turbulents en fonction de leur appartenance à un quadrant, il nous faut utiliser les moyennes conditionnelles. Dès lors, nous pouvons définir la valeur moyenne de  $u'_1 u'_2$  sachant que  $u'_1 u'_2$  appartient à  $Q_i$  de la manière suivante :

$$\langle u'_1 u'_2 | Q_i \rangle = \frac{\sum_{n=1}^{n=N(Q_i)} (u'_1 u'_2)^{(n)}}{N(Q_i)} \quad \text{pour } i = 1, 2, 3, 4, \quad (1.31)$$

où  $n$  correspond à la  $n$ -ième réalisation de  $u'_1 u'_2$  appartenant au quadrant  $Q_i$  et  $N(Q_i)$  le nombre total de ces réalisations. Les moyennes conditionnelles sont liées à la moyenne effectuée sur l'ensemble des réalisations de  $u'_1 u'_2$  par :

$$\langle u'_1 u'_2 \rangle = \frac{1}{N^t} \sum_{i=1}^{i=4} \langle u'_1 u'_2 | Q_i \rangle N(Q_i), \quad (1.32)$$

avec  $N^t = \sum_{i=1}^{i=4} N(Q_i)$ , le nombre total de réalisations. Afin d'étudier l'intensité de chacun des événements appartenant à  $Q_i$ , nous avons reporté sur la figure 1.27 les rapports  $(N(Q_i) \langle u'_1 u'_2 | Q_i \rangle) / (N^t \langle u'_1 u'_2 \rangle)$ , qui représentent approximativement la contribution à  $\langle u'_1 u'_2 \rangle$  de l'ensemble des réalisations  $u'_1 u'_2$  appartenant à  $Q_i$ . Ces résultats sont comparés à ceux provenant des simulations numériques de Kim *et al.* (1987) et Kristoffersen et Andersson (1993).

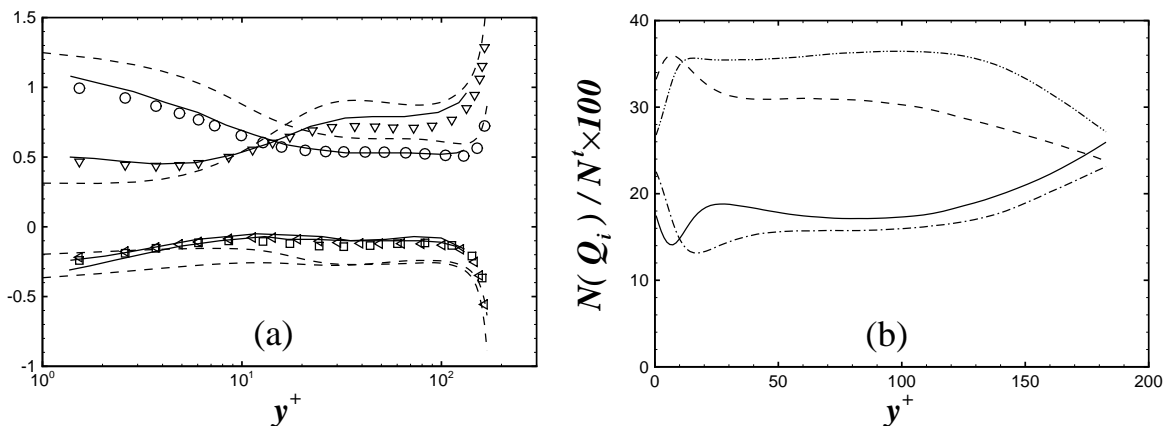


FIGURE 1.27 – (a) Moyennes de  $u'_1 u'_2$  conditionnées par les signes de  $u'_1$  et  $u'_2$  et normalisées par  $\langle u'_1 u'_2 \rangle$ . Présents résultats :  $\square$ ,  $Q_1$ ;  $\nabla$ ,  $Q_2$ ;  $\triangleleft$ ,  $Q_3$ ;  $\circ$ ,  $Q_4$ . —, Kim *et al.* (1987), – –, Kristoffersen et Andersson (1993). (b) Pourcentages moyens du nombre d'événements  $u'_1 u'_2$  conditionnés par les signes de  $u'_1$  et  $u'_2$  : —  $Q_1$ ; – –  $Q_2$ ; – · –  $Q_3$ ; · · ·  $Q_4$ .

Nous constatons que les événements qui prédominent, pour  $y^+ \lesssim 12$ , sont liés aux déplacements de fluide vers la paroi avec une forte vitesse longitudinale ( $Q_4$ ). A  $y^+ \approx 12$ , les courbes pour  $Q_2$  et  $Q_4$  se coupent, ce qui signifie que les événements appartenant à  $Q_2$  et  $Q_4$  contribuent de manière équivalente à la contrainte turbulente de cisaillement. Puis, pour  $y^+ \gtrsim 12$ , ce sont les éjections de fluide ayant une faible vitesse longitudinale ( $Q_2$ ) qui y contribuent le plus. Nos résultats se trouvent être en bon accord avec les données de Kim *et al.* (1987) alors que des disparités significatives sont visibles avec celles de Kristoffersen et Andersson (1993).

Afin de savoir si la forte contribution à la contrainte turbulente de cisaillement des événements turbulents appartenant à  $Q_2$  et  $Q_4$  est due à leur forte intensité ou bien à leur plus grand nombre dans l'écoulement, nous avons tracé également dans la figure 1.27 la proportion des événements appartenant à chaque quadrant  $Q_i$ . Premièrement, les nombres moyens d'événements appartenant à  $Q_2$  et  $Q_4$  sont supérieurs à ceux appartenant à  $Q_1$  et  $Q_3$ . De plus, ces courbes nous révèlent aussi que  $N(Q_2) > N(Q_4)$  pour  $y^+ \lesssim 12$ , alors que pour des valeurs de  $y^+$  plus élevées,  $N(Q_2) < N(Q_4)$ . Tout en gardant à l'esprit les remarques précédentes portant sur la contribution des événements turbulents provenant des quadrants  $Q_2$  et  $Q_4$ , nous pouvons en déduire que l'intensité des événements du type  $Q_4$  est plus grande que celle des événements appartenant à  $Q_2$  pour  $y^+ \lesssim 12$ , et inversement pour  $y^+ \gtrsim 12$ .

### Caractéristiques de certaines structures turbulentes

Depuis quelques décennies, la visualisation d'écoulements turbulents de fluide a mis en évidence l'existence en proche paroi de longues stries caractérisées par de faibles et hautes vitesses par rapport à la vitesse moyenne (Kline *et al.*, 1967; Smith et Metzler, 1983). Elles ont fait l'objet de maintes études du fait de leur très importante persistance et de leur distribution caractéristique dans l'écoulement. Il a été établi qu'en nous déplaçant selon la direction transversale, nous rencontrons une strie de fluide ayant une faible vitesse longitudinale puis une autre ayant une forte vitesse longitudinale, et ainsi de suite. Cette disposition caractéristique influe sur la forme de la corrélation spatiale des fluctuations de la composante de vitesse longitudinale calculée pour un déplacement dans la direction transversale. Par exemple, nous constatons d'après nos résultats que  $R_{11}^{(3)}$ , calculée à  $y^+ = 3.7$ , devient négative et a un minimum pour une valeur du déplacement  $r^+ \approx 47$  (cf. figure 1.28). La présence de ce minimum nous indique que nous sommes passés d'une zone où les fluctuations de vitesse longitudinales étaient majoritairement positives à une zone où elles sont majoritairement négatives, ou inversement. La valeur du déplacement peut ainsi être assimilée à la séparation entre une strie caractérisée par des fluctuations de vitesse longitudinales négatives ou positives à une strie caractérisée par des fluctuations de vitesse de signe opposé. La séparation entre deux stries, ayant des fluctuations de vitesse longitudinales de même signe,  $\lambda_z$ , est alors égale au double de la séparation nécessaire pour atteindre une valeur de la corrélation  $R_{11}^{(3)}$  minimum. Lors de la présentation des corrélations spatiales, nous avons expliqué que le minimum négatif de la corrélation spatiale  $R_{22}^{(3)}$  est induit par l'existence des structures tourbillonnaires longitudinales au sein de l'écoulement (cf. §1.6.1). Il est alors possible de faire correspondre le déplacement nécessaire pour que la corrélation spatiale  $R_{22}^{(3)}$  atteigne ce minimum au diamètre moyen des tourbillons longitudinaux  $d_t$  (cf. figure 1.28).

Nous avons reporté sur la figure 1.29 les valeurs de  $\lambda_z$  et  $d_t$  déterminées à partir des corrélations spatiales. Nous avons restreint l'estimation à  $y^+ < 30$  car au delà de cette valeur les minima des corrélations spatiales sont difficilement discernables et par conséquent peu significatifs. Les présents résultats pour  $\lambda_z$  sont comparés aux valeurs obtenues numériquement par Kim *et al.* (1987) et Kristoffersen et Andersson (1993), et expérimentalement par Smith et Metzler (1983). Quelle que soit la nature de l'étude, expérimentale ou numérique, la séparation moyenne entre deux stries de fluide est environ égale à  $\lambda_z^+ = 100 \pm 20$ . Pour ce qui est du diamètre des tourbillons longitudinaux, nous obtenons  $d_t^+ \approx 25$  pour  $y^+ \lesssim 10$  et  $d_t^+ \approx 40$  sinon. Ces résultats sont en parfait accord avec ceux provenant de l'étude de Kim *et al.* (1987) puisqu'ils ont obtenu  $d_t^+ \approx 25$  à  $y^+ \approx 10$ .

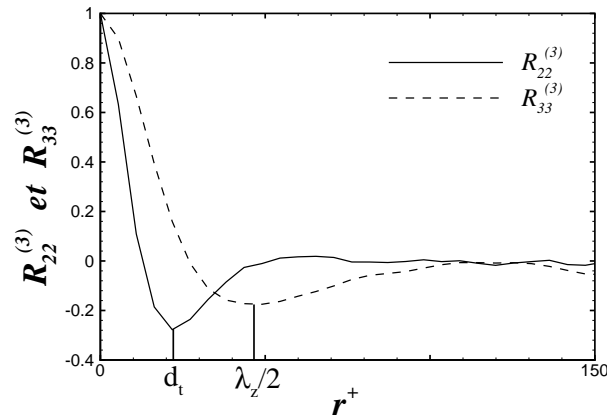


FIGURE 1.28 – Détermination de l’espacement entre deux stries de fluide et du diamètre d’un tourbillon longitudinal. Les corrélations spatiales présentées ont été calculées à  $y^+ = 3.7$ .

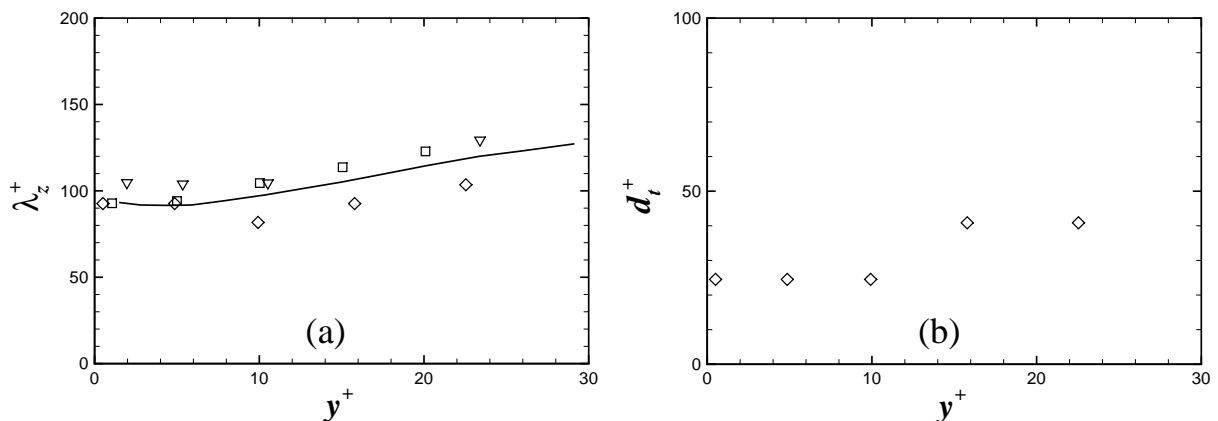


FIGURE 1.29 – (a) Espacement moyen entre deux stries de fluide  $\lambda_z^+$ . (b) Diamètre moyen des tourbillons longitudinaux  $d_t^+$ .  $\diamond$  : présents résultats ;  $\square$ , Smith et Metzler (1983) ;  $\nabla$ , Kim *et al.* (1987) ; —, Kristoffersen et Andersson (1993).

### Analyse par visualisation

Nous avons vu pour le moment qu’il était possible, statistiquement, de distinguer les événements turbulents par les moyennes conditionnelles des réalisations de  $u'_1 u'_2$  et d’estimer l’espacement entre deux stries de fluide ainsi que le diamètre moyen des tourbillons longitudinaux à partir de corrélations spatiales. La simulation par D.N.S. peut nous permettre d’aller encore plus loin de par la possibilité d’extraire d’un champ de vitesse du fluide turbulent des structures dites « cohérentes » spatialement. Une fois cette masse fluide extraite, sa géométrie, son intensité et son orientation peuvent être étudiés afin de connaître son rôle dans la dynamique de l’écoulement turbulent. Ces structures peuvent prendre différentes formes et être caractérisées par différentes propriétés dynamiques. L’identification de chacune de ces structures nécessite donc l’utilisation de critères qui leur sont spécifiques. Pour ce qui est des stries de fluide, caractérisées par leurs faible ou forte vitesse longitudinale et leur espacement  $\lambda_z$  qui est d’environ 100 en unités de parois, un simple critère sur les fluctuations de la vitesse du fluide suffit à les identifier. Sur la figure 1.30, les isosurfaces des fluctuations négatives de la vitesse longitudinale ainsi que les contours représen-

tant la valeur des fluctuations de la vitesse normale aux parois sont représentés. Nous distinguons en proche paroi la présence de longues traînées alignées dans la direction de l'écoulement moyen (selon  $Ox$ ). A partir de la vue de dessus, nous pouvons estimer que la distance séparant deux stries est environ de 100 en unités de paroi. Cette estimation visuelle correspond bien à celle provenant de l'analyse des corrélations spatiales de la vitesse fluctuante.

L'identification des tourbillons est quant à elle beaucoup plus délicate à réaliser. Les tous premiers critères permettant cette identification ont été basés sur la norme de la vorticité ou des fluctuations de la vorticité. Néanmoins, il s'avère que ces critères ne peuvent pas révéler correctement les structures cohérentes présentes dans un écoulement turbulent de paroi [cf. (Robinson, 1991; Jeong et Hussain, 1995)]. Un critère plus performant a été proposé par Hunt, Wray et Moin (1988), il s'agit du second invariant du tenseur gradient du champ de vitesse  $\partial u_i/\partial x_j$  :

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) , \quad (1.33)$$

avec  $\Omega_{ij}$  et  $S_{ij}$ , respectivement, les tenseurs des taux de rotation et de déformation :

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{et} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) . \quad (1.34)$$

Le critère  $Q$  permet, selon son signe, de définir les zones où le taux de rotation est plus ou moins important que le taux de déformation. Par conséquent, les isosurfaces des valeurs positives de  $Q$  correspondent approximativement à l'enveloppe des tourbillons. Sur les figures 1.31 et 1.32 sont représentées, respectivement, deux isosurfaces de la composante longitudinale de la fluctuation de la vorticité  $\omega'_x$  et deux isosurfaces isolées par le critère  $Q$ . L'extraction de ces isosurfaces ainsi que celles des stries de fluide a été effectuée à partir du même champ de vitesse du fluide. De ces deux figures, nous constatons l'intense activité tourbillonnaire en proche paroi. Les structures tourbillonnaires sont étirées dans la direction de l'écoulement moyen et sont inclinées par rapport a l'axe ( $Ox$ ). Les zones où l'activité tourbillonnaire est faible ou importante semblent être assez bien identifiées par les critères basés sur  $\omega'_x$  ou  $Q$ . Nous pouvons toutefois noter que les structures extraites sont plus détaillées par le critère  $Q$ .

Il existe plusieurs autres critères permettant l'identification des structures tourbillonnaires, par exemple Jeong et Hussain (1995) ont proposé le critère dit  $\lambda_2$  qui permet de localiser les minima locaux de la pression. Ce critère stipule que la pression est minimum lorsque deux des trois valeurs propres ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ) du tenseur  $\Omega_{ij}\Omega_{jk} + S_{ij}S_{jk}$  sont négatives. En classant les valeurs propres par ordre croissant, c'est-à-dire  $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ , et en sachant que si deux valeurs propres sont négatives alors  $\lambda_2 < 0$ , il est possible de caractériser les zones de pression minimum avec le signe de  $\lambda_2$ . Jeong et Hussain (1995) expliquent également que ce critère permet une meilleure extraction des structures tourbillonnaires que les critères basés sur la vorticité ou le second invariant du tenseur gradient de la vitesse. Cependant, une étude par Dubief et Delcayre (2000), portant sur l'identification de structures cohérentes pour différents types d'écoulement, montre que l'utilisation du critère  $\lambda_2$  donne des résultats semblables à ceux obtenus à partir de  $Q$  pour un écoulement de canal. Des compléments d'informations sur l'efficacité des critères précédemment cités pourront être trouvés dans cet article ainsi que dans celui de Jeong et Hussain (1995). A noter que très récemment, Zhang et Choudhury (2006) ont proposé un tout nouveau critère basé sur la vorticité et les valeurs propres du tenseur gradient de la vitesse. Les tests qu'ils ont menés, à partir de la simulation numérique d'un écoulement présentant une instabilité de Richtmyer-Meshkov, met en évidence que leur critère est plus performant pour détecter les structures cohérentes tourbillonnaires que ceux basés sur

la vorticité ou l'hélicité,  $Q$  et  $\lambda_2$ .

Enfin, il nous semble nécessaire d'insister sur le fait que, bien que l'utilisation de ces critères permet d'extraire de très belles structures tourbillonnaires [cf. Lee, Yeo et Choi (2004)], il faut garder à l'esprit que la valeur seuil du critère pour laquelle l'extraction s'effectue n'en reste pas moins subjective.



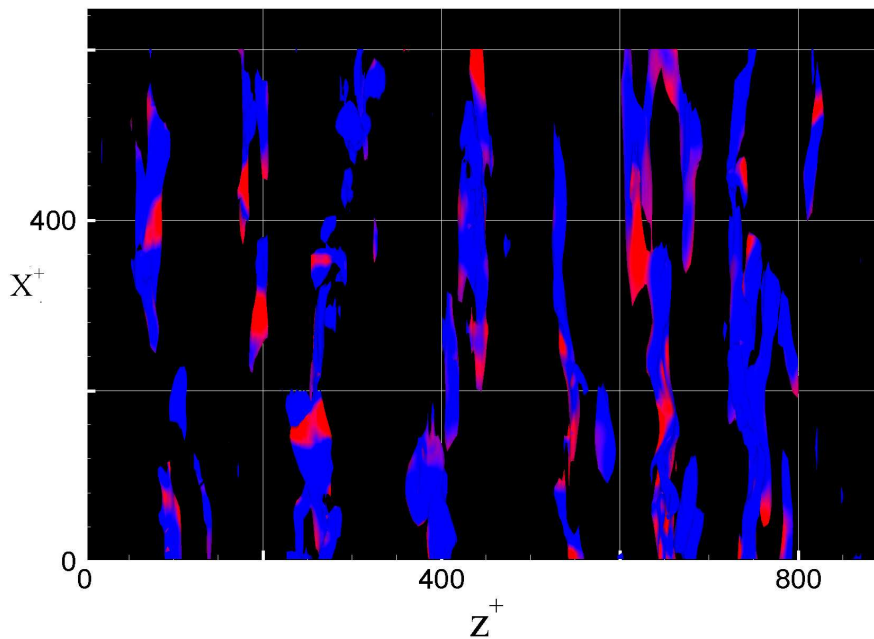
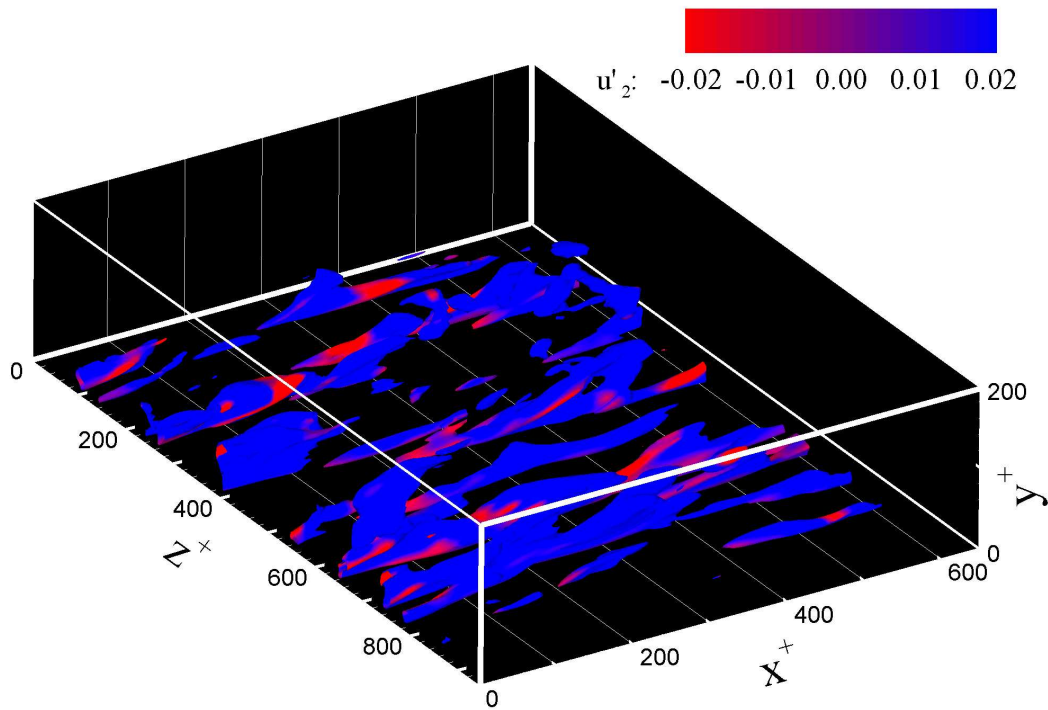


FIGURE 1.30 – Vues isométrique et de dessus de l'isosurface de  $u'_1 = -3.6$ . Les contours représentent les valeurs des fluctuations de vitesse normales aux parois.

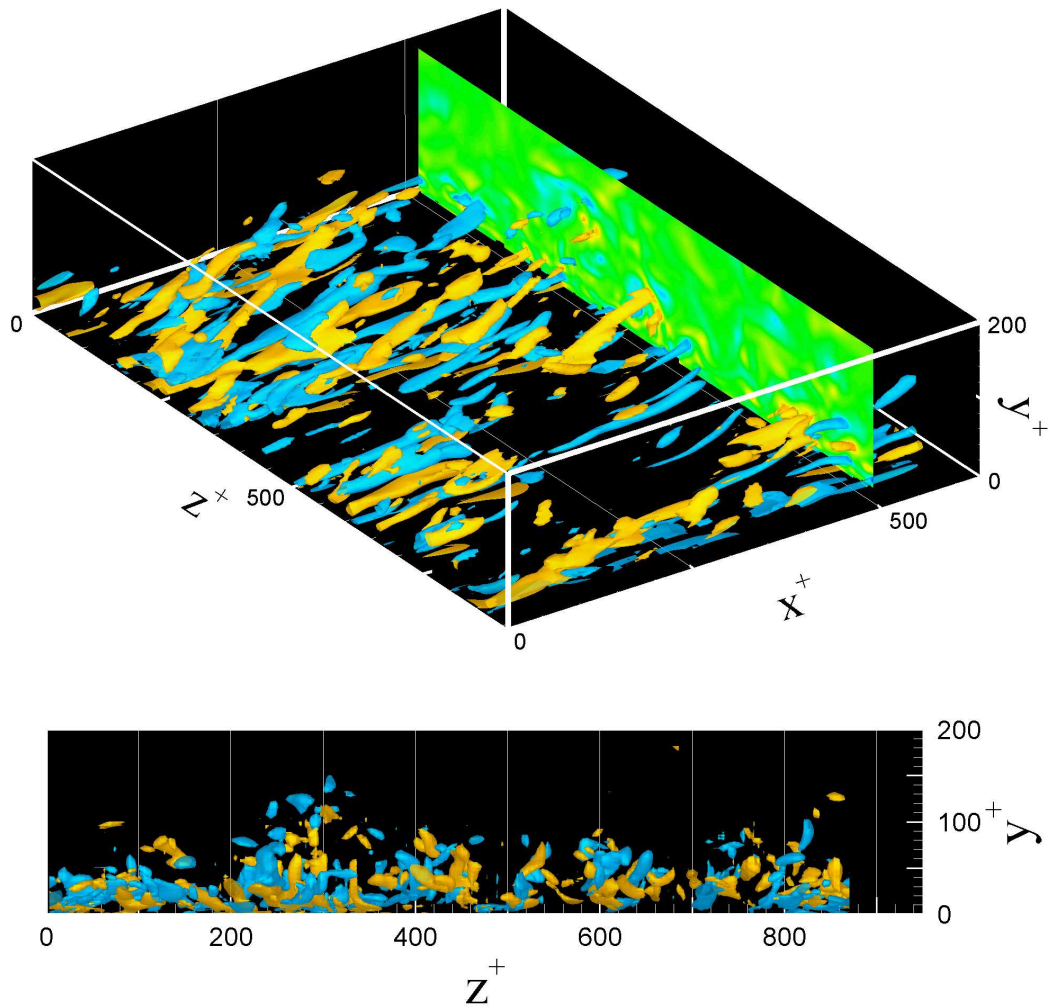


FIGURE 1.31 – Vues isométrique et de côté de deux isosurfaces de la fluctuation longitudinale de la vorticité :  $\omega_x'^+ = 0.26$  (Zones en orange) ;  $\omega_x'^+ = -0.26$  (Zones en bleu).

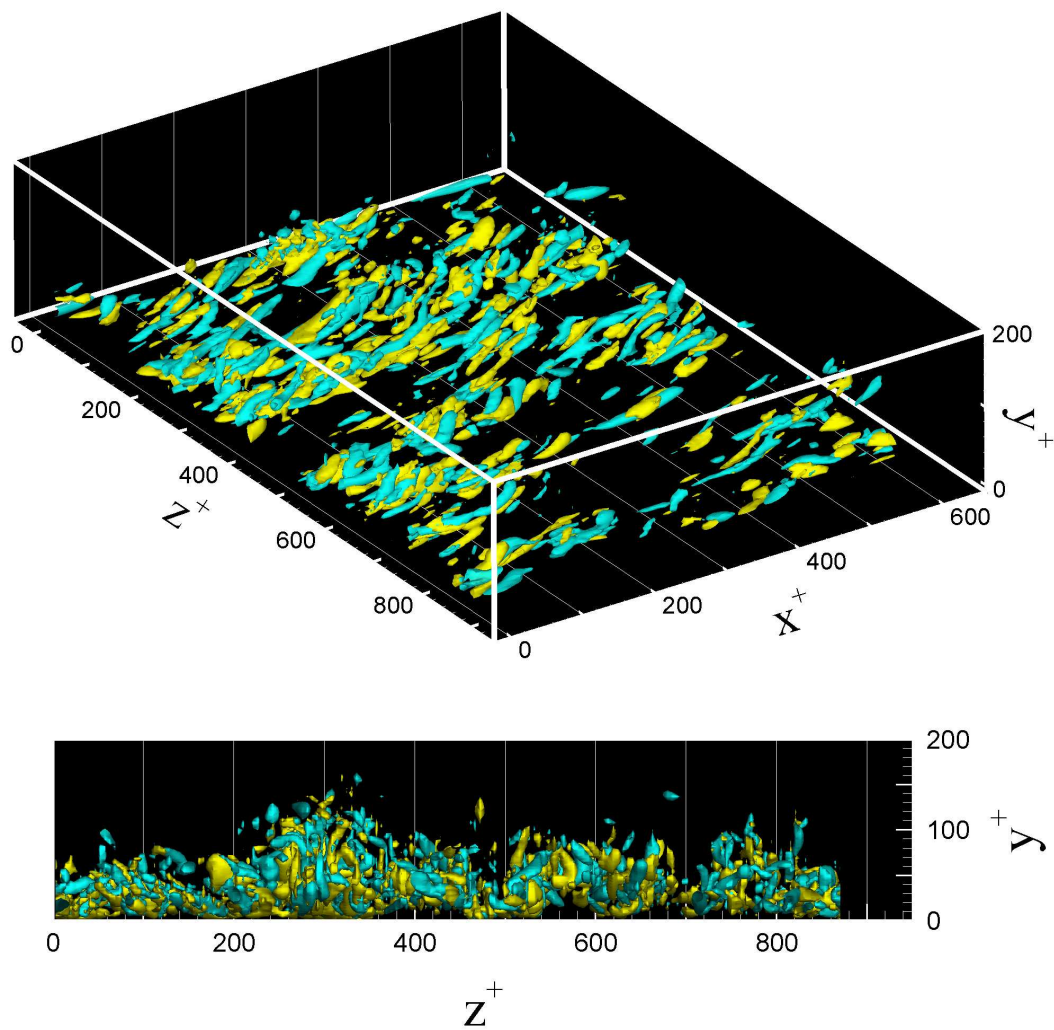


FIGURE 1.32 – Vues isométrique et de côté de deux isosurfaces du critère  $Q$  :  $Q^+ = 0.027$  (Zones en bleu) ;  $Q^+ = -0.027$  (Zones en jaune).

# Chapitre 2

## La phase dispersée

Dans ce chapitre, nous présentons les caractéristiques du suivi lagrangien des particules solides. Pour ce faire, nous commençons par décrire l'équation permettant de calculer la trajectoire d'une particule solide ainsi que les méthodes numériques associées. Ensuite, la validation de la simulation concernant la phase dispersée est entreprise grâce à la participation à un cas test international. Nous clôturons ce chapitre par une étude portant sur l'influence du choix des forces hydrodynamiques agissant sur les particules dans un écoulement de fluide confiné.

### 2.1 Mouvement d'une particule isolée

L'équation qui régit le mouvement instationnaire d'une particule sphérique au sein d'un fluide au repos a été développée indépendamment par Basset, Boussinesq et Ossen. L'expression développée par ces trois auteurs a été ensuite étendue par Gatignol (1983) et Maxey et Riley (1983) au cas d'une particule sphérique, de taille moindre ou comparable aux échelles de Kolmogorov, en mouvement dans un champ turbulent. Ces dernières expressions ne sont valables que pour des nombres de Reynolds particulaires petits devant 1 ( $Re_p \ll 1$ ). L'expression généralement rencontrée dans la littérature, en tenant compte des modifications apportées par Magnaudet, Rivero et Fabre (1995) concernant les dérivées temporelles, a la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}\rho_p d_p^3 \frac{dv_{p,i}}{dt} &= \frac{1}{6}d_p^3(\rho_p - \rho)g_i + \frac{1}{6}\rho d_p^3 \frac{D\tilde{u}_i}{Dt} \\ &- 3\rho\nu d_p (v_{p,i} - \tilde{u}_i) - \frac{1}{12}\rho d_p^3 \left[ \frac{dv_{p,i}}{dt} - \frac{D\tilde{u}_i}{Dt} \right] \\ &- \frac{3}{2}\rho d_p^2 \sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_{-\infty}^t \left[ \frac{dv_{p,i}}{d\tau} - \frac{d\tilde{u}_i}{d\tau} \right] \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \end{aligned} \quad (2.1)$$

où  $v_{p,i}$  est la  $i$ -ème composante du vecteur vitesse d'une particule et  $(v_{p,1}, v_{p,2}, v_{p,3}) \equiv (u_p, v_p, w_p)$  représentent ainsi les composantes de la vitesse dans les directions longitudinale, normale et transversale,  $\tilde{u}_i = u_i(\mathbf{x}_p, t)$  sont les composantes de la vitesse du fluide non perturbé à la position de la particule solide,  $\rho_p$  est la masse volumique des particules et  $g_i$  est l'accélération gravitationnelle. Les forces apparaissant dans le membre de droite de cette équation intégral-différentielle sont : la force d'Archimède, la force induite par le fluide non perturbé entourant la particule solide (également appelée masse déplacée), la force de traînée quasi-stationnaire obéissant à la loi Stokes, la

force de masse ajoutée et enfin la force de Basset également appelée force d'histoire. Signalons également que dans cette expression,  $d(\cdot)/dt$  représente la dérivée temporelle en suivant le mouvement d'une particule solide, alors que  $D(\cdot)/Dt$  est la dérivée temporelle en suivant un élément fluide. Le diamètre des particules étudiées durant nos simulations numériques est inférieur à la plus petite échelle de longueur de la turbulence ( $\eta_k$ ), de plus le rapport de la masse volumique des particules et du fluide est grand devant 1 (typiquement  $\rho_p/\rho \geq 2000$ ). Par conséquent, les termes de masse ajoutée, de Basset et de masse déplacée peuvent être supposés négligeables devant la force de traînée. Une étude récente portant sur la contribution de chacune de ces forces dans un écoulement turbulent de canal ( $Re_\tau = 175$ ) a été réalisée par Armenio et Fiorotto (2001) en utilisant la simulation numérique directe. Ils ont mis en évidence la prépondérance de la force de traînée sur toutes les forces dites instationnaires lorsque  $\rho_p/\rho = O(1000)$ . Il est à noter que l'équation (2.1) a été développée pour un écoulement libre. Sachant que nous voulons simuler le plus précisément possible le mouvement de particules au sein d'un écoulement de gaz confiné entre deux parois parallèles, il nous est donc nécessaire de corriger cette équation. Nous considérons dans notre étude que l'équation du mouvement d'une particule solide et isolée se réduit à :

$$\begin{aligned} \frac{dx_{p,i}}{dt} &= v_{p,i}, \\ m_p \frac{dv_{p,i}}{dt} &= F_i^D + F_i^L + m_p g_i, \end{aligned} \quad (2.2)$$

où  $m_p$  est la masse d'une particule solide.  $F_i^D$  et  $F_i^L$  représentent respectivement la force de traînée et la force de portance qui est induite par le cisaillement de l'écoulement et la présence des parois solides. Les effets liés à la rotation des particules sont quant à eux négligés lors de notre étude. La présence des parois nous oblige également à considérer les interactions particules-paroi. Pour notre étude, seuls les chocs élastiques sont considérés.

## 2.2 Les forces hydrodynamiques et leurs corrections en proche paroi

### 2.2.1 La force de traînée

La force prépondérante dans un écoulement gaz-solide est la force de traînée. Nous considérons que cette force est équivalente à la force de traînée exercée par le fluide sur une particule sphérique au sein d'un écoulement uniforme et stationnaire. Par conséquent, la force de traînée a la forme suivante :

$$F_i^D = \frac{1}{2} \rho C_D A \|\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{v}_p\| (\tilde{u}_i - v_{p,i}), \quad (2.3)$$

où  $C_D$  est le coefficient de traînée,  $A$  est le maître-couple de la particule solide et  $\|\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{v}_p\|$  est la norme de la vitesse relative instantanée. La valeur du coefficient de traînée a été déterminée par Stokes (1851) pour  $Re_p \ll 1$ ,  $Re_p$  étant le nombre de Reynolds particulaire :

$$Re_p = \frac{d_p \|\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{v}_p\|}{\nu}, \quad (2.4)$$

cependant lorsque les effets d'inertie deviennent importants ( $Re_p > 1$ ), il est nécessaire d'utiliser une corrélation semi-empirique ou empirique. Lors de cette étude, la corrélation de Morsi et

## 2.2 Les forces hydrodynamiques et leurs corrections en proche paroi

Alexander (1972) a été choisie. L'expression qu'ils ont proposée a été déterminée à partir de la courbe standard du coefficient de traînée obtenue expérimentalement, elle s'écrit :

$$C_D = \frac{k_1}{Re_p} + \frac{k_2}{Re_p^2} + k_3, \quad (2.5)$$

où les coefficients  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  sont fonctions du nombre de Reynolds particulaire  $Re_p$ . Cette corrélation est valable pour  $Re_p < 50000$ . Par ailleurs, nous pouvons exprimer la force de traînée par unité de masse en fonction d'une échelle de temps caractérisant la particule solide de la façon suivante :

$$\frac{F_i^D}{m_p} = \frac{(\tilde{u}_i - v_{p,i})}{\tau_p}, \quad (2.6)$$

où  $\tau_p$  est défini par :

$$\tau_p = \frac{4}{3} \frac{\rho_p}{\rho} \frac{d_p}{C_D \|\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{v}_p\|}. \quad (2.7)$$

Cette échelle de temps est appelée temps de relaxation, c'est-à-dire un temps caractéristique de réponse d'une particule solide aux sollicitations du fluide porteur. Pour de faibles nombres de Reynolds particulaires, la force de traînée obéit à la loi de Stokes (1851), et par conséquent,  $\tau_p$  prend la forme suivante :

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18 \rho \nu}. \quad (2.8)$$

La corrélation (2.5) est valable pour une particule sphérique se déplaçant dans un écoulement libre, par conséquent, elle ne permet pas de rendre compte de l'interaction entre l'écoulement perturbé par la particule et la paroi. Cette interaction produit une augmentation du coefficient de traînée qui dépend de la distance entre la particule et la paroi la plus proche et de la direction de la trajectoire de la particule. Lorsque celle-ci se déplace parallèlement à une paroi, nous utilisons la correction apportée au coefficient de traînée proposée par Faxén (1923). Et lors d'un mouvement perpendiculaire à une paroi, la correction est déterminée à partir de l'expression donnée par Maude (1963). Ces coefficients de correction sont respectivement :

$$C_{\parallel} = \left( 1 - \frac{9}{16} \left( \frac{d_p}{2l} \right) + \frac{1}{8} \left( \frac{d_p}{2l} \right)^3 - \frac{45}{256} \left( \frac{d_p}{2l} \right)^4 - \frac{1}{16} \left( \frac{d_p}{2l} \right)^5 \right)^{-1}, \quad (2.9)$$

$$C_{\perp} = 1 + \frac{9}{8} \left( \frac{d_p}{2l} \right) + \left( \frac{9}{8} \frac{d_p}{2l} \right)^2, \quad (2.10)$$

où  $l$  est la distance entre le centre de la particule solide et la plus proche paroi. En tenant compte de ces corrections, les composantes parallèle et perpendiculaire à la paroi de la force de traînée par unité de masse s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \frac{F_i^D}{m_p} &= C_{\parallel} \frac{(\tilde{u}_i - v_{p,i})}{\tau_p} \quad \text{pour } i = 1, 3, \\ \frac{F_i^D}{m_p} &= C_{\perp} \frac{(\tilde{u}_i - v_{p,i})}{\tau_p} \quad \text{pour } i = 2. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Comme cela a été précisé par Rizk et Elghobashi (1985), les coefficients utilisés sont théoriquement valables pour de faibles valeurs du rapport  $d_p/l$  et lorsque  $Re_p$  est suffisamment petit afin

de supposer que l'écoulement autour de la particule est du type Stokes. Peu avant Maude (1963), Wakiya (1960) a proposé une autre expression approchée pour le coefficient correctif  $C_{\perp}$ , soit :

$$C_{\perp} = \left[ 1 - \frac{9}{8} \left( \frac{d_p}{2l} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{d_p}{2l} \right)^3 \right]^{-1}. \quad (2.12)$$

La différence majeure entre ces deux expressions, équations (2.10) et (2.12), est que celle de Maude (1963) est une approximation à l'ordre  $O((d_p/2l)^2)$  alors que celle de Wakiya (1960) l'est à l'ordre  $O((d_p/2l)^3)$ . Il peut être aisément montré, en effectuant un développement limité au voisinage de  $d_p/l = 0$ , que l'expression de Wakiya (1960) dégénérée à l'ordre  $O((d_p/2l)^2)$  est identique à celle de Maude (1963). La valeur exacte du coefficient de correction de la force de traînée pour une sphère se dirigeant vers la paroi a été obtenue par Brenner (1961). A partir de la méthode des coordonnées bipolaires, il obtient, sous la forme d'une somme infinie, l'expression suivante :

$$C_{\perp} = \frac{4}{3} \sinh \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(2n-1)(2n+3)} \left[ \frac{2 \sinh(2n+1)\alpha + (2n+1) \sinh 2\alpha}{4 \sinh^2(n+\frac{1}{2})\alpha - (2n+1)^2 \sinh^2 \alpha} - 1 \right], \quad (2.13)$$

où  $2l/d_p = \cosh \alpha$ .

Sur la figure 2.1 sont présentées les valeurs des facteurs correctifs  $C_{\perp}$  et  $C_{\parallel}$  en fonction du paramètre  $l/r_p$ , avec  $r_p$  le rayon d'une particule. Pour le coefficient  $C_{\perp}$ , les valeurs tracées ont été obtenues à partir des expressions de Maude (1963), Wakiya (1960) et Brenner (1961). Il est à noter que l'expression proposée par Brenner (1961) a dû être approchée numériquement en utilisant le logiciel de calcul scientifique MATHEMATICA 5. Nous constatons que l'expression proposée par Maude (1963) permet une bonne approximation de la solution exacte donnée par Brenner (1961) pour  $l/r_p > 4$ . Très logiquement, l'expression proposée par Wakiya (1960) permet quant à elle d'approcher de manière correcte la solution exacte pour  $l/r_p > 2$ , toutefois les différences notées avec l'expression de Maude (1963) ne sont pas significatives. Il est également intéressant d'étudier le comportement limite de ces expressions lorsque la sphère est presque au contact de la paroi, c'est-à-dire lorsque  $l/r_p \rightarrow 1$ . Nous pouvons alors remarquer que la valeur de  $C_{\perp}$  donnée par l'expression de Maude (1963) tend vers une valeur finie, soit  $C_{\perp} \rightarrow 3.39$ , alors que l'expression exacte nous indique que  $C_{\perp}$  tend vers l'infini. Le comportement limite de la solution exacte implique que les efforts s'appliquant sur la particule deviennent infinis et que théoriquement il doit subsister une mince couche de fluide entre la particule et la paroi. L'utilisation de l'expression de Maude (1963) ne permet pas quant à elle de rendre compte de ce phénomène.

La forte augmentation de la traînée donnée par Brenner (1961) peut induire, par conséquent, une augmentation du temps de résidence des particules se situant en très proche paroi. Cependant, cela ne peut se produire que dans une mince couche de fluide contiguë à la paroi et pour des particules solides peu inertes. Par conséquent, nous ne pensons pas que l'utilisation de l'expression de Brenner (1961) à la place de celle de Maude (1963) puisse modifier de façon significative le comportement de la phase dispersée. Cela nous a alors amené à choisir l'expression proposée par Maude (1963) pour sa plus grande facilité de mise en oeuvre.

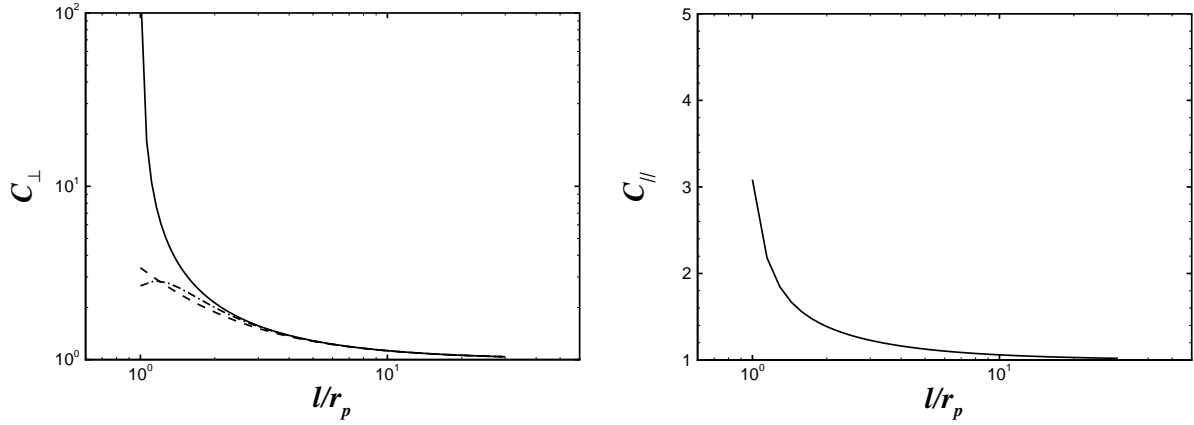


FIGURE 2.1 – Valeurs des coefficients de correction de la force de traînée en fonction du paramètre  $l/r_p$ . (a)  $C_{\perp}$  : —, Brenner (1961); --, Maude (1963); -·-, Wakiya (1960). (b)  $C_{\parallel}$  : —, Faxén (1923).

### 2.2.2 La force de portance

#### Force de Saffman

La force de portance est une force transversale qui peut être induite par la rotation de la particule, le cisaillement de l'écoulement ou par la présence d'une paroi solide. Dans la présente étude, la rotation des particules n'a pas été prise en compte, malgré le fait que nous étudions un écoulement confiné et que par conséquent les forces induites par rotation peuvent être non négligeables. L'effet d'un gradient de la vitesse du fluide sur le mouvement d'une particule fut étudié plus particulièrement par Saffman (Saffman, 1965; Saffman, 1968). Il a montré que la force de portance qui s'exerce sur une particule sphérique se déplaçant parallèlement à la vitesse du fluide dans un écoulement unidirectionnel cisailé selon  $Ox_2$  a la forme suivante :

$$F_i^L = \begin{cases} 6.46\rho r_p^2 \sqrt{\nu|\zeta|}(\tilde{u}_1 - u_{p,1})\text{sign}(\zeta) & \text{pour } i = 2, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (2.14)$$

où  $\text{sign}(\zeta)$  correspond au signe du gradient de vitesse du fluide à la position de la particule qui s'écrit :

$$\zeta = \left. \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right|_{\mathbf{x}_p}. \quad (2.15)$$

Signalons que l'équation (2.14) n'est valable que loin de la paroi car elle a été déterminée à partir d'un écoulement libre. De plus, le nombre de Reynolds particulaire doit être faible et le cisaillement important. Ces dernières hypothèses peuvent être mises sous la forme suivante :

$$Re_s = \frac{|V_{r,1}|d_p}{\nu} \ll Re_{\zeta}^{1/2} \quad \text{et} \quad Re_{\zeta} = \frac{|\zeta|r_p^2}{\nu} \ll 1, \quad (2.16)$$

où  $V_{r,1} = v_{p,1} - \tilde{u}_1$  est la vitesse relative ou de glissement longitudinale. Les principaux désavantages de l'expression proposée par Saffman sont : (i) des conditions d'applications très restrictives ; (ii) de nombreux travaux ont montré que la force de portance de Saffman est trop importante lors de la simulation numérique d'écoulement diphasique confiné, celle-ci augmentant anormalement



la déposition des particules solides (cf. McLaughlin (1989) et Wang et Squires (1996a)). Différentes études ont été menées afin d'améliorer la modélisation de la force de portance. Les objectifs principaux de ces travaux ont été d'étudier l'influence de la présence de parois solides sur la force de portance et de rendre ainsi les conditions d'applications moins restrictives.

### Force « optimale »

Wang, Squires, Chen et McLaughlin (1997) ont formulé une force de portance « optimale » en se basant sur des études de la force de portance en écoulement libre cisailé (McLaughlin, 1991) et en écoulement confiné (Cox et Hsu, 1977; Vasseur et Cox, 1977; McLaughlin, 1993; Cherukat et McLaughlin, 1994). La formulation de la force qu'ils ont proposée permet de prendre en compte aussi bien l'influence du gradient de la vitesse du fluide que celle due à la présence de la paroi. Dans le cas où la distance entre la particule et la paroi est de l'ordre de grandeur du rayon de la particule, ils recommandent l'utilisation d'une relation proposée par Cherukat et McLaughlin (1994) :

$$\begin{aligned} \frac{F_2^L}{\rho r_p^2 V_{r,1}^2} = & 1.7716 + 0.2160\kappa - 0.7292\kappa^2 + 0.4854\kappa^3 \\ & - (3.2397\kappa^{-1} + 1.1450 + 2.0840\kappa - 0.9059\kappa^2) \Lambda \\ & + (2.0069 + 1.0575\kappa - 2.4007\kappa^2 + 1.3174\kappa^3) \Lambda^2, \end{aligned} \quad (2.17)$$

où  $\kappa = r_p/l$  représente le rapport entre le rayon de la particule et la distance séparant le centre de la particule et la paroi,  $\Lambda = (r_p\zeta)/V_{r,1}$  est le gradient de la vitesse du fluide sans dimension. Cette expression est valide lorsque  $r_p < l \ll \min\{L_s, L_\zeta\}$ ; où  $L_s = \nu/|V_{r,1}|$  et  $L_\zeta = \sqrt{\nu/|\zeta|}$  sont respectivement les échelles de longueur de Stokes et de Saffman. De plus, l'expression (2.17) a été développée pour une particule se déplaçant parallèlement à la paroi en l'absence de rotation dans un écoulement présentant un cisaillement simple et pour  $Re_p \ll 1$ . La variation de la force de portance en fonction de  $\kappa$  et  $\Lambda$  est visible sur la figure 2.2. Nous constatons que lorsque  $V_{r,1}$  et  $\zeta$  ont des signes opposés, la force de portance est positive et donc la particule s'écarte de la paroi. Dans le cas contraire, la particule se rapproche de la paroi. L'influence de la paroi sur la force de portance est clairement observée, car plus  $l/r_p$  diminue plus la force est faible. De plus, cette force n'est pas une fonction paire du gradient de la vitesse du fluide sans dimension  $\Lambda$ , cela implique que selon le signe de  $\Lambda$ , la force de portance est dirigée soit vers la paroi, soit vers le centre du canal. Les valeurs de cette force diffèrent également selon le signe de  $\Lambda$ . Lorsque la distance entre la particule et la paroi n'est plus de l'ordre de grandeur du rayon de la particule, l'expression suivante est appliquée :

$$F_2^L = -\frac{9}{\pi} \rho r_p^2 \sqrt{\nu|\zeta|} V_{r,1} \text{sign}(\zeta) J, \quad (2.18)$$

où  $J$  est un paramètre qui permet de modéliser la force de portance induite par le gradient de la vitesse du fluide et par la paroi. Ce paramètre peut être décomposé en deux parties, soit  $J = J_u + J_w$ , où  $J_u$  et  $J_w$  représentent respectivement les contributions dues au gradient de vitesse du fluide et à l'influence de la paroi. Dans le cas où  $J_u = 2.255$  et  $J_w = 0$ , nous retrouvons la force de portance exprimée par Saffman (cf. équation 2.14). Les termes  $J_u$  et  $J_w$  sont déterminés selon les

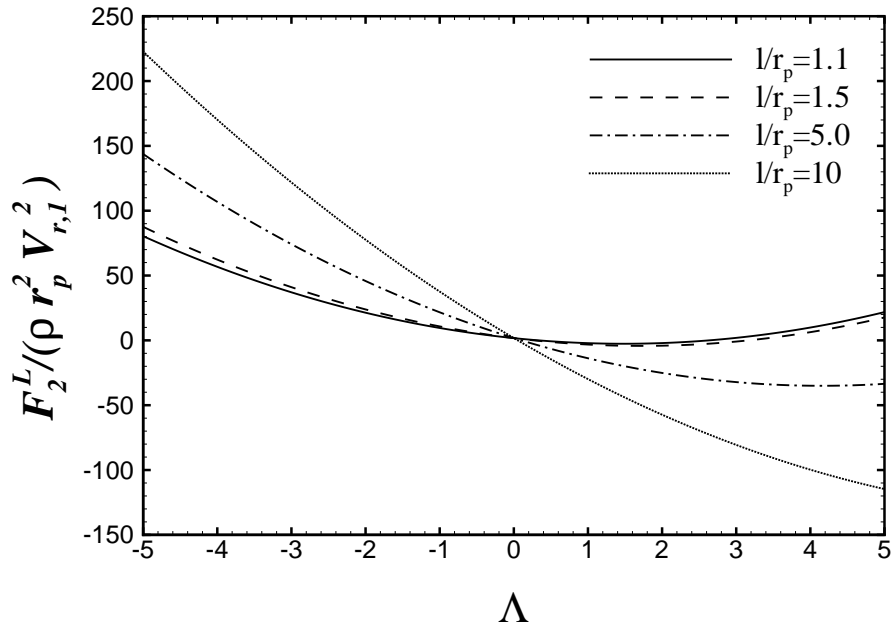


FIGURE 2.2 – Force de portance d’après l’équation (2.17).

recommandations de Wang *et al.* (1997). Ces termes sont fonctions principalement de trois échelles de longueurs  $l$ ,  $L_s$  et  $L_\zeta$  et d’un paramètre  $\epsilon$  défini par :

$$\epsilon = \text{sign}[(v_{p,1} - \tilde{u}_1)\zeta] \frac{Re_\zeta^{1/2}}{Re_s}. \quad (2.19)$$

Dans le tableau 2.1 sont présentés les auteurs des différentes expressions qui ont permis à Wang *et al.* (1997) de déterminer la valeur de  $J$  en fonction du domaine d’application.

	$ \epsilon  < 0.2$	$0.2 \leq  \epsilon  \leq 2$	$ \epsilon  > 2$
$l^+ \leq \min\{1, L_s/L_\zeta\}$	Cherukat et McLaughlin (1994)		
$\min\{1, L_s/L_\zeta\} \leq l^+ \leq 0.1$	Vasseur et Cox (1977)	Cox et Hsu (1977)	
$\max\{0.1, \min\{1, L_s/L_\zeta\}\} \leq l^+ \leq 5$		Tables McLaughlin (1993)	
$l^+ \geq \max\{5, L_s/L_\zeta\}$	McLaughlin (1993)		

TABLEAU 2.1 – Expressions pour  $J$  selon les domaines d’application, avec  $l^+ = l/L_\zeta$ .

L’expression de  $J$ , proposée par Wang *et al.* (1997) à partir de l’étude de Vasseur et Cox (1977), est valable pour une distance entre la particule et la paroi de l’ordre de l’échelle de longueur de Saffman  $L_\zeta$  et lorsque le gradient de vitesse du fluide est faible. Elle a la forme suivante :

$$J = -\frac{2\pi^2}{3|\epsilon|}I + J_u, \quad (2.20)$$

où le premier terme du membre de droite représente l'influence de la paroi. Ce terme provient de l'étude de Vasseur et Cox (1977) relative à l'influence de la paroi sur le mouvement d'une particule dans un fluide au repos. Le terme  $I$ , apparaissant dans l'expression (2.20), sous sa forme sans dimension, est égal à :

$$I = \frac{3}{4\pi l^{*2}} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{[\rho^2 + il^* \rho \cos(\phi)]^{1/2} + \rho}{[\rho^2 + il^* \rho \cos(\phi)]^{1/2} - \rho} \left( e^{-\rho} - e^{-[\rho^2 + il^* \rho \cos(\phi)]^{1/2}} \right)^2 \rho d\rho d\phi, \quad (2.21)$$

où  $l^* = l/L_s$ . Vasseur et Cox (1977) en ont donné le résultat en fonction du paramètre  $l^*$ , cependant, au cours d'une simulation numérique il n'est pas envisageable de la calculer. Chen et McLaughlin (1995) ont donc proposé deux équations permettant d'estimer  $I(4\pi l^{*2})/3$ , soit :

$$I \frac{4\pi l^{*2}}{3} = \begin{cases} 2.578 \exp\{-0.320[\ln(l^*) - 2.388]^2\} & \text{pour } l^* \leq 10, \\ 1.008 \exp\{-0.209[\ln(l^*) - 2.035]^2\} + \frac{\pi}{2} & \text{pour } 10 < l^* \leq 1000. \end{cases} \quad (2.22)$$

Cependant, comme cela est visible sur la figure 2.3, le fait de ne pas avoir pris en compte le terme  $l^{*2}$  conduit à une médiocre estimation de  $I$  pour des faibles valeurs de  $l^*$ . Nous proposons donc deux polynômes d'ordre 4 permettant d'estimer le terme  $I$  plus précisément :

$$I = -3.1.10^{-4}l^{*4} + 3.53.10^{-3}l^{*3} - 1.088.10^{-2}l^{*2} - 9.86.10^{-3}l^* + 9.57.10^{-2}, \quad (2.23)$$

pour  $0 \leq l^* \leq 4.5$ ,

$$I = 6.78.10^{-7}l^{*4} - 4.81.10^{-5}l^{*3} + 1.26.10^{-3}l^{*2} - 1.485.10^{-2}l^* + 7.05.10^{-2}, \quad (2.24)$$

pour  $4.5 < l^* \leq 25$ , et

$$I = 0, \quad (2.25)$$

si  $l^* \geq 25$ .

En ce qui concerne le second terme  $J_u$  de l'équation (2.20), McLaughlin (1991) a proposé une expression assez complexe qui est fonction d'une triple intégrale. Nous avons donc choisi d'interpoler les valeurs de  $J_u$  à partir de celles calculées McLaughlin (1991) pour  $\epsilon \approx 1$ . Ainsi, pour les valeurs asymptotiques de  $\epsilon$ , les formules proposées par ce même auteur sont utilisées. Pour résumer, le calcul de  $J_u$  se fait de la façon suivante :

$$J_u = \begin{cases} -32\pi^2 |\epsilon|^5 \ln(1/\epsilon^2) & \text{pour } |\epsilon| < 0.025, \\ 2.255 - 0.6463/\epsilon^2 & \text{pour } |\epsilon| > 5, \\ \text{interpolation} & \text{pour } 0.025 < |\epsilon| < 5. \end{cases} \quad (2.26)$$

Il est à noter que la contribution  $J_u$ , due au gradient de la vitesse du fluide, a simplement été rajoutée à l'expression proposée par Vasseur et Cox (1977).

L'expression donnée par Cox et Hsu (1977), écrite en fonction des variables  $\epsilon$  et  $l^+$ , a la forme suivante :

$$J = \frac{\pi^2}{16} \left( \frac{11}{6} l^+ - \frac{1}{\epsilon} \right). \quad (2.27)$$

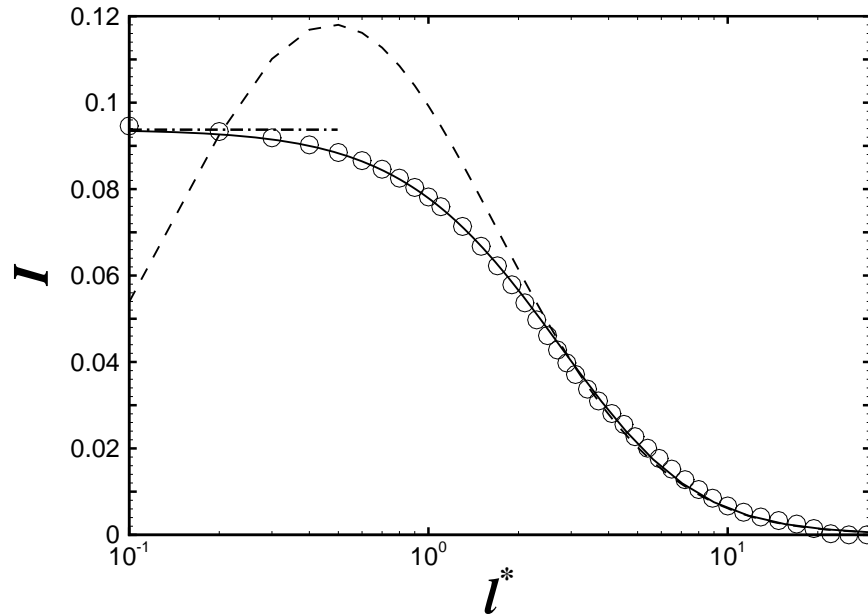


FIGURE 2.3 – Comparaison des approximations du terme  $I$ .  $\circ$ , présente étude ; —, Vasseur et Cox (1977) ; - - -, Chen et McLaughlin (1995).

Contrairement à l'expression proposée par Vasseur et Cox (1977), cette dernière est valable pour des valeurs plus élevées du cisaillement. Lorsque  $l$  devient de l'ordre de grandeur de l'échelle de longueur  $L_\zeta$ , Wang *et al.* (1997) conseillent de déterminer la contribution due à la présence de la paroi  $J_w$  à partir des valeurs calculées numériquement par McLaughlin (1993) qui sont regroupées dans des tables en fonction de  $\epsilon$ . Le terme  $J_u$  est à déterminer en utilisant la procédure décrite précédemment. Et enfin, lorsque la distance  $l$  est beaucoup plus grande que l'échelle de Saffman  $L_\zeta$ , soit  $l^+ \geq \max\{5, L_s/L_\zeta\}$ , Wang *et al.* (1997) ont retenu une expression approchée pour  $J$  qui a été obtenue par McLaughlin (1993) et qui s'écrit :

$$J = -\frac{1.879}{(l^+)^{5/3}} + J_u. \quad (2.28)$$

Cette dernière expression permet donc de déterminer la force de portance agissant une particule dont le centre se situe en dehors de la sous-couche visqueuse. Remarquons également que, très logiquement, la migration de la particule induite par la paroi diminue lorsque celle-ci s'éloigne de la paroi.

Nous venons de voir que la force de portance « optimale » est basée sur diverses expressions qui ont été déterminées indépendamment les unes des autres. Cependant, ces expressions ayant été obtenues après linéarisation des équations de Navier-Stokes, il est possible de les sommer afin de prendre en compte, simultanément, la contribution induite par la paroi et le gradient de la vitesse moyenne. De plus, cette force « optimale » est valable lorsque l'écoulement est stationnaire et caractérisé par de forts ou faibles gradients de la vitesse du fluide et pour des particules se déplaçant parallèlement à la paroi. En dépit de ces restrictions, la force de portance « optimale » permet de modéliser la force de portance plus précisément que l'expression donnée par Saffman.

Signalons par ailleurs une contradiction relative à l'utilisation simultanée des corrections de la force de traînée, de la force de portance « optimale » et de la loi de traînée non linéaire de Morsi

et Alexander (1972). En effet, d'une part, nous arguons que la loi de traînée non linéaire nous permet d'estimer le coefficient de traînée dans le cas où  $Re_p$  ne serait pas très faible, d'autre part, nous utilisons également des corrections de la force de traînée et une force de portance qui ne sont théoriquement valables que lorsque  $Re_p$  est très faible. Tout en étant conscients de cela, nous avons quand même choisi d'utiliser les corrections de la force de traînée et la force de portance « optimale » puisque nous pensons qu'elles permettent de rendre compte de la dynamique de la phase dispersée de la manière la plus réaliste qui soit. Cependant, nous tenons à préciser que nous ne connaissons que très peu de choses sur le comportement des corrections de la force de traînée et de la force de portance « optimale » pour  $Re_p$  de l'ordre de l'unité. En ce qui concerne la force de portance, nous pouvons tout de même citer l'étude expérimentale de Cherukat et McLaughlin (1990) qui a permis d'établir la validité de l'expression de Vasseur et Cox (1977) pour des valeurs de  $Re_p$  allant jusqu'à  $Re_p = 3$  et pour  $l \gtrsim 4.5r_p$ , alors que celle-ci est théoriquement valable pour  $Re_p \ll 1$ .

## 2.3 Suivi lagrangien : similitude et méthodes numériques

### 2.3.1 Similitude

Dans cette partie, nous présentons les paramètres sans dimension qui caractérisent l'écoulement diphasique gaz-solide. Les grandeurs qui décrivent les deux phases constituant cet écoulement sont au nombre de sept,  $(u_\tau, \mu, \rho, \delta, \rho_p, d_p, g)$ . Il est à noter que lorsque les interactions particule-particule ainsi que la modification du fluide porteur par la phase dispersée ne sont pas négligées, une huitième grandeur caractéristique rentre en jeu, c'est la fraction volumique  $\alpha_p$ . En choisissant comme variables primaires indépendantes le triplet  $(u_\tau, \mu, \rho)$ , il est alors possible de décrire le problème grâce aux quatre groupements sans dimension qui suivent :  $Re_\tau, \tau_p^+, d_p^+, g^+$ . Pour certains types d'écoulements diphasiques, il est possible de négliger l'importance du groupement sans dimension  $d_p^+$ . Cependant, cela nous semble impossible lorsque l'écoulement est confiné. En effet, la valeur de cette grandeur est primordiale puisqu'elle est nécessaire afin d'appliquer les conditions aux limites de la phase dispersée. De plus, elle peut également intervenir lorsque les expressions de la correction de la force de traînée en proche paroi ou la formulation de la force de portance « optimale » sont utilisées. Pour illustrer ce propos, imaginons un écoulement diphasique en apesanteur pour lequel les valeurs des paramètres  $Re_\tau, \tau_p^+$  sont imposées. Afin de simuler cet écoulement il nous est nécessaire de fixer une valeur pour  $d_p^+$  pour pouvoir appliquer les conditions aux limites de la phase dispersée. Quelle que soit cette valeur, il nous sera toujours possible de faire correspondre la valeur de  $\tau_p^+$  avec celle imposée en jouant sur la valeur de  $\rho_p$ . Par conséquent, si seules les valeurs des paramètres  $Re_\tau, \tau_p^+$  sont imposées, il est possible de simuler cet écoulement avec une infinité de valeurs du paramètre  $d_p^+$ , ce qui revient donc à simuler une infinité d'écoulements diphasiques différents. C'est pour cette raison qu'il nous semble utile d'insister sur le fait que les écoulements diphasiques confinés doivent être caractérisés par les quatre nombres sans dimension :  $Re_\tau, \tau_p^+, d_p^+, g^+$ .

Il est important aussi de noter la difficulté à reproduire le comportement d'une phase dispersée au sein d'un écoulement caractérisé par un nombre de Reynolds différent de celui utilisé. Prenons l'exemple d'une expérience effectuée à un nombre de Reynolds  $Re_\tau = 300$ . Nous voulons reproduire le comportement de la phase dispersée au sein de cet écoulement alors que nos simulations ne peuvent être effectués que pour  $Re_\tau = 180$ . Il nous faut alors faire correspondre les paramètres

sans dimensions avec ceux de l'expérience. En choisissant comme grandeurs de références les échelles visqueuses, il est possible de faire correspondre les paramètres  $\tau_p^+$ ,  $g^+$  et  $d_p^+$  de notre simulation à  $Re_\tau = 180$  à ceux de l'expérience effectuée à  $Re_\tau = 300$ . Cependant, le problème est que ces mêmes paramètres adimensionnés par les échelles macroscopiques,  $U_b$  et  $\delta$ , ne correspondront pas. Nous considérons donc que la similitude est partielle. Il est alors difficile, comme l'expliquent Pedinotti, Mariotti et Banerjee (1992), de reproduire numériquement l'ensemble des phénomènes se produisant lors des expériences effectuées à des nombres de Reynolds plus élevés.

### 2.3.2 Méthodes numériques

Le schéma permettant l'avancement temporel des particules solides d'après le système d'équations (2.2) est analogue à celui utilisé pour la phase porteuse (cf. §1.3.1). De plus amples détails peuvent être trouvés dans Rambaud (2001). Initialement, un même nombre de particules est positionné dans les différentes tranches constituant le canal. Dans une même tranche, les particules sont réparties de façon homogène. La vitesse initiale des particules est prise comme étant égale à la vitesse du fluide à cette même position. Lorsque nous effectuons un suivi lagrangien de particules solides, nous restreignons un peu plus le pas de temps, celui-ci étant le minimum entre le pas de temps utilisé pour la phase porteuse et  $\tau_p/5$ . Les conditions limites utilisées sont usuelles, lorsqu'une particule sort du domaine numérique, celle-ci est réintroduite à l'autre extrémité. De plus, quand la distance entre le centre d'une particule et la paroi la plus proche est égale à son rayon, la particule subit alors un rebond élastique. Par ailleurs, les résultats présentés dans ce mémoire ont été obtenus en ne tenant compte ni des interactions entre les particules ni de l'influence de la phase dispersée sur le fluide porteur (régime « one way coupling »).

Le suivi lagrangien de particules, fluides ou solides, nécessite l'interpolation tridimensionnelle de la vitesse du fluide non perturbé à la position de la particule, autrement dit la vitesse du fluide « vu » par les particules. Il existe un grand nombre d'interpolations différentes, nous pouvons citer, par ordre de précision, quelques une d'entre elles : polynomiales de Lagrange, de type Hermite, mixte Hermite/Tchebychev et spectrale. Nous pouvons, d'ores et déjà, écarter les deux dernières qui sont mieux adaptées aux codes de D.N.S. utilisant des méthodes pseudo-spectrales. La précision obtenue par ces deux types d'interpolations a notamment été étudiée par Balanchandar et Maxey (1989), Choi *et al.* (2004) et Kontomaris, Hanratty et McLaughlin (1992). Parmi les deux interpolations restantes, nous avons choisi celle de type Hermite puisqu'elle assure, contrairement à l'interpolation polynomiale de Lagrange, la continuité des dérivées premières de la fonction interpolée. En outre, Rovelstad, Handler et Bernard (1994) ont montré, à partir d'un test comparatif, que cette interpolation se révèle être le meilleur compromis entre la précision et le temps de calcul. Précisons également, qu'une fois l'interpolation de type Hermite construite pour la vitesse du fluide à la position d'une particule, il est extrêmement aisé d'en déduire certaines dérivées spatiales de la vitesse du fluide à la position de cette même particule (Rovelstad *et al.*, 1994).

## 2.4 Réalisation d'un cas test international

Afin de valider le code de calcul de simulation d'un écoulement gaz-solide, nous présentons dans cette partie les résultats obtenus pour un cas test et nous les comparons à ceux obtenus par différents groupes de recherche. Les autres participants sont G. Goldensoph et K.D. Squires (U.S.A.), J.G.M. Kuerten (Pays-Bas) et C. Marchioli et A. Soldati (Italie). L'objectif principal de ce travail

commun est d'établir une base de donnée permettant à des équipes de recherche simulant le même type d'écoulement de valider leurs simulations numériques.

### 2.4.1 Présentation du cas test

L'objectif est de simuler un écoulement gaz-solide ayant des caractéristiques précises. Pour ce qui est du fluide porteur, le nombre de Reynolds est  $Re_\tau = 150$ , les dimensions du canal  $(L_x, L_y, L_z) = (4\pi\delta, 2\delta, 2\pi\delta)$  où  $\delta = 0.02$  cm, et les nombres minimums de points de discrétisation  $(N_x, N_y, N_z) = (128, 128, 128)$ . Les simulations ont été effectuées pour trois types de particules. Leurs masses volumiques sont identiques, soit  $\rho_p = 1000$  kg.m<sup>-3</sup>, leurs diamètres  $d_p = 20$  μm,  $d_p = 46$  μm et  $d_p = 100$  μm. Les temps de réponse correspondants, en unités de paroi, sont  $\tau_p^+ = 1^1$ ,  $\tau_p^+ = 5$  et  $\tau_p^+ = 25$ . La seule force agissant sur les particules qui a été prise en compte est la force de traînée non linéaire et non corrigée en proche paroi. Aucune restriction n'a été imposée sur les méthodes de résolutions des équations de Navier-Stokes. Le choix du schéma numérique d'avancement temporel de l'équation du mouvement des particules ainsi que le choix de la méthode d'interpolation de la vitesse non perturbée du fluide à la position des particules étaient laissés libres. Les méthodes numériques utilisées par chacun des groupes sont :

- G. Goldensoph et K.D. Squires : résolution des équations de Navier-Stokes par schémas classiques aux différences finies (second ordre),  $(N_x, N_y, N_z) = (128, 128, 128)$ . Interpolation tridimensionnelle par des polynômes de Lagrange du troisième ordre. Suivi lagrangien de 100 000 particules.
- J.G.M. Kuerten : résolution des équations de Navier-Stokes par des méthodes pseudo-spectrales,  $(N_x, N_y, N_z) = (128, 128, 128)$ . Interpolation tridimensionnelle de type Hermite. Suivi lagrangien de 100 000 particules.
- C. Marchioli et A. Soldati : résolution des équations de Navier-Stokes par des méthodes pseudo-spectrales,  $(N_x, N_y, N_z) = (128, 128, 128)$ . Interpolation tridimensionnelle par des polynômes de Lagrange du sixième ordre. Suivi lagrangien de 100 000 particules.
- Présents résultats : résolution des équations de Navier-Stokes par schémas classiques aux différences finies (second ordre),  $(N_x, N_y, N_z) = (192, 128, 160)$ . Interpolation tridimensionnelle de type Hermite. Suivi lagrangien de 640 000 particules.

Une particularité de ce cas test est que les simulations ont été conduites jusqu'à l'obtention d'un régime établi de la phase dispersée, c'est-à-dire jusqu'au moment où le profil de concentration devient stationnaire. Sur la figure 2.4, nous avons représenté la concentration des particules dans une tranche contiguë à une paroi,  $C_{p,w}$ , en fonction du temps. La concentration est calculée, de façon générale, comme étant le nombre de particules dans une tranche par unité de volume divisé par le nombre de particules total dans le canal par unité de volume. Nous remarquons que la concentration des particules de faible inertie reste plus ou moins constante dans le temps, alors que pour les particules les plus inertes, la concentration à la paroi augmente lentement, puis se stabilise. Par exemple, pour  $\tau_p^+ = 5$ , un laps de temps de 15 000 en unités de paroi est nécessaire afin que la concentration devienne constante. L'ensemble des statistiques présentées ci-après a été calculé après un laps de temps de 19 000 en unité de paroi, et ce, quel que soit le temps de réponse des

<sup>1</sup>Tout du long de ce document, les particules solides seront caractérisées par le temps de relaxation défini par l'équation (2.8), c'est-à-dire celui obtenu en supposant que la force de traînée obéit à la loi de Stokes.

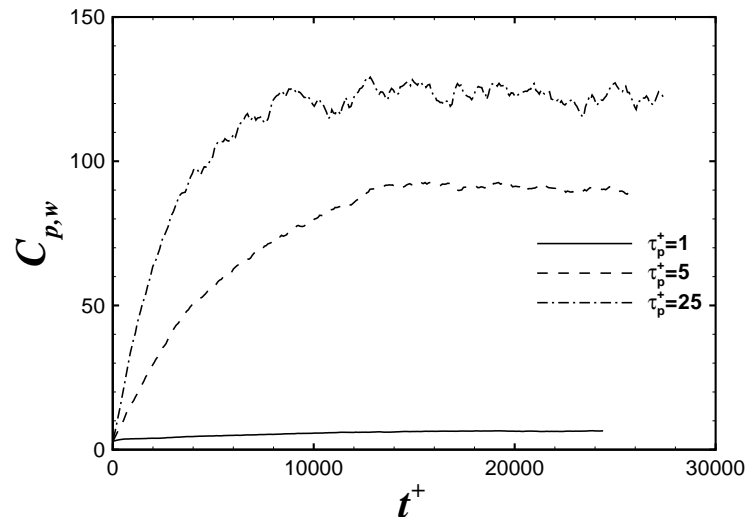


FIGURE 2.4 – Evolution de la concentration à la paroi en fonction du temps (Présents résultats).

particules solides. Il est nécessaire également de préciser le temps de calcul de ces simulations. Les trois simulations, qui ont été réalisées pour une valeur particulière du temps de réponse des particules solides, ont nécessité chacune au minimum 8 mois de calcul en continu sur trois stations de calcul mono-processeur.

### 2.4.2 Résultats obtenus par l'ensemble des équipes de recherche

#### Phase porteuse

Avant de présenter les statistiques de la phase dispersée, nous débuterons par une comparaison des statistiques obtenues pour la phase porteuse. Sur la figure 2.5<sup>2</sup> sont reportés la vitesse moyenne du fluide ainsi que les tensions de Reynolds. Nous constatons que les résultats obtenus par Kuerten, Marchioli et Soldati et Goldensoph et Squires sont en bon accord. Malgré un déficit sur la vitesse moyenne du fluide, nos résultats sont tout de même assez proches de ceux obtenus par les autres groupes. Par conséquent, ces différences devraient être retrouvées sur les statistiques de la phase dispersée.

#### Phase dispersée

La présentation et la validation des résultats obtenus pour la phase dispersée sont effectués selon l'inertie des particules. Il est à noter que les statistiques de la phase dispersée ont été obtenues à partir d'une moyenne spatio-temporelle ordinaire portant sur l'ensemble des particules qui se situent dans une même tranche de fluide parallèle aux parois. L'établissement de la phase dispersée implique que la vitesse moyenne des particules dans la direction normale aux parois est nulle. Cependant, cela ne veut pas dire que les particules se déplaçant vers le centre du canal ou vers la paroi ont la même vitesse. Il se peut qu'il y ait un plus grand nombre de particules se déplaçant vers la paroi que vers le centre du canal, si tel est le cas, la vitesse moyenne normale aux parois

<sup>2</sup>Par soucis de lisibilité les figures ont été placées à la fin du paragraphe §2.4.



des particules se déplaçant vers la paroi sera plus faible que celle des particules allant vers le centre du canal. La vitesse moyenne normale aux parois est reportée sur la figure 2.6 pour les trois types de particules. Quelle que soit l'inertie des particules, les résultats présents et ceux de Goldensohn et Squires sont très proches de zéro, alors que nous notons une déviation des valeurs de Marchioli et Soldati et Kuerten pour les inerties les plus élevées. En ce qui concerne les résultats de Kuerten, nous pouvons l'expliquer par le fait que les moyennes ont été réalisées entre  $t^+ = 1\ 000$  et  $t^+ = 16\ 000$ . Par conséquent, les statistiques n'ont pas été calculées alors que la phase dispersée avait atteint un régime établi. Pour ce qui est des données de Marchioli et Soldati, nous avons trop peu d'informations sur leurs simulations en notre possession pour expliquer cette déviation. Nous pensons que ces données ne correspondent pas au cas d'un régime établi. Une erreur a dû se produire lors de l'échange des données.

La vitesse moyenne longitudinale ainsi que les écart types de la vitesse des particules sont présentés dans les figures 2.7, 2.8 et 2.9 pour  $\tau_p^+ = 1, 5$  et  $25$ , respectivement. Premièrement, en ce qui concerne les résultats présents, nous retrouvons le déficit sur la vitesse moyenne qui a été observé pour le fluide seul. Deuxièmement, les évolutions des écart types de la vitesse en fonction du temps de réponse des particules se trouvent être en accord avec celles obtenues par les autres groupes. Les composantes  $\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,1} \rangle$ ,  $\langle \tilde{u}'_2 v'_{p,2} \rangle$  et  $\langle \tilde{u}'_3 v'_{p,3} \rangle$ <sup>3</sup> de la covariance fluide-particules sont, quant à elles, reportées sur la figure 2.10. Seuls les résultats présents et ceux obtenus par Goldensohn et Squires et Kuerten y sont tracés. Il peut être constaté que nos résultats sont, en général, plus faibles que ceux provenant des autres groupes. Malgré cela, la diminution des composantes de la covariance pour des particules plus inertes est parfaitement reproduite.

Nous pouvons conclure de cette comparaison que notre code de simulation numérique d'un écoulement gaz-solide est capable de reproduire les principales caractéristiques de ce type d'écoulement. Nous sommes toutefois conscients qu'il ne permet pas d'obtenir des statistiques de qualité équivalente à celle obtenue par les autres groupes. Cela est dû au fait que notre D.N.S. du fluide porteur ne permet pas l'obtention de résultats d'une excellente qualité (cf. §1.5). Ces défauts se retrouvent donc sur les résultats obtenus pour la phase dispersée. Nous remettons donc en cause la précision de la résolution directe des équations de Navier-Stokes mais pas celle du suivi lagrangien des particules solides.

Il est à noter que d'autres résultats spécifiques à notre étude sont répertoriés en annexe. Sachant que certains résultats présentés par la suite ont, quant à eux, été calculés alors que la phase dispersée n'avait pas atteint un régime établi, nous pourrions alors juger l'influence du non établissement de la phase dispersée.

