



**HAL**  
open science

# Optimisation de l'offre d'une compagnie aérienne en environnement incertain

Souhir Charfeddine

► **To cite this version:**

Souhir Charfeddine. Optimisation de l'offre d'une compagnie aérienne en environnement incertain. Optimisation et contrôle [math.OC]. Université Toulouse le Mirail - Toulouse II, 2004. Français. NNT: . tel-00363337

**HAL Id: tel-00363337**

**<https://theses.hal.science/tel-00363337>**

Submitted on 22 Feb 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*Université de Toulouse II- Le MIRAIL*

U.F.R SCIENCES, ESPACES ET SOCIETES  
Département : MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE

**Thèse pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE TOULOUSE II**

**Souhir CHARFEDDINE**

Ingénieur ENAC

OPTIMISATION DE L'OFFRE D'UNE COMPAGNIE  
AERIENNE EN ENVIRONNEMENT INCERTAIN

Thèse soutenue le 13 décembre 2004

**Jury :**

Angel IBEAS PORTILLA

Marc PIRLOT

Nathalie LENOIR

Jean Augustin THIONG-LY

Félix MORA-CAMINO

Marc DE COLIGNY

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Directeur de thèse

Co-directeur de thèse

Karim Achaibou

Carlos Alberto NUNES COSENZA

Membre invité

Membre invité



**A mes parents  
A mon mari**



## Remerciements

*Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Monsieur Mora-Camino pour m'avoir accueillie dans son laboratoire (LARA) et pour le temps qu'il m'a consacré. Je le remercie vivement pour l'attention et la rigueur scientifique de son approche d'encadrement. Je lui suis aussi reconnaissante pour ses qualités humaines, ainsi que pour son soutien et son encouragement.*

*Tous mes remerciements vont vers Monsieur De Coligny pour sa disponibilité, sa serviabilité et son efficacité.*

*Je suis très honorée de la présence de Monsieur Pirlot dans mon jury et je le remercie d'avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse.*

*J'exprime aussi ma reconnaissance la plus sincère à Monsieur Ibasas Portilla, pour avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse.*

*Je tiens à remercier Monsieur Thiong-Ly de sa participation à ce jury.*

*Mes remerciements vont aussi vers Madame Lenoir pour son soutien et pour avoir accepté d'être présente dans mon jury.*

*Je remercie également Monsieur Achaïbou pour sa participation à ce jury.*

*Je suis aussi honorée par la présence de Monsieur Cosenza.*

*Je suis très reconnaissante au Département Transport Aérien de l'ENAC pour m'avoir accueillie et pour m'avoir mis à disposition des conditions matérielles très favorables.*

*Mes remerciements vont aussi vers le personnel de la Bibliothèque et du service de Documentation de l'ENAC pour leur sympathie et pour la contribution documentaire importante qu'ils ont apportée à cette recherche.*

*Je remercie également le service d'édition de l'ENAC pour leur efficacité.*

*Je remercie mes collègues de laboratoire pour leurs qualités humaines et pour leur gentillesse.*

*Je tiens également à remercier le service de déplacements de l'Université du Mirail pour leur compétence et leur efficacité.*

*Je suis reconnaissante aux membres du Département Mathématiques Informatique du Mirail pour leur gentillesse et leur compréhension.*

*Tous mes remerciements vont vers mon mari Karim Zbidi pour son soutien, sa compréhension et ses encouragements, je tiens à exprimer toute ma gratitude pour son aide et ses conseils.*

*Je suis très reconnaissante envers mes parents pour leur compréhension, leur réconfort et pour les moyens matériels et moraux qu'ils m'ont toujours mis à disposition.*

*Je remercie mes frères et mes belles sœurs pour l'amour qu'ils me portent.*

*Je salue vivement mes nièces et mes neveux et je les remercie pour la joie qu'ils ont apportée à ma vie.*

*J'exprime mes remerciements à ma belle famille pour son soutien et pour son encouragement très généreux.*

*Enfin, je remercie vivement mes amis et mes amies qui n'ont cessé d'être présents par leur soutien, par leur affection et je salue leur sincérité.*

*« So far as laws of mathematics refer to reality they are not certain and so far they are certain they do not refer to reality » (« Tant que les lois mathématiques décrivent la réalité, elles ne sont pas certaines et tant qu'elles sont certaines, elles ne décrivent pas la réalité.»).*

*Einstein*

*Geometry and Reality, 1921*





*« Au fur et à mesure que la complexité d'un système augmente, notre habilité à formuler de manière précise et significative son comportement, diminue jusqu'à une limite, au delà de laquelle la précision et la signification deviennent des caractéristiques pratiquement mutuellement exclusives. »*

*Lotfi Zadeh*

*IEEE transactions 1973*



# TABLE DES MATIERES

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>5</b>
<b>CHAPITRE 1: ELEMENTS DE DECISIONS DES COMPAGNIES AERIENNES.....</b>	<b>7</b>
1. LES DIFFERENTS ELEMENTS DECISIONNELS .....	8
2. LA STRUCTURE DES COUTS D'EXPLOITATION DANS LES COMPAGNIES AERIENNES .....	9
2.1 <i>Les coûts directs d'exploitation</i> .....	9
2.2 <i>Les coûts indirects d'exploitation</i> .....	10
2.3 <i>La structure des coûts d'exploitation d'un marché de Transport Aérien</i> .....	11
3. LES DIFFERENTS PROBLEMES DE DECISION .....	14
3.1 <i>Gestion de la capacité de production</i> .....	14
3.1.1. Définition de flotte .....	14
3.1.2. Définition du réseau opéré : les lignes et les fréquences .....	14
3.1.3. L'affectation de la flotte aux opérations commerciales .....	15
3.1.4. Gestion des opérations et de la logistique .....	16
3.1.5. Programmation des horaires des vols .....	16
3.1.6. Programmation des visites de maintenance .....	17
3.1.7. Gestion des équipages .....	17
3.1.8. Approvisionnement en Carburant .....	18
3.2 <i>Gestion des activités commerciales</i> .....	18
3.2.1. La prévision de la demande .....	18
3.2.2. Gestion des recettes .....	19
3.2.3. Tarification .....	19
3.2.4. Sur-réservation .....	20
3.3 <i>L'entrée sur un nouveau marché</i> .....	20
3.3.1. Les économies d'échelle .....	21
3.3.2. Les différences absolues de coûts .....	22
3.3.3. La différenciation des produits .....	22
3.3.4. Les autres barrières dans le Transport Aérien .....	23
4. CONCLUSION .....	25

<b>CHAPITRE 2: CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA DEMANDE DE TRANSPORT AERIEN .....</b>	<b>27</b>
1. INTRODUCTION .....	28
2. CARACTERISTIQUES GENERALES DE LA DEMANDE SUR UN MARCHÉ DE TRANSPORT AERIEN .....	29
2.1 <i>Les facteurs influents propres aux voyageurs</i> .....	30
2.1.1. Le revenu .....	30
2.1.2. La valeur du temps .....	32
2.1.3. Les motifs de voyages: .....	32
2.2 <i>Les facteurs influents propres à l'offre</i> .....	34
2.2.1. Le tarif .....	34
2.2.2. La fréquence .....	35
2.2.3. La date de voyage .....	35
2.2.4. concurrence avec autre(s) mode(s) de Transport .....	35
3. APPROCHE THEORIQUE DE LA MODELISATION DE LA DEMANDE .....	37
3.1 <i>Modèle homogène ou unidimensionnel</i> .....	37
3.2 <i>Modèles à deux dimensions</i> .....	39
3.3 <i>Modèle théorique retenu dans le cas déterministe</i> .....	40
4. APPROCHES NUMERIQUES DE LA PREVISION DE LA DEMANDE .....	42
4.1 <i>Techniques de prévision</i> .....	42
4.1.1. Les principales approches de prévision .....	42
4.1.2. La mise en oeuvre de ces techniques de prévision .....	44
4.2 <i>Exemple : régression linéaire multiple</i> .....	45
4.2.1. Présentation du modèle .....	46
4.2.2. Estimation des coefficients de régression .....	48
4.2.3. Hypothèses adoptées pour la mise en œuvre de l'estimation .....	49
5. CONCLUSION .....	50
<b>CHAPITRE 3: MODELISATION FLOUE DE LA DEMANDE DE TRANSPORT AERIEN .....</b>	<b>51</b>
1. INTRODUCTION: .....	52
2. ELEMENTS SUR LA MODELISATION FLOUE .....	52
3. POURQUOI UNE MODELISATION FLOUE DE LA DEMANDE .....	55
4. UN MODELE FLOU DE LA DEMANDE .....	57
5. CONSTRUCTION D'UN MODELE FLOU .....	64
5.1 <i>Les données disponibles</i> .....	65
5.2 <i>Modèle de Tanaka</i> .....	65
5.2.1. Enoncé du problème de modélisation .....	65
5.2.2. Analyse .....	71
6. GENERATION D'ESTIMATIONS TRAPEZOIDALES .....	71

6.1 <i>La h-coupe</i> .....	74
6.2 <i>Méthode mixte</i> .....	75
7. ILLUSTRATION DES METHODES .....	76
8. CONCLUSION .....	78
<b>CHAPITRE 4: DEFINITION DE L’OFFRE D’UN MONOPOLE :</b>	<b>DE</b>
<b>L’APPROCHE DETERMINISTE A L’APPROCHE FLOUE.....</b>	<b>79</b>
1. APPROCHE DETERMINISTE .....	80
1.1 <i>Modèle de demande</i> .....	81
1.2 <i>Coût et maximisation du profit</i> .....	81
1.2.1. Demande satisfaite, coût et profit.....	81
1.2.2. Maximisation du profit.....	83
2. APPROCHE FLOUE .....	87
2.1 <i>Un modèle flou pour la demande</i> .....	87
2.2 <i>demande satisfaite floue</i> .....	88
2.3 <i>Profit flou</i> .....	92
2.4 <i>Processus flou de décision</i> .....	93
2.4.1. Formulation du problème.....	94
2.4.2. Approche de résolution proposée.....	95
2.4.3. Calcul détaillé du profit défuzzyfié pour une fréquence donnée .....	99
2.4.4. Détermination de la solution globale en prix et fréquence .....	103
2.5 <i>Evaluation de risque</i> .....	104
3. CONCLUSION.....	107
<b>CHAPITRE 5: ETUDE DES CONDITIONS D’EQUILIBRE D’UN MARCHE DUOPOLISTIQUE :</b>	
<b>DE L’APPROCHE DETERMINISTE A L’APPROCHE FLOUE .....</b>	<b>109</b>
1. INTRODUCTION:.....	110
2. POSITION DU PROBLEME .....	110
3. APPROCHE DETERMINISTE .....	113
3.1 <i>Modèle de la demande</i> .....	113
3.2 <i>Jeu à deux étapes</i> .....	114
3.2.1. Sous jeu des prix .....	115
3.2.2. Sous jeu des fréquences .....	119
4. APPROCHE FLOUE D’ANALYSE D’UN MARCHE DUOPOLISTIQUE .....	121
4.1 <i>Sous-jeu des tarifs</i> .....	121
4.1.1. Equilibre par défuzzyfication.....	124
4.1.2. Equilibre par fuzzyfication.....	124
4.2 <i>Sous jeu des fréquences</i> .....	128
5. CONCLUSION .....	128

<b>CHAPITRE 6: ILLUSTRATION DE LA MISE EN ŒUVRE DE L'APPROCHE FLOUE.....</b>	<b>129</b>
1. INTRODUCTION:.....	130
2. OPTIMISATION DE L'OFFRE D'UN MONOPOLE .....	130
2.1 <i>Génération de données</i> :.....	130
2.2 <i>modélisation déterministe puis floue de la demande</i> .....	133
2.2.1. Modélisation par l'économétrie .....	133
2.2.2. Estimation de la demande par des régressions floues.....	135
2.3 <i>Optimisation du profit</i> .....	138
2.3.1. Cas déterministe.....	139
2.3.2. Cas où la demande est considérée floue.....	140
3. ILLUSTRATION DU CAS DE DUOPOLE .....	143
3.1 <i>Génération des données</i> .....	144
3.2 <i>Modélisation</i> .....	146
3.2.1. Estimation économétrique.....	146
3.2.2. Estimation par les régressions floues .....	147
3.3 <i>Analyse des situations d'équilibres</i> .....	147
3.3.1. Cas déterministe.....	148
3.3.2. Cas de l'approche floue.....	151
4. CONCLUSION .....	152
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>153</b>
<b>ANNEXE A :INTRODUCTION A LA LOGIQUE FLOUE.....</b>	<b>155</b>
<b>ANNEXE B :SYSTEMES EXPERTS FLOUS .....</b>	<b>167</b>
<b>ANNEXE C: ELEMENTS CONCEPTUELS D'OPTIMISATION FLOUE.....</b>	<b>171</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>179</b>

## INTRODUCTION GENERALE

Le transport aérien connaît depuis plusieurs décennies un très fort taux de croissance et prend une importance économique et industrielle chaque fois plus importante. Les opérateurs du transport aérien évoluent dans un environnement dynamique où les enjeux financiers sont considérables. Avec la déréglementation du marché du transport aérien aux Etats-Unis (1978) puis en Europe (1989), les compagnies aériennes peuvent fixer les conditions de leurs offres commerciales (marchés, fréquences et prix) de façon très libre. Ceci a là, d'abord, pour résultat de multiplier le nombre de compagnies aériennes puis de durcir les conditions de la concurrence amenant certaines d'entre elles à la faillite (PANAM, TWA, Eastern,..). En effet l'environnement opérationnel du secteur de transport aérien est très incertain alors que les coûts sont très élevés, ce qui amplifie le risque industriel.

La demande pour une compagnie aérienne sur un marché de transport aérien est sensible à de multiples facteurs qu'elle maîtrise bien (fréquences et prix), moyennement (ponctualité, confort) ou très peu (la concurrence). Cette demande peut également être affectée par des circonstances exceptionnelles telles que des grèves, des épidémies (SRAS), des guerres (guerre du Golfe), des attentats (11 septembre 2001), etc.

Tout ceci fait que les compagnies aériennes recherchent à se protéger au mieux de ces aléas sans pour autant limiter leurs activités, et pour cela, il leur est impératif d'améliorer leur compréhension des marchés qu'elles opèrent. L'étude présentée dans ce mémoire vise à contribuer à cet objectif.

Depuis quelques décennies, la représentation *floue* de l'incertitude dans le domaine des sciences de l'ingénieur a acquis ses lettres de noblesse. Cette thèse se propose de vérifier l'intérêt de ce type de représentation pour améliorer la prise de décision au sein des compagnies aériennes. On s'intéresse plus particulièrement aux conditions de fixation de l'offre d'une compagnie aérienne sur un marché donné pour lequel les prévisions de la demande sont élaborées par des modèles flous.



Le **chapitre 1** introduit les principaux problèmes de décision que les compagnies aériennes doivent affronter lors de leur exploitation aussi bien sur le plan opérationnel que sur le plan tactique. Une bonne partie de ces problèmes étant destinée à maîtriser les coûts d'exploitation, la structure de ceux-ci est analysée de façon détaillée.

Dans le **chapitre 2**, l'importance des différents facteurs qui influent sur la formation de la demande de transport aérien est analysée. Les techniques numériques classiques de modélisation qui permettent d'estimer les paramètres de ces modèles, sont rappelées.

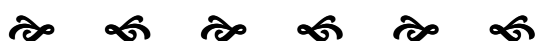
Dans le **chapitre 3**, après avoir justifié l'intérêt de la logique floue pour appréhender la demande d'un marché de transport aérien, un modèle flou de celle-ci est proposé, puis plusieurs techniques de traitement numérique destinées à en quantifier les paramètres sont présentées.

Dans le **chapitre 4**, considérant une compagnie aérienne en situation de monopole sur un marché donné, est mis au point un processus de définition de l'offre de celle-ci lorsque les prévisions de la demande dont elle dispose sont floues. L'analyse développée trouve son point de départ dans une approche classique déterministe.

Dans le **chapitre 5**, on applique l'approche floue à l'analyse des situations d'équilibre d'un marché duopolistique. Ceci conduit à la définition d'un équilibre flou qui doit permettre à une compagnie de fixer sa stratégie d'offre sur ce marché.

Dans le **chapitre 6** l'ensemble des développements théoriques présentés dans ce mémoire en ce qui concerne l'approche floue étudiée, est illustré par une mise en œuvre numérique de façon à d'une part en vérifier l'applicabilité et d'autre part à évaluer la finesse des résultats obtenus.

Finalement la conclusion générale dresse à la fois un bilan de ce qui a été réalisé et avance plusieurs perspectives d'approfondissement de l'approche proposée.



# CHAPITRE 1: ELEMENTS DE DECISIONS DES COMPAGNIES AERIENNES

*Ce chapitre introduit les principaux problèmes de décision que les compagnies aériennes doivent affronter lors de leur exploitation aussi bien sur le plan opérationnel que sur le plan tactique. Une bonne partie de ces problèmes étant destinée à maîtriser les coûts d'exploitation, la structure de ceux-ci est analysée de façon détaillée.*

## **1. LES DIFFERENTS ELEMENTS DECISIONNELS**

Compte tenu de la complexité et de la diversité des problèmes décisionnels rencontrés par une compagnie aérienne, il n'est pas possible d'envisager une approche globale de résolution exacte voire optimale au sens mathématique de ceux-ci. Il s'agira plutôt de structurer et de coordonner l'ensemble des sous problèmes de façon à définir une stratégie de résolution de ceux-ci qui tienne au mieux compte des interdépendances et des degrés d'importance de chacun d'eux pour les objectifs de la compagnie. Remarquons que cette structuration n'est pas neutre en ce qui concerne l'organisation interne des services de gestion d'une compagnie.

Ainsi, la gestion des opérations d'une compagnie aérienne conduit à affronter un ensemble de sous problèmes spécifiques mais interdépendants. Ces sous problèmes, concernent la gestion des ressources sur différents horizons de temps : long, moyen et court termes.

Parmi les gestions de long terme, on trouve d'un côté la gestion de la capacité de production qui consiste à définir la flotte (dimension et composition, type d'appropriation : leasing ou achat). D'un autre côté, le problème rencontré dans cette catégorie est la définition du réseau opéré (sa structure : réseau étoilé dit « hub and spokes » ou réseau points à points, les lignes et les fréquences, etc.), enfin il s'agit de gérer les moyens de maintenance (la base, la sous-traitance si elle la fait faire par des agents intermédiaires).

Dans le cadre des décisions de moyen terme, on trouve les gestions des opérations commerciales (la prévision de la demande, la gestion des réservations, la tarification, la surréservation, la publicité, etc.).

Enfin dans le cadre des stratégies plutôt de court termes, il y a la gestion des opérations et de la logistique telle que la programmation des horaires des vols, la gestion du personnel navigant technique et commercial, les redevances de contrôle, la gestion des services au sol (assistance des bagages au sol, assistance en escale, gestion de relations avec les sous-traitants,...). La programmation des visites de maintenance et l'approvisionnements en Carburant.

On a donc affaire à un complexe décisionnel où aspects techniques, économiques, commerciaux, sociologiques et politiques s'interpénètrent profondément. La compagnie

cherchera à exploiter au mieux ses ressources qui représentent des coûts très lourds et ensuite de tirer profit de ses vols en offrant des services attrayants pour les consommateurs (horaires et fréquences des vols convenables, tarifs à la portée, destinations variées etc.).

Dans ce qui suit, dans un premier temps, la structure des coûts que les compagnies aériennes supportent sera explorée ensuite on se limitera à l'étude à certaines catégories de gestion de court/ moyen termes.

## **2. LA STRUCTURE DES COÛTS D'EXPLOITATION DANS LES COMPAGNIES AERIENNES**

Afin d'optimiser les opérations d'une compagnie aérienne, il ne suffit pas de maximiser les recettes mais il faut aussi tenir compte des coûts et trouver le compromis qui maximise les gains nets (recettes – coûts). On est donc amené aussi à analyser la structure des coûts d'exploitation des compagnies aériennes qui est en général très complexe. On peut néanmoins distinguer deux catégories de coûts d'exploitation : les coûts directs d'exploitation et les coûts indirects d'exploitation.

### **2.1 LES COÛTS DIRECTS D'EXPLOITATION**

Les coûts directs d'exploitation sont répartis sur deux catégories :

- Les coûts directs liés au vol, c'est à dire les dépenses de carburant et des lubrifiants, la rémunération du Personnel Navigant Technique (PNT), les redevances aéroportuaires, les redevances de contrôle du trafic aérien, le coût des assurances ;
- Les coûts liés au matériel volant formés par les dépenses d'entretien, d'amortissement et de location de l'avion et de ses accessoires.

Ces différents coûts représentent environ la moitié du coût total d'exploitation (voir tableau1.2). La part relative de chacun de ces postes va dépendre du type d'appareils et de moteurs utilisés, les appareils de technologie récente étant plus économes en carburant

(exemple A320, A321, A340). D'autre part, certains de ces coûts seront très sensibles aux variations du prix du pétrole (voir tableau 1.1).

## **2.2 LES COÛTS INDIRECTS D'EXPLOITATION**

Ces coûts indirects sont principalement composés des coûts administratifs et commerciaux. L'ensemble des coûts indirects peut représenter une part importante des coûts d'exploitation, notamment pour les grandes compagnies aériennes qui peuvent engager des dépenses annexes, notamment dans le domaine de la commercialisation (points de vente dans les principales artères commerciales des grandes capitales, campagnes de promotion et de publicité grand public, utilisation de zones spéciales dans les aéroports).

Les coûts indirects d'exploitation comprennent quatre types principaux de coûts :

- Les coûts d'étapes correspondant aux dépenses d'assistance au sol des avions et des passagers.
- Les coûts associés au service de bord (commissariat, personnel navigant commercial).
- Les frais commerciaux et de réservation.
- Les frais généraux administratifs.

Les compagnies aériennes cherchent à offrir un service attrayant pour les passagers afin de les fidéliser et de remplir les avions; tout en faisant le compromis entre qualité du produit et coûts. Toutefois, ces coûts ne cessent d'augmenter. Certaines de ces compagnies ont fait des efforts considérables pour réduire leurs coûts généraux et administratifs (voir tableaux 1.1 et 1.2). Quant aux frais de commercialisation, ils ont tendance à s'accroître très fortement compte tenu de l'environnement concurrentiel de cette activité. Mais avec l'explosion du nombre des compagnies à bas coûts (les low cost), certains transporteurs (même des compagnies traditionnelles) réduisent de telles dépenses en se servant des nouveaux moyens de communication tels que Internet pour faire leurs promotions ou vendre les places à travers leur site Web.

		1980	1990	1999
<b>Coûts directs d'exploitation</b>				
1- Coûts directs de vols	PNT	8%	7%	8%
	Carburant, lubrifiants	28%	15%	11%
	Charges d'atterrissage et redevances de route	5%	4%	7%
2-Maintenance		11%	11%	11%
3-Dépréciation, assurance		6%	7%	7%
<b>Total (%)</b>		<b>60</b>	<b>50</b>	<b>53</b>
<b>Coûts indirects d'exploitation</b>				
1- Stationnement et service au sol		11%	12%	11%
2- Services offerts aux passagers		9%	10%	11%
3- Frais commerciaux et de réservation		14%	16%	14%
4- Frais généraux et administratifs		6%	11%	12%
<b>Total (%)</b>		<b>40</b>	<b>50</b>	<b>47</b>
<b>TOTAL GENERAL</b>		<b>100%</b>		

Tableau 1.1 : Evolution des coûts des compagnies aériennes

Source: OACI Digest of statistics Series F, Financial Data.

### 2.3 LA STRUCTURE DES COÛTS D'EXPLOITATION D'UN MARCHÉ DE TRANSPORT AÉRIEN

La répartition des coûts d'exploitation évolue avec le temps (tableau 1.1) et même pendant la même période, elle diffère d'un pays à un autre (salaires, niveau de vie, main d'œuvre, assurance, carburant, etc.) et d'une compagnie à une autre selon les stratégies de ces dernières (compagnies bas coûts, type d'avion utilisés, etc.) même si elles sont basées sur le même pays. D'après le tableau 1.2, en l'an 2000, l'ensemble des coûts directs a été légèrement supérieur au total des coûts indirects d'exploitation. Les données présentées sont des valeurs indicatives qui peuvent différer d'une compagnie à une autre et qui évoluent avec la conjoncture du secteur.

<b>Coûts directs d'exploitation</b>		
<i>1- Coûts directs de vols</i>	PNT	7,1%
	Carburant, lubrifiants	12,1%
	Charges d'atterrissage et redevances de route	8,8%
<i>2-Maintenance</i>		10,4%
<i>3-Dépréciation, assurance</i>		13,2%
Total		51.6%
<b>Coûts indirects d'exploitation</b>		
<i>1- Stationnement et service au sol</i>		11,7%
<i>2- Services offerts aux passagers</i>		13,9%
<i>3- Frais commerciaux et de réservation</i>		16,6%
<i>4- Frais généraux et administratifs</i>		6,1%
Total		48,4%
TOTAL GENERAL		100%

Tableau I.2 : **Structure des coûts des compagnies aériennes**

**Source : IATA 2000.**

En résumé, si on considère la desserte d'une liaison bien déterminée, les coûts résultant de l'opération sur cette desserte peuvent être classés selon trois catégories :

Tout d'abord, il y a ceux qui sont liés à la fréquence mise en place et qui contiennent entre autres le carburant nécessaire, le salaire des PN et qui peuvent être regroupés dans la valeur coût unitaire relatif à la fréquence notée  $c_f$ .

Ensuite on trouve ceux qui sont liés aux passagers dont on cite les services de bord et les services au sol qui sont regroupés dans :  $c_p$  représentant donc le coût par passager.

Enfin, il y a les coûts fixes de la compagnie qui sont des frais indépendants des vols mais qui doivent être comptés tels que les salaires du personnel administratif, ces coûts fixes seront regroupés dans une constante qui sera notée  $c_0$ .

Ainsi si on suppose que le coût de mettre en place une nouvelle fréquence ne décroît pas lorsque le nombre des fréquences déjà installées augmente et que celui de transporter un passager supplémentaire ne dépend pas du nombre des passagers transportés, la fonction coût sera linéaire [1.1]. Sur un marché donné (entre une origine O et une destination D) , la fonction de coût d'exploitation d'une compagnie aérienne ayant une flotte d'avions supposée homogène (de même capacité  $K$ ) pourrait s'exprimer sous la forme du modèle analytique suivant [Shipper 2001] :

$$C_{O-D} = c_0 + c_f f + c_p Q \quad [1.1]$$

où  $f$  est la fréquence mise en place sur l'itinéraire en question et  $Q$  est le nombre de passagers transportés entre O et D qui est supposé plus petit que le nombre de sièges offerts sur le marché, à savoir  $Kf$ .

D'après les données du tableau 1.2 , les coûts associés aux passagers transportés représentent quasiment 15% du coût total d'opération; d'autres économistes donnent des chiffres inférieurs, en effet Shipper [Shipper 2001] estime que pour les opérations sur une ligne donnée, ce coût représente 8.5% du coût total d'exploitation. Mais ceci reste dépendant de la compagnie. Généralement, les coûts liés à la fréquence sont estimés à 50% de ce dernier. Donc les coefficients  $c_p$  et  $c_f$  peuvent être calculés comme les moyennes respectives des coûts relatifs aux passagers et à la fréquence. Tandis que  $c_0$  pourrait être calculé à partir des coûts faisant partie des charges fixes de l'exploitation pondérés par le poids de la desserte considérée par rapport à l'exploitation totale.

Quand les coûts fixes sont non nuls, le coût moyen par vol, diminue quand la fréquence  $f$  augmente et de même pour le coût moyen par passager transporté. Toutefois, la fonction coût pourrait avoir la forme suivante afin de tenir compte encore plus des effets d'économies d'échelles :

$$C_{O-D} = c_0 + c_f f^\gamma + c_p Q^\delta \quad [1.2]$$

où  $\gamma$  et  $\delta$  sont des réels dans  $]0,1[$ . Plus ils sont proches de 0 plus l'industrie présente des économies d'échelle et plus  $c_0$  est élevé plus il y a des économies d'échelle aussi.



### **3. LES DIFFERENTS PROBLEMES DE DECISION**

Une exploration de certains problèmes de gestion des compagnies aériennes a lieu dans cette section, on insiste surtout sur les problèmes opérationnels.

#### **3.1 GESTION DE LA CAPACITE DE PRODUCTION**

##### ***3.1.1. Définition de flotte***

La flotte d'une compagnie aérienne constitue l'outil industriel utilisé dans la production de ses services. La composition de la flotte ainsi que le nombre d'appareils constitue sur le moyen/long terme ses variables de décision principales. L'objectif est de faire, compte tenu des équipements disponibles sur le marché, évoluer la composition de la flotte de façon à ce qu'elle réponde au mieux à la stratégie commerciale de la compagnie qui doit chercher à s'adapter à son environnement socio-économique et technique.

Après le choc pétrolier de 1974, les compagnies ont commencé à investir dans les gros porteurs « *Wide Body* ». Grâce aux économies d'échelle en résultant, le coût de revient du siège-kilomètre offert a fortement chuté pour ces avions de grande capacité [Pavaux 1984]. Ainsi de nombreuses compagnies ont acquis une flotte de gros porteurs adaptés à une demande toujours croissante sur des destinations de plus en plus éloignées. Plus récemment, les opinions des constructeurs semblent diverger : d'une part, Boeing mise sur des avions de taille moyenne et suppose que les compagnies aériennes vont augmenter leur fréquence, tandis que le constructeur européen Airbus pense que l'avenir est aux grands porteurs et développe le super jumbo A380.

Le choix de la flotte est fortement lié à la structure du réseau opéré afin de rechercher les solutions de meilleur rapport coût-revenu pour cet espace de production mais aussi aux conditions d'acquisition de nouveaux appareils.

##### ***3.1.2. Définition du réseau opéré : les lignes et les fréquences***

Ce problème, remis constamment sur l'ouvrage par les compagnies aériennes, concerne la définition des liaisons à mettre en œuvre pour mieux adapter l'offre à la demande

(passagers) compte tenu de la composition actuelle de la flotte et ses possibilités d'évolution. L'environnement chaque fois plus concurrentiel, notamment avec la politique de déréglementation mise en pratique à l'échelle mondiale depuis plus d'une décennie (et depuis plus de deux décennies aux Etats Unis), ont rendu impératif le redéploiement permanent des activités des compagnies aériennes pour rechercher des profits accrus (ou des pertes minimales).

Dans le cas où une liaison présente des taux de remplissage faibles, ceux-ci peuvent être augmentés de diverses façons. Par exemple par une concentration dans le temps : ceci consiste à diminuer la fréquence des vols. Cette solution a des effets négatifs sur la demande [Teodorovic 1988], qui peut pour des liaisons à faible distance, être attirée par d'autres modalités de transport ou qui peut être attirée par les réseaux aériens concurrents. Une autre solution consiste à procéder à un regroupement dans l'espace géographique : ceci consiste à regrouper la demande sur des points de transfert appelés « *Hubs* » avant de les redistribuer localement « *Spokes* ». Cette stratégie permet à la compagnie d'opérer entre les hubs avec des avions de grande capacité qui ont un coût de revient unitaire plus faible conduisant à une augmentation de la productivité de la flotte.

La définition des fréquences d'opération a alors un effet à la fois sur les coûts opérationnels (voir paragraphe précédent) et sur les niveaux de demande et donc sur la recette de la compagnie. Ce point sera plus amplement traité dans la suite de cette thèse.

### ***3.1.3. L'affectation de la flotte aux opérations commerciales***

Il s'agit d'affecter une flotte d'avions aux caractéristiques opérationnelles souvent très variées (motorisation, rayon d'action, disponibilité opérationnelle momentanée) à la réalisation des vols programmés de la compagnie aérienne. Pour chaque vol on cherche l'affectation d'un avion qui respecte les différentes contraintes avec comme objectif celui de la minimisation du coût total d'opération dont parfois les coûts d'acheminements des avions aux aéroports de départ.

Les compagnies aériennes présentent des caractéristiques variées issues d'historiques industriels très différents (compagnies nationales au long passé, compagnies nouvellement créées de toutes pièces ou à partir de compagnies ayant disparu, etc.), ce qui se traduit par des types d'opération, des compositions de flotte et des réseaux très divers. Ces caractéristiques ne peuvent pas être changées instantanément, d'où en général pour chacune d'entre-elles toute une série de problèmes spécifiques à résoudre.

Outre les contraintes opérationnelles, des aléas et des contraintes techniques liées à l'exploitation (dont les opérations de maintenance), peuvent conduire à remettre en question l'affectation prévue pour la flotte et à entraver le déroulement des opérations.

#### ***3.1.4. Gestion des opérations et de la logistique***

Le bon fonctionnement de la production des services dans les compagnies aériennes nécessite un fort soutien logistique. Le soutien logistique est constitué d'activités complémentaires à la production des services. Il s'agit de déployer au niveau des bases aéroportuaires de la compagnie ses ressources destinées à assurer l'opération régulière et sûre de la flotte.

#### ***3.1.5. Programmation des horaires des vols***

Il s'agit ici de définir les horaires des vols programmés par la compagnie aérienne sur son réseau. La programmation des horaires cherchera à couvrir au mieux les horaires souhaités par les passagers contribuant d'une part, à la satisfaction des passagers et d'autre part, à l'augmentation des recettes de la compagnie pour une même quantité de service offert.

La programmation des horaires doit tenir compte aussi de plusieurs contraintes telles que :

- Le nombre d'avions disponibles et la composition de la flotte.
- Le respect des contraintes de gestion de l'équipage, des services au sol, des services à bord et de la maintenance.
- La disponibilité des créneaux voulus surtout au niveau des aéroports congestionnés. En effet un grand nombre de créneaux, généralement les plus demandés, sont alloués à des

compagnies déjà installées ou basées sur l'aéroport et ce sont elles qui les conservent, elles peuvent les utiliser pour leurs propres vols ou les revendre ponctuellement.

### ***3.1.6. Programmation des visites de maintenance***

La gestion de la maintenance de la flotte conduira à définir la nature et la séquence des immobilisations des avions pour la réalisation des opérations de maintenance. Ainsi, il s'agira d'entretenir les avions sans perturber le déroulement des vols programmés.

Pour assurer la sécurité des opérations, un appareil doit être constamment contrôlé, réglé et entretenu. Chaque avion, par conséquent, doit respecter un plan de maintenance en fonction du nombre d'heures de vols et cycles effectuées (atterrissage/décollage). C'est une procédure coûteuse en main-d'œuvre et en pièces de rechange outre la diminution de productivité résultant de l'immobilisation de l'avion. D'autre part, elle est indispensable et réglementée par les autorités du Transport Aérien. L'objectif est évidemment de réaliser une maintenance à coût minimum mais satisfaisant la réglementation en vigueur.

### ***3.1.7. Gestion des équipages***

Le personnel de bord est constitué de deux types d'équipages : le Personnel Navigant Technique (PNT) et le Personnel Navigant Commercial (PNC).

Le coût lié à l'exploitation de l'équipage est relativement important (en général plus de 10% des coûts d'opération). L'objectif des compagnies à ce propos est de minimiser le coût de mise à disposition de l'équipage tout en respectant les contraintes réglementaires (sécurité, syndicats des pilotes). Il s'agit d'affecter les équipages adéquats en tenant compte notamment :

- de leurs qualifications,
- de leur localisation (disponibilité locale ou ré-acheminement) et
- de leur disponibilité de travail (niveau de leur charge de travail).

### ***3.1.8. Approvisionnement en Carburant***

Le coût du carburant est l'une des composantes principales des coûts opérationnels d'une compagnie aérienne. D'après le tableau 1.2, ces coûts représentent environ 12% du coût total mais suivant la tendance des dernières années, ce taux s'établirait plutôt au voisinage de 15% [Doganis, 2002]. La hausse remarquable de ces derniers mois même si elle peut être passagère, a des conséquences sur les coûts d'opération des compagnies aériennes, qui parfois vont jusqu'à ajouter une valeur additionnelle à leurs tarifs fixés antérieurement<sup>1</sup>.

Les compagnies peuvent chercher à diminuer leurs coûts d'approvisionnement en carburant en optimisant les emports de combustible. Elles profitent alors des différences de prix du carburant pouvant exister sur les bases aéroportuaires utilisées et des conditions d'approvisionnement obtenues auprès de différents fournisseurs.

Afin de limiter l'effet des fluctuations du prix du carburant aéronautique sur son marché, une pratique récente consiste à signer des contrats à prix constants sur une longue durée (six mois, un an) avec les fournisseurs.

## **3.2 GESTION DES ACTIVITES COMMERCIALES**

### ***3.2.1. La prévision de la demande***

Pour les compagnies aériennes, la prévision de la demande sur le moyen-long terme se situe au niveau stratégique. Elle fournit des éléments d'information indispensables à la gestion efficace de nombreux sous problèmes décisionnels interdépendants tels que la tarification, le choix et la gestion de la flotte, la définition des fréquences d'opération. La prévision de la demande comporte deux dimensions : le temps (le court, le moyen et le long terme) et l'espace géographique (régional, domestique ou international).

La qualité de la prévision de la demande influe de façon décisive sur l'adéquation et la qualité de l'offre de services du Transport Aérien.

---

<sup>1</sup> Sur le site [www.etapes-nouvelles.fr](http://www.etapes-nouvelles.fr), on trouve des tarifs recalculés avec un supplément dû à la hausse des prix du pétrole (vu en septembre 2004).

Les principaux modèles de demande aujourd'hui disponibles pour le Transport Aérien seront analysés aux chapitres 2 et 3.

### **3.2.2. Gestion des recettes**

La gestion des recettes concerne l'optimisation des recettes de chaque vol par une politique judicieuse de niveaux de tarifs, de dimensionnement de classes et de gestion dynamique des réservations. Cette gestion a un impact économique significatif dans un marché caractérisé par une très forte concurrence. Il s'agira notamment d'assurer la protection de la capacité pour les passagers payants pour un service de tarif plus élevé tout en exploitant au mieux la capacité totale des avions [Bilegan et al., 2001].

### **3.2.3. Tarification**

En fonction de la prévision de la demande et la segmentation économique des passagers, les compagnies aériennes peuvent mettre en œuvre un système d'allocation des sièges de différentes classes tarifaires contribuant à maximiser la recette globale. Egalement, la mise en place de ce type de système permet aux compagnies aériennes d'une part, de fidéliser leurs clients et d'autre part, d'attirer d'autres passagers en leur proposant des différents tarifs adaptés à leurs moyens [Teodorovic, 1988].

Ce problème reste relativement simple dans le cas où la compagnie n'utilise qu'une seule classe tarifaire et si le service n'est constitué que de vols directs, sinon il acquiert une complexité importante.

L'intensification de la concurrence entre les compagnies aériennes qui offrent de nouveaux avantages aux clients potentiels peut fausser les prévisions du nombre de sièges pouvant être vendus. Ceci explique que les analystes de marché des compagnies aériennes sont amenés à modifier régulièrement la capacité allouée aux différents groupes tarifaires, [Bilegan et al., 2001]. Ceci correspond en général, soit à maximiser la recette globale lorsqu'il s'agit d'une forte demande pour les meilleures classes tarifaires, soit à minimiser la perte lorsqu'il s'agit d'une faible demande pour les tarifs élevés conduisant ainsi à diminuer le taux de remplissage sur les vols.

### ***3.2.4. Sur-réservation***

Dans le domaine du Transport Aérien, les compagnies aériennes proposent des catégories tarifaires qui n'infligent aucune pénalité au client pour la non-utilisation de la réservation effectuée (no-show). En conséquence il n'est pas très rare qu'un client n'honore pas sa réservation. Cela veut dire que la compagnie se trouve avec un bon nombre de sièges vides au moment du décollage alors qu'elle les considérait comme vendus. Pour améliorer le taux de remplissage et diminuer les pertes, les analystes autorisent les agences à réserver plus de sièges que la capacité de l'avion affecté pour le vol ne le permet. Il s'agit alors d'estimer le nombre de passagers censés annuler leurs vols suite à une réservation. La modélisation de l'offre et de la variabilité du comportement des passagers sont à la base de plusieurs modèles d'équilibres probabiliste permettant d'estimer le nombre de no-shows ([DAUDEL et VIALLE, 1994], [SINSOU, 1999]), le principe général étant d'établir un niveau de surréservations tel que l'espérance mathématique du manque à gagner résultant du gâchis soit égal à l'espérance mathématique du coût de refus de passagers réservés.

### **3.3 L'ENTREE SUR UN NOUVEAU MARCHÉ**

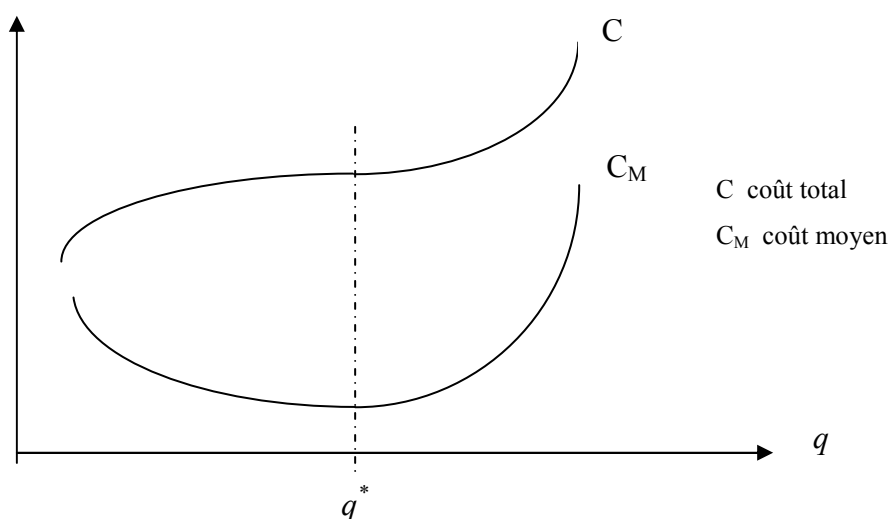
La compagnie pourra décider d'ouvrir une nouvelle desserte Origine- Destination, dans le cadre d'une politique d'expansion ou de restructuration de son réseau. Face à cette volonté, des barrières à l'entrée peuvent se présenter. L'analyse traditionnelle en économie industrielle [Schmalensee et Willig, 1998] souligne trois principales sources de barrières à l'entrée à un marché :

- Economies d'échelle.
- Différence absolue des coûts d'opération sur le marché.
- Différenciation de produits.

Dans le secteur du Transport Aérien les barrières à l'entrée sont fréquentes. A ces types généraux de barrières peuvent s'ajouter d'autres barrières spécifiques au secteur telles que la distribution discriminatoire des créneaux de vols.

### 3.3.1. Les économies d'échelle

Dans certains marchés, il y a nécessité de produire à un niveau suffisant pour atteindre des coûts unitaires de production qui rendent la firme compétitive. En effet dans les marchés qui représentent des économies d'échelle, le coût moyen de production décroît quand la production augmente. Si une firme n'est pas capable d'investir de façon à atteindre ces niveaux de production où les économies d'échelle jouent en sa faveur, son opération sur ce marché ne sera pas profitable et elle finira par se retirer du marché.



**Figure1.1** : Exemple de courbes de Coûts présentant des économies d'échelle décroissantes puis croissantes

Il a été constaté [Pavaux, 1984] que le transport aérien est très sensible aux économies d'échelle, ce qui pousse les compagnies aériennes à acquérir des avions de plus grande capacité, à multiplier les fréquences de vols,...



### 3.3.2. Les différences absolues de coûts

Dans ce cas, l'opérateur entrant peut avoir des coûts unitaires plus élevés que ceux d'un autre quelque soit son niveau de production. Ce type de désavantage peut correspondre au où des firmes déjà installées sur le marché, depuis longtemps ont pu acquérir une meilleure connaissance de la technologie et de sa mise en œuvre qu'un nouvel opérateur se constituant sur ce marché.

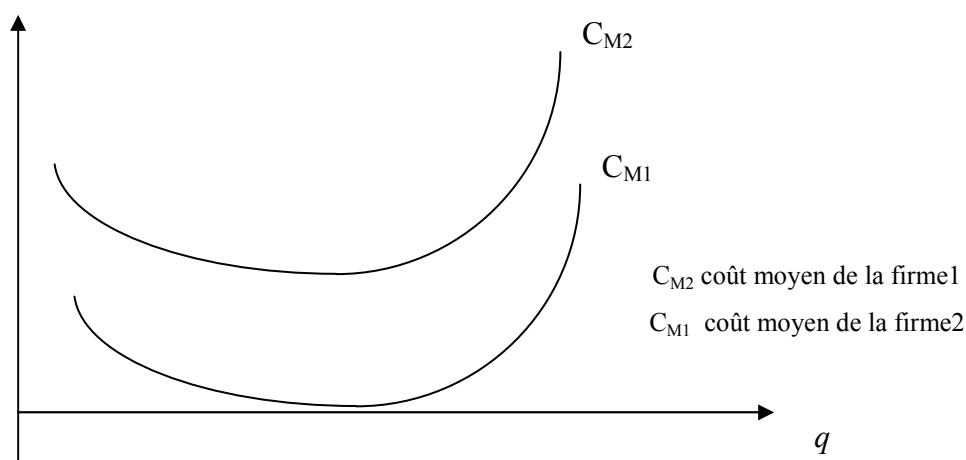


Figure1.2 : Illustration de la différence Absolue des coûts

### 3.3.3. La différenciation des produits

La différenciation de produits apparaît lorsque les consommateurs différencient les biens produits par chaque firme et qu'ils ne les considèrent pas comme parfaitement équivalents (des substituts parfaits).

C'est le cas, par exemple, quand une firme présente sur le marché depuis longtemps a pu fidéliser une partie de la demande qui est convaincue que ses produits sont de meilleure qualité que ceux offerts par une firme qui opère plus récemment sur ce marché (effet de marque ou de prestige, systèmes de fidélisation, habitude, dépendance, etc.).

Dans ce cas, l'entrant peut être amené à offrir un prix plus faible ou à engager des frais de publicités pour pouvoir surmonter cette barrière et attirer une plus grande partie des consommateurs.

La différenciation peut aussi rendre difficile l'entrée si chaque nouvelle firme qui doit finalement proposer une gamme relativement étendue de services doit aussi le faire avec un coût moyen efficace. Dans le Transport Aérien par exemple, le fait d'opérer une gamme très diverse de marchés peut attirer plus de passagers et suivant le cas faire baisser les coûts moyens d'opération dans le cadre d'un réseau intégré d'exploitation (économies d'envergure); ou au contraire, ce qui est souvent le cas, les faire exploser par la nécessité de mettre en œuvre des flottes démesurées ou disparates avec des équipages et des moyens de logistiques éparpillés.

Face à la multiplication des dessertes, les compagnies aériennes, ont donc dû multiplier les *alliances* et les *partages de codes* avec d'autres compagnies aériennes. Ainsi depuis quelques années les transporteurs aériens américains, européens et asiatiques multiplient de tels accords doublant ou triplant par la même occasion leurs offres sans pour autant augmenter leur flotte ni leur personnel.

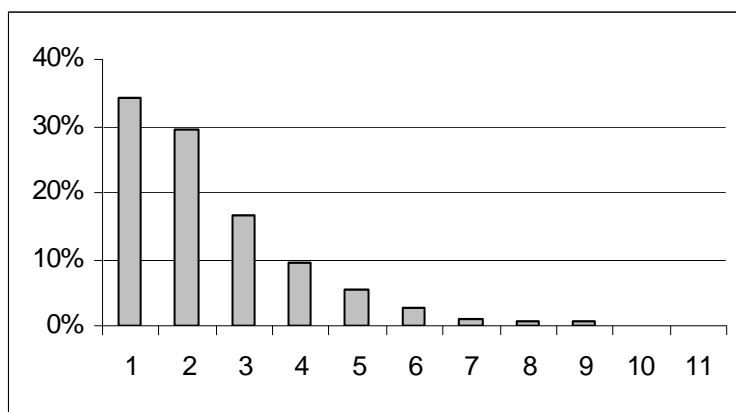
#### ***3.3.4. Les autres barrières dans le Transport Aérien***

Dans le secteur du Transport Aérien, les nouveaux entrants sur un marché peuvent affronter des difficultés quant à l'acquisition de créneaux de décollage et d'atterrissage au niveau des grands aéroports qui, aujourd'hui sont le plus souvent congestionnés [Raffarin, 2002]. En effet, certaines compagnies installées depuis longtemps sur cet aéroport bénéficient de priorités lors de l'affectation des créneaux (*grandfather rights*).

Dans ce même secteur, certaines compagnies aériennes choisissent pour leur réseau la structure de « hub & spokes », ceci fait baisser les coûts d'exploitation au niveau du hub, ce qui justifie l'existence d'économies de densité dans ce secteur. L'entrée d'un nouvel opérateur à partir ou vers cet aéroport devient difficile pour deux raisons :

- La première réside dans la difficulté d’obtenir des moyens d’exploitation adéquats au niveau de cet aéroport (les banques d’enregistrement, les portes d’embarquement, les créneaux cités plus hauts, etc.)
- La deuxième résulte du fait que la compagnie installée depuis longtemps peut avoir atteint un niveau d’efficacité opérationnelle tel que ses coûts sont très bas et qu’il sera difficile de s’en approcher.

Ces barrières à l’entrée ont tendance à limiter l’entrée de nouvelles firmes concurrentielles et conduisent souvent à une situation d’oligopole voire de monopole. Ainsi si l’on considère la distribution du nombre d’opérateurs sur les marchés européens (voir figure1.3), on constate que le nombre de compagnies aériennes opérant sur un marché Origine- Destination est très souvent réduit à deux, voire à un [Zbidi, 2004]. Ces statistiques représentées par l’histogramme (figure1.3) montrent que plus de 80% de ces marchés sont opérés par au plus trois compagnies aériennes et plus de 60% sont opérés soit par un monopole soit par un duopole.



