

# Modélisation et identification en épilepsie : De la dynamique des populations neuronales aux signaux EEG

Paul Frogerais

LTSI; INSERM, U642; Université de Rennes 1



# Plan

Contexte biomédical

Simulation

Analyse qualitative

Estimation d'état/approximation de la vraisemblance

Identification

## Contexte biomédical

Contexte clinique

Interprétation physiologique du signal SEEG en épilepsie

Modélisation physiologique

Travaux présentés

## Simulation

Équation différentielle stochastique

Schémas d'intégration d'EDS

## Analyse qualitative

Simulation et classification d'activités épileptiformes

Carte de bifurcation

Simulation du système pour de faibles perturbations

Comparaison carte d'activité et carte de bifurcation

## Estimation d'état/approximation de la vraisemblance

Filtrage des modèles de Markov cachés

Filtres discrets-discrets

Discretisation du modèle continu-discret

Approximation de la log-vraisemblance

## Identification

Sensibilité

Algorithme d'optimisation

Problème général

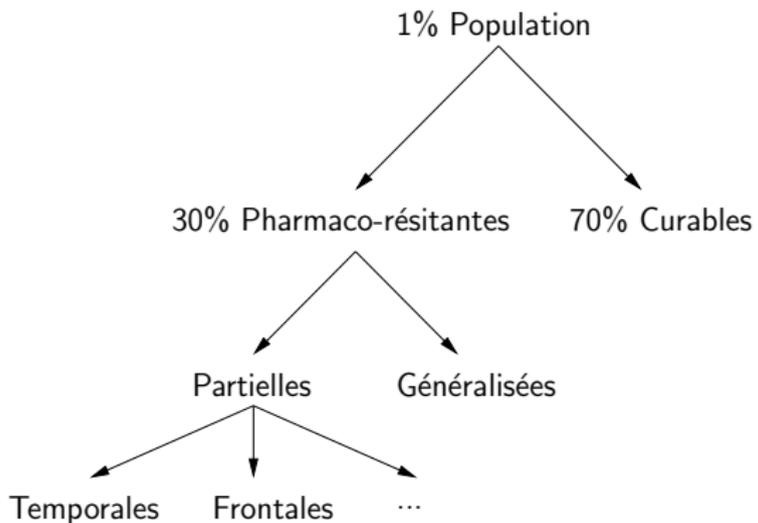
Méthode des Moments

Méthode proposée

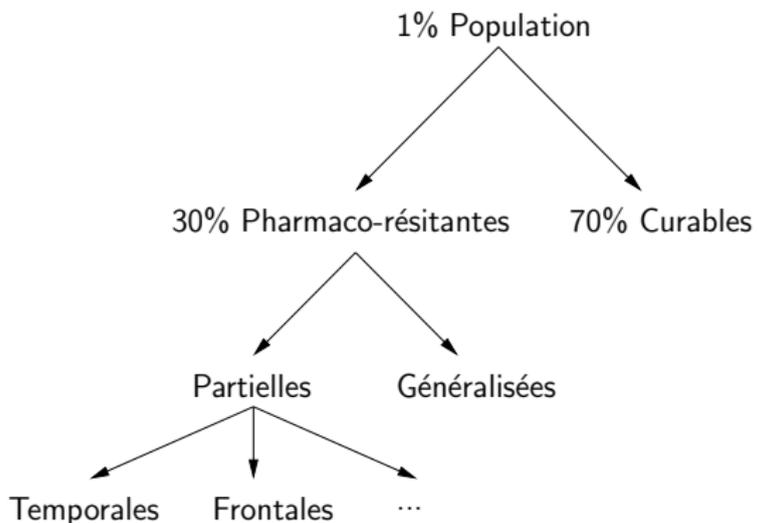
Signaux simulés

Signaux réels

# Contexte de l'épilepsie



# Contexte de l'épilepsie



Type d'épilepsie étudié :

- ▶ Épilepsies partielles temporales pharmaco-résistantes

# Traitement chirurgical des épilepsie partielles

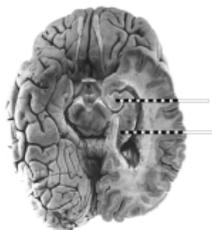
**Objectif** : Supprimer l'apparition des crises

- ▶ Résection d'une région cérébrale épileptogène
- ▶ Examens préchirurgicaux multi-modaux :
  - ▶ Contrôle vidéo
  - ▶ IRM (anatomique, fonctionnel)
  - ▶ Examen EEG de surface
  - ▶ Examen SEEG de profondeur

# Examen SEEG

- ▶ Implantation d'électrodes de profondeur

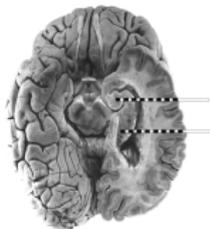
Examen EEG d'un patient



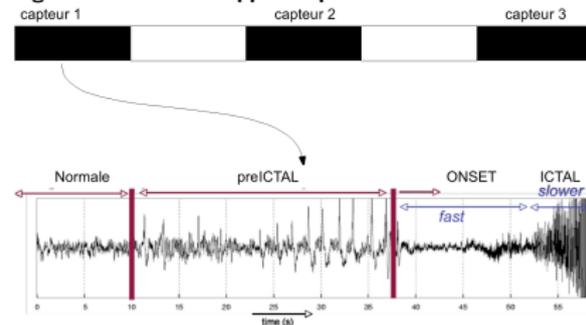
# Examen SEEG

- ▶ Implantation d'électrodes de profondeur
- ▶ Analyse du signal SEEG sur différents plots pendant les crises

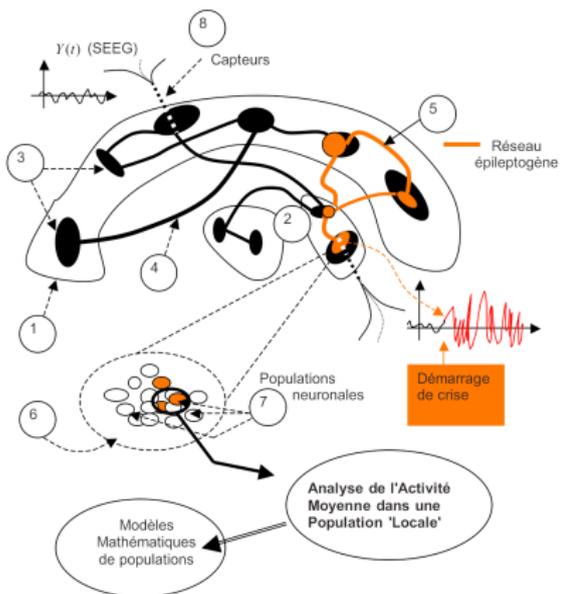
Examen EEG d'un patient



Signal SEEG dans l'hippocampe au début d'une crise



# Réseau épileptogène



- ▶ (1) Cortex
- ▶ (2) Structures internes
- ▶ (3) Agglomérats neuronaux
- ▶ (4) Faisceaux de fibres axonales
- ▶ (5) Réseau épileptogène
- ▶ (7) Populations neuronales

## Contexte biomédical

Contexte clinique

Interprétation physiologique du signal SEEG en épilepsie

**Modélisation physiologique**

Travaux présentés

## Simulation

Équation différentielle stochastique

Schémas d'intégration d'EDS

## Analyse qualitative

Simulation et classification d'activités épileptiformes

Carte de bifurcation

Simulation du système pour de faibles perturbations

Comparaison carte d'activité et carte de bifurcation

## Estimation d'état/approximation de la vraisemblance

Filtrage des modèles de Markov cachés

Filtres discrets-discrets

Discrétisation du modèle continu-discret

Approximation de la log-vraisemblance

## Identification

Sensibilité

Algorithme d'optimisation

Problème général

Méthode des Moments

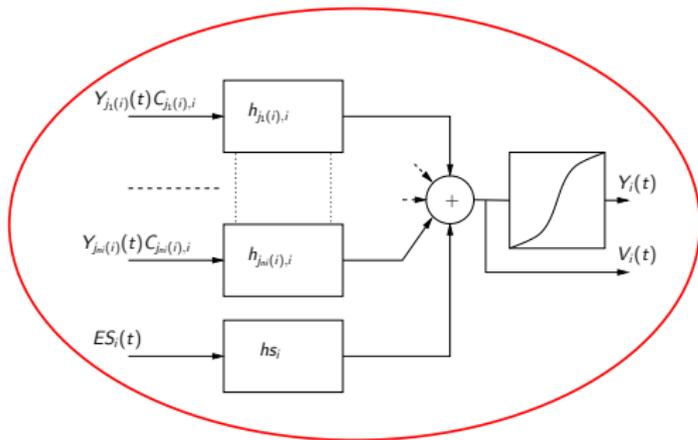
Méthode proposée

Signaux simulés

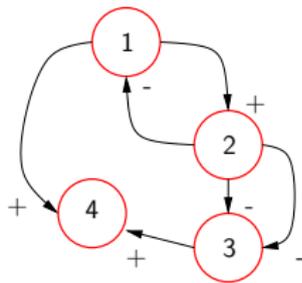
Signaux réels

# Modèle de populations neuronales

## ► Modèle d'une sous-population :

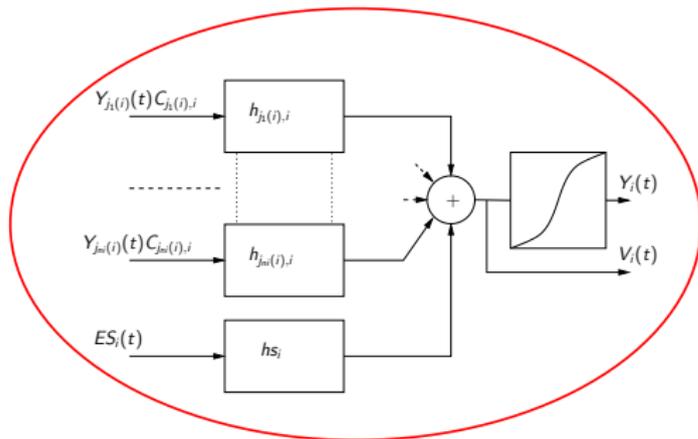


## ► Réseau de sous-populations :



# Modèle de populations neuronales

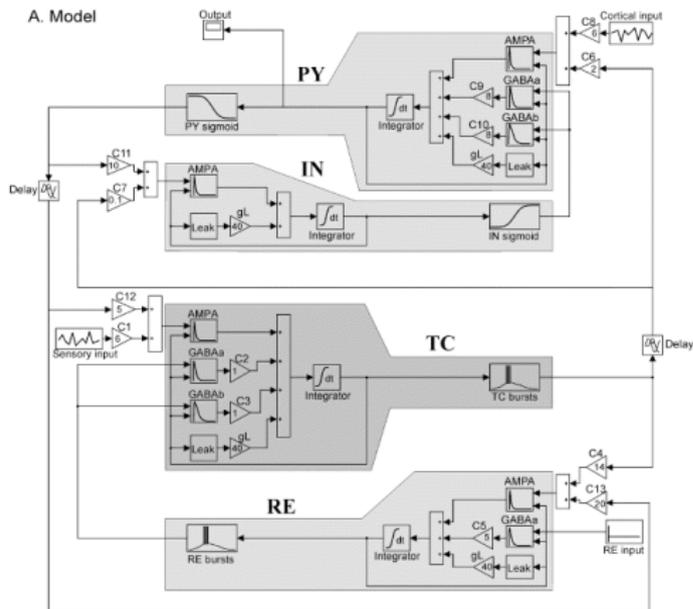
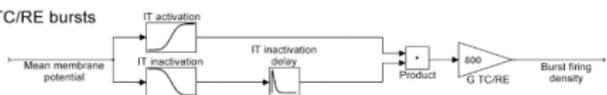
- ▶ Modèle d'une sous-population :



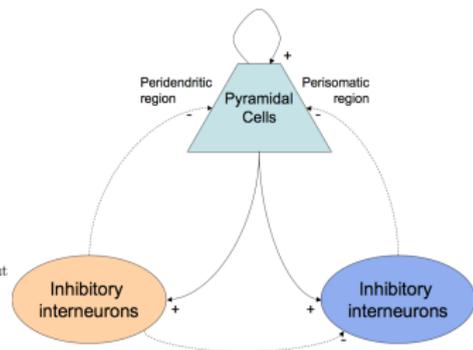
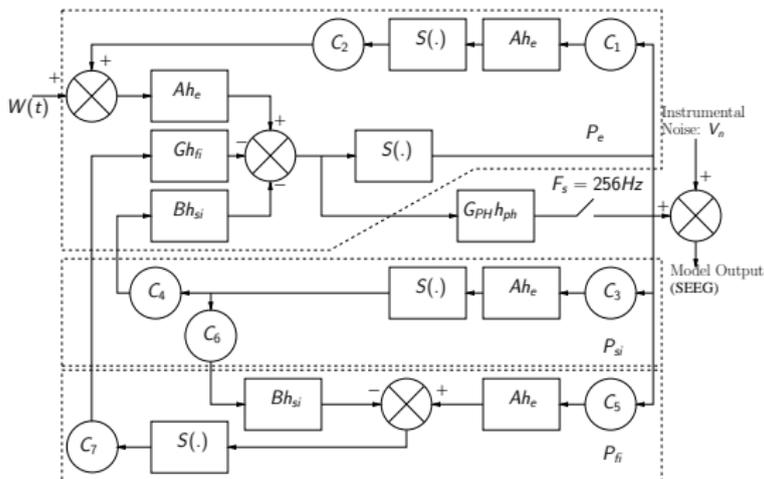
- ▶  $Y_i(t)$  Fréquence moyenne de potentiel d'action
- ▶  $V_i(t)$  Potentiel moyen pré-somatique
- ▶  $h_{j,i}$  dynamique synaptique et dendritique
- ▶  $C_{j,i}$  Constante de connectivité



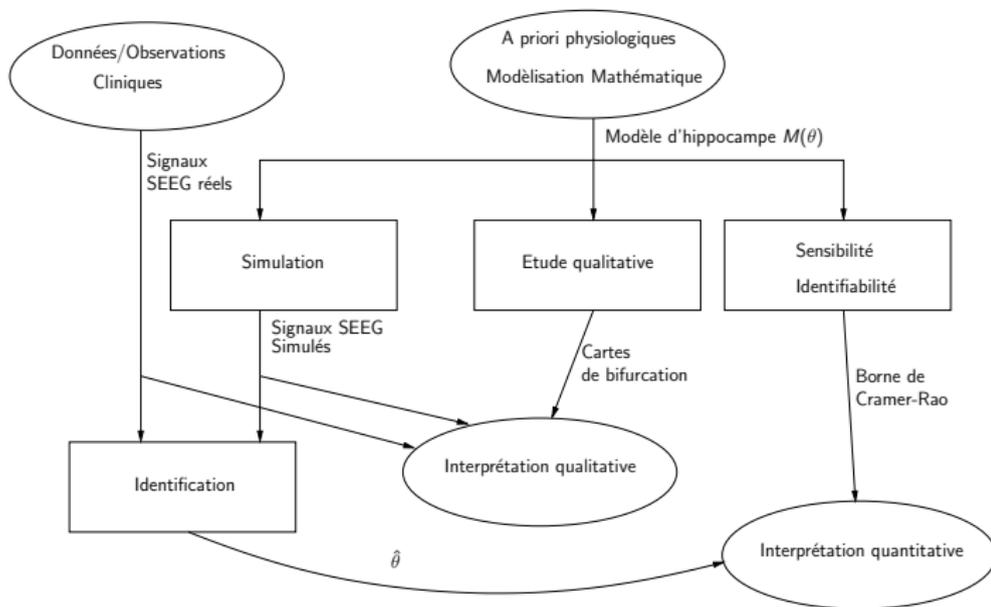
## Epilepsie absence [Sufficzynski et al., 2004]

**B. TC/RE bursts**

# Épilepsie temporelle (Hippocampe) [Wendling et al, 2002]



# Interprétation quantitative/qualitative du signal SEEG



Contexte biomédical

Contexte clinique

Interprétation physiologique du signal SEEG en épilepsie

Modélisation physiologique

Travaux présentés

**Simulation**

Équation différentielle stochastique

Schémas d'intégration d'EDS

Analyse qualitative

Simulation et classification d'activités épileptiformes

Carte de bifurcation

Simulation du système pour de faibles perturbations

Comparaison carte d'activité et carte de bifurcation

Estimation d'état/approximation de la vraisemblance

Filtrage des modèles de Markov cachés

Filtres discrets-discrets

Discretisation du modèle continu-discret

Approximation de la log-vraisemblance

Identification

Sensibilité

Algorithme d'optimisation

Problème général

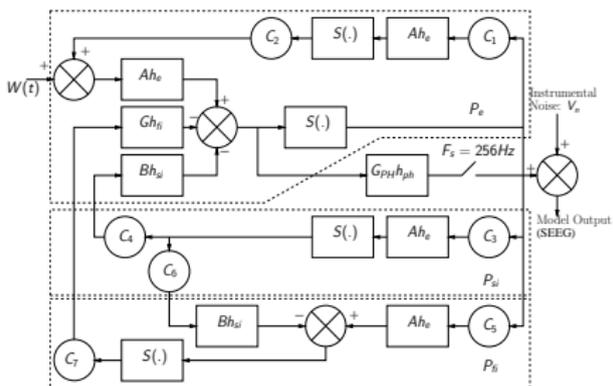
Méthode des Moments

Méthode proposée

Signaux simulés

Signaux réels

# Modèle continu-discret



- ▶ État  $X(t)$  continu :

$$dX = f(X, \theta)dt + G(\theta)d\beta$$

- ▶ Observation  $Y_k$  discrète

$$Y_k = HX(t_k) + v_k$$

- ▶  $\beta_t = W(t)dt$  : processus brownien.  
 $E[(d\beta_t)^2] = \sigma^2 dt$
- ▶  $\theta = (A, B, G)$  : gains synaptiques
- ▶  $v_k$  : bruit blanc d'instrumentation
- ▶  $t_k$  : instant d'observation
- ▶  $\Delta_y = t_k - t_{k-1}$  : période d'échantillonnage



