



HAL
open science

Modèles d'interactions fluide/parois dans le conduit vocal. Applications aux voix et aux pathologies

Nicolas Ruty

► **To cite this version:**

Nicolas Ruty. Modèles d'interactions fluide/parois dans le conduit vocal. Applications aux voix et aux pathologies. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2007. Français. NNT: . tel-00370316

HAL Id: tel-00370316

<https://theses.hal.science/tel-00370316>

Submitted on 24 Mar 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N°:□□□□□□□□□□

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'INPG

Spécialité: SIGNAL, IMAGE, PAROLE, TÉLÉCOMS

préparée au laboratoire

Gipsa-Lab, Département Parole et Cognition, UMR CNRS 5216

dans le cadre de l'Ecole Doctorale

**« Électronique, Électrotechnique, Automatique et Traitement du
Signal »**

présentée et soutenue publiquement par

Nicolas Ruty

le 30 Novembre 2007

Titre:

**Modèles d'interactions fluide parois
dans le conduit vocal
Applications aux voix et aux pathologies**

Directeur de thèse:

Xavier Pelorson

JURY

M.	Bernard Guérin,	Président
Mme.	Anna Barney,	Rapporteur
M.	Joël Gilbert,	Rapporteur
M.	Xavier Pelorson,	Directeur de thèse
M.	Avraham Hirschberg,	Examineur
Mme.	Annemie Van Hirtum,	Examineur

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'INPG

Spécialité: SIGNAL, IMAGE, PAROLE, TÉLÉCOMS

préparée au laboratoire

Gipsa-Lab, Département Parole et Cognition, UMR CNRS 5216

dans le cadre de l'Ecole Doctorale

**« Électronique, Électrotechnique, Automatique et Traitement du
Signal »**

présentée et soutenue publiquement par

Nicolas Ruty

le 30 novembre 2007

Titre:

**Modèles d'interactions fluide parois
dans le conduit vocal
Applications aux voix et aux pathologies**

Directeur de thèse:

Xavier Pelorson

JURY

M.	Bernard Guérin,	Président
Mme.	Anna Barney,	Rapporteur
M.	Joël Gilbert,	Rapporteur
M.	Xavier Pelorson,	Directeur de thèse
M.	Avraham Hirschberg,	Examineur
Mme.	Annemie Van Hirtum,	Examineur

"Gust Flater maakt een oven op de brug!"

A.V.H.

Remerciements et clin d'yeux

A bien commencer, je vais commencer par le commencement. La raison pour laquelle j'ai atterri à l'ICP devenu Gipsa-Lab DPC, est que j'ai suivi, durant ma deuxième année à l'Ensiég, un cours de Pierre Escudier sur la musique, la parole, le violon de Savart... Plus tard, j'ai donc cherché dans quel laboratoire on pouvait bien étudier tout ça. Et c'est ainsi que lors de mon PFE/stage de DEA, la porte de l'ICP m'a été ouverte (après que j'ai monté les 5 étages à pied) par Xavier, je cite "*en clair, vous avez le stage*". Cette porte ouverte se serait bien évidemment refermée si Jean-Luc Schwartz ne m'avait pas accueilli dans ce laboratoire dont il était le directeur. Je le remercie donc ici pour sa sympathie et ses encouragements. Je remercie également Gérard Bailly, nouveau directeur du département Parole et Cognition, pour son accueil et son message de soutien peu avant ma soutenance. Je dois bien sûr à Xavier la suite des événements puisque il a obtenu le financement pour ma thèse qu'il a encadré avec, dirons nous, sa force tranquille et ses sympathiques bottages de cul relatifs à mes écrits en anglais d'une qualité linguistique proche, dixit Xavier lui-même, du "*yougoslave*". Alors pour tout ça, je n'ai pas mieux qu'un grand merci si ce n'est, peut-être, un t-shirt du groupe mythique *La Vérué*...

Je remercie bien évidemment les membres de mon jury de thèse: Bernard Guérin pour l'avoir présidé, Anna Barney pour avoir lu et rapporté ce manuscrit avec attention et précision, Joël Gilbert pour sa lecture attentive, son rapport et son enthousiasme concernant mes travaux, Mico Hirschberg pour ses questions plus que pertinentes lors de la soutenance mais aussi l'influence et l'aide qu'il a pu apporter à ces travaux, et Annemie Van Hirtum, mais j'y reviendrai.

Je vais maintenant tenter de n'oublier personne parmi ceux qui ont participé de près ou de loin au bon déroulement des travaux et de la rédaction de cette thèse. Ceux qui auront été oubliés par mégarde, pourront réclamer un album de *La Vérué*, intitulé "*Riez Noir*", à un tarif préférentiel (laverue@free.fr objet: réclamation).

Je salue donc ici l'équipe technique pour son soutien "technique" Monique, Christian, Monsieur Medves (un jour mon vélo sera réglé "pile-poil", si si), et surtout le grand, le magnifique Support. Je remercie l'administratrice en chef, celle que personne ne tutoie à part Annemie, j'ai nommé Mme Gaude, ça manque quand même les "Monsieur Medves pour Madame Gaude". Je remercie Nadine, sa grande gueule et ses poignées de phalanges,

Dalila et ses plaintes. Je remercie les chercheurs permanents, qui ont tout de même parfois le temps de discuter, quand ils n'ont pas 2000 deadlines, projets, réunions: Pascal Perrier et ses précieux conseils lors des répétitions de ma soutenance, Pierre Badin pour les discussions sur le bio et le reste, Frédéric Berthommier et son étrange culture générale, Hélène, ses 400m départ arrêté dans le couloir, mais c'est pour la bonne cause "l'avancé de la connaissance", Nathalie et ses crises de chant (je prévois une étude de la corrélation entre la périodicité de ces crises et les conditions météorologiques dans la cuvette grenobloise), Laurent Girin et ses bêtisiers étudiants, Frédéric Elisei, en espérant qu'un jour tu auras le temps de manger (peut être pendant tes vacances?), Coriandre "Pipou" Vilain le grumeau, Anne Vilain la post-hippie, et enfin bordel mon co-bureau Matthieu Chabanas. Je "Sphinx a glut" Annemie, qui malgré plus de trois ans d'efforts ne me comprend toujours pas quand je m'exprime dans sa langue maternelle (le "flamcush"). Merci pour cette présence presque permanente (entrecoupée de ravitaillement en café au lait et parfois pour le "tartine-time") dans ce bureau tropical, où il paraît qu'un cactus a perdu des bras à cause d'un ballon. Je pense que c'est peu dire que sans ton aide, cette thèse n'aurait pas vraiment eu le même sens. Je note aussi qu'apprendre le "Annemie" (langue rare qui gagne à être connue) est tout même assez intéressant, on peut y relever des mots comme "dubièrre", "yahu café déjà", ou encore "tafé jolifigur?"...

Je remercie les stagiaires qui ont participé à ces travaux et apporté de la joie et de la gaieté dans cette "salle manip" où il fait si chaud à partir d'avril: Yves Garnier (futur résident du Salvador), Julien Cisonni (qui est devenu D'Joujou, mais j'y reviendrai aussi), Le "Grand Escroc" Philippe Plassard (et je te rappelle que tu me dois une basse à 6 cordes dont tu ne te sers plus...), Samuel Paumard (on se sert encore de ton circuit avec la photodiode, comme quoi les ingénieurs font parfois des choses qui fonctionnent!), Maggy Jumelin et son (free)style de finition d'un rapport de stage (on appelle ça L'Art Hache je crois), Julien "MobMaup" Mauprivez et sa ponctualité à toutes épreuves, et enfin l'horrible squatteuse de bureau Julie Groleau.

Je remercie les autres ignobles compagnons de galère (comment ça c'est pas crédible?!) qui ont effectué leur thèse ou post-doc sur des segments temporels qui ont eu une intersection non nulle avec ma présence à l'ICP, chacun a amené sa louche de sciure à mes toilettes sèches. Les anciens d'abord: Julie Fontecave et ses gâteaux (très bons, même s'ils sont pas bio!), l'Impitoyable Bertrand Rivet qui fait trembler tous les étudiants de l'Enserg, Jihène Serkhane et ses utopies, Grg Bite alias Guillaume Gibert et ce style si "pince sans rire", la concierge Virginie Attina (comment ça t'es pas d'accord qu'on t'appelle la concierge?), et bien sûr le seul l'unique Antoine Serrurier et ses luttes perpétuelles contre l'administration, les banques, la télévision, et les légumes bio (oui je sais t'es d'accord en fait, mais bon c'est compliqué...). Mes contemporains: le "petit" Nourredinne et ses phrases du jour arrêtées sans doute trop tôt, le "grand" Stephan et cette étrange capacité de pouvoir faire deux repas dans un seul grâce à une technique particulière (Comment fais tu pour manger autant: "Beh c'est simple, il suffit de finir ce qu'il y a dans l'assiette", en l'occurrence l'assiette pour Stephan, c'est plutôt un saladier), Aude la campusienne plus

Notes Liminaires

Tout au long de ce manuscrit, différents termes font référence à une définition fixe. Ainsi, lorsque nous parlons de *réalité*, il s'agit de la réalité physiologique de l'être humain. De même, les termes *modèle/modélisation* sont employés uniquement pour faire référence à des descriptions théoriques (*modèle de cordes vocales, modèle d'écoulement, modélisation acoustique, ...*). Le dispositif expérimental n'est donc pas considéré comme la réalité physiologique mais comme un ensemble de *maquettes* des différentes parties de l'appareil phonatoire humain (*maquettes de "cordes vocales", réservoir de pression ("poumons"), résonateurs acoustiques ("trachée" et "conduit vocal")*). Lorsque nous écrivons "*cordes vocales*", les guillemets signifient qu'il est question de la maquette.

Une liste de symboles utilisés dans les différents chapitres est donnée en annexe A.

Table des matières

1	Introduction	19
1.1	Contexte général	19
1.1.1	Description de l'appareil phonatoire	19
1.1.2	Enjeux de ce travail de recherche	21
1.2	Des modèles de cordes vocales et des degrés de libertés	22
1.2.1	Modèles continus	22
1.2.2	Modèles distribués	23
1.2.3	Les interactions avec l'écoulement et les résonateurs acoustique	24
1.2.4	Modèles paramétriques	25
1.3	Des dispositifs expérimentaux	26
1.3.1	Des mesures sur l'humain	26
1.3.2	Des maquettes	27
1.3.3	Pour valider les descriptions théoriques	27
1.4	Objectif et plan de la thèse	28
2	Théorie	29
2.1	Description théorique	29
2.1.1	Description de l'écoulement	30
2.1.1.1	Géométrie du modèle théorique de cordes vocales	30

2.1.1.2	Hypothèses et nombres caractéristiques	32
2.1.1.3	Equations constitutives du comportement d'un fluide newtonien incompressible	34
2.1.1.4	Descriptions de l'écoulement utilisées dans le cadre de nos travaux	34
2.1.2	Modélisation acoustique du conduit vocal et de la trachée	38
2.1.2.1	Hypothèses	38
2.1.2.2	Propagation des ondes	39
2.1.2.3	Impédance d'entrée du conduit vocal, cas d'un résonateur de section uniforme	40
2.1.2.4	Rayonnement en sortie du résonateur	40
2.1.3	Modèles mécaniques de cordes vocales	41
2.1.3.1	Modèles distribués, généralités	42
2.1.3.2	Modèle à deux masses	42
2.1.3.3	Les dérivées/simplifications du modèle à deux masses	46
2.2	Traitements, Outils	47
2.2.1	Analyse dynamique	47
2.2.1.1	Discrétisation du système d'équations, résolution pas à pas	48
2.2.1.2	Propagation acoustique dans un modèle de conduit vocal discrétisé et conditions aux limites des résonateurs	49
2.2.2	Analyse de stabilité	53
2.2.2.1	Calcul des positions d'équilibre	54
2.2.2.2	Linéarisation des équations du système	55
2.2.2.3	Représentation d'état du système	58
2.2.2.4	Analyse de valeurs propres du système	59
2.2.2.5	Pression de seuil et fréquence fondamentale des oscillations	60
2.2.3	Prise en compte du changement de forme dans la géométrie	61

2.3	Résumé de la partie	62
3	Validation Expérimentale	63
3.1	Historique, maquettes utilisées lors des travaux précédents	64
3.1.1	Maquettes rigides, écoulement constant	64
3.1.2	Maquettes rigides, écoulement oscillant	65
3.1.3	Maquettes rigides mobiles, écoulement constant	65
3.1.4	Maquette déformable, applications aux lèvres de tromboniste	66
3.2	Description générale du dispositif expérimental	67
3.2.1	Maquette de l'appareil phonatoire	67
3.2.1.1	Le réservoir de pression	67
3.2.1.2	Les maquettes de cordes vocales	68
3.2.1.3	Les résonateurs acoustiques	72
3.2.1.4	Comparaison des ordres de grandeurs entre humain et maquette de l'appareil phonatoire	73
3.2.2	Dispositif de mesures	74
3.2.2.1	Mesures de la pression	75
3.2.2.2	Mesures optiques du déplacement	76
3.2.2.3	Acquisition des signaux provenant des capteurs	77
3.2.2.4	Acquisition d'images provenant de la caméra	77
3.2.3	Protocole expérimental	78
3.2.3.1	Amorçage des oscillations	78
3.2.3.2	Régime établi	80
3.3	Validation des modèles théoriques	81
3.3.1	Liens entre les maquettes et les descriptions théoriques de l'appareil phonatoire	82
3.3.1.1	Estimation de la masse vibrante	82

3.3.1.2	Mesure de la réponse mécanique des maquettes de cordes vocales	83
3.3.1.3	Tableau Récapitulatif	85
3.3.2	Effet du couplage acoustique	86
3.3.2.1	Mesure expérimentale de l'influence de la charge acoustique	86
3.3.2.2	Prédiction théorique de l'effet du couplage acoustique aval et comparaison mesures/théorie, modèle à deux masses . .	89
3.3.2.3	Prédiction théorique de l'effet du couplage acoustique aval et comparaison mesures/théorie, modèle à une masse . . .	93
3.3.2.4	Conclusion sur l'effet du couplage acoustique	94
3.3.3	Influence de la variation des caractéristiques mécaniques	95
3.3.3.1	Mesures expérimentales de l'effet de la variation de la pression interne P_c	96
3.3.3.2	Prédiction théorique de l'influence de la variation des caractéristiques mécaniques	99
3.3.3.3	Influence du modèle d'écoulement sur les prédictions théoriques	101
3.3.3.4	Prise en compte d'une forme plus réaliste de la géométrie .	103
3.3.3.5	Conclusion sur l'effet de la variation des caractéristiques mécaniques	105
3.3.4	Influence de l'ouverture initiale	106
3.3.4.1	Mesures de l'ouverture initiale au repos	107
3.3.4.2	Mesures des pressions de seuil et fréquence d'oscillation . .	107
3.3.4.3	Prédictions théoriques des pressions de seuil et fréquences fondamentales d'oscillations	109
3.4	Résumé de la partie	110
4	Applications : synthèse de voix et pathologies	113
4.1	Synthèse de sons voisés	113

4.1.1	Voyelle orale simple	114
4.1.1.1	Modèle source-filtre	114
4.1.1.2	Modèle couplé acoustiquement	115
4.1.2	Variation dynamique du conduit vocal : transition entre voyelles . .	116
4.1.2.1	Transition "continue" entre deux configurations géométriques	117
4.1.2.2	Rééchantillonnage des signaux	118
4.2	Pathologies vocales	120
4.2.1	Généralités sur les pathologies de la voix	120
4.2.2	Asymétrie anatomique	120
4.2.2.1	Protocole expérimental	121
4.2.2.2	Pressions de seuil et fréquences fondamentales d'oscillation	121
4.2.2.3	Analyse dynamique des effets de l'asymétrie	123
4.2.2.4	Conclusion	124
4.3	Perspectives pour la synthèse de voix et l'étude de pathologies	125
5	Conclusion	127
	Bibliographie	129
A	Grandeurs et notations utilisées	137
A.1	Paramètres géométriques	137
A.1.1	Définition de plans de coupes	137
A.1.2	Grandeurs géométriques dans les plans de coupe	137
A.2	Paramètres aérodynamiques	138
A.3	Paramètres mécaniques	138
A.4	Paramètres acoustiques	138

B	Forces de pression et débit glottique:	
	Modèle à deux masses	139
B.1	Considérations préliminaires	140
B.1.1	Calcul des coefficients caractérisant la géométrie	140
B.1.2	Position du point de séparation de l'écoulement en fonction de la pente de la plaque 1	140
B.2	Cas d'un écoulement laminaire, quasi-stationnaire, et sans viscosité	141
B.2.1	Calcul du débit	141
B.2.2	Calcul des forces de pression	141
B.2.2.1	Calcul de Fl_{h1}	142
B.2.2.2	Calcul de Fr_{h1}	143
B.2.2.3	Calcul de Fl_{h2}	144
B.2.2.4	Calcul de Fr_{h2}	145
B.2.2.5	Calcul des intégrales $X_{v_{i+1}}$ et $W_{v_{i+1}}$	146
B.3	Prise en compte des effets visqueux	148
B.3.1	Calcul du débit	148
B.3.2	Calcul des forces de pression	149
B.3.2.1	Calcul de $Fl_{h1-pois}$	150
B.3.2.2	Calcul de $Fr_{h1-pois}$	150
B.3.2.3	Calcul de $Fl_{h2-pois}$	154
B.3.2.4	Calcul de $Fr_{h2-pois}$	156
B.4	Prise en compte des effets de l'inertie	156
B.4.1	Calcul du débit	157
B.4.2	Calcul des forces de pression	158
B.4.2.1	Calcul de $Fl_{h1-inst}$	159
B.4.2.2	Calcul de $Fr_{h1-inst}$	160
B.4.2.3	Calcul de $Fl_{h2-inst}$	162

B.4.2.4	Calcul de $Y_{v_{i+1}}(x_i, x_j)$ et $Z_{v_{i+1}}(x_i, x_j)$	163
---------	--	-----

C	Forces de pression et débit glottique:	
	Modèle à une masse	167

C.1	Calcul du débit	168
-----	---------------------------	-----

C.2	Calcul des forces de pression	169
-----	---	-----

D	Complément pour l'analyse de stabilité	171
----------	---	------------

D.1	Prise en compte de plusieurs modes acoustique du résonateur aval, et d'un mode du résonateur amont	171
-----	--	-----

D.1.1	Modes supérieur du résonateur aval	171
-------	--	-----

D.1.2	Modes acoustiques du résonateur amont	172
-------	---	-----

D.2	Modèle à deux masses	173
-----	--------------------------------	-----

D.3	Modèle à une masse	175
-----	------------------------------	-----

E	Calibration des systèmes de mesures	179
----------	--	------------

E.1	Capteurs de pression	179
-----	--------------------------------	-----

E.2	Calibration du système diode laser et photodiode	180
-----	--	-----

E.3	Calibration de la caméra	182
-----	------------------------------------	-----

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte général

La compréhension des phénomènes complexes qui interviennent lors de la production de sons voisés est nécessaire pour pouvoir les reproduire dans le cadre de la synthèse de parole par exemple, mais surtout pour pouvoir intervenir (diagnostic, réparation, ré-éducation, ...) dans le cas de pathologies vocales. Cette compréhension peut passer par différentes approches telles que les mesures sur l'humain, sur l'animal, sur des maquettes, et la modélisation des phénomènes observés. Les travaux présentés dans cette thèse sont centrés sur l'étude de la phonation au moyen de modèles physiques. De tels modèles visent à décrire les interactions physiques, qui interviennent lors de la phonation, et qui sont à l'origine de la production des sons voisés. Plus précisément, nous nous focalisons sur la modélisation physique des interactions entre les cordes vocales, l'écoulement d'air provenant des poumons, et les résonateurs acoustiques (trachée, conduit vocal). Nous décrivons brièvement dans cette section l'appareil phonatoire, et nous donnons les enjeux de ces travaux de recherche dans le cadre que nous avons défini.

1.1.1 Description de l'appareil phonatoire

L'appareil phonatoire humain peut être vu comme trois entités interagissant les unes avec les autres, voir figure 1.1. La première partie de l'appareil phonatoire est constituée par les poumons. Il s'agit de deux organes thoraciques qui, outre le rôle d'échange d'oxygène et de dioxyde de carbone entre le milieu extérieur (l'air) et le sang, constituent un réservoir de pression qui permet la création d'un écoulement à travers la trachée et les voies aériennes supérieures. Les mouvements du diaphragme et de la cage thoracique par

les muscles intercostaux déforment les poumons et génèrent la respiration, succession de séquences d'inspiration et d'expiration. C'est au cours de la phase d'expiration que les sons voisés sont produits.

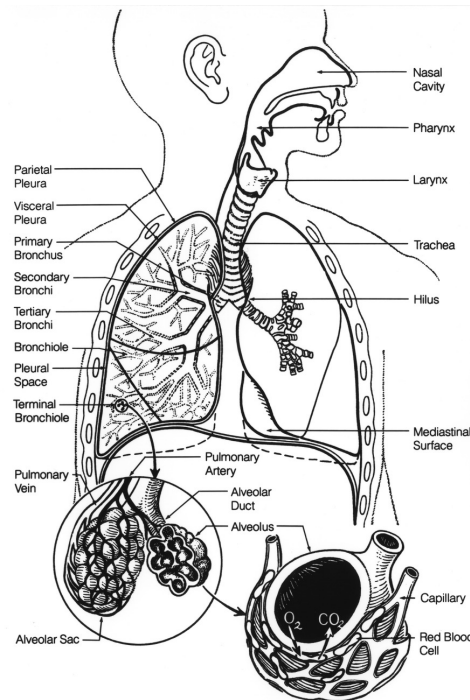


FIG. 1.1 – Description schématique du système phonatoire humain. Image extraite du site internet du National Cancer Institute, <http://visualsonline.cancer.gov/>

La deuxième partie de l'appareil phonatoire est constituée par le larynx. C'est un organe constitué de cartilages et de muscles. Il joue un triple rôle puisqu'il fait partie des voies aériennes supérieures et participe donc à la respiration. Il ferme aussi l'accès à la trachée lorsque nous avalons des aliments, c'est la déglutition. Enfin, c'est l'organe de production des sons voisés. Il contient en effet les cordes vocales, qui sont un repli des membranes muqueuses du larynx. Les cordes vocales, représentées sur la figure 1.2, sont structurées en couches d'épaisseur et de caractéristiques différentes. La tension ou le relâchement des différents muscles, auxquels les cordes vocales sont reliées, provoque le rapprochement ainsi que l'allongement de celles-ci. Les caractéristiques mécaniques varient en fonction de la tension imposée aux cordes vocales. Sous l'effet de l'écoulement d'air provenant des poumons, les cordes vocales sont déformées, cette déformation modifie la chute de pression, les forces de pression s'en trouvent alors changées. La variation de ces forces de pression couplés à la déformation des cordes vocales entraîne l'oscillation de celles-ci ([100]). On parle alors d'oscillations auto-entretenues ou d'auto-oscillations.

La modulation du débit de l'écoulement d'air à travers la glotte (espace entre les cordes vocales) constitue la source acoustique du voisement. L'onde acoustique ainsi générée se propage dans la troisième partie du système phonatoire: les résonateurs. Il s'agit plus précisément du pharynx, de la cavité buccale et de la cavité nasale, mais aussi de la trachée. En effet, la trachée fait la jonction entre le larynx et les poumons. Les ondes acoustiques peuvent s'y propager, ainsi que dans les poumons. Plusieurs modélisations pour prendre en compte la trachée et les poumons ont été proposées ([60, 47, 112]).

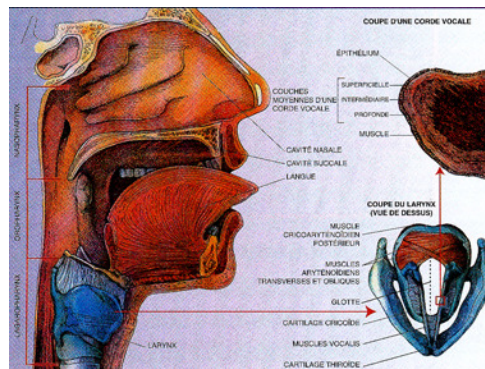


FIG. 1.2 – Vues en coupes des voies aériennes supérieures. A gauche, coupe globale (dans le plan médio-sagittal) de l'ensemble larynx, conduit vocal, conduit nasal. En bas à droite, coupe des cordes vocales (dans le plan axial). En haut à droite, zoom sur la coupe d'une corde vocale (dans le plan coronal). Image extraite de Sataloff [82].

Les ondes qui se propagent dans le pharynx, la bouche et la cavité nasale sont rayonnées au niveau des lèvres et du nez. Le mouvement des articulateurs que sont la langue, l'épiglotte, le vélum, les lèvres et la mâchoire, modifie la forme des résonateurs acoustiques et donc le type de son émis. Ainsi est engendré l'ensemble des voyelles que peut produire l'être humain.

1.1.2 Enjeux de ce travail de recherche

Les mécanismes conduisant à la production des sons voisés sont dans leur ensemble bien compris. Cependant, nous sommes encore loin de pouvoir caractériser complètement chacun des phénomènes, intervenant lors de la phonation, et leurs interactions mutuelles. De plus, la modélisation physique ne permet pas d'expliquer ou de prédire l'effet de certaines pathologies ou même de phonations particulières. Ce travail de recherche entend donc apporter des éléments pour améliorer la modélisation et la compréhension des phénomènes intervenant dans la production de sons voisés. Plus précisément, nous nous

focaliserons sur la modélisation des cordes vocales et leurs interactions avec l'écoulement d'air provenant des poumons et les résonateurs acoustiques.

1.2 Des modèles de cordes vocales et des degrés de liberté

La littérature regorge de modèles pour décrire le comportement des cordes vocales lors de leur oscillation. Dans cette section, nous tentons d'en recenser quelques uns. Par ordre de complexité décroissante, c'est à dire avec un nombre de degrés de liberté de plus en plus faible, nous trouvons les modèles continus (type éléments finis, membranes, tuyaux collabables, ...), les modèles distribués (type masse-ressort-amortissement). Les interactions avec l'écoulement d'air et les résonateurs acoustiques peuvent aussi être traitées de manière plus ou moins complexes, dépendant du nombre d'hypothèses simplificatrices. Enfin, nous mentionnons l'existence de modèle *ad-hoc* permettant la description d'un phénomène particulier à partir de formules *ad-hoc* obtenues par des observations expérimentales.

1.2.1 Modèles continus

Des publications récentes dénotent des travaux où les tissus constituant les cordes vocales sont décrits par la méthode des éléments finis. Ainsi, Hunter et col. ont décrit dans [48] une modélisation en trois dimensions les mouvements d'abduction et d'adduction des cordes vocales. Cette modélisation prenait en compte à la fois les muscles, mais aussi les cartilages entourant les cordes vocales. La tension des muscles modélisés permettait alors la simulation des mouvements d'abduction et d'adduction des cordes vocales. L'objectif d'une telle étude était de, par exemple, pouvoir expliquer l'effet d'une trop forte tension des cordes vocales, du fait d'une pathologie, et parvenir à déterminer que faire pour remédier à cette tension, dans le cadre d'une rééducation ou d'une intervention chirurgicale. De même, les travaux de Oliveira Rosa et col. ([71]) ont montré la possibilité de décrire l'oscillation des cordes vocales par une modélisation éléments finis incluant le déplacement des cordes vocales [*representes par trois couches ("body", "ligament", "cover")*], *la prise en compte de la collision entre les temps de calcul, qui nécessitent de faire des hypothèses sur le type de comportement des éléments, mais aussi le fait que les éléments finis ne peuvent pas représenter les cordes vocales oscillantes*. *Demme, un modèle basé de "poutres bi-articulées" et développé par Perrier*

1.2.2 Modèles distribués

De part leur complexité et leur coût en terme de temps de calcul, les modèles continus sont encore peu utilisés, laissant ainsi une large place à l'utilisation des modèles distribués, de type masse-ressort-amortissement. Le nombre de degrés de liberté peut être limité rendant la caractérisation des paramètres de contrôle plus aisée. Avec ce type de modèle, les cordes vocales sont représentées par un ensemble de masses reliées au reste du "corps" et entre elles par des ressorts de raideur linéaire ou non, et des amortissements. Le mouvement de ces masses peut être libre (trois dimensions de translations, et trois axes de rotation), mais généralement, celui-ci est limité à une ou deux directions en translation, et tout au plus une possibilité de rotation.

Ainsi, si nous souhaitions faire la transition entre l'approche éléments finis et l'approche modèles distribués, le modèle à seize masses tel que décrit par Titze ([97, 98]), puis repris par Kob ([53]) serait idéal. Ce nombre de masse permet une description en trois dimensions des oscillations des cordes vocales. Plusieurs modes d'oscillations transverses peuvent être simulés (dans le plan axial), ainsi que deux modes longitudinaux (dans le plan coronal). L'avantage de cette complexité est aussi son inconvénient, la détermination des paramètres de masses, raideurs, et amortissements n'est pas aisée. Nous pouvons ensuite trouver différents modèles avec un nombre de masses réduites (inférieur à quatre masses). Le plus utilisé de ces modèles est le modèle à deux masses d'Ishizaka et Flanagan ([49]), dont l'objectif était la synthèse de parole. L'avantage de ce modèle était de pouvoir reproduire le déphasage entre les parties hautes et basses des cordes vocales lors de l'oscillation, cette caractéristique étant typique du mécanisme "M1". De nombreuses études, se basant sur cette modélisation, ont été réalisées, à la fois pour caractériser la voix normale et ses différents registres ou caractéristiques, mais aussi caractériser des pathologies vocales ([91, 66, 61, 62, 65, 69, 55]). De nombreux dérivés de ce modèle existent ou sont comparés à lui. Le modèle à une masse retardée ou "mucosal wave" ([5, 92]) permet la simulation du déphasage vertical par un retard fixe t_O entre les deux masses, la dynamique du mouvement étant calculée sur une seule masse. Le modèle à une masse "translating and rotating" de Liljencrants ([58]) simule ce déphasage en permettant à la masse un mouvement selon y et une rotation d'axe z . D'autres variations ont été proposées pour le modèle à deux masses ([60, 74]), dans le but notamment de prendre en compte la position du point de séparation de l'écoulement, puisque celle-ci varie au cours du temps. Un des modèles les plus simples est sans doute celui décrit par Flanagan et Langdraf ([34]). Il s'agit d'un modèle à une masse, ne pouvant osciller qu'en présence d'un résonateur acoustique, mais qui fut utilisé par Flanagan et Langdraf pour étudier de manière simple l'influence de la valeur des paramètres mécaniques (tension, amortissement) et aéroacoustiques (chute de pression transglottique, impédance d'entrée du conduit vocal) sur l'oscillation des cordes vocales et sur le signal de parole ainsi synthétisé.

Entre les modèles à deux masses d'Ishizaka et Flanagan et à seize masses de Titze puis Kob, nous trouvons de nombreux autres modèles ([113, 54]). Par exemple, le modèle dé-

crit par Cronjaeger ([23]), repris Awrejcewicz ([6, 7, 8, 9]), consiste en une seule masse reliée au reste du corps par deux ressorts et amortissements ayant deux directions différentes, formant un angle de 90° en position initiale. Le mouvement de la masse peut suivre deux directions, celle de l'écoulement et celle perpendiculaire à l'écoulement, ce qui rend accessible la description de plusieurs modes d'oscillations. Nous pouvons par ailleurs noter le modèle décrit par Horacek et col. ([45]), améliorant celui décrit précédemment par Horacek et Svec ([46]), et dont une variation a été utilisée par Sidlof ([90]). Il consiste en un modèle à trois masses d'une moitié de larynx (hémilarynx). Deux des trois masses, dont l'alignement est imposé, sont reliées au reste du corps par un couple ressort-amortissement. L'ensemble est inclus dans un volume déformable qui permet d'inclure un modèle de Hertz pour la collision de la corde vocale avec l'axe de symétrie lors de l'oscillation. Enfin, nous notons le modèle décrit par Boersma ([15]). L'ensemble du système phonatoire y est modélisé par un ensemble de masses reliées entre elles et au reste du "corps" par des ressorts.

En terme de degré de liberté, nous noterons donc que la majorité des modèles distribués a un nombre de degré de liberté égal à deux, ce qui suffit pour prédire le déphasage entre les parties haute et basse des cordes vocales. Les modèles plus complexes permettent de rendre compte de modes d'oscillations plus complexes comme par exemple les modes d'oscillations transverses. Le modèle à une masse nécessite quant à lui un couplage avec les résonateurs acoustiques pour produire des oscillations. Nous retiendrons donc que parmi les modèles distribués, c'est le modèle à deux masses d'Ishizaka et Flanagan, et ses dérivées, qui est le plus utilisé pour décrire l'oscillation des cordes vocales, à la fois pour des raisons de complexité réduite, ainsi que pour ses capacités à décrire de nombreux phénomènes.

1.2.3 Les interactions avec l'écoulement et les résonateurs acoustique

Conjointement aux descriptions théoriques des cordes vocales, des modèles d'écoulement glottique et des modèles de propagation acoustique ont été mis en oeuvre. De fait, ils ont permis de mieux décrire les interactions entre l'écoulement, les structures déformables et les résonateurs acoustiques.

La plupart des modèles distribués que nous avons décrits ci-dessus sont couplés à un modèle d'écoulement simple du type Bernoulli stationnaire, avec ou sans recouvrement de pression après le point de séparation de l'écoulement. Néanmoins, des modélisations plus complexes, basées sur la résolution des équations de Navier Stokes avec moins d'hypothèses simplificatrices, ont été proposées. L'application de la théorie des couches limites à la description de l'écoulement glottique ([41, 110]) est sans doute l'un des apports les plus importants. De même, la prise en compte d'un point de séparation de l'écoulement mobile ([74]) a permis d'améliorer la qualité des signaux reproduits par les modèles théo-

riques de cordes vocales. Des descriptions en trois dimensions, basées sur des résolutions numériques des équations de Navier Stokes ([90, 71], permettent de pousser plus loin la modélisation de l'écoulement, avant et après le point de séparation, en tenant compte de la dissipation par turbulence.

De même, la propagation dans les résonateurs acoustiques ainsi que le rayonnement au niveau des lèvres et du nez ont été largement étudiés avec des modélisations de complexités diverses. Pour les applications de synthèse, l'utilisation d'une équivalence électrique de type ligne de transmission est très répandue ([10, 28]). L'utilisation de lois de propagation linéaire à une dimension ([51, 72]) est aussi courante. Par ailleurs, des modèles plus complexes (propagation en trois dimensions, prise en compte d'un modèle complexe de rayonnement au niveau des lèvres, ...) ont été décrits, par exemple dans le cadre de pathologies ([104]).

La description de l'écoulement et de la propagation acoustique est primordiale puisque de part leurs interactions avec les structures déformables (cordes vocales), ils génèrent l'auto-oscillation de celles-ci.

1.2.4 Modèles paramétriques

Par ailleurs nous pouvons noter l'existence d'un certain nombre de modélisations *ad-hoc* basées sur l'établissement de loi de comportement en fonction d'observations expérimentales. Ainsi Titze ([99]) a décrit une paramétrisation de l'aire d'une section glottique, de la surface de contact entre les cordes vocales ainsi que de l'onde de débit lors de l'oscillation des cordes vocales. Une telle paramétrisation a ensuite été utilisée par Schroeter et Cranen ([88]) avec un objectif d'application à la synthèse articulatoire. Un modèle mathématique de débit glottique et sa dérivée est couramment utilisé en synthèse de parole, il s'agit du modèle de Fant et col. ([30]), dont une variation a été explicitée par Veldhuis ([109]). Les relations entre la distribution de pression et le débit ont été étudiées aux moyens de multiples maquettes par Scherer et col. ([85, 86, 83, 84]). Des lois polynomiales variant en fonction de l'angle de divergence de la géométrie glottique ont pu être établies. D'autres types de modèles paramétriques peuvent être mentionnés, tel que celui de Titze et col. ([100]) qui permet la prédiction des pressions sous-glottiques d'amorçage des oscillations en fonction de paramètres tels que la configuration géométrique préphonatoire des cordes vocales. Une extension à cette modélisation, reliant la pression de seuil à la fréquence d'oscillation, a été présentée par Lucero et Koenig ([67]).

Ces modèles paramétriques permettent de décrire certains phénomènes dans des situations précises. Ils montrent cependant rapidement leurs limites en cas de forte variabilité de phénomènes à modéliser.

1.3 Des dispositifs expérimentaux

Parallèlement aux modèles théoriques, des dispositifs expérimentaux ont été mis en place, donnant la possibilité d'avoir accès à des grandeurs pertinentes. De nombreux moyens de mesures sur l'humain existent, de même que de nombreuses maquettes reproduisant certaines caractéristiques de l'appareil phonatoire humain. L'objectif de l'utilisation de données expérimentales est double. Elles permettent d'une part d'acquérir des connaissances sur le fonctionnement de l'appareil phonatoire et plus précisément des cordes vocales, et d'autre part de valider les descriptions théoriques.

1.3.1 Des mesures sur l'humain

La connaissance que nous possédons aujourd'hui sur les cordes vocales et leur fonctionnement est en grande partie liée au développement d'outils de mesures sur l'humain. Ces données expérimentales sont aussi la base des raisonnements conduisant à l'établissement des modèles théoriques. Les données expérimentales peuvent être obtenues soit par des mesures *in-vivo*, soit par des mesures *in-vitro* (sur des larynx excisés par exemple).

Les mesures *in-vivo* peuvent être de deux types. Le premier type est constitué par les mesures non invasives. La mesure ne perturbe pas la production des sons par le sujet. Dans ce cadre, les mesures peuvent être portées sur la pression acoustique rayonnée au niveau des lèvres, et donc sur l'étude de signal de parole. Ceci peut conduire aussi à l'estimation, par filtrage inverse, de la fonction de transfert acoustique du conduit vocal ou du débit glottique ([22]). D'autres mesures non invasives sont possibles, comme par exemple l'électroglottographie (EGG), qui consiste en la mesure de la conductivité du larynx. Lors de la fermeture des cordes vocales, la conductivité augmente, et elle diminue lors de l'ouverture. Les cycles glottiques peuvent ainsi être reconstitués. Des études ont ainsi pu être réalisées, notamment pour caractériser la source glottique lors de la production de voix chantées ([38]). Nous pouvons aussi mentionner l'utilisation du masque de Rothenberg, placé sur la face du sujet, pour mesurer les paramètres de l'écoulement ([44]).

Les mesures invasives consistent en l'introduction de divers capteurs en des points clés du sujet. Ainsi, des capteurs de pressions peuvent être placés dans les voies aériennes supérieures des sujets ([21, 20]). Cela donne accès à des grandeurs non mesurables de manière non invasive, mais perturbe quelque peu la production de parole. La visualisation des cordes vocales a quant à elle été rendue possible par l'utilisation de l'endoscopie rigide ou de la fibroscopie, couplée à un dispositif d'acquisition d'image par caméra ultra rapide, kymographique ([94, 95]), ou bien une acquisition stroboscopique ([93, 81]). D'autres études ont par exemple permis de déterminer *in-vivo* les caractéristiques mécaniques des cordes vocales ([50, 93]).

Enfin, des mesures sont couramment pratiquées *in-vitro* sur des larynx excisés (humains

ou canins). Ces études permettent d'isoler le larynx des autres parties de l'appareil phonatoire, avec l'inconvénient que les tissus utilisés ne sont pas vivants. L'écoulement glottique a ainsi pu être étudié ([2]) en fonction de la tension mécanique exercée sur les cordes vocales excisées. D'autres travaux ont permis de mieux connaître les caractéristiques mécaniques des cordes vocales ([4, 17]).

Les mesures sur les tissus humains (ou canins), qu'elles soient réalisées *in-vivo* ou *in-vitro*, ont donc permis d'accroître la connaissance sur le fonctionnement des cordes vocales et leurs interactions avec l'écoulement et les résonateurs acoustiques. Cependant le manque de reproductibilité et de contrôle, notamment pour les mesures réalisées *in-vivo*, peut être un problème qui a conduit à une utilisation croissante de maquettes simples mais contrôlables et reproductibles.

1.3.2 Des maquettes

Nous pouvons trouver dans la littérature de nombreux dispositifs expérimentaux *in-vitro* basés sur des répliques mécaniques. Ainsi, des maquettes rigides ont été utilisées pour étudier l'écoulement d'air, Van den Berg et col. [106], Scherer et col. [86], Gauffin et col. [35], Gauffin et Liljencrants [36], Scherer et Guo [83], Scherer et col. [84], Pelorson et col. [74, 75]. La mesure précise et reproductible effectuée sur ces différents dispositifs a permis de caractériser l'écoulement dans un grand nombre de configurations géométriques que l'on retrouve dans la réalité lors de l'oscillation des cordes vocales. De même, l'influence du déplacement des parois et de la déformation des structures sur l'écoulement a été étudiée grâce à des maquettes de larynx rigides et mobiles (Kiritani et col. [52], Barney et col. [12], Alipour et Scherer [3], Deverge et col. [26]) ou auto-oscillantes ([90]). Enfin, le phénomène d'oscillations auto-entretenues a pu être étudié au moyen de maquettes déformables (Titze et col. [101], Chan et col. [18], Thomson et col. [96]).

1.3.3 Pour valider les descriptions théoriques

Les dispositifs expérimentaux ont un rôle double. Ils peuvent notamment servir à quantifier les phénomènes intervenant lors de la production de parole. Mais ils peuvent aussi servir à déterminer les paramètres de contrôle des modèles théoriques, puis à valider expérimentalement les prédictions théoriques obtenues avec les modèles. Le schéma scientifique qui devrait être suivi est donc le suivant: observations expérimentales donnant lieu à une modélisation, quantification et paramétrisation des modèles théoriques, validation expérimentale des comportements prédits par le modèle, le tout amenant à une compréhension globale des phénomènes. Nous constatons que dans une grande partie de la littérature, les différents points de ce schéma sont disjointes. C'est pourquoi nous tentons ici de proposer une description théorique des phénomènes intervenant lors de la

phonation, et de présenter un dispositif expérimental pour valider les phénomènes prédits par le modèle, pour en proposer des applications.

1.4 Objectif et plan de la thèse

Les travaux effectués tout au long de cette thèse ont pour objectif de tester expérimentalement la validité d'un des modèles mécaniques de cordes vocales le plus utilisé dans la littérature: le modèle à deux masses. Ce modèle est testé, dans le cadre de ses interactions avec des descriptions théoriques de l'écoulement d'air et des résonateurs acoustiques, grâce à plusieurs maquettes et un dispositif de mesures. Ce chapitre d'introduction nous a permis de nous situer en terme de complexité parmi les descriptions des phénomènes intervenant lors de la phonation. Les descriptions théoriques, que nous cherchons à tester, sont à la base de cette pyramide de la complexité. Il s'agira donc de savoir si elle est malgré tout suffisante pour être valide. Dans le second chapitre, nous nous emploierons à détailler la description théorique de l'interaction fluide parois, qui a lieu lors de la phonation, par les modèles à une et deux masses de cordes vocales couplés à des descriptions de l'écoulement d'air et des résonateurs acoustiques. Des outils d'analyse de la description théorique, donnant accès à des paramètres pertinents en parole seront également décrits dans ce chapitre. Le troisième chapitre donnera lieu d'une part à la description du dispositif de mesures et des maquettes de cordes vocales. D'autre part, nous comparerons les données expérimentales et les prédictions théoriques, en fonction de plusieurs paramètres (influence du couplage acoustique, des variations de caractéristiques mécaniques et géométriques). Enfin le quatrième chapitre présentera deux applications de l'utilisation de la description théorique présentée et du protocole de validation expérimentale de celle-ci: applications à la synthèse de parole et à l'étude de pathologies de la voix.

Chapitre 2

Théorie

Comme nous avons pu le voir dans la partie introductive, les interactions complexes des cordes vocales avec l'écoulement d'air provenant des poumons et les différents résonateurs peuvent être modélisées de multiples manières, faisant intervenir un ou plusieurs, voire une infinité, de degrés de liberté. L'objectif de cette thèse est de tester la validité de quelques-unes des innumérables descriptions théoriques des interactions intervenant lors de la production de sons voisés. Nous allons donc expliciter des modèles qui permettent une bonne description de la réalité avec le minimum de degrés de liberté.

2.1 Description théorique

Schématiquement, les interactions qui ont lieu lors de la production de sons voisés peuvent être schématisées comme sur la figure 2.1.

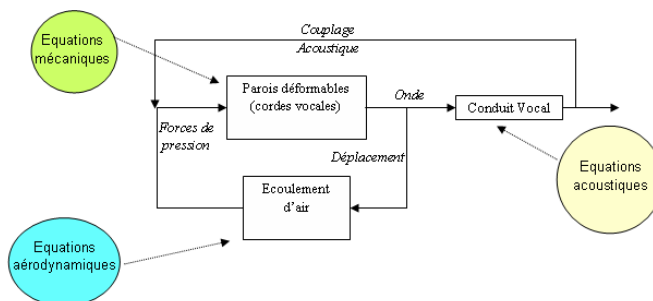


FIG. 2.1 – Description schématique des interactions fluides parois dans le conduit vocal lors de la production de sons voisés.

Nous noterons que cette description est déjà une modélisation simplifiée des phénomènes réels. Les parois déformables constituées par les cordes vocales subissent des forces de pression liées à l'écoulement d'air provenant des poumons. Sous l'effet de ces forces les cordes vocales sont déformées, ce qui modifie l'écoulement d'air. Les forces de pression s'en trouvent modifiées et ainsi, sous certaines conditions d'ouverture initiale et de tension des cordes vocales, celles-ci entrent en oscillation ([100]). L'onde acoustique ainsi générée se propage dans les conduits vocal et nasal pour être rayonnée au niveau des lèvres et du nez. Elle est aussi réfléchiée, et vient par conséquent modifier la chute de pression au niveau de la glotte et donc les forces de pression. Cette description schématique permet notamment de découpler le traitement du problème. Ainsi, nous allons détailler des descriptions théoriques de chacune des parties de la triple interaction des modèles de différentes complexités.

2.1.1 Description de l'écoulement

Nous décrivons, dans cette section, l'écoulement d'air à travers un modèle géométrique des cordes vocales. Après une description et une justification du choix du type de géométrie pour modéliser la glotte, nous définirons les nombres caractéristiques associés à l'écoulement qui permettent de choisir les descriptions adaptées à notre domaine d'étude. Nous détaillerons enfin les descriptions théoriques de l'écoulement que nous utiliserons tout au long de cette thèse.

2.1.1.1 Géométrie du modèle théorique de cordes vocales

Nous avons choisi de travailler en deux dimensions dans le plan "coronal". La glotte, canal entre les deux cordes vocales, est ainsi considérée comme une constriction dont nous décrivons la géométrie dans un plan.

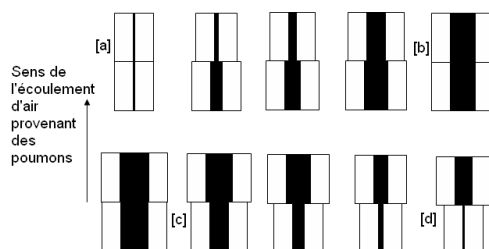


FIG. 2.2 – Exemple de cycle glottique décrit à l'aide du modèle d'Ishizaka et Flanagan. [a] ouverture de la glotte avec une configuration convergente. [b] ouverture maximale. [c] fermeture de la glotte avec une configuration divergente. [d] ouverture minimale avec ou sans contact

Cette géométrie est supposée invariante par translation de ce plan sur la largeur des cordes vocales (selon un vecteur normal au plan). Cette hypothèse est souvent utilisée dans la littérature et notamment par tous ceux qui utilisent le modèle à deux masses d'Ishizaka et Flanagan [49], tel qu'il est décrit sur la figure 2.2, et plus généralement pour les modèles distribués de cordes vocales. Les deux masses rectangulaires qui constituent ce modèle permettent de reproduire les différentes géométries de la glotte lors de l'oscillation des cordes vocales : mouvement d'ouverture de la glotte avec une configuration convergente, ouverture maximale, mouvement de fermeture de la glotte avec une configuration divergente, ouverture minimale avec ou sans contact, démarrage d'un nouveau cycle. De même que Lous et col. [60], Vilain [110], et Pelorson et col. [74], nous avons préféré utiliser une géométrie continue plus proche de la réalité mais permettant aussi l'utilisation de modèles d'écoulement dont la résolution peut être analytique. Cette géométrie est donc constituée de trois "plaques" comme le montre la figure 2.3. Cela permet notamment de prendre en compte un point de séparation de l'écoulement mobile sur la géométrie au cours de l'oscillation des cordes vocales. La nécessité de décrire un point de séparation mobile et non fixe sur la géométrie, comme dans le cas de la modélisation des lèvres d'un tromboniste ([24, 1]), a été explicité par Vilain ([110]).

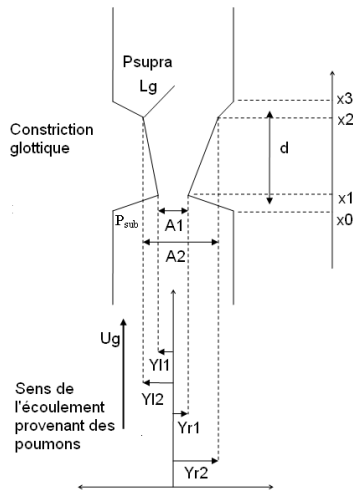


FIG. 2.3 – *Modèle géométrique de la constriction glottique. Constitué de trois plaques par corde vocale*

Nous définissons les grandeurs associées à cette géométrie. Nous utilisons quatre points d'abscisse pour la position sur l'axe X des plaques : x_0 correspond à l'entrée de la glotte, x_1 à la fin de la première plaque, x_2 à la fin de la seconde plaque, et x_3 à la fin de la glotte. De même, à chacune de ces abscisses correspondent deux ordonnées y_{ri} ou y_{li} (une pour chaque corde vocale, r pour celle de droite, et l pour celle de gauche) et une hauteur d'ouverture : h_0 , y_{r0} et y_{l0} correspondent à l'entrée de la glotte, h_1 , y_{r1} et y_{l1} à la fin de la

première plaque, h_2 , y_{r2} et y_{l2} à la fin de la seconde plaque, et h_3 , y_{r3} et y_{l3} à la fin de la glotte. Cela ajoute ainsi une continuité dans la description d'un cycle glottique, comme le montre la figure 2.4.

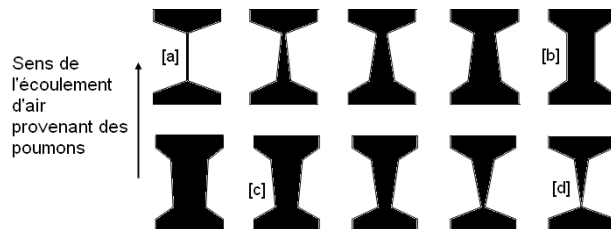


FIG. 2.4 – Exemple de cycle glottique décrit à l'aide d'une géométrie à base de plaques. [a] ouverture de la glotte avec une configuration convergente. [b] ouverture maximale. [c] mouvement de fermeture de la glotte avec une configuration divergente. [d] ouverture minimale avec ou sans contact

Nous envisagerons aussi une extension à une description en trois dimensions. Nous discrétisons pour cela les sections de glotte dans le plan axial comme indiqué sur la figure 2.5. Nous pouvons alors envisager différentes formes de la constriction glottique dans le plan axial : rectangulaire (forme de base), elliptique, ou elliptique inversée (l'inversion ou non de l'ellipse dépend des ouvertures définies sur les bords). Chacune des tranches obtenues (dans le plan coronal) peut alors être traitée comme précédemment. Le traitement théorique de cette extension est détaillée à la section 2.2.3. L'effet de l'extension à trois dimensions sera analysé au chapitre 3.