**Figure1.3** : Répartition des marchés européens suivant le nombre d’opérateurs (année 2000)

## 4. CONCLUSION

Une gestion efficace des différentes opérations au sein des compagnies aériennes doit passer par plusieurs niveaux de décision (stratégique, tactique et opérationnel) intégrés les uns aux autres. A chacune de ces étapes, va correspondre un ensemble de problèmes interdépendants et de décisions à prendre. Les décisions liées aux infrastructures et aux équipements de production (bases d'opérations, choix de la flotte) sont de caractère stratégique. Celles concernant la composition et la taille de la flotte sont considérés comme étant de nature tactique. Enfin les décisions opérationnelles concernent les lignes desservies, la planification des opérations, la gestion des équipages. Notre intérêt se porte particulièrement aux décisions opérationnelles englobant le choix de tarif et de fréquence à appliquer sur un marché de Transport Aérien donné.

La plupart des approches pour la modélisation d'un système de logistique de grande taille ont en général une structure séquentielle. D'abord, on optimise une variable de décision, ensuite considérant celle-ci comme une donnée ou comme un paramètre, on en définit une autre par un nouveau processus d'optimisation. Dans chaque étape on optimise un petit nombre de variables par rapport à celui du problème global. Les variables optimisées d'une étape deviennent les données internes du modèle pour l'étape suivante, avec d'autres données externes (s'il en existe). Les hypothèses de connexion de deux étapes nécessitent le retour en arrière dans le cas où il y aurait insatisfaction de contraintes de liaison. Ceci explique la présence d'un échange de données dans les modèles séquentiels.

En général, les coûts d'exploitation des compagnies aériennes sont très élevés et la concurrence est exacerbée, ceci conduit à une réduction de leurs marges opérationnelles. Afin de retirer un maximum de profit d'un marché donné, une compagnie aérienne doit proposer des fréquences et des tarifs adaptés à sa demande réelle. Les décideurs n'ont pratiquement pas droit à l'erreur aussi bien en ce qui concerne les prévisions de demande que en ce qui concerne la prise de décision destinée à maximiser le profit. Ainsi les compagnies aériennes se doivent d'utiliser des modèles performants de prévisions de leur demande.

Pour être performants, ces modèles doivent tenir compte de tous les paramètres caractérisant le marché même si leur valeur présente un aspect incertain, afin de donner des prévisions représentatives. Ainsi ceux-ci mettent en œuvre une analyse fine de marchés sur lesquels ils opèrent de façon à en connaître les facteurs déterminants et l'influence de chacun de ceux-ci, ce qui leur permettra d'élaborer des prévisions de demande suffisamment précises.

Ceci constituera l'objet du chapitre suivant.



## **CHAPITRE 2: CARACTERISATION ET MODELISATION DE LA DEMANDE DE TRANSPORT AERIEN**

*Dans ce chapitre, l'importance des différents facteurs qui influent sur la formation de la demande de transport aérien est analysée. Ceci conduit à envisager différents modèles théoriques pour représenter cette demande. Les techniques numériques classiques de l'économétrie qui permettent d'estimer les paramètres de ces modèles, sont rappelées.*

## 1. INTRODUCTION

Lors de la définition de leur offre de service, les compagnies aériennes sont amenées à prendre des décisions à la fois sur le moyen-court terme (affectation des appareils et fréquences, composition des classes et tarifs) et sur le moyen-long terme (dimensionnement et composition de la flotte, définition du réseau, etc.), alors que, comme on l'a déjà souligné, leur environnement est particulièrement difficile à prédire puisque constitué de situations hautement volatiles qui dépendent de façon complexe de nombreux facteurs de nature économique, commerciale, sociale et même politique .

Afin d'appréhender le potentiel de recettes des marchés sur lesquels elles sont susceptibles d'opérer il leur est essentiel de disposer de prévisions sur le niveau et la composition de la demande attachée à chacun de ces marchés. Suivant la nature et la qualité de ces prévisions, il leur sera alors possible de mieux adapter, voire d'optimiser, l'offre de service sur ces marchés. Une prévision de la demande qui a posteriori s'avère très différente de la réalité du marché peut conduire à des décisions désastreuses pour la compagnie aérienne. Au mieux, une compagnie présentera un manque à gagner regrettable alors que les marges réelles de profit sont très souvent réduites compte tenu de la concurrence et de l'importance des coûts d'exploitation.

Dans le but de prédire la demande pour leurs vols programmés, les compagnies aériennes utilisent des techniques de prévision basées principalement sur des données historiques. Par exemple pour prédire à court terme la demande pour un vol du mercredi soir, la compagnie utilisera, en procédant à des ajustements des données concernant les vols du mercredi soir des semaines précédentes. Néanmoins, compte tenu du grand nombre de paramètres qui peuvent intervenir dans la formation de la demande, il n'est pas possible de garantir un grand degré de précision. La demande varie avec les conditions économiques, les saisons, les tarifs relatifs, les jours de la semaine, les horaires des vols, les évènements spéciaux etc. Ainsi considérer tous les champs d'une base de données destinée à prédire la

demande semble relever du défi. Il faut donc se limiter à l'étude des principales caractéristiques de cette demande et notamment à l'étude des facteurs qui la déterminent.

## **2. CARACTERISTIQUES GENERALES DE LA DEMANDE SUR UN MARCHE DE TRANSPORT AERIEN**

On s'intéresse ici à la caractérisation des facteurs explicatifs de la demande potentielle (en nombre de passagers potentiels) existant entre une origine O et une destination D. On parlera dans ce cas de « marché » de transport aérien. Cette analyse peut aussi bien être réalisée de façon globale, que de façon détaillée. Dans le premier cas, le marché de transport aérien est considéré dans sa totalité. Toutes les composantes du marché aussi disparates soient-elles y sont agrégées : voyages d'affaires, voyages de loisirs, voyages identiques mais proposés à des tarifs différents, etc. Les modèles qui en résultent, dits macroscopiques ([Teodorovic, 1988], [Neven, 2001], etc.), sont généralement utilisés pour estimer le trafic aérien et la demande totale, toutes classes confondues et parfois toutes compagnies aériennes confondues entre des régions desservies par des aéroports.

L'approche détaillée tient compte du fait que la demande totale pour une liaison aérienne est la somme des demandes des individus, celles-ci étant alors déterminées par une analyse de type micro-économique basée sur les préférences de ces derniers. La théorie micro-économique classique [Schmalensee et Willig, 1998], supposant que, face à plusieurs alternatives, les individus font le choix qui leur est le plus favorable, fait donc appel à la théorie de l'utilité pour modéliser les préférences des individus. Si on applique ce concept au Transport Aérien, le consommateur est alors perçu comme cherchant à maximiser sa fonction d'utilité lors de la demande de réservation. En d'autres termes, un voyageur potentiel est considéré être un décideur rationnel qui cherche de manière active des alternatives qui pourraient satisfaire ses exigences par rapport à un besoin de déplacement donné. Le voyageur potentiel associera une utilité brute au voyage. Le niveau de satisfaction (dit aussi 'utilité totale' ou 'utilité nette') qu'il estimera retirer de ce voyage dépendra alors des conditions dans lesquelles se déroule ce dernier (qualité de service,



tarif, ponctualité, etc.). Si son niveau de satisfaction dépasse un certain seuil, alors il demandera à effectuer le voyage.

La demande totale est alors obtenue par l'addition de tous les individus dont l'utilité nette dépasse un certain seuil [shipper, 2001].

Ainsi, on s'intéresse aux facteurs micro-économiques qui peuvent avoir un effet sur le comportement des passagers et donc sur la demande. On distinguera les facteurs propres aux voyageurs potentiels et les facteurs liés aux conditions de l'offre.

## **2.1 LES FACTEURS INFLUENTS PROPRES AUX VOYAGEURS**

Une segmentation des consommateurs suivant certains paramètres s'avère indispensable pour estimer de façon précise la demande, compte tenu des différences de comportement observées. Ces facteurs sont principalement le revenu, la valeur attribuée au temps et les motifs des voyages. Ces trois facteurs dépendent tous en partie de l'activité socioprofessionnelle des consommateurs.

### ***2.1.1. Le revenu***

Il est important de prendre en compte ce facteur qui est le revenu du consommateur. En effet la propension à voyager augmente avec le revenu ainsi que le prix que le voyageur est prêt à payer: les consommateurs à revenu élevé, voyagent plus et sont moins sensibles au prix.

D'après l'enquête IPSOS<sup>2</sup> de 2001 [DTA/SDEEP 2003], le taux de pénétration<sup>3</sup>  $\tau$  du transport aérien croît avec le revenu du foyer, de manière quasi exponentielle. La figure ci-dessous (Figure 2.1) donne le taux de pénétration en France selon la situation professionnelle.

D'après cette figure, la pénétration du transport aérien varie beaucoup avec la situation professionnelle et donc les revenus. Quatre grands groupes peuvent être distingués :

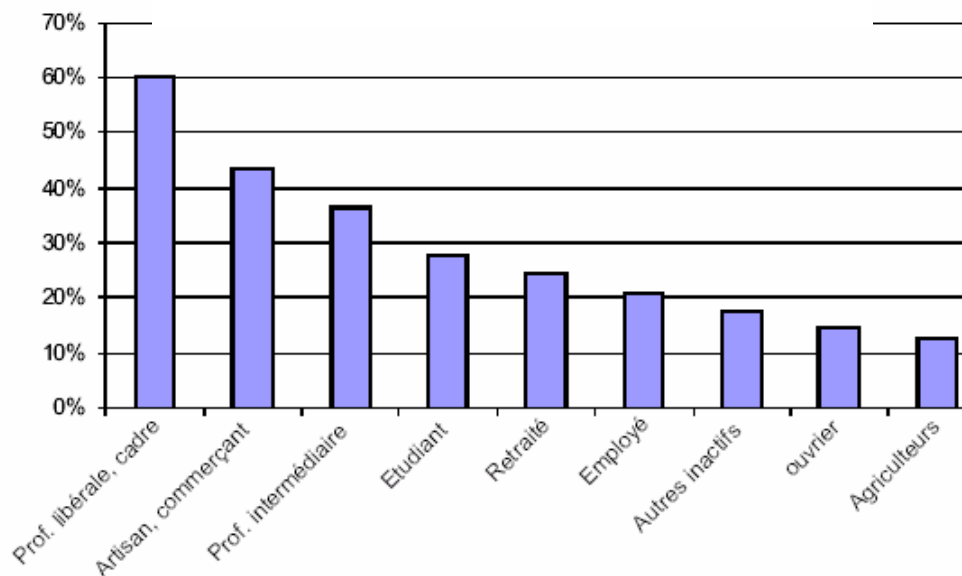
---

<sup>2</sup> Enquête IPSOS pour l'Institut du Transport Aérien, La note de synthèse et d'actualité. N° 14 juillet 2003.

<sup>3</sup> Le taux de pénétration du Transport Aérien se définit comme la proportion de personnes ayant effectué au moins un voyage en avion au cours des douze derniers mois.

- Les cadres/ professions libérales :  $\tau \approx 60\%$ .
- Les artisans/ commerçants et les professions intermédiaires:  $\tau \approx 40\%$ .
- Les étudiants et les retraités :  $\tau \approx 25\%$ .
- Les employés/ouvriers et les agriculteurs :  $\tau < 20\%$ .

Les professions les plus consommatrices présentent une nette propension à voyager fréquemment : d'après cette même enquête, les cadres sont 11.8% à voyager plus de 10 fois par an et les artisans 7.5%. Les autres professions se situent très en retrait avec moins de 1%.



**Figure2.1** Le taux de pénétration selon la situation professionnelle en France.

Source : Enquête ISPOS pour l'Institut du Transport Aérien [DTA/SDEEP,2003]

### ***2.1.2. La valeur du temps***

Il s'agit de la valeur que le consommateur attribue à son temps. En effet celui-ci attribue un coût équivalent au manque à gagner résultant du temps passé dans les étapes du voyage détaillées plus haut. Ce coût se quantifie par l'évaluation d'une unité de temps (généralement une heure) du voyageur. Cette évaluation devrait être réalisée en considérant le prix supplémentaire que ce dernier est prêt à payer pour diminuer la durée de son voyage de cette unité de temps. Comme cette information est difficile à obtenir pour élaborer des statistiques, il est de pratique courante de l'assimiler au gain horaire de l'individu ou de l'exprimer en fonction d'autres caractéristiques des individus à travers des modèles microéconomiques [Kono, Morisugi et Kishi, 2003] se basant souvent sur des questionnaires. Une enquête menée par l'ITA (ITA, 2000) parmi la population des principaux pays européens a permis d'estimer des valeurs du temps attribuées par des usagers du Transport Aérien. Compte tenu de la répartition moyenne des passagers, l'ITA a retenu deux valeurs, une basse de 34 euros par heure et une haute de 44 euros par heure.

Remarquons, qu'afin de minimiser ce facteur négatif pour la demande, aujourd'hui les compagnies aériennes, outre la recherche de la ponctualité de leurs vols, proposent à l'escale et à bord des avions des facilités qui permettent de valoriser la durée du vol (espaces et moyens de travail à bord de l'avion, moyens de communication, jeux et diversions variés, etc.).

### ***2.1.3. Les motifs de voyages:***

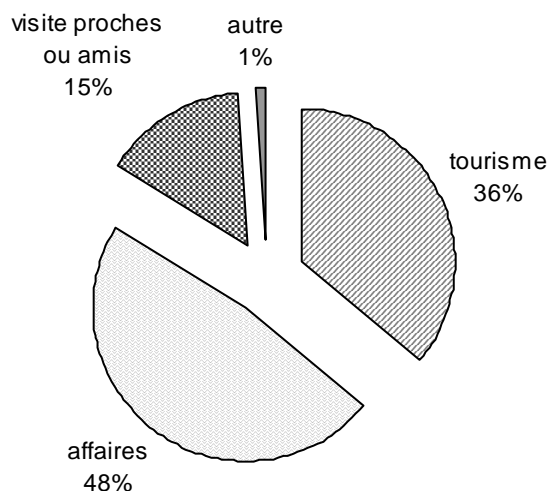
On distingue traditionnellement deux grands types de demandes individuelles de transport aérien :

- Les voyages d'affaires.
- Les voyages pour raisons personnelles (tourisme, réunions familiales, etc.).

Le premier type concerne la clientèle « affaires », qui est la clientèle d'origine du transport aérien, qui voyage pour les besoins de son entreprise. La décision est prise par cette dernière et la maximisation de l'utilité revient ici à celle du profit. Il s'agit de la clientèle originelle du transport aérien, elle est peu sensible au prix mais attribue encore aujourd'hui une valeur au temps qui reste élevée. Ses critères de choix sont les horaires, la ponctualité, la disponibilité des vols (qui résulte en général de fréquences élevées), la flexibilité des réservations, les services offerts par la compagnie aérienne, le confort à bord, etc.

Quant au client qui voyage pour des motifs personnels, il effectue son choix selon ses propres préférences. Cette demande a un comportement plus contrasté. Ainsi, les voyageurs « fréquents » ont un comportement 'fin', ils prendront en compte non seulement les différentes options tarifaires du transport aérien en recherchant efficacement l'information y afférant mais ils prendront aussi en compte les autres modes de transport qui sont en concurrence avec le transport aérien et choisiront celui (ou la combinaison de ceux) qui maximise(nt) leur utilité. En revanche, les voyageurs occasionnels ne sauront pas tirer un meilleur parti des options offertes. Néanmoins cette demande de voyager pour motifs personnels est très sensible au prix, son volume augmente au fur et à mesure que les tarifs baissent : elle constitue la totalité du trafic international non régulier et une bonne partie du régulier. Elle peut être aussi divisée par types de clients différenciés par la valeur qu'ils attribuent au temps et par leurs revenus d'où la multiplication des tarifs par les compagnies aériennes dans le cadre des pratiques de discrimination tarifaire du 'Yield Management' qui visent à tirer de cette segmentation de la clientèle un revenu maximum pour les vols.

D'après l'enquête IPSOS 2001 [DTA/SDEEP 2003], les français qui voyagent pour le motif « affaires » représentent 48%, pour le tourisme 36% et pour rendre visite aux proches ou aux amis 15% (voir figure 2.2).



**Figure 2.2 :** Motifs des voyages aériens

Source : Enquête ISPOS pour l'Institut du Transport Aérien [DTA/SDEEP, 2003]

## 2.2 LES FACTEURS INFLUENTS PROPRES A L'OFFRE

S'il n'y a pas d'offre sur le marché du transport aérien qui convienne au consommateur potentiel, celui-ci même s'il présente une propension à voyager, pourra choisir de ne pas effectuer le déplacement surtout s'il s'agit d'un voyage de loisir. Il est également éventuel que ce voyageur potentiel choisisse un autre moyen de transport si la concurrence a lieu.

Il est donc utile d'étudier les caractéristiques principales de l'offre qui ont une influence sur la demande. Celles-ci sont présentées ci-dessous :

### 2.2.1. Le tarif

Il est certain que le tarif proposé par la compagnie à une classe de passagers donnée, participe à la définition de sa demande : si le prix augmente, la demande diminuera et *vice versa*. Il est à noter que le tarif est souvent fixé par la compagnie en fonction du niveau de

demande attendue, ce facteur n'est donc pas forcément exogène<sup>4</sup>. Une démarche économétrique correcte consisterait à d'abord, faire des tests de causalité entre le tarif et la demande, ensuite, selon les résultats de ces tests, décider d'adopter une modélisation en équations simultanées ou pas. Toutefois, le prix est souvent considéré, dans les modèles économiques comme une variable explicative exogène de cette demande.

### ***2.2.2. La fréquence***

En général, une augmentation de la fréquence permet de mieux adapter le service proposé aux besoins des passagers : en effet ceci peut permettre de diminuer le décalage entre les horaires de départ souhaités et les horaires effectifs des vols.

L'augmentation de la fréquence stimule le trafic d'une ligne ('l'offre crée sa propre demande'). Tandis que si les fréquences sont faibles, le décalage entre horaire souhaité et horaire réel est assimilable à un temps de voyage supplémentaire qui peut amener le passager à renoncer à l'idée de voyager ou à s'orienter vers une autre compagnie aérienne concurrente voire un autre mode de transport possible.

### ***2.2.3. La date de voyage***

La compagnie aérienne doit tenir compte lors de sa programmation des horaires de ses vols, de la répartition des horaires souhaités par les consommateurs. En effet l'adéquation des horaires de départ et d'arrivée peut être un critère de choix important pour le passager dans un cadre concurrentiel.

### ***2.2.4. Concurrence avec autre(s) mode(s) de Transport***

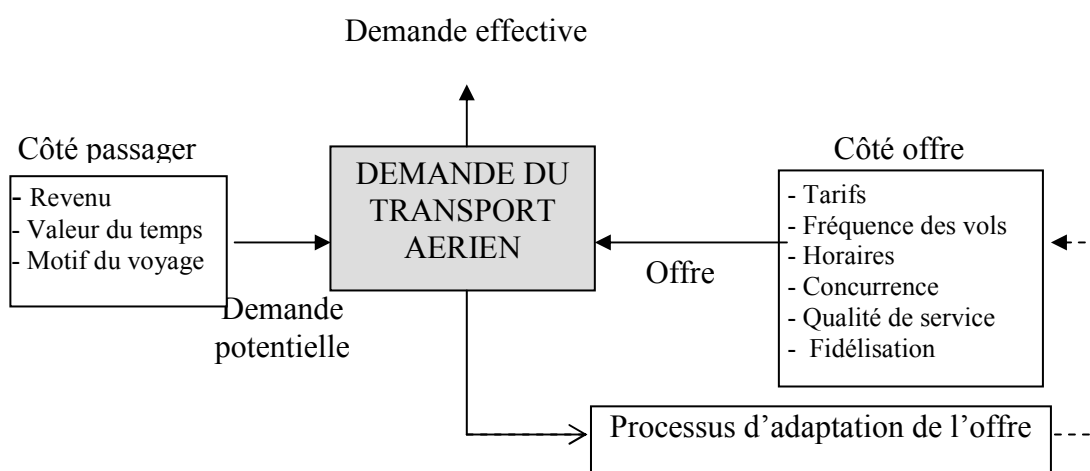
Quand il y a concurrence avec d'autres modes de transport (surtout sur les courtes distances), le consommateur compare non seulement les prix proposés par les différents modes mais aussi les durées totales de transport (« door-to-door »). Une telle durée ne se limite pas, par exemple dans le cas du transport aérien, à la durée du vol mais contient aussi le temps passé entre le domicile et l'aéroport de départ, le temps nécessaire entre

---

<sup>4</sup> Une variable explicative indépendante.

l'aéroport d'arrivée et la destination réelle puis le temps passé dans les procédures aux aéroports (enregistrement, embarquement, contrôles de police et de douane).

D'autres facteurs comme la flexibilité des titres de transport, le service de bord, les avantages des programmes de fidélisation etc., ont une influence notable sur la demande. Ils sont néanmoins tous très difficilement quantifiables.



**Figure 2.3** Formation de la demande du Transport Aérien

A la suite de cet inventaire des facteurs influençant les préférences des passagers ainsi que des caractéristiques de ces derniers, les variables explicatives de la demande peuvent être définies. Pour une classe de passagers donnée, caractérisée par une certaine fourchette de revenus et une certaine valeur du temps, la demande adressée à une compagnie aérienne pourrait être expliquée principalement par:

- Le tarif de la compagnie aérienne elle même ainsi que le tarif de la concurrence, s'il y a lieu.
- La fréquence ou l'offre de la compagnie elle même ainsi que celle d'une éventuelle concurrence.

Il est à noter que ces paramètres définissant l'offre, sont influencés par le niveau de demande potentielle du marché (variables non exogènes).

### **3. APPROCHE THEORIQUE DE LA MODELISATION DE LA DEMANDE**

Après avoir exploré les facteurs influents sur la demande d'un marché de Transport aérien, des modèles théoriques tenant compte de l'un ou de plusieurs de ces facteurs peuvent être dressés. Dans la littérature, la modélisation de cette demande a été abordée de deux façons différentes ([Teodorovic, 1988]; [Brander and Zhang, 1993]; [Nero, 1996]; [Carlsson, 2002]; [Brueckner, 2003]). L'analyse théorique a été dans certains cas basée sur un produit homogène: une seule classe tarifaire, un seul type de voyage. Dans d'autres cas, la modélisation tient compte non seulement des différents tarifs mais aussi de l'effet de la capacité offerte, du temps de voyage et des retards, dus au décalage entre heures souhaitées et heures programmées.

Dans ce qui suit, ces deux types de modèle seront décrits.

#### **3.1 MODELE HOMOGENE OU UNIDIMENSIONNEL**

Plusieurs économistes ont proposé un modèle simplifié permettant néanmoins d'identifier les principaux mécanismes gouvernant cette situation. Dans les travaux de ces économistes ([Brueckner et spiller, 1991], [Nero, 1996] et [Pels *et al.*, 2000]), la demande est supposée ne dépendre que du prix demandé au consommateur pour effectuer le voyage. Ce prix est fixé naturellement par le marché, en fonction du niveau d'offre total  $Q$  (nombre de sièges mis sur le marché) au travers d'une fonction inverse de la demande :

$$p = I(Q) \quad (\text{avec } Q = D(p)) \quad [2.1]$$



où  $I$  est une fonction mathématique qui est souvent considérée, pour simplifier le raisonnement, être affine. Il est aussi supposé que les variations de l'utilité que tire un voyageur potentiel est uniquement reliée aux différences de prix du voyage.

Si le prix est inférieur à un certain seuil que se fixe ce consommateur, alors celui-ci achètera le bien indépendamment de la durée du voyage et de l'heure à laquelle le vol est programmé. Il attribuera alors une utilité nette  $v$  à ce voyage. Pour éviter les complexités mathématiques dans l'illustration qui suit, celle-ci a été choisie comme :

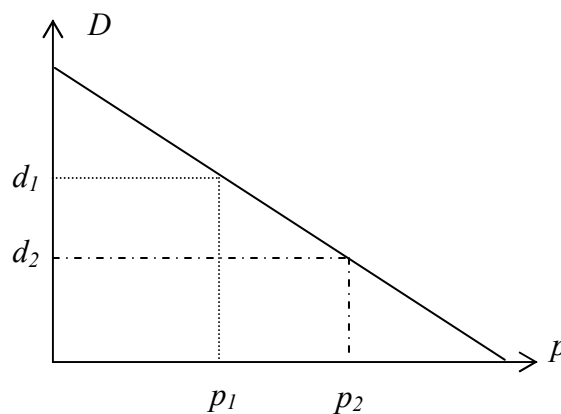
$$v = \bar{v} - p \quad [2.2]$$

où  $\bar{v}$  est l'utilité brute du voyage et  $p$  est son prix.

Si l'utilité brute  $\bar{v}$  des passagers varie sur un intervalle  $[\bar{v}^{\min}, \bar{v}^{\max}]$  et  $y$  est uniformément distribuée, alors la demande totale  $D(p)$  sera donnée par une fonction affine, elle aussi :

$$D(p) = \int_p^{\bar{v}^{\max}} \frac{1}{\bar{v}^{\max} - \bar{v}^{\min}} dv = \frac{1}{\bar{v}^{\max} - \bar{v}^{\min}} (\bar{v}^{\max} - p) \quad [2.3]$$

puisque parmi les consommateurs potentiels ( $\bar{v} > 0$ ), seuls ceux qui ont une utilité nette  $v$  positive ( $\bar{v} \geq p$ ) choisiront de voyager.



**Figure2.4** : Fonction de demande linéaire et unidimensionnelle

### 3.2 MODELES A DEUX DIMENSIONS

Les fréquences offertes ne sont pas prises en compte dans le modèle homogène alors que cela peut être un facteur important dans la formation et la répartition de la demande. Des modélisations de la demande tenant compte des fréquences ainsi que des prix sur les marchés de transport ont été, toutefois, obtenues à partir d'un modèle de type spatial (voir [Salop, 1979] et [De Frutos *et al*, 1999]). En effet Shipper [Shipper, 1991] et Carlsson [Carlsson, 2002], ont transposé ce modèle spatial au cas fréquentiel.

La désutilité associée aux retards (résultant de l'inadéquation des horaires planifiés par rapport à la distribution temporelle de la demande) est supposée linéaire : un passager d'un vol  $k$ , et de valeur de temps  $\theta$  subit une perte d'utilité s'élevant à  $\theta x$  si le vol  $k$  part avec un écart de temps  $x = |t_k - \hat{t}|$  par rapport à son heure préférée de départ  $\hat{t}$ . Ce voyageur associera donc une utilité nette  $v_k$  à la réalisation du voyage par le vol  $k$  donnée par :

$$v_k = \bar{v} - p_k - \theta x \quad [2.4]$$

où  $\bar{v}$  est l'utilité brute. Lorsque l'utilité brute dépasse la somme des désutilités associées au prix et au coût de retard, l'utilité nette du consommateur est positive et celui-ci peut décider de faire le voyage. Les heures de départ  $t_k$  et  $t_{k+1}$  étant séparées par la durée  $H$ , la demande pour le vol  $k$  est obtenue en dénombrant tous les voyageurs pour qui l'utilité qu'ils attribuent au vol  $k$  est à la fois maximale et positive.

Si l'on considère deux vols successifs  $k$  et  $k+1$  prévus en  $t_k$  et  $t_{k+1}$ , les utilités nettes qu'un passager désirant voyager à l'instant  $\hat{t}$  avec  $t_k \leq \hat{t} \leq t_{k+1}$ , attribue à ces deux vols sont :

$$\begin{cases} v_k = \bar{v} - p_k - \theta(\hat{t} - t_k) & [2.5a] \\ v_{k+1} = \bar{v} - p_{k+1} - \theta(t_{k+1} - \hat{t}) & [2.5b] \end{cases}$$

ce qui permettra de définir autour de l'horaire de chaque vol un intervalle de temps qui retiendra toute la demande correspondante pour le vol  $k$ .

Les auteurs ont d'abord considéré les cas où l'utilité brute est uniforme puis le cas où elle suit une distribution quelconque. Dans le cas d'une programmation périodique des vols, ceci conduit à exprimer la demande en fonction de la fréquence.

Ceci conduit alors à envisager des modèles de la forme [Brueckner, 2003] (dans ce modèle, le marché est opéré par un monopole, l'utilité du voyageur potentiel a l'expression  $v = \bar{v} - p - 1/4f$ , avec  $\bar{v}$  est uniformément distribuée sur un intervalle borné,  $p$  est le prix du monopole,  $f$  est sa fréquence et  $1/4f$  traduit le temps moyen d'attente des voyageurs) :

$$D = \alpha - \beta p - \gamma / f \quad [2.6]$$

où effectivement la fonction de demande croît avec la fréquence jusqu'à une limite,  $D = \alpha - \beta p$  qui est en fait la demande du cas unidimensionnel.

### 3.3 MODELE THEORIQUE RETENU DANS LE CAS DETERMINISTE

Ici, on considère que la demande effective pour un marché de transport aérien monopoliste est expliquée pratiquement par sa demande brute et par les deux facteurs caractéristiques de l'offre : le prix et la fréquence.

On suppose que cette demande, dans le cas d'un monopole peut s'écrire sous la forme :

$$D(p, f) = D_0 - \lambda(p - \varphi(f)) \quad [2.7]$$

où  $D_0$  est la demande brute.

Comme l'augmentation de la fréquence a un effet direct positif sur la demande,  $-\varphi(f)$  étant supposée décroissante,  $p - \varphi(f)$  peut être assimilé à un coût généralisé. Ainsi si ce coût généralisé a une influence négative sur la demande,  $\lambda$  devra être nécessairement positif.

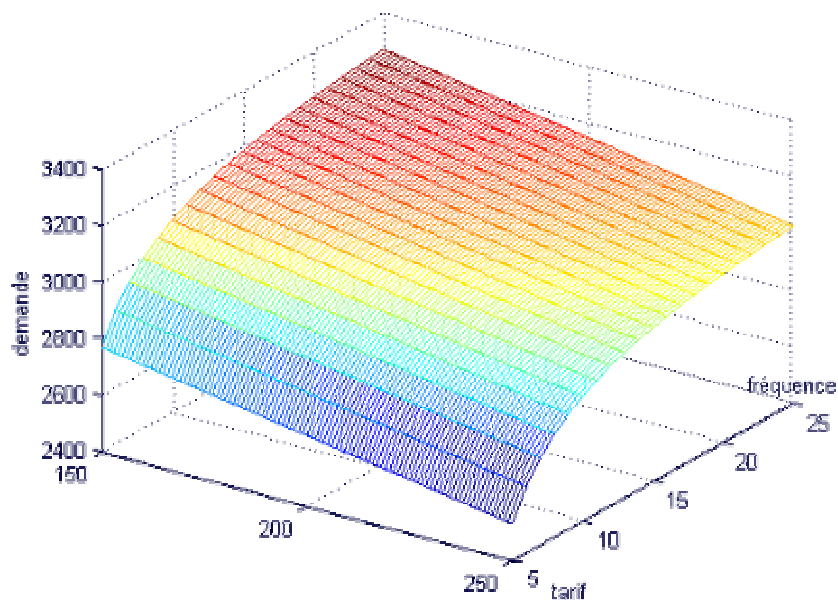
Si de plus, on considère que l'effet de la fréquence sur la demande est moins que proportionnel, il faudra admettre que  $\varphi(f)$  est bien une fonction strictement concave.

L'expression [2.7] peut être vue comme une généralisation du modèle de Brueckner [Brueckner, 2003] analysé dans le paragraphe précédent. En effet ce dernier correspond au cas où :  $\varphi(f) = -\sigma / f$ , où  $\sigma$  est un paramètre positif. Le modèle [2.7] pourrait être déduit d'une utilité du consommateur de la forme :

$$v = \bar{v} - (p - \varphi(f)) \quad [2.8]$$

Plus l'offre de la compagnie est 'intéressante' pour les consommateurs, c'est à dire plus la quantité ' $p - \varphi(f)$ ' qui traduit un coût généralisé (ou une désutilité) de transport est faible, plus le niveau de demande sera élevé. Si l'on suppose que l'effet de la fréquence ne peut compenser complètement le prix dans le coût généralisé, la demande ne pourra pas dépasser la valeur  $D_0$ .

$D_0$  la demande brute sera sensible aux effets de la publicité et de la restructuration éventuelle du réseau opéré par la compagnie. La valeur  $D_0$  est prise comme limite supérieure de la demande, qui correspond à un coût généralisé nul, ce qui, en général n'est pas vrai.



**Figure2.5** Exemple de représentation graphique de la demande selon Brueckener

## 4. APPROCHES NUMERIQUES DE LA PREVISION DE LA DEMANDE

Le problème de la prévision de la demande consiste à estimer, à l'instant courant  $t$ , les valeurs futures de celle-ci sur les intervalles successifs

$$[t + kT, t + (k + 1)T[ \text{ avec } k \in \{0, 1, 2, \dots, K - 1\} , \quad [2.9]$$

où  $T$  est la période d'échantillonnage de l'horizon de prévision  $[t, t + KT[$ .

### 4.1 TECHNIQUES DE PREVISION

Beaucoup d'études ont été réalisées afin de mettre au point des méthodes de prévision performantes. Celles-ci diffèrent par des aspects tels que :

- le degré de formalisme mathématique utilisé,
- l'utilisation de données statistiques propres à ce marché ou à des marchés similaires,
- l'utilisation des théories explicatives de la formation de la demande.

#### *4.1.1. Les principales approches de prévision*

On distingue ici trois grandes classes

##### → **Les techniques qualitatives :**

Elles sont fondées sur la structuration du jugement personnel de spécialistes du marché. On peut citer par exemple les enquêtes Delphi [Gundmundsson, 2001], les études de marchés [Vernett, 2000], le consensus de groupes et les analogies historiques de comparaison avec d'autres expériences [Walliser, 2004].

→ **La projection de tendances :**

Cette technique s'appuie sur des analyses de séries temporelles et procède à la correction de différents types de courbes en fonction de l'historique du trafic. Les variations passées de la grandeur à estimer sont utilisées afin d'en déduire les variations dans un futur proche, l'idée étant que les mécanismes mis en œuvre dans le passé continueront à opérer suivant la même dynamique. Dans de tels modèles dits auto-projectifs,  $D$  est supposée être une fonction de ses valeurs passées. Une perturbation  $u_t$  est généralement introduite afin de reproduire le caractère aléatoire de la demande qui s'exprime alors sous la forme :

$$D_t = f(D_{t-T}, D_{t-2T}, \dots, u_t) \quad [2.10]$$

où  $f$  est une fonction mathématique à identifier.

→ **Les techniques causales :**

Ce sont des techniques plus sophistiquées en ce qui concerne les traitements numériques mis en jeu et qui permettent d'identifier des variables (« les variables explicatives ») permettant d'expliquer les niveaux atteints par la demande sur un marché donné. En effet, les prévisions ne sont plus directement fondées sur le temps, mais également sur la tendance d'un certain nombre de variables, dites exogènes, préalablement analysées et dont l'influence est reconnue sur l'évolution de la demande. Ces techniques englobent différents types d'analyses régressives, ainsi que les modèles issus de l'économétrie. Dans cette catégorie de modèles, la variable  $D_t$  est exprimée en fonction d'un ensemble de variables exogènes accessibles à l'observation  $\underline{X}_t$  et d'une perturbation aléatoire  $u_t$ :

$$D_t = f(\underline{X}_t, u_t) \quad [2.11]$$

Ici  $f$  est une fonction mathématique dont la forme et la structure peuvent être choisies à partir de considérations issues de la théorie économique. Celles-ci seront validées si par la suite, à l'aide de statistiques, les techniques de l'économétrie permettent d'en calibrer les paramètres. Lorsque  $f$  est une prise linéaire, la régression est dite « linéaire ». Si de plus  $X$

se réduit à une seule composante, alors la régression est dite « simple » sinon elle est dite « multiple ».

#### ***4.1.2. La mise en oeuvre de ces techniques de prévision***

Le choix d'une technique dépendra ici de facteurs caractéristiques du problème de prévision considéré. On peut citer en particulier :

##### **→ La période d'intérêt**

Quatre horizons de prévision peuvent être considérés : le très court terme, le court, le moyen terme et le long terme.

Pour une compagnie aérienne, le long terme correspondra à un horizon de temps compatible avec ses grands choix stratégiques, c'est à dire ses choix en ce qui concerne la nature et la structure du réseau. Le moyen terme correspondra à un horizon compatible avec le dimensionnement et la composition de la flotte. Le court terme correspondra à un horizon pour lequel fréquence et prix restent constants. Le très court terme correspondra à l'horizon de mise en place de moyens logistiques aptes à compenser les perturbations subies par le marché.

Il est clair par ailleurs que l'approche décisionnelle de la compagnie aérienne devra assurer la continuité temporelle dans l'analyse, la prévision et la prise de décision.

Les modèles de type causal semblent être bien adaptés à la prévision de court/moyen terme, les modèles qualitatifs pourront être adaptés à la prévision de long terme, suivant la périodicité requise pour les prévisions de demande.

##### **→ Le degré de détail requis**

S'il s'agit de réaliser une estimation de l'évolution d'une demande agrégée sur un grand nombre de marchés, on peut effectivement faire appel à des méthodes qualitatives telles que la méthode *Delphi*. Tandis que si on s'intéresse à la prévision de la demande sur un unique marché, des méthodes se basant sur des données statistiques (les réalisations observées) conviendront sûrement mieux.

→ **Le degré de précision requis**

Il est clair que les méthodes causales, nécessitant un traitement plus structuré de données d'observations réelles seront plus aptes à fournir des prévisions dont la précision admet une certaine garantie.

→ **La disponibilité et la qualité des informations historiques et statistiques**

Suivant celles-ci, les méthodes numériques (méthodes auto-projectives et méthodes causales) pourront être utilisées ou non.

Une difficulté majeure connue à toutes ces méthodes tient au fait que les observations passées (l'expert qui développe une approche qualitative de l'estimation de la demande en tiendra aussi compte de façon implicite, cela doit faire partie naturellement de ces repères) ne sont pas le résultat d'expériences contrôlées, mais d'expériences réelles où l'influence de tous les facteurs pertinents, n'est pas forcément apparente.

Les méthodes numériques permettent en général d'obtenir des estimateurs présentant des propriétés statistiques telles que l'absence de biais, la convergence et l'efficacité.

Les compagnies aériennes dont le principal objectif est la maximisation de leur profit par l'optimisation de leur offre en termes de prix et de fréquence, s'intéresseront beaucoup à la prévision de leur demande à moyen terme. Pour ceci, et d'après ce qui a été détaillé plus haut, elles doivent se servir des méthodes causales.

## **4.2 EXEMPLE : REGRESSION LINEAIRE MULTIPLE**

L'exemple de méthode de prévision développé ici correspond principalement au cas de la prévision moyen/ court terme. La méthode d'estimation (Moindres carrés ordinaires) présentée ici a été retenue à la fois pour mettre en évidence l'exigence des modèles économétriques quant à la taille des échantillons de données et la vérification d'un ensemble d'hypothèses et pour le fait qu'elle sera utilisée dans la suite dans le développement de l'approche floue proposée.



#### 4.2.1. Présentation du modèle

Le modèle de régression linéaire présenté ici a pour objectif d'exprimer une variable dépendante  $y$  (la demande, par exemple) en fonction de  $N$  ( $N \geq 1$ ) variables exogènes observables et d'une perturbation aléatoire  $u$ . Ces  $N$  variables permettent d'expliquer en principe l'évolution de la variable  $y$ . La variable  $u$  intègre à la fois l'ensemble des facteurs déterminants de  $y$  qui ne figurent pas dans la liste des  $N$  variables et les erreurs qui touchent à leurs observations. Ce type de modèle, même s'il peut prendre en compte de nombreuses variables explicatives, reste une approximation réductrice : d'une part, on ne connaît jamais exhaustivement l'ensemble des causes d'un phénomène socio-économique et d'autre part, adoptant l'hypothèse de linéarité, on s'impose une certaine parcimonie dans l'explication de  $y$ .

Le modèle linéaire de prévision s'appuie ici sur la relation suivante :

$$y_t = a_0 + a_1x_{1,t} + a_2x_{2,t} + \dots + a_Nx_{N,t} + u_t \quad , \quad \forall t \geq t_0 \quad [2.12]$$

où  $t$  est une période de temps de durée  $T$  et les  $a_j$   $0 \leq j \leq N$  sont des paramètres à valeurs réelles.

Pour calibrer ce modèle, il est nécessaire de trouver des valeurs pour ses paramètres  $a_j$  qui minimisent de façon acceptable un indice caractéristique de la précision du modèle, cet indice étant en général évalué à partir de données statistiques. Pour ce faire, des régressions statistiques sont souvent développées à partir de séries chronologiques en faisant des hypothèses sur la variable aléatoire  $u_t$ , sur les réalisations historiques de  $y$  et sur celles de ses variables explicatives.

On supposera que le nombre  $M$  de ces réalisations est tel que  $M \geq N+1$ , afin de lever les indéterminations dans le calcul des valeurs des paramètres  $a_j$ .

sortie Y	entrées X
$y_1^m$	$x_{1,1}^m, \dots, x_{N,1}^m$
$y_2^m$	$x_{1,2}^m, \dots, x_{N,2}^m$
$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$
$y_t^m$	$x_{1,t}^m, \dots, x_{N,t}^m$
$\vdots$	$\vdots$
$y_M^m$	$x_{1,M}^m, \dots, x_{N,M}^m$

Table2.1 : Observations  $x_{j,t}^m$  des entrées et  $y_t^m$  la sortie

La considération de la perturbation  $u_t$  permet alors d'écrire

$$\begin{aligned}
 y_1^m &= a_0 + a_1 x_{1,1}^m + a_2 x_{2,1}^m + \dots + a_N x_{N,1}^m + u_1 \\
 y_2^m &= a_0 + a_1 x_{1,2}^m + a_2 x_{2,2}^m + \dots + a_N x_{N,2}^m + u_2 \\
 &\dots \\
 y_t^m &= a_0 + a_1 x_{1,t}^m + a_2 x_{2,t}^m + \dots + a_N x_{N,t}^m + u_t \\
 &\dots \\
 y_M^m &= a_0 + a_1 x_{1,M}^m + a_2 x_{2,M}^m + \dots + a_N x_{N,M}^m + u_M
 \end{aligned}$$

soit, sous forme matricielle:

$$\underset{(M,1)}{Y} = \underset{(M,N+1)}{X} \underset{(N+1,1)}{a} + \underset{(M,1)}{u} \tag{2.13}$$

avec :

$$Y = \begin{bmatrix} y_1^m \\ \vdots \\ y_t^m \\ \vdots \\ y_M^m \end{bmatrix} ; X = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1}^m & \dots & x_{N,1}^m \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{1,t}^m & \dots & x_{N,t}^m \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{1,M}^m & \dots & x_{N,M}^m \end{bmatrix} ; a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} ; u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_t \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix}$$

Dans le cas de prévision de demande, si on tient compte des différents groupes socio-économiques, plusieurs classes devront être considérées et pour chacune d'entre elles un modèle différent devra être développé à partir des données correspondantes.

Ceci sera particulièrement utile dans le cadre du transport aérien, où effectivement plusieurs classes de services sont proposées à des groupes socio-économiques différents. D'ailleurs ceci contribue à la nécessité de la mise en place de système de revenue management.

#### 4.2.2. Estimation des coefficients de régression

Une technique des plus classiques pour l'estimation des paramètres  $a_j$  de la régression [2.12] est la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO), celle-ci cherche à minimiser la somme des carrés des erreurs.

Cette somme s'écrit alors :

$$S = \sum_{t=1}^M (y_t^m - a_0 - a_1 x_{1,t}^m - a_2 x_{2,t}^m - \dots - a_n x_{N,t}^m)^2 \quad [2.14]$$

soit :  $S = (Y - Xa)(Y - Xa)$

Si  ${}^tXX$  est une matrice non singulière alors il existe une unique solution à ce problème. Elle est donnée par:

$$\hat{a} = ({}^tXX)^{-1} {}^tXY \quad [2.15]$$

Le modèle calibré s'écrit alors :

$$y_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_{1,t} + \hat{a}_2 x_{2,t} + \dots + \hat{a}_N x_{N,t} + \hat{u}_t \quad [2.16]$$

Il en résultera une prévision pour la période t, donnée par :

$$\hat{y}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \tilde{x}_{1,t} + \hat{a}_2 \tilde{x}_{2,t} + \dots + \hat{a}_N \tilde{x}_{N,t} \quad [2.17]$$

où  $\tilde{x}_{i,t}$  est la valeur fixée ou attendue suivant le cas pour la variable explicative  $i$  pendant la période  $t$ .

#### 4.2.3. Hypothèses adoptées pour la mise en œuvre de l'estimation

Le modèle de régression linéaire est d'autant plus représentatif qu'un certain nombre d'hypothèses sont satisfaites. Notons par  $X^m = (x_{it}^m)_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq t \leq M}}$ , et par  $u = (u_t)_{1 \leq t \leq M}$ , les vecteurs représentant respectivement les valeurs mesurées pour les entrées et les erreurs  $u_t$ . Ces hypothèses s'écrivent alors :

- ♦  $H_1 : E(u) = 0$ , l'espérance mathématique de l'erreur est nulle.
- ♦  $H_2 : X^m$  est une matrice certaine obtenue sans erreurs.
- ♦  $H_3 : \text{rg}(X^m) = N$ , absence de colinéarité entre les variables explicatives, cela implique que la matrice  $({}^t X^m X^m)$  est régulière et que la matrice inverse  $({}^t X^m X^m)^{-1}$  existe.
- ♦  $H_4 : E(u {}^t u) = \sigma^2 I_t$ , la variance de l'erreur est constante ( $\forall t$ ) (homoscédasticité) et les erreurs  $(u_t)_{1 \leq t \leq M}$  sont i.i.d (identiquement et indépendamment distribuées).
- ♦  $H_5 : ({}^t X^m X^m)/M$  converge vers une matrice finie définie positive.
- ♦  $H_6 : u \rightarrow N(0, \sigma^2 I_t)$ ,  $H_6 \Rightarrow H_4$

Parmi ces hypothèses, on remarquera que : certaines sont d'ordre stochastique ( $H_1, H_2, H_4, H_5, H_6$ ) et d'autres sont d'ordre structurel ( $H_3$ ).

Les hypothèses ( $H_1, H_2, H_3$ ) assurent l'existence et l'unicité de l'estimateur de moindres carrés ordinaires. Les hypothèses ( $H_4, H_5, H_6$ ) garantissent les bonnes propriétés d'un tel estimateur, des propriétés telles que l'efficacité, la convergence, la normalité asymptotique ou bien encore la normalité à distance finie.

Dans le cas où la matrice  $X^m$  est aléatoire, l'hypothèse  $H_2$  se transforme en une hypothèse d'exogénéité  $H_2' : E({}^t X_t u_t) = 0 (\forall t, t')$  avec  $X_t = (x_{it}^m)_{1 \leq i \leq N}$ , et la convergence de l'hypothèse  $H_5$  est une convergence en probabilité. Cette hypothèse est d'autant plus importante que si elle

n'est pas vérifiée, l'estimateur est biaisé. Il convient alors de faire des tests d'exogénéité et de causalité et changer, s'il s'avère nécessaire, de changer de spécification du modèle pour adopter par exemple une spécification en équations simultanées.

Les méthodes classiques de prévisions, tiennent compte de l'incertitude au travers du terme d'erreur aléatoire qui doit vérifier, dans le cas de régressions linéaires, ces hypothèses. Néanmoins, un nombre fastidieux d'hypothèses (dans le cas de régression linéaire, voir paragraphe 4.2.3) doit être vérifié. Or dans la pratique, ces hypothèses ne sont jamais complètement vérifiées, voire même parfois non vérifiables puisque les données sont souvent incomplètes ou imprécises. Quand une hypothèse n'est pas vérifiée, il est possible de se servir d'autres méthodes économétriques, qui néanmoins font appel à des échantillons de données beaucoup plus larges. Si le nombre d'observations est trop limité, ces méthodes conduisent à des intervalles de confiance trop larges pour délivrer des informations utiles sur les prévisions.

## 5. CONCLUSION

Comme on vient de le voir dans ce chapitre, la demande du Transport Aérien présente beaucoup d'incertitudes. Parmi les facteurs qui entrent dans sa définition, certains ne sont même pas quantifiables et d'autres ne sont pas exogènes. Ceci ne peut que réduire la qualité des prévisions économétriques classiques. De plus, les données sont souvent peu disponibles et rarement complètes.

Depuis plusieurs décennies, les ingénieurs ont formalisé le traitement de l'incertitude en utilisant le langage de la logique floue. Les domaines d'application de celle-ci se sont étendus à d'autres sciences. Il semble intéressant de mettre à profit celle-ci dans la représentation de la demande de transport aérien qui possède, comme on l'a relevé plus haut, un caractère incertain.

Il s'agit alors de vérifier si les modèles obtenus ainsi peuvent être exploités efficacement dans le processus de prise de décision des compagnies aériennes et notamment lors de la définition de leur offre.



## **CHAPITRE 3: MODELISATION FLOUE DE LA DEMANDE DE TRANSPORT AERIEN**

*Dans ce chapitre, après avoir justifié l'intérêt de la logique floue pour appréhender la demande d'un marché de transport aérien, un modèle flou de celle-ci est proposé, puis quelques techniques de traitement numérique destinées à en quantifier les paramètres sont présentées.*

## **1. INTRODUCTION:**

Dans le domaine du Transport Aérien, les incertitudes relatives à la demande de service sont multiples et les aléas sont fréquents. Or les données sont rarement complètes. De plus, il est difficile de mesurer la demande effective d'un marché puisque très souvent on ne dispose que de la demande satisfaite (le nombre de passagers effectivement transportés). Afin de tenir compte des incertitudes qui participent à la formation de la demande d'un marché de transport aérien, un modèle de type flou de prévision de la demande peut être envisagé [Charfeddine *et al.*, 2004a]. Dans ce chapitre, après avoir introduit les éléments conceptuels de base de la Logique Floue, différents arguments conduisant à proposer effectivement la modélisation de celle-ci par cette technique, sont analysés. Une modélisation floue de la demande qui peut être vue comme une généralisation d'une modélisation déterministe de celle-ci, est alors proposée. L'adoption de fonctions d'appartenance de type trapézoïdal permet alors de proposer des méthodes numériques relativement simples pour construire ce type de modèle à partir de données d'origine et de qualité diverses.