# Discretisation de l'équation d'état

Entre deux instants d'observation  $t_{k-1}$  et  $t_k$  :

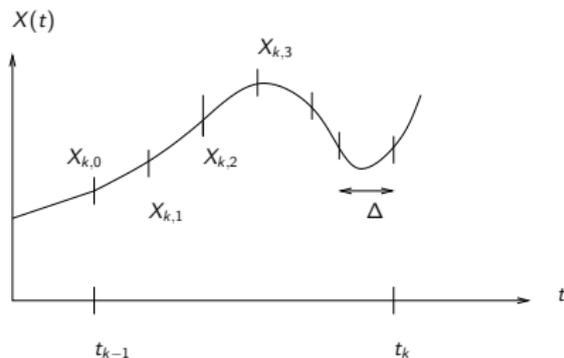
$$X_{k,n} = f_{\Delta}(X_{k,n-1}, w_{k,n-1})$$

$$X_{k-1} = X_{k,0} \text{ et } X_k = X_{k,\alpha}$$

$$X_k = g_{\Delta}(X_{k-1}, W_k)$$

avec,

$\alpha = 6$  :



# Discretisation de l'équation d'état

Entre deux instants d'observation  $t_{k-1}$  et  $t_k$  :

$$X_{k,n} = f_{\Delta}(X_{k,n-1}, w_{k,n-1})$$

$$X_{k-1} = X_{k,0} \text{ et } X_k = X_{k,\alpha}$$

$$X_k = g_{\Delta}(X_{k-1}, W_k)$$

avec,

- ▶  $W_k = (w_{k,0}, \dots, w_{k,\alpha-1})$
- ▶  $g_{\Delta}$  composée de fonction

$$g_{\Delta}(X_{k-1}, W_k) = f_{\Delta}(f_{\Delta}(\dots f_{\Delta}(f_{\Delta}(X_{k-1}, w_{k,0}), w_{k,1}), \dots, w_{k,\alpha-1}))$$

# Différents schémas d'intégration

## ▶ Exemples :

Euler	$X_n = X_{n-1} + \hat{f}(X_{n-1})\Delta$
Heun	$K1 = \hat{f}(X_{n-1})$ $K2 = \hat{f}(X_{n-1} + K1\Delta)$ $X_n = X_{n-1} + \frac{1}{2}(K1 + K2)\Delta$

- ▶  $\hat{f}(X_n) = f(X_n)\Delta + Gw_n$
- ▶  $w_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma\Delta)$
- ▶  $f$  : fonction drift
- ▶  $G$  : matrice de diffusion
- ▶  $J = \frac{\partial f}{\partial X}(X_{n-1})$  : jacobienne de  $f$

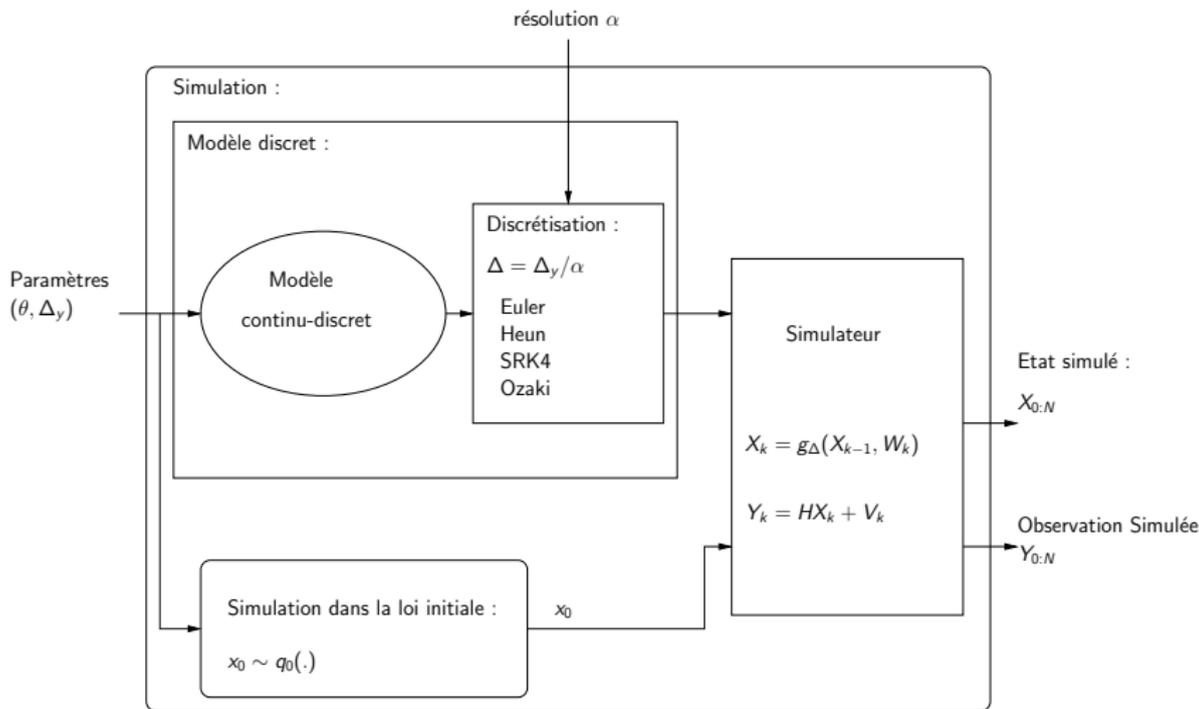
# Différents schémas d'intégration

## ▶ Exemples :

SRK4	$K1 = \hat{f}(X_{n-1})$ $K2 = \hat{f}(X_{n-1} + \frac{1}{2}K1\Delta)$ $K3 = \hat{f}(X_{n-1} + \frac{1}{2}K2\Delta)$ $K4 = \hat{f}(X_{n-1} + K3\Delta)$ $X_n = X_{n-1} + \frac{1}{6}(K1 + 2K2 + 2K3 + K4)\Delta$
Ozaki	$X_n = X_{n-1} + J^{-1}(e^{J\Delta} - I)f(X_{n-1}) + Gw_n$

- ▶  $\hat{f}(X_n) = f(X_n)\Delta + Gw_n$
- ▶  $w_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma\Delta)$
- ▶  $f$  : fonction drift
- ▶  $G$  : matrice de diffusion
- ▶  $J = \frac{\partial f}{\partial X}(X_{n-1})$  : jacobienne de  $f$

# Simulation d'un modèle continu-discret



# Conclusions

Schémas	Précision	Robustesse	Temps de calcul
Euler	-	-	1
Heun	-	-	1.2
SRK4	++	+	1.5
Ozaki	+	++	10

## Contexte biomédical

Contexte clinique

Interprétation physiologique du signal SEEG en épilepsie

Modélisation physiologique

Travaux présentés

## Simulation

Équation différentielle stochastique

Schémas d'intégration d'EDS

## Analyse qualitative

Simulation et classification d'activités épileptiformes

Carte de bifurcation

Simulation du système pour de faibles perturbations

Comparaison carte d'activité et carte de bifurcation

## Estimation d'état/approximation de la vraisemblance

Filtrage des modèles de Markov cachés

Filtres discrets-discrets

Discrétisation du modèle continu-discret

Approximation de la log-vraisemblance

## Identification

Sensibilité

Algorithme d'optimisation

Problème général

Méthode des Moments

Méthode proposée

Signaux simulés

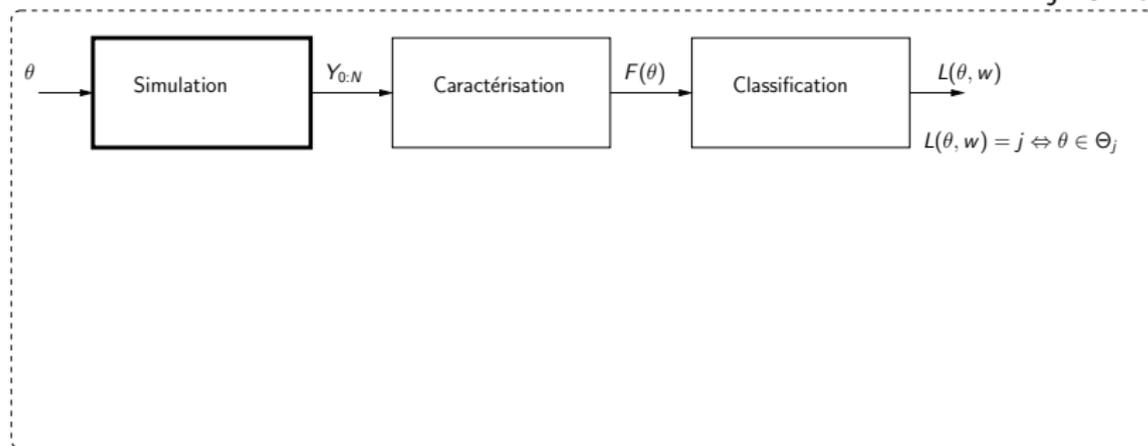
Signaux réels

# Principe

- ▶ Expliquer différents type de dynamiques observées à partir du modèle
  - ▶ Des signaux réels : Différentes “classes” de dynamiques
  - ▶ Un modèle  $\theta \in \Theta$
- ▶ Méthode :
  - ▶ A partir de signaux réels étiquetés : partitionner  $\Theta \Rightarrow$  Cartes d'activités
  - ▶ Partitionner  $\Theta$  par analyse qualitative  $\Rightarrow$  Cartes de bifurcation
  - ▶ Confronter les deux types de carte

# Simulation et classification [Wendling et al, 2002]

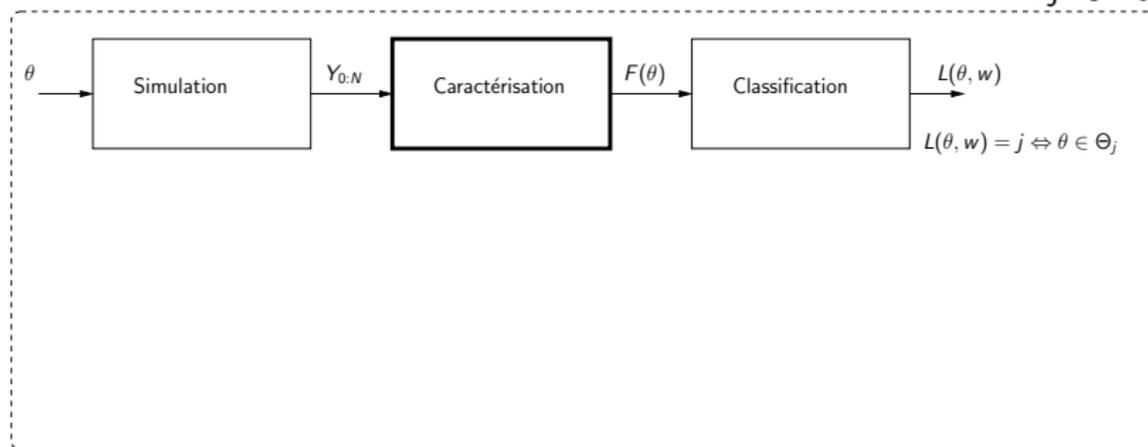
**Objectif :** Partitionner l'espace des paramètres  $\Theta = \bigcup_{j=0}^{N_c} \Theta_j$ .



- ▶ Simulation pour une grille de valeurs  $\{\theta_k, k = 1, \dots, N_\theta\} \subset \Theta$

# Simulation et classification [Wendling et al, 2002]

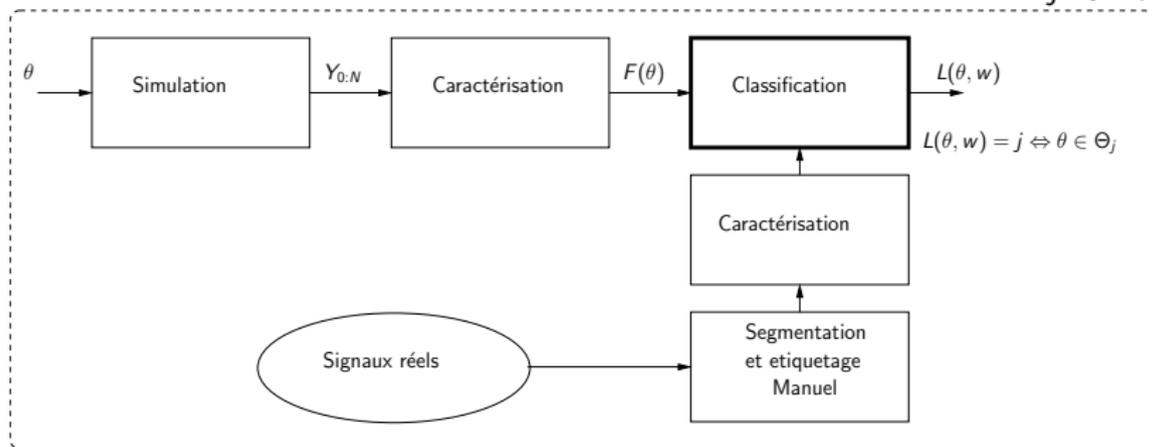
**Objectif :** Partitionner l'espace des paramètres  $\Theta = \bigcup_{j=0}^{N_c} \Theta_j$ .



- ▶  $F(\theta_k)$  : vecteur de caractéristiques
  - ▶ 3 spectrales
  - ▶ 1 terme d'amplitude

# Simulation et classification [Wendling et al, 2002]

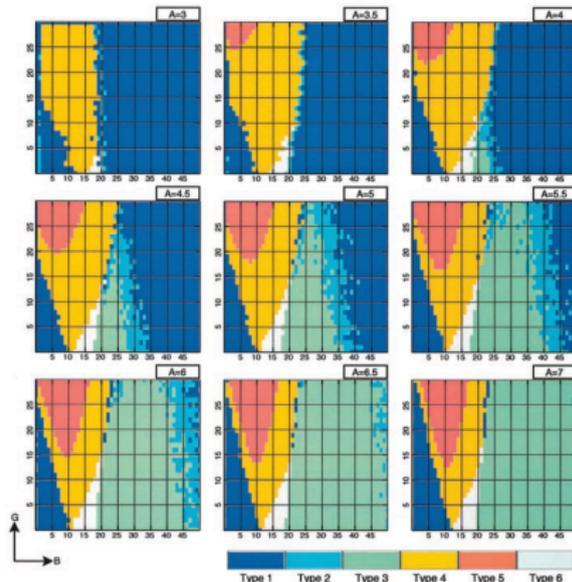
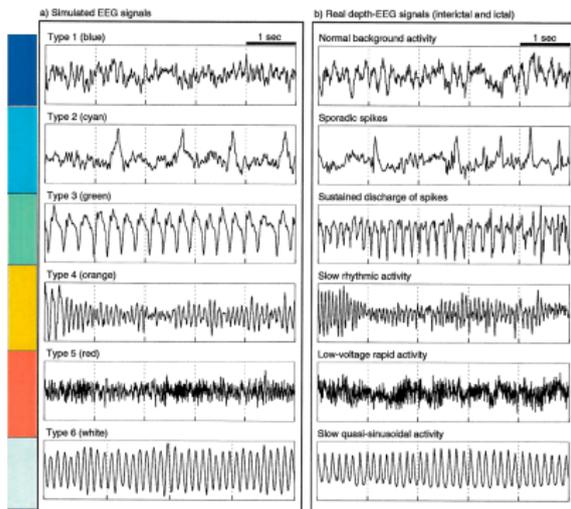
**Objectif :** Partitionner l'espace des paramètres  $\Theta = \bigcup_{j=0}^{N_c} \Theta_j$ .



Classification :

- ▶ Méthode de classification supervisée : Kmeans
- ▶ Apprentissage des classes  $C_j, j = 1, \dots, N_c$  à partir de segments réels étiquetés par un expert.

