



**HAL**  
open science

# Contribution à la conception des formes complexes : la surface d'usinage en fraisage 5 axes isocrête

Christophe Tournier

► **To cite this version:**

Christophe Tournier. Contribution à la conception des formes complexes : la surface d'usinage en fraisage 5 axes isocrête. Sciences de l'ingénieur [physics]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2001. Français. NNT : . tel-00366649

**HAL Id: tel-00366649**

**<https://theses.hal.science/tel-00366649>**

Submitted on 9 Mar 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**DOCTORAT DE L'ECOLE NORMALE  
SUPERIEURE DE CACHAN**

**SPECIALITE : GENIE MECANIQUE**

**THESE**

PRESENTEE PAR

**Christophe Tournier**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

---

**Contribution à la conception des formes complexes : La surface  
d'usinage en fraisage 5 axes isocrête**

---

Thèse soutenue le 12 décembre 2001 devant le jury composé de :

<i>A. CLEMENT</i>	<i>Président</i>
<i>P. BOURDET</i>	<i>Directeur de Thèse</i>
<i>S. TICHKIEWITCH</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>J.Y. HASCOET</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>W. RUBIO</i>	<i>Examineur</i>
<i>J.M. LANGERON</i>	<i>Examineur</i>
<i>E. DUC</i>	<i>Examineur</i>

**Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée**

**Ecole Normale Supérieure de CACHAN**

61, Avenue du Président Wilson - 94235 CACHAN Cedex

**DOCTORAT DE L'ECOLE NORMALE  
SUPERIEURE DE CACHAN**

**SPECIALITE : GENIE MECANIQUE**

**THESE**

PRESENTEE PAR

**Christophe Tournier**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

---

**Contribution à la conception des formes complexes : La surface  
d'usinage en fraisage à 5 axes isocrête**

---

Thèse soutenue le 12 décembre 2001 devant le jury composé de :

<i>A. CLEMENT</i>	<i>Président</i>
<i>P. BOURDET</i>	<i>Directeur de Thèse</i>
<i>S. TICHKIEWITCH</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>J.Y. HASCOET</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>W. RUBIO</i>	<i>Examineur</i>
<i>J.M. LANGERON</i>	<i>Examineur</i>
<i>E. DUC</i>	<i>Examineur</i>

**Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée**

**Ecole Normale Supérieure de CACHAN**

61, Avenue du Président Wilson - 94235 CACHAN Cedex

*A Danielle,  
Nicolas  
et Margaux.*

## REMERCIEMENTS

Les travaux de recherche exposés dans ce mémoire ont été effectués au LURPA (Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée) de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, sous la direction de Monsieur le Professeur Pierre Bourdet.

Je remercie Monsieur le Professeur André Clément de Dassault Systèmes pour sa collaboration et pour avoir accepté de présider le jury de thèse.

Je tiens à remercier Messieurs les Professeurs Serge Tichkiewitch et Jean-Yves Hascoët pour avoir rapporté mes travaux et pour leurs encouragements à poursuivre mes activités de recherche.

Je remercie Messieurs Walter Rubio, Maître de conférence habilité à diriger les recherches, Jean-Marie Langeron, expert en génération de trajectoires chez Dassault Systèmes et Emmanuel Duc, Professeur agrégé et Docteur, pour leur participation au jury de thèse.

Je remercie Monsieur le Professeur Pierre Bourdet de m'avoir accueilli au laboratoire et d'avoir accepté de prendre la direction de mes travaux.

La réussite des travaux de recherche est pour beaucoup le fruit de l'encadrement dynamique de Monsieur Emmanuel Duc. Je le remercie très sincèrement pour la confiance qu'il m'a accordée. Sa clairvoyance dans le domaine de l'usinage des formes gauches sous tous ses aspects nous a permis de résoudre nombre de problèmes et m'a beaucoup apporté.

Je remercie également l'ensemble des personnes du laboratoire et plus particulièrement celles et ceux qui assurent le bon fonctionnement de l'informatique, François, Bruno et Olivier et des matériels expérimentaux, Marie-France et Philippe.

## Table des matières

<b>Table des matières</b> .....	<b>1</b>
<b>Table des figures</b> .....	<b>7</b>
<b>Notation</b> .....	<b>11</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>13</b>
<b>Le concept de la surface d'usinage</b> .....	<b>15</b>
<b>1. Le processus d'élaboration des pièces de forme complexe</b> .....	<b>16</b>
<b>2. La conception géométrique des surfaces</b> .....	<b>20</b>
2.1. Notions de qualité et de continuité des surfaces : définitions .....	20
2.2. Les surfaces de style .....	21
2.2.1. Elaboration des surfaces de style ou surfaces de classe A .....	21
2.2.2. Expression géométrique des contraintes de style .....	22
2.2.3. Validation de la géométrie des surfaces de style .....	23
2.3. Les surfaces d'ingénierie .....	23
2.3.1. Obtention des surfaces d'ingénierie .....	24
2.3.2. Modélisation géométrique des surfaces d'ingénierie .....	24
2.4. Typologie des surfaces pour le concept de la surface d'usinage .....	25
<b>3. Intégration des contraintes de conception et de fabrication</b> .....	<b>26</b>
3.1. La notion d'entité .....	27
3.2. L'ingénierie intégrée .....	27
3.3. Le Design For Manufacturing .....	28
3.4. Le modèle produit .....	29
<b>4. Intégration du concept de la surface d'usinage</b> .....	<b>30</b>
4.1. Le concept de la surface d'usinage .....	30
4.2. Objectifs .....	30
4.3. La surface d'usinage en conception [DUC et al 1999] .....	31
4.4. La surface d'usinage en ingénierie intégrée .....	34

4.5. La surface d'usinage en génération de trajectoires .....	35
<b>5. Conclusion .....</b>	<b>38</b>
<b>Définition de la surface d'usinage en fraisage en bout .....</b>	<b>41</b>
<b>1. Génération de trajectoires en fraisage à 5 axes .....</b>	<b>42</b>
1.1 Introduction .....	42
1.2 Construction des positions de l'outil .....	43
1.3 Gestion des interférences entre l'outil et la pièce .....	45
1.4 Calcul de la hauteur de crête et de la distance entre passes .....	49
<b>2. Définition de la surface d'usinage en fraisage multi-axes .....</b>	<b>52</b>
2.1 Détermination des points fixes à considérer .....	52
2.2 Surface de guidage, surface d'orientation .....	55
2.2.1. Localisation de la surface d'orientation .....	56
2.2.2. Existence de la surface d'usinage .....	56
2.3 Autres géométries d'outil .....	58
<b>3. Les surfaces offsets généralisées .....</b>	<b>60</b>
3.1 Introduction .....	60
3.2 Utilisation en génération de trajectoires .....	60
<b>4. Modélisation explicite de la surface d'usinage .....</b>	<b>62</b>
4.1 Surface d'usinage en fraisage à 3 axes avec un outil torique .....	62
4.2 Surface d'usinage en fraisage à 5 axes avec un outil torique .....	62
4.3 Influence des approximations .....	64
4.4 Gestion des interférences entre l'outil et la pièce .....	64
<b>5. Application .....</b>	<b>66</b>
5.1 Modélisation de la surface d'usinage .....	66
5.2 Traitement des interférences .....	67
<b>6. Conclusion .....</b>	<b>68</b>
<b>Génération de trajectoires à hauteur de crête constante .....</b>	<b>69</b>
<b>1. Introduction .....</b>	<b>70</b>
<b>2. Génération de trajectoires isocrêtes en 3 axes avec outil hémisphérique .....</b>	<b>71</b>
2.1 Géométrie du trajet isocrête .....	71

*TABLE DES MATIERES*

2.2 Etat de l'art .....	71
2.2.1. La méthode de Suresh et Yang [SURESH, YANG 1994] .....	72
2.2.2. La méthode de Sarma et Dutta [SARMA, DUTTA 1997] .....	72
2.2.3. Mise en équation des méthodes .....	73
2.2.4. Bilan qualitatif .....	75
2.3 Méthode de la surface d'usinage [TOURNIER, DUC 2001] .....	75
2.3.1. Surface enveloppe du mouvement de l'outil .....	76
2.3.2. Remise en cause de l'hypothèse de planéité .....	77
2.3.3. Calcul du trajet isocrête .....	78
2.4 Les intersections de surfaces .....	79
2.4.1. Calcul analytique .....	80
2.4.2. Construction de grille .....	80
2.4.3. Le cheminement .....	80
2.4.4. La subdivision .....	81
2.5 Discrétisation de l'approche de la surface d'usinage .....	82
2.6 Comparaison des méthodes isocrêtes .....	85
2.6.1. Position relative des trajets et hauteur de crête .....	85
2.6.2. Passage des discontinuités en courbure .....	88
2.6.3. Passage d'un rayon de raccordement .....	92
2.7 Conclusion .....	94
<b>3. Génération de trajectoires isocrêtes en 3 axes avec outil torique .....</b>	<b>95</b>
3.1 Mise en équation .....	95
3.2 Mise en oeuvre .....	98
<b>4. Génération de trajectoires isocrêtes en 5 axes avec outil torique .....</b>	<b>100</b>
4.1 Intérêt du fraisage à 5 axes .....	100
4.2 Etat de l'art .....	100
4.3 Utilisation du concept de la surface d'usinage .....	101
4.3.1. Mise en équation .....	102
4.3.2. Application .....	103
<b>5. Comparaison des stratégies isocrêtes et plans parallèles .....</b>	<b>105</b>
5.1 Définition des pièces d'essai .....	105
5.2 Conditions d'essai .....	106
5.3 Résultats .....	106
5.4 Etude des vitesses d'avance effectives .....	108
5.5 Conclusion .....	110
<b>6. Conclusion .....</b>	<b>112</b>



<b>Difficultés de planification en stratégie isocrête</b> .....	<b>113</b>
<b>1. Introduction</b> .....	<b>114</b>
<b>2. Apparitions de boucles dans les trajets</b> .....	<b>115</b>
2.1 Etude des paramètres influents .....	115
2.2 Analyse du phénomène .....	116
2.3 Solutions envisagées .....	118
<b>3. Stratégie isocrête et plans parallèles en fraisage à 5 axes</b> .....	<b>119</b>
3.1 Mise en équation .....	119
3.2 Application .....	122
<b>4. Stratégie isocrête dégradée en fraisage à 3 axes et outil hémisphérique</b> .....	<b>124</b>
4.1 La méthode hybride .....	124
4.2 La méthode hybride homogène .....	124
4.3 La stratégie de guidage du centre de l'outil selon des plans parallèles .....	126
4.4 Conclusion .....	126
<b>5. Perspectives</b> .....	<b>127</b>
5.1 Optimisation de la stratégie isocrête en plans parallèles .....	127
5.2 Spécification des trajets isocrêtes .....	127
5.3 Influence de la discrétisation du problème sur l'apparition des boucles .....	128
<b>6. Conclusion</b> .....	<b>130</b>
<b>Conclusions et perspectives</b> .....	<b>131</b>
<b>Références bibliographiques</b> .....	<b>135</b>
<b>Annexes</b> .....	<b>141</b>
Annexe A. Démonstrations .....	142
A.1. Normale au tore .....	142
A.2. Tangente d'une courbe intersection .....	143
A.3. Vecteur de rotation instantanée .....	144
Annexe B. Calcul des expressions explicites des surfaces offsets .....	145
B.1. Calcul des dérivées partielles des fonctions offsets généralisées .....	145
B.2. Passage de Ferguson à Bézier (degré 3) .....	148

*TABLE DES MATIERES*

B.3. Passage de Ferguson à Bézier (degré 5) .....	149
Annexe C. Algorithmes .....	150
Annexe D. Campagne d'essais sur le bouclage des trajets .....	152

*TABLE DES MATIERES*

## Table des figures

Figure 1 : Processus d'élaboration des pièces de forme complexe .....	16
Figure 2 : Fraisage par balayage .....	18
Figure 3 : Usinage d'une surface approchée [TAKEUCHI et al 1995] .....	18
Figure 4 : Conception des surfaces de style .....	21
Figure 5 : Démarche de conception d'une surface à partir de points numérisés [LEON 1991] .....	22
Figure 6 : Contrôle par analyse des lignes de reflet [SURREL 1998] .....	23
Figure 7 : Démarche de conception d'une surface à partir de contraintes fonctionnelles [LEON 1991] .....	25
Figure 8 : Modélisation géométrique des surfaces [DUC et al 1999] .....	25
Figure 9 : La surface d'usinage .....	30
Figure 10 : Intégration du concept de la surface d'usinage dans le processus .....	31
Figure 11 : Modélisation du produit dans le modèleur .....	31
Figure 12 : Conception basée sur les éléments fonctionnels [DUC et al 1999] .....	32
Figure 13 : Approximation à une distance donnée .....	33
Figure 14 : Désynchronisation des passes .....	35
Figure 15 : Apparition de facettes .....	36
Figure 16 : Resserrement des passes en stratégie par plans parallèles .....	37
Figure 17 : Géométrie d'outil [DUC 1998] .....	44
Figure 18 : Mise en position des outils en 5 axes .....	44
Figure 19 : Utilisation de la surface offset [RUBIO et al 1998] .....	46
Figure 20 : Profil apparent de l'outil (d'après [LEE, CHANG 1996]) .....	47
Figure 21 : Optimisation de la largeur de coupe [LEE, JI 1997] .....	48
Figure 22 : Interférence vers l'arrière [LEE 1997] .....	49
Figure 23 : Méthode du plan tangent [CHOI, PARK, JUN 1993] .....	50
Figure 24 : Calcul de la hauteur de crête [CHO, JUN, YANG 1993] .....	50
Figure 25 : Calcul de la distance entre passes [LEE 1998] .....	51

*TABLE DES FIGURES*

Figure 26 : Positionnement de l'outil .....	53
Figure 27 : Sections spiriques du tore .....	55
Figure 28 : Surface d'usinage en fraisage à 5 axes avec outil torique .....	56
Figure 29 : Influence des approximations de la surface d'orientation .....	64
Figure 30 : Simulation d'usinage .....	66
Figure 31 : Détection des interférences .....	67
Figure 32 : Elimination des interférences .....	67
Figure 33 : Formation d'une crête .....	70
Figure 34 : Géométrie du trajet isocrête .....	71
Figure 35 : Modélisation établie dans [SURESH, YANG 1994] .....	72
Figure 36 : Modélisation établie dans [SARMA, DUTTA 1997] .....	73
Figure 37 : Profils générateurs [CHIOU, LEE 1999] .....	76
Figure 38 : Etude de la géométrie du problème .....	77
Figure 39 : Géométrie du trajet isocrête .....	78
Figure 40 : Utilisation de la surface d'usinage .....	83
Figure 41 : Surface de test .....	85
Figure 42 : Etude de traçabilité 1 .....	86
Figure 43 : Erreur résultante sur la crête .....	87
Figure 44 : Etude de traçabilité 2 .....	88
Figure 45 : Influence de l'approximation de la courbure .....	89
Figure 46 : Surface de test pour traitement des discontinuités en courbure .....	89
Figure 47 : Méthode du Z-buffer pour le calcul des écarts .....	90
Figure 48 : Passage d'une discontinuité en courbure .....	91
Figure 49 : Pire des cas au raccordement entre le tore et la sphère [SURESH, YANG 1994] .....	92
Figure 50 : Rayons de raccordement convexe et concave [SURESH, YANG 1994] .....	93
Figure 51 : Détermination du point de crête avec l'outil torique .....	96
Figure 52 : Relation géométrique entre point de crête et point centre outil .....	97
Figure 53 : Trajectoires isocrêtes avec un outil torique .....	98
Figure 54 : Crêtes générées avec un outil torique .....	99
Figure 55 : Crêtes résultantes en fraisage à 5 axes .....	104
Figure 56 : Surfaces d'essai .....	105
Figure 57 : Trajectoires en stratégies plans parallèles et isocrêtes .....	106

*TABLE DES FIGURES*

Figure 58 : Comparaison des temps d'usinage .....	107
Figure 59 : Comparaison des vitesses d'avance moyenne .....	108
Figure 60 : Types de trajets .....	108
Figure 61 : Comparaison des vitesses effectives sur les 4 trajets types .....	109
Figure 62 : Nature des trajets pour chaque usinage .....	110
Figure 63 : Apparition de boucles sur les trajets .....	115
Figure 64 : Trajets et faisceaux générés (test avec $R = 5$ mm et $h_c = 0.005$ mm) .....	116
Figure 65 : Calcul de la tangente au trajet .....	117
Figure 66 : Faisceau enroulé autour de la sphère .....	118
Figure 67 : Algorithme de génération de trajectoires en plans parallèles isocrêtes .....	119
Figure 68 : Représentation graphique des solutions .....	121
Figure 69 : Construction des passes sur la surface de guidage .....	122
Figure 70 : Variations de l'inclinaison de l'outil le long des trajectoires .....	122
Figure 71 : Crêtes résultantes en 5 axes torique isocrête et plans parallèles .....	123
Figure 72 : Méthode hybride .....	124
Figure 73 : Méthode hybride homogène .....	125
Figure 74 : Répartition des positions de l'outil avec la méthode hybride homogène .....	125
Figure 75 : Répartition des positions de l'outil en stratégie par plans parallèles .....	126
Figure 76 : Normale au tore .....	142
Figure 77 : Essais de bouclage ( $r = \{2, 4, 5, 6, 8\}$ et $h_c = 20$ $\mu\text{m}$ ) .....	152
Figure 78 : Essais de bouclage ( $r = \{2, 4, 5, 6, 8\}$ et $h_c = 10$ $\mu\text{m}$ ) .....	153
Figure 79 : Essais de bouclage ( $r = \{2, 4, 5, 6, 8\}$ et $h_c = 5$ $\mu\text{m}$ ) .....	154

*TABLE DES FIGURES*

## Notation

- $S_u$  : surface d'usinage
- $S_n$  : surface nominale
- $S_i$  : surface isocrête
- $R$  : rayon principal de l'outil (mm)
- $r$  : rayon de coin de l'outil (mm)
- $hc$  : hauteur de crête (mm)
- $C_L$  : point centre de l'outil
- $T_L$  : trajectoire du centre de l'outil
- $f_L$  : tangente à la trajectoire du centre de l'outil
- $C_C$  : point de contact entre l'outil et la surface nominale
- $T_C$  : trajectoire du point de contact
- $f_C$  : tangente à la trajectoire du point de contact
- $P$  : point de crête
- $T_P$  : courbe de crête
- $T$  : tangente à la courbe de crête
- $K$  : point piloté sur la surface d'usinage
- $n$  : vecteur normal à la surface unitaire
- $f$  : vecteur tangent à la trajectoire suivie par le point piloté de l'outil
- $t$  : vecteur bitangent tel que  $(f, n, t)$  forme un trièdre direct
- $u$  : vecteur directeur de l'axe outil
- $v$  : vecteur radial
- $\theta_t$  : angle d'inclinaison
- $\theta_n$  : angle de pivotement
- $(\xi^1, \xi^2)$  : paramètres de surfaces
- $\langle \text{vecteur } 1, \text{vecteur } 2 \rangle$  : désigne le produit scalaire
- $\text{vecteur } 1 \times \text{vecteur } 2$  : désigne le produit vectoriel



*NOTATION*

# Introduction

Dans des secteurs d'activités tels que l'automobile, le flaconnage ou les biens d'équipement, la compétitivité conduit à l'élaboration de produits au design toujours plus novateur et de qualité croissante. Ces produits aux formes complexes sont obtenus selon la nature des matériaux par des procédés de moulage, d'injection ou d'emboutissage, ce qui impose la réalisation des outillages associés. L'expertise et le temps d'usinage nécessaires à l'obtention de ces outillages en font des produits à très forte valeur ajoutée.

D'autre part, le processus de réalisation des moules et matrices a largement été modifié ces dernières années par l'utilisation de nouvelles techniques comme l'usinage à grande vitesse et la maquette numérique, c'est-à-dire la modélisation complète du produit et de son procédé dans un système de CFAO. L'utilisation de l'usinage à grande vitesse permet de limiter les opérations de polissage, par conséquent la forme finale de la pièce est directement associée à la forme usinée par le mouvement de l'outil.

L'adéquation entre la forme usinée et la forme attendue par le concepteur dépend de l'aptitude de chacune des activités du processus de conception et de fabrication à modéliser ou produire la géométrie attendue. Il est nécessaire d'intégrer les contraintes inhérentes à chaque activité et notamment celles de fabrication afin que le modèle de référence généré par le concepteur soit en adéquation avec les procédés d'obtention retenus. Cette intégration n'est cependant pas suffisante pour atteindre le niveau de qualité recherché car de nouvelles erreurs sont introduites lors de la génération des trajectoires. En effet, l'extraction de la géométrie nominale et sa remodelisation sous forme de trajets d'usinage introduit de nombreuses approximations.

Les travaux menés dans le cadre de la thèse portent sur la mise en oeuvre du concept de la surface d'usinage. Ce concept a été développé afin de prendre en compte les contraintes de fabrication associées au fraisage des formes complexes dans une démarche de conception intégrée et pour diminuer les erreurs engendrées en génération de trajectoires. La surface

d'usinage apporte une évolution du processus de conception des formes en intégrant les spécifications fonctionnelles au calcul du trajet d'usinage. On garantit ainsi la cohérence entre le cahier des charges, le modèle géométrique de la pièce et la surface réelle usinée.

Nous utilisons cette nouvelle modélisation pour implémenter une stratégie d'usinage particulière dite à hauteur de crête constante. Celle-ci améliore la qualité de la surface produite car elle génère une répartition très homogène des crêtes laissées par l'outil lors de l'usinage. Cette stratégie minimise également le nombre de passes pour des spécifications géométriques de défaut de forme et d'état de surface données. Elle permet d'augmenter la productivité de l'usinage et d'abaisser les coûts.

Nous présentons tout d'abord dans ce mémoire une analyse détaillée du processus de conception et de fabrication des pièces de forme complexe. Les techniques de modélisation des surfaces de style et d'ingénierie sont abordées ainsi que les concepts d'intégration entre produit et procédé. Après avoir exposé le concept de la surface d'usinage, nous analysons a priori sa mise en oeuvre et son apport en conception ainsi qu'en génération de trajectoires.

Dans le deuxième chapitre nous menons une démarche d'identification de la surface d'usinage pour le fraisage à 5 axes en bout avec un outil torique. Le modèle de surface d'usinage résultant est appliqué au fraisage à 3 axes ainsi qu'aux autres géométries d'outils couramment utilisées. Nous développons une modélisation explicite de la surface d'usinage et proposons une application de génération de trajectoires en fraisage à 5 axes.

Nous présentons ensuite une méthode de génération de trajectoires à hauteur de crête constante en fraisage à 3 et à 5 axes basée sur le concept de la surface d'usinage. Notre approche est comparée aux méthodes développées dans la littérature. De plus, nous effectuons des tests comparatifs sur machine outil entre la stratégie à hauteur de crête constante et la stratégie selon des plans parallèles afin de valider les gains de productivité théoriques attendus.

Finalement, les problèmes de planification des trajectoires à hauteur de crête constante rencontrés sont abordés et partiellement résolus par des méthodes innovantes de génération de trajectoires.

# Chapitre 1

## Le concept de la surface d'usinage

## 1. Le processus d'élaboration des pièces de forme complexe

Le processus d'élaboration des pièces de forme complexe doit permettre de garantir la fidélité entre la pièce et les spécifications fonctionnelles exprimant l'idée initiale du designer (figure 1). Le processus se découple en une activité de conception et une activité de fabrication. On construit tout d'abord un modèle géométrique à partir des spécifications fonctionnelles. Il constitue le modèle de référence de la maquette numérique. Les trajectoires de l'outil permettant l'usinage de la pièce ou de son empreinte (dans un moule ou une matrice) sont calculées par le module de FAO. Finalement la pièce est usinée selon les trajectoires précédemment calculées.

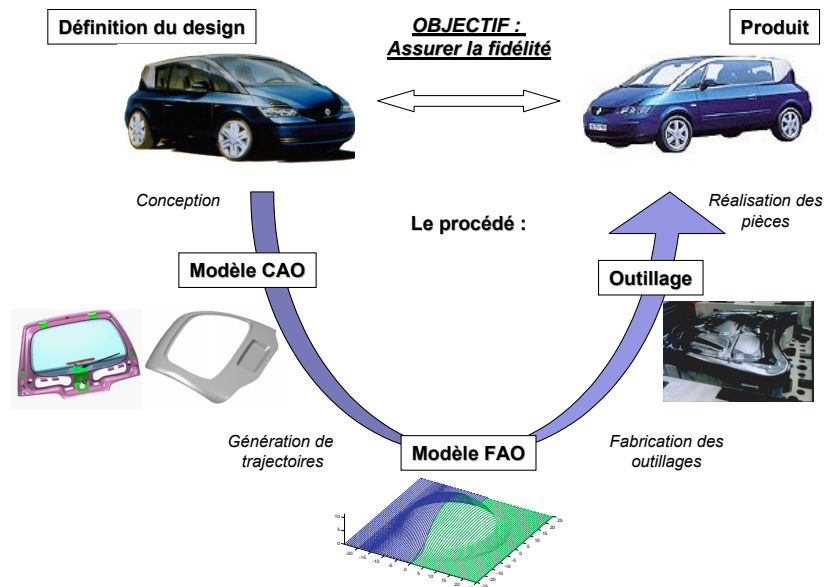


Figure 1 : Processus d'élaboration des pièces de forme complexe

Chaque maillon du processus est susceptible d'introduire des écarts entre la géométrie de la pièce réalisée et celle escomptée. Le premier problème est la dégradation de l'information lors de l'expression de l'idée du concepteur en données géométriques dans le modèleur 3D. En effet, les techniques de construction des surfaces restent limitées, elles ne permettent pas toujours de réaliser les formes souhaitées par le concepteur ainsi que les raccordements entre surfaces nécessaires à un usinage précis. L'utilisateur est tributaire des fonctionnalités du logiciel mis à sa disposition. La forme résultante ne correspond donc pas forcément à l'intention du concepteur mais est la plus proche représentation géométrique que le modèleur permette d'obtenir. En outre, les spécifications fonctionnelles ne sont pas exprimées en tant que telles, seule la géométrie les satisfaisant est définie dans le modèle CAO.

La construction du produit passe par la déclaration d'éléments géométriques dans le modèleur. Les surfaces canoniques sont spécifiées par des dimensions caractéristiques telles que des angles et des distances. En ce qui concerne les surfaces complexes, leur construction repose sur l'association de surfaces par interpolation ou approximation d'éléments géométriques tels que des lignes de style ou des lignes d'écoulement hydrodynamique ou aérodynamique, ou bien des nuages de points. Cependant, une telle démarche ne garantit pas la définition univoque d'une surface car entre deux courbes d'interpolation la forme de la surface dépend du mode d'association utilisé. Dans la plupart des cas, l'évolution de la forme n'est pas spécifiée explicitement mais on s'assure qu'elle possède les qualités requises, telles qu'une évolution douce (smoothness). C'est par exemple le cas des méthodes qui minimisent l'énergie de déformation de la surface en s'appuyant sur un comportement mécanique. La fonctionnelle minimisée est représentative de l'évolution de la courbure. On peut contraindre davantage la surface lorsque celle-ci doit respecter des contraintes de style caractérisées par exemple par le comportement de lignes de reflet. Cet ensemble de spécifications ne conduit pas à une solution unique et la forme qui en découle est étroitement liée à l'expérience du concepteur ainsi qu'aux contraintes du logiciel utilisé. La forme de la surface présente donc des caractéristiques non fonctionnelles liées au logiciel qui devront être respectées lors de l'usinage.

Les activités de génération de trajectoires et de fabrication doivent assurer la réalisation d'un produit fidèle au modèle CAO. Des écarts supplémentaires sont introduits d'abord en FAO lors du calcul de la trajectoire de l'outil, puis lors de l'usinage à cause des performances de la commande numérique, du comportement dynamique de la machine outil et des déformations de l'outil.

L'obtention des pièces de forme gauche se fait soit en fraisage à 3 ou à 5 axes en bout par balayage, soit en fraisage à 5 axes par le flanc d'un outil cylindrique ou conique. La fabrication d'une pièce nécessite la construction de passes d'usinage et leur juxtaposition en fonction d'une stratégie d'usinage. Celle-ci regroupe les choix d'un mode de guidage, d'un pas de discrétisation longitudinal (tolérance de flèche) et d'un pas de discrétisation transversal (hauteur de crête) (figure 2). Le choix des paramètres de tolérance de flèche et de hauteur de crête doit assurer la réalisation d'une surface réelle respectant des spécifications géométriques de défaut de forme et d'état de surface [LARTIGUE et al 1999], ainsi que des spécifications fonctionnelles de fidélité à la forme, c'est-à-dire le respect des arêtes vives et des sens de concavité.

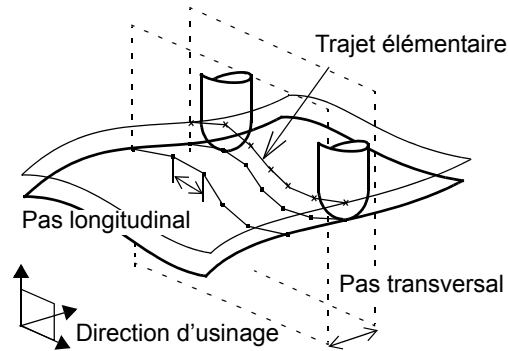


Figure 2 : Fraisage par balayage

La surface usinée est un ensemble de sillons ou de surfaces réglées approchant le modèle CAO ou surface nominale (figure 3). La technique de fabrication retenue génère donc des écarts géométriques avant même la réalisation de l'usinage car le modèle FAO ne représente pas parfaitement le modèle de référence. En effet, ces techniques génèrent la forme suivant un travail d'enveloppe. Seuls certains types de surfaces telles que les surfaces réglées pour l'usinage par le flanc et les surfaces de raccordement à rayon constant pour le fraisage en bout permettent un travail de forme. La ligne de contact entre l'outil et la pièce réduit alors les approximations associées au calcul des trajets.

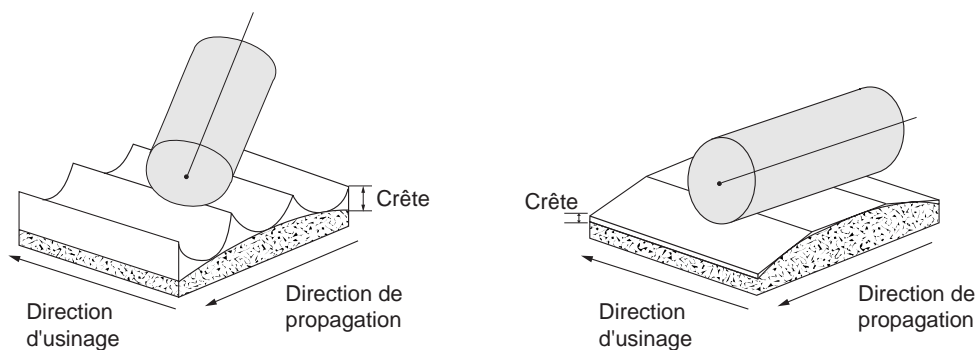


Figure 3 : Usinage d'une surface approchée [TAKEUCHI et al 1995]

Le trajet de l'outil est planifié sur la surface nominale, c'est le chemin parcouru par le point de contact entre l'outil et la surface. Un échantillonnage du trajet respectant le critère de tolérance de flèche permet de déterminer les positions successives du point de contact puis celles du point piloté par la commande numérique, le point centre de l'outil.

L'activité de génération de trajectoires consiste donc en une acquisition de la géométrie de la surface nominale décrite dans le modèle CAO et sa transformation en un ensemble de points pilotés. Les propriétés de continuité en tangence ou en courbure de la surface nominale

peuvent être perdues et les algorithmes provoquent de nouveaux écarts lors de l'association de la trajectoire du centre de l'outil à cet ensemble de points.

La surface enveloppe des mouvements de l'outil ainsi générée ne respecte pas nécessairement les contraintes de forme et de continuité imposées par le concepteur. Il ne s'agit pas d'un problème de procédé puisque le copiage de forme utilisé avant le développement de la FAO permettait l'obtention de surfaces répondant à des contraintes géométriques de forme et de continuité équivalentes. La perte de qualité survient lors du transfert des spécifications géométriques de la surface nominale à l'ensemble discret des positions admissibles de l'outil.

En conclusion, le processus d'élaboration des pièces de forme gauche introduit des écarts au coeur de la maquette numérique. De nouveaux écarts apparaissent ensuite lors de l'usinage à cause d'incompatibilités entre les trajectoires programmées et les caractéristiques dynamiques de la machine. De cette constatation est né le concept de la surface d'usinage [DUC 1998].

La surface d'usinage est une modélisation géométrique qui intègre les contraintes de conception et de fabrication liées au procédé d'obtention des produits présentant des surfaces complexes. En particulier, la surface d'usinage doit prendre en compte les contraintes de style. La surface d'usinage est la représentation surfacique et continue de toutes les positions de l'outil qui permettent l'usinage du produit sans interférences. Elle est donc la modélisation géométrique du produit par ses trajectoires d'usinage. Lorsque la géométrie nominale n'est pas suffisamment contrainte par le bureau d'étude ou le bureau des méthodes, la surface d'usinage permet l'intégration des caractéristiques propres au fraisage multi-axes.

Pour positionner le concept de la surface d'usinage il est alors nécessaire de conduire une analyse bibliographique sur :

- la modélisation des surfaces de style et d'ingénierie du design industriel,
- l'intégration des contraintes de différents métiers et plus particulièrement de la conception et de la fabrication.

Nous pouvons alors présenter les définitions associées à la surface d'usinage et étudier son intégration dans le processus.



## 2. La conception géométrique des surfaces

La modélisation géométrique des produits est au coeur de la maquette numérique. Elle doit proposer une représentation tridimensionnelle des différentes contraintes fonctionnelles ou esthétiques qui s'appliquent au produit. Le modèle de référence de la maquette numérique est le principal vecteur d'information entre tous les métiers qui interviennent sur le produit. Nous allons donc étudier la représentation géométrique des contraintes liées au style ainsi qu'à la conception et à la fabrication.

Le processus de conception des pièces de forme complexe est partagé en deux étapes distinctes associées à deux activités très différentes : l'élaboration des surfaces de style effectuée par les stylistes du bureau de style et la conception des surfaces d'ingénierie par le bureau d'études.

### 2.1. Notions de qualité et de continuité des surfaces : définitions

La modélisation des surfaces complexes s'effectue à l'aide de carreaux biparamétrés raccordés selon une continuité donnée. La continuité aux raccordements peut être mathématique, notée  $C^i$ , mais également géométrique, notée  $G^i$  [FARIN 1992] : il y a continuité géométrique si il existe une re-paramétrisation des surfaces garantissant la continuité mathématique au raccordement. On définit également un degré de continuité :

- la continuité de degré 0, notée  $C^0$  et  $G^0$  : dans ce cas la continuité mathématique et géométrique sont équivalentes, les deux carreaux partagent une frontière commune.
- la continuité de degré 1, notée  $C^1$  et  $G^1$  : la continuité mathématique indique que les vecteurs normaux (définissant le plan tangent) sont identiques de part et d'autre du raccordement alors que la continuité géométrique indique que les vecteurs normaux sont colinéaires.
- la continuité de degré 2, notée  $C^2$  et  $G^2$  : la continuité mathématique indique que les dérivées secondes sont égales alors que la continuité géométrique indique que les indicatrices de Dupin sont égales de part et d'autre du raccordement [VERON et al 1976].

La qualité des surfaces de style est également basée sur les oscillations que présentent les carreaux. On distingue trois classes de qualité repérées dans l'ordre décroissant par les lettres A, B et C. Ainsi la surface de style définissant le modèle de référence doit être de classe A.

## 2.2. Les surfaces de style

On entend par surface de style des surfaces devant assurer une fonction esthétique. On retrouve notamment ce type de surfaces dans les métiers du flaconnage pour des pièces injectées et du design automobile pour des pièces embouties.

### 2.2.1. Elaboration des surfaces de style ou surfaces de classe A

Le processus est différent selon que l'on utilise ou non les moyens de la CAO (figure 4). Cependant les stylistes ont toujours recourt à la maquette physique pour valider les formes, il y a donc une phase de reconstruction de forme pour obtenir la définition des surfaces de classe A dans le modelleur.

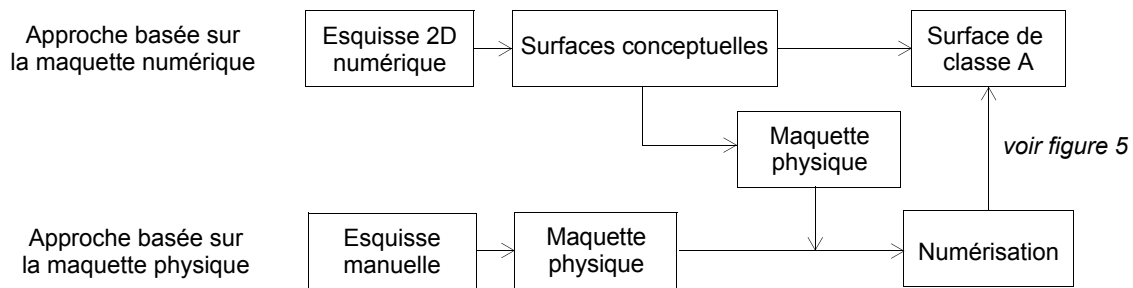


Figure 4 : Conception des surfaces de style

La numérisation de l'objet est la première des opérations nécessaires à sa modélisation géométrique (figure 5). Après avoir préparé la phase de construction, il faut ensuite reproduire les lignes de style dans le système CFAO sous forme de courbes, c'est la phase numéro 4. Cette phase est primordiale et le processus ne continuera que si ces courbes ont été parfaitement reproduites. L'étape suivante (phases 5 et 6) consiste alors à approcher les nuages de points par des surfaces de haute qualité, dites surfaces de classe A. Ces surfaces sont exemptes de toutes oscillations et s'appuient sur les lignes de style. Les seules discontinuités géométriques acceptables sont celles spécifiées par le bureau de style. Durant cette opération, les designers essaient de concilier les contraintes esthétiques avec des contraintes technologiques telles que celles de fabrication. A chaque fois qu'une modification d'ordre technologique est faite sur la surface, la forme résultante doit être analysée afin de valider l'esthétique.

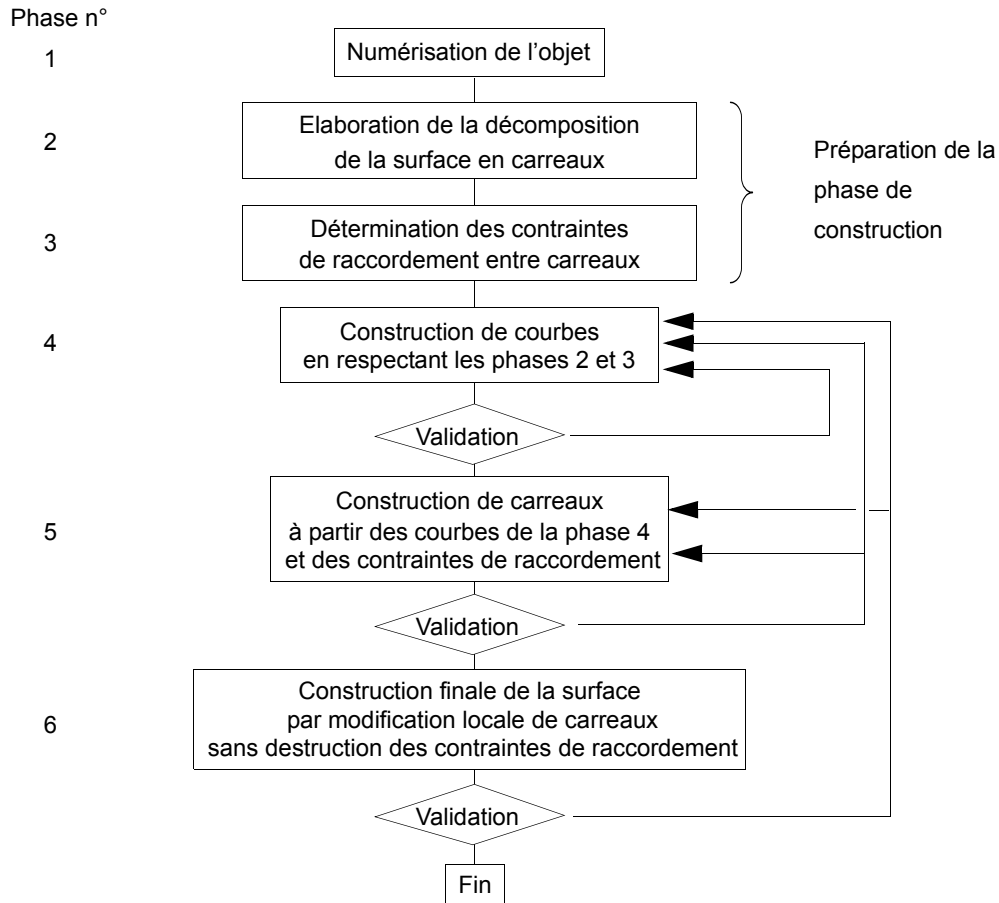


Figure 5 : Démarche de conception d'une surface à partir de points numérisés [LEON 1991]

### 2.2.2. Expression géométrique des contraintes de style

Les contraintes de style et d'évolution douce tiennent une place importante pour les surfaces complexes et sont pourtant les moins formalisées. Il n'existe aucun critère esthétique objectif ni de spécifications géométriques canoniques pour ces contraintes. De plus, il est impossible d'extraire les contraintes de style du modèle de référence de la maquette numérique puisque celles-ci sont associées à la surface résultante. Elles sont contenues dans l'équation de la surface nominale sans pouvoir en être extraites. Les modifications d'ordre technologique de la forme dans les différentes étapes du processus d'élaboration du produit sont donc susceptibles d'altérer ses propriétés esthétiques.

Cependant, les outils développés pour valider la qualité de la surface [HAGEN et al 1992] peuvent être utilisés pour spécifier sa forme. Pour l'instant, le seul critère esthétique utilisé est le comportement des lignes de reflet. Ce critère est totalement subjectif et obéit aux tendances esthétiques du bureau de design. Ainsi, certains bureaux de style de l'industrie automobile imposent à toutes les lignes de reflet de pièces de carrosserie de converger en un même point.

### 2.2.3. Validation de la géométrie des surfaces de style

Que ce soit au moment de la création des surfaces de classe A, ou lors de leur modification, la forme donnée à la surface est validée par le comportement des lignes de reflet. Cette méthode s'est largement développée car l'analyse des lignes de reflet s'effectue maintenant virtuellement grâce au logiciel de CAO [KAUFMANN, KLASS 1988]. Ainsi, pour un temps de développement équivalent, on peut tester beaucoup plus de solutions différentes. Auparavant, l'étude des lignes de reflet consistait à observer le comportement des reflets d'un tube au néon déplacé le long de la surface usinée. Une des conséquences de l'analyse virtuelle des lignes de reflet est que l'analyse porte sur la surface nominale et non plus sur la surface réelle. On fait donc l'hypothèse que les écarts de forme générés lors de l'activité de génération de trajectoires et lors de l'usinage sont nuls. Par conséquent, les écarts géométriques des pièces usinées ne sont pas observés avec ce type d'analyse.

D'autre part, le comportement des lignes de reflet sur les pièces fabriquées est utilisé comme critère d'acceptation par les services de contrôle (figure 6). La difficulté se situe alors au niveau de la définition des critères qui permettent de conclure sur la qualité de la pièce contrôlée.

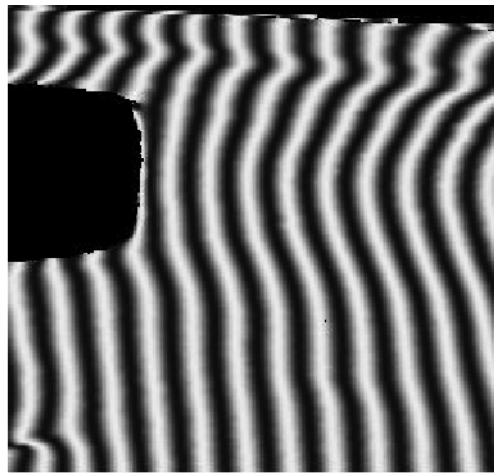


Figure 6 : Contrôle par analyse des lignes de reflet [SURREL 1998]

### 2.3. Les surfaces d'ingénierie

Les surfaces d'ingénierie sont des surfaces de style sur lesquelles sont ajoutés des éléments qui ont une fonction technologique ou bien des surfaces ne comportant pas de fonctions esthétiques. Leur construction s'appuie donc sur des contraintes fonctionnelles de conception ou de fabrication.

### 2.3.1. Obtention des surfaces d'ingénierie

La surface de classe A issue du bureau de style est modifiée pour intégrer des éléments ou caractéristiques provenant de l'ingénierie. Il s'agit d'aller plus loin dans le détail, de prendre en compte des contraintes technologiques sans changer la forme générale définie précédemment.

Voici quelques-uns des apports et modifications :

- prise en compte du retour élastique lors de l'emboutissage des tôles. La géométrie est uniformément modifiée,
- ajustement des différentes formes pour assurer les continuités sur des surfaces ayant des frontières différentes et un nombre différent de carreaux,
- utilisation de règles métier pour la création de poutres et de jonctions des éléments (des sections spécifiques qui modélisent le savoir faire de l'entreprise sont extrudées le long d'éléments de guidage, compatibles avec les angles de dépouille nécessaires à la fabrication ainsi que les rayons d'outils),
- modifications locales pour intégrer des détails.

### 2.3.2. Modélisation géométrique des surfaces d'ingénierie

On s'intéresse ici aux techniques de modélisation tridimensionnelle des surfaces à partir de paramètres fonctionnels [LEON 1991]. Le processus de construction de surfaces à partir de paramètres fonctionnels est décrit figure 7.

Les phases 1 et 2 permettent de déterminer le degré de continuité entre les différentes zones de la surface compatible avec le procédé d'obtention. Ainsi, les pièces moulées ou forgées nécessitent des raccordements de continuité  $G^1$  alors que la construction de surfaces hydrodynamiques une continuité  $G^2$ .

La phase 3 consiste à créer les surfaces fonctionnelles, souvent constituées d'éléments simples tels que des plans, des sphères, des cylindres, etc.

C'est lors de la phase 4 que l'on crée les surfaces de liaison. Celles-ci sont compatibles avec le procédé, ainsi pour des pièces réalisées par forgeage ou moulage, il est nécessaire de créer des dépouilles en fonction de la position du plan de joint. Ensuite le volume est fermé en créant les intersections entre les surfaces de liaison et les surfaces fonctionnelles. Ces intersections sont de type  $G^0$ , aussi ces zones de raccordement sont modifiées dans l'étape 5 pour rester compatibles avec le procédé d'obtention. On crée alors les congés de raccordement.