## **2. ELEMENTS SUR LA MODELISATION FLOUE**

Les travaux pionniers de Zadeh [Zadeh, 1965] sur la logique floue (En annexe A, une introduction à la logique floue est présentée) ont permis d'appréhender dans un nouveau formalisme, libéré du carcan de la théorie des probabilités, l'analyse de phénomènes où l'incertitude, très souvent incommensurable, est omniprésente. Depuis lors de nombreux travaux ont été menés dans le domaine de la modélisation floue ([Bouchon-Meunier et Marsala, 2003], [Masson, 1994], etc.).

La théorie des ensembles flous a été introduite par Zadeh pour représenter les connaissances imprécises. Pour cela, la notion de sous-ensembles flous a permis de ménager une transition progressive entre des classes d'objets différents aux limites

imprécises. On parle d'information imprécise lorsqu'elle est incomplète ou insuffisante pour être exploitée de façon claire. Il y a souvent imprécision lorsque plusieurs choix sont possibles et une hésitation à trancher entre eux a lieu, parfois ces choix sont mutuellement exclusifs mais aucun d'entre eux ne pouvant être complètement éliminé.

Cette notion d'imprécision dépend du contexte, autrement dit une information peut être considérée comme précise dans un contexte mais imprécise dans un autre, ceci dépend du degré de précision considéré dans l'analyse de chaque situation.

Sugeno [Sugeno, 1974] a proposé un cadre général pour traiter des informations incertaines et imprécises en introduisant la notion de mesure de confiance. Il a introduit plusieurs axiomes caractérisant une vaste famille de mesures de confiance. Les mesures de confiances les plus répandues sont : les mesures de probabilité et les mesures de possibilité [Dubois et Prade, 1985] qui permettent de quantifier numériquement l'incertitude avec une valeur dans l'intervalle  $[0,1]$ .

La théorie des probabilités est l'outil le plus utilisé pour la modélisation des situations où l'information est incertaine. La mesure de probabilité  $P$  a une interprétation soit fréquentiste soit subjective [Dubois et Prade, 1985]. Dans l'interprétation fréquentiste, c'est le caractère aléatoire de l'occurrence du phénomène qui est considéré.  $P(E)$  représente la limite de la fréquence de l'occurrence de l'événement  $E$  dans une séquence infinie d'expériences indépendantes. Dans l'interprétation subjective,  $P(E)$  représente la croyance qu'un expert accorde à l'occurrence de  $E$ . Cette dernière interprétation conduit à des difficultés que l'approche possibiliste lève. En effet, lorsque certains indices observés permettent d'augmenter la confiance accordée à une hypothèse, l'axiome d'additivité des probabilités nécessite de diminuer d'autant la confiance correspondant à l'hypothèse contraire. Néanmoins dans certains cas, des informations peuvent très bien favoriser une hypothèse sans pour autant discréditer l'hypothèse contraire. La théorie de probabilités semble donc peu adaptée à des situations où la connaissance d'un événement comme la connaissance de son contraire sont très limitées. De plus, la théorie des probabilités est trop rigide pour exprimer le cas de l'ignorance totale, en effet elle modélise ce cas par un exemple d'évènements mutuellement disjoints et équiprobables.



La théorie des possibilités a été introduite à partir de la théorie des sous-ensembles flous [Zadeh, 1978] pour prendre en compte l'incertitude incluse dans des objets imprécis. Dans ce cas, un événement possible n'interdit pas pour autant à l'événement contraire de l'être également. Ainsi, une mesure de possibilité n'est pas additive mais a un caractère d'ordre [Masson, 1994]. De même une distribution de possibilité peut être interprétée comme la fonction d'appartenance d'un ensemble flou [Mouchaweh, 2002]. Le degré d'appartenance peut être interprété comme une limite supérieure de probabilité [Zimmermann, 1991].

Ainsi si sur le plan théorique, les sous-ensembles flous apportent des éléments très utiles à la représentation et au traitement de données incertaines, sur le plan pratique, ceux-ci ont conduit à la construction de systèmes d'aide à la décision permettant de cristalliser et d'intégrer les connaissances d'un, ou de plusieurs aspects, sur un sujet donné de façon à systématiser un raisonnement basé sur ces connaissances.

Un schéma général de système expert basé sur la modélisation floue des connaissances est donné en Annexe B. Cette approche d'aide à la décision a été utilisée avec succès dans des domaines très variées : diagnostic (domaine médical [Straszecka, 2000], domaine industriel [Palade et al., 2002] avec le diagnostic de pannes), commande des systèmes complexes [Lee et al. 2000], classification (reconnaissance des formes [Mouchaweh, 2002]) et prévisions (domaine économique [Shapiro, 2004], météorologie [Maskey, 2001], agriculture [Boreux et al., 1998]).

Comme on le verra dans les paragraphes suivants, une représentation floue de la demande semble très pertinente, néanmoins une analogie avec les modèles de prévision déterministes de celle-ci reste possible pour appréhender son caractère flou, ce qui permet alors d'utiliser des techniques de traitement numérique voisines de celles utilisées en économétrie [Dormont, 1999].

### **3. POURQUOI UNE MODELISATION FLOUE DE LA DEMANDE**

Plusieurs considérations conduisent à envisager une modélisation floue de la demande. Parmi celles-ci on peut relever les suivantes :

La multiplicité des facteurs qui influencent de façon non négligeable le comportement et les choix des consommateurs en ce qui concerne la demande pour un marché donné de transport Aérien. Des évènements de caractère exceptionnel ou non, peuvent affecter les niveaux de la demande : certains sont internes, ils trouvent leur origine dans la compagnie aérienne elle-même (exemple : grève affectant une partie du personnel navigant ou non de celle-ci), d'autres sont externes (par exemple, entrée d'un nouveau concurrent, conjoncture économique, accidents d'avions, actes de terrorisme). Un exemple récent, les actes de terrorisme du 11 septembre 2001, ont contribué, par la baisse de la demande en résultant, à la disparition de certaines compagnies aériennes internationales et à une nette chute du trafic aérien dans certaines zones sensibles.

Il n'est pas rare, d'observer des comportements qui mettent apparemment en défaut la théorie du consommateur (sa rationalité): par exemple un individu placé devant un choix, ne retient pas toujours la solution qui semble maximiser son utilité. On remarque aussi que parfois, un même consommateur qui devrait prendre une décision lorsque mis à plusieurs reprises devant un même choix, ne le fait pas à chaque reprise. Ces deux comportements peuvent parfaitement s'expliquer par une prise de décision basée sur des éléments non pris en compte dans l'analyse de son comportement tels que le résultat d'expériences antérieures qui ont modifié ses préférences.

Afin de prendre en compte ces diversités de comportement, les économistes ont eu recours à la théorie des probabilités [Lenoir, 2000] qui a débouché sur le développement de techniques d'analyse de régressions statistiques. L'objectif de celles-ci a été de dégager des relations entre les variables explicatives et la variable dépendante de façon à pouvoir en prédire une espérance au sens de la théorie des probabilités. Cette approche se heurte à de nombreuses difficultés.

La collecte de données concernant les paramètres influant sur la demande de Transport Aérien est difficile et les erreurs ne manquent pas.

Comme on l'a remarqué dans le chapitre précédent, l'approche économétrique considère que l'incertitude est toute entière représentée par une unique variable aléatoire qui vient s'ajouter aux autres termes explicatifs. Cette variable aléatoire doit vérifier certaines hypothèses statistiques (voir chapitre 2) de façon à ce que l'on puisse garantir de bonnes propriétés (précision, robustesse) pour l'estimateur. Or la validation de ces hypothèses est le plus souvent incomplète, faute de données statistiques pertinentes.

Par ailleurs, dans l'approche économétrique, la construction de l'estimateur passe par le traitement numérique systématique de données statistiques supposées présenter un potentiel informationnel équivalent. Or, en général, afin d'estimer un niveau de demande, on dispose souvent d'informations de nature qualitative qui ne se prêtent pas à un tel traitement.

Dans la pratique opérationnelle des compagnies aériennes, le problème de la prévision de la demande sur le moyen terme se pose de façon extrêmement complexe. La compagnie peut opérer simultanément des marchés pour lesquels elle a des degrés de connaissance très variables : elle pourra connaître très bien certains marchés qu'elle opère depuis de nombreuses saisons, alors qu'elle s'apprête à opérer de nouveaux marchés pour lesquels elle n'a qu'une connaissance très limitée. Dans ce dernier cas, elle pourra être tentée d'opérer par analogie avec des marchés aux caractéristiques similaires, ce qui ne peut conduire qu'à un degré limité de précision dans les estimations.

Compte tenu des spécificités des différents marchés, certaines grandes compagnies aériennes utilisent pour chacun de ces marchés des spécialistes dont la fonction est d'établir des prévisions de la demande, de fixer les niveaux des fréquences et des prix et d'estimer les parts de marchés correspondantes. La prévision de la demande est alors réalisée de façon heuristique : les données statistiques disponibles sur un marché et sur les marchés similaires, peuvent être traitées par des techniques économétriques et le spécialiste du marché, faisant appel à son expérience, procédera à diverses corrections de ces résultats pour à la fois tenir compte de différents facteurs de nature qualitative non pris en compte et pour pallier à la dimension réduite des bases statistiques disponibles. En général, le résultat de ce processus empirique sera représenté par une valeur moyenne et un intervalle de

confiance (une fourchette de valeurs) dans lequel pourra se trouver *vraisemblablement* la demande. L'expert sera dans l'incapacité d'associer de façon significative une probabilité d'occurrence à cette prévision. Il ressort de ceci que le résultat obtenu présente en fait un caractère flou et il semble naturel d'envisager formellement celui-ci.

Les analyses économiques admettent que pour les mêmes valeurs de variables explicatives, les observations de demande correspondantes peuvent être différentes. La prévision d'une valeur précise de la demande associée à un jeu de données pour ses variables explicatives peut paraître donc vaine.

Il semble alors utile de s'intéresser à la modélisation de la demande suggérée par l'idée de la logique floue (voir Annexe A) qui au lieu de caractériser la sortie d'un système par une unique valeur numérique, le fait en utilisant un intervalle possible de valeurs. Une fonction dite « d'appartenance » donne à chaque valeur comprise dans cet intervalle un degré de vraisemblance.

Un modèle basé sur la modélisation floue associera à chaque réalisation de l'ensemble des entrées un sous-ensemble flou caractérisant la plage de valeurs vraisemblables pour la variable dépendante. D'ailleurs divers auteurs ([Tanaka et Asai, 1982], [Papadopolous et Sirpi, 1999], [Charfeddine et al., 2004],...) ont introduit des méthodes de régressions floues afin de générer des prévisions floues à partir d'entrées déterministes.

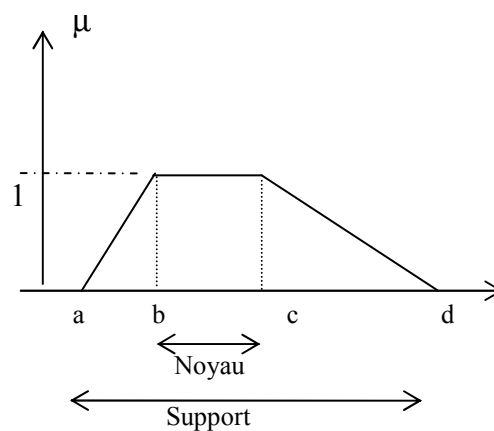
Le fait de supposer que les phénomènes n'ont pas forcément un caractère aléatoire n'exclut pas l'utilisation des statistiques pour mettre en place des modèles « flous » [Zimmermann, 1991].

#### **4. UN MODELE FLOU DE LA DEMANDE**

Adoptant l'idée d'un modèle flou pour représenter la demande associée à une offre donnée de la compagnie, l'estimation de cette demande ne sera plus réduite à une unique valeur (espérance) mais sera constituée par un sous-ensemble flou caractérisant le résultat de l'estimation et l'incertitude qu'on lui attribue.

Pour des raisons pratiques telles que la simplicité de l'expression qui évitera de compliquer les calculs dans la suite du processus de décision, la forme de cet ensemble flou peut être limitée à quelques formes standards: triangulaire, trapézoïdale, en cloche, etc. Dans la littérature, la forme triangulaire a été souvent retenue pour les estimations floues de la variable dépendante ([Tanaka et al., 1982], [Papadopolous et Sirpi, 1999] et [Profillidis, 2000],...).

Ainsi pour tout couple  $(p, f) \in [p_{\min}, p_{\max}] \times F$ , la compagnie aérienne peut associer une estimation floue de la demande donnée par un nombre flou normal<sup>5</sup> noté  $\tilde{D}(p, f)$ . On adopte ici la forme trapézoïdale pour les nombres flous considérés car malgré sa simplicité, elle permet d'approcher aisément deux formes courantes de nombre flou : la triangulaire (la partie centrale serait réduite à une valeur unique) et la forme en cloche. Ainsi quatre points caractéristiques sont à préciser: les deux qui définissent le support et les deux qui définissent le noyau<sup>6</sup> :



**Figure3.1** : Forme trapézoïdale

---

<sup>5</sup> Un nombre flou normal est un nombre flou dont le noyau (l'ensemble des réels qui ont un degré d'appartenance égale à 1) n'est pas vide.

<sup>6</sup> Le noyau d'un nombre flou est l'ensemble d'éléments de son support qui ont un degré d'appartenance égal à 1.

D'autre part, à chacune des zones du sous-ensemble flou, on peut associer des qualificatifs différents. Ainsi dans le cas d'un nombre flou trapézoïdal, on distinguera trois parties :

1. Une partie centrale qui correspondrait au qualificatif « réaliste » et à laquelle des degrés d'appartenance très élevés seront associés.
2. Une partie de valeurs plus élevées mais avec des degrés d'appartenance plus faibles correspondant à des scénarios de réalisation « optimistes ».
3. Une partie de valeurs plus faibles correspondant à des scénarios « pessimistes », ici aussi les degrés d'appartenance sont plus bas que pour la partie centrale.

Une approche possible pour obtenir une prévision de la demande sur un marché de transport aérien pourrait s'appuyer sur la construction d'un système expert à base de règles floues et dédié à cette fin. La construction de celui-ci semble difficile car les principales propriétés que doit présenter une base de connaissance (continuité, consistance et complétude, voir Annexe B) ne sauraient être acquises en interne qu'au prix d'un effort considérable qui viserait à non seulement étendre le domaine de connaissance de l'expert mais aussi à intégrer des données de nature hétérogène [Bouchon-Meunier et Marsala, 2003] dont l'expert se sert pour établir ses prévisions.

Une autre raison importante qui conduit à écarter ici cette approche pour la prévision de la demande, c'est son incompatibilité avec la mise en œuvre d'un processus formel d'optimisation des décisions de la compagnie aérienne, tel que celui qui sera développé dans les chapitres suivants de cette thèse. En effet il semble très utile de garder la transparence du processus d'optimisation car celle-ci facilitera l'évaluation de la robustesse des solutions obtenues et des risques encourus en adoptant celles-ci.

Ceci nous conduit alors à considérer que la compagnie peut baser ses estimations floues sur un modèle similaire à celui retenu dans le cas déterministe (où  $D(p, f) = D_0 - \lambda(p - \varphi(f))$ ) en introduisant quatre fonctions de niveau [Zimmermann, 1991] (voir Annexe A).

Cette approche semble être apte à intégrer le caractère continu des évaluations réalisées par la compagnie aérienne et à décrire les qualificatifs subjectifs des prévisions.

Ainsi, si on suppose que  $\tilde{D}$  est une fonction floue définie par niveaux au sens de Zimmermann [Zimmermann, 1991], quatre fonctions déterministes  $D^a$ ,  $D^b$ ,  $D^c$  et  $D^d$

définissent les niveaux de cette fonction.  $D^b$  et  $D^c$  délimitent la zone où le degré d'appartenance est maximal, égal à l'unité.  $D^a$  et  $D^d$  définissent respectivement la limite inférieure et la limite supérieure des possibilités de la demande. Les représentations graphiques de ces quatre fonctions ne peuvent se rejoindre sur le domaine de l'offre de la compagnie car il y aurait sinon inconsistance en ce qui concerne le comportement supposé des consommateurs. On doit donc avoir toujours :

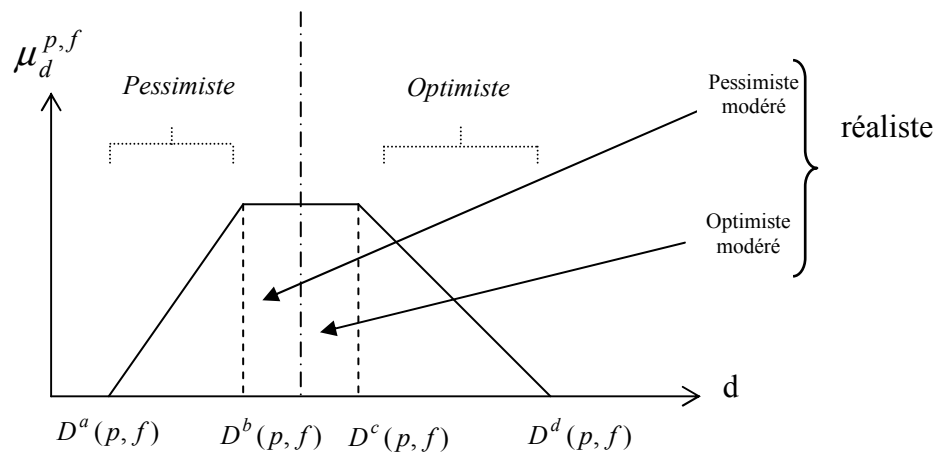
$$\forall (p, f) \in [p_{\min}, p_{\max}] \times F, \quad D^a(p, f) < D^b(p, f) < D^c(p, f) < D^d(p, f) \quad [3.1]$$

On note la fonction d'appartenance de la demande correspondant à l'offre de la compagnie donnée par le couple  $(p, f)$ . Suivant l'hypothèse d'une forme trapézoïdale,  $\mu_d^{p, f}$  se définit par:

$$\mu_d^{p, f}(d) = \begin{cases} (d - D^a(p, f)) / (D^b(p, f) - D^a(p, f)) & \text{si } D^a(p, f) < d \leq D^b(p, f) \\ 1 & \text{si } D^b(p, f) < d \leq D^c(p, f) \\ (D^d(p, f) - d) / (D^d(p, f) - D^c(p, f)) & \text{si } D^c(p, f) < d < D^d(p, f) \\ 0 & \text{si } d \leq D^a(p, f) \text{ ou } d \geq D^d(p, f) \end{cases} \quad [3.2]$$

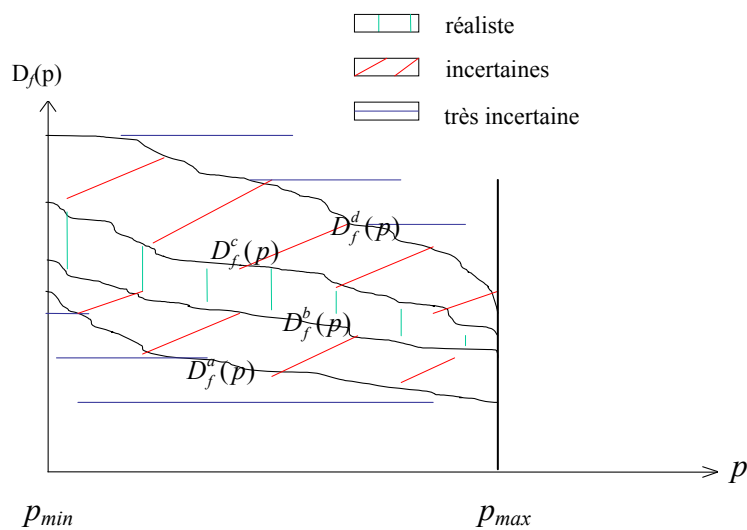
On considère que les valeurs les plus réalistes se trouvent entre  $D^b$  et  $D^c$ , tandis que celles correspondant à des scénarios optimistes, se situent entre  $D^c$  et  $D^d$  et celles qui décrivent des scénarios pessimistes sont entre  $D^a$  et  $D^b$ . Les valeurs en dehors de la base sont écartées des attentes de la compagnie pour la demande.

Ainsi la demande attendue par la compagnie, pour une offre  $(p, f)$  donnée, est définie par l'ensemble flou caractérisé par la fonction d'appartenance représentée par la figure suivante:



**Figure3.2 :** Interprétation des attentes associées à une représentation trapézoïdale de la demande

Pour une fréquence  $f$  donnée, la demande est une fonction floue du tarif  $p$ , que l'on note:  $\tilde{D}_f(p)$ .



**Figure3.3 :** Fonction demande floue pour  $f$  fixée

On retient ici des fonctions de niveau ayant la forme semi-linéaire adoptée dans le modèle de demande déterministe dans le chapitre précédent. Ainsi pour les  $k \in \{a, b, c, d\}$ , on considère les fonctions de niveau :

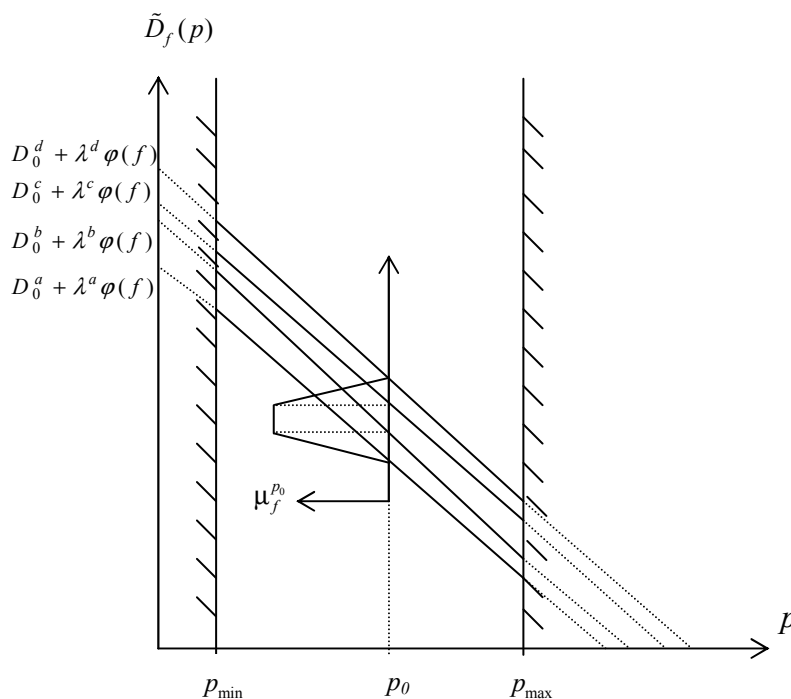


$$D^k(p, f) = D_0^k - \lambda^k (p - \varphi(f)) \quad [3.3]$$

qui satisfont aux hypothèses suivantes :

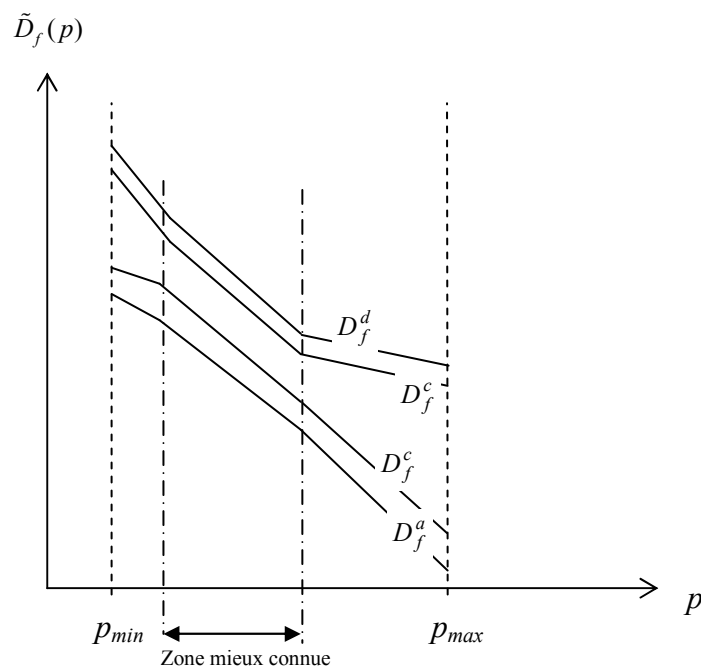
- Les constantes  $D_0^k$  et  $\lambda^k$  sont strictement positives pour tout  $k \in \{a, b, c, d\}$ .
- La fonction  $\varphi(f)$  est supposée ici aussi (comme dans le chapitre2) continue, croissante et concave sur  $[1, +\infty[$ , elle est supposée être connue par le décideur (par exemple :  $\varphi(f) = -\frac{\sigma}{f}$ , où  $\sigma > 0$ ).
- La suite de réels  $(\frac{D_0^k}{\lambda^k})_{k \in \{a, b, c, d\}}$  est croissante le long de  $\{a, b, c, d\}$ .
- Pour toute fréquence  $f$ , la suite numérique  $(D_0^k + \lambda^k \varphi(f))_{k \in \{a, b, c, d\}}$  est supposée croissante, elle aussi, le long de  $\{a, b, c, d\}$ .

Dans ces conditions, la figure 3.4 illustre le nombre flou associé à la demande résultant d'un prix  $p_0$  pour une fréquence  $f$  :



**Figure3.4:** Fonction floue de la demande pour une fréquence  $f$  donnée (courbes de niveau linéaires en  $p$ )

Remarquons néanmoins que d'autres modèles de fonctions de niveau peuvent être envisagés. Notamment, si on est dans une situation (ou marché) où l'on dispose de beaucoup d'informations concernant la demande associée à une certaine plage de prix, alors très peu pour les plages extrêmes ( $p$  voisin de  $p_{min}$  ou de  $p_{max}$ ), on s'attend à avoir une incertitude variable avec les prix. Ceci conduirait à envisager des fonctions de niveau telles que celles présentées sur la figure ci dessous :

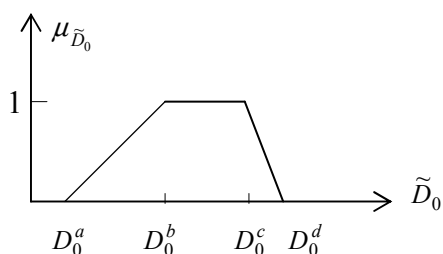


**Figure3.5:** Courbes de niveau avec incertitude croissante en dehors de la zone la plus connue

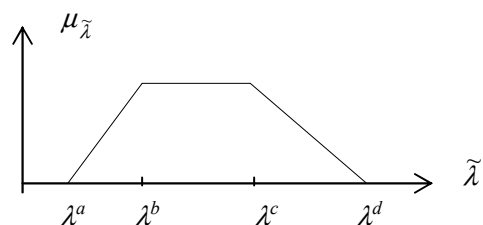
Le modèle flou proposé peut être vu comme le résultat de la fuzzyfication des paramètres du modèle déterministe introduit dans le chapitre précédent. Auquel cas, ce modèle pourrait être écrit comme :

$$\tilde{D}(p, f) = \tilde{D}_0 - \tilde{\lambda}(p - \varphi(f)) \quad [3.4]$$

où les paramètres  $\tilde{D}_0$  et  $\tilde{\lambda}$  sont des nombres flous trapézoïdaux.  $\tilde{D}_0$  serait représenté par le quadruplet de valeurs  $(D_0^a, D_0^b, D_0^c, D_0^d)$  donnant les niveaux de demande brutes correspondant aux fonctions de niveaux du modèle flou introduit ci-dessus (voir figure3.6). On peut de même introduire quatre valeurs  $(\lambda^a, \lambda^b, \lambda^c, \lambda^d)$  qui définiraient la constante floue  $\tilde{\lambda}$  (voir figure 3.7).



**Figure3.6.** Fonction d'appartenance de  $\tilde{D}_0$



**Figure3.7.** Fonction d'appartenance de  $\tilde{\lambda}$

## 5. CONSTRUCTION D'UN MODELE FLOU

Dans la littérature, deux types de régressions permettant de modéliser une variable dépendante floue existent. L'un considère que les variables explicatives sont elles aussi floues, ce type de régression ([Chen et Wang, 1999],...) se base sur des règles floues de type SI -ALORS (voir AnnexeB). Le deuxième type qui sera analysé ici est utilisé lorsque les entrées sont supposées être déterministes. On vérifiera que les conditions d'applicabilité de ces méthodes sont telles que, en général, on peut les utiliser pour mener à bien une modélisation floue de la demande.

## 5.1 LES DONNEES DISPONIBLES

La compagnie aérienne peut baser ses prévisions sur des données pouvant être d'origines différentes :

- ♦ Statistiques des réalisations des variables explicatives et de la variable dépendante correspondante, et concernant le marché considéré ou des marchés similaires.
- ♦ Estimations données par des experts sous forme de sous ensembles flous contenant des plages de valeurs vraisemblables. Celles-ci peuvent être défuzzifiées pour générer des données ponctuelles.

Parmi les données dont disposent les décideurs, certaines peuvent être considérées comme plus représentatives que d'autres et une pondération des données doit être envisagée.

Ainsi à partir de modèles économétriques déjà existant mais faiblement représentatifs, on peut générer des estimations qui sont prises comme données mais auxquelles ne peut être attribuée qu'une faible pondération.

## 5.2 MODÈLE DE TANAKA

Tanaka [Tanaka, 1982] a développé une méthode de modélisation par régression s'appuyant sur des sous ensembles flous de formes triangulaires. Cette approche peut s'appliquer au cas de la modélisation de la demande considérée comme floue en prenant en compte des entrées déterministes telles que le prix et la fréquence.

### 5.2.1. Enoncé du problème de modélisation

On suppose que la variable dépendante  $Y$  est donnée par une fonction linéaire floue de  $N$  variables explicatives  $(x_j, 1 \leq j \leq N)$  telle que :

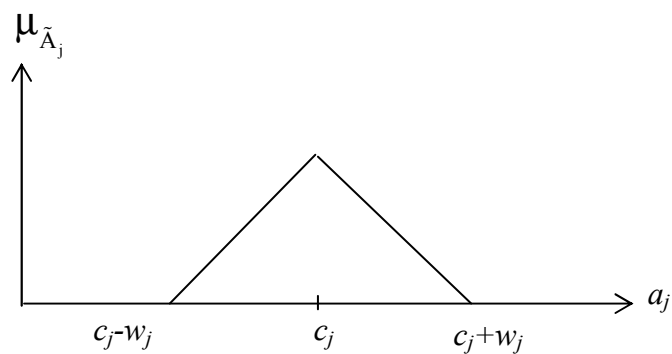
$$\tilde{Y} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 x_1 + \dots + \tilde{A}_j x_j + \dots + \tilde{A}_N x_N \quad [3.5]$$

Où

$X = [x_1 \dots x_N]$  est un vecteur déterministe.

$\tilde{A}$  est le vecteur flou des coefficients du modèle.

Pour tout  $j \in [1, N]$ ,  $\tilde{A}_j$  est un nombre flou convexe et normalisé symétrique, noté  $(c_j, w_j)_L$  de forme de référence L (voir annexe A). Ce nombre peut, par exemple, être pris triangulaire ou trapézoïdal. La fonction de référence qui a été considérée par Tanaka est celle qui correspond à la forme triangulaire :  $L_T(x) = \max(0, 1 - |x|)$ , comme représentée sur la figure 3.6 ci-dessous :



**Figure3.8** Fonction d'appartenance triangulaire

$c_j$  : centre du nombre flou  $\tilde{A}_j$ .

$w_j$  : largeur du nombre flou  $\tilde{A}_j$ .

$\mu_{\tilde{A}_j}(a_j)$  : fonction d'appartenance de  $\tilde{A}_j$ ,  $\mu_{\tilde{A}_j}(a_j) = L((a_j - c_j)/w_j)$  pour  $w_j > 0$ .

$\tilde{A}_j$  peut être noté :  $\tilde{A}_j = (c_j, w_j)_L$ .

Quand il s'agit de la forme triangulaire, cette fonction d'appartenance s'exprime comme :

$$\mu_{\tilde{A}_j}(a_j) = \begin{cases} 1 - \frac{|c_j - a_j|}{w_j} & \text{si } c_j - w_j \leq a_j \leq c_j + w_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad [3.6]$$

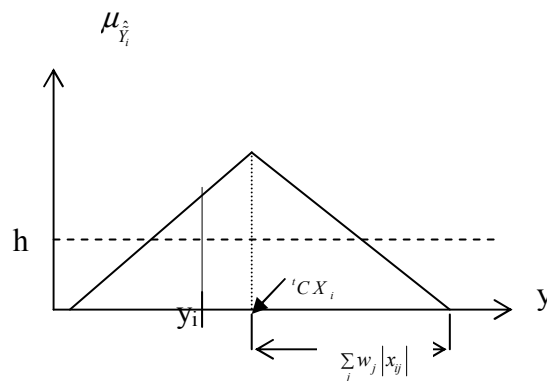
Si  $W$  désigne le vecteur de  $R^{N+1}$  formé par les  $w_j$  et  $C$  le vecteur de  $R^{N+1}$  formé par les  $c_j$ , alors la variable dépendante  $Y$  résultant de ce modèle est à valeur floue. Pour tout vecteur de réels  $X$ , la fonction d'appartenance de  $Y$  est définie comme suit :

$$\mu_Y(y) = L\left(\frac{y - (c_0 + \sum_{j=1}^N c_j x_j)}{w_0 + \sum_{j=1}^N w_j |x_j|}\right) \quad \text{pour } w_0 + \sum_{j=1}^N w_j |x_j| \neq 0 \quad [3.7]$$

Dans le cas de la forme triangulaire, on a :

$$\forall X \in R^N / \quad w_0 + \sum_{j=1}^N w_j |x_j| \neq 0, \quad \text{alors}$$

$$\forall y \in R, \quad \mu_{Y(X)}(y) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{\left| y - (c_0 + \sum_{j=1}^N c_j x_j) \right|}{\left[ w_0 + \sum_{j=1}^N w_j |x_j| \right]} \right\} \quad [3.8]$$



**Figure3.9:** Fonction d'appartenance de  $\hat{Y}_i$

Dans l'approche économétrique, la régression linéaire consiste à estimer les valeurs des constantes du modèle linéaire. Ceci se fait en minimisant le cumul des écarts séparant les valeurs estimées des réalisées (notamment, par la méthode des moindres carrés ordinaires). On peut mettre en œuvre une méthode de régression adaptée à la logique floue en estimant

les paramètres  $\tilde{A}_j$  de la fonction floue [3.4] de sorte que l'imprécision totale soit minimisée. Cette imprécision peut être naturellement mesurée par la largeur des supports des nombres flous obtenus.

Pour un échantillon d'entrées  $(X_i)_{1 \leq i \leq M}$ , l'imprécision totale est alors donnée par :

$$Mw_0 + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N w_j |x_{ij}| \quad [3.9]$$

$M$  étant la taille de l'échantillon des observations retenues pour leur degré d'appartenance qui dépasse un certain seuil  $h$  :

$$\mu_{Y(x)}(y_i) \geq h \quad \text{pour tout } i = 1, \dots, M$$

ou encore :  $L([y_i - (Mc_0 + \sum_{j=1}^N c_j (\sum_{i=1}^M x_j))]/[w_0 + \sum_{j=1}^N w_j (\sum_{i=1}^M |x_{ij}|)]) \geq h$  [3.10]

Les  $y_i$  étant les réalisations de la variable dépendante  $Y$ , se sont des nombres réels (voir table entrées-sortie) obtenus à partir de plusieurs sources comme expliqué dans le paragraphe 4.1.

Output Y	Inputs X
$y_1$	$x_{11}, \dots, x_{1N}$
.	.
.	.
$y_i$	$x_{i1}, \dots, x_{iN}$
.	.
$y_M$	$x_{M1}, \dots, x_{MN}$

Table3.1 : échantillon d'entrées-sortie retenu

L étant décroissante sur l'intervalle [0,1]. Si elle est strictement décroissante, on peut considérer son inverse et d'après [3.8] et [3.9], on est amené à formuler le programme d'optimisation linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \delta_L^h = \underset{W,C}{\text{Min}} \sum_{j=0}^N \left( \sum_{i=1}^M |x_{ij}| \right) w_j \quad (a) \\
 \text{sous les contraintes} \\
 \sum_{j=0}^N c_j x_{ij} + |L^{-1}(h)| \sum_{j=0}^N w_j |x_{ij}| \geq y_i \quad \forall i = 1, \dots, M \quad (b) \\
 \sum_{j=0}^N c_j x_{ij} - |L^{-1}(h)| \sum_{j=0}^N w_j |x_{ij}| \leq y_i \quad \forall i = 1, \dots, M \quad (c) \\
 W \geq 0_{R^{N+1}}; C \in R^{N+1}; x_{i0} := 1, i = 1, \dots, M \quad (d)
 \end{array} \right. \quad [3.11]$$

L étant la forme choisie du nombre flou (voir *Annexe A*). Dans la pratique la taille de l'échantillon M est très grande par rapport à N et la condition  $M \geq N + 1$  est respectée.

Les inégalités (c) et (d) traduisent le fait que l'observation  $y_i$  appartient au support de la valeur estimée  $\hat{y}_i$ , en d'autres termes :

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, M_h\}, \min(\text{support}(\hat{y}_i)) \leq y \leq \max(\text{support}(\hat{y}_i)). \quad [3.12]$$

Si la fonction de référence L était triangulaire (si c'est le cas celle-ci sera par la suite notée :  $L_T$ ), le programme [3.10] deviendrait :

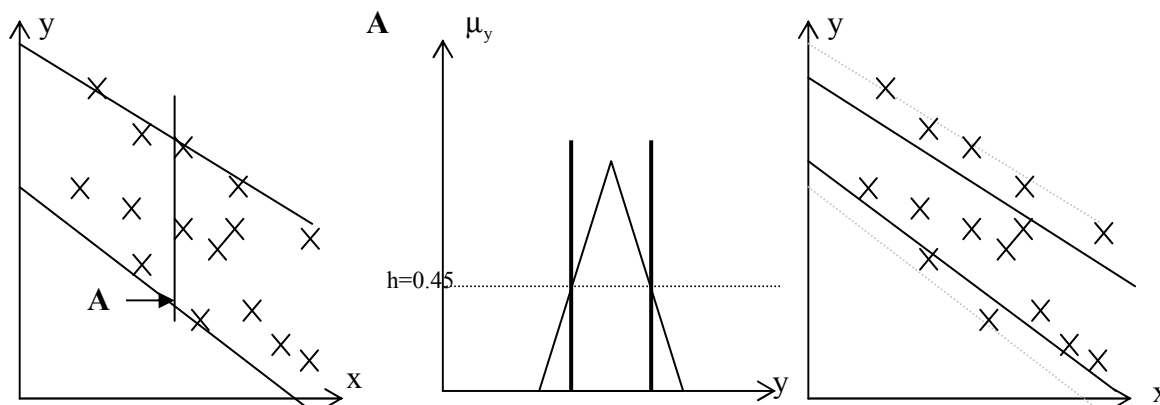
$$\left\{ \begin{array}{l}
 \delta_L^h = \underset{W,C}{\text{Min}} \sum_{j=0}^N \left( \sum_{i=1}^M |x_{ij}| \right) w_j \quad (a) \\
 \text{sous les contraintes} \\
 \sum_{j=0}^N c_j x_{ij} + (1-h) \sum_{j=0}^N w_j |x_{ij}| \geq y_i \quad \forall i = 1, \dots, M \quad (b) \\
 \sum_{j=0}^N c_j x_{ij} - (1-h) \sum_{j=0}^N w_j |x_{ij}| \leq y_i \quad \forall i = 1, \dots, M \quad (c) \\
 W \geq 0_{R^{N+1}}; C \in R^{N+1}; x_{i0} := 1, i = 1, \dots, M \quad (d)
 \end{array} \right. \quad [3.11]_{T,h}$$



Si on note  $C_h^* = {}^t(c_0^*, c_1^*, \dots, c_N^*)$  et  $w_h^* = {}^t(w_0^*, w_1^*, \dots, w_N^*)$  les solutions de ce problème, alors  $\hat{A}_h = (C_h^*, W_h^*)_L$  sera l'estimateur du vecteur des paramètres flous solution de la régression linéaire floue introduite par [3.4] et que l'on peut noter  $RF_L^h$ .

Pour un seuil  $h' \neq h$ , une régression  $RF_L^{h'}$  donnerait  $\hat{A}_{h'} = (C_h^*, [\frac{L^{-1}(h)}{L^{-1}(h')}] * W_h^*)_L$ ; ce résultat est obtenu par un simple changement de variable, par conséquent :  $\delta_L^{h'} = \left[ \frac{L^{-1}(h)}{L^{-1}(h')} \right] * \delta_L^h$ .

Ainsi pour tout seuil  $h$ , l'estimateur de  $\tilde{A}$  peut se déduire de celui obtenu pour la même fonction de référence  $L$  et pour  $h = 0$ . Par conséquent, le modèle de Tanaka peut être interprété comme un estimateur de l'intervalle de la variable  $y$ . D'abord, un intervalle qui couvre toutes les observations est calculé, ensuite une fonction d'appartenance est construite (par exemple triangulaire) puis un seuil de degré d'appartenance est choisi (par exemple  $h = 0.45$ ). Le support de  $y$  dépend du seuil  $h$  imposé et de la forme de référence  $L$  des nombres flous  $\tilde{A}_j$ . Des seuils différents et des formes différentes entraînent des supports différents. La largeur du support est interprétée comme un facteur de confiance en les données. Un support large indique que l'utilisateur est pessimiste quant à la représentation de l'échantillon.



**Figure3.10:** Estimation d'intervalle et degrés d'appartenance

### 5.2.2. Analyse

L'inconvénient de cette méthode est qu'elle exclut les observations qui sont situées près des bords de l'intervalle : ceci cause une déperdition des données qui pourraient être prises en compte au lieu d'être exclues définitivement surtout quand les observations ne sont pas très nombreuses.

Les estimations donnent des nombres triangulaires symétriques, ce qui restreint les formes des valeurs floues obtenues pour la valeur dépendante.

## 6. GENERATION D'ESTIMATIONS TRAPEZOÏDALES

Le but est ici d'obtenir des estimations floues de forme trapézoïdale. La régression considérée consiste à déterminer une fonction floue  $\tilde{D}$  telle que :  $Y = \tilde{D}(X)$  où

$\tilde{D}$  est définie par la donnée de quatre courbes de niveau :  $D^a, D^b, D^c, D^d$  déterministes.

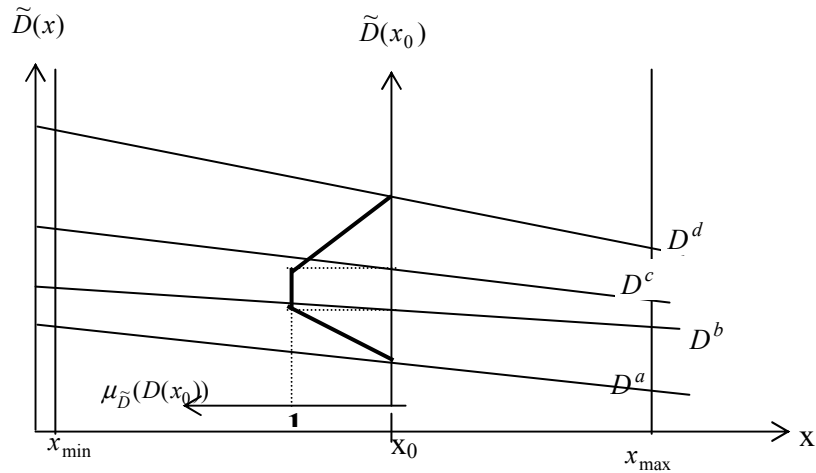
$D^b, D^c$  sont les courbes où le degré d'appartenance est égal à 1.

$D^a, D^d$  sont les courbes où le degré d'appartenance est égal à 0.

Ces quatre courbes sont supposées non sécantes sur  $[X_{\min}, X_{\max}]$  et telles que :

$$\forall x \in [X_{\min}, X_{\max}] D^a(x) < D^b(x) < D^c(x) < D^d(x).$$

$$\mu_{\tilde{D}}(D(x)) = \begin{cases} (D(x) - D^a(x)) / (D^b(x) - D^a(x)) & \text{si } D^a(x) < D(x) \leq D^b(x) \\ 1 & \text{si } D^b(x) < D(x) \leq D^c(x) \\ (D^d(x) - D(x)) / (D^d(x) - D^c(x)) & \text{si } D^c(x) < D(x) \leq D^d(x) \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad [3.13]$$



**Figure3.11** : Exemple de fonction floue (définie par niveaux linéaires) pour N=1

La définition de  $\tilde{D}$  est donnée par celle des 4 courbes de niveaux  $D^a, D^b, D^c, D^d$ . Le modèle de Tanaka peut être appliqué dans un premier temps à l'aide d'une régression de type  $RF_{L_T}^0$  afin de déterminer un intervalle qui contient toutes les observations.

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Min}_{W,C} \sum_{j=0}^N w_j \left( \sum_{i=1}^M |x_{ij}| \right) & \text{(a)} \\ \text{Sc} & \\ \sum_{j=0}^N c_j x_{ij} + \sum_{j=0}^N w_j |x_{ij}| \geq y_i \quad \forall i=1, \dots, M & \text{(b)} \\ \sum_{j=0}^N c_j x_{ij} - \sum_{j=0}^N w_j |x_{ij}| \leq y_i \quad \forall i=1, \dots, M & \text{(c)} \\ W \geq 0_{R^{N+1}}; C \in R^{N+1}; x_{i0} := 1, i=1, \dots, M & \text{(d)} \end{array} \right. \quad [3.14]$$

Les courbes donnant la borne inférieure et la borne supérieure de l'estimation de Y, ainsi trouvées sont notées respectivement  $D^a$  et  $D^d$  avec:

$$D^a(X) = \sum_{j=0}^N c_j x_j - \sum_{j=0}^N w_j |x_j| \quad \text{et} \quad D^d(X) = \sum_{j=0}^N c_j x_j + \sum_{j=0}^N w_j |x_j| \quad [3.15]$$

Toutefois, ce calcul des fonctions extrêmes risque de ne pas être optimal au sens de la largeur de l'intervalle contenant toutes les données. On peut proposer de calculer ces fonctions plutôt comme les fonctions de la forme :

$$D^a(X) = \sum_{j=0}^N \alpha_j^a x_j \quad \text{et} \quad D^d(X) = \sum_{j=0}^N \alpha_j^d x_j \quad [3.16]$$

où  $\alpha^a = {}^t[\alpha_0^a, \alpha_1^a, \dots, \alpha_N^a]$  et  $\alpha^d = {}^t[\alpha_0^d, \alpha_1^d, \dots, \alpha_N^d]$  sont des vecteurs de valeurs déterministes, les signes des composantes de ces vecteurs étant connus. Par exemple, dans le cas du modèle considéré pour la demande sur un marché de transport aérien, le coefficient attaché au prix est négatif alors que celui de la constante est positif ( $\forall k \in \{a, b, c, d\}$ ,  $D^k(p, f) = D_0^k - \lambda^k(p - \varphi(f))$ ). Ces courbes doivent être telles qu'elles sont les plus proches de l'ensemble observations. C'est ce qu'expriment les programmes suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{\alpha^d} \sum_{i=1}^M (\sum_{j=0}^N \alpha_j^d x_{ij} - y_i) \\ \text{Sous} \\ \sum_{j=0}^N \alpha_j^d x_{ij} \geq y_i \quad \forall i = 1, \dots, M \\ \alpha^d \in R^{N+1}, x_{i0} := 1, i = 1, \dots, M \end{array} \right. \quad [3.17]$$

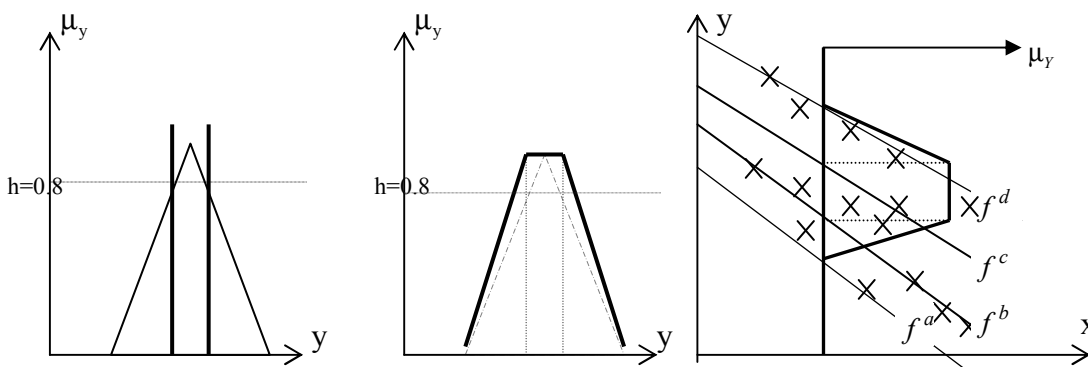
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{\alpha^a} \sum_{i=1}^M (y_i - \sum_{j=0}^N \alpha_j^a x_{ij}) \\ \text{Sous} \\ \sum_{j=0}^N \alpha_j^a x_{ij} \leq y_i \quad \forall i = 1, \dots, M \\ \alpha^a \in R^{N+1}, x_{i0} := 1, i = 1, \dots, M \end{array} \right. \quad [3.18]$$

Reste maintenant la détermination des fonctions  $D^b$  et  $D^c$ . Ces deux courbes délimitent l'espace des valeurs les plus vraisemblables puisque un degré d'appartenance de 1 est attribué à ces valeurs. Les critères qui permettront de déterminer ces deux fonctions doivent être soigneusement établis. Plusieurs méthodes semblent possibles. Ci-dessous deux méthodes sont présentées.

### 6.1 LA H-COUCPE

La méthode de h-coupe, adoptée par Tanaka sur les triangles est reconsidérée ici, mais non pas dans le but de rétrécir l'intervalle de la variable à estimer mais pour déterminer les valeurs qui correspondront à un degré d'appartenance égal à 1 (voir figure 3.12).