# Cartes d'activités tirées de [Wendling et al, 2002]



## Carte de bifurcation

**Contexte biomédical**

Contexte clinique

Interprétation physiologique du signal SEEG en épilepsie

Modélisation physiologique

Travaux présentés

**Simulation**

Équation différentielle stochastique

Schémas d'intégration d'EDS

**Analyse qualitative**

Simulation et classification d'activités épileptiformes

**Carte de bifurcation**

Simulation du système pour de faibles perturbations

Comparaison carte d'activité et carte de bifurcation

**Estimation d'état/approximation de la vraisemblance**

Filtrage des modèles de Markov cachés

Filtres discrets-discrets

Discretisation du modèle continu-discret

Approximation de la log-vraisemblance

**Identification**

Sensibilité

Algorithme d'optimisation

Problème général

Méthode des Moments

Méthode proposée

Signaux simulés

Signaux réels

# Carte de bifurcation : Principe

- ▶  $\theta \rightarrow \mathcal{A}(\theta)$  : ensemble d'attracteurs
  - ▶ Points fixes stables/instable
  - ▶ Cycles limites stable/instable
  - ▶ autres ...
- ▶ Perturbation  $\theta \rightarrow \theta + \delta\theta$ 
  - ▶ Modification continue de  $\mathcal{A}(\theta)$  : invariance qualitative
  - ▶ Modification discontinue de  $\mathcal{A}(\theta)$  : bifurcation
- ▶ Partitionner  $\Theta = \bigcup_{j=0}^{N_c} \Theta_j^b$ , tel que quelque soit  $\theta \in \Theta_j^b$  le modèle  $M(\theta)$  est qualitativement invariant.
- ▶ Simulation et continuation XPPAUT (logiciel libre)
  - ▶ Recherche des attracteurs de  $M(\theta)$
  - ▶ Recherche des bifurcations : frontières des  $\Theta_j^b$ .

# Diagramme de bifurcations

Représentation graphique de  $\theta \rightarrow \mathcal{A}(\theta)$

► Attracteurs détectés

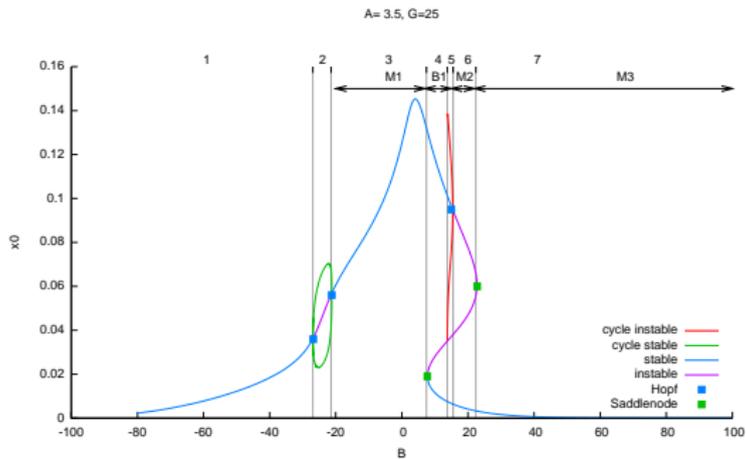
- Points fixes stable/instable
- Cycles limites stable/instable

► Bifurcation détectés

- Hopf
- Saddle-node

► Bifurcations : frontières entre zones  $M_i$ ,  $B_j$ .

► Diagramme de bifurcation :



# Carte de bifurcation

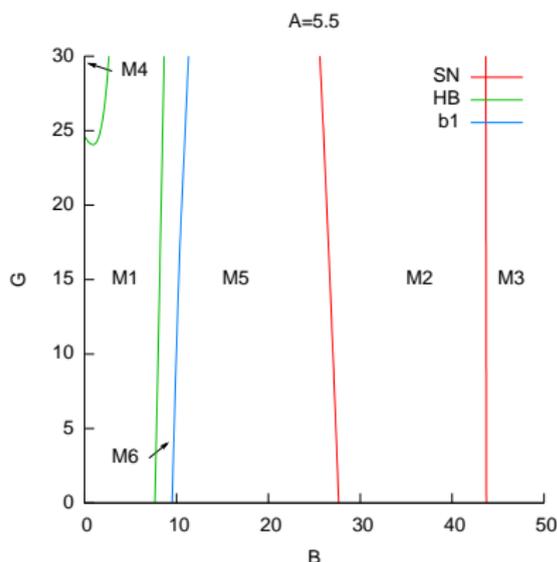
Continuation des bifurcations  
dans le plan  $(B, G)$ , ( $A$  fixé)

## Zones Monostables :

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0
M2	1	2	0	0
M3	1	0	0	0
M4	0	1	1	0
M5	0	1	1	0
M6	0	1	1	0

s: stable

i: instable



# Carte de bifurcation

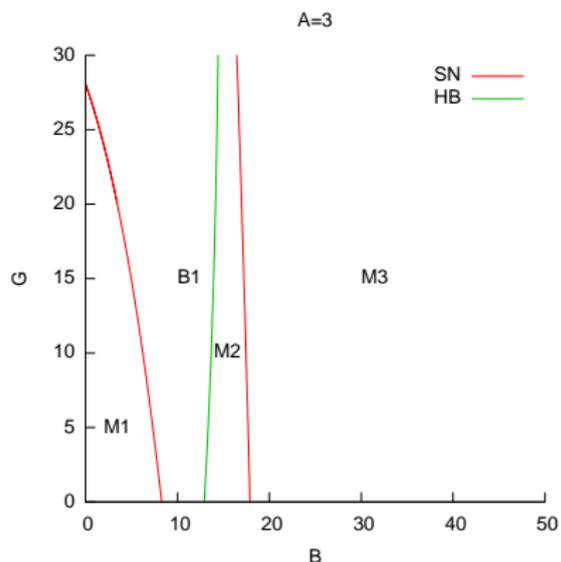
Continuation des bifurcations  
dans le plan  $(B, G)$ , ( $A$  fixé)

## Zones Bistables :

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
B1	2	1	0	0
B2	0	1	2	1
B3	1	2	1	0

s: stable

i: instable



# Carte de bifurcation

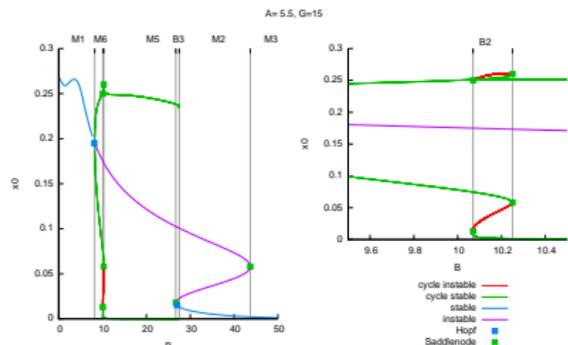
Continuation des bifurcations  
dans le plan  $(B, G)$ , ( $A$  fixé)

## Zones Bistables :

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
B1	2	1	0	0
B2	0	1	2	1
B3	1	2	1	0

s: stable

i: instable



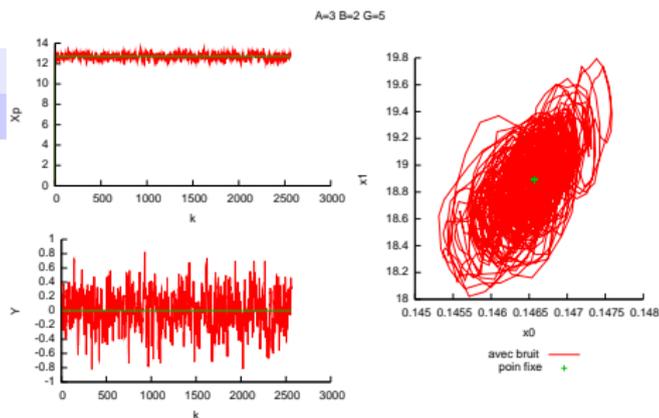
Simulation du système pour de faibles perturbations

## Effet du bruit d'entrée

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0

s: stable

i: instable



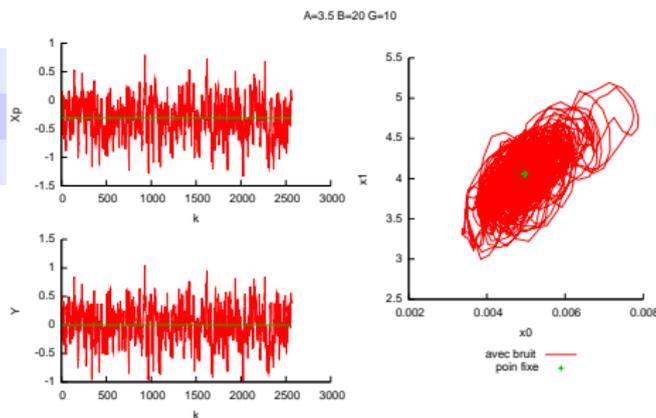
Simulation du système pour de faibles perturbations

## Effet du bruit d'entrée

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0
M2	1	2	0	0

s: stable

i: instable



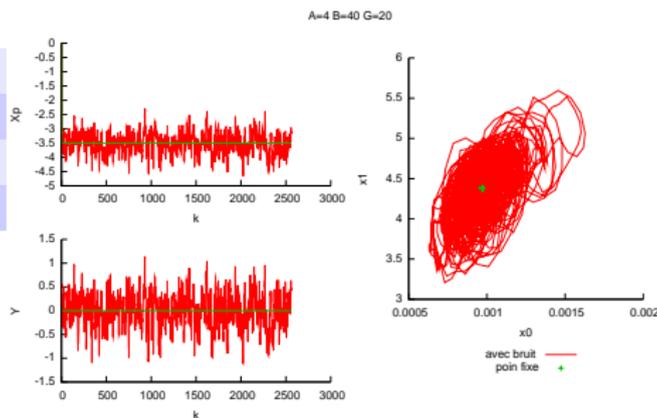
Simulation du système pour de faibles perturbations

## Effet du bruit d'entrée

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0
M2	1	2	0	0
M3	1	0	0	0

s: stable

i: instable



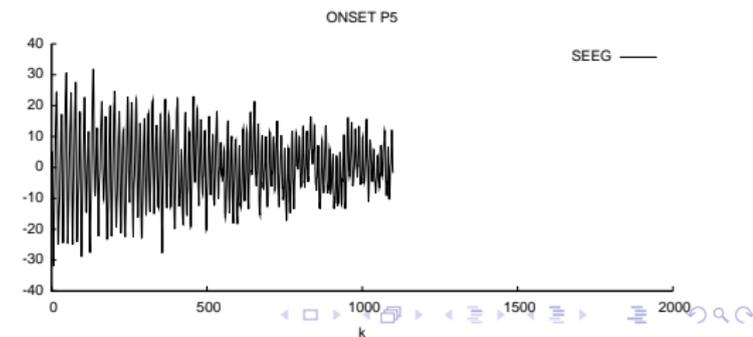
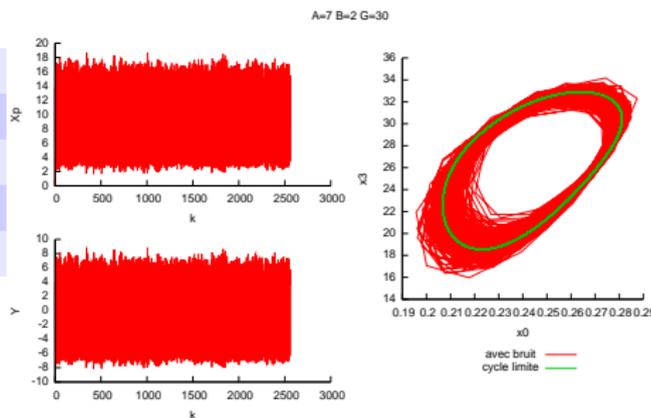
Simulation du système pour de faibles perturbations

## Effet du bruit d'entrée

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0
M2	1	2	0	0
M3	1	0	0	0
M4	0	1	1	0

s: stable

i: instable



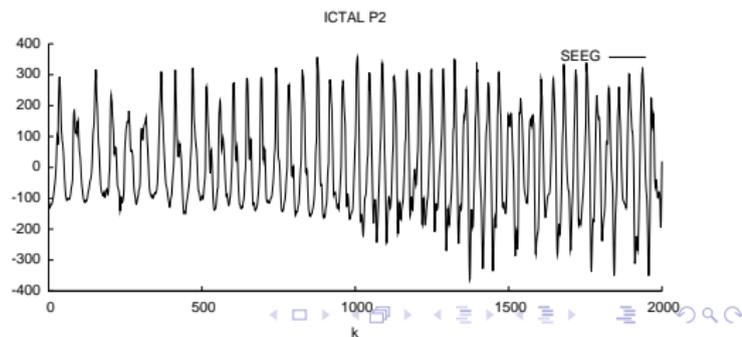
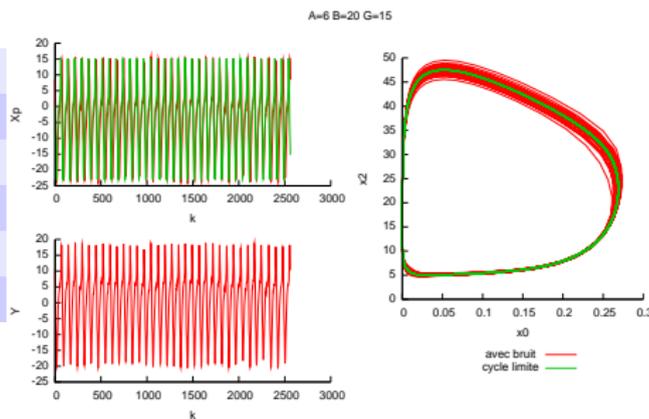
Simulation du système pour de faibles perturbations

## Effet du bruit d'entrée

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0
M2	1	2	0	0
M3	1	0	0	0
M4	0	1	1	0
M5	0	1	1	0

s: stable

i: instable



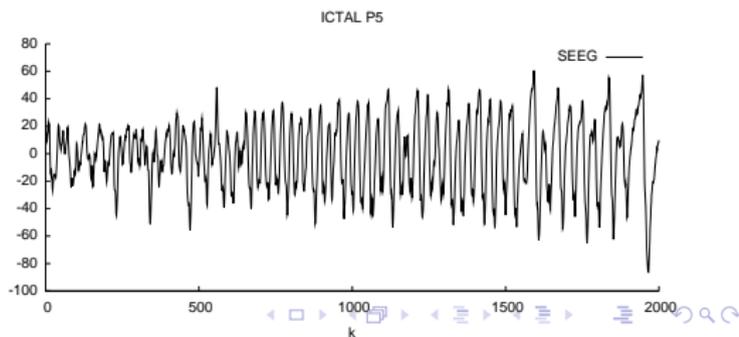
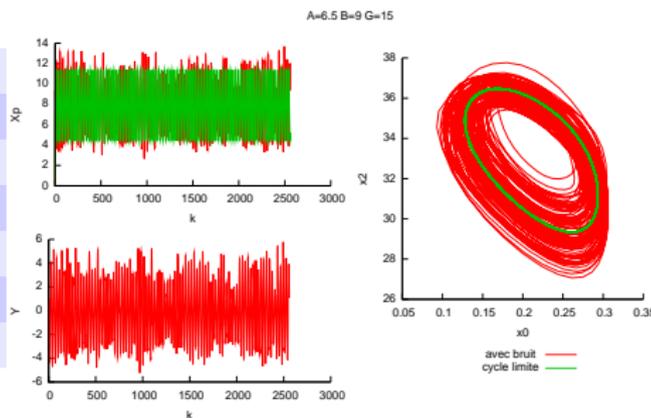
Simulation du système pour de faibles perturbations

## Effet du bruit d'entrée

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0
M2	1	2	0	0
M3	1	0	0	0
M4	0	1	1	0
M5	0	1	1	0
M6	0	1	1	0

s: stable

i: instable



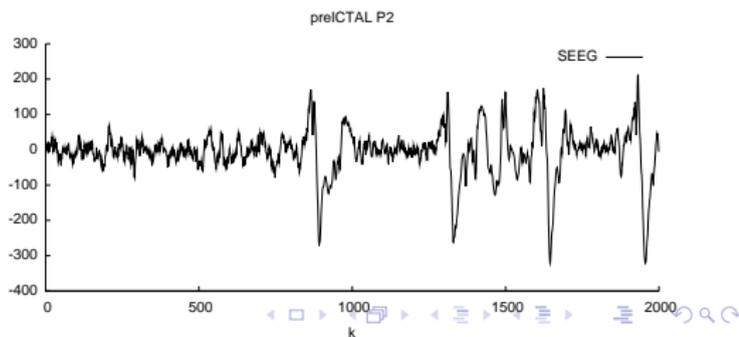
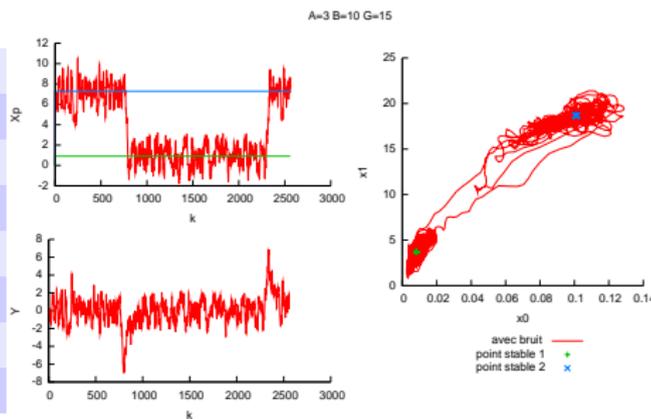
Simulation du système pour de faibles perturbations

