



HAL
open science

Techniques d'antennes adaptatives pour récepteurs de radionavigation par satellite résistants aux interférences

Guillaume Carrie

► **To cite this version:**

Guillaume Carrie. Techniques d'antennes adaptatives pour récepteurs de radionavigation par satellite résistants aux interférences. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Ecole nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace, 2006. Français. NNT: . tel-00360835

HAL Id: tel-00360835

<https://theses.hal.science/tel-00360835>

Submitted on 12 Feb 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

Présentée en vue de
l'obtention du titre de

DOCTEUR

de

**L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE**

ÉCOLE DOCTORALE : Informatique et télécommunications

SPÉCIALITÉ : Traitement du signal et radionavigation

par

Guillaume CARRIE

**Techniques d'antennes adaptatives pour récepteurs de radionavigation par
satellite résistants aux interférences**

Soutenue le 7 décembre 2006 devant le jury :

**MM. P. LARZABAL
F. CASTANIE
T. DELOUES
Ph. FORSTER
D. PIETIN
F. VINCENT**

**Président - rapporteur
Directeur de thèse**

Rapporteur

Thèse de doctorat

**Techniques d'antennes adaptatives pour récepteurs
de radionavigation par satellite résistants aux
interférences**

Présenté devant

L'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace -
SUPAERO

Pour obtenir

Le grade de docteur

Formation doctorale

Signal, Imagerie, Acoustique et Optimisation

Ecole doctorale

Ecole Doctorale Informatique et Télécommunications

Par

Guillaume CARRIE

Soutenue le 07 décembre 2006 devant la commission d'examen

Jury MM.

CASTANIE Francis

DELOUES Thierry

FORSTER Philippe

LARZABAL Pascal

LETESTU Franck

PIETIN David

RENARD Alain

VINCENT François

REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du Département Avionique et Systèmes (DAS) de l'ENSICA, en étroite collaboration avec les Département Electromagnétisme et Radars (DEMR) de l'ONERA.

Tout d'abord, je voudrais remercier M. Claude NOUALS, chef du DAS, pour m'avoir accueilli dans son département dans le cadre de cette thèse, un chef comme on n'en fait plus ! J'associe à ces remerciements Françoise BERTRAND DESPERON, secrétaire dévouée du département qui nous facilite autant que possible les démarches administratives.

J'exprime ma vive gratitude aux membres du jury qui ont accepté d'apporter leur caution scientifique au travail exposé.

Je remercie tout particulièrement M. François VINCENT, enseignant chercheur à l'ENSICA pour m'avoir suivi de près et conseillé durant cette thèse. Il en va de même pour M. Thierry DELOUES, Ingénieur de recherche à l'ONERA.

Je remercie également M. David PIETIN, expert GPS membre de la DGA au LRBA, pour son implication, son soutien et son intérêt sur le sujet de cette thèse.

Une partie de ce travail a pu être réalisée avec la collaboration de THALES-AVIONICS où M. Alain RENARD et M. Franck LETESTU ont, par la richesse des échanges et conversations que nous avons eues, apporté beaucoup à la réalisation de ces travaux.

De même, les dernières avancées de cette thèse doivent beaucoup à M. Cédric MARTEL, docteur au DEMR, par la qualité des simulations électromagnétiques qu'il a réalisées en un temps record.

Je n'oublie pas non plus M. Joël LEMORTON qui m'a recruté au nom de l'ONERA pour ce thème de recherche, mon directeur de thèse M. Francis CASTANIE, Professeur et directeur du TésA, ni M. Sébastien GALLAIS, acteur DGA du comité de pilotage de la thèse et Melle. Marina BALLANGER qui n'a pas hésité à suivre mes travaux jusqu'à Manchester !

Il m'est également agréable de remercier l'ensemble des personnels du DAS auxquels j'associe les stagiaires qui ont permis d'instaurer une ambiance de travail à la fois efficace et sympathique. J'ai une pensée particulière pour M. Olivier BESSON dont les conseils techniques ont été précieux, Stéphanie BIDON qui a largement contribué à égayer le bureau et Laurent ALLOZA qui débogue aussi bien le C et le Matlab que le WayPoint.

Enfin, je ne pourrai conclure cette page sans adresser mes remerciements à ma famille, ma fiancée et mon petit crapaud Eva, et à mes amis pour leur soutien et pour les innombrables bons moments que nous avons et allons passer ensemble.

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS.....	3
TABLE DES MATIERES	4
TABLE DES ILLUSTRATIONS.....	7
ACRONYMES	10
RESUME.....	11
1. Présentation du problème.....	15
1.1. Introduction.....	15
1.2. Description du système GPS actuel (2003)	16
1.2.1 Le principe :.....	16
1.2.2 Le signal GPS :.....	17
1.2.3 Etalement de spectre :.....	18
1.2.4 Mesure des pseudo-distances :.....	23
1.2.5 Précision et sources d'erreurs :	24
1.2.6 Le mode différentiel (DGPS & RTK) :	26
1.3. Sensibilité au brouillage d'un récepteur GPS générique	28
1.3.1 Structure et vulnérabilité d'un récepteur :	28
1.3.2 Influence de la largeur de bande du brouilleur :	30
1.3.3 Origine des brouilleurs civils :	32
1.4. Les futurs systèmes GPS et Galiléo	34
1.4.1 Le système Galileo :	34
1.4.2 Modernisation du GPS :	35
1.4.3 Partage des fréquences et modulations BOC :	36
1.4.4 Traitement des signaux BOC :	39
1.5. Définition d'un cahier des charges pour l'antenne adaptative.....	41
2. Le traitement spatial de réseaux d'antennes.....	43
2.1. Introduction au traitement d'antenne	43
2.1.1 Principe, notations :.....	43
2.1.2 Synthèse de gabarits d'antennes :.....	47
2.1.3 Formation de Faisceau Conventionnelle (FFC) :	53
2.2. Filtrage spatial adaptatif bande étroite	54
2.2.1 Principe, matrice de corrélation du réseau :	54
2.2.2 Formation de Faisceau Adaptative (FFA) :	56
2.2.3 Méthode aveugles :.....	60
2.2.4 Maximisation de rapports signaux à bruit moyens :.....	65
2.2.5 Critère de performance et méthode adaptée :	68
2.2.6 Discussion des classes de méthodes :	72
2.3. Evaluation des performances en systèmes sans défauts.....	74
2.3.1 Introduction : Description des scenarii utilisés :.....	74
2.3.2 Configuration géométrique des réseaux :	76
2.3.3 Architecture de la chaîne RF et modèle des réseaux :.....	76
2.3.4 Implémentation des méthodes utilisant des informations a priori :	78
2.3.5 Performances globales :	83
2.4. Convergence de la réponse des réseaux spatiaux parfaits.....	88
2.4.1 Introduction :	89
2.4.2 Diagonal Loading :	89
2.4.3 Réseaux symétriques et pondérations conjuguées :	93

2.4.4 Conclusions :	98
2.5. Modèle et impact des défauts.....	99
2.5.1 Un défaut Intrinsèque : l'effet large bande :	99
2.5.2 Défauts technologiques de la chaîne RF :	101
2.5.3 Impact des défauts sur les performances des méthodes :	105
2.6. Synthèse, conclusions.....	108
3. Le traitement STAP	111
3.1. Introduction au traitement d'antennes Spatio-Temporel.....	111
3.1.1 Définition, Intérêts du traitement STAP :	111
3.1.2 Modèle des réseaux STAP et notations :	112
3.1.3 Formulation générale du problème :	114
3.2. Formateurs classiques.....	114
3.2.1 Maximisation du SINR CRPA :	114
3.2.2 Approche 'Minimum Mean Square Error' (MMSE) :	115
3.2.3 Deux cas particuliers :	117
3.2.4 Application aux signaux GNSS : SINR CRPA et SINR post-corrélation :	119
3.3. Paramètres Influent.....	123
3.3.1 Influence de la fréquence d'échantillonnage :	124
3.3.2 Influence de nombre de Taps :	125
3.4. Robustesse aux défauts.....	127
3.4.1 Réseau à 4 capteurs :	127
3.4.2 Réseau à 7 capteurs :	129
3.4.3 Synthèse :	130
3.5. Formateurs optimaux pour le traitement des signaux GNSS	131
3.5.1 La puissance de bruit :	131
3.5.2 Maximisation du SINR post corrélation :	134
3.6. Performances	141
3.6.1 Effets Doppler :	141
3.6.2 Robustesse aux défauts :	143
3.6.3 Puissance maximum rejetable :	145
3.7. Convergence de la réponse des réseaux STAP.....	149
3.7.1 Contrainte conjuguée – symétrique :	149
3.7.2 Résultats de simulations :	150
3.8. Conclusions sur le traitement STAP	153
4. Les phénomènes de Couplage	157
4.1. Les Antennes élémentaires.....	157
4.2. Le couplage : aspect qualitatif.....	160
4.3. Formulation Mathématique	160
4.4. Evaluation de l'impact du couplage sur L1	162
4.4.1 Caractéristiques de l'antenne simulée :	162
4.4.2 Caractéristiques du réseau simulé :	163
4.4.3 Performances des filtres adaptatifs en présence de Couplage :	165
4.4.4 Correction des effets de couplage :	169
4.4.5 Puissance interférente maximum rejetable :	172
4.5. Evaluation de l'impact de Couplage sur L2	174
4.5.1 Caractéristiques de l'antenne simulée :	174
4.5.2 Réseau r4, séparation de 95mm :	175
4.5.3 Réseau r4, séparations de 85 et 90mm :	179
4.5.4 Réseau r7 sur L2, séparation de 95mm :	180
4.6. Synthèse.....	183

5. Conclusion générale.....	185
ANNEXE 1 Quelques matrices spéciales [2]	188
ANNEXE 2 Répartition des satellites GPS vus par une antenne dans le plan horizontal.	189
ANNEXE 3 Angle d'incidence et changement de base	190
ANNEXE 4 Estimation non paramétrique de DOA [13]	191
ANNEXE 5 Matrice de corrélation d'un signal échantillonné	193
BIBLIOGRAPHIE.....	196

TABLE DES ILLUSTRATIONS

FIG. 1.1 : PRINCIPE DU SYSTEME GPS	16
FIG. 1.2 STRUCTURE D'UN SIGNAL GPS C/A	17
FIG. 1.3 GENERATION DU SIGNAL GPS SUR L1 [2].....	18
TABLEAU 1.4 PUISSANCE MINIMUM DU SIGNAL RF REÇU.	18
FIG. 1.5 : AUTOCORRELATION DU PRN2 C/A.....	21
FIG. 1.6 : INTERCORRELATION DES PRN 2 & 3 C/A	21
FIG. 1.7 : DENSITE DE PUISSANCE DU PRN 2 C/A	22
TABLEAU 1.8 : CARACTERISTIQUES DES SIGNAUX GPS	22
FIG. 1.9 : DILUTION GEOMETRIQUE DE LA PRECISION [4]	26
FIG. 1.10 : PRINCIPE DU GPS DIFFERENTIEL	27
FIG. 1.11 : STRUCTURE D'UN RECEPTEUR GPS NUMERIQUE [2].....	28
FIG. 1.12 : SCHEMA BLOCK DE LA STRUCTURE D'UN CANAL NUMERIQUE.....	29
FIG. 1.13 : SCHEMA BLOCK DES MODULES D'UN RECEPTEUR GPS GENERIQUE [2].....	29
TABLEAU 1.14 : SOURCES ET SERVICES DES BROUILLEURS EN FONCTION DES HARMONIQUES [2]	32
TABLEAU 1.15 : SEUIL DU RAPPORT J/S POUR LES BROUILLEURS BANDE ETROITE (CWI) [2].....	33
FIG. 1.16 : REPARTITION DES FREQUENCES GPS ET GALILEO [5].....	34
FIG. 1.17 : SPECTRE DES SIGNAUX GPS	35
FIG. 1.18 : OCCUPATION SPECTRALE DES BANDES L1 & L2	36
FIG. 1.19 : PRINCIPE DES MODULATIONS BOC [6].....	37
FIG. 1.20 : SPECTRE DES SIGNAUX GALILEO [11].....	39
FIG. 1.21 : AUTOCORRELATION DU BOC(10,5).....	39
FIG. 1.22 : PRINCIPE DES METHODES BPSK LIKE	40
FIG. 1.23 : AUTOCORRELATION D'UN BOC(15,2.5) EN MODE BPSK LIKE	40
FIG. 1.24 : EFFET DES MULTITRAJETS SUR LES SIGNAUX MILITAIRES BOC/BPSK [7]	41
FIG. 2.1 DEFINITION DES ANGLES	44
FIG. 2.2 PRINCIPE DU FILTRAGE SPATIAL.....	47
FIG. 2.3 RESEAU LINEAIRE UNIFORME	48
FIG. 2.4 GAINS DE RESEAUX LINEAIRES UNIFORMES.....	49
FIG. 2.5 COMPARAISON FFA-FFC-PI. RESEAU LINEAIRE DE 3 CAPTEURS EN $\lambda/2$. SOURCE UTILE A (10°, -163DBW), INTERFERENCE A (40°, -100DBW), BRUIT THERMIQUE A -130DBW.	63
FIG. 2.6 COMPARAISON DES GAINS EN BRUIT BLANC DE FORMATEURS EN QUIESCENT PATTERN POUR UN RESEAU HEXAGONAL FORME DE 7 PATCHS RESONNANTS SUR L1 ESPACES EN $\lambda/2$	65
TABLEAU 2.7 : SYNTHESE DES METHODES SPATIALES	73
FIG. 2.8 : CONFIGURATIONS GEOMETRIQUES SIMULEES	75
FIG. 2.9 : CONFIGURATION SPATIALE DES RESEAUX PLANS SIMULES	76
FIG. 2.10 : SCHEMA D'UNE CHAINE RF PARFAITE SIMULEE.....	77
FIG. 2.11 : DIAGRAMMES DE RAYONNEMENT 'RESEAU+CAPTEUR' POUR LE FORMATEUR OPTIMUM SINR MOYEN.....	80
FIG. 2.12 : DIAGRAMMES DE RAYONNEMENT 'RESEAU+CAPTEUR' POUR LE FORMATEUR OPTIMUM SINR SUR R7.....	81
FIG. 2.13 : DIAGRAMMES DE RAYONNEMENT 'RESEAU+CAPTEUR' POUR LE FORMATEUR OPTIMUM ARRAY PROCESSOR SUR R7.....	83
FIG. 2.14 : GAIN MOYEN EN SINR EN SYSTEMES SANS DEFAUT	85
FIG. 2.15 : PRECISION RELATIVE DE POSITIONNEMENT EN SYSTEMES SANS DEFAUT.	85
FIG. 2.16 : MISE A JOUR DU VECTEUR PONDERATION ET SAUTS DE PHASES EN SYSTEMES SANS DEFAUT.....	86
FIG. 2.17 : EXEMPLES DE DIAGRAMMES DE PHASE ET RAYONNEMENT EN BRUIT BLANC, OSINR, R7, 1024 ECHANTILLONS.....	87
FIG. 2.18 : EXEMPLES DE DIAGRAMMES DE PHASE ET RAYONNEMENT, 2 INTERFERENCES, OSINR, R7, 1024 ECHANTILLONS.....	88
FIG. 2.23 : RESEAU R7 SYMETRIQUE.....	93
FIG. 2.24 : TAILLE DES ECHANTILLONS, BRUIT BLANC, RESEAU R7 SYMETRIQUE	95
FIG. 2.25 : TAILLE DES ECHANTILLONS, BROUILLEURS 1 & 2, RESEAU R7 SYMETRIQUE, CIBLE AU ZENITH.....	96
FIG. 2.26 : RESEAU SYMETRIQUE ET SAUTS DE PHASES EN SYSTEMES SANS DEFAUT.....	97

FIG. 2.27 : RESEAU SYMETRIQUE ET GAIN MOYEN EN SINR EN SYSTEMES SANS DEFAULT.....	97
FIG. 2.28 : EXEMPLE DE DIAGRAMMES DE PHASE, RESEAU R7 SYMETRIQUE, METHODE GLOBALE, 35 ECHANTILLONS, DL +3 DB.	98
TABLEAU 2.29 : LIMITE DE VALIDITE EN JNR DU MODELE BANDE ETROITE SUR L1, BROUILLEUR 1, B = 40MHZ.	101
FIG. 2.30 : EXEMPLES DE DEFAULTS DES FILTRES SUR UN RESEAU A 7VOIES.	102
FIG. 2.31 : EXEMPLES DE DEFAULTS DES CAPTEURS SUR UN RESEAU A 7 VOIES.....	103
FIG. 2.34 : ESTIMATEUR DE CAPON DES DOA, SANS ET AVEC DEFAULTS RF, SUR LE RESEAU R4.....	107
TABLEAU 2.35 : DEFAULTS ET DEGRES DE LIBERTE DU RESEAU R4.....	107
FIG. 3.1 : PRINCIPE DU FILTRAGE SPATIO-TEMPOREL.....	111
FIG. 3.2 : FILTRAGE STAP ET BPSK(10), 9 TAPS, BROUILLEURS 1 & 2, DIAGONAL LOADING +3DB.....	120
FIG. 3.3 : FILTRAGE STAP ET BOC(10,5), 9 TAPS, BROUILLEURS 1 & 2, DIAGONAL LOADING +3DB.	121
FIG. 3.4 : FILTRAGE STAP ET BOC(15,2.5), 9 TAPS, BROUILLEURS 1 & 2, DIAGONAL LOADING +3DB. ..	121
FIG. 3.5 : SINR CRPA ET SINR POST CORRELATION, BPSK(10), BROUILLEURS 1 & 2, DIAGONAL LOADING +3DB.....	122
FIG. 3.6 : SINR CRPA ET SINR POST CORRELATION, BOC(10,5), BROUILLEURS 1 & 2, DIAGONAL LOADING +3DB.....	123
FIG. 3.7 : EFFETS 'LARGES BANDES' ET ECHANTILLONNAGE, BPSK(10)	124
FIG. 3.8 : EFFETS 'LARGES BANDES' ET ECHANTILLONNAGE, BOC(15,2.5) COSINUS	124
FIG. 3.9 : EFFETS 'LARGES BANDES' ET NOMBRE DE TAPS, BPSK(10)	125
FIG. 3.10 : EFFETS 'LARGES BANDES' ET NOMBRE DE TAPS, BOC(10,5) SINUS.....	125
FIG. 3.11 : EFFETS 'LARGES BANDES' ET NOMBRE DE TAPS, BOC(15,2.5) COSINUS	126
FIG. 3.12 : DEFAULTS ET NOMBRE DE TAPS, BPSK(10), RESEAU R4	128
FIG. 3.13 : DEFAULTS ET NOMBRE DE TAPS, BOC(10,5) & BOC(15,2.5), RESEAU R4, 3 INTERFERENCES. .	128
FIG. 3.14 : DEFAULTS ET AUGMENTATION DE LA BANDE DE PASSANTE BOC(15,2.5), RESEAU R4, 3 INTERFERENCES.....	129
FIG. 3.15 : DEFAULTS ET NOMBRE DE TAPS, RESEAU SPATIAL R7 NON SATURE : BROUILLEURS 1 BIS, 2 BIS & 3	129
FIG. 3.16 : DEFAULTS ET NOMBRE DE TAPS, RESEAU SPATIAL R7 SATURE : BROUILLEURS 1 BIS, 2 BIS, 3, 4, 5 & 6	130
FIG. 3.17 : MODELE PARFAIT ET NOMBRE DE TAPS, BPSK(10).	133
FIG. 3.18 : MODELE PARFAIT ET NOMBRE DE TAPS, BOC(10,5) SINUS.....	133
FIG. 3.19 : MODELE PARFAIT ET NOMBRE DE TAPS, BOC(15,2.5) COSINUS.	133
FIG. 3.20 : SINR POST CORRELATION EN FONCTION DE LA SYNCHRONISATION AVEC LE CORRELATEUR, 9 TAPS.....	136
FIG. 3.21 : EFFET DU SUR-ECHANTILLONNAGE DES SIGNAUX EN PRESENCE DU BRUIT THERMIQUE SEUL, 9 TAPS.....	138
FIG. 3.22 : EFFETS DE LA SATURATION DU RESEAU SPATIAL PUR R4 SUR LES PERFORMANCES DU RESEAU STAP R4 AVEC 9TAPS, DIAGONAL LOADING +6DB.....	140
FIG. 3.23 : EVALUATION DE L'IMPACT DES EFFETS DOPPLER.....	142
FIG. 3.24 : DEAPPAIRAGE ET NOMBRE DE TAPS, BOC(10,5), 3 BROUILLEURS, DL + _DB.	143
FIG. 3.25 : IMPACT DES DEFAULTS DE CHAINE SUR LE TRAITEMENT STAP GLOBAL.....	144
FIG. 3.26 : FILTRAGE STAP ET BOC(15,2.5), _ TAPS, 3 INTERFERENCES EN PRESENCE DES DEFAULTS DE CHAINE, DIAGONAL LOADING + _DB.....	145
FIG. 3.27 : PUISSANCE INTERFERENTE REJETABLE EN SYSTEME SANS DEFAULT, R4, DIAG LOAD + _DB, PIWBCENTRE.	146
FIG. 3.28 : PUISSANCE INTERFERENTE REJETABLE EN PRESENCE DES DEFAULTS DE CHAINE, R4, DIAG LOAD + _DB, PIWBCENTRE.	146
FIG. 3.29 : NOMBRE DE TAPS ET EFFET SUR LES SIGNAUX EN SYSTEME SANS DEFAULT, R4, DIAG LOAD + _DB, PIWBCENTRE.	147
FIG. 3.30 : DENSITE DE PUISSANCE EN SORTIE DU RESEAU SPATIAL ET STAP, SYSTEME SANS DEFAULT, R4, DIAG LOAD + _DB.	148
FIG. 3.31 : TAILLE DES ECHANTILLONS, ESTIMATION ET APPLICATION DES FILTRES ADAPTATIFS, R7, 2 BROUILLEURS	151
FIG. 3.32 : TAILLE DES ECHANTILLONS, BRUIT THERMIQUE, RESEAU R4, _ TAPS, BPSK(10).....	152
FIG. 3.33 : TAILLE DES ECHANTILLONS, BRUIT THERMIQUE, RESEAU R4, _ TAPS, BOC(15,2.5).	152
FIG. 3.34 : TAILLE DES ECHANTILLONS, 2 BROUILLEURS, RESEAU R4, _ TAPS.....	153
FIG. 3.35 : DIAGRAMMES DE RAYONNEMENT ET DE GAIN CRPA + CORRELATEUR, RESEAU CARRE R4, _ TAPS.....	154
FIG. 4.1 : SCHEMA DU PATCH SIMULE POUR L1.....	162

FIG. 4.2 : MODELE D'UN COUPLEUR HYBRIDE PARFAIT.....	162
FIG. 4.3 : COEFFICIENT DE REFLEXION ET DIAGRAMME DE RAYONNEMENT DU PATCH SIMULE SUR L1.....	163
FIG. 4.4 : NUMEROTATION DU RESEAU R4.....	163
FIG. 4.5 : COEFFICIENTS DE COUPLAGE ET DISTANCE INTER-PATCHS.....	163
FIG. 4.6 : VARIATION DES COEFFICIENTS DE COUPLAGE DU RESEAU R4 DANS LA BANDE L1.....	164
FIG. 4.7 : IMPACT DU COUPLAGE SUR LE TRAITEMENT SPATIAL PUR GLOBAL.....	165
FIG. 4.8 : DISTORSION DE LA REPONSE DU RESEAU R4 SUR L1 (SELON L'AXE CAPTEUR 1 → 4).....	166
FIG. 4.9 : IMPACT DU COUPLAGE SUR LE TRAITEMENT STAP GLOBAL.....	167
FIG. 4.10 : COUPLAGE ET NOMBRE DE TAPS, R4, 3 INTERFERENCES.....	168
FIG. 4.11 : ARCHITECTURE DU RESEAU ET PROPOSITION DE METHODE DE DECOUPLAGE.....	169
FIG. 4.12 : IMPACT DU COUPLAGE SUR LES DOA APPARENTES, R4, 3 INTERFERENCES.....	170
FIG. 4.13 : DECOUPLAGE ET NOMBRE DE TAPS, R4, 3 INTERFERENCES.....	171
FIG. 4.14 : DECOUPLAGE ET NOMBRE DE TAPS EN PRESENCE DES AUTRES DEFAUTS, R4, 3 INTERFERENCES.....	172
FIG. 4.15 : PUISSANCE INTERFERENTE REJETABLE EN PRESENCE DE COUPLAGE, R4, DIAG LOAD +_DB, PIWBCENTRE.....	173
FIG. 4.16 : PUISSANCE INTERFERENTE REJETABLE EN PRESENCE DE TOUS LES DEFAUTS, R4, DIAG LOAD +_DB, PIWBCENTRE.....	174
FIG. 4.17 : SCHEMA DU PATCH SIMULE POUR L2.....	175
FIG. 4.18 : COEFFICIENT DE REFLEXION ET DIAGRAMME DE RAYONNEMENT DU PATCH SIMULE SUR L2.....	175
FIG. 4.19 : VARIATION DES COEFFICIENTS DE COUPLAGE DU RESEAU R4 DANS LA BANDE L1.....	176
FIG. 4.20 : DISTORSION DE LA REPONSE DU RESEAU R4 SUR L2, SEPARATION DE 95 MM.....	176
FIG. 4.21 : PUISSANCE INTERFERENTE REJETABLE EN SYSTEME PARFAIT, R4, D = 95MM, DIAG LOAD +_DB, PIWBCENTRE.....	177
FIG. 4.22 : PUISSANCE INTERFERENTE REJETABLE EN PRESENCE DE COUPLAGE, R4 (GAUCHE), R4 SYMETRIQUE (DROITE), D 95MM.....	178
FIG. 4.23 : PUISSANCE INTERFERENTE REJETABLE, DEFAUTS DE CHAINES (GAUCHE), TOUS LES DEFAUTS (DROITE), R4, D = 95MM.....	178
FIG. 4.24 : VARIATION DES COEFFICIENTS DE COUPLAGE DU RESEAU R4 DANS LA BANDE L2, SEPARATIONS DE 90 ET 85 MM.....	179
FIG. 4.25 : DISTORSION DE LA REPONSE DU RESEAU R4 SUR L2, SEPARATIONS DE 90 ET 85 MM.....	179
FIG. 4.26 : PUISSANCE INTERFERENTE REJETABLE, SYSTEME PARFAIT (GAUCHE), COUPLAGE (DROITE), R4, D = 85MM.....	180
FIG. 4.27 : NUMEROTATION DU RESEAU R7.....	180
FIG. 4.28 : VARIATION DES COEFFICIENTS DE COUPLAGE DU RESEAU R7 DANS LA BANDE L2.....	181
FIG. 4.29 : DISTORSION DE LA REPONSE DU RESEAU R7 SUR L2, SEPARATION DE 95 MM.....	181
FIG. 4.30 : PUISSANCE INTERFERENTE REJETABLE, SYSTEME PARFAIT (GAUCHE), COUPLAGE (DROITE), R7, D = 95MM, DL +_DB.....	182
FIG. A2.1 : ANTENNE A VERNON (LON 1°5, LAT 49°1), 1 RELEVÉ DES POSITIONS PAR ½ HEURE SUR 24 HEURES.....	189
FIG. A2.2 : ANTENNE A L'EQUATEUR, 1 RELEVÉ DES POSITIONS PAR ½ HEURE SUR 24 HEURES.....	189
FIG. A2.3 : MODELE APPROCHE DE LA DENSITE DE PROBABILITE DE VOIR UN SATELLITE D'ELEVATION θ , D'AZIMUT ϕ	189
FIG. A4.1 : COMPARAISON DES ESTIMATEURS DE DOA DE CAPON ET FFC SUR LE RESEAU R4.....	192
FIG. A5.1 : VALEURS PROPRES DES MATRICES DE CORRELATION TEMPORELLES.....	195

ACRONYMES

- **AGC : Automatic Gain Control**
- **BPSK : Binary Phase Shift Keying**
- **BOC : Binary Offset Carrier**
- **CWI : Carrier Wave Interference**
- **DFT : Discrete Fourier Transform**
- **DOA : Direction Of Arrival**
- **DOD : US Department Of Defence**
- **FIR : Finite Impulse Response**
- **GPS : Global Positioning System**
- **GNSS : Global Navigation Satellites System**
- **JNR : Jammer to Noise Ratio**
- **MVDR : Minimum Variance Distortionless Response**
- **MPDR : Minimum Power Distortionless Response**
- **PDF : Probability Density Function**
- **PI : Power Inversion**
- **PIRE : Puissance Isotrope Rayonnée Equivalente**
- **SA : Selective Availability**
- **SATCOM : Satellite Communication**
- **SINR : Signal to Interference plus Noise Ratio**
- **SNR : Signal to Noise Ratio**
- **TEB : Taux d'Erreur Binaire**
- **TOS : Taux d'Onde Stationnaire**
- **WGS-84 : World Geodetic System - 1984**

RESUME

Introduction, définition du sujet

Les systèmes de navigation par satellite sont connus pour être sensibles aux interférences [1]. En particulier, les applications de haute précision nécessitent la mise en place de systèmes de protection. Dans ce but, de nombreuses études ont déjà été menées sur des filtres fréquentiels adaptatifs, mais ces systèmes se révèlent inefficaces dans le cas de brouilleurs de forte puissance et à grande occupation spectrale.

Cette thèse se propose donc d'étudier une autre voie, basée sur l'utilisation de réseaux d'antennes adaptatifs, visant à rejeter les brouilleurs de forte puissance et leurs multitrajets. Le réseau d'antenne sera placé en amont du récepteur et devra avoir un faible encombrement et une interface aussi réduite que possible avec le récepteur. Le but étant d'intégrer le système au prix de modifications mineures du porteur et du récepteur.

De plus, l'antenne adaptative ainsi définie devra pouvoir traiter les signaux militaires actuels (GPS - code P) et futurs (GPS et Galileo – BOC(10,5)sinus, BOC(15,2.5)cosinus). Elle devra donc couvrir une bande passante de 40 MHz centrée sur L1 (1575,42 MHz), 30 MHz centrée sur L2 (1227.6 MHz) et 30 MHz centrée sur E6 (1279 MHz). Un aspect critique concernera la distorsion des signaux GNSS introduite lors de l'antibrouillage. L'antenne adaptative devra en particulier garantir une bonne stabilité de la phase du signal reçu afin de prévenir le décrochage des boucles de poursuite du récepteur. Le système devra également être robuste aux défauts linéaires de la chaîne RF (erreurs de calibration du réseau, ondulations de la réponse en fréquence des capteurs et des filtres d'entrée du réseau) et aux phénomènes de couplage inter-capteurs.

Le traitement spatial pur

Nous nous sommes tout d'abord intéressés au traitement spatial des interférences. Plusieurs classes de solutions peuvent être envisagées. La solution optimale consisterait à former une voie par satellite en visibilité du réseau. Cette solution implique d'une part la connaissance a priori des positions des satellites et de l'attitude du porteur, et d'autre part autant de sorties, donc de connections avec le récepteur, que de satellites suivis. Cette seconde contrainte impliquant une trop grande hybridation avec le récepteur, cette solution n'a pas été retenue dans le cadre de cette thèse puisque nous avons concentré notre étude autour des méthodes mono-sortie. Toutefois, l'exploitation des directions des satellites utiles reste envisageable à ce stade.

Dans ce cadre, un simulateur large bande a été développé. Il intègre un modèle fréquentiel et angulaire de la réponse des patchs, et un modèle de la chaîne RF affectée de défauts ; les décalages Doppler sont également pris en compte.

Classiquement en traitement d'antenne, le critère de performance porte sur la maximisation du rapport signal à bruit. Nous avons mis en évidence que, pour les applications de navigation par satellite, ce critère n'est pas représentatif des performances en sortie du récepteur. En effet, une bonne précision de localisation requiert non seulement un bilan de liaison satisfaisant mais aussi une diversité angulaire des sources. Un critère de sélection des méthodes a donc été défini. Il intègre conjointement la géométrie de la scène, à l'aide du GDOP propre aux systèmes de navigation par

satellite, et les SINR relatifs à chaque satellite visible du réseau. Ce critère permet de caractériser l'impact du réseau sur la précision finale de localisation.

Plusieurs méthodes spatiales ont été testées en simulations parfaites (sans défaut technologique) avec plusieurs géométries de réseaux. Globalement, nous avons observé que l'écart entre les performances des différentes méthodes diminue lorsque le nombre de brouilleurs augmente. De plus, à complexité calculatoire équivalente, l'exploitation de la connaissance a priori des DOA ne permet pas forcément d'aboutir à une meilleure précision de localisation.

Enfin, toutes les méthodes de traitement étudiées peuvent être séparées en deux catégories : les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte quadratique ou linéaire. La convergence de ces méthodes, en simulations parfaites et en traitement spatial pur, est étudiée en fonction de la durée d'estimation des matrices de corrélation des réseaux. L'étude des méthodes de minimisation sous contrainte quadratique n'a pas été approfondie car leur réponse en phase est apparue trop instable en régime stationnaire. L'utilisation de réseaux symétriques a été envisagée et étudiée afin d'annuler le jitter de phase en régime stationnaire. Finalement, si le jitter est effectivement annulé c'est au prix d'un réseau deux fois plus grand et moins performant, en présence d'interférences, que le réseau non symétrique. Ainsi, l'étude de ces réseaux n'a pas été poursuivie.

Nous avons ensuite observé qu'un brouilleur large bande peut consommer plusieurs degrés de liberté d'un réseau spatial. Dans ce cas, le nombre de signaux interférents que le réseau peut rejeter est donc réduit. Des défauts linéaires de chaîne ont également été simulés (déappairage et oscillations des réponses en fréquence des capteurs, déappairage des filtres). Dans les mêmes conditions de brouillage, ils dégradent les performances des filtres spatiaux à tel point que la solution de navigation peut être perdue alors qu'un réseau parfait s'affranchirait des interférences. Le challenge consiste donc à robustifier les méthodes de traitement afin de restaurer les performances obtenues sans défaut. Physiquement, comme l'effet large bande, les défauts du réseau se traduisent par une augmentation du nombre de degrés de liberté consommés par un signal de forte puissance. Un réseau à sept éléments est donc moins sensible aux défauts qu'un réseau à quatre éléments.

Le traitement STAP

Après l'approche spatiale pure, nous nous sommes intéressés au traitement STAP (Space Time Adaptive Processing) car il constitue une réponse possible à cette augmentation de la dimension du sous espace des interférences. En effet, il permet d'augmenter le nombre de degrés de liberté disponibles, sans augmenter la taille du réseau, par l'adjonction de lignes à retard (Taps). Une première analyse a montré qu'avec un traitement STAP, pour une liaison satellite donnée, le SINR de sortie du réseau ne constitue pas une bonne indication des performances d'antibrouillage. En effet, le traitement STAP peut dégrader les performances du corrélateur d'un récepteur GNSS générique. Aussi, avons nous défini un nouveau critère de performance adapté au traitement STAP des signaux GNSS : le SINR post-corrélation.

La solution est alors recherchée sous forme d'un produit de Kronecker entre une contrainte spatiale et une contrainte temporelle. Quatre contraintes temporelles ont ainsi été définies selon des approches classiques et testées avec la contrainte spatiale de l'Inversion de Puissance. La contrainte optimale a été également écrite et simulée mais pas retenue car sa complexité de mise en œuvre est rédhibitoire en regard du faible gain de traitement qu'elle peut apporter. Par contre, nous en avons écrit une version simplifiée qui s'avère non seulement performante mais aussi facilement implémentable : elle est indépendante de la modulation des signaux cibles. Globalement, le réseau

STAP ne permet pas de gain de traitement sur la puissance utile (en sortie de la chaîne réseau + corrélateur) mais il permet de mieux rejeter les signaux interférents de forte puissance en présence de défauts linéaires de chaîne.

Nous avons également mis en évidence que le nombre de Taps nécessaire augmente avec la puissance des signaux à rejeter. De plus, la restauration des performances des signaux BOC(15,2,5) nécessite plus de Taps que dans les cas des signaux BPSK(10) et BOC(10,5). En effet, l'énergie de cette modulation est concentrée en bord de bande ; or les défauts des filtres agissent principalement sur les bords des bandes de traitement. Aussi, un effort technologique semblerait-il nécessaire sur ce point.

La convergence et en particulier la stabilité de la phase de la réponse des réseaux STAP sont ensuite étudiées. Un Diagonal Loading de quelques dB et une estimation des matrices de corrélation sur un nombre d'échantillons équivalent à cinq à six fois le nombre d'éléments des réseaux permettent d'avoir une réponse stable et de bonnes performances de réjection. De plus, l'utilisation de contraintes temporelles conjuguées symétriques peut permettre de stabiliser d'avantage la réponse en phase de certains formateurs.

Les phénomènes de couplage

Enfin, la dernière partie est consacrée aux antennes et en particulier aux phénomènes de couplage. Dans un premier temps, ces phénomènes sont décrits qualitativement : ils sont attribués aux champs qui existent à l'interface air - diélectrique. Ces champs sont principalement dus aux ondes diffractées par les bords des patchs. Ils engendrent un mélange des sorties des capteurs, ce qui contribue à déformer leurs diagrammes de rayonnement. Ils peuvent également détériorer les propriétés électriques des capteurs, telles que le TOS ou la polarisation.

De manière générale, l'impact des couplages sur les performances des réseaux revêt deux aspects : d'une part le mélange des sorties du réseau et d'autre part l'évolution non cohérente en fréquence de ce mélange. Le mélange des sorties modifie la direction d'arrivée apparente des signaux. Ce phénomène serait sans effet sur la capacité de réjection du réseau si les coefficients de couplages étaient constants dans la bande. Or ce n'est pas le cas. Le second aspect est l'évolution non cohérente en fréquence des différents coefficients de couplage. Ce phénomène engendre une augmentation de la dimension du sous-espace des interférences, à tel point que le nombre de Taps nécessaire pour restaurer les performances peut devenir rédhibitoire. Une connaissance a priori de ces coefficients ne permet pas forcément de gain de traitement significatif. Nous avons donc proposé une évaluation de la puissance interférente maximale que le réseau peut rejeter, à nombre de Taps fixé et en présence de couplage.

1. Présentation du problème

1.1. Introduction

Le système GPS (Global Positioning System), déclaré opérationnel le 8 décembre 1993, présente un grand intérêt pour un grand nombre d'applications. Il est le premier système GNSS (Global Navigation Satellite System) opérationnel. Cependant son utilisation pose encore à l'heure actuelle quelques problèmes, dont les principaux sont : la disponibilité, la continuité de service, l'intégrité et la vulnérabilité aux interférences [1].

En particulier, le problème de l'influence des interférences (signaux parasites) sur les performances des récepteurs GPS, notamment pour les applications les plus exigeantes en précision, se pose sous différents aspects :

- D'une part, compte tenu des problèmes d'allocation de fréquence et de l'utilisation de plus en plus intensive du spectre dans les bandes basses, la probabilité d'interférences non intentionnelles n'est pas négligeable.
- D'autre part, pour les applications militaires ou de sécurité, le risque de brouillage intentionnel de ces signaux est à considérer très sérieusement étant donnée la facilité de mise en œuvre d'un brouilleur.
- Enfin, le problème des multitrajets (GPS et brouilleurs) dans l'environnement du récepteur, dû aux réflexions sur le sol, les bâtiments ou la structure du porteur, contribue à détériorer le service.

Différentes techniques de résistance à ces effets peuvent cependant être envisagées et mises en place afin de garantir, autant que possible, les performances des récepteurs.

Le travail de cette thèse s'inscrit dans cette recherche de robustesse des récepteurs actuels et à venir des signaux militaires GPS et Galileo, vis-à-vis du brouillage de forte puissance. En particulier, les brouilleurs intentionnels devront être éliminés. Le dispositif est destiné à être intégré en lieu et place d'antennes de réception classiques au prix de modifications mineures sur le système initial. On se concentrera donc sur l'étude de petits réseaux d'antennes avec des capacités de traitement spatial et éventuellement spatio-temporel adaptatifs permettant de réduire le brouillage.

L'introduction (partie 1) dresse d'abord les grandes lignes du problème. On y rappelle les principales caractéristiques des signaux GNSS. On y précise également les objectifs des travaux menés dans le cadre de cette thèse et le plan détaillé du mémoire.

La partie 2 rassemble les aspects théoriques du traitement spatial de réseaux d'antennes. Diverses méthodes de traitement y sont décrites et leurs performances sont évaluées en systèmes 'parfaits' (sans défaut). Puis leur robustesse est évaluée vis-à-vis de défauts technologiques réalistes.

La partie 3 présente une autre classe de solution : le traitement STAP (Space Time Adaptive Processor), introduit afin de lutter contre les faiblesses des systèmes purement spatiaux. La recherche de la solution optimale est présentée, ses performances sont évaluées et comparées à celle de méthodes classiques.

Enfin, la partie 4 est consacrée aux antennes et en particulier aux phénomènes de couplage inter-capteurs et à leurs effets sur les performances des réseaux STAP.

1.2. Description du système GPS actuel (2003)

1.2.1 Le principe :

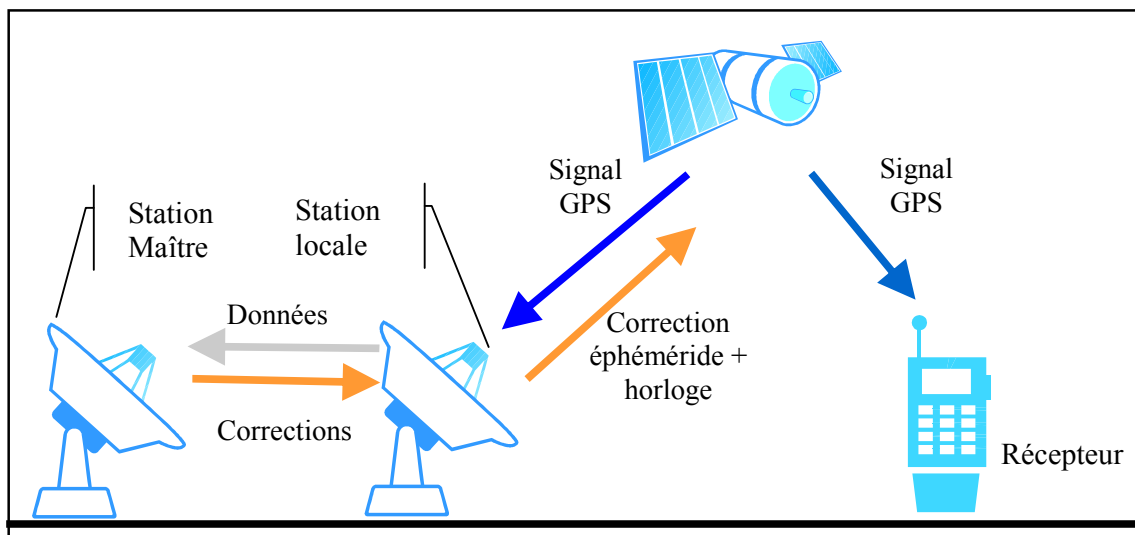


Fig. 1.1 : Principe du système GPS

Le système GPS était constitué à l'origine d'une constellation de 24 satellites et de plusieurs stations de contrôle au sol (5 stations de surveillance, 1 Master Control Station, 4 stations de téléchargement). Avec les programmes de mise à niveau et de remplacement des vieux satellites, le système compte actuellement entre 27 et 29 satellites en opération.

Les satellites sont répartis dans 6 plans d'orbite circulaires inclinés de 55° , à une altitude d'environ 20200 km.

Les stations sol surveillent les orbites des satellites et les caractéristiques des signaux émis, les transmettent à la station maître (Master Control Station) qui calcule les éphémérides, transmises dans le message de navigation, et les corrections de dérive d'horloge.

La mesure de distance récepteur – satellite est basée sur la mesure du temps de propagation du signal GPS. Elle est réalisée par datation en temps local récepteur du signal reçu, ce qui représente une "distance" dans un espace à quatre dimensions (appelée pseudo-distance) car elle s'exprime en fonction du temps de propagation et du décalage entre la référence locale et le temps GPS (voir 1.2.4).

1.2.2 Le signal GPS :

Les caractéristiques normalement connues (non classifiées) des signaux GPS sont décrites ci-dessous.

Le système utilise une fréquence de base ($F_0 = 10.23$ MHz) à partir de laquelle toutes les autres fréquences sont construites. Les satellites émettent sur 2 fréquences porteuses L1 et L2 :

$$\begin{aligned} L1 &\text{ à } 1575.42 \text{ MHz} = 154.F_0 \\ L2 &\text{ à } 1227.60 \text{ MHz} = 120.F_0 \end{aligned}$$

Ces deux porteuses transmettent les données de navigation à l'aide d'une modulation à spectre étalé à 2 états de phase (BPSK). Le principe est illustré sur la figure 1.2 ci-dessous. On utilise pour la modulation 2 familles de code pseudo aléatoires différentes : le code P et le code C/A.

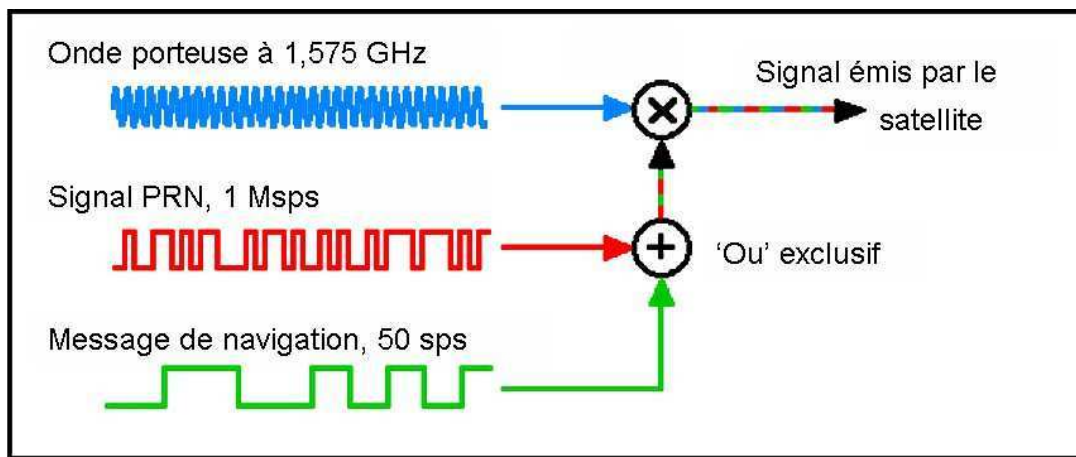


Fig. 1.2 Structure d'un signal GPS C/A

Le code C/A (Coarse/Acquisition) est un code pseudo aléatoire de Gold dit PRN (Pseudo Random Noise), de période 1ms émis à une cadence de 1.023 Mbribes/sec. Chaque satellite émet son propre code unique, lequel permet donc l'identification du satellite et la mesure des pseudo-distances. Il permet par rapport au code P une localisation plus rapide mais moins précise. Il est de plus accessible à tous.

Le code P(Y) (Précision) est un code militaire dont l'encodage en code Y n'est pas rendu public. Il est cadencé à 10.23 Mbribes/sec et est formé à partir de 2 PRN de longueurs 15 345 000 et 15 345 037. Sa période de 38 semaines est tronquée à 1 semaine et répétée hebdomadairement. Le code de 38 semaines est divisé en 37 codes P utilisés par les différents satellites. Le codage Y permet de prévenir la possibilité de tromper le récepteur avec un faux signal GPS de forte puissance contenant un message de navigation erroné (Spoofing).