### 2.4.3 Conservation de la quantité de mouvement moyenne de la phase dispersée

Une autre méthode permettant de nous assurer de la validité de la simulation numérique et du calcul des statistiques est de vérifier qu'il y a bien conservation de la quantité de mouvement moyenne de la phase dispersée durant les simulations. Ce test est analogue à celui effectué pour le fluide afin de vérifier que la somme des contraintes turbulente et de cisaillement varie de manière linéaire (cf. §1.5.3). Selon une approche eulérienne, l'équation bilan de quantité de mouvement

<sup>3</sup>Dans le présent document, les fluctuations de la vitesse du fluide vu,  $\tilde{u}'_i$ , sont calculées par rapport à la vitesse moyenne eulérienne du fluide, soit  $\tilde{u}'_i = \tilde{u}_i - \langle u_i \rangle$ .

moyenne s'écrit :

$$\alpha_p \rho_p \left( \frac{\partial}{\partial t} \cdot + \langle v_{p,j} \rangle \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot \right) \langle v_{p,i} \rangle = - \frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha_p \rho_p \langle v'_{p,i} v'_{p,j} \rangle) + \alpha_p \rho_p \langle f_i^D \rangle, \quad (2.29)$$

où  $\alpha_p$  est la fraction volumique locale de la phase dispersée et  $f_i^D$  est la force de traînée par unité de masse. Le premier terme du membre de droite de cette équation représente le transport par les fluctuations de vitesse. Le second exprime, quant à lui, le transfert de quantité de mouvement moyenne entre les deux phases. La phase dispersée ayant atteint un régime établi durant les simulations du cas test, le membre de gauche est nul. Par conséquent, la relation suivante doit être vérifiée à partir des données obtenues par D.N.S. :

$$- \frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha_p \langle v'_{p,i} v'_{p,j} \rangle) + \alpha_p \langle f_i^D \rangle = 0. \quad (2.30)$$

Sur les figures 2.11, 2.12 et 2.13, les résultats obtenus, dans les directions longitudinale et normale aux parois, pour les deux termes de l'équation (2.30) ainsi que leur somme sont tracés pour  $\tau_p^+ = 1, 5$  et  $25$ . De ces résultats, nous pouvons remarquer que le terme de transport turbulent est effectivement égal à l'opposé du terme de transfert de la quantité de mouvement moyenne, et par conséquent, que la somme de ces termes est nulle. Nous tenons à préciser que le calcul a été effectué à partir de la concentration instantanée et non à partir de données moyennées temporellement, ce qui peut expliquer le fait que les profils présentés ne soient pas tous parfaitement lisses. Il nous est toutefois possible de conclure que les données obtenues par notre D.N.S. pour le cas test vérifient bien la relation théorique (2.30). Cela implique que la simulation numérique du mouvement de la phase est correcte et que notre méthode de calcul des statistiques n'introduit pas de biais statistique significatif.

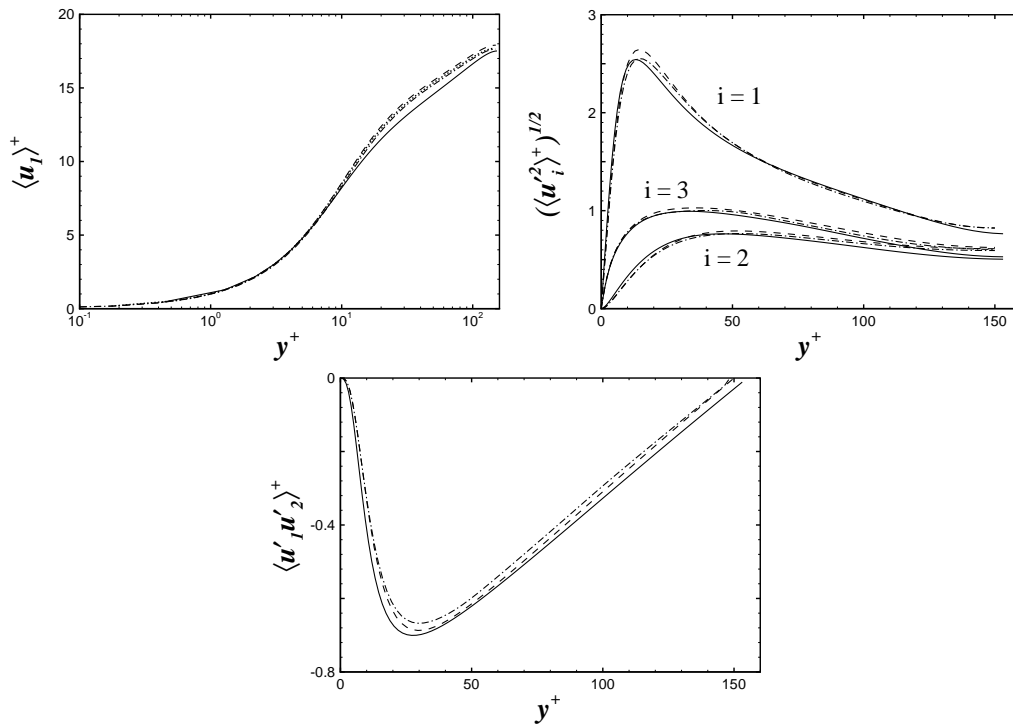


FIGURE 2.5 – Vitesse moyenne et tensions de Reynolds du fluide porteur. —, présents résultats ; --, Kuerten ; -·-, Marchioli et Soldati ; ···, Goldensoph et Squires (seulement  $\langle u_1 \rangle$ ).

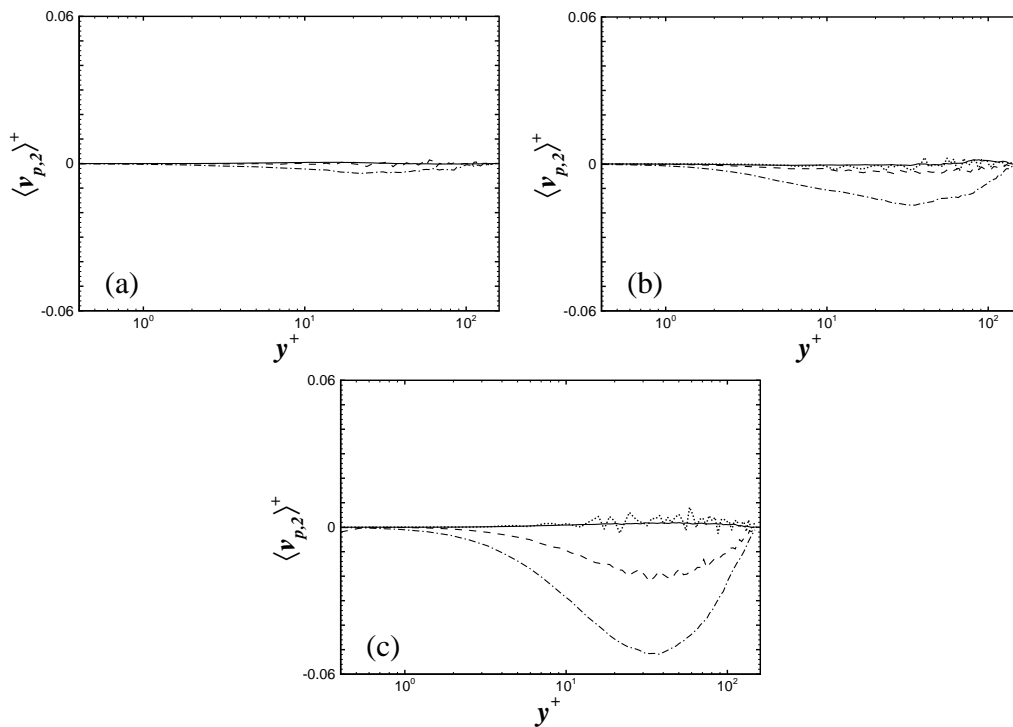


FIGURE 2.6 – Moyenne de la vitesse normale aux parois des particules. (a)  $\tau_p^+ = 1$ . (b)  $\tau_p^+ = 5$ . (c)  $\tau_p^+ = 25$ . —, présents résultats ; --, Kuerten ; -·-, Marchioli et Soldati ; ···, Goldensoph et Squires.

## 2.4 Réalisation d'un cas test international

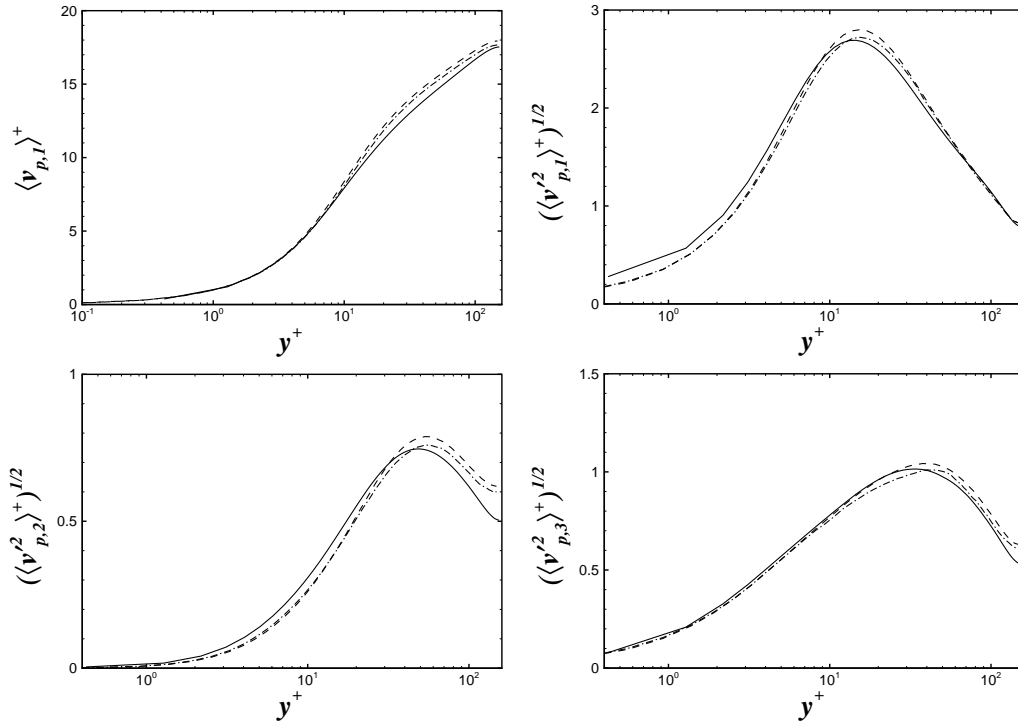


FIGURE 2.7 – Vitesse moyenne longitudinale et écart type de la vitesse des particules pour  $\tau_p^+ = 1$ . —, présents résultats ; --, Kuerten ; -·-, Marchioli et Soldati.

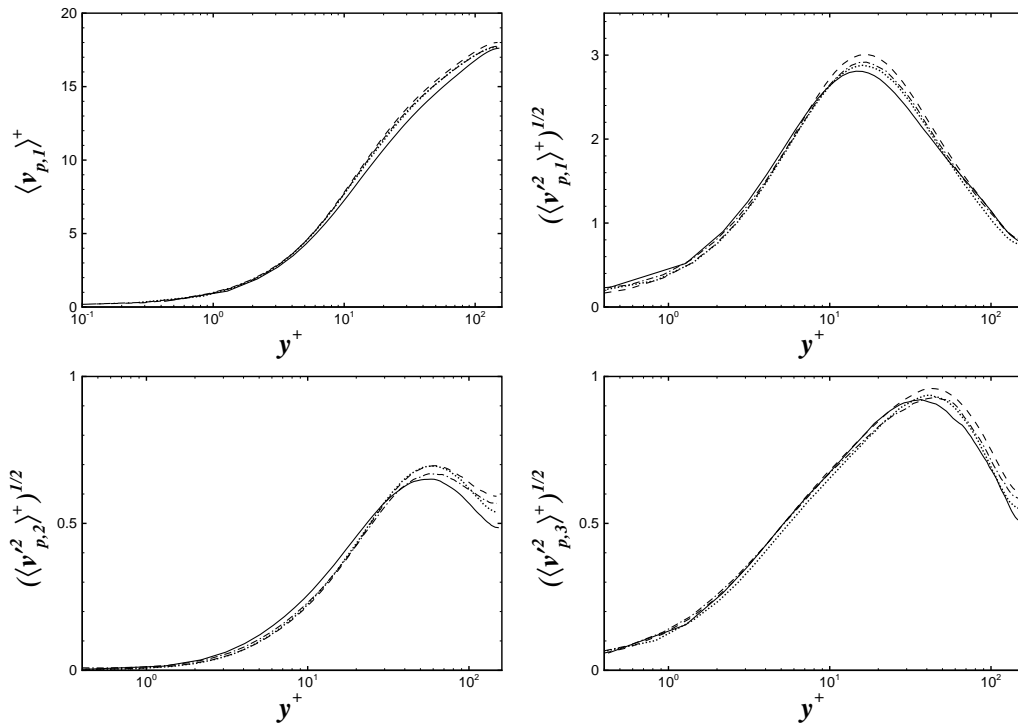


FIGURE 2.8 – Vitesse moyenne longitudinale et écart type de la vitesse des particules pour  $\tau_p^+ = 5$ . —, présents résultats ; --, Kuerten ; -·-, Marchioli et Soldati ; ···, Goldensohn et Squires.

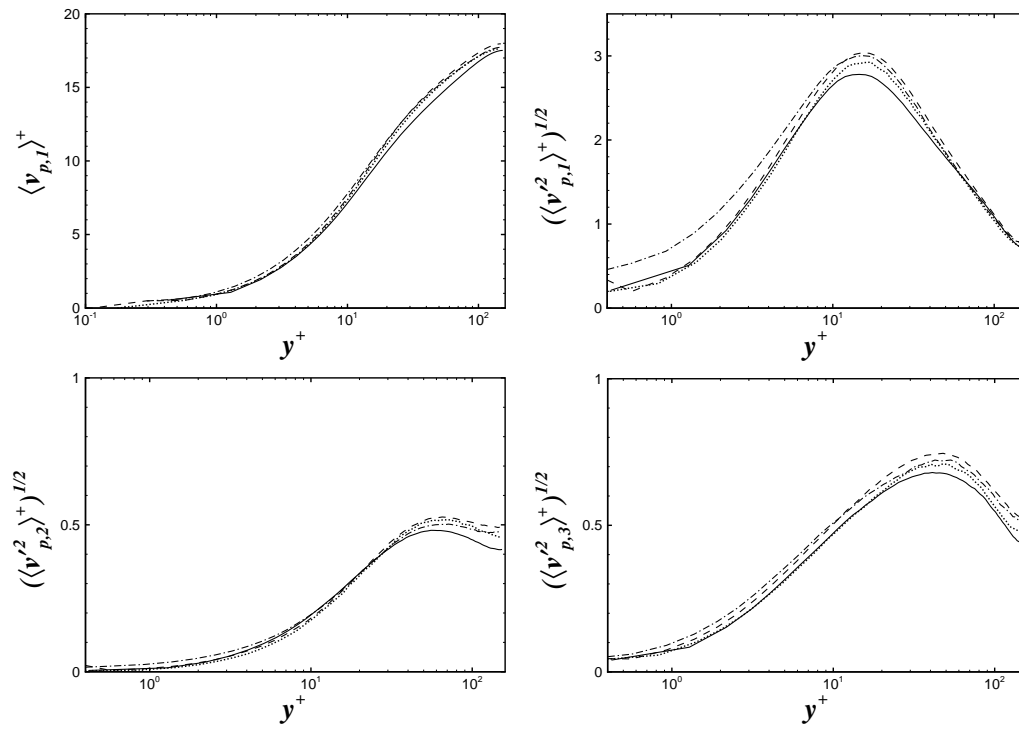


FIGURE 2.9 – Vitesse moyenne longitudinale et écart type de la vitesse des particules pour  $\tau_p^+ = 25$ . —, présents résultats ; --, Kuerten ; -·-, Marchioli et Soldati ; ···, Goldensoph et Squires.

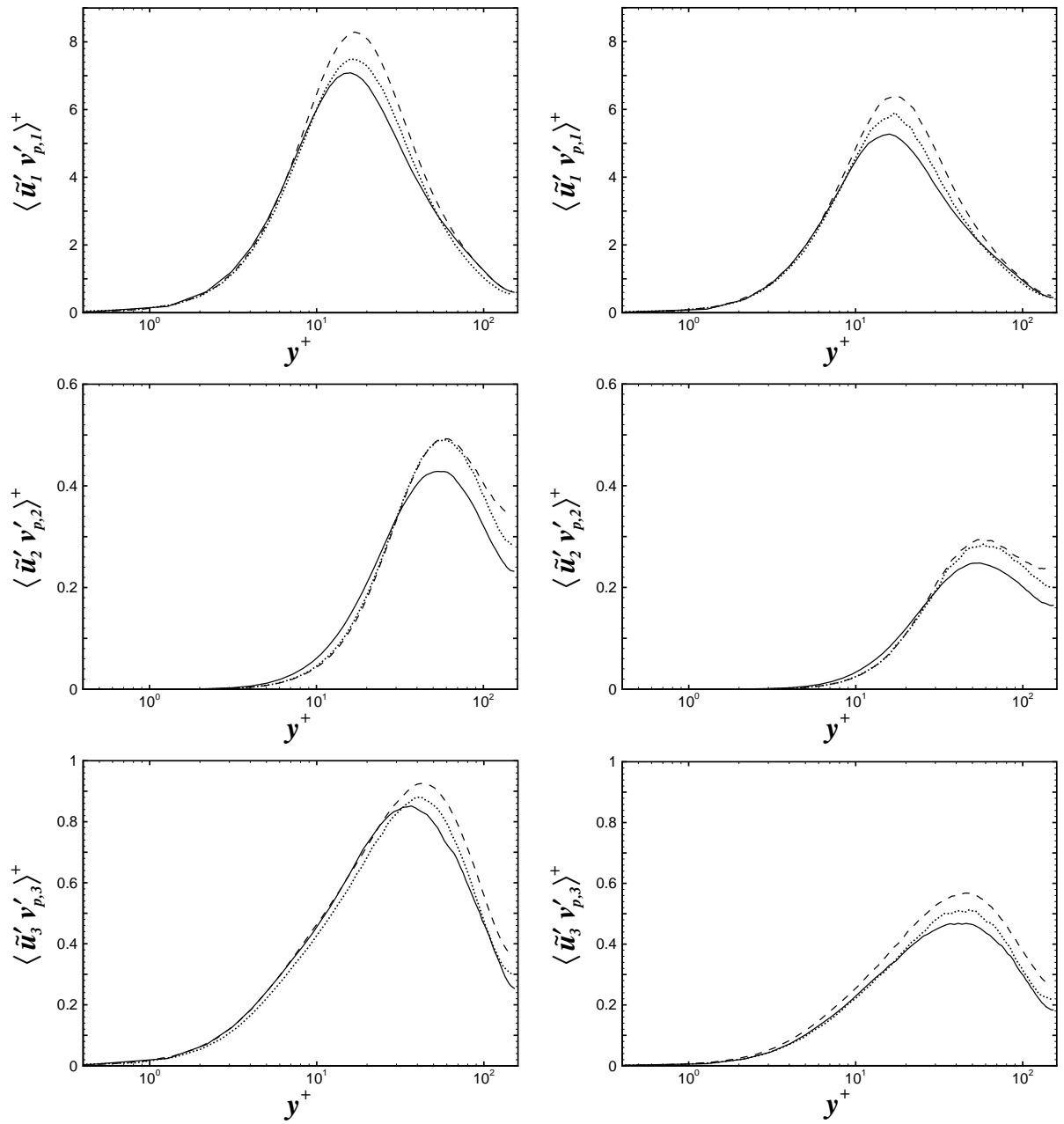


FIGURE 2.10 – Composantes diagonales de la covariance fluide-particules  $\langle \tilde{u}'_i v'_{p,i} \rangle$ . Colonne de gauche,  $\tau_p^+ = 5$ . Colonne de droite,  $\tau_p^+ = 25$ . —, présents résultats ; --, Kuerten ;  $\cdots$ , Goldensohn et Squires.

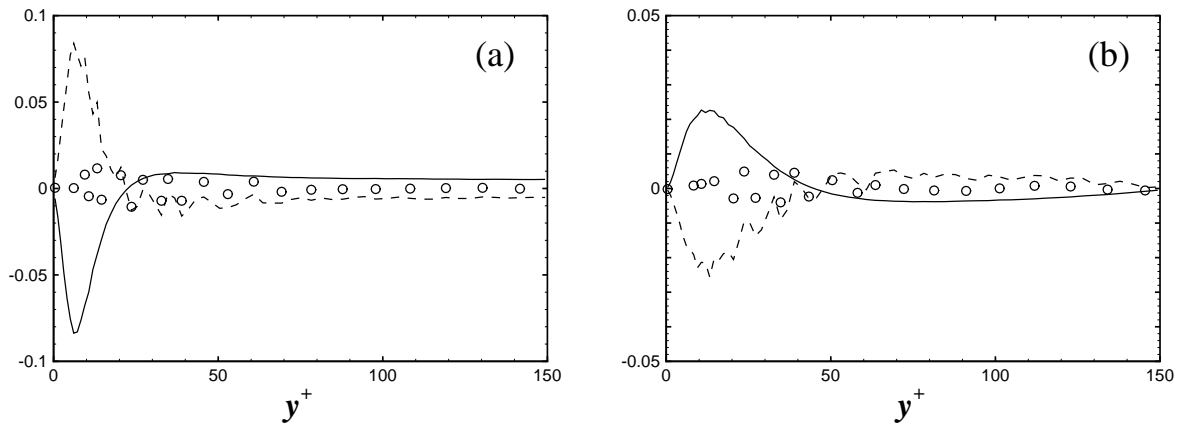


FIGURE 2.11 – Conservation de la quantité de mouvement moyenne pour  $\tau_p^+ = 1$ . (a) Dans la direction longitudinale : —,  $\alpha_p \langle f_1^D \rangle^+$  ; --,  $-\partial \left( \alpha_p \langle v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle^+ \right) / \partial x_2^+$  ;  $\circ$ , somme des deux termes. (b) Dans la direction normale aux parois : —,  $\alpha_p \langle f_2^D \rangle^+$  ; --,  $-\partial \left( \alpha_p \langle v'_{p,2} v'_{p,2} \rangle^+ \right) / \partial x_2^+$  ;  $\circ$ , somme des deux termes.

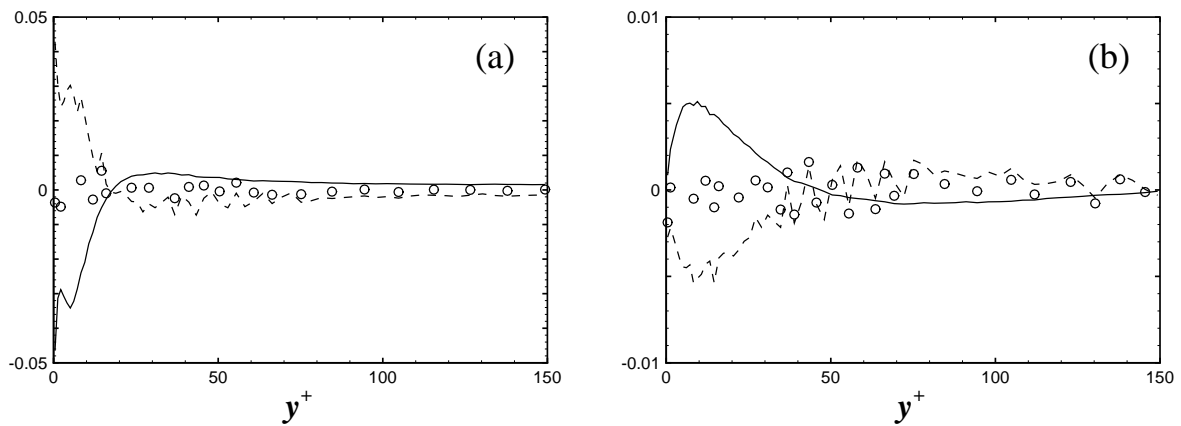


FIGURE 2.12 – Conservation de la quantité de mouvement moyenne pour  $\tau_p^+ = 5$ . (a) Dans la direction longitudinale : —,  $\alpha_p \langle f_1^D \rangle^+$  ; --,  $-\partial \left( \alpha_p \langle v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle^+ \right) / \partial x_2^+$  ;  $\circ$ , somme des deux termes. (b) Dans la direction normale aux parois : —,  $\alpha_p \langle f_2^D \rangle^+$  ; --,  $-\partial \left( \alpha_p \langle v'_{p,2} v'_{p,2} \rangle^+ \right) / \partial x_2^+$  ;  $\circ$ , somme des deux termes.

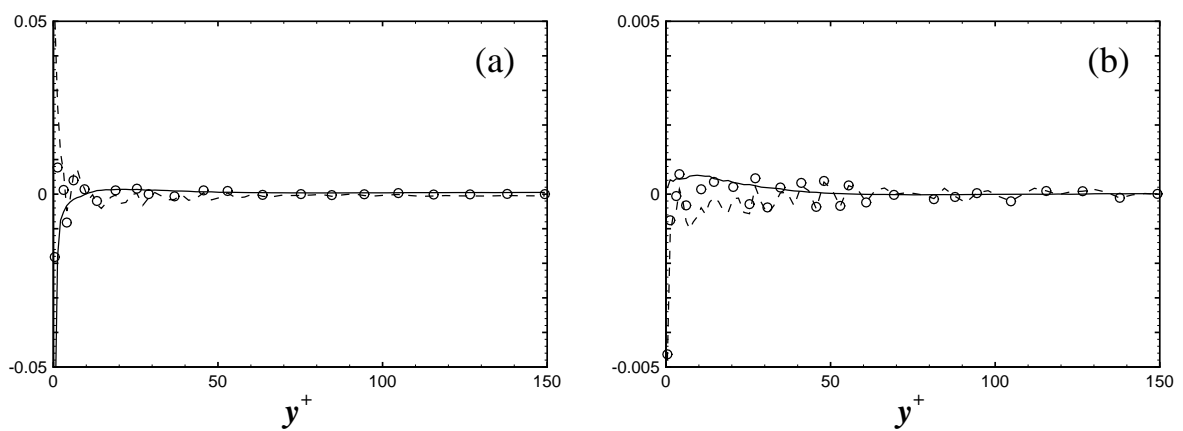


FIGURE 2.13 – Conservation de la quantité de mouvement moyenne pour  $\tau_p^+ = 25$ . (a) Dans la direction longitudinale : —,  $\alpha_p \langle f_1^D \rangle^+$  ; - - ,  $-\partial \left( \alpha_p \langle v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle^+ \right) / \partial x_2^+$  ;  $\circ$ , somme des deux termes. (b) Dans la direction normale aux parois : —,  $\alpha_p \langle f_2^D \rangle^+$  ; - - ,  $-\partial \left( \alpha_p \langle v'_{p,2} v'_{p,2} \rangle^+ \right) / \partial x_2^+$  ;  $\circ$ , somme des deux termes.



## 2.5 Influence de la modélisation des forces sur la phase dispersée

Dans cette partie, une étude portant sur l'influence de la force de portance « optimale » et des corrections de la force de traînée [c-à-d équations (2.9) et (2.10)] sur la phase dispersée est présentée. Nous considérons ici que l'écoulement diphasique se fait en l'absence de gravité. Le nombre de Reynolds de la phase porteuse est  $Re_b = 2800$ , soit  $Re_\tau \approx 185$ .

### 2.5.1 Paramètres des simulations

Le nombre de Reynolds de l'écoulement ainsi que les caractéristiques de la simulation numérique directe du fluide porteur sont identiques à celles utilisées pour la validation en fluide seul (cf. tableau 1.1). La simulation de l'écoulement gaz-solide a été entreprise pour trois types de particules caractérisées par des temps de réponse  $\tau_p^+ = 1.2$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$  et  $\tau_p^+ = 27.1$ . Cela nous permet d'étudier l'influence de la force de portance « optimale » et des corrections de la force de traînée selon l'inertie des particules. Les rapports entre le diamètre et la demi-hauteur du canal correspondant à ces trois types de particules sont  $d_p/\delta = 0.5 \times 10^{-3}$ ,  $0.7 \times 10^{-3}$  et  $1.4 \times 10^{-3}$ , et les rapports entre la masse volumique des particules et du fluide  $\rho_p/\rho$  sont de 2500, 7333 and 7333. Les simulations pour ces trois types de particules ont été effectuées en incluant ou non la force de portance « optimale » et les corrections de la force de traînée. Le cas avec correspondra au cas n°1 et le cas sans au cas n°2. Initialement, 5000 particules solides ont été disposées dans chacune des 128 tranches qui composent le canal. Le nombre total de particules suivies est alors de 640 000 durant chacune des simulations. Les statistiques ont été calculées après un laps de temps  $t^+ \approx 600$  dans le but d'obtenir des statistiques indépendantes des conditions initiales imposées et du temps. A noter que, contrairement aux résultats issus du cas test, la stationnarité des statistiques de la phase dispersée ne s'applique pas à la concentration de particules dans l'écoulement. Ensuite, le calcul des grandeurs statistiques a été effectué pendant une durée de 800 en unités de paroi.

### 2.5.2 Rapport entre les forces moyennes de traînée et de portance

Avant de présenter les résultats, nous devons rappeler que les corrections de la force de traînée et la force de portance « optimale » sont strictement valides pour  $Re_p \ll 1$ . Afin de vérifier cela, nous avons calculé la valeur moyenne du nombre de Reynolds particulaire  $\langle Re_p \rangle = \langle \|\mathbf{V}_r\| \rangle d_p/\nu$ . La moyenne de la norme de la vitesse relative n'ayant pas été calculée, nous l'estimerons à partir des normes de sa partie moyenne et fluctuante par :

$$\langle \|\mathbf{V}_r\| \rangle = \left\langle (V_{r,i} V_{r,i})^{1/2} \right\rangle \approx (\langle V_{r,i} \rangle \langle V_{r,i} \rangle + \langle V'_{r,i} V'_{r,i} \rangle)^{1/2} . \quad (2.31)$$

Les valeurs maximums atteintes durant les simulations sont 0.03, 0.17 et 0.65 pour  $\tau_p^+ = 1.2$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$  et  $\tau_p^+ = 27.1$ , respectivement. Par conséquent, nous pensons que les erreurs induites sur l'estimation de la force de portance et des corrections de la force de traînée ne devraient pas être très importantes.

Les moyennes des composantes longitudinale et normale de la force de traînée par unité de masse, soit  $f_1^D$  et  $f_2^D$ , sont reportées sur la figure 2.14. Ces forces ont été préalablement mises sans dimension à partir de  $u_\tau$  et  $\delta$ . Elles ont été calculées pour les trois types de particule en utilisant

## 2.5 Influence de la modélisation des forces sur la phase dispersée

ou non les corrections de la force de traînée et la force de portance « optimale ». Nous constatons que pour les particules caractérisées par  $\tau_p^+ = 1.2$  et  $\tau_p^+ = 6.8$ , les effets combinés des corrections de la force de traînée et de la force de portance sont négligeables. Pour les particules solides les plus inertes, un effet important est remarqué pour  $y^+ > 100$ . Une explication possible est que les particules arrivant à la paroi rencontrent du fluide ayant une plus faible vitesse longitudinale, les particules décélèrent. Cette décélération est alors plus importante si les corrections de la force de traînée sont employées. Cela induit une diminution de la vitesse relative, entraînant alors une diminution de la composante longitudinale de la force de traînée. Contrairement à cela, la composante normale aux parois est identique pour les cas n°1 et 2. Dans le but de quantifier l'importance de

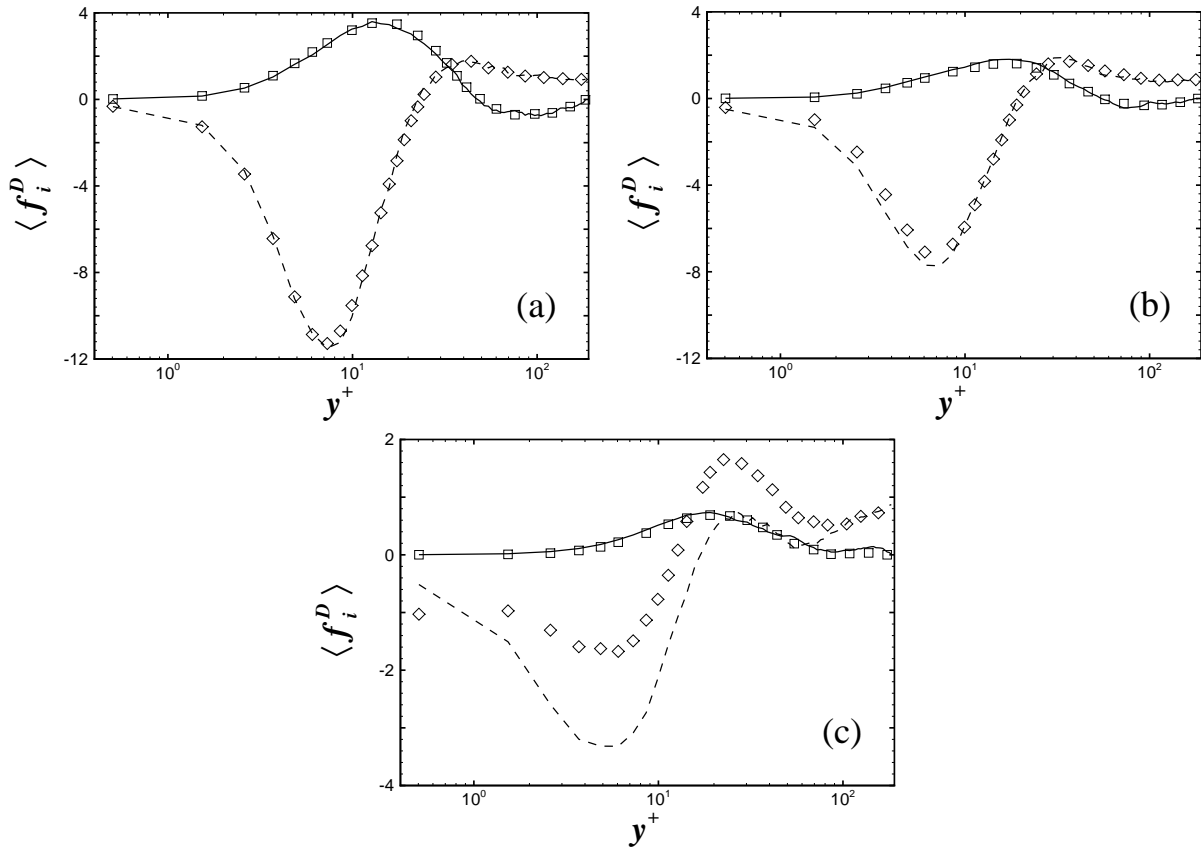


FIGURE 2.14 – Composantes longitudinale et normale de la force de traînée moyenne par unité de masse. (a)  $\tau_p^+ = 1.2$ . (b)  $\tau_p^+ = 6.8$ . (c)  $\tau_p^+ = 27.1$ . Cas n°1 :  $\diamond$ ,  $f_1^D$  ;  $\square$ ,  $f_2^D$ . Cas n°2 : --,  $f_1^D$  ; —,  $f_2^D$ .

la force de portance par rapport à la force de traînée, le rapport entre la moyenne de la force de portance et la moyenne de la composante normale aux parois de la force de traînée a été calculé. Ce rapport est présenté sur la figure 2.15 pour les trois types de particules. Nous observons clairement que la force de portance « optimale » ne représente pas une contribution importante de la force totale agissant sur les particules pour  $y^+ > 5$ . En très proche paroi et pour  $\tau_p^+ = 25$ , nous constatons que la force de portance est jusqu'à six fois plus élevée que la force de traînée. Néanmoins, la composante normale aux parois de la force de traînée est très faible dans cette partie du canal. Par conséquent, nous pouvons considérer que la force de portance « optimale » ne peut pas affecter le comportement global des particules, même celui des plus inertes. Sachant cela, nous allons tout de

même étudier l'influence de cette force et des corrections de la force de traînée sur la concentration et sur certaines statistiques de la vitesse des particules.

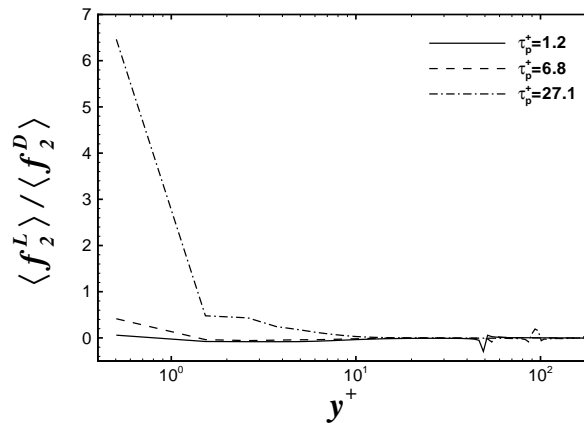


FIGURE 2.15 – Rapport entre la force de portance et la composante normale aux parois de la force de traînée.

### 2.5.3 Concentration en particules

Nous allons maintenant nous intéresser à l'influence des corrections de la force de traînée et de la force de portance sur la distribution des particules solides au sein du canal. La concentration de la phase dispersée est une caractéristique fondamentale des écoulements gaz-solide. Nous l'avons tracée pour les trois types de particules et à travers le canal sur la figure 2.16. Les valeurs de la concentration ont été obtenues après un laps de temps de 1210 en unités de paroi pour chacune des simulations. Une représentation logarithmique des axes des abscisses et des ordonnées a été

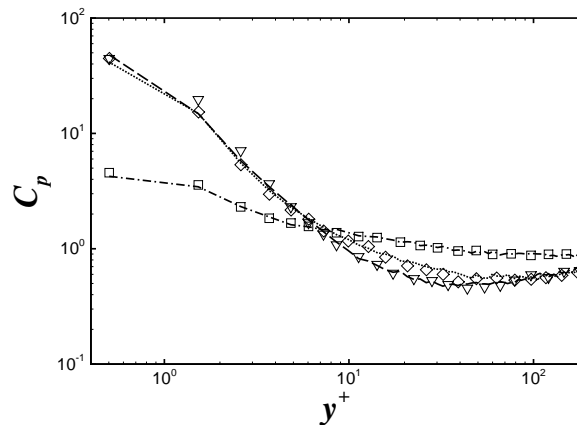


FIGURE 2.16 – Concentration moyenne  $C_p$  à  $t^+ = 1210$ . Cas n°1 :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $\nabla$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . Cas n°2 :  $-\cdot-$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $- -$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

choisie afin de mieux distinguer les valeurs de la concentration en proche paroi. Une fois encore, les corrections de la force de traînée ainsi que la force de portance n'induisent pas de changements notables dans la majeure partie du canal. Nous pouvons toutefois noter dans la première tranche

contiguë à la paroi une diminution de 10% de la concentration pour les particules ayant la plus grande inertie. Cette diminution est accompagnée par une augmentation de la concentration pour  $1 < y^+ < 4$ . Mis à part cela, il est à remarquer que la concentration en proche paroi atteint des valeurs 50 fois supérieures à la concentration moyenne dans le canal. Il est par conséquent clair qu'un écoulement gaz-solide peut être dilué globalement mais pas localement.

### 2.5.4 Statistiques de la vitesse de la phase dispersée

#### Moyennes et écarts types de la vitesse du fluide et des particules

Les profils de la vitesse moyenne des phases dispersée et porteuse sont reportés sur la figure 2.17<sup>4</sup>. La vitesse moyenne longitudinale de la phase dispersée est identique pour les cas n°1 et 2 et pour  $\tau_p^+ = 1.2$  et  $\tau_p^+ = 6.8$ , alors que l'utilisation des corrections de la force de traînée ainsi que de la force de portance provoquent une faible diminution de la vitesse moyenne des particules les plus inertes dans la sous-couche visqueuse et dans la zone tampon. Ces observations sont également valables pour les écarts types de la composante longitudinale de la vitesse des particules qui sont reportés sur la figure 2.18. En revanche, aucune influence n'est observée sur les écarts types des composantes normale et transversale de la vitesse des particules. Il en va de même pour la covariance particule-particule  $\langle v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle$  qui est tracée sur la figure 2.19.

#### Vitesses de dérive

La vitesse moyenne de dérive des particules qui représente la moyenne des fluctuations de la vitesse du fluide à la position des particules,  $V_{d,i} = \langle \tilde{u}'_i \rangle$ , est présentée sur la figure 2.20. Cette vitesse est induite par le positionnement non aléatoire des particules dans le champ fluide, phénomène appelé concentration préférentielle. Nous notons que les corrections de la force de traînée en proche paroi ainsi que la force de portance « optimale » n'ont pas d'influence sur cette grandeur. Cela signifie donc que le phénomène de concentration préférentielle des particules au sein du fluide porteur n'est influencé ni par les corrections de la force de traînée ni par la force de portance « optimale ».

#### Covariances fluide-particules

Enfin, nous comparons sur la figure 2.21 les composantes diagonales de la covariance fluide-particules  $\langle \tilde{u}'_i v'_{p,j} \rangle$  obtenues pour les cas n°1 et 2. Nous n'observons pas de modifications importantes de ces grandeurs par la prise en compte des corrections de la force de traînée en proche paroi et de la force de portance. Toutefois, nous constatons une légère diminution de la composante de la covariance  $\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,1} \rangle$  pour les particules ayant une inertie intermédiaire ( $\tau_p^+ = 6.8$ ). Cette diminution n'est pas assez significative pour que nous en tenions compte. Le fait qu'il y ait peu d'influence sur la covariance fluide-particules est en accord avec les observations précédemment énoncées.

Cette étude portant sur l'influence de la prise en compte des corrections de la force de traînée et de la force de portance sur la phase dispersée, montre que celle-ci est négligeable même en

---

<sup>4</sup>Par soucis de lisibilité les figures ont été regroupées à la fin de §2.5.4.

proche paroi. En ce qui concerne plus précisément la force de portance « optimale », cela est consistant avec les observations de Wang *et al.* (1997). Contrairement à nous, Wang *et al.* (1997) ont seulement étudié l'influence de la force de portance « optimale » sur le taux de déposition des particules solides dans un canal en apesanteur. Notre étude vient donc compléter la leur puisque nous montrons que cette force « optimale » n'influence pas le mouvement de la phase dispersée au sein du canal. Par conséquent, de ces deux études, nous pouvons conclure que l'introduction de la force de portance « optimale » et des corrections de la force de traînée dans le calcul de la trajectoire des particules solides n'est pas nécessaire, d'autant plus que la programmation de la force de portance « optimale » n'est absolument pas simple. Pour terminer, nous tenons à préciser que ces conclusions ne sont valides que sous certaines restrictions, c'est-à-dire en l'absence des forces gravitationnelles, en considérant que les parois sont lisses et que les chocs particules-paroi sont élastiques. Ces trois derniers phénomènes peuvent être à l'origine d'une augmentation de la vitesse relative longitudinale et donc de la force de portance.

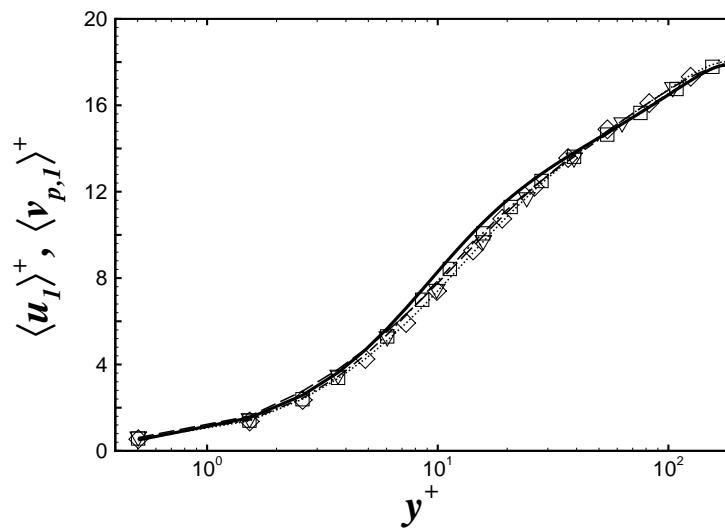


FIGURE 2.17 – Vitesses moyennes du fluide et des particules. —, fluide. Cas n°1 :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $\nabla$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . Cas n°2 :  $-\cdot-$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $--$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

## 2.5 Influence de la modélisation des forces sur la phase dispersée

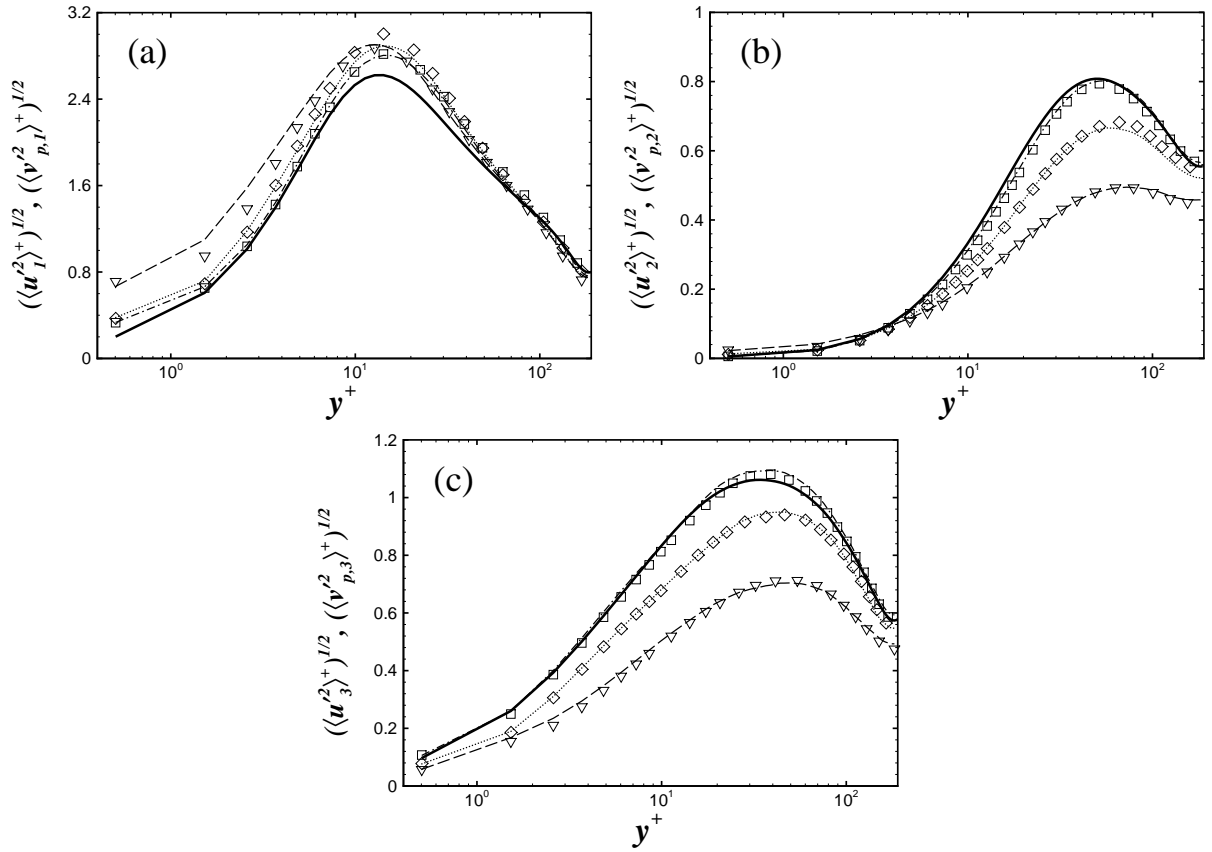


FIGURE 2.18 – Ecarts types des vitesses du fluide et des particules. —, fluide. Cas n°1 :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $\nabla$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . Cas n°2 :  $-\cdot-\cdot-$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $---$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

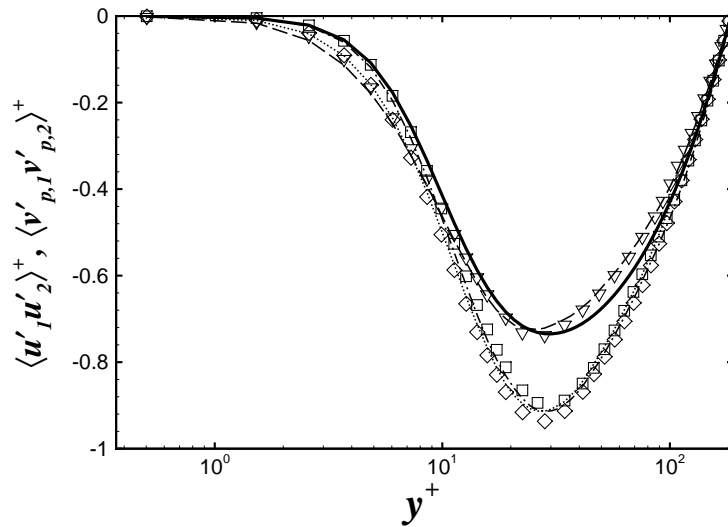


FIGURE 2.19 – Contrainte turbulente de cisailment  $\langle u'_1 u'_2 \rangle^+$  et covariance particule-particule  $\langle v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle^+$ . —, fluide. Cas n°1 :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $\nabla$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . Cas n°2 :  $-\cdot-\cdot-$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $---$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

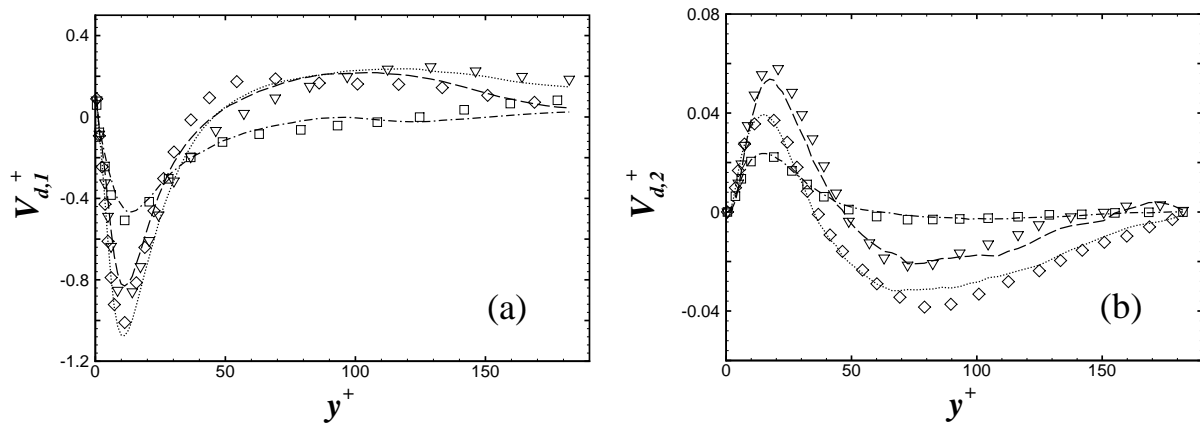


FIGURE 2.20 – Composantes dans les directions longitudinale et normale de la vitesse de dérive des particules,  $V_{d,1}$  et  $V_{d,2}$ . Cas n°1 :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $\nabla$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . Cas n°2 :  $-\cdot-\cdot-$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $---$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

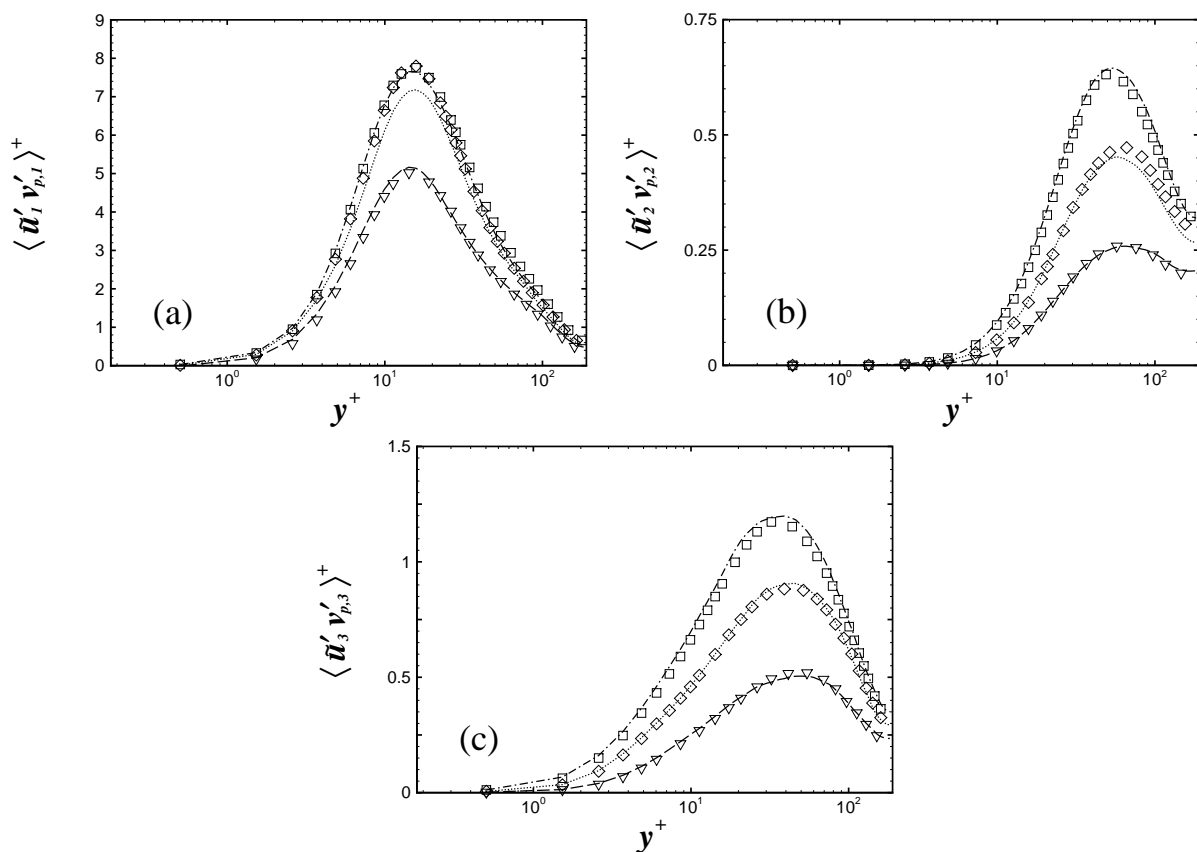


FIGURE 2.21 – Composantes diagonales de la covariance fluide-particules  $\langle \tilde{u}'_i v'_{p,i} \rangle$ . Cas n°1 :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $\nabla$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . Cas n°2 :  $-\cdot-\cdot-$ ,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 6.8$ ;  $---$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

# Les points clés de cette partie

Au sein du premier chapitre intitulé « **La phase porteuse** », les points importants suivants ont été présentés :

- ▷ la description statistique détaillée de l'écoulement fluide en examinant les moments statistiques d'ordre un à quatre de la vitesse et de la pression ainsi que les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente et des tensions de Reynolds ;
- ▷ la validation de la simulation par D.N.S. Les moments statistiques d'ordre supérieur à deux ainsi que les grandeurs liées à la vorticité sont passablement prédits. Sans être toutefois catégorique, nous mettons en cause l'utilisation de schémas numériques basés sur des différences finies d'ordre deux ;
- ▷ la présentation et l'étude de l'ensemble des corrélations spatiales, et de certaines corrélations temporelles. La comparaison des échelles de longueurs et temporelles associées avec des résultats numériques issus de la littérature s'  st avérée très convenable ;
- ▷ la description structurelle de la turbulence. Analyse par quadrant des événements turbulents  $u'_1 u'_2$  et calcul de l'espacement moyen entre deux stries de fluide en proche paroi.

Dans le second chapitre intitulé « **La phase dispersée** », les points importants sont :

- ▷ la validation de la simulation de l'écoulement gaz-solide. La participation à un cas test international a montré que les résultats issus de simulations réalisées jusqu'à l'obtention d'un régime établi sont convenables ;
- ▷ l'influence sur la phase dispersée des corrections de la force de traînée en proche paroi et de la force de portance « optimale ». Celle-ci est négligeable en apesanteur, pour des parois lisses, et des chocs particules-paroi élastiques.





*Deuxième partie*

---

**Dynamique de la phase dispersée et  
caractéristique du fluide « vu »**

---



# Chapitre 3

## Etude de l'effet d'inertie en apesanteur

Dans la première partie de mémoire, nous avons montré que le code de calcul par D.N.S. permet une bonne représentation d'un écoulement gaz-solide au sein d'un canal. Nous avons également cerné ses limites. Désormais, nous allons nous intéresser plus précisément à différentes caractéristiques de l'écoulement gaz-solide. Nous proposons dans cette partie d'étudier les effets d'inertie ainsi que les effets de croisement de trajectoires sur la dynamique de la phase dispersée. Alors que ces effets sont assez bien connus pour une turbulence isotrope, il subsiste à ce jour bon nombre d'interrogations concernant l'influence de ces deux effets au sein d'une turbulence non homogène. C'est pourquoi, il nous semble essentiel de les étudier à partir de la simulation numérique directe. Au sein de ce chapitre 3, nous examinerons l'effet de l'inertie sur le phénomène de concentration préférentielle, les moments statistiques de la vitesse des particules et enfin sur la décorrélation de la turbulence « vue » par les particules solides. Au cours de cette présentation, nous nous efforcerons d'établir un lien direct entre le phénomène de concentration préférentielle et les statistiques de la phase dispersée. Une étude portant sur la validité de la théorie de Tchen-Hinze viendra clore ce chapitre. Avant de présenter tous ces aspects physiques de l'écoulement diphasique, commençons par décrire les caractéristiques de nos simulations.

### 3.1 Caractéristiques de la simulation

Dans le but d'étudier l'effet de l'inertie des particules, nous avons réalisé des simulations numériques pour trois types différents de particules à  $Re_\tau \approx 185$ . Nous avons étudié des particules caractérisées par les temps de réponse suivants :  $\tau_p^+ = 2$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$  et  $\tau_p^+ = 27.1$ . Cela nous permet donc d'étudier le comportement des particules au sein de l'écoulement pour des inerties faible, modérée et forte. Les autres caractéristiques de ces trois types de particules sont regroupées dans le tableau 3.1. Lors de ces trois simulations, nous avons pris en compte la force de traînée corrigée en proche paroi et la force de portance « optimale ». La gravitation a, quant à elle, été négligée. Les statistiques ont été calculées après un laps de temps de 1600 en unités de paroi. Par conséquent, il est évident que, contrairement aux simulations réalisées pour le cas test, la phase dispersée n'a pas encore atteint un régime établi.

Cas	$d_p$ ( $\mu\text{m}$ )	$d_p/\delta$	$\rho_p/\rho$	$\tau_p^+$
1	50	0.0005	4166	2
2	140	0.0014	4166	15.4
3	140	0.0014	7333	27.1

TABLEAU 3.1 – Caractéristiques de la phase dispersée.

### 3.2 Concentration préférentielle

Tout d'abord, étudions de façon visuelle l'effet de l'inertie sur le comportement de la phase dispersée. Diverses études expérimentales et numériques ont montré que la turbulence du fluide a pour conséquence d'induire une distribution non aléatoire des particules, même lorsque celles-ci sont initialement introduites de manière aléatoire (Eaton et Fessler, 1994). Cet aspect des écoulements multiphasiques est plus communément connu sous le nom de phénomène de concentration préférentielle. Lorsque la turbulence est statistiquement homogène, il a été prouvé que les particules plus denses que le fluide porteur ont tendance à se concentrer dans les zones caractérisées par une faible vorticité et une forte déformation (Reeks, 1977; Maxey, 1987; Squires et Eaton, 1991; Wang et Maxey, 1993). Pour un écoulement non homogène, il a été établi que les particules solides en suspension, qui se trouvent près de la paroi, se concentrent principalement dans les stries de fluide ayant une faible vitesse longitudinale (Pedinotti *et al.*, 1992; Wang et Squires, 1996b; Marchioli et Soldati, 2002; Rouson et Eaton, 2001). Pedinotti *et al.* (1992) ont notamment remarqué, grâce à la simulation numérique directe, que ce phénomène est accru pour des particules modérément inertes et lorsque la gravité agit dans la direction normale aux parois. Cette forte accumulation de particules solides en écoulement confiné a été aussi remarquée expérimentalement (Fessler, Kulick et Eaton, 1994; Kaftori, Hestroni et Banerjee, 1995a; Kaftori, Hestroni et Banerjee, 1995b).

Sur la figure 3.1, nous avons reporté la distribution instantanée des particules présentes dans une tranche parallèle aux parois qui se situe dans la sous-couche visqueuse. Cette distribution est donnée pour les trois types de particules. Nous constatons que les particules les moins inertes ne sont que faiblement concentrées préférentiellement dans le fluide porteur car nous observons peu de regroupement de particules, alors que les particules ayant une inertie modérée le sont fortement. En effet, nous remarquons que ces particules forment de longues lignes qui se superposent presque parfaitement avec les zones de fluide caractérisées par une faible vitesse longitudinale. Pour une inertie plus importante, ce phénomène est également présent mais il est moins prononcé. Les particules les plus inertes forment également de longues lignes, cependant, nous constatons qu'il y en a un certain nombre qui se situent, quant à elles, dans des zones de fluide caractérisées par une forte vitesse longitudinale. Le phénomène de concentration préférentielle est donc plus prononcé pour des particules ayant un temps de réponse compris entre  $2 < \tau_p^+ < 27.1$ . Ceci est normal puisque les particules qui sont les moins inertes tendent à agir comme des traceurs passifs, celles-ci ont donc des trajectoires presque identiques à celles des particules de fluide. Par conséquent, le phénomène de concentration préférentielle doit être de moins en moins prononcé lorsque  $\tau_p^+ \rightarrow 0$ . Alors que lorsque  $\tau_p^+ \rightarrow \infty$ , les particules réagissent de moins en moins à la turbulence du fluide porteur. Leurs trajectoires deviennent indépendantes des mouvements du fluide porteur, et par conséquent, le phénomène de concentration préférentielle doit aussi être de moins en moins

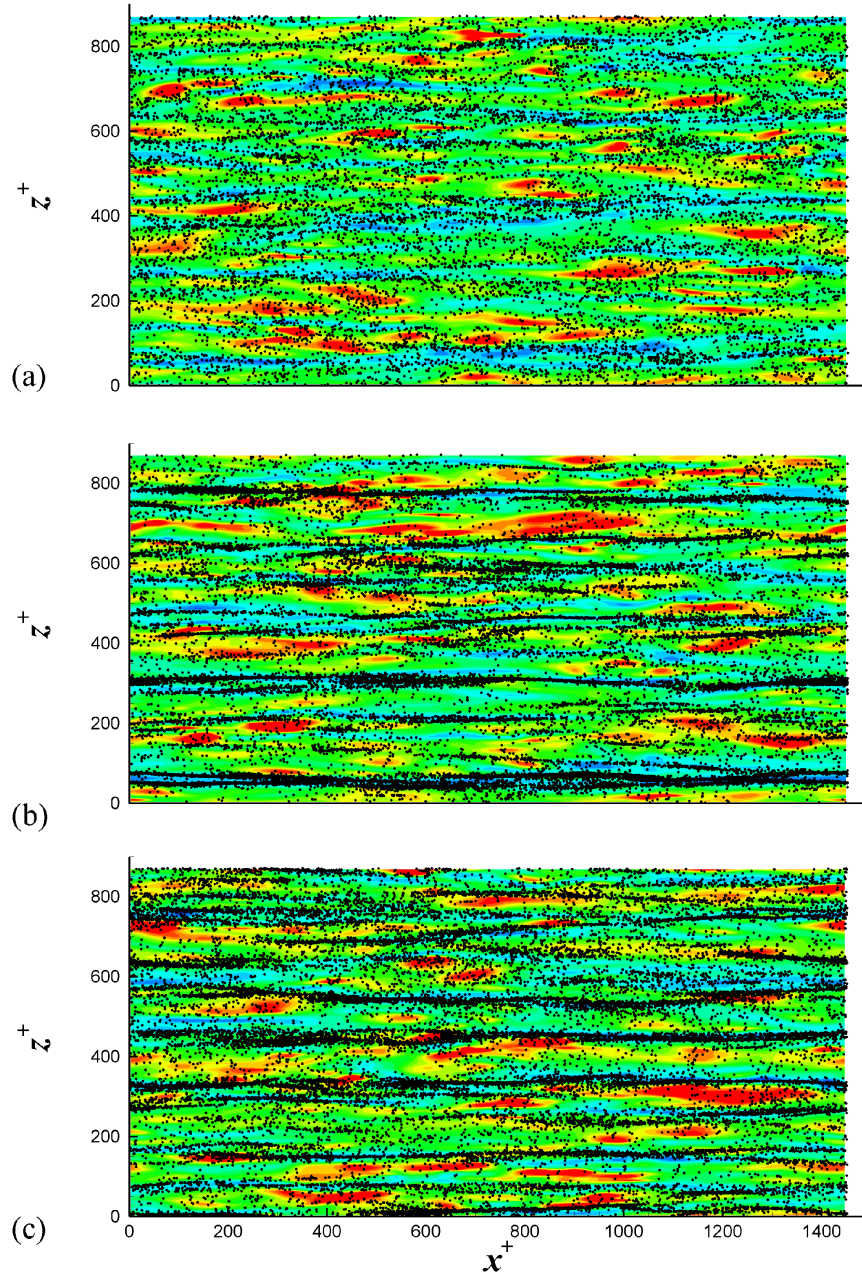


FIGURE 3.1 – Distribution instantanée des particules situées entre  $1 < y^+ < 4.2$  dans une tranche  $xz$ . (a)  $\tau_p^+ = 2$ . (b)  $\tau_p^+ = 15.4$ . (c)  $\tau_p^+ = 27.1$ . Les contours représentent les fluctuations de vitesse longitudinales dans un plan  $xz$  situé à  $y^+ = 2.6$  : zones en bleu pour  $u_1' < 0$ , en rouge pour  $u_1' > 0$ .

prononcé. Il existe donc une valeur du temps de réponse pour laquelle le phénomène de concentration préférentielle doit être le plus prononcé. Les présentes observations sont analogues à celles énoncées, par exemple, par Wang et Squires (1996b). L'accumulation des particules solides situées en proche paroi est donc régie par les longues stries de fluide ayant une faible vitesse longitudinale, et dépend de l'inertie des particules. Lors de l'étude de ces stries de fluide dans la première partie, nous avons précisé qu'elles sont caractérisées par une très longue persistance temporelle.

Il paraît alors logique que l'interaction des particules solides et de ces événements turbulents soit importante.

Afin de pouvoir identifier les événements turbulents qui interagissent avec les particules solides à travers le canal, nous avons tracé, sur les figures 3.2 et 3.3, la distribution des particules solides situées dans une tranche  $yz$  perpendiculaire aux parois pour  $\tau_p^+ = 15.4$  et 27.1, respectivement. Les

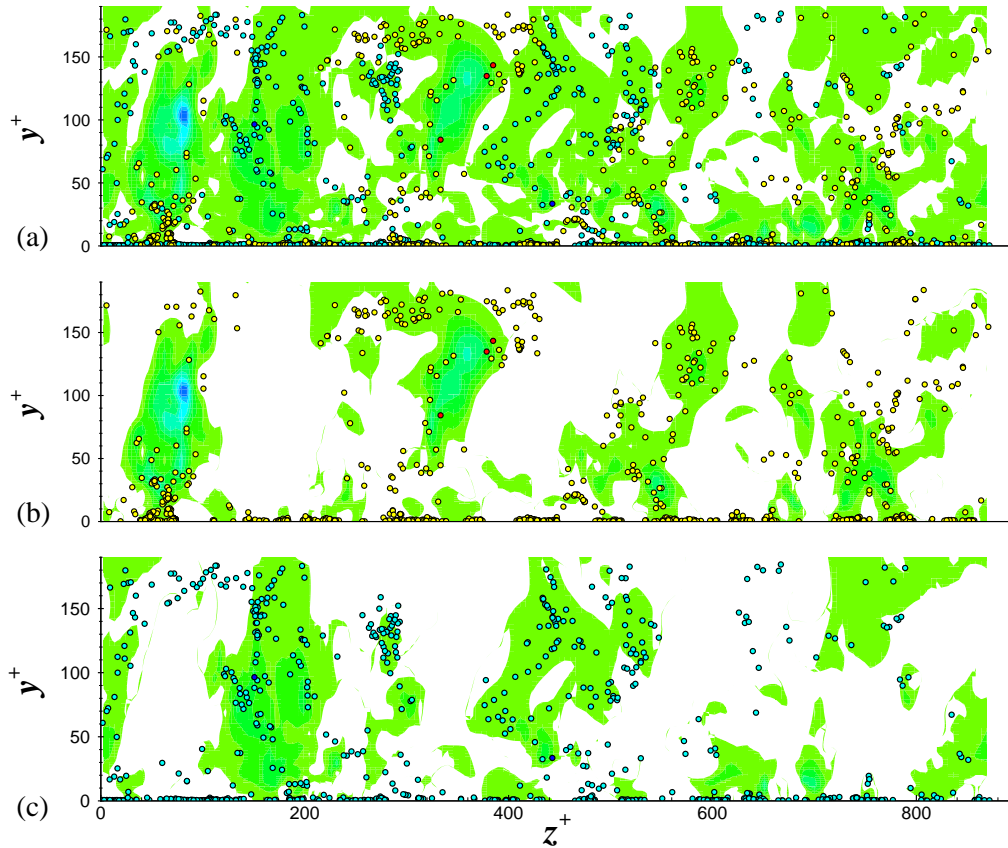


FIGURE 3.2 – Distribution instantanée des particules, ayant un temps de réponse  $\tau_p^+ = 15.4$ , dans une tranche  $yz$  d'épaisseur  $\Delta x^+ = 7.5$ . (a) Les contours représentent les événements turbulents caractérisés par  $u'_1 u'_2 < 0$ . Toutes les particules sont représentées. (b) Les contours représentent les événements turbulents  $u'_1 u'_2 < 0$  avec  $u'_2 < 0$ , seulement les particules se dirigeant vers la paroi sont représentées. (c) Les contours représentent les événements turbulents  $u'_1 u'_2 < 0$  avec  $u'_2 > 0$ , seulement les particules se dirigeant vers le centre du canal sont représentées.

distributions sont superposées aux contours des événements turbulents  $u'_1 u'_2$ . Ces derniers sont, quant à eux, reportés selon le signe de  $u'_1$  et  $u'_2$  (cf. analyse par quadrant §1.7). L'ensemble des particules ainsi que les événements  $u'_1 u'_2$  négatifs sont présentés sur la figure 3.2(a). Nous remarquons que la présence des particules est fortement corrélée avec les valeurs négatives de  $u'_1 u'_2$ . Les particules sont donc placées dans les zones appartenant aux quadrants  $Q_2$  et  $Q_4$ . Cela paraît également assez logique puisque, comme nous l'avons vu précédemment, ces événements sont les plus nombreux et les plus intenses dans cette partie du canal. Par ailleurs, il est important de remarquer que ce positionnement particulier implique que les particules se situent dans les zones de production de l'énergie cinétique turbulente. Afin de différencier l'importance des événements appartenant à  $Q_2$  ou à  $Q_4$ , nous avons tracé, sur la figure 3.2(b), uniquement les événements appartenant à  $Q_4$ ,

### 3.2 Concentration préférentielle

et sur la figure 3.2(c), uniquement ceux appartenant à  $Q_2$ . En outre, seules les particules se déplaçant vers la paroi sont représentées sur la figure 3.2(b), alors que seules celles se dirigeant vers le centre du canal sont représentées sur la figure 3.2(c). Ces figures nous apprennent que la plupart des particules se dirigeant vers la paroi se situent dans les masses de fluide ayant une forte vitesse longitudinale et se déplaçant vers la paroi (c-à-d les événements appartenant à  $Q_4$ ). Les particules allant vers le centre du canal sont, quant à elles, situées dans les masses de fluide ayant une faible vitesse longitudinale se déplaçant également vers le centre du canal (c-à-d les événements appartenant à  $Q_2$ ).

Lorsque l'inertie des particules est plus élevée, nous constatons que ces phénomènes sont égale-

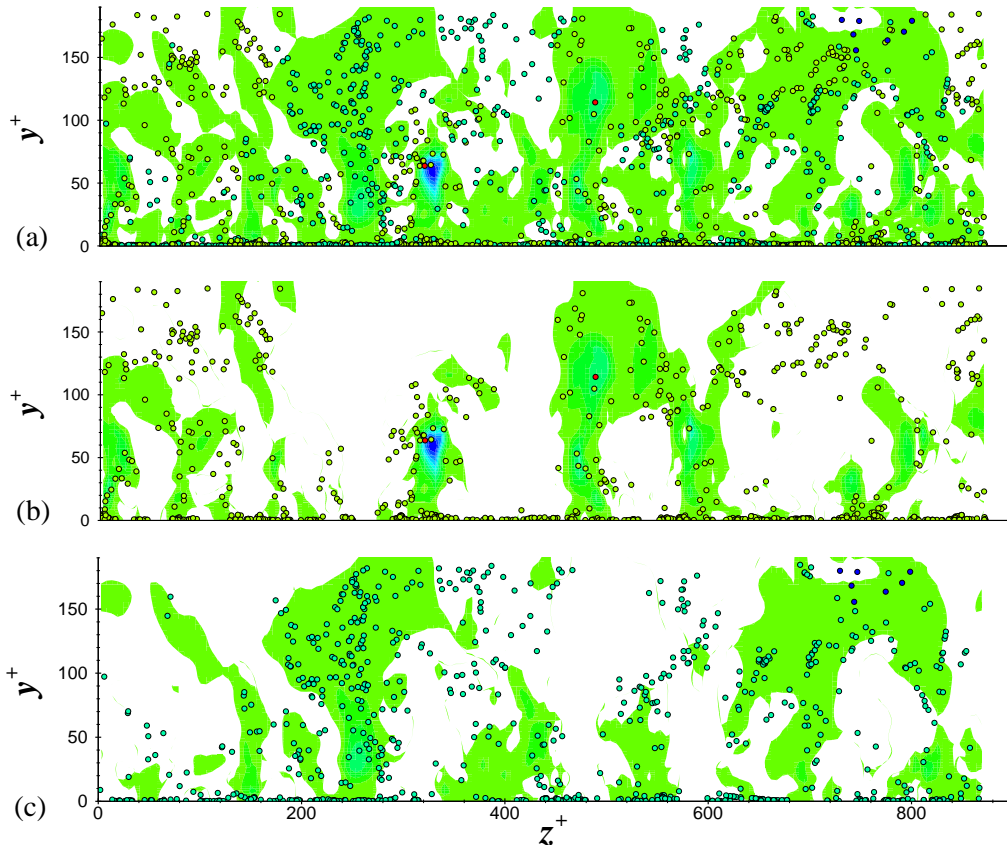


FIGURE 3.3 – Distribution instantanée des particules, ayant un temps de réponse  $\tau_p^+ = 27$ , dans une tranche  $yz$  d'épaisseur  $\Delta x^+ = 7.5$ . Légende identique à celle de la figure 3.2.

ment présents mais ils sont beaucoup moins prononcés (cf. figure 3.3). En effet, il y a un certain nombre de particules se situant dans les zones caractérisées par des valeurs de  $u'_1 u'_2$  positives, et de plus, le mouvement des particules vers la paroi ou vers le centre du canal n'est pas forcément corrélé avec la présence des événements appartenant aux quadrants  $Q_4$  et  $Q_2$ , respectivement. Enfin, nous tenons à signaler, d'après les figures 3.2 et 3.3, que le phénomène de concentration préférentielle des particules solides n'est pas restreint à la zone de proche paroi, comme cela a été remarqué par Fessler *et al.* (1994). Des renseignements complémentaires sur le phénomène d'accumulation de particules en proche paroi et sur le transfert des particules vers la paroi ou le centre du canal peuvent être notamment trouvés dans les travaux de Rouson et Eaton (2001), Marchioli et Soldati (2002) et Picciotto, Marchioli et Soldati (2005). Citons également les récents travaux de Winkler,



Rani et Vanka (2004), par L.E.S., dans une conduite à section carrée. Ils se sont intéressés principalement au lien qui pourrait exister entre l'accumulation des particules solides et la présence de structures turbulentes cohérentes en calculant les densités de probabilité, conditionnées par la présence des particules solides, de différents critères de reconnaissance de structures cohérentes. Cette analyse visuelle de l'écoulement gaz-solide nous a permis de remarquer la propension qu'ont les particules, selon leur inertie, à se concentrer dans des zones turbulentes spécifiques. Nous pouvons désormais étudier de manière statistique cet écoulement en gardant à l'esprit les phénomènes précédemment mis en évidence.

### 3.3 Présentation des statistiques de la phase dispersée

#### 3.3.1 Concentration en particules

Nous commençons cette étude en présentant la concentration des particules au sein de l'écoulement, calculée après un laps de temps d'environ 1600 en unités de paroi, afin de mettre en évidence l'accumulation des particules près des parois. Nous constatons, à partir de la figure 3.4, que la concentration des particules solides n'est pas uniforme au sein du canal, et cela, quelle que soit l'inertie des particules. En proche paroi, comme cela a déjà été remarqué auparavant, la concentra-

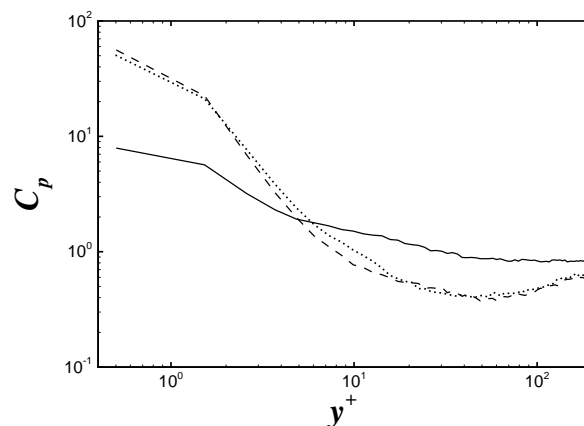


FIGURE 3.4 – Concentration moyenne  $C_p$  à  $t^+ \approx 1600$ . —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

tion est 50 à 60 fois plus élevée que la concentration moyenne dans le canal pour les particules les plus inertes. Etant donné que la phase dispersée est en cours d'établissement, il existe un flux net de particules non nul. De plus, de par la répartition initiale des particules solides et les valeurs obtenues pour la concentration à  $t^+ \approx 1600$ , nous pouvons en déduire que ce flux net est dirigé vers les parois. Ce flux net est moins important pour les particules les plus légères puisque la concentration à la paroi est, quant à elle, seulement sept fois plus grande que la concentration moyenne dans le canal. Nous tenons à signaler que la concentration à la paroi des particules modérément inerte  $\tau_p^+ = 15.4$  est plus grande que celle obtenue pour  $\tau_p^+ = 27.1$ . Ceci laisse à penser qu'il n'y a pas une évolution monotone de la concentration à la paroi en fonction de l'inertie des particules. Nous remarquons également, pour les particules les plus lourdes, qu'il y a un minimum de la concentration situé à  $y^+ \approx 45$ . Le flux net de particules n'est donc pas uniforme dans le canal. La forte

migration des particules vers la paroi est souvent rattachée au phénomène de « turbophorèse » qui induit un flux net de particule dans la direction opposée au gradient de l'agitation turbulente de la phase dispersée, c'est-à-dire des zones où l'agitation turbulente est élevée vers les zones où elle est plus faible (Caporaloni, Tampieri, Trombetti et Vittori, 1975; Reeks, 1983). Ce phénomène de turbophorèse est notamment crucial lorsque la déposition de particules solides à la paroi doit être modélisée (Guha, 1997; Shin et Lee, 2001).

Afin de rendre compte de l'influence de l'établissement de la phase solide sur la concentration, nous avons reporté, en annexe (cf. §C.1), les résultats obtenus lors de la réalisation du cas test. Rappelons qu'une des particularités de ce cas test est que les statistiques ont été calculées après que la phase dispersée ait atteint un régime établi. La comparaison ne sera effectuée que pour les particules ayant des temps de réponse comparables, c'est-à-dire pour  $\tau_p^+ = 2$  et  $\tau_p^+ = 27.1$ , puisque le cas test a, quant à lui, été réalisé pour  $\tau_p^+ = 1$ ,  $\tau_p^+ = 5$  et  $\tau_p^+ = 25$ . Il est à signaler également que les simulations réalisées lors cas test ont été effectuées à  $Re_\tau \approx 155$ , alors que  $Re_\tau \approx 185$  pour les présentes simulations. Nous remarquons, à partir de la figure sur laquelle est présentée la concentration obtenue lors de la réalisation du cas test (cf. figure C.1), que les formes des profils sont similaires pour les particules les moins inertes, alors que pour les particules les plus inertes, nous constatons que les profils de la concentration diffèrent légèrement. En effet, le minimum de la concentration pour  $\tau_p^+ = 25$  n'est pas aussi prononcé que pour  $\tau_p^+ = 27.1$ . De plus, nous observons que la valeur de la concentration, après obtention du régime établi, est deux fois plus élevée en proche paroi et sept fois plus faible au centre du canal. Cela nous indique donc que les particules les plus inertes n'ont pas encore atteint un régime établi.