## Effet du bruit d'entrée

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0
M2	1	2	0	0
M3	1	0	0	0
M4	0	1	1	0
M5	0	1	1	0
M6	0	1	1	0
B1	2	1	0	0

s: stable

i: instable



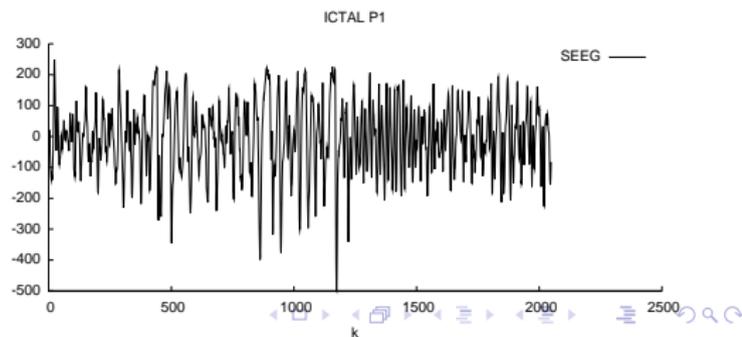
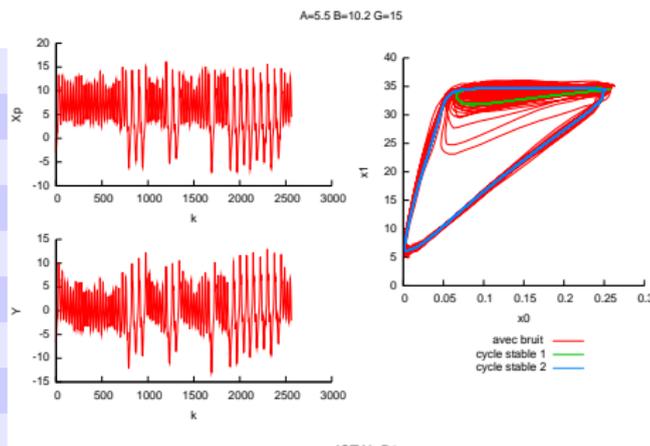
Simulation du système pour de faibles perturbations

## Effet du bruit d'entrée

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0
M2	1	2	0	0
M3	1	0	0	0
M4	0	1	1	0
M5	0	1	1	0
M6	0	1	1	0
B1	2	1	0	0
B2	0	1	2	1

s: stable

i: instable



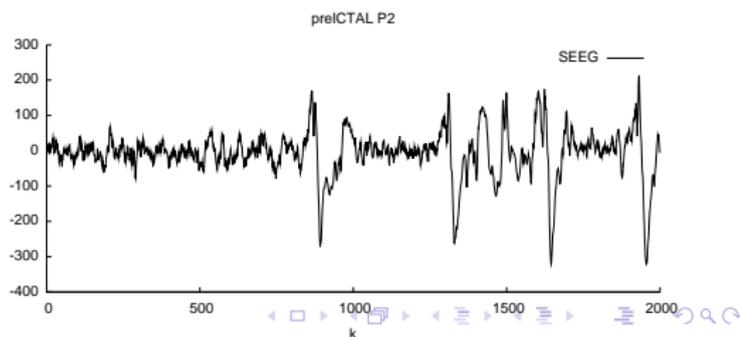
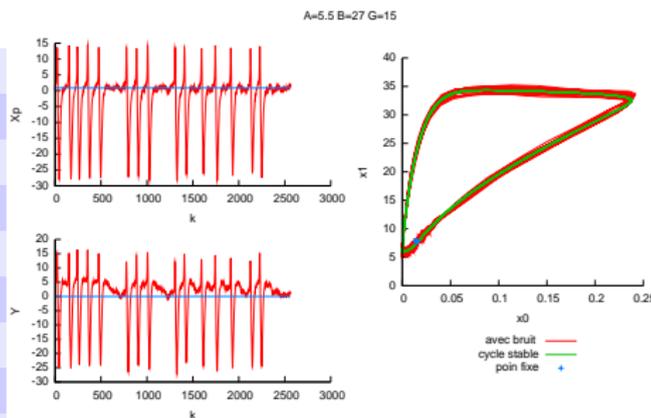
Simulation du système pour de faibles perturbations

## Effet du bruit d'entrée

	Point fixe		Cycle limite	
	s	i	s	i
M1	1	0	0	0
M2	1	2	0	0
M3	1	0	0	0
M4	0	1	1	0
M5	0	1	1	0
M6	0	1	1	0
B1	2	1	0	0
B2	0	1	2	1
B3	1	2	1	0

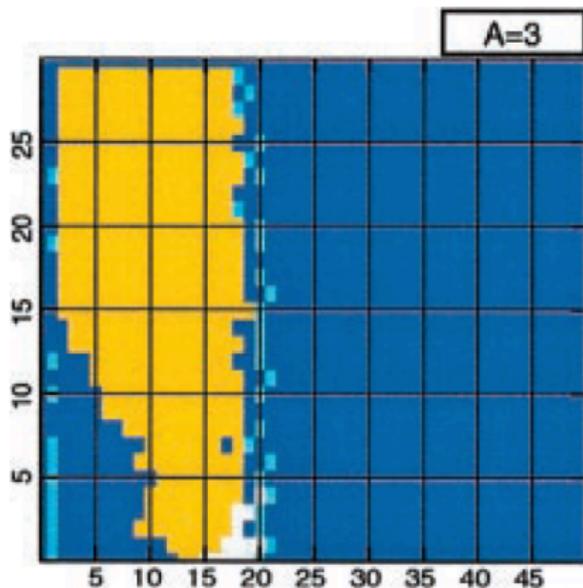
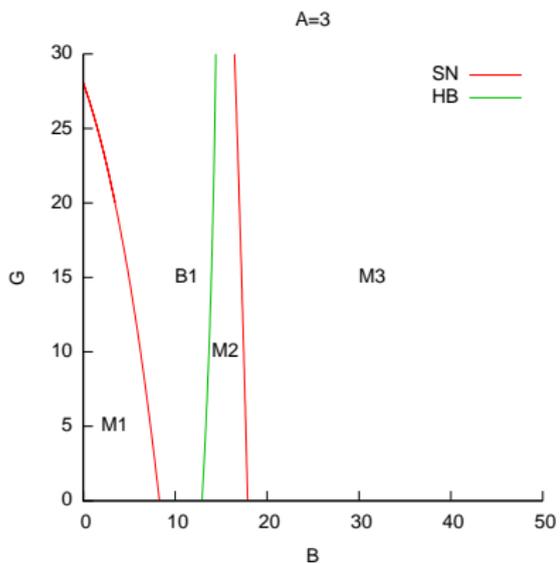
s: stable

i: instable



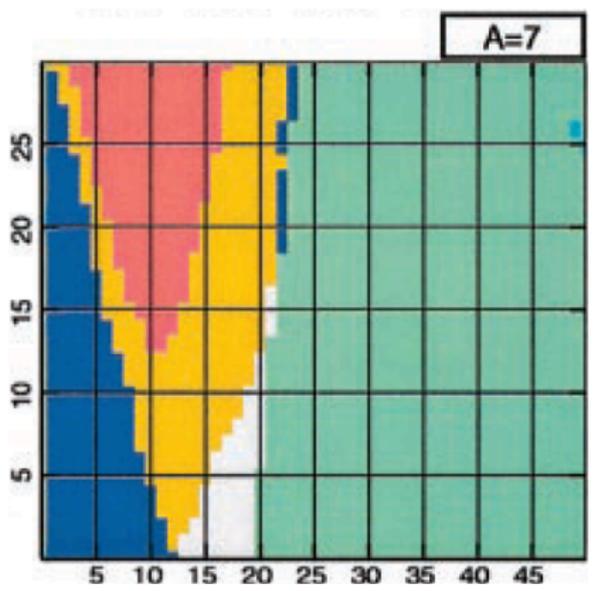
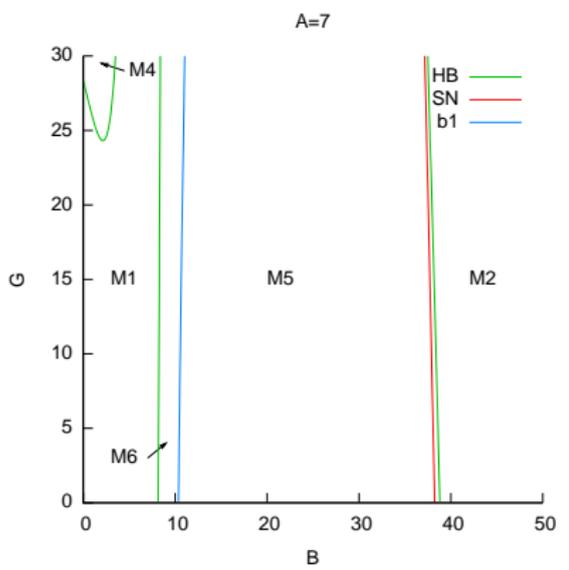
Comparaison carte d'activité et carte de bifurcation

# Carte de Bifurcation / Carte d'activité



Comparaison carte d'activité et carte de bifurcation

# Carte de Bifurcation / Carte d'activité



# Conclusion

- ▶ Extension aux modèles stochastiques difficile
- ▶ Richesse du paysage des bifurcations  $\Rightarrow$  interprétation immédiate difficile

## Contexte biomédical

Contexte clinique

Interprétation physiologique du signal SEEG en épilepsie

Modélisation physiologique

Travaux présentés

## Simulation

Équation différentielle stochastique

Schémas d'intégration d'EDS

## Analyse qualitative

Simulation et classification d'activités épileptiformes

Carte de bifurcation

Simulation du système pour de faibles perturbations

Comparaison carte d'activité et carte de bifurcation

## Estimation d'état/approximation de la vraisemblance

Filtrage des modèles de Markov cachés

Filtres discrets-discrets

Discrétisation du modèle continu-discret

Approximation de la log-vraisemblance

## Identification

Sensibilité

Algorithme d'optimisation

Problème général

Méthode des Moments

Méthode proposée

Signaux simulés

Signaux réels

# Modèles de Markov cachés

- ▶ Processus markovien (sans mémoire)
  - ▶ Processus continu :  $dX_t = f_t(\theta, X_t, d\beta)$ ,
  - ▶ Processus discret :  $X_k = f_k(\theta, X_{k-1}, W_k)$

# Modèles de Markov cachés

- ▶ Processus markovien (sans mémoire)
  - ▶ Processus continu :  $dX_t = f_t(\theta, X_t, d\beta)$ ,
  - ▶ Processus discret :  $X_k = f_k(\theta, X_{k-1}, W_k)$
- ▶ + équation d'observation
  - ▶ Continu-continu :  $dY_t = h_t(X_t, dV)$
  - ▶ Continu-discret :  $Y_k = h_k(X(t_k), V_k)$
  - ▶ Discret-discret :  $Y_k = h_k(X_k, V_k)$

# Modèles de Markov cachés

- ▶ Processus markovien (sans mémoire)
  - ▶ Processus continu :  $dX_t = f_t(\theta, X_t, d\beta)$ ,
  - ▶ Processus discret :  $X_k = f_k(\theta, X_{k-1}, W_k)$
- ▶ + équation d'observation
  - ▶ Continu-continu :  $dY_t = h_t(X_t, dV)$
  - ▶ Continu-discret :  $Y_k = h_k(X(t_k), V_k)$
  - ▶ Discret-discret :  $Y_k = h_k(X_k, V_k)$
- ▶ Vraisemblance  $\theta \rightarrow l_{0:N}(\theta) = p_{Y_{0:N}}^\theta(y_{0:N})$  (observation discrète)

# Modèles de Markov cachés

- ▶ Processus markovien (sans mémoire)
  - ▶ Processus continu :  $dX_t = f_t(\theta, X_t, d\beta)$ ,
  - ▶ Processus discret :  $X_k = f_k(\theta, X_{k-1}, W_k)$
- ▶ + équation d'observation
  - ▶ Continu-continu :  $dY_t = h_t(X_t, dV)$
  - ▶ Continu-discret :  $Y_k = h_k(X(t_k), V_k)$
  - ▶ Discret-discret :  $Y_k = h_k(X_k, V_k)$
- ▶ Vraisemblance  $\theta \rightarrow l_{0:N}(\theta) = p_{Y_{0:N}}^\theta(y_{0:N})$  (observation discrète)
- ▶ Filtrage :
  - ▶ Continu-continu  $Y_{[0,t]} \rightarrow \hat{X}_t, p_{X_t|Y_{[0,t]}}$
  - ▶ Continu-discret  $Y_{0:k} \rightarrow \hat{X}(t_k), p_{X(t_k)|Y_{0:k}}$
  - ▶ Discret-discret  $Y_{0:k} \rightarrow \hat{X}_k, p_{X_k|Y_{0:k}}$





# Modèle de Markov caché discret-discret

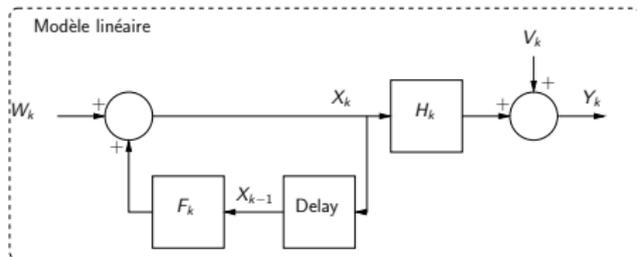
- ▶ **État caché** :  $X_k \in \mathbb{R}^{N_x}$ , processus de Markov :
  - ▶ Loi initiale  $q_0(x_0)dx_0 = \Pr\{X_0 \in dx_0\}$
  - ▶ Loi de transition
 
$$q_k(x_k, x_{k-1})dx_k = \Pr\{X_k \in dx_k | X_{k-1} = x_{k-1}\}$$
- ▶ **Observation** :  $Y_k \in \mathbb{R}^{N_y}$ 
  - ▶ Loi d'observation  $g_k(x_k)dy = \Pr\{Y_k \in dy | X_k = x_k\}$

# Filtre de Kalman

Modèle linéaire :

$$X_k = F_k X_{k-1} + G_k W_k$$

$$Y_k = H_k X_k + V_k$$



- ▶  $W_k \sim \mathcal{N}(0, Q_w)$
- ▶  $V_k \sim \mathcal{N}(0, Q_v)$
- ▶  $F_k$  matrice  $N_x \times N_x$
- ▶  $G_k$  matrice  $N_x \times N_w$
- ▶  $H_k$  matrice  $N_y \times N_x$
- ▶  $X_0 \sim \mathcal{N}(\hat{X}_0, P_0)$

# Filtre de Kalman

Initialisation :

$$\hat{X}_{0|0} = \hat{X}_0$$

$$P_{0|0} = P_0$$

Prédiction :

$$\hat{X}_{k|k-1} = F_k \hat{X}_{k-1|k-1}$$

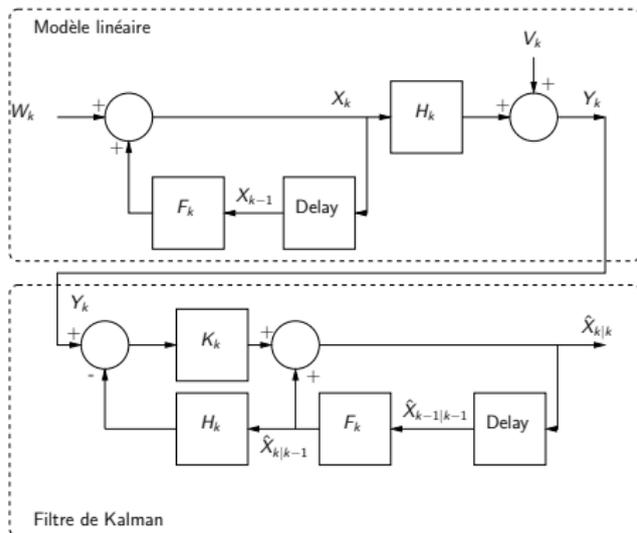
$$P_{k|k-1} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + G_k Q W G_k^T$$

Correction :

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T (H_k P_{k|k-1} H_k^T + Q_v)^{-1}$$

$$\hat{X}_{k|k} = \hat{X}_{k|k-1} + K_k (Y_k - H_k \hat{X}_{k|k-1})$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k H_k P_{k|k-1}$$





# Filtre de Kalman étendu: EKF

Modèle non-linéaire :

$$X_k = f(X_{k-1}, W_k)$$

$$Y_k = h(X_k) + V_k$$

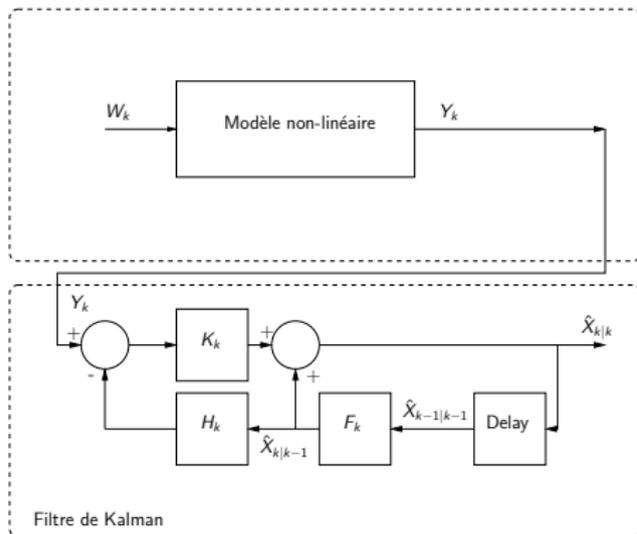
Linéarisation de  $f$  :

$$F_k = \frac{\partial f}{\partial X_k}(\hat{X}_{k-1|k-1}, 0)$$

$$G_k = \frac{\partial f}{\partial W_k}(\hat{X}_{k-1|k-1}, 0)$$

Linéarisation de  $h$  :

$$H_k = \frac{\partial h}{\partial X_k}(\hat{X}_{k|k-1})$$





# Algorithme UKF

## ► Prédiction

Transformation inodore :

$$((\hat{X}_{k-1|k-1}, 0), (P_{k-1|k-1}, Q_w)) \rightarrow ((\mathcal{X}^i, \mathcal{W}^i), w^i)$$

$$\hat{X}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{N_s} w^i f(\mathcal{X}^i, \mathcal{W}^i)$$

$$P_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{N_s} w^i (f(\mathcal{X}^i, \mathcal{W}^i) - \hat{X}_{k|k-1})(f(\mathcal{X}^i, \mathcal{W}^i) - \hat{X}_{k|k-1})^T$$