Le message de navigation D, émis à 50 Hz, contient les données éphémérides, les corrections d'horloge, l'âge des données, le n° et l'état de santé du satellite.

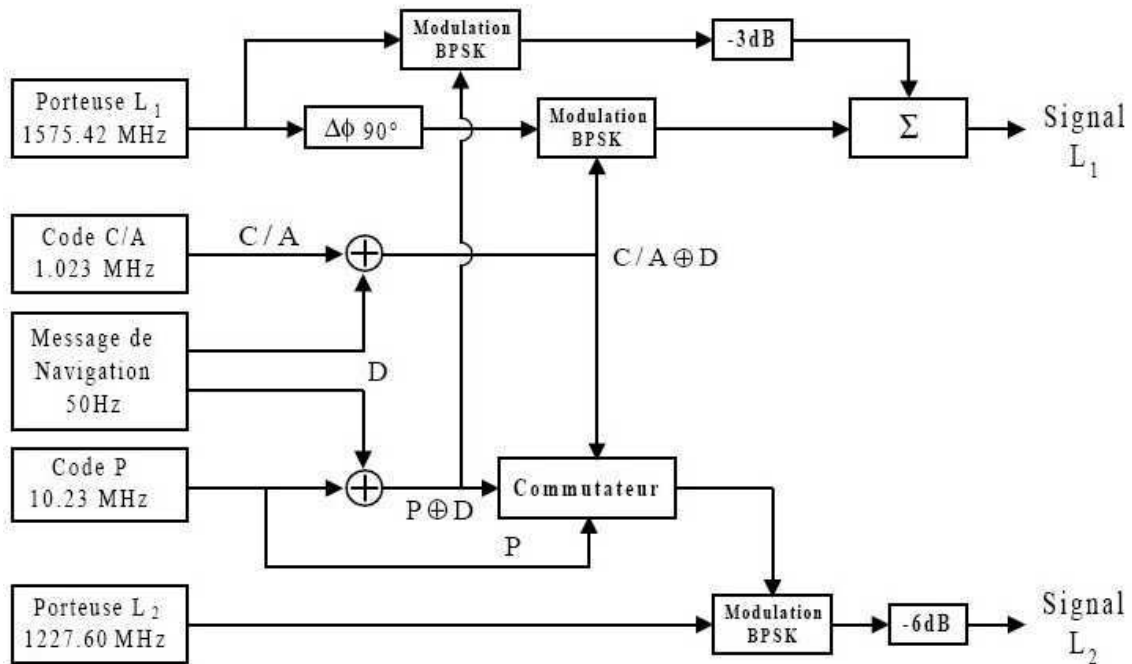


Fig. 1.3 Génération du signal GPS sur L1 [2]

La figure 1.3 résume le processus de génération du signal GPS en mode nominal, le code P est émis en quadrature de phase par rapport au code C/A sur L1, Le code C/A n'est pas émis sur L2.

De plus une puissance minimale de réception du signal est garantie. Elle est définie dans le tableau ci-dessous, correspondant à une élévation de 5°, dans l'hypothèse d'une antenne de réception de gain unité.

Signal	P(Y)	C/A
L1	-163.0 dBW	-160.0 dBW
L2	-166.0 dBW	-166.0 dBW

Tableau 1.4 Puissance minimum du signal RF reçu.

1.2.3 Étalement de spectre :

L'étalement de spectre consiste à multiplier le message à transmettre par une séquence (code d'étalement) connue de cadence très supérieure à celle du message, ce qui étale le spectre du signal utile. Ces codes sont choisis pour leurs propriétés d'auto et d'intercorrélation particulières. Dans le cas des signaux GNSS, les codes d'étalement sont modulés en BPSK, le message de navigation est donc multiplié par une succession de ± 1 .

a) Facteur / Gain d'étalement :

On appelle facteur d'étalement le rapport entre les rythmes d'émission f_c du code d'étalement et f_d des données à transmettre, c'est donc également le nombre de bits d'étalement par bit de données. On montre ci-dessous que le facteur d'étalement permet aussi de caractériser la robustesse de la transmission vis-à-vis des interférences. Dans ce cas on l'exprime le plus souvent en dB et on parle alors de gain de d'étalement

Le signal utile émis par le satellite est le produit entre les données $d(t)$ et le code d'étalement $u(t)$, il est ensuite corrélé dans le récepteur avec un code local identique au code émis. La corrélation est effectuée sur la durée T_d d'un bit de données, le code local est parfaitement synchronisé avec le code reçu, le signal résultant s'écrit :

$$s(t) = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} d(t-\tau) \times |u(t-\tau)|^2 d\tau \quad (1.1)$$

où d est par définition constant sur la durée d'intégration et $|u|^2=1$. D'où $s(t) = d(t)$: ce traitement ne modifie donc pas le message de navigation ni la puissance du signal utile.

Le spectre du code d'étalement est donné par $S_{BPSK}(f)$, avec fc le rythme chip du code d'étalement :

$$S_{BPSK}(f) = \frac{1}{fc} \left[\sin c \left(\frac{f}{fc} \right) \right]^2 \quad (1.2)$$

Soit un brouilleur CWI (Continuous Wave Interferer) de puissance P_i et de fréquence f_i dans la bande du signal étalé, après multiplication par le code d'étalement, le signal interférent a une densité de puissance $S_i(f) = P_i \times S_{BPSK}(f-f_i) \leq P_i / fc$. D'où après filtrage (intégration sur la durée T_d d'un symbole du message de navigation), la puissance interférente finale est P_{if} :

$$P_{if} = \int S_i(f) |H(f)|^2 df \leq \int |H(f)|^2 df \times \frac{P_i}{fc} \quad (1.3)$$

Avec $h(t)$ la réponse impulsionnelle de l'intégrateur :

$$h(t) = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} \delta(t-\tau) d\tau = \frac{1}{T_d} \Pi_{[0, T_d]}(t) \quad (1.4)$$

Alors, d'après le théorème de Parseval :

$$\int |H(f)|^2 df = \frac{1}{T_d^2} \int \Pi_{[0, T_d]}(t) \times \Pi_{[0, T_d]}(-t) dt = \frac{1}{T_d} \quad (1.5)$$

Et finalement :

$$P_{if} \leq P_i \times \frac{f_d}{fc} \quad (1.6)$$

On peut noter que la puissance interférente sera d'autant plus proche de sa borne supérieure que la CWI se rapproche du centre de la bande.

Le facteur d'étalement représente donc le gain en rapport "signal à interférence" relatif à un brouilleur très faible bande.

Considérons maintenant un brouilleur en bruit blanc $b(t)$ de densité de puissance σ^2 , dans la bande correspondant au lobe principal du code d'étalement, la puissance interférente vaut $P_i = \sigma^2 \times 2f_c$. Après corrélation avec le code local $u(t)$, la puissance interférente est :

$$\begin{aligned}
 P_b &= \frac{1}{T_d^2} \mathbb{E} \left(\left| \int_{T_d} b(t) u^*(t-\tau) dt \right|^2 \right) \\
 P_b &= \frac{1}{T_d^2} \iint_{T_d} \mathbb{E} (b(t) b^*(x)) u^*(t-\tau) u(x-\tau) dt dx \\
 P_b &= \frac{1}{T_d^2} \int_{T_d} \sigma^2 u^*(t-\tau) u(t-\tau) dt \\
 P_b &= \frac{\sigma^2}{T_d} = \sigma^2 \times f_d = P_i \times \frac{f_d}{2f_c}
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

dans ce cas le gain en rapport signal à interférence vaut 2 fois le facteur d'étalement.

Cette différence de comportement vis-à-vis des brouilleurs à bande large et à bande étroite est exploitée pour définir différents seuils de tolérance du récepteur au brouillage (voir chapitre 1.3).

b) Pseudo Random Noise (C/A) :

Le PRN associé au code C/A est un code de Gold formé à partir d'un registre à décalage à 10 bits. La longueur de chaque code résultant est donc de $L = 2^{10} - 1 = 1023$ bits. Les codes de Gold sont presque orthogonaux : la fonction d'autocorrélation pour un décalage non nul, de même que les fonctions d'intercorrélation entre 2 codes de Gold sont très proches de 0 et ne peuvent prendre que 3 valeurs.

$$\text{Intercorrélation} = \begin{cases} \frac{2^{\frac{10+1}{2}} - 1}{L} = \frac{63}{1023} \\ -\frac{1}{L} = -\frac{1}{1023} \\ -\frac{2^{\frac{10+1}{2}} + 1}{L} = -\frac{65}{1023} \end{cases}$$

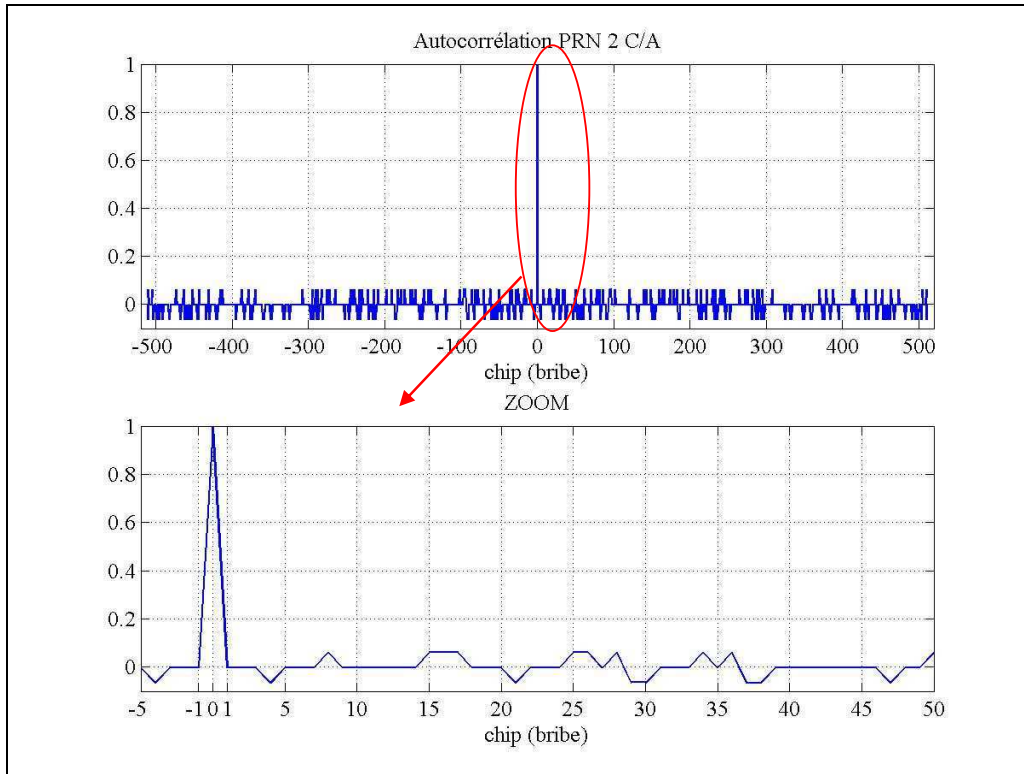


Fig. 1.5 : Autocorrélation du PRN2 C/A

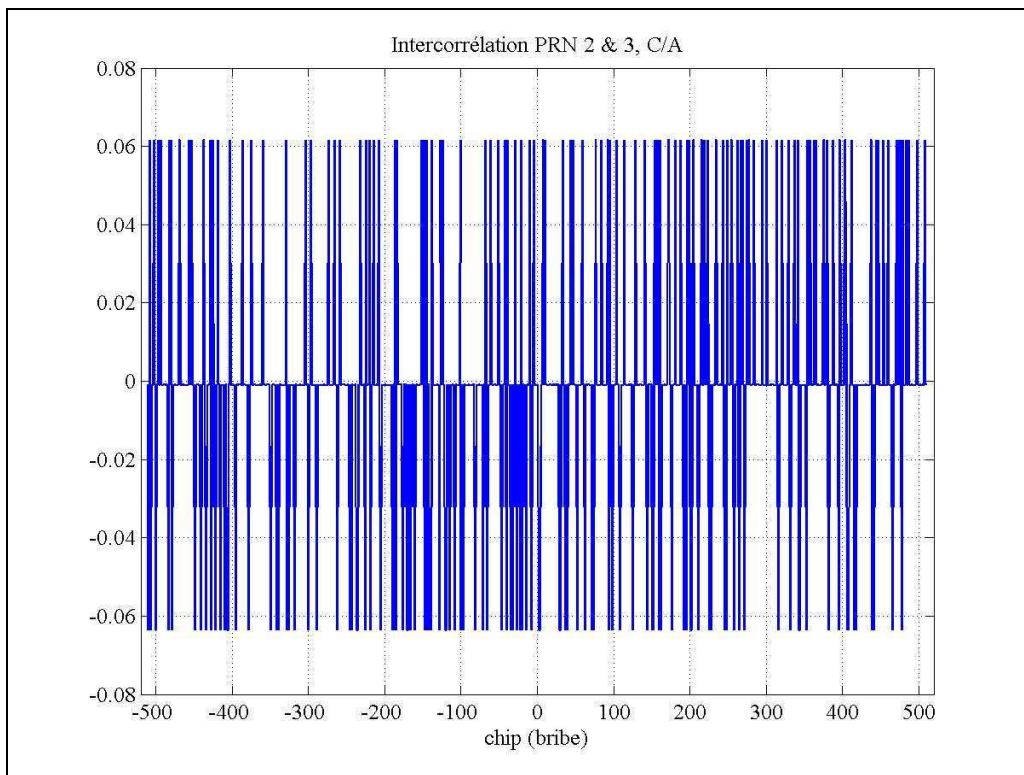


Fig. 1.6 : Intercorrélation des PRN 2 & 3 C/A

Ces faibles valeurs d'intercorrélation permettent aux satellites d'émettre simultanément leur code sur une même porteuse. Le récepteur corrèle alors les signaux reçus avec une réplique locale

de chaque code possible. L'énergie du pic d'autocorrélation étant 24 dB au-dessus des pics secondaires ou des pics d'intercorrélation $\{20 \times \log_{10}(|65/1023|)\}$, ce système permet d'identifier le satellite émetteur.

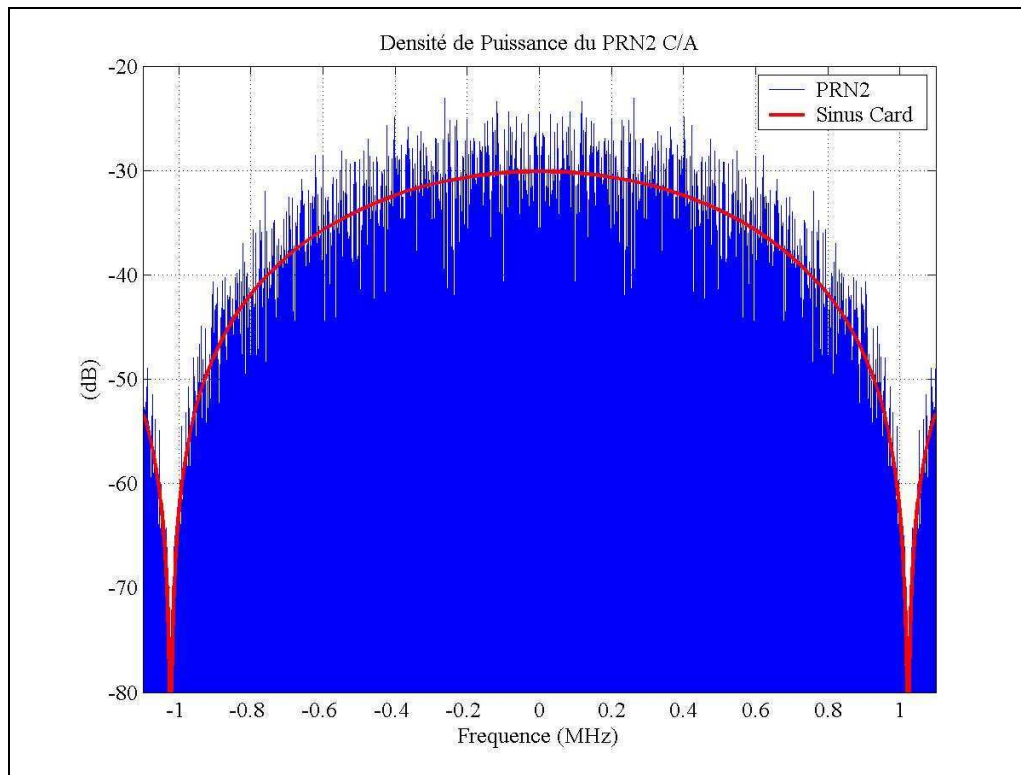


Fig. 1.7 : Densité de Puissance du PRN 2 C/A

Le code C/A est répété toutes les millisecondes, son spectre est donc multiplié par un peigne de Dirac d'espacement 1kHz. Le produit par le message de navigation se traduit sur le spectre par une modulation des raies en sinus cardinal à la fréquence du message de navigation. Enfin, on note que la fonction d'autocorrélation du code n'est pas rigoureusement un triangle, mais des pics de corrélation secondaires sont visible 24 dB en-dessous du pic principal. Ces variations par rapport à la fonction d'autocorrélation idéale d'une modulation BPSK se traduisent par une déviation des raies par rapport à l'allure en sinus cardinal du spectre (Fig. 1.7 ci-dessus).

c) Résumé des caractéristiques des signaux GPS :

	C/A	P(Y)
Rythme chip	1.023 MHz	10.23 MHz
Longueur de code	1023	$2.3547 \cdot 10^{14}$
Période de répétition	1 ms	1 semaine
Crypté	Non	Oui
Disponible pour	Tous	Utilisateurs autorisés par le DOD
Porteuses	L1	L1 & L2
Facteur d'étalement	20×1023	20×10230
Gain d'étalement	~ 43 dB	~ 53 dB

Tableau 1.8 : Caractéristiques des signaux GPS

Les caractéristiques des signaux GPS sont résumées dans le tableau 1.8 ci-dessus. On obtient ainsi un spectre de raies pour le code C/A dont l'enveloppe est centrée autour de la fréquence porteuse et dont la largeur du lobe principal est de 2.046 MHz. Les raies qui constituent le spectre

sont espacées de la fréquence de répétition du code (i.e. :1 KHz) et sont larges de deux fois le rythme chip du message de navigation (i.e. : $2 \times 50 \text{ Hz}$ *). Typiquement la puissance associée à chaque raie au centre de la bande pour le code C/A est de moins 30 dB de la puissance totale, elle peut dépasser moins 24 dB pour les plus fortes raies à cause des irrégularités de la fonction d'autocorrélation déjà évoquées. Le lobe principal a une puissance de plus de 95% de la puissance totale du signal GPS. Le code P étant apériodique sur la durée de traitement, il génère un spectre continu dont le lobe principal a une largeur de 20.46 MHz.

*Rq: lorsque la durée d'observation du signal n'excède pas quelques symboles du message de navigation, le spectre semble être un spectre de raies : la convolution par le sinus cardinal à 50 Hz n'est pas visible.

1.2.4 Mesure des pseudo-distances :

Le calcul de la position du récepteur est basé sur la connaissance des distances satellite - récepteur et des positions des satellites (grâce aux éphémérides). La distance satellite récepteur déterminée par le récepteur est appelée pseudo-distance car elle est entachée d'un certain nombre d'imprécisions détaillées en 1.2.5.

On sait que le signal GPS est émis à une date précise par le satellite. Le récepteur est en mesure de calculer à quelle date le message est reçu par détection et poursuite du maximum d'énergie, après corrélation du signal reçu avec le PRN généré localement et correspondant au satellite accroché. On obtient alors le temps mis par le signal pour parcourir le trajet satellite – récepteur, dont on déduit la distance qui nous intéresse. Cependant il faut apporter de nombreuses corrections à cette mesure afin d'obtenir une distance géométrique. En particulier, il faut tenir compte du fait qu'il y a trois références temporelles :

- t : le temps GPS ou temps système, qui sert de temps de référence. Il est coordonné au temps de l'UNSO (United States Naval Observatory) et correspond au temps mesuré par une horloge parfaite pour un utilisateur immobile à la surface de la terre.
- t_s : le temps satellite est celui donné par l'horloge atomique du satellite. Pour corriger la dérive interne de cette horloge, chaque satellite transmet ses coefficients de correction.
- t_r : le temps récepteur. Il est impossible d'avoir une horloge dans le récepteur qui soit calée sur le temps système. Le temps récepteur n'est donc pas, a priori, synchronisé aux 2 autres temps.

On a alors $t_s = t + \Delta t_s$, et $t_r = t + \Delta t_r$.

Si on note t^e et t^r les temps d'émission et de réception, la pseudo - distance P est donnée par :

$$P = c.(t_r^r - t_s^e) \quad (1.8)$$

Pour obtenir la distance réelle, il faut donc tenir compte des termes d'erreurs qui correspondent aux décalages d'horloge et aux erreurs de propagation du signal. La formule générale de la distance est alors :

$$d = P + c.(\Delta t_s^e - \Delta t_r^r) - \Delta_{propa} \quad (1.9)$$

où Δ_{propa} désigne les erreurs de propagation et est estimable à partir de modèles mathématiques ou de mesures bi-fréquences et de méthodes de traitement du signal (voir parag. 1.2.5 suivant). De même Δt_s^e est estimable à partir de coefficients de correction transmis par le satellite.

Une fois ces erreurs corrigées, l'équation générale intégrant la position de l'utilisateur et du $i^{\text{ème}}$ satellite est la suivante :

$$P^i = \sqrt{(x - x^i)^2 + (y - y^i)^2 + (z - z^i)^2} + c \cdot \Delta t_r^r + b^i \quad (1.10)$$

Avec x, y, z les coordonnées du récepteur, x^i, y^i, z^i les coordonnées du $i^{\text{ème}}$ satellite et b^i la somme des erreurs résiduelles après correction de la dérive de l'horloge satellite et des erreurs de propagation.

Il reste à estimer x, y, z et Δt_r^r tels que l'erreur de prédiction du vecteur des mesures P^i soit minimale. Soit 4 inconnues à estimer d'où la nécessité de recevoir les signaux d'au moins 4 satellites. La méthode utilisée classiquement est récursive, basée sur la linéarisation puis la résolution au sens des moindres carrés du système (1.10).

1.2.5 Précision et sources d'erreurs :

Les sources d'erreurs impactant la précision du calcul des pseudo-distances ont deux principales causes : les erreurs de propagation, liées aux perturbations lors de la transmission du signal, et les erreurs intrinsèques au système, liées aux limites technologiques et aux méthodes de traitement.

Enfin, la précision en localisation du récepteur et la précision obtenue sur l'estimation des pseudo-distances sont reliées par un facteur géométrique : le GDOP (Global Dilution Of Precision).

a) Les perturbations lors de la transmission :

Lors de sa transmission, le signal subit plusieurs types de dégradations. On peut citer en particulier l'ajout de bruit additif, la distorsion et l'atténuation dues à la traversée de l'ionosphère et de la troposphère. Enfin les multitrajets issus de réflexions du signal à proximité du récepteur peuvent interférer avec le trajet direct.

Le bruit additif se distingue en deux types : le bruit thermique (blanc gaussien) et les signaux interférents. Les interférences proviennent d'émissions parasites, volontaires ou non, dans la bande GPS. Leur effet sur le système sera présenté dans le paragraphe 1.3.

Le bruit thermique est généré par la terre, auquel vient s'ajouter le bruit généré par le récepteur lui-même. La densité spectrale de bruit thermique est définie par :

$$N_0 = 10 \cdot \log(k \cdot T_0) \approx -204 \quad [\text{dBW/Hz}]$$

où k est la constante de Boltzmann ($k \sim 1,38 \cdot 10^{-23}$) et T_0 est la température de référence ($T_0 = 290 \text{ K}$). La puissance de bruit thermique après l'antenne est donc :

$$N_{therm} = N_0 + 10 \cdot \log(B) + N_f \quad [\text{dBW}]$$

où B est la bande du filtre du récepteur et N_f le facteur de bruit du récepteur incluant les pertes dues à l'antenne, aux câbles et connexions... (Typiquement $N_f = 4$ dB).

Ainsi pour un code C/A dans une bande de 2 MHz, en l'absence de brouillage, le rapport signal à bruit garanti est de -23dB. Il est de -33 dB avec une bande de 20 MHz. On constate donc que le signal GPS est toujours en-dessous du plancher de bruit thermique. Si l'on considère alors le signal GPS émis par un autre satellite, c'est un bruit additif négligeable en ce qui concerne le SNR (Signal to Noise Ratio). On peut donc garder le modèle ci-dessus pour l'estimation du SNR.

L'ionosphère, couche haute de l'atmosphère, contient des particules chargées qui réduisent la vitesse de propagation et allongent le chemin parcouru par réfraction (ralentissement de la vitesse de groupe et avance de la phase), causant des erreurs de mesure pouvant atteindre plusieurs dizaines de mètres. Des modèles mathématiques, incluant la densité de particules chargées, peuvent permettre de réduire de moitié l'effet de l'ionosphère. Cependant l'erreur résultante reste importante.

Cependant, l'impact de l'ionosphère sur la transmission des signaux dépend de la fréquence. Plus elle est élevée plus l'impact est faible. C'est la raison de l'utilisation des deux porteuses L1 et L2 pour les signaux GPS militaires : la mesure de la différence des instants d'arrivée des deux signaux, et la connaissance de la dépendance en fréquence du retard induit par la traversée de l'ionosphère, permettent d'annuler pratiquement l'erreur ionosphérique.

La troposphère (couche basse de l'atmosphère) contient de la vapeur d'eau. Elle ralentit le signal et peut causer des erreurs de l'ordre de 2 à 10 mètres. Un modèle mathématique, incluant la densité de vapeur d'eau, la pression et la température permet de calculer le retard induit par la traversée de la troposphère.

Les multitrajets proviennent de réflexions du signal sur le sol, l'eau ou des bâtiments dans l'environnement du récepteur. Les trajets multiples peuvent engendrer des interférences destructrices, ou tout simplement fausser le calcul par déformation de la fonction de corrélation. Cependant des méthodes de traitement, notamment par corrélation éliminant les fréquences centrales (narrow, strobe, ...correlator), permettent de ramener l'erreur à quelques mètres si la différence de marche entre trajet direct et indirect est supérieure à une dizaine de mètres.

b) Les erreurs intrinsèques au système :

Elles sont principalement liées aux limites technologiques, telles que la précision des horloges, et la précision de localisation des satellites [4].

Les horloges satellites, atomiques, ont une dérive de l'ordre de 10^{-9} secondes en 3 heures, causant une erreur de 30 centimètres sur le calcul des pseudo-distances (les nouvelles générations de satellites possèdent des horloges plus précises). Cette dérive est suivie par les stations qui envoient des coefficients correcteurs permettant de borner l'erreur à quelques nanosecondes, soit une erreur en distance de l'ordre du mètre. Ces coefficients sont transmis au récepteur dans le message de navigation.

L'horloge du récepteur est peu précise et constitue une des inconnues du problème (cf. :1.2.4). Cependant, plus elle sera précise, plus la résolution PVT convergera rapidement et sera précise. Typiquement les horloges bas de gamme ont une dérive de l'ordre de la microseconde par seconde.

La position des satellites est suivie par les stations sol qui envoient des coefficients de prédiction à chaque satellite, lesquels les retransmettent aux récepteurs. L'erreur de prédiction est de l'ordre du mètre.

Finalement, remarquons que le facteur le plus important dans la perte de précision est le SA (Selective Availability), système qui permet au DOD de dégrader volontairement la précision des données transmises par les satellites (coefficients d'horloge, éphémérides). Au final, l'activation de SA donne une précision de 100 mètres dans le plan horizontal. Le SA n'est plus utilisé depuis Mai 2000, en son absence, l'erreur de positionnement est essentiellement due aux résidus de correction (horloges satellites, éphémérides, ionosphère, troposphère, multitrajets) et très peu au SNR en l'absence d'interférence.

c) Le GDOP (Geometric Dilution Of Precision) :

Une fois la précision déterminée sur le calcul des pseudo-distances, la précision en localisation du récepteur dépend du nombre de satellites visibles et de leur répartition géométrique. Le GDOP représente le ratio de l'erreur de localisation sur l'erreur de pseudo-distance. Plus le nombre de satellites visibles est grand plus le GDOP est faible.

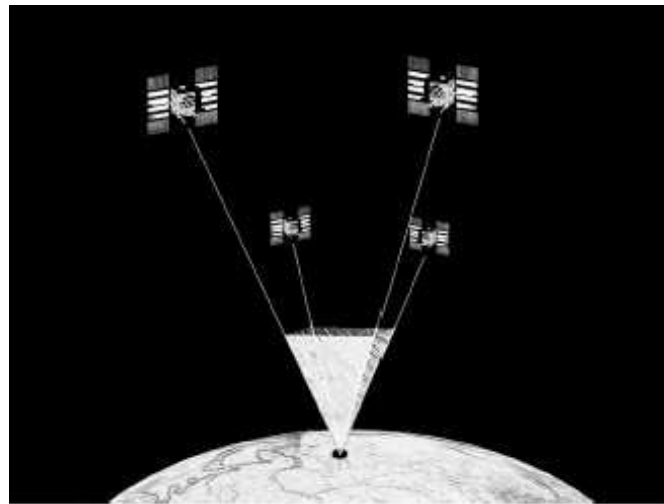


Fig. 1.9 : Dilution géométrique de la précision [4]

Si l'on considère le tétraèdre formé par 4 satellites et le récepteur (voir fig. 1.9), le GDOP est minimal lorsque le volume du tétraèdre est maximal. Il est au minimum de 1,5 et peut dépasser la centaine. En moyenne, on prend $GDOP = 2$.

Ainsi avec une précision globale de l'ordre de la dizaine de mètres sur le calcul des pseudo-distances, la précision moyenne de localisation, pour le code C/A, est de 10 à 20 mètres (sans SA).

1.2.6 Le mode différentiel (DGPS & RTK) :

a) Le mode DGPS :

Pour certaines activités civiles, une précision de localisation de 20 mètres n'est pas suffisante. C'est pour améliorer cette précision qu'a été développé le DGPS (Differential Global Positioning System).

Le système utilise des stations locales dont la position est connue avec une grande précision. A chaque instant, la station calcule sa distance à chaque satellite et la compare à la pseudodistance mesurée. La position des satellites est ici connue avec précision grâce aux données des stations qui assurent le suivi d'orbite. A partir de l'écart distance réelle – distance mesurée, le système est capable de remonter aux erreurs de propagation et d'horloge et de les corriger.

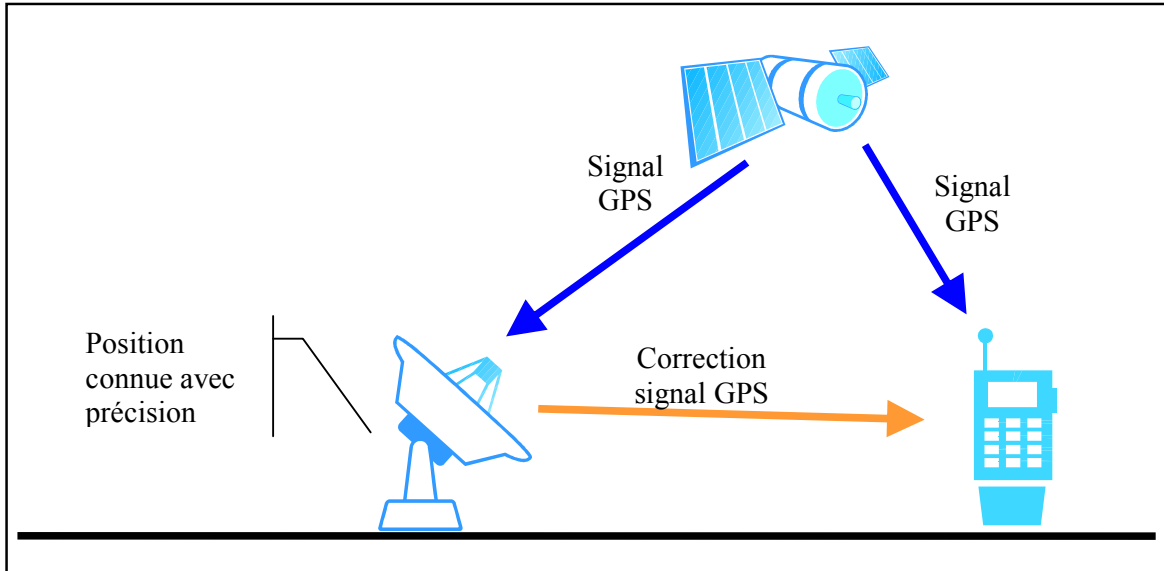


Fig. 1.10 : Principe du GPS Différentiel

Les seules sources d'erreur qui ne peuvent être corrigées en mode différentiel sont liées à la précision du récepteur et à son environnement (multitrajets).

Le mode dit DGPS est basé sur une mesure des pseudo-distances à partir du code. La correction différentielle est instantanée dès l'accrochage des satellites. En l'absence de multitrajets, la précision de localisation est de l'ordre du mètre.

b) Le mode RTK (Real Time Kinematics) :

Pour des applications de précision, il est possible en mode différentiel de déterminer la position à partir de la phase de la porteuse. Le système en mode RTK est alors capable de déterminer le nombre de cycles initiaux de la porteuse afin d'en utiliser la phase pour affiner la mesure de distance obtenue à partir du code.

Un défaut de la méthode réside dans le temps d'accrochage relativement long (détermination du nombre de cycles initiaux) : jusqu'à plusieurs dizaines de minutes en mono fréquence en fonction du nombre de satellites. Egalement le système nécessite au moins 5 satellites pour ne pas risquer de décrocher la phase. Cependant, une fois l'accrochage effectué, le système permet un fonctionnement en temps réel.

Ainsi pour un récepteur suffisamment proche de la station (quelques kilomètres), en utilisation bi fréquence (L1 et L2), il est possible [4] d'obtenir une erreur de positionnement e telle que :

$$e \leq 2 + 10^{-6} \times D_{r-st} \quad [\text{cm}]$$

où D_{r-st} désigne la distance station – récepteur en centimètres.

Ce mode est généralement utilisé en l'absence de dynamique du récepteur et d'interférence.

1.3. Sensibilité au brouillage d'un récepteur GPS générique

Cette partie est majoritairement tirée de [2] et [3], elle se propose de décrire différents types de brouilleurs civils, en particulier en fonction de leur largeur de bande. Leurs effets sur les performances d'un récepteur générique civil sont présentés. L'objectif principal est de mieux comprendre l'influence de brouilleurs ou de perturbation RF sur les phases de réception, d'acquisition ou de poursuite des signaux GPS. Cette analyse permet, entre autres, de comprendre pourquoi un brouilleur bande étroite est plus nuisible qu'un brouilleur bande large pour le code C/A.

1.3.1 Structure et vulnérabilité d'un récepteur :

a) Structure d'un récepteur civil Générique :

La figure 1.11 illustre la structure générique d'un récepteur GPS numérique. Etant donné qu'il s'agit d'un système à spectre étalé, les fonctions fondamentales sont :

1. la synchronisation des boucles de code et phase,
2. la corrélation pour le désétalement,
3. le calcul de navigation à partir des données reçues.

Les fonctions 1 et 2 sont réalisées pour chaque canal du récepteur par le bloc « Canaux Numériques » et la fonction 3 par le bloc « Traitement Données Navigation »

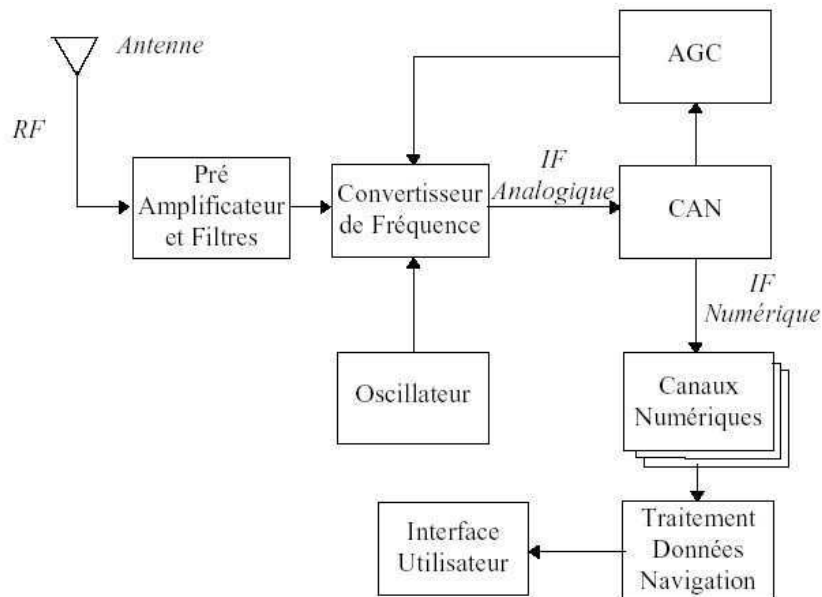


Fig. 1.11 : Structure d'un récepteur GPS numérique [2]

La figure 1.12 montre le schéma bloc de la structure d'un canal numérique. Il est composé par une FLL (Frequency Lock Loop) et/ou une PLL (Phase Lock Loop) qui assure la recherche et le

maintient de la fréquence porteuse et/ou de sa phase, une DLL (Delay Lock Loop) qui assure la synchronisation du code reçu avec le code généré localement, enfin des corrélateurs (Early, Prompt, Late) qui effectuent l'opération de désétalement.

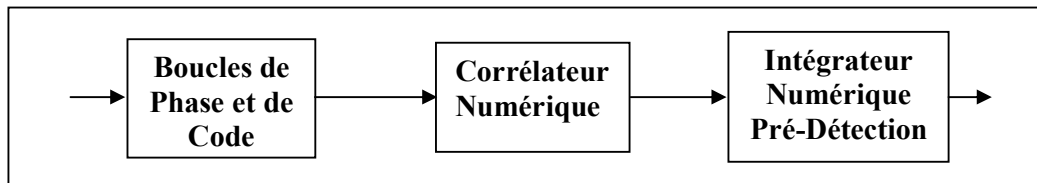


Fig. 1.12 : Schéma block de la structure d'un canal numérique

Un autre point à mettre en évidence est la présence d'un contrôle automatique de gain (AGC : Automatic Gain Control) qui normalise le signal avant son échantillonnage. En fait, le CAN (Convertisseur Analogique Numérique) travaille sur une plage d'amplitude fixe. Tous les signaux sortant de cette plage sont écrêtés. Or, si la puissance du signal GPS a une plage de variation restreinte, elle peut devenir beaucoup plus importante en présence d'autres signaux dans la bande. D'où l'importance de recadrer le signal en amont du CAN afin d'éviter une forte probabilité d'écrêtage susceptible de générer des harmoniques dans la bande GPS.

b) Vulnérabilité d'un récepteur générique :

Les 4 régions les plus vulnérables au brouillage sont schématisées sur la figure 1.13. Il s'agit de (1) l'étage de réception HF comprenant un module d'amplification et de filtrage, (2) la boucle de phase qui maintient la phase de la porteuse, (3) la boucle de code qui isole un code particulier en provenance d'un satellite et (4) l'étage de démodulation des données qui extrait le message de navigation.

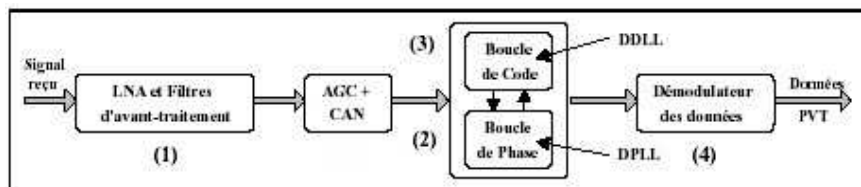


Fig. 1.13 : Schéma block des modules d'un récepteur GPS générique [2]

(1) Les brouilleurs captés par l'antenne rencontrent typiquement un amplificateur à faible bruit (LNA) utilisé pour amplifier le signal GPS noyé dans le bruit. Deux types de brouillage peuvent être identifiés : les brouilleurs dans la bande et ceux proches de la bande GPS. Les brouilleurs dans la bande contribuent à faire augmenter le niveau de bruit et ainsi à dégrader les performances du récepteur. Les brouilleurs proches de la bande risquent de désensibiliser l'AGC causant une perte de qualité des mesures des signaux GPS. L'amplificateur peut-être amené à travailler en région non linéaire, sa sortie devient rapidement instable et l'amplificateur sature. Le fonctionnement en régime non linéaire, même pour une courte durée, peut entraîner le décrochage des boucles de maintien.

(2) La bande passante de la boucle de phase [2] est de l'ordre de 1 à 10Hz, donc faible en regard de la bande des données (100 Hz). Ceci permet de minimiser les effets du spectre des données sur l'acquisition de la porteuse. Egalement le brouilleur, étalé par la boucle de code, doit avoir une puissance suffisante à l'intérieur de la bande afin d'affecter le processus. Le décrochage de la boucle de porteuse implique presque immédiatement la perte du signal et donc le décrochage de la boucle de code sans aide de vitesse (inertie). La boucle de phase est également sensible au

jitter de phase. Il est admis comme principe de base que **le jitter de phase à 1 sigma ne doit pas dépasser le seuil de 15°** afin de prévenir les risques de décrochage en mode poursuite [3].

(3) Après acquisition du signal, la boucle de maintien du code réalise une poursuite par asservissement sur le maximum de corrélation. Elle a une bande passante faible (inférieure au Hertz), ce qui la rend résistante à des rapports élevés de brouilleur à signal, le bruit étant atténué dans un rapport égal au gain d'étalement. En effet, un brouilleur à spectre étroit sera étalé par le PRN local, le gain d'étalement dépendant de la position fréquentielle et de la largeur de bande du brouilleur. Typiquement, une boucle de code ne peut pas maintenir sa synchronisation lorsque la puissance de bruit est supérieure à la puissance du signal après étalement.

Nota : pendant la phase d'acquisition initiale, les processus (2) et (3) doivent converger simultanément (acquisition temps-fréquence).

(4) L'étape finale du processus d'acquisition d'un signal GPS mène à la démodulation des données de navigation. Le démodulateur est caractérisé vis-à-vis du brouillage en termes de TEB (Taux d'Erreur Binaire), lequel augmente quand le SNR diminue. Le cas extrême correspond à une puissance effective de brouillage en sortie des boucles égale à la puissance du signal utile. Pour le code C/A le rapport acceptable de signal à bruit, après étalement, garantissant un TEB de 10^{-5} est approximativement de 13.9 dB.

Un brouilleur non intentionnel va en général principalement réduire le SNR en entrée du récepteur.

c) Particularité des récepteurs militaires :

Les récepteurs militaires utilisent le code Y crypté pour fournir l'information de position, vitesse, biais et dérive d'horloge. Ce code ayant une largeur de bande plus importante, il résiste mieux au brouillage et permet d'obtenir une plus grande précision.

Le fonctionnement des récepteurs militaires est globalement le même que celui des récepteurs civils à l'exception de la phase d'acquisition. En effet, contrairement au code C/A, le code militaire a une période (1 semaine, soit $6 \cdot 10^{12}$ chips) qui ne permet pas de balayer tous les déphasages possibles. Son acquisition standard suit donc les 3 étapes suivantes :

- Acquisition du code C/A,
- Démodulation et exploitation des messages de navigation,
- Utilisation des informations de retard, temps, cryptographie et vitesse pour acquisition de code Y.

Les informations issues du code C/A permettent de restreindre considérablement le nombre de déphasages à tester. Une fois l'acquisition effectuée, une phase de poursuite traditionnelle suit.

1.3.2 Influence de la largeur de bande du brouilleur :

a) Equation fondamentale :

En présence de brouillage et pour un code d'étalement en modulation BPSK, on définit le rapport signal à densité de bruit équivalent par [3, p221] :

$$\left[\frac{C}{N_0} \right]_{eq}^{dB} = -10 \log \left[10^{\frac{[C/N_0]^{dB}}{10}} + \frac{10^{\frac{[J/S]^{dB}}{10}}}{Q.Rc} \right] [dB - Hz] \quad (1.11)$$

c'est la puissance du signal ramenée à la densité de puissance du bruit thermique plus celle du brouilleur étalé. Il s'agit du C/N_0 vu par le récepteur après les boucles. Les différents termes désignent :

- $\left[\frac{C}{N_0} \right]^{dB}$: rapport signal à densité spectrale de bruit en l'absence de brouilleur [dB-Hz],
- $\left[\frac{J}{S} \right]^{dB}$: rapport puissance du brouilleur sur puissance utile reçue [dB],
- Rc : rythme de brique du PRN [Hz].
- Q : facteur d'ajustement du gain d'étalement. Il vaut respectivement 1, 1.5 et 2 pour les brouilleurs bande étroite, bande large à spectre étalé et bande large gaussiens.

Ce facteur d'ajustement permet de prendre en compte la différence de comportement, déjà évoquée en 1.2.3.a, selon la nature des brouilleurs vis-à-vis des techniques d'étalement de spectre.

En connaissant le rapport signal à bruit minimum nécessaire au maintien d'un récepteur, cette équation permet de remonter au seuil J/S admissible. De plus, en moyenne le seuil d'accrochage est 6 dB moins bon que le seuil de maintien [3].

$$\left[\frac{J}{S} \right]^{dB} = 10 \log \left[Q.Rc \left(10^{\frac{[C/N_0]_{eq}^{dB}}{10}} - 10^{\frac{[C/N_0]^{dB}}{10}} \right) \right] [dB - Hz] \quad (1.12)$$

Si on considère les niveaux de puissance minimum garantis (voir Tableau 1.4), un coefficient de pertes de 2 dB et un facteur de bruit de 4 dB pour la chaîne de réception, le seuil de poursuite étant en règle générale pris à 28 dB/Hz, on obtient pour le code P(Y) sur L1 un seuil de rapport brouilleur à signal admissible de [3, p222] 41 à 44 dB suivant la nature du brouilleur (bande étroite à bande large). Dans ces conditions, un signal interférent large bande de -119 dBW (moins de $2 \cdot 10^{-12}$ W) suffirait à rendre un récepteur militaire non aidé inefficace.

Dans la suite et pour les simulations numériques, on se placera dans le cas le plus défavorable : la puissance GNSS reçue correspondra à sa valeur minimale garantie, quelle que soit la nature du brouilleur, le seuil de J/S en poursuite sera pris à 41dB. Un récepteur militaire sera alors dit en état 5 : il peut fournir une information de vitesse et de positionnement. Si le récepteur est aidé par des systèmes inertiels, il peut fournir l'information de positionnement jusqu'à un seuil de J/S de 54 dB. On parle alors de récepteur en état 3.

b) Sensibilité aux CWI du code C/A :

L'influence d'une CWI n'est pas la même pour les codes C/A et P(Y), pour le comprendre il faut rappeler la structure des codes.

En bande de base, le signal GPS C/A se présente comme une sinusoïde à la fréquence Doppler modulée en BPSK par le PRN et les données transmises. Si on considère un brouilleur de bande large devant la fréquence de répétition du code, l'étalement produit un phénomène de recouvrement et, de ce fait, le brouilleur étalé se rapproche d'autant plus d'un bruit blanc que sa bande est large.