A l'aide de cette approche, toutes les données serviraient à déterminer l'ensemble de possibilités de la variable D. Comme elles représentent des valeurs proposées par les décideurs (comme décrit dans le paragraphe 6.1), elles seraient toutes retenues. Toutefois celles qui avaient des degrés d'appartenance élevés (supérieurs à un certain seuil h) par la méthode de Tanaka, retrouveront ici un degré égal à l'unité. Quant aux observations qui ont des degrés d'appartenance faibles (inférieurs au seuil h), elles seront tout de même gardées. Si leurs valeur sont supérieures à celles du centre : on dira qu'elles se sont réalisées dans des scénarii optimistes sinon elles seront interprétées comme des valeurs dues à des scénarii pessimistes. Ainsi les deux courbes  $D^b$  et  $D^c$ , seront déterminées en résolvant le programme de Tanaka [3.10]<sub>T,h</sub>.

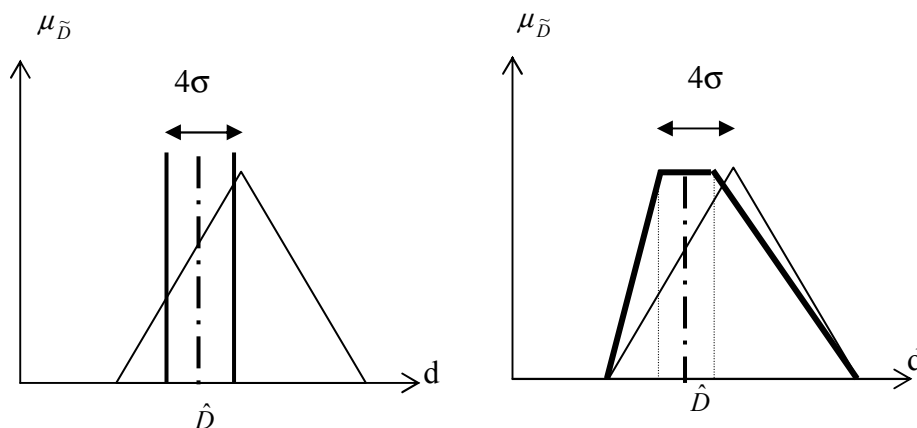


**Figure3.12** : Utilisation de la h-coupe pour construire les trapèzes

## 6.2 METHODE MIXTE

Les méthodes présentées ci-dessus ne tiennent pas compte de la dispersion des données. Dans ce paragraphe, une approche tenant compte de cette dispersion est proposée. Celle-ci consiste à combiner les résultats des régressions économétriques et les régressions floues. On remarque que les nombres trapézoïdaux représentant la variable dépendante ne sont pas forcément symétriques.

Dans un premier temps, la méthode utilise une régression linéaire qui est appliquée aux données à disposition. Celle-ci donne naissance à des estimateurs, obtenus par exemple par la méthode des moindres carrés ordinaires. La fonction estimée est notée  $\hat{D}(X)$ . Ensuite,  $D^b$  et  $D^c$  sont choisies telles qu'elles représentent les limites d'un certain « intervalle de confiance » de part et d'autre de cette courbe par exemple de  $\pm 2\sigma_{f(X)}$ . ( $\sigma_{f(X)}$  étant l'écart type des erreurs  $u$ ). La figure 3.13 illustre cette méthode.



**Figure.3.13** : Construction des nombres trapézoïdaux avec la méthode mixte

## 7. ILLUSTRATION DES METHODES

Dans le but d'illustrer les différentes méthodes analysées ci-dessus, on se propose de modéliser la demande d'un marché de transport aérien en fonction d'une seule variable explicative à savoir le tarif  $p$ . On peut adopter pour la méthode économétrique, le modèle introduit au chapitre 2 mais pour une fréquence constante, on pourra alors écrire:

$$D(p) = \Delta - \lambda p \quad [3.19]$$

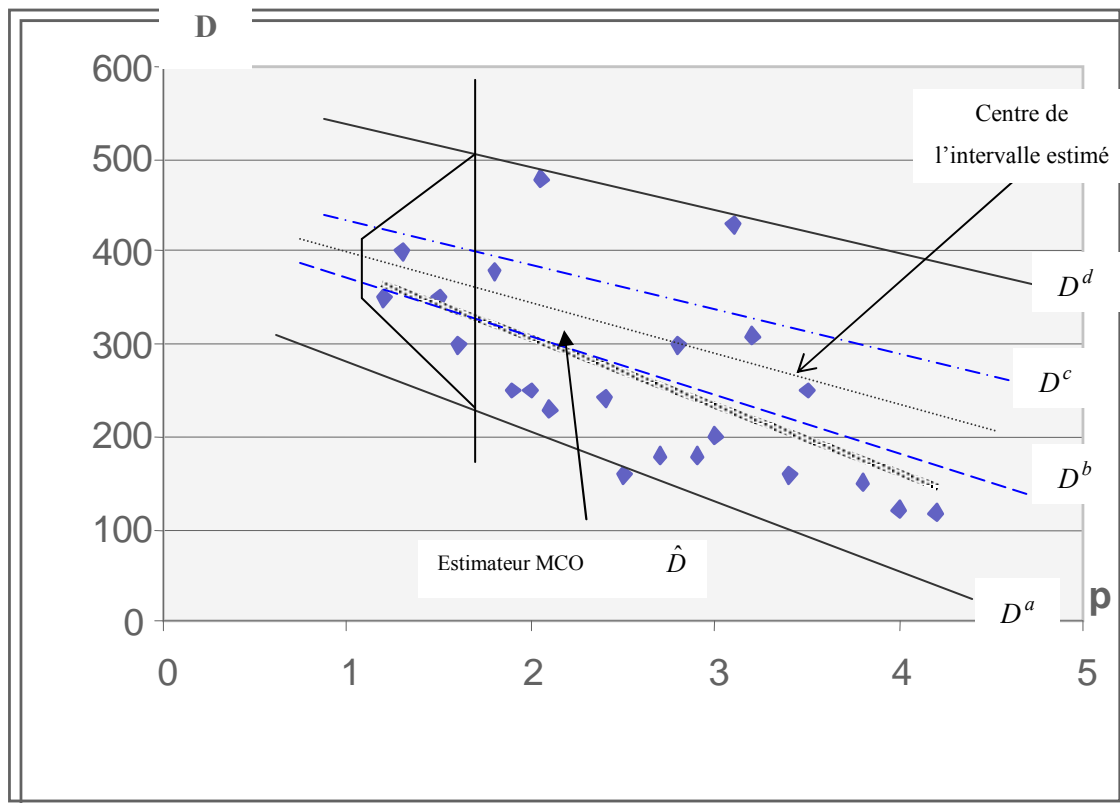
où  $\Delta$  et  $\lambda$  sont deux constantes strictement positives.

Quant au modèle flou, il est ici représenté par quatre fonctions de niveau linéaires, elles aussi ayant la même forme que le modèle économétrique donnée par [3.17].

La table3.2 présente le jeu de données retenues pour faire les estimations.

$p$	2	1,5	3	4	2,5	1,8	2,4	3,5	2,8	3.1	3,2
$D$	250	350	200	120	160	380	240	250	300	430	310
$p$	3,8	1,6	1,3	2,1	1,9	3,4	2,7	1,2	4,2	2.05	2,9
$D$	150	300	400	230	250	160	180	350	118	480	180

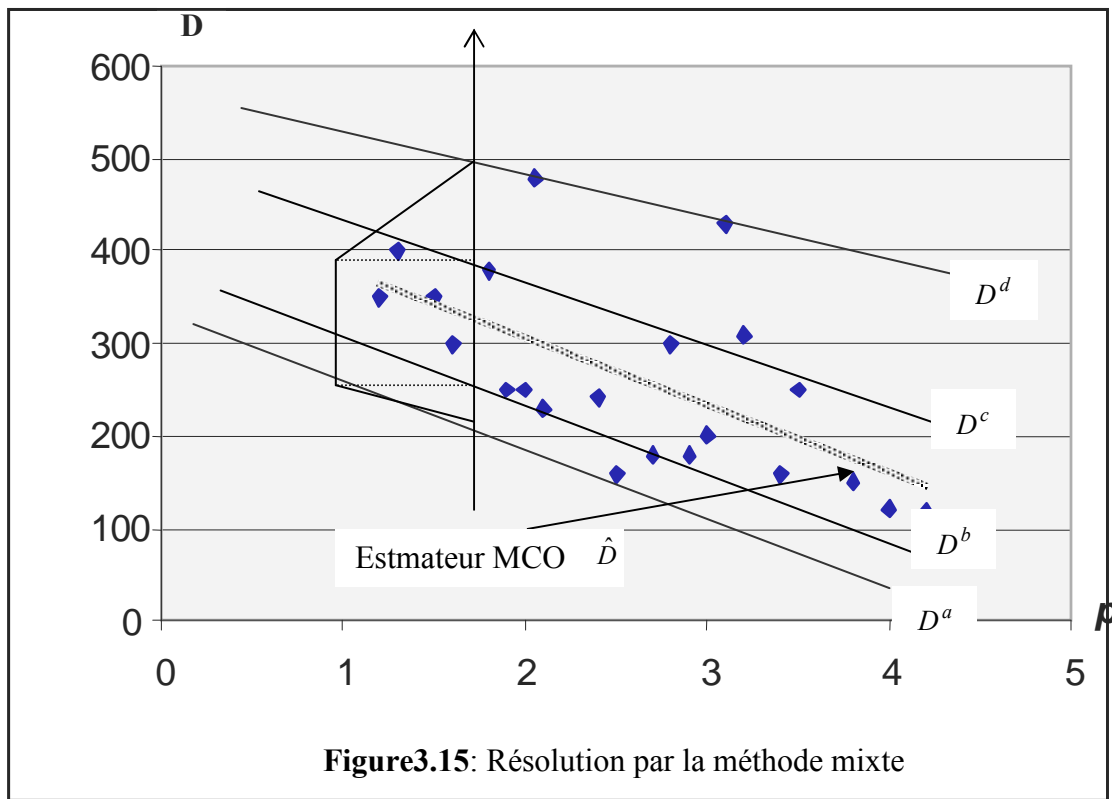
Table3.2 : Echantillon de données utilisées



**Figure3.14:** Résolution par la première méthode  
(Tanaka et *h-coupe*)

La figure 3.14 représente le nuage de points considéré, l'estimation par la méthode des moindres carrés ordinaires  $\hat{D}$ , les fonctions de niveaux extrêmes  $D^a$  et  $D^d$  ensuite les fonctions de niveau centrales  $D^b$  et  $D^c$  (qui peuvent aussi représenter les limites de l'intervalle obtenues par la méthode de Tanaka avec une coupe). La figure ci-dessous (figure 3.15), représente les trapèzes donnant les estimations de la demande obtenues par la méthode mixte.





## 8. CONCLUSION

Dans ce chapitre, un formalisme a été proposé pour représenter l'incertitude associée à la demande d'un marché de transport aérien. Celui-ci qui peut être interprété ici comme une extension des approches plus traditionnelles et il prendra toute sa valeur s'il peut aussi être utilisé dans le cadre de processus d'aide à la décision tels que : ouverture d'un marché, choix d'une stratégie concurrentielle, définition de l'offre sur un marché. C'est ce dernier point qui sera étudié dans le chapitre suivant.



## **CHAPITRE 4: DEFINITION DE L'OFFRE D'UN MONOPOLE : DE L'APPROCHE DETERMINISTE A L'APPROCHE FLOUE**

*Dans ce chapitre, considérant une compagnie aérienne en situation de monopole sur un marché donné, est mis au point un processus de définition de l'offre de celle-ci lorsque les prévisions de la demande dont elle dispose sont floues. L'analyse développée trouve son point de départ dans une approche classique déterministe.*

Afin de valider l'intérêt de la modélisation floue proposée au chapitre précédent, dans le cadre de la définition de l'offre d'une compagnie aérienne, est considéré un marché de transport aérien où une seule compagnie aérienne offre ses services. Elle est supposée adopter un tarif unique  $p$  choisi dans un intervalle  $[p_{\min}, p_{\max}]$  où  $p_{\min}$  et  $p_{\max}$  sont respectivement une limite inférieure et une limite supérieure pour le prix. Les valeurs de ces limites peuvent être fixées arbitrairement par la compagnie compte tenu de son expérience et des tarifs utilisés sur des marchés similaires. La fréquence des vols qu'elle propose est notée  $f$ . Compte tenu des caractéristiques du marché (distance entre origine et destination) et de la flotte (vitesse opérationnelle, disponibilité), la fréquence offerte appartient à  $F \subset \mathbb{N}^*$  où  $F$  est borné ( $\mathbb{N}^*$  étant l'ensemble des entiers naturels non nuls).

La flotte d'avions que la compagnie aérienne exploite sur ce marché est en outre supposée homogène de capacité unitaire  $K$ .

Une seule période de temps est considérée : le prix proposé est le même sur toute cette période, de même pour la fréquence qui est ramenée au nombre de vols offerts par unité de temps (cette unité de temps peut être le jour, la semaine ou le mois) composant cette période (le trimestre, ou même une saison IATA<sup>7</sup>). Dans un premier temps, une approche purement déterministe est détaillée, celle-ci servira alors de référence pour le développement d'une approche adoptée à la modélisation floue retenue.

## 1. APPROCHE DETERMINISTE

L'approche retenue ici suppose que la compagnie aérienne fixe son offre en optimisant son profit, qu'elle estime, a priori, à partir d'une expression déterministe. Cette expression du profit dépend du choix du modèle de la demande et du modèle des coûts adoptés par la compagnie et qui doivent donc être eux-mêmes déterministes.

---

<sup>7</sup> IATA : International Air Transport Association (créée en 1945)

été IATA : période allant du dernier dimanche de mars au dernier dimanche d'octobre.

Hiver IATA : complément de l'été dans l'année ordinaire.

## 1.1 MODELE DE DEMANDE

Lorsque la compagnie adopte pour estimer la demande, le modèle introduit au chapitre 2 où la demande est une fonction du tarif et de la fréquence et est donnée par :

$$D(p, f) = D_0 - \lambda(p - \varphi(f)) \quad [4.1]$$

où

$D_0$  et  $\lambda$  sont des constantes strictement positives.

$\varphi$  est une fonction croissante et concave de  $f$ , définie et continue sur  $[1, +\infty[$ .

Rappelons ici que ce modèle présente plusieurs caractéristiques importantes :

- Il tient compte simultanément de l'influence de la fréquence et du prix pour estimer la demande globale d'un marché.
- Il présente un caractère semi-analytique qui permet de développer l'étude des conditions d'équilibre du marché.
- Il est relativement simple et fait appel à trois paramètres ( $D_0$  la demande potentielle,  $p - \varphi(f)$  le coût généralisé du voyage et  $\lambda$  un taux qui dépend du niveau de richesse et de la valeur que les consommateurs attribuent au temps mesurant ainsi leur sensibilité au niveau du coût généralisé).

## 1.2 COUT ET MAXIMISATION DU PROFIT

### 1.2.1. Demande satisfaite, coût et profit

Si pour un niveau d'offre donné  $(p, f)$ , la demande est notée  $D(p, f)$  et la capacité totale offerte est de  $Kf$ , alors la demande satisfaite que l'on notera  $s(p, f)$  sera prise égale à :

$$s(p, f) = \min\{D(p, f), Kf\} \quad [4.2]$$

Le coût d'exploitation de la compagnie aérienne est formé par trois principales composantes (voir chapitre1) :

- un coût fixe.
- un coût dépendant directement de la fréquence des vols mis sur le marché.
- un coût dépendant directement du volume de demande satisfaite (coût du traitement des passagers, etc.)

Un modèle de coût résultant est alors le suivant :

$$C(p, f) = c_0 + c_f f + c_d .s(p, f) \quad [4.3]$$

On rappelle aussi que ce modèle possède plusieurs caractéristiques intéressantes :

- Il est linéaire par rapport à la fréquence et par rapport au nombre de passagers transportés.
- L'estimation des constantes de modèle peut être réalisée à partir de la connaissance des dépenses associées à l'opération (voir chapitre1).
- Le niveau d'offre sur la période antérieure pris comme référence pour la période de décision noté :  $(p_0, f_0)$  peut être pris en compte dans ce modèle en l'écrivant comme suit (une linéarisation autour de ce niveau de référence):

$$C(p, f) = c'_0 + c_f (f - f_0) + c_d (s(p, f) - s(p_0, f_0)) \quad [4.4]$$

où  $c'_0 = c_0 + c_f f_0 + c_d .s(p_0, f_0)$

La recette  $R$  de la compagnie, issue de la demande satisfaite s'écrit :

$$R(p, f) = p .s(p, f) \quad [4.5]$$

L'expression déterministe du profit est alors donnée par:

$$\pi(p, f) = (p - c_d) .s(p, f) - c_0 - c_f .f \quad [4.6]$$

### 1.2.2. Maximisation du profit

Comme on considère que le but de la compagnie opérant sur ce marché est la maximisation de son profit, elle essaiera de trouver le couple  $(p, f)$  qui réalise un profit maximum par la résolution du programme d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{p, f}{\text{Max}} \pi(p, f) = (p - c_d) \min\{D(p, f), K.f\} - c_0 - c_f . f \\ p \in [p_{\min}, p_{\max}] \\ f \in F \end{array} \right. \quad [4.7]$$

L'expression retenue pour le profit dépend à la fois de la fréquence et du prix proposés (l'une étant une variable discrète et l'autre une variable en principe continue). Il semble donc intéressant de découper le processus d'optimisation en deux étapes, chacune considérant l'une des deux variables. Comme le nombre d'options possibles pour la fréquence est limité (à  $F$ ), il semble judicieux de fixer d'abord la fréquence afin d'optimiser le prix qui s'y affère, puis de faire varier celle-ci de façon à trouver l'optimum global.

Remarquons que dans un contexte opérationnel, il sera toujours beaucoup plus difficile de modifier une fréquence qu'un tarif. Le processus d'optimisation adopté ici sera donc similaire à celui qu'adopte souvent la compagnie pour le résoudre dans les conditions opérationnelles d'un marché.

A la première étape, le nombre de vols  $f$  étant fixé, le profit que l'on note  $\pi_f$  est fonction seulement du tarif. Ainsi on aura dans premier temps affaire au programme suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{p}{\text{Max}} \pi_f = (p - c_d) \min\{D(p, f), K.f\} - c_0 - c_f . f \\ p \in [p_{\min}, p_{\max}] \end{array} \right. \quad [4.8]$$

Avant de chercher à résoudre ce programme, il paraît utile d'analyser chacun des cas associés à des expressions différentes de la demande satisfaite. Ceci pour but de maîtriser la contrainte de capacité présente de façon implicite dans la formulation de ces programmes.

En fait, on peut distinguer deux cas :

- Celui où l'offre dépasse la demande, dans ce cas, on a :  $s(p, f) = D(p, f)$ .
- Celui où la demande dépasse la capacité totale offerte, dans ce cas, on a :  $s(p, f) = Kf$ .

Dans le second cas, le programme de la compagnie s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{p}{\text{Max}} \pi_f = (p - c_d).Kf - c_0 - c_f.f \\ \text{tel que } p \text{ vérifiant } D(p, f) \geq Kf \\ \text{avec } p \in [p_{\min}, p_{\max}] \end{array} \right. \quad [4.9]$$

Or la demande, à une fréquence donnée, est une fonction décroissante du tarif. Quant au profit ici, il est strictement croissant avec  $p$ . Ainsi le monopole ne va pas accepter de fixer un tarif tel que  $D(p, f) > Kf$  puisque s'il propose un tarif plus élevé, la demande baissera mais son profit augmentera donc il choisira le tarif le plus élevé possible pour améliorer son profit. Il choisira donc le prix qui fera baisser la demande jusqu'à ce que l'égalité suivante soit obtenue :

$$D(p, f) = Kf . \quad [4.10]$$

Dans cette analyse, on suppose que  $p_{\min}$  et  $p_{\max}$  restent au-delà de cette valeur pour le prix quelle que soit la fréquence.

Les deux possibilités peuvent donc être regroupées sous une seule contrainte, ce qui revient à ne considérer que le cas où :

$$\min\{D(p, f), Kf\} = D(p, f). \quad [4.11]$$

Le programme de maximisation de la compagnie se réduit donc, pour  $f$  donné, à:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{p}{\text{Max}} \pi_f = (p - c_d) \cdot D(p, f) - c_0 - c_f \cdot f \\ \text{avec } p \in [p_{\min}, p_{\max}] \end{array} \right. \quad [4.12]$$

La résolution de ce problème peut se faire en se servant des outils d'optimisation classiques (l'expression du profit étant infiniment dérivable par rapport à  $p$ ) tels que le Lagrangien ([Ciarlet, 1990], [Polak, 1997], etc.). La condition de Lagrange de premier ordre associée à ce programme est alors:

$$\partial \pi_f / \partial p = D_0 + \lambda c_d - 2\lambda p + \lambda \varphi(f) = 0 \quad [4.13]$$

La condition de second ordre (la stricte concavité de  $\pi_f$ ) est alors donnée par :

$$\partial^2 \pi_f / \partial p^2 < 0 \quad [4.14]$$

Or cette dernière condition est toujours vérifiée car  $\partial^2 \pi_f / \partial p^2 = -2\lambda$  (où  $\lambda$  est strictement positif dans le modèle adopté pour la demande).

D'après ces deux conditions, pour toute fréquence  $f$  dans  $F$ , il existe un prix  $p_f^*$  qui maximise le profit  $\pi_f$ . Le profit optimal pourra alors être noté :  $\pi_f^*$  tel que :

$$\pi_f^* = \pi(p_f^*, f) \quad [4.15]$$



Pour le modèle considéré, la valeur de  $p_f^*$  se calcule en fonction des paramètres du problème et d'après l'équation [4.13]:

$$p_f^* = c_d / 2 + D_0 / (2\lambda) + \varphi(f) / 2 \quad [4.16]$$

Cette expression supposée positive sera injectée dans la fonction du profit et on obtient  $\pi_f^*$  en fonction de  $f$ :

$$\pi_f^* = (D_0 + \lambda\varphi(f) - \lambda c_d)^2 / 4\lambda - c_f f - c_0 \quad [4.17]$$

La fréquence  $f^*$  que choisira la compagnie est celle qui maximise cette expression de profit tout en respectant la contrainte de capacité totale ( $D(p, f) \leq Kf$ ):

$$f^* = \arg \max_{\substack{f \in F / \\ D(p_f, f) \leq Kf}} \{\pi_f^*, f \in F\} \quad [4.18]$$

Comme  $F$  est un ensemble fini alors  $f^*$  existe. Une fois qu'une telle fréquence est fixée alors le prix optimal est donné par :

$$p^* = p_{f^*} = c_d / 2 + D_0 / (2\lambda) + \varphi(f^*) / 2 \quad [4.19]$$

et le profit attendu par la compagnie est donné par :

$$\pi^* = \pi(p^*, f^*) = (D_0 + \lambda\varphi(f^*) - \lambda c_d)^2 / 4\lambda - c_f f^* - c_0 \quad [4.20]$$

Cette approche donne une solution exacte au problème mathématique posé (le programme [4-7]) dans le cadre des hypothèses retenues ci-dessus pour le marché et une valeur déterministe pour le profit attendu de la compagnie aérienne opérant en monopole sur le marché considéré. Mais dans le cadre d'une approche plus réaliste, la demande ne peut être

estimée d'une façon aussi précise puisqu'un grand nombre de facteurs qualitatifs entrent en jeu et lui donnent un caractère souvent très incertain. Cette incertitude peut être exprimée par un modèle faisant appel aux techniques de la logique floue (voir chapitre3). Par contre, on peut considérer que les coûts opérationnels présentent un caractère beaucoup plus déterministe et ne nécessitent pas de faire appel à ce type de technique.

## 2. APPROCHE FLOUE

Il s'agit ici de proposer une méthode de prise de décision visant l'optimisation du profit d'une compagnie aérienne lorsque l'estimation dont elle dispose pour la demande provient d'un modèle flou.

### 2.1 UN MODELE FLOU POUR LA DEMANDE

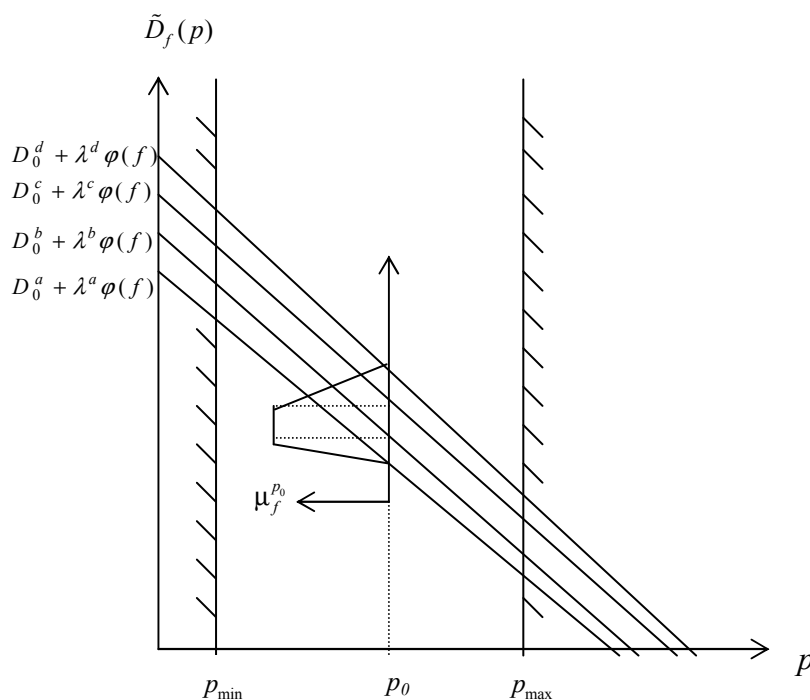
On adopte ici le modèle flou de la demande introduit dans le chapitre 3. Ce modèle associe à tout couple  $(p, f)$  une valeur floue de la demande  $\tilde{D}(p, f)$  de forme trapézoïdale.

Ainsi la demande  $\tilde{D}$  est définie par quatre niveaux. Ces fonctions de niveaux sont notées  $D^a$ ,  $D^b$ ,  $D^c$  et  $D^d$ , elles sont supposées avoir la même forme que celle de la demande déterministe, ainsi, on a :

$$\text{Pour tout } k \in \{a, b, c, d\}, D^k(p, f) = D_0^k - \lambda^k (p - \varphi(f)) \quad [4.21]$$

Avec les constantes  $D_0^k$  et  $\lambda^k$  sont strictement positives pour les  $k \in \{a, b, c, d\}$  et vérifiant les propriétés suivantes introduites dans le chapitre3 :

- la suite de réels  $(\frac{D_0^k}{\lambda^k})_{k \in \{a, b, c, d\}}$  est croissante le long de  $\{a, b, c, d\}$ .
- Pour toute fréquence  $f$ , la suite numérique  $(D_0^k + \lambda^k \varphi(f))_{k \in \{a, b, c, d\}}$  est supposée, elle aussi, croissante le long de  $\{a, b, c, d\}$ .



**Figure 4.1:** Fonction floue de la demande pour une fréquence  $f$  donnée (courbes de niveau linéaires en  $p$ )

## 2.2 DEMANDE SATISFAITE FLOUE

La demande satisfaite par la compagnie pour une fréquence proposée  $f$  et pour un tarif  $p$  est donnée par l'estimation floue suivante :

$$\tilde{s}^{p,f} = \tilde{s}(p, f) = \tilde{\text{min}}(\tilde{D}(p, f), Kf) \quad [4.22]$$

où  $\tilde{\text{min}}$  est un opérateur flou qui sert à prendre le minimum au sens flou entre les quantités entre parenthèses. Ici il prend toutes les possibilités de la demande qui sont plus petites que la capacité offerte  $Kf$  (ce qui correspond à une troncature de l'ensemble des possibilités de la demande).

Pour un niveau d'offre donné  $(p, f)$ , cette demande satisfaite est, à son tour un nombre flou déduit de l'estimation de la demande  $\tilde{D}(p, f)$  pour le même niveau d'offre. Plusieurs

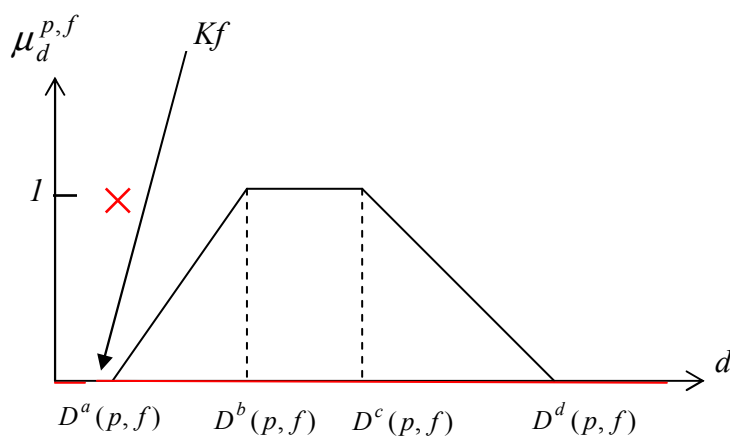
configurations peuvent avoir lieu, dépendant des courbes de niveau définissant la demande, du niveau de l'offre ( $p, f$ ) et de la capacité  $K$  des avions. La fonction d'appartenance de  $\tilde{s}^{p,f}$  est notée  $\mu_s^{p,f}$ . Elle est définie à partir de celle de  $\tilde{D}(p, f)$  comme suit :

$$\mu_s^{p,f}(s) = \begin{cases} \mu_{D_f}^p(s) & \text{si } s \leq Kf, \\ \max_{d \geq Kf} \mu_{D_f}^p(d) & \text{si } s = Kf \\ 0 & \text{si } s > Kf \end{cases} \quad [4.23]$$

La forme de cette fonction d'appartenance dépend de la position de  $Kf$  par rapport aux courbes de niveaux définissant la demande. Dans le cas d'une forme trapézoïdale pour la fonction d'appartenance de la demande floue, on doit distinguer cinq situations :

- 1<sup>er</sup> cas :  $Kf \leq D^a(p, f)$  :

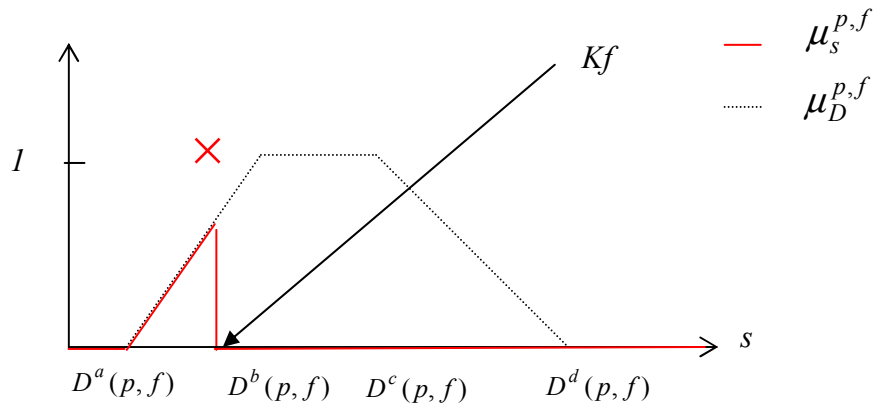
Dans ce cas de figure, la demande satisfaite est exactement égale à la capacité offerte et elle n'est pas floue.



**Figure4.2:** 1<sup>er</sup> cas de figure pour la demande satisfaite

- 2<sup>nd</sup> cas :  $D^a(p, f) \leq Kf \leq D^b(p, f)$

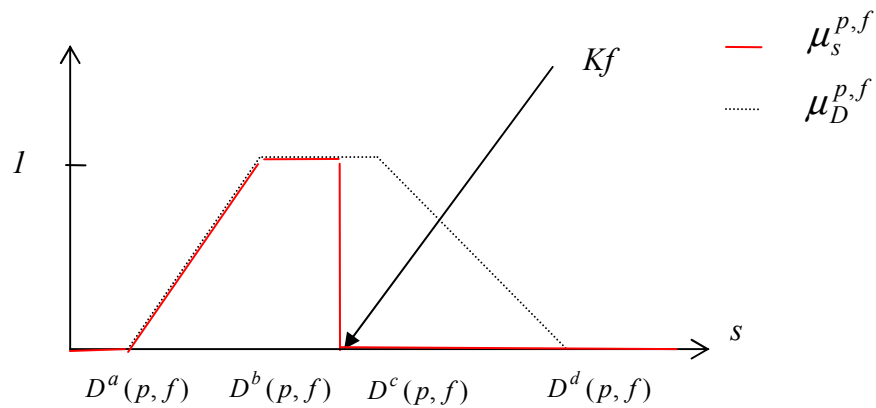
Ici la fonction d'appartenance de  $\tilde{s}$  est discontinue (sauf quand  $Kf = D^b(p, f)$ ).



**Figure4.3:** 2<sup>ème</sup> cas de figure pour la demande satisfaite

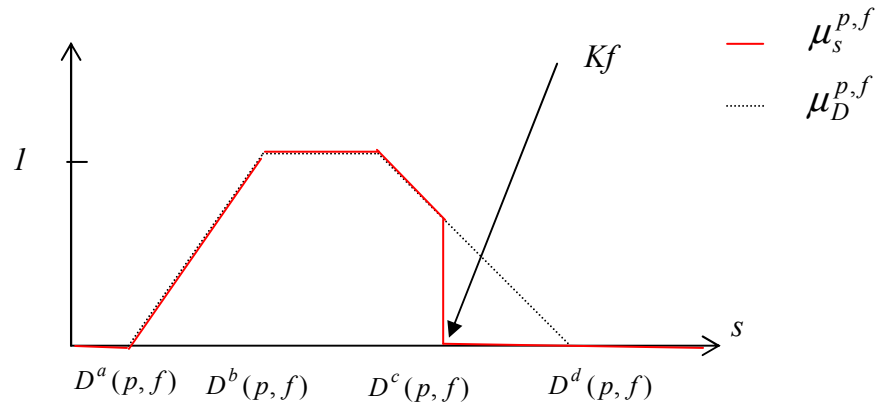
- 3<sup>ème</sup> cas :  $D^b(p, f) \leq Kf \leq D^c(p, f)$

La fonction d'appartenance de  $\tilde{s}$  est représentée par un trapèze rectangle:



**Figure4.4:** 3<sup>ème</sup> cas de figure pour la demande satisfaite

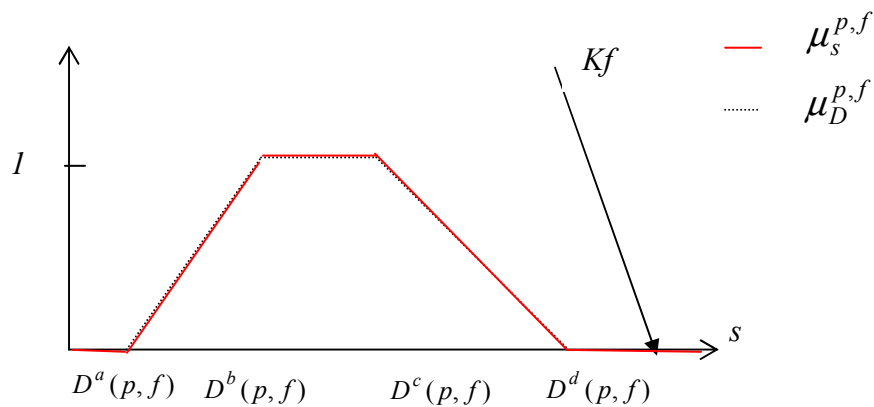
- 4<sup>ème</sup> cas :  $D^c(p, f) \leq Kf \leq D^d(p, f)$



**Figure4.5:** 4<sup>ème</sup> cas de figure pour la demande satisfaite

- 5<sup>ème</sup> cas :  $Kf > D^d(p, f)$

Ici la capacité totale offerte dépasse la limite supérieure des estimations de la demande. Ainsi la demande satisfaite est exactement égale à la demande estimée donc la fonction d'appartenance de  $\tilde{s}$  est confondue avec celle de  $\tilde{D}$ .



**Figure4.6:** 5<sup>ème</sup> cas de figure pour la demande satisfaite

Dans tous les cas, la demande satisfaite  $\tilde{s}$  est convexe<sup>8</sup> sur l'intérieur de son support.

### 2.3 PROFIT FLOU

La structure de la fonction de coût est supposée connue d'une façon précise par la compagnie aérienne. Ici on adopte la structure de la fonction coût considérée dans le cas déterministe :

$$\tilde{C}(p, f) = c_0 + c_f f + c_d \cdot \tilde{s}(p, f) \quad [4.24]$$

On peut définir une recette floue que le monopole associera à un tarif et une fréquence donnés:

$$\tilde{R}(p, f) = p \tilde{s}(p, f) \quad [4.25]$$

Ainsi le caractère flou de la demande se propage au profit. L'expression du profit flou est alors la suivante :

$$\tilde{\pi}(p, f) = (p - c_d) \tilde{s}^{p, f} - c_0 - c_f \cdot f \quad [4.26]$$

Pour une offre donnée, la fonction d'appartenance du profit flou s'obtient facilement à partir de celle de la demande satisfaite :

$$\mu_{\tilde{\pi}}^{p, f}(\pi) = \mu_{\tilde{s}}^{p, f}[(\pi + c_0 + c_f f) / (p - c_d)] \quad [4.27]$$

Cette fonction d'appartenance a la même forme que celle de la demande satisfaite, il s'agit seulement de faire subir au support une homothétie de coefficient  $(p - c_d)$  puis une translation de valeur  $(c_0 + c_f f)$  (voir figure 4.7).

---

<sup>8</sup> Voir définition de nombre flou convexe dans l'annexe A.

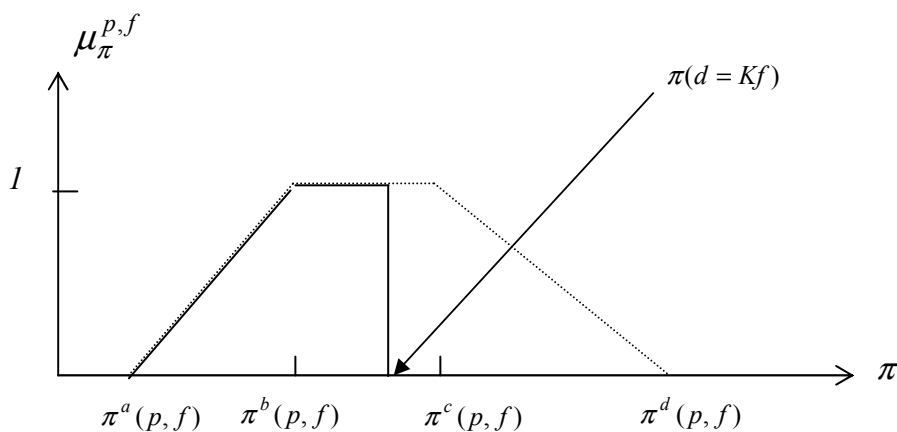
Pour tout niveau de demande  $d$ , correspond une valeur possible du profit :  $\pi(d)$  qui a le même degré d'appartenance que  $d$  si  $d \leq Kf$ .

On note ici  $\pi^{d=Kf}$  le profit déterministe associé à une demande égale à l'offre :

$$\pi^{d=Kf}(p, f) = (p - c_d)Kf - c_0 - c_f f \quad [4.28]$$

Les valeurs indicatives du profit correspondant aux fonctions de niveaux  $D^k$  sont notées  $\pi^k$ , où :

$$\pi^k(p, f) = (p - c_d)D^k(p, f) - c_0 - c_f f \quad [4.29]$$



**Figure4.7:** Un exemple de fonction d'appartenance du profit

## 2.4 PROCESSUS FLOU DE DECISION

L'objectif est supposé toujours de maximiser le profit. Or celui-ci est donné dans cette approche par une expression floue. Un processus flou de décision est indispensable afin d'effectuer cette optimisation.



### 2.4.1. Formulation du problème

Comme dans le cas de la fonction de demande déterministe et pour les mêmes raisons, ici aussi, on propose de réaliser l'optimisation en deux phases : la première consiste à choisir le niveau de la fréquence et la deuxième celui du tarif.

On suppose donc que dans un premier temps la fréquence  $f$  est fixée et que l'optimisation du profit  $\tilde{\pi}_f$  se fait par rapport au prix  $p$ .

$$\tilde{\pi}_f(p) = (p - c_d) \cdot \tilde{s}^{p \cdot f} - c_0 - c_f \cdot f \quad [4.30]$$

Si  $Kf \leq D^a(p, f)$  alors la demande satisfaite est un nombre déterministe égal à la capacité offerte et  $\tilde{\pi}_f$  est un nombre réel égal à :

$$\pi_f(p) = (p - c_d)Kf - c_0 - c_f \cdot f \quad [4.31]$$

On retrouve un cas analogue au cas déterministe [4.9]. Par un même raisonnement, on arrive au résultat que la compagnie, dans de telles conditions, aurait intérêt à hausser son tarif jusqu'à la valeur supérieure qui lui est permise (puisque le profit croît strictement en fonction de celui-ci). Donc, dans la suite de ce chapitre, on ne considère plus que les cas où :

$$D^a(p, f) < Kf. \quad [4.32]$$

Les cas où le degré d'appartenance de la demande est nul étant écartés, le programme de la compagnie peut être alors écrit sous la forme d'un problème de programmation floue :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{p}{\text{M}\tilde{\text{a}}\text{x}} \quad (p - c_d)\tilde{D}_f(p) - c_0 - c_f \cdot f \quad [4.33.a] \\ \text{st} \quad \tilde{D}_f(p) \lesseqgtr Kf \quad (\mathfrak{S}_f) \quad [4.33.b] \\ p_{\min} \leq p \leq p_{\max} \end{array} \right.$$

### 2.4.2. Approche de résolution proposée

Les principales formulations floues de problèmes de programmation floue trouvées, dans la littérature ([Bellman et Zadeh, 1970], [Rommelfanger, 1996], [Zimmermann, 1991], etc. ), mettent en oeuvre des contraintes flexibles (les seuils des contraintes sont supposés être flous) et fixent des seuils flous à atteindre par chaque fonction objectif. Bellman et Zadeh ont été les premiers à traiter ce genre de problème, ils associent à chaque contrainte et à chaque fonction objectif un ensemble flou sur lequel est définie une fonction d'appartenance donnant le degré de satisfaction de la contrainte en chacun des éléments de cet ensemble (voir Annexe C). Ensuite la solution du problème est donnée par l'intersection de tous ces ensembles flous (la définition de cette intersection est donnée dans l'annexe A). Lorsque les fonctions à optimiser et les contraintes sont linéaires, Zimmermann transforme le problème dit dans un tel cas 'problème de programmation linéaire floue' en un problème de programmation linéaire classique (voir Annexe C).

La formulation du problème [4.33] est différente. La maximisation s'y fait par rapport à une seule variable (le prix), la fonction objectif est floue et définie par des niveaux linéaires, de même que pour le premier membre de l'inégalité [4.33.b], alors qu'aucune valeur espérée pour le profit n'est imposée.

L'expression  $(\mathfrak{S}_f)$ , [4.33.b], représente une inégalité floue : à tout niveau du tarif  $p$ , est associé un degré de satisfaction  $\mu_{\mathfrak{S}_f}(p)$ . Le seuil de la contrainte floue  $\mathfrak{S}_f$  correspond à la capacité totale offerte = ' $K_f$ ' qui elle est déterministe. Une fonction de satisfaction  $\mu_{\mathfrak{S}_f} : [p_{\min}, p_{\max}] \rightarrow [0,1]$  est associée à cette contrainte, à tout tarif  $p$ , celle-ci attribue un degré de satisfaction  $\mu_{\mathfrak{S}_f}(p)$ . Le seuil déterministe (la capacité totale offerte) conduit à tronquer le support du premier membre de l'inégalité : si le résultat est vide, l'inégalité n'est pas du tout satisfaite, si la troncature n'a aucun effet, l'inégalité est entièrement satisfaite et sinon, elle est partiellement satisfaite.

Dans le cas du modèle flou retenu pour la demande, on peut alors introduire les tarifs :  $p_f^a$ ,  $p_f^b$ ,  $p_f^c$  et  $p_f^d$  définis comme solutions des équations:

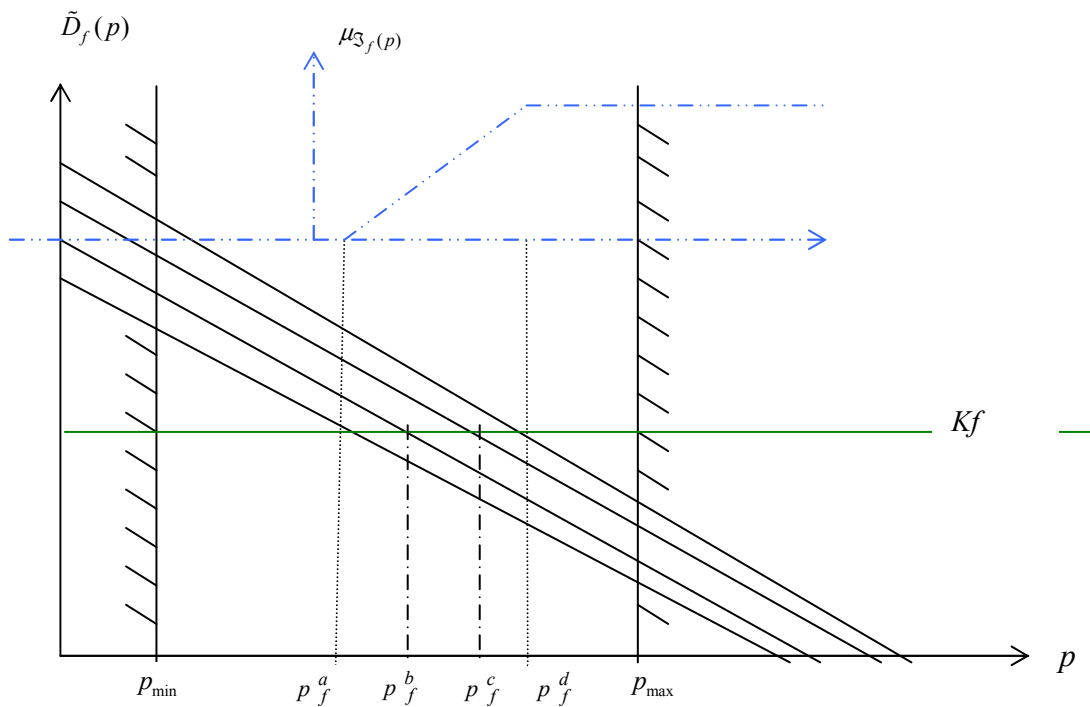
$$D_f^k(p_f^k) = Kf \quad k \in \{a, b, c, d\} \text{ (voir figure 4.10)} \quad [4.34]$$

On suppose que l'on a dans les quatre cas  $p_f^k$  dans  $[p_{\min}, p_{\max}]$ .

Remarquons que si la solution existe, elle est unique compte tenu de la linéarité des fonctions  $D_f^k$ .

On peut alors calculer le degré de satisfaction de la contrainte  $\mathfrak{S}_f$  (voir figure 4.8):

$$\begin{cases} \text{si } p \leq p_f^a \text{ alors } \mu_{\mathfrak{S}_f}(p) = 0 \\ \text{si } p_f^a < p < p_f^d \text{ alors } \mu_{\mathfrak{S}_f}(p) = (p - p_f^a) / (p_f^d - p_f^a) \\ \text{si } p \geq p_f^d \text{ alors } \mu_{\mathfrak{S}_f}(p) = 1 \end{cases} \quad [4.35]$$



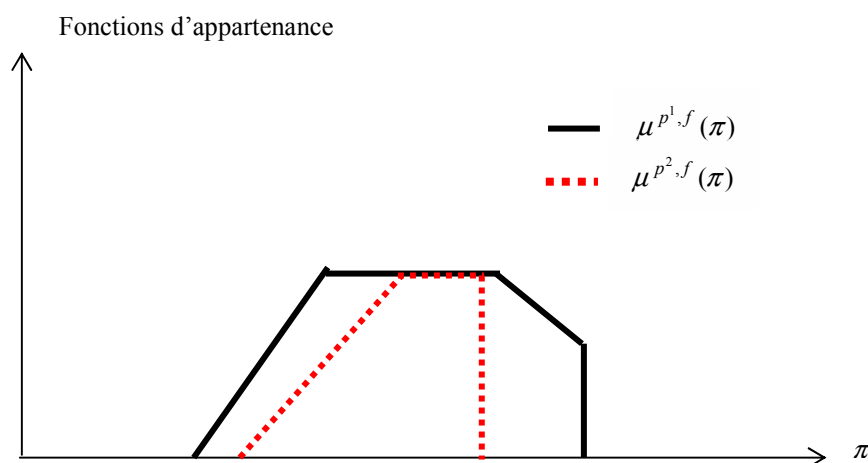
**Figure 4.8:** Demande floue linéaire et degré de satisfaction de l'inégalité  $\mathfrak{S}$  pour une fréquence  $f$  donnée

Afin de déterminer un niveau d'offre  $(p, f)$  qui corresponde à un maximum, au sens flou, du profit de la compagnie, il faut comparer des profits flous entre eux.

Il est difficile de comparer des sous-ensembles flous :

- Quand les supports (qui sont ici des intervalles) sont disjoints, un ordre naturel existe, le nombre qui a le support formé par les valeurs les plus grandes est nécessairement le plus grand.
- Quand les intervalles représentant les supports se chevauchent, la comparaison d'ordre devient plus complexe et elle peut faire appel à des opinions d'experts du domaine d'application considéré (voir figure 4.11).

L'opérateur  $M\tilde{a}x$  permet de comparer des niveaux flous pour le profit. Cette comparaison peut être réalisée de différentes manières. De nombreux travaux ([Detyniecki, *et al.* 1999], [Dubois et Prade, 1987], [Fortemps, 1997] etc.) proposent des méthodes de comparaison des nombres flous. La plupart de ces méthodes sont basées sur un principe commun : celui-ci consiste à associer à chaque nombre flou un réel déterministe (défuzzyfication) et ensuite à ramener la comparaison de ces nombres à celle des nombres réels qui leur sont associés.



