



**HAL**  
open science

# Etudes des galaxies lointaines et optiques adaptatives tomographiques pour les ELTs.

Benoit Neichel

► **To cite this version:**

Benoit Neichel. Etudes des galaxies lointaines et optiques adaptatives tomographiques pour les ELTs.. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2008. Français. NNT : . tel-00366529

**HAL Id: tel-00366529**

**<https://theses.hal.science/tel-00366529>**

Submitted on 8 Mar 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS VII - DENIS DIDEROT  
UFR de PHYSIQUE

Ecole doctorale d'Astronomie et d'Astrophysique d'Ile de France  
Observatoire de Paris-Meudon - Laboratoire Galaxies, Etoiles, Physique et  
Instrumentation  
ONERA - Office National d'Etudes et Recherches Aérospatiales

# THESE

Présentée en vue de l'obtention du titre de :  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS VII - DENIS DIDEROT  
Spécialité : *Astrophysique et méthodes associées*

Par :

Benoît NEICHEL

## ETUDE DES GALAXIES LOINTAINES ET OPTIQUES ADAPTATIVES TOMOGRAPHIQUES POUR LES ELTs

Soutenue publiquement le 11 décembre 2008 devant le jury constitué de :

M. Gérard ROUSSET	Président de jury
M. Denis BURGARELLA	Rapporteur
M. Emiliano DIOLAITI	Rapporteur
M. Pierre-Yves MADEC	Examinateur
M. François RIGAUT	Examinateur
M. François HAMMER	Directeur de thèse
M. Thierry FUSCO	Co-directeur de thèse



## Remerciements

Cette these s'est déroulé entre plusieurs laboratoires, plusieurs encadrants, plusieurs bureaux, plusieurs salles de cafés, plusieurs cantines, plusieurs conférences, pots de thèse, soirées au bar ou chez l'habitant, ..., bref, beaucoup de gens que j'ai rencontré, côtoyé, qui sont devenus des amis, ..., beaucoup de gens à remercier.

Pour ne pas faire de jaloux et pour maximiser mes chances de n'oublier personne, je vous propose le schéma suivant : Pour obtenir tes remerciements personnalisés, il te suffit en premier lieu de cocher la case qui correspond à ton nom dans la liste suivante :

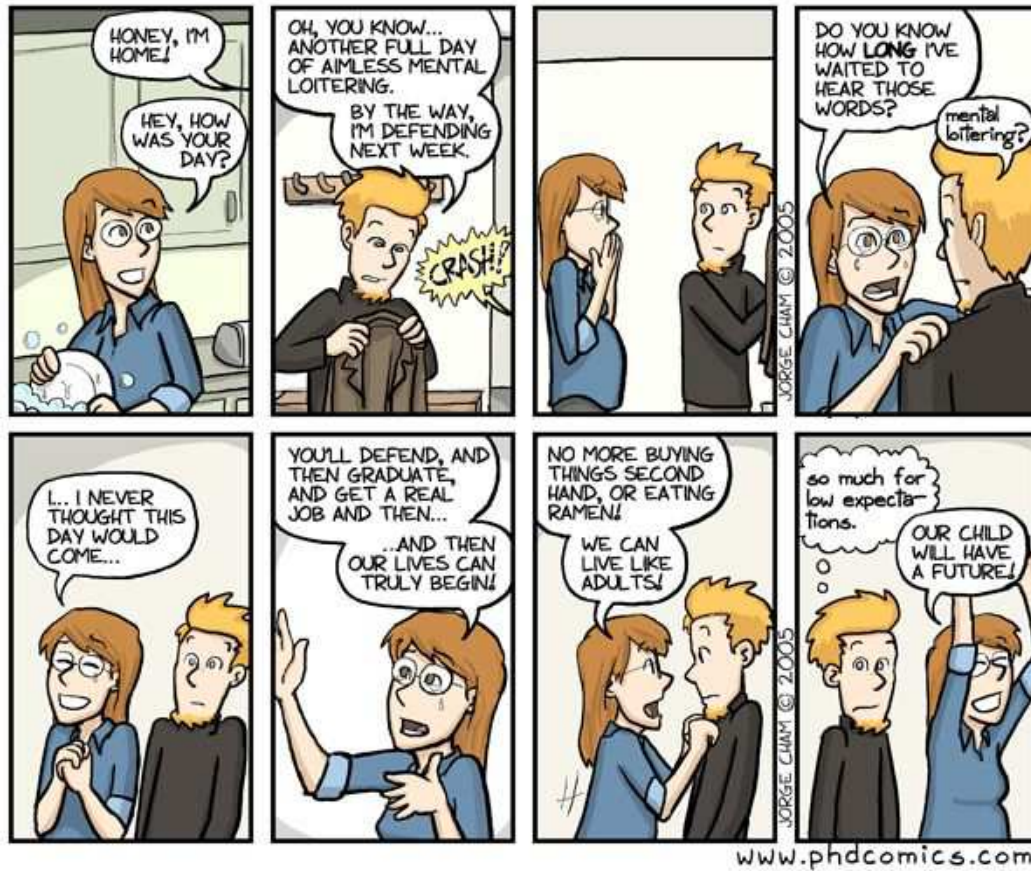
- |                                       |                                 |                                       |                                   |
|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="radio"/> Thierry         | <input type="radio"/> Jean-Marc | <input type="radio"/> François        | <input type="radio"/> Gérard      |
| <input type="radio"/> Papa/Maman      | <input type="radio"/> Cyril     | <input type="radio"/> Jeff            | <input type="radio"/> Serge       |
| <input type="radio"/> Claude/Claudine | <input type="radio"/> Nicolas   | <input type="radio"/> Frères          | <input type="radio"/> Emiliano    |
| <input type="radio"/> Xavier          | <input type="radio"/> Rui       | <input type="radio"/> Marc            | <input type="radio"/> Eric        |
| <input type="radio"/> Hector          | <input type="radio"/> Mathieu   | <input type="radio"/> Yanbin          | <input type="radio"/> Pierre-Yves |
| <input type="radio"/> Arnaud          | <input type="radio"/> Soeur     | <input type="radio"/> Lecteur Anonyme | <input type="radio"/> Chantal     |
| <input type="radio"/> Sabine          | <input type="radio"/> Damien    | <input type="radio"/> Myriam          | <input type="radio"/> Rodney      |
| <input type="radio"/> Jo              | <input type="radio"/> Guillaume | <input type="radio"/> Anne            | <input type="radio"/> Clélia      |
| <input type="radio"/> Laurent         | <input type="radio"/> Isabelle  | <input type="radio"/> Fred            | <input type="radio"/> Yann        |
| <input type="radio"/> Vincent         | <input type="radio"/> Denis     | <input type="radio"/> Marie-T         | <input type="radio"/> Valérie     |
| <input type="radio"/> Jacqueline      | <input type="radio"/> Fanny     | <input type="radio"/> Philippe        | <input type="radio"/> Pascal      |
| <input type="radio"/> Jeremy          | <input type="radio"/> Anais     | <input type="radio"/> Matt            | <input type="radio"/> .....       |

Puis, selon les relations que l'on a partagé, il te suffit alors de cocher la/les cases correspondantes dans la liste suivante (*merci de ne pas mentir*) :

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <input type="radio"/> pédagogie            | <input type="radio"/> disponibilité                         | <input type="radio"/> patience                |
| <input type="radio"/> calme légendaire     | <input type="radio"/> colocataire de bureau                 | <input type="radio"/> accueil chaleureux      |
| <input type="radio"/> faire des blagues    | <input type="radio"/> m'avoir suivi pour une dernière bière | <input type="radio"/> imitation de Willow     |
| <input type="radio"/> rire à mes blagues   | <input type="radio"/> échange de conseils sur les bébés     | <input type="radio"/> efficacité              |
| <input type="radio"/> soutient             | <input type="radio"/> m'avoir filé des cafés                | <input type="radio"/> générosité              |
| <input type="radio"/> collaboration        | <input type="radio"/> gérer les trucs administratifs        | <input type="radio"/> bonne humeur            |
| <input type="radio"/> trucs et astuces IDL | <input type="radio"/> démonstrations au tableau             | <input type="radio"/> conseils vestimentaires |
| <input type="radio"/> trimer               | <input type="radio"/> relecture de toutes sortes de choses  | <input type="radio"/> soirées d'observations  |
| <input type="radio"/> garder Samuel        | <input type="radio"/> partage de stress                     | <input type="radio"/> .....                   |

Il y aurait une infinité de combinaisons possibles, une infinité, qui reflète je l'espère, la richesse des moments que l'on a partagés pendant ces trois ans. Et pour tous, j'espère que ces listes vont continuer a grandir et s'enrichir !

Enfin il me reste à remercier Sandra. Il me faudrait une liste beaucoup plus longue de cases pour elle seule, et encore, cela ne suffirait pas à exprimer tout mon amour pour elle. Sandra qui m'a tout le temps soutenue, tout le temps aidée, tout le temps aimée, tout le temps supportée...et pour qui l'approche de la fin de thèse a été vécue comme ça :



Alors, MERCI POUR TOUT, et tout le reste aussi !

## Résumé

La première partie de ce manuscrit est consacrée à l'étude de la formation et de l'évolution des galaxies. Pour reconstituer l'histoire de l'évolution des galaxies, le rôle de l'information cinématique est décisif. Dans ce contexte, la spectroscopie intégrale de champ est un outil particulièrement efficace car il permet d'obtenir un diagnostic cinématique complet. Je présenterai dans un premier temps les résultats obtenus grâce à l'instrument GIRAFFE dans le cadre du large programme d'observation IMAGES. Ces résultats montrent que la fraction de galaxies n'ayant pas encore atteint leur équilibre dynamique à  $z \sim 0.6$  est importante. Par ailleurs, l'analyse morphologique détaillée de l'échantillon IMAGES montre que la fraction des galaxies spirales en rotation était environ deux fois plus faible à  $z \sim 0.6$  que dans l'Univers local. En étudiant plus en détails cette population, nous sommes capables pour la première fois d'expliquer la formation d'une partie des galaxies spirales locales. Une des conclusions essentielles de cette étude est qu'en combinant des observations dynamiques et morphologiques, on est désormais en mesure de disséquer et de comprendre l'histoire individuelle de chaque galaxie à  $z < 1$ . Dans les prochaines années, ces études pourront être étendues à des galaxies à  $z \gg 1$  grâce à la mise en service des futurs ELTs. Pour cela, ces télescopes géants devront intégrer des systèmes d'Optique Adaptative pour compenser en temps réel la dégradation des images due à la turbulence. La faible luminosité des objets à observer, combinée à la taille des champs à corriger, rend indispensable la mise en place de sources artificielles et d'OA tomographiques. La deuxième partie de cette thèse est donc consacrée à l'étude de l'OA tomographique pour les futurs ELTs. Le travail présenté porte en particulier sur l'étude et l'analyse des limites fondamentales des techniques tomographiques. En nous appuyant sur des développements théoriques dans une base de Fourier, nous proposons plusieurs voies pour l'optimisation de ces futurs systèmes. La dernière partie de cette thèse est consacrée à l'étude de EAGLE : un projet de spectrographe intégrale de champ multi-objets pour l'ELT européen. A l'aide des résultats obtenus avec GIRAFFE pour la définition des critères scientifiques et de l'analyse des techniques tomographiques, nous proposons un premier design d'optique adaptative capable de répondre aux besoins de la spectroscopie intégrale de champ des galaxies à  $z \gg 1$ . En alliant la haute résolution spatiale et spectrale avec le pouvoir collecteur immense des futurs ELTs, l'instrument EAGLE apportera certainement des indices décisifs dans notre compréhension des processus à l'oeuvre pour l'assemblage de la masse dans les galaxies.

**Mots-clés :** Formation, Evolution des galaxies - Cinématique des galaxies - Spectroscopie intégrale de champ - Morphologie - Optique adaptative tomographique - Instrumentation.

---

## Abstract

The first part of this manuscript is devoted to the study of the formation and evolution of galaxies. To reconstruct the history of the evolution of galaxies, the role of kinematics is crucial. In this context, Integral Field Spectroscopy is a very efficient tool as it provides a complete kinematical diagnosis. In the first part of this thesis, I will present the results obtained with the GIRAFFE instrument as part of the IMAGES observational large program. These results show that the fraction of kinematically unrelaxed galaxies at  $z \sim 0.6$  is important. In addition, the detailed morphological analysis of the IMAGES sample shows that the fraction of rotating spiral galaxies were about twice as low at  $z \sim 0.6$  compared to the local Universe. By studying in more detail this population, we are able for the first time to explain the formation of a portion of local spiral galaxies.

One of the key findings of this study is that the combination of kinematical and morphological observations allows to dissect and understand the history of each individual galaxy at  $z < 1$ . In the coming years, these studies will be extended to galaxies at  $z \gg 1$  thanks to the implementation of the future ELTs. To that end, these giant telescopes will have to integrate Adaptive Optics systems to compensate in real-time the degradation induced by atmospheric turbulence. Due to the low luminosity of distant galaxies, combined with the size of the corrected fields, these AO systems require artificial sources and tomography. The second part of this thesis is therefore devoted to the study of tomographic AO systems for the future ELTs. This work is particularly focused on the study and analysis of the fundamental limitations of the tomographic techniques. Based on theoretical developments in a Fourier basis, we give several ways to optimise these future systems.

The last part of this thesis is devoted to the study of EAGLE : a multi-objects integral field spectrograph project for the European ELT. Based on the results obtained with GIRAFFE for the definition of the scientific requirements and the analysis of the tomographic systems, we propose a first adaptive optics design. By combining an high spatial and spectral resolution with the immense collecting power of the future ELTs, the EAGLE instrument will certainly bring decisive clues in our understanding of the processes at work for the mass assembly in galaxies.

**Keywords :** Galaxy Formation and Evolution - Galaxy Kinematics - Integral Field Spectroscopy - Morphology - Tomographic Adaptive Optics - Instrumentation.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>I</b>	<b>Formation et évolution des galaxies : étude des galaxies distantes</b>	<b>17</b>
<b>2</b>	<b>Méthodologie pour l'étude morphologique et dynamique des galaxies à <math>z &lt; 1</math></b>	<b>19</b>
2.1	Morphologie des galaxies . . . . .	19
2.2	Dynamique des galaxies . . . . .	34
2.3	Synthèse des méthodes de classifications . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Résultats: dynamique et morphologie des galaxies lointaines</b>	<b>47</b>
3.1	Observations Cinématiques . . . . .	48
3.2	Résultats dynamiques . . . . .	52
3.3	Comparaison de la dynamique avec la morphologie . . . . .	54
3.4	Comparaison des méthodes de classification morphologique . . . . .	76
3.5	Tests des scénarios de formation des galaxies spirales . . . . .	77
3.6	Conclusions / Perspectives . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Du VLT à l'ELT: Besoins instrumentaux pour la dynamique des galaxies à <math>z \gg 1</math></b>	<b>83</b>
4.1	Propriétés des galaxies à $z \gg 1$ . . . . .	84
4.2	Spécifications scientifiques pour un instrument 3D sur ELT . . . . .	85



<b>II</b>	<b>Turbulence, Optique Adaptative et Tomographie</b>	<b>113</b>
<b>5</b>	<b>Phase turbulente et imagerie à travers la turbulence</b>	<b>115</b>
5.1	Formation d'image . . . . .	116
5.2	Turbulence atmosphérique et propriétés statistiques de la phase . . . . .	116
5.3	Imagerie à travers la turbulence . . . . .	124
5.4	Caractérisation des effets de la turbulence sur l'imagerie . . . . .	127
<b>6</b>	<b>Optique Adaptative</b>	<b>131</b>
6.1	Optique Adaptative et représentation dans l'espace de Fourier . . . . .	132
6.2	Propagation . . . . .	136
6.3	Analyse de Surface d'onde . . . . .	137
6.4	Reconstruction spatiale du front d'onde . . . . .	141
6.5	Correction du front d'onde: projection sur le DM . . . . .	144
6.6	Limitation d'une Optique Adaptative . . . . .	145
6.7	Comparaison Fourier / E2E . . . . .	158
6.8	Etoiles Lasers . . . . .	159
6.9	Conclusion . . . . .	168
<b>7</b>	<b>Optique Adaptative Tomographique</b>	<b>169</b>
7.1	Introduction . . . . .	170
7.2	Propagation . . . . .	175
7.3	Mesure du volume turbulent . . . . .	175
7.4	Reconstruction spatiale du front d'onde: La tomographie . . . . .	177
7.5	Projection sur les miroirs: spécificité de chaque OA tomographique . . . . .	180
7.6	Limitations d'une OA tomographique . . . . .	181
7.7	Comparaison Fourier/E2E et zones non-vues . . . . .	226
7.8	Etoiles Lasers . . . . .	231
7.9	Conclusion . . . . .	234

---

<b>III</b>	<b>Design Préliminaire du système d’OA d’EAGLE</b>	<b>237</b>
<b>8</b>	<b>Quelle OA pour EAGLE ?</b>	<b>239</b>
8.1	Les données du problème . . . . .	240
8.2	Choix de l’OA tomographique . . . . .	241
8.3	La SMCAO: un concept original pour EAGLE ? . . . . .	243
8.4	Analyse de la MOAO pour EAGLE . . . . .	248
8.5	Correction partielle du Tip/Tilt . . . . .	252
8.6	Bilan de l’OA d’EAGLE . . . . .	258
8.7	Couverture de ciel . . . . .	258
8.8	Conclusion . . . . .	261
	<b>Conclusions &amp; Perspectives</b>	<b>275</b>
	<b>Annexes</b>	<b>281</b>
<b>A</b>	<b>l’E-ELT</b>	<b>281</b>
A.1	Présentation générale . . . . .	282
A.2	Design Optique . . . . .	282
A.3	Instrumentation . . . . .	283
A.4	Le projet EAGLE . . . . .	283
<b>B</b>	<b>Calcul de la DSP du bruit d’aliasing</b>	<b>289</b>
B.1	Cas OA classique . . . . .	289
B.2	Cas OA tomographique . . . . .	290
<b>C</b>	<b>Calcul de la commande optimale en SMCAO</b>	<b>293</b>
C.1	Deux boucles indépendantes . . . . .	294
C.2	Mesures partagées . . . . .	296
C.3	Commande optimale . . . . .	297

<b>D SPIE Marseille Juin 2008 : “PSD based simulation algorithm for Wide FoV AO design. Application to ELT studies”</b>	<b>299</b>
<b>E Liste des publications</b>	<b>313</b>

# Table des figures

1.1	Evolution morphologique dans le <i>Hubble Deep Field South</i> à partir de l'analyse de $\sim 1200$ galaxies observées dans le visible et dans le proche infra-rouge.	2
1.2	Evolution des galaxies de différents types morphologiques. . . . .	3
1.3	Formation d'une galaxie spirale par fragmentation d'un disque riche en gaz.	5
1.4	Formation d'un disque à la suite d'une fusion de galaxies riches en gaz. . . .	6
1.5	Observations de la cinématique des galaxies à $z \sim 2$ . . . . .	7
1.6	Vue d'artiste de l'E-ELT dans son dôme. . . . .	11
1.7	Illustration de l'effet de l'atmosphère et d'une correction par OA pour une observation de galaxies distantes. . . . .	12
1.8	Etoile artificielle au VLT. . . . .	14
1.9	Performances obtenues sur le ciel par MAD au VLT. . . . .	15
1.10	Illustration du principe de l'instrument EAGLE. . . . .	16
2.1	Classification morphologique de Hubble des galaxies. . . . .	20
2.2	Illustration de l'effet de "K-correction". . . . .	21
2.3	Exemple d'ajustement Bulbe / Disque. . . . .	23
2.4	Exemple de décomposition Bulbe / Disque par ajustement d'un modèle 2D.	25
2.5	Classification morphologique par le plan Concentration Asymétrie et le plan Gini $M_{20}$ . . . . .	28
2.6	Exemple de mesure des paramètres de Concentration, Asymétrie, clumpiness, Gini et $M_{20}$ . . . . .	28
2.7	Exemple de cartes couleurs et de modèle d'évolution de la couleur en fonction du redshift. . . . .	31
2.8	Méthode de classification morphologique utilisée pour l'échantillon IMAGES.	33

2.9	Illustration de la mesure d'une courbe de rotation pour une galaxie spirale.	35
2.10	Courbe de rotations de 3 galaxies locales. . . . .	36
2.11	Principales techniques de spectroscopie intégrale de champ. . . . .	38
2.12	Illustration d'une carte de flux, champ de vitesse et dispersion de vitesse . .	38
2.13	Illustration de la méthode "Kinometry". . . . .	40
2.14	Illustration de l'allure d'un champ de vitesse et de la carte de dispersion associée dans le cas d'un disque en rotation observé à faible résolution spatiale.	41
2.15	Illustration de la méthode de classification dynamique utilisée pour l'échantillon IMAGES. . . . .	43
3.1	Exemple de spectres GIRAFFE. . . . .	49
3.2	Exemple d'ajustement simultané des raies du ciel et du doublet OII. . . . .	50
3.3	Exemple de résultat pour 6 galaxies de l'échantillon IMAGES. . . . .	51
3.4	Nombre de galaxies par tranche de magnitude absolue en bande J. . . . .	52
3.5	Exemple de l'analyse cinématique détaillée de la galaxie J033226.23-274222.8.	53
3.6	Histoire schématique de l'évolution des galaxies spirales. . . . .	79
4.1	Principales raies d'émissions utiles pour la dynamique des galaxies à $z \gg 1$ .	86
4.2	Carte d'émission de champ de vitesse et de dispersion à haute résolution pour trois types morpho-dynamiques. . . . .	91
4.3	Résultat des simulations pour la galaxie en rotation et la galaxie en interaction.	92
4.4	Résultat des simulations pour la galaxie "clumpy". . . . .	93
4.5	Energie encadrée en fonction de la taille de l'élément de résolution pour différentes bandes d'observations. . . . .	94
4.6	Effet de l'OA sur la PSF. . . . .	94
5.1	Relations entre la pupille, la FTO et la PSF. . . . .	117
5.2	Répartition verticale de la turbulence. . . . .	118
5.3	Effet d'une couche turbulence sur la propagation d'un onde plane. . . . .	118
5.4	Effet de la turbulence sur la propagation d'une onde plane. . . . .	119
5.5	Principe du phénomène d'anisoplanétisme. . . . .	121

---

5.6	Relations entre la phase, la DSP $C_\phi$ , la fonction de corrélation $B_\phi$ et la fonction de structure $D_\phi$ . . . . .	124
5.7	Principe de la simulation de la phase turbulente par l’approche Fourier et formation de PSFs courtes poses. . . . .	126
5.8	Principe de la simulation d’une PSF longue pose. . . . .	127
6.1	Schéma de principe d’un système d’optique adaptative. . . . .	133
6.2	Synthèse des notations utilisées pour repérer les angles en OA classique. . .	136
6.3	Schéma de principe d’un analyseur de type Shack-Hartmann. . . . .	138
6.4	Effet de repliement (aliasing) lors de la mesure d’un signal échantillonné. . .	140
6.5	Cas purement turbulent. . . . .	147
6.6	Erreur de fitting. . . . .	148
6.7	Erreur de reconstruction et propagation du bruit d’analyse. . . . .	150
6.8	Erreur de reconstruction et propagation du bruit d’analyse. . . . .	151
6.9	DSP résiduelle pour un reconstituteur MMSE sans erreur sur le SNR. . . .	152
6.10	DSP résiduelle pour un reconstituteur MMSE avec une erreur sur le bruit. . .	153
6.11	DSP résiduelle pour un reconstituteur MMSE avec une erreur sur le signal. .	154
6.12	Erreur d’aliasing. . . . .	155
6.13	Erreur d’anisoplanétisme. . . . .	156
6.14	Position relative étoile-objet pour une séparation $\alpha$ fixée et deux altitudes. .	157
6.15	Comparaison des PSFs obtenues avec l’outil Fourier et l’outil E2E. . . . .	160
6.16	Schéma d’illustration des limites fondamentales liées à l’analyse sur étoile laser. . . . .	161
6.17	Principe de simulation de l’effet de cône sur la phase résiduelle. . . . .	163
6.18	Comparaison des FTO “vraies” et “stationnarisées” dans un cas purement turbulent. . . . .	164
6.19	Comparaison des FTO “vraies” et “stationnarisées” dans un cas de correction partielle par OA et dans le cas de l’effet de cône. . . . .	165
6.20	Propagation du bruit dans le cas de spots allongés. . . . .	168
7.1	Schéma de principe de la LTAO et de la MOAO. . . . .	171
7.2	Schéma de principe de la GLAO et de la MCAO. . . . .	172

TABLE DES FIGURES

---

7.3 Recouvrement des pupilles à 10km pour un télescope de 42m. . . . . 174

7.4 Géométrie et notations utilisées en tomographie. . . . . 176

7.5 Illustration de la notion de fréquence non-vue. . . . . 183

7.6 Impact du nombre de couches utilisées dans la modélisation du profil original sur la variance résiduelle totale. . . . . 223

7.7 Multipitch d'analyse. . . . . 224

7.8 DSP résiduelle d'aliasing généralisé. . . . . 225

7.9 DSP résiduelle d'erreur temporelle généralisée. . . . . 226

7.10 Comparaison Fourier/E2E dans le cas d'un recouvrement partiel des pupilles. 228

7.11 Recouvrement partiel des pupilles dans la couche en altitude pour une constellation à 4 étoiles. . . . . 229

7.12 Comparaison des PSFs obtenues avec les codes Fourier et E2E. . . . . 229

7.13 Comparaison Fourier E2E pour un profil à 10 couches corrigé par 3 DMs. . 230

7.14 Illustration des zones non-vues de turbulence dans une géométrie onde plane / onde sphérique. . . . . 233

7.15 Illustration de l'effet d'indétermination des Tip/Tilt en tomographie. . . . 234

8.1 Illustration de la géométrie choisie pour minimiser l'erreur tomographique. . 242

8.2 Carte d'EE en fonction du nombre de DMs utilisés pour la correction. . . . 242

8.3 Influence du nombre de DMs sur l'EE moyenne en fonction de la taille du champ scientifique. . . . . 244

8.4 Illustration du principe de la SMCAO . . . . . 245

8.5 Exemple de champs proposés pour la SMCAO. . . . . 245

8.6 Illustration de la géométrie choisie pour la SMCAO. . . . . 246

8.7 Performance moyenne sur les directions d'optimisations pour une correction par SMCAO. . . . . 247

8.8 Carte d'EE pour une correction de type SMCAO. . . . . 247

8.9 Carte d'EE pour un nombre croissant de couches reconstruites. . . . . 249

8.10 Carte d'EE pour un nombre croissant d'étoiles guides. . . . . 251

8.11 EE moyenne dans le champ en fonction du nombre d'étoiles guides. . . . . 252

8.12 Variance atmosphérique de Tip/Tilt en fonction de l'échelle externe  $L_0$ . . . 253

8.13	Variance résiduelles d'anisoplanétisme et de bruit de photons. . . . .	255
8.14	Pourcentage de correction de la variance atmosphérique de Tip/Tilt en fonction de la magnitude et de la distance angulaire de l'étoile naturelle. . . . .	256
8.15	Carte d'EE pour une mesure effectuée sur 9 étoiles lasers filtrées du Tip/Tilt.	257
8.16	Influence de la magnitude de l'étoile naturelle. . . . .	257
8.17	Distribution des étoiles naturelles dans les champs GOODS et COSMOS pour une sélection en bande R. . . . .	260
8.18	Distribution des étoiles naturelles dans les champs GOODS et COSMOS pour une sélection en bande K. . . . .	261
8.19	Illustration d'une observation typique de EAGLE dans le champ GOODS. . . . .	262
A.1	Vue d'artiste de l'E-ELT dans son dôme . . . . .	281
A.2	Système optique à 5 miroirs. . . . .	283
A.3	Vue d'artiste de EAGLE . . . . .	285
C.1	Schéma Bloc de la SMCAO dans une configuration de deux boucles indépendantes. . . . .	294
C.2	Schéma Bloc de la SMCAO dans une configuration de partage des mesures. . . . .	296
C.3	Schéma Bloc de la SMCAO dans la configuration de commande optimale. . . . .	297





# Liste des tableaux

2.1	Relation entre le rapport B/T et le type morphologique. . . . .	22
2.2	Résumé des principales méthodes de classifications morphologiques et dynamiques. . . . .	45
4.1	Propriétés des galaxies à grand redshift. . . . .	85
4.2	Précision sur la mesure de vitesse et précision relative sur la mesure de la dispersion en fonction de la résolution spectrale R et du SNR. . . . .	89
4.3	Paramètres instrumentaux utilisés dans les simulations. . . . .	90
4.4	Paramètres physiques des galaxies à $z=4$ utilisés dans les simulations. . . .	91
5.1	Altitude et fraction d'énergie turbulente pour un profil de turbulence discrétisé sur 10 couches. . . . .	119
5.2	Altitude et vitesse de vents par couche pour le profil 10 couches. . . . .	122
6.1	Conditions de simulations pour l'étude des limites fondamentales d'un système d'OA. . . . .	146
7.1	Principales caractéristiques des OA tomographiques actuellement planifiées pour l'E-ELT. . . . .	172
8.1	EE moyenne dans le champ en fonction du nombre de couches reconstruites. . . . .	248
8.2	EE moyenne dans le champ en fonction de l'erreur sur l'altitude des couches reconstruites. . . . .	250
8.3	Caractéristiques générales de l'OA d'EAGLE. . . . .	258
8.4	Nombre moyen d'étoiles naturelles dans le champ d'EAGLE. . . . .	258
8.5	Nombre moyen d'étoiles sélectionnées en bande R dans le champ d'EAGLE. . . . .	260
8.6	Nombre moyen d'étoiles sélectionnées en bande K dans le champ d'EAGLE. . . . .	260

A.1 Les instruments de l'E-ELT. . . . . 284

## Liste des Abréviations

ACS	Advanced Camera for Surveys
AGN	Active Galactic Nuclei
ASO	Analyseur de Surface d'Onde
BOA	Banc d'Optique Adaptative
CCD	Charge-Coupled Device
CDFS	Chandra Deep Field South
CFRS	Canada France Redshift Survey
CK	Complex Kinematics
COSMOS	Cosmological Evolution Survey
DEC	Declinaison
DM	Deformable Mirror
DRM	Design Reference Mission
DSP	Densité Spectrale de Puissance
E2E	End To End
EAGLE	ELT Adaptive optics for GaLaxy Evolution
EE	Energie Encadrée
ELT	Extremely Large Telescope
E-ELT	European Extremely Large Telescope
ELTDS	Extremely Large Telescope Design Study
ESO	European Southern Observatory
EW	Equivalent Width
FoV	Field of View
FTO	Fonction de Transfert Optique
FWHM	Full Width at Half Maximum
GEPI	laboratoire Galaxie, Etoiles, Physique et Instrumentation
GHASP	Gassendi Ha Survey of SPirals
GLAO	Ground Layer Adaptive Optics
GOODS	Great Observatories Origins Deeps Survey
GS	Guide Star
HDF	Hubble Deep Field
HST	Hubble Space Telescope
IFU	Integral Field Unit
IMAGES	Intermediate Mass Galaxies Evolution Sequence
JOSA	Journal of the Optical Society of America
LGS	Laser Guide Star

LIRG	Luminous InfraRed Galaxy
LSE	Least Square Estimator
LTAO	Laser Tomographic Adaptive Optics
MAD	Multi-conjugate Adaptive optics Demonstrator
MAORY	Multi-conjugate Adaptive Optics RelaY
MCAO	Multi-Conjugate Adaptive Optics
MMSE	Minimum Mean Square Estimator
MOAO	Multi-Object Adaptive Optics
MOS	Multi-Object Spectroscopy
NAOS	Nasmyth Adaptive Optics System
NIR	Near InfraRed
NGS	Natural Guide Star
OA	Optique Adaptative
ONERA	Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiale
OWL	OverWhelmingly Large telescope
PSF	Point Spread Function
PR	Perturbed Rotation
RA	Right Ascension
RD	Rotation Disk
RON	Read Out Noise
RTC	Real Time Computer
SFR	Star Formation Rate
SH	Shack Hartmann
SMCAO	Segmented Multi Conjugate Adaptive Optics
SNR	Signal to Noise Ratio
SPHERE	Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet Research
SPIE	Society of Photo-Optical Instrumentation and Engineering
SR	Strehl Ratio
TF	Tully-Fisher
TFD	Transformée de Fourier Discrète
TSVD	Truncated Singular Value Decomposition
VLT	Very Large Telescope
XAO	eXtreme Adaptive Optics

*“There is a theory which states that if ever anybody discovers exactly what the Universe is for and why it is here, it will instantly disappear and be replaced by something even more bizarre and inexplicable.*

*There is another theory which states that this has already happened.”*

Douglas Adams, *The Hitchhiker’s Guide to the Galaxy*.



# Chapitre 1

## Introduction Générale

En 1926, Hubble (1926) étudie un échantillon de 400 galaxies observées dans le visible. Il constate que même si la forme et l'apparence des galaxies diffèrent d'un objet à l'autre, des caractéristiques morphologiques communes peuvent être dessinées. Il regroupe alors ces galaxies en trois grandes catégories morphologiques que sont : les galaxies Elliptiques, les galaxies Spirales et les galaxies Irrégulières. Le succès de cette classification réside dans le fait que d'autres grandeurs physiques soient corrélées au type morphologique (Roberts et Haynes, 1994). Ainsi, les galaxies spirales sont plutôt bleues, constituées d'étoiles jeunes organisées en rotation, alors que les elliptiques sont plutôt rouges, avec des populations stellaires plus anciennes et dynamiquement supportées par la dispersion de vitesse. Dans l'Univers local, la majorité des galaxies sont des spirales telle que notre galaxie, la Voie Lactée. La répartition des galaxies par type morphologique est d'environ 65% de spirales, 31% d'elliptiques ou lenticulaires et moins de 4% sont des irrégulières (Marzke *et al.*, 1998). Dans les années 90, l'observation des galaxies distantes explose avec la mise en orbite du télescope spatial *Hubble* (le HST) et les premiers relevés du ciel profond. En s'affranchissant de la dégradation de la résolution spatiale due à la turbulence atmosphérique, les images obtenues par le HST ont permis de résoudre spatialement les galaxies distantes. En parallèle, le pouvoir collecteur de la nouvelle génération de télescopes de la classe des 8-10m a permis le suivi spectroscopique de galaxies de plus en plus faibles et de plus en plus lointaines. La combinaison de l'imagerie obtenue par le HST pour l'information morphologique et de la spectroscopie systématique de ces objets pour l'information dynamique et chimique, s'est avérée être un outil indispensable pour notre compréhension de l'Univers.

### Les observations des galaxies lointaines

Ces dernières années ont vu une spectaculaire augmentation des observations de l'Univers distant, avec particulièrement de grandes campagnes d'observations (des *surveys*) multipliant de manière exponentielle le nombre de galaxies observées. Un des résultats



les plus marquants de ces relevés est l'augmentation avec le redshift du nombre de galaxies dites "particulières", dont le type morphologique ne rentre plus dans la séquence de Hubble. L'étude des champs tels que le *Hubble Deep Field* (Abraham *et al.*, 1996b) ou le *Canada France Redshift Survey* (Brinchmann *et al.*, 1998; van den Bergh, 2001) a montré qu'une majorité des galaxies sort du cadre de la classification de Hubble à  $z \geq 0.5$ , que les structures spirales deviennent plus chaotiques à  $z \geq 0.6$  et que les spirales et elliptiques deviennent rares à  $z \geq 1.5$ . Cette évolution morphologique est résumée sur la Fig. 1.2. A plus grand redshift, Conselice *et al.* (2005) trouvent que plus de 80% de la masse stellaire est sous forme de galaxies irrégulières à  $z \geq 2$ .

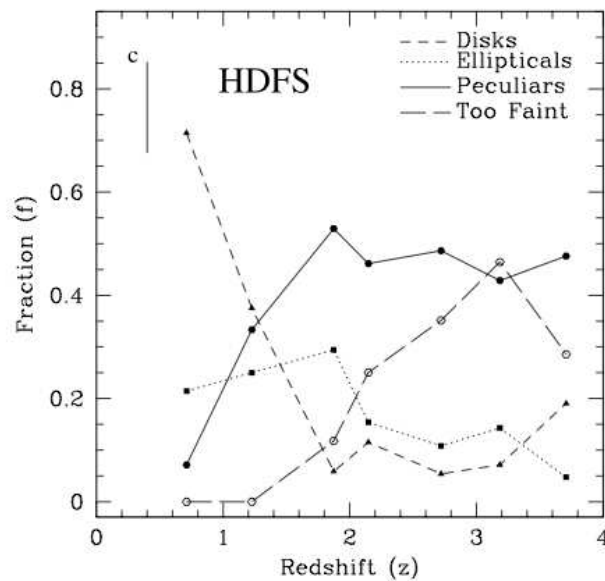


FIG. 1.1 – Evolution morphologique dans le *Hubble Deep Field South* à partir de l'analyse de  $\sim 1200$  galaxies observées dans le visible et dans le proche infra-rouge. Tiré de Conselice *et al.* (2005).

L'évolution morphologique semble toutefois plus importante pour les galaxies de types tardifs (les spirales et les irrégulières) que pour les elliptiques. Par exemple, la Fig. 1.1 montre que l'évolution de la fraction des galaxies elliptiques est relativement constante jusqu'à  $z=2$ . Plusieurs observations tendent à montrer que la population des elliptiques serait déjà en place à  $z > 1$  (Cimatti *et al.*, 2004; Bernardi *et al.*, 2006; Jimenez *et al.*, 2007; Cimatti, 2008). Les galaxies de types tardifs au contraire montrent des couleurs au repos très bleues, qui témoignent d'une activité de formation stellaire plus intense dans le passé (Brinchmann *et al.*, 1998; Lilly *et al.*, 1998; Abraham *et al.*, 1999; Papovich *et al.*, 2005). De plus, la taille moyenne des galaxies semble décroître avec le redshift (Ferguson *et al.*, 2004; Bouwens *et al.*, 2004; Papovich *et al.*, 2005) et ce surtout au delà de  $z=1$  avec une évolution proche d'une loi en  $(1+z)^{-1}$ .

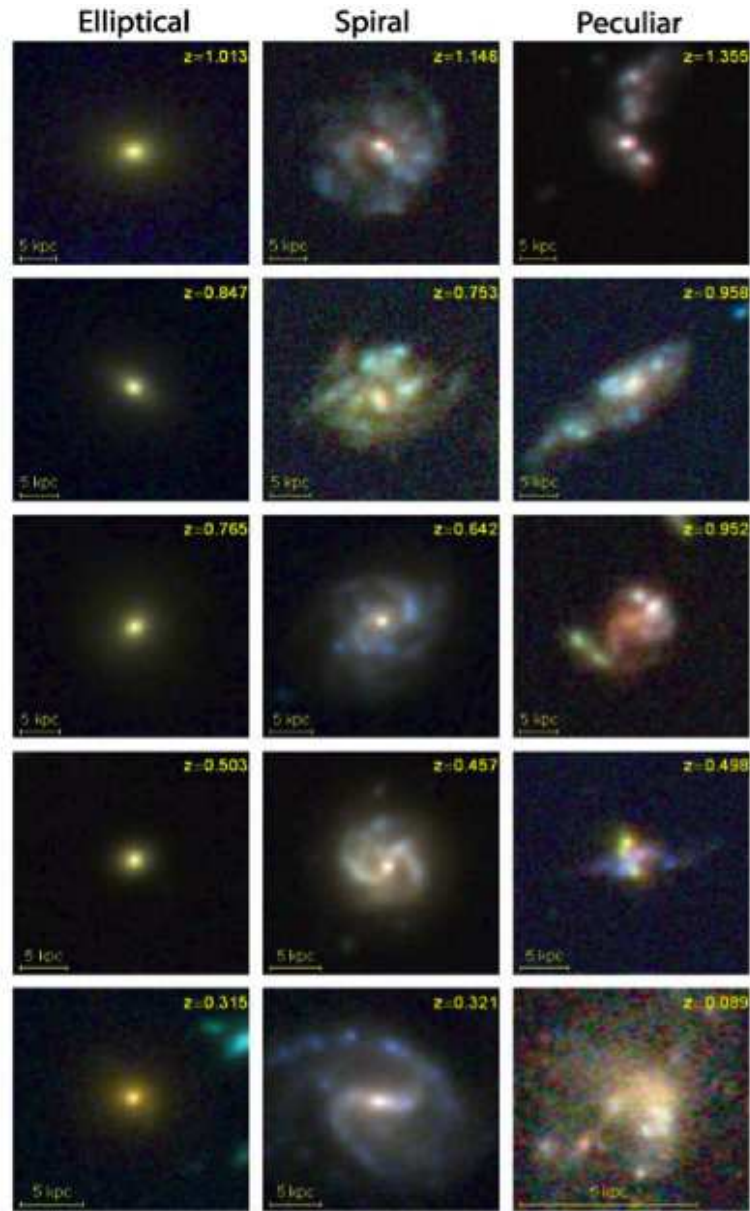


FIG. 1.2 – Evolution des galaxies de différents types morphologiques. Les galaxies sont classées par  $z$  décroissant. Tiré de Abraham et van den Bergh (2001).

En résumé, les observations montrent que les progéniteurs des spirales étaient en majorité plus irréguliers, plus petits et formaient beaucoup plus d'étoiles que les galaxies actuelles. Comment expliquer une telle évolution ?

### Le cadre théorique

Parallèlement aux observations toujours plus détaillées des galaxies lointaines, un cadre théorique s'est développé pour tenter d'expliquer la formation et l'évolution des galaxies.

Le problème est de comprendre quels peuvent être les mécanismes ayant pu donner naissance à la fois aux galaxies spirales et elliptiques.

Le mécanisme de formation des disques fait habituellement intervenir un effondrement dissipatif du gaz à l'intérieur des halos de matière noire. Le gaz est initialement chauffé à la température virielle du halo, puis il se refroidit pour former les galaxies (White et Rees, 1978; Blumenthal *et al.*, 1984). La galaxie continue ensuite de croître par accrétion de gaz qui se transforme progressivement en étoiles au cours du temps. On parle alors de processus séculaires (Semelin et Combes, 2002; Birnboim et Dekel, 2003; Keres *et al.*, 2005; Dekel et Birnboim, 2006). Récemment, les modèles théoriques introduisent une distinction entre des modes d'accrétions de gaz "chaud" et de gaz "froid" (Keres *et al.*, 2005; Birnboim *et al.*, 2007). Dans le cas d'accrétion de gaz chaud, le gaz est initialement chauffé soit en subissant des chocs lors de la virialisation du halo, soit par des phénomènes de feedback tels que des Supernovae par exemple (Okamoto *et al.*, 2005). En se refroidissant par des processus radiatifs, le gaz retombe de manière isotrope et forme un disque par flambées de formation d'étoiles. Dans le cas d'accrétion de gaz froid, celle-ci interviendrait de manière plus anisotrope, le long des filaments ou par l'absorption de petits nuages riches en gaz. Keres *et al.* (2005) montrent que selon la masse de la galaxie, l'un ou l'autre des modes d'accrétion domine. La forme irrégulière des galaxies distantes pourrait alors s'expliquer par des fragmentations dans des disques riches en gaz, formant des galaxies "clumpy" avec des zones de formation stellaire très intense (Noguchi, 1999; Immeli *et al.*, 2004a,b; Bournaud *et al.*, 2007). La Fig. 1.3 illustre un tel processus qui peut se résumer par quatre phases majeures :

- Un disque très riche en gaz devient globalement instable à la fragmentation : des "clumps" à la masse de Jeans locale se forment très rapidement ( $\sim 0.5$ Gyr).
- Le disque évolue dans une phase "clumpy" ( $\sim 0.5 - 1$ Gyr) pendant laquelle la formation stellaire est très intense ( $\sim 50-100M_{\odot}/\text{yr}$ ) au sein des régions géantes de gaz.
- La friction dynamique des "clumps" avec le disque sous-jacent fait migrer ces premiers vers le centre du disque où ils forment un bulbe central.
- Enfin, les interactions entre les "clumps" dissipent l'énergie et redistribuent la matière sous la forme caractéristique d'un disque exponentiel mince.

Le moteur des instabilités gravitationnelles initiales serait une accrétion massive de gaz froid ( $\sim 50-100M_{\odot}/\text{yr}$ ) sur des échelles de temps relativement courts ( $\sim 0.5$ Gyr).

La population stellaire plutôt vieille des galaxies de type précoce (les elliptiques) suggère qu'elles ont été formées il y a longtemps et dans une échelle de temps courts. Les modèles théoriques prédisent que les galaxies elliptiques sont le résultat de fusions de disques dans des régions denses de l'Univers (Toth et Ostriker, 1992; Mihos et Hernquist, 1994). Dans ces modèles, l'interaction de galaxies dont le rapport de masse est compris entre 1 : 1 et 1 : 4 conduit à la destruction des disques des progéniteurs et à la formation

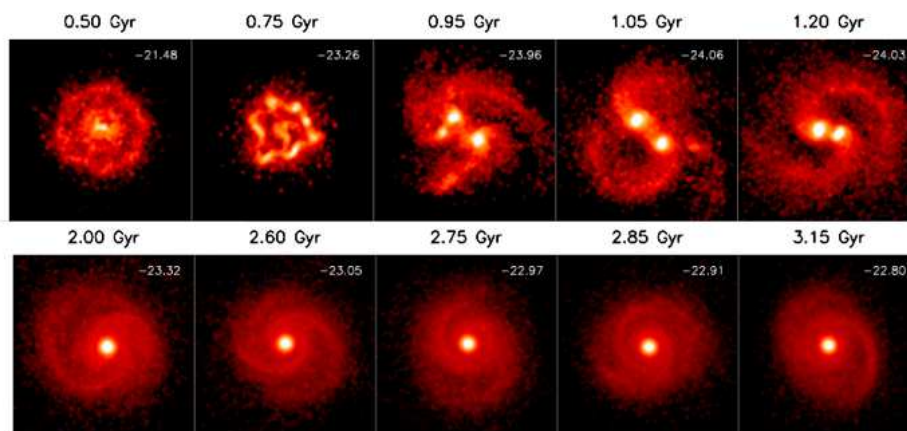


FIG. 1.3 – Formation d’une galaxie spirale par fragmentation d’un disque riche en gaz. La morphologie apparaît irrégulière alors que la dynamique sous-jacente est relaxée. Tiré de Immeli *et al.* (2004a)

d’une galaxie de type Elliptique.

Bien que ce cadre théorique général rende compte des propriétés de l’Univers à grande échelle et de l’existence des deux principaux types morphologiques, il souffre de plusieurs problèmes importants. En particulier, les simulations numériques détaillées de formation de galaxies conduisent à des systèmes trop petits, trop concentrés et qui n’ont pas assez de moment angulaire (Navarro et Benz, 1991; Navarro et Steinmetz, 2000). De plus, il semble incompatible avec certaines observations et notamment avec la fraction de fusion à grand redshift. En effet, le taux de fusion entre galaxies augmente significativement à plus grand redshift (Le Fèvre *et al.*, 2000; Conselice *et al.*, 2003; Bell *et al.*, 2006; Lotz *et al.*, 2008a; Rawat *et al.*, 2008). Bien que ces études utilisent des méthodologies différentes, elles s’accordent pour dire qu’à  $z=0.6$ , environ 5% des galaxies dont la masse est supérieure à  $3 \times 10^{10} M_{\odot}$  sont dynamiquement liées en paires. Le temps caractéristique pour que ces paires de galaxies fusionnent est de l’ordre de  $\sim 0.3 - 0.5$  Gyr (Binney et Tremaine, 1987; Tissera *et al.*, 2002; Bell *et al.*, 2006). En combinant le nombre de paires de galaxies avec le temps de fusion, Hammer *et al.* (2007) trouvent qu’entre 50 et 75% des galaxies dont la masse est supérieure à  $3 \times 10^{10} M_{\odot}$  auraient subi un événement de fusion majeure depuis  $z=1$ . A plus haut redshift, Conselice *et al.* (2003) trouvent qu’une galaxie doit subir entre 4 et 5 événements de ce type. On voit donc que les processus de fusion ont dû aussi jouer un rôle particulièrement actif dans le passé. Cela soulève toutefois une contradiction. Si le résultat d’une fusion de galaxies produit inévitablement une galaxie de type précoce comme prédit dans le modèle hiérarchique, la grande majorité des galaxies actuelles devrait donc être des elliptiques. Or, l’Univers local est au contraire peuplé d’une majorité de galaxies de type tardif. Pour expliquer cette contradiction et pour rendre compte de la fraction de

fusions dans l’univers distant, Hammer *et al.* (2005) proposent que des disques puissent se reformer à la suite d’une fusion de galaxies. La Fig. 1.4 illustre un tel processus (appelé “spiral rebuilding”) qui peut se résumer en trois étapes :

- La phase d’interaction/fusion au cours de laquelle les disques des progéniteurs sont détruits alors que l’essentiel de la matière tombe vers le centre de masse du système.
- La phase compacte au cours de laquelle le résidu de l’interaction serait associé à la formation d’un bulbe.
- La phase de reconstruction du disque pendant laquelle le gaz expulsé lors de l’interaction est progressivement accréte par le résidu de l’interaction et reforme peu à peu un disque.

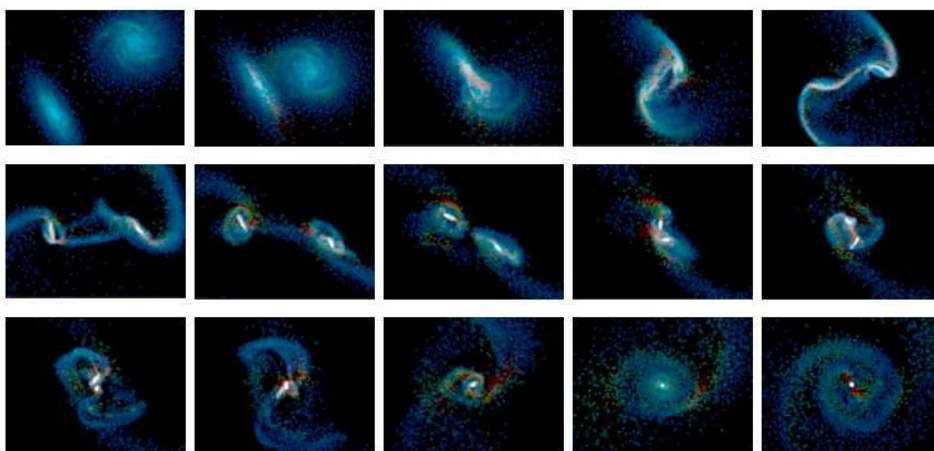


FIG. 1.4 – Formation d’un disque à la suite d’une fusion de galaxies riches en gaz. Tiré de Barnes (2002)

Ce scénario est appuyé par de récentes modélisations numériques (Barnes, 2002; Springel et Hernquist, 2005; Robertson *et al.*, 2006; Hopkins *et al.*, 2008; Lotz *et al.*, 2008b) qui montrent que, théoriquement, la reconstruction d’un disque est possible si les progéniteurs possèdent une fraction de gaz suffisamment importante. Or justement, la fraction de gaz était plus élevée dans les objets à plus haut redshift pouvant représenter jusqu’à la moitié de la masse baryonique à  $z=1$  (Liang *et al.*, 2006; Daddi *et al.*, 2008). Le scénario de “spiral rebuilding” apparaît donc comme une alternative intéressante au modèle standard de formation des disques. Il permet non seulement de réconcilier l’évolution de la fraction des fusions et la proportion de galaxies spirales dans l’Univers local, mais aussi d’expliquer de nombreuses autres observables telles que l’évolution de la densité de formation stellaire, l’évolution de la masse et des métaux, l’évolution des types morphologiques.

En résumé, deux processus semblent donc être des moteurs importants de l’évolution des galaxies : les processus d’accrétion externe de gaz et les processus de fusion. L’importance relative de ces processus est une question ouverte et, aujourd’hui encore, la question

de savoir comment les galaxies ont formé leurs étoiles et comment elles ont évolué pour former les structures spirales observées dans l'Univers local n'est pas élucidée.

## L'apport de la dynamique

Un paramètre essentiel pour discriminer l'importance relative des processus à l'oeuvre dans les galaxies distantes est donné par leur état dynamique. En effet, si la morphologie des galaxies distantes permet d'apporter des indications sur la fraction de galaxies en interaction, elle n'est cependant pas nécessairement concluante pour faire la distinction entre des processus séculaires et des processus plus violents. En revanche, ces processus ont des caractéristiques dynamiques bien distinctes. Une interaction de galaxies perturbe ou détruit la rotation des disques, alors que les processus séculaires conservent la dynamique sous-jacente de la galaxie. L'observation de l'état dynamique des galaxies est donc un outil puissant pour comprendre les processus internes des galaxies distantes. Avec l'avènement des télescopes de 8-10m, plusieurs observatoires se sont équipés de spectrographe intégrale de champ afin d'obtenir un diagnostic cinématique complet des galaxies à grand redshift. Récemment, des observations de la dynamique des galaxies à  $z \sim 2$  semblent indiquer la présence d'une population de disques en rotation (Förster Schreiber *et al.*, 2006; Genzel *et al.*, 2006; Wright *et al.*, 2007; Law *et al.*, 2007; Genzel *et al.*, 2008; Bournaud *et al.*, 2008) ce qui favoriserait un scénario où les galaxies évolueraient principalement par des processus séculaires. La Fig. 1.5 illustre quelques-unes de ces observations.

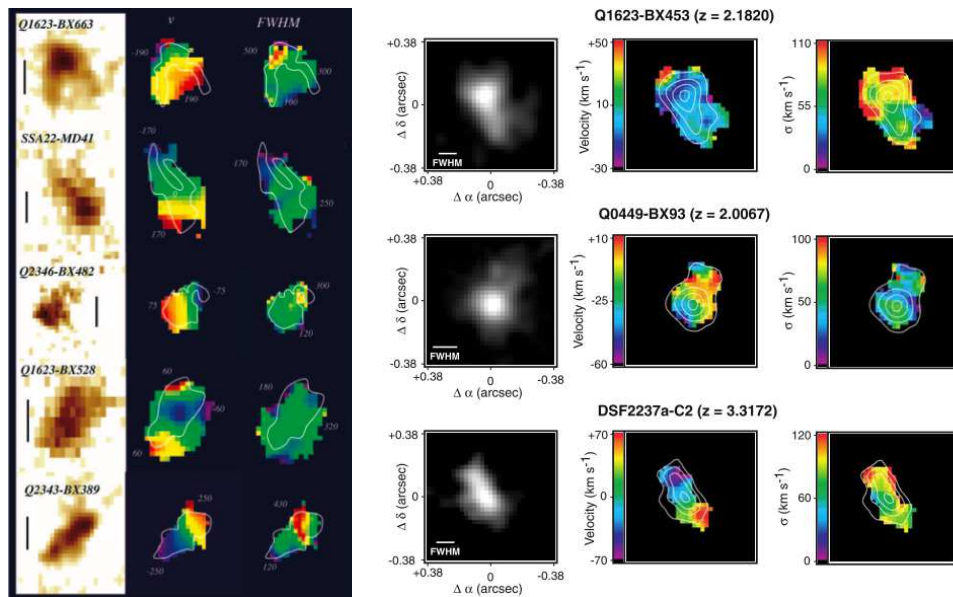


FIG. 1.5 – Observations de la cinématique des galaxies à  $z \sim 2$ . A gauche : 5 galaxies tirées de Förster Schreiber *et al.* (2006). A droite : 3 galaxies tirées de Law *et al.* (2007).

Par exemple, Förster Schreiber *et al.* (2006) trouvent que sur 14 galaxies observées à  $z \sim 2$ , 1/3 seulement présente des caractéristiques dynamiques de galaxies en interaction et

1/3 serait bien modélisé par des disques en rotation (le dernier tiers n'est pas suffisamment résolu spatialement pour se prononcer). Plus récemment, Bournaud *et al.* (2008) comparent l'observation dynamique d'une galaxie à  $z=1.6$  avec des modélisations numériques. D'après leur modèle, ils expliquent à la fois la morphologie irrégulière et la cinématique relaxée sous-jacente par la fragmentation d'un disque riche en gaz et la formation d'une galaxie "clumpy".

Cependant, compte tenu de la résolution spatiale des observations relativement à la taille des galaxies, il peut être difficile de faire la différence entre une zone de formation stellaire intense et un compagnon en interaction. Et ce, même en utilisant des observations à haute résolution spatiale en corrigeant des effets de l'atmosphère par optique adaptative (e.g. Wright *et al.* (2007)). Par exemple, Robertson et Bullock (2008) montrent que les observations cinématiques des galaxies à  $z\sim 2$  peuvent tout aussi bien être expliquées par la fusion de disques riches en gaz. Par ailleurs, la taille des échantillons reste actuellement sévèrement limitée pour qu'on puisse en tirer des conclusions fortes. Seulement sept galaxies ont été observées à haute résolution spatiale actuellement et sur ce petit échantillon, seulement trois présenteraient une cinématique compatible avec un disque en rotation. De plus, pour des raisons observationnelles, ces galaxies sont choisies pour être très brillantes, il se peut donc que des effets de sélections interviennent aussi.

A des redshifts plus modérés (on parle de "redshifts intermédiaires" :  $z\sim 0.6$ ), Flores *et al.* (2006); Puech *et al.* (2006b,a, 2007b) ont mené l'étude de la dynamique d'un échantillon de 35 galaxies. Cet échantillon présente l'avantage d'être représentatif d'une catégorie de galaxies : les galaxies de masses intermédiaires ( $1.5\times 10^{10}M_{\odot} < M < 15\times 10^{10}M_{\odot}$ ). Cette population contient environ les 2/3 de la masse stellaire actuelle. De plus, Bell *et al.* (2005) et Hammer *et al.* (2005) montrent que cette population subit une forte évolution depuis  $z=1$  en formant plus de la moitié de leurs étoiles. C'est donc une population particulièrement intéressante pour comprendre les processus qui activent cette forte formation stellaire et comment la séquence de Hubble actuelle s'est mise en place. A partir de cet échantillon, Flores *et al.* (2006) trouvent qu'environ 40% des galaxies présentent une cinématique anormale, incluant 26% de cinématiques complexes qui résultent certainement de processus de fusions (Puech *et al.*, 2007b). Or ces galaxies ne peuvent être des progéniteurs des galaxies elliptiques actuelles car celles-ci se sont formées à des époques antérieures. Par ailleurs, ces galaxies ne peuvent toutes former les irrégulières actuelles, qui ne représentent que 5% environ de la population locale. Une partie d'entre elles a donc nécessairement évolué vers les grandes spirales qui forment la majorité de la population locale. Toujours à partir de cet échantillon, Puech *et al.* (2006b) montrent que les galaxies compactes sont en majorité associées à des systèmes non relaxés où les mouvements à grande échelle jouent un rôle important. Ces observations semblent donc appuyer le scénario de "spiral rebuilding" et l'hypothèse selon laquelle des galaxies en cours de fusion et des galaxies compactes pourraient constituer les progéniteurs des galaxies spirales de masse intermédiaire (Hammer *et al.*, 2005). La résolution spatiale de ces observations ne permet cependant pas d'ex-

---

clure définitivement d'autres processus qui pourraient perturber le champ de vitesse. On pourrait évoquer par exemple des effets internes causés par la présence d'une barre, ou de vents violents. Par ailleurs, l'impact d'une accréation de gaz sur le champ de vitesse est encore assez mal connu et il n'existe pas de prédictions théoriques claires. Enfin, même si l'échantillon étudié par Flores *et al.* (2006) est significativement plus grand que ceux à  $z \sim 2$ , il reste limité par une incertitude statistique non négligeable.

En conclusion, si certaines pièces du puzzle semblent se mettre en place progressivement, notre connaissance des galaxies lointaines ainsi que les processus physiques qui les façonnent n'est encore que partielle. Pour reconstituer l'histoire de l'évolution des galaxies, le rôle de l'information cinématique est décisif. Compte tenu de la complexité du problème, seule l'observation de grands échantillons cinématiques représentatifs, complétés par des données photométriques profondes et à haute résolution angulaire peut nous apporter des indications fortes sur les processus à l'oeuvre dans l'évolution des galaxies. C'est l'objectif du large programme d'observation "IMAGES".

## Le large programme IMAGES

Le large programme IMAGES ("Intermediate MAss Galaxies Evolution Sequence") a été construit pour rassembler un maximum d'informations sur un nombre significativement représentatif de galaxies distantes. Le coeur du programme combine des observations cinématiques d'environ 100 galaxies à l'aide du spectrographe intégrale de champ GIRAFFE et des observations spectroscopiques intégrées à l'aide de FORS2 pour estimer l'abondance du gaz et sa composition chimique. Les galaxies sont sélectionnées dans le *Chandra Deep Field South* car ce champ possède une couverture dans un domaine de longueurs d'onde sans précédent. Ainsi, la photométrie et la morphologie des galaxies dans le visible provient d'observations profondes du HST avec la caméra ACS ( $0.03''/\text{pix}$ ). La couverture dans l'IR à  $3.6\mu\text{m}$ ,  $8\mu\text{m}$ ,  $12\mu\text{m}$  et  $24\mu\text{m}$  est assurée par le *survey* profond du satellite *Sptizer*. Des observations dans les domaines radio (*Australian Telescope Compact Array*) et X (*Chandra X Ray Observatory* et *XMM Newton*) sont aussi disponibles publiquement. Enfin, de nombreuses observations spectroscopiques depuis les télescopes au sol fournissent le redshift des objets (e.g. VVDS, FORS2, K20). A ce jour, ce champ constitue la plus grande zone du ciel observée par une telle multitude d'instruments.

L'échantillon d'IMAGES est construit pour inclure toutes les galaxies dont la magnitude absolue en bande J est telle que  $M_J(\text{AB}) < -20.3$ . Ce critère est équivalent à une sélection des galaxies dont la masse est environ  $> 1.5 \times 10^{10} M_\odot$ , ce qui correspond aux galaxies de masses intermédiaires. Les observations cinématiques sont basées sur l'analyse des raies en émissions et plus particulièrement sur la raie [OII]. Pour l'étude des galaxies de redshifts intermédiaires ( $0.1 \leq z \leq 1$ ), cette raie tombe dans le domaine observable par GIRAFFE. On sélectionne les galaxies ayant une émission [OII] suffisamment intense pour être détectée par GIRAFFE dans un temps d'intégration raisonnable, cela correspond au



critère suivant :  $EW([OII]) > 15\text{\AA}$ . On parle alors de galaxies à raies d'émission, qui représentent environ 60% des galaxies de masse intermédiaire (Hammer *et al.*, 1997). Le détail des observations GIRAFFE est présenté au § 3.1.

Une première partie de mon travail de thèse a consisté à l'étude et l'analyse de la cinématique de 36 galaxies de l'échantillon IMAGES. Ces galaxies viennent compléter l'échantillon de Flores *et al.* (2006) pour former un ensemble de galaxies représentatives des galaxies de masse intermédiaire à ces redshifts. Les résultats concernant la dynamique de ces galaxies sont présentés dans Yang *et al.* (2008). Je reviendrai sur les principales conclusions de ce travail et leurs implications sur l'évolution des galaxies au § 3.2.

Je me suis ensuite plus particulièrement intéressé à la comparaison de la cinématique de ces galaxies avec leur morphologie. Alors que dans l'Univers local, il existe une corrélation forte entre la morphologie et la dynamique des galaxies, très peu d'études se sont intéressées à savoir si cela était toujours le cas à plus haut redshift. Il existe plusieurs méthodes pour l'analyse morphologique et dynamique des galaxies. Les différentes méthodes de classifications utilisées dans cette thèse sont présentées au chapitre 2. La comparaison de la morphologie avec la dynamique nous permet ainsi de tester ces différentes méthodes de classification morphologique et de proposer une approche qui permette de distinguer morphologiquement les galaxies ayant des propriétés dynamiques différentes. Par ailleurs, en combinant l'information dynamique avec l'information morphologique, nous avons isolé une catégorie de galaxies qui présente à la fois une morphologie et une cinématique relaxées. Cette catégorie de galaxies représente très probablement les progéniteurs d'une partie des galaxies spirales qui peuplent l'Univers local. Ces travaux sont présentés dans Neichel *et al.* (2008) que je reprends au § 3.3.

En étudiant plus en détail la population des galaxies spirales de l'échantillon IMAGES, Puech *et al.* (2008a) montrent que celles-ci suivent toutes une relation de Tully-Fisher décalée par rapport à la relation locale. En combinant les résultats de Neichel *et al.* (2008) et Puech *et al.* (2008a) on peut alors évaluer précisément l'évolution des galaxies spirales depuis  $z \sim 0.6$ . Cette discussion est proposée dans le § 3.5.

Une des conclusions essentielles de cette étude est, qu'en combinant des observations dynamiques et morphologiques, on est désormais capable de disséquer et de comprendre l'histoire individuelle de chaque galaxie à  $z < 1$ . Un exemple précis est donné par l'analyse d'une galaxie en cours de fusion avec un satellite présentée dans Puech *et al.* (2007a). Cette étude partiellement présentée au § 3.2 démontre l'efficacité sans précédent du couple imagerie/cinématique. Le prochain pas décisif pour notre connaissance des galaxies distantes sera sûrement apporté par les Extremely Large Telescopes (ELTs).

---

## Les ELTs : un prochain pas décisif

Grâce au pouvoir collecteur immense des futurs ELTs, on pourra reproduire la même analyse que celle actuellement menée sur les galaxies à  $z < 1$ , mais sur des galaxies au moins aussi loin que  $z \sim 4$  (Puech *et al.*, 2008b). La majorité des étoiles et des éléments chimiques s'étant formée entre  $z = 0.5$  et  $z = 2 - 3$ , l'étude détaillée de ces galaxies apportera certainement des indices décisifs dans notre compréhension des processus à l'oeuvre pour l'assemblage de la masse dans les galaxies. Cependant, les défis technologiques apportés par la définition, la construction et l'exploitation des ELTs et de l'instrumentation associée sont considérables. Une simple extrapolation des systèmes actuels aux ELTs n'est pas suffisante. Les contraintes observationnelles deviennent de plus en plus dures et l'ensemble de l'instrumentation doit être repensé.

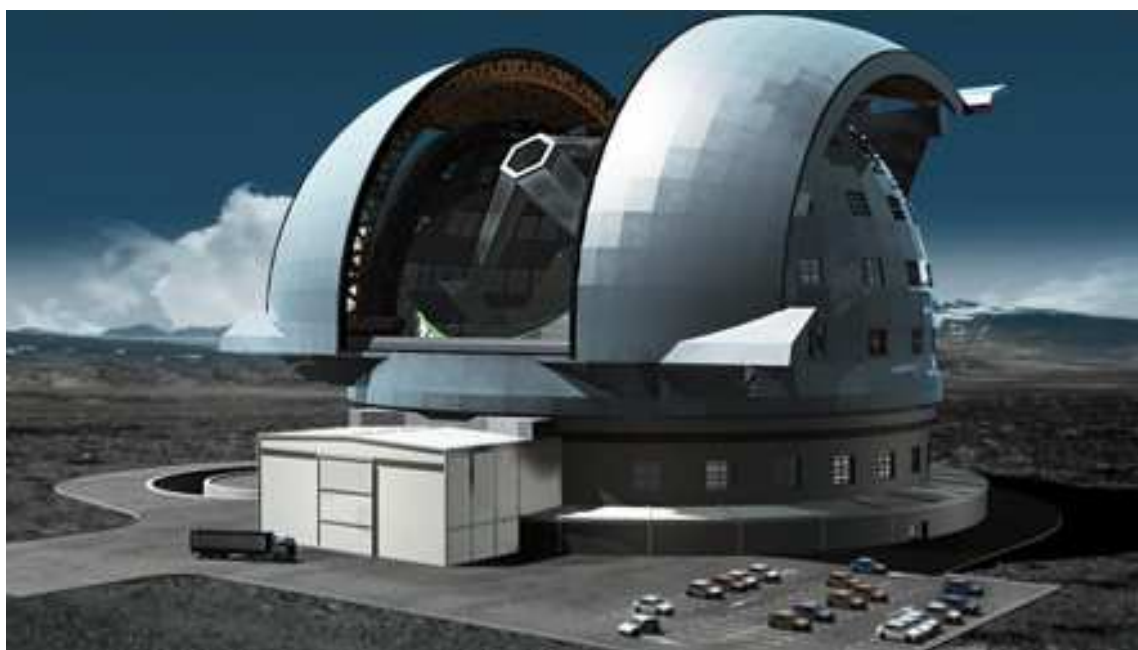


FIG. 1.6 – Vue d'artiste de l'E-ELT dans son dôme. Tiré de [www.eso.org/sci/facilities/eelt/](http://www.eso.org/sci/facilities/eelt/)

Dans le chapitre 4, je présente les principales caractéristiques que devra avoir un instrument capable de mesurer la dynamique des galaxies à des époques où l'univers n'avait que  $1/5$  de son âge. En m'appuyant sur les travaux présentés dans Puech *et al.* (2008b), je donne les spécifications scientifiques en terme de résolution spatiale, résolution spectrale, d'énergie encadrée et de champ que devront atteindre les systèmes spectro-imageurs destinés à l'observation des galaxies lointaines sur un ELT.

La première conclusion de cette étude est que pour satisfaire les besoins en résolution spatiale, un tel instrument devra nécessairement inclure une Optique Adaptative (OA) performante. En effet, la principale difficulté lorsque l'on observe des galaxies de plus en plus loin vient du fait que la taille des objets diminue fortement à grand redshift. Or, la présence de l'atmosphère terrestre limite de manière importante la résolution des télescopes

(Roddier, 1981). Cette dernière ne dépasse jamais la résolution théorique d'un télescope de quelques dizaines de centimètres aux longueurs d'ondes optiques et ce, quel que soit le diamètre du télescope considéré (Fried, 1966). L'OA permet de restaurer la résolution angulaire des observations en corrigeant des effets de la turbulence atmosphérique (Babcock, 1953; Hardy *et al.*, 1977; Roddier, 1999). Pour cela, un miroir déformable corrige en temps réel le front d'onde incident en utilisant les données provenant d'un instrument de mesure de la phase. Le besoin d'une haute résolution spatiale a donc motivé la deuxième partie de cette thèse qui est consacrée à l'étude de l'optique adaptative des futurs ELTs. Le premier chapitre de cette deuxième partie (Chap. 5) décrit le phénomène de turbulence atmosphérique et son effet sur la formation d'image au foyer d'un télescope. Le chapitre suivant (Chap. 6) présente le principe de l'OA classique et ses limites fondamentales. En effet, si les systèmes d'OA permettent d'obtenir des images d'une qualité sans précédent, deux sources d'erreurs viennent principalement restreindre le type d'objets célestes observables : le bruit de mesure et l'anisoplanétisme. Le premier restreint les cibles potentielles aux objets les plus brillants, le second, dû à la répartition verticale de la turbulence dans le volume d'atmosphère, limite le champ corrigé à quelques dizaines de secondes d'arc. Pour l'observation de galaxies distantes, l'OA ne sera efficace que pour les galaxies se situant dans le voisinage d'une étoile brillante (typiquement  $R \leq 16$ ). Ainsi, seule une faible fraction des galaxies peut bénéficier d'une correction des effets de l'atmosphère, on parle de zone du ciel observable ou de couverture de ciel. La Fig. 1.7 illustre l'effet de l'atmosphère (à gauche), d'une correction par OA (au centre) et d'une observation sans turbulence (à droite). Or pour être compétitifs, les futurs spectro-imageurs doivent pouvoir faire l'analyse d'un grand nombre de galaxies en parallèle, et donc combiner à la fois un grand champ corrigé et une couverture de ciel la plus large possible.

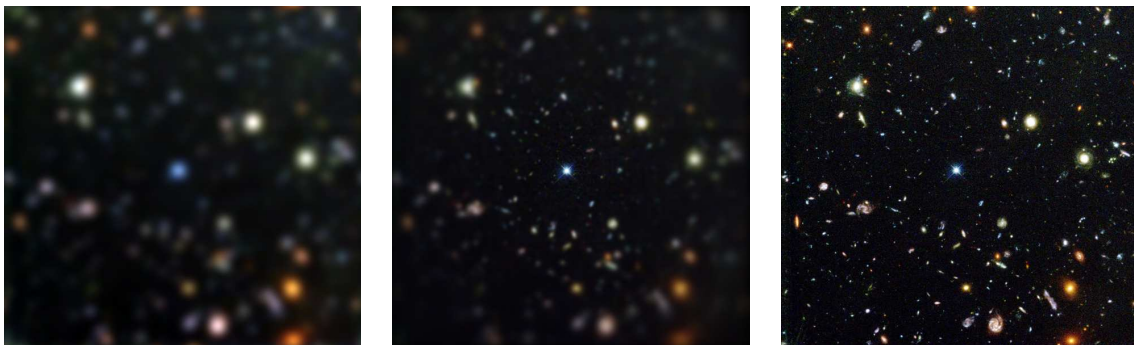


FIG. 1.7 – Illustration de l'effet de l'atmosphère et d'une correction par OA pour une observation de galaxies distantes. A gauche : observation limitée par le seeing. Au centre : correction par OA. A droite : image spatiale.

---

## Les nouveaux défis de l'Optique Adaptative

La faible luminosité des objets à observer, combinée à la taille des champs à corriger, rend indispensable la mise en place de sources artificielles et d'OA tomographiques. Cette technique initialement proposée par Tallon et Foy (1990) doit permettre de reconstruire le volume de turbulence atmosphérique en temps réel à partir de la mesure des perturbations dans plusieurs directions et offrir ainsi un champ de correction accrue par rapport à l'OA classique. Pour augmenter les zones du ciel observables, la mesure volumique des aberrations sera effectuée sur des sources artificielles. En effet, pour limiter l'absorption par les poussières du plan galactique, les champs cosmologiques se situent aux hautes latitudes galactiques où la densité d'étoiles devient faible. Par ailleurs, un grand nombre de champs cosmologiques (comme le *Chandra Deep Field South*) ont été initialement pensés pour un suivi par des observations spatiales. Or ces dernières tentent généralement de minimiser le nombre d'étoiles brillantes afin d'éviter de saturer les capteurs. Il en résulte que la grande majorité des observations extragalactiques est réalisée dans des zones du ciel souvent dépourvues d'étoiles. Pour surmonter cette difficulté, une source artificielle est générée dans les moyennes ou hautes couches de l'atmosphère par un laser (Foy et Labeyrie, 1985) qui excite une population d'atomes (par exemple le Sodium). L'analyse de front d'onde se fait alors grâce à la lumière émise lors du retour de l'atome sur son état fondamental. On parle alors d'étoiles laser ou *Laser Guide Star* en Anglais. Aujourd'hui plusieurs observatoires sont équipés d'étoiles laser tels que le Gemini North, le Lick observatory, le Keck ou encore le VLT. La Fig. 1.8 montre l'étoile laser du VLT en fonctionnement. Il est prévu que les futurs ELTs disposent de cette technologie en combinant l'utilisation de plusieurs lasers en parallèle, ce qui doit permettre une reconstruction efficace du volume de turbulence en temps réel. Cependant, la mise en oeuvre de ces systèmes à plusieurs étoiles laser représente à elle seule un formidable défi technologique. En effet, si les étoiles laser permettent théoriquement une couverture de ciel complète, elles souffrent de plusieurs limitations intrinsèques qui rendent leur exploitation difficile (Rigaut et D'Orgeville, 2005). La description de ces limites et leur impact sur la performance et la couverture de ciel seront présentés au §6.8.

La mesure multi-directionnelle par les sources artificielles permet donc de reconstruire le volume de turbulence. A partir de cette information, plusieurs types de systèmes peuvent alors être envisagés selon la correction requise, la taille du champ nécessaire et la complexité du système. On distingue généralement deux grandes classes d'OA tomographiques : celles qui assurent une bonne correction dans un petit champ et celles dont l'objectif est d'apporter la meilleure correction possible sur un grand champ. La première classe regroupe l'OA tomographique laser et l'OA multi-objet (LTAO et MOAO en Anglais), la deuxième classe regroupe l'OA multi-conjuguée et l'OA conjuguée au sol (MCAO et GLAO en Anglais). Je reviendrai sur la description des principales méthodes d'OA tomographiques au début du Chapitre 7. On retiendra ici que tous ces systèmes ont en commun l'estimation en temps réel du volume de turbulence : on parle de tomographie pour la reconstruction

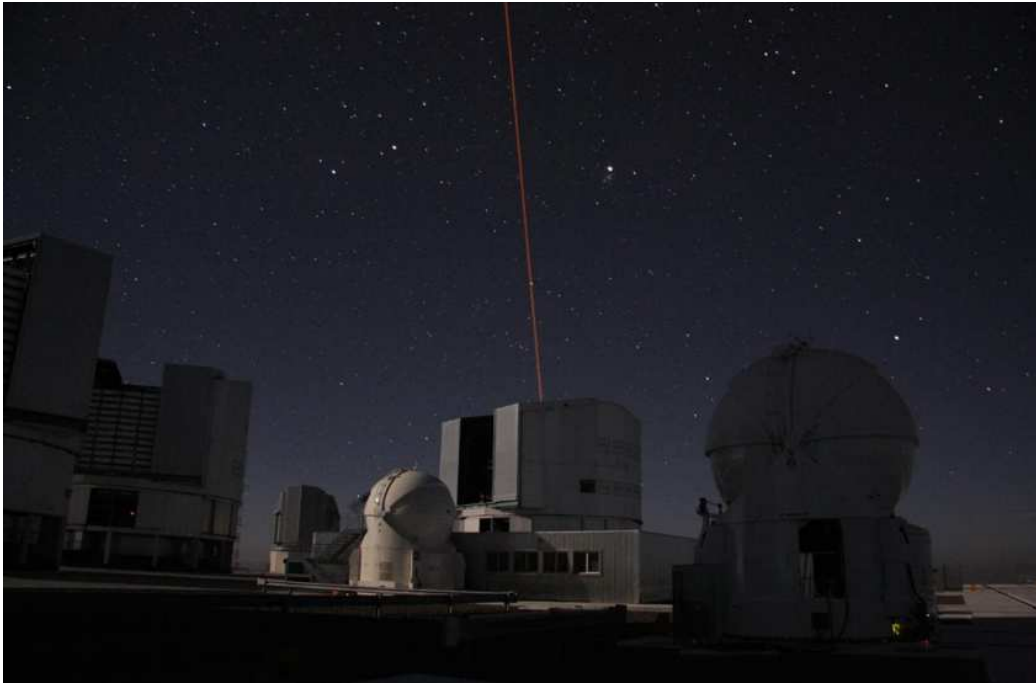


FIG. 1.8 – Etoile artificielle au VLT. Tiré de [www.eso.org/gallery/](http://www.eso.org/gallery/)

d'un volume à partir de mesures bi-dimensionnelles.

Récemment, les premiers systèmes d'OA tomographiques commencent à être installés et utilisés sur les télescopes de la classe 8-10m (Marchetti *et al.*, 2007; Boccas *et al.*, 2008). La Fig. 1.9 montre par exemple les résultats obtenus sur le ciel avec le système MAD installé au VLT : une performance quasi-homogène sur une zone du ciel  $\sim 10$  fois plus grande que celle de l'OA classique.

Les futurs ELTs seront équipés de systèmes d'OA tomographiques et ce, probablement dès leur mise en service. Il est donc essentiel de comprendre et d'étudier précisément les limites fondamentales et les optimisations possibles de ces systèmes appliqués au ELTs. C'est l'objet du Chap. 7 de cette thèse. Dans ce chapitre, je m'intéresserai essentiellement à quatre points critiques des OA tomographiques (Rigaut *et al.*, 2000) :

- L'erreur liée à l'utilisation d'un nombre fini d'étoiles guides et à leurs positions dans le champ. On fera référence à ce terme comme "l'erreur des fréquences non-vues".
- L'erreur liée à l'introduction d'un mauvais modèle d'atmosphère ou de bruit dans la reconstruction tomographique. On fera référence à ces termes en tant qu'erreur de modèle et erreurs statistiques.
- L'erreur liée à la projection sur le/les miroirs déformables. On parlera d'erreur de "fitting généralisé"
- L'erreur liée aux zones non vues de la turbulence lors de la reconstruction tomographique. On parlera d'erreur "d'anisoplanétisme généralisé".

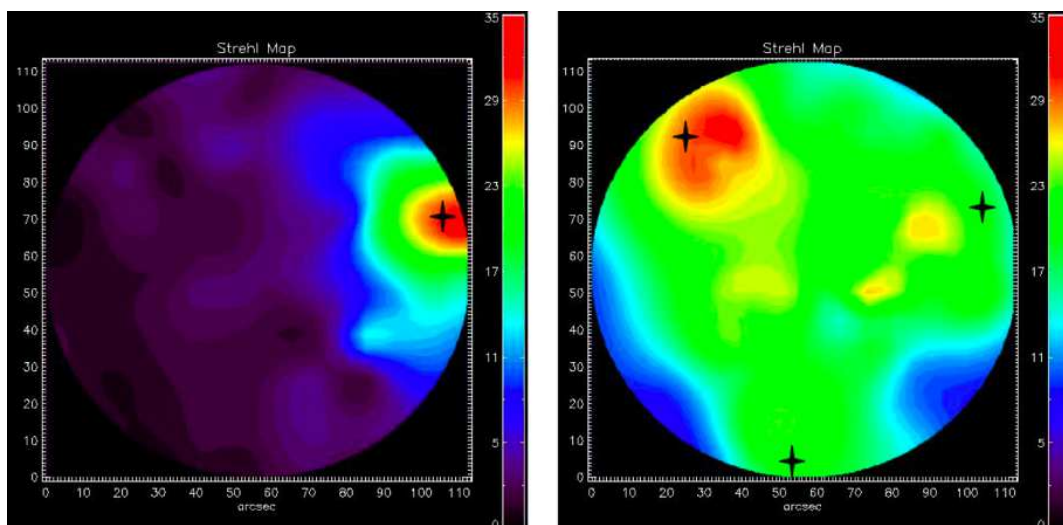


FIG. 1.9 – Résultats obtenus sur le ciel par le système MAD installé au VLT. A gauche : correction par OA classique. A droite : correction par OA multi-conjuguée. Tiré de [www.eso.org/gallery/](http://www.eso.org/gallery/)

Les trois premiers points sont principalement développés dans un article JOSA-A présenté dans son intégralité au § 7.6.2. Le dernier point est développé au § 7.7 qui reprend les résultats présentés au SPIE de Marseille. L'article du SPIE est donné en Annexe D.

La principale nouveauté présentée dans ce travail consiste à utiliser une base de Fourier pour l'ensemble des développements théoriques. Cette approche nous permet de trouver des formules analytiques simples qui nous apportent une bonne compréhension des phénomènes en jeu dans l'OA tomographique. Autant que possible, nous essaierons d'apporter des explications physiques à ces phénomènes en nous appuyant sur des exemples illustrés. Par ailleurs, l'approche Fourier nous permet de construire des outils de simulations rapides et polyvalents, indispensables pour le dimensionnement des futurs systèmes. En effet, la définition des OA tomographiques requiert d'explorer un espace de paramètres important. Or la taille des ELTs rend très difficile une modélisation fine de tous les éléments de ces systèmes (OA et télescope). La représentation dans une base de Fourier permet une approche globale qui s'avère efficace pour sonder l'espace de paramètres et proposer des premiers compromis et des premières optimisations dans le dimensionnement des systèmes. Toutefois, si la base de Fourier présente de nombreux avantages, il n'est pas évident d'y inclure les spécificités liées à l'analyse sur étoiles laser. Dans la dernière partie de ce chapitre (§ 7.8) je discute de solutions possibles pour une modélisation des étoiles laser dans le formalisme de Fourier.

**EAGLE : un projet de spectrographe intégrale de champ pour l'ELT européen**

La dernière partie de cette thèse (Chap. 8) est consacrée à l'étude de EAGLE : un projet de spectrographe intégrale de champ multi-objets pour l'ELT européen (voir aussi l'annexe A). En s'appuyant sur les résultats du chapitre 4 pour la définition des critères scientifiques et à l'aide de l'outil de simulation Fourier présenté au chapitre 7, on propose un premier design d'optique adaptative capable de répondre aux besoins de la spectroscopie intégrale de champ des galaxies à  $z \gg 1$ .

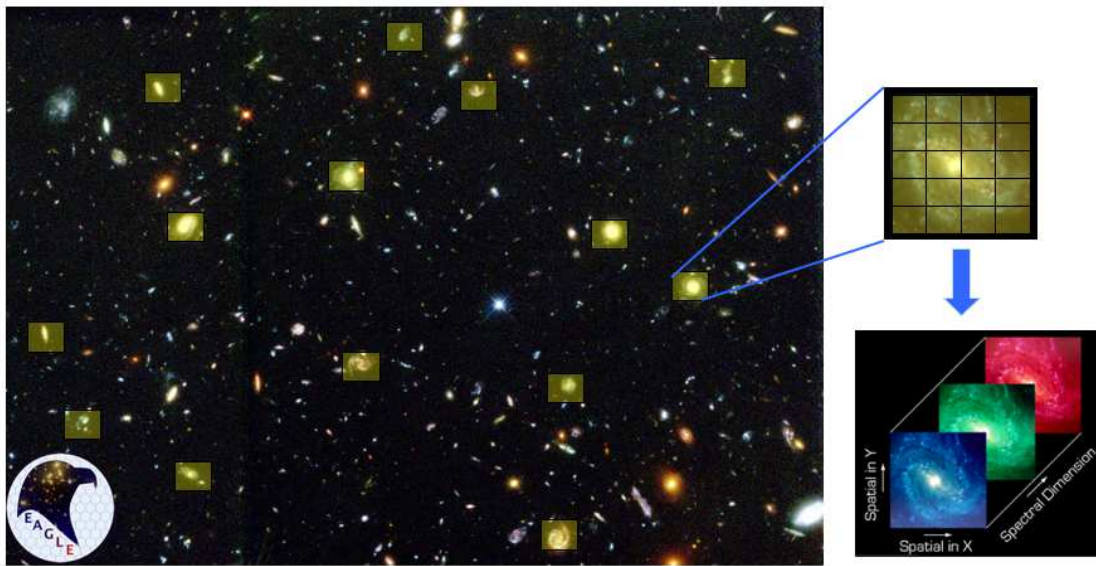


FIG. 1.10 – Illustration du principe de l'instrument EAGLE. La cinématique de  $\sim 20$  galaxies à  $z \gg 1$  sera obtenue simultanément.

Ce chapitre fait la synthèse entre la physique des galaxies à grand redshift, les besoins instrumentaux requis pour l'étude de ces objets et les solutions apportées par les futurs systèmes d'optique adaptative.

## Première partie

# Formation et évolution des galaxies : étude des galaxies distantes





## Chapitre 2

# Méthodologie pour l'étude morphologique et dynamique des galaxies à $z < 1$

### Sommaire

---

<b>2.1 Morphologie des galaxies</b> . . . . .	<b>19</b>
2.1.1 Propriétés morphologiques des galaxies . . . . .	19
2.1.2 Méthodes d'analyses morphologiques . . . . .	20
<b>2.2 Dynamique des galaxies</b> . . . . .	<b>34</b>
2.2.1 Propriétés dynamiques . . . . .	34
2.2.2 Moyens et méthodes pour l'analyse de la dynamique des galaxies	34
<b>2.3 Synthèse des méthodes de classifications</b> . . . . .	<b>42</b>

---

Ce chapitre traite des différentes méthodes et techniques observationnelles utilisées pour l'analyse morphologique et dynamique des galaxies à  $z < 1$ . Sans être exhaustif, je décris les principales méthodes de classifications morphologiques et dynamiques des galaxies, avec notamment les outils développés spécifiquement dans le cadre du large programme IMAGES. Ce seront ces outils que nous utiliserons dans le prochain chapitre (Chap. 3) pour mener l'analyse de l'échantillon IMAGES.

## 2.1 Morphologie des galaxies

### 2.1.1 Propriétés morphologiques des galaxies

Les galaxies de l'Univers local sont regroupées en deux grandes catégories : les galaxies elliptiques (E) d'une part et les galaxies spirales (S) d'autre part. Chacune de ces catégories étant subdivisée en sous-catégories. Les galaxies elliptiques sont divisées selon leur

ellipticité  $e = (a - b/a)$  où  $a$  et  $b$  sont respectivement les grand et petit axes de l'ellipse observée en projection sur le ciel. Elles sont notées  $E_n$ , où  $n = 10e$ ,  $n$  étant compris entre 0 et 7.

Les galaxies spirales, elles, sont subdivisées en spirales barrées (SB) et non barrées. Le disque présente généralement des bras spiraux qui se rattachent au bulbe. Selon l'importance relative du bulbe par rapport au disque, les galaxies sont classées de Sa à Sc.

Le lien entre les spirales et les elliptiques est introduit par une troisième catégorie de morphologie intermédiaire : les galaxies lenticulaires notées S0. Ces dernières présentent un bulbe important et un petit disque mais pas de bras de spiraux (Hubble, 1936).

Enfin, toutes les galaxies qui n'entrent pas dans ces catégories sont regroupées dans une catégorie supplémentaire : les galaxies irrégulières (Shapley et Paraskevopoulos, 1940).

On représente généralement les galaxies selon une séquence qui va des elliptiques aux spirales, on parle alors de séquence de Hubble (Cf. Fig. 2.1). Une revue complète sur le sujet est présentée dans Sandage (2005).

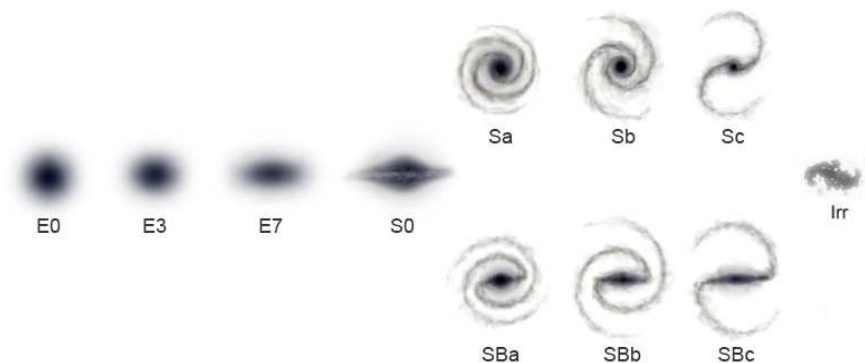


FIG. 2.1 – Classification de Hubble des galaxies. De gauche à droite on trouve les galaxies elliptiques (E), les lenticulaires (S0) puis les deux branches des Spirales (Sp) barrées ou non et enfin les Irrégulières (Irr).

### 2.1.2 Méthodes d'analyses morphologiques

Les méthodes de classification morphologique sont abondamment étudiées et utilisées en astronomie. Cette section tente de résumer les principales méthodes, leurs spécificités ainsi que leurs limites (voir aussi le § 2.3).

#### Classification Visuelle

La première méthode historiquement utilisée fut une méthode de classification visuelle par Hubble (1926). Elle est construite selon l'analyse de trois critères que sont : (1) la taille ou l'importance du bulbe par rapport au disque, (2) la forme des bras spiraux, (3)

le degré de résolution des bras spiraux. Selon l'appréciation de l'observateur à évaluer ces critères, on assigne un type morphologique à la galaxie étudiée.

La principale limite aux classifications visuelles est leur caractère subjectif. Naim *et al.* (1995) montrent par exemple que pour un même échantillon étudié par différents observateurs, les disparités des résultats sont non négligeables et augmentent lorsque la résolution des images diminue. De fait, l'autre limitation des classifications visuelles est qu'elles sont difficilement transposables à l'étude des galaxies lointaines et ce, pour trois raisons principales :

1. Les galaxies sont de moins en moins résolues à mesure que l'on s'intéresse à des redshift croissants. Non seulement les galaxies sont intrinsèquement plus petites, mais l'effet de projection les rend de moins en moins discernables. Il devient dès lors difficile de distinguer les différences entre les objets et les erreurs de classification sont donc plus fréquentes.
2. L'effet de "dimming Factor" affecte la surface de brillance des objets d'un facteur  $(1+z)^4$ . Ainsi, pour un temps de pose donné, on risque de perdre les structures à faible brillance de surface lorsque l'on s'intéresse à des galaxies plus éloignées.
3. La "K-correction" morphologique, due au décalage spectral, fait apparaître les galaxies distantes à des longueurs d'ondes plus courtes que la longueur d'onde d'observation. Une même galaxie observée à différents redshifts dans un filtre donné changera d'aspect car les populations stellaires sondées par ce filtre seront différentes (Cf. Fig.2.2).

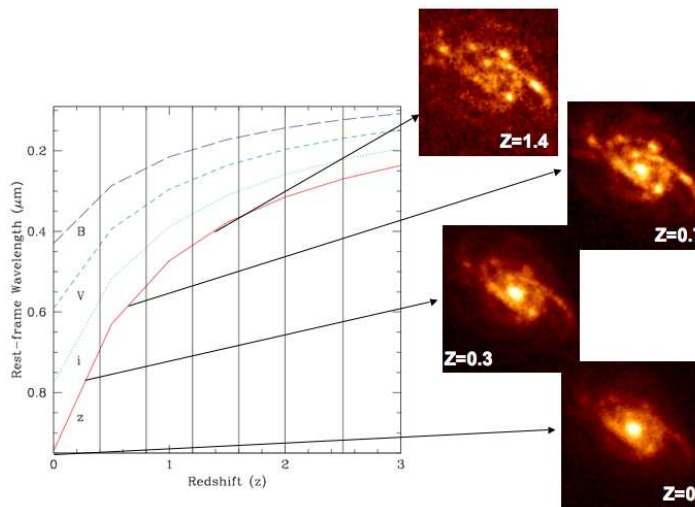


FIG. 2.2 – Illustration de l'effet de "K-correction". Inspiré de Conselice *et al.* (2008)

Pour limiter la subjectivité des classifications, mais aussi pour pouvoir traiter de grandes quantités de données rapidement et de manière reproductible, des méthodes assistées par ordinateur se sont développées. L'idée sous-jacente à toutes ces méthodes est de

trouver des paramètres communs aux galaxies qui puissent être mesurés facilement avec l'outil informatique.

### Les méthodes paramétriques

La première grande classe d'outils pour l'analyse morphologique regroupe les méthodes paramétriques. Le but de ces méthodes est d'ajuster un ou plusieurs modèles analytiques connus à la distribution de lumière observée. L'ajustement se fait généralement par la minimisation d'un  $\chi^2$ .

A partir du meilleur modèle, on remonte alors à des paramètres physiques tels que le flux, la taille, la forme, l'orientation... Mais généralement, ces méthodes sont utilisées pour déterminer le rapport entre le flux associé au bulbe, normalisé au flux total ( % de bulbe noté rapport B/T) car celui-ci est fortement corrélé avec le type morphologique. En effet, une galaxie elliptique aura un B/T proche de 1, alors qu'une galaxie de type tardif aura un B/T plutôt proche de 0. On donne par exemple dans la Table 2.1 une correspondance entre type morphologique et rapport B/T tiré de Kent (1985).

Type	E	S0	Sa	Sb	Sc
B/T	1	0.65	0.5	0.25	0.1

TAB. 2.1 – Relation entre le rapport B/T et le type morphologique. Tiré de Kent (1985)

Les premières méthodes ainsi développées utilisent le profil de luminosité moyen, ou une coupe selon un axe particulier, on parle alors de méthode à une dimension. Le profil de luminosité est ensuite ajusté par la combinaison d'un modèle de disque et un modèle de bulbe. Le disque est modélisé par une loi exponentielle de type  $f(r) = f_0 e^{-(r/r_d)}$  où  $f_0$  est le flux au centre de la galaxie et  $r_d$  le rayon de disque. Le bulbe est modélisé soit par une loi dite de "de Vaucouleurs" (de Vaucouleurs, 1948) de type  $f(r) = f_e e^{(-r/r_e)^{1/4}}$  où  $r_e$  est le rayon effectif et  $f_e$  le flux au rayon effectif, soit par une loi de Sersic (Sersic, 1968). Dans ce cas, la puissance 1/4 est remplacée par une puissance en  $1/n$  et  $n$  (l'indice de Sersic) doit alors aussi être ajusté.

Les méthodes 1D ont principalement été utilisées pour les galaxies de l'Univers local (e.g. Kormendy (1977), Burstein (1979), Boroson (1981), Kent (1985), Pignatelli *et al.* (2006)) et peu pour l'étude morphologique des galaxies plus distantes. En effet, la principale limite de ces méthodes réside dans la technique utilisée pour passer de la distribution bi-dimensionnelle au profil 1D. Généralement, on utilise la répartition des isophotes pour le choix de l'orientation des axes. Cependant, de nombreuses galaxies distantes présentent des irrégularités dans leurs isophotes, ou une orientation de ces isophotes qui change avec le rayon. Il devient donc périlleux de restreindre la distribution de lumière à un profil 1D.

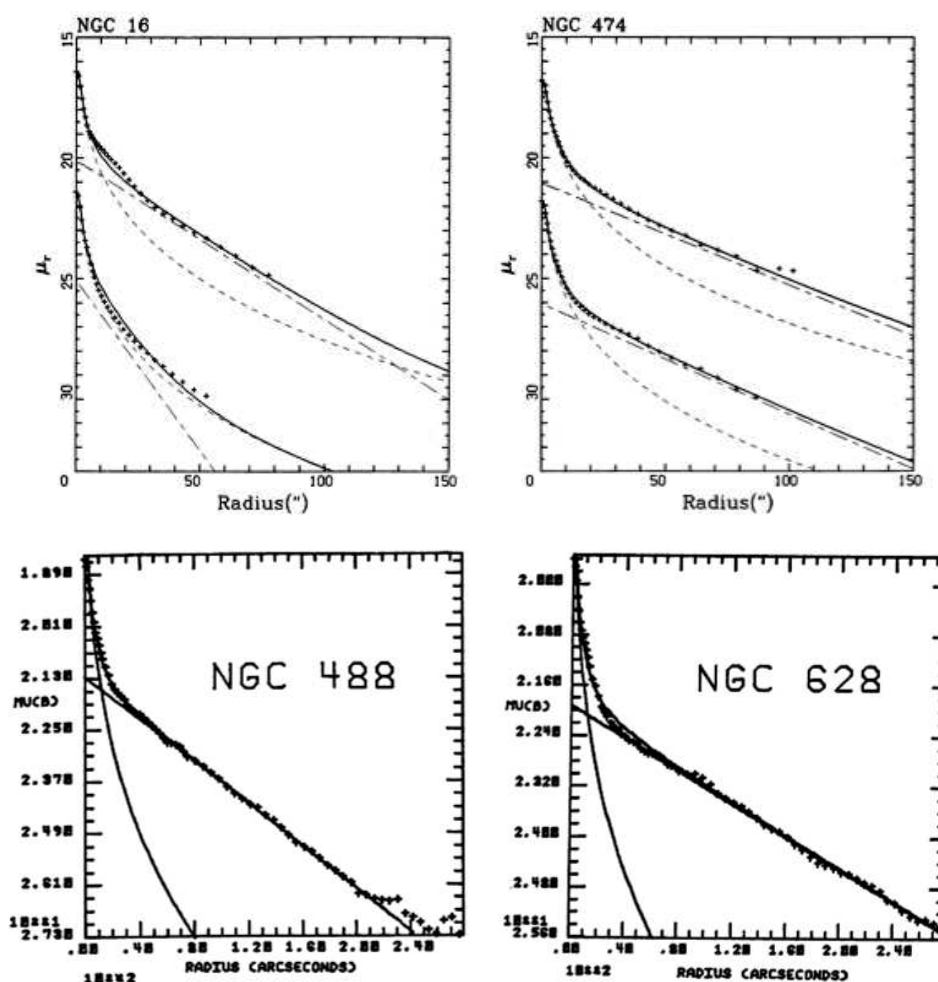


FIG. 2.3 – Exemple d’ajustement Bulbe / Disque. Tirés de Kent (1985) (en haut) et de Boroson (1981) (en bas). Kent (1985) étudie le profil de luminosité selon le grand axe et le petit axe de la galaxie. Boroson (1981) étudie des profils moyens calculés dans des ouvertures elliptiques.

La solution consiste alors à considérer l’ensemble de la distribution de la lumière pour contraindre les modèles. Dans ce cas, on parle de méthode d’ajustement 2D (e.g. Schade *et al.* (1995, 1996); de Jong (1996); Simard (1998); Trujillo *et al.* (2001); Peng *et al.* (2002); de Souza *et al.* (2004)). Les paramètres ajustables sont plus nombreux que dans le cas 1D, il est donc nécessaire d’avoir des images où les objets sont non seulement bien résolus, mais aussi pour lesquels le rapport signal à bruit est bon afin d’éviter les possibles dégénérescences (e.g. Simard *et al.* (2002); Häussler *et al.* (2007) pour une discussion sur l’impact du rapport signal à bruit). Limiter le nombre de paramètres libres est aussi une alternative afin de réduire les possibles dégénérescences. Par exemple, Ravindranath *et al.* (2004); Barden *et al.* (2005) proposent d’utiliser une classification morphologique uniquement sur la base de l’indice de Sersic  $n$ . Selon la valeur de  $n$ , ils distinguent les galaxies de

type sphéroïdal ( $n > 2.5$ ) des galaxies de type tardif ( $n < 2.5$ ). Cependant, Cassata *et al.* (2005) et Sargent *et al.* (2007) montrent qu'une telle classification est incertaine et moins robuste qu'une classification basée sur l'indice B/T.

L'autre principale limite de ces méthodes est qu'elles font l'hypothèse sous-jacente que la distribution de lumière des galaxies est symétrique et lisse. De fait, toutes les structures asymétriques tels que les bras spiraux, les régions de formation d'étoiles ou les galaxies en cours de fusion ne seront pas ou mal ajustées. Généralement, on contraint la qualité de l'ajustement par la valeur du  $\chi^2$  résiduel. Les galaxies pour lesquelles l'ajustement n'est pas bon ont un  $\chi^2$  résiduel plus élevé que les galaxies régulières. On pourrait alors penser utiliser ce paramètre pour différencier les galaxies régulières des galaxies irrégulières. Mais celui-ci ne fait pas la différence entre des irrégularités dues à des bras spiraux et de vraies irrégularités. Il n'est donc pas concluant concernant l'état d'irrégularité des galaxies. C'est ce que l'on montre dans l'article Neichel *et al.* (2008) : une galaxie spirale clairement identifiée comme telle peut avoir le même  $\chi^2$  qu'une galaxie de type irrégulier. Le  $\chi^2$  résiduel ne peut être utilisé comme un indicateur du type morphologique.

Une méthode plus intéressante consiste à prendre en compte les résidus de l'ajustement dans la classification morphologique (e.g. de Souza *et al.* (2004)). Cela implique d'inspecter les objets un à un, ce qui n'est parfois pas évident, notamment dans le cas de grand échantillon de galaxies. Toutefois, l'information contenue dans les résidus est tout aussi importante que la distribution de flux originale et ce, notamment, pour faire la distinction entre de vraies irrégularités et des bras spiraux par exemple.

La Fig. 2.4 illustre un exemple de décomposition bulbe/disque pour une galaxie spirale. La première ligne montre l'image originale, le meilleur modèle et les résidus. La carte des résidus montre clairement les bras spiraux qui n'ont pas été pris en compte dans le modèle. La deuxième ligne montre le profil de luminosité selon le grand axe de la galaxie.

En conclusion, l'analyse paramétrique de la distribution de lumière fournit une source riche d'informations sur la morphologie des galaxies, mais elle nécessite une interaction et une inspection minutieuse des résultats. Il faut parfois plusieurs itérations sur une même galaxie avant d'obtenir une solution optimale. C'est pourquoi l'analyse des grands échantillons de galaxies se base plus souvent sur des méthodes non paramétriques.

### Les méthodes non paramétriques

Au contraire des méthodes paramétriques, les méthodes dites non paramétriques analysent directement la distribution de lumière des galaxies sans "à priori" sur sa distribution. L'idée générale de ces méthodes est d'utiliser des quantités liées à la distribution de lumière pour remonter au type morphologique de l'objet étudié. S'il existe une corrélation forte entre ces paramètres et le type morphologique, on peut les utiliser comme indicateur morphologique.

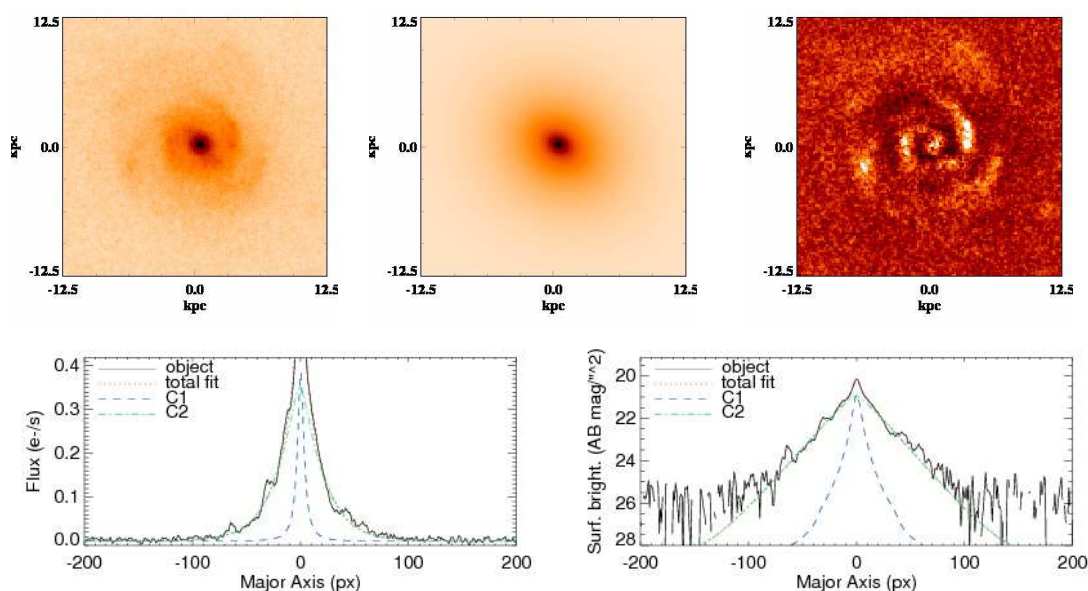


FIG. 2.4 – Exemple de décomposition Bulbe / Disque par ajustement d’un modèle 2D. En haut et de gauche à droite : distribution originale de luminosité, modèle calculé et résidus de l’ajustement. En bas : profil de luminosité original et ajusté selon le grand axe de la galaxie exprimé en flux (à gauche) et en magnitude (à droite).

Bien que ces méthodes n’utilisent pas d’a priori sur la distribution de lumière dans les galaxies, elles nécessitent un étalonnage à partir de galaxies dont le type morphologique est connu. C’est à partir de cet étalonnage que l’on peut extrapoler pour des galaxies de types morphologiques à déterminer.

Les premiers paramètres (historiquement) ainsi utilisés furent la brillance de surface moyenne, le rayon contenant la moitié de la lumière et la concentration de lumière. Cette dernière étant définie soit comme le rapport entre deux rayons contenant chacun une fraction de la lumière totale, soit comme le rapport de deux flux à l’intérieur de deux isophotes. Plusieurs définitions de l’indice de concentration co-existent dans la littérature, toutes plus ou moins équivalentes. Fondamentalement, il faut que le rayon interne soit suffisamment grand pour inclure un grand nombre de pixels et que le rayon extérieur ne soit pas trop grand afin d’éviter d’inclure du flux provenant du fond de ciel. Le rayon maximum est généralement défini à partir d’un niveau de signal au dessus du bruit du fond de ciel. Typiquement, tous les pixels ayant un flux supérieur à  $N$  fois la valeur du bruit de l’image  $\sigma$  sont retenus, avec  $N$  qui vaut quelques unités. Pour l’étude des galaxies distantes, le problème d’une telle définition est qu’elle est fortement sensible à l’effet de “Cosmological Dimming”. Pour s’affranchir de tels effets, Bershadsky *et al.* (2000) utilisent un rayon normalisé : le “Petrosian Radius” (Petrosian, 1976). Celui-ci est défini comme étant le rayon  $r_p$  à partir duquel le rapport entre le flux moyen dans le rayon  $r_p$  et le flux



au rayon  $r_p$  égale une valeur prédéterminée  $\eta$  :

$$\eta = \frac{I(r_p)}{\langle I(r < r_p) \rangle} \quad (2.1)$$

On choisit généralement  $\eta = 0.2$ .

Dans la suite, nous retiendrons les définitions de Concentration introduites par Kent (1985) et par Abraham *et al.* (1994), car ce sont celles qui sont effectivement le plus souvent utilisées :

$$C = 5 \log \left( \frac{R_{0.8}}{R_{0.2}} \right) \quad (2.2)$$

$$C = \frac{\sum_{i,j \in E(\alpha)} I_{i,j}}{\sum_{i,j \in E(1)} I_{i,j}}$$

L'utilisation de la Concentration comme paramètre morphologique est relativement ancienne. Elle est introduite par Morgan et Mayall (1957) dans le système de classification "Yerkes". Ceux-ci montrent que la concentration de lumière est corrélée avec les populations stellaires : les galaxies ayant la concentration la plus faible ont plutôt les propriétés spectroscopiques des galaxies de type tardif, quant aux galaxies ayant la concentration la plus élevée, elles ont des propriétés spectroscopiques de type précoce. L'idée sous-jacente est que les galaxies de type précoce (les elliptiques) sont les systèmes les plus concentrés en terme de lumière ; cette concentration de lumière décroît avec l'évolution vers des types plus tardifs. C'est une conséquence directe de la distribution de lumière des galaxies, la concentration est corrélée avec B/T (Conselice *et al.*, 2003).

La concentration sera dans la suite principalement utilisée en regard de la brillance de surface moyenne  $\langle \mu \rangle$  (e.g. de Vaucouleurs (1977); Okamura *et al.* (1984); Kent (1985); Doi *et al.* (1993); Abraham *et al.* (1994)). Par exemple, Doi *et al.* (1993) montrent qu'une ségrégation des galaxies par un plan  $\langle \mu \rangle - C$  permet de retrouver une classification à l'oeil avec un taux de réussite de l'ordre de 85%. Abraham *et al.* (1994) montrent qu'une classification basée sur  $\langle \mu \rangle - C$  est plus robuste aux effets de seeing qu'une classification à l'oeil et qu'elle pourrait être utilisée jusqu'à  $z \sim 0.5$ . La principale limite de l'utilisation du plan  $\langle \mu \rangle - C$  est que la brillance de surface dépend beaucoup du redshift des galaxies, notamment à cause de l'effet de "cosmological dimming". Elle est donc difficilement transposable à l'étude de l'Univers plus lointain.

A la place de la brillance de surface, Abraham *et al.* (1996b) vont introduire un nouveau paramètre : l'asymétrie de la distribution de lumière (Schade *et al.*, 1995). L'asymétrie est mesurée par la valeur absolue de la différence, pixel à pixel, d'une image et d'une version d'elle-même tournée de 180°. Cette différence est ensuite normalisée par le flux total de la galaxie. Le centre de rotation peut être déterminé soit comme le pixel le plus brillant à partir d'une version lissée de la galaxie (Abraham *et al.*, 1996b), soit comme le pixel (ou fraction de pixel) qui minimise l'asymétrie (Conselice *et al.*, 2000). Enfin, pour corriger

des effets introduits par le bruit de fond de ciel, on soustrait à l'asymétrie une asymétrie du fond de ciel. Pour cela, on suit la même procédure que pour déterminer l'asymétrie de la galaxie, mais sur une zone de l'image de même surface ne contenant aucun objet. Dans la version de Conselice *et al.* (2000), l'asymétrie s'écrit donc comme :

$$A = \min \left( \frac{\sum |I_0 - I_{180}|}{\sum I_0} \right) - \min \left( \frac{\sum |B_0 - B_{180}|}{\sum B_0} \right) \quad (2.3)$$

Ce paramètre est sensible aux irrégularités locales et globales présentes dans les galaxies. L'origine de ces irrégularités peut provenir de régions de formation d'étoiles, du résultat d'interactions entre galaxies ou encore de régions masquées par la poussière. L'asymétrie remplit donc deux rôles essentiels dans l'étude morphologique des galaxies.

D'une part, Conselice *et al.* (2003) montre que le paramètre d'asymétrie peut être utilisé comme indicateur du taux de fusion dans l'Univers lointain. Par contre, il reconnaît que ce paramètre n'est pas sensible à toutes les phases de la fusion, notamment les systèmes au début ou en fin de fusion peuvent avoir une asymétrie très proche de galaxies d'allure plus normale. Conselice (2003) estime ainsi que le nombre de fusions déterminées par l'utilisation de l'asymétrie est certainement sous-estimé par un facteur deux.

D'autre part, mis en regard d'un paramètre de Concentration, la plan C-A permet de faire la distinction entre trois grandes classes de galaxies : les Elliptiques/S0, les galaxies de types intermédiaires (principalement les spirales) et les galaxies irrégulières. Pour cela, Abraham *et al.* (1996b) étalonnent le plan C-A avec un échantillon local de galaxies (Frei *et al.*, 1996) qu'il projette à des  $z$  intermédiaires ( $z \sim 0.6$ ). Les types morphologiques de l'échantillon local étant bien connus, il en déduit les frontières pour séparer les différentes morphologies à plus grand  $z$ . La figure 2.5 (gauche) montre cette distinction entre les types morphologiques.

Ce genre de diagramme est très largement utilisé pour la classification morphologique des galaxies distantes car il permet d'obtenir rapidement et de manière reproductible une indication morphologique (e.g. Abraham *et al.* (1996a); Smail *et al.* (1997); Brinchmann *et al.* (1998); Conselice *et al.* (2004); Papovich *et al.* (2005); Lauger *et al.* (2005b); Menanteau *et al.* (2006); Ilbert *et al.* (2006), ...). Toutefois, il est important de noter que l'utilisation d'un plan C-A ne permet qu'une séparation grossière des types morphologiques et que le taux de contamination d'une classe sur l'autre est non négligeable (comme on peut le voir d'ailleurs sur la Fig. 2.5). Par exemple, Menanteau *et al.* (2006) trouvent qu'une ségrégation C-A classe correctement environ  $\sim 80\%$  des galaxies et que le taux de contamination d'une classe sur l'autre est de l'ordre de 15%. Il faut donc voir cette méthode comme un outil statistique qui, en moyenne, renseigne sur l'état morphologique général d'un objet plutôt que comme un outil précis et exact de détermination de la morphologie d'une galaxie. Yagi *et al.* (2006) et Cassata *et al.* (2005) concluent que l'utilisation du plan C-A est efficace pour séparer les galaxies de type précoce de celles de type tardif, mais par contre elle s'avère peu ou pas efficace pour séparer les différents types tardifs : les galaxies

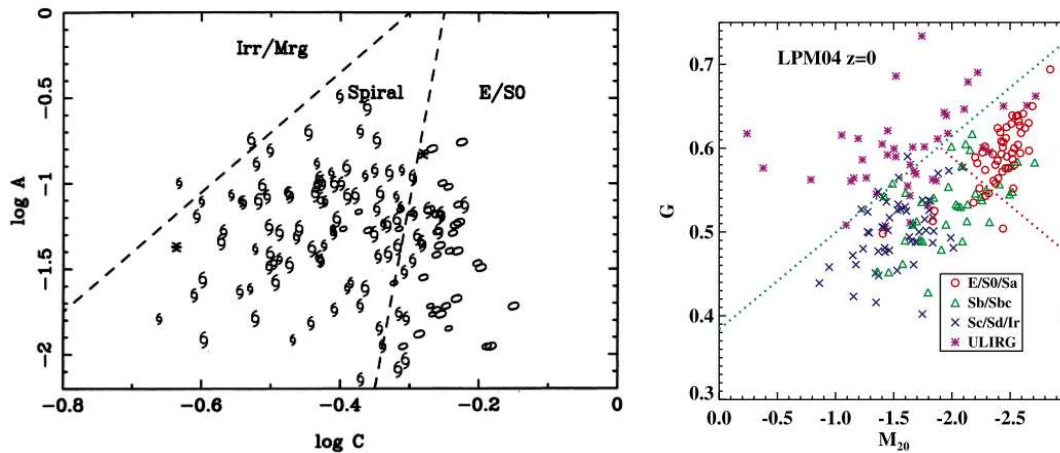


FIG. 2.5 – A gauche : classification des galaxies à partir de leur Asymétrie et de leur Concentration. Les galaxies elliptiques sont représentées par des ellipses, les spirales par des spirales et les irrégulières par des astérisques. D'après Abraham *et al.* (1996b). A droite : classification des galaxies à partir des coefficients Gini et  $M_{20}$ . D'après Lotz *et al.* (2008a)

spirales régulières sont mélangées avec les galaxies irrégulières.

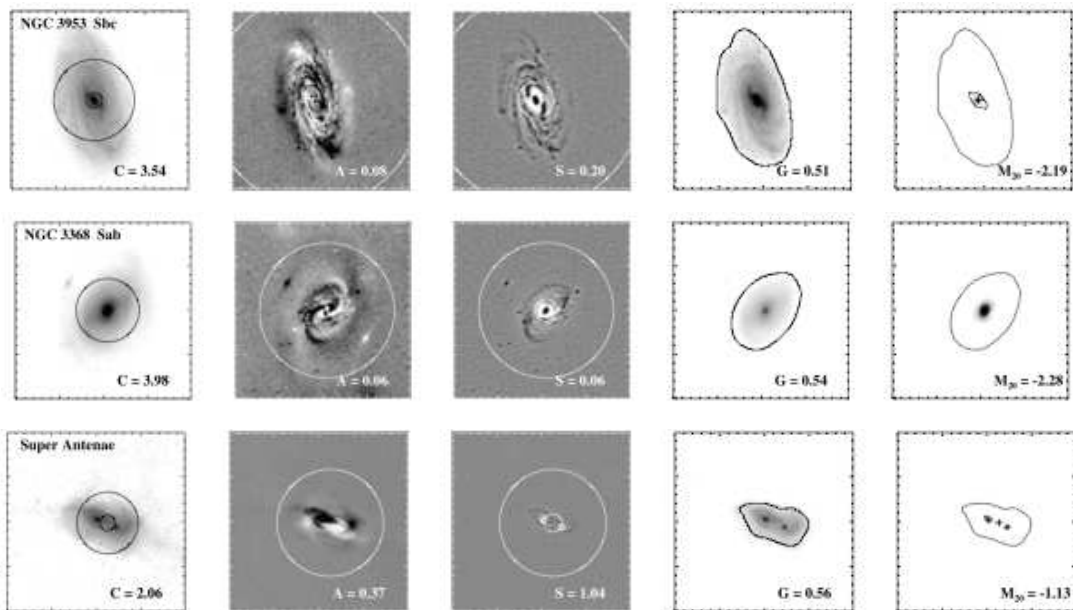


FIG. 2.6 – Exemple de mesure des paramètres de Concentration, Asymétrie, clumpiness, Gini et  $M_{20}$  sur 3 galaxies. Tirés de Lotz *et al.* (2006).

Par la suite, Conselice (2003) propose l'ajout d'un troisième paramètre qui prend en compte le degré d'agrégation au sein de la galaxie ( $S = \text{Clumpiness}$  en Anglais, voir aussi

Yamauchi *et al.* (2005) pour le “Coarseness parameter”  $Y$ ). Ce paramètre est défini par le rapport entre le flux contenu dans les structures à hautes fréquences spatiales normalisé par le flux total. En pratique, on le calcule en soustrayant une version lissée de la galaxie à l’image originale de la galaxie. L’argument de Conselice (2003) est que les galaxies elliptiques ont généralement une distribution de lumière plus lisse que les spirales, les irrégulières ou les galaxies en cours de fusion. Ainsi, ce paramètre doit permettre de faire la distinction entre les galaxies de type précoce et celles de type tardif. Par ailleurs, Conselice (2003) montre que ce paramètre est corrélé au flux  $H_\alpha$  et donc au taux de formation stellaire. Il apporte donc une information sur l’activité des galaxies.

La combinaison de la concentration et de l’asymétrie avec le degré d’agrégation forme le fameux système CAS. Ce système semble plus robuste que le plan C-A seul pour la classification morphologique des galaxies. Toutefois, il n’est efficace que lorsqu’il est restreint uniquement aux deux grandes classes de galaxies : les galaxies de type précoce et celles de type tardif (Cassata *et al.*, 2005).

Enfin, plus récemment, Abraham *et al.* (2003) et Lotz *et al.* (2004) ont introduit deux nouveaux paramètres : le coefficient de Gini et le coefficient  $M_{20}$ . Le coefficient de Gini est un outil statistique utilisé originellement en économie. Il détermine la distribution d’une grandeur, en l’occurrence dans notre cas le flux dans les pixels. Une valeur élevée (proche de 1) de ce coefficient indique que tout le flux est concentré dans un unique pixel. Une valeur plus faible (proche de 0) indique que tous les pixels partagent la même valeur du flux. Il est donc fortement corrélé avec la concentration (Abraham *et al.*, 2003), mais présente l’avantage d’être insensible à la distribution spatiale du flux. Il est donc plus adapté pour l’étude des galaxies distantes qui sont fortement asymétriques et qui n’ont pas forcément de centre photométrique bien défini. Le coefficient  $M_{20}$  est aussi une mesure de la concentration. On mesure le flux des pixels les 20% les plus brillants pondéré par leur distance au centre de la galaxie, le centre étant déterminé par une minimisation du moment d’ordre deux du flux total de la galaxie. Les galaxies dites normales suivent une séquence dans le plan  $G$ - $M_{20}$ , des E/S0 aux Sa-Sb et aux Sc-Sd (Cf Fig. 2.5 à droite). Les galaxies ayant des morphologies plus distordues comme les galaxies en cours de fusion divergent significativement de cette séquence. Le plan  $G$ - $M_{20}$  est donc principalement utilisé pour séparer les types morphologiques (Lotz *et al.*, 2008a) et pour déterminer les galaxies en cours de fusion (Lotz *et al.*, 2006).