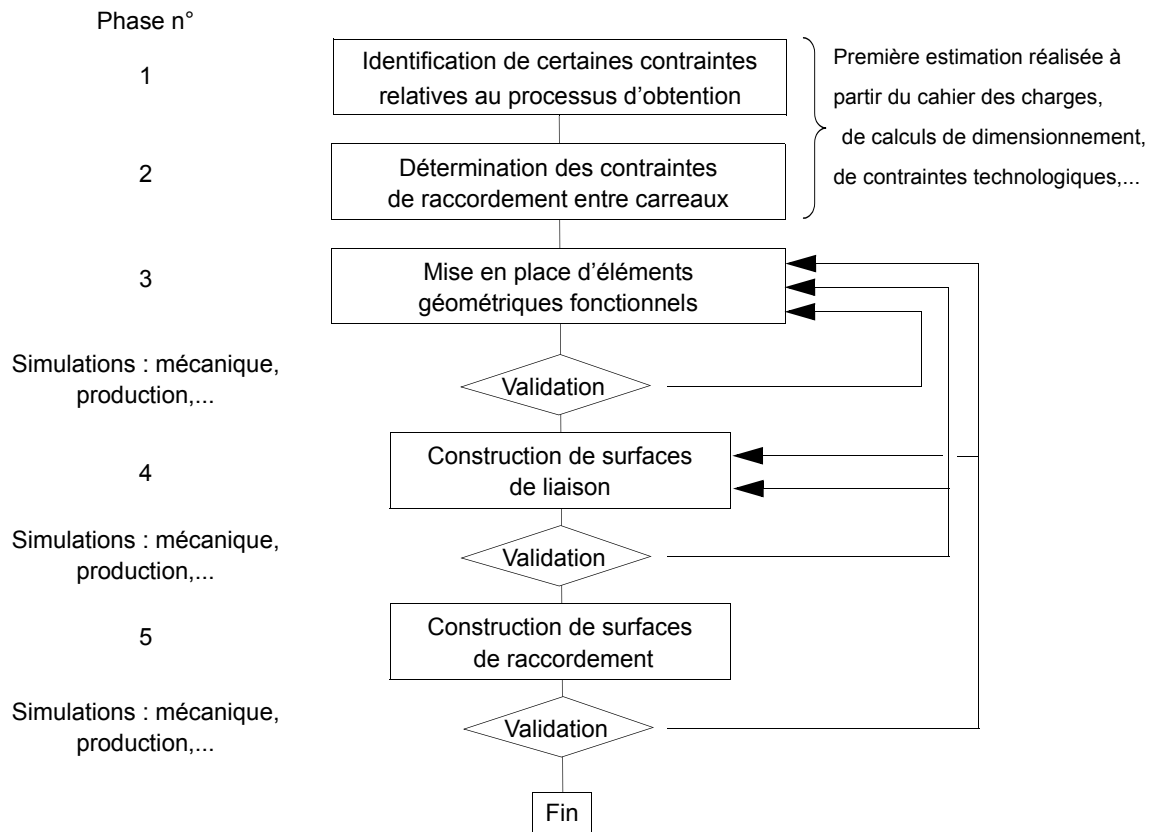


Figure 7 : Démarche de conception d'une surface à partir de contraintes fonctionnelles [LEON 1991]

#### 2.4. Typologie des surfaces pour le concept de la surface d'usinage

De l'analyse de la modélisation géométrique des surfaces se dégagent trois types de surfaces liées aux activités de style, de conception et de fabrication : les surfaces fonctionnelles, les surfaces de liaison et les surfaces de raccordement (figure 8)[LEON 1991]. Cette typologie est adoptée pour décrire les différents éléments de la surface d'usinage [DUC et al 1999].

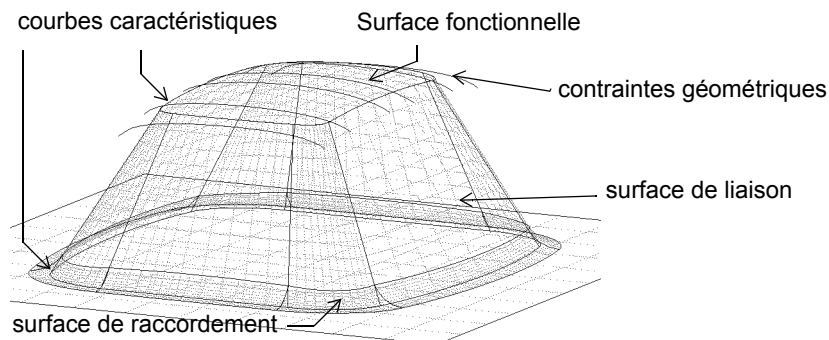


Figure 8 : Modélisation géométrique des surfaces [DUC et al 1999]

Les surfaces fonctionnelles peuvent être des surfaces simples (plan, cylindre, sphère, etc.) remplissant des fonctions mécaniques (cinématique, étanchéité, etc.) mais également des surfaces complexes de style (carrosserie automobile). Ces surfaces complexes sont uniques ou constituées de plusieurs surfaces, elles-mêmes constituées de carreaux paramétrés. Elles peuvent donc inclure des éléments de raccordement qu'il ne sera pas possible de dissocier. En ce qui concerne leur spécification, les surfaces simples sont clairement spécifiées par des valeurs caractéristiques telles que des aires, des angles, des rayons, etc. Ce n'est pas le cas des surfaces complexes. Les caractéristiques que l'on peut déclarer sont les nuages de points associés à ces surfaces, les lignes de styles sur lesquelles elles s'appuient, ainsi que le comportement des lignes de reflet sur ces surfaces. La surface fonctionnelle impose le procédé de par sa forme et ses caractéristiques géométriques attendues (tolérance, rugosité,...).

Les surfaces de liaison sont des raccords entre les surfaces fonctionnelles dont les formes sont déterminées par les experts des procédés. Elles peuvent être spécifiées par des courbes de contact ou les frontières des surfaces fonctionnelles. Elles doivent faciliter la fabrication et résulter si possible d'un travail de forme qui permet d'obtenir une qualité de surface suffisante pour un coût moyen.

Les surfaces de raccordement sont dues à des contraintes au niveau du procédé d'obtention. Typiquement, ce sont des surfaces générées par la translation d'un profil circulaire le long d'une génératrice. Le profil représente si possible la ligne de contact entre un outil et la surface usinée afin de minimiser les coûts de fabrication.

### **3. Intégration des contraintes de conception et de fabrication**

L'étude de la modélisation géométrique des surfaces montre que le traitement des surfaces fonctionnelles est différent de celui des surfaces de liaison et de raccordement. Ces surfaces, raccordées entre elles pour former une seule pièce, répondent à des contraintes différentes associées à des métiers particuliers. Il est donc nécessaire d'organiser les interventions de chacun au cours de la modélisation de ces surfaces.

Nous allons donc étudier des outils et modèles de l'ingénierie intégrée afin d'introduire et de situer nos travaux au sein du processus d'élaboration du produit. Nous rappelons tout

d'abord la définition de l'entité qui constitue la brique élémentaire de l'intégration entre produit et procédé avant d'évoquer les concepts de l'ingénierie intégrée.

### 3.1. La notion d'entité

La notion d'entité est apparue dans les années 80 comme le point commun, et donc à l'époque nécessairement géométrique, de rapprochement entre les modèles de description des pièces et les modèles de préparation à la fabrication. La définition de l'entité d'usinage est la suivante [GAMA 1998b] :

*«Une entité d'usinage est une forme géométrique et un ensemble de spécifications pour lesquelles le processus d'usinage est connu, ce procédé est quasi indépendant des processus des autres entités»*

L'entité permet de communiquer et de capitaliser les savoir faire liés au procédé mais aussi à la conception, au dimensionnement ou tout autre activité. C'est pourquoi la notion d'entité s'est répandue dans tous les métiers intervenant dans le cycle de vie du produit.

### 3.2. L'ingénierie intégrée

C'est pour optimiser le triplet coût-qualité-délais qu'est né le concurrent engineering, abandonnant ainsi le processus de conception linéaire et séquentielle. Apparue aux Etats-Unis dans les années 80, le concurrent engineering a été traduit en français par ingénierie intégrée (NF X 50-415). Cette approche prend en compte plusieurs notions :

- une notion de simultanéité, par la mise en parallèle des activités de développement,
- une notion d'intégration par la prise en compte de toutes les contraintes intervenant dans le cycle de vie du produit,
- une notion de pluridisciplinarité permettant les échanges, les confrontations entre les différents métiers et l'évaluation de plusieurs solutions.

Deux stratégies de décision lors de la conception se sont dégagées après l'abandon de la conception linéaire, profitant des nouveaux apports de l'ingénierie intégrée. Une stratégie de décision au plus tôt et une stratégie de décision au plus tard [BOCQUET 1998].

La stratégie de décision au plus tôt quantifie au plus tôt la valeur des paramètres et permet le calcul des performances (risques, coûts, délais). Cette stratégie est a priori plus rassurante pour l'entreprise par la maîtrise du risque, mais elle contraint les actions ultérieures.



La stratégie de décision au plus tard quantifie au plus tard la valeur des paramètres et définit pour chacun d'entre eux des espaces admissibles. Cette méthode permet une optimisation globale des paramètres du produit. C'est le cas par exemple de la modélisation déclarative des objets dans les systèmes de CFAO [SERRE 2000]. L'objectif est de concevoir un objet par la simple donnée d'un ensemble de spécifications. Le système est alors chargé de résoudre ces contraintes et de proposer une géométrie solution.

Quelle que soit la stratégie envisagée, il est nécessaire de mettre en parallèle les activités des différents métiers et notamment ceux de la conception et de la fabrication. En ce qui concerne la fabrication, le *Design for Manufacturing* ou DFM propose de faire remonter jusqu'à la conception l'ensemble des contraintes et savoir-faires liés à la mise en oeuvre du produit. Cette approche vise à la prise en compte au plus tôt des contraintes de fabrication.

Cependant, la modélisation géométrique résultante ne permet pas de dissocier les entités de conception des entités de fabrication. Cette distinction est rendue possible avec le modèle produit proposé par Tichkiewitch et al [TICHKIEWITCH et al 1995].

### 3.3. Le *Design For Manufacturing*

La prise en compte des contraintes de fabrication lors de la conception est apparue dans les années 80, et consiste à rapprocher le process du produit. C'est le *Design For Manufacturing* ou DFM [GAMA 1998a]. Pour le moment, selon le groupe GAMA, le DFM est une approche locale du problème. Il n'existe pas de travaux portant sur la réalisation d'un produit en prenant en compte plusieurs procédés et plusieurs matériaux, entraînant ainsi un redimensionnement total du produit.

La démarche consiste pour le concepteur à affiner partiellement les formes d'une pièce mécanique dont le procédé d'obtention et la matière sont figés. De plus les surfaces fonctionnelles et les tolérances sont connues. Son travail consiste alors à concevoir les formes géométriques situées entre les surfaces fonctionnelles, en adéquation avec le procédé de fabrication.

Il s'agit donc surtout de créer des formes de raccordement sur la pièce finie, entre des entités fonctionnelles qui sont soit des sections 2D caractéristiques [MAWUSSI 1995] [KRUTH, KESTELLOOT 1989], soit des surfaces fonctionnelles [BOUJUT et al 1996]. Ces formes libres sont communément appelées entités de liaison ou surfaces de liaison.

Dans [KRUTH, KESTELLOOT 1989], où le procédé est le moulage, des règles sont établies afin de créer des formes entre des sections qui soient usinables en 2D. Il s'agit donc d'angles de dépouille constants, de rayons de raccordement bien choisis. De plus, ces formes sont telles que les surfaces géométriques à concevoir en 3D sont facilement modélisables.

Dans [MAWUSSI 1995], où cette fois le procédé est le forgeage, les spécialistes utilisent des sections caractéristiques dans lesquelles les déformations sont planes. Ensuite, ils utilisent ces sections pour déterminer les formes de la pièce habillée et de ses états intermédiaires.

Delbressine et al [DELBRESSINE, HIJINK 1991] proposent une conception basée sur les notions d'état et de changement d'état. Une transformation d'état appliquée à une pièce ou un mécanisme doit être réalisée avec une transformation « fabricable » pour que le résultat final soit fabricable.

### **3.4. Le modèle produit**

L'idée directrice est que si la forme d'une partie d'une pièce n'est pas fonctionnellement importante, le concepteur ne doit pas faire de choix arbitraires et laisser cette forme non spécifiée. Le modèleur de conception intégrée proposé par Tichkiewitch et al [TICHKIEWITCH et al 1995] permet aux différents acteurs de dialoguer en utilisant leur propre vocabulaire sous forme d'entités. En ce qui concerne la conception, sont notamment introduites les entités de peau et les entités squelettes. Les entités de peau définissent les surfaces fonctionnelles et spécifient non seulement la géométrie support mais également les tolérances, les contraintes mécaniques ou bien l'aspect visuel. Alors que les entités squelettes sont des éléments topologiques qui ne présument pas de la forme des surfaces qui habillent le squelette et qui ferment le volume de la pièce.

D'autre part, ils définissent des entités de fabrication, provenant de deux origines distinctes. Les entités liées à un métier comme le plan de joint d'une matrice, et les entités provenant des entités de peau du bureau d'étude. Par exemple l'entité alésage traduit la réalisation d'un cylindre intérieur et de ses tolérances. Il existe plusieurs sortes d'entités, chacune liée à un procédé d'obtention (entité d'usinage, entité de forgeage, entité de moulage...)

## 4. Intégration du concept de la surface d'usinage

### 4.1. Le concept de la surface d'usinage

Par définition, la surface d'usinage est une surface qui contient l'ensemble des caractéristiques géométriques nécessaires au pilotage de l'outil, telle que la surface enveloppe du mouvement de l'outil couvrant cette surface donne la forme attendue (figure 9) [DUC 1998].

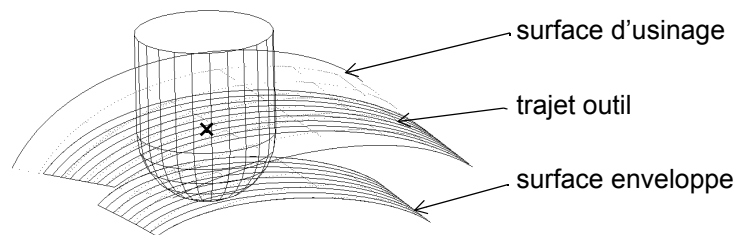


Figure 9 : La surface d'usinage

### 4.2. Objectifs

Le concept de la surface d'usinage a été développé pour répondre à trois besoins :

- assurer la réalisation d'une pièce fidèle aux contraintes fonctionnelles initiales,
- améliorer la qualité des trajectoires d'usinage et leur planification,
- simplifier le pilotage de l'outil sur la trajectoire par la commande numérique.

La construction de la surface d'usinage s'appuie donc sur les éléments géométriques permettant d'obtenir une surface enveloppe répondant aux spécifications fonctionnelles. La surface d'usinage est la représentation surfacique et continue de l'ensemble des positions d'un point particulier de l'outil. La génération de trajectoires consiste alors à tracer des trajets sur la surface d'usinage.

Le concept de la surface d'usinage peut être introduit dans le processus d'élaboration des pièces de formes gauches de deux manières distinctes. D'une part une intégration totale où les contraintes fonctionnelles sont respectées par la surface enveloppe du mouvement de l'outil. La surface d'usinage constitue le modèle FAO et les trajectoires d'usinage résultent d'une planification. D'autre part, une intégration partielle qui laisse le processus de conception inchangé mais apporte une modélisation surfacique du trajet d'usinage (figure 10). C'est le cas des techniques de génération de trajectoires par la méthode de l'offset.

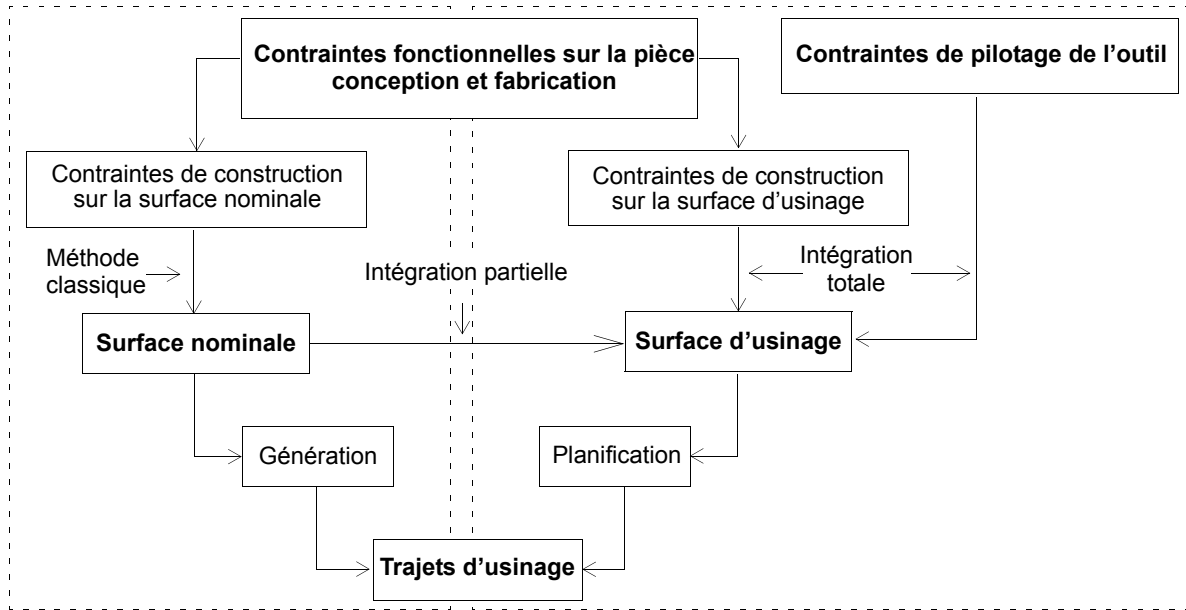


Figure 10 : Intégration du concept de la surface d'usinage dans le processus

#### 4.3. La surface d'usinage en conception [DUC et al 1999]

La construction de la surface d'usinage s'appuie ainsi sur les éléments géométriques minimums qui permettent d'obtenir une surface enveloppe répondant aux spécifications fonctionnelles. La surface nominale n'est plus une entité intrinsèque de référence du modelleur géométrique mais devient l'enveloppe du trajet de l'outil (figure 11).

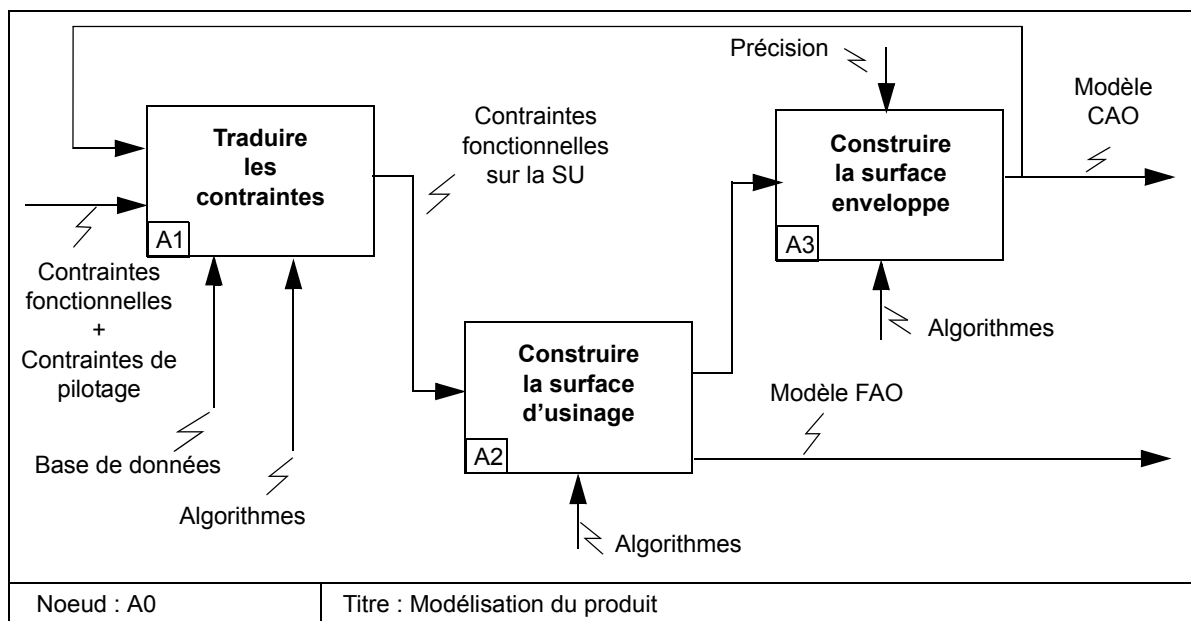
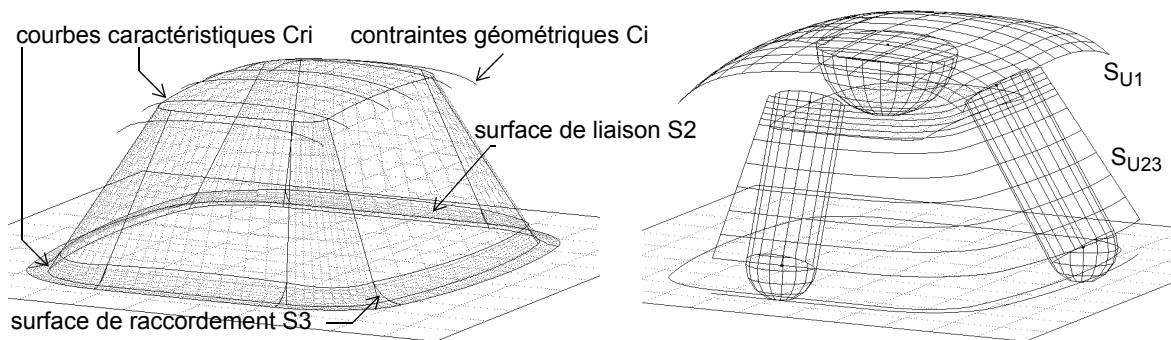


Figure 11 : Modélisation du produit dans le modèleur

La conséquence principale est que le modèle mathématique de référence créé dans le système est celui de la surface d'usinage. Il est évident que le concepteur ne veut pas abandonner le modèle nominal qu'il a coutume de manipuler. C'est pourquoi on peut aussi envisager la représentation à l'écran de la surface nominale au fur et à mesure que le concepteur construit la pièce. La surface nominale est alors exprimée par une représentation polyédrique. Ainsi la prise en compte du modèle 3D de la pièce par toutes les applications du logiciel de CAO (visualisation, usinage, analyse par éléments finis, cinématique) est modifiée. Le modèle de la pièce est totalement dédié à l'application d'usinage, ce qui est cohérent avec l'exigence de précision requise.

L'approche proposée nécessite également la traduction des contraintes fonctionnelles sur la surface attendue en contraintes fonctionnelles sur la surface d'usinage (figure 11). En effet, le concepteur introduit dans le logiciel les contraintes à respecter par la surface enveloppe ou surface attendue. Les modes d'association ainsi que les éléments géométriques fonctionnels doivent être adaptés à la surface d'usinage. Dans le cas d'un usinage avec un outil hémisphérique, on parlera alors d'approximation à une distance donnée (égale au rayon outil) ou d'interpolation de sphères au lieu de points. Les algorithmes à mettre en oeuvre sont donc plus complexes. La figure 12 illustre cette façon de procéder. La géométrie de l'outil intervient donc très tôt dans la modélisation de la surface d'usinage. Il est nécessaire d'établir un modèle déclaratif de la surface d'usinage qui est instancié lors du choix de l'outil.



La **surface fonctionnelle**  $S_1$  interpole les courbe  $C_i$ . Le plan tangent est imposé le long des courbes  $C_i$ .

Les **surfaces de liaison**  $S_2$  et de **raccordement**  $S_3$  sont les enveloppes du mouvement de l'outil s'appuyant sur deux courbes caractéristiques  $Cr1$  et  $Cr2$

$S_{U1}$  interpole des courbes posées sur les surfaces tuyaux de génératrice  $C_i$ . La contrainte de plan tangent détermine ces courbes.

$S_{U23}$  surface réglée contenant l'axe outil, tangente aux surfaces tuyaux de génératrice  $Cr1$  et  $Cr2$

Figure 12 : Conception basée sur les éléments fonctionnels [DUC et al 1999]

Cependant, des tests préliminaires sur les algorithmes à mettre en oeuvre ont montré que l'intégration du concept de la surface d'usinage lors de la conception modifie profondément le processus. Nous avons en effet expérimenté l'approximation des moindres carrés à une distance donnée d'un nuage de points par une courbe en 2D. Il s'agit de minimiser la somme des carrés des écarts  $\epsilon_j$  entre les points  $P_j$  et les points  $P(u_j) + r \cdot \mathbf{n}(u_j)$  avec :

$$\epsilon_j = \mathbf{P}_j - \mathbf{P}(u_j) - r \cdot \mathbf{n}(u_j) \quad (1)$$

Les résultats montrent que la courbe résultante n'engendre pas exactement une surface enveloppe passant au mieux des points au sens des moindres carrés (figure 13). Les écarts sont les distances calculées (au rayon outil près) entre les points de la courbe d'approximation conventionnelle et la courbe d'approximation à une distance donnée. Non seulement le comportement est différent de celui attendu mais le résultat dépend de la distance considérée, c'est-à-dire du rayon de l'outil  $r$ . En fixant la valeur du rayon de l'outil au départ, nous pouvons considérer l'approximation à une distance donnée comme un nouveau mode d'association avec son propre comportement. De cette manière, il y a une adéquation parfaite entre la surface attendue et la surface enveloppe du mouvement de l'outil. Les erreurs engendrées par le passage à l'offset dans les approches conventionnelles sont donc éliminées.

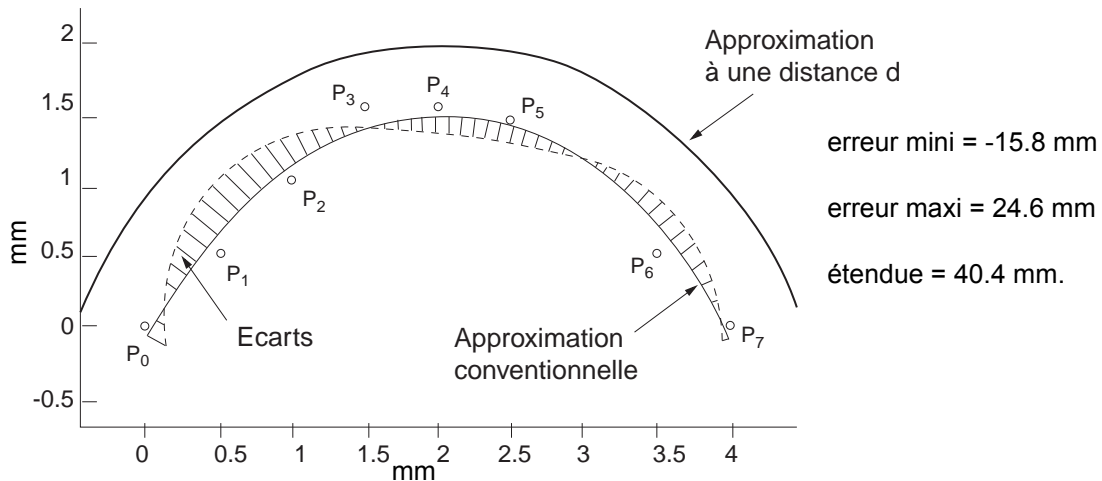


Figure 13 : Approximation à une distance donnée

Finalement, l'intégration du concept de la surface d'usinage dans la phase de conception nécessite de nombreux développements afin d'établir si la précision apportée justifie son déploiement. Le concept remet totalement en cause les algorithmes et la méthodologie usuelle de conception.

#### 4.4. La surface d'usinage en ingénierie intégrée

Par certains aspects, le concept de la surface d'usinage est proche de modèles d'intégration déjà développés dans le cadre de l'ingénierie intégrée. Ces modèles sont plus larges car ils proposent une méthodologie de conception globale et structurée et couvrent la totalité du cycle de vie du produit. Ils proposent également un support géométrique ainsi qu'un support d'information. Pour sa part, le concept de la surface d'usinage apporte une nouvelle méthodologie de conception d'une surface et consiste en un support géométrique.

Les gains apportés par le concept dépendent de la nature et de la définition géométrique des contraintes nécessaires et suffisantes à la modélisation de la forme. De ce point de vue, l'introduction des entités de peau et des entités squelettes du modèle produit [TICHKIEWITCH et al 1995] est intéressante car la structure des données résultantes permet de mettre en oeuvre le concept de la surface d'usinage directement. En ce qui concerne les entités de peau, la surface d'usinage produit une surface enveloppe qui respecte les caractéristiques géométriques de l'entité de peau considérée. Pour les entités squelettes, la surface d'usinage est construite à partir des éléments topologiques. La surface enveloppe générée ferme le volume de la pièce.

Le concept de la surface d'usinage permet également l'intégration des contraintes de fabrication au plus tôt. Cependant, la représentation géométrique de ces contraintes est différente. En effet, le Design For Manufacturing introduit des entités de liaison sous forme surfacique, compatibles avec les procédés d'obtention tels que le forgeage ou le moulage mais qui ne permettent pas l'obtention des moules et des matrices en fraisage de formes complexes au moindre coût. Les surfaces de liaison et de raccordement apparaissent dans le modèle de référence de la maquette numérique comme des surfaces dont la géométrie est à respecter avec exactitude au même titre qu'une surface fonctionnelle. Les contraintes sur la qualité de l'usinage sont donc les mêmes. Nous souhaitons modéliser ces contraintes de procédé par des éléments géométriques tels que des courbes 3D sur lesquelles s'appuie l'activité de génération de trajectoires. La peau qui referme le volume est alors la surface enveloppe du mouvement de l'outil. C'est le cas sur la figure 12 où deux courbes (Cr1 et Cr2) suffisent à guider l'outil pour générer une surface de liaison et de raccordement.

En ce qui concerne la stratégie d'intégration des contraintes, au plus tôt ou au plus tard, le concept de la surface d'usinage permet d'envisager les deux approches. En effet, nous avons vu qu'il est nécessaire d'établir un modèle déclaratif de la surface d'usinage afin de prendre en

compte la géométrie de l'outil. Nous disposons donc d'un modèle théorique capable de quantifier la valeur des paramètres au plus tôt ou au plus tard.

#### 4.5. La surface d'usinage en génération de trajectoires

On peut intégrer la construction de la surface d'usinage dans le processus classique d'élaboration des formes gauches, basé sur un enchaînement séquentiel d'une phase de conception et d'une phase de fabrication. Dans ce cas, l'intérêt du concept de la surface d'usinage réside dans la représentation surfacique du trajet d'usinage. A partir de la surface d'usinage, l'activité de génération de trajectoires consiste à choisir un ensemble de courbes tracées sur la surface. Toute courbe de la surface d'usinage est un trajet potentiel, qui usine la surface nominale sans interférence. La connaissance explicite de cette surface nous donne plus d'éléments pour planifier précisément la position relative de ces courbes.

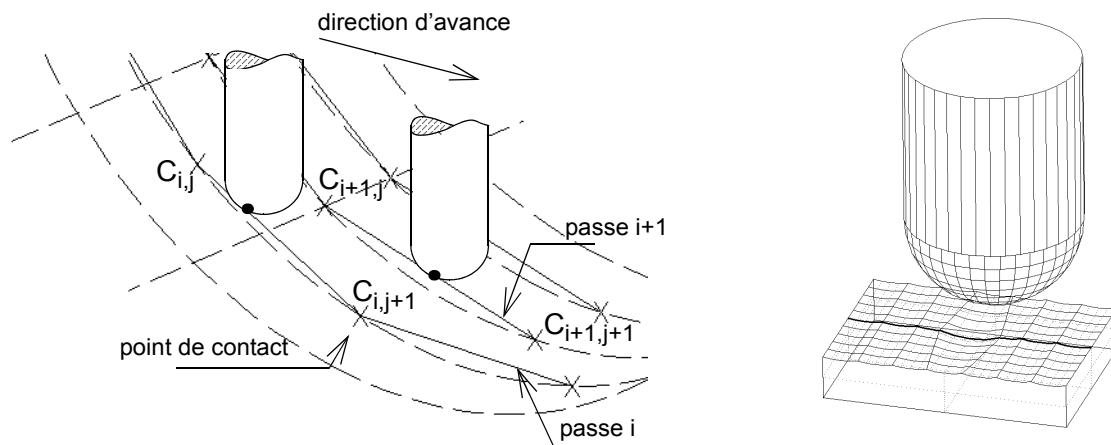


Figure 14 : Désynchronisation des passes

Dans le but d'améliorer la qualité des surfaces usinées, les évolutions ont d'abord eu lieu dans la direction longitudinale, le long du trajet. Ainsi nous avons montré que la précision des trajets dans la direction longitudinale a une influence sur le profil transversal [LARTIGUE et al 1999]. En effet, les points de contact de l'outil sur la surface le long de deux passes adjacentes ne sont pas toujours alignés dans la direction transversale. Dans ce cas le profil transversal de la surface usinée n'est pas composé de sillons de même taille parfaitement posés sur la surface nominale, mais d'une succession de sillons plus ou moins profonds (figure 14). Afin d'être plus précis, les trajets outils doivent être juxtaposés de telle sorte qu'ils soient synchronisés [DAHMANE 1993].



Si on pilote l'outil par interpolation linéaire, une telle synchronisation a pour conséquence de faire apparaître des facettes sur les pièces à grands rayons de courbure (figure 15). De telles marques laissées sur une matrice apparaissent sur les tôles embouties. Pour résoudre le problème, il faut densifier les points d'interpolation dans les zones tendues. Cependant l'ajout de points supplémentaires limite les performances de l'usinage à grande vitesse à cause du temps de traitement des blocs de programme par les directeurs de commande numérique.

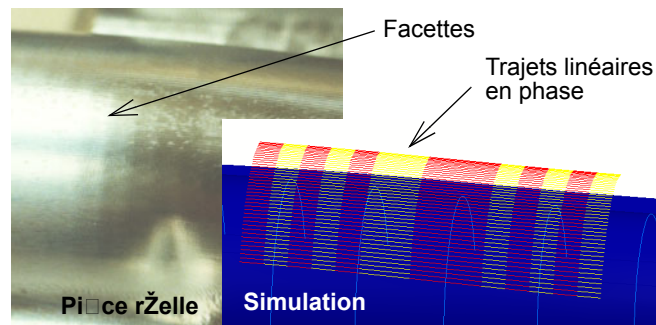


Figure 15 : Apparition de facettes

L'utilisation des interpolateurs polynomiaux dans le développement de générateurs de trajectoires apporte une solution à ce problème [DUC 1998]. En effet, les trajets de l'outil au format polynomial ne génèrent pas de facettes et de plus, contiennent des informations de tangence et de courbure que ne possèdent pas les trajets linéaires. Ainsi on respecte mieux les critères de fidélité à la forme de la surface. Par contre, il est indispensable de détecter les discontinuités lors du calcul du trajet. Par exemple, un angle vif ne peut pas être interpolé par une courbe continue  $C^1$ , aussi cette discontinuité devra se situer au raccordement de deux portions de trajets élémentaires consécutifs [DUC et al 2001].

La surface d'usinage présente l'avantage de modéliser les contraintes fonctionnelles et l'ensemble des trajets outils potentiels. Elle fait donc apparaître les discontinuités nécessaires à l'obtention de la surface attendue et constitue une modélisation polynomiale des trajets. L'apport de la surface d'usinage en interpolation polynomiale est donc immédiat.

Toutes ces propositions d'amélioration de la géométrie des trajets se situent le long d'une passe, dans la direction longitudinale. Etudions maintenant le comportement transversal des trajets. Les stratégies d'usinage actuelles reposent essentiellement sur un guidage de l'outil selon des plans parallèles, guidage qui n'optimise pas le taux d'enlèvement de matière. Le long d'une passe, les variations locales d'orientation de la normale à la surface engendrent des resserrements de la passe dans sa totalité, ce qui augmente le temps d'usinage et génère dans

certaines zones des écarts dimensionnels très inférieurs aux spécifications (figure 16). Afin d'augmenter la qualité et la rapidité de l'usinage, il est donc préférable de générer des trajets isocrêtes, c'est-à-dire à hauteur de crête constante entre deux passes consécutives.

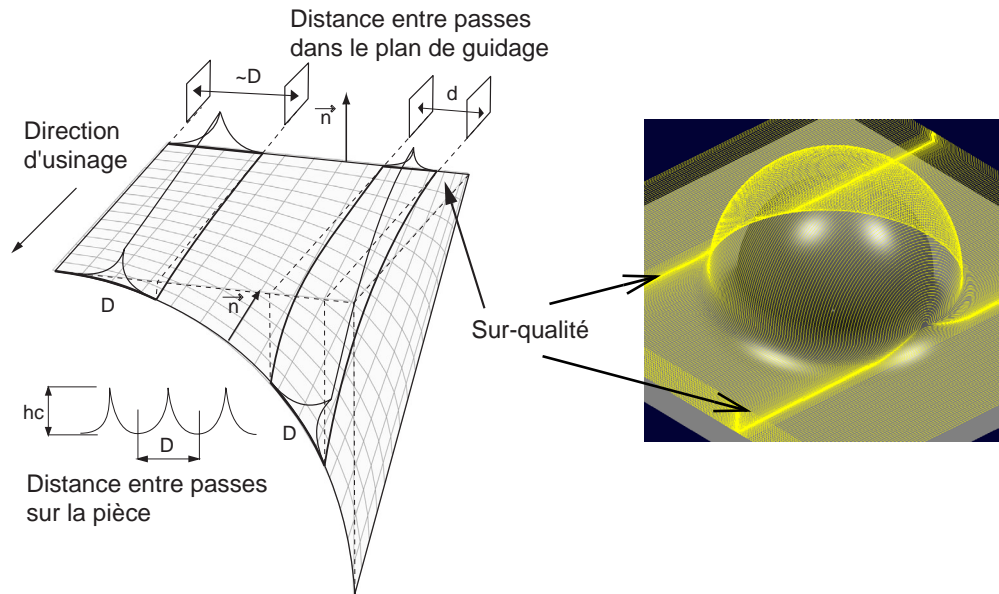


Figure 16 : Resserrement des passes en stratégie par plans parallèles

Une représentation continue des positions de l'outil dans la direction transversale aux trajets apporterait un enrichissement d'information susceptible de faciliter la génération de trajets isocrêtes. La surface d'usinage apparaît donc comme un support potentiel pour la génération de trajectoires isocrêtes.

## 5. Conclusion

Malgré les améliorations apportées aux méthodes de génération de trajectoires ces dernières années, l'obtention de surfaces usinées conformes au modèle CAO reste difficile. Le principal problème provient de la complexité des surfaces modélisées qui ne répondent pas uniquement aux contraintes fonctionnelles de conception. Les modèles et les évolutions des surfaces élaborés par le concepteur conduisent à des approximations en génération de trajectoires. Or il est possible de définir fonctionnellement les trajets outils dont la surface enveloppe respecte les contraintes initiales.

Le concept de la surface d'usinage a été initié pour répondre à deux objectifs : générer les trajets de l'outil tels que la surface enveloppe du mouvement de l'outil réponde aux contraintes fonctionnelles et proposer une représentation surfacique du trajet d'usinage.

L'intégration du concept de la surface d'usinage dans le processus d'élaboration des pièces de forme gauche peut se faire à deux niveaux différents. Tout d'abord une intégration totale du concept tant au niveau de la conception que de la fabrication. Dans ce cas, le concepteur ne manipule plus la surface nominale mais la surface d'usinage. Toutes les contraintes et techniques de modélisation sont appliquées à la surface d'usinage. Cette approche pose en premier lieu un problème culturel et méthodologique tant elle modifie le processus de conception, mais également des problèmes algorithmiques de transfert des techniques de conception à la surface d'usinage. Aussi le concept peut être intégré seulement au niveau de la fabrication et plus particulièrement lors de la génération de trajectoires. Dans ce cas, on profite de l'approche surfacique des trajets d'usinage que propose le concept.

La représentation surfacique des trajets d'usinage apporte une dimension supplémentaire par rapport aux méthodes conventionnelles qui considèrent le trajet au mieux sous forme de courbes mais couramment sous forme de lignes brisées. Elle permet d'ajouter de la précision dans le sens du trajet d'usinage à l'image des représentations polynomiales des trajets de l'outil, mais son intérêt se situe surtout entre deux trajets, dans la direction transversale au trajet. Avec la surface d'usinage, on peut maîtriser la distance entre les passes successives et donc la hauteur de crête résultante.

Nous disposons donc d'un outil qui nous permet d'envisager la génération de trajectoires à hauteur de crête constante, stratégie d'usinage qui minimise le nombre de passes pour des spécifications géométriques de défaut de forme et d'état de surface données. Nous proposons donc d'utiliser le concept de la surface d'usinage pour parvenir à l'obtention de trajets isocrêtes en fraisage à 3 ou 5 axes avec des géométries d'outils hémisphériques et toriques. Pour cela nous devons en premier lieu déterminer la géométrie de la surface d'usinage selon les différentes configurations d'usinage et proposer un modèle de représentation de la surface d'usinage. Ensuite nous développons les méthodes de génération de trajectoires proprement dites.



# **Chapitre 2**

## **Définition de la surface d'usinage en fraisage en bout**

## 1. Génération de trajectoires en fraisage à 5 axes

Dans la partie précédente nous avons présenté le concept de la surface d'usinage ainsi que les modifications qu'il engendre dans le processus de conception et de fabrication. Nous allons maintenant définir la géométrie de la surface d'usinage selon la nature de l'outil et la cinématique de la machine envisagée, à 3 ou à 5 axes. L'étude principale porte sur le cas général du fraisage à 5 axes avec l'outil torique, ce qui permet de passer aux autres cas par simplification. Nous proposons en premier lieu une étude bibliographique portant sur la détection des interférences entre l'outil et la surface ainsi que sur le calcul de la hauteur de crête en fraisage à 5 axes. Nous pourrions ainsi évaluer les difficultés liées à ces deux activités et extraire les contraintes à intégrer dans la définition de la surface d'usinage.

### 1.1 Introduction

Le fraisage à 5 axes devient nécessaire lorsque certaines parties d'une pièce ne sont pas accessibles en usinage à 3 axes sans démonter la pièce. C'est souvent le cas avec des pièces prismatiques complexes. Ce problème ne se pose pas dans le cadre de l'usinage des moules et des matrices car ces procédés impliquent de pouvoir retirer la pièce dans une direction donnée. Il n'y a donc pas de contre-dépouilles. Cependant, lorsque l'on souhaite améliorer la qualité et la productivité du fraisage en bout des pièces de formes complexes, l'usinage à 5 axes peut être très avantageux.

L'outil hémisphérique est l'outil le plus utilisé de part la simplicité de sa géométrie qui le rend mathématiquement plus facile à positionner pour l'usinage. De plus, il génère des sillons réguliers qui conviennent parfaitement pour les opérations de polissage. L'inconvénient est que la valeur de la vitesse de coupe n'est pas constante le long du profil de l'outil, s'annulant en son extrémité. Aussi, pour les surfaces tendues, on emploie de plus en plus les outils cylindriques ou toriques qui assurent une vitesse de coupe constante ou peu variable sur la périphérie. Cependant, en usinage à 3 axes, il y a risque de talonnage avec ces outils, la modification de leur orientation est alors nécessaire pour éviter les interférences avec la surface. On a donc recourt à l'usinage à 5 axes.

Dans ce cas, les outils toriques et cylindriques présentent l'avantage d'enlever plus de matière qu'un outil hémisphérique de diamètre égal [VICKERS, QUAN 1989]. Plus l'angle

entre l'axe de l'outil et la normale à la surface est petit et plus la largeur coupée est grande. Dans le cas de l'outil hémisphérique, le changement d'orientation est utilisé pour éviter de couper la matière avec l'extrémité de l'outil afin d'améliorer la qualité de l'état de surface de la pièce usinée.

La génération de trajectoires en 5 axes se décompose en plusieurs étapes : construction d'une position outil optimale sans interférence, agencement des positions le long d'une passe, distribution des passes pour couvrir la pièce et test d'interférence global entre l'outil et la pièce.

On distingue les interférences dites locales entre l'extrémité de l'outil et la pièce et les interférences globales qui mettent en jeu l'outil en entier, le porte outil ainsi que la pièce et son montage d'usinage. Par rapport à l'usinage à 3 axes, la différence réside dans une gestion des interférences entre l'outil et la pièce plus délicate du fait du plus grand nombre de degrés de liberté et de la volonté de couper le plus de matière possible à tout instant.

## 1.2 Construction des positions de l'outil

La génération de trajectoires en fraisage à 5 axes en bout consiste à déterminer le couple  $(C_L, \mathbf{u})$  avec  $C_L$  point centre de l'outil et  $\mathbf{u}$  vecteur directeur de l'axe de l'outil pour chaque point de contact outil surface  $C_C$  usiné le long du trajet d'usinage. La relation vectorielle entre le point de contact  $C_C$  et le point centre outil  $C_L$  diffère selon la géométrie de l'outil (figure 17).

En usinage à 3 axes il est possible de piloter le point centre outil  $C_L$  et d'en déduire ensuite le point  $C_C$  associé, comme dans les méthodes d'offset de forme [KIM, KIM 1995] ou de plongée [DUC 1998]. Cependant cette approche n'est pas appliquée en usinage à 5 axes à cause de sa complexité [LI, JERARD 1994]. Ainsi dans les méthodes de génération de trajectoires en 5 axes on utilise toujours un guidage du point de contact  $C_C$ . En ce qui concerne les directions d'usinage, on retrouve celles employées dans le cadre de l'usinage à 3 axes, c'est-à-dire l'usinage selon des plans parallèles ou selon les courbes isoparamétriques des surfaces.



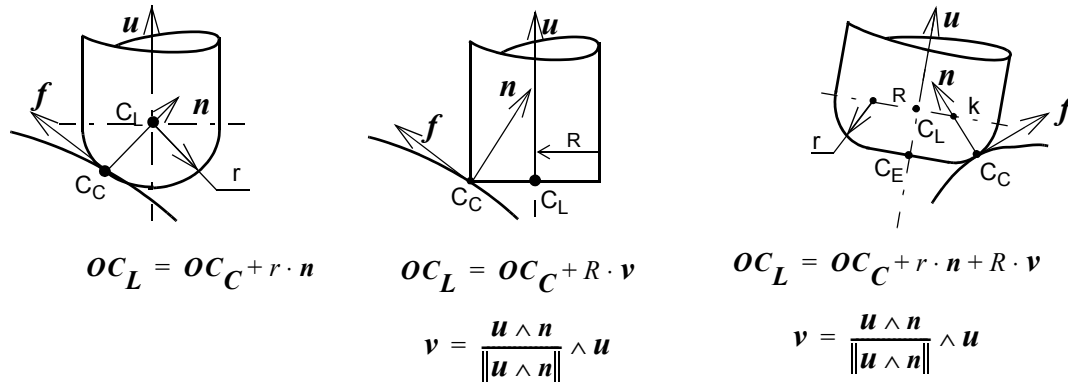


Figure 17 : Géométrie d'outil [DUC 1998]

A chaque position de l'outil est associé un repère local  $(C_C, f, n, t)$  avec :  $f$  le vecteur tangent à la courbe suivie par le point piloté,  $n$  le vecteur normal à la surface, et  $t$  le vecteur tangent à la surface tel que :  $t = f \wedge n$ . Le vecteur  $f$  est tangent à la courbe de guidage sur la surface nominale, il est donc dans le plan tangent à la surface au point  $C_C$  et orthogonal à  $n$ .

Initialement, l'outil est positionné tel que son axe  $u$  soit colinéaire à  $n$ . On applique ensuite deux rotations pour orienter l'axe de l'outil dans la direction choisie. Les axes de rotation ne sont pas imposés et ceux-ci peuvent être différents d'une méthode à l'autre. Ainsi dans [CHOI, PARK, JUN 1993] et [LEE 1997] les deux rotations utilisées sont d'abord  $\theta_t$  autour du vecteur  $t$  puis  $\theta_n$  autour du vecteur  $n$  (figure 18). C'est cette configuration que l'on retrouve le plus souvent. Cependant dans [REDONNET et al 2000], la première rotation est  $\theta_t$  autour du vecteur  $t$  et la deuxième rotation est  $\theta_f$  autour du vecteur  $f$ .

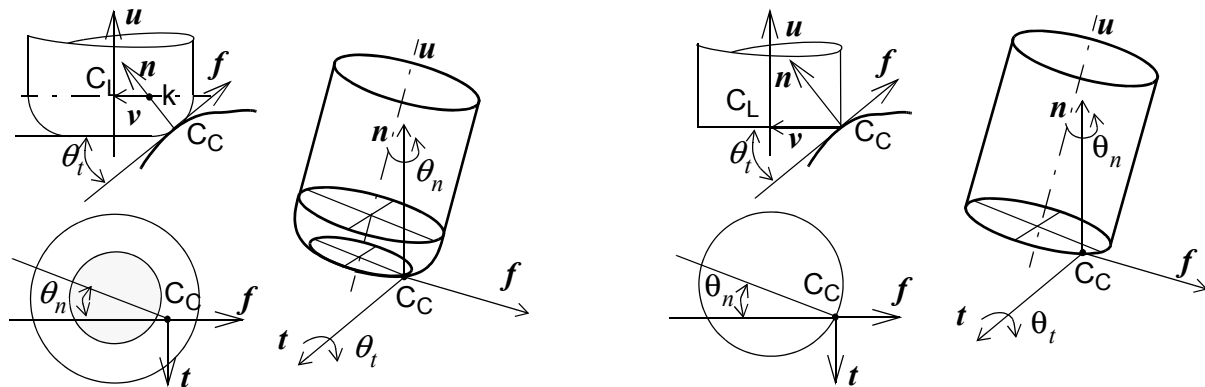


Figure 18 : Mise en position des outils en 5 axes

Ensuite, toute la difficulté consiste à déterminer la valeur des angles de rotation. Nous verrons qu'en règle générale, la valeur de l'angle de rotation  $\theta_t$  est choisie la plus petite possible pour maximiser la largeur de coupe tout en restant compatible avec le rayon de cour-

bure de la surface pour éviter les interférences. De même, l'angle  $\theta_n$  est nul par défaut afin d'augmenter la surface coupée et sera modifié éventuellement en cas d'interférence.