### 3.3.2 Moyenne et écart type de la vitesse des particules

#### Les vitesses moyennes

L'effet de l'inertie sur les moments statistiques d'ordre un et deux de la vitesse des particules va être maintenant analysé. Sur la figure 3.5(a), sont présentées les vitesses moyennes longitudinales du fluide et des particules solides.

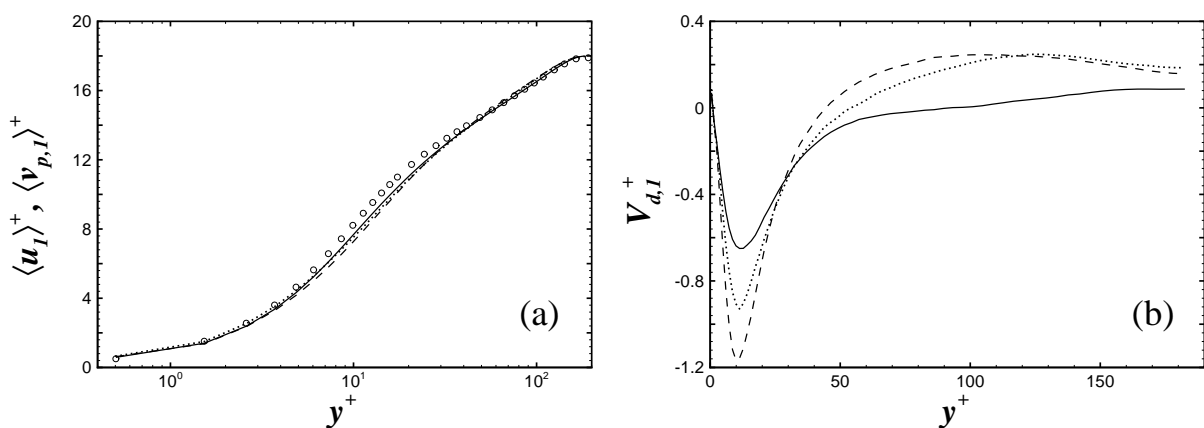


FIGURE 3.5 – (a) Vitesses moyennes longitudinales du fluide et des particules :  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . (b) Vitesse moyenne de dérive longitudinale : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

Nous pouvons mettre en évidence les trois zones suivantes pour la vitesse moyenne longitudinale des particules :

- pour  $0 < y^+ < 5$ , les vitesses moyennes longitudinales des particules sont similaires quelle que soit leur inertie. De plus, ces vitesses ne sont que très légèrement inférieures à la vitesse du fluide, ce qui implique que les particules suivent assez bien le mouvement du fluide dans la sous-couche visqueuse,
- pour  $5 < y^+ < 50$ , quelle que soit l'inertie des particules, leur vitesse moyenne est plus faible que celle du fluide. La vitesse moyenne des particules pour  $\tau_p^+ = 15.4$  est la plus faible, celle pour  $\tau_p^+ = 27.1$  est un peu plus élevée, et enfin, la vitesse moyenne longitudinale la plus proche de celle du fluide est obtenue pour  $\tau_p^+ = 2$ ,
- pour  $50 < y^+ < 185$ , les vitesses moyennes des particules sont plus élevées que celle du fluide. Dans cette zone, les vitesses moyennes obtenues pour  $\tau_p^+ = 15.4$  et  $\tau_p^+ = 27.1$  sont identiques, alors que celle des particules les moins inertes se rapproche plus de celle du fluide.

Ce comportement typique des particules solides a déjà été remarqué par Narayanan, Lakehal, Botto et Soldati (2003) grâce à la simulation par D.N.S. d'un écoulement gaz-solide dans un canal ouvert. Nous pouvons l'expliquer à partir des valeurs de la vitesse de dérive des particules dans la direction longitudinale  $V_{d,1} = \langle \tilde{u}'_1 \rangle$  qui est tracée sur la figure 3.5(b) pour les trois types de particules. En examinant cette vitesse de dérive longitudinale, nous remarquons que globalement, celle-ci est négative dans la zone comprise entre  $0 < y^+ < 50$ , puis positive, le minimum se situant à  $y^+ = 10$  quelle que soit l'inertie des particules. Une vitesse de dérive négative implique que les particules se situent préférentiellement dans des zones où les fluctuations de la vitesse longitudinale du fluide sont négatives. Nous pouvons donc faire un lien direct entre la valeur de la vitesse de dérive et le phénomène d'accumulation des particules dans les stries de fluide ayant une faible vitesse longitudinale (cf. figure 3.1). Ce lien est d'autant plus fort que nous observons que la vitesse de dérive est la plus faible pour les particules d'inertie modérée ( $\tau_p^+ = 15.4$ ) alors que nous avons remarqué précédemment que c'était pour ce type de particules que le phénomène d'accumulation était le plus prononcé. Etant donné que les particules rencontrent principalement des fluctuations du fluide négatives, elles ne peuvent pas aller plus vite que la vitesse moyenne du fluide. Cela explique pourquoi nous remarquons que la vitesse moyenne des particules est plus faible que celle du fluide porteur pour  $5 < y^+ < 50$ . Il est à noter que la correspondance est parfaite pour  $5 < y^+ < 20$ , puisque nous observons que la vitesse dérive des particules évolue en fonction de l'inertie de la façon suivante :

$$V_{d,1}|_{\tau_p^+=15.4} < V_{d,1}|_{\tau_p^+=27.1} < V_{d,1}|_{\tau_p^+=2} < 0, \quad (3.1)$$

alors que la vitesse moyenne des particules évolue, quant à elle, de la manière suivante :

$$\langle v_{p,1} \rangle |_{\tau_p^+=15.4} < \langle v_{p,1} \rangle |_{\tau_p^+=27.1} < \langle v_{p,1} \rangle |_{\tau_p^+=2} < \langle u_1 \rangle. \quad (3.2)$$

Le fait que la vitesse moyenne des particules soit plus grande que celle du fluide pour  $y^+ > 50$ , quelle que soit l'inertie, s'explique également par la vitesse moyenne de dérive des particules. Dans cette zone du canal, les particules solides se trouvent principalement dans les zones de fluide caractérisées par une fluctuation de vitesse longitudinale positive puisque la vitesse moyenne de dérive longitudinale est positive. Par conséquent, il est logique que ces mêmes particules aient une vitesse moyenne longitudinale plus importante que celle du fluide. Signalons que ces différents

### 3.3 Présentation des statistiques de la phase dispersée

phénomènes sont également retrouvés lorsque la phase dispersée a atteint un régime établi (cf. figure C.2 en annexe).

Afin de mettre en évidence le fait que la phase dispersée n'a pas atteint un régime établi, nous avons tracé sur la figure 3.6(a), la vitesse moyenne des particules dans la direction normale aux parois. Nous constatons que la vitesse moyenne des particules les plus inertes est non nulle et

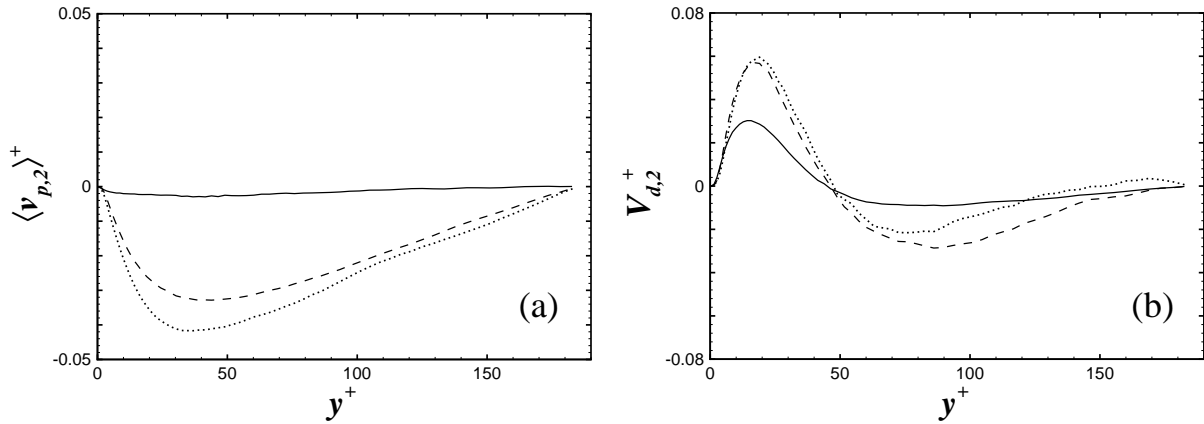


FIGURE 3.6 – (a) Vitesse moyenne normale aux parois des particules : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . (b) Vitesse moyenne de dérive normale aux parois : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

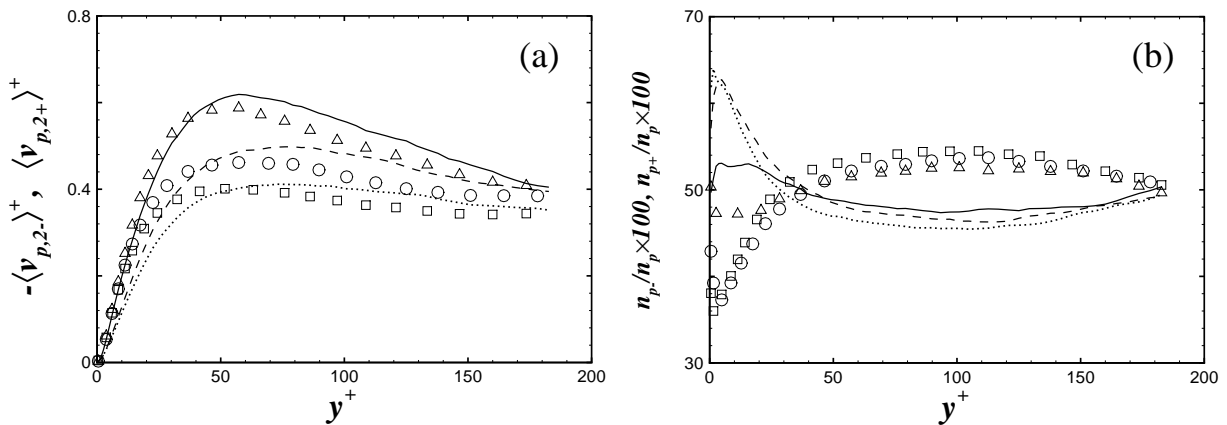


FIGURE 3.7 – (a) Vitesses moyennes des particules se dirigeant vers le centre du canal  $\langle v_{p,2,+} \rangle^+$  et vers la paroi  $\langle v_{p,2,-} \rangle^+$ .  $\langle v_{p,2,+} \rangle^+$  : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .  $\langle v_{p,2,-} \rangle^+$  :  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\circ$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . (b) Proportions moyennes de particules se dirigeant vers le centre du canal et vers la paroi.  $n_{p,+}/n_p \times 100$  : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .  $n_{p,-}/n_p \times 100$  :  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\circ$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

dirigée vers les parois. De plus, celle-ci est plus importante lorsque l'inertie augmente. Le fait que cette vitesse soit négative implique qu'il existe un flux net de particules non nul dirigé vers la paroi. Cependant, une vitesse moyenne des particules négative n'implique pas forcément qu'il y ait un plus grand nombre de particules se déplaçant vers la paroi que vers le centre du canal. Par exemple, il est possible d'avoir un flux net de particules dirigé vers la paroi alors qu'il y a un

plus grand nombre de particules qui se déplacent vers le centre du canal que vers la paroi. Cela sera possible si la vitesse moyenne des particules se dirigeant vers la paroi est suffisamment plus élevée que celle des particules allant vers le centre du canal. Afin d'étayer ces propos nous avons décomposé la vitesse moyenne en deux contributions grâce aux moyennes conditionnelles :

$$n_p \langle v_{p,2} \rangle = n_{p+} \langle v_{p,2+} \rangle + n_{p-} \langle v_{p,2-} \rangle , \quad (3.3)$$

avec  $n_p$  le nombre moyen de particules dans une tranche du canal,  $n_{p+}$  et  $n_{p-}$  représentent respectivement les nombres moyens de particules qui se dirigent vers le centre du canal et vers la paroi dans cette même tranche. Ces trois nombres moyens de particules sont donc liés par la relation :  $n_p = n_{p+} + n_{p-}$ .  $\langle v_{p,2+} \rangle$  et  $\langle v_{p,2-} \rangle$  sont les vitesses moyennes conditionnelles dans la direction normale aux parois des particules qui se dirigent vers le centre du canal et vers la paroi, respectivement. Ces vitesses sont définies de la façon suivante :

$$\langle v_{p,2+} \rangle = \langle v_{p,2} | v_{p,2} > 0 \rangle \quad \text{et} \quad \langle v_{p,2-} \rangle = \langle v_{p,2} | v_{p,2} \leq 0 \rangle . \quad (3.4)$$

Sur la figure 3.7(a), nous avons représenté la vitesse moyenne des particules se dirigeant vers le centre du canal  $\langle v_{p,2+} \rangle$  ainsi que l'opposé de la vitesse moyenne des particules se dirigeant vers la paroi  $-\langle v_{p,2-} \rangle$ . Il est intéressant de remarquer que, quelle que soit l'inertie des particules,  $\langle v_{p,2+} \rangle < -\langle v_{p,2-} \rangle$  pour  $y^+ \lesssim 50$ , alors qu'en dehors de cette zone  $\langle v_{p,2+} \rangle > -\langle v_{p,2-} \rangle$ . Il est par conséquent clair que les particules se dirigeant vers la paroi se déplacent plus rapidement que celles allant vers le centre du canal  $y^+ \lesssim 50$ , alors que l'inverse se produit en dehors de cette zone. Cela n'est donc pas suffisant pour expliquer le fait que la vitesse moyenne des particules est toujours négative sur la demi-hauteur du canal. Afin de mieux comprendre cette caractéristique, nous avons tracé sur figure 3.7(b), les proportions moyennes de particules se dirigeant vers le centre du canal et vers la paroi. Nous constatons qu'il y a un plus grand nombre de particules se dirigeant vers le centre du canal que vers la paroi pour  $y^+ \lesssim 40$ , alors que cette tendance est inversée dans l'autre partie du canal. Cela explique donc pourquoi la vitesse moyenne des particules est toujours négative.

Pour comprendre pourquoi un plus grand nombre de particules se dirigent vers la paroi ou vers le centre du canal, nous avons tracé la vitesse moyenne de dérive dans la direction normale aux parois sur la figure 3.6(b). De cette figure, nous pouvons déduire que les particules se situent préférentiellement dans des zones de fluide caractérisées par une fluctuation de vitesse  $u'_2$  positive pour  $y^+ < 50$ , puis négative pour  $y^+ > 50$ . Cela implique qu'il est plus probable qu'une particule, située à  $y^+ < 50$ , se déplace vers le centre du canal que vers la paroi, alors que si elle se situe en dehors de cette zone, il est plus probable qu'elle se dirige vers les parois. Cela peut expliquer pourquoi il y a une plus grande proportion de particules se situant dans la zone  $y^+ < 50$  qui vont vers le centre du canal que vers la paroi, et aussi pourquoi la tendance s'inverse pour  $y^+ > 50$ . Nous tenons maintenant à mettre en évidence une autre caractéristique de la vitesse de dérive. Lors de l'étude de la concentration préférentielle, nous avons remarqué que la présence des particules était fortement corrélée avec les événements turbulents  $u'_1 u'_2 < 0$  (c-à-d appartenant à  $Q_2$  ou  $Q_4$ ). En examinant conjointement les vitesses moyennes de dérive dans les directions longitudinale et normale, nous constatons que  $V_{d,1}$  et  $V_{d,2}$  ont des signes opposés quelles que soient la position dans le canal et l'inertie des particules. Nous pouvons alors en conclure que ces vitesses sont induites par le phénomène de concentration préférentielle. De plus, le fait que la vitesse de dérive  $V_{d,2}$  soit positive pour  $y^+ < 50$ , puis négative pour  $y^+ > 50$ , nous amène à penser que le transfert de particules est principalement régi par les événements turbulents du type  $Q_2$  pour  $y^+ < 50$  et du

type  $Q_4$  pour  $y^+ > 50$ .

Bien entendu, les résultats obtenus pour la vitesse moyenne des particules normale aux parois sont complètement différents lorsque la phase dispersée a atteint un régime établi, comme nous pouvons le remarquer à partir de la figure C.3 en annexe. Le flux net de particule est nul, par conséquent, la vitesse moyenne des particules dans la direction normale aux parois l'est aussi. Cependant, le fait que cette vitesse moyenne soit nulle n'implique pas que le nombre de particules se dirigeant vers la paroi soit identique au nombre de particules allant vers le centre du canal comme nous le constatons à partir de la figure C.4.

#### Les écarts types de la vitesse des particules

Nous avons tracé sur la figure 3.8 les écarts types des composantes de la vitesse des particules et du fluide ainsi que ceux de la vitesse du fluide « vu ». Ces données nous permettront notamment d'étudier l'agitation de la phase dispersée en tenant compte de l'agitation turbulente du fluide vu par les particules. Nous constatons tout d'abord que l'inertie n'a pas la même influence sur l'agitation turbulente de la phase dispersée dans les trois directions. En effet, pour les composantes normale et transversale, il y a une diminution de l'écart type de la vitesse des particules lorsque l'inertie augmente, alors que dans la direction longitudinale nous observons une augmentation de l'écart type de la vitesse des particules dans la zone de proche paroi, puis celui-ci n'est que très peu modifié dans le reste du canal par l'augmentation de l'inertie. De plus, les écarts types de la vitesse des particules dans la direction normale et transversale sont plus faibles que ceux de la vitesse du fluide porteur, ce qui n'est pas le cas dans la direction longitudinale. Les effets de l'inertie dans les directions normale et transversale sont liés au phénomène de filtrage de la turbulence du fluide, c'est-à-dire que le mouvement fluctuant d'une particule n'est pas aussi intense que le mouvement fluctuant du fluide qui l'a induit (Tchen, 1947; Hinze, 1975). Ce filtrage est d'autant plus important que l'inertie des particules augmente. Dans la direction longitudinale, le fait que l'agitation des particules soit supérieure à celle du fluide porteur peut s'expliquer à partir des valeurs de l'intensité turbulente vue par les particules qui sont reportées sur la figure 3.8(b). Nous constatons que les particules se situent dans des zones du fluide pour lesquelles l'intensité turbulente est plus importante que celle moyenne du fluide porteur pour  $7 < y^+ < 70$ . Par conséquent, cela peut expliquer pourquoi l'écart type de la vitesse longitudinale des particules est supérieur à celui du fluide porteur. Cependant, cela n'explique pas pourquoi l'agitation des particules ne diminue pas lorsque leur inertie augmente. Il est possible d'apporter une explication à ce phénomène à partir de la différence majeure qui existe entre les propriétés de la vitesse du fluide dans la direction longitudinale et dans les directions normale et transversale. En effet, la vitesse moyenne dans la direction longitudinale est la seule qui ne soit pas nulle. De plus, elle n'est pas uniforme dans le canal. Nous pouvons en conclure que le phénomène rencontré pour l'écart type de la vitesse longitudinale des particules est induit par le gradient de la vitesse moyenne du fluide porteur. Portela, Cota et Oliemans (2002) expliquent que les particules solides peuvent rapidement passer d'une zone où la vitesse longitudinale du fluide est faible (resp. élevée) à une zone où la vitesse longitudinale du fluide est plus élevée (resp. faible), et que cela engendre alors de fortes fluctuations de la vitesse longitudinale des particules. De plus, ils précisent que ce phénomène peut être amplifié lorsqu'il existe un flux net de particules dans la direction normale aux parois, c'est-à-dire lorsque la phase dispersée n'est pas établie. Cela s'avère exact puisque nous constatons, à partir des données obtenues après l'établissement de la phase dispersée (cf. figure C.5 en annexe), que l'écart type de la vitesse longitudinale des particules n'est pas aussi élevé que lorsque la phase dispersée n'est pas

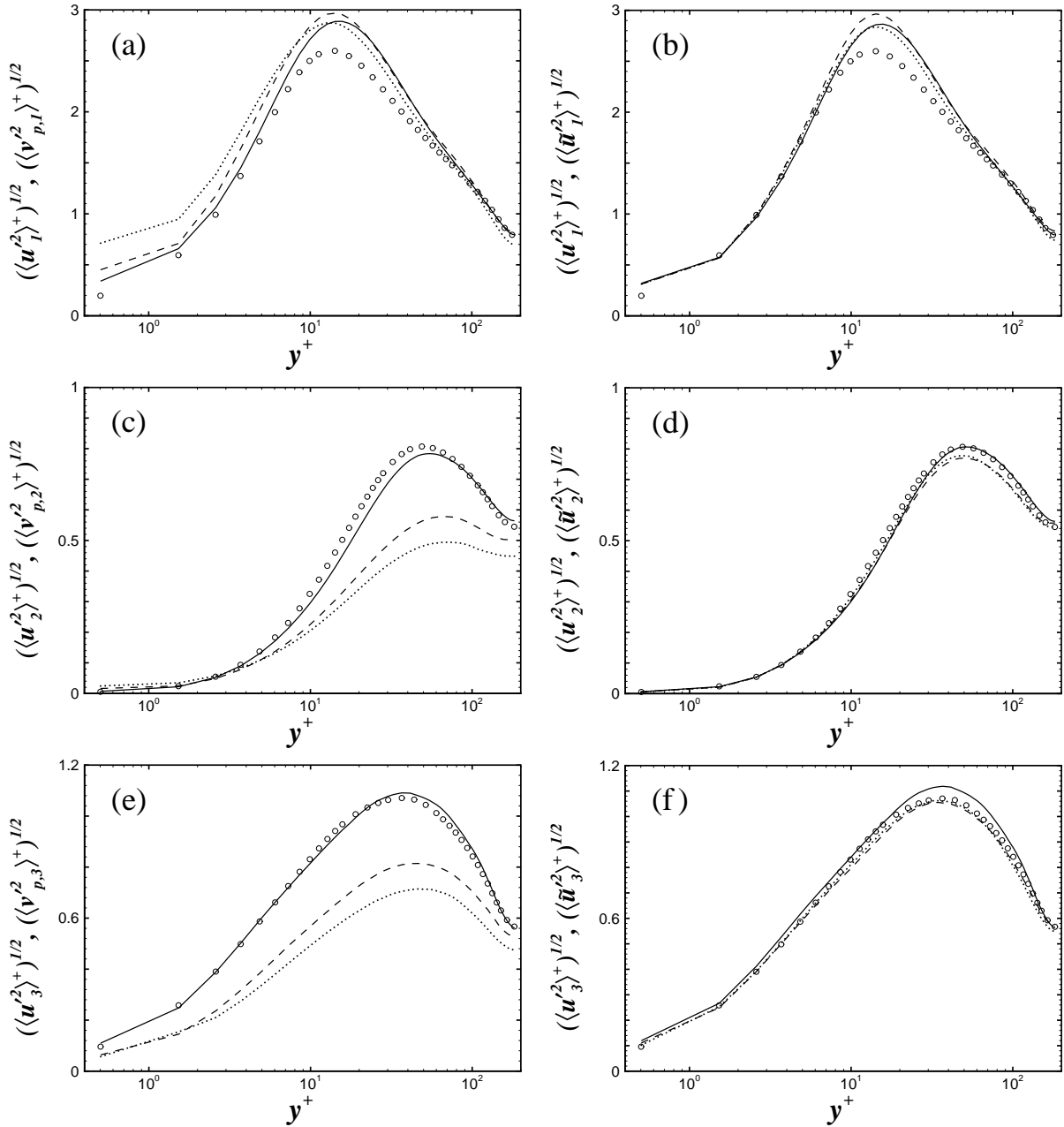


FIGURE 3.8 – (a), (c) et (e) Ecarts types des vitesses des particules et du fluide :  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 2$  ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . (b), (d) et (f) Ecarts types des vitesses du fluide vu par les particules et du fluide :  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 2$  ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

établie. Cette différence est plus particulièrement prononcée en proche paroi et pour les particules ayant la plus grande inertie. En effet, nous observons que  $\langle v_{p,1}^{t2} \rangle^{1/2} \approx 3.5 \langle u_1^{t2} \rangle^{1/2}$  lorsque la phase dispersée n'a pas encore atteint un régime établi, alors que  $\langle v_{p,1}^{t2} \rangle^{1/2} \approx \langle u_1^{t2} \rangle^{1/2}$  pour un régime établi. Par conséquent, nous pouvons en conclure que c'est le transfert de particules dans la direction normale aux parois qui est responsable de la forte agitation de ces particules dans la direction longitudinale.

L'effet du gradient de la vitesse moyenne du fluide sur l'agitation longitudinale des particules peut aussi être examiné à partir de la modélisation euléro-eulérienne de l'écoulement diphasique (Simonin, Deutsch et Boivin, 1995). Il est alors possible d'écrire l'équation de transport des écarts types de la vitesse des particules<sup>1</sup> par la vitesse moyenne des particules. Tout comme pour le fluide porteur, il existe au sein de ces équations un terme qui représente la production des fluctuations de vitesse des particules par le gradient moyen de la vitesse des particules. Pour un écoulement diphasique au sein d'un canal, le terme de production est uniquement non nul dans l'équation de transport de la contrainte cinétique longitudinale de la phase dispersée. C'est donc ce terme de production qui est responsable de la non diminution de l'agitation des particules dans la direction longitudinale lorsque l'inertie augmente. Il est à noter les effets du gradient de la vitesse moyenne du fluide sur l'agitation turbulente des particules ont été également étudiés indépendamment par Liljegren (1993) et Zaichik (1999). A partir de techniques différentes, ils ont pu dériver des expressions permettant d'estimer les écarts types de la vitesse des particules solides dans un écoulement homogène cisailé. Ces expressions sont fonctions principalement de l'inertie des particules, du gradient de la vitesse moyenne du fluide et de l'agitation turbulente du fluide porteur. En outre, ils ont montré, sous certaines conditions, que ces expressions peuvent conduire à une augmentation de l'agitation turbulente des particules dans la direction longitudinale.

Pour terminer, nous tenons à faire deux remarques. La première concerne l'agitation turbulente des particules dans la direction normale aux parois. Dans la sous-couche visqueuse, cette agitation, bien que supérieure à celle du fluide, reste assez faible. Cela peut donc expliquer pourquoi les particules les plus lourdes peuvent difficilement « s'échapper » de cette zone, et par conséquent, pourquoi elles s'y accumulent. La seconde remarque concerne l'agitation turbulente du fluide vu par les particules. Celle-ci ne diffère que très peu de l'agitation du fluide dans les directions normale et transversale, alors que dans la direction longitudinale, elle est supérieure à celle du fluide pour  $7 < y^+ < 70$ . Cela confirme nos observations visuelles précédentes qui indiquaient que les particules sont situées préférentiellement dans des zones du fluide caractérisées par des événements turbulents  $u'_1 u'_2 < 0$ , c'est-à-dire des zones où l'énergie cinétique turbulente est produite. Les valeurs de l'intensité turbulente du fluide vu sont donc directement liées au phénomène de concentration préférentielle.

L'effet de l'inertie sur la covariance particule-particule  $\langle v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle$  est également examiné. De la même manière que pour les écarts types de la vitesse des particules, nous avons tracé sur la figure 3.9 la covariance particule-particule, la contrainte turbulente de cisaillement du fluide et celle du fluide vu par les particules. Les résultats obtenus sont assez surprenants puisque la covariance particule-particule est égale à la contrainte turbulente de cisaillement du fluide lorsque l'inertie des particules est la plus élevée, et que celle-ci diminue lorsque l'inertie diminue. Nous constatons à partir de la figure 3.9(b), que cela est dû au fait que la contrainte de cisaillement du fluide vu par les particules est plus faible que celle du fluide. Nous remarquons également que la contrainte de cisaillement du fluide vu diminue lorsque l'inertie des particules diminue. Cette dernière remarque s'explique par le fait que les particules solides se concentrent préférentiellement, comme nous l'avons montré précédemment, dans les zones du fluide caractérisées par les événements turbulents  $u'_1 u'_2 < 0$ . Connaissant la contrainte turbulente de cisaillement du fluide vu par les particules, nous pouvons expliquer le comportement particulier de la covariance particule-particule. Pour les particules les moins inertes par exemple, nous constatons que la contrainte turbulente de cisaillement du fluide vu est inférieure à celle du fluide mais supérieure à la covariance particule-particule.

---

<sup>1</sup>Communément appelés contraintes cinétiques de la phase dispersée dans cette approche.



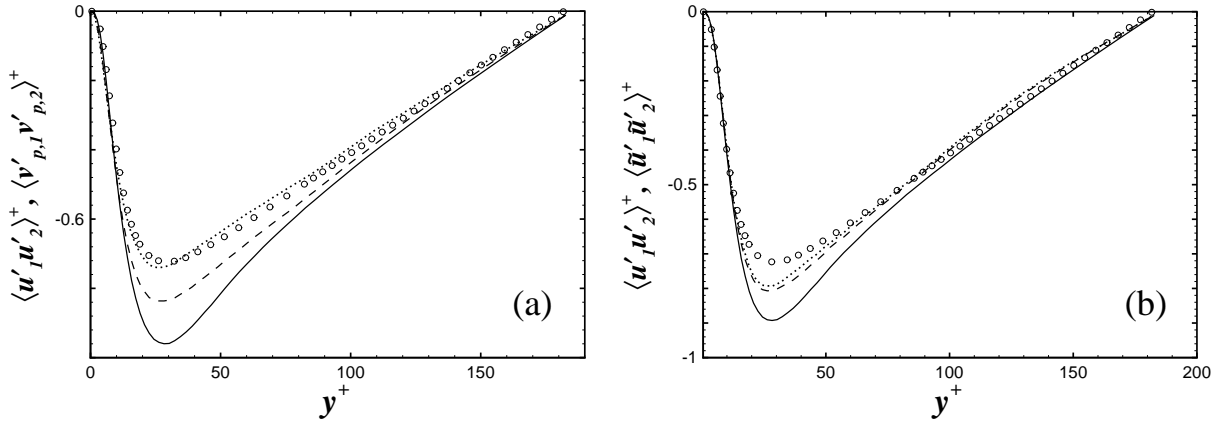


FIGURE 3.9 – (a) Contrainte turbulente de cisaillement du fluide  $\langle u'_1 u'_2 \rangle^+$  et covariance particule-particule  $\langle v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle^+$  :  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 2$  ; - -,  $\tau_p^+ = 15.4$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . (b) Contraintes turbulentes de cisaillement du fluide  $\langle u'_1 u'_2 \rangle^+$  et du fluide vu  $\langle \tilde{u}'_1 \tilde{u}'_2 \rangle^+$  :  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 2$  ; - -,  $\tau_p^+ = 15.4$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

Cela paraît logique puisque nous savons, pour ce type de particules, que le phénomène de filtrage de la turbulence du fluide est négligeable mais qu'il y a une production des fluctuations de la vitesse longitudinale des particules par le gradient de la vitesse moyenne du fluide. C'est donc ce dernier effet qui prédomine et qui induit une covariance particule-particule inférieure à la contrainte turbulente du cisaillement du fluide vu. Pour les particules ayant une inertie plus élevée, le phénomène de filtrage de la turbulence n'est plus négligeable. Selon que celui-ci est plus ou moins important que le phénomène de production des fluctuations longitudinales de la vitesse des particules, nous observons que la covariance particule-particule est inférieure ou supérieure à la contrainte turbulente du cisaillement du fluide vu. Les résultats obtenus pour la covariance particule-particule laissent à penser que l'effet du gradient de la vitesse moyenne du fluide est moins important sur ces grandeurs que sur les écarts types de la vitesse des particules, ce qui est en accord avec les conclusions de l'étude de Zaichik (1999).

### 3.3.3 Covariances fluide-particules et corrélations triples

#### Les covariances des vitesses fluide-particules

Comme cela a été vu précédemment, les covariances des vitesses fluide-particules représentent le produit des fluctuations des vitesses du fluide non perturbé et des particules  $\langle \tilde{u}'_i v'_{p,j} \rangle$ . Les trois composantes diagonales  $\langle \tilde{u}'_i v'_{p,i} \rangle$  sont reportées sur la figure 3.10 pour les trois types de particules considérés. Nous observons que les valeurs de la covariance  $\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,1} \rangle$  sont plus élevées pour les particules ayant la plus petite inertie et qu'elles diminuent lorsque l'inertie augmente. Il en va de même pour les composantes  $\langle \tilde{u}'_2 v'_{p,2} \rangle$  et  $\langle \tilde{u}'_3 v'_{p,3} \rangle$ . La diminution est due au filtrage de la turbulence qui est induit par l'inertie des particules solides. Cet effet est par conséquent plus important que celui induit par le gradient de la vitesse moyenne du fluide. Il est à noter que Zaichik (1999) et Liljgren (1994) ont également proposé des expressions analytiques permettant de modéliser les covariances fluide-particules dans un écoulement simplement cisailé. Cependant, alors que les expressions proposées par Zaichik (1999) prédisent la diminution des covariances lorsque l'inertie

### 3.3 Présentation des statistiques de la phase dispersée

des particules augmente, celles de Liljegren (1994) montrent notamment que la covariance longitudinale fluide-particules peut être supérieure à la variance du fluide porteur dans cette même direction. A partir de nos résultats, nous pouvons en conclure que les expressions analytiques proposées par Zaichik (1999) permettent de reproduire de façon plus réaliste le comportement des covariances fluide-particules que celles obtenues par Liljegren (1994). Nous tenons également à signaler que l'évolution des covariances fluide-particules en fonction de l'inertie que nous observons est bon accord avec les résultats obtenus par Wang et Squires (1996b) par L.E.S. Sur la

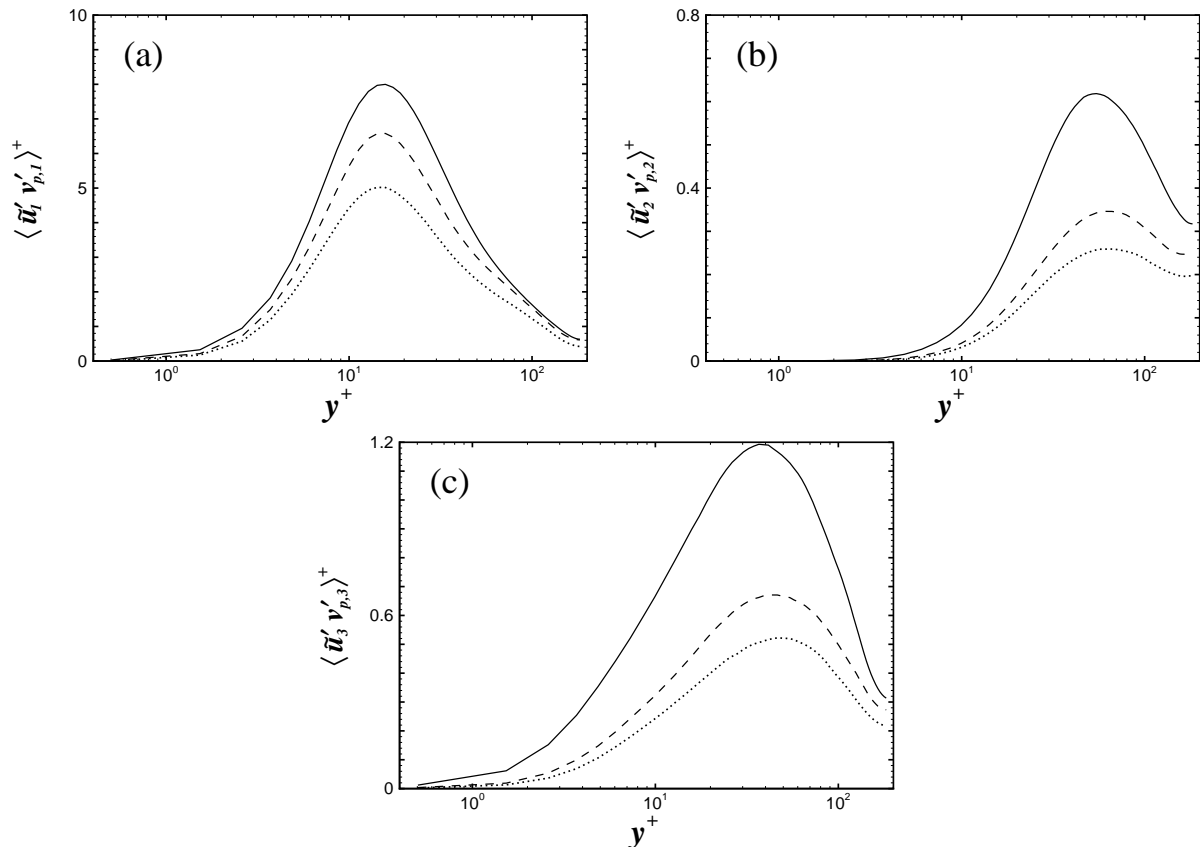


FIGURE 3.10 – Composantes diagonales de la covariance fluide-particules  $\langle \tilde{u}'_i v'_{p,i} \rangle$  : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

figure 3.11 sont présentés les profils des covariances  $\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,2} \rangle$  et  $\langle \tilde{u}'_2 v'_{p,1} \rangle$  pour les trois types de particules. Tout comme Wang et Squires (1996b), nous observons que la matrice associée à la covariance fluide-particules n'est pas symétrique puisque  $\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,2} \rangle$  est différent de  $\langle \tilde{u}'_2 v'_{p,1} \rangle$  quelle que soit l'inertie des particules. De plus, nous observons que les valeurs de ces deux composantes de la covariance fluide-particules diminuent lorsque l'inertie augmente. De la même façon que pour les composantes diagonales, nous pouvons en conclure que l'effet du filtrage de la turbulence est plus important que celui engendré par le gradient de la vitesse moyenne du fluide. Les expressions proposées par Zaichik (1999) permettent également d'obtenir la diminution ainsi que la dissymétrie de ces deux covariances. Il serait donc intéressant, dans un futur proche, d'effectuer une comparaison de nos résultats avec ceux issus des expressions proposées par Zaichik (1999), bien qu'elles aient été développées pour une turbulence homogène cisailée.

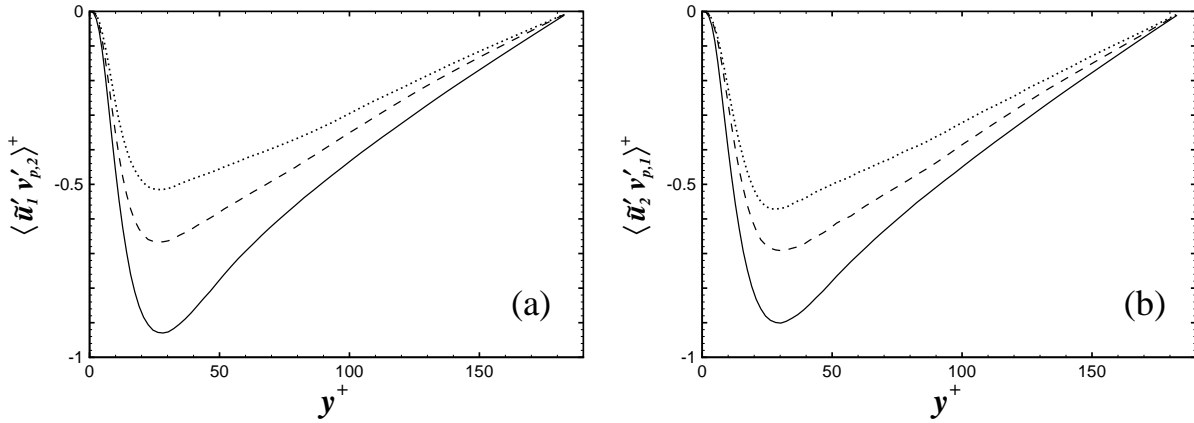


FIGURE 3.11 – Composantes non diagonales de la covariance fluide-particules  $\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,2} \rangle$  et  $\langle \tilde{u}'_2 v'_{p,1} \rangle$  : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ; ···,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

### Les corrélations triples de la vitesse des particules

Nous clôturons cette étude de l'effet de l'inertie sur les statistiques de la phase dispersée en présentant les corrélations triples de la vitesse des particules  $\langle v'_{p,i} v'_{p,j} v'_{p,k} \rangle$ . Il existe 27 corrélations, 9 sont différentes et seulement 6 sont non nulles. Nous ne présentons sur la figure 3.12 que 5 de ces 6 corrélations triples. Afin de mettre en évidence l'effet de l'inertie sur les corrélations triples, nous avons également reporté sur cette figure celles obtenues pour le fluide porteur. En ce qui concerne la composante  $\langle v'_{p,1} v'_{p,1} v'_{p,1} \rangle$ , nous constatons qu'elle est positive et plus élevée que celle du fluide porteur en proche paroi. Pour les particules ayant une forte inertie, le maximum de la corrélation triple, qui se situe à  $y^+ \approx 8$ , est trois fois plus élevé que celui obtenu pour le fluide porteur. Les fluctuations de vitesse longitudinale des particules sont donc majoritairement positives et beaucoup plus intenses que celles du fluide porteur. Pour  $y^+ > 80$ , la corrélation triple de la vitesse des particules  $\langle v'_{p,1} v'_{p,1} v'_{p,1} \rangle$  devient quasiment égale à celle du fluide porteur. La comparaison de cette corrélation triple avec les quatre autres nous indique que c'est celle qui atteint les valeurs les plus élevées. Nous continuerons cette étude sur l'effet de l'inertie en examinant les composantes qui incluent des fluctuations longitudinales de la vitesse des particules puisqu'elles présentent certaines similitudes. Nous remarquons donc que les valeurs des composantes  $\langle v'_{p,2} v'_{p,1} v'_{p,1} \rangle$  et  $\langle v'_{p,2} v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle$  sont respectivement plus faibles et plus élevées en proche paroi que celles obtenues pour le fluide porteur. Cette différence est accrue lorsque l'inertie des particules augmente. Nous pouvons légitimement penser que cela est induit par le fait les fluctuations longitudinales de la vitesse des particules sont plus intenses que celles du fluide porteur. En s'éloignant de la paroi, nous remarquons les valeurs de la corrélation triple  $\langle v'_{p,2} v'_{p,1} v'_{p,1} \rangle$  tendent vers celles obtenues pour le fluide porteur quelle que soit l'inertie des particules, alors que cela n'est pas le cas pour la corrélation triple  $\langle v'_{p,2} v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle$  lorsque l'inertie des particules devient importante (c-à-d pour  $\tau_p^+ = 15.4$  et  $\tau_p^+ = 27.1$ ). En effet, en considérant les valeurs absolues de cette corrélation et de celle du fluide, nous observons que les valeurs de  $\langle v'_{p,2} v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle$  sont plus faibles que celles de  $\langle u'_{p,2} u'_{p,1} u'_{p,2} \rangle$  pour  $y^+ > 30$  puis elles tendent progressivement vers celles du fluide pour  $y^+ > 160$ . Nous pouvons en conclure, pour  $y^+ > 30$ , que le phénomène de filtrage des fluctuations normales aux parois de la vitesse du fluide devient important et que cela engendre une diminution des valeurs de  $\langle v'_{p,2} v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle$  lorsque l'inertie augmente. L'influence de l'effet de l'inertie des particules sur les

### 3.3 Présentation des statistiques de la phase dispersée

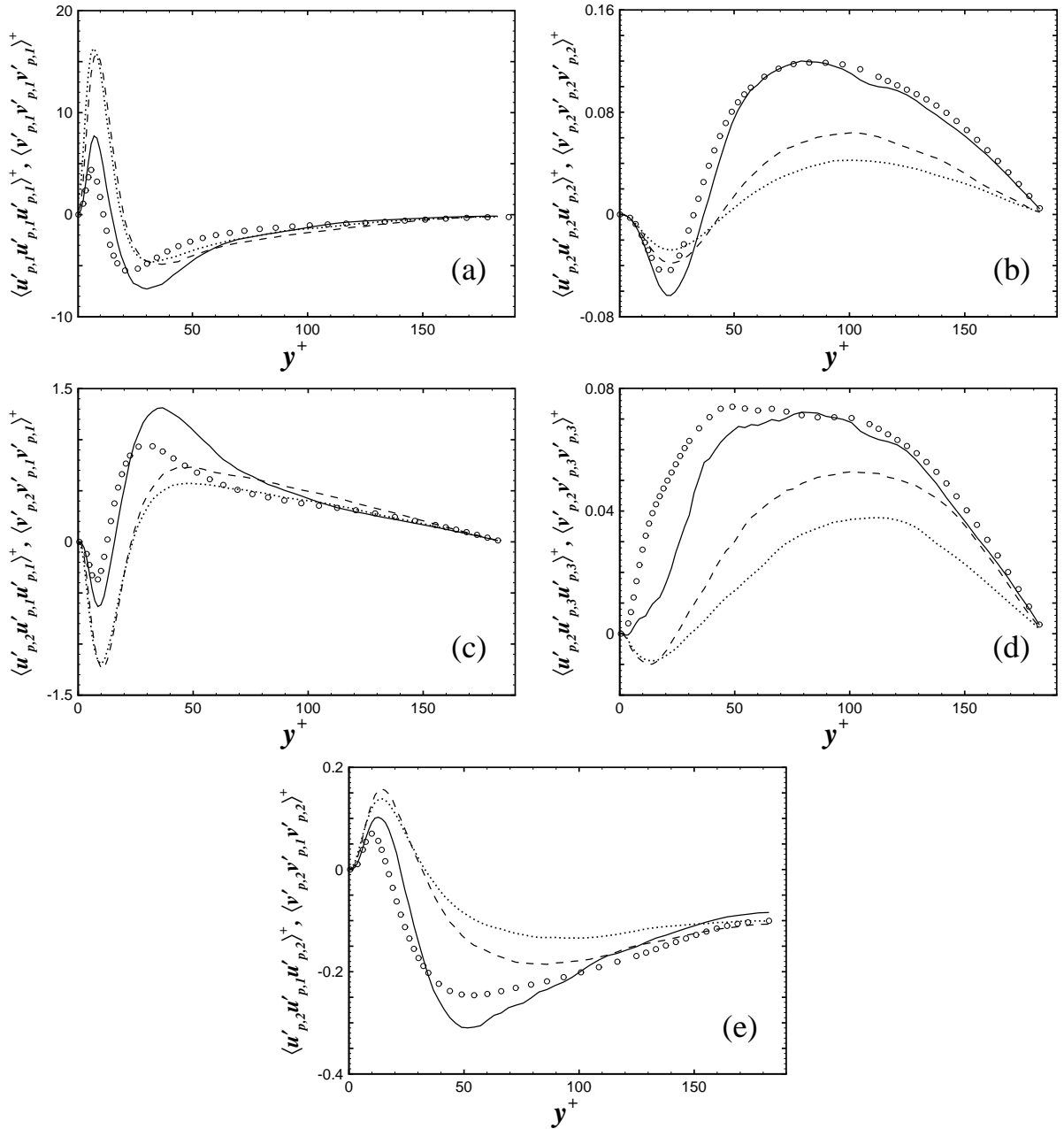


FIGURE 3.12 – Corrélations triples de la vitesse des particules  $\langle v'_{p,i} v'_{p,j} v'_{p,k} \rangle$  et du fluide  $\langle u'_i u'_j u'_k \rangle$  :  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 2$  ; - -,  $\tau_p^+ = 15.4$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

corrélations triples  $\langle v'_{p,2} v'_{p,2} v'_{p,2} \rangle$  et  $\langle v'_{p,2} v'_{p,3} v'_{p,3} \rangle$  est, quant à lui, beaucoup plus simple à étudier puisque qu'elles ne sont pas fonctions de la fluctuation longitudinale de la vitesse des particules. Par conséquent, le seul phénomène qui peut expliquer la modification de ces deux corrélations en fonction de l'inertie est celui de filtrage de la turbulence. Cela est confirmé par les figures 3.12(b) et (d) puisque que nous constatons une diminution des valeurs absolues de ces corrélations triples lorsque l'inertie augmente.

## 3.4 Echelles temporelles du fluide vu

### 3.4.1 Présentation et comparaison

Pour terminer ce chapitre sur l'effet de l'inertie des particules solides, nous présentons des résultats obtenus pour les temps de décorrélation des fluctuations de la vitesse du fluide vu par les particules,  $T_{ij}^*$ . Ils permettent notamment de rendre compte du temps durant lequel le mouvement des particules est corrélé avec celui du fluide porteur. Que ce soit par une approche euléro-lagrangienne ou euléro-eulérienne, la modélisation d'un écoulement diphasique est difficilement réalisable sans la connaissance de ces échelles de temps (Simonin, 2000; Iliopoulos et Hanratty, 2004; Zaichik, Oesterlé et Alipchenkov, 2004). Lorsque la turbulence du fluide porteur est isotrope et stationnaire, la valeur de cette échelle de temps est comprise entre celle de l'échelle de temps lagrangienne du fluide  $T_{ij}^L$  et celle de l'échelle de temps eulérienne calculée dans un référentiel mobile  $T_{ij}^{mE}$  (Reeks, 1977; Wang et Stock, 1993). Les valeurs asymptotiques de  $T_{ij}^*$  sont les suivantes :

$$T_{ij}^* \rightarrow T_{ij}^L \quad \text{pour } \tau_p \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad T_{ij}^* \rightarrow T_{ij}^{mE} \quad \text{pour } \tau_p \rightarrow \infty. \quad (3.5)$$

La première expression est due au fait que le mouvement des particules solides devient identique à celui des particules fluides lorsque leur inertie tend vers zéro. La seconde est, quant à elle, induite par le fait que l'intensité du mouvement fluctuant des particules solides diminue lorsque leur inertie augmente, il est donc possible de considérer que le mouvement de ces particules est identique au mouvement moyen du fluide. Cette théorie implique donc que l'échelle de temps du fluide vu croît de manière monotone entre les deux valeurs asymptotiques  $T_{ij}^L$  et  $T_{ij}^{mE}$  lorsque l'inertie augmente. Pour une turbulence non homogène, l'évolution de  $T_{ij}^*$  en fonction de l'inertie des particules solides est encore assez mal connue. C'est pour cela que nous proposons ici de l'examiner à partir des résultats que nous avons obtenus pour  $T_{ij}^*$  par D.N.S. Les résultats obtenus nous permettront notamment de réfuter ou non la validité de la théorie précédemment énoncée pour une turbulence non homogène. Sachant que nous avons observé auparavant que  $T_{ij}^{mE} > T_{ij}^L$  (cf. §1.6.2), nous devrions remarquer que  $T_{ij}^L < T_{ij}^* < T_{ij}^{mE}$  quelle que soit l'inertie des particules.

Le calcul des échelles de temps de décorrélation des fluctuations de la vitesse du fluide vu par les particules  $T_{ij}^*$  a été effectué à partir de la définition des coefficients de corrélation suivante :

$$R_{ij}^*(\mathbf{x}_p(t), \tau) = \frac{\langle \tilde{u}'_i(\mathbf{x}_p(t), t) \tilde{u}'_j(\mathbf{x}_p(t + \tau), t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle \tilde{u}'_i{}^2(\mathbf{x}_p(t), t) \rangle \langle \tilde{u}'_j{}^2(\mathbf{x}_p(t + \tau), t + \tau) \rangle}}. \quad (3.6)$$

Lors du calcul des ces corrélations, 160 000 particules solides ont été initialement positionnées dans 16 tranches parallèles aux parois et situées entre  $y^+ = 0$  et  $y^+ = 185$ . Les particules ont été ensuite suivies, puis après un laps de temps de  $3\tau_p^+$ , les coefficients de corrélation ont été calculés dans les 16 tranches dans lesquelles les particules ont été initialement positionnées. Le calcul a été répété au minimum cinq fois à partir de champs de vitesse du fluide statistiquement indépendants. La moyenne des corrélations est ensuite réalisée à partir de ces différentes réalisations. Il est à noter que les simulations numériques qui ont permis ce calcul sont différentes de celles qui ont servi à calculer les statistiques de la phase dispersée. La procédure permettant le calcul des échelles de temps associées est, quant à elle, la même que celle qui a servi à déterminer les échelles de temps  $T_{ij}^L$  et  $T_{ij}^{mE}$  (cf. §1.6.2).

Sur la figure 3.13, nous avons reporté les valeurs obtenues pour les composantes diagonales de  $T_{ij}^*$ ,

### 3.4 Echelles temporelles du fluide vu

$T_{ij}^L$  et  $T_{ij}^{mE}$  afin de vérifier si la relation  $T_{ij}^L < T_{ij}^* < T_{ij}^{mE}$ , qui est valable pour une turbulence isotrope stationnaire, l'est aussi en turbulence non homogène. Nous constatons que l'échelle de

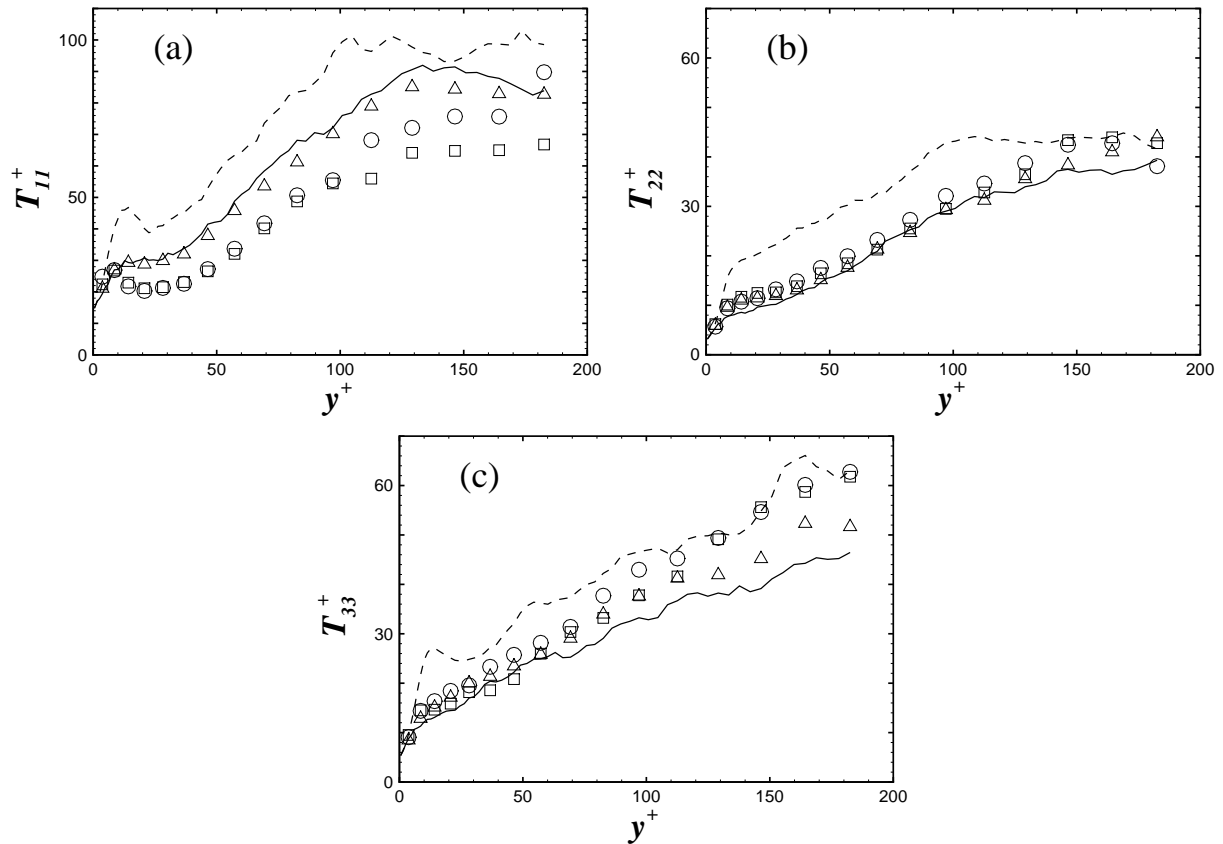


FIGURE 3.13 – Composantes diagonales des échelles de temps  $T_{ii}^*$ ,  $T_{ii}^L$  et  $T_{ii}^{mE}$ .  $T_{ii}^*$  :  $\Delta$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\circ$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . —,  $T_{ii}^L$ ; --,  $T_{ii}^{mE}$ .

temps des fluctuations longitudinales du fluide vu  $T_{11}^*$  est identique à  $T_{11}^L$  pour les particules ayant la plus faible inertie, puis elle diminue lorsque l'inertie augmente. Les valeurs associées à  $T_{11}^*$  peuvent être jusqu'à 30% plus faibles que celles obtenues pour  $T_{11}^L$ . Ce comportement est contraire à celui obtenu pour une turbulence isotrope et stationnaire. Comme pour les statistiques de la phase dispersée, nous pouvons mettre en cause les effets induits par le gradient de la vitesse moyenne du fluide. Cependant, la diminution de  $T_{11}^*$  est observée également près du centre du canal alors que dans cette zone le gradient de la vitesse moyenne du fluide est quasiment nul. Nous pourrions également mettre en cause le non établissement de la phase dispersée. Néanmoins, des calculs de  $T_{11}^*$  effectués à partir des simulations entreprises pour le cas test ont montré que la diminution de  $T_{11}^*$  est également retrouvée lorsque la phase dispersée a atteint un régime établi (cf. figure C.6 en annexe). Enfin, il serait possible de mettre en cause l'effet de croisement de trajectoire puisqu'il peut effectivement provoquer une diminution des échelles de temps du fluide vu lorsque qu'il existe une vitesse relative non nulle (Csanady, 1963). Néanmoins, il est difficile de croire que cela soit possible car même s'il existe effectivement une vitesse relative moyenne longitudinale non nulle dans l'écoulement considéré, celle-ci ne représente, pour les particules les plus inertes, qu'à peine 10 à 20% de l'agitation turbulente longitudinale du fluide. Nous n'avons pas, pour le moment, trouvé d'explication à la diminution de  $T_{11}^*$  lorsque l'inertie des particules augmente. En ce qui

concerne la composante  $T_{22}^*$ , nous observons bien que  $T_{22}^L < T_{22}^* < T_{22}^{mE}$ , toutefois l'inertie des particules n'influence pas significativement cette échelle temporelle mis à part de la zone proche du centre du canal. Les résultats obtenus pour la composante  $T_{33}^*$  montrent que cette échelle temporelle est également comprise entre  $T_{33}^L$  et  $T_{33}^{mE}$ . Contrairement à la composante  $T_{22}^*$ , l'effet de l'inertie est plus prononcé puisque nous observons, dans une assez grande partie du canal, que  $T_{33}^*$  augmente lorsque l'inertie augmente.

Sur la figure 3.14, sont tracées les valeurs des composantes non diagonales de  $T_{ij}^*$ ,  $T_{ij}^L$  et  $T_{ij}^{mE}$ . Afin d'éviter toute confusion, nous commenterons les résultats en considérant leur valeur absolue. En ce qui concerne les résultats obtenus avec les particules les moins inertes, nous remarquons que  $|T_{12}^*|$  et  $|T_{21}^*|$  sont quasiment identiques à  $|T_{12}^L|$  et  $|T_{21}^L|$ , respectivement. Pour des inerties plus élevées, nous observons que l'effet de l'inertie est plus prononcé sur  $|T_{21}^*|$  que sur  $|T_{12}^*|$  car  $|T_{21}^*|$  devient plus faible que  $|T_{21}^L|$ , alors que  $|T_{12}^*|$  reste de l'ordre de grandeur de  $|T_{12}^L|$ . L'effet de l'inertie sur  $|T_{21}^*|$  semble être analogue à celui rencontré pour  $T_{11}^*$  puisque  $|T_{21}^*| < |T_{21}^L|$  et  $T_{11}^* < T_{11}^L$  lorsque l'inertie augmente. Cela indique donc que les fluctuations longitudinales de la vitesse du fluide vu par les particules solides se décorrèlent de plus en plus vite lorsque l'inertie des particules augmente. L'effet de l'inertie sur  $|T_{12}^*|$  est, quant à lui, analogue à celui rencontré pour  $T_{22}^*$  car les valeurs de ces deux échelles restent très proches de celles obtenues pour les échelles de temps lagrangiennes du fluide quelle que soit l'inertie des particules.

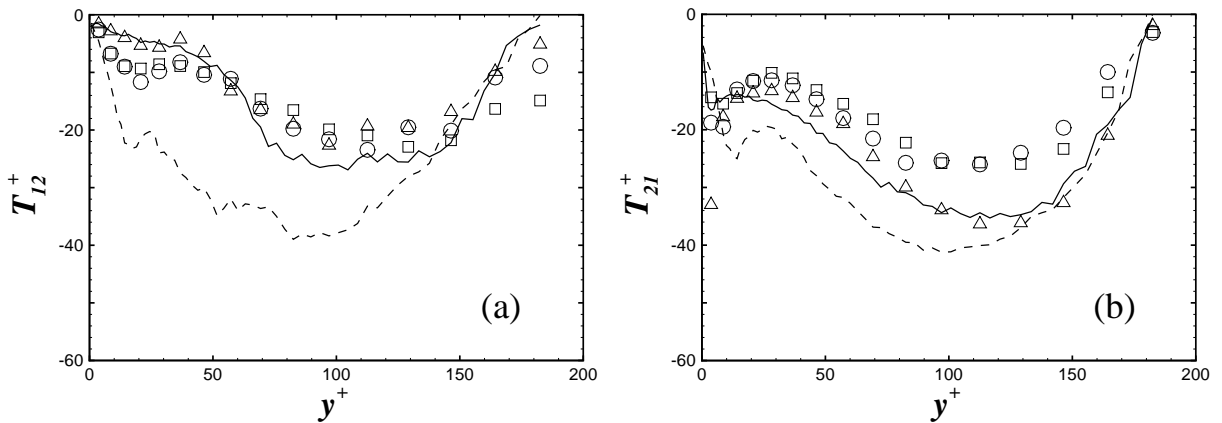


FIGURE 3.14 – Composantes non diagonales des échelles de temps  $T_{ij}^*$ ,  $T_{ij}^L$  et  $T_{ij}^{mE}$ .  $T_{ij}^*$  :  $\Delta$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\circ$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . —,  $T_{ij}^L$ ; - -,  $T_{ij}^{mE}$ .

Les résultats que nous venons de présenter nous permettent de conclure que la relation  $T_{ij}^L < T_{ij}^* < T_{ij}^{mE}$  n'est pas valable pour une turbulence non homogène. Signalons également que Wang et Stock (1993) se sont servis de cette relation pour construire un modèle qui prédit  $T_{ij}^*$  en fonction de l'inertie des particules. Il est par conséquent évident que leur modèle ne peut pas rendre compte de l'effet de l'inertie sur  $T_{ij}^*$  dans une turbulence non homogène. De plus, ces résultats montrent que les échelles  $T_{ij}^*$  sont fortement anisotropes, tout comme le sont les échelles lagrangiennes du fluide. Cette dernière propriété est, quant à elle, bien souvent négligée lors de la modélisation de la dispersion de particules solides au sein d'un écoulement turbulent non homogène.

#### 3.4.2 Validité de la théorie de Tchen-Hinze pour une turbulence non homogène

Un des modèles les plus simples qui permet de prédire l'agitation turbulente des particules en connaissant celle du fluide porteur est issue des travaux Hinze (1975). Pour aboutir à ce modèle, Hinze (1975) a repris les travaux de Tchen (1947) en traitant le problème avec des techniques mathématiques différentes et en supposant que la corrélation lagrangienne de la vitesse du fluide est une fonction exponentielle décroissante. Les hypothèses qui ont permis d'aboutir à ce modèle sont nombreuses et certaines assez drastiques : la turbulence doit être homogène et stationnaire, le domaine dans lequel le fluide se trouve doit être de taille infinie, la diamètre de la particule plus petit que la plus petite échelle spatiale de la turbulence, les forces extérieures doivent dériver d'un potentiel, le nombre de Reynolds particulaire doit rester faible et enfin la particule solide doit rester au cours de son mouvement dans le même environnement fluide. L'hypothèse la plus restrictive est, bien entendu, la dernière puisque qu'elle impose que l'inertie de la particule solide soit très faible. Les résultats obtenus dans le cadre de la théorie de Tchen-Hinze ont ensuite été étendus aux covariances fluide-particules par Desjonqueres, Gouesbet, Berlemont et Picart (1986). Deutsch (1992) a, quant à lui, proposé une extension de la théorie de Tchen-Hinze au cas où la particule ne reste pas dans le même environnement fluide tout du long de son mouvement. Pour ce faire, il a introduit les caractéristiques du fluide vu en suivant la même démarche que celle employée par Hinze (1975). Il a alors obtenu les expressions suivantes pour la variance de la vitesse des particules :

$$\langle v_{p,i}'^2 \rangle = \langle \tilde{u}_i'^2 \rangle \frac{1}{1 + \tau_p/T_{ii}^*}, \quad (3.7)$$

et pour les covariances fluide-particules :

$$\langle \tilde{u}_i' v_{p,i}' \rangle = \langle \tilde{u}_i'^2 \rangle \frac{1}{1 + \tau_p/T_{ii}^*}. \quad (3.8)$$

Il est à noter que les expressions que nous présentons sont celles obtenues en négligeant les termes de masse ajoutée et de masse déplacée. De ces expressions, nous en déduisons que les variances de la vitesse des particules sont identiques aux covariances fluide-particules.

Compte tenu du fait que toutes les grandeurs présentes dans les expressions (3.7) et (3.8) ont été calculées lors de nos simulations, nous allons donc vérifier leur validité pour une turbulence non homogène. Sur la figure 3.15, nous avons reporté les résultats pour  $\langle v_{p,i}'^2 \rangle$  et  $\langle \tilde{u}_i' v_{p,i}' \rangle$  issus de notre simulation numérique ainsi que ceux obtenus par l'extension de la théorie de Tchen-Hinze. Nous pouvons observer que dans la direction longitudinale, la théorie de Tchen-Hinze ne peut pas prédire le comportement particulier la variance de la vitesse des particules. Ce résultat était attendu puisque la théorie de Tchen-Hinze a été développée pour une turbulence isotrope, alors que nous avons vu précédemment que la variance de la vitesse des particules est fortement influencée par le gradient de la vitesse moyenne du fluide. Les résultats obtenus par la théorie de Tchen-Hinze sont en meilleur accord avec ceux issus de la simulation pour la covariance fluide-particules. Cela était également prévisible puisque nous avons vu que l'effet du gradient de la vitesse moyenne du fluide est moins important sur la covariance fluide-particules que sur la variance de la vitesse des particules. Dans les directions normale aux parois et transversale, nous constatons premièrement que la covariance des vitesses fluide-particules est identique à la variance des vitesses des particules, ce qui est consistant avec la théorie de Tchen-Hinze. De plus, quelle soit l'inertie des particules,



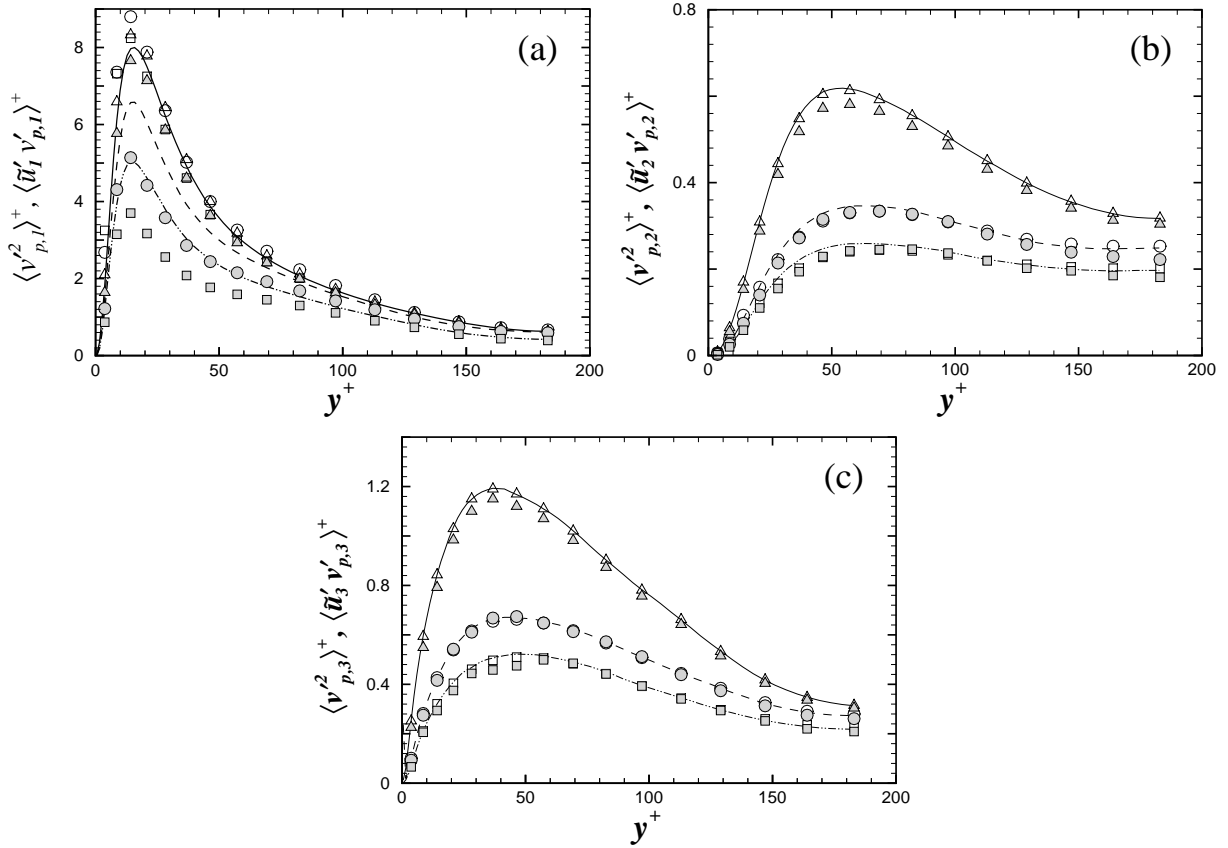


FIGURE 3.15 – Validation de la théorie de Tchen-Hinze pour les variances de la vitesse des particules et les covariances fluide-particules. Résultats pour  $\langle v_{p,i}^2 \rangle$  obtenus par D.N.S. :  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\circ$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . Résultats pour  $\langle \tilde{u}_i v'_{p,i} \rangle$  obtenus par D.N.S. : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; - - ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ; - · - · ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . Les symboles en gris correspondent aux résultats issus de l'extension de la théorie de Tchen-Hinze proposée par Deutsch (1992) [équation (3.7)].

nous remarquons que les résultats issus de la simulation numérique sont en très bon accord avec ceux obtenus par l'extension de la théorie de Tchen-Hinze. Cela est dû au fait que le gradient de la vitesse moyenne du fluide n'a pas d'influence ni sur la variance de la vitesse des particules ni sur la covariance fluide-particules dans ces deux directions. Nous pouvons conclure de cette analyse de la validité de la théorie de Tchen-Hinze, que celle-ci permet de prédire avec succès l'agitation turbulente des particules solides dans les directions normale aux parois et transversale, ce qui n'est pas le cas dans la direction longitudinale. Signalons toutefois que les valeurs déduites de cette théorie sont en meilleur accord avec celles obtenues pour la covariance des vitesses longitudinales fluide-particules. L'influence du gradient de la vitesse moyenne du fluide sur la dynamique de la phase dispersée est trop importante pour pouvoir appliquer la théorie de Tchen-Hinze. L'utilisation des expressions proposées par Zaichik (1999) pour l'agitation turbulente des particules et les covariances fluide-particules est plus appropriée dans la direction longitudinale puisque l'effet du gradient de la vitesse moyenne du fluide est pris en compte dans ces expressions. De plus, les expressions analytiques qu'il propose ne présentent pas de difficultés d'application majeures autres que celles rencontrées pour les expressions issues de la théorie de Tchen-Hinze. Signalons que dans les deux autres directions les expressions obtenues par Zaichik (1999) sont identiques à celles

provenant de la théorie de Tchen-Hinze.

Pour terminer, nous tenons à faire quelques remarques sur l'utilisation de modèles assez simples pour pouvoir déterminer l'agitation turbulente des particules ainsi que la covariance des vitesses fluide-particules. Bien que l'utilisation de ces expressions puisse paraître attrayante, leur application n'est pas triviale puisqu'elle nécessite la connaissance au préalable des échelles temporelles de décorrélation du fluide vu. A ce jour, les seuls modèles existants pour prédire l'effet de l'inertie sur ces échelles temporelles sont des extensions de ceux développés pour une turbulence isotrope. Ils sont donc tous basés sur l'hypothèse que lorsque l'inertie des particules est faible, cette échelle de temps devient égale à l'échelle lagrangienne du fluide, alors que pour des inerties élevées cette échelle tend vers l'échelle eulérienne calculée dans un référentiel mobile. Cependant, nous venons de montrer que cette hypothèse n'est pas valable dans un écoulement turbulent non homogène. De plus, les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu sont souvent considérées comme isotropes, ce qui n'est absolument pas le cas dans une turbulence non homogène. Il n'existe donc pas à ce jour d'expressions qui permettent de rendre compte l'effet de l'inertie sur ces échelles temporelles. Par conséquent, cela rend l'utilisation des modèles basés sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu assez hasardeuse dans des écoulements où la turbulence du fluide porteur est non homogène.



## Chapitre 4

# Etude des effets couplés d'inertie et de croisement de trajectoires

Nous avons étudié, pour l'instant, l'effet d'inertie sur les caractéristiques de la phase dispersée ainsi que sur la turbulence du fluide vu. Il convient dès à présent d'examiner l'influence d'une force extérieure, telle que la force de gravitation, sur ces différentes statistiques. C'est pourquoi nous allons nous intéresser aux effets couplés d'inertie et de croisement de trajectoires. Ce dernier effet résulte d'un glissement perpétuel entre la phase dispersée et la phase porteuse qui est induit par la force extérieure. Après un bref rappel sur l'effet de croisement de trajectoires, nous présenterons des résultats obtenus pour la phase dispersée lorsque l'écoulement diphasique est vertical descendant. Ensuite, nous examinerons l'influence du croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu à partir de calculs réalisés pour des écoulements horizontal et vertical descendant. Tout au long de ce chapitre, nous ne manquerons pas de comparer et d'analyser les résultats avec ceux obtenus en apesanteur. Enfin, il nous paraît incontournable de s'interroger sur l'application des formules établies par Csanady (1963), qui permettent de modéliser l'effet de croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu, pour une turbulence non homogène.

### 4.1 Croisement de trajectoires : formulation de Csanady

L'action de la gravité sur la phase dispersée engendre un mouvement relatif, entre cette phase et la phase porteuse, qui est plus ou moins important selon la masse des particules solides. Yudin (1959) a été le premier à reconnaître l'importance de ce mouvement relatif sur la dispersion de particules solides dans l'atmosphère. Comme il l'a énoncé, le principal effet de ce mouvement relatif est d'induire le déplacement continu des particules solides à travers des environnements fluides ayant des propriétés très différentes, ce qui conduit alors à une diminution de la corrélation de la vitesse du fluide vu par les particules plus rapide que celle qui serait obtenue en considérant des traceurs passifs. Ces considérations l'ont donc amené à nommer cet effet « croisement de trajectoires ». Csanady (1963) a ensuite formalisé l'influence de cet effet sur la dispersion de particules en considérant le mouvement d'un nuage de fines particules dans l'atmosphère, ce qui lui a notamment permis de négliger l'effet d'inertie compte tenu de la taille importante des structures tourbillonnaires présentes. Son travail est basé sur un raccordement entre les valeurs asymptotiques de la corrélation de la vitesse du fluide vu, c'est-à-dire lorsque le mouvement relatif est négligeable

ou prépondérant. Il considère alors que la valeur de la corrélation de la vitesse du fluide vu tend vers celle d'une corrélation eulérienne lorsque la vitesse relative moyenne est beaucoup plus importante que les mouvements turbulents du fluide, alors que dans le cas contraire, il considère qu'elle devient identique à la corrélation lagrangienne du fluide. Afin de raccorder ces valeurs asymptotiques, il choisit d'utiliser une courbe en forme d'ellipse. En tenant compte de l'effet de continuité, Csanady (1963) arrive finalement à déterminer des expressions permettant de déterminer le rapport entre les valeurs asymptotiques du coefficient de dispersion des particules solides et du coefficient de diffusion de traceurs passifs. Ces expressions prédisent une diminution plus importante du coefficient de dispersion dans les directions perpendiculaires au mouvement relatif que dans la direction parallèle. A partir de ces considérations, nous pouvons en déduire que la diminution des échelles de décorrélations du fluide vu est donnée par les expressions suivantes :

$$T_{\parallel}^{*g} = \frac{T^L}{\sqrt{1 + \left(\beta \frac{\|\mathbf{V}_r\|}{\langle u'^2 \rangle^{1/2}}\right)^2}} \quad \text{et} \quad T_{\perp}^{*g} = \frac{T^L}{\sqrt{1 + 4 \left(\beta \frac{\|\mathbf{V}_r\|}{\langle u'^2 \rangle^{1/2}}\right)^2}}, \quad (4.1)$$

où  $T_{\parallel}^{*g}$  et  $T_{\perp}^{*g}$  sont les échelles de décorrélations du fluide vu dans les directions parallèle et perpendiculaires à la vitesse relative. Le paramètre  $\beta$  est donnée par l'expression suivante :  $\beta = \langle u'^2 \rangle^{1/2} T^L / L_f$ , où  $L_f$  est une échelle de longueur longitudinale et  $\langle u'^2 \rangle^{1/2}$  l'intensité turbulente du fluide porteur. Ces expressions ne sont strictement valables que lorsque les trois conditions suivantes sont vérifiées :

- la turbulence du fluide porteur est isotrope et stationnaire,
- les valeurs du rapport entre la vitesse moyenne relative et l'intensité turbulente doivent être très petites ou très grandes devant l'unité :  $\|\mathbf{V}_r\| / \langle u'^2 \rangle^{1/2} \ll 1$  ou  $\|\mathbf{V}_r\| / \langle u'^2 \rangle^{1/2} \gg 1$ ,
- l'effet de l'inertie des particules est négligeable.

La dernière condition est assez restrictive, elle peut être vérifiée lors de l'étude de la dispersion de particules solides dans l'atmosphère mais cela n'est pas acceptable lorsque les échelles de longueurs caractéristiques de l'écoulement sont beaucoup plus petites. Cependant, Deutsch (1992) a montré qu'il est possible d'étendre les résultats obtenus par Csanady (1963) au cas où l'inertie n'est plus négligeable. Pour ce faire, il a supposé simplement que la corrélation du fluide vu tend vers la corrélation du fluide vu obtenue en apesanteur et non plus vers la corrélation lagrangienne du fluide lorsque la vitesse relative moyenne devient négligeable, c'est-à-dire pour  $\|\mathbf{V}_r\| / \langle u'^2 \rangle^{1/2} \ll 1$ . Il a alors proposé de raccorder les deux cas limites grâce aux lois suivantes :

$$T_{\parallel}^{*g} = \frac{T^*}{\sqrt{1 + \left(\beta \frac{\|\mathbf{V}_r\|}{\langle u'^2 \rangle^{1/2}}\right)^2}} \quad \text{et} \quad T_{\perp}^{*g} = \frac{T^*}{\sqrt{1 + 4 \left(\beta \frac{\|\mathbf{V}_r\|}{\langle u'^2 \rangle^{1/2}}\right)^2}}, \quad (4.2)$$

où  $\beta = \langle u'^2 \rangle^{1/2} T^* / L_f$ . La prise en compte de l'effet d'inertie dans les expressions de Csanady (1963) a également été étudiée par Wang et Stock (1993) pour une turbulence isotrope. A la différence des expressions proposées par Deutsch (1992), pour lesquelles il est nécessaire de connaître au préalable l'échelle temporelle du fluide vu en apesanteur, celles données par Wang et Stock (1993) permettent de modéliser conjointement l'influence de l'inertie et du croisement de trajectoires sur l'échelle temporelle du fluide vu. Pour terminer, nous tenons à préciser qu'à ce jour l'ensemble des modélisations proposés pour l'effet de croisement de trajectoires n'est valable que pour une turbulence isotrope.