Ceci n'est pas le cas pour une sinusoïde qui, après étalement par un PRN du code C/A, donne en bande de base un spectre centré sur la fréquence de la CWI ramenée en bande de base, le spectre est formé des raies du PRN (espacées de la fréquence 1 kHz de répétition du code) et grossièrement enveloppées par un sinus cardinal, voir 1.2.3.b. Dans ce cas, le seuil de décrochage dépend non seulement de la puissance de cette raie, mais aussi de sa position par rapport aux raies du spectre GPS. Si une CWI ne tombe pas dans un voisinage de 50 Hz d'une raie du signal GPS, elle ne posera pratiquement aucun problème en mode poursuite. Dans le cas contraire, elle engendre une raie qui se retrouvera dans la bande du démodulateur (50 Hz autour de la porteuse) et son effet sera bien plus dégradant que celui d'un brouilleur large bande.

Finalement, pour le code C/A, le gain d'étalement est fixé par le niveau de la plus forte raie de chaque PRN. Une table est disponible dans [3], elle donne la fréquence et la part de puissance associées à la plus forte raie de chaque PRN du code C/A. Ces niveaux sont compris entre -21 dB et -24 dB selon le PRN.

Le code P se répète toutes les semaines, ainsi comparé aux durées de traitement, le code P est aperiodique. Son spectre n'est pas constitué de raies, il sera donc moins sensible à une CWI que le code C/A. Son gain d'étalement dépendra de la longueur de code utilisée pour désétaler le signal GPS.

1.3.3 Origine des brouilleurs civils :

Plusieurs sources potentielles de brouilleurs pour un récepteur GPS peuvent être répertoriées, telles que les harmoniques ATC (Air Traffic Control), les harmoniques de systèmes de communication par satellite (SATCOM), d'émissions FM ou TV, de Radars ... Certaines de ces sources de brouillage pouvant provenir du porteur lui-même. Le tableau 1.14 identifie l'origine des sources de brouillage du centre de la bande L1 et indique l'ordre de l'harmonique interférente.

ORDRE DE L'HARMONIQUE	BANDE FREQUENTIELLE CONSIDEREE (MHZ)	USAGE
L1	1571.42 - 1579.42	C/A-GPS
2 ^e	785.71 - 788.71	UHF TV
3 ^e	523.807 - 526.473	UHF TV
4 ^e	392.855 - 394.855	Mobile/Station
5 ^e	314.284 - 315.884	Mobile/Station
6 ^e	261.903 - 263.237	Mobile/Station
7 ^e	224.488 - 225.631	Radiodiffusion
8 ^e	196.427 - 197.428	VHF TV
9 ^e	174.602 - 175.491	VHF TV
10 ^e	157.142 - 157.942	VHF Maritime
11 ^e	142.856 - 143.584	VHF Militaire
12 ^e	130.952 - 131.618	VHFCOM
13 ^e	120.878 - 121.494	VHFCOM
14 ^e	112.244 - 112.816	VOR/ILS
15 ^e	104.761 - 105.295	FM
16 ^e	98.214 - 98.714	FM

Tableau 1.14 : Sources et services des brouilleurs en fonction des harmoniques [2]

Cette partie est extraite de [2], elle décrit brièvement l'impact de quelques-uns de ces brouilleurs civils à bande étroite sur les performances d'un récepteur de code C/A. Les seuils critiques de rapport signal à brouilleur utilisés pour estimer les rayons d'action des brouilleurs civils sont résumés dans le tableau 1.15. Pour les brouilleurs larges bandes (> 1 kHz), les seuils peuvent être augmentés de 20 dB avant désétalement.

PERTURBATIONS	APRES DESETALEMENT	AVANT DESETALEMENT
Démodulation des Données ($\text{TEB} \leq 10^\circ$)	S/J = 14 dB	J/S = 10 dB
Seuil de la DPLL	S/J = 6 dB	J/S = 18 dB
Seuil de la DDLI (Précision Doppler de 1m/s)	S/J = 0dB	J/S = 24 dB

Tableau 1.15 : Seuil du rapport J/S pour les brouilleurs bande étroite (CWI) [2]

Les émissions VHFCOM désignent les communications ATC. Ce système utilise la bande de fréquences [118-137 MHz] et est réservé au contrôle aérien. 24 de ses 760 canaux génèrent des harmoniques du 13^o ordre dans la bande GPS, de même, 26 canaux y génèrent des harmoniques du 12^o ordre. La PIRE (Puissance Isotrope Rayonnée Equivalente) de l'émetteur VHFCOM est de 14 dBW en mode air-sol, et de 17 dBW en mode sol-air. La 12^o harmonique se trouve 28 dB au-dessous de la porteuse. Les émetteurs sont équipés de filtres de réjection des harmoniques, cependant la menace reste présente jusqu'à plus de 4 Km vis-à-vis de la démodulation des données du code C/A.

Les émetteurs SATCOM utilisent la bande de fréquence [1626.5-1660.5 MHz]. Il s'agit d'un système de communication par satellite. La bande est découpée en canaux de 20 kHz espacés de 0.75 MHz. La PIRE moyenne est de 15 dBW et la réjection minimale dans la bande L1 est de 100 dB. Plusieurs produits d'intermodulation peuvent tomber dans la bande GPS. Cependant, les effets les plus pénalisants proviennent de la proximité des bandes qui peut engendrer une saturation du préamplificateur du récepteur GPS et générer des produits d'intermodulations si l'émetteur SATCOM est à bord du même porteur.

Les stations de TV utilisent au moins 5 canaux qui génèrent des harmoniques dans la bande GPS. Devant les puissances d'émission mises en jeu (1 kW pour un répéteur à 5 MW pour un gros émetteur), en l'absence de techniques de filtrage adaptatif, le brouillage peut empêcher la démodulation des données de 15 km à plus de 1000 km de l'émetteur. L'accrochage de la boucle de code ne peut être maintenu à moins de 3 km jusqu'à plus de 200 km de l'émetteur en fonction de sa puissance d'émission.

Plusieurs canaux de diffusion FM [87.5-108 MHz] peuvent également générer des harmoniques dans la bande GPS. Les canaux FM sont espacés de 150 kHz, la puissance de transmission est de 50 dBW. En l'absence de restrictions pour les émetteurs, le brouillage peut atteindre 1.5 km pour la démodulation des données et 300 m pour la boucle de code.

Enfin, des brouilleurs intentionnels couvrant des régions de plusieurs dizaines de kilomètres peuvent être produits très facilement, par exemple, à partir de sources émettrices de 1 W en bande L, accessibles dans un boîtier n'excédant pas 50 mm³ pour quelques centaines d'euros. La PIRE peut être augmentée à l'aide d'une antenne et l'émetteur peut fonctionner plusieurs heures à partir d'une simple batterie de véhicule de 24 Volts.

1.4. Les futurs systèmes GPS et Galiléo

1.4.1 Le système Galileo :

Le démarrage opérationnel du système Galileo est prévu pour 2008. Il sera composé d'une constellation de 30 satellites répartis dans 3 plans d'orbite circulaire à une altitude de 23 616 Km. Chaque plan d'orbite comptera donc 10 satellites équirépartis dont 1 de secours.

Le but du système Galileo est de proposer un service qui pallie les défauts de l'actuel système GPS, à savoir :

- Une précision trop approximative pour les signaux publics.
- Une mauvaise couverture aux hautes latitudes.
- Une mauvaise pénétration dans les zones denses (i.e. centre ville).
- Risque de coupure du service par le DOD américain.
- Absence d'information d'intégrité du signal.

Le système Galileo a donc été défini dans le but de fournir une meilleure précision pour les signaux civils (de l'ordre de 4 mètres) et de garantir une meilleure couverture et disponibilité du service. Egalement, il apportera à l'Europe son autonomie vis-à-vis des Etats-Unis dans le domaine de la navigation par satellite.

Les signaux Galiléo seront répartis sur 3 porteuses comme illustré sur la figure 1.16, et composés de codes d'étalement et de données de navigation. Une des innovations, par rapport au GPS, consiste à pouvoir transmettre un message d'intégrité et des informations sur l'évolution prévisible de la précision en plus des données classiques d'éphéméride et d'horloge déjà contenues dans le message de navigation GPS. Les données seront transmises à un rythme de 50 à 1000 symboles par seconde selon le service. Une autre innovation réside dans la forme des porteuses, ce point sera développé dans la section 1.4.2.

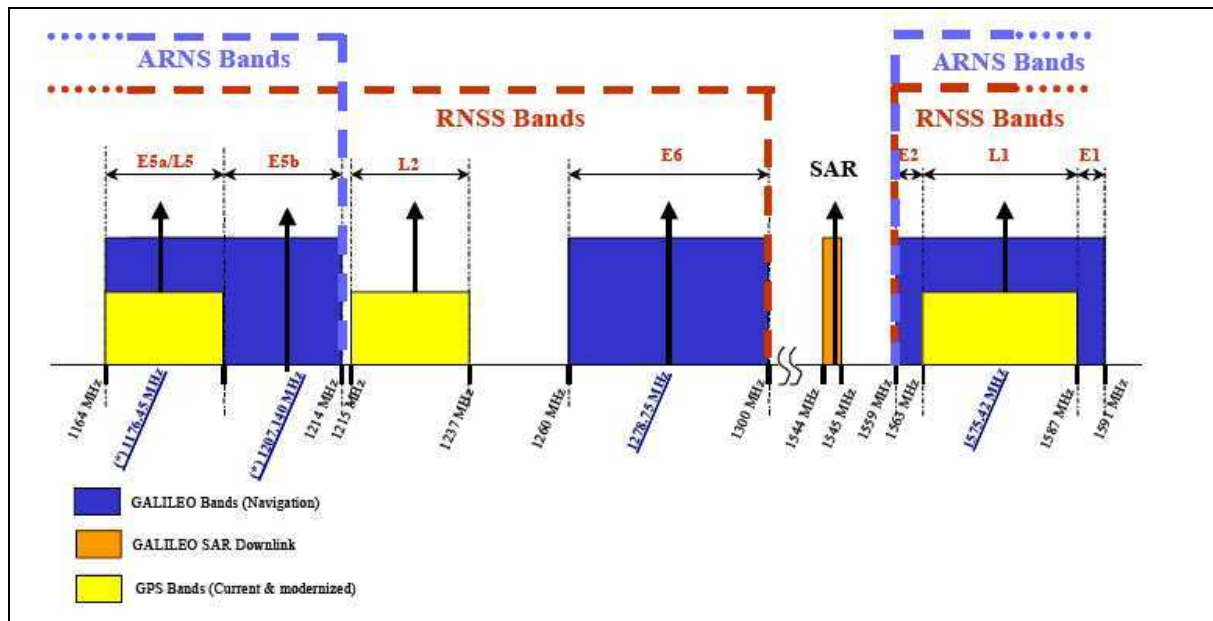


Fig. 1.16 : Répartition des fréquences GPS et Galileo [5]

Le système Galileo proposera 4 services :

- OS (Open Service) : disponible sur les bandes E5a-E5b et L1. C'est le service public gratuit.
- CS (Commercial service) : disponible sur les 3 porteuses. Le positionnement obtenu est plus précis. Les données sont cryptées. L'accès est payant par l'intermédiaire d'un fournisseur d'accès.
- SoL (Safety of Life) : service de sûreté de la vie, disponible sur les 3 porteuses. Le message de navigation contient les données d'intégrité et d'évolution de la précision. La mise en œuvre de ce service est prévue à plus long terme.
- PRS (Public Regulated Service) : service proposant la plus haute précision, disponible sur les bandes E6 et L1. Les données et le code d'étalement sont cryptés.

Les futurs récepteurs GNSS seront capables d'utiliser en même temps les signaux GPS et Galileo, augmentant ainsi considérablement le nombre de satellites visibles. D'où une plus grande précision de positionnement et une meilleure disponibilité de service.

1.4.2 Modernisation du GPS :

Un nouveau signal militaire est prévu sur les bandes L1 et L2, il s'agit du code M en modulation BOC(10,5)sinus (voir 1.4.3), émis sur la voie en phase avec le code C/A et donc en quadrature avec le code P(Y).

La bande L5 (1164-1189MHz) est proposée pour accueillir un signal 'Safety of Life' civil. Les premiers satellites opérationnels pour ce signal devraient être lancés en 2008. Le signal sera modulé en BPSK(10) et émis sur deux voies en quadrature de phase. La voie 'In-phase' contiendra le message de navigation à 50 Hz modulé par un code correcteur d'erreur de taux $\frac{1}{2}$, la fréquence d'émission sera donc de 100 sps ; la voie en quadrature contiendra le code d'étalement seul.

Enfin, la constellation GPS III, prévue pour 2018, devrait être équipée d'une fonction Spotbeam qui permettrait au DOD d'augmenter la puissance d'émission d'une vingtaine de dB en direction d'une région particulière.

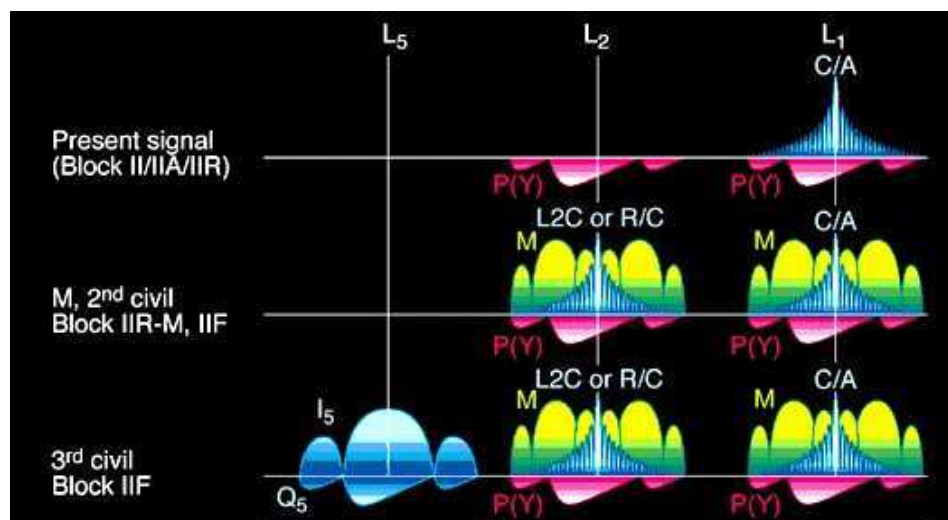


Fig. 1.17 : Spectre des signaux GPS

En fait de nombreuses caractéristiques du signal GPS sont couvertes par le secret militaire du DOD (Department Of Defence) des Etats-Unis. La figure 1.17 ci-dessus (source : <http://www.aero.org/publications/crosslink/summer2002/07.html>) illustre l'occupation des principaux signaux actuellement émis et prévus à court termes.

1.4.3 Partage des fréquences et modulations BOC :

a) Nécessité d'une nouvelle modulation :

Ce phénomène a déjà été illustré sur la figure 1.16 : une partie des signaux GPS et Galileo occupent les mêmes bandes de fréquence. A cela s'ajoute la définition du nouveau signal militaire GPS sur L1 et L2. D'où la nécessité, afin de minimiser le risque d'interférence, de définir une nouvelle modulation dont le spectre serait aussi éloigné que possible de ceux des signaux déjà présents dans la bande. C'est dans ce sens qu'ont été définies les modulations BOC (Binary Offset Carrier), l'idée directrice étant de placer le maximum d'énergie 'loin' du centre de la bande. L'occupation prévue des bandes L1 et L2 est en partie représentée sur la figure 1.18 ci-dessous.

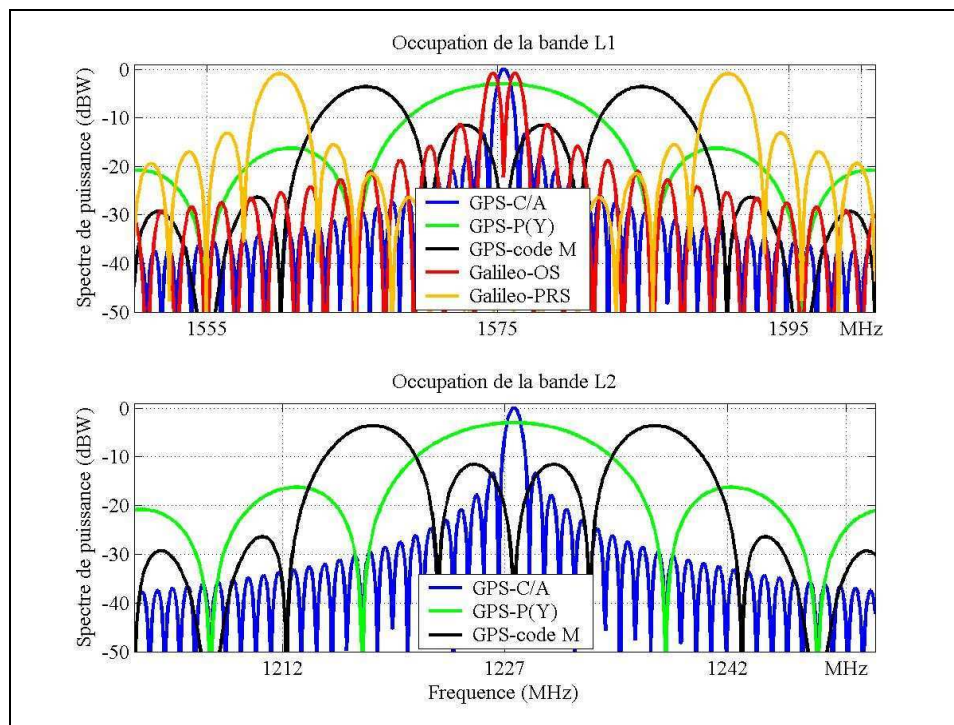


Fig. 1.18 : Occupation spectrale des bandes L1 & L2

Les actuels codes C/A et P(Y) sont représentés respectivement en bleu et vert. Le nouveau code M militaire GPS est le BOC (10,5) en noir. Le code civil Galileo est représenté en rouge (prévu en modulation BOC(1,1) mais une optimisation est en cours pour améliorer la résistance aux multitrajets). Enfin, le code PRS Galileo est un BOC(15,2.5) en orange.

On notera que les maxima du code OS Galileo correspondent aux 1^o zéros du code GPS C/A ; de même les maxima du code M correspondent au zéros du code P, et les maxima du PRS Galileo sont les zéros du code M.

b) Les modulations BOC(f_s, f_c) :

Les modulations BOC(f_s, f_c) consistent à multiplier un signal (du même type que le signal GPS) par une sous-porteuse rectangulaire de fréquence f_s , f_c désignant le rythme bribe du PRN. En général, ces fréquences sont exprimées en MHz. Comme illustré sur la figure 1.19, dans le plan spectral, le lobe principal est alors dédoublé et les 2 lobes résultants sont centrés à $\pm f_s$ autour de la fréquence centrale. De même que la modulation BPSK classique, ils occupent une largeur de $2 f_c$.

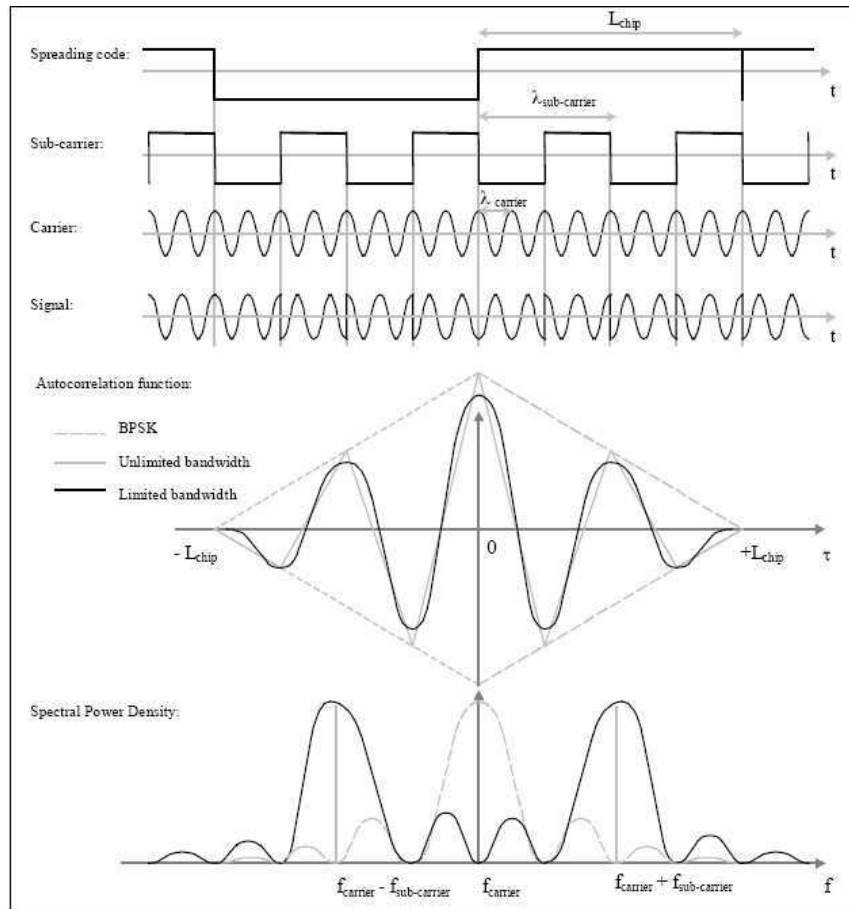


Fig. 1.19 : Principe des modulations BOC [6]

La fonction d'autocorrélation devient oscillante et enveloppée par la fonction d'autocorrélation d'un BPSK de même rythme de bribe.

La forme de la densité spectrale de puissance peut changer selon 2 critères :

- la parité du nombre n de chips de la sous-porteuse émis pendant une bribe du PRN (i.e. $n = 2fs/fc$).
- La synchronisation sin ou cos des rythmes chip et bribe (i.e. sur la figure 1.19 la synchronisation est sin : les changements de signe sont en phase, n est pair).

Les spectres de puissance des différentes formes possibles sont explicités ci-dessous (des démonstrations sont disponibles via [7] et [8]) :

$$\begin{aligned}
G_{BPSK(f_c)} &= \frac{1}{f_c} \left[\sin c \left(\frac{f}{f_c} \right) \right]^2 \\
G_{BOC_sin(f_s, f_c)} &= f_c \frac{\left(\sin \left(\frac{\pi f}{2 f_s} \right) \sin \left(\frac{\pi f}{f_c} \right) \right)^2}{\pi f \cos \left(\frac{\pi f}{2 f_s} \right)} \quad n \text{ pair} \\
G_{BOC_sin(f_s, f_c)} &= f_c \frac{\left(\sin \left(\frac{\pi f}{2 f_s} \right) \cos \left(\frac{\pi f}{f_c} \right) \right)^2}{\pi f \cos \left(\frac{\pi f}{2 f_s} \right)} \quad n \text{ impair} \\
G_{BOC_cos(f_s, f_c)} &= f_c \frac{\left(\left\{ \cos \left(\frac{\pi f}{2 f_s} \right) - 1 \right\} \sin \left(\frac{\pi f}{f_c} \right) \right)^2}{\pi f \cos \left(\frac{\pi f}{2 f_s} \right)} \\
G_{BOC_cos(f_s, f_c)} &= f_c \frac{\left(\left\{ \cos \left(\frac{\pi f}{2 f_s} \right) - 1 \right\} \cos \left(\frac{\pi f}{f_c} \right) \right)^2}{\pi f \cos \left(\frac{\pi f}{2 f_s} \right)}
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Les signaux BOC présentent plusieurs intérêts d'un point de vue opérationnel :

- Ils sont faciles à générer (multiplication du signal par 1 ou -1).
- Modulation à amplitude constante : les amplificateurs de l'émetteur peuvent fonctionner en régime saturé.
- L'énergie est « loin » du centre de la bande, ce qui rend la modulation moins sensible au bruit qu'une BPSK classique [7], d'où une meilleure précision de localisation.
- Enfin, il est montré [7] que la dégradation induite entre 2 signaux à spectre étalé est une fonction croissante du niveau de corrélation de leurs spectres respectifs. Les spectres BOC et BPSK étant peu corrélés, la dégradation inter service GPS/Galileo sera faible [9] de part la construction des signaux. L'augmentation du niveau apparent de bruit demeure inférieure à 0.25 dB [10].

La forme en cosinus a pour effet de déformer les lobes principaux vers l'extérieur de la bande par rapport à la forme en sinus, ce qui la rend sensiblement plus résistante aux interférences. C'est la forme qui a été retenue pour le BOC(15,2.5) du PRS Galileo.

c) Bilan des signaux Galileo :

Tous les signaux civils sont émis sur deux voies : la voie en phase contient le code d'étalement et le message de navigation, la voie en quadrature contient le code seul, ce qui facilite la phase d'acquisition du code par un récepteur. En effet, dans ce cas la durée maximale d'intégration n'est plus limitée par le rythme binaire du message de navigation.

L'ensemble des signaux Galileo prévus sont représentés sur la figure 1.20 extraite de [11]. Sur L1, le BOC(1,1) servira de support aux services OS/CS et SoL. Le PRS sera émis en BOC(15,2.5)cosinus. Dans la bande E6 seront émis un signal CS en BPSK(5) et un PRS en BOC(10,5)cosinus. Enfin la bande E5 est découpée en deux sous-bandes : E5a émettra un BPSK(10) pour les services OS/CS et E5b émettra un BPSK(10) pour les services OS/CS/SoL. Les signaux des bandes E5a et E5b seront transmis comme une seule modulation large bande appelée Alt-BOC(15,10).

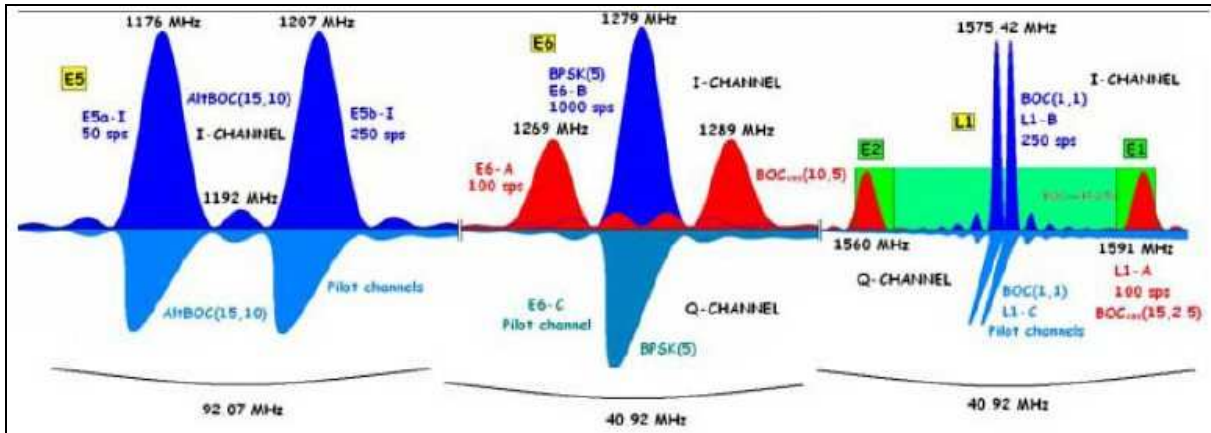


Fig. 1.20 : Spectre des signaux Galileo [11]

1.4.4 Traitement des signaux BOC :

Plusieurs méthodes de traitement des signaux BOC peuvent être envisagées ; la première consiste à traiter le signal dans sa globalité [6]. La bande de fréquence utilisée est alors relativement large et on peut s'attendre à obtenir une bonne précision. Cependant, la fonction d'autocorrélation présente $n = 2f_s/f_c$ oscillations en amplitude, soit le double de pics d'énergie. La figure 1.21 illustre ce phénomène dans le cas du BOC(10,5). La conséquence de ces oscillations est la difficulté à détecter le maximum de corrélation. En pratique, les systèmes d'acquisition tentent d'accrocher un pic de corrélation, puis une phase de transition consiste à chercher le pic principal (principe appelé early-late) par comparaison d'amplitude avec un décalage positif et négatif d'une demi-période de la sous-porteuse. Enfin, la poursuite se fait par corrélation early-late fine.

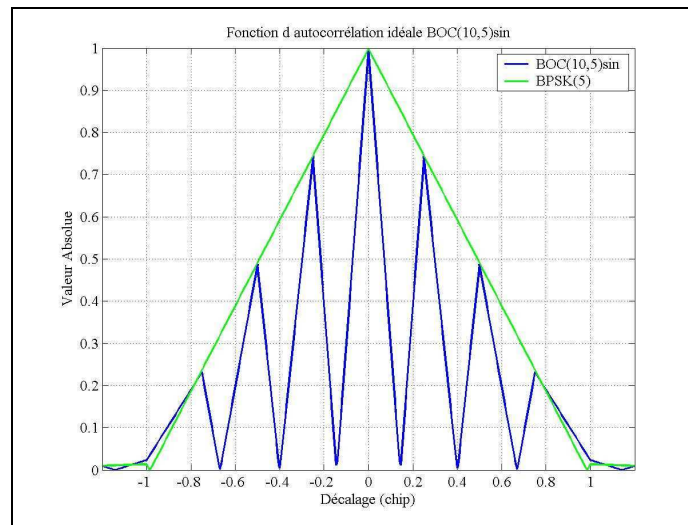


Fig. 1.21 : Autocorrélation du BOC(10,5)

Une seconde méthode de traitement se base sur la ressemblance de chaque lobe principal du BOC(f_s, f_c) avec le lobe principal d'un BPSK(f_c). Cette ressemblance est illustrée sur la figure 1.22, elle est exploitée pour définir des méthodes « BPSK Like ». Comme le nom l'indique, le principe de ces méthodes est de traiter chaque lobe comme s'il s'agissait du lobe principal d'un BPSK. Les 2 lobes sont alors traités de façon non cohérente.

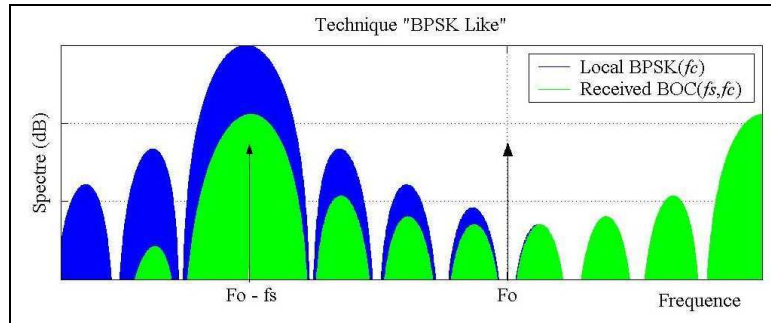


Fig. 1.22 : Principe des méthodes BPSK Like

La fonction d'autocorrélation du BOC(15,2.5) traité en mode « BPSK Like » est illustré sur la figure 1.23. Le fait de couper une partie du spectre avant traitement lui fait perdre son caractère symétrique, d'où la partie imaginaire de la corrélation. Cependant, d'un point de vue énergétique, l'allure de la fonction est très proche de celle du BPSK(2.5). Plusieurs intérêts peuvent être dégagés de cette façon de procéder. En particulier, les mêmes récepteurs pourront traiter simultanément les signaux GPS et Galileo au prix de modifications mineures par rapport aux récepteurs actuels. Egalement, en présence de brouillage sur une partie de la bande, il peut être possible d'utiliser seul le second lobe, s'il est plus faiblement brouillé.

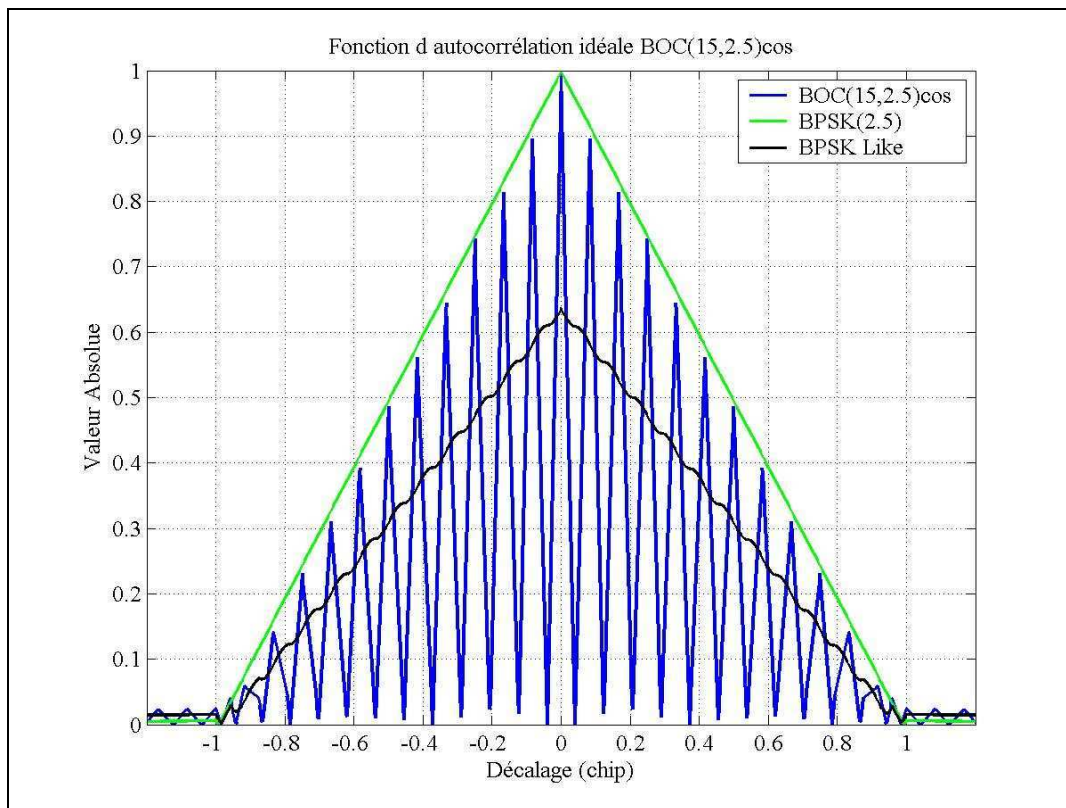


Fig. 1.23 : Autocorrélation d'un BOC(15,2.5) en mode BPSK Like

Enfin, un point faible de l'actuel système GPS réside dans sa difficulté à pénétrer les zones urbaines, en partie à cause du masquage dû aux bâtiments mais également à cause des multitrajets. L'utilisation conjointe des signaux GPS et Galileo permettra de réduire l'impact du masquage par la présence d'un plus grand nombre de satellites. Egalement, la structure des signaux Galileo les rend moins sensibles aux multitrajets. Ceci est illustré sur la figure 1.24 où les performances des

modulations GPS militaires actuelle et future sont comparées, les signaux BOC étant traités en mode BPSK Like non cohérent.

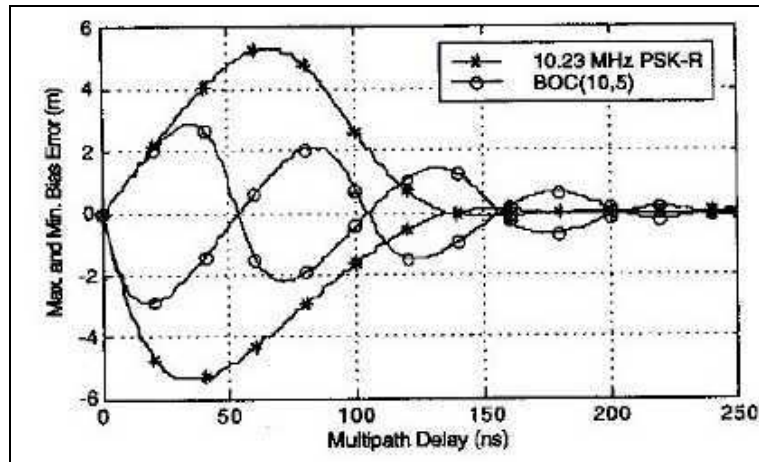


Fig. 1.24 : Effet des multitrajets sur les signaux militaires BOC/BPSK [7]

Bien que le rythme brique du PRN soit 2 fois moindre pour le BOC que pour le BPSK, l'erreur de positionnement est globalement mieux bornée par la modulation BOC. En effet, l'influence des multitrajets est d'autant plus faible que l'énergie est répartie sur la bande [7].

1.5. Définition d'un cahier des charges pour l'antenne adaptative

Les propriétés d'étalement de spectre de ces signaux permettent un traitement en présence de faibles rapports "signal à bruit". Cependant, leur faible puissance d'émission les rend sensibles aux brouilleurs de forte puissance. Devant la diversité de sources de brouillage évoquée en 1.3, qu'elles soient intentionnelles ou non, la faisabilité d'applications de haute précision nécessite la mise en place de systèmes de protection. L'effet des brouilleurs civils sur les signaux GPS C/A a été présenté. Les brouilleurs à bande étroite sont les plus menaçants pour ces signaux, ce qui n'est pas le cas pour les signaux militaires dont le code d'étalement n'est pas périodique.

Des recommandations vis-à-vis des brouilleurs civils se mettent en place afin de minimiser les risques. Egalement de nombreuses études ont été menées sur des filtres fréquentiels adaptatifs. Mais ces systèmes se révèlent inefficaces dans le cas de brouilleurs de forte puissance et à grande occupation spectrale. Cette thèse se propose d'étudier une autre voie basée sur l'utilisation d'antennes adaptatives visant à rejeter les brouilleurs de forte puissance et leurs multitrajets.

Il est entendu que le réseau d'antenne sera placé en amont du récepteur ; le but étant d'intégrer le système au prix de modifications mineures sur le récepteur, il devra être le plus autonome possible avec une interface aussi réduite que possible avec le récepteur. En particulier, la sortie du réseau devra pouvoir être connectée directement à l'entrée classique d'un récepteur, à la place d'une antenne classique.

Le système devra avoir un temps de réponse faible afin de s'adapter à la dynamique du porteur. Egalement, il devra occuper une taille minimale et consommer peu afin de pouvoir être implanté facilement sur tout type de porteur, au prix de modifications mineures. Nous nous intéresserons donc à des réseaux de deux à sept capteurs au maximum.

Enfin, l'antenne adaptative devra pouvoir traiter les signaux militaires actuels (GPS) et futurs (GPS et Galileo) sans les dégrader. Nous restreindrons notre étude aux bandes L1 et L2. Leur occupation spectrale est résumée sur la figure 1.18, d'où une bande passante nécessaire de 40 MHz centrée sur L1 et 30 MHz centrée sur L2.

Un aspect critique concernera la distorsion introduite par le filtrage adaptatif sur les signaux GNSS. En particulier, la stabilité de la phase du signal en sortie du filtre devra être garantie. Une attention toute particulière devra également être portée sur la robustesse du système vis-à-vis des défauts de la chaîne RF (non-linéarité des capteurs, position des centres de phase, erreurs de calibration du réseau, couplage inter-capteurs, quantification des signaux, ...).

2. Le traitement spatial de réseaux d'antennes

2.1. Introduction au traitement d'antenne

Cette partie se propose de présenter quelques bases théoriques du traitement d'antenne afin de permettre une discussion sur les méthodes mises en œuvre dans les systèmes existants. Les sections 2.1 et 2.2.1 sont largement inspirées de [12] et [13].

2.1.1 Principe, notations :

a) Modèle temporel des signaux reçus :

On suppose disposer d'un ensemble de m capteurs plongés dans un champ électromagnétique et recevant des ondes progressives provenant de différentes sources réparties dans l'espace. On suppose également se trouver dans un milieu homogène, de telle sorte que la vitesse de propagation c est constante, et à une distance des sources suffisamment grande pour que le front d'onde reçu par le réseau soit plan.

Sous ces hypothèses, pour une source émettant une onde progressive monochromatique de pulsation ω , le signal reçu à l'instant t au point de coordonnées $\mathbf{r} \in \mathfrak{R}^3$ s'écrit :

$$s(\mathbf{r}, t) = Ae^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (2.1)$$

où \mathbf{k} est le vecteur d'onde de norme $\|\mathbf{k}\| = \omega/c = 2\pi/\lambda$ et λ la longueur d'onde, soit la distance parcourue par l'onde pendant le temps $T = 2\pi/\omega$.

Notre étude s'intéresse aux réseaux de petite taille D , de l'ordre de quelques λ au maximum. Les futurs signaux GNSS, qui seront désignés comme signaux utiles ou signaux d'intérêt, occuperont une bande utile B de 30 à 40 MHz, sur des fréquences porteuses f_c comprises entre 1227.6 et 1575.42 MHz. Ainsi le rapport BD/c est de l'ordre du dixième.

Les systèmes actuels occupent une bande plus faible, ainsi l'hypothèse bande étroite est généralement respectée, elle se traduit par :

$$\frac{D}{c} \ll \frac{1}{B} \Rightarrow \frac{DB}{\lambda} \ll f_c \quad (2.2)$$

et consiste à dire que *le temps de traversée du réseau par le front d'onde est négligeable devant l'inverse de la bande passante du signal* de sorte que l'amplitude et la phase de l'enveloppe complexe n'ont pas le temps de varier. Sous cette hypothèse le temps de propagation entre les capteurs du réseau peut être approximé par un simple déphasage : si τ désigne ce temps de propagation et $s(t)$ l'enveloppe complexe du signal, par transformée de Fourier on peut écrire :

$$\begin{aligned} s(t) &\xrightarrow{F} s(f) \\ s(t - \tau) &\xrightarrow{F} s(f)e^{-i2\pi \cdot f \tau} = s(f)e^{-i2\pi \cdot f_c \tau} \times e^{-i2\pi \cdot \Delta f \tau} \end{aligned} \quad (2.3)$$

où l'écart en fréquence Δf autour de la fréquence porteuse est inférieur à la demi-largeur de bande du signal. En introduisant l'hypothèse bande étroite on a donc :

$$|\Delta f \times \tau| \leq \frac{B}{2} \times \frac{D}{c} \ll 1 \Rightarrow e^{-i2\pi \Delta f \tau} \approx 1 \quad (2.4)$$

d'où finalement par transformée de Fourier inverse :

$$s(t - \tau) \approx s(t) e^{-i\omega_c \tau} \quad (2.5)$$

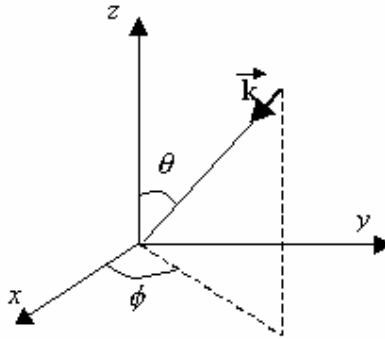


Fig. 2.1 Définition des angles

Ainsi, si l'on considère un réseau de capteurs situés aux coordonnées (x_k, y_k, z_k) dans un repère (O, x, y, z) et une source repérée par un angle d'élévation θ et un angle d'azimut ϕ (cf. figure 2.1), alors le temps de propagation τ_k s'écrit :

$$\tau_k = \frac{\mathbf{k}^T \mathbf{r}}{w_c} = -\frac{1}{c} [x_k \sin(\theta) \cos(\phi) + y_k \sin(\theta) \sin(\phi) + z_k \cos(\theta)] \quad (2.6)$$

d'où l'expression du signal reçu au $k^{\text{ième}}$ capteur :

$$y_k(t) = s(t) e^{i \frac{2\pi}{\lambda} [x_k \sin(\theta) \cos(\phi) + y_k \sin(\theta) \sin(\phi) + z_k \cos(\theta)]} + b_k(t) \quad (2.7)$$

où $b_k(t)$ est le bruit thermique, blanc spatialement et temporellement. Dès lors, si l'on note :

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \quad y_2(t) \quad \cdots \quad y_m(t)]^T$$

$$\mathbf{a}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} [x_1 \sin(\theta) \cos(\phi) + y_1 \sin(\theta) \sin(\phi) + z_1 \cos(\theta)]} \\ \vdots \\ e^{i \frac{2\pi}{\lambda} [x_m \sin(\theta) \cos(\phi) + y_m \sin(\theta) \sin(\phi) + z_m \cos(\theta)]} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{b}(t) = [b_1(t) \quad b_2(t) \quad \cdots \quad b_m(t)]^T$$

avec \mathbf{a} le vecteur directionnel, on peut ensuite écrire le modèle bande étroite que nous utiliserons par la suite, sous la forme vectorielle suivante :

$$\boxed{\mathbf{y}(t) = \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})s(t) + \mathbf{b}(t)} \quad (2.9)$$

Le signal reçu porte donc l'information sur la position de la source via les angles θ et ϕ . En pratique les déphasages sont mesurés par rapport à un capteur de référence, l'origine des axes est placée sur ce capteur.

Le vecteur directionnel $\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})$ dépend de un ou plusieurs paramètres selon la configuration du réseau. $\boldsymbol{\theta}$ est donc soit le scalaire θ , soit le vecteur $\boldsymbol{\theta} = [\theta \quad \phi]^T$. Si les capteurs sont supposés linéaires, de par le principe de superposition, la sortie du réseau en présence de p sources de directions respectives $\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_p$ s'écrira :

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{k=1}^p \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_k) s_k(t) + \mathbf{b}(t) \quad (2.10)$$

soit, sous forme vectorielle :

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t) \quad (2.11)$$

avec

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta} &= [\boldsymbol{\theta}_1^T \quad \boldsymbol{\theta}_2^T \quad \cdots \quad \boldsymbol{\theta}_p^T]^T \\ \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) &= [\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_1) \quad \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_p)] \\ \mathbf{s}(t) &= [s_1(t) \quad s_2(t) \quad \cdots \quad s_p(t)]^T \end{aligned} \quad (2.12)$$

On définit ensuite la matrice de corrélation comme :

$$\boxed{\mathbf{R} = \mathbb{E}\{\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)\}} \quad (2.13)$$

Ainsi, en supposant que les sources sont aléatoires, décorréliées du bruit et entre elles, on obtient :

$$\mathbf{R} = \sum_{k=1}^p P_k \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_k) \mathbf{a}^H(\boldsymbol{\theta}_k) + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (2.14)$$

avec $P_k = E\{|s_k(t)|^2\}$. On a également admis que le bruit additif était blanc spatialement, i.e. non corrélé d'un capteur à l'autre. L'élément $\mathbf{R}(k,l)$ mesure la corrélation spatiale entre les signaux reçus sur les capteurs k et l .

b) Modèle fréquentiel :

On l'a évoqué plus haut, les futurs signaux GNSS présentent des caractéristiques limites pour l'application du modèle bande étroite. Aussi, nous introduisons le modèle fréquentiel suivant, valable pour tous types de signaux.

Le domaine fréquentiel est dual du domaine temporel par transformée de Fourier. Or dans l'espace des fréquences, un retard temporel se traduit par un déphasage. Ainsi, on aboutit naturellement à l'expression suivante pour la réponse du réseau à un signal s :

$$\mathbf{y}(f) = \mathbf{a}_f(\boldsymbol{\theta})s(f) + \mathbf{b}(f) \quad (2.15)$$

Avec

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(f) &= [y_1(f) \quad y_2(f) \quad \dots \quad y_m(f)]^T \\ \mathbf{a}_f(\boldsymbol{\theta}) &= [1 \quad e^{-i2\pi f\tau(\boldsymbol{\theta})} \quad \dots \quad e^{-i2\pi f(m-1)\tau(\boldsymbol{\theta})}]^T \\ \mathbf{b}(f) &= [b_1(f) \quad b_2(f) \quad \dots \quad b_m(f)]^T \end{aligned} \quad (2.16)$$

Le « snapshot » $\mathbf{y}(f)$ est ici considéré à la fréquence f et le vecteur directionnel $\mathbf{a}_f(\boldsymbol{\theta})$ dépend maintenant de la fréquence. En pratique, lorsque le signal d'intérêt ne peut être approché par un modèle bande étroite, on effectue une transformée de Fourier en sortie de chaque capteur pour avoir accès à un certain nombre de fréquences et de snapshots correspondants. Ces derniers sont ensuite traités séparément puis recombinaison en fonction de l'objectif visé.