Fondamentalement, même si ces paramètres sont plus robustes aux effets de rapport de signal à bruit et faible résolution que la Concentration ou l’Asymétrie (Lisker, 2008), leur utilisation reste très similaire aux paramètres introduits plus haut.

Enfin récemment, Scarlata *et al.* (2007) ont proposé de combiner l’ensemble des paramètres morphologiques mesurés sur les galaxies (rayon, C, A, G,  $M_{20}$ ) dans une analyse en composantes principales. Cela leur permet de réduire le nombre de paramètres utiles à 3 et d’améliorer la ségrégation des types morphologiques. La Fig. 2.6 illustre la mesure de

l'ensemble des paramètres pour trois galaxies aux types morphologiques distincts.

En conclusion, les méthodes non paramétriques trouvent leur intérêt pour traiter les gros volumes de données car leur mise en oeuvre est aisée ; elles sont reproductibles et rapides. Toutefois, elles ne permettent qu'une ségrégation simplifiée et statistique, malheureusement moins riche qu'une classification visuelle par exemple.

### L'information couleur

Parallèlement à une analyse morphologique, on peut utiliser l'information couleur lorsque celle-ci est disponible. A l'ordre zéro, les images obtenues dans différents filtres sont utilisées pour "suivre" une même bande au repos lorsque l'on analyse un échantillon dispersé en redshifts. Cela limite les effets dus à la k-correction. Cette utilisation de la couleur est toutefois limitante car seulement une partie de l'information disponible est utilisée.

Analyser la couleur intégrée des galaxies représente une utilisation plus intéressante. En effet, il existe une corrélation entre le type morphologique et la couleur intégrée d'une galaxie (Roberts et Haynes, 1994) : les galaxies E/S0 sont plus rouges que les galaxies spirales. Cela rejoint l'idée de base de la classification de Morgan et du système Yerkes : il existe une corrélation entre le type spectroscopique et la concentration de lumière des galaxies. Schématiquement, les galaxies les plus concentrées sont les elliptiques qui sont principalement constituées d'étoiles vieilles et rouges ; les galaxies les moins concentrées sont les spirales et les irrégulières qui sont, elles, constituées d'étoiles jeunes et bleues. De même, la couleur intégrée d'un échantillon de galaxies forme une séquence lorsqu'on la compare aux coefficients A ou S. Cette séquence va des galaxies rouges et symétriques (les E) aux galaxies bleues et asymétriques Sc-d (Conselice *et al.*, 2000). Conselice *et al.* (2003) utilisent alors cette relation pour discriminer les mergers, comme les galaxies qui divergent de cette séquence. Enfin Lauger *et al.* (2005a) proposent d'utiliser l'information couleur pour former des classes "spectro-morphologiques" en construisant le plan C-A à partir de la différence mesurée des indices dans différentes bandes (voir aussi Kuchinski *et al.* (2000) et Burgarella *et al.* (2001)). Leur approche permet de raffiner la discrimination morphologique à 5 types au lieu des 3 classiques.

Une autre utilisation de la couleur intégrée observée est de la comparer avec des modèles théoriques d'évolution stellaire (e.g. Menanteau *et al.* (2001), Zheng *et al.* (2004), Zheng *et al.* (2005), Rawat *et al.* (2007)). La couleur théorique des galaxies étant déduite de modèles d'évolution plus ou moins complexes (Bruzual et Charlot, 2003). La Fig. 2.7 (en bas) donne par exemple la couleur intégrée théorique de plusieurs modèles de galaxies en fonction du redshift. Si l'objet est suffisamment résolu, on peut faire l'analyse de sous-composants pour étudier séparément la couleur du disque et la couleur du bulbe par exemple (e.g. Ellis *et al.* (2001) ), soit même faire l'analyse couleur pixel par pixel (Abraham

*et al.*, 1999; Menanteau *et al.*, 2001, 2004; Zheng *et al.*, 2004, 2005; Papovich *et al.*, 2005; Lanyon-Foster *et al.*, 2007). La Fig. 2.7 (en haut) montre un exemple de cartes couleurs obtenues pour quatre galaxies tirées de l'échantillon IMAGES. Les pixels assignés à la carte couleur sont déterminés par le calcul du rapport signal à bruit construit à partir du flux et du bruit relatif dans chaque bande. On peut ainsi mesurer quantitativement la pertinence de chaque pixel dans la carte couleur et mieux contraindre les régions où le rapport signal à bruit est faible (Zheng *et al.*, 2004).

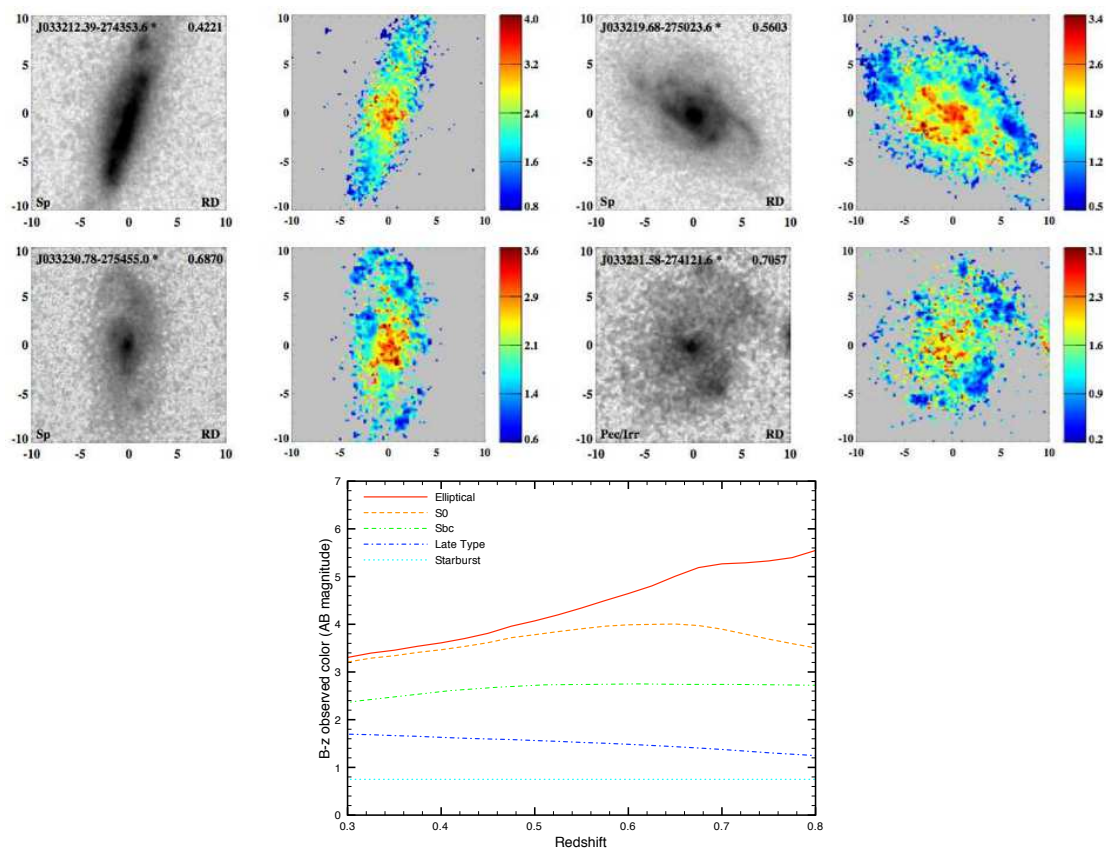


FIG. 2.7 – Exemple de cartes couleurs (en haut) et de modèle d'évolution de la couleur en fonction du redshift (en bas).

L'information couleur et notamment l'utilisation de cartes couleur est donc très intéressante car elle permet de relier la morphologie avec la physique sous-jacente, comme par exemple les régions de formations stellaires intenses, les régions de poussières, les régions d'étoiles vieilles ou plus jeunes... Malheureusement, elle est généralement peu utilisée car elle nécessite une inspection minutieuse de chaque objet, ce qui n'est pas compatible avec l'analyse de grands échantillons de galaxies.

### Classification morphologique de l'échantillon IMAGES

La méthode choisie pour la classification morphologique de l'échantillon IMAGES est décrite en détails dans Neichel *et al.* (2008). Je reprends ici les principaux choix effectués et je donne leur justification.

La première étape de l'analyse morphologique de l'échantillon IMAGES a consisté à construire un ensemble de paramètres tirés des données disponibles. En s'inspirant des méthodes présentées ci-dessus, on obtient pour chaque galaxie :

- Le rayon  $r_{1/2}$ , l'Asymétrie, la Concentration, le coefficient  $M_{20}$  et le coefficient Gini à partir d'une analyse de la distribution de lumière.
- Le rayon de disque  $r_d$  et le rapport B/T à partir d'une approche non-paramétrique
- Des cartes de rapport signal à bruit et les cartes couleurs correspondantes.

A partir de ce jeu d'information, il s'agit alors de définir une méthode de classification. Le choix de la méthode de classification dépend en premier lieu de l'objectif scientifique fixé. Dans notre cas, la classification morphologique doit permettre une comparaison fine des propriétés morphologiques avec les propriétés cinématiques. Par ailleurs, le choix de la méthode dépend aussi de la quantité et de la qualité des données disponibles. Notre échantillon est de taille raisonnable et on dispose pour chaque galaxie d'imagerie profonde et bien résolue. Compte tenu de notre objectif scientifique et de la taille de notre échantillon, les méthodes non-paramétriques sont donc écartées. Une analyse uniquement basée sur le rapport B/T est aussi écartée notamment à cause du problème du  $\chi^2$  soulevé plus haut. De plus, ces deux approches n'incluraient pas l'information disponible par les cartes couleurs.

On cherche alors une méthode qui nous permette de synthétiser l'ensemble des informations disponibles de manière hiérarchisée. On décide pour cela de construire un arbre de décision présenté en Fig. 2.8. Cet arbre de décision combine l'information obtenue par l'analyse de la distribution lumière et l'information tirée des cartes couleurs. A chaque étape de l'arbre, un critère unique est pris en compte et testé. En suivant les branches de l'arbre, on obtient ainsi une classification à la fois riche et qui inclut l'ensemble de l'information disponible. Cet arbre fournit donc un outil quantitatif et reproductible pour une classification morphologique. Par construction, l'arbre de décision de la Fig. 2.8 distingue six catégories de galaxies :

- Les galaxies spirales qui présentent à la fois des structures régulières, un disque symétrique et un bulbe plus rouge que le disque.
- Les galaxies "Particulière/Irrégulière" qui présentent des irrégularités dans leur distribution de lumière et de couleurs.
- Les galaxies "Particulière/Tadpole" qui présentent une forme allongée (ou une forme de virgule) avec un centre photométrique localisé à une extrémité.

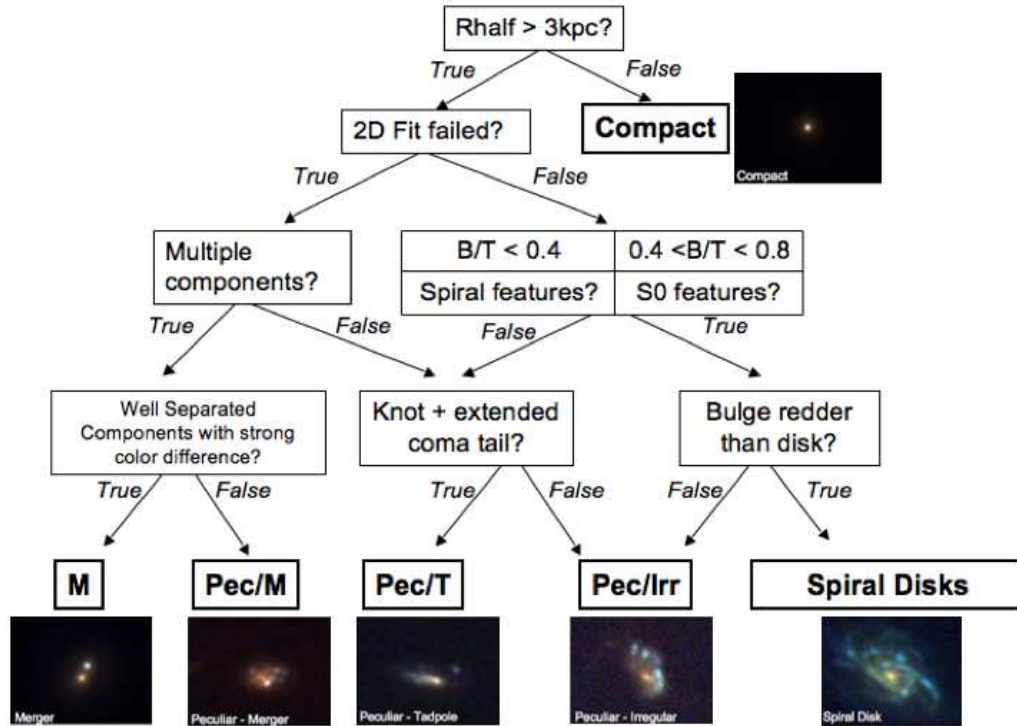


FIG. 2.8 – Méthode de classification morphologique utilisée pour l’échantillon IMAGES. Cette méthode combine à la fois l’information tirée de la distribution de lumière et l’information tirée des cartes couleurs.

- Les galaxies “Particulière/Merger” qui présentent une forte asymétrie avec plusieurs sous-composants de couleurs distinctes.
- Les galaxies en interaction, fusion qui présentent plusieurs composants distinctement séparés et dont les couleurs sont différentes.
- Les galaxies compactes dont le  $r_{1/2}$  est inférieur à 3kpc.

La répartition finale des galaxies dans les différentes catégories morphologiques est le résultat de l’inspection minutieuse de chaque objet. La classification proposée n’est donc pas absolument objective et pour certaines galaxies la distinction entre deux catégories peut être difficile. Cependant, les objets ambigus ne représentent qu’une petite fraction de l’ensemble de l’échantillon et la subjectivité de la méthode est grandement réduite par l’ensemble des critères définis par la Fig. 2.8. De plus, les cas difficiles sont principalement au sein de la classe “Particulière” et “Merger”. Si l’on regroupe les catégories “Particulière” et “Merger” en une seule classe, l’arbre de décision pourrait être automatisé, il deviendrait ainsi complètement objectif. Les résultats de la classification morphologique de l’échantillon IMAGES obtenus par la méthode décrite ici sont présentés au § 3.3 et dans l’article Neichel *et al.* (2008).



## 2.2 Dynamique des galaxies

### 2.2.1 Propriétés dynamiques

La dichotomie existant entre les galaxies spirales et les elliptiques se retrouve également dans leurs propriétés dynamiques.

Les grandes galaxies spirales sont en rotation à des vitesses de 100-300km/s. C'est cette rotation qui assure l'équilibre de la galaxie à grande échelle (Toomre, 1964). Au contraire, les galaxies elliptiques, ainsi que les bulbes des galaxies spirales n'ont qu'une rotation lente (qq dizaines de km/s) et elles sont maintenues en équilibre par leur dispersion de vitesse de l'ordre de 200km/s.

Il existe une corrélation forte entre les propriétés dynamiques et photométriques des galaxies. Pour les galaxies spirales, la relation de Tully-Fisher relie la vitesse de rotation maximale du disque  $V_{max}$  et la luminosité  $L$  par :

$$L \propto V_{max}^{\alpha} \quad (2.4)$$

où  $\alpha$  vaut quelques unités et évolue selon que la luminosité est mesurée dans le visible ou dans le proche infra-rouge.

L'équivalent pour les galaxies elliptiques est la relation de Faber Jackson qui relie la luminosité  $L$  à la dispersion de vitesse  $\sigma$  par :

$$L = 10^{10} L_{\odot} \left( \frac{\sigma}{220 \text{ km s}^{-1}} \right)^4 \quad (2.5)$$

Ce type de corrélations entre propriétés photométriques et dynamiques semble indiquer qu'un mécanisme commun de formation régit d'une part la formation des elliptiques et des spirales d'autre part (e.g. McGaugh (2005)).

### 2.2.2 Moyens et méthodes pour l'analyse de la dynamique des galaxies

Pour mesurer l'état dynamique des galaxies, il faut être capable de mesurer les décalages Doppler dans les raies en émissions ou en absorptions. Plusieurs moyens observationnels permettent une telle mesure. Je commencerai donc par présenter deux de ces moyens observationnels et les techniques qui permettent de remonter à l'information dynamique. L'analyse de la dynamique se fait ensuite selon différentes méthodes qui s'apparentent aux méthodes présentées pour la morphologie. Je présente quelques-unes de ces méthodes à la fin de cette section. Deux revues complètes apportent plus d'informations sur le sujet : van der Kruit et Allen (1978); Sofue et Rubin (2001).

#### Spectroscopie à fente et courbe de rotation

Les premières observations de la dynamique des galaxies furent réalisées par spectroscopie à fente longue. La technique est simple : on place une fente le long de l'axe optique

de la galaxie, on observe des raies en émissions ou en absorptions puis, en mesurant le décalage Doppler de ces raies pour chaque point résolu le long de cet axe, on remonte à l'information cinématique. Le décalage moyen de l'ensemble des raies par rapport à leur valeur au repos donne la vitesse systémique (le redshift) de l'objet. Les décalages relatifs des raies par rapport à cette moyenne nous donne la cinématique interne. L'information cinématique obtenue à partir des raies en absorption renseigne sur l'état dynamique des étoiles de la galaxie, alors que les raies en émission renseignent sur la dynamique du gaz. Les raies en absorption étant beaucoup plus difficiles à obtenir, pour l'étude des galaxies distantes, on se concentrera essentiellement sur les raies en émissions.

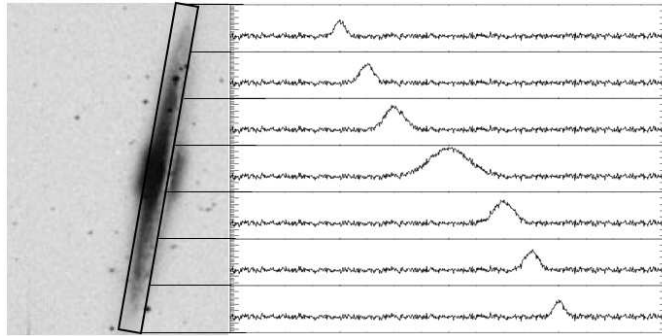


FIG. 2.9 – Illustration de la mesure d'une courbe de rotation pour une galaxie spirale. Pour chaque point résolu le long de la fente, on mesure le décalage Doppler d'une raie en émission dans cet exemple. La dispersion est plus forte au centre où la contribution du bulbe est plus importante.

L'analyse des spectres se fait généralement par un fit aux données. On ajuste un modèle (par exemple une gaussienne) qui fit le mieux possible les raies par minimisation d'un  $\chi^2$ . À partir de ce modèle, on déduit la position de la raie (moment d'ordre 1) qui nous donne la vitesse locale, la largeur de la raie (moment d'ordre 2) qui nous donne la dispersion de vitesse locale ou encore l'aire de la raie (moment d'ordre 0) qui nous donne le flux et le rapport signal à bruit. Plusieurs définitions du rapport signal à bruit peuvent être considérées (Sarzi *et al.*, 2006). On retiendra dans la suite celle utilisée pour l'analyse des galaxies de l'échantillon IMAGES définie comme :

$$\text{SNR} = \frac{\text{Flux}_{3\sigma} - S}{\text{Noise} \sqrt{N_{pix}}} \quad (2.6)$$

où  $\text{Flux}_{3\sigma}$  est le flux intégré dans un domaine de  $\pm 3\sigma$  autour de la position de la raie ( $\sigma$  étant la valeur de la dispersion de la raie),  $S$  est la valeur du continuum,  $\text{Noise}$  est le bruit mesuré dans le continuum et  $N_{pix}$  est le nombre d'éléments de résolution spectrale sur le domaine  $\pm 3\sigma$ .

Pour une galaxie spirale et si l'orientation de la fente coïncide correctement avec l'axe dynamique (Cf. Fig. 2.9), les vitesses se répartissent de manière symétrique par rapport au centre de la galaxie où la vitesse de rotation est nulle ( $V = V_{moy}$ ). En représentant

alors les vitesses en fonction de la distance au centre, on construit une courbe de rotation. La Fig. 2.10 montre ainsi trois courbes de rotation obtenues pour trois galaxies locales. Les galaxies spirales ont généralement une courbe de rotation en forme de “S” : le gradient est fort au centre de la galaxie, puis la vitesse sature autour d’une valeur  $V_{flat}$ <sup>1</sup>. Les parties centrales de la courbe de rotation présentent parfois des petites déviations généralement dues aux mouvements non circulaires des bras spiraux ou à la présence d’une barre. La dispersion de vitesse reflète des mouvements aléatoires du gaz. Elle est généralement plus élevée au centre de la galaxie que sur les bords car les régions centrales du bulbe sont plutôt supportées par la dispersion. C’est ce que l’on observe par exemple sur les trois galaxies présentée en Fig. 2.10. Il faut noter que selon la résolution spatiale utilisée, le profil de dispersion peut inclure en plus du mouvement aléatoire du gaz, une composante due à la convolution avec les mouvements ordonnés à plus grande échelle. Dans ce cas, on observe une dispersion plus grande vers les régions centrales car c’est là que le gradient de vitesse est le plus fort.

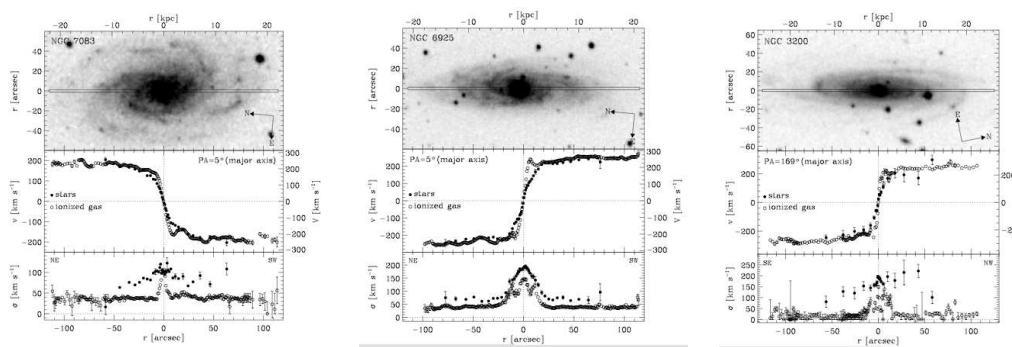


FIG. 2.10 – Courbe de rotations de 3 galaxies locales avec leur dispersion de vitesse, pour les étoiles et le gaz. D’après Pizzella *et al.* (2004)

En mesurant les courbes de rotation des galaxies, on peut ainsi déterminer si l’objet est en rotation, si sa dynamique est relaxée ou s’il subit des interactions ou des effets extérieurs. La principale difficulté de la spectroscopie à fente est d’ajuster l’orientation de la fente afin qu’elle soit alignée avec l’axe dynamique. On fait souvent l’hypothèse que l’axe dynamique est aligné avec l’axe optique. Pour des galaxies en rotation, dont la dynamique est relaxée, cette hypothèse est tout à fait justifiée. Cependant, si une galaxie subit une interaction, une fusion, ou quoi que ce soit d’autre qui perturbe sa dynamique, l’axe dynamique peut être différent (ou inexistant) de l’axe optique. Ainsi, pour les observations de galaxies distantes, cela devient délicat d’obtenir des courbes de rotation car la morphologie des galaxies devient de plus en plus perturbée et donc l’orientation de la fente est de plus en plus aléatoire.

Une solution consiste alors à scanner la galaxie pour obtenir un cartographie de sa dynamique. Le scan de la galaxie peut se faire soit de manière spatiale en déplaçant la fente

<sup>1</sup>Le fait que les courbes de rotation demeurent plates à grand rayon alors que la masse diminue témoigne de la présence d’une masse invisible : la masse noire (Rubin et Ford, 1970)

le long de la galaxie afin de paver l'ensemble de sa dynamique (van der Kruit, 1976), soit de manière spectrale à l'aide d'interféromètre de Fabry-Perot par exemple (Courtès, 1960; Amram *et al.*, 1992). La principale limite des méthodes de scan est qu'elles nécessitent de reproduire l'observation autant de fois que l'on souhaite obtenir de canaux (spectraux ou spatiaux) différents. Il faut donc que les conditions d'observation restent relativement homogènes entre les différentes poses, afin de pouvoir ensuite combiner les canaux entre eux. Pour l'étude des galaxies distantes qui nécessite des temps de pose de plusieurs heures, obtenir une cartographie complète d'un objet requiert un temps d'intégration totale considérable et donc des variations des conditions d'observations souvent non négligeables. Pour la cinématique des galaxies lointaines, on préférera utiliser des spectrographes intégrale de champ.

### Spectroscopie intégrale de champ et champ de vitesse

La spectroscopie intégrale de champ est une technique qui permet d'obtenir une cartographie complète de l'ensemble de la dynamique de la galaxie en une seule pose (Vanderriest, 1980; Courtes, 1982). Les spectrographes intégrale de champ permettent donc non seulement de minimiser le temps d'intégration mais aussi d'assurer une bonne stabilité des conditions d'observations pour tous les canaux spatiaux et spectraux. Il existe trois méthodes majeures qui sont résumées par la Fig. 2.11 :

- **IFU à micro-lentilles** : une matrice de micro-lentilles est placée dans le plan focal du télescope afin d'échantillonner spatialement l'objet d'intérêt. Chaque image est ensuite dispersée spectralement (Bacon *et al.*, 1995).
- **IFU à micro-lentilles et fibres optiques** : le plan focal est toujours échantillonné par un réseau de micro-lentilles, mais les images sont ensuite transportées par un toron de fibres optiques, que l'on réarrange spatialement pour former la fente d'entrée du spectrographe (Vanderriest, 1995; Baudrand *et al.*, 1998; Larkin *et al.*, 2000).
- **Image Slicer** : l'image de l'objet est découpée en tranches verticales par un jeu de miroirs placés dans le plan focal ("image slicer"). Ces images sont ensuite réarrangées pour former la fente d'entrée du spectrographe (Content, 1997).

A partir des spectres obtenus à différentes localisations spatiales  $(x,y)$ , on construit un cube de données  $(x,y,\lambda)$ . Chaque canal spatial du cube est analysé de manière similaire à un spectre obtenu par un spectrographe à fente : on mesure la position, la dispersion et l'aire des raies. A partir de ces informations, on peut alors construire des cartes de champ de vitesse, des cartes de dispersion de vitesse et des cartes de flux (ou rapport signal à bruit). La Fig. 2.12 montre (en bas) une carte de flux  $H_\beta$ , le champ de vitesse et la carte de dispersion pour une galaxie locale (NGC4102). On montre aussi (en haut) l'image de la galaxie obtenue dans trois bandes.

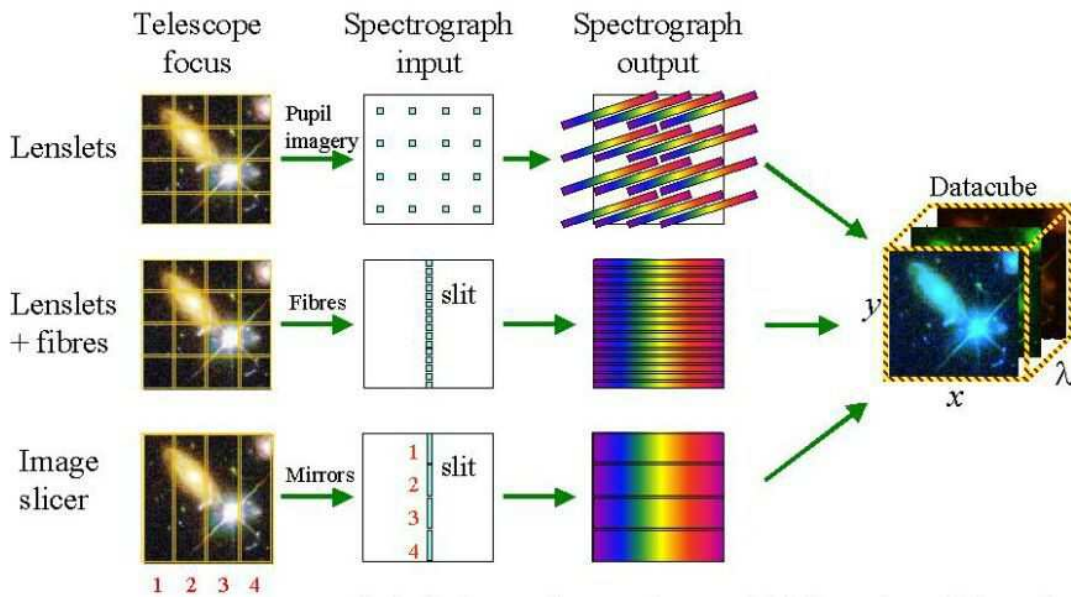


FIG. 2.11 – Principales techniques de spectroscopie intégrale de champ. D'après Jeremy Allington-Smith.

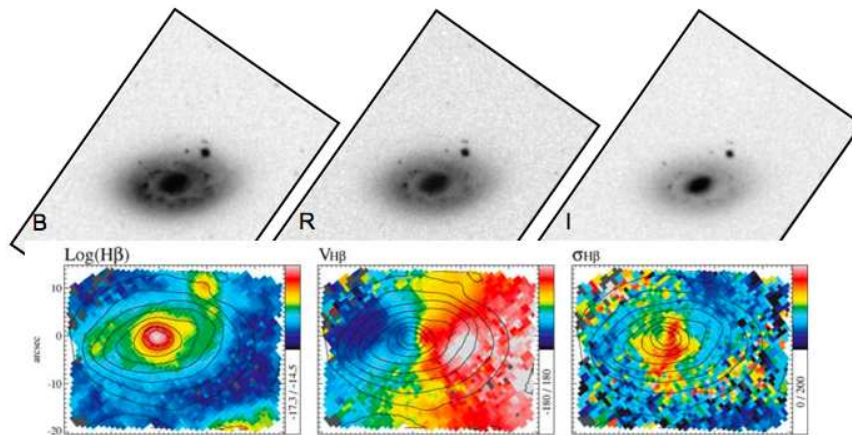


FIG. 2.12 – Illustration d'une carte de flux ( $H\beta$ ), champ de vitesse et dispersion de vitesse pour une galaxie locale (NGC4102) ainsi que l'image de la galaxie dans trois bandes. Tiré de Ganda *et al.* (2006).

L'analyse de ces cartes va ensuite nous permettre de classer les galaxies selon leur état dynamique. Il n'existe cependant pas autant d'outils d'analyses et de classifications des galaxies selon leur propriétés dynamiques que pour la morphologie et ce, notamment, car les échantillons actuels de champ de vitesse sont beaucoup plus petits que les échantillons

morphologiques<sup>2</sup>. Dans les paragraphes suivants, je décris quelques-unes des méthodes existantes avec principalement la méthode suivie pour l'échantillon IMAGES.

### Méthodes des résidus

La méthode des résidus est en fait très similaire à l'approche paramétrique pour la morphologie. La première étape consiste à reproduire les observations cinématiques par des simulations dans l'hypothèse où les galaxies sont en rotation pure. L'approche suivie pour la simulation des observations est généralement d'utiliser des paramètres mesurés tels que l'inclinaison de la galaxie, l'orientation du champ de vitesse, l'amplitude maximale de la vitesse pour construire des champs de vitesses simulés. Les paramètres sont ajustés par une méthode de  $\chi^2$  en balayant l'espace autorisé par les barres d'erreurs observationnelles. Une fois le meilleur modèle obtenu, on produit alors la carte de dispersion correspondante. La Fig. 2.15 (en haut) montre l'image, le champ de vitesse et la carte de dispersion observés, le champ de vitesse et la carte de dispersion simulés pour quatre galaxies, tirées de l'échantillon IMAGES. Dans l'approche des résidus, on cherche alors à déterminer le degré de ressemblance qui existe entre les cartes simulées et observées. Pour cela, on utilise la valeur du  $\chi^2$  résiduel provenant du meilleur ajustement d'un modèle sur les observations. On construit alors un diagramme du  $\chi^2$  résiduel sur le champ de vitesse en regard du  $\chi^2$  résiduel sur la dispersion de vitesse. Pour une galaxie en rotation pure, ces deux grandeurs doivent être proches de l'unité. La principale difficulté à la mise en oeuvre d'une telle méthode, est que pour contraindre les  $\chi^2$  résiduels, un grand nombre de pixels spatiaux sont requis. Compte tenu du faible nombre de pixels indépendants dont nous disposons avec les observations GIRAFFE (au maximum 20 pixels) cette méthode ne sera pas retenue. Je reviens sur les résultats obtenus par cette méthode sur l'échantillon IMAGES un peu plus bas.

### Kinometry

Une autre méthode proposée par Krajnović *et al.* (2006) (la "Kinometry") s'appuie sur les outils de la photométrie classique, mais généralisés à l'étude des moments d'ordre supérieurs tels que la vitesse ou la dispersion. Elle consiste tout d'abord à regrouper les données sous forme d'ellipses concentriques, puis de décomposer les données associées à chaque ellipse sur une base d'harmoniques de Fourier. La méthode est illustrée par la Fig. 2.13. Krajnović *et al.* (2006) montrent alors que dans le cas d'un disque en rotation pure, le champ vitesse se projette uniquement sur la première harmonique en cosinus (Cf. Fig. 2.13 en haut). Si de l'énergie est détectée sur les autres harmoniques, c'est que la galaxie présente des écarts par rapport à une rotation pure (Cf. Fig. 2.13 en bas).

<sup>2</sup>Pour obtenir la dynamique d'une galaxie il faut mesurer des moments d'ordres supérieurs, ce qui nécessite plus de SNR.

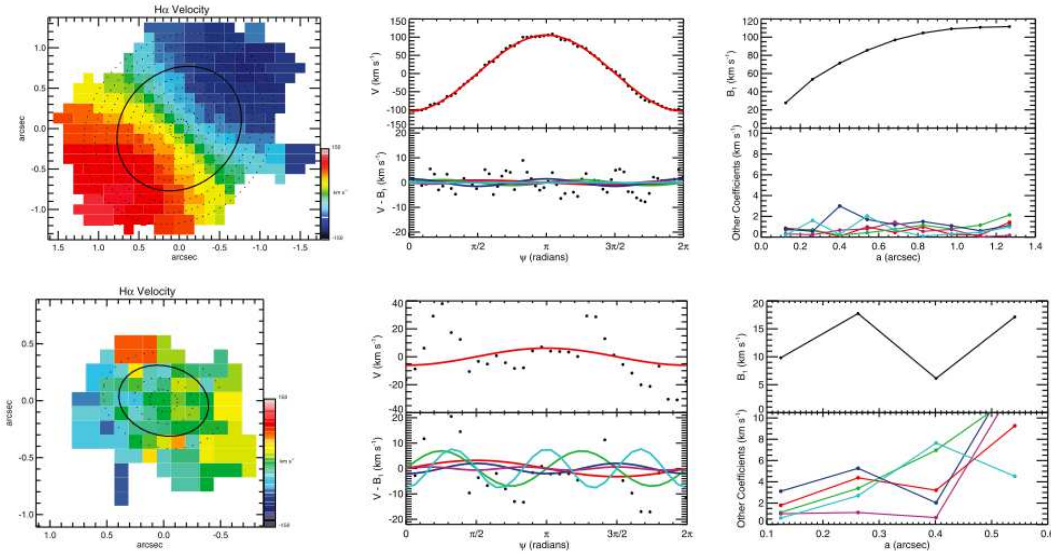


FIG. 2.13 – Illustration de la méthode “Kinemetry” sur le champ de vitesse. De gauche à droite : champ de vitesse, distribution azimutale des vitesses et distribution radiale des vitesses. En haut : dans le cas d’une galaxie dont le champ de vitesse est en rotation. En bas : dans le cas d’une galaxie dont le champ de vitesse est perturbé. Tiré de Shapiro *et al.* (2008)

La carte de dispersion est aussi analysée selon la même procédure, sauf que dans ce cas, l’ensemble de l’énergie doit se retrouver sur la composante constante de la décomposition en harmoniques de Fourier. Initialement prévue pour l’étude de galaxies locales dont le SNR est très bon, Shapiro *et al.* (2008) étendent la méthode pour les galaxies distantes (voir aussi Jesseit *et al.* (2007); Kronberger *et al.* (2007)). Ils construisent ainsi un outil diagnostic qui tient compte des asymétries observées dans le champ de vitesse et dans la carte de dispersion pour distinguer les galaxies en cours de fusion des galaxies en rotation. A l’aide de simulations et d’observations de galaxies locales, ils montrent que leur outil de diagnostic s’avère efficace. La principale difficulté de cet outil reste cependant la détermination du centre des ellipses dont dépendent beaucoup les résultats (Krajinović *et al.*, 2006). De plus, un grand nombre de pixels spatiaux sont nécessaires pour une classification précise (Shapiro *et al.*, 2008). Compte tenu de la faible résolution spatiale de nos observations, cette méthode n’est pas non plus retenue.

### Classification dynamique de l’échantillon IMAGES

La méthode de classification des galaxies de l’échantillon IMAGES selon leur dynamique est décrite dans Flores *et al.* (2006) et dans Yang *et al.* (2008). Cette méthode est basée sur le fait qu’à basse résolution spatiale (ce qui est le cas pour les observations IMAGES), un disque en rotation doit avoir un pic bien défini dans sa carte de disper-

sion de vitesse. En effet, les régions autour du centre dynamique de l'objet où la courbe de rotation possède le gradient le plus fort ne sont pas résolues spatialement. Autour du centre dynamique de l'objet, la carte de dispersion est donc le résultat de la convolution des mouvements à grandes échelles (la rotation) avec la dispersion interne du gaz. Cette dernière est quantitativement beaucoup plus petite (d'un facteur  $\sim 5-10$ ), si bien que l'amplitude du pic de dispersion est principalement fixée par le gradient de vitesse locale. Ce phénomène est illustré en Fig. 2.14.

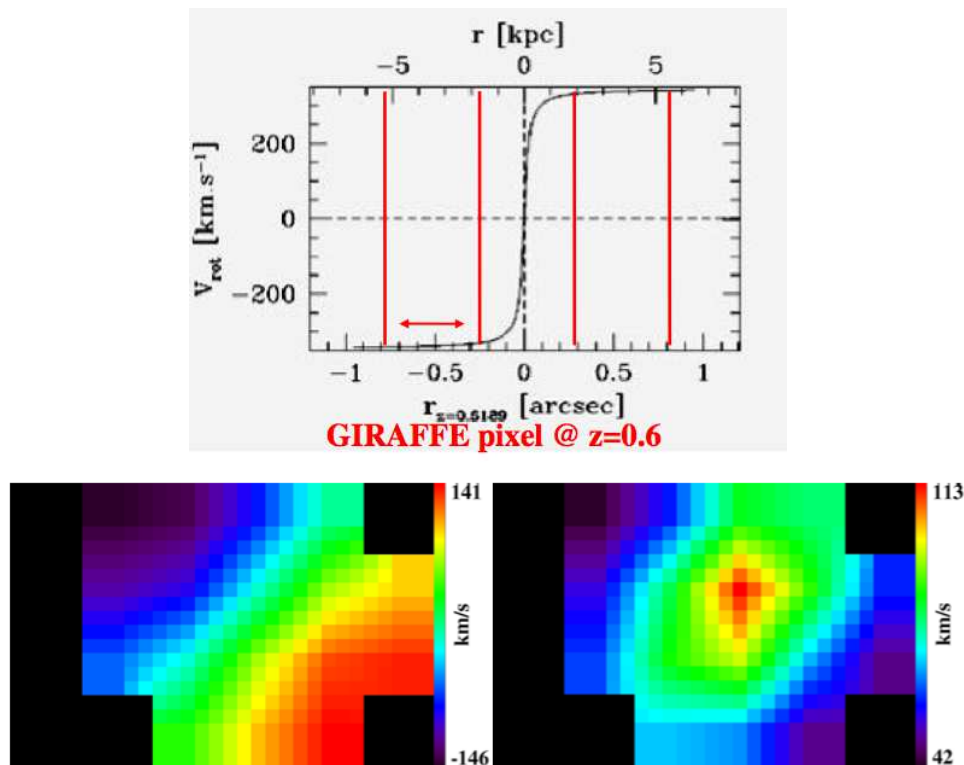


FIG. 2.14 – Illustration de l'allure d'un champ de vitesse et de la carte de dispersion associée dans le cas d'un disque en rotation observé à faible résolution spatiale. En haut : courbe de rotation théorique sur laquelle sont superposés les pixels de GIRAFFE. En bas : champ de vitesse et carte de dispersion correspondante. Le pic de dispersion est le résultat de la convolution des mouvements à grandes échelles avec la dispersion interne du gaz.

Dans le cas d'une fusion de galaxies par exemple, il est peu probable que le maximum de dispersion soit localisé au centre dynamique du système comme c'est le cas pour un disque en rotation (Puech *et al.*, 2008b). L'amplitude et la position du pic de dispersion peuvent varier énormément. Par exemple, toujours sur la Fig. 2.15, on trouve que les deux premières galaxies sont bien reproduites par les simulations alors que les deux galaxies suivantes présentent des disparités entre les cartes de dispersion observée et modélisée. Pour prendre en compte ces deux paramètres, Flores *et al.* (2006) proposent de construire un diagramme où le premier axe est défini par la séparation spatiale des pics de dispersion entre les cartes simulées et observées (exprimé en nombre de pixels spatiaux) et le



deuxième axe est défini par la différence relative d'intensité des pics de dispersion. Dans un tel diagramme, toutes les galaxies qui sont correctement modélisées par un disque en rotation occupent une région spécifique de faible différence d'intensité et faible séparation entre les pics de dispersions observés et simulés. On peut donc utiliser cet outil pour distinguer les galaxies en rotation pure des galaxies qui présentent une cinématique anormale. Sur la Fig. 2.15 (en bas à gauche) je montre comment les galaxies de l'échantillon IMAGES se répartissent dans ce plan. Les galaxies identifiées comme spirales en rotation sont symbolisées par des ronds bleus.

En s'appuyant sur cette analyse, Flores *et al.* (2006) et Yang *et al.* (2008) distinguent trois états dynamiques, que sont :

- Les galaxies en rotations (“Rotating Disks” RD), pour lesquelles l'axe de rotation est aligné avec l'axe optique et le pic de dispersion se trouve proche du centre dynamique.
- Les galaxies qui présentent des perturbations dans leur rotation (“Perturbed Rotation” PR) pour lesquelles l'axe optique est toujours aligné avec l'axe dynamique, mais le pic de dispersion n'est plus au centre de l'axe dynamique, ou il n'y a pas de pic de dispersion.
- Les galaxies dont la cinématique est complexe (“Complex Kinematics” CK), pour lesquelles à la fois le champ de vitesse et la carte de dispersion sont significativement perturbés.

Chaque objet est inspecté pour décider de son état dynamique selon les critères ci-dessus. La répartition finale des galaxies dans les trois catégories dynamiques peut donc dépendre de l'appréciation de l'observateur et une certaine part de subjectivité persiste. Cette dernière est toutefois grandement limitée par l'analyse proposée en Fig. 2.15. Je reviendrai sur les résultats obtenus à partir de cette classification au § 3.2.

Pour appuyer le choix de cette méthode de classification, on montre sur la Fig. 2.15 (en bas à droite) la répartition des galaxies de l'échantillon IMAGES dans un diagramme du  $\chi^2$  tiré de la méthode des résidus. On trouve alors qu'une ségrégation des galaxies n'est plus possible, les différentes classes cinématiques sont mélangées. Comme on le décrivait plus haut, la méthode des résidus nécessite un grand nombre de pixels spatiaux indépendants afin de contraindre suffisamment les modèles. En conclusion, seule la méthode développée spécifiquement pour l'échantillon IMAGES semble convenir à notre objectif scientifique.

## 2.3 Synthèse des méthodes de classifications

On a vu qu'une multitude d'outils pour la classification morphologique et dynamique co-existent. Selon l'objectif scientifique et les données disponibles, certains outils s'avè-

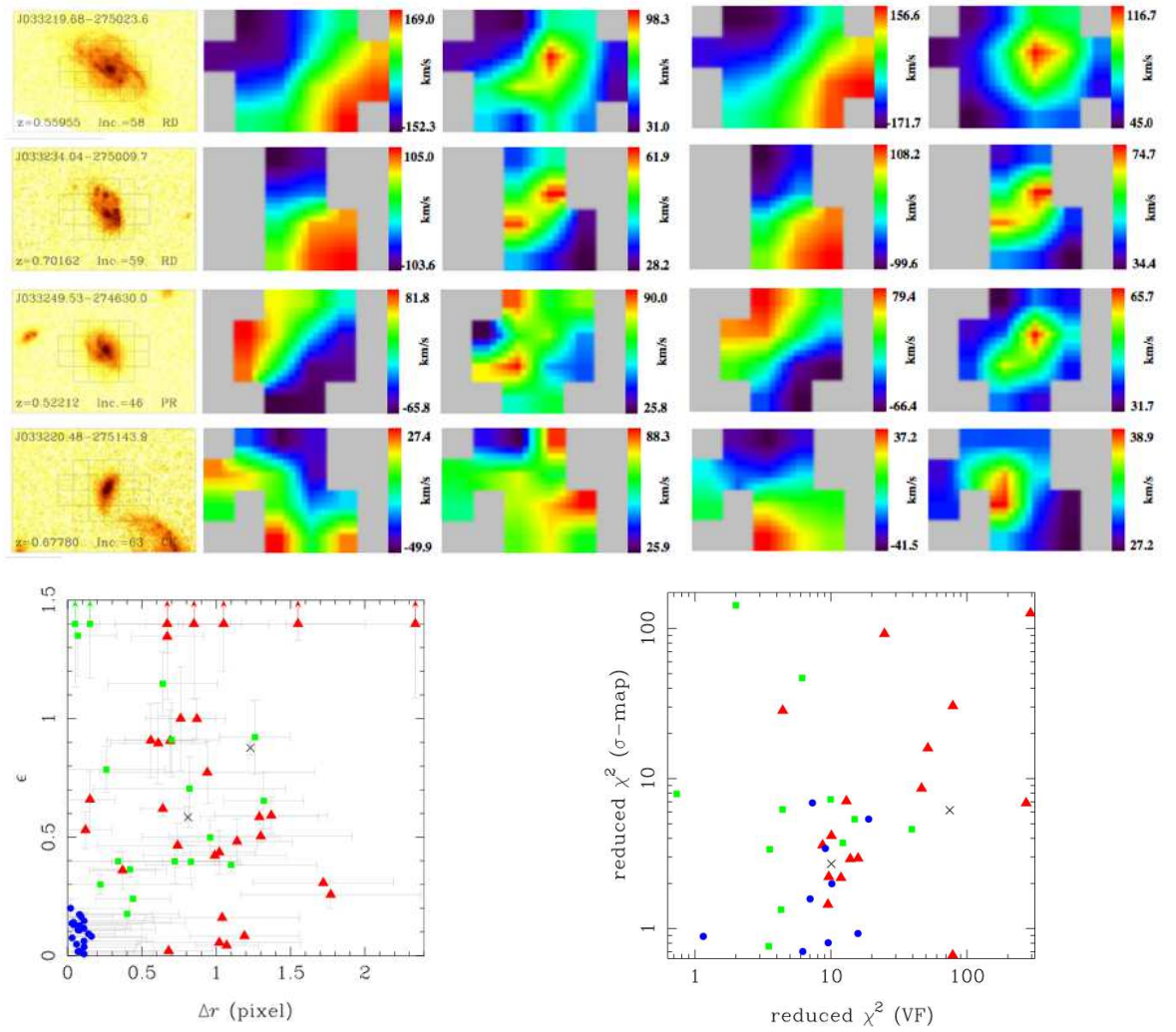


FIG. 2.15 – Illustration de la méthode de classification dynamique utilisée pour l'échantillon IMAGES. En haut : pour quatre galaxies tirées de l'échantillon IMAGES, on montre (de gauche à droite) le champ de vitesse observé, la carte de dispersion observée, le champ de vitesse modélisé, la carte de dispersion modélisée. En bas à gauche : répartition des galaxies de IMAGES dans un diagramme défini par la séparation spatiale des pics de dispersion entre les cartes simulées et observées (exprimé en nombre de pixels spatiaux) en  $x$  et la différence relative d'intensité des pics de dispersion en  $y$ . Les ronds bleus représentent les galaxies en rotations, les carrés verts sont les galaxies à la dynamique perturbée et les triangles rouges sont les galaxies à la cinématique complexe. En bas à droite : on montre la distribution du même échantillon dans un diagramme de  $\chi^2$  résiduel sur le champ de vitesse en regard du  $\chi^2$  résiduel sur la dispersion de vitesse.

eront plus efficaces que d'autres. Au moment de l'interprétation des résultats, il faudra garder en mémoire les forces et les limites de l'outil utilisé. Je tente de résumer les méthodes présentées jusqu'ici dans la Table 2.2 avec pour chacune ses avantages et ses inconvénients. Une comparaison de deux des méthodes de classification dynamique a été présentée en Fig.

2.15. Dans le prochain chapitre nous aurons l'occasion de tester et comparer quantitativement les outils de classification morphologique sur l'échantillon IMAGES.

Méthode	Avantages	Inconvénients
<b>MORPHOLOGIE</b>		
<b>Classification visuelle</b>	Simple	Subjective Nécessite une inspection détaillée Nécessite une bonne résolution angulaire
<b>Méthodes paramétriques</b>	Fournit une analyse complète Reproductible - Automatique Objective	Hypothèse de galaxies lisses et symétriques Nécessite une inspection détaillée des résidus Dégénérescences possibles
<b>Méthodes non-paramétriques</b>	Implémentation simple Reproductible - Automatique Objective	Nécessite un étalonnage Classification limitée à quelques grandes classes Contamination entre les classes
<b>Information Couleur</b>	Information sur la physique sous-jacente Propriétés résolues	Nécessite une inspection détaillée Utilisation de modèles d'évolutions
<b>Arbre de décision</b>	Combine un ensemble de paramètres Détaillée Reproductible	Non automatique - Inspection détaillée Pas strictement objective
<b>DYNAMIQUE</b>		
<b>Méthode des résidus (<math>\chi^2</math>)</b>	Implémentation simple Reproductible - Automatique	Forte sensibilité au SNR Nécessite beaucoup de pixels spatiaux
<b>Kinometry</b>	Reproductible - Automatique	Forte sensibilité au SNR Définition du centre des ellipses Nécessite beaucoup de pixels spatiaux
<b>Méthode de Flores <i>et al.</i> (2006)</b>	Adaptée à une faible résolution spatiale Reproductible	Non automatique - Inspection détaillée Pas strictement objective

TAB. 2.2 – Résumé des principales méthodes et outils de classifications morphologiques et dynamiques.



## Chapitre 3

# Résultats : dynamique et morphologie des galaxies lointaines

### Sommaire

---

<b>3.1 Observations Cinématiques</b> . . . . .	<b>48</b>
3.1.1 Traitement de données . . . . .	49
3.1.2 Représentativité de l'échantillon . . . . .	50
<b>3.2 Résultats dynamiques</b> . . . . .	<b>52</b>
<b>3.3 Comparaison de la dynamique avec la morphologie</b> . . . . .	<b>54</b>
<b>3.4 Comparaison des méthodes de classification morphologique</b> . .	<b>76</b>
3.4.1 Méthodes automatiques vs. arbre de décision . . . . .	76
3.4.2 Echantillon complémentaire . . . . .	76
<b>3.5 Tests des scénarios de formation des galaxies spirales</b> . . . . .	<b>77</b>
3.5.1 Quelle évolution avant ? . . . . .	77
3.5.2 Quelle évolution après ? . . . . .	78
3.5.3 Quel processus ? . . . . .	78
<b>3.6 Conclusions / Perspectives</b> . . . . .	<b>80</b>

---

Dans ce chapitre je présente les résultats obtenus à partir de l'étude de l'échantillon IMAGES. Ces résultats ont donné lieu à une série de publications intitulés "IMAGES I" à "IMAGES IV". La première publication de la série (IMAGES I Yang *et al.* (2008)) présente les résultats de l'analyse dynamique. Dans cette étude, j'ai participé à la réduction, l'analyse et la classification des observations cinématiques. Ce travail est présenté dans les § 3.1 et § 3.2 suivants. La méthode de classification cinématique a été présentée au § 2.2.2. La deuxième publication (IMAGES II Neichel *et al.* (2008)) représente le coeur de mon travail sur l'échantillon IMAGES : la classification morphologique et la comparaison morphologie / dynamique. Ce travail est résumé au § 3.3. Je donne aussi l'intégralité de l'article dans ce même paragraphe. La troisième publication (IMAGES III Puech *et al.* (2008a)) traite de la relation de Tully-Fisher et de son évolution à  $z \sim 0.6$ . Ma principale

contribution dans ce travail est aussi en lien avec la morphologie par le biais du calcul des inclinaisons, des  $r_{1/2}$  et des rayons de disques nécessaires pour établir les vitesses de rotations des galaxies. Par ailleurs, je m'appuierai sur des résultats tirés de Puech *et al.* (2008a) dans la discussion présentée au § 3.5. Enfin, la quatrième publication de la série (IMAGES IV Rodrigues *et al.* (2008)) s'intéresse à l'évolution chimique du gaz et à l'étude de la relation masse/métallicité à partir des observations FORS2. Les résultats de l'analyse morphologique sont utilisés dans cette étude notamment pour comparer les propriétés des LIRGS<sup>1</sup> distantes avec les galaxies locales.

En parallèle à cette série d'articles, j'ai participé à deux publications : Puech *et al.* (2007a) et Puech *et al.* (2008c) dont l'objectif était de disséquer et comprendre très précisément l'histoire de deux galaxies tirées de l'échantillon IMAGES. Pour ces deux galaxies, j'ai principalement contribué à l'étude morphologique détaillée avec notamment la construction de cartes couleurs et une étude paramétrique. Je présente brièvement les résultats de Puech *et al.* (2007a) dans le § 3.2. Les résultats de Puech *et al.* 2008c sont résumés au § 3.6.

### 3.1 Observations Cinématiques

Les observations cinématiques des galaxies sont réalisées avec le spectrographe intégrale de champ FLAMES-GIRAFFE, installé sur l'UT2 du VLT. Ce spectrographe couvre le domaine visible 370-950nm avec une résolution spectrale entre  $R=5000$  et  $R=30000$ . On utilise le mode IFU (Integral Field Unit) de cet instrument qui permet de faire la cartographie de la dynamique des galaxies. Ce mode propose 15 IFU à  $R=10000$  composés de 6x4 micro-lentilles (0.52arcsec/lentille) qui peuvent être déployées dans le plan focal du télescope. C'est l'unique instrument permettant d'obtenir simultanément la spectrographie intégrale de champ de 15 objets.

Pour l'étude de la cinématique des galaxies de redshifts intermédiaires ( $0.1 \leq z \leq 1$ ), on utilise la raie en émission [OII]. Il s'agit en fait d'un doublet à 3726.1Å et 3728.8Å. Cette raie est en général la raie la plus brillante dans les spectres de galaxies spirales après la raie  $H_\alpha$ . La résolution spectrale de GIRAFFE étant typiquement de  $R=10000$  ( $\Delta\lambda = 0.4\text{Å}$ ), elle permet de résoudre le doublet. Le détail des observations est décrit dans Yang *et al.* (2008). Le temps d'intégration par galaxie est compris entre de 4.5h à 15h. Le seeing médian de ces observations est de 0.8".

---

<sup>1</sup>Luminous Infra Red Galaxies

### 3.1.1 Traitement de données

La réduction de données est effectuée par un logiciel dédié, fourni par les observatoires de Paris et Genève (Blecha *et al.*, 2000; Royer *et al.*, 2002). En sortie de la procédure de réduction, on obtient les spectres calibrés et soustraits des différents biais (Cf. Fig. 3.1). L'analyse des spectres pour construire les champs de vitesse, les cartes de dispersions et les cartes de flux est décrite en détail dans Flores *et al.* (2006); Yang *et al.* (2008). Je résume ici les principales étapes de cette analyse.

Les 20 spectres individuels pour chaque galaxie sont tout d'abord inspectés visuellement afin de détecter les artefacts ou la contamination par des raies du ciel. Pour les objets dont le doublet [OII] est détecté, on construit un cube de données autour de l'émission observée. Le doublet est alors ajusté à l'aide d'une double gaussienne dont la séparation est fixée à  $\lambda_1 - \lambda_2 = 2.783\text{\AA}$  (Cf. Fig. 3.2). De plus, les deux raies doivent avoir la même dispersion  $\sigma_1 = \sigma_2$ .

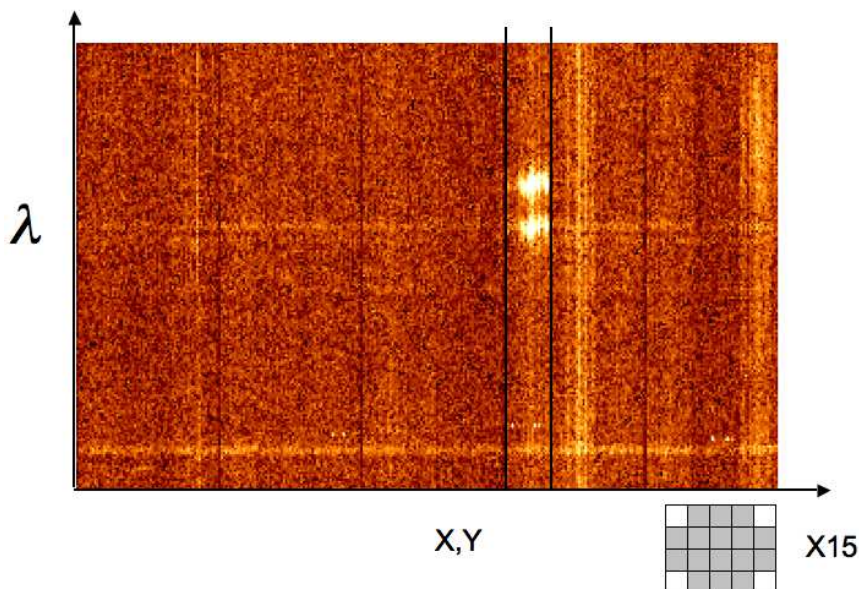


FIG. 3.1 – Exemple de spectres GIRAFFE. Chaque colonne représente un spectre obtenu par une fibre différente. Les colonnes sont rangées pour regrouper chaque objet. Un objet représente 20 fibres. Les raies en émissions d'un objet ont été détectées ici : on reconnaît le doublet [OII] (l'image n'est qu'une petite partie de la bande passante spectrale). Les bandes horizontales sont les raies du ciel.

Le rapport d'intensité entre les raies est laissé libre lors de la procédure d'ajustement. Pour environ 10% des spectres, la valeur du rapport des raies n'est physiquement pas acceptable car supérieure à 1.5 (Voir Puech 2006). Pour ces cas, on impose alors un rapport de  $R(3729/3727)=1.4$  qui correspond au rapport médian observé dans les spectres intégrés (Puech *et al.*, 2006a; Weiner *et al.*, 2006). Les raies du ciel sont ajustées simultanément au doublet [OII] lorsque cela est nécessaire. Compte tenu de la résolution spectrale importante



de l'instrument FLAMES-GIRAFFE, les raies du ciel sont significativement plus fines (d'un facteur  $>10$ ) que les raies du doublet [OII], ce qui permet de les isoler sans ambiguïté. La figure 3.2 illustre la méthode.

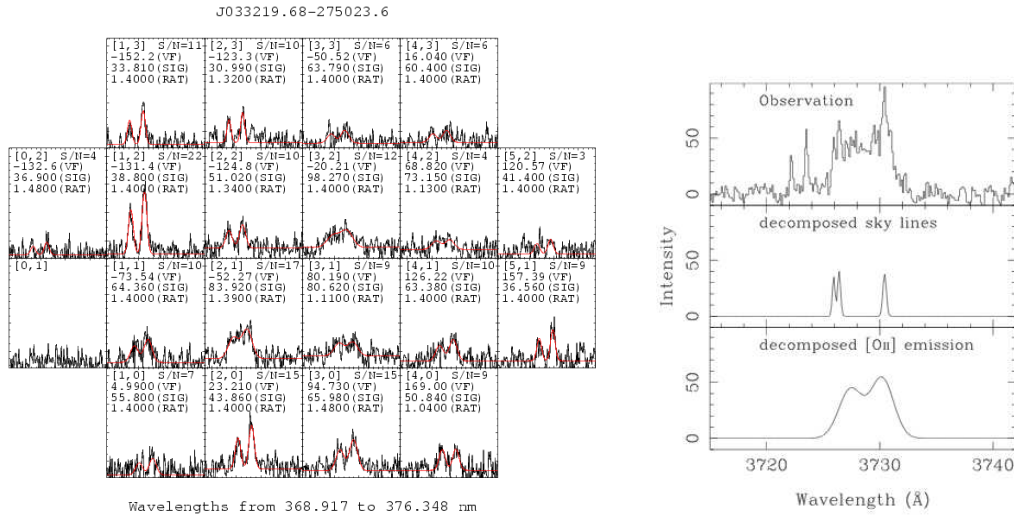


FIG. 3.2 – Exemple d’ajustement simultané des raies du ciel et du doublet [OII]. A gauche, on montre les 20 spectres individuels avec le meilleur ajustement superposé en rouge. A droite, on montre la procédure d’ajustement avec l’observation, les raies du ciel et l’émission [OII].

A partir de l’ajustement, on construit alors les cartes de champ de vitesse, les cartes de dispersion de vitesse et une carte de rapport signal à bruit (Cf. §2.2.2 pour la définition du SNR). Cette dernière est utilisée pour quantifier l’incertitude associée à chaque pixel. En particulier, seuls les pixels ayant un rapport signal à bruit supérieur à 3 sont conservés dans l’analyse dynamique. Enfin, seules les galaxies ayant au moins 4 pixels dont le SNR est supérieur à 4 sont conservées. Ce critère est déduit à partir de simulations de champ de vitesses. Il correspond au seuil minimal pour identifier la cinématique d’une galaxie (Flores *et al.*, 2006).

On obtient ainsi un échantillon de 36 galaxies. La figure 3.3 montre quelque-unes de ces galaxies avec l’image HST, le champ de vitesse, la carte de dispersion et la carte de SNR.

### 3.1.2 Représentativité de l’échantillon

Un point important avant de pouvoir mener l’analyse des résultats, est de savoir si notre échantillon est représentatif des galaxies distantes. Yang *et al.* (2008) montrent que c’est effectivement le cas en combinant les 36 galaxies observées aux 35 de Flores *et al.* (2006). En effet, on montre sur la Fig. 3.4 la distribution des galaxies par tranche de magnitude

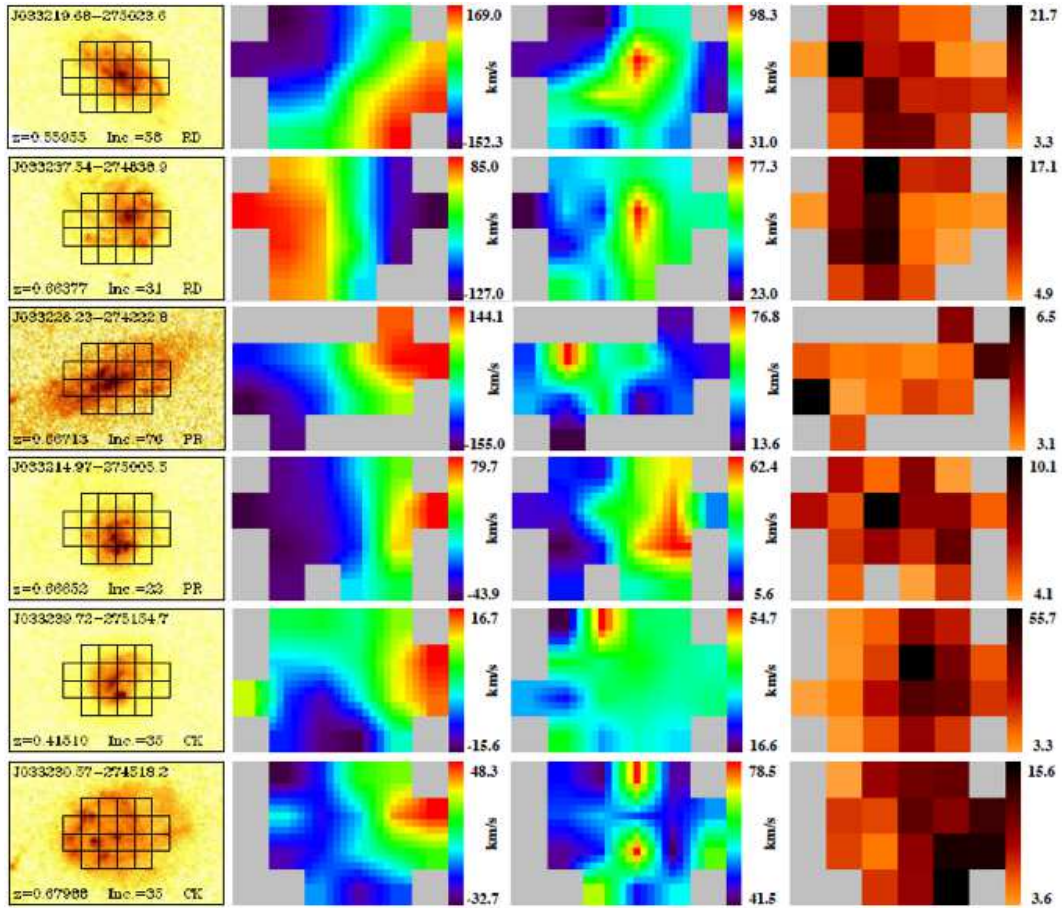


FIG. 3.3 – Exemple de résultat pour 6 galaxies de l'échantillon IMAGES. De gauche à droite : image HST en bande i, champ de vitesse, carte de dispersion et carte de SNR. Les pixels des champs de vitesse et des cartes de dispersion sont linéairement interpolés sur une grille de 5x5 pour des raisons cosmétiques.

absolue en bande J, ainsi que deux fonctions de luminosité théoriques pour  $z=1$  et  $z=0.5$  (Pozzetti *et al.*, 2003). Si l'on applique le critère de sélection de  $M_J(AB) < -20.3$ , il reste 63 galaxies qui suivent ces fonctions de luminosité. On peut donc conclure que cet échantillon de 63 galaxies est représentatif des galaxies à raies d'émission de masses intermédiaires à  $z \sim 0.6$ .

Un autre point important : en combinant les galaxies de Flores *et al.* (2006) avec les observations de IMAGES, on obtient un échantillon provenant de 4 champs indépendants. En effet, les galaxies de IMAGES sont sélectionnées dans le CDFS, mais celles de Flores *et al.* (2006) viennent du HDFs, du CFRS03h et du CFRS22h. En multipliant le nombre de champs indépendants, on réduit significativement les biais observationnels dus aux grandes structures (on parle de "cosmic variance" e.g. Somerville *et al.* (2004)). L'échantillon ainsi obtenu est le plus grand échantillon cinématique représentatif et non biaisé, actuellement disponible à ces redshifts.

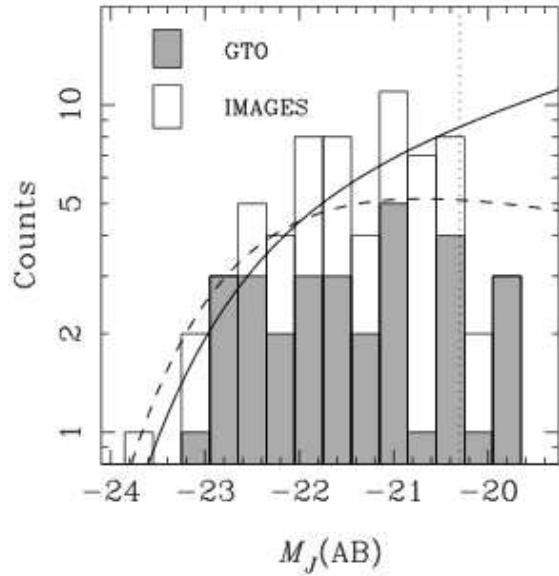


FIG. 3.4 – Nombre de galaxies par tranche de magnitude absolue en bande J. L’échantillon “GTO” correspond à celui de Flores *et al.* (2006). La ligne en pointillé verticale représente le critère de sélection de  $M_J(AB) < -20.3$ . La courbe en trait plein correspond à la fonction de luminosité théorique à  $z=0.5$ , la courbe en tirets à celle à  $z=1$ .

### 3.2 Résultats dynamiques

Les 63 galaxies de notre échantillon sont classées selon trois états dynamiques en suivant la méthodologie de Flores *et al.* (2006) présentée au § 2.2.2. Le résultat de cette classification donne 32% de galaxies en rotation pure (classée RD), 25% de galaxies en rotation perturbée (classée PR) et 43% de galaxies dont la cinématique est complexe (classée CK). L’incertitude sur ces résultats étant estimée à  $\pm 12\%$ .

Ces résultats confirment ceux de Flores *et al.* (2006), à savoir qu’une majorité des galaxies de masses intermédiaires à raies d’émission à  $z \sim 0.6$  n’est pas dynamiquement relaxée. En considérant que les galaxies à raies d’émission représentent 60% des galaxies de masses intermédiaires à ces redshifts (Hammer *et al.*, 1997) et en supposant que les 40% restants sont dynamiquement relaxés, on trouve alors que  $41 \pm 7\%$  des galaxies à  $z$  compris entre 0.4 et 0.75 ont une dynamique perturbée (15%) ou complexe (26%). Cette photographie de l’état dynamique des galaxies à  $z \sim 0.6$  est très différente de ce que l’on observe 6Gyr plus tard dans l’Univers local. En effet, localement, environ 70% des galaxies de masse intermédiaire sont des spirales à la dynamique relaxée; quant aux galaxies irrégulières, compactes ou en cours de fusion, elles ne représentent pas plus de 1% de la population. On observe donc une forte évolution de l’état dynamique des galaxies entre

$z \sim 0.6$  et aujourd'hui. La question est alors de savoir quel processus physique pourrait être à l'origine d'une telle évolution sur cet intervalle de temps.

En comparant les observations dynamiques avec des simulations de fusions de galaxies, Puech *et al.* (2007b) proposent d'associer les cinématiques perturbées (PR) aux processus de fusions mineures (minor merger, rapport de masses 1 : 10 et inférieurs) et les cinématiques complexes aux processus de fusions majeures (major merger, rapport de masses 1 : 1 à 1 : 3). Par exemple, la chute d'un satellite riche en gaz dans une galaxie en rotation produit une augmentation locale de la dispersion de vitesse, sans détruire la dynamique sous-jacente du disque. Dans la classification dynamique utilisée, cela correspond à une galaxie de type rotation perturbée (PR). C'est exactement ce que l'on observe dans Puech *et al.* (2007a) où l'on étudie en détails la dynamique de la galaxie J033226.23-274222.8 classée PR par Yang *et al.* (2008). Cette galaxie présente un satellite dont la masse est estimée à 1 : 18 de la masse de la galaxie principale. En tombant dans la galaxie, le satellite augmente la dispersion de vitesse et déplace le pic de dispersion normalement attendu au centre dynamique de la galaxie hôte. C'est ce que l'on illustre par la Fig. 3.5. Il semblerait donc que les minor merger soient de bons candidats pour expliquer les galaxies à la dynamique perturbée.

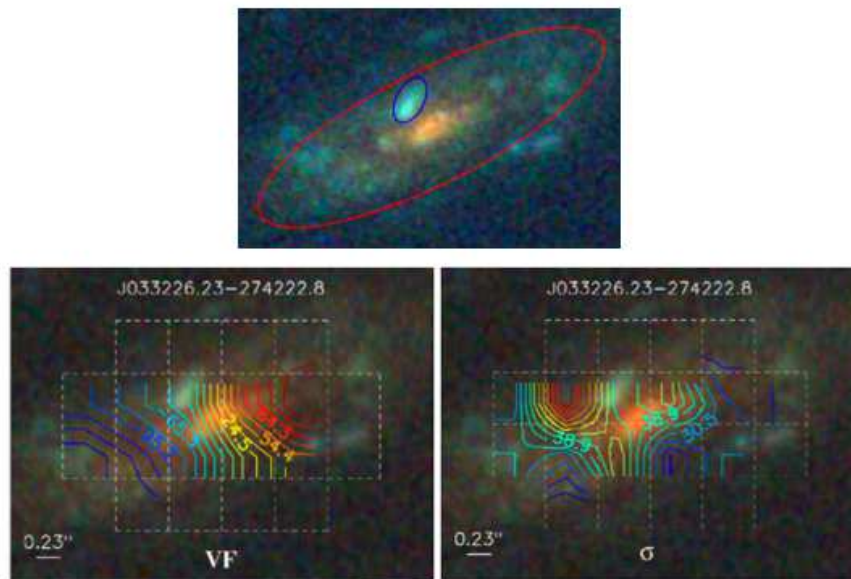


FIG. 3.5 – Exemple de l'analyse détaillée d'une galaxie. En haut on montre l'image reconstituée en trois couleurs. L'ellipse bleue localise la position du satellite en cours de fusion. En bas, on montre le champ de vitesse (à gauche) et la carte de dispersion (à droite) superposée à l'image trois couleurs.

Si les galaxies dont la dynamique est complexe reflètent des événements de major merger, alors les 26% observées dans notre échantillon, sont à comparer à la fraction de galaxies en paires à ces redshifts qui est de l'ordre de 5% uniquement (voir Intro et Le

Fèvre *et al.* (2000); Conselice *et al.* (2003); Bell *et al.* (2006); Lotz *et al.* (2008a); Rawat *et al.* (2008)). Ceci s'explique par le fait que la cinématique observée est sensible à toutes les phases de la fusion, depuis les phases d'approche jusqu'à la période de rémanence et non seulement au moment où les galaxies sont en paires comme pour la morphologie. En considérant un temps dynamique pour que les galaxies fusionnent de l'ordre de 0.3-0.5Gyr, puis une phase de rémanence d'environ 1.5-2.5Gyrs (Robertson *et al.*, 2006; Governato *et al.*, 2007; Robertson et Bullock, 2008), on explique alors naturellement les 26% de galaxies à la dynamique complexe par les 5% de galaxies en paires. Les major merger semblent donc expliquer les galaxies à la dynamique complexe.

Il n'est pas évident de savoir si d'autres mécanismes comme des fragmentations dans des galaxies riches en gaz (les galaxies "clumpy" Cf. Introduction générale) peuvent perturber la dynamique d'une galaxie au point de la rendre complexe. Dans les simulations présentées dans Bournaud *et al.* (2008), le champ de vitesse et la carte de dispersion sont perturbés, mais un mouvement de rotation d'ensemble reste discernable. Or, pour la majorité des galaxies classées CK dans notre échantillon, aucun mouvement cohérent d'ensemble n'est détecté (Cf. Fig. 3.3). Par contre, cela pourrait contribuer à expliquer les galaxies PR, qui justement montrent un champ de vitesse relativement organisé. Dans notre échantillon deux galaxies classées PR (J033214.97-275005.5 (Cf. Fig. 3.3 4ème ligne et J033233.90-274237.9) montrent une morphologie qui pourrait être compatible avec les galaxies "clumpy". Pour statuer définitivement sur les mécanismes à l'oeuvre dans ces galaxies, il faudrait mener de plus amples comparaisons avec des simulations et tester si des processus séculaires peuvent rendre une galaxie hors d'équilibre. Une autre approche est d'étudier précisément chaque objet pour essayer de comprendre leur histoire avec toutes les informations disponibles (dynamique, morphologie, couleurs, ...). L'exemple de J033226.23-274222.8 montre qu'en combinant toutes ces informations, on est désormais capable de comprendre la physique interne de ces galaxies distantes. Ce travail est actuellement en cours sur l'échantillon IMAGES ; l'analyse de 5 objets supplémentaires devrait être publiée très prochainement. Dans les deux sections suivantes (§3.3 et §3.5), je m'intéresse à l'autre partie de l'échantillon : les galaxies dont la dynamique est relaxée.

### 3.3 Comparaison de la dynamique avec la morphologie

#### Résumé de l'article "A surprisingly low fraction of rotating spirals at $z \sim 0.6$ " Neichel *et al.* (2008)

##### Contexte

Les résultats de l'étude de la dynamique des galaxies montrent qu'une grande partie d'entre elles est dynamiquement perturbée ou complexe. On s'intéresse ici de savoir si

cette diversité dynamique se retrouve dans la morphologie et surtout s’il existe une corrélation entre l’apparence et l’état dynamique des galaxies. On s’intéresse ensuite au sous-échantillon des galaxies dont la morphologie et la dynamique sont relaxées. Ces galaxies sont très probablement les progéniteurs d’une partie des galaxies spirales qui peuplent l’Univers local.

#### **But**

L’objectif de cet article est double. Il s’agit d’une part de tester différentes méthodes de classifications morphologiques en regard de la dynamique de ces objets et d’autre part, d’évaluer précisément l’évolution en densité numérique des galaxies spirales depuis  $z \sim 0.6$ .

#### **Méthode**

On procède à une classification morphologique de l’échantillon présenté au § 3.1.2. Pour cela, on utilise toute l’information fournie par l’imagerie multi-bandes, des cartes couleurs et les résultats de l’ajustement du profil de luminosité par une méthode paramétrique. On distingue alors quatre catégories de galaxies : les galaxies spirales, les galaxies particulières, les galaxies compactes et les galaxies en cours de fusion. Par ailleurs, on procède à une classification indépendante par les méthodes non paramétriques : un plan Concentration-Asymétrie et un plan Gini-M20.

#### **Résultats**

En utilisant notre méthode de classification morphologique, on trouve que 4/5 des galaxies spirales sont en rotation et plus de 4/5 des galaxies particulières, compactes ou en cours de fusion, sont dynamiquement non relaxées. Ce résultat est important car il montre que la morphologie est représentative de l’état dynamique des galaxies à  $z \sim 0.6$ . Cette corrélation représente un nouvel outil intéressant pour comprendre les mécanismes de formations et d’évolutions des galaxies. Cependant, on montre que l’analyse morphologique requiert une certaine méticulosité et que les méthodes de classifications automatiques surestiment beaucoup la population de spirales en rotation. La comparaison des méthodes de classifications morphologiques est reprise au § 3.4. Par ailleurs, on trouve que la population des galaxies spirales en rotation subit une forte évolution depuis  $z \sim 0.6$  avec une fraction qui diminue d’un facteur deux en 6Gyrs. Ces galaxies spirales en rotation sont très actives avec des taux de formation d’étoiles de l’ordre de  $10M_{\odot}/\text{an}$  en moyenne. Les zones de formation d’étoiles sont préférentiellement localisées dans les régions externes des disques de ces galaxies, privilégiant ainsi une formation de type “inside-out”, certainement par de grands apports de gaz dans les régions externes. Je reviens sur ces résultats et leur interprétation dans le §3.5.

# IMAGES<sup>\*</sup> II. A surprisingly low fraction of undisturbed rotating spiral disks at $z \sim 0.6$ .

## The morpho-kinematical relation 6 Gyrs ago

B. Neichel<sup>1</sup>, F. Hammer<sup>1</sup>, M. Puech<sup>2,1</sup>, H. Flores<sup>1</sup>, M. Lehnert<sup>1</sup>, A. Rawat<sup>1,3</sup>, Y. Yang<sup>1</sup>, R. Delgado<sup>1,4</sup>, P. Amram<sup>5</sup>, C. Balkowski<sup>1</sup>, C. Cesarsky<sup>2</sup>, H. Dannerbauer<sup>6</sup>, I. Fuentes-Carrera<sup>1</sup>, B. Guiderdoni<sup>7</sup>, A. Kembhavi<sup>3</sup>, Y. C. Liang<sup>8</sup>, N. Nesvadba<sup>1</sup>, G. Östlin<sup>9</sup>, L. Pozzetti<sup>10</sup>, C. D. Ravikumar<sup>11</sup>, S. di Serego Alighieri<sup>12</sup>, D. Vergani<sup>13</sup>, J. Vernet<sup>2</sup>, and H. Wozniak<sup>7</sup>

<sup>1</sup> GEPI, Observatoire de Paris, CNRS, University Paris Diderot; 5 Place Jules Janssen, 92195 Meudon, France

<sup>2</sup> ESO, Karl-Schwarzschild-Strasse 2, D-85748 Garching bei München, Germany

<sup>3</sup> Inter-University Centre for Astronomy and Astrophysics, Post Bag 4, Ganeshkhind, Pune 411007, India

<sup>4</sup> IFARHU-SENACYT, Technological University of Panama, 0819-07289 Panama, Rep. of Panama

<sup>5</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Marseille, Observatoire Astronomique de Marseille-Provence, 2 Place Le Verrier, 13248 Marseille, France

<sup>6</sup> MPA, Königstuhl 17, D-69117 Heidelberg, Germany

<sup>7</sup> Centre de Recherche Astronomique de Lyon, 9 Avenue Charles Andr, 69561 Saint-Genis-Laval Cedex, France

<sup>8</sup> National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, 20A Datun Road, Chaoyang District, Beijing 100012, PR China

<sup>9</sup> Stockholm Observatory, AlbaNova University Center, Stockholms Center for Physics, Astronomy and Biotechnology, Roslagstullsbacken 21, 10691 Stockholm, Sweden

<sup>10</sup> INAF - Osservatorio Astronomico di Bologna, via Ranzani 1, 40127 Bologna, Italy

<sup>11</sup> Department of Physics, University of Calicut, Kerala 673635, India

<sup>12</sup> INAF, Osservatorio Astrofisico di Arcetri, Largo Enrico Fermi 5, I-50125, Florence, Italy

<sup>13</sup> IASF-INAF - via Bassini 15, I-20133, Milano, Italy

Received ..... ; accepted .....

**Abstract.** We present a first combined analysis of the morphological and dynamical properties for the intermediate-mass Galaxy Evolution Sequence (IMAGES) sample. It is a representative sample of 52  $z \sim 0.6$  galaxies with  $M_{\text{stell}}$  from 1.5 to  $15 \times 10^{10} M_{\odot}$  that possesses 3D resolved kinematics and HST deep imaging in at least two broad band filters. We aim at evaluating the evolution of rotating spirals robustly since  $z \sim 0.6$ , as well as at testing the different schemes for classifying galaxies morphologically. We used all the information provided by multi-band images, color maps, and 2D light fitting to assign a morphological class to each object. We divided our sample into spiral disks, peculiar objects, compact objects, and mergers. Using our morphological classification scheme, 4/5 of the identified spirals are rotating disks, and more than 4/5 of identified peculiar galaxies show complex kinematics, while automatic classification methods such as concentration-asymmetry and GINI-M20 severely overestimate the fraction of relaxed disk galaxies. Using this methodology, we find that the fraction of undisturbed rotating spirals has increased by a factor  $\sim 2$  during the past 6 Gyrs, a much higher fraction than was found previously based on morphologies alone. These rotating spiral disks are forming stars very rapidly, even doubling their stellar masses over the past 6 Gyrs, while most of their stars were formed a few Gyrs earlier, which reveals a large gas supply. Because they are the likely progenitors of local spirals, we can conjecture how their properties are evolving. Their disks show some evidence of inside-out growth, and the gas supply/accretion is not random since the disk needs to be stable in order to match the local disk properties.

**Key words.** Morphology – 3D spectroscopy – kinematics and dynamics – galaxy evolution

## 1. Introduction

In the local universe, galaxy morphologies can be organized along the Hubble sequence. Both the physical and kinematic

properties of galaxies vary systematically with the Hubble type (Roberts & Haynes 1994). In this scheme, rotating disk galaxies constitute the majority of the galaxy population. They represent 70% of the intermediate-mass galaxy population, which itself includes at least 2/3 of the present-day stellar mass (see Hammer et al. 2005 and references therein).

Send offprint requests to: benoit.neichel@obspm.fr

\* intermediate-mass Galaxy Evolution Sequence

In the distant universe, morphological investigations based on HST imaging have brought observational evidence that a large fraction of galaxies have peculiar morphologies that do not fit into the standard Hubble sequence (e.g. Abraham et al. 1996; Brinchmann et al. 1998; van den Bergh et al. 2001; Zheng et al. 2005). For instance, Zheng et al. (2005) conclude that at least 30% of the intermediate-mass galaxies at  $z=0.4-1$  have peculiar morphologies, whereas they represent less than few percent in the local universe. Over this fraction, more than 2/3 are luminous compact galaxies (LCGs - Rawat et al. 2007), an enigmatic population that has almost completely vanished in the local universe, with up to a factor  $\sim 10$  decrease in comoving number density (Werk et al. 2004).

While different observations suggest that most of the massive elliptical galaxies were in place prior to  $z=1$  (Jimenez et al. 2007; Bernardi et al. 2006), the formation and evolution of spiral galaxies is still under debate. Different physical processes can modify the galaxy properties over cosmic time, and the main hypothesis processes are:

- (i) the secular evolution with slow and continuous matter accretion through the inter-galactic medium (e.g., Semelin & Combes 2005, Birnboim et al. 2007),
- (ii) minor mergers and accretion of small satellites (Somerville et al. 2001),
- (iii) more violent evolution through hierarchical merging (e.g., Hammer et al. 2005) as a function of lookback time.

To help establish the relative importance of each process, both high-resolution imaging and integral field spectroscopy are required. Morphological studies can offer substantial clues to the merging rate (Conselice et al. 2003, Bell et al. 2006, Lotz et al. 2006), but kinematics studies using 3D spectroscopy appear to be a prerequisite to sampling the whole velocity field of individual galaxies and to directly distinguishing between interacting and non-interacting galaxies. The internal kinematics of galaxies are of primary interest because they probe the evolutionary state of these objects.

In this context, we are pursuing an ESO Large Program using the integral field capability of GIRAFFE (LP: IMAGES) to gather a complete and representative sample of velocity fields and dispersion maps of intermediate-mass galaxies at intermediate redshift. Galaxies are selected in different fields by their absolute J band magnitude ( $M_J(AB) < -20.3$  - see Ravikumar et al. 2007 for more details). A first part of this sample was observed during the FLAMES/GIRAFFE guaranteed time and is described in Flores et al. (2006), Puech et al. (2006a), Puech et al. (2006b), and Puech et al. (2007). The other part was observed in the frame of the large program IMAGES and is described in Yang et al. (2007) (hereafter Paper I). Based on this unique sample, Flores et al. (2006) and Paper I have developed a robust classification scheme to divide the sample into three distinct classes based on dynamical characteristics. Paper I finds that the whole sample can be distributed between these three kinematical classes because  $43\pm 12\%$  of the galaxies have complex kinematics,  $25\pm 12\%$  have perturbed rotation, and only  $32\pm 12\%$  are consistent with pure rotation. Interestingly, objects supported by pure rotation all lie in the

local Tully-Fisher relation (Puech et al. 2008a - hereafter Paper III), whereas objects identified as having perturbed or complex kinematics possess dynamical properties (specific angular momentum,  $V/\sigma$ ) that are statistically different from local disks and whose dispersions in properties are described by simulations of mergers (Puech et al. 2007). In a first approach, Puech et al. (2007) suggest that galaxies with pure rotation could be associated with secular evolution, perturbed rotation with minor mergers (Puech et al. 2007b), and galaxies with complex kinematics could be the result of more violent events (e.g. major mergers).

In the first part of this paper, we try to understand to what extent the morphological appearance of a galaxy reflects the underlying dynamical state. By combining the high-resolution, multi-band HST imaging with the 3D spectroscopy, we explore whether a correlation between morphology and kinematics exists, like in the local universe. After describing the sample in Sect. 2, we present our derivation of a morphological classification of the sample in Sect. 3 and compare this classification with the kinematical classification in Sect. 4. In Sect 5 we compare the morphological method developed in this paper with automatic morphological classifiers. This morpho-kinematical analysis will lead us to focus on one specific group: the rotating spiral disks. In Sect. 6, we discuss the properties of these objects that dynamically and morphologically correspond to the local class of rotating spirals. In this paper we adopt the ‘‘Concordance’’ cosmological parameters of  $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ,  $\Omega_M = 0.3$  and  $\Omega_\Lambda = 0.7$ . Magnitudes are given in the AB-system.

## 2. Data

The whole sample is composed of 63 galaxies that were observed with the integral field units of FLAMES/GIRAFFE on the ESO-VLT. This data set comes from Paper I, and it combines the Flores et al. (2006) sample with the IMAGES large program sample, using the same selection criteria:  $M_J(AB) < -20.3$  and  $\text{EW}([\text{OII}]) > 15\text{\AA}$ . The Flores et al. (2006) sample includes 28 galaxies. Originally, spectra from the CFRS (Hammer et al. 1997) and from FORS1 and FORS2 data for the HDFS (Vanzella et al. 2002, Rigopoulou et al. 2005) were used to select galaxies with the [OII] emission lines detected. This first run of observations demonstrates that the FLAMES/GIRAFFE instrument was able to detect all galaxies with  $\text{EW}([\text{OII}]) > 15\text{\AA}$  and  $I_{AB} \leq 23.5$  after 8 to 13hrs of integration time (see Flores et al. 2006 for more details). In the preparation of the IMAGES large program, Ravikumar et al. (2007) obtained spectra of 580 galaxies in the GOODS-South field from VIMOS observations. From this catalog, combined with VVDS (Vimos VLT Deep Survey, Le Fèvre et al. 2004) and FORS2 (Vanzella et al. 2006) spectroscopic data, Ravikumar et al. (2007) were able to draw a representative sample of 640 galaxies at  $z \leq 1$  with  $I_{AB} < 23.5$ . They show that, within the redshift range of  $0.4 < z < 0.75$ ,  $I_{AB} < 23.5$  galaxies include almost all intermediate-mass galaxies (e.g. at least 95% of  $M_J(AB) < -20.3$  galaxies). The 35 galaxies of paper I come from this sample.

The Flores et al. (2006) sample and the IMAGES sample are



merged by applying the  $M_J(AB) < -20.3$  and  $EW([OII]) > 15\text{\AA}$  selection criteria. This merged sample of 63 galaxies is representative of the luminosity function in the  $z=0.4-0.75$  range, with a confidence level  $>99.99\%$  (see Fig. 1 in Paper I).

Because our morphological classification use color information (see Sect. 3.2), we chose to restrict ourselves to a smaller sample (52 objects) with multi-band HST data (see Sect. 2.2). In the following we refer to the 63 galaxies as the ‘‘original sample’’ and to the sub-sample of 52 galaxies having multi-band data as our ‘‘working sample’’. The working sample follows the  $z \sim 0.6$  luminosity function with very similar confidence level.

### 2.1. Kinematic observations

A first part of the original sample (28 objects) was observed during FLAMES/GIRAFFE guaranteed time (ESO runs 071.B-0322(A), 072.A-0169(A), and 75.B-0109(A)). The other part (35 objects) was observed in the frame of the large program IMAGES (ESO run 174.B-0328 - PI: F. Hammer). The  $[OII]\lambda\lambda 3726, 3729$  doublet was used to derive both velocity fields and velocity dispersion maps. These maps were used to divide the sample into three distinct classes based on their dynamical characteristics:

- Rotating disks (RD): when the velocity field shows a rotation pattern that follows the optical major axis and the dispersion map show a peak near the dynamical center.
- Perturbed rotators (PR): when the velocity field shows a rotation pattern but the dispersion map shows a peak not located at the dynamical center, or does not show any peak.
- Complex kinematics (CK): when velocity field and dispersion map show complex distributions, very different from that expected for simple rotating disks.

A complete description of the methods and analyses for reducing the data and classifying the galaxies is given in Flores et al. (2006) and Paper I. The final kinematic classification for each galaxy can be found in Table 4 (col. 10).

### 2.2. Complementary imaging data

To carry out our morphological classification, we make use of all the HST data publicly available. Galaxies were selected in 4 different fields, namely: the Canada France Redshift Survey 03h and 22h, the Hubble Deep Field South and the Chandra Deep Field South. In the following, we describe each field and the corresponding HST data.

#### 2.2.1. Chandra Deep Field South.

The CDFS (GOODS project) was observed with ACS in F435W (3 orbits), F606W (2.5 orbits), F775W (2.5 orbits), and F850W (5 orbits) bands ( $0.05''/\text{pix}$  - Giavalisco et al. 2004). We used the publicly available version v1.0 of the reduced, calibrated, stacked, mosaicked and drizzled images (drizzled pixel scale =  $0.03''$ ). Thirty-five objects of the original sample are located in the CDFS. All these galaxies are included in our working sample.

#### 2.2.2. Hubble Deep Field South.

The HDFS was undertaken in 1998 (Williams et al. 2000). It consists of a deep principal field observed during 150 orbits and 9 contiguous flanking fields observed for 2 orbit each (Lucas et al. 2003). For the principal field, WFPC2 imaging with the F300W, F450W, F606W, and F814W broad-band filters was performed (drizzled pixel scale =  $0.04''$  - Casertano et al. 2000). The flanking fields were only observed with WFPC2 - F814W band (drizzled pixel scale =  $0.05''/\text{pix}$ ). Nine galaxies of the original sample are embedded in the HDFS: 5 are in the principal field, 2 are in FF2, and 2 in FF5. The 5 galaxies located in the principal field are included in the working sample.

#### 2.2.3. Canada-France Redshift Survey.

The CFRS consist in 4 different fields located at 03h, 10h, 14h, and 22h. It was partially observed with the WFPC2 camera ( $0.1''/\text{pix}$ ). A first campaign was in the 03h and 14h fields with F450W and F814W filters (Schade et al. 1995). These observations were completed with F814W filter orbits, including the 10h and 22h field (Brinchmann et al. 1998). Finally, F606W and completion of F814W were carried out in the 03h and 14h fields (Zheng et al. 2004).

The original sample is divided between the 03h and 22h fields: 13 objects in the 03h field, 6 objects in the 22h one. As mentioned above, the CFRS was only partially observed by HST and only low-resolution, ground-based images (taken at CFHT,  $0.2''/\text{pix}$ , Schade et al. 1996) are available for 4 objects in the 22h field and 1 in the 03h. We do not include these objects in the working sample, as low-resolution data could lead to morphological misidentifications. The 2 remaining objects in the 22h field only have F814W images and are also not included in the working sample. The 12 remaining objects located in the 03h have either F606W and/or F450W images in addition to the F814W images and are included in the working sample (typical exposure time  $\sim 6400\text{s}$ ). Finally, it is noteworthy that one object (CFRS031032) in the 03h field has been observed with ACS (F814W and F555W filters -  $0.05''/\text{pix}$ ) during a gravitational lense program (Prop. 9744 - PI:C. Kochanek).

Table 1 summarizes the data available for the original sample and the working sample. Middle row lists all the objects included in the original sample. Last row lists the objects with HST multi-band data included in the working sample. Despite the fact that the working sample includes galaxies observed at different resolutions, spatial samplings, and depths (ACS compared to WFPC2 and observed at different wavelengths), we find that none of these effects restricts our ability to homogeneously classify all the galaxies morphologically. Moreover, note that the majority of the galaxies have high-resolution data taken with ACS with its better-sampled data and depth.

**Table 1.** Number of objects per field. From the 63 galaxies that have been observed with GIRAFFE, we restrict ourselves to the 52 objects with multi-band HST data.

# of obj.	03h	22h	HDFS	CDFS	Total
Original Sample	13	6	9	35	63
Working Sample	12	0	5	35	52

### 3. Morphological classifications

We chose to follow a morphological analysis in three steps: (i) a surface brightness profile analysis was carried out to quantify structural parameters, (ii) we constructed a set of color maps for the whole sample, (iii) a morphological label was assigned to each object based on visual inspection of the images and color maps, and a detailed analysis of the structural parameters and physical properties derived from the first two steps.

#### 3.1. Surface brightness analysis

The surface brightness profile analysis was essentially performed to derive the half-light radius and the bulge fraction (B/T).

##### 3.1.1. Half-light radius

The half-light radius can be used as a compactness parameter. We consider that, under a half-light radius cutoff, objects are too compact to be clearly classified. These objects are fairly common at high  $z$ , and they represent a specific morphological category (Rawat et al. 2007). We chose to follow the compactness criteria defined in Melbourne et al. (2005), which classify as compact all objects with a half-light radius lower than 3kpc. Making a detailed morphological analysis for galaxies smaller than this size threshold, we found that our morphological analysis became unreliable.

Two different techniques are used to derive the half-light radius. The first one is based on the IRAF task “Ellipse” (see Hammer et al. 2001 for a complete description of the procedure) and the second one on our own IDL procedure. In both cases, we adopted the method detailed in Bershadly et al. (2000), which defines the total aperture as twice the Petrosian radius. Both methods give consistent results within an error of one pixel, which represents  $\sim 0.2\text{kpc}$  ( $\sim 0.7\text{kpc}$ ) at  $z=0.6$  for ACS drizzled images (respectively WFPC2 in CFRS).

##### 3.1.2. Bulge fraction: B/T

The B/T parameter is broadly correlated with the traditional Hubble type as early type galaxies have high B/T, whereas late types are expected to have low B/T. Then, it provides a valuable first guess for the morphological type of an object (Kent 1985). To derive the B/T for each galaxy, we used the Galfit software (Peng et al. 2002), which performs a 2D modeling of the galaxy flux assuming predefined light distributions.

We followed the same procedure as described in detail in Rawat et al. (2007). Briefly, each galaxy is modeled as a combination of a bulge and a disk: the intensity profile of the bulge is modeled with a Sersic law and the disk as an exponential function. All the structural parameters (including Sersic index) are allowed to be free during the fitting process, except for the sky, which was held fixed at the estimate made by SExtractor. All neighboring objects within 5.0 arcsec of the target are simultaneously fitted with a single Sersic component to avoid any flux contamination. Finally, during the fitting process, the star closest to each galaxy is used as the PSF for convolution (see Rawat et al. (2007) for more details).

The results of the fitting procedure are a list of structural parameters, an image of the modeled galaxy, and a residual map constructed by the difference between real and modeled light distribution. This last map is used to compute a  $\chi^2$  that measures how far the modeled image is compared to the original light distribution. This parameter is generally used to estimate the quality of the fit. However, we find that this parameter alone is not sufficient for deciding whether a fit is reliable or not. To illustrate this point, Fig. 1 shows the fitting procedure for two galaxies with their z-band images, fitting light models, and residuals. For these two objects, the software gives a similar level of confidence ( $\chi^2 = 1.38$  and  $\chi^2 = 1.46$ ), whereas in the first case (left column) the  $\chi^2$  is due to spiral arms and to real irregularities in the second (right column). In fact, the main limitation of parametric methods is that they use an “a priori” assumption on the light distribution, making them unsuitable for treating patchy light distribution often found in spiral galaxies, such as spiral arms. A spiral galaxy with prominent arms unavoidably produces a  $\chi^2 > 1$  because the spiral pattern is taken as if it was noise during the fitting. However, we can gauge the appropriateness of the fit by carefully examining the residual maps in all of the high resolution images. A careful examination of each residual map allows us to define those that are relatively symmetric due to spiral arm patterns that show the same spiral-like symmetry in all images (e.g., right column) from asymmetric ones (e.g. left column) that show asymmetries in all the images.

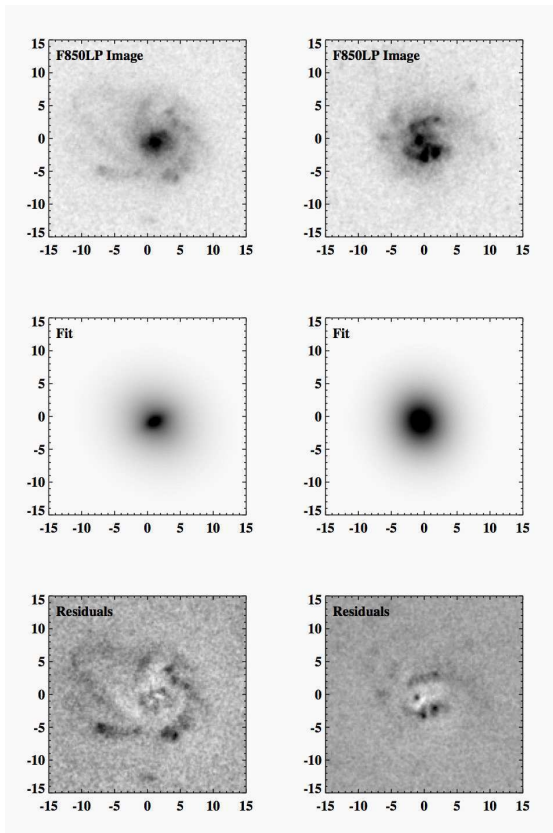
Following this recommendation, we define a quality factor for each object to represent our confidence in the fitting result:

Q=1: Secure fit: if the visual inspection of the fitting result and residual image shows that the Galfit solution is correct.

Q=2: Possibly secure fit: if the visual inspection of the fitting result and residual image shows that the Galfit solution could be correct.

Q=3: Unreliable fit or fit failed: if the visual inspection shows that the Galfit type is not consistent with the original light distribution or if the fitting procedure crashes.

We find that, for 40% of the galaxies in our sample, the 2D fit failed or seems unreliable (Q = 3) because light distribution presents overly distorted features. All these galaxies are morphologically peculiar objects. For galaxies that can be modeled by bulge+disk, we considered a segregation of galaxies into different Hubble types following Rawat et al. 2007: early type are for  $0.8 < \text{B/T} < 1$ , S0 for  $0.4 < \text{B/T} < 0.8$  and late type for



**Fig. 1.** F850LP image, Galfit model image, residual image. For these two objects (J033237.54-274848.9 on the left and J033214.97-275005.5 on the right), the software gives a similar confidence level in the fitting process ( $\chi^2 \approx 1.4$ ). For J033237.54-274848.9 (left), the  $\chi^2$  is high due to spiral arms, whereas it is due to the two clumps located southeast of the center for J033214.97-275005.5 (right).

$0.0 < B/T < 0.4$ .

Both B/T and half-light radius are evaluated in each available filter. However, to minimize any effects of k-correction, we only keep those derived from F850LP (for CDFS) or F814W (for HDFS/CFRS) as it corresponds to the rest frame V band for all the objects, due to the narrow redshift range of the sample. Final results for the rest-frame V band are presented in Table 4 (Cols. 4, 5, 6, & 9).

### 3.2. Color maps

We made use of the available multi-band images to construct two sets of color maps. The first set was obtained by combining, pixel by pixel, the magnitude in two observed bands (see Abraham et al. 1999, Menanteau et al. 2001, Menanteau et al. 2004, Zheng et al. 2005 for examples). In the classification process, they are principally used to distinguish regular spirals with red bulges and blue disks (see Sect. 3.3). Moreover, this color information can be compared with evolutionary synthesis models and then used to investigate the distribution of the stellar populations within the galaxies (see Sect. 6.3). Physical properties, including whether some regions are

dusty or starforming, can be derived from these color maps. This method provides a very direct way to identify the physical nature of objects and compare distant galaxies with local galaxies in the Hubble sequence. The  $B_{435}-Z_{850}$  color maps are produced for the 35 galaxies observed with ACS in the CDFS. For the objects located in the HDFS/CFRS, we obtained either  $B_{450}-I_{814}$  or  $V_{606}-I_{814}$  color maps. The pixels assigned to the color maps were derived following the method described in Zheng et al. (2004). This method allows quantitative measurements of the reliability of each pixel in the color map and then better constraints of the low signal-to-noise regions. Figure 12 (second row) shows the color map images for the 52 galaxies with multi-band data available (see caption for details).

As a complement to these quantitative color maps, we constructed another set of “false three-color images” (see Figs. 3 and 4 for examples). These maps were constructed by combining three flux-weighted band images (B -V-z or B-V-I as blue-green-red). These maps cannot be used to derive physical parameters, however, in the morphological classification process, they are useful for deriving the global appearance of the galaxies.

### 3.3. Visual classification

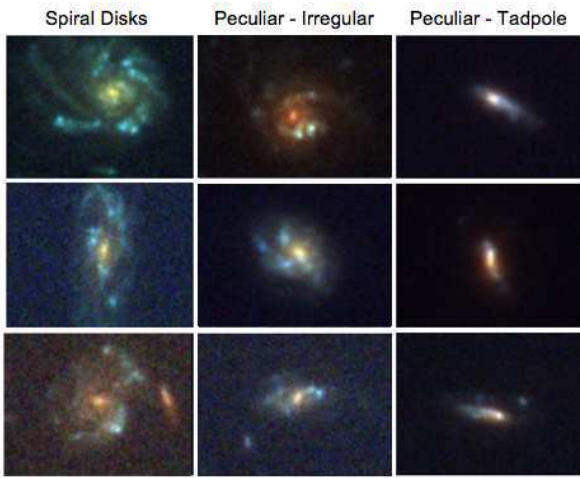
A classification only based on B/T is difficult, principally because of the  $\chi^2$  problem illustrated in Fig. 1. Moreover, it would not include the information provided by the color maps. To account for all the available information, we chose to visually classify all the galaxies. However, to reduce the subjectivity of such a task, we constructed a decision tree presented in Fig. 2. This decision tree was built to make the morphological classification simpler to understand. All the information provided by structural parameters, multi-band images, and color maps are included in the tree. At each step, a simple and unique criterion is considered. Following the arms of the tree step-by-step provides a reproducible and quantitative tool for performing the morphological classification.

Galaxies were separated into four morphological classes as follows:

1. Sp: the spiral disks, i.e., all objects with regular structures (arms) and a highly symmetric disk. Moreover, these spiral disk galaxies must show a bulge redder than the disk.
2. Pec: the peculiar galaxies, i.e., objects with asymmetric features in the image or in the color map. As the peculiar class includes objects with different characteristics, we chose to divide this class into three subcategories: tadpole like (Pec/T), which are objects showing a knot at one end plus an extended tail ; suspected mergers (Pec/M), which are peculiar objects for which the irregularities could be associated with merger/interaction events; and irregulars (Pec/Irr) for objects similar to local irregulars.
3. C: the compact galaxies, i.e., all objects barely resolved and too concentrated to be decomposed into a bulge and a disk. We chose to classify as compact all objects with a half-light radius lower than 3kpc (see Sect. 3.1.1).

4. M: the obvious merging/interacting systems, i.e., objects showing tidal tails, multiple cores, two components, etc. They generally also present very perturbed color maps, or extreme colors.

To distribute our sample into the four classes, we followed the decision tree shown in Fig. 2. We first identified all the compact galaxies with the half-light radius information. Then, we investigated all the objects with  $B/T < 0.4$  to classify whether or not each galaxy is a disk. We made use of the color maps to classify the galaxies with a red bulge surrounded by a bluer symmetric disk. The remaining objects with  $B/T < 0.4$ , but not satisfying the spiral disks criterion, were distributed between the Pec/Tadpoles and Pec/Irregular categories. To illustrate this process, Fig. 3 shows a three-color image of nine galaxies with  $B/T < 0.4$  selected in the CDFS. The three galaxies in the first column satisfy the spiral disk criteria. The three galaxies in the second column clearly show more irregular features than those of the galaxies presented in the first column. These kinds of objects do not pass the ‘‘Spiral features?’’ test in the third row of the decision tree, and are then classified as Peculiar/Irregular galaxies. Similarly, objects like those in the third column do not pass the ‘‘Spiral features?’’ test, and as they show a knot plus an extended tail, they are assigned to the Peculiar/Tadpole galaxy class.



**Fig. 3.** B-V-z color images of nine galaxies selected in the CDFS sample with  $B/T < 0.4$ . The three galaxies in the first column are classified as spiral disks, those in the second column are Peculiar/Irregulars, and those in the third column are Peculiar/Tadpoles.

Following the same procedure, we also investigated the  $0.4 < B/T < 0.8$  range to look for regular S0s. We find no galaxies satisfying this criterion. Finally, all the remaining objects for which  $B/T$  is unreliable or fit failed were distributed between the peculiar and merger class. At this step, we identified the major mergers as galaxies with well-separated components with a strong color difference. Fig. 4 shows, for each morphological class, a three-color image of a representative galaxy and Table 4 (Col. 7) summarize the morphological classification assigned to each object.

Of course this method is not fully objective, and the distinction between two classes may be ambiguous for some objects. The third object of the first column in Fig. 3 is an example of such a case, and it illustrates the limitations of our method. Nevertheless, these ambiguous objects only represent a low percentage of the whole sample, and the uncertainties are reduced because 3 authors (BN, FH, AR) have independently classified the sample using the same set of criteria as outlined in Figure 2.

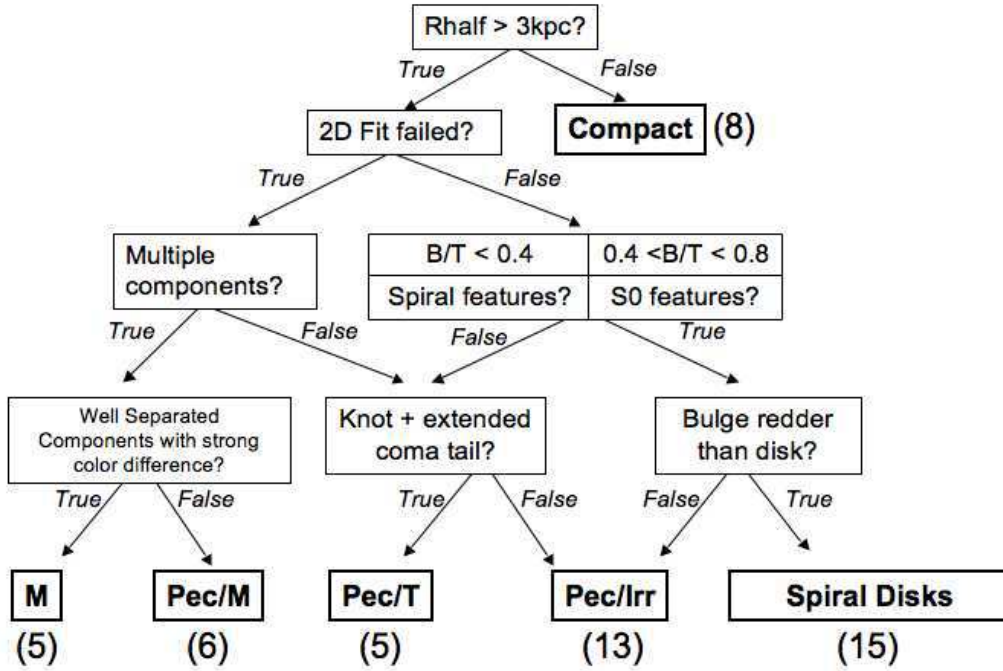


**Fig. 4.** B-V-z color images of six galaxies representative of the six morphological classes used in this study. From top to bottom and left to right: spiral disks, Peculiar/Irregular, Peculiar/Tadpole, Peculiar/Merger, compact galaxies, and major mergers.

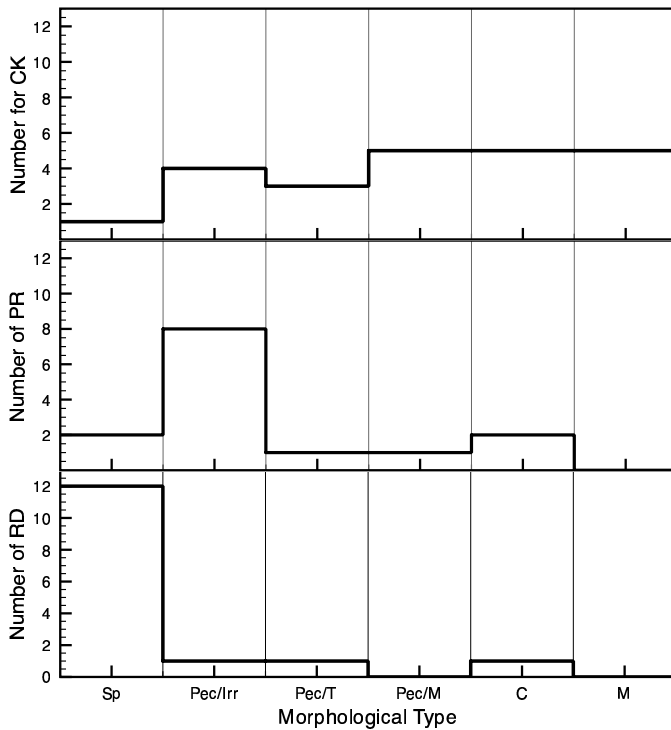
#### 4. Comparing the morphological and kinematical classifications

We compared the morphological classification derived in the previous section with the dynamical state of our objects as classified in Paper I. As described in Sect. 2.1, galaxies were classified into three kinematical class: RD, PR and CK (see Paper I for the kinematical classification). This kinematic classification was derived with a completely independent method, so it provides a unique test of whether the morphological classification is consistent with the kinematic state of the galaxies. In Fig. 5 we report the comparison between the morphological classification derived with our method and the kinematic one.

We find good agreement between morphological and kinematical classifications: 80% of rotating disks are classified as spiral disks and more than 70% of complex kinematics are peculiar or merging galaxies. Among the galaxies classified as spiral disks, only one has complex kinematics and two have perturbed rotation. The spiral, whose kinematics were classified as complex (J033213.06-274204.8), is a galaxy for which the velocity field is not aligned with the optical axis. The two galaxies that show perturbed kinematics include one galaxy (J033248.28-275028.9) that shows an elongated  $\sigma$  peak possibly due to a large bar and one (J033226.23-274222.8) that shows a sigma peak shifted from the dynamical center but located on a minor merger event (Puech et al. 2007b). In this last case, the morphology alone would be insufficient for detecting such situations. Peculiar galaxies are mainly distributed between PR and CK. Interestingly, galaxies identified



**Fig. 2.** Decision tree used to morphologically classify the sample. We assign each object a morphological label following step-by-step the arms of the tree. For each morphological class, we also report the number of galaxies.



**Fig. 5.** Comparison between the morphological classification and the kinematical classification. Morphological classes are quoted in the bottom of X-coordinate, kinematical classes in Y-coordinate. RD refers to rotating disks, PR to perturbed rotations and CK to complex kinematics.

as possible mergers or tadpoles are mainly CK (8/11), whereas Pec/Irrregulars are mainly PR (9/13). Not surprisingly, all the galaxies identified as major merger are CK. Although the sample is small, this may mean that our morphological classification correlates well with kinematical properties. Finally, compact galaxies are mostly CK (5/8) and only one is RD (see also Puech et al. 2006b). This last object is morphologically ambiguous as it possibly shows spiral arms, and has a very complex color distribution.

To test our morphological classification against the kinematical one, we made a  $\chi^2$  test between the two independent categories of rotating disks and complex kinematics. The  $\chi^2$  test is used to determine the significance of differences between two independent groups. The hypothesis is that the two groups (RD and CK) differ with respect to the relative frequency with which their galaxies fall into different morphological classes. We find that the morphological classification of the two populations of RD and CK are inconsistent with a confidence level over 99.98%. We also made the same test by considering the peculiar class as a single class, and we found a confidence level of 99.99%. This suggests that our methodology is comparatively robust in classifying galaxies.

## 5. Comparison with automatic classification

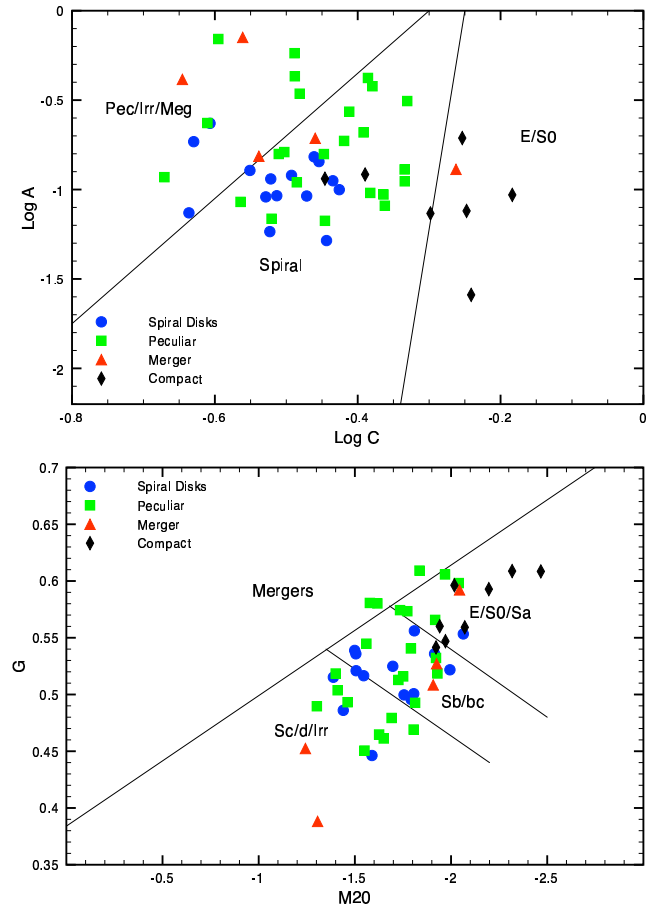
We have shown in the previous section that it was possible to recover a good correlation between morphology and kinematics following our classification scheme. More particularly, our method at least allows accurate separation of rotation disks from complex kinematics. Nevertheless, our method is not fully automatic and requires visual inspection of each galaxy. This human interaction unavoidably introduces subjectivity.

In this section, we explore whether simple morphological parameters could efficiently distinguish RD from CK in a fully automatic way. As a first indication, we can use the B/T parameter derived by Galfit. For instance, we can assume a classification where all the objects with  $B/T < 0.4$  are considered as spirals. We find 28 galaxies satisfying such a criteria. However, beyond this number, only 14 are RD and 7 are CK. We then conclude that a classification only based on B/T is not efficient at clearly distinguishing the RD from CK and would unavoidably lead to overestimating the number of rotating spirals. As illustrated in Fig. 3, a visual check of each object is necessary to clearly disentangle regular objects from more perturbed ones and to isolate only spiral disks. In fact, it appears that a full automatization of the decision tree would not be easy to produce.

We also explore the “non-parametric” methods to find whether a correlation between these parameters and the kinematical state of a galaxy could be derived. To do so, we compute four parameters which are often used in morphological analyses: Concentration, Asymmetry, Gini and M20. The Concentration (C) parameter (Abraham et al. 1994) roughly correlates with the bulge over disk ratio (B/D) and the Asymmetry (A) parameter (Abraham et al. 1996) divides the sample between irregulars and more symmetric objects. More recently two other parameters have been introduced: the Gini coefficient (Abraham et al. 2003) which is a measure of the relative distribution of galaxy pixel flux values, and the M20 parameter (Lotz et al. 2004), which is the relative second-order moment of the brightest 20% of a galaxy’s pixels.

For C and A, pixels assigned to each galaxy are defined at  $1.5\sigma$  above background. C and A are measured following Abraham et al. (1996) method. Given the narrow redshift range in the sample, we do not attempt to correct the concentration as described in Brinchmann et al. (1998) (Appendix A). Gini and M20 are measured following Lotz et al. (2004).

In Fig. 6 we show how the sample is distributed in a  $\log(A)$ - $\log(C)$  plane (top) and in a Gini-M20 plane (bottom). We find that the segregation between different morphological classes is partially consistent with our classification. For instance, there is a clear offset between the compact galaxies (black diamonds) and the spiral disks (blue circles), whereas the distinction between peculiar (green squares) and spiral disks is less obvious. All the spiral disks indeed lie in specific regions in both diagrams. However, several objects that have been identified by our method as peculiar (or even merger (red triangles)) galaxies are mixed with the spiral disks. These last peculiar galaxies indeed show symmetric features or smooth light distribution, which explain why they lie near spiral disks. However, as illustrated in Fig. 3, they are clearly inconsistent with our spiral disk criterion. It could be then difficult to define a criteria to isolate the spiral disks from other morphological types. As an example, we add the limits defined in Abraham et al. (1996) and Lotz et al. (2008) in both diagrams. These limits have been calibrated on local samples and are generally used to distinguish three or more rough morphological types. With these limits, we find that the agreement for disks is good, since most of the objects designed as spiral disks are lying in the spiral (respec-

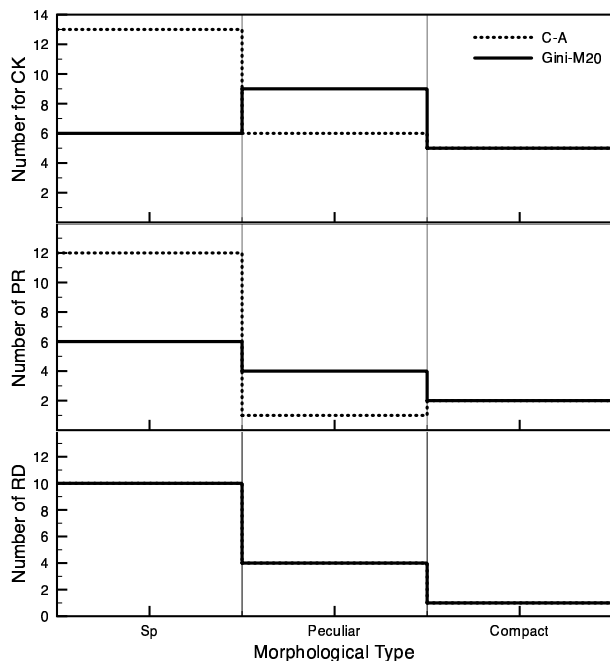


**Fig. 6. top:**  $\log(A)$ - $\log(C)$  diagram. **Bottom:** Gini-M20 diagram. Different symbols refer to the morphological classes: spiral disks are represented as blue circles, peculiars as green squares, compact galaxies as black diamonds, and mergers as red triangles.

tively Sb/bc) domain of both diagrams. The agreement is also good for the compact galaxies, as they almost all lie in or near the early type domain, which is consistent with the findings of Abraham et al. (1996). Note, however, that these objects could not be directly classified as early type objects because they show a relatively complex and/or blue color distribution (see sect. 6.3 and Fig. 12). For peculiar objects, the assignments are not very accurate, and around half of these objects they do not lie in the peculiar region: Pec/Irr/Merg for C-A and Sd/d/Irr and Merger for Gini-M20. These results are consistent with those of Cassata et al. (2005), who find that these methods (even if efficient in disentangling early-type from late-type) generally failed to resolve the different classes contributing to late-type galaxies (see also Conselice et al. 2003, Yagi et al. 2006, van der Wel 2008).