### 1.3 Gestion des interférences entre l'outil et la pièce

Pour un point de contact  $C_C$  le long du trajet, les paramètres d'orientation de l'outil choisis ne garantissent pas un usinage sans interférences. En effet, à ce stade du calcul on ne prend pas en compte la géométrie locale de la surface et l'encombrement de l'outil. Aussi il est nécessaire de vérifier la position relative de l'outil et de la surface en chaque position calculée. On distingue deux types d'interférence, les interférences causées par la courbure concave de la surface dans le plan perpendiculaire à la direction d'avance et les interférences vers l'arrière de l'outil dans la direction d'usinage. Parmi les méthodes de détection d'interférences existantes, il y a celles qui utilisent les caractéristiques locales de la surface à usiner telles que la courbure, et celles qui optent pour une représentation approchée par des points ou des modèles polyédriques. De plus, la plupart de ces méthodes tentent d'optimiser la position de l'outil hors interférences en terme de temps d'usinage, de comportement dynamique ou d'état de surface (hauteur de crête).

Choi et al [CHOI, PARK, JUN 1993] proposent une méthode permettant, à partir du repère local  $(C_C, \mathbf{f}, \mathbf{n}, \mathbf{t})$ , de déterminer les valeurs des deux angles  $\theta_t$  et  $\theta_n$  de sorte qu'il n'y ait pas d'interférence locale et globale entre la pièce et l'outil, et que les angles soient compatibles avec la cinématique de la machine. Afin de faciliter les tests d'interférence, la base de l'outil et la surface à usiner sont échantillonnées à l'aide de la méthode du Z-buffer. On compare alors l'altitude en Z des deux ensembles de points pour déterminer si il y a ou non interférence. Finalement une recherche est effectuée pour déterminer le couple qui minimise la hauteur de crête donc le temps de polissage. Une méthode similaire est utilisée dans [CHO, JUN, YANG 1993].

La méthode développée dans [RUBIO et al 1998] permet l'étude des interférences entre la surface et l'outil torique en utilisant l'outil cylindrique de rayon  $R$  associé et la surface offset de distance  $r$  (figure 19). Ils calculent les intersections entre le fond et le bord de l'outil cylindrique avec la surface offset. Dans un repère associé au fond de l'outil cylindrique, si certains points d'intersection ont une coordonnée en Z positive alors il y a interférence. En ce qui concerne le bord de l'outil, le calcul de points répartis sur la courbe intersection entre le cylindre outil et la surface offset permet de déterminer l'angle de rotation  $\theta_t$  nécessaire à la suppression de l'interférence. Si celui-ci est supérieur à l'angle maxi autorisé par la cinématique de la machine, l'outil est décalé selon son axe jusqu'à ce que les coordonnées en Z soient

inférieures ou égales à zéro. La méthode, reprise par [REDONNET et al 2000], permet un balancement de l'outil en demi-finition autour du vecteur  $f$  tel que les surépaisseurs d'usinage résultantes soient identiques de part et d'autre du point de contact.

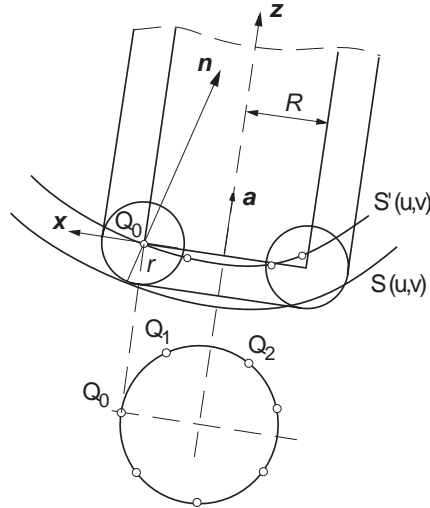


Figure 19 : Utilisation de la surface offset [RUBIO et al 1998]

Li et Jerard proposent également une méthode basée sur une représentation polyédrique triangulaire de la surface [LI, JERARD 1994]. En chaque position outil  $C_C$ , une isométrie transforme les triangles de telle sorte que l'axe  $Z$  du système de coordonnées soit aligné avec l'axe de l'outil. Ensuite on considère que tout triangle qui intersecte la projection de l'outil dans le plan  $xy$  est en interférence. Dans le cas d'une interférence, seul l'angle d'inclinaison  $\theta_t$  est modifié et si nécessaire l'outil est déplacé le long de la normale à la surface en  $C_C$ . Parmi les contraintes à respecter, l'angle d'inclinaison d'une position outil à la suivante ne doit pas dépasser cinq degrés afin d'assurer un comportement continu de la coupe. La précision de la méthode dépend du nombre de triangles utilisés lors de l'interpolation de la surface. Dans [YU et al 1996], la méthode est similaire. Après avoir discrétisé la surface, l'objectif est de trouver l'orientation du plan de base de l'outil qui n'interfère avec aucun triangle. Les deux types d'interférence sont corrigés successivement sans aucune optimisation.

Lauwers et al [LAUWERS et al 2000] procèdent par dichotomie pour déterminer la valeur des deux angles. Les bornes mini et maxi des deux rotations sont fixées par l'utilisateur et la vitesse de variation d'angle d'inclinaison est contrôlée pour éviter de marquer la pièce. Pour une valeur donnée de l'angle d'inclinaison, tout le domaine de l'angle de pivotement est analysé. L'objectif étant de trouver l'angle d'inclinaison le plus proche de l'interférence pour maximiser la section du copeau.

L'autre famille de méthodes est basée sur l'adéquation nécessaire entre la courbure de la surface et le profil apparent de l'outil [LEE, CHANG 1996]. Le profil apparent de l'outil est la projection de celui-ci dans le plan perpendiculaire à la vitesse d'avance au point  $C_C$  (figure 20).

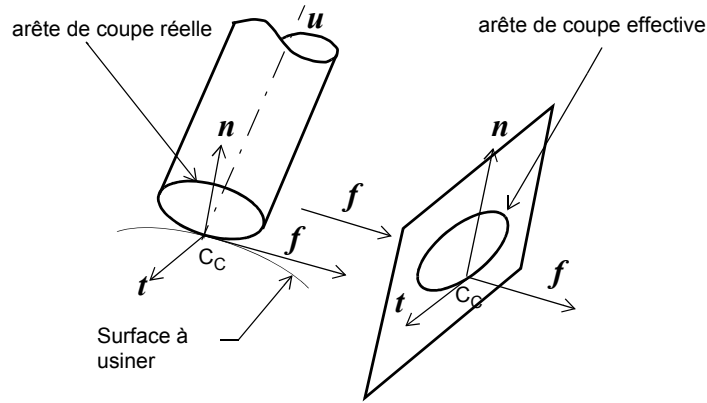


Figure 20 : Profil apparent de l'outil (d'après [LEE, CHANG 1996])

L'outil est alors positionné de telle sorte que le rayon de courbure du profil apparent soit inférieur au rayon de courbure de la surface dans le plan considéré :

$$R_{eff} = (R \cdot \cos \theta_n^2) / (\sin \theta_t) \quad (2)$$

Certaines méthodes plus sophistiquées mettent en relation les courbures principales de la surface avec le profil apparent afin d'optimiser la largeur de coupe. Pour cela on utilise la représentation quadratique de la surface au point considéré dont l'équation dans le système d'axe principal est (figure 21) :

$$Y_P = \frac{K_{max}}{2} X_P^2 + \frac{K_{min}}{2} Z_P^2 \quad (3)$$

Ensuite, la trace de la surface dans le plan d'étude est approchée par une ellipse [LEE, JI 1997]. L'équation de la courbe offset du profil qui détermine l'épaisseur de matière coupée est donc :

$$Y_L = \left( \frac{K_{max}(\cos \alpha)^2 + K_{min}(\sin \alpha)^2}{2} \right) Z_L^2 + h \quad (4)$$

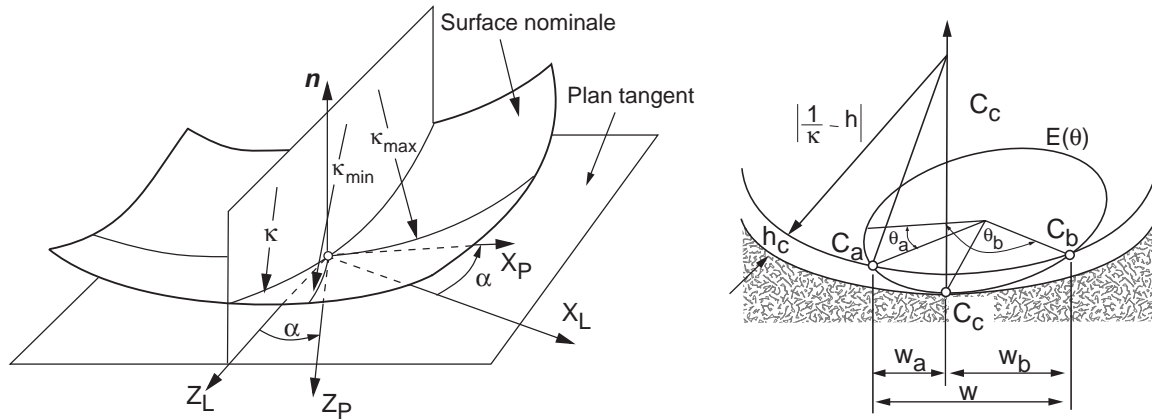


Figure 21 : Optimisation de la largeur de coupe [LEE, JI 1997]

L'intersection de cette courbe avec celle du profil apparent donne alors la largeur de coupe (figure 21). Ainsi la largeur de coupe est maximale quand la direction d'usinage coïncide avec la direction principal de sorte que  $\alpha = 0$ . D'autres travaux aboutissent aux mêmes conclusions [MARCINIAK 1987][RAO, BEDI, BUCHAL 1996].

Cependant, ces techniques ne prennent pas en compte les interférences vers l'arrière. Une méthode complète est développée dans [LEE 1997]. Dans un premier temps, l'analyse des courbures de l'outil et de la surface au point  $C_C$  et dans les plans  $(C_C, \mathbf{n}, \mathbf{t})$  et  $(C_C, \mathbf{f}, \mathbf{n})$  permet de déterminer un domaine de non interférence dans  $(\theta_p, \theta_n)$ . Ensuite la méthode procède à l'analyse des interférences vers l'arrière dans le plan  $(C_C, \mathbf{f}, \mathbf{n})$  en deux étapes. La première étape consiste à approcher la trace de la surface dans le plan par un cercle de rayon égal au rayon de courbure de la surface en  $C_C$ . L'angle d'inclinaison minimum correspond alors au cas où la trace de l'outil est bitangente au cercle (figure 22), c'est-à-dire :

$$\theta_t = \text{asin}\left(\frac{R}{\kappa - r}\right) \quad (5)$$

Conscient de l'approximation de la courbure effectuée, l'auteur propose dans un deuxième temps de vérifier la présence d'interférences dues à une discontinuité en courbure. Pour cela tous les points de contact précédemment calculés sur le trajet ou les trajets adjacents et situés dans la zone critique sont candidats à un test d'interférence. Les coordonnées des points sont exprimées dans un repère attaché au plan de base de l'outil. Ainsi tous les points au dessus du plan de base et dont la distance à l'axe outil est inférieure au rayon principal de l'outil sont en interférence (figure 22).

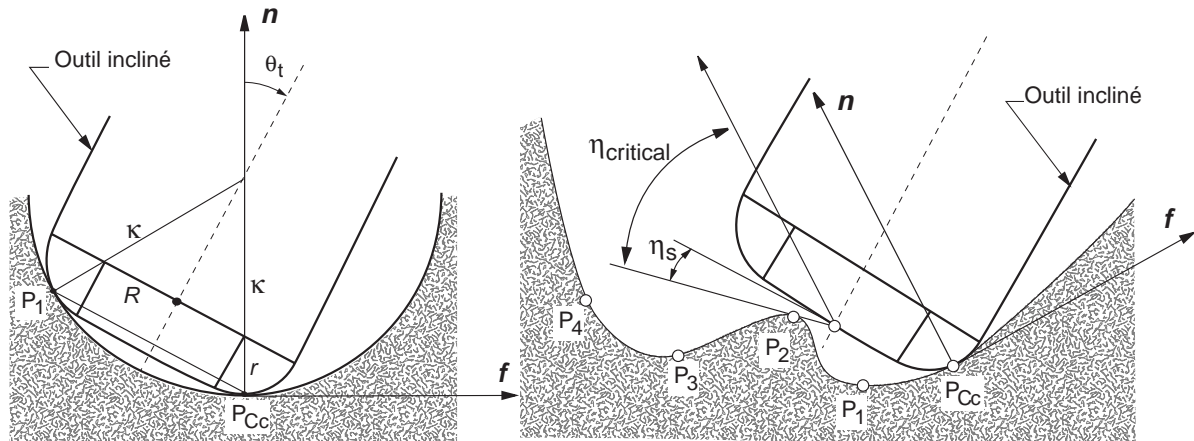


Figure 22 : Interférence vers l'arrière [LEE 1997]

#### 1.4 Calcul de la hauteur de crête et de la distance entre passes

Le calcul de la hauteur de crête en usinage à 5 axes avec les outils toriques et plats est beaucoup plus difficile qu'en 3 axes avec un outil hémisphérique. En effet, le profil de la partie coupante varie tout au long du trajet en fonction de l'orientation de l'outil et de la courbure de la surface. Plus précisément, ce profil est la projection de l'outil dans le plan perpendiculaire à la direction d'avance au point de contact entre l'outil et la surface  $C_C$ . C'est pourquoi la totalité des méthodes rencontrées dans la littérature sont des méthodes approchées.

La méthode la plus simple consiste à approcher le profil apparent de l'outil par un cercle de façon à retrouver la méthode de calcul de l'outil hémisphérique [LI, JERARD 1994], [LO 1999].

Il existe également la méthode approchée dite du plan tangent et initiée dans [CHOI, PARK, JUN 1993]. On se place dans le cadre de l'usinage de surfaces à évolution douce avec un outil plat. La surface est approchée par son plan tangent au point de contact outil surface  $C_C$ . La partie coupante est le profil apparent situé dans le plan  $(C_C, \mathbf{n}, \mathbf{t})$  (figure 23). On considère que la crête est formée par deux positions de l'outil adjacentes, distantes d'une longueur  $d$  et de même orientation, de sorte que les deux profils apparents en ellipse sont identiques. Deux cas se présentent : la crête est formée par le fond de l'outil ou par le bord de l'outil selon la distance entre passes. Dans les deux cas on calcule l'intersection  $P$  des deux profils et la hauteur de crête est la distance de  $P$  au plan tangent. La méthode du plan tangent fut reprise pour calculer la distance entre passes en usinage à 3 axes avec des outils plats et toriques [HWANG, CHANG 1998].

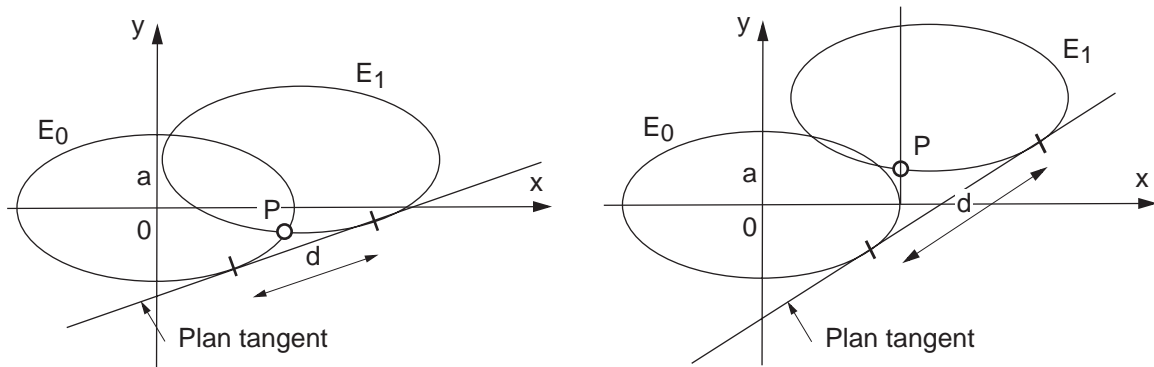


Figure 23 : Méthode du plan tangent [CHOI, PARK, JUN 1993]

Dans [CHO, JUN, YANG 1993], les deux profils sont aussi coplanaires et identiques mais la surface est un cylindre de révolution de rayon  $R$  et usinée suivant les génératrices. Cette méthode étendue à toutes sortes de surfaces induit alors une approximation d'ordre 2 du profil de la surface dans le plan d'étude. Le problème est alors similaire à celui du 3 axes avec outil hémisphérique en remplaçant les profils en cercle par des ellipses.

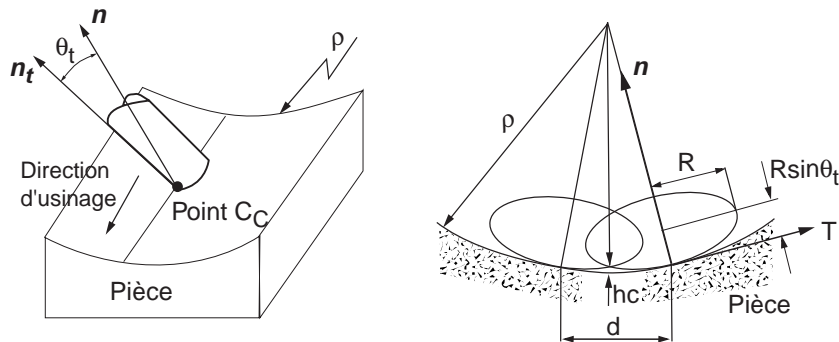


Figure 24 : Calcul de la hauteur de crête [CHO, JUN, YANG 1993]

Lee propose également une méthode permettant de déterminer la distance entre passes pour une hauteur de crête donnée avec une approximation d'ordre 2 de la surface dans le plan d'étude [LEE 1998]. Contrairement aux méthodes précédentes, les deux profils ne sont pas forcément les mêmes (figure 25). A partir d'un point courant  $C_{C_{i,j}}$  sur le trajet  $T_{C_i}$ , le point adjacent  $C_{C_{i+1,j}}$  se trouve dans le plan d'étude et sur la surface, et doit respecter la contrainte suivante :  $w_{b,i} + w_{a,i+1} \geq D$ .

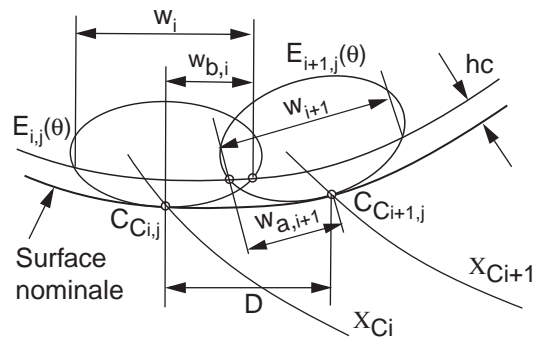


Figure 25 : Calcul de la distance entre passes [LEE 1998]

Lee et Chang proposent une méthode de calcul de hauteur de crête plus réaliste mais aussi plus complexe [LEE, CHANG 1996]. A partir de deux positions de l'outil adjacentes, pour lesquelles l'orientation et la direction d'avance sont distinctes, un plan d'évaluation  $Pln$  est construit passant par  $C_{Ci,j}$  et  $C_{Ci+1,j}$  et contenant la normale à la surface en  $C_{Ci,j}$ . Dans ce plan sont évalués les deux profils apparents des outils et on construit le point  $P$  d'intersection des deux profils. La hauteur de crête est calculée comme la distance entre le point  $P$  et la courbe intersection du plan  $Pln$  et de la surface nominale  $Sn$ . Cette distance est calculée par approximation de la courbe par un cercle dont le rayon est le rayon moyen entre  $RC_{Ci,j}$  et  $RC_{Ci+1,j}$ . De plus, différents cas d'intersections possibles sont envisagés, notamment le cas où le point de crête est généré par le flanc de l'outil. On retiendra surtout de la méthode sa grande complexité par rapport aux précédentes sans pour autant juger de ses performances.



## 2. Définition de la surface d'usinage en fraisage multi-axes

[TOURNIER et al 2000]

L'objectif est de déterminer la géométrie de la surface d'usinage en fonction de la géométrie de l'outil et du nombre d'axes utilisés. On rappelle que la surface d'usinage recherchée est le lieu de points fixes de l'outil, permettant sa mise en position à chaque instant et de manière univoque pour un point usiné donné. Nous rappelons également que l'intérêt de la surface d'usinage en FAO réside dans la représentation surfacique du trajet d'usinage qu'elle propose. Cependant, la forme de la surface d'usinage ne doit pas présager de la stratégie d'usinage à adopter, auquel cas elle perdrait une partie de son intérêt. La géométrie de la surface d'usinage doit donc être imposée par les seules contraintes fonctionnelles dans le cas d'une conception par la surface d'usinage ou par la géométrie de la surface nominale en conception classique.

### 2.1 Détermination des points fixes à considérer

La situation de l'outil dans l'espace est déterminée par la position de son centre et par l'orientation de son axe. Dans le cadre de l'usinage à 3 axes ou à 5 axes positionnés, l'orientation de l'axe outil est connue et reste constante tout au long de l'usinage. La seule position de son centre  $C_L$  nous permet de positionner l'outil (figure 17). Dans ce cas, la surface d'usinage peut être définie comme le lieu du centre de l'outil.

En ce qui concerne l'usinage à 5 axes en continu le problème est différent. Nous montrons tout d'abord que le couple  $(C_L, \mathbf{u})$  (figure 18) utilisé conventionnellement pour positionner l'outil en usinage à 5 axes ne convient pas pour concevoir la surface d'usinage dans le cas des outils toriques et plats.

En effet, l'orientation de l'axe l'outil  $\mathbf{u}$  est définie dans un repère local lié à la normale  $\mathbf{n}$  à la surface et à la direction d'avance  $\mathbf{f}$ . Cela signifie que la direction d'avance, donc la stratégie d'usinage, est connue lors de la génération des positions successives de l'outil. La surface d'usinage résultante, lieu de  $C_L$  et  $\mathbf{P}$  tels que  $C_L\mathbf{P} = \mathbf{u}$ , serait alors un cas particulier adapté à la stratégie d'usinage retenue. Le choix du couple  $(C_L, \mathbf{u})$  n'est donc pas adéquat pour les outils toriques et plats car la position du point  $C_L$  pour un point usiné donné sur la surface nominale dépend de l'orientation de l'axe outil. Par contre pour l'outil hémisphérique, la position du

point centre outil  $C_L$  est indépendante de l'orientation de l'axe outil  $\mathbf{u}$ . On conserve donc le couple  $(C_L, \mathbf{u})$  pour positionner l'outil.

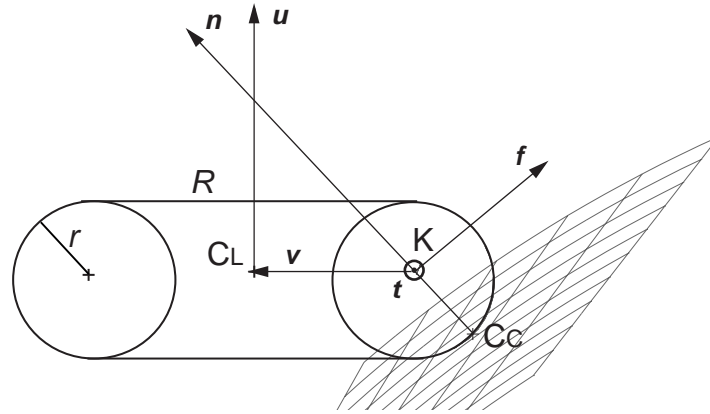


Figure 26 : Positionnement de l'outil

Nous cherchons donc une autre méthode de positionnement de l'outil. Afin de traiter un cas général, nous nous plaçons dans le cadre du fraisage à 5 axes avec un outil torique puis nous extrapolons les résultats aux autres géométries d'outil.

Dans les méthodes de mise en position de l'outil en fraisage à 5 axes examinées dans la bibliographie, les deux rotations d'orientation de l'outil  $(\theta_p, \mathbf{t})$  et  $(\theta_n, \mathbf{n})$  sont appliquées au point  $C_C$ . Il ne s'agit en fait que d'un paramétrage des coordonnées du centre de l'outil  $C_L$  en fonction du point de contact outil surface  $C_C$  choisi. Ces deux rotations ne permettent pas la modification de la position de l'outil sans interférences, car le plan tangent de l'outil au point  $C_C$  appartenant à l'outil ne reste pas confondu avec le plan tangent de la surface au même point lors des deux rotations.

Aussi, si nous souhaitons isoler un point fixe de l'outil afin de le piloter, les rotations de mise en position doivent laisser ce point inchangé tout en assurant un contact tangent entre l'outil et la pièce. C'est pourquoi pour piloter l'outil, nous proposons d'utiliser le point  $K$ , situé sur le cercle méridien du tore (figure 26) défini par :

$$\mathbf{OK} = \mathbf{OC}_C + r \cdot \mathbf{n} \quad (6)$$

Les deux rotations  $(\theta_p, \mathbf{t})$  et  $(\theta_n, \mathbf{n})$  que nous proposons sont alors définies dans le repère  $(K, \mathbf{f}, \mathbf{n}, \mathbf{t})$  avec  $\mathbf{f}$  le vecteur tangent à la courbe suivie par le point piloté  $K$ . Le point  $K$  est alors sur l'axe central du torseur de la rotation instantanée de l'outil par rapport à la surface. Il reste donc fixe au cours des mouvements de rotation de l'outil lors de son orientation.

Il faut également s'assurer que les deux rotations laissent les plans tangents de l'outil et de la surface au point de contact  $C_C$  confondus. En ce qui concerne la rotation  $(\theta_n, \mathbf{n})$ , le résultat est immédiat car  $\mathbf{n}$  est orthogonal au plan tangent.

Pour la deuxième rotation, l'obtention du résultat est à démontrer. On définit tout d'abord la position de l'outil par défaut comme étant celle pour laquelle  $\theta_t = \theta_n = 0$  quand :

- les vecteurs  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{n}$  sont colinéaires,
- $\mathbf{u}$  est dans le plan défini par  $(K, \mathbf{f}, \mathbf{n})$

Cette configuration assure un contact tangent car en n'importe quel point de contact  $C_C$  entre l'outil et la surface, la normale à la surface passe par l'axe du tore. La démonstration est décrite en annexe (annexe A.1, page 142).

Soit  $C$ , le cercle résultant de l'intersection du tore représentant la partie active de l'outil avec le plan  $(K, \mathbf{f}, \mathbf{n})$ . Ce plan passant par l'axe du tore,  $C$  est le cercle de centre  $K$  qui engendre le tore par rotation autour du cercle méridien (figure 26). Le vecteur  $\mathbf{t}$  est orthogonal au cercle  $C$  car orthogonal à  $(K, \mathbf{f}, \mathbf{n})$  par définition. La rotation autour de  $\mathbf{t}$  laisse donc le cercle  $C$  identique à lui-même, donc la partie active de l'outil reste tangente à la surface, seul le point de contact appartenant à l'outil est modifié. Le point de contact  $C_C$  appartenant à la surface est inchangé, l'outil usine toujours le même point.

Cependant, l'ordre des rotations est importante pour conserver un contact tangent. Dans le cas où la rotation  $(\theta_t, \mathbf{t})$  a lieu en premier, le point  $C_C$  restant inchangé, la normale  $\mathbf{n}$  est aussi inchangée. La seconde rotation  $(\theta_n, \mathbf{n})$  laisse donc les plans tangents confondus. Par contre si  $(\theta_n, \mathbf{n})$  est la première rotation, le plan  $(K, \mathbf{f}, \mathbf{n})$  n'est plus le plan méridien du tore et l'intersection entre le tore et ce plan est un ovale de Cassini (figure 27). Dès lors la rotation autour de  $\mathbf{t}$  ne laisse plus la partie active de l'outil identique à elle-même, il y a interférence. Dans ce cas, la rotation doit s'effectuer autour du vecteur  $\mathbf{t}'$ , image du vecteur  $\mathbf{t}$  par la rotation  $(\theta_n, \mathbf{n})$ .

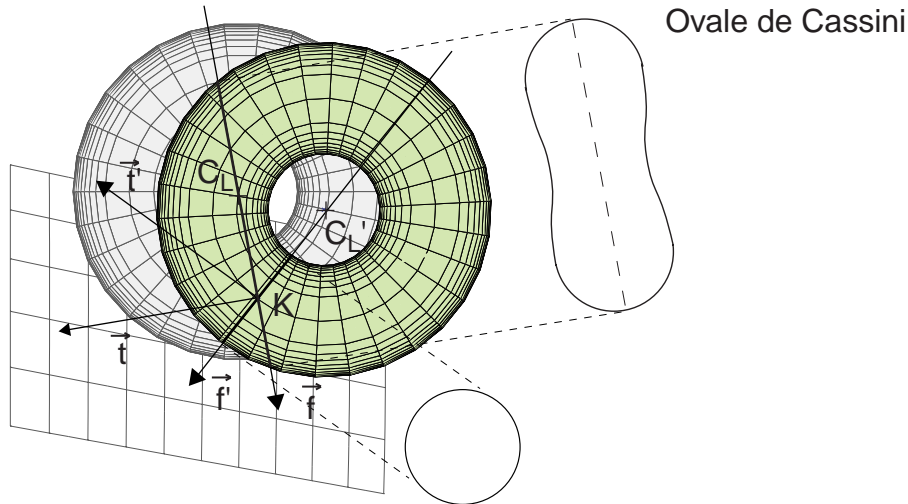


Figure 27 : Sections spiriques du tore

Pour pouvoir positionner l'outil, il nous faut définir au moins un deuxième point fixe de l'outil. Pour cela nous allons utiliser le point  $C_L$  tel que  $\mathbf{KC}_L = \mathbf{v}$ , avec  $\mathbf{v}$  le vecteur radial. Il reste alors une rotation possible autour du vecteur radial  $\mathbf{v}$ . Cependant, il faut remarquer que le vecteur axe outil  $\mathbf{u}$  et le vecteur radial  $\mathbf{v}$  restent toujours coplanaires avec le vecteur normal  $\mathbf{n}$  à la surface au point usiné lors des deux rotations  $\theta_t$  et  $\theta_n$  de mise en position de l'outil (figure 26). En effet, ils sont coplanaires dès le début de la mise en position (par défaut). Ensuite, les deux rotations autour de  $\mathbf{t}$  et  $\mathbf{n}$  laissent les vecteurs coplanaires. La connaissance des points  $K$  et  $C_L$  et du vecteur normal  $\mathbf{n}$  est suffisante pour positionner l'outil dans l'espace. L'axe outil est alors défini par :

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} \wedge \frac{\mathbf{n} \wedge \mathbf{v}}{\|\mathbf{n} \wedge \mathbf{v}\|} \quad (7)$$

La donnée des points  $K$ ,  $C_L$  et  $\mathbf{n}$  permet de positionner l'outil d'une manière unique car ils font partie du plan de symétrie contenant l'axe outil.

## 2.2 Surface de guidage, surface d'orientation

La surface d'usinage se compose donc de deux surfaces,  $S_1$  lieu du point  $K$  et  $S_2$  lieu du point  $C_L$  (figure 28) car la normale  $\mathbf{n}$  est une caractéristique de la surface  $S_1$ . On appelle la surface  $S_1$  la surface de guidage et la surface  $S_2$  la surface d'orientation.

La surface de guidage  $S_1$  est la surface parallèle à la surface nominale de distance égale au rayon de coin de l'outil  $r$ , lieu des points  $K$ . Elle est indépendante de la stratégie d'usinage et ne dépend que de la géométrie nominale ou des contraintes fonctionnelles.

La surface d'orientation  $S_2$  est la surface qui donne l'orientation de l'axe de l'outil. Elle conditionne le point de l'outil en contact avec la surface à chaque instant, le rayon effectif de coupe et la vitesse de coupe effective.

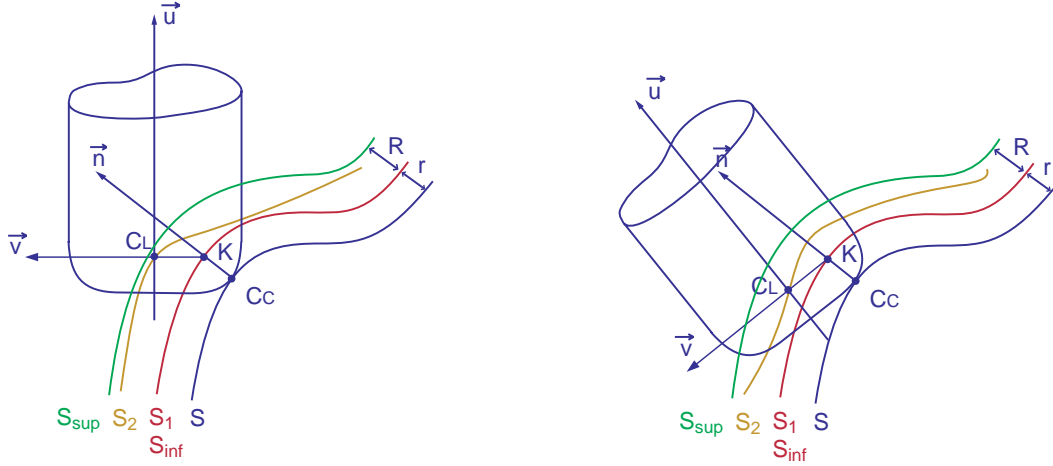


Figure 28 : Surface d'usinage en fraisage à 5 axes avec outil torique

### 2.2.1. Localisation de la surface d'orientation

La surface d'orientation  $S_2$  se trouve entre deux surfaces limites  $S_{inf}$  et  $S_{sup}$ .

La limite supérieure correspond à l'orientation de l'axe  $\mathbf{u}$  colinéaire à la direction d'avance  $\mathbf{f}$ . Autrement dit, la valeur de l'angle  $\theta_t$  est dans l'intervalle  $[0 \pi/2]$ . De plus, pour un trajet outil  $T_L$  donné sur la surface  $S_1$ , la courbe  $T_O$  sur la surface  $S_2$  associée se trouve à l'intérieur de la surface tuyau de rayon égal au grand rayon du tore  $R$  et de génératrice  $T_L$ . Cette condition matérialise la distance fixe entre  $K$  et  $C_L$ .

Considérons la surface nominale  $Sn$  de  $\mathbb{R}^3$  et  $\Phi$  la carte qui transforme un intervalle du plan paramétrique  $(O, \xi^1, \xi^2)$  en  $Sn$ . A partir de la surface nominale  $Sn$  décrite par  $\Phi(\xi^1, \xi^2)$  on peut écrire :

$$\Phi_{sup}(\xi^1, \xi^2) = \Phi(\xi^1, \xi^2) + (r + R) \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) \quad (8)$$

La limite inférieure correspond à l'orientation de l'axe  $\mathbf{u}$  colinéaire à la normale. La limite inférieure est une condition nécessaire pour éviter les interférences entre l'outil et la surface.

$$\Phi_{inf}(\xi^1, \xi^2) = \Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) \quad (9)$$

### 2.2.2. Existence de la surface d'usinage

Le bipoint  $(K, C_L)$  retenu pour modéliser la surface d'usinage nous permet par l'intermédiaire de la surface de guidage d'assurer la génération de la surface nominale attendue indépendamment de la stratégie d'usinage. Par contre, la modélisation de la surface d'orientation

nécessite dans certains cas d'avoir décidé des trajectoires de l'outil sur la surface de guidage. Cette caractéristique est inévitable car l'orientation est calculée en fonction du repère local attaché au point guidé ainsi qu'au point usiné. En effet, c'est en connaissant les propriétés locales de la surface que l'on met l'outil en contact tangent avec la surface et sans interférences.

Trois cas se présentent pour concevoir la surface d'orientation :








- La direction d'avance du point piloté de l'outil n'est pas connue ni même la stratégie d'usinage. La surface d'orientation est alors quelconque et en chaque point  $K$  de la surface de guidage muni de son repère local  $(f, n, t)$ , il faut associer un point  $C_L$  de la surface d'orientation. Sachant que l'outil possède les deux degrés de liberté  $(\theta_p, t)$  et  $(\theta_n, n)$ , le lieu des points  $C_L$  envisageables est une demi sphère centrée en  $K$ . Si nous avons défini une surface d'orientation quelconque dans l'espace admissible, les points  $C_L$  sont sur la courbe intersection entre la surface d'orientation et la demi sphère. Il faut alors fixer l'angle d'une des deux rotations pour trouver le deuxième angle. D'un point de vue génération de trajectoire, cette méthodologie n'est pas satisfaisante car on ne maîtrise pas l'orientation de l'outil et donc les paramètres associés comme la largeur coupée ou la vitesse de coupe. Cependant nous verrons qu'elle peut avoir un certain intérêt pour corriger d'éventuelles interférences entre l'outil et la pièce.

- La direction d'avance du point piloté de l'outil est connue en tout point de la surface de guidage. C'est par exemple le cas lors d'un guidage de l'outil selon des plans parallèles. Il est alors possible de construire la surface d'orientation en fonction des valeurs des angles d'inclinaison et de pivotement désirés. Avec une telle stratégie, la modification de l'orientation de l'axe outil permet soit d'éviter des interférences entre la pièce et l'outil, soit de modifier la largeur coupée donc la hauteur de crête.

- La direction d'avance de l'outil n'est pas connue en tout point de la surface de guidage. C'est le cas lorsque qu'il est nécessaire de connaître le trajet précédent ; défini par la trajectoire suivie par l'outil sur la surface de guidage et par l'orientation de l'axe outil ; pour construire le trajet courant. Par exemple, lorsque l'on souhaite juxtaposer des passes qui maximisent la largeur coupée à tout instant tout en minimisant le recouvrement. Dans la mesure où l'on souhaite maîtriser certains paramètres liés à l'orientation de l'outil, la géométrie de la surface d'orientation dépend de la stratégie d'usinage retenue. Cela signifie que dans certains

cas la surface d'orientation est entièrement déterminée à la fin de l'activité de génération de trajectoires. Le tableau suivant fait le bilan des configurations possibles de la surface d'usinage selon les stratégies d'usinage envisagées.

Tableau 1 : Existence de la surface d'usinage

	Usinage à 5 axes			
	5 axes positionné	5 axes continu		
		Usinage à 3 axes	Direction d'usinage connue	Direction d'usinage inconnue
Gestion précise de l'orientation	Gestion peu précise de l'orientation			
Surface de guidage				
Surface d'orientation				

### 2.3 Autres géométries d'outil

Les résultats obtenus dans le cas du fraisage à 5 axes avec un outil torique peuvent être étendus aux autres géométries d'outil.

En ce qui concerne l'outil plat, celui-ci peut être considéré comme un outil torique de rayon de coin  $r$  nul. Le point  $K$  est donc confondu avec le point de contact  $C_C$  et la surface  $S_I$  lieu des points  $K$  est la surface nominale à usiner. Il en résulte un guidage de l'outil par le point de contact entre l'outil et la pièce.

Pour l'outil hémisphérique, celui-ci est un outil torique avec un grand rayon  $R$  égal à zéro. Le point  $K$  est alors confondu avec le point  $C_L$ , la solution retenue d'utiliser les points  $K$  et  $C_L$  n'est donc pas valide pour ce type d'outil. On utilisera donc la configuration originale avec les paramètres  $C_L$  et  $u$ . La surface de guidage est donc le lieu du point  $C_L$  et la surface d'orientation est le lieu d'un point de l'axe outil. Il en résulte un guidage de l'outil par le point centre de l'outil.

Quel que soit le type d'outil, la surface d'usinage se décompose donc en deux surfaces distinctes pour l'usinage à 5 axes en bout en continu : la surface de guidage  $S_I$  qui est la

surface offset de la surface nominale et la surface d'orientation  $S_2$  dont la forme dépend de la stratégie d'usinage.

A partir de la surface nominale  $S_n$  décrite par  $\Phi(\xi^1, \xi^2)$  on peut déterminer la carte de la surface de guidage  $\Phi^{gui}(\xi^1, \xi^2)$  :

$$\Phi^{gui}(\xi^1, \xi^2) = \Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) \quad (10)$$

La surface d'orientation est construite en fonction de l'orientation que l'on souhaite donner à l'outil le long de la passe.

L'orientation de l'axe outil  $\mathbf{u}$  est décrite par  $\mathbf{u}(\xi^1, \xi^2)$ . On peut déterminer la carte de la surface d'orientation  $\Phi^{ori}(\xi^1, \xi^2)$  suivie par le centre de différents types d'outil :

$$\Phi^{ori}(\xi^1, \xi^2) = \Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + \mathbf{u}(\xi^1, \xi^2) \quad (11)$$

pour l'outil hémisphérique de rayon  $r$ ,

$$\Phi^{ori}(\xi^1, \xi^2) = \Phi(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}(\xi^1, \xi^2) \quad (12)$$

pour l'outil cylindrique de rayon  $R$  et

$$\Phi^{ori}(\xi^1, \xi^2) = \Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}(\xi^1, \xi^2) \quad (13)$$

pour l'outil torique de rayons  $R, r$ .

Le tableau ci-dessous fait le bilan des surfaces à considérer comme surface d'usinage selon le type d'outil et le nombre d'axes utilisés pour l'usinage.

Tableau 2 : Nature de la surface d'usinage et géométrie d'outil

Nature de l'outil	SU	Usinage à 3 axes	Usinage à 5 axes
Outil hémisphérique	guidage	$\Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2)$	$\Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2)$
	orientation	sans	$\Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + \mathbf{u}(\xi^1, \xi^2)$
Outil plat	guidage	$\Phi(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}(\xi^1, \xi^2)$	$\Phi(\xi^1, \xi^2)$
	orientation	sans	$\Phi(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}(\xi^1, \xi^2)$
Outil torique	guidage	$\Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}(\xi^1, \xi^2)$	$\Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2)$
	orientation	sans	$\Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}(\xi^1, \xi^2)$



### 3. Les surfaces offsets généralisées

#### 3.1 Introduction

L'équation de la surface d'usinage, quel que soit le nombre d'axes utilisés ainsi que le type d'outil, répond à la définition de la surface offset généralisée [FAROUKI 1986] [BRECHNER 1992]. Celle-ci est la suivante :

Soit  $M$  un point de la surface  $S$  continue en tangence, soit  $d$  une fonction continue de  $M$  et des propriétés différentielles de la surface  $S$ . La surface offset généralisée  $S_o$  est définie par l'ensemble des points  $M_o$  tels que :

$$M_o = M + d(M) \quad (14)$$

#### 3.2 Utilisation en génération de trajectoires

La génération de trajectoires en 3 axes a bénéficié de développements basés sur les surfaces offsets. Les travaux ont d'abord porté sur l'outil hémisphérique et sur des formes simples. Ainsi [LAI, WANG 1994] présente une méthode qui s'appuie sur la connaissance des surfaces primitives qui ont servi à l'élaboration de la surface finale par des opérations booléennes. Les pièces considérées sont constituées de surfaces élémentaires de type polyédrique ou quadratique modélisées par des primitives CSG et de type paramétrique modélisées par des NURBS. Ils établissent tout d'abord les moyens d'obtention des surfaces offsets de tous les types de surfaces élémentaires. Ils fabriquent un modèle polyédrique de l'offset des surfaces paramétrées. Ensuite, l'intersection entre les offsets et les plans de guidage de l'outil est calculée pour obtenir les trajets individuels qui permettent d'usiner chaque primitive. Alors les opérations booléennes entre les surfaces élémentaires qui ont été utilisées pour obtenir la pièce sont reproduites sur les trajets élémentaires pour obtenir le trajet final.

Les surfaces offsets des surfaces paramétrées sont dans ce cas approchées par des modèles polyédriques. Cela pose un problème de précision mais c'est le cas de presque tous les types de surfaces. En effet dans la majorité des cas, il n'est pas possible de modéliser une surface offset par une surface paramétrée de type NURBS sans approximation.

Ainsi Kim et al [KIM, KIM 1995] utilisent une expression explicite de la surface offset basée sur les travaux de Farouki [FAROUKI 1986]. Cela consiste à subdiviser la surface en  $n$  carreaux et à faire une approximation de l'offset de chacun des  $n$  carreaux avec des surfaces de

Ferguson. La surface de Ferguson est la représentation matricielle des surfaces ou carreaux de Coons. Le carreau de Coons a la particularité d'être construit à partir des coordonnées et des dérivées de la surface aux quatre coins du carreau quand les fonctions d'interpolation sont les polynômes de Hermite [FAUX, PRATT 1979]. L'équation du carreau est donnée par :

$$r(\xi^1, \xi^2) = F(\xi^1)QF^T(\xi^2) \quad (15)$$

avec  $F$  le polynôme de Ferguson et  $Q$  la matrice de Coons (si degré 3) :

$$\begin{bmatrix} Q_{00} & Q_{01} & Q_{02} & Q_{03} \\ Q_{10} & Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{20} & Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{30} & Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(0, 0) & \Phi(0, 1) & \Phi_{\xi^2}(0, 0) & \Phi_{\xi^2}(0, 1) \\ \Phi(1, 0) & \Phi(1, 1) & \Phi_{\xi^2}(1, 0) & \Phi_{\xi^2}(1, 1) \\ \Phi_{\xi^1}(0, 0) & \Phi_{\xi^1}(0, 1) & \Phi_{\xi^1\xi^2}(0, 0) & \Phi_{\xi^1\xi^2}(0, 1) \\ \Phi_{\xi^1}(1, 0) & \Phi_{\xi^1}(1, 1) & \Phi_{\xi^1\xi^2}(1, 0) & \Phi_{\xi^1\xi^2}(1, 1) \end{bmatrix}$$

Une fois la surface offset modélisée, les trajectoires de l'outil sont planifiées dans l'espace paramétrique de la surface offset.

La représentation explicite des surfaces offsets pose donc un problème de précision qui peut être contrôlée en augmentant la subdivision de la surface offset. Pour assurer une meilleure précision en génération de trajectoires, il est possible d'utiliser l'expression implicite de la surface offset généralisée. C'est le cas dans les travaux menés dans [TANG et al 1995] où sont considérées les trois géométries d'outil en fraisage à 3 axes ainsi que dans [LARTIGUE et al 2001]. Dans les deux cas, la stratégie d'usinage employée est celle des plans parallèles et les intersections entre la surface offset généralisée et les plans de guidage est résolue grâce à l'équation implicite. Il n'y a ainsi aucune perte de qualité liée à la modélisation de la surface offset.

L'autre inconvénient des surfaces offsets généralisées est l'apparition de boucles. Dans le cas d'un offset classique, si la valeur de l'offset est plus grande que le plus petit rayon concave de la surface nominale, il y a apparition d'une boucle sur la surface offset. En génération de trajectoires, cela signifie que si le rayon de l'outil est trop grand par rapport au rayon de courbure au point usiné, il y a interférence entre l'outil et la surface. Dans [GLAESER et al 1999], cette propriété est étendue aux surfaces offsets généralisées utilisées en usinage à 3 axes. En ce qui concerne le fraisage à 5 axes en bout, nous n'avons pas trouvé de publications faisant référence à l'utilisation de surfaces offsets généralisées pour décrire des trajectoires d'usinage.

#### 4. Modélisation explicite de la surface d'usinage

Il s'agit de modéliser la surface d'usinage à partir de la géométrie nominale avec une expression explicite de la surface d'usinage sous forme d'une équation paramétrique. En effet, cette modélisation est celle qui est la plus communément utilisée dans les logiciels de CAO et représente ainsi un bon support de développement.

La méthode retenue est celle développée par Farouki [FAROUKI 1986]. La méthode a été développée par l'auteur pour les surfaces offsets classiques avec des carreaux de degré 3. Nous proposons son extension pour les surfaces offsets généralisées avec des carreaux de degré 3 pour une continuité en tangence ou de degré 5 pour assurer une continuité en courbure.

La modélisation des surfaces offsets d'équation  $\Phi$  se décompose en trois étapes :

- évaluer la fonction  $\Phi$  et ses dérivées aux quatre coins du carreau considéré,
- calculer la matrice  $Q$  définie par Coons,
- transformer la matrice  $Q$  pour trouver la matrice des sommets de Bézier (annexe B.2, page 148).