## 4.2 Caractéristiques des simulations numériques

L'effet de la force de gravité sur la phase dispersée a été étudié à partir de deux configurations distinctes à  $Re_\tau \approx 185$ . Pour la première configuration, nous avons considéré que l'accélération gravitationnelle est dirigée selon la normale aux parois, le canal est donc placé horizontalement, alors que pour la seconde, l'accélération gravitationnelle agit dans la direction et le sens de l'écoulement moyen, l'écoulement est vertical descendant. Les caractéristiques des simulations numériques directes du fluide porteur ne sont pas identiques pour les deux configurations. Pour le canal horizontal, les caractéristiques sont identiques à celles utilisées jusqu'à présent (cf. tableau 1.1). Pour le canal vertical, nous avons utilisé des caractéristiques différentes puisque, parallèlement au suivi lagrangien des particules solides, nous avons simulé le transfert de chaleur au sein du canal ainsi que l'échange de chaleur par convection entre le fluide et les particules solides. Pour pouvoir obtenir de bons résultats pour la partie thermique, nous avons dû augmenter la résolution spatiale et modifier l'étirement du maillage. Les changements qui ont été effectués sont les suivants :

- nous avons diminué la longueur du canal,  $(L_x, L_y, L_z) = (2\pi\delta, 2\delta, 1.5\pi\delta)$ ,
- le nombre de points de discrétisation a été augmenté dans la direction normale aux parois,  $(N_x, N_y, N_z) = (192, 151, 160)$ ,
- l'étirement du maillage dans la direction normale aux parois a été généré par une fonction différente,

$$y_j = \frac{1}{a} \tanh[\delta_j \operatorname{atanh}(a)] \quad \text{pour } j = 1, \dots, N_y \quad (4.3)$$

où  $\delta_j = -1 + 2(j - 1)/(N_y - 1)$  et  $a$  est le paramètre permettant d'ajuster la contraction ( $a = 0.987$  pour nos simulations).

La résolution spatiale que nous obtenons grâce à ces modifications est alors  $\Delta x^+ = 6$ ,  $\Delta y^+ \in [0.35, 5.2]$  et  $\Delta z^+ = 5.4$ .

Ces études ont été réalisées à partir de deux types de particules qui diffèrent de par leur inertie,  $\tau_p^+ = 1.2$  et  $\tau_p^+ = 15.4$ . De plus, nous avons fait varier l'intensité de l'accélération gravitationnelle dans le but de pouvoir examiner plus en détails l'influence du croisement de trajectoires. Pour pouvoir dissocier l'effet d'inertie de l'effet de croisement de trajectoires, nous avons choisi de caractériser cet effet par le paramètre  $\tau_p g$  qui correspond à la vitesse de chute d'une particule solide dans un gaz au repos. Les caractéristiques des particules et de l'accélération gravitationnelle sont reportées dans le tableau 4.1. D'après ce tableau, nous remarquons que pour étudier l'effet

Cas	$d_p$ ( $\mu\text{m}$ )	$d_p/\delta$	$\rho_p/\rho$	$\tau_p^+$	$\tau_p^+ g^+$
1	50	0.0005	2500	1.2	1
2	140	0.0014	4166	15.4	1
3	50	0.0005	2500	1.2	2
4	140	0.0014	4166	15.4	2

TABLEAU 4.1 – Caractéristiques de la phase dispersée et de l'accélération gravitationnelle pour les configurations horizontale et verticale descendante.

d'inertie seul, nous comparerons les cas 1 et 2 ou 2 et 3, alors que pour l'étude de l'influence

seule du croisement de trajectoires, nous comparerons les cas 1 et 3 ou 2 et 4. De plus, l'inertie de ces particules étant soit identique, soit proche de celles étudiées en apesanteur, l'influence du croisement de trajectoires pourra être examinée à partir des résultats obtenus en apesanteur. Pour les deux configurations, les simulations ont été effectuées en incluant la force de portance « optimale » et les corrections de la force de traînée. Le nombre de particules suivies est de 640 000 pour le canal horizontal, alors que pour la configuration verticale descendante, seulement 300 000 particules ont été suivies en raison du surcoût de temps de calcul occasionné par la simulation du transfert de chaleur au sein du canal et entre le fluide et les particules.

Pour ce qui est de l'établissement de la phase dispersée, ce régime n'a pas pu être atteint pour le canal horizontal. Lors de ces simulations, nous avons constaté que toutes les particules migraient vers la paroi inférieure et qu'après un certain laps de temps, il n'y avait plus de particules hors de la zone proche de la paroi inférieure. Dans la configuration verticale descendante, le régime établi de la phase dispersée a été a priori atteint seulement pour les particules les plus légères et dans le cas où  $\tau_p^+ g^+ = 1$ , comme nous pouvons le voir sur la figure 4.1. Faute de temps, ce régime n'a pas pu être atteint pour les autres cas simulés. Toutefois, nous ne devons pas être loin du régime établi puisque les courbes de la concentration commencent à s'infléchir.

En ce qui concerne les statistiques de la phase dispersée, nous avons calculé uniquement la vitesse

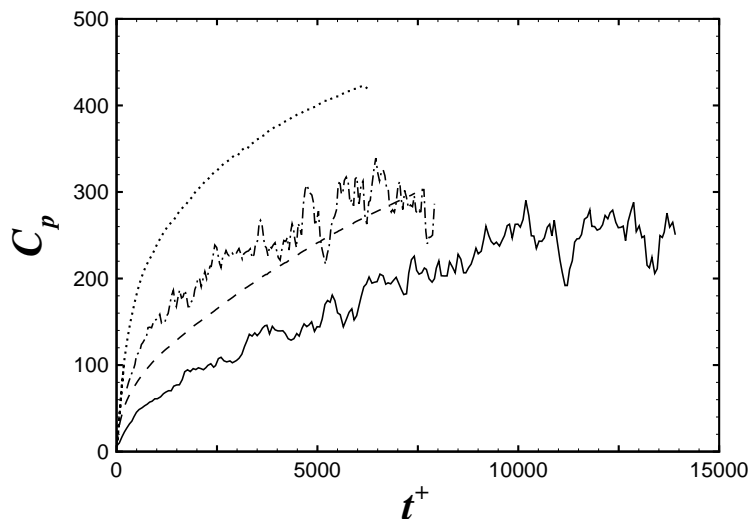


FIGURE 4.1 – Evolution de la concentration en fonction du temps dans une tranche  $xz$  situé à  $y^+ \approx 0.53$  et d'épaisseur  $\Delta y^+ = 0.37$  en canal vertical descendant.  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; ---,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\dots$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

relative moyenne en configuration horizontale du fait de l'impossibilité à obtenir un régime établi. Cette configuration nous a servi principalement à étudier l'effet du croisement de trajectoires sur les échelles de décorrélation temporelles des vitesses du fluide vu. L'écoulement vertical descendant nous a permis, quant à lui, d'examiner l'influence du croisement de trajectoires sur la dynamique de la phase dispersée et sur les échelles de décorrélation temporelles des vitesses du fluide vu.

## 4.3 Dynamique de la phase dispersée en écoulement vertical descendant

### 4.3.1 Concentration en particules

Les profils de concentration des particules sont tracés sur la figure 4.2. Ils correspondent aux valeurs relevées après un laps de temps de  $t^+ \approx 6300$ . La concentration a été calculée à partir de

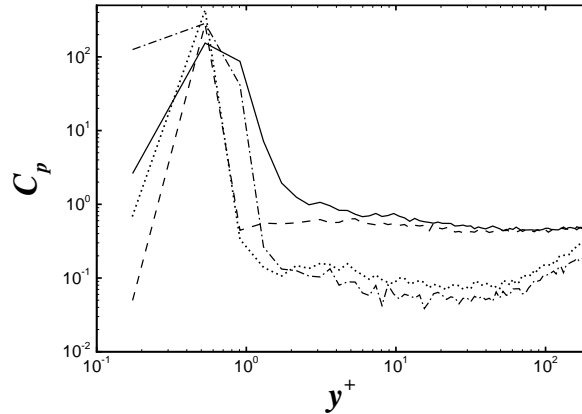


FIGURE 4.2 – Concentration moyenne  $C_p$  à  $t^+ = 6300$ .  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$  ; - · - ·,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : - - -,  $\tau_p^+ = 1.2$  ; · · ·,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

tranches dont l'épaisseur variable est donnée par le nouveau maillage. Premièrement, nous remarquons que la forme ainsi que les valeurs de la concentration diffèrent fortement en proche paroi de celles obtenues en apesanteur pour les particules ayant une inertie comparable (cf. figure 3.4). Par exemple, bien que les maximums soient situés à la même position, leurs valeurs sont très différentes. De plus, le calcul de la concentration à partir du nouveau maillage permet de remarquer que la concentration est maximum à  $y^+ \approx 0.53$  et qu'elle diminue dans la tranche contiguë à la paroi, alors que cela n'est pas distinguable en apesanteur. Ces différences sont en partie liées au fait que la résolution spatiale de l'échantillonnage de la concentration en apesanteur est différente de celle utilisée en présence de la gravité. Deuxièmement, nous observons qu'en dehors de la zone de proche paroi, la concentration diminue quand l'inertie augmente. Bien entendu, cette diminution est associée à une augmentation de la concentration dans la zone de proche paroi. Il est également intéressant de constater que la valeur de la concentration des particules en proche paroi est plus élevée que celle obtenue en apesanteur pour les particules ayant une inertie comparable (cf. figure 3.4). Afin de pouvoir dissocier l'influence de l'échantillonnage spatiale de cette augmentation, nous avons calculé la concentration des particules à partir de tranches dont l'épaisseur est identique à celle utilisée en apesanteur. Les résultats ne sont pas présentés dans ce mémoire car ce calcul n'a pas pu être effectué après un laps de temps identique pour tous les cas étudiés. Ils nous ont toutefois permis d'en déduire que l'échantillonnage spatial est en partie responsable de cette augmentation. L'autre cause est sûrement liée à une augmentation de l'intensité de la force de portance en présence de la force de pesanteur. En effet, la gravité induit une augmentation de la vitesse relative longitudinale, ce qui conduit alors à une augmentation la force de portance. Cela nous amène à penser que pour cette configuration l'influence de la force de portance n'est pas négligeable, contrairement aux cas étudiés en apesanteur.



### 4.3.2 Moyenne et écart type de la vitesse des particules

#### Les vitesses moyennes

Nous avons tracé, sur la figure 4.3(a), les profils de la vitesse longitudinale du fluide et des particules. Nous constatons que la vitesse moyenne des particules est supérieure à celle du fluide

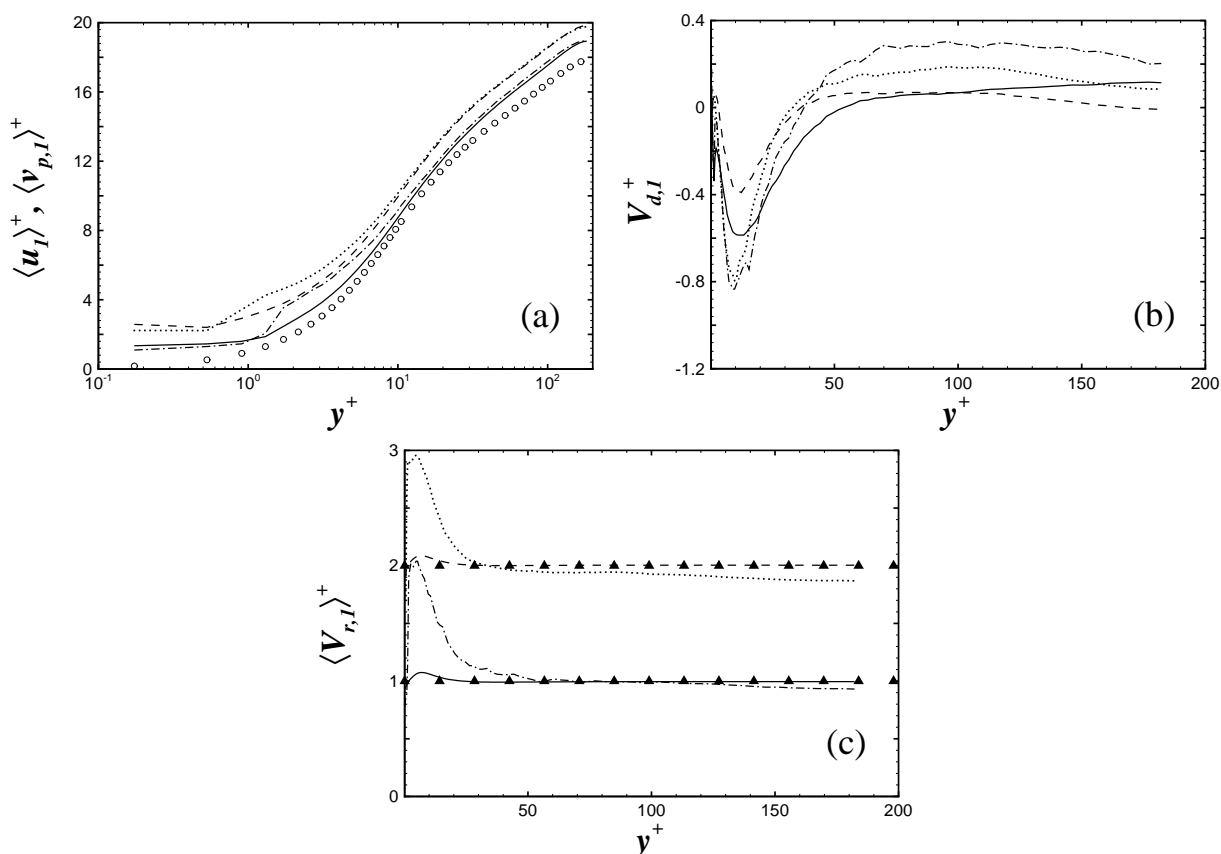


FIGURE 4.3 – (a) Vitesses moyennes longitudinales du fluide et des particules. (b) Vitesse moyenne longitudinale de dérive  $V_{d,1}$ . (c) Vitesse relative moyenne longitudinale  $\langle V_{r,1} \rangle$ .  $\circ$ , fluide.  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; - - -,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : - - -,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ . Vitesse limite de chute :  $\blacktriangle$ ,  $\tau_p^+ g^+ = 1$  et 2.

dans tout le canal, et cela, quelles que soient l'inertie et la valeur du paramètre  $\tau_p^+ g^+$ . Cette différence est d'autant plus grande que la valeur du paramètre  $\tau_p^+ g^+$  est élevée. Nous remarquons également que les vitesses moyennes des particules les plus inertes sont identiques à celles des particules les plus légères pour  $y^+ > 15$ , alors que pour  $1 < y^+ < 15$ , elles se déplacent plus rapidement que les particules les plus légères. Puis, pour  $y^+ < 1$ , la vitesse moyenne des particules les plus inertes chutent brusquement jusqu'à atteindre des valeurs plus faibles que celles obtenues pour les particules les plus légères. Nous n'avons pas trouvé d'explication à une si brusque diminution de la vitesse moyenne, néanmoins, nous avons tout de même remarqué qu'elle est associée à une très forte augmentation de la concentration (cf. figure 4.2). En ce qui concerne la vitesse de dérive, présentée sur la figure 4.3(b), nous remarquons que la forme des profils est identique à celle obtenue en apesanteur. Nous retrouvons le minimum négatif situé à  $y^+ \approx 10$  et les deux

zones caractérisées par une vitesse de dérive soit négative soit positive. Pour les particules ayant un temps de réponse  $\tau_p^+ = 1.2$ , nous constatons que l'augmentation de l'intensité de l'accélération de la pesanteur provoque une diminution de la valeur absolue de la vitesse de dérive pour  $y^+ < 100$ . Une telle augmentation ne semble pas affecter la vitesse de dérive des particules les plus inertes en proche paroi, alors que pour  $y^+ > 45$ , cela entraîne une légère diminution. De ces résultats, nous pouvons déduire que les particules se concentrent préférentiellement dans les zones de fluide caractérisées par une faible vitesse longitudinale lorsque la gravité agit dans le sens de l'écoulement. Cette tendance est analogue à celle observée en apesanteur. Afin de mettre en évidence l'importance du mouvement relatif entre les deux phases, nous avons reporté sur la figure 4.3(c) la vitesse relative moyenne longitudinale ainsi que la valeur théorique qui correspond à la vitesse limite de chute d'une particule dans un fluide repos. Nous constatons que la vitesse relative des particules les plus légères est quasiment identique à la vitesse de limite de chute, quelle que soit l'intensité de la force de pesanteur. Cette égalité n'est, quant à elle, pas aussi prononcée pour les particules les plus inertes. En effet, pour  $y^+ \gtrsim 35$ , la vitesse relative moyenne est approximativement égale à la vitesse limite de chute, alors qu'en se rapprochant de la paroi, nous observons une augmentation de la vitesse relative moyenne puis une brusque diminution très près de la paroi. Nous pensons que cette importante différence est liée à deux phénomènes : le premier est le phénomène de concentration préférentielle de ces particules dans des zones où la vitesse longitudinale du fluide est faible, le second est l'importante migration des particules ayant une forte vitesse longitudinale vers des zones où la vitesse du fluide est beaucoup plus faible. Cette augmentation de la vitesse relative longitudinale lorsque l'inertie des particules augmente est également visible dans l'étude de Rouson et Eaton (2001) d'un écoulement de canal vertical descendant.

La vitesse moyenne des particules dans la direction normale aux parois est présentée sur la figure 4.4(a). Tout d'abord, les valeurs obtenues confirment le fait que le régime établi de la phase dispersée a été seulement atteint pour les particules les plus légères et lorsque  $\tau_p^+ g^+ = 1$ . Bien que la comparaison soit rendue difficile de par la variation temporelle de cette grandeur, nous pouvons toutefois constater, pour les particules les plus lourdes, que leur vitesse moyenne est deux fois plus grande que celle obtenue en apesanteur. Nous notons également que leur vitesse de dérive en proche paroi est beaucoup plus faible que celle obtenue en apesanteur [cf. figure 4.4(b)]. Cette diminution de la vitesse de dérive en proche paroi est intéressante puisqu'elle implique que les particules rencontrent moins d'événements turbulents qui pourraient leur permettre d'être éjectées de cette zone, cela explique alors pourquoi la concentration de ces particules en proche paroi est plus importante que celle obtenue en apesanteur. En ce qui concerne la vitesse relative moyenne dans la direction normale aux parois, elle est soit négative, soit nulle dans tout le canal, et cela, quel soit le cas étudié. Afin de comprendre l'origine des valeurs obtenues pour la vitesse relative moyenne, il est utile de la décomposer de la manière suivante :

$$\langle v_{p,2} - \tilde{u}_2 \rangle = \langle v_{p,2} \rangle - \langle u_2 \rangle - V_{d,2} = \langle v_{p,2} \rangle - V_{d,2}. \quad (4.4)$$

La vitesse relative moyenne dans la direction normale aux parois représente donc la somme de la vitesse moyenne des particules et de l'opposé de la vitesse de dérive. D'après nos résultats, nous pouvons en déduire que la vitesse relative moyenne des particules les plus légères est principalement induite par la vitesse de dérive, alors que pour les particules plus inertes, c'est la vitesse moyenne qui domine. Les valeurs de la vitesse relative moyenne dans la direction normale aux parois nous indiquent aussi que le vecteur vitesse relative moyenne n'est pas dirigé dans la direction longitudinale mais légèrement incliné vers la paroi.

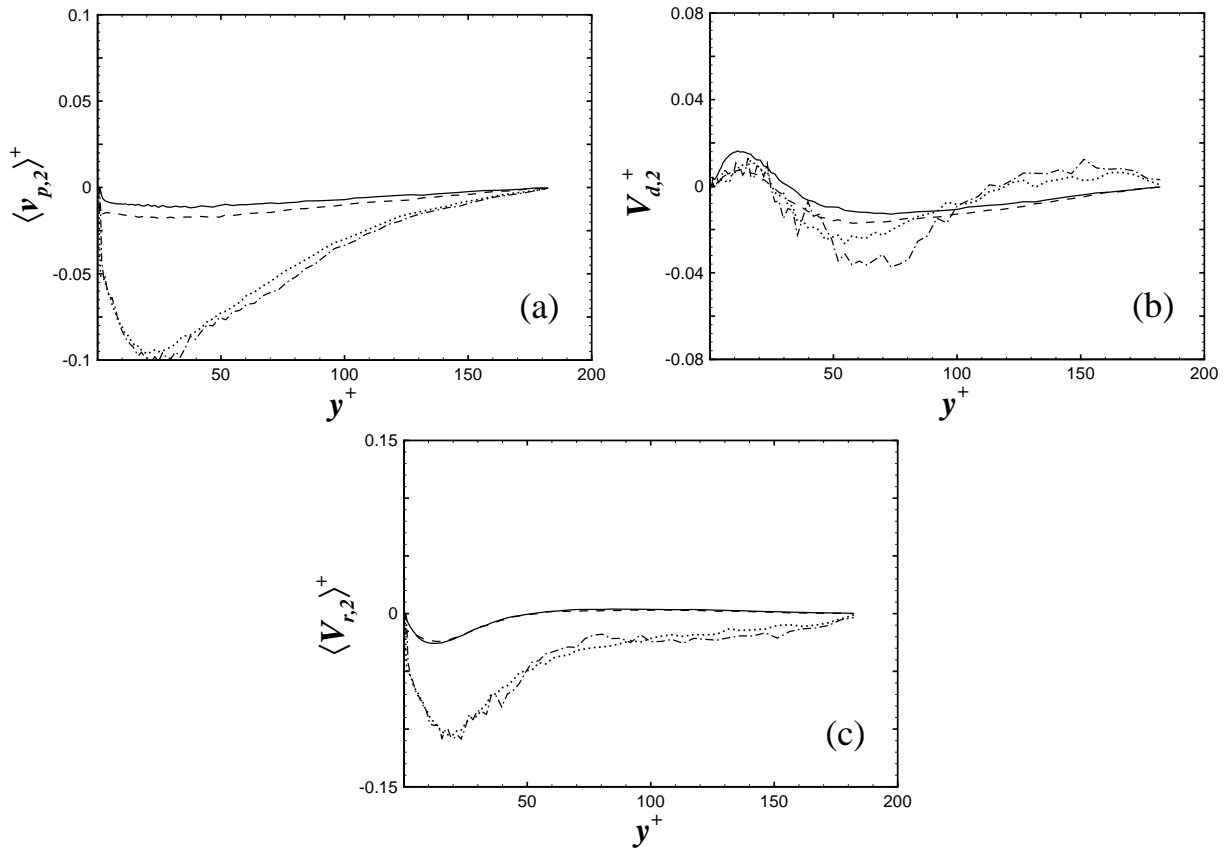


FIGURE 4.4 – (a) Vitesse moyenne des particules dans la direction normale aux parois. (b) Vitesse moyenne de dérive normale aux parois  $V_{d,2}^+$ . (c) Vitesse relative moyenne normale aux parois  $\langle V_{r,2} \rangle^+$ .  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; - - -,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : - - -,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

### Les écarts types de la vitesse des particules

Pour examiner les effets de la force de gravité sur l'agitation turbulente de la phase dispersée, nous avons tracé sur la figure 4.5 les écarts types des composantes de la vitesse des particules et du fluide ainsi que ceux de la vitesse du fluide vu. L'agitation turbulente longitudinale des particules présente certaines similitudes avec celle obtenue en apesanteur. Tout d'abord, sa valeur maximum est supérieure à celle de l'agitation turbulente du fluide quelles que soient l'inertie et l'intensité de l'accélération gravitationnelle. De plus, pour les particules les plus inertes, elle est supérieure à celle du fluide dans la sous-couche visqueuse. Cependant, nous pouvons constater que l'agitation turbulente des particules les plus inertes est plus élevée que dans le cas où la gravité n'est pas prise en compte. Les résultats que nous avons obtenus sont cohérents avec ceux issus de l'étude de Rouson, Eaton et Abrahamson (1997) pour  $y^+ > 1$ . Néanmoins, nous observons une très abrupte diminution de l'agitation turbulente des particules les plus inertes pour  $y^+ < 1$ . Les résultats issus de l'étude Rouson *et al.* (1997) ne nous permettent pas de confirmer cette diminution puisqu'ils sont uniquement donnés pour  $y^+ > 1$ . Nous pouvons toutefois la relier à celle observée pour la vitesse moyenne, mais nous ne pouvons pas l'expliquer. En ce qui concerne les écarts types de la vitesse des particules dans la direction normale et transversale, nous ne notons pas de différences significatives avec les résultats obtenus en apesanteur, et cela, quelle que soit l'intensité de la

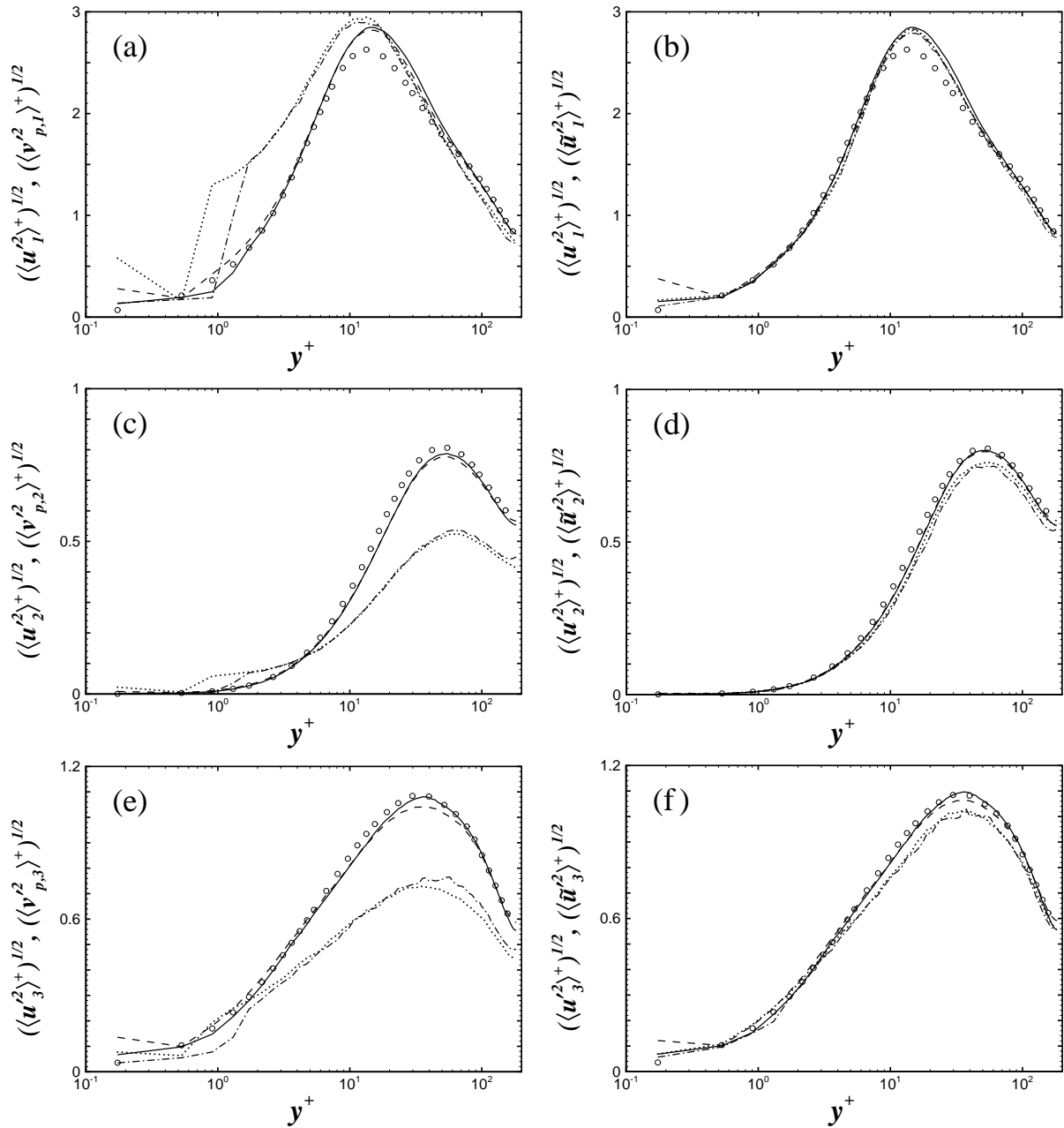


FIGURE 4.5 – (a), (c) et (e) Ecarts types des vitesses des particules et du fluide. (b), (d) et (f) Ecarts types des vitesses du fluide vu par les particules et du fluide.  $\circ$ , fluide.  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; -.-,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : ···,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

force de pesanteur. A partir de la figure 4.5, nous remarquons également que les composantes de l'agitation de la turbulence vue sont identiques à celles issues de nos simulations numériques réalisées en apesanteur.

L'influence de la force de pesanteur sur la covariance particule-particule  $\langle v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle$  est quant à elle plus importante comme nous pouvons le remarquer à partir de la figure 4.6(a). Les résultats montrent qu'en présence de la gravité et pour les particules les plus légères, la covariance particule-particule est plus faible que celle obtenue pour un écoulement en apesanteur (cf. figure 3.9). Pour

expliquer cela, il nous faut nous référer aux valeurs de la contrainte de cisaillement du fluide vu par les particules qui sont reportées sur la figure 4.6(b). En effet, nous remarquons que les valeurs de cette contrainte sont également plus faibles que celles obtenues pour des particules ayant une inertie équivalente en apesanteur. Il paraît alors évident que la diminution de la valeur absolue de la covariance particule-particule est engendrée par la diminution de la valeur absolue de la contrainte de cisaillement du fluide vu. Les résultats obtenus pour les particules ayant un temps de réponse  $\tau_p^+ = 15.4$  sont également plus faibles que ceux issus des simulations en apesanteur, cependant, cela n'est valable que pour  $y^+ \gtrsim 12$ . En deçà de cette limite, les valeurs de la covariance particule-particule deviennent plus élevées que celles obtenues en apesanteur. Cette dernière caractéristique s'explique par le fait que, dans cette zone, l'agitation turbulente longitudinale des particules est plus forte en présence de la force de pesanteur. Pour terminer, nous tenons à préciser que le fait que la contrainte turbulente de cisaillement du fluide vu soit plus proche de celle du fluide lorsque la gravité agit indique que la concentration préférentielle des particules, dans les zones de fluide caractérisées par  $u'_1 u'_2 < 0$ , est moins importante qu'en apesanteur.

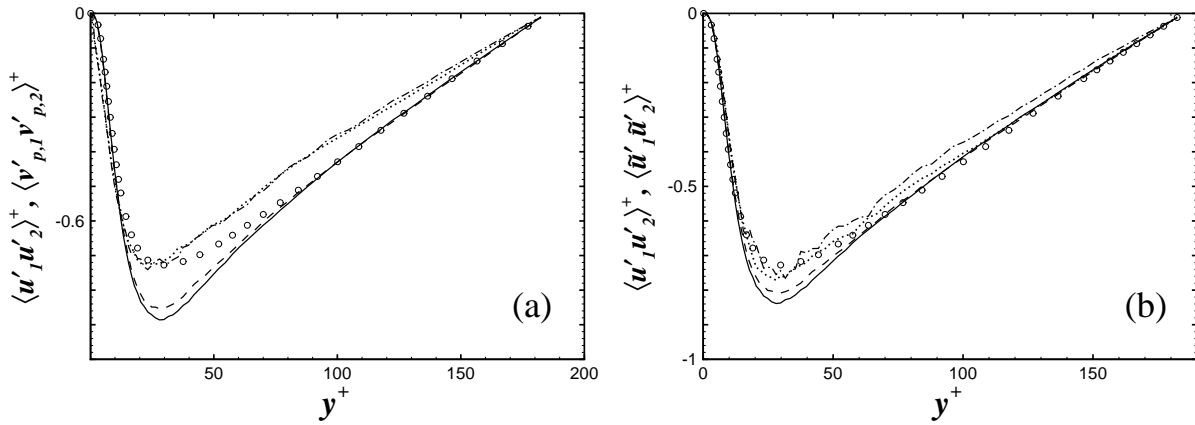


FIGURE 4.6 – (a) Contrainte turbulente de cisaillement du fluide  $\langle u'_1 u'_2 \rangle$  et covariance particule-particule  $\langle v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle$ . (b) Contraintes turbulentes de cisaillement du fluide  $\langle u'_1 u'_2 \rangle$  et du fluide vu  $\langle \tilde{u}'_1 \tilde{u}'_2 \rangle$ .  $\circ$ , fluide.  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; - - -,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : - - -,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

### 4.3.3 Covariances fluide-particules et corrélations triples

#### Les covariances des vitesses fluide-particules

Nous avons reporté, sur la figure 4.7, les profils des composantes diagonales qui ont été obtenus pour les différents cas étudiés. Pour la composante longitudinale  $\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,1} \rangle$ , nous ne notons pas de différences avec les résultats obtenus en apesanteur pour les particules les plus légères (cf. figure 3.10). En ce qui concerne les particules plus inertes, nous remarquons que pour  $y^+ \gtrsim 12$ , les résultats sont également assez similaires, mais que pour  $y^+ \lesssim 12$ , les valeurs de cette covariance sont plus élevées que celles obtenues en apesanteur. Nous constatons même que la covariance longitudinale des particules les plus inertes devient plus importante que celle des particules les plus légères dans la sous-couche visqueuse, ce qui n'est pas le cas en apesanteur. Cette différence est à mettre sur le compte de l'importante agitation turbulente longitudinale des particules les plus

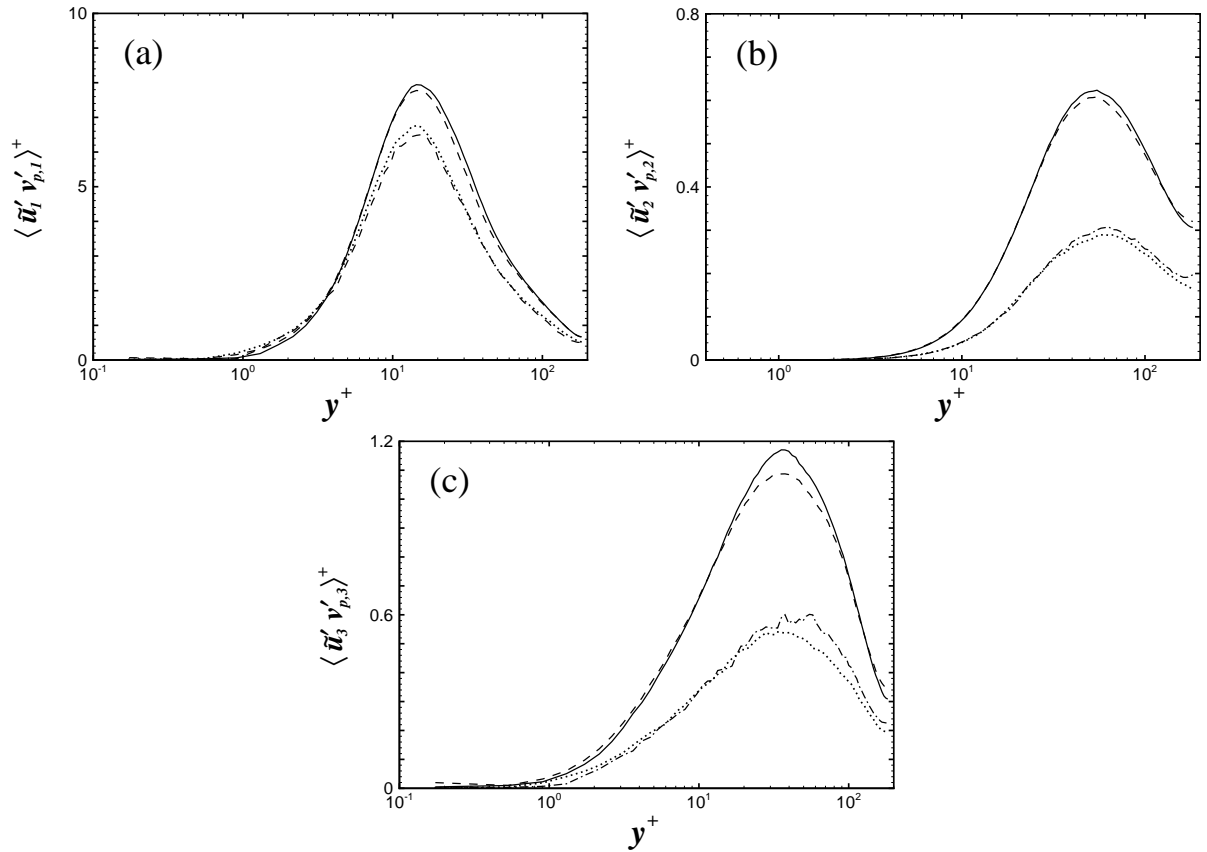


FIGURE 4.7 – Composantes diagonales de la covariance fluide-particules  $\langle \tilde{u}'_i v'_{p,i} \rangle$  :  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$  ; -·-,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : --,  $\tau_p^+ = 1.2$  ; ···,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

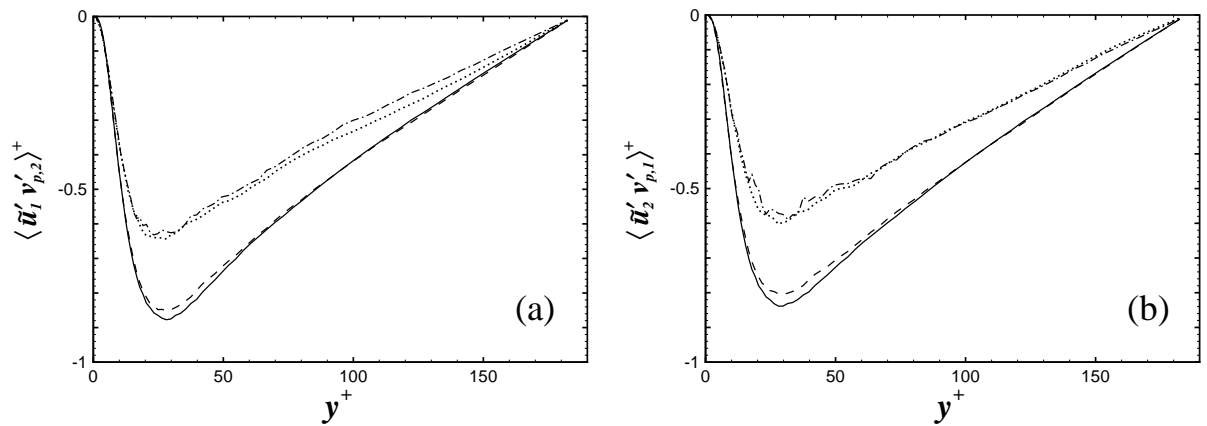


FIGURE 4.8 – Composantes non diagonales de la covariance fluide-particules  $\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,2} \rangle$  et  $\langle \tilde{u}'_2 v'_{p,1} \rangle$  :  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$  ; -·-,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : --,  $\tau_p^+ = 1.2$  ; ···,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

inertes en proche paroi lorsque la gravité est présente. La composante normale  $\langle \tilde{u}'_2 v'_{p,2} \rangle$  ne présente pas, quant à elle, de différences majeures avec celle obtenue en apesanteur, et cela, quelle que soit l'inertie des particules. L'influence de la force de pesanteur est plus visible sur la composante transversale  $\langle \tilde{u}'_3 v'_{p,3} \rangle$ . En effet, nous observons une diminution de la valeur maximum de l'ordre de

13%, pour les particules ayant un temps de réponse  $\tau_p^+ = 15.4$  et lorsque  $\tau_p^+ g^+ = 1$ , par rapport à celle issue de la simulation numérique en apesanteur. De plus, l'influence de l'intensité de la force de pesanteur est plus prononcée sur  $\langle \tilde{u}'_3 v'_{p,3} \rangle$  que sur les autres composantes diagonales. Toutefois, nous ne pouvons pas considérer que ces différences soient très importantes.

L'examen des covariances fluide-particules non diagonales  $\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,2} \rangle$  et  $\langle \tilde{u}'_2 v'_{p,1} \rangle$ , présentées sur la figure 4.8, montre que celles-ci ne sont pas non plus fortement modifiées par la présence de la force de pesanteur, et cela, quelles que soient l'inertie des particules et la position dans le canal.

### Les corrélations triples de la vitesse des particules

Pour terminer cette étude, nous allons nous intéresser à l'influence de la force de pesanteur sur les corrélations triples de la vitesse des particules. Sur la figure 4.9, nous avons regroupé les corrélations triples de la vitesse des particules et du fluide. Afin de comparer ces résultats à ceux issus des simulations effectuées en apesanteur, le lecteur pourra se référer à la figure 3.12. Nous tenons à préciser que les disparités entre les corrélations triples de la vitesse du fluide issues des simulations réalisées pour un canal vertical descendant et en apesanteur sont dues à une différence de résolution spatiale. Bien entendu, ces disparités se retrouvent sur les corrélations triples de la vitesse des particules. Par conséquent, afin de pouvoir étudier l'influence de la force de pesanteur à partir des résultats obtenus en apesanteur, il est nécessaire de comparer la différence entre les valeurs obtenues pour les particules et le fluide, et non pas les valeurs des corrélations triples de la vitesse des particules seules. Nous constatons, premièrement, d'importantes différences pour la corrélation triple  $\langle v'_{p,1} v'_{p,1} v'_{p,1} \rangle$  des particules les plus inertes puisque son maximum est deux fois supérieur à celui du fluide, alors qu'il est trois fois supérieur en absence de la force de pesanteur. Plus généralement, il y a une diminution de cette corrélation pour  $y^+ < 40$ , ce qui indique qu'il y a une proportion plus importante de fluctuations de la vitesse longitudinale des particules négatives en présence de la gravité. La corrélation triple de la vitesse longitudinale des particules les plus légères n'est pas, quant à elle, modifiée par la force de pesanteur. Quelle que soit l'inertie des particules, la composante  $\langle v'_{p,2} v'_{p,2} v'_{p,2} \rangle$  ne diffère pas de celle obtenue en apesanteur. En ce qui concerne les trois autres composantes, il existe quelques différences. Tout d'abord, la corrélation  $\langle v'_{p,2} v'_{p,1} v'_{p,1} \rangle$  présente une augmentation de la valeur de son minimum pour les particules les plus inertes. De plus, sous l'effet de la gravité, cette corrélation s'est rapprochée de la corrélation triple de la vitesse du fluide. A part cela, nous n'observons pas de modifications significatives de cette corrélation pour les particules les plus légères. En ce qui concerne la composante  $\langle v'_{p,2} v'_{p,3} v'_{p,3} \rangle$ , nous constatons que les résultats obtenus sont moins élevés qu'en apesanteur lorsque l'inertie devient importante. Les valeurs obtenues pour les particules ayant une faible inertie semblent quant à elles sensibles à l'intensité de la force de pesanteur puisque nous notons des différences pour  $y^+ > 30$  lorsque les valeurs du paramètre  $\tau_p^+ g^+$  diffèrent. Néanmoins, il n'existe pas de différences notables entre les résultats issus des simulations en apesanteur et celle réalisé pour  $\tau_p^+ g^+ = 1$  quand  $y^+ > 30$ . Par conséquent, nous pouvons nous demander si la sensibilité à l'intensité de l'accélération gravitationnelle précédemment mise en évidence est réelle ou si elle est simplement due à une mauvaise convergence des statistiques. Et enfin, pour la composante  $\langle v'_{p,2} v'_{p,1} v'_{p,2} \rangle$ , nous constatons seulement une diminution de la valeur maximum pour les particules les plus inertes. Comme pour la corrélation triple  $\langle v'_{p,2} v'_{p,3} v'_{p,3} \rangle$ , nous remarquons, pour les particules les moins inertes, que l'augmentation intensité de la force de pesanteur entraîne une modification de cette corrélation pour  $y^+ > 30$ , alors que les résultats pour  $\tau_p^+ g^+ = 1$  sont identiques à ceux obtenus en apesanteur. Cela

### 4.3 Dynamique de la phase dispersée en écoulement vertical descendant

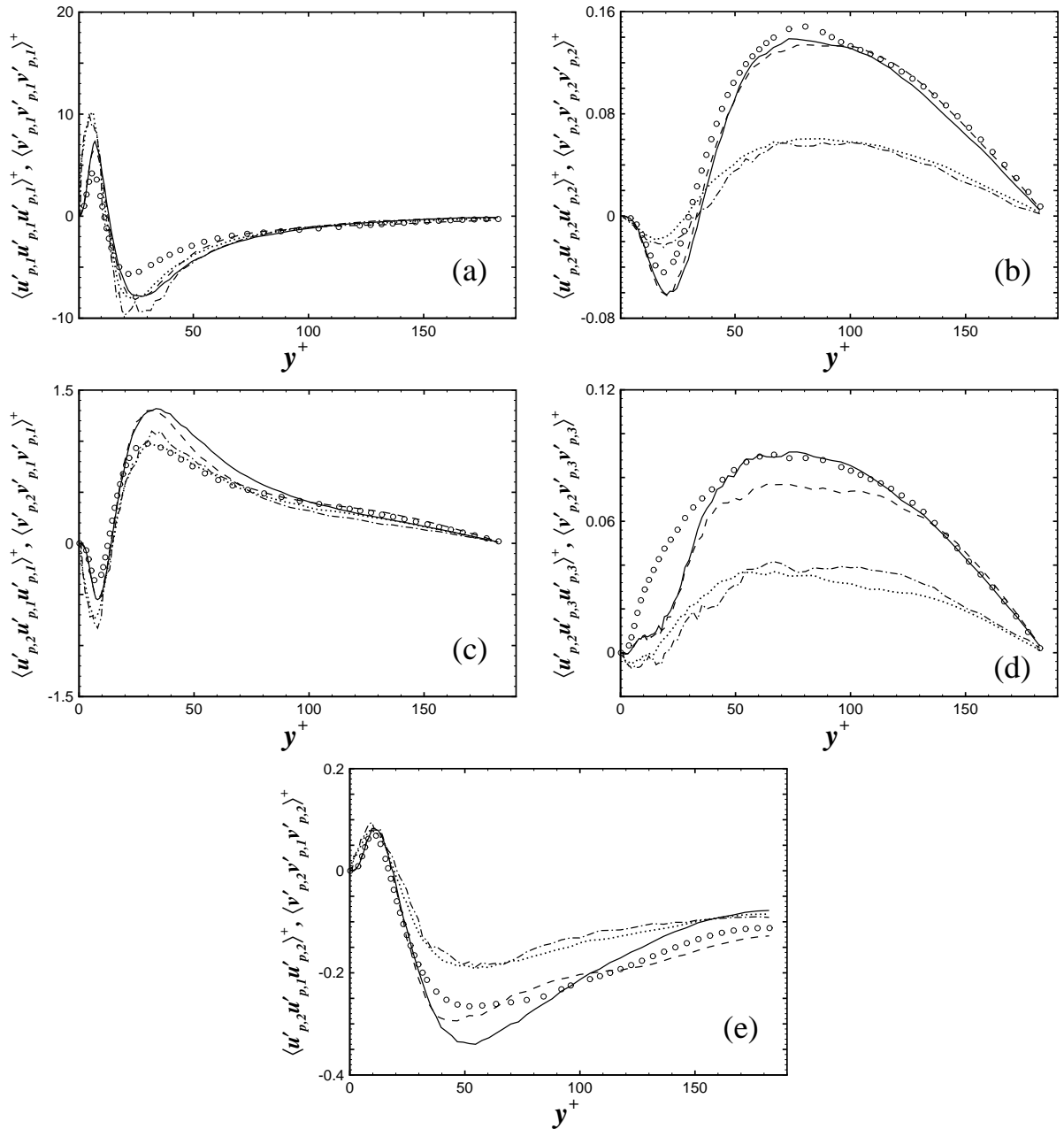


FIGURE 4.9 – Corrélations triples de la vitesse des particules  $\langle v'_{p,i} v'_{p,j} v'_{p,k} \rangle$  et du fluide  $\langle u'_i u'_j u'_k \rangle$ .  $\circ$ , fluide.  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ g^+ = 1.2$  ; - - -,  $\tau_p^+ g^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : - - -,  $\tau_p^+ g^+ = 1.2$  ; ···,  $\tau_p^+ g^+ = 15.4$ .

nous permet donc d'en déduire que l'influence de l'augmentation de l'accélération gravitationnelle sur la corrélation  $\langle v'_{p,2} v'_{p,3} v'_{p,3} \rangle$  est bien réelle.

Les simulations numériques d'un écoulement vertical descendant montrent que la gravité influe principalement sur la moyenne et l'écart type de la vitesse longitudinale des particules ainsi que sur la concentration. En effet, les résultats obtenus indiquent que, globalement, la gravité a relativement peu d'influence sur les autres statistiques de la phase dispersée. Nous pouvons donc en déduire que le mouvement turbulent de la phase dispersée est principalement dicté par l'inertie des particules. Cette conclusion est restreinte aux valeurs du paramètre  $\tau_p^+ g^+$  que nous avons testées et lorsque la



gravité agit dans la direction et le sens de l'écoulement moyen du fluide. Pour compléter cette étude, des simulations devraient être réalisées pour des valeurs plus élevées du paramètre  $\tau_p^+ g^+$ . Nous tenons également à signaler que des simulations numériques ont été entreprises afin de reproduire les expériences de Khalitov et Longmire (2003) qui ont été effectuées au sein d'un écoulement de canal vertical descendant à  $Re_\tau = 240$ . Bien que le calcul des statistiques de la phase dispersée ait été fait après l'obtention d'un régime établi, il s'est avéré que la comparaison avec ceux obtenus par Khalitov et Longmire (2003) est qualitativement correcte, mais pas quantitativement. Cette différence peut s'expliquer par le fait que la similitude entre notre simulation numérique et les expériences n'est que partielle puisque le nombre de Reynolds de nos simulations est  $Re_\tau = 185$ . C'est pour cela que nous avons préféré ne pas présenter cette étude comparative dans ce mémoire.

## 4.4 Modélisation de ces effets sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu

L'étude et la modélisation de l'influence du croisement de trajectoires sur les échelles de décorrélation de la vitesse du fluide vu sont abordées dans cette partie. Pour cela, nous comparerons les résultats provenant de la simulation numérique avec ceux obtenus en utilisant des expressions analogues à celles proposées par Deutsch (1992). Cette étude sera d'abord effectuée à partir des résultats issus des simulations réalisées lorsque le canal est en position horizontale, puis répétée à partir des données provenant des simulations d'un écoulement vertical descendant.

### 4.4.1 Et pourquoi pas une formulation type Csanady ?

Les expressions que nous utiliserons pour modéliser l'influence du croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu sont basées sur celles proposées par Deutsch (1992) [cf. équation (4.2)]. Etant donné que ces expressions ont été développées pour une turbulence isotrope et que l'écoulement que nous étudions est fortement anisotrope, nous devons les modifier quelque peu. La première modification effectuée est de considérer l'anisotropie des échelles temporelles de décorrélation en apesanteur. Nous remplaçons donc simplement, dans l'équation (4.2),  $T^*$  par  $T_{ij}^*$  et  $T^{*g}$  par  $T_{ij}^{*g}$ . De plus, nous ne considérerons pas le module de la vitesse relative, mais seulement sa valeur moyenne dans la direction de la gravité. Pour la valeur de l'agitation turbulente du fluide, nous utiliserons la valeur de la composante dans la direction de la gravité. Les expressions ainsi modifiées ont la forme suivante :

$$T_{ii}^{*g} = T_{ii}^* \left[ 1 + \left( \beta \frac{\langle V_{r,i} \rangle}{\langle u_i'^2 \rangle^{1/2}} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad \text{et} \quad T_{jj}^{*g} = T_{jj}^* \left[ 1 + 4 \left( \beta \frac{\langle V_{r,i} \rangle}{\langle u_i'^2 \rangle^{1/2}} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (4.5)$$

où l'indice  $i$  désigne la direction du vecteur gravité, alors que l'indice  $j (\neq i)$  représente les directions perpendiculaires au vecteur gravité. A partir de ces deux expressions, nous en proposons trois variantes qui diffèrent de par l'estimation du paramètre  $\beta$  :

- pour la première variante, nous supposons que  $L_f / \langle u_i'^2 \rangle^{1/2} = T_{ii}^{mE}$ , c'est-à-dire que l'échelle temporelle eulérienne, calculée dans un référentiel se déplaçant à la vitesse moyenne du

fluide, est égale au rapport de l'échelle spatiale longitudinale dans la direction de la gravité et de l'agitation turbulente du fluide dans cette même direction. Les expressions obtenues sont les suivantes :

$$T_{ii}^{*g} = T_{ii}^* \left[ 1 + \left( \frac{T_{ii}^* \langle V_{r,i} \rangle}{T_{ii}^{mE} \langle u_i'^2 \rangle^{1/2}} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad \text{et} \quad T_{jj}^{*g} = T_{jj}^* \left[ 1 + 4 \left( \frac{T_{jj}^* \langle V_{r,i} \rangle}{T_{ii}^{mE} \langle u_i'^2 \rangle^{1/2}} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (4.6)$$

- pour la seconde variante, nous conservons la définition  $\beta = \langle u_i'^2 \rangle^{1/2} T_{ii}^* / L_f$ . Cependant, la valeur de l'échelle spatiale longitudinale est donnée par nos calculs par D.N.S. (cf. §1.6.1). En utilisant notre notation des échelles spatiales, cela revient à assimiler  $L_f$  à une des trois échelles spatiales longitudinales caractérisant la turbulence de canal  $L_{ii}^{(i)}$ . Les expressions ainsi modifiées s'écrivent :

$$T_{ii}^{*g} = T_{ii}^* \left[ 1 + \left( \frac{\langle V_{r,i} \rangle T_{ii}^*}{L_{ii}^{(i)}} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad \text{et} \quad T_{jj}^{*g} = T_{jj}^* \left[ 1 + 4 \left( \frac{\langle V_{r,i} \rangle T_{jj}^*}{L_{ii}^{(i)}} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (4.7)$$

Les simulations numériques par L.E.S. de Février (2000) ont montré que ces deux expressions modélisent correctement les effets de croisement de trajectoires et de continuité pour une turbulence isotrope stationnaire lorsque  $\langle V_r \rangle / \langle u'^2 \rangle \in [0.008, 5]$ ,

- pour la dernière variante, nous tenons compte de l'effet de continuité différemment. C'est-à-dire que Deutsch (1992), tout comme Csanady (1963) d'ailleurs, ont considéré une turbulence isotrope, et par conséquent, que l'échelle spatiale longitudinale est deux fois plus grande que l'échelle transversale ( $L_g$ ), soit  $L_f / L_g = 2$ . A partir de cette propriété des échelles spatiales, Csanady (1963) a donc supposé que la valeur asymptotique (c-à-d pour  $t \rightarrow \infty$ ) du coefficient dispersion des particules dans les directions transversales à la vitesse relative est deux fois plus faible que dans la direction longitudinale. D'où l'apparition du facteur 4 dans l'expression qui modélise l'échelle temporelle de décorrélation du fluide vu dans les directions transversales. La dernière variante n'est pas, quant à elle, basée sur cette propriété qui n'est valable qu'en turbulence isotrope. Pour ce faire, le coefficient  $\beta$  est calculé soit à partir d'une échelle spatiale longitudinale, soit à partir des échelles spatiales transversales, toutes trois relatives à des déplacements dans la direction de la gravité, c'est-à-dire soit  $L_{ii}^{(i)}$ , soit  $L_{jj}^{(i)}$ . L'influence du croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de décorrélation est alors modélisée de la façon suivante :

$$T_{ii}^{*g} = T_{ii}^* \left[ 1 + \left( \frac{\langle V_{r,i} \rangle T_{ii}^*}{L_{ii}^{(i)}} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad \text{et} \quad T_{jj}^{*g} = T_{jj}^* \left[ 1 + \left( \frac{\langle V_{r,i} \rangle T_{jj}^*}{L_{jj}^{(i)}} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (4.8)$$

Dans la partie qui suit, nous comparerons les résultats obtenus avec ces différents couples d'expressions [c-à-d (4.6), (4.7) et (4.8)] avec ceux issus des simulations par D.N.S. pour les écoulements horizontal et vertical descendant.

#### 4.4.2 Test en écoulement horizontal

Avant de présenter la comparaison entre les résultats obtenus par modélisation et ceux issus de la D.N.S., nous voulons mettre en évidence le croisement de trajectoires pour cette simulation.

Pour cela, nous avons reporté sur la figure 4.10, les vitesses moyennes relatives longitudinale et

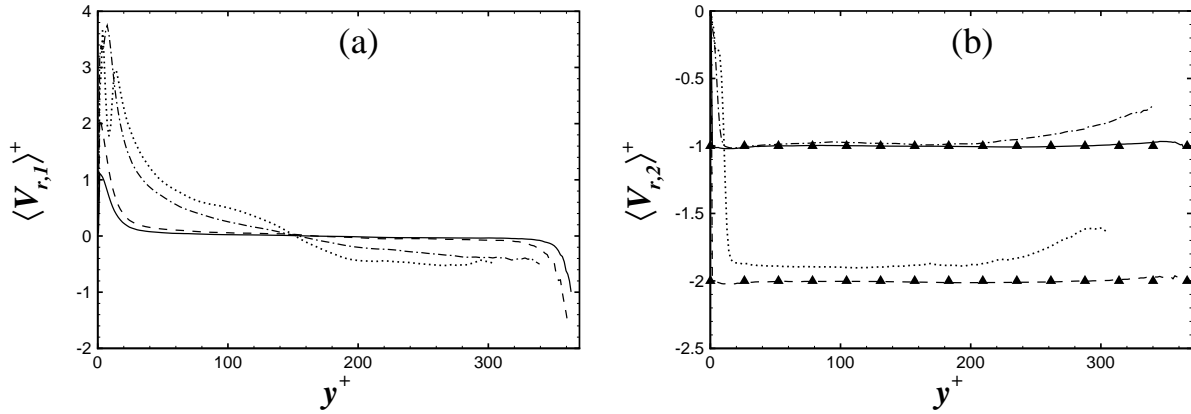


FIGURE 4.10 – (a) Vitesse relative moyenne longitudinale  $\langle V_{r,1} \rangle$ . (b) Vitesse relative moyenne normale aux parois  $\langle V_{r,2} \rangle$ .  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; - - -,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : - - -,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ . Vitesse limite de chute :  $\blacktriangle$ ,  $\tau_p^+ g^+ = 1$  et 2

normale aux parois. La première remarque concerne le fait qu'il manque des valeurs près de la paroi supérieure qui est située à  $y^+ \approx 370$ . Sachant que nous avons attendu durant un temps de  $3\tau_p^+$  avant de débiter le calcul des statistiques portant sur la phase dispersée, il s'est avéré qu'il n'y avait déjà plus de particules près de la paroi supérieure. De ce fait, les statistiques n'ont pas pu être calculées. Toutefois, à partir des données que nous avons pu recueillir, nous constatons que la vitesse relative des particules dans la direction de la gravité, c'est-à-dire selon  $Ox_2$ , est égale à la vitesse limite de chute  $\tau_p^+ g^+$  lorsque l'inertie est faible, alors que pour les particules ayant une plus grande inertie, la vitesse relative est plus faible. Cette différence entre la vitesse relative et la vitesse limite de chute est d'autant plus élevée que l'intensité de la force de pesanteur est forte, elle est d'environ 10% pour le cas  $\tau_p^+ g^+ = 2$ . La force de pesanteur induit également une vitesse relative moyenne longitudinale qui est assez importante en proche paroi pour les particules les plus lourdes [cf. figure 4.10(a)]. La principale cause est la forte migration des particules à travers des zones de fluide ayant des caractéristiques dynamiques très différentes. Nous notons aussi que la vitesse relative moyenne des particules les moins inertes est approximativement nulle pour  $40 < y^+ < 320$ , alors que celle des particules plus inertes ne l'est pas. Le mouvement relatif n'est donc pas strictement dirigé dans la direction de la gravité, mais il est légèrement incliné vers l'axe longitudinal  $Ox_1$ . Il paraît alors problématique de faire usage de la théorie de Csanady (1963) dans un tel cas puisqu'elle a été établie en supposant que le mouvement relatif entre les deux phases est unidirectionnel. Afin de pouvoir utiliser les expressions dérivées de celles proposées par Csanady (1963), nous devons considérer par la suite que l'influence du croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu est principalement due à la vitesse relative moyenne normale aux parois. Cette hypothèse ne nous semble pas aberrante pour deux raisons. La première est due au fait que les échelles spatiales relatives à un déplacement longitudinal sont plus grandes que celles relatives à un déplacement dans la direction normale aux parois (cf. figure 1.21). La seconde raison est que la valeur absolue de la vitesse relative moyenne dans la direction normale aux parois est plus grande que celle dans la direction longitudinale dans la majeure partie du canal, et cela, quelles que soient l'inertie des particules et l'intensité de la force de pesanteur.

Nous tenons aussi à rappeler que les expressions dérivées de la théorie de Csanady (1963) ne sont

#### 4.4 Modélisation de ces effets sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu

strictement valables que lorsque  $\|\mathbf{V}_r\|/\langle u'^2 \rangle^{1/2} \ll 1$  ou  $\|\mathbf{V}_r\|/\langle u'^2 \rangle^{1/2} \gg 1$ , et qu'en dehors de ces limites il propose une loi de raccordement. La comparaison des résultats issus des simulations numériques avec ceux provenant de la théorie Csanady (1963) nous permettra donc d'étudier principalement la validité de cette théorie en dehors de son champ strict d'application, puisque les valeurs du rapport entre la vitesse relative moyenne et l'intensité turbulente du fluide dans la direction normale aux parois varient environ entre 1 et 3.

Sur les figures 4.11 et 4.12, nous avons reporté le rapport  $T_{ii}^{*g}/T_{ii}^*$  pour  $\tau_p^+ g^+ = 1$  et  $\tau_p^+ g^+ = 2$  respectivement. Les colonnes de gauche correspondent aux résultats obtenus pour les particules ayant un temps de réponse  $\tau_p^+ = 1.2$ , et celles de droite pour  $\tau_p^+ = 15.4$ . Commençons tout d'abord par décrire les résultats issus de la simulation numérique. La diminution des échelles temporelles de décorrélation du fluide vu est environ deux fois plus grande dans les directions perpendiculaires à la gravité que dans la direction parallèle. Ce premier phénomène est bien sûr lié à l'effet de continuité, comme l'avait prédit Csanady (1963). De plus, nous constatons, à partir de la figure 4.12, que la diminution est d'autant plus importante que la force de pesanteur (ou la vitesse relative moyenne) est grande. L'inertie des particules, quant à elle, n'a que peu d'influence sur la diminution de  $T_{ii}^{*g}$ , si ce n'est en proche paroi. Néanmoins, l'étude du croisement de trajectoires est hasardeuse dans cette région du fait de la présence de la paroi qui a sûrement une influence sur les valeurs de  $T_{ii}^{*g}$ . Il est donc nécessaire de définir une zone dans laquelle nous pensons que les corrélations temporelles du fluide vu par les particules ont eu le temps de décroître jusqu'à atteindre la valeur zéro avant que les particules interagissent avec la paroi. En considérant la vitesse limite de chute maximum des particules (soit 2 en unités de paroi) ainsi qu'un temps moyen nécessaire à la décroissance de la corrélation du fluide vu sans qu'il y ait d'interactions avec la paroi (environ 20 en unités de paroi), nous pouvons supposer qu'il n'y a pas eu d'influence de la paroi sur les corrélations du fluide vu calculées à partir des particules situées initialement pour  $y^+ \gtrsim 40$ .

Les résultats obtenus à partir des expressions permettant de modéliser le rapport  $T_{ii}^{*g}/T_{ii}^*$  [c-à-d (4.6), (4.7) et (4.8)] sont également reportés sur les figures 4.11 et 4.12. Pour ce qui est du couple d'expressions (4.6), nous avons utilisé  $T_{22}^{mE}$  pour représenter l'échelle temporelle eulérienne dans un référentiel mobile. Ce choix est contestable puisque le mouvement relatif est principalement dirigée selon la normale aux parois, alors que le référentiel mobile permettant de calculer  $T_{22}^{mE}$  se déplace dans la direction longitudinale. Cependant, c'est le choix le plus simple qu'il nous ait été possible de faire. En ce qui concerne les valeurs des échelles spatiales intervenant dans les couples d'expressions (4.7) et (4.8), nous avons utilisé celles que nous avons obtenues pour  $L_{ii}^{(2-)}$  (cf. équation 1.23 et figure 1.21) puisque le mouvement des particules est dirigé vers la paroi inférieure. La comparaison des résultats issus de ces différents couples d'expressions avec ceux issus de la simulation numérique montre que celles basées sur  $T_{22}^{mE}$  ne permettent pas de modéliser correctement l'effet du croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu, et cela quelle que soit l'intensité de la force de pesanteur. Les résultats issus du couple d'expressions (4.7) sont, quant à eux, en bon accord avec ceux issus de la D.N.S. pour  $T_{22}^{*g}/T_{22}^*$  et  $T_{33}^{*g}/T_{33}^*$ , alors que pour  $T_{11}^{*g}/T_{11}^*$ , nous constatons des différences notables que ce soit pour  $\tau_p^+ g^+ = 1$  ou pour  $\tau_p^+ g^+ = 2$ . Signalons que les résultats pour  $T_{22}^{*g}/T_{22}^*$  ne peuvent être distingués puisqu'ils sont identiques à ceux obtenus avec l'expression (4.8). Enfin, nous constatons que le couple d'expressions qui est fonction des échelles spatiales longitudinale et transversales [équation (4.8)] permet de modéliser presque parfaitement les effets de croisement de trajectoires et de continuité sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu. En effet, les valeurs issues de ces expressions sont en très bon accord avec celles issues de la D.N.S. quelle que soit

l'intensité de la force de pesanteur.

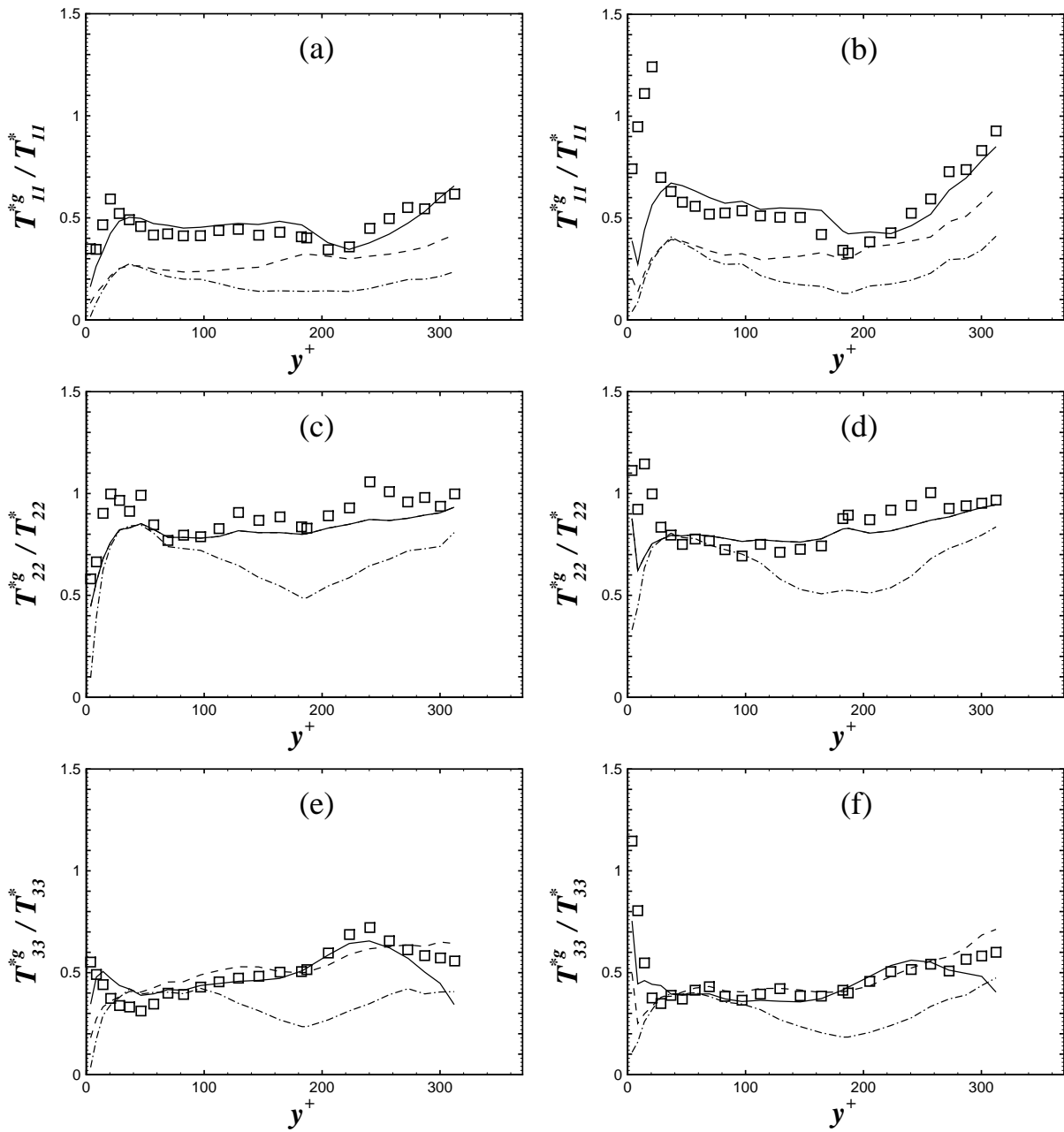


FIGURE 4.11 – Echelles temporelles de décorrélation du fluide vu en écoulement horizontal pour  $\tau_p^+ g^+ = 1$ . Colonne de gauche (a), (c) et (e) :  $\tau_p^+ = 1.2$ . Colonne de droite (b), (d), (f) :  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\square$ , résultats issus de la D.N.S ; ---, équation (4.6) ; - · -, équation (4.7) ; —, équation (4.8).

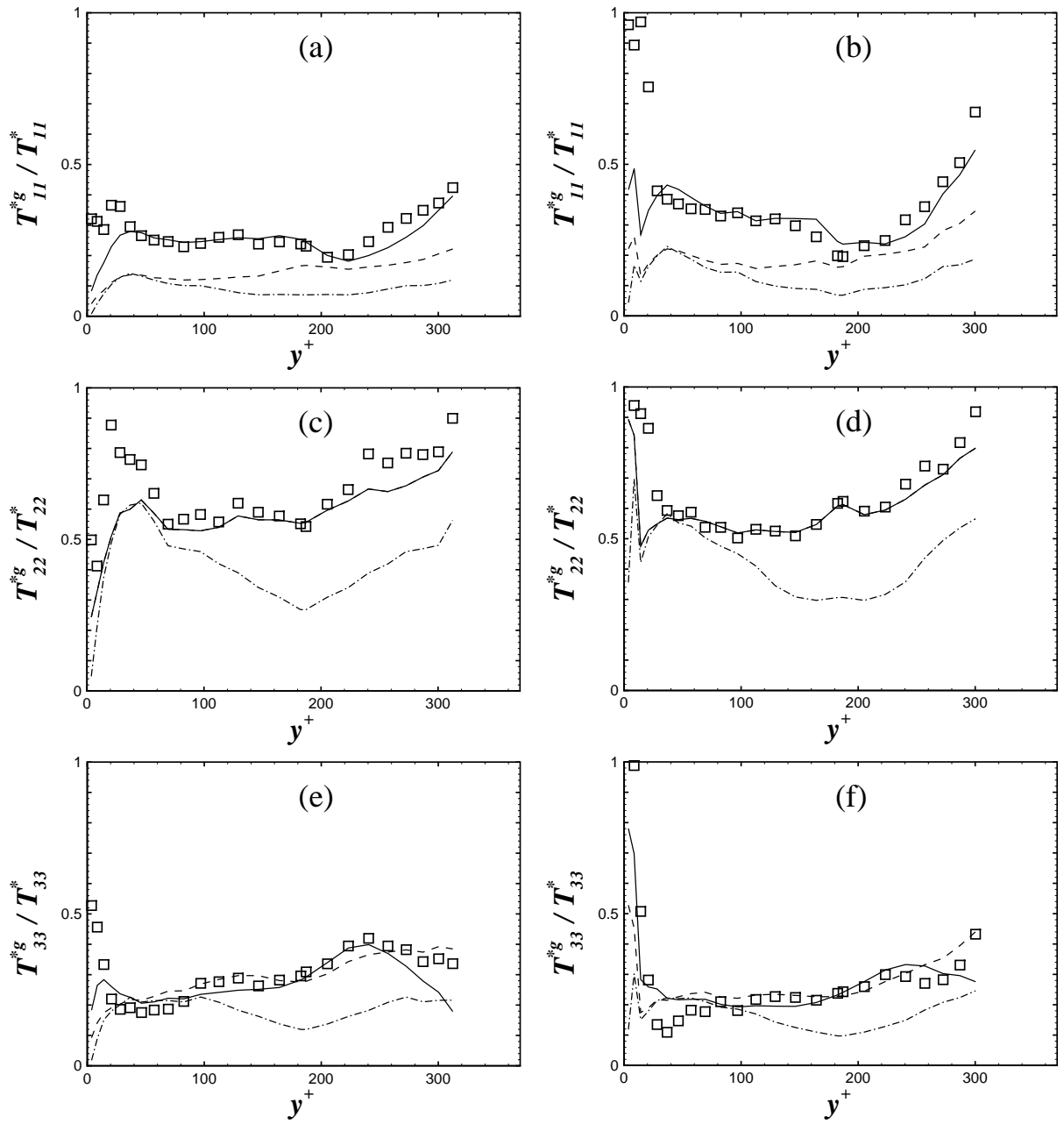


FIGURE 4.12 – Echelles temporelles de décorrélation du fluide vu en écoulement horizontal pour  $\tau_p^+ g^+ = 2$ . Colonne de gauche (a), (c) et (e) :  $\tau_p^+ = 1.2$ . Colonne de droite (b), (d), (f) :  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\square$ , résultats issus de la D.N.S ;  $---$ , équation (4.6) ;  $- \cdot -$ , équation (4.7) ;  $—$ , équation (4.8).

### 4.4.3 Test en écoulement vertical descendant

Les résultats obtenus pour les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu par les particules en écoulement vertical descendant sont présentés sous la forme du rapport  $T_{ii}^{*g}/T_{ii}^*$  sur les figures 4.13 et 4.14 pour  $\tau_p^+ g^+ = 1$  et  $\tau_p^+ g^+ = 2$ , respectivement. Pour ce qui est des résultats issus de la D.N.S., nous observons que, quelles que soient l'inertie des particules et l'intensité de la force de pesanteur, la diminution des échelles temporelles de décorrélation du fluide vu est moindre dans la direction longitudinale que dans les directions normale et transversale. Cette diminution plus importante dans la direction parallèle à la vitesse relative moyenne, induite par la gravité, est qualitativement similaire à celle rencontrée pour le canal horizontal et peut être aussi reliée à l'effet de continuité. Néanmoins, quantitativement, la différence de diminution dans les directions parallèle et perpendiculaires à la vitesse relative moyenne est moins prononcée en écoulement vertical descendant qu'en écoulement horizontal. A partir des expressions dérivées de la théorie de Csanady (1963), nous pouvons en déduire que cela est dû au fait que les valeurs du rapport  $T_{ii}^*/L_{ii}^{(i)}$  dans la direction parallèle à la vitesse relative moyenne sont peu différentes de celles obtenues dans les directions perpendiculaires  $T_{jj}^*/L_{jj}^{(i)}$ . Mis à part cela, nous constatons que plus la vitesse relative moyenne entre les deux phases est importante, plus la diminution des échelles temporelles du fluide vu est grande. L'évolution de la valeur de ces échelles en fonction de l'intensité de la force de pesanteur est donc identique à celle rencontrée en écoulement horizontal. Cette dernière remarque n'est pas valable en proche paroi car nous observons une augmentation du rapport  $T_{ii}^{*g}/T_{ii}^*$  qui est plus prononcée pour les particules les plus inertes. De plus, les valeurs atteintes en proche paroi sont toutes supérieures à un, ce qui implique que la turbulence du fluide vu par les particules se décorrèle plus lentement lorsque la gravité est dirigée dans le sens de l'écoulement moyen du fluide. La seule explication qu'il nous soit possible de donner est qu'un plus petit nombre de particules est éjecté en dehors de la zone de proche lorsque la gravité agit, et donc qu'elles restent en moyenne plus longtemps dans les longues structures de fluide qui sont présentes en proche paroi. Cette explication est également en accord avec le fait que la concentration en particules dans cette zone est plus importante en écoulement vertical descendant qu'en apesanteur.

Afin de tester la validité de la modélisation du croisement de trajectoires, les résultats obtenus à partir des couples d'expressions (4.6), (4.7) et (4.8) sont également tracés sur les figures 4.13 et 4.14. En ce qui concerne le couple d'expressions (4.6), l'échelle de temps eulérienne a été supposée égale à  $T_{11}^{mE}$ . Quant aux valeurs des échelles spatiales intervenant dans les couples d'expressions (4.7) et (4.8), elles sont issues du calcul par D.N.S. de  $L_{ii}^{(1)}$  (cf. figure 1.21). Il est à noter que nous avons supposé ici que la vitesse relative moyenne est principalement dirigée dans la direction longitudinale. Cet hypothèse de mouvement relatif unidirectionnel est moins forte que pour l'écoulement horizontal puisque  $|\langle V_{r,1} \rangle|$  est au minimum dix fois supérieur à  $|\langle V_{r,2} \rangle|$ . De plus, la modélisation des effets de croisement de trajectoires et de continuité est également effectuée en dehors de son domaine de validité stricte puisque pour cet écoulement les valeurs du rapport entre la vitesse relative moyenne et l'intensité turbulente du fluide dans la direction longitudinale varient environ entre 0.5 et 2.5 en dehors de la sous-couche visqueuse. Pour  $T_{11}^{*g}/T_{11}^*$ , nous observons que les trois différentes expressions permettent de modéliser assez correctement l'influence du croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu, et cela, quelles que soient l'inertie des particules et l'intensité de la force de pesanteur. Pour ce qui est de  $T_{22}^{*g}/T_{22}^*$ , une meilleure estimation de ce rapport est obtenue à partir de l'expression (4.8) puisque la prédiction de la diminution de cette échelle de temps par les deux autres n'est pas assez conséquente. Et en-

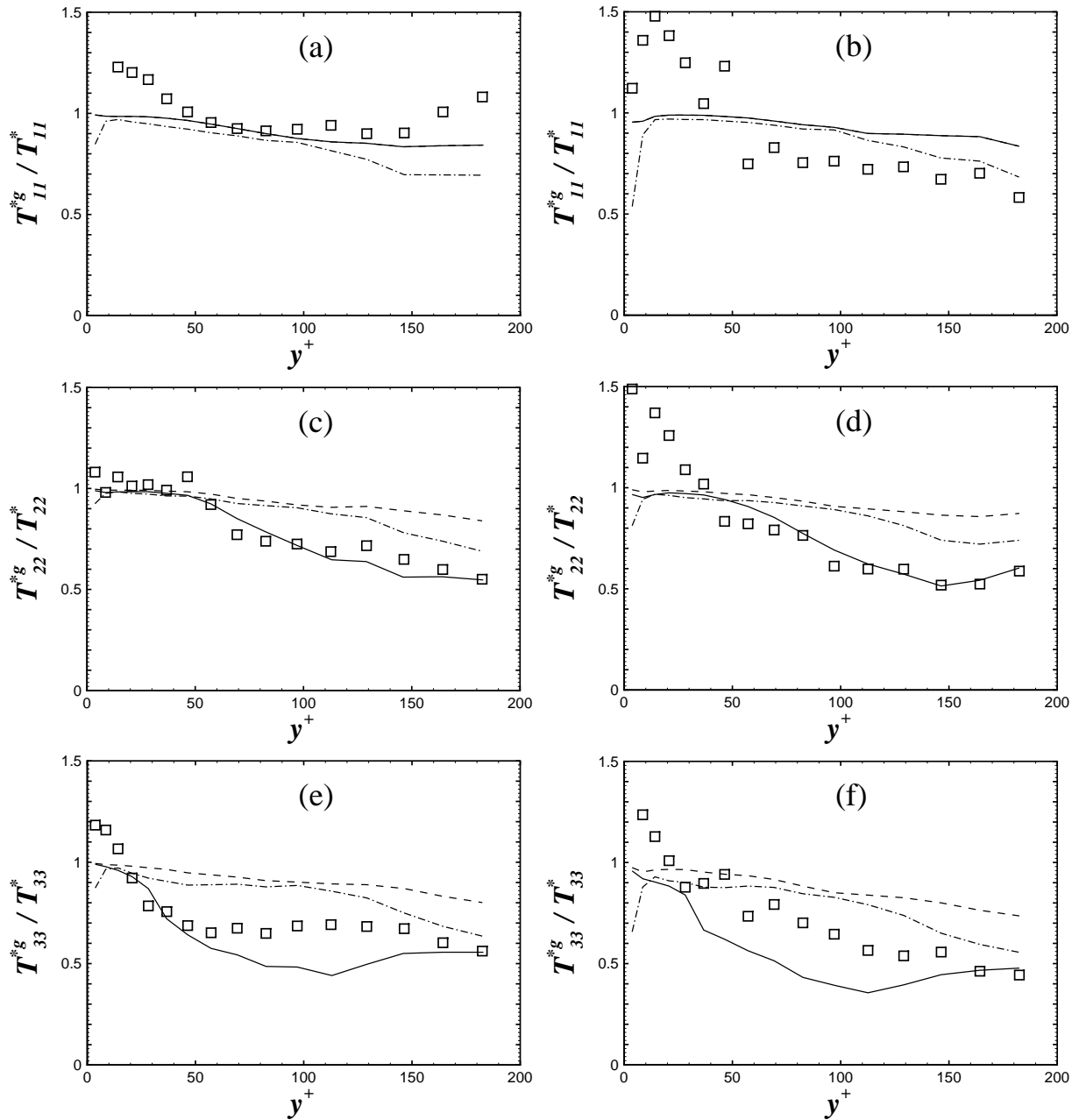


FIGURE 4.13 – Echelles temporelles de décorrélation du fluide vu en écoulement vertical descendant pour  $\tau_p^+ g^+ = 1$ . Colonne de gauche (a), (c) et (e) :  $\tau_p^+ = 1.2$ . Colonne de droite (b), (d), (f) :  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\square$ , résultats issus de la D.N.S ;  $-\cdot-$ , équation (4.6) ;  $- -$ , équation (4.7) ;  $—$ , équation (4.8).

fin, nous remarquons qu'aucune de ces expressions ne permet une estimation correcte du rapport  $T_{33}^{*g}/T_{33}^*$ . Nous pouvons toutefois observer que les expressions (4.6) et (4.8) donnent une meilleure estimation de la diminution de cette échelle temps que l'expression (4.7).