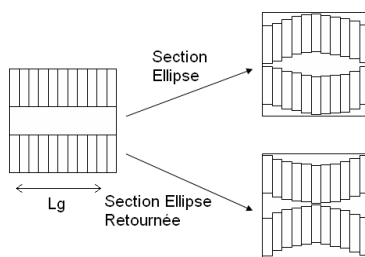


FIG. 2.5 – Exemple de discrétisation d'une géométrie de base (sections rectangulaires) de la glotte dans le plan axial. Exemple avec géométrie elliptique et elliptique retournée.

2.1.1.2 Hypothèses et nombres caractéristiques

Compressibilité de l'écoulement

La compressibilité d'un écoulement d'air peut être déterminée par le carré du nombre de Mach, M_a , défini par:

$$M_a = \frac{v}{c} \quad (2.1)$$

où v est la vitesse de l'écoulement d'air, c est la vitesse de propagation du son.

Les vitesses caractéristiques de l'écoulement d'air, dans la glotte, nous permettent de supposer son incompressibilité avec $M_a \simeq o(10^{-2})$.

Laminarité ou turbulence de l'écoulement

Pour un écoulement d'air dans un cylindre, nous pouvons déterminer approximativement le caractère laminaire ou turbulent en calculant le nombre de Reynolds, R_e ,

$$R_e = \frac{\rho v d}{\mu} \quad (2.2)$$

où ρ est la masse volumique du fluide, v est la vitesse de l'écoulement, d le diamètre du cylindre considéré, et μ le coefficient de viscosité cinématique du fluide, ici l'air.

Pour des valeurs faibles du nombre de Reynolds, l'écoulement peut être considéré comme laminaire. La transition entre un écoulement laminaire et un écoulement turbulent se situe entre $R_e = 2000$ et $R_e = 3000$, mais cette limite n'est en réalité pas bien définie. En effet des écoulements ont pu être observés comme laminaires mais avec un nombre de Reynolds plus élevé. Il s'agit donc d'une indication sur le type d'écoulement.

Instationnarité de l'écoulement

Le nombre de Strouhal permet de chiffrer les effets de l'inertie de l'écoulement.

$$S_r = \frac{fL}{v} \quad (2.3)$$

où f est la fréquence d'oscillation des cordes vocales, v est la vitesse de l'écoulement, L est une longueur caractéristique du système.

Si, lors de l'oscillation des cordes vocales, la glotte est suffisamment fermée, les effets de l'inertie ne pourront pas être négligés. Dans les autres cas, l'écoulement sera considéré comme quasi-stationnaire.

2.1.1.3 Equations constitutives du comportement d'un fluide newtonien incompressible

Nous faisons l'hypothèse, comme cela avait été fait par Vilain ([110]), que l'écoulement d'air à travers la glotte est décrit par les équations de Navier-Stokes (2.4) et de conservation de la masse (2.5):

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{\nabla} p + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{v} - \rho \left(\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \nabla v = 0 \quad (2.5)$$

où ρ est la masse volumique du fluide, v est la vitesse de l'écoulement, p est la pression de l'écoulement, d le diamètre du cylindre considéré, et μ le coefficient de viscosité cinématique du fluide.

Il s'agit d'équations aux dérivées partielles non-linéaires. Pour la résolution, des hypothèses doivent être formulées.

2.1.1.4 Descriptions de l'écoulement utilisées dans le cadre de nos travaux

Il est tout d'abord supposé l'existence d'un point de séparation de l'écoulement mobile sur la deuxième plaque de la géométrie que nous avons décrite (voir figure 2.6). A partir de ce point d'abscisse x_s l'énergie cinétique de l'écoulement est diffusée par turbulence. La position x_s de ce point de séparation peut être déterminée dans certains cas analytiquement ([74]), expérimentalement (méthode de Thwaites dans [87]), ou par un critère ad-hoc ([111]).

Résolution de l'équation de Von Karman par la méthode de Thwaites

Dans le cas où il est considéré quasi-stationnaire et isentropique (en fonction des nombres adimensionnels définis ci-dessus), l'écoulement peut être séparé en deux parties. Dans la partie centrale de l'écoulement, celui-ci est supposé parfait et unidimensionnel. La deuxième partie est la couche limite, proche des parois de la glotte. L'écoulement y est visqueux et bidimensionnel. Il y a continuité de la vitesse et de l'accélération tangentielle entre les deux parties de l'écoulement.

Dans la partie parfaite de l'écoulement, la résolution du système amène à l'équation de Bernoulli stationnaire. Dans la couche limite, sous les hypothèses d'égalité entre les termes convectifs et visqueux, ce sont les équations de Prandtl qui sont obtenues ([87]). L'intégration des vitesses et des pressions sur un profil vertical permet alors d'obtenir l'équation

de Von Kármán. Différentes méthodes peuvent être utilisées pour résoudre cette équation. Nous utilisons le code écrit par Vilain ([110]), qui utilise la méthode de Thwaites pour résoudre cette équation. D'après Vilain, cette méthode est équivalente à une méthode de Pohlhausen d'ordre 3 ([74], [41]).

Equation de Bernoulli Stationnaire

Sous l'hypothèse d'un écoulement où la couche limite a une épaisseur négligeable, nous pouvons décrire la relation entre vitesse de l'écoulement en un point de la constriction glottique pour t donné et pression par l'équation de Bernoulli stationnaire:

$$\frac{V(x,t)^2}{2} + P(x,t)/\rho = cte \quad (2.6)$$

avec $V(x,t)$ la vitesse de l'écoulement d'air en un point d'abscisse x , au temps t , $P(x,t)$, la pression de l'écoulement, ρ la masse volumique de l'air.

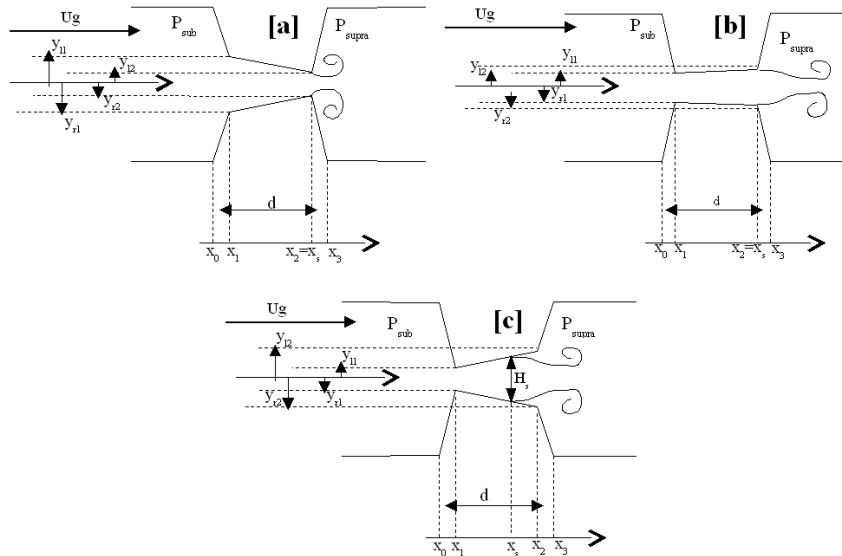


FIG. 2.6 – Position du point de séparation en fonction de la géométrie du modèle. [a] glotte convergente, le point de séparation se situe à la fin de la deuxième plaque. [b] glotte divergente, avec $1.2h_1 > h_2$, le point de séparation se situe à la fin de la deuxième plaque. [c] glotte divergente avec $1.2h_1 < h_2$, le point de séparation se situe sur la deuxième plaque avec $h_s = 1.2h_1$

Comme décrit par Vilain et col. [111], le critère de séparation est ici un critère *ad-hoc*. Trois configurations sont possibles pour la position de ce point de séparation. Cela est

décrit sur la figure 2.6. En configuration convergente de la glotte, le point de séparation de l'écoulement est situé à la fin de la deuxième plaque. En configuration divergente avec $1.2.h_1 > h_2$, le point de séparation est aussi situé à la fin de la deuxième plaque. Enfin, en configuration divergente avec $1.2.h_1 < h_2$, le point de séparation est situé sur la deuxième plaque avec $h_s = 1.2.h_1$.

L'équation 2.6 est alors valable entre l'origine de la constriction glottique (x_0, h_0) , où l'écoulement a une pression égale à la pression sous-glottique P_{sub} , et le point de séparation de l'écoulement (x_s, h_s) . Du point de séparation jusqu'à la fin de la géométrie (x_3, h_3) , la pression est égale à la pression supra-glottique P_{supra} . Sous l'hypothèse d'un écoulement laminaire, le débit glottique peut être considéré comme constant à t donné le long de la géométrie glottique, de x_0 jusqu'au point de séparation. Nous avons alors :

$$\frac{1}{2} \frac{\rho U_g(t)^2}{L_g^2 H(x,t)^2} + P(x,t) = cte \quad (2.7)$$

Nous pouvons alors calculer le débit U_g en fonction de la géométrie et de la chute de pression $\Delta P = P_{sub} - P_{supra}$ entre l'entrée de la constriction glottique et le point de séparation :

$$\frac{1}{2} \frac{\rho U_g(t)^2}{L_g^2 H(x_0,t)^2} + P_{sub} = \frac{1}{2} \frac{\rho U_g(t)^2}{L_g^2 H(x_s,t)^2} + P_{supra} \quad (2.8)$$

ainsi :

$$U_g(t) = \text{sign}(\Delta P) L_g \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho \left(\frac{1}{H(x_s,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right)}} \quad (2.9)$$

Une fois ce débit calculé, nous pouvons alors en déduire la distribution de pression le long de la géométrie de la constriction glottique 2.10:

$$P(x,t) = P_{sub} + \frac{1}{2} \frac{\rho U_g(t)^2}{L_g^2} \left(\frac{1}{H(x,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right) \quad \text{si } x < x_s \quad (2.10)$$

$$P(x,t) = P_{supra} \quad \text{si } x > x_s$$

Prise en compte des pertes par viscosité

Lors du mouvement des cordes vocales, les dimensions de la constriction peuvent être telles que nous ne pouvons plus négliger les pertes dues à la viscosité de l'écoulement. C'est notamment le cas lorsque la constriction glottique est presque fermée, tel que décrit par Vilain [110]. Nous avons choisi de prendre en compte les effets visqueux de l'écoulement par un terme correctif de Poiseuille. Ce terme provient de la théorie de la lubrification de

Reynolds ([87]). Le profil de vitesse, donné par la formule de Poiseuille, est intégrée sur une section de la géométrie glottique. Le terme correctif obtenu tend à modifier l'équation 2.10 de la façon suivante:

$$P(x,t) = P_{sub} + \frac{1}{2} \frac{\rho U_g(t)^2}{L_g^2} \left(\frac{1}{H(x,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right) + \frac{12\mu U_g(t)}{L_g} \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)^3} dx \quad si \ x < x_s \quad (2.11)$$

$$P(x,t) = P_{supra} \quad si \ x > x_s$$

où μ est le coefficient de viscosité cinématique.

Nous continuons de considérer que la pression est constante et égale à P_{supra} après le point de séparation de l'écoulement. L'équation 2.11 appliquée en $x = x_s$ permet de calculer le débit à l'instant t en fonction de la géométrie et de la chute de pression. Nous avons en effet une équation du second degré. Son discriminant vaut :

$$\Delta = \left(\frac{12\mu}{L_g} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx \right)^2 + \frac{2\rho}{L_g^2} \left(\left(\frac{1}{H(x_s,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right) (P_{sub} - P_{supra}) \right) \quad (2.12)$$

Pour un discriminant Δ positif, nous obtenons la valeur du débit glottique suivante :

$$U_g(t) = \frac{-\frac{12\mu}{L_g} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx}{\rho \left(\frac{1}{H(x_0,t)^2} - \frac{1}{H(x_s,t)^2} \right)} + \frac{\sqrt{\left(\frac{12\mu}{L_g} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx \right)^2 + \frac{2\rho}{L_g^2} \left(\frac{1}{H(x_s,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right) (P_{sub} - P_{supra})}}{\rho \left(\frac{1}{H(x_0,t)^2} - \frac{1}{H(x_s,t)^2} \right)} \quad (2.13)$$

Prise en compte des effets de l'inertie de l'écoulement d'air

Les effets instationnaires de l'écoulement d'air peuvent être pris en compte par un

terme correctif s'ajoutant à la chute de pression glottique. Nous obtenons donc l'équation de Bernoulli instationnaire avec le terme correctif de Poiseuille ajouté au paragraphe précédent. Ainsi l'équation 2.11 devient:

$$\begin{aligned}
P(x,t) = & P_{sub} + \frac{1}{2} \frac{\rho U_g(x_0,t)^2}{L_g^2} \left(\frac{1}{H(x,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right) \\
& + \frac{12\mu U_g(t)}{L_g} \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)^3} dx \\
& + \frac{\rho}{L_g} \frac{\partial}{\partial t} \left(U_g(t) \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \right) \quad \text{si } x < x_s
\end{aligned} \tag{2.14}$$

$$P(x,t) = P_{supra} \quad \text{si } x > x_s$$

Le calcul du débit à partir de la chute de pression $\Delta P = P_{sub} - P_{supra}$ n'est ici plus trivial, puisqu'il fait intervenir une équation différentielle non linéaire. Cependant, diverses hypothèses nous permettront d'obtenir une valeur approchée du terme d'inertie, de façon à accéder à une valeur du débit et sa dérivée. Le détail de ces calculs est donné en annexe.

2.1.2 Modélisation acoustique du conduit vocal et de la trachée

Nous nous focalisons sur la production de sons voisés et plus précisément sur la production des voyelles orales. Les deux résonateurs acoustiques dont nous allons tenir compte et proposer une modélisation sont le conduit vocal et la trachée. Le couplage entre la glotte et les résonateurs acoustiques sera lui aussi envisagé, puisqu'il a été montré que celui-ci pouvait avoir une influence forte [60, 102], notamment sur les pressions de seuil d'oscillation, et donc que la modélisation source filtre classiquement utilisée pour la synthèse de parole par modèle physique [27] est insuffisante. Après avoir détaillé les hypothèses permettant la modélisation acoustique des résonateurs, nous décrirons l'impédance d'entrée des résonateurs dans le cas de résonateur de section uniforme, qui seront notamment utilisés dans la partie 2.2.2. Nous décrirons ensuite le phénomène de propagation dans un conduit vocal discrétisé (utilisation dans la partie 2.2.1), puis les conditions limites (rayonnement en sortie des résonateurs).

2.1.2.1 Hypothèses

Du fait de ses dimensions et de la gamme des fréquences étudiées, la glotte peut être considérée comme une source acoustique compacte. Concernant la propagation des ondes, nos hypothèses pour la formulation des équations sont celles de l'acoustique linéaire. Les

ondes se propagent dans les résonateurs sans perte visco-thermique et l'amplitude des fluctuations de pression est négligeable devant la pression atmosphérique.

2.1.2.2 Propagation des ondes

Sous ces hypothèses, nous pouvons écrire les équations reliant la pression acoustique $p(x,y,z,t)$ et la vitesse acoustique $v(x,y,z,t)$ de l'air dans lequel les ondes se propagent. Ainsi, nous écrivons l'équation de conservation de la masse 2.15 et l'équation d'Euler 2.16:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \nabla v = 0 \quad (2.15)$$

$$\nabla p + \rho \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (2.16)$$

En combinant ces deux équations, nous obtenons l'équation d'onde suivante:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.17)$$

Nous supposons que les ondes sont planes, que les fronts d'ondes se déplacent dans la direction x , tel qu'indiqué sur la figure 2.7.

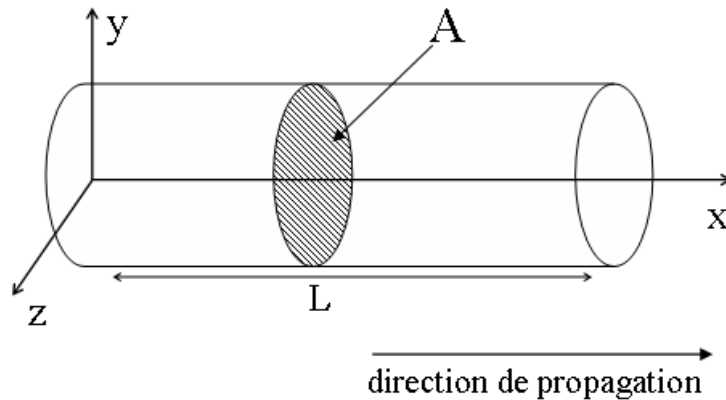


FIG. 2.7 – Propagation rectiligne d'une onde dans un conduit de section uniforme A et de longueur L , avec pour direction de propagation l'axe des x .

A l'intérieur d'un tube de longueur L et de section A , pour $0 < x < L$ l'équation d'onde admet alors pour solution :

$$p(x,t) = p^+ \left(t - \frac{x}{c} \right) + p^- \left(t + \frac{x}{c} \right) \quad (2.18)$$

où p^+ (resp. p^-) est l'onde de pression progressive (resp. régressive).

De même, puisque nous considérons un conduit de section uniforme, on obtient une équation analogue pour le débit acoustique $u(x,t)$:

$$u(x,t) = \frac{A}{\rho c} p^+ \left(t - \frac{x}{c} \right) - \frac{A}{\rho c} p^- \left(t + \frac{x}{c} \right) \quad (2.19)$$

2.1.2.3 Impédance d'entrée du conduit vocal, cas d'un résonateur de section uniforme

Nous nous plaçons dans le cas d'un résonateur de section uniforme S et de longueur L , qui peut être en quelque sorte considéré comme le conduit vocal discrétisé le plus simple possible. A l'origine du résonateur (en $x = 0$), se trouve la source acoustique, la constriction étant considérée comme une paroi d'impédance infinie. A l'autre extrémité, en $x = L$, l'onde acoustique est rayonnée, avec une impédance de rayonnement $Z(L)$ qui variera selon que l'on modélise le conduit vocal ou la trachée.

Nous calculons alors l'impédance d'entrée du résonateur.

$$Z(x = 0) = \frac{p(0)}{v(0)} = \rho c \frac{Z(L) (1 + e^{-2ikL}) + \rho c (1 - e^{-2ikL})}{Z(L) (1 - e^{-2ikL}) + \rho c (1 + e^{-2ikL})} \quad (2.20)$$

avec c la vitesse du son, $k = \frac{\omega}{c}$ avec ω la pulsation

Cette description dans le domaine fréquentiel de l'impédance d'entrée sera utilisée dans la partie 2.2.2, où nous sélectionnerons uniquement un nombre restreint de résonances de cette impédance, ce qui équivaut à ne prendre en compte que les n premières résonances acoustiques. Si nous n'en sélectionnons qu'une seule, nous sommes dans le cas décrit par [59, 24].

2.1.2.4 Rayonnement en sortie du résonateur

Le modèle de rayonnement en sortie du résonateur que nous avons choisi dépend de la nature du résonateur (trachée ou conduit vocal). Dans le cas du conduit vocal, elle correspond à celle d'un piston rayonnant dans un plan [70]. Nous utiliserons soit l'expression exacte 2.21 soit l'approximation basse fréquence 2.22.

$$Z(L) = \frac{p(L)}{v(L)} = \rho c \left(1 - \frac{J_1(2ka)}{2ka} + S_1(2ka) \right) \quad (2.21)$$

avec a le rayon du piston, c la vitesse du son, J_1 et S_1 les fonctions de Bessel et Struve d'ordre 1, $k = \frac{\omega}{c}$ avec ω la pulsation.

$$Z(L) = \frac{p(L)}{v(L)} = \rho c \left[\frac{1}{2}(ka)^2 + i \frac{8ka}{3\pi} \right] \quad (2.22)$$

L'impédance de rayonnement en sortie du résonateur amont (trachée) est donnée par 2.23. Cette expression est déterminée à partir de la description basse fréquence d'un résonateur de section uniforme, faite par Pierce dans [77]. L'impédance de rayonnement est alors

$$Z(L_t) = \rho c \frac{Re^{-2ikL_t} + 1}{Re^{-2ikL_t} - 1} \quad (2.23)$$

où $R = \frac{-0.91 + \frac{0.1\omega.a}{1.841.c} + 11\frac{\omega.a}{1.841.c}}{1.2}$ est le coefficient de réflexion, L_t la longueur du résonateur aval ("trachée").

2.1.3 Modèles mécaniques de cordes vocales

Malgré d'importantes avancées dans ce domaine, les simulations numériques de la phonation, basées sur la modélisation par éléments finis (Hunter et col. [48], Vampola et col. [104]), sont encore sous-utilisées. Ceci est principalement dû, nous l'avons vu dans le chapitre introductif, à la complexité numérique de cette approche, qui implique notamment, des heures de simulation sur machine. De plus, nous constatons qu'une description appropriée d'un certain nombre de phénomènes physiques comme la collision des cordes vocales, la prise en compte des conditions limites ou encore la présence d'un écoulement turbulent, est bien au-delà des capacités d'un quelconque logiciel de simulation numérique. C'est pourquoi les modèles à faibles degrés de liberté, les modèles distribués (masse-ressort-amortissement), sont toujours très utilisés du fait de leur simplicité. Ces modèles le sont notamment à des fins de synthèse de parole [33, 92, 53], mais aussi dans le cadre d'études sur les pathologies vocales [113, 39, 60]. Un des aspects majeurs de tels modèles est la simplicité de la physique qu'ils contiennent. Cela inclut, comme nous l'avons vu précédemment, la modélisation de l'écoulement d'air à travers la glotte et la modélisation acoustique des résonateurs, mais aussi l'aspect biomécanique des tissus constituant les cordes vocales ainsi que les interactions entre ces trois modélisations.

2.1.3.1 Modèles distribués, généralités

Nous qualifions de modèles distribués les modèles constitués par un ensemble discret de masses, reliées entre elles et au reste du "corps" par des ressorts et des amortissements. Leur liberté de mouvement peut être fixée dans une direction [49]. Le mouvement peut avoir lieu selon deux axes comme décrit par Cronjaeger [23] puis par Awrejcewicz [8], ou même en rotation par rapport à l'axe central de la masse tel que décrit par Liljencrants [58]. Nous présentons ici des modèles dont nous cherchons à valider le comportement par confrontation avec des données expérimentales. Il s'agit d'une variation du modèle à deux masses d'Ishizaka et Flanagan [49], utilisée par Lous et col. [60]. Nous présentons une simplification de ce modèle équivalent au modèle à une masse de Flanagan et Langdraf [34], pouvant être vu comme un modèle à deux masses avec une raideur de couplage infinie entre les deux masses.

2.1.3.2 Modèle à deux masses

Généralités

Dans cette modélisation, chaque corde vocale est représentée par deux masses m_1 et m_2 disposées sur la géométrie présentée dans la partie 2.1.1.1. Ces masses sont liées entre elles par un ressort de constante de raideur k_c et au reste du "corps" par des ressorts de raideur k_1 , k_2 et des amortissements de constante r_1 et r_2 . Le modèle est schématisé sur la figure 2.8. Nous supposons que les masses sont égales donc $m_1 = m_2 = \frac{m}{2}$ où m est donc la masse vibrante d'une corde vocale. De même, nous aurons $k_1 = k_2 = k$ et $r_1 = r_2 = r$.

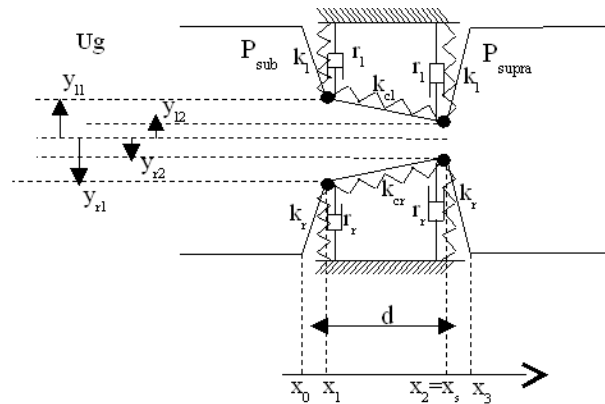


FIG. 2.8 – Représentation des cordes vocales par un modèle à deux masses disposées sur la géométrie décrite dans la partie 2.1.1.1. Les masses sont liées au reste du corps et entre elles par des ressorts k_r, k_l, k_c et amortissements r_l, r_r , indice r pour la corde de droite et l pour la gauche.

Les deux masses d'une corde vocale auront donc des caractéristiques mécaniques similaires. Par contre chaque corde vocale pourra avoir des caractéristiques différentes. Dans ce cas, nous indiquerons les paramètres associés à chacune des cordes par r pour la corde de droite et par l pour la corde de gauche.

Mise en équation

Pour chacune des cordes et pour chacune des masses, nous écrivons le principe fondamental de la dynamique en supposant que les masses ont uniquement des mouvements selon l'axe des ordonnées. On restreint ainsi le nombre de degrés de liberté dans le mouvement. A noter que Vilain [110] avait envisagé de ne pas restreindre les mouvements à la direction verticale en ajoutant une contrainte de conservation du volume des cordes vocales. Nous n'avons pas opté pour ce choix.

Les forces s'exerçant sur chaque masse sont les forces de rappel liées aux ressorts, les forces de frottements visqueux liées aux amortissements, ainsi que les forces de pressions liées à l'écoulement d'air traversant la glotte. Nous obtenons ainsi les équations suivantes :

$$\frac{\partial^2 Y_{1l}}{\partial t^2} + \frac{2r_l}{m_l} \frac{\partial Y_{1l}}{\partial t} + \frac{2(k_l + k_{cl})}{m_l} (Y_{1l} - Y_{1l0}) - \frac{2k_{cl}}{m_l} (Y_{2l} - Y_{2l0}) = \frac{2}{m_l} F_{1l}(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra}) \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial^2 Y_{2l}}{\partial t^2} + \frac{2r_l}{m_l} \frac{\partial Y_{2l}}{\partial t} + \frac{2(k_l + k_{cl})}{m_l} (Y_{2l} - Y_{2l0}) - \frac{2k_{cl}}{m_l} (Y_{1l} - Y_{1l0}) = \frac{2}{m_l} F_{2l}(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra})$$

$$\frac{\partial^2 Y_{1r}}{\partial t^2} + \frac{2r_r}{m_r} \frac{\partial Y_{1r}}{\partial t} + \frac{2(k_r + k_{cr})}{m_r} (Y_{1r} - Y_{1r0}) - \frac{2k_{cr}}{m_r} (Y_{2r} - Y_{2r0}) = \frac{2}{m_r} F_{1r}(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra}) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial^2 Y_{2r}}{\partial t^2} + \frac{2r_r}{m_r} \frac{\partial Y_{2r}}{\partial t} + \frac{2(k_r + k_{cr})}{m_r} (Y_{2r} - Y_{2r0}) - \frac{2k_{cr}}{m_r} (Y_{1r} - Y_{1r0}) = \frac{2}{m_r} F_{2r}(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra})$$

où $Y_{1l}, Y_{2l}, Y_{1r}, Y_{2r}$ sont les positions des masses et $Y_{1l0}, Y_{2l0}, Y_{1r0}, Y_{2r0}$ les positions au repos, où $F_{1l}, F_{2l}, F_{1r}, F_{2r}$ sont les forces de pression calculées sur chacune des masses, avec $H_1 = Y_{1l} + Y_{1r}$ et $H_2 = Y_{2l} + Y_{2r}$ sont les ouvertures au niveau des masses 1 et 2.

Dans la plus grande partie de ce manuscrit, nous supposons que les deux cordes vocales ont un mouvement symétrique. La prise en compte de l'asymétrie sera donnée à titre d'application dans la partie 4, les raisonnements sont en effet analogues, le nombre d'équations étant en fait multiplié par deux.

Dans le cas symétrique, décrit sur la figure 2.9, nous pouvons additionner les équations correspondant aux masses 1 à droite et à gauche, et aux masses 2 à droite et à gauche. Nous obtenons ainsi les équations suivantes écrites en fonction des ouvertures $H_1 = 2Y_{1r} = 2Y_{1l}$

et $H_2 = 2Y_{2r} = 2Y_{2l}$ au niveau de chaque masse.

$$\frac{\partial^2 H_1}{\partial t^2} + \frac{2r}{m} \frac{\partial H_1}{\partial t} + \frac{2(k+k_c)}{m} (H_1 - H_{10}) - \frac{2k_c}{m} (H_2 - H_{20}) = \frac{4}{m} F_1(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra})$$

$$\frac{\partial^2 H_2}{\partial t^2} + \frac{2r}{m} \frac{\partial H_2}{\partial t} + \frac{2(k+k_c)}{m} (H_2 - H_{20}) - \frac{2k_c}{m} (H_1 - H_{10}) = \frac{4}{m} F_2(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra})$$

(2.26)

où H_{10} et H_{20} sont les ouvertures au repos au niveau de chacune des masses.

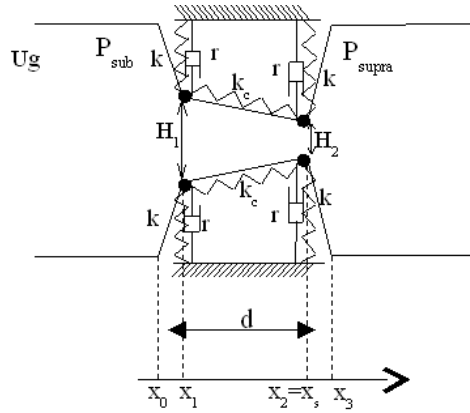


FIG. 2.9 – Représentation des cordes vocales par un modèle à deux masses disposées sur la géométrie décrite dans la partie 2.1.1.1. Dans ce cas, les deux cordes vocales sont symétriques, ce qui réduit considérablement le nombre de paramètres de contrôle.

Nous décrivons alors un modèle mécanique contrôlé par un jeu de 8 paramètres: $m, k, k_c, r, H_{10}, H_{20}, H_c, P_{sub}$. Le couplage avec le fluide est effectué par l'intermédiaire des forces de pression. La pression P_{supra} est supposée égale en moyenne à la pression atmosphérique. Ses fluctuations sont dues à la pression acoustique à l'entrée du résonateur. Le couplage acoustique est donc pris en compte de part la modification de la chute de pression induite par cette fluctuation.

Calcul des forces de pression

Les forces de pression sont calculées de même que décrit par Vilain [110]. Ainsi, la force agissant sur chaque masse est calculée comme la somme de deux composantes ($F_{l_{h1}}, F_{r_{h1}}$ pour la masse 1, $F_{l_{h2}}, F_{r_{h2}}$ pour la masse 2, l indiquant la composante de gauche, et r la composante de droite). Ces composantes sont la somme des forces locales résultant de la pression de l'écoulement d'air en chaque point des plaques de la géométrie de modèle. L'hypothèse que nous faisons pour le calcul des forces est une variation linéaire de

l'influence de la pression en fonction de l'éloignement de la masse ponctuelle, i.e pour la masse 1, la pression en x_0 a une influence nulle alors que la pression en x_1 a une influence maximale. Cela se traduit par les équations suivantes,

$$\begin{aligned}
F_1(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra}) &= Fl_{h1} + Fr_{h1} \\
\text{avec} \\
Fl_{h1} &= L_g \int_{x_0}^{x_1} \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} p(x) dx \\
Fr_{h1} &= L_g \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} p(x) dx
\end{aligned} \tag{2.27}$$

$$\begin{aligned}
F_2(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra}) &= Fl_{h2} + Fr_{h2} \\
\text{avec} \\
Fl_{h2} &= L_g \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} p(x) dx \\
Fr_{h2} &= L_g \int_{x_2}^{x_3} \frac{x - x_3}{x_2 - x_3} p(x) dx
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Collision des cordes vocales

La collision des cordes vocales doit être vue sous deux aspects, l'aspect mécanique et l'aspect aérodynamique. En ce qui concerne l'aspect aérodynamique, nous adapterons le modèle en prenant notamment en compte les effets visqueux ou l'inertie de l'écoulement lors de la collision (voir partie 3). L'aspect mécanique est lui pris en compte par un modèle discret, qui contribue lui aussi à la simplicité du modèle. Ainsi, tel que décrit par Ishizaka et Flanagan [49], Lous et col. [60], ou Vilain [110], nous choisissons de déterminer la collision des cordes vocales par une ouverture critique H_c . Si l'ouverture au niveau des masses H_1 et H_2 devient inférieur à cette ouverture critique, alors nous choisissons de modifier les raideurs et amortissements de la façon suivante:

$$\begin{aligned}
k_{1e} &= 4 * k \text{ et } r_{1e} = r + 2\sqrt{\frac{k_{1e}m}{2}} \text{ si } H_1 < H_c \\
k_{2e} &= 4 * k \text{ et } r_{2e} = r + 2\sqrt{\frac{k_{2e}m}{2}} \text{ si } H_2 < H_c
\end{aligned} \tag{2.29}$$

où k_{1e} , k_{2e} , r_{1e} et r_{2e} sont les raideurs et amortissements modifiés en cas de collision.

Le choix de la valeur à donner à l'ouverture critique H_c est discuté au chapitre 3. L'influence de ce paramètre y sera analysée.

2.1.3.3 Les dérivées/simplifications du modèle à deux masses

Le nombre de paramètres de contrôle du modèle, bien qu'étant relativement faible, reste important. En effet, si certains, tels que la pression sous-glottique P_{sub} ou les positions initiales décrites par H_{10} et H_{20} ont un lien évident avec la réalité, il n'en est pas de même pour les autres paramètres, et il peut être délicat de leur donner des valeurs appropriées. Simplifier encore ce modèle mécanique est donc justifié par le fait de vouloir réduire encore le nombre de paramètres de contrôle, rendant ainsi le lien avec la réalité plus facile. Plusieurs simplifications du modèle à deux masses couplées par une raideur de couplage k_c peuvent être envisagées comme par exemple la transition vers un modèle à deux masses couplées temporellement tel que décrit par Titze [100] et Avanzini [5]. Le principe de la résultante dynamique est appliqué uniquement sur la première masse. Le mouvement de la seconde masse est alors déduit de celui de la première par simple déphasage temporel. Le retard entre les deux masses est fixé à l'avance et permet de reproduire des modes d'oscillations avec une complexité moindre que le modèle à deux masses. De fait, en imposant un retard nul, nous réduisons alors ces descriptions à un modèle à une masse, proche de celui décrit par Flanagan et Langdrat [34]. Nous détaillons ici ce dernier modèle, avec une présentation néanmoins différente de celle classiquement utilisée puisque la géométrie sur laquelle il s'appuie est celle décrite dans la partie 2.1.1.1 et non une géométrie "rectangulaire" comme décrite dans [34]. La comparaison des résultats obtenus avec les différents modèles théoriques sera effectuée dans la partie Validation.

Modèle à une masse

Le modèle à une masse de corde vocale tel que l'ont décrit Flanagan et Langdrat [34] est ici adapté sur la géométrie présentée dans la partie 2.1.1.1.

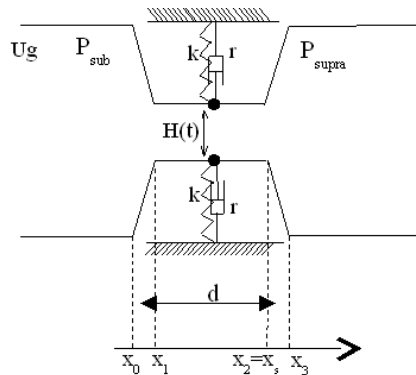


FIG. 2.10 – Représentation des cordes vocales par un modèle à une masse. Cette masse ponctuelle est reliée au reste du corps par un ressort de raideur k et un amortissement r

Il peut être vu de différentes manières, par exemple comme un modèle à une masse comme décrit sur la figure 2.10.

Le principe de la dynamique appliqué à la masse en projection sur l'axe vertical s'écrit :

$$\frac{\partial^2 H(t)}{\partial t^2} + \frac{r}{m} \frac{\partial H(t)}{\partial t} + \frac{k}{m} (H(t) - H_0) = \frac{2}{m} F(H(t), P_{sub}, P_{supra}) \quad (2.30)$$

Le calcul des forces est détaillé en annexe, il est largement simplifié par rapport au modèle précédent. Avec cette description, nous supprimons un paramètre de contrôle: le couplage entre les masses. En contrepartie, nous ne pourrons plus reproduire qu'un seul mode de vibration contre deux pour le modèle à deux masses. De plus, avec ce modèle, il est impossible de simuler des oscillations en l'absence d'un couplage acoustique ou d'une perturbation de P_{sub} ([16]).

2.2 Traitements, Outils

Les modèles présentés ici n'ont de sens que dans la mesure où ils permettent d'expliquer ou de quantifier des phénomènes observés dans la réalité, "in-vitro" ou "in-vivo". Pour cela, nous devons être capable d'extraire de ces modèles des grandeurs caractéristiques qui pourront être reliées à des paramètres pertinents classiquement observés dans le domaine de la parole. Nous réalisons donc une analyse dynamique du modèle qui consiste en la discrétisation des équations différentielles pour une résolution temporelle pas à pas. Nous pouvons alors simuler le comportement des cordes vocales et observer des paramètres pertinents tels que le débit glottique $U_g(t)$, la dérivée du débit $\frac{dU_g}{dt}$, la pression acoustique rayonnée au niveau des lèvres, où encore l'ouverture glottique représentée par $H_1(t)$ et $H_2(t)$. Nous effectuons aussi une analyse de stabilité des équations, qui permet de déterminer rapidement, pour un jeu de paramètres de contrôle du modèle $(m, k, k_c, r, H_{10}, H_{20}, P_{sub}, P_{supra})$, les pressions de seuil et la fréquence fondamentale des oscillations.

2.2.1 Analyse dynamique

Il s'agit donc de discrétiser les équations des modèles théoriques décrits ci-dessus pour les résoudre pas à pas. Nous décrivons le schéma de résolution et ses différentes étapes. Ensuite, nous prenons en compte la propagation dans les résonateurs couplés à la source glottique, d'abord dans des configurations fixes, puis enfin lorsque leur géométrie n'est

pas fixe au cours du temps, avec des applications à la synthèse de transition entre voyelles (voir Applications, chapitre 4).

2.2.1.1 Discrétisation du système d'équations, résolution pas à pas

Nous décrivons la discrétisation des équations du modèle à deux masses, celle du modèle à une masse étant analogue et simplifiée par rapport à celle-ci, dans le cas où les deux cordes vocales sont symétriques. Nous reprenons donc les équations 2.26, que nous écrivons sous forme discrète.

$$\begin{aligned} & \frac{H_1(n+1) + H_1(n-1) - 2H_1(n)}{\Delta t^2} + \frac{2r}{m} \frac{H_1(n+1) - H_1(n)}{\Delta t} + \frac{2(k+k_c)}{m} (H_1(n) - H_{10}) \\ & - \frac{2k_c}{m} (H_2(n) - H_{20}) = \frac{4}{m} F_1(H_1(n), H_2(n), P_{sub}(n), P_{supra}(n)) \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} & \frac{H_2(n+1) + H_2(n-1) - 2H_2(n)}{\Delta t^2} + \frac{2r}{m} \frac{H_2(n+1) - H_2(n)}{\Delta t} + \frac{2(k+k_c)}{m} (H_2(n) - H_{20}) \\ & - \frac{2k_c}{m} (H_1(n) - H_{10}) = \frac{4}{m} F_2(H_1(n), H_2(n), P_{sub}(n), P_{supra}(n)) \end{aligned}$$

où n est l'indice utilisé pour la discrétisation du temps, Δt est le pas temporel.

Nous résolvons ce système linéaire et nous obtenons des solutions du type

$$\begin{aligned} H_1(n+1) &= f_1(H_1(n), H_1(n-1), H_2(n), H_2(n-1), m, k, k_c, F_1, F_2) \\ H_2(n+1) &= f_2(H_1(n), H_1(n-1), H_2(n), H_2(n-1), m, k, k_c, F_1, F_2) \end{aligned} \quad (2.32)$$

où f_1 et f_2 sont des fonctions des variables $H_1(n), H_1(n-1), H_2(n), H_2(n-1), m, k, k_c, F_1, F_2$.

Ainsi, nous pouvons connaître pas à pas l'évolution des grandeurs, en fonction des paramètres de contrôle m, k, k_c, r, P_{sub} que nous pouvons choisir de faire évoluer au cours du temps. La simulation numérique que nous effectuons suit le schéma de la figure 2.11, ici sans prise en compte de la propagation et du couplage acoustique dans les résonateurs, que nous détaillerons dans la section suivante. Ce schéma est valable quel que soit le modèle mécanique.

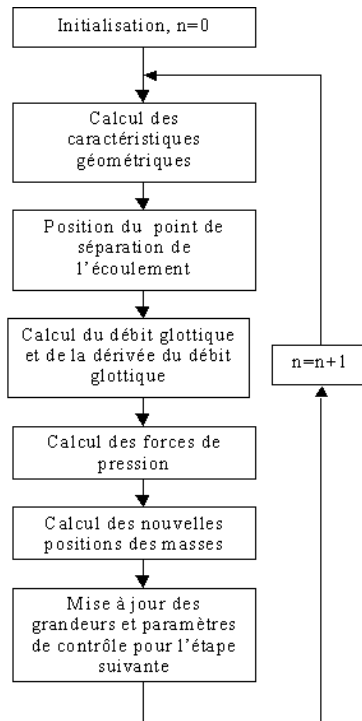


FIG. 2.11 – Résolution temporelle pas à pas des équations du modèle à deux masses ou du modèle à une masse, sans propagation ni couplage acoustique.

Après une étape d'initialisation, chaque étape suit le cours suivant. Tout d'abord, les pentes des "plaques" de la géométrie sont calculées. Ensuite, la position du point de séparation de l'écoulement est déterminée. Nous calculons alors le débit glottique et sa dérivée, puis les forces de pression. Enfin les nouvelles positions sont calculées et les grandeurs et paramètres de contrôle mis à jour pour l'étape suivante.

2.2.1.2 Propagation acoustique dans un modèle de conduit vocal discrétisé et conditions aux limites des résonateurs

Propagation acoustique dans un conduit vocal discrétisé

Nous l'avons vu en introduction, l'utilisation de conduit vocal représenté sous forme d'une fonction d'aire, pour l'utilisation en synthèse de parole, est assez classique dans la littérature ([51, 72]). Cela équivaut à une représentation du conduit vocal discrétisé et rectiligne pouvant être vu comme une succession de cylindres de sections différentes comme décrit sur la figure 2.12. Nous ajoutons que ces conduits ont la même longueur L , comme décrit par O'Shaughnessy ([72]). Nous verrons dans le chapitre 4 comment nous

pouvons passer d'un conduit vocal discrétisé en cylindres de longueurs différentes à un conduit discrétisé en cylindres de même longueur.

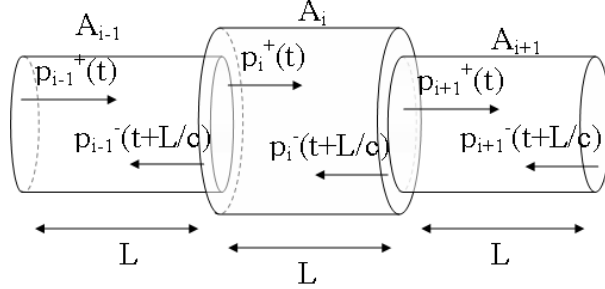


FIG. 2.12 – Schéma de trois cylindres d'un conduit vocal discrétisé numéroté i , $i-1$ et $i+1$, de section A_i, A_{i-1} et A_{i+1} . Les pressions acoustiques sont représentées par $p_i^+(t)$ en $x = 0$ pour l'onde progressive en entrée du cylindre i , $p_i^-(t + \frac{L}{c})$ en $x = L$ pour l'onde en sortie du cylindre i , et on raisonne de même pour les tubes $i-1$ et $i+1$

Nous appliquons donc les équations 2.19 et 2.18 à chaque cylindre d'indice i et d'aire de section A_i ,

$$p_i(x,t) = p_i^+\left(t - \frac{x}{c}\right) + p_i^-\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (2.33)$$

$$u_i(x,t) = \frac{A_i}{\rho c} p_i^+\left(t - \frac{x}{c}\right) - \frac{\rho c}{A_i} p_i^-\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

où $p_i(x,t)$ est la pression acoustique dans le cylindre d'indice i , $u_i(x,t)$ est le débit acoustique dans le cylindre, p_i^+ et p_i^- les ondes de pression progressive et régressive.

Sous l'hypothèse de continuité de la pression et du débit acoustique à la jonction entre les cylindres i et $i+1$, compte tenu des équations 2.33, nous pouvons écrire

$$A_i \left(p_i^+\left(t - \frac{L}{c}\right) - p_i^-\left(t + \frac{L}{c}\right) \right) = A_{i+1} (p_{i+1}^+(t) - p_{i+1}^-(t)) \quad (2.34)$$

$$p_i^+\left(t - \frac{L}{c}\right) + p_i^-\left(t + \frac{L}{c}\right) = p_{i+1}^+(t) + p_{i+1}^-(t)$$

En combinant ces équations, nous obtenons

$$p_{i+1}^+(t) = \beta_i p_i^+(t - L/c) + r_i p_{i+1}^-(t) \quad (2.35)$$

$$p_i^-(t) = -r_i p_i^+(t - L/c) + \phi_i p_{i+1}^-(t)$$

où $r_i = \frac{A_{i+1} - A_i}{A_{i+1} + A_i}$ est le coefficient de réflexion à la jonction d'indice i , et $\beta_i = 1 - r_i$, $\phi_i = 1 + r_i$ sont des coefficients de propagation.

Dans un contexte de simulation numérique, avec discrétisation de la variable temps comme dans la section 2.2.1.1, nous choisissons une fréquence d'échantillonnage F_e qui permet de faire les calculs de propagation par simple décalage d'indice. Ainsi nous choisissons $F_e = \frac{c}{L}$ donc $\Delta t = \frac{L}{c}$. Si l'on note n l'indice de l'échantillon temporel courant, les équations 2.35 deviennent

$$\begin{aligned} p_{i+1}^+(n) &= \beta_i p_i^+(n-1) + r_i p_{i+1}^-(n) \\ p_i^-(n) &= -r_i p_i^+(n-1) + \phi_i p_{i+1}^-(n) \end{aligned} \tag{2.36}$$

Conditions aux limites des résonateurs

A la description précédente, nous devons ajouter les conditions aux limites de la glotte ainsi que celles en sortie du conduit vocal (rayonnement au niveau des lèvres) ou de la trachée.

En terme d'impédance, la glotte est considérée comme une paroi d'impédance acoustique infinie. La condition d'entrée, par continuité du débit et de la pression en sortie de la glotte est écrite de la manière suivante,

$$\begin{aligned} p_{supra}^+(n) &= \frac{1}{2} \left(\rho c \frac{U_g(n)}{A(0)} + P_{supra}(n-1) \right) \\ p_{supra}^-(n) &= p_0^-(n-1) \\ p_0^+(n) &= p_{supra}^+(n-1) \\ p_0^-(n) &= r_0 p_0^+(n) + \phi_0 p_1^-(n-1) \end{aligned} \tag{2.37}$$

où $p_{supra}^+(n)$ et $p_{supra}^-(n)$ sont les pressions acoustique au niveau de la glotte.

La glotte est en fait décrite comme un "cylindre" particulier placé en amont du premier "cylindre" du conduit vocal discrétisé. A l'autre extrémité, le rayonnement aux lèvres doit être pris en compte. Cela a été décrit dans la partie 2.1.2.4. Nous avons obtenu différentes expressions pour l'impédance de rayonnement aux lèvres. L'enjeu est ici de transposer cette description dans le domaine temporel et discret. A partir de l'expression $Z(L_{res})$ de l'impédance de rayonnement (avec L_{res} la longueur totale du résonateur), nous écrivons le coefficient de réflexion

$$R(L_{res}) = \frac{1 - \frac{Z(L_{res})}{\rho c}}{1 + \frac{Z(L_{res})}{\rho c}} \tag{2.38}$$

Puis numériquement, par FFT inverse effectuée à la fréquence d'échantillonnage fixée par la longueur des subdivisions du conduit vocal, nous déterminons la réponse impulsionnelle $r(n)$ du filtre à réponse impulsionnelle finie associée au coefficient de réflexion fréquentiel $R(L_{res})$. De cette réponse impulsionnelle, nous ne conservons qu'un nombre réduit d'échantillons, qui servent à reconstituer un filtre dont les caractéristiques fréquentielles sont très proches du coefficient de réflexion. La figure 2.13 montre un exemple typique de reconstruction du coefficient de réflexion à partir d'un nombre restreint de la réponse impulsionnelle. Nous voyons par exemple que l'approximation que nous proposons montre ses limites pour les très faibles rayons a .

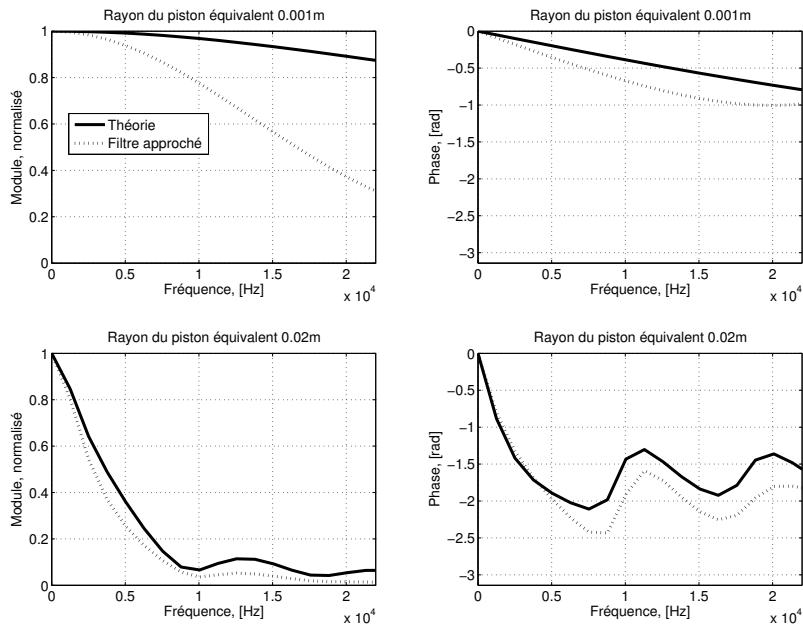


FIG. 2.13 – Comparaison de l'expression théorique du coefficient de réflexion d'un piston rayonnant dans un plan, avec la réponse fréquentielle d'un filtre approchant la réponse impulsionnelle théorique, pour deux rayons de pistons différents.