**Figure 4.9** : Exemple de deux profits flous à comparer

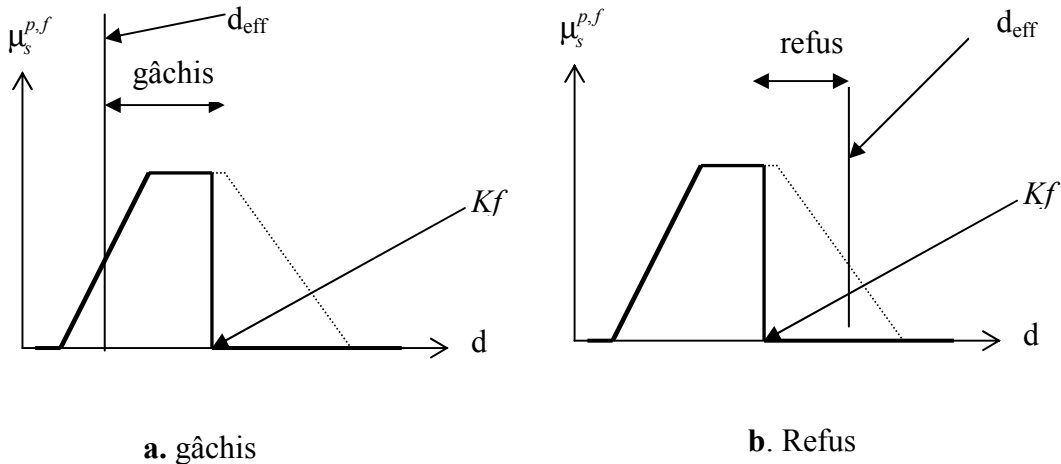
Ici on choisit l'une des défuzzyfications des plus simples et qui est très souvent citée qui consiste à faire correspondre à chaque nombre flou le barycentre des possibilités qui le

forment et qui sont pondérées par leur degré d'appartenance. Notons  $\pi_f^e(p)$  la défuzzification de  $\tilde{\pi}_f(p)$  obtenue de cette façon. On a donc :

$$\pi_f^e(p) = \frac{\int_{\pi^a(p,f)}^{\min\{\pi^{d=Kf}(p,f), \pi^d(p,f)\}} \pi \mu^{p,f}(\pi) d\pi}{\int_{\pi^a(p,f)}^{\min\{\pi^{d=Kf}(p,f), \pi^d(p,f)\}} \mu^{p,f}(\pi) d\pi} \quad \text{si } \mu_{\mathcal{S}_f}(p) \neq 0 \quad [4.36]$$

Pour les couples  $(p,f)$  tels que  $\mu_{\mathcal{S}_f}(p) = 0$ , on suppose que  $\pi_f^e(p)$  est nul afin que de telles possibilités ne soient pas considérées (expression [4.32]). Ceci évitera d'agrandir inutilement l'ensemble des profits flous à comparer. Ainsi la compagnie choisira nécessairement  $p \in [p_{\min}, p_{\max}]$  tel que  $p > p_f^a$ . En plus de satisfaire à ces conditions, elle peut adopter une stratégie relativement au respect de la contrainte de capacité afin d'éviter de courir des risques tels que:

- le risque de gâchis : c'est le risque d'avoir des sièges offerts qui volent vides ; autrement dit : offrir une capacité qui dépasse la demande effective réalisée. Cette dernière sera notée :  $d^{eff}$  ( $d^{eff} < Kf$ ).
- le risque de refus : ceci peut arriver quand la capacité offerte est inférieure à la demande, ce qui entraîne un refus de la demande ( $d^{eff} > Kf$ ).



**Figure4.10:** Représentation de situations différentes de risque

Le décideur peut avoir une préférence pour l'un de ces risques par rapport à l'autre. Par exemple la stratégie de la compagnie peut privilégier la satisfaction de la clientèle et éviter à tout prix le refus de la demande (le refus). Elle peut être d'un autre côté la maximisation du taux de remplissage et donc de minimiser les sièges vacants en vol (le gâchis).

Ainsi le décideur peut introduire un poids dans son processus de défuzzyfication afin d'exprimer ses préférences pour l'un de ces risques.

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi^e(p, f) = \mu_{\mathfrak{S}}(p, f)^q \frac{\int_{\pi^a(p, f)}^{\min(\pi^{d=Kf}(p, f), \pi^d(p, f))} \pi \mu^{p, f}(\pi) d\pi}{\int_{\pi^a(p, f)}^{\min(\pi^{d=KF}(p, f), \pi^d(p, f))} \mu^{p, f}(\pi) d\pi} \quad \text{si } \mu_{\mathfrak{S}}(p, f) \neq 0 \\ \pi^e(p, f) = 0 \quad \text{si } \mu_{\mathfrak{S}}(p, f) = 0 \end{array} \right. \quad [4.37]$$

$q$  est un nombre réel positif

- $q > 0$  : le but est d'éviter le gâchis
- $q < 0$  : le but est d'éviter le refus
- $q = 0$  indifférence entre les deux risques

### 2.4.3. Calcul détaillé du profit défuzzyfié pour une fréquence donnée

Dans tous les cas de figures de la fonction d'appartenance du profit, le calcul du barycentre du profit flou peut se faire en subdivisant le support en parties élémentaires pour lesquelles, le barycentre se calcule plus facilement. On peut considérer que la fonction d'appartenance du profit (qui est linéaire par morceaux) se compose au plus de trois parties :

La première (partie 1) est formée par les valeurs du support correspondant au scénario pessimiste, la deuxième (partie 2) est formée par l'ensemble des valeurs réalistes (degré d'appartenance égal à 1) et la dernière (partie 3) est constituée des valeurs les plus élevées où la fonction d'appartenance est linéaire et décroissante.

Ainsi à chaque partie  $k$  ( $k \in \{1,2,3\}$ ) du support de la fonction d'appartenance du profit, on associe son barycentre  $x_k$  et sa surface  $S_k = \int_{\pi \in \text{partie}_k} \mu_{\pi}(\pi) d\pi$ . Le profit défuzzyfié s'écrit alors :

$$\pi_f^e(p) = \frac{\sum_{k=1}^3 S_k x_k}{S} \quad \text{avec} \quad S = \sum_{k=1}^3 S_k . \quad [4.38]$$

De façon détaillée, on peut obtenir la fonction d'appartenance de  $\tilde{\pi}_f(p)$  pour chaque intervalle :

→ Si  $p \leq p_f^a$  on se trouve dans le 1<sup>er</sup> cas de configuration pour la demande satisfaite (figure4.2) et

$$\pi_f^e(p) = 0 \quad (\text{puisque } \mu_{\mathfrak{S}_f}(p) = 0) \quad [4.39]$$

→ Si  $p_f^a < p \leq p_f^b$  la demande satisfaite a la forme donnée par le 2<sup>ème</sup> cas (figure4.3) :

Dans ce cas, on a une seule partie à considérer: la première.

La fonction d'appartenance est réduite à la forme suivante :

$$\mu^{p,f}(\pi) = \begin{cases} \frac{\pi - \pi^a(p,f)}{\pi^b(p,f) - \pi^a(p,f)} & \text{si } \pi^a(p,f) < \pi < \pi^{d=Kf}(p,f) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad [4.40]$$

on a ici :

$$\pi_f^e(p) = \frac{\int_{\pi^a(p,f)}^{\pi^{d=Kf}(p,f)} \pi \mu^{p,f}(\pi) d\pi}{\int_{\pi^a(p,f)}^{\pi^{d=Kf}(p,f)} \mu^{p,f}(\pi) d\pi} = \frac{1}{3} [2\pi_f^{d=Kf}(p) + \pi_f^a(p)] \quad [4.41]$$

→ Si  $p_f^b < p \leq p_f^c$  alors on se trouve dans le 3<sup>ème</sup> cas pour la configuration de la demande satisfaite (figure4.4) et

$$\mu^{p,f}(\pi) = \begin{cases} \frac{\pi - \pi^a(p,f)}{\pi^b(p,f) - \pi^a(p,f)} & \text{si } \pi^a(p,f) < \pi < \pi^b(p,f) \\ 1 & \text{si } \pi^b(p,f) < \pi < \pi^{d=Kf}(p,f) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad [4.42]$$

On a ici deux parties à considérer : une triangulaire et une rectangulaire.

$$\begin{aligned} \pi_f^e(p) &= \frac{\int_{\pi^a(p,f)}^{\pi^{d=Kf}(p,f)} \pi \mu^{p,f}(\pi) d\pi}{\int_{\pi^a(p,f)}^{\pi^{d=Kf}(p,f)} \mu^{p,f}(\pi) d\pi} \\ &= \frac{1}{3} \left[ \frac{3(\pi_f^{d=Kf}(p))^2 - [(\pi_f^a(p))^2 + (\pi_f^b(p))^2 + \pi_f^a(p)\pi_f^b(p)]}{2\pi_f^{d=Kf}(p) - (\pi_f^a(p) + \pi_f^b(p))} \right] \end{aligned} \quad [4.43]$$

On remarque que la fonction  $\pi_f^e$  est continue en  $p_f^b$ . En effet :

$$\lim_{\substack{p \rightarrow p_f^b \\ p > p_f^b}} \pi_f^e(p) = \lim_{\substack{p \rightarrow p_f^b \\ p < p_f^b}} \pi_f^e(p) = \pi_f^e(p_f^b) \quad [4.44]$$

→ Si  $p_f^c < p \leq p_f^d$  alors c'est le 4<sup>ème</sup> cas décrivant la demande satisfaite (figure4.5) et on a :



$$\mu^{p,f}(\pi) = \begin{cases} \frac{\pi - \pi^a(p, f)}{\pi^b(p, f) - \pi^a(p, f)} & \text{si } \pi^a(p, f) < \pi < \pi^b(p, f) \\ 1 & \text{si } \pi^b(p, f) < \pi < \pi^c(p, f) \\ \frac{\pi^d(p, f) - \pi}{\pi^d(p, f) - \pi^c(p, f)} & \text{si } \pi^c(p, f) < \pi < \pi^{d=Kf}(p, f) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad [4.45]$$

$$\pi_f^e(p) = \frac{\int_{\pi^a(p, f)}^{\pi^{d=Kf}(p, f)} \pi \mu^{p, f}(\pi) d\pi}{\int_{\pi^a(p, f)}^{\pi^{d=Kf}(p, f)} \mu^{p, f}(\pi) d\pi} = \quad [4.46]$$

$$\left[ \frac{\frac{1}{2}(\pi_f^c(p))^2 - \frac{1}{6}[(\pi_f^a(p))^2 + (\pi_f^b(p))^2 + \pi_f^a(p)\pi_f^b(p)] + \frac{(\pi_f^d(p)/2)[(\pi_f^{d=Kf}(p))^2 - (\pi_f^c(p))^2] - [\pi_f^{d=Kf}(p)]^3 - (\pi_f^c(p))^3}{3}}{\pi_f^d(p) - \pi_f^c(p)}}{\pi_f^c(p) - \frac{1}{2}(\pi_f^a(p) + \pi_f^b(p)) + \frac{1}{2} \frac{(\pi_f^{Kf}(p))^2 - (\pi_f^c(p))^2}{\pi_f^d(p) - \pi_f^c(p)}} \right]$$

ici aussi, on remarque que  $\pi_f^e$  est continue en  $p_f^c$ .

→ si  $p \geq p_f^d$  alors la capacité totale offerte dépasse toutes les possibilités de demande qui pourront toutes être satisfaites (5<sup>ème</sup> cas, figure4.6)

$$\mu^{p,f}(\pi) = \begin{cases} \frac{\pi - \pi^a(p, f)}{\pi^b(p, f) - \pi^a(p, f)} & \text{si } \pi^a(p, f) < \pi < \pi^b(p, f) \\ 1 & \text{si } \pi^b(p, f) < \pi < \pi^c(p, f) \\ \frac{\pi^d(p, f) - \pi}{\pi^d(p, f) - \pi^c(p, f)} & \text{si } \pi^c(p, f) < \pi < \pi^d(p, f) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad [4.47]$$

$$\pi_f^e(p) = \frac{\int_{\pi^a(p,f)}^{\pi^{d=Kf}(p,f)} \pi \mu^{p,f}(\pi) d\pi}{\int_{\pi^a(p,f)}^{\pi^{d=KF}(p,f)} \mu^{p,f}(\pi) d\pi} = \left[ \frac{\frac{1}{2}(\pi_f^c(p))^2 - \frac{1}{6}[(\pi_f^a(p))^2 + (\pi_f^b(p))^2 + \pi_f^a(p)\pi_f^b(p)] + \frac{1}{6}[(\pi_f^d(p) - \pi_f^c(p))(\pi_f^d(p) + 2\pi_f^c(p))]}{\frac{1}{2}[\pi_f^d(p) + \pi_f^c(p) - \pi_f^a(p) - \pi_f^b(p)]} \right] \quad [4.48]$$

et il est à noter que  $\pi_f^e$  est continue aussi en  $p_f^d$ .

Un poids  $t_k$  ( $0 \leq t_k \leq 1$ ,  $\sum_{k=1}^3 t_k = 1$ ) peut être associé à chaque partie  $k$  afin de privilégier un point de vue sur un autre. Par exemple si les conditions d'opération sont optimistes alors  $t_3$  sera choisi très élevé par rapport aux autres poids qui peuvent même être annulés (auquel cas le tarif sera cherché dans  $[p_{\min}, p_{\max}]$  tel que  $p > p_f^b$ ).

$$\pi_f^e(p) = \frac{\sum_{k=1}^3 t_k S_k x_k}{\sum_{k=1}^3 S_k} \quad [4.49]$$

#### 2.4.4. Détermination de la solution globale en prix et fréquence

A une fréquence donnée  $f \in F$ , la compagnie aérienne associe le tarif  $p_f^*$  qui maximise, au sens défini en 2.4.3 son profit flou. Ce niveau de profit sera noté  $\pi_f^{e*}$ .

Compte tenu des propriétés de continuité aux points  $p_f^a$ ,  $p_f^b$ ,  $p_f^c$  et  $p_f^d$ , l'expression du profit défuzzyfié  $\pi_f^e$ , fonction de  $p$  est au moins de classe  $C^0$ . Entre chacune des valeurs  $p_f^a$ ,  $p_f^b$ ,  $p_f^c$  et  $p_f^d$ , l'expression du profit est dérivable mais comme elle présente des singularités en ces points extrêmes, cette expression n'est que de classe  $C^0$ .

De plus, cette expression du profit défuzzyfié n'est en général pas concave et peut présenter plusieurs minima. Afin de la maximiser, on doit donc abandonner les méthodes directes d'optimisation basées notamment sur le gradient ([Ciarlet, 1990], [Polak, 1997], etc.). On peut procéder par discrétisation de l'ensemble des tarifs possibles. D'autres heuristiques ([Pirlot, 1996]) peuvent être mises à profit en utilisant par exemple les algorithmes génétiques.

La deuxième étape correspondant au choix de  $f$ , pourra alors être basée sur les valeurs défuzzyfiées du profit.

On obtiendra donc un couple de valeurs déterministes  $(p^*, f^*)$  caractérisant l'offre du transporteur sur le marché :

$$f^* = \arg \max_{f \in F} \{ \pi_f^e, f \in F \} \quad [4.50]$$

$$\text{et } p^* = \arg \max_{\substack{p_{\min} \leq p \leq p_{\max} \\ p > p_{f^*}^a}} \{ \pi_{f^*}^e \} \quad [4.51]$$

Le profit attendu par la compagnie est donné par le nombre flou:  $\tilde{\pi}(p^*, f^*)$ .

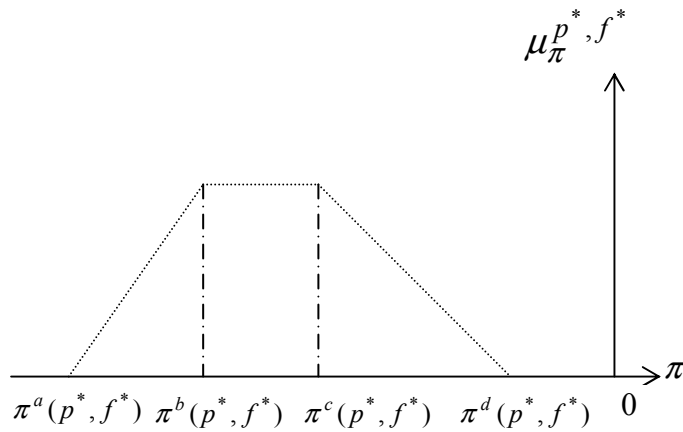
## 2.5 EVALUATION DE RISQUE

Le nombre flou représentant le profit peut bien sûr être défuzzyfié afin de donner à la compagnie une valeur de référence. Néanmoins, sa nature floue peut être très utile pour évaluer les risques possibles en ce qui concerne le résultat de la compagnie.

Ainsi plusieurs situations peuvent se présenter qui inciteront la compagnie aérienne à persévérer ou non sur le marché, à redoubler d'efforts pour accroître les recettes ou diminuer les coûts. On a par exemple les situations associées au couple optimal  $(p^*, f^*)$  suivantes :

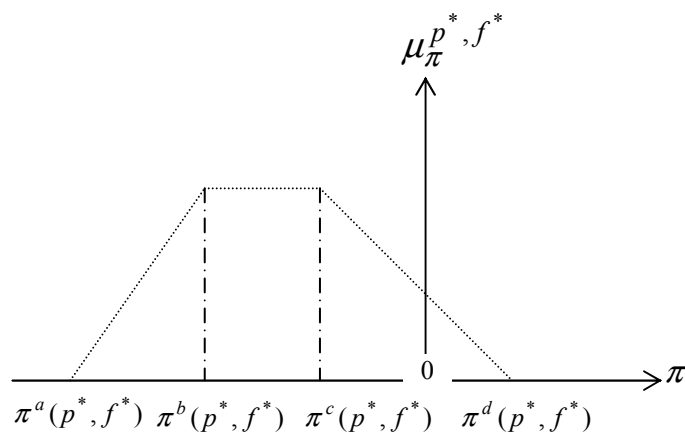
→ La compagnie opère au mieux à perte : la valeur défuzzyfiée du profit est négative. Dans cette situation, la compagnie ne pourra pas rester longtemps sur le marché, elle doit

essayer de diminuer ses coûts ou/et de stimuler la demande à l'aide par exemple la publicité.



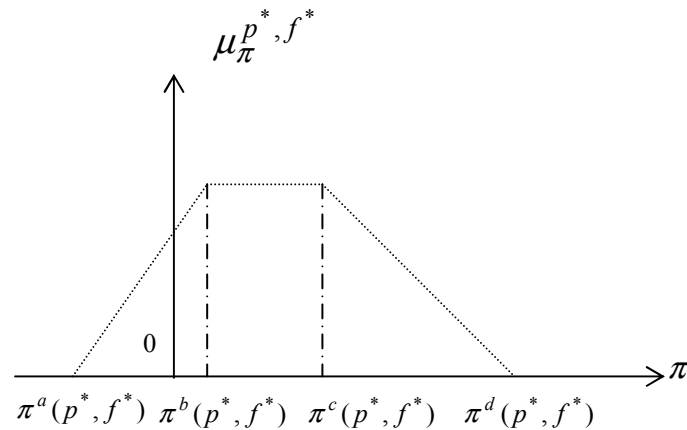
**Figure 4.11:**Opération à perte

→ La compagnie affronte un grand risque d'opérer à perte : le profit défuzzyfié est négatif mais dans les scénarios très optimistes, la compagnie peut encore réaliser des gains positifs.



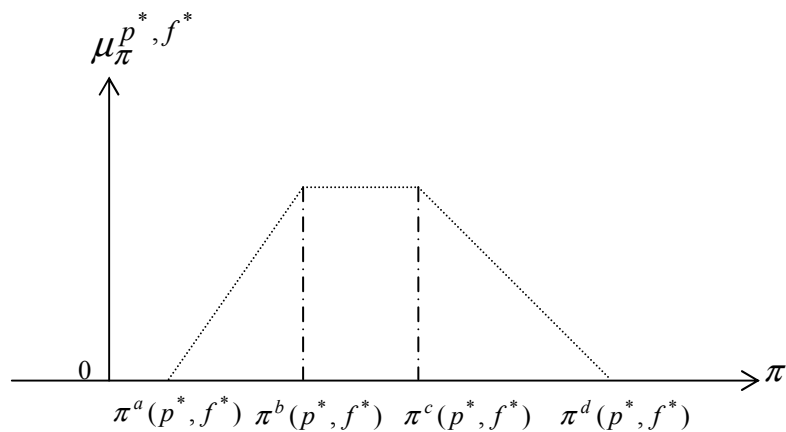
**Figure 4.12:**Grand risque d'opération à perte

→ Le risque d'opérer à perte est faible. Ici, le profit défuzzyfié est positif mais le risque de réaliser des pertes est très possible.



**Figure4.13:** Risque faible d'opération à perte

→ La compagnie devrait opérer de façon profitable. Ici dans tous les scénarios, la compagnie devrait faire des gains positifs, puisque même dans le cas le plus pessimiste  $d = D^a(p^*, f^*)$ , le profit est positif.



**Figure4.14:** Opération profitable

Dans le cas où le risque d'opérer à perte n'est pas négligeable, il s'agira pour la compagnie d'effectuer une restructuration de ses moyens de production (meilleure maîtrise des coûts, redimensionnement de la flotte, etc.).

### 3. CONCLUSION

Ce chapitre a permis de proposer une approche de définition de l'offre pour une compagnie aérienne opérant sur un marché donné alors que les estimations de la demande sont données sous forme floue.

L'incertitude sur les niveaux de demande se retrouve dans l'estimation du profit, ce qui conduit d'une part à formuler un problème d'optimisation floue de celui-ci. Bien que la complexité de ce problème soit bien plus importante que dans le cas déterministe, celle-ci semble rester à un niveau acceptable qui accrédite son implantation numérique possible.

Des outils classiques de la logique floue (techniques de défuzzyfication) permettent d'obtenir une offre déterministe. Il est aussi possible de développer toute une analyse de risque à partir de la représentation floue du profit attendu.





## **CHAPITRE 5: ETUDE DES CONDITIONS D'EQUILIBRE D'UN MARCHE DUOPOLISTIQUE : DE L'APPROCHE DETERMINISTE A L'APPROCHE FLOUE**

*Dans ce chapitre, on applique l'approche floue à l'analyse des situations d'équilibre d'un marché duopolistique. Ceci conduit à la définition d'un équilibre (de Nash) flou qui doit permettre à une compagnie de fixer sa stratégie d'offre sur ce marché.*



## **1. INTRODUCTION:**

Dans le chapitre précédent, il a été montré comment il est possible de mettre en œuvre un processus de définition de l'offre d'une compagnie aérienne opérant sur un marché considéré lorsque la demande est donnée sous forme floue. Ceci a permis en quelque sorte d'optimiser cette offre dans un environnement incertain. Néanmoins, dans beaucoup de situations, la compagnie aérienne n'est pas seule sur ce marché et doit donc affronter un ou plusieurs concurrents. Il s'agit alors pour cette compagnie, par une analyse des conditions globales du marché, de déterminer sa stratégie. Ainsi, dans ce chapitre, l'analyse des situations d'équilibre d'un marché duopolistique où les opérateurs disposent d'estimations floues des demandes, est développée.

## **2. POSITION DU PROBLEME**

Dans ce chapitre, on se place donc dans une situation très courante en considérant un marché de transport aérien opéré par deux compagnies aériennes qui proposent des produits non homogènes. Un certain nombre d'hypothèses permettent de préciser le contexte du problème étudié :

On suppose qu'un consommateur potentiel peut avoir des préférences pour les services proposés par l'une des deux compagnies (la qualité de service, le réseau de destinations et l'image de la compagnie).

On suppose aussi que chaque compagnie a une clientèle fidélisée qui, lors de sa réservation s'adressera en premier à celle-ci. Si son offre ne la satisfait pas, elle comparera celle-ci avec celle du concurrent. Ainsi certains consommateurs peuvent changer de compagnie s'ils trouvent chez le concurrent une offre « plus intéressante » et qui compense les pertes qu'un passager peut subir en passant d'une compagnie à une autre [Carlsson, 2004]. La concurrence ici n'est que partielle : chaque compagnie peut être considérée comme un monopole pour le service qu'elle offre, mais on doit tenir compte de l'existence de l'autre

compagnie qui opère sur le même marché et qui peut attirer une partie de la clientèle fidélisée vers son produit.

On suppose que chaque firme  $i$  ( $i \in \{1,2\}$ ) cherche à maximiser son profit  $\pi_i$  en mettant sur le marché une offre caractérisée par une fréquence  $f_i$  et un tarif moyen  $p_i$  et optimisée en conséquence.

- Le tarif  $p_i$  est supposé être choisi entre deux valeurs extrêmes  $p_{i\min}$  et  $p_{i\max}$  et la fréquence  $f_i$  étant un entier naturel pris dans le sous ensemble  $F_i$  de  $\mathbf{N}$ . Les compagnies sont supposées mettre en service sur ce marché des flottes d'avions homogènes, de même ordre de grandeur. Ainsi on peut considérer que la concurrence se fait principalement par les prix et par les fréquences et que l'influence des capacités peut être négligée.
- Chaque firme  $i$  dispose d'une estimation de sa demande qui dépend de sa propre offre et de celle de l'autre compagnie  $j$  ( $j \neq i$ ) opérant sur le même marché :  
$$D_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i}) .$$

Une autre approche moins fine consisterait à considérer que la concurrence se faisait sur les tarifs et sur la capacité totale offerte [Charfeddine et al., 2003]. Une telle approche pourrait être vue comme une concurrence sur les prix, les capacités se déduisant selon des modèles prédéfinis à partir de ceux-ci. Comme la fréquence définit l'offre de la compagnie de façon plus précise, ici on ne s'intéresse qu'à l'approche où la concurrence, se fait à la fois sur les prix et sur les fréquences.

La fonction coût de chaque compagnie est supposée être connue par les deux opérateurs, en effet les deux compagnies sont supposées bien connaître le marché ainsi que le concurrent. Elle peut sinon supposer que le concurrent a la même fonction coût. Cette fonction est telle que (on adopte ici la forme utilisée dans le chapitre précédent) :

$$C_i = c_0^i + c_f^i \cdot f_i + c_d^i \min\{D_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i}), K_i \cdot f_i\} \quad [5.1]$$

(La demande qui sera satisfaite par la compagnie  $i$  étant égale à :  $s_i = \min\{D_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i}), K_i \cdot f_i\}$ )

Le programme de cette compagnie est alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{p_i, f_i} (p_i - c_d^i) \cdot \min\{D_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i}), K_i \cdot f_i\} - c_0^i - c_f^i f_i \\ p_{j \neq i} \text{ et } f_{j \neq i} \text{ sont supposés fixés.} \end{array} \right. \quad [5.2]$$

On suppose que chaque compagnie connaît le programme du concurrent et que les deux prennent des décisions dans un cadre que l'on peut assimiler à un jeu simultané à information parfaite.

Compte tenu des dimensions temporelles de la mise en place d'un marché, afin de mobiliser les flottes d'avions nécessaires, les compagnies seront amenées à fixer d'abord les capacités et les fréquences d'opération. Pour mener à bien ceci, elles seront amenées à adopter un tarif de référence pour la période considérée, même si par la suite celui-ci pourra évoluer en fonction de pratiques de revenue management. Ainsi à peu près simultanément les deux compagnies concurrentes seront amenées à établir leurs fréquences d'opération sur le marché en anticipant sur leur tarif et sur celui de leur concurrent. Ceci conduit alors, afin de reproduire les conditions du marché, à envisager un jeu à deux étapes : dans la première étape les deux compagnies se font concurrence par les fréquences ensuite dans la seconde, les niveaux de fréquences étant fixés, elles choisissent leurs prix. L'équilibre global de ce jeu, s'il existe, peut être obtenu par induction à rebours : chaque compagnie optimise ses prix à fréquences prises comme paramètres, puis choisit la fréquence qui maximise localement son profit. C'est cette démarche qui sera suivie dans ce paragraphe pour étudier les conditions de l'offre de compagnies aériennes sur un marché duopolistique.

L'étude du marché considéré ici conduit donc à analyser successivement deux sous-jeux (sous-jeu en prix et sous-jeu en fréquences) d'un jeu global de façon à identifier les situations d'équilibre. Dans un premier temps, la demande considérée est déterministe, ensuite dans un deuxième temps, la demande estimée est appréhendée comme une grandeur floue.

### 3. APPROCHE DETERMINISTE

Ici la demande est supposée donnée par un modèle déterministe traduisant une concurrence monopolistique<sup>9</sup> entre deux compagnies : le modèle de demande en situation de monopole considéré au chapitre précédent est modifié de façon à, par un terme correcteur, tenir compte de l'effet de l'offre de l'autre opérateur sur la demande du premier. Ainsi la demande  $D_i$  de la compagnie  $i$  est une fonction à la fois de sa propre offre  $(p_i, f_i)$  et de celle de son concurrent  $(p_{j \neq i}, f_{j \neq i})$ .

#### 3.1 MODELE DE LA DEMANDE

Des considérations similaires à celles développées au chapitre 2 conduisent ici à retenir un modèle de demande de la firme  $i$  ( $i \in \{1, 2\}$ ) donné par :

$$D_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i}) = D_{i_0} - \lambda_i(p_i - \varphi(f_i)) + \mu_i(p_j - \varphi(f_j)) \quad [5.3]$$

Où pour tout  $i \in \{1, 2\}$ ,  $D_{i_0}, \lambda_i$  sont des constantes strictement positives et  $\mu_i$  est une constante simplement positive.  $\varphi$  est une fonction ayant les mêmes propriétés analytiques que dans le chapitre 2 (paragraphe 3.3). Le terme  $(p_i - \varphi(f_i))$  traduit ici aussi l'effet de l'offre de la compagnie  $i$  sur la diminution du niveau de sa demande, c'est le coût

---

<sup>9</sup> C'est une concurrence entre des firmes mettant sur le marché des produits différenciés (des substituts proches mais non parfaits), par exemple sur le marché des boissons non alcoolisées, une firme d'une marque donnée est un monopole sur sa marque mais concurrente à tout autre producteur de boisson non alcoolisée.

généralisé que les consommateurs attribuent à l'offre de cette compagnie. Plus celui-ci est élevé moins grande sera la demande pour cette compagnie. Quant au terme  $(p_j - \varphi(f_j))$ , il représente le coût généralisé associé à l'offre de la compagnie concurrente  $j$  ( $j \neq i$ ). Pour les mêmes raisons la demande de la compagnie  $i$  est croissante en fonction de ce terme.

En général, pour une compagnie donnée  $i$ , l'effet de sa propre offre sur sa demande sera plus important que l'effet de l'offre du concurrent sur celle-ci. On suppose donc que :

$$\lambda_1 > \mu_1 \text{ et } \lambda_2 > \mu_2 \quad [5.4]$$

Dans des conditions d'offres idéales pour les consommateurs (coûts généralisés nuls), la demande brute qui s'adresserait à chaque compagnie  $i$  est  $D_{i_0}$ .

### 3.2 JEU A DEUX ETAPES

Pour les mêmes raisons d'efficacité opérationnelle que celles présentées dans le cas du monopole (voir chapitre 4), on suppose que la compagnie  $i$  propose un couple de prix et fréquence  $(p_i, f_i)$  tel que l'inégalité suivante est respectée :

$$D_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i}) \leq K_i f_i. \quad [5.5]$$

Le couple de paramètres du concurrent  $(p_j, f_j)$  associé à l'offre étant fixé.

Ainsi le profit de la compagnie  $i$  s'écrit :

$$\pi_i = (p_i - c_d^i).D_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i}) - c_0^i - c_f^i f_i \quad [5.6]$$

et son programme est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{p_i, f_i} (p_i - c_d^i).D_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i}) - c_0^i - c_f^i f_i \\ p_{j \neq i} \text{ et } f_{j \neq i} \text{ sont supposés connus.} \end{array} \right. \quad [5.7]$$

Comme il a été dit plus haut, on suppose que les deux compagnies aériennes jouent un jeu à deux étapes : dans un premier temps, elles choisissent les fréquences, puis dans un deuxième temps les prix.

### 3.2.1. Sous jeu des prix

Ici les fréquences sont fixées  $(f_1, f_2) \in F_1 \times F_2$ , et le profit est alors noté :  $\pi_{1f_1, f_2}(p_1, p_2)$  pour la compagnie 1 et  $\pi_{2f_2, f_1}(p_2, p_1)$  pour la compagnie 2. Chacune de ces firmes maximise son profit par rapport à son tarif pour chaque niveau possible du tarif du concurrent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{p_i} \pi_{if_i, f_j}(p_i, p_j) \\ p_{j \neq i} \text{ est supposé connu.} \end{array} \right. \quad [5.8]$$

A partir du modèle de demande retenu, la maximisation du profit produira un prix optimal  $p_{if_i, f_j}^*(p_j)$  associé à chaque niveau de prix du concurrent  $p_j$ .

La condition d'optimalité de Lagrange de premier ordre associée à ce programme est :

$$\partial \pi_{if_i, f_j} / \partial p_{i/p_j} = D_{i0} + \lambda_i c_d^i - 2\lambda_i p_i + \lambda_i \varphi(f_i) = 0 \quad [5.9]$$

La condition de second ordre (la stricte concavité de la fonction partielle  $\pi_{if_i, f_j / p_j}(p_i)$ ) est vérifiée par :

$$\partial^2 \pi_{if_i, f_j} / \partial p_{i/p_j}^2 = -2\lambda_i (< 0) \quad [5.10]$$

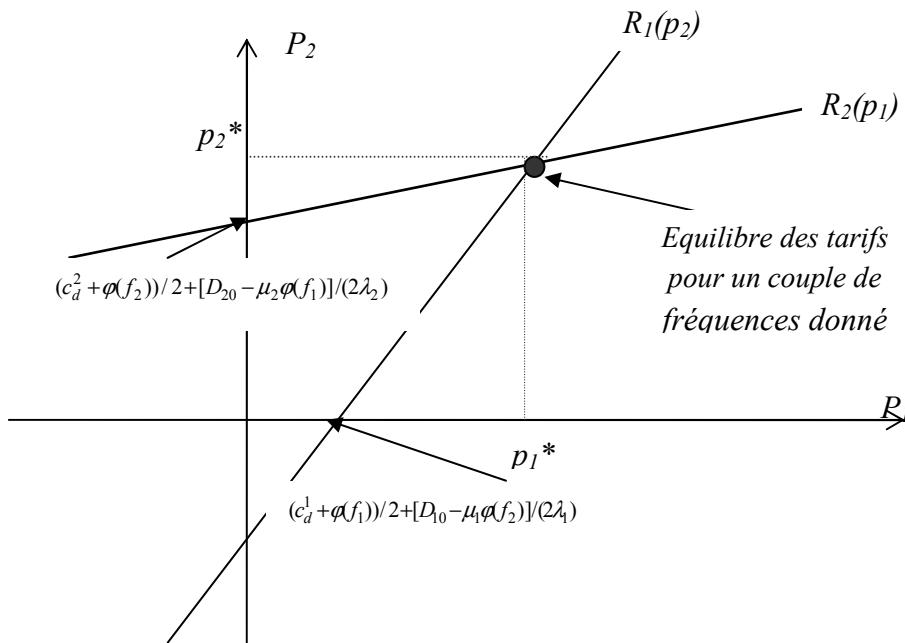
Ce prix, solution unique de l'équation [5.9], représente la meilleure réaction de la compagnie  $i$  à  $p_j$  et il sera noté  $p_{i, f_i, f_j}^*$ . Lorsque  $p_j$  varie, on obtient ici une courbe de réaction linéaire en fonction de celui-ci, les fréquences étant fixées. Celle-ci est notée  $R_{i, f_i, f_j}(p_j)$  et est telle que :

$$R_{i, f_i, f_j}(p_j) = D_{i0} / 2\lambda_i + (c_d^i + \varphi(f_i)) / 2 + (\mu_i / 2\lambda_i)(p_j - \varphi(f_j)) \quad [5.11]$$

**Définition de l'équilibre :**

La confrontation des réactions des deux opérateurs conduit alors à l'équilibre de Nash défini par la paire de tarifs  $\{ p_{1,f_1,f_2}^*, p_{2,f_2,f_1}^* \}$  telle que:

$$\begin{cases} R_{1,f_1,f_2}(p_{2,f_2,f_1}^*) = p_{1,f_1,f_2}^* \\ R_{2,f_2,f_1}(p_{1,f_1,f_2}^*) = p_{2,f_2,f_1}^* \end{cases} \quad [5.12]$$



**Figure 5.1:** Equilibre de Nash pour le sous-jeu des prix pour  $f_1$  et  $f_2$  données

**Existence de l'équilibre :**

La condition nécessaire d'existence de cet équilibre, déduite de la condition sur le déterminant du système de Cramer [5.13] en  $p_1$  et  $p_2$  est :

$$\Delta = 4\lambda_1\lambda_2 - \mu_1\mu_2 \neq 0 \quad [5.13]$$

Ceci est le cas puisqu'on a supposé que  $\lambda_i > \mu_i$ ,  $i=1,2$ .

Remarquons que cette condition d'existence ne dépend pas des fréquences.

### **Solution d'équilibre :**

La résolution de ce système d'équations donne les valeurs d'équilibres suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{1,f_1,f_2}^* = \omega_1 + \xi \cdot \varphi(f_1) + \tau_1 \varphi(f_2) \\ p_{2,f_2,f_1}^* = \omega_2 + \xi \varphi(f_2) + \tau_2 \varphi(f_1) \\ \text{Pour tout } i \in \{1,2\}, j \in \{1,2\}, j \neq i \\ \omega_i = [\mu_i D_{j0} + 2\lambda_i D_{i0} + 2\lambda_i \lambda_j c_d^i + 2\mu_i \lambda_j c_d^j] / \Delta \\ \xi = [2\lambda_j \lambda_i - \mu_i \mu_j] / \Delta \\ \tau_i = -\mu_i \lambda_j / \Delta \end{array} \right. \quad [5.14]$$

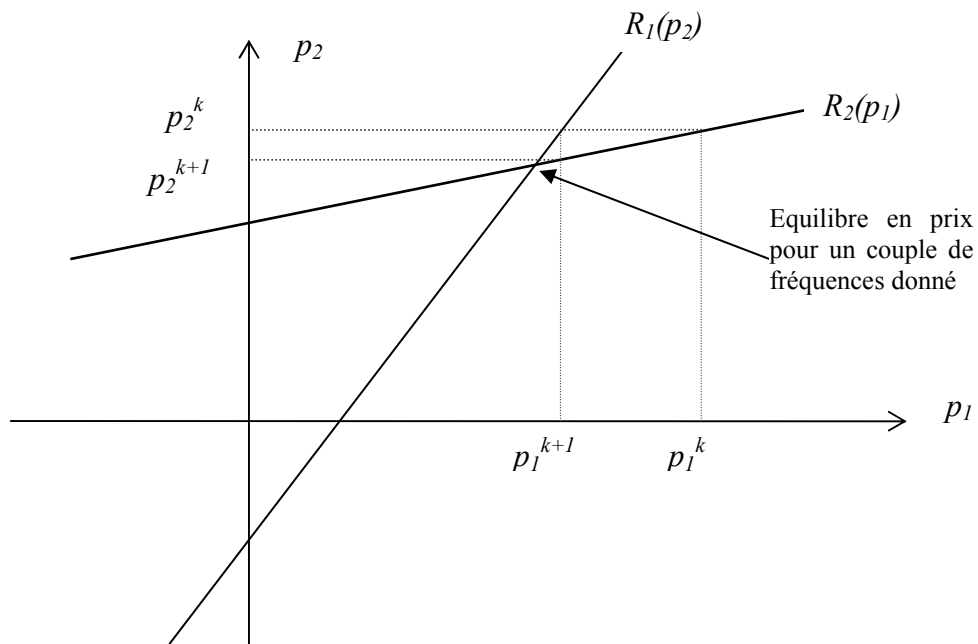
On note que d'après l'hypothèse [5.5], on a :

$$0 < \xi < 1 \text{ et pour tout } i \in \{1,2\} \quad \omega_i > 0 \text{ et } \tau_i < 0. \quad [5.15]$$

### **Stabilité de l'équilibre :**

On vérifie aisément, que compte tenu des hypothèses faites sur les paramètres  $\lambda_i$  et  $\mu_i$ ,  $i=1,2$ , pour une paire de fréquences donnée  $(f_1, f_2)$ , cet équilibre est stable par rapport au prix (voir figure 5.2).



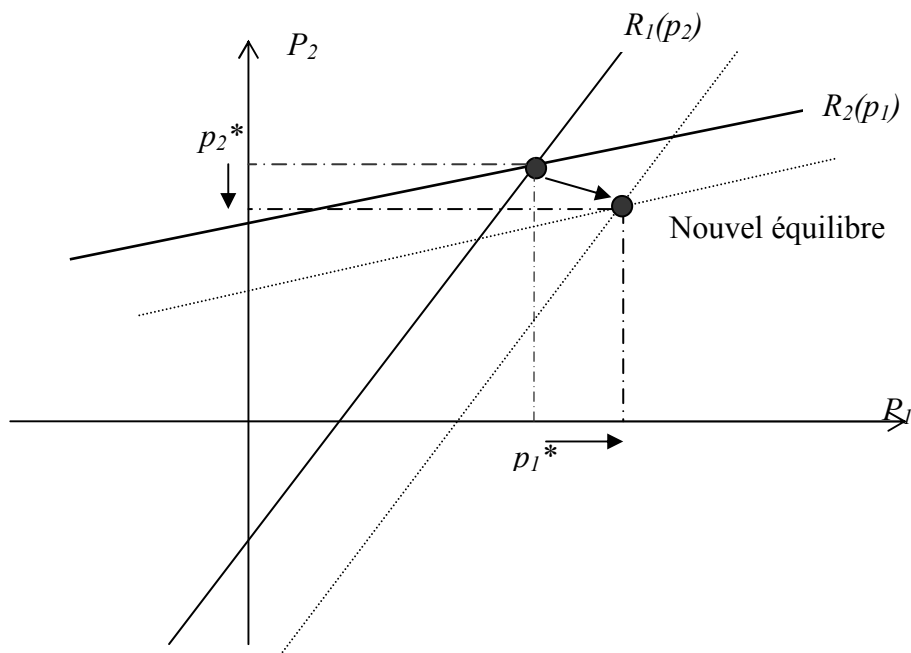


**Figure5.2:** Stabilité de l'équilibre en prix

Ainsi, s'il y a la possibilité d'ajustement des prix sur le marché, celui-ci conduira à la situation d'équilibre.

**Sensibilité aux fréquences :**

Si la compagnie  $i$  modifie sa fréquence, sa courbe de réaction en prix, et celle de son concurrent, seront modifiées. Comme on l'a déjà remarqué, l'équilibre continuera à exister mais il se déplacera (voir figure 5.3).



**Figure 5.3:** Déplacement de l'équilibre de Nash pour le sous-jeu des prix ( $\Delta f_1 > 0, \Delta f_2 = 0$ )

### 3.2.2. Sous jeu des fréquences

Si on suppose que les compagnies se trouvent dans le cadre de l'équilibre de Nash résultant du sous-jeu des prix, le profit de chaque firme  $i$  s'exprime en fonction de la fréquence  $f_i$  et de la fréquence du concurrent  $f_j$  ( $j \neq i$ ) ainsi :

$$\pi_{f_i, f_j}^* = [D_{i_0} + \mu_i \omega_j - \lambda_i c_d^i - \mu_i (1 - \xi) * \varphi(f_j) + 2\lambda_i \xi * \varphi(f_i)]^2 - c_f^i f_i - c_0^i \quad [5.16]$$

On vérifie bien que dans cette expression, le profit de la firme  $i$  décroît quand la fréquence du concurrent  $f_j$  croît. Selon les paramètres entrant dans la définition de la demande, ce profit peut augmenter pour les petites valeurs de  $f_i$  et décroître pour ses grandes valeurs à partir d'un certain niveau ( $\varphi$  étant strictement concave).

Un équilibre de Nash du sous-jeu des fréquences se définit par une paire de fréquences  $\{f_1^*, f_2^*\}$  telle que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1(p_{1f_1^*, f_2^*}^*, p_{2f_2^*, f_1^*}^*, f_1^*, f_2^*) \geq \pi_1(p_{1f_1^*, f_2^*}^*, p_{2f_2^*, f_1^*}^*, f_1, f_2^*) \quad \forall f_1 \in F_1 \\ \text{et} \\ \pi_2(p_{2f_2^*, f_1^*}^*, p_{1f_1^*, f_2^*}^*, f_2^*, f_1^*) \geq \pi_2(p_{2f_2^*, f_1^*}^*, p_{1f_1^*, f_2^*}^*, f_2, f_1^*) \quad \forall f_2 \in F_2 \end{array} \right. \quad [5.17]$$

Comme les deux ensembles des possibilités des fréquences  $F_1$  et  $F_2$  sont finis alors la discussion de l'existence d'un tel équilibre est simple à mener.

Pour tout paire de fréquences  $\{f_1^*, f_2^*\}$  représentant un équilibre de Nash du sous-jeu des fréquences, correspond un équilibre de Nash du jeu global défini par :

$$(p_1^*, p_2^*, f_1^*, f_2^*) = (p_{1f_1^*, f_2^*}^*, p_{2f_2^*, f_1^*}^*, f_1^*, f_2^*). \quad [5.18]$$

Le jeu global admet autant d'équilibre(s) de Nash que le sous-jeu des fréquences en admet. A chaque équilibre global  $(p_1^*, p_2^*, f_1^*, f_2^*)$ , les compagnies 1 et 2 attendront les profits respectifs donnés par :

$$\pi_1^* = \pi_1(p_1^*, p_2^*, f_1^*, f_2^*) \text{ et } \pi_2^* = \pi_2(p_2^*, p_1^*, f_2^*, f_1^*). \quad [5.19]$$

En principe, chacune des compagnies n'aura pas, sauf changement de stratégie, envie de s'écarter de ces conditions d'offre sur ce marché (équilibre de Nash).

## 4. APPROCHE FLOUE D'ANALYSE D'UN MARCHÉ DUOPOLISTIQUE

La situation de marché considéré ici résulte d'un ensemble d'hypothèses :

Chaque compagnie aérienne  $i$  ( $i \in \{1,2\}$ ) a une perception floue de sa demande,  $\tilde{D}_i$  ainsi que de la demande de son concurrent  $j$  ( $j \neq i$ ),  $\tilde{D}_j$ . Il peut être admis que la perception de la demande de l'autre opérateur est encore « plus floue » (support plus large) que celle de sa propre demande.

Pour un niveau d'offre  $(p_{j \neq i}, f_{j \neq i})$  du concurrent, la compagnie  $i$  a une estimation floue de sa demande pour tout niveau d'offre  $(p_i, f_i)$ . Cette estimation est donnée par un nombre flou de forme trapézoïdale :  $\tilde{D}_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i})$ , comme dans le cas du monopole considéré au chapitre précédent.

Quatre fonctions déterministes représentent alors les niveaux de la fonction floue  $\tilde{D}_i$ . Ces fonctions de niveaux sont notées :  $D_i^a$ ,  $D_i^b$ ,  $D_i^c$  et  $D_i^d$ .

$D_i^b$  et  $D_i^c$  délimitent la zone où le degré d'appartenance est maximal (égal à l'unité).  $D_i^a$  et  $D_i^d$  définissent respectivement la limite inférieure et la limite supérieure des plages de vraisemblance de la demande. Le cas du monopole peut être pris comme une référence.

La démarche présentée plus haut dans le cas d'un marché duopolistique déterministe est reprise ici en considérant à nouveau deux étapes dans la détermination des solutions d'équilibre.

### 4.1 SOUS-JEU DES TARIFS

Dans ce sous jeu, les niveaux de fréquences sont supposés fixes et la concurrence se fait par les tarifs.

Pour tout  $k \in \{a, b, c, d\}$ , et pour  $p_j, f_j$  et  $f_i$  donnés, la demande ne dépend plus que du tarif  $p_i$ . Elle sera notée :  $D_{f_i/(p_j, f_j)}^k$ , c'est une fonction linéaire de  $p_i$  :

$$D_{f_i/(p_j, f_j)}^k(p_i) = D_{i0}^k - \lambda_i^k (p_i - \varphi(f_i)) + \mu_i^k (p_j - \varphi(f_j)) \quad [5.20]$$

La demande satisfaite de la compagnie  $i$  est donnée, pour un tarif donné  $p_i$ , par le nombre flou suivant:

$$\tilde{s}_{i/(p_j, f_j)}^{p_i, f_i} = \tilde{\min} \{ \tilde{D}_{f_i/(p_j, f_j)}(p_i), K_i \cdot f_i \} \quad [5.21]$$

La fonction d'appartenance de ce nombre est définie comme dans le cas du monopole. Ainsi, on a :

$$\mu_{s_i/(p_j, f_j)}^{p_i, f_i}(s_i) = \begin{cases} \mu_{D_{f_i/(p_j, f_j)}^{p_i}}(s_i) & \text{si } s_i \leq K_i f_i, \\ \max_{d_i \geq K_i f_i} \mu_{D_{f_i/(p_j, f_j)}^{p_i}}(d_i) & \text{si } s_i = K_i f_i \\ 0 & \text{si } s_i > K_i f_i \end{cases} \quad [5.22]$$

Le profit espéré par la compagnie pour un tarif  $p_i$ , les autres paramètres étant supposés fixés, est donné par  $\tilde{\pi}_{i f_i/(p_j, f_j)}(p_i)$  tel que :

$$\tilde{\pi}_{i f_i/(p_j, f_j)}(p_i) = (p_i - c_d^i) \cdot \tilde{s}_{i f_i/(p_j, f_j)}^{p_i, f_i} - c_0^i - c_f^i f_i \quad [5.23]$$

La fonction d'appartenance  $\mu_{\pi_i/(p_j, f_j)}^{p_i, f_i}$  d'un tel nombre se déduit facilement à partir de celle de la demande satisfaite  $\mu_{s_i/(p_j, f_j)}^{p_i, f_i}$  par :

$$\mu_{\pi_i/(p_j, f_j)}^{p_i, f_i}(\pi_i) = \mu_{s_i/(p_j, f_j)}^{p_i, f_i}[(\pi_i + c_0^i + c_f^i f_i)/(p_i - c_d^i)] \quad [5.24]$$

Le programme de la compagnie  $i$  est alors donné par :

$$\begin{cases} \text{Max}_{p_i} & \tilde{\pi}_{if_i/(p_j, f_j)}(p_i) \\ \text{sc} & \tilde{D}_{if_i/(p_j, f_j)}(p_i) \succeq K_i f_i \quad (\mathfrak{S}_{if_i/(p_j, f_j)}) \end{cases} \quad [5.25]$$

On reprend ici intégralement les considérations effectuées dans le cas du monopole.