# Algorithme UKF

Transformation inodore :  $(\hat{X}_{k|k-1}, P_{k|k-1}) \rightarrow (\mathcal{X}_p^i, w_p^i)$

$$\hat{Y}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{N_s} w_p^i h(\mathcal{X}_p^i)$$

$$P_{k|k-1}^y = \sum_{i=1}^{N_s} w_p^i (h(\mathcal{X}_p^i) - \hat{Y}_{k|k-1})(h(\mathcal{X}_p^i) - \hat{Y}_{k|k-1})^T$$

$$P_{k|k-1}^{xy} = \sum_{i=1}^{N_s} w_p^i (\mathcal{X}_p^i - \hat{X}_{k|k-1})(h(\mathcal{X}_p^i) - \hat{Y}_{k|k-1})^T$$

# Algorithme UKF

## ► Correction

$$\begin{aligned}
 K_k &= P_{k|k-1}^{xy} (P_{k|k-1}^y + Q_v)^{-1} \\
 \hat{X}_{k|k} &= \hat{X}_{k|k-1} + K_k (Y_k - \hat{Y}_{k|k-1}) \\
 P_{k|k} &= P_{k|k-1} - K_k (P_{k|k-1}^{xy})^T
 \end{aligned}$$

# Échantillonnage d'importance

- ▶ Objectif : évaluer  $E[f(X)] = \int f(x)p_X(x)dx$
- ▶ Contrainte : simulation impossible selon  $p_X(x)$
- ▶ Simulation possible selon  $q_X(x)$  : densité d'importance.

$$E[f(X)] = \int f(x) \frac{p_X(x)}{q_X(x)} q_X(x) dx$$

$$E[f(X)] \simeq \sum_{i=1}^{N_s} w^i f(\tilde{x}^i)$$

- ▶ particules :  $\tilde{x}^i \sim q_X(x)$
- ▶ poids :  $w^i \propto \frac{p_X(\tilde{x}^i)}{q_X(\tilde{x}^i)}$

# Échantillonnage d'importance séquentiel SIS

- ▶ Cadre plus général :  $E[f(X_{0:N})|Y_{0:N}]$
- ▶ Simulation selon  $p_{X_{0:N}|Y_{0:N}}(\cdot, \cdot)$  impossible.
- ▶ On choisit  $q_{X_{0:N}|Y_{0:N}}(\cdot, \cdot)$  recursive :

$$q_{X_{0:k}|Y_{0:k}}(x_{0:k}, y_{0:k}) =$$

$$q_{X_{0:k-1}|Y_{0:k-1}}(x_{0:k-1}, y_{0:k-1})q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k}}(x_k, x_{0:k-1}, y_{0:k})$$

- ▶ Densité d'importance :  $q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k}}(x_k, x_{0:k-1}, y_{0:k})$
- ▶  $\tilde{x}_{0:k}^i$  simulés récursivement :

$$\tilde{x}_k^i \sim q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k}}(\cdot, \tilde{x}_{0:k-1}^i, y_{0:k})$$

- ▶  $w_k^i$  calculés récursivement :

$$w_k^i = w_{k-1}^i \frac{q_k(\tilde{x}_k^i, \tilde{x}_{k-1}^i)g_k(\tilde{x}_k^i)}{q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}}(\tilde{x}_k^i, \tilde{x}_{0:k-1}^i, y_{0:k})}$$

# Filtres SISR

SISR : Filtre d'échantillonnage d'importance séquentiel avec rééchantillonnage

- ▶ Initialisation :  $\hat{x}_0^i \sim q_0(\cdot)$   $i = 1, \dots, N_s$

Pour  $k = 1, \dots, N$

- ▶ Simuler  $\tilde{x}_k^i \sim q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}}(\cdot, \hat{x}_{0:k-1}, y_{0:k-1})$
- ▶ Pondérer  $w_k^i \propto w_{k-1}^i \frac{q_k(\tilde{x}_k^i, \hat{x}_{k-1}^i) g_k(\tilde{x}_k^i)}{q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}}(\tilde{x}_k^i, \hat{x}_{0:k-1}^i, y_{0:k-1})}$

# Filtres SISR

SISR : Filtre d'échantillonnage d'importance séquentiel avec rééchantillonnage

- ▶ Initialisation :  $\hat{x}_0^i \sim q_0(\cdot)$   $i = 1, \dots, N_s$

Pour  $k = 1, \dots, N$

- ▶ Simuler  $\tilde{x}_k^i \sim q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}}(\cdot, \hat{x}_{0:k-1}, y_{0:k-1})$
- ▶ Pondérer  $w_k^i \propto w_{k-1}^i \frac{q_k(\tilde{x}_k^i, \hat{x}_{k-1}^i) g_k(\tilde{x}_k^i)}{q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}}(\tilde{x}_k^i, \hat{x}_{0:k-1}^i, y_{0:k-1})}$
- ▶ Rééchantillonner : Tirer  $N_s$  particules  $\hat{x}_k^i \sim \sum w_k^i \delta_{\tilde{x}_k^i}$

$$E[f(X_k) | Y_{0:k}] \simeq \sum_{i=1}^{N_s} w_k^i f(\hat{x}_k^i)$$

# Choix de la densité d'importance

Densité d'importance  $q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}}(x_k, x_{0:k-1}, y_{0:k-1})$

- ▶ Densité d'importance à priori :  $q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}} = q_k$

⇒ Filtre SISR bootstrap :

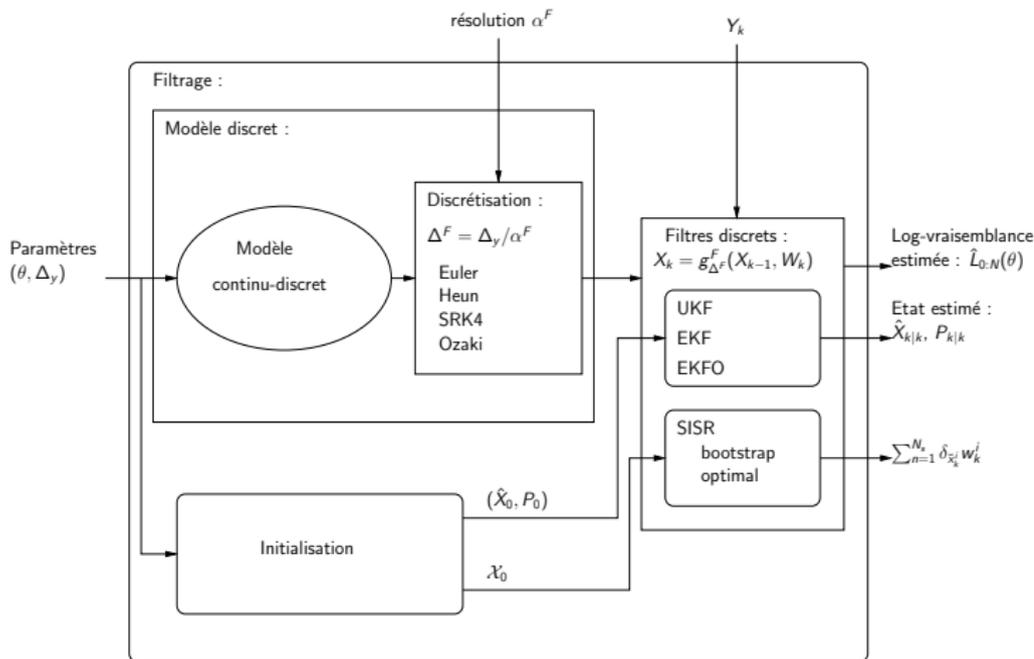
- ▶ Simuler  $\tilde{x}_k^i \sim q_k(\cdot, \hat{x}_{k-1}^i)$
- ▶ Pondérer  $w_k^i \propto w_{k-1}^i g_k(\tilde{x}_k^i)$
- ▶ Rééchantillonner : Tirer  $N_s$  particules  $\hat{x}_k^i \sim \sum w_k^i \delta_{\tilde{x}_k^i}$

# Choix de la densité d'importance

Densité d'importance  $q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}}(x_k, x_{0:k-1}, y_{0:k-1})$

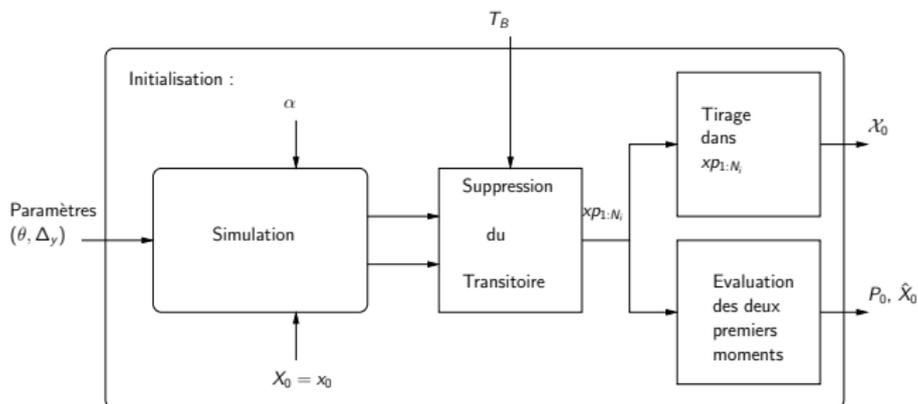
- ▶ Densité d'importance à priori :  $q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}} = q_k$   
 ⇒ Filtre SISR bootstrap :
  - ▶ Simuler  $\tilde{x}_k^i \sim q_k(\cdot, \hat{x}_{k-1}^i)$
  - ▶ Pondérer  $w_k^i \propto w_{k-1}^i g_k(\tilde{x}_k^i)$
  - ▶ Rééchantillonner : Tirer  $N_s$  particules  $\hat{x}_k^i \sim \sum w_k^i \delta_{\tilde{x}_k^i}$
- ▶ Densité d'importance optimale :  $q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k-1}} = p_{X_k|X_{k-1}, Y_k}$   
 ⇒ Filtre SISR optimal :
  - ▶ Simuler  $\tilde{x}_k^i \sim p_{X_k|X_{k-1}, Y_k}(\cdot, \hat{x}_{k-1}^i, y_k)$
  - ▶ Pondérer  $w_k^i \propto w_{k-1}^i p_{Y_k|X_{k-1}}(y_k, \tilde{x}_{k-1}^i)$
  - ▶ Rééchantillonner : Tirer  $N_s$  particules  $\hat{x}_k^i \sim \sum w_k^i \delta_{\tilde{x}_k^i}$

# Filtres discrets et discrétisation



# Initialisation

- ▶ Hypothèse : Système en régime permanent



- ▶ Suppression du transitoire  $\rightarrow x_{p1:N}$

# Calcul de la vraisemblance

$$L_{0:N}(\theta) = \log p_{Y_0}(y_0) + \sum_{k=1}^N \log(p_{Y_k|Y_{0:k-1}}(y_k, y_{0:k-1}))$$

## ► Filtre SISR

$$\hat{L}_{0:k}(\theta) = \hat{L}_{0:k-1}(\theta) + \log\left(\sum_{i=1}^{N_s} \tilde{w}_k^{(i,\theta)}\right)$$

$$\tilde{w}_k^i = w_{k-1}^i \frac{g_k(x_k^i) q_{k|k-1}(x_k^i, x_{k-1}^i)}{q_{X_k|X_{0:k-1}, Y_{0:k}}(x_k^i, x_{0:k-1}, y_{0:k})}$$

# Calcul de la vraisemblance

$$L_{0:N}(\theta) = \log p_{Y_0}(y_0) + \sum_{k=1}^N \log(p_{Y_k|Y_{0:k-1}}(y_k, y_{0:k-1}))$$

## ► Extensions Kalman

$$\hat{L}_{0:k}(\theta) = L_{0:k-1}(\theta) - \frac{1}{2} N_y \log(2\pi) + \log(|P_{y_k}|) + (y_k - \hat{Y}_{k|k-1})^T P_{y_k}^{-1} (y_k - \hat{Y}_{k|k-1})$$

$$P_{y_k} = H_k P_{k|k-1} H_k^T + Q_v$$

$$\hat{Y}_{k|k-1} = H \hat{X}_{k|k-1}$$

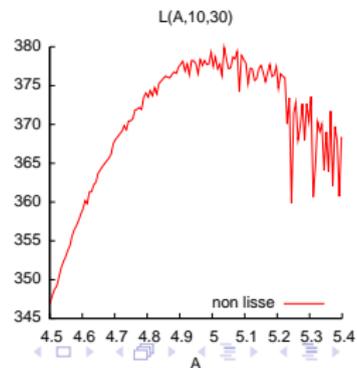
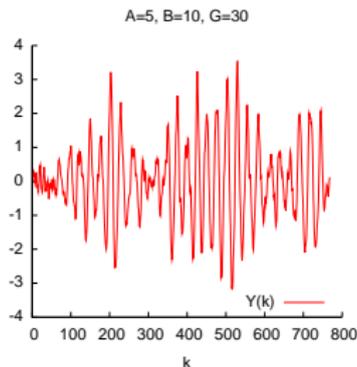
# Exemple : Approximation de la log-vraisemblance par EKF

## ▶ Simulation

- ▶  $\Delta_y = 4ms, \alpha = 32$
- ▶  $\theta = (A, B, G) = (5, 10, 30)$

## ▶ EKF $\rightarrow$ log-vraisemblance $\hat{L}(A, 10, 30)$

- ▶ Schéma : SRK4
- ▶  $\alpha = 1$
- ▶ CI inconnue  $\rightarrow$  Simulation de  $M(\theta, w_{1:N_i})$  en régime permanent  
 $\rightarrow (\hat{X}_0(\theta, w_{1:N_i}), P_0(\theta, w_{1:N_i}))$   
 $w_{1:N_i}$  : réalisation du bruit  
d'entrée utilisée



# Exemple : Approximation de la log-vraisemblance par EKF

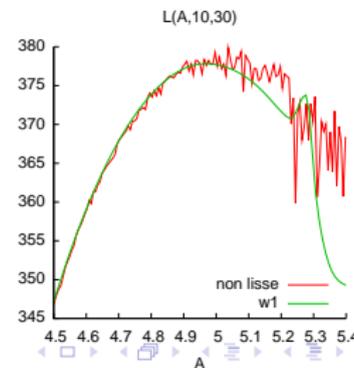
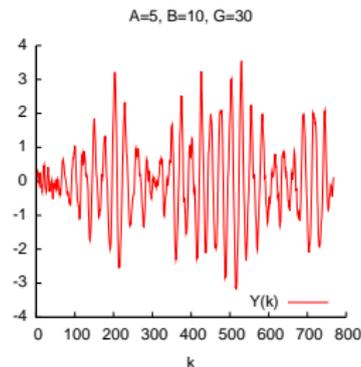
## ▶ Simulation

- ▶  $\Delta_y = 4ms, \alpha = 32$
- ▶  $\theta = (A, B, G) = (5, 10, 30)$

## ▶ EKF $\rightarrow$ log-vraisemblance

$$\hat{L}(A, 10, 30)$$

- ▶ Schéma : SRK4
- ▶  $\alpha = 1$
- ▶ CI inconnue  $\rightarrow$  Simulation de  $M(\theta, w_{1:N_i})$  en régime permanent  $\rightarrow (\hat{X}_0(\theta, w_{1:N_i}), P_0(\theta, w_{1:N_i}))$   
 $w_{1:N_i}$  : réalisation du bruit d'entrée utilisée



# Conclusion

- ▶ Test de différents filtres associés à différents schémas de discrétisation
- ▶ EKF (SRK4,  $\alpha = 1$ ) bon compromis
- ▶ Lissage
  - ▶ calcul numérique d'un gradient possible

## Contexte biomédical

- Contexte clinique
- Interprétation physiologique du signal SEEG en épilepsie
- Modélisation physiologique
- Travaux présentés

## Simulation

- Équation différentielle stochastique
- Schémas d'intégration d'EDS

## Analyse qualitative

- Simulation et classification d'activités épileptiformes
- Carte de bifurcation
- Simulation du système pour de faibles perturbations
- Comparaison carte d'activité et carte de bifurcation

## Estimation d'état/approximation de la vraisemblance

- Filtrage des modèles de Markov cachés
- Filtres discrets-discrets
- Discretisation du modèle continu-discret
- Approximation de la log-vraisemblance

## Identification

- Sensibilité
- Algorithme d'optimisation
- Problème général
- Méthode des Moments
- Méthode proposée
- Signaux simulés
- Signaux réels

# Borne de Cramer Rao

- ▶  $\hat{\theta}$  : Estimateur sans biais

$$E[(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T] \geq F^{-1}$$

- ▶  $F$  : matrice de Fisher

$$F = E \left[ \left( \frac{\partial}{\partial \theta} L_{0:N}(\theta) \right) \left( \frac{\partial}{\partial \theta} L_{0:N}(\theta) \right)^T \right]$$