Une description analogue peut être faite si l'on considère un résonateur amont (trachée). La pression acoustique aux extrémités de la glotte modifie la chute de pression qui permet de calculer le débit glottique et les forces de pression. A chaque étape de la simulation décrite sur le schéma de la figure 2.11, nous écrivons $P_{supra}(n) = p_{supra}^+(n-1) + p_{supra}^-(n-1)$. Le couplage entre les mouvements des cordes vocales et l'acoustique des résonateurs est donc pris en compte de cette façon.

Nous pouvons donc compléter le schéma de la figure 2.11 qui devient celui de la figure

2.14.

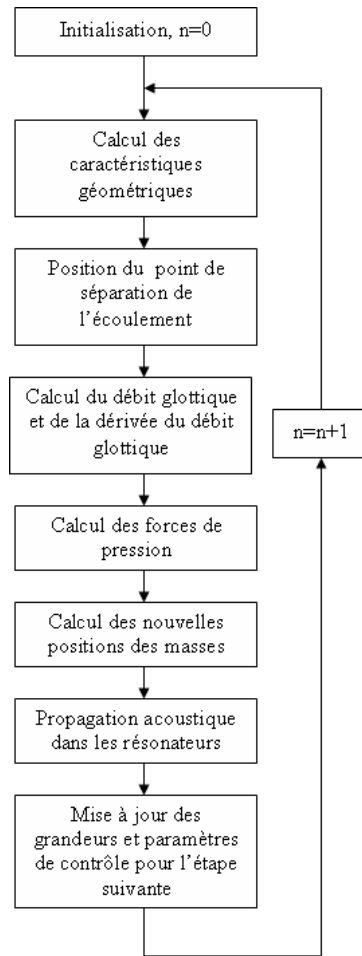


FIG. 2.14 – Résolution temporelle pas à pas des équations du modèle à deux masses ou du modèle à une masse, avec propagation et couplage acoustique.

2.2.2 Analyse de stabilité

L'analyse dynamique donne accès aux variations temporelles des variables et permet d'observer le comportement dynamique des modèles, les modes de vibrations. D'autres paramètres sont pertinents à observer en parole, il s'agit des fréquences fondamentales d'oscillations et des pressions de seuil d'oscillation (pression sous-glottique P_{sub} nécessaire pour amorcer l'oscillation des cordes vocales). Ces paramètres vont pouvoir être déterminés par une analyse de stabilité du système, décrite par Cullen et col. [24], Vilain [110], et Lopez et col. [59], sur des modèles des cordes vocales, ou de lèvres de trombonistes.

Nous linéarisons les équations du système. Nous décrivons chaque grandeur comme la somme d'une valeur à l'équilibre et d'une valeur fluctuante autour de cette position d'équilibre. Par exemple pour une grandeur A donnée, nous écrivons $A = \bar{A} + a$, où \bar{A} est la valeur à l'équilibre et a la fluctuation autour de cet équilibre. Nous analysons ensuite les valeurs propres du système lors de sa fluctuation autour d'une position d'équilibre, explicitée selon la méthode décrite à la section 2.2.2.1. Celles-ci nous permettent de déterminer les pressions de seuil d'oscillation et la fréquence fondamentale des oscillations, en fonction des paramètres de contrôle du modèle $(m, k, k_c, r, H_{10}, H_{20}, P_{sub})$.

2.2.2.1 Calcul des positions d'équilibre

Pour effectuer l'analyse de stabilité, nous avons besoin de calculer les positions d'équilibre du système autour desquelles interviendront les fluctuations. Nous utilisons une méthode du point fixe appliquée sur les équations mécaniques couplées à la description de l'écoulement. La position d'équilibre est calculée par itérations successives. Nous définissons le vecteur $x_n = [H_1(n) \ H_2(n) \ \dot{H}_1(n) \ \dot{H}_2(n)]$, n étant le nombre d'itérations. Nous définissons alors la fonction F de plusieurs variables qui au vecteur x_n associe le vecteur $F(x_n) = [\dot{H}_1(n) \ \dot{H}_2(n) \ \ddot{H}_1(n) \ \ddot{H}_2(n)]$. Les valeurs du vecteur $F(x_n)$ sont calculées de la manière suivante:

$$\begin{aligned}
F_1(x_n) &= x_n(3) \\
F_2(x_n) &= x_n(4) \\
F_3(x_n) &= -\frac{2r}{m} \frac{\partial H_1}{\partial t} - \frac{2(k+k_c)}{m} (H_1 - H_{10}) + \frac{2k_c}{m} (H_2 - H_{20}) + \frac{4}{m} F_1(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra}) \\
F_4(x_n) &= -\frac{2r}{m} \frac{\partial H_2}{\partial t} - \frac{2(k+k_c)}{m} (H_2 - H_{20}) + \frac{2k_c}{m} (H_1 - H_{10}) + \frac{4}{m} F_2(H_1, H_2, P_{sub}, P_{supra})
\end{aligned} \tag{2.39}$$

L'objectif est alors de déterminer les valeurs des composantes de x_n qui annulent $F(x_n)$, donc qui correspondent à une position d'équilibre (vitesse et accélération nulle). Pour arriver à ce vecteur solution, nous suivons la méthode du point fixe:

1. initialisation du vecteur x_0 avec les positions et vitesses initiales.
2. calcul de $F(x_0)$ (resp. $F(x_n)$ à l'étape n), comparaison de $\| F(x_0) \|$ (resp. $\| F(x_n) \|$) à la valeur de la précision souhaitée.
3. si la précision désirée est atteinte, l'itération s'arrête, sinon, nous passons à l'étape suivante.
4. calcul de la matrice Jacobienne associé à $F(x_0)$ (resp. $F(x_n)$ à l'étape n), ce qui équivaut dans le domaine des fonctions à une seule variable et à une seule composante à calculer la dérivée $\dot{F}(x_0)$ (resp. $\dot{F}(x_n)$) de F en x_0 (resp. x_n).

5. calcul du vecteur incrément à ajouter à x_0 (resp. x_n) pour obtenir x_1 (resp. x_{n+1}),
 $\delta_{inc} = Jacob^{-1}(F(x_0)).F(x_0)$ (resp. $\delta_{inc} = Jacob^{-1}(F(x_n)).F(x_n)$). D'où $x_1 = x_0 + \delta_{inc}$ (resp. $x_{n+1} = x_n + \delta_{inc}$).
6. retour à l'étape 2.

Nous obtenons ainsi les positions d'équilibres du système mécanique couplé à l'écoulement d'air.

2.2.2.2 Linéarisation des équations du système

Nous détaillons ici la linéarisation des équations obtenues avec le modèle à deux masses de la section 2.1.3.2. Les grandeurs que nous décomposons comme décrit précédemment sont :

$$\begin{aligned}
H_1(t) &= \bar{H}_1 + h_1 \\
H_2(t) &= \bar{H}_2 + h_2 \\
P_{sub} &= \bar{P}_{sub} + p_{sub} \\
P_{supra} &= \bar{P}_{supra} + p_{supra} \\
F_1 &= \bar{F}_1 + f_1 \\
F_2 &= \bar{F}_2 + f_2
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Notons qu'ici nous n'avons considéré qu'une seule fluctuation pour chacune des pressions, ce qui équivaut à ne considérer qu'une seule fréquence de résonance de chacun des résonateurs acoustiques. Pour considérer des résonances d'ordres supérieurs, nous ajouterons donc des fluctuations supplémentaires aux termes de pression. Les fluctuations des forces de pressions s'écrivent en fait en fonction des autres fluctuations, de part leur dépendance. Ainsi, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
f_1 &= \frac{\partial F_1}{\partial H_1 |_{\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}}} h_1 + \frac{\partial F_1}{\partial H_2 |_{\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}}} h_2 \\
&+ \frac{\partial F_1}{\partial P_{sub} |_{\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}}} p_{sub} + \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra} |_{\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}}} p_{supra} \\
f_2 &= \frac{\partial F_2}{\partial H_1 |_{\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}}} h_1 + \frac{\partial F_2}{\partial H_2 |_{\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}}} h_2 \\
&+ \frac{\partial F_2}{\partial P_{sub} |_{\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}}} p_{sub} + \frac{\partial F_2}{\partial P_{supra} |_{\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}}} p_{supra}
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Les dérivées partielles des forces de pression sont calculées numériquement. Ainsi par exemple le calcul de $\frac{\partial F_1}{\partial H_1|_{eq}}$ où eq remplace $\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}$ est effectué de la manière suivante:

$$\frac{\partial F_1}{\partial H_1|_{eq}} = \frac{(F_1(\bar{H}_1 + dh, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}) - F_1(\bar{H}_1, \bar{H}_2, \bar{P}_{sub}, \bar{P}_{supra}))}{dh} \quad (2.42)$$

où dh est la fluctuation de l'ouverture au niveau de la première masse, fixée pour les simulations à la valeur $dh = 10^{-10}$.

Nous pouvons alors réécrire les équations 2.26, en injectant les termes ainsi décomposés. En conservant uniquement la partie fluctuante, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h_1}{\partial t^2} + \frac{2r}{m} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{2(k + k_c)}{m} h_1 - \frac{2k_c}{m} h_2 = \\ \frac{4}{m} \left(\frac{\partial F_1}{\partial H_1|_{eq}} h_1 + \frac{\partial F_1}{\partial H_2|_{eq}} h_2 + \frac{\partial F_1}{\partial P_{sub}|_{eq}} p_{sub} + \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra}|_{eq}} p_{supra} \right) \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h_2}{\partial t^2} + \frac{2r}{m} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{2(k + k_c)}{m} h_2 - \frac{2k_c}{m} h_1 = \\ \frac{4}{m} \left(\frac{\partial F_2}{\partial H_1|_{eq}} h_1 + \frac{\partial F_2}{\partial H_2|_{eq}} h_2 + \frac{\partial F_2}{\partial P_{sub}|_{eq}} p_{sub} + \frac{\partial F_2}{\partial P_{supra}|_{eq}} p_{supra} \right) \end{aligned}$$

Notons que nous obtenons ici deux équations mais qu'il y a quatre grandeurs fluctuantes (H_1 , H_2 , P_{sub} , et P_{supra}). Pour obtenir autant d'équations que d'inconnues, de façon à continuer l'analyse, nous avons deux solutions.

La première consiste à considérer une ou plusieurs valeurs fluctuantes comme constantes. Par exemple, nous serons amenés par la suite à supposer une pression sous-glottique constante (pas de couplage avec la trachée). Les termes dépendant de cette fluctuation disparaissent. De même si nous ne considérons aucun couplage acoustique, les termes qui sont écrits en fonction de P_{sub} et P_{supra} disparaissent et de fait nous obtenons un système de deux équations à deux inconnues, dont nous pouvons étudier la stabilité.

La seconde solution consiste à tenir compte du couplage acoustique avec les résonateurs amont et aval (trachée et conduit vocal). Nous utilisons pour cela les impédances d'entrées des résonateurs décrites dans la partie 2.1.2.3. De ces impédances, nous extrayons une par une les résonances acoustiques comme cela est indiqué sur la figure 2.15. Plus précisément, nous sélectionnons la première résonance et nous déterminons sa pulsation, son facteur de qualité et son amplitude. Nous faisons de même pour les résonances d'ordre 2 et 3, dont la fréquence est, selon les configurations, proche des résonances mécaniques de modèle

à deux masses. Cette simplification est justifiée par l'observation que le couplage acoustique avec le conduit vocal est significatif seulement lorsque la fréquence fondamentale des oscillations est proche de la fréquence d'un formant du conduit vocal (typiquement le premier formant dans le cas de la parole normale) tel que cela a été décrit par Rotherberg, [78]. L'utilisation des premières résonances acoustiques uniquement est donc justifiée, nous aurons l'occasion d'y revenir à la section 3.3.2.

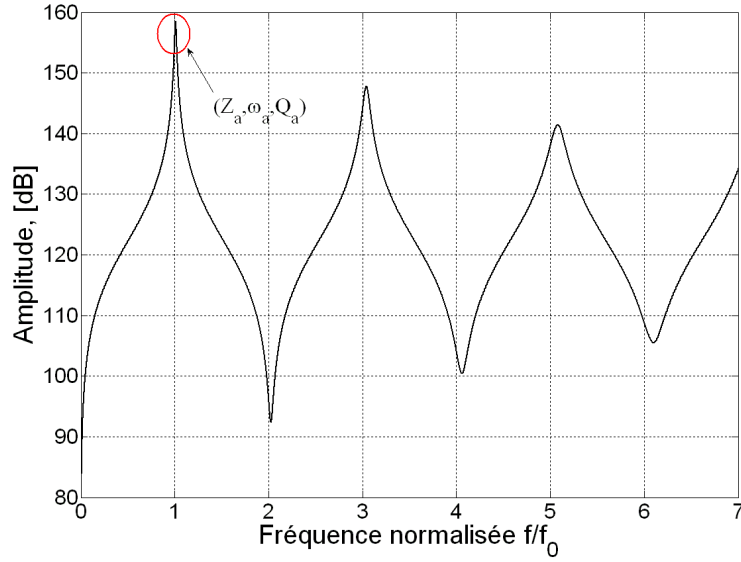


FIG. 2.15 – Extraction d'une résonance de l'impédance de rayonnement en sortie d'un des résonateurs. Z_a est l'amplitude de la résonance, $\omega_a = 2\pi f_a$ est la pulsation de résonance, et Q_a son facteur de qualité

Ainsi, nous réduisons l'acoustique du résonateur à un nombre fini d'oscillateurs du second ordre décrit par des équations différentielles du type de 2.44. Cette description est en fait équivalente à la théorie linéaire du conduit vocal, décrit par Flanagan [32], mais où l'on prend en compte uniquement les premières résonances acoustiques du résonateur aval.

$$\frac{\partial^2 \psi(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_a}{Q_a} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} + \omega_a^2 \psi(t) = \frac{Z_a \omega_a}{S Q_a} u(t) \quad (2.44)$$

où $p(t) = \frac{\partial \psi(t)}{\partial t}$ est la pression acoustique, et $u(t)$ le débit acoustique à l'entrée du résonateur, $x = 0$.

Nous développons, comme précédemment pour les termes de forces de pression, le terme de débit acoustique puisque par définition, ce terme constitue la fluctuation du débit autour d'une valeur à l'équilibre. Ainsi l'équation 2.44 devient

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_a}{Q_a} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} + \omega_a^2 \psi(t) = \frac{Z_a \omega_a}{S Q_a} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1 |_{eq}} h_1 + \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2 |_{eq}} h_2 \right. \\ \left. + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub} |_{eq}} p_{sub} + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} |_{eq}} p_{supra} \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Nous avons donc linéarisé l'ensemble des équations décrivant un modèle à deux masses en interaction avec un écoulement d'air, avec la prise en compte possible du couplage acoustique avec les résonateurs amont et aval, avec un nombre fini de résonances acoustiques pour chacun des résonateurs. Les détails de la linéarisation des équations pour le modèle à une masse, ainsi que dans le cas où nous considérons plusieurs fréquences de résonances acoustiques, sont donnés en annexe.

2.2.2.3 Représentation d'état du système

Une fois la linéarisation des équations obtenues, nous avons, par exemple pour un modèle à deux masses de cordes vocales couplé à un résonateur aval, avec une seule résonance acoustique, le système suivant,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h_1}{\partial t^2} + \frac{2r}{m} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{2(k+k_c)}{m} h_1 - \frac{2k_c}{m} h_2 = \frac{4}{m} \left(\frac{\partial F_1}{\partial H_1 |_{eq}} h_1 + \frac{\partial F_1}{\partial H_2 |_{eq}} h_2 \right. \\ \left. + \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra} |_{eq}} p_{supra} \right) \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h_2}{\partial t^2} + \frac{2r}{m} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{2(k+k_c)}{m} h_2 - \frac{2k_c}{m} h_1 = \frac{4}{m} \left(\frac{\partial F_2}{\partial H_1 |_{eq}} h_1 + \frac{\partial F_2}{\partial H_2 |_{eq}} h_2 \right. \\ \left. + \frac{\partial F_2}{\partial P_{supra} |_{eq}} p_{supra} \right) \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_{av}}{Q_{av}} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} + \omega_{av}^2 \psi(t) = \frac{Z_{av} \omega_{av}}{S Q_{av}} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1 |_{eq}} h_1 + \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2 |_{eq}} h_2 \right. \\ \left. + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} |_{eq}} p_{supra} \right) \end{aligned} \quad (2.48)$$

l'indice av pour ω_{av} , Q_{av} et Z_{av} indique qu'il s'agit du résonateur aval, nous notons par ailleurs la disparition des termes de fluctuations de pression sous-glottique, supposée constante, pas de couplage acoustique amont.

Nous pouvons alors écrire ce système sous forme de représentation d'état $\dot{X} = MX$ où X est le vecteur d'état et M la matrice d'état. Le vecteur d'état est ici $X = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & \psi \end{bmatrix}$

$\frac{\partial h_1}{\partial t} \quad \frac{\partial h_2}{\partial t} \quad \frac{\partial \psi}{\partial t}$. La matrice M s'écrit

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{2}{m} \left(2 \frac{\partial F_1}{\partial H_1|_{eq}} - (k + k_c) \right) & \frac{2}{m} \left(2 \frac{\partial F_1}{\partial H_2|_{eq}} + k_c \right) & 0 & -\frac{2r}{m} & 0 & \frac{4}{m} \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra}|_{eq}} \\ \frac{2}{m} \left(2 \frac{\partial F_2}{\partial H_1|_{eq}} + k_c \right) & \frac{2}{m} \left(2 \frac{\partial F_2}{\partial H_2|_{eq}} - (k + k_c) \right) & 0 & 0 & -\frac{2r}{m} & \frac{4}{m} \frac{\partial F_2}{\partial P_{supra}|_{eq}} \\ \frac{Z_{av}\omega_{av}}{SQ_{av}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1|_{eq}} & \frac{Z_{av}\omega_{av}}{SQ_{av}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2|_{eq}} & -\omega_{av}^2 & 0 & 0 & -\frac{\omega_{av}}{Q_{av}} + \frac{Z_{av}\omega_{av}}{SQ_{av}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}|_{eq}} \end{pmatrix}$$

Nous allons étudier les valeurs propres de cette matrice. Elles nous servent à déterminer la présence ou non d'oscillations, ainsi que leur fréquence fondamentale, en fonction des paramètres de contrôle.

2.2.2.4 Analyse de valeurs propres du système

Pour un jeu de paramètres de contrôle donné H_{10} , H_{20} , k , r , m , et P_{sub} , nous calculons les termes de la matrice d'état M , puis les valeurs propres de cette matrice par la fonction *eig* de Matlab7. Le système précédent écrit sous forme de représentation d'état $\dot{X} = MX$ a pour solution

$$X = X_0 T e^{D_M T} T^{-1} = X_0 T \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_5 t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_6 t} \end{pmatrix} T^{-1} \quad (2.49)$$

où X_0 est le vecteur d'état à $t = 0$, $\lambda_{1..6}$ sont les valeurs propres de la matrice M, T est la matrice de passage de l'espace de départ vers l'espace formé par les sous espaces propres.

Ecrit sous cette forme, nous pouvons observer que le système est stable, donc retourne à sa position d'équilibre après une petite fluctuation, si toutes les parties réelles des valeurs propres sont négatives. En effet, X tend alors vers le vecteur nul. De même, si la partie réelle d'une des valeurs propres du système est positive, alors, le système tend à s'éloigner de sa position d'équilibre. Il devient instable, cette instabilité étant synonyme d'apparition des oscillations. La fréquence fondamentale de celles-ci est alors donnée par la partie imaginaire de la valeur propre en question, $f_0 = \frac{Im(\lambda_i)}{2\pi}$.

2.2.2.5 Pression de seuil et fréquence fondamentale des oscillations

Pour un jeu de paramètres de contrôle H_{10} , H_{20} , k , r , et m donné, nous pouvons déterminer, en faisant varier la valeur de la pression sous-glottique P_{sub} , la pression de seuil des oscillations. Sous Matlab, nous créons un vecteur de pression sous-glottique, avec des valeurs variant de 0 à $1000Pa$ par pas de $10Pa$, comme sur l'exemple décrit sur la figure 2.16

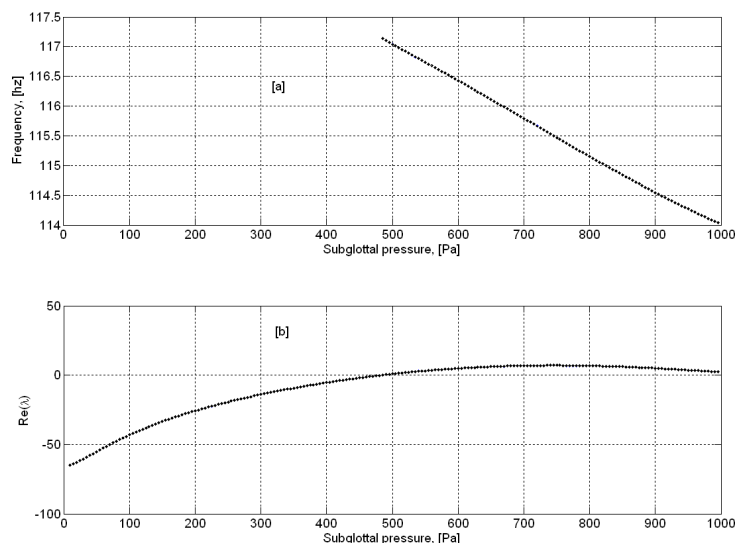


FIG. 2.16 – Analyse de stabilité d'un modèle à deux masses couplé à un résonateur aval uniforme. [a] évolution de la fréquence d'oscillation en fonction de la pression sous glottique. [b] évolution de la partie réelle d'une valeur propre de la matrice d'état du système, en fonction de la pression sous-glottique

Nous observons sur l'exemple la figure 2.16 *b* l'évolution de la partie réelle d'une valeur propre du système pour une configuration donnée. Pour une pression sous-glottique supérieure à $470Pa$, elle devient positive. Des oscillations apparaissent, figure 2.16 *a* avec une fréquence fondamentale d'environ $117,2Hz$. Nous avons ainsi déterminé la pression de seuil d'oscillation et la fréquence fondamentale des oscillations pour un jeu de paramètres de contrôle donné.

2.2.3 Prise en compte du changement de forme dans la géométrie

Comme décrit à la section 2.1.1.1, nous pouvons envisager une extension à trois dimensions de la description de la géométrie des cordes vocales. Une section axiale, rectiligne, de la géométrie glottique peut être discrétisée (voir figure 2.17). A cette discrétisation, nous ajoutons des conditions aux limites (les sections aux extrémités droites et gauches sont fixes) et des conditions sur la forme de la section glottique au cours du mouvement des cordes vocales (forme de type ellipse ou ellipse retournée selon l'ouverture définie sur les sections aux bords). La description mécanique reste quant à elle inchangée. Pour chacune des sous-sections, nous calculons le débit de l'écoulement d'air comme décrit précédemment. Le débit glottique total est alors la somme des "sous débits". Les forces de pression, s'exerçant sur les masses du modèle à deux masses et ses dérivées, sont calculées comme la somme des forces s'exerçant sur chacune des sous sections s_i .

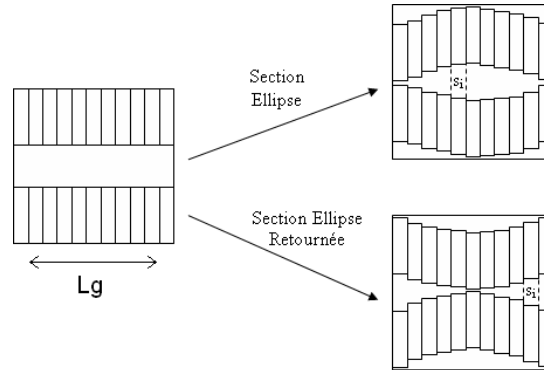


FIG. 2.17 – *Discrétisation d'une géométrie de base (sections rectangulaires) de la glotte dans le plan axial. Conditions aux limites et conditions de formes elliptique et elliptique retournée. Le calcul des débits et forces de pression est vu comme la somme des débits et des forces de pression dans chaque sous section s_i .*

Par conséquent, avec les outils d'analyse des descriptions théoriques que sont l'analyse dynamique et l'analyse de stabilité, la prise en compte d'un changement de forme d'une section de glotte est effectuée de la manière suivante. Les étapes de calcul du débit de

l'écoulement d'air et des forces de pression sont remplacées par le calcul du débit et des forces de pression dans les sous sections et la somme des valeurs obtenues pour ces sous-sections.

2.3 Résumé de la partie

Nous avons ici présenté deux modèles distribués de cordes vocales (modèle à 2 masses, modèle à 1 masse). Ces modèles sont disposés sur une géométrie glottique construite avec trois plaques. L'interaction avec l'écoulement d'air provenant des poumons est prise en compte par des modèles d'écoulement de complexité variable. Ces modèles d'écoulement permettent de calculer la distribution de pression et donc les forces de pression s'exerçant sur les cordes vocales. Des résonateurs acoustiques peuvent être couplés en amont et en aval de ce modèle. La propagation acoustique dans ces résonateurs est modélisée par les lois de l'acoustique linéaire. Un modèle de rayonnement en sortie des résonateurs est décrit. La pression acoustique en entrée et en sortie de la glotte modifie la chute de pression, et donc modifie la distribution de pression, il y a couplage acoustique. Ainsi, nous modélisons la triple interaction entre mécanique, aérodynamique et acoustique qui a lieu lors de la production de sons voisés. Les modèles ont ensuite été analysés par deux méthodes: l'analyse dynamique et l'analyse de stabilité. Ces deux analyses donnent accès à des quantités pertinentes en parole. L'analyse de stabilité permet de déterminer la pression de seuil d'oscillation et la fréquence fondamentale d'oscillation pour un jeu de paramètres de contrôle du modèle. Ces deux quantités sont à relier à l'effort nécessaire pour générer un son voisé (pression de seuil) à une hauteur fixée (F_0). L'analyse dynamique permet quant à elle de décrire l'évolution temporelle du modèle (l'ouverture glottique, le débit et la dérivée du débit, la pression rayonnée aux lèvres), donc des quantités qui sont reliées à la qualité de la voix, son timbre, son intensité...

Chapitre 3

Validation Expérimentale

L'objectif de cette thèse est la validation expérimentale des descriptions théoriques de l'appareil phonatoire humain présentées dans le chapitre précédent. Cette validation peut être effectuée par différents moyens. Ainsi, les mesures "in vivo" ont l'avantage d'être réalisées sur des tissus humains. Elles nous renseignent grandement sur les phénomènes réels intervenant lors de la phonation mais souffrent d'un manque de contrôle et de reproductibilité, ce qui peut nuire à la robustesse de la validation. Pour cette raison, nous pouvons trouver dans la littérature, comme détaillé dans le chapitre d'introduction, de nombreux dispositifs expérimentaux "in vitro" basés sur des répliques mécaniques qui ont permis de valider différents aspects des interactions entre l'écoulement d'air, les structures déformables, et l'acoustique. Des maquettes rigides ont été utilisées pour valider la description quasistationnaire de l'écoulement d'air (Van den Berg et col. [106], Scherer et col. [86], Gauffin et col. [35], Gauffin et Liljencrants [36], Scherer et Guo [83], Scherer et col. [84], Pelorson et col. [74, 75]). Plus récemment, l'influence du déplacement des parois et de la déformation des structures sur l'écoulement a été étudiée grâce à des maquettes de larynx rigides et mobiles (Kiritani et col. [52], Barney et col. [12], Alipour et Scherer [3], Deverge et col. [26]) ou auto-oscillantes ([90]) et à des maquettes déformables (Titze et col. [101], Chan et col. [18], Thomson et col. [96]). Les travaux précédant cette thèse suivent la même approche que celle de la littérature. La section 3.1 présente dans l'ordre chronologique les résultats obtenus avant le commencement de ces travaux de thèse et l'évolution des dispositifs expérimentaux utilisés, partant de la maquette rigide à écoulement constant, jusqu'aux maquettes déformables, en passant par des maquettes rigides avec écoulement oscillant, ou encore par des maquettes mobiles. Le dispositif expérimental présenté dans la section 3.2 s'inscrit dans la continuité de ces travaux.

3.1 Historique, maquettes utilisées lors des travaux précédents

Cette thèse s'inscrit dans la continuité des travaux réalisés par Pelorson et col. ([74, 75]), Deverge et col. ([26]), Hofmans et col. ([41, 42]) ainsi que Vilain et col. ([110, 111]), sur des maquettes de cordes vocales rigides avec écoulement constant ou instationnaire, des maquettes rigides mobiles avec un écoulement constant, et enfin une maquette déformable (basée sur la bouche artificielle de Gilbert et col. puis Cullen et col. dans [37, 24]), constituant un préliminaire aux maquettes que nous utilisons et qui sont présentées dans la section 3.2.1.

3.1.1 Maquettes rigides, écoulement constant

Des premières mesures ont été réalisées par Hofmans [41] sur le dispositif schématisé sur la figure 3.1, extraite de [110]. Il consiste en un ensemble de maquettes de cordes vocales rigides de formes différentes, formant des canaux glottiques droits ou arrondis.

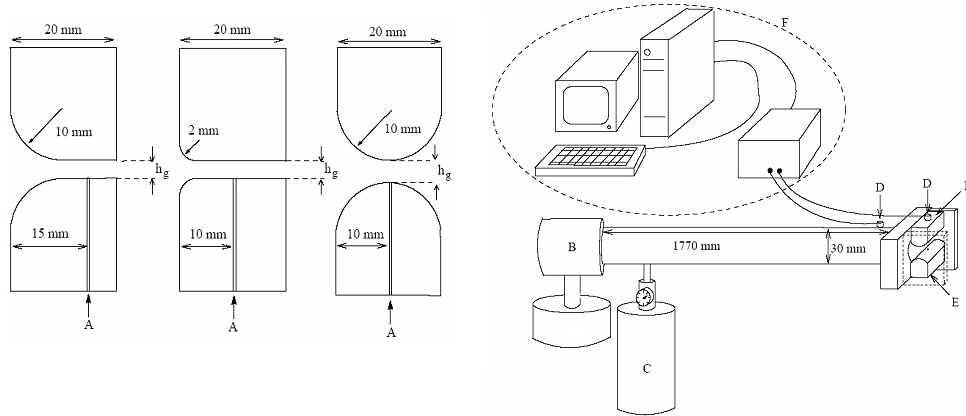


FIG. 3.1 – Dispositif expérimental avec maquette rigide utilisée par Hofmans dans [41], figure extraite de [110]. A gauche, des maquettes rigides de cordes vocales de différentes formes avec points de mesures de pression A. A droite, vue d'ensemble du système, qui peut être utilisé pour des mesures avec écoulement stationnaire ou instationnaire (utilisation d'une sirène). B-Ventilateur et Sirène, C-Bonbonne d'air comprimé, D-Capteurs de pression, E-Répliques de cordes vocales, F-Système d'acquisition

Ces répliques rigides de cordes vocales comportent un point de mesure de pression, là où l'ouverture H_g est minimale. L'ouverture entre les deux "cordes vocales" est réglable.

Pour différentes ouvertures, la pression dans la constriction est tracée en fonction de la pression sous-glottique P_{sub} . Ces données expérimentales sont alors comparées à des prédictions théoriques obtenues avec des descriptions stationnaires de l'écoulement par la méthode de Thwaites et la méthode Polhausen d'ordre 3 avant le point de séparation, mais aussi avec la méthode "Navier Stokes Réduit", décrite par [57, 56], permettant de décrire l'écoulement après le point de séparation de l'écoulement. Les conclusions des comparaisons mesures/prédictions théoriques ont permis de conserver l'hypothèse d'une pression uniforme après le point de séparation du fait de la non prise en compte des pertes par turbulence dans le code Navier Stokes Réduit, hypothèse que nous avons reprise dans la partie 2.

3.1.2 Maquettes rigides, écoulement oscillant

Le dispositif décrit sur la figure 3.1 est aussi utilisé par Vilain pour des mesures avec un écoulement instationnaire avec un nombre de Strouhal et un nombre de Reynolds variables. Une sirène est utilisée pour moduler l'écoulement d'air par addition d'un signal sinusoïdal de fréquence comprise entre $38Hz$ et $540Hz$. Les effets de l'instationnarité dus à l'écoulement lui-même sont bien prédits par la théorie dans le cas où le nombre de Strouhal est proche de ceux rencontrés "in-vivo". Les résultats sont nettement moins concluants lorsque le nombre de Strouhal devient plus élevé (de l'ordre de 10 fois celui observé "in-vivo").

3.1.3 Maquettes rigides mobiles, écoulement constant

Dans le système précédent, la maquette rigide et fixe de cordes vocales est remplacée par une maquette rigide (avec les mêmes géométrie que précédemment) mais mobile dont le mouvement est généré par un moteur à excentrique. L'amplitude et la fréquence du mouvement peuvent varier. La position de la corde mobile est mesurée au moyen d'un capteur optique. Ce dispositif, schématisé sur la figure 3.2 permet de tester l'effet de l'instationnarité liée au mouvement des parois de la glotte.

Deux types de mesures ont été réalisées par Vilain, avec ou sans collision entre les "cordes vocales". Les comparaisons mesures/théorie ont permis de déterminer les plages de validité des différentes descriptions théoriques. Ainsi lorsque le nombre de Strouhal est proche de ceux observés "in-vivo", la méthode de Thwaites permet de prédire avec une précision de 30% la pression glottique. La prédiction devient nettement moins correcte lorsque le nombre de Strouhal devient plus grand ou lorsque l'écart entre les deux cordes vocales devient faible. Dans ce dernier cas, des théories telles que celle de Reynolds permettent de prédire des valeurs correctes à 30% près.

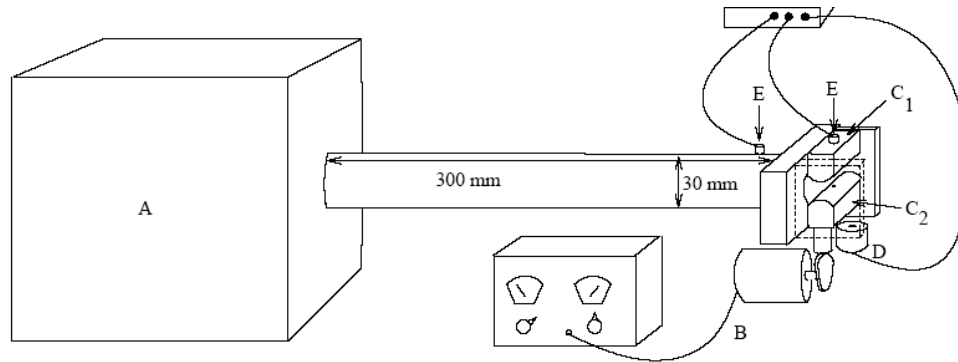


FIG. 3.2 – Dispositif expérimental avec maquette rigide mobile utilisé par Vilain, figure extraite de [110]. A-Réservoir de pression. B-Moteur à excentrique. C-Répliques de cordes vocales : fixe (C1) et mobile (C2). D-Capteur optique de position. E-Capteurs de pression. F-Système d’acquisition.

3.1.4 Maquette déformable, applications aux lèvres de tromboniste

Dans la continuité des maquettes précédentes, Vilain a utilisé une maquette déformable de cordes vocales, similaire à celle utilisée par Gilbert et col. [37]. Nous utiliserons d’ailleurs cette même maquette, mais avec quelques différences, voir section 3.2.1.2. Cette maquette est schématisée sur les figures 3.4 et 3.5. Elle consiste en des cylindres de latex recouvrant des pièces métalliques évidées. L’ensemble est rempli d’eau dont la pression est réglable. La pression de l’eau, que nous noterons pression interne P_c , est en corrélation directe avec la tension du latex. Une étude statique et une étude dynamique sont réalisées sur cette maquette. L’étude consiste en la mesure des ouvertures H_g à l’équilibre, en fonction de la pression P_{sub} de l’écoulement en amont de la maquette. Cette mesure est effectuée pour plusieurs pressions internes P_c , et pour deux conditions aux limites de la maquette (pression interne P_c constante, ou volume d’eau constant dans la maquette). Des différences importantes entre les ouvertures à l’équilibre sont notées selon les conditions aux limites qui sont imposées. L’étude dynamique a, quant à elle, consisté en la mesure des pressions de seuil d’oscillation et des fréquences fondamentales d’oscillation. Cette étude a montré que l’augmentation de pression interne avait pour effet une augmentation des pressions de seuil et des fréquences d’oscillations. Les prédictions théoriques réalisées avec un modèle à deux masses de cordes vocales, tel que celui que nous utilisons et décrit notamment par Lous et col. [60], ont nécessité l’utilisation de raideurs de couplage entre les deux masses négatives. Or une telle valeur est incompatible avec la simulation d’oscillations auto-entretenues. La conclusion de Vilain fut dès lors que le modèle à deux masses, utilisé en parole, ne pouvait pas décrire le comportement de la maquette défor-

mable, répliquant les lèvres d'un tromboniste, et les fortes conditions aux limites qui leur sont imposées. Nous chercherons ici à savoir, si le modèle à deux masses, et ses variantes présentées dans la partie 2, peuvent décrire le comportement de maquettes déformables, utilisées cette fois-ci en tant que cordes vocales, avec les modifications que cela impose sur ces maquettes (utilisation d'un latex de fine épaisseur d'abord, puis modification de la géométrie de la maquette).

3.2 Description générale du dispositif expérimental^a

Nous décrivons ici le dispositif expérimental utilisé pour valider les descriptions théoriques de l'appareil phonatoire humain présentées au chapitre 2. Ce dispositif est composé d'une maquette de l'appareil phonatoire (section 3.2.1), prenant la suite chronologique des maquettes présentées dans la section précédente, ainsi que d'un système de mesures donnant accès à de multiples grandeurs telles que la pression de l'écoulement d'air, la pression acoustique ou le mouvement des "cordes vocales" (section 3.2.2).

3.2.1 Maquette de l'appareil phonatoire

La maquette que nous présentons ici est inscrite dans la continuité des travaux précédents et a pour but d'en améliorer un certain nombre de points qui pouvaient faire défaut sur la dernière maquette déformable précédemment utilisée, notamment par Vilain [110], un des objectifs principaux étant de se rapprocher un peu plus des ordres de grandeur de la phonation humaine. La maquette de l'appareil phonatoire que nous utilisons est constituée de trois parties liées entre elles: le réservoir de pression ("les poumons") décrit dans la section 3.2.1.1, la maquette de cordes vocales, plus précisément trois différentes maquettes de cordes vocales décrites dans la section 3.2.1.2, et les résonateurs acoustiques ("le conduit vocal" ou "la trachée") décrits dans la section 3.2.1.3.

3.2.1.1 Le réservoir de pression

La première partie de cette maquette du système phonatoire est constituée par un compresseur. Il permet, via une vanne de régulation manuelle Norgren type 11-818-987, d'avoir une arrivée d'air avec une pression pouvant atteindre $5000Pa$. De façon à stabiliser cet écoulement, nous utilisons un réservoir étanche parallélépipédique d'environ $0.75m^3$. Ses parois internes sont recouvertes de mousse alvéolée absorbante, qui permettent d'atténuer fortement les résonances acoustiques liées aux dimensions du réservoir. L'entrée d'air

a. Des précisions sont aussi présentes dans [79, 80, 107]

est située en bas du réservoir et la sortie, où sont fixées les maquettes de cordes vocales, est située dans la partie haute du réservoir et sur un autre pan (cf figure 3.3).

3.2.1.2 Les maquettes de cordes vocales

Pour simuler "in-vitro" le comportement des cordes vocales, nous utilisons trois différentes maquettes, que nous allons décrire séparément, basées sur le même principe de fonctionnement. Toutes ces maquettes sont constituées de pièces métalliques évidées et recouvertes de latex (tubes ou pièces rectangulaires d'épaisseur $0.3\text{mm} \pm 10\%$). Une fois l'étanchéité garantie (par compression du latex sur les pièces métalliques), les maquettes sont remplies d'eau. La pression de l'eau est contrôlée par la hauteur d'une colonne d'eau à l'intérieur d'un ou deux réservoirs, un pour les deux "cordes vocales" pour avoir une pression identique dans chaque "corde", une pour chaque "corde" pour reproduire des conditions asymétriques. La pression de l'eau entre le latex et les pièces métalliques sera appelée *pression interne* et notée P_c . Cette pression peut implicitement être liée à la tension du latex. Plus elle est élevée et plus le latex est tendu, inversement plus elle est faible et plus le latex est détendu et lâche. De plus, cette pression interne va aussi influencer l'écartement entre les deux "cordes vocales", une augmentation de la pression provoquera un gonflement et donc une réduction de l'écartement entre les deux "cordes". Les maquettes peuvent ensuite être fixées en sortie du réservoir d'air décrit dans la section 3.2.1.1. Nous pouvons alors forcer un écoulement d'air à travers ces répliques de cordes vocales. La figure 3.3 schématise ce montage.

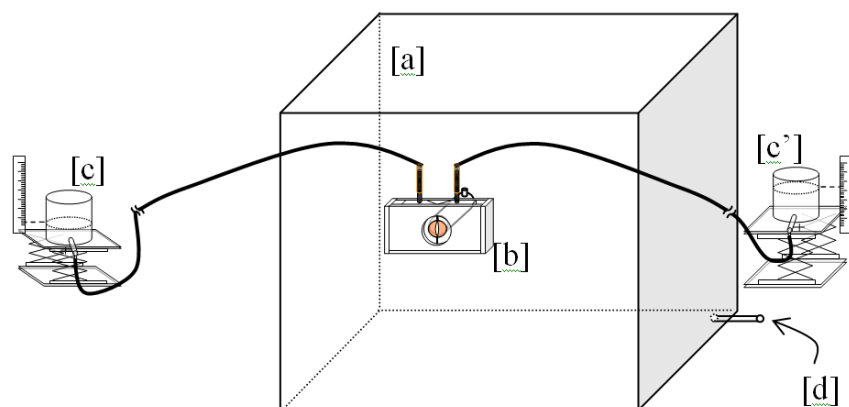


FIG. 3.3 – Description schématique du réservoir de pression sur lequel peuvent être fixées les maquettes de cordes vocales. [a] réservoir de pression, [b] maquette de cordes vocales, [c] et [c'] réservoir d'eau pour fixer la pression interne P_c dans les "cordes vocales", [d] entrée d'air sous pression.

Maquette 1

Cette première maquette est celle utilisée par Vilain [110], ou Lopez et col. [59], inspirée par les travaux de Gilbert et col. [37], ainsi que Cullen et col. [24], qui initialement servait à modéliser les lèvres d'un tromboniste. Chaque corde vocale est approximée par un cylindre de métal de 12.5mm de diamètre dont la moitié est évidée sur une largeur L de 45mm . Ce cylindre évidé est ensuite inséré dans un tube de latex de 11mm de diamètre et d'épaisseur de 0.3mm comme indiqué sur la figure 3.4. Le diamètre de 11mm permet une légère tension du latex qui améliore la tenue du tube sur le cylindre en métal. L'épaisseur du latex constitue la différence majeure avec la maquette utilisée dans les dispositifs antérieurs.

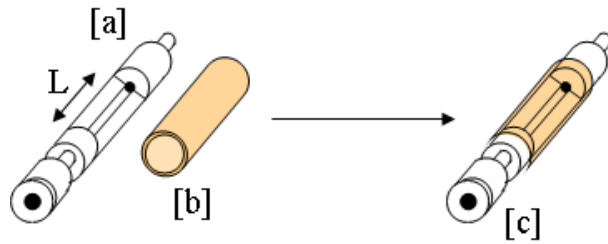


FIG. 3.4 – Cylindre métallique évidé répliquant une corde vocale. Un tube de latex recouvre le cylindre de métal.

En effet, le latex utilisé par Vilain [110] était bien plus épais (de l'ordre de 1mm), ce qui lui conférait des propriétés mécaniques différentes. En particulier, les pressions nécessaires à la mise en auto-oscillations étaient d'un ordre de grandeur trop grand par rapport à celles attendues en phonation.

Les deux cylindres recouverts de latex sont ensuite enserrés entre deux autres pièces métalliques qui assurent l'étanchéité totale du système par rapport à l'eau contenue dans les tubes de latex et par rapport à l'écoulement d'air. La largeur de la "glotte" ainsi créée est 2.5cm . La figure 3.5 schématise les différentes pièces avant assemblage.

La pression de l'eau à l'intérieur de la maquette permet de contrôler deux paramètres à la fois. Augmenter la pression interne P_c revient à augmenter la tension de la maquette mais aussi diminuer l'écart entre les deux "cordes vocales". Pour une pression interne P_c suffisamment élevée (de l'ordre de 5000Pa), les deux cordes sont presque en contact, et entrent en collision pour des pressions internes supérieures. Cette caractéristique est une limite de cette maquette, puisque les paramètres ouverture initiale H_{g0} et tension des cordes vocales ne peuvent pas être indépendants. C'est ce qui a motivé la modification de cette maquette pour aboutir à la maquette 2.

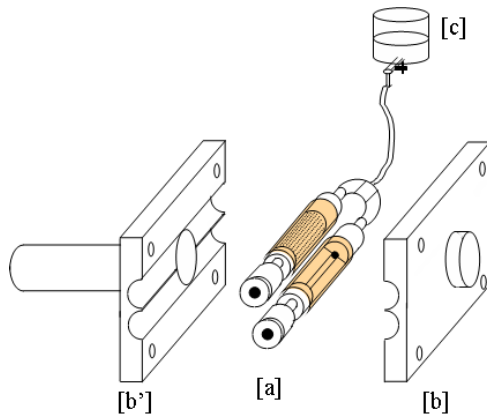


FIG. 3.5 – Réplique de cordes vocales. Maquette 1. [a] Cylindres de métal, évidés, recouverts de latex et remplis d'eau. [b] et [b'] Pièces métalliques enserrant les cylindres. [c] Réservoir d'eau dont la hauteur contrôle la pression interne P_c dans la maquette de cordes vocales.

Maquette 2

Cette maquette se base sur la première, mais nous permet de séparer les paramètres ouverture initiale H_{g0} entre les "cordes vocales" et tension de celles-ci.

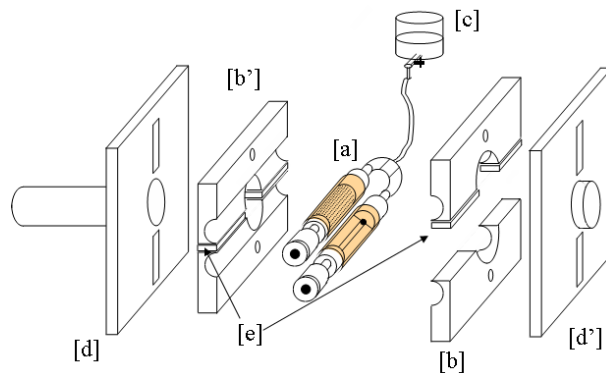


FIG. 3.6 – Réplique de cordes vocales. Maquette 2. [a] Cylindres de métal, évidés, recouverts de latex et remplis d'eau. [b] et [b'] Pièces métalliques enserrant les cylindres et pouvant être écartées par le biais de cales d'épaisseur variable. [c] Réservoir d'eau dont la hauteur contrôle la pression interne P_c dans la maquette de cordes vocales. [d] et [d'] pièces métalliques enserrant l'ensemble des pièces. [e] Cales pour faire varier l'écartement entre les deux "cordes vocales".

Ainsi, les pièces, qui enserrant les cylindres métalliques recouverts de latex, sont mobiles et des cales d'épaisseur variable permettent de régler l'écartement entre les deux cordes indépendamment de la pression interne P_c . La figure 3.6 schématise cette maquette. Sur cette maquette ainsi que sur la précédente, des points peuvent être améliorés. Le fait que les cordes vocales soient répliquées par des cylindres nous a poussé à chercher une amélioration de la forme pour se rapprocher des cordes vocales humaines. C'est pourquoi une troisième maquette de cordes vocales a été mise au point.

Maquette 3

Avec cette maquette, nous avons cherché à nous rapprocher un peu plus de la géométrie des cordes vocales humaines. Cette maquette est inspirée des travaux de Cronjaeger [23], qui avait imaginé une maquette de cordes vocales où chaque corde a une géométrie "triangulaire" dans le plan coronal. Les triangles de Cronjaeger sont recouverts de latex, et l'ensemble peut entrer en oscillation sous l'effet d'un écoulement d'air. Chaque corde vocale est ainsi représentée par une pièce métallique, triangulaire dans le plan coronal, et évidée au centre, comme le montre la figure 3.7. La "corde vocale" ainsi formée a une largeur de 2cm et une longueur d'environ 1cm .

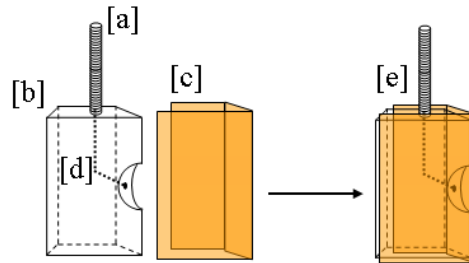


FIG. 3.7 – Pièce métallique évidée répliquant une corde vocale. Un morceau de latex rectangulaire recouvre cette pièce. L'espace évidé dans la pièce métallique est alors rempli d'eau dont la pression est contrôlée par un réservoir. [a] arrivée d'eau pour le remplissage de la "corde". [b] pièce métallique, le corps de la "corde vocale". [c] morceau de latex pour recouvrir la pièce [b]. [d] tunnels percés dans la pièce pour alimentation en eau. [e] corde vocale complète, pièce en métal recouverte du morceau de latex.

Les deux cordes "vocales" sont ensuite enserrées entre des pièces métalliques qui garantissent comme pour les maquettes précédentes l'étanchéité à l'air et à l'eau (voir figure 3.8). Sur cette maquette il est aussi possible de faire varier indépendamment l'écart entre les deux "cordes vocales" et la pression interne P_c , même si la manipulation s'avère plus délicate que sur la maquette 2. En effet une des pièces enserrant les "cordes" est biseautée, les cordes peuvent se déplacer le long du plan formé par cette pièce. La liberté

de mouvement est cependant réduite, l'écart pourra varier avec une amplitude de deux millimètres.

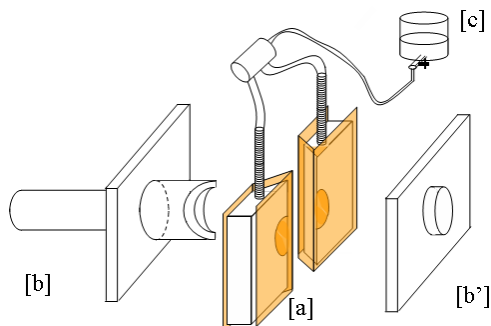


FIG. 3.8 – Réplique de cordes vocales. Maquette 3. [a] arrivée d'eau pour le remplissage de la "corde vocale". [b] pièce métallique, le corps de la "corde vocale". [c] morceau de latex pour recouvrir la pièce [b]. [d] tunnels percés dans la pièce pour alimentation en eau. [e] corde vocale complète, pièce en métal recouverte du morceau de latex.

3.2.1.3 Les résonateurs acoustiques

La troisième partie de cette maquette de l'appareil phonatoire est constituée par des résonateurs acoustiques, qui peuvent être placés en amont et/ou en aval de la maquette de cordes vocales. Nous utilisons principalement des résonateurs cylindriques uniformes.