Les paramètres  $p_j$  et  $f_j$  du concurrent sont supposés fixés.

$\mathfrak{S}_{if_i/(p_j, f_j)}$  est une inégalité floue définie comme dans le cas du monopole. A cette inégalité, pour tout niveau de tarif  $p_i$ , est associé un degré de satisfaction  $\mu_{\mathfrak{S}_{if_i/(p_j, f_j)}}(p_i)$ .

Commençons par introduire les tarifs suivants :  $p_{if_i/(p_j, f_j)}^a$ ,  $p_{if_i/(p_j, f_j)}^b$ ,  $p_{if_i/(p_j, f_j)}^c$  et  $p_{if_i/(p_j, f_j)}^d$  définis par :

$$\text{Pour tout } k \in \{a, b, c, d\}, D_{if_i/(p_j, f_j)}^k(p_{if_i/(p_j, f_j)}^k) = K_i f_i . \quad [5.26]$$

avec

$$\begin{cases} \text{si } p_i \leq p_{if_i/(p_j, f_j)}^a \text{ alors } \mu_{\mathfrak{S}_{if_i/(p_j, f_j)}}(p_i) = 0 \\ \text{si } p_{if_i/(p_j, f_j)}^a < p_i < p_{if_i/(p_j, f_j)}^d \text{ alors } \mu_{\mathfrak{S}_{if_i/(p_j, f_j)}}(p_i) = (p - p_{if_i/(p_j, f_j)}^a) / (p_{if_i/(p_j, f_j)}^d - p_{if_i/(p_j, f_j)}^a) \\ \text{si } p_i \geq p_{if_i/(p_j, f_j)}^d \text{ alors } \mu_{\mathfrak{S}_{if_i/(p_j, f_j)}}(p_i) = 1 \end{cases} \quad [5.27]$$

Chaque compagnie essaie de maximiser de son côté l'estimation qu'elle a de son profit, les situations d'équilibre peuvent être étudiées soit en procédant par défuzzyfication de telles estimations floues, comme il a été fait dans le cas du monopole, soit en fuzzyfiant la solution d'équilibre de Nash des tarifs, présentée dans le cas déterministe.

#### 4.1.1. Equilibre par défuzzyfication

Afin de trouver les situations d'équilibres possibles, il faut étudier les préférences de chaque compagnie et les choix qu'elle est amenée à faire pour son tarif.

Une défuzzyfication des nombres flous présentant le profit peut être envisagée. Il s'agit d'associer à chaque estimation floue du profit, un nombre réel déterministe noté  $\pi_i^e(p_i, f_i / p_{j \neq i}, f_{j \neq i})$ , ensuite de classer ces nombres associés à l'aide de la relation d'ordre naturelle dans l'ensemble des réels  $\mathbf{R}$ . On continuera ici à utiliser la méthode de défuzzyfication par le barycentre utilisée dans le cas du monopole.

Pour toute paire de fréquences  $\{f_1, f_2\}$ , la recherche de l'équilibre se ramènera alors à trouver une paire de tarifs  $\{p_{1f_1, f_2}^*, p_{2f_2, f_1}^*\}$  vérifiant :

$$\begin{cases} \pi_1^e(p_{1f_1, f_2}^*, p_{2f_2, f_1}^*, f_1, f_2) \geq \pi_1^e(p_{1f_1, f_2}, p_{2f_2, f_1}^*, f_1, f_2) & \forall p_{1f_1, f_2} \in [p_{1\min}, p_{1\max}] \\ \pi_2^e(p_{2f_2, f_1}^*, p_{1f_1, f_2}^*, f_2, f_1) \geq \pi_2^e(p_{2f_2, f_1}, p_{1f_1, f_2}^*, f_2, f_1) & \forall p_{2f_2, f_1} \in [p_{2\min}, p_{2\max}] \end{cases} \quad [5.28]$$

Ici aussi, on peut procéder comme dans le cas déterministe.

#### 4.1.2. Equilibre par fuzzyfication

On commence par relâcher les contraintes de capacités. L'équilibre du sous-jeu des tarifs, trouvé dans le cas déterministe peut être fuzzyfié comme le montre la figure 5.3 :

Pour tout  $k \in \{a, b, c, d\}$ , on considère les courbes de niveau de réaction :

$$R_{i, f_i, f_j}^k(p_j) = D_{i0}^k / 2\lambda_i^k + (c_d^i + \varphi(f_i)) / 2 + (\mu_i^k / 2\lambda_i^k)(p_j - \varphi(f_j)) \quad [5.29]$$

Dans la suite on se contentera de noter cette valeur :  $R_i^k(p_j)$ , les fréquences étant supposées toujours pré-fixées.

Les constantes à l'origine de cette série de courbes augmentent quand k parcourt de façon ordonnée l'ensemble  $\{a, b, c, d\}$ . Les pentes de ces courbes sont strictement inférieures à 1

puisque d'après le modèle de concurrence considéré, on a :  $\forall k \in \{a, b, c, d\}, \lambda_i^k > \mu_i^k$ . Mais nous n'avons aucune condition sur la suite des rapports :  $(\mu_i^k / \lambda_i^k)_{k \in \{a, b, c, d\}}$  donc une intersection de certaines courbes de niveau avec d'autre n'est plus à exclure. Toutefois, on suppose ici que ces courbes ne se coupent pas sur  $[p_{i \min}, p_{i \max}]$ .

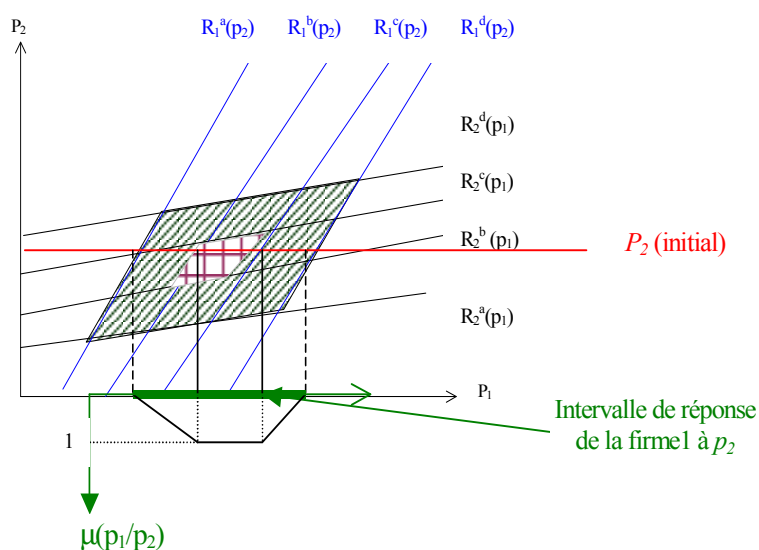
Dans ce cas, l'équilibre ne se réduit pas, comme dans le cas déterministe, à un couple de tarifs représenté graphiquement par un point mais à une zone dans  $R^2$  avec une infinité d'équilibres possibles. L'ensemble formé par les points d'équilibres possibles est appelé, par la suite 'Zone d'équilibre' et noté  $Z^e$ . A chaque point de cette zone est associé un degré d'appartenance.

On introduit donc le nombre flou conditionnel<sup>10</sup>  $\tilde{R}_{i/p_j}$  [Kandel, 1999] représentant la réaction de la firme  $i$  au tarif  $p_j$  du concurrent. Sur la figure 5.4, est représenté l'intervalle de réponse floue de la firme  $I$  à un tarif  $p_2$ .

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Si } p_i \leq R_i^a(p_{j \neq i}) & \text{alors } \mu_{R_i}(p_i / p_{j \neq i}) = 0 \\ \text{Si } R_i^a(p_{j \neq i}) \leq p_i \leq R_i^b(p_{j \neq i}) & \text{alors } \mu_{R_i}(p_i / p_{j \neq i}) = \frac{p_i - R_i^a(p_j)}{R_i^b(p_j) - R_i^a(p_j)} \\ \text{Si } R_i^b(p_{j \neq i}) \leq p_i \leq R_i^c(p_{j \neq i}) & \text{alors } \mu_{R_i}(p_i / p_{j \neq i}) = 1 \\ \text{Si } R_i^c(p_{j \neq i}) \leq p_i \leq R_i^d(p_{j \neq i}) & \text{alors } \mu_{R_i}(p_i / p_{j \neq i}) = \frac{R_i^d(p_j) - p_i}{R_i^d(p_j) - R_i^c(p_j)} \\ \text{Si } p_i \geq R_i^d(p_{j \neq i}) & \text{alors } \mu_{R_i}(p_i / p_{j \neq i}) = 0 \end{array} \right. \quad [5.30]$$

<sup>10</sup> Un nombre flou conditionnel est un nombre flou défini par une fonction d'appartenance conditionnelle, en analogie avec une distribution de probabilité conditionnelle. Ainsi les degrés d'appartenance sont donnés sachant qu'un autre paramètre qui est ici  $p_j$  a une certaine valeur.





**Figure 5.4 :** Surface d'équilibre de Nash flou pour le sous-jeu de tarifs, les fréquences étant fixées

Cet équilibre peut être vu comme un équilibre en « stratégies mixtes<sup>11</sup> » au sens flou : les stratégies de chaque joueur peuvent avoir lieu mais avec un degré d'appartenance donné. Soit un point de coordonnées  $(p_1, p_2) \in Z^e$ , on a un quadruplet de degrés d'appartenance qui s'associe à cette possibilité d'équilibre tout en tenant compte des contraintes de capacités des deux firmes :

1. Le premier degré d'appartenance est associé au fait que la firme 1 choisit le prix  $p_1$  sachant que le tarif du concurrent est égal à  $p_2$  soit :  $\mu_{R_1}(p_1 / p_2)$ .
2. Le deuxième degré est celui associé à la possibilité suivante : la firme 2 choisit le prix  $p_2$  sachant que le tarif du concurrent est égal à  $p_1$  soit  $\mu_{R_2}(p_2 / p_1)$ .
3. Le troisième degré d'appartenance est le degré de satisfaction de la contrainte de capacité de la compagnie aérienne 1 si les tarifs choisis sont  $p_1$  et  $p_2$ , ce degré vaut alors :  $\mu_{S_{1f_1}(p_2, f_2)}(p_1)$ .

<sup>11</sup> Stratégies mixtes : chaque stratégie peut être jouée avec une probabilité donnée, ici au sens flou, elle peut avoir lieu avec un degré de possibilité.

1. Le quatrième degré d'appartenance est le degré de satisfaction de la contrainte de capacité de la compagnie aérienne 2, si elle choisit le tarif  $p_2$  sachant que le tarif de la compagnie concurrente est égal à  $p_1$  :  $\mu_{\mathfrak{S}_{2f_2/(p_1, f_1)}}(p_2)$ .

A chaque situation d'équilibre possible (un point de la zone d'équilibre floue  $Z^e$ ), un degré de faisabilité peut être associé, déduit du quadruplet  $(\mu_{R_1}(p_1 / p_2), \mu_{R_2}(p_2 / p_1), \mu_{\mathfrak{S}_{1f_1/(p_2, f_2)}}(p_1), \mu_{\mathfrak{S}_{2f_2/(p_1, f_1)}}(p_2))$  de degrés d'appartenance associé. On peut par exemple adopter la multiplication des degrés d'appartenance des évènements réalisant simultanément cette situation d'équilibre (une conjonction) :

$$\mu(p_1, p_2) = \mu_{R_1}(p_1 / p_2) \cdot \mu_{R_2}(p_2 / p_1) \cdot \mu_{\mathfrak{S}_{1f_1/(p_2, f_2)}}(p_1) \cdot \mu_{\mathfrak{S}_{2f_2/(p_1, f_1)}}(p_2) \quad [5.31]$$

Plus ce degré est élevé plus l'équilibre sera "possible".

Suivant la stratégie adoptée par la compagnie, elle peut choisir son tarif dans la zone la plus sûre là où le degré d'appartenance est égal à l'unité. Si le décideur est optimiste quant à la conjoncture économique, il peut choisir son tarif le plus à droite possible. Mais s'il ne veut pas courir de risque, il devra choisir un tarif plus bas situé dans l'intervalle de réponse considéré.

Afin d'éviter les risques de gâchis ou de refus, le choix de l'équilibre peut être effectué par la compagnie 1, de sorte qu'il maximise le degré d'appartenance suivant :

$$\mu(p_1, p_2) = \mu_{R_1}(p_1 / p_2) \cdot \mu_{R_2}(p_2 / p_1) \cdot (\mu_{\mathfrak{S}_{1f_1/(p_2, f_2)}}(p_1))^q \cdot \mu_{\mathfrak{S}_{2f_2/(p_1, f_1)}}(p_2) \quad [5.32]$$

où  $q$  est un nombre réel positif

- $q > 0$  : le but est d'éviter le gâchis
- $q < 0$  : le but est d'éviter le refus
- $q = 0$  indifférence entre les deux risques

## 4.2 SOUS JEU DES FREQUENCES

Pour chaque couple de niveau de fréquences, les équilibres du sous jeu des tarifs étant connus et le choix conditionnel étant défini, reste à effectuer le choix des fréquences qui conduira à la définition complète des conditions d'offre sur le marché.

Si le sous jeu des tarifs a été étudié par défuzzyfication alors les défuzzyfications considérées peuvent servir de base pour le choix des fréquences, puisque la recherche d'équilibre de Nash du sous jeu des fréquences peut se faire directement sur les nombres défuzzyfiés.

Dans le cas où le jeu a été étudié par la fuzzyfication, les estimations des profits attendus sont toujours des nombres flous. Faisant varier les fréquences, ces profits peuvent être défuzzyfiés (par la méthode du barycentre, par exemple). On peut alors déterminer un couple  $(p_1^*, f_1^*)$  d'équilibre auquel sera associée la solution globale :  $\{(p_1^*, f_1^*), (p_2^*, f_2^*)\}$ .

$$\begin{cases} \tilde{\pi}_1^{eq} = \tilde{\pi}_1(p_1^*, p_2^*, f_1^*, f_2^*) \\ \tilde{\pi}_2^{eq} = \tilde{\pi}_2(p_2^*, p_1^*, f_2^*, f_1^*) \end{cases} \quad [5.33]$$

Ici aussi, comme dans le cas du monopole, il sera intéressant de conserver l'expression floue des profits attendus qui permette d'effectuer éventuellement des analyses de risque.

## 5. CONCLUSION

La définition des situations d'équilibre, ici passe par la résolution dans le cadre du flou d'un problème de jeu à deux étapes, l'une dans le domaine des prix, l'autre dans le domaine des fréquences.

Ce chapitre montre comment l'approche floue proposée représentant l'incertitude sur la demande, conduit à définir de façon rigoureuse une zone floue où peut se produire l'équilibre entre les offres de deux compagnies aériennes opérant sur un même marché.

Ce résultat peut conduire à introduire un équilibre en stratégies mixtes au sens flou.



## **CHAPITRE 6: ILLUSTRATION DE LA MISE EN ŒUVRE DE L'APPROCHE FLOUE**

*Dans ce chapitre l'ensemble des développements théoriques présentés dans ce mémoire en ce qui concerne l'approche floue étudiée, est illustré par une mise en œuvre numérique de façon à, d'une part en vérifier l'applicabilité et d'autre part à évaluer la finesse des résultats obtenus.*

## 1. INTRODUCTION:

Dans ce chapitre, on traite de la mise en œuvre de l'approche floue pour optimiser l'offre d'une compagnie aérienne (choix du tarif et de la fréquence) sur un marché de transport aérien, pour une saison considérée (une saison IATA, par exemple). On considère des marchés de type moyen courrier, on suppose que la clientèle est suffisamment homogène pour qu'un opérateur ne propose qu'un seul tarif sur chacun de ces marchés.

Dans un premier temps on considère une compagnie aérienne en situation de monopole, puis un marché opéré par deux compagnies aériennes pour lequel on étudiera les situations d'équilibre.

Il s'agit surtout de vérifier que l'approche floue proposée dans cette thèse, bien que plus complexe que l'approche déterministe, est dans la pratique réalisable sur le plan numérique.

## 2. OPTIMISATION DE L'OFFRE D'UN MONOPOLE

L'exercice proposé ici étant purement illustratif et la difficulté à obtenir auprès de compagnies aériennes des données qui sont pour elles de nature confidentielle, ont conduit à générer de façon artificielle des données qui présentent des caractéristiques compatibles avec celles qui sont attendues.

### 2.1 GENERATION DE DONNEES :

Ceci a conduit à adopter un procédé de génération des données à partir d'un modèle du type Cobb-Douglass

$$D(p, f) = \delta \cdot p^{\epsilon_p} \cdot f^{\epsilon_f} \quad [6.1]$$

où  $\delta$  est un facteur d'échelle strictement positif et où  $\varepsilon_p$  et  $\varepsilon_f$  sont les élasticités relatives respectivement au prix et à la fréquence.

Dans l'exemple retenu, on a considéré que la demande était élastique au prix avec une élasticité par rapport au prix de  $\varepsilon_p = -1,1$  par exemple, et son élasticité par rapport à la fréquence est prise égale à 0.8 [Castelli et al., 2003].

On considère que la saison est subdivisée en périodes d'égale durée, par exemple deux semaines.

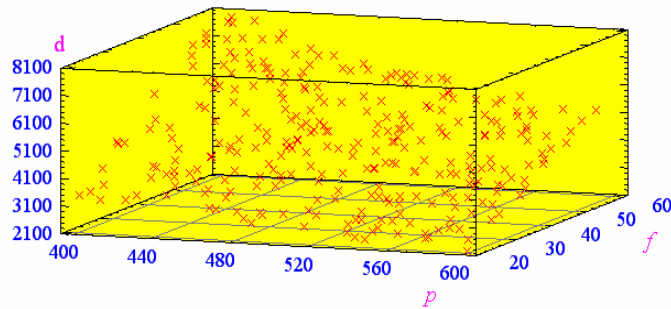
La valeur du facteur d'échelle  $\delta$  a alors été fixée à 225000, compte tenu de la plage de demande retenue ici pour une période de deux semaines.

Afin de générer les données, le logiciel GAUSS [Aptech, 2004] a été utilisé pour construire un échantillon d'une taille  $M$  fixée, a priori ( $M=300$ , par exemple). Le tirage se fait de façon aléatoire selon la loi uniforme de distribution du tarif entre  $p_{min}$  et  $p_{max}$ , il est fait de même pour la fréquence prise entre les valeurs extrêmes des fréquences  $f_{min}$  et  $f_{max}$  (on a  $F = \llbracket f_{min}, f_{max} \rrbracket$ ) que la compagnie peut offrir sur le marché considéré.

Pour cette application, on a choisi les limites suivantes :

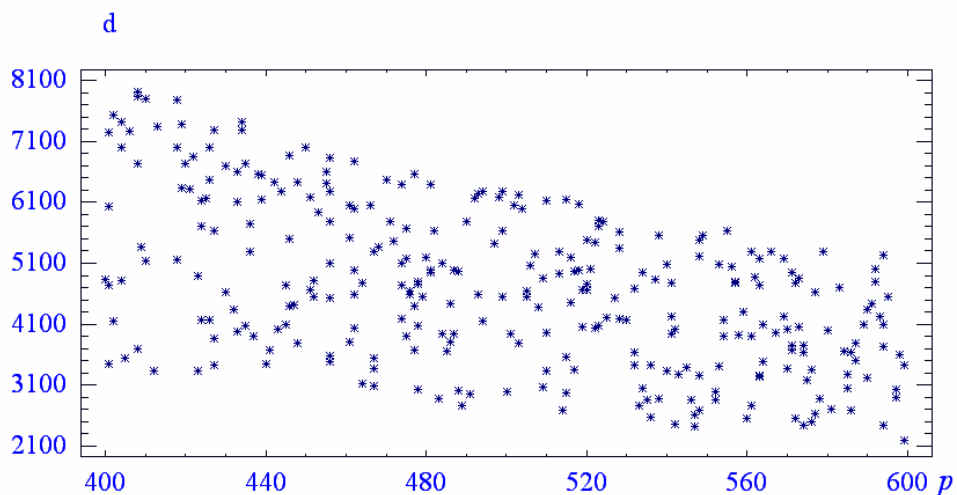
- $p_{min} = 400$  u.m
- $p_{max} = 600$  u.m
- $f_{min} = 20$
- $f_{max} = 60$

La figure 6.1 illustre par un nuage de points les données générées par ce processus aléatoire.



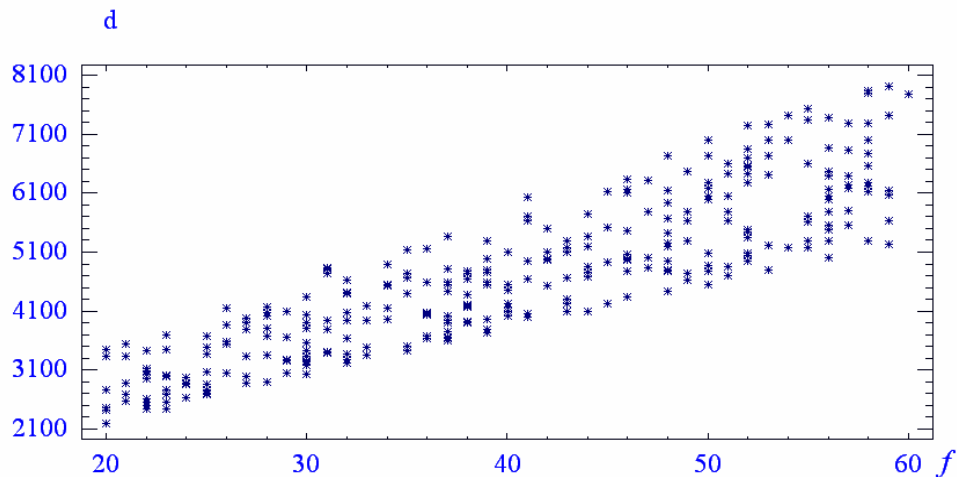
**Figure6.1** : Nuage de données générées : demande en fonction du prix et de la fréquence

Afin de visualiser la dépendance de la demande par rapport au prix, la demande, toutes fréquences confondues, est reportée en fonction du prix sur la figure 6.2. Sur cette figure, on vérifie la tendance globale de décroissance de la demande en fonction du prix. On remarque aussi que pour un même niveau de prix, le niveau de la demande peut se trouver dans un intervalle assez important. Comme on a supposé que la demande ne dépendait que des prix et des fréquences, ceci montre que pour un même prix, la fréquence influe de façon assez importante sur le niveau de la demande.



**Figure6.2** : Echantillon généré : demande en fonction du prix  
(toutes fréquences confondues)

La figure 6.3 représente les valeurs générées pour la demande en fonction de la fréquence. La croissance de la demande en fonction de ce paramètre est mise en évidence sur cette figure.



**Figure6.3** : Nuage de données : la demande en fonction de la fréquence  
(tous prix confondus)

## 2.2 MODELISATION DETERMINISTE PUIS FLOUE DE LA DEMANDE

Dans un premier temps, une modélisation économétrique classique mettant en oeuvre la méthode des moindres carrés ordinaires a été utilisée, puis dans un deuxième temps, la technique de régression floue proposée dans le chapitre 3 est mise à profit pour réaliser la modélisation floue de la demande.

### 2.2.1. Modélisation par l'économétrie

On a repris ici le modèle utilisé dans le chapitre 2, soit :

$$D(p, f) = D_0 - \lambda(p - \varphi(f)) \quad [6.2]$$



où  $D_0 > 0, \lambda > 0$  et  $\varphi$  est une fonction croissante et strictement concave.

On adopte ici pour  $\varphi$  l'expression :  $\varphi(f) = -\frac{\rho}{f}$  où  $\rho$  est une constante strictement positive.

On pose :  $\theta = \lambda \cdot \rho$ , ainsi, le modèle devient :

$$D(p, f) = D_0 - \lambda p - \theta / f \quad [6.3]$$

A l'aide d'une technique de régression des moindres carrés ordinaires appliquée aux données générées dans l'étape précédente, on estime les paramètres de ce modèle. On trouve les valeurs suivantes :

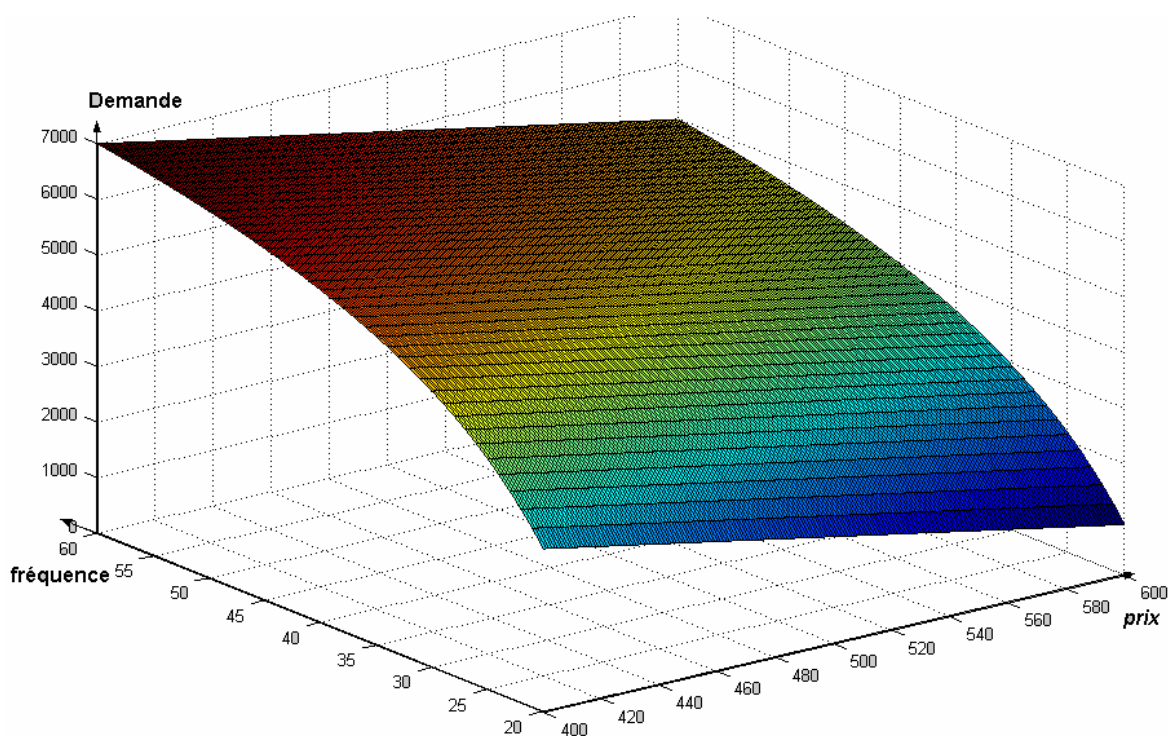
- $\hat{D}_0 = 13351$
- $\hat{\lambda} = 10,9$
- $\hat{\theta} = 117965$

Ainsi on a retenu pour la suite de l'étude une expression de la fonction  $\varphi$  donnée par :

$$\varphi(f) = -10862,3/f \quad (= -(\hat{\theta} / \hat{\lambda}) / f) \quad [6.4]$$

Les indicateurs et les tests associés à cette régression, donnés par le logiciel semblent être assez acceptable (par exemple  $R^2$  est ici égal à 93.1%,...), ce qui montre que ce modèle est relativement représentatif des données. Ensuite la moyenne de l'erreur est donnée par 274.96 et l'écart type de cette erreur vaut  $\sigma = 337,7$ .

La figure 6.4 illustre en trois dimensions cette fonction de demande



**Figure6.4 :** Demande estimée par régression économétrique

### 2.2.2. Estimation de la demande par des régressions floues

Ici, on a utilisé les modèles flous proposés pour la demande dans les chapitres 3 et 4 où celle-ci est représentée par quatre fonctions de niveau. Ces fonctions de niveau ont la même structure que celle du modèle déterministe. Pour un couple de prix et de fréquence donné, elles permettent de délimiter le trapèze associé à la fonction d'appartenance de l'estimation floue de la demande.

L'application de la méthode mixte proposée dans le chapitre 3 conduit aux courbes de niveau suivantes :

$$D^a(p, f) = D_0^a - \lambda^a \cdot (p + 10862,3 / f) \quad [6.5]$$

$$D^b(p, f) = D_0^b - \lambda^b \cdot (p + 10862,3 / f) \quad [6.6]$$

$$D^c(p, f) = D_0^c - \lambda^c \cdot (p + 10862,3 / f) \quad [6.7]$$

$$D^d(p, f) = D_0^d - \lambda^d \cdot (p + 10862,3 / f) \quad [6.8]$$

où  $D^a$  et  $D^d$  sont déterminées respectivement en résolvant les programmes linéaires suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{D_0^a, \lambda^a} \quad \sum_{t=1}^M (d_t - [D_0^a - \lambda^a (p_t + 10862,3 / f_t)]) \\ \text{Sc} \\ D_0^a - \lambda^a (p_t + 10862,3 / f_t) \leq d_t \quad \forall t = 1, \dots, M \\ D_0^a > 0; \lambda^a > 0 \end{array} \right. \quad [6.9]$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{D_0^d, \lambda^d} \quad \sum_{t=1}^M (D_0^d - \lambda^d (p_t + 1062,3 / f_t) - d_t) \\ \text{Sc} \\ D_0^d - \lambda^d (p_t + 1062,3 / f_t) \geq d_t \quad \forall t = 1, \dots, M \\ D_0^d > 0; \lambda^d > 0 \end{array} \right. \quad [6.10]$$

où  $p_t, f_t$  et  $d_t$  sont les  $t^{\text{èmes}}$  valeurs générées pour le prix, la fréquence et la demande et où  $M$  est la taille de l'échantillon de données considérées.

La résolution de ces programmes par Xpress [Dash optimization, 2004] donne les valeurs suivantes pour les paramètres :

$$D_0^a = 12828,8, \lambda^a = 10,8$$

$$D_0^d = 14077,4, \lambda^d = 10,4,$$

En se servant des valeurs estimées pour les paramètres de la fonction trouvée par la régression économétrique ( $\hat{D}_0 = 13351, \hat{\lambda} = 10,9, \sigma = 328,6$ ), on calcule alors les paramètres des deux fonctions centrales  $D^b$  et  $D^c$  :

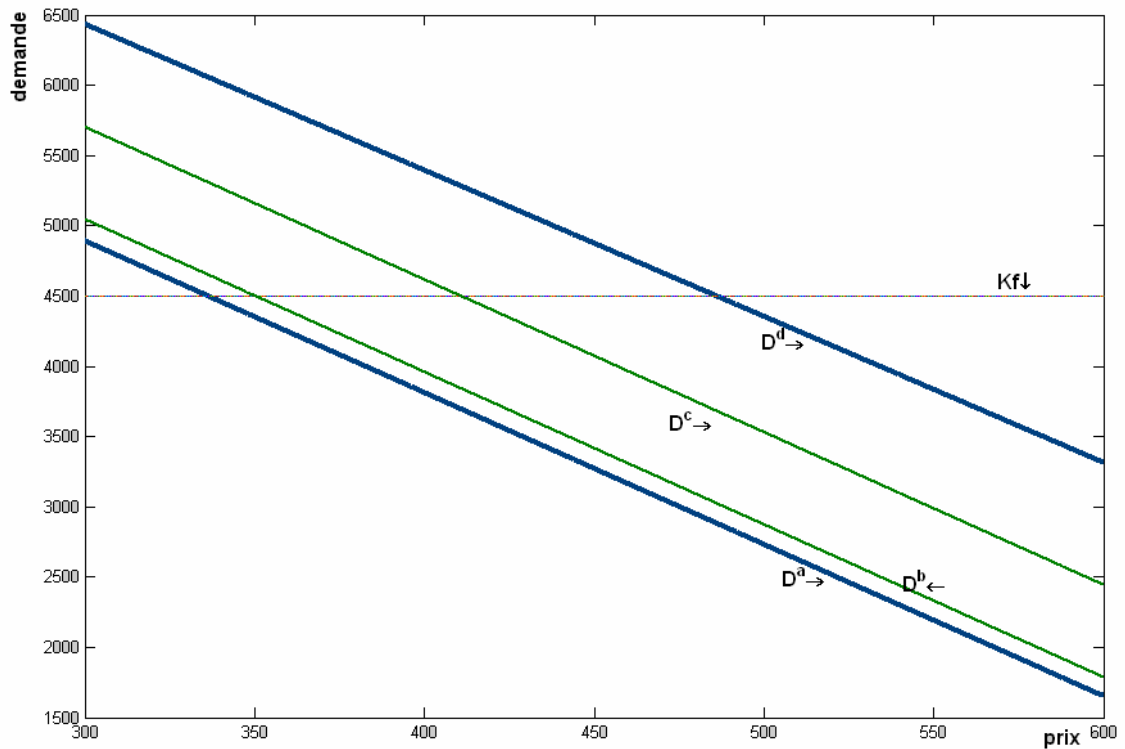
$$D_0^b = \hat{D}_0 - \sigma, \lambda^b = \hat{\lambda}$$

$$D_0^c = \hat{D}_0 + \sigma, \lambda^c = \hat{\lambda}$$

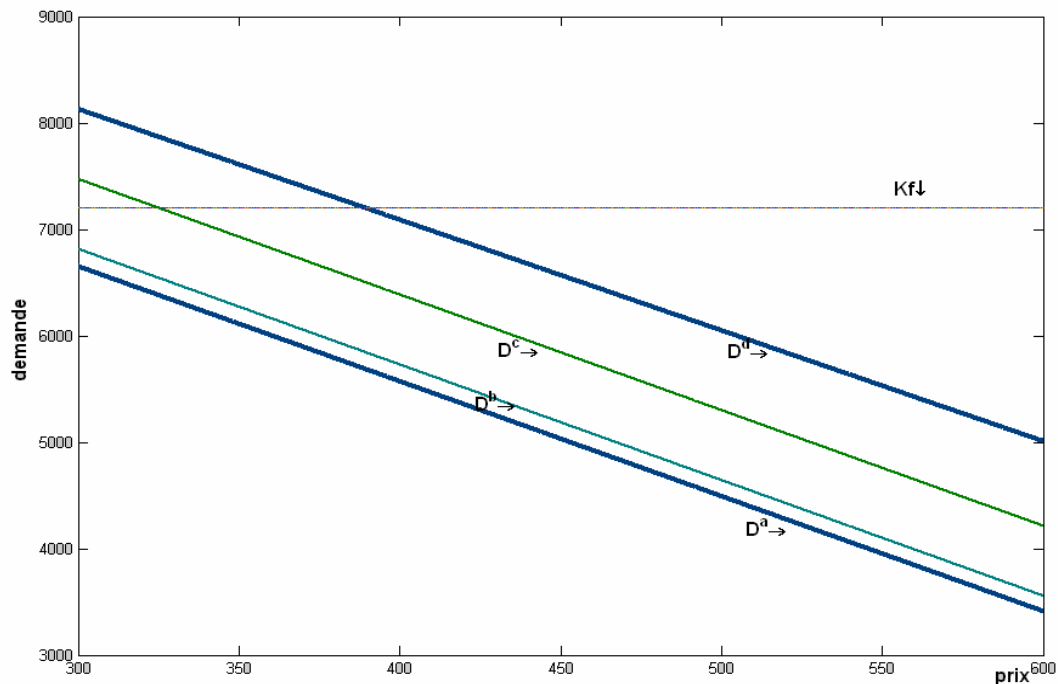
La table 6.1 et les figures 6.6 et 6.7 illustrent pour deux valeurs de fréquences, les fonctions de niveaux trouvées pour la demande :

$f = 25$	$f = 40$
$D^a(p, f) = D_0^a - \lambda_0^a \cdot (p + 10862 / 25)$ $= 8136,3 - 10,8 p$	$D^a(p, f) = D_0^a - \lambda_0^a \cdot (p + 10862 / 40)$ $= 9896,1 - 10,8 p$
$D^b(p, f) = \hat{D}_0 - \hat{\lambda} \cdot (p + 10862 / 25) - \sigma$ $= 8303,9 - 10,9 p$	$D^b(p, f) = \hat{D}_0 - \hat{\lambda} \cdot (p + 10862 / 40) - \sigma$ $= 10073,3 - 10,9 p$
$D^c(p, f) = \hat{D}_0 - \hat{\lambda} \cdot (p + 10862 / 25) + \sigma$ $= 8961,1 - 10,9 p$	$D^c(p, f) = \hat{D}_0 - \hat{\lambda} \cdot (p + 10862 / 40) + \sigma$ $= 10730,6 - 10,9 p$
$D^d(p, f) = D_0^d - \lambda_0^d \cdot (p + 10862 / 25)$ $= 9558,7 - 10,4 p$	$D^d(p, f) = D_0^d - \lambda_0^d \cdot (p + 10862 / 40)$ $= 11253,3 - 10,4 p$

**Table 6.1** : fonctions de niveau correspondant aux fréquences 25 et 40



**Figure 6.6** : Estimation de niveaux de demande pour  $f=25$



**Figure 6.7** : Fonctions de niveaux de demande pour  $f=40$

Si on utilisait l'autre méthode proposée dans le chapitre 3 (Tanaka associée à la h-coupe), les fonctions centrales  $D^b$  et  $D^c$  se placeraient de façon symétrique de part et d'autre du centre de l'intervalle donné par les fonctions extrêmes  $D^a$  et  $D^d$ . Ceci concentrerait la zone correspondant au centre de la grande base du nombre flou, mais la valeur estimée par la méthode économétrique risque d'être en dehors de la petite base qui représente les valeurs associées à un degré d'appartenance égal à 1. Ici, on a utilisé la méthode mixte proposée au chapitre 3 car elle tient mieux compte de la dispersion des données.

### 2.3 OPTIMISATION DU PROFIT

Supposons que la compagnie opère avec une flotte d'avions homogènes, de capacité moyenne égale à  $K=180$  sièges.

On reprend ici l'expression de la fonction coût introduite au chapitre 1 :

$$C(p, f) = c_0 + c_f \cdot f + c_d \cdot \min\{D(p, f), K \cdot f\} \quad [6.11]$$

Pour les paramètres de cette fonction coût, on a adopté les valeurs suivantes données en unités monétaires (la même unité monétaire que celle adoptée pour le tarif) :

$$c_d = 15; c_0 = 100000; c_f = 35000;$$

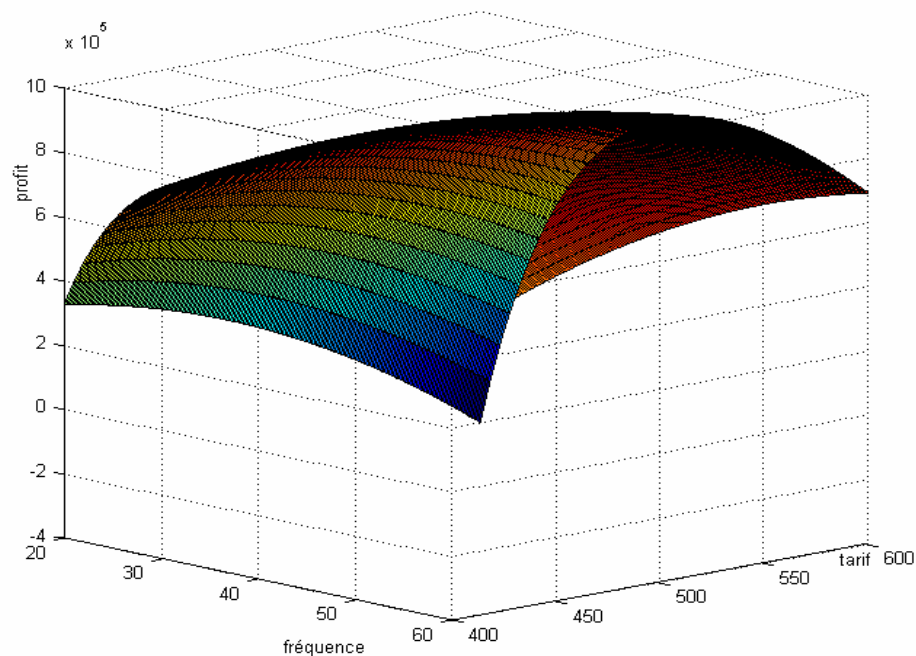
### 2.3.1. Cas déterministe

Dans ce cas, on suppose que la demande est donnée par l'estimation trouvée avec la méthode économétrique, soit :

$$\hat{D}(p, f) = \hat{D}_0 - \hat{\lambda}(p + 10862,3 / f) \quad [6.12]$$

Où  $\hat{D}_0$  et  $\hat{\lambda}$  prennent les valeurs estimées ci-dessus ( $\hat{D}_0 = 13351$  et  $\hat{\lambda} = 10,9$ ).

Pour les valeurs retenues pour les paramètres de la demande et de la fonction coût donnée ci-dessus, la figure 6.8 représente l'évolution du profit de la compagnie en fonction du tarif et de la fréquence.



**Figure6.8** : Evolution du profit calculé à partir du modèle économétrique

D'après le chapitre 4, pour une fréquence  $f$  fixée, le prix qui maximise le profit, qui strictement concave, s'écrit :

$$p_f^* = c_d / 2 + D_0 / (2\lambda) + \varphi(f) / 2 \quad [6.13]$$

soit avec les valeurs numériques adoptées :

$$p_f^* = 622,2 - 10862,3 / 2f$$

et

$$\pi_f^* = (13188,1 - 117965/f)^2 / 43,44 - 40000f - 100000 \quad [6.14]$$

Si on parcourt l'ensemble des valeurs que peut prendre la fréquence, on vérifie que le profit maximal est réalisé pour

$$f^* = 40.$$

On en déduit d'après [6.13] que le prix optimal est égal à :

$$p^* = 486,4 \text{ u.m.},$$

Le profit correspondant à ces deux valeurs est alors égal à :

$$\pi^* = 913365,8 \text{ u.m.}$$

pour une valeur estimée de la demande de  $D(p^*, f^*) = 5119$ .

On peut vérifier ici que la demande est bien inférieure à la capacité totale offerte :

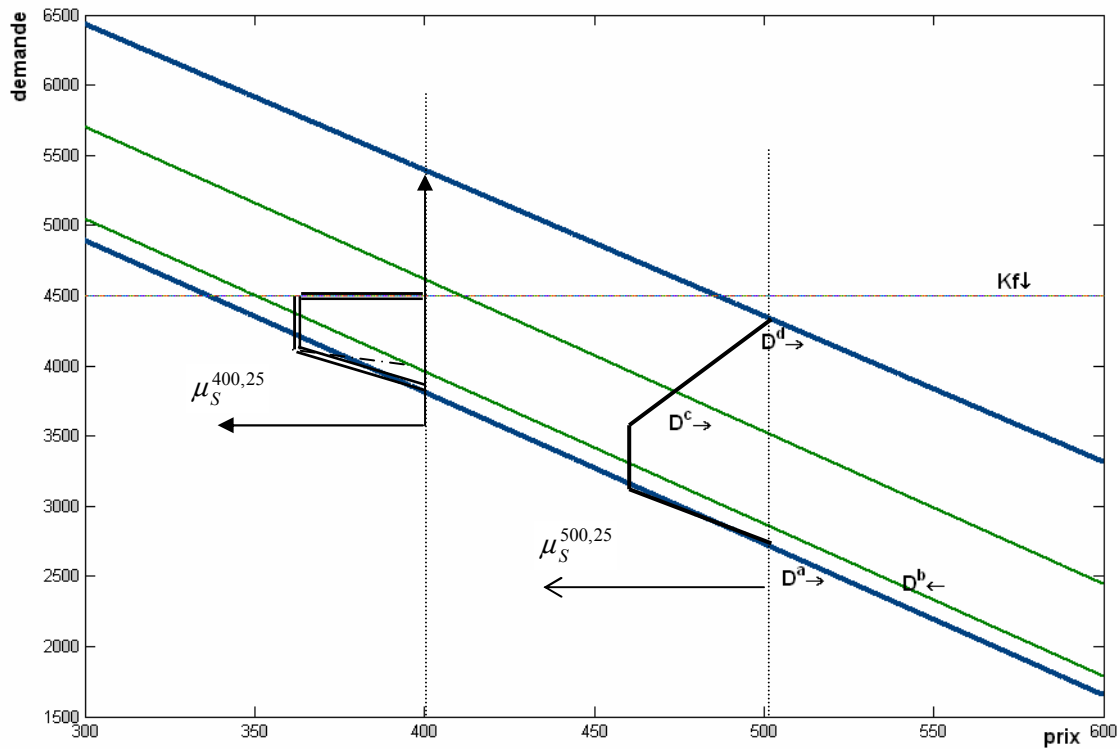
En effet, la capacité offerte qui correspond à ce cas est de  $K.f^* = 7200$ , elle dépasse effectivement la demande associée au couple de prix et fréquence optimaux. Dans cette situation, le taux de remplissage est de 71%.

### ***2.3.2. Cas où la demande est considérée floue***

Dans ce cas, à une fréquence  $f$  et à un prix  $p$  donnés, correspond une demande satisfaite floue  $\tilde{s}$ , puis un profit flou  $\tilde{\pi}$  (comme définis dans le chapitre 4) :

Si on considère différentes valeurs des fréquences, on remarque que la fonction d'appartenance de la demande satisfaite présente une forme qui dépend de la valeur du prix considéré; cette même forme caractérise le profit correspondant. Par exemple, considérant pour  $f=25$ , les prix  $p_1=400$  et  $p_2=500$ , on constate que la fonction d'appartenance a dans le premier cas la forme d'un trapèze rectangle (celle-ci est tronquée par le niveau total

d'offre), alors que dans le second cas, la forme trapézoïdale générale est conservée puisque elle coïncide avec celle de la demande floue.



**Figure 6.9 :** Niveaux de demande estimés, pour  $f=25$  et demandes satisfaites pour  $p=400$  et  $p=500$

Rappelons que le profit flou s'écrit en fonction de la demande satisfaite :

$$\tilde{\pi}(p, f) = (p - c_d) \tilde{s}^{p,f} - c_0 - c_f \cdot f \quad [6.15]$$

où  $\tilde{s}^{p,f} = \tilde{s}(p, f) = \min(\tilde{D}(p, f), Kf)$

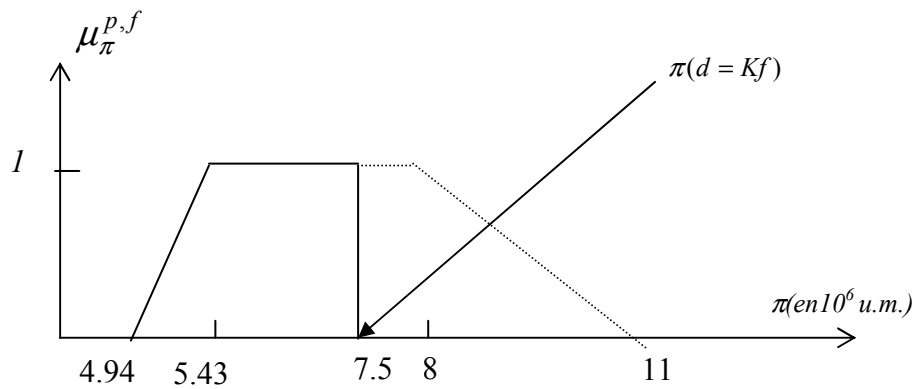
et que les fonctions de niveau du profit sont données par les expressions :

$$\pi^k(p, f) = (p - c_d) D^k(p, f) - c_0 - c_f \cdot f, \quad k \in \{a, b, c, d\} \quad [6.16]$$

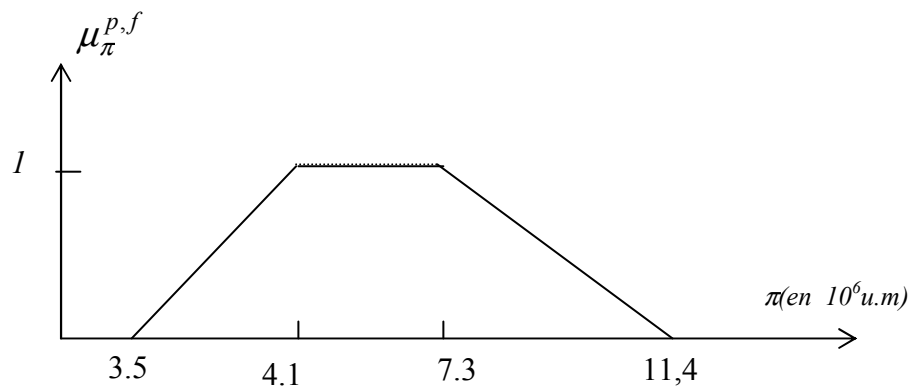


ce qui conduit sur le plan numérique aux valeurs des paramètres caractérisant le profit flou :

$\pi^a(400,25) = 494275,5$	$\pi^a(500,25) = 352105,5$
$\pi^b(400,25) = 543401,5$	$\pi^b(500,25) = 409141,5$
$\pi^c(400,25) = 796423,5$	$\pi^c(500,25) = 727883,5$
$\pi^d(400,25) = 1103499,5$	$\pi^d(500,25) = 1138969,5$
$\pi^{Kf}(400,25) = 757500$	$\pi^{Kf}(500,25) = 1207500$



**Figure 6.10:** Estimation floue du profit pour  $p=400$  et  $f=25$



**Figure 6.11:** Estimation floue du profit pour  $p=500$  et  $f=25$

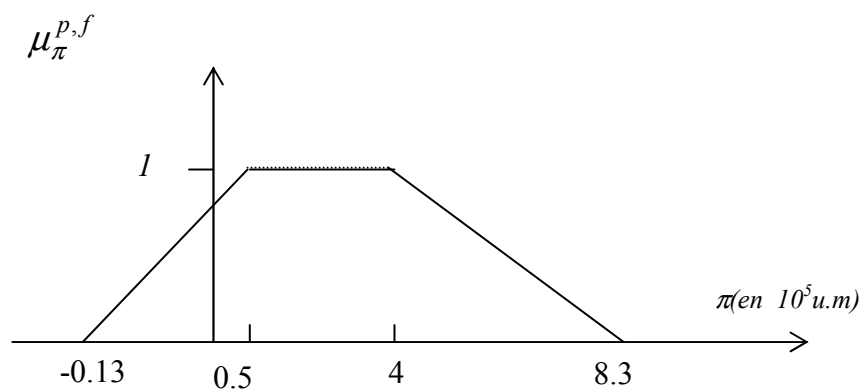
Un exemple où le risque d'opération à perte n'est pas négligeable a été considéré en prenant  $p=550$  et  $f=58$ .

$$\pi^a(550,58) = -13486,5$$

$$\pi^b(550,58) = 51890,5$$

$$\pi^c(550,58) = 403546$$

$$\pi^d(550,58) = 830315,5$$



**Figure 6.12:** Estimation floue du profit pour  $p=550$  et  $f=58$

### 3. ILLUSTRATION DU CAS DE DUOPOLE

On a considéré ensuite le cas de deux compagnies aériennes opérant sur un marché du même type que le précédent. La compagnie 1 est en position légèrement dominante par rapport à sa concurrente, la compagnie 2. On a supposé que la première avait la possibilité d'offrir une fréquence plus élevée que la concurrente.