##### 4.1 Surface d'usinage en fraisage à 3 axes avec un outil torique

L'équation de la surface d'usinage en fraisage à 3 axes avec un outil torique est donnée par :

$$\Phi^{usi}(\xi^1, \xi^2) = \Phi(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}(\xi^1, \xi^2)$$

avec  $\mathbf{v}$  vecteur radial :

$$\mathbf{v} = \frac{(\mathbf{u} \wedge \mathbf{n}) \wedge \mathbf{u}}{|\mathbf{u} \wedge \mathbf{n}|}$$

Le calcul des dérivées partielles du vecteur radial  $\mathbf{v}$  est donné en annexe (annexe B.1, page 145). La direction de l'axe de l'outil étant constante, les dérivées de  $\mathbf{u}$  sont nulles ce qui facilite les calculs. Les dérivées du vecteur normal apparaissent dans les calculs.

##### 4.2 Surface d'usinage en fraisage à 5 axes avec un outil torique

Pour le cas du fraisage à 5 axes, la direction de l'axe outil n'est plus constante. De plus, afin de pouvoir modéliser la surface d'orientation, il est nécessaire de connaître la direction d'avance. Les expressions que nous devons calculer sont les dérivées partielles du vecteur

radial  $\mathbf{v}$ . L'expression de  $\mathbf{v}$  dans la base locale en fonction des rotations d'inclinaison ( $\theta_t, \mathbf{t}$ ) et de pivotement ( $\theta_n, \mathbf{n}$ ) est :

$$\mathbf{v} = \cos\theta_t \cdot (\cos\theta_n \mathbf{f} - \sin\theta_n \mathbf{t}) + \sin\theta_t \mathbf{n}$$

que l'on peut regrouper en une composante tangentielle et une composante normale :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_t + v_n \mathbf{n}$$

ce qui nous donne pour la surface d'orientation :

$$\Phi^{ori}(\xi^1, \xi^2) = \Phi(\xi^1, \xi^2) + (r + Rv_n) \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}_t(\xi^1, \xi^2)$$

Les dérivées du vecteur normal ont été évaluées pour l'usinage à 3 axes, notre attention se porte sur les dérivées de la composante tangentielle.

La composante tangentielle se décompose sur les deux vecteurs de la base locale en :

$$\mathbf{v}_t = \cos\theta_t \cdot \cos\theta_n \cdot \mathbf{f} - \cos\theta_t \cdot \sin\theta_n \cdot \mathbf{t}$$

Les fonctions  $\theta_t(\xi^1, \xi^2)$  et  $\theta_n(\xi^1, \xi^2)$  sont connues donc nous sommes capables d'évaluer leurs dérivées partielles. Le vecteur  $\mathbf{t}$  résulte du produit vectoriel entre  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{n}$ . Le calcul des dérivées du vecteur  $\mathbf{f}$  nous permet donc d'aboutir. Le vecteur  $\mathbf{f}$  est égal à la tangente à la courbe suivie par le point  $K$  et son expression diffère selon le mode de guidage choisi. Cependant, comme il appartient au plan tangent à la surface de guidage son expression la plus générale est la suivante :

$$\mathbf{f} = f_1 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^1} + f_2 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^2}$$

Aussi les dérivées des scalaires  $f_1$  et  $f_2$  dépendent de la stratégie de guidage retenue.

Si on se place dans le cadre d'une stratégie de guidage selon des plans parallèles avec un angle de pivotement  $\theta_n$  nul, nous pouvons écrire :

$$\mathbf{v} = \cos\theta_t \cdot \mathbf{f} + \sin\theta_t \cdot \mathbf{n},$$

avec :

$$\mathbf{f} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{h}$$

le vecteur  $\mathbf{h}$  étant le vecteur normal au plan de guidage. Nous en déduisons l'équation de la surface d'orientation :

$$\Phi^{ori}(\xi^1, \xi^2) = \Phi(\xi^1, \xi^2) + (r + R\sin\theta_t) \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + R\cos\theta_t \cdot (\mathbf{n} \wedge \mathbf{h})$$

Cette expression est semblable à l'équation de la surface d'usinage en fraisage à 3 axes. Les calculs nécessaires à sa modélisation sont donc similaires.

### 4.3 Influence des approximations

La méthode génère donc des approximations. Les erreurs sur la surface de guidage  $S_1$  doivent être maîtrisées car elles entraînent des erreurs de pose de l'outil sur la surface au point de contact  $C_C$ . Par contre les erreurs sur la surface d'orientation  $S_2$  présentent moins d'inconvénients car les écarts d'orientation de l'axe outil n'engendrent pas systématiquement d'erreurs d'usinage. L'orientation de l'axe outil  $u$  influe sur la position de la partie active de l'outil dans la direction transversale et vers l'arrière. Aussi il y a risque d'interférence si l'outil est posé de manière multitangente à la surface, ce qui n'est pas une situation courante. De plus, le rayon outil joue le rôle d'un bras de levier qui diminue l'influence des écarts de  $S_2$  sur l'orientation de l'axe outil (figure 29). La variation d'angle maximum est donnée par :

$$\alpha_{max} \equiv \frac{\varepsilon}{R} \quad (16)$$

Par contre en génération de trajectoires conventionnelle, la rotation d'inclinaison  $\theta_t$  se fait autour de  $(C_C, t)$ . Le point  $C_C$  est donc le centre instantané de rotation. Aussi, si il y a une erreur dans le calcul de l'orientation de l'axe outil, il y a interférence outil pièce au point usiné  $C_C$ .

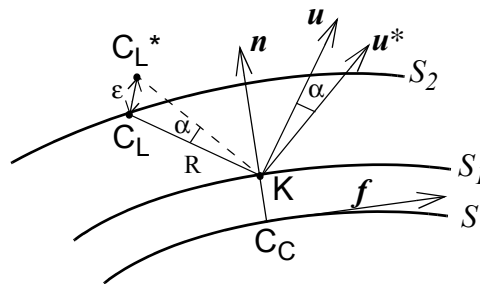


Figure 29 : Influence des approximations de la surface d'orientation

### 4.4 Gestion des interférences entre l'outil et la pièce

Comme nous l'avons vu dans la bibliographie, la gestion des interférences est un problème difficile à résoudre en usinage à 5 axes. Tout d'abord la cinématique de ce type d'usinage engendre des situations inhabituelles et complexes par rapport à l'usinage à 3 axes. Ensuite la géométrie de l'outil torique communément utilisé en fraisage à 5 axes est plus complexe que

celle de l'outil hémisphérique et est susceptible d'engendrer des interférences vers l'arrière de l'outil.

Dans les méthodes conventionnelles de génération de trajectoires, les positions de l'outil sont calculées une à une et la détection des interférences se fait par approximation de la courbure d'une part et par échantillonnage de l'outil et de la surface d'autre part. Le cas échéant, il faut procéder à une remise en position de l'outil hors interférences de manière itérative en chaque point.

Le concept de la surface d'usinage nous permet d'appréhender la détection et la suppression des interférences d'une manière plus interactive et surtout plus simple. Elle est plus interactive car l'utilisateur voit à tout instant les surfaces de guidage et d'orientation qu'il manipule et donc l'ensemble des positions de l'outil. Nous savons par exemple que la surface d'orientation ne peut pas être quelconque pour assurer un usinage hors interférence mais doit être localisée dans un espace connu et donc contrôlable. La détection des interférences s'effectue au moyen de tests d'intersection entre la surface d'orientation et les surfaces enveloppes inférieures et supérieures d'une part et entre l'outil et la surface de guidage d'autre part.

La méthode est aussi plus simple pour supprimer les éventuelles interférences. En effet les interférences qui peuvent survenir ne sont pas localisées en certains points éparses sur la pièce mais apparaissent dans certaines zones où l'orientation de l'axe de l'outil ne convient pas. Il ne s'agit donc pas de modifier les angles d'inclinaison et de pivotement en un point mais dans toute une zone. Le nombre de points peut alors être très important selon les valeurs des pas d'échantillonnage, le pas longitudinal et le pas transversal, choisies. L'approche surfacique et continue que propose le concept de la surface d'usinage permet une modification de l'ensemble des points de la zone en interférence par simple déformation de la surface d'orientation. De plus, cela permet de modifier l'orientation de l'outil pour passer d'une zone saine à une zone modifiée de manière continue et de préserver ainsi la dynamique des axes de rotation de la machine outil.

## 5. Application

L'exemple traité consiste à usiner une surface (carreau de Bézier de degré 5) avec un outil torique ( $r = 2 \text{ mm}$  et  $R = 5 \text{ mm}$ ) et la stratégie suivante : fraisage à 5 axes, guidage centre selon des plans parallèles à  $YOZ$  et  $\theta_t = 5^\circ$  et  $\theta_n = 0^\circ$ .

### 5.1 Modélisation de la surface d'usinage

La surface de guidage  $S_1$  est construite selon la méthode décrite précédemment sous forme de carreaux de Bézier bi-cubiques raccordés en tangence. Les sommets du polygone caractéristique de chaque carreau sont calculés avec les formules nous permettant de passer du modèle de Fergusson au modèle de Bézier (chapitre B.2, page 148). A titre d'exemple, les valeurs minimum et maximum des écarts entre la surface obtenue et la surface théorique sont de  $-3 \mu\text{m}$  et  $77 \mu\text{m}$  avec 64 carreaux. Par contre, la surface d'orientation  $S_2$  est modélisée par un seul carreau de Bézier de degré 5 afin d'être en mesure de la déformer le plus simplement possible en agissant sur ses points de contrôle.

La modélisation de la cinématique du déplacement de l'outil sur les deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  a permis de simuler l'usinage de la surface selon la courbe  $T_L$  (figure 30) intersection de  $S_1$  et du plan de guidage. La courbe de contact entre l'outil et la surface est la courbe  $T_C$ , déduite de  $T_L$ , et la courbe d'orientation est la courbe  $T_o$ .

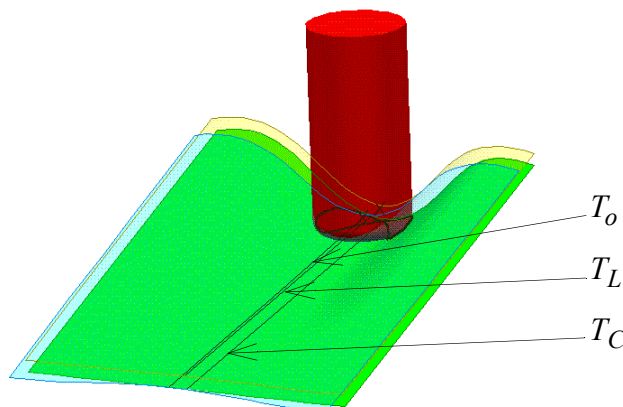


Figure 30 : Simulation d'usinage

## 5.2 Traitement des interférences

Une étude comparative de la courbure de la surface à usiner transversalement au trajet et du rayon effectif de l'outil a été menée afin d'évaluer les interférences à l'image de la méthode développée dans [LEE 1997]. On peut voir dans la zone sombre de la figure 31 qu'il y a interférence car le rayon effectif de l'outil est plus grand que le rayon de courbure de la surface dans la direction transversale au trajet. Autrement dit, l'angle d'inclinaison  $\theta_t$  dans cette zone est trop petit. Nous proposons donc de modifier la surface d'orientation.

La surface d'orientation est modifiée en déplaçant ses points de contrôle afin d'éliminer les interférences mais on pourrait aussi utiliser des méthodes plus intuitives comme celles développées dans [CELNIKER 1990] et [GUILLET 1999] qui minimisent l'énergie de déformation. Le trajet résultant ne présente plus d'interférence et l'angle d'inclinaison augmente au fur et à mesure que l'outil avance (figure 32).

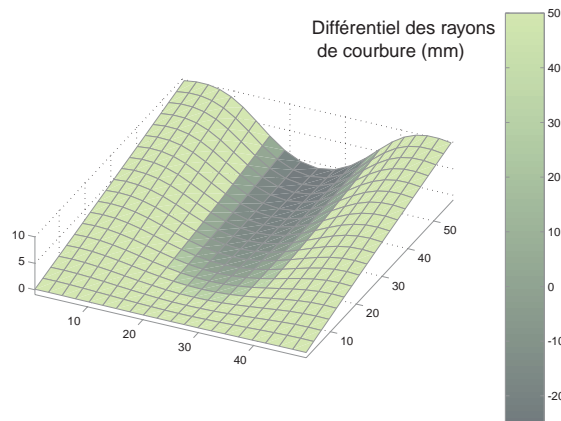


Figure 31 : Détection des interférences

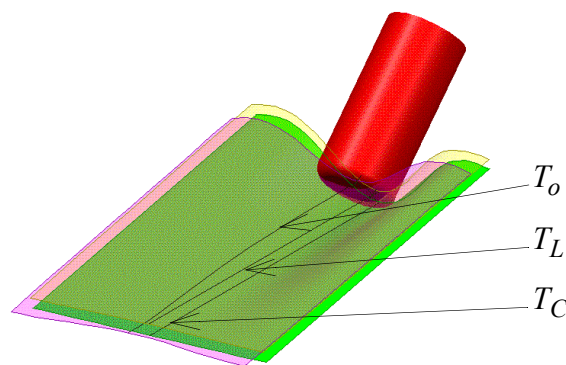


Figure 32 : Elimination des interférences



## 6. Conclusion

Nous avons défini la surface d'usinage pour l'usinage à 5 axes en bout. Celle-ci se compose de deux surfaces, la surface de guidage et la surface d'orientation. La surface de guidage est la surface offset de la surface nominale, lieu du point piloté  $K$ , élément du cercle méridien de l'outil torique générique. Elle ne dépend que des contraintes fonctionnelles et permet le posage de l'outil sur la surface nominale. Nous sommes donc parvenus à générer des trajectoires outils par la méthode de l'offset en usinage à 5 axes, qui jusqu'alors n'avait pu être mise en oeuvre [LI, JERARD 1994].

La surface d'orientation résulte du choix d'une stratégie d'usinage. Sa construction requière la connaissance de la direction d'avance du point piloté. Elle permet d'assurer la mise en position de l'outil hors interférences. De part sa continuité géométrique, elle autorise des évolutions continues de l'orientation de l'axe de l'outil. Aussi si nous intégrons les contraintes relatives au comportement dynamique des axes de rotation de la machine dans la géométrie de la surface d'orientation, les trajectoires de l'outil résultantes sont de meilleure qualité.

Le modèle mathématique de représentation de la surface d'usinage peut être implicite ou explicite. La représentation implicite assure une modélisation sans approximation. Cependant, son intégration dans un modèle CAO afin d'être manipulée et déformée nécessite une modélisation explicite qui engendre des approximations. La surface de guidage est une composante intrinsèque de la surface d'usinage qui ne doit pas être modifiée, sauf si il y a apparition de boucles sur la surface. Elle exige également une grande précision car c'est elle qui définit la qualité du posage de l'outil sur la surface nominale. La surface d'orientation est celle que l'on souhaite déformer et qui ne requière pas une précision absolue. Une représentation hybride implicite et explicite permettrait peut être de satisfaire ces exigences.

# **Chapitre 3**

## **Génération de trajectoires à hauteur de crête constante**

## 1. Introduction

L'usinage des pièces de forme gauche est réalisé par une succession de passes adjacentes. Entre deux passes successives apparaît une crête dont la hauteur dépend des pas transversal et longitudinal [DAHMANE 1993], [LARTIGUE et al 1999] (figure 33). En effet, contrairement aux idées reçues, les deux pas de discrétisation sont à considérer pour maîtriser la hauteur de crête (figure 14).

Avec des stratégies de guidage de l'outil selon des plans parallèles ou selon les courbes isoparamétriques des surfaces, nous sommes seulement capables de maîtriser la hauteur de crête maximum engendrée par chaque trajet. Afin d'augmenter la qualité et la rapidité de l'usinage, il est préférable de générer des trajets dits isocrêtes, c'est-à-dire à hauteur de crête constante entre deux passes consécutives. A partir d'un trajet initial, le trajet isocrête suivant est celui qui engendre une ligne de crête dont la distance à la surface nominale est constante. (figure 33).

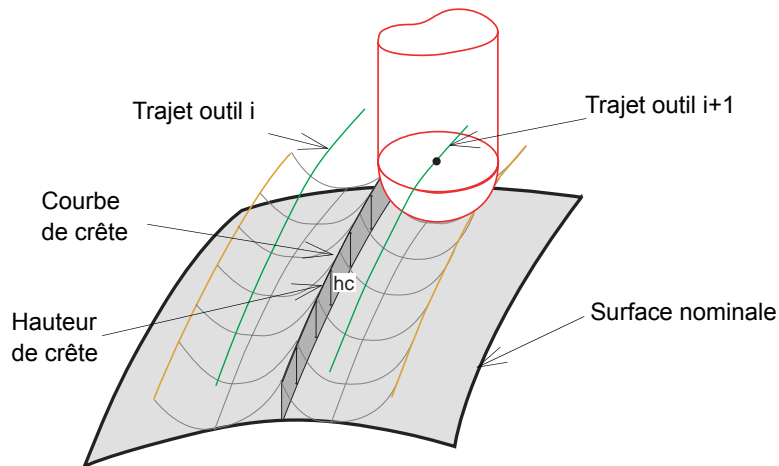


Figure 33 : Formation d'une crête

L'objectif de cette partie est d'établir une méthode de calcul de trajectoires isocrêtes basée sur le concept de la surface d'usinage. Elle doit pouvoir s'appliquer au cas du fraisage à 3 ou à 5 axes, en utilisant des outils hémisphériques et toriques. Nous traitons tout d'abord le cas le plus courant, celui du fraisage à 3 axes avec outil hémisphérique. Notre approche est confrontée aux méthodes relevées dans la littérature. Ensuite, nous étudions le cas de l'outil torique en fraisage à 3 axes pour extrapoler vers l'outil torique en 5 axes. Finalement, nous comparons les stratégies isocrêtes et plans parallèles en terme de productivité effective.

## 2. Génération de trajectoires isocrêtes en 3 axes avec outil hémisphérique

### 2.1 Géométrie du trajet isocrête

Considérons deux trajets adjacents suivis par le centre de l'outil, sur chaque trajet, la surface enveloppe du mouvement de l'outil est une surface tuyau de rayon égal au rayon de l'outil  $r$  dont la génératrice est la courbe suivie par le centre de l'outil. La crête engendrée par les deux trajets est donc la courbe intersection des deux surfaces enveloppes. Dans le cas d'un usinage à hauteur de crête constante, cette courbe intersection appartient à la surface  $S_i$  dite surface isocrête.  $S_i$  est la surface parallèle à la surface nominale de magnitude égale à la hauteur de crête  $h_c$  (figure 34).

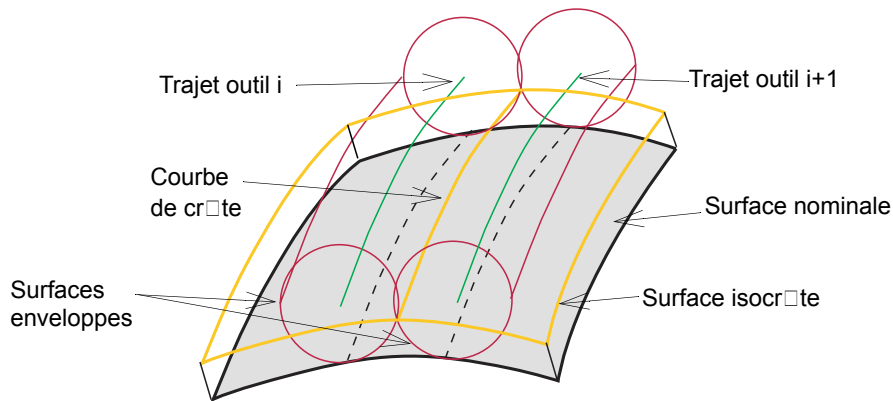


Figure 34 : Géométrie du trajet isocrête

### 2.2 Etat de l'art

Dans la littérature, peu d'articles traitent de la génération de trajectoires isocrêtes dans le cadre du fraisage à 3 axes. On peut citer les travaux de Suresh et Yang [SURESH, YANG 1994], de Lin et Koren [LIN, KOREN 1996] et de Sarma et Dutta [SARMA, DUTTA 1997] concernant les outils hémisphériques. Ces trois méthodes sont très similaires, elles ne s'intéressent qu'aux surfaces paramétriques et résolvent le problème dans l'espace paramétrique. D'une manière générale, elles proposent la même mise en équation. C'est pourquoi nous ne traitons pas la méthode de Lin et Koren, considérée comme très proche de celle développée par Suresh et Yang.

2.2.1. La méthode de Suresh et Yang [SURESH, YANG 1994]

Dans l'approche proposée par Suresh et Yang, la construction des points de contact adjacents est posée comme la résolution d'un seul problème plan. A partir de points répartis sur un trajet initial, le trajet de l'outil suivant est construit sans point de crête intermédiaire.

Soit  $F(\xi^1, \xi^2)$  l'équation de la surface nominale, à partir d'un trajet initial  $T_{C_i}$  et d'un point de contact entre l'outil et la surface  $C_{C_i}$  sur ce trajet, le point  $C_{C_{i+1}}$  est la position adjacente recherchée, définie comme le point d'une courbe géodésique perpendiculaire au trajet  $T_{C_i}$ , situé à une distance  $g$  de  $C_{C_i}$  (figure 35).

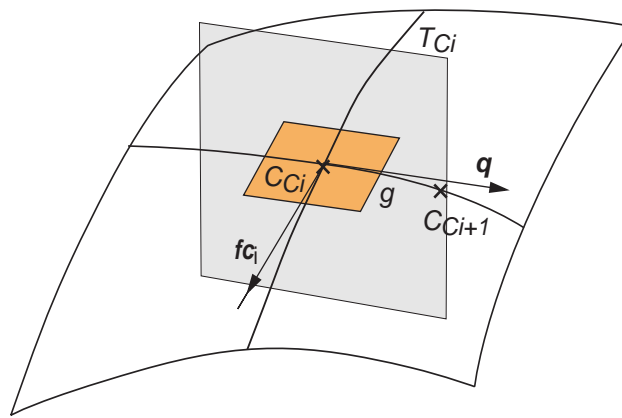


Figure 35 : Modélisation établie dans [SURESH, YANG 1994]

Pratiquement, les courbes géodésiques ne sont pas utilisées pour calculer  $C_{C_i}$  car la mise en équation que nous détaillerons consiste à trouver le point  $C_{C_i}$  dans le plan perpendiculaire au trajet initial en  $C_{C_i}$ . Autrement dit, il s'agit d'une approximation à l'ordre 1 de la courbe géodésique.

2.2.2. La méthode de Sarma et Dutta [SARMA, DUTTA 1997]

Contrairement à la méthode de Suresh et Yang, la méthode proposée par Sarma et Dutta considère que la recherche des positions de l'outil adjacentes isocrêtes se décompose en deux problèmes plans successifs et similaires. Nous démontrons plus en avant dans le mémoire que cette modélisation est correcte.

Soit  $F(\xi^1, \xi^2)$  la représentation paramétrique de la surface nominale,  $C_{C_i}$  le point initial sur le trajet de l'outil  $T_{C_i}$ ,  $\mathbf{n}(\xi^1, \xi^2)$  le vecteur normal à la surface et  $hc$  la hauteur de crête (figure 36). Le premier problème consiste à partir d'un point  $C_{C_i} = F(\xi^{1*}, \xi^{2*})$  à trouver les petits déplacements  $\delta\xi^\alpha$  ( $\alpha = 1, 2$ ) tels que  $F(\xi^1, \xi^2) + hc \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2)$  soit le point de crête  $P_i$  recherché avec  $\xi^\alpha = \xi^{\alpha*} + \delta\xi^\alpha$ . Le deuxième problème est de trouver le point contact  $C_{C_{i+1}}$  entre l'outil

et la surface sur la trajet suivant à partir du point de crête  $P_j$ . Ce problème est identique au précédent avec  $C_{C_i} = C_{C_{i+1}}$  pris comme point inconnu.

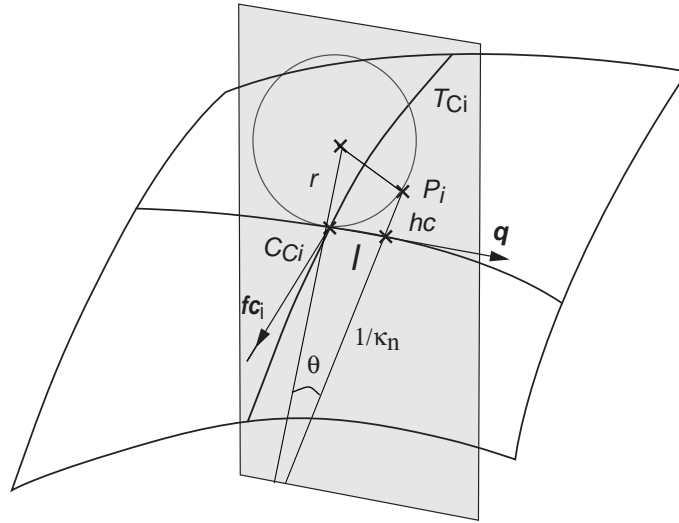


Figure 36 : Modélisation établie dans [SARMA, DUTTA 1997]

### 2.2.3. Mise en équation des méthodes

Les deux approches proposent la même mise en équation. La première partie du problème développé par Sarma et Dutta qui consiste à déterminer le point de crête est exactement le problème proposé par Suresh et Yang pour trouver la position outil adjacente. Seule la distance parcourue sur la surface pour trouver le point cherché diffère. La mise en équation du problème se fait en trois étapes :

- Définition du plan d'étude

On recherche un point  $P$  dans le plan perpendiculaire à la tangente  $f_C$  au trajet initial en  $C_C$  :

$$\langle f_C, (F_1 \delta \xi^1 + F_2 \delta \xi^2) \rangle = 0 \quad (17)$$

Le deuxième membre  $(F_1 \delta \xi^1 + F_2 \delta \xi^2)$  est le développement limité à l'ordre 1 du vecteur  $C_C P$ . Les deux vecteurs  $F_1$  et  $F_2$  représentent une base du plan tangent à la surface nominale en  $C_C$ . Le problème est qu'une variation  $\delta \xi^\alpha$  dans l'espace paramétrique dans une direction donnée ne garantit pas une évolution dans l'espace cartésien dans la même direction. Autrement dit on ne se déplace pas dans le plan normal à  $f_C$ . Aussi, plus la distance parcourue est longue, plus l'erreur est grande. C'est par exemple le cas lorsque l'on usine une zone concave dont le rayon de courbure est légèrement supérieur au rayon de l'outil utilisé, ainsi qu'en usinage à 5 axes où les distances entre passes à rayon outil égal sont plus grandes.

De plus, le plan d'étude est défini comme orthogonal à la trajectoire du point de contact  $C_C$  entre l'outil et la surface et non pas à la trajectoire du centre de l'outil. Or comme les tangentes à ces deux courbes ne sont pas les mêmes, et que le plan d'étude doit être orthogonal à la trajectoire suivie par le centre de l'outil (paragraphe 2.3.2), le plan d'étude ne correspond pas à la cinématique de la trajectoire.

- Calcul de la courbure dans le plan d'étude

Dans le plan d'étude, la surface est approchée par sa sphère osculatrice de courbure  $\kappa_n$  égale à la courbure normale dans la direction  $q$  du plan d'étude :

$$\kappa_n = \frac{qBq'}{qAq'} \quad (18)$$

$A$  étant le tenseur métrique et  $B$  le tenseur de courbure. Cependant, cette approximation ne tient pas compte de l'évolution de la courbure et une discontinuité peut aboutir à la construction d'un point erroné.

- Calcul de la distance à parcourir

La distance parcourue  $dl$  sur la surface pour un déplacement  $\delta\xi^\alpha$  est donnée par la première forme fondamentale :

$$dl^2 = E\delta\xi^1{}^2 + F\delta\xi^1\delta\xi^2 + G\delta\xi^2{}^2 \quad (19)$$

Dans ce cas la distance calculée est une approximation car la première forme fondamentale n'est pas intégrée sur le chemin parcouru. La longueur théorique à parcourir est donnée par  $l = \theta / \kappa_n$  avec :

$$\cos\theta = \frac{(1 + r\kappa_n)^2 + (1 + h\kappa_n)^2 - r^2\kappa_n^2}{2(1 + r\kappa_n) \cdot (1 + h\kappa_n)} \quad (20)$$

Cette formulation est celle retenue par Sarma et Dutta alors que Suresh et Yang adoptent une expression approchée.



















#### 2.2.4. Bilan qualitatif

La méthodologie exposée permet de générer un ensemble de points appartenant au trajet suivant. Ensuite, une courbe est associée au nuage de points de contact calculés pour permettre le calcul des tangentes. En l'occurrence, les auteurs des deux méthodes proposent une

interpolation avec une courbe Bspline cubique dans l'espace paramétrique de la surface. De ce fait on introduit à nouveau des erreurs d'approximation. Cette phase d'association de courbe est d'autant plus délicate qu'elle conditionne le calcul du trajet suivant. En effet, lors du passage au trajet suivant, les plans d'étude sont générés à partir de la direction de la tangente au trajet ou à la courbe de crête associée.

Le tableau ci-dessous dresse le bilan des performances qualitatives de chacun des algorithmes proposés. Dans chaque colonne une note négative est attribuée si l'hypothèse, la modélisation ou le calcul engendrent des erreurs. Les méthodes sont présentées dans l'ordre croissant de performance.

**Tableau 1: Bilan qualitatif**

	Problème plan	Choix du ou des plans	Déplacement dans le plan	Calcul de la hauteur de crête	Calcul de la courbure	Association de courbe
Suresh et Yang 1994						
Lin et Koren 1996						
Sarma et Dutta 1997						

### 2.3 Méthode de la surface d'usinage [TOURNIER, DUC 2001]

L'approche que nous développons s'appuie sur le concept de la surface d'usinage ainsi que sur la surface enveloppe générée par le mouvement de l'outil. En effet, les points de crête appartiennent aux portions de surfaces enveloppes produites par les déplacements successifs de l'outil. Nous commençons donc par une étude succincte des ces surfaces afin d'en extraire les informations nécessaires à notre application. Ensuite, nous établissons les conditions à respecter pour générer des trajets isocrêtes, c'est-à-dire la nécessité de travailler dans deux plans d'études distincts. Nous proposons ensuite la résolution du calcul de trajectoires isocrêtes avec la surface d'usinage.

#### 2.3.1. Surface enveloppe du mouvement de l'outil

La surface enveloppe du mouvement de l'outil est la peau du volume balayé par l'outil lors de son déplacement le long du trajet. La modélisation du volume balayé est une technique



utilisée dans divers domaines tels que la modélisation solide, la robotique, l'usinage, l'ergonomie, etc... Dans le domaine de l'usinage, on a recours à cette technique pour la détection des interférences entre l'ensemble outil et porte outil et l'ensemble pièce et porte pièce [GUERIN 1994] [HASCOET 1998].

Plus généralement, on considère comme volume balayé le volume généré par le déplacement d'un objet quelconque le long d'une trajectoire quelconque avec d'éventuelles rotations [ABDEL-MALEK et al 2000]. Dans certains cas l'équation de la surface enveloppe est simple, c'est le cas de la peau du volume balayé par une sphère. La surface enveloppe du mouvement de l'outil hémisphérique est la surface tuyau de rayon égal au rayon de l'outil dont la génératrice est la courbe suivie par le centre de l'outil.

L'extraction de l'équation de la surface d'un volume balayé est une opération difficile surtout quand elle présente des auto-intersections. Extraire l'équation de la surface enveloppe du mouvement d'un outil torique n'est donc pas envisagé. Par contre, nous sommes en mesure d'isoler le lieu des points du profil générateur de la surface enveloppe à chaque instant, et pour n'importe quel outil (figure 37).

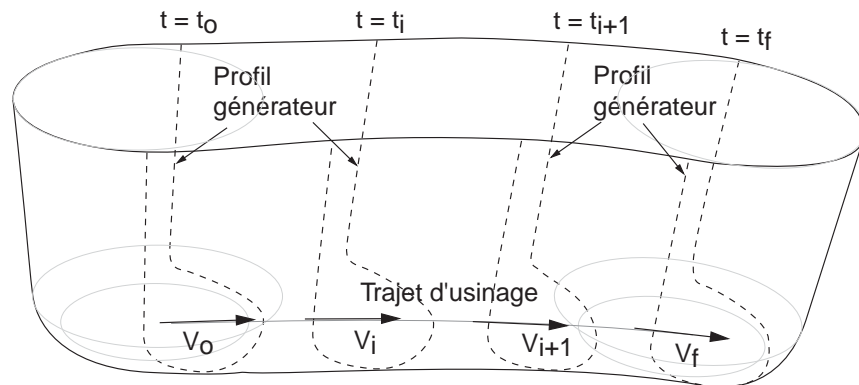


Figure 37 : Profils générateurs [CHIOU, LEE 1999]

L'ensemble des points de l'outil appartenant au profil générateur est défini par l'équation :

$$\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (21)$$

avec  $\mathbf{V}$  le vecteur vitesse et  $\mathbf{n}_{outil}$  la normale à l'outil au point de l'outil considéré. Cette équation nous permettra de connaître les points générés par chaque position de l'outil et parmi ceux-ci le point de crête.

2.3.2. Remise en cause de l'hypothèse de planéité

Le calcul d'une position adjacente isocrête n'est pas un problème plan, mais se décompose en deux sous-problèmes plans. Nous allons démontrer cela avec le concept de la surface d'usinage, en considérant les trajets suivis par le centre de l'outil.

Soit  $A_1$  un point du trajet initial suivi par le centre de l'outil auquel on associe un point  $A_2$  de la courbe de crête correspondant (figure 38). En fraisage à 3 axes, tous les points de l'outil possèdent le même vecteur vitesse, dirigé selon la tangente au trajet suivi par le centre de l'outil. Le profil générateur est donc dans un plan  $P_1$  perpendiculaire au trajet initial en  $A_1$ .

Le vecteur  $A_1A_2$  est dirigé selon la normale à la surface enveloppe (ou surface tuyau) au point  $A_2$ . La courbe de crête est l'intersection de la surface tuyau et de la surface isocrête. La tangente à une courbe intersection de deux surfaces est le produit vectoriel des normales aux surfaces au point considéré (annexe A.2, page 143). Le vecteur  $A_1A_2$  est donc orthogonal à  $T$  vecteur tangent à la courbe de crête au point  $A_2$ .

Donc réciproquement, le point  $A_1$  se trouve dans le plan  $P_2$  perpendiculaire à  $T$  en  $A_2$ . Le point  $A_3$ , position de l'outil adjacente recherchée, est également dans le plan  $P_2$  par symétrie du problème. Les points  $A_1, A_2, A_3$  sont donc dans le plan  $P_2$  mais celui-ci est déterminé par la courbe de crête, donc après avoir étudié le premier problème dans le plan  $P_1$ .

Les deux plans  $P_1$  et  $P_2$  ne sont donc pas confondus mais se coupent le long de la droite ( $A_1A_2$ ). Le plan  $P_1$  permet de trouver  $A_2$  et le plan  $P_2$  de trouver  $A_3$ .

Pour que le problème soit plan, il faut que le vecteur tangent à la crête  $T$  soit colinéaire au vecteur tangent du trajet initial en  $A_1$ , donc que la normale à la surface isocrête en  $A_2$  soit dans le plan  $P_1$ . C'est le cas par exemple si on usine une surface cylindrique.

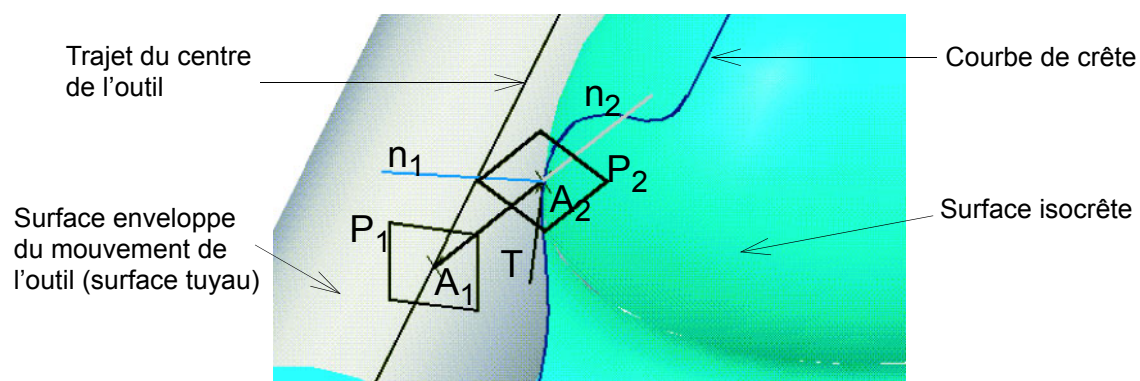


Figure 38 : Etude de la géométrie du problème

## 2.3.3. Calcul du trajet isocrête

Dans un premier temps nous rappelons la modélisation du trajet isocrête présentée dans le paragraphe 2.1, prenant en compte le concept de la surface d'usinage :

Considérons deux trajets adjacents  $T_{Li}$  et  $T_{Li+1}$  situés sur la surface d'usinage  $Su$ , surface offset de magnitude  $r$ , et la surface isocrête  $Si$  surface offset de magnitude égale à la hauteur de crête  $hc$ . Sur chaque trajet, la surface enveloppe du mouvement de l'outil est une surface tuyau de rayon égal au rayon de l'outil  $r$  dont la génératrice est la courbe suivie par le centre outil. La crête engendrée par les deux trajets est donc la courbe intersection des deux surfaces enveloppes. Dans le cas d'un usinage à hauteur de crête constante, cette courbe intersection appartient à la surface isocrête  $Si$ .

Pratiquement, le problème géométrique exposé ci-dessus peut être découpé en deux problèmes successifs (figure 39). La première partie du problème consiste à trouver la courbe de crête  $T_{Pi}$  engendrée par le premier trajet  $T_{Li}$ .  $T_{Pi}$  est l'intersection de la surface enveloppe associée à  $T_{Li}$  avec la surface isocrête  $Si$ .

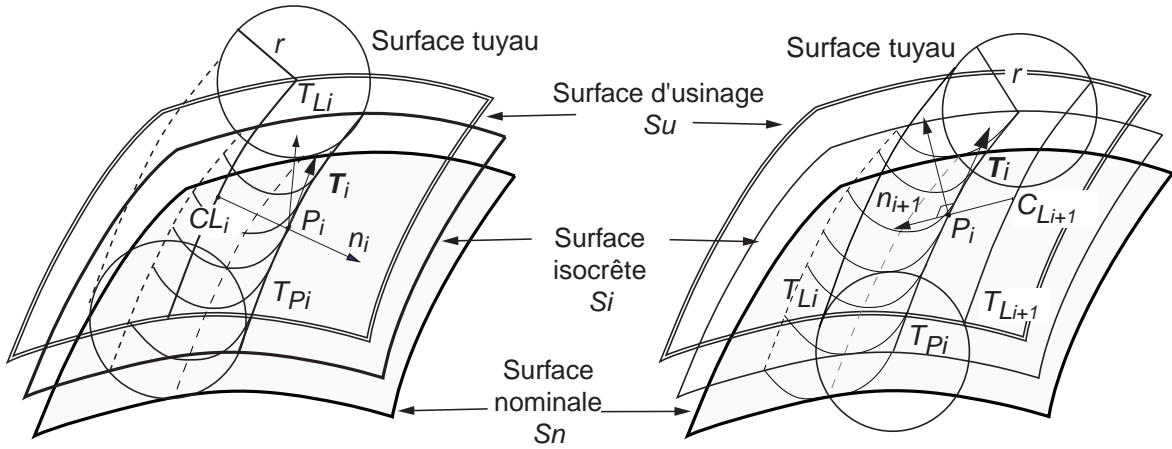


Figure 39 : Géométrie du trajet isocrête

Dans la seconde partie (figure 39), il s'agit de construire le trajet  $T_{Li+1}$  sur la surface d'usinage  $Su$  à partir de la courbe de crête. Nous montrons maintenant que la courbe cherchée  $T_{Li+1}$  est l'intersection de la surface d'usinage avec la surface tuyau engendrée par la courbe de crête  $T_{Pi}$ .

En chaque point  $P_i$  de la courbe de crête  $T_{Pi}$ , la tangente  $T_i$  est donnée par :

$$T_i = \frac{n_i \wedge n_{i+1}}{\|n_i \wedge n_{i+1}\|} \quad (22)$$

$n_i$  et  $n_{i+1}$  sont les normales unitaires aux surfaces tuyaux au point considéré avec :

$$n_i = \frac{CL_i P_i}{\|CL_i P_i\|} \quad n_{i+1} = \frac{CL_{i+1} P_i}{\|CL_{i+1} P_i\|} \quad (23)$$

$C_{Li}$  et  $C_{Li+1}$  sont les positions outils qui ont engendré le point de crête  $P_i$ .

A un point de crête  $P_i$  on peut donc associer un point centre outil  $C_{Li+1}$  sur le trajet  $T_{Li+1}$  avec :

$$\text{dist}(C_{Li+1}, P_i) = r \quad CL_{i+1} P_i \cdot T_i = 0 \quad (24)$$

Le trajet recherché  $T_{Li+1}$ , ensemble des points  $C_{Li+1}$ , est donc situé sur une surface tuyau de rayon  $r$  dont la génératrice est la courbe de crête  $T_{Pi}$ . Finalement, le trajet  $T_{Li+1}$  est donc bien l'intersection de la surface tuyau ainsi définie et de la surface d'usinage. De plus, on remarque que l'intersection de la surface tuyau associée à  $T_{Pi}$  avec la surface d'usinage  $Su$  donne en réalité deux courbes dont  $T_{Li+1}$  mais également  $T_{Li}$ , ce qui est en accord avec (23) et (24).

La construction des trajets isocrêtes peut donc être menée par des intersections successives entre des surfaces tuyaux et les surfaces  $Su$  et  $Si$ .

## 2.4 Les intersections de surfaces

La génération de trajectoires isocrêtes en fraisage à 3 axes avec outil hémisphérique consiste donc à calculer des intersections de surfaces. Nous proposons dans cette partie une description des diverses façons de calculer des intersections de surfaces afin de pouvoir adopter une démarche minimisant les imprécisions. En effet, toute courbe générée est le point de départ au calcul de la courbe suivante, il faut donc éviter de propager des écarts d'un trajet à l'autre.

Les méthodes de calcul d'intersection sont fortement liées aux types de représentation des surfaces considérées, implicite ou paramétrique, mais le cas qui nous intéresse est l'intersection entre surfaces paramétriques :  $p(u, v) = 0$  et  $q(u', v') = 0$ . Les surfaces d'usinage, isocrêtes et les surfaces tuyaux sont de ce type. Il faut résoudre le système non linéaire à quatre inconnues et trois équations suivant :  $p(u, v) - q(u', v') = 0$ .

Pour résoudre les problèmes d'intersections de surfaces, on peut distinguer quatre méthodes différentes [PATRIKALAKIS 1993], [PRATT, GEISOW 1986] : les méthodes analytiques, par construction de grille, de cheminement et de subdivision. Les méthodes ayant fait l'oeuvre de ces travaux les plus importants étant celles du cheminement et de la subdivision.

#### 2.4.1. Calcul analytique

Cette méthode consiste à manipuler les équations afin de faire apparaître l'équation de la courbe intersection. Dans [PATRIKALAKIS, PRAKASH 1990] sont traitées les intersections entre surfaces de types paramétrique et implicite de faible degré (plans, quadriques, tores, surfaces réglées, etc.). Comme ce type de surface possède une représentation paramétrique, l'intersection de deux de ces surfaces peut se ramener à leur cas d'étude. De même, dans le cas de deux surfaces paramétrées, on peut remplacer l'une d'elle par sa représentation implicite. Le problème provient du degré très élevé de l'équation implicite. Pour une surface bicubique, l'équation implicite est de degré 18 et elle contient 1330 termes. Si on remplaçait les deux, la courbe solution serait de degré 324...

#### 2.4.2. Construction de grille

Cette technique consiste à diminuer le nombre de degrés de liberté du problème. Des valeurs discrètes sont substituées aux variables afin d'obtenir un ensemble de sous-problèmes de moindre dimension. Par exemple en calculant les intersections d'un certain nombre d'isoparamétriques d'une surface avec l'autre surface. Ensuite les solutions sont juxtaposées et interpolées pour donner une approximation de la courbe solution. L'inconvénient de cette méthode provient de la densité de discrétisation qui peut conduire à des oublis de boucles, de bifurcations et de points isolés.

#### 2.4.3. Le cheminement

Il s'agit de résoudre un système non linéaire à un degré de liberté. La résolution de tels systèmes se fait par cheminement. Il s'agit d'un processus à trois étapes (prédiction, correction et progression) qui permet de suivre et d'échantillonner la solution. On peut voir dans la littérature plusieurs variantes de la méthode de cheminement. La différence provient de la façon de calculer les points initiaux, de prévoir le point suivant et de raffiner la progression.

##### - Calculs des points initiaux

La première étape de la méthode consiste à construire les points initiaux. Dans [BARNHILL et al 1987], une des deux surfaces est discrétisée par un maillage d'éléments triangulaires alors que les isoparamétriques de l'autre surface sont approchées par des polygones. Un point initial est alors relaxé sur la courbe intersection grâce à un algorithme de type Newton qui détermine le point appartenant à la courbe intersection. Dans [BARNHILL, KERSEY 1990], la surface est subdivisée en carreaux de manière uniforme ou adaptative à l'aide de critères de planéité et de linéarité des bords. Puis chaque élément de

surface est inclus dans un parallélépipède. Si deux parallélépipèdes s'intersectent, un pseudo point d'intersection est calculé.

- Prédiction correction

Dans [RAMEAU 1996], la prédiction consiste à faire un pas de longueur  $d$  dans la direction de la tangente au point connu, afin d'évaluer une bonne approximation de la solution. La correction consiste à calculer le point suivant à l'aide de la prédiction. Le point suivant est construit comme l'intersection de la courbe inconnue et de l'hyperplan normal à la direction de prédiction (la tangente) passant par le point connu. Ce système est résolu par la méthode de Newton.

- Progression

Dans [RAMEAU 1996] sont présentés trois procédés généraux pour évaluer le pas de progression. Le premier consiste à évaluer la valeur absolue du produit scalaire de deux tangentes successives. Cette valeur est comprise entre 0 et 1. Si elle est proche de 1 cela signifie que la courbe est tendue et le pas peut augmenter. Si elle est proche de 0, la courbure devient importante et il faut diminuer le pas. Le second consiste à évaluer la courbure  $\kappa$  au point  $X_p$ . Le pas est calculé pour assurer une distance  $d$  entre le point  $X_p$  et le point  $X_{p+1}$  en fonction de  $\kappa(X_p)$ . Cette méthode nécessite des calculs supplémentaires. Enfin le troisième procédé évalue le pas en fonction du nombre d'itérations qu'il a fallu pour calculer  $X_p$ . Si le nombre d'itérations est grand alors le pas est diminué, sinon il augmente.

#### 2.4.4. La subdivision

Cette technique est basée sur le concept *Divide and Conquer*. En d'autres termes, si le problème est simple, il est résolu directement, sinon, divisons le problème en sous-problèmes simples de même structure et résolvons-les. Cette technique concerne surtout les surfaces paramétrées de type Bézier ou B-spline mais fonctionne également pour les autres types de surfaces. En voici un exemple simple, basé sur l'intersection d'une courbe de Bézier et d'une droite. On utilise la propriété de l'enveloppe convexe. De plus, on peut subdiviser une courbe de Bézier en d'autres courbes de Bézier de plus en plus proches de leurs polygones. Ces considérations nous mènent à l'algorithme suivant :

- (i) Si le polygone de la courbe initiale ne croise pas la droite, il n'y a pas d'intersection.

(ii) Si le polygone croise la droite en un point, il y a une intersection dont on connaît un bon encadrement.

(iii) Si le polygone croise la droite plus d'une fois, on divise la courbe en deux et sur chaque partie on applique ce même algorithme.

Pour les surfaces, l'idée est de descendre jusqu'au niveau de simplicité d'une intersection entre plans. Chacune des surfaces est subdivisée en quatre jusqu'à ce que les sous-surfaces obéissent à un critère de planéité. En utilisant la propriété de l'enveloppe convexe, on construit des boîtes contenant les surfaces. Si celles-ci ne s'interceptent pas, il n'y a pas intersection.

L'avantage de cette méthode par rapport au cheminement est qu'elle ne requière pas de points initiaux. Cependant, afin d'obtenir une bonne précision, cette technique génère de nombreuses données et par conséquent est relativement lente. C'est pourquoi les systèmes commerciaux de CAO n'utilisent pas cette méthode mais celle du cheminement.