Contrairement à l'étude effectuée en écoulement horizontal, aucun des trois modèles proposés ne permet une estimation très précise de l'influence du croisement de trajectoires sur les échelles de temps du fluide vu. Nous pouvons toutefois considérer que seuls les couples d'expressions (4.6) et



(4.8) permettent d'obtenir des résultats qui sont en assez bon accord avec ceux issus de la simulation numérique.

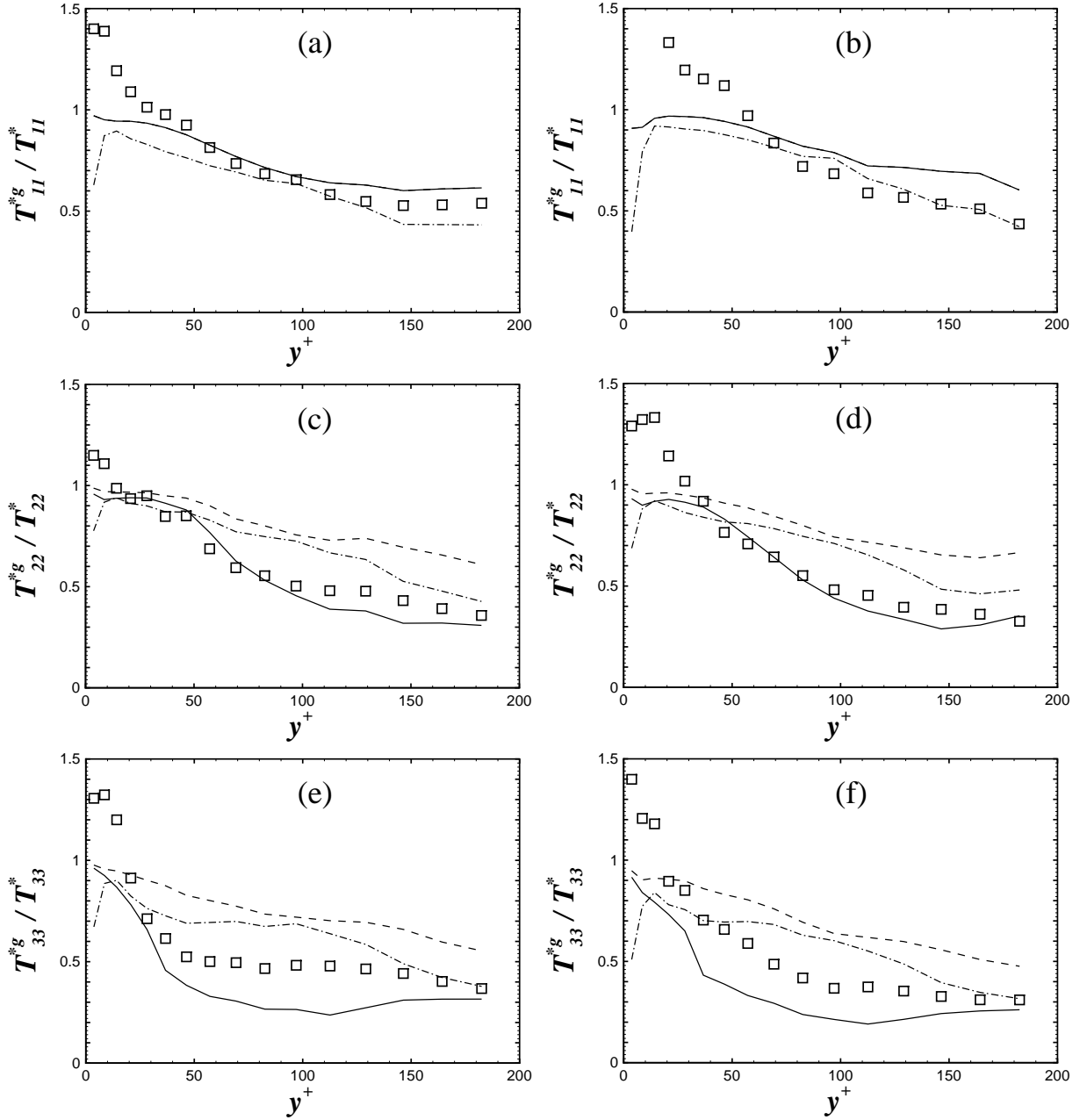


FIGURE 4.14 – Echelles temporelles de décorrélation du fluide vu en écoulement vertical descendant pour  $\tau_p^+ g^+ = 2$ . Colonne de gauche (a), (c) et (e) :  $\tau_p^+ = 1.2$ . Colonne de droite (b), (d), (f) :  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\square$ , résultats issus de la D.N.S ; ---, équation (4.6) ; - · -, équation (4.7) ; —, équation (4.8).

### 4.4.4 Discussion

La simulation numérique du mouvement d'un nuage de particules soumis à la force de pesanteur a mis en évidence que la décroissance de la corrélation de la vitesse du fluide vu est généralement plus rapide qu'en apesanteur. De plus, il a été remarqué que cette décroissance est plus importante pour les composantes de vitesse perpendiculaires à la vitesse relative que pour celle parallèle. Nous pouvons alors en déduire que les effets de continuité et de croisement de trajectoires prédits par Yudine (1959) et Csanady (1963) pour une turbulence isotrope sont qualitativement identiques à ceux observés en turbulence non homogène. L'utilisation d'expressions analogues à celles proposées par Csanady (1963) pour modéliser l'influence de ces deux effets sur les échelles temporelles du fluide vu ne paraît donc pas aberrante. Nous avons donc proposé trois différents couples d'expressions, dérivées de la théorie de Csanady (1963), qui prennent en compte l'anisotropie de la turbulence ainsi que l'effet d'inertie. La comparaison de résultats issus de la D.N.S. avec ceux provenant de ces expressions a montré qu'un seul de ces couples, c-à-d l'équation (4.8), permet une modélisation correcte de la diminution des échelles temporelles du fluide vu. Toutefois, ces expressions nécessitent la connaissance au préalable des échelles de longueurs caractérisant la turbulence de canal et de l'échelle de temps de décorrélation du fluide vu en absence de gravité, ce qui est problématique puisqu'il n'existe pas à ce jour de modèles pour ces échelles spatiales et temporelles. En outre, leur domaine d'application est limité au cas où la direction principale du mouvement relatif moyen est alignée avec un des axes de coordonnées. Cette dernière hypothèse nous a contraint à supposer que le mouvement relatif est unidirectionnel, ce qui n'est par réellement le cas pour l'écoulement étudié. Il nous semble impératif de réfléchir à un formalisme tel que les échelles spatiales et temporelles aient une forme tensorielle afin de pouvoir déterminer l'effet de croisement de trajectoires indépendamment de la direction du mouvement relatif.

L'introduction de l'effet de croisement de trajectoires dans la modélisation du mouvement des particules dans un écoulement non homogène est donc un problème ardu. Pour simplifier quelque peu le problème, elle se fait généralement à partir des formules données par Csanady (1963) [cf. Reynolds (2004)]. L'effet de l'inertie des particules ainsi que de l'anisotropie des échelles de temps sont alors négligés. Afin de pouvoir appliquer ces formules, il est ensuite nécessaire de spécifier les valeurs du paramètre  $\beta$  et de l'échelle de temps lagrangienne du fluide. Pour ce faire, des expressions fonctions du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente et de l'intensité turbulente sont utilisées (Simonin, 2000; Reynolds, 2004). Nous pensons que les erreurs introduites par cette approche viendront principalement du fait que les échelles de temps lagrangiennes du fluide sont supposées isotropes, et non pas du fait d'avoir négligé l'effet d'inertie. En effet, notre calcul des échelles lagrangiennes de décorrélation de la vitesse du fluide par D.N.S. montre que les valeurs obtenues pour la composante de vitesse longitudinale ( $T_{11}^L$ ) sont environ deux fois plus élevées que celles pour les composantes de vitesse normale aux parois ( $T_{22}^L$ ) et transversale ( $T_{33}^L$ ). Cette approche pourrait être améliorée en considérant la dépendance directionnelle des échelles de temps lagrangiennes en utilisant le modèle récemment proposé par Oesterlé et Zaichik (2004) qui sera par ailleurs présenté et testé dans la partie suivante.

Pour terminer, nous tenons à mentionner les études de Mei, Adrian et Hanratty (1991) et Derevich (2001) dans lesquelles des expressions analytiques des échelles temporelles de décorrélation du fluide vu ont été déterminées théoriquement, pour une turbulence isotrope stationnaire en présence de la gravité, en suivant des approches différentes de celle employée par Csanady (1963). L'expression qu'ils ont obtenue dans la direction parallèle à la vitesse relative est identique à celle proposée par Csanady (1963), alors que celle pour les directions perpendiculaires diffère légè-

ment. L'extension des études de Mei *et al.* (1991) et Derevich (2001) à une turbulence anisotrope est assez délicate, comme l'ont montré Thomas et Oesterlé (2005). L'objectif de ces derniers a été de décrire précisément l'effet de croisement de trajectoires sur les échelles temporelles de la turbulence vue par les particules au sein d'un écoulement homogène cisailé. Cependant, de nombreuses difficultés surviennent durant de ce genre d'étude : la résolution du problème nécessite l'utilisation de certaines approximations afin d'aboutir à des expressions analytiques facilement exploitables ; il est nécessaire de connaître au préalable la forme analytique du spectre eulérien de la turbulence, ce qui n'est pas aisé pour une turbulence non isotrope. Cela nous amène à penser que seule une approche heuristique, analogue à celle de Csanady (1963), permettra l'extension des modèles de croisement de trajectoires à une turbulence non homogène.

# Les points clés de cette partie

Au sein du premier chapitre intitulé « **Etude de l'effet d'inertie en apesanteur** », les points importants suivants ont été présentés :

- ▷ la concentration préférentielle. Les particules solides les plus inertes sont situées en proche paroi dans les stries de fluide ayant une faible vitesse longitudinale. La présence des particules à travers le canal est également fortement corrélée avec les événements turbulents de type  $Q_2$  et  $Q_4$  ;
- ▷ l'effet significatif de la concentration préférentielle sur la vitesse moyenne et l'agitation turbulente longitudinale des particules solides ;
- ▷ les influences du gradient de la vitesse moyenne du fluide et du non établissement sur l'agitation turbulente longitudinale des particules ;
- ▷ la diminution de l'échelle temporelle de décorrélation du fluide vu  $T_{11}^*$  lorsque l'inertie augmente. La relation  $T_{ij}^L < T_{ij}^* < T_{ij}^{mE}$  n'est donc pas valable en écoulement non homogène ;
- ▷ l'extension du modèle de Tchen-Hinze ne permet pas de prédire l'agitation turbulente longitudinale des particules solides du fait de la présence du gradient moyen de la vitesse du fluide.

Dans le second chapitre intitulé « **Etude des effets couplés d'inertie et de croisement de trajectoires** », les points importants sont :

- ▷ la force de pesanteur modifie principalement la moyenne et l'écart type de la vitesse des particules en écoulement vertical descendant. Les covariances fluide-particules ainsi que les corrélations triples de la vitesse des particules ne sont que très peu altérées ;
- ▷ les effets de croisement de trajectoires et de continuité prédits et observés pour une turbulence isotrope sont qualitativement identiques en turbulence non homogène ;
- ▷ la modélisation de ces effets sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu. L'utilisation d'un modèle type Csanady (1963) s'est avérée possible en tenant compte de l'anisotropie des échelles temporelles et spatiales, que ce soit en écoulement horizontal ou vertical descendant.



*Troisième partie*

---

**La D.N.S. au service de la modélisation  
stochastique lagrangienne**

---



# Chapitre 5

## Fluide pur

Nous venons de voir que la simulation numérique directe est un outil performant pour étudier précisément les phases porteuse et dispersée d'un écoulement diphasique. Nous allons désormais nous servir de cet outil afin d'essayer de combler certaines lacunes dont souffre la modélisation stochastique d'un tel écoulement que ce soit pour la phase porteuse ou la phase dispersée. Dans ce premier chapitre, nous présenterons deux études qui sont liées à la modélisation de la trajectoire de particules fluides à l'aide d'un processus stochastique markovien. Lors de ces études, nous nous intéresserons plus particulièrement au processus stochastique type modèle de Langevin généralisé (G.L.M.<sup>1</sup>) qui a été proposé par Pope (1983). Nous commencerons par rappeler brièvement quelques généralités sur ce type de processus stochastique. Suite à cette description, nous étudierons le modèle de Oesterlé et Zaichik (2004), déterminé à partir d'un processus stochastique type G.L.M., qui permet de rendre compte de l'anisotropie des échelles lagrangiennes de décorrélation de la vitesse du fluide. Ce modèle, qui a été initialement développé pour les composantes diagonales des échelles lagrangiennes du fluide, sera étendu aux composantes non diagonales. Il s'en suivra une vérification sur la validité de ce modèle pour une turbulence non homogène grâce à des données obtenues par D.N.S. Enfin, une étude portant sur l'identification des paramètres intervenant dans le processus stochastique type G.L.M. pour une turbulence non homogène viendra clore ce chapitre.

### 5.1 Présentation du G.L.M.

#### 5.1.1 Introduction

Cette partie a pour but de rappeler quelques généralités sur les processus stochastiques, il est conseillé de se référer à Gardiner (1997) ou à Arnold (1974) pour de plus amples explications. Les processus stochastiques sont nés de l'étude de phénomènes naturels, tel que le mouvement de grains de pollen en suspension dans de l'eau par Robert Brown. Ce mouvement désordonné fut plus tard appelé mouvement « Brownien ». Langevin résolut ce problème en prenant en compte la force de traînée subie par les particules (grains de pollen) et en introduisant une force fluctuante liée au choc entre les particules. Cela lui a permis de représenter le mouvement d'une particule via une équation différentielle stochastique, où la force fluctuante est mise sous la forme d'un terme

---

<sup>1</sup>Generalized Langevin Model.



aléatoire. Cette équation de Langevin peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{dx}{dt} = a(x, t) + b(x, t)\xi(t), \quad (5.1)$$

où les fonctions  $a(x, t)$  et  $b(x, t)$  sont généralement nommées termes de « drift » (dérive) et de diffusion. Quant à la variable aléatoire  $\xi(t)$ , elle représente le terme lié aux fluctuations aléatoires. Ce terme aléatoire peut être également appelé « bruit blanc ». Selon cette approche, l'évolution de la variable  $x(t)$  est donc donnée par la somme d'une contribution déterministe  $a(x, t)$  et d'une contribution aléatoire  $b(x, t)\xi(t)$ . Le processus stochastique proposé par Langevin est un processus de Markov, cela voulant dire que si on connaît  $x(t)$  à  $t = t_0$  alors on peut définir  $x(t)$  à  $t = t_0 + dt$ , par conséquent les informations à  $t < t_0$  n'ont aucun effet sur celles à  $t > t_0$ . Nous nous intéressons principalement à l'incrément de  $x(t)$  pendant un petit intervalle de temps et non à sa dérivée. C'est pour cela que l'équation (5.1) est plutôt écrite sous la forme suivante :

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)\xi(t)dt. \quad (5.2)$$

En supposant que la variable aléatoire  $\xi(t)$  suit une loi de probabilité normale centrée réduite, le terme  $\xi(t)dt$  peut-être identifié à l'incrément d'un processus de Wiener :

$$W(t) = \int_0^t \xi(s)ds \quad \text{et} \quad dW(t) = \xi(t)dt. \quad (5.3)$$

Les incréments  $dW(t)$  sont statistiquement indépendants, et de plus, chaque incrément a une moyenne nulle et une variance égale au pas de temps,  $dt$ . L'équation de Langevin peut donc s'écrire :

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dW(t). \quad (5.4)$$

Nous considérons par la suite que cette équation différentielle stochastique est définie au sens d'Ito et non au sens de Stratonovich, c'est-à-dire que les règles de calcul différentiel seront celles prescrites par Ito (Gardiner, 1997).

### 5.1.2 L'équation stochastique du G.L.M.

Le modèle stochastique lagrangien G.L.M. permet de prédire le mouvement turbulent d'une particule fluide au sein d'un écoulement turbulent à partir de statistiques eulériennes. Il a été initialement proposé par Pope (1983), il est linéaire, consistant avec la théorie de Kolmogorov dans la zone inertielle et avec l'équation de transport des tensions de Reynolds. Ce modèle permet de déterminer la variation de la vitesse instantanée de la particule fluide le long de sa trajectoire pendant un pas de temps  $dt$  de la façon suivante :

$$dv_{f,i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} dt + G_{ij}(v_{f,j} - \langle u_j \rangle)dt + \sqrt{C_0 \varepsilon} dW_i. \quad (5.5)$$

Associé à l'équation décrivant le mouvement d'une particule fluide :

$$dx_{f,i} = v_{f,i}dt, \quad (5.6)$$

il est ainsi possible de déterminer sa trajectoire. Les neuf coefficients  $G_{ij}$  sont fonctions des propriétés eulériennes de l'écoulement telles que le gradient de la vitesse moyenne, le taux de

dissipation de l'énergie cinétique turbulente et les tensions de Reynolds [cf. Haworth et Pope (1986) et Pope (1994a)]. Par identification de l'équation (5.5) avec l'équation différentielle stochastique (5.4), nous constatons que le terme de diffusion a été remplacé par  $\sqrt{C_0\varepsilon}$  qui est un coefficient isotrope. Cette valeur du coefficient de diffusion permet d'assurer la consistance du G.L.M. avec les hypothèses de Kolmogorov à hauts nombres de Reynolds. En effet, en examinant la fonction de structure lagrangienne dans la zone inertielle, c'est-à-dire pour une échelle de temps  $\tau$  qui est compris entre  $\tau_k \ll \tau \ll T^L$ , les hypothèses de Kolmogorov prédisent que :

$$D_{ij}^L(\tau) = \langle [v_{f,i}(t+\tau) - v_{f,i}(t)] [v_{f,j}(t+\tau) - v_{f,j}(t)] \rangle = C_0\varepsilon\tau\delta_{ij}, \quad (5.7)$$

où  $C_0$  est la constante de Kolmogorov. En calculant cette fonction de structure à partir de l'équation stochastique pour  $v_{f,i}$  en prenant un terme de diffusion sous sa forme générale, soit  $B_{ij}dW_j$ , nous obtenons :

$$D_{ij}^L(\tau) = \langle [v_{f,i}(t+\tau) - v_{f,i}(t)] [v_{f,j}(t+\tau) - v_{f,j}(t)] \rangle = B_{ik}B_{jk}\tau. \quad (5.8)$$

Par conséquent, afin d'assurer la compatibilité du G.L.M. avec la théorie de Kolmogorov, la comparaison entre les équations (5.7) et (5.8) nous indique que :

$$B_{ij} = \sqrt{C_0\varepsilon} \delta_{ij}. \quad (5.9)$$

La différence d'écriture entre la constante  $C_0$  du G.L.M. et celle de Kolmogorov  $C_0$  révèle les incertitudes liées à la compatibilité du G.L.M. avec les hypothèses de Kolmogorov. Afin de mettre en évidence la part de modélisation dans le G.L.M., il suffit de le comparer aux équations de Navier-Stokes. De cette comparaison, il vient que :

$$G_{ij}(v_{f,j} - \langle u_j \rangle)dt + \sqrt{C_0\varepsilon}dW_i = \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_i} \right) dt. \quad (5.10)$$

Par conséquent, l'équation stochastique (5.5) permet de modéliser le gradient de la fluctuation de pression et les termes visqueux.

Dans les études qui suivent, nous nous intéresserons plus particulièrement à la modélisation de la vitesse fluctuante de la particule fluide qui est définie comme la différence entre sa vitesse instantanée et la vitesse moyenne eulérienne à la position de la particule fluide, soit  $v'_{f,i}(t) = v_{f,i}(t) - \langle u_i(\mathbf{x}_f, t) \rangle$ . La différentielle de la vitesse fluctuante d'une particule fluide est obtenue à partir des différentielles de la vitesse instantanée et moyenne de la façon suivante :

$$\begin{aligned} dv'_{f,i} &= dv_{f,i} - d\langle u_i \rangle \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} dt + G_{ij}(v_{f,j} - \langle u_j \rangle)dt + \sqrt{C_0\varepsilon}dW_i + \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j} - v'_{f,j} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \right) dt \\ &= G_{ij}v'_{f,j}dt + \sqrt{C_0\varepsilon}dW_i + \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j} dt - v'_{f,j} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} dt, \end{aligned} \quad (5.11)$$

où la différentielle de la vitesse moyenne est calculée à partir des équations de Navier-Stokes.

Le G.L.M. représente une classe particulière de modèles pour lesquels le terme de dérive dépend linéairement de la fluctuation de vitesse. Une autre grande classe de modèles stochastiques a notamment été proposée par Thomson (1987). La spécificité de ce type de modèle stochastique est

que le terme de dérive n'est pas supposé linéairement dépendant de la fluctuation de vitesse, cela donne donc un aspect plus général à cette classe de modèles. La détermination du terme de dérive est effectuée à partir de critères de sélection qui permettent d'assurer la compatibilité du modèle avec les statistiques eulériennes de l'écoulement. Ces critères ont été recensés et étudiés par Thomson (1987). De cette étude, il a montré que si le critère de « well-mixed condition » est satisfait alors tous les autres critères le seront aussi. Cette condition stipule que si des traceurs passifs sont initialement répartis de manière homogène au sein de l'écoulement, la concentration de ces traceurs devra rester uniforme au cours du temps. Cependant, pour certains types d'écoulement, cette condition ne permet pas de déterminer une forme unique du terme de dérive, il est donc souvent nécessaire de préciser un autre critère de sélection en plus de la « well-mixed condition ». Le problème d'unicité de l'équation différentielle stochastique a été soulevé notamment par Sawford et Guest (2005) et Borgas et Sawford (1994). Le lecteur pourra se référer à l'article de Pope (1994b) pour une présentation plus exhaustive des processus stochastiques lagrangiens.

## 5.2 Extension du modèle de Oesterlé et Zaichik (2004)

### 5.2.1 Présentation

Le modèle proposée récemment par Oesterlé et Zaichik (2004) permet de prédire les échelles lagrangiennes du fluide  $T_{ij}^L$  en tenant compte de la dépendance directionnelle à partir des statistiques eulériennes de l'écoulement. Le point de départ de cette étude est le modèle G.L.M. pour la fluctuation de la vitesse qui peut s'écrire :

$$dv'_{f,i} = \tilde{G}_{ij}v'_{f,j}dt + \sqrt{C_0\varepsilon}dW_i + \frac{\partial\langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j}dt, \quad (5.12)$$

où  $\tilde{G}_{ij} = G_{ij} - \partial\langle u_i \rangle / \partial x_j$ .

La première étape consiste à relier le tenseur de dérive aux échelles lagrangiennes. Pour ce faire, il est nécessaire de définir les échelles temporelles sous la forme d'un tenseur de la façon suivante :

$$\mathcal{T}_{ij} = \int_0^\infty R_{ij}(t) dt, \quad (5.13)$$

où  $R_{ij} = C_{ik}^{-1}M_{kj}(t)$  représente les corrélations lagrangiennes du fluide. Les grandeurs  $M_{ij}(t) = \langle v'_{f,i}(0)v'_{f,j}(t) \rangle$  et  $C_{ij} = \langle u'_i u'_j \rangle$  désignent respectivement la covariance de  $v'_{f,i}(t)$  et le tenseur de Reynolds. Une propriété intéressante de la covariance est que  $M_{ij}(t) = M_{ji}(-t)$ . Afin d'améliorer la lisibilité du manuscrit, nous utiliserons soit une notation indicielle, soit une notation matricielle. Sous l'hypothèse d'homogénéité locale, il est possible montrer à partir de l'équation (5.12) que les composantes de la covariance  $\mathbf{M}(t) \equiv M_{ij}(t)$  satisfont l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d}{dt}\mathbf{M}^T(t) = \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{M}^T(t), \quad \text{pour } t \geq 0, \quad (5.14)$$

où  $(\cdot)^T$  désigne la transposée. En multipliant cette expression par l'inverse du tenseur de Reynolds, nous obtenons l'équation différentielle suivante pour le tenseur des corrélations lagrangiennes du fluide :

$$\frac{d}{dt}\mathbf{R}^T(t) = \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{R}^T(t), \quad \text{pour } t \geq 0. \quad (5.15)$$

Etant donné que la condition initiale est  $\mathbf{R}^T(0) = \mathbf{I}$ , où  $\mathbf{I}$  est la matrice identité, la solution de cette équation est  $\mathbf{R}^T(t) = \exp(\tilde{\mathbf{G}}t)$ . A partir de la définition du tenseur des échelles lagrangiennes du fluide [équation 5.13], nous obtenons :

$$\mathcal{T}^T = \int_0^\infty \mathbf{R}^T(t) dt = -\tilde{\mathbf{G}}^{-1}, \quad (5.16)$$

d'où  $\mathcal{T} = -(\tilde{\mathbf{G}}^{-1})^T$ . Il est maintenant nécessaire de relier le tenseur des échelles temporelles lagrangienne à notre définition de ces échelles [c-à-d équations (1.24) et (1.27)]. Pour cela, il est nécessaire de supposer la turbulence localement homogène, ce qui nous permet alors d'écrire que :

$$T_{ij}^L \approx \frac{1}{\sqrt{\langle v_{f,i}^{\prime 2}(0) \rangle \langle v_{f,j}^{\prime 2}(0) \rangle}} \int_0^\infty \langle v'_{f,i}(0) v'_{f,j}(t) \rangle dt. \quad (5.17)$$

Nous tenons à rappeler qu'il a été constaté précédemment que cette approximation est correcte en dehors de la proche paroi (§1.6.2). En combinant cette équation avec l'équation (5.13), le lien entre  $T_{ij}^L$  et  $\mathcal{T}_{ij}$  est donné par l'expression suivante :

$$\sqrt{\langle v_{f,i}^{\prime 2}(0) \rangle \langle v_{f,j}^{\prime 2}(0) \rangle} T_{ij}^L = C_{ik} \mathcal{T}_{kj}, \quad (5.18)$$

où  $k$  est le seul indice de sommation. De ce système d'équations linéaires, nous pouvons alors exprimer les valeurs des échelles lagrangiennes du fluide  $T_{ij}^L$  en fonction de celles de  $\tilde{G}_{ij}$ .

La seconde étape consiste donc à déterminer les valeurs des composantes du tenseur de dérive. Pour ce faire, Oesterlé et Zaichik (2004) ont choisi de le faire tout en assurant la compatibilité entre le G.L.M. et l'équation de transport des tensions de Reynolds. En négligeant le terme de diffusion visqueuse ainsi que celui faisant intervenir les corrélations vitesse-pression, la condition de compatibilité prend la forme suivante :

$$\tilde{G}_{ik} \langle u'_k u'_j \rangle + \tilde{G}_{jk} \langle u'_k u'_i \rangle + C_0 \varepsilon \delta_{ij} = P_{ij} + \mathcal{R}_{ij} - \varepsilon_{ij}, \quad (5.19)$$

où  $\mathcal{R}_{ij} = \langle p'(\partial u'_i / \partial x_j + \partial u'_j / \partial x_i) \rangle / \rho$  est le terme de corrélation pression-déformation. Afin de pouvoir exploiter cette dernière relation, Oesterlé et Zaichik (2004) ont dû supposer que le terme de diffusion turbulente est également négligeable de telle sorte que :

$$P_{ij} + \mathcal{R}_{ij} - \varepsilon_{ij} \approx 0, \quad (5.20)$$

et par conséquent, l'équation (5.19) se réduit à :

$$\tilde{G}_{ik} \langle u'_k u'_j \rangle + \tilde{G}_{jk} \langle u'_k u'_i \rangle + C_0 \varepsilon \delta_{ij} \approx 0, \quad (5.21)$$

Les hypothèses sous lesquelles Oesterlé et Zaichik (2004) ont pu obtenir cette dernière relation ne sont valables que dans la zone d'équilibre de l'écoulement, puisque dans cette zone, l'énergie cinétique turbulente produite est quasiment entièrement dissipée. Pour l'écoulement de canal que nous étudions, cette zone est comprise entre  $50 < y^+ < 100$  (cf. figure 1.15).

Le système d'équations linéaires (5.21) est composé de quatre équations, alors que les composantes non nulles de  $\tilde{G}_{ij}$  sont au nombre de cinq. Oesterlé et Zaichik (2004) ont dû imposer la valeur d'une

des cinq composantes de  $\tilde{G}_{ij}$  afin de résoudre ce système. Ils ont choisi de traiter deux cas, c'est-à-dire soit  $\tilde{G}_{12} = 0$ , soit  $\tilde{G}_{21} = 0$ . Une fois les composantes de  $\tilde{G}_{ij}$  déterminées, il ne reste plus qu'à résoudre le système d'équations linéaires (5.18) en remplaçant les valeurs des composantes du tenseur des échelles lagrangiennes du fluide par celles de  $\tilde{G}_{ij}$  grâce à l'équation (5.16). Oesterlé et Zaichik (2004) obtiennent alors l'expression suivante pour le rapport  $T_{11}^L/T_{22}^L$  :

$$\frac{T_{11}^L}{T_{22}^L} = \frac{C_{11} (1 + C_{12}^2 C_{11}^{-1})}{C_{22} (1 + C_{12}^2 C_{22}^{-1})}. \quad (5.22)$$

Ce rapport est indépendant du choix fait quant à la valeur des composantes  $\tilde{G}_{12}$  et  $\tilde{G}_{21}$ . Cela n'est pas le cas pour le rapport  $T_{33}^L/T_{22}^L$  qui peut, quant à lui, s'exprimer de la manière suivante :

$$\frac{T_{33}^L}{T_{22}^L} = \frac{C_{33} (1 + C_{12}^2 C_{11}^{-1})}{C_{22} (1 + C_{12}^2 C_{22}^{-1})}, \quad \text{pour } \tilde{G}_{12} = 0, \quad (5.23)$$

$$\frac{T_{33}^L}{T_{22}^L} = \frac{C_{33}}{C_{22}}, \quad \text{pour } \tilde{G}_{21} = 0. \quad (5.24)$$

Enfin, pour pouvoir déterminer  $T_{11}^L$  et  $T_{33}^L$ , il est nécessaire de spécifier  $T_{22}^L$ . Oesterlé et Zaichik (2004) l'ont estimé à partir de l'expression suivante :

$$T_{22}^L = -\frac{C_{12}}{C_{22} (\partial \langle u_1 \rangle / \partial x_2)}. \quad (5.25)$$

Cette expression est obtenue en identifiant la viscosité turbulente à la valeur asymptotique du coefficient de diffusion des particules fluides. Nous verrons par la suite que cette approximation permet d'obtenir une très bonne estimation de l'échelle lagrangienne du fluide  $T_{22}^L$ . La détermination de échelles lagrangiennes du fluide, que propose Oesterlé et Zaichik (2004), est restreinte aux composantes diagonales. Nous allons donc l'étendre aux composantes non diagonales  $T_{12}^L$  et  $T_{21}^L$ .

## 5.2.2 Extension aux composantes non diagonales et test

L'extension aux composantes non diagonales ne présente pas de difficultés supplémentaires. Nous avons dû également fixer au préalable la valeur d'une des composantes de  $\tilde{G}_{ij}$  pour pouvoir obtenir des expressions fonctions uniquement des tensions de Reynolds. Afin de rester cohérent avec l'étude de Oesterlé et Zaichik (2004), nous avons supposé que soit  $\tilde{G}_{12} = 0$ , soit  $\tilde{G}_{21} = 0$ . Nous avons alors obtenu les expressions suivantes pour le rapport  $T_{12}^L/T_{22}^L$  :

$$\frac{T_{12}^L}{T_{22}^L} = -\frac{C_{22}^{1/2} C_{12} (-2C_{11}C_{22} + C_{12}^2 - C_{11}^2)}{C_{11}^{3/2} (C_{22}^2 + C_{12}^2)}, \quad \text{pour } \tilde{G}_{12} = 0, \quad (5.26)$$

$$\frac{T_{12}^L}{T_{22}^L} = \frac{C_{12}}{C_{11}^{1/2} C_{22}^{1/2}}, \quad \text{pour } \tilde{G}_{21} = 0. \quad (5.27)$$

Le rapport  $T_{21}^L/T_{22}^L$  peut, quant à lui, être estimé à partir de ces expressions :

$$\frac{T_{21}^L}{T_{22}^L} = \frac{C_{22}^{1/2} C_{12} (C_{11}^2 + C_{22}^2)}{C_{11}^{3/2} (C_{22}^2 + C_{12}^2)}, \quad \text{pour } \tilde{G}_{12} = 0, \quad (5.28)$$

$$\frac{T_{21}^L}{T_{22}^L} = -\frac{C_{12} (-2C_{11}C_{22} + C_{12}^2 - C_{22}^2)}{C_{11}^{1/2} C_{22}^{1/2} (C_{22}^2 + C_{12}^2)}, \quad \text{pour } \tilde{G}_{21} = 0. \quad (5.29)$$

La modélisation étant complète, nous pouvons désormais la tester en comparant les résultats obtenus à ceux issus de la D.N.S. Le calcul des échelles lagrangiennes du fluide à partir de ce modèle a été effectué en utilisant les valeurs des tensions de Reynolds issues de notre D.N.S. Sur la figure 5.1, nous avons reporté les échelles lagrangiennes du fluide obtenues à partir des expressions (5.22)-(5.29) ainsi que celles issues de notre D.N.S. Commençons tout d'abord par décrire les

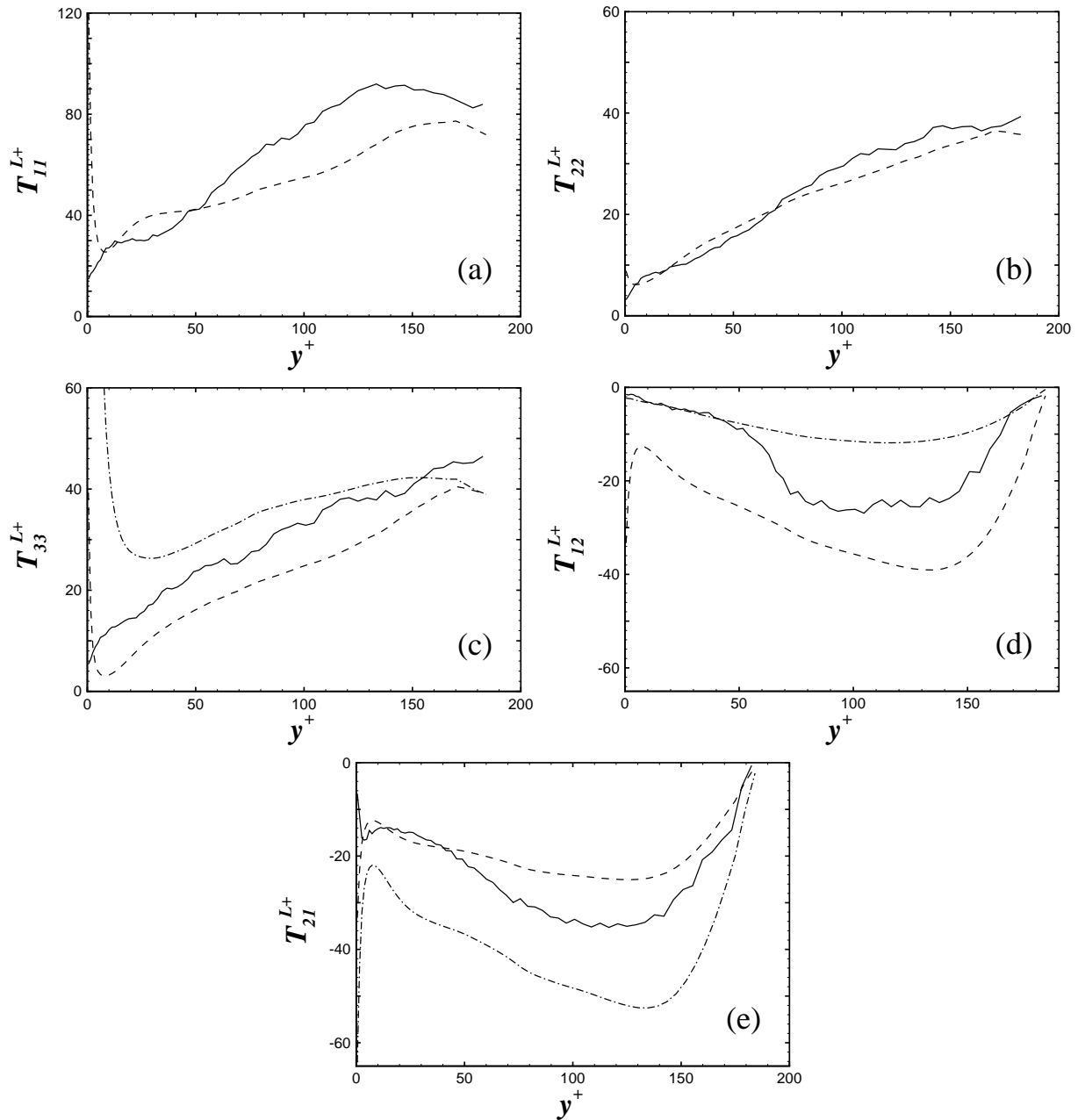


FIGURE 5.1 – Comparaison entre les échelles lagrangiennes du fluide  $T_{ij}^L$  obtenues par le modèle de Oesterlé et Zaichik (2004) et celles issues de la D.N.S. (a)  $T_{11}^L$  : —, D.N.S. ; --, Eq. (5.22). (b)  $T_{22}^L$  : —, D.N.S. ; --, Eq. (5.25). (c)  $T_{33}^L$  : —, D.N.S. ; --,  $\tilde{G}_{12} = 0$  [Eq. (5.23)]; -.-,  $\tilde{G}_{21} = 0$  [Eq. (5.24)]. (d)  $T_{12}^L$  : —, D.N.S. ; --,  $\tilde{G}_{12} = 0$  [Eq. (5.26)]; -.-,  $\tilde{G}_{21} = 0$  [Eq. (5.27)]. (e)  $T_{21}^L$  : —, D.N.S. ; --,  $\tilde{G}_{12} = 0$  [Eq. (5.28)]; -.-,  $\tilde{G}_{21} = 0$  [Eq. (5.29)].

résultats obtenus pour  $T_{22}^L$ , puisque c'est à partir de ce temps de décorrélation que nous en déduisons les autres. Nous constatons que la modélisation de cette échelle de temps est globalement en très bon accord avec les données issues de simulation numérique. Néanmoins, nous pouvons tout de même remarquer que contrairement aux résultats obtenus par D.N.S., l'évolution de  $T_{22}^L$  donnée par l'expression (5.25) n'est pas monotone en proche paroi. Nous verrons par la suite, que cette caractéristique se retrouve sur les autres échelles lagrangiennes du fluide calculées à partir du modèle de Oesterlé et Zaichik (2004). En ce qui concerne  $T_{11}^L$ , nous observons que l'expression (5.22) permet de prédire ces échelles avec une précision acceptable. Pour cette échelle également, il y a une très forte augmentation des valeurs en proche paroi, ce qui n'est pas le cas des données obtenues par D.N.S. L'échelle de temps  $T_{33}^L$  est également prédite convenablement par les expressions (5.23) et (5.24) pour  $y^+ > 25$ . En dessous de cette limite, les résultats issus de l'expression (5.23) divergent complètement de ceux issus de la D.N.S., alors que cette forte divergence n'apparaît que pour  $y^+ < 2$  avec l'expression (5.24). Cela laisse donc à penser que le choix  $\tilde{G}_{21} = 0$  est préférable afin de pouvoir déterminer les échelles lagrangiennes du fluide. Signalons que Oesterlé et Zaichik (2004) sont également arrivés à cette même conclusion, sauf que contrairement à eux, nous n'observons pas une très bonne correspondance des résultats obtenus par l'expression (5.24) avec ceux issus de notre D.N.S. Sur les deux dernières figures, nous présentons les valeurs des échelles lagrangiennes  $T_{12}^L$  et  $T_{21}^L$  issues de l'extension du modèle de Oesterlé et Zaichik (2004) et de la D.N.S. Nous constatons qu'aucune des expressions précédemment présentées ne permet une estimation très satisfaisante de  $T_{12}^L$  et  $T_{21}^L$ . Les résultats sont même contradictoires puisque d'un côté, c'est l'expression dérivée en supposant que  $\tilde{G}_{21} = 0$  qui donne les résultats les plus convenables pour  $T_{12}^L$ , alors que de l'autre, c'est en supposant que  $\tilde{G}_{12} = 0$  que nous obtenons les résultats les plus convenables pour  $T_{21}^L$ . Nous remarquons aussi que la majorité des expressions prédit une forte augmentation de la valeur absolue de  $T_{12}^L$  et  $T_{21}^L$ , ce qui n'est pas visible sur les résultats issus des calculs par D.N.S.

En conclusion, le modèle proposé par Oesterlé et Zaichik (2004) permet, dans l'ensemble, une estimation acceptable des composantes des échelles lagrangiennes de décorrélation du fluide. De plus, cela est valable pour une grande partie du canal, alors que ce modèle a été développé en supposant la turbulence en équilibre, c'est-à-dire pour  $50 < y^+ < 100$  dans notre écoulement de canal. Toutefois, une possible amélioration de ce modèle serait de considérer des hypothèses autres que  $\tilde{G}_{12} = 0$  ou  $\tilde{G}_{21} = 0$ . Malgré cette conclusion quelque peu mitigée, nous tenons à rappeler que d'après leur étude, ce modèle est celui qui permet d'obtenir la meilleure estimation des échelles lagrangiennes du fluide. Pour terminer, nous pensons que son utilisation nécessitera toutefois une correction des valeurs obtenues en proche paroi puisque les expressions proposées prédisent une forte augmentation qui n'est pas rencontrée pour les données issues de la D.N.S.

### 5.3 Détermination des termes de dérive et de diffusion grâce à la D.N.S.

Un des atouts de la D.N.S., comme l'a montré récemment Pope (2002), est qu'il est possible de déterminer les composantes du tenseur de dérive  $\tilde{G}_{ij}$  et de diffusion  $B_{ij}$  à partir du calcul des tensions de Reynolds et des échelles lagrangiennes du fluide. Son étude a notamment montré que pour une turbulence homogène cisailée, le tenseur de diffusion n'est en aucun cas isotrope comme cela est généralement supposé lors de la modélisation de ce terme. En utilisant une démarche

analogue à la sienne, nous proposons d'estimer les composantes des termes de dérive et de diffusion pour une turbulence de canal sous l'hypothèse d'homogénéité locale. L'équation stochastique que nous considérerons par la suite est analogue à celle utilisée auparavant :

$$dv'_{f,i} = \tilde{G}_{ij}v'_{f,j}dt + B_{ij}dW_j. \quad (5.30)$$

#### 5.3.1 Méthodologie

Contrairement à la partie précédente où les échelles lagrangiennes de décorrélation du fluide ont été estimées à partir de la modélisation des composantes du tenseur de dérive, nous effectuerons ici la démarche inverse, c'est-à-dire que nous calculerons les composantes de la matrice de dérive à partir des échelles de lagrangiennes de décorrélation du fluide obtenues par D.N.S. Le calcul de  $G_{ij}$  s'effectue en trois étapes :

1. calcul des composantes du tenseur des échelles lagrangiennes du fluide  $\mathcal{T}_{ij}$  à partir des valeurs que nous avons obtenues pour  $T_{ij}^L$  grâce à la relation (5.18),
2. résolution du système d'équation  $\tilde{\mathbf{G}} = -(\mathcal{T}^T)^{-1}$ ,
3. détermination des composantes du tenseur de dérive  $G_{ij}$  à partir de la relation  $G_{ij} = \tilde{G}_{ij} + \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}$ .

Pour ce qui est du tenseur de diffusion  $B_{ij}$ , que nous avons considéré pour l'instant isotrope et égal à  $\sqrt{C_0}\varepsilon$ . Nous allons montrer comment il est possible de le déterminer à partir du tenseur de dérive et des tensions de Reynolds. Le tenseur de diffusion ( $B_{ij}$ ) est déterminé en calculant la covariance du processus stochastique à partir de l'équation (5.30) selon les règles de calcul différentiel d'Ito :

$$d(v'_{f,i}v'_{f,j}) = v'_{f,i}dv'_{f,j} + v'_{f,j}dv'_{f,i} + dv'_{f,i}dv'_{f,j}. \quad (5.31)$$

En introduisant l'équation (5.30), puis en prenant la moyenne de cette équation, il vient :

$$\left\langle \frac{d}{dt} (v'_{f,i}v'_{f,j}) \right\rangle = \tilde{G}_{ik}C_{kj} + C_{ik}\tilde{G}_{jk} + B_{ik}B_{jk}. \quad (5.32)$$

Cette équation est obtenue en négligeant les termes d'ordre  $O(dt^2)$  et en sachant que  $\langle dW_i dW_j \rangle = dt\delta_{ij}$ . Elle peut encore s'écrire en introduisant l'opérateur de dérivée par rapport au mouvement moyen du fluide :

$$\frac{\overline{D}}{Dt} \langle u'_i u'_j \rangle + \frac{\partial}{\partial x_k} \langle u'_i u'_j u'_k \rangle = \tilde{G}_{ik}C_{kj} + C_{ik}\tilde{G}_{jk} + B_{ik}B_{jk}. \quad (5.33)$$

L'écoulement de canal étant statistiquement stationnaire et établi, il ne reste alors que :

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \langle u'_i u'_j u'_k \rangle = \tilde{G}_{ik}C_{kj} + C_{ik}\tilde{G}_{jk} + B_{ik}B_{jk}. \quad (5.34)$$

Cette expression nous permettra donc de déterminer les composantes de la matrice  $B_{ik}B_{jk}$ , qui est par ailleurs symétrique. Pour pouvoir trouver une solution unique du tenseur de diffusion  $B_{ij}$ , nous supposerons qu'il est également symétrique. Cela ne rend pas cette étude moins générale puisque



les valeurs des composantes de  $B_{ij}$  n'importent que peu tant que celles-ci vérifient l'équation (5.34) [cf. Pope (2000)]. L'équation finale prend donc la forme suivante :

$$B_{ik}B_{kj} = -\tilde{G}_{ik}C_{kj} - C_{ik}\tilde{G}_{jk} + \frac{\partial}{\partial x_k} \langle u'_i u'_j u'_k \rangle . \quad (5.35)$$

La différence majeure entre cette expression et celle utilisée par Pope (2002) est la présence du terme de diffusion turbulente qui est nul pour une turbulence homogène. En toute rigueur, ce terme n'a pas lieu d'être puisque cette expression a été obtenue sous l'hypothèse d'homogénéité locale. Par la suite, nous effectuerons le calcul de  $B_{ij}$  en conservant le terme de diffusion par agitation turbulente ou en le supposant nul afin d'étudier son influence. Pour résumer, à partir du calcul par D.N.S. des échelles lagrangiennes de décorrélation du fluide et des tensions de Reynolds, nous estimerons les composantes des tenseurs de dérive et de diffusion à partir des relations (5.16) et (5.35), respectivement.

### 5.3.2 Résultats et analyse

#### Analyse des résultats pour $B^2$

Sur la figure 5.2, nous avons reporté les valeurs de  $B_{ij}^2 \equiv B_{ik}B_{kj}$  en fonction de  $y^+$  que nous avons obtenu en prenant en compte ou en négligeant le terme de diffusion turbulente. Ces résultats montrent l'anisotropie du tenseur de diffusion qui a déjà été remarquée en écoulement turbulent homogène cisailé par Pope (2002). Selon lui, cette anisotropie est peut-être liée aux effets de bas nombre de Reynolds, une des limitations de la D.N.S. Nous notons également une valeur nulle de  $B_{ij}^2$  à la paroi qui peut surprendre surtout si l'on tient compte de la possible modélisation  $B_{ij}^2 = C_0 \varepsilon \delta_{ij}$ . En effet, la valeur de  $B_{ij}^2$  par cette expression est non nulle puisque le taux de dissipation moyen est non nul à la paroi. En ce qui concerne la prise en compte du terme de

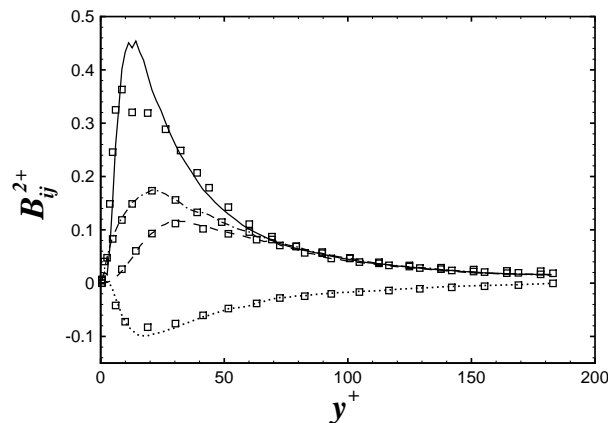


FIGURE 5.2 – Composantes de  $B_{ij}^2$  calculés à partir de l'équation (5.35). Sans le terme de diffusion turbulente : —,  $B_{11}^2$  ; - - ,  $B_{22}^2$  ; - · - ,  $B_{33}^2$  ; · · · ,  $B_{12}^2$ . Avec le terme de diffusion turbulente : □.

diffusion turbulente, nous pouvons constater que la présence de ce terme n'a aucun effet dans les directions perpendiculaires à la direction de l'écoulement. Il n'en est pas de même dans la direction longitudinale car la présence de ce terme provoque une diminution de la valeur de  $B_{11}^2$  dans la zone

définie par  $10 < y^+ < 25$ . Cela est simplement dû au fait que le terme de diffusion par agitation turbulente est beaucoup plus important pour la tension de Reynolds longitudinale que pour toutes les autres [cf. figure 1.13]. Tout en étant conscient que cela n'est pas tout à fait consistant avec l'hypothèse d'homogénéité locale, les résultats présentés par la suite ont été obtenus en utilisant les valeurs de  $B_{ij}^2$  calculées en prenant en compte le terme de diffusion turbulente.

De la même façon que Pope (2002), nous allons maintenant déduire de ces données la valeur de la constante  $C_0$  intervenant dans le G.L.M.

#### Calcul de la constante $C_0$

Avant de débiter la présentation du calcul de  $C_0$ , nous tenons à rappeler que cette constante ne peut pas être assimilée à la constante de Kolmogorov puisque nos expériences numériques sont effectuées à de faibles nombre de Reynolds. Nous avons choisi de calculer cette constante  $C_0$  à partir de l'expression (5.9) qui peut s'écrire  $\mathbf{B}^2 = C_0 \varepsilon \mathbf{I}$ . Pour ce calcul, nous avons uniquement considéré la partie isotrope du tenseur  $\mathbf{B}^2$  que nous venons de présenter. Nous avons donc décomposé  $\mathbf{B}^2$  en une somme de deux tenseurs, l'un sphérique et l'autre déviateur :

$$\mathbf{B}^2 = (\mathbf{B}^2)^s + (\mathbf{B}^2)^d, \quad (5.36)$$

où

$$(\mathbf{B}^2)^s = \frac{1}{3} \text{trace}(\mathbf{B}^2) \mathbf{I} \quad \text{et} \quad (\mathbf{B}^2)^d = \mathbf{B}^2 - (\mathbf{B}^2)^s. \quad (5.37)$$

A partir de du tenseur sphérique, nous pouvons en déduire que l'hypothétique  $C_0$  est donc égal à :

$$C_0 = \frac{1}{3} \text{trace}(\mathbf{B}^2) / \varepsilon. \quad (5.38)$$

Connaissant les composantes du tenseur de diffusion ainsi que la valeur de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente en chaque point du canal, nous avons pu en déduire la valeur de  $C_0$  (fig. 5.3). Sur cette figure, nous avons reporté les valeurs de  $C_0$ , obtenues avec l'expression (5.38)

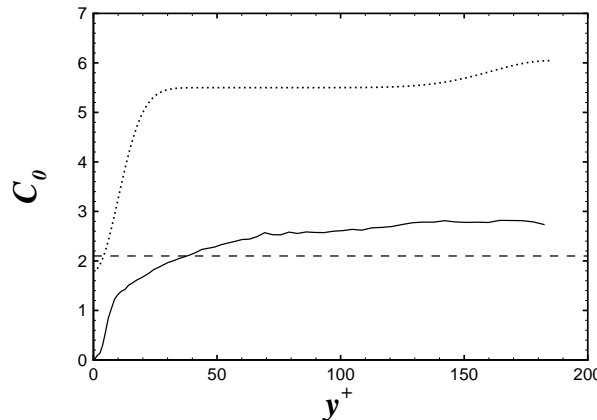


FIGURE 5.3 – Comparaison du coefficient  $C_0$  calculé par D.N.S. avec l'expression de Ushijima et Perkins (1999) et sa valeur standard : —, D.N.S. [Eq. (5.38)];  $\cdots$ , Ushijima et Perkins (1999) [Eq. (5.39)];  $-\cdot-$ , valeur standard  $C_0 = 2.1$ .

en tenant compte de la diffusion turbulente pour le calcul du tenseur  $\mathbf{B}^2$ , ainsi que sa valeur standard de 2.1. Nous avons également reporté, l'expression semi-empirique de  $C_0$  proposée par Ushijima et Perkins (1999) pour un écoulement de canal puisque que celle-ci a été déterminée à partir d'une expression qui est souvent utilisée pour la modélisation stochastique lagrangienne en turbulence isotrope stationnaire. En effet, cette expression a été obtenue en ajustant la valeur de  $C_0$  dans le modèle de l'échelle temporelle lagrangienne du fluide  $T^L = 4k/(3C_0\varepsilon)$  de telle manière que les valeurs de cette échelle de temps soient en bon accord avec celles obtenues expérimentalement ou numériquement en conduite ou en canal. L'évolution de  $C_0$  à travers le canal est décrite par la fonction suivante :

$$C_0 = C_{0L} + (C_{0W} - C_{0L}) \exp\left(-\frac{y^{+2}}{200}\right) + (C_{0C} - C_{0L}) \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{y^+ - \delta^+}{0.13\delta^+}\right)^2\right), \quad (5.39)$$

où  $C_{0W} = 1.8$ ,  $C_{0L} = 5.5$  et  $C_{0C} = 4.42(\delta^+)^{0.06}$  correspondent aux valeurs de  $C_0$  à la paroi, dans la zone logarithmique et au centre du canal, respectivement.

De cette figure, nous constatons que la valeur que nous avons obtenue pour  $C_0$  augmente entre  $0 < y^+ < 50$ , puis se stabilise dans le reste du canal autour d'une valeur d'environ 2.8, qui est légèrement supérieure à la valeur standard de 2.1. Les résultats issus de l'expression proposée par Ushijima et Perkins (1999) sont, quant à eux, supérieurs aux nôtres, puisque d'après cette expression,  $C_0$  varie entre 2 et 5. Néanmoins, la valeur que nous obtenons pour  $y^+ > 50$  se situe bien dans la fourchette de valeurs proposées dans la littérature qui est  $C_0 \in [2, 7]$ . Il est à noter que ces valeurs ont été obtenues en choisissant une valeur de  $C_0$  de manière à faire correspondre des résultats expérimentaux à ceux obtenus avec un modèle stochastique lagrangien (Du, Sawford, Wilson et Wilson, 1995; Du, 1997), ou en les calculant directement par D.N.S. à partir de la fonction de structure lagrangienne dans divers écoulements turbulents à faibles nombres de Reynolds (Yeung et Pope, 1989; Choi *et al.*, 2004).

Ayant estimé la valeur de la constante  $C_0$  en fonction de  $y^+$ , il nous est désormais possible de comparer les valeurs issues de la modélisation isotrope de  $B_{ij}^2$ , soit  $B_{ij}^2 = C_0\varepsilon\delta_{ij}$ , avec celles obtenues grâce à la D.N.S. Pour ce qui est de la modélisation de  $B_{ij}^2$ , nous avons traité deux cas distincts, c'est-à-dire soit les valeurs de  $C_0$  sont celles calculées à partir de l'équation (5.38), soit  $C_0$  est égal à la valeur standard de 2.1. Nous observons à partir de la figure 5.4 que la modélisation isotrope permet une estimation correcte des composantes diagonales de  $B_{ij}^2$  pour  $y^+ > 60$ , et cela, quelles que soient les valeurs considérées pour  $C_0$ . Cela s'explique par le fait que le tenseur  $B_{ij}^2$  obtenu à partir de la D.N.S. tend à devenir isotrope pour  $y^+ > 60$ .

### Analyse des résultats sur les $G_{ij}$

Les résultats obtenus pour le tenseur de dérive avec l'expression (5.16) sont présentés et comparés à ceux obtenus à partir de deux modèles pour  $G_{ij}$  compatibles avec les modèles de fermeture de l'équation de transport des tensions de Reynolds.

Le premier modèle considéré dans cette étude est le S.L.M. (Simple Langevin Model) pour lequel  $G_{ij}$  est donné par :

$$G_{ij} = -\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}C_0\right) \frac{\varepsilon}{k} \delta_{ij}, \quad (5.40)$$

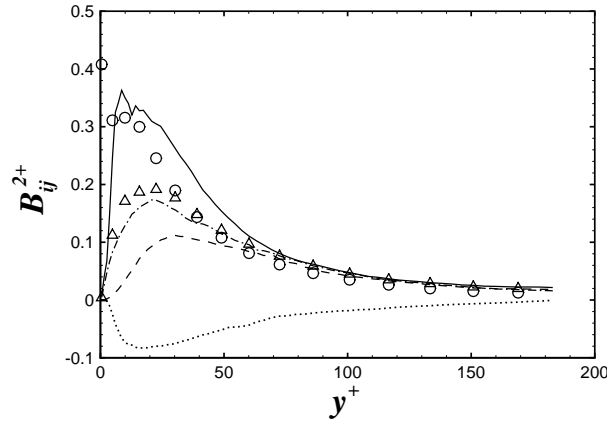


FIGURE 5.4 – Comparaison de  $B_{ij}^2$  calculé par D.N.S. avec le modèle isotrope  $B_{ij}^2 = C_0 \varepsilon \delta_{ij}$ . D.N.S. : —,  $B_{11}^2$ ; - -,  $B_{22}^2$ ; - · -,  $B_{33}^2$ ; · · ·,  $B_{12}^2$ .  $B_{ij}^2 = C_0 \varepsilon \delta_{ij}$  avec  $C_0$  calculé à partir de l'équation (5.38) :  $\Delta$ .  $B_{ij}^2 = C_0 \varepsilon \delta_{ij}$  avec  $C_0 = 2.1$  :  $\circ$ .

avec la valeur standard  $C_0 = 2.1$ . Le modèle S.L.M. correspond en fait à une fermeture au second ordre du type Rotta (1951), en considérant que la constante empirique de cette fermeture  $C_R$  est égale à  $C_R = 1 + 3C_0/2$ .

Le second modèle qui va être examiné est nommé « Lagrangian Isotropization of Production Model » (L.I.P.M.). Une description précise de ce modèle est donnée par Pope (1994a). Les composantes du terme de dérive données par le L.I.P.M. sont calculées de la manière suivante :

$$G_{ij} = \frac{\varepsilon}{k} [\alpha_1 \delta_{ij} + \alpha_2 (b_{ij} - 3b_{ik}b_{kj})] + \frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_2} \begin{pmatrix} -\frac{3}{5}b_{12} & \frac{4}{5} + \frac{3}{5}b_{11} & 0 \\ -\frac{1}{5} - \frac{3}{5}b_{22} & \frac{3}{5}b_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.41)$$

où  $b_{ij}$  est le tenseur d'anisotropie normalisé qui correspond au déviateur du tenseur de Reynolds divisé par  $2k$ , soit :

$$b_{ij} = \frac{\langle u'_i u'_j \rangle}{2k} - \frac{1}{3} \delta_{ij}. \quad (5.42)$$

Le coefficient  $\alpha_1$  est donné par :

$$\alpha_1 = - \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{4}C_0 \right) + \frac{3}{10} \frac{P}{\varepsilon} + 3\alpha_2 b_{ij} b_{jk} b_{ki}, \quad (5.43)$$

avec les valeurs standard  $C_0 = 2.1$  et  $\alpha_2 = 3.5$ . Le modèle L.I.P.M. est, quant à lui, proche de la fermeture au second ordre proposée par Launder, Reece et Rodi (1975).

Sur la figure 5.5, nous avons reporté les valeurs des composantes du terme de dérive  $G_{ij}$  calculées à partir de la relation (5.16) grâce aux échelles lagrangiennes de décorrélation du fluide. Elles sont comparées à celles issues du modèle isotrope S.L.M. soit avec  $C_0 = 2.1$ , soit en utilisant les valeurs de  $C_0$  que nous avons déterminées à partir de la partie sphérique du tenseur de diffusion  $B_{ij}^2$  [cf. équation (5.38)]. Le reste des grandeurs intervenant dans ce modèle (c-à-d  $P$  et  $\varepsilon$ ) proviennent de notre simulation numérique directe. Outre le fait que l'anisotropie ne soit donc pas recréée avec

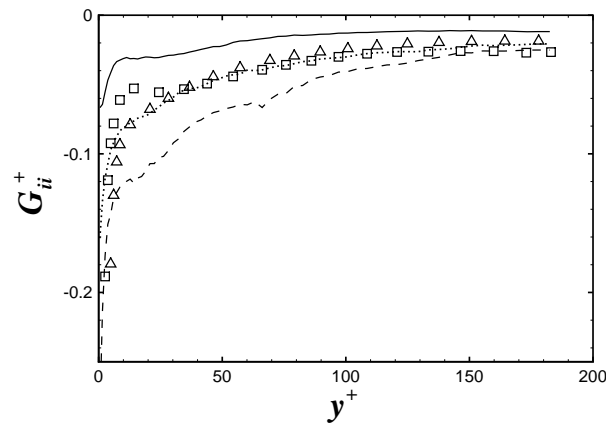


FIGURE 5.5 – Coefficients  $G_{ij}^+$  calculés avec la relation (5.16) et par le S.L.M. Relation (5.16) : —,  $G_{11}^+$ ; - -,  $G_{22}^+$ ; ···,  $G_{33}^+$ . S.L.M. : □, avec  $C_0$  calculé à partir de l'équation (5.38); △, avec  $C_0 = 2.1$ .

le S.L.M., la modélisation isotrope des  $G_{ij}$  reste dans un cadre appréciable compte tenu de son évolution par rapport aux valeurs obtenues à partir des échelles lagrangiennes de décorrélation.

Sur les figures 5.6 et 5.7, les valeurs des composantes du terme de dérive  $G_{ij}$  calculées à partir de l'équation (5.16) sont comparées à celles provenant du modèle L.I.P.M. soit en prenant  $C_0 = 2.1$  (cf. figure 5.6), soit en utilisant les valeurs de  $C_0$  que nous avons déterminées à partir du tenseur de diffusion  $B_{ij}^2$  (cf. figure 5.7). En ce qui concerne la modélisation type L.I.P.M., nous remarquons

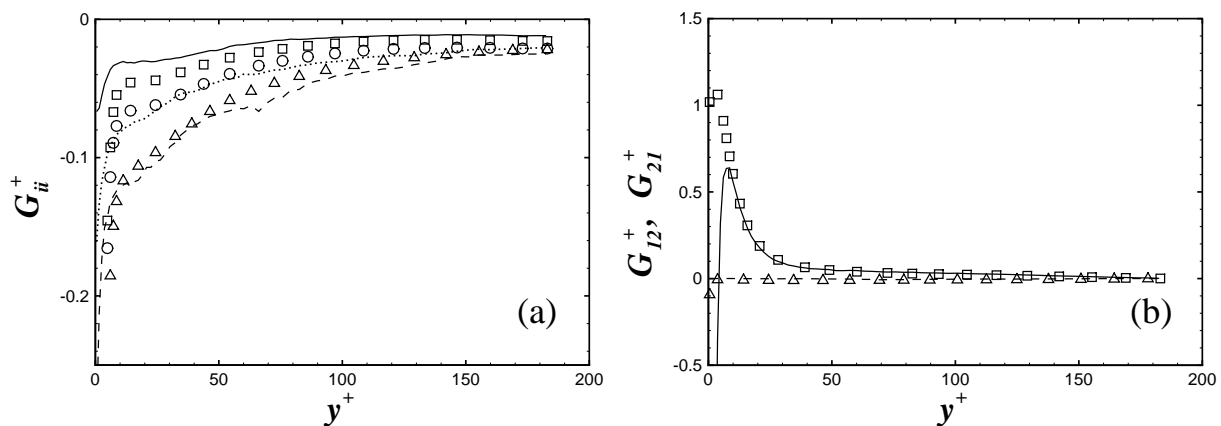


FIGURE 5.6 – Comparaison des composantes de  $G_{ij}$  calculées avec la relation (5.16) et par le modèle L.I.P.M. avec  $C_0 = 2.1$ . (a) Composantes diagonales. Relation (5.16) : —,  $G_{11}^+$ ; - -,  $G_{22}^+$ ; ···,  $G_{33}^+$ . L.I.P.M. : □,  $G_{11}^+$ ; △,  $G_{22}^+$ ; ○,  $G_{33}^+$ . (b) Composantes non diagonales. Relation (5.16) : —,  $G_{12}^+$ ; - -,  $G_{21}^+$ . L.I.P.M. : □,  $G_{12}^+$ ; △,  $G_{21}^+$ .

que les résultats obtenus pour les éléments diagonaux et non diagonaux sont assez proches de ceux que nous avons estimé à partir des échelles lagrangiennes de décorrélation du fluide. L'anisotropie du tenseur de dérive est, quant à elle, très correctement prédite par le L.I.P.M. Toutefois, nous constatons que les éléments diagonaux sont assez sensibles aux valeurs de  $C_0$ . Globalement, nous

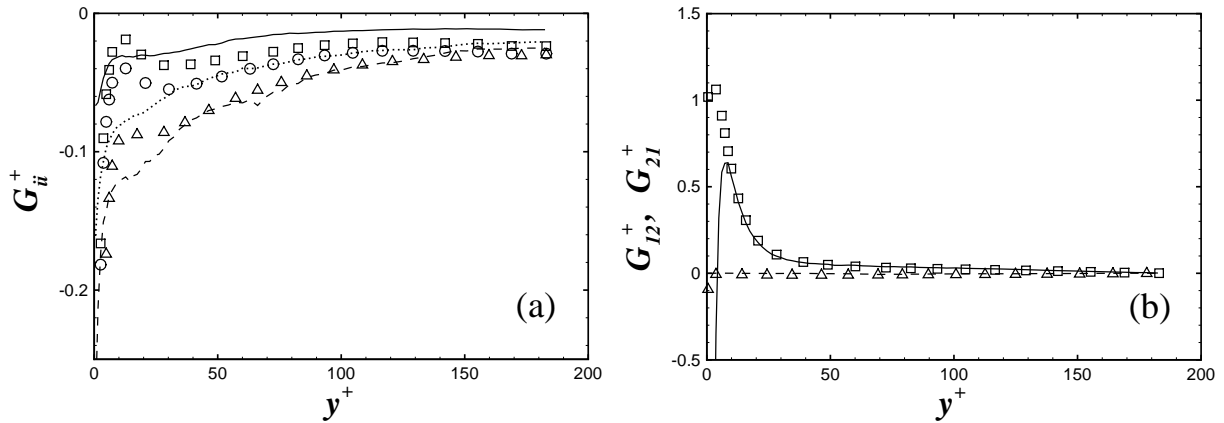


FIGURE 5.7 – Comparaison des composantes de  $G_{ij}^+$  calculées avec la relation (5.16) et par le modèle L.I.P.M. avec  $C_0$  obtenu à partir de l'équation (5.38). (a) Composantes diagonales. Relation (5.16) : —,  $G_{11}^+$ ; - -,  $G_{22}^+$ ; ···,  $G_{33}^+$ . L.I.P.M. : □,  $G_{11}^+$ ; △,  $G_{22}^+$ ; ○,  $G_{33}^+$ . (b) Composantes non diagonales. Relation (5.16) : —,  $G_{12}^+$ ; - -,  $G_{21}^+$ . L.I.P.M. : □,  $G_{12}^+$ ; △,  $G_{21}^+$ .

déduisons de ces résultats que la meilleure estimation de ces éléments est obtenue en choisissant  $C_0 = 2.1$ . Pour ce qui des éléments non diagonaux obtenus à partir des échelles lagrangiennes du fluide, il est clairement visible que la composante  $G_{21}$  est nulle alors que  $G_{12}$  est environ égale au gradient de la vitesse moyenne du fluide pour  $y^+ > 10$ . Pour  $y^+ < 10$ , nous observons une brusque diminution de  $G_{12}$  qui n'est pas prédite par le modèle L.I.P.M. De plus, nous tenons à préciser que les valeurs des composantes non diagonales données par le L.I.P.M. sont insensibles aux valeurs de  $C_0$  puisque celles-ci ne dépendent pas de cette grandeur.

### 5.3.3 Tests a posteriori

#### Description du test

Le calcul du calcul des tenseurs de dérive et de diffusion a été effectué de manière à ce que les tenseurs de Reynolds et les échelles lagrangiennes du fluide donnés par le processus stochastique considéré correspondent à ceux obtenus à partir de la D.N.S. Dans un premier temps, nous avons vérifié la validité de ces estimations en comparant les échelles lagrangiennes de décorrélation du fluide issues de la D.N.S avec celles obtenues en simulant les trajectoires tridimensionnelles de particules fluides par l'équation stochastique (5.30). Les valeurs des termes de dérive et de diffusion sont donc celles que nous avons déterminées à partir des relations (5.16) et (5.35). Puis, dans un deuxième temps, le calcul a été effectué en utilisant les modélisations S.L.M. et L.I.P.M. afin de vérifier leur capacité à rendre compte de la décorrélation de la vitesse des particules fluides en écoulement non homogène. Pour chacune des simulations entreprises en utilisant l'équation différentielle stochastique (5.30), 18 groupes de 100 000 particules fluides ont été initialement positionnés entre la paroi et le centre du canal. Les statistiques eulériennes présentes dans l'équation (5.30) proviennent, quant à elles, de notre simulation numérique directe. Le long des trajectoires des particules fluides, les corrélations lagrangiennes des fluctuations de vitesse ont été calculées, puis intégrées afin d'obtenir les échelles de temps associées. Durant ces simulations stochastiques, les statistiques des particules fluides impactant les parois n'ont pas été prises en compte. Les compo-

santes de la vitesse fluctuante initiale des particules fluides ont été générées à partir de distributions de probabilité normales centrées en tenant compte de la corrélation entre les fluctuations de vitesse longitudinale et normale aux parois. La démarche suivie pour le calcul des fluctuations de vitesse initiales est la suivante :

- on tire la fluctuation initiale de la composante de vitesse transversale  $v'_{f,3}(0)$  à partir d'une distribution normale centrée d'écart type  $\sqrt{\langle u_3'^2 \rangle}$ ,
- on tire ensuite  $v'_{f,1}(0)$  de la même façon,
- la fluctuation initiale de la composante de vitesse normale aux parois  $v'_{f,2}(0)$  est générée en tenant compte du fait qu'elle est corrélée avec la fluctuation de la vitesse longitudinale. Afin de respecter cette corrélation qui est donnée par la contrainte turbulente de cisaillement  $\langle u_1' u_2' \rangle$ , la fluctuation initiale de vitesse  $v'_{f,2}(0)$  est générée de la façon suivante :

$$v'_{f,2}(0) = a\chi + \frac{\langle u_1' u_2' \rangle}{\langle u_1'^2 \rangle} v'_{f,1}(0), \quad (5.44)$$

où  $\chi$  est une variable aléatoire qui suit une loi de probabilité normale centrée réduite. La grandeur  $a$  est, quant à elle, reliée aux tensions de Reynolds par cette expression :

$$a^2 = \langle u_2'^2 \rangle - \frac{\langle u_1' u_2' \rangle^2}{\langle u_1'^2 \rangle}. \quad (5.45)$$

Nous tenons à signaler qu'un test a posteriori similaire a été utilisé par Oesterlé et Zaichik (2004) afin de vérifier la validité de leur modèle des échelles lagrangiennes de décorrélation de la vitesse du fluide. Pour ce faire, ils ont déterminé les composantes du terme de dérive à partir de leur modèle pour les échelles lagrangiennes de décorrélation de la vitesse du fluide.

### Validité des coefficients de dérive et de diffusion calculés à partir des échelles lagrangiennes du fluide

Dans cette partie nous comparons les échelles lagrangiennes de décorrélation du fluide obtenues par D.N.S à celles calculées à partir du modèle stochastique lagrangien (5.30) pour lequel les termes  $G_{ij}$  et  $B_{ij}$  sont donnés par les relations (5.16) et (5.35). Sur la figure 5.8, nous avons reporté les résultats de  $T_{ij}^L$  issus de la DNS ainsi que ceux issus de la simulation stochastique. Pour ce qui est des termes diagonaux de  $T_{ij}^L$ , nous observons un très bon accord entre les données issues de la D.N.S. et de la simulation stochastique. Les résultats pour les termes non diagonaux sont eux aussi proches de ceux issus de la D.N.S, cependant, l'accord n'est pas aussi bon que pour les termes diagonaux. Suite à cela, nous avons examiné la sensibilité de ces calculs stochastiques à différents paramètres. Premièrement, afin de révéler l'influence du terme de diffusion dans le calcul des échelles lagrangiennes du fluide à partir de la simulation stochastique, nous avons effectué des simulations en le considérant nul. Les résultats obtenus ont alors montré que son influence sur la décorrélation de la vitesse du fluide en turbulence non homogène est négligeable. Le test a posteriori que nous utilisons ne permet donc pas de juger la validité de l'estimation des composantes du tenseur de diffusion que nous avons faite. Deuxièmement, nous avons recommencé les simulations stochastiques en incluant le terme de divergence des tensions de Reynolds  $(\partial \langle u_i' u_j' \rangle / \partial x_j) dt$  dans l'équation stochastique (5.30). Nous tenons à rappeler que ce terme a été initialement négligé, sous l'hypothèse d'homogénéité locale, afin de permettre le calcul des tenseurs de dérive et de diffusion

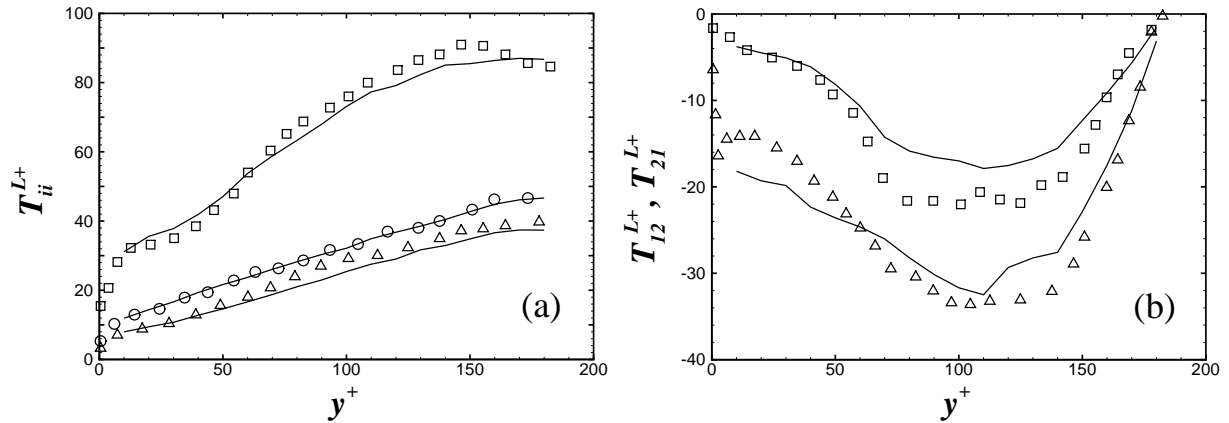


FIGURE 5.8 – Comparaison des échelles lagrangiennes de décorrélation du fluide obtenues par D.N.S. et par la simulation stochastique. (a) Composantes diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{11}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{22}^L$ ;  $\circ$ ,  $T_{33}^L$ . Simulation stochastique : —. (b) Composantes non diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{12}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{21}^L$ . Simulation stochastique : —.

à partir de échelles lagrangiennes du fluide, et qu'il permet normalement d'assurer la compatibilité du modèle stochastique lagrangien avec les équations de Navier-Stokes. De ces simulations, nous avons remarqué que l'ajout de ce terme avait uniquement une légère influence sur l'échelle lagrangienne de décorrélation du fluide  $T_{21}^L$ . Nous pouvons alors en déduire que l'estimation du tenseur de dérive peut se faire sans tenir compte du terme de divergence des tensions de Reynolds dans le modèle stochastique.

En conclusion, ce test nous a permis de confirmer que notre estimation du tenseur de dérive en turbulence non homogène conduisait à une bonne représentation de la décorrélation de la vitesse des particules fluides. Toutefois, ce test n'est pas suffisant pour pouvoir statuer sur la pertinence des résultats obtenus pour le tenseur de diffusion. Nous pensons que le seul moyen de confirmer la validité de notre estimation des tenseurs de dérive et de diffusion est de les incorporer dans une simulation purement lagrangienne d'un écoulement turbulent de canal (Minier et Pozorski, 1999; Waclawczyk, Pozorski et Minier, 2004). De cette simulation, nous pourrions en déduire des statistiques eulériennes telles que la vitesse moyenne, les tensions de Reynolds, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement afin de les comparer à celles issus de notre D.N.S. Dans le cas où cette simulation confirmerait la validité de notre estimation des composantes du terme de dérive et de diffusion, l'étape suivante serait alors d'étudier la dépendance de ces termes au nombre de Reynolds.

#### Validité des modèles S.L.M. ou L.I.P.M. en turbulence non homogène

Nous allons maintenant examiner la décorrélation de la vitesse des particules fluides prédite par les modèles S.L.M. et L.I.P.M. Pour ce faire, les composantes de la vitesse fluctuante des particules fluides ont été générées à partir de l'équation stochastique (5.30) où  $G_{ij}$  est modélisé soit par le S.L.M. [Eq. (5.40)], soit par le L.I.P.M. [Eq. (5.41)]. Quelque soit le modèle pour  $G_{ij}$ , nous avons considéré que  $B_{ij}^2 = C_0 \varepsilon$  bien que ce terme n'ait que très peu d'influence sur les résultats. En ce qui concerne la constante  $C_0$  intervenant dans les deux modèles de  $G_{ij}$ , nous avons effectué



les simulations stochastiques en la prenant égale soit à la valeur standard de 2.1, soit aux valeurs déterminées à partir de l'expression (5.38), qui sont, quant à elle, fonctions de  $y^+$ .