Les modèles fréquentiels et temporels, bien que situés dans des espaces différents, ont la même forme. Ainsi, si toutes les méthodes présentées par la suite sont basées sur le modèle temporel, l'équivalent existe dans l'espace des fréquences.

RQ : le modèle temporel ou « bande étroite » présente un grand intérêt, du point de vue de la charge calculatoire, par rapport au modèle fréquentiel. Aussi le choix du modèle à utiliser pour traiter les futurs signaux GNSS constituera-t-il un point important de cette thèse.

c) Filtrage spatial :

Comme l'ont montré les modélisations précédentes, l'échantillonnage spatial d'un front d'onde permet d'obtenir des informations sur la direction d'arrivée du signal reçu. En combinant les sorties, il est alors possible de favoriser ou rejeter certaines portions de l'espace. Cette combinaison se fait au moyen de pondérations affectées en sortie de chaque capteur. On dispose donc d'autant de degrés de liberté que de capteurs sur le réseau. Ceci est illustré sur la figure 2.2 : le

filtrage spatial consiste à sélectionner les pondérations w_k de façon à privilégier une région particulière de l'espace ou à en bloquer une autre.

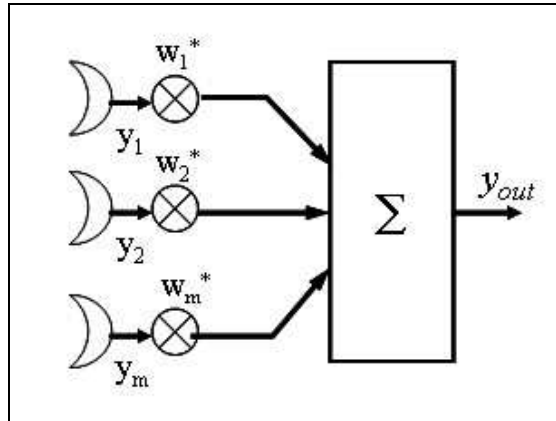


Fig. 2.2 Principe du filtrage spatial

La sortie d'un tel système s'écrit :

$$y_F(t) = \sum_{k=1}^m w_k^* y_k(t) \quad (2.17)$$

soit, en notation vectorielle :

$$y_F(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{y}(t) \quad (2.18)$$

avec

$$\mathbf{w} = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_m]^T \quad (2.19)$$

2.1.2 Synthèse de gabarits d'antennes :

Par analogie avec le filtrage numérique, cette opération consiste à générer le filtre spatial qui s'approchera le plus du gabarit souhaité. Dans un premier temps on s'intéressera à l'impact de la géométrie du réseau, avant de présenter les principales méthodes de détermination des pondérations.

a) Géométrie du réseau :

Quel que soit le modèle utilisé, l'information sur la direction d'arrivée des signaux est contenue dans le vecteur directionnel \mathbf{a} , au travers du déphasage ou retard du front d'onde entre les capteurs. La disposition des capteurs va donc influencer la réponse du réseau.

Le diagramme du réseau est calculé à partir de la somme des signaux reçus sur les capteurs lorsqu'une onde d'amplitude unité se propage depuis la direction θ . Considérons un réseau uniforme linéaire de m éléments non pondérés, séparés d'une distance d (Fig. 2.3).

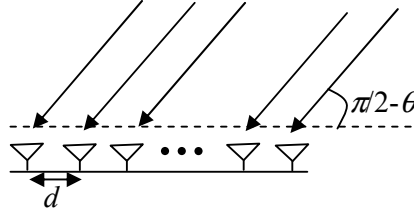


Fig. 2.3 Réseau linéaire uniforme

Le diagramme $G(\theta)$ d'un tel réseau s'obtient par :

$$G(\theta) = |B(\theta)|^2 \quad (2.20)$$

avec

$$\begin{aligned} B(\theta) &= a^H(0)a(\theta) \\ &= \sum_{k=0}^{m-1} e^{i2\pi k \frac{d}{\lambda} \sin(\theta)} \\ &= e^{i\pi(m-1)\frac{d}{\lambda} \sin(\theta)} \times \frac{\sin\left[\pi m \frac{d}{\lambda} \sin \theta\right]}{\sin\left[\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta\right]} \end{aligned} \quad (2.21)$$

d'où :

$$G(\theta) = \left| \frac{\sin\left[\pi m \frac{d}{\lambda} \sin \theta\right]}{\sin\left[\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta\right]} \right|^2 \quad (2.22)$$

Il est représenté sur la figure 2.4 pour différentes valeurs de m et de la distance inter-capteurs d normalisée en longueur d'onde. On peut constater plusieurs phénomènes :

- Le gain d'antenne est maximal dans la direction $\theta = 0^\circ$. En effet les signaux arrivant dans l'axe de l'antenne sont en phase, leur sommation est donc cohérente. Le gain est égal à m^2 et correspond au gain apporté par le réseau par rapport à une antenne seule.
- La largeur du lobe principal d'antenne évolue proportionnellement à l'inverse de la taille du réseau. En effet la largeur du lobe à -3dB, notée θ_{3dB} s'obtient par [13] :

$$\theta_{3dB} \approx \frac{0.9\lambda}{(m-1)d} \quad (2.23)$$

elle fixe la résolution angulaire de l'antenne.

- Par analogie avec le domaine temporel, $f_s = \frac{d}{\lambda} \sin \theta$ est appelée la fréquence spatiale et d peut être vu comme la période d'échantillonnage spatial. **Le critère de Shannon spatial devient alors $d \leq \lambda/2$** . Dès qu'il n'est plus respecté il y a repliement de spectre. C'est pourquoi la plupart du temps, la valeur $d \sim \lambda/2$ est retenue, permettant d'obtenir le plus grand champ visuel non ambigu. En outre, ce choix permet de réduire les phénomènes de couplage qui surviennent pour de faibles espacements inter-capteurs.

Il est possible de modifier le diagramme d'antenne par application d'une fenêtre de pondération \mathbf{w} , comme on le fait dans le cas temporel. Le gain devient alors :

$$G(\theta) = |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|^2 \quad (2.24)$$

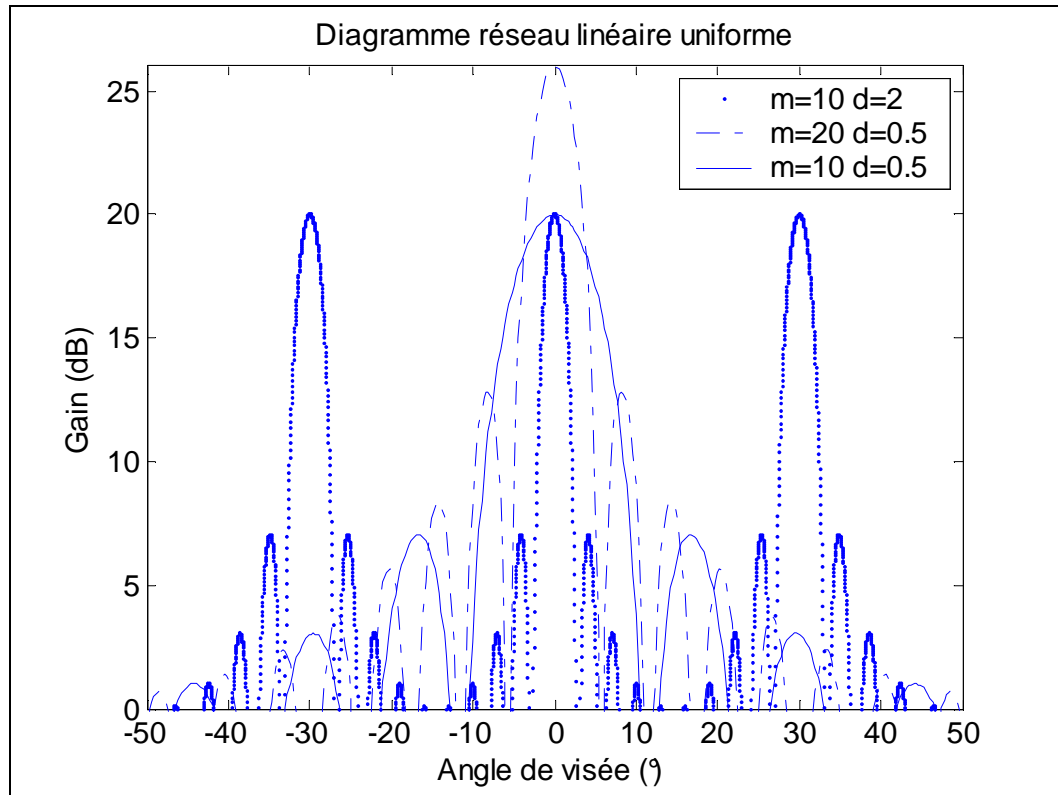


Fig. 2.4 Gains de réseaux linéaires uniformes

Des fenêtres de pondérations sont disponibles dans la littérature classique, elles permettent en général d'obtenir un compromis entre la largeur du lobe principal et la hauteur des lobes secondaires. On pourra citer, par exemple, les fenêtres de Dolph-Chebyshev qui permettent de garantir des lobes secondaires équi-amplitude à un niveau spécifié, au prix de l'élargissement du lobe principal. Ou encore, les fenêtres de Hamming qui permettent de placer un zéro à la place du pic du premier lobe secondaire [12].

Dans le cas de réseaux rectangulaires à N lignes et M colonnes, une approche consiste à utiliser les pondérations obtenues pour les 2 réseaux linéaires orthogonaux de même dimension. Ainsi, si G_x désigne le réseau linéaire à N éléments selon l'axe x et G_y le réseau linéaire à M éléments selon l'axe y , \mathbf{w} est défini de telle sorte que :

$$\mathbf{w}_{n,m} = \mathbf{w}_n \mathbf{w}_m \quad (2.25)$$

dans ce cas les pondérations seront dites séparables. Si les notations suivantes sont alors adoptées :

$$\begin{aligned}\psi_x &= \frac{2\pi}{\lambda} d_x \sin(\theta) \cos(\phi) = \frac{2\pi}{\lambda} d_x u_x \\ \psi_y &= \frac{2\pi}{\lambda} d_y \sin(\theta) \sin(\phi) = \frac{2\pi}{\lambda} d_y u_y\end{aligned}\tag{2.26}$$

il s'ensuit :

$$G(\psi_x, \psi_y) = G_x(\psi_x)G_y(\psi_y)\tag{2.27}$$

le plus souvent cette approche conduit à des diagrammes satisfaisant (pondérations de Hamming, Dolph-Chebyshev, ...). Le problème est que le comportement du réseau pour $\phi \neq 0$ ou $\pi/2$ n'est pas parfaitement maîtrisé.

De même, dès que les pondérations ne sont plus séparables, ou que le réseau ne possède pas de symétrie particulière, il devient difficile voire impossible de décrire des propriétés du réseau, telles que l'ouverture à 3dB ou même le gain, à partir d'expressions littérales simples. Il faut alors avoir recours à des méthodes numériques.

b) Diagrammes symétriques :

Dans cette partie, on se propose d'étudier certaines géométries possédant des symétries particulières qui permettent, avec des pondérations appropriées, d'obtenir des propriétés intéressantes dans le cadre de notre étude.

- **Diagrammes à symétrie circulaire :** on l'a cité précédemment, l'application de pondérations séparables permet de synthétiser des diagrammes dont la dépendance en azimut est mal maîtrisée. Dès lors qu'on n'a pas d'information a priori sur les directions d'arrivées des sources, ou que le mobile a une dynamique élevée rendant toutes les directions équiprobables, il peut être intéressant de synthétiser un diagramme à symétrie circulaire.

Huang a montré [12] que de tels diagrammes peuvent être synthétisés par des pondérations du type :

$$w_{n,m} = w_1(\sqrt{n^2 + m^2})\tag{2.28}$$

où $w_1(\cdot)$ est une fonction continue. Ainsi, il est possible, par exemple, d'appliquer des fenêtres de Hamming circulaire. Par contre cette méthode n'est pas applicable aux pondérations de Dolph-Chebyshev car w ne satisfait pas à la condition de continuité dans le cas linéaire.

Lorsque la répartition des éléments est circulaire, il est montré [12] que la condition de Shannon spatiale devient : $d_{\text{circ}} < \lambda/2$, avec d_{circ} la distance circulaire entre 2 éléments adjacents sur le cercle de rayon R .

- **Réseaux hexagonaux :** il s'agit de réseaux dont les éléments sont situés sur une grille hexagonale (ou triangulaire équilatérale). L'espacement horizontal est d_x , l'espacement vertical entre les lignes est

$$d_y = \frac{\sqrt{3}}{2} d_x. \quad (2.29)$$

Ce réseau échantillonne un champ spatial 2D. Peterson et Middleton ont montré [12] que l'utilisation de réseaux hexagonaux est la stratégie optimale pour échantillonner l'espace dès lors qu'aucune région particulière n'est à privilégier.

D'autre part, la disposition hexagonale des éléments génère une répartition en cercles concentriques. Si le nombre N_x d'éléments de la ligne centrale est impair, le réseau sera à symétrie centrale. Le nombre total d'éléments est :

$$N_H = 1 + \sum_{n=1}^{\frac{N_x-1}{2}} 6n. \quad (2.30)$$

On pourra citer, par exemple, le cas très répandu des réseaux à 7 éléments avec

$$d_x = \frac{\lambda}{2} \text{ et } d_y = \frac{\sqrt{3}}{4} \lambda, \quad (2.31)$$

de sorte que l'espacement entre 2 éléments adjacents est toujours $\lambda/2$.

- **Réseaux possédant un centre de symétrie :** considérons pour commencer un réseau uniforme linéaire à N éléments espacés de d . L'origine des coordonnées est placée au centre du réseau. Les éléments ont donc pour coordonnées :

$$x_n = \left(n - \frac{N-1}{2} \right) d, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

le vecteur directionnel \mathbf{a} est alors :

$$\mathbf{a}(\theta) = \left[e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{N-1}{2} \right) d \sin \theta} \quad e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{N-1}{2} - 1 \right) d \sin \theta} \quad \dots \quad e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{N-1}{2} \right) d \sin \theta} \right]^T \quad (2.32)$$

\mathbf{a} est donc du type :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta) &= \left[\mathbf{a}_1^T(\theta) \quad \mathbf{J} \mathbf{a}_1^H(\theta) \right]^T \quad N \text{ pair} \\ \mathbf{a}(\theta) &= \left[\mathbf{a}_1^T(\theta) \quad 1 \quad \mathbf{J} \mathbf{a}_1^H(\theta) \right]^T \quad N \text{ impair} \end{aligned} \quad (2.33)$$

où \mathbf{J} est la matrice carrée anti-diagonale : $\mathbf{J}^2 = \mathbf{I}$ (voir Annexe 1). Considérons le cas N pair et définissons un vecteur pondération de la même manière :

$$\mathbf{w} = \left[\mathbf{w}_1^T \quad \mathbf{J} \mathbf{w}_1^H \right]^T \quad (2.34)$$

alors la réponse du réseau s'écrit :

$$\begin{aligned}
B(\theta) &= \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \\
B(\theta) &= \mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1(\theta) + \mathbf{w}_1^T \mathbf{a}_1^*(\theta) \\
B(\theta) &= 2 \operatorname{Re}[\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1(\theta)]
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Où l'exposant '*' désigne la valeur complexe conjuguée d'une grandeur. La réponse du réseau est donc réelle, i.e. le réseau n'introduit pas de déphasage sur les signaux qui le traversent. Ce résultat peut se généraliser à n'importe quelle configuration de réseau à partir du moment où elle admet un centre de symétrie. Il faut cependant noter qu'un tel type de pondération coûte la moitié des degrés de liberté du filtre spatial. Nous reviendrons sur ce point en 2.4.3.

Les récepteurs GNSS haute précision sont capables de récupérer l'information de phase afin d'améliorer la précision de localisation. Il est donc souhaitable que le filtre spatial impacte le moins possible sur l'état de phase du signal. D'autre part, les signaux utiles peuvent arriver de 4 à 10 directions de l'espace. D'où l'intérêt potentiel des réseaux hexagonaux qui permettent un échantillonnage optimal, avec des pondérations à symétrie hermitienne qui conservent la phase.

c) Approche moindres carrés :

Cette approche consiste à trouver la meilleure approximation, au sens des moindres carrés, d'un gabarit d'antenne désiré, pour un réseau de géométrie arbitraire.

Le gabarit désiré est noté $B_d(\theta, \varphi)$, l'erreur quadratique ξ , il s'agit de minimiser l'erreur ξ commise entre le diagramme obtenu et le diagramme désiré sur la demi sphère visible par le réseau [12] :

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} |B_d(\theta, \varphi) - \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, \varphi)|^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi \tag{2.36}$$

L'erreur est différenciée par rapport à \mathbf{w} et le résultat égalé à zéro :

$$-\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} B_d(\theta, \varphi)^* \mathbf{a}(\theta, \varphi) \sin(\theta) d\theta d\varphi + \Gamma \mathbf{w} = 0 \tag{2.37}$$

avec

$$\Gamma = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \mathbf{a}(\theta, \varphi) \mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \sin(\theta) d\theta d\varphi \tag{2.38}$$

Γ peut être vue comme la matrice de corrélation moyenne du réseau pour un signal de puissance unité, de DOA aléatoire uniformément répartie sur la demi-sphère visible par le réseau. Le vecteur pondération solution s'écrit alors :

$$\mathbf{w}_0 = \frac{1}{2\pi} \Gamma^{-1} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \mathbf{a}(\theta, \varphi) B_d(\theta, \varphi)^* \sin(\theta) d\theta d\varphi \tag{2.39}$$

Le diagramme angulaire des patches est ici inclus dans le vecteur directionnel $\mathbf{a}(\theta, \varphi)$. Le résultat fournit une expression explicite des pondérations pour l'approximation des moindres carrés du gabarit d'antenne souhaité. Il peut être évalué pour une géométrie de réseau et donc un vecteur directionnel spécifié.

2.1.3 Formation de Faisceau Conventionnelle (FFC) :

Soit à considérer un réseau linéaire de m capteurs. Comme énoncé en 2.1.2, le réseau est naturellement focalisé sur sa normale, i.e. pour $\theta = 0^\circ$. La formation de faisceau consiste à privilégier une direction particulière θ_0 , que ce soit en émission ou en réception. Il suffit pour cela de pondérer les capteurs de manière à compenser le déphasage induit par la propagation suivant θ_0 , avant de sommer de façon cohérente. On prend alors $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta_0)$.

La réponse du réseau peut être perçue comme la sortie d'un filtre spatial. D'après l'équation (2.7), lorsqu'un signal est présent en entrée du réseau, le rapport signal à bruit (SNR) par capteur s'écrit :

$$SNR = \frac{E\{|s(t)|^2\}}{E\{|b_k(t)|^2\}} = \frac{P}{\sigma^2} \quad (2.40)$$

en sortie de formation de faisceau, le signal s'écrit :

$$y_F(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{y}(t) = \mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{a}(\theta_0) s(t) + \mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{b}(t) \quad (2.41)$$

d'où le rapport signal à bruit :

$$SNR_{réseau} = \frac{|\mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{a}(\theta_0)|^2}{\|\mathbf{a}(\theta_0)\|^2} \times \frac{P}{\sigma^2} = m \times SNR \quad (2.42)$$

La formation de faisceau conventionnelle consiste finalement à minimiser la puissance en sortie en supposant le signal spatialement blanc, tout en conservant un gain constant dans la direction de visée. Autrement dit, on cherche à minimiser de façon identique les contributions venant de chaque direction autre que θ_0 , en les supposant de même puissance. En général le gain dans la direction de visée est pris égal à 1, d'où l'expression du vecteur pondération :

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{a}(\theta_0)}{m} \quad (2.43)$$

Si les capteurs sont uniformément espacés d'une distance d , le gain du réseau s'écrit :

$$G(\theta) = |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|^2 = \left| \frac{\sin\left[\pi m \frac{d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0)\right]}{m \sin\left[\pi \frac{d}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0)\right]} \right|^2 \quad (2.44)$$

et le lobe à -3dB devient [13] :

$$\theta_{3dB} \approx \frac{0.9\lambda}{(m-1)d \cos \theta_0} \quad (2.45)$$

La largeur du lobe principal augmente avec θ_0 , ce qui signifie que la réjection d'interférences « proches » de la direction du signal utile est a priori plus facile pour les petites valeurs de θ_0 . Cependant cet inconvénient n'existe pas pour les réseaux circulaires uniformes pour lesquels le diagramme en sortie de formation de faisceau est quasi-identique quel que soit l'angle d'azimut, pour m suffisamment grand (2.1.2.b).

2.2. Filtrage spatial adaptatif bande étroite

Après avoir introduit le principe du filtrage spatial adaptatif, nous présentons ici les principales méthodes spatiales utilisées pour robustifier les récepteurs GNSS en présence de brouilleurs. Un critère de performance spécifique au traitement des signaux de radionavigation par satellite est ensuite introduit.

2.2.1 Principe, matrice de corrélation du réseau :

L'inconvénient des méthodes précédentes est qu'elles ne tiennent pas compte du signal effectivement reçu : elles considèrent toutes les directions équiprobables et de même puissance. Ainsi, avec la formation de faisceau conventionnelle, un brouilleur de forte puissance ne sera pas d'avantage atténué qu'une éventuelle source plus faible provenant de la même direction. Au contraire, le filtrage adaptatif cherche à introduire une dépendance vis-à-vis des données, à s'adapter à l'environnement. Cette adaptation se fait en exploitant la matrice de corrélation \mathbf{R} du réseau (définie en 2.1.1.a, équation 2.11) de manière à minimiser la puissance interférente en sortie du filtre.

Supposons que le réseau de m capteurs soit en présence d'un signal d'intérêt ou signal utile $s_0(t)$, de J signaux interférents $s_j(t)$ avec $J < m$, et de bruit $\mathbf{b}(t)$, le signal reçu s'écrit :

$$\mathbf{y}(t) = s_0(t) \mathbf{a}(\theta_0) + \sum_{j=1}^J s_j(t) \mathbf{a}(\theta_j) + \mathbf{b}(t) \quad (2.46)$$

Les interférences sont supposées non corrélées entre elles et avec le signal utile, la matrice de corrélation du réseau peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E\{\mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t)\} \\ \mathbf{R} &= P_0 \mathbf{a}(\theta_0) \mathbf{a}^H(\theta_0) + \sum_{j=1}^J P_j \mathbf{a}(\theta_j) \mathbf{a}^H(\theta_j) + \sigma^2 \mathbf{I} \\ \mathbf{R} &= P_0 \mathbf{a}(\theta_0) \mathbf{a}^H(\theta_0) + \mathbf{C} \end{aligned} \quad (2.47)$$

où σ^2 désigne la puissance du bruit thermique blanc spatialement, \mathbf{I} est la matrice identité et \mathbf{C} désigne la matrice de corrélation des interférences et du bruit additif et P_0 la puissance du signal utile. En sortie du réseau, le rapport signal à bruit plus interférences (SINR) s'écrit alors :

$$SINR = \frac{P_0 |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{C} \mathbf{w}} \quad (2.48)$$

A noter qu'en présence de bruit thermique seul, le rapport signal à bruit s'écrit :

$$SNR = \frac{P_0}{\sigma^2} \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2}{\|\mathbf{w}\|^2} \quad (2.49)$$

Le gain en bruit blanc du réseau est alors inversement proportionnel à la norme au carré du vecteur pondération. Un critère important dans la définition des filtres spatiaux est donc la norme du vecteur pondération.

Dans notre cas, le signal GNSS est toujours présent dans le signal reçu, on n'a donc pas accès à \mathbf{C} . Cependant, chaque signal utile est au moins 30 dB sous la puissance du bruit thermique sur une bande de 20MHz. La présence d'un signal d'intérêt n'est donc pas perceptible avant désétalement par le récepteur. Pour le vérifier, supposons que le signal utile soit uniquement en présence de bruit thermique de puissance σ^2 . Pour alléger les notations, on note \mathbf{a}_0 le vecteur directionnel du signal utile. Soit \mathbf{u} un vecteur propre de \mathbf{R} associé à la valeur propre λ , alors :

$$\mathbf{R}\mathbf{u} = P_1(\mathbf{a}_0^H \mathbf{u})\mathbf{a}_0 + \sigma^2 \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u} \quad (2.50)$$

Si \mathbf{u} est orthogonal à \mathbf{a}_0 , la valeur propre correspondante est égale à la puissance de bruit. Par contre, si \mathbf{u} est colinéaire à \mathbf{a}_0 , la valeur propre correspondante vaut $\sigma^2 + mP_1$. La valeur propre due au signal utile ne ressortira donc du plancher de bruit que si l'antenne dispose d'un très grand nombre de capteurs (de l'ordre du millier), ce qui n'est pas le cas de notre étude. Ainsi, la matrice de corrélation \mathbf{R} ne se distinguera pas de \mathbf{C} . Cette hypothèse sera d'autant plus vérifiée que la puissance des brouilleurs sera grande, ce qui constitue le cadre de notre étude.

La matrice de corrélation contient donc toute l'information sur les puissances et les directions des signaux interférents. Par construction \mathbf{R} est hermitienne, on peut donc la décomposer dans sa base de vecteurs propres $\{\mathbf{u}_k\}_{k=1..m}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &\approx \mathbf{C} = \sum_{j=1}^J P_j \mathbf{a}_j \mathbf{a}_j^H + \sigma^2 \mathbf{I} \\ &= \sum_{k=1}^m \lambda_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \\ &= \sum_{k=1}^J \lambda_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H + \sigma^2 \sum_{k=J+1}^m \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \end{aligned} \quad (2.51)$$

Les interférences occupent un sous-espace de dimension J engendré par les vecteurs $\{\mathbf{u}_k\}$ ou $\{\mathbf{a}_k\}$, $k=1..J$.

En pratique on n'a pas accès à la matrice de covariance, on l'estime à partir de N échantillons de la réponse du réseau comme :

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{y}_n \mathbf{y}_n^H \quad (2.52)$$

$\hat{\mathbf{R}}$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de \mathbf{R} [12], il converge asymptotiquement vers \mathbf{R} . Dans un premier temps, nous allons décrire et commenter différentes méthodes de traitement en raisonnant avec \mathbf{R} . Puis nous évaluerons l'impact de la substitution de \mathbf{R} par $\hat{\mathbf{R}}$ sur leurs performances en 2.3.5 et 2.4.

2.2.2 Formation de Faisceau Adaptative (FFA) :

a) Formateurs de Capon :

Dans cette première classe de pondérations, on s'attache à privilégier une direction de l'espace correspondant à la direction d'arrivée (DOA) d'un signal utile. Dans la littérature classique on distingue :

- Le formateur MPDR (Minimum Power Distortionless Response) recherche le vecteur \mathbf{w} qui minimise la puissance totale en sortie, sans distordre le signal issu de la direction θ_0 , soit :

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) = 1 \quad (2.53)$$

- le formateur MVDR (Minimum Variance Distortionless Response) recherche le vecteur pondération \mathbf{w} qui maximise le SINR tout en maintenant un gain unité dans la direction θ_0 du signal utile, ce qui revient à minimiser la puissance interférente en sortie du filtre :

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{C} \mathbf{w} \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) = 1 \quad (2.54)$$

Pour notre étude, la différence entre les matrices \mathbf{R} et \mathbf{C} est imperceptible (equ. 2.51), dans la suite, ces formateurs seront donc indifféremment désignés « formateurs de Capon », seule la matrice \mathbf{R} sera utilisée pour la mise en équation des filtres.

Soit à résoudre un problème de minimisation sous contrainte. Le vecteur \mathbf{w} résultant permettra alors de minimiser la contribution de chaque source interférente en fonction de son importance. Pour résoudre ce problème, on utilise le Lagrangien :

$$L = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} + \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) - 1) + \lambda^* (\mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{w} - 1) \quad (2.55)$$

En différentiant par rapport à \mathbf{w} et en égalant le résultat à zéro, on obtient :

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{R} \mathbf{w} + \lambda \mathbf{a}(\theta_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{w} = -\lambda \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0) \quad (2.56)$$

Or d'après la contrainte :

$$\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) = 1 \quad \Rightarrow \quad -\lambda^* \mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0) = 1 \quad (2.57)$$

d'où finalement :

$$\mathbf{w}_{Capon} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (2.58)$$

Le SINR optimal est alors :

$$SINR_{Capon} = P_0 \mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0) \quad (2.59)$$

En utilisant 2.51, on décompose le vecteur solution dans la base de vecteurs propres de \mathbf{R} , le formateur de Capon devient alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{Capon} &= \alpha \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0 \Rightarrow \mathbf{w}_{Capon} = \alpha \sum_{k=1}^m \lambda_k^{-1} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H \mathbf{a}_0 \\ \mathbf{w}_{Capon} &= \alpha \left\{ \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{a}_0 - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^m [\mathbf{u}_k^H \mathbf{a}_0] \mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^m \lambda_k^{-1} [\mathbf{u}_k^H \mathbf{a}_0] \mathbf{u}_k \right\} \\ \mathbf{w}_{Capon} &= \frac{\alpha}{\sigma^2} \left\{ \mathbf{a}_0 - \sum_{k=1}^m \frac{\lambda_k - \sigma^2}{\lambda_k} [\mathbf{u}_k^H \mathbf{a}_0] \mathbf{u}_k \right\} \\ \mathbf{w}_{Capon} &= \frac{\alpha}{\sigma^2} \left\{ \mathbf{a}_0 - \sum_{k=1}^J \frac{\lambda_k - \sigma^2}{\lambda_k} [\mathbf{u}_k^H \mathbf{a}_0] \mathbf{u}_k \right\} \end{aligned} \quad (2.60)$$

Le diagramme en sortie de formation de faisceau s'écrit donc :

$$B_{Capon}(\theta) = \mathbf{w}_{Capon}^H \mathbf{a}(\theta) = \frac{\alpha}{\sigma^2} \left\{ \mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{a}(\theta) - \sum_{k=1}^J \frac{\lambda_k - \sigma^2}{\lambda_k} [\mathbf{u}_k^H \mathbf{a}(\theta_0)] \mathbf{u}_k^H \mathbf{a}(\theta) \right\} \quad (2.61)$$

Le premier terme est le formateur de faisceau conventionnel. Le second est une combinaison des réponses $\mathbf{u}_k^H \mathbf{a}(\theta)$ correspondants aux J vecteurs propres principaux de \mathbf{R} . Comme on soustrait ces derniers, on place des « trous » dans la direction des brouilleurs, dont l'amplitude dépend de la valeur propre associée à chaque brouilleur et de sa puissance dans la direction de visée θ_0 . Ainsi le formateur de Capon revient à soustraire du formateur conventionnel la réponse pondérée des interférences. Notons que s'il n'y a que du bruit blanc, le formateur de Capon MVDR est le formateur conventionnel.

Enfin, si le brouilleur est supposé de puissance suffisamment forte, $\frac{\lambda_k - \sigma^2}{\lambda_k} \approx 1$, il s'ensuit :

$$\mathbf{w}_{Capon} = \frac{\alpha}{\sigma^2} \left\{ \mathbf{a}_0 - \sum_{k=1}^J [\mathbf{u}_k^H \mathbf{a}_0] \mathbf{u}_k \right\} \quad (2.62)$$

d'où de manière évidente que $\forall k \leq J, \mathbf{w}_{Capon}^H \mathbf{u}_k = 0$. Or les vecteurs (\mathbf{u}_k) et (\mathbf{a}_k) engendrent les mêmes espaces, d'où :

$$\forall k \leq J, \mathbf{w}_{Capon}^H \mathbf{a}(\theta_k) = B_{Capon}(\theta_k) = 0 \quad (2.63)$$

c'est-à-dire que pour des brouilleurs suffisamment puissants, un zéro parfait est formé dans la direction d'arrivée de chacun d'eux.

b) Performances :

L'amélioration procurée par le formateur de Capon par rapport au formateur conventionnel peut être quantifiée de façon analytique lorsqu'une seule interférence est présente. On considère le scénario suivant où un signal utile a le vecteur directionnel \mathbf{a}_0 , un brouilleur le vecteur \mathbf{a}_b , les autres signaux GNSS étant inclus dans le bruit thermique. Alors d'après 2.51, on a :

$$\mathbf{R} \cong \mathbf{C} = P_b \mathbf{a}_b \mathbf{a}_b^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (2.64)$$

On s'intéresse à l'évaluation du SINR dans les cas FFC et Capon, en sortie de formation de faisceau.

- Cas FFC, d'après 2.48 :

$$\begin{aligned} \mathbf{w} = \mathbf{a}_0 / m \Rightarrow SINR_{FFC} &= \frac{m^2 P_0}{\mathbf{a}_0^H [P_b \mathbf{a}_b \mathbf{a}_b^H + \sigma^2 \mathbf{I}] \mathbf{a}_0} \\ &= \frac{m^2 P_0}{m P_b g + m \sigma^2} \\ &= \frac{m P_0}{\sigma^2} \times \frac{1}{1 + g J_N} \end{aligned} \quad (2.65)$$

avec $g = |\mathbf{a}_0^H \mathbf{a}_b|^2 / m$ (d'où $g \leq m$) et $J_N = \frac{P_b}{\sigma^2}$ désigne le rapport brouilleur à bruit.

- Cas Capon, d'après 2.59 :

$$\begin{aligned} SINR_{Capon} &= P_0 [\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0] \\ \text{et } \mathbf{R} &= \sigma^2 (\mathbf{I} + J_N \mathbf{a}_b \mathbf{a}_b^H) \Rightarrow \mathbf{R}^{-1} = \sigma^{-2} \left(\mathbf{I} - \frac{J_N \mathbf{a}_b \mathbf{a}_b^H}{1 + J_N \mathbf{a}_b^H \mathbf{a}_b} \right) \\ &\Rightarrow SINR_{Capon} = \frac{m P_0}{\sigma^2} \times \frac{1 + J_N (m - g)}{1 + m J_N} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Dans le cadre de notre étude, la puissance des brouilleurs se situe à plus de 50 dB au-dessus du signal utile, soit plus de 20 dB au-dessus de la puissance de bruit thermique, on peut donc faire l'approximation suivante pour $J \gg 1$:

$$\begin{aligned} SINR_{FFC} &\approx \frac{m P_0}{\sigma^2 g J_N} \\ SINR_{Capon} &\approx \frac{P_0}{\sigma^2} (m - g) \end{aligned} \quad (2.67)$$

d'où les remarques suivantes :

- Pour le FFC, le SINR diminue notablement lorsque la puissance du brouilleur augmente alors que pour le formateur MVDR le SINR reste constant.
- Quand le brouilleur se rapproche de la cible, g augmente et tend vers m donc le SINR diminue dans les 2 cas, ce qui est logique.
- En présence de bruit thermique uniquement ($J = 0$), les deux formateurs ont un gain identique égal à m (equ. 2.65 et 2.66).

c) Cibles multiples :

Il est également possible d'utiliser ce type de formateurs afin de privilégier plusieurs directions de l'espace. Soient $\theta_{l,k}$ les k directions à privilégier, chaque direction utilise alors un degré de liberté du réseau. k est donc nécessairement inférieur à m . La nouvelle formulation du problème s'écrit :

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \mathbf{A} = \underbrace{[1 \ 1 \ \dots \ 1]}_{k \text{ éléments}} = \mathbf{g}^H \quad (2.68)$$

avec

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_0) \ \mathbf{a}(\theta_1) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta_{k-1})] \quad (2.69)$$

et le vecteur \mathbf{g} rassemble les valeurs des contraintes. De la même manière que précédemment, le problème est résolu en utilisant le Lagrangien sous sa forme vectorielle :

$$L = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} + \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{A} - \mathbf{g}^H) + \lambda^H (\mathbf{A}^H \mathbf{w} - \mathbf{g}) \quad (2.70)$$

et aboutit au vecteur pondération optimal :

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} [\mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{g} \quad (2.71)$$

L'hypothèse sous jacente, afin que le SINR soit maximisé dans chaque direction, est que les signaux utiles, en plus d'être décorrélés des signaux interférents, sont non corrélés entre eux. Ce qui est le cas de part la structure même des signaux GNSS en spectre étalé.

d) Discussion :

Le formateur de Capon est, par définition, le formateur optimal en termes de SINR pour un signal cible à bande étroite. Le meilleur filtre spatial consisterait donc à utiliser un formateur (i.e. une voie spatiale) par satellite en visibilité du réseau. Ce filtre nécessiterait d'une part la connaissance a priori des DOA (Direction Of Arrival) des signaux utiles et d'autre part que le réseau aie plusieurs sorties connectées au récepteur. Ces deux contraintes du filtre ne sont pas compatibles avec une utilisation avec un récepteur classique. Cette solution n'a donc pas été retenue pour cette étude.

Supposons que nous disposions des DOA utiles par un autre moyen qu'un retour du récepteur, par exemple en ayant une connaissance approximative de notre position et des paramètres orbitaux des satellites (disponibles sur Internet à l'adresse <http://celestrak.com/NORAD/elements/>, permettent de déterminer leurs positions à chaque instant). Afin de proposer une seule connexion au

récepteur, les sorties des différents formateurs sont sommées. Dans ce cas, les bruits issus de chaque formateur s'ajoutent dans le signal de sortie, dès lors si on somme plus de voies spatiales que le réseau ne dispose de capteurs, le réseau ajoute artificiellement du bruit au signal de sortie. En outre, cette sommation des différentes voies pose au moins deux autres problèmes : d'une part les différentes voies doivent être parfaitement synchronisées afin de ne pas introduire de décalage entre les signaux utiles puisqu'une microseconde d'erreur se traduit par 300m d'erreur de pseudodistance. Ceci constitue déjà un premier défi technologique. D'autre part, les signaux utiles autres que celui visé dans chaque voie ne sont pas éliminés puisqu'ils sont sous le plancher de bruit thermique. Or, si chaque voie n'introduit pas de déphasage sur le signal cible, elle déphase les signaux issus du reste de l'espace. Ainsi, la somme des différentes voies risque d'introduire des multitrajets virtuels sur les signaux et de dégrader ainsi les performances d'un récepteur classique.

Pour palier à ces défauts, on peut encore envisager l'utilisation d'un formateur à cibles multiples. Toutefois cette méthode a également des inconvénients : d'une part la multiplication des contraintes fait augmenter la probabilité qu'un brouilleur se trouve proche d'une direction protégée du réseau et ne soit donc pas éliminé par le filtre. D'autre part, la méthode réduit considérablement le nombre de degrés de liberté du filtre spatial. En effet, dans le meilleur cas, le nombre de brouilleurs que le réseau peut rejeter correspond à la différence entre le nombre de capteurs et le nombre de contraintes. Chaque nouvelle direction à protéger coûte donc un brouilleur. Sachant qu'un récepteur nécessite au minimum quatre satellites pour se localiser, cette solution n'est pas adaptée à l'utilisation de petits réseaux d'antennes.

Finalement, l'utilisation d'un filtre basé sur un formateur de Capon n'est pas compatible avec les contraintes que nous nous sommes fixées dans cette thèse. En effet, la contrainte majeure est que le réseau doit proposer une sortie unique correspondant directement à l'entrée d'un récepteur classique. Toutefois, dans la suite, le formateur optimal proposant une sortie par satellite visible sera simulé afin de servir de référence aux autres filtres, en termes de performances.

2.2.3 Méthode aveugles :

Il s'agit de méthodes qui n'exploitent aucune information a priori. Elles sont donc particulièrement intéressantes dans le cadre de notre étude car le système complet est alors complètement autonome : si la place le permet, il peut directement remplacer une antenne classique sans besoin de connexion supplémentaire ni avec le porteur ni avec le récepteur.

a) Inversion de Puissance (PI) :

C'est la méthode aveugle la plus répandue dans la bibliographie [14 ; 15]. Aucune direction en particulier n'est privilégiée. L'approche se base sur le fait que, d'une part les signaux GNSS sont sous le niveau de bruit et que d'autre part ils sont sélectionnés en sortie du filtre spatial d'après leur séquence pseudo aléatoire unique. Ils peuvent donc traverser simultanément le réseau de la même manière qu'ils traverseraient une antenne unique. Ainsi l'algorithme s'attachera uniquement à minimiser le gain du réseau dans les directions d'arrivée des brouilleurs. Il ne nécessite aucune information a priori sur la position des satellites.

La démarche est la suivante : une antenne du réseau est choisie comme antenne de référence, sa sortie n'est donc pas pondérée. Le signal en sortie de cette antenne contient les signaux utiles plus les signaux brouilleurs de forte puissance. Les autres éléments du réseau vont alors être utilisés pour estimer les signaux brouilleurs, et les soustraire au signal de l'élément de référence afin que celui-ci s'approche le plus possible d'un bruit thermique, dans lequel sont noyés les signaux utiles.

Il s'agit donc de minimiser la puissance en sortie du réseau sous contrainte de garder un élément non pondéré :

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \boldsymbol{\delta}_1 = 1 \quad (2.72)$$

où $\boldsymbol{\delta}_1 = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ par exemple (dans ce cas, la sortie de référence est donc la première). De la même manière que précédemment, la méthode de résolution utilise le Lagrangien et aboutit à :

$$\boxed{\mathbf{w}_{PI} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\delta}_1}{\boldsymbol{\delta}_1^H \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\delta}_1}} \quad (2.73)$$

Suivant la contrainte choisie précédemment, \mathbf{w}_{PI} correspond donc à la première colonne de \mathbf{R}^{-1} normalisée par son premier élément.

Dans ce cas particulier, en privilégiant la sortie non pondérée dans la formulation de \mathbf{R} , on peut écrire le vecteur des pondérations solution à partir de l'inverse d'une sous-matrice d'ordre $m-1$ de \mathbf{R} . En effet, la matrice de corrélation peut se mettre sous la forme :

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \alpha & \mathbf{P}^H \\ \mathbf{P} & \tilde{\mathbf{R}} \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{cases} \alpha \text{ un réel} \\ \mathbf{P} \text{ un vecteur } (m-1,1) \\ \tilde{\mathbf{R}} \text{ une matrice carrée d'ordre } m-1 \end{cases} \quad (2.74)$$

\mathbf{P} étant le vecteur de corrélation des sorties des capteurs du réseau avec le capteur de référence. On vérifie alors :

$$\mathbf{R} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -\tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - \mathbf{P}^H \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{P} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

A une constante multiplicative près, le vecteur introduit dans 2.75 correspond à la première colonne de \mathbf{R}^{-1} , ce qui permet finalement d'écrire :

$$\mathbf{w}_{PI} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{P} \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

Cette nouvelle expression du vecteur des pondérations peut permettre de réduire la charge calculatoire du processeur.

Intéressons-nous maintenant aux performances de ce formateur. Le SINR s'écrit :

$$SINR_{PI} = \frac{P_0 |\boldsymbol{\delta}_1^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0|^2}{[\boldsymbol{\delta}_1^H \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\delta}_1]} \quad (2.77)$$

- Cas « bruit seul » : $\mathbf{R}^{-1} = \sigma^{-2}\mathbf{I}$. On alors :

$$SNR_{PI} = \frac{P_0}{\sigma^2} \quad (2.78)$$

Le réseau n'apporte donc aucune amélioration par rapport à une antenne seule, son diagramme de rayonnement est celui de l'antenne de référence.

- Cas « brouilleur de forte puissance » : on utilise l'expression de \mathbf{R} en 2.66 sous l'hypothèse d'une interférence de forte puissance ($J \gg 1$), d'où l'approximation :

$$\mathbf{R}^{-1} \approx \frac{\sigma^{-2}}{m} [m\mathbf{I} - \mathbf{a}_b \mathbf{a}_b^H] \quad (2.79)$$

et l'expression du rapport signal à bruit plus interférence qui en découle :

$$SINR_{PI} = \frac{P_0}{\sigma^2} \times \frac{m}{m-1} \left| 1 - \frac{\mathbf{a}_0^H \mathbf{a}_b}{m} \right|^2 \quad (2.80)$$

Ainsi plusieurs remarques peuvent être faites :

- Quand le brouilleur se rapproche de la cible, le SINR tend à s'annuler. Ceci est normal puisqu'un zéro est placé dans la direction du brouilleur, ce qui affecte le gain dans la direction de la cible.
- Comme pour le formateur de Capon, en présence d'un brouilleur de forte puissance, le SINR ne dépend que de la position du brouilleur par rapport à la source utile, et non de sa puissance.

La figure 2.5 propose une comparaison des diagrammes de rayonnement des méthodes à formation de faisceau avec l'inversion de puissance pour un vecteur de pondération de norme unité et un réseau linéaire de 3 capteurs espacés de la demi-longueur d'onde. Les capteurs sont supposés omnidirectionnels de gain unité. Le formateur de faisceau conventionnel assure un gain de $10 \times \log_{10}(3)$ dans la direction du signal utile mais ne place pas de "trou" dans la direction des interférences. Nous constatons également sur cette figure qu'à la différence des méthodes à formation de faisceau, l'inversion de puissance n'apporte aucun gain de traitement vis-à-vis du bruit thermique. De plus, à l'exception de la direction du brouilleur, son gain est relativement constant, ce qui est particulièrement avantageux si la direction d'arrivée du signal utile n'est pas connue à l'avance.

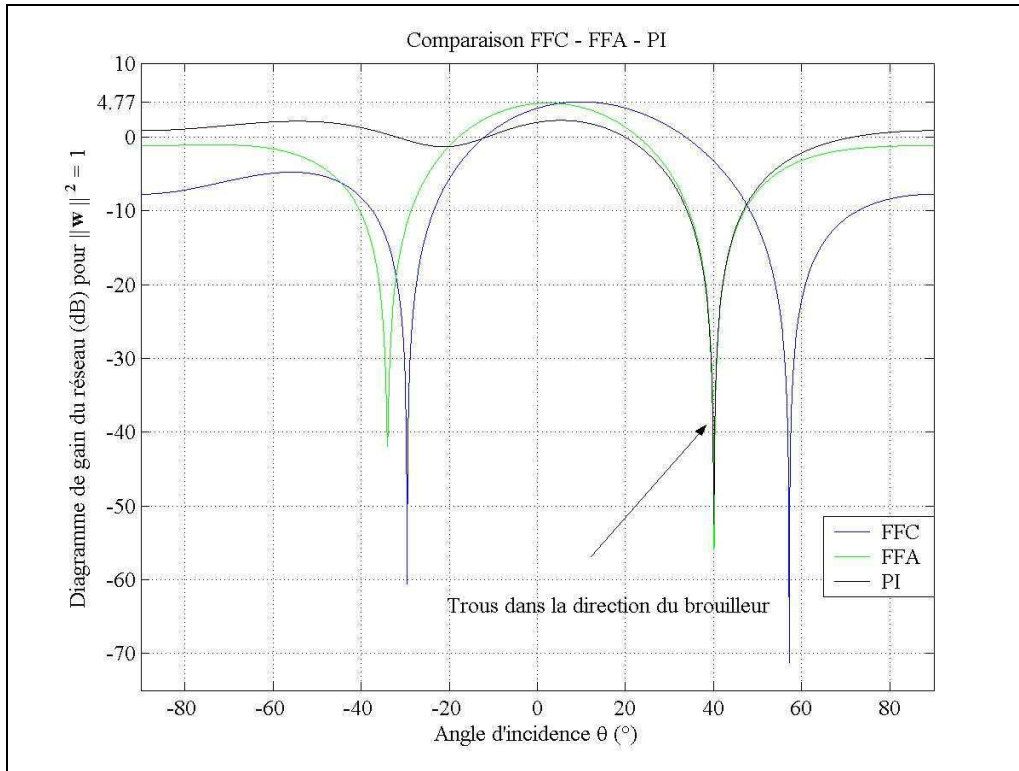


Fig. 2.5 Comparaison FFA-FFC-PI. Réseau linéaire de 3 capteurs en $\lambda/2$. Source utile à $(10^\circ, -163\text{dBW})$, interférence à $(40^\circ, -100\text{dBW})$, bruit thermique à -130dBW .

b) Quiescent Pattern (QP) :

Le principe de la méthode consiste à définir a priori un diagramme de réseau souhaité, incluant la réponse des capteurs, avant de l'adapter à l'environnement RF du récepteur.