## 2.5 Discrétisation de l'approche de la surface d'usinage

On observe que ces méthodes génèrent toutes des points d'intersections mise à part la technique dite analytique qui n'est pas adaptée à notre problème. Il y a donc nécessairement une phase d'association d'une courbe par interpolation ou approximation au nuage de points calculés, donc une propagation des imprécisions dues à cette association d'un trajet à l'autre.

Cependant le calcul des positions isocrêtes de l'outil ne nécessite pas forcément de connaître l'équation des courbes. En effet, au lieu de considérer le mouvement de l'outil dans son ensemble, on peut ne considérer que certaines positions de l'outil qui nous permettrons de construire les suivantes. Cela minimise les erreurs d'association et permet de conduire des calculs précis sur toute la surface. Le problème change alors de formulation.

On peut exprimer la première partie du problème comme la recherche du point  $P_i$  élément de la courbe de crête quand l'outil se trouve au point  $C_{Li}$  sur le trajet initial. Le point  $P_i$  est donné par l'intersection entre la surface isocrête, la sphère de l'outil et le plan d'étude (figure 40). Le plan d'étude est le plan perpendiculaire au trajet outil au point  $C_{Li}$ , défini par la tangente au trajet. La tangente est égale au produit vectoriel des normales aux surfaces en intersection, c'est-à-dire la surface isocrête et la surface tuyau. Enfin, la normale à la surface tuyau est donnée par le vecteur reliant  $C_{Li}$  à  $P_i$ .

La deuxième partie du problème consiste alors à déterminer le point  $C_{Li+1}$  du trajet suivant à l'aide du point de crête  $P_i$ . Le point  $C_{Li+1}$  est donné par l'intersection entre la surface d'usinage, la sphère de l'outil et le plan d'étude (figure 40).

Contrairement à [SURESH, YANG 1994] et [LIN, KOREN 1996] où l'on fait l'hypothèse que le problème est plan, c'est-à-dire que les points  $C_{Li}$  et  $C_{Li+1}$  sont dans le plan orthogonal à  $T_{Li}$  en  $C_{Li}$ , la construction se fait dans deux plans différents. Le point  $P_i$  se trouve dans le plan  $P_1(C_{Li}, \mathbf{f}_{Li})$  et le point  $C_{Li+1}$  dans le plan  $P_2(P_i, \mathbf{T}_i)$ . En réalité, le problème est effectivement plan car les trois points  $P_i, C_{Li}$  et  $C_{Li+1}$  sont dans le plan  $P_2$  de normale  $\mathbf{T}_i$  (22)(23) mais celui-ci n'est pas connu au début de la construction.

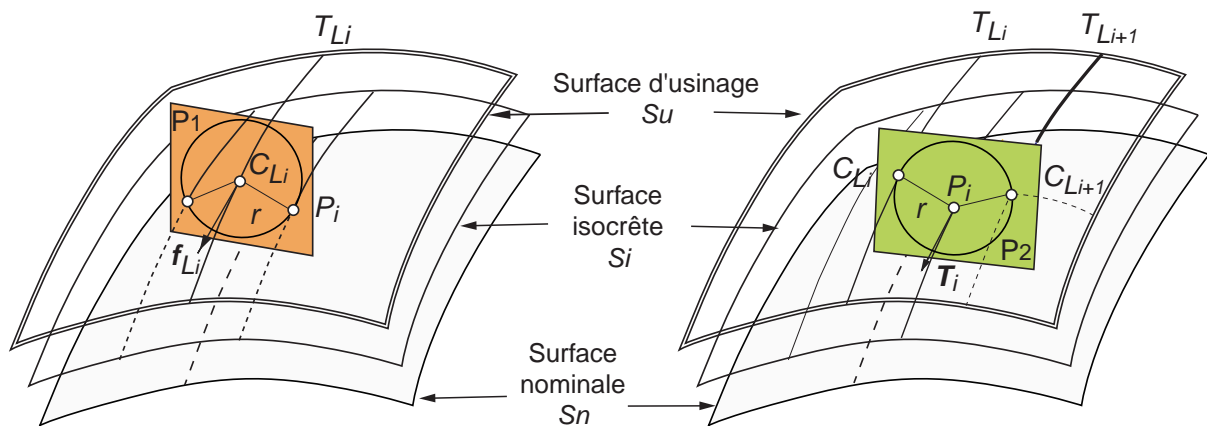


Figure 40 : Utilisation de la surface d'usinage























L'intérêt de cette approche est qu'il n'est pas nécessaire d'associer une courbe aux positions du point centre de l'outil ou aux points de crêtes pour calculer les points suivants. Il n'y a donc pas propagation des erreurs d'association de courbes. On peut cependant associer des trajets polynomiaux communiqués à la commande numérique aux positions de l'outil, à la suite du processus de génération des positions de l'outil. Les deux algorithmes avec et sans association de courbe sont décrits en annexe C.

De plus, cette approche nous permet de calculer les points suivants de deux manières distinctes. A partir d'un trajet initial, on calcule tous les points du trajet successif ou à partir d'un point du trajet initial, on calcule tous les points successifs que celui-ci engendre. On obtient donc un ensemble de points qui peut être vu comme une matrice, que l'on peut construire par ligne ou par colonne.



Qualitativement, la méthode de la surface d'usinage ne nécessite et n'engendre aucune approximation contrairement aux autres méthodes. D'une part, l'association de courbe aux positions de l'outil calculées n'influence pas le calcul des trajets successifs, et d'autre part la méthode s'affranchit du calcul de la relation entre distance entre points et hauteur de crête ainsi que de l'approximation de la courbure. Seuls les calculs d'intersection engendrent des approximations à cause des méthodes numériques. Aussi, le temps de calcul est d'autant plus long que la précision souhaitée est importante.

**Tableau 2: Bilan qualitatif**

	Problème plan	Choix du ou des plans	Déplacement dans le plan	Calcul de la hauteur de crête	Calcul de la courbure	Association de courbe
Suresh et Yang 1994						
Lin et Koren 1996						
Sarma et Dutta 1997						
Surface d'usinage						

## 2.6 Comparaison des méthodes isocrêtes

Il s'agit maintenant de mener une étude quantitative sur les différences entre les trajectoires résultantes des diverses méthodes. La première étude porte sur la position relative des trajectoires de l'outil et sur la hauteur de crête résultante. Elle illustre les conséquences des différentes hypothèses observées dans l'analyse qualitative. La deuxième étude aborde le problème du traitement des discontinuités en courbure que l'on rencontre notamment au niveau des surfaces de raccordement. L'hypothèse de courbure constante choisie dans les autres méthodes devrait alors montrer ses limites.

### 2.6.1. Position relative des trajets et hauteur de crête

Tout d'abord la mise en oeuvre des méthodes a été effectuée sur une surface de type Nurbs délimitée par deux droites et deux arcs de cercle (figure 41). Elle présente ainsi des zones concaves et convexes et ne comporte aucune discontinuité de tangence ou de courbure.

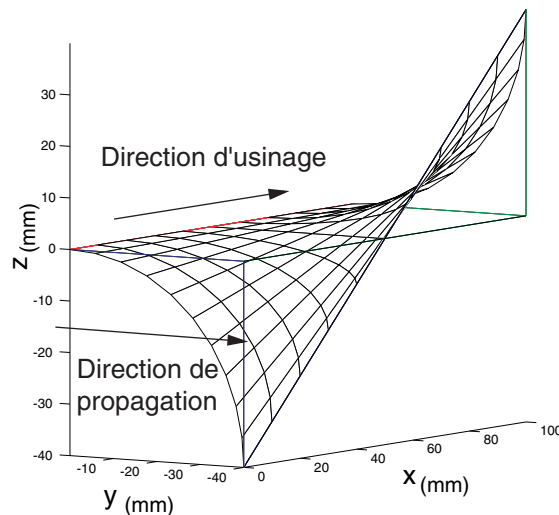


Figure 41 : Surface de test

Sur cette surface, une courbe isoparamétrique est utilisée comme trajet outil initial. Le trajet initial est échantillonné en un certain nombre de points et les points du trajet adjacent sont construits un à un pour former un premier trajet et ainsi de suite jusqu'au dernier trajet. Tout au long de ce processus nous observons la propagation des points initiaux, c'est la traçabilité. On peut ainsi visualiser les positions de l'outil calculées avant qu'elles ne soient associées à des courbes. En effet, l'interpolation masque le comportement de chacun des algorithmes.

Le premier test consiste à comparer la méthode proposée avec celles de [SURESH, YANG 1994] et [SARMA, DUTTA 1997] (figure 42). On rappelle que ces méthodes utilisent forcément l'association de courbes. On utilise donc la méthode de la surface d'usinage avec association de courbe (voir algorithme en annexe C). L'association retenue est l'interpolation par des B-splines cubiques dans l'espace paramétrique, avec un paramétrage proportionnel à la longueur de corde [PIEGL, TILLER 1997]. Le trajet initial choisi est la courbe isoparamétrique et la propagation de l'usinage se fait dans la direction  $-y$ . Les trajets de l'outil sont représentés par des courbes où figurent les points utilisés. La progression se fait vers le bas et seul un trajet sur dix est représenté pour plus de clarté.

En ce qui concerne l'allure des trajets, on remarque tout d'abord que les trois courbes divergent au fur et à mesure de l'usinage. Les courbes générées par Suresh et Yang sont celles qui présentent le plus grand écart avec les deux autres. Dans leur approche, le problème est considéré comme plan et on passe d'un trajet à l'autre sans passer par la courbe de crête (ce qui fait d'elle la méthode la plus rapide). De plus, la distance entre passes est calculée d'une manière approchée. Les deux autres méthodes sont relativement proches malgré une légère divergence.

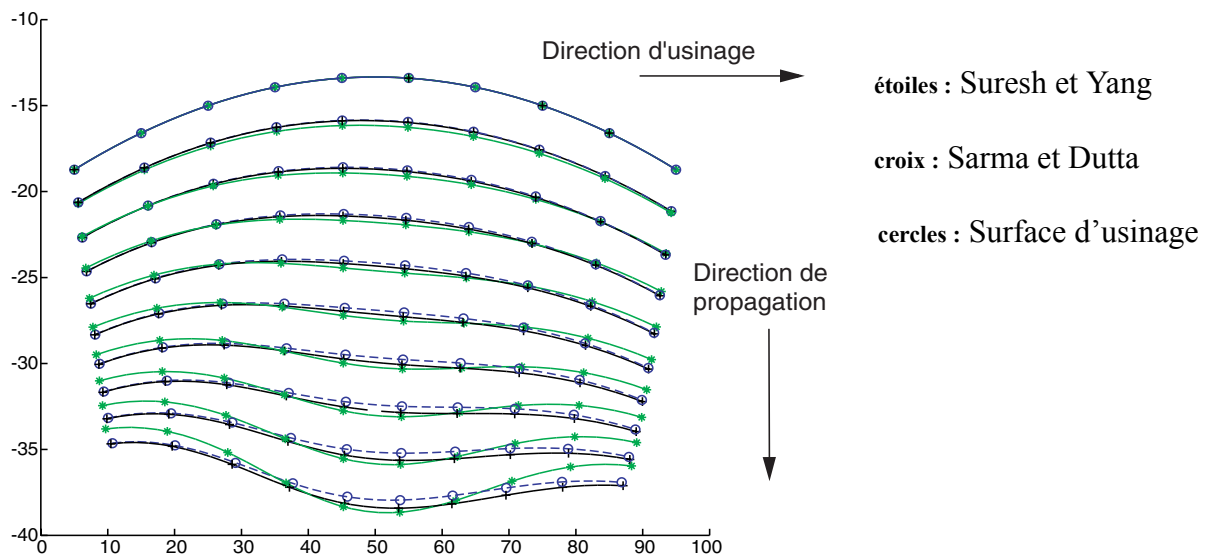


Figure 42 : Etude de traçabilité 1

Les écarts entre les trajets se retrouvent sur la hauteur de crête résultante. Pour évaluer l'erreur sur la hauteur de crête dans le cas présent, on utilise la formule simplifiée liant la hauteur de crête et la distance entre passes :

$$hc = \frac{d^2}{8r} \quad (25)$$

Cette formule s'applique lorsque le rayon de courbure de la surface est infini et constitue une approximation pour la surface considérée, dont le rayon de courbure est supérieur à 40 mm dans les zones convexes comme dans les zones concaves. Aussi, si nous introduisons une variation  $\delta d$  dans la distance entre passes, nous obtenons :

$$hc + \delta hc = \frac{(d \pm \delta d)^2}{8r} = \frac{d^2 \pm 2d\delta d + \delta d^2}{8r}$$

soit :

$$\delta hc = \frac{\pm d\delta d}{4r} + \frac{\delta d^2}{8r} \quad (26)$$

Après vérification, cette expression constitue une excellente approximation de l'erreur sur la surface considérée.

Prenons l'exemple de la différence de position entre les trajets générés par la méthode de Suresh & Yang et ceux générés avec la méthode de la surface d'usinage. Au bout de cent trajets, l'écart entre les trajets est d'environ 1,5 mm. Si l'on considère que la dérive est constante au fur et à mesure de la construction des trajets, cela représente environ 15  $\mu\text{m}$  d'erreur entre deux trajets consécutifs, soit une erreur sur la hauteur de crête de 0,10  $\mu\text{m}$  (10%) pour une hauteur de crête visée de 1  $\mu\text{m}$  (figure 43).

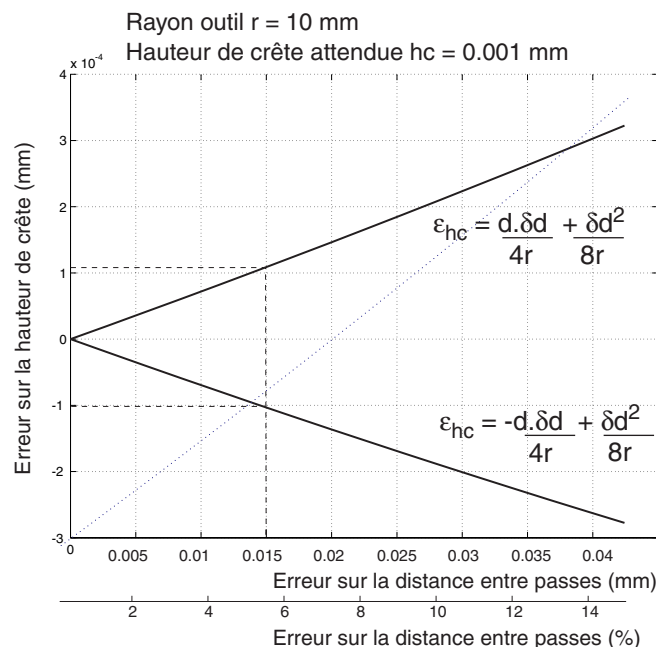


Figure 43 : Erreur résultante sur la crête

Le second test consiste à étudier l'influence de l'association d'une courbe sur l'allure des trajets. Deux versions de la méthode de la surface d'usinage, avec et sans association de courbes, sont comparées (voir algorithmes en annexe C). On remarque que l'interpolation influe sur la position des points générés mais que dans l'ensemble les trajets sont très similaires (figure 44). En effet, l'interpolation modifie la direction de la tangente du trajet aux points calculés et non pas la distance entre deux positions outils adjacentes. Avec l'interpolation, les points adjacents ne sont pas évalués dans la bonne direction.

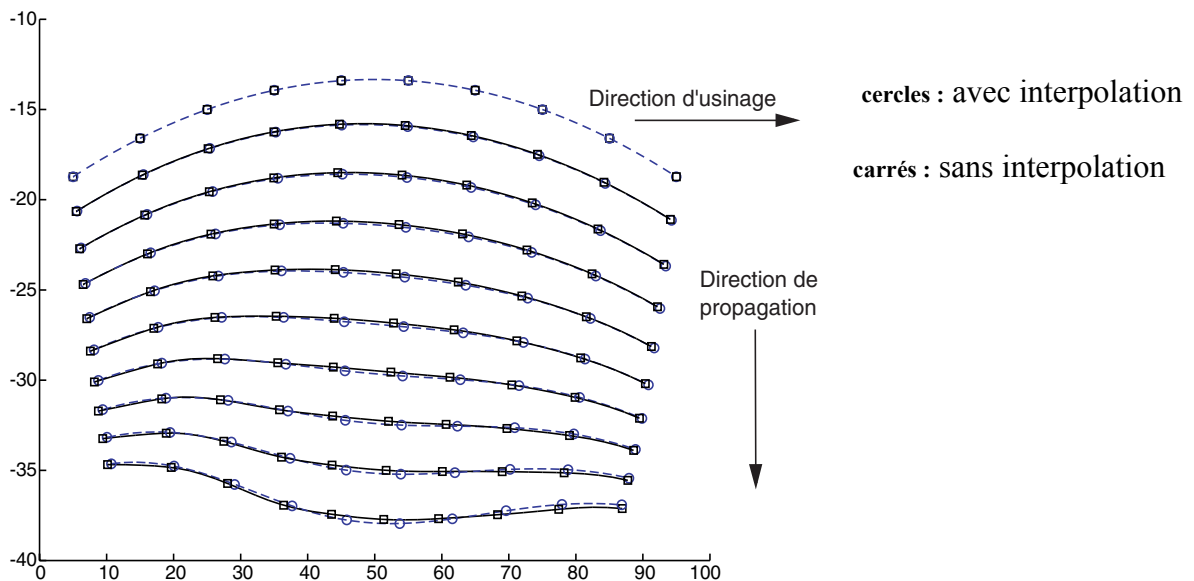


Figure 44 : Etude de traçabilité 2

En conclusion, les algorithmes étudiés montrent une différence de comportement par rapport à la méthode que nous avons développée. Ces différences proviennent de deux origines distinctes, les hypothèses simplificatrices sur la géométrie du problème et sa résolution d'une part, et l'association de courbes aux positions de l'outil calculées d'autre part. L'amplitude des écarts générés est de l'ordre de 10% sur la hauteur de crête dans l'exemple traité. On peut supposer qu'une surface plus tendue aurait produit des écarts plus faibles ou que la surface choisie n'a pas permis d'atteindre des écarts plus élevés.

### 2.6.2. Passage des discontinuités en courbure

Nous étudions dans cette partie le passage des discontinuités en courbure. En effet, les méthodes existantes font l'hypothèse que la courbure de la surface est constante autour du point considéré. Ceci n'est pas un problème lors de l'usinage d'une surface constituée d'un seul carreau mais la plupart des pièces industrielles sont modélisées avec une multitude de carreaux raccordés si possible en courbure mais souvent en tangence. C'est par exemple le cas

lorsque l'on introduit des rayons de raccordement. Considérons l'usinage d'une surface cylindrique le long de ses génératrices dont le profil (figure 45) présente une discontinuité en courbure au point  $C_C$ . Le point considéré est dans la partie convexe de la surface avant  $C_C$  et à courbure constante, la position outil adjacente calculée se trouve en  $P^*$  et non en  $P$  comme cela devrait être le cas. La hauteur de crête résultante n'est donc pas celle attendue.

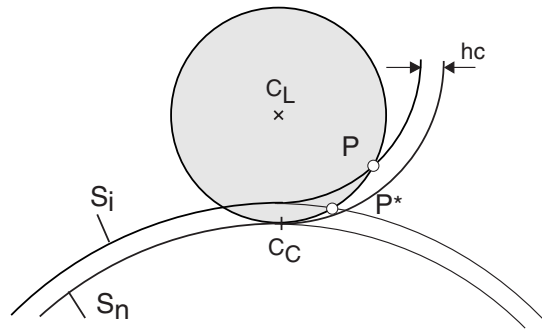


Figure 45 : Influence de l'approximation de la courbure

Nous allons donc étudier le comportement de l'algorithme proposé ainsi que ceux développés dans [SURESH, YANG 1994] et [SARMA, DUTTA 1997]. Pour cela, nous considérons l'usinage d'une sphère posée sur un plan avec un raccordement en tangence (figure 46). La surface est donc constituée de trois surfaces : une demi sphère (rayon 10 mm), une portion de tore (rayons 10 et 20 mm) et un plan. Elle présente deux discontinuités en courbure le long du profil. La première au raccordement entre le plan et le tore (0 à 10 mm), la seconde entre le tore et la sphère (10 mm à -10 mm).

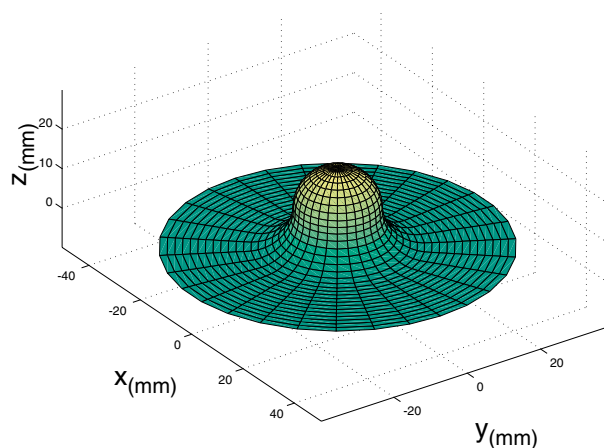


Figure 46 : Surface de test pour traitement des discontinuités en courbure

La stratégie d'usinage adoptée est un usinage selon les isoparamétriques circulaires partant de l'extérieur de la surface vers le sommet de la sphère. Les discontinuités se trouvent alors

bien entre deux trajets adjacents. Pour chacune des deux stratégies, nous observons les sillons laissés par l'outil au niveau des deux discontinuités de courbures, avec les trois méthodes de calcul de trajets. On rappelle également que pour une hauteur de crête et un rayon outil donnés, les trajets sont plus (resp. moins) espacés quand la courbure est concave (resp.convexe).

Pour comparer les méthodes, les sillons laissés par l'outil sont construits avec la méthode du Z-buffer. On construit dans la zone étudiée un réseau de droites parallèles et disposées sur une grille dont le pas indique la précision. Ensuite, on effectue les intersections entre ce réseau de droites et les surfaces enveloppes du mouvement de l'outil, l'outil se déplaçant le long de segments de droites interpolant le trajet calculé (figure 47). Enfin, on calcule la distance entre chaque point d'intersection et la surface nominale.

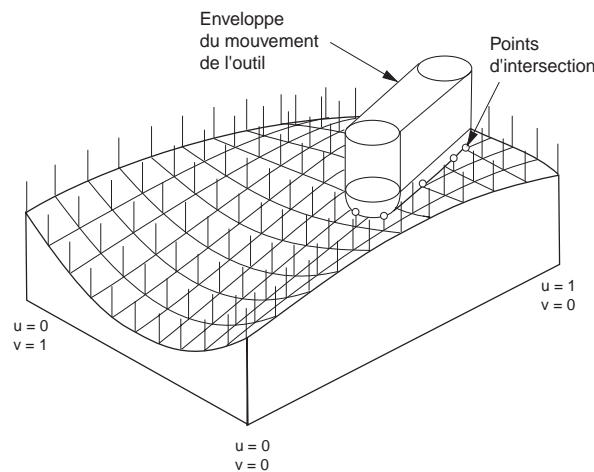


Figure 47 : Méthode du Z-buffer pour le calcul des écarts

Les résultats (figure 48) montrent que les méthodes de Suresh et Yang et Sarma et Dutta génèrent des crêtes anormales au passage des discontinuités, ce qui n'est pas le cas pour la méthode de la surface d'usinage (figure 48).

Lors du passage de la zone plane au tore, les crêtes en erreurs sont plus petites. Les algorithmes calculent une distance entre passes comme si la courbure était nulle (zone plane) alors qu'elle est concave (tore). A distance entre passes constante, la hauteur de crête est plus faible sur le tore que sur le plan. Cependant, l'erreur d'approximation dans l'algorithme de Sarma et Dutta doit générer une crête de meilleure qualité qu'avec l'algorithme de Suresh et Yang car la distance à parcourir est de moitié moins grande.

De même, au passage du tore à la sphère, les résultats montrent une crête plus haute que les autres au passage de la discontinuité. La distance entre passes est calculée comme si la courbure était concave (tore) alors qu'elle est convexe (sphère). A distance entre passes



constante, la hauteur de crête est donc plus grande sur la sphère que sur le tore. Cette fois-ci, la crête générée par l'algorithme de Sarma et Dutta est moins en défaut que celle obtenue avec l'algorithme de Suresh et Yang comme on pouvait s'y attendre.

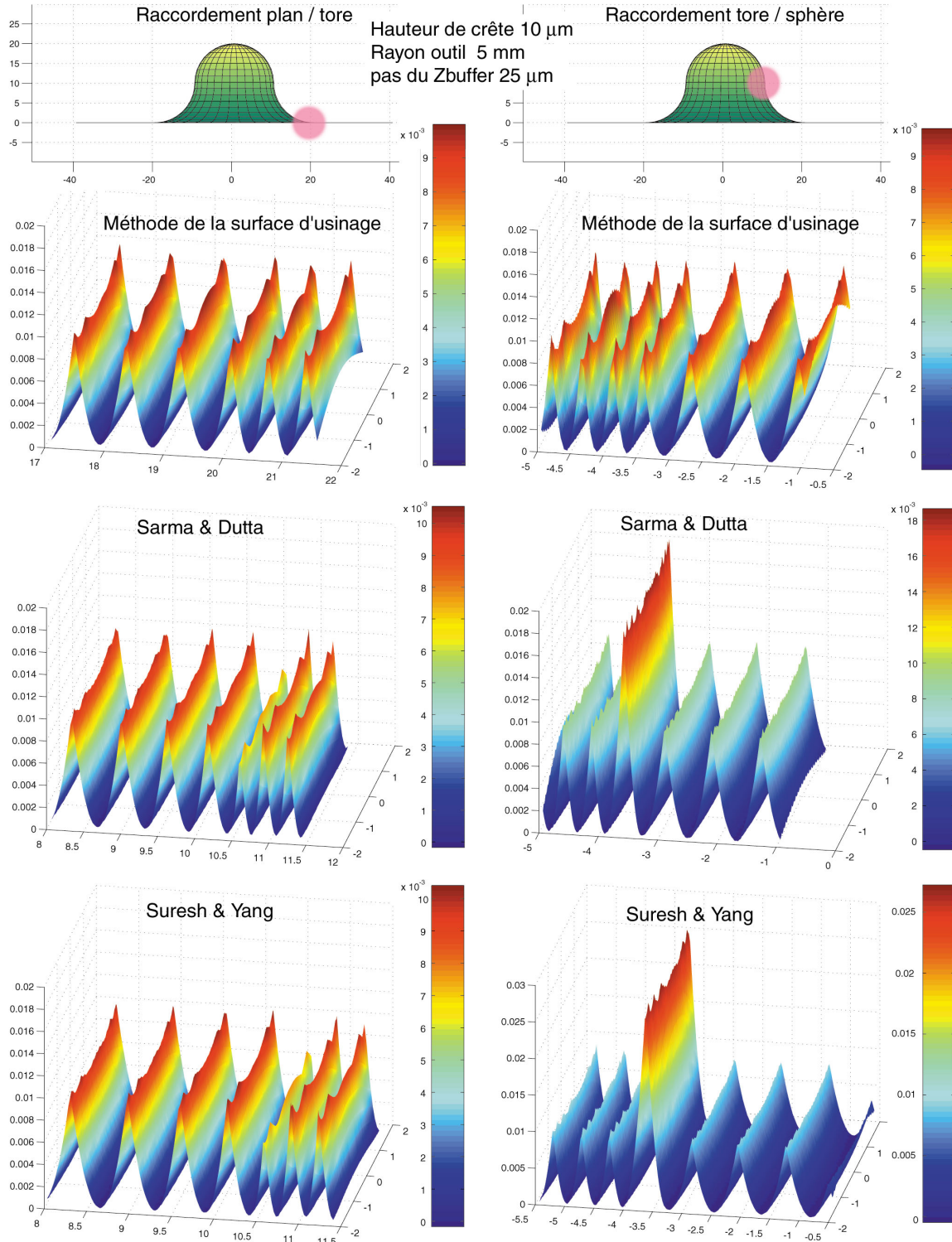


Figure 48 : Passage d'une discontinuité en courbure



La figure suivante montre la hauteur de crête que l'on peut obtenir dans le pire des cas lors du passage du tore à la sphère et vice versa avec la méthode de Suresh et Yang (figure 49). Pour cela on inverse les sens de concavité artificiellement dans les algorithmes. Pour une hauteur de crête visée de 10  $\mu\text{m}$ , on obtient 31  $\mu\text{m}$  sur la sphère et 5  $\mu\text{m}$  sur le tore. On peut en théorie obtenir de tels résultats mais dans la pratique cela ne peut arriver que si la position de l'outil considérée est exactement sur la discontinuité. C'est pourquoi les résultats de nos tests sont moins défavorables.

Nous avons étudié le passage des discontinuités dans un sens d'usinage donné. En inversant le sens d'usinage, les résultats auraient été opposés. Le passage de la sphère au tore aurait engendré une crête plus petite (minorée par la valeur obtenue figure 49) et le passage du tore au plan aurait provoqué la formation d'une crête trop grande.

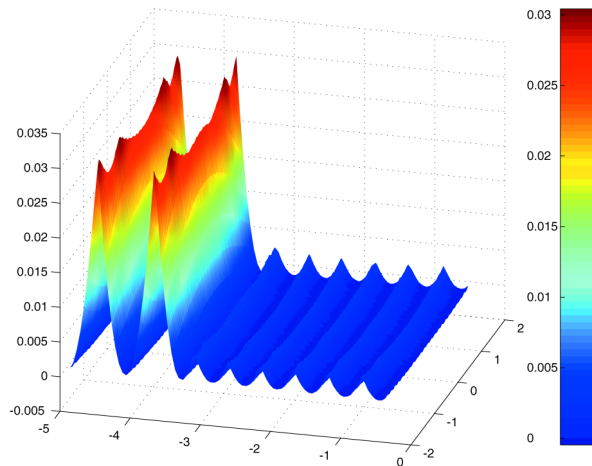


Figure 49 : Pire des cas au raccordement entre le tore et la sphère[SURESH, YANG 1994]

Les résultats expérimentaux confirment nos hypothèses sur l'influence des approximations de la courbure dans les méthodes existantes. Approcher une surface par sa sphère osculatrice lors du calcul de positions de l'outil isocrêtes ne permet pas le franchissement des discontinuités en courbure. Ainsi les moules et matrices contenant de nombreux rayons de raccordement ne peuvent être usinés avec de tels algorithmes sans laisser une marque. La méthode de la surface d'usinage quant à elle réussit le franchissement des discontinuités en laissant une crête conforme aux spécifications.

### 2.6.3. Passage d'un rayon de raccordement

L'exemple utilisé pour qualifier l'aptitude des approches à traiter les discontinuités en courbure est un cas extrême qui ne pourrait se reproduire à l'identique sur des pièces

différentes. En effet, nous nous sommes placés dans un cas où le trajet est parallèle à la courbe lieu de la discontinuité. La crête est donc en erreur sur toute sa longueur. Sauf cas particuliers, le trajet sera plutôt orienté en biais par rapport à la discontinuité laissant une crête moins défavorable. En outre, si le trajet est perpendiculaire à la discontinuité, la crête générée est celle attendue, aux autres erreurs d'approximation près.

Nous avons donc testé les différentes méthodes sur une pièce constituée de deux plans orthogonaux raccordés en tangence avec un rayon de raccordement de 10 mm. La surface est usinée d'un côté ou de l'autre selon que l'on souhaite étudier un raccordement convexe ou concave. Les trajectoires abordent la discontinuité avec un angle de 30°. Les résultats obtenus avec la méthode de la surface d'usinage sont conformes aux spécifications alors que les deux autres méthodes laissent des crêtes en défaut au passage des discontinuités. La méthode de Suresh et Yang présente les irrégularités les plus importantes avec des erreurs sur la hauteur des crêtes d'environ 20% (figure 50).

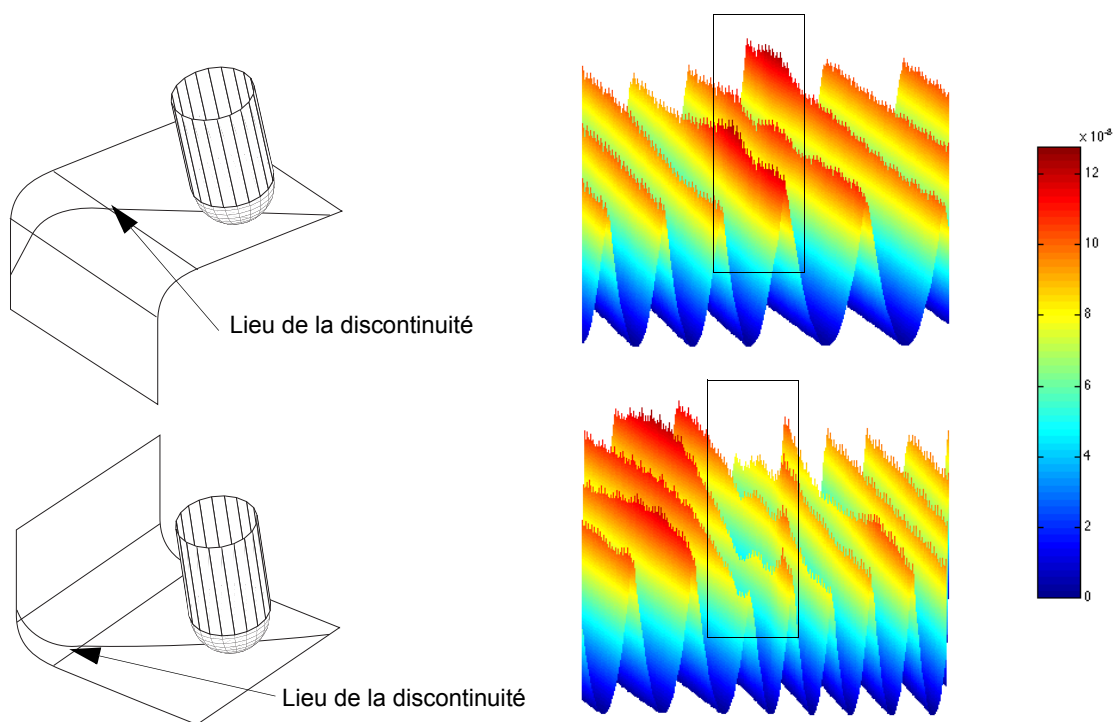


Figure 50 : Rayons de raccordement convexe et concave [SURESH, YANG 1994]

## 2.7 Conclusion

La génération de trajectoires à hauteur de crête constante basée sur la surface d'usinage apporte donc des avantages par rapport aux méthodes existantes. Tout d'abord il n'est plus nécessaire d'associer une courbe à chaque ensemble de points centre de l'outil ou de points de crête pour déterminer les points adjacents. La méthode est donc plus précise, elle n'accumule pas d'erreurs lors de la génération des trajets successifs. De plus, elle permet de passer sans problème les discontinuités en courbure et de laisser des crêtes conformes aux spécifications. A aucun moment la méthode ne requière le calcul de la hauteur de crête en fonction de la distance entre passes et de la géométrie de la pièce et de l'outil. Cet avantage prend toute son importance lors d'un usinage à 5 axes pour lequel les modèles de hauteur de crête utilisés sont toujours approchés.

### 3. Génération de trajectoires isocrêtes en 3 axes avec outil torique

Le concept de la surface d'usinage offre la possibilité d'étendre la génération de trajectoires isocrêtes en fraisage à 3 axes à l'outil torique. L'utilisation de ce type d'outil en fraisage à 3 axes n'est pas courante car les interférences vers l'arrière de l'outil ne peuvent être éliminées comme en fraisage à 5 axes. La seule solution est de laisser des parties non usinées qui sont reprises avec un outil hémisphérique. Par contre, le petit rayon de la partie torique permet de réaliser de petits rayons de raccordement alors que l'on peut augmenter le rayon du corps de l'outil afin d'obtenir une plus grande rigidité ainsi qu'une meilleure couverture de la surface pour chaque trajet. Cette configuration est une première approche pour passer ensuite à la génération de trajectoires isocrêtes en fraisage à 5 axes avec outil torique.

#### 3.1 Mise en équation

La mise en équation se différencie de celle rencontrée avec l'outil hémisphérique par le lieu des points du profil générateur. En effet pour l'outil hémisphérique, ces points sont à l'intersection de la sphère outil et du plan transversal au trajet. Nous utiliserons donc l'équation (21) pour déterminer les points du profil générateur de l'outil torique.

La construction des positions de l'outil se déroule donc en deux étapes. Lors de la première étape, il faut trouver le point de crête  $P$  associé à une position du centre de l'outil  $C_L$  initiale (figure 51). Les conditions géométriques à respecter sont les suivantes :

- $P$  est élément de la surface isocrête

$$P = S_n(\xi^1, \xi^2) + hc \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) \quad (27)$$

- $P$  est élément de la partie active de l'outil centrée sur  $C_L$

$$((C_L - P)_x)^2 + (C_L - P)_y^2 + (C_L - P)_z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2((C_L - P)_x)^2 + (C_L - P)_y^2 = 0 \quad (28)$$

- $P$  est sur le profil générateur

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{V})_P = 0 \quad (29)$$

$\mathbf{V}$  est la vitesse du point  $P$  considéré appartenant à l'outil.

Nous avons donc un système non linéaire de trois équations à trois inconnues  $P_x, P_y, P_z$  équivalent à un système non linéaire de deux équations à deux inconnues  $\xi^1, \xi^2$  dans le domaine paramétrique de la surface nominale.

La résolution du système peut se faire avec l'algorithme de Newton, la difficulté réside alors dans la détermination d'une solution initiale qui assure la convergence. On pourra prendre comme solution initiale le point de crête précédent et cheminer sur l'intersection entre la surface isocrête (27) et le tore (28) jusqu'à ce que l'équation (29) soit vérifiée.

Une fois les points de crête déterminés, la tangente à la courbe de crête en chaque point est donnée par le produit vectoriel des normales de l'outil et de la surface isocrête au point de crête.

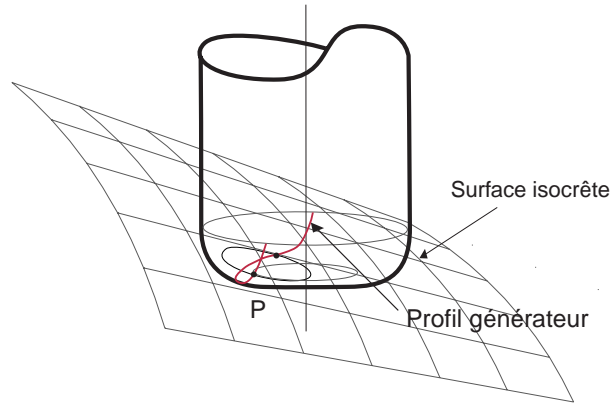


Figure 51 : Détermination du point de crête avec l'outil torique

Lors de la deuxième étape, il s'agit de trouver la position du centre de l'outil  $C_L$  qui engendre le point de crête souhaité tout en restant tangent à la crête.

- $C_L$  est élément de la surface d'usinage

$$C_L = S_n(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) + R \cdot \mathbf{v}(\xi^1, \xi^2) \quad (30)$$

- $P$  est élément de la partie active de l'outil centrée sur  $C_L$

$$((C_L - P)_x)^2 + (C_L - P)_y^2 + (C_L - P)_z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2((C_L - P)_x)^2 + (C_L - P)_y^2 = 0 \quad (31)$$

- La normale au tore en  $P$  est perpendiculaire à la tangente à la crête

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{T})_P = 0 \quad (32)$$

La résolution du système avec l'algorithme de Newton pose des difficultés à cause de la détermination d'une solution initiale permettant la convergence. Nous avons donc établi la

relation géométrique entre le point de crête  $P$  et le point centre outil recherché  $C_L$  afin de simplifier le problème.

Pour cela on considère un point intermédiaire  $K'$  point méridien centre de la section circulaire du tore qui engendre le point de crête  $P$  (figure 52). Comme nous l'avons déjà montré précédemment, les propriétés géométriques du tore sont telles que la normale  $\mathbf{n}$  au tore au point de crête passe par  $P$  et  $K'$ . La tangente à la crête  $\mathbf{T}$  est connue et est égale au produit vectoriel des normales des surfaces en intersection, le tore et la surface isocrête. Le point  $K'$  est donc dans le plan perpendiculaire à la tangente à la courbe de crête ainsi que sur la sphère de rayon  $rc$  centrée sur  $P$ . Le point  $K'$  centre de la section qui engendre le point de crête est donc sur un cercle centré sur  $P$  et situé dans le plan orienté par la tangente à la courbe de crête.

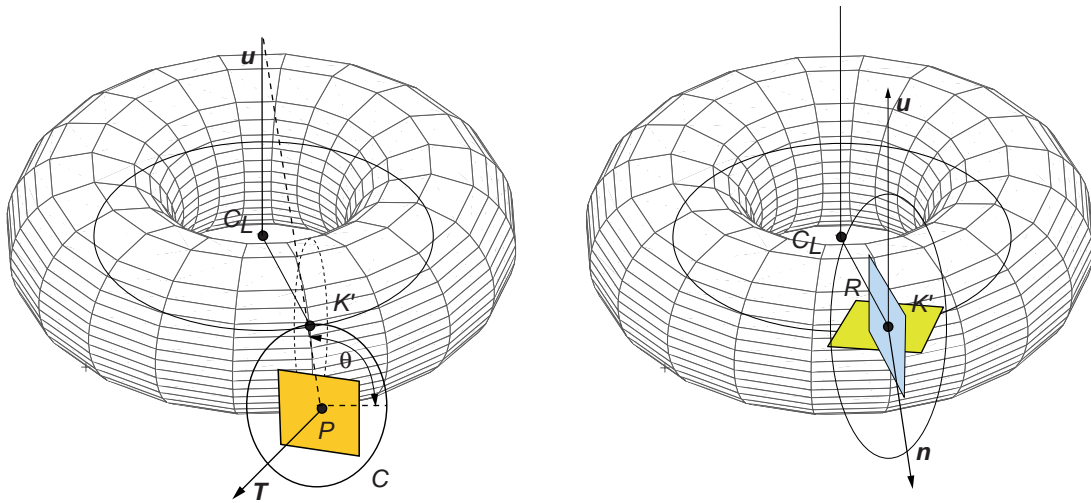


Figure 52 : Relation géométrique entre point de crête et point centre outil

Le point  $K'$  nous permet alors de déterminer la position du point centre outil  $C_L$ . En effet, le point  $C_L$  est dans le plan de base défini par  $(K', \mathbf{u})$ , il est également dans le plan méridien défini par  $(K', \mathbf{u}, \mathbf{n})$  et il est à une distance  $R$  du point  $K'$  (figure 52). Il y a alors deux points  $C_L$  possibles mais seul l'un d'entre eux assure un contact sans interférence. A un point  $K'$  donné on peut donc associer un unique point centre outil  $C_L$ . La contrainte de tangence ou bien de non-interférence entre l'outil et la surface est assurée par la définition de la surface d'usinage qui garantie un posage tangent de l'outil.

Le système  $[3 \times 3]$  défini par les équations (30), (31) et (32) peut donc se simplifier en un système  $[1 \times 1]$  avec pour inconnue la position angulaire du point  $K'$  sur le cercle  $(P, r, \mathbf{T})$  et

comme condition l'appartenance du point centre de l'outil  $C_L$  à la surface d'usinage. Ce système est alors plus facile à résoudre que le précédent.

Une fois la position du centre de l'outil déterminée, la direction d'avance de l'outil est donnée par le produit vectoriel des normales de l'outil au point de contact et au point de crête  $P$ . On assure ainsi la génération de la crête souhaitée tout en restant tangent à la pièce au point de contact.

On remarquera que la mise en équation et la relation entre le point de crête et le centre outil sont applicables aux autres géométries d'outils. Ainsi pour l'outil hémisphérique le grand rayon  $R$  du tore est nul et le point  $K$  est confondu avec le point  $C_L$ . Le point  $C_L$  est alors sur l'intersection entre le cercle  $(P, r, \mathbf{T})$  et la surface d'usinage conformément à la mise en équation du paragraphe 2.2.3.

### 3.2 Mise en oeuvre

La mise en oeuvre a été faite sur une surface montrant des variations importantes de la direction de la normale par rapport à l'axe outil afin de faire évoluer la largeur coupée le long d'une passe. Il s'agit d'une surface réglée s'appuyant sur un arc de cercle et un segment de droite (figure 53). L'allure des trajets résultants est soumise aux variations de courbure de la surface et présente un repli des trajets jusqu'à former une boucle (non représentée). Vers le bas de la surface, l'angle entre l'axe outil et la normale à la surface est grand de sorte que la largeur coupée est plus faible et les passes plus resserrées. Vers le haut de la surface, c'est le contraire, l'angle est petit et la largeur coupée d'autant plus grande. La distance entre passes est plus grande, créant ainsi un décalage sur la rapidité de propagation des passes entre le début et la fin de la passe, ce qui génère le repliement des trajectoires jusqu'au bouclage.

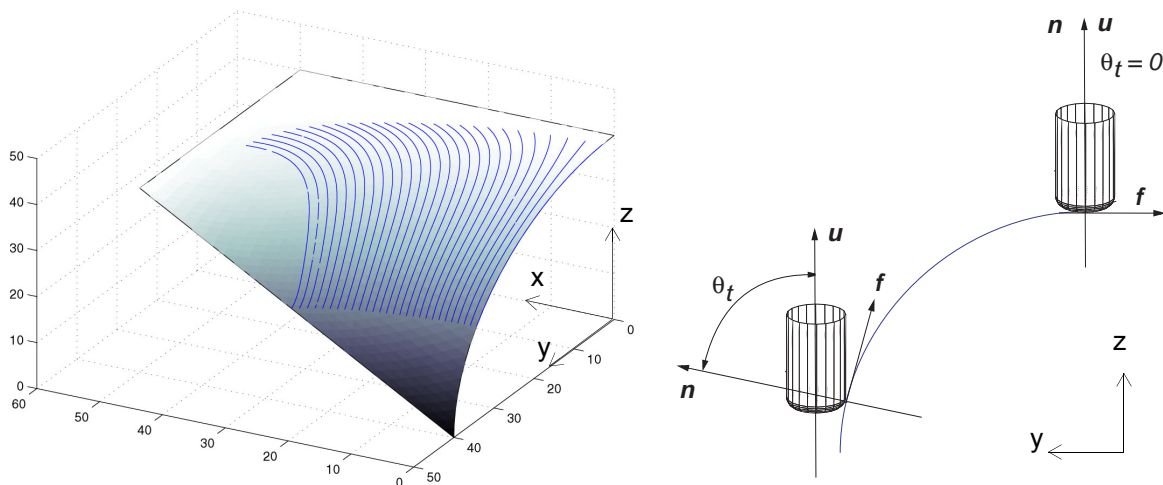


Figure 53 : Trajectoires isocrêtes avec un outil torique

Les crêtes générées par les trajets calculés sont conformes aux spécifications que l'on s'est fixées (figure 54), c'est-à-dire une hauteur de crête de  $10\ \mu\text{m}$ .

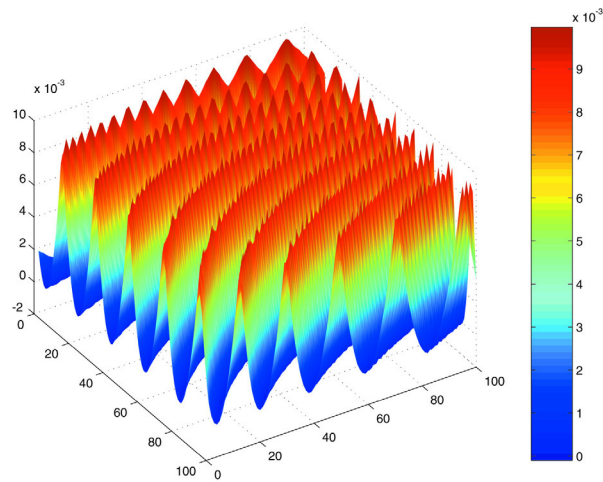


Figure 54 : Crêtes générées avec un outil torique



## 4. Génération de trajectoires isocrêtes en 5 axes avec outil torique

### 4.1 Intérêt du fraisage à 5 axes

Nous rappelons tout d'abord que l'usinage à 5 axes avec un outil torique permet d'obtenir des largeurs coupées différentes selon l'orientation de l'axe de l'outil choisie. En effet, le rayon du profil effectif de coupe est une ellipse dont les caractéristiques évoluent avec les angles d'inclinaison et de pivotement (33). En effet d'après [LEE 1997] on a :

$$R_{eff} = \frac{r(R + r \sin \theta_t)}{r \sin \theta_t \cos \theta_n^2 + (R + r \sin \theta_t) \sin \theta_n^2} \quad (33)$$

Afin d'être le plus productif possible, la stratégie isocrête doit être couplée avec des angles d'orientation d'outil minimum. Ainsi la largeur de matière coupée est maximum. A partir du moment où l'angle entre la normale à la surface et l'axe de l'outil est fixé, la mise en équation est la même que celle développée pour l'outil torique en fraisage à 3 axes.