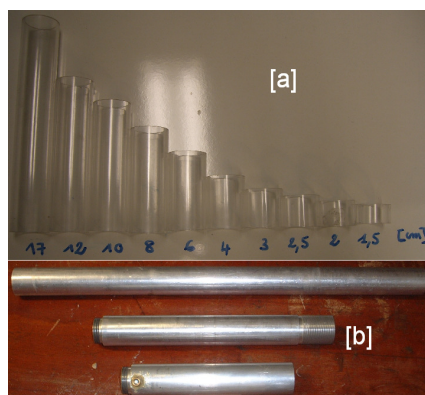


FIG. 3.9 – Résonateurs acoustiques utilisés en amont et en aval des maquettes de cordes vocales. [a] Résonateurs en plexiglas. [b] Résonateurs en métal.

Leur section est fixée à 2.5cm , et leur longueur varie de 1cm à 50cm . Ponctuellement, nous utilisons aussi un résonateur d'une longueur 200cm , mais une telle longueur s'éloigne

nettement des ordres de grandeurs physiologiques. Ces résonateurs sont donc des tubes rigides de plexiglas ou de métal. La figure 3.9 montre quelques exemples de résonateurs. De manière plus anecdotique, nous utilisons des résonateurs de type "conduit vocal discrétisé". La figure fig:resonateur-i montre l'exemple d'un [i] discrétisé en 16 tubes.

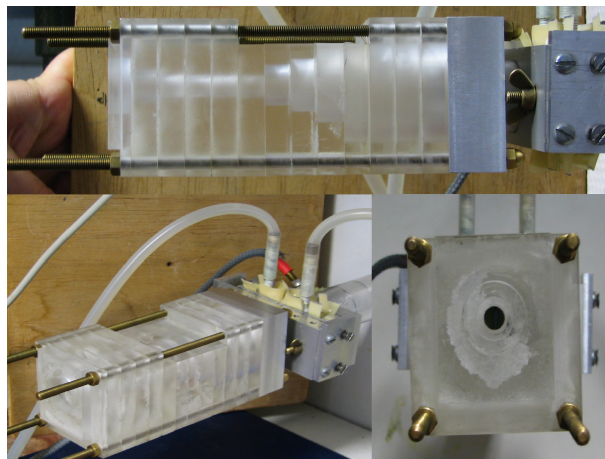


FIG. 3.10 – Résonateurs acoustiques type "conduit vocal discrétisé". [i] en 16 tubes.

3.2.1.4 Comparaison des ordres de grandeurs entre humain et maquette de l'appareil phonatoire

Ce dispositif expérimental a été conçu dans le but de se rapprocher au maximum des ordres de grandeurs des quantités physiques lors de la production de parole. La validité de cette conception peut être vérifiée en effectuant quelques considérations quantitatives basées sur une analyse adimensionnelle (nombre de Reynolds, nombre de Mach, nombre de Strouhal). D'autres paramètres, tels que les aspects géométriques ou les fréquences propres des résonateurs acoustiques, sont aussi des paramètres à considérer. La correspondance entre la maquette de l'appareil phonatoire et les données "in-vivo" est résumée dans le tableau 3.1.

	Humain	Maquettes
Echelle	1	3
Rapport entre dimensions L_g/H_g , valeur moyenne	20	20
Rapport entre dimensions L_g/d , valeur moyenne	3.3	2.5
Pression sous-glottique, plage de variation	300-1000 Pa	0-3000 Pa
Fréquence des oscillations F0, plage de variation	80-1000 Hz	100-200 Hz
Nombre de Reynolds, Re, plage de variation	700-1300	700-2500
Nombre de Strouhal, Sr, plage de variation	0.01-0.02	0.03-0.05
Nombre de Mach, Ma, plage de variation	0.06-0.12	0.05-0.12
Première résonance acoustique	300-1000 Hz (plage de variation)	50-850 Hz (valeurs discrètes en fonction de la longueur du résonateur)

TAB. 3.1 – *Tableau comparatif des caractéristiques physiologiques typiques pour la production de la voix chez l'adulte, données "in vivo" obtenues par Hollien et Moore [43], Hirano et col. [40], Saito et col. [81], Mc Glone et Shipp [68], Fitch et Holbrook [31], et Baken [11], et des caractéristiques géométriques, dynamiques, et acoustiques de la maquette de l'appareil phonatoire.*

3.2.2 Dispositif de mesures

La maquette de l'appareil phonatoire décrite dans la section précédente est équipée d'un dispositif de mesures qui donne accès à de nombreuses grandeurs: mesures de pression (acoustique et écoulement), section 3.2.2.1 et mesures des déplacements (système optique laser, caméra), section 3.2.2.2. L'acquisition des signaux mesurés par les capteurs est effectuée grâce à une chaîne d'acquisition décrite à la section 3.2.2.3. La figure 3.11 schématise l'ensemble de ce dispositif expérimental.

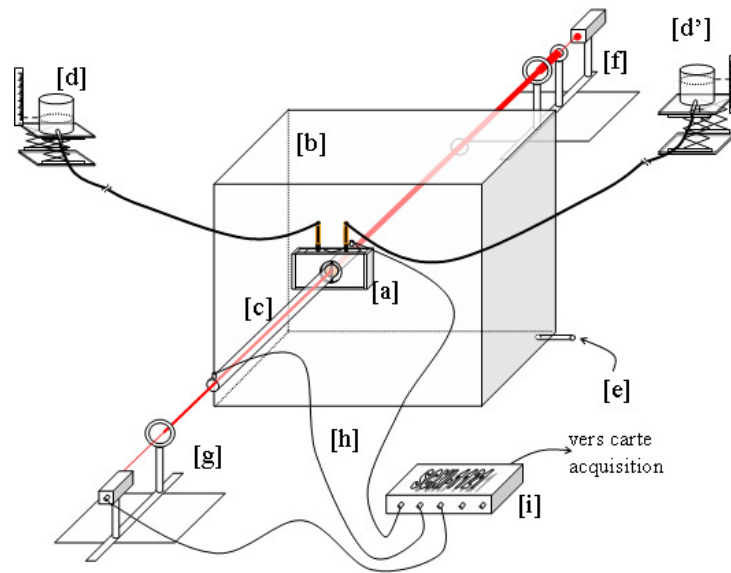


FIG. 3.11 – *Dispositif expérimental de mesure. [a] maquette de cordes vocales. [b] réservoir de pression. [c] résonateur acoustique. [d] et [d'] réservoirs d'eau. [e] entrée d'air sous pression. [f] diode laser et jeu de lentilles augmentant la taille du faisceau laser, ou éclairage (lumière blanche ou stroboscopique). [g] photodiode et lentille convergente pour concentrer le faisceau sur la photodiode ou camera ccd. [h] capteurs de pression en amont de la maquette de cordes vocales et à l'extrémité du résonateur acoustique. [i] conditionneur/filtre pour les signaux provenant des capteurs.*

3.2.2.1 Mesures de la pression

Nous mesurons la pression de l'écoulement d'air au moyen de capteurs de pression Endevco 8507C, ou Kulite XCS-0.93-0.35-Bar-G, tous deux alimentés par une alimentation stabilisée Labor-Netzgerat EA-3005S. Ces deux types de capteurs ont une réponse linéaire en tension, avec un gain constant sur toute la plage d'utilisation. Des exemples de courbes de calibration de ces capteurs sont donnés en annexe E.1. Ces capteurs peuvent être placés en amont de la maquette de cordes vocales, donc en sortie du réservoir de pression en l'absence de résonateur amont, pour mesurer la pression d'alimentation de la maquette ("pression sous-glottique P_{sub} "), et à l'extrémité du résonateur aval, mesurant ainsi la pression acoustique avant rayonnement dans l'espace.

Nous effectuons aussi des mesures de pression acoustique au moyen d'un microphone de mesure Bruël & Kjaer type 4192, et d'amplificateurs Bruël & Kjaer type 2609 et 5935L. Ce microphone est linéaire dans la plage de fréquence et de dynamique dans lesquelles sont effectuées les mesures. Nous ne calibrons pas ce microphone, car nous utilisons seulement les variations de la dynamique et non sa valeur absolue en amplitude.

3.2.2.2 Mesures optiques du déplacement

Deux dispositifs distincts ont été mis en place pour mesurer le déplacement de la maquette de cordes vocales lors des oscillations ou plus généralement lors du déplacement provoqué par l'écoulement d'air provenant du réservoir de pression: système optique laser et photodiode (mouvement mesuré selon une dimension), système vidéo caméra CCD et lumière blanche ou stroboscopique (mouvement mesuré selon deux dimensions).

Système optique laser

Comme schématisé sur la figure 3.11, une diode laser est placée derrière le réservoir de pression et génère un faisceau laser rouge de longueur d'onde $635nm$. La largeur du faisceau est alors augmentée au moyen de deux lentilles convergentes, de distances focales $f_1 = 50mm$ et $f_2 = 100mm$, placées à une distance de $125mm$ l'une de l'autre. Une ouverture avec une vitre transparente, à l'arrière du réservoir de pression, permet le passage du faisceau laser au travers du réservoir. Le faisceau traverse ensuite l'ouverture H_g entre les deux "cordes vocales" de la maquette, sa largeur est modifiée en fonction de la taille de la constriction. Une lentille convergente de distance focale $100mm$ permet ensuite de focaliser le faisceau sur une photodiode BPW34 qui, au moyen d'un circuit de conditionnement, permet de retranscrire les variations de l'ouverture H_g de la maquette de cordes vocales. La calibration de ce dispositif est détaillée en annexe E.2.

Système vidéo, caméra CCD

De manière analogue, la diode laser peut être remplacée par une source de lumière blanche ou par une source de lumière stroboscopique (lampe Flash FX1101 BfiOptilas),

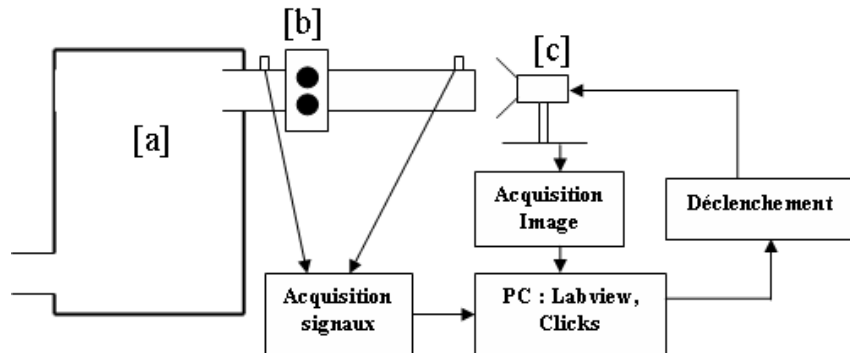


FIG. 3.12 – Vue de profil du système d'acquisition vidéo. [a] réservoir de pression. [b] maquette de cordes vocales. [c] caméra.

et la photodiode peut quant à elle être remplacée par une camera Philips Inca311, 256 niveaux de gris, avec une résolution de 1280×1024 pixels, et une fréquence d'acquisition de 10 images par seconde. L'acquisition d'image est pilotée par deux interfaces: une interface de déclenchement matérielle, et une interface logicielle sous Clicks et Labview7.0. La figure 3.12 schématise le fonctionnement du système. La calibration de ce dispositif est détaillée en annexe E.3.

3.2.2.3 Acquisition des signaux provenant des capteurs

Les signaux mesurés par les différents capteurs de pression et la photodiode, sont tout d'abord conditionnés par une unité de filtrage et de préamplification National Instruments SCXI-1121, les signaux provenant du microphone étant quand à eux amplifiés directement par l'amplificateur qui leur est associé. Deux interfaces peuvent être ensuite utilisées: d'une part une carte d'entrée sortie National Instruments BNC-2080, couplée à une carte d'acquisition National Instruments PCI-MIO-16XE, avec le logiciel Labview7, ou d'autre part une carte d'entrée sortie National Instruments BNC-2110, couplée à une carte d'acquisition National Instruments PCI-6225, avec le logiciel Labview8. Des interfaces logicielles permettent d'enregistrer des données qui sont ensuite analysées sous Matlab7.

3.2.2.4 Acquisition d'images provenant de la caméra

Deux utilisations sont faites du dispositif décrit sur la figure 3.12: reconstitution d'un cycle d'oscillation par stroboscopie, mesure de l'ouverture à l'équilibre en fonction de la pression d'alimentation P_{sub} en amont de la maquette.

Reconstitution d'un cycle d'oscillation

Dans le cas de la reconstitution d'un cycle d'oscillation, nous utilisons le signal mesuré par le microphone de mesure pour générer des impulsions qui permettent le déclenchement d'un flash et une acquisition d'image à des instants donnés du cycle d'oscillation. Ainsi, nous obtenons entre 10 et 80 images reproduisant le mouvement de la maquette de cordes vocales observé pendant l'oscillation. Le processus de génération de l'impulsion est donné en détail à la section 3.2.3.2.

Mesures des ouvertures à l'équilibre

La mesure des ouvertures à l'équilibre, en l'absence d'oscillations, en fonction de la pression P_{sub} est quant à elle réalisée de la manière suivante. Une interface réalisée sous

Labview permet de déclencher l'acquisition d'une image pour des valeurs données de la pression. Ainsi, si la pression est augmentée continuellement de 0 jusqu'à $1000Pa$, nous pouvons prévoir un déclenchement tous les $100Pa$. Lorsque la pression P_{sub} atteint un palier, l'impulsion de déclenchement est envoyée à la caméra. Au moment de l'acquisition effective de l'image, la caméra renvoie une impulsion, qui nous permet de savoir quelle est précisément la pression P_{sub} correspondant à l'instant d'acquisition. Ainsi nous pouvons reconstituer l'ensemble des ouvertures à l'équilibre en fonction de la pression P_{sub} . La figure 3.13 montre un exemple typique de cette reconstitution.

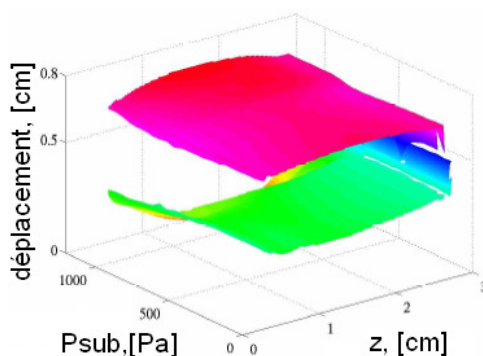


FIG. 3.13 – Exemple de reconstruction des positions d'équilibre de chacune des "cordes vocales" de la maquette, en fonction de la pression P_{sub} en amont de la maquette.

3.2.3 Protocole expérimental

Nous avons vu dans la section 2.2 que les méthodes d'analyses des descriptions théoriques présentées dans la section 2 donnent accès à des grandeurs pertinentes pour l'étude de la phonation. Ces grandeurs sont les pressions de seuil d'oscillation, les fréquences fondamentales d'oscillation, ainsi que la variation au cours du temps de la pression acoustique et de la position des cordes vocales. Pour valider les prédictions théoriques, nous avons donc besoin de mesurer sur le dispositif expérimental des grandeurs comparables à celle que nous venons de citer. Ainsi, le protocole expérimental que nous détaillons ici est basé sur la caractérisation de l'amorçage de l'oscillation des maquettes et sur la mesure des différentes grandeurs en régime d'oscillation établi.

3.2.3.1 Amorçage des oscillations

Pour chacune des maquettes de cordes vocales, nous procédons de manière identique. L'une des trois maquettes est d'abord fixée au réservoir de pression. Nous fixons ensuite la pression interne P_c à l'intérieur de la maquette, ce qui va caractériser mécaniquement

la maquette. Pour les maquettes 2 et 3, l'écartement entre les "cordes vocales" peut aussi être ajusté. Puis un résonateur acoustique est fixé à la maquette. Nous avons ainsi défini un ensemble de paramètres de contrôle pour la maquette de l'appareil phonatoire:

1. caractéristiques mécaniques
2. géométrie initiale
3. couplage acoustique

Il reste alors à faire varier un dernier paramètre de contrôle, la pression P_{sub} , en amont de la maquette de cordes vocales. Celle-ci est progressivement augmentée jusqu'à ce qu'apparaisse un premier régime d'oscillation. La pression P_{sub} est alors maintenue constante, de façon à pouvoir observer un régime établi d'oscillation. Ensuite, nous pouvons augmenter la pression pour observer l'extinction du premier régime ou la bifurcation entre deux régimes, et même dans certains cas (voir 4) deux régimes d'oscillations à la fois. Nous faisons ensuite décroître la pression P_{sub} jusqu'à l'arrêt des oscillations. Les signaux enregistrés (pression, pression acoustique, signal provenant de la photodiode) sont alors analysés. Le calcul de l'auto-corrélation des signaux permet de déterminer la présence d'oscillations et de leur fréquence fondamentale. La taille de la fenêtre de calcul de l'autocorrélation ainsi que le seuil de détection sont ajustés pour obtenir le plus de précision possible. La figure 3.14 montre un exemple des signaux de pression sous-glottique moyenne $P_{sub-moy}$, d'ouverture H_g au niveau de la photodiode, ainsi que le spectrogramme de ce signal et la fréquence fondamentale détectée à l'aide de la fonction d'auto-corrélation, obtenu pour un cycle d'oscillation.

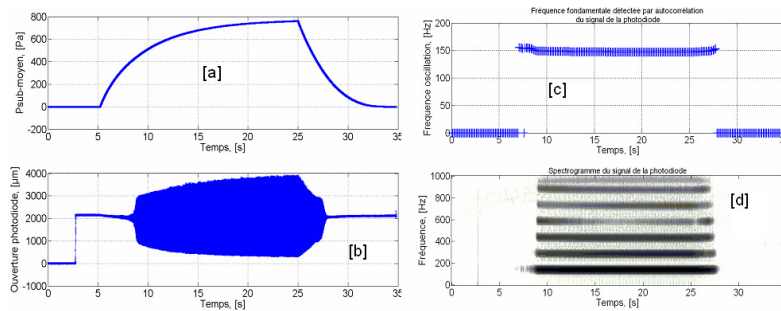


FIG. 3.14 – Exemple de détection de la pression de seuil d'oscillation. [a] pression sous-glottique moyennée. [b] ouverture H_g entre les deux "cordes vocales". [c] fréquence fondamentale détectée sur le signal provenant de la photodiode. [d] spectrogramme du signal provenant de la photodiode.

Nous pouvons y observer l'augmentation de pression P_{sub} avec l'apparition des oscillations, visible sur le spectrogramme et sur le signal de mesure de l'écart entre les deux

"cordes vocales" ainsi que par détection par auto-corrélation. Les oscillations se stabilisent, c'est le régime établi, puis nous diminuons la pression P_{sub} et les oscillations disparaissent.

3.2.3.2 Régime établi

Mesures de pression, et déplacement avec le système optique laser

La figure 3.14 montre, entre les zones d'initiation et d'extinction des oscillations, un régime établi où les oscillations sont stables. La fréquence fondamentale et l'amplitude du mouvement des "cordes vocales", mesurées par la photodiode, sont presque constantes. Dans cette zone, nous pouvons nous intéresser à la variation temporelle des différentes grandeurs mesurées (pression P_{sub} , pression à l'extrémité du résonateur, pression acoustique rayonnée, mouvement de la maquette des cordes vocales mesuré avec la photodiode ou la caméra). Nous pouvons par exemple observer l'influence de la pression P_{sub} sur l'amplitude du mouvement, ou de même pour une même pression P_{sub} l'influence de la longueur du résonateur sur la forme des oscillations, leur amplitude...

Reconstitution d'un cycle d'oscillation en 2D

Un cycle d'oscillation peut être reconstitué en 2D avec la caméra. Nous détaillons ici la méthode qui utilise le dispositif décrit dans la section 3.2.2.4.

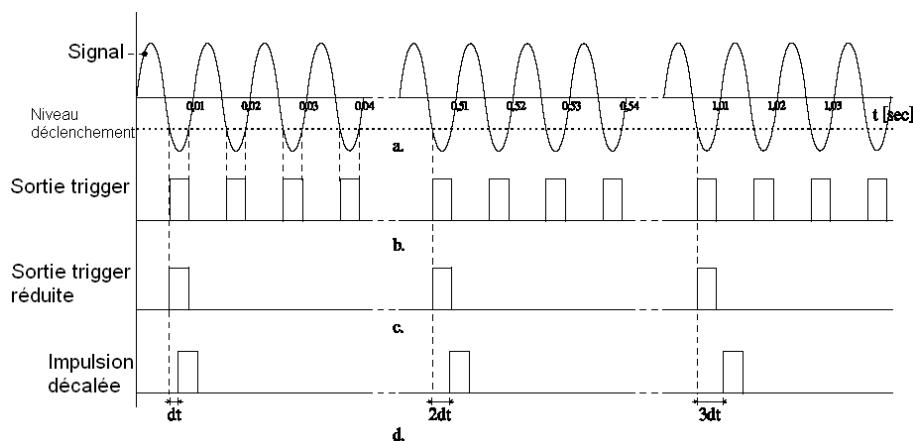


FIG. 3.15 – Reconstitution d'un cycle d'oscillation, schéma adapté de [108]. [a] signal d'entrée (pression acoustique en sortie du résonateur). [b] signal en sortie de l'unité de déclenchement, train d'impulsion. [c] réduction du nombre d'impulsions conservées, pour s'adapter à la fréquence d'acquisition de la caméra [d] décalage des impulsions, pour permettre la reconstruction de l'oscillation

Ce système permet de reconstituer un cycle d'oscillation en une série d'images (10, 20, 40 ou 80 images). Nous nous plaçons dans une configuration où la maquette de cordes vocales oscille en présence d'un résonateur acoustique. Lorsque les oscillations sont établies, le signal utilisé pour générer le déclenchement est le signal provenant du microphone. Le schéma de la figure 3.15 détaille le processus. Une détection par seuillage est d'abord effectuée sur le signal d'entrée (exemple avec un signal de fréquence $100Hz$). Ceci permet de générer une impulsion par cycle d'oscillation. Le nombre d'impulsions est ensuite réduit de façon à avoir une fréquence d'émission des impulsions compatible avec la fréquence d'acquisition maximale de la caméra ($10Hz$). Enfin, chaque impulsion est décalée d'une durée dt par rapport à la précédente. Ainsi, nous obtenons une série d'images reconstituant un cycle d'oscillation. Le choix de la durée dt permet de fixer le nombre d'images reconstituant un cycle d'oscillation. La figure 3.16 montre un exemple de reconstruction d'un cycle d'oscillation en huit images. Un traitement a été effectué sur ces images (détection de contour). Un lissage de contours est par la suite effectué pour en faciliter l'extraction. Pour cet exemple, nous notons qu'il n'y a pas collision entre les deux "cordes vocales".

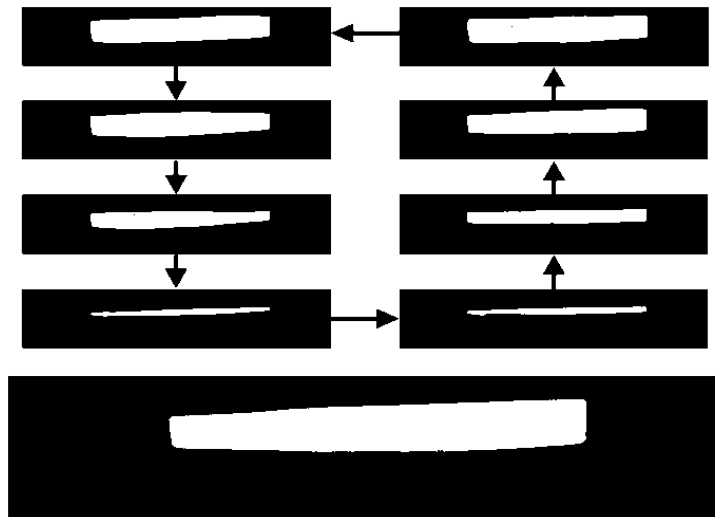


FIG. 3.16 – Exemple de reconstruction effective d'un cycle d'oscillation en huit image. En haut, l'évolution de l'ouverture entre les "cordes vocales" peut être suivie. En bas, zoom sur l'aire de la constriction en position de repos.

3.3 Validation des modèles théoriques

Dans cette section, nous détaillons point par point les différentes validations des descriptions théoriques effectuées grâce au dispositif expérimental présenté ci-dessus: influence du couplage acoustique, influence de la variation des caractéristiques mécaniques,

erreurs de prédiction liées à la description de l'écoulement, influence de la géométrie initiale et prise en compte dans les descriptions théoriques, différences de prédiction entre les modèles théoriques de cordes vocales. Cette comparaison n'est possible que dans la mesure où nous sommes capables d'établir un lien entre la maquette de l'appareil phonatoire (la réalité) et les descriptions théoriques. C'est l'objet de la section 3.3.1.

3.3.1 Liens entre les maquettes et les descriptions théoriques de l'appareil phonatoire

Le lien que nous devons établir entre les descriptions théoriques et les maquettes est essentiel pour pouvoir comparer prédictions théoriques et données expérimentales. Pour certains paramètres des descriptions théoriques, le lien avec la maquette est évident. C'est le cas de tous les paramètres qui concernent la géométrie. Ainsi les ouvertures H_1 et H_2 entre les masses des modèles théoriques de cordes vocales peuvent être identifiées à l'ouverture H_g mesurée sur la maquette de cordes vocales par la photodiode. De même la largeur L_g et longueur d des cordes vocales peuvent être directement reliées aux dimensions de la maquette. La pression sous-glottique P_{sub} a pour équivalent la pression en amont de la maquette que nous avons aussi notée P_{sub} . Il en est de même pour la pression acoustique et la pression P_{supra} . Les caractéristiques acoustiques des résonateurs peuvent être déterminées en fonction de leurs dimensions (longueur et section).

Les liens concernant les caractéristiques mécaniques des descriptions théoriques (masse m , raideur k et k_c , amortissement r) avec les maquettes sont moins évidents. Ce point avait d'ailleurs été évoqué par Story et Titze [92] en ce qui concerne le lien entre les modèles distribués de cordes vocales et les cordes vocales humaines.

3.3.1.1 Estimation de la masse vibrante

Concernant la masse vibrante m , nous choisissons d'en faire une estimation à partir de la quantité d'eau présente dans les parties évidées des pièces métalliques recouvertes de latex, de même que Vilain [110]. Pour les maquettes 1 et 2, compte tenu de l'épaisseur du latex que nous utilisons ($0.3mm$) comparativement à celui qu'utilisait Vilain, nous faisons l'hypothèse qu'une quantité d'eau plus grande participe à l'oscillation. En effet, comme il est plus fin, il est plus facilement déformé par la pression de l'eau, et par conséquent, est facilement "gonflé" d'eau. De plus, du fait de la géométrie de pièces métalliques, la jonction entre l'intérieur de la maquette (sous le latex) et la colonne d'eau qui fixe la pression est relativement large ($3mm$ de diamètre), ce qui peut influencer sur la quantité d'eau vibrante et nous conforte dans le choix d'une masse plus importante que celle proposée par Vilain. Ainsi, pour les maquettes 1 et 2 nous obtenons une masse

$$m = \alpha \frac{\rho_e \pi L d^2}{8} = \alpha 2.29g$$
, où α est coefficient multiplicateur inférieur ou égal à 1, selon la quantité d'eau considérée comme effectivement vibrante. Pour la maquette 3, la quantité d'eau est nettement plus faible, du fait des dimensions des parties évidées des pièces métalliques. La liaison avec la colonne d'eau est aussi beaucoup plus étroite puisqu'elle fait $1.2mm$ de diamètre. La géométrie de la partie évidée correspond ici à un cylindre de $8mm$ de haut et $2cm$ de diamètre coupé en deux par un plan diagonal. La masse que nous obtenons alors est $m = \alpha .0.63g$. Ces estimations de la masse posent cependant le problème d'une importante incertitude. En effet, il est délicat de chiffrer la masse effectivement vibrante, qui peut notamment varier en fonction de l'effet de l'interaction avec les résonateurs acoustiques. Une solution à ce problème pourrait être d'estimer la masse à partir de l'amplitude de la réponse mécanique à la résonance, tel que cela a été fait par Cullen et col. [24]. Cependant, Cullen et col. ont appliqué cette estimation à un modèle à une masse de lèvres de tromboniste. En outre, le calcul des forces de pression sur celui-ci faisait directement apparaître un terme de pression uniforme à l'intérieur de la constriction. Ceci permettait donc d'avoir un lien direct entre l'amplitude de la réponse mécanique et la masse vibrante. Du fait des descriptions théoriques des forces de pression que nous utilisons, la relation entre amplitude de la réponse mécanique et masse vibrante ne peut pas être exprimée de manière directe. Une approximation serait nécessaire dans tous les cas.

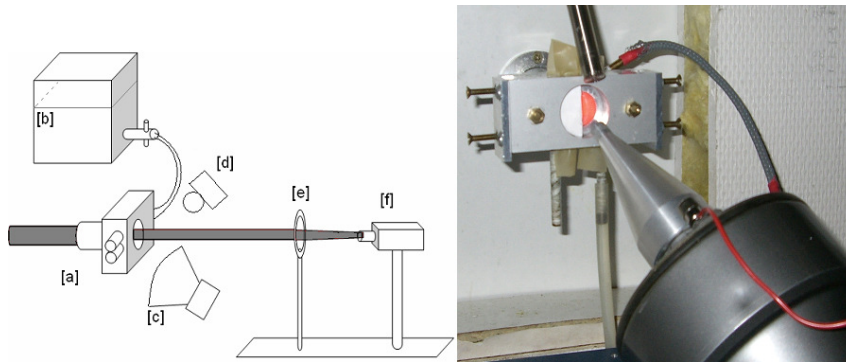


FIG. 3.17 – Dispositif de mesure de la réponse mécanique des maquettes de cordes vocales, schématisé à gauche et en photo à droite. [a] maquette de cordes vocales. [b] réservoir fixant la hauteur de la colonne d'eau. [c] haut-parleur produisant l'excitation. [d] microphone de mesures. [e] lentille convergente. [f] photodiode.

3.3.1.2 Mesure de la réponse mécanique des maquettes de cordes vocales

Concernant les autres paramètres mécaniques (raideur k et k_c , amortissement r), nous utilisons le fait qu'une des deux résonances du modèle à deux masses est décrite par la

pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ et un facteur de qualité $Q_0 = \frac{m\omega_0}{2r}$. La seconde résonance a pour pulsation $\omega_{02} = \sqrt{\frac{2(k+2k_c)}{m}}$. Nous choisissons de fixer $k_c = 0.5k$, ce qui a pour effet de fixer la seconde résonance en fonction de la première, $\omega_{02} = \omega_0\sqrt{3}$. Pour établir le lien avec les maquettes de cordes vocales, nous cherchons donc à déterminer les résonances mécaniques de celle-ci. Nous utilisons pour cela un dispositif, fonctionnant sur le même principe que celui utilisé par Gilbert et col. [37], qui permet de déterminer la réponse mécanique des maquettes de cordes vocales. La figure 3.17 montre sous forme d'un schéma et d'une photographie le dispositif que nous utilisons pour déterminer la réponse mécanique d'une maquette dans une condition mécanique donnée (une pression interne P_c donnée). Plus précisément, pour une pression interne P_c fixée, une excitation acoustique sinusoïdale est exercée sur la maquette de cordes vocales au moyen d'une chambre de compression ERS TU-100 sur laquelle est fixée un cône. Pour procéder à la mesure, la fréquence de l'excitation est d'abord fixée à une borne inférieure f_{min} , puis est progressivement augmentée par pas de $1Hz$ jusqu'à une borne supérieure f_{max} .

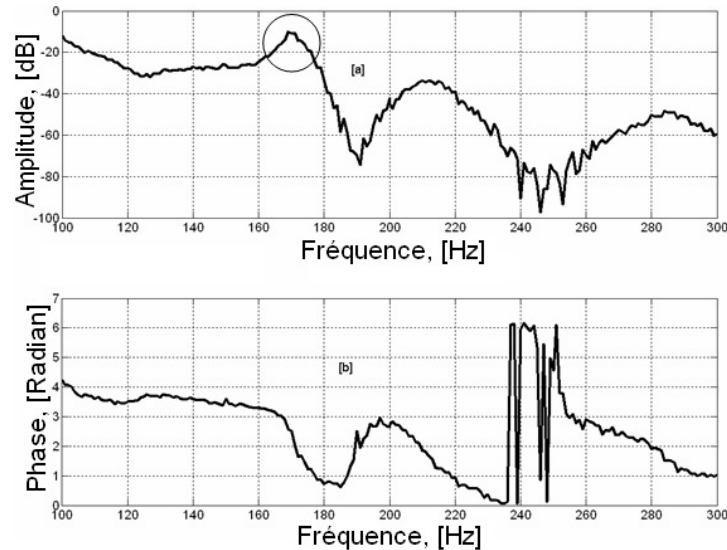


FIG. 3.18 – Exemple de réponse mécanique d'une maquette de cordes vocales. En haut, réponse en amplitude ($20\log\left(\frac{\text{déplacement}}{\text{pression}}\right)$). En bas, réponse en phase. Une résonance est entourée. A partir de celle-ci nous pouvons extraire les paramètres $r = \frac{m\omega_0}{2Q_0}$ et $k = \frac{m\omega_0^2}{2}$.

La durée d'excitation pour chaque pas en fréquence est de $1s$. Le microphone de mesure permet de mesurer les variations d'intensité de l'excitation que reçoit la maquette. La réponse de la maquette (déplacement) à cette excitation est mesurée grâce au système

optique laser décrit à la section 3.2.2.2. Pour chaque pas en fréquence nous obtenons donc la réponse $\alpha \frac{\text{déplacement}}{\text{pression}}$, où α est un coefficient multiplicateur (le microphone n'est pas calibré de manière absolue). L'ensemble des réponses à chaque pas fréquentiel nous permet d'obtenir la réponse mécanique de la maquette en fonction de la fréquence. Un exemple typique de réponse mécanique de la maquette est donné sur la figure 3.18. D'une résonance mécanique observée sur la réponse en fréquence, nous extrayons la pulsation ω_0 et le facteur de qualité de la résonance Q_0 . Nous calculons alors la raideur k et l'amortissement r correspondant. Lorsque nous faisons varier la pression interne P_c , la réponse mécanique de la maquette varie.

3.3.1.3 Tableau Récapitulatif

Les liens entre les caractéristiques des maquettes et les descriptions théoriques sont détaillés dans le tableau 3.2

	Descriptions Théoriques	Maquettes
Géométrie		
Ouverture	H_1, H_2, H_{10}, H_{20}	H_g, H_{g0} (mesure photodiode)
Longueur	x_0, x_1, x_2, x_3, d	d , longueur maquette
Largeur	L_g	L_g , largeur maquette
Écoulement		
Pressions	$P_{sub}, P_{supra}, P_i(t)$	P_{sub}, P_{ray} (capteurs de pression, microphone)
Acoustique		
Résonances	ω_a, Q_a, Z_a	longueur L section S des résonateurs
(bio)Mécanique		
Masse	m	quantité d'eau à l'intérieur de la maquette
Raideur, amortissement	k, k_c, r	$\omega_0, Q_0, k_c = 0.5k$ réponse mécanique

TAB. 3.2 – Tableau récapitulatif des liens entre grandeurs caractéristiques des maquettes et descriptions théoriques de l'appareil phonatoire: géométrie, écoulement, acoustique, mécanique.

3.3.2 Effet du couplage acoustique

3.3.2.1 Mesure expérimentale de l'influence de la charge acoustique

Pour cette première série d'expérimentations, nous utilisons la maquette 3, fixée sur le réservoir de pression. Nous disposons en amont de la maquette des résonateurs de longueur respective 12, 24 et 30cm. Nous fixons ensuite la pression interne P_c de l'eau à l'intérieur de la maquette. Pour toute cette série de mesures, la pression interne P_c est fixée à 2500Pa. L'ouverture initiale mesurée est de 2mm. Nous avons mesuré la réponse mécanique de la maquette. Sur celle-ci, nous distinguons trois résonances de fréquence respectives 118Hz, 144Hz, 166Hz et de facteur de qualité respectifs 12, 10, 8. Pour un résonateur amont donné, nous plaçons en aval de la maquette des résonateurs acoustiques dont la longueur L varie de 1cm à 235cm. La figure 3.19 schématise de manière simplifiée les éléments du dispositif utilisés pour cette expérimentation.

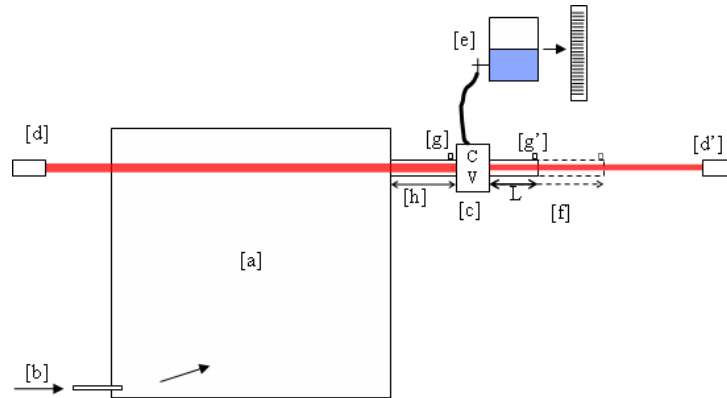


FIG. 3.19 – Schéma simplifié, en vue de profil, du dispositif expérimental pour tester l'influence du couplage acoustique. [a] réservoir de pression. [b] alimentation en air sous pression. [c] maquette 3 de cordes vocales. [d] [d'] système optique laser (diode laser, lentilles et photodiode). [e] réservoir d'eau et mesure de la hauteur de la colonne d'eau. [f] résonateurs acoustiques de longueur L variant de 1cm à 235cm. [g][g'] capteurs de pression en amont de la maquette, P_{sub} , et en sortie du résonateur acoustique, P_{ray} . [h] résonateur amont de longueur 12, 24 ou 30cm

Pression de seuil et fréquence fondamentale d'oscillation

Nous fixons d'abord la longueur du résonateur amont à 12cm. L'écartement initial entre les "cordes vocales" est de 2mm. Ensuite, pour chaque résonateur acoustique aval, nous mesurons les pressions P_{sub} de seuil et la fréquence fondamentale F_0 des oscillations. Nous traçons alors les pressions P_{sub} de seuil et les fréquences fondamentales F_0 en

fonction de la longueur du résonateur acoustique aval. La figure 3.20 montre les données expérimentales.

Différentes observations peuvent être faites à propos de ces résultats expérimentaux. D'abord, en ce qui concerne les pressions de seuil d'oscillation, nous remarquons que, dans la plupart des cas, la pression pour laquelle les oscillations s'amorcent ("Onset") est supérieure à celle pour laquelle les oscillations s'arrêtent ("Offset"). Ce phénomène d'hystérésis, que nous observons ici expérimentalement, a été décrit théoriquement par Lucero [64] dans le cadre de la production des sons voisés. Il est donc intéressant de pouvoir le mettre en évidence ici.

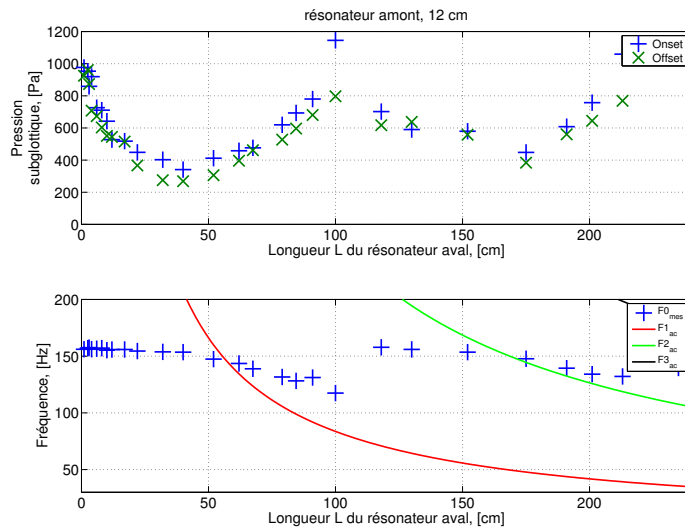


FIG. 3.20 – Mesure expérimentale de l'influence de la longueur du résonateur acoustique aval. En haut, pression de seuil d'oscillation. Expérimentalement, la pression est augmentée, + est alors pression pour laquelle les oscillations s'amorcent. La pression est ensuite diminuée, x est la pression pour laquelle les oscillations s'arrêtent. En bas, fréquence fondamentale des oscillations +. Les lignes continues représentent les fréquences de résonance théoriques du résonateur acoustique aval.

Influence du résonateur aval

La longueur du résonateur aval varie de 1cm à 235cm. Sur la figure 3.20 en bas, les fréquences de résonances acoustiques sont représentées. Nous divisons alors le domaine de variation de la longueur du résonateur aval en deux domaines. La zone 1 se situe en dessous de 40cm. Dans cette zone, les fréquences des résonances acoustiques du résonateur sont éloignées des fréquences des résonances mécaniques de la maquette. Notons aussi que cet ordre de grandeur de résonateur est celui du conduit vocal humain. La zone 2 se situe

au delà de 40cm . Dans ce cas, les fréquences de résonances acoustiques sont proches des fréquences des résonances mécaniques de la maquette. Nous approchons alors le domaine de l'acoustique musicale et plus particulièrement celui de la vibration des lèvres d'un instrument de type cuivre.

Décrivons l'influence de la longueur du résonateur aval. Dans la zone 1, nous observons que plus le résonateur aval est long, plus la pression de seuil d'oscillation est faible. Le résonateur tend donc, dans cette zone, à favoriser la production des oscillations. La fréquence fondamentale des oscillations est peu sensible à la variation de longueur du résonateur aval. Sa variation est de moins de 5%. Dans cette zone, la fréquence d'oscillation est très proche d'une des fréquences de résonances mécaniques de la maquette. De plus, la fréquence de résonance acoustique du résonateur y est très éloigné de la fréquence d'oscillation et des fréquences de résonances mécaniques.

Dans la zone 2, les fréquences propres du résonateur sont du même ordre de grandeur que les fréquences de résonances mécaniques de la maquette. Dans ce contexte nous observons alors que la fréquence fondamentale des oscillations observées est fortement influencée par le résonateur aval. Ainsi, lorsque la longueur du résonateur passe de 40cm à 100cm , la fréquence des oscillations diminue de 153.5Hz à 117.5Hz , soit une diminution de plus de 20%. Parallèlement à cette diminution de la fréquence d'oscillation, nous observons une augmentation de la pression de seuil d'oscillation qui passe de 350Pa à 1150Pa pour l'amorçage (onset) des oscillations. Cette augmentation de la pression de seuil est corrélée à l'écart entre la fréquence propre du résonateur et les fréquences de résonance mécanique de la maquette; plus celui-ci est grand, plus le seuil augmente. Lorsque la longueur du résonateur augmente encore, nous observons un saut, ou décrochage, de fréquence d'oscillation, qui tend à rapprocher celle-ci de la fréquence de résonance mécanique de la maquette, pour L variant de 117cm à 150cm . Parallèlement, comme dans la zone 1, le seuil d'oscillation diminue pour atteindre un minimum lorsque la deuxième fréquence propre du résonateur acoustique est proche des résonances mécaniques de la maquette ($L = 175\text{cm}$). Lorsque L augmente encore, le seuil augmente et la fréquence des oscillations diminue, en étant fortement corrélée à celle de la deuxième résonance du résonateur. Entre $L = 213\text{cm}$ et $L = 235\text{cm}$, nous observons un deuxième décrochage de la fréquence, laissant supposer que nous aurions pu observer quelque chose de similaire au saut de fréquence précédent, si nous avions encore augmenté la longueur du résonateur (diminution de la pression de seuil d'oscillation, "attraction" de la fréquence des oscillations par une fréquence propre du résonateur).

Influence du résonateur amont

Nous reproduisons l'expérience précédente (variation de la longueur du résonateur aval) pour deux autres résonateurs amont, de longueurs respectives 24 et 30cm . Les résultats

sont comparables à ceux obtenus avec le résonateur amont de 12cm . Plus précisément, nous retrouvons qualitativement la même évolution des pressions de seuil et des fréquences d'oscillation en fonction de la longueur du résonateur aval. Ainsi, la proximité entre fréquence de résonance mécanique de la maquette et fréquences propres du résonateur (longueur L du résonateur aval supérieur à 40cm) influence fortement la mise en oscillation (diminution de la pression de seuil des oscillations). Les fréquences propres du résonateur ont alors aussi une forte influence sur la fréquence fondamentale des oscillations. Dans le cas où l'écart entre ces fréquences est important ($L < 40\text{cm}$), l'augmentation de la longueur du résonateur favorise la mise en oscillation.

Nous constatons alors que l'influence du résonateur s'exerce principalement sur les pressions de seuil d'oscillation. Celles-ci sont sensiblement diminuées, de l'ordre 40 à 50% dans le cas où $L < 40\text{cm}$, et de l'ordre de 10 à 20% pour $L > 40\text{cm}$. En ce qui concerne les fréquences d'oscillations, nous observons simplement que le premier saut de fréquence intervient pour des longueurs de résonateur aval plus courtes (80cm au lieu de 115cm). Dans les autres cas, les résonateurs amont ont donc peu d'influence sur les fréquences d'oscillation. Ceci est cohérent avec les observations précédentes puisque pour des longueurs de 24cm et 30cm , les premières fréquences propres des résonateurs amont sont supérieures à 280Hz , donc éloignées des fréquences de résonance mécanique de la maquette.

3.3.2.2 Prédiction théorique de l'effet du couplage acoustique aval et comparaison mesures/théorie, modèle à deux masses

Nous cherchons ici à savoir si le modèle à deux masses de cordes vocales et ses interactions avec l'écoulement d'air et les résonateurs acoustiques peut prédire les observations faites expérimentalement sur l'effet du couplage acoustique. Les paramètres mécaniques (raideur k , et amortissement r) du modèle à deux masses sont estimés à partir de la réponse mécanique de la maquette dont nous avons extrait trois résonances de fréquence respectives 118Hz , 144Hz , 166Hz et de facteur de qualité respectifs 12, 10, 8. L'ouverture initiale est celle que nous avons mesurée, à savoir $H_0 = 2\text{mm}$. Nous faisons varier la longueur du résonateur aval de 0 à 253cm et celle du résonateur amont est fixée à 0, 12, 24 ou 30cm . Les forces de pressions sont calculées pour un écoulement de type Bernoulli stationnaire tel que décrit au paragraphe 2 du 2.1.1.4. Pour chacune des résonances mécaniques, nous effectuons une analyse de stabilité qui permet de prédire les pressions de seuil d'oscillation et les fréquences fondamentales d'oscillation. Les résultats sont présentés sur les figures 3.21 et 3.22.

Simulation sans résonateur amont

Nous effectuons tout d'abord la simulation en supposant l'absence d'un résonateur amont, de façon à tester l'importance de sa prise en compte. Le résultat de cette simulation est représenté sur la figure 3.21. Nous observons que, pour chacune des résonances mécaniques, le modèle théorique reproduit qualitativement ce que nous avons observé expérimentalement.

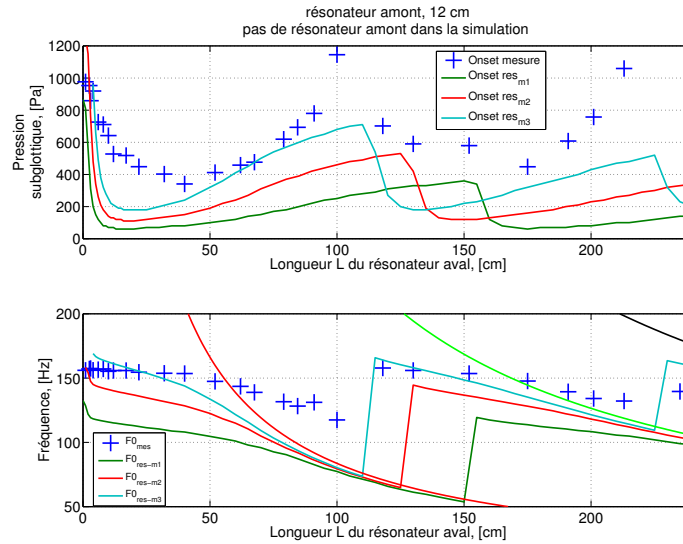


FIG. 3.21 – *Mesure expérimentale et comparaison avec les prédictions théoriques, avec un modèle à deux masses, de l'influence de la longueur du résonateur acoustique aval, avec un résonateur amont de 12 cm dans le dispositif expérimental, mais pas de résonateur amont pour la simulation. En haut, pression de seuil d'oscillation. +, mesure de l'onset des oscillations. Les traits continus représentent les prédictions théoriques pour chacune des résonances mécaniques mesurées sur la maquette. En bas, fréquence fondamentale des oscillations. +, mesure de la fréquence fondamentale. Les lignes continues représentent les prédictions théoriques des fréquences fondamentales d'oscillation et les fréquences de résonance du résonateur acoustique aval.*

Ainsi, pour chaque résonance, nous observons que la pression de seuil d'oscillation est élevée pour de faibles longueurs du résonateur aval ($L < 10\text{cm}$). Nous notons aussi l'absence d'oscillation avec la troisième résonance mécanique pour $L < 4\text{cm}$ et avec la seconde résonance pour $L < 1\text{cm}$. Ensuite, lorsque nous augmentons L , les pressions de seuil diminuent pour atteindre un minimum lorsque $L = 20\text{cm}$. Elles augmentent alors jusqu'à atteindre un maximum. Ce maximum correspond à la longueur L pour laquelle s'effectue un décrochage de la fréquence d'oscillation. Ce saut de fréquence intervient pour une longueur de résonateur à laquelle la fréquence de résonance mécanique est équidistante des deux fréquences propres du résonateur aval. Après ce saut, les pressions de seuil

diminuent à nouveau pour atteindre un second minimum. L'évolution est ensuite la même qu'après le premier minimum.

Les fréquences d'oscillation semblent subir davantage l'influence des fréquences propres du résonateur aval que ce que nous avons observé expérimentalement. Ainsi, nous observons, même pour $L < 40\text{cm}$, une diminution des fréquences d'oscillation corrélée avec l'augmentation de L . Pour $L > 40\text{cm}$, nous notons que les fréquences d'oscillation sont clairement imposées par les fréquences propres du résonateur aval, mis à part dans le cas où deux fréquences propres se situent au voisinage des fréquences de résonance mécanique (pour $115\text{cm} < L < 140\text{cm}$ pour la résonance 3 par exemple).

De manière quantitative, nous observons que c'est avec la troisième résonance mécanique que le modèle prédit le mieux ce qui est observé expérimentalement, en terme de pression de seuil et de fréquence d'oscillation, sauf lorsque L est très faible ($L < 4\text{cm}$). Alors, la deuxième résonance mécanique semble plus apte à prédire le comportement de la maquette. Les marges d'erreur de prédiction sont élevées puisque l'erreur sur les pressions de seuil peut aller jusqu'à 50%. L'erreur de prédiction sur les fréquences est plus faible, mais peut néanmoins atteindre 30%.