### 3.1 GENERATION DES DONNEES

On a utilisé ici aussi un modèle de demande du type Cobb- Douglass pour générer des données. Pour cela on a fait varier de façon aléatoire dans un domaine donné les prix et les fréquences de ces deux compagnies :

$$\forall i \in \{1,2\}, D_i(p_i, p_j, f_i, f_j) = \delta_i p_i^{\varepsilon_{p_i}^i} p_j^{\varepsilon_{p_j}^i} f_i^{\varepsilon_{f_i}^i} f_j^{\varepsilon_{f_j}^i} \quad [6.17]$$

$$p_1 \in [p_{1\min}, p_{1\max}], p_2 \in [p_{2\min}, p_{2\max}], f_1 \in F_1 \text{ et } f_2 \in F_2$$

$\varepsilon_{p_i}^i$  élasticité de la demande de la compagnie  $i$  par rapport à son propre prix.

$\varepsilon_{p_j}^i$  élasticité (croisée) de la demande de la compagnie  $i$  par rapport au prix de son concurrent.

$\varepsilon_{f_i}^i$  élasticité de la demande de la compagnie  $i$  par rapport à sa propre fréquence.

$\varepsilon_{f_j}^i$  élasticité (croisée) de la demande de la compagnie  $i$  par rapport à la fréquence de son concurrent.

Les valeurs numériques qui ont été utilisées pour les paramètres de la fonction de Cobb Douglass sont les suivantes :

- On a adopté les mêmes élasticités que dans le cas du monopole, puisque celles-ci caractérisent les passagers et leur sensibilité au prix et à la fréquence.

$$\varepsilon_{p_i}^i = -1,1 ; i \in \{1,2\}$$

$$\varepsilon_{f_i}^i = 0,8 ; i \in \{1,2\}$$

- Quant aux élasticités croisées entre les deux compagnies, on les a prises de façon à favoriser légèrement la compagnie 1 :

$$\varepsilon_{p_2}^1 = 0,3 ; \varepsilon_{p_1}^2 = 0,28$$

$$\varepsilon_{f_2}^1 = -0,15 ; \varepsilon_{f_1}^2 = -0,18$$

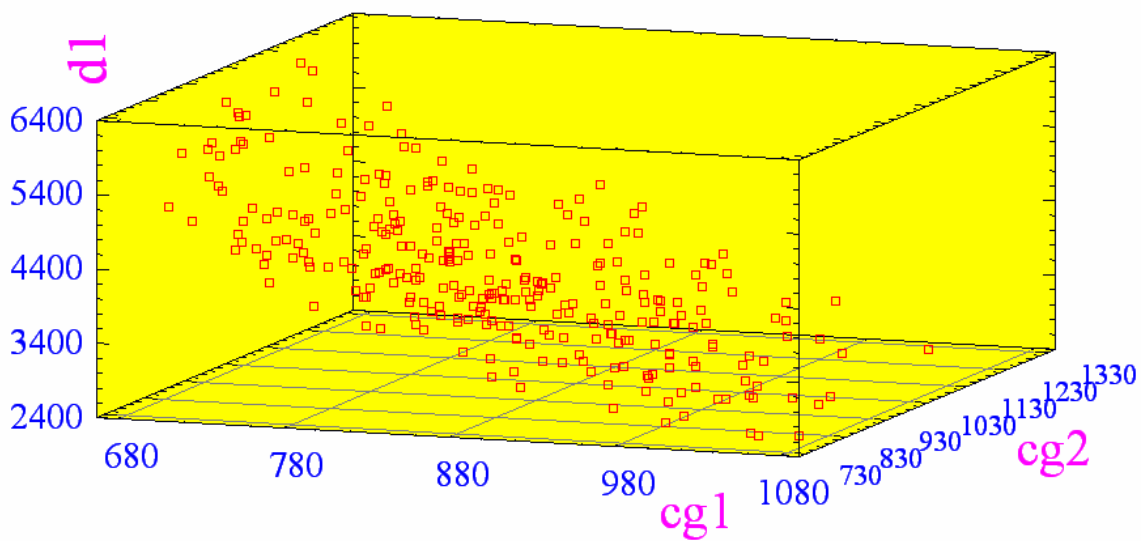
- On suppose que les tarifs des deux compagnies se trouvent dans la même plage de prix :  $\forall i \in \{1,2\}, p_{i\min} = 350$  et  $p_{i\max} = 600$
- On suppose que les fréquences offertes par les deux compagnies sont telles que :

$f_1 \in F_1$  avec  $F_1 = [20,35]$  et  $f_2 \in F_2$  avec  $F_2 = [15,30]$ .

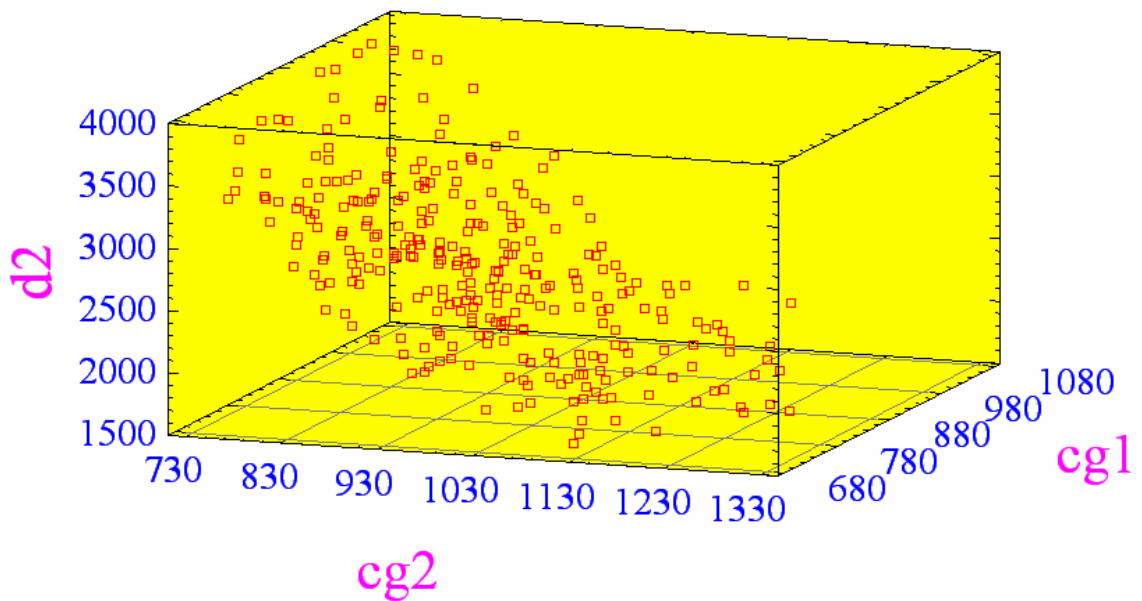
Lors de la génération des données, les tarifs des deux compagnies ont été tirés selon une loi uniforme dans la plage de prix retenue, de même que les fréquences dans  $F_1$  et  $F_2$  naturels. On a considéré uniquement les cas où  $f_1 \geq f_2$ .

Le coût généralisé  $cg_1$  de la compagnie 1 est alors tel que:  $cg_1 = p_1 + 10862,3 / f_1$  et le coût généralisé  $cg_2$  de la compagnie 2 est tel que:  $cg_2 = p_2 + 10862,3 / f_2$ .

Les figures 6.13 et 6.14 représentent par des nuages de points les données générées en ce qui concerne respectivement la demande du premier opérateur et celle du second opérateur.



**Figure 6.13 :** Données générées pour la demande du premier opérateur



**Figure6.14** : Données générées pour la demande du deuxième opérateur

### 3.2 MODELISATION

On a adopté le modèle introduit dans le chapitre 5 qui associe à chaque compagnie aérienne  $i$  la demande  $D_i(p_i, p_j, f_i, f_j)$  telle que :

$$D_i(p_i, p_j, f_i, f_j) = D_{i0} - \lambda_i * cg_i + \mu_i * cg_j \quad [6.18]$$

où  $\forall i \in \{1,2\}, D_{i0} > 0, \lambda_i > 0, \mu_i \geq 0$  et  $cg_i = p_i + 10862,3 / f_i$

#### 3.2.1. Estimation économétrique

A l'aide du logiciel Statgraphics [SigmaPlus, 2004], on a estimé les paramètres des modèles de demande des deux compagnies aériennes considérées à partir des données générées, comme expliqué ci-dessus.

$$\hat{D}_{1_0} = 9872,9$$

$$\hat{D}_{2_0} = 5521,2$$

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_1 &= 8,5 & \hat{\lambda}_2 &= 4,5 \\ \hat{\mu}_1 &= 1,6 & \hat{\mu}_2 &= 1,4 \\ \sigma_1 &= 192 & \sigma_2 &= 163,7 \text{ (écarts types des erreurs d'estimation)} \end{aligned}$$

Remarquons que la condition :  $\lambda_i > \mu_i$  est vérifiée pour  $i = 1$  et  $i = 2$ .

### 3.2.2. Estimation par les régressions floues

Ici, on considère la construction d'un modèle flou de la demande, défini par une fonction floue  $\tilde{D}_i(p_i, p_{j \neq i}, f_i, f_{j \neq i})$ , représentée par quatre fonctions de niveau  $D_i^a, D_i^b, D_i^c$  et  $D_i^d$  telles que :

$$\forall i \in \{1, 2\} \quad \forall k \in \{a, b, c, d\}, \tag{6.19}$$

$$D_i^k(p_i, p_j, f_i, f_j) = D_{i0}^k - \lambda_i^k * cg_i + \mu_i^k * cg_j, \quad i, j \in \{1, 2\}, i \neq j$$

La détermination des paramètres de ces fonctions de niveau pour les deux compagnies s'est faite en résolvant les problèmes de programmation linéaire tels que [6.9] et [6.10]. Ainsi, on a trouvé les valeurs suivantes :

Compagnie1	Compagnie2
$D_{1_0}^a = 9258,6, \lambda_1^a = 7,9, \mu_1^a = 1,3$	$D_{2_0}^a = 5931, \lambda_2^a = 5,1, \mu_2^a = 1,3$
$D_{1_0}^b = 9680,9, \hat{\lambda}_1 = 8,5, \hat{\mu}_1 = 1,6$	$D_{2_0}^b = 5931, \hat{\lambda}_2 = 4,5, \hat{\mu}_2 = 1,4$
$D_{1_0}^c = 10064,9, \hat{\lambda}_1 = 8,5, \hat{\mu}_1 = 1,6$	$D_{2_0}^c = 5684,9, \hat{\mu}_2 = 1,4, \hat{\mu}_2 = 1,4$
$D_{1_0}^d = 11235,8, \lambda_1^d = 9,2, \mu_1^d = 1,3.$	$D_{2_0}^d = 6087,2, \lambda_2^d = 4,6, \mu_2^d = 1,4$

**Table6.2.** Valeurs des paramètres de fonctions de niveau de des estimations de la demande des deux compagnies

### 3.3 ANALYSE DES SITUATIONS D'EQUILIBRES

Afin de mener à bien l'illustration de la méthode, on a adopté les valeurs suivantes pour les paramètres caractérisant les fonctions coûts des deux compagnies :

$$\begin{aligned}c_d^1 &= 15; & c_d^2 &= 15; \\c_0^1 &= 100000; & c_0^2 &= 60000; \\c_f^1 &= 33000; & c_f^2 &= 35000;\end{aligned}$$

Ces valeurs, continuent à donner plus d'importance à la compagnie1 en supposant que celle-ci présente une activité de plus grande taille et un coût unitaire associé a la fréquence moindre.

### 3.3.1. Cas déterministe

Les figures 6.15 et 6.16 représentent les profits des deux compagnies aériennes, estimés par la méthode économétrique, les fréquences étant supposées fixées :

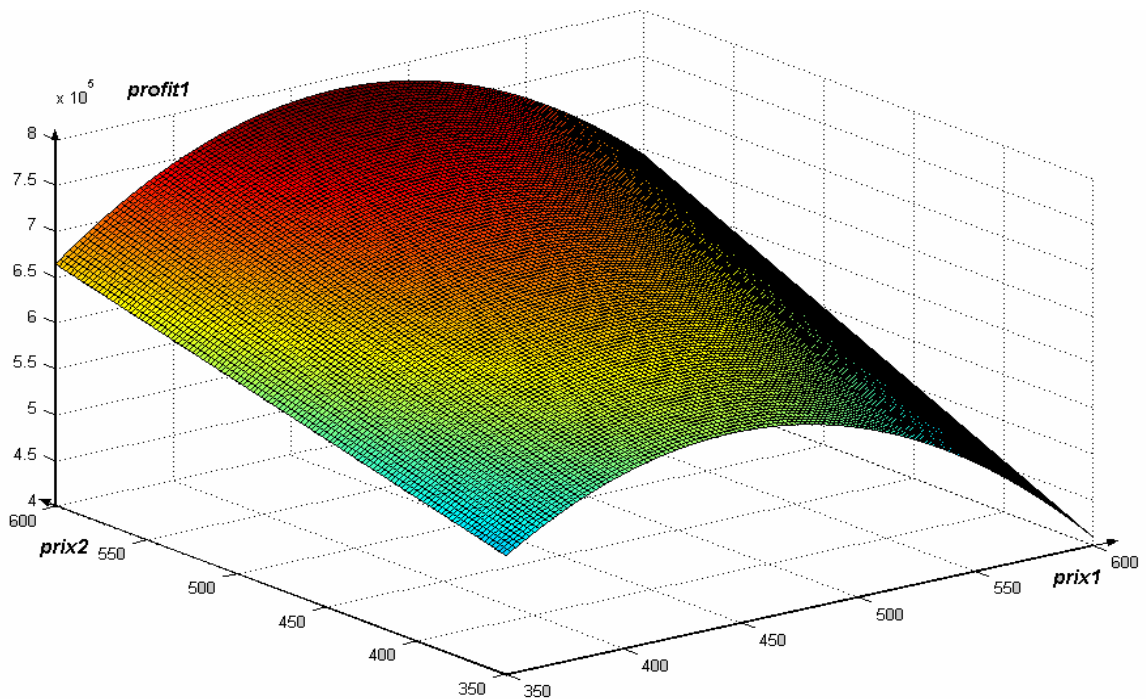
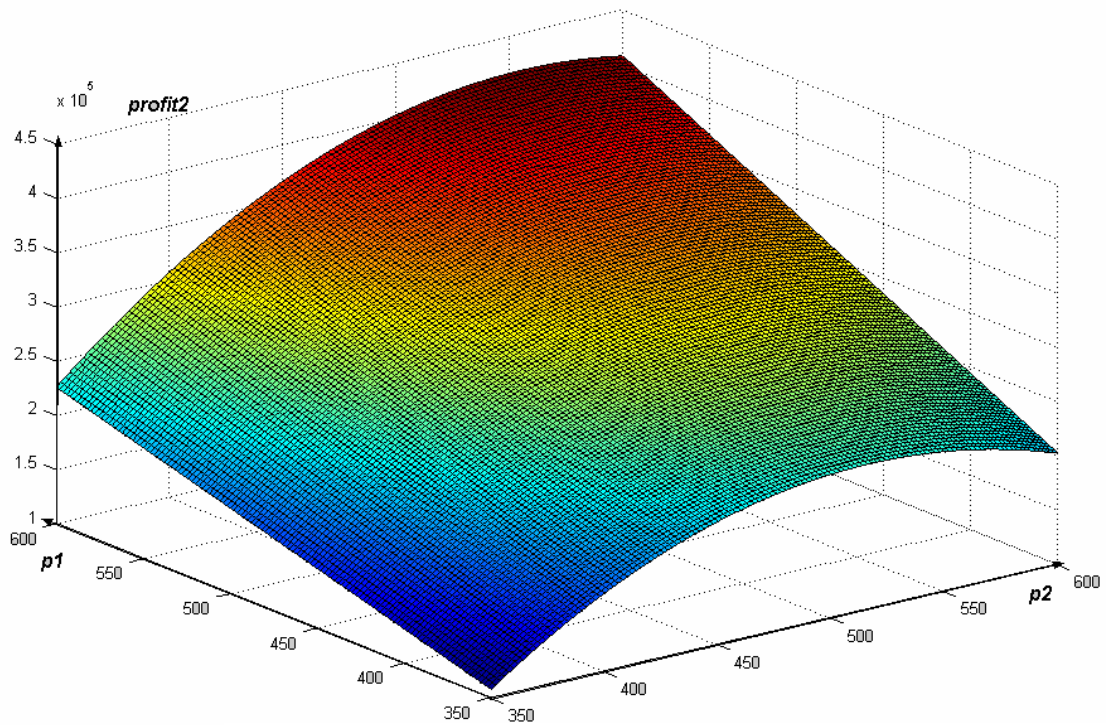


Figure6.15 : Profit de la compagnie1 pour  $f_1 = 25$  et  $f_2 = 24$



**Figure6.16** : Profit de la compagnie 2 pour  $f_1 = 25$  et  $f_2 = 24$

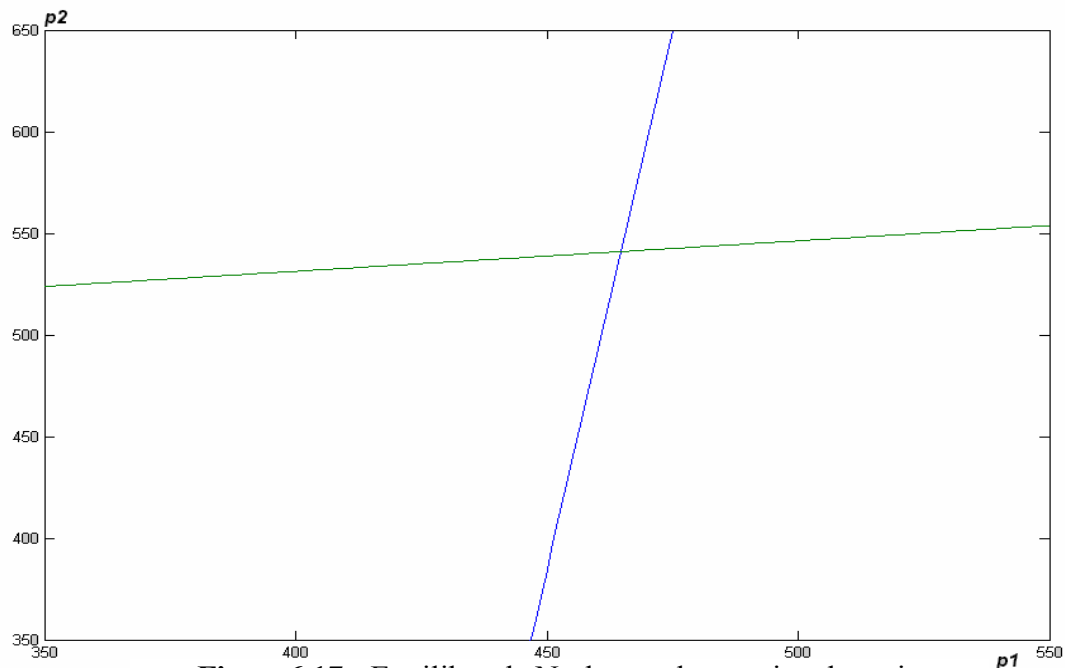
La maximisation étant supposée se faire sur deux étapes comme expliqué dans le chapitre5, à un couple de fréquences pré-fixées, on associe deux courbes de réaction en ce qui concerne la concurrence en prix sur le marché :

$$R_{i,f_i,f_j}(p_j) = \hat{D}_{i_0} / 2\hat{\lambda}_i + (c_d^i + \varphi(f_i)) / 2 + (\hat{\mu}_i / 2\hat{\lambda}_i)(p_j - \varphi(f_j)) \quad [6.20]$$

ce qui donne respectivement pour  $f_1 = 25$  et  $f_2 = 24$  :

$$R_{1,f_1=25,f_2=24}(p_2) = 413,6 + 0,09 p_2 \quad \text{et} \quad R_{2,f_2=24,f_1=25}(p_1) = 462 + 0,15 p_1 \quad [6.21]$$





**Figure6.17** : Equilibre de Nash pour le sous jeu des prix

pour  $f_1 = 25$  et  $f_2 = 24$

L'intersection de ces deux droites permet alors de définir la situation d'équilibre du marché.

La résolution de ce système d'équations dans le cas où  $f_1 = 25$  et  $f_2 = 24$  donne les valeurs des tarifs d'équilibre suivants :  $p_1^* = 461,4$  et  $p_2^* = 531,2$

Les demandes correspondant à cette situation sont données par :

$$D_1(p_1^*, f_1, p_2^*, f_2) = 4129 \text{ et } D_2(p_2^*, f_2, p_1^*, f_1) = 2299$$

et les profits réalisés par les deux opérateurs sur ce marché ont les valeurs suivantes :

$$\pi_1(p_1^*, f_1, p_2^*, f_2) = 3543750 \text{ et } \pi_2(p_2^*, f_2, p_1^*, f_1) = 286933$$

Ces résultats trouvés ne sont pas surprenants vu les considérations qui ont été prises dans l'exemple, favorisant la compagnie aérienne 1.

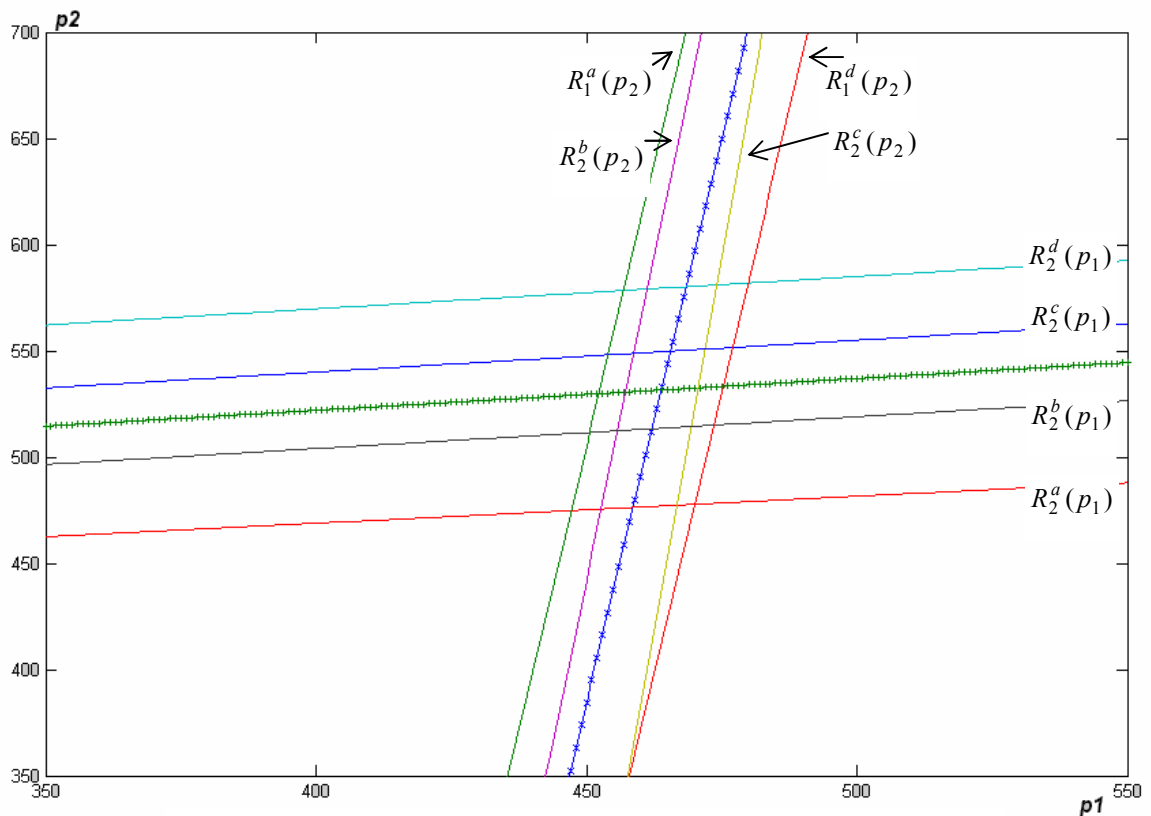
Ce calcul peut se faire pour tout couple de fréquences pris dans  $F_1 \times F_2$ , ensuite, le profit optimal le plus élevé sera choisi avec le couple de fréquences (et par la suite de tarifs) associé.

### 3.3.2. Cas de l'approche floue

Pour tout  $k \in \{a, b, c, d\}$ ,

$$R^k_{i,f_i,f_j}(p_j) = D_{i0}^k / 2\lambda_i^k + (c_d^i + \varphi(f_i)) / 2 + (\mu_i^k / 2\lambda_i^k)(p_j - \varphi(f_j)) \quad [6.22]$$

La figure 6.18 représente les niveaux de réactions dans le cas des valeurs fixées pour les fréquences ( $f_1 = 25$  et  $f_2 = 24$ ).



**Figure 6.18 :** Zone d'équilibre du sous jeu des prix obtenue par fuzzyfication, pour  $f_1 = 25$  et  $f_2 = 24$

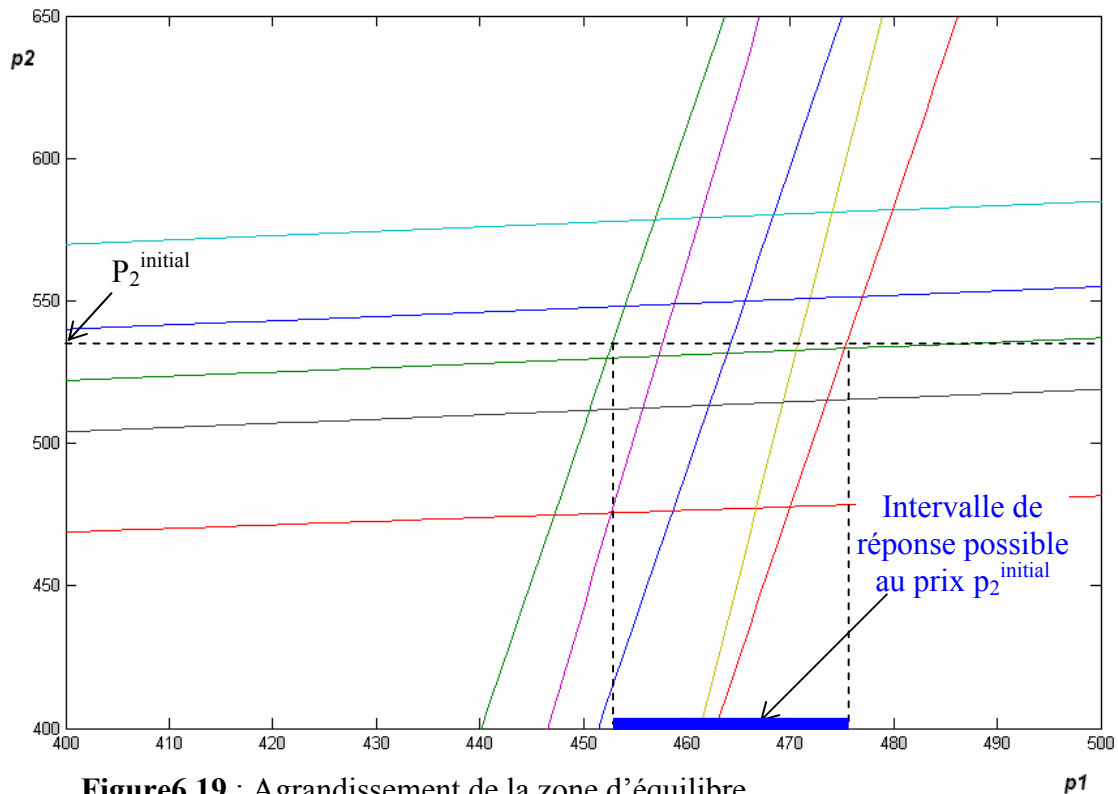


Figure 6.19 : Agrandissement de la zone d'équilibre

On retrouve la zone d'équilibre décrite dans la partie théorique, cette zone correspond à un équilibre flou des prix. Le reste de la procédure de se fait exactement comme expliqué dans le chapitre 5.

#### 4. CONCLUSION

Les développements numériques réalisés dans ce chapitre à l'aide de logiciels courants dans le domaine du traitement des données et de l'optimisation, ne semblent pas présenter de difficultés particulières. Pour favoriser l'implantation de cette approche dans un cadre industriel, l'ensemble des étapes et modules de calcul pourraient être intégrés dans un unique logiciel associé à une interface permettant à l'expert de superviser ce processus d'analyse.



## CONCLUSION GENERALE

Le secteur du transport aérien est un domaine d'activité où l'efficacité économique doit être recherchée constamment afin d'en assurer la pérennité. Il s'agira donc très souvent pour une compagnie aérienne opérant sur un marché, d'y proposer des fréquences et des tarifs adaptés à sa demande réelle et compatibles avec ses capacités d'opération. On a relevé que la prévision de la demande et la précision des modèles de cette demande jouent un rôle essentiel pour cela.

Dans ce mémoire, on a adopté une modélisation floue de la demande de transport aérien et le choix de ce cadre de travail a été justifié aussi bien sur le plan pratique que théorique. Un modèle flou de la demande mettant en œuvre des fonctions de niveau et pouvant être interprété comme extension directe des modèles de demande déterministes, a été retenu. Cette démarche établissant un parallèle entre l'approche déterministe et l'approche floue a été poursuivie pour traiter dans le cas d'un monopole, le problème de la définition de l'offre (prix et fréquences) alors que la demande est donnée par un modèle flou. Puis procédant toujours par référence à l'approche déterministe, la situation d'un marché duopolistique a été considérée dans le cadre flou.

Ce nouveau formalisme, bien que plus lourd que le formalisme classique (déterministe ou probabiliste), permet dans les deux cas de déboucher sur des considérations qui enrichissent la connaissance du marché : visualisations des degrés d'incertitude et évaluation des risques d'une part et définition beaucoup plus graduelle et flexible des situations d'équilibre sur un marché concurrentiel.

Ainsi, l'approche présentée dans ce mémoire, outre son caractère original, semble apporter des éléments et des moyens de décision nouveaux pour améliorer l'efficacité de certaines décisions opérationnelles que les compagnies aériennes ont à prendre.

Il apparaît donc utile de poursuivre l'approfondissement de cette approche qui doit permettre d'intégrer au mieux les informations issues de données statistiques et les connaissances des experts. Ceci passera par une classification des concepts utilisés auprès des décideurs, une formalisation plus poussée des méthodes et la production des codes standard correspondants. Il s'agira aussi de voir comment cette approche peut être associée aux approches plus classiques afin de conduire à une prise de décision plus efficace. Elle pourrait par exemple, par « inversion », à partir d'un niveau de risque prédéfini, identifier le niveau nécessaire de précision des prévisions de demande.

Remarquons que les coûts d'une compagnie aérienne présentent aussi, mais à un degré moindre, des incertitudes et qu'il serait possible de reprendre tout le développement présenté dans ce mémoire en considérant non seulement que la demande, mais que aussi les coûts, dans une moindre mesure, sont flous.

En ce qui concerne les domaines d'application, il apparaît d'ores et déjà intéressant d'appliquer cette approche au cas d'un ensemble de marchés opérés par une même compagnie aérienne notamment quand ceux-ci se partagent la même flotte.

Un autre domaine très sensible pour les compagnies aériennes est celui de la maximisation de leur recette commerciale (Revenue Management) et l'adoption d'une représentation floue de la demande et des connaissances d'experts peut ouvrir d'importantes perspectives dans ce domaine.

Il est enfin à remarquer que l'approche proposée pouvait être appliquée à d'autres services et biens où l'on pourra, éventuellement considérer que la demande ne dépendait que du prix et où, dans le cas de concurrence, le jeu sera limité à celui des prix.



# Annexe A :Introduction à la logique floue

## 1. INTRODUCTION:

La logique classique, la théorie classique des ensembles et le calcul des probabilités considèrent les objets comme précis ainsi que les relations qui existent entre eux (sous-ensembles, fonction caractéristique, la binarité des états de la logique booléenne, etc.). Dans la pratique, ces modèles idéalisés et précis ont le mérite de la simplicité mais finalement ne permettent de traiter qu'un nombre restreint d'applications.

L'inadéquation entre modèles mathématiques précis et la réalité complexe, a été introduit e par Zadeh sous le nom de principe d'incompatibilité dans *Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decisions process*, IEEE transactions 1973 :

*« Au fur et à mesure que la complexité d'un système augmente, notre habilité à formuler de manière précise et significative son comportement, diminue jusqu'à une limite, au delà de laquelle la précision et la signification deviennent des caractéristiques pratiquement mutuellement exclusives. »* et Einstein l'a remarqué dans *Geometry and Reality* [Einstein, 1921] : *« tant que les lois mathématiques décrivent la réalité, elles ne sont pas certaines et tant qu'elles sont certaines, elles ne décrivent pas la réalité. »*(so far as laws of mathematics refer to reality they are not certain and so far they are certain they do not refer to reality).

Le monde réel, de par sa nature n'est pas toujours précis mais il présente généralement un caractère vague, il serait donc aberrant de le décrire à l'aide de modèles précis voire simplistes dans des cas jusqu'à parfois s'éloigner de l'objectif. En effet un phénomène ne vérifie toujours pas une propriété complètement, il peut ne la vérifier que partiellement. De plus un système ne passe pas instantanément d'un état un état complètement différent.

Toutefois le langage humain paraît efficace dans la description des objets vagues ainsi que dans la prise de décision en présence d'imprécision. Cependant et malgré sa familiarité avec les termes au cours du langage et la compréhension du contenu global de celles-ci, il n'est pas en mesure d'affirmer en absolu le sens réel de termes tels que : élevé, faible, petit, intelligent, vieux, jeune, plusieurs, beaucoup, etc.

Considérons par exemple les taux de remplissage des vols des compagnies aériennes. Ce taux peut être faible ou élevé. Aux attributs « faible » et « élevé » on associe les classes respectives F et E. La classe F est constituée des taux de remplissage qui sont inférieurs à 60%, tandis que la classe E est constituée des taux supérieurs à 60%.

Au sein de la classe E, et selon le concept classique d'appartenance de la théorie classique des ensembles, tout taux de remplissage supérieur à 60% est élevé. Autrement dit un taux d'occupation égal à 60% et un autre valant 90% n'ont aucune différence du point de vue de leur appartenance à la classe E, car ils satisfont tous deux à leur caractéristique commune qui est justement d'être dans cet intervalle de pourcentage définissant E.

La réalité impose une certaine distinction entre un taux d'occupation élevé de 60%, 75%, 95% et amène à ne pas les considérer élevés au même titre. Il semble nécessaire pour les distinguer d'introduire une notion d'échelle ou de degré d'avoir un taux de remplissage élevé afin de restituer les nuances inhérentes à ce concept vague, mal adapté à la notion d'appartenance du modèle ensembliste classique. Ainsi, par convention, un degré de 1 pourrait être attribuée à un taux de remplissage de 95% pour dire qu'il est pleinement élevé, un taux valant 75% se verrait attribuer un degré égal à 0,5 pour dire qu'il est moyennement élevé et un taux de 60% serait affecté d'un poids plus faible de 0,1 par exemple.

L'inadaptation de la théorie classique des ensembles aux notions vagues et imprécises, rencontrées pourtant dans de nombreux autres domaines que la linguistique, a conduit à une nouvelle modélisation par l'introduction en 1965 de la théorie des ensembles flous par L.A. Zadeh.

## 2. NOTIONS D'ENSEMBLES FLOUS

La théorie des ensembles flous est une théorie mathématique. Son objectif a été dans un premier temps de modéliser les notions vagues du langage naturel. Un ensemble classique se définit, en général par la frontière abrupte entre deux catégories d'éléments : ceux qui sont dans l'ensemble et qui lui appartiennent et ceux qui sont à l'extérieur et qui appartiennent à son complémentaire. Le concept d'appartenance est modélisé par une fonction  $\chi_A$  appelée fonction caractéristique de l'ensemble  $A$ , sous-ensemble d'un ensemble de référence  $U$  appelé également référence ou ensemble universel.

La fonction  $\chi_A$  définie sur  $U$  et à ses valeurs dans  $\{0,1\}$  est telle que  $\forall x \in U, \chi_A(x) = 1$  si  $x \in A$  et  $\chi_A = 0$  si  $x \notin A$ . Cette fonction caractéristique  $\chi_A$  (fonction d'appartenance) exprime le fait que pour tout élément de  $U$ , on peut affirmer l'une des assertions suivantes et seulement une seule d'entre les deux :

- cet élément appartient à  $A$
- ou bien cet élément n'appartient pas à  $A$  mais à son complémentaire.

Aucune situation intermédiaire ne peut exister.

La théorie des ensembles flous se propose donc de généraliser cette fonction d'appartenance pour des catégories vagues.

## 3. DEFINITION D'UN ENSEMBLE FLOU

Soit une variable  $x$  (le taux de remplissage des avions) et un univers de référence  $U$  (les individus). Un sous-ensemble flou  $A$  dans  $U$  est défini par la donnée d'une application  $\mu_A$  de  $U$  dans l'intervalle réel  $[0,1]$ . A tout élément  $x \in U$  est associée une valeur  $\mu_A(x)$  telle que  $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ . L'application  $\mu_A$  est appelée fonction d'appartenance de l'ensemble flou  $A$ .

A tout élément  $x \in U$ , la valeur  $\mu_A(x)$  associée n'est pas nécessairement égale à 0 ou à 1, elle est a priori quelconque et désigne le degré d'appartenance de  $x$  à l'ensemble  $A$  :

$\mu_A(x) = 0$ ,  $x$  n'appartient pas à  $A$ , c'est à dire  $x$  ne satisfait pas la propriété vague sous-entendue par  $A$  (par exemple  $x$  (=30%, par exemple) n'est pas élevé selon le critère de définition de la catégorie  $E$  des taux de remplissage).



$\mu_A(x) = 1$ ,  $x$  satisfait pleinement la propriété vague définie par  $A$  (par exemple un taux de remplissage de 90% est parfaitement élevé si on considère toujours le même ensemble  $E$ )

$\mu_A(x) \neq 0$  et  $\mu_A(x) \neq 1$ , dans ce cas, le degré d'appartenance  $\mu_A(x)$  est une valeur intermédiaire entre 0 et 1 et  $x$  satisfait partiellement et à un certain degré la propriété vague définissant  $A$  (par exemple un taux de remplissage de 70% est élevé mais avec un degré égal à 0,4 par exemple)

**Théorie Classique**

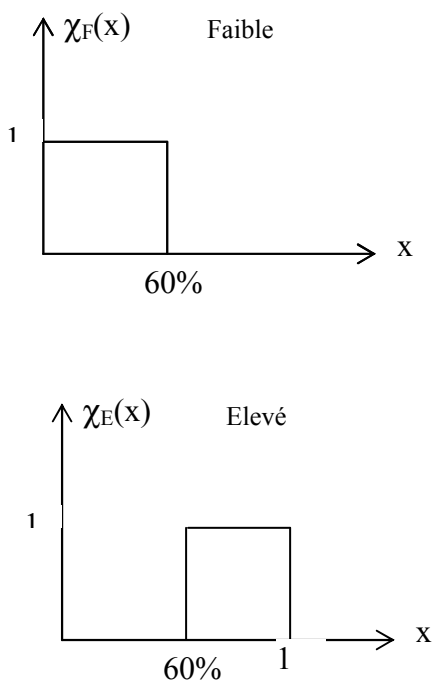
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

**Théorie Floue**

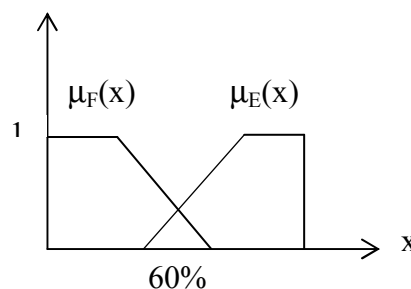
$$\mu_A(x) \in [0,1]$$

Ici 'le taux de remplissage' est appelé variable linguistique et 'faible' et 'élevé' sont des valeurs linguistiques.

Logique classique



Logique floue



**Figure A.1** Fonction caractéristique et fonction d'appartenance

#### **4. DEGRE D'APPARTENANCE ET PROBABILITE**

Depuis l'introduction du concept de la logique floue en 1965 par Lotfi Zadeh, les comparaisons entre la théorie de la probabilité et celle de la possibilité ont été discutées. Le degré d'appartenance et la probabilité sont deux notions totalement différentes par nature. Il s'agit bien dans les deux cas d'un nombre réel pris dans l'intervalle  $[0,1]$  et considéré comme une mesure d'incertitude mais les objectifs de ces deux notions sont différents. Un degré d'appartenance constitue une mesure d'incertitude ou de croyance par rapport à une notion vague telle que 'grand, intelligent, plusieurs, à peu près, etc.'. Cette mesure indique que selon le contexte du discours considéré (ensemble de référence) et selon les conventions adoptées, les individus sont grands, intelligents, nombreux, les quantités sont petites, grandes, intelligentes, précises, approximatives, etc., à des degrés divers.

Le degré 1 a été associé ci-dessus à un taux de remplissage de 95% alors qu'un taux d'occupation de 70% considéré comme élevé également était associé à un degré plus faible 0,4. Ce positionnement par rapport à une caractéristique vague ne fait appel à aucune notion d'événement; il ne s'agit que d'une quantification reflétant beaucoup plus de réalité qu'une considération purement booléenne et la somme des degrés d'appartenance n'a pas la contrainte d'être égale à l'unité. Tandis qu'une probabilité est inévitablement associée à la notion d'événement. C'est un poids, une mesure associée à l'occurrence d'un événement : il y a donc incertitude et attente que celui-ci se réalise. Et de ce fait, les modèles stochastiques demandent une grande quantité d'informations pour assurer l'identification d'au moins de « valeurs moyennes » acceptables afin que la probabilité d'erreur soit réduite. Mais dire que les fonctions d'appartenance ne sont pas statistiques ne veut pas dire que l'on ne puisse pas utiliser des données statistiques en plus de l'avis subjectif pour déterminer les fonctions d'appartenance.

Diverses notions complémentaires des définitions précédentes sont couramment utilisées dans les applications. Elles permettent par ailleurs la caractérisation des mêmes ensembles flous de bien marquer ce qui les différencie des ensembles classiques.

## 5. SUPPORT D'UN ENSEMBLE FLOU

Soit  $A$  un ensemble flou dans l'univers  $U$ , le support de l'ensemble flou  $A$  noté  $supp(A)$  est un sous-ensemble classique de  $U$  tel que tout élément de  $supp(A)$  a un degré d'appartenance non nul par rapport à  $A$ .

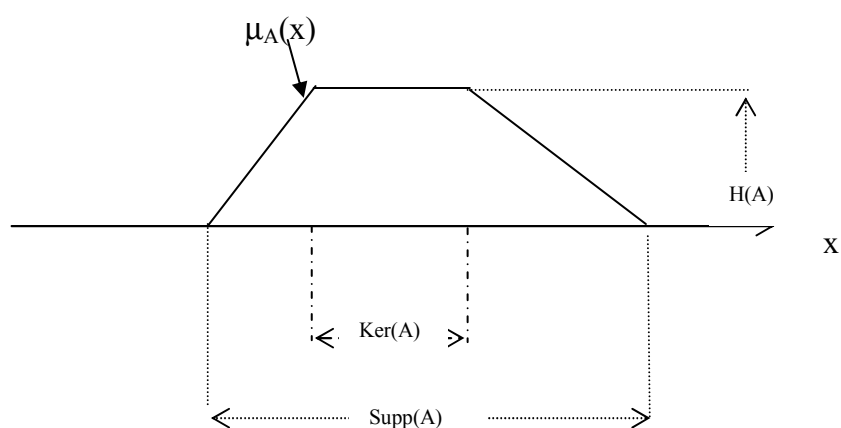
$$\text{D'où} \quad Supp(A) = \{x \in U / \mu_A(x) \neq 0\} \quad [A.1]$$

## 6. NOYAU D'UN ENSEMBLE FLOU

Le noyau d'un ensemble flou  $A$  dans  $U$  est le sous ensemble ordinaire de  $U$  dont chaque élément a un degré d'appartenance égal à 1. Ce sous-ensemble est souvent noté :

$$Ker(A) = \{x \in U / \mu_A(x) = 1\} \quad [A.2]$$

Le noyau est donc constitué d'éléments qui satisfont pleinement la caractéristique vague définissant  $A$ . Lorsque le noyau n'est pas vide, c'est à dire  $Ker(A) \neq \emptyset$ , l'ensemble flou  $A$  est dit normal ou normalisé, sinon il est dit sous-normal. Si  $A$  est classique alors  $Ker(A) = A$ .



FigureA.2 : Support et noyau

## 7. HAUTEUR D'UN ENSEMBLE FLOU

La hauteur d'un ensemble flou est la valeur maximale prise par la fonction d'appartenance, elle est notée  $H(A) = \max(\mu_A(x) ; x \in U)$ . Si  $\text{Ker}(A) \neq \emptyset$  alors  $H(A) = 1$ .

## 8. COUPE DE NIVEAU $\alpha$ OU $\alpha$ -COUPE

On appelle coupe de niveau  $\alpha$  ou  $\alpha$ -coupe de l'ensemble flou A pour une valeur donnée  $\alpha \in [0,1]$ , le sous-ensemble classique  $A_\alpha$  de U défini par:  $A_\alpha = \{x; \mu_A(x) \geq \alpha\}$ .

Une  $\alpha$ -coupe telle que  $\mu_A(x) > \alpha, \forall x \in A_\alpha$  est dite stricte.

## 9. CONVEXITE D'UN NOMBRE FLOU

Un nombre flou A de fonction d'appartenance  $\mu_A$  est dit convexe si

$$\forall u, v \in \text{support}(A), \forall \lambda \in [0,1], \mu(\lambda u + (1-\lambda)v) \geq \min\{\mu(u), \mu(v)\} \quad [\text{A.3}]$$

Si A est un nombre flou convexe alors,  $\forall \alpha \in [0,1], A_\alpha = \{x; \mu_A(x) \geq \alpha\}$  est convexe.

## 10. EGALITE

Deux nombres flous A et B sont égaux :  $A = B$  si et seulement si  $\mu_A = \mu_B$ , c'est à dire,  $\mu_A(x) = \mu_B(x)$  pour tout x dans U.

## 11. INCLUSION

Un ensemble flou A est inclus dans un ensemble ou sous-ensemble flou B, ce qui s'écrit :  $A \subset B$  si et seulement si  $\mu_A \leq \mu_B$ .

## 12. COMPLEMENTARITE

A' est dit le complément de A si et seulement  $\mu_{A'} = 1 - \mu_A$ .

## 13. INTERSECTION

L'intersection de deux sous-ensembles flous A et B est notée  $A \cap B$  et est définie comme le plus grand ensemble contenu à la fois dans A et B. La fonction d'appartenance de  $A \cap B$  est donnée par :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \text{Min}\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in U \quad [\text{A.4}]$$

En utilisant le symbole de conjonction  $\wedge$  à la place de min, [A.4] s'écrirait plus simplement :

$$\mu_{A \cap B} = \mu_A \wedge \mu_B \quad [\text{A.5}]$$

Le « et » logique peut être vu comme une intersection, comme il peut être interprété dans certains cas par une multiplication.

## 14. UNION

La notion de l'union est la notion duale de l'intersection. Ainsi, l'union de A et B qui est notée :  $A \cup B$  est définie comme le plus petit sous ensemble flou qui contient à la fois A et B. La fonction d'appartenance de  $A \cup B$  est donnée par :

$$\mu_{A \cup B}(x) = \text{Max}\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in U \quad [\text{A.6}]$$

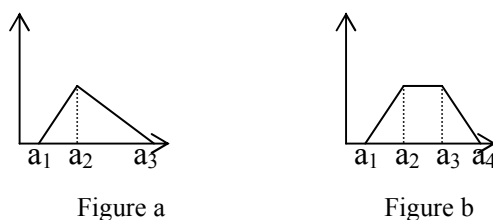
$$\mu_{A \cup B} = \mu_A \vee \mu_B$$

La notion de réunion rappelle le « ou » logique qui est souvent noté ici  $\vee$  et on écrit plus simplement [A.6] :

$$\mu_{A \cup B} = \mu_A \vee \mu_B \quad [\text{A.7}]$$

## 15. QUELQUES FORMES DE FONCTION D'APPARTENANCE

Plusieurs formes de fonctions peuvent représenter les nombres flous (ou les ensembles flous). Pour des raisons de facilité de programmation, les formes les plus utilisées sont les triangulaires (cf figure a) et les trapézoïdales (cf figure b).