### 4.2 Etat de l'art

En fraisage à 5 axes, seulement deux méthodes ont été développées et traitent l'une de l'outil torique [LEE 1998] et l'autre de l'outil plat [LO 1999]. Ces deux approches sont très similaires à celles développées en fraisage à 3 axes avec un outil hémisphérique. Elles considèrent que le problème est plan. Les inconnues sont les déplacements  $\delta u$  et  $\delta v$  dans l'espace paramétrique qui permettent de passer du point courant  $C_C$  au point suivant. La distance  $\delta$  à parcourir dans la direction transversale et dans le plan tangent entre deux points adjacents diffère selon la méthode. En termes mathématiques, le problème se présente de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{f}, \delta \xi^1 \cdot \mathbf{S}_{\xi^1} + \delta \xi^2 \cdot \mathbf{S}_{\xi^2} \rangle &= 0 \\ \langle \mathbf{t}, \delta \xi^1 \cdot \mathbf{S}_{\xi^1} + \delta \xi^2 \cdot \mathbf{S}_{\xi^2} \rangle &= \delta \end{aligned} \quad (34)$$

avec  $S(\xi^1, \xi^2)$  la surface à usiner et  $(C_C, \mathbf{f}, \mathbf{n}, \mathbf{t})$  le repère local.

Dans le cas de l'outil plat [LO 1999], la valeur de  $\delta$  est fonction du rayon effectif de coupe défini par :

$$R_{eff} = a^2 R^2 \left( \frac{1 + (\tan \theta)^2}{a^2 + R^2 (\tan \theta)^2} \right) \quad (35)$$

avec

$$a = R \sin \theta_t \cos \theta_n \quad \text{et} \quad \theta = \text{atan}(\tan \theta_t \sin \theta_n) \quad (36)$$

$R$  est le rayon outil et  $\theta_t$  et  $\theta_n$  sont les angles d'inclinaison et de pivotement.

La distance entre passes  $\delta$  est alors donnée par l'expression approchée suivante :

$$\delta = \sqrt{\frac{8R_b R_{eff} hc}{R_b \pm R_{eff}}} \quad (37)$$

avec  $hc$  la hauteur de crête attendue,  $R_{eff}$  le rayon effectif de coupe et  $R_b$  le rayon de courbure dans la direction transversale au trajet. Le signe +/- distingue les cas où la courbure est concave des cas où la courbure est convexe. Cette équation est valide si  $hc$  est très inférieur à  $R_{eff}$ . Cette approche est donc très proche de celles développées par [LIN, KOREN 1996] et [SURESH, YANG 1994] une fois l'ellipse du profil effectif de coupe approchée par un cercle. Par rapport au fraisage à trois axes, l'usinage à cinq axes offre deux degrés de liberté supplémentaires qui sont utilisés dans cette approche pour optimiser la largeur de coupe. L'angle d'inclinaison limite est calculé en fonction de la courbure transversale et longitudinale pour éviter les interférences le long de la première passe. Ensuite le trajet adjacent isocrête est généré point par point puis interpolé dans l'espace paramétrique.

Dans le cas de l'outil torique [LEE 1998], la distance  $\delta$  est parcourue en  $n$  pas de telle sorte que les dérivées  $S_{\xi_1}$  et  $S_{\xi_2}$  sont re-calculées le long de la direction transversale. Il en résulte un calcul plus précis que si la distance  $\delta$  était parcourue en une seule fois. Le nombre de pas est calculé de telle sorte que le recouvrement de deux passes successives génère une crête inférieure ou égale à  $hc$ . L'auteur évoque en perspective la possibilité de faire varier les angles d'inclinaison et de pivotement d'un trajet à l'autre.

### 4.3 Utilisation du concept de la surface d'usinage

La génération de trajectoires isocrêtes en fraisage à 5 axes avec un outil torique repose sur le même modèle que celui proposé pour le fraisage à 3 axes avec le même outil. Il est cependant plus complexe à cause de la relation de dépendance entre l'orientation de l'axe de l'outil et la direction d'avance de l'outil inconnue. Nous ne pouvons donc pas faire usage de la surface d'orientation puisqu'elle n'est pas définie lorsque la direction d'usinage n'est pas

connue. Nous appuierons donc notre modèle sur la surface de guidage. La surface d'orientation n'est définie qu'à la fin de la génération des trajets de l'outil.

#### 4.3.1. Mise en équation

Tout comme pour les autres géométries d'outil, la détermination des positions de l'outil se décompose en deux étapes qui sont la détermination des points de crête puis des positions de l'outil.

Le système d'équations de la première étape est identique à celui utilisé dans le cadre de l'usinage à 3 axes avec un outil torique (27)(28)(29). Cependant, il est nécessaire de connaître la vitesse du point de l'outil qui coïncide avec  $P$  afin de vérifier la troisième condition (29).

Aussi la vitesse d'un point  $M$  quelconque de l'outil est donnée par :

$$\mathbf{V}_M = \mathbf{V}_K + \mathbf{M}\mathbf{K} \wedge \mathbf{W}_{Outil/Surf} \quad (38)$$

Nous devons donc déterminer le vecteur de rotation instantanée du mouvement de l'outil sur la surface. Dans le cas d'un usinage à 3 axes, celui-ci est nul car la direction de l'axe de l'outil est constante. Dans le cas d'un usinage à 5 axes, l'outil est orienté dans le repère local lié au point piloté sur la surface de guidage. Soit  $R_0$  le repère associé à la surface d'usinage et  $R_1$  le repère local. Le vecteur de rotation instantanée recherché s'écrit :

$$\mathbf{W}_{Outil/R_0} = \mathbf{W}_{Outil/R_1} + \mathbf{W}_{R_1/R_0}$$

Seuls les angles de rotation en chaque position de l'outil sont connus (inclinaison et pivotement). Pour obtenir le vecteur de rotation instantanée  $\mathbf{W}_{R_1/R_0}$ , on utilise la formule suivante dont la démonstration est décrite en annexe (annexe A.3, page 144) :

$$\mathbf{W}_{R_1/R_0} = \frac{1}{2} \cdot \left( \mathbf{f} \wedge \frac{d\mathbf{f}}{dt} + \mathbf{n} \wedge \frac{d\mathbf{n}}{dt} + \mathbf{t} \wedge \frac{d\mathbf{t}}{dt} \right) \quad (39)$$

avec  $(K, \mathbf{f}, \mathbf{n}, \mathbf{t})$  la base orthonormée associée à l'outil.

Quand au vecteur de rotation instantanée  $\mathbf{W}_{Outil/R_1}$ , il est défini par :

$$\mathbf{W}_{Outil/R_1} = \dot{\theta}_t \cdot \mathbf{t} + \dot{\theta}_n \cdot \mathbf{n} \quad (40)$$

avec  $\theta_t$  l'angle d'inclinaison et  $\theta_n$  l'angle de pivotement.

En ce qui concerne la deuxième étape, le système est différent de celui utilisé en fraisage à 3 axes car nous ne connaissons pas la surface d'orientation, lieu du centre de l'outil, mais la surface de guidage lieu du point piloté  $K$ . D'autre part, la direction d'avance de l'outil étant

inconnue, nous ne pouvons pas établir la mise en position de l'outil pour évaluer les équations (31) et (32) qui définissent la position de l'outil.

Nous introduisons donc une nouvelle équation qui assure que le point de crête est situé sur le profil générateur de l'outil lors de son déplacement.

Le nouveau système d'équation est le suivant :

- le point piloté  $K$  est élément de la surface de guidage

$$K = S_n(\xi^1, \xi^2) + r \cdot \mathbf{n}(\xi^1, \xi^2) \quad (41)$$

- le point de crête  $P$  est élément de la partie active de l'outil centrée sur  $C_L$

$$((C_L - P)_x)^2 + (C_L - P)_y^2 + (C_L - P)_z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2((C_L - P)_x^2 + (C_L - P)_y^2) = 0 \quad (42)$$

- la normale au tore en  $P$  est perpendiculaire à la tangente à la crête

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{T})_P = 0 \quad (43)$$

- le point de crête  $P$  est sur le profil générateur de l'outil

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{V})_P = 0 \quad (44)$$

Nous avons donc un système [4 x 4] qui, s'il est résolu dans l'espace paramétrique, devient un système [3 x 3] dont les inconnues sont les coordonnées paramétriques du point piloté  $K$  ainsi que sa direction d'avance. Celle-ci est paramétrée par un angle dans le plan tangent à la surface de guidage au point piloté  $K$  et repéré par les vecteurs définis par :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi^\alpha} + r \cdot \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \xi^\alpha} \quad (45)$$

En usinage à 3 axes, la direction d'avance résulte d'une condition de bi-tangence de l'outil sur la surface et sur la crête. En usinage à 5 axes, la direction d'avance doit permettre de respecter ces deux contraintes tout en tenant compte de l'évolution de la surface et donc du vecteur de rotation instantanée  $\mathbf{W}_{R_1/R_0}$ .

#### 4.3.2. Application

Nous avons appliqué la méthode avec deux angles d'inclinaison différents sur la surface utilisée pour le cas du 3 axes torique (figure 53). Avec un angle d'inclinaison de 1 degré, les crêtes générées sont conformes aux spécifications mais on constate l'apparition d'interférences entre l'outil et la pièce dans une zone concave (figure 55). On peut faire disparaître ces

interférences en modifiant les angles d'inclinaison et de pivotement de l'outil. Ainsi, avec un angle d'inclinaison de 2 degrés, les interférences ont disparu mais les trajets sont plus resserrés.

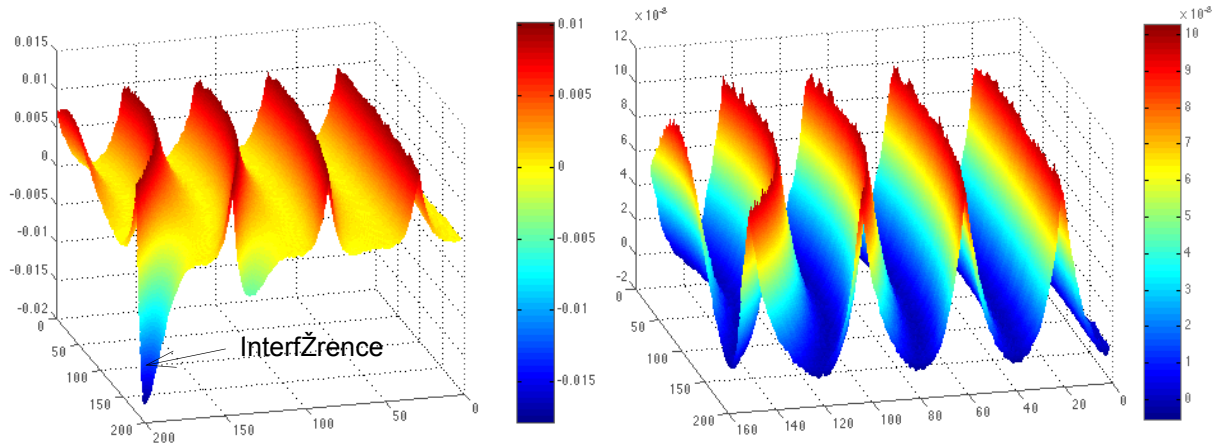


Figure 55 : Crêtes résultantes en fraisage à 5 axes

Les angles d'orientation étant constants, le rayon effectif est constant et la partie active de l'outil peut être approchée par une sphère de rayon  $R_{eff}$ . Aussi l'allure et la répartition des trajets de l'outil sont similaires au cas de l'outil hémisphérique.

## 5. Comparaison des stratégies isocrêtes et plans parallèles

Nous pouvons envisager le recours à une stratégie d'usinage à hauteur de crête constante pour améliorer la productivité pour une qualité de surface donnée. On a vu que les variations de l'orientation de la normale à la surface le long du trajet provoquent un resserrement des passes successives dans le cas d'une stratégie par plans parallèles. La surface couverte par l'outil à chaque passe n'est pas maximale donc le temps d'usinage n'est pas minimum. L'optimisation de la surface couverte par l'outil dans le cadre de l'usinage à hauteur de crête constante devrait permettre de minimiser le temps d'usinage. Nous allons donc évaluer les gains obtenus par rapport à la stratégie de guidage selon des plans parallèles.

### 5.1 Définition des pièces d'essai

Afin de valider ces hypothèses, nous proposons d'usiner une série de pièces de formes différentes avec les stratégies d'usinage selon des plans parallèles et à hauteur de crête constante. L'exemple de la sphère posée sur un plan est très représentatif des gains que l'on peut obtenir avec la stratégie d'usinage à hauteur de crête constante car cette surface exhibe une variation très importante de l'orientation de la normale. A l'inverse, les deux stratégies engendrent les mêmes trajets pour usiner un plan. Les surfaces de test sont donc issues de la déformation d'un plan en une sphère posée sur un plan et raccordée en tangence. De cette transformation nous extrayons sept surfaces, variant du plan à la sphère, et paramétrées par l'orientation de la tangente au raccordement entre la sphère et le plan (figure 56). Le long d'un trajet plan, ces surfaces présentent donc des variations d'orientation de la normale avec une amplitude pouvant aller de zéro à  $\pi/2$ . Chacune d'entre elles est donc susceptible d'engendrer des comportements de trajet outil différents.

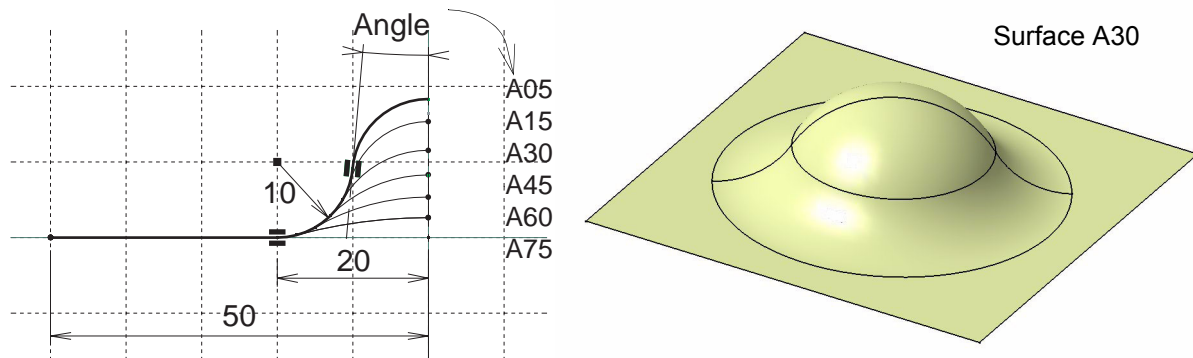


Figure 56 : Surfaces d'essai

## 5.2 Conditions d'essai

L'outil sélectionné est de type hémisphérique de rayon égal à 5 mm, la hauteur de crête programmée de 10  $\mu\text{m}$ , et la vitesse d'avance programmée de 4000 mm/min. Seule une moitié de la pièce est usinée pour des raisons de symétrie et la couverture de la surface est de type zig-zag avec une macro de lien entre chaque passe.

Les trajets sont générés à l'aide de la surface d'usinage pour les deux stratégies. La géométrie de chaque surface usinée nous permet une modélisation exacte des surfaces offsets que sont la surface d'usinage et la surface à hauteur de crête constante.

Chaque trajet est composé de points uniformément répartis qui sont envoyés à la commande numérique. Nous distinguerons trois cas de pilotage de l'outil. Un pilotage en interpolation linéaire, l'outil se déplaçant en ligne droite entre deux points du trajet. Un pilotage en interpolation polynomiale dit «à la volée», la commande numérique interpole les points au fur et à mesure de l'usinage. Cette fonctionnalité étant offerte dans la commande numérique que nous utilisons, la Sinumerik 840D de Siemens. Et enfin un pilotage en interpolation polynomiale dit «natif», les trajets sont décrits dans un format polynomial Bspline à la sortie du logiciel de FAO.

## 5.3 Résultats

Parmi les différents usinages, la figure 57 montre l'usinage d'une des surfaces avec les deux stratégies. On voit nettement un resserrement des passes sur la gauche pour la stratégie de guidage du centre de l'outil selon des plans parallèles.

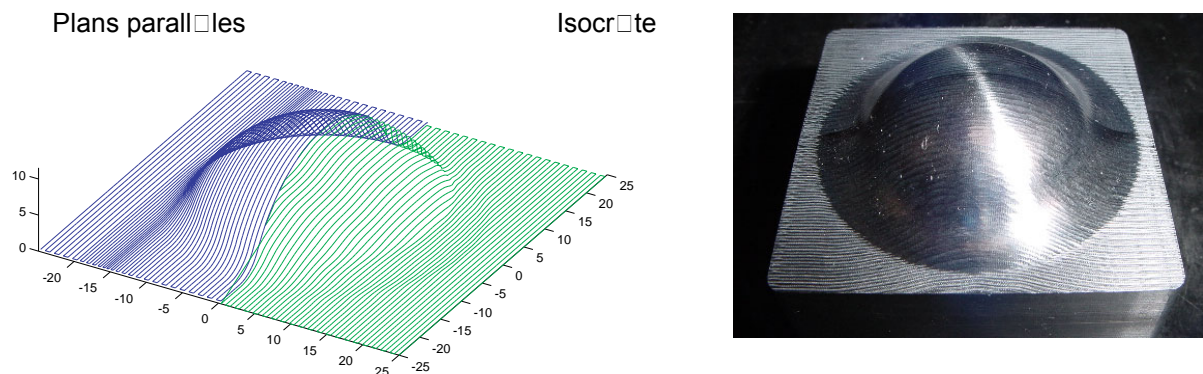


Figure 57 : Trajectoires en stratégies plans parallèles et isocrêtes

La figure 58 illustre les temps d'usinage relevés à vide pour chacune des surfaces de test, chacune des stratégies et chaque type de pilotage de l'outil. On observe que pour les surfaces relativement tendues avec des variations de normale faibles, la stratégie d'usinage par plans parallèles est plus rapide que la stratégie à hauteur de crête constante avec un gain de temps pouvant aller jusqu'à 25% en interpolation linéaire. Par contre, pour les surfaces avec des courbures plus prononcées et donc des variations d'orientation de normale plus importantes, la stratégie à hauteur de crête constante est plus rapide avec des gains de temps d'environ 20% pour l'interpolation polynomiale native.

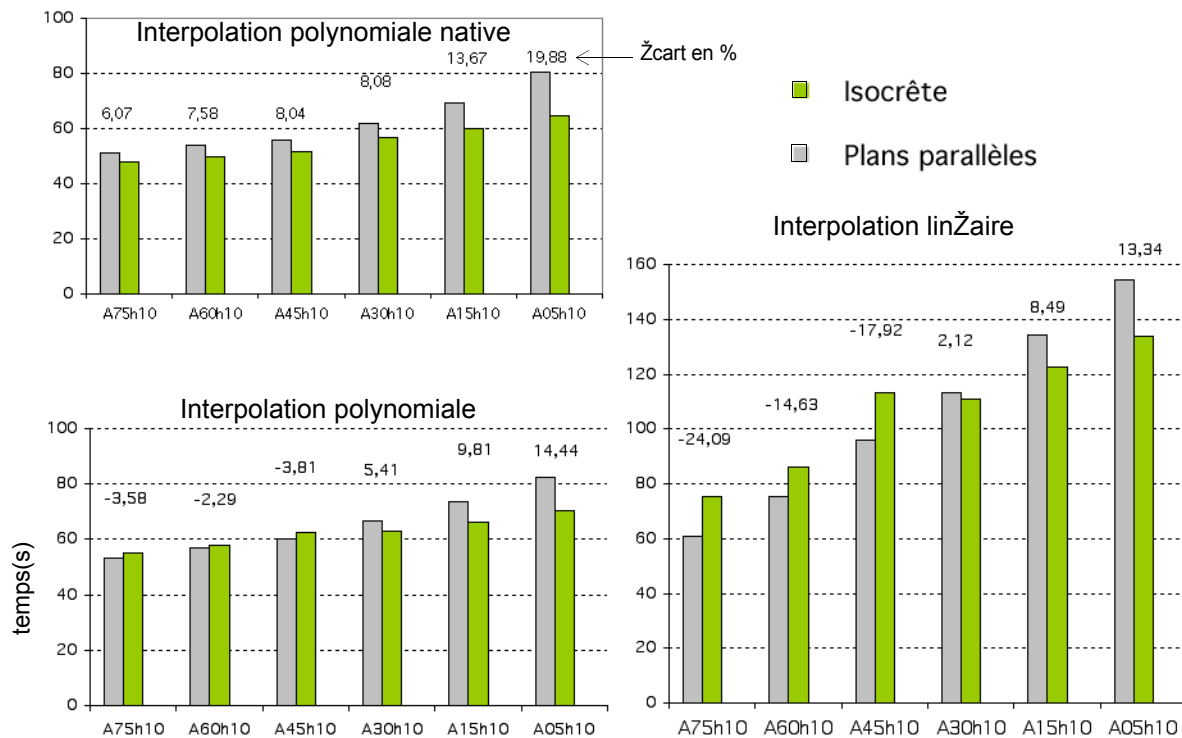


Figure 58 : Comparaison des temps d'usinage

Afin de comprendre le comportement des deux stratégies plus en détail, nous avons calculé la longueur des trajets d'usinage pour chaque usinage et nous en avons déduit la vitesse d'avance réelle moyenne dans chaque cas.

Les résultats montrent que la vitesse d'avance effective n'est pas la vitesse d'avance programmée et qu'elle varie selon les paramètres de nos essais (figure 59). Globalement, la vitesse d'avance effective est toujours plus grande pour la stratégie en plans parallèles, quel que soit le mode d'interpolation. On observe également que la différence de longueur parcourue entre les stratégies augmente au profit de la stratégie isocrête. Ainsi le temps d'usinage pour la stratégie isocrête devient plus favorable quand la supériorité de la vitesse d'avance en plans parallèles ne suffit plus à combler la différence de distance à parcourir.



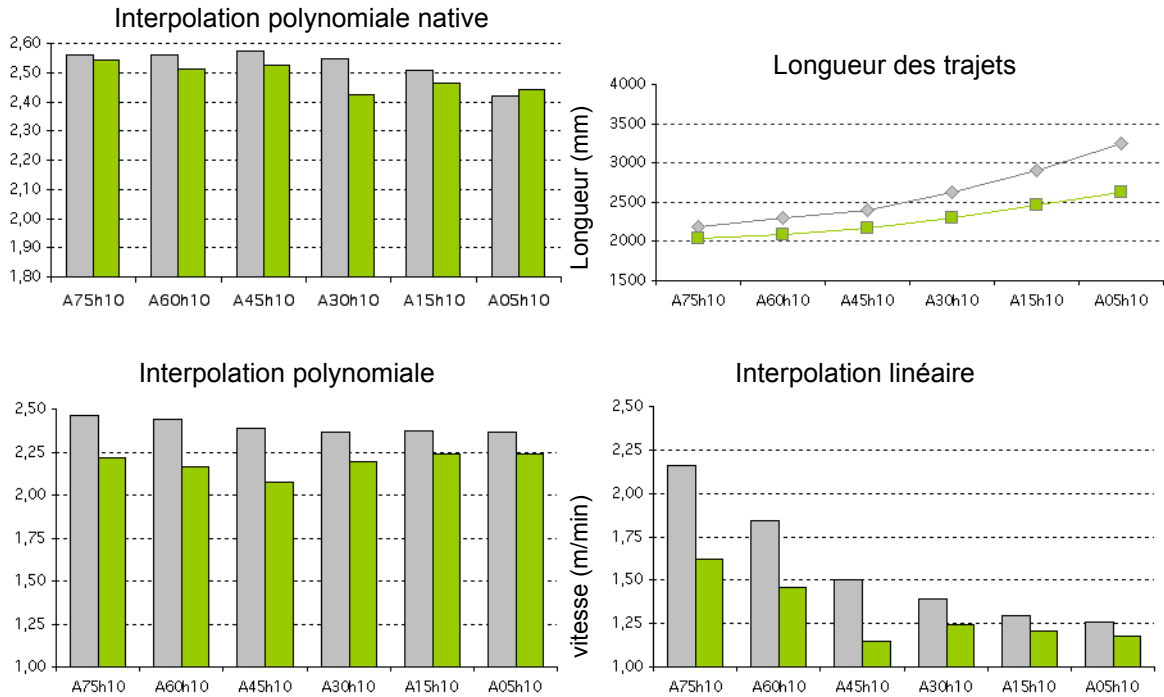


Figure 59 : Comparaison des vitesses d'avance moyenne

#### 5.4 Etude des vitesses d'avance effectives

La différence entre les vitesses d'avance selon la stratégie employée, en interpolation polynomiale d'une part et en interpolation linéaire d'autre part, peut provenir de la géométrie des trajets. Nous avons donc mesuré la vitesse d'avance effective sur des trajets de formes caractéristiques que l'on retrouve sur nos usinages. Une fois de plus, c'est la commande numérique utilisée qui permet ces relevés.

Nous avons isolé quatre trajets caractéristiques : le trajet rectiligne, le trajet plan horizontal, le trajet plan vertical et le trajet quelconque tridimensionnel. Nous avons extrait de chacun des usinages la nature des trajets générés. Le critère de séparation des différents types de trajet est basé sur le rapport entre la longueur, la hauteur et la largeur des volumes associés aux trajets (figure 60).

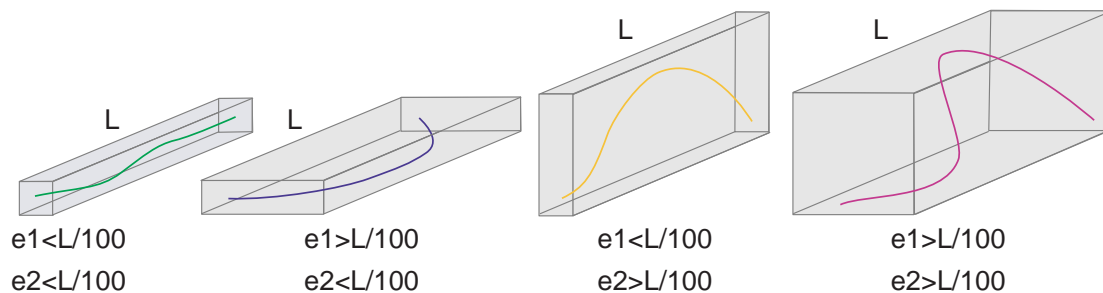


Figure 60 : Types de trajets

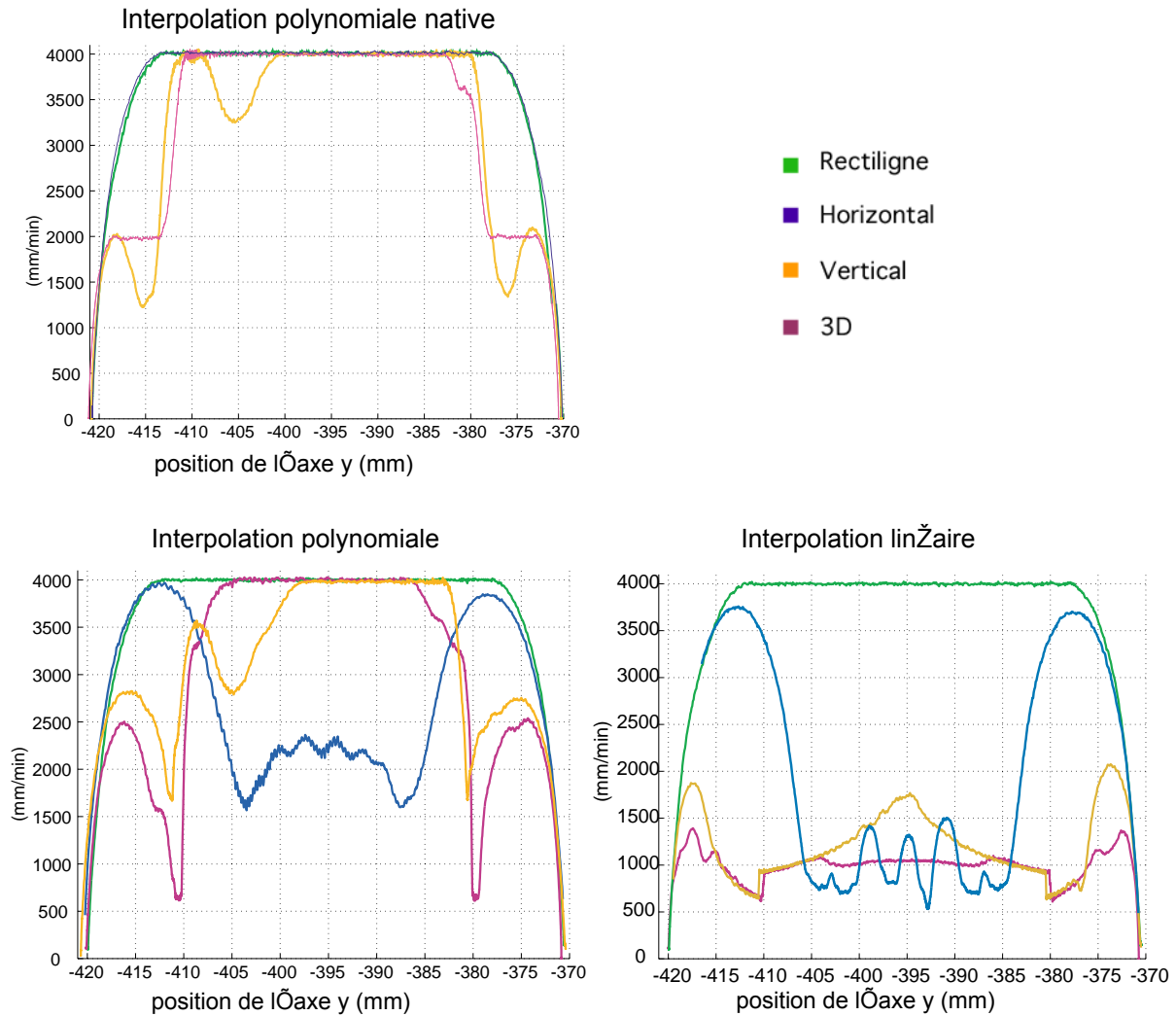


Figure 61 : Comparaison des vitesses effectives sur les 4 trajets types

Manifestement, la vitesse d’avance effective dépend de la géométrie du trajet (figure 61). La vitesse moyenne effective est maximum pour les trajets rectilignes et minimum pour les trajets tridimensionnels, pour un type d’interpolation donné.

Ceci paraît cohérent car les trajets non rectilignes présentent des discontinuités en courbure entraînant soit la lecture d’un nouveau bloc en interpolation polynomiale native, soit la construction d’une nouvelle courbe en interpolation polynomiale à la volée.

Il faut également prendre en compte les ralentissements causés par les limites d’accélération lorsque qu’un axe est soudainement sollicité. C’est le cas lorsque l’outil passe de la partie plane à la partie torique, et ensuite à la partie sphérique.

D’autre part, si l’on compare les modes d’interpolation entre eux, la différence de vitesses entre l’interpolation polynomiale et l’interpolation linéaire provient également du temps de

préparation des blocs de programme ISO trop long en interpolation linéaire par rapport à la vitesse programmée. La machine ne peut pas usiner plus vite que la commande ne lit les blocs de code [VALETTE et al 2000].

La typologie des trajets retenue nous a permis d'établir la composition de chacun des usinages programmés (figure 62). Globalement, la stratégie en plan parallèle génère des trajets rectilignes et horizontaux et la stratégie isocrête des trajets des quatre types. Ceci explique donc la différence observée sur les vitesses d'avance effectives moyennes (figure 59). Pour la stratégie isocrête, la répartition des différents types de trajets est en accord avec les comportements observés sur les vitesses d'avance effectives : moins il y a de trajets rectilignes, plus la vitesse moyenne est faible (figure 59 et figure 61). Le cas des usinages A60iso10 et A45iso10 est intéressant car le trajet initial de leur génération n'est pas le même que pour les autres usinages isocrêtes. Ceux-ci ont été générés à partir du milieu de la pièce au lieu du bord plan de la pièce. Ils ne possèdent donc que très peu de trajets rectilignes par rapport aux autres usinages isocrêtes mais plus de trajets horizontaux. Nous pouvons donc en conclure qu'avec une même stratégie isocrête et pour une même géométrie, le temps d'usinage résultant n'est pas constant selon le choix du trajet initial.

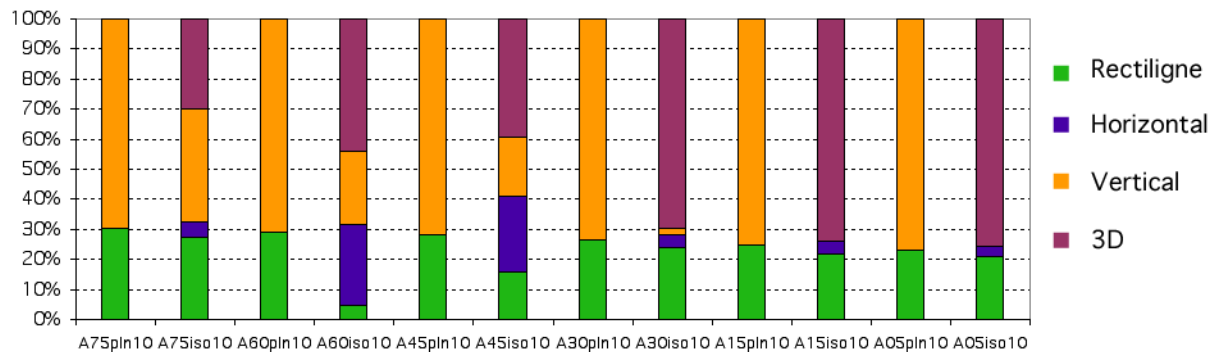


Figure 62 : Nature des trajets pour chaque usinage

## 5.5 Conclusion

La stratégie isocrête couplée à l'interpolation polynomiale native apparaît comme la solution optimale pour minimiser le temps d'usinage. En interpolation polynomiale native, la stratégie isocrête obtient les meilleurs résultats car la commande numérique parvient à maintenir une vitesse d'avance soutenue quelle que soit la géométrie du trajet. C'est la situation pour laquelle la stratégie isocrête montre tout son intérêt.

Pour les autres types d'interpolation et selon la géométrie des pièces à usiner, la stratégie d'usinage à hauteur de crête constante n'est pas toujours plus rapide que le guidage par plans parallèles. La stratégie d'usinage selon des plans parallèles génère des trajets plus longs mais beaucoup plus faciles à suivre par la commande numérique, donc plus rapides. La stratégie isocrête génère plus de trajets de type tridimensionnel qui sont plus difficiles à gérer par la commande numérique. La vitesse d'avance effective s'en trouve diminuée et le temps d'usinage est plus long.

De plus, une même surface usinée en stratégie isocrête peut présenter des temps d'usinage différents en fonction du trajet initial choisi. La détermination du trajet qui initie le calcul apparaît donc comme un élément clef de cette stratégie.

## 6. Conclusion

Nous avons développé une nouvelle méthode de génération de trajectoires à hauteur de crête constante basée sur le concept de la surface d'usinage. La première étude a porté sur le fraisage à 3 axes avec un outil hémisphérique qui constitue le mode d'usinage le plus répandu pour réaliser les moules et les matrices.

Nous avons tout d'abord mené une étude qualitative des méthodes publiées dans la littérature afin d'établir des critères de comparaison avec l'approche que nous proposons. La formulation géométrique du problème à résoudre diffère selon les méthodes et seule une d'entre elles pose le problème de manière exacte [SARMA, DUTTA 1997]. De plus ces méthodes utilisent des hypothèses simplificatrices qui engendrent des erreurs sur la hauteur de crête résultante. Les deux critères qualitatifs communs que nous avons retenus sont l'approximation de la courbure et l'association de courbes. L'étude quantitative résultante a montré que contrairement aux autres, notre approche laisse des crêtes conformes à la valeur visée.

Le concept de la surface d'usinage apparaît comme un excellent support à la génération de trajectoires isocrêtes car il nous permet d'utiliser différentes géométries d'outil tout en conservant la même formulation mathématique. Ainsi le modèle développé pour l'outil torique s'applique pour l'outil hémisphérique et permet par extension de passer à l'usinage à 5 axes sans difficultés. Cependant, il ne s'applique pas pour l'outil cylindrique à cause de la discontinuité en tangence causée par l'arête vive.

La mise en oeuvre de la méthode en fraisage à 3 et 5 axes avec des outils hémisphériques et toriques a permis d'obtenir des crêtes de hauteur constante. La méthode est donc viable pour le calcul des trajectoires isocrêtes. Néanmoins, le calcul effectif est conditionné par la géométrie de la surface. Nous avons montré que la forme des trajets générés par la stratégie isocrête est sujette aux variations de courbures des surfaces usinées, ce qui peut empêcher l'aboutissement du calcul. De plus, en terme de productivité, l'étude des temps d'usinage et de la typologie des trajets (figure 60) a montré l'influence primordiale du choix du trajet initial sur la forme des trajets. La partie suivante aura donc pour objet d'analyser plus en détail les difficultés de planification des trajectoires isocrêtes.

**Chapitre 4**  
**Difficultés de planification**  
**en stratégie isocrête**

## 1. Introduction

Contrairement aux stratégies d'usinage selon des plans parallèles ou selon les isoparamétriques des surfaces pour lesquelles la direction des trajectoires successives est imposée, la stratégie d'usinage isocrête ne permet pas de prédire le comportement des trajectoires à l'avance. La génération de trajectoires isocrêtes est un calcul déterministe dépendant des quatre paramètres que sont le trajet initial, la géométrie de l'outil, la surface à usiner et la hauteur de crête spécifiée. En fonction de ces paramètres, l'allure ou la répartition des trajets sur la surface est différente. C'est ce que nous avons pu observer dans le chapitre précédent lors des tests comparatifs sur les temps d'usinage où le choix du trajet qui initie le calcul est déterminant. Nous avons constaté que les trajets générés couvraient la totalité de la surface mais que leur forme dépendait du choix du trajet initial.

Cependant, il existe des cas où la complétude du calcul ne peut pas être assurée à cause de la géométrie des trajets générés. C'est par exemple le cas lors de l'apparition de boucles dans les trajets. Ce phénomène déjà mentionné dans la littérature [SURESH, YANG 1994] [SARMA, DUTTA 1997] n'a pas fait l'objet d'explications complémentaires. La solution proposée est de supprimer les boucles à l'image de ce que l'on fait pour l'usinage des poches en colimaçon [SUH, LEE 1990].

Parmi les problèmes de planification que l'on peut rencontrer lors de l'utilisation d'une stratégie isocrête, cette partie traite plus particulièrement de l'apparition des boucles et des méthodes envisagées pour les éliminer.

## 2. Apparitions de boucles dans les trajets

Lors de la génération des trajectoires de l'outil en fraisage à 3 axes avec un outil hémisphérique, le rayon de courbure de la trajectoire de l'outil évolue et peut devenir plus petit que le rayon de l'outil. Dans ce cas, la surface tuyau associée au trajet de l'outil est dégénérée car elle s'auto-intersecte (figure 63), les trajets résultants présentent donc des boucles. La stratégie d'usinage perd alors tout son intérêt car l'outil passe plusieurs fois au même endroit diminuant d'autant la productivité de l'usinage.

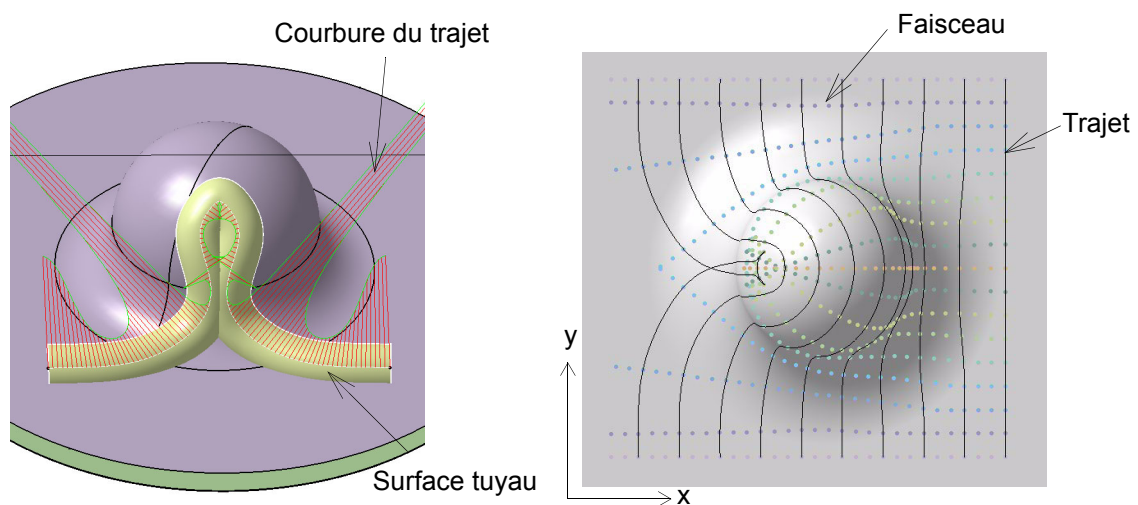


Figure 63 : Apparition de boucles sur les trajets

Nous avons vu précédemment que la méthode de génération de trajectoires isocrètes avec un outil hémisphérique permet de construire les différentes positions de l'outil sous forme de matrice. Cette matrice se remplit indifféremment par lignes ou par colonnes. Les colonnes de cette matrice sont les trajets de l'outil et nous appelons les lignes les faisceaux (figure 63).

### 2.1 Etude des paramètres influents

Nous proposons d'étudier les divers paramètres susceptibles d'influencer l'allure des trajets jusqu'à former une boucle. Il s'agit de la géométrie de la surface nominale, de la hauteur de crête, du rayon de l'outil et du trajet initial. Nous avons retenu comme surface de test la sphère raccordée en tangence sur un plan (figure 63). Le trajet initial est un trajet rectiligne situé dans le plan  $x = 22 \text{ mm}$ . On génère les trajets en faisant varier le rayon de l'outil (2, 4, 5, 6, 8 mm) et la hauteur de crête (10, 5, 2, 1  $\mu\text{m}$ ). On observe le comportement des faisceaux de points. Lorsque deux faisceaux se croisent, cela signifie que le trajet de l'outil forme une boucle.



Les résultats (annexe D, page 152) montrent que quels que soient les paramètres de hauteur de crête et de rayon outil, il y a toujours apparition de boucles. Pour un cas donné on peut faire les observations suivantes (figure 64) :

- le faisceau passant par le sommet de la sphère n'est pas dévié,
- les faisceaux ne sont pas déviés sur le plan,
- la symétrie de la pièce est respectée,
- les déviations sur la partie torique sont différentes selon le point considéré.

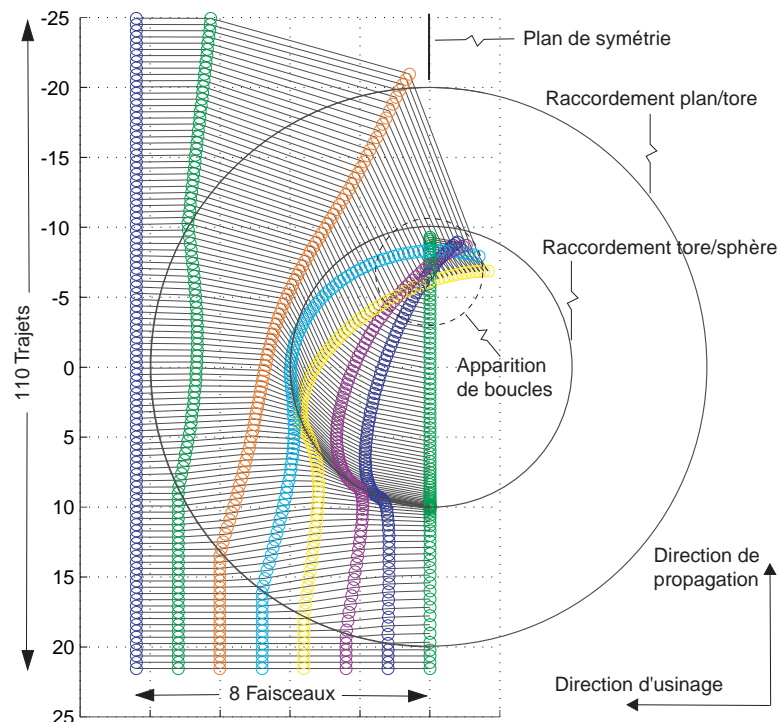


Figure 64 : Trajets et faisceaux générés (test avec  $R = 5 \text{ mm}$  et  $hc = 0.005 \text{ mm}$ )

Nous avons également fait varier la position du plan contenant le trajet initial jusqu'au sommet de la sphère. En aucun cas le calcul des trajectoires n'a pu être mené à son terme sans faire apparaître de boucles.

## 2.2 Analyse du phénomène

Après avoir étudié l'évolution de l'allure des trajets sur la surface de test en fonction de la hauteur de crête, du rayon outil et du trajet initial, on constate que c'est la composante du vecteur normal à la surface dans la direction du trajet d'usinage qui est la source du bouclage des trajets. En effet, les plans de coupe dans lesquels sont calculés les points du trajet suivant sont orientés par la tangente au trajet de l'outil. Cette tangente est donnée par le produit vectoriel de la normale à la surface avec la normale à la surface tuyau courante. Initialement, les

points de calculs sont répartis sur une droite et la surface d'usinage est plane. Tant que les trajets sont construits sur la partie plane, le produit vectoriel considéré donne donc toujours un vecteur dirigé selon  $y$  (figure 65).

$$P_1 C_{L2} = \begin{bmatrix} P_1 C_{L2x} \\ 0 \\ P_1 C_{L2z} \end{bmatrix} \quad n = \begin{bmatrix} n_x \\ 0 \\ n_z \end{bmatrix} \quad f_L = P_1 C_{L2} \wedge n = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{bmatrix}$$

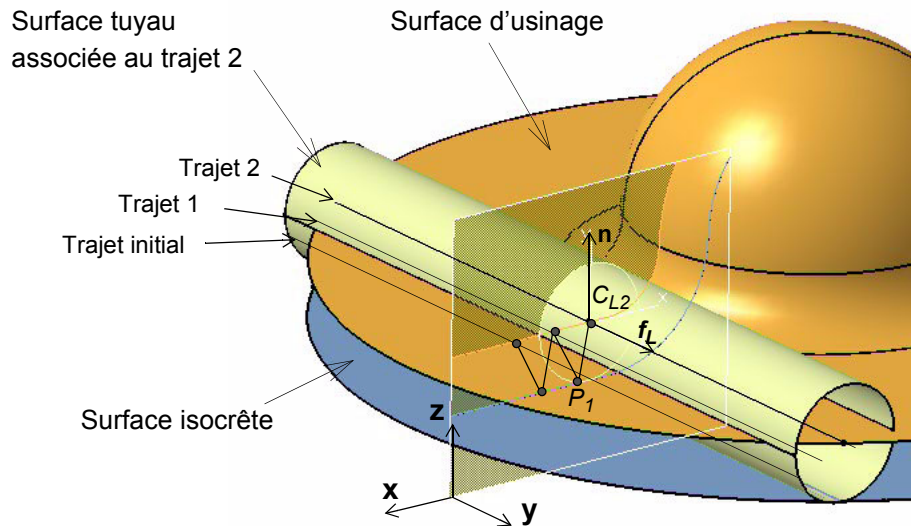


Figure 65 : Calcul de la tangente au trajet

Ceci explique le comportement des points des trajets sur la surface plane, ainsi que le comportement du point qui passe par le sommet de la sphère.

Lorsque le point à déterminer se trouve sur le tore, la normale à la surface présente trois composantes non nulles.

$$P_1 C_{L2} = \begin{bmatrix} P_1 C_{L2x} \\ 0 \\ P_1 C_{L2z} \end{bmatrix} \quad n = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad f_L = P_1 C_{L2} \wedge n = \begin{bmatrix} f_{Lx} \\ f_{Ly} \\ f_{Lz} \end{bmatrix}$$

La tangente au trajet de l'outil est alors quelconque donc celui-ci est dévié. Nous ne maîtrisons donc pas la direction des trajets isocrêtes, celle-ci ne dépend que de l'orientation de la normale à la surface dans la direction d'usinage au point considéré.