Simulation avec résonateur amont

La prise en compte du résonateur amont de 12cm ne modifie pas l'allure générale des prédictions théoriques. Cependant, nous pouvons noter des points d'amélioration de la prédiction théorique. Pour $L < 4\text{cm}$, nous observons que la seconde résonance permet au modèle de prédire les pressions de seuil et les fréquences d'oscillation avec une marge d'erreur de l'ordre de 15%. Pour $L > 4\text{cm}$, c'est la troisième résonance, qui comme en l'absence de résonateur amont, permet de prédire le mieux le comportement que nous avons observé expérimentalement. La prédiction des minima de la pression de seuil est nettement améliorée par rapport aux prédictions précédentes, l'erreur est désormais de l'ordre de 30%.

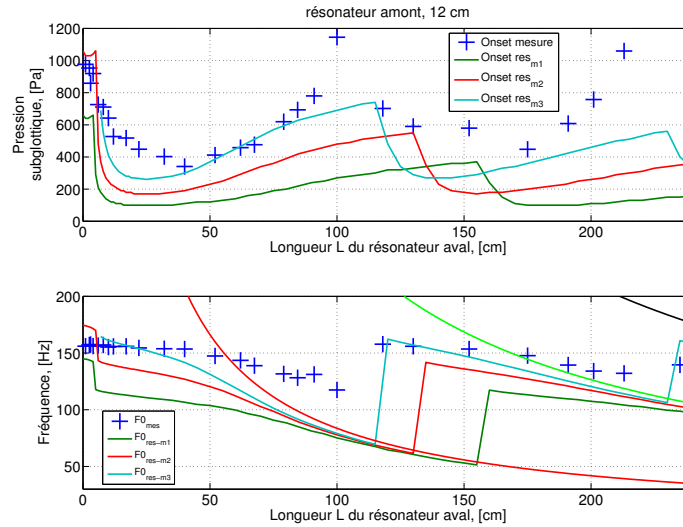


FIG. 3.22 – Mesure expérimentale et comparaison avec les prédictions théoriques, avec un modèle à deux masses, de l’influence de la longueur du résonateur acoustique aval, avec un résonateur amont de 12 cm dans le dispositif expérimental, qui est aussi pris en compte pour la simulation. En haut, pression de seuil d’oscillation. +, mesure de l’onset des oscillations. Les traits continus représentent les prédictions théoriques pour chacune des résonances mécaniques mesurées sur la maquette. En bas, fréquence fondamentale des oscillations. +, mesure de la fréquence fondamentale. Les lignes continues représentent les prédictions théoriques des fréquences fondamentales d’oscillation et les fréquences de résonance du résonateur acoustique aval.

Nous effectuons les simulations avec des résonateurs amont de 24cm et 30cm. Nous observons alors que les prédictions théoriques sont globalement en accord avec les observations expérimentales. Néanmoins, dans le cas d’un résonateur amont de 12cm, une seule résonance mécanique permettait d’obtenir des prédictions correctes pour la majorité des longueurs du résonateur aval. Ici, nous observons que pour de faibles longueurs ($L < 8cm$), la première résonance prédit le mieux le comportement de la maquette. Ensuite, pour un résonateur amont de 24cm, la seconde résonance permet de décrire, avec la marge d’erreur la plus faible, les pressions de seuil et la fréquence d’oscillation observées expérimentalement. Enfin, pour un résonateur amont de 30cm, les prédictions avec la plus faible marge d’erreur sont données avec la première résonance pour $L < 8cm$, puis par la seconde pour $8cm < L < 80cm$, et par la troisième pour $L > 80cm$.

3.3.2.3 Prédiction théorique de l'effet du couplage acoustique aval et comparaison mesures/théorie, modèle à une masse

Nous effectuons dans cette section des prédictions théoriques au moyen du modèle à une masse décrit au chapitre 2. Comme dans la section précédente, les paramètres de contrôle du modèle sont estimés à partir de ceux mesurés sur la maquette. Sur la figure 3.23, nous comparons les prédictions théoriques obtenues avec le modèle à une masse avec les données expérimentales et les prédictions théoriques obtenues avec le modèle à deux masses. Nous nous plaçons ici dans le cas où le résonateur amont mesure 12cm .

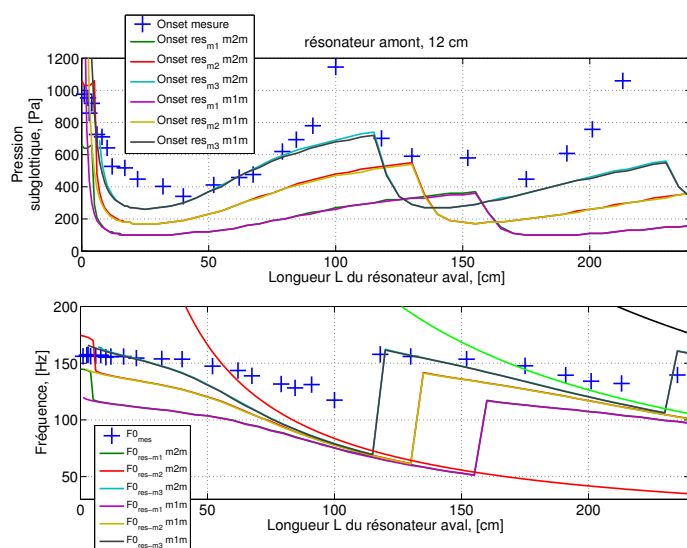


FIG. 3.23 – Mesure expérimentale et comparaison avec les prédictions théoriques, avec un modèle à une masse, de l'influence de la longueur du résonateur acoustique aval, avec un résonateur amont de 12 cm dans le dispositif expérimental, qui est aussi pris en compte pour la simulation. En haut, pression de seuil d'oscillation. +, mesure de l'onset des oscillations. Les traits continus représentent les prédictions théoriques pour chacune des résonances mécaniques mesurées sur la maquette. En bas, fréquence fondamentale des oscillations. +, mesure de la fréquence fondamentale. Les lignes continues représentent les prédictions théoriques des fréquences fondamentales d'oscillation et les fréquences de résonance du résonateur acoustique aval.

Nous observons que les prédictions théoriques des pressions de seuil et des fréquences d'oscillation obtenues avec le modèle à une masse sont tout à fait similaires à celles obtenues avec le modèle à deux masses excepté dans le cas où le résonateur aval est de longueur inférieure à 8cm . Dans ce dernier cas, la prédiction des pressions de seuil

d'oscillation devient particulièrement élevée. En l'absence de résonateur aval, le modèle à une masse ne prédit pas d'oscillation, et ceci quelque soit le résonateur amont, alors que la maquette peut osciller en l'absence de résonateur aval. Ces observations corroborent tout à fait ce qui avait été observé par Flanagan et Langdraf [34]. En effet, en l'absence de conduit vocal, le modèle à une masse ne permet pas de reproduire le déphasage entre les parties supérieure et inférieure des cordes vocales. Or, les cordes vocales peuvent osciller en l'absence de conduit vocal, comme cela a été montré par Van den Berg et Tan [105]. De même, Alipour et Scherer, [2], n'utilisaient pas de résonateur acoustique pour étudier l'oscillation de cordes vocales de chien excisées.

3.3.2.4 Conclusion sur l'effet du couplage acoustique

Nous avons donc étudié expérimentalement l'effet du couplage acoustique sur les pressions de seuil et les fréquences fondamentales d'oscillation de la maquette 3 de cordes vocales. Concernant le couplage avec un résonateur aval, nous avons observé que deux zones distinctes apparaissaient en fonction de la longueur du résonateur: zone 1 pour $L < 40cm$ et zone 2 pour $40cm < L < 235cm$. Dans la première zone, le résonateur a une longueur dont l'ordre de grandeur est celui du conduit vocal humain. Il a peu d'influence sur les fréquences d'oscillations, et l'augmentation de sa longueur facilite l'oscillation, en abaissant la pression de seuil de celles-ci. Dans la seconde zone, la longueur du résonateur est dans les ordres de grandeur de l'acoustique musicale (instrument où les lèvres vibrent: trompette, trombone, ...). Le résonateur a ici une influence forte sur les fréquences d'oscillations, avec un phénomène d'accrochage de la fréquence des oscillations sur une des fréquences propres du résonateur. Dans le cas où les fréquences de résonance mécanique de la maquette sont comprises entre deux fréquences propres du résonateur, la fréquence d'oscillation décroche des fréquences propres du résonateur et la pression de seuil d'oscillation augmente. Le couplage avec un résonateur amont de longueur $12cm$, $24cm$, $30cm$ a simplement un effet facilitateur pour l'apparition des oscillations. Dans la zone 1 et lors du saut de fréquence d'oscillation, l'augmentation de la longueur du résonateur amont diminue la pression de seuil des oscillations. Les conclusions des observations expérimentales que nous avons pu faire ici vont dans le sens de ce qui avait été décrit par Rothenberg [78]. L'effet du couplage acoustique est significatif lorsque les fréquences de résonance mécanique de la maquette et les fréquences propres des résonateurs sont proches. Plus précisément, lorsque les fréquences propres des résonateurs acoustiques sont éloignées des fréquences de résonance mécanique de la maquette de cordes vocales, celle-ci oscille suivant l'une de ses résonances propres. Dans ce cas, la longueur du résonateur influence principalement la pression de seuil des oscillations. Par opposition, lorsque les fréquences propres des résonateurs acoustiques sont proches des fréquences de résonance mécanique de la maquette, la fréquence des oscillations est fortement influencée par le résonateur. Dans ce cas, la pression de seuil d'oscillation augmente avec l'écart entre fré-

quences propres du résonateur et fréquences de résonance mécanique de la maquette. L'utilisation d'un modèle à deux masses pour prédire les résultats expérimentaux a montré sa capacité à reproduire qualitativement ce que nous avons observé lors des mesures. L'aspect quantitatif est moins bon et met en exergue le fait que selon la longueur du résonateur aval, les paramètres mécaniques du modèle doivent être estimés à partir de différentes résonances mécaniques de la maquette. Ainsi, le nombre de modes réduits que le modèle à deux masses peut simuler semble montrer ses limites lorsque la variation de longueur du résonateur est trop importante. Néanmoins, à l'intérieur d'une zone réduite, les prédictions du modèle sont satisfaisantes. La prise en compte du résonateur amont semble nécessaire lorsque la longueur du résonateur amont est de 24cm et 30cm , et lorsque la longueur du résonateur aval est très faible ($L < 4\text{cm}$) pour le résonateur amont de 12cm . Nous concluons donc que pour un résonateur amont de moins de 12cm , et un résonateur aval de plus de 4cm , la prise en compte du résonateur amont ne sera pas utile. Les prédictions utilisant un modèle à une masse ont permis de montrer que dans la plupart des cas, ce modèle prédisait des résultats identiques à ceux obtenus avec le modèle à deux masses. Les prédictions du modèle à une masse diffèrent de celles du modèle à deux masses uniquement lorsque la longueur du résonateur aval est inférieur à 8cm . En dessous de cette dimension, les pressions de seuil d'oscillation augmentent et sont surestimées. En l'absence de résonateur, le modèle à une masse ne prédit pas d'oscillation.

3.3.3 Influence de la variation des caractéristiques mécaniques^b

Nous cherchons ici à tester l'effet de la variation des caractéristiques mécaniques sur les pressions de seuil et les fréquences fondamentales d'oscillation. Expérimentalement, nous utilisons la maquette 1, couplée au réservoir de pression avec un résonateur amont de dimension minimale (6cm), et deux résonateurs avals différents, de longueurs respectives 25cm et 50cm . Le schéma simplifié du dispositif est rappelé sur la figure 3.24. Nous faisons varier la pression interne P_c de 0 à 6500Pa en modifiant la hauteur du réservoir d'eau. Pour chaque pression interne nous mesurons la pression en différents points du dispositif et les mouvements de la maquette ce qui nous permet d'extraire les pressions de seuil et les fréquences fondamentales d'oscillation, comme indiqué précédemment. Nous mesurons aussi, pour chaque valeur de P_c , la réponse mécanique de la maquette qui nous permet d'estimer les paramètres mécaniques des descriptions théoriques. Ainsi, nous pouvons obtenir les prédictions théoriques des pressions de seuil et des fréquences d'oscillation en fonction des paramètres mécaniques. Nous pouvons alors comparer données expérimentales et prédictions théoriques.

b. Résultats publiés dans The Journal of the Acoustical Society of America, [80]

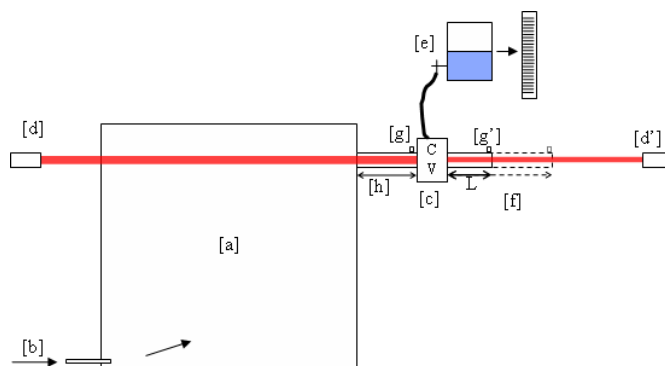


FIG. 3.24 – Schéma simplifié du dispositif expérimental pour tester l'effet de la variation des caractéristiques mécaniques. [a] réservoir de pression. [b] alimentation en air sous pression. [c] maquette 1 de cordes vocales. [d] [d'] système optique laser (diode laser, lentilles et photodiode). [e] réservoir d'eau et mesure de la hauteur de la colonne d'eau, qui permet de faire varier P_c de 0 à 6500Pa. [f] résonateur acoustique de longueur L 25cm ou 50cm. [g][g'] capteurs de pression en amont de la maquette, P_{sub} , et en sortie du résonateur acoustique, P_{ray} . [h] résonateur amont de longueur minimale, 6cm.

3.3.3.1 Mesures expérimentales de l'effet de la variation de la pression interne P_c

Mesures préliminaires

En l'absence d'écoulement, nous mesurons l'ouverture H_0 entre les deux "cordes vocales" de la maquette. Sur la figure 3.25, nous observons que cette ouverture diminue lorsque la pression interne P_c augmente.

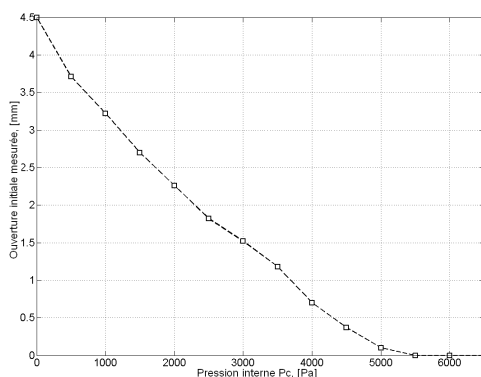


FIG. 3.25 – Mesure des ouvertures entre les deux "cordes vocales" de la maquette 1, en l'absence d'écoulement d'air, en fonction de la pression interne P_c .

Pour de faibles pressions internes, l'ouverture est grande et le latex constituant la maquette est peu tendu. Inversement, pour des pressions internes élevées, le latex est tendu et l'ouverture est faible. Pour $P_c \geq 5500Pa$, les deux "cordes vocales" sont en contact. La pression interne P_c joue donc ici un double rôle, celui du contrôle de la tension du latex, qui détermine ses caractéristiques mécaniques, et celui du contrôle de l'ouverture initiale, et donc de la quantité d'eau à l'intérieur de la maquette de cordes vocales.

Nous mesurons aussi pour chacune des pressions internes P_c , la réponse mécanique de la maquette 1, comme indiqué à la section 3.3.1.2. Nous extrayons la résonance mécanique la plus proche des fréquences propres du résonateur, et plus précisément sa fréquence et son facteur de qualité. La tableau 3.3 récapitule ces mesures. Nous y observons que lorsque P_c augmente, la fréquence de résonance augmente. Le saut de fréquence de résonance entre $P_c = 2500Pa$ et $P_c = 3500Pa$ n'est pas une diminution au sens propre. En fait, les fréquences de résonance continuent d'augmenter, mais nous voyons apparaître pour $P_c = 3500Pa$ une résonance qui pour $2500Pa$ était hors du domaine auquel nous nous intéressons, alors que la première résonance pour $P_c = 2500$ s'atténue lors de l'augmentation jusqu'à $P_c = 3500Pa$. Nous suivons donc l'évolution d'une première résonance de $P_c = 0Pa$ à $P_c = 2500Pa$, et d'une seconde de $P_c = 3500Pa$ à $P_c = 6500Pa$.

P_c	0	500	1000	1500	2000	2500	
F_0 (Hz)	123	130	135	147	163	170	
Q_0	18.2	22	13.2	24.1	21	20	
H_0 (mm)	4.5	3.7	3.22	2.7	2.26	1.82	
P_c	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500
F_0 (Hz)	123	124	130	140	166	169	175
Q_0	8.2	8.267	8.3	10	12.5	14.08	17.5
H_0 (mm)	1.18	0.7	0.37	0.1	0	0	0

TAB. 3.3 – Tableau récapitulatif des paramètres mécaniques (fréquence de résonance, facteur de qualité), et de l'ouverture initiale, en fonction de la pression interne P_c .

Mesures des pressions de seuil et des fréquences d'oscillation pour P_c variant de 0 Pa à 6500 Pa, avec deux résonateurs aval (25cm et 50cm)

Les figures 3.26(a) et 3.26(b) montrent les données expérimentales (pressions de seuil

et fréquences d'oscillation) obtenues pour P_c variant de 0 à $6500Pa$ et avec deux résonateurs aval. Nous avons volontairement limité la pression P_{sub} en amont de la maquette à $1200Pa$ pour rester dans des ordres de grandeurs compatibles avec la phonation humaine. Dans ce cadre, une première observation est que selon le résonateur aval, les oscillations ont des pressions de seuil comparables mais pour des pressions internes P_c différentes. Ainsi, pour le résonateur de $25cm$, les oscillations apparaissent pour P_c variant de $50Pa$ à $2500Pa$. Dans cette zone, l'ouverture entre les "cordes vocales" de la maquette est importante. Nous observons que la pression de seuil est minimale pour $p_c = 500Pa$. Lorsque P_c diminue encore, la pression de seuil augmente, puis les oscillations n'apparaissent plus. Notons qu'ici, les oscillations sont de faible amplitude. Pour le résonateur de $50cm$, les oscillations apparaissent pour P_c variant de $3500Pa$ à $6000Pa$. Dans ce cas, nous observons que pour $P_c = 5000Pa$, la pression de seuil d'oscillation est minimale. En ce point, l'ouverture au repos est proche de zéro. Les deux tubes en latex sont presque au contact. Ce seuil minimum, aussi observé expérimentalement sur maquette par Titze [101], peut être relié à la configuration optimale pour produire un son voisé, tel que l'a décrit Lucero [63]. Enfin, comme dans la section 3.3.2, nous observons un phénomène d'hystérésis. La pression P_{sub} d'amorçage des oscillations (Onset), est plus élevée que la pression d'arrêt des oscillations (Offset).

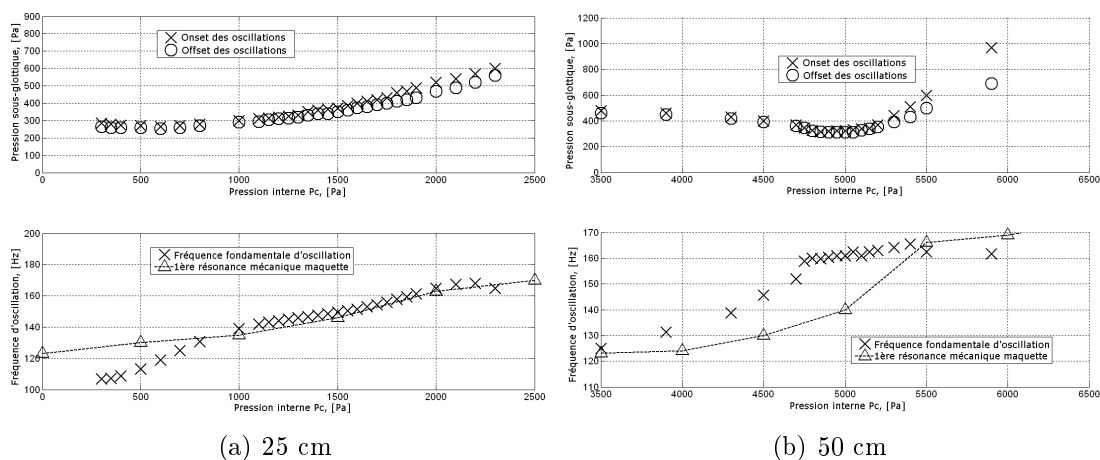


FIG. 3.26 – Mesure expérimentale des pressions de seuil d'oscillation (en haut) et des fréquences fondamentales d'oscillation (en bas) en fonction de la pression interne P_c à l'intérieur de la maquette, avec un résonateur aval de 50 cm et un résonateur de 25 cm . Sur la figure (b), est tracée en plus des fréquences d'oscillation, l'évolution de la première fréquence de résonance mécanique de la maquette.

Les fréquences d'oscillation observées sont cohérentes avec les résultats de la section 3.3.2. La première fréquence propre du résonateur de $25cm$ est d'environ $340Hz$. Cette

valeur est éloignée des fréquences de résonance mécanique de la maquette (comprises entre 120Hz et 170Hz). Ainsi la fréquence d'oscillation est imposée par la résonance mécanique. La première fréquence propre du résonateur de 50cm est d'environ 170Hz . Nous observons alors que lorsque la fréquence de résonance mécanique est éloignée de cette fréquence propre (pour $P_c < 5000\text{Pa}$), la fréquence des oscillations est fixée par la résonance mécanique. Pour $P_c \geq 5000\text{Pa}$, les fréquences d'oscillation sont fixées par la fréquence propre du résonateur.

3.3.3.2 Prédiction théorique de l'influence de la variation des caractéristiques mécaniques

Nous cherchons à établir les prédictions théoriques de l'influence de la variation des caractéristiques mécaniques avec les modèles de cordes vocales à une et deux masses, un écoulement sans prise en compte des pertes dues à la viscosité de l'écoulement, un résonateur acoustique aval dont seul le premier mode propre est pris en compte. Les prédictions des pressions de seuil (Onset) et des fréquences d'oscillation sont présentées sur les figures 3.27(a) et 3.27(b). Les prédictions théoriques montrent que les deux modèles permettent de reproduire qualitativement ce que nous avons observé expérimentalement en terme de pression de seuil et de fréquence d'oscillation. La marge d'erreur est cependant élevée. Nous notons que la différence de prédiction entre le modèle à deux masses et le modèle à une masse est très faible.

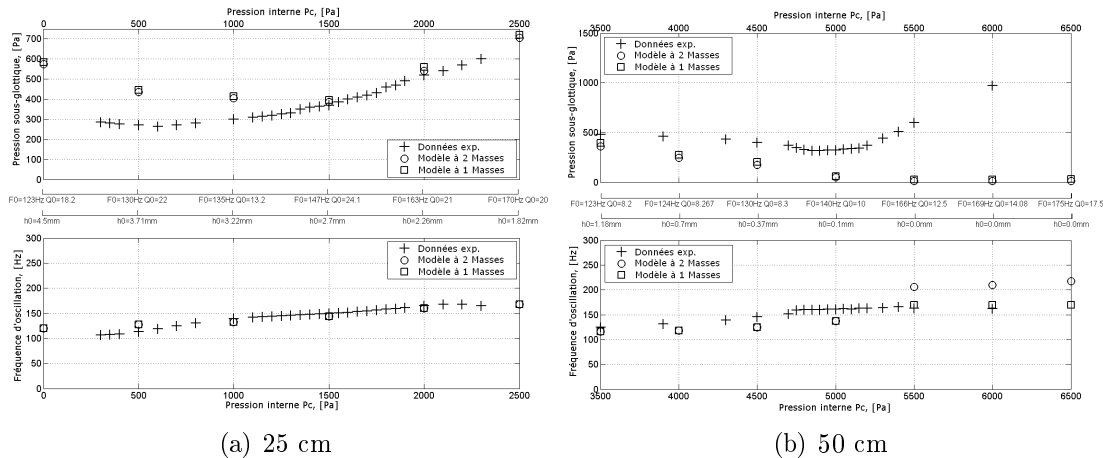


FIG. 3.27 – Comparaison des prédictions théoriques et des mesures expérimentales des pressions de seuil d'oscillation (en haut) et des fréquences fondamentales d'oscillation (en bas) en fonction de la pression interne P_c à l'intérieur de la maquette, avec des résonateurs aval de 25 cm et 50 cm.

Concernant les fréquences fondamentales d'oscillation, la marge d'erreur de prédiction est de l'ordre de 10%. Elles augmentent en corrélation avec la pression interne P_c , et donc la tension du latex constituant la maquette. Cet effet est bien prédit par les descriptions théoriques puisque nous avons vu que pour une masse donnée, augmenter P_c signifie augmenter la fréquence de résonance mécanique donc la raideur k estimée pour le contrôle du modèle.

Les pressions de seuil d'oscillation prédites ont un ordre de grandeur et une évolution comparable aux données expérimentales. Néanmoins, les prédictions s'avèrent totalement erronées lorsque l'ouverture au repos H_0 est proche de zéro ou nulle, c'est à dire pour $P_c \geq 5500 Pa$. Nous devons nous questionner sur les raisons d'une telle erreur de prédiction. L'erreur peut en effet provenir du modèle lui même, des hypothèses que nous avons faites sur l'écoulement, ou encore d'une mauvaise estimation des paramètres. Par exemple le paramètre de masse est estimé fixe pour toutes les pressions internes P_c .

Prise en compte d'une variation de la masse

Nous envisageons ici de faire varier l'estimation de la masse en fonction de la pression interne. Elle a en effet été estimée fixe lorsque P_c varie. Or, pour de faibles valeurs de P_c , les tubes de latex contiennent une quantité d'eau inférieure à celle contenue lorsque P_c est élevée.

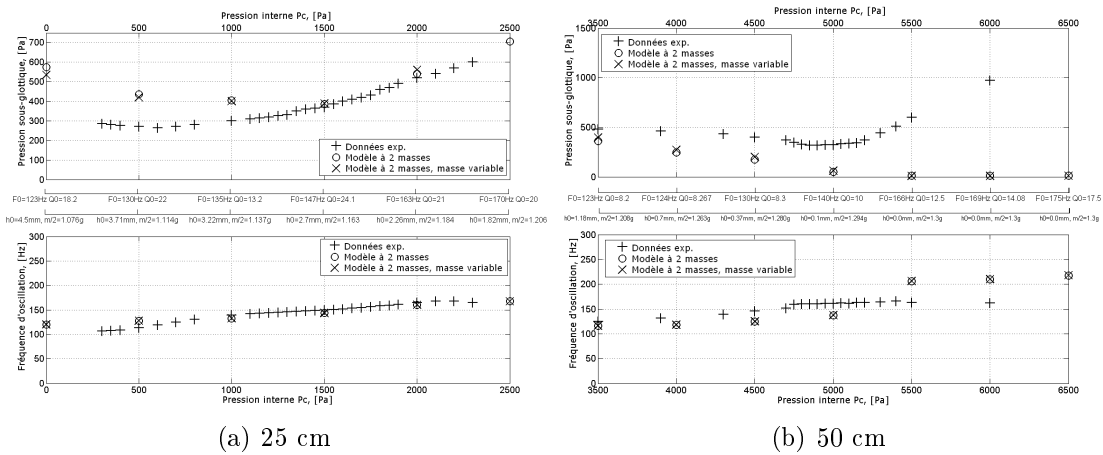


FIG. 3.28 – Comparaison des prédictions théoriques et des mesures expérimentales des pressions de seuil d'oscillation (en haut) et des fréquences fondamentales d'oscillation (en bas) en fonction de la pression interne P_c à l'intérieur de la maquette, avec des résonateurs aval de 25 cm et 50 cm. Pour la simulation, la masse est estimée variable en fonction de la pression interne P_c .

Pour prendre en compte cet effet, nous tentons d'ajuster l'estimation de la masse en fonction de la variation de géométrie qui intervient lors de l'augmentation de P_c . Nous reconsidérons donc la formule d'obtention de la quantité d'eau à l'intérieur des tubes de latex pour y inclure la variation d'ouverture initiale H_0 et plus précisément sa comparaison avec une ouverture de référence $H_{ref} = 3mm$ pour laquelle nous considérons que les tubes de latex ne sont pas déformés. $H_{ref} = 3mm$ est donc l'ouverture pour laquelle notre estimation de départ de la quantité d'eau est non modifiée. Nous obtenons alors

$$m = \alpha \frac{\rho_e \pi L \left(d + \frac{H_{ref} - H_0}{4} \right)^2}{8}$$
. Les nouvelles prédictions théoriques sont comparées sur la figure 3.28 aux données expérimentales et aux prédictions théoriques du modèle à deux masses où la masse est constante.

Cette correction du paramètre de masse n'affecte que très peu les pressions de seuil d'oscillation qui sont modifiées de moins de 10%. Nous notons tout de même que si $H_0 \leq H_{ref}$, la pression de seuil est diminuée par rapport à la prédiction théorique de départ. Ce phénomène s'inverse pour $H_0 \geq H_{ref}$. La modification de ce paramètre de masse ne semble donc pas suffisante pour expliquer l'écart entre prédiction théorique et données expérimentales.

3.3.3.3 Influence du modèle d'écoulement sur les prédictions théoriques

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, la description théorique avec un modèle à une ou deux masses de cordes vocales, couplé à une description de l'écoulement sans prise en compte des pertes visqueuses semble montrer ses limites lorsque les ouvertures au repos entre les cordes vocales sont de l'ordre du millimètre, voire proches de zéro ou nulles (pour $P_c \geq 3500Pa$ avec la maquette 1). Nous allons ici étudier l'influence de la description théorique de l'écoulement sur la prédiction des pressions de seuil et des fréquences d'oscillation.

Prise en compte des pertes par viscosité

Nous testons ici l'effet de la prise en compte des pertes du fait de la viscosité de l'écoulement, tel que nous l'avons décrit dans la section 2.1.1.4. Les nouvelles prédictions sont comparées aux données expérimentales et aux prédictions théoriques obtenues sans prendre en compte la viscosité de l'écoulement.

Avec cette description de l'écoulement, nous observons que la prédiction des fréquences fondamentales est très peu modifiée. De même, lorsque l'ouverture initialement est élevée, la prédiction des pressions de seuil reste inchangée. Les modifications les plus importantes interviennent lorsque les deux "cordes vocales" sont en contact ou presque ($P_c \geq 5000Pa$). Les prédictions sont alors nettement améliorées. Ceci est logique, puisque, dans cette configuration (faible ouverture), le terme visqueux devient prépondérant du fait de la présence

d'un terme en $\frac{1}{H(x,t)^3}$ qui devient grand lorsque $H(x,t)$ est faible. La prédiction a été nettement améliorée par l'adjonction de ce terme. Cependant, cette correction n'est pas encore suffisante puisque nous observons encore des écarts non négligeables, de l'ordre de 20%, entre données expérimentales et prédictions théoriques.

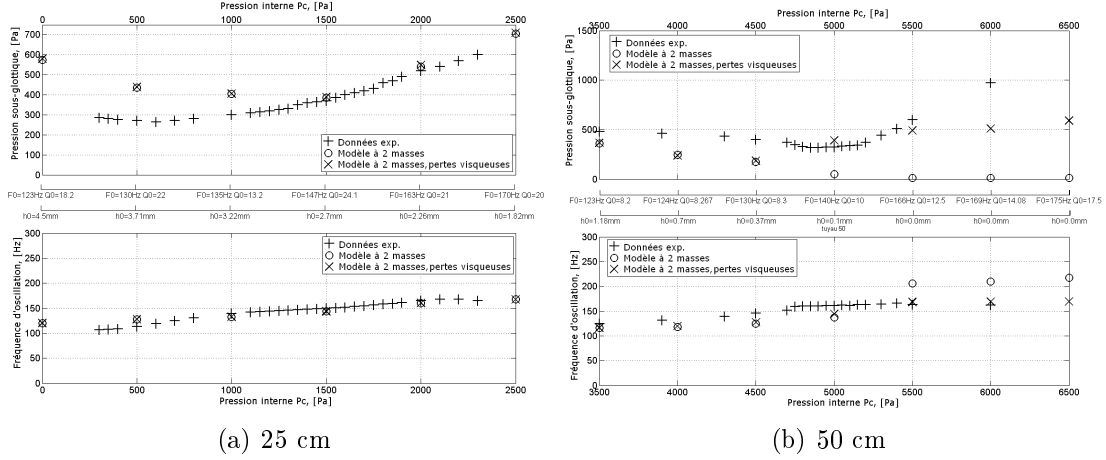


FIG. 3.29 – Comparaison des prédictions théoriques et des mesures expérimentales des pressions de seuil d'oscillation (en haut) et des fréquences fondamentales d'oscillation (en bas) en fonction de la pression interne P_c à l'intérieur de la maquette, avec des résonateurs aval de 25 cm et 50 cm. Pour la simulation, les pertes par viscosité de l'écoulement sont estimées par un terme de Poiseuille.

Utilisation de la méthode de Thwaites pour décrire l'écoulement

L'objectif de cette section est de savoir si l'utilisation d'une description plus complexe de l'écoulement permet ou non d'améliorer les prédictions théoriques des sections précédentes. Nous utilisons la méthode de Thwaites dont nous avons évoqué les aspects théoriques au chapitre 2. Nous pouvons observer le résultat des simulations sur la figure 3.30.

La première chose que nous pouvons noter est que lorsque l'ouverture initiale H_0 est trop faible, le code de calcul de la distribution de pression ne converge pas, d'où l'impossibilité d'obtenir des prédictions pour $P_c \geq 5000Pa$. L'épaisseur de la couche limite est alors trop importante ([110]). Pour les valeurs où le code converge, nous observons qu'en terme de fréquence fondamentale d'oscillation, les prédictions restent inchangées, donc toujours quantitativement proches des fréquences observées expérimentalement. Les pressions de seuil d'oscillation prédites sont quant à elles plus proches des valeurs expérimentales, mais la marge d'erreur est malgré tout élevée.

L'intérêt d'utiliser la méthode de Thwaites pour décrire l'écoulement ne paraît ici pas

nécessaire puisqu'elle n'améliore pas sensiblement la prédiction, et qu'elle restreint le domaine où nous pouvons effectivement obtenir une prédiction.

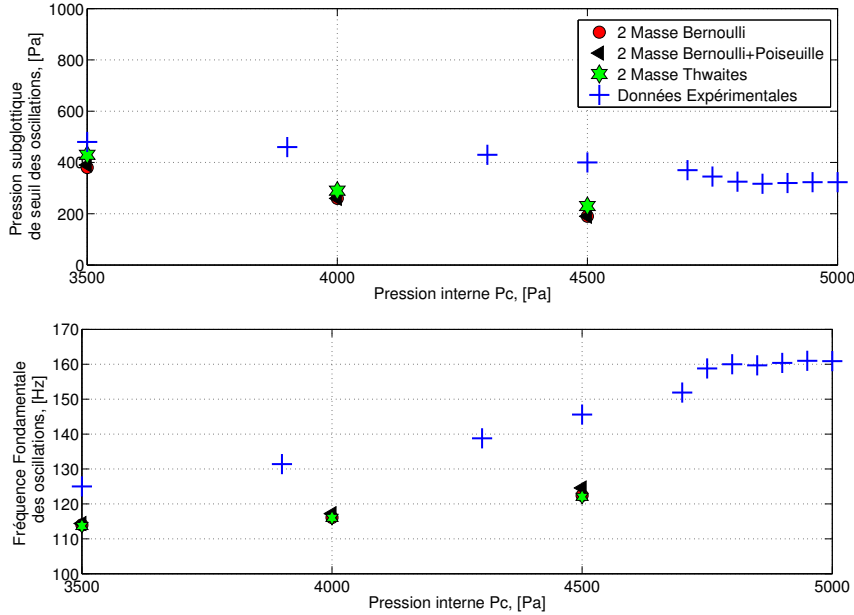


FIG. 3.30 – Comparaison entre plusieurs prédictions théoriques et des mesures expérimentales des pressions de seuil d'oscillation (en haut) et des fréquences fondamentales d'oscillation (en bas) pour trois valeurs de pression interne P_c à l'intérieur de la maquette, avec un résonateur aval de 50 cm. Les prédictions théoriques comportent ici trois descriptions différentes de l'écoulement.

3.3.3.4 Prise en compte d'une forme plus réaliste de la géométrie

Comme nous pouvons l'observer sur la figure 3.31(a), la déformation du latex, sous l'effet de l'écoulement d'air, n'est pas uniforme. Ainsi, la déformation est plus importante au centre que sur les bords d'une section. Pour tenir compte de cette déformation, nous modifions la description théorique d'une section de glotte comme indiqué au chapitre 2 section 2.2.3. Théoriquement, une section transversale est donc représentée comme le montre la figure 3.31(b). Une section se déforme donc selon un modèle elliptique, la masse ponctuelle (du modèle à une ou deux masses) étant placée sur la sous-section centrale. Le paramètre de contrôle que nous ajoutons donc est l'ouverture au niveau des sous-sections extrêmes (droite et gauche). Les résultats des prédictions théoriques avec plusieurs conditions de bords sont comparées aux données expérimentales et aux

précédentes prédictions sur la figure 3.31(b).

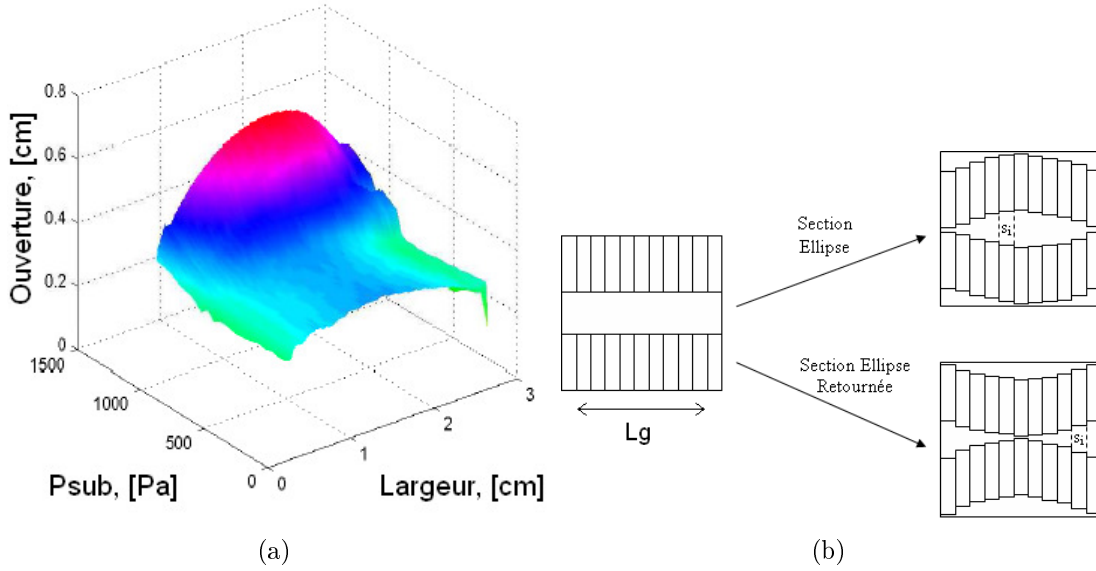


FIG. 3.31 – [a] Visualisation de la déformation de la maquette des cordes vocales en fonction de la pression P_{sub} . [b] Discrétisation d’une géométrie de base (sections rectangulaires) de la glotte dans le plan axial. Conditions aux limites et conditions de formes elliptique et elliptique retournée. Le calcul des débits et forces de pression est vu comme la somme des débits et des forces de pression dans chaque sous section s_i .

La prise en compte de la déformation d’une section selon deux dimensions semble grandement améliorer la prédiction théorique. Avec une condition de bord de $1.5mm$, les marges d’erreur sont très réduites par rapport aux prédictions théoriques du modèle à deux masses avec prise en compte des pertes visqueuses. De plus, cette condition de bord correspond tout à fait à ce que nous pouvons mesurer expérimentalement sur la maquette. Mieux prendre en compte la géométrie réelle semble donc être une véritable issue pour obtenir des prédictions théoriques correctes. Néanmoins, cela ajoute un coût de calcul non négligeable, et il conviendra de peser ce choix selon les applications envisagées, bien que les temps de calculs soient encore bien en deçà de ceux observés dans le cas de simulation avec des modèles à éléments finis. D’autre part, la prise en compte de la déformation réelle n’est ici effectuée que pour la description de l’écoulement et le calcul des forces de pressions. Nous ne pourrions donc pas décrire les modes d’oscillations transverses des cordes vocales, comme cela pourrait être fait avec les modèles de Kob [53] ou Titze [97, 98].

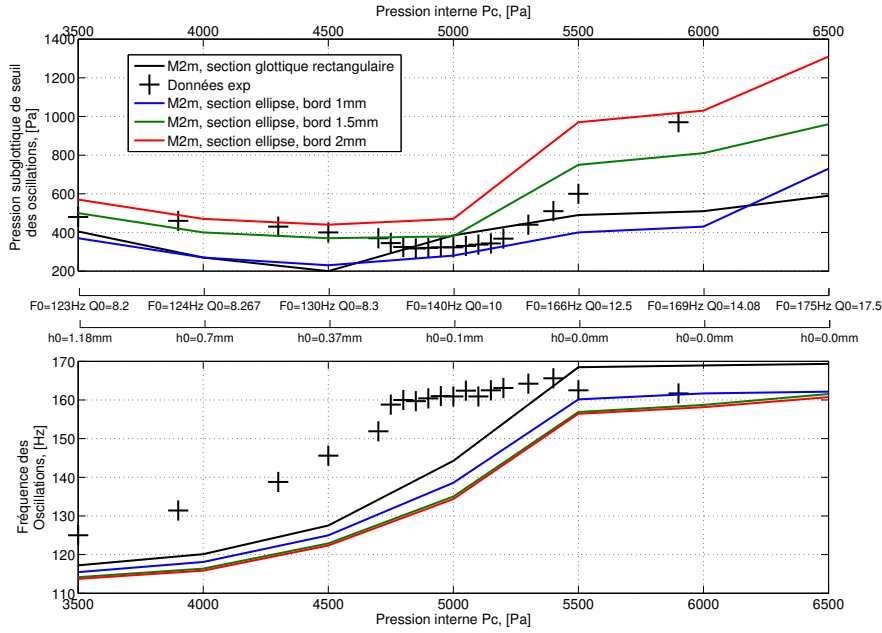


FIG. 3.32 – Comparaison entre plusieurs prédictions théoriques et des mesures expérimentales des pressions de seuil d’oscillation (en haut) et des fréquences fondamentales d’oscillation (en bas) en fonction des valeurs de pression interne P_c à l’intérieur de la maquette, avec un résonateur aval de 50 cm. Les prédictions théoriques comportent ici la prise en compte de la déformation d’une section glottique selon deux dimensions.

3.3.3.5 Conclusion sur l’effet de la variation des caractéristiques mécaniques

Nous avons ici testé l’influence de la variation des caractéristiques mécaniques sur la production d’oscillation. Expérimentalement, cette variation est obtenue en modifiant la valeur de la pression interne P_c . Nous avons observé une augmentation de la fréquence des oscillations en fonction de la pression interne P_c avec une stabilisation de la fréquence pour $P_c \geq 5000\text{Pa}$. Ceci est lié au fait que l’augmentation de P_c a pour effet d’augmenter la tension du latex constituant la maquette, augmentant ainsi la fréquence de résonance mécanique qui fixe la fréquence d’oscillation, lorsqu’elle est suffisamment éloignée de la première fréquence propre du résonateur aval. Pour les valeurs de P_c supérieures à 5500Pa , la fréquence d’oscillation est "accrochée" par la première fréquence propre du résonateur de 50cm . Elle reste alors constante. Cette évolution de la fréquence en fonction de P_c est prédite de manière qualitative et quantitative correcte par les modèles à une et deux masses.

Les pressions de seuil d’oscillation évoluent elles aussi en fonction des caractéristiques

mécaniques. Expérimentalement nous observons une évolution différente selon la gamme de pressions internes. Avec le résonateur de $25cm$, nous observons une augmentation du seuil d'oscillation lorsque P_c augmente de $1000Pa$ à $2500Pa$, puis les oscillations n'apparaissent plus dans la gamme des pressions P_{sub} que nous étudions ($P_{sub} < 1200Pa$). Dans cette zone, les modèles à une et deux masses prédisent quantitativement bien les données expérimentales. Avec le résonateur de $50cm$ et pour $3500Pa \leq P_c \leq 6500Pa$, les pressions de seuil diminuent pour atteindre un minimum lorsque les deux "cordes vocales" sont presque en contact ($P_c = 5000Pa$). Une fois le contact établi ($P_c \geq 5500Pa$), les pressions de seuil augmentent en même temps que P_c . Dans ce cas, les modèles à une et deux masses prédisent qualitativement bien les données expérimentales pour $P_c \leq 5000Pa$. Quantitativement, les prédictions sont erronées. De même, aucun des deux modèles ne semble capable de prédire des seuils corrects dès lors qu'il y a contact au repos entre les deux "cordes vocales".

Pour tenter de corriger ce point, la prise en compte d'une masse variable est envisagée mais ne semble pas suffisante pour expliquer les marges d'erreurs. Nous avons donc testé l'effet de l'ajout d'un terme de Poiseuille dans le modèle d'écoulement pour prendre en compte les pertes dues à la viscosité de l'écoulement. Les prédictions théoriques s'en trouvent nettement améliorées surtout lorsque l'ouverture entre les deux "cordes vocales" est faible. Les marges d'erreurs restent malgré tout importantes. L'utilisation de la méthode de Thwaites pour décrire la distribution de pression n'améliore que très peu la prédiction. Compte tenu de la complexité ajoutée par ce code de simulation, le bénéfice est mineur. Enfin, seule la prise en compte de la déformation selon deux dimensions de l'ouverture entre les deux "cordes vocales" semble pouvoir améliorer de manière significative la prédiction des pressions de seuil.

3.3.4 Influence de l'ouverture initiale^c

Nous utilisons ici la maquette 2, incluse dans le dispositif expérimental avec les deux systèmes de visualisation des mouvements de la maquette (caméra, puis laser/photodiode). Nous faisons varier la pression interne P_c de $0Pa$ à $11000Pa$, par pas de $500Pa$. En plus d'une configuration sans cale pour modifier l'ouverture initiale, nous utilisons deux épaisseurs de cale: $0.5mm$ et $1mm$. Un résonateur acoustique de longueur $50cm$ est placé en aval de la maquette. Nous mesurons pour chaque pression interne la réponse mécanique de la maquette de même que précédemment.

c. Résultats publiés dans Acta Acustica United With Acustica, [107]

3.3.4.1 Mesures de l'ouverture initiale au repos

Nous utilisons alors la caméra pour mesurer l'aire initiale au repos de la maquette en fonction de la pression interne P_c et de l'épaisseur des cales. Des sections d'observations, nous extrayons l'ouverture centrale, c'est à dire H_0 , et une ouverture équivalente $H_{0a} = \frac{A_0}{L_g}$, où A_0 est l'aire de la section observée.

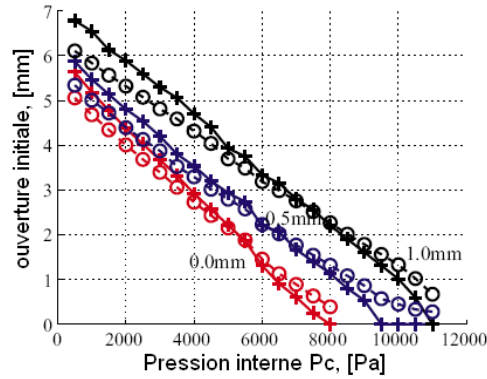


FIG. 3.33 – Ouvertures initiales H_0 et H_{0a} , en fonction de la pression interne P_c et pour trois épaisseur de cales (0, 0.5 et 1mm). H_0 , ouverture au centre, est représentée par les symboles "+" reliés par des lignes continues. H_{0a} , ouverture équivalente estimée en fonction de l'aire de la section observée, est représentée par les symboles "o" reliés par des traits pointillés.

Nous observons une évolution des ouvertures initiales globalement linéaire. Les différences entre l'ouverture au centre et l'ouverture équivalente sont marquées dans deux cas opposés. Dans le premier cas, H_0 est grand au sens où cette ouverture est bien plus élevée que l'ouverture sur les bords de la section observée. Alors H_{0a} est plus faible que H_0 , de l'ordre de 1mm. Le second cas, c'est lorsque H_0 est très faible par rapport aux ouvertures sur les bords de la section observée. L'ouverture équivalente H_{0a} est alors plus grande que H_0 puisque elle prend en compte l'ensemble de l'aire de la section d'observation.

3.3.4.2 Mesures des pressions de seuil et fréquence d'oscillation

Pour chaque condition (cales+pression interne P_c), nous mesurons alors les pressions de seuil d'oscillation (onset et offset) ainsi que les fréquences fondamentales d'oscillation comme indiqué à la section 3.2.3.1. La figure 3.34 décrit les configurations (pression interne P_c et ouverture équivalente H_{0a}) dans lesquelles nous observons la présence d'oscillations.

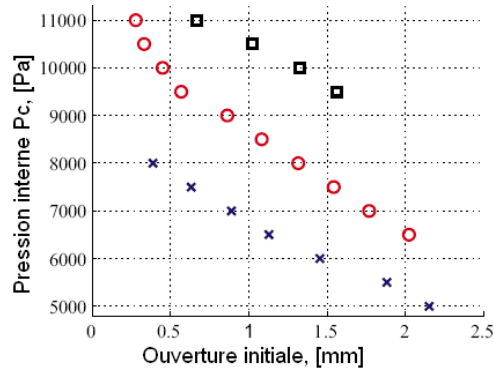


FIG. 3.34 – Représentation dans l'espace $[H_{0a} - P_c]$ des configurations pour lesquelles nous observons la présence d'oscillations. "x" indique la présence d'oscillation pour les cales de 0mm. "o" indique la présence d'oscillation pour les cales de 0.5mm. "□" indique la présence d'oscillation pour les cales de 1mm.

Cette représentation nous permet d'établir la correspondance entre P_c et H_{0a} concernant la présence d'oscillation. Sur la figure 3.35, nous avons tracé ces pressions de seuil et fréquences fondamentales d'oscillation en fonction de l'ouverture initiale équivalente H_{0a} .