Les résultats sont présentés sur les figures 5.9 et 5.10 pour le modèle S.L.M. et sur les figures 5.11 et 5.12 pour le modèle L.I.P.M. En ce qui concerne le S.L.M., nous remarquons, d'après les

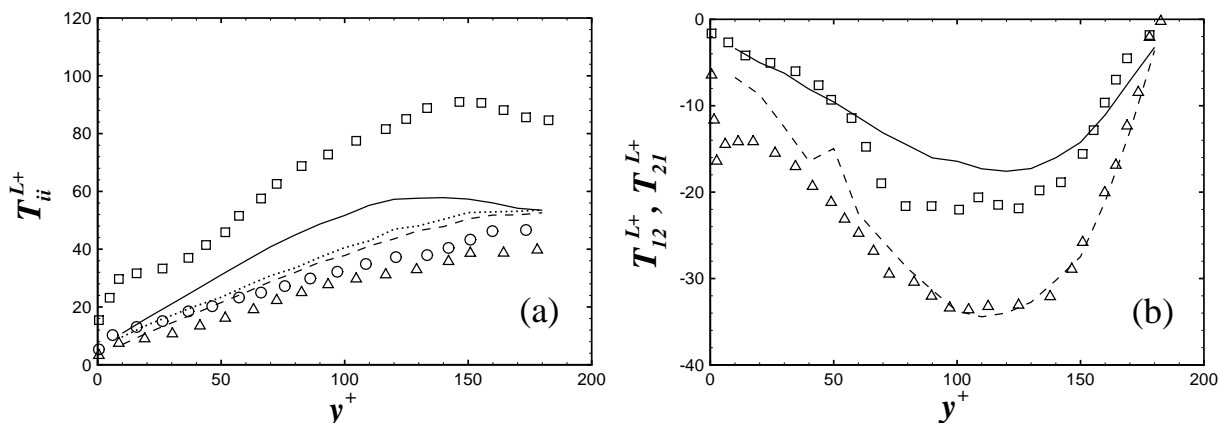


FIGURE 5.9 – Le modèle S.L.M. en turbulence de canal avec  $C_0 = 2.1$ . (a) Composantes diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{11}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{22}^L$ ;  $\circ$ ,  $T_{33}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{11}^L$ ; — —,  $T_{22}^L$ ; ···,  $T_{33}^L$ . (b) Composantes non diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{12}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{21}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{12}^L$ ; — —,  $T_{21}^L$ .

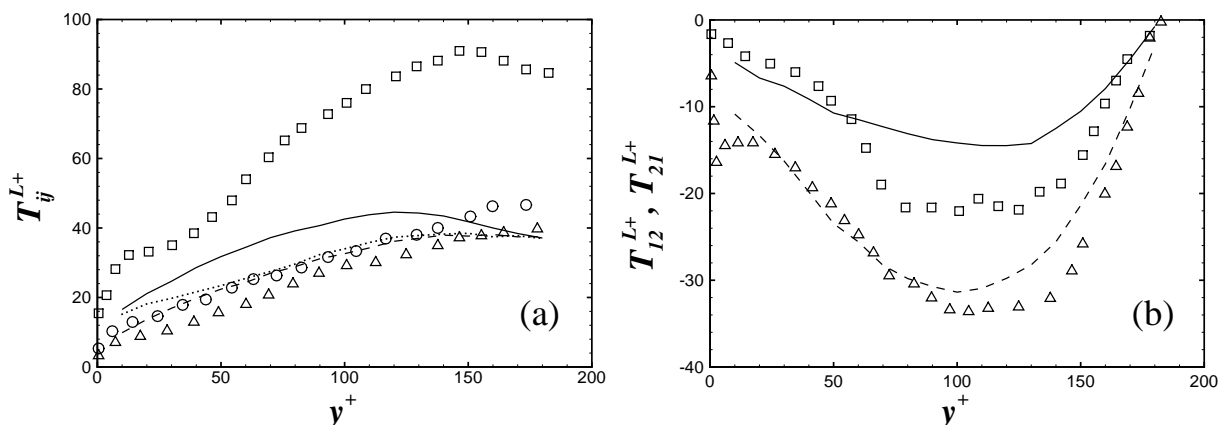


FIGURE 5.10 – Le modèle S.L.M. en turbulence de canal avec  $C_0$  calculé à partir de l'expression (5.38). (a) Composantes diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{11}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{22}^L$ ;  $\circ$ ,  $T_{33}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{11}^L$ ; — —,  $T_{22}^L$ ; ···,  $T_{33}^L$ . (b) Composantes non diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{12}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{21}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{12}^L$ ; — —,  $T_{21}^L$ .

figures 5.9 et 5.10, que les échelles lagrangiennes de décorrélation de la vitesse du fluide sont anisotropes bien que le modèle S.L.M. soit intrinsèquement isotrope. Cette anisotropie est induite par la présence du gradient de la vitesse moyenne du fluide dans l'équation stochastique (5.30). Cela explique pourquoi toutes les valeurs de  $T_{ii}^L$  se rejoignent vers le centre du canal, c'est-à-dire là où ce gradient devient nul. Les résultats obtenus par le modèle S.L.M. ne sont pas satisfaisants

### 5.3 Détermination des termes de dérive et de diffusion grâce à la D.N.S.

pour les composantes diagonales des échelles lagrangiennes de décorrélation de la vitesse du fluide, et cela, quelles soient les valeurs utilisées pour la constante  $C_0$ . Par contre, les composantes  $T_{12}^L$  et  $T_{21}^L$  sont, quant à elles, convenablement prédites par le S.L.M. Nous constatons aussi que les résultats obtenus avec la constante  $C_0$  calculée partir de l'expression (5.38) ne permettent pas une meilleure estimation de ces échelles. Le choix d'une valeur constante de 2.1 pour  $C_0$  semble être un bon compromis.

Pour ce qui est des résultats obtenus avec le modèle L.I.P.M. (figures 5.11 et 5.12), nous observons que les composantes diagonales de  $T_{ij}^L$  sont en meilleurs accord les données provenant de notre D.N.S. que celles issues du modèle S.L.M. Cependant, bien qu'il y ait une amélioration, la

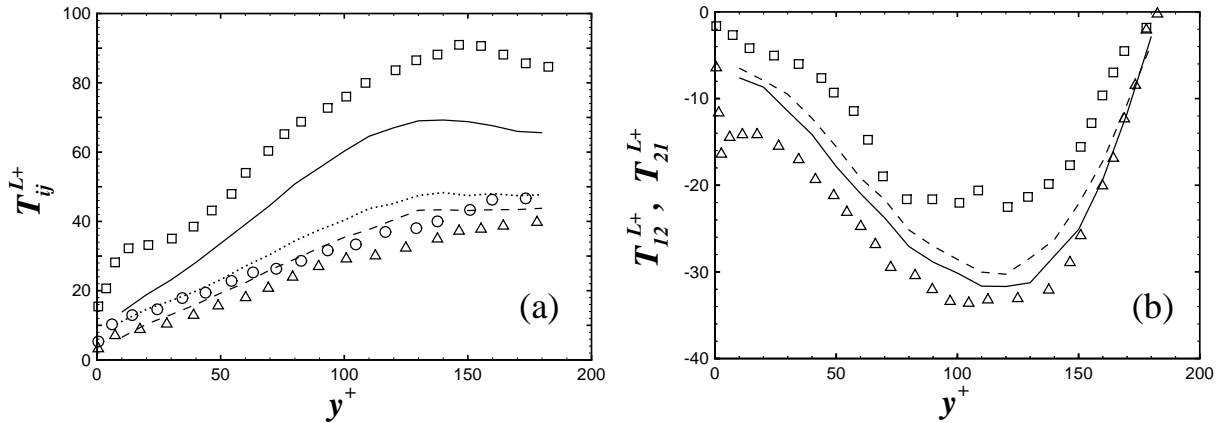


FIGURE 5.11 – Le modèle L.I.P.M. en turbulence de canal avec  $C_0 = 2.1$ . (a) Composantes diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{11}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{22}^L$ ;  $\circ$ ,  $T_{33}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{11}^L$ ; — —,  $T_{22}^L$ ; ···,  $T_{33}^L$ . (b) Composantes non diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{12}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{21}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{12}^L$ ; — —,  $T_{21}^L$ .

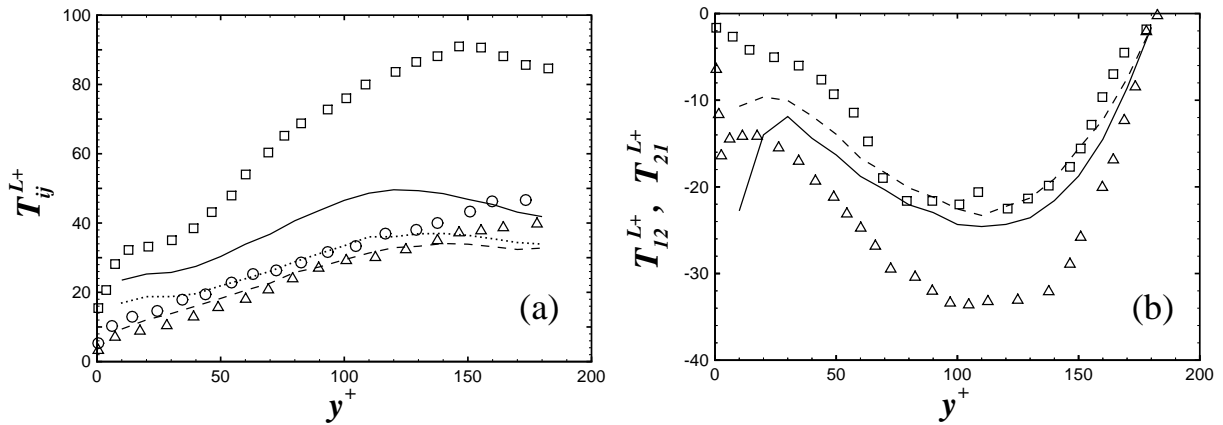


FIGURE 5.12 – Le modèle L.I.P.M. en turbulence de canal avec  $C_0$  calculé à partir de l'expression (5.38). (a) Composantes diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{11}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{22}^L$ ;  $\circ$ ,  $T_{33}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{11}^L$ ; — —,  $T_{22}^L$ ; ···,  $T_{33}^L$ . (b) Composantes non diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{12}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{21}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{12}^L$ ; — —,  $T_{21}^L$ .

qualité des résultats n'est toujours pas convenable. De plus, les composantes non diagonales sont,

quant à elles, très mal prédites par le L.I.P.M. puisque d'après ce modèle, les valeurs de  $T_{12}^L$  et  $T_{21}^L$  sont très proches et  $|T_{21}^L| < |T_{12}^L|$ , ce qui n'est absolument le cas des données obtenues par D.N.S. Ces échelles de temps sont donc mieux prédites par le S.L.M. La mauvaise prédiction des composantes non diagonales de  $T_{ij}^L$  par le L.I.P.M. a été également observée en turbulence homogène cisailée par Pope (2002) à partir des données de D.N.S. de Sawford et Yeung (2001). Enfin, pour ce qui est du L.I.P.M., les résultats obtenus avec la constante  $C_0$  calculée par l'expression (5.38) sont encore moins satisfaisants que ceux obtenus en prenant  $C_0 = 2.1$ .

Nous avons cherché à améliorer les résultats issus du modèle L.I.P.M. en manipulant les constantes  $\alpha_2$  et  $C_0$ . Un des meilleurs compromis que nous avons trouvé est  $C_0 = 2$  et  $\alpha_2 = 7.5$ . Les données obtenues à partir de ce jeu de paramètres sont reportés sur la figure 5.13. Nous notons que la prédiction des composantes diagonales a été considérablement améliorée, par contre, pour les composantes non diagonales, nous observons toujours que  $T_{21}^L$  est de l'ordre de  $T_{12}^L$ .

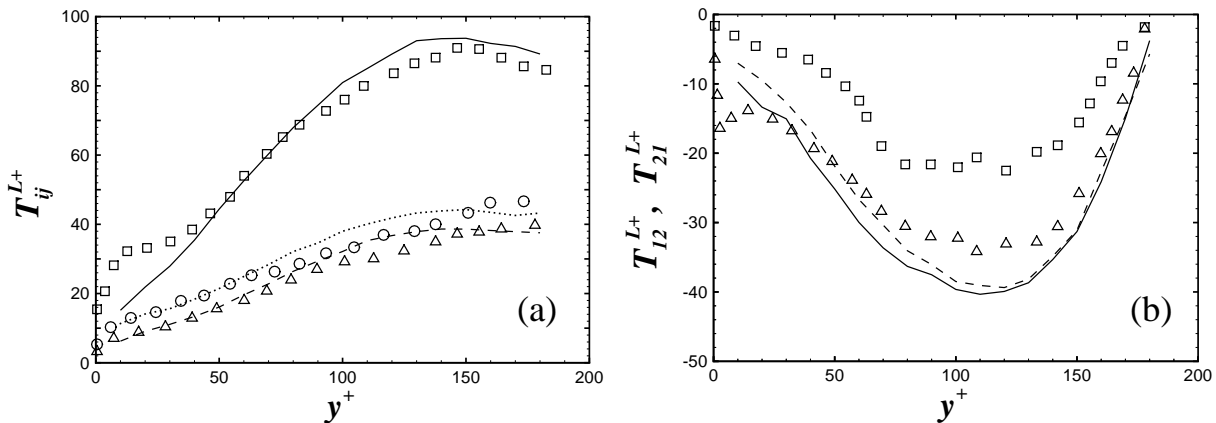


FIGURE 5.13 – Le modèle L.I.P.M. en turbulence de canal avec  $C_0 = 2$  et  $\alpha_2 = 7.5$ . (a) Composantes diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{11}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{22}^L$ ;  $\circ$ ,  $T_{33}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{11}^L$ ; - - ,  $T_{22}^L$ ; ···,  $T_{33}^L$ . (b) Composantes non diagonales. D.N.S. :  $\square$ ,  $T_{12}^L$ ;  $\triangle$ ,  $T_{21}^L$ . Simulation stochastique : —,  $T_{12}^L$ ; - - ,  $T_{21}^L$ .

De cette étude sur les modèles S.L.M. et L.I.P.M., nous pouvons en déduire qu'aucun de ces deux modèles ne permet une bonne prédiction de l'ensemble des composantes de  $T_{ij}^L$  pour une turbulence non homogène. Le L.I.P.M. donne de meilleurs résultats pour les composantes diagonales de  $T_{ij}^L$  que le modèle S.L.M., alors que pour les composantes non diagonales, c'est le modèle S.L.M. qui prédit le plus correctement ces échelles lagrangiennes de décorrélation du fluide. Le problème majeur du L.I.P.M. est qu'il prédit que les composantes non diagonales sont quasiment identiques, cet aspect ne respecte pas la physique de l'écoulement puisque notre D.N.S. montre que ces composantes sont significativement différentes. Le S.L.M. permet, quant à lui, une estimation satisfaisante de ces composantes non diagonales. Cependant, ce modèle est mis en défaut pour les composantes diagonales puisque celui-ci ne prédit pas l'importante différence qui existe entre la composante  $T_{11}^L$  et les composantes  $T_{22}^L$  et  $T_{33}^L$ . Par conséquent, il nous est difficile de désigner lequel de ces deux modèles est le plus apte à prédire la décorrélation de la vitesse du fluide pour une turbulence non homogène. Cela est paradoxal car nous aurions pu nous attendre à ce que le modèle le plus évolué soit le plus performant. Bien que surprenante, cette conclusion est analogue à celle de l'étude de Pope (2002).

### **5.3 Détermination des termes de dérive et de diffusion grâce à la D.N.S.**

---

Bien sûr, la finalité de tout ce travail est de s'intéresser par la suite à la turbulence du fluide « vue » par des particules solides. Le présent travail est donc une étape nécessaire qui permettra de caractériser le cas limite pour des particules solides de faible inertie qui agiraient de la même manière que des traceurs.



# Chapitre 6

## Fluide vu par les particules

La modélisation du mouvement d'une phase dispersée au sein d'un écoulement turbulent est un problème particulièrement complexe puisqu'elle nécessite de connaître les propriétés fluctuantes du fluide à la position des particules solides. Diverses méthodes peuvent être utilisées pour traiter ce problème, nous nous focaliserons principalement sur la prédiction de telles grandeurs à partir d'une équation stochastique analogue à celle utilisée pour prédire les trajectoires de particules fluides. Tout d'abord, nous présenterons deux modèles stochastiques permettant de générer la vitesse instantanée du fluide le long des trajectoires des particules solides. Nous préciserons quelles en sont les difficultés d'application en turbulence non homogène. Ensuite, nous nous intéresserons à l'identification des paramètres intervenant dans un de ces deux modèles à partir de données obtenues grâce à notre simulation numérique directe. Deux méthodes seront alors proposées pour identifier ces paramètres. La première repose sur une analogie avec l'étude précédente portant sur la modélisation de trajectoires de particules fluides. La seconde est, quant à elle, issue de la modélisation euléro-eulérienne de l'écoulement diphasique. De plus, suite à la présentation des résultats issus de la première méthode, un test a posteriori sera effectué afin de valider les valeurs obtenues pour les paramètres intervenant dans ce modèle stochastique. Nous pourrions également étudier les capacités de ce modèle à prédire la turbulence du fluide vu par les particules.

### 6.1 Modélisation de la vitesse du fluide vu par une équation stochastique

Les modèles que nous allons présenter ont été obtenus en décomposant l'incrément de la vitesse instantanée du fluide vu par une particule solide en la somme de deux sous incréments. Le premier correspond à l'incrément de la vitesse d'une particule fluide fictive qui serait située initialement à la position de la particule solide. Le second est, quant à lui, lié au mouvement relatif entre les deux phases de telle sorte que lorsque la vitesse relative est nulle, la variation de la vitesse du fluide vu par la particule solide devient égale à la variation de la vitesse de la particule fluide fictive. A partir de ces considérations, la subtilité de cette modélisation réside dans la prise en compte de la variation de la vitesse du fluide liée au mouvement relatif entre les deux phases. Il existe deux possibilités, soit la vitesse relative instantanée intervient explicitement, c'est le modèle proposé par

Simonin, Deutsch et Minier (1993) :

$$d\tilde{u}_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} dt + (v_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} dt + G_{ij}^* (\tilde{u}_j - \langle u_j \rangle) dt + B_{ij}^* dW_j, \quad (6.1)$$

soit c'est la vitesse relative moyenne qui intervient explicitement, nous obtenons alors le modèle proposé par Minier et Peirano (2001) :

$$d\tilde{u}_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} dt + (\langle v_{p,j} \rangle - \langle \tilde{u}_j \rangle) \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} dt + G_{ij}^* (\tilde{u}_j - \langle u_j \rangle) dt + B_{ij}^* dW_j. \quad (6.2)$$

Il est à noter que pour ces deux modèles, les effets visqueux ont été négligés. Les termes  $G_{ij}^*$  et  $B_{ij}^*$  sont les paramètres de ces modèles que nous appellerons tenseur de dérive du fluide vu et tenseur de diffusion du fluide vu, respectivement. Ces paramètres permettent notamment de modéliser le gradient de la fluctuation de pression, les contraintes visqueuses turbulentes ainsi que l'effet de croisement de trajectoires. Nous tenons à signaler que compte tenu du fait que les équations stochastiques pour le fluide vu proposées par Simonin *et al.* (1993) et Minier et Peirano (2001) sont différentes, il n'y a pas lieu de penser que les valeurs des termes  $G_{ij}^*$  et  $B_{ij}^*$  sont identiques dans ces deux équations.

Tout comme pour la modélisation stochastique de la vitesse instantanée d'une particule fluide, l'application d'un de ces deux modèles pour la vitesse instantanée du fluide vu n'est pas triviale pour une turbulence non homogène. En effet, il est nécessaire de spécifier les valeurs des termes de dérive et diffusion du fluide vu. Généralement, la matrice représentative du terme de dérive est supposée diagonale. En l'absence de mouvement relatif moyen entre les deux phases, les valeurs des termes diagonaux sont identiques et proportionnelles à l'inverse d'une échelle temporelle caractérisant la décorrélation du fluide vu. En présence d'un mouvement relatif moyen entre les deux phases, ces termes ne sont plus identiques et ils dépendent des valeurs des échelles caractérisant la décorrélation du fluide vu dans les directions parallèle et perpendiculaire à la vitesse relative moyenne (Simonin *et al.*, 1993; Minier, Peirano et Chibbaro, 2004). Le terme de diffusion est lui aussi souvent supposé isotrope. Il est alors estimé en fonction d'une constante et du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente du fluide. La détermination des termes de dérive et diffusion du fluide vu en écoulement turbulent non homogène est donc basé principalement sur des modèles valables uniquement en turbulence isotrope.

Afin de vérifier la validité de ces différentes modélisations en écoulement gaz-solide confiné, nous avons déterminé les termes de dérive et de diffusion du fluide vu à partir de données obtenues par la simulation numérique directe. Pour ce faire, il existe deux méthodes : la première est analogue à celle utilisée pour les termes de dérive et diffusion intervenant dans l'équation stochastique de la vitesse d'une particule fluide, la seconde est issue de la modélisation euléro-eulérienne de l'équation de transport des covariances fluide-particules. Nous tenons à préciser que cette dernière méthode permet d'accéder uniquement au tenseur de dérive du fluide vu. En outre, cette étude sera effectuée à partir de la formulation proposée par Simonin *et al.* (1993).

## 6.2 Première méthode d'identification de $G_{ij}^*$ et $B_{ij}^*$

### 6.2.1 Méthodologie

Pour rappel, la première méthode consiste à déterminer les composantes du tenseur de dérive de telle sorte que les échelles temporelles prédites par ce modèle correspondent à celles obtenues

par la D.N.S. Le terme de diffusion est déterminé en supposant que le processus stochastique est stationnaire. Le point de départ est l'obtention de l'équation stochastique pour la fluctuation de la vitesse du fluide vu. Pour cela, il suffit de retrancher la différentielle de la vitesse moyenne du fluide à la différentielle de la vitesse instantanée du fluide vu. La spécificité de ce calcul est que les dérivées temporelles sont calculées le long de la trajectoire d'une particule solide. A partir de l'équation stochastique 6.1, nous trouvons que :

$$\begin{aligned}
 d\tilde{u}'_i &= d\tilde{u}_i - d\langle u_i \rangle \\
 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} dt + (v_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} dt + G_{ij}^* (\tilde{u}_j - \langle u_j \rangle) dt + B_{ij}^* dW_j \\
 &\quad - \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} - \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j} + \tilde{u}'_j \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + (v_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \right) dt \\
 &= \left( G_{ij}^* - \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \right) \tilde{u}'_j dt + B_{ij}^* dW_j + \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j}. \tag{6.3}
 \end{aligned}$$

Le passage de la seconde à la troisième ligne n'est possible qu'en supposant que  $\langle \tilde{u}_i \rangle \approx \langle u_i \rangle$ , ce qui revient à négliger la vitesse de dérive. En considérant que l'écoulement turbulent est localement homogène, cette équation se réduit à :

$$d\tilde{u}'_i = \tilde{G}_{ij}^* \tilde{u}'_j dt + B_{ij}^* dW_j, \tag{6.4}$$

où  $\tilde{G}_{ij}^* = G_{ij}^* - \partial \langle u_i \rangle / \partial x_j$ . Par conséquent, cette équation pour la fluctuation du fluide vu a une forme identique à celle obtenue dans le chapitre précédent pour la fluctuation de vitesse d'une particule fluide [cf. équation 5.12]. Les composantes du tenseur de dérive du fluide vu  $\tilde{G}_{ij}^*$  peuvent ainsi être déterminées par une démarche analogue à celle utilisée pour déterminer les composantes du tenseur de dérive  $G_{ij}^*$  (cf. §5.3). Le calcul ne sera pas détaillé car il est en tout point identique à celui permettant d'en déduire  $\tilde{G}_{ij}^*$ . Le tenseur de dérive du fluide vu est donc relié au tenseur des échelles temporelles de décorrélation du fluide vu,  $\mathcal{J}^*$ , par :

$$\tilde{\mathbf{G}}^* = - \left[ (\mathcal{J}^*)^T \right]^{-1}. \tag{6.5}$$

Il nous est alors nécessaire de calculer les composantes du tenseur des échelles temporelles de décorrélation du fluide vu  $\mathcal{J}_{ij}^*$  à partir des valeurs que nous avons obtenues pour  $T_{ij}^*$  par D.N.S. Sous l'hypothèse d'homogénéité locale, le lien entre  $\mathcal{J}_{ij}^*$  et  $T_{ij}^*$  est donné par l'expression suivante :

$$\sqrt{\langle \tilde{u}'_i{}^2(0) \rangle \langle \tilde{u}'_j{}^2(0) \rangle} T_{ij}^* = \langle \tilde{u}'_i \tilde{u}'_k \rangle \mathcal{J}_{kj}^*, \tag{6.6}$$

où  $k$  est le seul indice de sommation. De ce système d'équations linéaires, nous pouvons déterminer les composantes du tenseur de dérive du fluide vu  $\tilde{G}_{ij}^*$  en fonction des valeurs de  $T_{ij}^*$ .

En ce qui concerne le terme de diffusion de la vitesse du fluide vu, nous devons calculer la différentielle de la covariance du processus stochastique à partir de l'équation (6.4) selon les règles de calcul différentiel d'Ito :

$$d(\tilde{u}'_i \tilde{u}'_j) = \tilde{u}'_i d\tilde{u}'_j + \tilde{u}'_j d\tilde{u}'_i + d\tilde{u}'_i d\tilde{u}'_j. \tag{6.7}$$



En introduisant l'équation (6.4), puis en prenant la moyenne de cette équation, il vient :

$$\left\langle \frac{d}{dt} (\tilde{u}'_i \tilde{u}'_j) \right\rangle = \tilde{G}_{ik}^* \langle \tilde{u}'_k \tilde{u}'_j \rangle + \langle \tilde{u}'_i \tilde{u}'_k \rangle \tilde{G}_{jk}^* + B_{ik}^* B_{jk}^* . \quad (6.8)$$

Elle peut encore s'écrire en introduisant l'opérateur de dérivée par rapport au mouvement moyen des particules  $\overline{D}^p(\cdot)/Dt$  :

$$\frac{\overline{D}^p}{Dt} \langle \tilde{u}'_i \tilde{u}'_j \rangle + \frac{\partial}{\partial x_k} \langle \tilde{u}'_i \tilde{u}'_j v'_{p,k} \rangle = \tilde{G}_{ik}^* \langle \tilde{u}'_k \tilde{u}'_j \rangle + \langle \tilde{u}'_i \tilde{u}'_k \rangle \tilde{G}_{jk}^* + B_{ik}^* B_{jk}^* . \quad (6.9)$$

En considérant que la phase dispersée a atteint un régime établi et en négligeant le transport des tensions de Reynolds du fluide vu par les fluctuations de vitesse des particules, il ne reste alors que :

$$\tilde{G}_{ik}^* \langle \tilde{u}'_k \tilde{u}'_j \rangle + \langle \tilde{u}'_i \tilde{u}'_k \rangle \tilde{G}_{jk}^* + B_{ik}^* B_{jk}^* = 0 . \quad (6.10)$$

De la même manière que lors de la détermination de ce terme pour le fluide pur,  $B_{ij}^*$  sera supposé symétrique.

En résumé, les composantes du tenseur de dérive du fluide vu ont été déterminées à partir des équations (6.5) et (6.6) grâce à nos données concernant les échelles de décorrélation du fluide vu. Les composantes du tenseur de diffusion ont été obtenues à partir de l'équation (6.10). Pour réaliser ces calculs, nous avons utilisé des données obtenues en apesanteur à  $Re_\tau \approx 185$  pour des particules solides caractérisées par les temps de réponse suivants :  $\tau_p^+ = 2$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$  et  $\tau_p^+ = 27.1$ . L'ensemble de ces données a été présenté précédemment dans le chapitre 3.

## 6.2.2 Résultats et analyse

Les valeurs obtenues pour les composantes diagonales du tenseur de dérive du fluide vu  $G_{ij}^*$  sont présentées sur la figure 6.2. Nous avons également reporté les valeurs des composantes du tenseur de dérive obtenues précédemment lors de l'étude de la modélisation stochastique des fluctuations de vitesse d'une particule fluide, puisqu'elles représentent les valeurs asymptotiques de  $G_{ij}^*$  pour  $\tau_p \rightarrow 0$ . De cette figure, nous constatons tout d'abord que le tenseur de dérive du fluide n'est pas isotrope. En outre, l'effet d'inertie sur les composantes diagonales de ce tenseur est approximativement identique à celui observé sur les échelles de décorrélation du fluide vu. En effet, nous remarquons que les composantes  $G_{22}^*$  et  $G_{33}^*$  varient peu en fonction de l'inertie des particules, alors que la composante  $G_{11}^*$  montre une plus grande dépendance. En ce qui concerne les composantes non diagonales, nous observons que les valeurs obtenues pour  $G_{12}^*$  sont assez différentes selon l'inertie des particules pour  $y^+ < 50$ . Toutefois, nous pensons que les importantes différences observées en proche paroi ne sont pas physiques. Celles-ci sont soit liées au fait que les statistiques n'ont pas assez convergé, soit elles sont dues au fait que les hypothèses d'homogénéité locale et de vitesse de dérive négligeable, utilisées pour obtenir ces valeurs, ne sont pas valables en proche paroi. Pour ce qui est de la composante  $G_{21}^*$ , elle peut être supposée nulle partout dans le canal et quelle que soit l'inertie des particules.

Les valeurs des composantes de  $B_{ij}^{*2} \equiv B_{ik}^* B_{kj}^*$  sont tracées sur la figure 6.3. Comme pour le tenseur de dérive, nous y avons reporté les données issues de l'étude de la modélisation stochastique du mouvement de particules fluides. D'après cette figure, nous pouvons en déduire que le tenseur de diffusion du fluide vu est fortement anisotrope pour  $y^+ < 100$ , puis qu'au-delà de cette

zone, l'anisotropie s'estompe. De plus, nous constatons que quelle que soit l'inertie des particules, les valeurs de la composante  $B_{11}^{*2}$  sont supérieures à celles de  $B_{11}^2$ , alors que pour les autres composantes, ces valeurs sont soit inférieures, soit égales à celles obtenues pour des particules fluides. Nous pouvons en conclure que le tenseur de dérive du fluide vu ne pas être considéré comme isotrope pour  $y^+ < 100$ , et que dans cette même zone, l'effet d'inertie des particules sur les valeurs des composantes de ce tenseur n'est pas négligeable.

L'obtention des valeurs des composantes des tenseurs de dérive et de diffusion du fluide vu constitue la première étape de l'étude entreprise. Nous allons maintenant nous intéresser à l'étape suivante qui consiste en l'incorporation de ces valeurs dans un code de calcul modélisant l'écoulement gaz-solide que nous étudions par une approche euléro-lagrangienne. Le code de calcul est basé sur la simulation du fluide porteur par un modèle  $k-\varepsilon$  anisotrope (N.E.V.M.<sup>1</sup>) à bas nombre de Reynolds, alors que pour la phase dispersée, les fluctuations de la vitesse du fluide vu sont générées par l'équation stochastique (6.4). Les résultats obtenus par cette modélisation seront confrontés à ceux issus de la D.N.S.

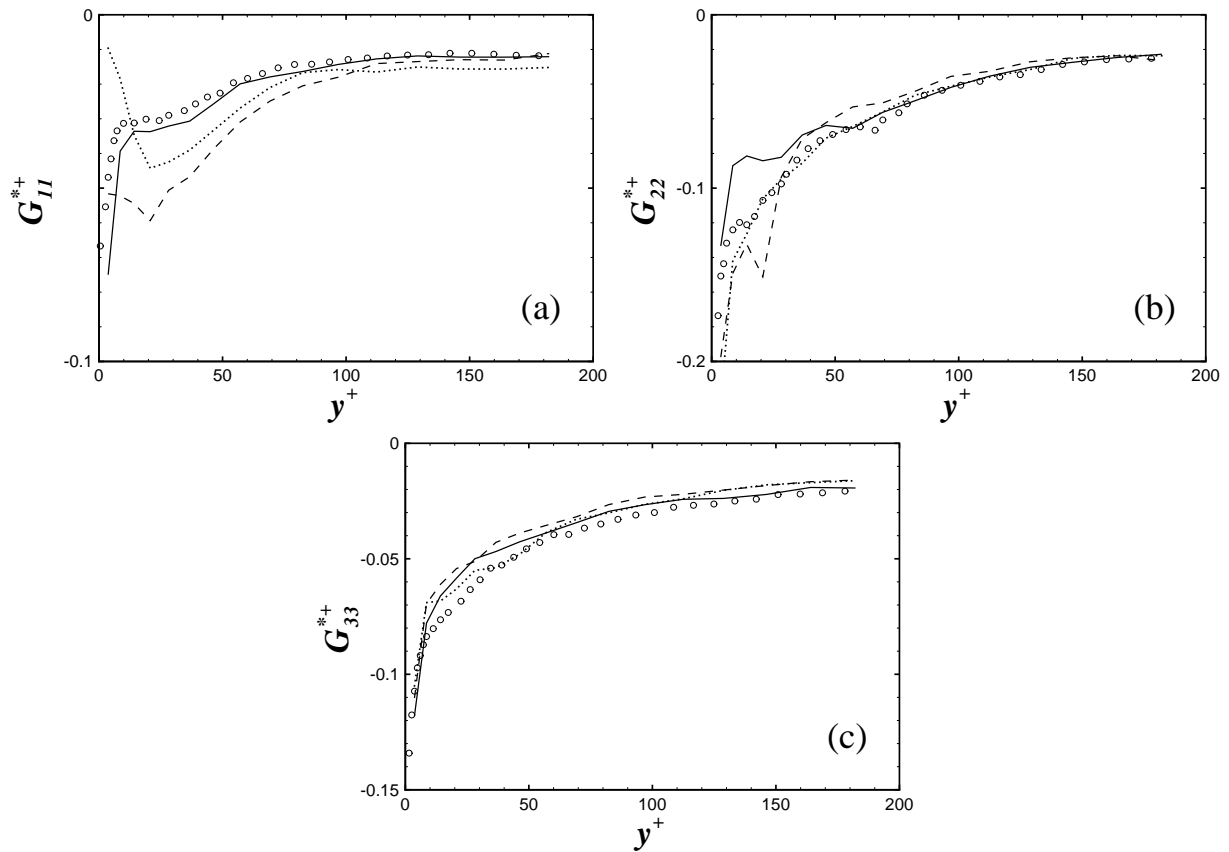


FIGURE 6.1 – Comparaison des composantes diagonales des tenseurs de dérive du fluide vu  $G_{ij}^*$  et du fluide  $G_{ij}$ .  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 2$  ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

<sup>1</sup>Non Linear Eddy Viscosity Model.

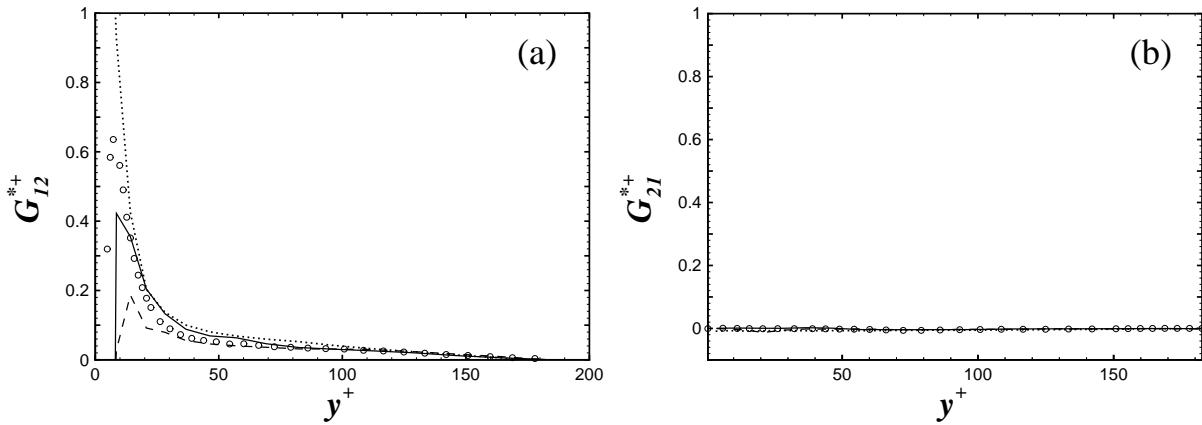


FIGURE 6.2 – Comparaison des composantes non diagonales des tenseurs de dérive du fluide vu  $G_{ij}^*$  et du fluide  $G_{ij}$ .  $\circ$ , fluide; —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

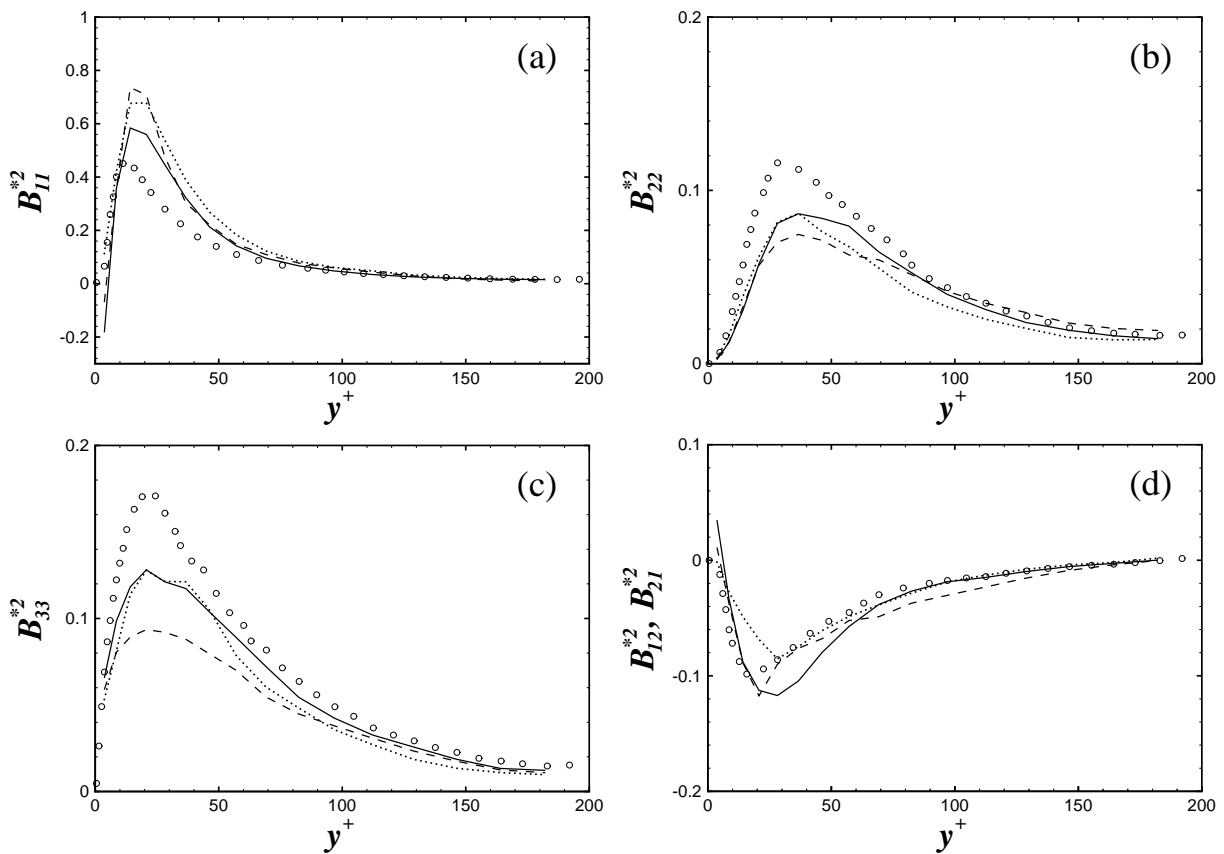


FIGURE 6.3 – Comparaison des composantes des tenseurs de diffusion du fluide vu  $B_{ij}^{2*}$  et du fluide  $B_{ij}^2$ .  $\circ$ , fluide; —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

### 6.2.3 Test a posteriori

A partir des résultats que nous venons de présenter, nous allons modéliser l'écoulement gaz-solide de canal par une approche euléro-lagrangienne. Ce code de calcul est basé sur la prédiction des grandeurs moyennes du fluide porteur par un modèle de type R.A.N.S. et l'utilisation de l'équation stochastique G.L.M. [cf. équation (6.4)] pour générer les fluctuations de la vitesse du fluide à la position des particules. La simulation sera effectuée pour un écoulement diphasique de canal en apesanteur. Les résultats pourront ainsi être comparés à ceux précédemment obtenus par D.N.S. (cf. §3.3). Nous vérifierons alors si la modélisation de la turbulence du fluide vu par les particules est réalisable au moyen d'une équation stochastique type G.L.M.

#### La simulation R.A.N.S. et le suivi de particules solides

Pour la phase fluide, un modèle  $k-\varepsilon$  anisotrope à faible nombre de Reynolds est utilisé (Myong et Kasagi, 1990). Lors de notre étude, les tensions de Reynolds sont estimées par un modèle de type N.E.V.M. (Speziale, 1987). Les valeurs des paramètres de ces modèles ainsi que le détail des méthodes numériques pourront être trouvés dans Moissette (2002).

Pour ce qui est du suivi lagrangien des particules solides, nous prenons uniquement en compte la force de traînée dans l'équation du mouvement d'une particule solide, soit :

$$\frac{dx_{p,i}}{dt} = v_{p,i}, \quad (6.11)$$

$$\frac{dv_{p,i}}{dt} = \frac{\tilde{u}_i - v_{p,i}}{\tau_p}. \quad (6.12)$$

Le coefficient de traînée est déterminé en fonction de la valeur du nombre de Reynolds particulaire par la corrélation de Morsi et Alexander (1972) [cf. équation (2.5)]. L'avancement temporel du système d'équation précédent est réalisé au moyen d'un schéma exponentiel (Moissette, 2002) pour l'équation (6.12), soit :

$$v_{p,i}(t + \Delta t) = \tilde{u}_i + [v_{p,i}(t) - \tilde{u}_i] \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_p}\right). \quad (6.13)$$

La nouvelle position de la particule est quant à elle prédite de la façon suivante :

$$x_{p,i}(t + \Delta t) = x_{p,i}(t) + \frac{\Delta t}{2} [v_{p,i}(t) + v_{p,i}(t + \Delta t)]. \quad (6.14)$$

Le pas de temps d'intégration est déterminé en fonction du temps de relaxation dynamique par l'expression suivante :  $\Delta t = \tau_p/5$ . La vitesse instantanée du fluide à la position des particules est obtenue en sommant la contribution moyenne provenant de la simulation R.A.N.S. et la contribution fluctuante générée avec l'équation stochastique type G.L.M. Afin d'obtenir la partie fluctuante, il est nécessaire d'intégrer temporellement l'équation (6.4). La démarche que nous avons suivie est la suivante :

1. En omettant le terme stochastique, nous résolvons le système d'équations suivant :

$$\frac{d\tilde{u}'_i}{dt} = \tilde{G}_{ij}^* \tilde{u}'_j. \quad (6.15)$$

La solution est :

$$\begin{aligned}\tilde{u}'_1(t) &= C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t), \\ \tilde{u}'_2(t) &= -\frac{C_1 \exp(\lambda_1 t)}{\tilde{G}_{12}^*} \left[ -\lambda_1 + \tilde{G}_{11}^* \right] + \frac{C_2 \exp(\lambda_2 t)}{\tilde{G}_{12}^*} \left[ -\lambda_1 + \tilde{G}_{22}^* \right], \\ \tilde{u}'_3(t) &= C_3 \exp(\tilde{G}_{33}^* t),\end{aligned}\tag{6.16}$$

où  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont des constantes d'intégration et  $\lambda_{1,2}$  sont donnés par :

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{1}{2} \left[ \tilde{G}_{11}^* + \tilde{G}_{22}^* - \sqrt{(\tilde{G}_{11}^* - \tilde{G}_{22}^*)^2 + 4\tilde{G}_{12}^* \tilde{G}_{21}^*} \right], \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2} \left[ \tilde{G}_{11}^* + \tilde{G}_{22}^* + \sqrt{(\tilde{G}_{11}^* - \tilde{G}_{22}^*)^2 + 4\tilde{G}_{12}^* \tilde{G}_{21}^*} \right].\end{aligned}\tag{6.17}$$

2. Ensuite, nous discrétisons en temps les solutions obtenues et nous rajoutons les termes stochastiques associés. Il vient alors :

$$\begin{aligned}\tilde{u}'_1(t + \Delta t) &= \tilde{u}'_1(t) \exp(\lambda_1 \Delta t) + C_2 [\exp(\lambda_2 \Delta t) - \exp(\lambda_1 \Delta t)] + B_{11}^* dW_1 + B_{12}^* dW_2, \\ \tilde{u}'_2(t + \Delta t) &= \tilde{u}'_2(t) \exp(\lambda_2 \Delta t) + \frac{C_1 \left( -\lambda_1 + \tilde{G}_{11}^* \right)}{\tilde{G}_{12}^*} [\exp(\lambda_2 \Delta t) - \exp(\lambda_1 \Delta t)] \\ &\quad + B_{21}^* dW_1 + B_{22}^* dW_2, \\ \tilde{u}'_3(t + \Delta t) &= \tilde{u}'_3(t) \exp(\tilde{G}_{33}^* \Delta t) + B_{33}^* dW_3.\end{aligned}\tag{6.18}$$

où  $C_1$  et  $C_2$  sont données par :

$$\begin{aligned}C_1 &= \frac{\tilde{u}'_1(t) \left( \lambda_1 - \tilde{G}_{22}^* \right) + \tilde{u}'_2(t) \tilde{G}_{12}^*}{\lambda_1 - \lambda_2}, \\ C_2 &= \frac{\tilde{u}'_1(t) \left( \lambda_1 - \tilde{G}_{11}^* \right) - \tilde{u}'_2(t) \tilde{G}_{12}^*}{\lambda_1 - \lambda_2}.\end{aligned}\tag{6.19}$$

Au cours de la simulation, une interpolation linéaire a été utilisée afin de déterminer les valeurs de  $\tilde{G}_{ij}^*$  et  $B_{ij}^*$  à la position des particules solides, tout en prenant garde à la symétrie ou l'anti-symétrie de ces grandeurs par rapport au centre du canal. Nous tenons à signaler que la première valeur obtenue pour  $\tilde{G}_{ij}^*$  et  $B_{ij}^*$  se situe à  $y^+ = 3.7$ . En deçà, elles sont inconnues, une extrapolation linéaire permet alors de les estimer.

### Caractéristiques de la simulation

En ce qui concerne la simulation R.A.N.S. du fluide porteur, le maillage est étiré dans la direction normale aux parois suivant une loi logarithmique. Le nombre de points de discrétisation dans cette même direction est  $N_y = 100$  et la hauteur de la cellule contiguë à la paroi est égale à 0.34 en unités de paroi.

Dans le but de comparer les résultats issus de la simulation R.A.N.S.-G.L.M. avec ceux provenant de la D.N.S., les caractéristiques de l'écoulement de gaz (dimensions du canal, nombre de Reynolds) ainsi que celles des particules sont identiques. Les valeurs de la masse volumique, du diamètre et du temps de relaxation des particules étudiées sont rappelées dans le tableau 6.1. Etant donné que nous n'utilisons pas de conditions périodiques pour la phase dispersée lors de la

Cas	$d_p$ ( $\mu\text{m}$ )	$d_p/\delta$	$\rho_p/\rho$	$\tau_p^+$
1	50	0.0005	4166	2
2	140	0.0014	4166	15.4
3	140	0.0014	7333	27.1

TABLEAU 6.1 – Caractéristiques de la phase dispersée.

simulation R.A.N.S.-G.L.M., nous devons fixer la longueur du canal. Celle-ci est de 2 m lors de toutes nos simulations. De plus, contrairement aux simulations D.N.S., les statistiques de la phase dispersée sont calculées à la section de sortie du canal en utilisant une moyenne pondérée par la vitesse instantanée longitudinale des particules. Le nombre de particules suivies est de 2 000 000 afin d'assurer une bonne convergence des statistiques de la phase dispersée. Les interactions entre les particules ainsi que l'influence de la phase dispersée sur le fluide porteur sont négligées.

### Vitesses moyennes du fluide et des particules

Afin de valider le simulation du fluide porteur par une méthode R.A.N.S., nous avons reporté sur la figure 6.4(a), la vitesse moyenne du fluide obtenue ainsi que celle issue de la D.N.S. Un très bon accord entre ces résultats peut être constaté sur l'ensemble du canal. Les valeurs des tensions

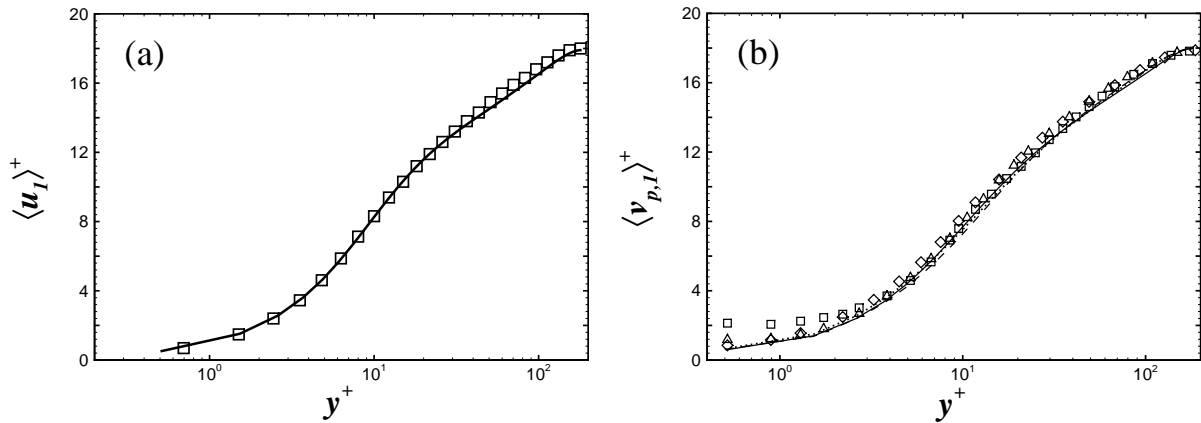


FIGURE 6.4 – (a) Vitesse moyenne du fluide :  $\square$ , R.A.N.S. ; —, D.N.S. (b) Vitesse moyenne longitudinale des particules. R.A.N.S.-G.L.M. :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . D.N.S. : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; - -,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

de Reynolds issues des simulations R.A.N.S. et D.N.S. ne seront pas comparées puisque la simulation du mouvement des particules solides n'implique pas directement la connaissance des ces

valeurs. C'est à dire que l'équation stochastique permettant de générer les fluctuations de vitesse du fluide à la position des particules solides n'est pas directement fonction des tensions de Reynolds.

Nous avons également reporté sur la figure 6.4(b), les vitesses moyennes longitudinales des particules issues des simulations R.A.N.S.-G.L.M. et D.N.S. Nous notons une bonne correspondance entre ces résultats, hormis pour les particules les moins inertes très près de la paroi ( $y^+ < 2$ ). En effet, la vitesse moyenne de ces particules provenant de la simulation R.A.N.S. est plus élevée que celle obtenue par D.N.S.

### Écarts types de la vitesse des particules et covariances fluide-particules

Nous avons tracé sur la figure 6.5 les écarts types des composantes de la vitesse des particules. Nous constatons que la prédiction de ces grandeurs par la simulation R.A.N.S.-G.L.M. est très bonne quelles que soient l'inertie des particules et la composante de la vitesse considérée. Toutefois, il est à noter que comme pour la vitesse moyenne, il existe de légères disparités en zone de très proche paroi. Nous pensons qu'elles sont principalement induites par l'utilisation d'une extrapolation linéaire pour déterminer les valeurs des composantes des tenseurs de dérive et de diffusion du fluide vu à la position des particules lorsque  $y^+ < 3.7$ .

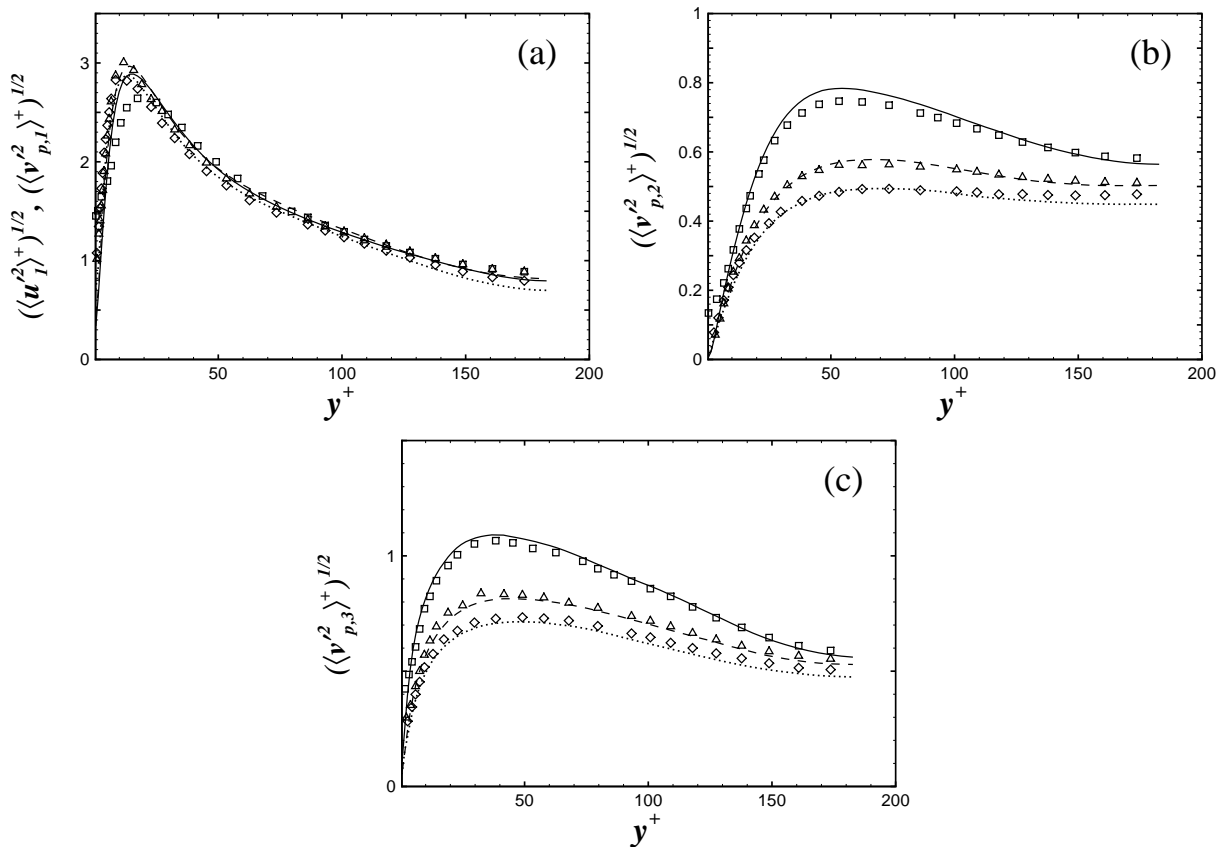


FIGURE 6.5 – Écarts types de la vitesse des particules. R.A.N.S. :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . D.N.S. : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

En ce qui concerne les covariances fluide-particules, représentées sur la figure 6.6, nous notons

également un bon accord entre les résultats issus de la simulation R.A.N.S.-G.L.M et ceux provenant de la D.N.S. Néanmoins, dans la direction longitudinale, les valeurs de la covariance fluide-particules obtenues par la simulation R.A.N.S.-G.L.M. sont plus faibles que celles issues de la D.N.S. pour les particules ayant la plus faible inertie lorsque  $y^+ < 30$ . A l'exception de cela, l'influence de l'inertie des particules sur ces grandeurs est bien reproduite.

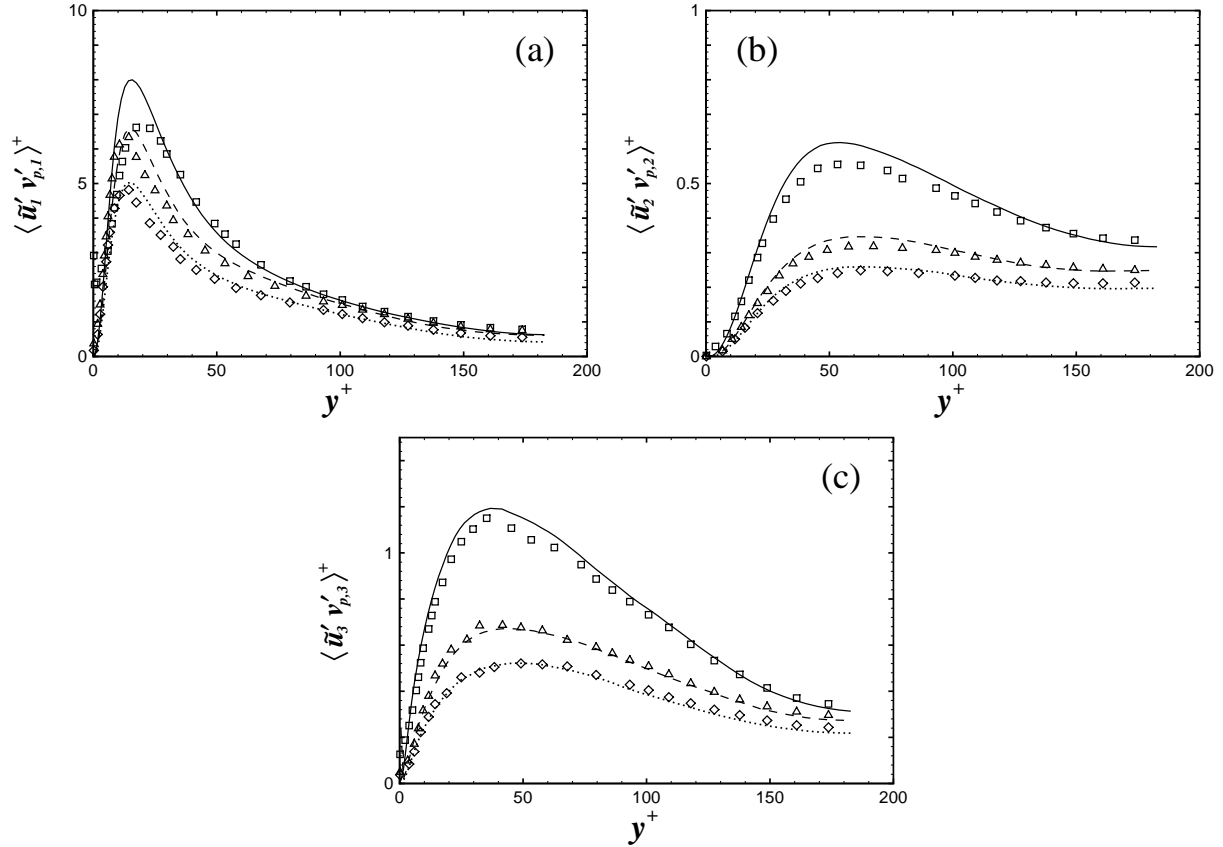


FIGURE 6.6 – Composantes diagonales de la covariance fluide-particules  $\langle \tilde{u}'_i v'_{p,i} \rangle$ . R.A.N.S. :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . D.N.S. : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; - - -,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

### Corrélations triples de la vitesse des particules

Nous nous sommes également intéressés à la prédiction des corrélations triples de la vitesse des particules par la simulation R.A.N.S.-G.L.M. Cinq de ces corrélations sont présentées sur la figure 6.7. Les résultats obtenus pour ce moment statistique d'ordre supérieur de la vitesse de la phase dispersée sont particulièrement intéressants. Nous observons que qualitativement l'ensemble des composantes présentées sont correctement prédites par la simulation R.A.N.S.-G.L.M. Quantitativement, la qualité des résultats obtenus dépend de la composante considérée. Les valeurs pour la composante faisant intervenir uniquement les fluctuations de vitesse longitudinale sont en parfait accord avec celles issues de la D.N.S, et cela, quelle que soit l'inertie des particules. En revanche, pour les autres composantes, les valeurs provenant de la simulation R.A.N.S.-G.L.M. peuvent différer fortement de celles obtenues par D.N.S. Cela est d'autant plus vrai que l'inertie des particules solides est faible.



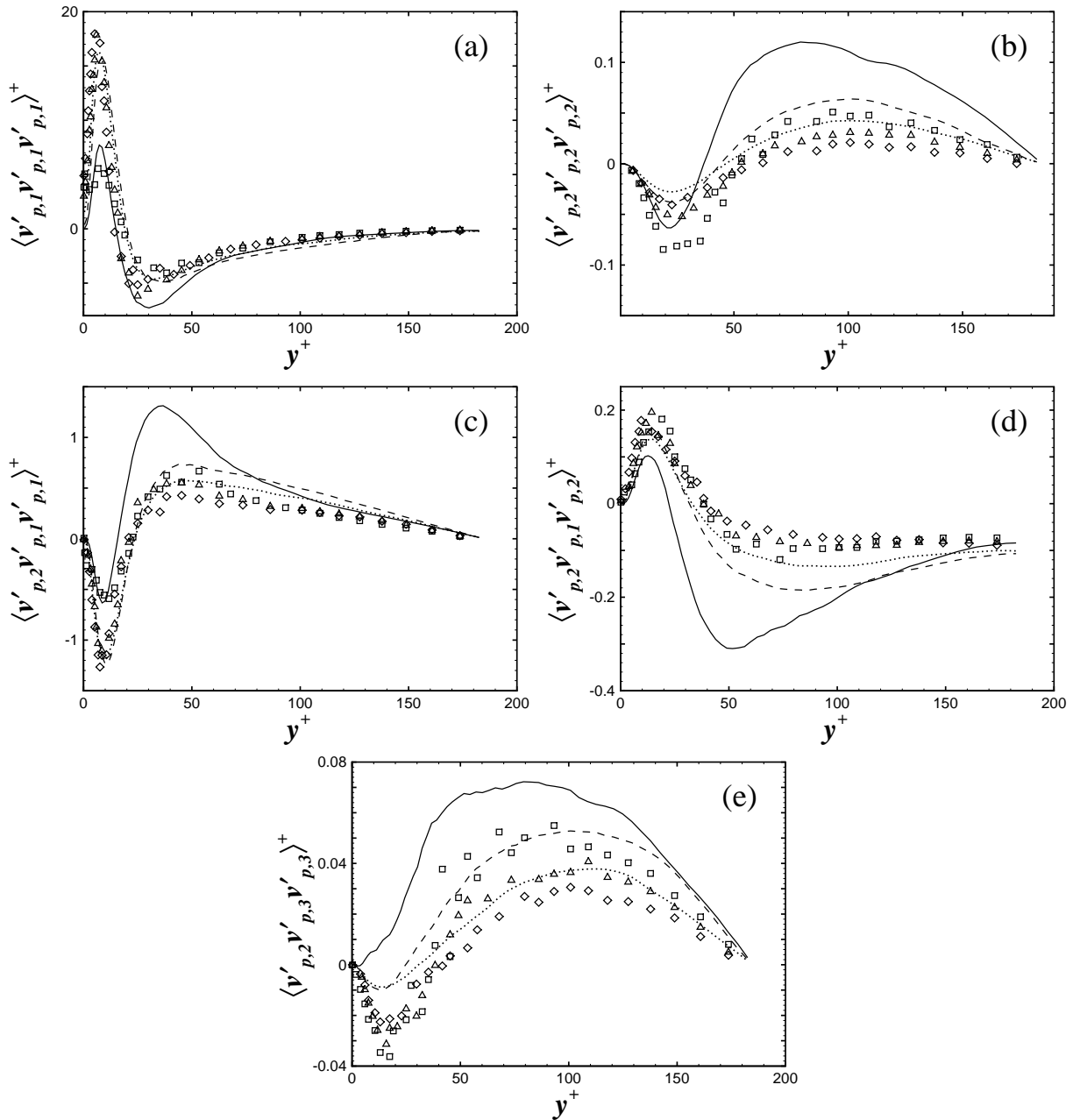


FIGURE 6.7 – Corrélations triples de la vitesse des particules. R.A.N.S. :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . D.N.S. : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

## Concentration

Nous avons représenté sur la figure 6.8(a), les profils de la concentration moyenne à travers le canal que nous avons obtenus par la simulation R.A.N.S.-G.L.M. à la section de sortie du canal. A titre de comparaison qualitative, les profils provenant de la D.N.S., obtenus à  $t^+ = 1600$ , sont tracés sur la figure 6.8(b). Nous observons une forte similitude entre les profils obtenus par ces deux types de simulations. Nous pouvons remarquer qu'il existe un maximum de la concentration en proche paroi qui est plus important pour les particules ayant une forte inertie. De plus, les ordres

de grandeurs sont sensiblement identiques. Au vu des profils de la vitesse moyenne des particules normale aux parois [cf. figures 6.8(c) et (d)], il est bien évident que la phase dispersée n'a pas atteint un régime établi lors du calcul de la concentration en particules puisque cette vitesse moyenne n'est pas nulle que ce soit pour la simulation R.A.N.S.-G.L.M. ou D.N.S.. Dans le but de pouvoir comparer quantitativement la concentration en particules, il nous sera nécessaire d'effectuer ces simulations jusqu'à l'établissement de la phase dispersée.

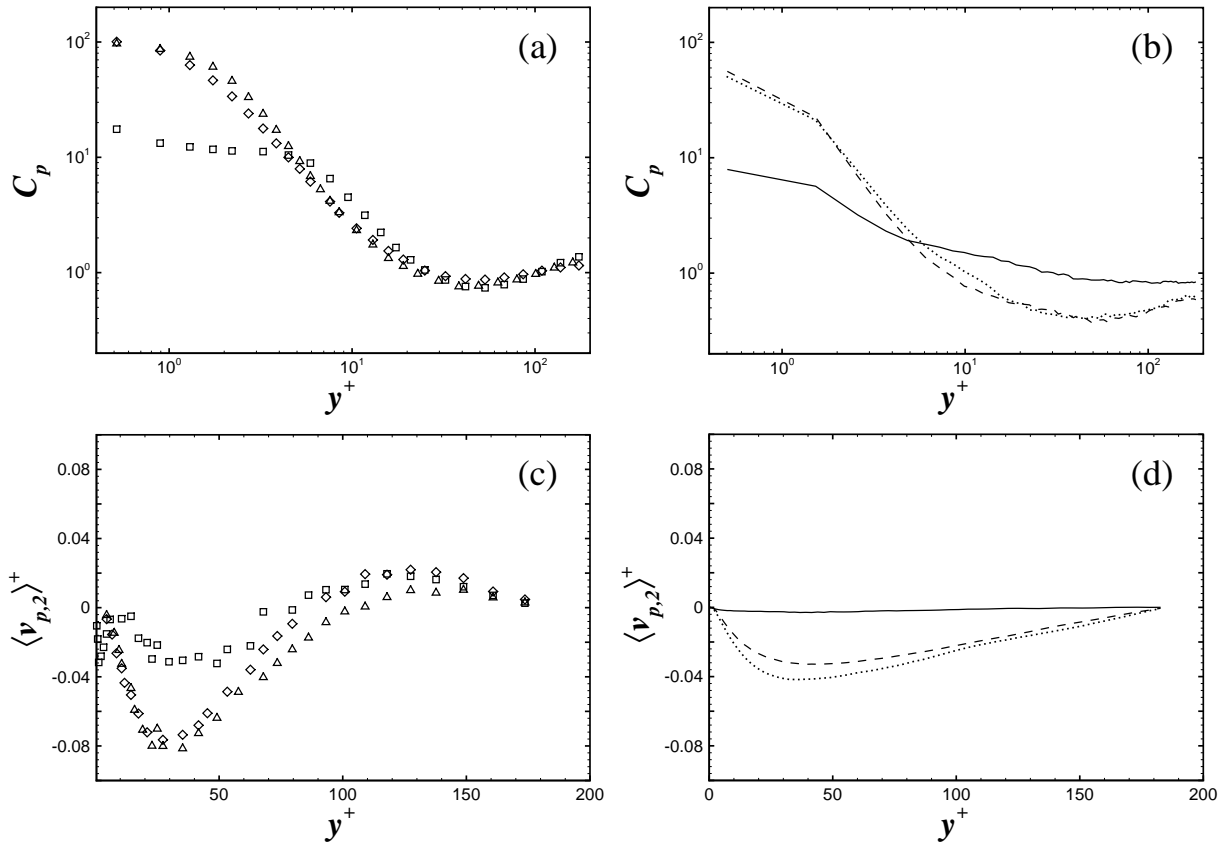


FIGURE 6.8 – (a) et (b) Concentration en particules. (c) et (d) Vitesse moyenne normale aux parois des particules. R.A.N.S.-G.L.M. (a) et (c) :  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 2$ ;  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\diamond$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ . D.N.S. (b) et (d) : —,  $\tau_p^+ = 2$ ; --,  $\tau_p^+ = 15.4$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 27.1$ .

## Conclusion

De ce test a posteriori, nous pouvons en conclure que la génération des fluctuations de vitesse du fluide à la position des particules par l'équation stochastique (6.4) permet de modéliser très correctement les caractéristiques dynamiques d'une phase dispersée au sein d'un écoulement turbulent non homogène. La bonne adéquation entre les résultats issus de la modélisation R.A.N.S.-G.L.M. et de la D.N.S. a été observée pour les moments statistiques de la vitesse des particules d'ordre 1 à 3, ainsi que pour la concentration en particules. Toutefois, pour parfaire ce test, il nous faudra reconduire ces simulations jusqu'à l'établissement de la phase dispersée. Cela permettra d'effectuer une comparaison de résultats qui auront été obtenus dans des conditions similaires lors de ces deux simulations. Enfin, nous tenons à préciser que la qualité des résultats obtenus par la simulation

R.A.N.S.-G.L.M. est en grande partie due à notre façon de déterminer les paramètres de l'équation stochastique. Par conséquent, l'utilisation d'une simulation R.A.N.S.-G.L.M. analogue à la nôtre peut s'avérer difficile puisqu'il est nécessaire de connaître au préalable les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu, les tensions de Reynolds du fluide vu pouvant être assimilées aux tensions de Reynolds du fluide.

Pour clore ce chapitre, nous voulons présenter une seconde méthode de détermination des valeurs des composantes du tenseur de dérive du fluide vu. Elle présente deux avantages : (i) il n'est pas nécessaire de supposer la turbulence localement homogène ; (ii) elle ne fait pas intervenir les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu qui sont des grandeurs difficiles à modéliser.

## 6.3 Seconde méthode d'identification de $G_{ij}^*$

### 6.3.1 Equation de transport des covariances fluide-particules

Avant de présenter l'équation de transport des covariances fluide-particules obtenue lors de la modélisation euléro-eulérienne d'un écoulement diphasique gaz-solide, nous tenons à rappeler quelques spécificités de cette approche. Pour ce faire, nous nous placerons dans le cadre des méthodes P.D.F.<sup>2</sup> (Simonin, 2000; Pope, 2000). En se limitant au cas d'un écoulement diphasique isotherme sans transfert de masse interphase, nous pouvons tout d'abord définir la fonction de distribution  $f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t)$ , telle que  $f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) d\mathbf{c}_p d\mathbf{x}$  soit le nombre probable de particules solides se situant dans le volume  $[\mathbf{x} + d\mathbf{x}]$  avec une vitesse comprise entre  $[\mathbf{c}_p + d\mathbf{c}_p]$  à l'instant  $t$ . Les composantes de  $\mathbf{c}_p = (c_{p,1}, c_{p,2}, c_{p,3})$  sont des variables indépendantes de l'espace échantillon de la vitesse des particules. Après avoir établi son équation d'évolution (Simonin, 2000), les lois de conservation de n'importe quelle grandeur moyenne  $\langle \phi \rangle_p$  peuvent être dérivées. Il est à noter que  $\langle \cdot \rangle_p$  est un opérateur de moyenne de phase qui est défini par :

$$\langle \phi \rangle_p = \frac{1}{n_p(\mathbf{x}, t)} \iiint \phi f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) dc_{p,1} dc_{p,2} dc_{p,3}, \quad (6.20)$$

où  $n_p(\mathbf{x}, t)$  correspond au nombre de particules par unité de volume, soit :

$$n_p(\mathbf{x}, t) = \iiint f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) dc_{p,1} dc_{p,2} dc_{p,3}. \quad (6.21)$$

En outre, en introduisant une fonction de densité jointe fluide-particules,  $f_{fp}(\mathbf{c}_f, \mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t)$ , il est également possible de déterminer les équations de transport des grandeurs moyennes faisant intervenir la vitesse du fluide vu (c-à-d vitesse de dérive, covariances fluide-particules, etc.). De plus amples détails concernant ces méthodes pourront être trouvés dans Simonin (2000).

Pour cette étude, nous nous intéresserons plus particulièrement à l'équation de transport modélisée des covariances fluide-particules issue de l'approche euléro-eulérienne. La modélisation de cette équation consiste en l'introduction du modèle stochastique pour la variation de la vitesse du fluide vu le long de la trajectoire d'une particule solide, proposée par Simonin *et al.* (1993) dans l'équation de transport exacte des covariances fluide-particules. L'équation modélisée a la forme

---

<sup>2</sup>Probability Density Function.

suivante (Simonin, Deutsch et Minier, 1992) :

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{\partial}{\partial t} \cdot + \langle v_{p,k} \rangle_p \frac{\partial}{\partial x_k} \cdot \right) \langle \tilde{u}_i'' v'_{p,j} \rangle_p &= -\frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial}{\partial x_k} \alpha_p \langle \tilde{u}_i'' v'_{p,j} v'_{p,k} \rangle_p \\
 &- \langle \tilde{u}_i'' v'_{p,k} \rangle_p \frac{\partial \langle v_{p,j} \rangle_p}{\partial x_k} - \langle \tilde{u}_k'' v'_{p,j} \rangle_p \frac{\partial \langle u_i \rangle_f}{\partial x_k} \\
 &- \langle v'_{p,j} v'_{p,k} \rangle_p \frac{\partial V_{d,i}}{\partial x_k} - \frac{1}{\tilde{\tau}_p} \left( \langle \tilde{u}_i'' v'_{p,j} \rangle_p - \langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' \rangle_p \right) \\
 &+ G_{ik}^* \langle \tilde{u}_k'' v'_{p,j} \rangle_p, \tag{6.22}
 \end{aligned}$$

où  $\tilde{u}_i'' = \tilde{u} - \langle \tilde{u}_i \rangle_p$ ,  $\alpha_p = n_p m_p / \rho_p$  représente la fraction volumique locale de la phase dispersée et  $\tilde{\tau}_p$  est le temps de relaxation moyen des particules. Ce temps moyen permet d'approcher la force de traînée moyenne en la supposant égale au produit de la vitesse relative moyenne par la moyenne de l'inverse du temps de relaxation. Les différents termes du membre de droite représentent le transport de la covariance par les fluctuations de vitesse des particules, les trois suivants sont des termes de production, le cinquième est le terme d'échange traduisant l'interaction entre les deux phases, et enfin le dernier terme reflète les effets de la viscosité, de la corrélation pression-déformation et du croisement de trajectoires.

Avant de pouvoir utiliser cette équation de transport pour déterminer les valeurs de  $G_{ik}^*$ , il nous faut considérer que  $\tilde{u}_i'' \approx \tilde{u}'_i$ , ce qui revient à négliger la vitesse de dérive. Cette simplification nous permettra notamment d'utiliser des données que nous avons déjà obtenues par D.N.S. Il est à noter que pour la première méthode de détermination des valeurs de  $G_{ij}^*$ , cette simplification a été également effectuée.

#### 6.3.2 Détermination des $G_{ij}^*$

En considérant que la phase dispersée a atteint un régime établi, l'équation de transport des covariances fluide-particules se réduit à :

$$G_{ik}^* \langle \tilde{u}'_k v'_{p,j} \rangle_p = D_{ij}^{fp} + P_{ij}^{fp} + \Pi_{ij}^{fp}, \tag{6.23}$$

avec

$$\begin{aligned}
 D_{ij}^{fp} &= -\frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial}{\partial x_k} \alpha_p \langle \tilde{u}'_i v'_{p,j} v'_{p,k} \rangle_p, \\
 P_{ij}^{fp} &= -\langle \tilde{u}'_i v'_{p,k} \rangle_p \frac{\partial \langle v_{p,j} \rangle_p}{\partial x_k} - \langle \tilde{u}'_k v'_{p,j} \rangle_p \frac{\partial \langle u_i \rangle_f}{\partial x_k}, \\
 \Pi_{ij}^{fp} &= -\frac{1}{\tilde{\tau}_p} \left( \langle \tilde{u}'_i v'_{p,j} \rangle_p - \langle \tilde{u}'_i \tilde{u}'_j \rangle_p \right). \tag{6.24}
 \end{aligned}$$

Il est donc possible d'exprimer les coefficients  $G_{ij}^*$  en fonction des autres termes, puisque l'équation de transport des covariances peut se mettre sous la forme d'un système d'équations linéaires. Le système est composé de 5 équations, et sachant que 5 des termes de  $G_{ij}^*$  sont non nuls, le système est fermé.

Les composantes du tenseur  $G_{ij}^*$  qui forment la solution du système d'équations précédent sont déterminées par simple multiplication du membre de droite de l'équation (6.23) par l'inverse du

tenseur des covariances fluide-particules. Il en résulte que :

$$\begin{aligned} G_{11}^* &= \Gamma \left[ \left( D_{11}^{fp} + P_{11}^{fp} + \Pi_{11}^{fp} \right) \langle \tilde{u}'_2 v'_{p,2} \rangle_p - \left( D_{12}^{fp} + \Pi_{12}^{fp} \right) \langle \tilde{u}'_2 v'_{p,1} \rangle_p \right], \\ G_{12}^* &= \Gamma \left[ - \left( D_{11}^{fp} + P_{11}^{fp} + \Pi_{11}^{fp} \right) \langle \tilde{u}'_1 v'_{p,2} \rangle_p + \left( D_{12}^{fp} + \Pi_{12}^{fp} \right) \langle \tilde{u}'_1 v'_{p,1} \rangle_p \right], \\ G_{13}^* &= 0, \end{aligned} \quad (6.25)$$

pour la première ligne des composantes, et

$$\begin{aligned} G_{21}^* &= \Gamma \left[ \left( D_{21}^{fp} + P_{21}^{fp} + \Pi_{21}^{fp} \right) \langle \tilde{u}'_2 v'_{p,2} \rangle_p - \left( D_{22}^{fp} + \Pi_{22}^{fp} \right) \langle \tilde{u}'_2 v'_{p,1} \rangle_p \right], \\ G_{22}^* &= \Gamma \left[ - \left( D_{21}^{fp} + P_{21}^{fp} + \Pi_{21}^{fp} \right) \langle \tilde{u}'_1 v'_{p,2} \rangle_p + \left( D_{22}^{fp} + \Pi_{22}^{fp} \right) \langle \tilde{u}'_1 v'_{p,1} \rangle_p \right], \\ G_{23}^* &= 0, \end{aligned} \quad (6.26)$$

pour la seconde ligne, et enfin

$$\begin{aligned} G_{31}^* &= 0, \\ G_{32}^* &= 0, \\ G_{33}^* &= \frac{1}{\langle \tilde{u}'_3 v'_{p,3} \rangle_p} \left( D_{33}^{fp} + \Pi_{33}^{fp} \right), \end{aligned} \quad (6.27)$$

pour la troisième ligne. Le facteur multiplicatif  $\Gamma$  est quant à lui égal à :

$$\Gamma = \frac{1}{\langle \tilde{u}'_1 v'_{p,1} \rangle_p \langle \tilde{u}'_2 v'_{p,2} \rangle_p - \langle \tilde{u}'_1 v'_{p,2} \rangle_p \langle \tilde{u}'_2 v'_{p,1} \rangle_p}. \quad (6.28)$$

Cette seconde méthode a l'avantage de ne pas nécessiter d'autres hypothèses que de considérer la vitesse de dérive nulle. Grâce à cette méthode, les valeurs des composantes de  $G_{ij}^*$  ont pu être exprimées en fonction des statistiques des vitesses des deux phases et du fluide vu. Nous avons en notre possession toutes ces statistiques, cependant, le calcul n'a pas abouti faute de temps. Une fois qu'il sera effectué, nous comparerons les valeurs obtenues avec les données issues de la précédente méthode. Ensuite, nous les introduirons dans la modélisation euléro-lagrangienne de notre écoulement gaz-solide et les résultats seront comparés à ceux provenant de la D.N.S. De cette comparaison, nous pourrions en déduire laquelle de ces méthodes conduit à la meilleure estimation du tenseur de dérive du fluide vu. Nous tenons à préciser que pour cette modélisation, il nous faudra spécifier les valeurs de  $B_{ij}^*$ . Etant donné que la méthode d'identification que nous venons d'exposer ne permet pas d'accéder à ces grandeurs, nous pensons les estimer avec l'expression (6.10) qui a été établi à partir de l'équation de transport des tensions de Reynolds du fluide vu (cf. §6.2.1). Par conséquent, cela nous obligera à supposer l'écoulement turbulent localement homogène.