Lors des essais sur la sphère, une situation particulière mais prévisible a été observée lorsque le trajet initial se situe dans le plan vertical passant par le sommet de la sphère. Le faisceau dont le premier point est exactement sur la courbe de raccordement entre le tore et la sphère reste sur cette courbe et fait le tour de la sphère indéfiniment (figure 66).

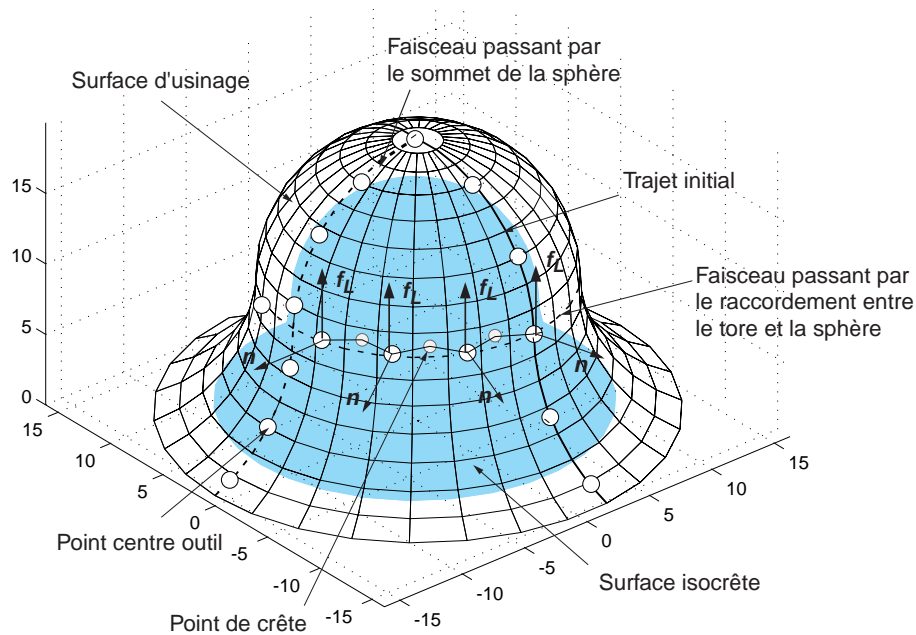


Figure 66 : Faisceau enroulé autour de la sphère

### 2.3 Solutions envisagées

Deux types de méthodes sont à considérer pour contrer l'apparition des boucles. D'une part les méthodes qui altèrent la hauteur des crêtes et d'autre part les méthodes qui maintiennent le caractère isocrète des trajets de l'outil. C'est le cas de la suppression des boucles et de l'utilisation de l'usinage à 5 axes qui nous offre des degrés de liberté supplémentaires.

- La suppression des boucles

Cette approche est celle proposée dans [SURESH, YANG 1994]. L'inconvénient de cette technique est qu'elle engendre des discontinuités en tangence le long des trajectoires. Aussi si les vitesses d'avance sont trop élevées par rapport aux possibilités dynamiques du couple machine et commande numérique, l'outil risque de laisser une marque sur la pièce.

- Le passage au fraisage à 5 axes

L'utilisation du fraisage à 5 axes nous permettrait d'imposer la direction d'usinage de notre choix tout en faisant évoluer les angles de rotation pour assurer une crête de hauteur constante.

- Stratégies isocrètes dégradées

Les méthodes envisagées permettent d'assurer la complétude du trajet en maintenant les faisceaux dans des plans parallèles. La hauteur de crête résultante n'est plus constante, mais la répartition des trajets de l'outil sur la surface est plus homogène.

La mise en oeuvre des deux dernières approches est développée dans la suite du mémoire.

### 3. Stratégie isocrête et plans parallèles en fraisage à 5 axes

Cette stratégie consiste à guider l'outil selon des plans parallèles tout en utilisant les deux degrés de liberté en rotation pour garantir la formation d'une crête de hauteur constante. L'intérêt d'une telle stratégie est d'éviter le bouclage des trajets en imposant leur géométrie à l'avance. Cependant, le temps d'usinage n'est pas optimum puisque l'on ne se trouve pas dans les conditions de couverture maximum de la surface à chaque passe.

La surface d'orientation n'étant pas définie à l'avance, la méthode s'appuie sur la surface de guidage lieu du point piloté  $K$ .

#### 3.1 Mise en équation

Tout comme pour les autres géométries d'outil, la détermination des positions de l'outil et de l'orientation de l'axe se décompose en deux étapes : détermination des points de crête puis des positions de l'outil. Le trajet initial est connu ainsi que l'orientation de l'axe sur ce premier trajet. La première crête est alors calculée. Nous nous fixons un ensemble de plans de guidage parallèles et distants de  $d$ . Il s'agit alors de calculer l'orientation de l'outil en fonction de l'abscisse curviligne de sa position sur le trajet suivant. Le processus continue ensuite en répétant ces deux étapes (figure 67).

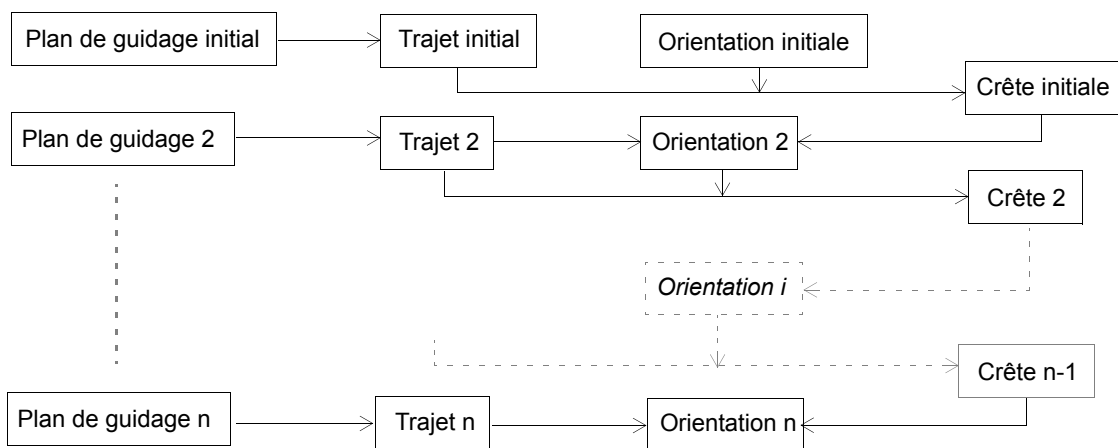


Figure 67 : Algorithme de génération de trajectoires en plans parallèles isocrêtes

Lors de la première étape, il faut trouver le point de crête  $P$  associé à une position du centre de l'outil  $C_L$  initiale et d'une orientation de l'axe outil donnée. Le système d'équations est

identique à celui utilisé dans le cadre de l'usinage à 5 axes avec un outil torique en stratégie isocrête conventionnelle.

La deuxième étape diffère des autres cas déjà traités. Nous devons, à partir d'un point de crête et d'un trajet outil donné sur la surface de guidage, trouver la position de l'outil sur le trajet ainsi que l'orientation de son axe. Dans un premier temps et pour faciliter les calculs, l'angle de pivotement est fixé à zéro. Les conditions géométriques à respecter sont les suivantes :

- le point piloté  $K$  est élément de la surface de guidage,
- le point piloté  $K$  est élément du plan de guidage,
- le point de crête  $P$  est élément de la partie active de l'outil,
- la normale au tore en  $P$  est perpendiculaire à la tangente à la crête  $T$ .

Nous avons donc à faire à un système non linéaire de quatre équations à quatre inconnues ( $K_x, K_y, K_z, \theta_t$ ) que l'on transforme en un système non linéaire de deux équations à deux inconnues  $t$  et  $\theta_t$  avec  $t$  le paramètre décrivant la courbe intersection de la surface de guidage et du plan de guidage et  $\theta_t$  l'angle d'inclinaison.

Les deux équations sont :

$$((C_L - P)_x^2 + (C_L - P)_y^2 + (C_L - P)_z^2 + R^2 - r^2)^2 - 4R^2((C_L - P)_x^2 + (C_L - P)_y^2) = 0 \quad (46)$$

$$(\mathbf{n}_{outil} \cdot \mathbf{T})_P = 0 \quad (47)$$

La difficulté de résolution d'un tel système réside une fois encore dans la recherche d'une solution initiale permettant la convergence de l'algorithme de résolution.

Nous détaillons le comportement des équations (46) et (47) afin de trouver un moyen efficace de déterminer une solution initiale. Pour cela nous avons considéré l'usinage d'une portion de cylindre de révolution selon les arcs de cercle. Un calcul précédent nous a permis de déterminer un point de crête à partir d'un premier point sur le trajet initial. La figure 68 est la représentation graphique des solutions des deux équations en fonction de l'abscisse curviligne du point piloté sur le trajet et de l'angle de pivotement. Les solutions de l'équation (46) sont représentées en trait plein (identifiées par des chiffres), et illustrent l'appartenance du point de crête  $P$  à la partie active de l'outil modélisée par un tore complet. Les courbes en pointillés (identifiées par des lettres) représentent les solutions de l'équation (47), condition selon

laquelle la normale à l'outil passant au point de crête  $P$  est orthogonale à la tangente à la crête  $T$ .

Les solutions mathématiquement possibles sont au nombre de six, mais seule une d'entre elles assure un posage de l'outil sur la surface sans interférences. Les quatre solutions isolées représentées par les couples de courbes (1,b) et (2,c) sont les cas où l'outil usine le point de crête avec sa partie arrière. La courbe 3 décrit les situations pour lesquelles l'outil usine le point de crête sur sa partie avant. La raison pour laquelle cette zone ne s'étend pas jusqu'aux valeurs proches de  $\pi/2$  de l'angle d'inclinaison (zone a) est que le rayon effectif de l'outil est alors trop petit pour atteindre le point de crête. De plus, l'ensemble des solutions est restreint car on doit également assurer la non interférence entre l'outil et la surface. L'angle d'inclinaison doit donc se situer dans l'intervalle  $[0 \pi/2]$ . Aussi seule une solution subsiste, à l'intersection du couple de courbes (3,d), symbolisée par la zone 4.

Le choix de la solution initiale du calcul est facilité car la courbe d couvre tout l'intervalle de variation du paramètre angulaire. Autrement dit, quel que soit l'angle d'inclinaison, lorsque l'outil parcourt le trajet considéré, il existe toujours une solution à l'équation (47).

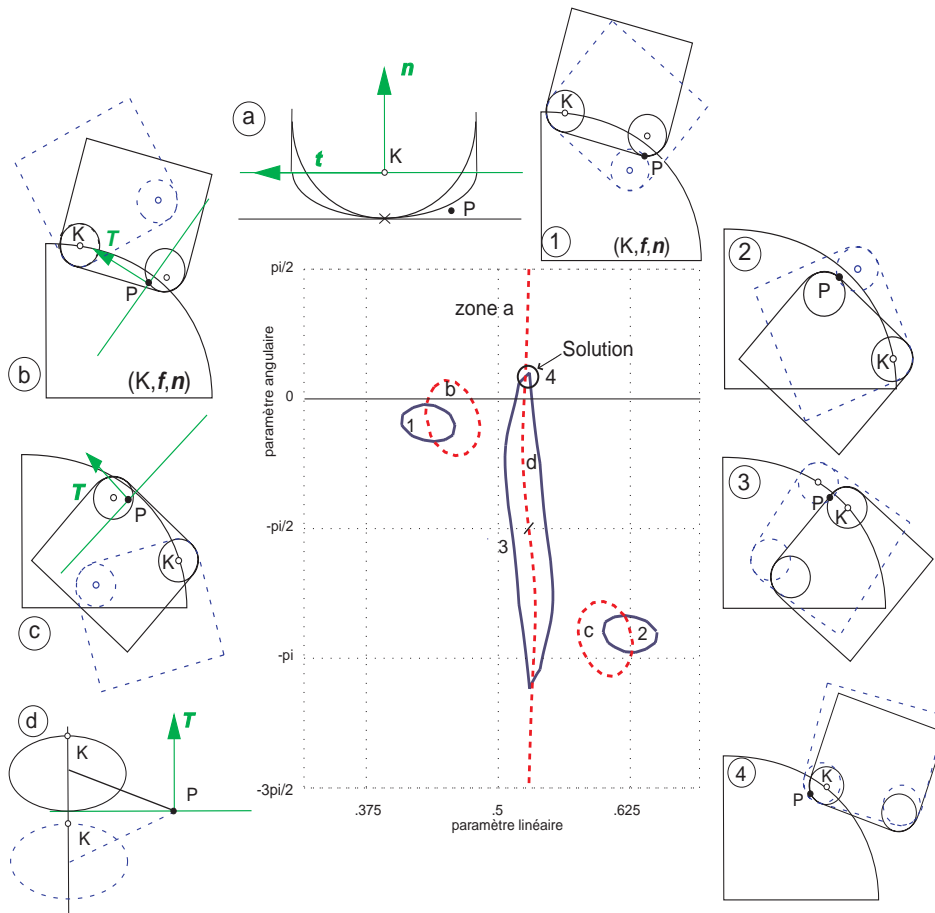


Figure 68 : Représentation graphique des solutions

### 3.2 Application

Nous avons mis en oeuvre cette approche sur une surface présentant des variations de courbure telles que pour une stratégie isocrête standard, les vitesses des faisceaux auraient été différentes et auraient occasionné l'apparition de repliements des trajectoires.

La première étape consiste à établir l'ensemble des trajets sur la surface de guidage. Les trajets ont été calculés par intersection d'un réseau de plans parallèles avec la surface de guidage (figure 69).

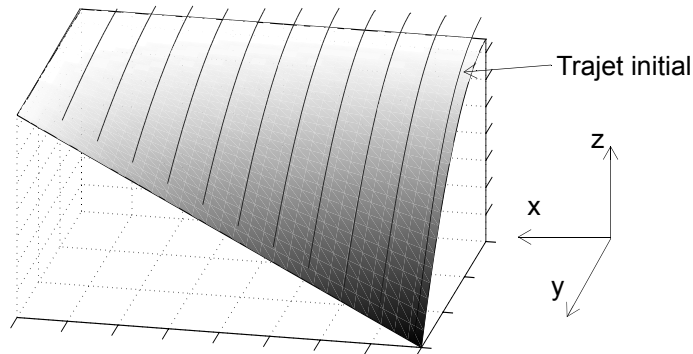


Figure 69 : Construction des passes sur la surface de guidage

L'orientation de l'axe de l'outil sur le premier trajet est donnée de manière à calculer la première crête. Ce calcul est commun à toutes les stratégies isocrêtes avec un outil hémisphérique. Ensuite, on détermine la position du point piloté  $K$  de l'outil sur le trajet suivant ainsi que l'angle d'inclinaison de l'axe de l'outil qui génèrent le point  $P$  considéré de la crête. Finalement, nous obtenons pour chaque trajet l'angle d'inclinaison  $\theta_t$  de l'outil en fonction de l'abscisse  $t$  du point piloté  $K$ . Nous avons représenté ces courbes le long des trajectoires d'usinage sur la figure 70.

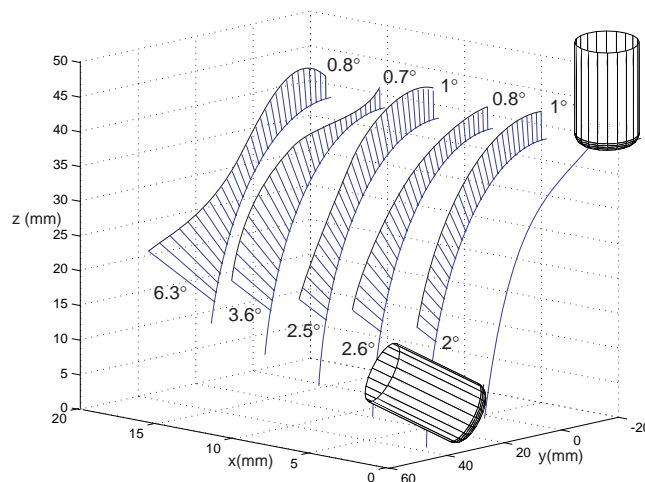


Figure 70 : Variations de l'inclinaison de l'outil le long des trajectoires

On remarque que trajet après trajet, l'amplitude des variations de l'angle d'inclinaison est de plus en plus grande. Aussi, il faut s'assurer que la vitesse d'avance souhaitée génère des vitesses de variation de l'angle d'inclinaison en accord avec le comportement dynamique des axes de rotation de la machine outil.

La hauteur des crêtes résultantes est conforme aux spécifications (figure 71). Les sillons générés par cette stratégie ne sont plus de largeur constante comme avec un outil hémisphérique. De plus, comme dans le cas de la stratégie standard, il y a interférence entre l'outil et la pièce sur le sillon le plus à gauche. L'angle d'inclinaison est trop important.

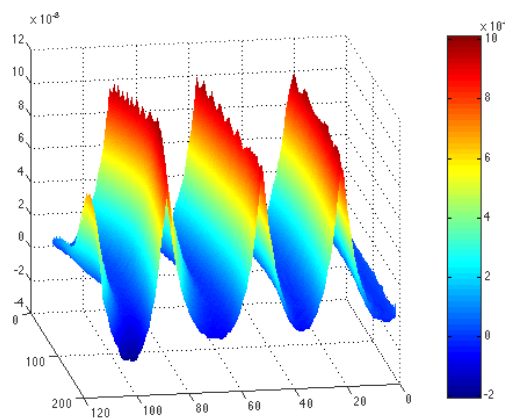


Figure 71 : Crêtes résultantes en 5 axes torique isocrète et plans parallèles

Cependant la complétude de la génération des trajets n'est pas toujours assurée, à cela plusieurs raisons. Tout d'abord, en chaque position de l'outil le long d'un trajet, la couverture de l'outil ou largeur de sillon doit permettre d'atteindre tous les points de crête précédents. Aussi si les positions des points de crête précédents sont trop éloignées du trajet courant, les variations maximum d'orientation de l'axe outil ne suffiront pas à usiner toute la crête. A l'inverse, on peut se trouver dans un cas où la distance entre plans est trop faible, de sorte que la courbe de crête précédente coupe le trajet courant. Cette situation est alors impossible à résoudre.



## 4. Stratégie isocrête dégradée en fraisage à 3 axes et outil hémisphérique

### 4.1 La méthode hybride

L'apparition des boucles est un phénomène produit par les surfaces à forte variation de courbure. Pour contourner ce problème, on propose de dégrader la stratégie isocrête en une stratégie dans laquelle les points d'échantillonnage des trajets sont projetés dans des plans parallèles. Par conséquent la hauteur de crête n'est plus constante. L'avantage de cette approche est que l'apparition de boucles est impossible car les faisceaux de points d'échantillonnage ne se croisent pas. Cependant, comme le montre la figure 72, la méthode ne convient pas car le pas de progression de chaque faisceau n'est pas le même. Cela provoque un retour en arrière de l'outil et plusieurs passages aux mêmes endroits diminuant d'autant la productivité. De plus, ces retours en arrière altèrent la régularité des crêtes laissées par l'outil. Le ralentissement de certains faisceaux est due à la longueur à parcourir ainsi qu'à la courbure de la surface.

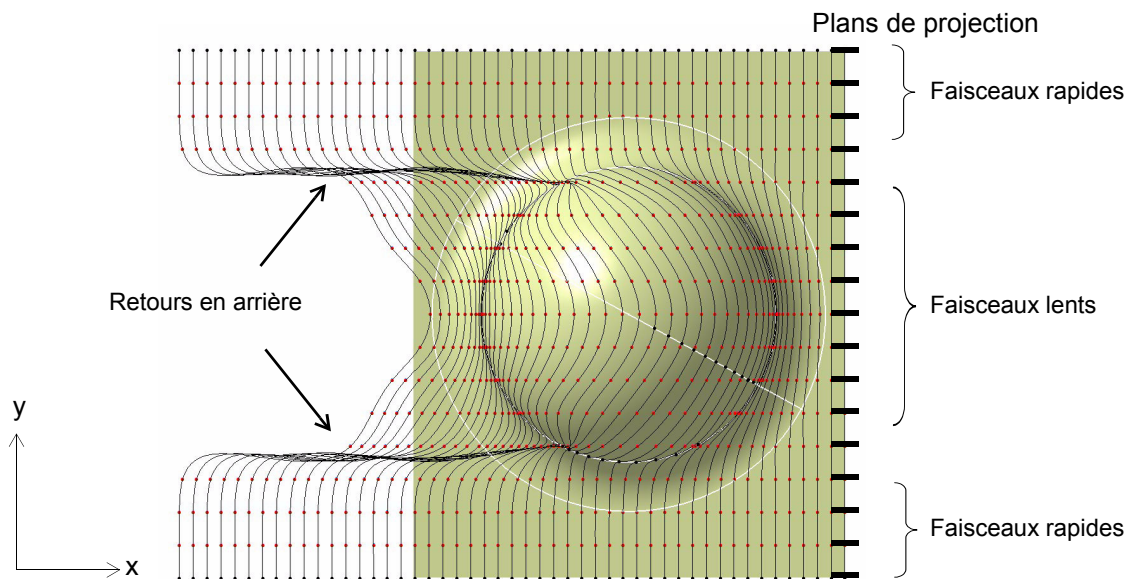


Figure 72 : Méthode hybride

### 4.2 La méthode hybride homogène

Afin de diminuer l'influence de la diversité des vitesses de progression, nous limitons la progression de chaque faisceau par celle du faisceau le plus lent, c'est-à-dire celui qui présente le plus grand nombre de positions de l'outil nécessaires pour respecter la hauteur de crête. La

construction du faisceau le plus lent est inchangée et sert de référence pour la construction des autres faisceaux. Le nombre de trajets calculés sur le faisceau le plus lent est reporté sur les autres faisceaux et réparti uniformément. Cette approche permet d'éviter les retours en arrière et produit une répartition des positions de l'outil relativement homogène (figure 73).

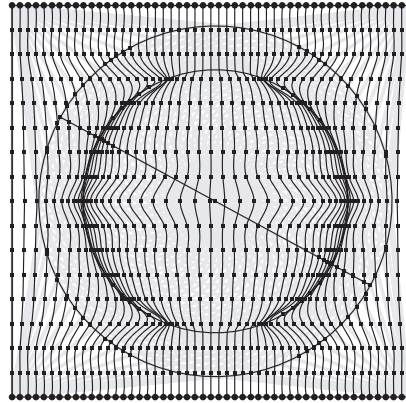


Figure 73 : Méthode hybride homogène

Cependant, le fait de considérer le faisceau le plus lent dans sa globalité ne nous permet pas de garantir une hauteur de crête maximum. En effet ce faisceau peut être composé de zones localement plus rapides que les autres faisceaux (figure 74). Sur l'exemple proposé, le faisceau le plus lent dans sa globalité est le faisceau 2 au milieu. Le remaniement des deux autres trajets par cette approche globale entraîne le non respect de la hauteur de crête au début du faisceau 3 en bas (en rouge). Les parties les plus contraignantes doivent donc être conservées lors du remaniement des faisceaux (en bleu). Il s'agit d'une approche locale. Les positions de l'outil complémentaires sont réparties sur le reste du faisceau.

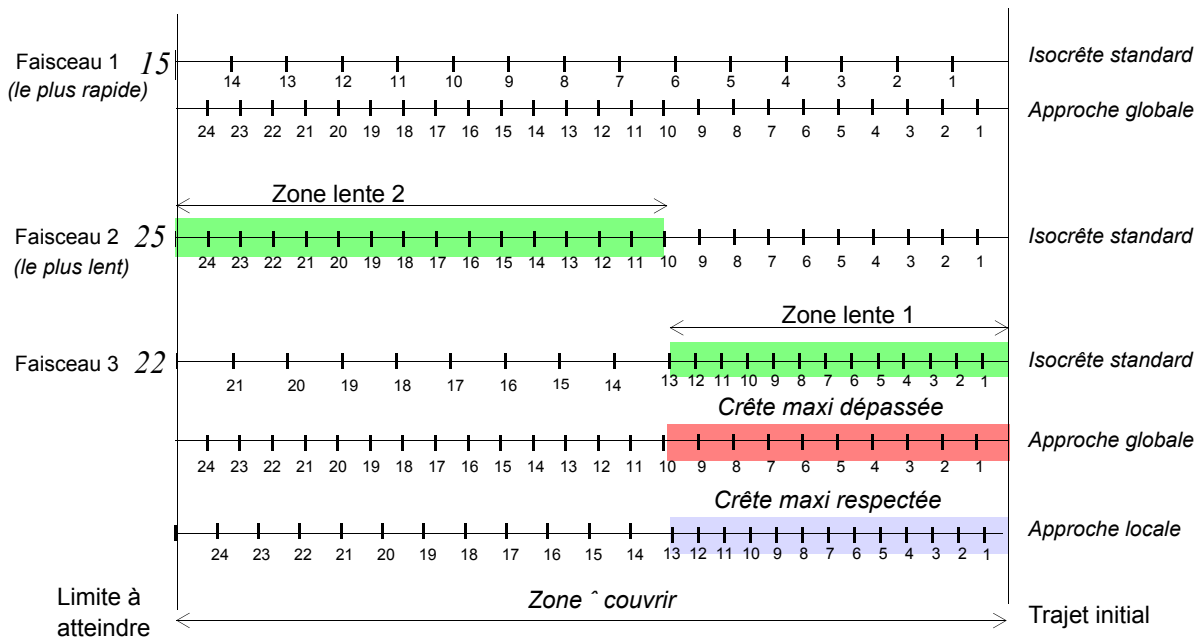


Figure 74 : Répartition des positions de l'outil avec la méthode hybride homogène

### 4.3 La stratégie de guidage du centre de l'outil selon des plans parallèles

La stratégie d'usinage présentée précédemment a de fortes similitudes avec la stratégie d'usinage selon des plans parallèles. Nous détaillons celle-ci afin de comparer les deux stratégies. Soit un usinage en 3 axes avec l'axe de l'outil dirigé selon l'axe  $z$ . A partir de points situés sur un trajet initial plan, nous calculons toutes les positions isocrètes suivantes. Le centre de l'outil se déplaçant dans un plan, il ne peut passer par tous les points calculés. Aussi, afin d'assurer une hauteur de crête maximum sur tout le trajet, le plan de guidage doit passer par le point le plus proche du trajet précédent. Il y a donc un resserrement du trajet dans son ensemble. Ce processus continue jusqu'à la couverture complète de la surface. Cependant, la position du centre de l'outil retenue comme point de passage à chaque itération n'est jamais sur le même faisceau. La hauteur de crête maximum est maîtrisée sur toute la surface (figure 75).

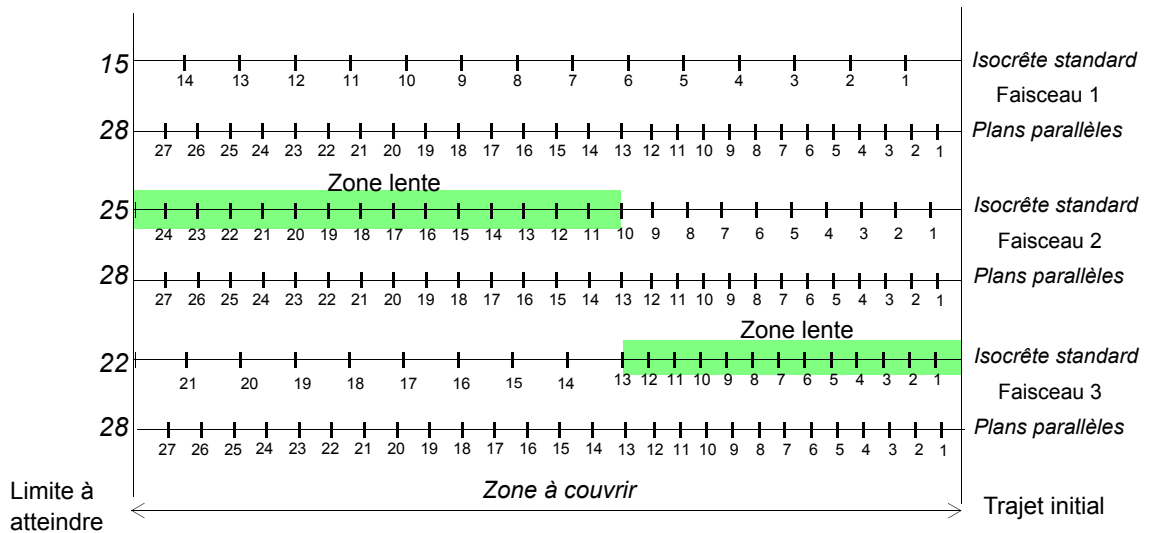


Figure 75 : Répartition des positions de l'outil en stratégie par plans parallèles

### 4.4 Conclusion

En considérant des resserrements entre deux positions de l'outil et non plus sur des trajets entiers, la méthode hybride homogène est similaire à celle utilisée dans la stratégie de guidage par plans parallèles. La différence se situe sur la répartition des points, qui dans le cas des plans parallèles, s'effectue dans le plan de guidage  $xy$  perpendiculaire à l'axe de l'outil  $z$  alors que nous proposons une répartition selon les longueurs curvilignes des faisceaux. La méthode offre une répartition plus homogène des passes que dans le cas d'une stratégie en plans parallèles mais n'apporte pas d'amélioration conséquente sur le temps d'usinage. Le nombre de trajets est juste inférieur et leur géométrie est beaucoup plus complexe donc difficile à suivre par la commande numérique.

## 5. Perspectives

### 5.1 Optimisation de la stratégie isocrête en plans parallèles

L'objectif est de développer une méthode à pas variable pour optimiser la couverture de la surface tout en conservant la stabilité de l'algorithme initial.

Le calcul que nous avons mené précédemment est lié au choix des plans de guidage. La première contrainte que ce choix doit satisfaire est la convergence du calcul. Pour cela chaque courbe de crête doit appartenir à la zone de couverture de l'outil associée à un trajet. Cette zone varie selon la courbure transversale au trajet [LEE 1998]. Aussi, si toutes les zones de couverture successives possèdent une intersection commune d'un bout à l'autre de la surface, nous sommes en mesure de conduire le calcul sur toute la surface. Les courbes de crête doivent être situées dans ces zones de recouvrement.

Nous avons également une contrainte de temps d'usinage à minimiser. En effet, la stratégie de guidage selon des plans parallèles est moins productive que la stratégie isocrête « standard ». Aussi, la valeur de la distance entre passes et la variation de cette distance nous permettent d'optimiser le temps d'usinage. Si les zones de recouvrement possèdent une largeur non nulle, cela signifie que plusieurs courbes de crêtes ou configurations d'orientation de l'axe de l'outil sont possibles. En augmentant la distance entre plans de telle sorte que les zones de recouvrement soient les plus fines, on diminue le temps d'usinage.

La direction des plans est aussi un paramètre que l'on peut modifier pour assurer la convergence du calcul dans certains cas. L'objectif initial étant d'éviter le bouclage des trajets, toute stratégie de guidage qui atteint l'objectif est potentiellement satisfaisante. On pourrait par exemple envisager le guidage de l'outil selon les isoparamétriques des surfaces.

### 5.2 Spécification des trajets isocrêtes

Il s'agit de méthodes permettant la complétude du calcul des trajectoires mais qui altèrent la hauteur des crêtes. Nous imposons au réseau de trajectoires de passer par une ou plusieurs courbes prédéfinies de façon à se prémunir de l'apparition de boucles. Cependant, la manipulation du réseau de trajectoires ne peut pas se faire de n'importe quelle façon si nous ne souhaitons pas lui ôter son caractère isocrête.

Parmi les paramètres qui agissent sur l'allure des trajets, la forme du trajet initial est celui dont la modification entraîne des différences significatives. En effet, le rayon de l'outil est un paramètre dont l'étendue des valeurs n'est pas comparable. De plus, la diminution du rayon de l'outil augmente le nombre de passes et donc le temps d'usinage. D'autre part, la hauteur de la crête ainsi que la surface d'usinage sont des spécifications.

Par trajet initial on sous-entend le trajet qui initialise le calcul des trajets isocrêtes, ce n'est donc pas forcément le premier trajet suivi par l'outil lors de l'usinage.

On peut alors extraire les propriétés suivantes entre les paramètres influents et le réseau de trajectoires générées.

Le rayon de l'outil est fixé ainsi que la hauteur de crête et la surface d'usinage :

- quel que soit le nombre de trajets générés, l'allure des trajets ne dépend que du trajet initial,
- à un trajet initial correspond un unique réseau de trajets isocrêtes,
- on peut spécifier n'importe quel trajet sur la surface, il devient alors trajet initial d'un nouveau réseau de trajets isocrêtes,
- spécifier plus d'un trajet dans un réseau de trajets isocrêtes revient à éliminer la contrainte de hauteur de crête constante. En effet un seul trajet spécifié suffit.

Le trajet initial est fixé ainsi que la hauteur de crête et la surface d'usinage :

- l'allure des trajets varie en fonction du rayon de l'outil,
- à partir d'un trajet initial spécifié, les variations du rayon de l'outil ne permettent pas d'assurer systématiquement le passage du réseau par une courbe spécifiée.

Dans ce cas la détermination du rayon de l'outil peut résulter d'une optimisation dans laquelle on cherche à faire passer un trajet du réseau au plus près de la courbe spécifiée.

La mise en oeuvre de telles méthodes paraît délicate car c'est un procédé interactif durant lequel le trajet initial ou les trajets intermédiaires doivent être définis. Le résultat n'étant pas immédiat, la méthode peut s'avérer longue et fastidieuse.

### **5.3 Influence de la discrétisation du problème sur l'apparition des boucles**

La méthode de génération de trajectoires isocrêtes que nous avons retenue permet d'obtenir une matrice de points échantillonnés auxquels on associe une courbe à la fin du calcul. L'échantillonnage du trajet initial est donc primordial car il conditionne la répartition des

points sur tous les trajets. Deux points très rapprochés sur le trajet initial peuvent être très distants sur le dernier trajet, c'est ce que l'on observe sur la figure 64. Il faut donc s'assurer tout au long du processus que la distance entre les points d'échantillonnage n'est pas trop importante afin de ne pas manquer des détails ou déformations locales de la surface. Dans le cas contraire la hauteur de crête dans ces zones serait en défaut.

D'autre part, la discrétisation initiale conditionne également l'apparition et la détection des boucles. En effet, un calcul peut converger et les trajets couvrir toute la surface sans que l'on détecte l'apparition de boucles parce que la densité de points utilisée n'était pas suffisante pour les provoquer. Les faisceaux ne se croisent pas parce qu'initialement ils ne sont pas assez rapprochés les uns des autres. On peut donc se demander si les trajets ainsi générés sont effectivement des trajets isocrêtes. La crête générée là où la boucle devait survenir n'est sûrement pas conforme aux spécifications.

Parmi les solutions envisageables pour assurer un écartement optimal des faisceaux, on peut augmenter le nombre de points à considérer sur le trajet initial afin d'obtenir une répartition satisfaisante sur le dernier trajet quitte à avoir des zones sans intérêts suréchantillonnées. On peut également générer la matrice des positions de l'outil selon les faisceaux en commençant par les extrémités et procéder ensuite par dichotomie pour assurer la meilleur répartition possible sur tous les trajets. L'échantillonnage est alors adaptatif. Il est également possible d'associer une courbe aux points d'un trajet lorsque l'on a atteint un nombre prédéterminé de trajets. Cette courbe est alors ré-échantillonnée à l'image de la courbe initiale et un nouveau calcul reprend. De cette manière on rattrape des écartements de faisceaux pour qu'aucune zone ne soit oubliée.

Le pas d'échantillonnage est donc un facteur de qualité de la hauteur des crêtes obtenues et de la fiabilité de la complétude du calcul. Cependant, si l'on pouvait quantifier l'influence de l'oubli d'une boucle sur la hauteur des crêtes générées à la place, l'apparition des boucles pourrait être évitée ou maîtrisée en connaissance de cause.

## 6. Conclusion

La stratégie d'usinage à hauteur de crête constante en fraisage à 3 ou 5 axes ne nous permet pas de conduire un calcul de trajectoires sur toute la surface dans certains cas de figures. La forme des trajets générés dépend de plusieurs paramètres que l'on peut faire varier, mais elle dépend surtout de la géométrie de la surface à usiner qui est fixée. Dans la mesure où le choix de l'outil permet d'accéder à tous les points de la surface sans interférences, le problème le plus important est l'apparition des boucles sur les trajets.

Le passage à l'usinage à 5 axes nous permet d'éliminer l'apparition de ce phénomène en dissociant le guidage de l'outil de l'orientation de son axe. Cette séparation des fonctions est à l'image du modèle de la surface d'usinage en 5 axes que nous avons développé. Les résultats obtenus sont encourageants car la hauteur des crêtes est constante. Cependant, les interférences possibles entre la pièce et l'outil ainsi que les capacités dynamiques des axes de rotation de la machine limitent les amplitudes de l'angle d'inclinaison. Les plans de guidage sont alors resserrés ce qui augmente le temps d'usinage.

D'autres approches visant à éliminer les boucles au détriment d'une hauteur de crête constante ont été présentées. Elles sont envisageables lorsque l'on souhaite privilégier l'homogénéité globale de la hauteur des crêtes par rapport aux cas de variations extrêmes que l'on rencontre en stratégie par plans parallèles.

## Conclusions et perspectives

L'amélioration de la qualité des surfaces complexes obtenues en fraisage passe par la réduction des écarts dimensionnels et par la prise en compte des contraintes de fidélité à la forme lors de la génération des trajectoires de l'outil. Le respect de ces contraintes doit conduire à la réalisation d'un produit fidèle au modèle de référence de la maquette numérique, le modèle CAO. Les origines des erreurs constatées sur le produit sont diverses :

- le modèle de référence ne contient pas les spécifications fonctionnelles mais seulement leur représentation géométrique,
- l'utilisation des entités d'usinage en conception intégrée n'est pas exploitée pour les formes complexes,
- en génération de trajectoires, le passage des spécifications géométriques de la surface nominale à l'ensemble discret des positions de l'outil admissibles engendre des erreurs.

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont porté sur l'utilisation du concept de la surface d'usinage pour générer des trajectoires à hauteur de crête constante. Le concept de la surface d'usinage a été développé d'une part pour modéliser les contraintes fonctionnelles de conception et de fabrication des formes complexes, et d'autre part pour améliorer la qualité des trajectoires d'usinage grâce à la représentation surfacique des trajets qu'elle propose.

Pour cela, nous avons tout d'abord défini la géométrie de la surface d'usinage. Pour l'usinage à 5 axes avec outil torique, la surface d'usinage est constituée de deux surfaces, la surface de guidage et la surface d'orientation. La surface de guidage assure un contact tangent entre l'outil et la surface nominale alors que la surface d'orientation permet l'orientation de l'outil. En fraisage à 3 axes, la surface d'usinage est une surface offset généralisée, fréquemment utilisée en génération de trajectoires avec l'outil hémisphérique.



La modélisation explicite que nous avons mise en oeuvre permet à l'utilisateur d'intervenir directement sur la forme de la surface d'orientation par des procédés de déformation de surfaces. Elle a l'avantage d'être facilement intégrable dans l'environnement de programmation. Pour garantir une précision suffisante en génération de trajectoires nous conservons une représentation implicite de la surface d'usinage afin d'éviter les approximations.

Le concept de la surface d'usinage nous a permis de développer une nouvelle méthode de génération de trajectoires à hauteur de crête constante en fraisage à 3 ou 5 axes. Les approches précédemment développées dans la littérature s'appuient sur une résolution dans l'espace paramétrique nécessitant des approximations de la courbure et des associations de courbes par interpolation. Une étude comparative dans le cas du fraisage à 3 axes avec un outil hémisphérique a montré l'apport de notre approche. Celle-ci est plus précise et autorise notamment le passage des discontinuités en courbure. En fraisage à 3 axes, la surface d'usinage nous permet d'utiliser différentes géométries d'outil tout en conservant la même formulation mathématique. Nous avons également étendu notre approche au fraisage à 5 axes avec l'outil torique. Celle-ci ne nécessite pas le calcul de la hauteur de crête pour chaque position de l'outil, ce qui constitue un avantage car c'est un calcul difficile à mener sans approximation.

Théoriquement, le gain en productivité de la stratégie isocrête est d'autant plus grand que la surface à usiner exhibe de fortes variations d'orientation de sa normale dans les plans perpendiculaires au trajet de l'outil. Nous avons donc effectué une étude comparative des temps d'usinage entre les stratégies isocrêtes et plans parallèles, et selon divers formats de description des trajectoires de l'outil. Il s'avère que la stratégie isocrête est plus productive si elle est couplée au format Bspline de description des trajectoires. En effet, la stratégie isocrête génère des trajets fortement tridimensionnels plus difficiles à suivre par la commande numérique que les trajets plans générés par la stratégie par plans parallèles.

Dans des cas extrêmes, la stratégie d'usinage isocrête ne nous permet pas de conduire un calcul de trajectoires sur toute la surface sans faire apparaître de boucles sur les trajets de l'outil. La formation de ces boucles est similaire à celle des boucles rencontrées dans les courbes offsets. Nous avons proposé des approches en fraisage à 3 axes où nous avons privilégié la direction d'avance sur la hauteur des crêtes. Il en résulte une répartition plus homogène des crêtes qu'en stratégie par plans parallèles. Le passage au fraisage à 5 axes nous permet de contrer l'apparition de ce phénomène en dissociant le guidage de l'outil de l'orientation de son

axe. De cette manière nous imposons la direction d'avance de l'outil ce qui est impossible en fraisage à 3 axes si l'on souhaite conserver une hauteur de crête constante.

Les travaux menés dans le cadre de la thèse se situent au niveau de la FAO et sont principalement de nature géométrique. La géométrie de la surface d'usinage ou des trajets de l'outil prend en compte les contraintes fonctionnelles initiales ou géométriques induites par le modèle CAO de référence. Cependant, nous avons constaté que la réalité de l'usinage ne correspondait pas totalement aux comportements théoriques attendus, notamment en terme de temps d'usinage et d'état de surface. Pour parfaire la qualité des pièces et la productivité, l'étape de FAO doit prendre en compte les possibilités dynamiques du couple formé par la machine et la commande numérique. La surface d'usinage apparaît comme un bon support pour intégrer ces contraintes en fraisage à 5 axes. En effet, dans ce cas la surface d'usinage est composée de deux surfaces répondant à des contraintes de natures différentes. La surface de guidage est totalement déterminée par les contraintes fonctionnelles de conception et du procédé d'obtention. Par contre la surface d'orientation pilote l'évolution de la direction de l'axe de l'outil, elle est donc directement liée aux performances des axes de rotation de la machine. De part sa continuité géométrique, la surface d'orientation permet déjà de réduire les variations de vitesse d'avance de l'outil. De plus, nous pouvons envisager la conception d'une surface d'orientation optimale directement adaptée à la dynamique de la machine envisagée.

Le concept de la surface d'usinage en fraisage à 5 axes s'impose comme une nouvelle manière de planifier les trajectoires et plus particulièrement l'orientation de l'axe de l'outil. La mise en oeuvre proposée dans le mémoire est expérimentale et basée sur des outils de cinématique intégrés au logiciel de CAO utilisé. Aussi des développements supplémentaires devraient permettre d'aboutir à une application dédiée et plus robuste.

L'intérêt de la stratégie à hauteur de crête constante est d'autant plus grand que la surface montre d'importantes variations d'orientation de sa normale dans la direction perpendiculaire au trajet. Par contre, la complétude du calcul des trajets n'est pas assurée si ces variations ont également lieu dans la direction du trajet. Les problèmes rencontrés avec l'exemple de la sphère illustrent ce propos. Il serait donc intéressant d'établir la morphologie des pièces permettant la planification des trajectoires selon une stratégie isocrête dans son intégralité.

L'intégration totale du concept de la surface d'usinage, tant au niveau de la conception que de la fabrication, implique un changement radical du processus de modélisation géométrique. Cependant, outre les problèmes méthodologiques, les difficultés concernent surtout le transfert

des techniques de conception à la surface d'usinage, et plus particulièrement la conception des surfaces de style à l'aide d'outils de déformation couplés à l'analyse des lignes de reflet. En effet, l'interaction entre la surface d'usinage et la surface attendue a lieu dans les deux sens et doit être dynamique.

Pour minimiser les écarts géométriques des surfaces usinées, les erreurs de posage de l'outil sur la surface doivent être nulles et les trajets élémentaires (linéaires ou polynomiaux) doivent être synchronisés afin d'annuler l'effet de l'erreur de corde sur la hauteur des crêtes. Seules subsistent alors les crêtes inhérentes au procédé. La résolution algorithmique proposée utilise la surface d'usinage comme support. Les positions de l'outil sont déterminées dans l'espace paramétrique de la surface d'usinage. Cependant, les trajectoires communiquées à la commande numérique dans les approches conventionnelles sont des courbes tridimensionnelles. Il est donc nécessaire d'associer une courbe tridimensionnelle aux positions de l'outil calculées. Cette association engendre des erreurs de corde que l'on caractérise par la tolérance d'usinage, matérialisant un espace d'évolution admissible. Les trajets associés ne sont donc pas forcément synchronisés. Dès lors nous ne maîtrisons plus la hauteur des crêtes entre deux points d'interpolation. Afin de garantir une hauteur de crête constante, une erreur de posage nulle et une erreur de corde nulle, le point piloté de l'outil doit rester impérativement sur la surface d'usinage. Nous proposons donc de communiquer l'équation de la surface d'usinage au directeur de commande ainsi que les courbes paramétriques décrivant les trajectoires. Ainsi, les déplacements de l'outil se font exclusivement sur la surface d'usinage, assurant la cohérence des calculs des trajectoires à hauteur de crête constante. Les déplacements en dehors de la surface d'usinage conserveraient le format de description normal.

## Références bibliographiques

[ABDEL-MALEK et al 2000]

K. Abdel-Malek, D. Blackmore, and K. Joy, (submitted), *Swept Volumes : Foundations, Perspectives and Applications*, International Journal of Shape Modeling.

[BARNHILL et al 1987]

R.E. Barnhill, G. Farin, M. Jordan, B.R. Piper, *Surface / surface intersection*, Computer Aided Geometric Design, vol. 4, p. 3-16, 1987.

[BARNHILL, KERSEY 1990]

R.E. Barnhill, S.N. Kersey, *A marching method for parametric surface / surface intersection*, Computer Aided Geometric Design, vol. 7, p. 257-280, 1990.

[BOUJUT et al 1996]

J.F. Boujut, J-C. Léon, L. Gauvrit, *A Systematic Approach to the Surface Modelling of Forged Parts*, IDMME, Nantes, 1996.

[BOCQUET 1998]

J-C. Bocquet, *Ingénierie simultanée et conception intégrée, Conception de produits mécaniques*, chapitre 1, Hermes, 1998.

[BRECHNER 1992]

E.L. Brechner, *General tool offset curves and surfaces, Geometry processing for design and manufacturing*, SIAM, p. 101-121, 1992.

[CELNIKER 1990]

G. Celniker, *ShapeWright: Finite Element Based Free-form Shape Design*, Ph.D, MIT, 1990.

[CHIOU, LEE 1999]

C.J. Chiou, Y.S. Lee, *A shape-generating approach for multi-axis machining G-buffer models*, Computer-Aided Design, vol. 31, p. 761-776, 1999.

[CHO, JUN, YANG 1993]

H.D Cho, Y.T. Jun, M.Y. Yang, *Five-axis CNC milling for effective machining of sculptured surfaces*, International Journal of Production Research, vol. 31, no. 11, p. 2559-2573, 1993.

[CHOI, PARK, JUN 1993]

B.K. Choi, J.W. Park, C.S. Jun, *Cutter location data optimization in 5-axis surface machining*, Computer-Aided Design, vol. 25, no. 6, p. 377-386, 1993.

[DAHMANE 1993]

N. Dahmane, *Fabrication assistée par ordinateur des surfaces gauches, optimisation des opérations d'ébauche dans le cas du fraisage dans la masse*, Thèse de Doctorat de l'ENSAM de Paris, 1993.

[DELBRESSINE, HIJINK 1991]

F.L.M. Delbressine, J.A.W. Hijink, *Discrete Part Design by Taking Manufacturing Restrictions into Account*, Annals of the CIRP, vol. 40/1, p. 171-174, 1991.