To test the impact of this limitation on the morphokinematical correlation, we assume a morphological classification based only on the boundaries defined in Abraham et al. (1996) and Lotz et al. (2008). All the objects lying in the spiral region for the  $\log(A)$ - $\log(C)$  plane (respectively Sb/bc for the Gini-M20 plane) are assumed to be spirals, and all objects lying in the Pec/Irr/Merg (respectively Sd/d/Irr and Merger for Gini-

M20) are assumed to be peculiar. The compact galaxies are included independently as they are identified when using the half-light radius. All the remaining galaxies lying in the E/S0 domain are not included, because the working sample does not contain early type galaxies. In Fig. 7 we report the comparison between these classifications and the kinematical one.



**Fig. 7.** Comparison between the concentration-asymmetry (dotted filled histogram), Gini-M20 (solid histogram) morphological classification, and the kinematical classification. Morphological classes are quoted in the bottom of X-coordinate, kinematical classes in Y-coordinate. RD refers to rotating disks, PR to perturbed rotations and CK to complex kinematics. The line for the CA and Gini/M20 exactly overlap for the RD types.

In Fig. 7, it appears that the morpho-kinematical correlation is less obvious with the automatic methods. The same  $\chi^2$  test as in Sect. 4 gives 50% and 90% confidence for the  $\log(A)$ - $\log(C)$  and Gini-M20 planes, respectively. For comparison, our classification considering the peculiars and mergers as a single peculiar class gives 99.9%. Whereas these methods almost recover the number of rotating spirals correctly, they mix the spiral disks with some peculiar galaxies: several galaxies lying in the spiral region have complex kinematics. This result indeed confirms the finding of Conselice et al. (2003), Conselice et al. (2005), and more recently Atkinson et al. (2007), and Kassin et al. (2007). For example, Conselice et al. (2003) find that the asymmetry index is not sensitive to all phases of the merging process, particularly those in the beginning or at the end of the mergers. They argue that the total number of mergers would be underestimated by a factor of two, which is similar to what we find with our analysis. Kassin et al. (2007) report that some galaxies that were fairly normal according to Gini/M20 looked more disturbed or compact by visual inspection. These objects generally present larger scatter in the Tully-

Fisher relation (TFR) than visually identified disks. Combined with the result of Flores et al. (2006) showing that perturbed and complex kinematics are driving the scatter of the TFR, this also suggests that automatic methods mix the spiral disks with complex kinematics. Similar to B/T, a method only based on a few morphological parameters will unavoidably overestimate the number of rotating spirals, and it fails to uniquely identify all the CKs.

## 6. Rotating spiral disks

Our classification scheme is efficient in isolating different morpho-kinematical classes. We therefore use this method to focus on a particular subsample defined by the rotating spiral disks. This subsample includes all the galaxies sharing the spiral disk morphology and a relatively relaxed dynamical state (rotating disks and perturbed rotations). In doing so we have assumed that a disk, even with a slight kinematic peculiar structure (i.e. PR), may be considered as a disk. This includes two galaxies, J033226.23-274222.8 (a minor merger, see Puech et al, 2007) and J033248.28-275028.9. Over the 52 galaxies of our sample, we find 14 objects sharing the spiral disk morphology and a rotating velocity field. These galaxies are the 14 first objects of Table 4 (see also Table 3 and Fig. 12), they are particularly interesting because they can be directly compared with the local rotating spirals.

### 6.1. Sizes and B/T

In terms of size and B/T distributions, these galaxies are consistent with the local late type spirals. The disk scale lengths derived from Galfit range from 2.5kpc to 6.5kpc with a mean value of 4.1kpc. For comparison, the disk scale length of the Milky Way is estimated to be between 2kpc and 3kpc, whereas the disk scale length of M31 ranges between 5kpc and 6kpc (see Sect. 2.1 in Hammer et al. 2007 and references therein). This indicates that the rotating spiral disks are roughly in the same size range compared to the local spirals. In terms of B/T, all these rotating spirals are distributed between 0.01 and 0.17. Around half of these objects have  $B/T < 0.1$  consistent with Sc type or later, and the other half are in the range  $0.1 < B/T < 0.2$ , consistent with Sb type.

### 6.2. Fractional number of rotating spiral disks

Over the 52 galaxies of the working sample, we find 14 objects (27%) with both a spiral disk morphology and a simple rotational velocity field. As discussed in Sect. 2, the sample is representative of intermediate-mass galaxies with  $EW([OII]) > 15\text{\AA}$  at intermediate redshift. Let us now consider the general population of galaxies at  $z=0.4 - 0.8$ , with  $M_{\text{stell}} > 1.5 \times 10^{10} M_{\odot}$ , including those with  $EW([OII]) < 15\text{\AA}$ . Following Hammer et al. (1997), the fraction of intermediate-mass galaxies with  $EW([OII]) > 15\text{\AA}$  represents 60% of intermediate-mass galaxies. Then, the fraction of rotating spiral disks depends on how we distribute the remaining 40% of those galaxies with  $EW([OII]) < 15\text{\AA}$  between the different morphological classes. To do so, we first assume

that these quiescent galaxies are mainly E/S0 and evolved spirals (see for instance Table 1. in Cassata et al. 2005). We then assume a population of 23% of E/S0 consistent with a similar morphological study based on a sample of 111,  $0.4 < z < 1$  intermediate-mass galaxies (Zheng et al. 2005). This fraction is also consistent with other several studies (e.g. van den Bergh et al. 2001, Brinchmann et al. 1998, Cassata et al. 2005, Conselice et al. 2005, Lotz et al. 2008). This leads to a fraction of 17% of evolved spirals with  $EW([OII]) < 15\text{\AA}$ . Accounting for these corrections, we find that 33% ( $= 27 \times 0.6 + 17$ )% of intermediate-mass galaxies are rotating spiral disks at  $z \sim 0.6$ . In Table 2 we report the distribution of all the morpho-kinematical classes. RSpD is for rotating spiral disks, C for compact galaxies and M for mergers. The morphological distribution for galaxies with  $EW([OII]) < 15\text{\AA}$  is from (Zheng et al. 2005).

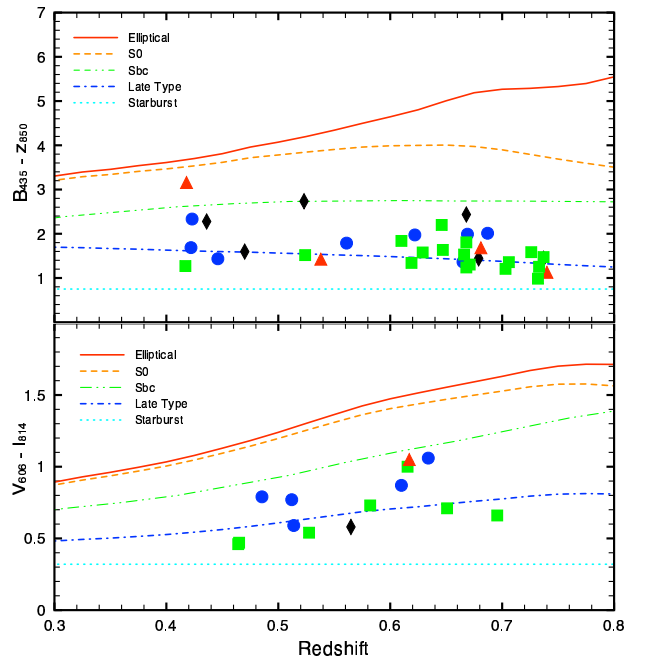
**Table 2.** Fraction number of the different morphological classes.

with $EW([OII]) < 15\text{\AA}$		with $EW([OII]) > 15\text{\AA}$			
E/S0	RSpD	RSpD	Pec	C	M
23%	17%	16%	28%	10%	6%

### 6.3. Colors

Based on the color information provided by the color maps, we now investigate the distribution of the stellar populations within each galaxy. To do so, we compare the observed colors of our objects with modeled color-redshift evolution curves as predicted by Bruzual-Charlot stellar population synthesis code GALAXEV (Bruzual & Charlot, 2003). We can compute 3 models of galaxies providing  $B_{435-Z_{850}}$  (for galaxies located in the CDFS) and  $V_{606-I_{814}}$  (for CFRS and HDF5) observed colors at different redshift. The 3 spectral template are (i) an instantaneous burst corresponding to elliptical type objects; (ii) an exponentially decaying star formation rate (SFR) with e-folding time scale of 1Gyr, corresponding to S0 like objects; (iii) an exponentially decaying SFR with e-folding time scale of 7Gyr, corresponding to late type like object. All these models assume a solar metallicity and an epoch of formation at  $z=5$ . We also compute the theoretical color of a young starburst assuming a power law spectrum  $L_\nu \propto \nu^{-1}$  and add the evolution curve of an Sbc galaxy from Benitez et al. (2004) templates. Figure 8 shows these evolution curves, as well as the integrated color of each galaxy. For comparison, we include all the morphological classes.

In Fig. 8, almost all our objects lie between the starburst and the Sbc evolution model. No specific trends between different morphological classes or between different redshifts can be identified. This suggests that our objects are mainly composed of a mix of stellar populations including old, intermediate, and young populations. This is indeed confirmed by spectroscopic studies (see e.g. Hammer et al. 2005). This mix clearly appears on the color maps where the resolved colors allow us to investigate the distribution of stellar populations within each object



**Fig. 8.**  $B_{435-Z_{850}}$  (top) and  $V_{606-I_{814}}$  (bottom) observed color as a function of redshift. Three solar metallicity, beginning their evolution at  $z=5$  galaxy models, including an elliptical galaxy (single burst - filled red curve), S0 galaxy ( $\tau=1\text{Gyr}$  - orange dotted line), and late type galaxy ( $\tau=7\text{Gyr}$  - blue dotted line) are plotted for comparison. A young starburst (assuming  $L_\nu \propto \nu^{-1}$  - cyan dotted line) is also plotted. Different morphological classes are represented by blue circles for spiral disks, green squares for peculiars, black diamonds for compacts, and red triangles for mergers. The mean error for  $B_{435-Z_{850}}$  plot is 0.03mag (0.01mag for  $V_{606-I_{814}}$  respectively), much smaller than the symbol size.

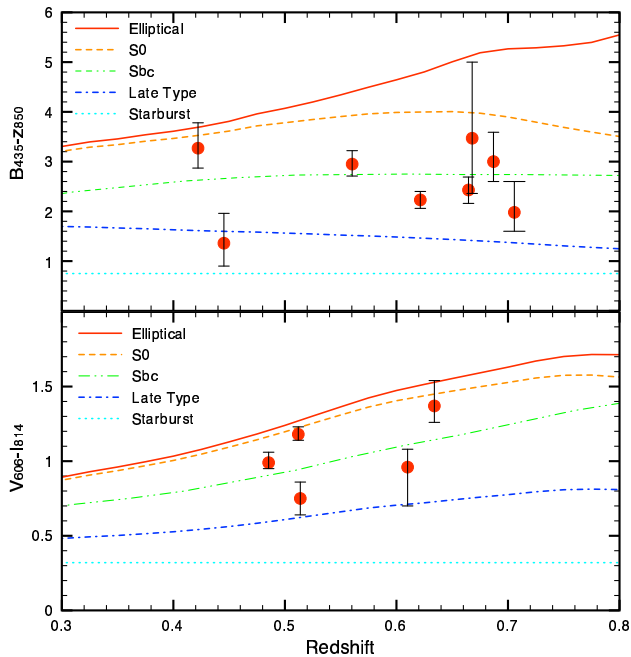
(see Fig. 12). As described above, the spiral disks share an old and red central population with a younger and blue population located in the disk. In the following, we try to characterize these populations quantitatively.

#### 6.3.1. Central color

To derive the central color of the rotating spiral disks, we follow the procedure defined in Ellis et al. (2001). We construct a large elliptical aperture using second-order moments, and then a circular aperture with a radius of 5% of the semi-major axis of the large aperture is used to integrate the inner colors. Ellis et al. (2001) demonstrate that, following this method, the contamination from disk is negligible, and then, that these inner colors can be associated with the color of the bulges. We show these 'bulge'-integrated colors as well as the modeled evolution curves in Fig. 9 (see red filled dots). As an estimation of the uniformity of the color inside each bulge, we overplot the maximal pixel-by-pixel range of colors.

The modeled evolution curves are mainly used to compare the bulge integrated colors with the passively evolving system formed in a single burst at  $z=5$  (elliptical model). Indeed, bulges as red as the elliptical model indicate that their





**Fig. 9.**  $B_{435-Z850}$  (top) and  $V_{606-I814}$  (bottom) observed color of the bulges for the rotating spiral disks sub-sample. The different evolutionary models are the same as in Fig. 8. Error bars are used to show the maximal pixel-by-pixel color range within each bulge.

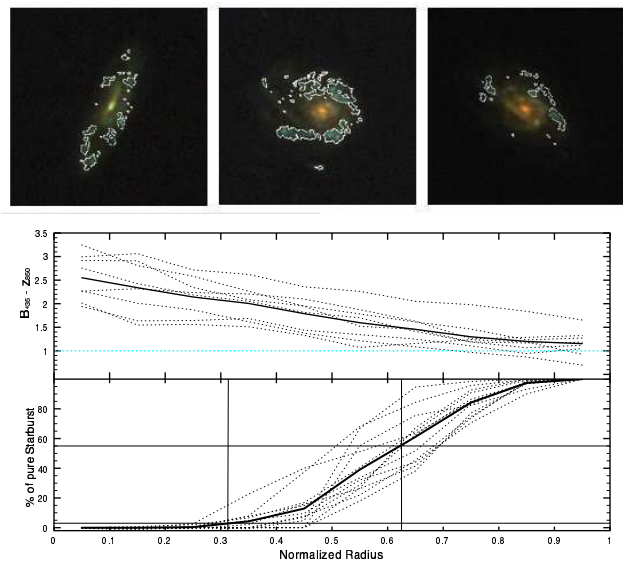
populations have comparatively similar ages and metallicities (Peletier et al. 1999), and then that these bulges were formed at high redshift, whereas bluer bulges probably host a younger population. Moreover, dust extinction may significantly redden the color, and the galaxy sample certainly suffers from reddening effects because the mean inclination is particularly high ( $\sim 60^\circ$ ). This would make the bulges intrinsically bluer than observed. Nevertheless, even with the effect of dust extinction, we find that only 3 bulges are as red as the elliptical model, whereas most of them lie near the Sbc model evolution curve. This clearly suggests that these bulges host a significant population of young/intermediate age stars.

### 6.3.2. Color of disks

The disks of these distant rotating spirals show very blue outskirts with the color consistent with young star-forming regions (see Fig. 12). Accounting for the uncertainties, we identify as a pure starburst region all those pixels where the observed B-z color (observed V-I) is lower than 1mag (0.4 mag) for CDFS (respectively HDFs and CFRs) galaxies (see Fig. 8). By doing this, we are able to (i) compute the fraction of light coming from pure starburst regions, and (ii) find where this starburst activity is located in the disk.

To derive the relative strength of the starburst activity, we first computed the ratio between the UV (observed B or V band) flux coming from the pure starburst regions over the total UV flux. The total UV flux were defined to include all the pixels that are  $4\sigma$  above the background, following the method

described in Zheng et al. (2004). We find that between 5% and 40% of the global UV flux can be associated with pure star-forming regions (mean value = 15%).



**Fig. 10.** Top: Three color images of three rotating spiral disks for which we have identified the star-bursting regions ( $B-z < 1$  or  $V-I < 0.4$ ). Middle: Color profiles for the CDFS galaxies. Bottom: Repartition of the starburst light for a growing elliptical aperture. For each aperture, it represents the integrated UV light coming from pure starburst regions normalized by the UV flux coming from all star-bursting regions.

In Fig. 10 (top) we show a three-color image of three galaxies for which we overplot a contour around the starbursting regions. It clearly appears that the starbursting regions are located towards the disk outskirts. More precisely, in Fig. 10 (bottom), we define several elliptical apertures growing from the center of each object to an outer radius. The maximal radius being defined to include all the galaxy pixels that are  $4\sigma$  above the background. This allows us to define a normalized radius and compare together galaxies with different sizes. Notice that this maximal radius roughly corresponds to the optical radius, as we find it to be  $\sim 3.2$  times the disk scale length (Persic et al. 1991). In each aperture, we integrate the UV flux coming from the pure starburst regions and normalize this value by the UV flux coming from *all* star-bursting regions (see above). These results are shown in Fig. 10 (bottom) for each galaxy (dotted lines), as well as the mean trend (solid line). This plot also clearly indicates that the starburst activity is increasing towards the disk outskirts. Assuming the maximal radius to be 3.2 times the disk radius, we find that more than 95% (respectively 45%) of the starburst activity is located at a greater radial distance than  $R_d$  (respectively  $2R_d$ ).

### 6.4. Stellar mass and SFR

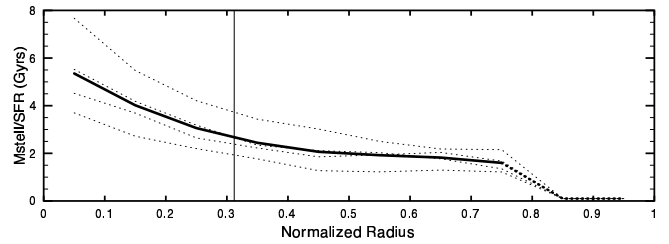
Table 3 shows the stellar mass and SFR for the rotating spiral disks sample. The stellar masses have been derived by

Ravikumar et al. (2007) for galaxies located in the CDFS and by Flores et al. (2006) for the galaxies in the CFRS and HDFS. For the SFR, we report the  $SFR_{UV}$  and  $SFR_{IR}$  from Hammer et al. (2005) for the CFRS galaxies.  $SFR_{UV}$  are derived from  $H_\alpha$  luminosities and  $SFR_{IR}$  from ISOCAM observations. For the CDFS galaxies, we derived the  $SFR_{UV}$  using the Kennicutt (1998) calibration based on the rest frame  $2800\text{\AA}$  and the  $SFR_{IR}$  from Spitzer observations. To derive the  $SFR_{IR}$  we used the  $24\mu\text{m}$  MIPS data. At  $z \sim 0.6$ , this flux roughly corresponds to the rest-frame  $15\mu\text{m}$  flux so we can use the Chary & Elbaz calibration to derive the total IR luminosity, and then use the classical Kennicutt calibration to derive the  $SFR_{IR}$ . Although the SFR for CFRS and CDFS galaxies are derived with different methods, they give consistent results. Moreover, the majority of the galaxies come from the CDFS that have the best quality data. For the galaxies that have not been detected by Spitzer or ISOCAM, only an upper limit of the  $SFR_{IR}$  can be derived from the detection limits.

Finally, in the last column of Table 3 we report the ratio of the stellar mass to the  $SFR_{tot}$ , where  $SFR_{tot} = SFR_{IR} + SFR_{UV}$  (and only a lower limit for galaxies not detected in IR). This ratio provides a time-scale that can be roughly associated with a mass-doubling time (if SFR is constant).

In the previous section, we have shown that starburst regions are mostly located in the disk outskirts, suggesting very active and recent star formation in the outer parts of the disks. In a crude analysis, we can compare the  $M_{stell}/SFR$  ratio between these outer regions and the inner parts of the disks. We restrict this analysis for CDFS galaxies that have been detected by Spitzer, because they represent the most robust available data. Our purpose is not to quantify these values precisely, but rather to derive general trends. We first assume that the spatial distribution of the  $SFR_{2800\text{\AA}}$  follows the observed B-band flux distribution: for  $z \sim 0.6$  galaxies, the observed B-band indeed roughly corresponds to the  $2800\text{\AA}$  flux. To do so, some cruder assumptions are required, such as (i) the  $SFR_{IR}$  follows the same distribution as the  $SFR_{2800\text{\AA}}$ , and (ii) the stellar mass is sampled by the observed z-band flux. These last two assumptions are probably very approximate, since we have no idea how the dust is distributed within the galaxies. However, these assumptions are needed to distribute the SFR and the stellar mass at different radii and to evaluate the distribution of the  $M_{stell}/SFR$  time scale. We computed this time-scale in different annuli, from the center to the maximal radius. Results are shown in Fig. 11. All the galaxies show a negative gradient from large time scale near the center (between 4 and 8 Gyr) to shorter scales near the disk outskirts (between 1 and 2 Gyr). In the regions even farther out, the stellar populations are dominated by young starbursts (see Fig. 10). For these short-lived young stellar populations (typically  $< 100$  Myrs), a significant correction of the mass estimation should be applied (see Bell et al. 2003). Rather than try to correct for this effect, we arbitrarily decrease the  $M_{stell}/SFR$  time scale toward 0.1 Gyr at the larger radius.

Under all the assumptions made above, these observations clearly suggest an inside-out formation process in which the disk is gradually built from the outskirts.



**Fig. 11.** Ratio between stellar mass and  $SFR_{tot}$  as a function of galaxy radius.  $SFR_{tot}$  is defined as the sum of  $SFR_{UV}$  and  $SFR_{IR}$ . Only galaxies which have been detected by Spitzer are used in this analysis. The vertical line is at  $1/3.2$  of  $R_{max}$  which roughly corresponds to the disk scale length limit.

## 7. Discussion

### 7.1. A low fraction of rotating spiral disks at $z \sim 0.6$

It is tempting to define morpho-kinematical classes from the relatively good coincidence between our morphological classification and the kinematic classes (see Fig. 5). Most galaxies can be distributed between three main distinct classes: (i) the rotating spiral disks for which both kinematics and morphology are relaxed, (ii) the galaxies with irregular morphology and perturbed kinematics, and (iii) the fully unrelaxed objects for which both morphology and kinematics are complex.

It is useful to compare this distribution with what we know from the local universe. There, the overwhelming majority of objects are dominated by rotation or dispersion (e.g. GASPH: Garrido et al. 2002 - SAURON: Emsellem et al. 2004), whereas galaxies with anomalous kinematics are generally ones in close pairs or interactions (e.g. Kannappan & Barton 2004). Disk galaxies constitute the majority of local objects with  $\sim 70\%$  of the intermediate-mass galaxies (Nakamura et al. 2004, Hammer et al. 2007) and we can reasonably assume that these disks are almost all dynamically relaxed as they lie on the tight Tully-Fisher relationship. Indeed, Kannappan et al. (2004) show that, at low  $z$ , large TF offsets are produced by kinematically anomalous objects. At higher redshift, Paper III find a similar result as they observe that the dispersion around the TF relation increases from RDs (0.31 mag) to PRs (0.80 mag) and CKs (2.08 mag). Restricting the distant TF relation to dynamically well-relaxed RDs, the local and distant relations have comparable dispersion (e.g. Pizagno et al. 2007 for the local reference). It suggests that both distant RD and local spirals are comparably kinematically relaxed. Of course, some kinematically distorted or even complex velocity fields may also fall on the TFR (see for instance Fig. 8/9 in Flores et al. 2006), but they represent a very small fraction. Then, a significant change between distant and local galaxies concerns this fraction of rotating spirals. Indeed, we found that at  $z \sim 0.6$ ,  $\sim 1/3$  of galaxies are regular rotating disks (see Section 2 and Table 2), which implies that the number of rotating spiral disks has increased by a factor  $\sim 2$  during the last 6 Gyrs.

However, one could argue that our classification scheme (either morphological and kinematical) is too restrictive and

**Table 3.** Stellar masses, star forming rates and  $M_{\text{stell}}/\text{SFR}$  for the rotating spiral disks.

ID	$\text{Log}_{10}(M_{\text{stell}})$ $\text{Log}_{10}(M/M_{\odot})$	$\text{SFR}_{UV}$ $M_{\odot}\text{yr}^{-1}$	$\text{SFR}_{IR}$ $M_{\odot}\text{yr}^{-1}$	$M_{\text{stell}}/\text{SFR}$ Gyr
J033212.39-274353.6	10.61	1.0	16.2	2.4
J033219.68-275023.6	10.88	5.1	18.6	3.2
J033230.78-275455.0	10.66	2.9	<10	>3.5
J033231.58-274121.6	10.16	3.2	<10.5	> 1
J033237.54-274838.9	10.70	7.9	22.3	1.7
J033238.60-274631.4	10.53	2.1	<7.5	>3.5
J033226.23-274222.8	10.72	3.2	17.5	2.5
J033248.28-275028.9	10.09	2.0	<3.5	>2.2
HDFS4020	9.82	-	-	-
CFRS030046	10.64	3.9	<15	>2.3
CFRS030085	10.21	2.3	50.9	0.3
CFRS030619	10.63	1.6	<13	>2.9
CFRS031353	10.85	4.1	<25	>2.4
CFRS039003	-	12.12	94.95	-

that perturbed rotating Pec/Irr galaxies should be included in the rotating spiral disk sample. Even if we include this category among the rotating spiral disks, this would lead to a fraction of  $\sim 3/7$  of “regular galaxies” that is still less than the local fraction. Moreover, Paper I convincingly showed that the kinematic classification is robust and that discrepancies seen in velocity fields or sigma maps correspond to the morphological perturbation seen in the optical images. Given the good correlation between kinematics and morphology, it is unlikely that some rotating spiral disks may have been missed. Only two galaxies that are morphologically classified as spiral disks are PR (J033226.23-274222.8 and J033248.28-275028.9) and one is CK (J033213.06-274204.8 - see also Sect. 4). These particular cases point out that morphology alone is insufficient for detecting a slight kinematic peculiar structure, such as is caused by minor mergers (e.g. Puech et al. 2007b for J033226.23-274222.8). On the other hand, over the 15 RD galaxies, three are not morphologically classified as spiral disks (J033234.04-275009.7 (“Peculiar - Irregular” object in Fig. 4), J033241.88-274853.9 (first object in the third column of Fig. 3), J033245.11-274724.0 a compact galaxy).

These exceptions show that some perturbed morphology can nonetheless have relaxed dynamics and may require further analysis (e.g. Puech et al. 2008b for a detailed analysis of J033241.88-274853.9). In each instance, to verify whether k-correction may have influenced our classification, we re-examined the morphology on the sole basis of the F850LP/F814W filter. Doing so, we find that all the morphological disturbed features that prompt us to classify an object as peculiar (and which are generally blue) are always present in these ‘red’ filters. This suggests that k-correction does not strongly affect our conclusions.

Finally, the main limitation of this study is the still small number of objects, leading to possible non negligible statistical uncertainties. However, each of the 4 different fields taken independently give the same distribution in morphological as in kinematical numbers. A simple  $\chi^2$  test between the different

fields confirms this trend. Moreover, the sample follows the luminosity function in the  $z = 0.4 - 0.75$  range (see Fig. 1 in Paper I). This indicates that, even if the number of objects is small, our result, a small number of rotating spiral disks at  $z=0.6$ , is robust.

## 7.2. Comparison with previous works

The evolution in the number fraction of regular spirals is surprising and in contradicts former studies (e.g. Lilly et al. 1998 ; Ravindranath et al. 2004, Sargent et al. 2007) that found that most of the spirals were in place at  $z=1$ . The differences observed with these former studies certainly come from the different methodology used to identify disk galaxies.

Lilly et al. (1998) used a 2D light-fitting procedure, approximately similar to the one presented in Sect. 3.1.2. The main differences are that (i) they used a de Vaucouleur light profile for the bulge components instead of a Sersic profile, and (ii) for each galaxy, they subtracted a version of itself rotated by  $180^\circ$  from it. This last step is performed to “symmetrize” the galaxies, but it would not modify the global underlying light distribution. They then classified as disk-dominated objects all those galaxies with  $B/T < 0.5$ . Even if their method is slightly different from our derivation of B/T, we have seen in Sect. 5 and in Fig. 6 that a method only based on this structural parameter is not able to clearly distinguish RD from CK so it unavoidably overestimates the number of spirals.

In their analysis, Ravindranath et al. (2004) use a single Sersic component to model the brightness profile of the galaxies. They then classify as disk-dominated all objects with  $n < 2$ . In a crude approach, we reproduced their procedure for the galaxies located in the CDFS, following the method described in Sect. 3.1.2 but with only one Sersic component per galaxy. By doing this, we find 30 galaxies with  $n < 2$ , over which 8 are RD but 13 are CK (9 are PR). This is agree with Cassata et al. (2005), who find that “the sersic index alone provides just

a broad and not unequivocal indication of the morphological type”.

The method developed in the present study is not fully automatic but instead based on a detailed analysis of each galaxy in order to assign them a morphological label. Structural parameters ( $R_{half}$  and B/T), color information, and visual inspection are used in a complementary way. In this process, only the more regular galaxies (in their morphology and color distribution) are identified as spirals. This method indeed leads to a smaller number of spirals compared to previous studies; however, the classification seems robust because, on one hand, almost all these spirals are rotating disks, and on the other, almost all the rotating disks are spirals. This indicates that our classification is, at least, efficient in correctly recovering the rotating spirals. We then suspect that, among the objects identified as spirals by former studies, a large fraction of them are dynamically perturbed or complex and have indeed peculiar morphologies. As an illustration of this, 12% of the objects classified as large disks galaxies by Lilly et al. (1998) are included in the list of visually identified mergers presented by Le Fèvre et al. (2000). As discussed in Sect. 5, automatic methods unavoidably mix rotating spirals with dynamically complex objects. Strikingly, we precisely find that only about 50% of the objects identified as spirals by these methods are in fact rotating spiral disks. It is then probable that former studies have overestimated the number of spirals, even if only a broader 3D spectroscopic survey could definitely resolve this issue.

### 7.3. Are rotating spiral disks forming stars inside out?

In this section we consider the subsample of rotating spiral disks with emission lines, e.g. 16% of the whole sample of  $M_{stell} > 1.5 \times 10^{10} M_{\odot}$ , galaxies at  $z=0.4-0.8$ . Because it is probable that these galaxies are evolving into present-day spirals, they vary likely represent one fourth of today’s spiral progenitors (see Sect. 7.1). Based on their morphology, kinematics, and color distribution, the rotating spiral disks identified in this paper share many properties with local spirals. They all show regular patterns, with a red central bulge surrounded by a blue disk, and all have integrated colors between the late type and Sbc models.

However, those disks are certainly not passively evolving systems because they are actively forming stars (Table 3), and their bulges are bluer by  $\sim 1$  magnitude than elliptical stellar population models (Fig. 9). The latter result is not new, since its discovery by Ellis et al. (2001), who concluded that secondary star formation superimposed on preexisting old populations (rejuvenation) have occurred in the inner regions of spirals galaxies (Thomas et al. 2006). Alternatively, Hammer et al. (2005) suggest that bulges at  $z \sim 0.6$  may have been formed by mergers, few Gyrs prior to the redshift epoch.

Let us assume that the subsample of rotating spiral disks is made of galaxies that are likely unaffected by galaxy interactions, at least since  $z=1$ . It is quite likely that they have not undergone a major merger recently, and the probability that a galaxy at  $z=0.6$  experiences another merger event is quite low. Table 3 shows that most of them (if not all) present a doubling

time ranging from 0.2 to 4 Gyrs. In the absence of interactions, it may be reasonable to assume an exponential decay of their SFRs, or a constant SFR as a lower limit of their past SFR. Because all of them but one are disk-dominated, it means that most of the stars in their disks have been formed rapidly, e.g. in a few Gyrs or less. Thus it implies quite a rapid building of the stellar disk and, also assuming a pre-existing old population in the bulge, a significant decrease in their B/T values.

What could be the subsequent evolution of the rotating spiral disks at  $z=0.4-0.8$ ? Sect. 6.4 provides evidence that recent starbursts are occurring in their outskirts. We also see decreasing mass-doubling time from the center to the edge, which suggests an inside-out disk growth; however, this conclusion is severely dependent on the assumption that IR light follows the UV light, which is difficult to verify given the limited spatial resolution of Spitzer. An independent argument is provided by their location along the Tully Fisher relation (TFR, see Paper III). They delineate a TFR that is 0.34 dex shifted towards lower stellar masses than are local spirals. This is in remarkable agreement with the evolution of the stellar mass metallicity (0.3 dex on M-Z, Liang et al. 2006). It may mean that the rotating spiral disks have to double their stellar masses to reach the local TFR and the M-Z relationship. Combined with the rapid formation of their stellar disks prior to their redshift epochs and with the fact that they show recent starbursts in their outskirts, it seems likely that their stellar disks are still growing inside-out (and their B/T values are decaying) during the 6 Gyr elapsed time since  $z=0.6$ . Such a conclusion is also in good agreement with results from Trujillo et al. (2005).

### 7.4. Testing various scenarios of spiral formation

As these galaxies are dynamically relaxed, we expect the SFR to be self-regulated by the disk (e.g. Silk 2003) and star formation to decay monotonically as the gas supply is exhausted. In contrast with theoretical predictions, we find that one quarter of the local spiral progenitors are sustaining a high SFR, which necessarily implies massive gas accretion or, alternatively, pre-existing large amounts of gas in an already relaxed gaseous disk. What is the origin of this gas and which scenario of spiral formation is able to reproduce our observations?

Despite the still small number of observations, these distant disks seem to have systematically lower  $V/\sigma$  values than their local counterparts (Puech et al. 2007). They seem to be heated, which could possibly be associated with turbulence induced by processes related to star formation, and unlikely to minor mergers given that our observations are quite good at identifying minor mergers (Puech et al. 2007b). At the same time that rotating disk spirals are transforming their gas to stars to reach the local relationships (TFR and M-Z), they have to evolve towards thin disks, e.g. higher values of  $V/\sigma$ .

We may infer that the necessary gas that feeds the star formation has a specific orientation to stabilize their disks during the past 6 Gyrs. Processes based on isotropic gas accretion (Dekel & Birnboim 2006) may have difficulty reproducing such an evolution, while gas accretion from clumps or filaments (e.g. Kereš et al. 2005) requires some preferential alignment to

stabilize the disk. Thus it may be necessary for the gas to already pre-exist in a gaseous thin disk, and we may be simply seeing the gas transformation into stars in such systems.

An alternative is that this gas reservoir is provided by re-accretion following a past major merger (Barnes 2002; Hammer et al. 2005; Governato et al. 2007). This post-merger gas accretion will constantly deposit gas at the outer edge of a spheroidal remnant, which will naturally give rise to the inside-out formation of a new disk surrounding the newly formed bulge. Extrapolating Barnes (2002) simulations at higher redshift, where the gas fraction is expected to be higher, may result in remnants with even larger and more massive gas disks. Following this scenario, the morphological expectations are a relatively undisturbed disk (since it is assembled progressively by smooth re-accretion), with a clear inside-out signature with the youngest stars located at the outer regions of the disk, which closely matches what is observed in the rotating spiral disks (see above). From the viewpoint of the kinematics, we expect a relatively high velocity dispersion of the gas caused by shock-heating between the infalling gas material with the already accreted gaseous disk, and a progressive smooth increase in the angular momentum of the disk with time. Strikingly, these kinematical properties have already been observed in these galaxies by Puech et al. (2007). Besides this, the bulge colors shown in Fig. 9 are also easy to reproduce if these bulges have been assembled a few Gyrs prior to the epoch at which we are observing them.

Since the disk growth time scales range from less than 1 Gyr to 4 Gyr, this suggests that these rotating spiral disks would have undergone their last major merger at  $z=1$  or slightly later. At these redshifts, the gas fraction in galaxies is expected to be much higher (Liang et al. 2006, Law et al. 2007), which is more than two times higher at  $z=0.65$  than today. This gives even more credit to the post-merger gas accretion scenario, because the gas reservoir available for the disk rebuilding phase would be fairly large. From  $z=1$  to  $z=0$ , the merger rate in this mass range is expected to be between 50 to 75% (see introduction in Hammer et al. 2007). Then, between 25 and 50% of local intermediate-mass galaxies would have escaped such an event since  $z=1$ , which is, given the large uncertainties associated, in relatively good agreement with the estimation of the fraction of intermediate-mass rotating spiral disks, i.e., 33%. Given the much higher merger rate expected at  $z > 1$  (Conselice et al. 2003, Lotz et al. 2006), our results are reasonably consistent with these spiral disks possibly undergoing a major merger before  $z=1$ .

## 8. Conclusion

We have presented a morphological analysis of a representative sample of intermediate-mass galaxies at  $z \sim 0.6$ . To derive our morphological classification, both structural parameters and color maps were used, combined with a visual inspection of each object. The method used in the present study is slightly different from previous studies, as we made use of the color information to distinguish only those spiral disks with properties comparable to local spirals (bulge redder than disk). This method was tested against an independent kinematical

classification, and we find good agreement between the morphological and the dynamical states of the galaxies (see Fig. 5). There is a definite offset in morphology between RD and CK. The major overlap between the different kinematical classes are for irregular galaxies known to span a wide range of kinematical properties.

We also computed the concentration, asymmetry, GINI and M20 parameters and find they are not able to recover the same correlation. It appears that, when applied automatically, these methods will miss around half of the complex kinematics and unavoidably overestimate the fraction of spirals. These results show that, when derived properly, the morphological information can be representative of the underlying kinematical properties, even at  $z \sim 0.6$ . This correlation represents an interesting new tool for understanding the mechanisms in the formation and evolution of galaxies.

Our classification scheme allows us to isolate a particular morpho-kinematical class: the rotating spiral disks. This class includes objects sharing the spiral disk morphology and rotating disks properties. We find that the number of these rotating spiral disks is much lower (by a factor of  $\sim 2$ ) at  $z \sim 0.6$  than today. The radial distribution of color along their disks and their high SFR suggest that their stellar disks have been formed relatively recently before  $z \sim 0.6$  through inside-out processes. These findings are consistent with scenarios for which the large gas supply stabilizes the disk, e.g. leading ultimately to present-day thin disks by increasing  $V/\sigma$  values with time. It opens up two possibilities, either that  $z=0.6$  rotating spiral disks are forming their stars from a pre-existing gas reservoir already distributed in a thin disk or, alternatively, a post-merger accretion scenario where a disk is rebuilt thanks to gas accretion left over from the merging event (Barnes 2002 ; Hammer et al. 2005).

## References

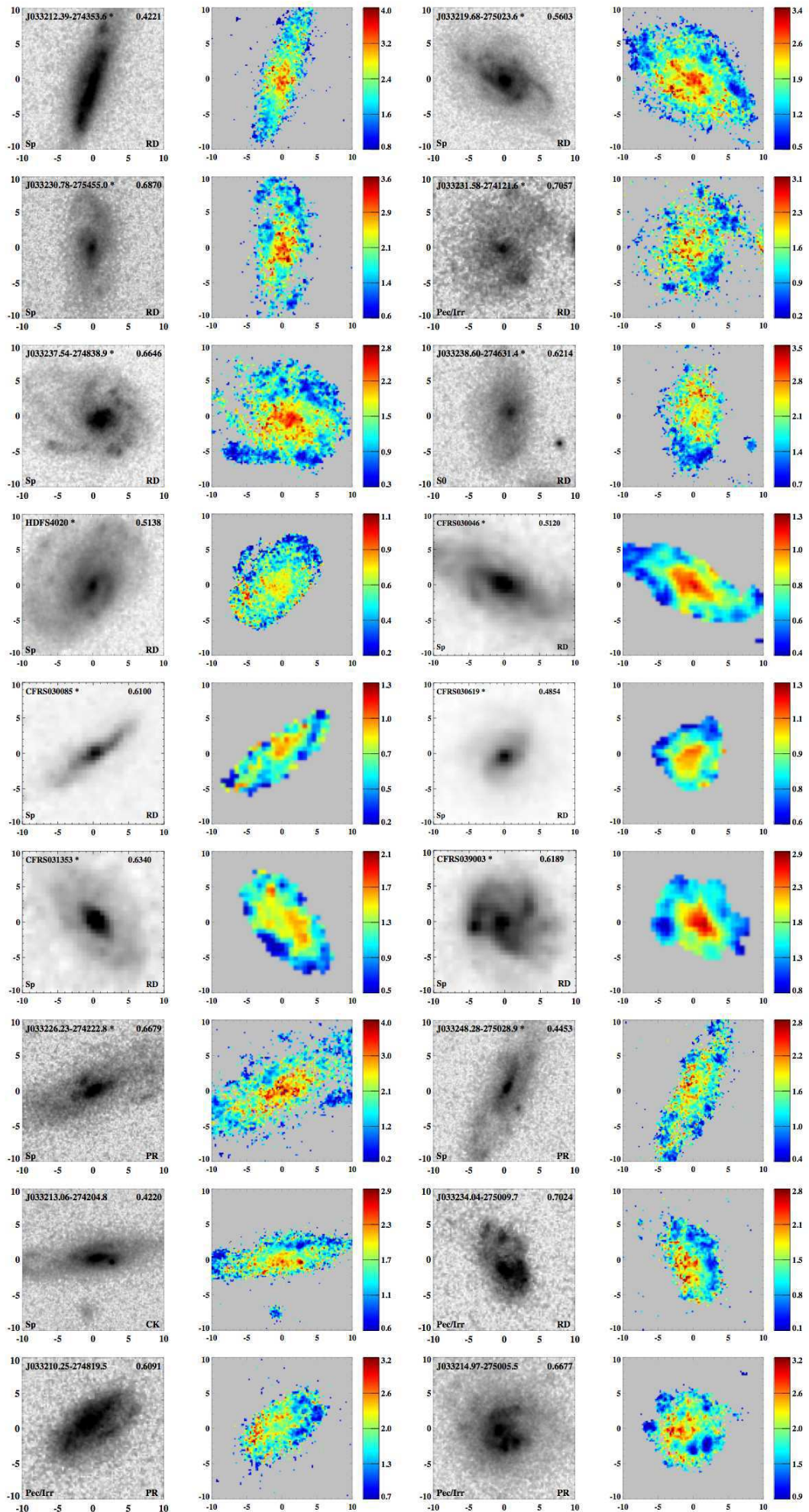
- Abraham, R.G., Valdes, F., Yee, H.K.C. & van den Bergh, S. 1994, *ApJ*, 432, 75
- Abraham, R.G., Tanvir, N.R., Santiago, et al. 1996, *MNRAS*, 279, 47
- Abraham, R.G., Ellis, R.S., Fabian, et al. 1999, *MNRAS*, 303, 641
- Abraham, R.G., van den Bergh, S. & Nair, P. 2003, *ApJ*, 588, 218
- Atkinson, N., Conselice, C.J. & Fox, N. 2007, *MNRAS*, submitted, astro-ph/0712.1316
- Barnes, J.E. 2002, *MNRAS*, 333, 481
- Bell, E. F., McIntosh, D. H., Katz, N. & Weinberg, M. D. 2003, *ApJS*, 149, 289
- Bell, E., Phleps, S., Somerville, et al. 2006, *ApJ*, 652, 270
- Benítez, N., Ford, H., Bouwens, R., et al. 2004, *ApJS*, 150, 1
- Bernardi, M., Nichol, R. C., Sheth, R. K., et al. 2006, *AJ*, 131, 1288
- Bershady, M.A., Jangren, A., Conselice, C.J. 2000, *AJ*, 119, 2645
- Birnboim, Y., Dekel, A. & Neistein, E. 2007, *MNRAS*, 380, 339
- Brinchmann, J., Abraham, R., Schade, D., et al. 1998, *ApJ*, 499, 112
- Bruzual, G. & Charlot, S. 2003, *MNRAS*, 344, 1000
- Cassata, P., Cimatti, A., Fransceschini, A. et al. 2005, *MNRAS*, 357, 903
- Casertano, S., de Mello, D., Dickinson, M. et al. 2000, *AJ*, 120, 2747
- Conselice, C.J., Bershady, M.A., Dickinson, M. & Papovich, C. 2003, *AJ*, 126, 1183
- Conselice, C.J. 2003, *ApJS*, 147, 1

- Conselice, C.J., Blackburne, J.A. & Papovich, C. 2005, *ApJ*, 620, 564
- Dekel, A. & Birnboim, Y. 2006, *MNRAS*, 368, 2
- Ellis, R.S., Abraham, R.G. & Dickinson, M. 2001, *ApJ*, 551, 111
- Emsellem, E., Cappellari, M., Peletier, R.F. et al. 2004, *MNRAS*, 352, 721
- Flores, H., Puech, M., Hammer, et al. 2006, *A&A*, 455, 107
- Governato, F., Willman, B., Mayer, L. et al. 2007, *MNRAS*, 374, 1479
- Giavalisco, M., Ferguson, H.C., Koekemoer, A.M. et al. 2004, *ApJ*, 600, 93
- Garrido, O., Marcelin, M., Amram, P. et al. 2002, *A&A*, 387, 821
- Hammer, F., Flores, H., Lilly, S. et al. 1997, *ApJ*, 481, 49
- Hammer, F., Gruel, N., Thuan, T.X., et al. 2001, *ApJ*, 550, 570
- Hammer, F., Flores, H., Elbaz, D., et al. 2005, *A&A*, 430, 115
- Hammer, F., Puech, M., Chemin, L., et al. 2007, *ApJ*, 662, 322
- Jimenez, R., Bernardi, M., Haiman, Z., et al. 2007, *ApJ*, 669, 947
- Kannappan, S.J. & Barton, E.J. 2004, *AJ*, 127, 2694
- Kassin, S.A., Weiner, B.J., Faber, S.M., et al. 2007, *ApJ*, 660, 35
- Kent, S.M. 1985, *AJ*, 59, 115
- Kereš, D., Katz, N., Weinberg, D. H. et al. 2005, *MNRAS*, 363, 2
- Law, D.R., Steidel, C.C., Erb, D.K. et al. 2007, *ApJ*, 669, 929
- Le Fèvre, O., Abraham, R., Lilly, S. J. et al. 2000, *MNRAS*, 311, 565
- Le Fèvre, O., Vettolani, G., Paltani, S., et al. 2004, *A&A*, 428, 1043
- Liang, Y. C., Hammer, F. & Flores, H. 2006, *A&A*, 447, 113
- Lilly, S., Schade, D., Ellis, R. et al. 1998, *ApJ*, 500, 75
- Lucas, R.A., Baum, S.A., Brown, T.M., Casertano, S. et al. 2003, *AJ*, 125, 398
- Lotz, J.M., Madau, P., Giavalisco, M. & Primack, J. 2004, *AJ*, 128, 163
- Lotz, J.M., Madau, P., Giavalisco, M. et al. 2006, *ApJ*, 636, 592
- Lotz, J.M., Davis, M., Faber, S. et al. 2008, *ApJ*, 672, 177
- Melbourne, J., Koo, D.C. & Le Flocc'h, E. 2005, *ApJ*, 632, 65
- Menanteau, F., Abraham, R.G. & Ellis, R.S. 2001, *MNRAS*, 322, 1
- Menanteau, F., Ford, H.C., Illingworth, G.D., et al. 2004, *ApJ*, 612, 202
- Nakamura, O., Fugukita, M., Brinkmann, J. et al. 2004, *AJ*, 127, 2511
- Peng, C.Y., Ho, L.C., Impey, C.D. & Rix, H.W. 2002, *AJ*, 124, 266
- Peletier, R.F., Balcells, M., Davies, R.L. et al. 1999, *MNRAS*, 310, 703
- Persic, M. & Salucci, P. 1991, *ApJ*, 368, 60
- Pizagno, J.; Prada, F.; Weinberg, D. H.; 2007, *ApJ*, 134, 945
- Puech, M., Hammer, F., Flores, H., Östlin, G. & Marquart, T. 2006, *A&A*, 455, 119
- Puech, M., Flores, H., Hammer, F., Lehnert, M.D. 2006, *A&A*, 455, 131
- Puech, M., Hammer, Lehnert, M.D., F. & Flores, H. 2007, *A&A*, 466, 83
- Puech, M., Hammer, F., Flores, H. et al. 2007, *A&A*, 476, 21
- Puech, M., Hammer, F., Flores, H. et al. 2007, *A&A*, submitted.
- Puech, M., et al. 2008, in preparation.
- Ravikumar, C.D., Puech, M., Flores, et al. 2007, *A&A*, 465, 1099
- Ravindranath, S., Ferguson, H.C., Conselice, C. et al. 2004, *ApJ*, 604, 9
- Rawat, A., Kembhavi, A.K., Hammer, F. et al. 2007, *A&A*, 469, 483
- Rigopoulou, D., Vacca, W. D., Berta, S. et al. 2005, *A&A*, 440, 61
- Roberts, Morton S. & Haynes, M.P. 1994, *ARA&A*, 32, 115
- Sargent, M. T.; Carollo, C. M.; Lilly, S. J. 2007, *ApJS*, 172, 434
- Schade, D., Lilly, S.J., Crampton, D., et al. 1995, *ApJ*, 451, 1
- Schade, D., Lilly, S.J., Le Fevre, O., et al. 1996, *ApJ*, 464, 79
- Semelin, B. & Combes, F. 2005, *A&A*, 441, 55
- Silk, J. 2003, *Ap&SS*, 284, 663
- Somerville, R.S., Primack, J.R. & Faber, S.M. 2001, *MNRAS*, 320, 504
- Thomas, D. & Davies, R.L. 2006, *MNRAS*, 366, 510
- Trujillo, I. & Pohlen, M. 2005, *ApJ*, 630, 17
- van den Bergh, S., Cohen, J.G. & Crabbe, C. 2001, *AJ*, 122, 611
- van der Kruit, P.C. 1979, *A&AS*, 38, 15
- van der Wel, A. 2008, *ApJ*, 675, 13
- Vanzella, E., Cristiani, S., Arnouts, S. et al. 2002, *A&A*, 396, 847
- Vanzella, E., Cristiani, S., Dickinson, M. et al. 2006, *A&A*, 454, 423
- Werk, J.K., Jangren, A. & Salzer, J.J. 2004, *ApJ*, 617, 1004
- Williams, R.E., Baum, S., Bergeron, L.E., Bernstein, N. et al. 2000, *AJ*, 120, 2735
- Yagi, M., Nakamura, Y., Doi, M. et al. 2006, *MNRAS*, 368, 211
- Yang, Y. et al. 2007, *A&A*, 477, 789
- Zheng, X.Z., Hammer, F., Flores, et al. 2005, *A&A*, 435, 507
- Zheng, X.Z., Hammer, F., Flores, Assemat, F. & Pelat, D. 2004, *A&A*, 421, 847

**Table 4.** Catalog of derived parameters for the working sample.

IAU ID (1)	Our ID (2)	$z^a$ (3)	B/T <sup>b</sup> (4)	$\chi^2$ (5)	Q <sup>c</sup> (6)	Type <sup>d</sup> (7)	$R_{1/2}^e$ (8)	$R_D^f$ (9)	CI <sup>g</sup> (10)
J033212.39-274353.6	3400803	0.4213	0.12±0.01	1.45	1	Sp	6.0	3.8	RD
J033219.68-275023.6	3202670	0.5596	0.02±0.00	1.52	1	Sp	5.4	3.2	RD
J033230.78-275455.0	2102060	0.6857	0.04±0.01	1.18	1	Sp	7.6	4.2	RD
J033231.58-274121.6	2500322	0.7057	0.02±0.01	1.32	1	Sp	7.6	3.5	RD
J033237.54-274838.9	2300477	0.6638	0.06±0.13	1.38	1	Sp	6.0	3.4	RD
J033238.60-274631.4	2301047	0.6201	0.02±0.01	1.26	1	Sp	5.7	3.5	RD
J223256.07-603148.8	HDFS4020	0.5138	0.17±0.03	1.32	1	Sp	6.1	3.2	RD
J030228.72+001333.9	CFRS030046	0.5120	0.12±0.06	1.56	1	Sp	8.3	6.3	RD
J030225.28+001325.1	CFRS030085	0.6100	0.02±0.03	1.27	1	Sp	7.6	4.5	RD
J030246.94+001032.6	CFRS030619	0.4854	0.17±0.09	1.15	1	Sp	3.9	2.5	RD
J030248.41+000916.5	CFRS031353	0.6340	0.13±0.03	1.38	1	Sp	6.4	4.5	RD
J030232.16+000639.1	CFRS039003	0.6189	0.08±0.03	1.23	1	Sp	4.9	3.2	RD
J033226.23-274222.8	3401338	0.6671	0.05±0.01	1.15	1	Sp	10.2	6.5	PR
J033248.28-275028.9	1202537	0.4446	0.04±0.03	1.43	1	Sp	7.2	4.4	PR
J033213.06-274204.8	3500001	0.4215	0.16±0.05	1.32	1	Sp	6.6	3.9	CK
J033234.04-275009.7	2300055	0.7024	-	-	3	Pec/Irr	4.5	-	RD
J033210.25-274819.5	4301297	0.6087	-	-	3	Pec/Irr	4.6	-	PR
J033214.97-275005.5	3300063	0.6665	0.01±0.00	1.46	2	Pec/Irr	5.8	2.8	PR
J033233.90-274237.9	2401349	0.6180	-	-	3	Pec/Irr	3.1	-	PR
J033239.04-274132.4	2500233	0.7319	-	-	3	Pec/Irr	3.3	-	PR
J033249.53-274630.0	1302369	0.5221	0.02±0.00	1.18	2	Pec/Irr	3.1	2.1	PR
J033250.53-274800.7	1301018	0.7360	0.04±0.02	1.17	1	Pec/Irr	4.3	2.3	PR
J223252.74-603207.3	HDFS4040	0.4650	0.12±0.02	1.54	1	Pec/Irr	5.3	3.9	PR
J030249.10+001002.1	CFRS031349	0.6155	0.39±0.09	1.27	1	Pec/Irr	3.8	1.8	PR
J033250.24-274538.9	1400714	0.7310	-	-	3	Pec/Irr	4.8	-	CK
J030242.19+001324.3	CFRS030488	0.6069	-	-	3	Pec/Irr	6.4	-	CK
J030239.38+001327.1	CFRS030523	0.6508	0.82±0.01	1.1	2	Pec/Irr	3.6	0.8	CK
J030245.67+001027.9	CFRS030645	0.5275	0.42±0.09	1.62	2	Pec/Irr	4.6	0.8	CK
J033241.88-274853.9	2300404	0.6670	0.07±0.01	1.70	2	Pec/T	3.5	-	RD
J223302.45-603346.5	HDFS5150	0.6956	-	-	3	Pec/T	4.1	-	PR
J033217.62-274257.5	3401109	0.6457	0.16±0.02	1.16	2	Pec/T	3.2	1.45	CK
J033219.32-274514.0	3400329	0.7241	0.20±0.04	1.14	2	Pec/T	3.9	-	CK
J033225.26-274524.0	3400279	0.6648	0.23±0.02	1.20	2	Pec/T	3.6	2.3	CK
J033219.61-274831.0	3300651	0.6699	-	-	3	Pec/M	3.1	-	PR
J033230.43-275304.0	2200433	0.6453	-	-	3	Pec/M	4.7	-	CK
J033234.12-273953.5	2500971	0.6273	-	-	3	Pec/M	5.0	-	CK
J033239.72-275154.7	2200829	0.4151	-	-	3	Pec/M	3.5	-	CK
J223257.52-603305.9	HDFS5030	0.5821	0.26±0.01	1.46	2	Pec/M	4.3	2.7	CK
J030240.45+001359.4	CFRS030508	0.4642	-	-	3	Pec/M	3.3	-	CK
J033245.11-274724.0	2300800	0.4346	0.21±0.01	1.77	2	C	1.8	0.5	RD
J033232.96-274106.8	2500425	0.4681	-	-	3	C	1.5	-	PR
J030238.74+000611.5	CFRS031032	0.6180	-	-	3	C	1.8	-	PR
J033220.48-275143.9	3202141	0.6778	0.01±0.03	1.10	2	C	2.6	1.2	CK
J033228.48-274826.6	3300684	0.6686	-	-	3	C	2.3	-	CK
J033240.04-274418.6	2400536	0.5220	-	-	3	C	2.4	-	CK
J033244.20-274733.5	2300750	0.7360	-	-	3	C	1.7	-	CK
J223256.08-603414.1	HDFS5140	0.5649	0.42±0.01	1.87	2	C	2.8	2.1	CK
J033210.76-274234.6	4402679	0.4169	-	-	3	M	4.4	-	CK
J033224.60-274428.1	3400618	0.5368	0.09±0.03	1.19	2	M	3.8	2.5	CK
J033227.07-274404.7	3400743	0.7381	-	-	3	M	4.5	-	CK
J033230.57-274518.2	2400243	0.6799	-	-	2	M	9.2	-	CK
J030252.03+001033.4	CFRS031309	0.6170	-	-	3	M	9.6	-	CK

<sup>a</sup> Redshift measured by [OII] emission.<sup>b</sup> Bulge fraction derived from Galfit.<sup>c</sup> Quality factor: 1 = secure; 2 = possibly secure; 3 = fit failed or unreliable<sup>d</sup> Morphological galaxy type: Sp = Spiral Disk; Pec/Irr = Peculiar-Irregular; Pec/T = Peculiar-Tadpole  
Pec/M = Peculiar-Merger; C = Compact; M = Merger.<sup>e</sup> half-light Radius (kpc).<sup>f</sup> Disk radius (kpc) derived from Galfit.<sup>g</sup> Kinematical type: RD = Rotating Disk; PR = Perturbed rotation; CK = Complex kinematics.



**Fig. 12.** F850LP/F814W image, color map. Explanations are given at the end of this figure. Rotating spiral disks are marked with an asterisk near their name.



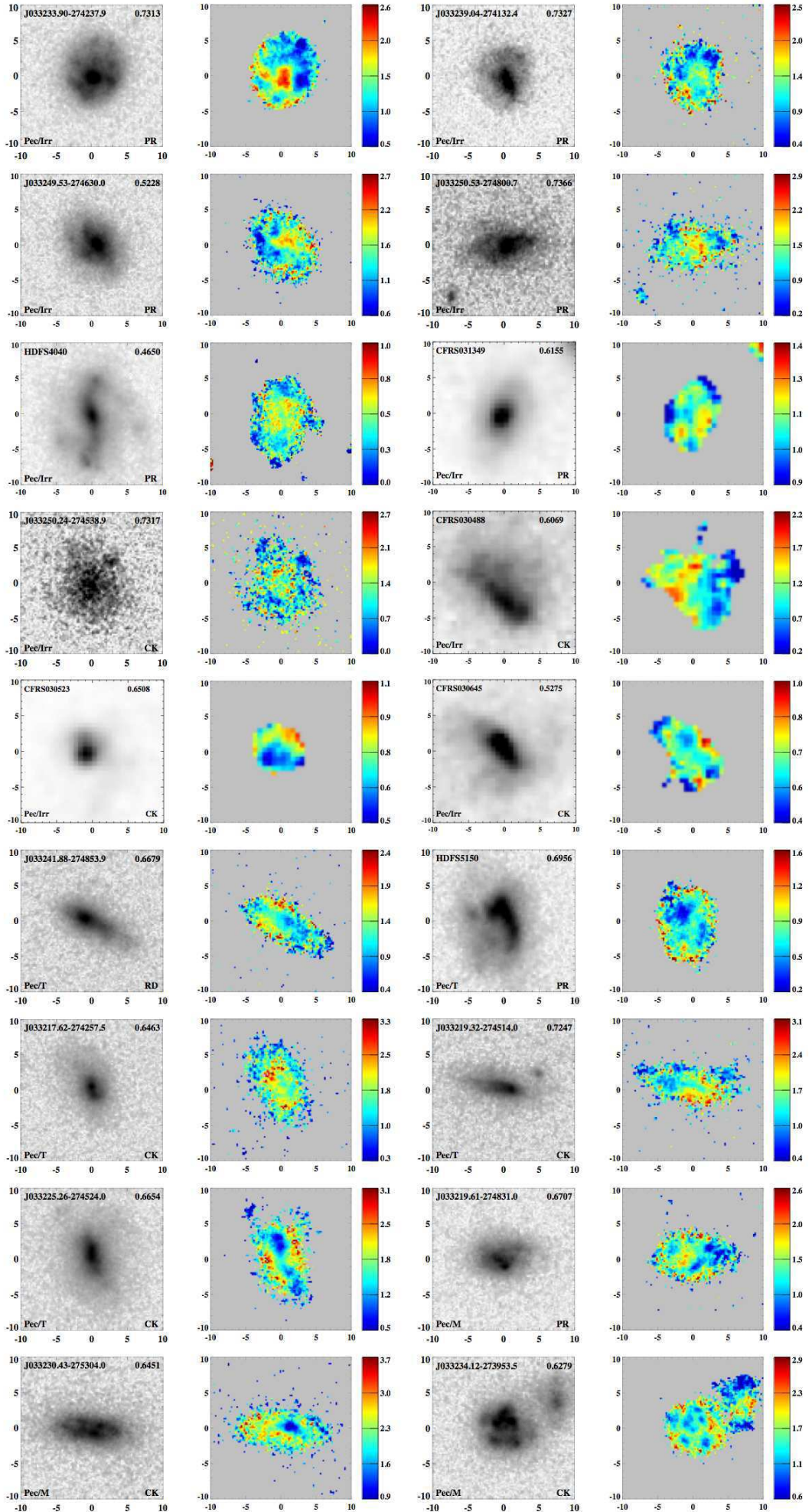
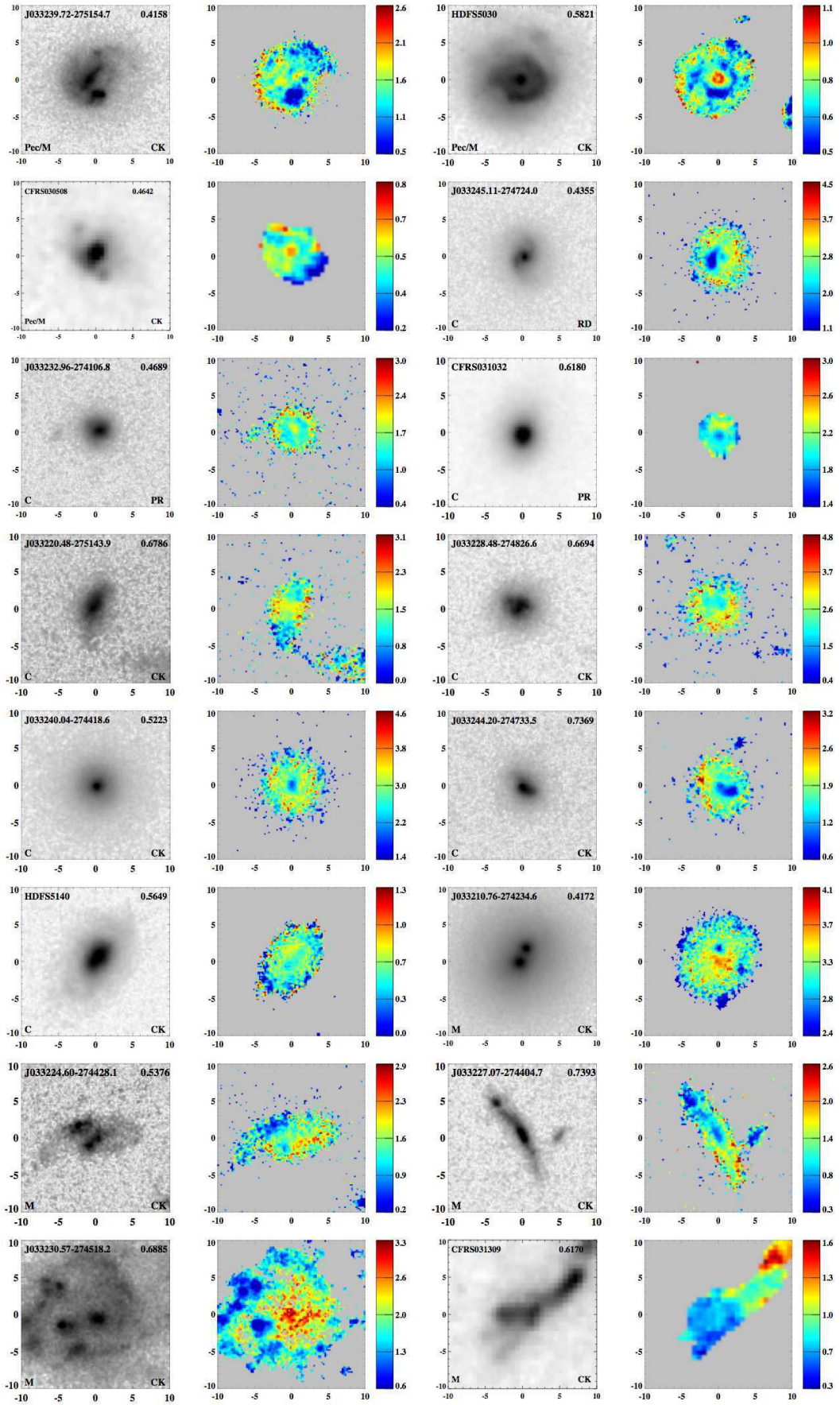


Fig. 12. F850LP/F814W image, color map. Explanations are given at the end of this figure.



**Fig. 12.** F850LP/F814W image, color map. The size of each image is 20x20 kpc. Galaxies observed with ACS have F850LP images, galaxies in CFRS and HDFS have F814W images. For each target, the name and redshift are labeled at the top-left and top right in the F850LP/F814W image. Rotating spiral disks are marked with an asterisk near their names. Morphological and kinematic classifications are indicated at the bottom-left and bottom right, respectively. Color maps are  $B_{435-Z850}$  for CDFS objects and  $V_{606-I814}$  for objects in HDFS and CFRS (except CFRS039003, CFRS030488 with  $B_{450-I814}$  and CFRS1032 with  $V_{555-I814}$ ). All the galaxies are aligned with the GIRAFFE IFU (see Paper I).

## 3.4 Comparaison des méthodes de classification morphologique

### 3.4.1 Méthodes automatiques vs. arbre de décision

Un des résultats principaux de l'article concerne l'évolution de la fraction des galaxies spirales. En suivant notre classification morpho-dynamique, on trouve un nombre de galaxies spirales en rotation environ deux fois moins important que dans l'Univers local. Ce résultat est en contradiction avec d'autres auteurs (Lilly *et al.*, 1998; Ravindranath *et al.*, 2004; Sargent *et al.*, 2007) qui n'observent pas d'évolution dans la population de ces galaxies spirales. La différence des résultats reflète en réalité une différence de méthodologie. Les classifications morphologiques utilisées par ces auteurs sont automatiques, alors que l'arbre de décision développé pour l'échantillon IMAGES est basé sur un ensemble de critères et une inspection minutieuse des galaxies. En comparant les résultats morphologiques de la classification de l'arbre de décision avec l'état dynamique des galaxies, il apparaît que cette méthode est particulièrement efficace pour distinguer les galaxies spirales des autres types morphologiques. De fait, on trouve que quasiment toutes les spirales identifiées par l'arbre sont effectivement en rotation et de plus, quasiment tous les disques en rotation sont identifiés comme spirales. On peut donc conclure que l'arbre de décision est un outil efficace pour retrouver les galaxies spirales en rotation. Le fait que les autres études trouvent plus de galaxies spirales signifie donc que plusieurs galaxies à la dynamique non relaxée doivent être identifiées comme spirales par les méthodes automatiques. En comparant les résultats de ces méthodes avec l'état dynamique des galaxies, on vérifie effectivement que les galaxies en rotation se retrouvent mélangées avec d'autres objets à la dynamique irrégulière. Autrement dit, les méthodes automatiques ne sont pas efficaces pour isoler les galaxies spirales : elles surestiment fortement leur nombre.

### 3.4.2 Echantillon complémentaire

Une hypothèse importante faite dans l'article pour établir la fraction de spirales en rotation à  $z \sim 0.6$  est que la population des galaxies de masses intermédiaires sans raies d'émissions ( $EW_0([OII]) < 15\text{\AA}$ ) se divise exclusivement entre des galaxies elliptiques et des spirales relaxées. On rappelle que ces galaxies sans raies d'émissions représentent environ 40% des galaxies de masses intermédiaires à ces redshifts et donc leur répartition morphologique pourrait induire un biais important dans les résultats. L'approche choisie dans l'article est d'utiliser la fraction d'elliptiques déduite de la littérature pour en déduire la fraction de spirales sans raies d'émissions. On trouve ainsi une fraction de 17% de spirales sans raies d'émissions qui vient compléter les 16% de notre échantillon.

Récemment, (Delgado, Yang et al.) ont mené une étude morphologique d'un échantillon complémentaire à celui étudié dans l'article. En suivant la même méthodologie que celle présentée dans l'article, ils analysent la morphologie de 94 galaxies de masses intermé-

diaires telles que  $EW_0([\text{OII}]) < 15\text{\AA}$ , sélectionnées dans le CDFS.

D'après leurs premiers résultats, ils trouvent que cet échantillon complémentaire serait composé de 61.7% de E-E/S0 (dont environ 10% de galaxies compactes bleues et 3% d'AGN), 25.5% de spirales et 12.8% de galaxies très irrégulières ou en cours de fusion. En se ramenant à la population totale des galaxies de masses intermédiaires, on trouverait donc 24% d'elliptiques ou lenticulaires en très bon accord avec la fraction utilisée dans le papier, mais seulement 10% de spirales.

On aurait donc non pas 33% de spirales en rotation à  $z \sim 0.6$ , mais 26% seulement. Ce qui voudrait dire que la population de spirales a subi une évolution encore plus importante (d'un facteur proche de 3) que l'évolution d'un facteur 2 suggérée dans l'article. Ces travaux doivent faire l'objet d'une future publication et en attendant les résultats définitifs on utilisera dans la suite uniquement les résultats de l'article Neichel *et al.* (2008).

### 3.5 Tests des scénarios de formation des galaxies spirales

On essaye ici de comprendre comment se sont formées les galaxies spirales en rotation à  $z \sim 0.6$  et comment elles vont évoluer jusqu'à aujourd'hui. Cette section reprend la discussion de Neichel *et al.* (2008), en complétant avec des arguments tirés de Puech *et al.* (2008a). On ne s'intéresse donc uniquement qu'aux galaxies présentées dans Neichel *et al.* (2008), à savoir les galaxies spirales en rotation qui possèdent des raies d'émissions. Cet échantillon constitue environ 16% de la population totale des galaxies de masse intermédiaire et si elles évoluent pour former les spirales actuelles, ce seraient les progéniteurs d'environ 1/4 des galaxies spirales actuelles.

#### 3.5.1 Quelle évolution avant ?

Les couleurs très bleues et le taux de formation stellaire observés dans ces galaxies indiquent une activité beaucoup plus importante que pour leurs homologues locales. Cependant, comme toutes ces galaxies sont en rotation ordonnée, il est très peu probable qu'elles aient subi une interaction majeure récemment, au moins depuis 1.5-2 Gyrs (temps estimé de rémanence, Cf. § 3.2). Sans processus de fusion ni d'apport externe de gaz, leur taux de formation stellaire doit décroître exponentiellement. On peut donc conjecturer que le taux de formation stellaire de ces galaxies était encore plus élevé dans le passé. On supposera comme minorant que ce taux de formation stellaire était constant dans le passé. On peut ainsi en déduire un temps caractéristique nécessaire pour que ces galaxies doublent leurs masses par le ratio de la masse stellaire sur le taux de formation d'étoiles. Pour l'échantillon des galaxies spirales en rotation, on trouve que cet indicateur est compris entre 0.5 et 2.5 Gyrs. Ces galaxies se sont donc formées dans des temps très courts, quelques milliards d'années seulement avant le moment où on les observe. Contrairement

à ce que l'on pensait, on montre qu'une grande partie des galaxies spirales n'étaient pas en place à  $z=1$ .

### 3.5.2 Quelle évolution après ?

On part de l'hypothèse que la grande majorité des galaxies spirales en rotation observées à  $z\sim 0.6$  sont les progéniteurs d'une partie des galaxies spirales locales. Cette hypothèse est vraisemblablement correcte car la probabilité qu'une spirale actuelle ait subi un événement de type major merger depuis  $z=0.6$  est faible, de l'ordre de 15% à 30% (Puech *et al.*, 2008a).

Un résultat important concernant l'évolution des galaxies spirales est alors donné par l'étude de la relation de Tully-Fisher. Puech *et al.* (2008a) montrent que les galaxies spirales étudiées dans Neichel *et al.* (2008) suivent toutes une relation de Tully-Fisher, mais que celle-ci est décalée par rapport à la relation locale. Ils montrent de plus que pour rejoindre la relation locale, l'évolution la plus probable serait que les RDs distantes doublent leur masse depuis  $z=0.6$  pour former les galaxies locales. Cette hypothèse est appuyée par un argument indépendant provenant de l'évolution de la métallicité des galaxies (Liang *et al.* (2006), Rodrigues *et al.* (2008)) : les galaxies à  $z\sim 0.6$  présentent en moyenne moitié moins d'abondance en gaz O/H que les galaxies locales. Il semble donc que les galaxies spirales en rotation à  $z\sim 0.6$  aient doublé leur masse par des processus dynamiquement calmes, pour former environ 1/4 des galaxies spirales actuelles.

En combinant les résultats tirés de Neichel *et al.* (2008) avec ceux de Puech *et al.* (2008a), on est capable de reconstruire pour la première fois l'histoire complète et d'expliquer la formation d'environ 1/4 des spirales locales. Cette histoire est résumée par la Fig. 3.6.

Le mécanisme physique qui anime cette évolution, ainsi que l'origine des autres 3/4 reste l'inconnue à découvrir.

### 3.5.3 Quel processus ?

La question du processus physique à l'oeuvre dans le façonnage des galaxies spirales locales est une question ouverte. Nos observations ne permettent pas de répondre à cette question, toutefois elles apportent quelques indices que je présente ici.

Cette question est en réalité liée à l'origine du gaz qui alimente le taux de formation stellaire soutenue des galaxies à  $z\sim 0.6$ .

Un première possibilité serait que le gaz soit déjà présent sous la forme d'un disque relaxé et que l'on observe uniquement la conversion de ce gaz en étoiles. Cette possibilité semble toutefois peu probable car la quantité de gaz présente dans ces galaxies à ces redshifts n'est

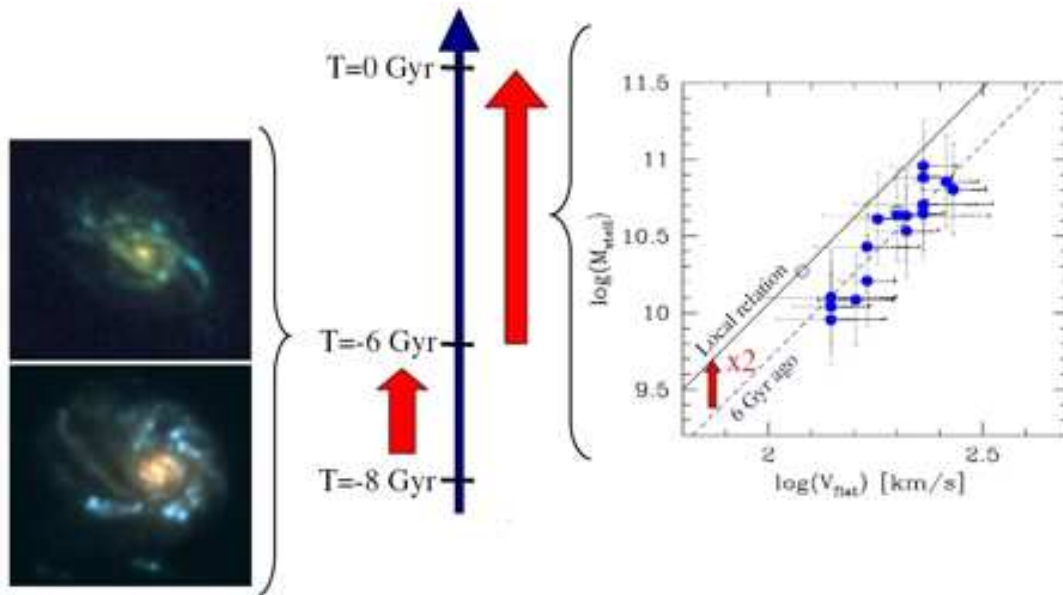


FIG. 3.6 – Histoire schématique de l'évolution des galaxies spirales.

pas suffisante pour que celles-ci doublent leur masse. Rodrigues *et al.* (2008) montrent que la fraction de gaz dans les galaxies de masses intermédiaires est environ deux fois plus importante à ces redshift que localement. Cependant, cela correspondrait uniquement à une fraction de l'ordre de  $M_{\text{gaz}}/(M_{\text{gaz}}+M_{\text{star}}) = 20\text{-}30\%$ , ce qui est insuffisant pour que les galaxies doublent leur masse. Une origine extérieure du gaz semble donc nécessaire.

Un indice supplémentaire est alors apporté par Puech *et al.* (2007b) qui ont étudié en détails les propriétés dynamiques des galaxies en rotations à  $z \sim 0.6$ . Ils montrent ainsi que les disques distants ont systématiquement un rapport  $V/\sigma$  plus petit que les galaxies locales, ce qui semble indiquer que ces galaxies sont chauffées par rapport aux galaxies locales. Comme les spirales distantes forment les spirales locales, il faut que leurs propriétés dynamiques s'accordent avec celles des galaxies locales, on s'attend donc à ce que l'accrétion du gaz extérieur se fasse avec une orientation privilégiée pour stabiliser les disques durant les 6 derniers milliards d'années. Il est donc peu probable que l'accrétion provienne d'un gaz chaud (Dekel et Birnboim, 2006), car dans ce cas l'accrétion est isotropique, ce qui ne favorise pas la stabilisation du disque. Une possibilité proposée par Keres *et al.* (2005) est l'accrétion d'un gaz froid qui "s'enroule" progressivement et continuellement dans un même plan. Ce gaz proviendrait des filaments intergalactiques dont l'alignement avec les disques peut durer des périodes suffisamment longues pour stabiliser le disque (voir aussi Hahn *et al.* (2007); Navarro *et al.* (2004)).

Une alternative serait que le réservoir de gaz soit fourni par une ré-accrétion à la suite d'un major merger : le "spiral rebuilding scenario" (Hammer *et al.*, 2005). Les simulations numériques (Barnes, 2002; Springel et Hernquist, 2005; Robertson *et al.*, 2006; Hopkins *et al.*, 2008; Robertson et Bullock, 2008; Lotz *et al.*, 2008b) montrent qu'au cours d'un

major merger, le gaz qui a le plus grand moment angulaire est éjecté et forme des queues de marées et des ponts de matières (Toomre et Toomre, 1972). En général sa vitesse n'est pas suffisante pour atteindre la vitesse d'échappement, il finit donc par retomber vers le centre, tout en conservant toujours son moment angulaire élevé. On parle de ségrégation du moment angulaire (Barnes, 2002). Ainsi, le gaz qui retombe est accrété au bord du disque central qui va s'agrandir de manière inside-out : au fur et à mesure que le disque grandit, il accrète du gaz de moment angulaire de plus en plus élevé. Quand ce gaz rencontre le disque central, il subit des chocs qui vont circulariser son orbite par dissipation dans le plan du disque qui correspond au plan orbital défini par les deux progéniteurs. Le disque de gaz est chauffé par les chocs, son rapport  $V/\sigma$  est relativement petit. C'est exactement ce que prédisent Robertson et Bullock (2008) dans leurs simulations de fusion de disques riches en gaz et c'est aussi ce que l'on observe dans les galaxies spirales en rotation. Une fois l'accrétion terminée, le gaz refroidit, le rapport  $V/\sigma$  augmente et le disque s'amincit. La conversion du gaz en étoiles amène alors naturellement les galaxies distantes à rejoindre la relation de Tully-Fisher locale. Durant cette phase de "refroidissement" du disque, un mode d'accrétion de gaz froid peut se superposer pour maintenir le taux de formation stellaire (Keres *et al.*, 2005; Robertson et Bullock, 2008).

Dans le cadre du scénario "spiral rebuilding", entre 50% et 75% des galaxies de masses intermédiaires auraient subi un événement de major merger depuis  $z=1$ . En complétant l'échantillon de spirales en rotation observées à  $z\sim 0.6$  (16%) avec les spirales sans raies d'émissions aux mêmes redshifts (17% Cf. plus haut), on trouve alors que 33% des galaxies à  $z\sim 0.6$  auraient échappé à un tel événement, en très bon accord avec la prédiction du "spiral rebuilding". Compte tenu des temps de rémanences, ces galaxies spirales en rotation auraient subi leur dernier major merger à  $z>1$ , époque à laquelle le taux d'interaction était encore plus élevé (Conselice *et al.*, 2003). Le scénario de "spiral rebuilding" permet donc d'expliquer à la fois le nombre et l'évolution des spirales en rotation, mais aussi la fraction de galaxies à la dynamique complexe (Cf. 3.2).

### 3.6 Conclusions / Perspectives

L'analyse des spirales en rotation est une première étape de notre compréhension des processus qui forment les galaxies. Sans répondre à toutes les questions, elle apporte des contraintes nouvelles sur les scénarios de formations et d'évolutions. Ce travail est aujourd'hui rendu possible grâce à la combinaison de la spectroscopie intégrale de champ et d'observations d'imagerie de très haute qualité en terme de résolution angulaire et de profondeur. Cette étude démontre qu'en combinant des observations dynamiques et morphologiques, on est désormais capable de faire à  $z\sim 0.6$  la même physique que dans l'univers local.

Dans la continuité de ce travail, deux approches sont actuellement en cours.

La première est de pousser l’analyse précise de chaque objet individuel afin de comprendre son histoire. Le minor-merger étudié dans Puech *et al.* (2007a) est un premier exemple de la force d’une telle analyse. L’analyse de deux galaxies supplémentaires vient d’être récemment soumis à A&A. Il s’agit de J033210.76–274234.6 (Yang *et al.* 2008b) et J033241.88–274853.9 (Puech *et al.* 2008c). Le premier objet est une galaxie à deux coeurs. L’imagerie et la dynamique vont dans le sens d’une fusion entre deux galaxies. Une analyse morphologique approfondie révèle la présence d’un disque massif entourant les deux noyaux et d’un anneau très bleu. La comparaison des observations avec des simulations et le fait que le disque ait survécu aux premières phases de l’interaction apportent de précieuses informations sur l’orientation de la fusion et permettent de reconstruire l’histoire passée et future de cet objet.

La deuxième galaxie présente une dynamique relaxée. Toutefois, seulement la moitié de son disque est visible dans l’imagerie. C’est une galaxie qui apparaît très asymétrique à l’imagerie, mais dont les propriétés dynamiques sont tout à fait banales : l’analyse des raies d’émissions révèle la présence de grandes quantités de gaz en rotation organisée. En étudiant l’âge des populations stellaires, Puech et al. montrent que cette galaxie se serait formée très rapidement, en  $\sim 320$  Myr seulement. Le scénario le plus probable pour la formation d’une telle galaxie est là encore une reconstruction d’un disque à la suite d’un merger de galaxies riches en gaz. C’est une preuve supplémentaire que les galaxies à des redshifts aussi proches que  $z \sim 0.6$  subissent encore de grandes modifications.

Trois autres galaxies sont en cours d’études dont les résultats devraient permettre d’apporter des indices supplémentaires dans notre “enquête cosmique”.

La deuxième approche consiste à compléter l’échantillon d’IMAGES avec de nouvelles observations GIRAFFE. En continuation du large programme IMAGES, un second large programme (“CENSUS”) vient d’être proposée à l’ESO. Il s’agit d’obtenir la cinématique de 120 galaxies supplémentaires sélectionnées entre  $z=0.6$  et  $z=1.4$  dans le Hubble Ultra Deep Field. Cet échantillon supplémentaire devrait permettre de réduire les barres d’erreurs de l’échantillon IMAGES et de pousser l’analyse à des redshifts plus grands.

Enfin, la perspective à plus long terme est la mise en service des futurs ELTs. Grâce au pouvoir collecteur immense de ces futurs télescopes, on pourra reproduire les analyses présentées ici à des époques où l’Univers n’avait qu’une fraction de son âge. C’est l’objet du prochain chapitre.





## Chapitre 4

# Du VLT à l'ELT : Besoins instrumentaux pour la dynamique des galaxies à $z \gg 1$

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Propriétés des galaxies à <math>z \gg 1</math></b>	<b>84</b>
<b>4.2</b>	<b>Spécifications scientifiques pour un instrument 3D sur ELT</b>	<b>85</b>
4.2.1	Domaine de longueur d'onde	85
4.2.2	Résolution spatiale et Energie Encadrée	86
4.2.3	Résolution Spectrale	88
4.2.4	Exemple de résultats	89
4.2.5	Taille du champ et multiplex	92
4.2.6	L'optique adaptative	93

---

Les observations actuelles permettent d'apporter une première lumière sur l'évolution des galaxies, sur l'évolution du taux de formation stellaire et sur les processus à l'oeuvre pour l'assemblage de la masse dans les galaxies. Un premier pas important a été franchi par la spectroscopie intégrale de champ et la cartographie des paramètres physiques à l'intérieur des galaxies. Cependant et comme on l'a vu dans le chapitre précédent, plusieurs questions restent encore ouvertes, parmi lesquelles la nature des processus physiques qui façonnent les galaxies pour former la diversité observée aujourd'hui. La principale limite des observations actuelles est instrumentale : les galaxies observables à  $z \gg 1$  sont les plus brillantes et les plus grandes. De plus, les échantillons sont encore de taille trop restreinte pour pouvoir apporter des réponses définitives.

Avec le pouvoir collecteur d'un ELT, on pourra accéder à une gamme de galaxies beaucoup plus large et apporter une compréhension plus claire des galaxies à grand redshift. La majorité des étoiles et des éléments chimiques s'étant formés entre  $z=0.5$  et  $z=2-3$ ,

il est important de déterminer la cinématique et la chimie des galaxies à ces redshifts. Un des objectifs majeurs des futurs ELTs sera donc de cartographier la cinématique, la formation d'étoiles, le contenu chimique des galaxies et de leurs satellites à des redshifts entre  $z=1$  et  $z=5$ . En combinant ces observations avec une photométrie profonde et résolue angulairement, on pourra reproduire sur les galaxies à  $z \gg 1$  une science similaire à celle actuellement menée sur les galaxies à  $z < 1$ . Ces observations devront être réalisées sur des échantillons significatifs ( $>100$  objets) et dans des volumes suffisamment grands pour éviter les biais locaux (l'effet de "Cosmic Variance"). Dans ce chapitre, je présente les caractéristiques générales des galaxies dans ces gammes de redshifts et les spécifications instrumentales nécessaires pour étudier ces galaxies avec un instrument intégrale de champ sur un ELT. Pour cela, je m'appuie essentiellement sur les résultats obtenus dans Puech *et al.* (2008b). Dans cet article, on présente les outils de simulations utilisés et on développe le cas d'application d'un spectrographe 3D pour un ELT. L'objectif scientifique imposé à cet instrument est de pouvoir mener l'étude des mouvements du gaz à grande échelle. En effet, on a montré dans le chapitre précédent que la mesure des mouvements à grande échelle nous permet de remonter sans ambiguïtés à la dynamique sous-jacente. Dans la continuité des travaux effectués avec GIRAFFE, on s'intéressera donc dans la suite à la caractérisation d'un instrument qui puisse distinguer les disques en rotation des galaxies en cours de fusion.

Dans le cadre de cette étude, je me suis plus particulièrement intéressé aux effets de la réponse instrumentale et de la résolution angulaire. Dans la suite, je parlerai de "PSF" pour la réponse instrumentale. Cette notion sera définie plus rigoureusement dans le prochain chapitre (Cf. Chap. 5). On quantifiera la qualité de cette réponse instrumentale en terme d'énergie encadrée (notée EE). Cette notion est aussi définie dans le prochain chapitre, on retiendra ici que l'énergie encadrée est définie comme la quantité de lumière concentrée dans une boîte de taille donnée, normalisée par l'énergie totale. Cette "boîte" sera définie comme un élément de résolution spatiale du système. Un élément de résolution spatiale est composé de  $2 \times 2$  pixels du spectrographe<sup>1</sup>.

## 4.1 Propriétés des galaxies à $z \gg 1$

Les propriétés des galaxies entre  $z=1$  et  $z \sim 4$  commencent à être mieux connues et de plus en plus étudiées grâce aux instruments actuels : que ce soit d'un point de vue morphologique (Giavalisco *et al.*, 1996; Conselice *et al.*, 2003; Ferguson *et al.*, 2004; Papovich *et al.*, 2005), spectroscopique (Erb *et al.*, 2003, 2006; Reddy *et al.*, 2006), ou même dynamique (Förster Schreiber *et al.*, 2006; Genzel *et al.*, 2006; Wright *et al.*, 2007; Law *et al.*, 2007; Genzel *et al.*, 2008; Bournaud *et al.*, 2008). De ces études, on peut tirer les paramètres essentiels pour les spécifications instrumentales telles que la magnitude, la taille, la densité des sources... Au delà de  $z \sim 4$ , la plupart des galaxies sont identifiées par la

---

<sup>1</sup>on se place dans une configuration où la FWHM de la PSF est inférieure à la taille d'un pixel.

méthode du “Lyman Break drop out” (on parle alors de Lyman Break Galaxies : LBGs) et les estimations des propriétés physiques des objets sont beaucoup plus incertaines. On se concentrera donc essentiellement sur la gamme de redshift  $z=1$  à  $\sim 4$  qui constitue par ailleurs la zone où les raies optiques les plus importantes sont redshiftées dans le proche infra-rouge (Cf. 4.2.1).

La Table 4.1 résume les principales caractéristiques des galaxies distantes. La taille des galaxies provient des observations de Ferguson *et al.* (2004) et Bouwens *et al.* (2004); la densité des galaxies des observations de Reddy *et al.* (2006); Förster Schreiber *et al.* (2006); Marchesini *et al.* (2007).

	<b>0.5 &lt; z &lt; 1.3</b>	<b>1.3 &lt; z &lt; 2.6</b>	<b>2.6 &lt; z &lt; 6</b>	<b>z &gt; 6</b>
<b>Taille</b> $r_{1/2}$	2-3''	0.5''	0.2''	??
<b>Gamme de masse accessible</b>	<M*	$\sim$ M*	>M*	??
<b>densité de galaxies par arcmin<sup>2</sup></b>	$\sim 20$	$\sim 6$	$\sim 2$	??
<b>Nbre de galaxies avec un redshift spectroscopique</b>	10000+	$\sim 2000$	$\sim 1000$	$\sim 10$
<b>Epoque de formation des disques?</b>	formation des disques?	formation des disques/E?	formation des E massive?	premiers objets
<b>Masse formée</b>	$\sim 50\%$	$\sim 25\%$	<10-20%	??
<b>Nbre de galaxies observées en 3D</b>	$\sim 100$	$\sim 10$	3	0

TAB. 4.1 – Propriétés des galaxies à grand redshift. Tiré de l’étude ELTDS, document “Wide Field Spectrograph. WP : Instrumentation”.

## 4.2 Spécifications scientifiques pour un instrument 3D sur ELT

### 4.2.1 Domaine de longueur d’onde

Dans la suite, on se concentrera uniquement sur les galaxies à raies d’émissions. En effet, compte tenu de la faible magnitude des galaxies distantes, l’obtention de raies en absorption pour des galaxies à  $z \gg 1$  nécessiterait des temps d’intégration considérables. Pour étudier la cinématique, le taux de formation d’étoiles, la métallicité, il faut être capable de mesurer les principales raies d’émission que sont [OII] ( $\lambda = 3727\text{\AA}$ ), [OIII] ( $\lambda = 5007\text{\AA}$ ),  $H_\alpha$  ( $\lambda = 6563\text{\AA}$ ) et  $H_\beta$  ( $\lambda = 4861\text{\AA}$ ) dans les galaxies distantes. Pour des galaxies situées entre  $z=1$  et  $z\sim 4$ , ces raies sont redshiftées dans le proche infra-rouge (Cf. 4.1 à gauche).

Sur la Fig. 4.1 (à droite), on montre quel diagnostic pourra être réalisé sur les galaxies distantes en fonction de la couverture spectrale de l'instrument. Par exemple, un instrument qui couvre de la bande I ( $0.9\mu\text{m}$ ) à H ( $1.65\mu\text{m}$ ), pourra étudier la dynamique des galaxies à l'aide de la raie  $H_\alpha$  entre  $z=0$  et  $z=2$ , puis utiliser la raie  $[\text{OII}]$  jusqu'à  $z=4$ . Par contre, le taux de formation d'étoiles, qui se déduit des raies  $H_\beta$  et  $H_\alpha$  ne pourra être mesuré que jusqu'à  $z < 3$ . Idem pour la métallicité O/H. Un instrument qui couvre de la bande I à H ne pourra donc obtenir de diagnostic complet des galaxies que jusqu'à  $z=3$ . Pour mesurer ces indicateurs à plus grand redshift, il faut étendre la gamme de longueurs d'ondes observables par l'instrument en introduisant la bande K ( $2.2\mu\text{m}$ ). Il faut alors refroidir les optiques de l'instrument pour limiter l'émission thermique parasite. Le choix de la gamme de longueurs d'ondes est donc le résultat d'un compromis entre les objectifs scientifiques et la complexité de l'instrument. Idéalement, le domaine de longueurs d'ondes à couvrir devra s'étendre de  $0.8\mu\text{m}$  à  $2.4\mu\text{m}$ .

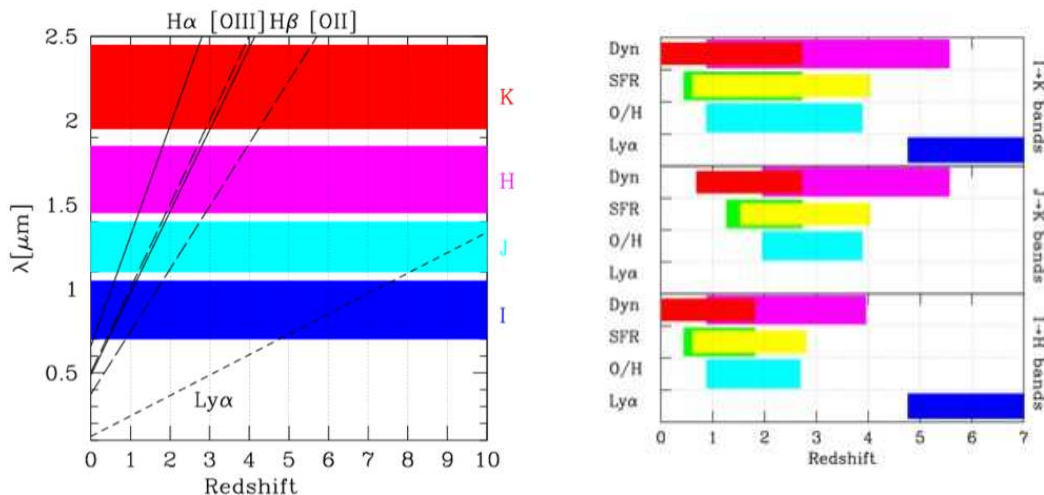


FIG. 4.1 – Longueur d’ondes utiles. A gauche : décalage spectral des principales raies d’émissions d’intérêt en fonction du redshift. A droite : quantité physique mesurable en fonction du redshift et du domaine spectral couvert par l’instrument. En rouge : cinématique à partir de  $H_\alpha$ . En rose : cinématique à partir de  $[\text{OII}]$ . En vert : extinction et SFR à partir de  $H_\beta$  et  $H_\alpha$ . En jaune : extinction et SFR à partir de  $H_\beta$  et  $H_\gamma$ . En cyan : métallicité O/H à partir de  $[\text{OII}]$ ,  $[\text{OIII}]$  et  $H_\beta$ . En bleu :  $\text{Ly}\alpha$ . Tiré de l’étude ELTDS, document “Wide Field Spectrograph. WP : Instrumentation”.

#### 4.2.2 Résolution spatiale et Energie Encadrée

Le point important pour les spécifications instrumentales est de savoir quels vont être la résolution spatiale et le rapport signal à bruit nécessaire. Le rapport signal à bruit sera contraint par le biais de l’énergie encadrée (EE). A temps de pose donné, plus l’EE est

grande, plus le SNR sera élevé. Par ailleurs, plus on concentre d'énergie dans un pixel, plus il sera facile de discerner des structures d'intensité proche. Au contraire, l'énergie qui tombe en dehors du pixel d'intérêt pollue les pixels adjacents et brouille les spectres obtenus. La résolution spatiale dépend, elle, du programme scientifique. C'est un compromis entre le niveau de détails que l'on souhaite observer et le SNR. A temps de pose donné, plus les pixels sont petits, plus on pourra résoudre des structures fines dans les galaxies, mais plus le SNR chutera. On comprend donc que les paramètres de résolution angulaire et d'EE sont intimement liés.

Pour tenter de quantifier ces paramètres tout en restant dans un cadre le plus général possible, on introduit la notion de "couplage" et la notion de "contraste" (Puech *et al.*, 2008b) :

- Le couplage est défini comme le ratio entre la taille du pixel et la taille des structures à résoudre.
- Le contraste est défini comme le ratio entre l'énergie concentrée dans le pixel d'intérêt et l'énergie dans la première couronne de pixels autour du pixel d'intérêt.

Quelle doit être alors la valeur de ces paramètres si l'on veut pouvoir distinguer les disques en rotation des galaxies en cours de fusion ?

Une première réponse est apportée par les résultats des observations GIRAFFE. En effet, on a vu que GIRAFFE permettait de distinguer sans ambiguïtés les cas de rotation des cas de cinématique complexe. Si l'on considère que la taille des structures à résoudre est donnée par le diamètre des galaxies, on trouve que le couplage des observations GIRAFFE est de l'ordre de 3. C'est la valeur minimale pour que chaque coté de l'objet soit au moins échantillonné à Shannon. Le contraste de GIRAFFE est évalué théoriquement à 40% environ pour une EE de 40% également.

Si l'on extrapole les résultats de GIRAFFE à  $z=4$ , on trouve que la taille maximale d'un pixel devrait être de l'ordre de 130mas pour une EE de 40% environ. En effet, la taille des galaxies à  $z>1$  décroît rapidement et devient aussi petite que  $r_{1/2} \sim 0.2''$  à  $z=4$ . En première approche, on fera l'hypothèse que le diamètre des galaxies est donné par quatre fois  $r_{1/2}$ . Dans le cas d'un disque exponentiel, cela correspond environ à deux fois le rayon optique  $R_{25}$  (Persic et Salucci, 1991). Il faut noter que la taille des pixels pourrait probablement être encore plus grande car l'extension du gaz est généralement plus grande que celle des étoiles. Par exemple, dans les observations GIRAFFE, plusieurs galaxies sont détectées en raies d'émissions alors que l'imagerie HST ne révèle pas la présence d'un contenu stellaire (e.g. Fig. 3.3 ou l'exemple du "demi-disque" étudié dans Puech *et al.* 2008c). On retiendra donc les tailles de pixels comme des valeurs inférieures.

Les paramètres tirés de l'expérience de l'instrument GIRAFFE nous donnent un premier ordre de grandeur des valeurs de couplage et de contraste nécessaires. Pour affiner ces

valeurs, on procède à des simulations numériques qui reproduisent l'ensemble des conditions d'observations d'un ELT. L'approche suivie (et qui reprend celle présentée dans Puech *et al.* (2008b)) est de modéliser un disque en rotation et une galaxie en cours de fusion pour tester quels couples de paramètres nous permettent de distinguer ces deux états dynamiques. A partir de données cinématiques à haute résolution (spatiale et spectrale) qui proviennent soit d'observations de galaxies locales, soit de simulations hydrodynamiques on construit un cube de données pour chaque cas morpho-dynamique. Ce cube est ensuite mis à l'échelle en terme de flux dans les raies, de taille de l'objet, de magnitude pour reproduire les propriétés d'une galaxie à  $z=4$ . Les lois d'échelles utilisées sont explicitées dans Puech *et al.* (2008b) : la taille est tirée de Ferguson *et al.* (2004); Bouwens *et al.* (2004), la magnitude de Yoshida *et al.* (2006) et le flux dans les raies d'une extrapolation des résultats de Hammer *et al.* (1997). Chaque tranche spatiale  $(x,y,\lambda_i)$  du cube est alors convoluée par la réponse instrumentale. La résolution spatiale est ensuite réduite à celle des observations simulées. Enfin, le bruit dû au ciel, aux émissions thermiques, le bruit de photon et le bruit de détecteur sont ajoutés.

Les résultats montrent qu'un couplage de l'ordre de 5, pour un contraste de 50% permet de discerner un disque en rotation d'une fusion de galaxies à  $z=4$ . Pour une galaxie de diamètre  $0.8''$  à  $z=4$ , cela correspond à des pixels compris entre 50mas et 75mas. En combinant couplage et contraste, on conclut qu'une énergie encadrée de l'ordre de 30% dans des boîtes de 100mas à 150mas devrait être suffisante pour distinguer dynamiquement les disques en rotation des galaxies en cours de fusion à  $z=4$ .

Pour compléter ces premiers résultats, il faudrait tester d'autres cas dynamiques. Idéalement, il faudrait être capable de résoudre les sous-structures présentes dans les galaxies. Par exemple, pour comprendre l'importance des galaxies "clumpy", on voudrait pouvoir résoudre les différentes régions HII géantes dans les galaxies distantes. Les paramètres de couplage et de contraste seraient alors certainement plus contraignants. On pourrait aussi tester les différentes phases dynamiques d'un merger pour évaluer si la distinction avec le disque en rotation est possible durant l'intégralité de la fusion. Ce travail est actuellement en cours dans le cadre des "Design Reference Mission" mené à l'ESO et au sein de l'étude EAGLE menée au GEPI. Je reviendrai sur le choix des paramètres de couplage et de contraste dans le §4.2.4 à l'aide d'un exemple illustré.

### 4.2.3 Résolution Spectrale

Pour les longueurs d'ondes du proche infra-rouge, l'émission du fond de ciel devient très importante. Cette émission est constituée d'un fond continu, sur lequel se superposent des raies en émission OH (Rousselot *et al.*, 2000). L'instrument doit alors pouvoir séparer les raies d'émission des galaxies des raies du ciel, ce qui nécessite que la dispersion des raies soit significativement (théoriquement au moins un facteur 2) plus grande que la résolution

instrumentale. Par ailleurs, la résolution spectrale dépend aussi d'un compromis avec le SNR. Plus la résolution spectrale est grande, plus on divise les photons et donc plus le SNR chute.

La précision obtenue sur la mesure de la vitesse et de la dispersion dépend de la résolution spectrale, mais aussi du rapport signal à bruit et de la méthode utilisée pour l'ajustement de la raie. La Table 4.2 donne la précision sur la mesure de vitesse ainsi que la précision relative sur la mesure de la dispersion de vitesse en fonction de la résolution spectrale et du SNR. Ces valeurs sont calculées à partir de simulations Monte-Carlo de raies en émissions (e.g. Yang *et al.* (2008)).

R vs SNR	3-4	4-5	5-7	7-10	$\leq 10$
<b>R=2500</b>	70km/s-73%	46km/s-59%	31km/s-42%	25km/s-21%	9km/s-9%
<b>R=5000</b>	59km/s-50%	38km/s-42%	31km/s-29%	21km/s-20%	8km/s-8%
<b>R=10000</b>	54km/s-50%	37km/s-36%	27km/s-26%	20km/s-18%	8km/s-7%

TAB. 4.2 – Précision sur la mesure de vitesse (en km/s) et précision relative sur la mesure de la dispersion (en %) en fonction de la résolution spectrale R et du SNR. Tiré de "The E-ELT Design Reference Mission : The physics and mass assembly of galaxies out to  $z\sim 6$ ".

La Table 4.2 montre qu'une résolution R=5000 est le minimum si l'on veut mesurer la dispersion de vitesse avec une erreur relative de 50%. Cette valeur apparaît donc comme un premier compromis entre la précision de la mesure de vitesse et le SNR.

Pour apporter une réponse plus quantitative sur la résolution spectrale requise, il faudrait mener de plus amples simulations numériques. En effet, on a vu que les galaxies distantes n'étaient pas toutes en rotations, mais qu'elles pouvaient avoir des champs de vitesses plus complexes dus à des fusions, des vents (outflows) ou des fragmentations dans le disque. Comme on souhaite étudier l'ensemble de ces objets, il faudrait pouvoir les résoudre spectralement. Les propriétés spectrales des galaxies à  $z=4$  sont malheureusement très mal connues. Pour apporter des éléments de réponses, le seul moyen est d'avoir recours à des simulations numériques pour tester différents types morpho-dynamiques et différentes configurations instrumentales.

#### 4.2.4 Exemple de résultats

Quelles seront les performances attendues pour un spectrographe intégrale de champ sur un ELT ? Répondre à cette question n'est pas une tâche facile car la gamme de paramètres à étudier est très large et la réponse dépend fondamentalement de l'objectif scientifique que l'on se fixe. Pour être complet, il faudrait faire varier chaque paramètre



en fonction de l'ensemble des autres paramètres et définir un jeu de critères qui puissent déterminer si l'objectif scientifique est atteint. On choisit ici une approche moins systématique qui consiste à fixer des conditions instrumentales raisonnables et de faire varier les observables (taille des galaxies, magnitude du continuum, type morpho-dynamique) afin de tester les limites d'un instrument donné. Cette étude reprend les résultats présentés dans Puech *et al.* (2008).

Les paramètres instrumentaux choisis sont résumés dans la table 4.3. Le choix de ce jeu de paramètres est motivé par des raisons technologiques : ce sont des paramètres raisonnables pour un instrument de première génération sur un ELT.

<b>Résolution Spatiale</b>	100mas (pixel = 50mas)
<b>Energie encadrée</b>	46% dans 100mas en H
<b>Résolution Spectrale</b>	5000
<b>Transmission</b>	20%
<b>Diamètre du télescope</b>	42m
<b>Temps d'intégration</b>	24h

TAB. 4.3 – Paramètres instrumentaux utilisés dans les simulations.

L'objectif scientifique que l'on aborde ici est de savoir si cet instrument est capable d'étudier et de discerner l'état dynamique des galaxies à  $z=4$ . On choisit donc trois types morpho-dynamiques représentatifs des trois grands types de galaxies que l'on souhaiterait pouvoir observer et distinguer dans l'Univers à grand  $z$  : une galaxie en rotation, une galaxie en cours de fusion et une galaxie "clumpy". Le template de la galaxie en rotation est tiré d'observations de l'univers local à partir du survey GHASP (Amram *et al.*, 2002). Les templates de la galaxie en interaction et de la galaxie "clumpy" proviennent de simulations hydrodynamiques (respectivement Cox *et al.* (2006) et Bournaud *et al.* (2007)). Les trois galaxies observées à haute résolution sont présentées par la Fig. 4.2.

Ces galaxies sont ensuite projetées à  $z=4$  et remises à l'échelle en termes de taille, de magnitude et de vitesse en fonction de la masse associée à chacune. Les lois d'échelles utilisées sont décrites dans Puech *et al.* (2008). Je résume dans la Table Fig. 4.4 les principaux paramètres. La largeur équivalente de la raie [OII] est fixée à  $EW_0([OII]) = 30\text{\AA}$ .

Les résultats sont présentés par les Fig. 4.3 pour la galaxie en rotation et la galaxie en interaction et par la Fig. 4.4 pour la galaxie "clumpy".

Avec le choix de paramètres instrumentaux effectués pour cet exemple, on trouve que la distinction entre le merger et la galaxie en rotation est difficile pour des galaxies de masses inférieures à  $0.5M^*$ . Pour tous les cas de masses (et donc de tailles) supérieures, la distinction entre un merger et une galaxie en rotation est aisée. Concernant la galaxie "clumpy", c'est seulement pour les masses supérieures à  $M^*$  que l'on commence à distinguer

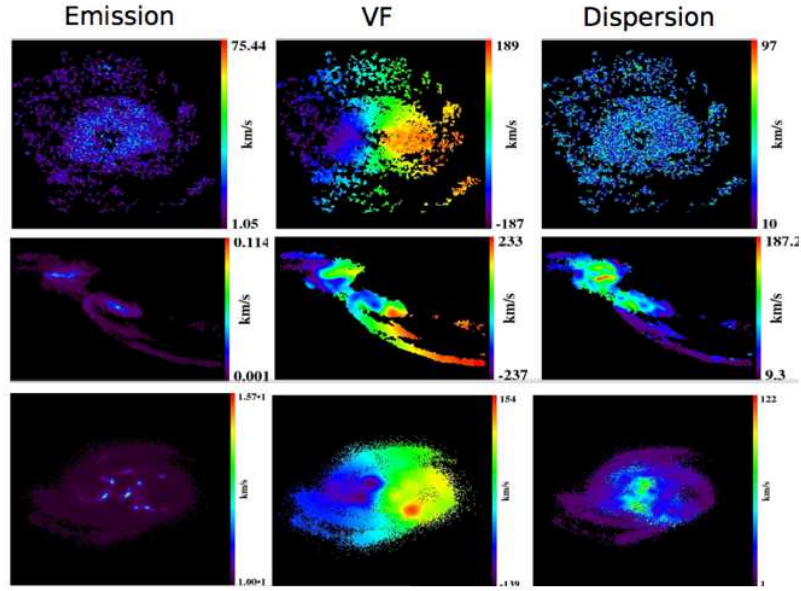


FIG. 4.2 – Carte d’émission de champ de vitesse et de dispersion à haute résolution pour trois types morpho-dynamiques. De haut en bas : galaxie en rotation, interaction de galaxies, et galaxie “clumpy”. Tiré de Puech *et al.* (2008b).

$M/M^*$	$K_{AB}$ (mag)	$\Delta V$ (km/s)	Diamètre (")
0.1	26.8	130	0.33
0.5	25.1	180	0.59
1.0	24.3	200	0.75
5.0	22.6	300	1.30
10	21.8	330	1.70

TAB. 4.4 – Paramètres physiques des galaxies à  $z=4$  utilisés dans les simulations.

les structures internes. En-dessous de  $M^*$ , le couplage et le contraste sont insuffisants pour les paramètres instrumentaux utilisés ici. Il faut tout de même noter que l’étude dynamique des galaxies à  $z=4$  est particulièrement contraignante. Pour toutes les galaxies dont le redshift sera moins éloigné, les performances attendues seront logiquement meilleures. A la vue de ces résultats, on peut conclure que les paramètres instrumentaux utilisés ici (46% d’EE dans 100mas en bande H) semblent bien adaptés pour l’étude de la cinématique des galaxies à  $z \gg 1$ . On verra dans le chapitre 8 et dans l’annexe A, qu’ils correspondent au choix qui a été fait pour EAGLE, le projet de spectrographe intégrale de champ pour l’E-ELT.

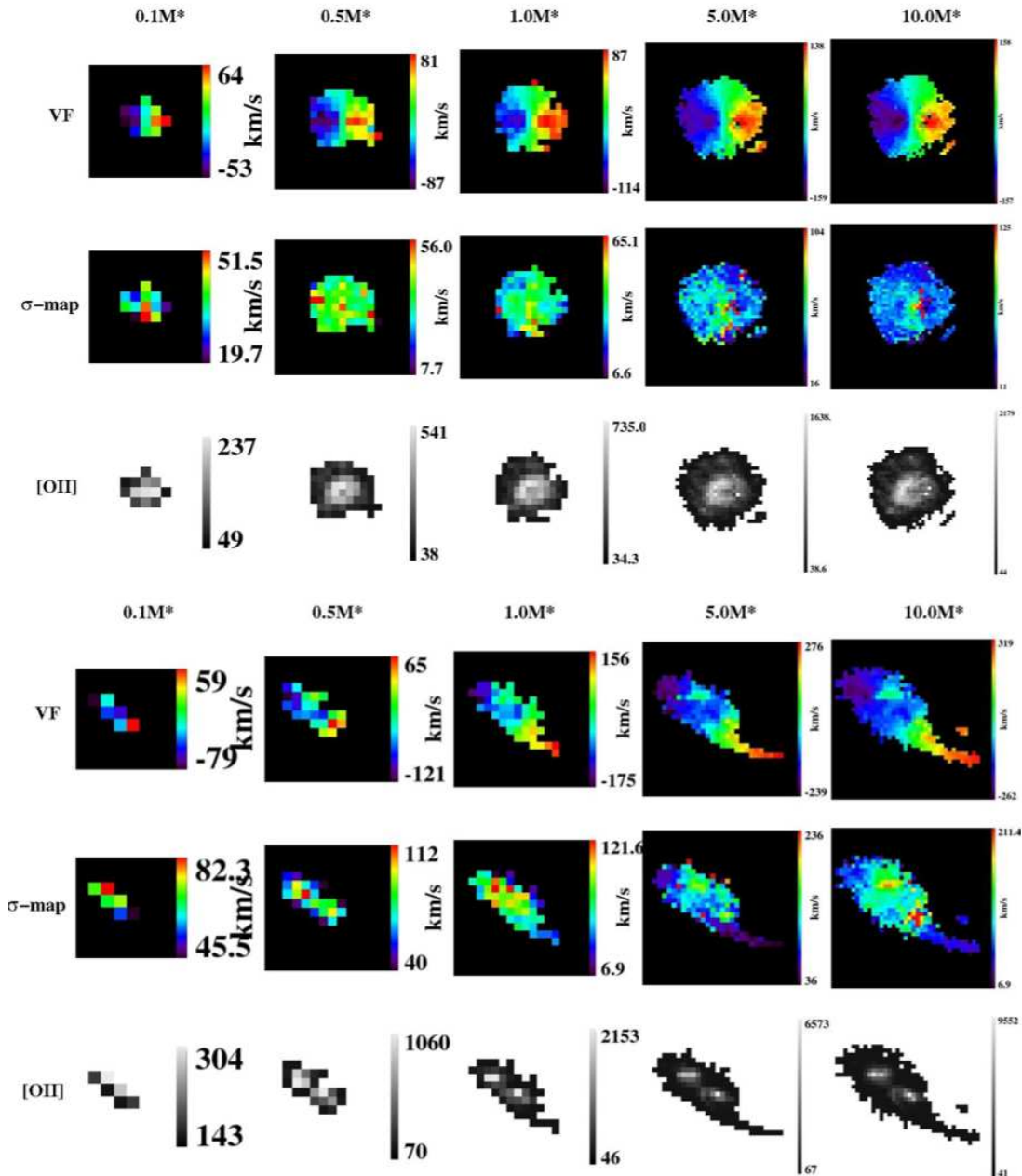


FIG. 4.3 – Résultat des simulations pour la galaxie en rotation (3 premières lignes) et la galaxie en interaction (3 dernières lignes). Pour chacune, la première ligne est le champ de vitesse, la deuxième ligne représente la carte de dispersion et la troisième ligne le flux détecté dans la raie. De gauche à droite, la masse associée à chaque galaxie est respectivement de  $0.1M^*$ ,  $0.5M^*$ ,  $M^*$ ,  $5M^*$  et  $10M^*$ . Tiré de Puech *et al.* (2008).

#### 4.2.5 Taille du champ et multiplex

Dans les simulations présentées en 4.2.4, le temps d'intégration par galaxie est de 24h. Pour qu'un instrument intégrale de champ soit efficace, il est nécessaire qu'il puisse

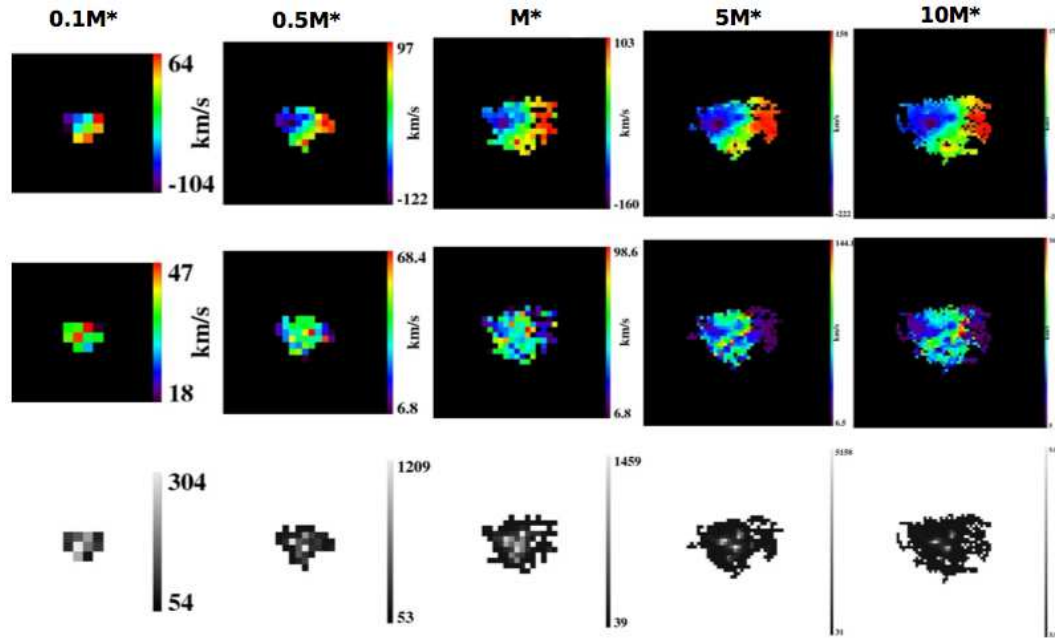


FIG. 4.4 – Résultat des simulations pour la galaxie “clumpy”. La première ligne est le champ de vitesse, la deuxième ligne représente la carte de dispersion et la troisième ligne le flux détecté dans la raie. De gauche à droite, la masse associée à chaque galaxie est respectivement de  $0.1M^*$ ,  $0.5M^*$ ,  $M^*$ ,  $5M^*$  et  $10M^*$ . Tiré de Puech *et al.* (2008).

permettre l’observation simultanée de plusieurs galaxies en parallèle. Pour des raisons de coût et de complexité, le nombre d’IFU ne peut dépasser la centaine. Pour un nombre d’IFU compris entre 20 et 100 et sachant que la densité de sources est comprise entre 1 et 5 par arcmin<sup>2</sup>, un champ de vue de  $\sim 20$ arcmin<sup>2</sup> (5arcmin de diamètre) semble donc une bonne option.

#### 4.2.6 L’optique adaptative

La résolution maximale attendue pour un instrument au sol ne dépasse pas  $0.5''$  à cause des effets de turbulence atmosphérique qui dégradent dramatiquement les images<sup>2</sup>. En d’autres mots, un instrument limité par la turbulence atmosphérique (on parle de seeing) ne pourra faire mieux en terme de résolution spatiale que GIRAFFE et ce, quel que soit le diamètre du télescope. Une première difficulté apparaît donc : il faudrait améliorer au moins d’un facteur 5 la résolution spatiale pour espérer remplir les contraintes instrumentales définies en 4.2.4. En terme d’énergie encadrée, un instrument limité par le seeing ne pourra pas également atteindre les valeurs définies en 4.2.4. A titre d’exemple, je montre en Fig. 4.5 l’énergie encadrée que l’on peut espérer obtenir en fonction de la taille de l’élément de résolution (2 fois la taille du pixel) pour un instrument limité par des conditions moyennes

<sup>2</sup>Les effets de l’atmosphère sur la formation d’image sont présentés au chapitre 5

d'atmosphère et pour un télescope de 42m. On voit que les valeurs obtenues sont loin de l'énergie encadrée requise (46% d'EE dans 100mas en bande H) pour faire la dynamique des galaxies distantes.

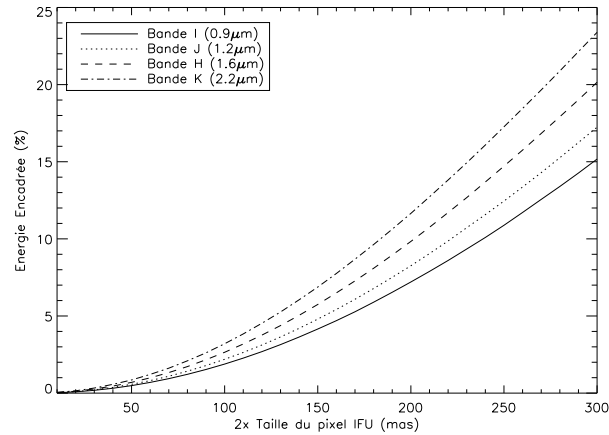


FIG. 4.5 – Energie encadrée en fonction de la taille de l'élément de résolution pour différentes bandes d'observations. Le seeing est de 0.8".

Afin d'améliorer à la fois la résolution spatiale et l'énergie encadrée, il est nécessaire d'avoir recours à l'Optique Adaptative (OA). L'optique adaptative est une technique qui permet de corriger en temps réel les perturbations induites par l'atmosphère. L'effet de cette correction sur l'image sera de re-concentrer l'énergie dans un pic central, ce qui permettra d'atteindre les spécifications nécessaires à l'étude de la dynamique des galaxies distantes. L'effet de l'OA sur la PSF est illustré par la Fig.4.6

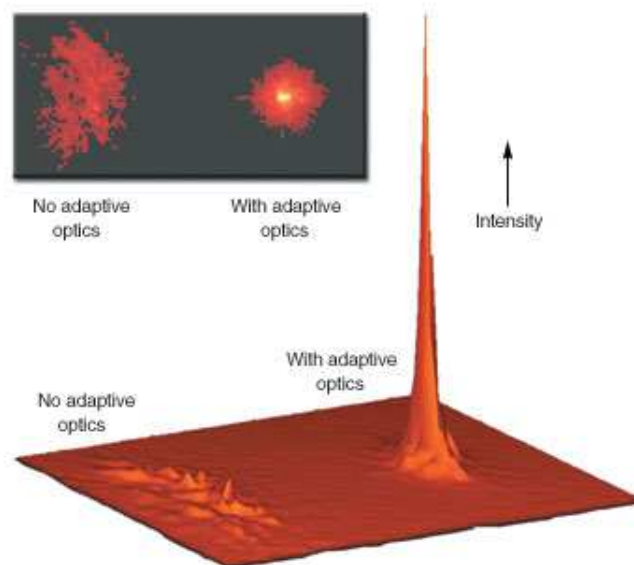


FIG. 4.6 – Effet de l'OA sur la PSF. Tiré de [www.llnl.gov](http://www.llnl.gov)

La deuxième partie de cette thèse est donc consacrée à l'étude et à la définition d'une OA capable de remplir les spécifications en termes de résolution angulaire, d'énergie encadrée et de champ de correction. On verra en particulier que compte tenu de la taille du champ scientifique, la mise en place de techniques tomographiques est indispensable.