# Approximation de la matrice de Fisher

- ▶ Estimation de la matrice de Fisher

$$\hat{F}(\theta^*, \delta) = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} G_i(\theta^*, \delta) G_i(\theta^*, \delta)^T$$

- ▶ Évaluation numérique du gradient

$$G_i(\theta^*, \delta) = \begin{bmatrix} \vdots \\ (\hat{L}_{0:N}^i(\theta^* + \delta u_k) - \hat{L}_{0:N}^i(\theta^* - \delta u_k)) \\ \vdots \end{bmatrix} / 2\delta$$

$$u_k^T = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

# Résultats : Estimation de $\hat{F}_\theta$ et $\hat{F}_{\theta'}$

## ► Paramètres

$$\theta = (A, B, G)$$

$$\theta' = (A, B, G, G_{PH})$$

- $N_f = 1000$  Simulations
  - SRK4,  $\Delta_y = 4ms$ ,  $\alpha = 1$
  - $N = 2560$ ,  $\Delta = 4ms$
- Calcul de  $\hat{L}_{0:N}(\theta)$  : version lissée
- EKF : SRK4,  $\alpha = 1$

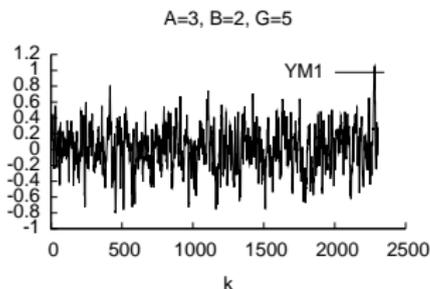
# Résultats sur quelques modèles

- Estimation de  $\hat{F}_{\theta_{M1}}$  et  $\hat{F}_{\theta'_{M1}}$

$$\theta_{M1} = (3, 2, 5)$$

$$\theta'_{M1} = (3, 2, 5, 1)$$

- Activité de fond



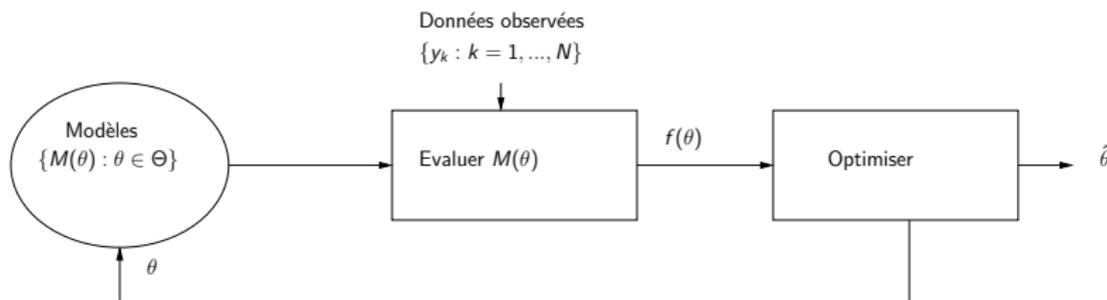
- Sans gain

$\hat{F}_{\theta_{M1}}^{-1}$	A	B	G
A	0.0031	0.0016	0.0104
B	0.0016	5.9679	-9.048
G	0.0104	-9.0484	20.04

- Avec gain

$\hat{F}_{\theta'_{M1}}^{-1}$	A	B	G	$G_{PH}$
A	189.2	123.7	241.3	-63.2
B	123.7	86.8	148.6	-41.3
G	241.3	148.6	327.7	-80.5
$G_{PH}$	-63.2	-41.3	-80.5	21.1

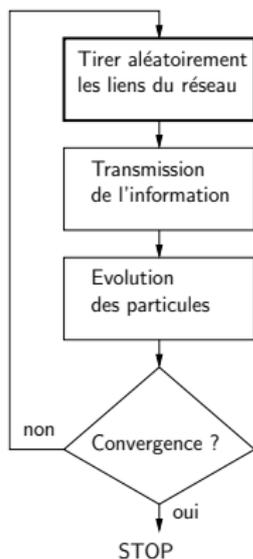
# Optimisation pour l'identification



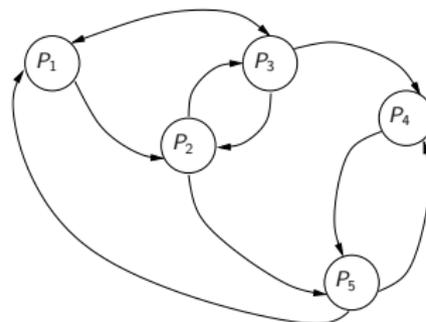
- ▶ Ensemble d'observation
- ▶ Ensemble de modèles paramétrés en  $\theta$
- ▶ Le "meilleur" modèle  $\Rightarrow$  algorithme d'optimisation global

# Essais particuliers

## ► Algorithme :

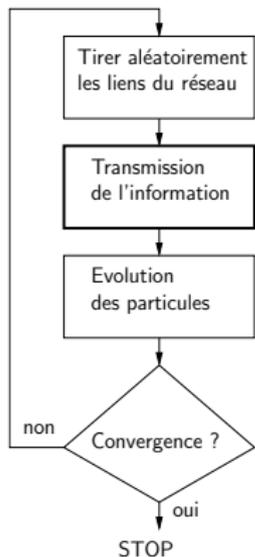


## ► Réseau de particules

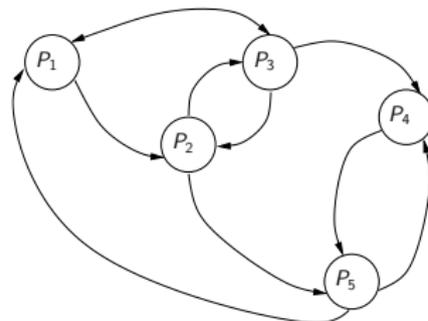


# Essais particuliers

## ► Algorithme :



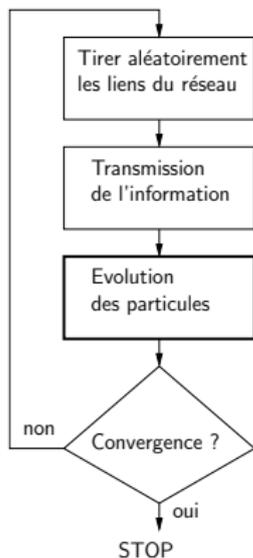
## ► Réseau de particules



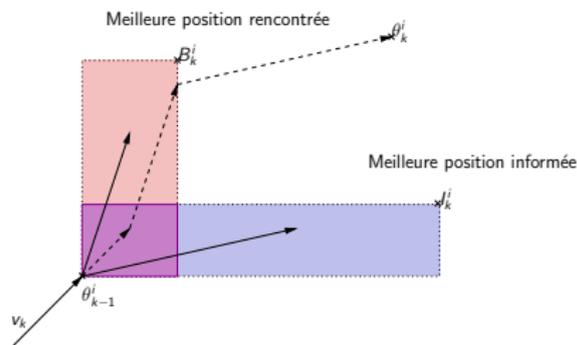
## ► $P_i$ transmet: Meilleure position rencontrée et score associé

# Essais particuliers

## ► Algorithme :



## ► Évolution d'une particule

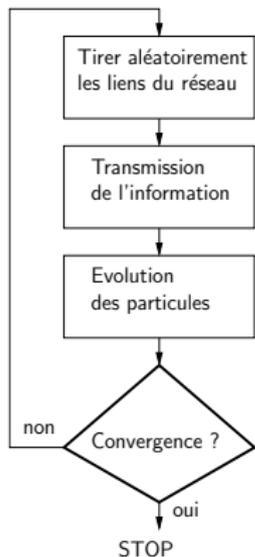


## ► Critères d'arrêt

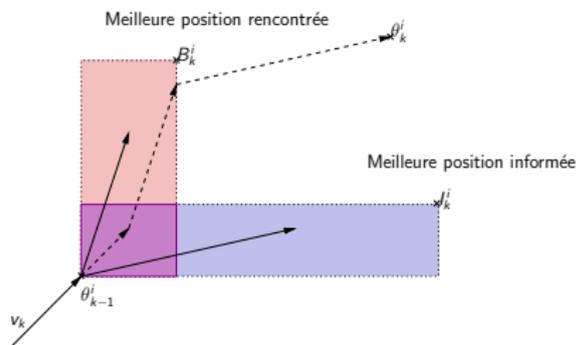
- Dispersion des particules
- Variance des scores
- Nombre d'itérations max

# Essais particuliers

## ► Algorithme :



## ► Évolution d'une particule

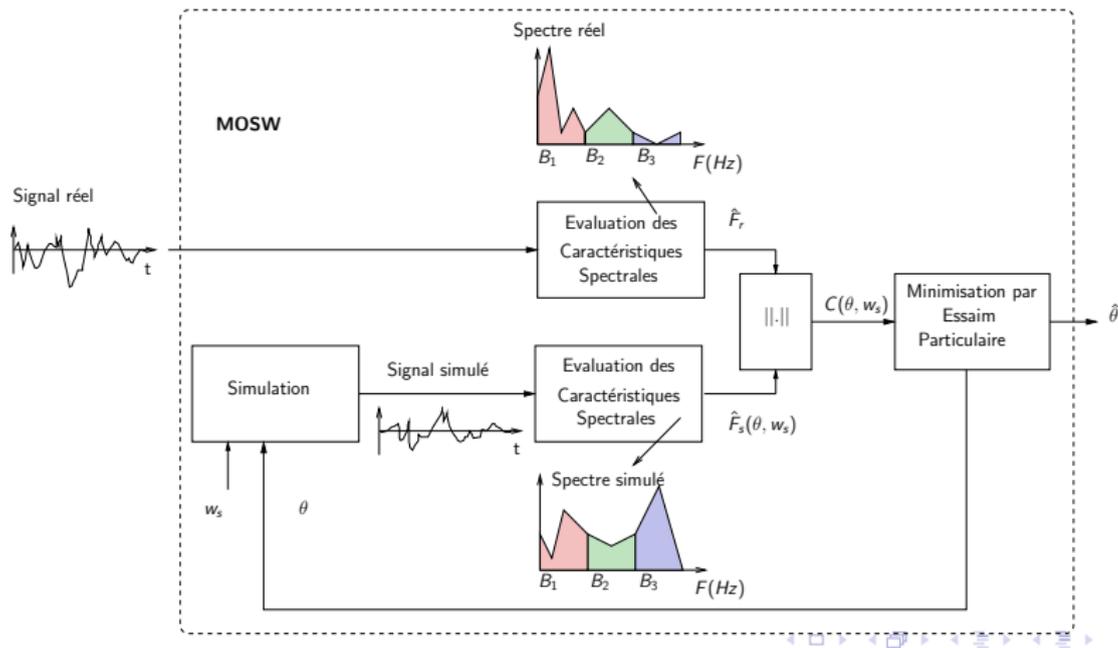


## ► Critères d'arrêt

- Dispersion des particules
- Variance des scores
- Nombre d'itérations max

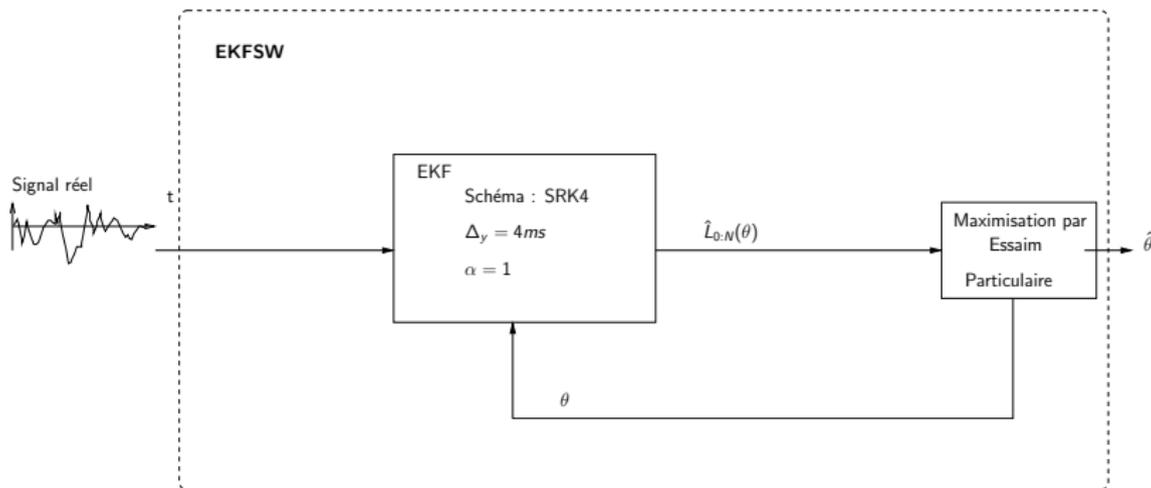
# Méthode des moments (MOSW)

- ▶ Minimise distance une distance  $C(\theta, w_s) = D(\hat{F}_r, \hat{F}_s(\theta, w_s))$



# Maximum de vraisemblance (EKFSW)

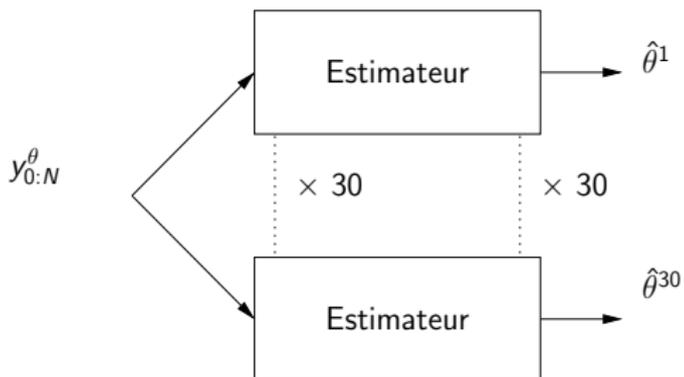
- ▶ Maximise la log-vraisemblance  $\hat{L}_{0:N}(\theta)$  estimée par EKF (SRK4,  $\alpha = 1$ )



# Bruit des estimateurs EKFSW et MOSW

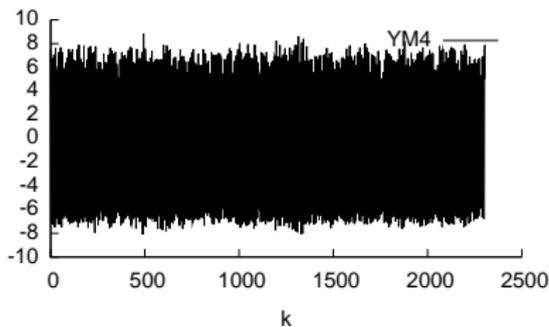
Procédures d'identification lancées 30 fois :

- ▶ Même réalisation simulée  $y_{0:N}^\theta$
- ▶ différentes valeurs de  $\theta$

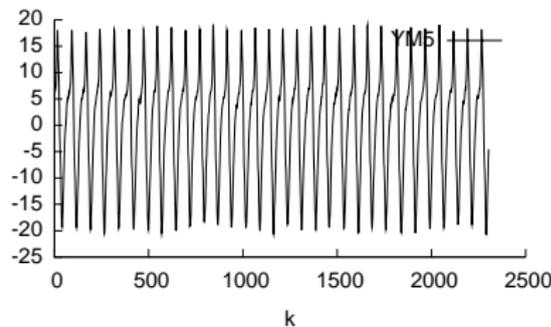


# Signaux simulés

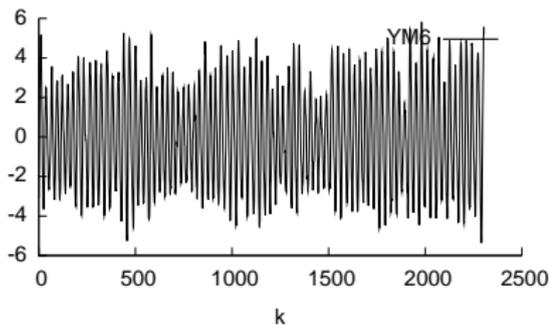
$A=7, B=2, G=30$



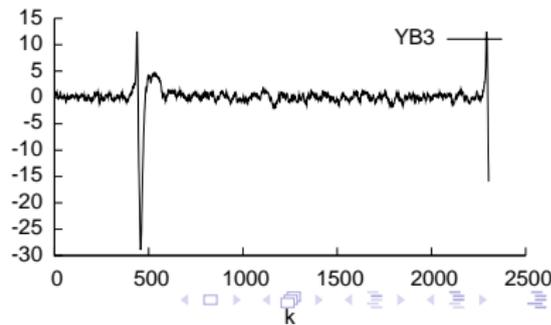
$A=6, B=20, G=15$



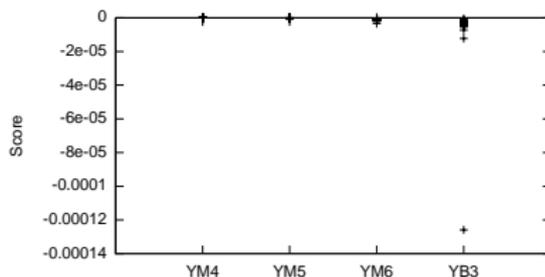
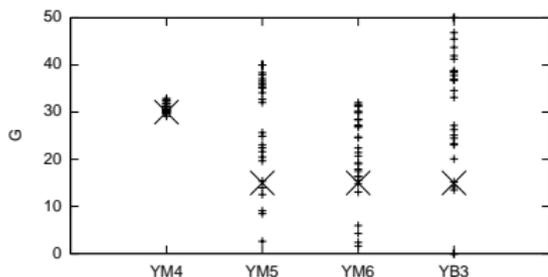
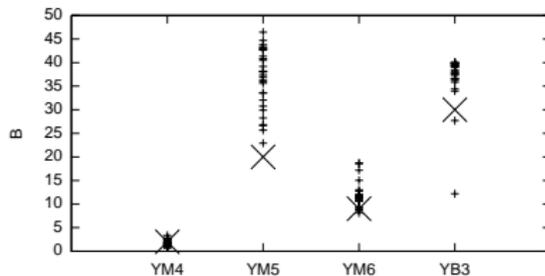
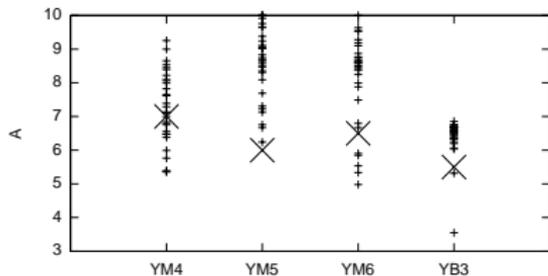
$A=6.5, B=9, G=15$