[DUC 1998]

E. Duc, *Usinages des formes gauches, contribution à l'amélioration de la qualité des trajectoires d'usinage*, Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1998.

[DUC et al 1999]

E. Duc, C. Lartigue, C. Tournier, P. Bourdet, *A new concept for the design and the manufacturing of free-form surfaces : the machining surface*, Annals of the CIRP, vol. 48/1, p. 103-106, 1999.

[DUC et al 2001]

E. Duc, C. Lartigue, S. Laporte, *Assessment of the description format of tool trajectories in 3-axis HSM of sculptured surfaces*, 3<sup>ème</sup> congrès international sur la coupe des métaux et l'usinage à grande vitesse, Metz, juin 2001.

[ELBER, COHEN 1999]

G. Elber, E. Cohen, *A unified approach to verification in 5-axis freeform milling environments*, Computer-Aided Design, vol. 31, p. 795-804, 1999.

[FARIN 1992]

G. Farin, *Courbes et surfaces pour la CGAO (conception géométrique assistée par ordinateur)*, Masson, 1992.

[FAROUKI 1986]

R.T. Farouki, *The approximation of non degenerate offset surfaces*, Computer-Aided Geometric Design, vol. 3, p. 15-43, 1986.

[FAUX, PRATT 1979]

I.D Faux, M.J. Pratt, *Computational Geometry for Design and Manufacture*, Ellis Horwood, Chichester, 1979.

[FIORES 1997]

FIORES, *Formalization and Integration of an Optimized Reverse Engineering Styling Workflow*, Brite EuRam-Project, BE 96-3579, 1997 (<http://rkk.mv.uni-kl.de/FIORES>).

[GAMA 1998a]

Groupe GAMA, *Modélisation des contraintes de fabrication en conception (DFM), Conception de produits mécaniques*, chapitre 7, Hermes, 1998.

[GAMA 1998b]

Groupe GAMA, *Modélisation par entités, Conception de produits mécaniques*, chapitre 14, Hermes, 1998.

[GLAESER et al 1999]

G. Glaeser, J. Wallner, H. Pottmann, *Collision-free 3-axis milling and selection of cutting tools*, Computer-Aided Design, vol. 31, no. 3, p. 225-232, 1999.

[GUERIN 1994]

F. Guerin, *Usinage de surfaces complexes, génération de trajectoires hors collision*, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 1994.

[GUILLET 1999]

S. Guillet, *Modélisation et construction de formes gauches soumises à des contraintes de conception*, Thèse de Doctorat, INP Grenoble, Janvier 1999.

[HAGEN et al 1992]

H. Hagen, S. Hahmann, T. Schreiber, Y. Nakajima, B. Wordenweber, Hollemann-Grundtdedt P., *Surface Interrogation Algorithms*, Computer Graphics and Applications, september 1992.

[HASCOET 1998]

J-Y Hascoet, *Optimisation du Processus de Fabrication en Ingénierie Concourante*, Thèse d'Habilitation, Ecole Centrale de Nantes, 1998.

[HWANG, CHANG 1998]

J.S. Hwang, T.C. Chang, *Three-axis machining of compound surfaces using flat and filleted endmills*, Computer-Aided Design, vol. 30, no. 8, p. 641-647, 1998.

[KAUFMANN, KLASS 1988]

E. Kaufmann, R. Klass, *Smoothing surfaces using reflection lines for families of splines*, Computer-Aided Design, vol. 20, no. 6, p. 312-316, 1988.

[KIM, KIM 1995]

K.I. Kim, K. Kim, *A new machine strategy for sculptured surfaces using offset surface*, International Journal of Production Research, vol. 33, no. 6, p. 1683-1697, 1995.

[KIMURA 1997]

F. Kimura, *Issues in Styling and engineering Design*, Annals of the CIRP, vol. 46/2, p. 527-534, 1997.

[KRUTH, KESTELLOOT 1989]

J.P. Kruth, P. Kesteloot, *New CAD/CAM Developments for an Improved Competitivity of European Mouldmakers*, Revue Internationale de CFAO et d'Infographie, Vol. 4, no. 1, 1989.

[LAI, WANG 1994]

J.Y. Lai, D.J. Wang, *A strategy for finish cutting path generation of compound surfaces*, Computers in Industry, vol. 25, p. 189-209, 1994.

[LARTIGUE et al 1999]

C. Lartigue, E. Duc, C. Tournier, *Machining of free-form surfaces and geometrical specifications*, ImechE Journal of Engineering Manufacture, vol. 213, p. 21-27, 1999.

[LARTIGUE et al 2001]

C. Lartigue, F. Thiebaut, T. Maekawa, *CNC tool path in terms of B-spline curves*, Computer-Aided Design, vol. 33, no. 4, p. 307-319, 2001.

[LAUWERS et al 2000]

B. Lauwers, J-P. Kruth, P. Dejonghe, R. Vreys, *Efficient NC-programming of multi-axis milling machines through the integration of tool path generation and NC-simulation*, Anals of the CIRP, vol. 49/1, p. 367-370, 2000.

- [LEE, CHANG 1996]  
 Y.S. Lee, T.C. Chang, *Machined Surface Error Analysis For 5-axis Machining*, International Journal of Production Research, vol. 34, no. 1, p. 111-135, 1996.
- [LEE, JI 1997]  
 Y.S. Lee, H. Ji, *Surface Interrogation and Machining Strip Evaluation for Multi-axis CNC Die Mold Machining*, International Journal of Production Research, vol. 35, no. 1, p. 225-252, 1997.
- [LEE 1997]  
 Y.S. Lee, *Admissible tool orientation control of gouging avoidance for 5-axis complex surface machining*, Computer-Aided Design, vol. 29, no. 7, p. 507-521, 1997.
- [LEE 1998]  
 Y.S. Lee, *Non isoparametric tool path planning by machining strip evaluation for 5-axis sculptured surface machining*, Computer-Aided Design, vol. 30, no. 7, p. 559-570, 1998.
- [LEON 1991]  
 J-C. Leon, *Modélisation et construction de surfaces pour la CFAO*, Hermes, 1991.
- [LI, JERARD 1994]  
 S.X. Li, R.B. Jerard, *5-axis machining of sculptured surfaces with a flat-end cutter*, Computer-Aided Design, vol. 26, no. 3, p. 165-178, 1994.
- [LIN, KOREN 1996]  
 R-S. Lin, Y. Koren, *Efficient tool-path planning for machining free-form surfaces*, Journal of Engineering for Industry, vol. 118, february 1996.
- [LIU 1995]  
 X-W. Liu, *Five-Axis NC cylindrical milling of sculptured surfaces*, Computer-Aided Design, vol. 27, no. 12, p. 887-895, 1995.
- [LO 1999]  
 C-C. Lo, *Efficient Cutter-path planning for five-axis surface machining with flat-end cutter*, Computer-Aided Design, vol. 31, no. 9, p.557-566, 1999.
- [MAWUSSI 1995]  
 K. Mawussi, *Modèle de Représentation et de Définition d'outillages de Forme Complexe. Application à la génération Automatique de Processus d'usinage*, Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1995.
- [MARCINIAK 1987]  
 K. Marciniak, *Influence of surface shape on admissible tool positions in 5-axis face milling*, Computer-Aided Design, vol. 19, no. 5, p. 233-236, 1987.
- [PATRIKALAKIS, PRAKASH 1990]  
 N.M. Patrikalakis, P.V. Prakash, *Surface intersections for geometric Modeling*, Journal of Mechanical Design, vol. 112, mars 1990.
- [PATRIKALAKIS 1993]  
 N.M. Patrikalakis, *Surface to surface intersections*, IEEE Computer Graphics & Applications, January, p. 89-93,1993.

[PIEGL, TILLER 1997]

L. Piegl, W. Tiller, *The Nurbs Book*, Springer, 1997.

[POTTMANN et al 1999]

H. Pottmann, J. Wallner, G. Glaeser, B. Ravani, *Geometric criteria for gouge-free three-axis milling of sculptured surfaces*, ASME Journal of Mechanical Design, vol. 121, p. 241-248, 1999.

[PRATT, GEISOW 1986]

M.J. Pratt, A.D. Geisow, *Surface / Surface intersection problems*, The Mathematics of surfaces, Oxford University Pres, Oxford.

[RAMEAU 1996]

J.F. Rameau <sup>1</sup>, *Géométrie Appliquée en Conception Assistée par Ordinateur*, DEA d'Analyse Non Linéaire Appliquée (Ecole Polytechnique, Université Paris Dauphine) 1996. <sup>1</sup>Consultant, Mechanical Modeling , Dassault Systèmes.

[RAO, BEDI, BUCHAL 1996]

N. Rao, S. Bedi, R. Buchal, *Implementation of the Principal-Axis method for machining of complex surfaces*, International Journal Advanced Manufacturing Technology, no. 11, p. 249-257, 1996.

[RUBIO et al 1998]

W. Rubio, P. Lagarrigue, G. Dessein, F. Pastor, *Calculation of Tool Paths for a torus Mill on Free-Form Surfaces on Five-Axis Machines with Detection and Elimination of Interference*, The international Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 14, p. 13-20, 1998.

[REDONNET et al 2000]

J-M. Redonnet, W. Rubio, F. Monies, G. Dessein, *Optimising Tool Positioning for End-Mill on Free-Form Surfaces on 5-Axis Machines for both Semi-Finishing and Finishing*, The international Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 16, p. 383-391, 2000.

[SARMA, DUTTA 1997]

R. Sarma, D. Dutta, *The Geometry and Generation of NC Tool Paths*, Journal of Mechanical Design, vol. 119, p. 253-258, 1997.

[SARMA 1998]

R. Sarma, *Rear Gouge Detection and Elimination in Five-Axis NC Machining of Sculptured Surfaces* , Transactions of the NAMRI/SME Volume XXVI, 1998.

[SERRE 2000]

P. Serré, *Cohérence de la spécification d'un objet de l'espace euclidien à n dimensions*, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Paris, 2000.

[SUH, LEE 1990]

Y.S. Suh, K. Lee, *NC milling tool path generation for arbitrary pockets defined by sculptured surfaces*, Computer-Aided Design, vol. 22, no. 5, p. 273-284, 1990.

[SURREL 1998]

Y. Surrel, *Noncontact detection of local shape defects on car body panel*, IDDRG, Bruxelles (Belgique), Juin 15-16, 1998.



[SURESH, YANG 1994]

K. Suresh, D.C.H Yang, *Constant scallop-height machining of free-form surfaces*, Journal of Engineering for Industry, vol. 116, May 1994.

[TAKEUCHI et al 1995]

Y. Takeuchi, K. Morishige, M. Yokoyama, T. Hisaki, *5-Axis Control Machining Using Side-Milling Cutter*, Journal of Advanced Automation Technology, vol. 7, no. 1, p. 60-65, 1995.

[TANG et al 1995]

K. Tang, C.C Cheng, Y. Dayan, *Offsetting surface boundaries and 3-axis gouge free surface machining*, Computer-Aided Design, vol. 27, no. 12, p. 915-927, 1995.

[TICHKIEWITCH et al 1995]

S. Tichkiewitch, E. Chapa, P. Belloy, *Un modèle produit multi vues pour la conception intégrée*, actes du congrès international de génie industriel de Montréal, 1995.

[TOLLENAERE 1998]

M. Tollenaere, *Conception de produits mécaniques*, Hermes, 1998.

[TOURNIER et al 2000]

C. Tournier, E. Duc, C. Lartigue, A. Contri, *The concept of the machining surface in 5-axis milling of free-form surfaces*, Conférence conjointe IDMME'2000 - Forum SCGM 2000 Montréal, 17-19 mai 2000.

[TOURNIER, DUC 2001]

C. Tournier, E. Duc, *A surface based approach for constant scallop height tool path generation*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, accepté pour publication.

[VALETTE et al 2000]

L. Valette, E. Duc, C. Lartigue, *A method for computation and assessment of NC toolpaths in free-form curve forma*, International Seminar on Improving Machine Tool performance, La baule (France), DCRom 18 pages, 3-5 Juillet 2000.

[VERON et al 1976]

M. Véron, G. Ris, J-P. Musse, *Continuity of biparametric surface patches*, Computer Aided Design, vol. 8, no. 4, p.143, 1976.

[VICKERS, QUAN 1989]

G.W. Vickers, K.W. Quan, *Ball-mills versus end-mills for curved surface machining*, Journal of engineering for industry, vol. 111, p. 22-26, 1989.

[WANG, TANG 1999]

Y. Wang, X. Tang, *Five-Axis NC Machining of Sculptured Surfaces*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 15, p. 7-14, 1999.

[YU et al 1996]

D. Yu, J. Deng, Z. Duan, J. Liu, *Generation of gouge-free cutter location paths on freeform surfaces for non-spherical cutters*, Computer in Industry, vol. 28, p. 81-94, 1996.

# **Annexes**

## Annexe A. Démonstrations

### A.1. Normale au tore

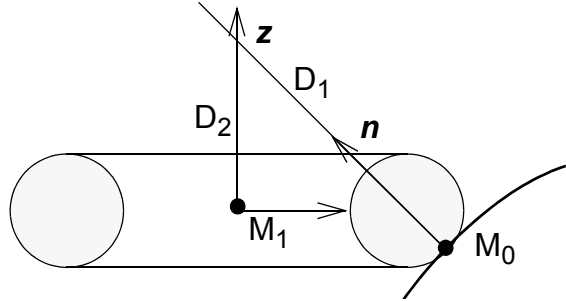


Figure 76 : Normale au tore

Equation implicite du tore :

$$S(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2 + d^2 - r^2)^2 - 4d^2(x^2 + y^2)$$

Normale au tore en un point  $M_0$  :

$$\begin{cases} n_x \\ n_y \\ n_z \end{cases} = \begin{cases} S'_x = 4x_0(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + d^2 - r^2) - 8d^2x \\ S'_y = 4y_0(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + d^2 - r^2) - 8d^2y \\ S'_z = 4z_0(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + d^2 - r^2) \end{cases}$$

Soient  $D_1$  et  $D_2$  les deux droites contenant la normale et l'axe outil :

$$\begin{cases} D_1 & \mathbf{OM} = \mathbf{OM}_1 + \lambda \cdot \mathbf{z} \\ D_2 & \mathbf{OM} = \mathbf{OM}_0 + \mu \cdot \mathbf{n} \end{cases}$$

On calcule la distance  $D_d$  entre les deux droites :

$$D_d = \left| \frac{(\mathbf{OM}_0 - \mathbf{OM}_1) \cdot (\mathbf{n} \wedge \mathbf{z})}{|(\mathbf{n} \wedge \mathbf{z})|} \right|$$

Si on prend  $M_1$  l'origine, on trouve :

$$\mathbf{OM}_0 \cdot (\mathbf{n} \wedge \mathbf{z}) = (x_0\mathbf{i} + y_0\mathbf{j} + z_0\mathbf{k}) \cdot (n_y \cdot \mathbf{i} - n_x \cdot \mathbf{j})$$

Et ce quel que soit le point  $M_0$ . Les deux droites sont donc concourantes.

## A.2. Tangente d'une courbe intersection

Soit  $C(t)$  la courbe intersection de deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$ , alors au point  $t_0$ , le vecteur tangent  $T$  à la courbe est donné par :  $T = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2$ , avec  $\mathbf{n}_1$  et  $\mathbf{n}_2$  les normales unitaires aux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  au point considéré.

Si les deux surfaces ont pour équation  $f(x,y,z) = 0$  et  $g(x,y,z) = 0$ , alors la courbe intersection est un arc paramétré d'équation  $C(x(t),y(t),z(t))$  et on a :

$$f(x(t), y(t), z(t)) = 0$$

$$g(x(t), y(t), z(t)) = 0$$

Par dérivation on obtient :

$$f_x \cdot x'(t) + f_y \cdot y'(t) + f_z \cdot z'(t) = 0$$

$$g_x \cdot x'(t) + g_y \cdot y'(t) + g_z \cdot z'(t) = 0$$

Après résolution de ce système d'équation on trouve :

$$x'(t) = f_y g_z - f_z g_y$$

$$y'(t) = f_z g_x - f_x g_z$$

$$z'(t) = f_x g_y - f_y g_x$$

Comme  $f'(x,y,z)$  et  $g'(x,y,z)$  sont les normales aux surfaces, le résultat est immédiat.

### A.3. Vecteur de rotation instantané

Soit un solide  $S$  attaché à un repère  $R_I = \{O_I, \mathbf{x}_I, \mathbf{y}_I, \mathbf{z}_I\}$  en mouvement dans un repère  $R_0 = \{O, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0\}$ . Les vecteurs de base de  $R_I$  sont normés et orthogonaux. Soit  $\mathbf{W}$  le vecteur rotation de  $S$  ou de  $R_I$  par rapport à  $R_0$ . La formule du repère mobile nous permet d'écrire :

$$\left(\frac{d\mathbf{x}_I}{dt}\right)_{R_0} = \mathbf{W} \wedge \mathbf{x}_I$$

$$\left(\frac{d\mathbf{y}_I}{dt}\right)_{R_0} = \mathbf{W} \wedge \mathbf{y}_I$$

$$\left(\frac{d\mathbf{z}_I}{dt}\right)_{R_0} = \mathbf{W} \wedge \mathbf{z}_I$$

En multipliant chaque terme par le vecteur de base considéré on écrit :

$$\mathbf{x}_I \wedge \frac{d\mathbf{x}_I}{dt} + \mathbf{y}_I \wedge \frac{d\mathbf{y}_I}{dt} + \mathbf{z}_I \wedge \frac{d\mathbf{z}_I}{dt} = \mathbf{x}_I \wedge (\mathbf{W} \wedge \mathbf{x}_I) + \mathbf{y}_I \wedge (\mathbf{W} \wedge \mathbf{y}_I) + \mathbf{z}_I \wedge (\mathbf{W} \wedge \mathbf{z}_I)$$

En utilisant la réduction des doubles produits vectoriels :

$$\mathbf{A} \wedge (\mathbf{B} \wedge \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

on obtient :

$$\mathbf{x}_I \wedge \frac{d\mathbf{x}_I}{dt} + \mathbf{y}_I \wedge \frac{d\mathbf{y}_I}{dt} + \mathbf{z}_I \wedge \frac{d\mathbf{z}_I}{dt} = \mathbf{W} - \mathbf{x}_I \cdot (\mathbf{W} \cdot \mathbf{x}_I) + \mathbf{W} - \mathbf{y}_I \cdot (\mathbf{W} \cdot \mathbf{y}_I) + \mathbf{W} - \mathbf{z}_I \cdot (\mathbf{W} \cdot \mathbf{z}_I)$$

et en regroupant les termes :

$$\mathbf{x}_I \wedge \frac{d\mathbf{x}_I}{dt} + \mathbf{y}_I \wedge \frac{d\mathbf{y}_I}{dt} + \mathbf{z}_I \wedge \frac{d\mathbf{z}_I}{dt} = 3\mathbf{W} - (\omega_x \cdot \mathbf{x}_I + \omega_y \cdot \mathbf{y}_I + \omega_z \cdot \mathbf{z}_I) = 2\mathbf{W}$$

finalement :

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} \cdot \left( \mathbf{x}_I \wedge \frac{d\mathbf{x}_I}{dt} + \mathbf{y}_I \wedge \frac{d\mathbf{y}_I}{dt} + \mathbf{z}_I \wedge \frac{d\mathbf{z}_I}{dt} \right)$$

## Annexe B. Calcul des expressions explicites des surfaces offsets

### B.1. Calcul des dérivées partielles des fonctions offsets généralisées

Cas du fraisage à 3 et à 5 axes.

#### B.1.1. Calcul des dérivées première de la surface d'usinage

$$\Phi^{usi}(u, v) = \Phi(u, v) + R \frac{(\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}) \wedge \mathbf{a}}{|\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}|}$$

Dérivée première par rapport à  $u$  :

$$\Phi_u^{usi}(u, v) = \Phi_u(u, v) + R \left( \frac{(\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}) \wedge \mathbf{a}}{|\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}|} \right)_u$$

$$\left( \frac{(\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}) \wedge \mathbf{a}}{|\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}|} \right)_u = \left( \frac{\mathbf{T} \wedge \mathbf{a}}{|\mathbf{T}|} \right)_u = \left( \frac{\mathbf{T} \wedge \mathbf{a}}{T} \right)_u = \left( \frac{\mathbf{S}}{S} \right)_u$$

$$\left( \frac{\mathbf{S}}{S} \right)_u = \frac{\mathbf{S}_u S - \mathbf{S} S_u}{S^2} \quad \text{avec} \quad \mathbf{S}_u = \mathbf{T}_u \wedge \mathbf{a} \quad S_u = \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}_u}{T} \quad \mathbf{T}_u = \mathbf{a} \wedge \mathbf{n}_u$$

Il faut calculer  $\mathbf{n}_u$  :

$$\mathbf{n}_u = \left( \frac{\mathbf{N}}{N} \right)_u = \frac{N_u \mathbf{N} - \mathbf{N} N_u}{N^2} \quad \text{avec} :$$

$$N_u = \Phi_{uu} \wedge \Phi_v + \Phi_u \wedge \Phi_{uv} \quad \text{et} \quad N_u = \frac{\mathbf{N} \cdot \mathbf{N}_u}{N}$$

Le calcul de la dérivée par rapport à  $v$  est similaire.

#### B.1.2. Calcul des dérivées secondes $uu$ , $uv$ et $vv$

Calcul de  $uu$  :

$$\Phi_{uu}^{usi}(u, v) = \Phi_{uu}(u, v) + R \left( \frac{(\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}) \wedge \mathbf{a}}{|\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}|} \right)_{uu}$$

$$\left( \frac{\mathbf{S}}{S} \right)_{uu} = \frac{S^2 \mathbf{S}_{uu} + \mathbf{S} (2S_u^2 - \mathbf{S} S_{uu}) - 2\mathbf{S} S_u \mathbf{S}_u}{S^3}$$

$$\mathbf{S}_{uu} = \mathbf{T}_{uu} \wedge \mathbf{a} \quad S_{uu} = \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}_{uu} + \mathbf{T}_u \cdot \mathbf{T}_u - T_u^2}{T} \quad \mathbf{T}_{uu} = \mathbf{a} \wedge \mathbf{n}_{uu}$$

de la même manière :

$$\mathbf{n}_{uu} = \left(\frac{\mathbf{N}}{N}\right)_{uu} = \frac{N^2 \mathbf{N}_{uu} + \mathbf{N}(2N_u^2 - NN_{uu}) - 2NN_u \mathbf{N}_u}{N^3} \quad \text{avec :}$$

$$\mathbf{N}_{uu} = \Phi_{uuu} \wedge \Phi_v + 2\Phi_{uu} \wedge \Phi_{uv} + \Phi_u \wedge \Phi_{uuv} \quad \text{et}$$

$$N_{uu} = \frac{N \cdot N_{uu} + N_u \cdot N_u - N_u^2}{N}$$

Le calcul de la dérivée  $vv$  est similaire

Calcul de  $uv$  :

$$\Phi_{uv}^{usi}(u, v) = \Phi_{uv}(u, v) + R\left(\frac{(\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}) \wedge \mathbf{a}}{|\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}|}\right)_{uv}$$

$$\left(\frac{\mathbf{S}}{\mathcal{S}}\right)_{uv} = \frac{\mathcal{S}^2 \mathbf{S}_{uv} + \mathbf{S}(2S_u S_v - \mathcal{S} S_{uv}) - \mathcal{S} S_v S_u - \mathcal{S} S_u S_v}{\mathcal{S}^3} \quad \text{avec :}$$

$$\mathbf{S}_{uv} = \mathbf{T}_{uv} \wedge \mathbf{a} \quad S_{uv} = \frac{\mathbf{T}_u \cdot \mathbf{T}_v + \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}_{uv} - T_u T_v}{T} \quad \mathbf{T}_{uv} = \mathbf{a} \wedge \mathbf{n}_{uv}$$

de la même manière :

$$\mathbf{n}_{uv} = \left(\frac{\mathbf{N}}{N}\right)_{uv} = \frac{N^2 \mathbf{N}_{uv} + \mathbf{N}(2N_u N_v - NN_{uv}) - NN_v \mathbf{N}_u - NN_u \mathbf{N}_v}{N^3} \quad \text{avec :}$$

$$\mathbf{N}_{uv} = \Phi_{uuv} \wedge \Phi_v + \Phi_{uu} \wedge \Phi_{vv} + \Phi_u \wedge \Phi_{uvv} \quad \text{et}$$

$$N_{uv} = \frac{N_u \cdot N_v + N \cdot N_{uv} - N_u N_v}{N}$$

### B.1.3. Calcul des dérivées troisièmes $uuv$ et $uvv$

$$\Phi_{uuv}^{usi}(u, v) = \Phi_{uuv}(u, v) + R\left(\frac{(\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}) \wedge \mathbf{a}}{|\mathbf{a} \wedge \mathbf{n}|}\right)_{uuv}$$

$$\left(\frac{\mathbf{S}}{\mathcal{S}}\right)_{uuv} = \left(\frac{\mathcal{S}^2 \mathbf{S}_{uuv} + \mathbf{S}(2S_u^2 - \mathcal{S} S_{uu}) - 2\mathcal{S} S_u \mathbf{S}_u}{\mathcal{S}^3}\right)_v$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\mathcal{S}}{S}\right)_{uvv} &= (\mathcal{S}(4SS_u S_{uv} + 2SS_{uu} S_v - 6S_u^2 S_v - S^2 S_{uvv}) + \mathcal{S}_u(4SS_u S_v - 2S^2 S_{uv}) \\ &+ \mathcal{S}_v(2SS_u^2 - S^2 S_{uu}) - 2\mathcal{S}_{uv} S^2 S_u - \mathcal{S}_{uu} S^2 S_v + \mathcal{S}_{uvv} S^3) / S^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{uvv} &= \left( \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}_{uu} + \mathbf{T}_u \cdot \mathbf{T}_u - T_u^2}{T} \right)_v \\ &= \frac{\mathbf{T}_v \cdot \mathbf{T}_{uu} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}_{uvv} + 2\mathbf{T}_u \cdot \mathbf{T}_{uv} - 2T_u \cdot T_{uv} - T_{uu} T_v}{T} \end{aligned}$$

$$N_{uvv} = \Phi_{uvv} \wedge \Phi_v + \Phi_{uvv} \wedge \Phi_{vv} + \Phi_{uvv} \wedge \Phi_{vv} + \Phi_{uu} \wedge \Phi_{vvv} + \Phi_u \wedge \Phi_{uvv}$$

Le calcul de la dérivée  $uvv$  est similaire.

#### B.1.4. Calcul de la dérivée quatrième $uvvv$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\mathcal{S}}{S}\right)_{uvvv} &= (\mathcal{S}(-24SS_u S_v S_{uv} + 4S^2 S_u S_{uvv} + 4S^2 S_v S_{uvv} + 4S^2 S_{uv}^2 - 6SS_u^2 S_{vv} - 6SS_v^2 S_{uu} \\ &+ 24S_u^2 S_v^2 + 2S^2 S_{uu} S_{vv} - S^3 S_{uvvv}) + \mathcal{S}_u(-12SS_u S_v^2 + 8S^2 S_{uv} S_v + 4S^2 S_u S_{vv} - 2S^3 S_{uvv}) \\ &+ \mathcal{S}_v(-12SS_u^2 S_v + 8S^2 S_u S_{uv} + 4S^2 S_{uu} S_v - 2S^3 S_{uvv}) + \mathcal{S}_{uu}(2S^2 S_v^2 - S^3 S_{vv}) \\ &+ \mathcal{S}_{vv}(2S^2 S_u^2 - S^3 S_{uu}) + \mathcal{S}_{uv}(8S^2 S_u S_v - 2S^3 S_{uv}) - 2\mathcal{S}_{uvv} S^3 S_v - 2\mathcal{S}_{uvv} S^3 S_u + \mathcal{S}_{uvvv} S^4) / S^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{uvvv} &= \left( \frac{\mathbf{T}_v \cdot \mathbf{T}_{uu} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}_{uvv} + 2\mathbf{T}_u \cdot \mathbf{T}_{uv} - 2T_u \cdot T_{uv} - T_{uu} T_v}{T} \right)_v \\ &= (\mathbf{T}_{vv} \cdot \mathbf{T}_{uu} + 2\mathbf{T}_v \cdot \mathbf{T}_{uvv} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}_{uvvv} + 2\mathbf{T}_{uv} \cdot \mathbf{T}_{uv} + (2\mathbf{T}_u \cdot \mathbf{T}_{uvv}) \\ &- 2T_{uv} \cdot T_{uv} - 2T_u \cdot T_{uvv} - T_{uu} T_{vv} - 2T_v T_{uvv}) / T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{uvvv} &= \Phi_{uvvv} \wedge \Phi_v + \Phi_{uvvv} \wedge \Phi_{vv} + \Phi_{uvvv} \wedge \Phi_{vv} + \Phi_{uu} \wedge \Phi_{vvv} + \Phi_{uvv} \wedge \Phi_{uv} \\ &+ \Phi_{uvv} \wedge \Phi_{uvv} + 2\Phi_{uvv} \wedge \Phi_{uvv} + 2\Phi_{uu} \wedge \Phi_{uvvv} + \Phi_{uv} \wedge \Phi_{uvvv} + \Phi_u \wedge \Phi_{uvvv} \end{aligned}$$

Il faut donc évaluer en  $(u, v)$  les quantités suivantes sur la surface à usiner :

$$\Phi, \Phi_u, \Phi_v, \Phi_{uu}, \Phi_{uv}, \Phi_{vv}, \Phi_{uuu}, \Phi_{uuv}, \Phi_{uvv}, \Phi_{vvv}, \Phi_{uvvv}$$



**B.2. Passage de Ferguson à Bézier (degré 3)**

Tableau 3 :

$r(0, 0)$	$r(0, 0) + \frac{1}{3}r_v(0, 0)$	$r(0, 1) - \frac{1}{3}r_v(0, 1)$	$r(0, 1)$
$r(0, 0) + \frac{1}{3}r_u(0, 0)$	$r(0, 0) + \frac{1}{3}r_u(0, 0)$ $+ \frac{1}{3}r_v(0, 0) + \frac{1}{9}r_{uv}(0, 0)$	$r(0, 1) + \frac{1}{3}r_u(0, 1)$ $- \frac{1}{3}r_v(0, 1) - \frac{1}{9}r_{uv}(0, 1)$	$r(0, 1) + \frac{1}{3}r_u(0, 1)$
$r(1, 0) - \frac{1}{3}r_u(1, 0)$	$r(1, 0) - \frac{1}{3}r_u(1, 0)$ $+ \frac{1}{3}r_v(1, 0) - \frac{1}{9}r_{uv}(1, 0)$	$r(1, 1) - \frac{1}{3}r_u(1, 1)$ $- \frac{1}{3}r_v(1, 1) + \frac{1}{9}r_{uv}(1, 1)$	$r(1, 1) - \frac{1}{3}r_u(1, 1)$
$r(1, 0)$	$r(1, 0) + \frac{1}{3}r_v(1, 0)$	$r(1, 1) - \frac{1}{3}r_v(1, 1)$	$r(1, 1)$

## B.3. Passage de Ferguson à Bézier (degré 5)

Tableau 4 :

(0,0)			(0,1)		
$r$	$r + \frac{2}{10}r_v$	$r + \frac{4}{10}r_v + \frac{5}{100}r_{vv}$	$r - \frac{4}{10}r_v + \frac{5}{100}r_{vv}$	$r - \frac{2}{10}r_v$	$r$
$r + \frac{2}{10}r_u$	$r + \frac{2}{10}r_v + \frac{2}{10}r_u + \frac{4}{100}r_{uv}$	$r + \frac{2}{10}r_u + \frac{4}{10}r_v + \frac{8}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{vv} + \frac{1}{100}r_{uvv}$	$r + \frac{2}{10}r_u - \frac{4}{10}r_v - \frac{8}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{vv} + \frac{1}{100}r_{uvv}$	$r - \frac{2}{10}r_v + \frac{2}{10}r_u - \frac{4}{100}r_{uv}$	$r + \frac{2}{10}r_u$
$r + \frac{4}{10}r_u + \frac{5}{100}r_{uu}$	$r + \frac{4}{10}r_u + \frac{2}{10}r_v + \frac{8}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{uu} + \frac{1}{100}r_{uuv}$	$r + \frac{4}{10}r_u + \frac{4}{10}r_v + \frac{16}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{uu} + \frac{5}{100}r_{vv} + \frac{2}{100}(r_{uuv} + r_{uvv}) + \frac{25}{10^4}r_{uuvv}$	$r + \frac{4}{10}r_u - \frac{4}{10}r_v - \frac{16}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{uu} + \frac{5}{100}r_{vv} + \frac{2}{100}(r_{uvv} - r_{uuv}) + \frac{25}{10^4}r_{uuvv}$	$r + \frac{4}{10}r_u - \frac{2}{10}r_v - \frac{8}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{uu} - \frac{1}{100}r_{uuv}$	$r + \frac{4}{10}r_u + \frac{5}{100}r_{uu}$
(1,0)			(1,1)		
$r - \frac{4}{10}r_u + \frac{5}{100}r_{uu}$	$r - \frac{4}{10}r_u + \frac{2}{10}r_v - \frac{8}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{uu} + \frac{1}{100}r_{uuv}$	$r - \frac{4}{10}r_u + \frac{4}{10}r_v - \frac{16}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{uu} + \frac{5}{100}r_{vv} + \frac{2}{100}(r_{uuv} - r_{uvv}) + \frac{25}{10^4}r_{uuvv}$	$r - \frac{4}{10}r_u - \frac{4}{10}r_v + \frac{16}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{uu} + \frac{5}{100}r_{vv} - \frac{2}{100}(r_{uuv} + r_{uvv}) + \frac{25}{10^4}r_{uuvv}$	$r - \frac{4}{10}r_u - \frac{2}{10}r_v + \frac{8}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{uu} - \frac{1}{100}r_{uuv}$	$r - \frac{4}{10}r_u + \frac{5}{100}r_{uu}$
$r - \frac{2}{10}r_u$	$r + \frac{2}{10}r_v - \frac{2}{10}r_u - \frac{4}{100}r_{uv}$	$r - \frac{2}{10}r_u + \frac{4}{10}r_v - \frac{8}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{vv} - \frac{1}{100}r_{uvv}$	$r - \frac{2}{10}r_u - \frac{4}{10}r_v + \frac{8}{100}r_{uv} + \frac{5}{100}r_{vv} - \frac{1}{100}r_{uvv}$	$r - \frac{2}{10}r_v - \frac{2}{10}r_u + \frac{4}{100}r_{uv}$	$r - \frac{2}{10}r_u$
$r$	$r + \frac{2}{10}r_v$	$r + \frac{4}{10}r_v + \frac{5}{100}r_{vv}$	$r - \frac{4}{10}r_v + \frac{5}{100}r_{vv}$	$r - \frac{2}{10}r_v$	$r$

## Annexe C. Algorithmes

Nous présentons les deux algorithmes de construction des positions isocrêtes de l'outil hémisphérique, d'abord la version sans association de courbes puis celle avec association de courbes.

### *Algorithme 1 :*

*Calcul des positions de l'outil  $CL_{i,j}$  sur les trajets  $TL_i$  sans association de courbes*

*Conditions initiales :*

- Surface nominale  $S_n : S(u,v)$
- Surface isocrête  $S_i : S(u,v) + hc. n(u,v)$
- Surface d'usinage  $S_u : S(u,v) + r. n(u,v)$
- Trajet outil initial :  $TL_i$

*Pour  $i = 1, n$  ( $n$  nombre de trajets)*

*(Calcul des points de crête)*

*Pour  $j = 1, m$  ( $m$  nombre de points considérés sur le trajet initial)*

- Calcul du point de crête  $P_{i,j}$  intersection entre  $S_i$ , le plan de coupe  $P_{1j}$  et la sphère outil
- Calcul de la tangente à la courbe intersection entre  $S_i$  et la surface tuyau associée au trajet  $TL_i$

*Fin*

*(Calcul des positions du centre de l'outil)*

*Pour  $j = 1, m$*

- Calcul du point centre outil  $CL_{i+1,j}$  intersection entre  $S_u$ , le plan de coupe  $P_{2j}$  et la sphère outil
- Calcul de la tangente à la courbe intersection entre  $S_u$  et la surface tuyau associée à la courbe de crête  $TP_i$

*Fin*

*Fin*

**Algorithme 2:**

Calcul des positions de l'outil  $CL_{i,j}$  sur les trajets  $TL_i$  avec association de courbes

Conditions initiales :

- Surface nominale  $S_n : S(u,v)$
- Surface isocrête  $S_i : S(u,v) + hc \cdot n(u,v)$
- Surface d'usinage  $S_u : S(u,v) + r \cdot n(u,v)$
- Trajet outil initial :  $TL_i$

Pour  $i = 1, n$  ( $n$  nombre de trajets)

(Calcul des points de crête)

Pour  $j = 1, m$  ( $m$  nombre de points considérés sur le trajet initial)

- Calcul du plan de coupe  $P_{1j}$  orthogonal au trajet  $TL_i$  en  $CL_{i,j}$
- Calcul du point de crête  $P_{i,j}$  intersection entre  $S_i$ , le plan de coupe  $P_{1j}$  et la sphère outil

Fin

Association d'une courbe de crête  $Tp_i$  aux points  $\{P_{i,j}\}$

(Calcul des positions du centre de l'outil)

Pour  $j = 1, m$

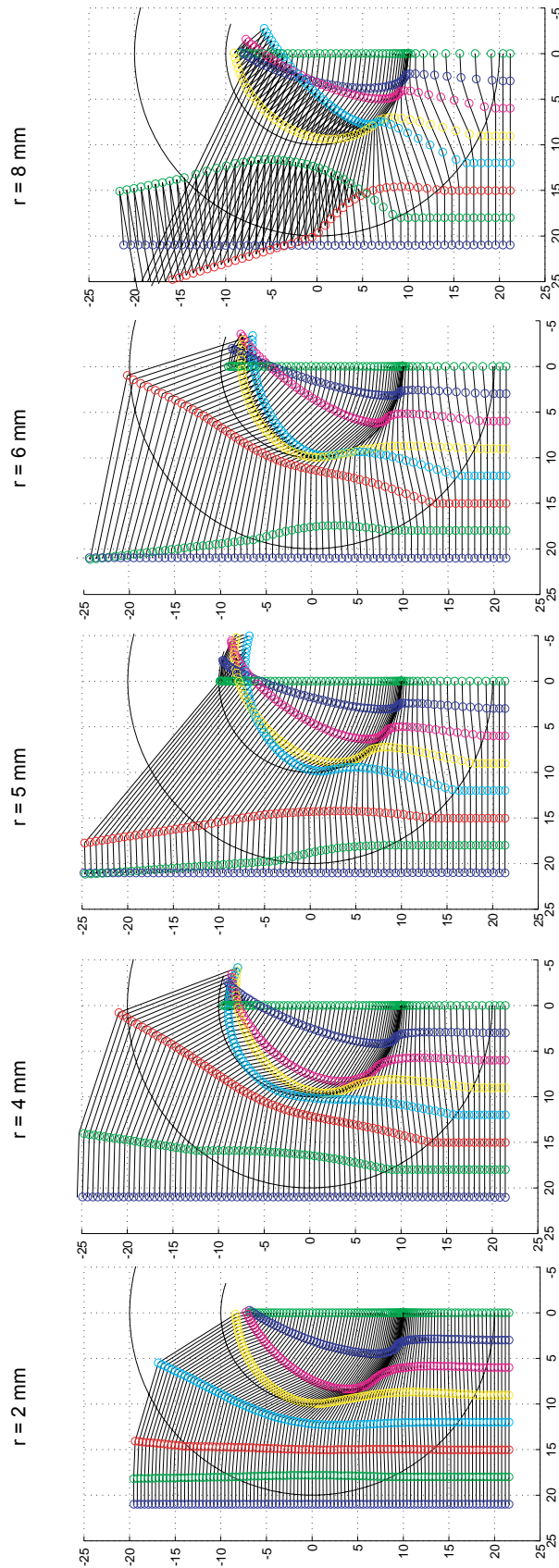
- Calcul du plan de coupe  $P_{2j}$  orthogonal à la courbe de crête  $Tp_i$  en  $P_{i,j}$
- Calcul du point centre outil  $CL_{i+1,j}$  intersection entre  $S_u$ , le plan de coupe  $P_{2j}$  et la sphère outil

Association d'un trajet  $TL_{i+1}$  aux points  $\{CL_{i+1,j}\}$

Fin

Fin

## Annexe D. Campagne d'essais sur le bouclage des trajets

Figure 77 : Essais de bouclage ( $r = \{2, 4, 5, 6, 8\}$  et  $hc = 20 \mu\text{m}$ )

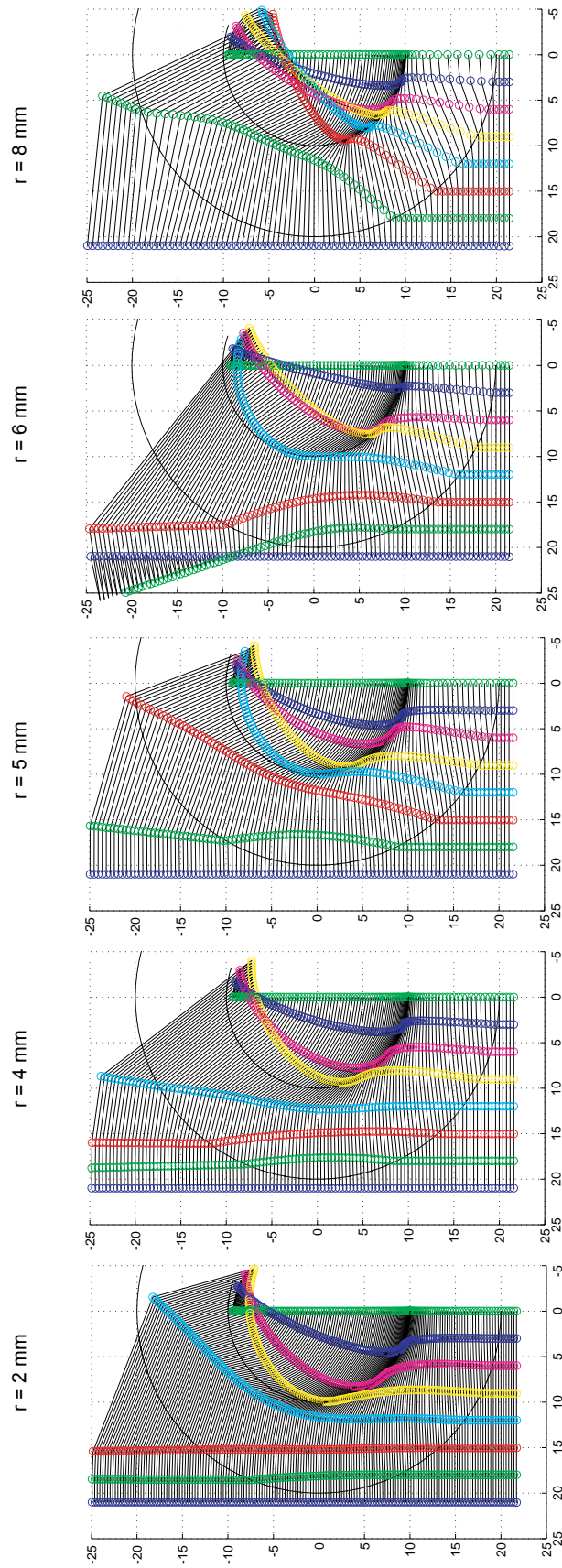


Figure 78 : Essais de bouclage ( $r = \{2, 4, 5, 6, 8\}$  et  $hc = 10 \mu\text{m}$ )

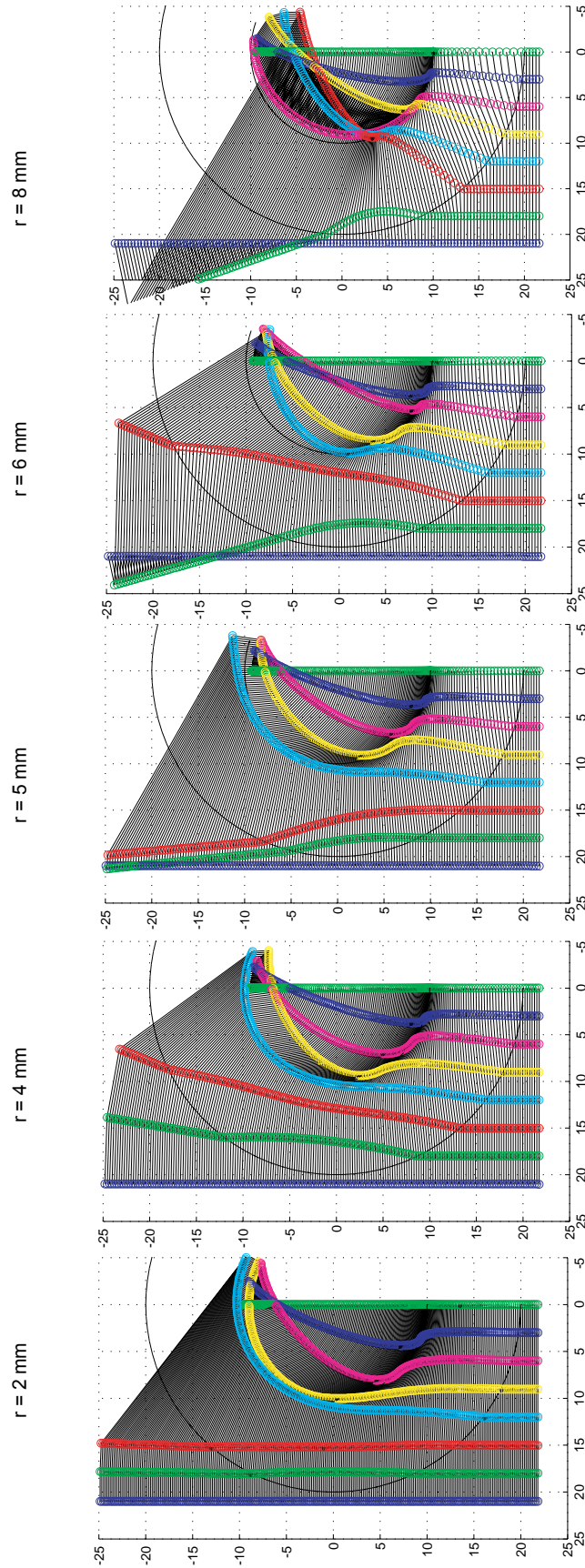


Figure 79 : Essais de bouclage ( $r = \{2, 4, 5, 6, 8\}$  et  $hc = 5 \mu\text{m}$ )

### **Résumé en français :**

La qualité de réalisation des moules et matrices dépend de l'aptitude de chacune des activités du processus de conception et de fabrication à modéliser ou produire la géométrie attendue. Malgré l'intégration des contraintes de fabrication liées aux procédés d'obtention, il est difficile d'atteindre le niveau de qualité recherché car de nouvelles erreurs sont introduites lors de la génération des trajectoires. En effet, l'extraction de la géométrie nominale et sa remodelisation sous forme de trajets d'usinage introduit de nombreuses approximations. La surface d'usinage apporte une évolution du processus de conception des formes en intégrant les spécifications fonctionnelles au calcul du trajet d'usinage. Nous menons une démarche d'identification de la surface d'usinage pour le fraisage à 5 axes en bout avec un outil torique. Cette nouvelle modélisation est utilisée pour implémenter une stratégie d'usinage particulière dite à hauteur de crête constante en fraisage 3 et 5 axes. Celle-ci améliore la qualité des surfaces usinées et permet d'augmenter la productivité de l'usinage et abaisser les coûts.

Mots clés : CFAO, génération de trajectoires, surface complexe, hauteur de crête, surface d'usinage.

### **Résumé en anglais :**

The molds and dies manufacturing quality depends on the ability of each activity of the design and manufacture process to model or produce the awaited geometry. In spite of the integration of the manufacturing constraints related to the process, it is difficult to achieve the required level of quality because new errors are introduced during the tool path generation. Indeed, the modeling of the nominal geometry in terms of tool paths introduces many approximations. The machining surface brings an evolution to the design process of complex shapes by integrating the functional specifications into the calculation of the tool path. We lead a step of identification of the machining surface in 5-axis end milling with a torus tool. This new modeling is used to implement a particular strategy known as the constant scallop height in 3 and 5-axis milling. This machining strategy improves the machined surfaces quality and allows better productivity as well as lower costs.

Key words : CAD/CAM, tool path generation, free-form surface, scallop height, machining surface.