# Bibliographie

- ABRAHAM R.G., ELLIS R.S., FABIAN A.C., TANVIR N.R., et GLAZEBROOK K. The star formation history of the Hubble sequence : spatially resolved colour distributions of intermediate-redshift galaxies in the Hubble Deep Field. *MNRAS*, 303, 641 1999.
- ABRAHAM R.G., TANVIR N.R., SANTIAGO B.X., ELLIS R.S., GLAZEBROOK K., et VAN DEN BERGH S. Galaxy morphology to  $I=25$  mag in the Hubble Deep Field. *MNRAS*, 279, L47 1996a.
- ABRAHAM R.G., VALDES F., YEE H.K.C., et VAN DEN BERGH S. The morphologies of distant galaxies. I : an automated classification system. *ApJ*, 432, 75 1994.
- ABRAHAM R.G. et VAN DEN BERGH S. The Morphological Evolution of Galaxies. *Science*, 293, 1273 2001.
- ABRAHAM R.G., VAN DEN BERGH S., GLAZEBROOK K., ELLIS R.S., SANTIAGO B.X., SURMA P., et GRIFFITHS R.E. The Morphologies of Distant Galaxies. II. Classifications from the Hubble Space Telescope Medium Deep Survey. *ApJS*, 107, 1 1996b.
- ABRAHAM R.G., VAN DEN BERGH S., et NAIR P. A New Approach to Galaxy Morphology. I. Analysis of the Sloan Digital Sky Survey Early Data Release. *ApJ*, 588, 218 2003.
- AMRAM P., ADAMI C., BALKOWSKI C., BLAIS-OUELLETTE S., BOSELLI A., BOULESTEIX J., CARIGNAN C., CAYATTE V., CHEMIN L., GACH J.L., GARRIDO O., HERNANDEZ O., MARCELIN M., MICHEL-DANSAC L., PLANA H., RUSSEIL D., VOLLMER B., et WOZNIAK H. GHASP : A 3-D Survey of Spiral and Irregular Galaxies at  $H\alpha$ . *Ap&SS*, 281, 393 2002.
- AMRAM P., LE COARER E., MARCELIN M., BALKOWSKI C., SULLIVAN III W.T., et CAYATTE V. H-alpha velocity fields and rotation curves of galaxies in clusters. *A&AS*, 94, 175 1992.
- BABCOCK H.W. The Possibility of Compensating Astronomical Seeing. *PASP*, 65, 229 1953.
- BACON R., ADAM G., BARANNE A., COURTES G., DUBET D., DUBOIS J.P., EMMELLEM E., FERRUIT P., GEORGELIN Y., MONNET G., PECONTAL E., ROUSSET A., et SAY F.



- 3D spectrography at high spatial resolution. I. Concept and realization of the integral field spectrograph TIGER. *A&AS*, 113, 347 1995.
- BARDEN M., RIX H.W., SOMERVILLE R.S., BELL E.F., HÄUSSLER B., PENG C.Y., BORCH A., BECKWITH S.V.W., CALDWELL J.A.R., HEYMANS C., JAHNKE K., JOGEE S., MCINTOSH D.H., MEISENHEIMER K., SÁNCHEZ S.F., WISOTZKI L., et WOLF C. GEMS : The Surface Brightness and Surface Mass Density Evolution of Disk Galaxies. *ApJ*, 635, 959 2005.
- BARNES J.E. Formation of gas discs in merging galaxies. *MNRAS*, 333, 481 2002.
- BAUDRAND J., GUINOUARD I., JOCOU L., et CASSE M. Use and Development of Fiber Optics on the VLT. Dans S. Arribas, E. Mediavilla, et F. Watson, rédacteurs, *Fiber Optics in Astronomy III*, tome 152 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 32–+ 1998.
- BELL E.F., PAPOVICH C., WOLF C., LE FLOC'H E., CALDWELL J.A.R., BARDEN M., EGAMI E., MCINTOSH D.H., MEISENHEIMER K., PÉREZ-GONZÁLEZ P.G., RIEKE G.H., RIEKE M.J., RIGBY J.R., et RIX H.W. Toward an Understanding of the Rapid Decline of the Cosmic Star Formation Rate. *ApJ*, 625, 23 2005.
- BELL E.F., PHLEPS S., SOMERVILLE R.S., WOLF C., BORCH A., et MEISENHEIMER K. The Merger Rate of Massive Galaxies. *ApJ*, 652, 270 2006.
- BERNARDI M., NICHOL R.C., SHETH R.K., MILLER C.J., et BRINKMANN J. Evolution and Environment of Early-Type Galaxies. *AJ*, 131, 1288 2006.
- BERSHADY M.A., JANGREN A., et CONSELICE C.J. Structural and Photometric Classification of Galaxies. I. Calibration Based on a Nearby Galaxy Sample. *AJ*, 119, 2645 2000.
- BINNEY J. et TREMAINE S. Book Review : Galactic dynamics. / Princeton U Press, 1988. *Nature*, 326, 219 1987.
- BIRNBOIM Y. et DEKEL A. Virial shocks in galactic haloes? *MNRAS*, 345, 349 2003.
- BIRNBOIM Y., DEKEL A., et NEISTEIN E. Bursting and quenching in massive galaxies without major mergers or AGNs. *MNRAS*, 380, 339 2007.
- BLECHA A., CAYATTE V., NORTH P., ROYER F., et SIMOND G. Data-reduction software for GIRAFFE, the VLT medium-resolution multi-object fiber-fed spectrograph. Dans M. Iye et A.F. Moorwood, rédacteurs, *Proc. SPIE Vol. 4008, p. 467-474, Optical and IR Telescope Instrumentation and Detectors, Masanori Iye ; Alan F. Moorwood ; Eds.*, tome 4008 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 467–474 2000.

- BLUMENTHAL G.R., FABER S.M., PRIMACK J.R., et REES M.J. Formation of galaxies and large-scale structure with cold dark matter. *Nature*, 311, 517 1984.
- BOCCAS M., RIGAUT F., GRATADOUR D., et ET AL. GeMS : Gemini Mcao System : current status and commissioning plans. Dans A.O. Systems, rédacteur, *Norbert Hubin, Claire E. Max, Peter L. Wizinowich*, tome 7015, 70150X. Marseille, France 2008.
- BOROSON T. The distribution of luminosity in spiral galaxies. *ApJS*, 46, 177 1981.
- BOURNAUD F., DADDI E., ELMEGREEN B.G., ELMEGREEN D.M., NESVADBA N., VANZELLA E., DI MATTEO P., LE TIRAN L., LEHNERT M., et ELBAZ D. Observations and modeling of a clumpy galaxy at  $z = 1.6$ . Spectroscopic clues to the origin and evolution of chain galaxies. *A&A*, 486, 741 2008.
- BOURNAUD F., ELMEGREEN B.G., et ELMEGREEN D.M. Rapid Formation of Exponential Disks and Bulges at High Redshift from the Dynamical Evolution of Clump-Cluster and Chain Galaxies. *ApJ*, 670, 237 2007.
- BOUWENS R.J., ILLINGWORTH G.D., BLAKESLEE J.P., BROADHURST T.J., et FRANX M. Galaxy Size Evolution at High Redshift and Surface Brightness Selection Effects : Constraints from the Hubble Ultra Deep Field. *ApJ*, 611, L1 2004.
- BRINCHMANN J., ABRAHAM R., SCHADE D., TRESSE L., ELLIS R.S., LILLY S., LE FEVRE O., GLAZEBROOK K., HAMMER F., COLLESS M., CRAMPTON D., et BROADHURST T. Hubble Space Telescope Imaging of the CFRS and LDSS Redshift Surveys. I. Morphological Properties. *ApJ*, 499, 112 1998.
- BRUZUAL G. et CHARLOT S. Stellar population synthesis at the resolution of 2003. *MNRAS*, 344, 1000 2003.
- BURGARELLA D., BUAT V., DONAS J., MILLIARD B., et CHAPELON S. The ultraviolet visibility and quantitative morphology of galactic disks at low and high redshift. *A&A*, 369, 421 2001.
- BURSTEIN D. Structure and origin of S0 galaxies. III - The luminosity distribution perpendicular to the plane of the disks in S0's. *ApJ*, 234, 829 1979.
- CASSATA P., CIMATTI A., FRANCESCHINI A., DADDI E., PIGNATELLI E., FASANO G., RODIGHIERO G., POZZETTI L., MIGNOLI M., et RENZINI A. The evolution of the galaxy B-band rest-frame morphology to  $z \sim 2$  : new clues from the K20/GOODS sample. *MNRAS*, 357, 903 2005.
- CIMATTI A. Astronomy : Elliptical view of galaxies past. *Nature*, 451, 253 2008.
- CIMATTI A., DADDI E., RENZINI A., CASSATA P., VANZELLA E., POZZETTI L., CRISTIANI S., FONTANA A., RODIGHIERO G., MIGNOLI M., et ZAMORANI G. Unveiling Old Massive Spheroidal Galaxies in the Young Universe. *The Messenger*, 118, 51 2004.

- CONSELICE C.J. The Relationship between Stellar Light Distributions of Galaxies and Their Formation Histories. *ApJS*, 147, 1 2003.
- CONSELICE C.J., BERSHADY M.A., DICKINSON M., et PAPOVICH C. A Direct Measurement of Major Galaxy Mergers at  $z \sim 3$ . *AJ*, 126, 1183 2003.
- CONSELICE C.J., BERSHADY M.A., et JANGREN A. The Asymmetry of Galaxies : Physical Morphology for Nearby and High-Redshift Galaxies. *ApJ*, 529, 886 2000.
- CONSELICE C.J., BLACKBURNE J.A., et PAPOVICH C. The Luminosity, Stellar Mass, and Number Density Evolution of Field Galaxies of Known Morphology from  $z = 0.5$  to 3. *ApJ*, 620, 564 2005.
- CONSELICE C.J., GROGIN N.A., JOGEE S., LUCAS R.A., DAHLEN T., DE MELLO D., GARDNER J.P., MOBASHER B., et RAVINDRANATH S. Observing the Formation of the Hubble Sequence in the Great Observatories Origins Deep Survey. *ApJ*, 600, L139 2004.
- CONSELICE C.J., RAJGOR S., et MYERS R. The structures of distant galaxies - I. Galaxy structures and the merger rate to  $z \sim 3$  in the Hubble Ultra-Deep Field. *MNRAS*, 386, 909 2008.
- CONTENT R. New design for integral field spectroscopy with 8-m telescopes. Dans A.L. Ardeberg, rédacteur, *Proc. SPIE Vol. 2871, p. 1295-1305, Optical Telescopes of Today and Tomorrow, Arne L. Ardeberg ; Ed.*, tome 2871 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 1295–1305 1997.
- COURTÈS G. Méthodes d'observation et étude de l'hydrogène interstellaire en émission. *Annales d'Astrophysique*, 23, 115 1960.
- COURTES G. An Integral Field Spectrograph (IFS) for Large Telescopes. Dans C.M. Humphries, rédacteur, *IAU Colloq. 67 : Instrumentation for Astronomy with Large Optical Telescopes*, tome 92 de *Astrophysics and Space Science Library*, 123–+ 1982.
- COX T.J., JONSSON P., PRIMACK J.R., et SOMERVILLE R.S. Feedback in simulations of disc-galaxy major mergers. *MNRAS*, 373, 1013 2006.
- DADDI E., DANNERBAUER H., ELBAZ D., DICKINSON M., MORRISON G., STERN D., et RAVINDRANATH S. Vigorous Star Formation with Low Efficiency in Massive Disk Galaxies at  $z = 1.5$ . *ApJ*, 673, L21 2008.
- DE JONG R.S. Near-infrared and optical broadband surface photometry of 86 face-on disk dominated galaxies. III. The statistics of the disk and bulge parameters. *A&A*, 313, 45 1996.
- DE SOUZA R.E., GADOTTI D.A., et DOS ANJOS S. BUDDA : A New Two-dimensional Bulge/Disk Decomposition Code for Detailed Structural Analysis of Galaxies. *ApJS*, 153, 411 2004.

- DE VAUCOULEURS G. Recherches sur les Nebuleuses Extragalactiques. *Annales d'Astrophysique*, 11, 247 1948.
- DE VAUCOULEURS G. Contributions to the galaxy photometry. I - Standard total magnitudes, luminosity curves, and photometric parameters of 115 bright galaxies in the B system from detailed surface photometry. *ApJS*, 33, 211 1977.
- DEKEL A. et BIRNBOIM Y. Galaxy bimodality due to cold flows and shock heating. *MNRAS*, 368, 2 2006.
- DOI M., FUKUGITA M., et OKAMURA S. Morphological Classification of Galaxies Using Simple Photometric Parameters. *MNRAS*, 264, 832 1993.
- ELLIS R.S., ABRAHAM R.G., et DICKINSON M. The Relative Star Formation Histories of Spiral Bulges and Elliptical Galaxies in the Hubble Deep Fields. *ApJ*, 551, 111 2001.
- ERB D.K., SHAPLEY A.E., STEIDEL C.C., PETTINI M., ADELBERGER K.L., HUNT M.P., MOORWOOD A.F.M., et CUBY J.G. H $\alpha$  Spectroscopy of Galaxies at  $z > 2$  : Kinematics and Star Formation. *ApJ*, 591, 101 2003.
- ERB D.K., STEIDEL C.C., SHAPLEY A.E., PETTINI M., REDDY N.A., et ADELBERGER K.L. H $\alpha$  Observations of a Large Sample of Galaxies at  $z \sim 2$  : Implications for Star Formation in High-Redshift Galaxies. *ApJ*, 647, 128 2006.
- FERGUSON H.C., DICKINSON M., GIAVALISCO M., KRETCHMER C., RAVINDRANATH S., IDZI R., TAYLOR E., CONSELICE C.J., FALL S.M., GARDNER J.P., LIVIO M., MADAU P., MOUSTAKAS L.A., PAPOVICH C.M., SOMERVILLE R.S., SPINRAD H., et STERN D. The Size Evolution of High-Redshift Galaxies. *ApJ*, 600, L107 2004.
- FLORES H., HAMMER F., PUECH M., AMRAM P., et BALKOWSKI C. 3D spectroscopy with VLT/GIRAFFE. I. The true Tully Fisher relationship at  $z \sim 0.6$ . *A&A*, 455, 107 2006.
- FÖRSTER SCHREIBER N.M., GENZEL R., LEHNERT M.D., BOUCHÉ N., VERMA A., ERB D.K., SHAPLEY A.E., STEIDEL C.C., DAVIES R., LUTZ D., NESVADBA N., TACCONI L.J., EISENHAEUER F., ABUTER R., GILBERT A., GILLESSEN S., et STERNBERG A. SINFONI Integral Field Spectroscopy of  $z \sim 2$  UV-selected Galaxies : Rotation Curves and Dynamical Evolution. *ApJ*, 645, 1062 2006.
- FOY R. et LABEYRIE A. Feasibility of adaptive telescope with laser probe. *A&A*, 152, L29 1985.
- FREI Z., GUHATHAKURTA P., GUNN J.E., et TYSON J.A. A Catalog of Digital Images of 113 Nearby Galaxies. *AJ*, 111, 174 1996.
- FRIED D.L. Optical Resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 56, 1372 1966.

- GANDA K., FALCÓN-BARROSO J., PELETIER R.F., CAPPELLARI M., EMSELLEM E., MC-DERMID R.M., DE ZEEUW P.T., et CAROLLO C.M. Late-type galaxies observed with SAURON : two-dimensional stellar and emission-line kinematics of 18 spirals. *MNRAS*, 367, 46 2006.
- GENZEL R., BURKERT A., BOUCHE N., CRESCI G., FOERSTER SCHREIBER N.M., SHAPLEY A., SHAPIRO K., TACCONI L.J., BUSCHKAMP P., CIMATTI A., DADDI E., DAVIES R., EISENHAEUER F., ERB D.K., GENEL S., GERHARD O., HICKS E., LUTZ D., NAAB T., OTT T., RABIEN S., RENZINI A., STEIDEL C.C., STERNBERG A., et LILLY S.J. From rings to bulges : evidence for rapid secular galaxy evolution at  $z \sim 2$  from integral field spectroscopy in the SINS survey. *ArXiv e-prints*, 807 2008.
- GENZEL R., TACCONI L.J., EISENHAEUER F., FÖRSTER SCHREIBER N.M., CIMATTI A., DADDI E., BOUCHÉ N., DAVIES R., LEHNERT M.D., LUTZ D., NESVADBA N., VERMA A., ABUTER R., SHAPIRO K., STERNBERG A., RENZINI A., KONG X., ARIMOTO N., et MIGNOLI M. The rapid formation of a large rotating disk galaxy three billion years after the Big Bang. *Nature*, 442, 786 2006.
- GIAVALISCO M., STEIDEL C.C., et MACCHETTO F.D. Hubble Space Telescope Imaging of Star-forming Galaxies at Redshifts  $z > 3$ . *ApJ*, 470, 189 1996.
- GOVERNATO F., WILLMAN B., MAYER L., BROOKS A., STINSON G., VALENZUELA O., WADSLEY J., et QUINN T. Forming disc galaxies in  $\Lambda$ CDM simulations. *MNRAS*, 374, 1479 2007.
- HAHN O., PORCIANI C., CAROLLO C.M., et DEKEL A. Properties of dark matter haloes in clusters, filaments, sheets and voids. *MNRAS*, 375, 489 2007.
- HAMMER F., FLORES H., ELBAZ D., ZHENG X.Z., LIANG Y.C., et CESARSKY C. Did most present-day spirals form during the last 8 Gyr ? A formation history with violent episodes revealed by panchromatic observations. *A&A*, 430, 115 2005.
- HAMMER F., FLORES H., LILLY S.J., CRAMPTON D., LE FEVRE O., ROLA C., MALLEN-ORNELAS G., SCHADE D., et TRESSE L. Canada-France Redshift Survey. XIV. Spectral Properties of Field Galaxies up to  $z=1$ . *ApJ*, 481, 49 1997.
- HAMMER F., PUECH M., CHEMIN L., FLORES H., et LEHNERT M.D. The Milky Way, an Exceptionally Quiet Galaxy : Implications for the Formation of Spiral Galaxies. *ApJ*, 662, 322 2007.
- HARDY J.W., LEFEBVRE J.E., et KOLIOPOULOS C.L. Real-time atmospheric compensation. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 67, 360 1977.
- HÄUSSLER B., MCINTOSH D.H., BARDEN M., BELL E.F., RIX H.W., BORCH A., BECKWITH S.V.W., CALDWELL J.A.R., HEYMANS C., JAHNKE K., JOGEE S., KOPOSOV S.E., MEISENHEIMER K., SÁNCHEZ S.F., SOMERVILLE R.S., WISOTZKI L., et WOLF

- 
- C. GEMS : Galaxy Fitting Catalogs and Testing Parametric Galaxy Fitting Codes : GALFIT and GIM2D. *ApJS*, 172, 615 2007.
- HOPKINS P.F., COX T.J., YOUNGER J.D., et HERNQUIST L. How Do Disks Survive Mergers? *ArXiv e-prints*, 806 2008.
- HUBBLE E.P. Extragalactic nebulae. *ApJ*, 64, 321 1926.
- HUBBLE E.P. Realm of the Nebulae. *Yale University Press* 1936.
- ILBERT O., LAUGER S., TRESSE L., BUAT V., ARNOUITS S., LE FÈVRE O., BURGARELLA D., ZUCCA E., BARDELLI S., ZAMORANI G., BOTTINI D., GARILLI B., LE BRUN V., MACCAGNI D., PICAT J.P., SCARAMELLA R., SCODEGGIO M., VETTOLANI G., ZANICHELLI A., ADAMI C., ARNABOLDI M., BOLZONELLA M., CAPPI A., CHARLOT S., CONTINI T., FOUCAUD S., FRANZETTI P., GAVIGNAUD I., GUZZO L., IOVINO A., MCCRACKEN H.J., MARANO B., MARINONI C., MATHEZ G., MAZURE A., MENEUX B., MERIGHI R., PALTANI S., PELLO R., POLLO A., POZZETTI L., RADOVICH M., BONDI M., BONGIORNO A., BUSARELLO G., CILIEGI P., MELLIER Y., MERLUZZI P., RIPEPI V., et RIZZO D. The VIMOS-VLT Deep Survey. Galaxy luminosity function per morphological type up to  $z = 1.2$ . *A&A*, 453, 809 2006.
- IMMELI A., SAMLAND M., GERHARD O., et WESTERA P. Gas physics, disk fragmentation, and bulge formation in young galaxies. *A&A*, 413, 547 2004a.
- IMMELI A., SAMLAND M., WESTERA P., et GERHARD O. Subgalactic Clumps at High Redshift : A Fragmentation Origin? *ApJ*, 611, 20 2004b.
- JESSEIT R., NAAB T., PELETIER R.F., et BURKERT A. 2D kinematics of simulated disc merger remnants. *MNRAS*, 376, 997 2007.
- JIMENEZ R., BERNARDI M., HAIMAN Z., PANTER B., et HEAVENS A.F. The Ages, Metallicities, and Star Formation Histories of Early-Type Galaxies in the SDSS. *ApJ*, 669, 947 2007.
- KENT S.M. CCD surface photometry of field Galaxies. II - Bulge/disk decompositions. *ApJS*, 59, 115 1985.
- KERES D., KATZ N., WEINBERG D.H., et DAVÉ R. How do galaxies get their gas? *MNRAS*, 363, 2 2005.
- KORMENDY J. Brightness distributions in compact and normal galaxies. III - Decomposition of observed profiles into spheroid and disk components. *ApJ*, 217, 406 1977.
- KRAJNOVIĆ D., CAPPELLARI M., DE ZEEUW P.T., et COPIN Y. Kinemetry : a generalization of photometry to the higher moments of the line-of-sight velocity distribution. *MNRAS*, 366, 787 2006.

- KRONBERGER T., KAPFERER W., SCHINDLER S., et ZIEGLER B.L. 2D velocity fields of simulated interacting disc galaxies. *A&A*, 473, 761 2007.
- KUCHINSKI L.E., FREEDMAN W.L., MADORE B.F., TREWHELLA M., BOHLIN R.C., CORNETT R.H., FANELLI M.N., MARCUM P.M., NEFF S.G., O'CONNELL R.W., ROBERTS M.S., SMITH A.M., STECHER T.P., et WALLER W.H. Comparing Galaxy Morphology at Ultraviolet and Optical Wavelengths. *ApJS*, 131, 441 2000.
- LANYON-FOSTER M.M., CONSELICE C.J., et MERRIFIELD M.R. Structure through colour : a pixel approach towards understanding galaxies. *MNRAS*, 380, 571 2007.
- LARKIN J.E., QUIRRENBACH A., et GRAHAM J.R. Image Slicing with Infrared Fibers. Dans W. van Breugel et J. Bland-Hawthorn, rédacteurs, *Imaging the Universe in Three Dimensions*, tome 195 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 508–+ 2000.
- LAUGER S., BURGARELLA D., et BUAT V. Spectro-morphology of galaxies : A multi-wavelength (UV-R) classification method. *A&A*, 434, 77 2005a.
- LAUGER S., ILBERT O., BUAT V., TRESSE L., BURGARELLA D., ARNOUITS S., LE FÈVRE O., et VVDS COLLABORATION. Evolution of morphology in the Chandra Deep Field South. Dans F. Casoli, T. Contini, J.M. Hameury, et L. Pagani, rédacteurs, *SF2A-2005 : Semaine de l'Astrophysique Française*, 667–+ 2005b.
- LAW D.R., STEIDEL C.C., ERB D.K., LARKIN J.E., PETTINI M., SHAPLEY A.E., et WRIGHT S.A. Integral Field Spectroscopy of High-Redshift Star-forming Galaxies with Laser-guided Adaptive Optics : Evidence for Dispersion-dominated Kinematics. *ApJ*, 669, 929 2007.
- LE FÈVRE O., ABRAHAM R., LILLY S.J., ELLIS R.S., BRINCHMANN J., SCHADE D., TRESSE L., COLLESS M., CRAMPTON D., GLAZEBROOK K., HAMMER F., et BROADHURST T. Hubble Space Telescope imaging of the CFRS and LDSS redshift surveys - IV. Influence of mergers in the evolution of faint field galaxies from  $z\sim 1$ . *MNRAS*, 311, 565 2000.
- LIANG Y.C., HAMMER F., et FLORES H. Significant evolution of the stellar mass-metallicity relation since  $z\sim 0.65$ . *A&A*, 447, 113 2006.
- LILLY S., SCHADE D., ELLIS R., LE FEVRE O., BRINCHMANN J., TRESSE L., ABRAHAM R., HAMMER F., CRAMPTON D., COLLESS M., GLAZEBROOK K., MALLEN-ORNELAS G., et BROADHURST T. Hubble Space Telescope Imaging of the CFRS and LDSS Redshift Surveys. II. Structural Parameters and the Evolution of Disk Galaxies to  $z\sim 1$ . *ApJ*, 500, 75 1998.
- LISKER T. Is the Gini coefficient a stable measure of galaxy structure? *ArXiv e-prints*, 807 2008.

- LOTZ J.M., DAVIS M., FABER S.M., GUHATHAKURTA P., GWYN S., HUANG J., KOO D.C., LE FLOC'H E., LIN L., NEWMAN J., NOESKE K., PAPOVICH C., WILLMER C.N.A., COIL A., CONSELICE C.J., COOPER M., HOPKINS A.M., METEVIER A., PRIMACK J., RIEKE G., et WEINER B.J. The Evolution of Galaxy Mergers and Morphology at  $z \sim 1.2$  in the Extended Groth Strip. *ApJ*, 672, 177 2008a.
- LOTZ J.M., JONSSON P., COX T.J., et PRIMACK J.R. Galaxy Merger Morphologies and Time-Scales from Simulations of Equal-Mass Gas-Rich Disc Mergers. *ArXiv e-prints*, 805 2008b.
- LOTZ J.M., MADAU P., GIAVALISCO M., PRIMACK J., et FERGUSON H.C. The Rest-Frame Far-Ultraviolet Morphologies of Star-forming Galaxies at  $z \sim 1.5$  and 4. *ApJ*, 636, 592 2006.
- LOTZ J.M., PRIMACK J., et MADAU P. A New Nonparametric Approach to Galaxy Morphological Classification. *AJ*, 128, 163 2004.
- MARCHESINI D., VAN DOKKUM P., QUADRI R., RUDNICK G., FRANX M., LIRA P., WUYTS S., GAWISER E., CHRISTLEIN D., et TOFT S. The Rest-Frame Optical Luminosity Functions of Galaxies at  $2 < z < 3.5$ . *ApJ*, 656, 42 2007.
- MARCHETTI E., BRAST R., DELABRE B., DONALDSON R., FEDRIGO E., FRANK C., HUBIN N., KOLB J., LIZON J.L., MARCHESI M., OBERTI S., REISS R., SANTOS J., SOENKE C., TORDO S., BARUFFOLO A., BAGNARA P., et THE CAMCAO CONSORTIUM. On-sky Testing of the Multi-Conjugate Adaptive Optics Demonstrator. *The Messenger*, 129, 8 2007.
- MARZKE R.O., DA COSTA L.N., PELLEGRINI P.S., WILLMER C.N.A., et GELLER M.J. The Galaxy Luminosity Function at  $z = 0.05$  : Dependence on Morphology. *ApJ*, 503, 617 1998.
- MCGAUGH S.S. The Baryonic Tully-Fisher Relation of Galaxies with Extended Rotation Curves and the Stellar Mass of Rotating Galaxies. *ApJ*, 632, 859 2005.
- MENANTEAU F., ABRAHAM R.G., et ELLIS R.S. Evidence for evolving spheroidals in the Hubble Deep Fields North and South. *MNRAS*, 322, 1 2001.
- MENANTEAU F., FORD H.C., ILLINGWORTH G.D., SIRIANNI M., BLAKESLEE J.P., MEURER G.R., MARTEL A.R., BENÍTEZ N., POSTMAN M., FRANX M., ARDILA D.R., BARTKO F., BOUWENS R.J., BROADHURST T.J., BROWN R.A., BURROWS C.J., CHENG E.S., CLAMPIN M., CROSS N.J.G., FELDMAN P.D., GOLIMOWSKI D.A., GRONWALL C., HARTIG G.F., INFANTE L., KIMBLE R.A., KRIST J.E., LESSER M.P., MILEY G.K., ROSATI P., SPARKS W.B., TRAN H.D., TSVETANOV Z.I., WHITE R.L., et ZHENG W. Internal Color Properties of Resolved Spheroids in the Deep Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys Field of UGC 10214. *ApJ*, 612, 202 2004.



- MENANTEAU F., FORD H.C., MOTTA V., BENÍTEZ N., MARTEL A.R., BLAKESLEE J.P., et INFANTE L. The Morphological Demographics of Galaxies in the Advanced Camera for Surveys Hubble Ultra Deep Parallel Fields. *AJ*, 131, 208 2006.
- MIHOS J.C. et HERNQUIST L. Dense stellar cores in merger remnants. *ApJ*, 437, L47 1994.
- MORGAN W.W. et MAYALL N.U. A Spectral Classification of Galaxies. *PASP*, 69, 291 1957.
- NAIM A., LAHAV O., BUTA R.J., CORWIN JR. H.G., DE VAUCOULEURS G., DRESSLER A., HUCHRA J.P., VAN DEN BERGH S., RAYCHAUDHURY S., SODRE JR. L., et STORRIE-LOMBARDI M.C. A comparative study of morphological classifications of APM galaxies. *MNRAS*, 274, 1107 1995.
- NAVARRO J.F., ABADI M.G., et STEINMETZ M. Tidal Torques and the Orientation of Nearby Disk Galaxies. *ApJ*, 613, L41 2004.
- NAVARRO J.F. et BENZ W. Dynamics of cooling gas in galactic dark halos. *ApJ*, 380, 320 1991.
- NAVARRO J.F. et STEINMETZ M. Dark Halo and Disk Galaxy Scaling Laws in Hierarchical Universes. *ApJ*, 538, 477 2000.
- NEICHEL B., HAMMER F., PUECH M., FLORES H., LEHNERT M., RAWAT A., YANG Y., DELGADO R., AMRAM P., BALKOWSKI C., CESARSKY C., DANNERBAUER H., FUENTES-CARRERA I., GUIDERDONI B., KEMBHAVI A., LIANG Y.C., NESVADBA N., ÖSTLIN G., POZZETTI L., RAVIKUMAR C.D., DI SEREGO ALIGHIERI S., VERGANI D., VERNET J., et WOZNIAK H. IMAGES. II. A surprisingly low fraction of undisturbed rotating spiral disks at  $z \sim 0.6$  The morpho-kinematical relation 6 Gyr ago. *A&A*, 484, 159 2008.
- NOGUCHI M. Early Evolution of Disk Galaxies : Formation of Bulges in Clumpy Young Galactic Disks. *ApJ*, 514, 77 1999.
- OKAMOTO T., EKE V.R., FRENK C.S., et JENKINS A. Effects of feedback on the morphology of galaxy discs. *MNRAS*, 363, 1299 2005.
- OKAMURA S., KODAIRA K., et WATANABE M. Digital surface photometry of galaxies toward a quantitative classification. III - A mean concentration index as a parameter representing the luminosity distribution. *ApJ*, 280, 7 1984.
- PAPOVICH C., DICKINSON M., GIAVALISCO M., CONSELICE C.J., et FERGUSON H.C. The Assembly of Diversity in the Morphologies and Stellar Populations of High-Redshift Galaxies. *ApJ*, 631, 101 2005.

- PENG C.Y., HO L.C., IMPEY C.D., et RIX H.W. Detailed Structural Decomposition of Galaxy Images. *AJ*, 124, 266 2002.
- PERSIC M. et SALUCCI P. The universal galaxy rotation curve. *ApJ*, 368, 60 1991.
- PETROSIAN V. Surface brightness and evolution of galaxies. *ApJ*, 209, L1 1976.
- PIGNATELLI E., FASANO G., et CASSATA P. GASPHOT : a tool for Galaxy Automatic Surface PHOTometry. *A&A*, 446, 373 2006.
- PIZZELLA A., CORSINI E.M., VEGA BELTRÁN J.C., et BERTOLA F. Ionized gas and stellar kinematics of seventeen nearby spiral galaxies. *A&A*, 424, 447 2004.
- POZZETTI L., CIMATTI A., ZAMORANI G., DADDI E., MENCI N., FONTANA A., RENZINI A., MIGNOLI M., POLI F., SARACCO P., BROADHURST T., CRISTIANI S., D'ODORICO S., GIALLONGO E., et GILMOZZI R. The K20 survey. V. The evolution of the near-IR Luminosity Function. *A&A*, 402, 837 2003.
- PUECH M., FLORES H., HAMMER F., et LEHNERT M.D. 3D spectroscopy with VLT/GIRAFFE. III. Mapping electron densities in distant galaxies. *A&A*, 455, 131 2006a.
- PUECH M., FLORES H., HAMMER F., YANG Y., NEICHEL B., LEHNERT M., CHEMIN L., NESVADBA N., EPINAT B., AMRAM P., BALKOWSKI C., CESARSKY C., DANNERBAUER H., DI SEREGO ALIGHIERI S., FUENTES-CARRERA I., GUIDERDONI B., KEMBHAVI A., LIANG Y.C., ÖSTLIN G., POZZETTI L., RAVIKUMAR C.D., RAWAT A., VERGANI D., VERNET J., et WOZNIAK H. IMAGES. III. The evolution of the near-infrared Tully-Fisher relation over the last 6 Gyr. *A&A*, 484, 173 2008a.
- PUECH M., FLORES H., LEHNERT M., NEICHEL B., FUSCO T., ROSATI P., CUBY J., et ROUSSET G. Coupling MOAO with Integral Field Spectroscopy : specifications for the VLT and the E-ELT. *ArXiv e-prints*, 808 2008b.
- PUECH M., HAMMER F., FLORES H., NEICHEL B., YANG Y., et RODRIGUES M. First detection of a minor merger at  $z \sim 0.6$ . *A&A*, 476, L21 2007a.
- PUECH M., HAMMER F., FLORES H., ÖSTLIN G., et MARQUART T. 3D spectroscopy with VLT/GIRAFFE. II. Are luminous compact galaxies merger remnants? *A&A*, 455, 119 2006b.
- PUECH M., HAMMER F., LEHNERT M.D., et FLORES H. 3D spectroscopy with VLT/GIRAFFE. IV. Angular momentum and dynamical support of intermediate redshift galaxies. *A&A*, 466, 83 2007b.
- PUECH M., ROSATI P., TOFT S., NEICHEL B., et FUSCO T. Specifying an moao-fed integral field spectrograph for the e-elt. Dans Ground-based et A.I. for Astronomy II, rédacteurs, *I. S. McLean*, tome 7014, 701465. Marseille, France 2008.

- RAVINDRANATH S., FERGUSON H.C., CONSELICE C., GIAVALISCO M., DICKINSON M., CHATZICHRISTOU E., DE MELLO D., FALL S.M., GARDNER J.P., GROGIN N.A., HORNSCHEMEIER A., JOGEE S., KOEKEMOER A., KRETCHMER C., LIVIO M., MOBASHER B., et SOMERVILLE R. The Evolution of Disk Galaxies in the GOODS-South Field : Number Densities and Size Distribution. *ApJ*, 604, L9 2004.
- RAWAT A., HAMMER F., KEMBHAVI A.K., et FLORES H. Toward a Robust Estimate of the Merger Rate Evolution Using Near-IR Photometry. *ApJ*, 681, 1089 2008.
- RAWAT A., KEMBHAVI A.K., HAMMER F., FLORES H., et BARWAY S. Unravelling the morphologies of luminous compact galaxies using the HST/ACS GOODS survey. *A&A*, 469, 483 2007.
- REDDY N.A., STEIDEL C.C., ERB D.K., SHAPLEY A.E., et PETTINI M. A Spectroscopic Survey of Redshift  $1.4 < z < 3.0$  Galaxies in the GOODS-North Field : Survey Description, Catalogs, and Properties. *ApJ*, 653, 1004 2006.
- RIGAUT F. et D'ORGEVILLE C. On practical aspects of Laser Guide Stars. *Comptes Rendus Physique*, 6, 1089 2005.
- RIGAUT F.J., ELLERBROEK B.L., et FLICKER R. Principles, limitations, and performance of multiconjugate adaptive optics. Dans P.L. Wizinowich, rédacteur, *Proc. SPIE Vol. 4007, p. 1022-1031, Adaptive Optical Systems Technology, Peter L. Wizinowich; Ed.*, tome 4007 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 1022–1031 2000.
- ROBERTS M.S. et HAYNES M.P. Physical Parameters along the Hubble Sequence. *ARA&A*, 32, 115 1994.
- ROBERTSON B., BULLOCK J.S., COX T.J., DI MATTEO T., HERNQUIST L., SPRINGEL V., et YOSHIDA N. A Merger-driven Scenario for Cosmological Disk Galaxy Formation. *ApJ*, 645, 986 2006.
- ROBERTSON B.E. et BULLOCK J.S. High-Redshift Galaxy Kinematics : Constraints on Models of Disk Formation. *ArXiv e-prints*, 808 2008.
- RODDIER F. The Effects of Atmospheric Turbulence in Optical Astronomy. *Prog. Optics, Volume 19, p. 281-376*, 19, 281 1981.
- RODDIER F. Book Review : Adaptive optics in astronomy / Cambridge U Press, 1999. *Irish Astronomical Journal*, 26, 171 1999.
- RODRIGUES M., HAMMER F., FLORES H., PUECH M., LIANG Y.C., FUENTES-CARRERA I., NESVADBA N., LEHNERT M., YANG Y., AMRAM P., BALKOWSKI C., CESARSKY C., DANNERBAUER H., DELAGADO R., GUIDERDONI B., KEMBHAVI A., NEICHEL B., ÖSTLIN G., POZZETTI L., RAVIKUMAR C.D., RAWAT A., DI SEREGO ALIGHIERI S.,

- VERGANI D., VERNET J., et WOZNIAK H. IMAGES. IV. Strong evolution of the oxygen abundance in gaseous phases of intermediate mass galaxies since  $z=0.8$ . *A&A*, in revision 2008.
- ROUSSELOT P., LIDMAN C., CUBY J.G., MOREELS G., et MONNET G. Night-sky spectral atlas of OH emission lines in the near-infrared. *A&A*, 354, 1134 2000.
- ROYER F., BLECHA A., NORTH P., SIMOND G., BARATCHART S., CAYATTE V., CHEMIN L., et PALSÀ R. Toward accurate radial velocities with the fiber-fed GIRAFFE multi-object VLT spectrograph. Dans J.L. Starck et F.D. Murtagh, rédacteurs, *Astronomical Data Analysis II. Edited by Starck, Jean-Luc; Murtagh, Fionn D. Proceedings of the SPIE, Volume 4847, pp. 184-194 (2002).*, tome 4847 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 184–194 2002.
- RUBIN V.C. et FORD W.K.J. Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *ApJ*, 159, 379 1970.
- SANDAGE A. The Classification of Galaxies : Early History and Ongoing Developments. *ARA&A*, 43, 581 2005.
- SARGENT M.T., CAROLLO C.M., LILLY S.J., SCARLATA C., FELDMANN R., KAMPCZYK P., KOEKEMOER A.M., SCOVILLE N., KNEIB J.P., LEAUTHAUD A., MASSEY R., RHODES J., TASCÀ L.A.M., CAPAK P., MCCrackEN H.J., PORCIANI C., RENZINI A., TANIGUCHI Y., THOMPSON D.J., et SHETH K. The Evolution of the Number Density of Large Disk Galaxies in COSMOS. *ApJS*, 172, 434 2007.
- SARZI M., FALCÓN-BARROSO J., DAVIES R.L., BACON R., BUREAU M., CAPPELLARI M., DE ZEEUW P.T., EMSELLEM E., FATHI K., KRAJNOVIĆ D., KUNTSCHNER H., McDERMID R.M., et PELETIER R.F. The SAURON project - V. Integral-field emission-line kinematics of 48 elliptical and lenticular galaxies. *MNRAS*, 366, 1151 2006.
- SCARLATA C., CAROLLO C.M., LILLY S., SARGENT M.T., FELDMANN R., KAMPCZYK P., PORCIANI C., KOEKEMOER A., SCOVILLE N., KNEIB J.P., LEAUTHAUD A., MASSEY R., RHODES J., TASCÀ L., CAPAK P., MAIER C., MCCrackEN H.J., MOBASHER B., RENZINI A., TANIGUCHI Y., THOMPSON D., SHETH K., AJIKI M., AUSSEL H., MURAYAMA T., SANDERS D.B., SASAKI S., SHIOYA Y., et TAKAHASHI M. COSMOS Morphological Classification with the Zurich Estimator of Structural Types (ZEST) and the Evolution Since  $z = 1$  of the Luminosity Function of Early, Disk, and Irregular Galaxies. *ApJS*, 172, 406 2007.
- SCHADE D., LILLY S.J., CRAMPTON D., HAMMER F., LE FEVRE O., et TRESSE L. Canada-France Redshift Survey : Hubble Space Telescope Imaging of High-Redshift Field Galaxies. *ApJ*, 451, L1+ 1995.

- SCHADE D., LILLY S.J., LE FEVRE O., HAMMER F., et CRAMPTON D. Canada-France Redshift Survey. XI. Morphology of High-Redshift Field Galaxies from High-Resolution Ground-based Imaging. *ApJ*, 464, 79 1996.
- SEMELIN B. et COMBES F. Formation and evolution of galactic disks with a multiphase numerical model. *A&A*, 388, 826 2002.
- SERSIC J.L. *Atlas de galaxias australes*. Cordoba, Argentina : Observatorio Astronomico, 1968 1968.
- SHAPIRO K.L., GENZEL R., FÖRSTER SCHREIBER N.M., TACCONI L.J., BOUCHÉ N., CRESCI G., DAVIES R., EISENHauer F., JOHANSSON P.H., KRAJNOVIĆ D., LUTZ D., NAAB T., ARIMOTO N., ARRIBAS S., CIMATTI A., COLINA L., DADDI E., DAIGLE O., ERB D., HERNANDEZ O., KONG X., MIGNOLI M., ONODERA M., RENZINI A., SHAPLEY A., et STEIDEL C. Kinemetry of SINS High-Redshift Star-Forming Galaxies : Distinguishing Rotating Disks from Major Mergers. *ApJ*, 682, 231 2008.
- SHAPLEY H. et PARASKEVOPOULOS J.S. Galactic and Extragalactic Studies, III. Photographs of Thirty Southern Nebulae and Clusters. *Proceedings of the National Academy of Science*, 26, 31 1940.
- SIMARD L. GIM2D : an IRAF package for the Quantitative Morphology Analysis of Distant Galaxies. Dans R. Albrecht, R.N. Hook, et H.A. Bushouse, rédacteurs, *Astronomical Data Analysis Software and Systems VII*, tome 145 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 108+ 1998.
- SIMARD L., WILLMER C.N.A., VOGT N.P., SARAJEDINI V.L., PHILLIPS A.C., WEINER B.J., KOO D.C., IM M., ILLINGWORTH G.D., et FABER S.M. The DEEP Groth Strip Survey. II. Hubble Space Telescope Structural Parameters of Galaxies in the Groth Strip. *ApJS*, 142, 1 2002.
- SMAIL I., DRESSLER A., COUCH W.J., ELLIS R.S., OEMLER A.J., BUTCHER H., et SHARPLES R.M. A Catalog of Morphological Types in 10 Distant Rich Clusters of Galaxies. *ApJS*, 110, 213 1997.
- SOFUE Y. et RUBIN V. Rotation Curves of Spiral Galaxies. *ARA&A*, 39, 137 2001.
- SOMERVILLE R.S., LEE K., FERGUSON H.C., GARDNER J.P., MOUSTAKAS L.A., et GIAVALISCO M. Cosmic Variance in the Great Observatories Origins Deep Survey. *ApJ*, 600, L171 2004.
- SPRINGEL V. et HERNQUIST L. Formation of a Spiral Galaxy in a Major Merger. *ApJ*, 622, L9 2005.
- TALLON M. et FOY R. Adaptive telescope with laser probe - Isoplanatism and cone effect. *A&A*, 235, 549 1990.

- TISSERA P.B., DOMÍNGUEZ-TENREIRO R., SCANNAPIECO C., et SÁIZ A. Double starbursts triggered by mergers in hierarchical clustering scenarios. *MNRAS*, 333, 327 2002.
- TOOMRE A. On the gravitational stability of a disk of stars. *ApJ*, 139, 1217 1964.
- TOOMRE A. et TOOMRE J. Galactic Bridges and Tails. *ApJ*, 178, 623 1972.
- TOTH G. et OSTRIKER J.P. Galactic disks, infall, and the global value of Omega. *ApJ*, 389, 5 1992.
- TRUJILLO I., AGUERRI J.A.L., GUTIÉRREZ C.M., et CEPA J. Quantitative Morphology of the Intermediate-Redshift Galaxy Cluster Abell 2443 from Ground-based Imaging : Evidence for a Galaxy Concentration Index Correlation with Cluster Density. *AJ*, 122, 38 2001.
- VAN DEN BERGH S. The Evolution of Galaxy Morphology for Galaxies in the Canada-France Redshift Survey. *AJ*, 122, 621 2001.
- VAN DER KRUIT P.C. The velocity field in the inner part of NGC 4736. *A&A*, 52, 85 1976.
- VAN DER KRUIT P.C. et ALLEN R.J. The kinematics of spiral and irregular galaxies. *ARA&A*, 16, 103 1978.
- VANDERRIEST C. A fiber-optics dissector for spectroscopy of nebulosities around quasars and similar objects. *PASP*, 92, 858 1980.
- VANDERRIEST C. Integral Field Spectroscopy with Optical Fibres. Dans G. Comte et M. Marcelin, rédacteurs, *IAU Colloq. 149 : Tridimensional Optical Spectroscopic Methods in Astrophysics*, tome 71 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 209+ 1995.
- WEINER B.J., WILLMER C.N.A., FABER S.M., MELBOURNE J., KASSIN S.A., PHILLIPS A.C., HARKER J., METEVIER A.J., VOGT N.P., et KOO D.C. A Survey of Galaxy Kinematics to  $z \sim 1$  in the TKRS/GOODS-N Field. I. Rotation and Dispersion Properties. *ApJ*, 653, 1027 2006.
- WHITE S.D.M. et REES M.J. Core condensation in heavy halos - A two-stage theory for galaxy formation and clustering. *MNRAS*, 183, 341 1978.
- WRIGHT S.A., LARKIN J.E., BARCZYS M., ERB D.K., ISERLOHE C., KRABBE A., LAW D.R., McELWAIN M.W., QUIRRENBACH A., STEIDEL C.C., et WEISS J. Integral Field Spectroscopy of a Candidate Disk Galaxy at  $z \sim 1.5$  Using Laser Guide Star Adaptive Optics. *ApJ*, 658, 78 2007.
- YAGI M., NAKAMURA Y., DOI M., SHIMASAKU K., et OKAMURA S. Morphological classification of nearby galaxies based on asymmetry and luminosity concentration. *MNRAS*, 368, 211 2006.

- YAMAUCHI C., ICHIKAWA S.I., DOI M., YASUDA N., YAGI M., FUKUGITA M., OKAMURA S., NAKAMURA O., SEKIGUCHI M., et GOTO T. Morphological Classification of Galaxies Using Photometric Parameters : The Concentration Index versus the Coarseness Parameter. *AJ*, 130, 1545 2005.
- YANG Y., FLORES H., HAMMER F., NEICHEL B., PUECH M., NESVADBA N., RAWAT A., CESARSKY C., LEHNERT M., POZZETTI L., FUENTES-CARRERA I., AMRAM P., BALKOWSKI C., DANNERBAUER H., DI SEREGO ALIGHIERI S., GUIDERDONI B., KEMBHAVI A., LIANG Y.C., ÖSTLIN G., RAVIKUMAR C.D., VERGANI D., VERNET J., et WOZNIAK H. IMAGES. I. Strong evolution of galaxy kinematics since  $z = 1$ . *A&A*, 477, 789 2008.
- YOSHIDA M., SHIMASAKU K., KASHIKAWA N., OUCHI M., OKAMURA S., AJIKI M., AKIYAMA M., ANDO H., AOKI K., DOI M., FURUSAWA H., HAYASHINO T., IWAMURO F., IYE M., KAROJI H., KOBAYASHI N., KODAIRA K., KODAMA T., KOMIYAMA Y., MALKAN M.A., MATSUDA Y., MIYAZAKI S., MIZUMOTO Y., MOROKUMA T., MOTOHARA K., MURAYAMA T., NAGAO T., NARIAI K., OHTA K., SASAKI T., SATO Y., SEKIGUCHI K., SHIOYA Y., TAMURA H., TANIGUCHI Y., UMEMURA M., YAMADA T., et YASUDA N. Luminosity Functions of Lyman Break Galaxies at  $z \sim 4$  and  $z \sim 5$  in the Subaru Deep Field. *ApJ*, 653, 988 2006.
- ZHENG X.Z., HAMMER F., FLORES H., ASSÉMAT F., et PELAT D. HST/WFPC2 morphologies and color maps of distant luminous infrared galaxies. *A&A*, 421, 847 2004.
- ZHENG X.Z., HAMMER F., FLORES H., ASSÉMAT F., et RAWAT A. HST/WFPC2 morphologies and bar structures of field galaxies at  $0.4 < z < 1$ . *A&A*, 435, 507 2005.

Deuxième partie

**Turbulence, Optique Adaptative  
et Tomographie**





## Chapitre 5

# Phase turbulente et imagerie à travers la turbulence

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Formation d'image . . . . .</b>	<b>116</b>
<b>5.2</b>	<b>Turbulence atmosphérique et propriétés statistiques de la phase</b>	<b>116</b>
5.2.1	Turbulence atmosphérique . . . . .	116
5.2.2	Effet de la turbulence sur la propagation d'une onde plane . . . .	117
5.2.3	Paramètre de Fried et seeing . . . . .	120
5.2.4	Anisoplanétisme . . . . .	120
5.2.5	Propriétés temporelles . . . . .	121
5.2.6	Propriétés statistiques de la phase turbulente . . . . .	122
<b>5.3</b>	<b>Imagerie à travers la turbulence . . . . .</b>	<b>124</b>
5.3.1	PSF courtes poses . . . . .	124
5.3.2	PSF longues poses . . . . .	126
<b>5.4</b>	<b>Caractérisation des effets de la turbulence sur l'imagerie . . .</b>	<b>127</b>
5.4.1	Variance de phase . . . . .	127
5.4.2	Rapport de Strehl: SR . . . . .	128
5.4.3	Energie Encadrée . . . . .	129

---

L'atmosphère terrestre est le siège de déplacements d'air qui créent des hétérogénéités de température. Ces masses d'air à différentes températures, en mouvements, induisent des fluctuations d'indice optique le long de la ligne de visée. Ces perturbations dégradent fortement les images obtenues au foyer des télescopes au sol. Le but de ce chapitre est de rappeler brièvement les bases de la théorie de la turbulence atmosphérique et de comprendre ses implications sur la formation d'images au foyer d'un télescope. Nous commençons tout d'abord par quelques rappels sur la formation d'image sans turbulence. Nous décrivons ensuite les propriétés statistiques de la turbulence et ses effets sur la phase optique. Enfin, nous détaillons le processus de formation d'image en présence de turbulence. Ce premier

chapitre constituera notre boîte à outils pour les analyses proposées dans les chapitres suivants.

## 5.1 Formation d'image

Nous allons nous intéresser à la formation d'une image au foyer d'un télescope. L'onde électro-magnétique interceptée par le télescope  $\Psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{i\phi(\mathbf{r})}$  présente une amplitude  $A(\mathbf{r})$  et une phase  $\phi(\mathbf{r})$ . Généralement, la pupille d'entrée d'un télescope de diamètre  $D$  est un disque avec une obstruction centrale de diamètre  $C$ , défini par :

$$P(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\mathbf{r}| \in [C/2, D/2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.1)$$

L'image obtenue au foyer d'un télescope est définie par la Fonction d'Étalement de Point (FEP ou PSF : Point Spread Function en Anglais). D'après la théorie de la diffraction de Fraunhofer, on relie le champ dans la pupille à la PSF par :

$$\text{PSF}(\boldsymbol{\alpha}) = |TF [P(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r})]|^2 \quad (5.2)$$

où  $\boldsymbol{\alpha}$  est la variable du plan focal et  $\mathbf{r}$  la variable du plan pupille.

En l'absence d'aberration de phase ( $\phi = 0$ ) et pour une amplitude  $A$  constante dans la pupille, la tache image au foyer d'un télescope de diamètre  $D$  sans occultation centrale est la tache d'Airy (Cf. Fig. 5.1). La résolution angulaire de l'instrument est alors donnée par la largeur à mi-hauteur de cette tache qui vaut  $\lambda/D$ .

La transformée de Fourier de la PSF définit la Fonction de Transfert Optique (FTO) du système. D'après le théorème de Wiener-Khinchine, cette dernière résulte aussi de l'auto-corrélation du champ découpé par la pupille. La FTO s'interprète comme un filtre fréquentiel passe-bas, atténuant plus ou moins les fréquences spatiales et annulant toutes les fréquences supérieures à  $D/\lambda$ . La Fig. 5.1 résume les liens existant entre la pupille, la FTO, et la PSF.

On décrit maintenant l'effet de l'atmosphère sur l'onde électro-magnétique incidente.

## 5.2 Turbulence atmosphérique et propriétés statistiques de la phase

### 5.2.1 Turbulence atmosphérique

La description des propriétés physiques de l'atmosphère est basée sur la *théorie des cascades* d'énergie introduit par Kolmogorov (1941). Dans sa description, la turbulence

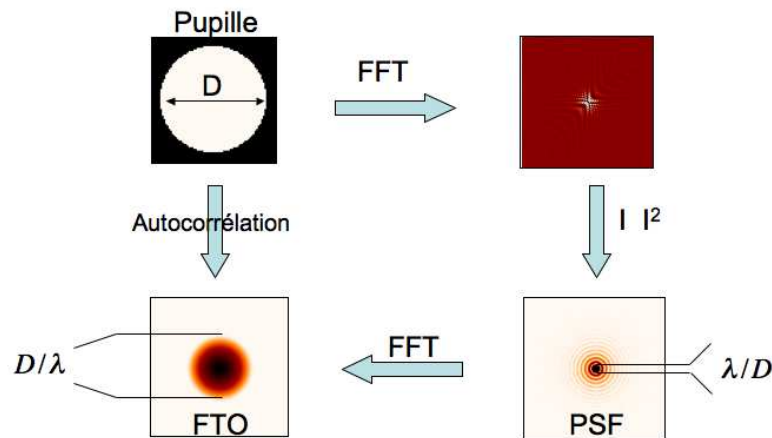


FIG. 5.1 – Relations entre la pupille, la FTO et la PSF. “FFT” symbolise l’opération de transformée de Fourier. La FTO et la PSF sont en échelle Log inversée. La FFT de la pupille en échelle Log.

est créée par l’énergie cinétique produite par le déplacement des masses d’air. L’atmosphère génère des structures tourbillonnaires de tailles caractéristiques allant de la dizaine à la centaine de mètres. Cette taille caractéristique définit l’échelle externe notée  $L_0$ . Les tourbillons se scindent progressivement en structures plus petites avant de se dissiper par viscosité. L’évolution de ces tourbillons induit des fluctuations de température qui sont à l’origine des perturbations d’indice de réfraction et donc de la dégradation des images.

La turbulence se répartit en altitude selon un profil continu comprenant quelques couches prépondérantes (Cf. Fig. 5.2). En particulier, les couches près du sol (typiquement les premières centaines de mètres) représentent en général une bonne majorité de la turbulence totale. A plus haute altitude, quelques couches dominantes se distinguent. Enfin, au delà de 15-20km, on considère généralement que la turbulence atmosphérique devient négligeable. Pour caractériser la distribution en altitude de la turbulence, on utilise généralement la constante de structure de l’indice de réfraction :  $C_n^2(h)$ . Cette grandeur (de dimension  $[\text{m}]^{-2/3}$ ) donne la force locale de la turbulence en fonction de l’altitude.

### 5.2.2 Effet de la turbulence sur la propagation d’une onde plane

La lumière qui nous provient des étoiles et des galaxies arrive sous forme d’une onde plane. Lorsque cette onde plane traverse la turbulence, à la fois sa phase et son amplitude vont être perturbées. Cependant, on supposera que les perturbations d’amplitudes sont négligeables (Roddi, 1981) et que seuls les effets de fluctuations de phase sont importants du point de vue de la formation d’image. On parle dans ce cas d’hypothèse de champ proche car la turbulence est suffisamment faible et les distances de propagation suffisamment

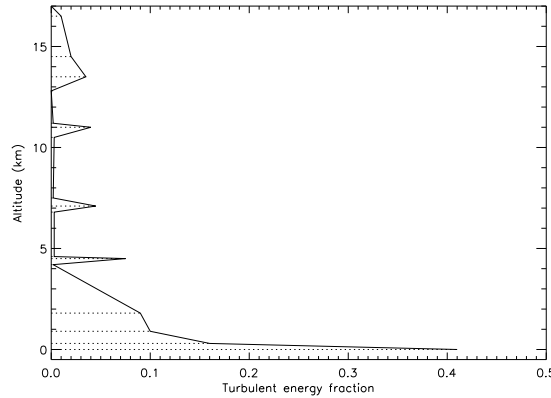


FIG. 5.2 – Répartition verticale de la turbulence.

courtes pour négliger les effets de la diffraction. Quel est alors l'effet de l'atmosphère sur la phase optique ?

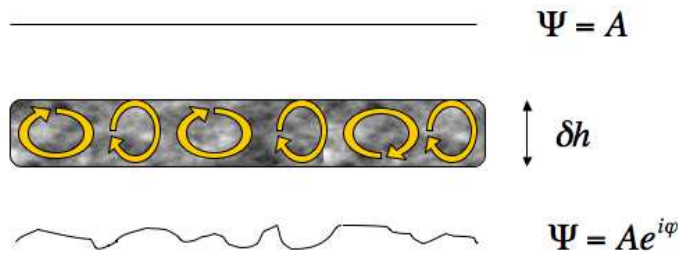


FIG. 5.3 – Effet d'une couche turbulence sur la propagation d'un onde plane.

Pour comprendre, considérons tout d'abord un cas simple où l'atmosphère ne serait composée que d'une unique couche d'épaisseur  $\delta h \ll h$  (Cf. Fig. 5.3). Dans ce cas, la phase est affectée par les différences de chemins optiques dues aux fluctuations d'indice  $n(\mathbf{r})$  dans la couche telle que :

$$\varphi(\mathbf{r}, h) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta(\mathbf{r}, h) \text{ avec } \Delta(\mathbf{r}, h) = \int_h^{h+\delta h} n(\mathbf{r}, z) dz \quad (5.3)$$

En quelques sortes, la phase reproduit les déformations de l'atmosphère avec un coefficient de sensibilité inversement proportionnel à la longueur d'onde : les grandes longueurs d'onde seront moins sensibles aux déformations atmosphériques que les courtes longueurs d'onde. Notons que les fluctuations d'indices étant à moyenne nulle, celles de la phase le sont aussi.

Pour généraliser ce résultat à l'ensemble de la propagation à travers l'atmosphère, on supposera que la turbulence atmosphérique peut être décrite par une série de couches minces

à différentes altitudes (Fig. 5.4). Notre modélisation de l'atmosphère consiste donc en une succession de couches turbulentes discrètes, indépendantes et d'épaisseur négligeable. Dans cette modélisation, la fluctuation de phase totale interceptée par le télescope s'écrit

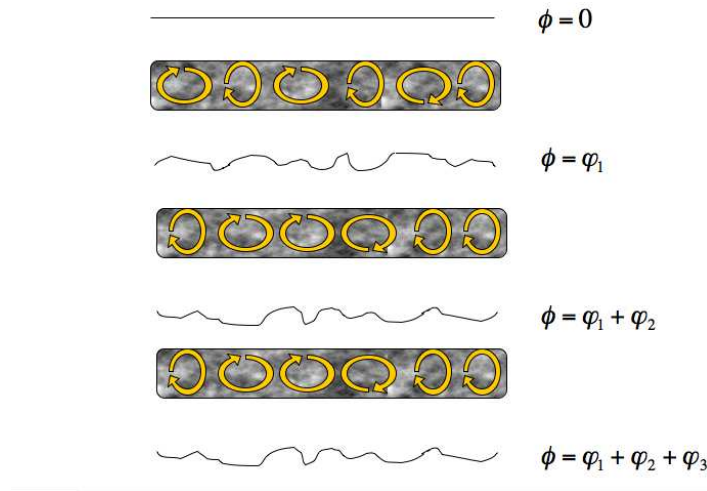


FIG. 5.4 – Effet de la turbulence sur la propagation d'une onde plane. L'atmosphère est modélisée par une succession de couches turbulentes indépendantes.

simplement comme la somme des déphasages introduits par chaque couche :

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N_L} \varphi_n(\mathbf{r}, h) \quad (5.4)$$

Dans la suite de cette thèse et sauf indications contraires dans le texte, nous utiliserons un profil de turbulence discrétisé en 10 couches. Chaque couche est caractérisée par son altitude  $h_n$  et la fraction d'énergie  $\lambda_n$  qu'elle contient, où  $\lambda_n$  est défini par :

$$\lambda_n = C_n^2(h_n)\delta h_n / \sum_{n=1}^{N_L} C_n^2(h_n)\delta h_n \quad (5.5)$$

Ces paramètres sont résumés dans la Table 5.1.

$h_n$ (m)	0	300	900	1800	4500	7100	11000	12800	14500	16500
$\lambda_n$	0.41	0.16	0.1	0.09	0.08	0.05	0.045	0.035	0.02	0.01

TAB. 5.1 – Altitude et fraction d'énergie turbulente pour un profil de turbulence discrétisé sur 10 couches.

### 5.2.3 Paramètre de Fried et seeing

Un paramètre important pour caractériser la force de la turbulence atmosphérique est le paramètre de Fried (Fried, 1966) noté  $r_0$  et défini comme :

$$r_0 = \left[ 0.42 \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{\cos(\gamma)} \int_0^\infty C_n^2(h) dh \right]^{-3/5} \quad (5.6)$$

avec  $C_n^2(h)$  la constante de structure des fluctuations de l'indice,  $\lambda$  la longueur d'onde d'observation et  $\gamma$  l'angle zénithal.

La paramètre de Fried permet de rendre compte de la force de la turbulence intégrée sur une ligne de visée. Il est donné en mètres et on peut l'interpréter comme un diamètre de télescope équivalent qui aurait la même résolution qu'un télescope de diamètre infini observant à travers la turbulence. En effet, pour un télescope observant à travers la turbulence et si  $D > r_0$ , la résolution n'est plus définie par la limite de diffraction  $\lambda/D$ , mais par  $\lambda/r_0$ . Notons que l'ordre de grandeur de  $r_0$  est de la dizaine de centimètres seulement dans le visible.

Un autre paramètre très fréquemment utilisé pour caractériser la force globale de la turbulence est le seeing (noté  $s$ ). Le seeing est relié au  $r_0$  par la relation suivante :

$$s = 0.976 \frac{\lambda}{r_0} \text{ (rad)} \quad (5.7)$$

Le seeing donne la résolution angulaire théorique que l'on peut attendre lors d'une observation à travers la turbulence. L'ordre de grandeur du seeing est autour de la seconde d'arc dans le visible, ce qui sous-entend que l'on ne pourra pas discerner de détails plus petits que cette valeur. Si le  $r_0$  est très chromatique (en  $\lambda^{6/5}$ ), le seeing lui est quasiment indépendant de cette dernière (en  $\lambda^{-1/5}$ ).

Dans la suite de la thèse et sauf indication contraire, on utilisera un seeing de 0.95" défini à  $0.5\mu m$ . Cela correspond à un paramètre de Fried de l'ordre de  $\sim 0.11m$  toujours à  $0.5\mu m$  et  $\sim 0.44m$  à  $1.65\mu m$  (bande H). Ces valeurs correspondent aux valeurs typiques des sites astronomiques (Conan *et al.*, 2002).

### 5.2.4 Anisoplanétisme

La conséquence de la distribution en altitude de la turbulence est le phénomène d'anisoplanétisme. Deux fronts d'ondes provenant de deux sources séparées angulairement ne traversent pas le même volume d'atmosphère, ils ne subiront pas le même déphasage (Cf. Fig. 5.5).

On caractérise la différence entre deux fronts d'ondes par une grandeur de corrélation angulaire appelée angle isoplanétique  $\theta_0$  (Fried, 1982). La corrélation angulaire définit la

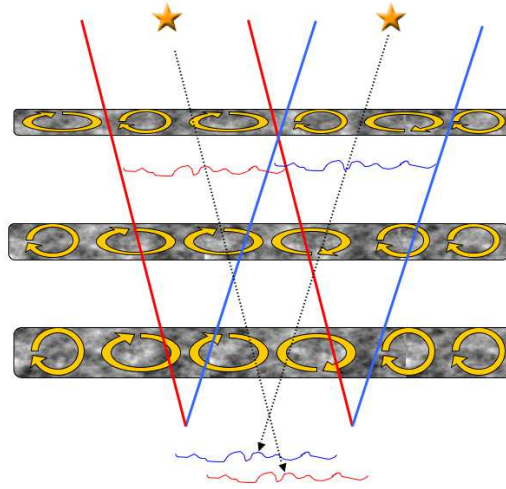


FIG. 5.5 – Principe du phénomène d’anisoplanétisme. La turbulence traversée par les deux ondes séparées angulairement n’est pas la même. Sur la pupille du télescope les perturbations de la phase seront différentes.

correspondance entre deux fronts d’ondes vus sous deux angles différents. L’angle isoplanétique définit le domaine sur lequel cette correspondance reste acceptable. Selon l’application, la définition du terme “acceptable” prend différentes valeurs (Fusco, 2000). On retiendra la définition Fried (1982) qui définit  $\theta_0$  comme la valeur de l’angle pour lequel la différence entre deux fronts d’ondes turbulents issus de sources séparées angulairement de cette valeur a une variance spatiale de  $1\text{rad}^2$ . Pour un profil de turbulence défini par son  $C_n^2(h)$ ,  $\theta_0$  s’écrit alors comme :

$$\theta_0 = 0.314 \frac{r_0}{\bar{h}} \quad (5.8)$$

avec

$$\bar{h} = \left( \frac{\int_0^\infty C_n^2(h) h^{5/3} dh}{\int_0^\infty C_n^2(h) dh} \right)^{3/5} \quad (5.9)$$

$\bar{h}$  représente une altitude moyenne pondérée par la force de la turbulence relative à chaque couche. Par exemple pour le profil 10 couches introduit en Table 5.1, on trouve  $\bar{h} \simeq 4100\text{m}$ . L’ordre de grandeur de l’angle isoplanétique est relativement faible et de plus il est fortement chromatique (en  $\lambda^{6/5}$ ). Par exemple, pour le profil 10 couches introduit en Table 5.1, l’angle isoplanétique vaut  $\theta_0 = 1.7''$  à  $0.5\mu\text{m}$  et environ  $7''$  en bande H ( $1.65\mu\text{m}$ ).

### 5.2.5 Propriétés temporelles

On fait généralement l’hypothèse que la turbulence se présente comme une succession d’écrans de phase indépendants, chacun en translation uniforme à la vitesse  $V(h)$ .



Les écrans sont uniquement emportés par le vent, sans évolution au sein des écrans eux-mêmes. On parle alors de turbulence gelée (“Frozen Flow” en Anglais), telle que décrite par l’hypothèse de Taylor (1938).

Le profil de turbulence doit donc comprendre un profil de vent décrivant la force et la direction du vent dans chaque couche. Par exemple, pour le profil 10 couches, les vitesses de vents par couches sont données dans la Table 5.2. Les directions seront, elles, tirées aléatoirement pour chaque couche.

$h_n$ (m)	0	300	900	1800	4500	7100	11000	12800	14500	16500
$V_n$ (m/s)	10	10	6.6	12	8	34	23	22	8	10

TAB. 5.2 – Altitude et vitesse de vents par couche pour le profil 10 couches.

Pour caractériser l’évolution de la turbulence dans le temps, on utilisera  $\tau_0$  : la constante de temps caractéristique des fluctuations temporelles du front d’onde. Comme pour  $\theta_0$ , il existe plusieurs définitions de  $\tau_0$ . On retiendra encore une fois celle de Fried (1990) qui définit  $\tau_0$  comme le temps pour lequel la fonction de structure temporelle de l’atmosphère vaut  $1\text{rad}^2$ .  $\tau_0$  s’écrit alors comme :

$$\tau_0 \simeq 0.314 \frac{r_0}{\bar{V}} \quad (5.10)$$

où  $\bar{V}$  est défini de manière analogue à  $\bar{h}$ , en remplaçant simplement  $h_n$  par  $V_n(h)$ .

L’ordre de grandeur de  $\tau_0$  est de quelques millisecondes. Par exemple, pour le profil 10 couches, on trouve un  $\tau_0$  de 2.7ms dans le visible ( $0.5\mu\text{m}$ ) et environ 11.5ms dans le proche IR (Bande H :  $1.65\mu\text{m}$ ).

## 5.2.6 Propriétés statistiques de la phase turbulente

La phase turbulente interceptée par le télescope est le résultat de la somme d’un grand nombre de variables aléatoires indépendantes. D’après le théorème de la limite centrale, la phase résultante sera donc régie par des propriétés statistiques gaussiennes.

### Covariance spatiale

Une première caractérisation statistique de la phase turbulente s’appuie sur la fonction de covariance. Celle-ci est définie par :

$$B_\phi(\boldsymbol{\rho}) = \langle \phi(\mathbf{r})\phi^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) \rangle \quad (5.11)$$

Où les variables pupillaire  $\boldsymbol{\rho}$  et fréquentielle  $\mathbf{f}$  sont liées par la relation  $\boldsymbol{\rho} = \lambda\mathbf{f}$ , et où l’on suppose que la phase turbulente est stationnaire. L’hypothèse de stationnarité implique que la fonction de covariance dépend uniquement de la distance  $\boldsymbol{\rho}$  entre deux points et pas

de l'endroit  $\mathbf{r}$  où on la calcule. Il faut noter que cette fonction de covariance diverge pour  $\boldsymbol{\rho}=0$  dans le cadre du modèle de Kolmogorov (1941). Pour s'affranchir de ce problème, on définit une fonction de structure.

### Fonction de Structure

Un autre outil pour la caractérisation de la phase turbulente est donné par la fonction de structure de phase (Tatarski, 1961). Celle-ci est définie comme la variance de la différence des fluctuations de phase entre 2 points distants de  $\boldsymbol{\rho}$ , ce qui s'écrit aussi comme :

$$D_\phi(\boldsymbol{\rho}) = \langle [\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})]^2 \rangle \quad (5.12)$$

On voit que cette fonction est nulle en  $\boldsymbol{\rho}=0$  et qu'elle croît ensuite rapidement. Par ailleurs, on peut montrer que  $B_\phi$  et  $D_\phi$  sont liés par un relation simple :

$$D_\phi(\boldsymbol{\rho}) = 2 [B_\phi(0) - B_\phi(\boldsymbol{\rho})] \quad (5.13)$$

Enfin, dans la cas d'un modèle d'atmosphère de type Kolmogorov et si on se place après une propagation à travers plusieurs couches indépendantes, on peut montrer que  $D_\phi$  s'écrit simplement en fonction de  $r_0$  comme :

$$D_\phi(\boldsymbol{\rho}) = 6.88 \left( \frac{\rho}{r_0} \right)^{5/3} \quad (5.14)$$

où  $\rho$  définit le module de  $\boldsymbol{\rho}$ .

### Densité Spectrale de Puissance (DSP)

En pratique, on caractérise le plus souvent la statistique des fluctuations de la phase par le spectre de puissance spatial, aussi appelé Densité Spectrale de Puissance (DSP). Il est défini comme la transformée de Fourier de  $B_\phi$  et dans l'hypothèse d'une statistique de Kolmogorov, cette DSP s'écrit :

$$C_\phi(\mathbf{f}) = 0.023 \left( \frac{1}{r_0} \right)^{5/3} f^{-11/3} \quad (5.15)$$

L'inconvénient de cette représentation, est que le spectre n'est pas intégrable sur l'ensemble des fréquences sinon il supposerait une énergie infinie, ce qui physiquement n'est pas acceptable. On considère donc souvent le spectre de Von-Karman qui inclut un terme de saturation aux basses fréquences :

$$C_\phi(\mathbf{f}) = 0.023 \left( \frac{1}{r_0} \right)^{5/3} \left( f^2 + \frac{1}{L_0} \right)^{-11/6} \quad (5.16)$$

Les spectres de Kolmogorov ou Von-Karman nous indiquent que l'essentiel de l'énergie turbulente se concentre dans les basses fréquences spatiales. La grande échelle ( $L_0$ ) quant à elle, atténue les bas ordres : plus  $L_0$  sera petite, plus l'énergie associée aux bas ordres sera

faible. Les mesures de  $L_0$  montrent une distribution log-normale avec une valeur médiane comprise entre 20 et 30m (Martin *et al.*, 2000; Ziad *et al.*, 2004). Dans la suite, on utilisera une valeur de  $L_0=50\text{m}$  comme cas de référence.

On utilisera principalement la DSP pour caractériser les propriétés de la phase turbulente car son implémentation dans les simulations est simple. La Fig. 5.6 résume les outils d'analyse de la turbulence de phase, ainsi que les liens existant entre ces différentes grandeurs.

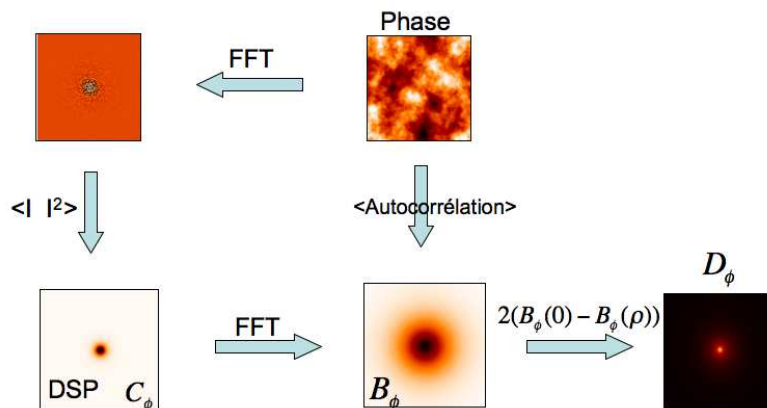


FIG. 5.6 – Relations entre la phase, la DSP  $C_\phi$ , la fonction de corrélation  $B_\phi$  et la fonction de structure  $D_\phi$ .  $C_\phi$ ,  $B_\phi$  et  $D_\phi$  sont en échelle Log inversée.

### 5.3 Imagerie à travers la turbulence

Voyons maintenant quel est l'effet de la turbulence atmosphérique sur la formation d'image au foyer d'un télescope. Pour cela, on différencie deux types d'imagerie : les cas courtes poses qui correspondent à des temps d'intégrations plus courts que  $\tau_0$  et les cas longues poses qui correspondent à des temps d'intégrations longs vis-à-vis de  $\tau_0$ .

#### 5.3.1 PSF courtes poses

On a vu au § 5.1 comment déterminer la répartition d'intensité au plan focal d'un télescope lorsque celui-ci intercepte une onde  $\Psi(\mathbf{r}) = Ae^{i\phi(\mathbf{r})}$ . Pour construire des PSFs courtes poses, il nous reste donc à simuler des écrans de phase turbulents instantanés  $\phi(\mathbf{r})$ . Il existe différentes méthodes de simulations de la phase turbulente telle que la décomposition sur une base de polynômes de Zernike (Roddir, 1990), les méthodes fractales (Schwartz *et al.*, 1994), l'approche Fourier (McGlamery, 1976; Nakajima, 1988; Shaklan, 1989) ou encore une méthode basée sur la covariance de la phase (Assémat *et al.*, 2006). Dans notre étude, on utilisera principalement l'approche Fourier, je ne présenterai donc que cette méthode ici.

### Simulation de la phase turbulente par la méthode de Fourier

La méthode de simulation d'écrans turbulents consiste à faire un tirage de bruit blanc que l'on colore dans le plan de Fourier par le spectre spatial de la turbulence  $C_\phi$ . On repasse ensuite dans l'espace direct pour obtenir une réalisation de la phase turbulente. On parle alors de méthode basée sur la décomposition de la phase sur une base de Fourier (McGlamery (1976); Nakajima (1988); Shaklan (1989)). La procédure est décrite par les trois premières cases de la Fig. 5.7.

Le principal avantage de la base de Fourier, réside dans sa représentation fine des hautes fréquences spatiales. En effet, la fréquence spatiale maximale que l'on peut modéliser avec cette méthode dépend uniquement de la taille du pixel que l'on utilise. Par exemple, pour une pupille de 10m représentée sur un tableau de 512x512pixels, la plus haute fréquence simulée sera (par le théorème de Shannon) de  $f_{max} = 1/(2(10m/512)) = 25.6m^{-1}$ . Par contre, du fait de l'utilisation de Transformées de Fourier Discrètes (TFD) lors de la création des écrans de phase ces derniers seront périodiques. La périodicité introduit ce que l'on appelle une "grande échelle numérique" qui pose le problème de la représentation des basses fréquences. En effet, la plus basse fréquence que l'on peut espérer obtenir avec cette méthode est conditionnée par la taille de l'écran simulé : la "grande échelle numérique" a pour taille la moitié de la taille du tableau. Le contenu fréquentiel de la phase ainsi simulée sera tronqué pour les fréquences inférieures à  $1/L_0^{num}$ . Si le diamètre de la pupille sur laquelle on souhaite simuler la phase turbulente est inférieur à cette "grande échelle numérique" cette limitation n'est pas fondamentale car le contenu fréquentiel utile n'est pas affecté. Cela ne sera malheureusement pas le cas pour les ELTs. Pour s'affranchir de cette limitation, la solution consiste généralement à construire des écrans de phases quatre fois plus grands que la pupille, puis venir découper une zone d'intérêt dans cet écran. Notons que d'autres méthodes pour rehausser le contenu en basse fréquence de la phase turbulente simulée existent aussi (Lane *et al.* (1992); Harding *et al.* (1999)).

### Calcul de la PSF courte pose

Une fois l'écran de phase calculé, on découpe la zone correspondant à la pupille du télescope, puis on construit l'amplitude complexe dans la pupille. Le module carré de la transformée de Fourier de cette dernière nous donne enfin la PSF courte pose. La Fig. 5.7 résume les différentes étapes décrites ci-dessus.

Si les aberrations atmosphériques sont suffisamment importantes ( $\sim D/r_0 \geq 3$ ), l'énergie auparavant contenue dans la tache d'Airy est "éclatée" en tavelures (speckles en Anglais). Les speckles sont le résultat de l'interférence constructive et destructive des rayons incidents provenant de différents points de la pupille (Roddiier, 1981), leur taille est de  $\lambda/D$ , leur nombre est environ  $(D/r_0)^2$  et ils se répartissent sur un domaine de taille  $\lambda/r_0$ . Par ailleurs, la distribution de speckles dans le plan focal évolue au cours du temps, avec une vitesse caractéristique qui suit celle de l'atmosphère (de l'ordre de  $\tau_0$ ). Si le temps de

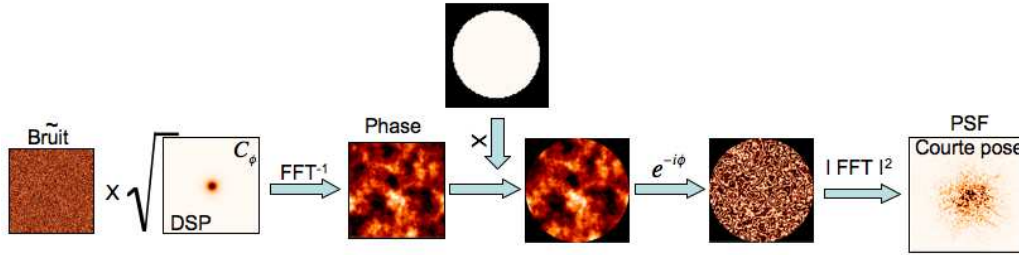


FIG. 5.7 – Principe de la simulation de la phase turbulente par l’approche Fourier et formation de PSFs courtes poses.  $C_\phi$  et la PSF sont en échelle Log inversée.

pose devient grand devant le temps d’évolution des speckles, ces derniers vont se moyenner pour former l’image longue pose de taille  $\lambda/r_0$ .

### 5.3.2 PSF longues poses

La première méthode intuitive pour simuler une image longue pose est tout simplement de moyenner les PSF courtes poses. Le principal inconvénient de cette méthode est qu’elle nécessite de réitérer le calcul d’écrans de phases turbulents un grand nombre de fois pour s’affranchir du bruit de convergence (bruit de speckle).

Une autre méthode consiste à utiliser la fonction de structure de phase  $D_\phi$ , qui, elle, s’obtient en une seule itération à partir de la DSP turbulente  $C_\phi$ , pour former une PSF longue pose (pose infinie). En effet, comme le processus d’imagerie est linéaire, moyenner les PSFs courtes poses revient aussi à moyenner les FTO courtes poses. Si on écrit la FTO comme l’autocorrélation de l’amplitude complexe dans la pupille, cela nous donne :

$$\text{FTO}_{LP}(\mathbf{f}) = \langle \text{FTO}_{CP}(\mathbf{f}) \rangle = \frac{1}{S} \int P(\mathbf{r})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) \langle e^{i[\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})]} \rangle d\mathbf{r} \quad (5.17)$$

Dans l’hypothèse d’une phase gaussienne à moyenne nulle, on utilise le fait que la fonction caractéristique d’une variable aléatoire gaussienne centrée  $u$  vaut  $\langle \exp(iu) \rangle = \exp(-\langle u^2 \rangle / 2)$ . Ceci nous permet d’écrire que :

$$\langle e^{i[\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})]} \rangle = e^{-\frac{1}{2} \langle [\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})]^2 \rangle} \quad (5.18)$$

où l’on reconnaît ainsi l’expression de  $D_\phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$  dans le membre de droite. On utilise alors l’hypothèse de stationnarité ( $D_\phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = D_\phi(\boldsymbol{\rho})$ ) pour sortir le terme en exponentielle de l’intégrale<sup>1</sup>. Cela nous permet alors d’écrire la FTO longue pose comme un produit de deux fonctions :

$$\text{FTO}_{LP}(\mathbf{f}) = e^{-\frac{1}{2} D_\phi(\lambda \mathbf{f})} \text{FTO}_{tel}(\mathbf{f}) = \text{FTO}_{atm}(\mathbf{f}) \text{FTO}_{tel}(\mathbf{f}) \quad (5.19)$$

<sup>1</sup>On comprend toute l’importance de l’hypothèse de stationnarité pour sortir le terme en  $D_\phi$  de l’intégrale. On reviendra sur ce passage dans le cas d’une image corrigée par optique adaptative dans le § 6.1.2.

Dans l'Eq. 5.19, la FTO du télescope est maintenant multipliée par une FTO atmosphérique qui se construit directement à partir de  $D_\phi$  et de  $C_\phi$ . La Fig. 5.8 résume les principales étapes du calcul de la PSF longue pose.

De la même manière qu'un système optique agit comme un filtre passe-bas, on considère que l'effet de la turbulence peut être interprété comme un filtre spatial. Seules les fréquences plus basses que  $r_0/\lambda$  sont transmises par l'atmosphère.

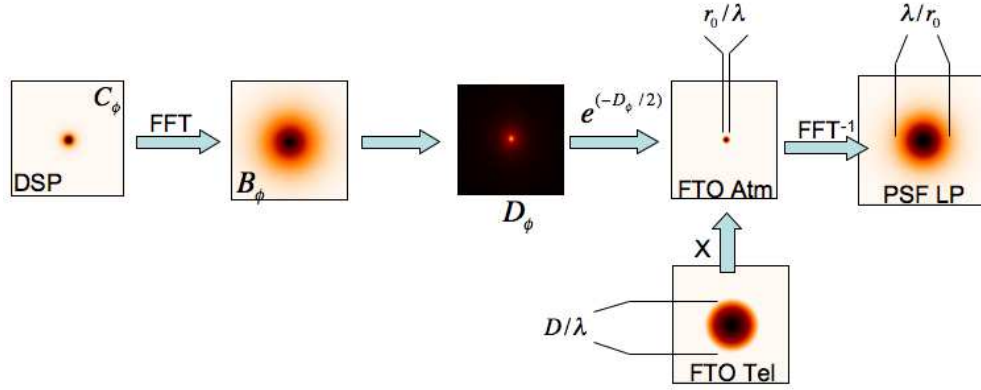


FIG. 5.8 – Principe de la simulation d'une PSF longue pose (pose infinie).  $C_\phi$ ,  $B_\phi$ ,  $D_\phi$  les FTO et la PSF sont en échelle Log inversée.

## 5.4 Caractérisation des effets de la turbulence sur l'imagerie

Une fois que l'on a formé des PSFs turbulentes, la dernière étape est de définir des outils pour mesurer les performances du système. Plusieurs outils permettent d'évaluer la qualité d'une image. Nous en présenterons trois que l'on utilisera principalement dans la suite : la variance de phase (notée  $\sigma_\phi^2$ ), le Rapport de Strehl (noté SR) et l'Energie Encadrée (notée EE).

### 5.4.1 Variance de phase

Un premier indicateur de la qualité d'une image est défini par la variance spatiale de la phase  $\sigma_\phi^2$  exprimée généralement en radians<sup>2</sup>. La variance de phase quantifie l'énergie des perturbations de phase : plus elle est élevée, plus l'image résultante qu'on construit avec cette phase sera dégradée. La variance de phase s'obtient soit en moyennant les variances individuelles des écrans de phases instantanés, soit directement par intégration de la DSP. Dans ce dernier cas, il faut filtrer la DSP afin de soustraire l'énergie liée au mode de piston, i.e., la moyenne de la phase sur une ouverture D (de surface S). Dans l'espace direct, cela

s'écrit comme :

$$\sigma_{\phi}^2 = \frac{1}{S} \int_S \langle (\phi(\mathbf{r}) - \bar{\phi})^2 \rangle d\mathbf{r} \text{ avec } \bar{\phi} = \frac{1}{S} \int_S \phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (5.20)$$

Si on développe cette expression, on trouve alors que :

$$\sigma_{\phi}^2 = \frac{1}{S} \int_S \langle (\phi(\mathbf{r}))^2 \rangle d\mathbf{r} - \frac{1}{S} (\bar{\phi})^2 \quad (5.21)$$

Ce qui donne en terme de DSP :

$$\sigma_{\phi}^2 = \int_0^{\infty} C_{\phi}(\mathbf{f}) \left[ 1 - \left| \frac{2J_1(\pi D\mathbf{f})}{\pi D\mathbf{f}} \right|^2 \right] d\mathbf{f} \quad (5.22)$$

Si l'atmosphère suit une statistique de Kolmogorov, on montre alors que l'intégration de l'Eq. 5.22 donne :

$$\sigma_{\phi}^2 \simeq 1.03 \left( \frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \quad (5.23)$$

On peut généraliser le résultat ci-dessus pour calculer un variance de phase filtrée d'un certain nombre de modes (Sasiela, 1994). Ces modes sont généralement des modes de Zernike car ils décrivent simplement les aberrations optiques les plus courantes. Par exemple, les modes de Zernike 2 et 3 (d'ordre radial 1 notés Tip et Tilt) représentent des rampes de phases dans la pupille, ce qui correspond à un décentrage de la PSF résultante. Pour calculer la variance de phase résiduelle filtrée d'un nombre  $i$  d'ordres radiaux, Sasiela (1994) montre qu'il suffit d'écrire :

$$\sigma_{\phi}^2 = \int_0^{\infty} C_{\phi}(\mathbf{f}) F_i(\mathbf{f}) d\mathbf{f} \quad (5.24)$$

Avec :

$$F_i(f) = \left[ 1 - \sum_{i=0}^N \left| \frac{2(i+1)J_{i+1}(\pi D\mathbf{f})}{\pi D\mathbf{f}} \right|^2 \right] \quad (5.25)$$

Où  $N$  est l'ordre radial maximal des modes de Zernike à filtrer.

### 5.4.2 Rapport de Strehl : SR

Le SR est défini comme l'intensité sur l'axe optique de la PSF du système, normalisée par la tache d'Airy :

$$\text{SR} = \frac{\text{PSF}(\alpha = 0)}{\text{Airy}(\alpha = 0)} \quad (5.26)$$

Le SR renseigne donc sur la quantité d'énergie concentrée dans le pic central.

Il peut aussi s'exprimer comme le rapport des intégrales des FTO,

$$\text{SR} = \frac{\int \text{FTO}(\mathbf{f}) d\mathbf{f}}{\int \text{FTO}_{tel}(\mathbf{f}) d\mathbf{f}} \quad (5.27)$$

Dans le cas de faibles perturbations de phase, on peut relier le SR à l'énergie cohérente (Conan, 1994; Fusco, 2000), et donc à la variance de la phase par :

$$\text{SR} \sim E_c = e^{-\sigma_\phi^2} \sim 1 - \sigma_\phi^2 \quad (5.28)$$

où l'énergie cohérente (Rousset *et al.*, 1991) caractérise l'atténuation des hautes fréquences spatiales, ou autrement dit, l'énergie contenue dans le pic cohérent.

### 5.4.3 Energie Encadrée

Enfin, on définit un troisième critère qui trouve son importance notamment en spectroscopie : l'Energie Encadrée (EE). On définit l'EE comme la quantité de lumière concentrée dans une boîte de taille donnée, normalisée par l'énergie totale :

$$\text{EE} = \frac{\int \int_{\text{box}} \text{PSF}(x, y) dx dy}{\int \int \text{PSF}(x, y) dx dy} \quad (5.29)$$

En spectroscopie l'élément de surface d'intégration de l'énergie est généralement l'entrée d'une fibre, ou la fente du spectrographe (Cf. Chap. 4).

L'ensemble des outils présentés dans ce chapitre nous fournit les briques de bases aux développements proposés dans les prochains chapitres. A partir de ces briques élémentaires, nous développerons notamment l'approche Fourier pour la modélisation de l'optique adaptative (Chap. 6) et de l'optique adaptative tomographique (Chap. 7).





# Chapitre 6

## Optique Adaptative

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Optique Adaptative et représentation dans l'espace de Fourier</b>	<b>132</b>
6.1.1	Principe de l'Optique Adaptative . . . . .	132
6.1.2	Représentation de l'Optique Adaptative en Fourier . . . . .	134
6.1.3	Notations . . . . .	135
<b>6.2</b>	<b>Propagation</b> . . . . .	<b>136</b>
<b>6.3</b>	<b>Analyse de Surface d'onde</b> . . . . .	<b>137</b>
6.3.1	Principe du Shack-Hartmann . . . . .	138
6.3.2	Bruit d'analyse et bruit d'aliasing . . . . .	140
<b>6.4</b>	<b>Reconstruction spatiale du front d'onde</b> . . . . .	<b>141</b>
6.4.1	Le modèle direct . . . . .	142
6.4.2	Inversion des mesures . . . . .	142
6.4.3	Solution Optimale . . . . .	143
<b>6.5</b>	<b>Correction du front d'onde: projection sur le DM</b> . . . . .	<b>144</b>
<b>6.6</b>	<b>Limitation d'une Optique Adaptative</b> . . . . .	<b>145</b>
6.6.1	DSP Résiduelle . . . . .	145
6.6.2	Cas limite: $\mathbf{W}=0$ pas de correction . . . . .	146
6.6.3	Erreur de Fitting . . . . .	147
6.6.4	Erreur de reconstruction et propagation du bruit d'analyse . . .	149
6.6.5	Erreur sur le SNR . . . . .	152
6.6.6	Aliasing . . . . .	154
6.6.7	Anisoplanétisme . . . . .	156
6.6.8	Erreur temporelle . . . . .	158
<b>6.7</b>	<b>Comparaison Fourier / E2E</b> . . . . .	<b>158</b>
<b>6.8</b>	<b>Etoiles Lasers</b> . . . . .	<b>159</b>
6.8.1	Limites fondamentales . . . . .	159
6.8.2	Modélisation Fourier de l'Etoile Laser . . . . .	161
<b>6.9</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>168</b>

---

Dans cette partie nous allons décrire d'un point de vue théorique les principaux éléments constitutifs et les limitations fondamentales de l'Optique Adaptative (OA). L'objectif de ce chapitre est d'introduire le formalisme nécessaire dans un cas simple d'OA classique, pour ensuite le généraliser au cas tomographique dans le prochain chapitre (Chap. 7). Notre but n'est donc pas d'expliquer le fonctionnement détaillé d'une boucle d'OA (le lecteur intéressé trouvera une explication complète et de nombreux détails dans Roddier (1999) par exemple), mais d'obtenir des formules analytiques simples, qui permettent à la fois une bonne compréhension des processus en jeu et de simuler rapidement et de manière précise le comportement des OA pour des télescopes de grands diamètres. Pour cela, nous nous attacherons dans la suite à décrire les principaux éléments de l'OA dans un formalisme de Fourier. Après avoir introduit les principes de base de l'OA et de sa représentation dans le plan de Fourier, on s'intéresse à décrire les limites fondamentales de cette technique. Ce chapitre vient donc compléter notre boîte à outils entamée au chapitre précédent, avec en outre quelques développements originaux. Ceux-ci concernent notamment la gestion de l'erreur d'aliasing, la gestion d'une erreur de modèle ou encore la représentation des spécificités de l'analyse sur étoile laser dans une base de Fourier.

## 6.1 Optique Adaptative et représentation dans l'espace de Fourier

### 6.1.1 Principe de l'Optique Adaptative

L'Optique Adaptative est un système opto-mécanique qui corrige en temps réel le front d'onde turbulent intercepté par le télescope. Pour cela, un système d'optique adaptative se compose de trois éléments clefs :

- un Analyseur de Surface d'Onde (ASO) qui mesure les défauts de phase du front d'onde incident
- un système informatique qui traite les mesures de l'ASO en temps réel (on parle souvent de Real Time Computer : RTC) et qui contrôle le troisième élément clef :
- un Miroir Déformable (DM en Anglais) qui assure la correction en imprimant au front d'onde incident une déformation inverse de celle qui a été mesurée.

Le but d'un système d'OA est d'obtenir un front d'onde corrigé plan et permettre ainsi d'observer (sur une voie d'imagerie) une image corrigée proche de la limite théorique de diffraction du télescope. Avant de rentrer dans le détail des constituants de la boucle d'OA, je précise deux points concernant la mesure.

### Mesure boucle ouverte, boucle fermée

Le premier point important concernant la mesure est de différencier la configuration dite boucle ouverte de la configuration dite boucle fermée. En boucle ouverte, l'analyseur de front d'onde voit directement les déformations du front d'onde dues à la turbulence (Fig. 6.1 à droite). En boucle fermée, l'analyseur se situe après le DM : il voit uniquement le résidu de correction (Fig. 6.1 à gauche).

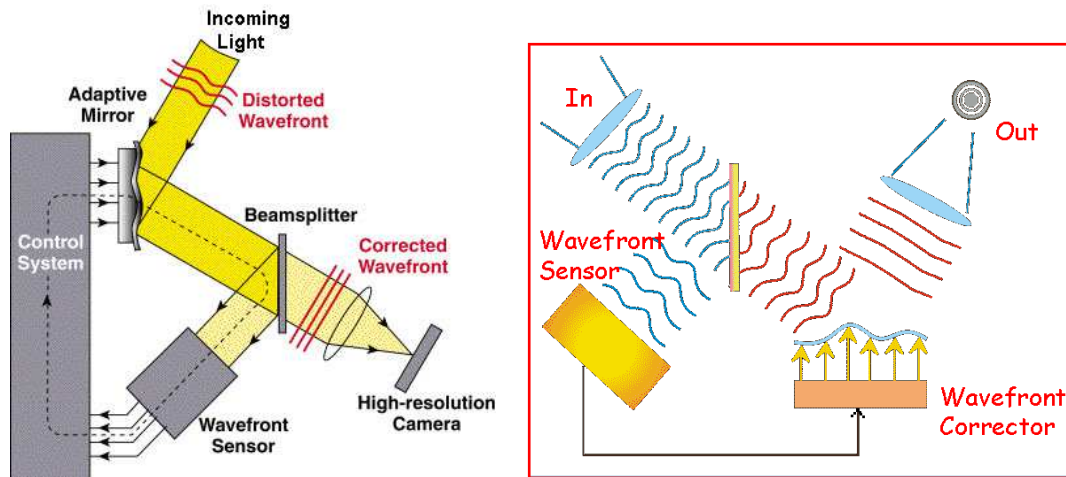


FIG. 6.1 – Schéma de principe d'un système d'optique adaptative. A gauche dans une configuration boucle fermée et à droite dans une configuration boucle ouverte.

Dans une configuration boucle fermée le résidu de turbulence à mesurer est faible. Ceci assure en général une bonne linéarité aux ASOs, car ils fonctionnent dans un domaine réduit autour d'un point de référence. La configuration boucle ouverte est par contre beaucoup plus sensible aux non-linéarités des ASOs car la dynamique de mesure est beaucoup plus importante. De plus, la correction du DM est effectuée "en aveugle" et seul le contrôle *a posteriori* de l'image finale renseigne sur la qualité de la correction qui a été apportée. Ainsi, la grande majorité des systèmes d'OA actuels fonctionnent en boucle fermée. Cependant, dans le contexte des OA tomographiques, la mesure boucle ouverte trouve dans certains cas un nouvel intérêt (Cf. §7.1). En préparation du prochain chapitre (Chap. 7) dédié aux OA tomographiques, je ne présenterai ici que des systèmes fonctionnant en boucle ouverte.

### Mesure sur étoile naturelle, étoile laser

Un deuxième point important concernant la mesure des aberrations atmosphériques, concerne la source utilisée. En effet, la mesure des aberrations peut se faire soit directement sur l'objet d'intérêt si celui-ci est suffisamment brillant, soit sur une source proche de celui-ci. Dans le cas d'observation de galaxies lointaines, la faible brillance de surface de ces objets rend nécessaire l'utilisation d'une autre référence. Du fait de la décorrélation

angulaire de la turbulence et de l'erreur d'anisoplanétisme qui en découle, la source de référence doit se situer dans un rayon relativement proche de l'objet d'intérêt, de l'ordre de  $\theta_0$ . Pour l'observation de galaxies distantes, l'OA ne sera efficace que pour les galaxies se situant dans le voisinage d'une étoile brillante (typiquement  $R \leq 16$ ). Cette contrainte limite énormément le nombre d'objets pour lesquels une bonne correction de la turbulence est réalisable. On parle de couverture du ciel (e.g. Le Louarn *et al.* (1998), Fusco *et al.* (2006)), c'est-à-dire de zones de ciel où l'on peut espérer une correction meilleure qu'un certain seuil (seuil à fixer en fonction du programme scientifique).

Pour accroître la couverture de ciel, plusieurs auteurs ont étudié l'utilisation d'étoiles artificielles (étoile laser e.g. Foy et Labeyrie (1985); Pilkington *et al.* (1987); Tallon et Foy (1990); Le Louarn (2000); Viard (2001)). Le principe d'une étoile laser est basé sur la ré-émission de la lumière par des particules excitées. Il existe deux grandes classes d'étoiles laser : celles qui utilisent la diffusion Rayleigh à une altitude de 15km environ et celles qui utilisent l'excitation des atomes de Sodium à une altitude de 90km environ. En créant une source brillante n'importe où dans le ciel, l'étoile laser est donc la solution aux problèmes de couverture de ciel. Malheureusement, l'étoile laser souffre de plusieurs limitations intrinsèques (Rigaut et D'Orgeville, 2005) qui rendent nécessaire l'utilisation d'une étoile naturelle pour un fonctionnement optimal. La couverture de ciel apportée par les étoiles lasers n'est donc pas nécessairement de 100%, mais elle reste quand même supérieure au cas de l'OA fonctionnant uniquement sur étoiles naturelles.

Dans la première partie de ce chapitre (jusqu'au § 6.7), on considérera que la mesure est toujours réalisée à partir de sources naturelles. Je reviendrai plus en détails sur les limitations des étoiles lasers et leur modélisation en Fourier dans une discussion présentée en §6.8.

### 6.1.2 Représentation de l'Optique Adaptative en Fourier

L'approche Fourier trouve ses fondements dans Véran (1997) qui donne la relation entre la fonction de structure de phase résiduelle et la FTO d'un système d'OA. A partir de cette brique de base, Francois Rigaut (Rigaut *et al.*, 1998) propose une modélisation d'un système d'OA classique dans une configuration mono-dimensionnelle. Laurent Jolissaint (Jolissaint *et al.*, 2006b) reprendra cette approche et la généralisera au cas bi-dimensionnel. Ce que je présente dans la suite s'inspire des travaux de F. Rigaut et L. Jolissaint, avec cependant un formalisme différent (on utilise surtout un formalisme matriciel), de plus amples développements (e.g. §6.6.5, et §6.6.6) et des interprétations physiques additionnelles.

Le principal avantage de l'approche Fourier est que tous les opérateurs (propagation / mesure / reconstruction / correction) se diagonalisent et agissent comme des filtres spatiaux. Il suffit alors de traiter l'ensemble de la boucle d'OA fréquence spatiale par fréquence spatiale ce qui facilite grandement la compréhension des phénomènes et leur simulation. En effet, cette diagonalisation nous permet de construire des expressions analytiques simples

et ainsi de découpler et mettre en évidence les limitations d'un système d'OA. Par ailleurs, cette diagonalisation simplifie substantiellement la mise en oeuvre des simulations (e.g. taille mémoire) et nous offre un outil de simulation rapide. Un des principaux points forts de l'approche Fourier est que l'on peut construire une DSP de phase résiduelle et de manière identique au § 5.3, on extrait à partir de cette DSP (i) la fonction de structure de phase, la FTO de la phase résiduelle, la PSF longue pose corrigée par OA et la variance résiduelle (ii) des tirages de phases résiduelles instantanées et les PSF courtes poses correspondantes. En une seule itération, on est capable de caractériser la performance attendue d'un système d'OA donné.

L'approche Fourier nécessite par contre que tous les processus de propagation / mesure / reconstruction / correction puissent être décrits par des opérateurs linéaires et invariants par translation. L'hypothèse d'invariance par translation exclut toute modélisation d'effets de bords qui sont, par définition, non invariants par translation. De fait, une représentation d'un système d'OA dans l'espace de Fourier s'applique au cas idéal de télescope de diamètre infini. Pour construire une DSP de phase résiduelle, il faut nécessairement que celle-ci soit stationnaire, ce qui n'est plus le cas en présence d'une pupille. On pourra quand même introduire l'effet du diamètre fini du télescope au moment du calcul de la performance finale, soit en multipliant la FTO de phase résiduelle par la FTO d'un télescope (Cf. §5.3.2), soit en plaquant une pupille sur les écrans de phases résiduelles (Cf. §5.3.1). A noter que la stationnarité de la phase résiduelle implique que la phase de correction elle-même soit stationnaire. Dans le cas de systèmes à pupille finie, ce n'est malheureusement pas le cas et la correction est souvent meilleure au centre de la pupille que sur les bords du DM (Conan, 1994; Véran, 1997)). Conan (1994) montre cependant qu'une "stationnarisation" de la phase résiduelle affecte principalement les hautes fréquences de la FTO et donc les hautes fréquences spatiales de l'image. Ces hautes fréquences sont filtrées par la FTO du télescope, si bien que l'erreur finale sur le SR est généralement négligeable (<au%). Je reviendrai sur ces résultats et à leur généralisation au cas d'une mesure sur étoile artificielle au §6.8. Mais dans l'immédiat, intéressons-nous à la description des principaux éléments d'une boucle d'OA dans le formalisme de Fourier.

### 6.1.3 Notations

On base notre représentation de la turbulence sur le modèle présenté au § 5.2.2. On rappelle que le spectre de la turbulence s'écrit comme :

$$C_\phi = 0.023 \left(\frac{1}{r_0}\right)^{5/3} \left(f^2 + \frac{1}{L_0}\right)^{-11/6} \quad (6.1)$$

Par ailleurs, la turbulence est modélisée par  $N_L$  couches discrètes localisées aux altitudes  $\{h_n\}$ . Chaque couche turbulente est décrite par son propre spectre, qui s'écrit pour la couche  $n$  comme :

$$C_{\phi_n} = \lambda_n C_\phi \quad (6.2)$$

où l'on suppose que  $L_0$  est le même pour chaque couche et où  $\lambda_n$  est la fraction d'énergie turbulente contenue dans la couche  $n$  :

$$\lambda_n = C_n^2(h_n)\delta h_n / \sum_{n=1}^{N_L} C_n^2(h_n)\delta h_n \quad (6.3)$$

On peut donc écrire que l'énergie turbulente totale est définie par  $C_\phi = \sum_{n=1}^{N_L} \lambda_n C_\phi = \sum_{n=1}^{N_L} C_{\varphi_n}$ .

Chaque couche se déplace latéralement à une vitesse  $v(h_n)$  emportée par le vent. On suppose un déplacement de type "frozen flow" (Cf. § 5.2.5).

La mesure de la turbulence est effectuée dans une direction  $\alpha$ , l'objet d'intérêt est, lui, situé à un angle  $\theta$ . Enfin, on supposera que le DM est dans un plan pupille. La Fig. 6.2 synthétise l'ensemble des notations.

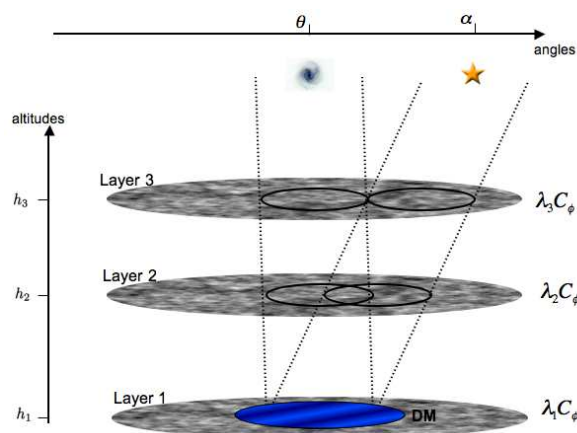


FIG. 6.2 – Synthèse des notations utilisées pour repérer les angles en OA classique.

## 6.2 Propagation

Dans le cas de l'hypothèse de champ proche (pas d'effets diffractifs), la phase résultante dans la pupille du télescope lorsque l'on regarde dans une direction  $\theta$  peut s'écrire comme la somme des perturbations de phase introduites par chaque couche, ou dans l'espace de Fourier comme :

$$\tilde{\phi}_\theta(\mathbf{f}) = \sum_{n=1}^L \tilde{\varphi}_n(\mathbf{f}) e^{2j\pi h_n \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\theta}} \quad (6.4)$$

où  $\tilde{\varphi}_n$  représente la transformée de Fourier de la phase turbulente à l'altitude  $n$ .

Afin de simplifier les équations, on adoptera dans la suite la notation  $\tilde{x}$  pour faire référence à  $\tilde{x}(\mathbf{f})$  pris à une fréquence  $\mathbf{f}$  donnée. Pour chaque fréquence, on peut réécrire l'équation 6.4 ci-dessus sous une forme matricielle :

$$\tilde{\phi}_\theta = \mathbf{P}_\theta^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} \quad (6.5)$$

où  $\tilde{\phi}_\theta$  est un scalaire. Il résulte du produit des 2 vecteurs que sont  $\mathbf{P}_\theta^L$  et  $\tilde{\varphi}_{\text{turb}}$ .  $\mathbf{P}_\theta^L$  est un vecteur-ligne de taille  $N_L$  qui va s'écrire comme :

$$\mathbf{P}_\theta^L = \left( e^{2j\pi h_1 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\theta}} \quad e^{2j\pi h_2 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\theta}} \quad \dots \quad e^{2j\pi h_{N_L} \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\theta}} \right) \quad (6.6)$$

Et  $\tilde{\varphi}_{\text{turb}}$  est un vecteur colonne de taille  $N_L$  qui regroupe les  $N_L$  phases turbulentes :

$$\tilde{\varphi}_{\text{turb}} = \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_1 \\ \tilde{\varphi}_2 \\ \dots \\ \tilde{\varphi}_{N_L} \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

Le vecteur  $\mathbf{P}_\theta^L$  a pour rôle de projeter le volume turbulent vu dans la direction  $\theta$  dans la pupille : on parle de “projecteur”. Une fois la phase propagée dans la pupille, on modélise l'ASO qui va permettre de mesurer les défauts de phases.

### 6.3 Analyse de Surface d'onde

Il existe plusieurs types d'analyseurs de surface d'onde couramment utilisés en astronomie. Ces analyseurs se séparent en deux grandes familles : les analyseurs “plan pupille” et les analyseurs “plan focal”. La première catégorie regroupe entre autres le Shack-Hartmann (Shack et Platt, 1971), l'analyseur à courbure (Roddi, 1988) et la pyramide (Ragazzoni, 1996). L'idée est de déterminer les perturbations du plan de phase par rapport à une phase plane, en mesurant une grandeur directement dans la pupille. La deuxième catégorie se concentre principalement autour des techniques de *phase retrieval* et de diversité de phase (Gonsalves, 1982; Blanc *et al.*, 2003). On utilise alors directement les propriétés de l'image au plan focal du télescope pour caractériser les déformations du front d'onde. Un comparatif des divers analyseurs peut être trouvé dans Rousset (1999).

Dans la suite on se limitera aux analyseurs “plan pupille” et plus particulièrement au cas du Shack-Hartmann, car c'est le senseur de front d'onde le plus couramment utilisé en optique adaptative. Pour modéliser cet analyseur, on se ramène à un modèle linéaire de la forme :

$$\tilde{\phi}_\alpha^{\text{mes}} = M \mathbf{P}_\alpha^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} + b^{\text{noise}} = M \tilde{\phi}_\alpha + b^{\text{noise}} \quad (6.8)$$

Pour chaque fréquence,  $M$  est un scalaire (ou un couple de scalaire) qui traduit la sensibilité de l'ASO.  $\mathbf{P}_\alpha^L$  est défini de la même manière que  $\mathbf{P}_\theta^L$ . Par ailleurs, la mesure est entachée de bruit, que l'on modélise par un terme additif  $b^{\text{noise}}$ . On peut noter que selon le type d'analyseur et du moment que ce dernier est linéaire<sup>1</sup>, seuls  $M$  et  $b^{\text{noise}}$  changent. La matrice  $M \mathbf{P}_\alpha^L$  représente la sensibilité du système, dans la suite on parlera de matrice d'interaction.

<sup>1</sup>Ce qui n'est pas le cas des analyseurs “plan focal”



### 6.3.1 Principe du Shack-Hartmann

Le Shack-Hartmann échantillonne spatialement le front d'onde incident par une matrice de micro-lentilles optiquement conjuguée avec la pupille du système. Au plan focal de ces micro-lentilles, on place alors une caméra pour enregistrer les imagerie de chaque sous-pupille ainsi formées. Si le front d'onde incident est plan (Cf. Fig. 6.3 en haut), chaque tache image sera située sur l'axe optique des micro-lentilles, i.e. le centre des sous-pupilles. Cette position définit le plan de référence. Si le front d'onde incident est perturbé, les taches images vont se déplacer par rapport à la référence. Le déplacement des taches images renseigne alors sur la pente moyenne de la portion de front d'onde échantillonnée par la micro-lentille (Cf. Fig. 6.3 en bas). Chaque sous-pupille d'un Shack-Hartmann est donc sensible à la pente moyenne de la phase, on peut montrer que ceci est équivalent à la moyenne de la dérivée de la phase sur la sous-pupille.

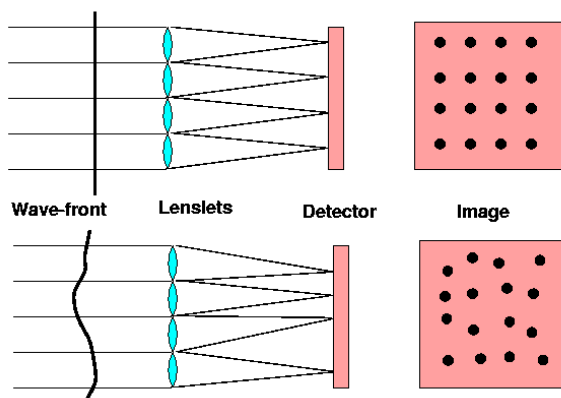


FIG. 6.3 – Schéma de principe d'un analyseur de type Shack-Hartmann.

La dérivée moyenne est mesurée selon deux directions orthogonales  $x$  et  $y$ . Si l'on traduit cela en équations, on peut écrire la mesure d'un Shack-Hartmann comme :

$$\begin{aligned}
 s_x &= \left\{ \left[ \left( \frac{\partial \overline{\phi(\mathbf{r})}_\alpha}{\partial x} \right) * \Pi\left(\frac{\mathbf{r}}{d}\right) \right] \text{III}\left(\frac{\mathbf{r}}{d}\right) \right\} \Pi\left(\frac{\mathbf{r}}{D}\right) + b_x \\
 s_y &= \left\{ \left[ \left( \frac{\partial \overline{\phi(\mathbf{r})}_\alpha}{\partial y} \right) * \Pi\left(\frac{\mathbf{r}}{d}\right) \right] \text{III}\left(\frac{\mathbf{r}}{d}\right) \right\} \Pi\left(\frac{\mathbf{r}}{D}\right) + b_y
 \end{aligned}
 \tag{6.9}$$

Où  $\overline{\phi(\mathbf{r})}_\alpha$  est la phase incidente vue dans une direction  $\alpha$  et moyennée sur le temps d'intégration  $\Delta t$  de l'ASO,  $d$  est la taille de la sous-pupille,  $D$  le diamètre du télescope et  $b_{x,y}$  le bruit associé à la mesure (Cf. plus bas). Le produit de convolution avec la porte de taille  $d$  symbolise la moyenne spatiale sur une sous-pupille. Le produit par le peigne de Dirac de pas  $d$  représente l'échantillonnage de la phase par le réseau de sous-pupille. Enfin, la multiplication par la porte de taille  $D$  correspond à la coupure due au télescope. On exprime la mesure en radians de différence de phase au bord d'une sous-pupille.

Si on transpose l'Eq. 6.9 dans le domaine de Fourier, on peut écrire que :

$$\begin{aligned}\tilde{s}_x &= \left[ 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y) \overline{\tilde{\phi}(\mathbf{f})_\alpha} \right] * [d^2 \text{III}(f_x d)] + b_x \\ \tilde{s}_y &= \left[ 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y) \overline{\tilde{\phi}(\mathbf{f})_\alpha} \right] * [d^2 \text{III}(f_y d)] + b_y\end{aligned}\quad (6.10)$$

Le  $2j\pi f_{x,y}$  modélise la dérivation, le  $\text{sinc}(\pi df_{x,y})$  représente le moyennage de la phase par les sous-pupilles et le terme  $\overline{\tilde{\phi}(\mathbf{f})_\alpha}$  peut s'écrire comme :

$$\overline{\tilde{\phi}(\mathbf{f})_\alpha} = \mathbf{P}_\alpha^L \overline{\tilde{\varphi}_{\text{turb}}}\quad (6.11)$$

avec :

$$\overline{\tilde{\varphi}_{\text{turb}}} = \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_1 \text{sinc}(\Delta t \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}(h_1)) \\ \tilde{\varphi}_2 \text{sinc}(\Delta t \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}(h_2)) \\ \dots \\ \tilde{\varphi}_{N_L} \text{sinc}(\Delta t \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}(h_{N_L})) \end{pmatrix}\quad (6.12)$$

Dans l'espace direct, on ne mesure qu'une version échantillonnée de la dérivée de la phase due au nombre fini de sous-pupilles. Une première conséquence de cet échantillonnage spatial est qu'un SH n'est sensible qu'aux fréquences inférieures à sa fréquence de coupure  $f_c^{ASO}$  définie par :

$$f_c^{ASO} = 1/2d\quad (6.13)$$

Toutes les fréquences au-delà de la fréquence de coupure ne seront pas vues par cet analyseur. Pour des sous-pupilles carrées, cela implique que  $\mathbf{M}=0$  pour  $f_x$  ou  $f_y$  supérieure à  $f_c^{ASO}$ .

La deuxième conséquence de l'échantillonnage est la périodisation du spectre du signal mesuré dans l'espace de Fourier avec une fréquence  $f_{ech} = 1/d$ . Comme le spectre turbulent a une extension infinie, lors de la mesure d'une fréquence  $f$  on est non seulement sensible à la valeur du spectre mesuré pour cette fréquence, mais aussi à la valeur du spectre mesuré d'une haute fréquence repliée ( $f_{ech} - f$ ). C'est ce que l'on tente d'illustrer par la Fig. 6.4. On parle de repliement des hautes fréquences, ou aliasing en Anglais. D'un point de vue mathématique, l'aliasing se traduit par le produit de convolution qui apparaît dans l'Eq. 6.10 et qui provoque la répétition des mesures sur une grille régulièrement espacée. Je reviens plus en détails sur le phénomène d'aliasing dans la suite.

Dans le domaine de fréquences  $f < f_c^{ASO}$ , on peut développer le produit de convolution dans l'Eq. 6.10 pour faire apparaître une forme plus compacte de l'équation de mesure où l'aliasing est considéré comme un bruit additif :

$$\begin{aligned}\tilde{s}_x &= \left[ 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y) \overline{\tilde{\phi}(\mathbf{f})_\alpha} \right] + b_x^{alias} + b_x \\ \tilde{s}_y &= \left[ 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y) \overline{\tilde{\phi}(\mathbf{f})_\alpha} \right] + b_y^{alias} + b_y\end{aligned}\quad (6.14)$$

On est alors ramené à une forme linéaire similaire à l'Eq. 6.8. Par identification, on trouve que  $\mathbf{M}$  est un vecteur qui s'écrit comme :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y) \\ 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y) \end{pmatrix}\quad (6.15)$$

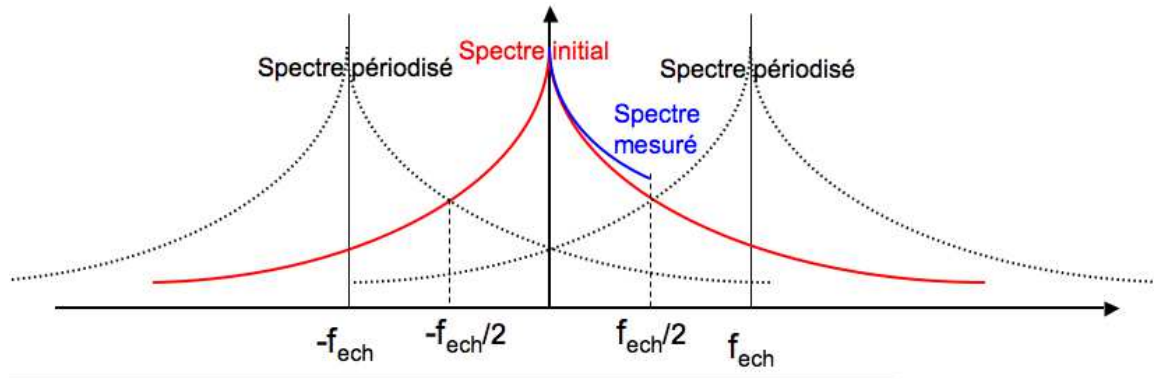


FIG. 6.4 – Effet de repliement (aliasing) lors de la mesure d'un signal échantillonné.

et  $\mathbf{b}^{\text{noise}}$  s'écrit comme :

$$\mathbf{b}^{\text{noise}} = \begin{pmatrix} b_x + b_x^{\text{alias}} \\ b_y + b_y^{\text{alias}} \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

Il nous reste alors à exprimer les termes de bruits.

### 6.3.2 Bruit d'analyse et bruit d'aliasing

Le bruit associé à la mesure du SH est généralement exprimé en  $\text{rd}^2$  de phase. Il correspond en fait au bruit associé à la mesure de la différence de phase au bord d'une sous-pupille. Dans la suite, on caractérisera le bruit par sa DSP notée  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$  et qui se déduit du calcul de  $\langle b^{\text{noise}} (b^{\text{noise}})^T \rangle$ . Comme on l'a vu avec l'Eq. 6.16, ce bruit se divise en deux composants majeurs que sont le bruit d'analyse et le bruit d'aliasing. Ces deux sources de bruit sont statistiquement décorréelées, on pourra donc les séparer dans le calcul de  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$ . Cette dernière s'écrit alors comme la somme de deux matrices :  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}} = \mathbf{C}_b + \mathbf{C}_b^{\text{alias}}$ . Voyons maintenant comment écrire ces matrices.

#### Bruit d'analyse : $\mathbf{C}_b$

Le bruit de mesure de l'analyseur SH peut avoir deux origines (Rousset *et al.* (1987); Rousset (1999); Nicolle *et al.* (2004)) :

1. Le bruit de photons qui dépend essentiellement du nombre de photons reçus par sous-pupille, et qui s'écrit comme (pour un calcul de centre de gravité) :

$$\sigma_{pho}^2 = \left( \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{N_{ph}} \left( \frac{X_T}{X_D} \right)^2 \text{ (rd}^2\text{)} \quad (6.17)$$

Avec  $N_{ph}$  le nombre de photons recus par trame et par sous-pupille,  $X_T$  la largeur à mi-hauteur de la tache image (en pixels) et  $X_D$  la largeur à mi-hauteur de la tache image limitée par la diffraction (en pixels).