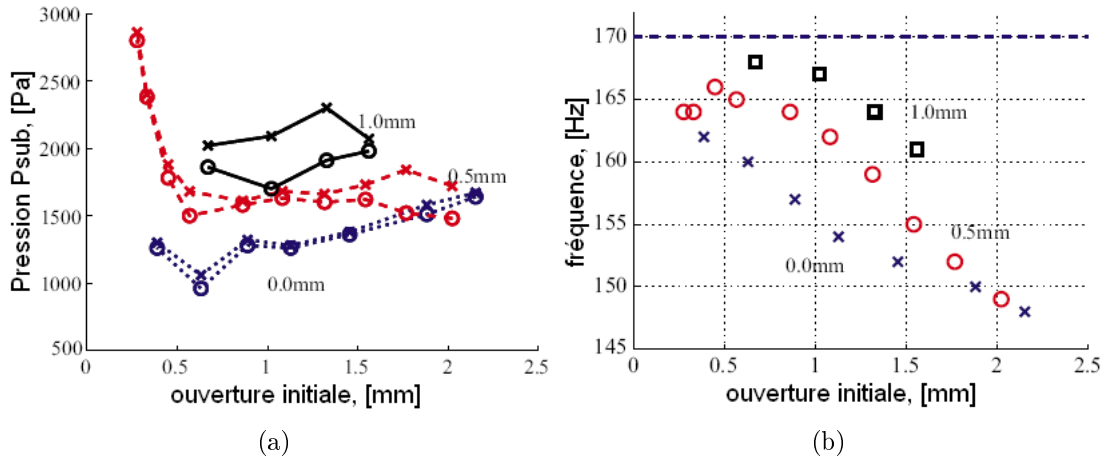


FIG. 3.35 – Pressions de seuil (a) et fréquences fondamentales d'oscillation (b) tracées en fonction de l'ouverture initiale équivalente H_{0a} (figure 3.33), pour des cales d'épaisseurs 0, 0.5mm, et 1mm, avec un résonateur aval de 50cm. (a) Les symboles "x" (resp: "o") reliés par des pointillés indiquent la pression d'onset des oscillations (resp: la pression d'offset) pour une cale de 0mm. Les traits discontinus indiquent les cales de 0.5mm et les lignes continues les cales de 1mm. (b) "x" indiquent les fréquences fondamentales pour les cales d'épaisseurs 0mm ("o" \iff 0.5mm et "□" \iff 1mm).

Dans cette série de mesures aussi, nous observons un phénomène d'hystérésis entre l'onset et l'offset des oscillations. Nous observons que pour chacune des cales, la pression de seuil minimal est obtenue pour une ouverture initiale équivalente d'environ $0.75mm$. De même, les oscillations apparaissent lorsque $H_{0a} \leq 3mm$, ce qui correspond donc à de faibles ouvertures, mais aussi à des valeurs élevées de la pression interne P_c , conformément à ce que nous avons observé précédemment, pour un résonateur de $50cm$, à la section 3.3.3. Nous notons une augmentation de la pression de seuil pour $H_{0a} \leq 0.5mm$, avec les cales de $0.5mm$. Ce que nous observons est en fait lié au changement de caractéristiques mécaniques du fait de la fermeture partielle de la maquette ($H_0 = 0mm$, voir figure 3.33). Comme précédemment nous observons que les fréquences fondamentales d'oscillation sont largement influencées par le résonateur acoustique puisque celles-ci restent proches à 15% de la résonance acoustique théorique (ici $170Hz$).

3.3.4.3 Prédictions théoriques des pressions de seuil et fréquences fondamentales d'oscillations

Nous effectuons les prédictions théoriques en utilisant les modèles à une et deux masses, couplés à un écoulement de type Bernoulli stationnaire+terme de Poiseuille, en utilisant une estimation de la masse en fonction de l'ouverture initiale équivalente (voir [107]), ainsi qu'une hauteur critique h_c pour la collision égale à $0.02mm$ ou $0.5mm$. La figure 3.36 montre un exemple de prédictions théoriques des pressions de seuil d'oscillation comparées aux données expérimentales, en fonction de la pression interne P_c et pour deux épaisseurs de cales (0 et $0.5mm$).

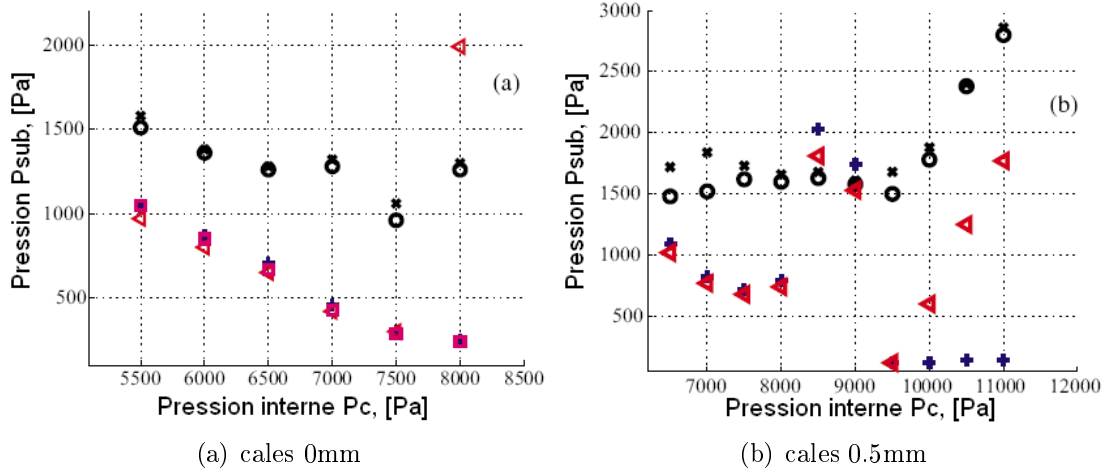


FIG. 3.36 – Comparaisons entre données expérimentales et prédictions théoriques des pressions de seuils d'oscillation en fonction de P_c . "o" onset expérimental. "+" modèle à deux masses, $h_c = 0.02mm$. "<" modèle à deux masses, $h_c = 0.5mm$. "□" modèle à une masse, $h_c = 0.02mm$.

Nous observons là encore que, de même que précédemment, les prédictions théoriques sont qualitativement correctes, mais la marge d'erreur quantitative est très grande. Par ailleurs, nous avons testé un changement d'ouverture critique h_c de $0.02mm$ à $0.5mm$. Nous observons que cette modification permet de réduire la marge d'erreur dans les cas où l'ouverture initiale est faible, ne suffisant toutefois pas à la réduire à une valeur acceptable. Les fréquences d'oscillations, non représentées ici (plus de détails dans [107]), sont quant à elle prédites de manière correcte à la fois qualitativement et quantitativement. L'influence de l'ouverture initiale, que nous avons étudiée ici, est donc prédite de manière qualitativement correcte en ce qui concerne les pressions de seuil et les fréquences d'oscillations. Par contre, comme précédemment, nous observons que les prédictions sont quantitativement correctes uniquement en ce qui concerne les fréquences d'oscillations.

3.4 Résumé de la partie

Nous avons ici présenté un dispositif expérimental représentant de manière schématique l'appareil phonatoire humain: un réservoir de pression ("les poumons"), des maquettes déformables ("les cordes vocales"), et des résonateurs acoustiques ("trachée" et "conduit vocal"). Un système de mesure dont les capteurs sont répartis sur le dispositif a permis d'avoir accès à des quantités (pression de l'écoulement, pression acoustique, mouvement de la maquette déformable) qui peuvent être reliées à des grandeurs pertinentes

en parole (pression sous-glottique, mouvement des cordes vocales, pression rayonnée au niveau des lèvres). Les mesures réalisées sur le dispositif ont permis de valider les descriptions théoriques du chapitre 2 selon différents critères (effet du couplage acoustique, effet de la variation des paramètres mécaniques, influence de la géométrie initiale). Cette validation a porté sur la prédiction des pressions de seuil et des fréquences fondamentales d'oscillation. Les conclusions suivantes concernant les descriptions théoriques peuvent être établies:

- le modèle à deux masses est capable de prédire qualitativement les différents effets observés expérimentalement.
- quantitativement, les prédictions comportent toutefois des marges d'erreurs importantes.
- certaines modifications du modèle font apparaître la possibilité de réduire les marges d'erreurs sans pour autant les rendre négligeables.
- le modèle à une masse permet d'obtenir des résultats quantitativement du même ordre que ceux obtenus avec le modèle à deux masses sauf en l'absence de résonateur acoustique.

Chapitre 4

Applications : synthèse de voix et pathologies

Deux applications des travaux effectués durant cette thèse sont présentées ici. Classiquement, les modèles distribués de cordes vocales, couplés à une description de l'écoulement d'air et des résonateurs acoustiques, sont utilisés pour la synthèse de voix par modèles physiques et pour l'étude de pathologies de la voix. Nous présentons donc ici quelques exemples de synthèse de voyelles avec prise en compte ou pas du couplage acoustique entre la source et les résonateurs, des exemples de transitions entre deux voyelles, ainsi qu'un test du modèle simulant un type de pathologies vocales.

4.1 Synthèse de sons voisés

Pour synthétiser des sons voisés, nous utilisons ici l'analyse dynamique du modèle à deux masses, telle que nous l'avons décrite à la section 2.2.1. Nous commençons par la synthèse de voyelles orales simples, avec ou sans couplage acoustique, puis nous ajoutons à la description du conduit vocal la possibilité d'une variation continue au cours de la simulation de façon à synthétiser une transition entre deux voyelles.

4.1.1 Voyelle orale simple

4.1.1.1 Modèle source-filtre

Dans ce cas, nous considérons que la source acoustique constituée par le modèle à deux masses de cordes vocales est indépendante des résonateurs acoustiques. Ainsi, nous considérons que la pression en sortie de la glotte, au niveau du point de séparation est nulle. Nous avons $P_{supra} = 0$. Ainsi, en sortie de la glotte, l'équation 2.37 devient

$$\begin{aligned} p_{supra}^+(n) &= \frac{1}{2} \left(\rho c \frac{U_g(n)}{A(0)} \right) \\ p_{supra}^-(n) &= p_0^-(n-1) \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned} p_0^+(n) &= p_{supra}^+(n-1) \\ p_0^-(n) &= r_0 p_0^+(n) + \phi_0 p_1^-(n-1) \end{aligned}$$

Il s'agit donc ici d'une synthèse avec une modélisation du type source filtre. Le signal source n'est pas filtré au sens de Fant, [27, 28, 29]. La synthèse des sons est obtenue par la résolution temporelle pas à pas des équations de propagation du modèle. Le signal sonore est donc le signal de pression acoustique au niveau des lèvres, c'est à dire donc la pression acoustique dans la Nième résonateur du conduit vocal discrétisé.

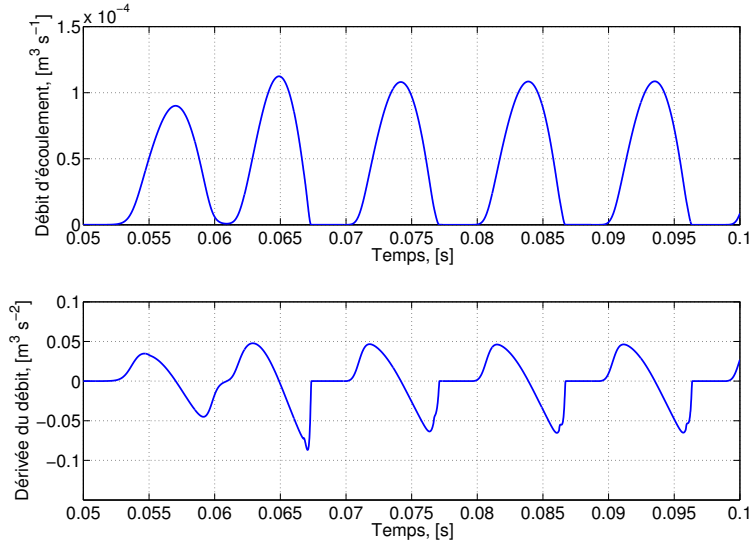


FIG. 4.1 – Débit de l'écoulement glottique (en haut) et sa dérivée (en bas) en l'absence de la prise en compte du couplage acoustique.

Quels que soient les résonateurs, pour un jeu de paramètres de contrôle donné, le signal source est identique. Ici, le jeu de paramètres (voir Vilain, [110]) que nous utilisons est le suivant: $m = 0.2g$, $k = 40N.m^{-1}$, $k_c = 0.5k$, $r = 0.2\sqrt{k\frac{m}{2}}$, $H_0 = 0mm$, $P_{supra} = 0Pa$, $P_{sub} = 600Pa$ après une initialisation de $0.05s$ et une montée en pression de $0.01s$. Le débit glottique et sa dérivée résultant de la simulation sont représentés sur la figure 4.1. De même, nous pouvons tracer le spectrogramme du signal de pression acoustique en sortie du résonateur acoustique. La figure 4.2 montre l'exemple de synthèse de la voyelle [i].

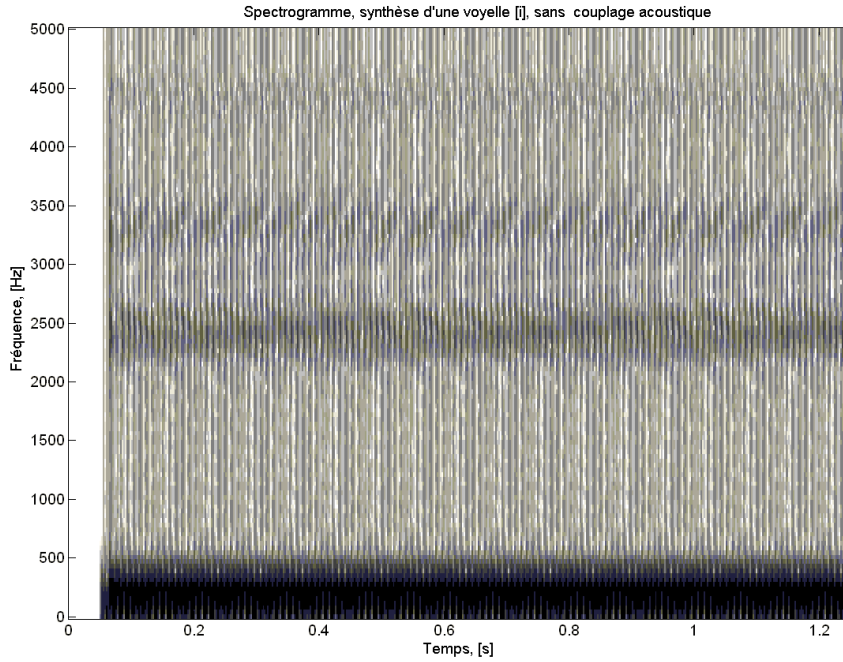


FIG. 4.2 – Spectrogramme d'une voyelle [i] synthétisée. La couplage acoustique n'est pas pris en compte. La synthèse est donc du type source-filtre, le filtre n'interagissant pas avec la source.

4.1.1.2 Modèle couplé acoustiquement

Nous considérons ici que la source glottique est couplé avec les résonateurs acoustiques. Alors nous notons $P_{supra}(n-1) = p_0^+(n-1) + p_0^-(n-1)$, et l'équation 4.1 devient

$$\begin{aligned}
p_{supra}^+(n) &= \frac{1}{2} \left(\rho c \frac{U_g(n)}{A(0)} + P_{supra}(n-1) \right) \\
p_{supra}^-(n) &= p_0^-(n-1) \\
p_0^+(n) &= p_{supra}^+(n-1) \\
p_0^-(n) &= r_0 p_0^+(n) + \phi_0 p_1^-(n-1)
\end{aligned}
\tag{4.2}$$

Ici, la pression acoustique modifie donc la chute de pression à travers la glotte et a donc un effet sur l'oscillation des cordes vocales. Nous pouvons observer, sur la figure 4.3 l'effet de ce couplage acoustique sur le débit glottique et sa dérivée, pour les voyelles [a] (figure 4.3(a), et [i], figure 4.3(b)). La forme des signaux observés est cohérente avec ce qui avait été observé par Vilain [110].

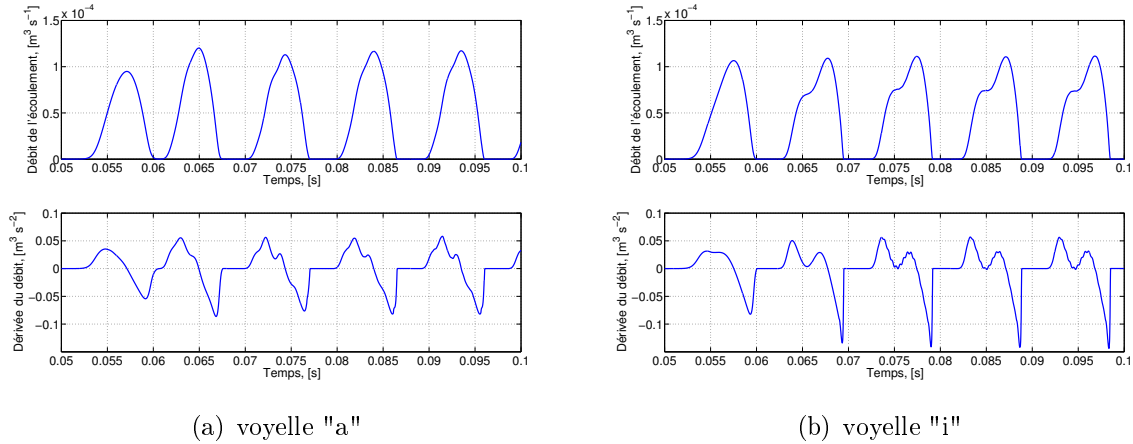


FIG. 4.3 – Débit de l'écoulement glottique (en haut) et sa dérivée (en bas) avec prise en compte du couplage en la source glottique et le conduit vocal.

4.1.2 Variation dynamique du conduit vocal : transition entre voyelles

Nous présentons ici les principes d'une variation dynamique du modèle discret de conduit vocal, dont l'objectif est de pouvoir synthétiser des transitions entre deux voyelles ou plus. Il y a deux étapes à accomplir ici: la variation "continue" de la géométrie du modèle discret de conduit vocal, qui nous permet d'obtenir un signal à fréquence d'échantillonnage variable dans le temps, puis le rééchantillonnage des différents signaux obtenus.

4.1.2.1 Transition "continue" entre deux configurations géométriques

Nous nous plaçons dans le cas où nous devons effectuer la transition entre deux configurations A_i et B_i , avec $i \in [1, N]$ où N est le nombre de sections cylindriques représentant le conduit vocal. A_i et B_i sont alors les fonctions d'aires des deux configurations entre lesquelles nous souhaitons effectuer la transition. Nous notons T_A et T_B la durée de chacune des configurations. Nous supposons que la transition est effectuée sur une durée $T_{tr} = \frac{T_A + T_B}{2}$. Nous notons $C_i(n)$, la fonction d'aire de transition à l'étape n .

Nous faisons l'hypothèse que les deux fonctions d'aires ont le même nombre de sections. En effet, nous calculons la pression acoustique au niveau des jonctions entre chaque section, nous avons donc besoin d'avoir le même nombre de sections et chaque section doit être même longueur. Ceci justifiera donc un travail en amont pour l'adaptation du nombre de sections des fonctions d'aires tout en conservant la même fonction de transfert, tel que cela a été fait par Cisonni [19].

Nous notons alors $L(n)$ la longueur d'une section du modèle discret de conduit vocal, donc L_A et L_B les longueurs des sections pour les configuration A_i et B_i . A l'étape n , la fréquence d'échantillonnage est $Fe(n) = \frac{c}{L(n)}$, la valeur du vecteur temps est notée $t(n)$. La transition "continue", au sens où un changement est effectué à chaque pas de simulation, est donc décrit de la manière suivante:

1. initialisation de la fréquence d'échantillonnage à $Fe(1) = \frac{c}{L(1)}$, où $L(1) = L_A$ est la longueur d'une section de la fonction d'aire A_i .
2. résolution pas à pas à fréquence d'échantillonnage fixe $Fe(1)$ jusqu'à ce que $nFe(1) \geq \frac{T_A}{2}$, nous notons alors $Fe(n) = Fe(1)$ et $t(n) = nFe(1) = T_{ref}$.
3. calcul de la valeur du vecteur temps $t(n+1) = t(n) + \frac{1}{Fe(n)}$
4. calcul des nouvelles dimensions $L(n+1)$ et $C_i(n+1)$. $L(n+1) = L_A + \frac{L_B - L_A}{T_{tr}} (t(n+1) - t_{ref})$
et $C_i(n+1) = A_i + \frac{B_i - A_i}{T_{tr}} (t(n+1) - t_{ref})$.
5. calcul des nouveaux coefficients de propagation et calcul des nouvelles pressions acoustiques aux jonctions de chaque section.
6. calcul de la nouvelle fréquence d'échantillonnage $Fe(n+1) = \frac{c}{L(n+1)}$
7. retour à l'étape 3.

Ainsi, à chaque étape de la simulation, dès que la transition a commencé, les dimensions et la fréquence d'échantillonnage changent. Nous introduisons donc une erreur concernant la propagation, puisque d'une étape sur l'autre la position des jonctions change. Cette

erreur dépend à la fois du temps de transition entre les deux configurations A_i et B_i , ainsi que de la différence entre les longueurs L_A et L_B . Plus le temps de transition sera court, et plus cette erreur sera élevée, puisque la variation de géométrie est inversement proportionnelle à T_{tr} . Il en est de même la différence entre L_A et L_B , plus cette différence est grande, plus l'erreur sera élevée. Celle-ci reste néanmoins acceptable pour un nombre de sections suffisamment élevé et pour des transitions dont la constante de temps reste dans l'ordre de grandeur de celles observées en parole.

Cette méthode est applicable à des transitions avec un nombre de configurations supérieures à deux. Les parties constantes de chaque configuration fait alors partie intégrante de la transition vers la configuration suivante (voir figure 4.5).

4.1.2.2 Rééchantillonnage des signaux

De part la méthode précédente, nous obtenons des signaux (les grandeurs de sortie du modèle: pressions acoustiques, déplacement des masses, débit et dérivée du débit glottique) dont la fréquence d'échantillonnage varie dans le temps. Nous conservons la trace de ces variations au moyen d'un vecteur de fréquence d'échantillonnage $Fe(n)$. Nous considérons un signal de fréquence d'échantillonnage variable $X(n)$. Nous appliquons alors la méthode décrite par Wu et col. [115], qui consiste à convertir le signal discret de fréquence d'échantillonnage variable en signal analogique qu'il s'agit ensuite d'échantillonner à une fréquence fixe Fs pour obtenir le signal $Y(m)$. Cette opération peut être traduite de la manière suivante:

$$Y(m) = \sum_{n=N_1}^{N_2} X(n) \frac{\sin\left(\pi Fe\left(\frac{m}{Fs} - \frac{n}{Fe(n)}\right)\right)}{\pi Fe\left(\frac{m}{Fs} - \frac{n}{Fe(n)}\right)} W\left(\frac{m}{Fs} - \frac{n}{Fe(n)}\right) \quad (4.3)$$

où W est la fenêtre d'apodisation de Hamming, N_1 et N_2 les bornes de cette fenêtre d'apodisation.

Cette opération est appliquée sur l'ensemble du signal à fréquence d'échantillonnage variable pour lui donner une fréquence d'échantillonnage fixe Fs . La figure 4.4 montre l'exemple de la transition "continue" entre deux résonateurs de section uniforme et de longueurs respectives $10cm$ et $20cm$. Sur la figure, seule la partie transition, sans les parties constantes avant et après la transition, est représentée.

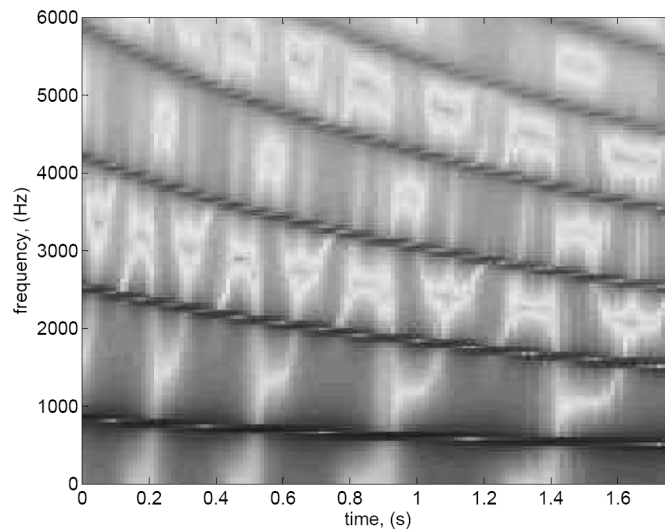


FIG. 4.4 – Spectrogramme de la transition continue d'un résonateur uniforme de 10cm vers un résonateur de 20cm. A chaque pas de simulation, la fréquence d'échantillonnage change. L'ensemble du signal à fréquence d'échantillonnage variable est ensuite filtré avec la méthode décrite par Wu et al., [115], pour obtenir une fréquence d'échantillonnage constante.

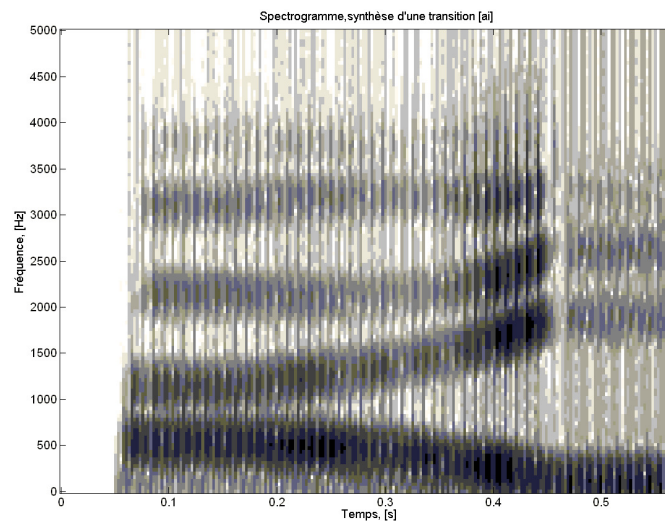


FIG. 4.5 – Exemple de spectrogramme obtenue lors de la synthèse d'une transition de la voyelle [a] vers la voyelle [i], d'après des fonctions d'aire fourni par Pierre Badin. Le signal de fréquence d'échantillonnage variable est filtré pour obtenir une fréquence d'échantillonnage fixe.

De même, la figure 4.5 montre l'exemple d'une transition "continue" entre une voyelle

[a] et une voyelle [i], avec comme base 51 fonctions d'aire d'une durée $10e - 3s$ chacune.

4.2 Pathologies vocales

4.2.1 Généralités sur les pathologies de la voix

Certaines pathologies (polypes, paralysie, asymétrie anatomique des cordes vocales...) perturbent les oscillations glottiques rendant la production de sons plus difficile voire impossible. Plus précisément un déficit d'élasticité lié à une paralysie totale ou partielle d'une corde vocale peut entraîner l'apparition d'une voix bitonale. Comme observé par Mergell et al. (2000), les cordes vocales vibrent alors indépendamment, la corde vocale atteinte vibrant à une fréquence bien plus élevée. La modélisation de l'asymétrie entre les cordes vocales au moyen d'un modèle à deux masses est possible en rendant asymétrique les paramètres de contrôle de chaque oscillateur couplé. Ainsi, le facteur Q d'asymétrie a été proposé par Steinecke et Herzel dans [91]. Ce facteur d'asymétrie sert alors à déterminer les raideurs k_r et la masse m_r de la corde vocale de droite en fonction des raideurs k_l et de la masse m_l de la corde vocale de gauche. Plus précisément, la modification consiste en $m_r = m_l/Q$ et $k_r = Qk_l$. Schwarz et col. ([89]), ainsi que Wurzbacher et col. ([116]) ont quant à eux proposé des approches de type optimisation pour déterminer les jeux de paramètres de contrôle (pression, masse, raideur, amortissement, ...) permettant de simuler les comportements observés in-vivo.

Des modélisations d'autres pathologies ont été proposées dans la littérature. Nous noterons par exemple l'utilisation par Zhang et Jiang ([117]) d'une modélisation non linéaire pour prendre en compte l'effet d'un polype.

4.2.2 Asymétrie anatomique

Le dispositif expérimental et les maquettes de cordes vocales, que nous avons présentés dans le cadre de ces travaux, nous ont paru adaptés à l'étude de l'asymétrie anatomique. En effet, cette pathologie se caractérise par un déficit d'élasticité ou une paralysie partielle voire totale ([114]) uniforme. Nous pouvons modéliser expérimentalement ceci en rendant la maquette asymétrique. L'opération consiste à imposer des pressions internes P_c différentes dans chacune des "cordes vocales" de la maquette. Ici, nous utiliserons la maquette 3. Chaque "corde" a alors des caractéristiques mécaniques différentes.

4.2.2.1 Protocole expérimental

Nous procédons donc de la manière suivante. Nous utilisons la maquette 3, avec un résonateur aval de $17cm$. Nous contrôlons indépendamment la pression interne P_c dans chaque corde. Nous fixons la pression interne P_c de la corde de droite à $3500Pa$. Puis, nous faisons varier la pression interne de la "corde" de gauche de $3500Pa$ à $8000Pa$. Pour chaque pression interne dans la "corde vocale" de gauche, nous augmentons la pression P_{sub} jusqu'à ce qu'apparaisse un premier régime d'oscillation, puis P_{sub} est encore augmentée jusqu'à l'apparition d'un second régime. Dans certains cas, il y a coexistence des deux régimes d'oscillations. Pour chaque pression interne P_c dans la corde de gauche, nous mesurons la réponse mécanique de celle-ci. Le tableau 4.1 récapitule les valeurs de résonances extraites de la réponse mécanique pour P_c variant de $3500Pa$ à $8000Pa$. Les grandeurs extraites de ces réponses mécaniques nous permettent d'estimer les paramètres de la description théorique pour obtenir des prédictions.

P_c	3500 (condition symétrique)	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500	8000
F_0 (Hz)	159	165	169	174	177	181	188	190	193	196
Q_0	11.6	12.1	12.3	12.5	12.6	12.8	13.5	13.7	14.6	14.7
H_0 (mm)	1.53	1.21	1.07	1.00	0.98	0.92	0.79	0.65	0.52	0.35

TAB. 4.1 – Tableau récapitulatif des paramètres mécaniques (fréquence de résonance, facteur de qualité), et de l'ouverture initiale, en fonction de la pression interne P_c dans la corde de gauche.

4.2.2.2 Pressions de seuil et fréquences fondamentales d'oscillation

La pression interne P_c dans la "corde vocale" de droite est fixée à $3500Pa$. Nous faisons varier P_c dans la "corde vocale" de gauche. La figure 4.6 montre le résultat de la mesure des pressions de seuil et fréquence d'oscillation en fonction du rapport entre les deux pressions internes.

En condition symétrique, la pression P_{sub} de seuil des oscillations est égale à $366Pa$, pour une fréquence fondamentale de $151.5Hz$. L'augmentation de la pression interne P_c dans la corde de gauche rend la maquette mécaniquement asymétrique. Cela a pour effet l'augmentation de la pression de seuil d'oscillation. Celle-ci augmente de $170Pa$ pour P_c variant de $3500Pa$ à $8000Pa$. Nous notons aussi l'apparition d'un deuxième régime d'oscillation pour une pression P_{sub} plus élevée (de l'ordre de $1000Pa$). La pression de seuil de ce second régime augmente aussi avec la pression interne dans la corde de gauche, passant de $900Pa$ à $1200Pa$.

La fréquence d'oscillation du premier régime reste comprise entre 149Hz et 152.5Hz . Cette valeur est très proche de la fréquence de résonance mécanique (159Hz) de la corde de gauche. La fréquence d'oscillation du second régime augmente graduellement avec P_c . Sa valeur reste proche à 5% près de la fréquence résonance mécanique de la corde de droite.

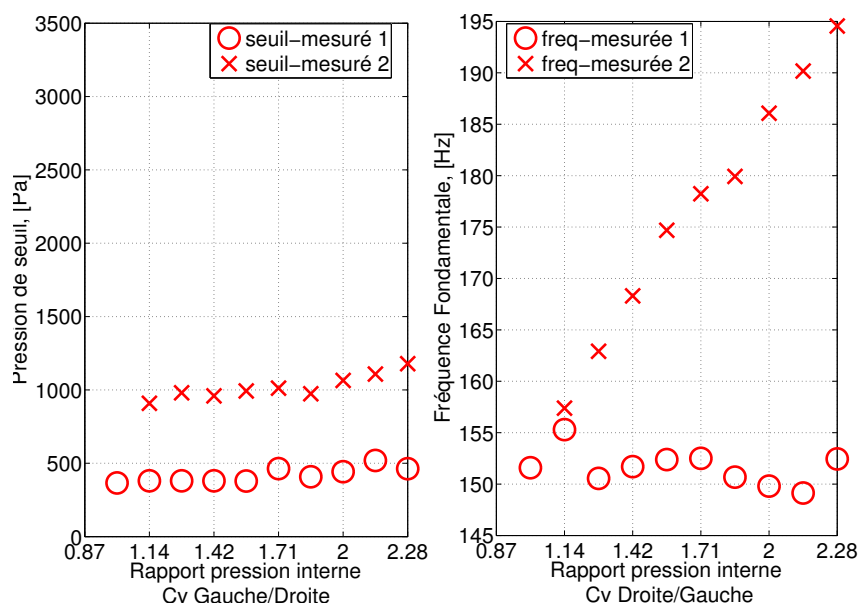


FIG. 4.6 – Pressions de seuil (à gauche) et fréquences d'oscillation (à droite) mesurées en fonction du rapport entre les pressions internes P_c de la "corde vocale" de gauche et celle de droite, fixée à 3500Pa .

Les prédictions théoriques des pressions de seuil et des fréquences d'oscillation sont comparées aux données expérimentales sur la figure 4.7. Nous observons ce que nous avons globalement observé tout au long de ces travaux. L'augmentation des pressions de seuil d'oscillation en présence d'asymétrie est qualitativement bien prédite, mais les ordres de grandeur quantitatifs sont médiocres, puisque les marges d'erreurs peuvent atteindre plus de 50% concernant le premier régime d'oscillation. Le modèle théorique simule la présence d'un deuxième régime d'oscillation. La prédiction de la pression de seuil de ce second régime se détériore avec l'augmentation de l'asymétrie. Le modèle semble ici montrer une limitation.

Les fréquences d'oscillation sont qualitativement et quantitativement bien prédites pour chacun des deux régimes d'oscillations, chacun correspondant à la fréquence de résonance mécanique de chaque "corde".

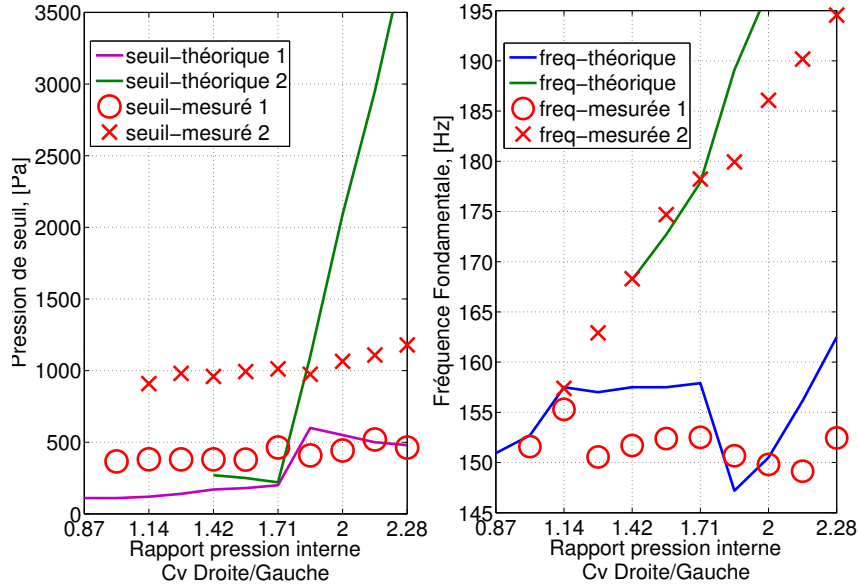


FIG. 4.7 – Comparaison entre prédictions théoriques et mesures des pressions de seuil (à gauche) et fréquences d’oscillation (à droite) en fonction du rapport entre les pressions internes P_c de la "corde vocale" de gauche et celle de droite, fixée à $3500Pa$.

4.2.2.3 Analyse dynamique des effets de l’asymétrie

Dans la cas où $P_c = 6000Pa$, nous avons fixé expérimentalement P_{sub} pour observer conjointement les deux régimes d’oscillations. Nous observons l’ouverture entre les deux "cordes vocales" sur la figure 4.8 [a] et le spectre de ce signal sur la figure 4.8 [a’]. Nous notons la présence de battements dans le signal temporel ce qui se caractérise par la présence de deux pics dans le spectre, correspondant aux deux fréquences fondamentales, tel que cela a été observé par Mergell et col., [69]. Les parties [b] et [b’] de la figure 4.8 montre le résultat de l’analyse dynamique du modèle à deux masses couplés avec la description de l’écoulement (chapitre 2) et à un résonateur aval de $17cm$. Nous avons tracé le signal $\min[H_1(t), H_2(t)]$. $H_1(t)$ et $H_2(t)$ sont les ouvertures au niveau de chacune des masses. Nous pouvons comparer cette prédiction théorique aux données expérimentales.

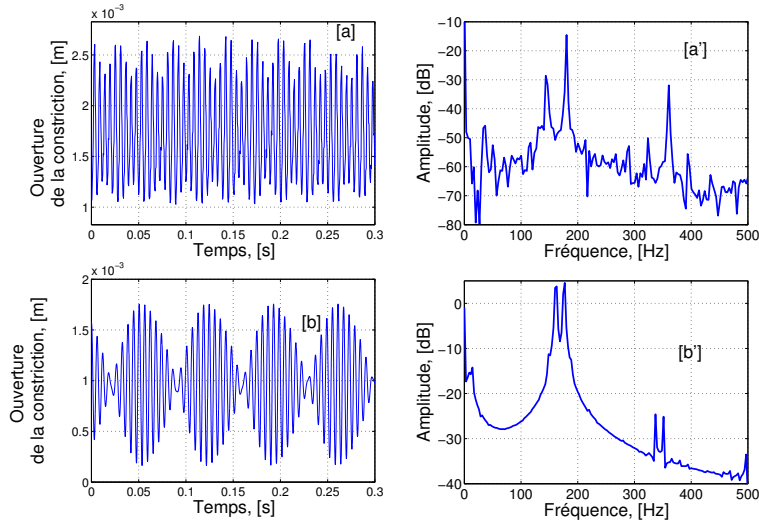


FIG. 4.8 – *Comparaison entre prédictions théoriques ([b] et [b']) et données expérimentales ([a] et [a']) des caractéristiques dynamiques de l'oscillation de la maquette de cordes vocales asymétriques. [a] Visualisation de l'ouverture de la maquette 3 de cordes vocales en présence d'une asymétrie entre les deux "cordes". [a'] Spectre du signal temporel mesuré. [b] Tracé de $\min[H_1(t), H_2(t)]$, $H_1(t)$ et $H_2(t)$ étant les ouvertures au niveau de chacune des masses du modèle à deux masses rendu asymétriques. [b'] Spectre de signal $\min[H_1(t), H_2(t)]$.*

Les battements observés expérimentalement sont prédits par le modèle. Leur forme diffère quelque peu de celle des battements expérimentaux. Cela provient du fait que les deux fréquences fondamentales prédites sont légèrement différentes de celles observées expérimentalement, ce qui suffit à donner une forme de battement différente. Les amplitudes des oscillations observées et prédites théoriquement sont comparables et de l'ordre de 1.5mm , même si les positions d'équilibres prédites sont de 50% inférieure à la valeur expérimentale.

4.2.2.4 Conclusion

De manière cohérente avec l'ensemble de l'étude que nous avons présentée ici, le modèle est capable de prédire qualitativement les observations expérimentales. L'effet de l'asymétrie mécanique entre les deux "cordes vocales" sur les pressions de seuil, les fréquences fondamentales et la dynamique des oscillations est qualitativement bien prédit.

Plus précisément:

- Des phénomènes importants tels que l'apparition de multiphoniques (bitonalité) sont bien prédits par le modèle théorique. Les fréquences de ces multiphoniques sont elles-mêmes estimées avec une bonne précision.
- Le forçage vocal (nécessité d'augmenter l'effort pulmonaire) en présence d'asymétries est également prédit mais de manière qualitative seulement. Les pressions de seuils sont très largement surestimées dans le cas d'asymétries prononcées.
- Du point de vue de la simulation de l'oscillation des cordes vocales, les amplitudes prédites se comparent à celles mesurées.

Compte tenu de la simplicité du modèle testé, ces résultats sont ici particulièrement remarquables. Des modifications, destinées à rendre compte de phénomènes élastiques non-linéaires, doivent être envisagées afin d'améliorer, si possible, le modèle. Il faut noter cependant que l'utilité de tels modèles se limite nécessairement à des pathologies globales. Les lésions ou affections localisées des cordes vocales (polypes, nodules) ne pouvant de fait être prises en compte de manière réaliste. Des modèles mécaniques continus (membranes, élément finis) sont de toute évidence nécessaires à de telles études.

4.3 Perspectives pour la synthèse de voix et l'étude de pathologies

Les exemples de synthèse que nous avons présentés ici demeurent relativement simples, même s'ils mettent par exemple en évidence l'intérêt de prendre en compte le couplage acoustique. D'autres phénomènes doivent être pris en compte pour une synthèse réaliste des sons de paroles, comme par exemple les pertes visco-thermiques lors de la propagation acoustique dans les résonateurs. De plus, le modèle de synthèse devra intégrer à terme des outils permettant de produire des sons correspondant à des consonnes (plosives, fricatives, ...). La source de ces sons n'est pas le voisement. Leur synthèse nécessitera l'adjonction de modèles de source adéquats. Ceci peut constituer une piste dans le développement du modèle et des interactions fluides parois à l'intérieur des voies aériennes supérieures.

Du côté des pathologies, nous avons pu voir que les limites du modèle à deux masses de cordes vocales sont rapidement atteintes lors d'une forte asymétrie. Il conviendra donc d'améliorer le modèle pour qu'il puisse simuler des comportements extrêmes. D'autre part, s'il semble globalement adapté à la prédiction d'asymétrie uniforme, tel que c'est le cas pour l'asymétrie anatomique, il semble délicat de pouvoir décrire des comportements oscillatoires liés à la présence de polypes, nodules ou autres oedèmes qui par nature constituent des modifications non uniformes. La piste vers des modèles plus complexes (membranes, modèles éléments finis) semble dans ce cas inévitable. Le dispositif expérimental et no-

tamment les maquettes de cordes vocales doivent également être modifiés pour pouvoir reproduire d'autres comportements "pathologiques". L'utilisation de masses ponctuelles fixées à l'intérieur du latex semble une piste intéressante pour approximer la présence d'un polype. De même, la modification locale des caractéristiques du latex (par exemple par chauffage de celui-ci) peut être une piste pour approximer un nodule ou un oedème.

Chapitre 5

Conclusion

Nous avons présenté des travaux visant à valider expérimentalement l'un des modèles théoriques de cordes vocales les plus utilisés: le modèle à deux masses.

D'un point de vue théorique, nous avons détaillé les équations décrivant le comportement de ce modèle, et d'une de ses variations, le modèle à une masse. L'interaction avec l'écoulement et les résonateurs acoustiques a été explicité au moyen de modélisations classiquement utilisées dans la littérature. Deux outils d'analyse du modèle ont été présentés. Il s'agit de l'analyse de stabilité et l'analyse dynamique. Ces outils permettent d'extraire du modèle des paramètres pertinents en parole (pression sous glottique de seuil et fréquence fondamentale d'oscillation, pression acoustique rayonnée, mouvement des cordes vocales).

Un dispositif expérimental, basé sur des maquettes de cordes vocales et un système de mesures (optique, pression, pression acoustique), a été réalisé et utilisé pour permettre de tester le modèle théorique sur un certain nombre d'aspects. Après avoir établi le lien entre les maquettes et le modèle théorique, nous avons effectué la comparaison systématique des prédictions théoriques avec les données expérimentales en fonction de plusieurs paramètres. Nous avons ainsi testé l'influence du couplage acoustique, l'effet des variations de paramètres mécaniques, ainsi que l'effet de la variations de l'ouverture initiale.

Les conclusions de ces comparaisons sont les suivantes:

- qualitativement, le modèle à deux masses permet d'expliquer correctement tout ce qui est observé expérimentalement.
- quantitativement, le modèle à deux masses ne permet pas de prédire les données expérimentales. Les marges d'erreurs concernant les pressions de seuil d'oscillation peuvent être supérieure à 50%. Celles concernant les fréquences fondamentales d'oscillation sont réduites à environ 15% dans la majorité des cas, mais peuvent aussi atteindre 30%.
- les prédictions obtenues avec le modèle à une masse sont identiques à celles obtenues

avec le modèle à deux masses, sauf dans le cas d'un couplage acoustique très faible ou absent.

La conclusion principale est donc que le **modèle à deux masses permet d'expliquer** beaucoup de comportements observés expérimentalement sur les maquettes, **mais pas de les prédire**. Appliqué à la réalité physiologique, il devra donc être réservé à une utilisation visant à définir des phénomènes dans leurs grandes lignes, mais pas sur des aspects précis.

Les perspectives de ces travaux transparaissent ici naturellement. Il s'agit à la fois d'établir des modèles qui sont capables d'expliquer à la fois quantitativement et qualitativement les phénomènes observés lors de l'oscillation des cordes vocales. Plusieurs points sont à creuser. Tout d'abord, l'inclusion dans le modèle théorique d'une troisième dimension pour rendre compte notamment des modes transverses d'oscillation, mais aussi simplement de la déformation non uniforme de la glotte dans le plan axial, paraît plus que nécessaire. D'autre part, d'un point de vue dynamique, la modélisation de la collision, et notamment d'un contact partiel entre les cordes vocales, doit être effectuée. De plus, la prise en compte de non-linéarités mécaniques et de l'inhomogénéité des tissus semble primordiale dans le cadre d'applications à l'étude des pathologies tel que les polypes, nodules, Enfin, les maquettes et l'ensemble du dispositif expérimental doivent évoluer pour pouvoir permettre les comparaisons avec ces nouvelles modélisations. Cela passera par la mise en oeuvre de nouvelles maquettes de cordes vocales (permettant par exemple d'approximer une inhomogénéité mécanique), ainsi que par la mise en place d'un système de mesure adapté (par exemple des capteurs de force pour mesurer les contraintes lors de la collision).

Bibliographie

- [1] S. Adachi and M. Sato. Time-domain simulation of sound production in the brass instrument. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(6):3850–3861, 1995.
- [2] F. Alipour and R. C. Scherer. Pulsatile airflow during phonation: An excised larynx model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97:1241–1248, 1995.
- [3] F. Alipour and R. C. Scherer. Effects of oscillation of mechanical hemi-larynx model on mean transglottal pressures and flows. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110:1562–1569, 2001.
- [4] F. Alipour and I. R. Titze. Elastic models of vocal fold tissues. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90:1326–1331, 1991.
- [5] F. Avanzini, P. Alku, and M. Karjalainen. One-delayed-mass model for efficient synthesis of glottal flow. In *Proc. Eurospeech Conf., Aalborg*, pages 51–54, 2001.
- [6] J. Awrejcewicz. Bifurcation portrait of the human vocal cord oscillations. *Journal of Sound and Vibration*, 136(1):151–156, 1990.
- [7] J. Awrejcewicz. Bifurcations of the oscillations of the vocal cords. *ZAMM*, 70(4):100–101, 1990.
- [8] J. Awrejcewicz. Dynamics of the human vocal cords. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 29(3-4):557–577, 1991.
- [9] J. Awrejcewicz. Numerical analysis of the oscillations of human vocal cords. *Non-linear Dynamics*, 2:35–52, 1991.
- [10] P. Badin and G. Fant. Notes on vocal tract computation. *STL-QPSR*, 25(2-3):53–108, 1984.
- [11] R. J. Baken. *Clinical Measurement of Speech and Voice*. Allyn and Bacon, 1987.
- [12] A. Barney, C. H. Shadle, and P. O. A. L. Davies. Fluid flow in a dynamic mechanical model of the vocal folds and tract. i. measurements and theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 105(1):444–455, 1999.
- [13] D. A. Berry, Herzel, I. R. H. Titze, and K. Krischer. Interpretation of biomechanical simulations of normal and chaotic vocal fold oscillation with empirical eigenfunctions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95:3395–3604, 1994.

- [14] D. A. Berry and I. R. Titze. Normal modes in a continuum model of vocal fold tissues. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100:3345–3354, 1996.
- [15] P. Boersma. Synthesis of speech sound from a multi-mass model of the lungs, vocal tract, and glottis. In *Institut of Phonetic Sciences, University of Amsterdam*, volume 15, pages 79–108, 1991.
- [16] E. Cataldo, F. R. Leta, J. Lucero, and L. Nicolato. Synthesis of voiced sounds using low-dimensional models of the vocal cords and time-varying subglottal pressure. *Mechanics Research Communications*, 33:250–260, 2006.
- [17] R. W. Chan and I. R. Titze. Viscoelastic shear properties of human vocal cord mucosa: Measurement methodology and empirical results. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 106:2008–2021, 1999.
- [18] R. W. Chan, I. R. Titze, and M. R. Titze. Further studies of phonation threshold pressure in a physical model of vocal fold mucosa. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(6):3722–3727, 1997.
- [19] J. Cisonni. Modélisation physique de la phonation et application à la synthèse de voix pathologiques et chantées. Master’s thesis, INPG, 2005.
- [20] B. Cranen. *The acoustic impedance of the glottis. Measurement and modelling*. PhD thesis, Sneldruk Enschede, The Netherlands, 1987.
- [21] B. Cranen and L. Boves. Pressure measurements during speech production using semiconductor miniature pressure transducers: Impact on models for speech production. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 77(4):1543–1551, 1985.
- [22] B. Cranen and L. Boves. On the measurement of glottal flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(3):888–900, 1988.
- [23] J. Cronjaeger. *Die Entstehung des primären Stimmklangs im menschlichen Kehlkopf - ein Modell*. PhD thesis, Braunschweig, Germany, 1978.
- [24] J. S. Cullen, J. Gilbert, and D. M. Campbell. Brass instruments: linear stability analysis and experiments with an artificial mouth. *Acta Acustica*, 86:704–724, 2000.
- [25] R. Descout, J. Y. Auloge, and B. Guerin. Continuous model of the vocal source. In *IEEE International conference on ICASSP '80.*, volume 5, pages 61–64, 1980.
- [26] M. Deverge, X. Pelorson, C. E. Vilain, P. Y. Lagrée, F. Chentouf, and A. Willems, J. Hirschberg. Influence of collision on the flow through in-vitro rigid models of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(6):3354–3362, 2003.
- [27] G. Fant. *Acoustic theory of speech production*. Mouton and Co., 1960.
- [28] G. Fant. The source filter concept in voice production. *STL-QPSR*, 22:21–37, 1981.
- [29] G. Fant. The voice source - acoustic modeling. *STL-QPSR*, 23(4):28–48, 1982.
- [30] G. Fant, J. Liljencrants, and Q. Lin. A four-parameter model of glottal flow. *STL-QPSR*, 26(4):1–13, 1985.
- [31] J.L. Fitch and A. Holbrook. Model fundamental frequency of young adults. *Archives of Otolaryngology*, 92:379–382, 1970.