L'hypothèse de départ, la plus défavorable dans notre contexte, consiste à ne disposer d'aucune information a priori sur la direction d'arrivée des signaux, ni même sur une statistique de ces directions. Ce qui sera le cas, en pratique, si l'antenne embarquée n'est hybridée ni avec le récepteur, ni avec les systèmes inertiels du porteur. Le choix a donc été fait de ne privilégier aucune direction de l'espace : le gain désiré pour le diagramme réseau initial, incluant le diagramme de rayonnement intrinsèque des capteurs, est pris unitaire sur la demi sphère visible par le réseau. La phase est prise nulle de manière à minimiser les variations du centre de phase. Soit B_d le diagramme amplitude/phase désiré du réseau, \tilde{B}_d celui incluant la réponse des capteurs :

$$\tilde{B}_d(\theta, \varphi) = g(\theta, \varphi) \times B_d(\theta, \varphi) = 1 \quad (2.81)$$

Où $g(\theta, \varphi)$ représente le diagramme de rayonnement angulaire d'un capteur.

Si les capteurs sont omnidirectionnels, l'inversion de puissance permet d'obtenir ce diagramme (parg. Précédent 2.2.3.a). Cependant, en pratique les capteurs ne sont pas omnidirectionnels. On se propose donc d'approcher le diagramme désiré par une méthode basée sur les moindres carrés. Pour cela, le diagramme de rayonnement angulaire des capteurs est inclus dans le vecteur directionnel du réseau, on le note alors $\tilde{\mathbf{a}}$:

$$\tilde{\mathbf{a}}(\theta, \varphi) = g(\theta, \varphi) \times \mathbf{a}(\theta, \varphi) \quad (2.82)$$

En 2.1.2.c, le vecteur contrainte solution est donné lorsque l'erreur entre le diagramme du réseau et le diagramme désiré est intégrée par unité d'angle solide. Ceci revient à minimiser l'erreur pour une fonction densité de probabilité (*pdf*) des DOA utiles uniforme sur une demi-sphère centrée sur le réseau, donc une *pdf* en cosinus de l'élévation (ou sinus de l'angle d'incidence) dans le repère local du réseau. Cette solution privilégie naturellement les incidentes rasantes au détriment du zénith local du réseau. Dans l'hypothèse où on ne dispose pas de l'attitude du porteur, on choisit de ne privilégier aucune incidence particulière, on se propose donc d'intégrer l'erreur pour une *pdf* uniforme en incidence et azimut. La nouvelle définition de l'erreur quadratique ξ devient alors :

$$\xi = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \left| \tilde{B}_d(\theta, \varphi) - \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}}(\theta, \varphi) \right|^2 d\theta d\varphi \quad (2.83)$$

De la même manière qu'en 2.1.2.c et en introduisant 2.81 dans le résultat, le vecteur pondération solution s'écrit :

$$\mathbf{w}_0 = \frac{1}{\pi^2} \Gamma^{-1} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \tilde{\mathbf{a}}(\theta, \varphi) d\theta d\varphi \quad (2.84)$$

avec

$$\Gamma = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \tilde{\mathbf{a}}(\theta, \varphi) \tilde{\mathbf{a}}(\theta, \varphi)^H d\theta d\varphi \quad (2.85)$$

Puis, la puissance de sortie du réseau est minimisée sous contrainte de maintenir le diagramme réseau ainsi synthétisé en présence de bruit blanc :

$$\mathbf{w}_{QP} = \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \mathbf{w}_0 / \|\mathbf{w}_0\|^2 = 1 \quad (2.86)$$

Dont la solution est :

$$\mathbf{w}_{QP} = \frac{\|\mathbf{w}_0\|^2 \mathbf{R}^{-1} \mathbf{w}_0}{\mathbf{w}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{w}_0} \quad (2.87)$$

RQ1 : en présence de bruit blanc, la matrice asymptotique du réseau est $\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I}$ et donc $\mathbf{w}_{QP} = \mathbf{w}_0$, d'où le diagramme souhaité.

RQ2 : Notons que si le diagramme de rayonnement des capteurs est uniformément unitaire et que le capteur de référence est le premier, le premier élément de chaque vecteur directionnel est unitaire et donc indépendamment de la *pdf* choisie, le vecteur pondération en bruit blanc (2.39 ; 2.84) se réduit à :

$$\mathbf{w}_0 = \Gamma^{-1} \Gamma(:,1) = \delta_1 \quad (2.88)$$

On peut en effet vérifier [16] que plus le diagramme de rayonnement des patches est large, plus les performances du formateur Quiescent Pattern (QP) s'approchent de celles de l'Inversion de Puissance.

L'impact du choix de la *pdf* sur le diagramme de rayonnement du réseau est illustré sur la figure 2.6 ci-dessous. Le réseau est hexagonal à 7 capteurs. Les capteurs sont des patches mono-fréquence dessinés pour résonner sur L1, ils sont espacés de la demi-longueur d'onde de L1 (soit environ 9.5cm). On note que les deux formateurs permettent d'élargir sensiblement le diagramme du gain du réseau par rapport à celui du patch seul. Toutefois le prix est une perte de gain au zénith local de l'antenne ; le choix d'une *pdf* uniforme en incidence – azimut permet de limiter cette perte.

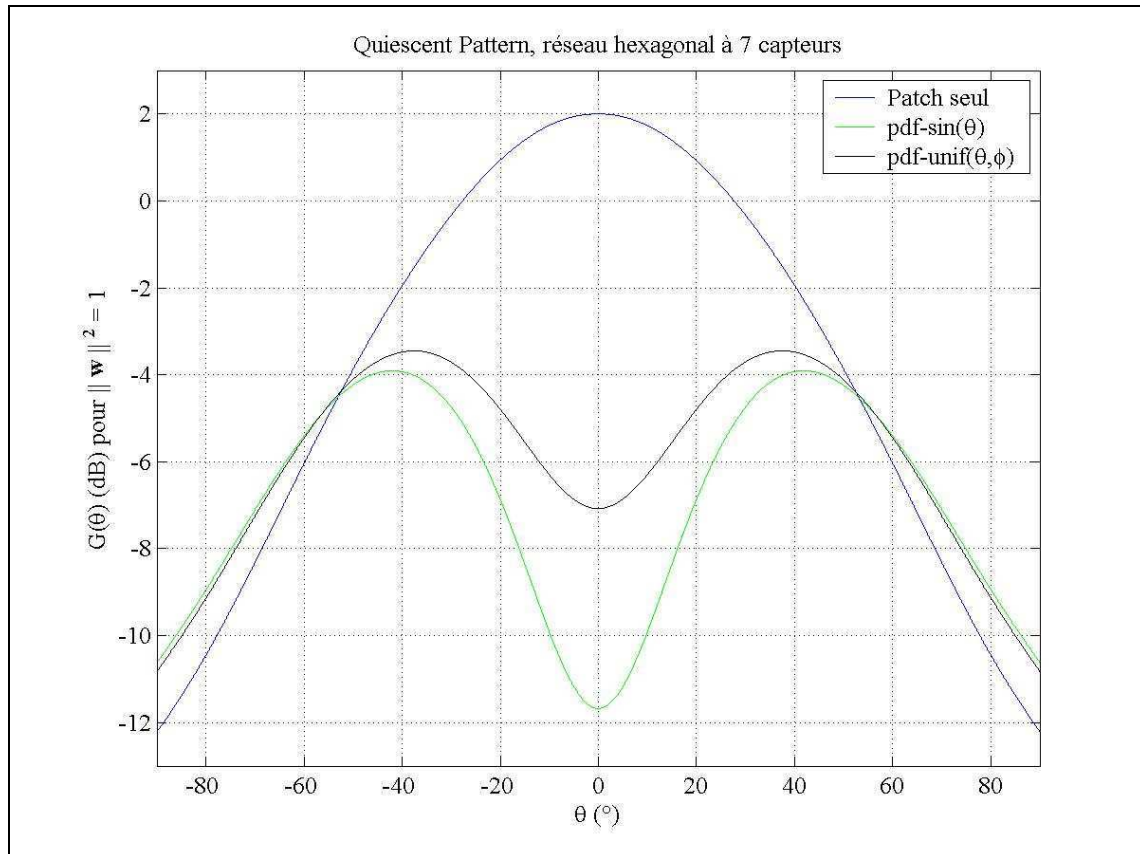


Fig. 2.6 Comparaison des gains en bruit blanc de formateurs en Quiescent Pattern pour un réseau hexagonal formé de 7 patches résonnants sur L1 espacés en $\lambda/2$.

2.2.4 Maximisation de rapports signaux à bruit moyens :

Cette approche nécessite des informations a priori sur l'attitude du porteur et sur les DOA des signaux utiles ou sur une statistique de ces DOA. A la différence des formateurs de Capon l'objectif n'est plus de maximiser un rapport signal à bruit par satellite au prix de plusieurs contraintes ou de plusieurs formateurs, mais il s'agit de maximiser un rapport signal à bruit moyen sur l'ensemble des satellites en visibilité du réseau à l'aide d'une seule contrainte.

a) Optimum SINR réel (OSINR) :

Les DOA des satellites sont ici supposées disponibles, de même que l'attitude du porteur. Le but est de maximiser le SINR sur l'ensemble des satellites visibles, au moyen d'un seul faisceau afin de ne proposer qu'un canal au récepteur.

On forme la matrice Γ_t de corrélation idéale du réseau à partir des signaux issus de tous les satellites en visibilité du réseau sans prendre en compte le bruit thermique :

$$\Gamma_t = E \left\{ \sum_{Nb_SatVisibles} (\mathbf{y}_n(t) \mathbf{y}_n^H(t)) \right\} \quad (2.89)$$

où \mathbf{y}_n fait référence aux signaux issus du $n^{\text{ième}}$ satellite visible. Le rapport global signal à bruit plus interférence s'écrit :

$$SINR = \frac{\mathbf{w}^H \Gamma_t \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \quad (2.90)$$

La maximisation de ce ratio est équivalente à un problème de minimisation de puissance sous contrainte quadratique :

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \Gamma_t \mathbf{w} = 1 \quad (2.91)$$

Pour résoudre ce problème, on utilise le Lagrangien :

$$L = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} + \lambda (\mathbf{w}^H \Gamma_t \mathbf{w} - 1) \quad (2.92)$$

En différentiant par rapport à \mathbf{w} et en égalant le résultat à zéro, on obtient :

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{R} \mathbf{w} + \lambda \Gamma_t \mathbf{w} = 0 \Rightarrow \mathbf{R} \mathbf{w} = -\lambda \Gamma_t \mathbf{w} \quad (2.93)$$

et d'après la contrainte :

$$\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} = -\lambda \mathbf{w}^H \Gamma_t \mathbf{w} \quad (2.94)$$

Soit en réintroduisant l'expression de λ dans 2.93 :

$$\mathbf{R} \mathbf{w} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \Gamma_t \mathbf{w}} \Gamma_t \mathbf{w} \Leftrightarrow \mathbf{R}^{-1} \Gamma_t \mathbf{w} = \frac{\mathbf{w}^H \Gamma_t \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \mathbf{w} \quad (2.95)$$

où on reconnaît à droite, en facteur du vecteur pondération, la quantité à maximiser. Le vecteur pondération solution \mathbf{w}_{OSINR} est donc le vecteur propre principal de $\mathbf{R}^{-1} \Gamma_t$, la valeur propre correspondante donne directement le rapport signal à bruit moyen obtenu :

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{R}^{-1} \Gamma_t \mathbf{w}_{OSINR} &= \lambda \mathbf{w}_{OSINR} \\ \lambda &= \lambda_{\max} \end{aligned}} \quad (2.96)$$

b) Optimum SINR Moyen (OSINRM) :

On suppose ici ne pas avoir accès aux DOA des satellites visibles mais à une statistique de ces DOA. On maximise alors le rapport signal à bruit moyen par rapport à cette distribution connue des DOA.

Soit $\mathbf{\Gamma}(\theta, \phi)$ la matrice de corrélation du signal issu d'un satellite utile, θ et ϕ étant les angles d'incidence et d'azimut de ce satellite dans le repère local du réseau. La matrice de corrélation moyenne $\mathbf{\Gamma}_{moy}$ des signaux utiles est alors donnée par :

$$\mathbf{\Gamma}_{moy} = E_{\theta, \phi}[\mathbf{\Gamma}(\theta, \phi)] = \iint_{\Omega} \mathbf{\Gamma}(\theta, \phi) \cdot pdf(\theta, \phi) \cdot d\theta d\phi \quad (2.97)$$

avec :

- Ω l'hémisphère vu par le réseau,
- $pdf(\theta, \phi)$ la densité de probabilité de trouver un satellite d'élévation $\pi/2 - \theta$ dans cet hémisphère.

En première approximation, la répartition des satellites est supposée uniforme, par unité d'angle solide, sur une sphère centrée sur le récepteur [14] (cette approximation est d'autant plus juste que l'on est proche de l'équateur, cf. Annexe 2). L'antenne est supposée placée dans un plan horizontal, une région correspondant à une élévation inférieure à M° est supposée masquée par l'environnement du récepteur. D'où :

$$\mathbf{\Gamma}_{moy} = \int_0^{\pi/2-M} \int_0^{2\pi} \mathbf{\Gamma}(\theta, \phi) \frac{\sin(\theta)}{2\pi(1 - \sin(M))} d\theta d\phi \quad (2.98)$$

La matrice $\mathbf{\Gamma}_{moy}$ est déterministe et indépendante des données reçues. Le SINR moyen sur l'hémisphère vu par le réseau s'écrit alors :

$$E_{\theta, \phi}(SINR) = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{\Gamma}_{moy} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \quad (2.99)$$

Dans ce cas, le vecteur pondération \mathbf{w}_{OSINRM} optimal est le vecteur propre principal de $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{\Gamma}_{moy}$:

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{\Gamma}_{moy} \mathbf{w}_{OSINRM} &= \lambda \cdot \mathbf{w}_{OSINRM} \\ \lambda &= \lambda_{\max} \end{aligned}} \quad (2.100)$$

RQ : Si l'antenne n'est pas située dans le plan horizontal, on a besoin de connaître l'attitude du porteur afin de déterminer la direction du zénith : on moyenne toujours sur l'hémisphère vu par le réseau, par contre la pdf s'exprime en sinus de l'angle d'incidence θ_r par rapport à un plan horizontal :

$$\mathbf{\Gamma}_{moy} = \int_0^{\pi/2-M} \int_0^{2\pi} \mathbf{\Gamma}(\theta, \phi) \frac{\sin(\theta_r)}{K} d\theta d\phi \quad (2.101)$$

où K est un coefficient réel de normalisation. L'expression de θ_r dans le repère local de l'antenne n'est pas immédiate (voir Annexe 3). Dans le cas général, le calcul de la matrice $\mathbf{\Gamma}_{moy}$ ne peut pas être mené en temps réel, des valeurs pour différentes attitudes du porteur doivent donc être stockées dans la mémoire du processeur.

c) Optimum Vecteur Directionnel (OVS) :

De même que précédemment, cette méthode utilise la connaissance a priori de la distribution statistique des DOA utiles. Par contre le but est ici de se ramener à un problème de minimisation de puissance sous contrainte linéaire. On considère [14] que la majorité du temps, la réception n'est pas brouillée et on cherche donc le vecteur directionnel \mathbf{a}_0 qui maximise le SINR moyen en l'absence de brouillage. Ce vecteur directionnel, pris alors comme référence, servira de contrainte au problème de minimisation de puissance. Pour un filtre contraint vers \mathbf{a}_0 , la pondération \mathbf{w}_{ovs} qui maximise le SINR est donnée par (voir equ. 2.53 à 2.56) :

$$\mathbf{w}_{ovs} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0}{\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0} \quad (2.102)$$

d'où l'expression finale du SINR à maximiser selon \mathbf{a}_0 :

$$E_{\theta,\phi}(SINR) = \frac{\mathbf{w}_{ovs}^H \mathbf{\Gamma}_{moy} \mathbf{w}_{ovs}}{\mathbf{w}_{ovs}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{w}_{ovs}} = \frac{\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{\Gamma}_{moy} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0}{\mathbf{a}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0} \quad (2.103)$$

On se ramène alors à un problème de maximisation de ratio, ou de minimisation de puissance sous contrainte quadratique. De même qu'en 2.2.4.a (equ. 2.91 à 2.96), la solution optimale \mathbf{a}_0 correspond au vecteur propre principal de $\mathbf{\Gamma}_{moy} \mathbf{R}^{-1}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_{moy} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0 &= \lambda \mathbf{a}_0 \\ \lambda &= \lambda_{\max} \end{aligned} \quad (2.104)$$

En présence de bruit thermique uniquement, la matrice \mathbf{R}^{-1} est proportionnelle à la matrice identité. Le vecteur directionnel optimal \mathbf{a}_0 est donc le vecteur propre principal de $\mathbf{\Gamma}_{moy}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_{moy} \mathbf{a}_0 &= \lambda \mathbf{a}_0 \\ \lambda &= \lambda_{\max} \end{aligned} \quad (2.105)$$

Le vecteur des pondérations adapté à l'environnement est ensuite donné par l'équation 2.102.

De même que la matrice $\mathbf{\Gamma}_{moy}$, le vecteur \mathbf{a}_0 est déterministe et indépendant des données reçues. Par contre, de la même manière que pour la méthode précédente, on a toujours besoin de connaître l'attitude du porteur afin de déterminer la direction du zénith.

2.2.5 Critère de performance et méthode adaptée :

Les méthodes décrites jusqu'ici s'attachent à minimiser la puissance interférente en sortie du réseau. Elles tendent donc à réduire la part de l'erreur de pseudodistance due au bilan de liaison. Or en radionavigation par satellite, l'erreur finale de localisation dépend non seulement de l'erreur de

pseudodistance par satellite mais aussi des positions relatives des satellites (1.2.5.c) au travers du GDOP. Nous allons ici définir un critère de performances qui quantifie l'effet du réseau, et du filtrage adaptatif utilisé, sur la part de précision due aux bilans de liaison par satellite. Sachant qu'un récepteur multi fréquence haut de gamme est capable de corriger une large proportion des autres sources d'erreurs et que la part d'erreur due aux bilans de liaison est très faiblement corrélée à ces autres sources [17], ce critère permet un classement des différents filtres spatiaux envisagés, en les supposant associés à des récepteurs haute de gamme. Une méthode optimale pour ce critère est ensuite décrite (réécrite à partir de [15]).

a) Critère de performance :

On propose ici un critère de sélection des méthodes qui relierait directement les performances du réseau à la précision de positionnement.

Or la précision de positionnement est reliée à la précision de la mesure des pseudodistances. Les équations de base sont les suivantes [3] :

$$PR_i = \sqrt{(x_n + \Delta x - x_i)^2 + (y_n + \Delta y - y_i)^2 + (z_n + \Delta z - z_i)^2} + c(t_n + \Delta t) \quad (2.106)$$

où :

- PR_i est la pseudodistance avec le $i^{\text{ème}}$ satellite visible,
- (x_i, y_i, z_i) est la position du $i^{\text{ème}}$ satellite,
- (x_n, y_n, z_n, t_n) est la position et la polarisation d'horloge nominale du récepteur,
- $(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t)$ sont les corrections des valeurs nominales
- c est la célérité de la lumière.

La résolution de 2.106 peut être faite de manière analytique, par filtrage de Kalman ou par des techniques itératives basées sur la linéarisation des équations [3].

Plaçons-nous au voisinage de la position du récepteur, la linéarisation au 1^o ordre de 2.106 aboutie aux relations suivantes :

$$PR_i \approx \sqrt{(x_n - x_i)^2 + (y_n - y_i)^2 + (z_n - z_i)^2} + ct_n + \frac{(x_n - x_i)\Delta x + (y_n - y_i)\Delta y + (z_n - z_i)\Delta z}{\sqrt{(x_n - x_i)^2 + (y_n - y_i)^2 + (z_n - z_i)^2}} + c\Delta t$$

$$PR_i \approx PR_{ni} + \Delta PR_i \quad (2.107)$$

$$\Delta PR_i = \frac{(x_n - x_i)\Delta x + (y_n - y_i)\Delta y + (z_n - z_i)\Delta z}{\sqrt{(x_n - x_i)^2 + (y_n - y_i)^2 + (z_n - z_i)^2}} + c\Delta t = \cos_{xi} \Delta x + \cos_{yi} \Delta y + \cos_{zi} \Delta z + c\Delta t$$

où \cos_{xi} désigne le cosinus directeur de l'angle entre l'axe "récepteur - $i^{\text{ème}}$ satellite" et l'axe Ox (resp. y et z). Soit, sous forme matricielle :

$$\Delta \mathbf{PR} = \begin{pmatrix} \Delta PR_1 \\ \vdots \\ \Delta PR_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos_{x1} & \cos_{y1} & \cos_{z1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos_{xk} & \cos_{yk} & \cos_{zk} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ c\Delta t \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{X} \quad (2.108)$$

Avec :

k le nombre de satellites visibles,

$\Delta\mathbf{PR}$ le vecteur différence entre la pseudodistance mesurée et celle calculée (k éléments),

$\Delta\mathbf{X}$ le vecteur des paramètres à estimer, de correction du temps et de position utilisateur,

\mathbf{A} la matrice de solution $k \times 4$.

En réalité, la mesure de pseudodistance est entachée de bruit (voir equ. 1.10, chap. 1.2.4), celui-ci est supposé blanc Gaussien, le système à résoudre est alors :

$$\Delta\mathbf{PR} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{X} + \mathbf{b} \quad (2.109)$$

Le plus souvent en aéronautique, ce système est résolu par approximation moindre carrés et itérations successives :

$$\Delta\mathbf{X} = \arg \min \|\Delta\mathbf{PR} - \mathbf{A}\Delta\mathbf{X}\|^2 \Rightarrow \Delta\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \Delta\mathbf{PR} \quad (2.110)$$

Puis l'écart entre la pseudodistance calculée et celle mesurée est recalculé et on reboucle si nécessaire.

Intéressons-nous à l'estimation optimale de $\Delta\mathbf{X}$, le système étant linéaire et Gaussien, un estimateur efficace existe (qui atteint la borne de Cramer-Rao), il est produit par l'estimateur du maximum de vraisemblance. La fonction log-vraisemblance à maximiser s'écrit à une constante près :

$$\ln(p(\Delta\mathbf{PR}, \Delta\mathbf{X})) = -[\Delta\mathbf{PR} - \mathbf{A}\Delta\mathbf{X}]^T \text{cov}(\mathbf{b})^{-1} [\Delta\mathbf{PR} - \mathbf{A}\Delta\mathbf{X}] + cste \quad (2.111)$$

avec :

$$\text{cov}(\Delta\mathbf{PR}) = \text{cov}(\mathbf{b}) \quad (2.112)$$

Le problème est alors équivalent à un problème de moindres carrés, en dérivant 2.111 par rapport à $\Delta\mathbf{X}$ et en égalant le résultat à zéro, on trouve :

$$\Delta\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \text{cov}(\Delta\mathbf{PR})^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \text{cov}(\Delta\mathbf{PR})^{-1} \Delta\mathbf{PR} \quad (2.113)$$

La covariance minimale de l'erreur de positionnement est alors :

$$\text{cov}(\Delta\mathbf{X}) = E(\Delta\mathbf{X}\Delta\mathbf{X}^t) = [\mathbf{A}^T \text{cov}(\Delta\mathbf{PR})^{-1} \mathbf{A}]^{-1} \quad (2.114)$$

Les termes diagonaux de $\text{cov}(\Delta\mathbf{X})$ représentent respectivement les variances des erreurs selon les axes x , y , z et ct .

Finalement, l'erreur minimale de localisation en position et temps est liée aux erreurs de mesure de pseudodistances par :

$$\sigma_{loc} = \sqrt{\text{Tr} \left[(\mathbf{A}^T \text{cov}(\Delta\mathbf{PR})^{-1} \mathbf{A})^{-1} \right]} \quad (2.115)$$

RQ : Le terme GDOP (chap. 1.2.5.c) est alors défini comme un coefficient multiplicateur de l'erreur de pseudodistance en considérant les composantes de $\Delta\mathbf{PR}$ identiquement distribuées et indépendantes. Dans ce cas, la matrice de covariance de $\Delta\mathbf{PR}$ serait proportionnelle à la matrice identité et l'estimateur de la solution des moindres carrés serait la solution optimale. Le terme GDOP approxime donc l'effet de la géométrie de la constellation sur la précision finale de localisation.

$$GDOP = \sqrt{\text{Tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}} \quad (2.116)$$

Les erreurs de pseudodistance dépendent des erreurs d'horloge, des erreurs d'éphéméride, des effets de propagation, du bruit et des multitrajets. Cependant, comme expliqué en début de ce paragraphe, on ne s'intéresse ici qu'à la part d'erreur due aux bilans de liaison, car c'est la seule sur laquelle les méthodes de traitement envisagées permettent d'agir. L'inverse de la matrice de covariance des erreurs de pseudodistance sera donc assimilé à la matrice diagonale des SINR par satellite.

$$\sigma_{\text{réseau}} = \sqrt{\text{Tr} \left[\left(\mathbf{A}^T \begin{pmatrix} \text{SINR}_{\text{sat}_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \text{SINR}_{\text{sat}_k} \end{pmatrix} \mathbf{A} \right)^{-1} \right]} \quad (2.117)$$

La métrique des performances de réseaux ainsi définie constituera un critère de sélection des méthodes.

b) Optimum Array Processor (OAP) :

C'est la méthode optimale pour le critère de sélection défini précédemment : elle consiste à minimiser la trace de la covariance de l'erreur de positionnement [15].

$$\mathbf{w} = \arg \min_{\mathbf{w}} \left(\text{Tr} \left[\left(\mathbf{A}^T \begin{pmatrix} \text{SINR}_{\text{sat}_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \text{SINR}_{\text{sat}_k} \end{pmatrix} \mathbf{A} \right)^{-1} \right] \right) \quad (2.118)$$

Devant la complexité mathématique du problème (chacun des SINR est fonction du vecteur pondération \mathbf{w}), une expression analytique de la solution n'a pu être trouvée. La solution optimale est donc cherchée à partir d'une expression analytique approchée, puis par itérations à l'aide du gradient \mathbf{g} selon \mathbf{w} et d'une approximation \mathbf{H} du Hessien de l'expression à minimiser [15] :

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= \underset{\mathbf{w}}{\text{grad}} \left[\text{Tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{D} \mathbf{A})^{-1} \right] = -2 \left[\mathbf{R}_d \mathbf{w} \mathbf{w}^H - \mathbf{I} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_d \mathbf{w} \right] \mathbf{R} \mathbf{w} \\ \mathbf{H} &= 4 \mathbf{w}^H \mathbf{R}_d \mathbf{w} \mathbf{R} \end{aligned} \quad (2.119)$$

avec

$$\begin{cases} \mathbf{R}_d = \sum_{k=1}^{N_{\text{sat}}} \left(\mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{B} \mathbf{A})^{-2} \mathbf{A}^T \right)_{kk} \mathbf{\Gamma}_k \\ \mathbf{B} = \mathbf{D} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \text{SINR}_{\text{sat}_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \text{SINR}_{\text{sat}_k} \end{pmatrix} \end{cases}$$

où \mathbf{R} désigne la matrice de corrélation du réseau, $\mathbf{\Gamma}_k$ la matrice de corrélation des signaux du $k^{\text{ième}}$ satellite.

Si l'on souhaite plus particulièrement privilégier la précision en positionnement dans l'espace, le plan horizontal, l'altitude ou encore le temps, on introduit une matrice diagonale de sélection \mathbf{S} ayant des "1" sur la diagonale uniquement aux positions correspondantes aux paramètres à privilégier. On remplace alors \mathbf{R}_d dans 2.119 par :

$$\mathbf{R}_d = \sum_{k=1}^{N_{sat}} \left(\mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{B} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{S} (\mathbf{A}^T \mathbf{B} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \right)_{kk} \mathbf{\Gamma}_k \quad (2.120)$$

L'itération de Newton-Raphson s'écrit alors :

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{g}_k \quad (2.121)$$

La recherche de la solution analytique approchée, servant à initialiser l'itération, se fait en tentant d'égaliser le gradient à zéro. La difficulté repose sur la dépendance de \mathbf{R}_d en fonction de \mathbf{w} . pour éliminer cette dépendance, la matrice \mathbf{B} est remplacée par l'identité conduisant à une forme approchée $\hat{\mathbf{R}}_d$ de \mathbf{R}_d . L'initialisation de la boucle se fait donc à partir du vecteur propre principal de $\mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{R}}_d$:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{R}}_d \mathbf{w}_0 &= \lambda \cdot \mathbf{w}_0 \\ \lambda &= \lambda_{\max} \end{aligned} \quad (2.122)$$

L'approximation faite dans \mathbf{B} est équivalente à dire que les signaux issus de tous les satellites visibles ont la même puissance en sortie du réseau. Cette assertion est fautive en général (i.e. de part l'adaptation à l'environnement interférent, un satellite peut se retrouver dans une région à faible gain du diagramme du réseau), cependant elle suffit à proposer une solution approchée suffisamment bonne pour que l'itération converge vers la solution optimale.

Cette méthode nécessite donc la connaissance a priori des directions d'arrivée des signaux utiles, et de la position approchée du récepteur afin de déterminer la matrice \mathbf{A} et les matrices de corrélation $\mathbf{\Gamma}_k$ des signaux utiles. Son intérêt réside dans le fait qu'elle choisit automatiquement les directions à privilégier afin d'obtenir la meilleure précision de localisation en fonction de l'environnement du récepteur.

2.2.6 Discussion des classes de méthodes :

L'ensemble des méthodes décrites jusqu'ici peuvent être classées dans deux familles selon le type d'algorithme : les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte linéaire ou sous contrainte quadratique. Elles peuvent également être classées dans deux familles selon les informations a priori qu'elles utilisent.

a) Synthèse des méthodes envisagées :

Le tableau 2.7 ci-dessous synthétise l'ensemble des méthodes décrites dans cette partie. On rappelle que les formateurs de Capon ne font pas partie des solutions envisagées pour cette thèse

principalement à cause de l'exigence mono-sortie du réseau ; cependant ils serviront de cas de référence.

Bien qu'une boucle soit mise en jeu pour l'écriture du vecteur pondération, le formateur OAP est classé parmi les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte quadratique car l'initialisation de la boucle se fait à l'aide d'une contrainte de ce type. Nous verrons par la suite que ses propriétés le rattachent effectivement à cette classe de méthodes.

Informations a priori / Contrainte	Exploitation des DOA des satellites cibles	Méthodes aveugles ou semi-aveugles
Linéaire	Formateurs de Capon (Capon)	Inversion de Puissance (PI) Quiescent Pattern (QP) Optimum Vecteur Directionnel (OVS)
Quadratique	Optimum SINR réel (OSINR) Optimum Array Processor (OAP)	Optimum SINR Moyen (OSINRM)

Tableau 2.7 : Synthèse des méthodes Spatiales

b) Minimisation de Puissance sous contrainte linéaire :

Ces filtres minimisent la puissance de sortie en tentant de maintenir le diagramme de rayonnement obtenu en l'absence d'interférence. La formulation générale du problème est :

$$\mathbf{w} = \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \mathbf{w}_0 = 1 \quad (2.123)$$

où \mathbf{w}_0 est le vecteur pondération dessiné pour synthétiser le diagramme de rayonnement souhaité en bruit blanc. La contrainte agit sur la réponse en phase et sur la réponse en amplitude du réseau. De la même façon qu'en 2.2.2 equ.2.61, le diagramme de rayonnement peut se mettre sous la forme

$$B(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = \mathbf{w}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta) = \frac{\alpha}{\sigma^2} \left\{ \mathbf{w}_0^H \mathbf{a}(\theta) - \sum_{k=1}^J \frac{\lambda_k - \sigma^2}{\lambda_k} [\mathbf{u}_k^H \mathbf{w}_0] \mathbf{u}_k^H \mathbf{a}(\theta) \right\} \quad (2.124)$$

le premier terme du diagramme de rayonnement correspond au diagramme en bruit blanc, la seconde partie correspond à la minimisation de la puissance interférente obtenue en ne gardant que la composante du sous-espace 'interférences plus bruit' orthogonale à la contrainte. Il s'ensuit que dans le cas de brouilleurs de puissances suffisamment grandes ($\lambda_k \gg \sigma^2$), le sous espace interférent ne contient que les signaux interférents et donc un zéro est formé dans la direction θ_k de chaque brouilleur :

$$\forall k \leq J, \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_k) = B(\theta_k) = 0 \quad (2.125)$$

c) Minimisation de Puissance sous contrainte quadratique :

Ces filtres peuvent aussi être vus comme des filtres maximisant un ratio de formes quadratiques, le vecteur pondération solution est le vecteur propre principal d'un produit matriciel :

$$\mathbf{w} = \arg \max_{\mathbf{w}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \Rightarrow \mathbf{w} \text{ solution de } \mathbf{R}^{-1} \mathbf{\Gamma} \mathbf{w} = \lambda_{\max} \cdot \mathbf{w} \quad (2.126)$$

En général la matrice $\mathbf{\Gamma}$ est hermitienne, d'après 2.60, le diagramme de rayonnement peut se mettre sous la forme :

$$B(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = \frac{1}{\lambda_{\max}} \mathbf{w}^H \mathbf{\Gamma} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta) = \frac{1}{\sigma^2 \lambda_{\max}} \mathbf{w}^H \mathbf{\Gamma} \left\{ \mathbf{a}(\theta) - \sum_{k=1}^J \frac{\lambda_k - \sigma^2}{\lambda_k} [\mathbf{u}_k^H \mathbf{a}(\theta)] \mathbf{u}_k \right\} \quad (2.127)$$

Dans le cas de brouilleurs de forte puissance, un zéro est toujours formé dans la direction des interférences, le vecteur propre principal de $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{\Gamma}$ est donc dans le sous-espace de bruit de \mathbf{R} . Dans le cas général, un trou est formé dans la direction des brouilleurs dont la profondeur dépend de la puissance des brouilleurs. La puissance des interférences et du bruit thermique restante est colorée spatialement par la matrice $\mathbf{\Gamma}$.

Une différence forte avec la famille de méthodes précédente est que la contrainte agit ici uniquement sur la réponse en amplitude du réseau. On notera toutefois le cas particulier où la matrice hermitienne $\mathbf{\Gamma}$ est de rang 1, dans ce cas la matrice $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{\Gamma}$ est aussi de rang 1, son unique vecteur propre est donné par :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{u} \mathbf{u}^H \Rightarrow \mathbf{R}^{-1} \mathbf{\Gamma} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u} = (\mathbf{u}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}) \times \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u} \quad (2.128)$$

Et le problème est alors équivalent au problème de minimisation de puissance sous contrainte linéaire suivant :

$$\mathbf{w} = \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \mathbf{u} = 1 \quad (2.129)$$

2.3. Evaluation des performances en systèmes sans défauts

2.3.1 Introduction : Description des scénarii utilisés :

Les différents résultats proposés sont illustrés à partir de deux types de simulation :

- Etude d'un paramètre : on se place dans une configuration géométrique particulière et on observe l'évolution des performances en faisant varier un paramètre. Deux positions limites des satellites (faible et haute élévation) ont été utilisées pour ce type d'étude (cf. figure 2.8 ci-dessous). Les performances des réseaux dans ces configurations particulières n'étant pas représentatives de leurs performances globales,

le but de ces simulations n'est pas de tester l'aptitude du réseau à fournir des signaux utilisables, mais uniquement d'étudier l'influence d'un paramètre particulier ;

- **Etude globale** : tous les paramètres sont fixés, les orbites réelles des satellites sont exploitées à l'aide des paramètres orbitaux yuma de la constellation GPS (disponibles sur <http://celestrak.com/NORAD/elements/>). Les orbites sont échantillonnées à 1 point par demi-heure, les performances sont étudiées et moyennées sur une journée complète afin de prendre en compte l'ensemble des configurations géométriques possibles de la constellation GPS. Sauf mention contraire, pour chacune des configurations géométriques, les résultats sont moyennés sur 100 simulations de Monte Carlo pour chaque signal avant d'être moyennés sur l'ensemble des satellites visibles sur les 48 configurations géométriques journalières de la constellation. Le réseau est situé à Vernon (LRBA) pour ces simulations (voir Annexe 2). Le but est ici de tester l'aptitude du réseau à fournir des signaux utilisables par un récepteur générique. Pour ces simulations, on s'intéresse au gain moyen du réseau, défini comme la moyenne des rapports entre les SINR obtenus vers chaque satellite en présence de brouillage et les SNR qu'on obtiendrait en bruit blanc seul, avec 1 capteur unique. Un gain moyen de 0 dB signifie donc qu'en moyenne on obtient le même SINR avec la méthode d'antibrouillage testée qu'avec un capteur unique en l'absence d'interférence. On s'intéresse également à la précision de positionnement telle que définie en 2.2.5 et aux sauts de phase engendrés par la mise à jour des vecteurs pondérations, ces sauts sont toujours comptés positivement et moyennés de la même façon que le gain en SINR. La précision de positionnement est normalisée par celle que l'on obtiendrait avec un capteur seul en présence de bruit thermique uniquement. Elle implique de connaître les bilans de liaison vers chaque satellite et les positions relatives des satellites et du récepteur. Elle est donc calculée et moyennée sur les 100 simulations de Monte-Carlo pour chaque observation de la constellation puis sur les 48 configurations géométriques de la constellation. Seuls les satellites dont le SINR excède le seuil de poursuite de - 41 dB (voir parag. 1.3.2.a) sont pris en compte pour le calcul de la précision et des sauts de phase.

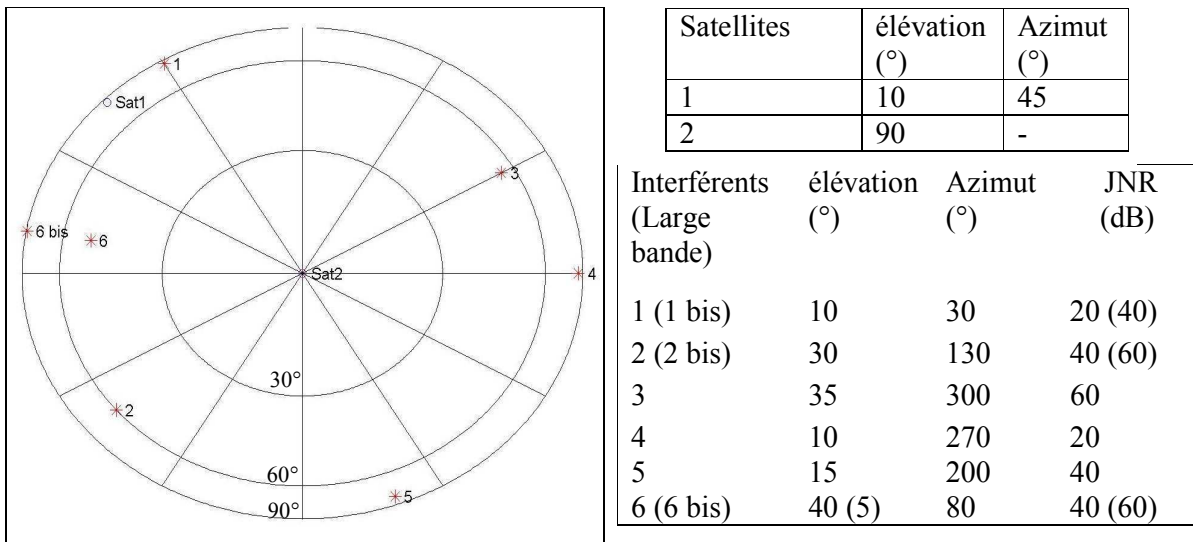


Fig. 2.8 : Configurations géométriques simulées

Les différentes positions et puissances des brouilleurs simulés sont représentées sur la figure 2.8. Un réseau à quatre capteurs pourra être en présence des brouilleurs 1 à 3, les brouilleurs 4 à 6 ne sont utilisés que pour le réseau à sept éléments (voir paragraphe 2.3.2 suivant). Les interférents sont placés à de faibles élévations ce qui constitue une hypothèse réaliste, mais pénalisante car la probabilité de trouver un satellite GPS y est plus grande que sur les couronnes de grande élévation. Hors mention contraire, les brouilleurs émettent un bruit blanc.

2.3.2 Configuration géométrique des réseaux :

Nous l'avons déjà évoqué dans le paragraphe 2.1.2, la taille du réseau et l'espacement inter-capteurs influent sur la taille et la position des lobes du réseau. En particulier, l'espacement inter-capteur doit être inférieur à la demi-longueur d'onde des signaux traités afin d'éviter un repliement spatial du spectre et donc l'apparition d'ambiguïtés. En contrepartie, le rapprochement des éléments diminue la résolution du réseau, et surtout fait augmenter les phénomènes de couplages inter-capteurs. Aussi, dans un premier temps avons-nous étudié des réseaux avec un espacement inter-capteurs de $\lambda/2$. Les effets des phénomènes de couplage et du rapprochement des capteurs seront pris en compte dans la partie 4 de ce document.

Sept configurations de réseaux plans ont été simulées. Les six premières, rencontrées dans un article [14], ont permis de valider le logiciel. La 7^{ème} représente une antenne hexagonale à sept éléments (r7 sur la figure 2.9). Les traits pleins représentent des espacements inter-capteurs de $\lambda/2$. Le but étant de mettre rapidement en œuvre les résultats obtenus, nous n'avons approfondi notre étude que sur les 3 configurations géométriques présentées sur la figure 2.9, pour lesquelles des réalisations ont déjà été faites. Seuls les résultats pour ces 3 configurations seront présentés.

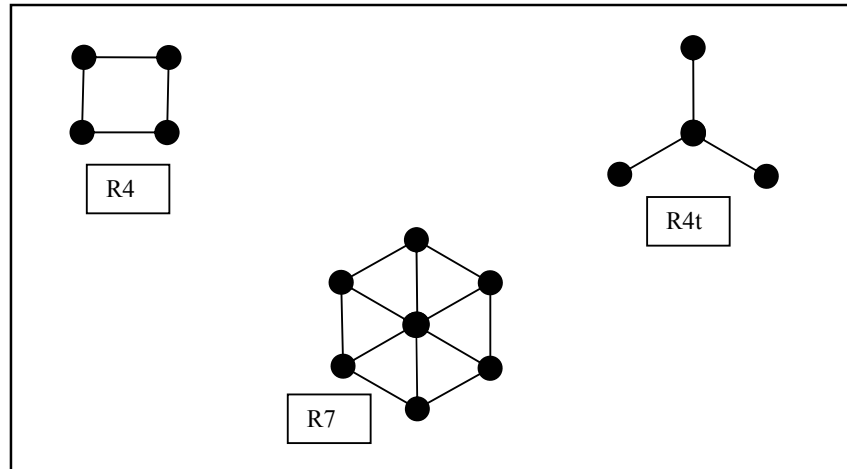


Fig. 2.9 : Configuration spatiale des réseaux plans simulés

- R4 : antenne carrée à 4 patchs,
- R4t : antenne triangulaire équilatérale à 4 patchs dont 1 au centre,
- R7 : antenne hexagonale à 7 patchs.

2.3.3 Architecture de la chaîne RF et modèle des réseaux :

En systèmes réels, les signaux incidents sur le réseau sont filtrés, amplifiés puis descendus en fréquence intermédiaire où sont formées les voies I et Q (voie en phase et voie en quadrature). Le traitement est ensuite effectué en bande de base à partir de signaux complexes numérisés. Après

application du filtre adaptatif, les signaux sont remontés à leur fréquence nominale afin que le traitement du filtre adaptatif soit transparent pour un récepteur classique.

Nous ne modélisons ici que les étapes pouvant affecter les performances des réseaux (fig. 2.10). Les signaux sont directement générés sous forme complexe en bande de base, échantillonnés à $F_e = 250\text{MHz}$ afin de limiter les phénomènes de recouvrement sur les signaux utiles. Ils sont ensuite affectés des fréquences Doppler avant de traverser le réseau selon le modèle ‘large bande’ décrit en 2.1.1.b. Les patches ont une réponse ‘parfaite’ de gain constant et de phase nulle sur toute la bande. Le bruit thermique est ajouté aux signaux avant de traverser successivement quatre filtres de Chebyshev parfaitement identiques sur les différentes voies du réseau (en systèmes réels, outre le filtre d’entrée, chaque filtre succède à une opération de type amplification, descente en fréquence, amplification due au contrôle automatique de gain). La bande B de traitement est prise égale à 40MHz sur L1 afin qu’un seul système puisse traiter le code P en BPSK(10) et les signaux BOC(10,5)sinus et BOC(15,2.5). B est prise à 30MHz sur L2. Le premier filtre, d’ordre 2, a une bande passante égale à $2B$. Les deux suivants, d’ordre 4, ont une bande passante B . Le dernier, d’ordre 2, a également une bande passante B . Les quatre filtres présentent un facteur d’oscillation de 1dB . Les signaux sont ensuite échantillonnés à la fréquence de traitement $F_e = 50\text{MHz}$.

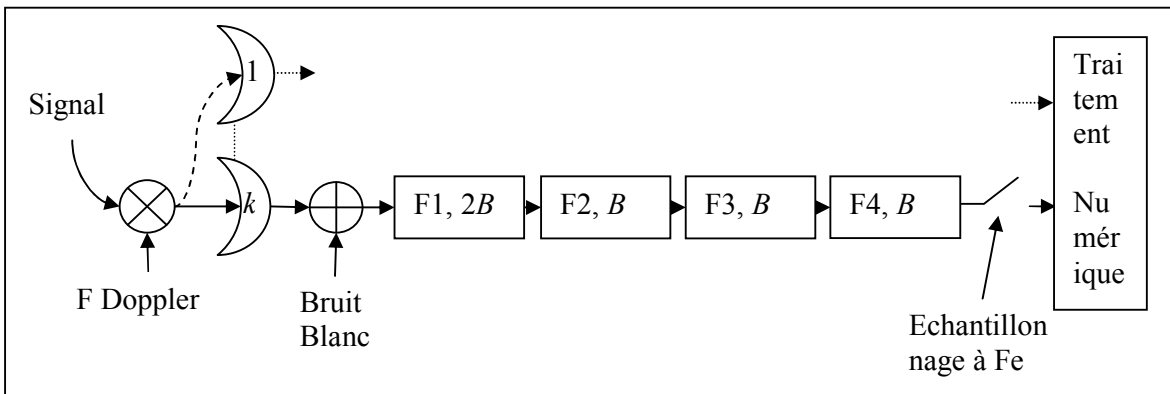


Fig. 2.10 : Schéma d’une chaîne RF parfaite simulée.