2. Le bruit de détecteur (pour un calcul de centre de gravité) :

$$\sigma_{det}^2 = \left( \frac{\pi}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_{e^-}}{N_{ph}} \frac{X_S^2}{X_D} \right)^2 \quad (\text{rd}^2) \quad (6.18)$$

Où  $\sigma_{e^-}$  est le RON (Read out Noise) donné en électrons par pixel et  $X_S^2$  est le nombre de pixels total utilisés pour le calcul du centre de gravité (en pixels<sup>2</sup>).

Le bruit d'analyse associé aux mesures selon la direction  $x$  est décorrélié du bruit d'analyse associé à la direction  $y$ . De plus, on fera l'hypothèse d'un bruit blanc spatialement, identique pour toutes les sous-pupilles, donc identique pour toutes les fréquences. On peut alors écrire la matrice  $\mathbf{C}_b$  sous la forme :

$$\mathbf{C}_b = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

où  $\sigma_{x,y}^2$  représente les contributions du bruit de photons et du bruit de détecteur selon la direction de mesure  $x$  ou  $y$ .

### Bruit d'aliasing : $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$

La variance associée au bruit d'aliasing se déduit de l'expression de la matrice  $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$ . C'est une matrice de taille 2x2 qui s'écrit comme :

$$\mathbf{C}_b^{\text{alias}} = \begin{pmatrix} \langle b_x^{\text{alias}} (b_x^{\text{alias}})^T \rangle & \langle b_x^{\text{alias}} (b_y^{\text{alias}})^T \rangle \\ \langle b_y^{\text{alias}} (b_x^{\text{alias}})^T \rangle & \langle b_y^{\text{alias}} (b_y^{\text{alias}})^T \rangle \end{pmatrix} \quad (6.20)$$

Le détail du calcul pour aboutir à  $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$  est donné en Annexe B. Les termes de cette matrice seront notés  $\sigma_{x,y}^{2,\text{alias}}$

En combinant la DSP du bruit d'analyse et la DSP du bruit d'aliasing, on écrit la DSP du bruit total comme :

$$\mathbf{C}_b^{\text{noise}} = \begin{pmatrix} \sigma_x^{2,\text{noise}} & \sigma_{xy}^{2,\text{noise}} \\ \sigma_{xy}^{2,\text{noise}} & \sigma_y^{2,\text{noise}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 + \sigma_x^{2,\text{alias}} & \sigma_{xy}^{2,\text{alias}} \\ \sigma_{xy}^{2,\text{alias}} & \sigma_y^2 + \sigma_y^{2,\text{alias}} \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

Je reviendrai sur l'impact des erreurs dues au bruit d'analyse et au bruit d'aliasing sur l'estimation de la phase turbulente dans les §6.6.4 et §6.6.6.

## 6.4 Reconstruction spatiale du front d'onde

A partir des mesures décrites ci-dessus, on reconstruit la perturbation de phase originale. Cette reconstruction se base sur la description que l'on a du problème direct, i.e., l'équation de mesure. L'objectif est d'inverser cette équation pour remonter à la phase.

### 6.4.1 Le modèle direct

Dans notre cas, le problème direct s'écrit sous la forme suivante :

$$\tilde{\phi}_\alpha^{\text{mes}} = \mathbf{M}\tilde{\phi}_\alpha + \mathbf{b}^{\text{noise}} \quad (6.22)$$

$M$  symbolise notre modèle de mesure et  $\mathbf{b}^{\text{noise}}$  le bruit qu'on lui associe. Nous verrons quel est l'impact d'une erreur sur l'estimation du bruit  $\mathbf{b}^{\text{noise}}$  dans le § 6.6.5.

Pour chaque fréquence, on cherche alors un estimateur de la phase  $\hat{\phi}$  qui s'approche le mieux possible de la phase vraie. Nous allons considérer que la phase estimée est une combinaison linéaire des mesures, ce qui s'écrit :

$$\hat{\phi}_\alpha = \mathbf{W}\tilde{\phi}_\alpha^{\text{mes}} \quad (6.23)$$

Pour chaque fréquence, la matrice  $\mathbf{W}$  transforme les 2 mesures de pentes (selon  $x$  et  $y$ ) en une valeur de phase reconstruite. On peut donc écrire  $\mathbf{W}$  sous la forme suivante :

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} W_x & W_y \end{pmatrix} \quad (6.24)$$

Il reste donc à exprimer  $\mathbf{W}$ .

### 6.4.2 Inversion des mesures

On cherche pour chaque fréquence le filtre qui minimise la distance entre la mesure et le modèle de la mesure. Il s'agit donc de minimiser le critère suivant :

$$\epsilon = \left\langle \left\| \tilde{\phi}^{\text{mes}} - \mathbf{M}\hat{\phi} \right\|^2 \right\rangle \quad (6.25)$$

Où  $\langle . \rangle$  symbolise la moyenne sur les occurrences de turbulence et de bruit.

La minimisation de ce critère correspond à une solution dite des moindres carrés, qui conduit à l'expression bien connue de  $\mathbf{W}$  suivante :

$$\mathbf{W} = \left( \mathbf{M}^T \mathbf{M} \right)^{-1} \mathbf{M}^T \quad (6.26)$$

La principale limitation de cette approche est que  $\left( \mathbf{M}^T \mathbf{M} \right)$  n'est pas forcément inversible à toutes les fréquences.  $\left( \mathbf{M}^T \mathbf{M} \right)$  est un scalaire qui s'écrit comme (en négligeant les aspects temporels) :

$$\left( \mathbf{M}^T \mathbf{M} \right) = [2\pi \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y)]^2 (f_x^2 + f_y^2) = [2\pi f \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y)]^2 \quad (6.27)$$

Où  $f$  définit le module de  $\mathbf{f}$ .

L'expression de  $(\mathbf{M}^T \mathbf{M})$  nous apprend donc que seule la fréquence nulle présente une divergence dans le reconstructeur. On parle alors de fréquence non-vue. A noter que cette fréquence non-vue n'est pas problématique car uniquement les fréquences supérieures à  $1/D$  sont prises en compte au moment du calcul de la performance (Cf. 5.4.1).

A partir de l'expression de  $\mathbf{M}$ , on peut écrire la forme analytique du reconstructeur :

$$\begin{pmatrix} W_x & W_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2j\pi f_x}{[2\pi f \operatorname{sinc}(\pi df_x) \operatorname{sinc}(\pi df_y)]^2} & \frac{-2j\pi f_y}{[2\pi f \operatorname{sinc}(\pi df_x) \operatorname{sinc}(\pi df_y)]^2} \end{pmatrix} \quad (6.28)$$

Et on peut enfin calculer l'estimée de phase en utilisant l' Eq.6.23.

$$\hat{\phi}_\alpha = \tilde{\phi}_\alpha + \frac{-2j\pi f_x b_x^{\text{noise}}}{[2\pi f \operatorname{sinc}(\pi df_x) \operatorname{sinc}(\pi df_y)]^2} + \frac{-2j\pi f_y b_y^{\text{noise}}}{[2\pi f \operatorname{sinc}(\pi df_x) \operatorname{sinc}(\pi df_y)]^2} \quad (6.29)$$

La solution ci-dessus fait apparaître la limitation fondamentale de l'approche moindre carré. En effet, lorsque la sensibilité du système tend vers 0 (i.e. le terme  $2\pi f \operatorname{sinc}(\pi df_x) \operatorname{sinc}(\pi df_y)$  tend vers 0) on amplifiera le bruit. On parlera alors de fréquences mal-vues par le SH. Je reviendrai sur ces fréquences mal-vues avec un exemple au § 6.6.4.

### 6.4.3 Solution Optimale

Pour résoudre le problème de l'amplification de bruit soulevé plus haut (ou au moins pour en réduire l'impact) on écrit un reconstructeur qui minimise en moyenne (sur les occurrences de turbulence et de bruit) l'écart quadratique entre la phase estimée et la phase vraie. Cela revient en fait à minimiser la variance résiduelle, et donc maximiser le SR. On parle alors d'estimateur de type MMSE pour Minimum Mean Square Error (Ellerbroek, 1994; Fusco *et al.*, 1999). Dans ce cas, le critère à minimiser prend la forme suivante :

$$\epsilon = \left\langle \left\| \tilde{\phi}_\theta - \hat{\phi}_\alpha \right\|^2 \right\rangle \quad (6.30)$$

Qui s'écrit aussi comme :

$$\epsilon = \left\langle \left\| \tilde{\phi}_\theta - \mathbf{W} \mathbf{M} \tilde{\phi}_\alpha + \mathbf{b}^{\text{noise}} \right\|^2 \right\rangle \quad (6.31)$$

On cherche alors pour chaque fréquence la valeur de  $\mathbf{W}$  qui minimise l'Eq. 6.31. Pour cela, on dérive (matriciellement) l'Eq. 6.31 par rapport à  $\mathbf{W}$ , ce qui conduit à la solution optimale donnée par :

$$\mathbf{W}^{\text{MMSE}} = \left[ \mathbf{M}^T (\mathbf{C}_b^{\text{noise}})^{-1} \mathbf{M} + C_\phi^{-1} \right]^{-1} \mathbf{M}^T (\mathbf{C}_b^{\text{noise}})^{-1}$$

ou de manière équivalente (Tarantola et Valette (1982))

$$(6.32)$$

$$\mathbf{W}^{\text{MMSE}} = C_\phi \mathbf{M}^T \left[ \mathbf{M} C_\phi \mathbf{M}^T + \mathbf{C}_b^{\text{noise}} \right]^{-1}$$

Dans la première forme, le terme à inverser (entre crochets) est un scalaire. Dans la deuxième forme c'est une matrice 2x2.

Ce reconstruteur prend en compte la connaissance que l'on a de la statistique de la turbulence et de celle du bruit par l'introduction de la DSP du bruit ( $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$ ) et de la DSP du signal ( $C_\phi$ ).  $C_\phi$  est un scalaire défini en Eq. 6.1 et  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$  est défini en Eq. 6.21.

Si on néglige l'aliasing dans  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$ , on peut écrire la forme analytique du reconstruteur comme :

$$(W_x W_y) = \left( \begin{array}{cc} \frac{-2j\pi f_x \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y)}{[2\pi f \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y)]^2 + \sigma^2 / C_\phi} & \frac{-2j\pi f_x f_y \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y)}{[2\pi f \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y)]^2 + \sigma^2 / C_\phi} \end{array} \right) \quad (6.33)$$

ce qui fait apparaître le terme de régularisation :  $\sigma^2 / C_\phi$ . On qualifie souvent ce terme de rapport signal à bruit (SNR : *Signal to noise Ratio*), ou plutôt, il s'agit de l'inverse du SNR. Quand le SNR est bon, ce rapport tend vers 0. On retrouve alors l'expression du filtre inverse de l'Eq. 6.28. Par contre, quand le signal que l'on mesure passe à un niveau inférieur à celui du bruit ( $C_\phi \ll \sigma^2$ ), ce terme devient très grand : on ne reconstruit pas toutes les fréquences qui seront mal vues par le SH. Ce terme de SNR aura donc pour rôle d'empêcher l'amplification du bruit (Cf. § 6.6.4).

Si on inclut maintenant le terme d'aliasing, la forme analytique du reconstruteur s'écrit comme (dans l'approximation  $\text{sinc}(x)=1$ ) :

$$(W_x W_y) = \left( \begin{array}{cc} \frac{-2j\pi(f_x/\sigma_x^{2,\text{noise}} + f_y/\sigma_{xy}^{2,\text{noise}})}{(2\pi)^2(f_x^2/\sigma_x^{2,\text{noise}} + f_y^2/\sigma_y^{2,\text{noise}} + 2f_x f_y/\sigma_{xy}^{2,\text{noise}}) + 1/C_\phi} & \frac{-2j\pi(f_y/\sigma_y^{2,\text{noise}} + f_x/\sigma_{xy}^{2,\text{noise}})}{(2\pi)^2(f_x^2/\sigma_x^{2,\text{noise}} + f_y^2/\sigma_y^{2,\text{noise}} + 2f_x f_y/\sigma_{xy}^{2,\text{noise}}) + 1/C_\phi} \end{array} \right) \quad (6.34)$$

Avec une description complète du bruit dans le reconstruteur, on réduit non seulement l'impact de l'amplification de bruit, mais aussi l'impact du bruit d'aliasing (Cf. §6.6.6).

## 6.5 Correction du front d'onde : projection sur le DM

Une fois l'estimation de phase réalisée, il faut projeter celle-ci sur le DM. Cette opération est purement géométrique et déterministe : on considère donc une projection de type moindre carré. La solution est optimale si le comportement est linéaire, ce qui sera notre cas dans la suite. On peut noter qu'en présence de saturation, la projection doit être régularisée (Kulcsár *et al.*, 2008).

De la même manière que le SH possède une fréquence de coupure spatiale, un DM produit une phase sur une plage de fréquence limitée. On introduit donc une fréquence de coupure du DM telle que :

$$f_c^{DM} = 1/2d_{DM} \quad (6.35)$$

où  $d_{DM}$  est le pas inter-actuateur reporté dans la pupille, souvent appelé pitch DM. On suppose ici que la correction du DM est parfaite à toutes les fréquences plus petites que  $f_c^{DM}$  : aucune atténuation de la phase estimée ne sera considérée. Cela revient à considérer des fonctions d'influences définies par  $u(x,y) = \text{sinc}(\pi dx)\text{sinc}(\pi dy)$ . A noter que d'autres fonctions d'influences pourraient être introduites (Jolissaint *et al.*, 2006a).

Dans le cas de l'OA classique et avec un DM dans la pupille, la projection est triviale. Il s'agit uniquement d'un filtre  $N$  qui prend comme valeur 1 ou 0 selon que l'on considère une fréquence en-dessous, ou au-dessus de la fréquence de coupure du DM. Pour des actionneurs carrés, on peut donc écrire  $\tilde{\phi}^{corr}$  comme :

$$\tilde{\phi}_\alpha^{corr} = N \hat{\phi}_\alpha \quad (6.36)$$

avec :

$$N = \begin{cases} 1 & \text{pour } f_x \text{ et } f_y \leq f_c^{DM} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.37)$$

Cette opération sera plus compliquée dans le cas des OA tomographiques comme nous le verrons dans le §7.5.

## 6.6 Limitation d'une Optique Adaptative

La correction apportée par un système d'OA n'est jamais parfaite. Un certain nombre d'erreurs en limite les performances, conduisant à une correction partielle de la turbulence et à l'existence d'un résidu de correction, y compris pour les fréquences corrigées par le DM. A partir de  $\tilde{\phi}_\theta$  et  $\tilde{\phi}_\alpha^{corr}$ , on peut construire cette phase résiduelle  $\tilde{\phi}_{res}$  et décrire les limitations fondamentales d'un système d'OA. Pour cela, je vais tout d'abord écrire la DSP de phase résiduelle, puis à partir de cette DSP, j'étudie les différentes contributions d'erreurs indépendamment.

### 6.6.1 DSP Résiduelle

Pour écrire la DSP résiduelle, on part de l'équation fondamentale de l'OA :

$$\tilde{\phi}_\theta^{res} = \tilde{\phi}_\theta - \tilde{\phi}_\alpha^{corr} \quad (6.38)$$

On peut développer chacun des termes de l'équation ci-dessus, cela aboutit à :

$$\tilde{\phi}_\theta^{res} = \mathbf{P}_\theta^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} - \text{NW} \left( \mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} + \mathbf{b} + \mathbf{b}^{\text{alias}} \right) \quad (6.39)$$

Par définition, la DSP résiduelle est définie comme le module carré de la TF de la phase résiduelle, moyennée sur les occurrences de bruit et de turbulence. Cela s'écrit :

$$\text{PSD}_\theta^{res} = \left\langle \left\| \mathbf{P}_\theta^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} - \text{NW} \left( \mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} + \mathbf{b} + \mathbf{b}^{\text{alias}} \right) \right\|^2 \right\rangle \quad (6.40)$$



On utilise alors le fait que les bruits sont statistiquement décorrélés de la phase et par ailleurs que le bruit de mesure et le bruit d'aliasing sont aussi décorrélés. On peut alors développer l'Eq. 6.40, pour obtenir :

$$\begin{aligned} \text{PSD}_{\theta}^{res} = & (\mathbf{P}_{\theta}^L - \mathbf{NWMP}_{\alpha}^L) \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{P}_{\theta}^L - \mathbf{NWMP}_{\alpha}^L)^T + (\mathbf{NW}) \mathbf{C}_b (\mathbf{NW})^T \\ & + (\mathbf{NW}) \mathbf{C}_b^{\text{alias}} (\mathbf{NW})^T \end{aligned} \quad (6.41)$$

où  $()^T$  représente le transposé et complexe conjugué.

Cette équation inclut toutes les erreurs classiques d'un système d'OA : Erreur de sous-modélisation (on parle d'erreur de fitting), d'aliasing, de bruit, d'anisoplanétisme. Elle nous servira d'équation de base dans toute l'étude qui suit et qui reprend tous ces termes d'erreurs un à un.

### Conditions de simulations

Afin de comparer l'impact des différents termes d'erreurs, on définit un jeu de paramètres communs pour les simulations qui suivent. Ces paramètres sont regroupés dans la table 6.1.

Profil de turbulence	Profil 10 couches introduit dans la table 5.1
Seeing ( $r_0$ )	0.95" (0.44m) @ 1.65 $\mu$ m
$L_0$	50m
Télescope	D=10m sans obstruction centrale
Métrique	SR mesuré sur PSF longue pose (@ 1.65 $\mu$ m)
Pitch DM	0.5m (20x20 actionneurs) et géométrie carrée
Bruit de mesure	$\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ et $\sigma_x^2 + \sigma_y^2 = \sigma^2$

TAB. 6.1 – Principales conditions de simulations utilisées pour l'étude des limites fondamentales d'un système d'OA.

#### 6.6.2 Cas limite : $W=0$ pas de correction

Le cas purement turbulent est présenté en Fig. 6.5. On y montre la DSP, la phase et la PSF longue pose correspondante, ainsi qu'une coupe dans la DSP selon l'axe des  $x$ . La DSP résiduelle est directement donnée par la statistique de Von Karman telle qu'introduite à l'Eq. 6.1. Dans ce cas, les seuls paramètres libres sont (i) la force de la turbulence  $r_0$  qui fixe l'énergie turbulente totale et (ii) l'échelle externe  $L_0$  qui fixe l'atténuation des bas ordres. Les valeurs de  $r_0$  et de  $L_0$  choisies pour cet exemple sont respectivement de 0.44m à 1.65 $\mu$ m et 50m, tel que défini au § 5.2.3. La valeur du SR mesuré pour ce cas turbulent

est inférieure à  $1\%^2$ .

Le cas non-corrigé nous servira de référence dans la suite comme la limite supérieure à ne pas dépasser. En particulier, cette valeur sera un bon indicateur de la capacité d'un reconstruteur à gérer le problème d'amplification du bruit.

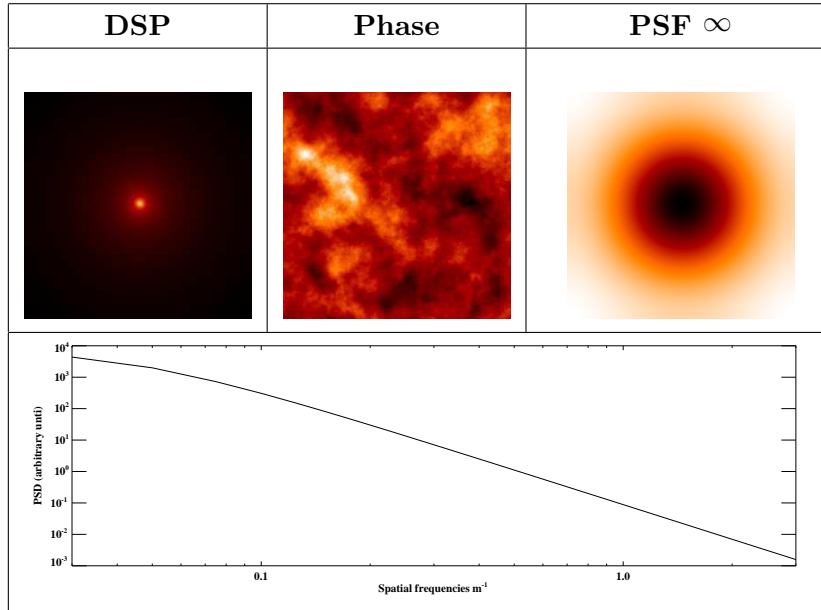


FIG. 6.5 – Cas purement turbulent. En haut et de gauche à droite : DSP, Phase instantanée et PSF pose infinie. En bas, coupe dans la DSP selon l'axe des  $x$ .  $r_0 = 0.44\text{m}$  à  $1.65\mu\text{m}$ .  $L_0=50\text{m}$ . La DSP est donnée en échelle Log, la phase en échelle linéaire et la PSF en échelle Log inversée.

### 6.6.3 Erreur de Fitting

On considère maintenant un système parfait qui n'aurait pas d'autres erreurs que celle produite par le nombre fini d'actionneurs présents sur le DM. Cette erreur, appelée erreur de sous-modélisation ou erreur de fitting, représente le cas ultime de correction pour un système d'OA donné. Pour évaluer ce terme d'erreur, on considère que toutes les fréquences inférieures à la fréquence de coupure du DM ( $f_c^{DM}$ ) sont parfaitement corrigées et que l'énergie de la DSP résiduelle est uniquement constituée des hautes fréquences. Le système d'OA fonctionne alors comme un filtre passe-haut et la DSP résiduelle s'écrit comme<sup>3</sup> (dans une géométrie d'actionneurs carrés) :

$$\text{PSD}_{\theta}^{res} = \begin{cases} \left( \frac{0.023}{r_0^{5/3}} \right) f^{-11/3} & \text{pour } f_x \text{ et } f_y \leq f_c^{DM} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (6.42)$$

<sup>2</sup>Pour un cas turbulent, une métrique plus appropriée serait l'EE ou la FWHM de la tache image.

<sup>3</sup>nous négligeons le terme dû à l'échelle externe car l'on s'intéresse ici uniquement aux hautes fréquences

Nous montrons Fig. 6.6 l'impact de ce terme d'erreur sur la DSP, la phase résiduelle et la PSF longue pose. La phase résiduelle n'est plus constituée que de hautes fréquences spatiales et on voit clairement apparaître la fréquence de coupure dans la PSF.

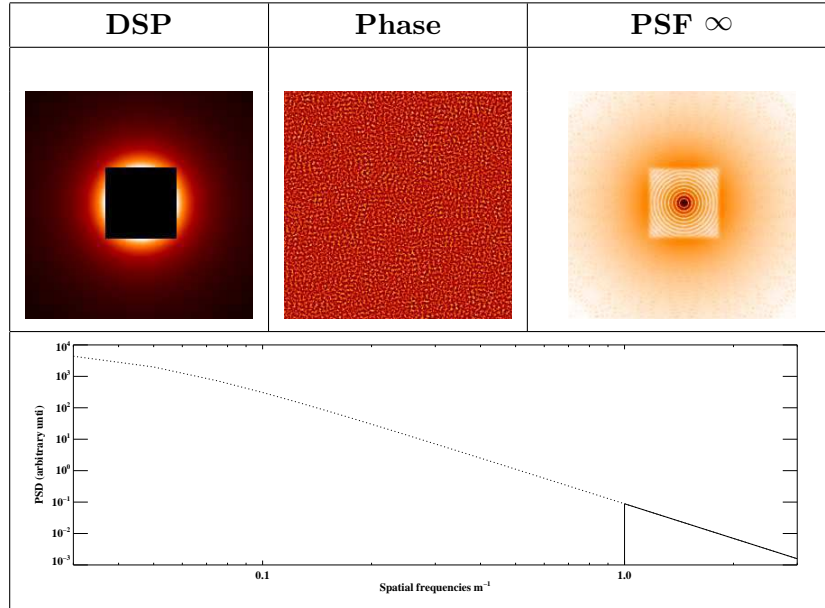


FIG. 6.6 – Erreur de fitting. En haut et de gauche à droite : DSP, Phase instantanée et PSF pose infinie. En bas, coupe dans la DSP selon l'axe des  $x$ .  $r_0 = 0.44\text{m}$  à  $1.65\mu\text{m}$ . La fréquence de coupure est de  $1\text{m}^{-1}$  dans cet exemple. La DSP est donnée en échelle Log, la phase en échelle linéaire et la PSF en échelle Log inversée.

La variance résiduelle associée à cette erreur ne dépend que de la force de la turbulence  $r_0$  et de la fréquence de coupure du système. Elle est donnée par :

$$\sigma_{fitting}^2 = \int_{f_c}^{\infty} \text{PSD}_{\theta}^{res}(\mathbf{f}) d\mathbf{f} \quad (6.43)$$

Ce qui donne après intégration (sur un domaine de fréquences carré) :

$$\sigma_{fitting}^2 = 0.232 \left( \frac{d}{r_0} \right)^{5/3} \quad (6.44)$$

A partir de notre exemple ( $d=0.5\text{m}$ ,  $r_0=0.44$  en bande H), on trouve une erreur de fitting de  $0.29\text{rd}^2$ . Ceci correspond à un SR de  $\sim 75\%$  (à  $1.65\mu\text{m}$ ).

A titre illustratif, on notera que selon la géométrie des actionneurs l'erreur de fitting sera plus ou moins importante<sup>4</sup>. Par exemple, dans le cas d'actionneurs à géométrie ronde, l'intégration de l'Eq. 6.43 donne :

$$\sigma_{fitting}^2 = 0.275 \left( \frac{d}{r_0} \right)^{5/3} \quad (6.45)$$

<sup>4</sup>Cf. rapport "E-ELT conceptual design, prototyping and preliminary design of the M4 adaptive unit. Phase 1 - Analysis of M4 AO spatial and temporal requirements"

L'idéal serait en fait d'avoir des actionneurs hexagonaux, car dans ce cas on obtient une erreur de fitting donnée par :

$$\sigma_{fitting}^2 = 0.200 \left( \frac{d}{r_0} \right)^{5/3} \quad (6.46)$$

#### 6.6.4 Erreur de reconstruction et propagation du bruit d'analyse

Dans un système réel la correction des basses fréquences n'est jamais parfaite et selon le type de reconstituteur et la magnitude de la source utilisée pour la mesure des aberrations, la reconstruction sera plus ou moins efficace. On va donc discerner deux cas de bruit sur les mesures : un premier cas "faible bruit" ( $\sigma^2 = 1\text{rd}^2$  à  $1.65\mu\text{m}$ ) et un deuxième cas "fort bruit" ( $\sigma^2 = 50\text{rd}^2$  à  $1.65\mu\text{m}$ ). Pour ces deux configurations, on étudie le comportement respectif du reconstituteur de type moindre carré (LSE) et du reconstituteur optimal (MMSE). On considère que la direction d'analyse et la direction de correction sont les mêmes :  $\theta = \alpha$ . Dans ce cas, on peut écrire l'erreur due au bruit d'analyse comme :

$$\text{PSD}_{\theta}^{res} = (\mathbf{Id} - \mathbf{W}\mathbf{M})C_{\phi}(\mathbf{Id} - \mathbf{W}\mathbf{M})^T + (\mathbf{W})\mathbf{C}_b(\mathbf{W})^T \quad (6.47)$$

##### Reconstituteur LSE

Le reconstituteur LSE est donné par l'Eq. 6.26. En substituant ce  $\mathbf{W}$  dans l'équation 6.47, la DSP résiduelle s'écrit simplement comme :

$$\text{PSD}_{\theta}^{res} = (\mathbf{W})\mathbf{C}_b(\mathbf{W})^T \quad (6.48)$$

A partir de l'Eq. 6.28, on peut écrire la forme analytique de la DSP résiduelle comme :

$$\text{PSD}_{\theta}^{res} = \frac{\sigma^2}{(2\pi f \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y))^2} \quad (6.49)$$

En première approximation, la propagation de bruit suit une loi en  $f^{-2}$ .

##### en MMSE

Pour le reconstituteur MMSE, la DSP résiduelle peut s'écrire sous deux formes :

$$\text{PSD}_{\theta}^{res} = \frac{\sigma^2}{(2\pi f \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y))^2 + \sigma^2 / C_{\phi}} = \frac{C_{\phi}}{(2\pi f \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y))^2 \sigma^2 / C_{\phi} + 1} \quad (6.50)$$

La première forme fait apparaître que lorsque le rapport signal à bruit est bon ( $\gg 1$ ), l'erreur résiduelle tend vers la solution LSE. La deuxième forme nous confirme que lorsque le SNR n'est pas bon ( $\ll 1$ ), l'erreur résiduelle tend vers le signal d'entrée :  $C_{\phi}$

Nous allons maintenant étudier le comportement des reconstituteurs LSE et MMSE sous différentes conditions de bruits.

Cas “faible bruit”

Sur la coupe de la DSP présentée Fig. 6.7 (en bas), on retrouve le même comportement en  $f^{-2}$  pour les deux reconstitueurs sur la quasi-totalité des fréquences. On voit toutefois que pour les fréquences proches de la fréquence de coupure, le reconstituteur MMSE est légèrement meilleur. Ces fréquences correspondent à un domaine où le SNR devient moins bon et où la régularisation du MMSE permet un gain par rapport au reconstituteur LSE. Nous reviendrons sur ce point dans le cas “fort bruit”. Conséquence de l’énergie présente aux basses fréquences, on voit apparaître dans la phase résiduelle des basses fréquences non-corrigées qui viennent compléter les hautes fréquences résiduelles du fitting. Concernant la PSF, de l’énergie contenue dans le pic cohérent est dispersée dans la zone corrigée. Les anneaux d’Airy commencent à disparaître, on mesure un  $SR \simeq 60\%$ .

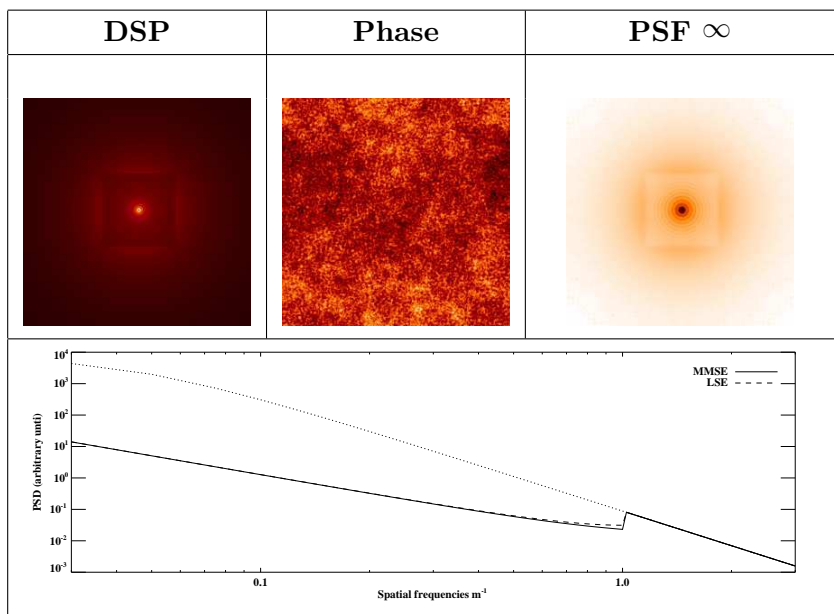


FIG. 6.7 – Erreur de reconstruction et propagation du bruit d’analyse. En haut et de gauche à droite : DSP, Phase instantanée et PSF pose infinie pour le reconstituteur MMSE. En bas, coupe dans la DSP selon l’axe des  $x$ .  $r_0 = 0.44m$  à  $1.65\mu m$ . La fréquence de coupure est de  $1m^{-1}$ . Le bruit d’analyse est de  $1rd^2$  dans cet exemple. La DSP est donnée en échelle Log, la phase en échelle linéaire et la PSF en échelle Log inversée. Les seuils sont ajustés individuellement.

Cas “fort bruit”

Si le niveau de bruit de mesure augmente significativement en raison de la magnitude élevée de la source par exemple, l’erreur commise sur la reconstruction des basses fréquences augmente de même. Sur la Fig. 6.8 les basses fréquences de la phase résiduelle sont maintenant très présentes et le pic cohérent de la PSF n’est quasiment plus discer-

nable, le SR chute à  $\sim 1\%$ .

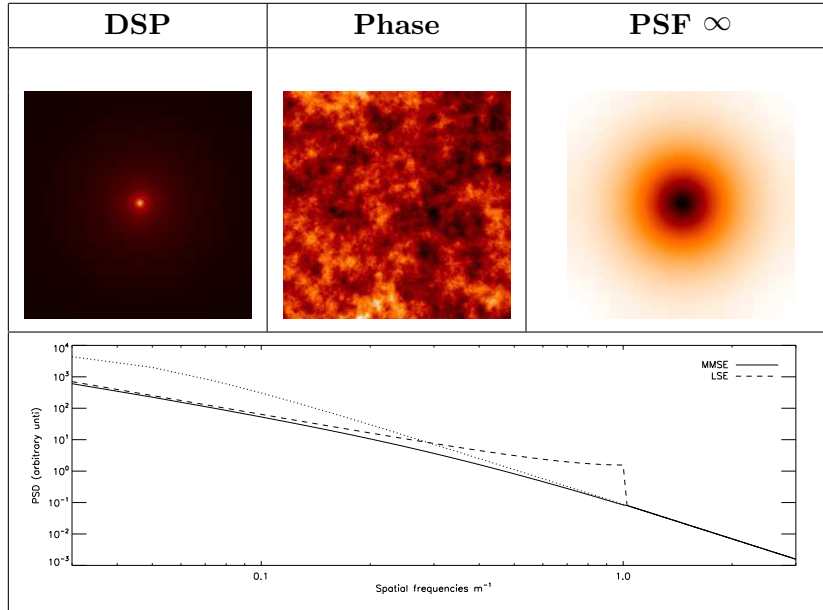


FIG. 6.8 – Erreur de reconstruction et propagation du bruit d’analyse. En haut et de gauche à droite : DSP, Phase instantanée et PSF pose infinie pour le reconstructeur MMSE. En bas, coupe dans la DSP selon l’axe des  $x$ .  $r_0 = 0.44\text{m}$  à  $1.65\mu\text{m}$ . La fréquence de coupure est de  $1\text{m}^{-1}$ . Le bruit d’analyse est de  $50\text{rd}^2$  dans cet exemple. La DSP est donnée en échelle Log, la phase en échelle linéaire et la PSF en échelle Log inversée. Les seuils sont ajustés individuellement.

Ce cas “fort bruit” illustre clairement la différence entre les deux types de reconstructeurs. En effet, pour une reconstruction de type LSE, on voit qu’il existe une zone de fréquences ( $f > 0.3\text{m}^{-1}$ ) où l’erreur résiduelle dépasse le niveau de la turbulence. Le SH est peu sensible à ces fréquences car le rapport signal à bruit devient trop faible : la correction dégrade alors le signal. Cette zone correspond à une zone d’amplification du bruit. Une reconstruction de type MMSE pondère l’inversion de la mesure par le rapport signal à bruit. En quelque sorte, on donne au reconstructeur l’information nécessaire (le SNR par fréquence) pour faire le tri entre les bonnes et les mauvaises mesures. Pour toutes les mesures dont le SNR est petit devant 1, la reconstruction tend vers 0 et l’erreur tend vers le signal d’entrée  $C_\phi$ . La transition entre les mesures bruitées et non bruitées se fait de manière optimale car le reconstructeur inclut exactement la pertinence de chaque mesure grâce à l’*a priori*. Voyons maintenant ce qui arrive lorsque ce reconstructeur utilise de mauvais *a priori*.

### 6.6.5 Erreur sur le SNR

Nous venons de voir que grâce à l'utilisation d'*a priori* sur la statistique du bruit de mesure et de la turbulence, un reconstituteur de type MMSE pouvait gérer au mieux l'amplification du bruit. Ces *a priori* viennent de notre connaissance du système et des conditions de turbulence. On tente ici de comprendre l'impact d'une erreur sur ces *a priori* dans la reconstruction. Pour cela, on se place dans le cas "fort bruit" présenté au § 6.6.4 et on s'intéresse à la plage de fréquences où le niveau de bruit devient plus important que le signal. La Fig. 6.9 montre cette zone lorsque le SNR est parfaitement réglé. On distingue alors trois régimes : (i) la zone  $f < 0.1m^{-1}$  où le SNR est  $\gg 1$  et où l'erreur MMSE suit la loi en  $f^{-2}$  du filtre inverse, (ii) la zone  $f > 1m^{-1}$  où le SNR est  $\ll 1$  et l'erreur MMSE suit le signal et (iii) la zone  $0.1m^{-1} < f < 1m^{-1}$  de transition entre les deux régimes précédents.

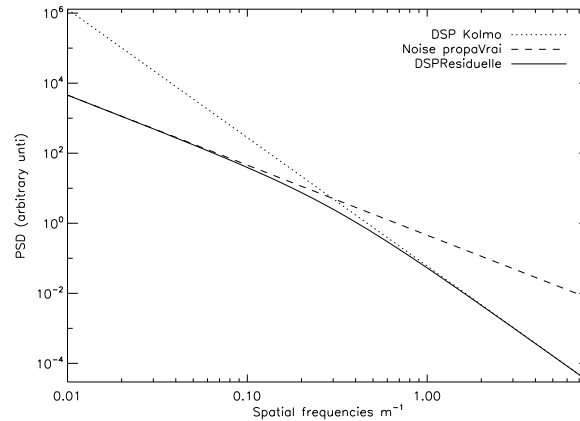


FIG. 6.9 – DSP turbulente, DSP de propagation du bruit et DSP résiduelle pour un reconstituteur MMSE sans erreur sur le SNR. On s'intéresse ici à la zone de transition entre les fréquences dont le SNR est  $\gg 1$  ( $f < 0.1m^{-1}$ ) et les fréquences pour lesquelles le SNR devient  $\ll 1$  ( $f > 1m^{-1}$ ).

Pour étudier l'impact d'une erreur sur le SNR, on commence par re-écrire les Eq. 6.50 et dissocier les informations qui viennent des *a priori* de celles provenant du système d'entrée proprement dit (appelées par la suite "vraies conditions" ou "paramètres vrais"). Les paramètres *a priori* seront notés avec des "primes", les paramètres vrais avec des indices  $v$ . En première approximation, on remplace les termes en "sinc" par leur développement limité à l'ordre 0, cela nous donne :

$$\text{PSD}^{res} = C_{\phi}^v \left[ 1 - \frac{(2\pi f)^2}{(2\pi f)^2 + \sigma^{2'}/C_{\phi}'} \right]^2 + (\sigma^2)^v / (2\pi f)^2 \left[ \frac{1}{(2\pi f)^2 + \sigma^{2'}/C_{\phi}'} \right]^2 \quad (6.51)$$

Regardons d'abord les cas limites de très bon SNR ( $(\sigma^2)^v \ll C_{\phi}^v$ ) et de mauvais SNR ( $(\sigma^2)^v \gg C_{\phi}^v$ )

- quand  $(\sigma^2)^v \ll C_\phi^v$  la DSP résiduelle tend vers  $(\sigma^2)^v / (2\pi f)^2$
- quand  $(\sigma^2)^v \gg C_\phi^v$  la DSP résiduelle tend vers  $C_\phi^v$

Les cas limites sont donc indépendants des *a priori*. Autrement dit, quelle que soit l'erreur que l'on commet sur les *a priori*, le reconstructeur MMSE sera toujours stable dans le sens où il ne divergera pas aux cas limites.

Voyons maintenant quel est l'impact d'une erreur sur la variance du bruit. On montre Fig. 6.10 l'effet d'une sur-estimation du bruit d'un facteur 10 ( $\sigma^{2'} = 10(\sigma^2)^v$  à gauche) et d'une sous-estimation d'un même facteur ( $\sigma^{2'} = (\sigma^2)^v / 10$  à droite).

Dans le cas d'une sur-estimation du bruit, le régime de transition est décalé vers les basses fréquences. En effet, le modèle estime que le SNR est plus mauvais qu'il n'est en réalité et la DSP résiduelle tend plus vite vers la limite de  $C_\phi^v$ . Dans ce cas, la DSP résiduelle dépasse la limite basse fréquence ( $(\sigma^2)^v / (2\pi f)^2$ ). Lorsque le bruit introduit dans le modèle est sous estimé, le régime de transition est décalé vers les hautes fréquences. Le SNR utilisé par le reconstructeur est trop optimiste par rapport au vrai SNR : une amplification du bruit apparaît (DSP résiduelle > signal).

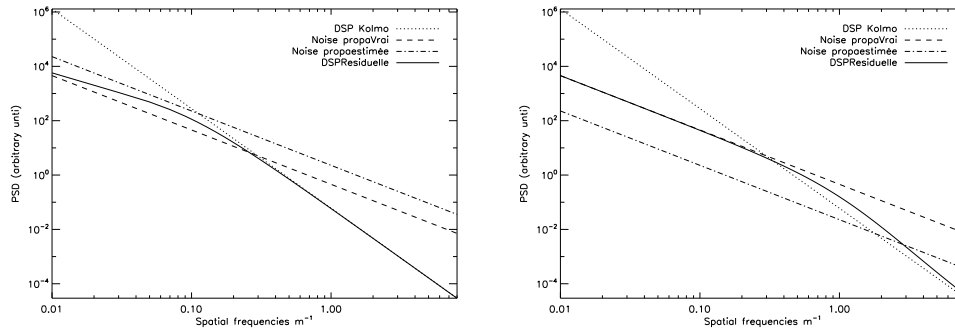


FIG. 6.10 – DSP turbulente, DSP de propagation du bruit et DSP résiduelle pour un reconstructeur MMSE avec une erreur sur le SNR. A gauche le bruit est sur-estimé d'un facteur 10. A droite, le bruit est sous-estimé d'un facteur 10.

De manière similaire, lorsque l'on se trompe sur la force de la turbulence (Fig. 6.11), on va soit converger trop vite vers la limite de  $C_\phi^v$  (à gauche), soit amplifier le bruit sur certaines fréquences (à droite). Cela arrive respectivement lorsque l'on sous-estime la force de la turbulence (SNR sur-estimé) et lorsqu'on sur-estime la turbulence (SNR sous-estimé).

En conclusion, on peut noter que malgré une erreur sur le SNR d'un facteur 10 (i.e. extrêmement importante), le reconstructeur MMSE ne diverge pas énormément du cas où le SNR est parfaitement réglé. L'erreur résiduelle totale n'est augmentée que de quelques % par rapport au cas optimal. Cette première approche confirme que le reconstructeur MMSE est peu sensible à une erreur sur les *a priori* qu'on lui fournit (Mugnier *et al.*, 2008; Idier, 2008). Ce résultat (classique) est important, car il nous indique que même si notre connaissance de la statistique de bruit et de la turbulence est partielle, il y a un gain à utiliser un reconstructeur régularisé. De plus, le cas “fort bruit” étudié ici est plutôt



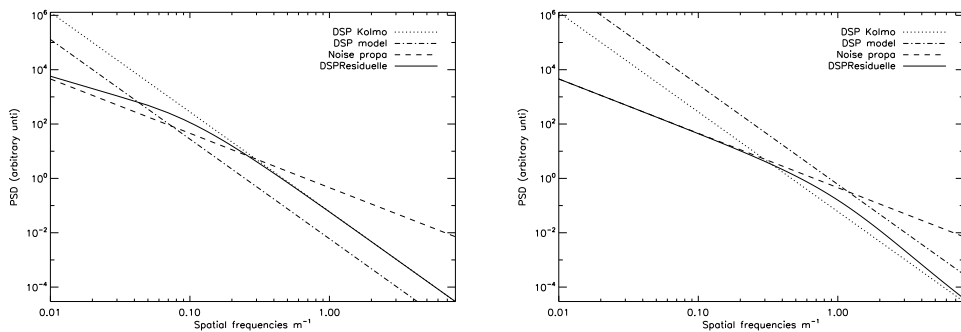


FIG. 6.11 – DSP turbulente, DSP de propagation du bruit et DSP résiduelle pour un reconstituteur MMSE avec une erreur sur le SNR. A gauche la force de la turbulence est sous-estimée d’un facteur 10. A droite, la force de la turbulence est sur-estimée d’un facteur 10.

pessimiste et pour toutes les configurations où le bruit sera inférieur, le reconstituteur MMSE sera encore moins sensible à une erreur sur le SNR. Je reviendrai en détail sur l’impact d’une erreur sur le SNR dans le cas tomographique dans le § 7.6.2.

### 6.6.6 Aliasing

L’aliasing trouve son origine dans les hautes fréquences spatiales non-vues par le SH qui se replient sur les basses fréquences bien mesurées par l’ASO. La propagation de ce bruit à travers le reconstituteur s’écrit comme :

$$\text{PSD}_{\theta}^{res} = (\mathbf{W})\mathbf{C}_{\mathbf{b}}^{\text{alias}}(\mathbf{W})^{\mathbf{T}} \quad (6.52)$$

A partir des expressions de  $\mathbf{W}$  et de  $\mathbf{C}_{\mathbf{b}}^{\text{alias}}$  on peut en déduire la forme analytique de la DSP résiduelle de l’aliasing. Dans le cas LSE, cela s’écrit comme :

$$\text{PSD}_{\theta}^{res} = \frac{f_x^2 f_y^2}{f^4} \sum_{l,m \neq 0} \left( \frac{f_y}{f_{l,x}} + \frac{f_x}{f_{m,y}} \right) C_{\phi}(f_{l,m}) \quad (6.53)$$

où  $f_{x,l} = f_x \pm 2lf_c$  et  $f_{y,m} = f_y \pm 2mf_c$  (Cf. annexe B).

Dans le cas MMSE, la forme analytique est légèrement plus compliquée, elle se déduit des Eq. 6.34 et B.5.

La Fig. 6.12 montre les résultats en présence d’erreur d’aliasing pour le reconstituteur LSE et MMSE. On voit que la phase résiduelle est surtout constituée de hautes fréquences et la PSF reflète la forme caractéristique de cette erreur. Cette forme en “aigrette” s’interprète tout simplement comme le fait que les fréquences qui se replient selon  $x$  ou  $y$  sont plus énergétiques (car de plus basse fréquence) que celles qui se replient selon les diagonales ( $x = y$  et  $x = -y$ ). L’erreur d’aliasing ne dépend que de la force de la turbulence et de la fréquence de coupure du système. Plus cette dernière sera grande, plus l’erreur d’Aliasing sera petite.

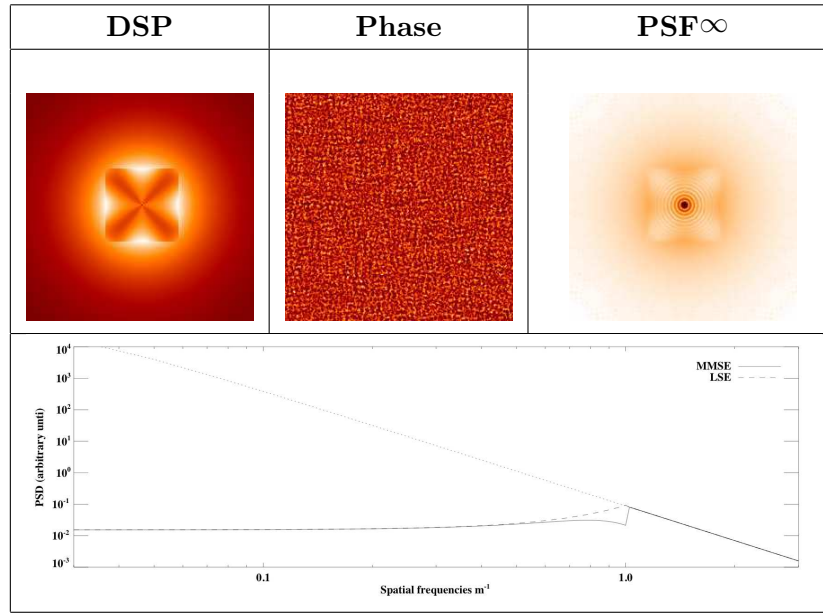


FIG. 6.12 – Erreur d’aliasing. En haut et de gauche à droite : DSP, Phase instantanée et PSF pose infinie pour le reconstructeur LSE. En bas, coupe dans la DSP selon l’axe des  $x$ .  $r_0 = 0.44\text{m}$  à  $1.65\mu\text{m}$ . La fréquence de coupure est de  $1\text{m}^{-1}$ . La DSP est donnée en échelle Log, la phase en échelle linéaire et la PSF en échelle Log inversée. Les seuils sont ajustés individuellement.

En intégrant l’Eq. 6.53, on montre que la variance résiduelle due au terme d’aliasing dans le cas LSE s’écrit comme :

$$\sigma_{alias}^2 = 0.08 \left( \frac{d}{r_0} \right)^{5/3} \quad (6.54)$$

soit environ 34% de l’erreur de fitting. On comprend donc que cette erreur est particulièrement importante, notamment pour les systèmes d’OA à très haute performance (e.g. la XAO). Pour minimiser cette erreur, on peut recourir à des méthodes optiques (Poyneer et Macintosh, 2004; Fusco *et al.*, 2005), ou utiliser une fréquence de coupure ASO plus grande que celle du DM si la magnitude de la source le permet.

Nous proposons ici une méthode originale qui consiste simplement à inclure la connaissance *a priori* de cette erreur dans le reconstructeur MMSE (voir aussi Fales *et al.* (1988) qui propose une méthode similaire en déconvolution d’image). On trouve alors que l’erreur d’aliasing est réduite à :

$$\sigma_{alias}^2 = 0.045 \left( \frac{d}{r_0} \right)^{5/3} \quad (6.55)$$

soit environ 20% du fitting ce qui présente un gain non négligeable. Sur la coupe de la DSP, on retrouve un comportement similaire à celui présenté sur la Fig. 6.7 à savoir que le reconstructeur MMSE fournit une meilleure reconstruction que le LSE pour les fréquences dont le rapport signal à bruit devient proche de un. Les fréquences concernées sont celles qui sont proches de la fréquences de coupure, là justement où le terme d’aliasing est le plus fort, d’où le gain relativement important obtenu avec le reconstructeur MMSE.

### 6.6.7 Anisoplanétisme

L'erreur d'anisoplanétisme est due à un écart entre la direction d'analyse  $\alpha$  et la direction de correction  $\theta$ . On peut donc écrire ce terme sous la forme :

$$\text{PSD}_{\theta}^{res} = (\mathbf{P}_{\theta}^{\mathbf{L}} - \mathbf{WMP}_{\alpha}^{\mathbf{L}}) \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{P}_{\theta}^{\mathbf{L}} - \mathbf{WMP}_{\alpha}^{\mathbf{L}})^T \quad (6.56)$$

Dans le cas d'un reconstruteur LSE, on montre que l'erreur d'anisoplanétisme s'écrit simplement comme :

$$\text{PSD}_{aniso}^{res} = 2 \sum_{n=1}^{N_L} C_{\varphi_n} (1 - \cos(2\pi h_n f(\theta - \alpha))) \quad (6.57)$$

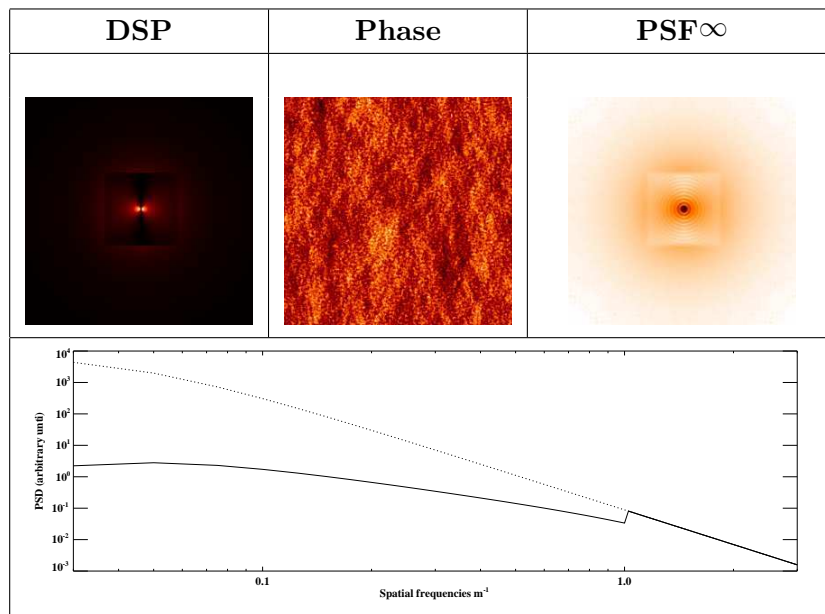


FIG. 6.13 – Erreur d'anisoplanétisme. En haut et de gauche à droite : DSP, Phase instantanée et PSF pose infinie pour le reconstruteur LSE. En bas, coupe dans la DSP selon l'axe des  $x$ .  $r_0 = 0.44\text{m}$  à  $1.65\mu\text{m}$ . La fréquence de coupure est de  $1\text{m}^{-1}$ . La direction de mesure est décalée de  $20''$  selon l'axe de  $x$  par rapport à la direction de correction. Le profil de turbulence est le profil 10 couches introduit en 5.2.2. La DSP est donnée en échelle Log, la phase en échelle linéaire et la PSF en échelle Log inversée. Les seuils sont ajustés individuellement.

Sur la Fig. 6.13 on montre l'effet de cette erreur sur la DSP. On choisit le profil à 10 couches introduit au § 5.2.2 et une géométrie où la direction de mesure est décalée de  $20''$  selon l'axe de  $x$ . La DSP montre que l'erreur est plus importante dans la direction de l'étoile guide. Pour comprendre ce phénomène, j'illustre graphiquement sur la Fig. 6.14 comment serait vue la séparation angulaire entre l'objet (la galaxie) et l'étoile guide pour deux altitudes ( $h_2$  en haut et  $h_1$  en bas où  $h_1 < h_2$ ), et pour deux fréquences,

l'une définie uniquement selon  $x$  ( $f = \{f_x, 0\}$  à gauche) et l'autre uniquement selon  $y$  ( $f = \{0, f_y\}$  à droite). Il apparaît alors clairement que seules les fréquences alignées avec l'axe galaxie-étoile seront vues différemment à différentes altitudes. Les fréquences perpendiculaires à cet axe seront par contre toujours en phase quelle que soit l'altitude des couches et la séparation galaxie-étoile. Ces dernières ne seront donc pas affectées par l'erreur d'anisoplanétisme, ce qui conduit à la forme caractéristique de cette erreur telle que présentée en Fig. 6.13. On note d'ailleurs l'apparition de stries verticales sur la phase résiduelle, résultats des fréquences mal corrigées. Le SR est d'environ 61%.

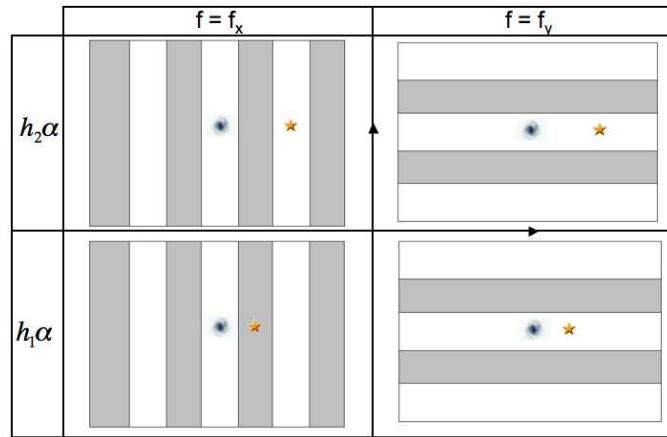


FIG. 6.14 – Position relative étoile-objet pour une séparation  $\alpha$  fixée et deux altitudes  $h_1$ ,  $h_2$ , telle que  $h_1 < h_2$ . A gauche : pour une fréquence définie selon l'axe des  $x$ . A droite : pour une fréquence définie selon l'axe des  $y$ . On voit que pour une géométrie étoile-objet alignée selon l'axe des  $x$ , seules les fréquences définies selon le même axe seront sensibles à l'anisoplanétisme.

La Fig. 6.13 montre aussi que, en relatif par rapport au signal d'entrée, les basses fréquences sont mieux corrigées que les hautes fréquences. Ceci s'explique par le fait que la décorrélation angulaire (Cf. §5.2.4) est plus importante pour les hautes fréquences spatiales que pour les fréquences plus basses (Fusco *et al.*, 2000).

Enfin, dans le cas d'un reconstituteur MMSE on peut prendre en compte explicitement le fait que la mesure est séparée angulairement de la direction de correction. On parle dans ce cas de correction hors-axe (Fusco, 2000; Petit, 2006). La correction hors-axe consiste à utiliser les informations *a priori* sur la statistique de la turbulence pour extrapoler les mesures obtenues en  $\alpha$  dans la direction d'intérêt  $\theta$ . A partir de la mesure intégrée de la turbulence, on redistribue l'information dans le volume en pondérant par un modèle de  $Cn^2$ . On peut noter que ce concept original a été récemment validé expérimentalement (Petit, 2006).

### 6.6.8 Erreur temporelle

Le dernier terme d'erreur que l'on introduit est l'erreur temporelle. En boucle ouverte, l'erreur temporelle représente l'erreur due à un retard de la correction, par rapport à l'instant de la mesure des perturbations de phases. En effet, la mesure du profil turbulent intervient à un moment  $t$  alors que la correction a lieu à un moment  $t + \delta t$ . Le retard  $\delta t$  étant causé par le temps d'intégration de l'ASO ( $\Delta t$ ), le temps de calcul de la correction par le RTC et le temps d'application des tensions. Entre  $t$  et  $t + \delta t$  le profil turbulent évolue à cause du vent. Ainsi, la correction que l'on applique à l'instant  $t + \delta t$  sera différente de ce qu'il faut effectivement corriger. Pour prendre en compte cette erreur dans les simulations, il faut faire intervenir la translation due au vent dans le projecteur  $\mathbf{P}_\theta^L$  :

$$\mathbf{P}_\theta^L = \left( e^{2j\pi\mathbf{f} \cdot (h_1\boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}(h_1)\delta t)} \quad e^{2j\pi\mathbf{f} \cdot (h_2\boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}(h_2)\delta t)} \quad \dots \quad e^{2j\pi\mathbf{f} \cdot (h_{N_L}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}(h_{N_L})\delta t)} \right) \quad (6.58)$$

Dans le cas du reconstituteur LSE, cette erreur est très similaire à l'erreur d'anisoplanétisme. En effet, dans l'hypothèse d'une turbulence gelée ("Frozen Flow"), un retard s'apparente à une translation horizontale des couches. La différence est que la translation peut avoir différentes directions et différentes valeurs selon les couches (Cf.  $V(h)$  défini en table 5.2).

Dans le cas du reconstituteur MMSE, on pourra minimiser ce terme d'erreur en injectant l'information du profil de vent dans le reconstituteur. De manière similaire à l'OA hors-axe, en extrapolant les mesures obtenues à l'instant  $t$ , on peut estimer la meilleure correction à appliquer à un instant  $t + \delta t$  (Petit, 2006).

#### Autres erreurs

Les cinq termes d'erreurs que l'on vient d'introduire représentent les principales limitations d'un système d'OA. Il existe d'autres postes d'erreurs dont l'impact est généralement moins élevé. On notera par exemple l'erreur de réfraction différentielle, l'erreur de chromaticité, les erreurs de calibration ou encore l'erreur due aux aberrations non communes. Dans le cadre de notre étude, nous nous concentrerons uniquement sur les principaux contributeurs introduits plus haut, car ils fournissent une bonne approximation de la performance attendue d'un système d'OA.

## 6.7 Comparaison Fourier / E2E

La représentation de la phase résiduelle dans une base de Fourier est très intéressante car elle nous permet de construire des outils de simulation rapides. Comme on l'a vu précédemment, elle comporte cependant un certain nombre d'hypothèses qu'il convient de vérifier. Pour ce faire, je compare les résultats obtenus en Fourier avec une simulation End To End (E2E) complète. L'outil de simulation E2E a été développé à l'ONERA dans le

cadre de nombreuses études dont BOA, NAOS et SPHERE. C'est un outil qui a été testé et qui est utilisé depuis plus de quinze ans. Il nous servira donc de référence. L'outil E2E est basé sur une représentation de la phase dans une base de polynômes de Zernike. D'un point de vue formel, les équations utilisées sont indépendantes de la base. L'unique différence entre l'outil Fourier et d'autres logiciels de simulation est l'hypothèse de stationnarité de la phase résiduelle. Comme introduit dans le § 6.1.2, l'impact de l'hypothèse de stationnarité de la phase résiduelle est quasi négligeable (Cf. Véran (1997) et Conan (1994)). On s'attend donc à une bonne correspondance entre l'outil Fourier et l'outil E2E.

Sur la Fig. 6.15 nous montrons la coupe des PSFs obtenues<sup>5</sup> avec l'outil Fourier et l'outil E2E pour quatre configurations : (i) un cas faible bruit ( $\sigma^2=1\text{rd}^2$  en haut à gauche), (ii) un cas fort bruit ( $\sigma^2=50\text{rd}^2$  en haut à droite), (iii) un cas où l'étoile guide est décalée de 15" selon l'axe des  $x$  (en bas à gauche), (iv) et un cas où l'étoile guide est décalée de 30" selon l'axe des  $x$  (en bas à droite). Les conditions de simulations sont les mêmes que dans le paragraphe précédent. Comme on s'y attendait, la correspondance entre les deux outils est très bonne, que ce soit dans les cas de bonnes corrections, ou dans les cas de corrections partielles. La différence de SR entre le code Fourier et E2E est au maximum de 3%. Il faut toutefois noter que du fait de la différence de base utilisée entre les deux outils, la fréquence de coupure doit être ajustée pour obtenir une bonne correspondance. Mais une fois le niveau relatif ajusté entre les deux algorithmes, les résultats obtenus sont en très bon accord. On pourra donc utiliser l'outil Fourier pour le dimensionnement de systèmes d'OA.

## 6.8 Etoiles Lasers

On a considéré jusqu'à maintenant que l'analyse de surface d'onde était réalisée sur une source naturelle : en onde plane. On va maintenant s'intéresser au cas d'une analyse sur source artificielle : une mesure en onde sphérique. La mesure des aberrations atmosphériques par une étoile laser induit plusieurs termes d'erreurs supplémentaires. Je présente ici quelques pistes pour inclure ces termes dans un formalisme Fourier.

### 6.8.1 Limites fondamentales

Bien que les Etoiles Lasers augmentent sensiblement la couverture de ciel, elles souffrent de limites intrinsèques qui mettent leur mise en oeuvre difficile. On notera trois limites principales que sont : l'indétermination du Tip/Tilt, l'effet de cône et l'élongation de spot. L'origine de l'indétermination du Tip/Tilt par une étoile laser (Pilkington *et al.*, 1987) est illustrée sur la Fig. 6.16 à gauche. Pour comprendre l'origine de cette erreur, on symbolise l'atmosphère par une unique couche turbulente. Lorsque la lumière provenant de l'étoile traverse cette couche turbulente, elle est déviée. On parle de basculement, de bougé, ou

<sup>5</sup>Pour cet exemple le domaine de fréquences corrigées sera circulaire

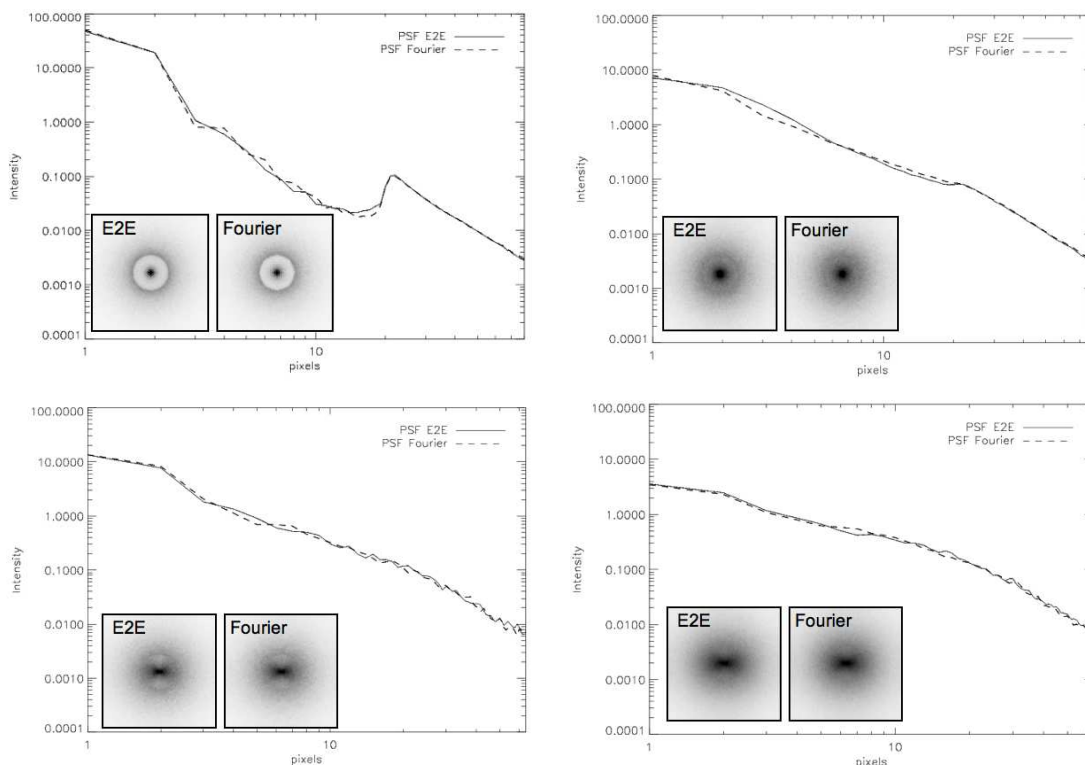


FIG. 6.15 – Comparaison des PSFs (coupe selon l’axe des  $x$  et PSF 2D) obtenues avec l’outil Fourier et l’outil E2E. En haut à gauche : cas faible bruit  $\sigma^2=1\text{rd}^2$ . En haut à droite : cas fort bruit  $\sigma^2=50\text{rd}^2$ . En bas à gauche : étoile guide décalée de 15” selon l’axe des  $x$ . En bas à droite : étoile guide décalée de 30” selon l’axe des  $x$ . Le SR se déduit directement à partir de l’ordonnée des plots.

de Tip-tilt en Anglais. Un observateur au sol a l’impression que la lumière de l’étoile vient d’une direction qui est décalée par rapport à la vraie direction. Dans le cas d’une étoile laser le faisceau laser émis parcourt exactement le même trajet à l’aller et au retour et sur un temps de propagation beaucoup plus court que le temps d’évolution de la turbulence. La position de l’image reste donc fixe pour un observateur au sol. On comprend donc qu’une source produite à partir du sol sera insensible au Tip-Tilt. Ainsi, les systèmes s’appuyant sur une analyse de la turbulence par étoiles lasers sont généralement complétés par une voie d’analyse sur étoile naturelle pour estimer les modes de Tip/Tilts. La couverture de ciel n’est donc pas complète. Par contre, comme l’analyse sur étoile naturelle est restreinte à la mesure des modes de Tip/tilts, il est possible d’utiliser des étoiles naturelles de plus forte magnitude et/ou plus éloignées que dans le cas où l’ensemble de l’analyse est réalisée sur étoile naturelle. Par exemple, un système d’OA typique (e.g. NAOS) nécessite une étoile de magnitude  $R \leq 16$  dans un rayon de  $\sim 25''$  pour une analyse purement sur étoile naturelle. Pour une mesure des modes de Tip/Tilts uniquement, on peut utiliser une étoile de magnitude  $R \leq 19$  dans un rayon de  $\sim 40''$ .

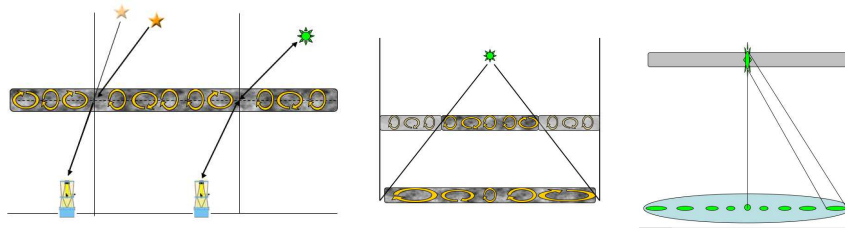


FIG. 6.16 – Schéma d’illustration des limites fondamentales liées à l’analyse sur étoile laser. A gauche : indétermination du Tip/Tilt. Au centre : effet de cône. A droite : élongation du spot.

La deuxième limite principale de l’étoile laser est l’effet de cône. L’étoile laser émet sa lumière à une altitude finie, l’onde que l’on reçoit de la source laser est sphérique. Ainsi les perturbations de phases vues par l’ASO sont dilatées par rapport aux perturbations initiales (Cf. Fig.6.16 au centre). Lorsque l’on utilise la mesure des aberrations dilatées pour corriger les aberrations originales, on commet une erreur. Cette erreur est appelée effet de cône ou “Focus Anisoplanatism” en Anglais. Plus le diamètre du télescope est grand, plus l’effet de cône devient important.

Enfin, la troisième erreur supplémentaire lorsque l’on utilise des étoiles lasers résulte de la structure tri-dimensionnelle de la source. En effet, l’étoile produite par la ré-émission des atomes de sodium n’est pas ponctuelle, mais allongée sur tout le long de l’épaisseur de la couche de sodium. L’étoile laser a donc une forme cylindrique. Lorsque l’on observe ce cylindre depuis le centre de la pupille, on le voit par en-dessous, son image est bien de forme sphérique. Par contre, lorsque l’on observe ce cylindre du bord de la pupille, on le voit par la tranche, l’image est allongée. On parle d’allongement du spot ou plus souvent de “spot elongation” en Anglais. On peut aussi interpréter l’élongation de spot comme une superposition d’ondes sphériques émises à différentes altitudes. Un SH qui serait focalisé à l’altitude moyenne de la couche de sodium verra tous les autres points d’émissions défocalisés. Les sous-pupilles qui échantillonnent le bord de la pupille du télescope verront donc des spots plus allongés que les sous-pupilles proches du centre. Le bruit associé aux mesures faites par ces premières sera plus important que pour les sous-pupilles du centre. Encore une fois, plus le diamètre du télescope sera grand, plus cet effet sera important.

### 6.8.2 Modélisation Fourier de l’Etoile Laser

L’analyse de la turbulence par étoiles lasers est particulièrement difficile à modéliser en Fourier. En effet, les trois erreurs supplémentaires que l’on vient d’introduire ne sont pas descriptibles par des processus linéaires et invariant par translation : ils ne remplissent pas les hypothèses de bases d’une représentation dans la base de Fourier. Dans les paragraphes suivants, je discute plus en détails ces trois erreurs en illustrant pourquoi il est



difficile d'inclure leurs effets dans des simulations Fourier.

### Effet de cône

La variance résiduelle due à l'effet de cône à été étudiée par de nombreux auteurs (Sasiela, 1994; Tyler, 1994; Fried et Belsher, 1994). L'idée commune à ces travaux est d'écrire puis de développer la variance résiduelle onde-plane/onde-sphérique comme :

$$\sigma_{cone}^2 = \frac{1}{S} \int_S \langle [\phi_{OP}(\mathbf{r}) - \phi_{OS}(\mathbf{r})]^2 \rangle d\mathbf{r} \quad (6.59)$$

Par exemple Tyler (1994) donne une formulation simple pour évaluer la variance due à l'effet de cône avec :

$$\sigma_{cone}^2 = \left( \frac{D}{d_0} \right)^{5/3} \quad (6.60)$$

où  $d_0$  est donné par :

$$d_0 = \lambda^{5/6} \cos(\gamma)^{3/5} \left[ \int dh C_n^2(h) F\left(\frac{h}{z}\right) \right]^{-3/5} \quad (6.61)$$

$z$  est l'altitude de la source laser et  $F\left(\frac{h}{z}\right)$  est une fonction numérique. Une valeur approchée de  $d_0$  peut être calculée par (Tyler, 1994) :

$$d_0 \simeq 2.87723\theta_0 z \quad (6.62)$$

Par exemple, en utilisant notre profil 10 couches, on trouve un  $d_0$  de 9m environ en bande H. Un télescope de la taille de  $d_0$  verra une variance résiduelle due à l'effet de cône de  $1\text{rad}^2$ , soit un rapport de SR qui chute aux alentours de 40% en H uniquement par ce terme d'erreur. Pour un télescope de 42m, l'effet de cône réduit le SR bien en-dessous du %. C'est donc un effet réhibitoire pour l'utilisation d'une étoile laser unique sur un ELT.

Par une analyse similaire menée dans l'espace de Fourier, Sasiela (1994) montre que l'estimation de la variance liée à l'effet de cône peut s'écrire comme l'intégrale de la DSP turbulente, à laquelle on applique un filtre spatial adéquat. Pour une source laser ponctuelle et située sur l'axe optique, cela s'écrit comme :

$$\sigma_{cone}^2 = \int C_\phi(f) \left[ 2 - 4 \frac{J_1(\pi D f h/z)}{\pi D f h/z} \right] df \quad (6.63)$$

On serait alors tenté d'utiliser directement le filtre tel qu'introduit par Sasiela pour construire ainsi une DSP de phase résiduelle qui inclurait l'effet de cône. Un tel raisonnement n'est cependant pas valable, car si l'intégrale donne bien la variance attendue, la forme du filtre peut ne pas être bonne. En effet, la correction d'une onde plane par une

onde sphérique conduit à une correction qui est très bonne au centre de la pupille, puis qui se dégrade à mesure que l'on s'éloigne de celui-ci : le centre de la pupille joue un rôle particulier. C'est ce que l'on tente d'illustrer par la Fig. 6.17. Or dans le cas d'une modélisation de la phase résiduelle par le calcul d'une DSP, celle-ci sera nécessairement stationnaire : tous les points de l'espace sont traités identiquement. A partir du filtre de Sasiela, on peut donc construire des phases résiduelles qui contiennent une variance correspondante à l'effet de cône, mais la répartition spatiale de cette variance ne reflétera pas la forme particulière de cette erreur.

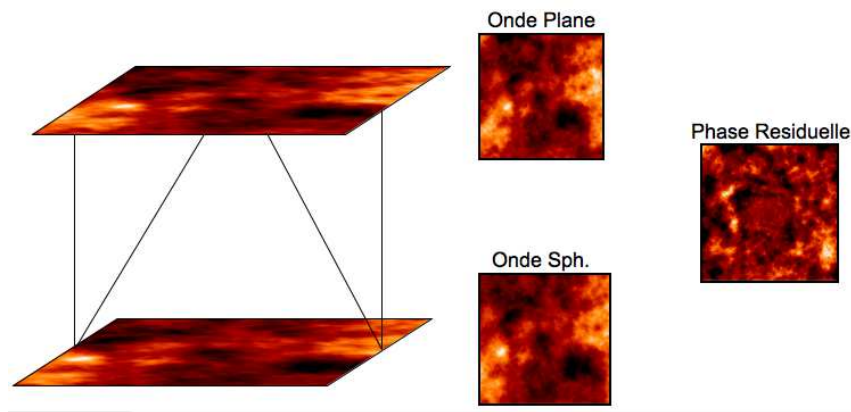


FIG. 6.17 – Principe de simulation de l'effet de cône sur la phase résiduelle. On dilate les phases en altitudes d'un coefficient proportionnel à leur altitude et à l'altitude de la source laser. La phase résiduelle est formée par la différence entre l'onde sphérique et l'onde plane.

La question que l'on peut alors se poser est quelle est l'effet d'une stationnarisation d'une phase résiduelle qui reflète l'effet de cône ? Autrement dit, peut-on uniquement considérer la variance globale ou doit-on aussi prendre en compte la répartition spatiale de cette variance dans la phase résiduelle ?

Pour évaluer l'effet d'une stationnarisation de la phase résiduelle sur les performances, on choisit de suivre la méthodologie introduite par Véran (1997) et Conan (1994) pour le même genre de diagnostic sur des phases corrigées par OA. L'idée est de construire une FTO "vraie" à partir de tirages aléatoires de phases résiduelles et une FTO stationnarisée à partir du calcul d'un  $D_\phi$  moyen sur ces mêmes phases. Si la phase résiduelle est stationnaire, la FTO "vraie" et la FTO stationnarisée seront identiques. Si la phase d'entrée n'est plus stationnaire, on s'attend à observer une différence. En quantifiant l'impact de cette différence, on pourra conclure si l'effet d'une stationnarisation de la phase résiduelle modifie les performances estimées.

La FTO "vraie" est simplement déduite du calcul de la PSF longue pose. Il faudra toutefois s'assurer que le nombre de tirages courte pose utilisé pour le calcul de la PSF longue pose est suffisamment grand pour obtenir une bonne convergence. La FTO stationnarisée se construit à partir du calcul d'un  $D_\phi$  moyen. Pour construire une fonction de structure de

phase moyenne, on suit l'approche présentée dans Conan (1994). Brièvement, cela revient à mesurer un  $D_\phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$  en chaque point  $\mathbf{r}$  de la pupille, puis de moyenner tous les  $D_\phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$  sur  $\mathbf{r}$  pour retrouver un  $D_\phi(\boldsymbol{\rho})$ . Mathématiquement, Conan (1994) montre que cela s'écrit comme :

$$D_\phi(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{\int P(\mathbf{r})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{r}} \left\langle \int [\phi^2(\mathbf{r}) + \phi^2(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})] P(\mathbf{r})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{r} - 2 \int \phi(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{r} \right\rangle \quad (6.64)$$

On commence par illustrer le comportement des FTO calculées par les deux approches dans un cas purement turbulent. Dans la suite, on considérera un télescope de 42m de diamètre sans obstruction centrale. Dans le cas purement turbulent, la phase d'entrée est stationnaire, les deux approches doivent donner exactement le même résultat. La Fig. 6.18 montre ces FTO dans le cas d'une faible turbulence ( $r_0=1.5\text{m}$  @  $1.65\mu\text{m}$  à gauche) et dans le cas d'une turbulence réaliste ( $r_0=0.44\text{m}$  @  $1.65\mu\text{m}$  - seeing =  $0.95''$ , à droite). On voit que dans le cas de faible turbulence ( $r_0=1.5\text{m}$ ), les deux FTO sont quasi superposées. La différence observée provient uniquement d'un problème de convergence numérique : le nombre de phase résiduelle utilisé pour le calcul de la FTO par la PSF longue pose est insuffisant (5000 tirages indépendants). La convergence dépend de la variance associée à la phase résiduelle. Ainsi, on voit dans le cas d'une turbulence plus forte ( $r_0=0.44$ ) et pour un même nombre d'itérations que la convergence est loin d'être atteinte. Dans la suite on travaillera essentiellement avec des phases corrigées, donc dans le cas de faibles variances résiduelles et de bonne convergence.

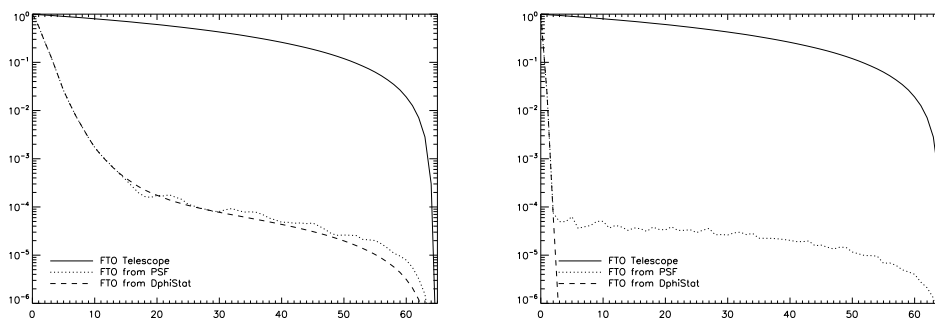


FIG. 6.18 – Comparaison des FTO “vraies” (notée “FTO from PSF”) et “stationnarisées” (notée “FTO from DphiStat”) dans un cas purement turbulent. A gauche :  $r_0=1.5$ . A droite :  $r_0=0.44$ . La ligne continue symbolise la FTO théorique du télescope.

On continue avec un cas simple de phase résiduelle corrigée par un système d'OA. On choisit un cas où la fréquence de coupure est donnée par un pitch de 0.5m et on ajoute une variance de bruit de  $10rd^2$  sur la mesure. Aucun effet d'aliasing, servo-lag ou anisoplanétisme n'est considéré ici. Dans ce cas, la phase résiduelle ressemble beaucoup à celle présentée dans la Fig. 6.8. Pour le télescope de 42m, on trouve une variance de phase résiduelle  $\sim 5.7rd^2$ .

On montre les résultats sur la Fig.6.19 à gauche. On voit alors que les deux FTO sont

parfaitement superposées. On retrouve ainsi les résultats de Véran (1997) et Conan (1994), à savoir que la phase résiduelle après correction par une OA est proche d’être stationnaire, ou autrement dit, une stationnarisation de la phase résiduelle après correction par OA n’introduira pas ou très peu (ici négligeable) d’erreurs sur la performance finale.

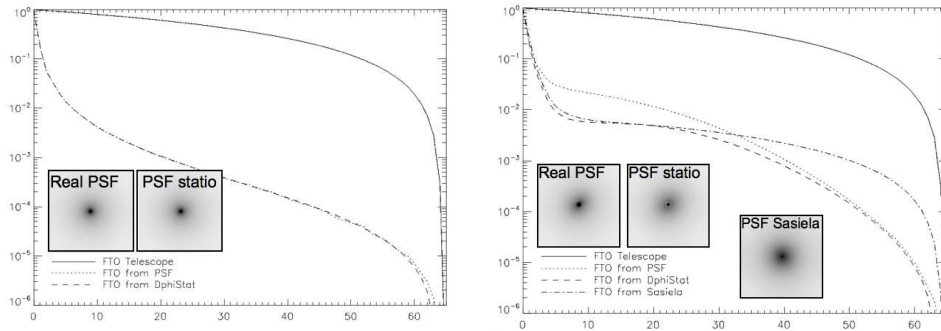


FIG. 6.19 – Comparaison des FTO “vraies” (notée “FTO from PSF”) et “stationnarisées” (notée “FTO from DphiStat”) dans un cas de correction partielle par OA (à gauche) et dans le cas des phases simulant l’effet de cône (à droite). Dans le cas de l’effet de cône, on ajoute la FTO calculée par le filtre de Sasiela pour comparaison.

Intéressons-nous enfin à la phase résiduelle due à l’effet de cône. Il faut tout d’abord construire des phases qui reflètent la correction d’une onde plane par une onde sphérique. La technique utilisée est illustrée en Fig. 6.17 : on tire des écrans de phases que l’on dilate spatialement par rapport à l’axe optique. Le coefficient de dilatation dépend de l’altitude de la couche par rapport à l’altitude de la source laser. En soustrayant la phase dilatée (phase sphérique) à la phase initiale (phase onde plane), on forme ainsi une phase résiduelle qui reflète l’effet de cône. On vérifie que la variance obtenue sur ces écrans correspond bien à la variance théorique donnée par l’Eq. 6.63. Par exemple, pour un télescope de 10m on trouve une variance de  $0.8\text{rd}^2$  par l’Eq. 6.63 et  $0.83\text{rd}^2$  par les tirages de phases. Les résultats des FTO calculées à partir de ces phases résiduelles sont montrés en Fig. 6.19 à droite (pour le télescope de 42m). On y montre aussi la FTO calculée à partir du filtre de Sasiela.

La Fig. 6.19 montre que dans le cas d’une phase résiduelle résultant d’un effet de cône, la FTO vraie qui découle du calcul de la PSF longue pose diverge de la FTO stationnarisée et de la FTO calculée par le filtre de Sasiela. Plus précisément, la stationnarisation induit une perte importante de la transmission aux fréquences intermédiaires. En effet, dans le cas de la phase non stationnaire, on a vu que la variance résiduelle tend vers zéro au centre de la pupille. Tous les couples de points qui s’appuient sur le centre de la pupille (qui correspondent principalement aux fréquences intermédiaires), seront mieux transmis, moins atténués par la turbulence que dans le cas où la variance résiduelle est redistribuée sur l’ensemble de la pupille. Par analogie, on pourrait interpréter ce comportement comme

l'effet inverse d'une occultation centrale sur la FTO d'un télescope. Dans le cas d'une occultation centrale, tous les couples de points qui s'appuient sur le centre de la pupille ne sont pas transmis, on observe une chute de la FTO aux fréquences intermédiaires. Dans le cas d'une phase non stationnaire, c'est l'effet inverse qui intervient : tous les couples de points qui s'appuient sur le centre de la pupille sont mieux transmis car la variance y est très faible. Ainsi, si l'on utilise le filtre de Sasiela pour construire des PSFs, le SR de celles-ci sera correct car la variance est bonne, par contre, la forme de la PSF ne sera pas représentative de l'effet de cône. Ces PSFs ne pourront pas être utilisées pour un calcul d'EE ou pour convoluer des images. Le cas mono-LGS ne peut donc être modélisé complètement par un filtre sur la DSP.

### Indétermination du Tip/Tilt

Afin de modéliser correctement l'effet d'indétermination des Tip/Tilts, il faudrait être capable de filtrer le signal turbulent pour construire une mesure aveugle à ces modes. Les modes de Tip/Tilts correspondent aux deux premiers modes lorsque l'on décompose la phase sur une base de polynômes de Zernike. Malheureusement, il n'existe pas de correspondance directe entre les modes de Zernike et les fréquences spatiales. Il est donc très difficile de filtrer la DSP turbulente pour éliminer un nombre déterminé de modes de Zernike. De la même manière que pour l'effet de cône, un filtrage de la DSP des modes de Tip/Tilt tel qu'introduit dans Sasiela (1994) (Cf. § 5.4.1) donnera une variance correcte, mais la distribution spatiale de cette variance ne sera pas représentative d'une phase filtrée du Tip/Tilt. En fait, il n'existe pas de solution analytique au problème mais le calcul du filtre peut se faire numériquement. Ainsi, Assémat *et al.* (2008) proposent un filtre calculé à partir de la minimisation d'un critère défini pour atténuer les bas ordres, tout en conservant le poids des hauts ordres. Ils montrent que l'utilisation d'un tel filtre correspond bien, (du mieux qu'on puisse espérer) à un filtrage des modes de Tip/Tilts sur la phase résiduelle.

Une autre méthode approchée consiste à filtrer les modes de Tip-Tilt sur la phase résiduelle, puis les ajouter "à la main" avec la variance souhaitée. C'est l'approche suivie dans Neichel *et al.* (2006). Il s'agit toutefois d'une méthode approchée car on vient soustraire les Tip/Tilts sur la phase résiduelle et non pas sur la phase mesurée. L'hypothèse sous-jacente est que ces modes se propagent dans la boucle d'OA indépendamment des autres modes. Dans le cas de l'OA classique cette hypothèse est valable. Par contre, dans le cas des OA tomographiques, on verra au §7.8.2 que ce ne sera plus le cas.

### Elongation du spot

Enfin, le phénomène d'élongation de spot ne pourra pas non plus être modélisé aisément car on ne peut pas distinguer spatialement différentes sous-pupilles dans l'approche Fourier. Toutes les sous-pupilles doivent nécessairement être identiques et particulièrement elles partagent toutes la même variance de bruit. Or l'effet de l'élongation du spot consiste précisément à attribuer une variance de bruit différente par sous-pupille.

Une méthode approchée consiste alors à encadrer la performance attendue en utilisant deux niveaux de bruits. Comme majorant on utilise un niveau de bruit optimiste en supposant que tous les spots du SH sont comme le spot central. Comme minorant on utilise un niveau de bruit pessimiste en supposant que tous les spots sont allongés comme le spot le plus au bord de la pupille.

Pour illustrer cette procédure, la Fig. 6.20 montre la propagation du bruit théorique dans le cas d'un analyseur de SH pour trois types de spots. Dans le premier cas, on considère des spots sans élongations (noté "without elongation"). On retrouve alors la propagation de bruit classique telle que décrite dans Rigaut et Gendron (1992). Dans le deuxième cas, on considère des spots ronds (noté "symetric spots"), mais dont le rayon augmente comme le grand axe des spots allongés. Enfin, le troisième cas (noté "with asymeric elongation") simule l'élongation de spot telle qu'attendue avec un télescope de 42m. On trouve que pour les deux derniers cas de figure, i.e. des spots dont la taille change dans la pupille, le bruit ne suit plus une loi uniforme, mais certains modes sont mieux reconstruits que d'autres. Selon la structure spatiale des modes, ils seront plus ou moins sensibles à l'effet d'élongation. Dans la suite, on prendra comme cas de référence une loi asymptotique majorant la propagation du bruit trouvée pour les spots allongés. On trouve dans ce cas que la variance résiduelle est environ 10 fois plus grande que dans le cas sans élongation. Ainsi, en première approximation, l'effet d'élongation de spot sera pris en compte par une augmentation globale de la variance de bruit de mesure d'un facteur 10.

### Conclusion sur la LGS

L'introduction des erreurs supplémentaires dues à l'analyse sur étoile laser n'est pas aisée et nécessite certaines approximations. La principale difficulté provenant de la représentation de l'effet de cône. Toutefois, il est primordial d'inclure l'analyse laser dans les outils de simulations car la quasi totalité des systèmes d'OA prévus pour l'E-ELT utiliseront des sources lasers. Nous reviendrons donc sur la modélisation de l'étoile laser dans le chapitre suivant et nous verrons que dans le cas de l'OA tomographique, une solution pour prendre en compte l'effet de cône peut être imaginée.

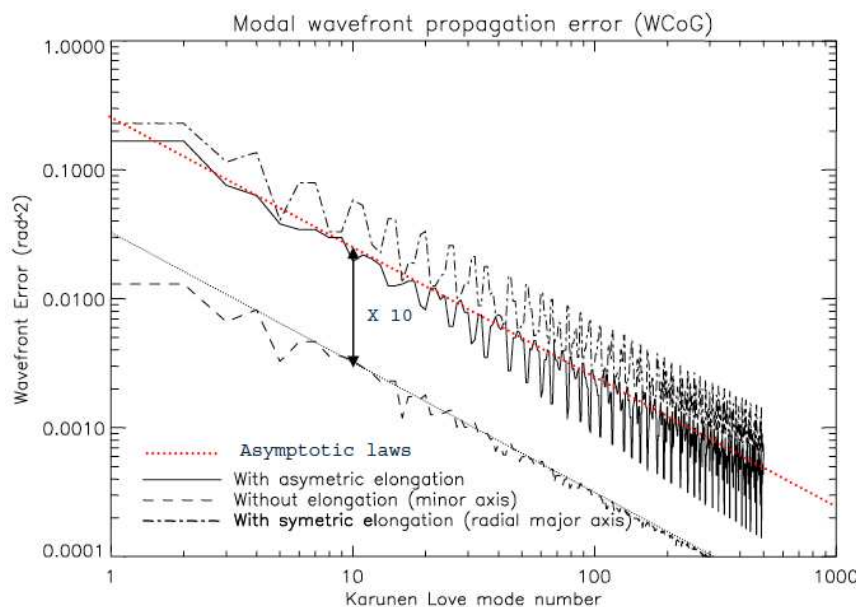


FIG. 6.20 – Propagation du bruit dans le cas de spots allongés. En traits tirets : la propagation classique sans élongation (Rigaut et Gendron, 1992). En traits tirets-points : la propagation pour des spots symétriques dont le rayon suit le grand axe des spots allongés. En trait plein : la propagation pour des spots allongés. En pointillés rouges : la loi asymptotique utilisée pour modéliser l’effet d’élongation dans les simulations Fourier.

## 6.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi le formalisme matriciel pour une modélisation Fourier de l’OA classique. Toutes les expressions introduites ici nous seront utiles au prochain chapitre pour la généralisation au cas tomographique. A l’aide de ce formalisme, nous avons étudié les principales limites de l’OA classique, à savoir : l’erreur de fitting, la propagation du bruit, l’aliasing, l’anisoplanétisme et l’erreur temporelle. Pour chacun de ces termes, nous avons donné une expression analytique simple dans le cas des reconSTRUCTEURS LSE et MMSE. Cette étude nous a permis de faire ressortir quelques tendances générales dans le cas simple de l’OA classique. En particulier, nous introduisons la notion d’erreur de modèle qui sera reprise en détails au chapitre suivant. Nous montrons aussi le gain apporté par les reconSTRUCTEURS régularisés dans le cas d’observations bruitées ou pour gérer l’erreur d’aliasing. Les notions de fréquences non-vues ou mal-vues et l’apport d’une régularisation seront aussi longuement détaillées dans le prochain chapitre. Enfin, le cas OA classique nous a permis d’introduire la problématique de l’étoile laser et de sa modélisation dans une base de Fourier. Là encore, les éléments introduits dans le cadre de l’OA classique nous serviront de fondations pour la généralisation au cas tomographique.

# Chapitre 7

## Optique Adaptative Tomographique

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>170</b>
7.1.1	l'OA tomographique en Fourier	173
7.1.2	Notations	175
<b>7.2</b>	<b>Propagation</b>	<b>175</b>
<b>7.3</b>	<b>Mesure du volume turbulent</b>	<b>175</b>
<b>7.4</b>	<b>Reconstruction spatiale du front d'onde: La tomographie</b>	<b>177</b>
7.4.1	Le modèle direct	178
7.4.2	Inversion des mesures	178
7.4.3	Reconstruction optimale	179
<b>7.5</b>	<b>Projection sur les miroirs: spécificité de chaque OA tomographique</b>	<b>180</b>
<b>7.6</b>	<b>Limitations d'une OA tomographique</b>	<b>181</b>
7.6.1	DSP résiduelle	181
7.6.2	Fréquences non vues - Erreur de model/SNR - Erreur de projection - "Tomographic reconstruction for Wide Field Adaptive Optics systems: Fourier domain analysis and fundamental limitations" JOSA-A 2008.	182
7.6.3	Erreur de fitting	224
7.6.4	Aliasing généralisé	224
7.6.5	Erreur temporelle généralisée	226
<b>7.7</b>	<b>Comparaison Fourier/E2E et zones non-vues</b>	<b>226</b>
<b>7.8</b>	<b>Etoiles Lasers</b>	<b>231</b>
7.8.1	Effet de cône et tomographie	231
7.8.2	Indétermination des Tip/Tilts et tomographie	233
<b>7.9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>234</b>

---



Dans ce chapitre, je reprends l’approche présentée dans la partie précédente, mais généralisée aux systèmes d’OA tomographiques. La structure du chapitre est similaire : dans un premier temps on s’attache à décrire les OA tomographiques dans le formalisme de Fourier, puis on s’intéresse aux limitations fondamentales de ces systèmes. L’étude de ces limitations est principalement développée dans un article publié dans JOSA-A et intitulé : “Tomographic reconstruction for Wide Field Adaptive Optics systems : Fourier domain analysis and fundamental limitations”. Cet article est présenté dans son intégralité au §7.6.2. Nous y proposons une approche concise et unifiée du problème tomographique dans le domaine de Fourier. Cette approche nous permet de mettre en évidence et d’illustrer simplement de nombreux phénomènes liés à l’analyse tomographique, mais aussi de proposer des optimisations. L’objectif de ce chapitre est d’introduire cette approche en utilisant autant que possible des exemples simples et en apportant des interprétations physiques à ces phénomènes.

## 7.1 Introduction

Les principales limitations d’un système d’OA classique sont le pourcentage de ciel accessible d’une part et la taille du champ corrigé d’autre part. Concernant la couverture de ciel, l’avènement des étoiles lasers permet d’augmenter significativement les zones du ciel accessibles. Malheureusement, on a vu au §6.8.2 que l’utilisation d’une unique étoile laser était proscrite pour les futurs ELTs à cause de l’effet de cône qui réduit considérablement la performance. En considérant uniquement ce terme d’erreur, la performance chute à quelques % de SR seulement. Pour résoudre le problème de l’effet de cône, de nombreux auteurs (e.g. Tallon et Foy (1990); Le Louarn (2000); Tokovinin *et al.* (2001); Viard *et al.* (2002)) proposent d’utiliser plusieurs étoiles lasers pour faire une reconstruction tomographique du volume turbulent. A partir de la mesure de la turbulence dans différentes directions du champ, on peut connaître la répartition en 3-dimensions de ce volume, et corriger ainsi de l’effet de cône. On parle alors d’OA tomographique Laser ou LTAO en Anglais (Hubin *et al.*, 2005; Lloyd-Hart *et al.*, 2006; Baranec *et al.*, 2006; Milton *et al.*, 2007). La Fig. 7.1 illustre le principe de fonctionnement d’une LTAO : plusieurs sources lasers sont utilisées pour l’analyse multi-directionnelle de la turbulence, mais une seule direction d’intérêt est corrigée.

Si la LTAO résout le problème de l’effet de cône, elle reste confrontée à celui de la taille du champ corrigé. En effet, le champ corrigé est limité par l’anisoplanétisme et ne dépasse pas quelques dizaine de secondes d’arc. La grande majorité des observations ne se concentrera donc que sur l’étude d’un unique objet à la fois. Afin d’accroître le multiplexage de la correction, une première idée serait de dupliquer autant de systèmes de LTAO que de directions d’intérêts que l’on souhaite corriger. Un tel système serait toutefois beaucoup trop compliqué à mettre en oeuvre car il nécessiterait l’utilisation d’un nombre considérable de

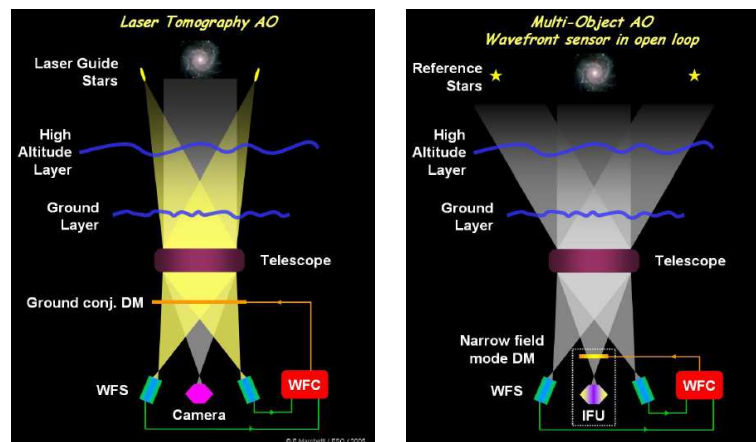


FIG. 7.1 – A gauche : schéma de principe de la LTAO. A droite : schéma de principe de la MOAO.

lasers en parallèle. Pour limiter le nombre de sources lasers, tout en corrigeant dans un grand champ, la solution consiste alors à découpler physiquement les analyseurs des voies de corrections. On parle alors d’OA multi-objet ou MOAO (Hammer *et al.*, 2002, 2004; Assémat *et al.*, 2007; Ammons *et al.*, 2006). Le principe de fonctionnement de la MOAO est décrit par la Fig.7.1 (à droite) : quelques (à déterminer) étoiles guides sont utilisées pour réaliser la tomographie sur un grand champ, puis au sein du champ défini par le volume reconstruit, plusieurs micro-miroirs assurent la correction dans chacune des directions d’intérêts. La MOAO doit ainsi permettre d’atteindre une très bonne performance en quelques points d’un très large champ. La difficulté d’un tel concept réside principalement dans le fait que tous les éléments (DM et ASOs) doivent pouvoir fonctionner en boucle ouverte<sup>1</sup> (Cf. § 6.1.1). La MOAO nécessite non seulement des ASOs d’une très grande dynamique, mais aussi des DMs dont la réponse puisse être parfaitement calibrée. Par ailleurs, le champ de correction autour de chaque objet est toujours limité par l’anisoplanétisme classique, mais les directions de correction que l’on peut adresser sont désormais situées dans un champ beaucoup plus grand que pour la LTAO.

Pour augmenter la taille du champ corrigé, il faut avoir recours à une étape supplémentaire : à la suite de la reconstruction tomographique, on procède à une projection qui optimise la correction pour l’ensemble des directions du champ. Par exemple, à partir d’une analyse mutli-directionnelle et d’un unique miroir pour lequel la correction est optimisée dans le champ, on peut obtenir des performances modérées sur un champ allant jusqu’à la dizaine de minutes d’arc. On parle alors de GLAO (pour “Ground Layer AO”) car l’essentiel de la correction est apporté aux couches près du sol (Rigaut, 2001, 2002; Tokovinin, 2004). La figure 7.2 (à gauche) montre un schéma de principe de la GLAO. L’objectif

<sup>1</sup>On peut imaginer retrouver un fonctionnement type boucle fermée en équipant chaque voie ASO par un DM dédié et chaque voie DM par un ASO.

d'un système de GLAO est d'assurer une correction partielle mais uniforme sur un large champ. Pour améliorer la performance dans le champ, il faut déployer plusieurs miroirs déformables conjugués optiquement aux altitudes des couches dominantes. La correction est ainsi opérée directement sur les perturbations à leur source, ce qui fournit à la fois un champ de correction accru par rapport à l'OA classique et des performances meilleures qu'en GLAO. On parle alors d'OA Multi-conjuguée ou MCAO en Anglais (Tallon *et al.*, 1992; Ellerbroek, 1994; Ragazzoni *et al.*, 2000; Fusco *et al.*, 2001; Lloyd-Hart et Milton, 2003). La figure 7.2 (à droite) montre un schéma de principe de la MCAO "Star oriented".

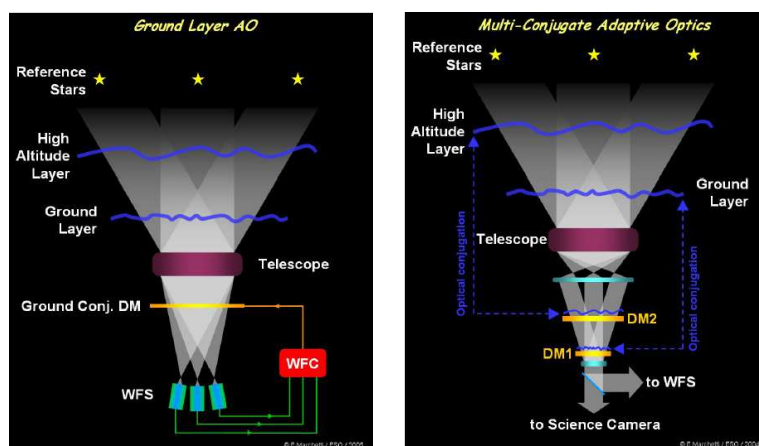


FIG. 7.2 – A gauche : schéma de principe de la GLAO. A droite : schéma de principe de la MCAO.

Le tableau 7.1 résume les spécificités et les performances de chacun de ces concepts en prenant pour exemple ceux qui sont actuellement planifiés pour l'E-ELT.

	Champ technique	Champ scientifique	Champ de correction	Performance %SR en H
<b>LTAO</b> (projet ATLAS)	$\geq 1$ arcmin	$\sim 1$ arcmin	$\sim \theta_0$	$\sim 50\%$
<b>MOAO</b> (projet EAGLE)	6.8arcmin	5.1arcmin	$\sim \theta_0 \times N_{\text{objets}}$	$\sim 40\%$
<b>GLAO</b>	$\sim 10$ arcmin	$\sim 7$ arcmin	$\sim 7$ arcmin	qq %
<b>MCAO</b> (projet MAORY)	$\geq 2$ arcmin	1 ou 2arcmin	1 ou 2arcmin	$\sim 40\%$ , $\sim 20\%$

TAB. 7.1 – Principales caractéristiques des OA tomographiques actuellement planifiées pour l'E-ELT. Le projet EAGLE est décrit plus en détails dans l'Annexe A. Le projet MAORY est décrit dans Diolaiti *et al.* (2008). Les spécifications concernant la GLAO ne sont pas encore fixées

Dans la suite, on fera l'hypothèse que la reconstruction tomographique peut être traitée indépendamment de l'étape de projection. On notera que dans le cas d'un reconstruteur MMSE, cela correspond au principe de séparation (Fusco *et al.*, 2001; Kulcsár *et al.*, 2006) et que la solution est optimale. La matrice de reconstruction s'écrit alors comme un produit de deux matrices indépendantes.

$$\mathbf{W} = \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W}_{\text{tomo}} \quad (7.1)$$

Ces deux matrices étant définies par :

1. Un reconstruteur tomographique  $\mathbf{W}_{\text{tomo}}$  qui correspond à une étape de reconstruction des phases dans le volume. Cet opérateur dépend de la configuration des étoiles guides, du bruit associé à chaque mesure et du profil de turbulence.
2. Un opérateur de projection  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$  de l'estimé du volume turbulent sur le ou les DM(s). Cet opérateur dépend uniquement des altitudes de conjugaisons des DMs relativement aux couches reconstruites et du champ d'optimisation de la correction.

Tous les systèmes d'OA grand champ (dans la suite on parlera d'OA tomographique) ont comme dénominateur commun l'étape de reconstruction du volume de turbulence en temps réel. Autrement dit,  $\mathbf{W}_{\text{tomo}}$  est identique pour tous les systèmes présentés dans la Table 7.1 et seul le terme de projection  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$  les différencie. Il est donc essentiel de comprendre précisément les limites fondamentales et les optimisations possibles de l'étape tomographique. C'est le premier objectif de ce chapitre avec notamment l'étude menée dans l'article JOSA-A présenté au § 7.6.2. Nous nous intéresserons alors aussi à l'analyse du terme de projection et de son impact sur la performance finale. Notre deuxième objectif sera de présenter une analyse du dimensionnement des OA tomographiques pour les futurs ELTs. En particulier, je présenterai dans le chapitre 8 l'étude d'un système de MOAO pour le projet EAGLE (Cf. Annexe A). De telles études nécessitent des outils de simulation rapides et précis. Je présente donc ici la généralisation de l'approche Fourier aux OA tomographiques. Cette généralisation nous a permis d'obtenir des formules analytiques simples pour décrire les OA tomographiques et de construire ainsi un outil de simulation rapide et polyvalent. Pour valider ce nouvel outil, je présenterai au §7.7 une comparaison des performances obtenues en Fourier avec un outil E2E. Enfin, dans la continuité de la discussion entamée au §6.8.2 sur les étoiles lasers, je finis ce chapitre avec plusieurs pistes afin de prendre en compte les spécificités des sources artificielles dans une modélisation Fourier.

### 7.1.1 l'OA tomographique en Fourier

La représentation du problème multi-GS, multi-DM, dans le domaine de Fourier a été abordée par différents auteurs. Tokovinin *et al.* (2000) et Tokovinin et Viard (2001) proposent une approche pour évaluer l'erreur tomographique et l'erreur commise lorsqu'un nombre limité de DMs est utilisé pour corriger un grand champ. Fusco *et al.* (2002) introduit le formalisme pour une tomographie SH. Par la suite Ellerbroek (2004, 2005) propose

une approche intégrée pour prendre en compte le cas général d’analyse tomographique et de correction par plusieurs DMs. De la même manière que pour l’OA classique, ce que je présente dans la suite s’inspire de ces travaux, mais en me basant sur un formalisme matriciel, de nouveaux développements (e.g. l’erreur de modèle/SNR et l’aliasing généralisé §7.6.4) et autant que possible des interprétations physiques simples (e.g. la notion de fréquence non-vue §7.6.2).

La principale limitation de l’approche Fourier dans le cas de l’OA tomographique vient de l’hypothèse de diamètre infini. En effet, elle implique que les recouvrements de pupilles dans les couches en altitudes seront toujours réalisés. Dans le cas de petits diamètres ou de champs très grands, cette hypothèse n’est plus vérifiée. Un terme d’erreur supplémentaire doit alors être pris en compte : l’anisoplanétisme généralisé (Rigaut *et al.*, 2000; Flicker *et al.*, 2000). Dans le cadre des ELTs, la taille de la pupille induit des conditions de recouvrement généralement bonnes. Par exemple, sur la Fig. 7.3, je montre le recouvrement à 10km pour une pupille de 42m et un champ de 10arcmin. On voit que pour des observations autour du centre du champ, le recouvrement est complet. Par contre, pour des observations au bord du champ technique (le champ défini par les étoiles guides Cf. 7.1.2), la couverture devient moins dense, voire nulle. Dans ces configurations, les résultats obtenus avec l’approche Fourier seront donc optimistes

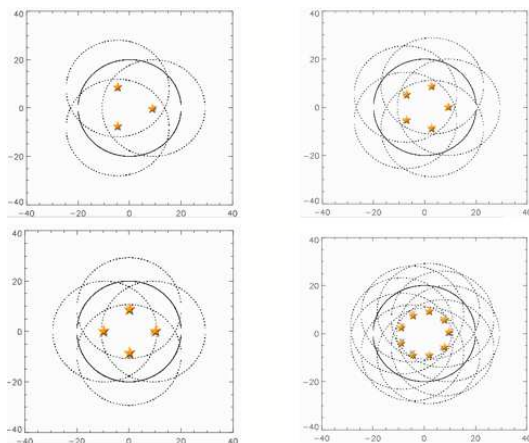


FIG. 7.3 – Recouvrement des pupilles à 10km pour un télescope de 42m. Les séparations sont données en mètres.

On reviendra sur ce point avec une comparaison des performances obtenues avec un outil E2E dans le §7.7 (voir aussi l’Annexe D). En quantifiant la différence entre les deux outils de simulations, on sera capable d’évaluer précisément l’impact des zones non-vues.

### 7.1.2 Notations

Les notations concernant la turbulence sont toujours les mêmes que celles introduites en 6.1.3.

La mesure des perturbations de phase est maintenant réalisée par plusieurs ASOs, chacun orienté dans une direction d'une étoile guide. Le nombre d'étoiles (ou de manière équivalente d'ASOs) est noté  $N_{gs}$ . Les étoiles guides se repèrent par les angles  $\alpha = \{\alpha_i\}$ .

La correction de ce volume turbulent est assurée par  $N_{DM}$  DMs, conjugués optiquement aux altitudes  $\{h_n^{DM}\}$ . L'optimisation de la performance est discrétisée en  $N_{corr}$  angles, notés  $\beta = \{\beta_j\}$ .

Enfin, les performances seront évaluées dans une ou plusieurs directions d'intérêt (qui peuvent être différentes des directions d'optimisation) notées  $N_{dir}$  situées aux angles  $\theta = \{\theta_k\}$ . La Figure 7.4 (à gauche) synthétise les différentes notations utilisées.

De plus, nous allons désormais distinguer trois types de champs, respectivement :

- Le champ technique (noté TFoV) défini par la constellation des étoiles guides
- Le champ de correction (noté CFoV) défini par l'ensemble des directions d'optimisation
- Le champ scientifique (noté SFoV) défini par l'ensemble des directions d'intérêt

La définition de ces trois champs est illustrée par la Fig. 7.4 à droite. En MCAO et en GLAO, le champ scientifique et le champ de correction sont généralement confondus<sup>2</sup>. En LTAO et en MOAO le champ scientifique et le champ de correction peuvent être différents. L'exemple présenté sur la Fig. 7.4 à droite correspondrait à un cas de LTAO.

## 7.2 Propagation

La phase résultante dans la direction  $\theta$  s'écrit comme dans la chapitre précédent :

$$\tilde{\phi}_\theta = \mathbf{P}_\theta^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} \quad (7.2)$$

où l'on rappelle que  $\tilde{\varphi}_{\text{turb}}$  est la phase turbulente décrite couche à couche dans le volume et  $\tilde{\phi}_\theta$  est la résultante après propagation dans une direction d'observation  $\theta$ .

## 7.3 Mesure du volume turbulent

L'analyse de surface d'onde est toujours réalisée par le biais d'ASOs, mais à la différence de l'OA classique, on utilise désormais plusieurs ASOs en parallèle. L'équation de mesure s'écrit toujours sous une forme linéaire et fréquence à fréquence :

$$\tilde{\phi}^{\text{mes}} = \mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} + \mathbf{b} + \mathbf{b}^{\text{alias}} \quad (7.3)$$

<sup>2</sup>Même s'il peut être intéressant d'avoir un champ de correction plus grand que le champ scientifique pour aller corriger des sources naturelles et améliorer la couverture de ciel.

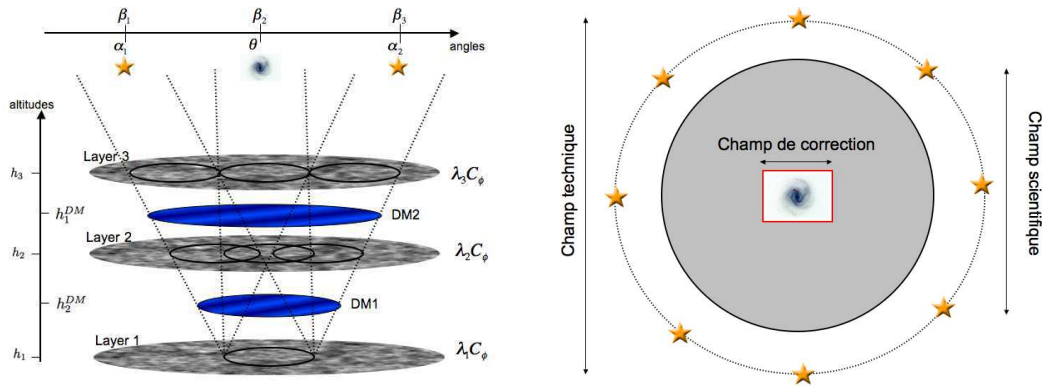


FIG. 7.4 – Illustration de la géométrie et des notations. A gauche : synthèse de notations d'angles. A gauche : définitions des angles utilisés. A droite : définition du champ technique, champ scientifique et champ de correction. Le champ technique (en pointillé) est le champ dans lequel on peut aller chercher les étoiles guides. Le champ scientifique (surface grise) est le champ dans lequel on peut aller chercher les objets d'intérêt. Le champ de correction (carré rouge) correspond aux zones où la correction est optimisée. L'exemple présenté ici correspond à un cas de LTAO.

mais les matrices relatives à l'opérateur de mesure  $\mathbf{M}$ , aux bruits et à la propagation dans les directions d'analyses  $\mathbf{P}_\alpha^L$  sont généralisées au cas multi-GS. Explicitons ces différentes matrices.

$\tilde{\phi}^{\text{mes}}$  est un vecteur-colonne de taille  $(2N_{GS})$  qui concatène les mesures (selon  $x$  et  $y$ ) provenant de toutes les étoiles guides.

$\mathbf{M}$  est une matrice qui a pour taille  $N_{GS} \times (2N_{GS})$ . C'est une matrice bloc-diagonale, chacun des blocs étant défini comme dans le cas de l'OA classique (Cf. Eq. 6.15). Par exemple, dans le cas du SH, la matrice  $\mathbf{M}$  s'écrit comme :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi d_1 f_{x,y}) & 0 & \dots & 0 \\ 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi d_1 f_{x,y}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi d_2 f_{x,y}) & \dots & 0 \\ 0 & 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi d_2 f_{x,y}) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi d_{N_{gs}} f_{x,y}) \\ 0 & 0 & \dots & 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi d_{N_{gs}} f_{x,y}) \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

où l'on a négligé le temps d'intégration du capteur et où  $\text{sinc}(\pi d_i f_{x,y}) = \text{sinc}(\pi d_i f_x) \text{sinc}(\pi d_i f_y)$  représente l'effet de moyennage par les sous-pupilles de taille  $d_i$  pour le  $i^{\text{me}}$  ASO. Chaque ASO mesure jusqu'à une fréquence de coupure donnée  $f_{c_i}^{WFS} = 1/2d_i$ . Au-delà de celle-ci, l'opérateur de mesure devient égal à 0.

Intéressons-nous à présent à la matrice  $\mathbf{P}_\alpha^L$ . La matrice  $\mathbf{P}_\alpha^L$  projette la phase volumique vue dans les directions  $\alpha$  des GSs dans la pupille. C'est une concaténation de projecteur, elle s'écrit :

$$\mathbf{P}_\alpha^L = \begin{pmatrix} e^{2j\pi h_1 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_1} & e^{2j\pi h_2 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_1} & \dots & e^{2j\pi h_N \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_1} \\ e^{2j\pi h_1 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_2} & e^{2j\pi h_2 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_2} & \dots & e^{2j\pi h_N \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{2j\pi h_1 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{N_{gs}}} & e^{2j\pi h_2 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{N_{gs}}} & \dots & e^{2j\pi h_N \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{N_{gs}}} \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

Le produit des matrices  $\mathbf{M}$  par  $\mathbf{P}_\alpha^L$  décrit la sensibilité du système aux mesures. Nous l'appellerons dans la suite matrice d'interaction.

Enfin, les bruits se présentent sous la forme de vecteur-colonne de taille  $2N_{GS}$  tel que :

$$\mathbf{b}^{\text{noise}} = \mathbf{b} + \mathbf{b}^{\text{alias}} = \begin{pmatrix} b_x^1 \\ b_y^1 \\ \dots \\ b_x^{N_{gs}} \\ b_y^{N_{gs}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x^{\text{Alias},1} \\ b_y^{\text{Alias},1} \\ \dots \\ b_x^{\text{Alias},N_{gs}} \\ b_y^{\text{Alias},N_{gs}} \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

De manière similaire au cas OA classique (Cf. §6.3.2), on caractérise le bruit par sa DSP, toujours notée  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$ . La matrice  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$  est une matrice de taille  $2N_{gs} \times 2N_{gs}$ . On rappelle que les deux sources de bruits (analyse et aliasing) sont statistiquement décorré- lées et que la matrice  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$  s'écrit donc comme :  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}} = \mathbf{C}_b + \mathbf{C}_b^{\text{alias}}$ .  $\mathbf{C}_b$  est donné par la statistique du bruit d'analyse. On considère que les bruits sont décorrélés d'un analy- seur à l'autre et par ailleurs qu'ils sont aussi décorrélés pour les mesures selon  $x$  et  $y$ .  $\mathbf{C}_b$  est donc une matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont donnés par la variance de bruit telle qu'introduite en §6.3.1. La variance est la même pour toutes les fréquences (hypothèse de bruit décorrélé d'une sous-pupille à l'autre), on peut donc écrire  $\mathbf{C}_b \propto \text{diag}(\sigma_{1,X}^2, \sigma_{1,Y}^2, \dots, \sigma_{N_{gs},X}^2, \sigma_{N_{gs},Y}^2)$ .

Le détail du calcul pour obtenir la matrice  $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$  est donné dans l'Annexe B.

La propagation du bruit d'analyse dans la reconstruction tomographique est principa- lement détaillé dans l'article JOSA-A (Cf. §7.6.2). Celle du bruit d'aliasing sera étudiée dans le § 7.6.4.

## 7.4 Reconstruction spatiale du front d'onde : La tomogra- phie

Dans cette partie nous considérerons uniquement la reconstruction volumétrique de la turbulence : la tomographie. La tomographie a été introduite par Tallon et Foy (1990). Par



la suite elle fut améliorée notamment par Johnston et Welsh (1994), Ellerbroek (1994) ou Fusco *et al.* (2001) par exemple. Comme en imagerie tomographique médicale, il s'agit de reconstruire un signal à 3 dimensions à partir des projections de ce signal observées dans différentes directions. On ne peut éclairer le signal (la turbulence atmosphérique) uniquement que dans les directions données par les étoiles guides. Il s'agit donc de reconstruire un grand nombre (à déterminer) de couches turbulentes, à partir d'un nombre limité de mesures intégrées. Pour cela plusieurs méthodes co-existent. On s'intéressera aux méthodes les plus utilisées que sont l'inversion au sens d'un moindre carré sur les mesures (Least Square Estimator) et les méthodes optimales régularisées de type MMSE. La méthodologie suivie est identique à celle présentée au § 6.4 en utilisant à présent les matrices généralisées au cas tomographique.

### 7.4.1 Le modèle direct

Le modèle direct s'écrit sous la forme :

$$\tilde{\phi}^{\text{mes}} = \mathbf{MP}_\alpha^{\mathbf{L}} \tilde{\varphi}_{\text{turb}} + \mathbf{b}^{\text{noise}} \quad (7.7)$$

Il ressemble beaucoup au modèle direct utilisé pour l'OA classique, à la différence que l'on fait intervenir désormais une matrice  $\mathbf{MP}_\alpha^{\mathbf{L}}$  qui rend compte de la géométrie 3D du problème. Ainsi, la phase estimée est toujours une combinaison linéaire des mesures :

$$\hat{\tilde{\varphi}}_{\text{turb}} = \mathbf{W}_{\text{tomo}} \tilde{\phi}^{\text{mes}} \quad (7.8)$$

mais l'estimation de phase se fait désormais dans le volume. On reconstruit donc un ensemble de couches turbulentes définies par  $\hat{\tilde{\varphi}}_{\text{turb}}$ . La matrice  $\mathbf{W}_{\text{tomo}}$  se complexifie par rapport au cas OA classique : c'est une matrice qui transforme les  $(2N_{GS})$  mesures en  $N_L$  phases reconstruites (matrice complexe de taille  $2N_{GS} \times N_L$ ). On l'écrira sous la forme :

$$\mathbf{W}_{\text{tomo}} = \begin{pmatrix} W_{x,n=1}^1 & W_{y,n=1}^1 & \cdots & W_{x,n=1}^{N_{GS}} & W_{y,n=1}^{N_{GS}} \\ W_{x,n=2}^1 & W_{y,n=2}^1 & \cdots & W_{x,n=2}^{N_{GS}} & W_{y,n=2}^{N_{GS}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_{x,n=N_L}^1 & W_{y,n=N_L}^1 & \cdots & W_{x,n=N_L}^{N_{GS}} & W_{y,n=N_L}^{N_{GS}} \end{pmatrix} \quad (7.9)$$

Il s'agit maintenant d'inverser le problème direct et d'exprimer  $\mathbf{W}_{\text{tomo}}$ .