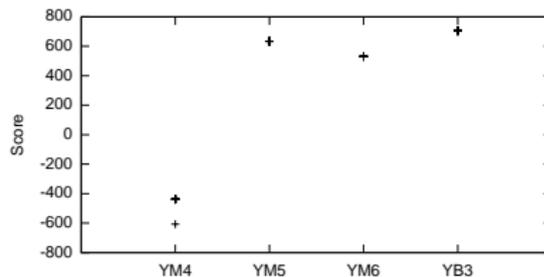
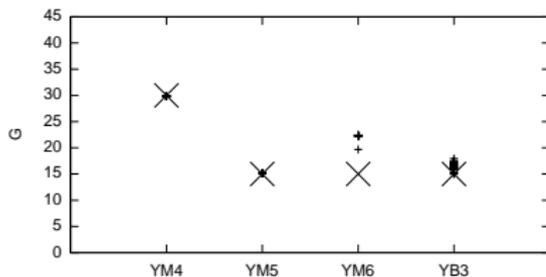
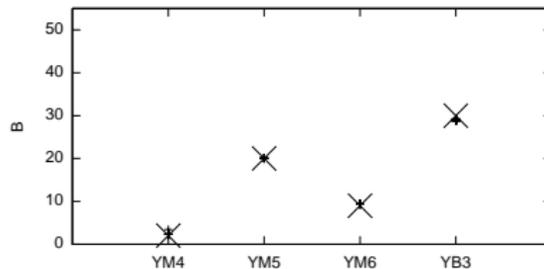
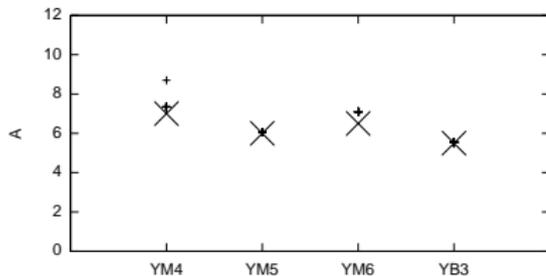
$A=5.5, B=30, G=15$



## Bruit de MOSW



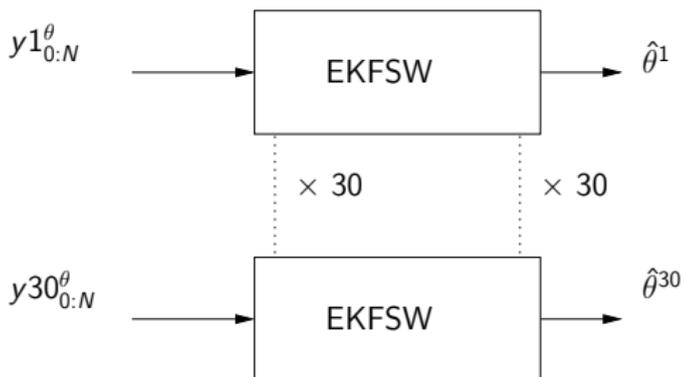
## Bruit de EKFSW



# Variance de l'estimateur EKFSW

Procédures d'identification lancées 30 fois :

- ▶ 30 réalisations différentes :  $y^{1\theta}_{0:N}, \dots, y^{30\theta}_{0:N}$
- ▶ Différentes valeurs de  $\theta$



# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{M4}$

$\theta_{M4} = (7, 2, 30)$	Moyenne	Variance	Biais
A	7.33	0.0062	0.33

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{M4}$

$\theta_{M4} = (7, 2, 30)$	Moyenne	Variance	Biais
A	7.33	0.0062	0.33
B	2.31	0.003	0.31

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{M4}$

$\theta_{M4} = (7, 2, 30)$	Moyenne	Variance	Biais
A	7.33	0.0062	0.33
B	2.31	0.003	0.31
G	29.91	0.0084	-0.09

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

- ▶ EKFSW pour  $\theta_{M4}$

$\theta_{M4} = (7, 2, 30)$	Moyenne	Variance	Biais
A	7.33	0.0062	0.33
B	2.31	0.003	0.31
G	29.91	0.0084	-0.09

- ▶ Cramér-Rao

$\hat{F}_{\theta_{M4}}^{-1}$	A	B	G
A	0.0015	0.001	-0.00098
B	0.001	0.00086	-0.00046
G	-0.00098	-0.00046	0.0013

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{M5}$

$\theta_{M5} = (6, 20, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	6.03	0.0014	0.03

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{M5}$

$\theta_{M5} = (6, 20, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	6.03	0.0014	0.03
B	20.00	0.0067	0.001

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{M5}$

$\theta_{M5} = (6, 20, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	6.03	0.0014	0.03
B	20.00	0.0067	0.001
G	15.08	0.095	0.08

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

- ▶ EKFSW pour  $\theta_{M5}$

$\theta_{M5} = (6, 20, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	6.03	0.0014	0.03
B	20.00	0.0067	0.001
G	15.08	0.095	0.08

- ▶ Cramér-Rao

$\hat{F}_{\theta_{M5}}^{-1}$	A	B	G
A	0.00021	-6.4e-05	0.0012
B	-6.4e-05	0.002	0.0035
G	0.0012	0.0035	0.03

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{M6}$

$\theta_{M6} = (6.5, 9, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	7.02	0.016	0.52

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{M6}$

$\theta_{M6} = (6.5, 9, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	7.02	0.016	0.52
B	9.29	0.0055	0.29

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{M6}$

$\theta_{M6} = (6.5, 9, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	7.02	0.016	0.52
B	9.29	0.0055	0.29
G	19.60	7	4.6

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

- ▶ EKFSW pour  $\theta_{M6}$

$\theta_{M6} = (6.5, 9, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	7.02	0.016	0.52
B	9.29	0.0055	0.29
G	19.60	7	4.6

- ▶ Cramér-Rao

$\hat{F}_{\theta_{M6}}^{-1}$	A	B	G
A	0.0013	0.00058	0.02
B	0.00058	0.0024	0.022
G	0.02	0.022	1.1

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

## ► EKFSW pour $\theta_{B3}$

$\theta_{B3} = (5.5, 30, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	5.57	0.0021	0.07

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{B3}$

$\theta_{B3} = (5.5, 30, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	5.57	0.0021	0.07
B	30.15	0.11	0.15

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

► EKFSW pour  $\theta_{B3}$

$\theta_{B3} = (5.5, 30, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	5.57	0.0021	0.07
B	30.15	0.11	0.15
G	18.03	8.5	3.03

# Estimation de $\theta = (A, B, G)$ par EKFSW

- ▶ EKFSW pour  $\theta_{B3}$

$\theta_{B3} = (5.5, 30, 15)$	Moyenne	Variance	Biais
A	5.57	0.0021	0.07
B	30.15	0.11	0.15
G	18.03	8.5	3.03

- ▶ Cramér-Rao

$\hat{F}_{\theta_{B3}}^{-1}$	A	B	G
A	0.00066	0.0022	0.023
B	0.0022	0.031	0.0022
G	0.023	0.0022	2.6

# Conclusions sur signaux simulés

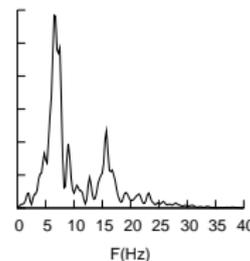
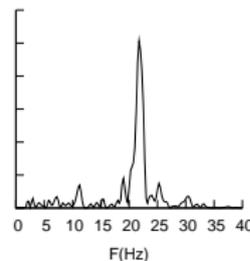
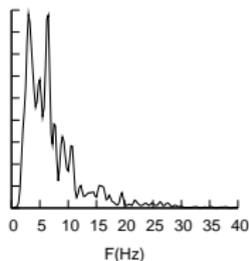
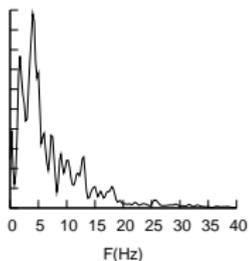
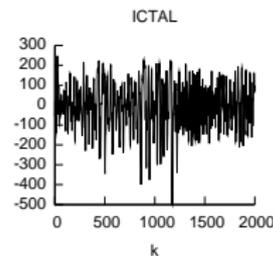
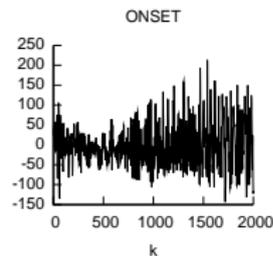
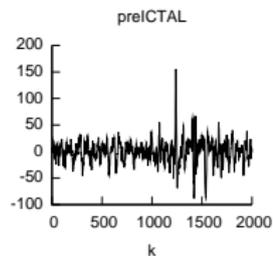
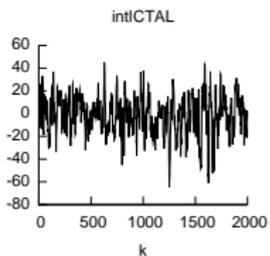
- ▶ MOSW
  - ▶ Estimations très dispersées sur même réalisation
- ▶ EKFSW
  - ▶ Peu de bruit sur même réalisation (lissage)
  - ▶ Biais pour certaines valeurs de  $\theta$
  - ▶ Variance : 10 fois celle annoncée par Cramér-Rao

# Étude sur cinq patients épileptiques

- ▶ 5 patients  $P_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$
- ▶ Pour chaque patients  $P_i$  : 4 signaux issus d'une segmentation 'visuelle' étiquetées :
  - ▶ intICTAL
  - ▶ preICTAL
  - ▶ ONSET
  - ▶ ICTAL

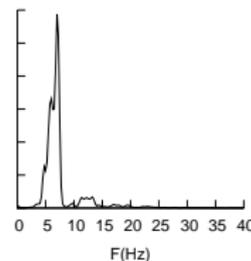
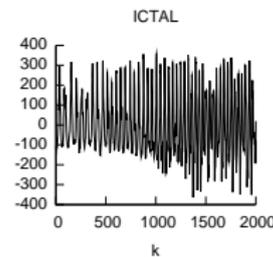
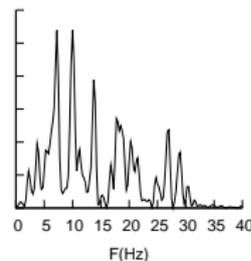
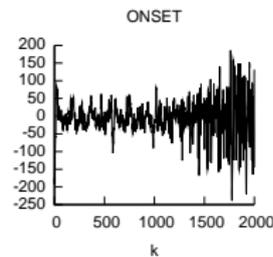
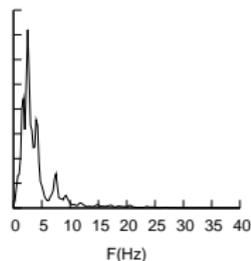
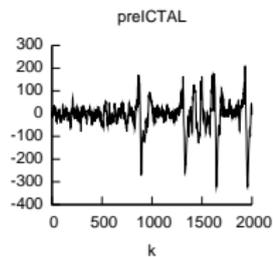
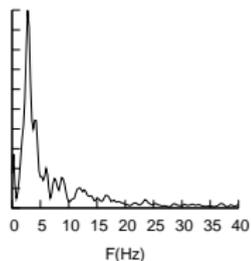
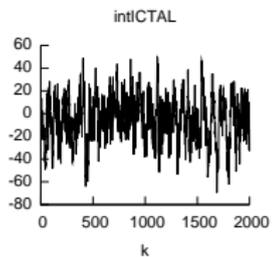
# Signaux réels

P1



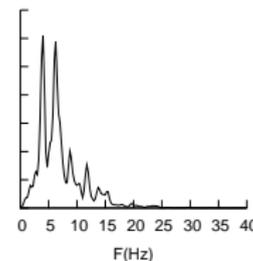
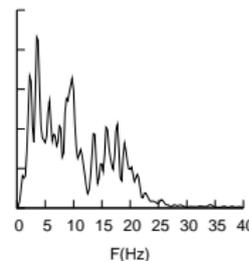
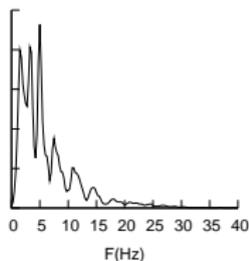
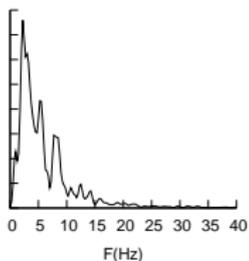
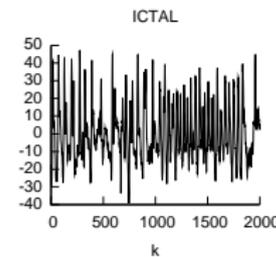
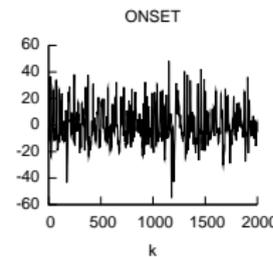
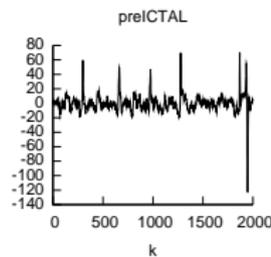
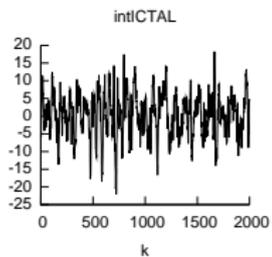
# Signaux réels

P2



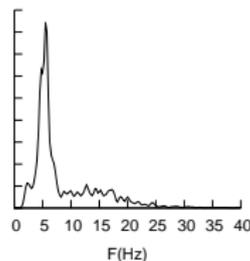
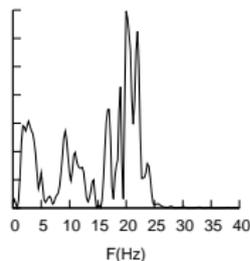
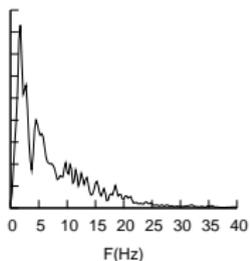
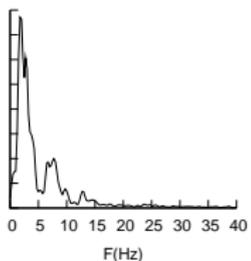
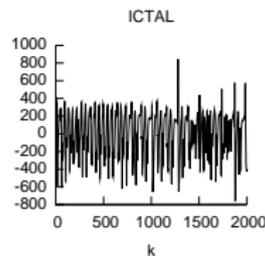
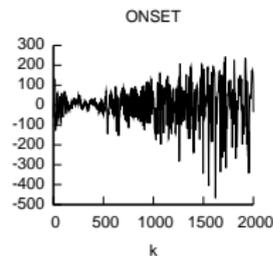
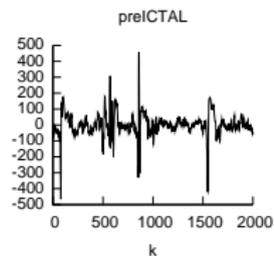
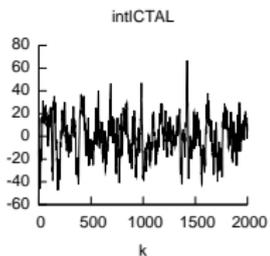
# Signaux réels