Le bruit thermique est supposé Gaussien, blanc spatialement et temporellement. Sa puissance est donnée par :

$$N = F \times k \times T_0 \times F_e \quad (2.130)$$

Avec :

- N la puissance de bruit (W),
- F le facteur de bruit,
- k la constante de Boltzmann ($k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ W/Hz/K}$),
- T_0 la température de référence ($T_0 = 290 \text{ K}$),
- F_e la fréquence d’échantillonnage (Hz).

La puissance GPS, reçue par une antenne de gain unité, est supposée égale à la puissance minimum garantie, fonction de l’élévation et de la bande traitée (L1, L2) uniquement [3].

2.3.4 Implémentation des méthodes utilisant des informations a priori :

a) Problématique :

Les largeurs des bandes de traitement prévues dans les systèmes futurs ne sont plus vraiment négligeables devant la fréquence porteuse. En particulier, sur L1 le ratio BD/c vaut 2.54 % pour le réseau r7 (voir equ. 2.2, parag. 2.1.1.a). Pour en voir l'influence, considérons un terme générique (ligne l , colonne c) de la matrice de corrélation d'un signal traversant le réseau en l'absence de bruit thermique. Par transformée de Fourier inverse de la densité spectrale de puissance $S(f)$ du signal reçu, on peut écrire :

$$\Gamma(l, c) = \Gamma(\tau_c - \tau_l) = \int_{f_0-B/2}^{f_0+B/2} S(f) \exp[2i\pi f(\tau_c - \tau_l)] df \quad (2.131)$$

où τ_c et τ_l représentent les retards de propagation aux capteurs c et l par rapport au capteur de référence. La matrice de corrélation peut donc s'écrire :

$$\Gamma = \int_{f_0-B/2}^{f_0+B/2} S(f) \mathbf{a}_f(\theta) \mathbf{a}_f^H(\theta) df \quad (2.132)$$

où l'expression fréquentielle du vecteur directionnel est donnée en 2.1.1.b (equ. 2.16). Une telle matrice peut avoir un rang supérieur à 1 ; dans ce cas, un signal ne peut plus être caractérisé par un simple vecteur directionnel à la fréquence porteuse, et la puissance d'un signal traversant le filtre ne peut plus se mettre sous la forme d'un produit de 2 vecteurs :

$$P_{\text{filtre}} = \mathbf{w}^H \Gamma \mathbf{w} \neq P_0 \left| \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \right|^2 \quad (2.133)$$

Dans un premier temps, on s'interroge donc dans ce paragraphe sur la validité du modèle bande étroite des signaux pour caractériser les signaux utiles. Dans un second temps, les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte quadratique sont revisitées en introduisant des hypothèses simplificatrices dans l'écriture des contraintes matricielles.

b) Validité du modèle bande étroite des signaux cibles :

Cette étude est articulée autour du formateur de Capon (parag. 2.2.2.a). Ce formateur n'est pas applicable à notre étude car nécessitant un haut degré d'hybridation avec le récepteur, il constitue cependant un cas test intéressant en tant que méthode de traitement optimale : il atteint les bornes de Cramer-Rao en termes de SINR en allouant un vecteur pondération à chaque satellite en visibilité du réseau.

En modélisation large bande, la matrice Γ_k de corrélation du réseau contenant uniquement les signaux issus du $k^{\text{ième}}$ satellite est supposée disponible. Le SINR s'écrit alors :

$$\text{SINR}_k = \frac{\mathbf{w}_k^H \Gamma_k \mathbf{w}_k}{\mathbf{w}_k^H \mathbf{R} \mathbf{w}_k} \quad (2.134)$$

Il est maximisé par le vecteur propre principal de $\mathbf{R}^{-1} \Gamma_k$ (démonstration au parag. 2.2.4) :

$$\begin{aligned}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{\Gamma}_k\mathbf{w}_{k,wb} &= \lambda.\mathbf{w}_{k,wb} \\ \lambda &= \lambda_{\max}\end{aligned}\quad (2.135)$$

Les effets ‘large bande’ sont implicitement inclus dans la matrice $\mathbf{\Gamma}_k$.

En modélisation bande étroite, la matrice $\mathbf{\Gamma}_k$ peut s’écrire :

$$\mathbf{\Gamma}_k = P_k\mathbf{a}_k\mathbf{a}_k^H \quad (2.136)$$

où le vecteur directionnel \mathbf{a}_k ne contient que l’information de direction, l’effet du diagramme angulaire des patches est pris en compte dans la puissance reçue P_k . On retrouve alors la formulation du problème décrite en 2.2.2.a sous forme d’une minimisation de puissance sous contrainte linéaire, dont la solution est :

$$\mathbf{w}_{k,nb} = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}_k}{\mathbf{a}_k^H\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}_k} \quad (2.137)$$

Ces deux modèles ont été testés en simulations globales sur 20 simulations de Monte-Carlo pour le code P et les signaux BOC(10,5)sinus et BOC(15,2.5)cosinus, pour les 3 réseaux étudiés. Dans un premier cas, les signaux sont transmis en présence de bruit blanc Gaussien seul, dans un second cas le brouilleur 1 est introduit (voir Fig. 2.8) affecté d’un rapport brouilleur à bruit de JNR = 55 dB.

Quels que soient les cas testés, l’influence du modèle choisi pour la contrainte est négligeable. En effet, l’erreur relative maximale (observée pour les signaux BOC(15,2.5) sur le réseau r7) est de l’ordre de 2.10^{-6} sur le gain moyen exprimé en valeurs naturelles. La matrice de corrélation totale \mathbf{R} du réseau étant indépendante de la forme de la contrainte, ceci indique que la qualité du pointage du réseau n’est pas affectée par le non prise en compte de la largeur de bande traitée. Il en résulte donc que les signaux GNSS peuvent être décrits à l’aide du modèle ‘bande étroite’ des signaux pour leur prise en compte dans l’implémentation des méthodes de filtrage.

c) Implémentation des méthodes :

On s’intéresse ici aux méthodes qui exploitent des informations a priori sur les signaux utiles ou sur une statistique de ces signaux. On se propose de réécrire les contraintes selon le modèle bande étroite des signaux. De plus, dans l’hypothèse où les DOA sont supposées disponibles par un autre moyen qu’un retour du récepteur GNSS, les puissances utiles reçues ne sont pas connues a priori. On évalue ici l’effet sur les performances des méthodes de ce manque d’informations a priori. L’écart de performances est évalué en simulations globales en bruit blanc seul, en présence du brouilleur 1 puis en présence des brouilleurs 1 & 2. Les résultats globaux (pour la forme d’implémentation retenue) sont présentés au paragraphe 2.3.5 suivant ; on ne s’intéresse ici qu’à l’écart obtenu selon la façon d’implémenter les filtres.

- Optimum SINR Moyen : nous avons vu au paragraphe 2.2.4.b que cette approche consiste à former la matrice de corrélation moyenne du réseau, pour un satellite ayant une distribution statistique des positions connue (equ. 2.97) :

$$\Gamma_{moy} = E_{\theta, \phi} [\Gamma(\theta, \phi)] = \iint_{\Omega} \Gamma(\theta, \phi) \cdot pdf(\theta, \phi) \cdot d\theta d\phi$$

où $\Gamma(\theta, \phi)$ désigne la matrice de corrélation du signal issu du satellite d'élévation $\pi/2 - \theta$ et d'azimut ϕ , $pdf(\theta)$ la densité de probabilité de trouver un satellite d'élévation $\pi/2 - \theta$.

On se propose ici de comparer les performances de la méthode lorsque d'une part les matrices $\Gamma(\theta, \phi)$ sont estimées à partir d'échantillons de signal (l'effet 'large bande' et les puissances reçues y sont donc implicitement inclus) ; et d'autre part lorsque ces matrices sont remplacées par l'expression 'bande étroite' correspondant à un signal de même DOA et de puissance unité. On se place dans le cas d'une antenne dans le plan horizontal, la distribution statistique des satellites GPS correspondant, à l'ordre 0, à une répartition uniforme sur une demi-sphère centrée sur le récepteur, la nouvelle matrice de contrainte $\hat{\Gamma}_{moy}$ du réseau s'écrit alors :

$$\hat{\Gamma}_{moy} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \tilde{\mathbf{a}}(\theta, \varphi) \tilde{\mathbf{a}}(\theta, \varphi)^H \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (2.138)$$

où les diagrammes de rayonnement intrinsèques des capteurs sont inclus dans les vecteurs directionnels (voir equ. 2.82). Le vecteur pondération du réseau adapté à l'environnement Radio Fréquence est le vecteur propre principal de $\mathbf{R}^{-1} \hat{\Gamma}_{moy}$.

De la même manière, le vecteur contrainte de la méthode Optimum vecteur directionnel (parg. 2.2.4.c) est remplacé par le vecteur propre principal de $\hat{\Gamma}_{moy}$.

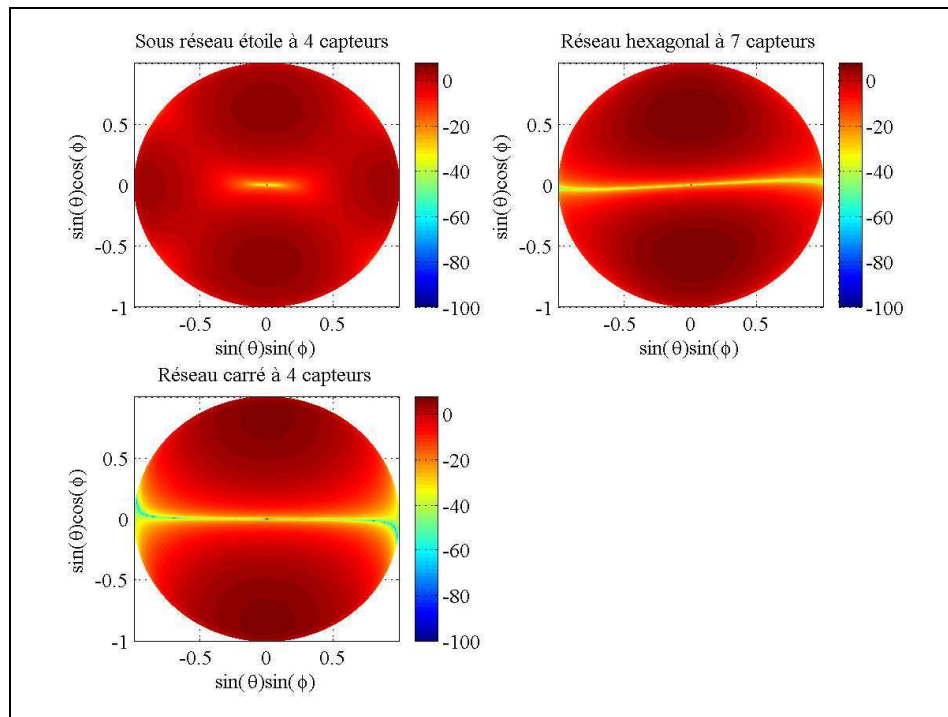


Fig. 2.11 : Diagrammes de rayonnement 'réseau+capteur' pour le formateur Optimum SINR Moyen.

Ces méthodes semblent globalement peu sensibles aux erreurs de modélisation des signaux cibles : sur les trois configurations de brouillage et les trois géométries de réseau simulées, l'erreur maximale observée est inférieure au dixième de dB en termes de SINR, elle n'est que de l'ordre du % en termes de précision de positionnement. Les diagrammes de rayonnement, en bruit blanc asymptotique, sont présentés sur la figure 2.11 ci-dessus pour les trois réseaux étudiés. De part le moyennage sur l'hémisphère visible du réseau pour synthétiser les matrices de contrainte, la différence entre les diagrammes obtenus avec les deux modèles est négligeable. On notera la tendance des réseaux à placer du gain aux faibles élévations où la probabilité de trouver un satellite cible est la plus grande.

- **Optimum SINR réel** : cette approche (parg. 2.2.4.a) consiste à former la matrice de corrélation du réseau incluant les signaux de tous les satellites en visibilité à l'instant considéré. Le but est de maximiser le SINR moyen pour la répartition réelle instantanée des satellites. La matrice réelle $\mathbf{\Gamma}_t$ incluant implicitement les effets 'large bande' et la puissance des signaux reçus, est remplacée par $\hat{\mathbf{\Gamma}}_t$ qui somme uniquement les contributions 'bande étroite' des différentes DOA. Afin de simplifier l'expression de la contrainte et de la rendre indépendante du type de capteurs utilisés, le diagramme angulaire des patches et les puissances utiles reçues ne sont pas pris en compte:

$$\mathbf{\Gamma}_t = \sum_{k=1}^{NSat} \mathbf{\Gamma}_k \rightarrow \hat{\mathbf{\Gamma}}_t = \sum_{k=1}^{NSat} \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H \quad (2.139)$$

Le SINR moyen réel est alors maximisé par le vecteur propre principal de $\mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{\Gamma}}_t$.

La figure 2.12 ci-dessous montre les diagrammes de rayonnement en bruit blanc asymptotique ($\mathbf{R} = \mathbf{I}$) pour une configuration géométrique particulière des satellites cibles. 'nb' fait référence au formateur simplifié basé sur l'approximation bande étroite et n'exploitant pas la connaissance des puissances reçues ; 'wb' fait référence au formateur exploitant les matrices de corrélations estimées des signaux reçus.

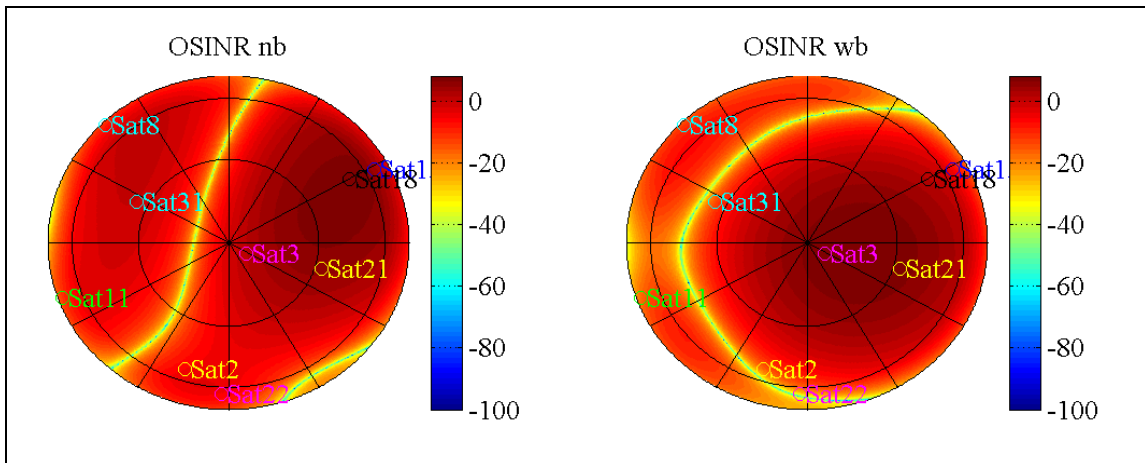


Fig. 2.12 : Diagrammes de rayonnement 'réseau+capteur' pour le formateur Optimum SINR sur r7.

La méthode OSINR est améliorée dans tous les cas testés par le modèle simplifié. Le SINR moyen obtenu est naturellement moins bon de 2 à 3 dB, mais rappelons (voir 2.3.1) qu'en termes de bilan de liaison, on s'intéresse à la moyenne des SINR normalisés (par ceux obtenus en bruit blanc seul avec 1 capteur unique). Autrement dit, on s'intéresse à la

moyenne des améliorations apportées vers chaque satellite (membre de gauche dans equ. 2.140) et non à l'amélioration globale moyenne (membre de droite dans equ. 2.140).

$$\sum_{N_{sat}} \frac{SINR_{réseau,k}}{SNR_{1\text{ capteur},k}} \neq \frac{\sum_{N_{sat}} SINR_{réseau,k}}{\sum_{N_{sat}} SNR_{1\text{ capteur},k}} \quad (2.140)$$

Pour ce critère, la version 'nb' est toujours supérieure, elle permet également d'obtenir une meilleure précision de localisation. En effet, cette méthode attribue la même importance à tous les satellites visibles et tente donc d'améliorer toutes les liaisons. Alors que la version originale 'wb' privilégie naturellement les satellites ayant un bon SINR ou les zones vers lesquelles sont regroupés plusieurs satellites ; par contre elle ne se soucie pas des satellites aux faibles élévations qui, à cause du diagramme de rayonnement intrinsèque des capteurs, contribuent peu au SINR moyen. L'approche originale est donc peu efficace en termes de GDOP. On peut en effet observer sur la figure 2.12 que des satellites peuvent se trouver dans des 'trous' naturels du diagramme de rayonnement. Au contraire, la version simplifiée tente d'assurer un minimum de gain en direction de chaque satellite visible.

Finalement, l'écart de performances dépend du diagramme de rayonnement intrinsèque des patches : plus les patches sont directifs plus l'écart de performances augmente. Avec le digramme du patch présenté sur la figure 2.6 et le réseau r7, la version simplifiée 'nb' est de l'ordre de 2 dB meilleure et près de 2 fois plus efficace en termes de précision de localisation que la méthode originale 'wb', quelle que soit la configuration de brouillage testée en simulations globales.

- Optimal Array Processor : de la même manière, dans cette approche (défini en 2.2.5.b) les SINR exprimés dans la matrice diagonale \mathbf{D} , de même que les matrices $\mathbf{\Gamma}_k$ par satellite, sont remplacés par leurs versions 'bande étroite' ne faisant intervenir que les DOA. La nouvelle expression de la matrice \mathbf{R}_d (voir equ. 2.119) est la suivante :

$$\hat{\mathbf{R}}_d = \sum_{k=1}^{N_{sat}} \left(\mathbf{A} (\mathbf{A}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{A})^{-2} \mathbf{A}^T \right)_{kk} \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H \quad (2.141)$$

$$\text{avec } \hat{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \mathbf{w}^H \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_1^H \mathbf{w} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{w}^H \mathbf{a}_{N_{sat}} \mathbf{a}_{N_{sat}}^H \mathbf{w} \end{pmatrix}$$

La résolution du problème reste inchangée, de même que l'approximation faite ($\hat{\mathbf{B}} \approx \mathbf{I}$) pour initialiser la récurrence.

Comme précédemment, la figure 2.13 ci-dessous présente les diagrammes de rayonnement en bruit blanc asymptotique pour une configuration géométrique particulière des satellites cibles. 'nb' et 'wb' ont la même signification que pour le cas précédent.

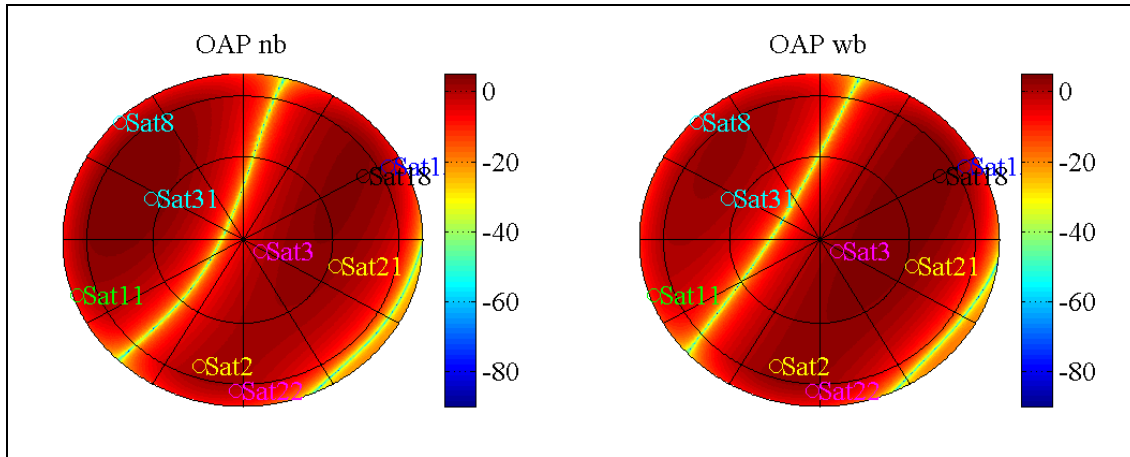


Fig. 2.13 : Diagrammes de rayonnement ‘réseau+capteur’ pour le formateur Optimum Array Processor sur r7.

La méthode OAP est dégradée dans tous les cas testés par le modèle simplifié. Toutefois, la dégradation n’est que de l’ordre de quelques dixièmes de dB en termes de bilan de liaison et quelques % en termes de précision de localisation. L’effet du diagramme de rayonnement influe sur les performances globales mais peu sur l’écart de performances entre la version simplifiée ‘nb’ et la version originale ‘wb’. On peut en effet observer que la différence entre les deux diagrammes de la figure 2.13 est faible.

En conclusion de cette partie, nous retiendrons que le modèle ‘bande étroite’ des signaux est validé pour caractériser les signaux GNSS dans la définition des méthodes de traitement. En outre, l’absence d’information a priori sur la puissance des signaux reçus n’engendre pas de détérioration significative des méthodes. Dans toute la suite du document, le choix a donc été fait de ne pas prendre en compte ces informations, conduisant à une implémentation et une mise en œuvre simplifiées des méthodes de traitement exploitant les DOA.

2.3.5 Performances globales :

Nous évaluons finalement les performances des 6 filtres adaptatifs envisagés, comparées à celles du réseau utilisant un formateur de Capon (donc une voie) par satellite. Les figures résultent de simulations globales en bruit blanc seul, en présence du brouilleur 1 puis en présence des brouilleurs 1 & 2. Dans un premier temps, nous nous intéressons au gain moyen des réseaux au sens de l’équation 2.140 et à la précision de localisation au sens de l’équation 2.117. Puis la stabilité de la réponse en phase des filtres est évaluée. A ce stade, l’effet de la modulation traitée est peu perceptible, aussi ne présentons-nous que les résultats obtenus avec le code P en BPSK(10). Dans tous les cas, les matrices de corrélation des réseaux sont estimées sur 1024 échantillons. L’influence du nombre d’échantillons utilisés sera discutée au paragraphe 2.4.

a) Bilan de liaison et précision de localisation :

Les figures ci-dessous sont obtenues de la manière suivante : une observation de la constellation GPS est faite par ½ heure sur une journée de manière à parcourir l’ensemble des configurations géométriques possibles. Les résultats moyens présentés sont d’abord moyennés sur 100 simulations de Monte-Carlo sur les tirages de bruit et des défauts, puis sur les 48 observations journalières. Le gain moyen du réseau (Fig. 2.14), borné par ses valeurs minimales et maximales sur les 48 observations, est présenté pour l’ensemble des méthodes et réseaux envisagés. On rappelle (parg. 2.3.1) qu’un gain moyen de 0 dB signifie qu’en moyenne, on obtient le même SINR qu’avec

un capteur seul en l'absence d'interférence. La méthode est d'autant meilleure que le gain est positif. La précision relative de positionnement (Fig. 2.15) est encadrée par \pm son écart-type sur les 48 observations de la constellation. Seuls les satellites dont le SINR excède le seuil de - 41 dB sont pris en compte pour le calcul de la précision. Quand moins de 4 satellites sont exploitables, la solution de navigation ne peut être calculée. Dans ce cas, on indique sur la figure le nombre de configurations géométriques qui ont été exploitables sur les 48 observations. L'absence d'indication signifie que la solution de navigation a toujours été disponible. De gauche à droite sur chaque figure, sont représentées les performances des filtres dans trois cas de figure différents (séparés par un trait noir vertical) :

1. en présence du bruit thermique uniquement,
2. en présence du brouilleur 1 uniquement,
3. en présence des brouilleurs 1 & 2.

L'observation conjointe des deux figures permet un certain nombre de commentaires. Tout d'abord, conformément aux prévisions, on note que les filtres de Capon (cyan) permettent toujours d'obtenir le meilleur gain en SINR et la meilleure précision de localisation (écart-type de l'erreur de positionnement le plus faible). Pour les formateurs mono-sorties, le filtre OSINR (rouge) fournit bien toujours le meilleur SINR et le filtre OAP (magenta) fournit bien toujours la meilleure précision de localisation. Ce qui valide le principe des méthodes.

On note également que dans les cas les plus défavorables, certains satellites perdent 20 dB de gain avec le formateur de Capon : ils sont trop proches du brouilleur 1 et le réseau ne permet pas de gain de traitement. Avec les autres formateurs, les satellites n'étant pas tous protégés par la contrainte, certains peuvent se trouver dans un trou du diagramme.

Les diagrammes de rayonnement des filtres OVS, OSINRM, OSINR et OAP présentent des trous naturels en bruit blanc asymptotique (parg. 2.3.4). Aussi, même en l'absence d'interférence ces filtres peuvent-ils annuler certains satellites utiles.

La position du brouilleur 2 est défavorable au réseau r4t. Dans ce cas, la solution de navigation n'est pas toujours calculable, particulièrement avec les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte linéaire. On précise que le réseau arrive tout de même à annuler les interférences ; toutefois les trous sont relativement étendus. Avec la chaîne RF simulée sur une bande de 40 MHz, le SNR en bruit blanc pour une antenne de gain unité est de -35 dB. Il suffit donc que le satellite soit dans une zone de gain inférieur à -6 dB pour qu'il ne soit pas exploitable. Cette sensibilité serait moins marquée avec des capteurs de gain plus élevé, ce qui sera le cas en pratique. En effet, le simulateur limite arbitrairement le gain maximum des capteurs à 2 dB (voir Fig. 2.6) car ce facteur n'influence pas le classement des méthodes, en pratique le gain d'un patch peut être de l'ordre de 10 dB.

En observant conjointement les deux figures, on note qu'à l'exception du cas 2 interférents sur le réseau r4t, la méthode OVS est la moins performante en termes de SINR et de précision. On rappelle que cette méthode est dérivée de la méthode de minimisation de puissance sous contrainte quadratique OSINRM afin de rendre la contrainte linéaire. La même observation pourrait être faite en tentant de linéariser les contraintes des méthodes OAP et OSINR, car cela revient à adapter le réseau à l'environnement en 2 étapes : d'abord création du meilleur diagramme de rayonnement en bruit blanc asymptotique puis minimisation de la puissance interférente. L'intérêt de la contrainte quadratique est qu'elle permet directement de créer un diagramme de rayonnement adapté aux interférences, par contre l'inconvénient est que les diagrammes obtenus sont instables. Ce dernier point sera développé au paragraphe 2.3.5.b et au chapitre 2.4 suivants.

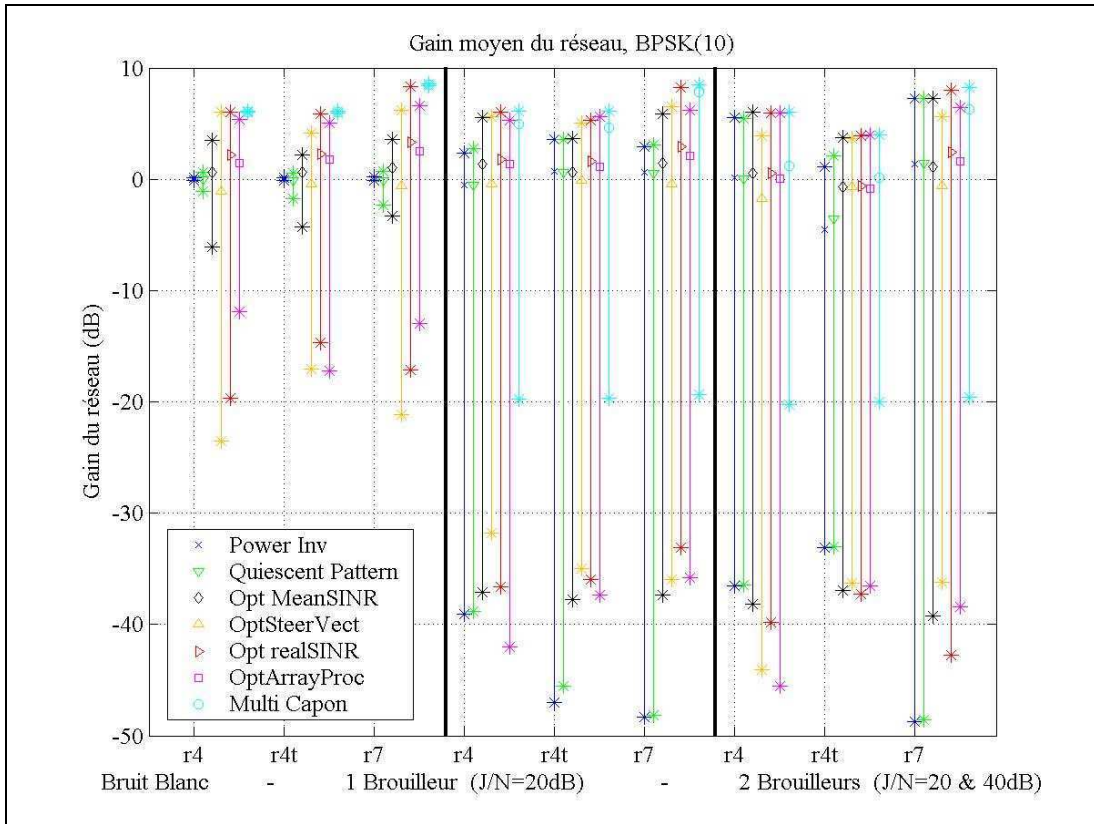


Fig. 2.14 : Gain moyen en SINR en systèmes sans défaut.

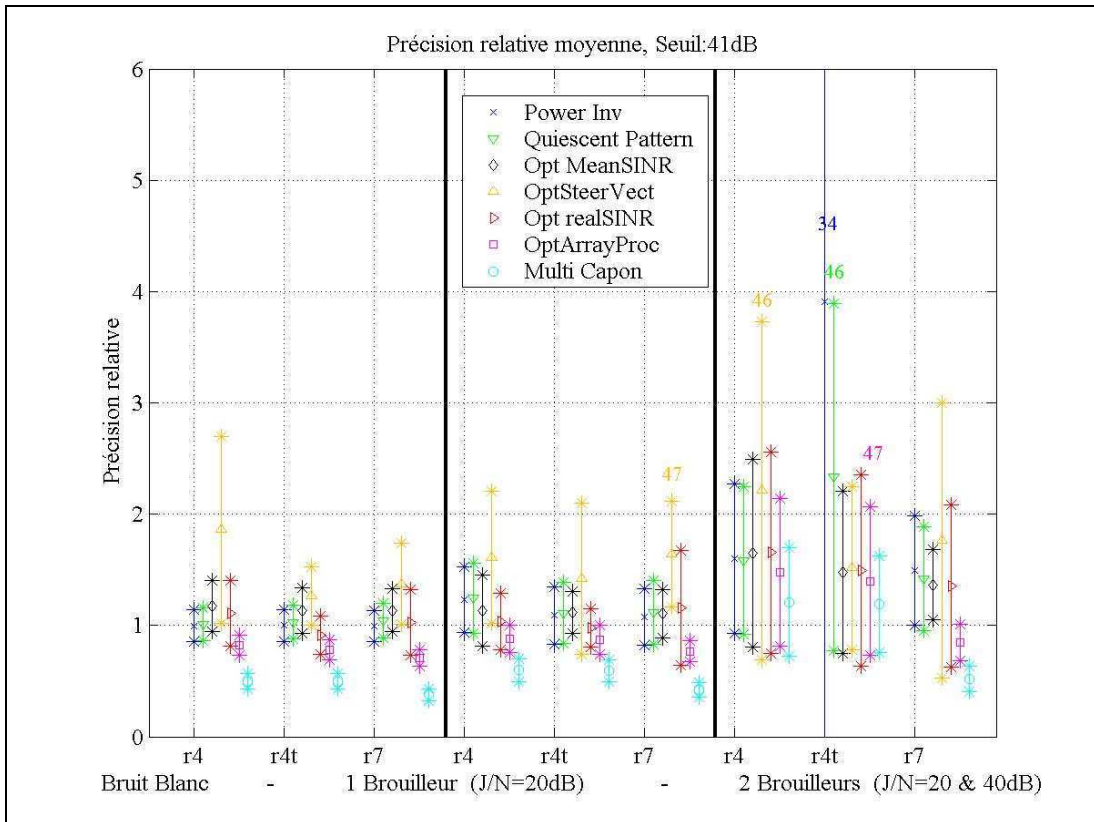


Fig. 2.15 : Précision relative de positionnement en systèmes sans défaut.

Un résultat important de ce chapitre est qu'un bon gain en SINR n'implique pas forcément une meilleure précision de localisation. En effet, le gain obtenu par la méthode OSINR est toujours le meilleur pour les filtres mono-sorties, ce qui n'est pas le cas de la précision de localisation. En particulier, l'inversion de puissance offre une meilleure précision en bruit blanc sur les réseaux r4 et r7, de même qu'en présence d'un interférent sur le réseau r7 ou en présence de 2 interférents sur le réseau r4, car elle offre une meilleure diversité angulaire de sources utiles.

Enfin, notons que l'écart de performance entre les différentes méthodes diminue lorsque le nombre de signaux interférents augmente. En effet, les degrés de liberté du réseau sont consommés pour rejeter les interférences et ne peuvent donc plus servir à synthétiser le diagramme de rayonnement souhaité.

b) Réponse en phase des filtres adaptatifs :

On s'intéresse ici à la stabilité de la réponse en phase des filtres adaptatifs. L'adaptation à l'environnement radiofréquence de l'antenne suppose une mise à jour des pondérations. Lorsque les signaux ne sont pas explicitement protégés par une contrainte du type Capon, ces mises à jour risquent d'engendrer des sauts de phase. Ces derniers peuvent faire décrocher les boucles de phase puis de code s'ils sont trop importants et trop fréquents (voir parag. 1.3.1.b), et ce même si le bilan de liaison est satisfaisant.

La figure 2.16 ci-dessous indique la moyenne des sauts de phase résultants de la mise à jour des vecteurs de pondérations dans un environnement stationnaire au sens large (la moyenne et la variance des variables aléatoires sont constantes). L'antenne et les signaux interférents sont immobiles. Les sauts sont toujours comptés positivement. Ils sont moyennés sur les 100 simulations de Monte-Carlo pour chaque satellite visible, puis sur l'ensemble des satellites visibles sur les 48 observations journalières de la constellation. Seuls les satellites dont le SINR excède le seuil de -41 dB sont pris en compte pour le calcul des sauts de phase.

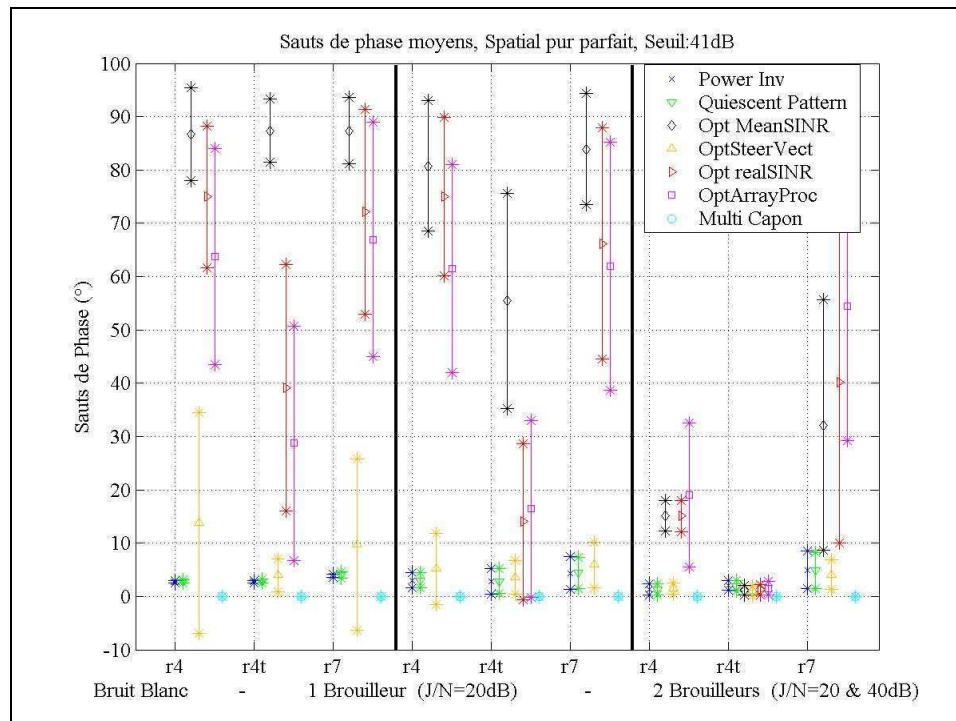


Fig. 2.16 : Mise à jour du vecteur pondération et sauts de phases en systèmes sans défaut.

La figure 2.16 met clairement en évidence l'instabilité des méthodes de minimisation de puissance sous contrainte quadratique (OSINRM en noir, OSINR en rouge et OAP en magenta).

Lorsque la matrice de corrélation est estimée à partir des données, même sur un grand nombre d'échantillons, ses valeurs propres changent sensiblement d'une estimation à l'autre. Les 3 formateurs cités ci-dessus étant basés sur la recherche du vecteur propre principal, ils sont très sensibles à ces changements. Ces 3 formateurs admettent un zéro en bruit blanc asymptotique dû à la matrice de contrainte. En bruit blanc simulé, les zéros peuvent être multiples et leurs positions dépendent des tirages de bruit. Or ces zéros se traduisent par des sauts de phase de 180° sur le diagramme de phase. Ceci est illustré sur la figure 2.17 ci-dessous où sont présentés deux exemples de diagrammes de gains et phases obtenus avec le formateur OSINR sur le réseau r7 en environnement stationnaire au sens large. Les matrices de corrélation sont estimées sur 1024 échantillons.

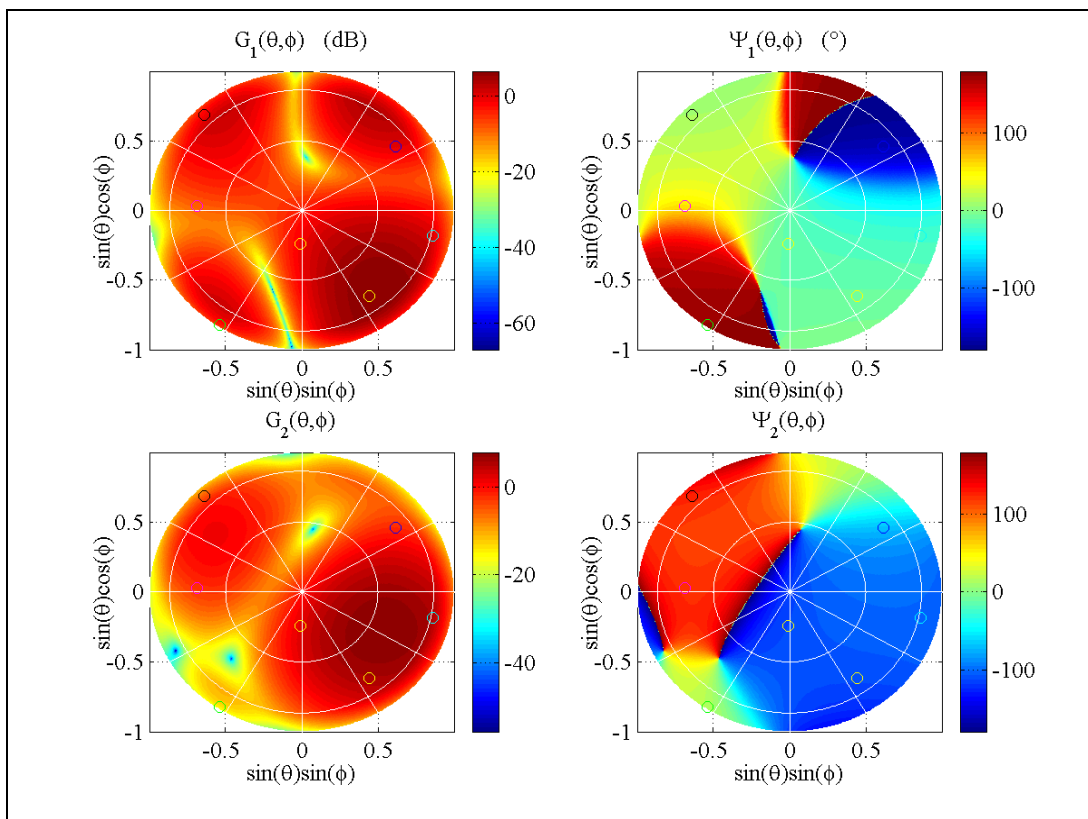


Fig. 2.17 : Exemples de diagrammes de phase et rayonnement en bruit blanc, OSINR, r7, 1024 échantillons.

Lorsque des interférences fortes sont introduites, les zéros sont localisés aux DOA interférentes. Le vecteur pondération est alors dans le sous-espace de bruit engendré par la matrice de corrélation totale du réseau (voir parag. 2.2.6.b). Cet espace est d'autant plus réduit que le nombre d'interférences augmente. Ce qui stabilise la réponse du réseau. Toutefois des variations sont toujours observables, comme illustré sur la figure 2.18 ci-dessous, où les brouilleurs 1 & 2 sont introduits dans la simulation. Les matrices de corrélation sont toujours estimées sur 1024 échantillons. Les cercles représentent les satellites GPS, les étoiles représentent les interférences.

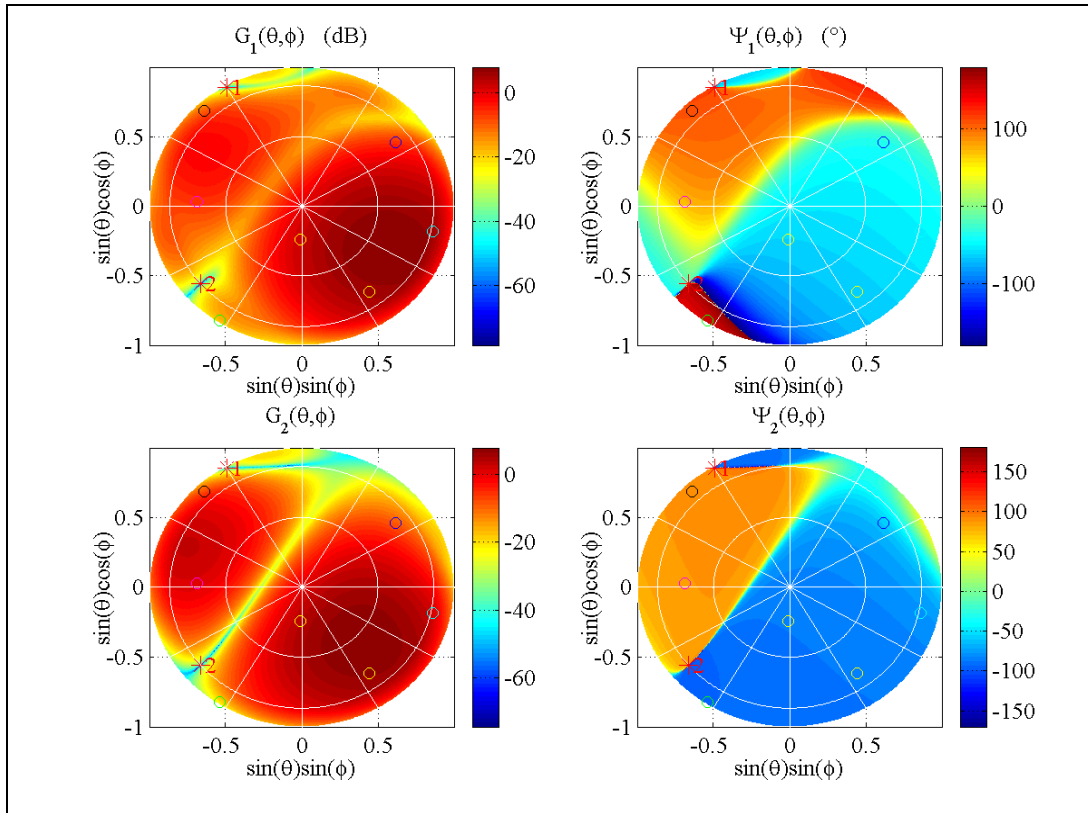


Fig. 2.18 : Exemples de diagrammes de phase et rayonnement, 2 interférences, OSINR, r7, 1024 échantillons.

Le diagramme en bruit blanc asymptotique du filtre OVS contient également un zéro. Par contre ce filtre est adapté à l'aide d'une contrainte linéaire. La contrainte agit donc sur la réponse en amplitude et sur la réponse en phase du réseau en exploitant toute la matrice de corrélation du réseau. C'est pourquoi sa réponse en phase varie moins que celles des 3 filtres précédents. Elle varie cependant plus que les réponses de filtres PI et QP qui sont également contraints linéairement mais dont les diagrammes de rayonnement en bruit blanc asymptotique ne contiennent pas de zéro.

Finalement, les contraintes quadratiques agissent uniquement sur la réponse en amplitude du réseau, ce qui rend les méthodes correspondantes sensiblement plus performantes en termes de SINR par rapport aux méthodes de minimisation de puissance sous contrainte linéaire. En contrepartie, la réponse en phase du réseau n'est pas contrainte et peut donc varier dans de grandes proportions, rendant ces filtres incompatibles avec un récepteur GNSS classique. L'absence de zéro dans le diagramme de rayonnement en bruit blanc asymptotique d'un réseau contribue à stabiliser sa réponse en phase.

2.4. Convergence de la réponse des réseaux spatiaux parfaits

Ce chapitre traite du problème de la stabilité de la réponse des réseaux spatiaux parfaits en termes de SINR et de phase, en fonction du nombre d'échantillons utilisés pour estimer les matrices de covariance. Deux moyens de stabiliser la réponse en phase des filtres spatiaux y sont proposés et évalués aux paragraphes 2.4.2 et 2.4.3.

2.4.1 Introduction :

Soit un réseau disposant de m capteurs, \mathbf{a}_0 représente le vecteur directionnel pointant dans la direction d'un signal utile. Un formateur de Capon est utilisé pour réaliser le filtre spatial : le vecteur pondération \mathbf{w} est proportionnel à $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}_0$ où \mathbf{R} désigne la matrice de covariance du réseau. Sous ces hypothèses, il est montré [18] que l'estimation de la matrice de covariance du réseau avec $3m$ échantillons permet d'obtenir un SINR meilleur que -3dB sous l'optimal, avec une probabilité supérieure à 98.04%. Si on utilise $4m$ échantillons, cette probabilité est supérieure à 99.68%.

Par contre, si le formateur utilisé diffère du formateur de Capon, le nombre d'échantillons nécessaire pour garantir de telles probabilités peut augmenter considérablement en fonction du formateur utilisé et de la direction d'arrivée du signal utile [18] puisque la contrainte ne protège pas explicitement le signal utile.

L'ensemble des méthodes envisagées peut être décomposé en deux familles selon la nature de la contrainte. Nous avons pu constater que les comportements des différentes méthodes en fonction du nombre d'échantillons sont très voisins au sein de chaque famille. Les résultats de cette étude seront donc uniquement illustrés par une méthode de chaque famille : l'Inversion de Puissance (PI) adaptée sous contrainte linéaire et la méthode Optimum SINR Moyen (OSINRM) adaptée sous contrainte quadratique.

Les figures de ce chapitre représentent de haut en bas respectivement :

- le gain moyen du réseau (SINR de sortie du réseau normalisé par le SINR d'un capteur seul),
- l'écart-type de ce gain calculé à partir des valeurs en dB,
- la moyenne des sauts de phase exprimée en degrés.

Chaque source est repérée par son angle d'élévation. Les signaux utiles arrivent de deux directions, une favorable (satellite 2 au zénith, voir Fig. 2.8) et une défavorable (satellite 1 : source proche de l'horizon et du brouilleur 1). Le but est ici de voir si la configuration géométrique de la scène influe sur le nombre d'échantillons nécessaires pour assurer la convergence de la réponse du filtre.