### 7.4.2 Inversion des mesures

Le critère que l'on veut minimiser est la distance aux mesures, soit pour chaque fréquence :

$$\epsilon = \left\langle \left\| \tilde{\phi}^{\text{mes}} - \mathbf{MP}_\alpha^{\mathbf{L}} \hat{\tilde{\varphi}}_{\text{turb}} \right\|^2 \right\rangle \quad (7.10)$$

La solution est alors donnée par :

$$\mathbf{W}_{\text{tomo}} = \left[ (\mathbf{MP}_\alpha^{\mathbf{L}})^{\mathbf{T}} \mathbf{MP}_\alpha^{\mathbf{L}} \right]^{-1} (\mathbf{MP}_\alpha^{\mathbf{L}})^{\mathbf{T}} \quad (7.11)$$

A la différence de l'OA classique, le terme à inverser  $(\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \mathbf{MP}_\alpha^L$  est désormais une matrice de taille  $N_L \times N_L$ . Pour chaque fréquence, on réalisera l'inversion par une TSVD (Truncated Singular Value Decomposition) en choisissant (de manière empirique) un seuil sur le conditionnement de  $(\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \mathbf{MP}_\alpha^L$ . Les fréquences tronquées ne sont pas reconstruites et  $\mathbf{W}^{LSE} = 0$ . L'approche TSVD permet ainsi d'éviter l'amplification du bruit, au prix de fréquences non corrigées.

### 7.4.3 Reconstruction optimale

Un reconstruteur de type MMSE tente de minimiser la variance résiduelle pour chaque couche reconstruite. Le critère à minimiser est quadratique et il s'écrit sous la forme :

$$\sigma_{res}^2 = \left\langle \left\| \tilde{\varphi}_{\text{turb}} - \mathbf{W}_{\text{tom}} (\mathbf{MP}_\alpha^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} + \mathbf{b}^{\text{noise}}) \right\|^2 \right\rangle \quad (7.12)$$

On cherche alors  $\mathbf{W}_{\text{tom}}$  qui minimise cette équation. Pour cela on dérive matriciellement l'Eq. 7.12 pour aboutir à la forme bien connue du filtre optimal donnée par :

$$\mathbf{W}_{\text{tom}} = \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \left[ \mathbf{MP}_\alpha^L \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T + \mathbf{C}_b^{\text{noise}} \right]^{-1}$$

$$\text{qui s'écrit aussi comme (Tarantola et Valette, 1982)} \quad (7.13)$$

$$\mathbf{W}_{\text{tom}} = \left[ (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T (\mathbf{C}_b^{\text{noise}})^{-1} \mathbf{MP}_\alpha^L + \mathbf{C}_{\varphi_n}^{-1} \right]^{-1} (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T (\mathbf{C}_b^{\text{noise}})^{-1}$$

Dans la première forme, le terme à inverser (entre crochets) est une matrice de taille  $2N_{gs} \times 2N_{gs}$ . Dans la deuxième forme c'est une matrice de taille  $N_L \times N_L$ . D'un point de vue numérique, la première forme est plus robuste au cas de faible bruit car il n'y a pas d'inversion de la matrice de bruit (Gavel, 2007).

Ce reconstruteur fait intervenir la connaissance *a priori* que l'on a de la statistique de la phase turbulente et du bruit par le biais des matrices  $\mathbf{C}_{\varphi_n}$  et  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$ .

La matrice  $\mathbf{C}_{\varphi_n}$  est une matrice de taille  $N_L \times N_L$ . Comme les différentes couches sont statistiquement indépendantes, c'est une matrice diagonale où les éléments diagonaux sont donnés par la fraction d'énergie associée à chaque couche. On notera  $\mathbf{C}_{\varphi_n} = \text{diag}(\lambda_1 C_\phi, \dots, \lambda_{N_L} C_\phi)$ . La matrice  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$  est définie au § 7.3.

Si l'on néglige le terme d'aliasing et que l'on considère que la variance de bruit est la même pour toutes les étoiles et dans les directions  $x$  et  $y$  ( $\mathbf{C}_b \propto \mathbf{Id}$ ), on peut factoriser le terme de bruit dans l'Eq. 7.13 et écrire que :

$$\mathbf{W}_{\text{tom}} = \left[ (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \mathbf{MP}_\alpha^L + \sigma^2 \mathbf{C}_{\varphi_n}^{-1} \right]^{-1} (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \quad (7.14)$$

On retrouve ainsi le terme régularisation  $\sigma^2 \mathbf{C}_{\varphi_n}^{-1}$  tel qu'introduit en §6.4.3. On notera aussi que lorsque ce terme tend vers zéro, le reconstruteur MMSE devient identique au LSE.

## 7.5 Projection sur les miroirs : spécificité de chaque OA tomographique

La reconstruction tomographique est suivie d'une projection de la solution sur le/les DMs du système. On peut alors écrire la phase sur le/les DMs comme :

$$\tilde{\varphi}_{\text{DM}} = \mathbf{P}_{\text{opt}} \tilde{\varphi}_{\text{turb}} \quad (7.15)$$

$\mathbf{P}_{\text{opt}}$  est donc une matrice de taille  $N_L \times N_{DM}$  qui fournit les phases de corrections à appliquer sur les DMs à partir de la reconstruction tomographique. La projection dépend uniquement de la taille du champ à corriger et de la position des DMs par rapport aux couches reconstruites. Cette opération est purement géométrique et déterministe, on utilise donc une projection de type moindre-carré. On cherche à optimiser la performance sur un ensemble  $\{\beta\}$  de directions d'intérêt. Le critère à minimiser est donc de la forme :

$$\epsilon = \sum_{j=1}^K \left\| \mathbf{P}_{\beta_j}^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} - \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}} \tilde{\varphi}_{\text{DM}} \right\|^2 \quad (7.16)$$

La minimisation de ce critère conduit à la forme de  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$  donnée par :

$$\mathbf{P}_{\text{opt}} = \left[ \langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}} \mathbf{N})^T \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}} \mathbf{N} \rangle_{\beta} \right]^{-1} \langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}} \mathbf{N})^T \mathbf{P}_{\beta_j}^L \rangle_{\beta} \quad (7.17)$$

Où  $\langle \rangle_{\beta}$  représente la moyenne sur toutes directions d'optimisation.  $\mathbf{N}$  est une matrice diagonale de taille  $N_{DM} \times N_{DM}$  définie par  $\mathbf{N} = \text{diag}(A_1, \dots, A_{N_{DM}})$ , avec  $A_n = 1$  si la fréquence considérée est plus petite que la fréquence de coupure du DM et 0 si non.

Dans le cas où les altitudes des DMs correspondent exactement aux couches reconstruites, il n'y a pas de projection à proprement parler et  $\mathbf{P}_{\text{opt}} = \text{Id}$ . Dans cette situation particulière, il n'y a pas d'optimisation particulière dans le champ et pas non plus d'erreur supplémentaire. Par contre, lorsque les positions des DMs ne correspondent plus aux couches reconstruites, une optimisation dans une direction particulière peut dégrader la performance dans les autres directions. Il faut faire un compromis pour l'ensemble des directions d'optimisation et la matrice de projection  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$  réalise le meilleur compromis. Dans ce cas, une erreur supplémentaire due à la projection s'ajoute, il s'agit de l'erreur de fitting généralisé (Rigaut *et al.*, 2000; Tokovinin *et al.*, 2000). Selon le type d'OA tomographique considérée, la projection optimale prend différentes formes. Dans la suite, on détaille les différents types de projections correspondants aux différents types d'OA tomographiques. L'erreur de fitting généralisée est discutée dans l'article JOSA-A (Cf. §7.6.2).

### LTAO - MOAO

Pour les systèmes de LTAO et MOAO, il n'y a pas à proprement parler d'optimisation dans le champ car chaque direction d'intérêt est traitée individuellement : il y a un DM par

direction d'optimisation. Pour chacune de ces directions  $\beta$ , le terme de projection s'écrit simplement comme :

$$\mathbf{P}_{\text{opt}} = \mathbf{P}_{\beta}^{\mathbf{L}} \quad (7.18)$$

Que ce soit dans le cas de la LTAO ou de la MOAO, il n'y a pas supplémentaire d'erreur due à la projection du volume turbulent sur le/les DMs.

### GLAO

En combinant un grand champ d'optimisation et un unique miroir, le concept de GLAO est celui qui cumule le plus d'erreur de fitting généralisé. Pour un miroir conjugué de la pupille, le projecteur optimal s'écrit simplement comme une moyenne sur toutes les directions d'intérêt :

$$\mathbf{P}_{\text{opt}} = \langle \mathbf{P}_{\beta_i}^{\mathbf{L}} \rangle_{\beta} \quad (7.19)$$

Pour réduire l'erreur due à la projection, il est nécessaire d'utiliser plusieurs miroirs conjugués en altitudes : c'est le principe de la MCAO.

### MCAO

En MCAO, la projection a lieu sur plusieurs DMs conjugués à différentes altitudes. La projection résulte d'un compromis entre les directions d'optimisation et le nombre/position des DMs. Le compromis optimal est réalisé par la matrice  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$  telle que définie en Eq. 7.17. Plus le nombre de DMs se rapproche du nombre de couches reconstruites et plus l'erreur de fitting généralisé diminue (Tokovinin *et al.*, 2000). Je reviens en détails sur le comportement de l'erreur de fitting généralisé dans l'article JOSA-A (§ 7.6.2) ainsi que dans le cadre du dimensionnement de l'instrument EAGLE (§ 8.2).

## 7.6 Limitations d'une OA tomographique

### 7.6.1 DSP résiduelle

Les limites fondamentales des OA tomographiques sont introduites par le biais de la DSP résiduelle. Cette dernière se déduit à partir de l'équation fondamentale de l'OA :

$$\tilde{\phi}_{\theta}^{\text{res}} = \tilde{\phi}_{\theta} - \tilde{\phi}_{\theta}^{\text{corr}} \quad (7.20)$$

où  $\tilde{\phi}_{\theta}$  est donné par Eq. 7.2 et  $\tilde{\phi}_{\theta}^{\text{corr}}$  est donné par :

$$\tilde{\phi}_{\theta}^{\text{corr}} = \mathbf{P}_{\theta}^{\text{DM}} \tilde{\varphi}_{\text{DM}} \quad (7.21)$$

$\mathbf{P}_{\theta}^{\text{DM}}$  projette les phases de corrections des DMs dans la pupille. Dans le cas d'un DM conjugué avec la pupille du système (e.g. LTAO, MOAO, GLAO), ce terme est simplement

donné par  $\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} = \mathbf{Id}$ .

A partir de l'expression de  $\tilde{\varphi}_{\text{DM}}$  donnée en Eq. 7.15, on peut écrire la DSP résiduelle tomographique comme :

$$\begin{aligned} \text{PSD}_\theta^{\text{res}} = & (\mathbf{P}_\theta^{\text{L}} - \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}}\mathbf{W}\mathbf{M}\mathbf{P}_\alpha^{\text{L}})\mathbf{C}_{\varphi_n}(\mathbf{P}_\theta^{\text{L}} - \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}}\mathbf{W}\mathbf{M}\mathbf{P}_\alpha^{\text{L}})^T \\ & + (\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}}\mathbf{W})\mathbf{C}_b(\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}}\mathbf{W})^T + (\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}}\mathbf{W})\mathbf{C}_b^{\text{alias}}(\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}}\mathbf{W})^T \end{aligned} \quad (7.22)$$

L'écriture de la DSP résiduelle OA tomographique est très similaire à celle introduite pour l'OA classique (Eq. 6.6.1). Elle se compose des trois termes principaux : le premier inclut l'erreur de reconstruction, le deuxième inclut la propagation du bruit de mesure et le troisième représente la propagation du bruit d'aliasing. Plusieurs termes d'erreurs introduits dans le cadre de l'OA classique seront donc semblables en OA tomographique. On retrouve par exemple un terme d'erreur de fitting (§6.6.3), un terme d'erreur d'aliasing (§6.6.6), un terme d'erreur temporel (§6.6.8). L'erreur de fitting de l'OA tomographique est identique au cas OA classique (Cf. §7.6.3). Par contre, les termes d'aliasing et d'erreur temporelle sont désormais propagés à travers la matrice de reconstruction tomographique. On parle alors d'erreur d'aliasing généralisé (§7.6.4) et d'erreur temporelle généralisée (§7.6.5). Par ailleurs, l'OA tomographique apporte aussi de nouveaux termes d'erreurs : l'erreur due aux fréquences non-vues (JOSA-A §5.B), l'erreur de modèle (JOSA-A §6), l'erreur sur le SNR (JOSA-A §7), l'erreur due à la projection sur les DMs (JOSA-A §8). Ces erreurs sont discutées en détails dans l'article "Tomographic reconstruction for Wide Field Adaptive Optics systems : Fourier domain analysis and fundamental limitations" présenté dans son intégralité ci-dessous. Enfin un dernier terme d'erreur lié aux zones non-vues de la turbulence est discuté au § 7.7 en s'appuyant sur une comparaison avec des simulations E2E.

### 7.6.2 Fréquences non vues - Erreur de model/SNR - Erreur de projection - "Tomographic reconstruction for Wide Field Adaptive Optics systems : Fourier domain analysis and fundamental limitations" JOSA-A 2008.

J'introduis ici brièvement les trois erreurs discutées plus en détails dans l'article JOSA-A.

#### Erreur de reconstruction et propagation du bruit d'analyse : notion de fréquences non-vues

L'erreur de reconstruction et la propagation du bruit seront différentes du cas OA classique car ils font désormais intervenir une matrice de reconstruction tomographique. Dans ce cas, on montre qu'en plus de la propagation classique en  $f^{-2}$  vient se superposer une amplification du bruit due à des fréquences non-vues par le système. Ces fréquences

non-vues consistent en la combinaison de contributions de différentes couches turbulentes dont la résultante dans les directions de mesure est nulle et donc non mesurée. La figure 7.5 présente une telle combinaison. Ces modes non détectés dans les directions d'analyses impactent malgré tout sur la formation d'image dans les directions d'intérêt où leur résultante n'est pas nulle. L'impact de ces fréquences non-vues est discuté en détail dans le §5 de l'article JOSA-A.

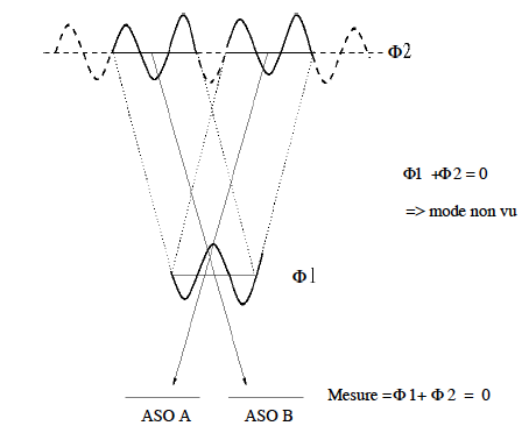


FIG. 7.5 – Illustration de la notion de fréquence non-vue. Les contributions des deux couches turbulentes se compensent dans les deux directions d'analyse, mais pas dans les autres.

### Erreur de modèle/SNR

Dans la forme du reconstituteur tomographique présenté dans l'Eq. 7.14, on fait apparaître le terme de régularisation  $\sigma^2 \mathbf{C}_{\varphi_n}^{-1}$ . Ce terme provient des *a priori* que l'on a sur la statistique de bruit et de la turbulence. Il permet de gérer l'amplification de bruit, notamment pour les fréquences non-vues. De la même manière que ce que l'on a présenté au § 6.6.5, si l'on commet une erreur sur ce terme de régularisation, on introduit une erreur supplémentaire dans la reconstruction. Cette erreur est discutée dans le JOSA-A (§ 7) en tant que “statistical error”.

Par ailleurs, une autre erreur de modèle intervient en tomographie. En effet, la reconstruction tomographique se base sur la représentation que l'on a du modèle direct (§ 7.4.1) et particulièrement, elle fait intervenir l'altitude et le nombre de couches reconstruites. Si l'altitude et/ou le nombre de couches reconstruites est différent des vraies conditions de turbulence, on commet une erreur supplémentaire : l'erreur de modèle. Du point de vue des équations, cela se traduit par une matrice  $\mathbf{MP}_\alpha^L$  utilisée dans l'Eq 7.7 qui sera différente de celle introduite au § 7.3. Je présente l'impact de ce terme d'erreur dans le § 6 de l'article JOSA-A en tant que “model error”.

### Erreur de projection

Enfin, la troisième erreur introduite dans l'étude menée dans l'article JOSA-A est l'erreur de fitting généralisé. Ce terme est décrit par l'Eq. 7.17 et dépend des directions d'optimisations ( $\{\beta_j\}$ ) ainsi que du nombre/altitudes des DMs. On discute de l'impact de ce terme sur les performances des systèmes d'OA tomographique dans la partie 8 du JOSA-A.

### **“Tomographic reconstruction for Wide Field Adaptive Optics systems : Fourier domain analysis and fundamental limitations” JOSA-A 2008.**

Quelques remarques préliminaires sur l'article :

- Les notations utilisées sont les mêmes que celles introduites jusqu'à maintenant.
- Les sections 1, 2 et 3 présentent le contexte et le formalisme matriciel utilisé pour la représentation de la tomographie. Ces sections ont déjà été introduites dans le corps de la thèse, le lecteur pourra donc directement passer au paragraphe 4 qui donne les conditions de simulations utilisées dans l'article.
- La section 5 introduit la notion de fréquences non-vues et de fréquences “neutres” à l'aide de simulations didactiques.
- Les sections 6 et 7 traitent des erreurs de modèle et de SNR.
- La section 8 s'intéresse à l'erreur de projection à l'aide de quelques exemples illustrés dans le cas d'un télescope de 42m.

# Tomographic reconstruction for Wide Field Adaptive Optics systems: Fourier domain analysis and fundamental limitations

Benoit Neichel,<sup>1,2,\*</sup> Thierry Fusco,<sup>1,2</sup> and Jean-Marc Conan<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*ONERA, BP72, 92322 Chatillon Cedex, France.*

<sup>2</sup>*Groupement d'Intérêt Scientifique PHASE (Partenariat Haute résolution Angulaire Sol Espace) between ONERA, Observatoire de Paris, CNRS and University Denis Diderot Paris 7*

*\*Corresponding author: benoit.neichel@onera.fr*

Several Wide Field of view Adaptive Optics (WFAO) concepts like Multi-Conjugate AO (MCAO), Multi-Object AO (MOAO) or Ground-Layer AO (GLAO) are currently studied for the next generation of Extremely Large Telescopes (ELTs). All these concepts will use atmospheric tomography to reconstruct the turbulent phase volume. In this paper, we explore different reconstruction algorithms and their fundamental limitations. We conduct this analysis in the Fourier domain. This approach allows us to derive simple analytical formulations for the different configurations, and brings a comprehensive view of WFAO limitations. We then investigate model and statistical errors and their impact on the phase reconstruction. Finally, we show some examples of different WFAO systems and their expected performance on a 42m telescope case. © 2008 Optical Society of America

*OCIS codes:* 010.1080, 010.1330,

## 1. Introduction

For the next generation of Extremely Large Telescopes (ELTs), several Wide Field Adaptive Optics (WFAO) concepts like Ground-layer AO (GLAO), Multi-conjugate AO (MCAO), Laser Tomography AO (LTAO) or Multi-Object AO (MOAO) have been proposed. These systems will play a crucial role as most of them could be used as first light instruments. It is then of prime importance to understand the fundamental limitations, the possible



optimizations, and the expected performance of those systems. The goal of this paper is to bring a qualitative and quantitative analysis of the most general problem of phase reconstruction and correction in multi-Guide Stars (GSs) AO. We try to point out some general trends shared by all these future systems and we propose physical interpretations of the results.

All these WFAO concepts have in common that they need the knowledge of the 3-dimensional turbulent volume. The method of measuring the 3-dimensional atmospheric phase perturbations was proposed by Tallon and Foy [1]: light from several Guide Stars (GSs) is used to probe the instantaneous 3-dimensional phase perturbations, the turbulent volume is then reconstructed by solving an inverse problem. This technique, called atmospheric tomography, was later improved by Johnston and Welsh [2], Ellerbroek [3] or Fusco [4] for instance. The tomographic reconstruction error only depends on the GSs constellation, atmospheric conditions and Wave Front Sensor (WFS) characteristics. The geometry of the system set the first two fundamental limitations of the tomography: unseen modes and unseen turbulence. Unseen turbulence that originates from partial pupil overlap can play a non negligible role in the global residual variance (e.g. [5, 6]), however, in the frame of ELTs this term becomes negligible [7]. We then choose to neglect the error due to unseen turbulence in the present study. Instead, in a first part of this paper, we focus on unseen modes and their impact on the phase estimation depending on the reconstructor choice.

In addition of this fundamental limitation, in a second part of this paper, we investigate an additional term due to model/statistical errors. This term comes from a mis-knowledge of system and atmospheric conditions, which limits the tomographic reconstruction. For instance, Conan et al. [8] and Tokovinin et al. [9] have studied the sensitivity of the reconstruction error to an error on the Cn2 profile; LeLouarn and Tallon [10] have explored the influence of the reconstructed turbulent layers altitudes compared to the real turbulent volume; Fusco et al. [11], the effect of a reconstruction on a limited number of Equivalent Layers (EL). All these studies suggest that the tomography is particularly robust to model/statistical errors. We generalize these approaches for the ELTs, and try to give a comprehensive study of the impact of these model errors.

Once the 3-dimensional turbulent volume is reconstructed, different types of corrections can be applied. The correction step consists in a projection of the reconstructed tomographic phase on the Deformable Mirrors (DMs). It only depends on the number and position of the DMs with respect to the reconstructed layers, and the optimization area. If the corrected area is not increased compared to classical AO, only one DM conjugated to the

telescope pupil is required to perform the correction (MOAO, LTAO). The main advantage of those methods is that any target selected in the FoV can be corrected: the sky coverage is significantly increased. Moreover, there are no additional terms of errors due to projection. For a larger corrected field, a trade off between the optimization area and the DMs position is applied. This additional error term was defined by Rigaut et al. [12] and Tokovinin et al. [13] as generalized fitting. For instance, with one DM conjugated to the telescope pupil (GLAO), a wide field can be corrected uniformly, however the performance is dramatically limited by this error term. To reduce the impact of the generalize fitting, one must use more DMs optically conjugated to the turbulent volume. By correcting the turbulence volume above the telescope, the efficiency of the correction is significantly improved (MCAO). In the third part of the paper, we investigate this particular error term and its impact for ELTs. We compare the relative performance expected for the different WFAO concepts, we explore the effect of different reconstructors, and we discuss the choice of the number of DMs.

We choose to conduct all these analyses in the Fourier spatial frequency domain because it allows us to perform a fast investigation of the parameter space, and it brings a comprehensive view of the impact of the different terms. The use of spatial frequency domain techniques was initially proposed by Rigaut et al. [14], who derived the analytical expressions for the five most fundamental limits of any Natural Guide Star (NGS)-based AO system: fitting error, angular anisoplanatism, servo-lag, WFS noise and WFS aliasing. This single conjugated NGS-AO case was later extended by Jolissaint et al. [15], who included the correlation between anisoplanatism and servo-lag error, and generalized the formalism for 2-dimensional systems. In the other hand, Tokovinin et al. [9,13] have proposed an approach for evaluating, respectively, the wavefront fitting error with a limited number of DMs in a MCAO system (the so-called generalized fitting), and the tomographic reconstruction error from a limited number of noisy measurements (see also [16]). Following their approach, Gavel [17] has generalized the optimal tomographic reconstruction for spherical waves. Although this approach requires some simplifications, it allows to treat the so called “focus anisoplanatism” error. Finally, Ellerbroek [18,19] has derived an integrated approach that takes into account the fundamental error sources and their correlations for the general case of multi-GSs AO and MCAO.

We follow the Ellerbroek’s approach, with additional developments to account for model errors and a different formalism. For sake of simplicity, we choose to not include temporal behaviors, aliasing effects or closed loop considerations. In addition, we will only consider NGS. This NGS open-loop hypothesis could appear to be restrictive, however, it allows us to obtain simple analytical formulas. Considering the complexity of WFAO systems, it is instructive to isolate specific factors in order to disentangle their individual effects. All these

terms can later be included in a second step, or for a real system design for instance.

In section 2 we briefly summarize the theoretical basis of Fourier simulation and we apply this method to WFAO. In Sect. 3. Sect. 4 describes the simulation cases used throughout the paper. Sect. 5 is dedicated to the pure tomographic reconstruction and the impact of unseen frequencies. Sect. 6, investigates the impact of model errors on the tomographic phase reconstruction and Sect. 7 the impact of statistical errors. Finally, Sect. 8 focuses on the phase control and projection on DMs with some examples of different WFAO systems and their expected performance for a 42m telescope. Conclusions are given in Sect. 9.

## 2. Fourier AO Modeling

### 2.A. Introduction to Fourier simulations

The starting point of the Fourier method is to assume that the optical system (phase propagation, WFS measurements, DMs commands) is linear and spatially shift-invariant. In that case, all the usual operators are diagonals with respect to the spatial frequencies and simply act as spatial filters in the Fourier domain. Therefore, each equation can be written frequency by frequency. For instance, the tomographic phase reconstruction is derived and evaluated one Fourier component at a time. In addition, our purpose is to derive regularized reconstructors which make use of the knowledge of the phase and noise statistics. Therefore, these statistics must also be described by linear shift invariant spatial filters. This is achieved by assuming gaussian and stationary statistics. In that case, the phase and noise statistics can be entirely characterized by their 2nd order moments, more precisely, by their Power Spectrum Density (PSD). As a consequence, the residual phase in the pupil for one direction of interest is itself fully characterized by its PSD. We will make use of this residual phase PSD to carry our analysis. This is similar to the usual characterization of the turbulent phase by Kolmogorov / Von Karman PSD, except that we derive a PSD for the residual phase. Similarly to what is usually done for the turbulent phase, we can then construct from this residual phase PSD (i) the phase structure function, the optical transfer function, the long exposure PSF, (ii) compute the residual phase variance, (iii) generate instantaneous corrected phase screens and instantaneous AO corrected PSFs. The derivation of the residual phase PSD for WFAO system is described in Sect. 3.

The main advantage of the Fourier method is that the computational complexity is significantly reduced compared to spatial domain modeling. The main limitation is that aperture-edge effects and boundary conditions, which cannot be represented by shift-invariant spatial filters, are neglected. Therefore, the Fourier modeling only applies to the ideal case of infinite aperture systems. Note that this only applies for the calculation of the PSD, as for performance evaluation we will be able to account for a finite aperture (e.g. 2.B). The main assumption is then that all the effects of incomplete beam overlap in the

upper atmospheric layers are neglected. The impact of such an assumption is discussed in [7], based on a comparison with a full E2E simulation code. Briefly, they show that as long as the different beams are superimposed in the upper layer, the error due to unseen turbulence has no impact on the tomographic reconstruction. For a 42m telescope and a typical atmospheric profile, this would correspond to a maximal GS diameter constellation around 8 arcmin.

### 2.B. From PSD to Variance and Strehl Ratio

In the following, we will characterize the performance in term of residual variance and Strehl Ratio (SR). Following Ellerbroek [19] and Jolissaint [15], we define the residual phase variance as the piston-filtered integral of the residual phase PSD. This reads:

$$\sigma_{res,\theta}^2 = \int_0^\infty PSD_\theta^{res}(f) F_p(f) df \quad (1)$$

with:

$$F_p(f) = 1 - \left[ \frac{2J_1(\pi Df)}{\pi Df} \right]^2 \quad (2)$$

where  $D$  is the telescope pupil diameter. In all this paper,  $D$  is set to 42m.

The SR is derived from the long-exposure PSF, which is computed from the PSD as described in Jolissaint et al. [15]

## 3. Fourier WFAO modeling

The goal of this section is to derive the residual PSD when dealing with WFAO systems.

### 3.A. System description and notation

The atmospheric spectrum is defined by a Von-Karman power spectrum as:

$$C_\phi(\mathbf{f}) = 0.023 \left( \frac{1}{r_0} \right)^{5/3} \left( \mathbf{f}^2 + \frac{1}{L_0} \right)^{-11/6} \quad (3)$$

where  $r_0$  is the Fried parameter and  $L_0$  is the outer scale of turbulence.

This atmospheric spectrum is divided between  $N_L$  discrete independent layers located at altitudes  $\{h_n\}$ . Each turbulent layer is then described by its own power spectrum, that can be written for the  $n^{th}$  layer as:

$$C_{\varphi_n} = \lambda_n C_\phi \quad (4)$$

where  $\lambda_n$  its the fraction of turbulent energy located in the  $n^{th}$  layer and is defined by:

$$\lambda_n = C_n^2(h_n) \delta h_n / \sum_{n=1}^{N_L} C_n^2(h_n) \delta h_n \quad (5)$$

where  $\delta h_n$  represents the width of each turbulent layer.

We can then write that  $C_\phi = \sum_{n=1}^{N_L} \lambda_n C_\phi = \sum_{n=1}^{N_L} C_{\phi_n}$ .

The measurement is performed with several WFSs, each WFS looking at one Guide Star. The number of GSs/WFSs is denoted  $N_{gs}$ , and the associated GS positions are given by  $\alpha = \{\alpha_i\}$ .

The correction is performed by  $N_{DM}$  DMs, optically conjugated to altitudes  $\{h_n^{DM}\}$ . The FoV of interest, where the correction has to be optimized, is discretized into  $N_{ang}$  angles  $\beta = \{\beta_j\}$ . Finally, performance is computed for  $N_{dir}$  direction of interests, at angles  $\theta = \{\theta_k\}$ . Figure 1 summarizes the geometry of the system.

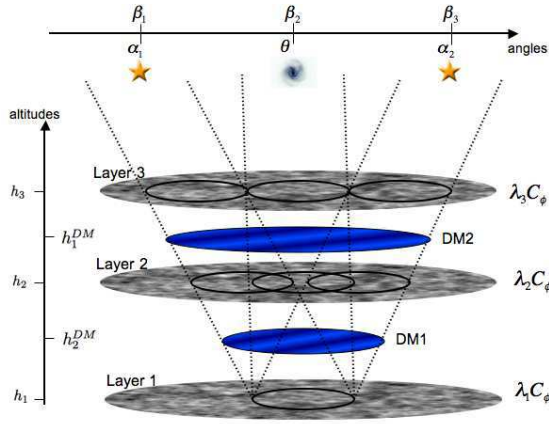


Fig. 1. Illustration of a system geometry. In this example, the atmosphere is simulated with three layers at altitudes  $h_{n=1,2,3}$ , weighted by a  $\lambda_{n=1,2,3}$  factor ( $\sum_{n=1}^{N_L} \lambda_n = 1$ ). Two guide stars are considered in directions  $\alpha_{i=1,2}$ , the optimization is done in three directions  $\beta_{j=1,2,3}$ , the correction is performed with two DMs at altitudes  $h_{n=1,2}^{DM}$  and the final performance is evaluated in one direction  $\theta$

### 3.B. Residual phase, measurement equation and DM command

We start with the calculation of the residual phase, expressed in the Fourier Domain. In the direction of interest  $\theta$ , the residual phase  $\tilde{\phi}_\theta^{res}(\mathbf{f})$  is given by the difference between the atmospheric phase corrugation  $\tilde{\phi}_\theta(\mathbf{f})$  and the correction phase  $\tilde{\phi}_\theta^{corr}(\mathbf{f})$ :

$$\tilde{\phi}_\theta^{res}(\mathbf{f}) = \tilde{\phi}_\theta(\mathbf{f}) - \tilde{\phi}_\theta^{corr}(\mathbf{f}) \quad (6)$$

where the tilde denotes the Fourier Transform. Assuming that diffraction effects can be neglected, the turbulent phase resulting in the pupil when looking in the direction  $\theta$  can be expressed as the sum of all phase perturbations. With the Fourier shift property, it leads to:

$$\tilde{\phi}_\theta(\mathbf{f}) = \sum_{n=1}^L \tilde{\varphi}_n(\mathbf{f}) e^{2j\pi\mathbf{f}h_n\theta} \quad (7)$$

where  $\tilde{\varphi}_n$  is the phase corresponding to the  $n^{\text{th}}$  layer.

The correction phase is the sum of the phase perturbations introduced by the DMs. This resulting correction phase in direction  $\theta$  then reads:

$$\tilde{\phi}_\theta^{\text{corr}}(\mathbf{f}) = \sum_{n=1}^{N_{DM}} \tilde{\varphi}_n^{DM}(\mathbf{f}) e^{2j\pi\mathbf{f}h_n^{DM}\theta} \quad (8)$$

where  $\tilde{\varphi}_n^{DM}$  is the correction phase done by the  $n^{\text{th}}$  DM. Note that each DM is assumed to correct spatial frequencies up to a cut-off frequency  $f_c^{DM}$ , being set by the number of linear actuators  $N_{act}$  as:

$$f_c^{DM} = \frac{N_{act}}{2D} \quad (9)$$

Beyond this cut-off frequency, no correction is applied and the corresponding phase  $\tilde{\varphi}_n^{DM}(\mathbf{f} > f_c^{DM})=0$ .

In, order to simplify the equations, in the following we adopt the notation  $\tilde{x}$  which refers to  $\tilde{x}(f)$  at a given frequency. For each frequency, Eq. 7 and Eq. 8 can then be written in a vectorial form:

$$\tilde{\phi}_\theta = \mathbf{P}_\theta^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} \quad (10)$$

$$\tilde{\phi}_\theta^{\text{corr}} = \mathbf{P}_\theta^{DM} \tilde{\varphi}_{DM}$$

Where  $\tilde{\phi}_\theta$  and  $\tilde{\phi}_\theta^{\text{corr}}$  are scalar.  $\mathbf{P}_\theta^L$  and  $\mathbf{P}_\theta^{DM}$  are line-vectors of sizes  $N_L$ , respectively  $N_{DM}$ .  $\tilde{\varphi}_{\text{turb}}$  is a column-vector of size  $N_L$  which concatenate the  $N_L$  turbulent phases  $\{\tilde{\varphi}_n\}$ . Similarly,  $\tilde{\varphi}_{DM}$  is a column-vector of size  $N_{DM}$  gathering the  $N_{DM}$  correction phases  $\{\tilde{\varphi}_n^{DM}\}$ .

$\mathbf{P}_\theta^L$  projects the  $N_L$  turbulent layers seen in the  $\theta$  direction in the pupil plane, and  $\mathbf{P}_\theta^{DM}$  projects the DM phases seen in the  $\theta$  direction in the pupil. The elements of the vectors  $\mathbf{P}_\theta^L$  and  $\mathbf{P}_\theta^{DM}$  are simply the complex exponential appearing respectively in Eq. 7 and Eq. 8.

In the following we will assume that each measurement from the WFS is divided in

two sub-measures, called hereafter measurement along  $x$  and  $y$ . For instance, this corresponds to  $x$  and  $y$  slopes when considering a Shack-Hartmann (SH) sensor. In that case, the most general form for the measurement is to write it as (for a given frequency):

$$\tilde{\phi}^{\text{mes}} = \mathbf{MP}_{\alpha}^{\mathbf{L}} \tilde{\varphi}_{\text{turb}} + \mathbf{b} \quad (11)$$

Where  $\tilde{\phi}^{\text{mes}}$  is a  $(2N_{gs})$  column-vector that concatenates the measurements coming from the  $N_{gs}$  GSs.

$\mathbf{M}$  is a matrix which models the WF sensing operation (e.g. Rigaut [14], Jolissaint [15] for an expression of the SH in the Fourier domain and Verinaud [20] for the pyramid one). It is a  $N_{gs} \times (2N_{gs})$  bloc diagonal matrix. Each bloc is a 2-elements column-vector modeling one WFS. The upper element is the WFS operator along  $x$  and the lower element is the WFS operator along  $y$ . Each WFS measures frequencies up to a cut-off frequency  $f_c^{WFS}$ . Beyond this cut-off frequency, the WFS operator is equal to 0.

$\mathbf{P}_{\alpha}^{\mathbf{L}}$  is a matrix of size  $N_L \times N_{gs}$ . It projects the phases in altitudes coming from the  $N_{gs}$   $\alpha_i$  directions in the pupil. Similarly to  $\mathbf{P}_{\theta}^{\mathbf{L}}$  it is filled with phase-shift complex exponential. The  $\mathbf{MP}_{\alpha}^{\mathbf{L}}$  matrix describes the sensitivity of the system and it will be referred as the global system interaction matrix.

Finally,  $\mathbf{b}$  is a column-vector of noise associated to each GS (dimension =  $2N_{gs}$ ). It originates from photon and detector noises. This WFS measurement noise is statistically independent for distinct GS and  $x$  and  $y$  components. The variance associated to this noise is assumed to be identical for all frequencies associated to a given GS, with a value denoted as  $\sigma_i^2$  ( $rd^2$ ) for GS number  $i$ .

Finally, one still has to express  $\tilde{\varphi}_{\text{DM}}$ . With linear assumptions, the most general form for the correction phases is a sum of suitably filtered measurements defined as:

$$\tilde{\varphi}_{\text{DM}} = \mathbf{W} \tilde{\phi}^{\text{mes}} \quad (12)$$

Where  $\mathbf{W}$  is the phase volume reconstructor matrix of size  $(2N_{gs}) \times N_{DM}$ . It converts the  $(2N_{gs})$  measurements into  $N_{DM}$  correction phases. Fusco et al. [4] have shown that this matrix can be split in two independent matrices, written as:

$$\mathbf{W} = \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W}_{\text{tomog}} \quad (13)$$

The reconstruction can thus be seen as two consecutive steps. The first one, corresponding to  $\mathbf{W}_{\text{tomog}}$  (dimension =  $2N_{gs} \times N_L$ ), provides an estimate of the turbulent phases on each reconstructed turbulent layer, it is the tomographic reconstruction. It only depends on the GSs configuration  $\{\alpha_i\}$ , and the atmospheric conditions. The second step, corresponding to  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$  (dimension =  $N_L \times N_{DM}$ ), consists in a projection of the tomographic solution onto the

DMs. It is a geometrical operation which provides the correction phases on the DMs from the tomographic estimated phase in the volume. It depends on the size of the scientific FoV, and on the number and positions of the DMs with respect to the reconstructed layers. In the following, we choose to investigate independently these two steps.

### 3.C. Phase reconstruction: $\mathbf{W}_{\text{tomo}}$

The goal of the tomographic reconstructor is to find the best possible estimate of the phase volume from noisy GSs measurements. The phase volume estimate is written as:

$$\hat{\tilde{\varphi}}_{\text{turb}} = \mathbf{W}_{\text{tomo}} \tilde{\varphi}^{\text{mes}} \quad (14)$$

where the hat stands for the volume estimates. The number of sources is limited, while the number of turbulent layers is large not to say infinite, meaning that the problem is ill-conditioned and generally not directly invertible. Several methods have then been proposed to reconstruct the turbulent volume. We choose to investigate three reconstructors that are frequently used and discussed: the Minimum Mean Square Error (MMSE), the simple Least Square Estimator (LSE) and the Truncated LSE (TLSE) approach.

#### 3.C.1. MMSE reconstruction

The MMSE estimator minimizes the residual phase variance in each reconstructed layer following a quadratic criterion between actual and estimated phases:

$$\sigma_{res}^2 = \langle \|\tilde{\varphi}_{\text{turb}} - \mathbf{W}(\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}} \tilde{\varphi}_{\text{n}} + \mathbf{b})\|^2 \rangle \quad (15)$$

In the Fourier domain, the derivation of Eq. 15 with respect to  $\mathbf{W}$  is done frequency by frequency. This leads to the optimal solution defined by:

$$\mathbf{W}^{\text{MMSE}} = [(\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}}(\mathbf{C}_{\text{b}})^{-1}\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}} + \mathbf{C}_{\varphi_{\text{n}}}^{-1}]^{-1} (\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}}(\mathbf{C}_{\text{b}})^{-1}$$

that can also be written as [21] (16)

$$\mathbf{W}^{\text{MMSE}} = \mathbf{C}_{\varphi_{\text{n}}}(\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}} [\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}}\mathbf{C}_{\varphi_{\text{n}}}(\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}} + \mathbf{C}_{\text{b}}]^{-1}$$

This reconstructor includes prior knowledge on the phase statistics and noise power spectrum by the mean of  $\mathbf{C}_{\varphi_{\text{n}}}$  and  $\mathbf{C}_{\text{b}}$ .

As the turbulent layers are independent, for each frequency,  $\mathbf{C}_{\varphi_{\text{n}}}$  is a diagonal matrix of size  $N_L \times N_L$ . The diagonal components are given by the fraction of turbulent energy associated to each layer:  $\mathbf{C}_{\varphi_{\text{n}}} = \text{diag}(\lambda_1 C_{\phi}, \dots, \lambda_{N_L} C_{\phi})$ .



WFS measurement noises are statistically independent for distinct GSs and orthogonal directions, meaning that  $\mathbf{C}_b$  is a diagonal matrix of sizes  $2N_{gs} \times 2N_{gs}$ . The noise variance is identical for all the frequencies (white noise) with a value defined by  $\sigma_{i,(x,y)}^2$  (rd<sup>2</sup>) for the GS number  $i$ . It can be different for different GSs, and for  $x$  and  $y$  directions:  $\mathbf{C}_b \propto \text{diag}(\sigma_{1,X}^2, \sigma_{1,Y}^2, \dots, \sigma_{N_{gs},X}^2, \sigma_{N_{gs},Y}^2)$ .

If we assume the same noise  $\sigma^2$  for all GSs and  $x$  and  $y$  directions ( $\mathbf{C}_b \propto \mathbf{Id}$ ), we can factorize this noise term, and re-write Eq.16 as:

$$\mathbf{W}^{\text{MMSE}} = \left[ (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \mathbf{MP}_\alpha^L + \sigma^2 / \mathbf{C}_{\varphi_n} \right]^{-1} (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \quad (17)$$

This form makes appear the regularization term  $\sigma^2 / \mathbf{C}_{\varphi_n}$  which is nothing else that the inverse of the Signal to Noise Ratio (SNR). We will see in Sect.5.B the role of this regularization term to avoid the noise amplification due to unseen frequencies.

### 3.C.2. (T)LSE reconstruction

The LSE estimate  $\hat{\varphi}_{turb}$  is the one providing the best-fit to the measurements, and can be found by minimizing the following criterion :

$$\sigma_{res}^2 = \langle \|\tilde{\phi}_{mes} - \mathbf{MP}_\alpha^L \hat{\varphi}_{turb}\|^2 \rangle \quad (18)$$

The minimization of the above criteria with respect to  $\hat{\varphi}_{turb}$  leads to the well known solution:

$$\mathbf{W}^{\text{LSE}} = \left[ (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \mathbf{MP}_\alpha^L \right]^{-1} (\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \quad (19)$$

It is well known and interesting to note that the LSE corresponds to a MMSE one (Eq. 16) for which the priors on phase statistics have been canceled ( $\mathbf{C}_{\varphi_n} = 0$ ) and noise is the same for all GSs and  $x$  and  $y$  directions ( $\mathbf{C}_b \propto \mathbf{Id}$ ).

For some frequencies, the  $(\mathbf{MP}_\alpha^L)^T \mathbf{MP}_\alpha^L$  is not invertible or badly conditioned. For such frequencies, Truncated Singular Value Decomposition (TSVD) is used to truncate these singular values below a pre-selected threshold. For the truncated frequencies,  $\mathbf{W}^{\text{LSE}} = 0$  and  $\hat{\varphi}_n = 0$ . The choice of the threshold is made empirically, by trying to find the best trade-off between the number of truncated frequencies and noise amplification. In simulation, it is relatively straightforward to find the optimal threshold with an exhaustive exploration of threshold levels. For each configuration, we compute the residual variance as described in 2.B for a set of threshold levels, the optimal threshold being the one that minimizes the residual variance. In real systems, when accounting for overheads during on-sky operations, it is not easy to scan the space parameters. Hence all the following results for the TLSE case should be taken as optimistic ones.

### 3.D. Model and statistical priors

Few precisions on the reconstructors are important at that point.

- Firstly the number/altitudes of the reconstructed layers can be different from the “real” number/altitudes of atmospheric layers as introduced in Eq. 4. The choice of the number/altitudes of reconstructed layers comes from our knowledge of the atmospheric conditions. If our description of the atmospheric model is partial or wrong, we will commit an error. We will refer to this error as the “model error”.
- Secondly the value of the statistical priors used in the MMSE reconstructor can also be different from real noise and turbulence statistics. This mis-knowledge leads to an additional error that will refer as the “statistical error”. The TLSE does not explicitly include priors on phase and noise statistics. However, the truncation level is pre-defined based on assumed models for system/atmospheric conditions. A statistical error then lead to badly tuned truncation.

We discuss the impact of the model errors in Sect. 6, and the statistical errors are investigated in Sect. 7.

### 3.E. Projection onto DMs: $\mathbf{P}_{\text{opt}}$

The tomographic reconstruction is followed by an optimal projection of the volume estimation onto the DMs. This can be written as:

$$\tilde{\varphi}_{\text{DM}} = \mathbf{P}_{\text{opt}} \hat{\varphi}_{\text{turb}} \quad (20)$$

The filter that optimally projects the turbulent volume onto DMs depends on FoV optimization directions  $\beta = \{\beta_i\}$  and is defined by:

$$\mathbf{P}_{\text{opt}} = \left[ \langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}} \mathbf{N})^T \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}} \mathbf{N} \rangle_{\beta} \right]^{-1} \langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}} \mathbf{N})^T \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}} \rangle_{\beta} \quad (21)$$

where,  $\langle \rangle_{\beta}$  represents the average over all the  $N_{\text{ang}}$  directions.  $\mathbf{N}$  is a diagonal matrix of sizes  $N_{\text{DM}} \times N_{\text{DM}}$  defined by  $\mathbf{N} = \text{diag}(A_1, \dots, A_{N_{\text{DM}}})$ , with  $A_n = 1$  when the considered frequency is smaller than the DM cut-off frequency, and 0 otherwise.

If the mirrors positions exactly match the reconstructed layers, no projection is required and  $\mathbf{P}_{\text{opt}} = \text{Id}$ . In such a situation there is no particular optimization in the FoV, and no additional error due to projection. When the mirror positions do not match the turbulent layers, optimizing for a particular FoV position may degrade the correction in other directions. Trade-offs have to be made for a specific set of FoV positions, and the matrix  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$  performs optimally these trade-offs. In such a situation, an additional error term due to projection arises: the so-called generalized fitting. We discuss this term in Sect. 8.

### 3.F. Derivation of the residual phase power spectrum

Putting Eq. 11 and 12, as well as Eq. 8 and 7 in Eq. 6, we then have:

$$\tilde{\phi}_\theta^{res} = \mathbf{P}_\theta^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} - \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{W} (\mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} + \mathbf{b}) \quad (22)$$

We can now derive the residual PSD for each frequency. By definition,  $\text{PSD}_\theta^{res}$  is the statistical average of the square modulus of the residual phase  $\tilde{\phi}_\theta^{res}$ . Assuming that noise and phase are statistically independent from each other, it follows that:

$$\begin{aligned} \text{PSD}_\theta^{res} = & \\ & (\mathbf{P}_\theta^L - \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{W} \mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L) \mathbf{C}_{\varphi_n, t} (\mathbf{P}_\theta^L - \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{W} \mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L)^T \\ & + (\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{W}) \mathbf{C}_{\mathbf{b}, t} (\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{W})^T \end{aligned} \quad (23)$$

In the above equation, we have introduced  $\mathbf{C}_{\varphi_n, t}$ , the power spectrum matrix of the phases in the turbulent volume and  $\mathbf{C}_{\mathbf{b}, t}$  the noise power spectrum matrix. These matrices stand for true noise/atmospheric statistical conditions. We distinguish them from the one introduced as priors in Sect. 3.C.1 with the subscript  $t$ . In all the following,  $\text{PSD}_\theta^{res}$  will be our working starting point.

## 4. Simulation Conditions

Based on the residual phase PSD derived in Sect. 3.F, we want now to investigate the different errors introduced in Sect. 1, respectively: unseen frequencies, model/statistical errors and projection errors. For that we define three simulation cases representative of different GS/FoV configurations:

- The first one, called “2GS”, is a simple 1-dimensional model where the atmosphere is only composed of 2 layers. One of the 2 layers is located in the pupil, the other one is at an altitude  $h=8\text{km}$ . We consider that the 2 layers have a relative turbulent strength profile defined by  $[\lambda_1, \lambda_2]$ . We consider 2 GSs separated by a distance  $\alpha_{1,2}=2\text{arcmin}$ . This simple configuration is mainly used to derive didactic examples, illustrated with the 1-dimensional residual PSD. Fig. 2 describes the geometry of this case.
- The second case, called “4GS”, is a more realistic model where the atmosphere is composed of 10 layers. The altitudes and strength of the layers are summarized in Table 1. This turbulent volume is sensed with 4GS located on a 2arcmin diameter circle. All GS have the same noise variance  $\sigma^2=0.5rd^2$ . This constellation is used as a

representative configuration for a medium FoV system.

- The third case, called “8GS” uses the same turbulent profile, but sensed with 8GS located on a 5arcmin diameter circle. All GS have the same noise variance  $\sigma^2=0.5rd^2$ . This constellation is used as a representative configuration for a large FoV system.

$h_n$ (m)	0	200	600	1200	3000	4700	7300	8500	9700	11000
$\lambda_n$	0.41	0.16	0.1	0.09	0.08	0.05	0.045	0.035	0.02	0.01

Table 1. 10 layer turbulent profile altitudes and relative layer strength.

Table 2 summarizes the main parameters of these 3 simulation cases.

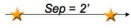
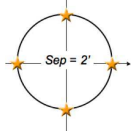
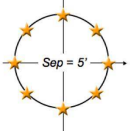
	<b>2GS Config.</b>	<b>4GS Config.</b>	<b>8GS Config.</b>
Atm. profile	2lays	10lays	10lays
Constellation			
# GS	2	4	8
FoV Diameter	2'	2'	5'
Noise/GS	$0.5rd^2$	$0.5rd^2$	$0.5rd^2$

Table 2. Simulation configurations.

For all simulation cases, the Fried parameter is set to  $r_0=0.12\text{m}$  defined at  $0.5\mu\text{m}$  and  $L_0=50\text{m}$ . We assume that turbulence measurements are performed with SH WFS. In that case, Rigaut et al. [14] show that the measurement operation, without aliasing and finite exposure time, can be modeled by a  $M = 2j\pi f_{x,y}\text{sinc}(\pi df_{x,y})$  term, where we assumed a square geometry for subapertures with a size (reported in the telescope pupil) equal to  $d$ . For our example, we consider that all WFS have the same subapertures sizes. This implies that all frequencies greater than  $f_c = 1/2d$  are not measured. We further assume that all the GSs have the same noise variance defined by  $\sigma^2 = 0.5rd^2$ , where  $\sigma^2$  are the diagonal components of  $\mathbf{C}_{b,t}$ . Performance is evaluated at  $1.65\mu\text{m}$  (H Band) by projecting the volumetric residual

phase in a direction of interest  $\theta$ . Unless specified otherwise, it is evaluated at the center of the FoV ( $\theta = 0$ ).

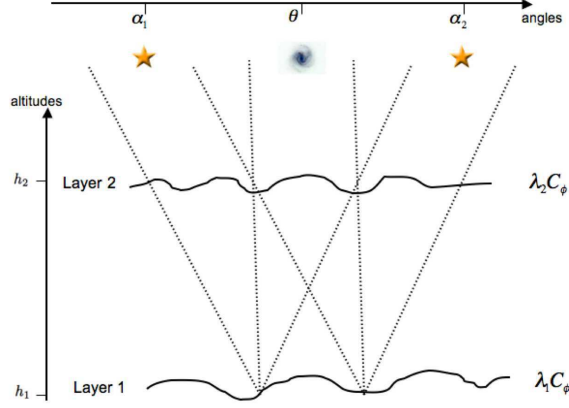


Fig. 2. System geometry for the 2GS two-layers simple case. Altitude of layers is  $h_1=0$  and  $h_2 = h$ . Two guide stars are considered in directions  $\alpha_1$  and  $\alpha_2$ , the separation  $\alpha_{12}$  between the GSs is  $2'$ . Performance is evaluated at the center of the FoV:  $\theta = 0$ .

In the following sections, we make use of those three simulation cases to investigate (i) pure tomographic reconstruction in Sect. 5; (ii) model/statistical errors in Sect. 6 and 7; (iii) projection issues in Sect. 8.

## 5. Pure Tomographic Reconstruction

In this section, we consider the ideal situation where noise and turbulent conditions are perfectly known:  $\mathbf{C}_{\varphi_n}$  and  $\mathbf{C}_{\mathbf{b}}$  used in Eq. 16 are then identical to  $\mathbf{C}_{\varphi_n,t}$  and  $\mathbf{C}_{\mathbf{b},t}$  used in Eq. 23. This situation is generally called the “pure tomographic reconstruction”.

### 5.A. Analytical expressions of the residual PSD

We first consider the 2GS case. From this simple 1-dimensional configuration, we can derive the analytical form of the residual phase PSD for both filters. Eq. 23 can be written when considering a (T)LSE as:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{PSD}_{\theta=0}^{res} = \frac{\sigma^2[2-\cos(2\pi f(\alpha_1-\theta)h)-\cos(2\pi f(\alpha_2-\theta)h)]}{2\sin^2(\pi f\alpha_{12}h)M^2} \\ \text{for } f < fc \text{ and for non truncated frequencies} \\ \text{PSD}_{\theta=0}^{res} = C_\phi \text{ for } f \geq fc \text{ or for truncated frequencies} \end{array} \right. \quad (24)$$

while with an MMSE, it reads:

$$\begin{cases} \text{PSD}_{\theta=0}^{res} = C_{\phi} \left\{ \frac{2MC_{\phi}\lambda_1\lambda_2\sigma^2[2-\cos(2\pi f(\alpha_1-\theta)h)-\cos(2\pi f(\alpha_2-\theta)h)]+\sigma^4}{4\sin^2(\pi f\alpha_{12}h)M^4C_{\phi}^2\lambda_1\lambda_2+2M^2\sigma^2C_{\phi}+\sigma^4} \right\} & \text{for } f < fc \\ \text{PSD}_{\theta=0}^{res} = C_{\phi} & \text{for } f \geq fc \end{cases} \quad (25)$$

In Fig. 3 we compare these two 1-dimensional residual PSD laws for  $\theta = 0$ , as well as the uncorrected Von-Karman spectrum and the on-axis reconstruction for comparison. The on-axis reconstruction corresponds to a classical LSE Single Conjugated AO configuration and is computed by setting the two GSs in the direction of interest. It follows the typical  $f^{-2}$  law expected for derivative WFS. Since the two GSs are on-axis, we benefit of the global flux.

### 5.B. Notion of unseen frequencies and neutral frequencies

In Fig. 3, it appears that for some specific frequencies, the tomographic residual PSDs (either MMSE or LSE) diverge from the on-axis noise propagation, while other frequencies are following the on-axis noise propagation.

To understand the behavior of these PSDs, we first consider the LSE reconstructor. From Eq. 24, we learn that the reconstruction error tends to infinity for each spatial frequency equal to  $p/(\alpha_{12}h)$ , where  $p$  is an integer. Indeed, every time that the period of a frequency exactly match the GS separation, the sum of the phase perturbations induced by the 2 layers is exactly zero, the phase information for these frequencies is lost. We refer to these frequencies as “unseen frequencies”, as they are not sensed by the WFSs. For a given turbulent profile, the unseen frequencies only depend on the GS positions: the more distant the GSs, the smaller the spatial frequencies affected, the larger the number of unseen frequencies in a given frequency range of interest. The GS separation can then be understood as a spatial basis which sets the sensitivity of the filter to the different frequencies.

We now investigate what is the impact of the unseen frequencies when looking in a particular direction of interest  $\theta$ . This relies on the numerator of Eq. 24. We find that for some specific frequencies this numerator goes to zero. This happens each time that the sum of the phase perturbations induced by the 2 layers is exactly zero in the direction  $\theta$ . These frequencies are not impacting the performance in the direction of interest, we will called them “neutral frequencies”. For instance when the direction of interest is at  $\theta=0$  (as in Fig. 3), these neutral frequencies occurs each  $f = 2p/(\alpha_{12}h)$ . Therefore, for this specific direction, the neutral frequencies are canceling one unseen frequency over two. We note that for the frequency

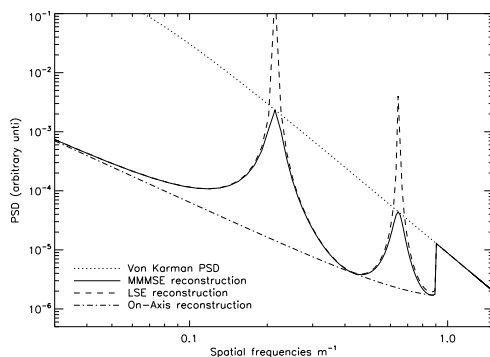


Fig. 3. Comparison of residual PSDs for the MMSE reconstruction (full line) and un-truncated LSE reconstruction (dashed line). Uncorrected Von-Karman (dotted line) and on-axis reconstruction (dashed-dotted line) are also plotted for comparison. In this example, both layers have the same turbulent strength and the WFS cut-off frequency is  $f_c = 0.9\text{m}^{-1}$ . Two unseen frequencies appear for  $f_1=0.215\text{m}^{-1}$  and  $f_2=0.645\text{m}^{-1}$ , two neutral frequencies appear for  $f_1=0.43\text{m}^{-1}$  and  $f_2=0.86\text{m}^{-1}$ .

exactly corresponding both to an unseen and neutral frequency, Eq.24 is undetermined. For that specific frequency, calculation of the limits gives:

$$\text{PSD}_{\theta=0}^{res} = \left( \frac{\sigma^2}{2M^2} \right) \quad (26)$$

which is the classical on-axis propagation law.

Another example of the effect of the neutral frequencies is when the direction of interest is exactly lying on one of the GS (e.g.  $\theta = \alpha_1$ ). In such a situation all the unseen frequencies are canceled by the neutral frequencies: an unseen frequency has no effect on the image quality in the GS directions.

For the pure LSE reconstructor, unseen frequencies are a real issue as they lead to an over-amplification of noise. For these frequencies, the interaction matrix coefficients go to zero, direct invert is ill-conditioned and the noise is dramatically amplified. Around an unseen frequency, there is a set of badly-seen frequencies. For these frequencies, measurement is close to zero, but since the WFSs are noisy, the same problem as for the unseen frequencies applies. In the following, we will also refer to these frequencies as unseen frequencies.

To avoid this noise amplification, one should use the TLSE reconstruction. In Fig. 4 we show

the corresponding residual PSD for the TLSE reconstructor having the best threshold. Noise amplification is avoided, at the price of uncorrected frequencies.

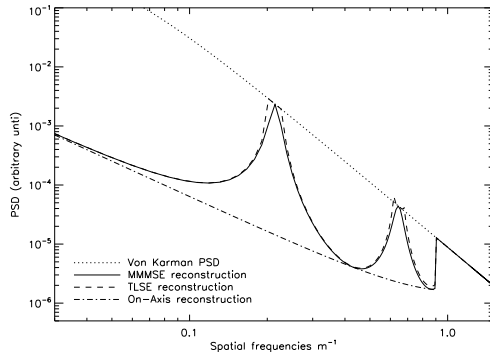


Fig. 4. Same as Fig.3 with TLSE reconstructor. Threshold was optimize to minimize the residual variance.

Contrary to the TLSE reconstructor, the MMSE reconstructor does not require any truncation. In fact, the MMSE filter includes prior knowledge of the SNR by the mean of the regularization term  $\sigma^2/\mathbf{C}_{\varphi_n}$  (see Eq. 17). This regularization appears as an additive term in the numerator of Eq. 25 which weight the noise propagation. Thanks to this regularization term, the MMSE is able to optimize the reconstruction depending on the SNR: for frequencies that have a good SNR, MMSE and TLSE are equivalent, for poor signal to noise frequencies, the invert of the interaction matrix is weighted by the regularization term, avoiding noise amplification. It follows that, (i) even on a pure unseen frequency, the residual MMSE PSD is never higher than the  $C_\phi$  signal variance, and (ii) whatever the truncation threshold used for the TLSE estimator, the MMSE approach always gives smaller residual variance (see also [4]).

Following with the MMSE, it is interesting to note that for a frequency exactly on an unseen mode, the residual PSD writes as:

$$\text{PSD}_{\theta=0}^{res} = C_\phi \left( \frac{8M^2 C_\phi \lambda_1 \lambda_2 + \sigma^2}{2M^2 C_\phi + \sigma^2} \right) \quad (27)$$

Eq. 27 indicates that when the turbulence is equally distributed between the two layers ( $\lambda_1=\lambda_2=0.5$ ), the residual PSD exactly reaches the uncorrected spectrum. However, as soon as the turbulent strength profile is not uniformly distributed, the residual error is always lower than the uncorrected spectrum. We illustrate this behavior in Fig. 5 with three residual PSDs computed for respectively (from top to bottom)  $[\lambda_1=0.5, \lambda_2=0.5]$ ,  $[\lambda_1=0.7, \lambda_2=0.3]$



and  $[\lambda_1=0.9, \lambda_2=0.1]$  (the  $[\lambda_1=1, \lambda_2=0]$  case is superimposed with the on-axis reconstruction error). This behavior can be explained by the fact that when the turbulence is equally distributed, the chance that the sum of both layers gives a null measurement is maximal. Statistically, no information can be extracted from the measurement. When the two layers do not have the same strength, this probability decreases and even for an unseen frequency, some signal can be measured. As a limiting configuration, if one layer is free of turbulence ( $\lambda_{1,2} = 0$ ), we are able thanks to this prior information to entirely recover the incoming perturbation. As the MMSE filter includes the knowledge of turbulence strength per layer, it is able to discriminate these conditions, and to modulate the regularization term layer per layer. This also illustrates how the prior knowledge of the statistical conditions can consequently reduce the residual variance compared to the crude TLSE approach.

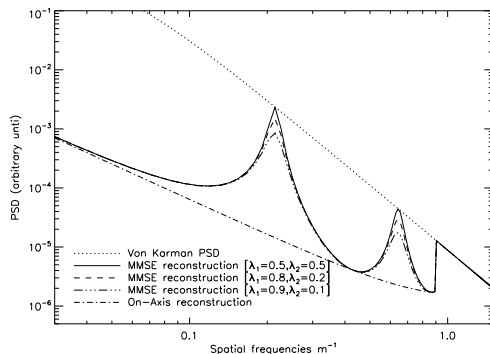


Fig. 5. Influence of turbulence strength repartition on MMSE reconstruction error.

### 5.C. Generalization to realistic cases

To understand what is the impact of a larger number of layers/GSs on unseen frequencies, we first start with a generalization of the simple 2GS case. In Fig. 6 we show the residual PSD for the 2GS case, but treated as a 2-dimensional configuration. On the left, we keep the two layers atmosphere, whereas on the right we use the 10 layer profile as defined in Table 1. We only display here the results of the MMSE reconstructor. Note that a cut along the  $x$  coordinate on the left PSD of Fig. 6 would give the same MMSE reconstructor plot as the one presented in Fig.3.

If we compare the shape of the two PSD presented in Fig. 6, we easily understand what is the impact of multiplying the number of layers: unseen frequencies become sectors instead

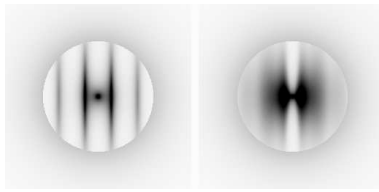


Fig. 6. 2-dimensional PSDs for the 2GS constellation with the 2 layers profile (left) and the 10 layer profile (right). Log scale and inverted colors are used. The GS orientation is the same as in Table 2.

of localized energy peak. Indeed, with several layers, each pair of turbulent layer creates its own set of unseen frequencies, so the energy is spread upon more frequencies.

The second important point to emphasize is that unseen frequencies only appear in the perpendicular direction of the GS geometry. As explained in Tokovinin & Viard [9], for all the frequencies parallel to the GS direction ( $f = \{f_x=0; f_y\}$  for the 2GS case), the effective separation between the GSs in each layer ( $\alpha_{1,2}h_n$ ) will not change the measured phase of those frequencies. These frequencies are always perfectly measured, the noise propagation is the one of the classical AO situation. This explains the “clean” frequency area along the  $y$  coordinate in Fig.6. The width of this “clean” frequency area only depends on the GS separation that dictates the lowest unseen frequency.

We are now able to understand the generalization to the 4GS-8GS cases. In Fig. 7, we show the 2-dimensional residual PSDs for the MMSE (left), the TLSE (center), and the LSE (right) for respectively the 4GS (top) and 8GS (bottom) constellations.

The 4GS case is nothing else than the product of two 2GS constellation rotated by  $90^\circ$ . We retrieve two “clean” frequency area oriented toward the GSs directions. The same argument can be applied to the 8GS constellation. In addition, the diameter of the 8GS constellation is larger than the 4GS one: the width of its “clean” frequency area is smaller.

In Fig. 7, it also appears that the variance is much higher for LSE or TLSE reconstructors than for the optimal MMSE one as already explained for the 2GS case in Fig. 4.

Finally, we note that as expected the number of low frequencies affected by unseen modes is larger for the large FoV configuration that is the 8GS case than in the 4GS configuration. The noise level associated to each frequency is however lower because twice more GSs are used. It results that both the 4GS and the 8GS configuration give similar residual variance

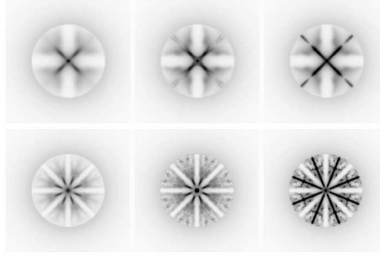


Fig. 7. 2-dimensional PSDs for the 4GS (top) and 8GS (bottom) cases. From left to right: MMSE, TLSE, non truncated LSE. Log scale and inverted colors are used. All PSDs are displayed with same scale. The GSs orientation are the same orientation as in Table 2.

for the MMSE reconstruction:  $\sim 0.77rd^2$ .

## 6. Model Errors

Up to now, we have assumed that the priors were perfectly tuned, i.e., that they do correspond to real conditions. These priors comes from our knowledge of the system/atmospheric conditions, and are not always easily accessible. Moreover, they can evolve during an observation run and it could be impractical to re-compute the reconstruction matrix frequently. In any case, it is of prime importance to understand and quantify the impact of these statistical/model errors on the reconstruction process.

Still using the three configurations presented in sect. 4, we first investigate the model errors with an error on the altitudes of the reconstructed layers and an error on the number of reconstructed layers. These errors occur both in the TLSE and the MMSE reconstructors. We then aim to (i) understand the impact of the model errors illustrated with the 2GS case; (ii) compare the relative performance and robustness of the TLSE and MMSE reconstructors with the 4GS configuration; (iii) compare the medium (4GS) and large FoV (8GS) systems in the MMSE approach.

### 6.A. Error on layer altitude

We first start with the 1-dimensional 2GS case. We recall that only two layers are considered in this case. In Fig.8 we show an example for which (i) the upper reconstructed layer is higher than real layer (Top panel) and (ii) the upper reconstructed layer is lower than real layer altitude (Bottom panel). In both situations, the residual PSD is strongly affected, and

for some frequencies the residual variance rises above the uncorrected PSD.

An error on the altitude where the layers are reconstructed affects the frequencies where unseen modes should be regularized/truncated. In fact, the altitudes of the reconstructed layers introduced in the model set the sensitivity of the reconstructors to unseen frequencies. A wrong geometry implies that wrong modes are going to be regularized/truncated. For the frequencies that correspond to well-seen frequencies for the model, the direct invert of the interaction matrix is performed, whereas these frequencies could correspond to badly seen modes in the real geometry. For these frequencies, an over amplification of noise could appear. On the opposite, some frequencies that are well seen by the real geometry could be treated as unseen frequencies by the model. For these modes, whereas a direct inverse would have worked well, over regularization or truncation limits the accuracy of the reconstruction.

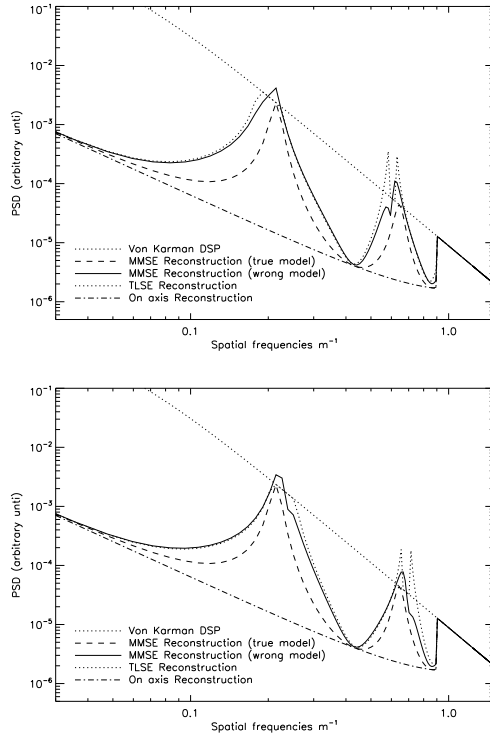


Fig. 8. Residual PSD for an error in the altitude of the reconstructed layer. **Top:** Upper altitude is overestimated (8.5km instead of 8km). **Bottom:** Upper altitude is underestimated (7.5km instead of 8km).

In a more realistic configuration, the atmosphere includes several dominant layers, and this error will be minimized. Of course, the best match between real profile and dominant

layers will give the best results. To illustrate this point, we investigate our realistic 10 layer cases (4GS-8GS). We reconstruct the 10 layers, but for each reconstructed layer we allow an error in altitude of  $\pm X\%$ ,  $X$  going from 0% to 50%. For each altitude error, we perform 50 random trials and we compute the mean residual variance. Results are shown in Fig. 9.

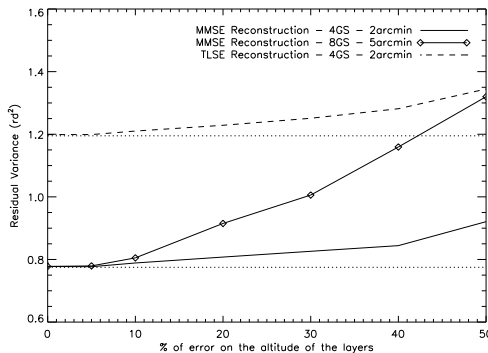


Fig. 9. 10 layers profile. Influence of an error on reconstructed altitudes of each layer. % of error means that each reconstructed layer is at an altitude of  $H \pm H * X\%$ .

We first compare the results obtained for the 4GS case. We find that both reconstructors (MMSE and TLSE) follow the same tendency: the residual variance increases with the error on the model altitude. In addition, the order of magnitude of this error is more or less the same for both reconstructors.

If we now compare the results of the 4GS and 8GS cases, we notice that the large FoV 8GS configuration is much more sensitive to an error in layer altitudes than the medium FoV 4GS one. For the medium FoV configuration, the impact of this error is moderated: an error of 50% on the layer altitudes increases the residual variance by  $\sim 20\%$ . This indicates that a perfect knowledge of layer altitude is not necessary, as soon as many layers are reconstructed. However, this is no more true for the large FoV configuration: an error of 50% increases the residual variance by almost a factor of 2. As an analogy to what is explained by R. Ragazzoni [22], the larger the distance between reconstructed and true layer, the lower the maximal equivalent frequency reconstructed in the true layer. And this maximal equivalent cut-off frequency depends on the FoV. This can also be explained with Fig. 7: when the FoV is increased, the unseen frequencies cover a larger area and the noise amplification affects more and more frequencies.

We conclude that this error term is impacting the tomographic reconstruction for large FoV

configurations, and that either a good knowledge of turbulent altitudes or the use of more GS to reduce the unseen frequencies area is required to limit the impact of this model error.

### 6.B. Error on number of layers

For computing reasons, the reconstruction is performed on a limited number of layers, generally smaller than real turbulence conditions. In that configuration, the reconstructed volume does not match with real profile, and the resulting error can be important. We first illustrate the impact of an incorrect number of reconstructed layers with the 2GS case. As only 2 layers are used to model the real turbulent profile, a unique layer is used in the reconstruction. In Fig. 10, we illustrate this situation when the reconstructed layer is in the telescope pupil (full line) and when it is at an altitude of 4km (dashed-dotted line). It appears that the residual PSD is strongly influenced by this model error: the domain of frequency affected by noise amplification is significantly enlarged. Interestingly, when the reconstructed layer falls just between the two real layers, this noise amplification is reduced compared to a reconstruction in the telescope pupil. Indeed, we can show that if the real turbulence is equally distributed between the two layers, the optimal altitude for the reconstructed layer is just at the middle. If the real turbulence is not equally distributed, the optimal altitude for reconstruction moves toward the strongest layer.

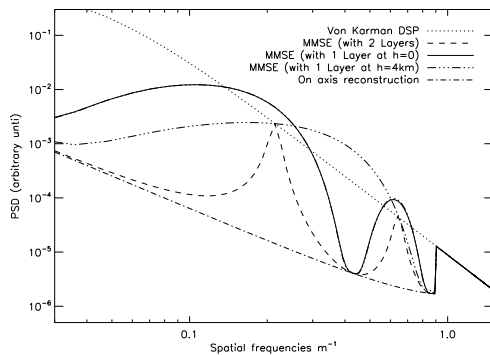


Fig. 10. Residual PSD for a model error in the number of layers. The real profile is made of two-layers, whereas the reconstruction model use only one layer either in the telescope pupil (full line) or at an altitude of 4km (dashed dotted line). The MMSE and TLSE cases are superimposed.

We now investigate the effect of this model error in presence of a “real” turbulent profile. To do so, we use the 4GS/8GS case, the “real” turbulent profile is defined by the 10 layers one, and we progressively increase the number of reconstructed layers. This has been introduced

by Fusco [11] as Equivalent Layers (EL). We then follow their approach for the definition of the altitudes/strength of the EL: the true profile is divided into  $N_{el}$  regularly spaced slabs, for each slab an equivalent height and strength is computed. Results are shown in Fig. 11. This figure shows that for the medium FoV constellation (4GS), a reconstruction on only few layers (typically 3 or 4) is enough to reduce consequently the remaining error. With the 4GS case, we also find that the MMSE residual variance converge more rapidly than the TLSE one. For the large FoV configuration (8GS), we observe that at least 8 layers must be reconstructed, and this number would certainly be larger if the initial profile had included more layers. As for an error on layer altitudes, the tomographic reconstruction is very sensitive to this model error, and particularly when the size of the FoV increases. We draw similar conclusions as in Sect. 6.A: if the number of GS is limited, a good knowledge of turbulent profile is necessary for an accurate reconstruction.

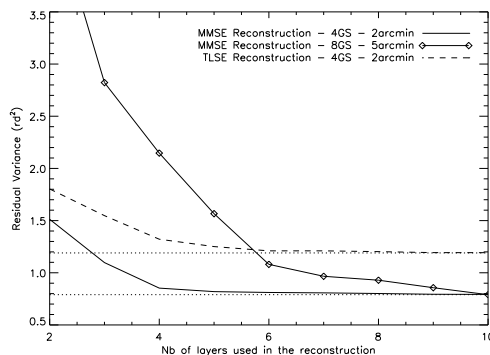


Fig. 11. Influence of the number of layers used in the reconstruction process. Real profile is the 10 layers.

## 7. Statistical Errors

We have seen in the previous section the effect of the model errors, we now investigate the impact of the statistical errors. We then assume that the model is perfectly known: we always reconstruct the real number/altitudes of layers. Instead, we explore the consequences of (i) an error on the noise level ( $\mathbf{C}_b \neq \mathbf{C}_{b,t}$ ), (ii) an error on the global strength of turbulence ( $r_0 \neq r_{0,t}$ ), and (iii) an error on the relative repartition of the turbulence ( $\lambda_n \neq \lambda_{n,t}$ ).

An error on these statistical parameters will impact on the value of the SNR used by the model (Cf. Eq. 17). Basically, the SNR used by the model sets the number of filtered/truncated frequencies. If this SNR is overestimated, the number of filtered/truncated

frequencies decreases. For unseen frequencies, the model assumes that the SNR is good, a direct invert of the interaction matrix is performed, and then we expect an over amplification of the noise localized on unseen frequencies. On the other hand, if the SNR is underestimated, the weight of the regularization term is increased: too much frequencies are filtered/truncated whereas they could have been corrected. We then expect a broadening of the PSD around the unseen frequencies, but no noise over-amplification.

#### 7.A. Error on noise priors

In Fig. 12, we first use the 2GS case to illustrate the effect of an error on the noise estimation. The top plot in Fig. 12 shows the impact of an overestimation of the noise variance by a factor of 10 ( $\mathbf{C}_b = 10\mathbf{C}_{b,t}$ ), and the bottom plot the impact of an underestimation of the noise variance by a factor of 10 ( $\mathbf{C}_b = \mathbf{C}_{b,t}/10$ ). With this simple example, we indeed find that if the noise is overestimated (top figure), the residual PSD tends too rapidly to the uncorrected spectrum and too much frequencies are filtered/truncated. If the noise is underestimated (bottom figure), an over amplification of the residual error appears on the unseen frequencies and not enough frequencies are filtered/truncated.

Although the residual PSDs are affected by a wrong noise model, at first glance, the impact of an error in noise statistics does not seem to increase significantly the residual error. To quantify this effect, we use our realistic cases (4GS-8GS) and we plot in Fig. 13 the residual variance for a MMSE/TLSE reconstructor having wrong noise priors. The error in noise priors is given in % of real noise: for instance,  $\pm 50\%$  of error in noise variance corresponds to  $\mathbf{C}_b = \pm 1.5\mathbf{C}_{b,t}$ . From Fig. 13, we learn that:

- the residual variance in the MMSE approach is always smaller than the TLSE one, which means that even with wrong priors, the MMSE reconstructor gives better results than the TLSE one.
- The TLSE reconstructor is slightly more sensitive to noise error than the MMSE one.
- The large FoV configuration (8GS) is slightly more sensitive than the medium FoV one (4GS).
- For both reconstructors, if the noise level is not perfectly known, a conservative approach would be to overestimate the noise priors.

Another way to test the robustness of these reconstructors to the noise statistical error, is to study for a given reconstructor computed with a reference noise level, the impact on the performance when real conditions are changing. This is illustrated in Fig. 14 for the 4GS configuration. Both MMSE and TLSE reconstructors are computed for a given reference noise



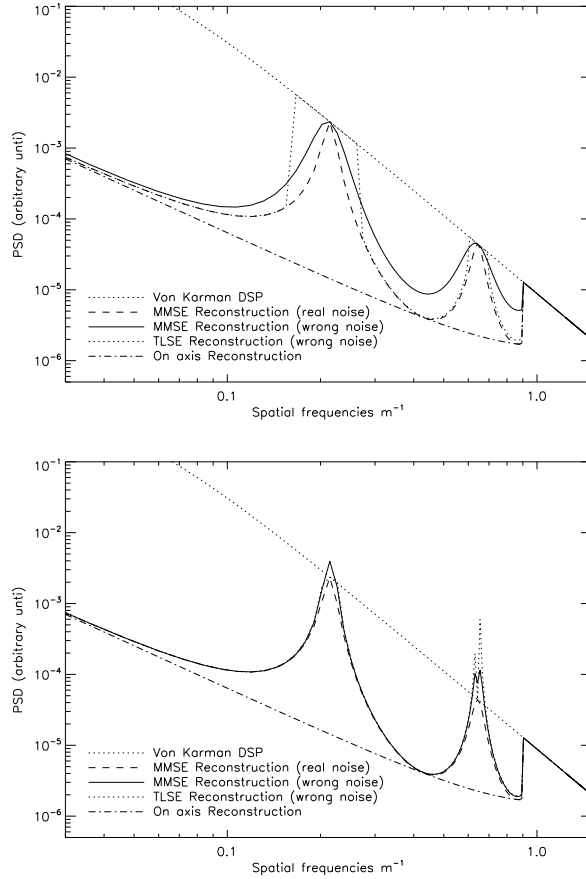


Fig. 12. Residual phase PSD for an error in noise priors. **Top:** Overestimation of noise by a factor of 10:  $\mathbf{C}_b = 10\mathbf{C}_{b,t}$ . **Bottom:** Underestimation of noise a factor of 10:  $\mathbf{C}_b = \mathbf{C}_{b,t}/10$ .

level (“variation for real noise variance” equal 0), and we compute the residual variances when real noise conditions are changing. The change in real noise variance is given in % of noise priors: for instance,  $\pm 50\%$  of variation in real noise variance corresponds to  $\mathbf{C}_{b,t} = \pm 1.5\mathbf{C}_b$ . In that situation, we find that the variation of the performance due to real conditions is much more impacting the residual variance than the noise model error itself. Indeed, an increase of the real noise variance by 50% leads to an increase of the residual variance by  $\sim 10\%$ , whereas the corresponding model error only increases the residual variance by  $\sim 3\%$ . Results for the 8GS configuration are very similar.

Combining results of Fig. 13 and Fig. 14, we conclude that a perfect knowledge of the noise priors is not required to obtain an accurate tomographic phase reconstruction.

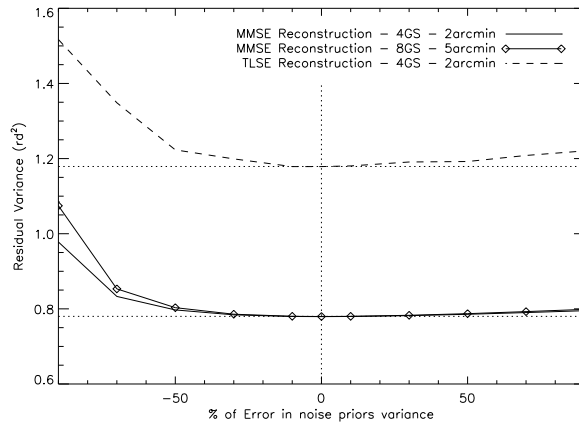


Fig. 13. Residual variance of the MMSE(full-line) and TLSE (dashed-line) reconstructors with wrong noise model. Error in noise are given in % of real noise. Dotted-lines symbolize the minimal variance level when no errors on noise priors are committed.

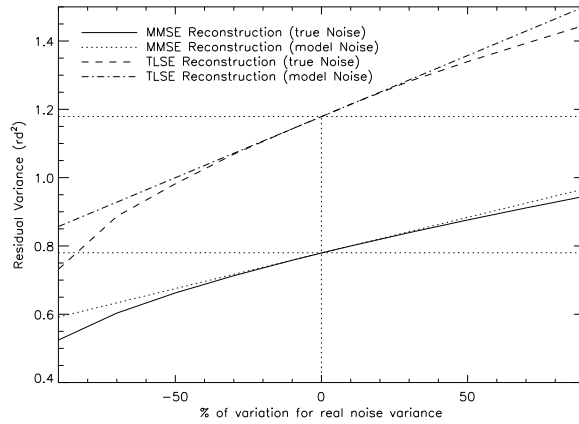


Fig. 14. Robustness of the MMSE/TLSE reconstructor to changes of real conditions. The full and dashed lines show the residual variance for perfectly tuned MMSE and TLSE reconstructors: noise priors follow the real noise. Dotted and dotted-dashed lines show the residual variance when noise priors are set to the reference noise level.

## 7.B. Error on turbulent strength priors

### 7.B.1. error on $r_0$

The global strength of the turbulence  $r_0$  is included in the estimation of the SNR. The conclusions drawn in the previous section are then exactly transposable here: (i) the MMSE is always better than the TLSE with wrong truncation threshold (ii), the large FoV configuration is slightly more sensitive than the medium FoV one, and (iii) a conservative approach would be to underestimate the global strength of the turbulence.

### 7.B.2. error on turbulence strength per layer

The turbulence strength distribution is another essential parameter to be introduced in the regularization process. This term only affects the MMSE reconstructor, as the TLSE one does not include the profile distribution information. We have seen in Sect. 5.B that the turbulence strength distribution ( $\lambda_n$ ) sets the SNR per layer. An error on the repartition of the turbulence strength will then produce an error on the SNR, and an over amplification of noise.

We illustrate this point in Fig. 15 (top) with a pessimistic example: the turbulence strength repartition used by the model is  $[\lambda_1=0.1, \lambda_2=0.9]$ , whereas real turbulence distribution is  $[\lambda_{1,t}=0.9, \lambda_{2,t}=0.1]$ . For this pessimistic situation, we see in Fig. 15 that the residual DSP rises above the uncorrected turbulent PSD.

To avoid any noise amplification, a conservative approach would be to feed the model with a uniform turbulent strength distribution. This example is illustrated in Fig. 15 (bottom). The true turbulent distribution is still  $[\lambda_{1,t}=0.9, \lambda_{2,t}=0.1]$ , the one used by the model is  $[\lambda_1=0.5, \lambda_2=0.5]$ . With such a model, we have seen with Eq. 27 that the residual PSD becomes independent of the modeled strength repartition. As expected, the constant profile is the one providing the less information.

With the conditions of Fig. 15 (top), the total variance of the MMSE is higher than the TLSE one. However, following the conservative approach, i.e., the constant profile (Fig. 15 (bottom)), the MMSE is always better than the best tuned TLSE.

We could further investigate these model/statistical errors, for instance by combining several terms together. In that case, it is interesting to show that some model errors can be compensated from others (e.g. [23]). For instance, the global variance due to a mis-knowledge of layer altitude could be compensated by using more noise priors in the reconstruction. A pure quantitative study of model errors depends on system characteristics, and this exhaustive and specific work is certainly out of the scope of this paper. Instead, in the next section we choose to investigate the error due to the projection onto DMs.

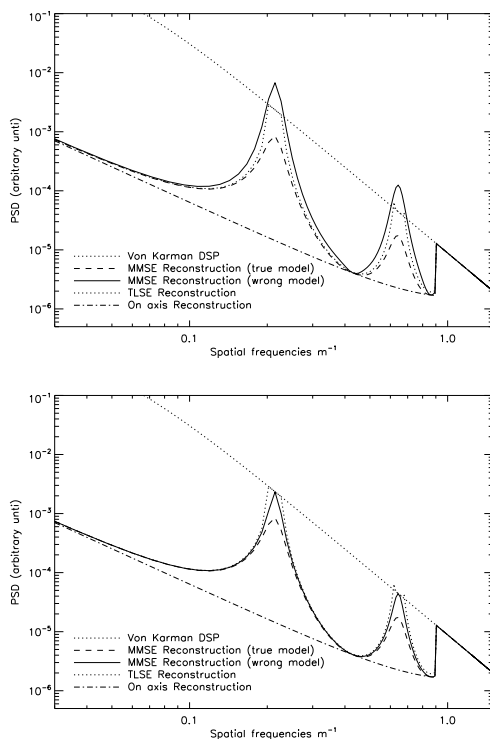


Fig. 15. Error on turbulence strength priors with real turbulence distribution defined by  $[\lambda_{1,t}=0.9, \lambda_{2,t}=0.1]$ . **Top:** turbulence strength repartition used by the model is  $[\lambda_1=0.1, \lambda_2=0.9]$  (solid line). For comparison, we plot the residual PSD if the model were correct (dashed line). **Bottom:** turbulence strength repartition used by the model is  $[\lambda_1=0.5, \lambda_2=0.5]$ .

## 8. Projection onto DMs

Up to now, we have only considered the tomographic phase reconstruction issue. In this section, we now investigate the projection onto deformable mirrors, and the supplementary error term related to generalized fitting. This term relies on Eq. 21 and depends on the optimization positions ( $\{\beta_j\}$ ) and the number/altitudes of DMs. We mainly use the 4GS constellation, and we investigate different WFAO systems for a 42m telescope. We first consider a projection onto a single DM with one direction of optimization (MOAO/LTAO), we then increase the optimization field still assuming a single DM (GLAO), and finally we introduce several DMs with an optimization in the field (MCAO).

Complementary to what have been done in the previous sections, we now extend the analysis to the whole field instead of concentrating on a particular direction. For each configuration,

performance is evaluated in term of Strehl Ration (SR), in 169 directions regularly spaced on a 13x13 grid across the field. For MOAO, optimization is done at the center of the field, for GLAO/MCAO optimization is done on the same directions. Fig. 16 illustrates the geometry used for the MOAO/LTAO configuration (top) and for the GLAO/MCAO configurations (bottom). Note that the GS constellation is rotated by  $45^\circ$  compared to Table 2.

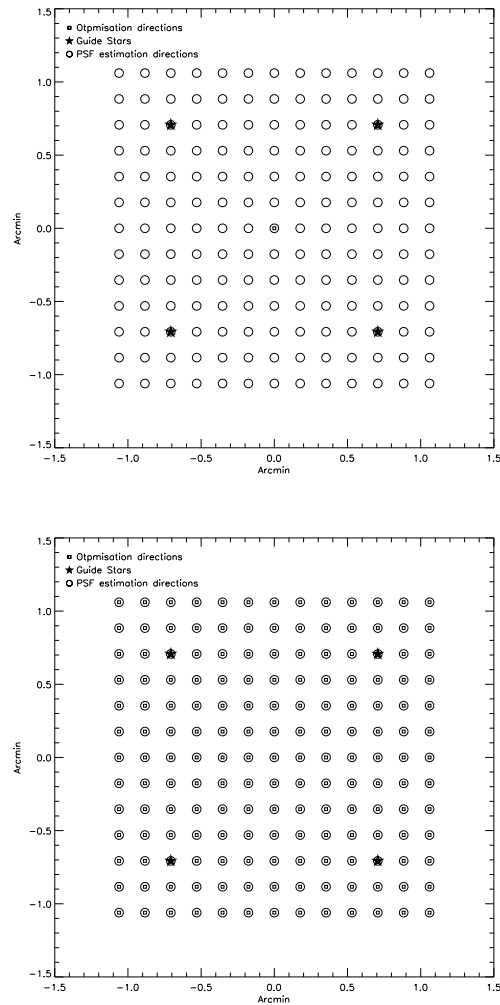


Fig. 16. Geometry used in the simulations. **Top:** One direction of optimization is considered at the center of the field. **Bottom:** optimization is performed all over the field.

In all the following, except in Sect.8.C.3, no model/statistical errors are introduced. We further assume that DM pitches match WFS pitches, which would correspond to DMs with  $\sim 75 \times 75$  actuators. Finally, we recall that the telescope diameter is set to 42m.

#### 8.A. MOAO/LTAO: No projection error

For some specific observations a uniform correction of the whole FoV is not required. For instance, in 3D spectroscopy extra-galactic studies, only few directions of interest must be corrected for. This can be achieved by the way of MOAO or LTAO ([24, 25]). In these concepts, several GSs spread over the field are used to perform the tomographic reconstruction of the turbulent volume. The correction is then applied with one DM conjugated to the pupil per science channel:  $\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} = \mathbf{Id}$ . For LTAO, only one science channel is considered, for MOAO, few channels are corrected at the same time. For each direction of optimization  $\beta$ , the projection onto the DM simply writes as:

$$\mathbf{P}_{\text{opt}} = \mathbf{P}_\beta^{\text{L}} \quad (28)$$

In those directions, the performance is the one of the pure tomographic reconstruction described in Sect. 5, there is no supplementary term of error due to generalized fitting. An example of the expected performance of an LTAO/MOAO system is presented in Fig. 17 (top) for the 4GS case. In this example, only one direction at the center of the field ( $\beta=0$ ) has been optimized. For this direction, the performance is only limited by unseen frequencies and it reaches  $\sim 50\%$  of SR. Outside this direction, performance quickly decreases due to classical anisoplanatism.

#### 8.B. GLAO

With still one DM conjugated to the telescope pupil, but an optimization in the whole field, we now investigate GLAO [26]. The GLAO correction represents the worst case for generalized fitting, as only one DM is used to correct the whole FoV. For a DM conjugated to the telescope pupil,  $\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}}$  simply becomes the identity matrix, and the projection term then writes as:

$$\mathbf{P}_{\text{opt}} = \langle \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}} \rangle_\beta \quad (29)$$

it only represents an average over all the direction of optimization. An example of the expected performance with GLAO is presented in Fig. 17 (bottom). We see that the performance is limited to few % of SR, but it is almost uniform in the field, and the corrected area is larger than for the MOAO correction. For this example, the error due to generalized fitting at the center of the FoV can be as high as a factor of 5.

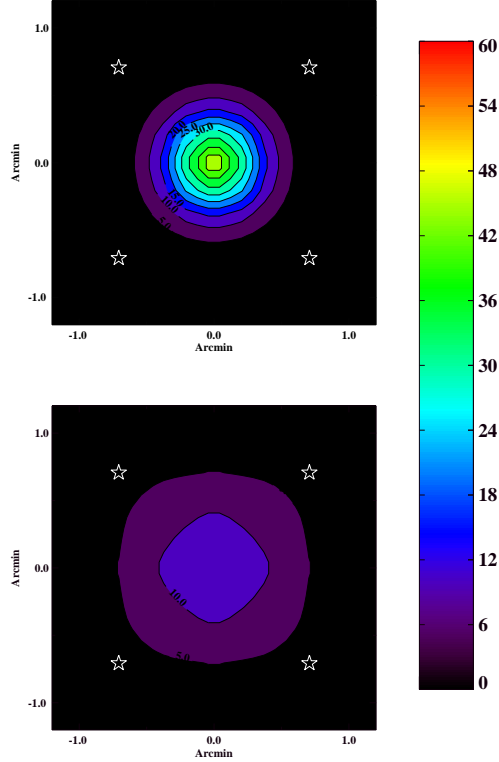


Fig. 17. SR maps for MOAO (top) and GLAO (bottom). GS are  $45^\circ$  tilted compared to Table 2. The SR have been linearly interpolated on a  $26 \times 26$  grid. For MOAO, the SR is  $\sim 50\%$  at the center of the field. For GLAO, the SR is  $\sim 10\%$  at the center of the field.

### 8.C. MCAO

To reduce the projection error, one must use more DMs optically conjugated to the layers in altitude.

#### 8.C.1. Generalized fitting

When several DMs are used to perform the correction, the projection term is given by Eq.21. For a given optimized field, the generalized fitting error only depends on the number of DMs [12, 13]. The more DMs used to correct the volume, the better the match between mirrors position and turbulent layers, the better the performance in the field.

To illustrate the effect of the generalized fitting error, in Fig. 18 we plot the mean SR over the field (computed over the 169 directions) as a function of the number of DMs. Error bars

represent the standard deviation of the SR in the field. Altitudes of the DMs are defined by the altitudes of the equivalent layers, following the same procedure as in Sect. 6.B. Results are shown for the 4GS and 8GS cases using an MMSE reconstruction.

Fig. 18 shows that with the 4GS (medium FoV) case, 3 DMs are sufficient to obtain almost an optimal performance. However, for the 8GS (large FoV) case, this number increase to 8 DMs. These results are very similar to those obtained in Fig. 6.B. Indeed, as introduced in Fusco et al. [4], the generalized fitting error is close to a model error on the number of layers.

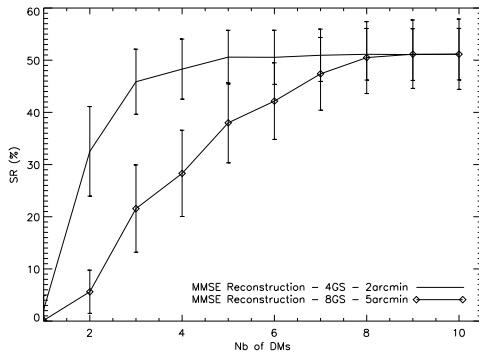


Fig. 18. Mean SR over the field in function of the number of DMs. Error bars represent the standard deviation of the SR.

### 8.C.2. Impact of different reconstructors

We now want to investigate the gain of the regularized reconstructor (MMSE) compared to the TLSE one. We use the 4GS case with 3DMs located respectively at  $[0, 3.5, 9.3]$ km to limit the impact of generalized fitting (see Fig. 18). In Fig. 19 we show the SR map for the TLSE (top) and MMSE (bottom) approach. We find the MMSE provides a performance  $\sim 1.2$  times better in mean SR: there is a significant gain to use a regularized algorithm compare to a crude TLSE one. Particularly in the corners of the field where the MMSE extrapolate the phase estimation, whereas the TLSE becomes very sensitive to unseen frequencies. Note that in the TLSE case, another choice of threshold could make the performance better on the GS (as good as the MMSE reconstruction), at the price of decreasing the performance in the field.

### 8.C.3. Equivalent Layers

Another classical approach in MCAO is to reconstruct the turbulent volume only at the DMs altitudes. No projection onto the DMs is then required and  $\mathbf{P}_{\text{opt}} = \mathbf{Id}$ . Following our



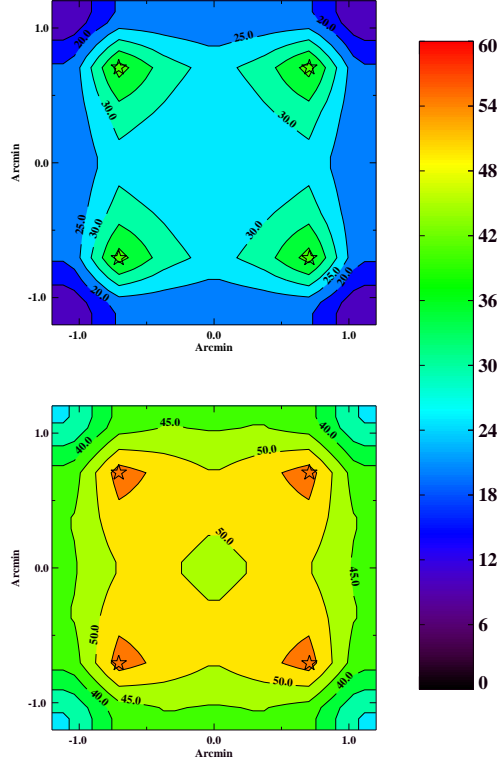


Fig. 19. SR maps for an MCAO working with 3DMs at  $[0, 3.5, 9.3]$ km. Comparison between MMSE (top) and TLSE (bottom) reconstructors. SR[min, max, mean, standard deviation] =  $[10\%, 42\%, 25\%, 6\%]$  for the TLSE and  $[30\%, 57\%, 47\%, 6\%]$  for MMSE

approach, this is nothing else than a model error on the number of layers as described in Sect. 6.B. In Sect. 6.B we focused on the effect of this error at the center of the field, we now want to evaluate the impact of this approach for the performance in the whole field. We choose to simulate a system working with 3DMs as described in Sect.8.C.2. In Fig. 20 we compare the respective performance obtained for the TLSE (top) and the MMSE (bottom) reconstructors.

Similarly to the results of Sect. 8.C.2, we first find that the MMSE approach provides a performance  $\sim 1.2$  times better than the TLSE one. Another interesting exercise is to compare the results of Fig.20 with those of Fig.19. Doing so, we first find that the mean SR are very close for both approaches: a reconstruction performed directly on the DMs only gives a 5% less performance in SR. This is indeed consistent with the results obtained in

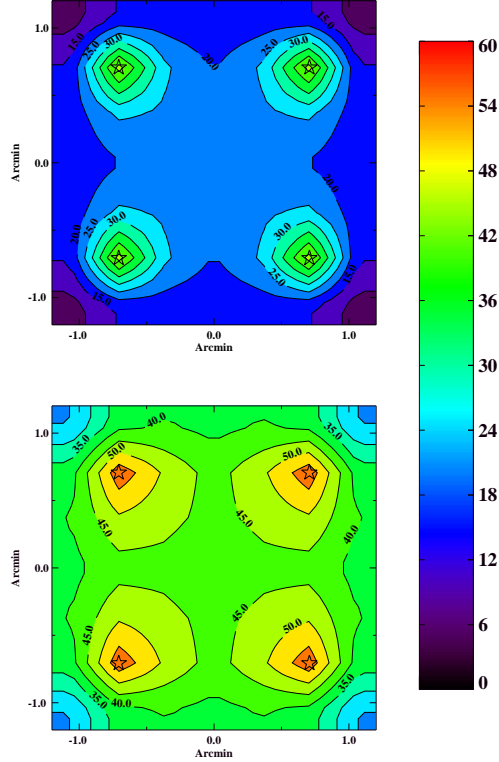


Fig. 20. SR MMSE in the equivalent layers approach: turbulent volume is reconstructed only at DMs altitudes. **Top** TLSE reconstructor SR[min, max, mean, standard deviation] = [7%, 47%, 21%, 7%] **Bottom:** MMSE reconstructor. SR[min, max, mean, standard deviation] = [24%, 58%, 42%, 6%]

Fig. 11 for the center of the field. Note that this errors strongly depends on the turbulent profile, and different turbulent conditions would give different results. In any cases, the main difference between Fig.20 and Fig.19 is that the correction is no more uniform over the field when one uses a reconstruction directly onto the DMs. Indeed, the optimization of the performance for specific directions comes from the projection term  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$ . To enable an optimization of the performance in the field, one must then reconstruct the turbulent volume on more layers than DMs. The other main draw-back of a reconstruction directly on the DMs is that the corresponding model error is very sensitive for large FoV systems (see Sect. 6.B). For instance, the same study for the 8GS configuration only gives a mean SR of 15% for the MMSE reconstructor. The main advantage of the EL approach is that the tomography is much more simplified compared to the full MCAO presented in Sect. 8.C.2.

## 9. Conclusion

We have first presented a matrix formalism for the Fourier modeling of any WFAO systems. Our Fourier tool includes all the specifics of the WFAO systems such as tomography, number/positions of DMs, model/statistical errors. The Fourier approach is interesting because it allows a fast and easy exploration of the broad parameter space, as well as a detailed comprehension of the underlying physical phenomena. For ELTs studies, it offers a fine and accurate modeling tool, able to provide the end-product PSFs.

Based on this Fourier tool, we have explored three main issues of any WFAO systems, respectively: unseen frequencies, model/statistical errors and projection errors. We first illustrated how the GS geometry set the amount of unseen frequencies. The repartition of unseen frequencies is essential to understand the additional errors: they represent the roots where additional errors are growing.

Our exploration of model/statistical errors draw several limitations shared by all WFAO systems. First, we retrieve that the MMSE approach is always more accurate and robust than the best TLSE one. Then, that the tomographic reconstruction is robust to statistical errors, but is very sensitive to model errors. For medium FoV systems, a good knowledge of any statistical/atmospheric priors is not essential. However, for large FoV systems the sensitivity to turbulent distribution errors becomes significant. This implies that large FoV concepts would require a large number of GS to limit unseen frequencies, or a good monitoring of turbulent conditions.

We also derive few rules for a robust control when system and atmospheric conditions are not perfectly known. In such cases, it is advice to (i) overestimate noise variance, (ii) underestimate turbulence strength, (iii) tends to a constant turbulent profile strength, (iv) use more layers in the reconstruction. Finally, we give a first insight into typical performance of the future WFAO systems for ELTs, and we show that regularized tomographic algorithms are essential to provide a significant gain in performance for these future systems.

## References

- [1] M. Tallon and R. Foy “Adaptive telescope with laser probe - Isoplanatism and cone effect,” *A&A* **235**, 549–557 (1990)
- [2] D. C. Johnston and B. M. Welsh “Analysis of multiconjugate adaptive optics,” *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 394–408 (1994)
- [3] B. L. Ellerbroek “First-order performance evaluation of adaptive-optics systems for atmospheric-turbulence compensation in extended-field-of-view astronomical telescopes,” *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 783–805 (1994)
- [4] T. Fusco, J.-M. Conan, G. Rousset, L. M. Mugnier and V. Michau “Optimal wave-front reconstruction strategies for multiconjugate adaptive optics,” *J. Opt. Soc. Am. A* **18**,

- 2527–2538 (2001)
- [5] A. Tokovinin, M. Le Louarn, E. Viard, N. Hubin and R. Conan “Optimized modal tomography in adaptive optics,” *A&A* **378**, 710–721 (2001)
  - [6] T. Fusco, J.-M. Conan, V. Michau, G. Rousset and L. Mugnier “Isoplanatic angle and optimal guide star separation for multiconjugate adaptive optics,” *Proc. SPIE* **4007**, 1044 (2000)
  - [7] B. Neichel, T. Fusco, J.-M. Conan, C. Petit and G. Rousset “PSD based simulation algorithm for Wide FoV AO design. Application to ELT studies,” *Proc. SPIE* **7015**, in press (2008).
  - [8] J.-M. Conan, B. Le Roux, D. Bello, T. Fusco and G. Rousset “Optimal Reconstruction in Multiconjugate Adaptive Optics,” in *Beyond Conventional Adaptive Optics : a Conference Devoted to the Development of Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, pp. 209 (2002)
  - [9] A. Tokovinin and E. Viard “Limiting precision of tomographic phase estimation,” *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, 873–882 (2001)
  - [10] M. Le Louarn and M. Tallon “Analysis of modes and behavior of a multiconjugate adaptive optics system,” *J. Opt. Soc. Am. A* **19**, 912–925 (2002)
  - [11] T. Fusco, J.-M. Conan, V. Michau, L. Mugnier and G. Rousset “Efficient phase estimation for large-field-of-view adaptive optics,” *Opt. Lett.* **24**, 1472–1474 (1999)
  - [12] F. Rigaut, B. Ellerbroek and R. Flicker “Principles, limitations, and performance of multiconjugate adaptive optics,” *Proc. SPIE* **4007**, 1022 (2000)
  - [13] A. Tokovinin, M. Le Louarn and M. Sarazin “Isoplanatism in a multiconjugate adaptive optics system,” *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, 1819–1827 (2000)
  - [14] F. Rigaut, J.-P. Veran and O. Lai “Analytical model for Shack-Hartmann-based adaptive optics systems” *Proc. SPIE* **3353**, 1038 (1998)
  - [15] L. Jolissaint, J.-P. Veran and R. Conan “Analytical modeling of adaptive optics: foundations of the phase spatial power spectrum approach,” *J. Opt. Soc. Am. A* **23**, 382–394 (2006)
  - [16] T. Fusco, J.-M. Conan, V. Michau and G. Rousset “Noise propagation for multiconjugate adaptive optics system,” *Proc. SPIE* **4538**, 144 (2002)
  - [17] D. T. Gavel “Tomography for multiconjugate adaptive optics systems using laser guide stars,” *Proc. SPIE* **5490**, 1356 (2004)
  - [18] B. L. Ellerbroek “Wavefront reconstruction algorithms and simulation results for multiconjugate adaptive optics on giant telescopes,” *Proc. SPIE* **5382**, 478 (2004)
  - [19] B. L. Ellerbroek “Linear systems modeling of adaptive optics in the spatial-frequency domain,” *J. Opt. Soc. Am. A* **22**, 310–322 (2005)
  - [20] V erinaud, C. “On the nature of the measurements provided by a pyramid wave-front

- sensor,” *Opt. Commun.* **233**, 27–38 (2004)
- [21] A. Tarantola and B. Valette “Generalized Nonlinear Inverse Problems Solved Using the Least Squares Criterion,” *Reviews of Geophysics and Space Physics*, **20**, 219–232 (1982)
- [22] R. Ragazzoni “Multiple field of view layer oriented,” in *Beyond Conventional Adaptive Optics, volume 58 of ESO Conference and workshop*, pp. 75 (2001)
- [23] C. Petit et al., ONERA, BP72, Chatillon FR-92322, are preparing a manuscript to be called “LQG control for AO and MCAO: experimental and numerical analysis”
- [24] F. Hammer, F. Sayede, E. Gendron, T. Fusco, D. Burgarella, V. Cayatte, J.-M. Conan, F. Courbin, H. Flores, I. Guinouard, L. Jocou, A. Lançon, G. Monnet, M. Mouchine, F. Rigaud, D. Rouan, G. Rousset, V. Buat and F. Zamkotsian “The FALCON Concept: Multi-Object Spectroscopy Combined with MCAO in Near-IR,” in *Scientific Drivers for ESO Future VLT/VLTI Instrumentation: Proceedings of the ESO Workshop Held in Garching, Germany*, pp.139 (2002)
- [25] F. Assémat, E. Gendron and F. Hammer “The FALCON concept: multi-object adaptive optics and atmospheric tomography for integral field spectroscopy - principles and performance on an 8-m telescope,” *MNRAS*, **376**, 287–312 (2007)
- [26] F. Rigaut, “Ground Conjugate Wide Field Adaptive Optics for the ELTs,” in *Beyond Conventional Adaptive Optics : a Conference Devoted to the Development of Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, pp. 11 (2002)

### Compléments sur l'article JOSA-A : nombre de couches à introduire dans la modélisation du profil

L'énergie dispersée par les fréquences non vues augmente avec le nombre de couches introduites dans la simulation. C'est ce que l'on voit par exemple lorsque l'on passe du profil 2 couches au profil 10 couches dans la Fig.6 de l'article. La question du nombre de couches à utiliser dans le profil initial pour obtenir une représentation correcte de l'énergie dispersée par les fréquences non-vues se pose alors. Idéalement, un nombre infini de couches devrait être utilisé pour modéliser l'atmosphère. Ceci n'est malheureusement pas possible pour des raisons évidentes de coût de calcul et place mémoire. Il faut donc essayer de déterminer quel nombre minimum de couches permet une bonne représentation des conditions "vraies" de turbulence. Sur la Fig. 7.6 on montre la variance résiduelle liée aux fréquences non-vues (erreur tomographique seule) en fonction du nombre de couches introduites dans le profil vrai dans le cas de la configuration "4GS" définie au §4 de l'article JOSA-A. Cette figure nous montre qu'au-delà d'un certain nombre de couches, la variance sature. Ceci signifie que le modèle est réaliste. On peut interpréter cette saturation comme le fait que plus le nombre de couches est important, plus l'énergie relative par couche diminue. En augmentant le nombre de couches, on augmente le nombre de fréquences touchées par les fréquences non vues, mais on diminue l'énergie associée. Le profil à 10 couches utilisé dans notre étude fournit une représentation correcte des conditions de turbulence.

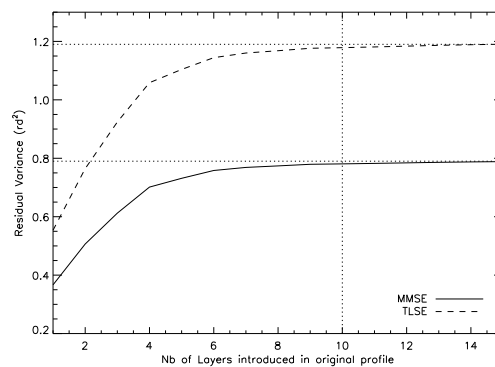


FIG. 7.6 – Impact du nombre de couches utilisées dans la modélisation du profil original sur la variance résiduelle totale.

### 7.6.3 Erreur de fitting

L'erreur de fitting est exactement la même que celle introduite en OA classique (Cf. §6.6.3). Comme on combine les mesures de plusieurs ASOs et les corrections par plusieurs DMs, leurs fréquences de coupures respectives peuvent être différentes. On illustre ce comportement en Fig. 7.7 où l'on montre la DSP résiduelle dans le cas où les analyseurs n'auraient pas la même fréquence de coupure. On utilise un domaine de fréquences corrigées circulaire, la constellation "4GS" et le profil à deux couches définis dans l'article JOSA-A. Deux des quatre étoiles sont analysées avec des ASOs pour lesquels le pas des sous-pupilles est de 0.4m (les deux étoiles entourées dans la Fig. 7.7), les deux autres étoiles sont analysées par des ASOs dont le pas des sous-pupilles est de 0.55m. Ainsi, pour l'ensemble des fréquences telles que  $f \in [0 - 0.9]m^{-1}$ , les quatre étoiles sont utilisées pour la mesure : le pattern des fréquences non-vues suit une géométrie carrée. Pour l'ensemble de fréquences telles que  $f \in [0.9 - 1.25]m^{-1}$ , seulement deux étoiles sont utilisées pour la mesure, on retrouve la forme caractéristique des fréquences non-vues en bandes verticales.

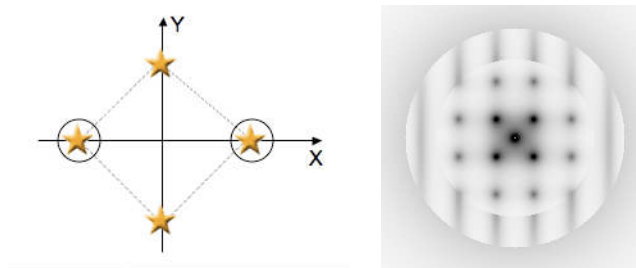


FIG. 7.7 – Multipitch d'analyse. A gauche : Constellation "4 GS". Les étoiles encadrées sont analysées par des sous-pupilles de taille  $d=0.4m$  ( $f_c = 1.25m^{-1}$ ), les deux autres étoiles sont analysées par des sous-pupilles de taille  $d=0.55m$  ( $f_c = 0.9m^{-1}$ ). A droite : DSP correspondante.

L'erreur de fitting sera donc définie pour toutes les fréquences au-delà de la fréquence de coupure maximale de l'ensemble du système. Cette fréquence de coupure  $f_c$  étant définie par :

$$f_c = \max(\{f_c^{ASOs}\}, \{f_c^{DMs}\}) \quad (7.23)$$

Au delà de  $f = f_c$ , la DSP résiduelle est la DSP turbulente.

### 7.6.4 Aliasing généralisé

L'aliasing généralisé est, comme son nom l'indique, la généralisation de l'aliasing classique à l'analyse tomographique (Quiros-Pacheco, 2007). Chaque analyseur voit des hautes

fréquences repliées du signal d'entrée. Comme l'ensemble des analyseurs est utilisé pour la reconstruction tomographique, ce bruit se propage dans l'ensemble du volume reconstruit. Le terme d'aliasing généralisé s'écrit comme :

$$(\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}}\mathbf{W})\mathbf{C}_b^{\text{alias}}(\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}}\mathbf{W})^T \quad (7.24)$$

Avec  $\mathbf{W}$  le reconstituteur tomographique et où  $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$  est définie en Annexe B. Dans le cas MMSE, le reconstituteur tomographique défini par l'Eq. 7.13 utilise un *a priori* sur le bruit tel que  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}} = \mathbf{C}_b^{\text{alias}}$ .

On illustre en Fig. 7.8 la propagation de l'erreur d'aliasing pour la configuration "2GS" décrite dans le JOSA-A. On considère un reconstituteur LSE et un reconstituteur MMSE qui inclut le terme de bruit d'aliasing. On montre alors que l'aliasing suit toujours une loi en  $f^0$  telle qu'introduite en 6.6.6, mais que la propagation subit désormais les amplifications de bruit dues aux fréquences non-vues. Ces amplifications proviennent du reconstituteur  $\mathbf{W}$  qui est insensible à certaines fréquences. Dans le cas LSE, les fréquences non-vues conduisent à une sur-amplification du bruit. Dans un cas régularisé, ces amplifications sont atténuées et la propagation suit relativement bien la tendance en  $f^0$ . Théoriquement, pour une fréquence exactement non-vue, on devrait trouver que la DSP résiduelle LSE est infinie, alors que le cas MMSE doit donner zéro pour la propagation de cette erreur car le reconstituteur devient nul. L'échantillonnage des fréquences utilisé dans l'exemple de la Fig. 7.8 n'est pas suffisamment fin pour observer ces cas limites.

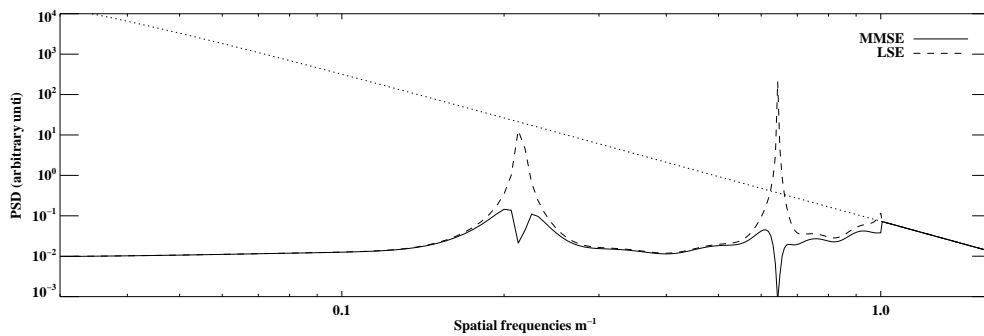


FIG. 7.8 – Coupe de la DSP résiduelle d'aliasing dans un cas MMSE et un cas LSE.  $r_0 = 0.11\text{m}$  à  $0.5\mu\text{m}$ . La fréquence de coupure est de  $1\text{m}^{-1}$ .

En résumé, l'erreur d'aliasing généralisée sera plus importante en tomographie qu'en OA classique à cause des fréquences non-vues, mais l'utilisation d'un *a priori* adéquat dans un reconstituteur régularisé sur la statistique du bruit d'aliasing permet de "déplier" le signal et réduire significativement l'impact de ce terme. On notera que ce concept est original.



### 7.6.5 Erreur temporelle généralisée

Enfin, la figure 7.9 illustre l’effet de l’erreur temporelle généralisée dans la configuration 2 couches “2GS” du JOSA-A. On choisit un exemple simple où uniquement la couche en altitude est emportée par le vent à la vitesse de 20km/s selon la direction  $x$ . On introduit l’erreur temporelle en modifiant le projecteur  $\mathbf{P}_\theta^L$  pour y inclure les retards de la boucle, exactement de la même manière qu’en OA classique (Cf. § 6.6.8). Sur la Fig. 7.9, le retard est compris entre 33ms et 1ms. On retrouve un effet proche de l’anisoplanétisme classique, sur lequel se superposent les amplifications dues aux fréquences non-vues. Logiquement, plus le temps de retard tend vers zéro, plus l’erreur temporelle devient négligeable.

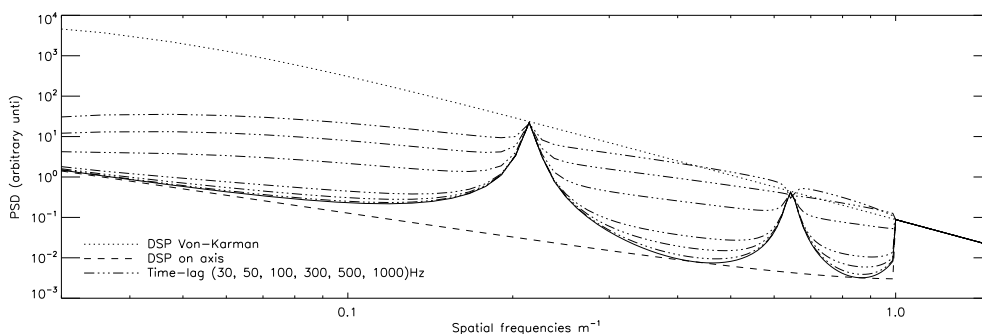


FIG. 7.9 – Coupe de la DSP résiduelle d’erreur temporelle pour différents retards (de 1/30s à 1/1000 s).

On peut imaginer inclure l’information du profil de vent dans le reconstructeur. Dans ce cas, une fois le volume de turbulence reconstruit, il suffit de décaler chaque couche selon le modèle de vent (Poyneer et Véran, 2008). Ceci implique toutefois une bonne connaissance à la fois du module et de la direction du vent dans chaque couche, ce qui n’est pas forcément le cas en pratique. Une erreur sur le modèle de profil de vent peut aboutir à une erreur importante. Par exemple, si la direction du vent utilisée dans le modèle est inversée par rapport à la vraie direction, la correction sera en opposition de phase par rapport au signal.

## 7.7 Comparaison Fourier/E2E et zones non-vues

Les résultats que je présente dans cette partie sont tirés du papier “PSD based simulation algorithm for Wide FoV AO design. Application to ELT studies” présenté au SPIE de Marseille en Juin 2008. L’intégralité du papier est donnée en Annexe C.

La principale limitation de l’outil Fourier lorsque l’on s’intéresse à une modélisation des OA tomographiques est l’hypothèse de diamètre infini. La conséquence de cette hypothèse

est que le recouvrement des pupilles dans les couches en altitude est toujours réalisé pour les simulations Fourier. Or, dans le cas de télescopes de petits diamètres, ou dans le cas où les étoiles d'analyses sont très séparées, cette hypothèse ne sera plus vérifiée. On s'intéresse donc ici à quantifier l'erreur supplémentaire qui apparaît lorsque ce recouvrement n'est pas parfait. Pour ce faire, on procède à une comparaison des performances Fourier avec un outil de simulation E2E qui prend en compte cette erreur. Les différences de performances obtenues entre l'outil Fourier et l'outil E2E nous renseignent alors sur l'impact de ce terme d'erreur. La comparaison avec l'outil E2E nous permettra ainsi de déterminer le domaine de validité de l'approche Fourier.

Comme l'outil de simulation E2E nécessite de gros calculs, on commence par considérer un cas simple où le diamètre du télescope est restreint à 4m et 8m. On se limite de plus à une atmosphère décrite uniquement par deux couches situées à 0 et 10km. La répartition de la turbulence entre ces deux couches est de 60/40. Pour l'analyse de ce profil de turbulence, on choisit une constellation de 9 étoiles réparties sur un cercle et dont le diamètre augmente progressivement.

Sur la Fig. 7.10 on montre l'évolution du SR au centre du champ en fonction de la séparation entre les étoiles guides, pour le cas 4m à gauche et pour le 8m à droite. Les recouvrements de pupilles dans la couche en altitude sont aussi représentés.

Le premier point que l'on peut noter à partir de la Fig. 7.10 est que la concordance entre les deux codes de simulations est très bonne pour une séparation plus petite que 1arcmin pour le 4m, respectivement 2arcmin pour le 8m. Ces conditions de séparation entre étoiles correspondent à un cas de bon recouvrement : il n'y a pas de zones de turbulence non-vues dans la couche en altitude. On peut donc déjà conclure que lorsque les conditions de recouvrement sont bonnes, l'erreur d'anisoplanétisme généralisé est négligeable et l'approche Fourier est totalement valide. Pour tenter de quantifier le domaine de validité de l'outil Fourier, on introduit la notion de découvrément  $n$  défini pour une altitude  $h$  et un télescope de diamètre  $D$  par  $n = \frac{\alpha h}{D}$ , où  $\alpha$  est la séparation maximale entre les étoiles guides. D'après notre exemple, l'erreur d'anisoplanétisme généralisée est négligeable au centre du champ tant que le découvrément  $n < 72.5\%$ . Ainsi, si l'on extrapole ces résultats pour un télescope de 42m, on trouve que l'anisoplanétisme généralisé serait négligeable pour des constellations aussi grandes que 10arcmin de diamètre pour une altitude maximale de la turbulence localisée à 10km. Si l'altitude maximale de la turbulence est plutôt située aux alentours de 16km, la taille constellation maximale devient de l'ordre de 6.5arcmin. Il faut toutefois noter que dans cet exemple simple, la couche en altitude concentre une grande fraction de l'énergie turbulente totale (40%). Dans le cas de profils de turbulence plus réalistes, la fraction d'énergie associée aux couches les plus en altitude est généralement faible. On peut donc supposer que la condition  $n < 72.5\%$  est pessimiste. On revient sur ce point avec l'introduction d'un profil plus riche dans la Fig. 7.13. On retiendra pour l'instant que la limite du domaine de validité de l'outil Fourier se situera dans une gamme

de champ entre 6 et 8 arcmin pour une analyse sur étoile naturelle. Ce domaine sera bien entendu plus petit dans le cas d'une analyse sur étoile laser.