P3



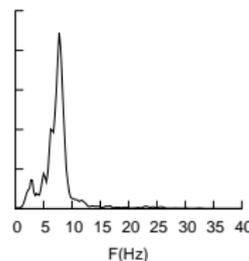
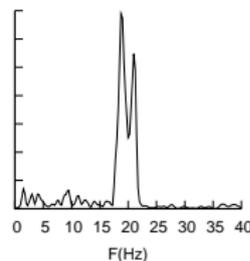
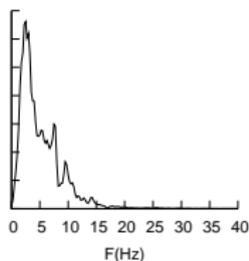
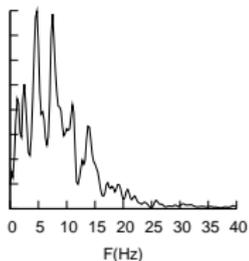
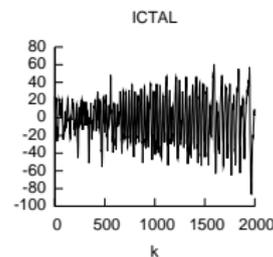
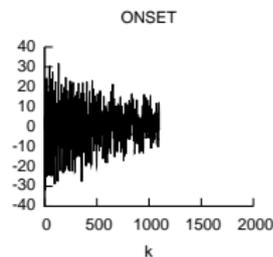
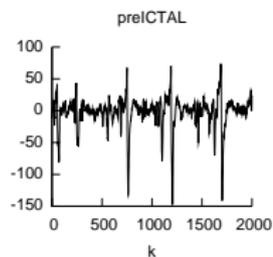
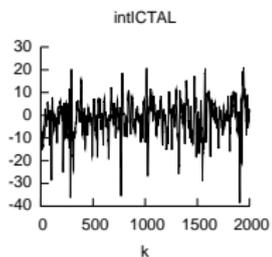
# Signaux réels

P4



# Signaux réels

P5



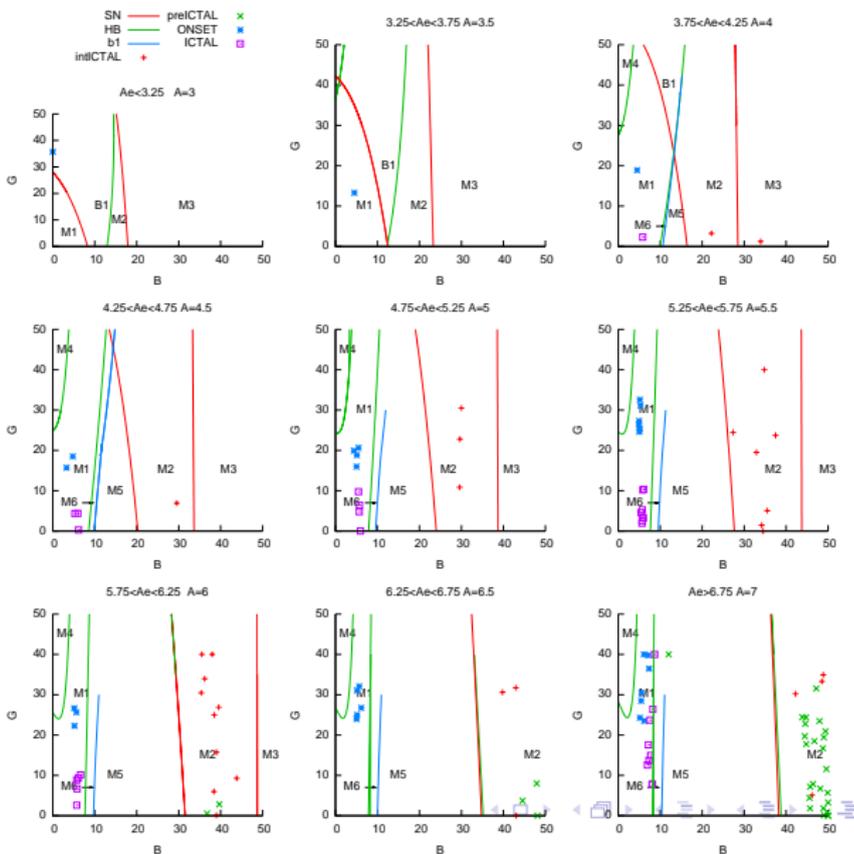
# MOSW : Résultats sur signaux réels

Pour chaque segment :

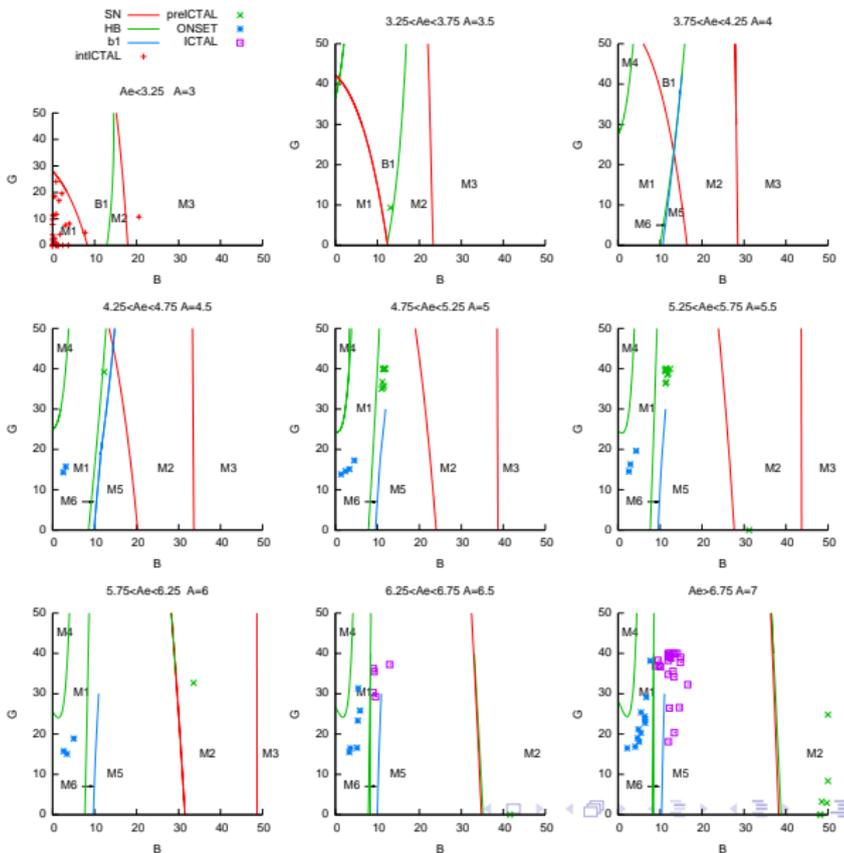
- ▶ Procédure lancée 30 fois
- ▶ Résultats projetés dans les cartes de bifurcations

## Signaux réels

- ▶ MOSW
- ▶ P1

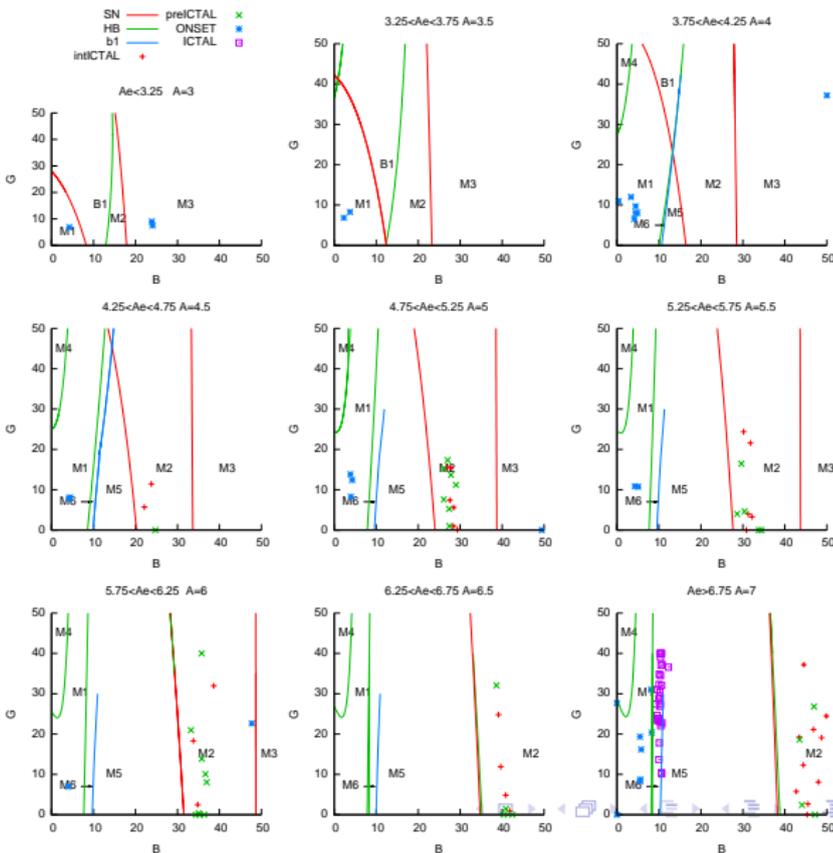


- ▶ MOSW
- ▶ P2

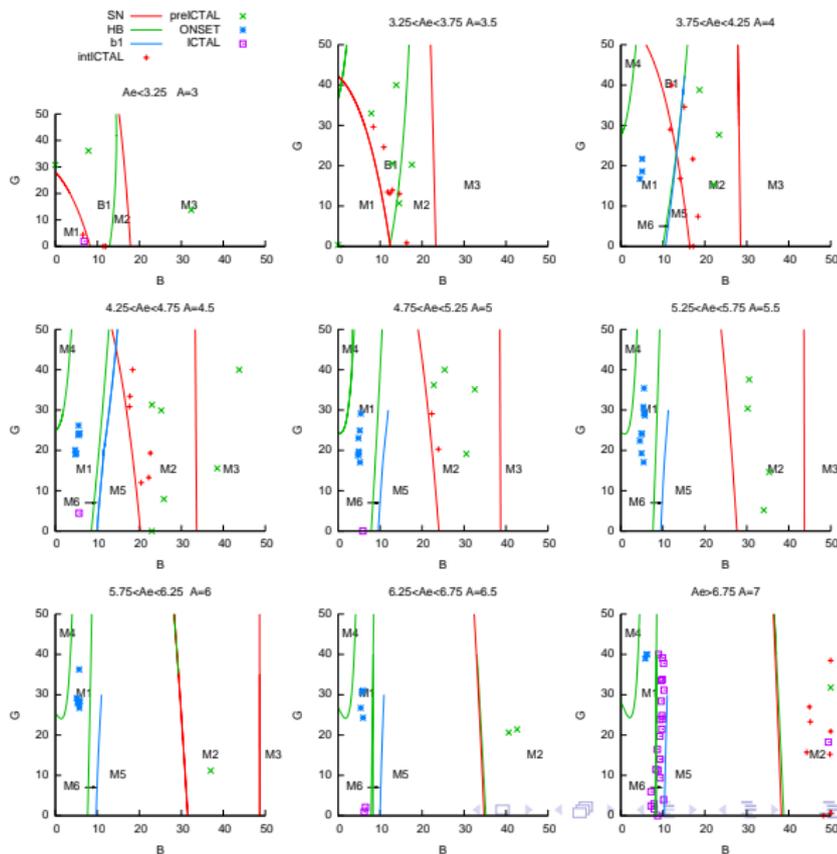


## Signaux réels

- ▶ MOSW
- ▶ P3



## Signaux réels

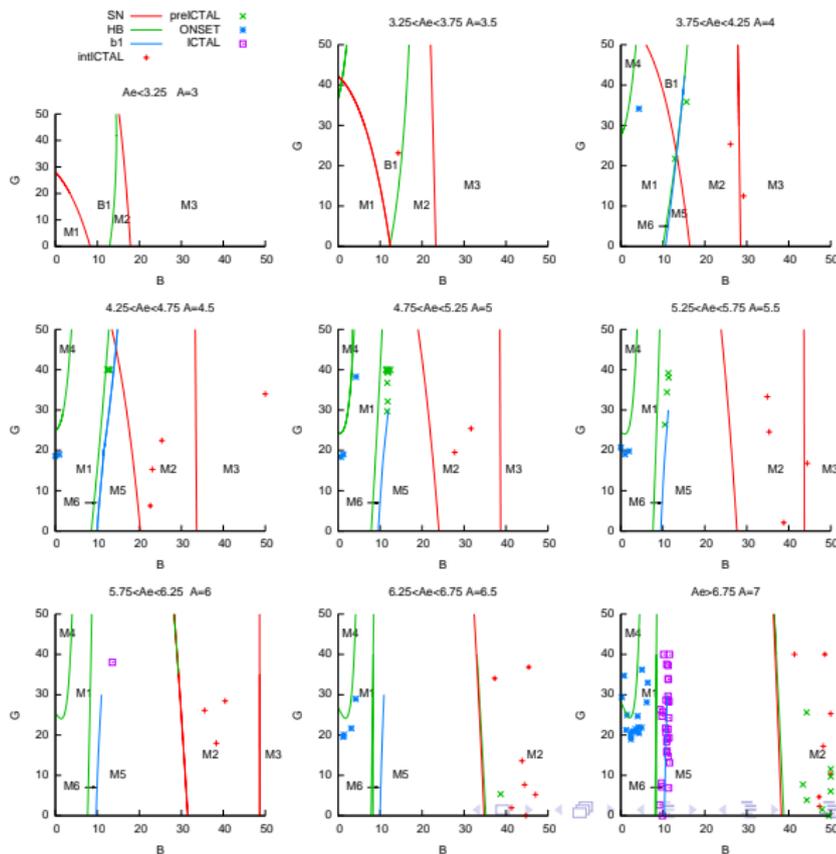


▶ MOSW

▶ P4



## Signaux réels



▶ MOSW

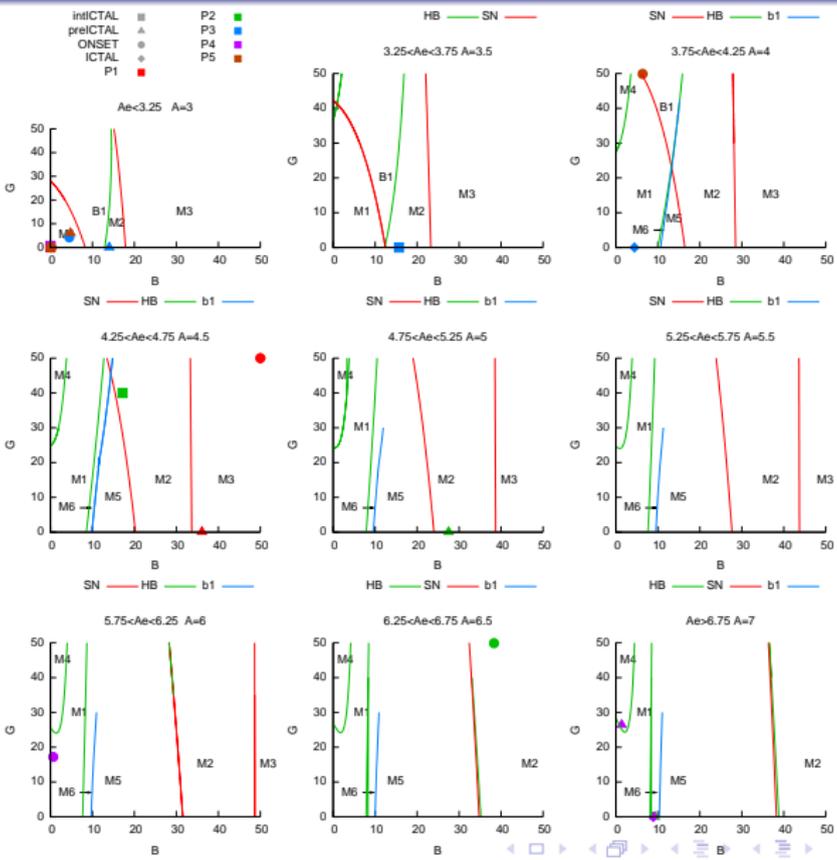
▶ P5



# EKFSW : Résultats sur signaux réels

- ▶ Procédure lancée 5 fois pour chaque segment
- ▶ L'estimation donnant la meilleure vraisemblance est retenue

## Signaux réels



► EKFSW

# Conclusion

- ▶ MOSW qualitativement plus satisfaisant que EKFSW
- ▶ EKFSW encore peu satisfaisant
  - ▶ Inadéquation du modèle
  - ▶ Non stationnarité des signaux réels
- ▶ Solutions pouvant être envisagées :
  - ▶ Ajouter des paramètres à identifier
  - ▶ Améliorer le modèle
  - ▶ Évaluer des méthode de tracking

# Conclusion générale

- ▶ Fil conducteur
  - ▶ Cartes d'activités [Wendling et al, 2002]
    - ▶ Confrontation qualitative signaux réels/simulés
    - ▶ Modèle pertinent
  - ▶ Interprétation quantitative : Méthode des moments spectraux [Wendling et al, 2005]
    - ▶ Problèmes : Fort bruit interne
    - ▶ Estimations qualitativement satisfaisantes
- ▶ Travaux présentés
  - ▶ Carte de bifurcation : Analyse déterministe
    - ▶ Complément qualitatif
    - ▶ Conclusions sur modèle stochastique difficiles
  - ▶ Estimateur Max de vraisemblance (EKF + Essaim particulière)
    - ▶ Sans bruit interne
    - ▶ Bonnes performances ( $>$  Moments spectraux) en simulations
    - ▶ Application difficile aux signaux réels

# Perspectives

- ▶ potentiel présomatique  $\rightarrow$  source de courant  $\rightarrow$  signal EEG
- ▶ Prise en compte d'autres paramètres
  - ▶ Raideur de la sigmoïde
  - ▶ Niveau moyen d'entrée
- ▶ Apprentissage sur de longues périodes stationnaires
- ▶ Tracking de paramètres