La configuration géométrique est statique, chaque scénario est simulé 100 fois. Les variations de réponse du réseau sont donc uniquement liées aux erreurs d'estimation des matrices de corrélation et non à des effets de dynamique du porteur, des satellites ou des brouilleurs.

En traitement spatial pur, la stabilité de la réponse en phase d'un réseau est indépendante de la modulation traitée.

Dans toute la suite de cette partie, on se place dans le cas idéal où le filtre est appliqué aux échantillons qui ont servi à l'estimer. Le cas où le filtre est appliqué sur d'autres échantillons (plus réaliste pour un système temps réel) sera présenté et discuté dans la 3^o partie de ce document.

2.4.2 Diagonal Loading :

Les matrices de corrélation utilisées pour adapter la réponse du réseau sont estimées à partir des signaux reçus, elles diffèrent donc de la matrice asymptotique. Or, la sensibilité d'un réseau aux erreurs d'estimation de la matrice de corrélation augmente avec la norme du vecteur pondération [12]. Aussi, un moyen de stabiliser la réponse d'un réseau est-il d'imposer une contrainte sur cette norme. En pratique, la solution couramment utilisée [12] consiste à charger la diagonale de la

matrice de corrélation pour le calcul des pondérations, ce qui revient à augmenter artificiellement et à stabiliser le plancher de bruit thermique vu par le réseau :

$$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} + \lambda \mathbf{I} \quad (2.142)$$

Cette approche se justifie de la manière suivante dans le cas d'une contrainte linéaire :

$$\mathbf{w} = \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \mathbf{w}_0 = 1 \text{ et } \mathbf{w}^H \mathbf{w} = T_0 \quad (2.143)$$

On écrit alors le Lagrangien de la quantité à minimiser :

$$L = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} + \alpha (\mathbf{w}^H \mathbf{w}_0 - 1) + \alpha^* (\mathbf{w}_0^H \mathbf{w} - 1) + \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{w} - T_0) \quad (2.144)$$

En différentiant par rapport à \mathbf{w} et en égalant le résultat à zéro, on obtient :

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = (\mathbf{R} + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{w} + \alpha \mathbf{w}_0 = 0 \Rightarrow \mathbf{w} = -\alpha (\mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{w}_0 \quad (2.145)$$

Et finalement, en réintroduisant la contrainte linéaire associée à α :

$$\mathbf{w} = \frac{(\mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{w}_0}{\mathbf{w}_0^H (\mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{w}_0} \quad (2.146)$$

On appelle alors facteur de charge le ratio λ/σ^2 où σ^2 représente la puissance du bruit thermique. Des techniques numériques itératives existent pour choisir le meilleur facteur de charge dans des configurations particulières [12] de puissance ou de position des interférences. Par contre, le choix n'est plus optimal si on s'éloigne de ces configurations. Aussi en règle générale, le facteur de charge est-il déterminé empiriquement, sa valeur est généralement de quelques dB.

Cette technique a été développée pour les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte linéaire. En effet, dans le cas d'une contrainte quadratique, l'introduction de la contrainte sur la norme du vecteur pondération conduirait à choisir \mathbf{w} comme un vecteur propre de $(\mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{\Gamma}$, mais pas forcément le vecteur propre principal. L'effet stabilisant n'est donc pas garanti sur ce type de méthodes.

Dans cette partie, on ne présente que les résultats obtenus avec les réseaux r4 et r7. En effet, nous avons constaté d'après nos simulations que si les deux réseaux à quatre capteurs (4 et r4t) ont des performances moyennes différentes selon la géométrie du scénario, l'écart-type du gain et la moyenne des sauts de phase évoluent de la même façon avec le nombre d'échantillons exploités.

CONFIDENTIEL

CONFIDENTIEL

CONFIDENTIEL

Une estimation des matrices de corrélation sur un plus grand nombre d'échantillons permettrait de diminuer ces sauts. Cependant, pour les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte quadratique, le nombre d'échantillons nécessaires risque de devenir prohibitif, impliquant une charge calculatoire plus lourde et un temps d'adaptation à l'environnement trop long. On se propose donc de s'orienter vers d'autres types de solutions, telles que l'exploitation de la symétrie dans le cas du réseau r7 pour en stabiliser la réponse en phase.

2.4.3 Réseaux symétriques et pondérations conjuguées :

Si le réseau possède un centre de symétrie, l'application de pondérations complexes conjuguées sur les capteurs symétriques permet de garantir une réponse réelle du réseau (parg. 2.1.2.b). Cette propriété peut être exploitée afin de stabiliser la réponse en phase du réseau r7 hexagonal à sept éléments.

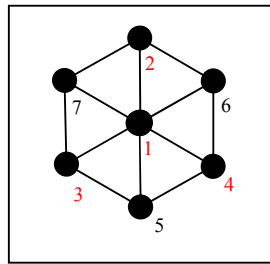


Fig. 2.23 : Réseau r7 symétrique

Supposons que le réseau soit numéroté de la manière suivante : le capteur central porte le n°1, puis on numérote de 2 à 4 les capteurs d'un sous-réseau étoile à trois éléments et on termine la numérotation en prenant dans l'ordre les symétriques des capteurs 2 à 4 (voir Fig. 2.23 ci-dessus). Le capteur central est pris comme référence pour les mesures de phase. Dans ce cas, quelle que soit la direction d'arrivée d'un signal, le vecteur directionnel \mathbf{a} du réseau possède la structure suivante :

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_1^* \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{a}\mathbf{a}^H = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{a}_1^H & \mathbf{a}_1^T \\ \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_1\mathbf{a}_1^H & \mathbf{a}_1\mathbf{a}_1^T \\ \mathbf{a}_1^* & \mathbf{a}_1^*\mathbf{a}_1^H & \mathbf{a}_1^*\mathbf{a}_1^T \end{pmatrix} \quad (2.147)$$

où \mathbf{a}_1 correspond aux capteurs 2 à 4. D'où la forme générale de la matrice \mathbf{R} de corrélation du réseau mis en présence de plusieurs signaux et de bruit thermique :

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \alpha & \mathbf{P}^H & \mathbf{P}^T \\ \mathbf{P} & \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_2^H \\ \mathbf{P}^* & \mathbf{R}_2 & \mathbf{R}_1^* \end{pmatrix} \text{ avec } \begin{cases} \alpha \text{ un nombre complexe} \\ \mathbf{P} \text{ un vecteur } (3,1) \\ \mathbf{R}_1 \text{ une matrice } (3,3) \text{ telle que } \mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_1^H \\ \mathbf{R}_2 \text{ une matrice } (3,3) \text{ telle que } \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_2^T \end{cases} \quad (2.148)$$

Deux techniques sont alors envisageables pour déterminer le vecteur pondération du réseau : une, dite 'Globale', qui prend en compte la matrice de covariance complète, et une, dite 'Partielle', qui ne tient compte que de la part de \mathbf{R} correspondant au sous-réseau étoile à 4 capteurs (1 à 4).

a) Méthode Globale :

Pour cette technique, la contrainte n'est ni linéaire ni quadratique. Elle consiste juste à imposer une forme symétrique conjuguée au vecteur pondération. La formulation est la suivante :

$$\mathbf{w} = \arg \min_{\mathbf{w}} (\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}) \text{ sous contrainte } \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_1^* \end{bmatrix}^T \quad (2.149)$$

Pour résoudre (2.149), on réécrit la fonctionnelle à minimiser en utilisant (2.148) et la forme de la contrainte en (2.149) :

$$\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} = \alpha + \mathbf{w}_1^H \mathbf{P} + \mathbf{w}_1^T \mathbf{P}^* + \mathbf{P}^H \mathbf{w}_1 + \mathbf{P}^T \mathbf{w}_1^* + \mathbf{w}_1^H \mathbf{R}_1 \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_1^T \mathbf{R}_1^* \mathbf{w}_1^* + \mathbf{w}_1^T \mathbf{R}_2 \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_1^H \mathbf{R}_2^H \mathbf{w}_1^* \quad (2.150)$$

La nouvelle expression obtenue est différenciée par rapport à \mathbf{w}_1 puis égalée à zéro, aboutissant à :

$$\mathbf{P} + \mathbf{R}_1 \mathbf{w}_1 + \mathbf{R}_2^H \mathbf{w}_1^* = \mathbf{0} \quad (2.151)$$

Toutes les grandeurs complexes sont ensuite décomposées en partie réelle et partie imaginaire, d'où le système résultant :

$$\begin{cases} \text{Re}(\mathbf{P}) + \text{Re}(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2^H) \text{Re}(\mathbf{w}_1) + \text{Im}(\mathbf{R}_2^H - \mathbf{R}_1) \text{Im}(\mathbf{w}_1) = \mathbf{0} \\ \text{Im}(\mathbf{P}) + \text{Im}(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2^H) \text{Re}(\mathbf{w}_1) + \text{Re}(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2^H) \text{Im}(\mathbf{w}_1) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.152)$$

Et finalement, la résolution de ce système donne :

$$\begin{cases} \text{Im}(\mathbf{w}_1) = \mathbf{D} [\text{Im}(\mathbf{R}_2^H + \mathbf{R}_1) (\text{Re}(\mathbf{R}_2^H + \mathbf{R}_1))^{-1} \text{Re}(\mathbf{P}) - \text{Im}(\mathbf{P})] \\ \text{Re}(\mathbf{w}_1) = -\text{Re}(\mathbf{R}_2^H + \mathbf{R}_1)^{-1} [\text{Im}(\mathbf{R}_2^H - \mathbf{R}_1) \mathbf{D} [\text{Im}(\mathbf{R}_2^H + \mathbf{R}_1) (\text{Re}(\mathbf{R}_2^H + \mathbf{R}_1))^{-1} \text{Re}(\mathbf{P}) - \text{Im}(\mathbf{P})] + \text{Re}(\mathbf{P})] \end{cases}$$

avec $\mathbf{D} = [\text{Re}(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2^H) - \text{Im}(\mathbf{R}_2^H + \mathbf{R}_1) (\text{Re}(\mathbf{R}_2^H + \mathbf{R}_1))^{-1} \text{Im}(\mathbf{R}_2^H - \mathbf{R}_1)]^{-1}$

$$(2.153)$$

b) Méthode partielle :

L'adaptation à l'environnement se fait ici à partir du sous réseau étoile formé des capteurs 1 à 4, puis le vecteur contrainte obtenu est complété afin d'être appliqué au réseau symétrique.

Le vecteur pondération adapté au sous-réseau est normalisé par son premier élément :

$$\tilde{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{w}_1^T \end{bmatrix}^T \quad (2.154)$$

On suppose le sous réseau capable de rejeter tous les signaux interférents. Dans le cas d'un brouilleur de forte puissance, ceci revient à placer un zéro parfait dans la direction interférente (parg. 2.2.6 a & b). En reprenant la notation de (2.147), on a alors :

$$\tilde{\mathbf{w}}^H \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{a}_1^T \end{bmatrix}^T = 1 + \mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1 = 0 \quad (2.155)$$

D'où $\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1$ est réel et donc égal à son conjugué, 2.155 peut être réécrit comme :

$$0 = 1 + \frac{1}{2} [\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1 + \mathbf{w}_1^T \mathbf{a}_1^*] = \frac{1}{2} [2 \quad \mathbf{w}_1^H \quad \mathbf{w}_1^T] [1 \quad \mathbf{a}_1^T \quad \mathbf{a}_1^H]^T \quad (2.156)$$

Finalement, le vecteur pondération permettant au réseau symétrique de placer un trou dans la direction interférente est obtenu en divisant par deux les pondérations des éléments périphériques du sous réseau, puis, en appliquant les conjugués des poids résultants aux capteurs diamétralement opposés :

$$\mathbf{w} = [1 \quad 1/2 \cdot \mathbf{w}_1^T \quad 1/2 \cdot \mathbf{w}_1^H]^T \quad (2.157)$$

A la différence de la méthode précédente, ce filtre coûte la moitié des degrés de liberté du réseau. Un réseau à 7 capteurs sera donc au mieux capable de rejeter 3 directions interférentes.

c) Performances :

On ne présente dans un premier temps que les résultats obtenus pour l’Inversion de Puissance et la méthode Globale. En effet, l’effet stabilisant escompté n’a pas été observé sur la méthode OSINRM, les raisons sont détaillées en fin de paragraphe.

Quatre traitements sont comparés : le traitement classique par Inversion de Puissance du réseau r7 (PI en bleu), le traitement par la méthode dite ‘Partielle’ (PI_{partiel} en vert), le traitement par la méthode dite ‘Globale’ (Global en orange) et enfin, le traitement par Inversion de Puissance n’exploitant que le sous-réseau étoile r4t (PI_{sous-réseau} en noir).

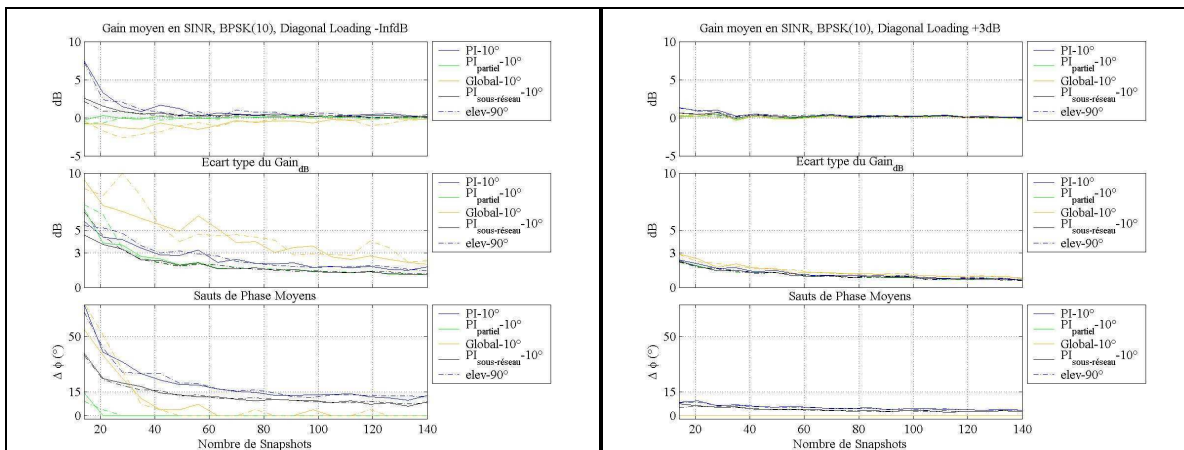


Fig. 2.24 : Taille des échantillons, bruit blanc, réseau r7 symétrique

En bruit blanc avec un Diagonal Loading de 3 dB, les quatre méthodes affichent les mêmes comportements en termes de gain. Les centres de phase sont immobiles pour les deux nouvelles méthodes. Ceci n’est pas forcément évident car une réponse réelle du réseau n’interdit pas des sauts de phase de 180° ; en effet, en l’absence de Diagonal Loading la moyenne des sauts de phase n’est pas nulle (figure 2.24 gauche, courbes vertes et orange).

Comme illustré sur la figure 2.25 (représentant le gain et les sauts de phase moyens, avec leurs écart-types correspondants), en présence d’interférences, les performances moyennes de la méthode Globale (orange) sont le plus souvent comprises entre celles obtenues à partir des réseaux r4t et r7 en termes de gain en SINR. Par contre l’écart type sur le gain est important et des sauts de phase de 180° sont fréquents. Ces sauts de 180° ne font pas décrocher les boucles de phases mais ils

pourraient entraîner des erreurs de démodulation des signaux. Les performances moyennes de la méthode ‘Partielle’ (vert) sont moins bonnes en termes de gain. Cette méthode semble par contre avoir une réponse en phase très stable, mais cette stabilité n’est en fait qu’apparente et est propre à cette configuration géométrique particulière (voir Fig. 2.26).

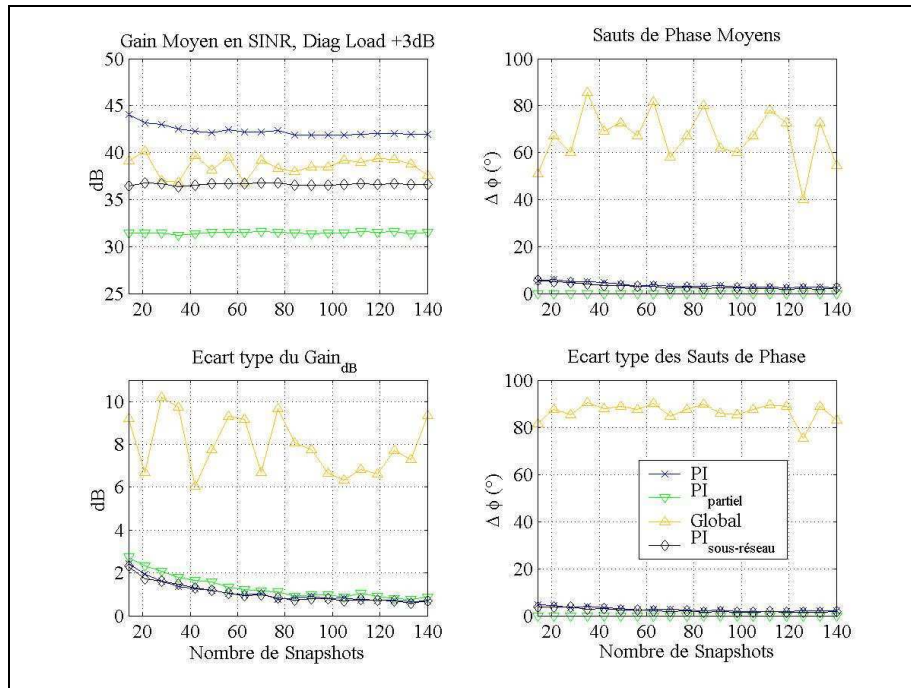


Fig. 2.25 : Taille des échantillons, brouilleurs 1 & 2, réseau r7 symétrique, cible au zénith.

Les figures 2.26 et 2.27 résultent de simulations globales et sont construites de la même façon que les figures 2.14 et 2.16 au paragraphe 2.3.5. Elles présentent le gain moyen en SINR et la moyenne de sauts de phase, en fonction du nombre d’échantillons utilisés pour former les matrices de corrélation des réseaux, pour le sous-réseau r4t et le réseau r7 adapté en exploitant ou non sa symétrie.

On observe toujours, à partir de la figure 2.27, que les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte quadratique peuvent permettre d’obtenir un meilleur gain en SINR qu’avec une contrainte linéaire. Cependant, d’après la figure 2.26 on voit que la phase est encore largement instable tant que les interférences ne consomment pas tous les degrés de liberté du réseau, et ce même lorsque la méthode partielle est appliquée.

Quant aux méthodes de minimisation de puissance sous contrainte linéaire, on a pu observer que la réponse en phase peut subir des sauts importants pour des directions des satellites proches des directions interférentes. Toutefois, ce constat n’est pas gênant puisque dans ces régions le bilan de liaison n’est généralement pas satisfaisant non plus. On peut en effet observer sur la figure 2.26 que pour les satellites dont le SINR dépasse le seuil de poursuite, les sauts de phase sont inférieurs à 15° en moyenne, si la matrice de corrélation est estimée sur 35 échantillons avec un Diagonal Loading de 3 dB. Ils sont inférieurs à 10° si la matrice est estimée sur 70 échantillons avec le même facteur de charge. Dans ces mêmes cas, la réponse en phase de la méthode PIpartiel est nulle sur tout l’espace. Cependant, en termes de gain en SINR, les performances de cette méthode sont toujours sensiblement inférieures à celles du sous-réseau.

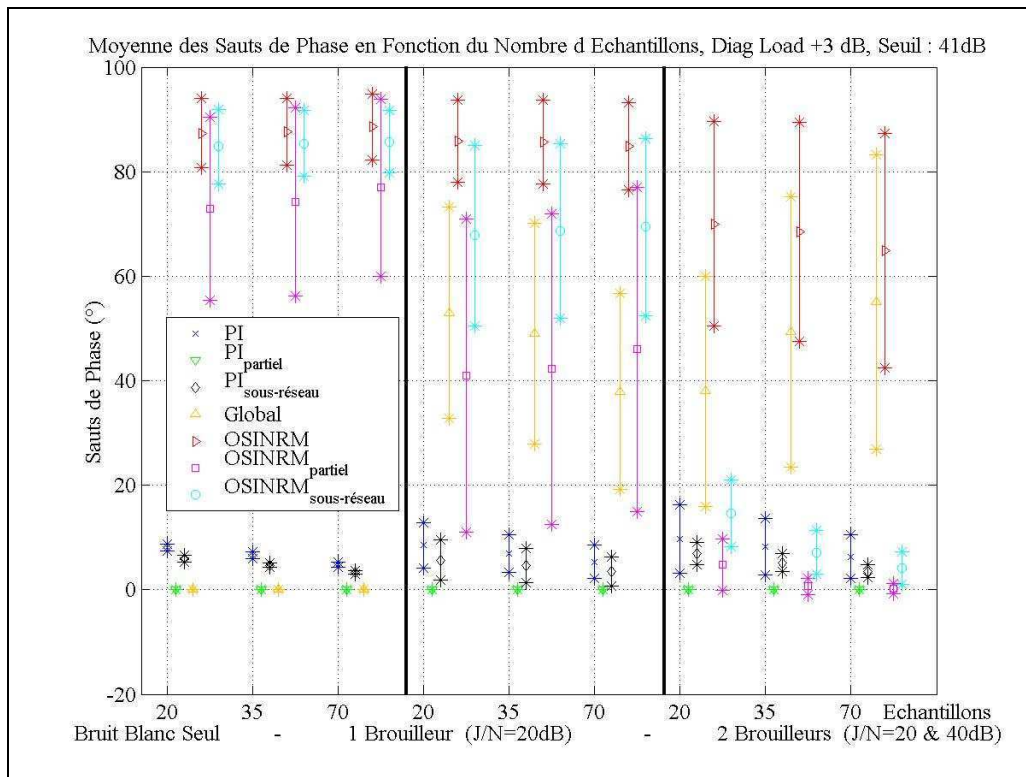


Fig. 2.26 : Réseau symétrique et sauts de phases en systèmes sans défaut.

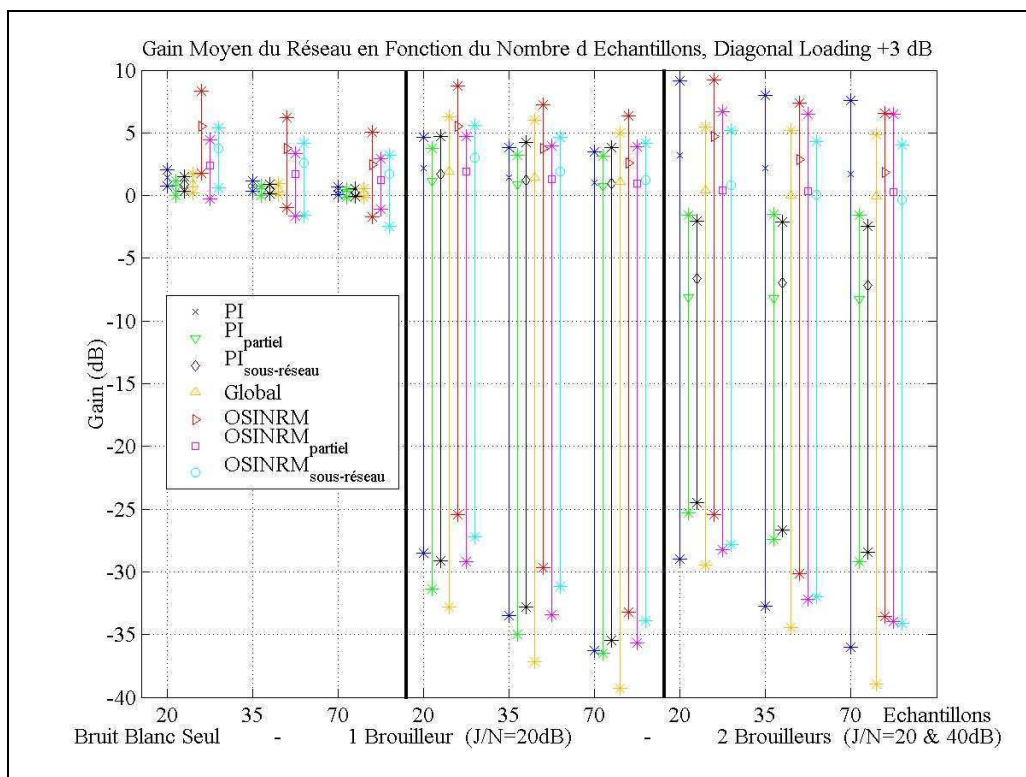


Fig. 2.27 : Réseau symétrique et gain moyen en SINR en systèmes sans défaut.

Enfin, on s'intéresse plus particulièrement à la méthode Globale. On note qu'en présence d'interférences, son gain en SINR est en moyenne compris entre ceux obtenus avec le réseau

complet sans exploiter sa symétrie et avec le sous-réseau, tous deux contraints linéairement (Fig. 2.27). Par exemple, dans le cas particulier d'un satellite au zénith (illustré sur la figure 2.25), la méthode Ppartiel ne permet pas d'exploiter les signaux issus de ce satellite alors qu'en termes de SINR la méthode Globale permet de s'affranchir des interférences. Par contre, à l'inverse des filtres contraints quadratiquement, les réponses en phase et en amplitude de la méthode Globale deviennent instables en présence d'interférences (Fig. 2.26). La figure 2.28 aide à comprendre cette dernière remarque. Elle représente deux exemples de diagrammes de phase du réseau r7 adapté par la méthode Globale en présence des brouilleurs 1 & 2. Les brouilleurs sont repérés par des cercles rouges. La région de phase nulle est représentée en vert, les régions à + et - 180° sont respectivement en rouge et bleu. Comme la méthode Globale ne contraint que la phase à prendre des valeurs multiples de 180°, son diagramme de rayonnement peut varier même dans un environnement stationnaire au sens large. Or les zéros du diagramme de rayonnement limitent les zones à $\pm 180^\circ$ de réponse en phase. La mise à jour du vecteur pondération peut donc facilement entraîner des sauts de phase de 180°. Au contraire, la méthode Ppartielle contraint simultanément la réponse en phase et en amplitude et stabilise donc les deux.

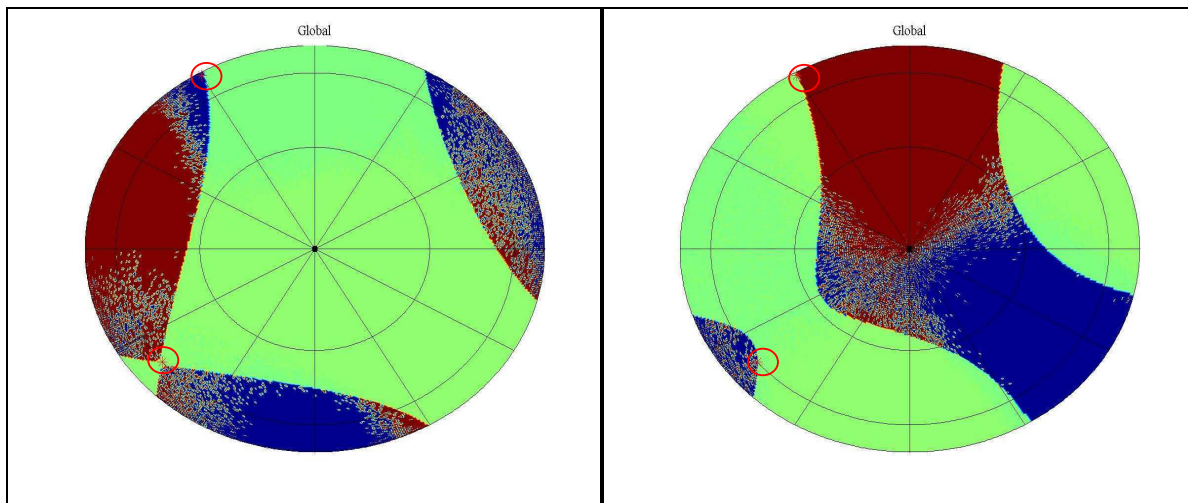


Fig. 2.28 : Exemple de diagrammes de phase, réseau r7 symétrique, méthode Globale, 35 échantillons, DL +3 dB.

2.4.4 Conclusions :

La stabilité de la réponse des réseaux en régime stationnaire au sens large a été étudiée. Nous avons évalué les comportements des deux familles de méthodes de minimisation de puissance : sous contrainte linéaire et sous contrainte quadratique. Au sein de chacune d'elles, les comportements des différentes méthodes sont très proches. Par contre, une différence notable a été observée entre ces deux familles de filtres adaptatifs. En effet, la réponse en phase des filtres adaptés sous contrainte quadratique semble instable tant que tous les degrés de liberté du réseau ne sont pas consommés par les interférences. En outre, le diagonal Loading n'a pas d'effet stabilisant sur ce type de filtres.

En outre, dans le but de renforcer la stabilité de phase des filtres, la symétrie du réseau r7 hexagonal à 7 capteurs a été exploitée afin de contraindre une réponse réelle du réseau. Dans ce sens une nouvelle méthode dite 'Globale' a été développée. Bien qu'efficace en présence de bruit thermique, cette méthode n'empêche toutefois pas des sauts de phase de 180° en présence d'interférences. Enfin, une technique dite 'partielle' a également été développée. Elle consiste à calculer les poids pour un sous réseau étoile à quatre éléments, puis à les compléter afin de les

appliquer au réseau r7 en exploitant sa symétrie. Cette technique s'avère inefficace envers les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte quadratique. Par contre, appliquée aux méthodes adaptées sous contrainte linéaire, cette technique permet de maîtriser la phase du filtre, même en environnement non brouillé. En contrepartie, de par sa mise en œuvre, elle ne dispose que la moitié des degrés de liberté du réseau pour rejeter les interférences.

Finalement, seules les méthodes de minimisation de puissance sous contrainte linéaire ont une réponse en phase compatible avec un récepteur GNSS générique. En règle générale, il semble que ces méthodes donnent de bons résultats avec

CONFIDENTIEL

Dans ce cas, un satellite suffisamment loin des interférences sera compatible avec un récepteur générique, tant du point de vue du bilan de liaison que de la réponse en phase du réseau.

2.5. Modèle et impact des défauts

2.5.1 Un défaut Intrinsèque : l'effet large bande :

Nous l'avons vu au paragraphe 2.3.4.a, devant l'augmentation des largeurs de bande des signaux futurs, le modèle bande étroite des signaux pourrait être mis en défaut. Bien que valable pour caractériser les signaux utiles lors de la définition des méthodes de traitement (2.3.4.b), il peut toutefois être mis en défaut dans certaines circonstances. En effet, en fonction de sa position, de sa puissance et de sa bande, un seul brouilleur peut tendre à occuper plusieurs degrés de liberté de la matrice de corrélation [19]. Pour le comprendre, considérons un réseau linéaire de capteurs espacés de d . Entre deux capteurs consécutifs, le déphasage, pour un signal d'angle d'incidence θ_0 , à la fréquence f_0 , s'écrit :

$$\phi_{k,k+1} = \frac{2\pi f_0 d \sin(\theta_0)}{c} \quad (2.158)$$

Si le spectre du signal est non nul entre les fréquences f_1 et f_2 , au sein de la bande, le déphasage sera compris entre les valeurs :

$$\frac{2\pi f_1 d \sin(\theta_0)}{c} \rightarrow \frac{2\pi f_2 d \sin(\theta_0)}{c} \quad (2.159)$$

De manière duale, l'effet produit sur le déphasage serait le même pour un signal à la fréquence f_0 arrivant d'une zone étendue sur le domaine angulaire $[\theta_1, \theta_2]$, pour laquelle le déphasage serait compris entre les valeurs :

$$\frac{2\pi f_0 d \sin(\theta_1)}{c} \rightarrow \frac{2\pi f_0 d \sin(\theta_2)}{c} \quad (2.160)$$

Ainsi, pour le réseau, un signal de bande non nulle peut sembler arriver d'une région étendue et non d'une direction discrète. Un tel signal peut occuper plusieurs degrés de liberté du réseau. Les méthodes adaptatives basées sur la minimisation de puissance s'attachent à minimiser la puissance des signaux dont les valeurs propres excèdent le plancher de bruit thermique. Elles seront donc

dégradées par effet large bande si un unique signal arrivant d'une direction discrète engendre plusieurs valeurs propres supérieures au plancher de bruit thermique.

C'est le critère retenu par M. Zatman dans [19] pour déterminer la limite d'application du modèle bande étroite des signaux. Pour le quantifier, il propose de décomposer un signal de bande non nulle, de fréquence centrale f_0 et de DOA θ_0 , en deux signaux à bande étroite non corrélés, de puissance moitié $P_b/2$ et de même DOA θ_0 . Le spectre équivalent de ces deux signaux doit avoir même moyenne et même variance que le signal d'origine. Dans le cas d'un brouilleur en bruit blanc sur une bande B , la variance du spectre normalisé vaut :

$$\text{var}(f) = \frac{1}{B} \int_{f_0 - \frac{B}{2}}^{f_0 + \frac{B}{2}} 1 \cdot (f - f_0)^2 df = \frac{B^2}{12} \quad (2.161)$$

Les deux brouilleurs à bande étroite sont donc situés à $f_0 \pm k$, avec :

$$k = \frac{B}{2\sqrt{3}} \quad (2.162)$$

La matrice de corrélation correspondant à ces deux signaux s'écrit :

$$\mathbf{R} = \frac{P_b}{2} [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_1^H + \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_2^H] \quad (2.163)$$

On s'intéresse alors aux valeurs propres de \mathbf{R} . Soit \mathbf{w} un vecteur propre, \mathbf{w} est dans le sous espace engendré par les vecteurs directionnels \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 :

$$\mathbf{w} = x\mathbf{a}_1 + y\mathbf{a}_2 \quad (2.164)$$

avec x et y deux scalaires. Par définition, on a :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}\mathbf{w} &= \frac{P_b}{2} [m x \mathbf{a}_1 + m \psi y \mathbf{a}_1 + m \psi^* y \mathbf{a}_2 + m y \mathbf{a}_2] \\ \mathbf{R}\mathbf{w} &= \lambda x \mathbf{a}_1 + \lambda y \mathbf{a}_2 \end{aligned} \quad (2.165)$$

où m désigne le nombre de capteurs du réseau et ψ le cosinus entre les deux vecteurs directionnels :

$$\begin{aligned} m &= \mathbf{a}_1^H \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2^H \mathbf{a}_2 \\ m \psi &= \mathbf{a}_1^H \mathbf{a}_2 \end{aligned} \quad (2.166)$$

L'équation 2.165 doit être vérifiée quels que soient les vecteurs \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 , elle est donc équivalente au système suivant :

$$\begin{pmatrix} \frac{P_b}{2}m - \lambda & \frac{P_b}{2}m\psi \\ \frac{P_b}{2}m\psi^* & \frac{P_b}{2}m - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.167)$$

où le déterminant de la matrice dans 2.167 doit être nul afin que chaque vecteur propre solution de 2.165 engendre un espace de dimension non nulle, ce qui implique :

$$\lambda = \frac{P_b}{2}m(1 \pm |\psi|) \quad (2.168)$$

Selon [19], le modèle bande étroite reste valable tant que la plus petite de ces deux valeurs propres ne dépasse pas le plancher de bruit thermique σ^2 , soit :

$$\frac{P_b}{2\sigma^2}m(1 - |\psi|) \leq 1 \quad (2.169)$$

Pour nos trois géométries de réseau, on considère le cas du brouilleur 1 (voir Fig. 2.8) sur une bande de 40 MHz sur L1, les rapports brouilleurs à bruit (*JNR*) qui délimitent le seuil de validité du modèle bande étroite sont regroupés dans le tableau 2.29 ci-dessous. On note que les valeurs théoriques sont en accord avec les résultats de simulation à quelques dixièmes de dB près. Au-delà de ces seuils, un signal interférent occupe donc plusieurs degrés de liberté du réseau, en conséquence de quoi le nombre de signaux interférents que le réseau peut rejeter est réduit.

CONFIDENTIEL

Tableau 2.29 : Limite de validité en JNR du modèle bande étroite sur L1, brouilleur 1, B = 40MHz.

2.5.2 Défauts technologiques de la chaîne RF :

Avec l'aide des indications fournies par ThalèsAvionics et les informations issues de la bibliographie [20 ; 21 ; 22], nous avons défini un modèle de défauts technologiques de chaîne.

a) Les filtres :

A cause des dispersions de fabrication, les quatre filtres disposés en cascade en sortie de chaque patch (voir parag. 2.3.3) présentent des écarts de fréquence centrale et de bande passante. Ces écarts sont modélisés par des variables aléatoires indépendantes uniformément réparties entre -2 MHz et 2 MHz. Ces écarts engendrent des variations de gain et de phase dans la bande, indépendantes entre les différentes voies. Un exemple est donné sur la figure 2.30 ci-dessous pour un réseau à 7 voies.

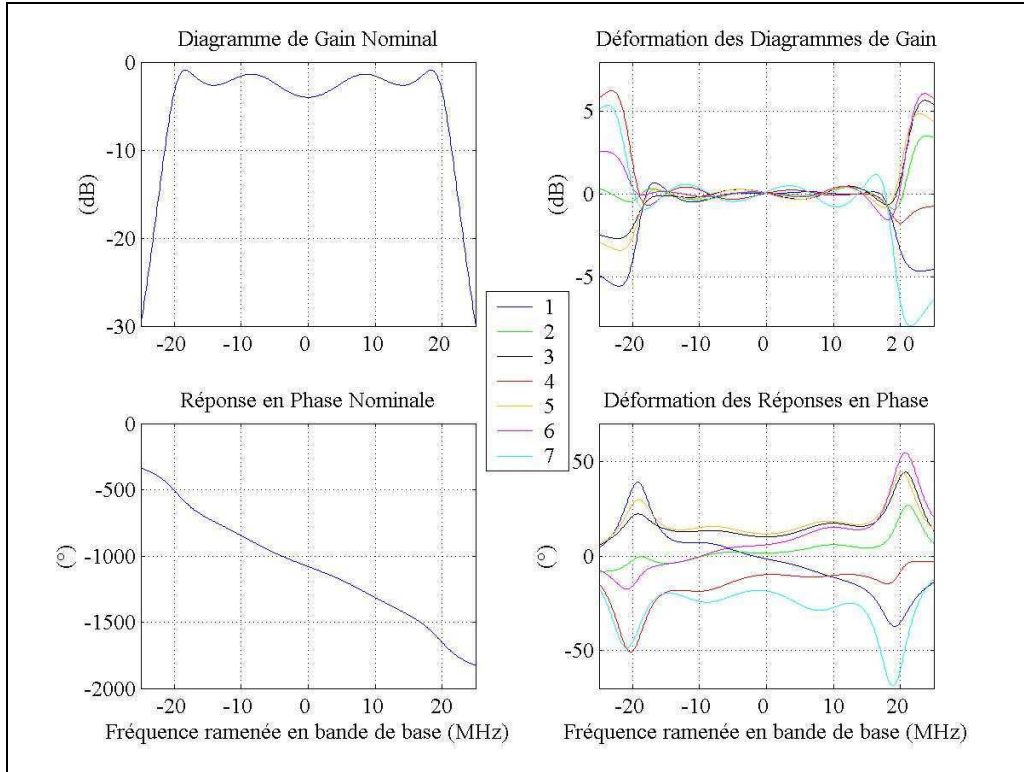


Fig. 2.30 : Exemples de défauts des filtres sur un réseau à 7voies.

b) Les patches :

Les écarts statiques entre éléments (gain et phase) pouvant être aisément compensés, ils ne sont pas pris en compte dans un premier temps. Seules les oscillations sur la bande de traitement sont considérées, elles sont supposées indépendantes des DOA. Le modèle général de la réponse en fréquence du $k^{\text{ième}}$ patch est alors le suivant :

$$H_k(f) = [G_0(f) + a_{g,k} \cos(2\pi f \times rip_k / B + \varphi_{0g,k})] \exp(\alpha + \beta f + a_{\varphi,k} \cos(2\pi f \times rip_k / B + \varphi_{0\varphi,k})) \quad (2.170)$$

Les indices g et φ désignent respectivement les coefficients affectant le gain et la phase. Les termes G_0 , α , et β sont identiques sur toutes les voies. G_0 est le gain moyen des patches ; il est modélisé en dB sous forme d'un polynôme d'ordre 2, valant 0 dB au centre de la bande et -1dB à ± 10 MHz, -4 dB à ± 20 MHz. Le terme $\alpha + \beta f$ désigne le temps moyen de propagation de groupe. B est la bande de traitement, les autres termes sont des variables aléatoires. Le gain présente des oscillations de ± 1 dB autour de la valeur moyenne, a_g est donc pris uniformément réparti dans $[0 \ 10^{(1/20)} - 1]$. De même, a_φ est pris uniformément réparti dans $[0 \ 2]^\circ$, traduisant des oscillations de $\pm 2^\circ$ autour de la valeur moyenne. φ_{0g} et $\varphi_{0\varphi}$, quant à eux, sont uniformément répartis dans $[0 \ 360]^\circ$. Le terme rip désigne le nombre d'oscillations sur la bande, il est pris uniformément réparti dans $[0 \ 2]$ et est identique pour le gain et la phase.

Les oscillations en phase et en gain étant de faible amplitude la fonction de transfert peut-être approchée par :

$$H_k(f) \approx [G_0(f) + a_{g,k} \cos(2\pi f \times rip_{g,k} / B + \varphi_{0g,k})] \times (1 + i \times a_{\varphi,k} \cos(2\pi f \times rip_{\varphi,k} / B + \varphi_{0\varphi,k})) \exp(\alpha + \beta f) \quad (2.171)$$

Pour nos simulations, nous n'avons pas pris en compte le temps moyen de propagation de groupe et nous avons approximé les termes de 'faible' amplitude à l'ordre 1. La fonction de transfert des patches s'écrit alors :

$$H_k(f) = G_0(f) + a_{g,k} \cos(2\pi f \times rip_{g,k} / B + \varphi_{0g,k}) + i \times G_0(f) \times a_{\varphi,k} \cos(2\pi f \times rip_{\varphi,k} / B + \varphi_{0\varphi,k}) \quad (2.172)$$

La figure 2.31 ci-dessous illustre un exemple de tirage de défauts pour un réseau à sept capteurs.

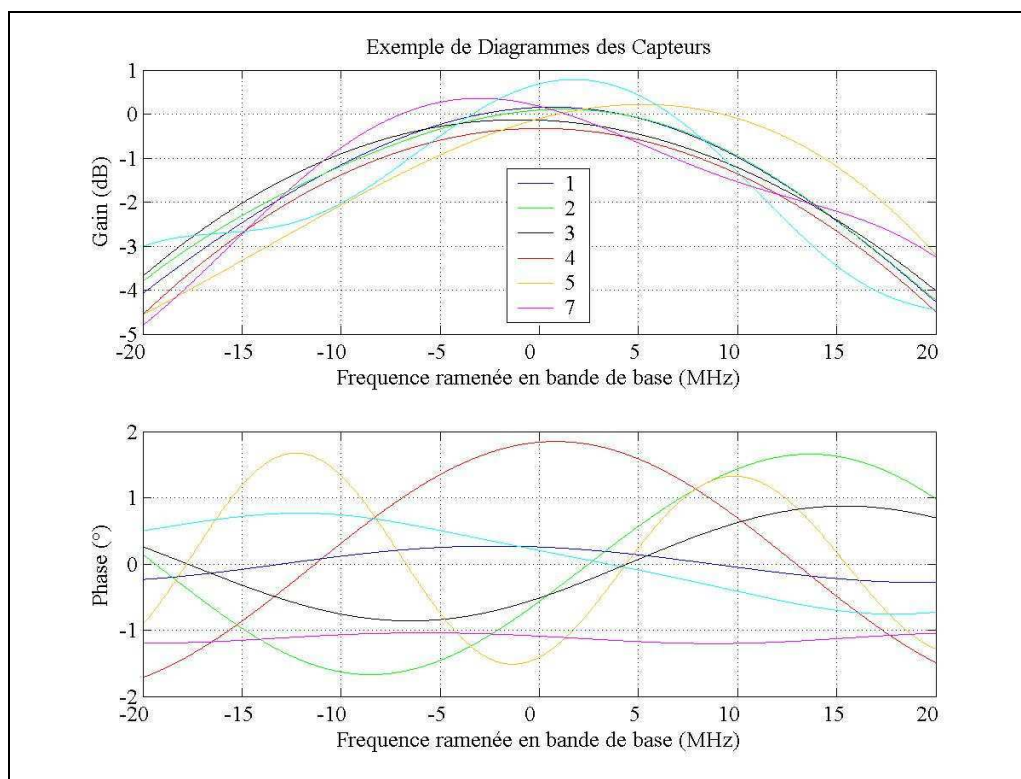


Fig. 2.31 : Exemples de défauts des capteurs sur un réseau à 7 voies.

c) Défauts non linéaires :

Ces défauts affectent principalement les amplificateurs. On peut considérer deux sortes de non linéarité : d'une part la saturation qui entraîne l'écrêtage des signaux, et d'autre part la linéarité imparfaite des composants.

Le contrôle automatique de gain permet de s'affranchir des effets de saturation. Les caractéristiques non linéaires des amplificateurs sont alors :

- le point de compression à -1dB (point de fonctionnement de l'amplificateur pour lequel la puissance de sortie est diminuée de 1 dB par rapport à celle que donnerait un amplificateur parfaitement linéaire),
- les produits d'intermodulation.

Un modèle basé sur l'approche polynomiale permet de rendre compte de ces deux phénomènes. Un modèle d'ordre 3 est souvent suffisant ; dans ce cas, la tension de sortie $v_s(t)$ de l'amplificateur est reliée à la tension d'entrée $v_e(t)$ par :

$$v_s(t) = a_1 v_e(t - \tau_1) + a_2 v_e^2(t - \tau_2) + a_3 v_e^3(t - \tau_3) \quad (2.173)$$

Supposons que l'entrée soit sinusoïdale :

$$v_e(t) = A \cos(\omega t)$$

$$v_s(t) = A \left\{ a_1 \cos[\omega(t - \tau_1)] + \frac{3a_3 A^2}{4} \cos[\omega(t - \tau_3)] \right\} + \frac{a_2 A^2}{2} (1 + \cos[2\omega(t - \tau_2)]) + \frac{a_3 A^2}{4} \cos[3\omega(t - \tau_3)] \quad (2.174)$$

La sortie de l'amplificateur contient une composante continue et des composantes à 2 et 3 fois la fréquence d'entrée. Ces composantes ne posent pas de réel problème puisqu'elles sont éliminées par filtrage (voir parag. 2.3.3). Finalement, la composante restante est indépendante du coefficient a_2 de non linéarité d'ordre 2 de l'amplificateur. Ces trois coefficients étant différents pour chaque amplificateur, ils engendrent un déappareillage en phase et en amplitude entre les différentes voies du réseau. Bien que ce déappareillage dépende de l'amplitude du signal d'entrée, il est de même nature que les défauts précédents.