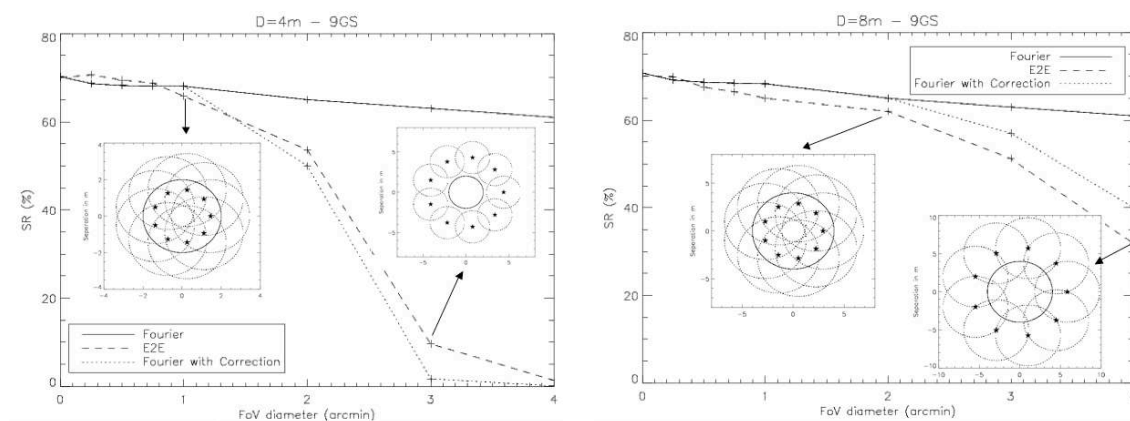


FIG. 7.10 – Comparaison Fourier/E2E dans le cas d'un recouvrement partiel des pupilles. A gauche : Télescope de 4m. Les imageries montrent le recouvrement des pupilles dans la couche en altitude pour une séparation  $\alpha$  de 1arcmin (respectivement 3arcmin). Le cercle en trait plein symbolise la pupille du télescope au centre du champ. A droite : Télescope de 8m. Les imageries montrent le recouvrement des pupilles dans la couche en altitude pour une séparation  $\alpha$  de 2arcmin (respectivement 4arcmin). Le cercle en trait plein symbolise la pupille du télescope au centre du champ.

Toujours à partir de la Fig. 7.10, on observe qu'au-delà des zones de bon recouvrement, i.e. lorsque  $n > 72.5\%$ , la performance tirée de l'outil E2E décroît beaucoup plus rapidement que celle tirée de l'outil Fourier. Cet effet est plus important pour le télescope de 4m que pour le 8m. Cette décroissance doit être principalement due à l'effet des zones de turbulence non-vues et l'erreur d'anisoplanétisme généralisé. Pour le vérifier, on tente d'introduire un terme correctif dans les simulations Fourier qui rendrait compte de l'effet des zones de turbulence non-vues. En première approximation, on considère que toutes les zones en altitude où la turbulence est vue sont parfaitement corrigées et que toutes les zones non-vues ne sont pas du tout corrigées. La Fig. 7.11 montre un exemple du recouvrement de pupille dans la couche en altitude et la turbulence non-vue associée.

Il faut noter que cette méthode est à la fois optimiste, car on suppose que la correction est parfaite dès lors qu'au moins une pupille recouvre la turbulence et pessimiste car on suppose qu'aucune correction n'est appliquée en dehors des zones-vues, i.e., il n'y a pas d'extrapolation.

Si on prend en compte ce terme correctif dans les simulations Fourier, on trouve que la performance alors obtenue suit la même tendance que la performance E2E (Cf. courbe en tiret sur la Fig.7.10). On peut donc conclure que la décroissance observée lorsque le diamètre de la constellation augmente au delà des zones de bon recouvrement est princi-

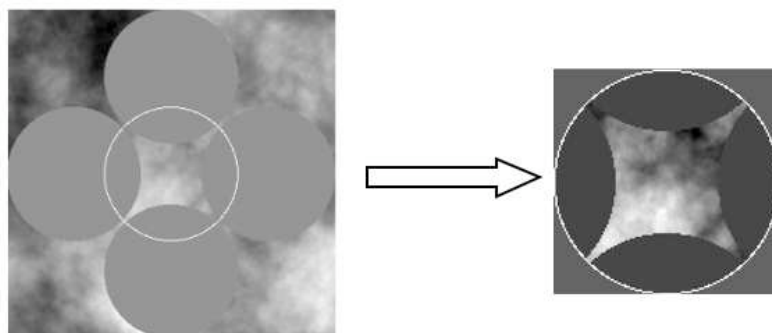


FIG. 7.11 – Recouvrement partiel des pupilles dans la couche en altitude pour une constellation à 4 étoiles. A gauche : Turbulence non-vue dans la couche à 10km. Le cercle blanc symbolise l’empreinte de la pupille au centre du champ. A droite : Illustration de la turbulence non-vue au centre du champ. On ajoute cet écran turbulent aux simulations Fourier.

galement due aux zones de turbulence non-vues.

Pour continuer avec les comparaisons E2E-Fourier, on montre sur la Fig. 7.12 les PSFs obtenues dans le cas de bon recouvrement. Le lecteur attentif aura remarqué que la constellation utilisée ici est uniquement composée de 4 étoiles. On choisit cette constellation et non celle de 9 étoiles pour faire ressortir les amplifications de bruits dues aux fréquences non-vues. La Fig. 7.12 montre qu’il y a un très bon accord sur l’allure des PSFs, ce qui confirme les résultats de la Fig. 7.10.

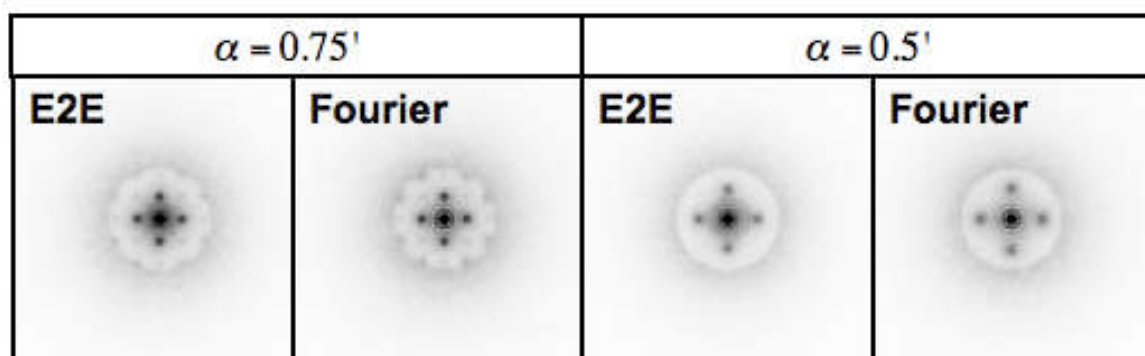


FIG. 7.12 – Comparaison des PSFs obtenues avec les codes Fourier et E2E dans des cas de bons recouvrements. Le télescope est un 8m avec un constellation à 4 étoiles.  $\alpha$  représente le diamètre de la constellation.

La Fig. 7.13 montre les performances obtenues dans le cas d’un profil de turbulence à 10 couches corrigé par 3DMs aux altitudes de 0km, 3.5km et 9km. Le profil 10 couches a été compressé en altitude par un facteur 1.5 par rapport au profil introduit en Table

5.1 afin de réduire le temps de calcul du code E2E. La couche la plus élevée se situe donc à une altitude de 11km environ. Le télescope est un 8m et deux constellations d'étoiles sont considérées : 4 étoiles en cercle et les 9 étoiles de l'exemple précédent. Avec cet exemple plus réaliste que le profil à deux couches on retrouve aussi un très bon accord entre les deux codes de simulations, que ce soit en terme de performances ou d'allure de PSFs. Pour la séparation maximale de 2arcmin, le découvrement  $n$  vaut environ 80% . A cette séparation il apparaît que l'accord entre les deux codes est encore raisonnablement acceptable, ce qui confirme que la condition  $n < 72.5\%$  est une valeur pessimiste. Un autre point intéressant qui ressort de la Fig. 7.13, est que la concordance des performances est bonne que ce soit dans le cas à 9 étoiles ou dans le cas à 4 étoiles. Ce résultat montre que le principal contributeur à l'erreur d'anisoplanétisme généralisé est dû aux zones-non vues de la turbulence, et non pas aux recouvrements partiels des pupilles.

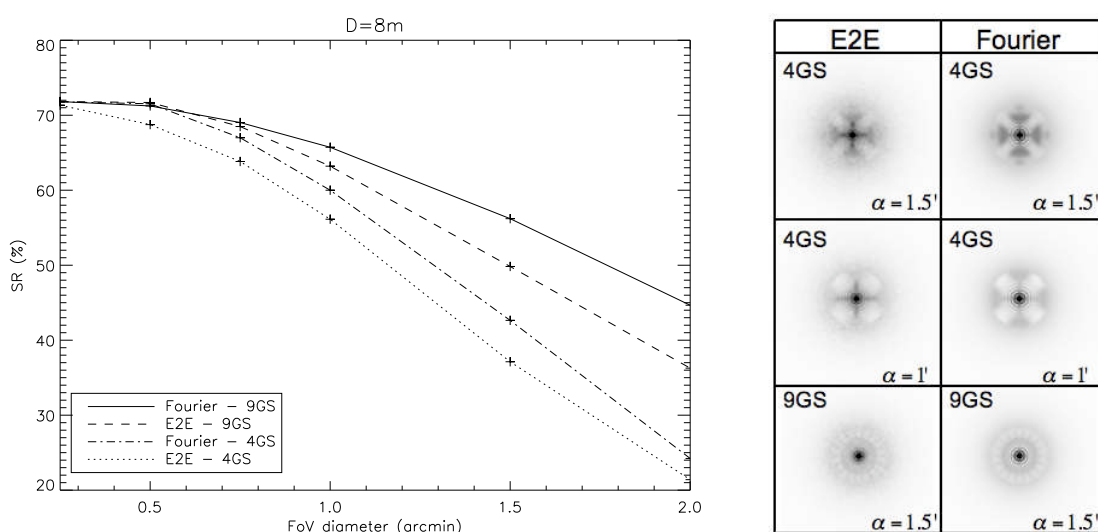


FIG. 7.13 – A gauche : Comparaison Fourier E2E pour un profil à 10 couches corrigé par 3 DMs. Le diamètre du télescope est de 8m. Deux constellations sont étudiées : 4 et 9 étoiles en cercle. A droite : Comparaison des PSFs.

Pour conclure définitivement sur l'impact de l'effet de l'anisoplanétisme généralisée, nous avons entamé une étude systématique de comparaison des outils E2E et Fourier. Les résultats de la Fig. 7.13 constituent le premier cas de cette étude. Idéalement, il faudrait pouvoir comparer les performances des deux outils dans les conditions types des ELTs. Malheureusement, nous ne sommes pas encore en mesure de simuler l'intégralité d'un télescope de 42m avec l'outil E2E, notamment à cause de la taille mémoire nécessaire pour stocker les matrices de reconstruction. De plus, l'outil E2E est relativement sensible aux problèmes d'erreurs numériques, en particulier lorsqu'il faut inverser des matrices de grandes tailles. Une concordance parfaite des performances entre les deux codes est donc très difficile à obtenir et certains paramètres tels que le niveau de bruit doivent encore être ajustés plus précisément. Toutefois, ces premiers résultats nous rendent très confiant

vis-à-vis de la validité de l'outil de Fourier et de sa pertinence pour le dimensionnement des systèmes d'OA tomographiques. Il faudra quand même garder en mémoire que lorsque l'on s'intéressera aux performances sur le bord du champ où le recouvrement des pupilles devient moins dense, l'outil Fourier sera certainement optimiste.

## 7.8 Etoiles Lasers

Intéressons-nous enfin à la modélisation Fourier de l'étoile laser dans le cas tomographique.

### 7.8.1 Effet de cône et tomographie

Dans le cas de l'OA classique, la modélisation de l'effet de cône par un filtre sur la DSP n'est pas réalisable à cause de la non stationnarité de la phase résiduelle. Dans le cas de l'OA tomographique, la situation est différente car l'information de plusieurs étoiles est utilisée pour l'estimation du volume. La phase résiduelle n'est plus donnée par la simple différence d'une onde plane et d'une onde sphérique, mais du résultat de l'estimation du volume turbulent par plusieurs ondes sphériques et de l'onde plane. La phase résiduelle retrouve donc un certain caractère stationnaire.

Dans la tomographie, on peut renseigner le modèle sur la nature de l'onde mesurée. On peut donc inclure dans le reconstruteur la géométrie sphérique spécifique de l'analyse sur étoile laser. Cependant, il persiste la difficulté de la combinaison des ondes planes avec des ondes sphériques pour une modélisation en Fourier. Dans ce paragraphe, je m'attache à décrire la nature du problème et je donne quelques pistes pour surmonter ces difficultés.

On commence par écrire l'équation de mesure. Dans l'espace direct, pour une mesure faite dans la direction  $\alpha_i$ , on trouve que (avec  $M=1$  pour simplifier les équations) :

$$s_{\alpha_i}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N_L} \varphi_n(h_n, \mathbf{r} \frac{z-h}{z} - \boldsymbol{\alpha}_i h_n) + b \quad (7.25)$$

Ce qui devient dans l'espace de Fourier :

$$\tilde{s}_{\alpha_i}(\mathbf{f}) = \sum_{n=1}^{N_L} \left( \frac{z}{z-h_n} \right)^2 \tilde{\varphi}_n(h_n, \mathbf{f} \frac{z}{z-h_n}) e^{2j\pi \mathbf{f} \boldsymbol{\alpha}_i \frac{h_n z}{z-h_n}} + b \quad (7.26)$$

A partir de cette équation, on cherche à écrire un reconstruteur optimal (type MMSE) en suivant la même procédure que décrite au §7.4.3. La solution la plus optimale serait celle qui à partir de la mesure sphérique, tente de corriger au mieux l'onde plane. On parle de reconstruteur onde plane/onde sphérique. Ceci s'écrit sous la forme :

$$\sigma_{res}^2 = \left\langle \left\| \tilde{\varphi}_{\text{turb}}(h_n, \mathbf{f}) - \mathbf{W}_{\text{tomo}} \left( \mathbf{M}(\mathbf{f}) \mathbf{P}_{\alpha}^L \tilde{\varphi}_{\text{turb}} \left( h_n, \mathbf{f} \frac{z}{z-h_n} \right) + \mathbf{b}^{\text{noise}} \right) \right\|^2 \right\rangle \quad (7.27)$$

Le développement de l'Eq. 7.27 conduit à l'estimation de termes de la forme :  $\langle \varphi(\mathbf{f})\varphi(\mathbf{f}\frac{z}{z-h_n}) \rangle$ . Or, comme toutes les fréquences sont indépendantes, ces termes sont nuls. Dans une base de Fourier on n'est donc pas en mesure d'évaluer un reconstruteur qui combine onde plane et onde sphérique.

La solution consiste alors à écrire un reconstruteur onde sphérique/onde sphérique qui corrige uniquement l'onde sphérique. Dans ce cas, le reconstruteur se déduit de la minimisation du critère suivant :

$$\sigma_{res}^2 = \left\langle \left\| \tilde{\varphi}_{\text{turb}}(h_n, \mathbf{f}\frac{z}{z-h_n}) - \mathbf{W}_{\text{tomo}}(\mathbf{M}(\mathbf{f})\mathbf{P}_{\alpha}^{\mathbf{L}}\tilde{\varphi}_{\text{turb}}(h_n, \mathbf{f}\frac{z}{z-h_n}) + \mathbf{b}^{\text{noise}}) \right\|^2 \right\rangle \quad (7.28)$$

Ce qui conduit à la forme classique :

$$\mathbf{W}_{\text{tomo}}^{\text{sph}} = \mathbf{C}_{\varphi_n}^{\text{sph}}(\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\mathbf{L}})^{\mathbf{T}} \left( \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\mathbf{L}}\mathbf{C}_{\varphi_n}^{\text{sph}}(\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\mathbf{L}})^{\mathbf{T}} + \mathbf{C}_{\mathbf{b}}^{\text{noise}} \right)^{-1} \quad (7.29)$$

où  $\mathbf{M}$  est inchangé,  $\mathbf{P}_{\alpha}^{\mathbf{L}}$  est donné par :

$$\mathbf{P}_{\alpha}^{\mathbf{L}} = \begin{pmatrix} \left(\frac{z}{z-h_1}\right)^2 e^{2j\pi h_1 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_1} & \left(\frac{z}{z-h_2}\right)^2 e^{2j\pi h_2 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_1} & \dots & \left(\frac{z}{z-h_{N_L}}\right)^2 e^{2j\pi h_{N_L} \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_1} \\ \left(\frac{z}{z-h_1}\right)^2 e^{2j\pi h_1 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_2} & \left(\frac{z}{z-h_2}\right)^2 e^{2j\pi h_2 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_2} & \dots & \left(\frac{z}{z-h_{N_L}}\right)^2 e^{2j\pi h_{N_L} \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\frac{z}{z-h_1}\right)^2 e^{2j\pi h_1 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_k} & \left(\frac{z}{z-h_2}\right)^2 e^{2j\pi h_2 \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_k} & \dots & \left(\frac{z}{z-h_{N_L}}\right)^2 e^{2j\pi h_{N_L} \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\alpha}_k} \end{pmatrix} \quad (7.30)$$

et  $\mathbf{C}_{\varphi_n}^{\text{sph}}$  est donné par :

$$\mathbf{C}_{\varphi_n}^{\text{sph}} = 0.023\lambda_n \left(\frac{1}{r_0}\right)^{5/3} \left[ \left(f\frac{z}{z-h_n}\right)^2 + \frac{1}{L_0} \right]^{-11/6} \quad (7.31)$$

Le reconstruteur  $\mathbf{W}_{\text{tomo}}^{\text{sph}}$  permet donc de reconstruire l'onde sphérique pour chaque couche en connaissance de la géométrie du problème. Une autre façon de le voir est de dire que l'on utilise dans le jeu de fréquences mesurées celles qui correspondent aux fréquences compressées à l'altitude  $h$ . Par exemple, pour reconstruire une fréquence  $f$  à l'altitude  $h$ , il faut utiliser la fréquence  $f' = f\frac{z-h}{z}$  dans les mesures.

La difficulté consiste maintenant à écrire l'erreur résiduelle et donc la DSP. En effet, l'erreur résiduelle fait intervenir la différence entre l'onde plane et l'onde sphérique, ce qui conduit à une expression qui n'a pas de solution analytique : on ne peut pas l'exprimer sous forme matricielle. La principale difficulté provient du mélange de fréquences entre la phase incidente et la phase reconstruite. L'équation complète est donnée dans l'Annexe A de Gavel (2004). Ce dernier propose alors de faire l'hypothèse  $z \gg h$ , afin de simplifier les équations et d'obtenir une expression de la DSP résiduelle.

Une autre méthode que l'on pourrait imaginer serait de réutiliser l'approche des zones non-vues présentée au § 7.7. Pour illustrer cette méthode, considérons un cas simple où

l'on n'aurait qu'une étoile laser sur axe. L'application du reconstitueur sphérique nous fournirait alors une estimation de la phase dans le volume qui suivrait la géométrie conique (Cf. Fig. 7.14). On ne commet donc pas d'erreur due à l'effet de cône, mais uniquement une erreur due aux zones non-vues de la turbulence sur les bords de ce cône. Il suffit alors d'ajouter ces zones de turbulence non-vues de manière similaire à ce que l'on a présenté dans la Fig. 7.11 pour tenir compte de cette erreur.

Pour valider cette approche, il faudrait idéalement procéder à une comparaison détaillée de cette solution avec des simulations E2E qui rendent compte précisément de l'effet de cône dans la reconstruction tomographique. A partir de cette comparaison, on pourra conclure si notre méthode approchée est représentative de l'erreur attendue. Il faudrait aussi faire de même avec la méthode proposée par Gavel (2004). Nous n'avons malheureusement pas encore eu le temps de tester la méthode, mais l'ensemble des outils nécessaires pour procéder à une telle comparaison est disponible.

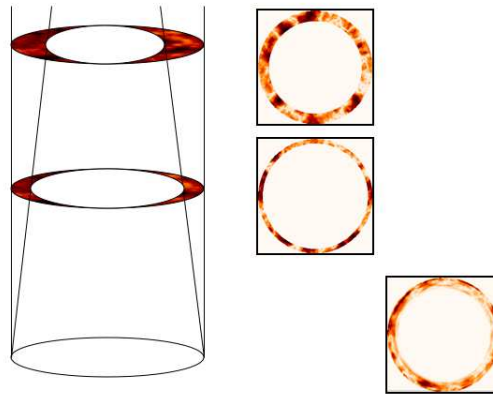


FIG. 7.14 – Illustration des zones non-vues de turbulence dans une géométrie onde plane / onde sphérique. La phase résiduelle est la somme des anneaux de turbulences non-vues.

### 7.8.2 Indétermination des Tip/Tilts et tomographie

L'autre point important pour la simulation des étoiles laser en tomographie est de comprendre pourquoi il est primordial de filtrer le Tip/Tilt dans la mesure et non pas dans la phase résiduelle. En tomographie, la mesure de Tip/Tilts dans plusieurs directions permet de reconstruire non seulement ces modes dans l'ensemble du champ, mais en plus ils sont nécessaires à la reconstruction de modes d'ordre supérieurs. Une exemple simple est donné par la Fig. 7.15. Dans cet exemple, on considère deux directions d'analyses hors-axe ("mesure 1" et "mesure 2") et une direction d'intérêt sur axe. Les mesures sont insensibles aux Tip/Tilts, si bien qu'aucune information sur la forme de la perturbation n'est accessible, la phase de correction est nulle. Il apparaît alors que la phase résiduelle n'est pas uniquement constituée d'un Tip/Tilt, mais qu'elle pourrait s'apparenter à une défocalisation dans cet exemple.



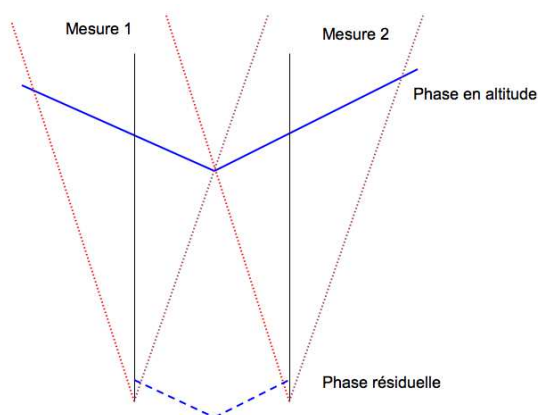


FIG. 7.15 – Illustration de l’effet d’indétermination des Tip/Tilt en tomographie. Les deux mesures étant aveugles aux Tip/Tilt, la phase résiduelle sur axe est la phase turbulente initiale, qui pour cet exemple représente un ordre plus élevé que du Tip/Tilt.

Une analyse plus complète de l’impact d’une indétermination des Tip/Tilts sur les modes supérieurs est donnée dans Flicker *et al.* (2003) ou Gilles et Ellerbroek (2008) par exemple. Pour le cadre de notre étude, on retiendra juste qu’une représentation correcte de l’indétermination des Tip/Tilts en tomographie passe nécessairement par un filtrage de ces modes dans les mesures.

## 7.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit le formalisme nécessaire pour une modélisation des OA tomographiques dans le domaine de Fourier. L’outil de simulation développé inclut un grand nombre des spécificités de ces systèmes grand champ, avec notamment : (i) l’erreur de fitting (avec différents pitch DMs), l’erreur d’aliasing généralisé, l’erreur temporelle généralisée ; (ii) l’erreur de reconstruction tomographique et l’erreur de projection sur les DMs (fitting généralisé) ; (iii) l’erreur sur le SNR et l’erreur de modèle ; (iv) l’erreur d’anisoplanétisme généralisée ; (v) la combinaison de l’analyse sur étoile naturelle et étoile laser (avec différents pitch ASOs).

Le grand atout de l’outil Fourier est qu’il permet une visualisation et une interprétation simple des processus physiques en jeu dans l’OA tomographique. Un exemple concret est donné par l’analyse des fréquences non-vues au §5 de l’article JOSA-A. En partant d’un cas simplifié à une dimension, nous illustrons comment la géométrie des étoiles fixe la forme particulière de l’erreur tomographique. Cet exemple (didactique) démontre toute la force d’interprétation offerte par l’approche Fourier.

Cet outil nous a principalement permis de tester différents types de reconSTRUCTEURS tomographiques (LSE, TLSE, WLSE, MMSE) et notamment leur robustesse aux erreurs de

modèle. Ainsi, nous montrons qu'un reconstruteur MMSE est toujours plus robuste et donne toujours de meilleures performances que le meilleur des reconstruteurs LSE. Par ailleurs, nous montrons que la reconstruction tomographique est robuste aux erreurs de SNR, mais qu'elle est par contre très sensible aux erreurs de modèle et ce particulièrement pour les systèmes dont le champ scientifique est grand ( $\geq 3\text{armcin}$ ). Pour ces derniers, une bonne connaissance du profil de turbulence est nécessaire. Cette étude nous a aussi amené à définir quelques pistes pour l'optimisation des systèmes tomographiques lorsque les statistiques de bruit et de turbulence ne sont pas parfaitement connues. Dans ce cas, nous montrons qu'il est préférable de surestimer la variance de bruit (respectivement sous-estimer la variance turbulente), d'utiliser un modèle de profil qui se rapproche du profil constant ou encore d'augmenter le nombre de couches reconstruites. Nous montrons enfin qu'il est possible de réduire significativement l'erreur d'aliasing en introduisant un *a priori* adéquat sur la statistique de ce bruit.

Si l'outil Fourier permet une interprétation facilitée des phénomènes physiques, ce n'est pas là sa seule force. En effet, le deuxième point fort de l'approche Fourier est qu'elle nous permet de construire un outil de simulation rapide, polyvalent et complet pour le dimensionnement des futurs systèmes d'OA. Dans le contexte des ELTs où l'espace de paramètres à explorer est immense, cet outil s'avère idéal pour réaliser les premières phases du dimensionnement des futurs systèmes tomographiques. Un premier aperçu des performances attendues des OA tomographiques pour les ELTs à été présenté dans le §8 de l'article JOSA-A. Dans le prochain chapitre, nous étudions en détail le dimensionnement préliminaire de l'OA de l'instrument EAGLE.



Troisième partie

**Design Préliminaire du système  
d'OA d'EAGLE**



## Chapitre 8

# Quelle OA pour EAGLE ?

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Les données du problème . . . . .</b>	<b>240</b>
8.1.1	Spécifications scientifiques . . . . .	240
8.1.2	Conditions de turbulence . . . . .	240
8.1.3	Télescope et système . . . . .	240
8.1.4	Budget d'erreur . . . . .	240
<b>8.2</b>	<b>Choix de l'OA tomographique . . . . .</b>	<b>241</b>
<b>8.3</b>	<b>La SMCAO: un concept original pour EAGLE ? . . . . .</b>	<b>243</b>
8.3.1	Présentation de la SMCAO . . . . .	243
8.3.2	Application à EAGLE . . . . .	245
<b>8.4</b>	<b>Analyse de la MOAO pour EAGLE . . . . .</b>	<b>248</b>
8.4.1	Nombre/position des couches reconstruites . . . . .	248
8.4.2	Nombre/position des étoiles guides . . . . .	250
<b>8.5</b>	<b>Correction partielle du Tip/Tilt . . . . .</b>	<b>252</b>
<b>8.6</b>	<b>Bilan de l'OA d'EAGLE . . . . .</b>	<b>258</b>
<b>8.7</b>	<b>Couverture de ciel . . . . .</b>	<b>258</b>
<b>8.8</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>261</b>

---

Dans la continuité de l'étude des OA tomographiques menée au chapitre précédent, je présente dans ce dernier chapitre une application au cas pratique de EAGLE ("ELT Adaptive optics for GaLaxy Evolution") : le projet de spectrographe de champ multi-objets actuellement planifié pour l'ELT européen (E-ELT). Une description plus détaillée de l'E-ELT ainsi que du projet EAGLE est donnée en Annexe A. Nous nous intéressons ici à dresser les caractéristiques générales d'une optique adaptative intégrée à l'instrument capable de répondre aux besoins de la spectroscopie intégrale de champ des galaxies à  $z \gg 1$ . Ainsi et à l'aide de l'outil de simulation Fourier, j'aborde trois aspects fondamentaux de l'OA d'EAGLE : le choix du concept tomographique (§8.2), l'impact des fréquences non-vues (§8.4.2) et l'impact des erreurs de modèles (§8.4.1). Le choix du concept tomographique nous a amené à proposer un nouveau concept : la MCAO segmentée. Je présente

les principales caractéristiques de ce concept original et les performances attendues d'un tel système dans le §8.3. Enfin, pour clore ce chapitre, on s'intéressera à la problématique de la couverture de ciel, illustrée sur quelques exemples.

## 8.1 Les données du problème

### 8.1.1 Spécifications scientifiques

On rappelle les principales spécifications scientifiques choisies pour EAGLE qui vont conditionner le dimensionnement de l'optique adaptative :

1. La correction apportée par l'OA doit fournir au moins 40% d'EE dans des éléments de  $75 \times 75 \text{mas}^2$  en bande H ( $1.65 \mu\text{m}$ ).
2. Le champ technique est de 10 arcmin en diamètre.
3. Le champ scientifique est de 5.1 arcmin en diamètre.

### 8.1.2 Conditions de turbulence

Le profil de turbulence utilisé pour l'étude de l'OA d'EAGLE est le profil à 10 couches introduit en 5.2.2. Sauf indications contraires, le seeing de référence est de  $0.95''$  et l'échelle externe de la turbulence est fixée à  $L_0=50\text{m}$  (toutes les couches ont le même  $L_0$ ).

### 8.1.3 Télescope et système

Le télescope considéré est l'E-ELT avec un diamètre primaire de 42m. On ne considérera pas d'obstruction centrale dans cette étude. On considérera de plus que ce télescope possède un miroir déformable conjugué au niveau du sol de  $84 \times 84$  actionneurs (miroir M4 Cf. Annexe A). L'erreur de fitting associée donne environ 78% d'EE en H dans les  $75 \times 75 \text{mas}^2$ . On suppose que l'analyse de surface d'onde est effectuée par le biais d'étoiles lasers dont le nombre et la position sont à déterminer. L'indétermination du Tip/Tilt est pris en compte à partir du § 8.5.

### 8.1.4 Budget d'erreur

Notre objectif n'est pas de faire le budget d'erreur détaillé de l'instrument EAGLE, mais plutôt de faire ressortir les grandes tendances liées à la tomographie. Ainsi, les termes considérés dans notre budget d'erreur seront : l'erreur de fitting, l'erreur liée au fréquences non-vues, l'erreur de modèle, le fitting généralisé et l'indétermination du Tip/Tilt. Et on ne tiendra pas compte de l'aliasing, de l'erreur temporelle ou l'erreur sur le SNR. Par ailleurs, la magnitude des étoiles est supposée suffisamment faible afin que l'erreur due

au bruit de mesure soit négligeable. Enfin, en première approximation, on négligera aussi l’effet de cône associé à l’analyse laser.

L’approche choisie est d’isoler chaque terme d’erreur (sauf le fitting qui est toujours inclus) afin de quantifier son impact sur la performance finale. Pour chacun de ces termes pris individuellement, la performance devra donc être meilleure que la spécification scientifique. L’approche globale qui inclut l’ensemble des termes d’erreurs n’est pas présentée ici. Le lecteur intéressé trouvera le détail de cette étude dans le document de fin de phase 1 “EAGLE AO analysis and design report”.

## 8.2 Choix de l’OA tomographique

La première étape de l’étude est le choix du système d’OA tomographique. Compte tenu du champ de correction et de la spécification en terme d’EE, trois concepts pourraient être envisagés : la GLAO, la MCAO et la MOAO. Il s’agit donc de déterminer lequel serait le mieux adapté aux objectifs scientifiques de EAGLE.

On a vu que ce qui différencie les systèmes d’OA tomographique était uniquement le terme de projection  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$ , le terme de reconstruction tomographique  $\mathbf{W}_{\text{tomo}}$  étant commun à tous les systèmes (Cf. 7.1). On va donc isoler le terme de projection (fitting généralisé) en minimisant l’erreur de reconstruction tomographique. Pour cela on utilise un grand nombre d’étoiles régulièrement disposées dans le champ afin de réduire l’impact des fréquences non-vues. La constellation choisie est composée de 36 étoiles localisées sur une grille de 6x6 dont le pas est  $\sim 1$  arcmin (Cf. Fig. 8.1). Sans erreur de projection, une telle constellation donne une performance de 78% d’EE en moyenne dans le champ. On retrouve donc la performance en présence de l’erreur de fitting uniquement : la constellation à 36 étoiles conduit bien à une erreur tomographique négligeable. A partir de cette constellation, on est donc en mesure de comparer les différents systèmes d’OA tomographique.

On étudie l’évolution de la performance moyenne dans le champ scientifique en fonction du nombre de miroirs déformables utilisés pour la correction. Tous les miroirs ont le même pitch ( $0.5\text{m} = 84 \times 84$  actionneurs) et l’altitude des miroirs est déterminée par le calcul des couches équivalentes (Fusco *et al.*, 1999). Seul le premier DM sera systématiquement conjugué au niveau du sol. Ainsi, le cas à 1DM correspond à une GLAO, les cas avec entre 2 et 9 DMs à une MCAO et lorsque le nombre de miroirs égale le nombre de couches turbulentes (10), on retrouve le cas MOAO car  $\mathbf{P}_{\text{opt}} = \text{Id}$  (Cf. § 7.5 et Eq. 7.17). En étudiant l’impact du nombre de DMs sur la performance on balaye donc les trois concepts concurrents.

Sur la Fig. 8.2, on montre les cartes d’EE dans le champ (calculées dans  $75 \times 75 \text{mas}^2$  en bande H), pour respectivement 1,2,3,4, 8 et 10 miroirs. Il apparaît immédiatement que la GLAO (1DM) ou une MCAO avec un nombre de miroirs raisonnables ( $\leq 4$ ) ne permettent



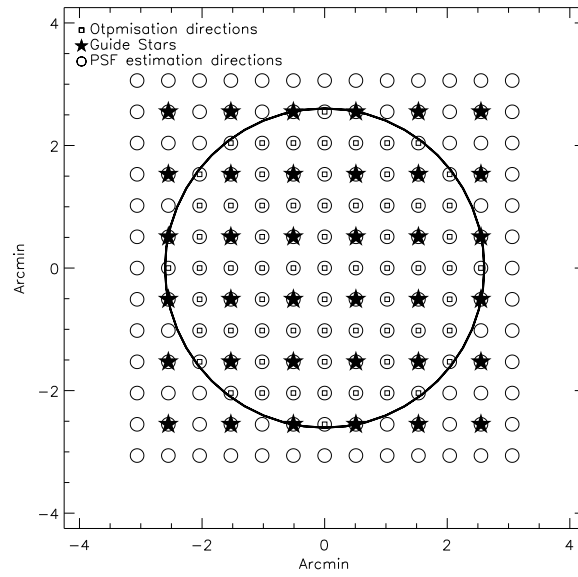


FIG. 8.1 – Illustration de la géométrie choisie pour minimiser l’erreur tomographique. 36 étoiles d’analyse sont régulièrement réparties sur une grille 6x6 de 5arcmin. La performance est optimisée dans l’ensemble du champ scientifique.

pas une correction suffisamment importante compte tenu des objectifs scientifiques de EAGLE. Ceci est dû à la très grande taille du champ scientifique d’EAGLE .

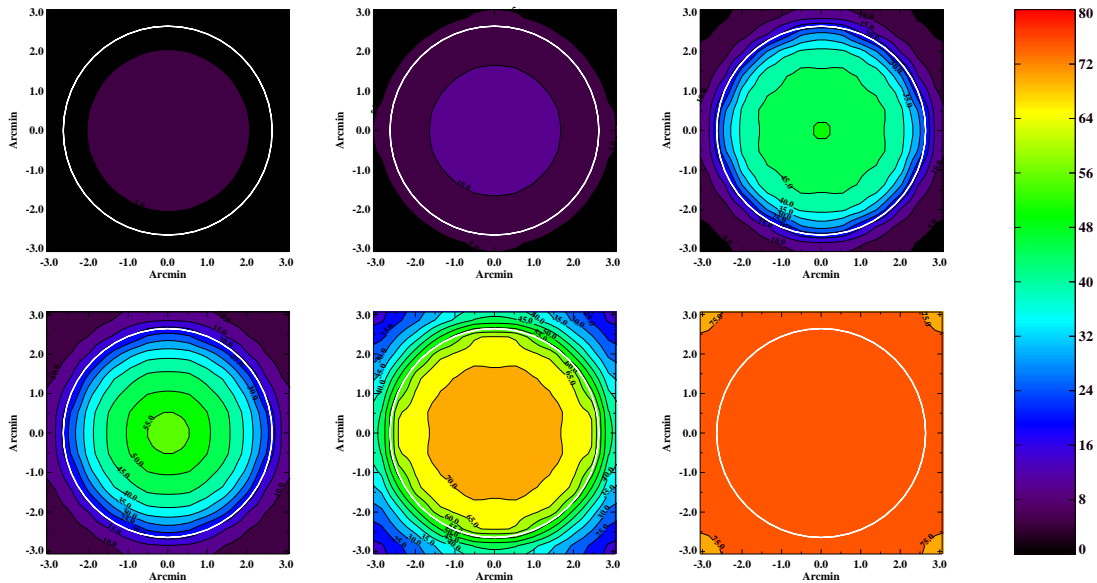


FIG. 8.2 – Carte d’EE (en %) en fonction du nombre de DMs utilisés pour la correction. Dans l’ordre de gauche à droite et de haut en bas : 1 (GLAO), 2, 3, 4, 8 et 10 (MOAO) DMs. Les EE moyennes sont données dans la Fig. 8.3

Sur la Fig. 8.3, on montre l'EE moyenne en fonction du nombre de miroirs utilisés et pour différentes tailles de champ. On retrouve ainsi les résultats présentés dans l'article JOSA (Cf. 7.6.2), à savoir que plus le champ est grand, plus un nombre important de DMs est nécessaire pour obtenir une bonne correction. Ceci se comprend facilement à l'aide de l'illustration Fig. 8.3 en bas tirée de Ragazzoni (2002). Cette figure présente le résidu de correction de la turbulence en niveaux de gris (le niveau blanc correspond à une correction totale et le niveau noir à une correction nulle) en fonction, sur un premier axe, de l'altitude de la turbulence et sur un deuxième axe de la fréquence spatiale. Dans les couches où les miroirs sont placés, la turbulence est corrigée jusqu'à la fréquence de coupure des DMs ( $f_c = 1m^{-1}$  dans notre cas). Par contre, plus on s'éloigne de ces couches, moins la correction est efficace et plus la fréquence maximale corrigée diminue. En effet, Rigaut *et al.* (2000) montre que la fréquence maximale corrigée pour une couche à une altitude  $h$  est donnée par  $f_c(h) = 1/(\alpha|h - h_{DM}|)$ . Donc plus le champ est grand ( $\alpha h$  grand) plus la largeur à mi-hauteur des zones corrigées devient petite et plus le nombre de DMs nécessaires pour obtenir une bonne correction augmente.

En conclusion, la GLAO ou une MCAO avec un nombre de miroirs raisonnable ne permettent pas une correction suffisamment importante compte tenu des objectifs scientifiques de EAGLE.

## 8.3 La SMCAO : un concept original pour EAGLE ?

### 8.3.1 Présentation de la SMCAO

La MCAO segmentée (Segmented MCAO) peut être vue comme un concept intermédiaire entre la MCAO et la MOAO. L'idée est de découper le grand champ d'EAGLE en  $N$  sous-champs. Chaque sous-champ sera alors corrigé d'une part par un miroir commun à l'ensemble du champ (le miroir M4) et d'autre part par un ou plusieurs miroirs post-focaux (conjugué en altitude) par sous-champ. La Fig. 8.4 illustre le principe de la SMCAO.

Différentes configurations pour découper le champ d'EAGLE en sous-champs sont proposées en Fig.8.5. Par exemple, dans le premier cas on découpe le champ de 5.1arcmin (en bleu) en 9 sous-champs selon une géométrie carrée de 1.7arcmin de côté. Le choix de la taille des sous-champs est motivé par la taille de l'image des sources lasers dans le plan focal du télescope. En effet, à cause de l'altitude finie des sources lasers, la position du point focal de ces dernières est différente de celui des sources naturelles. Si on se place dans le plan focal du télescope conjugué avec l'infini, l'image des sources laser a une taille de l'ordre de 1.7arcmin en diamètre (rond orange sur la Fig. 8.5). Chaque sous-champ est alors vu par une source laser et corrigé par un (ou plusieurs) DM post-focal. L'ensemble du grand champ est, lui, corrigé par le M4.

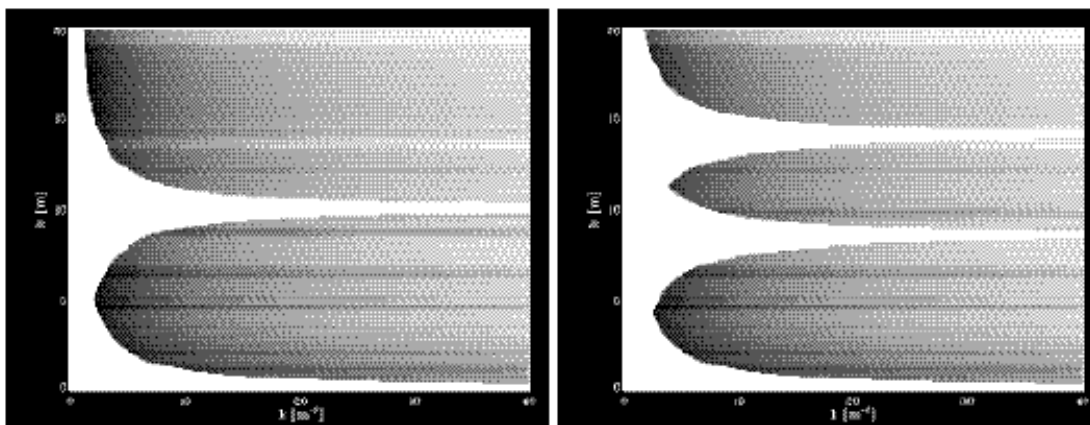
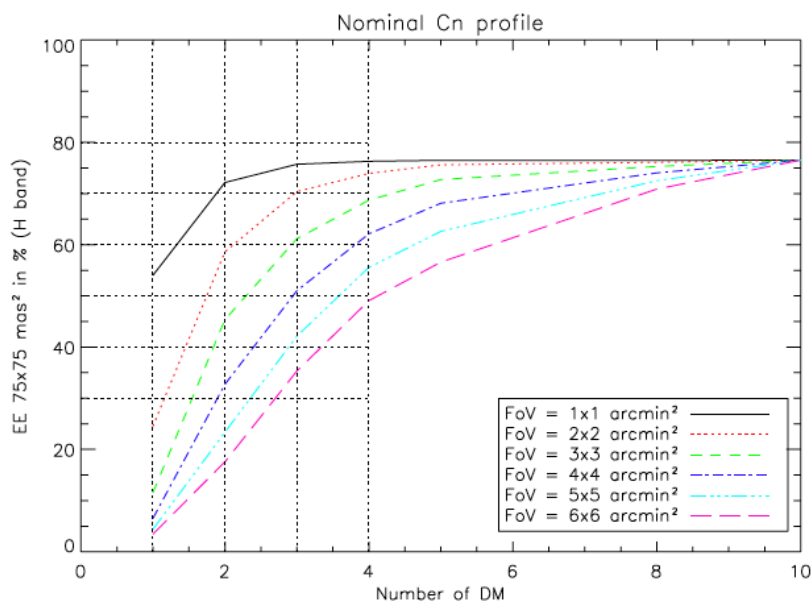


FIG. 8.3 – En haut : influence du nombre de DMs sur l’EE moyenne en fonction de la taille du champ scientifique. En bas : illustration du résidu de correction (en niveau de gris) en fonction de l’altitude et de la fréquence spatiale pour deux ou trois DMs.

Le principal avantage de cette méthode est que l’on peut alors envisager de travailler en boucle fermée, ou plutôt en “pseudo boucle fermée”. En effet, dans le cas de la SMCAO, chaque ASO associé aux étoiles lasers sera placé derrière le DM associé à son sous-champ en plus du M4. Comparé à une configuration boucle ouverte, cela permet de réduire la dynamique nécessaire sur les ASOs<sup>1</sup>. De plus, chaque DM post-focal est vu par un ASO ce qui permet d’en contrôler les formes et de réduire l’impact des non-linéarités.

<sup>1</sup>Il faut tout de même noter que les ASOs voient une correction “onde plane” des DMs, alors que l’onde incidente est sphérique. Autrement dit, chaque ASO subit l’effet de cône ce qui nécessite une dynamique de mesure importante.

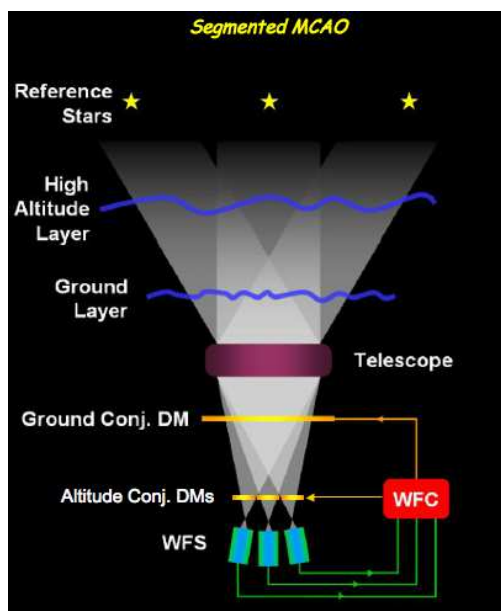


FIG. 8.4 – Illustration du principe de la SMCAO.

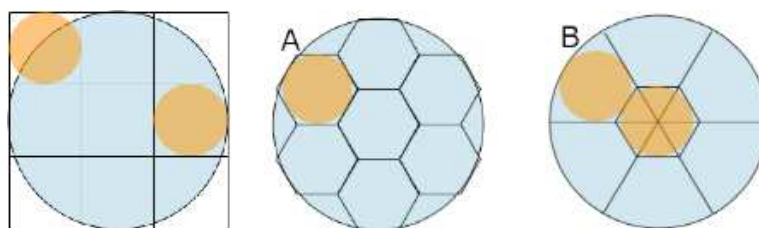


FIG. 8.5 – Exemple de champs proposés pour la SMCAO. En bleu le champ scientifique de EAGLE, en orange l’empreinte du faisceau laser dans le plan focal du télescope.

Pour modéliser le système de SMCAO, il faut écrire un nouveau reconstruteur optimal (de type MMSE) qui prenne en compte la double correction. Brièvement, à partir des mesures obtenues par toutes les étoiles guides dans l’ensemble du grand champ, la correction du M4 est optimisée pour toutes les directions du champ scientifique de 5.1 arcmin de diamètre alors que la correction des DMs post focaux doit, elle, être optimisée uniquement dans un sous-champ et en tenant compte de la correction préalable du M4. Les calculs pour obtenir ce reconstruteur sont détaillés dans l’Annexe C. Dans le prochain paragraphe, on utilise le reconstruteur optimal présenté au § C.3 .

### 8.3.2 Application à EAGLE

On se propose ici de vérifier si l’approche SMCAO pourrait être intéressante pour EAGLE. L’objectif de l’instrument EAGLE est d’observer une vingtaine d’objets en parallèle pour l’ensemble du grand champ. Compte tenu de la taille des sous-champs de la

SMCAO, cela correspond à un nombre de galaxies par sous-champ compris entre 1 et  $>10$ . La correction de M4 est optimisée pour l'ensemble du champ de 5.1arcmin, la correction des DMs post-focaux est elle optimisée uniquement dans les directions des galaxies. Il est évident que plus le nombre de directions d'intérêts par sous-champ est grand et plus la performance sera limitée (Cf. 7.5). On étudie donc la performance obtenue en fonction du nombre de directions d'optimisation de la correction.

La constellation d'étoiles guides utilisée est la même que pour le paragraphe précédent afin de minimiser l'erreur tomographique. Sur la Fig. 8.6, on illustre la géométrie du problème dans un cas où 3 (gauche) et 11 (droite) directions d'optimisations sont utilisées dans le calcul du reconstructeur.

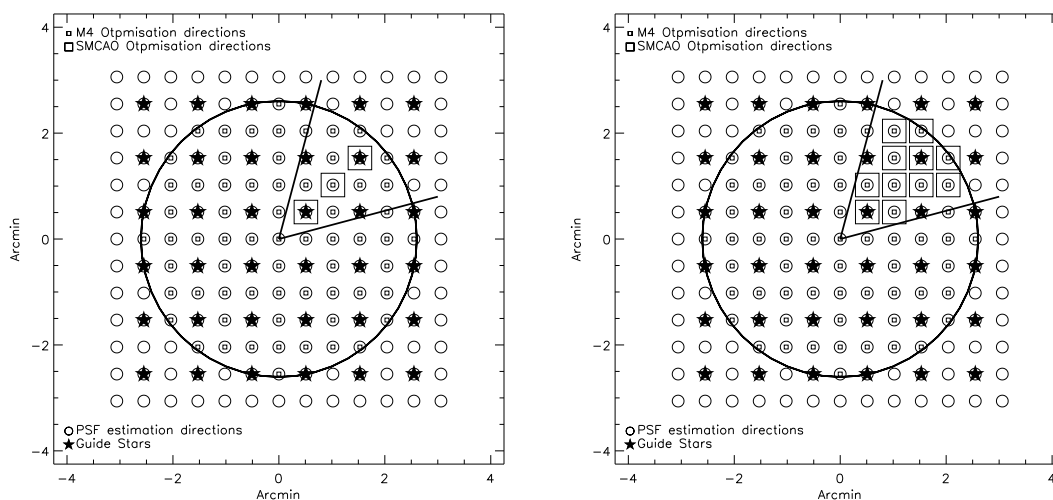


FIG. 8.6 – Illustration de la géométrie choisie pour la SMCAO. 36 étoiles d'analyses sont régulièrement réparties sur une grille 6x6 de 5arcmin. La performance est optimisée dans 3 directions à gauche et 11 directions à droite.

La Fig. 8.7 montre la performance moyenne obtenue sur les directions d'intérêts dans le cas où 1DM post focal (conjugué à 8km) par sous-champ est utilisé et dans le cas où 2 DMs post-focaux (conjugués à 4 et 10km) sont utilisés. La performance obtenue par la MOAO est aussi montrée à titre de comparaison. La Fig. 8.8 montre les cartes d'EE dans le champ pour 2, 3 et 5 directions d'optimisations lorsque 1DM (en haut) respectivement 2DMs (en bas) sont utilisés pour la correction.

Les Fig. 8.7 et 8.8 démontrent clairement que dès que le nombre de directions d'intérêts dépasse 2, les performances obtenues par la SMCAO sont bien moins bonnes que celles de la MOAO et ce, même si l'on considère 2 DMs post-focaux par sous-champ. On conclut donc que les performances obtenues par la SMCAO ne sont pas suffisantes pour remplir les contraintes scientifiques de l'instrument EAGLE. Le seul système d'OA tomographique capable de combiner une haute performance dans un grand champ est la

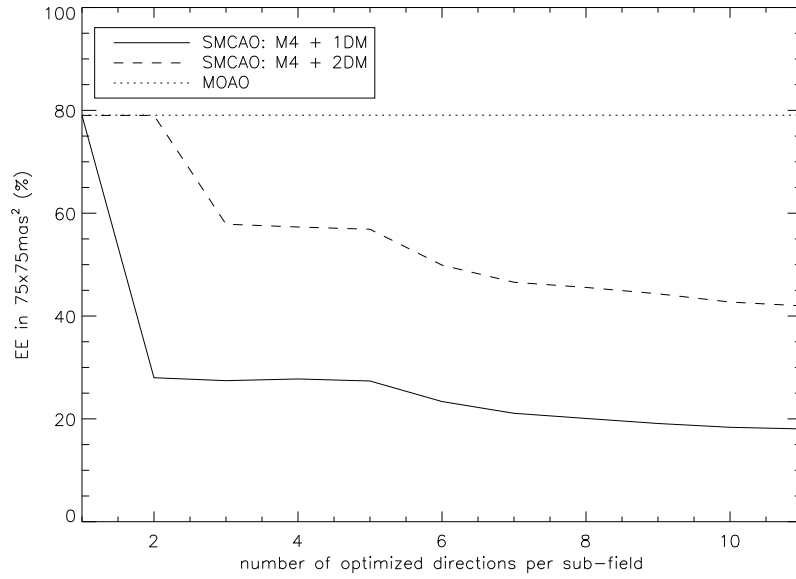


FIG. 8.7 – Performance moyenne sur les directions d’optimisations pour une correction par 1DM post-focal (trait plein) et deux DMs post-focaux (traits tiretés). La performance MOAO est donnée pour comparaison (pointillés).

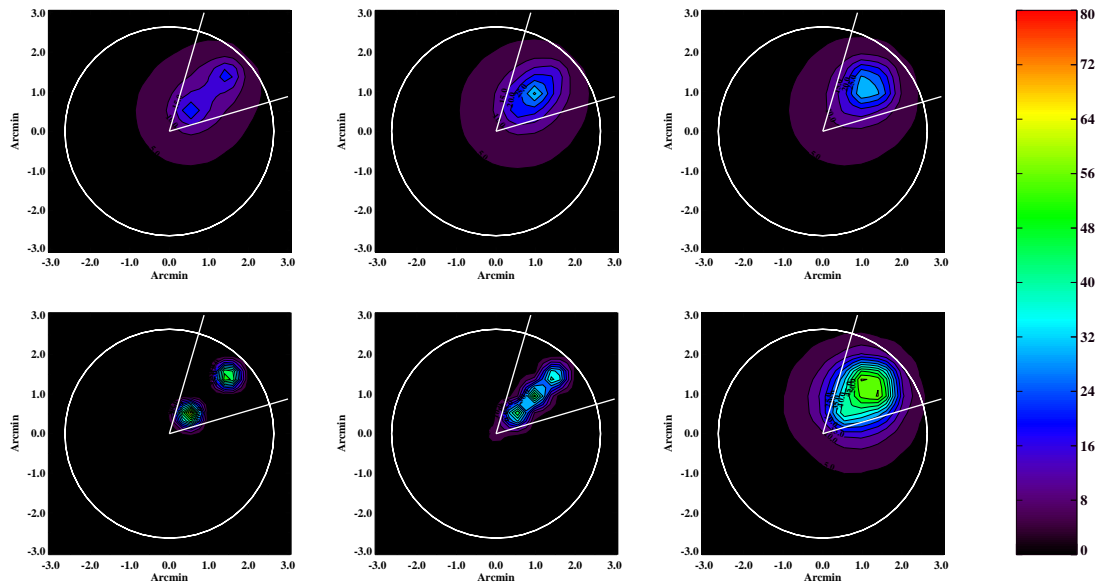


FIG. 8.8 – Carte d’EE (en %) pour un configuration SMCAO à 1DM post focal en haut, et 2DMs post-focaux en bas, pour 2, 3 et 5 directions d’optimisation (de gauche à droite).

MOAO. Dans la suite, on tente donc d’ébaucher les grandes caractéristiques du système de MOAO pour EAGLE.

## 8.4 Analyse de la MOAO pour EAGLE

On s'intéresse ici à l'étude de deux points fondamentaux du système de MOAO d'EAGLE : le nombre et l'altitude des couches à reconstruire (§8.4.1) et le nombre et la position des étoiles guides nécessaires à la reconstruction tomographique (§8.4.2). Ces deux points sont en fait liés à l'impact des fréquences non-vues et l'impact des erreurs de modèles (§7.6.2).

### 8.4.1 Nombre/position des couches reconstruites

On s'intéresse ici à l'impact des erreurs de modèles avec premièrement le nombre de couches à introduire dans la reconstruction et deuxièmement la précision nécessaire sur l'altitude de ces couches. Afin de se focaliser uniquement sur l'erreur de modèle, on reprend la constellation à 36 étoiles présentée en Fig. 8.1.

#### Nombre de couches reconstruites

L'erreur de modèle introduite lorsque le nombre de couches reconstruites est inférieur au nombre de couches vraies est, de fait, très similaire à l'effet d'une correction de type MCAO sur un nombre limité de miroirs déformables conjugués en altitudes. L'interprétation de la Fig. 8.3 (en bas) peut donc être reprise ici : plus le champ scientifique est grand, plus il faut reconstruire un nombre important de couches pour minimiser cette erreur. Sur la Fig. 8.9, on montre les cartes d'EE lorsque la reconstruction tomographique est effectuée sur 1, 3, 5 (en haut) et 7, 9 et 10 (en bas) couches. La Table 8.1 donne l'EE moyenne dans le champ en fonction du nombre de couches reconstruites.

nombre de couches reconstruites	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<EE>	5%	9%	12%	14%	16%	22%	30%	40%	56%	78%

TAB. 8.1 – EE moyenne dans le champ en fonction du nombre de couches reconstruites.

Du fait de la taille du champ à corriger, la performance est très sensible à une erreur de modèle et il apparaît qu'une reconstruction des 10 couches est nécessaire. Comme l'intégralité des couches introduites doit être reconstruite, on peut se demander si le profil initial utilisé dans la simulation est suffisamment riche pour contraindre précisément le nombre de couches à reconstruire. Pour tester ce cas de figure, on construit un profil à 20 couches en extrapolant le profil initial de 10 couches. A partir de ce profil extrapolé, on trouve qu'une reconstruction sur 10 couches permet effectivement de réduire sensiblement l'erreur de sous-modélisation et que le gain apporté par une reconstruction sur plus de 10 couches est négligeable. On conclut donc en première approche que la reconstruction tomographique de EAGLE devra inclure au moins 10 couches pour minimiser ce terme

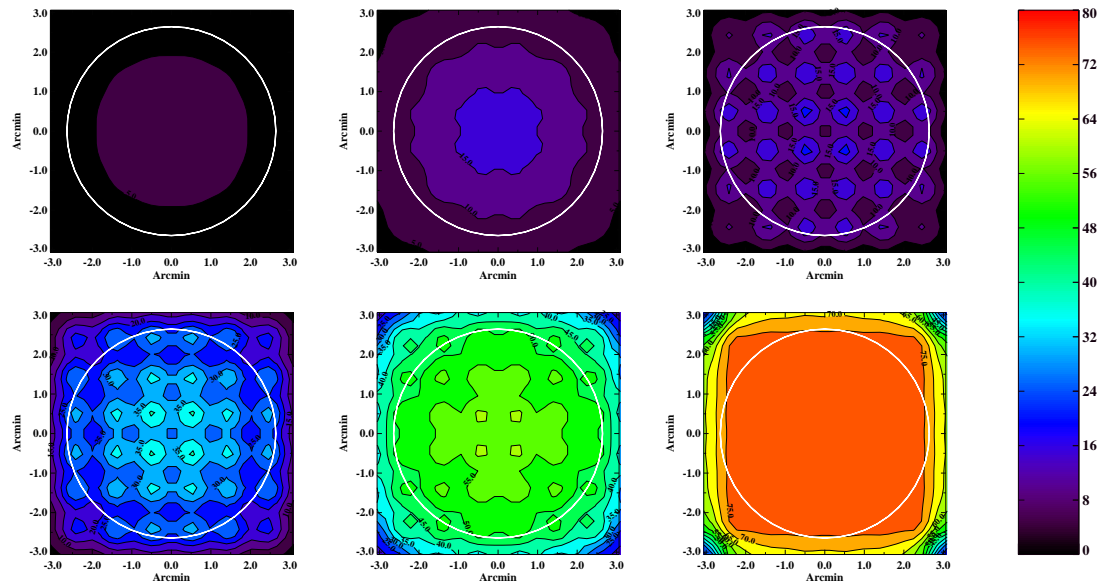


FIG. 8.9 – Carte d’EE pour (de gauche à droite et de haut en bas) 1, 3, 5, 7, 9 et 10 couches reconstruites.

d’erreur. Pour mener une étude plus complète il faudrait envisager de tester un échantillon beaucoup plus large de profils. Dans le cas de la MOAO, le nombre de couches reconstruites impacte d’une part sur la puissance de calcul nécessaire dans le calculateur temps réel, mais aussi sur le nombre d’étoiles guides nécessaires. En effet, plus le nombre de couches à reconstruire est important, plus il faudra de mesures pour réduire l’impact des fréquences non-vues. En d’autres termes, plus on introduit d’inconnues, plus il faudra d’équations (i.e. d’informations) pour inverser le problème. Nous verrons dans le paragraphe suivant (§8.4.2) qu’une reconstruction sur 10 couches requiert déjà un nombre important d’étoiles guides. A partir des conditions d’entrée utilisées ici (Cf. §8.1), le choix d’une reconstruction sur 10 couches semble donc le meilleur compromis.

### Altitude des couches reconstruites

Un deuxième point important dans la reconstruction tomographique est de connaître la sensibilité de la performance à une erreur sur l’altitude des couches reconstruites. Pour évaluer cette erreur, on introduit une incertitude sur l’altitude des couches reconstruites sous la forme d’un pourcentage de variation autour de l’altitude moyenne. Par exemple, 5% d’erreur signifie que chaque couche reconstruite se situera dans un zone de  $\pm 5\%$  autour de l’altitude de la couche vraie. Pour chaque erreur autorisée, on réalise le tirage de 30 profils d’altitudes reconstruites. La performance est enfin évaluée comme la moyenne des performances obtenues à partir des 30 tirages. Les résultats sont donnés dans la Table 8.2.



Erreur sur $h_{\text{recons}}$	0%	3%	5%	8%	10%	12%	15%	20%	25%	30%
$\langle \text{EE} \rangle$	78%	75%	70%	65%	62%	58%	56%	53%	45%	41%

TAB. 8.2 – EE moyenne dans le champ en fonction de l’erreur sur l’altitude des couches reconstruites.

De manière similaire à une erreur de modèle sur le nombre de couches reconstruites, on trouve que la performance d’EAGLE est très sensible à une erreur sur l’altitude des couches reconstruites. Pour limiter cette erreur, on voit qu’une bonne précision sur la connaissance de l’altitude des couches est nécessaire. En considérant un erreur de 5% comme limite supérieure et une altitude moyenne du profil de  $\sim 4\text{km}$ , cela signifie que la précision requise est de l’ordre de 200m.

#### 8.4.2 Nombre/position des étoiles guides

On s’intéresse maintenant au nombre et à la position des étoiles guides nécessaires à la reconstruction tomographique : l’erreur des fréquences non-vues. On considère une reconstruction sur 10 couches sans erreur de modèle. Le nombre et la position des étoiles guides dans le champ modifie l’erreur associée aux fréquences non vues (Cf. §7.6.2). Plus le nombre d’étoiles est important, moins il y aura de fréquences non-vues. Par ailleurs, à nombre d’étoiles fixé, la position des étoiles dans le champ modifie aussi la valeur des fréquences non-vues. On choisit donc de faire varier le nombre d’étoiles guides et pour chaque nombre d’étoiles, deux constellations sont retenues. La première constellation possède une étoile au centre du champ et les étoiles restantes sont disposées sur un cercle. La deuxième constellation a l’intégralité des étoiles disposées sur le cercle. Le diamètre du cercle est fixé à 6.8arcmin ( $5.1\text{arcmin} + 2 \times 1.7\text{arcmin}/2$ ) car cela permet que l’empreinte des faisceaux lasers dans la plan focal pour ces étoiles soit en dehors du champ scientifique. L’extraction du flux laser est alors simplifié.

La Fig. 8.10 montre les cartes d’EE pour les deux constellations choisies dans le cas où 4, 5, 6, 7, 9 et 15 étoiles guides sont utilisées. Sur la Fig. 8.11, on montre l’EE moyenne calculée dans le champ de 5.1arcmin en fonction du nombre d’étoiles guides pour les deux constellations considérées.

A partir de la Fig. 8.11, on déduit qu’un nombre minimum de 6 étoiles guides est nécessaire pour minimiser l’impact des fréquences non-vues et dépasser le seuil des 40% d’EE. Cependant, comme d’autres termes d’erreurs viendront s’ajouter (Cf. §8.1.4), il faut conserver une marge de manoeuvre et 9 étoiles semble un choix plus sûr. Par contre, la position des étoiles dans le champ n’a pas d’impact sur la performance et on peut donc positionner l’ensemble des étoiles sur le cercle extérieur. Ceci permet de découpler le flux des étoiles laser du champ scientifique et de simplifier le design optique de l’instrument en évitant l’utilisation de grandes lames dichroïques par exemple. Dans la suite, on retiendra

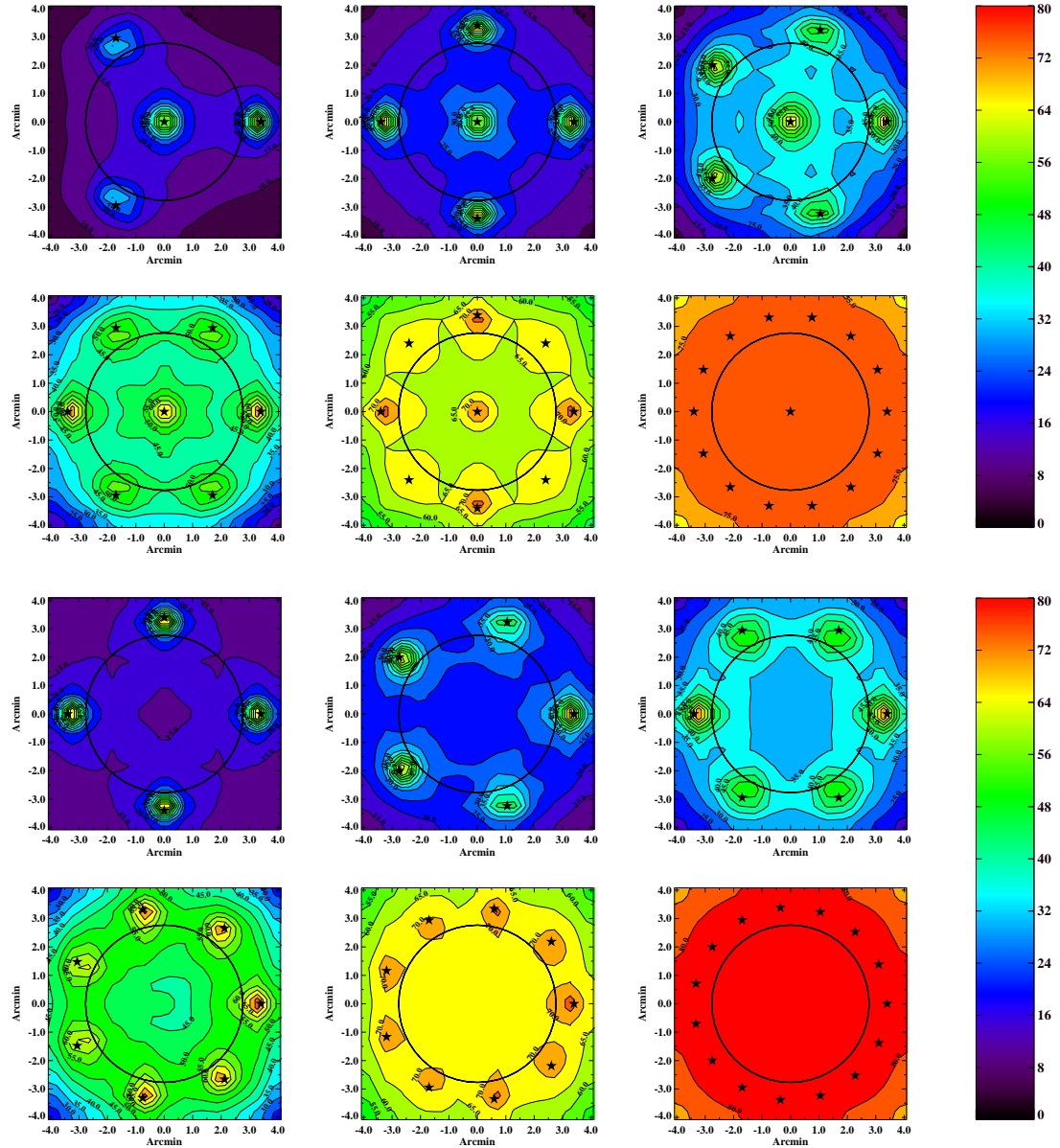


FIG. 8.10 – Carte d’EE (en %) pour (de haut en bas et de gauche à droite) 4, 5, 6, 7, 9 et 15 étoiles guides. Pour chaque nombre d’étoiles, deux constellations sont étudiées : une étoile au centre et les autres en cercle (en haut) et toutes les étoiles sur un cercle (en bas).

donc la constellation à 9 étoiles guides sur une cercle de 6.8arcmin de diamètre. Pour cette configuration, l’EE moyenne dans le champ est de  $\sim 65\%$  (erreur de fitting + erreur des fréquences non-vues).

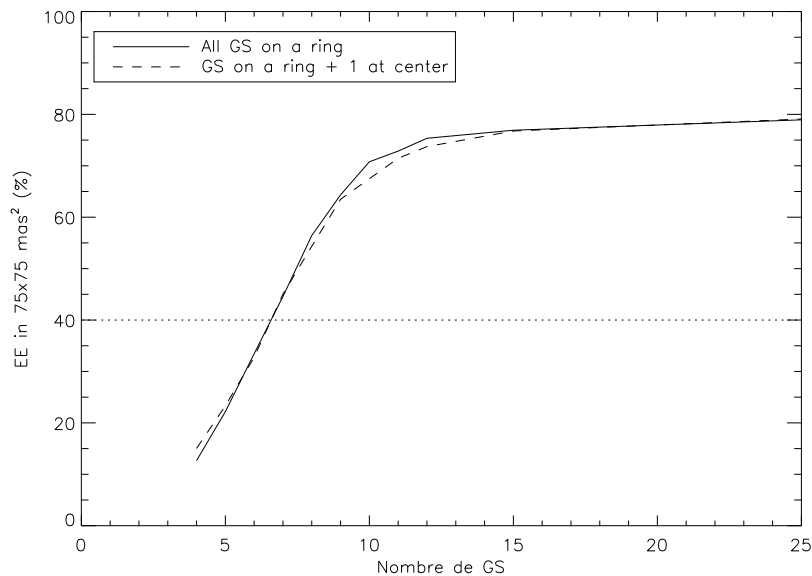


FIG. 8.11 – EE moyenne dans le champ en fonction du nombre d'étoiles guides. Les deux constellations sont quasi superposées.

## 8.5 Correction partielle du Tip/Tilt

La reconstruction du volume tomographique devra nécessairement se faire à partir d'étoiles lasers afin d'assurer une couverture de ciel significative à EAGLE. L'utilisation de sources naturelles reste cependant nécessaire pour la mesure du Tip/Tilt. La question qui se pose alors est de déterminer le nombre, la magnitude et la distance maximale de ces sources naturelles afin de limiter l'erreur due à l'indétermination du Tip/Tilt.

Pour répondre à cette question, nous allons suivre deux approches. La première consiste simplement à étudier la variance de Tip/Tilt maximale que l'on peut accepter afin que le couplage d'énergie dans une zone donnée (l'EE) ne soit pas significativement affecté par celle-ci. En effet, la conséquence du Tip/Tilt est de faire bouger la PSF. Or, si l'amplitude de ce bougé est plus petite que la taille des pixels considérés ( $75 \times 75 \text{ mas}^2$ ), l'erreur de Tip/Tilt aura peu d'impact sur l'EE. C'est l'approche suivie dans Neichel *et al.* (2006) dont je reprends ici les principaux résultats. Cette approche est une approximation car elle ne tient pas compte de l'impact de l'indétermination du Tip/Tilt dans la reconstruction tomographique. On considère uniquement un bougé supplémentaire qui viendrait s'ajouter après une reconstruction tomographique sans indétermination du Tip/Tilt. L'absence du Tip/Tilt dans la mesure peut cependant induire une erreur sur des modes plus élevés (Cf. §7.8.2). Dans une deuxième approche, on considèrera donc l'ensemble du problème en construisant une matrice tomographique qui combine les mesures des étoiles lasers filtrées du Tip/Tilt et la/les mesures d'étoiles naturelles mesurant ces modes.

### A partir de la variance de Tip/Tilt

Le bougé sur un axe dû à la variance de Tip/Tilt atmosphérique est donné par  $\sigma_{jitter}$  (exprimé en angle sur le ciel) défini comme :

$$\sigma_{jitter} = \left( \frac{4}{2\pi} \frac{\lambda}{D} \right) \sigma_{Tilt} \quad (8.1)$$

où  $\sigma_{Tilt}$  se calcule à partir des expressions données dans Conan *et al.* (2000).

Pour limiter la perte d'énergie due au bougé, il faut donc que  $\sigma_{jitter}$  soit significativement plus petit que la taille des pixels considérés. Dans une approche conservative, on choisit un  $\sigma_{jitter}$  maximal de l'ordre du quart de la taille des pixels<sup>2</sup>, soit  $\sim 18.5\text{mas}$ . Cette valeur correspond à une variance de Tip/Tilt maximale de  $12.5\text{rd}^2$  en bande H.

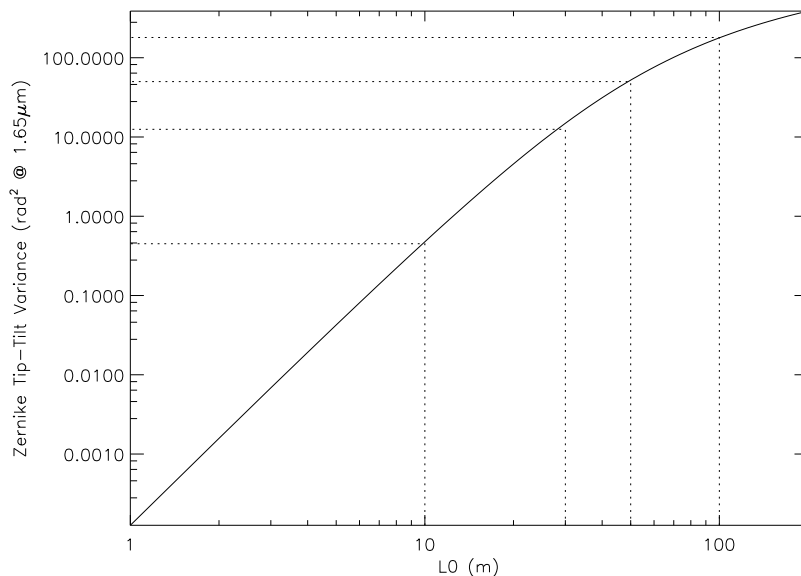


FIG. 8.12 – Variance atmosphérique de Tip/Tilt en fonction de l'échelle externe  $L_0$ . Télescope de 42m et seeing de  $0.95''$

Sur la Fig. 8.12, on donne alors la variance due au Tip/Tilt en fonction de l'échelle externe  $L_0$ , pour un télescope de 42m et un seeing de  $0.95''$ . A partir de cette figure, on trouve que la condition  $\sigma_{Tilt}^2 < 12.5\text{rd}^2$  est vraie tant que l'échelle externe est inférieure à 30m. Autrement dit, pour un  $L_0 < 30\text{m}$ , il n'est pas nécessaire de corriger du Tip/Tilt. Cette situation est particulièrement intéressante car sans étoiles naturelles, la couverture de ciel est alors totale. Par contre, dès que  $L_0 > 30\text{m}$ , une correction du Tip/Tilt par une étoile naturelle devient nécessaire pour réduire son impact sur l'image et concentrer suffisamment d'énergie dans les  $75 \times 75\text{mas}^2$ . Par exemple, pour le cas nominal d'une grande échelle de 50m, la variance due au Tip/Tilt est de  $50\text{rd}^2$ . Pour redescendre en-dessous du seuil de

<sup>2</sup>En faisant l'hypothèse d'un bougé gaussien dont l'amplitude est beaucoup plus grande que la tache d'Airy, on peut dire que la PSF résultante sera Gaussienne avec une largeur à mi hauteur de  $\sigma_{jitter}$

12.5rd<sup>2</sup>, il faut corriger 75% de la variance de Tip/Tilt. Se repose alors la question du début du paragraphe, à savoir, quelle doit être la magnitude et la distance maximale d'une étoile naturelle pour corriger cette variance de Tip/Tilt ?

Pour répondre à cette question, il faut relier la variance résiduelle du Tip/Tilt ( $\sigma_{res}^2$ ) après correction par un système dédié avec les paramètres observationnels. Pour notre étude, l'analyseur de surface d'onde considéré sera un SH de 4x4 sous-pupilles. On divise alors la variance résiduelle en trois postes d'erreurs :

$$\sigma_{res}^2 = \sigma_{pht}^2 + \sigma_{temp}^2 + \sigma_{aniso}^2 \quad (8.2)$$

où le premier terme représente l'erreur due au bruit de photons (en première approche, on négligera le bruit de lecture), le deuxième terme est l'erreur temporelle et le troisième terme donne la contribution de l'anisoplanétisme. Leurs expressions sont données par :

$$\sigma_{pht}^2 = \gamma \frac{\pi^2}{2 \ln 2} \frac{1}{N_{ph}} \left( \frac{N_T}{N_{samp}} \right)^2 \left( \frac{\lambda_{wfs}}{\lambda} \right)^2 \quad (8.3)$$

$$\sigma_{temp}^2 = 0.0162 \left( \frac{v}{B_n D} \right)^2 \left( \frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \quad (8.4)$$

$$\sigma_{aniso}^2 = \sum_{i=2,3} < (a_i(0) - a_i(\alpha))^2 > \quad (8.5)$$

où  $B_n$  est la bande passante du système,  $f_t$  la fréquence d'échantillonnage,  $N_{ph}$  le nombre de photons reçus par chaque sous-pupille par trame,  $N_T$  la FWHM de l'image turbulente (en pixels),  $N_{samp}$  la FWHM de la diffraction image (en pixels),  $\lambda$  la longueur d'onde imagerie (bande H),  $v$  la vitesse de vents et  $\alpha$  la distance angulaire entre la direction d'intérêt et l'étoile naturelle. L'indice  $wfs$  fait référence à la longueur d'onde d'analyse (0.65 $\mu$ m dans le visible et 2.2 $\mu$ m dans l'infra-rouge). Enfin,  $\gamma$  est le coefficient d'atténuation du bruit par le filtrage de la boucle. En boucle fermée il est proportionnel à  $B_n/f_t$ , mais pour le cas boucle ouverte, on considérera un facteur 2 uniquement<sup>3</sup>.

Compte tenu du nombre de sous-pupilles utilisées (4x4), la taille de ces dernières sera toujours plus grande que  $r_{0_{wfs}}$ . On peut donc réécrire l'Eq. 8.3 comme :

$$\sigma_{pht}^2 = att \frac{\pi^2}{2 \ln 2} \frac{1}{N_{ph}} \left( \frac{d}{r_{0_{wfs}}} \right)^2 \left( \frac{\lambda_{wfs}}{\lambda} \right)^2 \quad (8.6)$$

On donne en Fig. 8.13 le comportement de  $\sigma_{aniso}^2$  (à gauche) et  $\sigma_{pht}^2$  (à droite). Concernant l'erreur d'anisoplanétisme, on observe que celle-ci dépend fortement de l'échelle externe. Plus  $L_0$  devient grand, plus il faudra chercher des étoiles naturelles dans un rayon proche de la direction d'intérêt. Comme l'étoile naturelle peut se situer n'importe où dans le champ scientifique, la distance maximale entre celle-ci et la galaxie la plus éloignée est de 5.1 arcmin. On peut donc déjà conclure à partir de la Fig. 8.13, que lorsque  $L_0 = 100m$ , l'intégralité du champ d'EAGLE ne pourra être corrigé par une unique étoile naturelle si celle-ci se situe en bord de champ. Il faudra trouver des étoiles naturelles localisées de

---

<sup>3</sup>cette valeur 2 est sans doute conservative, en particulier si une approche Kalman est considérée.

préférence au centre du champ scientifique, ou utiliser plusieurs étoiles naturelles.

Concernant l'erreur due au bruit de photons, on montre Fig. 8.13 à droite l'erreur résiduelle pour un analyseur fonctionnant dans le visible ( $0.65\mu\text{m}$ ) et dans l'infra-rouge ( $2.2\mu\text{m}$ ). L'avantage d'utiliser un analyseur dans l'infra-rouge est que le nombre de sources disponibles est beaucoup plus élevé (Cf. § 8.7). D'après la Fig. 8.13, on voit qu'un nombre de photons supérieur à 100 permet de passer en-dessous du seuil des  $12.5\text{rd}^2$ . A partir du nombre de photons reçus, on peut remonter à une estimation de la magnitude de l'étoile naturelle. Pour cela, on fera l'hypothèse d'une transmission globale de notre système, appelée point zéro (ZeroPoint) de  $10^{10}\text{photo-e}^-/\text{m}^2/\text{s}$ . Ce point zéro est défini par le nombre de photons détectés par le capteur de l'ASO lorsque l'on observe une étoile G0 de magnitude  $R=0$ .

Enfin, concernant l'erreur temporelle, on considérera une fréquence d'échantillonnage de 50Hz, ce qui correspond à  $\sigma_{temp}^2 = 0.1\text{rd}^2$  environ.

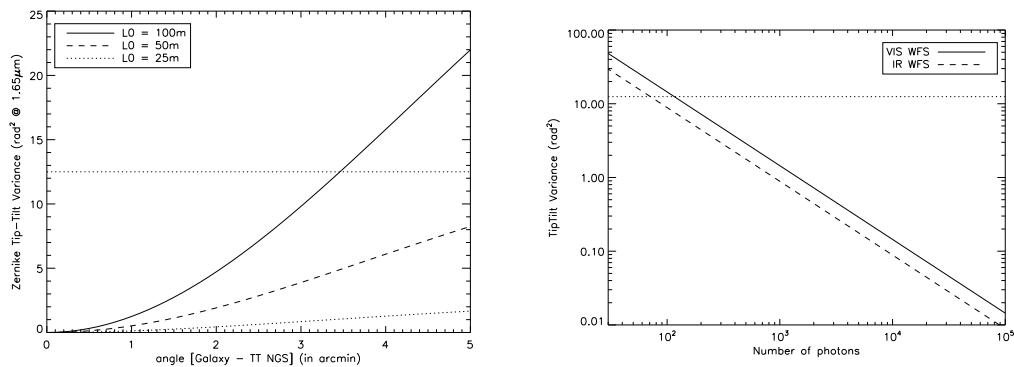


FIG. 8.13 – Variations résiduelles. A gauche : erreur d'anisoplanétisme pour trois valeurs de  $L_0$ . A droite : variance de bruit de photons pour un analyseur dans le visible et dans le proche infra-rouge.

A partir des données de la figure 8.13, on peut enfin estimer les couples magnitudes/distance angulaire qui permettent d'obtenir  $\sigma_{res}^2 < 12.5\text{rd}^2$ . La Fig. 8.14 représente le pourcentage de variance de Tip/Tilt corrigé par le système en fonction de la distance angulaire entre la direction d'intérêt et l'étoile naturelle, pour différentes magnitudes et pour deux cas de  $L_0$  (50m à gauche et 100m à droite). Par exemple, pour le cas de référence  $L_0 = 50\text{m}$ , la variance de Tip/Tilt donné par la Fig. 8.12 est de  $50\text{rd}^2$ . Il faut donc corriger 75% de celle-ci pour repasser en dessous du seuil des  $12.5\text{rd}^2$ . D'après la Fig. 8.14, on réalise cette condition avec une étoile de magnitude  $R=19.5$  située à  $5\text{arcmin}$  de la galaxie d'intérêt. On pourrait aussi le faire avec un étoile de magnitude  $R=20.5$  située deux fois moins loin. Pour le cas  $L_0 = 100\text{m}$ , la variance de Tip/Tilt initiale est beaucoup plus élevée et c'est 93% des  $180\text{rd}^2$  initiaux qu'il faut corriger. Une mesure sur une étoile de magnitude  $R=17$  à  $3.4\text{arcmin}$  de la source devrait être capable de ramener la variance de Tip/Tilt à

un niveau où la grande majorité de l'énergie reste concentrée dans les pixels de  $75 \times 75 \text{ mas}^2$ .

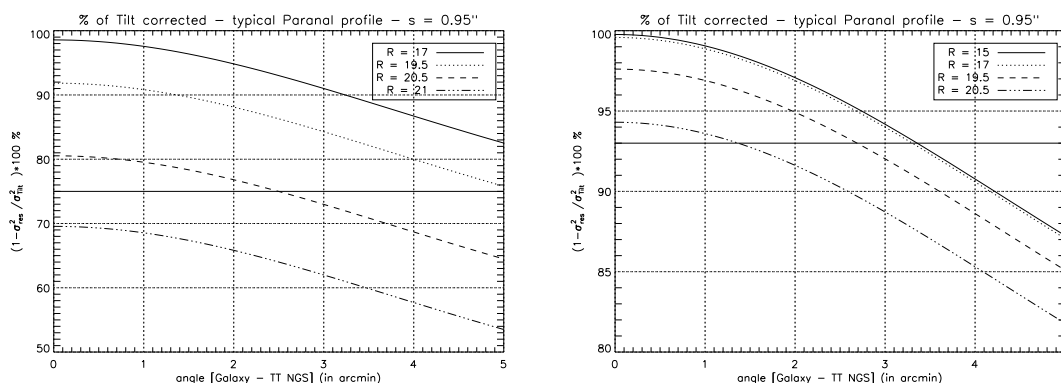


FIG. 8.14 – Pourcentage de correction de la variance atmosphérique de Tip/Tilt en fonction de la magnitude et de la distance angulaire de l'étoile naturelle. A gauche : pour un  $L_0$  de 50m. A droite : pour un  $L_0$  de 100m.

A partir des couples magnitude/distance angulaire, on sera en mesure d'évaluer la couverture de ciel accessible par EAGLE. Cette étude est présentée au § 8.7.

### A partir de la matrice tomographique

On considère désormais une représentation globale du système où les modes de Tip/Tilt sont filtrés dans la mesure. A partir des 9 étoiles lasers et des mesures sur la/les étoiles naturelles, on construit une matrice tomographique qui doit reconstruire l'ensemble des modes du volume turbulent. La méthode de filtrage des modes de Tip/Tilt de la mesure est détaillée au § 6.8.2 et dans Assémat *et al.* (2008). L'objectif est de déterminer si l'analyse présentée ci-dessus à partir de la variance résiduelle de Tip/Tilt est représentative de l'erreur attendue. Pour cela, je commence par montrer sur la Fig. 8.15 la performance obtenue à partir d'une reconstruction tomographique effectuée sur 9 étoiles lasers dont la mesure est filtrée des modes de Tip/Tilt. Il n'y a pas d'étoile naturelle dans cet exemple. Trois conditions de  $L_0$  sont considérées, respectivement 25m (à gauche), 50m (au centre) et 100m (à droite).

A partir de la Fig. 8.15, on retrouve les résultats de la figure 8.12, à savoir que pour un  $L_0$  inférieur à 30m, l'indétermination du Tip/Tilt n'a qu'un faible impact sur l'EE. Par contre, pour les cas de  $L_0$  plus grands, une correction par étoile naturelle est nécessaire. Dans la suite, on se concentrera sur le cas de référence  $L_0=50\text{m}$ . On introduit alors consécutivement 1, 2 et 3 étoiles naturelles de faible magnitude au centre du champ, et on calcule l'EE moyenne dans le champ. Les résultats donnent respectivement 63%, 65% et 65% d'EE. On voit donc qu'une unique étoile naturelle est suffisante pour reconcentrer l'énergie dans les pixels de  $75 \times 75 \text{ mas}^2$ . Il reste à déterminer la magnitude limite de cette

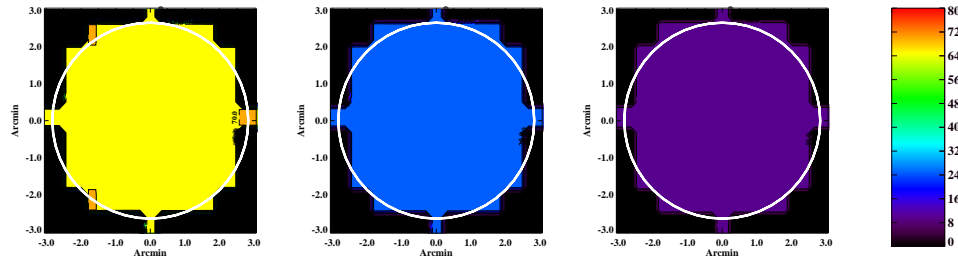


FIG. 8.15 – Carte d’EE pour une mesure effectuée sur 9 étoiles lasers filtrées du Tip/Tilt. De gauche à droite :  $L_0=25\text{m}$ ,  $L_0=50\text{m}$  et  $L_0=100\text{m}$ . L’EE moyenne dans le champ est de 65%, 28% et 13%. Les zones noires correspondent à des régions où la performance n’a pas été évaluée et non pas à des zones où l’EE est nulle.

étoile. Pour cela, la Fig. 8.16 montre les cartes d’EE dans les cas où l’étoile naturelle a une magnitude  $R=11, 13, 15$  (en haut et de gauche à droite) et  $17, 19, 21$  (en bas). Les EE moyennes sont données dans la légende. L’étoile naturelle est toujours au centre du champ.

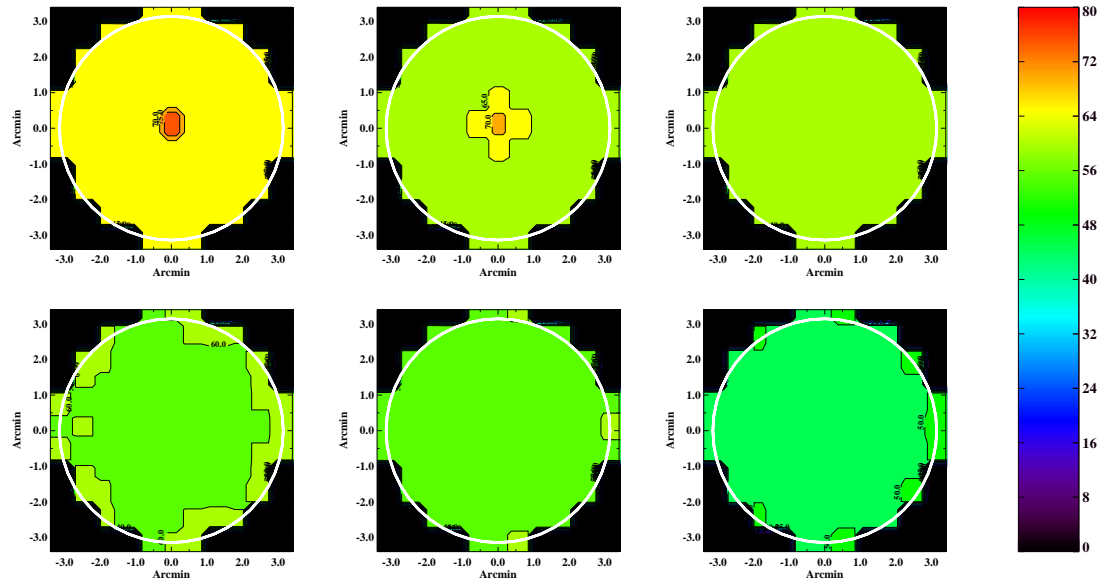


FIG. 8.16 – Influence de la magnitude de l’étoile naturelle. De gauche à droite et de haut en bas :  $R=11, 13, 15, 17, 19$  et  $21$ . Les EE moyennes sont respectivement de 66%, 63%, 61%, 59%, 57% et 49%.

Les résultats de la Fig. 8.16 montrent qu’une étoile naturelle aussi faible que  $R=19$  pourrait être utilisée pour la mesure des Tip/Tilts, en très bon accord avec les résultats tirés de la la Fig. 8.14. On conclut donc qu’une unique étoile naturelle de magnitude  $R \leq 19$  devrait être suffisante pour l’analyse des modes de Tip/Tilts. De plus, on confirme que l’approche basée sur l’étude de la variance résiduelle de Tip/Tilt est représentative



des performances attendues. On pouvait s'attendre à ce résultat car les modes d'ordres supérieurs induits par l'indétermination de Tip/Tilt sont principalement des modes de bas ordre. En d'autres termes et du point de vue de la PSF, l'énergie dispersée par ces modes reste dans un domaine relativement proche de l'axe optique. La majorité de l'énergie dispersée reste donc dans les pixels de  $75 \times 75 \text{mas}^2$ .

## 8.6 Bilan de l'OA d'EAGLE

Les principales caractéristiques du système d'OA requises pour EAGLE sont résumées dans la Table 8.3.

<b>Analyse</b>	9 étoiles laser sur un cercle de 6.8arcmin de diamètre 1 étoile naturelle $R \leq 19$
<b>Tomographie</b>	10 couches reconstruites Précision sur l'altitude $\sim 400\text{m}$
<b>Correction</b>	MOAO avec un nombre d'actionneur $> 84 \times 84$

TAB. 8.3 – Caractéristiques générales de l'OA d'EAGLE.

## 8.7 Couverture de ciel

Pour finir, on étudie la couverture de ciel accessible par EAGLE. On a vu qu'une seule étoile naturelle de magnitude  $R < 19$  pouvait suffire pour réduire significativement la variance de Tip/Tilt dans le cas des conditions atmosphériques de référence (seeing =  $0.95''$ ,  $L_0 = 50\text{m}$ ). Il s'agit alors de savoir si une telle étoile sera disponible dans le champ d'EAGLE, pour des observations réalisées à différentes latitudes galactiques.

Une première réponse est apportée par les modèles de répartitions d'étoiles dans notre galaxie. Ces modèles donnent le nombre d'étoiles que l'on peut espérer obtenir dans un champ de taille donné à différentes latitudes galactiques. Par exemple, la Table 8.4 donne le nombre d'étoiles disponibles dans le champ d'EAGLE dont la magnitude est inférieure à un certain seuil et pour trois latitudes galactiques.

Latitude Galactique	30	60	90
Nbre de NGS avec $R \leq 15.25$	4	1.6	1.2
Nbre de NGS avec $R \leq 17.25$	11.8	4.2	3.2
Nbre de NGS avec $R \leq 19.25$	30.3	10.5	7.8

TAB. 8.4 – Nombre moyen d'étoiles naturelles dans le champ d'EAGLE en fonction de la latitude galactique et de la magnitude limite. Tiré de Bahcall et Soneira (1980).

A partir des résultats de la Table 8.4, on voit que la couverture de ciel accessible par EAGLE est complète. Autrement dit, quelle que soit la latitude galactique à laquelle on observe, on trouvera toujours une étoile dont la magnitude est inférieure à  $R=19.25$  (et même inférieure à  $R=15.25$ ).

Une autre approche pour calculer la couverture de ciel accessible par EAGLE est de s'intéresser à des champs cosmologiques particuliers. En effet, certains champs sont plus particulièrement observés et ils bénéficient d'une couverture par de nombreux instruments depuis le sol ou l'espace. Pour l'étude des galaxies distantes, on a montré que la combinaison des observations cinématiques avec de l'imagerie profonde était un outil très puissant pour contraindre les scénarios d'évolutions et de formations des galaxies. On peut donc imaginer que ces champs cosmologiques joueront encore un rôle important dans l'étude des galaxies distantes lorsque l'E-ELT sera opérationnel. Or ces champs possèdent la particularité d'être biaisés vers des faibles densités d'étoiles. En effet, la plupart de ces champs cosmologiques sont couverts par des observations spatiales qui tentent de minimiser le nombre d'étoiles brillantes afin d'éviter de saturer les capteurs. L'étude du nombre d'étoiles disponibles dans ces champs cosmologiques est donc primordiale pour déterminer la capacité de EAGLE à faire l'étude des galaxies distantes.

Je me suis intéressé à l'étude de deux champs particuliers : le champ GOODS<sup>4</sup> et le champ COSMOS<sup>5</sup>. Concernant le champ GOODS, on se focalise sur la partie observée avec le télescope spatial et la caméra ACS (Cf. Fig. 8.19). Ce champ couvre approximativement une aire de  $16.4' \times 20.5'$  centrée en  $RA=[03\ 32\ 29.46]$ ,  $DEC=[-27\ 48\ 18.02]$ . Converti en coordonnées galactiques, cela correspond à  $L=[223\ 34\ 08.0]$ ,  $b=[-54\ 32\ 31]$ . Le champ COSMOS est beaucoup plus grand avec une surface de  $(2^\circ)^2$  environ, centré en  $RA=[10\ 00\ 28.6]$ ,  $DEC=[+02\ 12\ 21.0]$ , ce qui donne en coordonnées galactiques :  $L=[236\ 49\ 20.0]$ ,  $b=[42\ 07\ 17.9]$ .

Les Figures 8.17 et 8.18 représentent la distribution des étoiles naturelles dans ces champs, pour une sélection en bande R ( $R \leq 19$ ) et en bande K ( $K \leq 16$ ). Le plus grand cercle représente le champ d'EAGLE de 5.1 arcmin de diamètre. On réalise alors des tirages aléatoires (500 tirages) de la position du champ EAGLE dans ces champs et on compte le nombre d'étoiles disponible par seuil de magnitude. Les résultats sont donnés dans les Tables 8.5 et 8.6 pour des étoiles sélectionnées dans le visible et dans l'infrarouge respectivement.

L'analyse des résultats des Tables 8.5 et 8.6 montre tout d'abord que ces champs sont effectivement biaisés vers des densités d'étoiles plus faibles que le nombre moyen d'étoiles présentes à leurs latitudes galactiques respectives. Par ailleurs, on trouve que le champ GOODS est moins riche en étoiles que le champ COSMOS, ce qui s'explique surtout par la taille restreinte du premier. La taille du champ COSMOS est telle que sa densité d'étoiles

<sup>4</sup><http://www.stsci.edu/science/goods/>

<sup>5</sup><http://cosmos.astro.caltech.edu/overview/index.html>

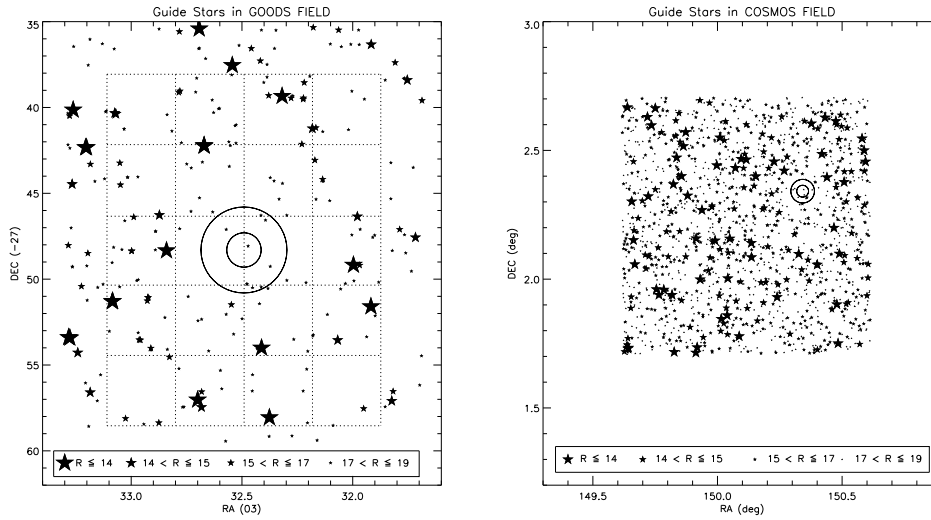


FIG. 8.17 – Distribution des étoiles naturelles dans les champs GOODS (à gauche) et COSMOS (à droite) pour une sélection en bande R.

	R $\leq$ 15				R $\leq$ 17				R $\leq$ 19			
	mean	stdv	min	max	mean	stdv	min	max	mean	stdv	min	max
GOODS	0.85	0.84	0	4	2.26	2.	0	10	7.7	3.2	1	19
COSMOS	1.53	1.2	0	7	5.5	2.2	0	15	14.5	3.6	4	31

TAB. 8.5 – Nombre moyen d'étoiles sélectionnées en bande R dans le champ d'EAGLE de 5.1arcmin. On donne aussi l'écart type, le nombre minimum et maximum.

	K $\leq$ 14				K $\leq$ 15				R $\leq$ 16			
	mean	stdv	min	max	mean	stdv	min	max	mean	stdv	min	max
GOODS	1.4	1.4	0	7	2.5	1.7	0	8	4.9	2.2	0	13
COSMOS	3.0	1.8	0	12	5.4	2.3	0	15	9.1	3.	0	21

TAB. 8.6 – Nombre moyen d'étoiles sélectionnées en bande K dans le champ d'EAGLE de 5.1arcmin. On donne aussi l'écart type, le nombre minimum et maximum

tend vers les valeurs moyennes de la Table 8.4.

Mais le résultat principal de cette petite étude, est que la couverture de ciel de EAGLE est assurée car on trouve toujours au moins une étoile de magnitude  $R\leq 19$  dans ces champs cosmologiques. On peut donc conclure que la couverture de ciel de EAGLE sera excellente, même dans les champs cosmologiques les plus pauvres en étoiles guides.

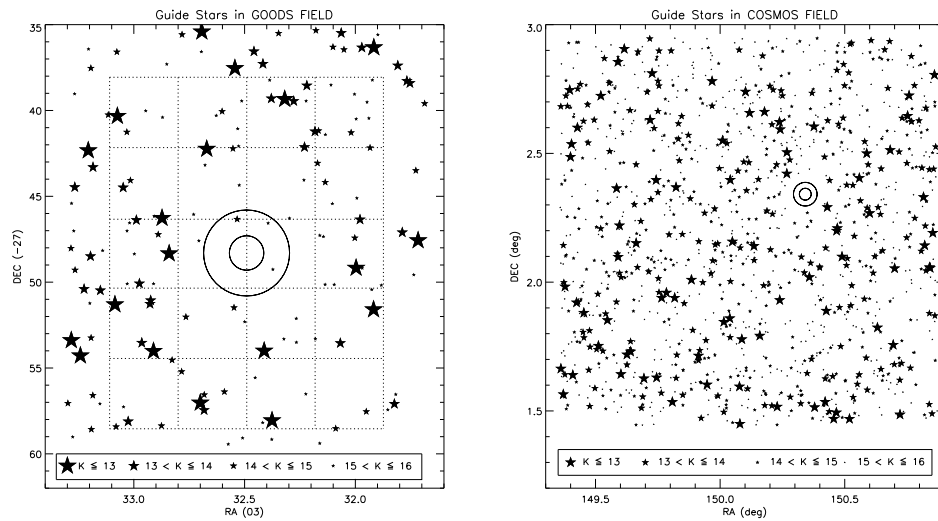


FIG. 8.18 – Distribution des étoiles naturelles dans les champs GOODS (à gauche) et COSMOS à droite pour une sélection en bande K.

## 8.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi les grandes lignes du système d’OA pour EAGLE. Nous montrons en particulier que EAGLE devra nécessairement utiliser un grand nombre de sources laser pour réaliser la tomographie. De plus, compte tenu de la taille du champ et de la spécification scientifique en terme d’EE, le système de correction devra être de type MOAO afin de minimiser l’erreur de projection. La principale difficulté du système d’OA d’EAGLE provient certainement de la taille du champ à corriger. Comme on l’a vu au chapitre précédent, la tomographie devient très sensible aux erreurs de modèle lorsque le champ scientifique est grand. En conséquence, EAGLE devra bénéficier d’un suivi relativement précis de l’évolution des conditions de turbulence, avec en particulier l’évolution de l’altitude des couches dominantes. Par contre, les contraintes concernant l’analyse sur étoiles naturelles sont grandement relaxées du fait que l’on s’intéresse à de l’EE dans des boîtes de taille  $\sim 10$  fois plus grande que la diffraction. Ainsi, seule une étoile naturelle de magnitude faible devrait suffire, ce qui assure une couverture de ciel complète pour l’instrument.

Enfin, pour finir sur une illustration, je montre en Fig. 8.19 une vue du champ GOODS sur laquelle est superposé le champ d’EAGLE avec ses 20 IFUs en cours d’observations de galaxie à  $z \sim 4$ .

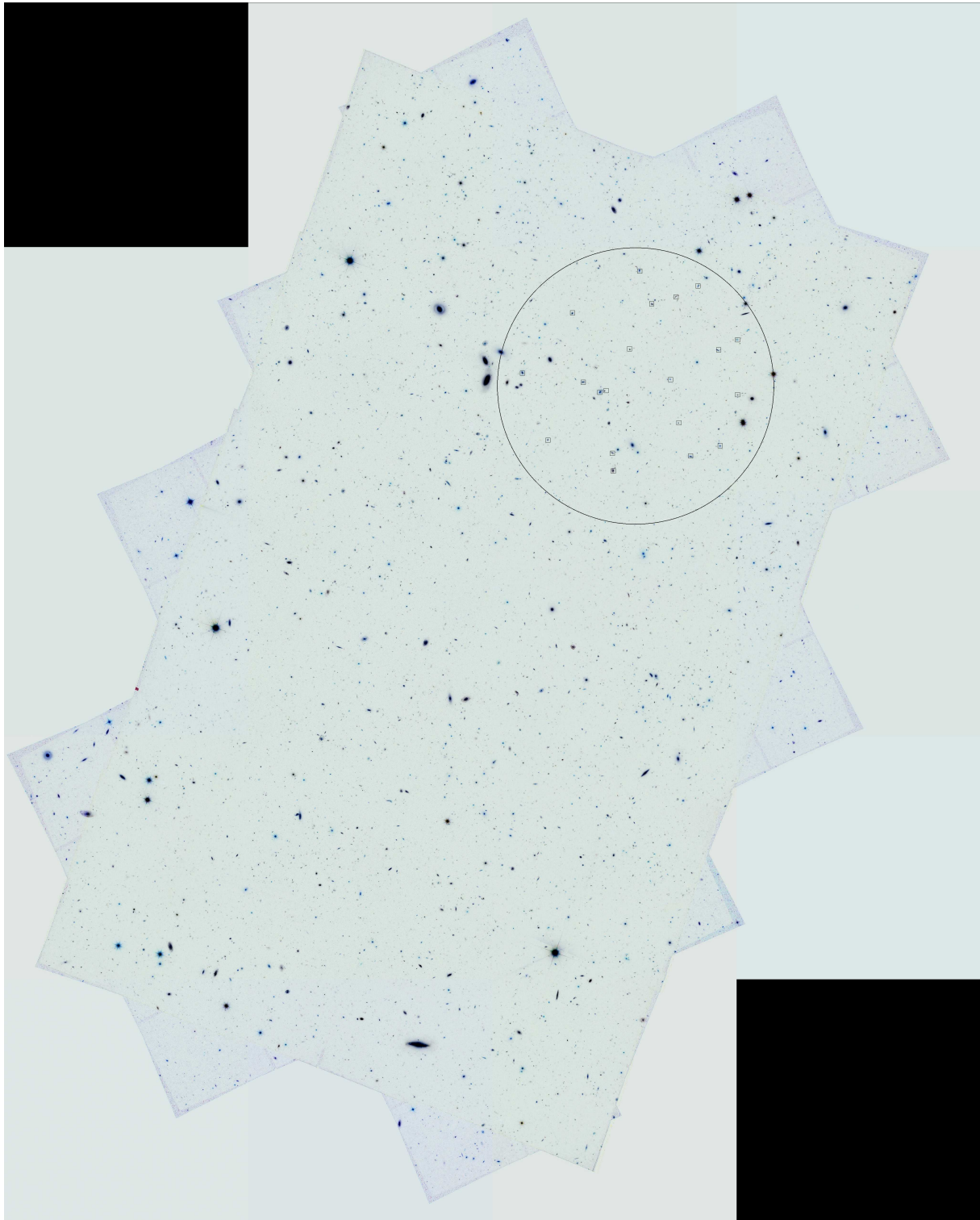


FIG. 8.19 – Illustration d’une observation typique de EAGLE dans le champ GOODS. Les 20IFUs sont à l’oeuvre pour mesurer les propriétés cinématiques de galaxies à  $z \sim 4$ .

# Bibliographie

- AMMONS S.M., KUPKE R., LAAG E.A., GAVEL D.T., DILLON D.R., REINIG M.R., BAUMAN B.J., MAX C.E., et JOHNSON J.A. First results from the UCSC Laboratory for Adaptive Optics multi-conjugate and multi-object adaptive optics testbed. Dans *Advances in Adaptive Optics II. Edited by Ellerbroek, Brent L. ; Bonaccini Calia, Domenico. Proceedings of the SPIE, Volume 6272, pp. 627202 (2006).*, tome 6272 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 2006.*
- ASSÉMAT F., GENDRON E., et HAMMER F. The FALCON concept : multi-object adaptive optics and atmospheric tomography for integral field spectroscopy - principles and performance on an 8-m telescope. *MNRAS*, 376, 287 2007.
- ASSÉMAT F., WILSON R., et GENDRON E. Method for simulating infinitely long and non stationary phase screens with optimized memory storage. *Optics Express*, 14, 988 2006.
- ASSÉMAT F., FUSCO T., CONAN J.M., ROUSSET G., GENDRON E., et NEICHEL B. Numerical fourier simulations of tip-tilt lgs indetermination for the eagle instrument of the european elt. Dans *A.O. Systems, rédacteur, Norbert Hubin, Claire E. Max, Peter L. Wizinowich*, tome 7015, 70154A. Marseille, France 2008.
- BAHCALL J.N. et SONEIRA R.M. Star counts as an indicator of galactic structure and quasar evolution. *ApJ*, 238, L17 1980.
- BARANEC C., LLOYD-HART M., MILTON N.M., STALCUP T., SNYDER M., et ANGEL R. Tomographic reconstruction of stellar wavefronts from multiple laser guide stars. Dans *Advances in Adaptive Optics II. Edited by Ellerbroek, Brent L. ; Bonaccini Calia, Domenico. Proceedings of the SPIE, Volume 6272, pp. 627203 (2006).*, tome 6272 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 2006.*
- BLANC A., MUGNIER L.M., et IDIER J. Marginal estimation of aberrations and image restoration by use of phase diversity. *Journal of the Optical Society of America A*, 20, 1035 2003.
- CONAN J.M. *Étude de la correction partielle en optique adaptative.* Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay 1994.

- CONAN R., AVILA R., SÁNCHEZ L.J., ZIAD A., MARTIN F., BORGNINO J., HARRIS O., GONZÁLEZ S.I., MICHEL R., et HIRIART D. Wavefront outer scale and seeing measurements at San Pedro Mártir Observatory. *A&A*, 396, 723 2002.
- CONAN R., BORGNINO J., ZIAD A., et MARTIN F. Analytical solution for the covariance and for the decorrelation time of the angle of arrival of a wave front corrugated by atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 17, 1807 2000.
- DIOLAITI E., CONAN J.M., FOPPIANI I., et ET AL. A preliminary overview of the multi-conjugate adaptive optics module for the e-elt. Dans A.O. Systems, rédacteur, *Norbert Hubin, Claire E. Max, Peter L. Wizinowich*, tome 7015, 70150U. Marseille, France 2008.
- ELLERBROEK B.L. First-order performance evaluation of adaptive-optics systems for atmospheric-turbulence compensation in extended-field-of-view astronomical telescopes. *Journal of the Optical Society of America A*, 11, 783 1994.
- ELLERBROEK B.L. Wavefront reconstruction algorithms and simulation results for multiconjugate adaptive optics on giant telescopes. Dans A.L. Ardeberg et T. Andersen, rédacteurs, *Second Backaskog Workshop on Extremely Large Telescopes. Edited by Ardeberg, Arne L.; Andersen, Torben. Proceedings of the SPIE, Volume 5382, pp. 478-489 (2004).*, tome 5382 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 478–489 2004.
- ELLERBROEK B.L. Linear systems modeling of adaptive optics in the spatial-frequency domain. *Journal of the Optical Society of America A*, 22, 310 2005.
- FALES C.L., HUCK F.O., MCCORMICK J.A., et PARK S.K. Wiener restoration of sampled image data : end-to-end analysis. *J. Opt. Soc. Am. A*, 5(3), 300 1988.
- FLICKER R., RIGAUT F.J., et ELLERBROEK B.L. Comparison of multiconjugate adaptive optics configurations and control algorithms for the Gemini South 8-m telescope. Dans P.L. Wizinowich, rédacteur, *Proc. SPIE Vol. 4007, p. 1032-1043, Adaptive Optical Systems Technology, Peter L. Wizinowich; Ed.*, tome 4007 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 1032–1043 2000.
- FLICKER R.C., RIGAUT F.J., et ELLERBROEK B.L. Tilt anisoplanatism in laser-guide-star-based multiconjugate adaptive optics. Reconstruction of the long exposure point spread function from control loop data. *A&A*, 400, 1199 2003.
- FOY R. et LABEYRIE A. Feasibility of adaptive telescope with laser probe. *A&A*, 152, L29 1985.
- FRIED D.L. Optical Resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 56, 1372 1966.

- FRIED D.L. Anisoplanatism in adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 72, 52 1982.
- FRIED D.L. Time-delay-induced mean-square error in adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 7, 1224 1990.
- FRIED D.L. et BELSHER J.F. Analysis of fundamental limits to artificial-guide-star adaptive-optics-system performance for astronomical imaging. *Journal of the Optical Society of America A*, 11, 277 1994.
- FUSCO T. *Correction partielle et anisoplanétisme en Optique Adaptative : traitement a posteriori et Optique Adaptative Multiconjuguée*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, Nice France 2000.
- FUSCO T., BLANC A., NICOLLE M., BEUZIT J.L., MICHAU V., ROUSSET G., et HUBIN N. Sky coverage estimation for multiconjugate adaptive optics systems : strategies and results. *MNRAS*, 370, 174 2006.
- FUSCO T., CONAN J.M., MICHAU V., MUGNIER L.M., et ROUSSET G. Efficient phase estimation for large-field-of-view adaptive optics. *Optics Letters*, 24, 1472 1999.
- FUSCO T., CONAN J.M., MICHAU V., et ROUSSET G. Noise propagation for multiconjugate adaptive optics system. Dans A. Kohnle, J.D. Gonglewski, et T.J. Schmutge, rédacteurs, *Proc. SPIE Vol. 4538, p. 144-155, Optics in Atmospheric Propagation and Adaptive Systems IV, Anton Kohnle ; John D. Gonglewski ; Thomas J. Schmutge ; Eds.*, tome 4538 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 144–155 2002.
- FUSCO T., CONAN J.M., MUGNIER L.M., MICHAU V., et ROUSSET G. Characterization of adaptive optics point spread function for anisoplanatic imaging. Application to stellar field deconvolution. *A&AS*, 142, 149 2000.
- FUSCO T., CONAN J.M., ROUSSET G., MUGNIER L.M., et MICHAU V. Optimal wavefront reconstruction strategies for multiconjugate adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 18, 2527 2001.
- FUSCO T., PETIT C., ROUSSET G., CONAN J.M., et BEUZIT J.L. Closed-loop experimental validation of the spatially filtered Shack-Hartmann concept. *Opt. Lett.*, 30, 1255 2005.
- GAVEL D. Progress with Adaptive Optics Testbeds at the UCO/Lick Observatory Laboratory for Adaptive Optics. Dans *Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference 2007*.
- GAVEL D.T. Tomography for multiconjugate adaptive optics systems using laser guide stars. Dans D. Bonaccini Calia, B.L. Ellerbroek, et R. Ragazzoni, rédacteurs, *Advancements in Adaptive Optics. Edited by Domenico B. Calia, Brent L. Ellerbroek, and*



- Roberto Ragazzoni. *Proceedings of the SPIE, Volume 5490, pp. 1356-1373 (2004).*, tome 5490 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 1356–1373 2004.
- GILLES L. et ELLERBROEK B.L. Split atmospheric tomography using laser and natural guide stars. *J. Opt. Soc. Am. A*, 25(10), 2427 2008.
- GONSALVES R.A. Phase retrieval and diversity in adaptive optics. *Optical Engineering*, 21, 829 1982.
- HAMMER F., PUECH M., ASSEMAT F.F., GENDRON E., SAYEDE F., LAPORTE P., MARTEAUD M., LIOTARD A., et ZAMKOTSAN F. FALCON : a concept to extend adaptive optics corrections to cosmological fields. Dans A.L. Ardeberg et T. Andersen, rédacteurs, *Second Backaskog Workshop on Extremely Large Telescopes. Edited by Ardeberg, Arne L. ; Andersen, Torben. Proceedings of the SPIE, Volume 5382, pp. 727-736 (2004).*, tome 5382 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 727–736 2004.
- HAMMER F., SAYÈDE F., GENDRON E., FUSCO T., BURGARELLA D., CAYATTE V., CONNAN J.M., COURBIN F., FLORES H., GUINOARD I., JOCOU L., LANÇON A., MONNET G., MOUHICINE M., RIGAUD F., ROUAN D., ROUSSET G., BUAT V., et ZAMKOTSAN F. The FALCON Concept : Multi-Object Spectroscopy Combined with MCAO in Near-IR. Dans J. Bergeron et G. Monnet, rédacteurs, *Scientific Drivers for ESO Future VLT/VLTI Instrumentation : Proceedings of the ESO Workshop Held in Garching, Germany, 11-15 Juni 2001, ESO ASTROPHYSICS SYMPOSIA. ISBN 3-540-43755-X. Edited by J. Bergeron and G. Monnet. Springer-Verlag, 2002, p. 139, 139–+ 2002.*
- HARDING C.M., JOHNSTON R.A., et LANE R.G. Fast Simulation of a Kolmogorov Phase Screen. *Appl. Opt.*, 38, 2161 1999.
- HUBIN N., ARSENAULT R., CONZELMANN R., DELABRE B., LE LOUARN M., STROEBELE S., et STUIK R. Ground Layer Adaptive Optics. *Comptes Rendus Physique*, 6, 1099 2005.
- IDIER J. *Bayesian Approach for Inverse Problems*. ISTE, London 2008.
- JOHNSTON D.C. et WELSH B.M. Analysis of multiconjugate adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 11, 394 1994.
- JOLISSAINT L., ELLERBROEK B., et ANGELI G. Analytical modeling of the optical transfer function of a segmented telescope with/without adaptive optics correction of the telescope's dynamical aberrations. Dans *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, tome 6271 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 2006a*.

- JOLISSAINT L., VÉRAN J.P., et CONAN R. Analytical modeling of adaptive optics : foundations of the phase spatial power spectrum approach. *Journal of the Optical Society of America A*, 23, 382 2006b.
- KOLMOGOROV A. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30, 301 1941.
- KULCSÁR C., RAYNAUD H., PETIT C., et CONAN J.M. Minimum variance control in presence of actuator saturation in adaptive optics. Dans A.O. Systems, rédacteur, *Norbert Hubin, Claire E. Max, Peter L. Wizinowich*, tome 7015, 70151G. Marseille, France 2008.
- KULCSÁR C., RAYNAUD H.F., PETIT C., CONAN J.M., et DE LESEGNO P.V. Optimal control, observers and integrators in adaptive optics. *Opt. Express*, 14(17), 7464 2006.
- LANE R.G., GLINDEMANN A., et DAINTY J.C. Simulation of a Kolmogorov phase screen . *Waves in Random Media*, 2, 209 1992.
- LE LOUARN M. *Laser guide stars for large telescopes : cone effect and astrophysical implications*. Thèse de doctorat, AA(CRAL -Observatoire de Lyon and European Southern Observatory - Garching) 2000.
- LE LOUARN M., FOY R., HUBIN N., et TALLON M. Laser Guide Star for 3.6- and 8-m telescopes : Performance and astrophysical implications. *MNRAS*, 295, 756 1998.
- LLOYD-HART M., BARANEC C., MILTON N.M., SNYDER M., STALCUP T., et ANGEL J.R.P. Experimental results of ground-layer and tomographic wavefront reconstruction from multiple laser guide stars. *Optics Express*, 14, 7541 2006.
- LLOYD-HART M. et MILTON N.M. Fundamental limits on isoplanatic correction with multiconjugate adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 20, 1949 2003.
- MARTIN F., CONAN R., TOKOVININ A., ZIAD A., TRINQUET H., BORGNINO J., AGABI A., et SARAZIN M. Optical parameters relevant for High Angular Resolution at Paranal from GSM instrument and surface layer contribution. *A&AS*, 144, 39 2000.
- MCGLAMERY B.L. Computer simulation studies of restoration of turbulence-degraded images (A). *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 66, 174 1976.
- MILTON N.M., LLOYD-HART M., BERNIER J.A., et BARANEC C. Real-time atmospheric turbulence profile estimation using modal covariance measurements from multiple guide stars. Dans *Astronomical Adaptive Optics Systems and Applications III. Edited by Tyson, Robert K.; Lloyd-Hart, Michael. Proceedings of the SPIE, Volume 6691, pp. 66910B-66910B-9 (2007).*, tome 6691 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 2007*.