- [32] J. L. Flanagan. Voices of men and machines. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1375-1387(5):51, 1972.
- [33] J. L. Flanagan, K. Ishizaka, and K. L. Shipley. Synthesis of speech from a dynamic model of the vocal cords and vocal tract. *The Bell System Technical Journal*, 54:485–506, 1975.
- [34] James L. Flanagan and Lorinda L. Landgraf. Self oscillating source for vocal tract synthesizers. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 16(1):57–64, 1968.
- [35] J. Gauffin, N. Binh, T. V. Ananthapadmanabha, and G. Fant. *Vocal Fold Physiology: Contemporary research and clinical issues*, chapter Glottal geometry and volume velocity waveform, pages 194–201. College-Hill Press, San Diego CA, 1983.
- [36] J. Gauffin and J. Liljencrants. Modeling the air flow in the glottis. *Annual Bulletin Research Institute of Logopedics and Phoniatrics*, 22:39–50, 1988.
- [37] J. Gilbert, S. Ponthus, and J. F. Petiot. Artificial buzzing lips and brass instruments: Experimental results. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 104(3):1627–1632, 1998.
- [38] N. Henrich. *Etude de la source glottique en voix parlée et chantée: modélisation et estimation, mesures acoustiques et électroglottographiques, perception*. PhD thesis, Université Paris 6, 2001.
- [39] H. Herzel, D. A. Berry, I. R. Titze, and M. Saleh. Analysis of vocal disorders with methods from nonlinear dynamics. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research*, 37(5):1008–1019, 1994.
- [40] M. Hirano, S. Kurita, and T. Nakashima. *Vocal Fold Physiology: Contemporary Research and Clinical Issues*, chapter Growth, development and aging of human vocal folds, pages 22–43. College-Hill, San Diego, 1983.
- [41] G. C. J. Hofmans. *Vortex sound in confined flows*. PhD thesis, Technical University Eindhoven, 1998.
- [42] G. C. J. Hofmans, G. Groot, M. Ranucci, G. Graziani, and A. Hirschberg. Unsteady flow through in vitro models of the glottis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113:1658–1675, 2003.
- [43] H. Hollien and P. Moore. Measurements of the vocal folds during changes in pitch. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research*, 3:157–165, 1960.
- [44] E. B. Holmberg, R. E. Hillman, and J. Perkell. Glottal airflow and transglottal air pressure measurements for male and female speakers in soft, normal, and loud voice. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 84(2):511–529, 1988.
- [45] J. Horacek, P. Sidlof, and J. Svec. Numerical simulation of self-oscillations of human vocal folds with hertz model of impact forces. *Journal of Fluids and Structures*, 20:853–869, 2005.
- [46] J. Horacek and J. Svec. Aeroelastic model of vocal-fold-shaped vibrating element for studying the phonation threshold. *Journal of Fluids and Structures*, 16(7):931–955, 2002.

- [47] H. Hudde and H. Slatky. The acoustical input impedance of excised human lungs—measurements and model matching. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 86(2):475–492, 1989.
- [48] E. J. Hunter, I. R. Titze, and F. Alipour. A three-dimensional model of vocal fold abduction/adduction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115(4):1747–1759, 2004.
- [49] K. Ishizaka and J. L. Flanagan. Synthesis of voiced sounds from a two-mass model of vocal folds. *The Bell System Technical Journal*, 51(6):1233–1267, 1972.
- [50] T. Kaneko, K. Komatsu, H. Suzuki, T. Kanesaka, T. Masuda, T. Numata, and J. Naito. Mechanical properties of the human vocal fold - resonance characteristics in living humans and in excised larynges. In I.R. Titze and R.C. Scherer, editors, *Vocal Fold Physiology: Biomechanics, Acoustics and Phonatory Control*, pages 304–317. Denver Center for the Performing Arts, 1983.
- [51] K. L. Kelly and C. C. Lochbaum. Speech synthesis. In *Proc. Fourth ICA, Copenhagen, Denmark*, 1962.
- [52] S. Kiritani, H. Imagawa, S. Imaizumi, and S. Saito. Measurement of air flow pattern through a mechanically driven oscillating slit: a preliminary report. *Annual Bulletin Research Institute of Logopedics and Phoniatrics*, 21:1–8, 1987.
- [53] M. Kob. *Physical modeling of the singing voice*. Dissertation, University of Technology Aachen, Berlin, 2002.
- [54] T. Koizumi, S. Taniguchi, and S. Hiromitsu. Two-mass models of the vocal cords for natural sounding voice synthesis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 82(4):1179–1192, 1987.
- [55] R. Laboissière and X. Pelorson. Stability and bifurcations of the two mass model oscillation: analysis of fluid mechanics effects and acoustical loading. In *ICPhS '95, Stockholm Sweden*, volume 3 of 190-193, 1995.
- [56] P. Lagrée, E. Berger, M. Deverge, C. Vilain, and A. Hirschberg. Characterization of the pressure drop in a 2d symmetrical pipe: some asymptotical, numerical and experimental comparisons. *ZAMM Z. Angew. Math Mech.*, 85(1):1–6, 2005.
- [57] P. Lagrée and S. Lorthois. The RNS/Prandtl equations and their link with other asymptotic descriptions. Application to the computation of the maximum value of the wall shear stress in a pipe. *Int. J. Eng Sci.*, 43:352–378, 2005.
- [58] Johan Liljencrants. A translating and rotating mass model of the vocal folds. *STL-QPSR*, 32(1):1–18, 1991.
- [59] I. Lopez Arteaga, A. Hirschberg, A. Van Hirtum, N. Ruty, and X. Pelorson. Physical modeling of buzzing artificial lips: the effect of acoustical feedback. *Acta Acustica United with Acustica*, 92:1047–1059, 2006.
- [60] N. J. C. Lous, G. C. J. Hofmans, R. N. J. Veldhuis, and A. Hirschberg. A symmetrical two-mass vocal-fold model coupled to vocal tract and trachea, with application to prosthesis design. *Acta Acustica*, 84:1135–1150, 1998.

- [61] J. C. Lucero. Dynamics of the two-mass model of the vocal folds: Equilibria, bifurcations, and oscillation region. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 94(6):3104–3111, 1993.
- [62] J. C. Lucero. Chest- and falsetto-like oscillations in a two-mass model of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100(5):3355–3359, 1996.
- [63] J. C. Lucero. Optimal glottal configuration for ease of phonation. *Journal of Voice*, 12:151–158, 1998.
- [64] J. C. Lucero. A theoretical study of the hysteresis phenomenon at vocal fold oscillation onset-offset. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 105(1):423–431, 1999.
- [65] J. C. Lucero. Oscillation hysteresis in a two-mass model of the vocal folds. *Journal of Sound and Vibration*, 282:1247–1254, 2005.
- [66] J. C. Lucero and L. L. Koenig. Phonation thresholds as a function of laryngeal size in a two-mass model of the vocal folds (1). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117:1362–1372, 2005.
- [67] J. C. Lucero and L. L. Koenig. On the relation between the phonation threshold lung pressure and the oscillation frequency of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(6):3280–3283, 2007.
- [68] R. E. Mc Glone and T. Shipp. Some physiological correlates of vocal fry phonation. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research*, 14:769–775, 1971.
- [69] P. Mergell, H. Herzel, and I. R. Titze. Irregular vocal-fold vibration - high-speed observation and modeling. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(8):2996–3002, 2000.
- [70] P. M. Morse and K. Uno Ingard. *Theoretical acoustics*, volume 1. Mc Graw-Hill Book Company, 1968.
- [71] M. Oliveira Rosa, J. C. Pereira, M. Grellet, and A. Alwan. A contribution to simulating a three-dimensional larynx model using the finite element method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114:2893–2905, 2003.
- [72] D. O’Shaughnessy. *Speech Communication: Human and Machine*. Addison-Wesley Publishing Company, 1997.
- [73] T. J. Pedley and X. Y. Luo. Modelling flow and oscillations in collapsible tubes. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 11:277–294, 1998.
- [74] X. Pelorson, A. Hirschberg, R. R. Van Hassel, A. P. J. Wijnands, and Y. Auregan. Theoretical and experimental study of quasisteady-flow separation within the glottis during phonation. application to a modified two-mass model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96(6):3416–3431, 1994.
- [75] X. Pelorson, A. Hirschberg, A. P. J. Wijnands, and H. Baillet. Description of the flow through in-vitro models of the glottis during phonation. *Acta Acustica*, 3:191–202, 1995.

- [76] P. Perrier. *Etude d'un modèle continu des cordes vocales sous forme de deux poutres bi-articulées. Premières simulations*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1982.
- [77] A. D. Pierce. *Acoustics: an introduction to its physical principles and applications*. London McGraw Hill, 1989.
- [78] M. Rothenberg. Acoustic interaction between the glottal source and the vocal tract. In K.N. Stevens and M. Hirano, editors, *Vocal Fold Physiology*, pages 305–328. University of Tokyo Press, 1980.
- [79] N. Ruty, X. Pelorson, A. Van Hirtum, I. Lopez, and A. Hirschberg. A mechanical experimental setup to simulate vocal folds vibrations. preliminary results. *ZAS papers in Linguistics*, 40:162–175, 2005.
- [80] N. Ruty, X. Pelorson, A. Van Hirtum, I. Lopez Arteaga, and A. Hirschberg. An in-vitro setup to test the relevance and the accuracy of low-order vocal folds models. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(1):479–490, 2007.
- [81] S. Saito, K. Fukuda, H. Suzuki, K. Komatsu, T. Kanosaka, and N. Kobayashi. *Vocal Fold Physiology*, chapter X-ray stroboscopy, pages 95–106. Univ. of Tokyo, Tokyo, 1981.
- [82] R. T. Sataloff. *The human voice*, pages 118–115. Scientific American, 1992.
- [83] R. C. Scherer and R. C. Guo. Effect of vocal fold radii in pressure distributions in the glottis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(SI 1):150–64, 1990.
- [84] R. C. Scherer, D. Shinwari, K. J. De Witt, C. Zhang, B. R. Kucinschi, and A. A. Afjeh. Intraglottal pressure profiles for a symmetric and oblique glottis with a divergence angle of 10 degrees. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 109(4):1616–1630, 2001.
- [85] R. C. Scherer and I. R. Titze. *Fold Physiology: Contemporary Research and Clinical Issue*, chapter Pressure-flow relationships in a model of the laryngeal airway with a diverging glottis, pages 179–193. College Hill Press, San Diego, 1983.
- [86] R. C. Scherer, I. R. Titze, and J. F. Curtis. Pressure-flow relationships in two models of the larynx having rectangular glottal shapes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 73(2):668–676, 1983.
- [87] H. Schlichting and K. Gersten. *Boundary Layer theory*. Springer Verlag, 6th edition, 1999.
- [88] J. Schroeter and B. Cranen. Physiologically-motivated modelling of the voice source in articulatory analysis/synthesis. In *Proceedings Eurospeech '93*, volume 1, pages 95–98, 1993.
- [89] R. Schwarz, M. Schuster, T. Wurzbacher, U. Eysholdt, U. Hoppe, and J. Lohscheller. Modeling asymmetric vocal fold vibrations. In *Proceedings of the 4th International Conference on Voice Physiology and Biomechanics*, pages 153–156, 2004.

- [90] P. Sidlof. *Fluid-structure interaction in human vocal folds*. Doctorat scientific and technical calculations, Laboratoire de Mécanique, ENSTA, 2007.
- [91] I. Steinecke and H. Herzel. Bifurcations in an asymmetric vocal-fold model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(3):1874–1884, 1995.
- [92] B. H. Story and I. R. Titze. Voice simulation with a body-cover model of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(2):1249–1260, 1995.
- [93] J. Svec, J. Horacek, F. Sram, and J. Vesely. Resonance properties of the vocal folds: In vivo laryngoscopic investigation of the externally excited laryngeal vibrations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108:1397–1407, 2000.
- [94] J. Svec and H. K. Schutte. Videokymography: High-speed line scanning of vocal fold vibration. *Journal of Voice*, 10:201–205, 1996.
- [95] J. Svec, H. K. Schutte, and F. Sram. Variability of vibration of normal vocal folds as seen in videokymography. In P. H. Dejonckere and H. F. M. Peters, editors, *Communication and Its Disorders: A Science In Progress*, volume 1, pages 122–125. 24th Congress International Association of Logopedics and Phoniatrics, Amsterdam, The Netherlands, 1999.
- [96] S. L. Thomson, L. Mongeau, and S. H. Frankel. Aerodynamic transfer to the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 118:1689–1700, 2005.
- [97] I. R. Titze. The human vocal cords: A mathematical model. i. *Phonetica*, 28:129–170, 1973.
- [98] I. R. Titze. The human vocal cords: a mathematical model. ii. *Phonetica*, 29:1–21, 1974.
- [99] I. R. Titze. Parameterization of the glottal area, glottal flow and vocal fold contact area. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 75:570–580, 1984.
- [100] I. R. Titze. The physics of small-amplitude oscillation of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83:1536–1552, 1988.
- [101] I. R. Titze, S. S. Schmidt, and M. R. Titze. Phonation threshold pressure in a physical model of the vocal fold mucosa. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(5):3080–3084, 1995.
- [102] I. R. Titze and B. H. Story. Acoustic interactions of the voice source with the lower vocal tract. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 101(4):2234–2243, 1997.
- [103] I. R. Titze and W. J. Strong. Normal modes in vocal cord tissues. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 57:736–744, 1975.
- [104] T. Vampola, J. Horacek, J. Vesely, and J. Vokral. Modelling of influence of velopharyngeal insufficiency on phonation of vowel /a/. In *4th International Workshop MAVEBA*, pages 43–46, 2005.
- [105] J. W. Van Den Berg and T. S. Tan. Results of experiments with human larynxes. *Pract. Otorhinolaryngol.*, 21:425–450, 1959.

- [106] J. W. Van Den Berg, J. T. Zantema, and P. Doornenbal. On the air resistance and the bernoulli effect of the human larynx. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 29(5):626–631, 1957.
- [107] A. Van Hirtum, J. Cisonni, N. Ruty, X. Pelorson, I. Lopez, and F. van Uittert. Experimental validation of some issues in lip and vocal fold physical models. *Acta Acustica United with Acustica*, 93:314–323, 2007.
- [108] F. van Uittert. Schlieren setup - description. Technical report, University of Technology Eindhoven, 2003.
- [109] R. Veldhuis. A computationally efficient alternative for the liljencrants-fant model and its perceptual evaluation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(1):566–571, 1998.
- [110] C. E. Vilain. *Contribution à la synthèse de parole par modèles physique. Application à l'étude des voix pathologiques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2002.
- [111] C. E. Vilain, X. Pelorson, A. Hirschberg, L. Le Marrec, and W. and Op't Root. Contribution to the physical modeling of the lips. influence of the mechanical boundary conditions. *Acta Acustica United with Acustica*, 89:882–887, 2003.
- [112] E. R. Weibel. *The Lung*. Raven Press (New-York), 1991.
- [113] D. Wong, M. R. Ito, N. B. Cox, and I. R. Titze. Observation of perturbations in a lumped-element model of the vocal folds with application to some pathological cases. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89(1):383–394, 1991.
- [114] G. E. Woodson. Configuration of the glottis in laryngeal paralysis. i. clinical study. *Laryngoscope*, 103:1227–1234, 1993.
- [115] H. Y. Wu, P. Badin, Y. M. Cheng, and B. Guerin. Simulation du conduit vocal: réalisation de la variation continue de longueur dans un modèle de kelly-lochbaum - effets de l'échantillonnage spatial de la fonction d'aire. *Bulletin du Laboratoire de la Communication Parlée*, 1:1–27, 1987.
- [116] T. Wurzbacher, R. Schwarz, M. Dölliner, U. Hoppe, U. Eysholdt, and J. Lohschelle. Model-based classification of nonstationary vocal fold vibrations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120(2):1012–1027, 2006.
- [117] Y Zhang and J. J. Jiang. Chaotic vibrations of a vocal fold model with a unilateral polyp. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115(3):1266–1269, 2004.

Annexe A

Grandeurs et notations utilisées

A.1 Paramètres géométriques

A.1.1 Définition de plans de coupes

- plan axial: il sépare l'être humain entre la partie haute et la partie basse
- plan coronal: il sépare l'être humain entre la partie avant et la partie arrière
- plan médio-sagittal: il sépare l'être humain entre le coté droit et le coté gauche

A.1.2 Grandeurs géométriques dans les plans de coupe

- x : direction dans le sens de l'écoulement à travers la glotte, de la trachée vers le conduit vocal. y : direction perpendiculaire à celle de l'écoulement dans le plan axial. z : direction perpendiculaire à celle de l'écoulement dans le plan médio-sagittal
- L_g : largeur des cordes vocales, suivant z , [m]
- d : longueur des cordes vocales, suivant x , [m]
- $H(x,t)$: espacement entre les cordes vocales, suivant y , [m]
- H_s : ouverture au niveau du point de séparation de l'écoulement, [m]
- x_s : position du point de séparation, [m]
- L : longueur d'une section de résonateur acoustique (suivant x), [m]
- A : aire d'une section de résonateur acoustique, [m²]

A.2 Paramètres aérodynamiques

- $P(x,t)$: distribution de pression, en fonction du temps et des abscisses x , [Pa]
- P_{sub} : pression sous-glottique, ou en amont de la maquette de cordes vocales, [Pa]
- P_{supra} : pression supra-glottique, ou en aval de la maquette, [Pa]
- p : fluctuation de pression, pression acoustique, [Pa]
- $U_g(t)$: débit glottique, [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$]
- ρ : masse volumique de l'air
- μ : coefficient de viscosité cinématique de l'air

A.3 Paramètres mécaniques

- m : masse, [kg]
- k, k_c : constante de raideur et de raideur de couplage, [$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$]
- r : constante d'amortissement, [$\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$]
- ω_0 : pulsation de résonance mécanique, [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$]
- f_0 : fréquence de résonance mécanique, [Hz]
- Q_0 : facteur de qualité d'une résonance mécanique

A.4 Paramètres acoustiques

- $Z(\omega)$: impédance en un point donnée, [Ω]
- R : coefficient de réflexion
- ω_a : pulsation de résonance acoustique, [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$]
- f_a : fréquence de résonance acoustique, [Hz]
- Q_a : facteur de qualité d'une résonance acoustique

Annexe B

Forces de pression et débit glottique: Modèle à deux masses

Nous détaillons ici le calcul du débit glottique et des forces de pression s'exerçant sur les cordes vocales et plus précisément sur le modèle à deux masses. Le débit est calculé en fonction de la chute de pression glottique et de la géométrie. Cette géométrie est décrite sur la figure B.1.

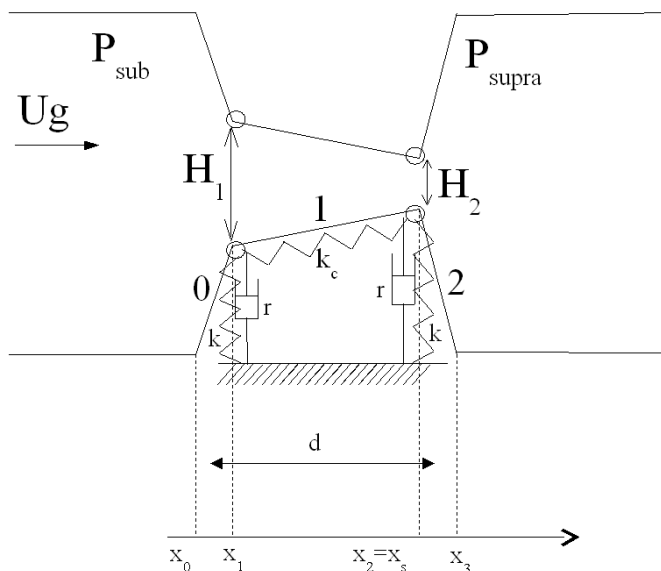


FIG. B.1 – Géométrie à base de "plaques" dans laquelle est inclu un modèle à deux masses de corde vocale.

Les différences principales entre les calculs présentés ici et ceux explicités par Vilain ([110]) sont de plusieurs ordres. D'abord, la transition entre un canal glottique "presque" horizontal (au sens des développements limités) et un canal horizontal est détaillée et permet une plus grande stabilité de l'analyse dynamique des modèles à une et deux masses. De plus, les termes de débit et de forces prenant en compte les pertes liées à la viscosité et à l'inertie de l'écoulement sont explicités.

B.1 Considérations préliminaires

B.1.1 Calcul des coefficients caractérisant la géométrie

La géométrie décrite sur la figure B.1 est constitué de trois plaques délimitées par les abscisses x_0, x_1, x_2, x_3 avec les ouvertures correspondantes $H_0, H_1(t), H_2(t), H_3$. Nous définissons alors des grandeurs qui permettront de calculer aisément les intégrales liées aux forces de pression. Ainsi , nous écrivons

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{H_1(t) - H_0}{x_1 - x_0} \\ A_1 &= \frac{H_2(t) - H_1(t)}{x_2 - x_1} \\ A_2 &= \frac{H_3 - H_2(t)}{x_3 - x_2} \end{aligned} \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned} B_0 &= H_0 - x_0 A_0 \\ B_1 &= H_1 - x_1 A_1 \\ B_2 &= H_2 - x_2 A_2 \end{aligned} \tag{B.2}$$

Sur une plaque d'indice i nous pourrions écrire l'ouverture $H(x, t)$ en fonction de x et des valeurs A_i et B_i :

$$H(x, t) = A_i x + B_i \tag{B.3}$$

B.1.2 Position du point de séparation de l'écoulement en fonction de la pente de la plaque 1

Nous avons fait l'hypothèse, comme cela avait été fait par Vilain et col, [111], d'un point de séparation mobile sur la plaque 1. Nous notons H_s l'ouverture au niveau du point

de séparation, et $H_1(t)$ l'ouverture au niveau de la première masse. Nous avons alors

$$\begin{aligned}
 H_s &= 1.2H_1(t) \quad \text{si} \quad 1.2H_1(t) < H_2(t) \\
 \text{donc} \quad x_s &= \frac{H_s - B_1}{A_1}
 \end{aligned}
 \tag{B.4}$$

$$\begin{aligned}
 H_s &= H_2(t) \quad \text{si} \quad 1.2H_1(t) > H_2(t) \\
 \text{donc} \quad x_s &= x_2
 \end{aligned}$$

Le coefficient 1.2 est un critère de séparation "ad-hoc".

B.2 Cas d'un écoulement laminaire, quasi-stationnaire, et sans viscosité

L'écoulement peut-être décrit par l'équation de Bernoulli jusqu'au point de séparation de l'écoulement. Nous avons donc

$$\frac{1}{2} \frac{\rho U_g(t)^2}{L_g^2 H(x,t)^2} + P(x,t) = cte \quad \text{pour} \quad x < x_s
 \tag{B.5}$$

$$P(x,t) = P_{supra}(t) \quad \text{pour} \quad x > x_s$$

B.2.1 Calcul du débit

Nous calculons le débit à partir de l'équation B.5 et de la chute de pression $\Delta P = P_{sub} - P_{supra}$ entre l'entrée de la glotte x_0 et le point de séparation x_s . Nous obtenons alors

$$U_g(t) = \text{sign}(\Delta P) L_g \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho \left(\frac{1}{H(x_s,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right)}}
 \tag{B.6}$$

B.2.2 Calcul des forces de pression

Les contributions des forces de pression sur les plaques adjacentes à chaque masse sont calculées comme indiqué dans la section 2.1.3.2. Sur la masse 1, s'appliquent les forces

Fl_{h1} et Fr_{h1} . Sur la masse 2, s'appliquent les forces Fl_{h2} et Fr_{h2} .

$$\begin{aligned} Fl_{h1} &= L_g \int_{x_0}^{x_1} \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} P(x,t) dx \\ Fr_{h1} &= L_g \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} P(x,t) dx \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} Fl_{h2} &= L_g \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P(x,t) dx \\ Fr_{h2} &= L_g \int_{x_2}^{x_3} \frac{x - x_3}{x_2 - x_3} P(x,t) dx \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Nous calculons chacun des termes dans les différentes configurations géométriques du modèle de cordes vocales, dont dépend la position du point de séparation. Dans tous les cas nous avons la distribution de pression suivante

$$P(x,t) = \left(P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} \right) - \frac{tmp_1}{H(x,t)^2} \quad \text{pour} \quad x < x_s \quad (\text{B.9})$$

$$P(x,t) = P_{supra} \quad \text{pour} \quad x > x_s$$

$$\text{avec } tmp_1 = -\frac{1}{2} \rho \frac{U_g^2}{L_g^2}$$

B.2.2.1 Calcul de Fl_{h1}

$$\begin{aligned} Fl_{h1} &= L_g \int_{x_0}^{x_1} \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} P(x,t) dx \\ &= \frac{x_1 - x_0}{2} P_{sub} + \frac{tmp_1(x_1 - x_0)}{2H_0^2} - \frac{tmp_1}{x_1 - x_0} \left(\int_{x_0}^{x_1} \frac{x}{H(x,t)^2} dx - x_0 \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)^2} dx \right) \\ &= \frac{1}{2} L_g (x_1 - x_0) \left[P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} - \frac{2tmp_1}{(x_1 - x_0)^2} (X_{v1}(x_0, x_1) - x_0 W_{v1}(x_0, x_1)) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

avec $X_{v1}(x_0, x_1) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{x}{H(x,t)^2} dx$ et $W_{v1}(x_0, x_1) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)^2} dx$ dont le calcul est détaillé à la section B.2.2.5

B.2.2.2 Calcul de Fr_{h1}

$$Fr_{h1} = L_g \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} P(x,t) dx \quad (\text{B.11})$$

Cas $H_1 = H_2$

$$Fr_{h1} = \frac{1}{2} L_g (x_1 - x_2) \left[P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} - \frac{tmp_1}{H_1^2} \right] \quad (\text{B.12})$$

Cas $1.2H_1 > H_2$

Dans ce cas, la glotte est convergente ou divergente mais le point de séparation est situé en x_2 ,

$$\begin{aligned} Fr_{h1} &= L_g \left[\frac{1}{2} (x_2 - x_1) \left(P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{tmp_1}{x_2 - x_1} \left(\int_{x_1}^{x_2} \frac{x}{H(x,t)^2} dx - x_2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{H(x,t)^2} dx \right) \right] \quad (\text{B.13}) \\ &= \frac{L_g}{2} (x_2 - x_1) \left[P_{sub} + \frac{2.tmp_1}{(x_2 - x_1)^2} (X_{v2}(x_1, x_2) - x_2 W_{v2}(x_1, x_2)) \right] \end{aligned}$$

avec $X_{v2}(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{x}{H(x,t)^2} dx$ et $W_{v2}(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{H(x,t)^2} dx$ dont le calcul est détaillé à la section B.2.2.5

Cas $1.2H_1 < H_2$

Dans ce cas, la glotte est divergente et le point de séparation est situé entre x_1 et x_2 .

Nous devons donc décomposer le calcul de Fr_{h1} en deux parties.

$$\begin{aligned}
\frac{Fr_{h1}}{L_g} &= \left(\int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} P(x,t) dx + \int_{x_s}^{x_2} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} P_{supra} dx \right) \\
&= \left(P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} \right) \left[\frac{1}{2} \left((x_2 - x_1) + \frac{(x_s - x_2)^2}{x_1 - x_2} \right) \right] + P_{supra} \frac{(x_s - x_1)^2}{2(x_2 - x_1)} \\
&\quad + \frac{tmp_1}{x_2 - x_1} \left[\int_{x_1}^{x_s} \frac{x}{H(x,t)^2} dx - x_2 \int_{x_1}^{x_s} \frac{x}{H(x,t)^2} dx \right] \\
&= tmp_g \left[P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} + \frac{tmp_1}{(x_2 - x_1)tmp_g} (X_{v2}(x_1, x_s) - x_2 W_{v2}(x_1, x_s)) \right. \\
&\quad \left. + \frac{P_{supra}(x_s - x_1)^2}{2(x_2 - x_1)} \right]
\end{aligned} \tag{B.14}$$

$$\text{où } tmp_g = 0.5 \left((x_2 - x_1) + \frac{(x_s - x_2)^2}{x_1 - x_2} \right)$$

B.2.2.3 Calcul de Fl_{h2}

$$Fl_{h2} = L_g \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P(x,t) dx \tag{B.15}$$

Cas $H_1 = H_2$

$$Fl_{h2} = \frac{1}{2} L_g (x_2 - x_1) \left[P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} - \frac{tmp_1}{H_1^2} \right] \tag{B.16}$$

Cas $1.2H_1 > H_2$

Dans ce cas, la glotte est convergente ou divergente mais le point de séparation est situé

en x_2 ,

$$\begin{aligned}
Fl_{h2} &= L_g \left[\frac{1}{2}(x_2 - x_1) \left(P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{tmp_1}{x_2 - x_1} \left(\int_{x_1}^{x_2} \frac{x}{H(x,t)^2} dx - x_1 \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{H(x,t)^2} dx \right) \right] \\
&= \frac{L_g}{2} \left[(x_2 - x_1) \left[P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} \right] - \frac{2.tmp_1}{(x_2 - x_1)^2} [X_{v2}(x_1, x_2) - x_1 W_{v2}(x_1, x_2)] \right]
\end{aligned} \tag{B.17}$$

avec $X_{v2}(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{x}{H(x,t)^2} dx$ et $W_{v2}(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{H(x,t)^2} dx$ dont le calcul est détaillé à la section B.2.2.5

Cas 1.2 $H_1 < H_2$

Dans ce cas, la glotte est divergente et le point de séparation est situé entre x_1 et x_2 . Nous devons donc décomposer le calcul de Fl_{h2} en deux parties.

$$\begin{aligned}
\frac{Fl_{h2}}{L_g} &= \left(\int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P(x,t) dx + \int_{x_s}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P_{supra} dx \right) \\
&= \left(P_{sub} + \frac{tmp_1}{H_0^2} \right) \left[\frac{1}{2} \frac{(x_s - x_1)^2}{x_2 - x_1} \right] + \frac{tmp_1 P_{supra}}{2} \left[(x_2 - x_1) - \frac{(x_s - x_1)^2}{(x_2 - x_1)} \right] \\
&\quad - \frac{tmp_1}{x_2 - x_1} [X_{v2}(x_1, x_s) - x_1 W_{v2}(x_1, x_s)]
\end{aligned} \tag{B.18}$$

B.2.2.4 Calcul de Fr_{h2}

$$\begin{aligned}
\frac{Fr_{h2}}{L_g} &= \int_{x_2}^{x_3} \frac{x - x_3}{x_2 - x_3} P_{supra} dx \\
&= \frac{1}{2} P_{supra} (x_3 - x_2)
\end{aligned} \tag{B.19}$$

B.2.2.5 Calcul des intégrales $X_{v_{i+1}}$ et $W_{v_{i+1}}$

Nous nous plaçons sur la plaque indiquée i , donc d'abscisse x comprise entre x_{i+1} et x_i , qui a pour pente $A_i = \frac{h_{i+1} - h_i}{x_{i+1} - x_i}$ et "d'ordonnée à l'origine" $B_i = H_i - A_i x_i$. Ainsi l'ouverture est facilement décrit en fonction de l'abscisse x . Pour la plaque d'indice i , nous avons $H(x,t) = A_i x + B_i$. Nous pouvons alors calculer les intégrales $X_{v_{i+1}}$ et $W_{v_{i+1}}$ en différenciant le cas où la plaque i est horizontale, le cas où elle ne l'est pas, le raccordement entre ces deux cas (lorsque la pente A_i tend vers zéro). Les bornes de l'intégrale seront notées x_i et x_j , où i est le numéro de la plaque sur laquelle l'intégrale est calculée, et j sera soit égal à $i + 1$, soit égal à s si le point de séparation appartient à la plaque.

Cas $H_i = H_{i+1}$

$$X_{v_{i+1}}(x_i, x_j) = \int_{x_i}^{x_j} \frac{x}{H(x,t)^2} dx = \frac{(x_j - x_i)^2}{2H_i^2}$$

$$W_{v_{i+1}}(x_i, x_j) = \int_{x_i}^{x_j} \frac{1}{H(x,t)^2} dx = \frac{x_j - x_i}{H_i^2}$$
(B.20)

Cas $H_i \neq H_{i+1}$

$$\begin{aligned} X_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} \frac{x}{(A_i x + B_i)^2} dx \\ &= \frac{1}{2A_i^2} \int_{x_i}^{x_j} \frac{2A_i(A_i x + B_i)}{(A_i x + B_i)^2} dx - \frac{1}{A_i} \int_{x_i}^{x_j} \frac{B_i}{(A_i x + B_i)^2} dx \\ &= \frac{1}{A_i^2} [\ln(A_i x + B_i)]_{x_i}^{x_j} + \frac{B_i}{A_i^2} \left[\frac{1}{A_i x + B_i} \right]_{x_i}^{x_j} \\ &= \frac{1}{A_i^2} \ln \left(\frac{H_j}{H_i} \right) + \frac{B_i}{A_i^2} \left[\frac{1}{H_j} - \frac{1}{H_i} \right] \end{aligned}$$
(B.21)

$$\begin{aligned}
W_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} \frac{1}{(A_i x + B_i)^2} dx \\
&= -\frac{1}{A_i^2} \left[\frac{1}{A_i x + B_i} \right]_{x_i}^{x_j} \\
&= \frac{1}{A_i^2} \left[\frac{1}{H_i} - \frac{1}{H_j} \right]
\end{aligned} \tag{B.22}$$

Raccordement entre les deux cas

Lorsque A_i tend vers zéro, X_{v_i} et W_{v_i} ont des limites dont la valeur est indéterminée puisque $\frac{1}{A_i}$ tend vers l'infini et que $\ln \frac{H_j}{H_i}$ ou $\left[\frac{1}{H_i} - \frac{1}{H_j} \right]$ tendent vers zéro. Cette indétermination peut conduire à la divergence du calcul lors des simulations. Pour remédier à ce problème, nous effectuons donc le développement limité des intégrandes de X_{v_i} et W_{v_i} en fonction de la variable $\frac{A_i x}{B_i}$, lorsque celle-ci tend vers zéro. Plus précisément, nous choisirons comme seuil pour effectuer le développement limité $\left\| \frac{A_i x}{B_i} \right\| < 0,03$. Ainsi nous obtenons,

$$\begin{aligned}
X_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} \frac{x}{(A_i x + B_i)^2} dx \\
&= \int_{x_i}^{x_j} \frac{x}{B_i^2} \left[1 - 2\frac{A_i x}{B_i} + 3\frac{A_i^2 x^2}{B_i^2} \right] dx \\
&= \frac{1}{B_i^2} \left[\frac{x^2}{2} - \frac{2A_i x^3}{3B_i} + \frac{3A_i^2 x^4}{4B_i^2} \right]_{x_i}^{x_j}
\end{aligned} \tag{B.23}$$

$$\begin{aligned}
W_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} \frac{1}{(A_i x + B_i)^2} dx \\
&= \int_{x_i}^{x_j} \frac{1}{B_i^2} \left[1 - 2\frac{A_i x}{B_i} + 3\frac{A_i^2 x^2}{B_i^2} \right] dx \\
&= \frac{1}{B_i^2} \left[x - \frac{A_i x^2}{B_i} + \frac{A_i^2 x^3}{B_i^2} \right]_{x_i}^{x_j}
\end{aligned} \tag{B.24}$$

B.3 Prise en compte des effets visqueux

Nous ajoutons un terme correctif de Poiseuille dans le calcul de la chute de pression entre l'entrée de la glotte et le point de séparation de l'écoulement.

$$P(x,t) = P_{sub} - \frac{1}{2} \frac{\rho U_g(t)^2}{L_g^2} \left(\frac{1}{H(x,t)^2} - \frac{1}{H_0^2} \right) - \frac{12\mu U_g(t)}{L_g} \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)^3} dx \quad \forall x < x_s$$

$$P(x,t) = P_{supra}(t) \quad \forall x > x_s \quad (\text{B.25})$$

B.3.1 Calcul du débit

Nous avons vu dans la section 2.1.1.4 que le débit pouvait être écrit de la façon suivante:

$$U_g(t) = \frac{-\frac{12\mu}{L_g} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx}{\rho \left(\frac{1}{H(x_0,t)^2} - \frac{1}{H(x_s,t)^2} \right)} + \frac{\sqrt{\left(\frac{12\mu}{L_g} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx \right)^2 + \frac{2\rho}{L_g^2} \left(\frac{1}{H(x_s,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right) (P_{sub} - P_{supra})}}{\rho \left(\frac{1}{H(x_0,t)^2} - \frac{1}{H(x_s,t)^2} \right)} \quad (\text{B.26})$$

Nous devons ici effectuer un calcul l'intégrale $\int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx$ différemment selon l'angle de la deuxième plaque.

Cas $H_1 = H_2$

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx &= \frac{1}{A_0} \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{H^3} dH + \frac{1}{H_1^3} \int_{x_1}^{x_2} dx \\ &= \frac{1}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] - \frac{1}{H_1^3} (x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

nous avons ici effectuer un changement de variable affine $H = A_0 x + B_0$, et donc $dx = \frac{1}{A_0} dH$

Cas $H_1 \neq H_2$

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx &= \frac{1}{A_0} \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{H^3} dH + \frac{1}{A_1} \int_{H_1}^{H_s} \frac{1}{H^3} dH \\ &= \frac{1}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] - \frac{1}{2A_1} \left[\frac{1}{H_1^2} - \frac{1}{H_s^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

ici, il y a deux changements de variable à effectuer une fois les deux intégrales séparées, $H = A_0x + B_0$, et donc $dx = \frac{1}{A_0}dH$ pour la première et $H = A_1x + B_1$, et donc $dx = \frac{1}{A_1}dH$ pour la seconde

Raccordement entre les deux cas

Nous pouvons observer que dans le précédent calcul du débit il y a le terme $\frac{1}{2A_1} \left[\frac{1}{H_1^2} - \frac{1}{H_s^2} \right]$.

Lorsque $A_1 \rightarrow 0$ donc $\frac{1}{A_1} \rightarrow \infty$, nous avons donc une forme indéterminée de limites. Nous considérons donc que si $\left\| \frac{A_1 x_2}{B_1} \right\| < 0,03$, nous devons effectuer un développement limité selon la variable $\frac{A_1 x}{B_1}$, pour que le raccordement des deux cas ne fasse pas apparaître d'indétermination

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx &= \frac{1}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] + \int_{x_1}^{x_s} \frac{1}{(A_1x + B_1)^3} dx \\ &= \text{term}_1 + \frac{1}{B_1^3} \int_{x_1}^{x_s} 1 - \frac{3A_1x}{B_1} + \frac{6A_1^2x^2}{B_1^2} dx \\ &= \text{term}_1 + \frac{1}{B_1^3} \left[x - \frac{3A_1x^2}{2B_1} + \frac{6A_1^2x^3}{3B_1^2} \right]_{x_1}^{x_s} \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

avec $\text{term}_1 = \frac{1}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right]$

B.3.2 Calcul des forces de pression

Nous calculons ici la contribution du terme de Poiseuille dans le calcul des forces de pression. Nous indiquerons donc les termes de forces par *pois*. Nous utilisons là aussi des changement de variables type affine $H = A_i x + B_i$.

B.3.2.1 Calcul de $Fl_{h1-pois}$

Nous calculons d'abord la distribution de pression en tout point de la première plaque.

$$P_{pois}(x,t) = tmp_2 \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)^3} dx = -\frac{tmp_2}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H(x,t)^2} \right] \quad (\text{B.30})$$

où $tmp_2 = -\frac{12muU_g(t)}{L_g}$

Nous pouvons ainsi calculer la contribution des forces de pression à gauche de la masse 1

$$\begin{aligned} \frac{Fl_{h1-pois}}{L_g} &= \int_{x_0}^{x_1} \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} P_{pois}(x,t) dx \\ &= \frac{tmp_2}{2A_0} \frac{x_1 - x_0}{2H_0^2} - \frac{tmp_2}{2A_0} \int_{x_0}^{x_1} \frac{x}{(x_1 - x_0)H(x,t)^2} dx \\ &\quad + \frac{tmp_2}{2A_0} \int_{x_0}^{x_1} \frac{x_0}{(x_1 - x_0)H(x,t)^2} dx \\ &= \frac{tmp_2}{2A_0} \left[\frac{x_1 - x_0}{2H_0^2} - \frac{1}{x_1 - x_0} (X_{v1}(x_0, x_1) - x_0 W_{v1}(x_0, x_1)) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

avec $X_{v1}(x_0, x_1) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{x}{H(x,t)^2} dx$ et $W_{v1}(x_0, x_1) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)^2} dx$ dont le calcul est détaillé à la section B.2.2.5

B.3.2.2 Calcul de $Fr_{h1-pois}$

Dans chaque cas, nous calculons d'abord la distribution de pression en tout point de la deuxième plaque. Nous pouvons ainsi calculer la contribution des forces de pression à droite de la masse 1.

Cas $H_1 = H_2$

$$\begin{aligned}
P_{pois}(x,t) &= tmp_2 \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)^3} dx + tmp_2 \int_{x_1}^x \frac{1}{H(x,t)^3} dx \\
&= \frac{tmp_2}{A_0} \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{H^3} dH + \frac{tmp_2}{H_1^3} \int_{x_1}^x dx \\
&= \frac{tmp_2}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] + \frac{tmp_2}{H_1^3} [x - x_1]
\end{aligned} \tag{B.32}$$

$$\begin{aligned}
\frac{Fr_{h1-pois}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} P_{pois}(x,t) dx \\
&= \frac{tmp_2}{2A_0} \frac{x_2 - x_1}{2} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] + \frac{tmp_2}{H_1^3} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x - x_2)(x - x_1)}{(x_1 - x_2)} dx \\
&= \frac{tmp_2}{2A_0} \frac{x_2 - x_1}{2} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] + \frac{tmp_2}{H_1^3} \frac{(x_2 - x_1)^2}{6}
\end{aligned} \tag{B.33}$$

Cas $1.2H_1 > H_2$

$$\begin{aligned}
P_{pois}(x,t) &= tmp_2 \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)^3} dx + tmp_2 \int_{x_1}^x \frac{1}{H(x,t)^3} dx \\
&= \frac{tmp_2}{A_0} \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{H^3} dH + \frac{tmp_2}{A_1} \int_{H_1}^{H(x,t)} \frac{1}{H^3} dH \\
&= \frac{tmp_2}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H(x,t)^2} \right] + \frac{tmp_2}{2A_1} \left[\frac{1}{H_1^2} - \frac{1}{H(x,t)^2} \right]
\end{aligned} \tag{B.34}$$

$$\begin{aligned}
\frac{Fr_{h1-pois}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} P_{pois}(x,t) dx \\
&= \frac{tmp_2(x_2 - x_1)}{2} \left[\frac{1}{2A_0} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) + \frac{1}{2A_1 H_1^2} \right] \\
&\quad - \frac{tmp_2}{2A_1} \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_2}{(x_1 - x_2)H(x,t)^2} dx \\
&= \frac{tmp_2(x_2 - x_1)}{2} \left[\frac{1}{2A_0} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) + \frac{1}{2A_1 H_1^2} \right] \\
&\quad - \frac{tmp_2}{2A_1(x_1 - x_2)} [X_{v2}(x_1, x_2) - x_2 W_{v2}(x_1, x_2)]
\end{aligned} \tag{B.35}$$

avec $X_{v2}(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{x}{H(x,t)^2} dx$ et $W_{v2}(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{H(x,t)^2} dx$ dont le calcul est détaillé à la section B.2.2.5

Cas 1. $2H_1 < H_2$

La glotte est divergente et le point de séparation de l'écoulement est situé entre x_1 et x_2

$$\begin{aligned}
P_{pois}(x,t) &= tmp_2 \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)^3} dx + tmp_2 \int_{x_1}^x \frac{1}{H(x,t)^3} dx \\
&= \frac{tmp_2}{A_0} \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{H^3} dH + \frac{tmp_2}{A_1} \int_{H_1}^{H(x,t)} \frac{1}{H^3} dH \\
&= \frac{tmp_2}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H(x,t)^2} \right] + \frac{tmp_2}{2A_1} \left[\frac{1}{H_1^2} - \frac{1}{H(x,t)^2} \right]
\end{aligned} \tag{B.36}$$

ceci est valable $\forall x < x_s$, pour $x > x_s$, la pression vaut P_{supra} en tout point, le calcul a déjà été effectué dans la section refecou-bern

$$\begin{aligned}
\frac{Fr_{h1-pois}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} P_{pois}(x,t) dx \\
&= tmp_2.tmp_g \left[\frac{1}{2A_0} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) + \frac{1}{2A_1 H_1^2} \right] \\
&\quad - \frac{tmp_2}{2A_1} \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_2}{(x_1 - x_2)H(x,t)^2} dx \\
&= tmp_2.tmp_g \left[\frac{1}{2A_0} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) + \frac{1}{2A_1 H_1^2} \right] \\
&\quad - \frac{tmp_2}{2A_1(x_1 - x_2)} [X_{v2}(x_1, x_s) - x_2 W_{v2}(x_1, x_s)]
\end{aligned} \tag{B.37}$$

avec $tmp_g = \frac{(x_s - x_2)^2}{2(x_1 - x_2)} - \frac{x_1 - x_2}{2}$, et $X_{v2}(x_1, x_s) = \int_{x_1}^{x_s} \frac{x}{H(x,t)^2} dx$ et $W_{v2}(x_1, x_s) = \int_{x_1}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^2} dx$ dont le calcul est détaillé à la section B.2.2.5

Raccordement entre les cas $H_1 = H_2$ et $H_1 \neq H_2$

Comme précédemment, dans le cas où la plaque A_1 est proche de l'horizontalité avec comme critère plus précis $\left\| \frac{A_1 x_2}{B_1} \right\| < 0,03$, nous effectuons un développement limité de l'expression de $Fr_{h1-pois}$. Le point de séparation est toujours noté x_s , même dans le cas où $x_s = x_2$

$$\begin{aligned}
P_{pois}(x,t) &= tmp_2 \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^3} dx \\
&= tmp_2 \frac{1}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] + \int_{x_1}^{x_s} \frac{1}{(A_1 x + B_1)^3} dx \\
&= tmp_2 \left[term_1 + \frac{1}{B_1^3} \int_{x_1}^{x_s} \left(1 - \frac{3A_1 x}{B_1} + \frac{6A_1^2 x^2}{B_1^2} \right) dx \right] \\
&= tmp_2 \left[term_1 + \frac{1}{B_1^3} \left[x - \frac{3A_1 x^2}{2B_1} + \frac{6A_1^2 x^3}{3B_1^2} \right]_{x_1}^{x_s} \right] \\
&= term_2 + \frac{tmp_2}{B_1^3} \left[x - \frac{3A_1 x^2}{2B_1} + \frac{6A_1^2 x^3}{3B_1^2} \right]
\end{aligned} \tag{B.38}$$

avec $term_1 = \frac{1}{2A_0} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right]$ et $term_2 = tmp_2 \left[term_1 - \frac{1}{B_1^3} \left[x_1 - \frac{3A_1x_1^2}{2B_1} + \frac{6A_1^2x_1^3}{3B_1^2} \right] \right]$

$$\begin{aligned}
\frac{Fr_{h1-pois}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} P_{pois}(x,t) dx \\
&= term_2 \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} dx + \frac{tmp_2}{B_1^3} \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \left[x - \frac{3A_1x^2}{2B_1} + \frac{6A_1^2x^3}{3B_1^2} \right] dx \\
&= term_2 \left[\frac{(x_s - x_2)^2}{2(x_1 - x_2)} - \frac{x_1 - x_2}{2} \right] \\
&+ \frac{tmp_2}{(x_1 - x_2)B_1^3} \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3A_1x^4}{8B_1} + \frac{2A_1^2x^5}{5B_1^2} - x_2 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{A_1x^3}{2B_1} + \frac{A_1^2x^4}{2B_1^2} \right) \right]_{x_1}^{x_s} \tag{B.39}
\end{aligned}$$

B.3.2.3 Calcul de $Fl_{h2-pois}$

Nous ne recalculons pas ici le terme de Poiseuille dans la distribution de pression, puisqu'il s'agit du même que celui calculé dans la section précédente. Nous pouvons ainsi calculer la contribution des forces de pression à gauche de la masse 2.

Cas $H_1 = H_2$

$$\begin{aligned}
\frac{Fl_{h2-pois}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P_{pois}(x,t) dx \\
&= \frac{tmp_2}{2A_0} \frac{x_2 - x_1}{2} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] + \frac{tmp_2}{H_1^3} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x - x_1)^2}{(x_2 - x_1)} dx \\
&= \frac{tmp_2}{2A_0} \frac{x_2 - x_1}{2} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] + \frac{tmp_2}{H_1^3} \frac{(x_2 - x_1)^2}{3} \tag{B.40}
\end{aligned}$$

Cas 1.2 $H_1 > H_2$

$$\begin{aligned}
\frac{Fl_{h2-pois}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P_{pois}(x,t) dx \\
&= \frac{tmp_2(x_2 - x_1)}{2} \left[\frac{1}{2A_0} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) + \frac{1}{2A_1 H_1^2} \right] \\
&\quad - \frac{tmp_2}{2A_1} \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{(x_2 - x_1)H(x,t)^2} dx
\end{aligned} \tag{B.41}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{tmp_2(x_2 - x_1)}{2} \left[\frac{1}{2A_0} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) + \frac{1}{2A_1 H_1^2} \right] \\
&\quad - \frac{tmp_2}{2A_1(x_2 - x_1)} [X_{v2}(x_1, x_2) - x_1 W_{v2}(x_1, x_2)]
\end{aligned}$$

avec $X_{v2}(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{x}{H(x,t)^2} dx$ et $W_{v2}(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{H(x,t)^2} dx$ dont le calcul est détaillé à la section B.2.2.5

Cas 1.2 $H_1 < H_2$

La glotte est divergente et le point de séparation de l'écoulement est situé entre x_1 et x_2

$$\begin{aligned}
\frac{Fl_{h2-pois}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P_{pois}(x,t) dx \\
&= tmp_2 \cdot tmp_h \left[\frac{1}{2A_0} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) + \frac{1}{2A_1 H_1^2} \right] \\
&\quad - \frac{tmp_2}{2A_1} \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_2}{(x_1 - x_2)H(x,t)^2} dx
\end{aligned} \tag{B.42}$$

$$\begin{aligned}
&= tmp_2 \cdot tmp_h \left[\frac{1}{2A_0} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) + \frac{1}{2A_1 H_1^2} \right] \\
&\quad - \frac{tmp_2}{2A_1(x_2 - x_1)} [X_{v2}(x_1, x_s) - x_1 W_{v2}(x_1, x_s)]
\end{aligned}$$

avec $tmp_h = \frac{(x_s - x_1)^2}{2(x_2 - x_1)}$, et $X_{v2}(x_1, x_s) = \int_{x_1}^{x_s} \frac{x}{H(x,t)^2} dx$ et $W_{v2}(x_1, x_s) = \int_{x_1}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)^2} dx$ dont le calcul est détaillé à la section B.2.2.5

Raccordement entre les cas $H_1 = H_2$ et $H_1 \neq H_2$

De même que dans la section précédente, dans le cas où la plaque A_1 est proche de

l'horizontalité avec comme critère plus précis $\left\| \frac{A_1 x_2}{B_1} \right\| < 0,03$, nous effectuons un développement limité de l'expression de Fl_{h_2-pois} . Le point de séparation est toujours noté x_s , même dans le cas où $x_s = x_2$. Nous ne détaillons pas le calcul du terme de Poiseuille pour la pression puisque il a été calculé dans l'équation B.38. Nous avons donc directement

$$\begin{aligned}
\frac{Fl_{h_2-pois}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P_{pois}(x,t) dx \\
&= term_2 \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} dx + \frac{tmp_2}{B_1^3} \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \left[x - \frac{3A_1 x^2}{2B_1} + \frac{6A_1^2 x^3}{3B_1^2} \right] dx \\
&= term_2 \left[\frac{(x_s - x_2)^2}{2(x_2 - x_1)} \right] \\
&+ \frac{tmp_2}{(x_2 - x_1)B_1^3} \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3A_1 x^4}{8B_1} + \frac{2A_1^2 x^5}{5B_1^2} - x_1 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{A_1 x^3}{2B_1} + \frac{A_1^2 x^4}{2B_1^2} \right) \right]_{x_1}^{x_s}
\end{aligned} \tag{B.43}$$

B.3.2.4 Calcul de Fr_{h_2-pois}

La pression sur la troisième plaque est supposée égale à P_{supra} , nous n'avons pas à calculer Fr_{h_2-pois} .