**FigureA.3** : Exemples de fonctions d'appartenance

Un nombre triangulaire est souvent représenté par les trois éléments, abscisses (points du support du nombre considéré) des sommets du triangle :  $(a_1, a_2, a_3)$ . De même un nombre trapézoïdal se représente par les abscisses de ses sommets :  $(a_1, a_2, a_3, a_4)$  (voir figure b). Dans la littérature, Les nombres flous les plus utilisés sont normaux et symétriques. Dans de tels cas, un nombre flou  $A$  est exprimé par  $(r, c)_L$  et sa fonction d'appartenance est exprimée comme suit :

$$\mu_A(x) = L((x-r)/c), \quad c > 0, \quad [\text{A.8}]$$

où  $L(x)$  est appelée la fonction de référence, elle satisfait les conditions suivantes :

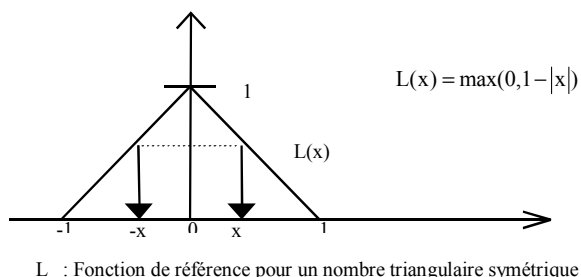
$$(a) \quad L(x) = L(-x); \quad [\text{A.9}]$$

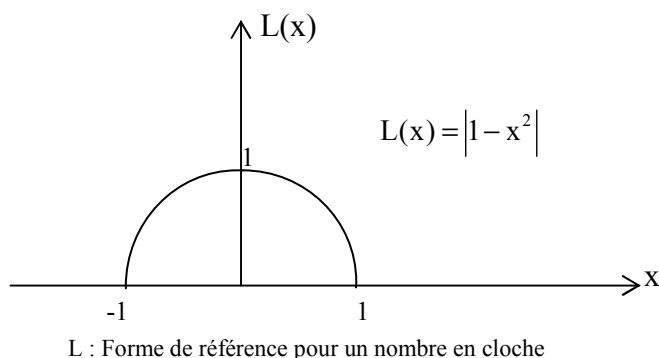
$$(b) \quad L(0) = 1; \quad [\text{A.10}]$$

$$(c) \quad L(x) \text{ est décroissante sur } [0,1]. \quad [\text{A.11}]$$

$$(d) \quad \text{Supp}(L) = ]-1,1[ \quad [\text{A.12}]$$

Les nombres  $r$  et  $c$  expriment respectivement le centre et la moitié de la largeur de  $A$ .



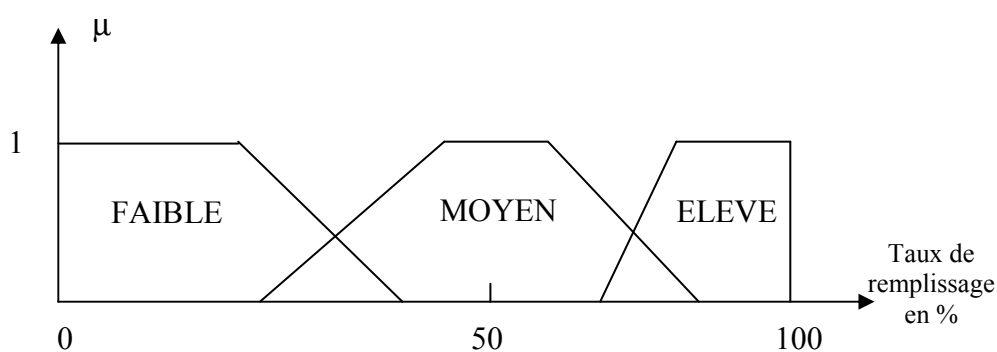


**FigureA.5** : Exemples de fonctions de référence

## 16. DEFINITION D'UNE VARIABLE LINGUISTIQUE

Une variable linguistique est représentée par un triplet  $(V, X, T_V)$ , où  $V$  est la variable,  $X$  est l'univers de discours et  $T_V$  est l'ensemble des caractérisations floues de la variable  $V$ .

Considérons par exemple la variable taux de remplissage des vols exploités sur un marché de Transport Aérien donné sur l'ensemble  $[0\%, 100\%]$  et caractérisée par les ensembles flous FAIBLE, MOYEN, ELEVE. Cette variable est alors représentée par le triplet {taux de remplissage,  $[0\%, 100\%]$ , (FAIBLE, MOYEN, ELEVE)}.



**Figure A.6** : Exemple de fonction d'appartenance

## 17. FUZZYFICATION

C'est la transformation des variables physiques en des variables linguistiques floues qui seront traitées dans les règles floues du type SI-ALORS. Les termes linguistiques associés à une variable donnée (variable d'entrée ou de sortie) sont exprimés par un ensemble de fonctions d'appartenance (triangulaire, trapézoïdale, exponentielle,...) est arbitraire.

## 18. DEFUZZYFICATION D'UN NOMBRE FLOU

C'est l'opération qui consiste à associer à un nombre flou  $A$  une valeur réelle précise qui représentera 'le mieux' ce nombre que. Cette valeur pourra être notée  $A^e$ . Plusieurs méthodes peuvent être employées. Par exemple en associant à chaque nombre flou le plus grand élément de son support, mais le plus souvent c'est la méthode de la moyenne ou du barycentre, dite de Mamdani [Mamdani 75] consistant à prendre pour valeur finale en sortie, l'abscisse du barycentre de l'ensemble flou. Ainsi  $A^e$  peut être donné par :

$$A^e = \frac{\int A(x)\mu_A(x)dx}{\int \mu_A(x)dx} \quad [\text{A.13}]$$

## 19. DEFINITION D'UNE FONCTION FLOUE

Une fonction floue peut être définie sur un ensemble flou ou sur un ensemble classique. Ici c'est le deuxième cas qui sera considérée.

Une fonction floue  $\tilde{f}$  peut être définie de deux façons différentes sur un ensemble classique et borné.

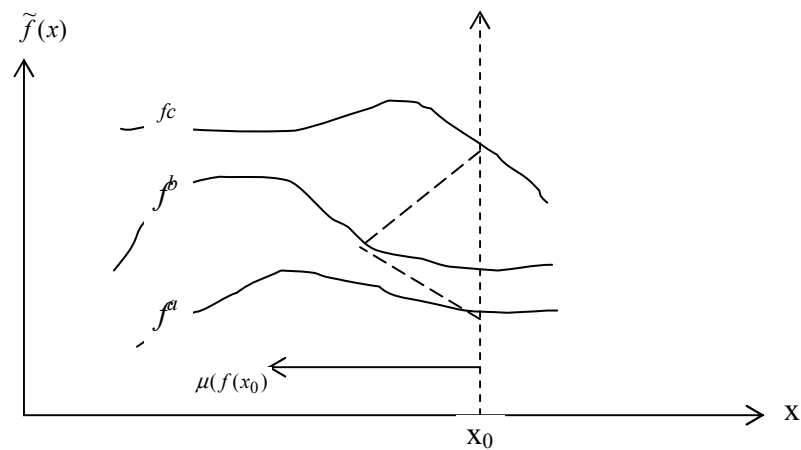
- Par une fonction classique mais les paramètres qui entrent dans la définition de  $\tilde{f}$  ou certains d'entre eux sont flous. Par exemple, considérons la fonction linéaire suivante :

$$\tilde{f}(x) = ax + b \quad [\text{A.14}]$$

a ou b ou bien tous les deux peuvent être flous.



- Par une fonction définie par fonctions classiques dites de niveau [Zimmermann, 1991]. Ces courbes sont supposées ne pas se couper sur le domaine borné sur lequel  $\tilde{f}$  est définie. Si les images sont supposées des nombres flous trapézoïdaux alors quatre courbes de niveau définissent  $\tilde{f}$ . Si elles sont triangulaires alors seulement trois courbes de niveaux  $f^a, f^b, f^c$  la définissent (voir figure A.7):



**FigureA.7** : Fonction trapézoïdale (définie par niveaux)



## **Annexe B :Systèmes experts flous**

### **20. PRINCIPES DE BASE D'UN SYSTEME EXPERT**

#### **20.1 DEFINITION**

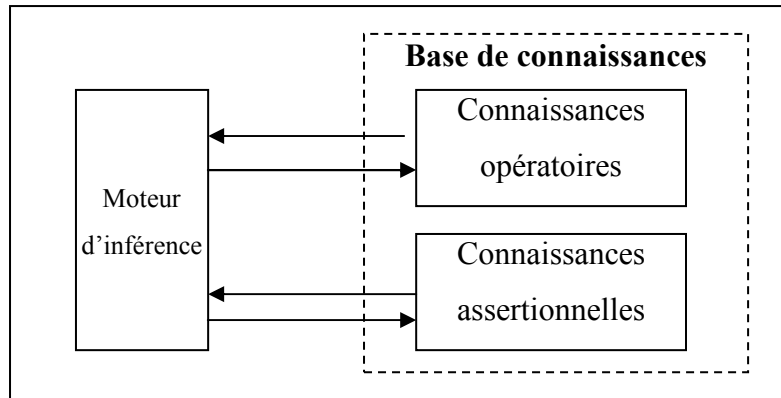
Un système expert est un système utilisant une certaine forme « d'intelligence artificielle » pour simuler le processus de raisonnement d'un expert humain ou d'un groupe d'experts humains dans un domaine de compétence.

#### **20.2 COMPOSANTS DE BASE DES SYSTEMES EXPERTS FLOUS**

Un système expert flou comporte toujours

- ⇒ **Un langage d'expression des connaissances** faisant appel à des règles de la forme « SI-ALORS ».
- ⇒ **Des structures d'accueil** pour la connaissance spécifique d'un domaine d'application, qu'elle soit directement fournie par des experts humains ou qu'elle soit accumulée par le système lui même au fil des expérimentations. Ces éléments de connaissance constituent la *base de connaissances*. On distingue généralement dans celle-ci des *connaissances assertionnelles* (décrivant des situations considérées comme établies ou à établir) et des *connaissances opératoires* (représentant le savoir faire sur le domaine considéré : quelles conséquences tirer ou quelles actions accomplir lorsqu'une telle situation est établie ou à établir).

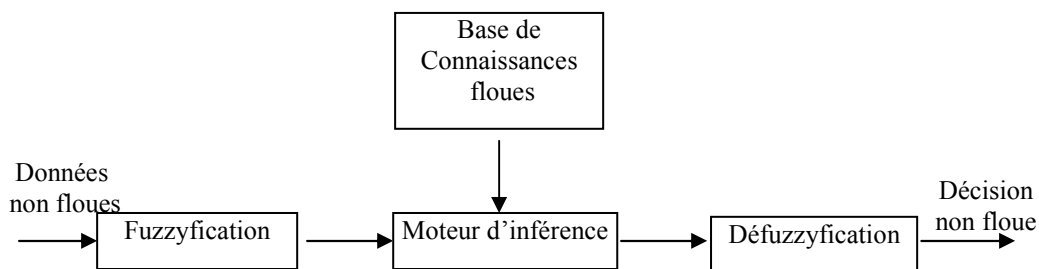
- ⇒ **Un moteur d'inférence** qui met en oeuvre des mécanismes de combinaison des connaissances assertionnelles et des connaissances opératoires.



**Figure B1.** Principe de base d'un système expert

### 20.3 ORGANISATION D'UN SYSTEME EXPERT FLOU

La figure ci-dessous représente de façon schématique l'architecture d'un système expert flou :



**Figure B.2.** Architecture d'un système expert flou

Les étapes du traitement effectué par le système expert flou pour amener à une décision sont :

- ⇒ L'interface de fuzzyfication reçoit les entrées non floues et après normalisation leur fait correspondre un terme linguistique ou un sous ensemble flou. Cette fuzzyfication peut être caractérisée par les types de fonctions d'appartenance mis en œuvre (triangulaire, trapézoïdale,...).
- ⇒ La base de connaissances floues répertorie d'une part les termes linguistiques utilisés associés à leurs sous-ensembles flous et d'autre part, regroupe l'ensemble des règles floues.
- ⇒ En ce qui concerne le moteur d'inférence, il associe les données floues aux règles floues et calcule le degré d'appartenance de la variable de sortie pour chaque valeur linguistique.
- ⇒ L'interface de défuzzyfication élabore à partir de la sortie floue du moteur d'inférence, une sortie qui est déterministe.

## 21. REGLES FLOUES

Il s'agit des règles floues du type SI - ALORS généralement utilisées par les systèmes experts flous.

### 21.1 PROPRIETES ATTENDUES D'UNE BASE DE REGLES

Une base de règle ne sera utilisable de façon systématique que dans la mesure où elle présente les propriétés suivantes :

- ⇒ **Continuité** : une base de règles floues est continue si toutes les règles de prémisses adjacentes.

La notion d'ensemble flou adjacent consiste à ordonner les ensembles flous sur leur univers de discours :  $A_1 < A_2 < \dots < A_{i-1} < A_i < A_{i+1}$ , où  $A_{i-1}$  et  $A_i$  sont adjacents au même titre que  $A_i$  et  $A_{i+1}$ .

Les parties prémisses des règles sont dites adjacentes si elles contiennent les mêmes ensembles flous pour chacune des variables en entrée sauf pour l'une d'entre elles où les ensembles flous sont adjacents.

Exemple : Soit la règle  $R_k$  : SI  $x_1$  est  $A_1^k$  et  $x_2$  est  $A_2^k$  ALORS  $y$  est  $B^k$  ( $k=1 \dots r$ )

Les prémisses des règles  $R_k$  et  $R_{k'}$  ( $k \neq k'$ ) sont adjacentes si l'une des deux conditions suivantes est vérifiée :

- a)  $A_1^k = A_1^{k'}$  et ( $A_2^k$  et  $A_2^{k'}$ ) sont adjacents
- b)  $A_2^k = A_2^{k'}$  et ( $A_1^k$  et  $A_1^{k'}$ ) sont adjacents

La base est dite continue si pour chacune des règles prémisses adjacentes, les ensembles flous en sortie  $B^k$  et  $B^{k'}$  le sont aussi.

⇒ **Consistance** : une base de règles floues est consistante si elle ne contient pas de contradiction.

Exemples de règles inconsistantes :

**SI** (prix faible) et (fréquence faible) **ALORS** (taux de remplissage élevé).

**SI** (prix faible) et (fréquence faible) **ALORS** (taux de remplissage faible).

⇒ **Complétude** : une base de règles floues est complète si quelle que soit la combinaison dans l'ensemble d'entrée, il existe une conclusion dans l'espace de sortie. Par contre, une base de règles floues est incomplète s'il existe une situation de l'espace d'entrée pour laquelle aucune règle n'est activable.

## 21.2 L'INFERENCE FLOUE

Le but de l'inférence floue (ou évaluation des règles) est de déterminer les sorties à partir des entrées floues issues de la fuzzyfication des entrées réelles et de l'utilisation d'un opérateur d'implication qui permet d'évaluer un degré de vérité d'une règle de la forme SI-ALORS. Il existe plusieurs types d'opérateurs d'implication selon l'interprétation logique que l'on donne à l'implication. Cependant, dans la plupart des cas on préfère les méthodes plus pratiques :

- De Mamdani :  $\mu_R(x, y) = \min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$
- De Larsen :  $\mu_R(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$

## **Annexe C: Elements conceptuels d'optimisation floue**

### **22. OPTIMISATION FLOUE**

On parle d'optimisation floue lorsqu'il s'agit de résoudre un problème d'optimisation avec des contraintes et des objectifs flexibles, imprécis ou incertains, en utilisant des ensembles flous. En général, les ensembles flous sont utilisés dans l'optimisation floue de deux façons :

1. Pour représenter l'incertitude dans les fonctions à optimiser (les objectifs).
2. Pour représenter la flexibilité dans les contraintes et les objectifs.

Dans le premier cas, les ensembles flous représentent des formulations générales d'intervalles manipulés à l'aide des règles floues.

Dans le second cas, les ensembles flous sont utilisés pour représenter des degrés de satisfaction des contraintes ou/et des niveaux désirés pour les fonctions objectifs, étant donnée la flexibilité dans la formulation. En effet même si les contraintes et les objectifs sont donnés par des fonctions classiques (déterministes) ils peuvent représenter une certaine flexibilité dont on peut avoir intérêt à tenir compte au cours de l'optimisation.

On considère ici le deuxième type d'approche, en effet c'est celui qui est le plus utilisé dans la littérature. Ainsi dans la suite de cette annexe, lorsqu'on parlera d'optimisation floue, c'est le deuxième type qui sera considéré.

Une formulation générale d'un programme d'optimisation floue est alors donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{x \in X}{\text{M}\tilde{\text{a}}x} [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)] \\ \text{sous les contraintes : } g_i(x) \tilde{\leq} 0 \quad i=1, \dots, m. \end{array} \right. \quad [\text{C.1}]$$

où  $f_1, f_2, \dots, f_n$  sont les  $n$  ( $n \in N^*$ ) fonctions représentant les objectifs à maximiser.

$X$  est l'ensemble de l'espace dans lequel se trouve le vecteur des variables de décision (appartenant à  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$  ou à une combinaison de ceux-ci) du problème.

Pour tout  $i \in \{1, \dots, m\}$ ,  $g_i$  est une fonction classique en  $x$  ( $m$  étant le nombre des contraintes du problème).

$\text{M}\tilde{\text{a}}x$  désignera une maximisation au sens flou.

$\tilde{\leq}$  représente la satisfaction floue de la contrainte : la contrainte  $g_i(x) \leq 0$ , aura une possibilité non nulle d'être satisfaite.

La maximisation floue correspond à l'attente d'un niveau de satisfaction maximum pour  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$ , étant données les contraintes floues du problème.

Cette optimisation peut être résolue à l'aide de l'approche de décision de Bellman et Zadeh [Bellman et Zadeh, 1970].

Considérons un problème de décision où les variables de décision sont représentées par  $x \in X$ . Un objectif flou  $F_j, j=1, \dots, n$  est un sous-ensemble flou de  $X$ . Sa fonction d'appartenance  $\mu_{F_j}(x)$ ,  $x \in X$ , avec  $\mu_{F_j} : X \rightarrow [0,1]$  donne le degré de satisfaction de la décision sur l'objectif.

De même des contraintes floues  $G_i, i=1, \dots, m$  peuvent être définies. Pour tout  $i \in \{1, \dots, m\}$  et pour tout  $x \in X$ ,  $\mu_{G_i}(x)$  donne le degré de satisfaction de la contrainte floue  $G_i$ .

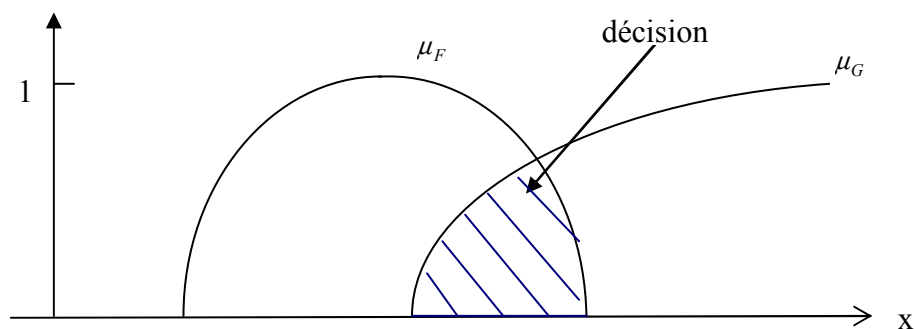
D'après le modèle de décision floue de Bellman et Zadeh, la décision  $D$  du programme d'optimisation [C.1] est définie par sa fonction d'appartenance  $\mu_D$  telle que

$$\mu_D(x) = \mu_{F_1}(x) \wedge \dots \wedge \mu_{F_n}(x) \wedge \mu_{G_1}(x) \wedge \dots \wedge \mu_{G_m}(x) \quad [C.2]$$

L'opérateur  $\wedge$  de conjonction floue (voir Annexe A) est là pour produire l'agrégation des contraintes et des objectifs multiples puisque ceux-ci doivent être tous satisfaits simultanément.

Ainsi la solution optimale du programme floue [C.1] est donnée par :

$$x^* = \arg \max_{x \in X} \mu_D(x) \quad [C.3]$$



**FigureC.1** : Optimisation au sens de Bellman et Zadeh

## 23. PROGRAMMATION LINEAIRE FLOUE

La programmation linéaire floue peut être vue comme un cas particulier de l'optimisation floue multi- objectifs et multi- contraintes. Supposons que l'optimisation se fait par rapport à  $n$  variables de décision. Le problème de programmation linéaire floue est alors formulé par :

$$\begin{cases} \tilde{M} \tilde{a}x & {}^t Cx \\ x \in R^n \\ Ax \tilde{\leq} b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad [C.4]$$



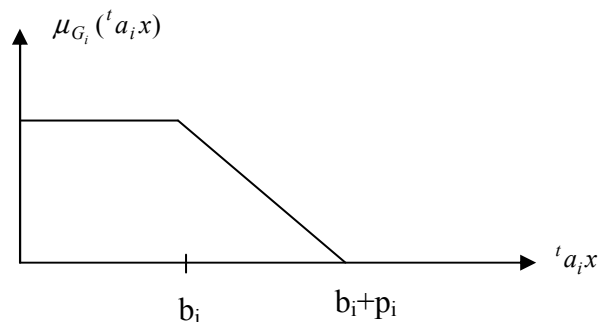
Zimmermann [Zimmermann, 1991] a considéré un tel problème où le matrices C, A et b sont à valeurs déterministes. Le caractère flou vient de la maximisation floue '  $M\tilde{x}$  ' et de l'inégalité flexible '  $\lesssim$  '. Ceux-ci sont définis par une fonction « objectif » floue et des contraintes floues. A chacune de ces contraintes (y compris la fonction à maximiser), une fonction d'appartenance est associée telle que pour tout x, elle donne le niveau de satisfaction de la contrainte correspondante. La fonction d'appartenance de l'objectif est notée  $\mu_F({}^t Cx)$ . Quant aux fonctions d'appartenance associées aux contraintes : '  ${}^t a_i x \lesssim b_i$  ',  $i=1,2, \dots, m$  où  ${}^t a_i$  est la  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice A, elles sont notées  $\mu_{G_i}({}^t a_i x)$ , le vecteur  $x^*$  correspond à la décision optimale et est donné par :

$$D(x^*) = \sup_{x \in R^n} \mu_F({}^t Cx) \wedge \mu_{G_1}({}^t a_1 x) \wedge \dots \wedge \mu_{G_m}({}^t a_m x) \quad [C.5]$$

La forme trapézoïdale est souvent utilisée pour ces fonctions d'appartenance. Les contraintes floues sont alors données par :

$$\mu_{G_i}({}^t a_i x) = \begin{cases} 1 & \text{si } {}^t a_i x < b_i \\ \frac{p_i + b_i - {}^t a_i x}{p_i} & \text{si } b_i \leq {}^t a_i x \leq b_i + p_i \\ 0 & \text{si } b_i + p_i < {}^t a_i x \end{cases} \quad [C.6]$$

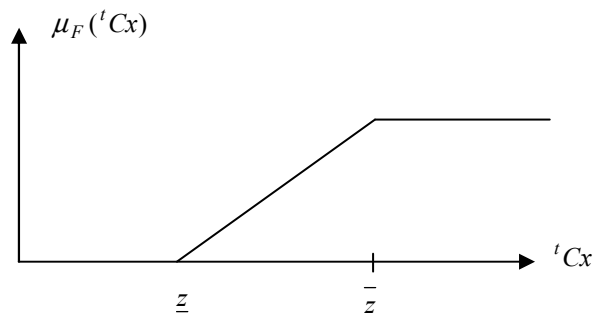
où p est un vecteur de coefficients de relaxation  $p_i, i=1,2, \dots, m$  pour les contraintes.



**Figure C.2.** Fonction de satisfaction de la contrainte i

La fonction de satisfaction du niveau désiré pour la fonction objectif peut être donnée par :

$$\mu_F({}^t Cx) = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{z} < {}^t Cx \\ \frac{{}^t Cx - \underline{z}}{\bar{z} - \underline{z}} & \text{si } \underline{z} \leq {}^t Cx \leq \bar{z} \\ 0 & \text{si } {}^t Cx < \underline{z} \end{cases} \quad [C.7]$$



**Figure C.3.** Fonction de satisfaction du niveau désiré de la fonction à maximiser

Les niveaux  $\underline{z}$  et  $\bar{z}$  sont généralement fixés directement par les décideurs, sinon ils peuvent être obtenus en résolvant les programmes linéaires suivants :

$$\begin{cases} \underline{z} = \underset{x \in R^n}{\text{Max}} \quad {}^t Cx \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad [C.8]$$

et

$$\begin{cases} \bar{z} = \underset{x \in R^n}{\text{Max}} \quad {}^t Cx \\ Ax \leq b + p \\ x \geq 0 \end{cases} \quad [C.9]$$

où  $p$  est le vecteur de coefficients de relaxation tolérés pour les contraintes déjà et introduits plus haut.

Si on introduit  ${}^t a_0 = {}^t C$  et  $p_0 = \bar{z} - \underline{z}$  et  $z_0 = \bar{z}$ , on remplace ainsi la fonction 'objectif' par une contrainte de rang 0 : 'G<sub>0</sub>' (telle que  $\mu_{G_0}({}^t a_0 x) = \mu_F({}^t Cx)$ ) dont la fonction de satisfaction est donnée par :

$$\mu_{G_0}({}^t a_0 x) = \begin{cases} 1 & \text{si } z_0 < {}^t a_0 x \\ \frac{{}^t a_0 x + p_0 - z_0}{p_0} & \text{si } z_0 - p_0 \leq {}^t a_0 x \leq z_0 \\ 0 & \text{si } {}^t a_0 x < z_0 - p_0 \end{cases} \quad [C.10]$$

La solution du nouveau problème de programmation linéaire s'écrit alors :

$$x^* = \sup_{x \in R^n} \bigwedge_{i=0}^m \mu_{G_i}(x) \quad [C.11]$$

Si on introduit une variable supplémentaire  $\gamma$ , la solution de [C.12] peut être trouvée en résolvant le programme linéaire classique suivant [Zimmermann, 1991] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad \gamma \\ \text{sous les contraintes :} \\ {}^t Cx \geq z_0 - (1-\gamma)p_0 \\ {}^t a_i x \leq b_i + (1-\gamma)p_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ x \in R^n, \quad x \geq 0 \\ 0 \leq \gamma \leq 1 \end{array} \right. \quad [C.12]$$



## Publications de l'auteur

**CHARFEDDINE S., DE COLIGNY M., MORA-CAMINO F. et COSENZA C.A.N.** *A Fuzzy Approach of Competition on Air Transport Market.* The Aviation Management Education and Research Conference, juillet **2003**, Montréal.

**CHARFEDDINE S., MORA-CAMINO F. et DE COLIGNY M.** *Fuzzy linear regression: Application to the estimation of air transport demand.* Proceeding of International Conference on Fuzzy Sets and Soft Computing in Economics and Finance, Saint Petersburg, 17-20 juin **2004a**. ISBN 968-489-030-3, P350-359.

**CHARFEDDINE S., ZBIDI K., MORA-CAMINO F. et DE COLIGNY M.,** Airline's decision making under uncertain conditions, ATRS (Air Transport Research Society), Istanbul 1-3 july **2004b**.

**CHARFEDDINE S., MORA-CAMINO F. et DE COLIGNY M.,** *A fuzzy Approach of a decision making aid system for airlines,* wctr'04(world confrence on transport research), Istanbul 4-8 july **2004c**.

**CHARFEDDINE S., MORA-CAMINO F., COSENZA C.A.N.,** *Fuzzy Optimization of Price and Frequency Choice for Airlines,* XIII PANAMERICAN CONFRENECE, 26-29 September **2004d**.

**CHARFEDDINE S., DE COLIGNY M., MORA-CAMINO F. et COSENZA,** *Decision making of a monopolistic air transportation carrier in an uncertain environment,* accepté à XVIII ANPET Congresso de Pesquisa e Ensimo em Transportes, Rio de Janeiro (Brésil), 08-12 Novembre **2004e**.

**BILEGAN C., EL MOUDANI W., CHARFEDDINE S., ACHAIBOU A, MORA-CAMINO F., FAYE R., et SAWADOGO S.** *A new approach to update probability distributions estimates of air travel demand for revenue management.* XV Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, Rio de Janeiro (Brésil), 19-23 Novembre **2001**, pp.317-320.





## **Bibliographie**

**Bibliographie**

**ALTY J.L.** et **COOMBS M.J.** *Systèmes experts* , Dunod décembre **1997**. ISBN: 2225809798.

**APTECH** *Logiciel Gauss* disponible sur <http://www.aptech.com/> visité le 15 septembre **2004**.

**ARMANTIER O.** et **RICHARD O.** *Exchanges of Cost Information in the Airline industry*. The Rand Journal of Economics, vol 34, No 3, **2003**, pp. 461- 477.

**ASEP R.** *Commande prédictive multidimensionnelle: application à la poursuite de trajectoire avion*. Thèse de doctorat, **1996**. Rapport LAAS N° 96409.

**BELLMAN R.** et **ZADEH L.A.**, *Decision making in a fuzzy environment*, Management Science, vol.17, No. 4, décembre **1970**.

**BERRY S.**, **CARNALL M.** et **Spiller P.T.** *Airline Hubs: Costs, Markups and Implications of Customer Heterogeneity*. March **1997**. Disponible sur <http://www.econ.yale.edu/~steveb/air.pdf>, visité le 15 mars 2004.

**BILEGAN C.**, **EL MOUDANI W.**, **CHARFEDDINE S.**, **ACHAIBOU A.**, **MORACAMINO F.**, **FAYE R.**, et **SAWADOGO S.** *A new approach to update probability distributions estimates of air travel demand for revenue management*. XV Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, Rio de Janeiro (Brésil), 19-23 Novembre **2001**, pp.317-320

**BONTEMPS C.** *COURS ÉCONOMÉTRIE II IENAC T, Introduction à l'économétrie des variables qualitatives, Notes de cours*, **1999**.

**BOREUX J.J.**, **GADBIN-HENRI C.**, **GUIOT J.** et **TESSIER L.** 'Radial tree-growth modelling with fuzzy regression' *Canadian Journal of Forest Research*, 28: 1249-1260, **1998**.

**BOUBONNAIS R.** *Econométrie (Cours et Exercices Corrigés)*.DUNOD **1993**. ISBN: 2-10-002622-4.

**BOUCHON-MEUNIER B.**, **KREINOVICH V.**, **LOKSHIN A.** et **NGUYEN H.T.** *On the formulation of optimization under elastic constraints (with control in mind)*. Fuzzy Sets and Systems 81 (**1996**) 5-29.

**BOUCHON-MEUNIER B.** et **MARSALA C.**(sous la direction de), *Logique floue, principes, aide à la décision*. LAVOISIER, **2003**. ISBN 2-7462-0544-0.

**BRANDER A.J.** et **ZHANG A.** *Dynamic oligopoly behaviour in the airline industry*. International Journal of Industrial Organization 11 (**1993**), pp 407-435.

**BRUECKNER J.K.** *Network structure and airline Scheduling*. **2002**.

URL:[HTTP://WWW.BUSINESS.UIUC.EDU/WORKING\\_PAPERS/PAPERS/02-112.PDF](http://www.business.uiuc.edu/working_papers/papers/02-112.pdf) (consulté le 16 avril 2003).

**BRUECKNER J.K.** et **SPILLER P.T.** *Competition and Mergers in Network Airlines*. 9 International Journal of Industrial Organization (**1991**), pp. 323-42.

**CARLSSON F.** *Price and Frequency Choice under Monopoly and Competition in Aviation Markets*. Juin **2002** Disponible sur <http://www.handels.gu.se/epc/archive/00003341/01/gunwpe0123.pdf> consulté le 17/09/2004

**CARLSSON F.** *Airline choice, switching costs and frequent flyer programs*. Working papers in Economics no.123. **2004**. Disponible sur: .  
<http://www.handels.gu.se/epc/data/html/html/PDF/gunwpe0071.pdf> (consulté le 10.10.2003)

**CASTELLI L.**, **PESENTI R.** et **UKOVICH W.** *An airline-based multilevel analysis of airfare elasticity for passenger demand*. Proceeding of the 7<sup>th</sup> ATRS conference, juillet **2003**, Toulouse.

**CEHA R.** et **OTHA H.** *Productivity change model in the airline industry: A parametric approach*. European Journal of Operational Research 121 (**2000**) pp. 641-655.

**CHARFEDDINE S.**, **DE COLIGNY M.**, **MORA-CAMINO F.** et **COSENZA C.A.N.** *A Fuzzy Approach of Competition on Air Transport Market*. The Aviation Management Education and Research Conference, juillet **2003**, Montréal.

**CHARFEDDINE S.**, **MORA-CAMINO F.** et **DE COLIGNY M.** *Fuzzy linear regression: Application to the estimation of air transport demand*. Proceeding of International Conference on Fuzzy Sets and Soft Computing in Economics and Finance, Saint Petersburg, 17-20 juin **2004a**. ISBN 968-489-030-3, P350-359.



**CHARFEDDINE S., ZBIDI K., MORA-CAMINO F. et DE COLIGNY M.**, Airline's decision making under uncertain conditions, ATRS (Air Transport Research Society)Istanbul 1-3 july **2004b**.

**CHARFEDDINE S., MORA-CAMINO F. et DE COLIGNY M.**, *A fuzzy Approach of a decision making aid system for airlines*, wctr'04(world confrence on transport research), Istanbul 4-8 july **2004c**.

**CHARFEDDINE S., MORA-CAMINO F., DE COLIGNY M.**, *Fuzzy Optimization of Price and Frequency Choice for Airlines*, XIII PANAMERICAN CONFRENECE, 26-29 September **2004d**.

**CHARFEDDINE S., DE COLIGNY M., MORA-CAMINO F. et COSENZA**, *Decision making of a monopolistic air transportation carrier in an uncertain environment*, accepté à XVIII ANPET Congresso de Pesquisa e Ensimo em Transportes, Rio de Janeiro (Brésil), 08-12 Novembre **2004e**.

**CHEN T. et WANG M.J.** *Forecasting methods using fuzzy concepts*. Fuzzy sets and systems. 105 (1999) 339-352.

**CIARLET P.G.** *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*. Edition Masson,1990. ISBN : 2-225-68893-1.

**DASCH OPTIMIZATION logiciel Xpress**, disponible sur <http://www.dashoptimization.com/index.html?locale=english>, visité le 15 septembre **2004**.

**DAUDEL S. et VIALLE G.** *YIELD MANAGEMENT Applications to air transport and other service industries*. LES PRESSES ITA, **1994**. ISBN : 2-908537-10-9

**DETYNIECKI M., BOUCHON-MEUNIER B. et YAGER R.R.** *L'évaluation des nombres flous avec des  $\alpha$ -poids. Valuation of fuzzy numbers with  $\alpha$ -weights*. Proceedings of the Journées francophones sur la Logique Floue et ses Applications- LFA'99, Valenciennes, France, Octobre, **1999**.

**DE FRUTOS, M. A., HAMOUDI, H. et JARQUE, X.**, *Equilibrium existence in the circle model with linear quadratic transport cost*, Regional Science and Urban Economics 29, 605–615, **1999**.

**DOGANIS R.** *Flying off course. the economics of international airlines*. 3<sup>ème</sup> édition, Routledge 2002. ISBN 0-415-21324-1

**DORMONT B.** *Introduction à l'économétrie*. Montchrestien, EJA., **1999**. PP 450.

ISBN : 2.7076.1020.8.

**DRESHER M.** *Jeux de Stratégie, théorie et applications.* Dunod, **1964**.

**DTA/SDEEP** *La note de synthèse et d'actualité.* N° 14 juillet **2003**. Disponible sur : [http://www.aviation-civile.gouv.fr/html/prospace/stats/pdf\\_sdeep/synth14.pdf](http://www.aviation-civile.gouv.fr/html/prospace/stats/pdf_sdeep/synth14.pdf), visité le 15/09/04.

**DUBOIS D.** et **PRADE H.** *Théorie des possibilités. Applications à la Représentation des Connaissances en Informatique,* Collection Méthode + Programmes, Masson, Paris, Masson, Paris, **1985**.

**EINSTEIN A.** *GEOMETRY AND EXPERIENCE,* Doc52, pp382-386, **1921**.

**EL MOUDANI W.** *Affectation des pilotes aux vols programmes d'une compagnie aérienne : une approche dynamique multicritère basée sur les techniques de l'intelligence artificielle .* Thèse doctorat 2002, rapport LAAS n°01493.

**FAYE R.M.** *Une approche intégrée pour la gestion des ressources en eau faisant appel aux techniques floues et neuronales.* Thèse de doctorat, **1999**, rapport LAAS n°99261.

**FISCHER T.** et **KAMERSCHEN D.R.** *Price cost margins in the US airline industry using a conjectural variation approach.* Journal of Transport Economics and Policy, volume 37, part2, May **2003**, pp227-259.

**FORTEMPS P.** *Fuzzy sets for modelling and handling imprecision and flexibility.* Ph.D. Thesis, Faculté Polytechnique de Mons, **1997**.

**FOSTER A.** *An analysis of competing no frills and full service carrier fares: a study of the London- Amsterdam route.* 7<sup>ème</sup> Conférence de l'ATRS , juillet **2003**, Toulouse.

**FOURNIER G.M** et **ZUEHLKE T.** *Airline price wars with multi-market carrier contacts and low-cost carrier entrants.* International Industrial Organization Conference, Boston **2003**.

**FUDENBERG D.** et **TIROLE J.** *Game Theory.* Edition: Hardcover. 29 août **1991**.

ISBN : 0262061414.

**GOTAL M.** et **NETESSINE S.** *STRATEGIC TECHNOLOGY CHOICE AND CAPACITY INVESTMENT UNDER DEMAND UNCERTAINTY.* **2003**

URL: [http://www.gsb.stanford.edu/facseminars/events/oit/pdfs/Goyal\\_Netessine.pdf](http://www.gsb.stanford.edu/facseminars/events/oit/pdfs/Goyal_Netessine.pdf)  
(consulté le 16 avril 2004).

- GUDMUNDSSON S.V.**, *Development Strategies for Industry Specific Global Electronic Markets: A Delphi Forecasting Approach*, **2001**, disponible sur : [http://www.esc-toulouse.fr/ecole\\_present/recherche/cahiers/cer4.pdf](http://www.esc-toulouse.fr/ecole_present/recherche/cahiers/cer4.pdf) , visité le 28 septembre 2004.
- HANSEN M.**, **GILLEN D.** et **DJAFARIAN-TEHRANI R.**. *Aviation infrastructure performance and airline cost: a statistical cost estimation approach*. Transportation Research Part E37 (**2001**)1-23.
- ITA**. *Costs of Air Transport Delay in Europe*. Final Report, **2000**.
- KANDEL A.** *Fuzzy Mathematical Techniques with Applications*. Addison-Wesley Publishers Company PP:274, **1986**. ISBN: 0-201-11752-5.
- KONO T.** **MORISUGI H.** et **KISHI A.** *Private Trip Demand and Value of Time*. 50<sup>th</sup> Annual North American Meeting of the Regional Science Association International, 2003, Philadelphia, USA Nov. 20-22<sup>nd</sup>, **2003**.
- KREMER H.**, **NIJKAMP P.** et **RIETVELD P.** *A Meta-Analysis of Price Elasticities of Transport Demand in a General Equilibrium Framework*. Tinbergen Institute Discussion Paper. Mai **2000**. Disponible sur <http://www.tinbergen.nl/discussionpapers/00060.pdf>, visité le 01/06/2004.
- LE MOIGNE**. J.L. *Les Systèmes de décision dans les organisations*. PUF, Paris.**1974**.
- LEE D.** et **LUENGO-PRADO M.J.** *Quality Competition in the U.S. Airline Industry : Are Passengers Willing to Pay More for Additional Legroom*, 14 décembre **2003** disponible sur <http://www.luengoprado.net/pdfs/mrtc.pdf>, visité le 19 juillet 2004.
- LEE H.J.**, **PARK D.Y.**, **AHN B.S.** et **PARK Y.M.**, *A Fuzzy Expert System for the Integrated Fault Diagnosis.*, IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY, VOL. 15, NO. 2, APRIL **2000**.
- LENOIR N.** *Les modèles discrets : Applications aux transports*, cours ENAC, **2000**.
- LENOIR N.** *La demande de transport aérien*. Cours ENAC. **2003**.
- MAMDANI**, E.H. et **ASSILIAN**, S. *An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller*, International Journal of Man-Machine Studies, Vol. 7, No. 1, pp. 1-13, **1975**.
- MASKEY S.** *UNCERTAINTY ANALYSIS IN FLOOD FORECASTING AND WARNING SYSTEM USING EXPERT JUDGEMENT AND FUZZY SET THEORY*, congressi ESREL, Italia,**2001**.

**MAZZEO M.J.**, *Competition and Service quality in the U.S. Airline Industry*. Review of Industrial Organization 22: 275-296, **2003**. 2003 Kluwer Academic Publishers. Printed in Netherlands.

**MELLOULI N.** et **BOUCHON-MEUNIER B.** *Abductive reasoning and measures of similitude in the presence of fuzzy rules*. Fuzzy Sets and Systems 137 (**2003**) 177-188.

**MOUCHAWEH M.S.** *Conception d'un système de diagnostic adaptatif et prédictif basé sur la méthode Fuzzy Pattern Matching pour la surveillance en ligne des systèmes évolutifs Application à la supervision et au diagnostic d'une ligne de peinture au trempé*. Thèse de doctorat **2002**. disponible sur <http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/26/37/tel-00002637-00/tel-00002637.pdf> , visité le 06/10/2004.

**NERO G.** *A Structural Model of Intra European Union Duopoly Airline Competition*. Journal of Transport economics and Policy, May **1996** , 137-155.

**NEVEN D.J.**, **ROLLER L.H.**, **ZHANG Z.** *Endogenous Costs and Price-Cost Margins*. Juin **2001**. Disponible sur :

<http://heiwww.unige.ch/~neven/Endogenous%20costs%20and%20price%20cost%20margins.pdf>, consulté le 30 octobre 2003.

**MASSON, 1994**, *LOGIQUE FLOUE*,. ISBN 2 225 8447 7. OBQERVATOIRE FRANÇAIS DES TECHNIQUES AVANCÉES.

**OUM T.H.**, **WATERS W.G.**, **ET YONG J.S.** *A Survey of Recent Estimates of Price Elasticities of Demand for Transport*. POILICY SEARCH WORKING PAPERS.

Disponible à <http://www.worldbank.org/transport/publicat/inu-70.pdf>, consulté le 01/06/2004.

**PALADE V.**, **PATTON R.J.**, **UPAL F.J.**, **QUEVEDO J** et **DALEY S.**, *Fault diagnosis of an industrial gas turbine using Neuro- Fuzzy Methods*. Congress IFAC **2002**.

**PAPADOPOULOS B.K.** et **SIRPI M.A.** *Similarities in Fuzzy Regression Models*. Journal of Optimization Theory and Applications, Vol 102, No 2. pp. 373-383. August **1999**.

**PAVAUX J.** *L'ECONOMIE DU TRANSPORT AERIEN, la concurrence impraticable*. Edition ECONOMICA, **1984**.

ISBN: 2-7178-0795-0

- PELS E., NIJKAMP P., RIETVELD P.** *A note on the optimality of airline networks.* Economics letters 69 (2000) pp 429-434.
- PETERS G.** *Fuzzy linear regression with fuzzy intervals.* Fuzzy Sets and Systems 63 (1994), pp45-55.
- PIRLOT M.,** *General local search methods,* European Journal of Operational Research 92 (1996) 493-511.
- POLAK E.** *Optimization, Algorithms and Consistent Approximations.* Springer 1997. ISBN: 0-387-94971-2.
- PROFILLIDIS V.A.** *Econometric and fuzzy models for the forecast of demand in the airport of Rhodes.* Journal of Air Transport Management 6(2000) 95-100.
- RAFFARIN M.** *Le contrôle aérien en France: congestion et mécanismes de prix.* Thèse de l'Université de Paris I & CENA, 2002.
- ROMMELFANGER H.,** *Fuzzy linear programming and applications,* European Journal of Operational Research 92 (1996) 512-527.
- SALOP S.** *Monopolistic competition with outside goods,* Bell Journal of Economics 10, p 141 -156, 1979.
- SCHAIBLE B., LEE Y.C.** *Fuzzy Logic Based Regression Models for electronic Manufacturing applications.* Disponible sur [http://me-www.colorado.edu/centers/yclee-group/papers/ftp/INTERPack97\\_Schaible.pdf](http://me-www.colorado.edu/centers/yclee-group/papers/ftp/INTERPack97_Schaible.pdf) (1997)(consulté le 10.10.2003)
- SCHIPPER Y.** *Environmental Costs and Liberization in European Air Transport. A Welfare Economic Analysis.* Transport Economics Management and Policy Series. General Editor : Kenneth Button. PP 198.(2001). ISBN 1-84064-605-5
- SCHMALENSSEE R. et WILLIG R.** *HANDBOOK OF INDUSTRIAL ORGANIZATION,* Volume 1. PP 9471. 5<sup>ème</sup> édition 1998. ISBN: 0444 70434 5
- SHAOCHENG Tong.** *Interval number and fuzzy number linear programming.* Fuzzy Sets and systems. 66 (1994)301-306.
- SHAPIRO A.F.** *Fuzzy Regression and the Term Structure of Interest Rates Revisited.* AFIR2004, disponible sur: [http://afir2004.soa.org/afir04\\_15.pdf](http://afir2004.soa.org/afir04_15.pdf) (visité le 19 septembre 2004).

- SHAW S.** *Airline Marketing and Management*. 4<sup>ème</sup> édition, Ashgate 1999. ISBN 1-84014-922-1.
- SIGMA PLUS** *Logiciel Statgraphics*, disponible sur <http://www.sigmaplus.fr/fr2/307-12-00.html> visité le 15 septembre 2004.
- SIMAN M.** and **TAKAYAMA T.** *Game theory applied to dynamic duopoly problems with production constraints*. Automatica. Vol 4 (1966), pp 161-166.
- SINSOU J.P.** *YIELD & REVENUE MANAGEMENT Optimisation de la recette dans les transports des passagers*. LES PRESSES ITA. 1999. ISBN: 2-908537-17-6.
- SLADE M. E.** *Sticky Prices in a Dynamic Oligopoly : an investigation of (s, S) thresholds*. Discussion paper (juin 1996), Department of Economics, the University of British Columbia, Vancouver, Canada V6T1Z1. Disponible sur <http://www.econ.ubc.ca/dp9624.pdf> (consulté le 10.10.2003)
- SONG Q., KANDEL A..** *A Fuzzy Approach to Strategic Games*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems. Vol7, N°6, Décembre 1999.
- SPRAGUE D.H.** *DSS in context*. Decision Support Systems, 1987.
- STRASZECKA E.** , *Medical Reasoning with Fuzzy and Uncertain Symptoms*, ESIT 2000, 14-15 September 2000, Aachen, Germany.
- SUGENO M.**, *Theory of fuzzy integrals and its applications*, PhD Thesis, Tokyo Institute of Technology, 1974.
- TANAKA H.** et **ASAI K.** *Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Numbers*, Fuzzy Sets and Systems 13 (1984) 1-10.
- TANAKA H., UEJIMA S.** et **ASAI K.** *Linear Regression Analysis with Fuzzy Model*, IEEE Transactions Systems, Man and Cybernetics 12 (1982) 903-907.
- TEODOROVIC D.** *Airline Operations Research*. Transport Studies Volume 10. Gordon and Breach Science Publishers, 1988. PP.466. ISBN : 2-88124-672-9
- TERANO T., ASAI K.** et **SUGENO M.** *Applied Fuzzy Systems*. Traduit par Charles Aschmann en 1994, AP PROFESSIONAL 1989. PP.298, ISBN: 0-12-685242-1
- TIROLE J.**, *Théorie de l'organisation industrielle*, tomeI, Economica 1993. ISBN 2-7178-2217-8
- TIROLE J.** , *Théorie de l'organisation industrielle*, TomeII, 1995. ISBN 2-7178-2218-6

**TONG-TONG J.R.**, *La logique floue*. Edition Hermès, **1995**. PP:157.ISBN : 2-86601-485-5.

**VARIAN H.L.**, *Introduction à la Microéconomie*. 3<sup>ème</sup> édition De Boeck-Wesmael s.a, **1994**. ISBN: 2-8041-2020-1

**VERNETT**, *Les techniques d'études de marché*. Vuibert, octobre **2000**. ISBN: 2711769062.

**VON NEUMANN J.** et **MORGENSTERN O.**, *Theory of Games and Economic Behavior*, 3<sup>ème</sup> édition, **1967** Princeton.

**WALLISER B.** *Les fonctions des modèles économiques*, **2004**, disponible sur <http://ceco.polytechnique.fr/CHERCHEURS/WALLISER/pdf/LES-FONCTIONS-DES-MODELES-ECONOMIQUE1.pdf> (visité le 29/09/04).

**YAGER R.R.** *Simultaneous solution of fuzzy models : an application to economic equilibrium analysis*. Fuzzy Sets and systems 115 (**2000**) 339-349.

**ZADEH L.A.** "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes," IEEE Transactions. Systems, Man & Cybernetics, vol.3, no. 1, pp. 28-44, **1973**.

**ZADEH L.A.** "Probability Theory and Fuzzy Logic" , december **2002**. Disponible sur: <http://ins.cn.nctu.edu.tw/JAN2003/Probability%20Theory%20and%20Fuzzy%20Logic.pdf> , visité le **28 septembre 2004**.

**Zbidi K.** *Entry models of multiple agents : Empirical application to domestic air transport within the European union*. Proceeding de la 8<sup>ème</sup> conférence de l'ATRS, Istanbul, July **2004**.

**ZIMMERMANN H. J.** *Fuzzy Set theory- and its applications*. Hardcover, PP.544.(**1991**).ISBN : 0792374355.