# Les points clés de cette partie

Au sein du premier chapitre intitulé « **Fluide pur** », les points importants suivants ont été présentés :

- ▷ l'extension et le test du modèle proposé par Oesterlé et Zaichik (2004). Bien que des améliorations soient encore nécessaires, il représente actuellement la meilleure alternative pour prédire les échelles lagrangiennes de la vitesse du fluide ;
- ▷ l'identification grâce à la D.N.S. des valeurs des composantes des tenseurs de dérive ( $G_{ij}$ ) et de diffusion ( $B_{ij}$ ) qui interviennent dans l'équation stochastique du G.L.M. Sous l'hypothèse d'homogénéité locale, nous avons mis en évidence l'anisotropie de ces tenseurs ;
- ▷ l'application des modèles S.L.M. et L.I.P.M. pour  $G_{ij}$  en turbulence non homogène. Ces modèles ne permettent pas de prédire convenablement la décorrélation temporelle de la vitesse du fluide en turbulence de canal.

Dans le second chapitre intitulé « **Fluide vu par les particules** », les points importants sont :

- ▷ l'identification des termes de dérive et de diffusion du fluide vu par les particules solides ( $G_{ij}^*$  et  $B_{ij}^*$ ) intervenant dans une équation stochastique analogue à celle du G.L.M. En apesanteur,  $G_{ij}^*$  et  $B_{ij}^*$  sont anisotropes et les valeurs de leurs composantes peuvent varier fortement selon l'inertie des particules ;
- ▷ la modélisation d'un écoulement gaz-solide de canal par une méthode R.A.N.S.-G.L.M. Les résultats obtenus pour les moments statistiques d'ordre 1 à 3 de la vitesse de la phase dispersée se sont avérés être en bon accord avec ceux issus de la D.N.S. de ce même écoulement, et cela, quelle que soit l'inertie des particules étudiées ;
- ▷ présentation d'une autre méthode d'identification des composantes de  $G_{ij}^*$  à partir de l'équation de transport modélisée des covariances fluide-particules proposée par Simonin *et al.* (1993).



*Quatrième partie*

---

**Introduction du transfert de chaleur en  
écoulement vertical descendant**

---





# Chapitre 7

## Simulation du transfert de chaleur au sein du fluide porteur

Au sein de la précédente partie, nous avons étudié le comportement de la phase dispersée avec ou sans la force de pesanteur. Nous nous sommes intéressés aussi bien à la dynamique de la phase dispersée qu'aux caractéristiques du fluide vu le long des trajectoires des particules solides. Nous avons ensuite mis l'outil de simulation numérique au service de la modélisation stochastique lagrangienne des fluctuations de vitesse d'une particule fluide. Afin de compléter ce travail qui a porté jusqu'à maintenant sur les propriétés dynamiques de l'écoulement, nous proposons d'étudier l'écoulement gaz-solide en présence d'un champ de température non uniforme. En se référant aux travaux présents dans la littérature, nous constatons qu'il existe quelques études par D.N.S. d'un tel écoulement en turbulence isotrope décroissante (Sato, Deutsch et Simonin, 1998) et stationnaire (Sato *et al.*, 1998; Jaber, 1998) et en turbulence homogène cisailée (Shotorban, Mashayek et Pandya, 2003). Néanmoins, à notre connaissance, il n'existe pas d'étude par D.N.S. d'un tel écoulement en turbulence non homogène. Cela pourrait pourtant permettre d'extraire des informations qui sont primordiales pour les modélisations euléro-eulérienne ou euléro-lagrangienne d'un tel écoulement. En effet, dans ce type d'approche, il est nécessaire de caractériser la décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu le long des trajectoires de particules solides. Pour ce faire, une échelle temporelle représentant cette dernière caractéristique doit être spécifiée. Cependant, compte tenu du fait qu'elle est peu connue car peu étudiée, elle est généralement soit supposée égale à l'échelle lagrangienne de décorrélation de la vitesse du fluide vu (Zaichik, 1999; Moissette *et al.*, 2001), soit considérée comme un paramètre permettant d'ajuster les résultats de telle manière à ce qu'ils soient en bon accord avec ceux issus d'une D.N.S. (Gao et Mashayek, 2004). Dans ce contexte, il nous a semblé important d'étudier l'écoulement diphasique en présence d'un champ de température non uniforme grâce à la D.N.S. afin d'extraire certaines grandeurs caractérisant la température du fluide vu en écoulement turbulent non homogène.

Dans ce premier chapitre, nous présentons la simulation numérique directe du transfert de chaleur au sein du fluide porteur. Nous débuterons par une description du problème et de l'équation régissant le transfert de la chaleur au sein de l'écoulement. Après un rappel bibliographique des études numériques sur le transfert de chaleur au sein d'un écoulement de canal, les méthodes numériques ainsi que les caractéristiques des simulations seront brièvement décrites. Les résultats obtenus seront ensuite présentés et comparés à ceux provenant d'autres simulations numériques directes. Enfin, nous compléterons ce chapitre avec la présentation des échelles lagrangiennes caractérisant

la décorrélation des fluctuations de la température du fluide.

## 7.1 Présentation du problème

Le transfert de chaleur au sein de l'écoulement de canal est étudié en considérant que la température est un scalaire passif, c'est-à-dire que les propriétés du fluide ne sont en aucun cas altérées par la température. Cela revient donc à étudier le transport de n'importe quel scalaire passif. Le transport de la température par le phénomène de convection forcée est décrit par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_i}, \quad (7.1)$$

où  $\theta$  est la température et  $\alpha$  représente la diffusivité thermique du fluide porteur, supposée constante. A cette équation de transport, il nous faut y adjoindre les conditions aux limites. Pour les conditions pariétales, il existe deux possibilités, soit un flux de chaleur est imposé aux parois, soit c'est une différence de température constante qui est imposée. Le cas où une différence de température entre les parois est imposée a été préféré pour plusieurs raisons. Premièrement, il existe dans la littérature plusieurs simulations numériques avec températures imposées aux parois réalisées pour des nombres de Reynolds comparables au notre. De plus, imposer un flux de chaleur nécessite de modifier l'équation de transport d'un scalaire passif afin d'obtenir un profil de température établi, ce qui n'est pas le cas lorsqu'une différence de température constante est imposée.

Par conséquent, pour les conditions pariétales, nous avons :

$$\theta(x, -\delta, z, t) = \theta_{inf}, \quad \theta(x, \delta, z, t) = \theta_{sup}, \quad (7.2)$$

auxquelles nous ajoutons celles liées à la périodicité de l'écoulement dans les directions statistiquement homogènes :

$$\begin{aligned} \theta(\mathbf{x} + L_x \cdot \mathbf{e}_x, t) &= \theta(\mathbf{x}, t), \\ \theta(\mathbf{x} + L_z \cdot \mathbf{e}_z, t) &= \theta(\mathbf{x}, t). \end{aligned} \quad (7.3)$$

En adimensionnant les variables, à partir des grandeurs macroscopiques caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur, de la manière suivante :

$$\mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U_b}, \quad \mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{\delta}, \quad t^* = \frac{t U_b}{\delta}, \quad \text{et } \theta^* = \frac{\theta - \theta_{inf}}{\theta_{sup} - \theta_{inf}}, \quad (7.4)$$

l'équation sans dimension décrivant le transfert de la chaleur au sein de l'écoulement s'écrit alors :

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + u_i^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x_i^*} = \frac{1}{Re_b Pr} \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x_i^* \partial x_i^*}, \quad (7.5)$$

où  $Pr = \nu/\alpha$  est le nombre de Prandtl. Il représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité thermique. Dans le reste du document l'exposant « \* » sera omis afin d'alléger l'écriture. Les simulations numériques ont été effectuées pour  $Re_b = 2800$  et  $Pr = 0.71$  afin de pouvoir comparer nos résultats à ceux issus de la littérature. Il est à noter que si le scalaire passif étudié avait été la concentration massique d'une espèce quelconque, le nombre de Prandtl aurait été remplacé par le nombre de Schmidt ( $Sc$ ) qui représente, quant à lui, le rapport entre la

viscosité cinématique et le coefficient de diffusion de masse. Cette analogie entre les transferts de chaleur et de masse sera quelque fois invoquée par la suite afin de comparer certains de nos résultats avec d'autres provenant d'études numériques ou expérimentales portant sur le transfert de masse.

## 7.2 Méthodes numériques et caractéristiques des simulations

### 7.2.1 Discrétisations spatiale et temporelle

Nous avons intégré au code de calcul la résolution de l'équation du transport de la température en utilisant les mêmes schémas numériques que ceux permettant de résoudre directement les équations de Navier-Stokes. L'avancement temporel de l'équation de convection-diffusion (7.5) est réalisé à partir du schéma de type Runge-Kutta à trois sous-pas de temps pour les termes convectifs, alors que les termes diffusifs sont traités par un schéma de Crank-Nicolson. La température est discrétisée au centre des cellules, et les dérivées spatiales sont calculées à partir de schémas aux différences finies centrées du second ordre.

### 7.2.2 Caractéristiques des simulations

L'étude numérique du transfert de chaleur au sein de l'écoulement de canal turbulent a été réalisée pour trois résolutions spatiales différentes afin de déterminer laquelle permet d'obtenir la meilleure précision. Les caractéristiques de ces trois simulations sont reportées dans le tableau 7.1. Les caractéristiques de la simulation 1 sont celles utilisées précédemment pour la validation de la simulation de la phase porteuse. Pour la simulation 2, le nombre de points de discrétisation a été augmenté dans les directions longitudinale et normale aux parois. Enfin, pour la simulation 3, nous avons augmenté le nombre de points de discrétisation uniquement dans la direction normale aux parois, la longueur du domaine a été diminuée, et l'étirement du maillage dans cette même direction a été généré par une fonction différente de celle utilisée pour les simulations 1 et 2. Pour les simulations 1 et 2, la fonction (A.9) est utilisée pour générer le maillage, alors que pour la simulation 3, il a été généré à partir de la fonction (4.3). Nous tenons à préciser que les caractéristiques de la simulation 3 sont identiques à celles de la simulation que nous avons présentée et utilisée lors de l'étude de l'écoulement gaz-solide dans le canal vertical descendant (cf. §4.2).

	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3
$L_x, L_y, L_z$	$2.5\pi\delta, 2\delta, 1.5\pi\delta$	$2.5\pi\delta, 2\delta, 1.5\pi\delta$	$2\pi\delta, 2\delta, 1.5\pi\delta$
$N_x, N_y, N_z$	192, 129, 160	256, 151, 160	192, 151, 160
$L_x^+, L_y^+, L_z^+$	1452, 370, 872	1452, 370, 872	1162, 370, 872
$\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$	7.6, [1,4.6], 5.4	5.7, [0.86,3.9], 5.4	6, [0.35,5.2], 5.4
$\Delta t^+$	$\approx 0.08$	$\approx 0.06$	$\approx 0.03$

TABLEAU 7.1 – Caractéristiques des trois simulations effectuées pour  $Re_\tau \approx 185$  et  $Pr = 0.71$ .

Une des restrictions principales de la simulation du transfert de chaleur au sein d'un écoulement turbulent par D.N.S. est que le nombre de Prandtl doit être suffisamment faible afin de pouvoir résoudre convenablement les plus petites échelles des fluctuations de température. D'après Monin et Yaglom (1975) et Batchelor (1959), la plus petite échelle spatiale caractérisant la température,  $\eta_\theta$ , lorsque la viscosité cinématique est plus faible que la diffusivité thermique, soit pour  $Pr < 1$ , est donnée par la relation suivante :

$$\eta_\theta \sim \eta_k \left( \frac{1}{Pr} \right)^{3/4}, \quad (7.6)$$

alors que dans le cas contraire, c'est-à-dire pour  $Pr > 1$  :

$$\eta_\theta \sim \eta_k \left( \frac{1}{Pr} \right)^{1/2}. \quad (7.7)$$

Etant donné que le nombre de Prandtl que nous étudions est égal à 0.71, nous en déduisons que  $\eta_\theta \sim 1.3\eta_k$ . Par conséquent, les résolutions spatiales de nos simulations numériques sont suffisantes afin de représenter correctement les micro-échelles de la température. De plus, Na, Papavasiliou et Hanratty (1999) ont montré que la contrainte imposée par la relation (7.7) est trop stricte, et que l'étude du transfert de chaleur pour des nombres de Prandtl légèrement supérieurs à l'unité requiert principalement une augmentation de la résolution spatiale dans la direction normale aux parois.

Au-delà du problème de représentation des micro-échelles de la température, l'utilisation de méthodes aux différences finies nous oblige également à limiter la valeur du nombre de Prandtl puisque des problèmes de stabilité numérique peuvent apparaître pour de fortes valeurs de ce nombre, ou plus précisément du nombre de Péclet de maille. L'étude de Kawamura, Ohsaka, Abe et Yamamoto (1998) à  $Re_\tau = 180$  et  $Pr = 0.71$ , nous laisse à penser que ces problèmes ne devraient pas survenir dans nos simulations, puisqu'en ayant une résolution spatiale moins bonne que la nôtre, ils ont obtenu des résultats en bon accord avec ceux issus d'une D.N.S. utilisant des méthodes pseudo-spectrales.

Enfin, nous tenons à préciser que lors de toutes nos simulations, le nombre de C.F.L. a été fixé à une valeur inférieure ou égale à 0.5. La valeur approximative du pas de temps résultant de ce nombre de C.F.L. est reportée dans le tableau 7.1 pour chacune des simulations que nous avons effectuées.

### 7.3 Les travaux numériques de références

La première étude numérique directe significative du transfert de chaleur au sein d'un écoulement de canal turbulent a été réalisée à la fin des années 80 par Kim et Moin (1989). Cette simulation par D.N.S. a été effectuée à partir du code de calcul qui leur a permis, peu avant, d'étudier statistiquement l'écoulement turbulent de canal (Kim *et al.*, 1987). Les résultats présentés par Kim et Moin (1989) correspondent à deux configurations distinctes : la première est assez particulière puisqu'ils ont considéré le cas d'une source de chaleur uniforme située dans le canal avec des parois à une température identique et constante ; la seconde, plus courante, correspond au cas où il existe une différence de température constante entre les deux parois. Pour ces deux configurations, ils ont étudié le transfert de chaleur à un nombre de Reynolds  $Re_\tau = 180$  pour des nombres

de Prandtl de 0.1, 0.71 et 2. Ils ont notamment remarqué à partir de statistiques eulériennes, pour les nombres de Prandtl les plus élevés, qu'il existe une forte corrélation entre les fluctuations de températures et les fluctuations longitudinales de la vitesse du fluide, qui est maximale en proche paroi. Cette forte corrélation a été également mise en évidence par une étude visuelle des champs fluctuants de la température et de la vitesse longitudinale, puisqu'ils ont constaté qu'il y existe de longues stries de fluide caractérisées par des fluctuations de températures négatives ou positives qui correspondent presque parfaitement aux longues stries de fluide caractérisées par des fluctuations de vitesse longitudinales négatives ou positives. Enfin, cela a été confirmé quantitativement, puisqu'ils ont montré que les corrélations spatiales des fluctuations de la température et de la vitesse longitudinale sont identiques en proche paroi. Un peu plus tard, Lyons, Hanratty et McLaughlin (1991) ont étudié par D.N.S. le transfert de chaleur pour des nombres de Reynolds et de Prandtl de  $Re_\tau = 150$  et  $Pr = 1$ . Pour leur simulation, une différence de température constante a été imposée. Ils ont notamment montré qu'il existe un équilibre entre la production et la dissipation des fluctuations de température pour  $y^+ \gtrsim 30$ . Cette zone a été aussi observée par Kasagi, Tomita et Kuroda (1992) et Kasagi et Ohtsubo (1993) pour un nombre de Reynolds identique, des nombres de Prandtl de 0.025 et 0.71, et lorsque ce sont des flux de chaleur qui sont imposés aux parois. Néanmoins, l'étendue de la zone d'équilibre est plus petite que lorsqu'une différence constante de température entre les parois est imposée. Il est à noter que ces derniers auteurs ont également calculé les différentes contributions intervenant dans les équations de transport des flux de chaleur turbulents et du taux de dissipation de la variance de la température. L'étude du transfert de chaleur, ou plus généralement d'un scalaire passif, a été jusque là contrainte à des valeurs du nombre de Prandtl ou de Schmidt de l'ordre de l'unité. Calmet et Magnaudet (1997) ont élargi le domaine d'étude à partir de la simulation par L.E.S. du transfert de masse au sein d'un canal. Grâce à un modèle de sous-maille approprié, ils ont étudié le transfert de masse à  $Re_\tau = 640$  et pour des nombres de Schmidt compris entre 1 et 200. Les valeurs du coefficient de transfert de masse et de la taille de sous-couche convective obtenues par leur simulation se sont avérées être en bon accord avec diverses mesures expérimentales. Cette validation montre que la simulation numérique par L.E.S. permet l'étude du transfert de masse (resp. chaleur) à de grands nombres de Schmidt (resp. Prandtl), ce qui n'est pas réalisable par D.N.S. Ces dernières années, certains groupes de recherche ont tout de même pu étudier par D.N.S. le transfert de chaleur pour des nombres de Prandtl de l'ordre de 5. Parmi ces groupes de recherche, nous tenons à citer celui qui est un des plus actifs en ce qui concerne l'étude du transfert de chaleur au sein d'un écoulement de canal turbulent par D.N.S. Ce groupe de recherche est dirigé par H. Kawamura, ils ont étudié le transfert de chaleur pour des nombres de Reynolds compris entre  $Re_\tau \in [180, 1020]$  et des nombres de Prandtl  $Pr \in [0.025, 5]$  (Kawamura, Abe et Matsuo, 1999; Abe *et al.*, 2004). De plus, ces études ont été réalisées pour différentes conditions pariétales, soit ce sont des flux de chaleur qui sont imposés, soit c'est une différence de température constante (Seki, Abe et Kawamura, 2003). Nous terminons cette brève présentation en citant l'étude de Debusschere et Rutland (2004) qui porte sur le transfert de chaleur au sein d'écoulements turbulents de canal et de Couette, puisqu'une partie de leurs résultats nous permettra de valider notre simulation.

## 7.4 Description statistique du transfert de chaleur

L'ensemble des résultats que nous présentons est comparé systématiquement à ceux obtenus par Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004). Les principaux paramètres de leurs simulations

par D.N.S. sont présentés dans le tableau 7.2. La différence majeure entre leurs simulations est que Seki *et al.* (2003) ont déterminé les dérivées spatiales à partir de schémas aux différences finies centrées du quatrième ordre, alors que Debusschere et Rutland (2004) ont utilisé des schémas compacts aux différences finies type Padé du sixième ordre. Une autre spécificité de la simulation numérique de Debusschere et Rutland (2004) est que le maillage n'est pas étiré en proche paroi, comme nous pouvons le voir dans le tableau 7.2.

	Seki <i>et al.</i> (2003)	Debusschere et Rutland (2004)
$Re_\tau$	180	$\approx 186$
$Pr$	0.71	0.7
$L_x, L_y, L_z$	$12.8\delta, 2\delta, 6.4\delta$	$12\delta, 2\delta, 2\delta$
$N_x, N_y, N_z$	256, 129, 256	231, 200, 64
$L_x^+, L_y^+, L_z^+$	2304, 360, 1152	2227, 371, 371
$\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$	9, [0.2, 5.93], 4.5	9.7, 1.9, 5.9
$\Delta t^+$	-	0.12

TABLEAU 7.2 – Caractéristiques des simulations de Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004).

Avant de débiter la présentation des résultats, nous tenons à préciser que les statistiques ont été calculées au cours des simulations numériques durant une période minimum de 1000 en unités de paroi.

### 7.4.1 Propriétés moyennes de la température du fluide

Le profil de température moyenne est reporté sur la figure 7.1 en fonction de la coordonnée  $y$ . Sur la figure 7.1(a), la température est adimensionnée par la différence de température entre les parois [cf. équation (7.4)], alors que sur la figure 7.1(b), la température est adimensionnée par la température de frottement qui est définie à partir du flux de chaleur surfacique à la paroi  $\varphi_w$  de la manière suivante :

$$\theta_\tau = \frac{-\varphi_w}{\rho c_{p,f} u_\tau}, \quad (7.8)$$

où  $c_{p,f}$  est la chaleur massique du fluide porteur, et  $\varphi_w$  est donné par :

$$\varphi_w = -\lambda_f \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=-\delta}, \quad (7.9)$$

avec  $\lambda_f$ , la conductivité thermique du fluide porteur. La température adimensionnée par la température de frottement est notée  $\theta^+ = \theta/\theta_\tau$ . En ce qui concerne la température moyenne adimensionnée par la différence de température des parois, nous constatons que les simulations que nous avons réalisées donnent des résultats quasiment identiques. De plus, ces profils sont en assez bon accord avec les données de Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004). Nous pouvons toutefois

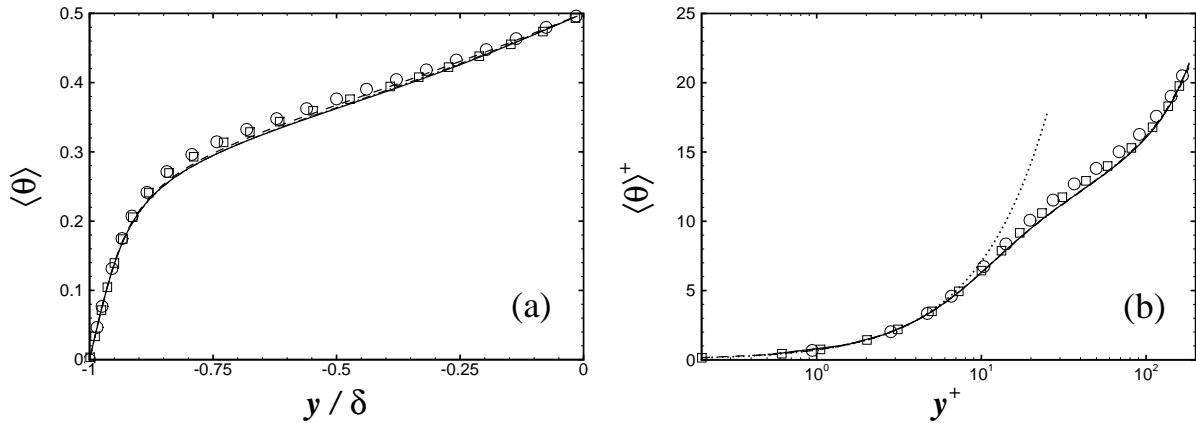


FIGURE 7.1 – Température moyenne. (a) adimensionnée par  $\theta_{sup}$  et  $\theta_{inf}$ . (b) adimensionnée par  $\theta_\tau$ . Présents résultats : —,  $192 \times 129 \times 160$ ; - -,  $192 \times 151 \times 160$ ; - · -,  $256 \times 151 \times 160$ . Seki *et al.* (2003) :  $\square$ . Debusschere et Rutland (2004) :  $\circ$ . Loi de paroi dans la sous-couche conductive  $\langle \theta \rangle^+ = Pr y^+$ .

noter que les températures moyennes que nous avons obtenues sont légèrement plus faibles que celles issues de leurs simulations. Ces différences sont également visibles sur la figure où est présentée la température moyenne adimensionnée par  $\theta_\tau$ . A partir de cette figure, nous remarquons également que la température moyenne suit bien la loi de paroi dans la sous-couche conductive (appelée aussi sous-couche thermique),  $\langle \theta \rangle^+ = Pr y^+$ . Nous pouvons estimer que la sous-couche conductive a une épaisseur  $\delta_\theta^+ \approx 5$ , alors que celle de la sous-couche visqueuse est de  $\delta_\nu^+ \approx 4.2$ . Une relation empirique liant ces deux épaisseurs a été obtenue expérimentalement par Shaw et Hanratty (1977) dans le cadre d'une étude sur le transfert de masse, elle s'écrit :  $\delta_\theta = \delta_\nu Sc^{-0.3}$  (nous assimilerons le nombre de Schmidt au nombre de Prandtl). Cette relation prédit correctement le fait que  $\delta_\theta > \delta_\nu$ , cependant, nos valeurs indiquent que la dépendance serait plutôt en  $Pr^{-1/2}$ . Il y a deux raisons à ce désaccord. Premièrement, notre calcul est approximatif puisque l'estimation de l'épaisseur des sous-couches conductive et visqueuse est assez difficile. Deuxièmement, l'erreur est aussi due au fait que la relation de Shaw et Hanratty (1977) a été déterminée à partir de données obtenues pour de hauts nombres de Schmidt, ce qui n'est pas le cas de nos simulations.

### 7.4.2 Propriétés fluctuantes de la température du fluide

#### Les fluctuations de température

L'écart type de la température en fonction de  $y^+$  est représenté sur la figure 7.2(a). Il est intéressant de remarquer que l'écart type de la température a un maximum local situé à  $y^+ \approx 20$  et son maximum global est, quant à lui, situé au centre du canal. L'existence de ce dernier est due au fait que le gradient de la température moyenne n'est pas nul dans le centre du canal ; le terme de production des fluctuations de la température par le gradient de la température moyenne,  $P_\theta$ , n'est donc pas nul [cf. figure 7.2(b)]. L'évolution de l'écart type de la température en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl a été étudiée par Seki *et al.* (2003) et Na *et al.* (1999), respectivement. Pour un nombre de Prandtl constant, Seki *et al.* (2003) ont constaté que l'augmentation du nombre de Reynolds induit une augmentation du maximum global. Et pour un nombre de Rey-



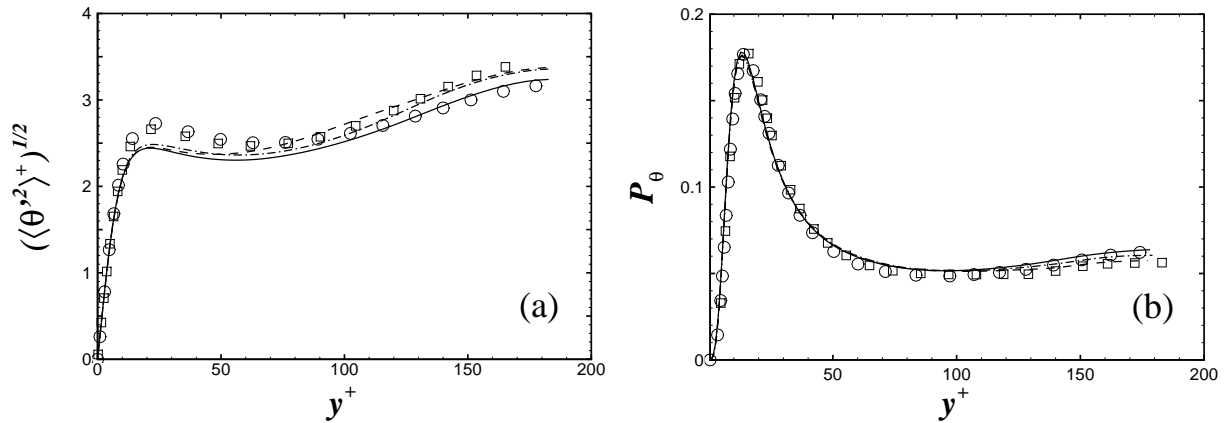


FIGURE 7.2 – (a) Ecart type de la température. (a) Production de l'agitation de la température. Présents résultats : —,  $192 \times 129 \times 160$ ; --,  $192 \times 151 \times 160$ ; ---,  $256 \times 151 \times 160$ . Seki *et al.* (2003) :  $\square$ . Debusschere et Rutland (2004) :  $\circ$ .

nolds constant, l'augmentation du nombre de Prandtl cause une légère augmentation de la variance au centre du canal et une très importante augmentation du maximum locale qui devient même le maximum global pour  $Pr > 1$ . De plus, ce nouveau maximum global se rapproche de la paroi lorsque le nombre de Prandtl augmente. Ces deux derniers effets sont liés à l'augmentation importante du maximum du terme de production des fluctuations de température  $P_\theta$ , qui est situé en proche paroi, et à son déplacement vers la paroi quand le nombre de Prandtl augmente.

La comparaison de nos résultats avec ceux de Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004) montre que nous sous-estimons les valeurs du maximum local de l'écart type de la température, mais que mis à part cela, nos données sont en bon accord. D'après la figure 7.2(b), nous pouvons expliquer ce désaccord sur les valeurs du maximum local par le fait que, dans cette zone, nos valeurs de la production de l'agitation turbulente de la température sont plus faibles que celles obtenues par Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004). En ce qui concerne nos trois simulations, nous observons quelques différences vers le centre du canal, notamment entre celles dont le nombre de points de discrétisation dans la direction normale aux parois est de 151 et celle pour laquelle seulement 129 points ont été utilisés. De ces résultats, nous pouvons déduire que l'utilisation d'une meilleure résolution spatiale dans la direction normale aux parois permet une meilleure représentation de l'agitation turbulente de la température au cœur du canal. Toutefois, il nous est difficile d'être catégorique car les résultats de Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004) ne sont pas en très bon accord dans cette zone.

### Les flux de chaleur turbulents

Nous avons reporté sur les figures 7.3(a) et (b), les flux de chaleur turbulents  $\langle u_1' \theta' \rangle$  et  $\langle u_2' \theta' \rangle$  en fonctions de  $y^+$ . Pour le flux de chaleur turbulent longitudinal  $\langle u_1' \theta' \rangle$ , nous remarquons que les valeurs du maximum que nous obtenons pour nos trois simulations sont inférieures d'environ 16% à celles issues des simulations de Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004). Outre ce désaccord en proche paroi que nous avons précédemment remarqué pour la moyenne et l'écart type de la température, pour  $y^+ > 50$  le flux de chaleur turbulent longitudinal est convenablement prédit. En ce qui concerne le flux de chaleur normal aux parois  $\langle u_2' \theta' \rangle$ , nous notons que nos résultats

sont très proches de ceux obtenus par Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004). Par ailleurs, il est assez déconcertant de remarquer que ce sont les résultats obtenus avec la moins bonne résolution spatiale qui sont en meilleur accord. Une possible explication est que les statistiques des simulations 2 et 3 n'ont peut être pas suffisamment convergé. Pour s'en convaincre, nous avons

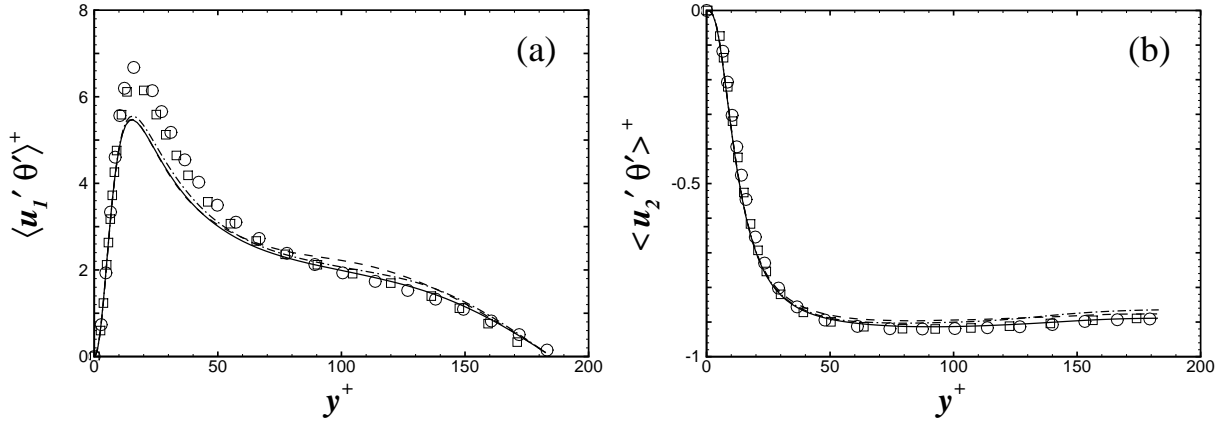


FIGURE 7.3 – Flux de chaleur turbulents. (a)  $\langle u'_1 \theta' \rangle^+$ . (b)  $\langle u'_2 \theta' \rangle^+$ . Présents résultats : —,  $192 \times 129 \times 160$ ; --,  $192 \times 151 \times 160$ ; -·-,  $256 \times 151 \times 160$ . Seki *et al.* (2003) : □. Debusschere et Rutland (2004) : ○.

calculé le flux total de chaleur à travers le canal. En régime thermiquement établi, ce flux total est donné par l'expression théorique suivante :

$$\alpha \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_2} - \langle u'_2 \theta' \rangle = \alpha \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_2} \Big|_{x_2 = -\delta} . \quad (7.10)$$

Etant donné le type de condition pariétale que nous utilisons, le flux total est donc constant à travers le canal. Adimensionné par la température et la vitesse de frottement, il peut encore s'écrire :

$$\frac{1}{Pr} \frac{\partial \langle \theta \rangle^+}{\partial x_2^+} - \langle u'_2 \theta' \rangle^+ = 1 . \quad (7.11)$$

Cette équation bilan est analogue à celle obtenue pour la contrainte totale de cisaillement [cf. équation (1.18)]. Pour ce qui est de la thermique, le flux de chaleur total est la somme d'une contribution conductive et turbulente. Sur la figure 7.4, nous avons représenté le flux de chaleur total, c'est-à-dire la somme des deux termes du membre de gauche de l'équation (7.11). Nous notons que la déviation par rapport à la valeur théorique 1 est plus importante pour les simulations 2 et 3 que pour la simulation 1. Nous pensons donc que la meilleure qualité des résultats obtenus pour  $\langle u'_2 \theta' \rangle$  avec la simulation 1 est à mettre sur le compte d'une meilleure convergence des statistiques.

### Le nombre de Prandtl turbulent

Pour terminer cette validation de la simulation du transfert de chaleur au sein du canal turbulent, nous avons choisi de comparer les valeurs du nombre de Prandtl turbulent que nous avons obtenues avec celles issues des simulations de Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004). Le nombre de Prandtl turbulent est défini de la manière suivante :

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} , \quad (7.12)$$

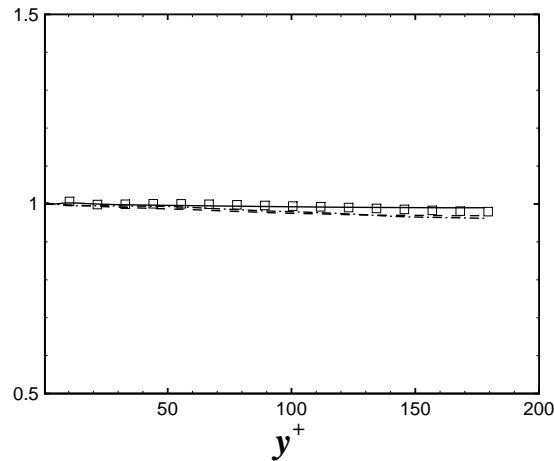


FIGURE 7.4 – Flux de chaleur total. Présents résultats : —,  $192 \times 129 \times 160$  ; --,  $192 \times 151 \times 160$  ; ···,  $256 \times 151 \times 160$ . Debusschere et Rutland (2004) : □.

avec  $\nu_t$  et  $\alpha_t$ , la viscosité turbulente et la diffusivité turbulente thermique, données par :

$$\nu_t = \frac{-\langle u'_1 u'_2 \rangle}{\partial \langle u_1 \rangle / \partial x_2} \quad \text{et} \quad \alpha_t = \frac{-\langle u'_2 \theta' \rangle}{\partial \langle \theta \rangle / \partial x_2}. \quad (7.13)$$

Les profils du nombre de Prandtl turbulent sont reportés en fonction de  $y^+$  sur la figure 7.5. Nous constatons que la viscosité turbulente est quasiment égale à la diffusivité turbulente thermique puisque  $Pr_t \approx 1$ . Nos résultats indiquent que la valeur de  $Pr_t$  est d'environ 1.15 en proche paroi,

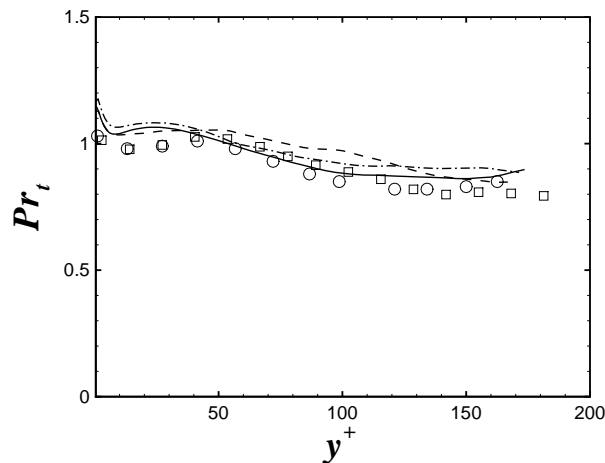


FIGURE 7.5 – Nombre de Prandtl turbulent. Présents résultats : —,  $192 \times 129 \times 160$  ; --,  $192 \times 151 \times 160$  ; ···,  $256 \times 151 \times 160$ . Seki *et al.* (2003) : □. Debusschere et Rutland (2004) : ○.

puis qu'elle diminue en se rapprochant du centre du canal pour atteindre une valeur d'environ 0.9. Nos trois simulations ne nous donnent pas des résultats tout à fait identiques. Là aussi, cela est sûrement dû à une convergence des statistiques qui diffère selon les simulations. La comparaison avec les données issues des simulations par D.N.S. de Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004) est satisfaisante. Nous notons toutefois que nos valeurs sont supérieures aux leurs pour

$y^+ < 40$ . De plus, d'après leurs simulations,  $Pr_t \approx 1.03$  pour  $y^+ \rightarrow 0$ , alors que nous obtenons une valeur d'environ 1.15.

De cette comparaison des statistiques que nous avons obtenues avec celles issues des simulations par D.N.S. de Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004), nous avons constaté que nos trois différentes simulations permettent d'obtenir des résultats convenables. Toutefois la validation ne peut pas être considérée comme complète puisque nous n'avons pas effectué de comparaison sur les moments statistiques supérieurs à deux. C'est pourquoi il nous a paru plus sage d'effectuer par la suite les simulations de l'écoulement anisotherme en ayant une bonne résolution spatiale dans la direction normale aux parois. Les simulations seront donc réalisées à partir des caractéristiques de la simulation 3, puisque celles-ci offrent le meilleur rapport entre la précision et le temps de calcul.

Le code de calcul étant validé, nous allons désormais nous intéresser à l'échelle lagrangienne des fluctuations de la température. Tout comme les échelles lagrangiennes de la vitesse du fluide, cette échelle revêt une importance majeure dans la modélisation des écoulements gaz-solide avec suivi de température puisqu'elle représente une des limites asymptotiques de l'échelle de temps de la température du fluide vu par des particules solides.

## 7.5 Echelle temporelle de la température du fluide

### 7.5.1 Définition et procédure de calcul

L'échelle lagrangienne de décorrélation des fluctuations de la température est obtenue en intégrant la corrélation temporelle des fluctuations de température le long de la trajectoire d'une particule fluide :

$$T_{\theta}^L(\mathbf{x}_f(0)) = \int_0^{\infty} R_{\theta}^L(\mathbf{x}_f(0), \tau) d\tau, \quad (7.14)$$

où la corrélation temporelle  $R_{\theta}^L(\mathbf{x}_f(0), \tau)$  est définie de la manière suivante :

$$R_{\theta}^L(\mathbf{x}_f(0), \tau) = \frac{\langle \theta'(\mathbf{x}_f(0), 0) \theta'(\mathbf{x}_f(\tau), \tau) \rangle}{\sqrt{\langle \theta'^2(\mathbf{x}_f(0), 0) \rangle \langle \theta'^2(\mathbf{x}_f(\tau), \tau) \rangle}}. \quad (7.15)$$

L'échelle lagrangienne de décorrélation des fluctuations de la température représente un temps moyen durant lequel la fluctuation de la température d'une particule fluide reste corrélée au cours de son mouvement. Le calcul numérique de cette grandeur est analogue à celui des échelles lagrangiennes de fluctuations de la vitesse. Les corrélations ont été calculées à partir de 150 groupes de 2 000 particules fluides initialement positionnées aléatoirement dans chacune des 150 tranches parallèles aux parois qui constituent le domaine numérique. Les moyennes statistiques ont été réalisées sur les particules initialement positionnées à une même distance à la paroi. L'échelle de temps associée à chacune des corrélations a été obtenue en considérant qu'elle correspond au temps nécessaire pour que la corrélation décroisse jusqu'à atteindre la valeur de  $\exp(-1)$ . Ce calcul a été répété cinq fois à partir de champs de température statistiquement indépendants. De ces différentes réalisations, nous en avons déduit la valeur moyenne de cette échelle de temps.

Bien entendu, ce calcul nécessite de connaître la fluctuation de la température à la position de la particule fluide qui est suivie. Pour ce faire, nous avons utilisé une version modifiée de l'interpolation de type Hermite que nous utilisons pour déterminer les valeurs des composantes de la vitesse du fluide à la position d'une particule fluide ou solide. Les modifications apportées sont liées au fait que la température n'est pas définie au même endroit que les composantes de la vitesse et que les conditions pariétales dynamique et thermique sont différentes. La dernière différence avec les calculs réalisés pour les fluctuations de la vitesse est que le calcul des corrélations a été arrêté, puis répété, au moment où chacune de ces corrélations a atteint la valeur de  $\exp(-1)$ .

### 7.5.2 Evolution de $T_\theta^L$ par rapport à $T_{ij}^L$

Les résultats obtenus pour l'échelle lagrangienne de décorrélation des fluctuations de la température,  $T_\theta^L$ , sont tracés sur la figure 7.6(a). A titre de comparaison, les échelles lagrangiennes obtenues pour les fluctuations de la vitesse  $y$  sont également reportées. Nous constatons que pour

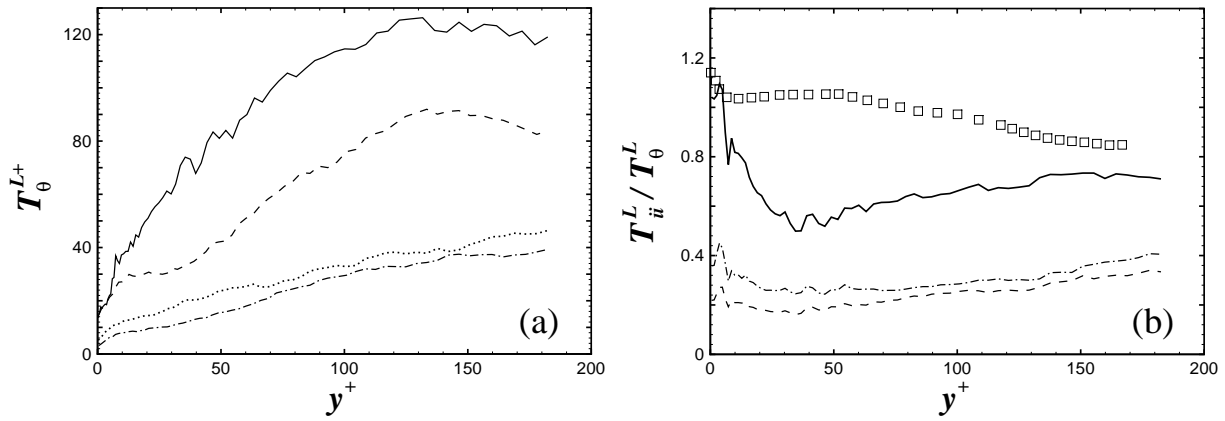


FIGURE 7.6 – (a) Echelles lagrangiennes de décorrélation des fluctuations de la température et de la vitesse : —,  $T_\theta^L$  ; --,  $T_{11}^L$  ; -·-,  $T_{22}^L$  ; ···,  $T_{33}^L$ . (b) Rapports entre les composantes des échelles lagrangiennes de la vitesse du fluide et l'échelle lagrangienne des fluctuations de température : —,  $T_{11}^L/T_\theta^L$  ; --,  $T_{22}^L/T_\theta^L$  ; -·-,  $T_{33}^L/T_\theta^L$ . Nombre de Prandtl turbulent :  $\square$ .

$y^+ \lesssim 6$ ,  $T_\theta^L \approx T_{11}^L$ . Cette égalité presque parfaite, en proche paroi, est à relier au fait que la corrélation entre les fluctuations de la température et de la vitesse longitudinale est très forte dans cette zone, comme l'ont remarqué Kim et Moin (1989). Au-delà, nous remarquons l'échelle lagrangienne de décorrélation des fluctuations de températures est plus grande que celles obtenues pour les fluctuations de la vitesse. Afin de mettre en évidence cette différence, nous avons reporté sur la figure 7.6(b), le rapport entre les échelles lagrangiennes des fluctuations de la vitesse et celle obtenue pour les fluctuations de température. Le rapport  $T_{11}^L/T_\theta^L$  évolue que très peu pour  $y^+ > 30$ , il est compris entre 0.52 et 0.72. En ce qui concerne les rapports  $T_{22}^L/T_\theta^L$  et  $T_{33}^L/T_\theta^L$ , nous remarquons que c'est à travers le canal entier que ces rapports ne varient que très peu. Les valeurs de  $T_{22}^L/T_\theta^L$  sont comprises entre 0.2 et 0.34, alors que celles de  $T_{33}^L/T_\theta^L$ , sont comprises entre 0.28 et 0.44. Une possible modélisation de  $T_\theta^L$  en turbulence isotrope consiste à supposer que cette échelle peut être exprimée en fonction de l'échelle lagrangienne des fluctuations de la vitesse du fluide et

du nombre de Prandtl turbulent de la façon suivante :

$$T_{\theta}^L = \frac{T^L}{Pr_t}. \quad (7.16)$$

Cette approximation consiste à supposer que le rapport  $T^L/T_{\theta}^L$  est comparable au rapport entre la viscosité turbulente et la diffusivité thermique turbulente (Moissette, 2002; Chagras, Oesterlé et Boulet, 2005). Afin de vérifier, la validité d'une telle approximation pour  $T_{\theta}^L$  en turbulence non homogène, nous avons également reporté sur la figure 7.6(b), les valeurs du nombre de Prandtl turbulent. Nous constatons que les valeurs du rapport  $T_{ii}^L/T_{\theta}^L$  ne pas correspondent pas à celles du nombre de Prandtl turbulent, et cela, quelle que soit la composante de  $T_{ii}^L$  considérée. Nous pouvons en déduire que l'échelle de temps  $T_{\theta}^L$  peut difficilement être approchée à partir de la relation (7.16). Cependant, cette étude a été réalisée pour une différence de température constante entre les deux parois, il est possible que si nous avons imposé des flux de chaleur identiques aux parois, la conclusion aurait été différente. Cela tient au fait que pour ce dernier type de condition pariétale, les formes des profils de la moyenne et de l'agitation turbulente de la température sont quasiment identiques à celles obtenues pour la vitesse du fluide, ce qui n'est pas le cas en imposant une différence de température entre les parois.

Une extension au fluide vu par les particules a notamment été utilisée par Moissette (2002) et Chagras *et al.* (2005) dans leurs études de la modélisation euléro-lagrangienne d'un écoulement gaz-solide anisotherme au sein d'une conduite circulaire. Néanmoins, cette dernière extension à un écoulement non homogène est assez délicate puisque les échelles de temps de la vitesse du fluide vu sont résolument anisotropes, par conséquent il est nécessaire de choisir arbitrairement une de ces cinq échelles de temps. En outre, à la vue de nos résultats, nous pensons que son extension au fluide vu ne permettra pas une modélisation convenable de l'échelle temporelle de décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu lorsque c'est une différence de température constante entre les deux parois qui est imposée.



# Chapitre 8

## Simulation du transfert de chaleur entre les deux phases

La simulation du transfert de chaleur au sein de la phase porteuse étant désormais validée, l'étape suivante de la simulation de l'écoulement gaz-solide anisotherme consiste à introduire le transfert de chaleur entre les phases porteuse et dispersée. En première approximation, nous considérerons que ce transfert ne s'effectue que de la phase porteuse vers la phase dispersée. De plus, les caractéristiques thermiques de la phase dispersée seront choisies de manière à ce que les échanges par conduction au sein de la particule et par rayonnement puissent être négligés. Après une brève description de la simulation numérique, nous présenterons les statistiques thermiques de la phase dispersée et du fluide vu par les particules au sein de l'écoulement anisotherme vertical descendant. Enfin, la décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu sera analysée. Tous ces aspects seront développés en gardant à l'esprit le cadre général de cette étude, c'est-à-dire comprendre le comportement thermique de la phase dispersée et fournir des informations concernant des grandeurs importantes intervenant dans la modélisation euléro-eulérienne ou euléro-lagrangienne d'un tel écoulement.

### 8.1 Les échanges de chaleur entre les deux phases

Soit une particule solide sphérique se déplaçant au sein d'un écoulement de fluide anisotherme. La température de cette particule est régie par trois différents modes de transfert de chaleur : la convection, la conduction et le rayonnement. Les échanges par conduction interviennent au sein de la particule, pendant les chocs particules-particules ou particules-paroi. Nous ne tiendrons pas compte de ces deux derniers effets lors de notre étude puisque la durée des collisions particules-paroi est très brève et que l'écoulement est suffisamment dilué. Le transfert de chaleur au sein de la particule sera, quant à lui, négligé en considérant que le temps caractéristique de ce mode de transfert est plus petit que celui de convection forcée. Cela revient à supposer que la température interne de la particule est uniforme, on parle alors d'isothermie instantanée. Le critère permettant de vérifier cette hypothèse est donné par le nombre de Biot :

$$Bi = \frac{h_p d_p}{2\lambda_p} \ll 1, \quad (8.1)$$



où  $h_p$  est le coefficient de transfert de chaleur par convection, et  $\lambda_p$  est la conductivité thermique de la particule solide. Une étude de Fan et Zhu (1998) portant sur une particule, dans un fluide au repos, qui est soumise à un flux de chaleur constant a montré que la valeur maximum du nombre de Biot en dessous de laquelle la température de la particule peut être supposée constante est de 0.1. En considérant que le nombre de Reynolds de la particule est faible ( $Re_p \rightarrow 0$ ), le nombre de Nusselt de la particule tend vers la valeur limite  $Nu_p \rightarrow 2$ . Le nombre de Biot est alors égal au rapport  $\lambda_f/\lambda_p$ . Par conséquent, pour les écoulements gaz-solide,  $Bi$  est généralement faible. Nous considérerons donc, lors de cette étude, que la température interne des particules solides est uniforme. En ce qui concerne le transfert radiatif, celui-ci est également négligé devant le transfert par convection du fait que la différence de température qu'il pourrait exister entre une particule et son environnement extérieur, qui est composé des autres particules, du fluide porteur et des parois, est faible.

Le transfert de chaleur entre la phase porteuse et les particules solides est donc principalement régi par le phénomène de convection. L'équation bilan qui décrit alors l'évolution temporelle de la température d'une particule est la suivante :

$$m_p c_{p,p} \frac{d\theta_p}{dt} = h_p \pi d_p^2 (\tilde{\theta} - \theta_p) , \quad (8.2)$$

où  $\theta_p$  est la température de la particule,  $c_{p,p}$  sa chaleur massique, et  $\tilde{\theta}$  correspond à la température du fluide à la position de la particule. En introduisant le nombre de Nusselt de la particule, cette équation s'écrit :

$$\frac{d\theta_p}{dt} = \frac{6Nu_p \lambda_f}{\rho_p c_{p,p} d_p^2} (\tilde{\theta} - \theta_p) . \quad (8.3)$$

De la même manière que pour l'équation du mouvement d'une particule, nous introduisons un temps de relaxation thermique de la particule  $\tau_{p\theta}$  tel que :

$$\frac{d\theta_p}{dt} = \frac{\tilde{\theta} - \theta_p}{\tau_{p\theta}} , \quad (8.4)$$

avec  $\tau_{p\theta}$  qui s'exprime par :

$$\tau_{p\theta} = \frac{\rho_p c_{p,p} d_p^2}{6Nu_p \lambda_f} , \quad (8.5)$$

ce temps caractéristique correspond au temps de réponse d'une particule solide aux sollicitations thermiques du fluide. Pour de faibles nombres de Reynolds particulaires,  $Nu_p = 2$  et par conséquent  $\tau_{p\theta}$  est donné par :

$$\tau_{p\theta} = \frac{\rho_p c_{p,p} d_p^2}{12\lambda_f} . \quad (8.6)$$

Le nombre de Reynolds particulaire n'étant pas forcément très faible durant nos simulations, nous devons utiliser une corrélation empirique afin d'estimer le nombre de Nusselt de la particule. Notre choix s'est porté sur celle de Ranz et Marshall (1952) qui est valide pour  $Re_p < 10\,000$  et  $Pr > 0.6$  :

$$Nu_p = 2 + 0.6Re_p^{1/2} Pr^{1/3} . \quad (8.7)$$

En résumé, la simulation consiste en la résolution de l'équation (8.4) en considérant que le mode de transfert de chaleur prédominant est la convection. Dans notre étude, ce dernier phénomène est modélisé à partir de l'expression empirique (8.7). Le cadre de l'étude étant décrit, les caractéristiques des simulations entreprises vont être maintenant présentées.

## 8.2 Caractéristiques des simulations entreprises

Les simulations de l'écoulement gaz-solide anisotherme ont été réalisées en présence de la gravité dirigée selon l'écoulement moyen de la phase porteuse et pour deux différents types de particules solides. Les caractéristiques dynamiques de la phase dispersée sont identiques à celles des simulations réalisées en canal vertical descendant, qui ont été présentées dans le chapitre 4. Les temps de réponse dynamiques des particules étudiées sont donc  $\tau_p^+ = 1.2$  et  $\tau_p^+ = 15.4$ . Les caractéristiques thermiques de ces deux types de particules ont été choisies de manière à ce que les temps de réponse thermiques soient quasiment identiques aux temps de réponse dynamiques. Il en résulte que les temps de réponses thermiques en régime de Stokes sont de  $\tau_{p\theta}^+ = 1.24$  et  $\tau_{p\theta}^+ = 16$  pour les particules dont les temps de réponse dynamiques sont, respectivement, de  $\tau_p^+ = 1.2$  et  $\tau_p^+ = 15.4$ . L'ensemble des caractéristiques de la phase dispersée est regroupé dans le tableau 8.1.

Cas	$d_p$ ( $\mu\text{m}$ )	$d_p/\delta$	$\rho_p/\rho$	$\tau_p^+$	$\tau_{p\theta}^+$	$\tau_p^+ g^+$
1	50	0.0005	2500	1.2	1.24	1
2	140	0.0014	4166	15.4	16	1
3	50	0.0005	2500	1.2	1.24	2
4	140	0.0014	4166	15.4	16	2

TABLEAU 8.1 – Caractéristiques de la phase dispersée et de l'accélération gravitationnelle des simulations de l'écoulement gaz-solide anisotherme.

Le suivi de la température nécessite la résolution supplémentaire de l'équation (8.4). Le schéma d'avancement temporel utilisé est identique à celui qui permet de résoudre l'équation du mouvement des particules solides. Aucune restriction supplémentaire n'est imposée sur le pas de temps car les temps de relaxation dynamique et thermique sont très proches. L'interpolation de la température à la position des particules est également identique à celle permettant de déterminer la vitesse du fluide à la position des particules. Au début de chaque simulation, 2000 particules sont placées de manière aléatoire dans chacune des couches qui constituent le domaine numérique. Nous tenons à rappeler ici que les résultats thermiques sont issus de la même simulation qui nous a permis d'étudier les effets couplés d'inertie et de croisement de trajectoires en écoulement vertical descendant.

## 8.3 Présentation des statistiques thermiques de la phase dispersée

### 8.3.1 Moyenne de la température des particules

Nous débutons cette présentation des statistiques thermiques liées aux particules solides en comparant les températures moyennes des particules  $\langle \theta_p \rangle$  et du fluide  $\langle \theta \rangle$ . Les profils de la température adimensionnée par les températures des parois sont présentés sur la figure 8.1(a), alors que ceux de la température adimensionnée par la température de frottement sont reportés sur la figure 8.1(b). Nous constatons d'après ces deux figures que la température moyenne des particules

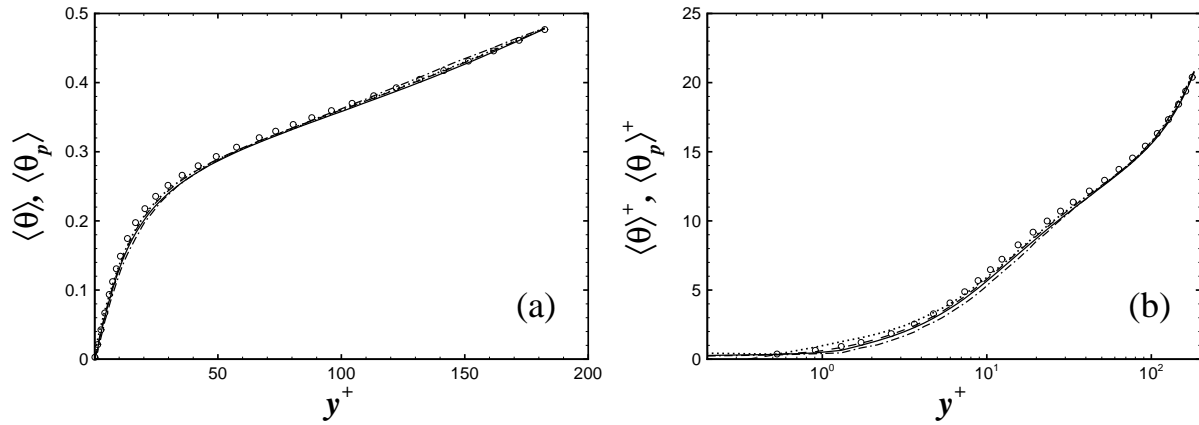


FIGURE 8.1 – Températures moyennes des particules et du fluide. (a) Adimensionnée par  $\theta_{sup}$  et  $\theta_{inf}$ . (b) Adimensionnée par  $\theta_\tau$ .  $\circ$ , fluide.  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; -·-,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : - - -,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

est quasiment identique à celle du fluide en très proche paroi (pour  $y^+ \lesssim 2$ ), quelles que soient les inerties dynamique et thermique des particules et l'intensité de la force de pesanteur. Pour  $8 < y^+ < 110$ , la température moyenne des particules devient inférieure à celle du fluide, puis au-delà, elle est approximativement égale à celle du fluide. Afin de pouvoir expliquer pourquoi la température des particules est inférieure à celle du fluide pour  $8 < y^+ < 110$ , nous avons tracé sur la figure 8.2, les températures moyennes du fluide vu par ces particules et du fluide. Ces données

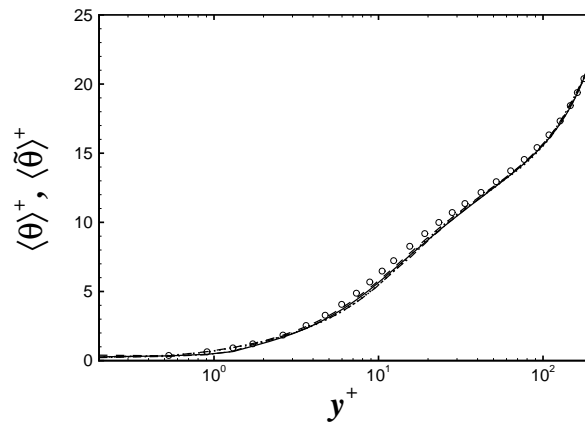


FIGURE 8.2 – Températures moyennes du fluide vu et du fluide.  $\circ$ , fluide.  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; -·-,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : - - -,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

indiquent que les particules solides se déplacent principalement dans des zones de fluide caractérisées par des fluctuations de température négatives puisque, comme pour vitesse du fluide vu, nous pouvons décomposer la température moyenne du fluide vu de la manière suivante :

$$\langle \tilde{\theta} \rangle = \langle \theta \rangle + \theta_d, \quad (8.8)$$

où  $\theta_d = \langle \tilde{\theta}' \rangle$  est une grandeur analogue à la vitesse de dérive que nous appellerons « dérive thermique ». Comme  $\langle \tilde{\theta} \rangle < \langle \theta \rangle$  pour  $8 < y^+ < 110$ , cela implique que dans cette zone,  $\theta_d < 0$ . Par conséquent, la température moyenne des particules est inférieure à celle du fluide car la température moyenne du fluide vu est inférieure à celle du fluide. Etant donné que les fluctuations de la température sont fortement corrélées avec celles de la vitesse longitudinale, nous pensons que le fait que les fluctuations de la température du fluide vu par les particules sont majoritairement négatives est induit par la concentration préférentielle des particules dans des zones où les fluctuations de la vitesse longitudinales sont négatives (cf. §4.3.2). Néanmoins la correspondance n'est pas parfaite car nous avons constaté précédemment que la vitesse de dérive longitudinale est négative ou nulle pour  $y^+ < 40$ , alors que le terme de dérive thermique est, quant à lui, négatif ou nul pour  $y^+ < 110$ .

#### 8.3.2 Ecart type de la température des particules

Les écarts types de la température des particules et du fluide sont présentés sur la figure 8.3(a). Pour permettre une meilleure analyse de ces résultats, nous avons reporté sur la figure contiguë les écarts types de la température du fluide vu et du fluide. Nous remarquons que l'écart type de la température des particules les plus légères est quasiment identique à celui du fluide pour  $y^+ \lesssim 60$ , puis légèrement inférieur dans le reste du canal. Cela est différent pour les particules les plus lourdes puisque nous constatons que l'écart type de la température de ces particules est supérieur à celui du fluide pour  $y^+ \lesssim 25$ , puis inférieur dans le reste du canal. En outre, de ces résultats, nous pouvons déduire que l'influence de la gravité sur les fluctuations de la température des particules est négligeable.

De manière analogue à l'étude de la dynamique de la phase dispersée, il existe donc trois causes

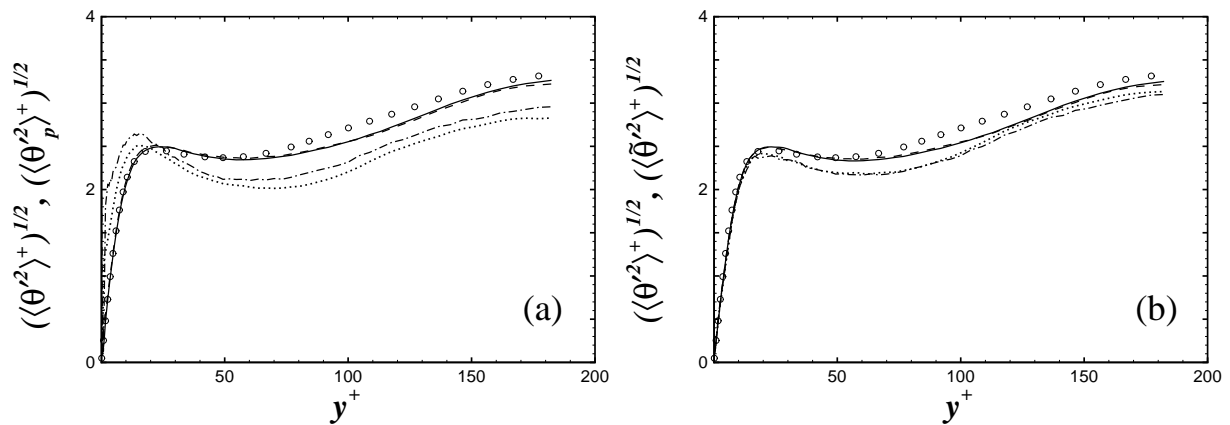


FIGURE 8.3 – (a) Ecarts types des températures des particules et du fluide. (b) Ecarts types des températures du fluide vu et du fluide.  $\circ$ , fluide.  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$  ; - - -,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : ···,  $\tau_p^+ = 1.2$  ; ····,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

possibles à de tels résultats : le phénomène de concentration préférentielle, le filtrage de l'agitation thermique du fluide, la présence d'un gradient de la température moyenne du fluide. Pour les particules les moins inertes, le phénomène de concentration semble le seul responsable de la différence entre l'écart type de la température des particules et celui du fluide car l'écart type de la

température du fluide vu est identique à celui de la température des particules. Pour ce qui est des particules les plus inertes, les trois phénomènes entrent en jeu. Premièrement, en ce qui concerne l'influence de la concentration préférentielle, nous observons que l'écart type de la température du fluide vu est identique à celui du fluide pour  $y^+ \lesssim 20$ , puis il est inférieur dans le reste du canal. Deuxièmement, l'agitation de la température des particules en proche paroi est plus importante que celle du fluide vu. Cela est vraisemblablement lié au gradient de la température moyenne du fluide qui est le plus important près des parois. Enfin, en dehors de la zone de proche paroi, l'écart type de la température des particules est inférieure à celui du fluide vu, par conséquent, nous pouvons en déduire que c'est le phénomène de filtrage de l'agitation thermique du fluide qui prédomine. Il est à noter que Zaichik (1999) a également proposé, pour une turbulence homogène cisailée, une modélisation des influences couplées de l'inertie thermique et d'un gradient de la température moyenne sur l'écart type de la température des particules, les covariances vitesses-température et la covariance des températures fluide-particules. Il ressort de son étude que l'écart type de la température des particules peut être supérieur à celui du fluide pour une importante inertie thermique et un fort gradient de la température du fluide. Nous pouvons donc en déduire qu'il y a un bon accord qualitatif entre nos observations effectuées en turbulence non homogène et les prédictions du modèle proposées par Zaichik (1999). Nous allons désormais nous intéresser aux effets de l'inertie thermique et de la gravité sur la covariance des températures fluide-particules.

### 8.3.3 Covariance des températures fluide-particules

Nous avons représenté sur la figure 8.4, la covariance des températures fluide-particules  $\langle \tilde{\theta} \theta'_p \rangle$  ainsi que sa valeur limite pour des faibles temps de réponses dynamique et thermique qui correspond à la variance de la température du fluide  $\langle \theta'^2 \rangle$ . Nous notons que l'augmentation de l'inertie

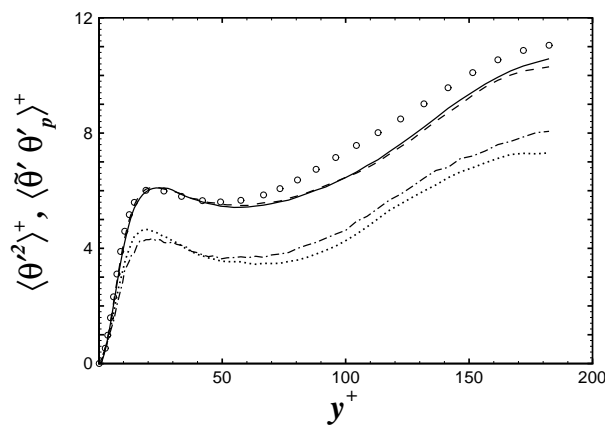


FIGURE 8.4 – Covariance des températures fluide-particules et variance de la température du fluide.  $\circ$ , fluide.  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; -.-,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : --,  $\tau_p^+ = 1.2$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$ .

thermique induit une diminution de la covariance des températures fluide-particules dans une grande partie du canal. Nous pouvons alors en déduire que l'influence de l'inertie thermique est plus importante sur la covariance des températures fluide-particules que l'influence du gradient de la température moyenne du fluide. L'intensité de la force de pesanteur ne modifie pas, quant à elle, de façon significative la covariance des températures fluide-particules. Enfin, il est intéressant de

constater que l'évolution de la covariance des températures fluide-particules en fonction de l'inertie thermique que nous observons est en bon accord avec celle prédite par l'expression proposée par Zaichik (1999).

## 8.4 L'échelle temporelle de la température du fluide vu

### 8.4.1 Définition et procédure de calcul

L'échelle temporelle de décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu est obtenue en intégrant la corrélation temporelle des fluctuations de température le long de la trajectoire d'une particule solide :

$$T_{\theta}^*(\mathbf{x}_p(0)) = \int_0^{\infty} R_{\theta}^*(\mathbf{x}_p(0), \tau) d\tau, \quad (8.9)$$

où la corrélation temporelle  $R_{\theta}^*(\mathbf{x}_p(0), \tau)$  est définie de la manière suivante :

$$R_{\theta}^*(\mathbf{x}_p(0), \tau) = \frac{\langle \theta'(\mathbf{x}_p(0), 0) \theta'(\mathbf{x}_p(\tau), \tau) \rangle}{\sqrt{\langle \theta'^2(\mathbf{x}_p(0), 0) \rangle \langle \theta'^2(\mathbf{x}_p(\tau), \tau) \rangle}}. \quad (8.10)$$

Le calcul numérique de cette grandeur est analogue à celui de l'échelle lagrangienne de fluctuations de la température du fluide. Les corrélations ont été calculées à partir de 150 groupes de 2 000 particules solides initialement positionnées aléatoirement dans chacune des tranches parallèles aux parois qui constituent le domaine numérique. L'échelle de temps associée à chacune des corrélations a été obtenue en considérant qu'elle correspond au temps nécessaire pour que la corrélation décroisse jusqu'à atteindre la valeur de  $\exp(-1)$ . Selon le cas étudié, ce calcul a été répété entre 20 et 40 fois à partir de champs de température statistiquement indépendants. De ces différentes réalisations, nous avons déduit la valeur moyenne de cette échelle de temps. Etant donné que cette échelle a été calculée en présence de la force de pesanteur, nous la noterons  $T_{\theta}^{*g}$ .

### 8.4.2 Evolution de $T_{\theta}^{*g}$ par rapport à $T_{\theta}^L$

Sur la figure 8.5, nous avons représenté l'échelle temporelle de décorrélation de la température du fluide vu par les particules. A titre de comparaison, l'échelle lagrangienne de décorrélation de la température du fluide y est également reportée. L'étude des résultats est effectuée en dissociant les influences des inerties (dynamique et thermique) des particules et de l'intensité de la force de pesanteur.

Premièrement, en ce qui concerne l'effet de l'intensité de la force de pesanteur, nous constatons que  $T_{\theta}^{*g}$  diminue lorsque l'intensité de la force de pesanteur augmente, et cela, quelle que soit l'inertie des particules. De manière analogue à ce qui a été observé pour la décorrélation de la vitesse du fluide vu, cette diminution est engendrée par le croisement de trajectoires. En supposant que l'échelle temporelle de décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu en l'absence de la force de pesanteur ( $T_{\theta}^*$ ) est égale à l'échelle lagrangienne de décorrélation des fluctuations de la température du fluide pour les particules les plus légères, soit  $T_{\theta}^* \approx T_{\theta}^L$ , nous pouvons estimer que les valeurs de  $T_{\theta}^{*g}$  sont environ trois à quatre fois plus faibles que celles de  $T_{\theta}^*$  selon l'intensité de la force de pesanteur. Par conséquent, pour une même configuration de l'écoulement gaz-solide, cette diminution est de l'ordre de celle rencontrée pour les composantes de vitesse perpendiculaires

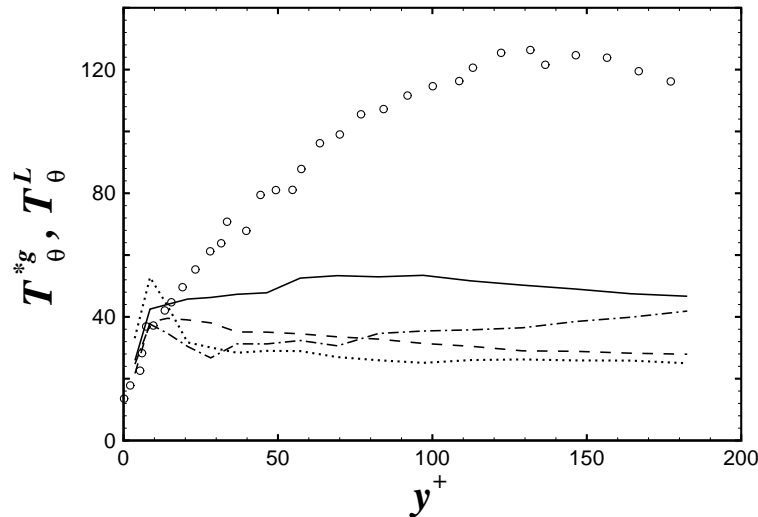


FIGURE 8.5 – Comparaison entre l'échelle temporelle de décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu par les particules  $T_{\theta}^{*g}$  et l'échelle lagrangienne de décorrélation des fluctuations de la température du fluide  $T_{\theta}^L$ .  $\tau_p^+ g^+ = 1$  : —,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; - - -,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $\tau_p^+ g^+ = 2$  : - · -,  $\tau_p^+ = 1.2$ ; ···,  $\tau_p^+ = 15.4$ .  $T_{\theta}^L$  :  $\circ$ .

à la vitesse moyenne relative. Pour confirmer cette tendance, il nous faudra effectuer le calcul de l'échelle temporelle de décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu en l'absence de la force de pesanteur.

Deuxièmement, pour ce qui est de l'effet d'inertie, nous observons également une diminution de  $T_{\theta}^{*g}$  lorsque l'inertie des particules augmente, et cela, quelle soit l'intensité de la force de pesanteur. Il semble donc que l'évolution de  $T_{\theta}^{*g}$  en fonction de l'inertie des particules est identique à celle observée pour l'échelle de décorrélation de la vitesse longitudinale du fluide vu. Le calcul de l'échelle temporelle de décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu en l'absence de la force de pesanteur sera également intéressant afin de confirmer cette tendance.

Ce travail représente la première étape de l'étude de la décorrélation des fluctuations de la température le long des trajectoires de particules solides pour une turbulence non homogène. Afin d'approfondir l'étude des effets d'inertie et de croisement de trajectoires sur la décorrélation des fluctuations de la température vu, il nous sera indispensable de nous intéresser, à court terme, à l'échelle temporelle de décorrélation des fluctuations de la température du fluide vu en l'absence de la force de pesanteur ainsi qu'aux échelles spatiales des fluctuations de la température du fluide. Dès lors, il nous sera possible d'étudier les modèles stochastiques de prédictions de la fluctuation de température le long des trajectoires des particules solides.

# Les points clés de cette partie

Au sein du premier chapitre intitulé « **Simulation du transfert de chaleur au sein du fluide porteur** », les points importants suivants ont été présentés :

- ▷ la description des statistiques du transfert de chaleur en examinant la moyenne et l'écart type de la température ainsi que les flux de chaleur turbulents et le nombre de Prandtl turbulent ;
- ▷ la validation de la simulation du transfert de chaleur. Les résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par Seki *et al.* (2003) et Debusschere et Rutland (2004) ;
- ▷ la présentation de l'échelle lagrangienne de décorrélation de la température ( $T_{\theta}^L$ ). Elle est notamment plus grande que celles obtenues pour la vitesse ( $T_{ii}^L$ ) ;
- ▷ le rapport  $T_{ii}^L/T_{\theta}^L$  (pour  $i = 1, 2$  ou  $3$ ) ne pas être considéré égal au nombre de Prandtl turbulent lorsqu'une différence de température constante est imposée aux parois.

Dans le second chapitre intitulé « **Simulation du transfert de chaleur entre les deux phases** », les points importants sont :

- ▷ l'influence significative de la concentration préférentielle sur la moyenne et l'écart type de la température des particules ;
- ▷ les effets induits par le filtrage de l'agitation turbulente de la température du fluide et le gradient moyen de la température du fluide peuvent être importants selon la position des particules solides dans le canal ;
- ▷ l'inertie ainsi que le croisement de trajectoires engendrent une diminution importante de l'échelle temporelle de décorrélation de la température du fluide vu.





---

## **Conclusion générale et perspectives**

---



L'objectif fixé durant ce travail de thèse a été d'étudier une suspension de particules solides en écoulement turbulent de canal isotherme ou anisotherme en utilisant un outil de simulation numérique directe couplé à un suivi lagrangien de particules. De cette étude, nous pouvons tirer deux principales conclusions. Premièrement, les caractéristiques dynamiques ou thermiques du fluide vu, par les particules telles que les termes de dérive dynamique et thermique, l'agitation turbulente dynamique et thermique du fluide vu sont des facteurs déterminants dans la compréhension de la dynamique de la phase dispersée. Deuxièmement, le calcul des échelles de décorrélation de vitesse ou de température du fluide vu par les particules a montré que la plupart des modèles de ces grandeurs ou bien basés sur celles-ci ne sont pas corrects pour une turbulence non homogène. Nous pensons particulièrement à la modélisation des effets d'inertie et de croisement de trajectoires sur ces échelles et à la théorie de Tchen-Hinze.

Avant d'énoncer les raisons qui nous ont amené à formuler ces conclusions, il nous paraît important de rappeler certaines des caractéristiques de notre simulation numérique d'un écoulement gaz-solide. Nous nous sommes intéressés à la description statistique de l'écoulement fluide en étudiant les moments statistiques d'ordre un à quatre de la vitesse et de la pression et en analysant le transfert de l'énergie cinétique turbulente au sein du canal. Un aspect original de cette étude purement dynamique est d'avoir également fourni des résultats liés aux corrélations spatiales et temporelles de cet écoulement. Après s'être assuré de la validité du code de D.N.S., l'écoulement gaz-solide a été à son tour validé en participant à un cas test international. La particularité de ce cas test est que les simulations ont été réalisées jusqu'à l'obtention d'un régime établi de la phase dispersée. Cela a nécessité au minimum 8 mois de calcul en continu. La comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par d'autres groupes de recherche [G. Goldensohn et K.D. Squires (U.S.A.), J.G.M. Kuerten (Pays-Bas), et C. Marchioli et A. Soldati (Italie)] a montré la capacité du présent code de calcul à reproduire les principales caractéristiques de ce type d'écoulement. Une étude portant sur l'influence des corrections de la force de traînée en paroi et de la force de portance « optimale » sur la phase dispersée a ensuite permis de montrer que l'introduction de ces effets dans le calcul de la trajectoire des particules solides n'est pas nécessaire, d'autant plus que la programmation de la force de portance « optimale » n'est absolument pas simple. Cette conclusion n'est toutefois valide que sous certaines restrictions, c'est-à-dire en l'absence de la force de pesanteur, et pour des parois lisses et des chocs particules-paroi élastiques.

Ainsi, par cette démarche, nous nous sommes assurés de la validité de la simulation numérique tout en présentant des caractéristiques fondamentales qui faciliteront la compréhension du comportement d'une suspension de particules solides au sein d'un écoulement turbulent non homogène.

Dans ce cadre, nous nous sommes intéressés aux caractéristiques dynamiques de la phase dispersée ainsi que celles du fluide vu. Ces deux aspects ont été abordés en tenant compte ou non de la force de pesanteur, ce qui nous a permis d'analyser successivement le phénomène d'inertie seul, puis les effets couplés de croisement de trajectoires et d'inertie. Nous rappelons ici qu'au vu des temps de calcul assez longs les résultats qui ont été présentés n'ont pas été obtenus en régime strictement établi. En l'absence de la force de pesanteur, nous avons observé l'accumulation des particules solides les plus inertes situées en proche paroi dans les longues stries de fluide ayant une faible vitesse longitudinale. Il a été remarqué que ce phénomène de concentration préférentielle est plus prononcé pour les particules ayant un temps de réponse  $\tau_p^+ = 15.4$  que pour  $\tau_p^+ = 27.1$ . L'importante interaction des particules solides et de ces événements turbulents nous est apparue naturelle du fait de la très longue persistance temporelle de ces longues stries de fluide. L'étude visuelle du positionnement des particules les plus inertes à travers le canal nous a, quant à elle,

appris que la présence et le mouvement des particules sont fortement corrélés avec la présence des événements turbulents de type  $Q_2$  et  $Q_4$  qui sont en outre des zones de production de l'énergie cinétique turbulente.