B.4 Prise en compte des effets de l'inertie

Les effets de l'inertie peuvent être pris en compte par l'ajout d'un terme de Bernoulli instationnaire. Cela ajouté au terme de Poiseuille, nous obtenons l'expression de la pression en tout point suivante

$$\begin{aligned}
P(x,t) &= P_{sub} + \frac{1}{2} \frac{\rho U_g(t)^2}{L_g^2} \left(\frac{1}{H(x,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right) \\
&+ \frac{12\mu U_g(t)}{L_g} \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)^3} dx \\
&+ \frac{\rho}{L_g} \frac{\partial}{\partial t} \left(U_g(t) \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \right) \quad si \ x < x_s
\end{aligned} \tag{B.44}$$

$$P(x,t) = P_{supra} \quad si \ x > x_s$$

B.4.1 Calcul du débit

Le terme $\frac{\partial}{\partial t} \left(U_g(t) \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)}, dx \right)$ peut être développé en $\left(\int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \right) \frac{\partial}{\partial t} U_g(t) + U_g(t) \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \right)$. Nous supposons que le second terme est négligeable par rapport au premier. Mais ceci ne suffit pas à rendre le calcul du débit et celui des forces de pression analytique. Nous ne pourrions ajouter le terme d'inertie que dans le cadre d'une simulation numérique où le système d'équation est discrétisé tel que cela est décrit dans la section 2.2.1. Dans ce contexte nous pouvons alors écrire l'équation du second degré permettant d'accéder au débit à l'étape n.

$$\begin{aligned} term_{bern} U_g(n+1)^2 + (term_{pois} + term_{inst} F_e) U_g(n+1) \\ + term_{inst} U_g(n) F_e + \Delta P = 0 \end{aligned} \quad (B.45)$$

avec $term_{bern} = \frac{1}{2} \frac{\rho}{L_g^2} \left(\frac{1}{H(x_s, t)^2} - \frac{1}{H(x_0, t)^2} \right)$, $term_{pois} = \frac{12\mu}{L_g} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x, t)^3} dx$, $term_{inst} = \frac{\rho}{L_g} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x, t)} dx$ et F_e la fréquence d'échantillonnage

Nous obtenons alors, en résolvant l'équation du second degré obtenue, l'expression du débit suivante

$$\begin{aligned} U_g(n+1) = \frac{-(term_{pois} + term_{inst} F_e)}{2term_{bern}} \\ + \frac{\sqrt{(term_{pois} + term_{inst} F_e)^2 - 4term_{bern} (term_{inst} U_g(n) F_e + \Delta P)}}{2term_{bern}} \end{aligned} \quad (B.46)$$

La dérivée du débit est alors approximée par la formule $\frac{\partial U_g(t)}{\partial t} = (U_g(n+1) - U_g(n)) F_e$. Nous devons maintenant calculer le terme $term_{inst}$ selon la pente de la plaque A_1 .

Cas $H_1 = H_2$

$$\begin{aligned}
term_{inst} &= \frac{\rho}{L_g} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)} dx \\
&= \frac{\rho}{L_g} \left(\int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)} dx + \frac{1}{H_1} \int_{x_1}^{x_2} dx \right) \\
&= \frac{\rho}{A_0 L_g} \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{H} dH + \frac{\rho}{H_1 L_g} (x_2 - x_1) \\
&= \frac{\rho}{A_0 L_g} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{\rho}{H_1 L_g} (x_2 - x_1)
\end{aligned} \tag{B.47}$$

Cas $H_1 \neq H_2$

$$\begin{aligned}
term_{inst} &= \frac{\rho}{L_g} \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)} dx \\
&= \frac{\rho}{L_g} \left(\int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)} dx + \int_{x_1}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)} dx \right) \\
&= \frac{\rho}{A_0 L_g} \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{H} dH + \frac{\rho}{A_1 L_g} \int_{H_1}^{H_s} \frac{1}{H} dH \\
&= \frac{\rho}{A_0 L_g} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{\rho}{A_1 L_g} \ln \frac{H_s}{H_1}
\end{aligned} \tag{B.48}$$

B.4.2 Calcul des forces de pression

De même que pour le calcul de la contribution aux forces de pression liée aux effets visqueux, nous calculons ici la contribution aux forces de pression liée aux effets de l'inertie de l'écoulement d'air.

B.4.2.1 Calcul de $Fl_{h1-inst}$

Nous déterminons tout d'abord la distribution de pression sur la plaque de pente A_0 . Nous utilisons le calcul effectué dans la section précédente.

$$\begin{aligned}
 P_{inst}(x,t) &= -\frac{\rho}{L_g} \frac{\partial U_g(t)}{\partial t} \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \\
 &= tmp_3 \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \\
 &= \frac{tmp_3}{A_0} \int_{H_0}^H \frac{1}{H} dH \\
 &= \frac{tmp_3}{A_0} \ln \frac{H(x)}{H_0}
 \end{aligned} \tag{B.49}$$

$$\text{où } tmp_3 = -\frac{\rho}{L_g} \frac{\partial U_g(t)}{\partial t}$$

Nous pouvons alors calculer la contribution à la force de pression à gauche de la masse 1.

$$\begin{aligned}
 \frac{Fl_{h1-inst}}{L_g} &= \int_{x_0}^{x_1} \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} P_{inst}(x,t) dx \\
 &= -\ln(H_0) \frac{tmp_3}{A_0} \frac{x_1 - x_0}{2} + \frac{tmp_3}{A_0(x_1 - x_0)} \left[\int_{x_0}^{x_1} x \ln(H(x)) dx \right. \\
 &\quad \left. - x_0 \int_{x_0}^{x_1} \ln(H(x)) dx \right] \\
 &= \frac{tmp_3}{A_0} \left[\frac{(x_0 - x_1) \ln(H_0)}{2} + \frac{1}{(x_1 - x_0)} (Y_{v1}(x_0, x_1) - x_0 Z_{v1}(x_0, x_1)) \right]
 \end{aligned} \tag{B.50}$$

où $Y_{v1}(x_0, x_1) = \int_{x_0}^{x_1} x \ln(H(x)) dx$ et $Z_{v1}(x_0, x_1) = \int_{x_0}^{x_1} \ln(H(x)) dx$ sont calculés dans la section B.4.2.4

B.4.2.2 Calcul de $Fr_{h1-inst}$

Cas $H_1 = H_2$

$$\begin{aligned}
P_{inst}(x,t) &= \frac{\rho}{L_g} \frac{\partial U_g(t)}{\partial t} \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \\
&= tmp_3 \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)} dx + \frac{tmp_3}{H_1} \int_{x_1}^x dx \\
&= \frac{tmp_3}{A_0} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{tmp_3(x-x_1)}{H_1}
\end{aligned} \tag{B.51}$$

$$\begin{aligned}
\frac{Fr_{h1-inst}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{x-x_2}{x_1-x_2} P_{inst}(x,t) dx \\
&= \frac{tmp_3}{A_0} \frac{x_2-x_1}{2} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{tmp_3}{H_1} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x-x_2)(x-x_1)}{(x_1-x_2)} dx \\
&= \frac{tmp_3}{A_0} \frac{x_2-x_1}{2} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{tmp_3}{H_1} \frac{(x_2-x_1)^2}{6}
\end{aligned} \tag{B.52}$$

Cas $H_1 \neq H_2$

$$\begin{aligned}
P_{inst}(x,t) &= \frac{\rho}{L_g} \frac{\partial U_g(t)}{\partial t} \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \\
&= tmp_3 \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{H(x,t)} dx + tmp_3 \int_{x_1}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \\
&= \frac{tmp_3}{A_0} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{tmp_3}{A_1} \ln \frac{H(x,t)}{H_1}
\end{aligned} \tag{B.53}$$

$$\begin{aligned}
\frac{Fr_{h1-inst}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_s} \frac{x-x_2}{x_1-x_2} P_{inst}(x,t) dx \\
&= \frac{tmp_3}{A_0} tmp_i \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{tmp_3}{A_1} \int_{x_1}^{x_s} \ln \frac{H(x,t)}{H_1} \frac{(x-x_2)}{x_1-x_2} dx \\
&= tmp_3 \left[tmp_i \left(\frac{1}{A_0} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{1}{A_1} \ln(H_1) \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{A_1(x_1-x_2)} (Y_{v2}(x_1, x_s) - x_2 Z_{v2}(x_1, x_s)) \right]
\end{aligned} \tag{B.54}$$

avec $tmp_i = \frac{x_2 - x_1}{2} + \frac{(x_s - x_2)^2}{2(x_1 - x_2)}$, $Y_{v2}(x_1, x_s) = \int_{x_1}^{x_s} x \ln(H(x)) dx$ et $Z_{v2}(x_1, x_s) = \int_{x_1}^{x_s} \ln(H(x)) dx$ sont calculés dans la section B.4.2.4

Raccordement entre les deux cas

Comme précédemment, dans le cas où la plaque A_1 est proche de l'horizontalité avec comme critère plus précis $\left\| \frac{A_1 x_2}{B_1} \right\| < 0,03$, nous effectuons un développement limité de l'expression de $Fr_{h1-inst}$. Le point de séparation est toujours noté x_s , même dans le cas où $x_s = x_2$.

$$\begin{aligned}
P_{inst}(x,t) &= tmp_3 \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{H(x,t)} dx \\
&= \frac{tmp_3}{A_0} \ln \frac{H_1}{H_0} + \int_{x_1}^{x_s} \frac{1}{(A_1 x + B_1)} dx \\
&= tmp_3 \left[term_3 + \frac{1}{B_1} \int_{x_1}^{x_s} 1 - \frac{A_1 x}{B_1} + \frac{A_1^2 x^2}{B_1^2} dx \right] \\
&= tmp_2 \left[term_3 + \frac{1}{B_1} \left[x - \frac{A_1 x^2}{2B_1} + \frac{A_1^2 x^3}{3B_1^2} \right]_{x_1}^{x_s} \right] \\
&= term_4 + \frac{tmp_3}{B_1} \left[x - \frac{A_1 x^2}{2B_1} + \frac{A_1^2 x^3}{3B_1^2} \right]
\end{aligned} \tag{B.55}$$

$$\text{avec } term_3 = \frac{1}{A_0} \ln \frac{H_1}{H_0} \text{ et } term_4 = tmp_3 \left[term_3 - \frac{1}{B_1} \left[x_1 - \frac{A_1 x_1^2}{2B_1} + \frac{A_1^2 x_1^3}{3B_1^2} \right] \right]$$

$$\begin{aligned}
\frac{Fr_{h1-inst}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} P_{inst}(x,t) dx \\
&= term_4 \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} dx + \frac{tmp_3}{B_1} \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \left[x - \frac{A_1 x^2}{2B_1} + \frac{A_1^2 x^3}{3B_1^2} \right] dx \\
&= term_4 \left[\frac{(x_s - x_2)^2}{2(x_1 - x_2)} - \frac{x_1 - x_2}{2} \right] \\
&+ \frac{tmp_3}{(x_1 - x_2)B_1} \left[\frac{x^3}{3} - \frac{A_1 x^4}{8B_1} + \frac{A_1^2 x^5}{15B_1^2} - x_2 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{A_1 x^3}{6B_1} + \frac{A_1^2 x^4}{12B_1^2} \right) \right]_{x_1}^{x_s}
\end{aligned} \tag{B.56}$$

B.4.2.3 Calcul de $Fl_{h2-inst}$

Nous procédons de même que pour le calcul de la force précédente, nous ne calculons donc pas à nouveau la distribution de pression puisqu'il s'agit de la même.

Cas $H_1 = H_2$

$$\begin{aligned}
\frac{Fl_{h2-inst}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P_{inst}(x,t) dx \\
&= \frac{tmp_3}{A_0} \frac{x_2 - x_1}{2} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{tmp_3}{H_1} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x - x_1)^2}{(x_1 - x_2)} dx \\
&= \frac{tmp_3}{A_0} \frac{x_2 - x_1}{2} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{tmp_3}{H_1} \frac{(x_2 - x_1)^2}{3}
\end{aligned} \tag{B.57}$$

Cas $H_1 \neq H_2$

$$\begin{aligned}
\frac{Fl_{h2-inst}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P_{inst}(x,t) dx \\
&= \frac{tmp_3}{A_0} tmp_j \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{tmp_3}{A_1} \int_{x_1}^{x_s} \ln \frac{H(x,t)}{H_1} \frac{(x - x_1)}{x_2 - x_1} dx \\
&= tmp_3 \left[tmp_j \left(\frac{1}{A_0} \ln \frac{H_1}{H_0} + \frac{1}{A_1} \ln(H_1) \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{A_1(x_2 - x_1)} (Y_{v2}(x_1, x_s) - x_1 Z_{v2}(x_1, x_s)) \right]
\end{aligned} \tag{B.58}$$

avec $tmp_j = \frac{(x_s - x_1)^2}{2(x_2 - x_1)}$, $Y_{v2}(x_1, x_s) = \int_{x_1}^{x_s} x \ln(H(x)) dx$ et $Z_{v2}(x_1, x_s) = \int_{x_1}^{x_s} \ln(H(x)) dx$ sont calculés dans la section B.4.2.4

Raccordement entre les deux cas

$$\begin{aligned}
\frac{Fl_{h2-inst}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} P_{inst}(x,t) dx \\
&= term_4 \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} dx + \frac{tmp_3}{B_1} \int_{x_1}^{x_s} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \left[x - \frac{A_1 x^2}{2B_1} + \frac{A_1^2 x^3}{3B_1^2} \right] dx \\
&= term_4 \left[\frac{(x_s - x_1)^2}{2(x_2 - x_1)} \right]
\end{aligned} \tag{B.59}$$

$$\begin{aligned}
&+ \frac{tmp_3}{(x_2 - x_1)B_1} \left[\frac{x^3}{3} - \frac{A_1 x^4}{8B_1} + \frac{A_1^2 x^5}{15B_1^2} - x_1 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{A_1 x^3}{6B_1} + \frac{A_1^2 x^4}{12B_1^2} \right) \right]_{x_1}^{x_s} \\
\text{avec } term_3 &= \frac{1}{A_0} \ln \frac{H_1}{H_0} \text{ et } term_4 = tmp_3 \left[term_3 - \frac{1}{B_1} \left[x_1 - \frac{A_1 x_1^2}{2B_1} + \frac{A_1^2 x_1^3}{3B_1^2} \right] \right]
\end{aligned}$$

B.4.2.4 Calcul de $Y_{v_{i+1}}(x_i, x_j)$ et $Z_{v_{i+1}}(x_i, x_j)$

Nous calculons ici les intégrales $Y_{v_{i+1}}(x_i, x_j) = \int_{x_i}^{x_j} x \ln(H(x)) dx$ et $Z_{v_{i+1}}(x_i, x_j) = \int_{x_i}^{x_j} \ln(H(x)) dx$. i a pour valeur 0 ou 1 et j a pour valeur $i + 1$ ou s , ceci dépendant de la position de point de séparation. Le calcul est effectué comme les précédents dans trois cas $H_i = H_j$, $H_i \neq H_j$, et le raccordement entre ces deux cas.

Cas $H_j = H_i$

$$\begin{aligned}
Y_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} x \ln(H(x)) dx \\
&= \ln(H_i) \int_{x_i}^{x_j} x dx \\
&= \frac{(x_j - x_i)^2}{2} \ln(H_i)
\end{aligned} \tag{B.60}$$

$$\begin{aligned}
Z_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} \ln(H(x)) dx \\
&= \ln(H_i) \int_{x_i}^{x_j} dx \\
&= (x_j - x_i) \ln(H_i)
\end{aligned} \tag{B.61}$$

Cas $H_j \neq H_i$

$$\begin{aligned}
Y_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} x \ln(H(x)) \, dx \\
&= \int_{x_i}^{x_j} x \ln(A_i x + B_i) \, dx \\
&= \left[\frac{x^2}{2} \ln(A_i x + B_i) \right]_{x_i}^{x_j} - \int_{x_i}^{x_j} \frac{A_i x^2}{2(A_i x + B_i)} \, dx \\
&= \left[\frac{x^2}{2} \ln(A_i x + B_i) \right]_{x_i}^{x_j} - \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_j} x - \frac{B_i}{A_i} \, dx + \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_j} \frac{B_i^2}{A_i(A_i x + B_i)} \, dx \quad (\text{B.62}) \\
&= \left[\left(\frac{1}{2} x_{i+1}^2 - \frac{B_i^2}{2A_i^2} \right) \ln(h_{i+1}) - \left(\frac{1}{2} x_i^2 - \frac{B_i^2}{2A_i^2} \right) \ln(h_i) \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} \left[(x_{i+1}^2 - x_i^2) - \frac{B_i}{A_i} (x_{i+1} - x_i) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} \ln(H(x)) \, dx \\
&= \frac{1}{A_i} \int_{H_i}^{H_j} \ln(H) \, dH \\
&= \frac{1}{A_i} \left[H \ln(H) - H \right]_{H_i}^{H_j} \quad (\text{B.63})
\end{aligned}$$

Raccordement entre les deux cas

Nous effectuons comme précédemment un développement limité dans le cas où $\left\| \frac{A_i x_j}{B_i} \right\| < 0,03$.

$$\begin{aligned}
Y_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} x \ln(H(x)) \, dx = \int_{x_i}^{x_j} x \ln(A_i x + B_i) \, dx \\
&= \int_{x_i}^{x_j} x \left[\ln(B_i) + \ln\left(\frac{A_i x}{B_i} + 1\right) \right] \, dx = \int_{x_i}^{x_j} x \left[\ln(B_i) + \frac{A_i x}{B_i} - \frac{A_i^2 x^2}{2B_i^2} \right] \, dx \\
&= \left[\frac{x^2}{2} \ln(B_i) + \frac{A_i x^3}{3B_i} - \frac{A_i^2 x^4}{8B_i^2} \right]_{x_i}^{x_j} \quad (\text{B.64})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_{v_{i+1}}(x_i, x_j) &= \int_{x_i}^{x_j} \ln(H(x)) \, dx = \int_{x_i}^{x_j} \ln(A_i x + B_i) \, dx \\
&= \int_{x_i}^{x_j} x \left[\ln(B_i) + \frac{A_i x}{B_i} - \frac{A_i^2 x^2}{2B_i^2} \right] \, dx \\
&= \left[x \ln(B_i) + \frac{A_i x^2}{2B_i} - \frac{A_i^2 x^3}{6B_i^2} \right]_{x_i}^{x_j}
\end{aligned} \tag{B.65}$$

Annexe C

Forces de pression et débit glottique: Modèle à une masse

Le modèle à une masse de corde vocale peut être vu comme une simplification du modèle à deux masses, comme cela a été décrit dans la partie 2. Nous détaillons ici les calculs du débit glottique et des forces de pression appliqués à ce modèle, décrit sur le schéma de la figure C.1.

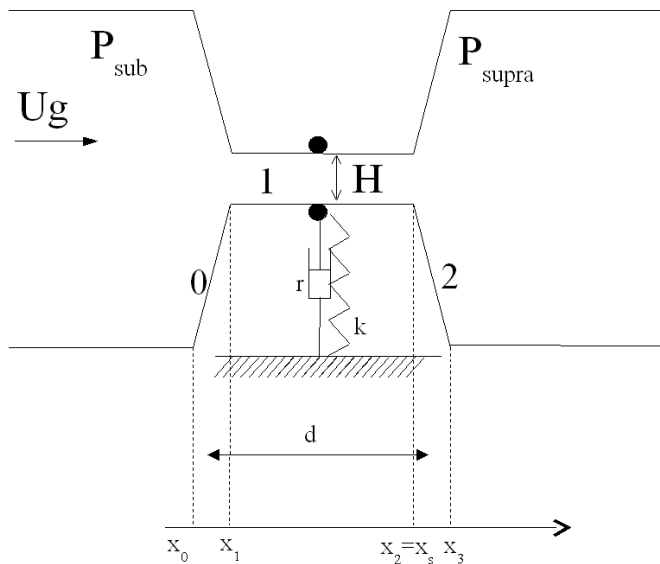


FIG. C.1 – Géométrie à base de "plaques" dans laquelle est inclu un modèle à une masse de corde vocale.

Les calculs sont nettement simplifiés par rapport au modèle à deux masses puisque la configuration géométrique impose que la plaque 1 a toujours une pente nulle. L'expression de la distribution de pression, prenant en compte les effets visqueux et ceux de l'inertie, est donnée par

$$\begin{aligned}
P(x,t) = & P_{sub} + tmp_1 \left(\frac{1}{H_1^2} - \frac{1}{H_0^2} \right) \\
& + tmp_2 \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)^3} dx \\
& + tmp_3 \int_{x_0}^x \frac{1}{H(x,t)} dx \quad si \quad x < x_s
\end{aligned} \tag{C.1}$$

$$P(x,t) = P_{supra} \quad si \quad x > x_s$$

C.1 Calcul du débit

Le débit est en fait déduit des équations B.6, B.26, B.46, dans le cas où $H_1 = H_2$. Ainsi en prenant en compte les effets visqueux et l'inertie de l'écoulement d'air, nous obtenons.

Nous obtenons alors, en résolvant l'équation du second degré obtenue, l'expression du débit suivante

$$\begin{aligned}
U_g(n+1) = & \frac{-(term_{pois} + term_{inst}F_e)}{2term_{bern}} \\
& + \frac{\sqrt{(term_{pois} + term_{inst}F_e)^2 - 4term_{bern}(term_{inst}U_g(n)F_e + \Delta P)}}{2term_{bern}}
\end{aligned} \tag{C.2}$$

avec $term_{bern} = \frac{1}{2} \frac{\rho}{L_g^2} \left(\frac{1}{H(x_s,t)^2} - \frac{1}{H(x_0,t)^2} \right)$, $term_{pois} = \frac{12\mu}{L_g} \left[\frac{1}{2A_1} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H^2} \right) + \frac{x_2 - x_1}{H^3} \right]$, $term_{inst} = \frac{\rho}{L_g} \left[\ln \left(\frac{H}{H_0} \right) + \frac{x_2 - x_1}{H} \right]$, $\Delta P = P_{sub} - P_{supra}$ et F_e la fréquence d'échantillonnage

C.2 Calcul des forces de pression

Nous calculons ici trois forces: les forces à gauche et à droite de la masse (sur les plaques 0 et 2), et la force sur la plaque 1. Les forces agissant sur les plaques 0 et 2 sont les mêmes que celles calculées précédemment pour le modèle à deux masses, il s'agit des forces $F_{l_{h1}}$ (équations B.10, B.31, B.50) et $F_{r_{h2}}$ (équation B.19). La force s'exerçant sur la plaque centrale indiquée 1 est calculée ainsi

$$\begin{aligned}
 \frac{F_{m_h}}{L_g} &= \int_{x_1}^{x_2} P(x,t) dx \\
 &= (x_2 - x_1) \left[P_{sub} - \frac{\rho U_g(t)^2}{2} \left(\frac{1}{H_1^2} - \frac{1}{H_0^2} \right) \right] \\
 &+ \frac{-12\mu U_g(t)}{L_g} \frac{x_2 - x_1}{2} \left[\frac{1}{A_0} \left(\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right) + \frac{1}{H^3} (x_2 - x_1) \right] \\
 &+ \frac{-\rho(x_2 - x_1)}{L_g} \frac{\partial U_g(t)}{\partial t} \left(\frac{1}{A_0} \ln\left(\frac{H}{H_0}\right) + \frac{x_2 - x_1}{2H} \right)
 \end{aligned} \tag{C.3}$$

Annexe D

Complément pour l'analyse de stabilité

Nous détaillons ici l'analyse de stabilité effectuée sur les modèles à une masse retardée, à une masse, ainsi sur le modèle à deux masses, en prenant en compte plusieurs modes du résonateur acoustique aval, et un mode du résonateur acoustique amont.

D.1 Prise en compte de plusieurs modes acoustique du résonateur aval, et d'un mode du résonateur amont

D.1.1 Modes supérieur du résonateur aval

Nous avons vu dans la section 2.2.2.2 que qu'un mode est représenté par une équation différentielle du second ordre de variable $\psi(t)$, telle que $\frac{\partial p(t)}{\partial t} = \psi(t)$. Cette équation s'écrit

$$\frac{\partial^2 \psi(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_a}{Q_a} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} + \omega_a^2 \psi(t) = \frac{Z_a \omega_a}{S Q_a} u(t) \quad (\text{D.1})$$

La prise en compte de modes d'ordre supérieur est donc effectuée en étendant cette description aux résonances suivantes du résonateur. Ainsi, à chaque résonance, nous associons une équation différentielle du type de D.1. Ainsi nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi_1(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_{a1}}{Q_{a1}} \frac{\partial \psi_1(t)}{\partial t} + \omega_{a1}^2 \psi_1(t) &= \frac{Z_{a1} \omega_{a1}}{S Q_{a1}} u(t) \\ \frac{\partial^2 \psi_2(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_{a2}}{Q_{a2}} \frac{\partial \psi_2(t)}{\partial t} + \omega_{a2}^2 \psi_2(t) &= \frac{Z_{a2} \omega_{a2}}{S Q_{a2}} u(t) \\ \frac{\partial^2 \psi_3(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_{a3}}{Q_{a3}} \frac{\partial \psi_3(t)}{\partial t} + \omega_{a3}^2 \psi_3(t) &= \frac{Z_{a3} \omega_{a3}}{S Q_{a3}} u(t) \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

avec $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, et $\psi_3(t)$ les potentiels des pressions acoustiques associées à chaque mode (ici 3 modes sont représentés).

Par ailleurs, le terme de fluctuation de débit est lui aussi développé avec les termes liés aux modes supérieurs. Ainsi, nous écrivons la fluctuation de débit $u(t)$

$$u(t) = \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1} \Big|_{eq} h_1 + \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2} \Big|_{eq} h_2 + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-1} + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-2} + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-3} \right) \quad (D.3)$$

où $p_{supra-1}$, $p_{supra-2}$, et $p_{supra-3}$ sont les pressions acoustiques associées à chaque mode.

Enfin, nous retrouvons dans les fluctuations des forces les termes liées aux différentes modes acoustiques. Ainsi la fluctuation f_i d'une force F_i donnée s'écrira:

$$f_i = \text{fluctuations liées aux déplacement} + \frac{\partial F_i}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-1} + \frac{\partial F_i}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-2} + \frac{\partial F_i}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-3} \quad (D.4)$$

D.1.2 Modes acoustiques du résonateur amont

Nous décrivons de même que précédemment, par une équation différentielle du second ordre, les modes acoustiques du résonateur en amont des cordes vocales. Du fait des dimensions que nous rencontrons dans le cadre de notre étude, nous nous limitons néanmoins à un seul mode pour le résonateur amont. Ainsi l'équation différentielle décrivant la résonance s'écrit

$$\frac{\partial^2 \psi_{am}(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_{am}}{Q_{am}} \frac{\partial \psi_{am}(t)}{\partial t} + \omega_{am}^2 \psi_{am}(t) = -\frac{Z_{am} \omega_{am}}{S Q_{am}} u(t) \quad (D.5)$$

avec $\frac{\partial \psi_{am}(t)}{\partial t} = p_{sub}(t)$, où $p_{sub}(t)$ est la fluctuation de la pression sous-glottique P_{sub} .

Nous noterons ici le signe $-$ devant le terme de débit, puisque la propagation s'effectue dans le sens inverse du débit tel que nous l'avons défini. La variation du débit peut alors

s'écrire en fonction de toutes les fluctuations de pression et de déplacement.

$$\begin{aligned}
u(t) = & \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1} \Big|_{eq} h_1 + \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2} \Big|_{eq} h_2 \right. \\
& \left. + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-1} + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-2} + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-3} + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub}} \Big|_{eq} p_{sub} \right)
\end{aligned} \tag{D.6}$$

Enfin, la fluctuation f_i d'une force F_i s'écrit

$$\begin{aligned}
f_i = & \text{fluctuations liées aux déplacement} + \frac{\partial F_i}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-1} \\
& + \frac{\partial F_i}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-2} + \frac{\partial F_i}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} p_{supra-3} + \frac{\partial F_i}{\partial P_{sub}} \Big|_{eq} p_{sub}
\end{aligned} \tag{D.7}$$

D.2 Modèle à deux masses

Du fait des descriptions acoustiques précédentes, le système le plus complexe que nous obtenons, pour l'analyse de stabilité, dans le cadre de cette étude comporte deux équations différentielles couplées relatives à la description de la mécanique, trois équations différentielles pour les modes acoustiques du résonateur aval ("conduit vocal"), et une équation différentielle pour la résonance acoustique du résonateur amont ("trachée").

Nous écrivons donc

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 h_1}{\partial t^2} + \frac{2r}{m} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{2(k+k_c)}{m} h_1 - \frac{2k_c}{m} h_2 = \\
& \frac{4}{m} \left(\frac{\partial F_1}{\partial H_1|_{eq}} h_1 + \frac{\partial F_1}{\partial H_2|_{eq}} h_2 + \frac{\partial F_1}{\partial P_{sub}|_{eq}} p_{sub} + \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra}|_{eq}} [p_{supra-1} + p_{supra-2} + p_{supra-3}] \right) \\
& \frac{\partial^2 h_2}{\partial t^2} + \frac{2r}{m} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{2(k+k_c)}{m} h_2 - \frac{2k_c}{m} h_1 = \\
& \frac{4}{m} \left(\frac{\partial F_2}{\partial H_1|_{eq}} h_1 + \frac{\partial F_2}{\partial H_2|_{eq}} h_2 + \frac{\partial F_2}{\partial P_{sub}|_{eq}} p_{sub} + \frac{\partial F_2}{\partial P_{supra}|_{eq}} [p_{supra-1} + p_{supra-2} + p_{supra-3}] \right) \\
& \frac{\partial^2 \psi_i(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_{a_i}}{Q_{a_i}} \frac{\partial \psi_i(t)}{\partial t} + \omega_{a_i}^2 \psi_i(t) = \frac{Z_{a_i} \omega_{a_i}}{SQ_{a_i}} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1|_{eq}} h_1 + \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2|_{eq}} h_2 \right. \\
& \left. + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}|_{eq}} [p_{supra-1} + p_{supra-2} + p_{supra-3}] + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub}|_{eq}} p_{sub} \right) \\
& \frac{\partial^2 \psi_{am}(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_{am}}{Q_{am}} \frac{\partial \psi_{am}(t)}{\partial t} + \omega_{am}^2 \psi_{am}(t) = -\frac{Z_{am} \omega_{am}}{SQ_{am}} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1|_{eq}} h_1 + \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2|_{eq}} h_2 \right. \\
& \left. + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}|_{eq}} [p_{supra-1} + p_{supra-2} + p_{supra-3}] + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub}|_{eq}} p_{sub} \right)
\end{aligned} \tag{D.8}$$

avec $i = [1,2,3]$

Pour effectuer l'analyse de stabilité, nous écrivons ce système sous forme d'une représentation d'état avec le vecteur d'état $X = [h_1 \quad h_2 \quad \psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3 \quad \psi_{am} \quad \frac{\partial h_1}{\partial t} \quad \frac{\partial h_2}{\partial t} \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial t} \quad \frac{\partial \psi_2}{\partial t} \quad \frac{\partial \psi_3}{\partial t}]$. La matrice d'état M s'écrit alors

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
$\frac{2}{m} \left(2 \frac{\partial F_1}{\partial H_1 _{eq}} - (k + k_c) \right)$	$\frac{2}{m} \left(2 \frac{\partial F_1}{\partial H_2 _{eq}} + k_c \right)$	0	0	0	0
$\frac{2}{m} \left(2 \frac{\partial F_2}{\partial H_1 _{eq}} + k_c \right)$	$\frac{2}{m} \left(2 \frac{\partial F_2}{\partial H_2 _{eq}} - (k + k_c) \right)$	0	0	0	0
$\frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1 _{eq}}$	$\frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2 _{eq}}$	$-\omega_{a1}^2$	0	0	0
$\frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1 _{eq}}$	$\frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2 _{eq}}$	0	$-\omega_{a2}^2$	0	0
$\frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1 _{eq}}$	$\frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2 _{eq}}$	0	0	$-\omega_{a3}^2$	0
$\frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_1 _{eq}}$	$\frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial H_2 _{eq}}$	0	0	0	$-\omega_{am}^2$

1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1
$-\frac{2r}{m}$	0	$\frac{4}{m} \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra-1} _{eq}}$	$\frac{4}{m} \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra-2} _{eq}}$	$\frac{4}{m} \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra-3} _{eq}}$	$\frac{4}{m} \frac{\partial F_1}{\partial P_{sub} _{eq}}$
0	$-\frac{2r}{m}$	$\frac{4}{m} \frac{\partial F_2}{\partial P_{supra-1} _{eq}}$	$\frac{4}{m} \frac{\partial F_2}{\partial P_{supra-2} _{eq}}$	$\frac{4}{m} \frac{\partial F_2}{\partial P_{supra-3} _{eq}}$	$\frac{4}{m} \frac{\partial F_2}{\partial P_{sub} _{eq}}$
0	0	$-\frac{\omega_{a1}}{Q_{a1}} + \frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$\frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$\frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$\frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub} _{eq}}$
0	0	$\frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$-\frac{\omega_{a2}}{Q_{a2}} + \frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$\frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$\frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub} _{eq}}$
0	0	$\frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$\frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$-\frac{\omega_{a3}}{Q_{a3}} + \frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$\frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub} _{eq}}$
0	0	$\frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$\frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$\frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} _{eq}}$	$-\frac{\omega_{am}}{Q_{am}} + \frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub} _{eq}}$

D.3 Modèle à une masse

En considérant un retard t_0 nul, nous réduisons la description mécanique à un modèle à une masse, tel que décrit sur la figure D.1.

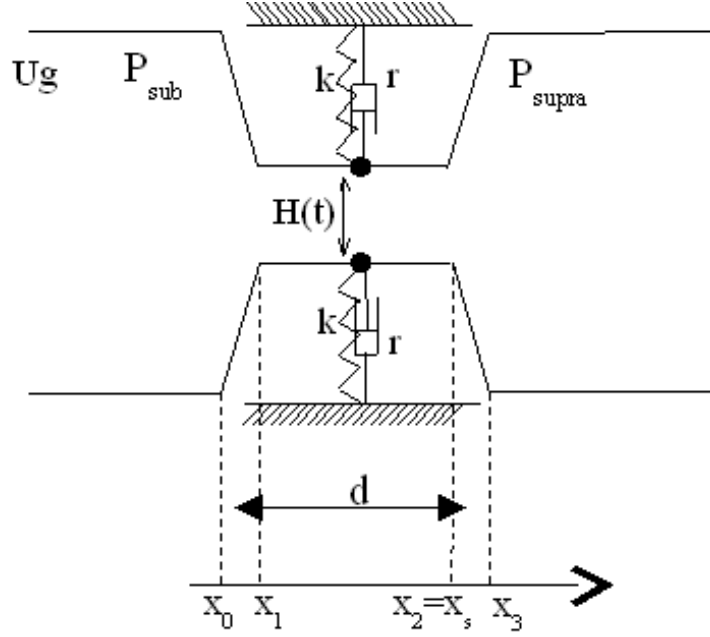


FIG. D.1 – Représentation des cordes vocales par un modèle à une masse. Cette masse ponctuelle est reliée au reste du corps par un ressort de raideur k et un amortissement r

Les équations linéarisés de ce modèle s'écrivent de la manière suivante

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + \frac{2r}{m} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{2k}{m} h &= \frac{4}{m} \left(\frac{\partial F}{\partial H} \Big|_{eq} h \right. \\
&+ \left. \frac{\partial F}{\partial P_{sub}} \Big|_{eq} p_{sub} + \frac{\partial F}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} [p_{supra-1} + p_{supra-2} + p_{supra-3}] \right) \\
\frac{\partial^2 \psi_i(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_{a_i}}{Q_{a_i}} \frac{\partial \psi_i(t)}{\partial t} + \omega_{a_i}^2 \psi_i(t) &= \frac{Z_{a_i} \omega_{a_i}}{S Q_{a_i}} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H} \Big|_{eq} h \right. \\
&+ \left. \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} [p_{supra-1} + p_{supra-2} + p_{supra-3}] + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub}} \Big|_{eq} p_{sub} \right) \\
\frac{\partial^2 \psi_{am}(t)}{\partial t^2} + \frac{\omega_{am}}{Q_{am}} \frac{\partial \psi_{am}(t)}{\partial t} + \omega_{am}^2 \psi_{am}(t) &= -\frac{Z_{am} \omega_{am}}{S Q_{am}} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H} \Big|_{eq} h \right. \\
&+ \left. \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra}} \Big|_{eq} [p_{supra-1} + p_{supra-2} + p_{supra-3}] + \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub}} \Big|_{eq} p_{sub} \right)
\end{aligned} \tag{D.9}$$

Ce système est alors écrit sous forme de représentation d'état avec pour vecteur d'état $X = [h \ \psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \psi_{am} \ \frac{\partial h}{\partial t} \ \frac{\partial \psi_1}{\partial t} \ \frac{\partial \psi_2}{\partial t} \ \frac{\partial \psi_3}{\partial t} \ \frac{\partial \psi_{am}}{\partial t}]$, c'est à dire un vecteur d'état similaire au précédent et pour matrice d'état

$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{2}{m} \left(2 \frac{\partial F}{\partial H} \Big _{eq} - k \right) \\ \frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H} \Big _{eq} \right) \\ \frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H} \Big _{eq} \right) \\ \frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H} \Big _{eq} \right) \\ \frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \left(\frac{\partial U_g(t)}{\partial H} \Big _{eq} \right) \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\omega_{a1}^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\omega_{a2}^2 \\ 0 \\ 0 \\ -\omega_{a3}^2 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\omega_{am}^2 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{2r}{m} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$
$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{4}{m} \frac{\partial F_1}{\partial P_{supra-1} \Big _{eq}} \\ -\frac{\omega_{a1}}{Q_{a1}} + \frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{4}{m} \frac{\partial F}{\partial P_{supra-2} \Big _{eq}} \\ -\frac{\omega_{a2}}{Q_{a2}} + \frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{4}{m} \frac{\partial F}{\partial P_{supra-3} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \\ -\frac{\omega_{a3}}{Q_{a3}} + \frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{supra} \Big _{eq}} \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{4}{m} \frac{\partial F}{\partial P_{sub} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{a1}\omega_{a1}}{SQ_{a1}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{a2}\omega_{a2}}{SQ_{a2}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub} \Big _{eq}} \\ \frac{Z_{a3}\omega_{a3}}{SQ_{a3}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub} \Big _{eq}} \\ -\frac{\omega_{am}}{Q_{am}} + \frac{Z_{am}\omega_{am}}{SQ_{am}} \frac{\partial U_g(t)}{\partial P_{sub} \Big _{eq}} \end{array}$	

Annexe E

Calibration des systèmes de mesures

E.1 Capteurs de pression

Comme précisé dans la section 3.2.2.1, les capteurs de pression Endevco 8507C et Kulite XCS-0.93-0.35-Bar-G sont des capteurs dont la réponse est linéaire. Leur calibration est effectuée grâce à un manomètre électronique Aschcroft XLdp, qui mesure la différence de pression entre le point de mesure et la pression atmosphérique avec une précision de $1Pa$. La procédure suivie pour la calibration d'un capteur est la suivante:

1. Branchement du capteur de pression et du manomètre sur une même prise de pression
2. Mesure de la tension à vide
3. Augmentation progressive de la pression, et mesure de la tension correspondante à chaque pression
4. Diminution de la pression jusqu'au retour à la tension à vide.
5. Tracé de la courbe de correspondance entre tension donnée par le capteur et pression mesurée au manomètre
6. Retrait de l'offset, symétrisation de la courbe
7. Calcul de la pente de la courbe pour en déduire le gain du capteur.

La figure E.1 donne un exemple de courbe de calibration de capteurs de pression.

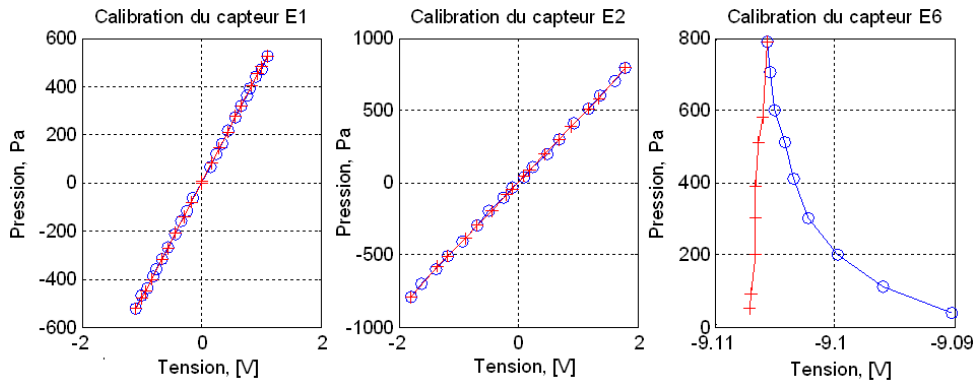


FIG. E.1 – Courbe de calibration de trois capteurs de pression. Le capteur E6 est ici défectueux, sa courbe de réponse n'est linéaire.

E.2 Calibration du système diode laser et photodiode

Le système optique présenté à la section 3.2.2.2 est composé d'une diode laser dont le faisceau est interrompu par la constriction formée par la maquette de cordes vocales. La photodiode reçoit donc une intensité lumineuse en fonction de l'ouverture. Cette intensité lumineuse est converti en tension par un circuit de préamplification associé à la photodiode. Dans la plage d'utilisation (ouverture variation de 0 à 5mm), la réponse de ce dispositif est linéaire. Pour le calibrer, nous utilisons une maquette rigide et mobile que nous fixons à la place de la maquette de cordes vocales, comme cela est schématisé sur la figure E.2. L'écartement entre les deux pièces rigides est fixé par des cales d'épaisseur variable de 0.04mm à 1mm que nous pouvons superposer pour obtenir une large plage de variation. Le protocole de calibration que nous suivons est alors le suivant:

1. Mesure de la tension en sortie du circuit d'amplification de la photodiode avec une ouverture nulle
2. Mise en place de cales d'épaisseur croissante, puis décroissante
3. Mesure de la tension pour chaque jeu de cales
4. Tracé de la courbe de correspondance entre tension donnée par la photodiode et ouverture fixée par les cales
5. Retrait de l'offset
6. Calcul de la pente de la courbe pour en déduire le gain du système photodiode+circuit amplificateur.

Un exemple de droite de calibration est donnée sur la figure E.3

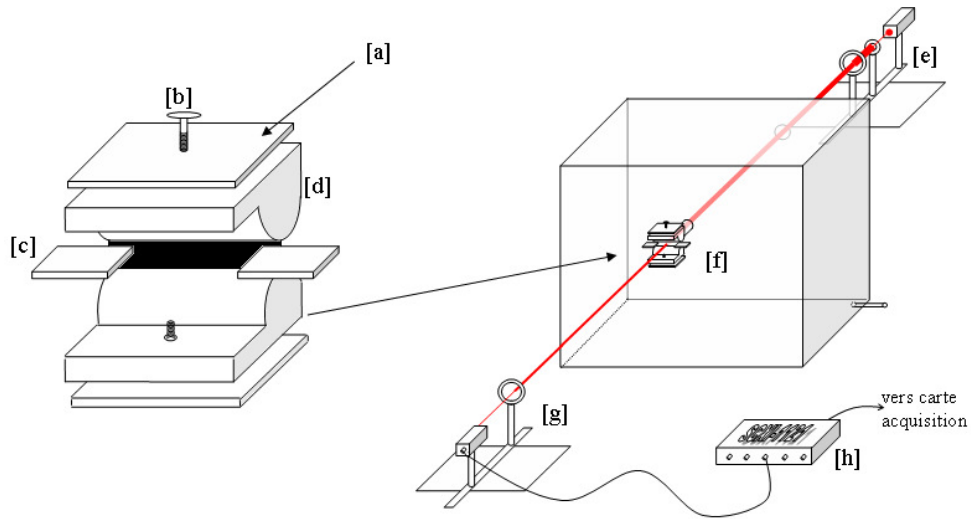


FIG. E.2 – Calibration du système diode laser/photodiode, grâce une maquette rigide dont l'ouverture est fixée par des cales qui permettent de faire varier l'ouverture de 0.1mm à 3mm. [a] partie fixe. [b] vis de réglage/serrage de la partie mobile. [c] cale fixant l'écart entre les deux parties mobiles. [d] partie mobile. [e] diode laser et lentille. [f] maquette rigide fixée sur le réservoir. [g] photodiode et lentille. [h] acquisitions des signaux provenant de la photodiode.

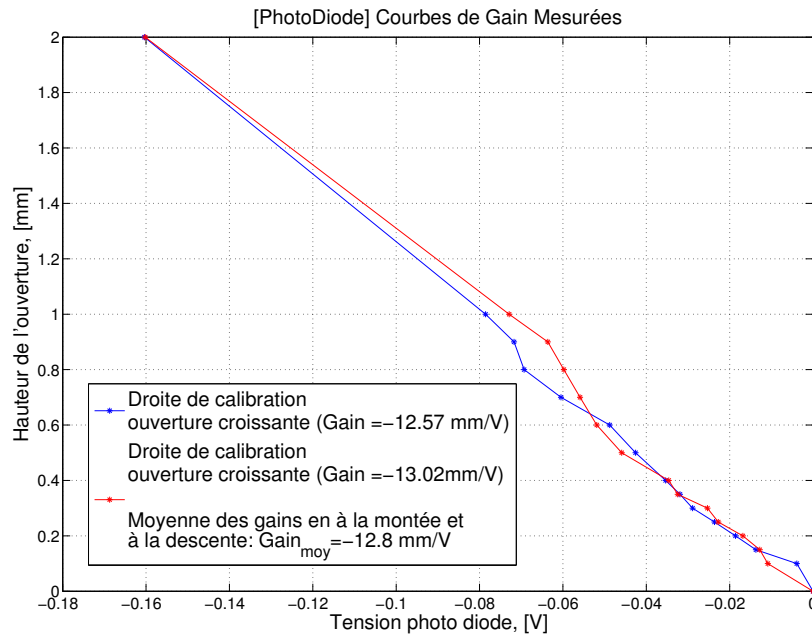


FIG. E.3 – Exemple de droite de calibration du système optique diode laser/photodiode.

E.3 Calibration de la caméra

Les images recueillies par la caméra CCD de la section 3.2.2.2 nous permettent de mesurer des distances en nombres de pixels. Nous devons donc calibrer le système pour connaître la taille de chaque pixel et de fait connaître l'erreur de mesure. Nous utilisons pour cela une image de calibration. Nous faisons l'acquisition d'une image avec la camera d'un objet dont nous connaissons parfaitement les dimensions, ici un tuyau métallique de section 25mm ., disposé à la place de la maquette de cordes vocales. Nous obtenons une image du type de de celle présentée sur la figure E.4. Cette image est alors filtrée pour extraire les contours du cercle lumineux. Nous déduisons ainsi le rapport entre le nombre de pixels par unité de mesure des distances.

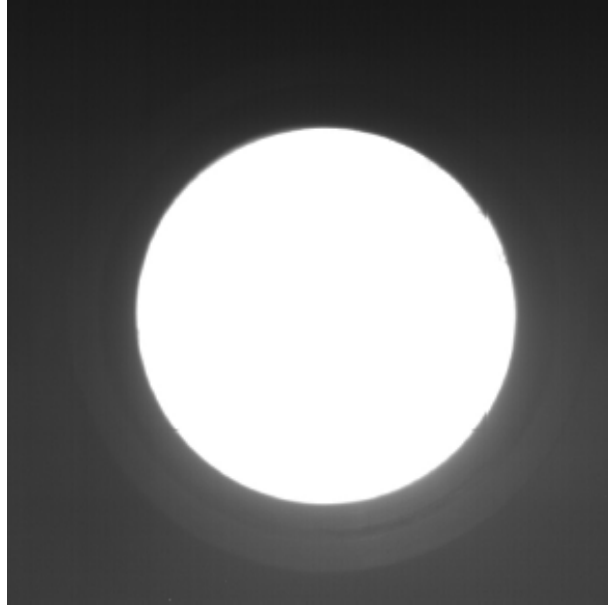


FIG. E.4 – Exemple d'image acquise pour la calibration de la caméra.

Résumé

Titre: Modèles d'interactions fluide parois dans le conduit vocal. Applications aux voix et pathologies.

Lors de la phonation, des phénomènes complexes mettent en jeu des interactions entre l'écoulement d'air provenant des poumons, les cordes vocales et des résonateurs acoustiques (trachée, conduit vocal et nasal). Cette thèse se focalise sur la validation expérimentale d'un des modèles de cordes vocales les plus utilisés: le modèle à deux masses. Les interactions de ce modèle avec l'écoulement d'air et les résonateurs acoustiques sont d'abord décrites théoriquement. Des outils d'analyses des descriptions théoriques permettant d'en extraire des paramètres pertinents en parole sont explicités. Un banc expérimental, basé sur des maquettes de cordes vocales, est ensuite utilisé pour tester la validité des prédictions théoriques obtenues avec le modèle. Enfin, deux exemples d'applications de l'utilisation du modèle à deux masses et ses interactions sont donnés.

Mots-clés: Phonation - Modèle à deux masses - Interaction aéro-acoustico-mécanique - Validation expérimentale in-vitro - Synthèse de sons voisés - Pathologies vocales

Abstract

Title: Fluid walls interactions modelling in the vocal tract. Applications to voice and pathologies.

During phonation, complex phenomena involve interactions between the airflow coming from the lungs, the vocal folds and the acoustical resonators (trachea, vocal and nasal tract). This thesis focuses on the experimental validation of one of the most used vocal folds model: the two mass model. The model interactions with the airflow and the acoustical resonators are theoretically described. Then, tools for analysis of the theoretical descriptions, in order to extract relevant parameters in speech, are given. An experimental set-up, based on vocal fold replicas, is used to test the validity of the theoretical predictions obtained with the model. Finally, two examples of applications of the use of the two mass model are given.

Keywords: Phonation - Two mass model - Aerodynamical, acoustical, mechanical interaction - Experimental in-vitro validation - Voice synthesis - Pathologies