- MUGNIER L.M., LE BESNERAIS G., et MEIMON S. *Inversion in Optical Imaging through Atmospheric Turbulence*, chapitre 10, 243–283. Digital Signal and Image Processing Series. ISTE / John Wiley, London 2008.
- NAKAJIMA T. Signal-to-noise ratio of the bispectral analysis of speckle interferometry. *Journal of the Optical Society of America A*, 5, 1477 1988.
- NEICHEL B., CONAN J.M., FUSCO T., GENDRON E., PUECH M., ROUSSET G., et HAMMER F. ELTs adaptive optics for multi-objects 3D spectroscopy : key parameters and design rules. Dans *Advances in Adaptive Optics II. Edited by Ellerbroek, Brent L. ; Bonaccini Calia, Domenico. Proceedings of the SPIE, Volume 6272, pp. 62721X (2006).*, tome 6272 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference 2006*.
- NICOLLE M., FUSCO T., ROUSSET G., et MICHAU V. Improvement of shack-hartmann wavefront sensor measurement for extreme adaptive optics. *Opt. Lett.*, 29(23), 2743 2004.
- PETIT C. *Etude de la commande optimale en Optique Adaptative et Optique Adaptative MultiConjuguée, validation numérique et expérimentale*. Thèse de doctorat, Paris 13 2006.
- PILKINGTON J.D.H., THOMPSON L., et GARDNER C. Artificial Guide Stars for Adaptive Imaging. *Nature*, 330, 116 1987.
- POYNEER L. et VÉRAN J.P. Predictive wavefront control for adaptive optics with arbitrary control loop delays. *J. Opt. Soc. Am. A*, 25(7), 1486 2008.
- POYNEER L.A. et MACINTOSH B. Spatially filtered wave-front sensor for high-order adaptive optics. *J. Opt. Soc. Am.*, 21(5), 810 2004.
- QUIROS-PACHECO F. *Reconstruction and control laws for multi-conjugate adaptive optics in astronomy*. Thèse de doctorat, PhD Thesis, London : Imperial College, [ 2007 ] 247 p. 2007.
- RAGAZZONI R. Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism. *Journal of Modern Optics*, 43, 289 1996.
- RAGAZZONI R. Multiple field of view layer oriented. Dans E. Vernet, R. Ragazzoni, S. Esposito, et N. Hubin, rédacteurs, *Beyond Conventional Adaptive Optics : a Conference Devoted to the Development of Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*, 209–+ 2002.
- RAGAZZONI R., MARCHETTI E., et VALENTE G. Adaptive-optics corrections available for the whole sky. *Nature*, 403, 54 2000.

- RIGAUT F. Ground-conjugate wide field adaptive optics for the ELTs. Dans R. Ragazzoni et S. Esposito, rédacteurs, *Beyond Conventional Adaptive Optics*. Astronomical Observatory of Padova, Padova, Italy 2001.
- RIGAUT F. Ground Conjugate Wide Field Adaptive Optics for the ELTs. Dans E. Vernet, R. Ragazzoni, S. Esposito, et N. Hubin, rédacteurs, *Beyond conventional adaptive optics : a conference devoted to the development of adaptive optics for extremely large telescopes. Proceedings of the Topical Meeting held May 7-10, 2001, Venice, Italy. Edited by E. Vernet, R. Ragazzoni, S. Esposito, and N. Hubin. Garching, Germany : European Southern Observatory, 2002 ESO Conference and Workshop Proceedings, Vol. 58, ISBN 3923524617, p.11, 11–+ 2002.*
- RIGAUT F. et D'ORGEVILLE C. On practical aspects of Laser Guide Stars. *Comptes Rendus Physique*, 6, 1089 2005.
- RIGAUT F. et GENDRON E. Laser guide star in adaptive optics - The tilt determination problem. *A&A*, 261, 677 1992.
- RIGAUT F.J., ELLERBROEK B.L., et FLICKER R. Principles, limitations, and performance of multiconjugate adaptive optics. Dans P.L. Wizinowich, rédacteur, *Proc. SPIE Vol. 4007, p. 1022-1031, Adaptive Optical Systems Technology, Peter L. Wizinowich; Ed.*, tome 4007 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 1022–1031 2000.
- RIGAUT F.J., VERAN J.P., et LAI O. Analytical model for Shack-Hartmann-based adaptive optics systems. Dans D. Bonaccini et R.K. Tyson, rédacteurs, *Proc. SPIE Vol. 3353, p. 1038-1048, Adaptive Optical System Technologies, Domenico Bonaccini; Robert K. Tyson; Eds.*, tome 3353 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 1038–1048 1998.
- RODDIER F. The Effects of Atmospheric Turbulence in Optical Astronomy. *Prog. Optics, Volume 19, p. 281-376*, 19, 281 1981.
- RODDIER F. Curvature sensing and compensation : a new concept in adaptive optics. *Appl. Opt.*, 27, 1223 1988.
- RODDIER F. Book Review : Adaptive optics in astronomy / Cambridge U Press, 1999. *Irish Astronomical Journal*, 26, 171 1999.
- RODDIER N. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials. *Optical Engineering*, 29, 1174 1990.
- ROUSSET G. *Wave-front sensors*, 91–+. Adaptive Optics in Astronomy 1999.
- ROUSSET G., MADEC P.Y., et RIGAUT F. Temporal analysis of turbulent wavefronts sensed by adaptive optics. Dans A. Consortini, rédacteur, *Atmospheric, Volume and Surface Scattering and Propagation*, 77–80. ICO Topical meeting 1991.

- ROUSSET G., PRIMOT J., et FONTANELLA J.C. Visible wavefront sensor development. *LEST Found., Tech. Rep., No. 28, p. 17 - 33*, 28, 17 1987.
- SASIELA R.J. Wave-front correction using one or more synthetic beacons. *Journal of the Optical Society of America A*, 11, 379 1994.
- SCHWARTZ C., BAUM G., et RIBAK E. Turbulence-degraded wave fronts as fractal surfaces. *Journal of the Optical Society of America A*, 11(1), 444 1994.
- SHACK R. et PLATT B. Production and use of a lenticular Hartmann Screen. *J. Opt. Soc. Am.*, 61, 656 1971.
- SHAKLAN S.B. *Multiple Beam Correlation Using Single-Mode Fiber Optics with Application to Interferometric Imaging*. Thèse de doctorat, AA(THE UNIVERSITY OF ARIZONA.) 1989.
- TALLON M. et FOY R. Adaptive telescope with laser probe - Isoplanatism and cone effect. *A&A*, 235, 549 1990.
- TALLON M., FOY R., et VERMIN J. 3-D Wavefront Sensing for Multiconjugate Adaptive Optics. Dans M.H. Ulrich, rédacteur, *Progress in Telescope and Instrumentation Technologies*, 517-+ 1992.
- TARANTOLA A. et VALETTE B. Generalized Nonlinear Inverse Problems Solved Using the Least Squares Criterion. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 20, 219 1982.
- TATARSKI V. *Wave Propagation In a Turbulent Medium*. Dover Publications,Inc. New York 1961.
- TAYLOR G.I. The spectrum of turbulence. *Proc. R. Soc. London. Ser. A*, 64, 476 1938.
- TOKOVININ A. Seeing Improvement with Ground-Layer Adaptive Optics. *pasp*, 116, 941 2004.
- TOKOVININ A., LE LOUARN M., et SARAZIN M. Isoplanatism in a multiconjugate adaptive optics system. *Journal of the Optical Society of America A*, 17, 1819 2000.
- TOKOVININ A., LE LOUARN M., VIARD E., HUBIN N., et CONAN R. Optimized modal tomography in adaptive optics. *aap*, 378, 710 2001.
- TOKOVININ A. et VIARD E. Limiting precision of tomographic phase estimation. *Journal of the Optical Society of America A*, 18, 873 2001.
- TYLER G.A. Rapid evaluation of  $d_0$  : the effective diameter of a laser- guide-star adaptive-optics system. *Journal of the Optical Society of America A*, 11, 325 1994.
- VÉRAN J.P. *Estimation de la réponse impulsionnelle et restauration d'image en optique adaptative. Application au système d'optique adaptative du Télescope Canada-France-Hawaii*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications 1997.

VIARD E. *Systemes d'optique adaptive avec etoiles laser : du systeme classique aux methodes multi-conjugees*. Thèse de doctorat, Ph.D.-Thesis, Universite de Grenoble, [2001] vi, 216 p. 2001.

VIARD E., LE LOUARN M., et HUBIN N. Adaptive optics with four laser guide stars : correction of the cone effect in large telescopes. *Appl. Opt.*, 41, 11 2002.

ZIAD A., SCHÖCK M., CHANAN G.A., TROY M., DEKANY R., LANE B.F., BORGNINO J., et MARTIN F. Comparison of Measurements of the Outer Scale of Turbulence by Three Different Techniques. *Appl. Opt.*, 43, 2316 2004.



# Conclusions & Perspectives





# Conclusions & Perspectives

Les futurs instruments qui équiperont l'E-ELT sont actuellement en cours de définition. Pour la plupart, ces instruments incluront un système d'OA intégré. Le design des instruments suit donc une approche globale où l'OA fait partie de l'instrument à part entière. Le système d'OA doit être conçu et optimisé pour une application scientifique donnée. Il devient dès lors particulièrement important de maîtriser l'ensemble de la chaîne, depuis une bonne connaissance du contexte astrophysique, la traduction des besoins scientifiques en termes instrumentaux pour enfin être en mesure de proposer des solutions technologiques adaptées. C'est à l'intersection de ces trois domaines que s'est situé mon travail de thèse. Ainsi, et même si les différentes problématiques abordées dans cette thèse peuvent sembler éloignées au premier abord, ce travail aura démontré, je l'espère, tout l'intérêt de les faire converger.

## Synthèse des résultats du large programme IMAGES

Il a s'agit en premier lieu de comprendre une problématique scientifique et ses enjeux astrophysiques, en l'occurrence la physique des galaxies lointaines. Ce travail m'a notamment permis d'appréhender la complexité des observations intégrale de champ et ce particulièrement concernant le traitement et l'interprétation de celles-ci. Mais les résultats scientifiques obtenus à l'aide d'observations 3D sont essentiels et l'étude de l'échantillon IMAGES montre par exemple que :

- Seulement 60% des galaxies de masses intermédiaires ont une cinématique relaxée à  $z \sim 0.6$  ce qui implique que les processus de fusions et d'interactions de galaxies jouent un rôle important à ces redshifts.
- La population des galaxies spirales est réduite d'un facteur deux entre  $z=0$  et  $z \sim 0.6$  : une grande majorité des galaxies spirales n'étaient pas en place à ces redshifts.
- Les galaxies spirales à  $z \sim 0.6$  se sont formées dans des temps relativement courts et de manière inside-out.
- Pour rejoindre la population des spirales locales, les spirales à  $z \sim 0.6$  ont dû doubler leur masse par un apport important en gaz.

De plus d'un point de vue méthodologique, nous montrons que :

- Les outils de classification dynamique et cinématique développés sont robustes et permettent une analyse quantitative et objective.
- Les outils de classification morphologique automatique surestiment le nombre de galaxie spirales.
- La combinaison de la dynamique et de la morphologie est certainement un des outils les plus puissants pour comprendre l’histoire des galaxies.

L’ensemble de ces résultats semble privilégier un scénario de type “spiral rebuilding” (Hammer *et al.* 2005). En ce sens, ils contredisent le modèle standard de formation et d’évolution des galaxies spirales qui prédit que celles-ci doivent déjà être en place à  $z \sim 1$ . Cependant, nos observations souffrent de plusieurs limites et un certain nombre de précautions doivent être observées lors de l’interprétation des résultats. On notera par exemple que :

- La taille de l’échantillon, bien que deux fois plus grand que celui de Flores *et al.* (2006) est limitée, si bien que l’incertitude statistique reste non négligeable. Pour réduire cette incertitude, il faut augmenter significativement la taille de l’échantillon. Environ 30 galaxies supplémentaires sont en cours de réduction. De plus, le large programme d’observation “CENSUS” (re-soumit ce semestre Cf. § 3.6) devrait permettre de compléter l’échantillon actuel avec 120 nouvelles galaxies et ainsi former le plus grand échantillon complet et représentatif à ce jour.
- Pour confirmer l’importance des fusions, un suivi des observations dans le NIR est nécessaire. En effet, des observations NIR résolues pourraient permettre de construire des cartes de distribution de masse que l’on pourrait comparer avec le champ de vitesse. Des cartes couleurs qui incluent le NIR permettent de distinguer les zones enfouies dans la poussière, de limiter l’effet de “k-correction” et le poids des populations stellaires jeunes. Cet objectif devrait être atteint grâce à la caméra WFC3 qui doit être installée sur le HST le 10 octobre prochain. Cette caméra couvre les bandes J et H avec une taille de pixel de 0.13 arcsec/pix et un champ de 2.1x2.3 arcmin. Il est actuellement prévu qu’un tiers du champ GOODS soit observé profondément avec WFC3, ce qui couvrira une vingtaine des galaxies de IMAGES.
- La dynamique des galaxies à  $z \sim 0.6$  est tirée de celle du gaz. Il est donc nécessaire d’évaluer à quel point le gaz est un traceur du potentiel gravitationnel. En effet, on peut imaginer des objets dont la dynamique du gaz serait complexe à cause de phénomènes de vent et/ou d’outflows, alors que le potentiel gravitationnel est, lui, relaxé. Obtenir la cinématique des étoiles requiert cependant des observations difficiles et de grands temps d’intégration. Certaines galaxies de l’échantillon IMAGES pourraient être observées avec SINFONI. Il faudrait alors utiliser le triplet en absorption CaII et des temps d’intégration d’environ 1 nuit par objet. Ainsi, la dynamique stellaire de quelques objets seulement pourrait être obtenue. Pour obtenir des échantillons significativement plus grands, il faudra attendre la mise en service des futurs ELTs.

En extrapolant les résultats et l'expérience obtenus avec GIRAFFE aux capacités observationnelles d'un ELT, nous avons ensuite défini les grandes lignes que devra avoir un instrument intégrale de champ sur l'E-ELT. La traduction en termes instrumentaux de ces besoins nous montre que pour mener de telles observations, la mise en place d'OA tomographiques est essentielle. Je me suis alors intéressé dans la deuxième partie de cette thèse à comprendre, décrire, simuler et proposer des optimisations pour les systèmes d'OA tomographiques des futurs ELTs.

### Synthèse des résultats instrumentaux

Nous nous sommes attachés à une description théorique de l'OA tomographique dans un formalisme de Fourier. Les principaux avantages apportés par la base de Fourier sont :

- une compréhension simplifiée des phénomènes. En effet, l'approche Fourier nous permet d'une part de dissocier efficacement les différents termes d'erreurs qui interviennent dans le processus tomographique et d'autre part, de traiter chaque fréquence indépendamment des autres. On peut alors littéralement "suivre" chaque fréquence dans la boucle d'OA et évaluer précisément son comportement. Cela nous a permis de mettre en évidence, d'analyser finement et d'illustrer simplement de nombreux phénomènes liés à l'analyse tomographique
- la mise en place d'outils de simulations polyvalents et rapides. Compte tenu de l'espace de paramètres à explorer et des contraintes en terme de place mémoire/coût de calcul apportées par la définition des OA des ELTs, l'outil Fourier est parfaitement adapté aux dimensionnements préliminaires.

A l'aide de l'outil Fourier, nous avons extrait des comportements communs aux OA tomographiques, mais aussi proposé des optimisations du processus de mesure et de reconstruction. On retiendra entre autres que :

- La tomographie est robuste aux erreurs de rapport signal à bruit, mais qu'elle est par contre très sensible aux erreurs de modèle.
- La taille du champ scientifique et la couverture de ciel sont certainement les paramètres d'entrées les plus contraignants sur le dimensionnement des systèmes.
- L'utilisation d'un reconstruteur régularisé apporte un gain essentiel à la robustesse et à l'obtention des performances des futurs systèmes d'OA pour les ELTs.

L'outil Fourier est actuellement utilisé par l'ONERA pour la définition de trois des quatre systèmes d'OA de l'E-ELT (la MCAO, la LTAO et la MOAO). Mon travail s'est donc inséré au sein de ces projets, avec notamment les études de phases A pour EAGLE et MAORY. De plus, comme l'outil Fourier permet d'obtenir des PSFs longue pose, il est aussi utilisé intensivement pour la définition des spécifications scientifiques en collaboration avec le DRM ("Design Reference Mission") de l'ESO. Cette étape est particulièrement intéressante, car elle permet de faire le lien entre la définition des spécifications scientifiques et

les performances attendues d'un système d'OA. Cette interface entre l'offre technologique et la demande scientifique est, à mon sens, l'étape la plus importante lors de la définition d'un instrument. De cette étape doit se dégager le meilleur compromis entre des objectifs scientifiques ambitieux et des solutions technologiques réalistes. Au cours de ces trois années, j'ai pu interagir et itérer avec des acteurs des différents partis qui m'ont montré et démontré qu'un système d'OA doit être conçu et optimisé en connaissance de l'application scientifique visée.

En termes de perspectives, l'outil Fourier développé dans le cadre de cette thèse doit être rendu public très prochainement par le biais de PAOLA (Jolissaint *et al.* 2006). PAOLA est un logiciel qui permet de simuler dans une base de Fourier des systèmes d'OA classique. Ce sont donc les développements pour l'OA tomographique qui seront intégrés dans ce code. De plus, et en collaboration avec Don Gavel (LAO, Univ. Santa Cruz), nous explorons actuellement des pistes pour inclure la mesure sur étoile laser et l'effet de cône associé. La combinaison de l'analyse sur étoile naturelle et étoile laser est une problématique particulièrement intéressante pour les futurs ELTs. Il faudra par exemple déterminer comment arranger au mieux l'ensemble de l'information disponible pour une reconstruction tomographique optimale. Enfin, il s'agira ensuite d'introduire l'analyse en boucle fermée avec des commandes de type Kalman (Petit *et al.* 2006). L'ensemble de ces développements devra permettre de mieux comprendre et d'optimiser les systèmes d'OA tomographiques, pour à terme leur mise en oeuvre sur le ciel.

# Annexes



# Annexe A

## l'E-ELT

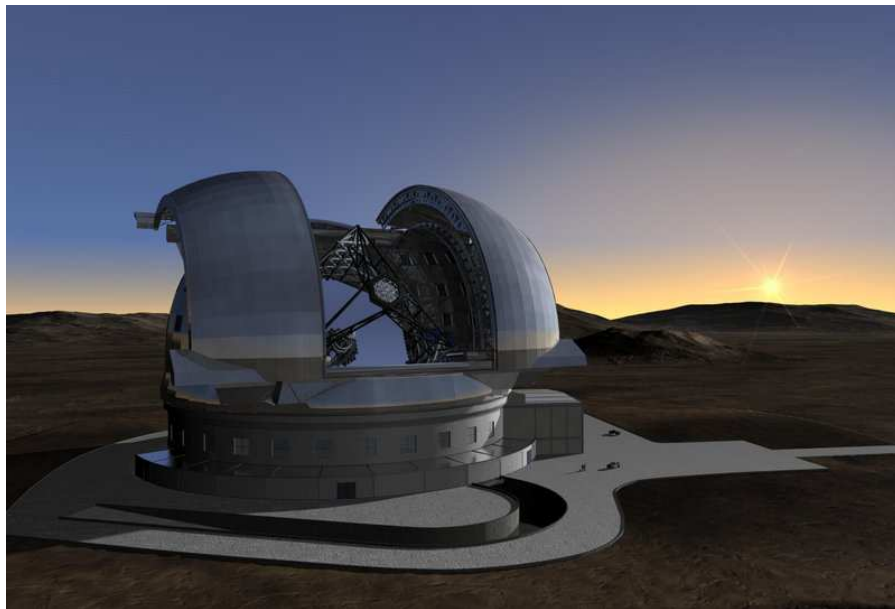


FIG. A.1 – Vue d'artiste de l'E-ELT dans son dôme

*"According to The Hitchhiker's Guide to the Galaxy, a race of vast hyper-intelligent, pan-dimensional beings constructed the second greatest computer in all of time and space, Deep Thought, to calculate The Ultimate Answer to The Great Question of Life, the Universe, and Everything. Distracted by a demarcation dispute with two philosophers, a "simple answer" is requested. After seven and a half million years of computing cycles, Deep Thought's answer is 42."*

Douglas Adams, "The Hitchhiker's Guide to the Galaxy".



## A.1 Présentation générale

Une nouvelle génération de télescopes extrêmement grands, les Extremely Large Telescopes (ELT), ayant des diamètres de 30 m et plus, est en cours de préparation active par une grande partie de la communauté astronomique. L'Europe, par le biais d'une étroite collaboration entre l'ESO, la communauté astronomique européenne et des entreprises industrielles entreprend la conception et l'élaboration d'un ELT européen : l'E-ELT.

Le projet d'un ELT européen commence dans le début des années 1990, avec l'ambitieux concept OWL ("Overwhelmingly Large") : un télescope dont le miroir primaire devait atteindre un diamètre de 100 m (Dierickx *et al.*, 2004; Monnet et D'Odorico, 2004). Le principal avantage d'un tel concept devait être basé sur la production en série des composants les plus coûteux.

En 2005, le projet sera revu à la baisse en faveur d'un télescope de 30 à 60 m de diamètre, car les coûts de construction et les risques du projet OWL étaient trop élevés. C'est le début des études pour l'E-ELT. Entre décembre 2005 et novembre 2006, l'effort sera orienté à l'élaboration d'un Concept de référence de base (Basic Reference Design – BRD), qui s'achèvera avec l'approbation d'un miroir primaire segmenté de 42 m. Depuis Janvier 2007, le projet est entré en phase B avec les études détaillées du design qui devrait s'achever en 2010 avec le début de la construction (Gilmozzi et Spyromilio, 2007; Monnet, 2007; Gilmozzi et Spyromilio, 2008). La mise en service de l'observatoire est prévue pour 2017 pour un budget de construction d'environ 800 millions euros. A noter que le site n'est pour l'heure pas encore choisi : les différentes possibilités regroupent l'Argentine, le Chili, les Canaries, le Maroc ou encore le Mexique. Le choix du site final devrait être fait fin 2009.

En parallèle des études pour l'ELT, le programme "ELT Design Study" partiellement financé par la Commission européenne, doit permettre l'élaboration d'une suite complète d'instruments capables d'accomplir les objectifs scientifiques les plus exigeants de l'E-ELT.

## A.2 Design Optique

Le concept optique de l'E-ELT est un design original à 5 miroirs (Cf. Fig. A.2).

Le miroir primaire de 42m sera composé de 984 segments hexagonaux de 1.45m chacun, le secondaire fera un peu moins de 6m de diamètre. Un troisième miroir de 4m relaie la lumière jusqu'au quatrième et cinquième miroirs (M4 et M5) qui assureront un premier contrôle du faisceau. M4 est un miroir adaptatif de 2.6m de diamètre avec plus de 5000 actionneurs conjugués à la couche au sol. M5 est un miroir de 2.7m de diamètre qui assurera la stabilisation du champ. Le champ total du télescope est de l'ordre de 10arcmin avec un faisceau ouvert à  $f/15$  aux foyers Nasmyth. Par ailleurs, l'E-ELT sera équipé d'étoiles

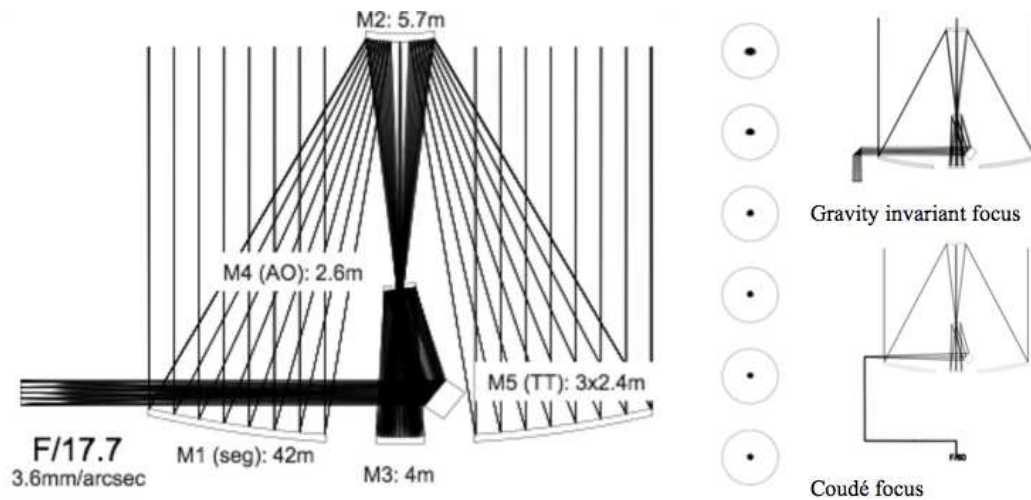


FIG. A.2 – Système optique à 5 miroirs.

lasers, probablement entre 4 et 9 disposées en anneau qui serviront à l’analyse de surface d’onde pour les optiques actives et adaptatives.

Il faut noter qu’un deuxième design optique de type Grégorien est aussi en cours d’étude en parallèle. Ce design plus classique et plus simple utilise trois miroirs uniquement. Le miroir déformable serait alors le secondaire, naturellement conjugué au sol.

### A.3 Instrumentation

l’E-ELT devrait permettre d’observer dans une gamme large de longueurs d’onde, allant de l’optique à l’infrarouge thermique. Le but est de construire un télescope versatile capable d’adresser plusieurs des questions fondamentales actuelles telles que la nature de la matière noire et de l’énergie sombre, l’étude des exoplanètes, la formation des premières étoiles et galaxies... Pour traiter l’ensemble de ces problématiques scientifiques, l’E-ELT sera équipé d’une suite de huit instruments actuellement en phase A (faisabilité). Six sont identifiés comme étant de première priorité et deux sont identifiés comme “concepts supplémentaires”. Ces projets, leurs caractéristiques techniques, et les objectifs scientifiques qu’ils adressent sont résumés dans la Table A.1 (voir aussi D’Odorico *et al.* (2008)).

### A.4 Le projet EAGLE

Le projet EAGLE est une collaboration entre la France et l’Angleterre, né de la fusion des projets WFSPEC/MOMFIS (Cuby *et al.*, 2006; Moretto *et al.*, 2006) et MOMSI (Evans *et al.*, 2006) initialement prévus pour OWL.

Nom	Type d'instrument	Type d'OA	Objectif scientifique
<b>EAGLE</b> Cuby <i>et al.</i> (2008)	Spectrographe $\sim 20$ IFU $\lambda = [0.8 - 2.2]\mu\text{m}$ Champ $\geq 5'$ - R =4000	MOAO	Galaxies à grand redshift Physique des galaxies $z\sim 3$ Etoiles Résolues
<b>CODEX</b> Pasquini <i>et al.</i> (2008)	Spectrographe $\lambda = [0.37 - 0.69]\mu\text{m}$ R >12000	N/A	Exoplanètes Accélération de l'Univers Cosmologie
<b>EPICS</b> Kasper <i>et al.</i> (2008)	Imageur/Spectrographe $\lambda = [0.6 - 1.8]\mu\text{m}$	XAO	Exoplanètes Etoiles en Formation
<b>MICADO</b>	Imageur $\lambda = [0.8 - 2.2]\mu\text{m}$ Champ $\geq 30''$	MCAO	Centre galactique Populations Stellaires
<b>HARMONI</b>	Single-Field Spectrographe $\lambda = [0.5 - 2.4]\mu\text{m}$ R $\sim$ moyen	TBD Diffraction	galaxies à grand redshift Quasars Populations Stellaires
<b>METIS</b> Brandl <i>et al.</i> (2008)	Imageur/Spectrographe $\lambda = [3 - 13]\mu\text{m}$	TBD Diffraction	Exoplanètes Etoiles en Formation
<b>SIMPLE</b>	Spectrographe High R	TBD	Abondances chimiques
<b>OPTIMOS</b>	Spectrographe Multi-Objet	GLAO	Survey de galaxies

TAB. A.1 – Les instruments de l'E-ELT. Les deux derniers instruments sont ceux identifiés comme “concepts supplémentaires”.

L'objectif scientifique de EAGLE est d'étudier la physique de la formation et de l'évolution des galaxies, détecter et caractériser les toutes premières galaxies formées dans l'Univers et d'étudier les populations stellaires dans les galaxies distantes (Evans *et al.*, 2008). Pour cela, EAGLE sera doté de  $\sim 20$  IFU observant dans le proche IR et situés après une correction d'OA de type MOAO. La correction apportée par l'OA doit fournir au moins 40% d'EE dans des éléments de  $75 \times 75 \text{mas}^2$  en bande H. Ces IFU doivent pouvoir être disposés dans un champ de  $5'$  de diamètre. Le champ de chaque IFU est de  $1.5 \times 1.5 \text{arcsec}^2$ , avec la possibilité de regrouper plusieurs IFU afin d'observer des objets plus étendus. La résolution spectrale sera d'au moins 4000, avec en plus un mode haute résolution à R=10000. Enfin, l'instrument sera installé au foyer Nasmyth de l'E-ELT.

Le projet EAGLE est actuellement en phase A (faisabilité) depuis 2007, l'aboutissement de cette phase étant prévu pour fin 2009 avec la proposition d'un plan de construction.

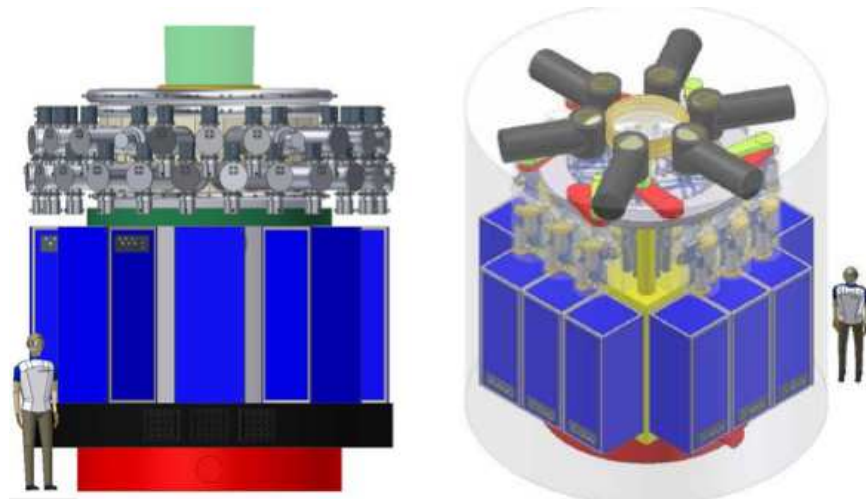


FIG. A.3 – Vue d'artiste de EAGLE



# Bibliographie

- BRANDL B.R., LENZEN R., PANTIN E., et ET AL. Metis : the mid-infrared e-elt imager and spectrograph. Dans *Ground-based et A.I. for Astronomy II*, rédacteurs, *Ian S. McLean, Mark M. Casali*, tome 7014, 70141N. Marseille, France 2008.
- CUBY J.G., KNEIB J.P., HAMMER F., PRIETO E., MARTEAUD M., VOLA P., JAGOUREL P., BLANC P.E., et FUSCO T. The first galaxies : instrument requirements and concept study for OWL. Dans P. Whitelock, M. Dennefeld, et B. Leibundgut, rédacteurs, *The Scientific Requirements for Extremely Large Telescopes*, tome 232 de *IAU Symposium*, 176–180 2006.
- CUBY J.G., MORRIS S., BRYSON I., et ET AL. Eagle : an moao fed multi-ifu in the nir on the e-elt. Dans *Ground-based et A.I. for Astronomy II*, rédacteurs, *Ian S. McLean, Mark M. Casali*, tome 7014, 70141K. Marseille, France 2008.
- DIERICKX P., BRUNETTO E.T., COMERON F., GILMOZZI R., GONTÉ F.Y.J., KOCH F., LE LOUARN M., MONNET G.J., SPYROMILIO J., SURDEJ I., VERINAUD C., et YAITSKOVA N. OWL phase A status report. Dans J.M. Oschmann Jr., rédacteur, *Ground-based Telescopes. Edited by Oschmann, Jacobus M., Jr. Proceedings of the SPIE, Volume 5489, pp. 391-406 (2004).*, tome 5489 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 391–406 2004.
- D’ODORICO S., CASALI M., GONZALES J.C., et ET AL. Studies for the first generation of instruments for the european elt. Dans *Ground-based et A.I. for Astronomy II*, rédacteurs, *Ian S. McLean, Mark M. Casali*, tome 7014, 70141E. Marseille, France 2008.
- EVANS C., CUNNINGHAM C., ATAD-ETTEDGUI E., ALLINGTON-SMITH J., ASSÉMAT F., DALTON G., HASTINGS P., HAWARDEN T., HOOK I., IVISON R., MORRIS S., RAMSAY HOWAT S., STRACHAN M., et TODD S. A multi-object multi-field spectrometer and imager for a European ELT. Dans *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy. Edited by McLean, Ian S.; Iye, Masanori. Proceedings of the SPIE, Volume 6269, pp. 62692V (2006).*, tome 6269 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference* 2006.

- EVANS C.J., LEHNERT M.D., CUBY J., MORRIS S.L., SWINBANK A.M., TAYLOR W.D., ALEXANDER D.M., LORENTE N.P.F., CLENET Y., et PAUMARD T. Science Requirements for EAGLE for the E-ELT. *ArXiv e-prints*, 807 2008.
- GILMOZZI R. et SPYROMILIO J. The European Extremely Large Telescope (E-ELT). *The Messenger*, 127, 11 2007.
- GILMOZZI R. et SPYROMILIO J. The 42m european elt : status. Dans Ground-based et A.T. II, rédacteurs, *Larry M. Stepp, Roberto Gilmozzi*, tome 7012, 701219. Marseille, France 2008.
- KASPER M.E., BEUZIT J.L., VERINAUD C., et ET AL. Epics : the exoplanet imager for the e-elt. Dans A.O. Systems, rédacteur, *Norbert Hubin, Claire E. Max, Peter L. Wizinowich*, tome 7015, 70151S. Marseille, France 2008.
- MONNET G. et D'ODORICO S. Toward instrumentation for ELTs : the OWL case. Dans A.F.M. Moorwood et M. Iye, rédacteurs, *Ground-based Instrumentation for Astronomy. Edited by Alan F. M. Moorwood and Iye Masanori. Proceedings of the SPIE, Volume 5492, pp. 1810-1817 (2004).*, tome 5492 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, 1810–1817 2004.
- MONNET G.J. Status of the European Extremely Large Telescope (E-ELT). *Highlights of Astronomy*, 14, 524 2007.
- MORETTO G., BACON R., CUBY J.G., HAMMER F., AMRAM P., BLAIS-OUELLETTE S., BLANC P.E., DEVRIENDT J., EPINAT B., FUSCO T., JAGOUREL P., HERNANDEZ O., KNEIB J.P., MONTILLA I., NEICHEL B., PÉCONTAL E., PRIETO E., et PUECH M. Wide field spectrograph concepts for the European Extremely Large Telescope. Dans *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy. Edited by McLean, Ian S. ; Iye, Masanori. Proceedings of the SPIE, Volume 6269, pp. 62692G (2006).*, tome 6269 de *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference* 2006.
- PASQUINI L., AVILA G., DEKKER H., et ET AL. Codex : the high-resolution visual spectrograph for the e-elt. Dans Ground-based et A.I. for Astronomy II, rédacteurs, *Ian S. McLean, Mark M. Casali*, tome 7014, 70141I. Marseille, France 2008.

## Annexe B

# Calcul de la DSP du bruit d'aliasing

### B.1 Cas OA classique

La variance associée au bruit d'aliasing se déduit de l'expression de la matrice  $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$ . C'est une matrice de taille 2x2 qui s'écrit comme :

$$\mathbf{C}_b^{\text{alias}} = \begin{pmatrix} \langle b_x^{\text{alias}}(b_x^{\text{alias}})^T \rangle & \langle b_x^{\text{alias}}(b_y^{\text{alias}})^T \rangle \\ \langle b_y^{\text{alias}}(b_x^{\text{alias}})^T \rangle & \langle b_y^{\text{alias}}(b_y^{\text{alias}})^T \rangle \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$b_x^{\text{alias}}$  et  $b_y^{\text{alias}}$  sont définis par le développement du produit de convolution de l'Eq. 6.10 (en négligeant les aspects temporels) :

$$\begin{cases} b_x^{\text{alias}} = 2j\pi \sum_{l,m \neq 0} \text{sinc}(\pi df_{x,l}) \text{sinc}(\pi df_{y,m}) f_{x,l} \phi_\alpha(f_{l,m}) \\ b_y^{\text{alias}} = 2j\pi \sum_{l,m \neq 0} \text{sinc}(\pi df_{x,l}) \text{sinc}(\pi df_{y,m}) f_{y,m} \phi_\alpha(f_{l,m}) \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

où  $f_{x,l} = f_x \pm 2lf_c$  et  $f_{y,m} = f_y \pm 2mf_c$ . On utilise alors le fait que :

$$\text{sinc}(df_{x,l}) = (-1)^l \frac{\text{sinc}(af_x) f_x}{f_{x,l}} \quad (\text{B.3})$$

Ce qui nous permet de réécrire l'Eq. B.2 comme :

$$\begin{cases} b_x^{\text{alias}} = 2j\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y) \sum_{l,m \neq 0} \left( \frac{(-1)^l}{f_{y,m}} \tilde{\phi}_\alpha(f_{l,m}) \right) \\ b_y^{\text{alias}} = 2j\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y) \sum_{l,m \neq 0} \left( \frac{(-1)^m}{f_{x,l}} \tilde{\phi}_\alpha(f_{l,m}) \right) \end{cases} \quad (\text{B.4})$$



et ce qui nous permet enfin de remplir la matrice  $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x^{2,\text{alias}} = \langle b_x^{\text{alias}}(b_x^{\text{alias}})^T \rangle = (2\pi f_x f_y \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y))^2 \sum_{l,m \neq 0} \frac{C_\phi(f_{l,m})}{f_{m,y}^2} \\ \sigma_y^{2,\text{alias}} = \langle b_y^{\text{alias}}(b_y^{\text{alias}})^T \rangle = (2\pi f_x f_y \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y))^2 \sum_{l,m \neq 0} \frac{C_\phi(f_{l,m})}{f_{l,x}^2} \\ \sigma_{xy}^{2,\text{alias}} = \langle b_y^{\text{alias}}(b_x^{\text{alias}})^T \rangle = \langle b_x^{\text{alias}}(b_y^{\text{alias}})^T \rangle = (2\pi f_x f_y \text{sinc}(\pi df_x) \text{sinc}(\pi df_y))^2 \sum_{l,m \neq 0} \frac{C_\phi(f_{l,m})}{f_{m,y} f_{l,x}} \end{array} \right. \quad (\text{B.5})$$

Les équations ci-dessus présentent cependant des singularités lorsque  $f_{l,x}=0$  ou  $f_{m,y}=0$ .

- pour  $\sigma_x^{2,\text{alias}}$  une divergence apparaît lorsque  $m = 0$  et  $f_y = 0$
- pour  $\sigma_y^{2,\text{alias}}$  une divergence apparaît lorsque  $l = 0$  et  $f_x = 0$
- pour  $\sigma_{xy}^{2,\text{alias}}$  une divergence apparaît lorsque  $m = 0$  et  $f_y = 0$  ou  $l = 0$  et  $f_x = 0$

Pour ces cas particuliers, on trouve que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x^{2,\text{alias}} = (2\pi f_x \text{sinc}(\pi df_x))^2 \sum_{l,m=0} C_\phi(f_{x,l}) \\ \sigma_y^{2,\text{alias}} = (2\pi f_y \text{sinc}(\pi df_y))^2 \sum_{l=0,m} C_\phi(f_{y,m}) \\ \sigma_{xy}^{2,\text{alias}} = \sum_{l=0,m} C_\phi(f_{y,m}) = \sum_{l,m=0} C_\phi(f_{x,l}) \end{array} \right. \quad (\text{B.6})$$

On retrouve ainsi les résultats de Jolissaint *et al.* (2006).

## B.2 Cas OA tomographique

La matrice  $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$  est définie par :

$$\mathbf{C}_b^{\text{alias}} = \left( \begin{array}{cccccc} \langle b_x^{\text{Alias},1}(b_x^{\text{Alias},1})^T \rangle & \langle b_x^{\text{Alias},1}(b_y^{\text{Alias},1})^T \rangle & \langle b_x^{\text{Alias},1}(b_x^{\text{Alias},2})^T \rangle & \dots & \langle b_x^{\text{Alias},1}(b_y^{\text{Alias},N_{gs}})^T \rangle \\ \langle b_y^{\text{Alias},1}(b_x^{\text{Alias},1})^T \rangle & \langle b_y^{\text{Alias},1}(b_y^{\text{Alias},1})^T \rangle & \langle b_y^{\text{Alias},1}(b_x^{\text{Alias},2})^T \rangle & \dots & \langle b_y^{\text{Alias},1}(b_y^{\text{Alias},N_{gs}})^T \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle b_x^{\text{Alias},N_{gs}}(b_x^{\text{Alias},1})^T \rangle & \langle b_x^{\text{Alias},N_{gs}}(b_y^{\text{Alias},1})^T \rangle & \langle b_x^{\text{Alias},N_{gs}}(b_x^{\text{Alias},2})^T \rangle & \dots & \langle b_x^{\text{Alias},N_{gs}}(b_y^{\text{Alias},N_{gs}})^T \rangle \\ \langle b_y^{\text{Alias},N_{gs}}(b_x^{\text{Alias},1})^T \rangle & \langle b_y^{\text{Alias},N_{gs}}(b_y^{\text{Alias},1})^T \rangle & \langle b_y^{\text{Alias},N_{gs}}(b_x^{\text{Alias},2})^T \rangle & \dots & \langle b_y^{\text{Alias},N_{gs}}(b_y^{\text{Alias},N_{gs}})^T \rangle \end{array} \right) \quad (\text{B.7})$$

Elle combine toutes les corrélations entre les mesures des différentes étoiles et des directions  $x$  et  $y$ . Pour simplifier les écritures, on notera le terme de bruit d'aliasing provenant de l'analyseur observant à l'angle  $\{\alpha_i\}$  et selon la direction  $x$  par :  $b_x^i$ . On rappelle que les termes  $\{b_x^i, b_y^i\}$  sont définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_x^i = 2j\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y) \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l,m \neq 0} \left( \frac{(-1)^l}{f_{y,m}} \tilde{\varphi}_n(f_{l,m}) e^{2j\pi f_{l,m} h_n \alpha_i} \right) \\ b_y^i = 2j\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y) \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l,m \neq 0} \left( \frac{(-1)^m}{f_{x,l}} \tilde{\varphi}_n(f_{l,m}) e^{2j\pi f_{l,m} h_n \alpha_i} \right) \end{array} \right. \quad (\text{B.8})$$

Et donc, si l'on écrit les produits croisés, on trouve que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle b_x^i (b_x^{i'})^T \rangle = (2\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y))^2 \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l,m \neq 0} \frac{C_{\varphi_n}(f_{l,m})}{f_{m,y}^2} e^{2j\pi f_{l,m} h_n (\alpha_i - \alpha'_i)} \\ \langle b_x^i (b_y^{i'})^T \rangle = (2\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y))^2 \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l,m \neq 0} \frac{C_{\varphi_n}(f_{l,m})}{f_{m,y} f_{l,x}} e^{2j\pi f_{l,m} h_n (\alpha_i - \alpha'_i)} \\ \langle b_y^i (b_y^{i'})^T \rangle = (2\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y))^2 \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l,m \neq 0} \frac{C_{\varphi_n}(f_{l,m})}{f_{l,x}^2} e^{2j\pi f_{l,m} h_n (\alpha_i - \alpha'_i)} \end{array} \right. \quad (\text{B.9})$$

Les singularités sont traitées identiquement au cas OA classique. On notera que la généralisation du terme d'aliasing à l'OA tomographique est un résultat original.



## Annexe C

# Calcul de la commande optimale en SMCAO

Dans le concept de MCAO Segmentée (SMCAO), on découpe le grand champ scientifique en plusieurs sous-champs. L'idée est de considérer un premier étage de correction par un miroir conjugué aux basses altitudes et optimisé pour un grand champ noté  $FoV_1$ , suivi d'une correction type MCAO assurée par un miroir post-focal conjugué en altitude et optimisée sur un sous-champ noté  $FoV_2$ . Dans le cas d'EAGLE, on aurait par exemple  $FoV_1 = 5.1$  arcmin et  $FoV_2 = 1.7$  arcmin, avec la correction grand champ qui serait assurée par le M4.

Dans cette annexe, on décrit les calculs qui nous ont permis d'établir la forme du reconstituteur optimal.

On considérera trois approches différentes, conduisant à trois reconstituteurs différents :

- La première consiste simplement à imaginer que les deux boucles sont complètement indépendantes. La Fig. C.1 représente un schéma bloc d'une telle configuration. Concrètement, un premier étage de correction est assuré par le M4 pour le  $FoV_1$ , et la phase résiduelle en sortie de M4 est utilisée directement comme signal d'entrée pour la MCAO.
- La deuxième configuration suppose que les deux systèmes partagent les mêmes mesures et que la correction MCAO arrive après le M4. La Fig. C.2 schématise cette approche.
- Enfin, la troisième approche est l'approche optimale : on construit des pseudo-mesures pour la MCAO qui prennent en compte la correction de M4. Cette approche est présentée sur la Fig.C.3

On détaille ces trois approches dans la suite, en donnant à chaque fois la forme du reconstituteur. Dans les simulations menées pour EAGLE présentées dans le Chapitre 8.3, nous utiliserons la troisième approche.

## C.1 Deux boucles indépendantes

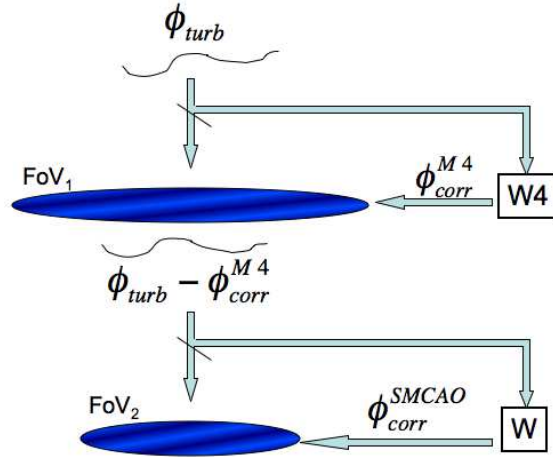


FIG. C.1 – Schéma Bloc de la SMCAO dans une configuration de deux boucles indépendantes.

Dans ce premier cas, on considère que les deux boucles sont disposées en cascade et sans interaction entre elles. L'effet de M4 est alors simplement de modifier le signal d'entrée pour la MCAO. Toutes les équations classiques présentées en § 7.4.3 restent donc valables, mais avec la prise en compte de la réduction de la variance de phase par M4. On a donc en entrée du système de MCAO un signal turbulent tel que :

$$\tilde{\varphi}_{turb}^{MCAO} = \tilde{\varphi}_{turb} - \tilde{\varphi}_{corr}^{M4} \quad (C.1)$$

où  $\tilde{\varphi}_{turb}$  représente les phases turbulentes dans les  $N_L$  couches en altitudes, et  $\tilde{\varphi}_{corr}^{M4}$  est la correction du M4 reportée dans les mêmes couches.

On cherche à trouver un estimateur de type MMSE, qui minimise l'erreur résiduelle après correction par le M4 :

$$\varepsilon^{MCAO} = \left\langle \int_{FoV_2} \left\| \mathbf{P}_{\beta_j}^L \tilde{\varphi}_{turb}^{MCAO} - \mathbf{P}_{\beta_j}^{DM} \left( \mathbf{WMP}_{\alpha}^L \tilde{\varphi}_{turb}^{MCAO} + \mathbf{Wb} \right) \right\|^2 d\beta_j \right\rangle \quad (C.2)$$

avec  $\beta_j$  les directions d'optimisation dans le champ de la SMCAO (FoV2).

On développe alors l'Eq. C.2 pour écrire :

$$\begin{aligned} \varepsilon^{MCAO} = \int_{FoV_2} \text{trace} \left\{ \mathbf{P}_{\beta_j}^L \mathbf{C}_{\varphi_{turb}^{MCAO}} (\mathbf{P}_{\beta_j}^L)^T - \mathbf{P}_{\beta_j}^L \mathbf{C}_{\varphi_{turb}^{MCAO}} (\mathbf{MP}_{\alpha}^L)^T \mathbf{W}^T (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM})^T - \right. \\ \left. \mathbf{P}_{\beta_j}^{DM} \mathbf{WMP}_{\alpha}^L \mathbf{C}_{\varphi_{turb}^{MCAO}} (\mathbf{P}_{\beta_j}^L)^T + \mathbf{P}_{\beta_j}^{DM} \mathbf{WMP}_{\alpha}^L \mathbf{C}_{\varphi_{turb}^{MCAO}} (\mathbf{MP}_{\alpha}^L)^T \mathbf{W}^T (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM})^T + \right. \\ \left. \mathbf{P}_{\beta_j}^{DM} \mathbf{W} \mathbf{C}_b \mathbf{W}^T (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM})^T \right\} d\beta_j \end{aligned} \quad (C.3)$$

On dérive alors l'Eq. C.3 par rapport à  $\mathbf{W}$  pour trouver le reconstruteur qui minimise C.2. Cela conduit à :

$$\mathbf{W} = \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}})^{\text{T}} (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}}) \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_2}} \right]^{-1} \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}})^{\text{T}} (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}}) \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_2}} \right] \quad (\text{C.4})$$

$$\mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}^{\text{MCAO}}} (\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}} \left[ \mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}} \mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}^{\text{MCAO}}} (\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}} + \mathbf{C}_{\mathbf{b}} \right]^{-1}$$

On retrouve donc la forme classique du reconstruteur tomographique, à la différence que  $\mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}^{\text{MCAO}}}$  est définie par :

$$\mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}^{\text{MCAO}}} = \left\langle \left( \tilde{\varphi}_{\text{turb}} - \tilde{\varphi}_{\text{corr}}^{\text{M4}} \right) \left( \tilde{\varphi}_{\text{turb}} - \tilde{\varphi}_{\text{corr}}^{\text{M4}} \right)^{\text{T}} \right\rangle \quad (\text{C.5})$$

La matrice  $\mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}^{\text{MCAO}}}$  intègre la contribution de la correction du M4 re-propagée sur les couches en altitudes par  $\tilde{\varphi}_{\text{corr}}^{\text{M4}}$ . Explicitons plus en détails ce terme.

La correction du M4 est donnée par :

$$\tilde{\phi}_{M4} = \mathbf{W}_{M4} \phi_{\text{mes}} = \mathbf{W}_{M4} \mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}} \tilde{\varphi}_{\text{turb}} + \mathbf{W}_{M4} \mathbf{b}_{M4} \quad (\text{C.6})$$

où :

$$\mathbf{W}_{M4} = \left[ \left\langle \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}} \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_1}} \right] \mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}} (\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}} \left[ \mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}} \mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}} (\mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}} + \mathbf{C}_{\mathbf{b}_{M4}} \right]^{-1} \quad (\text{C.7})$$

$\tilde{\varphi}_{\text{corr}}^{\text{M4}}$  est la phase de correction du M4  $\tilde{\phi}_{M4}$  re-propagée sur les couches en altitudes. Dans un sens, la phase de correction du M4  $\tilde{\phi}_{M4}$  peut s'écrire comme la moyenne des phases de corrections  $\tilde{\varphi}_{\text{corr}}^{\text{M4}}$  dans les directions  $\beta_j^{\text{FoV}_1}$  :

$$\tilde{\phi}_{M4} = \left\langle \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}} \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_1}} \tilde{\varphi}_{\text{corr}}^{\text{M4}} \quad (\text{C.8})$$

Donc pour connaître  $\tilde{\varphi}_{\text{corr}}^{\text{M4}}$ , il suffit d'inverser l'équation précédente :

$$\tilde{\varphi}_{\text{corr}}^{\text{M4}} = \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}})^{\text{T}} \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_1}} \left\langle \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}} \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_1}} \right]^{-1} \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}})^{\text{T}} \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_1}} \right] \tilde{\phi}_{M4} \quad (\text{C.9})$$

qu'on écrira aussi  $\tilde{\varphi}_{\text{corr}}^{\text{M4}} = \mathbf{B} \tilde{\phi}_{M4}$ . On peut enfin écrire  $\mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}^{\text{MCAO}}}$  comme :

$$\mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}^{\text{MCAO}}} = \left\langle \left[ \mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{W}_{M4} \mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}} \right] \tilde{\varphi}_{\text{turb}} \tilde{\varphi}_{\text{turb}}^{\text{T}} \left[ \mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{W}_{M4} \mathbf{MP}_{\alpha}^{\text{L}} \right]^{\text{T}} + \left\langle \mathbf{B} \mathbf{W}_{M4} \mathbf{b}_{M4} \mathbf{b}_{M4}^{\text{T}} \mathbf{W}_{M4}^{\text{T}} \mathbf{B}^{\text{T}} \right\rangle \right\rangle \quad (\text{C.10})$$

Ce qui s'écrit finalement comme :

$$\mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}^{\text{MCAO}}} = \mathbf{C}_{\varphi_n} + \mathbf{B}\mathbf{W}_{\text{M4}}\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\text{L}} \left( \mathbf{B}\mathbf{W}_{\text{M4}}\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\text{L}} \right)^{\text{T}} - \mathbf{B}\mathbf{W}_{\text{M4}}\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\text{L}}\mathbf{C}_{\varphi_n} - \mathbf{C}_{\varphi_n} \left( \mathbf{B}\mathbf{W}_{\text{M4}}\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\text{L}} \right)^{\text{T}} + \mathbf{B}\mathbf{W}_{\text{M4}}\mathbf{C}_{\text{b}_{\text{M4}}}\mathbf{W}_{\text{M4}}^{\text{T}}\mathbf{B}^{\text{T}} \quad (\text{C.11})$$

On peut remarquer que si  $\mathbf{W}_{\text{M4}} = 0$ , on retrouve bien que  $\mathbf{C}_{\varphi_{\text{turb}}^{\text{MCAO}}} = \mathbf{C}_{\varphi_n}$ .

## C.2 Mesures partagées

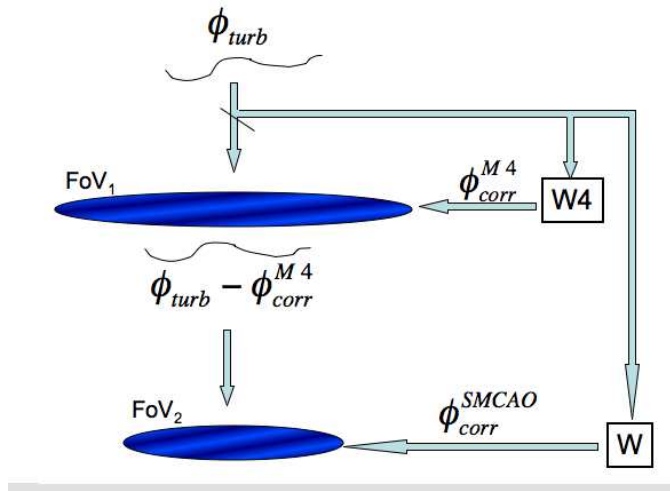


FIG. C.2 – Schéma Bloc de la SMCAO dans une configuration de partage des mesures.

On considère maintenant un système où le M4 et la SMCAO partagent les mêmes mesures décrites par :

$$\tilde{\varphi}^{\text{mes}} = \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\text{L}}\tilde{\varphi}_{\text{turb}} + \mathbf{b} \quad (\text{C.12})$$

D'après la Fig. C.2 Le critère à minimiser s'écrit comme :

$$\varepsilon^{\text{MCAO}} = \left\langle \int_{\text{FoV}_2} \left\| \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}}\tilde{\varphi}_{\text{turb}} - \tilde{\varphi}_{\text{M4}} - \mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}}\mathbf{W}\tilde{\varphi}^{\text{mes}} \right\|^2 d\beta_j \right\rangle \quad (\text{C.13})$$

où  $\varphi_{\text{M4}}$  est défini par l'Eq. C.6.

Par dérivation de l'Eq. C.13 on trouve le reconstructeur qui minimise l'erreur :

$$\mathbf{W} = \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}})^{\text{T}}(\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}}) \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_2}} \right]^{-1} \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}})^{\text{T}}(\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{L}}) \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_2}} \right] \mathbf{C}_{\varphi_n}(\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}} \left[ \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\text{L}}\mathbf{C}_{\varphi_n}(\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^{\text{L}})^{\text{T}} + \mathbf{C}_n \right]^{-1} - \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}})^{\text{T}}(\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}}) \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_2}} \right]^{-1} \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{\text{DM}})^{\text{T}} \right\rangle_{\beta_j^{\text{FoV}_2}} \right] \mathbf{W}_{\text{M4}} \quad (\text{C.14})$$

On retrouve la forme classique du reconstruteur, mais avec un terme correcteur qui prend en compte la partie de la turbulence déjà corrigée par M4. On notera d'ailleurs que si les deux systèmes ont le même champ ( $FoV_1 = FoV_2$ ) et que le miroir en altitude est placé dans la pupille, on trouve alors que  $\mathbf{W}=0$ . En d'autres termes, le système de SMCAO ne pourra rien corriger de plus que ce que le M4 a déjà corrigé.

### C.3 Commande optimale

La troisième approche consiste à construire un jeu de pseudos-mesures qui tienne compte de la correction préalable du M4, et utiliser ces pseudos-mesures dans la reconstruction de la MCAO.

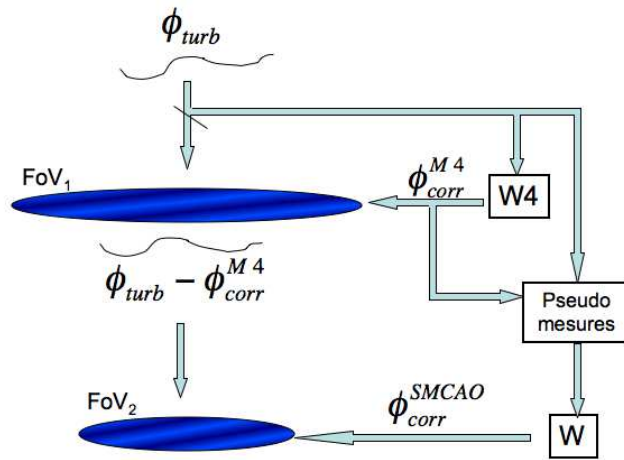


FIG. C.3 – Schéma Bloc de la SMCAO dans la configuration de commande optimale.

On considère dans un premier temps que le miroir en altitude utilise les mêmes étoiles que M4 pour la mesure du volume turbulent. Le critère à minimiser pour trouver le  $\mathbf{W}$  optimal, s'écrit à partir de la phase résiduelle  $\varepsilon^{MCAO}$  après la correction du DM en altitude. D'après le schéma de la Fig.C.3, cela s'écrit comme :

$$\varepsilon^{MCAO} = \left\langle \int_{FoV_2} \left\| \mathbf{P}_{\beta_j}^L \tilde{\varphi}_{turb} - \tilde{\varphi}_{M4} - \mathbf{P}_{\beta_j}^{DM} \mathbf{W} (\tilde{\varphi}_{mes} - \mathbf{P} \tilde{\varphi}_{M4}) \right\|^2 d\beta_j \right\rangle \quad (C.15)$$

où  $\mathbf{P}$  est un vecteur colonne qui réplique la soustraction de  $\phi_{M4}$  pour chaque étoile.

On développe alors l'Eq. C.15 pour trouver :

$$\varepsilon^{MCAO} = \left\langle \int_{FoV_2} \left\| \left( \mathbf{P}_{\beta_j}^L - \mathbf{W}_{M4} \mathbf{M} \mathbf{P}_{\beta_j}^L - \mathbf{P}_{\beta_j}^{DM} \mathbf{W} \mathbf{M} \mathbf{P}_{\beta_j}^L - \mathbf{P}_{\beta_j}^{DM} \mathbf{W} \mathbf{P} \mathbf{W}_{M4} \mathbf{M} \mathbf{P}_{\beta_j}^L \right) \tilde{\varphi}_{turb} + \left( \mathbf{P}_{\beta_j}^{DM} \mathbf{W} \mathbf{P} \mathbf{W}_{M4} - \mathbf{P}_{\beta_j}^{DM} \mathbf{W} - \mathbf{W}_{M4} \right) \mathbf{b} \right\|^2 d\beta_j \right\rangle \quad (C.16)$$



Il suffit alors de dériver  $\varepsilon^{MCAO}$  par rapport à  $\mathbf{W}$  pour trouver le reconstructeur optimal :

$$\begin{aligned} \mathbf{W} = & \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM})^T (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM}) \right\rangle_{\beta_j^{FoV_2}} \right]^{-1} \left\{ \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM})^T (\mathbf{P}_{\beta_j}^L) \right\rangle_{\beta_j^{FoV_2}} \right] \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^L)^T \right. \\ & - \left. \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM})^T \right\rangle_{\beta_j^{FoV_2}} \right] \mathbf{W}_{M4} \left[ \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^L \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^L)^T + \mathbf{C}_b \right] \right\} (\mathbf{I} - \mathbf{W}_{M4}^T \mathbf{P}^T) \quad (C.17) \\ & \left[ (\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{W}_{M4}) (\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^L \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^L)^T + \mathbf{C}_b) (\mathbf{I} - \mathbf{W}_{M4}^T \mathbf{P}^T) \right]^{-1} \end{aligned}$$

Ce reconstructeur prend en compte la correction de M4 pour optimiser la performance dans le sous-champ  $FoV_2$ . Ce sera ce reconstructeur que l'on utilisera pour les simulations EAGLE car il fournit la correction optimale.

Pour finir, je donne la forme du reconstructeur lorsque les mesures utilisées par M4 sont différentes de celles utilisées par le/les DMs en altitudes. Cela s'écrit comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{W} = & \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM})^T (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM}) \right\rangle_{\beta_j^{FoV_2}} \right]^{-1} \left\{ \left[ \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM})^T (\mathbf{P}_{\beta_j}^L) \right\rangle_{\beta_j^{FoV_2}} - \left\langle (\mathbf{P}_{\beta_j}^{DM})^T \right\rangle_{\beta_j^{FoV_2}} \mathbf{W}_{M4} \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha, M4}^L \right] \right. \\ & \left. \mathbf{C}_{\varphi_n} \left[ (\mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^L)^T - (\mathbf{P}\mathbf{W}_{M4} \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha, M4}^L)^T \right] + \mathbf{P}\mathbf{W}_{M4} \mathbf{C}_b^{M4} (\mathbf{P}\mathbf{W}_{M4})^T \right\} \\ & \left[ \left( \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^L - \mathbf{P}\mathbf{W}_{M4} \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha, M4}^L \right) \mathbf{C}_{\varphi_n} \left( \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha}^L - \mathbf{P}\mathbf{W}_{M4} \mathbf{M}\mathbf{P}_{\alpha, M4}^L \right)^T + \mathbf{P}\mathbf{W}_{M4} \mathbf{C}_b^{M4} (\mathbf{P}\mathbf{W}_{M4})^T \right]^{-1} \quad (C.18) \end{aligned}$$

Une comparaison des performances obtenues par les trois types de reconstructeurs définis ici sera présentée dans un article en cours de préparation.

## Annexe D

**SPIE Marseille Juin 2008 : “PSD  
based simulation algorithm for  
Wide FoV AO design. Application  
to ELT studies”**

# PSD based simulation algorithm for Wide FoV AO design. Application to ELT studies

B. Neichel<sup>a,c</sup>, T. Fusco<sup>a,c</sup>, J.-M. Conan<sup>a,c</sup>, C. Petit<sup>a,c</sup> and G. Rousset<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup>ONERA, BP72, 92322 Chatillon Cedex, France.

<sup>b</sup>LESIA, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, Université Paris Diderot; 5 Place Jules Janssen, 92190 Meudon, France

<sup>c</sup>Groupement d'Intérêt Scientifique PHASE (Partenariat Haute résolution Angulaire Sol Espace) between ONERA, Observatoire de Paris, CNRS and University Denis Diderot Paris 7

## ABSTRACT

Several Wide Field of view Adaptive Optics [WFAO] concepts like Multi-Conjugate AO [MCAO], Multi-Object AO [MOAO] or Ground-Layer AO [GLAO] are under study for the next generation of Extremely Large Telescopes [ELTs]. Each system will provide a specific performance, achievable FoV, sky coverage, etc... Simulating such kind of systems is, however, one of the main issue to be addressed, especially in term of computation time. In this paper, we present a Phase Spectrum Density [PSD] simulation tool which can provide fast but realistic PSFs for performance evaluation. All the configurations specific to WFAO systems are considered including Guide Stars [GS] configuration/magnitude, profile knowledge (Cn2/layers distribution), number/altitudes of Deformable Mirrors [DM]. After a brief presentation of the theoretical basis of the method, we compare the results with a full end-to-end simulation code. Then, we illustrate the capabilities of this tool with a comparative study of the expected performance of the different WFAO systems planned for the E-ELT. We investigate the expected correction provided by a an MCAO, GLAO and MOAO systems, working with either 4 or 9 Guide Stars [GSs].

**Keywords:** Wide Field Adaptive Optics, Extremely Large Telescopes, Adaptive Optics Simulations

## 1. INTRODUCTION

For the next generation of ELT, several WFAO concepts are actually under study. All these concepts have in common that they need the knowledge of the 3-dimensional turbulent volume. The method of measuring the 3 dimensional atmospheric phase perturbation was proposed by Tallon and Foy<sup>1</sup> : Light from several GS is used to probe the instantaneous 3 dimensional perturbations. The turbulent volume is then reconstructed by solving an inverse problem. This technique was called tomography, and was later improved by Johnston and Welsh,<sup>2</sup> Ellerbroek<sup>3</sup> or Fusco et al.<sup>4</sup> for instance. From this 3 dimensional phase perturbation estimation, different type of correction can be applied. For instance, the tomography can be employed to correct the image of a target selected anywhere in FoV with a single DM (MOAO). This is similar to the simple SCAO correction, but the achievable FoV is much more increased. Still with a single DM, one can want to increase the correction area. In that case, the tomography is used to optimize the correction in the whole FoV instead of being concentrated in one particular direction (GLAO). A uniformly wide field can be corrected, however, with only one DM the performance is severely limited. To increase the performance in the Field, one must use more DMs optically conjugated with turbulent layers. By correcting the turbulence volume above the telescope, the efficiency of the correction is significantly improved (MCAO).

These systems are or will be implemented on sky for the current generation of 8-10m Telescopes. With the development of the ELTs, several studies are currently ongoing in order to define the instrumentation of this new-generation telescope. Simulating and analyzing WFAO systems could however be awkward and classical end-to-end (E2E) simulation tool are severely challenged by the increasing complexity of such systems. For ELTs, a fast investigation of system parameter space becomes very difficult, unless some parallelization tools are

---

benoit.neichel@obspm.fr; phone +33.1.46.73.48.80; fax +33.1.46.73.41.71

implemented<sup>5</sup>. In this context, and as an alternative of E2E modeling, several authors have proposed the use of spatial frequency domain techniques.<sup>6-12</sup>

The starting point of the Fourier approach is to assume that the whole problematic (phase propagation, WFS measurements, DMs commands) is linear and spatially shift-invariant. In that case, all the usual operators are diagonal with respect to spatial frequencies and simply act as spatial filters in the Fourier domain. It follows that each equation can be written frequency by frequency. The main advantage of the Fourier basis, is that all quantities are diagonal with respect to spatial frequencies. It follows that reconstruction algorithms may be derived and evaluated one Fourier component at a time. In addition, second order statistics of the residual phase and long exposure PSFs can be evaluated directly, without requiring any iterations. Computational complexity is then reduced dramatically compare to spatial domain modeling.

In Sect. 2, we describe the Fourier approach and how to construct a WFAO residual PSD step by step. A more detailed study is presented in a forthcoming paper<sup>13</sup>. This residual PSD can then be easily used to simulate any WFAO systems, including Guide Stars number/configuration/magnitude, profile knowledge (Cn2/layers distribution), number/altitudes of Deformable Mirrors [DM], WFS/DM subapertures pitch, etc... We illustrate the behavior of this residual PSD on few simple examples in Sect. 3.

The main limitation of the Fourier approach is that aperture-edge effects and boundary conditions which cannot be represented by shift-invariant spatial filters, are neglected. Hence, the Fourier modeling only applies on the idealized case of infinite aperture system, and all effects of incomplete beam overlap in the upper atmospheric layers are neglected. In the frame of ELT, the size of the telescope aperture is probably large enough to satisfy this assumption. We investigate the impact of an incomplete beam overlap in Sect. 4, with a comparison with E2E simulations. In addition, we propose a correction term to account for this particular term. Finally, in Sect. 5 we apply our Fourier algorithm to derive the expected performance of several WFAO systems planned for the E-ELT

## 2. PRINCIPLE OF WFAO PSD BASED SIMULATIONS

The goal of this section is to derive the residual PSD when dealing with WFAO systems. All the development are performed in the Fourier domain, and we make use of a matrix writing for all the equations. We then proceed in four steps: (i) we write the phase propagation, (ii) we describe the measurement operation, (iii) we derive the tomographic reconstructors, and (iv) we derive the optimal projection of the volumetric reconstructed phase onto DMs. From these four points, we derive the expression of the residual phase, and its PSD.

### 2.1 System description and notation

The turbulence volume is modeled by  $N_L$  discrete independent layers located at altitudes  $\{h_n\}$ . Each turbulent layer is described by a turbulence strength  $\lambda_n = C_n^2(h_n)\delta(h)$ . Total turbulent energy is defined by  $C_\phi = \sum_{n=1}^{N_L} \lambda_n C_\phi = \sum_{n=1}^{N_L} C_{\phi_n}$ . The measurement is performed via several WFSs, each WFSs looking at one Guide Star. The number of GSs/WFS is given by  $N_{gs}$  looking at angles  $\alpha = \{\alpha_i\}$ .

The correction is performed by  $N_{DM}$  DMs, optically conjugated at altitudes  $\{h_{DM_n}\}$ . The FoV of interest, where the correction has to be optimized, is discretized into  $K$  angles, denotes  $\beta = \{\beta_k\}$ . Finally, performance is computed for  $N_{dir}$  direction of interests, at angles  $\theta = \{\theta_j\}$ . Figure 1 summarizes the geometry of the system.

### 2.2 Phase propagation

In the following, we will neglect diffraction effects. In that case, the resulting phase in the pupil when looking in a direction  $\theta$  can be written as:

$$\tilde{\phi}_\theta(\mathbf{f}) = \sum_{n=1}^{N_L} \tilde{\varphi}_n(\mathbf{f}) e^{2j\pi\mathbf{f}h_n\theta} \quad (1)$$

In the Fourier domain, all frequencies are treated independently, we can then write Eq. 1 in a matrix form. For each frequency, we have that:

$$\tilde{\phi}_\theta = \mathbf{P}_\theta^L \tilde{\varphi}_n \quad (2)$$

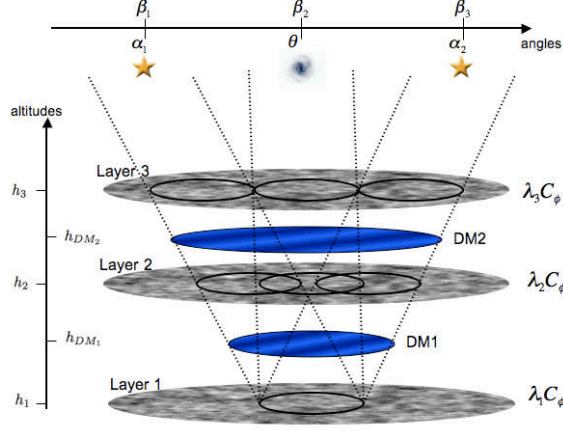


Figure 1. Illustration of a system geometry. In this example, atmospheric conditions are simplified to three layers at altitudes  $h_1$ ,  $h_2$  and  $h_3$ , each one weighted by a  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  factor ( $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ ). Two guide stars are considered in directions  $\alpha_1$  and  $\alpha_2$ , optimal reconstruction is computed in three directions  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  and  $\beta_3$ , the correction is performed with two DMs at altitudes  $h_{DM_1}$  and  $h_{DM_2}$  and final performance is evaluated in one direction  $\theta$

Where,  $\tilde{\phi}_\theta$  is a scalar, and  $\mathbf{P}_\theta^L$  and  $\tilde{\varphi}_n$  are two vectors defined by:

$$\mathbf{P}_\theta^L = \left( e^{2j\pi f h_1 \theta} \quad e^{2j\pi f h_2 \theta} \quad \dots \quad e^{2j\pi f h_{N_L} \theta} \right) \quad (3)$$

and

$$\tilde{\varphi}_n = \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_1 \\ \tilde{\varphi}_2 \\ \dots \\ \tilde{\varphi}_{N_L} \end{pmatrix} \quad (4)$$

### 2.3 Measurement

We restrict the analysis to Shack-Hartman open-loop measurements. Note that any WFS that could be described as a linear, shift invariant spatial filter could be included. In addition, close-loop can also be implemented following the scheme proposed by Ellerbroek<sup>11</sup>.

For the SH open loop case, and for a measurement in the direction  $\alpha$ , we can write that:

$$\begin{aligned} \tilde{s}_x &= \left[ 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi d f_x) \text{sinc}(\pi d f_y) \tilde{\phi}_\alpha \right] * (d^2 \text{III}(fd)) + \tilde{b}_x^{\text{noise}} \\ \tilde{s}_y &= \left[ 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi d f_x) \text{sinc}(\pi d f_y) \tilde{\phi}_\alpha \right] * (d^2 \text{III}(fd)) + \tilde{b}_y^{\text{noise}} \end{aligned} \quad (5)$$

The  $2j\pi f_{x,y}$  term comes from the derivation process done by the SH-WFS. The  $\text{sinc}(\pi d f_{x,y})$  represents the spatial average of the phase over one sub-aperture of size  $d$ .  $\tilde{b}_{x,y}$  represents the photon and read-out WFS noises.

All frequencies such as  $f > 1/(2d)$  are not seen by the WFS:  $f_c = 1/(2d)$  is the cut-off frequency of the SH-WFS. The convolution term with the comb expresses the repetition of the measurement in a regularly spaced grid and is responsible for the aliasing of the high frequency phase into the low frequency domain. The Aliasing term can be seen as an additive noise. For that, one must develop the convolution term. Doing so, we can write the contribution of the aliasing as:

$$\begin{cases} \tilde{b}_x^{\text{alias}} = 2j\pi \sum_{l,m \neq 0} \text{sinc}(\pi d f_{x,l}) \text{sinc}(\pi d f_{y,m}) f_{x,l} \tilde{\phi}_\alpha(f_{l,m}) \\ \tilde{b}_y^{\text{alias}} = 2j\pi \sum_{l,m \neq 0} \text{sinc}(\pi d f_{x,l}) \text{sinc}(\pi d f_{y,m}) f_{y,m} \tilde{\phi}_\alpha(f_{l,m}) \end{cases} \quad (6)$$

Where we have introduced  $f_{x,l} = f_x \pm 2lf_c$  and  $f_{y,m} = f_y \pm 2mf_c$ . The sum over  $m$  or  $l$  is practically limited to few units, as the uncorrected Von-Karman PSD decreases rapidly. Then using the fact that

$$\text{sinc}(df_{x,l}) = (-1)^l \frac{\text{sinc}(af_x)f_x}{f_{x,l}} \quad (7)$$

we finally derive that:

$$\begin{cases} \tilde{b}_x^{alias} = 2j\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y) \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l,m \neq 0} \left( \frac{(-1)^l}{f_{y,m}} \tilde{\varphi}_n(f_{l,m}) e^{2j\pi f_{l,m} h_n \alpha} \right) \\ \tilde{b}_y^{alias} = 2j\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y) \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l,m \neq 0} \left( \frac{(-1)^m}{f_{x,l}} \tilde{\varphi}_n(f_{l,m}) e^{2j\pi f_{l,m} h_n \alpha} \right) \end{cases} \quad (8)$$

With the aliasing term isolated, we can write the measurement operation in a matrix form as:

$$\tilde{\phi}^{\text{mes}} = \mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L \tilde{\varphi}_n + \mathbf{b}^{\text{noise}} + \mathbf{b}^{\text{alias}} \quad (9)$$

Where  $\mathbf{M}$  stands for the WFS operator and writes as:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi d_1 f_x) & 0 & \dots & 0 \\ 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi d_1 f_y) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi d_2 f_x) & \dots & 0 \\ 0 & 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi d_2 f_y) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 2j\pi f_x \text{sinc}(\pi d_{N_{GS}} f_x) \\ 0 & 0 & \dots & 2j\pi f_y \text{sinc}(\pi d_{N_{GS}} f_y) \end{pmatrix} \quad (10)$$

$\mathbf{P}_\alpha^L$  is the operator that projects the phases seen in altitudes in the  $\alpha$  directions in the pupil, and can be written as :

$$\mathbf{P}_\alpha^L = \begin{pmatrix} e^{2j\pi f h_1 \alpha_1} & e^{2j\pi f h_2 \alpha_1} & \dots & e^{2j\pi f h_N \alpha_1} \\ e^{2j\pi f h_1 \alpha_2} & e^{2j\pi f h_2 \alpha_2} & \dots & e^{2j\pi f h_N \alpha_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{2j\pi f h_1 \alpha_k} & e^{2j\pi f h_2 \alpha_k} & \dots & e^{2j\pi f h_N \alpha_k} \end{pmatrix} \quad (11)$$

And  $\mathbf{b}^{\text{noise}}$  and  $\mathbf{b}^{\text{alias}}$  are two vectors of size  $1 \times 2N_{gs}$ , filled with photon/read-out noise and aliasing noise respectively. Finally, one can notice that  $\mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L$  acts as an interaction matrix.

## 2.4 Phase Reconstruction : Tomography

The first step of all WFAO systems consists in a reconstruction of the turbulent volume. In the frequency domain, the most general form for the phase estimates is a sum of suitably filtered measurements defined as:

$$\hat{\varphi}_n = \mathbf{W} \tilde{\phi}_{\text{mes}} \quad (12)$$

where  $\hat{\varphi}_n$  is the volumetric reconstructed phase and  $\mathbf{W}$  is the tomographic matrix that reconstruct the turbulent volume from the measurements.

The goal of the reconstructor is to find the best possible estimate of the object wave front phase from noisy measurements of guide stars. The number of sources is limited, while the number of turbulent layers is by far larger, meaning that the problem is ill-conditioned and thus not directly invertible. We then choose to use a Minimum Mean Square Error (MMSE) approach to invert the problem. The MMSE estimator minimizes the residual phase variance in each reconstructed layer and make use of a well-chosen regularization term. The criteria which must be minimized is a quadratic distance between the resulting true and reconstructed phases which can be written as:

$$\sigma_{res,\theta}^2 = \langle \|\mathbf{P}_\theta^L \tilde{\varphi}_n - \mathbf{P}_\theta^L \mathbf{W} (\mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L \tilde{\varphi}_n + \mathbf{b}^{\text{noise}})\|^2 \rangle \quad (13)$$

The derivation of Eq. 13 with respect to  $\mathbf{W}$  is done frequency by frequency. This leads to the optimal solution defined by:

$$\mathbf{W} = ((\mathbf{MPL}_\alpha^L)^T (\mathbf{C}_b^{\text{noise}})^{-1} \mathbf{MPL}_\alpha^L + \mathbf{C}_{\varphi_n}^{-1})^{-1} (\mathbf{MPL}_\alpha^L)^T (\mathbf{C}_b^{\text{noise}})^{-1}$$

or equivalently

$$\mathbf{W} = \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{MPL}_\alpha^L)^T (\mathbf{MPL}_\alpha^L \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{MPL}_\alpha^L)^T + \mathbf{C}_b^{\text{noise}})^{-1}$$

This reconstructor includes prior knowledge of the phase statistics and noise power spectrum by the way of  $\mathbf{C}_{\varphi_n}$  and  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$ , respectively the PSD matrix of the turbulence, and WFS noises.  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$  weight the measurement in function of the noise associated to each measurement. As the turbulent layers are independent, for each frequency,  $\mathbf{C}_{\varphi_n}$  is a diagonal matrix of sizes  $N_L \times N_L$ . Each element of the diagonal is the von Karman uncorrected phase power spectrum weighted by the turbulence strength:  $\mathbf{C}_{\varphi_n} = \text{diag}(\lambda_1 C_\phi, \dots, \lambda_{N_L} C_\phi)$ . Similarly, WFS measurement noises are statistically independent for distinct GS and orthogonal directions, meaning that  $\mathbf{C}_b^{\text{noise}}$  is a diagonal matrix of sizes  $2N_{GS} \times 2N_{GS}$ . Each element of the diagonal being defined by  $\mathbf{C}_b = \text{diag}(\sigma_{1,X}^2, \sigma_{1,Y}^2, \dots, \sigma_{N_{GS},X}^2, \sigma_{N_{GS},Y}^2)$ .

## 2.5 Phase correction : Projection onto DMs

Once the reconstruction of the turbulent volume is performed, one can project this information on the available DMs. The filter that optimally projects the turbulent volume onto DMs depends on FoV optimization directions  $\beta = \{\beta_k\}$  and is defined by:

$$\mathbf{P}_{\text{opt}} = ((\mathbf{P}_{\beta_k}^{\text{DM}} \mathbf{N})^T \mathbf{P}_{\beta_k}^{\text{DM}} \mathbf{N})_\beta^{-1} \langle (\mathbf{P}_{\beta_k}^{\text{DM}} \mathbf{N})^T \mathbf{P}_{\beta_k}^L \rangle_\beta \quad (15)$$

where,  $\langle \rangle_\beta$  represents the average over  $\beta$  directions.  $\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}}$  is a vector that projects the correction phases provided by the DM in the pupil. It can be written as:

$$\mathbf{P}_\beta^{\text{DM}} = ( e^{2j\pi f h_{DM_1} \beta} \quad e^{2j\pi f h_{DM_2} \beta} \quad \dots \quad e^{2j\pi f h_{DM_n} \beta} ) \quad (16)$$

and  $\mathbf{N}$  is a diagonal matrix of sizes  $N_{DM} \times N_{DM}$  defined by  $\mathbf{N} = \text{diag}(A_1, \dots, A_{N_{DM}})$ , with  $A_n = 1$  for all frequencies smaller than DM cut-off frequencies, and  $A_n = 0$  for all frequencies greater than DM cut-off frequencies.

When the mirror positions do not match the turbulent layers, an overall correction in the FoV is not possible. Optimizing for a particular FoV position may degrade the correction in other directions. Trade-offs have to be made for a specific set of FoV positions, and this  $\mathbf{P}_{\text{opt}}$  matrix performs optimally these trade-offs.

## 2.6 Residual phase PSD

The residual phase is given by the difference between turbulent and corrected phases in a given direction  $\theta$  by:

$$\tilde{\phi}_\theta^{\text{res}} = \tilde{\phi}_\theta - \tilde{\phi}_\theta^{\text{corr}} \quad (17)$$

The turbulent phase is given by Eq. 1. The corrected phase is given by:

$$\tilde{\phi}_\theta^{\text{corr}} = \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{P}_{\text{opt}} \hat{\tilde{\phi}} = \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W} \tilde{\phi}_{\text{mes}} \quad (18)$$

Putting Eq. 9 in Eq. 18, we derive that :

$$\tilde{\phi}_\theta^{\text{res}} = \mathbf{P}_\theta^L \tilde{\phi} - \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W} (\mathbf{MPL}_\alpha^L \tilde{\phi} + \mathbf{b}^{\text{noise}} + \mathbf{b}^{\text{alias}}) \quad (19)$$

We can now derive the residual Power Spectrum for each frequency. By definition,  $\text{PSD}_\theta^{res}$  is the statistical average of the square modulus of the residual phase  $\tilde{\phi}_\theta^{res}$ . Assuming that noise and phase are statistically independent from each other. and that  $\mathbf{b}^{\text{noise}}$  and  $\mathbf{b}^{\text{alias}}$  are also independent. It follows that:

$$\begin{aligned} \text{PSD}_\theta^{res} = & \langle (\mathbf{P}_\theta^L - \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W} \mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L) \mathbf{C}_{\varphi_n} (\mathbf{P}_\theta^L - \mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W} \mathbf{M} \mathbf{P}_\alpha^L)^T \rangle + \langle (\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W}) \mathbf{C}_b^{\text{noise}} (\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W})^T \rangle \\ & + \langle (\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W}) \mathbf{C}_b^{\text{alias}} (\mathbf{P}_\theta^{\text{DM}} \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{W})^T \rangle \end{aligned} \quad (20)$$

The first term of Eq. 20 represents the reconstruction error term. The second term is the "generalized" noise propagation, that is is the noise propagation for a tomographic reconstruction, and the third term is the "generalized" aliasing.

In the above equation, we have introduced  $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$  the noise PSD matrix for aliasing noise. It is a  $2N_{GS} \times 2N_{GS}$  matrix, and as it originates from uncorrected high frequency phase, correlation between different directions and different GS are not null. From Eq. 8, it is possible to fill the  $\mathbf{C}_b^{\text{alias}}$  matrix. Each term being defined by the cross product between different GS directions ( $\alpha_i$  and  $\alpha'_i$ ) and orthogonal measurement directions ( $\tilde{s}_x$  and  $\tilde{s}_y$ ):

$$\left\{ \begin{aligned} \langle b_i^x (b_{i'}^x)^T \rangle &= (2j\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y))^2 \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l, m \neq 0} \frac{C_{\varphi_n}(f_{l,m})}{f_{m,y}^2} e^{2j\pi f_{l,m} h_n (\alpha_i - \alpha'_i)} \\ \langle b_i^x (b_{i'}^y)^T \rangle &= (2j\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y))^2 \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l, m \neq 0} \frac{C_{\varphi_n}(f_{l,m})}{f_{m,y} f_{l,x}} e^{2j\pi f_{l,m} h_n (\alpha_i - \alpha'_i)} \\ \langle b_i^y (b_{i'}^y)^T \rangle &= (2j\pi f_x f_y \text{sinc}(df_x) \text{sinc}(df_y))^2 \sum_{n=1}^{N_L} \sum_{l, m \neq 0} \frac{C_{\varphi_n}(f_{l,m})}{f_{l,x}^2} e^{2j\pi f_{l,m} h_n (\alpha_i - \alpha'_i)} \end{aligned} \right. \quad (21)$$

The above equations have singularities when :  $f_{l,x}=0$  or  $f_{m,y}=0$ . These specific cases are treated by calculation of the limits.

In all the following,  $\text{PSD}_\theta^{res}$  will be our working starting point. From this equation, all the error items of WFAO can be simulated, including:

- Fitting error / Aliasing error / Temporal error
- Noise error including (i) noise measurement (photon, read-out noise and background) errors for classical and EMCCD device with various centre of gravity (CoG) algorithms (from classical to weighted WCoG and correlation); (ii) noise propagation in the AO loop considering a closed loop scheme and a global AO loop gain (both SH and Pyramid WFS cases can be considered)
- Chromatic error (refraction index chromaticity) between WFS and imaging wavelengths
- Differential refraction effects (due to difference between WFS and imaging wavelengths and zenith angle observation)
- Least Square / Weighted Least Square / MMSE reconstruction
- Variable pitch / temporal behaviour for WFS allowing to simulate a combination of Natural and Laser GS

### 3. ANALYSIS OF THE WFAO RESIDUAL PSD

We first consider a simple model where the atmosphere is only composed of 2 layers. This simple configuration is mainly used to derive illustrative examples, and try to understand the behavior of the residual WFAO PSD. One of the 2 layers is located in the pupil, the other one at an altitude  $h=10\text{km}$ . This turbulent volume is sensed with either 4GS located in a square configuration, or with 9GS distributed in a circle constellation. All GS have the same noise variance  $\sigma^2$ . We assume that the correction is applied by 2 DMs located on the layers. In that



case, the performance is optimized for the whole FoV (pure tomographic case), and we focus on the reconstruction error at the center of the FoV. We further assume that aliasing effects are neglected.

In Fig. 2 (Right) we compare the residual PSD laws for the 4 and 9 GS cases, as well as the uncorrected Kolmogorov spectrum (which follows a  $f^{-11/3}$  law).

Let's start with the 4GS configuration. We find that for specific frequencies, the 4GS tomographic residual PSD reaches the uncorrected Kolmogorov spectrum. In fact, when the sum of the phase perturbation induced by the 2 layers is close to, or exactly zero, the phase information for these frequencies is lost, we have an unseen mode (see Fig. 2 (left)). An unseen mode has no effect on the image quality in the GS directions, however, the resulting phase can be important in other directions. This is our case since we are looking at the center of the FoV. However, thanks to the MMSE (regularized algorithm), the error amplification due to the unseen modes is controlled. In fact, the tomographic filter includes the knowledge of the geometry, it is then able to optimize the reconstruction depending on the signal to noise ratio. For frequencies that have a good signal to noise, a direct invert of the interaction matrix is performed, for poor signal to noise frequencies, the invert of the interaction matrix is weighted by the regularization term (defined by the ratio of noise PSD over turbulent PSD), avoiding noise amplification.

The unseen modes only depend on the GS positions: the more distant the GSs, the smaller the spatial frequency of unseen modes, the larger the number of unseen modes, and the larger the turbulent energy contained in these modes. Moreover, unseen modes only appear in the perpendicular directions of the GS geometry. Therefore, the more the GS, the less the impact of these unseen modes. Indeed, still in Fig. 2 (Right), we find that the 9GS tomographic residual PSD is almost free of unseen modes. More precisely, for the 9GS case, the residual error is close to a classical SCAO configuration which follows an  $f^{-2}$  law (see Rigaut et al.<sup>6</sup>)

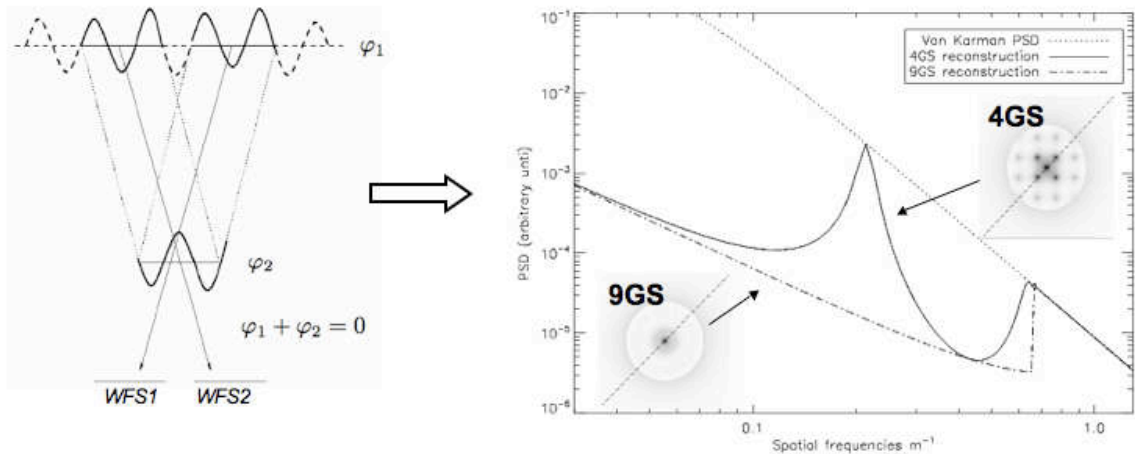


Figure 2. **Right:** Illustration of an unseen mode: when the sum of the phase perturbations induced by the two layers is close to, or equal zero, no measurements are available. **Left:** residual PSD profiles for the 4 and 9GS constellations. These profiles are derived from a cut in the residual PSD (see insets). In the 4GS case, an unseen mode appears around  $f=0.2m^{-1}$ , the residual error reaches the uncorrected Von-Karman spectrum.

The study of unseen modes is interesting because it is directly linked to the repartition of the energy in the PSF. Depending on the FoV of interest, the number/magnitude of GS, the energy spread in unseen modes will be more or less important, and the shape of the resulting PSF will change consequently. A detailed study of these unseen modes is then a first insight into what a WFAO system could provide in terms of performance, and it draws the fundamental limitations of any WFAO system.

The other main contributor to the final PSF shape is due to the unseen part of the turbulence. This is a pure

geometrical effect linked to the telescope finite size. It is not taken into account by the PSD algorithm. We treat this case in the next section.

#### 4. COMPARISON WITH E2E SIMULATIONS TOOLS

The main limitation of the Fourier approach is the infinite aperture assumption. The consequence of this assumption is that a perfect overlap between GS beams is always verify, whatever GS separations and layers configuration. This is however not the case for small aperture telescopes, and/or for systems working with few GSs. In fact, unseen turbulence that originate from partial overlap can play a non negligible role in the global residual variance<sup>14</sup> which is not taken into account in Fourier simulations. To test the impact of such a limitation, we have performed a comparison between Fourier and E2E simulations. The goal of these simulations was to quantify the impact of unseen turbulence in the finite aperture case.

As E2E simulations are rather computer demanding, we have considered a simple case where the telescope diameter is set to 4m and 8m, with 9 GS distributed in a circular constellation. Atmosphere is described by the simple 2 layers case: upper layer is at 10km, lower layer is in the telescope pupils.

In Fig. 3 we show the evolution of the SR at the center of FoV, with respect to the separation between GS, for the 4m telescope case (left) and for the 8m case (right). In the 4m case (respectively the 8m case), we find that the agreement between both codes is good up to a FoV diameter of 1arcmin (respectively 2arcmin). This corresponds to the good overlap regime, i.e., there is no hole in the upper layer (see insets in Fig. 3). If we extrapolate these results to a 42m telescope, this would mean that the Fourier approach would be valid up to a FoV diameter of 10arcmin. At larger radii, the performance found with E2E simulations decreases more rapidly than with the Fourier approach, mainly because of the unseen turbulence. The impact of this error being more drastic for the 4m telescope than for the 8m one.

In a crude approach, we have tried to include the variance related to the unseen turbulence into the Fourier simulations. To do so, we have considered that turbulence was perfectly corrected as soon as at is was sensed, and not corrected at all in where the overlap is null. Fig. 4 shows an example of the pupil overlap in the top layer (left), and how we include the unseen turbulence (right). In one hand, this approach is optimistic as we assume a perfect correction where at least one pupil footprint lie in the direction of interest. In other hand, this approach is pessimistic as no extrapolation of the phase information is used where there are no pupil overlap. If we account for the loss in performance due to this remaining unseen turbulence, we find that the Fourier performance follows the E2E behavior, i.e., performance decrease strongly with the size of the FoV. This is illustrated in Fig. 3, where we overplot the Fourier performance, including this correction term.

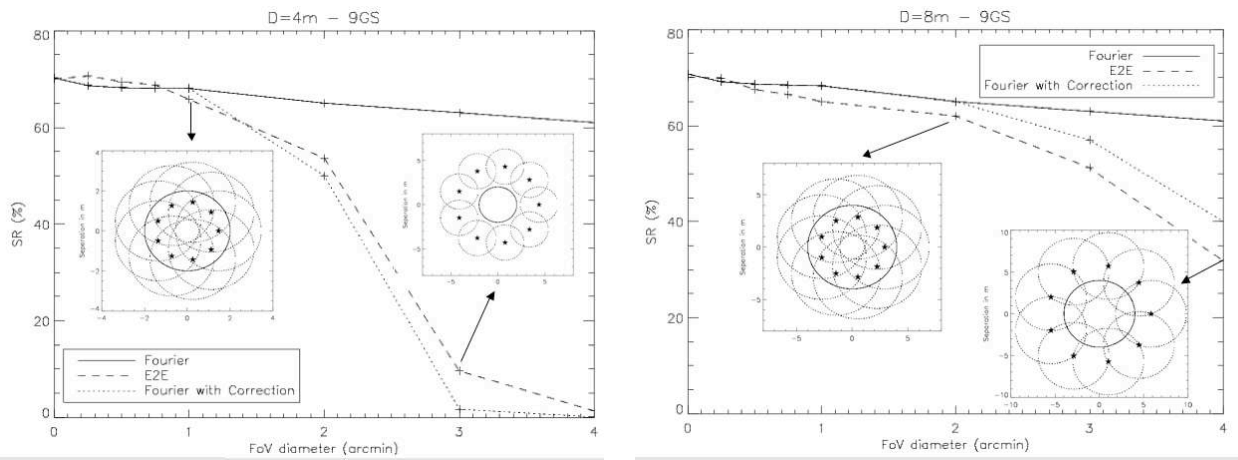


Figure 3. Comparison between E2E and Fourier codes to test the impact of partial pupil overlap. **Left:** 4m telescope. Insets shows the pupil overlap in the upper layer for a FoV of 1arcmin (respectively 3arcmin). **Right:** 8m Telescope. Insets shows the pupil overlap in the upper layer for a FoV of 2arcmin (respectively 4arcmin).

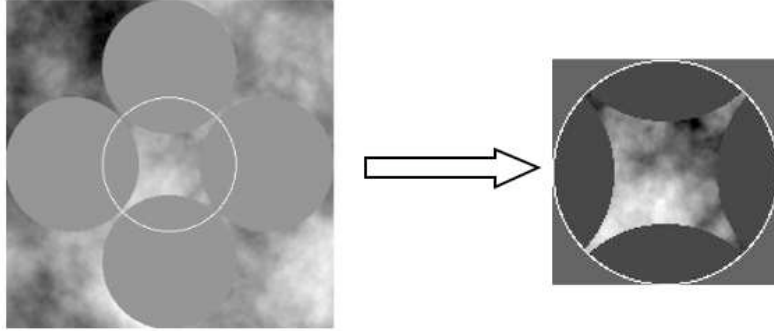


Figure 4. Partial pupil overlap in the upper layer for a 4GS configuration. **Left:** Unseen turbulence in the upper layer. The white circle symbolize the pupil footprint at the center of the FoV. **Right:** Illustration of the unseen turbulence at the center of the FoV. We add this unseen turbulence screen in the Fourier simulations.

Finally, in Fig. 5 we compare for the 8m telescope the resulting PSF in the good overlap regime, i.e., where Fourier and E2E codes give consistent results. These PSFs were computed for a 4GS constellation, because in that case the impact of unseen modes on the PSF shape is more important, the comparison is more obvious. As shown on that figure, the shape of the PSFs are very similar, and we observe a very good agreement between both codes. We can then fairly conclude that, as soon as the full overlap condition is verified, the Fourier analytical code is perfectly valid.

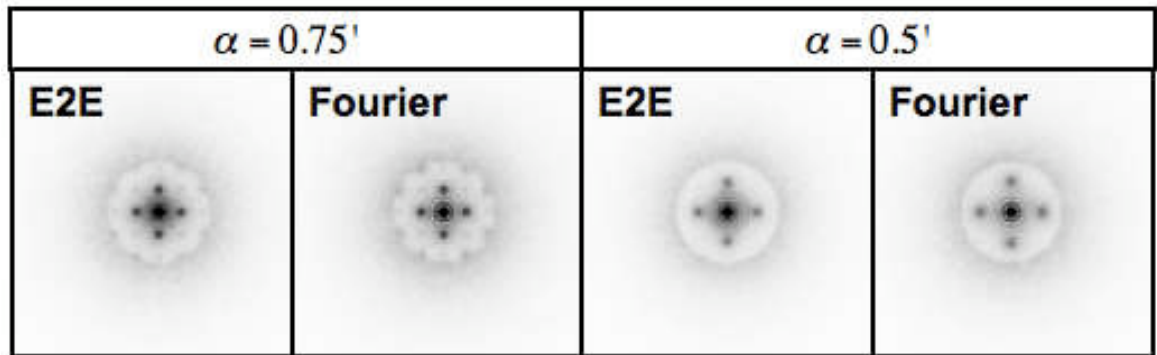


Figure 5. Comparison of PSF obtained with E2E and Fourier codes in the good overlap regime. 8m Telescope, 4GS Constellation.  $\alpha$  represents the FoV diameter.

We have start a more exhaustive comparison of both codes, and particularly we want to investigate more realistic atmospheric/system conditions. For instance, in Fig. 6 (Left), we show an example of the comparison between E2E and Fourier codes for a case where the atmosphere is described by 10 layers, and corrected by 3 DMs at 0km, 3.5km and 9km. The 10 layers profile being defined by a Paranal Like profile with  $r_0=0.12\text{m}$  and  $\theta_0=2.9''$  defined at  $0.5\mu\text{m}$  and  $L_0=50\text{m}$ . Telescope diameter was set to 8m, and the measurements are performed with either 4 or 9GS. No correction term due to unseen turbulence is required, as the maximal FoV is 2arcmin and altitude of the upper layer is 11km. With this more realistic example, we also find a good agreement between both codes. Moreover, PSF shape are also very similar between both codes (see Fig. 6 (right)). Of course, a perfect match between E2E and Fourier tools is difficult to reach, and some tuning parameters have still be adjusted. However, our first set of comparison make us very confident with the validity of the Fourier tool. Finally, we have also start to study the LGS case, and particularly the Focus Anisoplanatism (FA) effect both in the Fourier and E2E approach. For the Fourier case, we include this term by a geometrical modification of the altitudes of the layers. A more detailed comparison will be presented in a forthcoming paper.

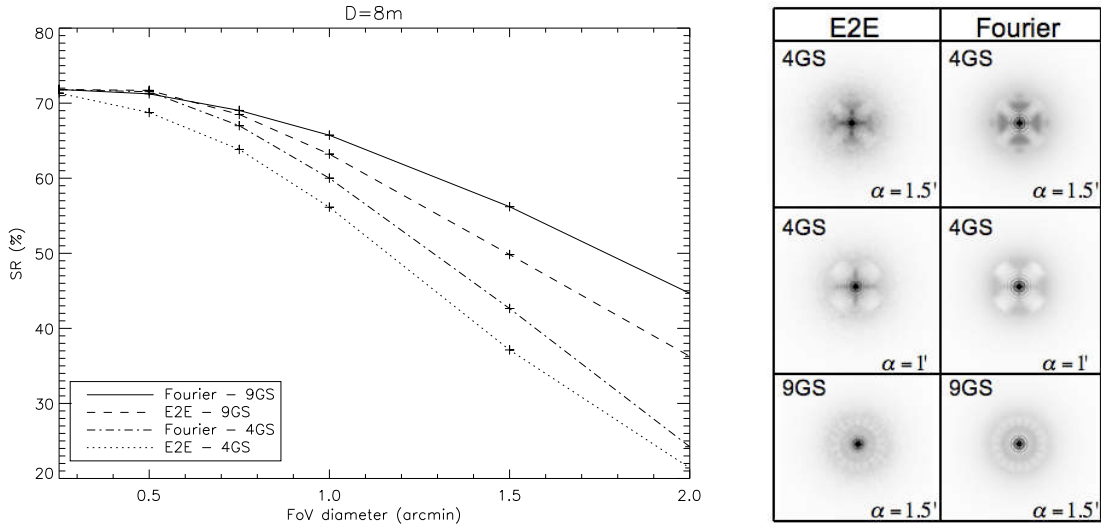


Figure 6. **Left:** Comparison between E2E and Fourier codes for a 10 layers atmosphere corrected by 3 DMs. Telescope diameter is set to 8m, and we use either 4 or 9GS. **Right:** Comparison of PSFs obtained with the E2E code and the Fourier tool.

## 5. APPLICATION TO WFAO CONCEPTS FOR THE E-ELT

In this section, we investigate the expected performance of the different WFAO systems planned for the E-ELT. In all this section, we use a 10 layers profile atmosphere, with a seeing of  $0.95''$  and an outer scale of turbulence of 50m. The measurement is performed with either 4 and 9GS distributed in a circle constellation. All the DMs used in these simulations are assumed to be  $84 \times 84$  actuators. Finally, performance is evaluated all over the field, in H band, and for each configuration we display two-dimensional performance maps.

### 5.1 GLAO

Ground Layer Adaptive Optics provides a wide (typically 5 to  $10'$  for an 8-m telescope), uniformly corrected field by compensating the lower part of the atmosphere only. The characteristics of the E-ELT GLAO system are not yet decided, and particularly the size of the FoV has not been already set. We will then assume a GS FoV of  $7 \text{ arcmin}$  in diameter. The scientific FoV, where the performance is optimized, has the same size. Because only the lower part of the atmosphere is corrected, GLAO is expected to provide only a partial correction. We thus decide to evaluate the performance in term of Ensquared Energy (EE) in  $200 \times 200 \text{ mas}$ . In Fig. 7 (left), we show the corresponding results for the 4 (top) and 9GS (bottom) constellation. We find that such a GLAO system could provide a typical gain of a factor of 2 compare to the seeing limited case ( $EE \simeq 10\%$ ), with a relatively good homogeneity of the performance over the field.

### 5.2 MCAO

Multi Conjugate AO involves several DMs optically conjugated with the dominant turbulent layers. For the E-ELT, current status of the MCAO design has been set in the frame of the MAURY project<sup>15,16</sup> and it uses 3 DMs conjugated at 0km, 9km and 13km. The GS FoV would be in a range between  $45''$  and  $2 \text{ arcmin}$ . We consider here an MCAO system working with 4 or 9GS located in a  $2 \text{ arcmin}$  diameter FoV. Performance are optimized in a scientific FoV of  $1.5 \text{ arcmin}$  diameter. Results are shown in Fig. 7 (middle), performance is evaluated in SR. With such a system, we find that the expected SR could reach 40% in the 4 GS configuration, and more than 60% with 9GS.

### 5.3 MOAO

For some specific observations a uniform correction of the whole FoV is not required. For instance, in 3D spectroscopy extra-galactic studies, only few direction of interests must be corrected for, but in a large scientific

FoV (typically  $5 \times 5$ ). This can be achieved by the way of MOAO<sup>17</sup>. In this concept, the optimal correction is computed only for the directions of interest, and the correction is applied with one DM per science channel. For the E-ELT, such a system is under study in the frame of the EAGLE project<sup>18</sup>. We consider a FoV of interest of 7arcmin in diameter, performance is optimized for each direction of the field. In Fig. 7 (right), we show the expected performance in term of EE in  $75 \times 75$ mas. For such a system, we find that to achieve a good correction, a large number of GS will be required. With 9GS, a typical value of 50% of EE could be achieved.

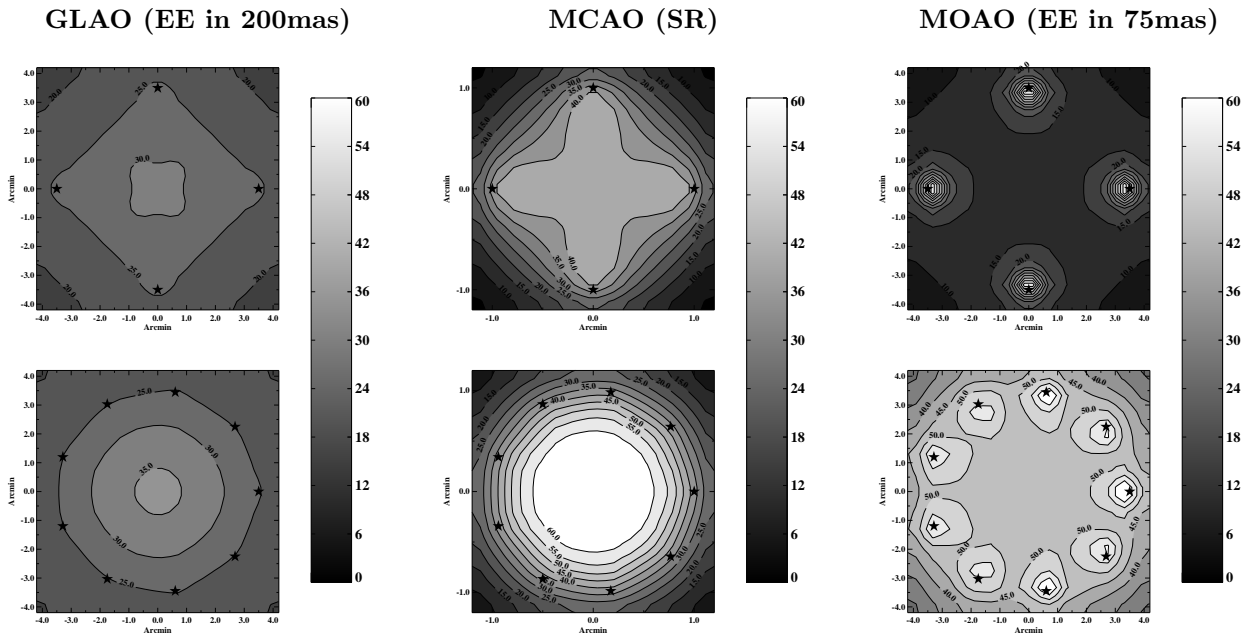


Figure 7. Comparison of the expected performance of the different WFAO systems planned for the E-ELT, in H-band. **Left:** GLAO, 1DM in the pupil, performance is evaluated in EE in 200mas. **Center:** MCAO, 3DMs at 0, 9 and 13km, performance is evaluated in SR. **Right:** MOAO, 1DM per direction, performance is evaluated in EE in 75mas.

## 6. CONCLUSION

We have presented a PSD based algorithm able to simulate any WFAO systems. All the configurations specific to a given system (e.g. GLAO, MCAO or MOAO) are included. This simulation tool is particularly interesting because it allows a fast exploration of the broad parameter space of any future WFAO systems planned for the E-ELT. For instance, to compute the results presented in Fig. 7 is only a matter of minutes in a personal laptop. Moreover, we have included several features that allows a fine modeling, like the generalized aliasing and generalized servo-lag error, the possibility to set different pitch between WFS/DMs, the possibility to account for model errors in the tomographic reconstruction, etc... In addition, further development to filter-out the low order in the measurement process to simulate Tip-Tilt/defocus indetermination in LGS WF sensing are also presented in a companion paper<sup>19</sup>. By a comparison with a full E2E simulation code, we find that this analytical tool provides consistent results, as soon as a good overlap in the upper layers is verified. When this condition is not true, a corrective term must be applied to account for unseen turbulence. Finally, this tool will be soon implemented in POALA,<sup>12</sup> and publicly available for the community.

## ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported in part by: (i) the French Agence Nationale de la Recherche (ANR) program 06-BLAN-0191; (ii) The European Southern Observatory, phase A study of a Wide Field, multi-IFU near IR Spectrograph and AO system for the E-ELT; (iii) The European Community (Framework Programme 7, E-ELT Preparation, contract No INFRA-2.2.1.28. Authors are grateful to the EAGLE team for fruitful discussions and we also wish to thank Laurent Jolissaint for all the discussions on the analytical tools in general, and PAOLA in particular.

## REFERENCES

- [1] Tallon, M. and Foy, R., “Adaptive telescope with laser probe - Isoplanatism and cone effect,” *aap* **235**, 549–557 (Aug. 1990).
- [2] Johnston, D. C. and Welsh, B. M., “Analysis of multiconjugate adaptive optics,” *Journal of the Optical Society of America A* **11**, 394–408 (Jan. 1994).
- [3] Ellerbroek, B. L., “First-order performance evaluation of adaptive-optics systems for atmospheric-turbulence compensation in extended-field-of-view astronomical telescopes,” *Journal of the Optical Society of America A* **11**, 783–805 (Feb. 1994).
- [4] Fusco, T., Conan, J.-M., Rousset, G., Mugnier, L. M., and Michau, V., “Optimal wave-front reconstruction strategies for multiconjugate adaptive optics,” *Journal of the Optical Society of America A* **18**, 2527–2538 (Oct. 2001).
- [5] Basden, A., “Adaptive optics simulation performance improvements using reconfigurable logic,” *ao* **46**, 900–906 (Feb. 2007).
- [6] Rigaut, F. J., Veran, J.-P., and Lai, O., “Analytical model for Shack-Hartmann-based adaptive optics systems,” in [*Proc. SPIE Vol. 3353, p. 1038-1048, Adaptive Optical System Technologies, Domenico Bonaccini; Robert K. Tyson; Eds.*], Bonaccini, D. and Tyson, R. K., eds., *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference* **3353**, 1038–1048 (Sept. 1998).
- [7] Tokovinin, A., Le Louarn, M., and Sarazin, M., “Isoplanatism in a multiconjugate adaptive optics system,” *Journal of the Optical Society of America A* **17**, 1819–1827 (Oct. 2000).
- [8] Tokovinin, A. and Viard, E., “Limiting precision of tomographic phase estimation,” *Journal of the Optical Society of America A* **18**, 873–882 (Apr. 2001).
- [9] Ellerbroek, B. L., “Wavefront reconstruction algorithms and simulation results for multiconjugate adaptive optics on giant telescopes,” in [*Second Backaskog Workshop on Extremely Large Telescopes. Edited by Ardeberg, Arne L.; Andersen, Torben. Proceedings of the SPIE, Volume 5382, pp. 478-489 (2004).*], Ardeberg, A. L. and Andersen, T., eds., *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference* **5382**, 478–489 (July 2004).
- [10] Gavel, D. T., “Tomography for multiconjugate adaptive optics systems using laser guide stars,” in [*Advancements in Adaptive Optics. Edited by Domenico B. Calia, Brent L. Ellerbroek, and Roberto Ragazzoni. Proceedings of the SPIE, Volume 5490, pp. 1356-1373 (2004).*], Bonaccini Calia, D., Ellerbroek, B. L., and Ragazzoni, R., eds., *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference* **5490**, 1356–1373 (Oct. 2004).
- [11] Ellerbroek, B. L., “Linear systems modeling of adaptive optics in the spatial-frequency domain,” *Journal of the Optical Society of America A* **22**, 310–322 (Feb. 2005).
- [12] Jolissaint, L., Véran, J.-P., and Conan, R., “Analytical modeling of adaptive optics: foundations of the phase spatial power spectrum approach,” *Journal of the Optical Society of America A* **23**, 382–394 (Feb. 2006).
- [13] Neichel, B., Fusco, T., and Conan, J.-M., “PSD based algorithms for Wide Field AO simulations. Performance and limitations,” *Journal of the Optical Society of America A*, *Submitted* (2008).
- [14] Tokovinin, A., Le Louarn, M., Viard, E., Hubin, N., and Conan, R., “Optimized modal tomography in adaptive optics,” *aap* **378**, 710–721 (Nov. 2001).
- [15] Diolaiti, E., Foppiani, I., and Lombini, M. e. a., “A preliminary overview of the multiconjugate adaptive optics module for the E-ELT,” in [*this conference.*], (2008).
- [16] Conan, J.-M., Petit, C., and Robert, C. e. a., “E-ELT MCAO module performance estimation and optimization,” in [*this conference.*], (2008).
- [17] Assémat, F., Gendron, E., and Hammer, F., “The FALCON concept: multi-object adaptive optics and atmospheric tomography for integral field spectroscopy - principles and performance on an 8-m telescope,” *mnras* **376**, 287–312 (Mar. 2007).
- [18] Fusco, T., Rousset, G., and Assémat, F. e. a., “Concept study of a multiobject AO system for the EAGLE instrument on the European ELT,” in [*this conference.*], (2008).
- [19] Assémat, F., Fusco, T., and Conan, J.-M. e. a., “Numerical Fourier simulations of tip-tilt LGS undetermination for the EAGLE instrument of the European ELT,” in [*this conference.*], (2008).

ANNEXE D. SPIE MARSEILLE JUIN 2008 : “PSD BASED SIMULATION  
ALGORITHM FOR WIDE FOV AO DESIGN. APPLICATION TO ELT STUDIES”

---

# Annexe E

## Liste des publications

### Publications

1. **Neichel B.**, Fusco T. et Conan J.M., *Tomographic reconstruction for Wide Field Adaptive Optics systems : Fourier domain analysis and fundamental limitations*, JOSA-A, accepté.
2. Puech M., Hammer F., Flores H., **Neichel B.**, Yang Y. et Rodrigues M., *First detection of a minor merger at  $z \sim 0.6$* , A&A, 2007, 476, 21
3. Yang Y., Flores H., Hammer F., **Neichel B.**, Puech M. et al. *IMAGES. I. Strong evolution of galaxy kinematics since  $z = 1$* , A&A, 477, 789
4. **Neichel B.**, Hammer F., Puech M., Flores H., Lehnert M. et al., *IMAGES II. A surprisingly low fraction of undisturbed rotating spiral disks at  $z \sim 0.6$  : The morphokinematical relation 6 Gyrs ago*, A&A, 2008, 484, 159
5. Puech M., Flores H., Hammer F., Yang Y., **Neichel B.** et al., *IMAGES. III. The evolution of the near-infrared Tully-Fisher relation over the last 6 Gyr*, A&A, 2008, 484, 173
6. Rodrigues M., Hammer F., Flores H., Puech M., Liang Y.C., Fuentes-Carrera I., Nesvadba N., Lehnert M., Yang Y., Amram P., Balkowski C., Cesarsky C., Dannerbauer H., Delgado R., Guiderdoni B., Kembhavi A., **Neichel B.** et al., *IMAGES IV : Strong evolution of the oxygen abundance in gaseous phases of intermediate mass galaxies since  $z \sim 0.8$* , A&A, in press.
7. Puech M., Flores H., Lehnert M., **Neichel B.**, Fusco T., Rosati P., Cuby J.G. et Rousset G., *Coupling MOAO with Integral Field Spectroscopy : specifications for the VLT and the E-ELT*, MNRAS, in press.
8. Puech M., Hammer F., Flores H., **Neichel B.** et Yang Y., *A forming disk at  $z \sim 0.6$* , A&A, in revision.



**Comptes rendus de Conférences**

1. **Neichel B.**, Fusco T., et al., *Adaptive Optics Concept for Multi-Objects 3D Spectroscopy on ELTs*, IAU Symposium No. 232, 181, 2006.
2. **Neichel B.**, Conan J.-M., Fusco T., Gendron E., Puech M. et al., *ELTs adaptive optics for multi-objects 3D spectroscopy : key parameters and design rules*, 2006, SPIE vol. 6272, 58
3. Moretto G., Bacon R., Cuby J.-G., Hammer F., Amram P., Blais-ouelette S., Blanc P.-E., Devriendt J., Epinat B., Fusco T., Jagourel P., Hernandez O., Kneib J.-P., Montilla I., **Neichel B.**, et al., *Wide Field Spectrograph concepts for the European ELT*, 2006, SPIE vol. 6269, 76
4. Puech M., Hammer F., Flores H., Lehnert M.D., **Neichel B.**, *Physics of galaxy formation with ELTs*, comptes rendus SF2A, 2006, 357.
5. **Neichel B.**, Fusco T., Conan J.-M., Rousset G., Gendron E., et al., *MOAO Concept for 3D spectroscopy on ELT*, OSA topical meeting on AO : Analysis & Methods, Vancouver, June 2007.
6. **Neichel B.**, Fusco T., Conan J.-M., et al., *Multi Object Adaptive Optics design for EAGLE : an integral field spectrograph for the E-ELT*, comptes rendus SF2A, 49, 2007
7. **Neichel B.**, Yang Y., Puech M., et al., *Morpho-kinematics analysis of galaxy at  $z \sim 0.6$* , comptes rendus SF2A, 348, 2007
8. Puech M., Hammer F., Flores H., Yang Y., **Neichel B.** *IMAGES : a unique view of the galaxy mass assembly since  $z=1$* , Science with the VLT in the ELT era, Proc. Meeting held in Garching, Oct. 2007, astro-ph/0712.1138.
9. Yang Y., Flores H., Hammer F., **Neichel B.**, Puech M., Nesvadba N., *IMAGES-I : Classification of Galaxy Kinematics since  $z=1$* , Conf. Pathways Through an Eclectic Universe, Proc. Meeting held in Tenerife, ASP Conf. Ser., 2007, 390, 502
10. Preis O., Chetail A., **Neichel B.**, et al., *A New Generation of Micropositioning Devices for Optical Fiber with Submicrometric Metrology*, The Power of Optical/IR Interferometry : Recent Scientific Results and 2nd Generation Instrumentation, Eso Astrophysics Symposia, 601, 2008.
11. **Neichel B.**, Fusco T., Conan J.-M., Rousset G., et al., *Application of PSD-based simulation algorithms to MCAO and MOAO designs for ELT instrument studies*, SPIE 701573 2008.
12. Fusco T., Rousset G., Assemat F., **Neichel B.**, et al., *Concept study of a multiobject AO system for the EAGLE instrument on the European ELT*, SPIE 70150T, 2008.
13. Assemat F., Fusco T., Conan, J.M., Rousset G., Gendron E., **Neichel B.**, *Numerical comparison of various wide field of view adaptive optics concepts for the EAGLE instrument of the European ELT*, SPIE 70154A, 2008.

- 
14. Diolaiti E., Conan J.M., Foppiani I., Lombini M., Petit C., Robert C., Schreiber L., Ciliegi P., Marchetti E., Bellazzini M., Busoni L., Esposito S., Fusco T., Hubin N., Quiros-Pacheco F., Baruffolo A., D'Odorico S., Farinato J., **Neichel B.**, et al., *A preliminary overview of the multiconjugate adaptive optics module for the E-ELT*, SPIE 70150U, 2008.
  15. Basden A.G., Butterley T., Harrison M.A., Morris T.J., Myers R., Wilson R.W., Younger E., Fusco T., Le Roux B., **Neichel B.**, *Performance of Monte-Carlo simulation of adaptive optics systems of the EAGLE multi-IFU instrument for E-ELT*, SPIE 70156Y, 2008.
  16. Puech M., Rosati P., Toft S., **Neichel B.**, Fusco T., *Specifying MOAO-fed 3D spectrographs for ELTs*, SPIE 701465, 2008.
  17. Cuby J.G., Morris S., Bryson I., Lehnert M., Evans C., Fusco T., Jagourel P., Myers R., Rousset G., Schnetler H., Amans J.P., Allington-Smith J., Assemat F., Beard S., Chemla F., Content R., Dipper N., Ferrari M., Gendron E., Gimenez J.L., Hastings P., Hubert Z., Hugot E., Laporte P., Leroux B., Madec F., **Neichel B.** et al., *EAGLE : an MOAO fed multi-IFU in the NIR on the E-ELT*, SPIE 70141K, 2008