L'incidence de la concentration préférentielle a été ensuite remarquée sur la vitesse moyenne longitudinale de la phase dispersée. En effet, nous avons constaté que le mouvement moyen des particules est, selon la distance à la paroi, plus ou moins rapide que celui du fluide. Nous avons relié ce phénomène à la vitesse de dérive longitudinale qui est principalement induite par la concentration préférentielle des particules solides dans des zones de fluide caractérisées par des fluctuations de vitesse longitudinale soit majoritairement négatives en proche paroi, soit majoritairement positives vers le centre du canal. L'effet de la concentration préférentielle a été également remarqué sur les statistiques turbulentes de la phase dispersée puisque nous avons observé que l'agitation turbulente longitudinale du fluide vu est supérieure à celle du fluide. Nous pensons que cela est principalement induit par le fait que les particules sont situées principalement dans des zones de production de l'énergie cinétique turbulente. En outre, aucun effet significatif du phénomène de concentration préférentielle n'a été relevé sur l'agitation turbulente des particules dans les directions normale aux parois et transversale. Nous avons également mis en évidence que ces statistiques turbulentes de la phase dispersée dépendent aussi de l'effet de filtrage de la turbulence du fluide et de la présence du gradient moyen de la vitesse du fluide. Le filtrage de la turbulence induit une diminution de l'agitation turbulente des particules lorsque leur inertie augmente ; il est prépondérant pour les composantes de la vitesse des particules normale aux parois et transversale. Le gradient moyen de la vitesse du fluide provoque, quant à lui, une augmentation de l'agitation des particules dans la direction du mouvement moyen qui est importante en proche paroi.

Par la suite, nous nous sommes intéressés aux échelles de décorrélation temporelle de la vitesse du fluide vu,  $T_{ij}^*$ . Ce calcul nous a permis de remarquer notamment que ces échelles sont fortement anisotropes, quelle que soit l'inertie des particules suivies. Une autre particularité importante de ces échelles est qu'elles n'évoluent pas toutes comme pour une turbulence isotrope, c'est-à-dire que les valeurs de certaines de ces échelles ne sont pas comprises entre celles des échelles lagrangiennes du fluide ( $T_{ij}^L$ ) et celles des échelles eulériennes calculées dans un référentiel mobile ( $T_{ij}^{mE}$ ). Cela a notamment été observé pour la composante  $T_{11}^*$  puisque celle-ci diminue quand l'inertie augmente. La relation  $T_{ij}^L < T_{ij}^* < T_{ij}^{mE}$  n'est donc pas valable pour une turbulence non homogène, ce qui met en défaut l'ensemble des modèles de  $T_{ij}^*$  basé sur cette relation. Suite au calcul des échelles temporelles  $T_{ij}^*$ , nous avons pu tester une extension du modèle de Tchen-Hinze. La comparaison avec les résultats obtenus par D.N.S. a révélé que ce simple modèle permet une bonne représentation de l'agitation turbulente des particules dans les directions normale aux parois et transversale, alors que dans la direction longitudinale, ce modèle est également mis en défaut du fait de la présence du gradient de la vitesse moyenne du fluide.

L'influence de l'effet d'inertie étant assez bien cernée, nous avons alors examiné l'influence du croisement de trajectoires sur la décorrélation du fluide vu ainsi qu'à sa modélisation. Bien que son utilisation soit restreinte à une turbulence isotrope stationnaire, nous avons examiné la validité de la théorie de Csanady (1963) en turbulence non homogène à partir du calcul des échelles temporelles de décorrélation du fluide vu par les particules en présence d'une vitesse relative moyenne entre les deux phases. Les résultats issus de simulations par D.N.S. ont mis en évidence que la diminution de ces échelles est plus importante dans les directions perpendiculaires que parallèle, et que plus la vitesse relative moyenne augmente, plus la diminution de ces échelles dans les trois directions est grande. Les effets de continuité et de croisement de trajectoires prédits par Yudine (1959) et

Csanady (1963) pour une turbulence isotrope sont donc qualitativement identiques en turbulence non homogène. Nous nous sommes ensuite inspirés des travaux de Csanady (1963) pour proposer et tester plusieurs couples d'expressions prédisant quantitativement la diminution des échelles de temps du fluide vu. Les modifications apportées permettent de prendre en compte l'anisotropie des échelles temporelles et spatiales ainsi que l'effet d'inertie. Ces tests ont été effectués en dehors des limites strictes de validité de cette théorie puisque lors de nos simulations  $\langle V_{r,i} \rangle \sim \langle u_{r,i}^2 \rangle^{1/2}$ . De plus, nous avons dû supposer que le mouvement relatif entre les deux phases est unidirectionnel. Malgré ces différentes hypothèses, nous avons constaté que parmi les trois couples d'expressions proposés, il y en a un qui permet de prédire très correctement les effets de croisement de trajectoires et de continuité sur les échelles temporelles de décorrélation du fluide vu que ce soit en écoulement horizontal ou vertical descendant. La spécificité de ce couple d'expressions est qu'il ne suppose pas que l'échelle spatiale longitudinale est deux fois plus grande que l'échelle transversale. Pour ce faire, nous avons explicitement introduit dans ces expressions les valeurs des échelles spatiales, relatives à des déplacements dans la direction de la gravité, qui ont été déterminées par D.N.S. Cette étude a prouvé que la détermination d'expressions permettant de prendre en compte les effets de croisement de trajectoires et de continuité peut se faire à partir de considérations physiques analogues à celles décrites par Csanady (1963). En outre, il nous semble impératif de réfléchir à un formalisme tel que les échelles spatiales et temporelles aient une forme tensorielle afin de pouvoir déterminer l'effet de croisement de trajectoires indépendamment de la direction du mouvement relatif.

A l'heure actuelle, les difficultés d'application de la modélisation stochastique dans une turbulence non homogène résident principalement dans la spécification des paramètres de l'équation stochastique, que ce soit pour les fluctuations de vitesse d'une particule fluide ou pour celles du fluide le long de la trajectoire d'une particule solide. Ces paramètres sont généralement déterminés à partir de considérations physiques valables uniquement pour une turbulence isotrope. Nous avons donc mis les résultats de notre D.N.S. au service de ce type de modélisation en écoulement turbulent de canal. Nous nous sommes tout d'abord focalisé sur la modélisation stochastique de la turbulence du fluide porteur par un modèle type Langevin généralisé. Par une approche analogue à celle utilisée par Pope (2002) pour une turbulence homogène cisailée, nous avons identifié les composantes des tenseurs de dérive  $G_{ij}$  et de diffusion  $B_{ij}$ . Tout comme Pope (2002) l'a constaté pour une turbulence homogène cisailée, l'anisotropie de ces tenseurs a été mise en évidence, ce qui est notamment contraire à la modélisation usuelle du tenseur de diffusion. Les valeurs des composantes du tenseur de dérive ont ensuite été comparées à celles provenant des modèles S.L.M. et L.I.P.M. Nous en avons déduit que le modèle L.I.P.M. permet la meilleure estimation du tenseur de dérive. Afin de vérifier la validité des valeurs que nous avons obtenues pour  $G_{ij}$  et  $B_{ij}$ , un test a posteriori sur la décorrélation de la vitesse du fluide a été conduit. Ce test a montré que notre identification du tenseur de dérive est correcte. Par contre, il ne nous a pas permis de vérifier la justesse de notre estimation des valeurs des composantes du tenseur de diffusion puisque les résultats obtenus se sont révélés indépendants de ces valeurs. Le test a posteriori a également été mené avec les modèles S.L.M. et L.I.P.M. Nous avons alors constaté qu'aucun de ces modèles ne permet une bonne prédiction de la décorrélation de la vitesse du fluide pour une turbulence non homogène. En outre, ce test a posteriori n'est pas suffisant pour pouvoir statuer sur la pertinence des résultats que nous avons obtenus pour les tenseurs de dérive et de diffusion. Le seul moyen de confirmer la validité de notre estimation de ces tenseurs sera de les incorporer dans une simulation purement lagrangienne de l'écoulement turbulent de canal. Ce travail est en cours en partenariat avec J. Po-

zorski (Institute of Fluid-Flow Machinery, Polish Academy of Sciences, Gdańsk, Poland).

La seconde partie de l'étude de la modélisation stochastique a été dédiée à la modélisation des fluctuations de la vitesse du fluide vu par les particules solides avec une équation stochastique analogue à celle du G.L.M. Nous avons présenté deux méthodes permettant de déterminer les paramètres intervenant dans cette équation stochastique et effectué un test a posteriori à partir des données issues de l'une de ces méthodes. La première repose sur une analogie avec l'étude portant sur la modélisation de trajectoires de particules fluides. Pour ce faire, nous avons dû supposer que la turbulence est localement homogène et négliger la vitesse de dérive. Faute de temps, seule cette méthode a été conduite à son terme. L'identification des paramètres de dérive et de diffusion a été menée à partir de données obtenues en apesanteur à  $Re_\tau \approx 185$  pour des particules solides caractérisées par les temps de réponse suivants :  $\tau_p^+ = 2$ ,  $\tau_p^+ = 15.4$  et  $\tau_p^+ = 27.1$ . Il a été remarqué que les tenseurs de dérive et de diffusion du fluide vu sont anisotropes. De plus, les valeurs des composantes de ces tenseurs peuvent varier assez fortement selon l'inertie des particules. A partir des valeurs obtenues pour les paramètres de dérive et de diffusion, nous avons réalisé un test a posteriori. Il a consisté en l'introduction de ces valeurs dans une modélisation euléro-lagrangienne de notre écoulement gaz-solide de canal. De la comparaison des résultats obtenus à ceux provenant de la D.N.S., nous avons pu en déduire que la génération des fluctuations de vitesse du fluide à la position des particules par une équation stochastique du type G.L.M. permet de modéliser très correctement les caractéristiques dynamiques d'une phase dispersée au sein d'un écoulement turbulent non homogène. La bonne adéquation entre les résultats a été observée pour les moments statistiques de la vitesse des particules d'ordre 1 à 3, ainsi que pour la concentration en particules. Toutefois, pour parfaire ce test, il nous faudra reconduire ces simulations jusqu'à l'établissement de la phase dispersée. En ce qui concerne la seconde méthode d'identification, elle est issue de la modélisation euléro-eulérienne de l'écoulement diphasique et permet de déterminer uniquement les composantes du tenseur de dérive du fluide vu. Cette seconde méthode, basée sur une équation de transport modélisée des covariances fluide-particules, a l'avantage de ne pas nécessiter d'autres hypothèses que de considérer la vitesse de dérive nulle. Grâce à cette méthode, les valeurs des composantes de  $G_{ij}^*$  ont pu être exprimées en fonction des statistiques des vitesses des deux phases et du fluide vu. Dans un futur proche, il nous faudra accomplir le calcul numérique des composantes de  $G_{ij}^*$  par cette méthode, puis comparer les résultats obtenus à ceux issus de la première méthode d'identification. Enfin, pour clore cette étude, nous effectuerons à nouveau notre test a posteriori à partir des valeurs obtenues. Nous pourrions alors déterminer laquelle de ces méthodes conduit à la meilleure estimation du tenseur de dérive du fluide vu.

Afin de compléter ce travail qui a porté principalement sur les propriétés dynamiques de l'écoulement, nous avons étudié le transfert de chaleur au sein de la phase porteuse ainsi qu'entre les deux phases en considérant une différence de température constante entre les deux parois du canal. A notre connaissance, ce travail par D.N.S. est original puisque les seules études d'écoulement gaz-solide anisotherme qui aient été menées à ce jour ont été consacrées à une turbulence homogène. En ce qui concerne le transfert de chaleur au sein du fluide porteur, nous avons effectué la validation de la simulation numérique à partir de la comparaison de résultats tels que la moyenne et l'écart type de la température, les flux de chaleurs turbulents et le nombre de Prandtl turbulent à des données issues de la littérature. L'outil de simulation étant validé, nous avons alors examiné la décorrélation des fluctuations de la température le long des trajectoires de particules fluides. Nous avons notamment observé que les valeurs de l'échelle temporelle caractérisant cette décorrélation sont beaucoup plus élevées que celles obtenues pour la décorrélation des fluctuations de la vitesse.

Ce calcul a également permis de mettre en défaut une possible modélisation de cette échelle en fonction du nombre de Prandtl turbulent et d'une échelle lagrangienne de décorrélation des fluctuations de la vitesse du fluide. Toutefois, la conclusion aurait pu être différente si nous avions imposé des flux de chaleur identiques aux parois.

Le transfert thermique entre les deux phases a été ensuite examiné en écoulement vertical descendant pour des particules ayant des temps de réponses thermiques de  $\tau_{p\theta}^+ = 1.24$  et  $\tau_{p\theta}^+ = 16$ . Ces temps de réponses ont été choisis de sorte à ce qu'ils correspondent environ aux valeurs des temps de réponses dynamiques. En première approximation, nous avons considéré que ce transfert ne s'effectue que de la phase porteuse vers la phase dispersée et que les échanges par conduction au sein de la particule et par rayonnement sont négligeables. Grâce à cette simulation numérique, nous avons pu observer que la température moyenne des particules est soit légèrement inférieure, soit environ égale à celle du fluide. Le calcul de la moyenne de la température du fluide vu par les particules solides nous a permis de mettre en évidence, dans certaines parties du canal, une forte corrélation entre la position des particules et les zones de fluide caractérisées par des fluctuations de température négatives. Cette corrélation implique que le terme de dérive thermique est négatif, ce qui explique pourquoi la température de la phase dispersée peut être inférieure à celle de la phase porteuse. L'effet du phénomène de concentration préférentielle a été également noté sur l'écart type de la température des particules puisque nous avons vu que, selon l'inertie des particules, l'écart type du fluide vu peut être significativement plus faible que celui du fluide. De plus, pour ce qui est des particules les plus inertes, il a été remarqué que les effets induits par le filtrage de l'agitation thermique du fluide et le gradient de la température moyenne du fluide peuvent être importants selon la position des particules dans le canal. En effet, le gradient de la température moyenne du fluide provoque une augmentation de l'agitation de la température des particules, ce phénomène prédomine en proche paroi. Au cœur de l'écoulement, c'est le filtrage de l'agitation thermique du fluide qui prédomine, ce qui tend à diminuer l'agitation thermique de la phase dispersée. Le calcul de la covariance des températures fluide-particules a montré que cette grandeur diminue lorsque l'inertie thermique (et donc dynamique) augmente, ce qui implique que l'effet induit par le gradient de la température moyenne du fluide est faible. Nous pouvons conclure de cette étude du comportement thermique de la phase dispersée qu'il présente des similitudes avec celui observé pour la vitesse longitudinale de cette même phase.

Pour clore cette étude, nous avons abordé l'influence des effets couplés d'inertie et de croisement de trajectoires sur la décorrélation de la température du fluide vu. Il ressort de cette étude que la diminution des échelles temporelles de décorrélation de la température du fluide vu est a priori du même ordre de grandeur que celle rencontrée pour les composantes de la vitesse perpendiculaires à la vitesse relative moyenne. Il semble aussi que l'effet d'inertie contribue à cette diminution puisque pour une même intensité de la force de pesanteur, cette échelle temporelle est plus faible pour les particules les plus inertes. Afin de poursuivre notre examen des effets d'inertie et de croisement de trajectoires, il nous faudra obtenir par D.N.S. l'échelle de décorrélation de la température du fluide vu en absence de la force de pesanteur ainsi que les échelles spatiales de la température du fluide. Nous pourrions alors confirmer la décroissance de cette grandeur lorsque l'inertie des particules augmente et étudier une possible modélisation de l'effet de croisement de trajectoires sur ces échelles à partir de formulations analogues à celles proposées par Csanady (1963) pour la vitesse du fluide vu.





# Appendices



# Annexe A

## Complément sur les méthodes numériques

### A.1 Méthode de pas fractionnaire

En ne retenant pas le terme de forçage  $G$ , l'équation de conservation de la quantité de mouvement [Eq. (1.8)], discrétisée en temps et en espace, prend la forme suivante :

$$\frac{\hat{u}_i^k - u_i^k}{\Delta t} = \gamma^k \left( \frac{\delta u_i u_j}{\delta x_j} \right)^k + \rho^k \left( \frac{\delta u_i u_j}{\delta x_j} \right)^{k-1} + \frac{\alpha^k}{2Re_b} \left[ \frac{\delta^2}{\delta x_j x_j} (\hat{u}_i^k + u_i^k) \right] - \alpha^k \frac{\delta p^k}{\delta x_i}. \quad (\text{A.1})$$

Où  $k = 1, 2$  et  $3$  représente les trois sous-pas de temps et  $\hat{u}_i^k$  la vitesse intermédiaire au sous-pas de temps  $k$ . De plus,  $u_i^1 = u_i^n$  et  $u_i^4 = u_i^{n+1}$  avec  $u_i^n$  et  $u_i^{n+1}$  la vitesse au temps  $n$  et  $n + 1$ . Nous avons introduit les opérateurs  $\delta/\delta x_i$  et  $\delta^2/\delta x_i x_i$  qui représentent les formes discrètes des approximations des dérivées spatiales première et seconde par différences finies centrées. Quant aux coefficients  $\alpha^k$ ,  $\gamma^k$  et  $\rho^k$ , ils ont été choisis afin d'obtenir une solution précise jusqu'au troisième ordre en temps pour les termes convectifs (Le et Moin, 1991), soit :

$$\begin{aligned} \{\alpha^1, \alpha^2, \alpha^3\} &= \left\{ \frac{8}{15}, \frac{2}{15}, \frac{1}{3} \right\}, \\ \{\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3\} &= \left\{ \frac{8}{15}, \frac{5}{12}, \frac{3}{4} \right\}, \\ \{\rho^1, \rho^2, \rho^3\} &= \left\{ 0, -\frac{17}{60}, -\frac{5}{12} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Les avantages liés à ce schéma sont multiples :

- le premier sous-pas de temps ne nécessite pas la connaissance de la valeur des termes convectifs au pas précédent ( $\rho^1 = 0$ ),
- le nombre de variables à stocker en mémoire est faible,
- sa stabilité permet l'utilisation de pas de temps plus grand que pour un schéma de type Adams-Bashforth.

Ce dernier avantage est à relativiser puisque le nombre d'opérations à effectuer est trois fois plus grand que pour un schéma directe (i.e. à une étape). En séparant les variables inconnues des autres,

l'équation (A.1) s'écrit :

$$\left(1 - \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_b} \frac{\delta^2}{\delta x_j x_j}\right) (\hat{u}_i^k - u_i^k) = \left[ \gamma^k \left(\frac{\delta u_i u_j}{\delta x_j}\right)^k + \rho^k \left(\frac{\delta u_i u_j}{\delta x_j}\right)^{k-1} - \alpha^k \frac{\delta p^k}{\delta x_i} \right] \Delta t + 2 \left(\frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_b} \frac{\delta^2}{\delta x_j x_j}\right) u_i^k. \quad (\text{A.3})$$

Dans le but d'éviter l'inversion de matrice, une factorisation approchée de la matrice associée à  $\hat{u}_i$  permet de la remplacer par le produit de trois matrices unidirectionnelles (Beam et Warming, 1976). La factorisation approchée introduit donc une erreur de factorisation en  $O(\Delta t^2)$ . Dès lors, la solution est obtenue par simple inversion successive de ces trois matrices qui seront de type tridiagonale puisque les dérivées spatiales sont approchées par des différences finies au second ordre.

Après résolution de l'équation précédente pour la vitesse intermédiaire  $\hat{u}_i$ , la vitesse au sous-pas de temps suivant se déduit de l'étape de projection tel que :

$$\frac{u_i^{k+1} - \hat{u}_i^k}{\Delta t} = -\alpha^k \frac{\partial \phi^{k+1}}{\partial x_i}. \quad (\text{A.4})$$

Avec  $\phi \equiv \phi(x, y, z, t)$  une variable de type scalaire reliée à la pression permettant d'appliquer la condition d'incompressibilité mais n'ayant aucune signification physique. Pour ce faire, l'opérateur divergence est appliqué à l'équation (A.4). Sachant que la divergence du champ de vitesse  $u_i^k$  est globalement et localement nulle, nous obtenons alors une équation en  $\phi$  de type Poisson,

$$\frac{\partial^2 \phi^{k+1}}{\partial x_j x_j} = \frac{1}{\alpha^k \Delta t} \frac{\partial \hat{u}_i^k}{\partial x_i}. \quad (\text{A.5})$$

La résolution de cette équation utilise une méthode semi-spectrale du fait de la décomposition au préalable des variables en séries de Fourier dans les directions  $Ox_1$  et  $Ox_3$ . La discrétisation de cette équation se fait donc de façon usuelle pour les dérivées spatiales des transformées de Fourier dans les directions  $Ox_1$  et  $Ox_3$ , alors qu'une discrétisation par différences finies du second ordre est effectuée dans la direction normale aux parois. L'équation de type Poisson se présente alors sous la forme suivante :

$$\frac{\delta^2 \tilde{\phi}}{\delta x_2 x_2} - k_1^2 \tilde{\phi} - k_3^2 \tilde{\phi} = \mathcal{F} \left( \frac{1}{\alpha^k \Delta t} \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} \right). \quad (\text{A.6})$$

Avec  $\tilde{\phi}$  la transformée de Fourier discrète de  $\phi$  et  $\mathcal{F}(\cdot)$  l'opérateur de la transformée de Fourier discrète bidimensionnel,  $k_1$  et  $k_3$  sont les nombres d'ondes modifiés associés aux directions statistiquement homogène. La solution de Eq. (A.6) se déduit alors par simple résolution d'un système d'équations linéaires, formé d'une matrice tridiagonale, auquel des conditions aux limites de type Neumann sont associées. A noter que ce type de résolution ne peut s'appliquer qu'aux cas où le maillage est à pas régulier dans deux directions au moins. Une fois le champ scalaire  $\phi$  calculé, nous en déduisons le champ de vitesse à divergence nulle :

$$u_i^{k+1} = \hat{u}_i^k - \alpha^k \Delta t \frac{\delta \phi^{k+1}}{\delta x_i}, \quad (\text{A.7})$$

puis le champ de pression par :

$$p^{k+1} = p^k + \phi^{k+1} - \frac{\alpha^k \Delta t}{2Re_b} \frac{\delta^2 \phi^{k+1}}{\delta x_i x_i}. \quad (\text{A.8})$$

La méthode de projection qui vient d'être présentée est quelque peu différente de la méthode proposée par Kim et Moin (1985) de par la présence du gradient de la pression au pas de temps précédent dans l'équation de convection-diffusion. Verzicco et Orlandi (1996) explique que l'introduction du gradient de pression dans la première étape de résolution simplifie le calcul des conditions aux limites pour la vitesse  $\hat{u}_i$  mais oblige à calculer le gradient de pression, cela pouvant être évité par la méthode de Kim et Moin (1985).

Au final, le schéma numérique proposé par Verzicco et Orlandi (1996) permet d'obtenir une approximation de la vitesse et de la pression en  $O(\Delta t^2)$  et  $O(\Delta t)$ . L'ordre de précision ainsi que les conditions aux limites à utiliser pour le terme  $\hat{u}_i$  ont fait l'objet d'après discussions au cours de ces dernières décennies. Cela étant dû au fait que l'étude de tels schémas n'est pas triviale. Le lecteur pourra se référer à Guermond *et al.* (2005) pour une description des différents schémas à pas fractionnaire existants et des problèmes associés à leur utilisation.

## A.2 Discrétisation spatiale et termes non linéaires

### A.2.1 Grille décalée et maillage

L'usage du grille décalée permet un découplage des composantes de la vitesse, du terme de pression ainsi que toute autre grandeur scalaire (cf. figure A.1). C'est-à-dire que pour une cellule numérique, au milieu de chaque face se trouve une composante de vitesse et au centre les grandeurs scalaires (température, pression, etc.).

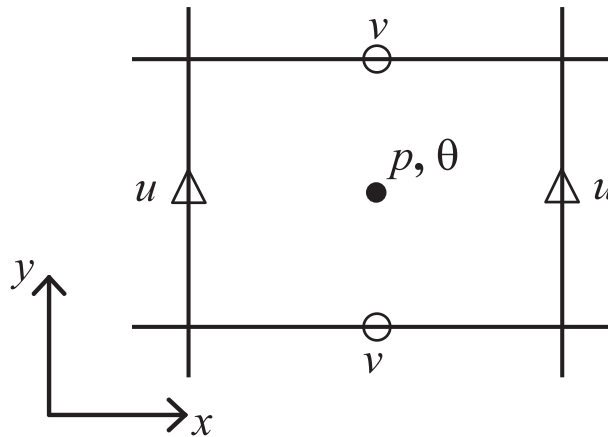


FIGURE A.1 – Grille décalée

Le maillage est quant à lui généré via une fonction en tangente hyperbolique afin qu'il soit resserré en proche paroi. La fonction génératrice a la forme suivante :

$$y_j = \frac{\tanh(a(\delta_j - 0.5))}{\tanh(a/2)} \quad \text{pour } j = 1, \dots, N_y, \quad (\text{A.9})$$

où  $y_j \in [-1, 1]$  est la coordonnée selon  $Oy$  du maillage sur lequel se situe la composante normale de la vitesse,  $a$  est le paramètre permettant d'ajuster la contraction du maillage (généralement égale à 2.8),  $N_y$  correspond au nombre total de points constituant le maillage et  $\delta_j$  est défini par :

$$\delta_j = \frac{(j-1)}{N_y - 1}. \quad (\text{A.10})$$

La hauteur de la première cellule (contiguë à la paroi) est, dans la plupart des simulations réalisées, environ égale à 1 en unités de parois, et cinq nœuds du maillage sont situés dans la sous-couche visqueuse ( $y^+ < 5$ ). Dans les autres directions le maillage varie selon un pas régulier.

### A.2.2 Termes non linéaires

Un terme est dit conservatif s'il peut s'écrire en fonction de l'opérateur de divergence et a priori conservatif s'il est également fonction de l'équation de conservation de la masse. Les quatre formes les plus communément rencontrées sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Conservative} : \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j}, & \quad \text{Advective} : u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \\ \text{Asymétrique} : \frac{1}{2} \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{1}{2} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, & \quad \text{Rotationnelle} : u_j \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial u_j u_j}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Les propriétés conservatives impliquées par ces expressions ont été étudiées principalement par Morinishi, Lund, Vasilyev et Moin (1998) sur une grille décalée et un maillage régulier, puis par la suite cette étude a été étendue au cas où le maillage est non uniforme par Vasilyev (2000). La conclusion des travaux de Vasilyev (2000) est qu'aucune de ces expressions ne permet l'introduction simultanée de termes conservatifs dans l'équation de la quantité de mouvement et de transport de l'énergie cinétique, compte tenu du fait que les opérateurs discrets d'interpolation et de discrétisation ne commutent pas. De plus, comme cela a été montré par Horiuti et Itami (1998), l'utilisation des formes advective, asymétrique et rotationnelle peut introduire des erreurs importantes de troncature lorsque ces termes sont discrétisés par des schémas aux différences finies d'ordre 2. Horiuti et Itami (1998) expliquent également que ces erreurs peuvent alors être supprimées en discrétisant les dérivées partielles de manière consistante, c'est-à-dire si les termes advectifs discrétisés vérifient la règle de dérivation d'un produit de deux variables, soit :

$$f_j \frac{\delta g_i}{\delta x_j} = \frac{\delta g_i f_j}{\delta x_j} - g_i \frac{\delta f_j}{\delta x_j}. \quad (\text{A.12})$$

Sachant qu'une formulation conservative des termes convectifs a été choisie, les erreurs de troncatures décrites par Horiuti et Itami (1998) ne devraient pas être présentes dans les simulations numériques effectuées.

# Annexe B

## Complément sur les corrélations spatiales et temporelles

### B.1 Corrélations spatiales

Commençons par présenter une propriété des corrélations spatiales en deux points liée à l'homogénéité statistique de l'écoulement dans les directions  $Ox_1$  et  $Ox_3$ . Sur la figure B.1 sont tracées les corrélations  $R_{ii}^{(1)}$ ,  $R_{12}^{(1)}$  et  $R_{21}^{(1)}$ . Elles ont été calculées en se plaçant en  $\mathbf{x} = (L_x/2, y, 0)$  pour  $r \in [-L_x/2, L_x/2]$ . Il est intéressant de remarquer que les corrélations  $R_{ii}^{(1)}$  sont symétriques par rapport à  $r = 0$ , d'où

$$R_{ii}^{(1)}(y, r) = R_{ii}^{(1)}(y, -r), \quad (\text{B.1})$$

alors que nos résultats montrent que cette propriété n'est pas valable pour  $R_{12}^{(1)}$  et  $R_{21}^{(1)}$ . Ces deux dernières corrélations sont toutefois liées par la relation suivante :

$$R_{12}^{(1)}(y, r) = R_{21}^{(1)}(y, -r). \quad (\text{B.2})$$

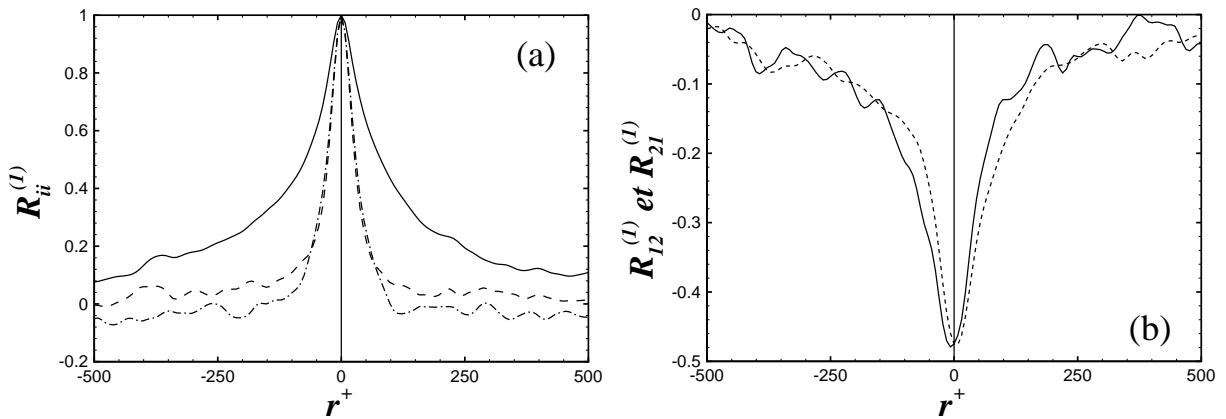


FIGURE B.1 – Corrélations spatiales avec déplacement selon  $Ox$  pour différentes valeurs de  $y^+$ . (a) : —,  $R_{11}^{(1)}$  ; --,  $R_{22}^{(1)}$  ; - · -,  $R_{33}^{(1)}$ . (b) : —,  $R_{12}^{(1)}$  ; --,  $R_{21}^{(1)}$

Les propriétés données par les équations (B.1) et (B.2) sont dues à l'homogénéité statistique de



l'écoulement dans la direction longitudinale. Elles sont donc également valables pour les corrélations calculées pour des déplacements selon la direction  $Ox_3$ . Théoriquement, il est assez simple de montrer leurs existences, pour cela, il nous faut partir de la définition générale de  $R_{ij}^{(k)}$  :

$$R_{ij}^{(k)}(\mathbf{x}, r, t) = \frac{\langle u'_i(\mathbf{x}, t) u'_j(\mathbf{x} + r \mathbf{e}_k, t) \rangle}{\sqrt{\langle u'^2_i(\mathbf{x}, t) \rangle} \sqrt{\langle u'^2_j(\mathbf{x} + r \mathbf{e}_k, t) \rangle}}. \quad (\text{B.3})$$

En posant  $\mathbf{q} = \mathbf{x} + r \mathbf{e}_k$ , la corrélation peut être réécrite :

$$R_{ij}^{(k)}(\mathbf{x}, r, t) = \frac{\langle u'_i(\mathbf{q} - r \mathbf{e}_k, t) u'_j(\mathbf{q}, t) \rangle}{\sqrt{\langle u'^2_i(\mathbf{q} - r \mathbf{e}_k, t) \rangle} \sqrt{\langle u'^2_j(\mathbf{q}, t) \rangle}} = R_{ji}^{(k)}(\mathbf{q}, -r, t) \quad \forall k. \quad (\text{B.4})$$

Finalement, par invariance des statistiques turbulentes par translation selon les directions  $Ox_1$  et  $Ox_3$  au sein de l'écoulement, il vient :

$$R_{ij}^{(k)}(\mathbf{x}, r, t) = R_{ji}^{(k)}(\mathbf{x}, -r, t) \quad \text{pour } k = 1, 3. \quad (\text{B.5})$$

Nous retrouvons donc les propriétés précédemment définies par les équations (B.1) et (B.2).

Sur les figures B.2, B.3 et B.4 sont reportées les corrélations spatiales en deux points  $R_{12}^{(k)}$  et  $R_{21}^{(k)}$  pour des déplacements selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ , respectivement, et pour différentes distances par rapport à la paroi.

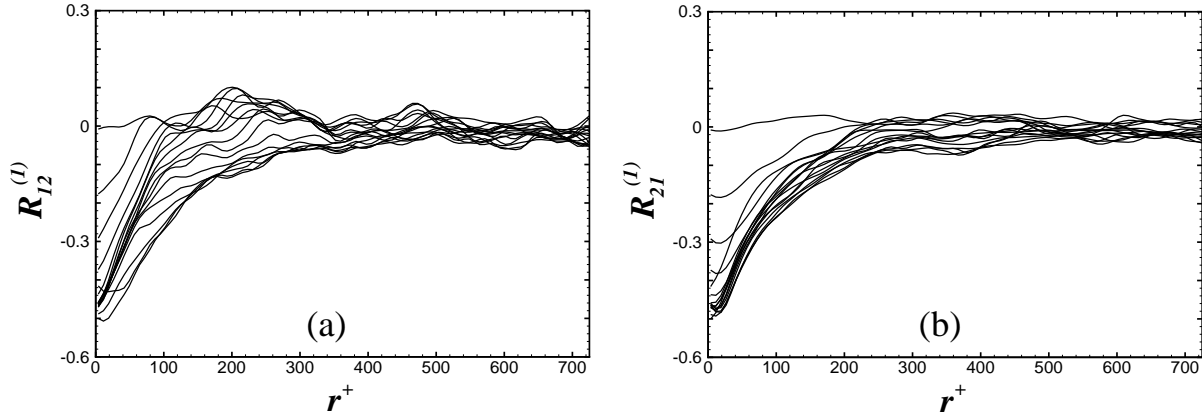


FIGURE B.2 – Corrélations spatiales  $R_{12}^{(1)}$  et  $R_{21}^{(1)}$  pour différentes valeurs de  $y^+$ .

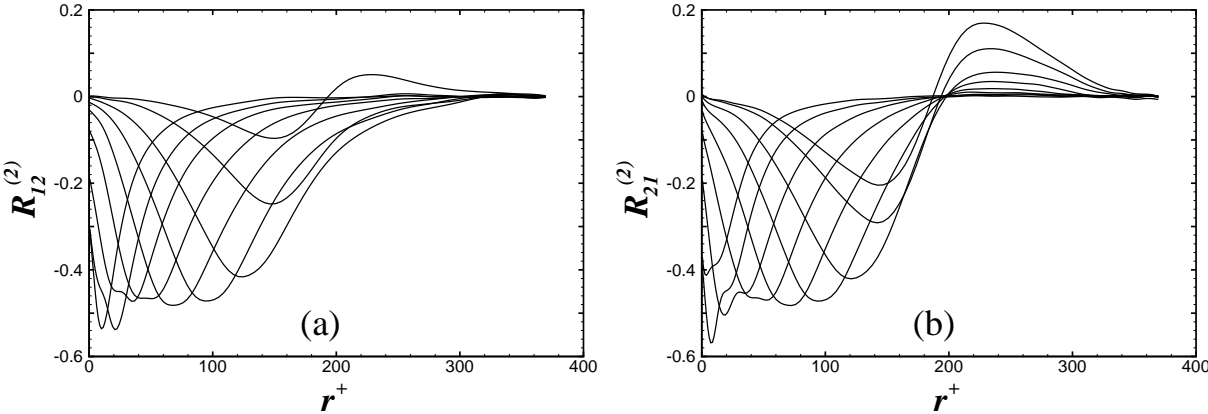


FIGURE B.3 – Corrélations spatiales  $R_{12}^{(2)}$  et  $R_{21}^{(2)}$  pour différentes valeurs de  $y^+$ .

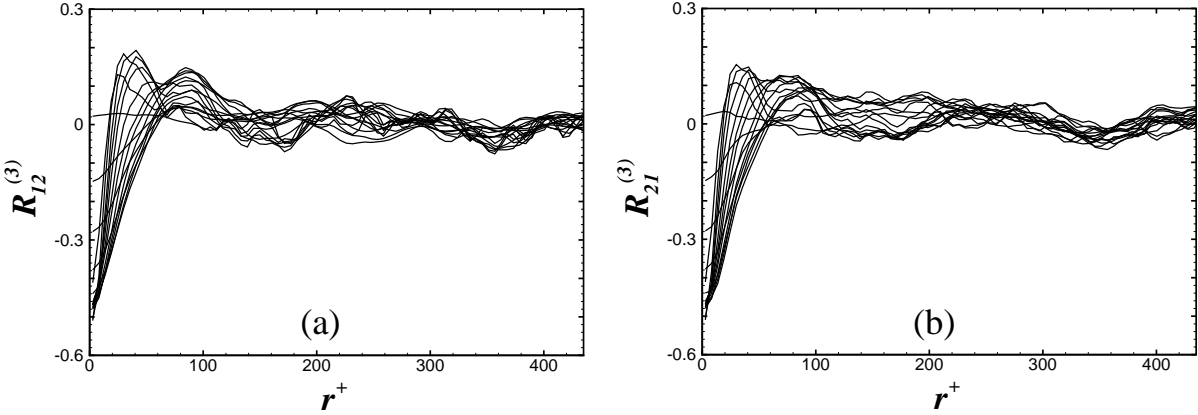


FIGURE B.4 – Corrélations spatiales  $R_{12}^{(3)}$  et  $R_{21}^{(3)}$  pour différentes valeurs de  $y^+$ .

## B.2 Suivi lagrangien de particules fluides

L'équation décrivant le mouvement d'une particule fluide est la suivante :

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}_f(\mathbf{a}, t) = \mathbf{v}_f(\mathbf{a}, t), \quad (\text{B.6})$$

où  $\mathbf{x}_f(\mathbf{a}, t)$  est le vecteur position à l'instant  $t$  de la particule fluide qui était initialement situé au point de coordonnées  $\mathbf{a}$ , et  $\mathbf{v}_f(\mathbf{a}, t)$  est la vitesse lagrangienne de la particule. Par la suite, nous omettrons de préciser la variable  $\mathbf{a}$  afin d'alléger l'écriture.

Le schéma du type prédicteur/correcteur de Yeung et Pope (1988) est utilisé pour la résolution numérique. Ce schéma permet de déterminer la position et la vitesse de la particule fluide à l'instant  $t + \Delta t$  sachant que cette particule se situait à  $\mathbf{x}_f(t)$  et avait une vitesse  $\mathbf{v}_f(t)$  à l'instant précédent  $t$ . Il est constitué de quatre étapes successives :

1. prédiction de la position suivant un schéma du type Euler,  $\widehat{\mathbf{x}}_f = \mathbf{x}_f(t) + \mathbf{v}_f(t)\Delta t$ ,
2. interpolation de la vitesse  $\widehat{\mathbf{v}}_f$  à la position  $\widehat{\mathbf{x}}_f$  et à l'instant  $t + \Delta t$ ,
3. correction de la position en utilisant,  $\mathbf{x}_f(t + \Delta t) = \mathbf{x}_f(t) + [(\widehat{\mathbf{v}}_f + \mathbf{v}_f(t))/2] \Delta t$ ,
4. interpolation de la vitesse,  $\mathbf{v}_f(t + \Delta t)$ , à la position  $\mathbf{x}_f(t + \Delta t)$ .

Un schéma du type Adams-Bashforth aurait pu être utilisé pour effectuer le suivi lagrangien de particules fluides, cependant un tel schéma nécessite la connaissance d'informations à l'instant  $t - \Delta t$ . C'est pour cette raison que le schéma proposé par Yeung et Pope (1988), qui n'est rien d'autre qu'un schéma du type Runge-Kutta d'ordre 2, lui a été préféré.

# Annexe C

## *Résultats complémentaires issus du cas test*

### C.1 Statistiques de la phase dispersée

#### C.1.1 Concentration en particules

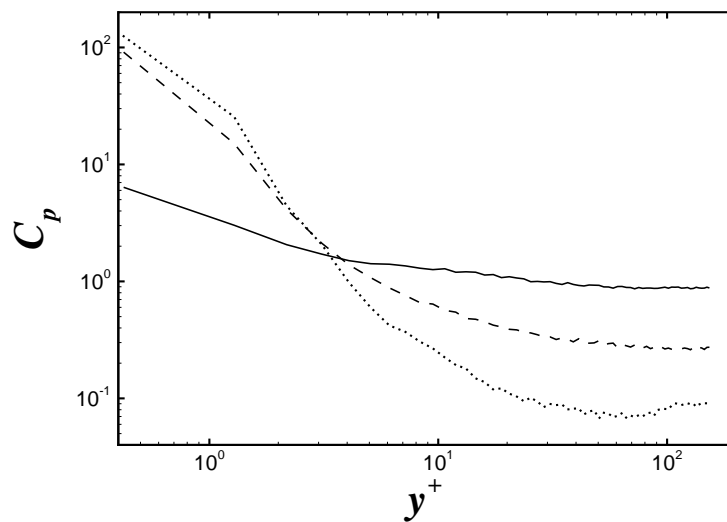


FIGURE C.1 – Concentration moyenne  $C_p$  à  $t^+ \approx 21000$ . —,  $\tau_p^+ = 1$ ; --,  $\tau_p^+ = 5$ ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 25$ .

#### C.1.2 Moyenne et écart type de la vitesse des particules

##### Les vitesses moyennes

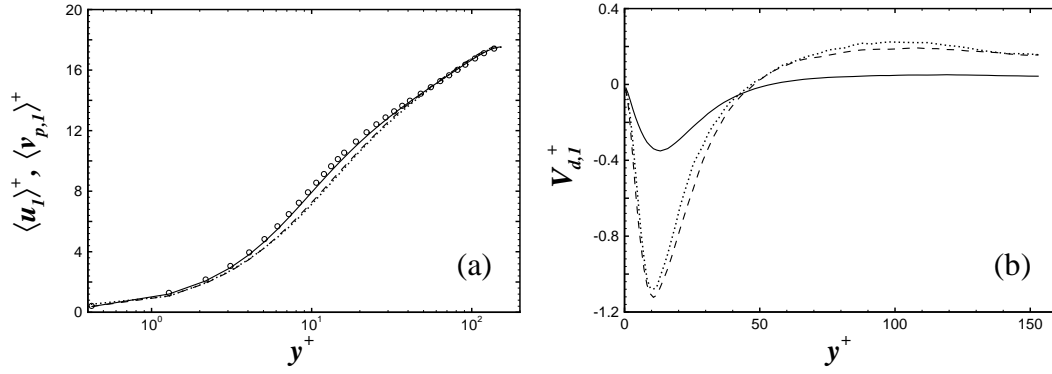


FIGURE C.2 – (a) Vitesses moyennes longitudinales du fluide et des particules :  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 1$  ; --,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 25$ . (b) Vitesse moyenne longitudinale de dérive  $V_{d,1}$  : —,  $\tau_p^+ = 1$  ; --,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 25$ .

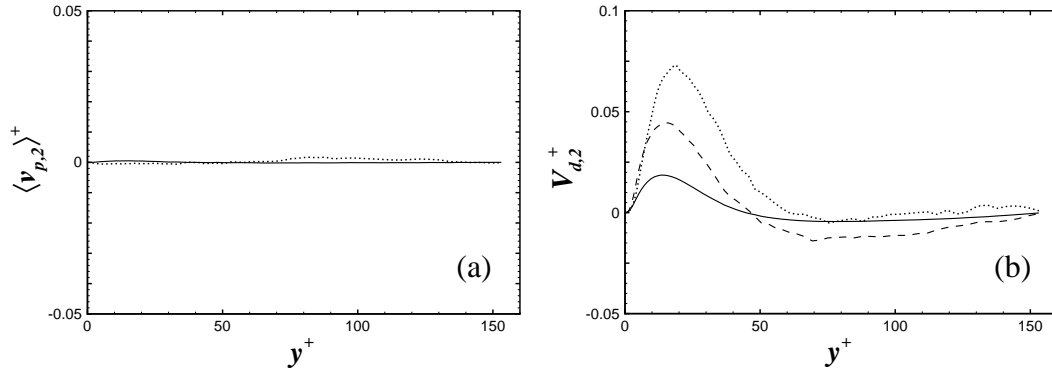


FIGURE C.3 – (a) Vitesse moyenne normale aux parois des particules : —,  $\tau_p^+ = 1$  ; --,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 25$ . (b) Vitesse moyenne de dérive normale aux parois  $V_{d,2}$  : —,  $\tau_p^+ = 1$  ; --,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 25$ .

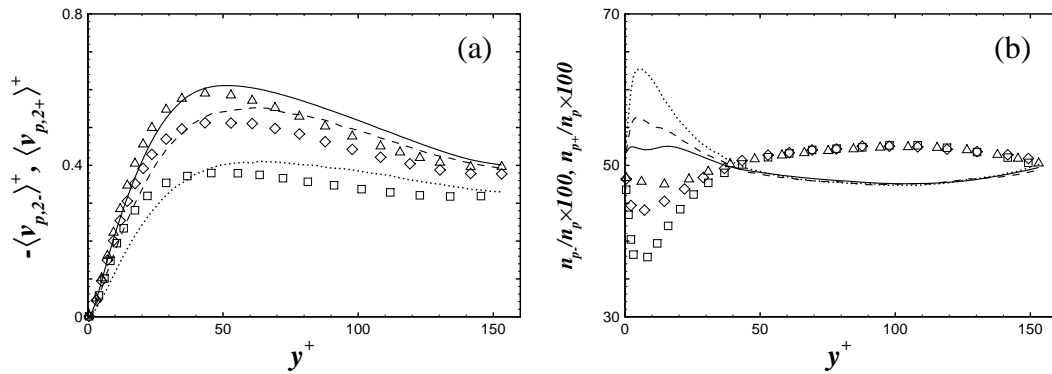


FIGURE C.4 – (a) Vitesses moyennes des particules se dirigeant vers le centre du canal  $\langle v_{p,2+} \rangle$  et vers la paroi  $\langle v_{p,2-} \rangle$ .  $\langle v_{p,2+} \rangle$  : —,  $\tau_p^+ = 1$  ; --,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 25$ .  $-\langle v_{p,2-} \rangle$  :  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 1$  ;  $\circ$ ,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 25$ . (b) Proportions moyennes de particules se dirigeant vers le centre du canal et vers la paroi.  $n_{p+}/n_p \times 100$  : —,  $\tau_p^+ = 1$  ; --,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 25$ .  $n_{p-}/n_p \times 100$  :  $\triangle$ ,  $\tau_p^+ = 1$  ;  $\circ$ ,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\square$ ,  $\tau_p^+ = 25$ .

Les écarts types des vitesses des particules

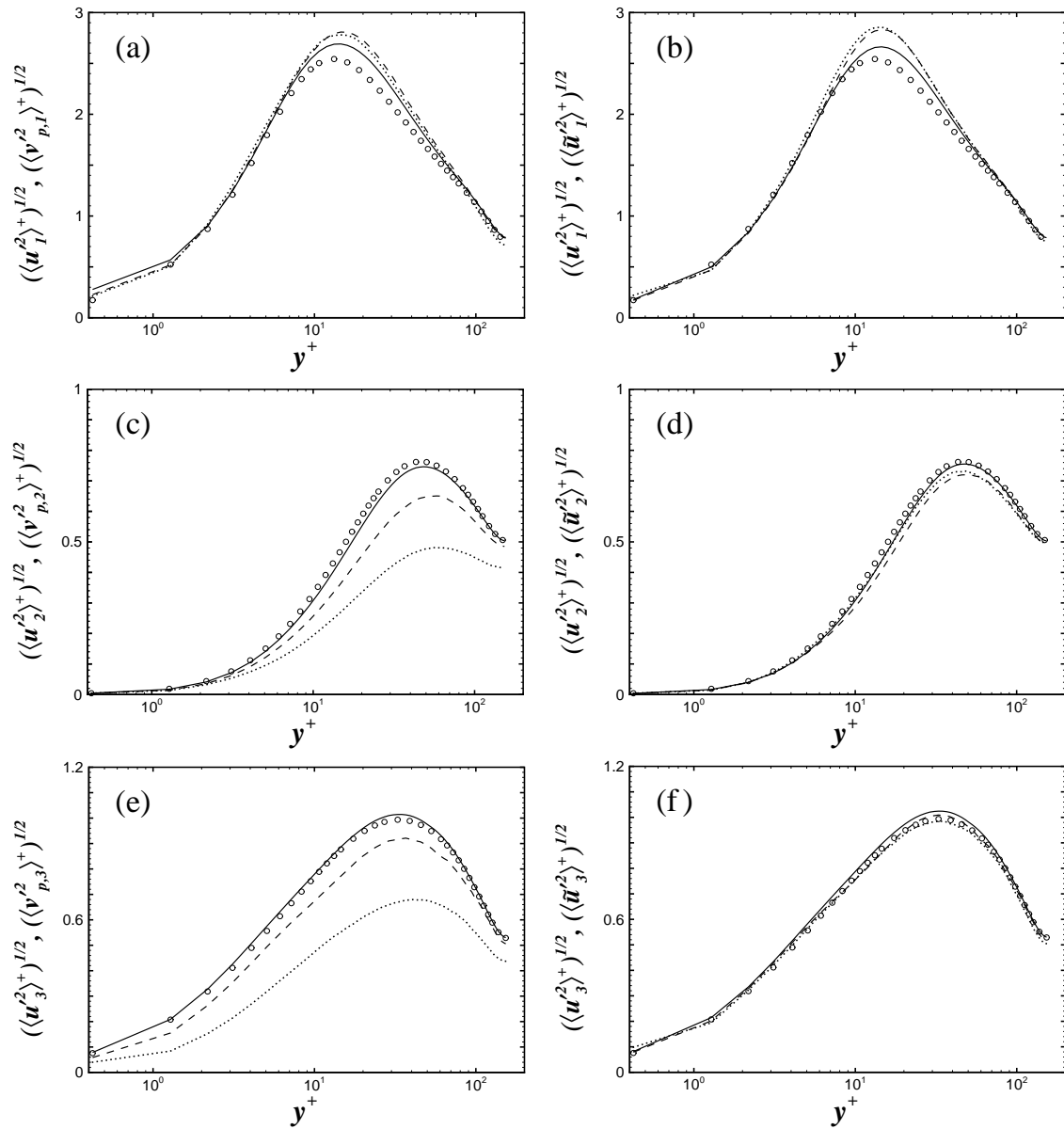


FIGURE C.5 – (a), (c) et (e) Ecarts types des vitesses des particules et du fluide :  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 1$  ; --,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 25$ . (b), (d) et (f) Ecarts types des vitesses du fluide « vu » par les particules et du fluide :  $\circ$ , fluide ; —,  $\tau_p^+ = 1$  ; --,  $\tau_p^+ = 5$  ;  $\cdots$ ,  $\tau_p^+ = 25$ .

## C.2 Temps de décorrélation de la vitesse du fluide « vu »

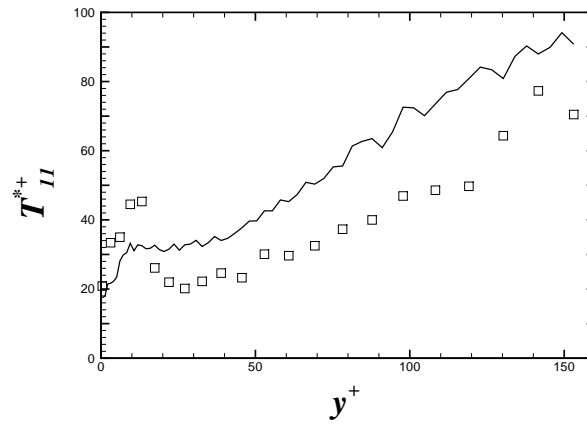


FIGURE C.6 – Echelle longitudinale de décorrélation du fluide « vu »  $T_{11}^{*+}$ . —,  $\tau_p^+ = 1$ ; □,  $\tau_p^+ = 25$ .

# Bibliographie

- Abe, H., Kawamura, H., et Matsuo, Y. (2004). Surface heat fluctuations in a turbulent channel flow up to  $Re_\tau = 1020$  with  $Pr = 0.025$  and  $0.71$ . *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **25**, 404–419.
- Armenio, V. et Fiorotto, V. (2001). The importance of the forces acting on particles in turbulent flows. *Phys. Fluids*, **13**, 2437–2440.
- Arnold, L. (1974). *Stochastic Differential Equations : Theory and Applications*. Wiley, New-York.
- Balanchandar, S. et Maxey, M. R. (1989). Methods for evaluating fluid velocities in spectral simulations of turbulence. *J. Comput. Phys.*, **83**, 96–125.
- Batchelor, G. K. (1959). Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid. part 1. *J. Fluid Mech.*, **5**, 113–133.
- Beam, R. M. et Warming, R. F. (1976). An implicit finite-difference algorithm for hyperbolic systems in conservation-law form. *J. Comput. Phys.*, **22**, 87–110.
- Berlemont, A., Desjonqueres, P., et Gouesbet, G. (1990). Particle Lagrangian simulation in turbulent flows. *Int. J. of Multiphase Flow*, **16**, 19–34.
- Bernard, P. et Rovelstad, A. (1994). On the physical accuracy of scalar transport modelling in inhomogeneous turbulence. *Phys. Fluids*, **6**, 3093–3108.
- Borgas, M. S. et Sawford, B. L. (1994). A family of stochastic models for two-particle dispersion in isotropic homogeneous stationary turbulence. *J. Fluid Mech.*, **279**, 69–99.
- Brenner, H. (1961). The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface. *Chem. Eng. Sci.*, **16**, 242–251.
- Calmet, I. et Magnaudet, J. (1997). Large-eddy simulation of high-Schmidt number mass transfer in a turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, **9**(2), 438–455.
- Caporaloni, M., Tampieri, F., Trombetti, F., et Vittori, O. (1975). Transfer of particles in nonisotropic air turbulence. *J. Atmos. Sci.*, **32**, 565–568.
- Chagras, V., Oesterlé, B., et Boulet, P. (2005). On heat transfer in gas-solid pipe flows : Effects of collision induced alterations of the flow dynamics. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **48**, 1649–1661.
- Chen, M. et McLaughlin, J. B. (1995). A new correlation for the aerosol deposition rate in vertical ducts. *J. of Colloid and Interface Science*, **169**, 437–455.
- Cherukat, P. et McLaughlin, J. B. (1990). Wall-induced lift on a sphere. *Int. J. of Multiphase Flow*, **16**, 899–907.
- Cherukat, P. et McLaughlin, J. B. (1994). The inertial lift on a rigid sphere in a linear shear flow field near a flat wall. *J. Fluid Mech.*, **263**, 1–18.



- Cho, C. W., Chung, M. K., Kim, K., et Sung, H. J. (2005). Tensorial time scale in turbulent gradient transport of Reynolds stresses. *Phys. Fluids*, **17**, 071701.
- Choi, J., Yeo, K., et Lee, C. (2004). Lagrangian statistics in turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, **16**(3), 779–793.
- Chorin, A. J. (1968). Numerical solution of the Navier-Stokes equations. *Math. Comput.*, **22**, 745–762.
- Comte-Bellot, G. (1965). Écoulement turbulent entre deux plaques planes parallèles. *Publications scientifiques et techniques du ministère de l'air*. Paris. PST 419.
- Cox, R. G. et Hsu, S. K. (1977). The lateral migration of solid particles in a laminar flow near a plane. *Int. J. of Multiphase Flow*, **3**, 201–222.
- Csanady, G. T. (1963). Turbulent diffusion of heavy particles in the atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **20**, 201–208.
- Dean, R. (1978). Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow. *J. Fluids Eng*, **100**(215). ASME I.
- Debusschere, B. et Rutland, C. J. (2004). Turbulent scalar transport mechanisms in plane channel and Couette flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **47**, 1771–1781.
- Derevich, I. V. (2001). Influence of internal turbulent structure on intensity of velocity and temperature fluctuations of particles. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **44**, 4505–4521.
- Deschamps, V. (1988). *Simulation numérique de la turbulence inhomogène incompressible dans un écoulement de canal plan*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Desjonqueres, P., Gouesbet, G., Berlemont, A., et Picart, A. (1986). Dispersion of discrete particles by continuous turbulent motions : New results and discussions. *Phys. Fluids*, **29**, 2147–2151.
- Deutsch, E. (1992). *Dispersion de particules dans une turbulence homogène isotrope stationnaire calculée par simulation numérique des grandes échelles*. Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon. Collection des notes internes de la DER, Electricité de France, Clamart, France.
- Du, S. (1997). Universality of the Lagrangian velocity structure function constant ( $C_0$ ) across different kinds of turbulence. *Boundary-Layer Meteorol.*, **83**, 207–219.
- Du, S., Sawford, B. L., Wilson, J. D., et Wilson, D. J. (1995). Estimation of the Kolmogorov constant ( $C_0$ ) for the Lagrangian structure function, using a second-order Lagrangian model of grid turbulence. *Phys. Fluids*, **7**(12), 3083–3090.
- Dubief, Y. et Delcayre, F. (2000). On coherent-vortex identification in turbulence. *Journal of Turbulence*, **1**(011).
- Eaton, J. K. et Fessler, J. R. (1994). Preferential concentration of particles by turbulence. *Int. J. Multiphase Flow*, **20**, 169–209.
- Eckelmann, H. (1974). The structure of the viscous sublayer and the adjacent wall region in a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, **65**, 439–459.
- Elghobashi, S. (1994). On predicting particle-laden turbulent flows. *Applied Scientific Research*, **52**, 309–329.
- Fan, L.-S. et Zhu, C. (1998). *Principles of Gas-Solid flows*. Cambridge University Press.

- Faxén, H. (1923). Die bewegung einer starren kugel längs der achse eines mit zährer flüssigkeit gefüllten rohres. *Arkiv Mat. Astron. Fys.*, **17**, 1–28.
- Fessler, J. R., Kulick, J. D., et Eaton, J. K. (1994). Preferential concentration of particles in a turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, **6**(3742).
- Février, P. (2000). *Étude numérique des effets de concentration préférentielle et de corrélation spatiale entre vitesses de particules solides en turbulence homogène isotrope et stationnaire*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- Gao, Z. et Mashayek, F. (2004). Stochastic modeling of evaporating droplets polydispersed in turbulent flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **47**, 4339–4348.
- Gardiner, C. W. (1997). *Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and the Natural Sciences*. Springer-Verlag, Berlin, 2<sup>nd</sup> édition.
- Gatignol, R. (1983). The faxén formulae for a rigid particle in an unsteady non uniform Stokes flow. *J. De méc. Th. Et appl.*, **9**(2), 143–160.
- Guermond, J. L., Mineev, P., et Shen, J. (2005). An overview of projection methods for incompressible flows. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*.
- Guha, A. (1997). A unified theory of turbulent deposition to smooth and rough surfaces. *J. Aerosol Sci.*, **28**, 1517–1537.
- Gullbrand, J. (2000). An evaluation of a conservative fourth order DNS code in turbulent channel flow. Dans *CTR Ann. Res. Briefs*, p. 211–218. Stanford University.
- Harlow, F. H. et Welch, J. E. (1965). Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Phys. Fluids*, **8**(12), 2182–2189.
- Haworth, D. C. et Pope, S. B. (1986). A generalized Langevin model for turbulent flows. *Phys. Fluids*, **29**(2), 387–405.
- Hinze, J. O. (1975). *Turbulence*. McGraw-Hill, New-York, 2<sup>nd</sup> édition.
- Horiuti, K. et Itami, T. (1998). Truncation error analysis of the rotational form for the convective terms in the Navier-Stokes equation. *J. Comput. Phys.*, **145**, 671–692.
- Hoyas, S. et Jiménez, J. (2006). Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to  $Re_\tau = 2003$ . *Phys. Fluids*, **18**, 011702.
- Hunt, J. C. R., Wray, A. A., et Moin, P. (1988). Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. Center for Turbulence Research Report CTR -S88. Stanford University.
- Iliopoulos, I. et Hanratty, T. J. (1999). Turbulent dispersion in a non-homogeneous field. *J. Fluid Mech.*, **392**, 45–71.
- Iliopoulos, I. et Hanratty, T. J. (2004). A non-gaussian stochastic model to describe passive tracer dispersion and its comparison to a direct numerical simulation. *Phys. Fluids*, **16**, 3006–3030.
- Iliopoulos, I., Mito, Y., et Hanratty, T. J. (2003). A stochastic model for solid particle dispersion in a nonhomogeneous turbulent field. *Int. J. of Multiphase Flow*, **29**, 375–394.
- Iwamoto, K. (2002). Database of fully developed channel flow. Rapport n°ILR-0201. THTLAB, Dept. of Mech. Eng., The Univ. of Tokyo.
- Jaberi, F. A. (1998). Temperature fluctuations in particle-laden homogeneous turbulent flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **41**, 4081–4093.

- Jeong, J. et Hussain, F. (1995). On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.*, **285**, 69–94.
- Jiménez, J. (1998). The largest scales of turbulent wall flows. Dans *CTR Ann. Res. Briefs*, p. 137–154. Stanford University.
- Jiménez, J. et Moin, P. (1991). The minimal flow unit in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, **225**, 213–240.
- Kaftori, D., Hestroni, G., et Banerjee, S. (1995a). Particle behavior in the turbulent boundary layer. I. motion, deposition and entrainment. *Phys. Fluids*, **7**(5), 1095–1106.
- Kaftori, D., Hestroni, G., et Banerjee, S. (1995b). Particle behavior in the turbulent boundary layer. II. velocity and distribution profiles. *Phys. Fluids*, **7**(5), 1107–1121.
- Kasagi, N. et Ohtsubo, Y. (1993). Direct numerical simulation of low prandtl number thermal field in a turbulent channel flow. Dans *Turbulent Shear Flows 8*, p. 97–119. Springer-Verlag, Berlin.
- Kasagi, N., Tomita, Y., et Kuroda, A. (1992). Direct numerical simulation of passive scalar field in a turbulent channel flow. *ASME J. Heat Transfer*, **114**(5), 598–606.
- Kawamura, H. (1994). Direct numerical simulation of turbulence by finite difference scheme. Dans *Proc. of Sino-Japan Workshop of turbulent flows*, p. 54–60. Beijing, China.
- Kawamura, H., Abe, H., et Matsuo, Y. (1999). DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effect. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **20**, 196–207.
- Kawamura, H., Ohsaka, K., Abe, H., et Yamamoto, K. (1998). DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **19**, 482–491.
- Khalitov, D. A. et Longmire, E. K. (2003). Effect of particle size on velocity correlations in turbulent channel flow. Dans *Proc. 4th ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference*. Honolulu, Hawaï. Paper No. FEDSM03-45730.
- Kim, J. et Moin, P. (1985). Applications of fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations. *J. Comput. Phys.*, **59**, 308–323.
- Kim, J. et Moin, P. (1989). Transport of passive scalars in a turbulent channel flow. Dans *Turbulent Shear Flows 6*, p. 85–96. Springer-Verlag, Berlin.
- Kim, J., Moin, P., et Moser, R. (1987). Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, **177**, 133–166.
- Kline, S. J., Reynolds, W. C., Schraub, F. A., et Rundstadler, P. W. (1967). The structure of turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, **30**, 741–773.
- Kontomaris, K., Hanratty, T., et McLaughlin, J. B. (1992). An algorithm for tracking fluid particles in a spectral simulation of turbulent channel flow. *J. Comput. Phys.*, **103**, 231–242.
- Kristoffersen, R. et Andersson, H. I. (1993). Direct simulations of low-Reynolds-number turbulent flow in a rotating channel. *J. Fluid Mech.*, **256**, 163–197.
- Lamballais, E., Lesieur, M., et Métais, O. (1997). Probability distribution functions and coherent structures in a turbulent channel. *Phys. Review E*, **56**(6), 6761–6766.
- Launder, B. E., Reece, G. J., et Rodi, W. (1975). Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, **68**, 537–566.

- Le, H. et Moin, P. (1991). An improvement of fractional step methods for the incompressible Navier-Stokes equations. *J. Comput. Phys.*, **92**, 369–379.
- Lee, C., Yeo, K., et Choi, J. (2004). Intermittent nature of acceleration in near wall turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 144502.
- Liljegren, L. M. (1993). The effect of a mean fluid velocity gradient on the streamwise velocity variance of a particle suspended in a turbulent flow. *Int. J. of Multiphase Flow*, **19**, 471–484.
- Liljegren, L. M. (1994). The influence of a mean fluid velocity gradient on the particle-fluid velocity covariance. *Int. J. of Multiphase Flow*, **20**, 969–977.
- Lyons, S. L., Hanratty, T. J., et McLaughlin, J. B. (1991). Direct numerical simulation of passive heat transfer in a turbulent channel flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **34**, 1149–1161.
- Magnaudet, J., Rivero, M., et Fabre, J. (1995). Accelerated flows pas a rigid sphere or a spherical bubble. Part 1. Steady straining flow. *J. Fluid Mech.*, **284**, 97–135.
- Marchioli, C. et Soldati, A. (2002). Mechanisms for particle transfer and segregation in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, **468**, 283–315.
- Maude, A. D. (1963). The movement of a sphere in front of a plane at low Reynolds number. *Brit. J. Appl. Phys.*, **14**, 894–898.
- Maxey, M. (1987). The gravitational settling of aerosol particles in homogeneous turbulence and random flow fields. *J. Fluid Mech.*, **174**, 441–465.
- Maxey, M. et Riley, J. (1983). Equation of motion for small rigid sphere in non uniform flow. *Phys. Fluids*, **26**(4), 883–889.
- McLaughlin, J. B. (1989). Aerosol particle deposition in numerically simulated channel flow. *Phys. Fluids*, **1**, 1211–1224.
- McLaughlin, J. B. (1991). Inertial migration of a small sphere in linear shear flows. *J. Fluid Mech.*, **224**, 261–274.
- McLaughlin, J. B. (1993). The lift on a small sphere in wall-bounded linear shear flows. *J. Fluid Mech.*, **246**, 249–265.
- Mei, R., Adrian, R. J., et Hanratty, T. J. (1991). Particle dispersion in isotropic turbulence under Stokes drag and basset force with gravitational settling. *J. Fluid Mech.*, **225**, 481–495.
- Minier, J. P. et Peirano, E. (2001). The PDF approach to turbulent polydispersed two-phase flows. *Phys. Reports*, **352**, 1–214.
- Minier, J. P., Peirano, E., et Chibbaro, S. (2004). PDF model based on Langevin equation for polydispersed two-phase flows applied to a bluff-body gas-solid flow. *Phys. Fluids*, **16**(7), 2419–2431.
- Minier, J. P. et Pozorski, J. (1999). Wall-boundary conditions in probability density function methods and application to a turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, **11**(9), 2632–2644.
- Moin, P. et Kim, J. (1982). Numerical investigation of turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, **118**, 341–377.
- Moissette, S. (2002). *Étude dynamique et thermique par modélisation eulérienne-lagrangienne des effets liés aux interactions turbulence-particules dans un écoulement gaz-solide en conduite verticale non-isotherme*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I.

- Moissette, S., Oesterlé, B., et Boulet, P. (2001). Temperature fluctuations of discrete particles in a homogeneous turbulent flow : a Lagrangian model. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **22**, 220–226.
- Monin, A. S. et Yaglom, A. M. (1975). *Statistical Fluid Mechanics : Mechanics of Turbulence*, tome 2. MIT Press.
- Morinishi, Y., Lund, T. S., Vasilyev, O. V., et Moin, P. (1998). Fully conservative high order finite difference schemes for incompressible flow. *J. Comput. Phys.*, **143**, 90–124.
- Morsi, S. et Alexander, A. (1972). An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems. *J. Fluid Mech.*, **55**, 193–208.
- Moser, R., Kim, J., et Mansour, N. (1999). Direct numerical simulation of turbulent flow in a channel up to  $Re_\tau = 590$ . *Phys. Fluids*, **11**(4), 943–945.
- Moser, R. D. et Moin, P. (1984). Direct numerical simulation of curved turbulent channel flow. Rapport n°TF-20. Department of Mechanical Engineering. Stanford University.
- Myong, H. K. et Kasagi, N. (1990). A new approach to the improvement of  $k - \varepsilon$  turbulence model for wall-bounded shear flows. *JSME International Journal, Ser. II*, **33**(1), 63–72.
- Na, Y., Papavassiliou, D. V., et Hanratty, T. J. (1999). Use of direct numerical simulation to study the effect of Prandtl number on temperature fields. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **20**, 187–195.
- Narayanan, C., Lakehal, D., Botto, L., et Soldati, A. (2003). Mechanisms of particle deposition in a fully developed turbulent open channel flow. *Phys. Fluids*, **15**, 763–775.
- Niederschulte, M., Adrian, R., et Hanratty, T. J. (1990). Measurements of turbulent flow in a channel at low Reynolds numbers. *Exp. in Fluids*, **9**, 222–230.
- Oesterlé, B. et Zaichik, L. I. (2004). On Lagrangian time scales and particle dispersion modeling in equilibrium shear flows. *Phys. Fluids*, **16**(9), 3374–3384.
- Orlandi, P. (2000). *Fluid Flow Phenomena. A numerical toolkit*. Kluwer Academic Publishers.
- Pedinotti, S., Mariotti, G., et Banerjee, S. (1992). Direct numerical simulation of particle behaviour in the wall region of turbulent flows in horizontal channels. *Int. J. of Multiphase Flow*, **18**, 927–941.
- Perot, B. (1992). An analysis of the fractional step method. *J. Comput. Phys.*, **108**, 51–58.
- Picciotto, M., Marchioli, C., et Soldati, A. (2005). Characterization of near-wall accumulation regions for inertial particles in turbulent boundary layers. *Phys. Fluids*, **17**, 098101.
- Pope, S. B. (1983). A Lagrangian two-time probability density function equation for inhomogeneous turbulent flows. *Phys. Fluids*, **26**(12), 3448–3450.
- Pope, S. B. (1994a). On the relationship between stochastic Lagrangian models of turbulence and second-moment closures. *Phys. Fluids*, **6**(2), 973–985.
- Pope, S. B. (1994b). Lagrangian PDF methods for turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **26**, 23–63.
- Pope, S. B. (2000). *Turbulent flows*. Cambridge University Press.
- Pope, S. B. (2002). Stochastic Lagrangian models of velocity in homogeneous turbulent flow. *Phys. Fluids*, **14**(5), 1696–1702.

- Portela, L. M., Cota, P., et Oliemans, R. V. A. (2002). Numerical study of the near-wall behavior of particles in turbulent pipe flows. *Powd. Tech.*, **125**, 149–157.
- Pozorski, J. et Minier, J. P. (1998). On the Lagrangian turbulent dispersion models based on the Langevin equation. *Int. J. of Multiphase Flow*, **24**, 913–945.
- Rai, M. M. et Moin, P. (1991). Direct simulations of turbulent flow using finite-difference schemes. *J. Comput. Phys.*, **96**, 15–53.
- Rambaud, P. (2001). *Contribution à l'étude du comportement de particules solides en écoulement turbulent confiné par simulation numérique directe*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I.
- Ranz, W. E. et Marshall, W. R. (1952). Evaporation from drops. *Chem. Eng. Prog.*, **48**(141), 173–180.
- Reeks, M. W. (1977). On the dispersion of small particles suspended in an isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, **83**, 529–546.
- Reeks, M. W. (1983). The transport of discrete particles in inhomogeneous turbulence. *J. Aerosol Sci.*, **14**, 729–739.
- Reynolds, A. M. (2004). Stokes number effects in Lagrangian stochastic models of dispersed two-phase flows. *J. of Colloid and Interface Science*, **275**, 328–335.
- Rizk, M. et Elghobashi, S. (1985). The motion of a spherical particle suspended in a turbulent flow near the wall. *Phys. Fluids*, **28**, 806–817.
- Robinson, S. K. (1991). *The kinetics of turbulent boundary layer structure*. Thèse de doctorat, Stanford University.
- Rotta, J. C. (1951). Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz. *Z. Phys.*, **129**, 547–572.
- Rouson, D. W. I. et Eaton, J. K. (2001). On the preferential concentration of solid particles in turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, **428**, 149–169.
- Rouson, D. W. I., Eaton, J. K., et Abrahamson, S. D. (1997). A direct numerical simulation of particle-laden turbulent channel flow. Rapport n°TSD-101. Department of Mechanical Engineering. Stanford University.
- Rovelstad, A., Handler, R., et Bernard, S. (1994). The effect of interpolation errors on the Lagrangian analysis of simulated turbulent channel flow. *J. Comput. Phys.*, **110**, 190–195.
- Saffman, P. (1965). The lift on a small sphere in a slow shear flow. *J. Fluid Mech.*, **22**(2), 385–400.
- Saffman, P. (1968). Corrigendum to "the lift on a small sphere in a slow shear flow". *J. Fluid Mech.*, **31**(3), 624.
- Sato, Y., Deutsch, E., et Simonin, O. (1998). Direct numerical simulations of heat transfer by solid particles suspended in homogeneous isotropic turbulence. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **19**, 187–192.
- Sawford, B. L. et Guest, F. M. (2005). Uniqueness and universality in Lagrangian stochastic models of turbulent dispersion. Dans *Proc. 8th Symposium on Turbulence and Diffusion*, p. 96–99. American Meteorological Society, Boston, USA.
- Sawford, B. L. et Yeung, P. K. (2001). Lagrangian statistics in uniform shear flow : Direct numerical simulation and Lagrangian stochastic models. *Phys. Fluids*, **13**, 2627–2634.

- Seki, Y., Abe, H., et Kawamura, H. (2003). DNS of turbulent heat transfer in a channel flow with different thermal boundary conditions. Dans *Proc. of 6th ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference*, p. 248. Hawaï, USA.
- Shaw, D. A. et Hanratty, T. J. (1977). Turbulent mass transfer rates to a wall for large schmidt numbers. *AIChE J.*, **23**, 28–37.
- Shen, P. et Yeung, P. K. (1997). Fluid particle dispersion in homogeneous turbulent shear flow. *Phys. Fluids*, **9**, 3472–3484.
- Shin, M. et Lee, J. W. (2001). Memory effect in the Eulerian particle deposition in a fully developed turbulent channel flow. *J. Aerosol Sci.*, **32**, 675–693.
- Shotorban, B., Mashayek, F., et Pandya, R. V. R. (2003). Temperature statistics in particle-laden turbulent homogeneous shear flow. *Int. J. of Multiphase Flow*, **29**, 1333–1353.
- Simonin, O. (2000). Statistical and continuum modelling of turbulent reactive particulate flows. Lecture series 2000-06. von Karman Institute for Fluid Dynamics, Belgium.
- Simonin, O., Deutsch, E., et Boivin, M. (1995). Large eddy simulation and second-moment closure model of particle fluctuating motion in two-phase turbulent shear flows. Dans *Selected Papers from the 9th Int. Symp. on Turbulent Shear Flows*, p. 85. Edited by F. Durst *et al.*, Springer-Verlag, Berlin.
- Simonin, O., Deutsch, E., et Minier, J. P. (1992). Une approche eulérienne pour la détermination des corrélations turbulentes fluide/particule dans les écoulements turbulents diphasiques. Rapport n°93NB00013. EDF, Direction des études et Recherches, Chatou.
- Simonin, O., Deutsch, E., et Minier, J. P. (1993). Eulerian prediction of fluid-particle correlated motion in turbulent two-phase flows. *Applied Scientific Research*, **51**, 275–283.
- Smith, C. R. et Metzler, S. P. (1983). The characteristics of low-speed streaks in the near-wall region of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, **129**, 27–54.
- Speziale, C. G. (1987). On nonlinear  $K - l$  and  $K - \varepsilon$  models of turbulence. *J. Fluid Mech.*, **178**, 459–475.
- Squires, K. D. et Eaton, J. K. (1990). Lagrangian and Eulerian statistics obtained from direct numerical simulations of homogeneous turbulence. *Phys. Fluids*, **3**, 130–143.
- Squires, K. D. et Eaton, J. K. (1991). Preferential concentration of particles by turbulence. *Phys. Fluids*, **3**, 1169–1178.
- Stokes, G. G. (1851). On the effect of the inertial friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Phil. Soc.*, **9**, 8–23.
- Tchen, C. (1947). *Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid*. Thèse de doctorat, University of Delft, The Hague.
- Temam, R. (1969). Sur l'approximation de la solution des équations de Navier-Stokes par la méthode des pas fractionnaires. *Arch. Ration. Mech. Anal.*, **33**, 377–385.
- Thomas, L. et Oesterlé, B. (2005). An investigation of crossing trajectory effects in turbulent shear flow. Dans *Proc. of FEDSM05*, tome 1, p. 703–712. Houston, USA.
- Thomson, D. J. (1987). Criteria for the selection of stochastic models of particle trajectories in turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, **180**, 529–556.

- Ushijima, T. et Perkins, R. J. (1999). Evaluation of  $C_O$  and  $T_L$  in turbulent pipe or channel flows. Dans *Proc. of ASME/JSME Fluids Engineering Division Summer Meeting*. San Francisco, California, USA.
- Vasilyev, O. V. (2000). High order differences schemes on non-uniform meshes with good conservation properties. *J. Comput. Phys.*, **157**, 746–761.
- Vasseur, P. et Cox, R. G. (1977). The lateral migration of a spherical particle sedimenting in a stagnant bounded fluid. *J. Fluid Mech.*, **78**, 561–591.
- Verzicco, R. et Orlandi, P. (1996). A finite-difference scheme for three-dimensional incompressible flows in cylindrical coordinates. *J. Comput. Phys.*, **123**, 402–414.
- Waclawczyk, M., Pozorski, J., et Minier, J. P. (2004). Probability density function computation of turbulent flows with a new near-wall model. *Phys. Fluids*, **16**(5), 1410–1422.
- Wakiya, S. J. (1960). Research report 9. *Faculty of Engineering, Niigata University, Japan*.
- Wallace, J. M., Eckelmann, H., et Brodkey, R. S. (1972). The wall region in turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.*, **54**, 39–48.
- Wang, L. et Stock, D. E. (1993). Dispersion of heavy particles by turbulent motion. *J. Atmos. Sci.*, **50**(13), 1897–1913.
- Wang, L. P. et Maxey, M. R. (1993). Settling velocity and concentration distribution of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, **256**, 27–68.
- Wang, Q. et Squires, K. D. (1996a). Large eddy simulation of particle deposition in a vertical turbulent channel flow. *Int. J. of Multiphase Flow*, **22**(4), 667–683.
- Wang, Q. et Squires, K. D. (1996b). Large eddy simulation of particle-laden turbulent channel flows. *Phys. Fluids*, **8**(5), 1207–1223.
- Wang, Q., Squires, K. D., Chen, M., et McLaughlin, J. B. (1997). On the role of lift force in turbulence simulations of particle deposition. *Int. J. of Multiphase Flow*, **23**(4), 749–763.
- Wang, Q., Squires, K. D., et Wu, X. (1995). Lagrangian statistics in turbulent channel flow. *Atmospheric environment*, **29**(18), 2417–2427.
- Winkler, C. M., Rani, S. L., et Vanka, S. P. (2004). Preferential concentration of particles in a fully developed turbulent square duct flow. *Int. J. Multiphase Flow*, **30**(1), 27–50.
- Yeung, P. K. et Pope, S. B. (1988). An algorithm for tracking fluid particles in numerical simulations of homogeneous turbulence. *J. Comput. Phys.*, **79**, 373–416.
- Yeung, P. K. et Pope, S. B. (1989). Lagrangian statistics from direct numerical simulations of isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, **207**, 531–586.
- Yudine, M. I. (1959). Physical considerations on heavy-particle dispersion. *Adv. Geophys.*, **6**, 185–191.
- Zaichik, L. I. (1999). A statistical model of particle transport and heat transfer in turbulent shear flows. *Phys. Fluids*, **11**, 1521–1534.
- Zaichik, L. I., Oesterlé, B., et Alipchenkov, V. M. (2004). On the probability density function model for the transport of particles in anisotropic turbulent flow. *Phys. Fluids*, **16**, 1956–1964.
- Zhang, S. et Choudhury, D. (2006). Eigen helicity : A new vortex identification scheme and its application in accelerated inhomogenous flows. *Phys. Fluids*, **18**, 058104.