Considérons maintenant un signal d'entrée composé de 2 harmoniques voisines et écrivons la part de la sortie qui ne sera pas éliminée par le filtrage :

$$v_e(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$$

$$v_{s_in_band}(t) = \begin{cases} a_1 \{ \cos[\omega_1(t - \tau_1)] + \cos[\omega_2(t - \tau_1)] \} + \frac{9a_3}{4} \{ \cos[\omega_1(t - \tau_3)] + \cos[\omega_2(t - \tau_3)] \} \\ + \frac{3a_3}{4} \{ \cos[(2\omega_1 - \omega_2)(t - \tau_3)] + \cos[(2\omega_2 - \omega_1)(t - \tau_3)] \} \end{cases} \quad (2.175)$$

La sortie contient toujours une version de l'entrée dont l'amplitude et la phase sont modifiées, mais elle contient aussi des composantes à des fréquences voisines, dues aux produits d'intermodulation. La non linéarité des amplificateurs fait donc apparaître, en présence de plusieurs signaux, des signaux parasites qui ne possèdent pas les mêmes caractéristiques (amplitude, phase, fréquence) que les signaux d'entrée.

La non linéarité des amplificateurs produit donc un effet d'une autre nature que les défauts précédemment décrits, en faisant apparaître des signaux interférents virtuels différents sur chaque voie. Toutefois, selon [20], si l'on considère les termes d'ordre 3 équivalents de chaque voie, alors une condition suffisante pour que les interférences soient éliminées est :

$$|a_{3,n} - a_{3,m}| < \frac{0.47}{J \cdot \left(\frac{J}{N}\right)^2} \quad (2.176)$$

Où J désigne la puissance interférente, N la puissance du bruit thermique dans la bande et n et m deux voies spatiales du réseau. Dans la suite, on considère que cette condition est satisfaite : et on

ne s'intéresse donc pas à l'impact des produits d'intermodulation sur les performances des filtres adaptatifs.

d) Les phénomènes de couplage :

Ces phénomènes sont d'origine électromagnétique et causent, en sortie de chaque capteur, un mélange des sorties qu'on aurait eu en l'absence de couplage. D'après [20], les effets de ce mélange peuvent être négligés si les coefficients de couplage sont inférieurs à -15dB en amplitude. Nous nuancerons ce résultat dans la partie IV de ce document qui est entièrement dédiée aux antennes et phénomènes de couplages.

2.5.3 Impact des défauts sur les performances des méthodes :

Nous évaluons maintenant l'impact des défauts sur les performances des filtres adaptatifs en simulations globales (voir parag. 2.3.1). Les figures ci-dessous sont obtenues de la manière suivante : une observation de la constellation GPS est faite par ½ heure sur une journée de manière à parcourir l'ensemble des configurations géométriques possibles. Les résultats moyens présentés sont d'abord moyennés sur 100 simulations de Monte-Carlo sur les tirages de bruit et des défauts, puis sur les 48 observations journalières. Le gain moyen du réseau en SINR, borné par ses valeurs minimales et maximales sur les 48 observations, est présenté pour l'ensemble des méthodes et réseaux envisagés. Sur chaque figure, de gauche à droite séparées par un trait noir vertical, sont représentées les performances sans défaut, en présence des défauts d'antenne uniquement, en présence des défauts des filtres uniquement puis en présence de tous les défauts.

Les résultats obtenus avec les signaux 'BOC(10,5) sinus' ne sont pas présentés car les performances sont bornées par celles obtenues avec les signaux 'BPSK(10)' et 'BOC(15,2.5) cosinus'.

CONFIDENTIEL

CONFIDENTIEL

Physiquement, l'ensemble des défauts se traduit par un déappairage des différentes voies du réseau. Ainsi, les déphasages ne sont plus cohérents entre les capteurs du réseau et un signal issu d'une direction discrète peut sembler provenir d'une région étendue. Ce phénomène étant déjà observable pour une CWI (Continuous Wave Interferer) de forte puissance, il est d'autant plus important si le signal est large bande, pour lequel la région d'où semble provenir le signal est différente pour chaque fréquence considérée. La figure 2.34 ci-dessous illustre cette étendue apparente de la région d'arrivée des signaux. On y représente la répartition spatiale de l'énergie vue par le réseau carré r4 au centre de la bande, au moyen d'un estimateur de Capon (voir Annexe 4), lorsque celui-ci est en présence des brouilleurs 1 & 2. Sur la partie gauche de la figure, les défauts technologiques ne sont pas pris en compte ; on note toutefois une certaine étendue spatiale du brouilleur 2 en particulier (JNR = 40dB) due à l'effet large bande (voir parag. 2.5.1). La partie droite de la figure est obtenue pour un tirage donné des défauts des capteurs et des filtres. On observe alors que la puissance interférente est étalée spatialement. Le brouilleur 1 est difficilement localisable et la région d'arrivée du brouilleur 2 n'est plus centrée sur sa DOA réelle. Les défauts technologiques peuvent donc causer des erreurs de pointage. On observe, principalement dans le cas sans interférence (Fig. 2.32), que ces erreurs de pointage n'affectent quasiment pas les méthodes exploitant la connaissance des DOA. En effet, de part la taille des réseaux, l'ouverture à 3 dB d'un faisceau est suffisamment grande (de l'ordre du stéradian pour le réseau r4) pour que le dépointage n'engendre pas de perte de gain significative.

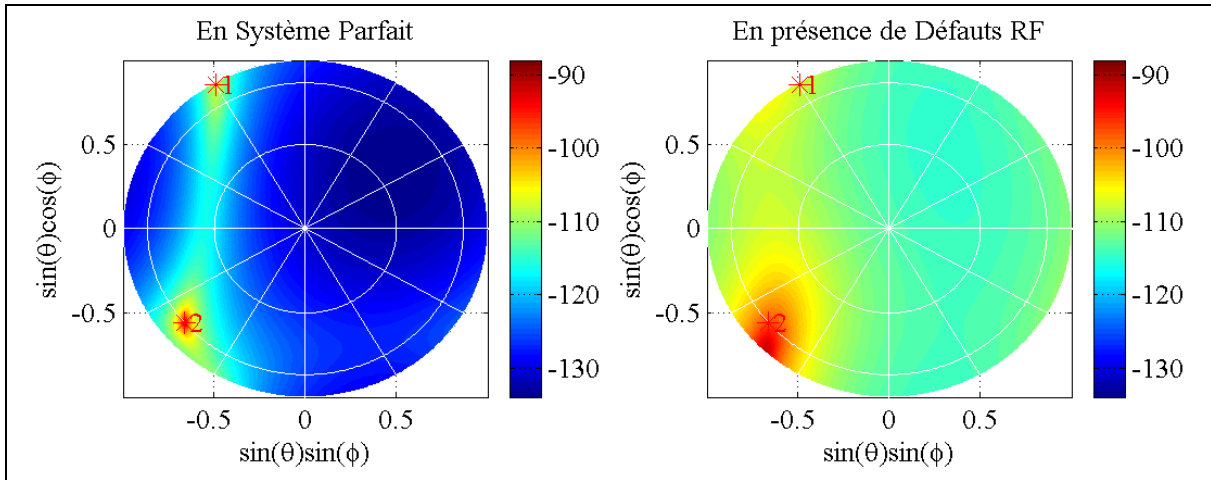


Fig. 2.34 : Estimateur de Capon des DOA, sans et avec défauts RF, sur le réseau r4.

Du point de vue du réseau, ce phénomène d'étalement spatial se traduit par une augmentation du nombre de degrés de liberté consommés par chaque brouilleur. Ceci est illustré sur le tableau 2.35 ci-dessous

CONFIDENTIEL

Tableau 2.35 : Défauts et degrés de liberté du réseau r4

Attention toutefois, les chiffres présentés dans ce tableau ont été obtenus pour un tirage particulier des défauts et chaque nouveau tirage donnerait des valeurs différentes, mais des conclusions identiques quant au nombre de degrés de liberté consommés. Ainsi, il semble qu'il s'agit d'un problème de degrés de liberté disponibles et qu'il suffirait d'en augmenter le nombre pour lutter contre l'effet des défauts. Ne souhaitant pas augmenter le nombre de capteurs, pour rester à taille de réseau identique, le traitement STAP (Space Time Adaptive Processing) peut constituer une alternative intéressante par l'ajout de degrés de liberté temporels (ou fréquentiels). C'est la solution que nous proposons et détaillons dans le chapitre 3.

2.6. Synthèse, conclusions

CONFIDENTIEL

CONFIDENTIEL

3. Le traitement STAP

Cette partie considère le traitement adaptatif Spatio-Temporel comme un perfectionnement, un moyen de robustifier le traitement spatial pur. Après une mise en place du modèle des réseaux STAP, 4 filtres basés sur des approches traditionnelles sont présentés et analysés. La faiblesse des approches classiques vis-à-vis du traitement des signaux GNSS est mise en relief, avant de présenter le traitement optimal pour ces signaux. La robustesse aux défauts linéaires de chaîne, la convergence et en particulier la stabilité de la réponse en phase des réseaux STAP sont ensuite évaluées avant de conclure cette partie sur le choix du meilleur compromis.

3.1. Introduction au traitement d'antennes Spatio-Temporel

3.1.1 Définition, Intérêts du traitement STAP :

Les méthodes adaptatives de filtrage spatial précédemment décrites, appliquées à des « petits réseaux » d'antennes ne permettent de rejeter qu'un nombre limité de brouilleurs. D'autre part, l'estimation de ce nombre repose sur l'hypothèse que les signaux interférents sont décorrélés les uns des autres. En pratique, le système sera implanté sur un porteur dont la géométrie est susceptible de causer des multitrajets en direction des capteurs. Au niveau du réseau, ceci se traduit par deux phénomènes : d'une part le nombre apparent de brouilleurs peut augmenter et d'autre part certains de ces brouilleurs risquent alors d'être corrélés entre eux. En outre, les défauts de chaîne causent une augmentation du rang du sous espace des interférences. D'où la nécessité d'ajouter des degrés de liberté à notre système. Ne souhaitant pas augmenter la taille du réseau (et donc le nombre de capteurs) à cause d'une contrainte initiale de notre étude, il nous est alors paru judicieux d'utiliser des propriétés temporelles (où fréquentielles) des signaux captés. La mise en œuvre spatio-temporelle ou STAP (Space Time Adaptive Processing) des filtres a donc été effectuée.

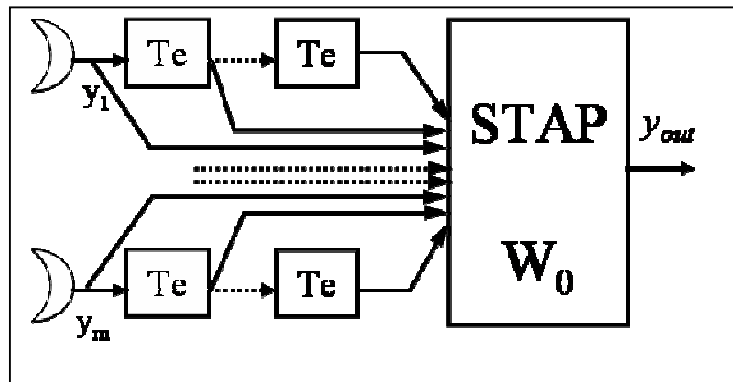


Fig. 3.1 : Principe du filtrage Spatio-Temporel.

Le traitement STAP, consiste à ajouter des degrés de liberté temporels au réseau, en plaçant des lignes à retard en sortie de chaque capteur. Le traitement est effectué en numérique, au moyen de filtres FIR (Finite Impulse Response) adaptatifs, les lignes à retard étant espacées de la période d'échantillonnage T_e . Selon le théorème de Shannon, la période d'échantillonnage doit vérifier :

$$T_e \leq 1/B \quad (3.1)$$

où B désigne la bande de traitement. Comme illustré sur la figure 3.1, la sortie du réseau est alors obtenue en sommant les sorties pondérées de chacune de ces lignes.

Le traitement STAP utilise donc conjointement les propriétés spatiales et temporelles des signaux. Ainsi, les multitrajets des brouilleurs de forte puissance peuvent être ramenés à un niveau proche du niveau de bruit. Pour cela, la durée des filtres FIR doit vérifier [20] :

$$(p - 1)Te > \tau_{\max} \quad (3.2)$$

où p désigne le nombre de lignes à retard (Taps) de chaque FIR et τ_{\max} le retard maximum entre le trajet direct et les multitrajets, pour chaque brouilleur. Cette durée est nécessaire pour que le système puisse “s’apercevoir” qu’il reçoit deux versions décalées d’un même signal et non deux signaux indépendants. Par exemple, un filtre disposant de 11 Taps et échantillonnant les signaux reçus à 50 MHz permettrait de reconnaître des multitrajets retardés de près de 2.10^{-7} secondes. Cette assertion ne sera pas vérifiée dans la suite de ce document, car les multitrajets des signaux incidents sur le réseau ne sont pas pris en compte dans nos simulations.

Par contre, une autre propriété intéressante de cette approche est qu’en augmentant d’avantage le nombre de lignes à retard, les “trous” dans le spectre seront d’autant plus fins et il peut devenir possible d’exploiter le signal issu d’un satellite placé dans la même direction qu’un brouilleur à bande étroite. En première approximation, le nombre N_0 de brouilleurs à bande étroite (supposés répartis aléatoirement sur la bande) et le nombre N de brouilleurs à large bande (sur la totalité de la bande GNSS), qui peuvent être rejetés s’écrit [20] :

$$N_0 + Np \approx mp - c \quad (3.3)$$

où m et c désignent respectivement les nombres de capteurs et de contraintes.

3.1.2 Modèle des réseaux STAP et notations :

On rappelle [parg. 2.3.4] que dans le cadre de notre étude, en regard des puissances mises en jeu, **la traversée d’un réseau spatial par les signaux GNSS peut être caractérisée par le modèle bande étroite**, alors que le modèle large bande est nécessaire pour caractériser la traversée du même réseau par des signaux interférents de forte puissance (JNR de l’ordre de 30dB, voir parg. 2.5.1). En effet, dans ce dernier cas, le modèle bande étroite ne permet pas de rendre compte du nombre de degrés de liberté du réseau consommés par un seul signal. Cependant, les effets d’un tel signal sur la matrice de corrélation peuvent être approchés par ceux d’une somme discrète de signaux décorrélés à bande étroite [19]. Ainsi, après avoir défini le modèle global large bande et afin de pouvoir établir une expression analytique du formateur optimal, on se place dans le cas particulier d’un réseau insaturé (i.e. capable de rejeter tous les interférents). Les signaux incidents seront alors supposés à bande étroite en regard de l’étendue spatiale du réseau (i.e. ils peuvent être caractérisés par un vecteur directionnel), et l’effet de la largeur de bande des brouilleurs de forte puissance sera discuté en 3.5.2.c.

Dans un premier temps, le système est supposé parfait et la robustesse aux défauts des filtres mis en œuvre est présentée aux chapitres 3.4 et 3.6. On s’intéresse maintenant à la traversée du filtre adaptatif à réponse impulsionnelle finie (FIR) en sortie de chaque capteur. Soit un filtre disposant de p lignes à retard (Taps) séparées de la période d’échantillonnage Te . Une fois les signaux

ramenés en bande de base et filtrés, le vecteur décrivant l'état d'un signal interférent $j(t)$ à travers le FIR peut s'écrire (la référence temporelle est prise en sortie d'un capteur) :

$$\mathbf{j}_T(t) = [j(t) \quad j(t - Te) \quad \cdots \quad j(t - (p-1)Te)]^T \quad (3.4)$$

Soit, dans l'espace des fréquences :

$$\mathbf{j}_T(f) = j(f) \times [1 \quad \exp(-2i\pi f / Fe) \quad \cdots \quad \exp(-2i\pi(p-1)f / Fe)]^T \quad (3.5)$$

Le modèle général caractérisant les signaux interférents j est donc le suivant :

$$\mathbf{y}_j(f) = \mathbf{a}_{f,j}(\boldsymbol{\theta}) \otimes \mathbf{j}_T(f) \quad (3.6)$$

où $\mathbf{a}_{f,j}$ est le vecteur directionnel du réseau et ' \otimes ' désigne le produit de Kronecker. Dans toute la suite, afin d'alléger les notations, la dépendance angulaire et le domaine d'application (temporel ou fréquentiel) du vecteur directionnel seront omis.

Par transformée de Fourier inverse en $t = 0$, la matrice de corrélation du réseau STAP correspondant à un brouilleur peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_j &= TF^{-1} [\mathbf{a}\mathbf{a}^H \otimes \mathbf{j}_T(f)\mathbf{j}_T^H(f)](t=0) \\ \mathbf{R}_j(l,k) &= r_j(\tau_k - \tau_l) \end{aligned} \quad (3.7)$$

où $r_j(\tau)$ désigne la fonction d'autocorrélation du signal $j(t)$ pour un décalage temporel τ , l la 1^{ière} ligne et k la $k^{\text{ième}}$ colonne du réseau.

Dans la suite, conformément à l'introduction de ce paragraphe, les signaux sont supposés à bande étroite à la traversée spatiale du réseau. Le caractère large bande peut être conservé en regard de la traversée des FIR. Sous cette hypothèse, la matrice de corrélation du réseau STAP peut donc se mettre sous la forme :

$$\boxed{\mathbf{R}_j = \mathbf{R}_{S,j} \otimes \mathbf{R}_{T,j}} \quad (3.8)$$

où $\mathbf{R}_{S,j}$ désigne la matrice de corrélation spatiale pure et $\mathbf{R}_{T,j}$ la matrice de corrélation temporelle pure, correspondant au signal interférent $j(t)$.

Dans le cas particulier d'un brouilleur en bruit blanc, la matrice de corrélation totale du réseau à m capteurs et p Taps, supposée ne contenir que les interférences et le bruit, peut donc s'écrire :

$$\mathbf{R} = [\sigma^2 \mathbf{I}_m + \mathbf{R}_{S,j}] \otimes \mathbf{I}_p = \mathbf{R}_S \otimes \mathbf{I}_p \quad (3.9)$$

où \mathbf{I}_p est la matrice identité d'ordre p .

3.1.3 Formulation générale du problème :

Le but de cette partie est d'implémenter une version STAP d'une méthode spatiale pure. Le choix de la contrainte spatiale n'est pas discuté dans cette partie, et elle est simplement notée \mathbf{w}_s . Il s'agit de compléter la contrainte de manière à l'appliquer à un réseau Spatio-Temporel.

L'adaptation à l'environnement est ensuite faite par minimisation de puissance sous contrainte linéaire :

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{w} &= \arg \min_{\mathbf{w}} (\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}) \quad \text{sous contrainte} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{w}_0 = 1 \\ \mathbf{w} &= \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{w}_0}{\mathbf{w}_0^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{w}_0} \end{aligned}} \quad (3.10)$$

La matrice de corrélation pouvant se mettre sous forme d'un produit de Kronecker, on cherchera la contrainte solution sous la forme :

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{w}_{0s} \otimes \mathbf{c} \quad (3.11)$$

où \mathbf{c} est la contrainte temporelle (fréquentielle) à déterminer. Après adaptation à l'environnement, le vecteur pondération solution peut toujours se mettre sous forme d'un produit de Kronecker. Si les interférences sont spectralement blanches, la partie temporelle de la contrainte n'est pas modifiée par l'adaptation. On se place dans cette hypothèse, le vecteur de pondération obtenu est donc du type :

$$\boxed{\mathbf{w} = \mathbf{w}_s \otimes \mathbf{c}} \quad (3.12)$$

Il s'agit alors de déterminer la contrainte temporelle \mathbf{c} la mieux adaptée au traitement des signaux GNSS.

3.2. Formateurs classiques

Deux approches sont présentées dans ce chapitre. Dans la première on s'attache à maximiser le SINR en sortie de réseau, dans la seconde on minimise l'erreur quadratique entre la sortie désirée et la sortie réelle du réseau. Puis on étudie l'impact de la contrainte temporelle sur les bilans de puissance (sur deux cas particuliers) et l'effet de ces filtres sur les signaux GNSS.

3.2.1 Maximisation du SINR CRPA :

On se place dans l'hypothèse d'interférences spectralement blanches. On rappelle qu'en regard des bandes et puissances mises en jeu, le modèle 'bande étroite' des signaux est adopté pour décrire le comportement des signaux GNSS à la traversée du réseau. D'après la formulation 3.12 du vecteur de pondération, la puissance utile en sortie du réseau s'écrit alors :

$$P_{u,CRPA} = P_u \times \mathbb{E} \left\{ \left(\mathbf{w}_s \otimes \mathbf{c} \right)^H \left(\mathbf{a} \otimes \mathbf{u}_T(t) \right) \right\}^2 \quad (3.13)$$

où P_u désigne la puissance utile reçue, \mathbf{a} est le vecteur directionnel du réseau correspondant à un satellite cible et $\mathbf{u}_T(t)$ est le vecteur décrivant un signal utile de puissance unité à travers un FIR :

$$\mathbf{u}_T(t) = [u(t) \quad u(t-Te) \quad \cdots \quad u(t-(p-1)Te)]^T \quad (3.14)$$

En développant le module et les produits de Kronecker, 3.13 devient :

$$\begin{aligned} P_{u,CRPA} &= P_u \times \mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H \mathbf{w}_S \times \mathbf{c}^H \mathbf{E} \{ \mathbf{u}_T^H(t) \mathbf{u}_T(t) \} \mathbf{c} \\ P_{u,CRPA} &= P_u \times \mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H \mathbf{w}_S \times \mathbf{c}^H \mathbf{R}_{T,u} \mathbf{c} \end{aligned} \quad (3.15)$$

où $\mathbf{R}_{T,u}$ désigne la matrice de corrélation temporelle pure d'un signal utile de puissance unité. En utilisant l'expression 3.9 de la matrice de corrélation du réseau, le SINR de sortie peut alors se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} SINR &= P_u \frac{\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H \mathbf{w}_S \times \mathbf{c}^H \mathbf{R}_{T,u} \mathbf{c}}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_S \mathbf{w}_S \times \mathbf{c}^H \mathbf{I}_p \mathbf{c}} \\ SINR &= SINR_{spatial} \times \left(\frac{\mathbf{c}^H \mathbf{R}_{T,u} \mathbf{c}}{\mathbf{c}^H \mathbf{c}} \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

De la même manière qu'en 2.2.4.a, on montre à l'aide d'un Lagrangien que la contrainte temporelle qui maximise le SINR est :

$$\boxed{\mathbf{c}_{sindr} = vpp(\mathbf{R}_{T,u})} \quad (3.17)$$

où vpp est l'abréviation de 'vecteur propre principal'.

3.2.2 Approche 'Minimum Mean Square Error' (MMSE) :

Il s'agit ici de minimiser l'erreur quadratique moyenne entre la sortie du réseau et le signal désiré $s_d(t)$. Supposons que le signal $s_d(t)$ traverse seul le réseau ; la sortie du réseau peut alors être décrite par le vecteur :

$$\mathbf{y}_d(t) = \mathbf{a}(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{s}_{dT}(t) \quad (3.18)$$

où $\mathbf{s}_{dT}(t)$ décrit l'état du signal désiré à travers un FIR à p Taps retardés de la période d'échantillonnage Te :

$$\mathbf{s}_{dT}(t) = [s_d(t) \quad s_d(t-Te) \quad \cdots \quad s_d(t-(p-1)Te)]^T \quad (3.19)$$

Dans la suite, la dépendance temporelle ' t ' est omise afin d'alléger les notations.

L'approche MMSE consiste alors à minimiser l'erreur quadratique moyenne ε entre la sortie désirée (i.e. le signal utile seul) et la sortie \mathbf{y} du réseau STAP en présence du signal utile, des interférences et du bruit :

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \mathbb{E}\left(|s_d - \mathbf{w}^H \mathbf{y}|^2\right) \\ \varepsilon &= \mathbb{E}\left(|s_d s_d^*|\right) - \mathbf{w}^H \mathbb{E}\left(\mathbf{y} s_d^*\right) - \mathbf{w}^T \mathbb{E}\left(\mathbf{y}^* s_d\right) + \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}\end{aligned}\quad (3.20)$$

Cette erreur est alors dérivée par rapport au vecteur de pondération \mathbf{w} puis égalée à 0 afin de déterminer la contrainte optimale :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{w}} &= -\mathbb{E}\left(\mathbf{y} s_d^*\right) + \mathbf{R} \mathbf{w} = 0 \\ \mathbf{w}_{mmse} &= \mathbf{R}^{-1} \mathbb{E}\left(\mathbf{y} s_d^*\right)\end{aligned}\quad (3.21)$$

On écrit alors l'état \mathbf{y} du réseau sous une forme faisant explicitement apparaître le signal utile, les interférences (' \mathbf{y}_J ') et le bruit (' \mathbf{n} '), puis on réinjecte (3.18) :

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \mathbf{y}_d + \mathbf{y}_J + \mathbf{n} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{a}(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{s}_{dT} + \mathbf{y}_J + \mathbf{n}\end{aligned}\quad (3.22)$$

Tous les signaux incidents étant supposés décorrélés entre eux, en réinjectant (3.22) dans (3.21), on obtient alors :

$$\mathbf{w}_{mmse} = \mathbf{R}^{-1} \left[\mathbf{a}(\theta, \varphi) \otimes \mathbb{E}\left(\mathbf{s}_{dT} s_d^*\right) \right] \quad (3.23)$$

Où $\mathbb{E}\left(\mathbf{s}_{dT} s_d^*\right)$ correspond à la première colonne de la matrice de corrélation temporelle pure du signal utile, notée $\mathbf{R}_{T,u}$.

A un coefficient multiplicatif près, le vecteur de pondération ainsi obtenu peut également être vu comme la solution d'un problème de minimisation de puissance sous contrainte linéaire :

$$\mathbf{w}_{mmse} = \arg \min_{\mathbf{w}} \left(\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \right) \text{ sous contrainte } \mathbf{w}^H \left[\mathbf{a}(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{R}_{T,u}(:,1) \right] = 1 \quad (3.24)$$

La contrainte s'écrit naturellement sous la forme d'un produit de Kronecker entre une contrainte spatiale pure et une contrainte temporelle pure. Le but n'étant pas, dans cette partie, de s'intéresser à la détermination de la contrainte spatiale optimale, on ne retiendra que la forme de la contrainte temporelle \mathbf{c}_{mmse} :

$$\boxed{\mathbf{c}_{mmse} = \mathbf{R}_{T,u}(:,1)} \quad (3.25)$$

RQ : La colonne privilégiée de $\mathbf{R}_{T,u}$ dépend directement de la case du FIR prise comme référence pour l'écriture des retards (voir 3.19). Si l'élément de référence est pris en $k^{\text{ième}}$ position, le vecteur d'état du FIR s'écrit :

$$\mathbf{s}_{dT}(t) = \left[s_d(t + (k-1)Te) \quad \dots \quad s_d(t) \quad \dots \quad s_d(t - (p-k)Te) \right]^T \quad (3.26)$$

La contrainte temporelle MMSE correspondante est alors la $k^{\text{ième}}$ colonne de la matrice de corrélation temporelle :

$$\mathbf{c} = \mathbf{R}_{T,u}(:, k) \quad (3.27)$$

Nous utilisons pour l'instant l'expression 3.25 de la contrainte, le choix d'un élément de référence particulier sera discuté à partir du paragraphe 3.5.2.

3.2.3 Deux cas particuliers :

Afin de quantifier l'impact de la contrainte temporelle sur les bilans de puissance, on se place dans deux cas particuliers simples. Dans le premier cas, le signal cible est supposé à bande infiniment étroite, sa matrice de corrélation temporelle est donc la matrice ne contenant que des '1'. A l'inverse, le signal cible du second cas est assimilé à un bruit blanc, sa matrice de corrélation temporelle est donc la matrice identité. On considère alors les vecteurs des pondérations correspondants, au sens de l'approche MMSE (voir equ. 3.25). En présence de brouilleurs en bruit blanc et après adaptation à l'environnement, ces vecteurs s'écrivent respectivement :

$$\begin{array}{l} \mathbf{w}_{nb} = \mathbf{w}_S \otimes \mathbf{1}_p \\ \mathbf{w}_{wb} = \mathbf{w}_S \otimes \boldsymbol{\delta}_p \\ \text{avec } \boldsymbol{\delta}_p = \underbrace{[1 \ 0 \ \dots \ 0]^T}_{p \text{ éléments}} \text{ et } \mathbf{1}_p = \underbrace{[1 \ \dots \ 1]^T}_{p \text{ éléments}} \end{array} \quad (3.28)$$

a) Cible bande étroite :

Le signal cible est supposé à bande infiniment étroite autour de la porteuse, une fois ramené en bande de base, il est constant tout au long du FIR et s'écrit :

$$\mathbf{y}_u(t) = (\mathbf{a} \otimes \mathbf{1}_p) \times \sqrt{P_u} u(t) \quad (3.29)$$

d'où l'expression du SINR :

$$SINR = \frac{P_u |\mathbf{w}^H (\mathbf{a} \otimes \mathbf{1}_p)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \quad (3.30)$$

– Formateur 'nb' :

$$\begin{aligned} SINR_{nb} &= \frac{P_u |\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \times \mathbf{1}_p^H \mathbf{1}_p|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_S \mathbf{w}_S \times \mathbf{1}_p^H \mathbf{I}_p \mathbf{1}_p} = \frac{P_u |\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \times p|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_S \mathbf{w}_S \times p} \\ SINR_{nb} &= p \times SINR_{spatial} \end{aligned} \quad (3.31)$$

– Formateur 'wb' :

$$SINR_{wb} = \frac{P_u |\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \times \boldsymbol{\delta}_p^H \mathbf{1}_p|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_S \mathbf{w}_S \times \boldsymbol{\delta}_p^H \mathbf{I}_p \boldsymbol{\delta}_p} = \frac{P_u |\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_S \mathbf{w}_S} \quad (3.32)$$

$$SINR_{wb} = SINR_{spatial}$$

Par rapport à un traitement spatial pur, le formateur 'nb' permet de gagner un facteur p sur le SINR alors que le formateur 'wb' le laisse inchangé.

Du point de vue du récepteur, la détection de satellite et la mesure de pseudo distance se font par corrélation des signaux reçus avec un code local correspondant à chaque satellite (voir parag. 1.2.4). Evaluons donc l'influence du réseau sur les fonctions d'intercorrélation. On note E_{Ti} la moyenne temporelle sur une durée Ti et r_u la fonction d'autocorrélation sur la durée Ti d'un code local de puissance unité. En utilisant 3.29, la sortie d'un corrélateur peut s'écrire :

– Formateur 'nb' :

$$E_{Ti}(\mathbf{w}_{nb}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) = (\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \times \mathbf{1}_p^H \mathbf{1}_p) \times \sqrt{P_u} E_{Ti}(u(t) u^*(t-\tau)) \quad (3.33)$$

$$E_{Ti}(\mathbf{w}_{nb}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) = p (\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}) \sqrt{P_u} \times r_u(\tau)$$

– Formateur 'wb' :

$$E_{Ti}(\mathbf{w}_{wb}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) = (\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \times \boldsymbol{\delta}_p^H \mathbf{1}_p) \times \sqrt{P_u} E_{Ti}(u(t) u^*(t-\tau)) \quad (3.34)$$

$$E_{Ti}(\mathbf{w}_{wb}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) = (\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}) \sqrt{P_u} \times r_u(\tau)$$

Par rapport à un traitement spatial pur, le formateur 'nb' permet également de gagner un facteur p sur l'amplitude de la fonction d'intercorrélation avec le code local, alors que le formateur 'wb' la laisse inchangée.

b) Cas général :

On rappelle que le signal cible est toujours à bande étroite à la traversée du filtre spatial. Il est supposé à valeurs réelles (sa fonction d'autocorrélation est donc réelle et paire) et s'écrit :

$$\mathbf{y}_u(t) = \sqrt{P_u} \times (\mathbf{a} \otimes \mathbf{u}_T(t)) \quad (3.35)$$

On utilise la formulation générale du SINR établie en 3.16.

– Formateur 'nb' :

$$SINR_{nb} = P_u \frac{\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H \mathbf{w}_S \times \mathbf{1}_p^H \mathbf{R}_{T,u} \mathbf{1}_p}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_S \mathbf{w}_S \times \mathbf{1}_p^H \mathbf{I}_p \mathbf{1}_p} \quad (3.36)$$

$$SINR_{nb} = P_u \frac{|\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2 \times \left(p + 2 \sum_{k=1}^{p-1} (p-k) r_u(kTe) \right)}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_S \mathbf{w}_S \times p} = SINR_{spatial} \times \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{p-1} \frac{(p-k) r_u(kTe)}{p} \right)$$

En utilisant 3.35, la fonction d'intercorrélacion s'écrit :

$$\begin{aligned} E_{T_i}(\mathbf{w}_{nb}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) &= E_{T_i}((\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \times \mathbf{1}_p^H \mathbf{u}_T(t)) \times \sqrt{P_u} u^*(t-\tau)) \\ E_{T_i}(\mathbf{w}_{nb}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) &= (\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}) \sqrt{P_u} \times \sum_{k=0}^{p-1} r_u(\tau - kT_e) \end{aligned} \quad (3.37)$$

– Formateur 'wb' :

$$\begin{aligned} SINR_{wb} &= P_u \frac{\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \times \delta_p^H \mathbf{R}_{T,u} \delta_p}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_S \mathbf{w}_S \times \delta_p^H \mathbf{I}_p \delta_p} = \frac{P_u |\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_S \mathbf{w}_S} \\ SINR_{wb} &= SINR_{spatial} \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} E_{T_i}(\mathbf{w}_{wb}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) &= E_{T_i}((\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \times \delta_p^H \mathbf{u}_T(t)) \times \sqrt{P_u} u^*(t-\tau)) \\ E_{T_i}(\mathbf{w}_{wb}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) &= (\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}) \sqrt{P_u} \times r_u(\tau) \end{aligned} \quad (3.39)$$

On note à partir de 3.38 et 3.39 que le formateur 'wb' ne permet toujours pas de gain de traitement par rapport à un réseau spatial pur.

Si la cible s'apparente à un bruit blanc alors sa fonction d'autocorrélacion temporelle est un Dirac :

$$r_u(\tau) = \delta(\tau) \quad (3.40)$$

Dans ce cas, les SINR obtenus avec les deux formateurs (équations 3.36 et 3.38) sont égaux. Les amplitudes maximales des deux fonctions d'intercorrélacion (équations 3.37 et 3.39) sont également les mêmes. Le formateur 'nb' rend la fonction d'intercorrélacion ambiguë.

Dans le cas général, les conclusions sont moins évidentes que dans le cas précédent. Le formateur 'wb' ne modifie toujours pas le SINR de sortie du réseau ni la fonction d'intercorrélacion. Par contre les performances du formateur 'nb' dépendent directement de la fonction d'autocorrélacion du signal utile. Dans le cas d'une modulation en BPSK(10), la fonction d'autocorrélacion étant toujours positive, ce dernier formateur semble pouvoir apporter du gain de traitement ; par contre les fonctions d'autocorrélacion des signaux BOC étant très oscillantes (voir par. 1.4.3 et 1.4.4), le gain de traitement n'est pas garanti.

On peut également observer que le gain de traitement, apporté par le réseau, n'est pas le même pour le SINR en sortie de filtrage que pour la fonction d'intercorrélacion avec le code local. Ceci peut impliquer que le SINR de sortie du réseau ne constitue pas une bonne indication des performances du réseau. On se propose de vérifier cette assertion dans le paragraphe suivant.

3.2.4 Application aux signaux GNSS : SINR CRPA et SINR post-corrélacion :

On se propose ici d'évaluer l'effet des quatre formateurs présentés ('sinr' equ. 3.17 ; 'mmse' equ. 3.25 ; 'nb' et 'wb' equ. 3.28) sur les signaux GNSS. Pour cela, on se place en présence des brouilleurs 1 & 2 et du satellite 2 au zénith local du réseau (voir Fig. 2.8 au par. 2.3.1). On présente sur chacune des 3 figures suivantes :

- l'allure fréquentielle des filtres obtenus en direction du satellite utile (en haut),
- le module carré de la fonction d'intercorrrelation normalisé par la puissance interférente moyenne en sortie de corrélation avec le code local (à gauche),
- le SINR en sortie du réseau STAP (à droite) pour chaque formateur.

Le terme 'chip' fait référence aux bits des codes pseudo aléatoires (2^{ème} paramètre dans le cas des modulations BOC). Les signaux sont corrélés sur une durée $T_i = 1 \text{ ms}$; quelle que soit leur modulation, tous les signaux sont échantillonnés à 50 MHz et traités sur une bande 40 MHz.

La puissance de bruit est supposée ergodique. Ainsi, on ne la moyenne pas sur un grand nombre de tirages de bruit mais un seul tirage est moyenné sur l'ensemble des décalages avec le code local. Si b représente le bruit en sortie du réseau, u le code local et P la puissance interférente instantanée en sortie du corrélateur, on estime la puissance interférente moyenne $E(P)$ par :

$$P(\tau) = E_{T_i} \left(\left| b(t) \cdot u^*(t - \tau) \right|^2 \right)$$

$$E(P) = \frac{1}{T_i} \int_{-T_i/2}^{T_i/2} P(\tau) d\tau \quad (3.41)$$

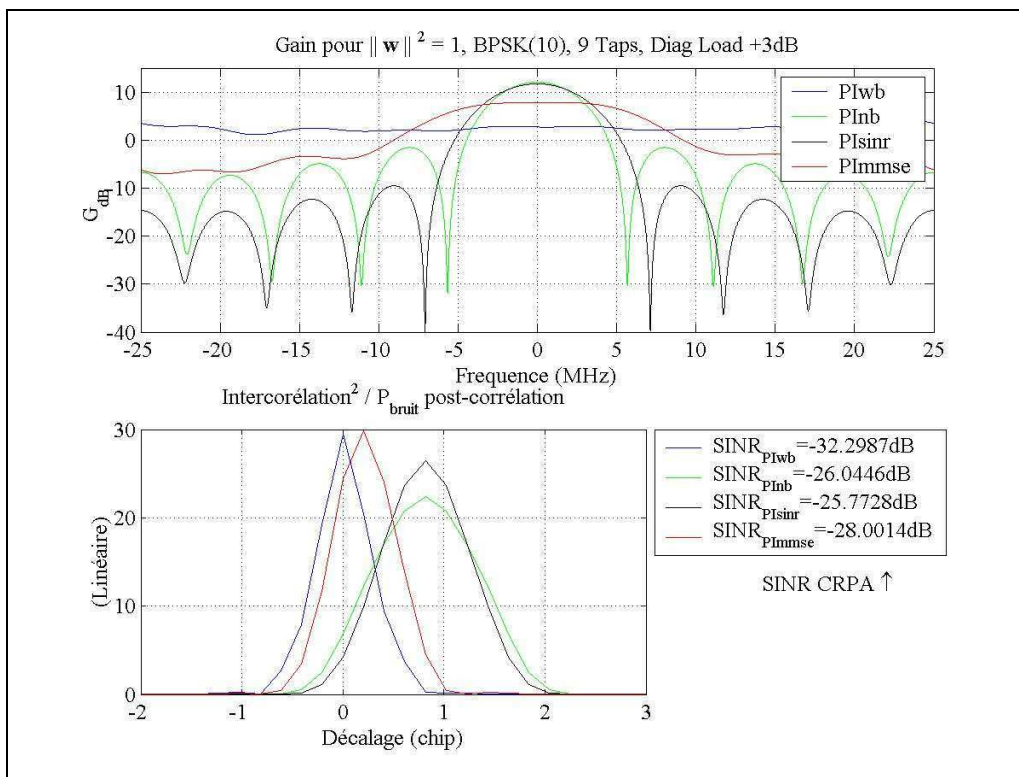


Fig. 3.2 : Filtrage STAP et BPSK(10), 9 Taps, brouilleurs 1 & 2, Diagonal Loading +3dB.

Les formateurs 'nb' et 'wb' sont indépendants de la modulation traitée. Le gain du formateur 'wb' est relativement constant sur la bande. C'est également le filtre qui déforme le moins les fonctions d'intercorrrelation tant du point de vue de leur largeur que de la position de leur pic de corrélation. Dans les 3 cas illustrés sur les figures 3.2 à 3.4, c'est aussi le formateur qui permet d'obtenir le pic de corrélation le plus haut (à égalité avec le formateur 'mmse' pour le BPSK(10)) bien que le SINR en sortie de réseau soit parmi les plus défavorables.

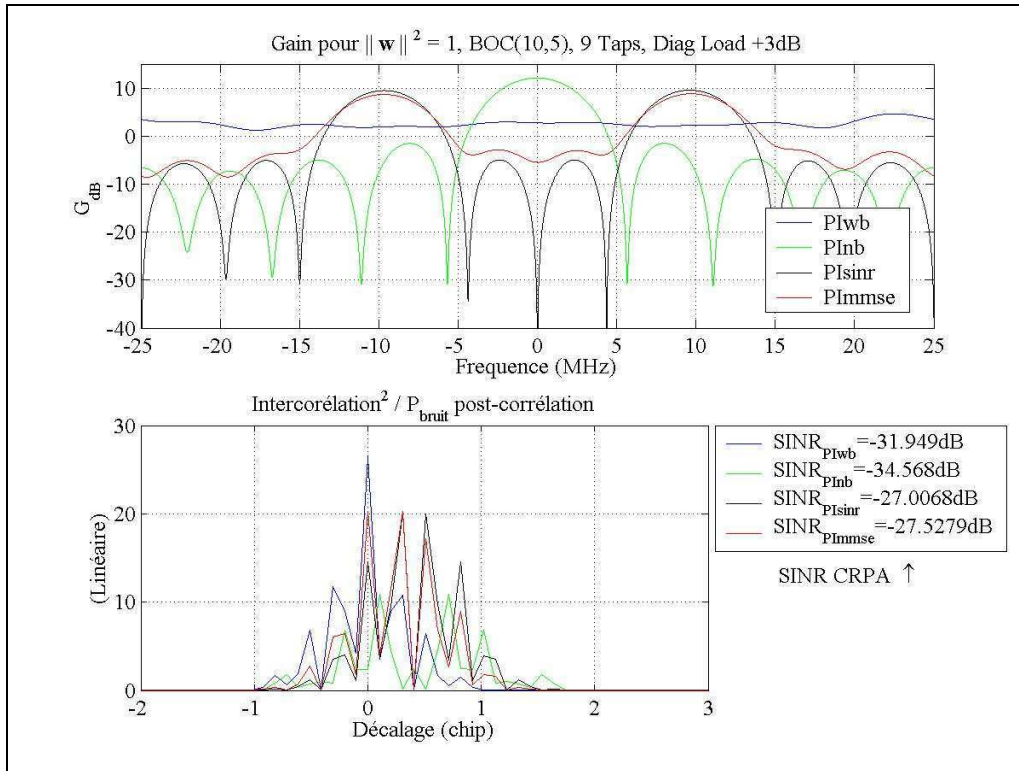


Fig. 3.3 : Filtrage STAP et BOC(10,5), 9 Taps, brouilleurs 1 & 2, Diagonal Loading +3dB.

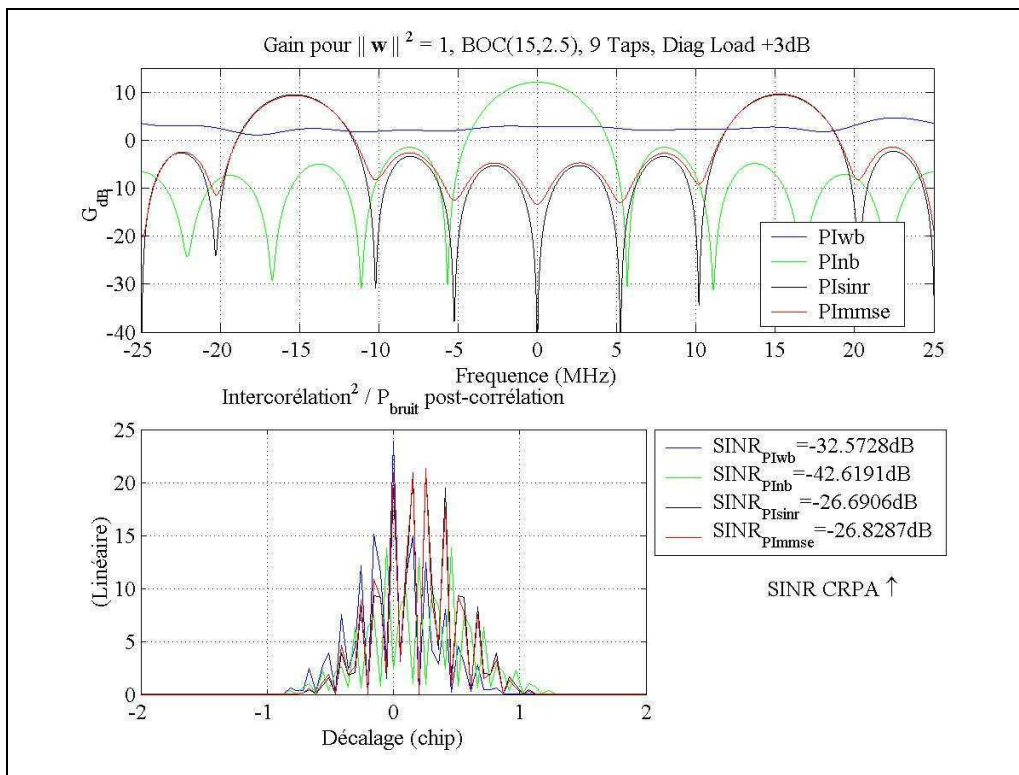


Fig. 3.4 : Filtrage STAP et BOC(15,2.5), 9 Taps, brouilleurs 1 & 2, Diagonal Loading +3dB.

En termes de SINR réseau, le formateur 'nb' favorise la réception des signaux dont l'énergie est au centre de la bande. En contrepartie, la fonction d'intercorrélacion est dégradée : elle est

élargie et ambiguë dans le cas des signaux BOC et présente des pics relativement bas. Cet élargissement de la fonction d'intercorrrelation dégrade les performances des discriminateurs d'un récepteur générique.

Les formateurs '*sinr*' et '*mmse*' dépendent de la modulation traitée. On note que l'allure des filtres '*sinr*' est proche de la densité de puissance des signaux traités. Ce filtre fournit bien toujours le meilleur SINR réseau. Par contre, de même que le précédent il élargit le support de la fonction d'intercorrrelation et décale la position du pic.

Enfin, l'allure des diagrammes de gain obtenus avec le formateur '*mmse*' est également relativement proche des densités de puissance des signaux traités. Toutefois, les diagrammes synthétisés sont plus "réguliers" que ceux obtenus avec le formateur '*sinr*'. En particulier, le diagramme de ce filtre ne contient pas de zéros. Son interprétation est toujours comprise entre celles des formateurs '*sinr*' et '*wb*'; en effet, il permet d'obtenir un bon SINR réseau et un bon niveau du pic de corrélation. La fonction d'intercorrrelation est, malgré tout, sensiblement élargie et son pic décalé par rapport au formateur '*wb*'.

On définit le "SINR post-corrélation" comme le niveau du pic du module carré de la fonction d'intercorrrelation sur la puissance interférente moyenne après corrélation avec le code local. D'après ce qui précède, on note qu'il n'y a pas, a priori, de corrélation entre le SINR réseau (ou SINR CRPA) et le SINR post-corrélation. Les figures 3.5 et 3.6 ci-dessous permettent de mieux appréhender ce phénomène. Elles ont été réalisées dans les mêmes conditions de simulation que les précédentes et elles représentent, en fonction du nombre de Taps :

- le SINR réseau (en haut à gauche),
- le SINR post-corrélation (en haut à droite),
- la puissance utile post-corrélation (en bas à gauche),
- la puissance interférente moyenne post-corrélation (en bas à droite).

Sur les figures ci-dessous et dans toute la suite du document, afin de rendre compte de l'apport du STAP, le gain en SINR représente le SINR obtenu avec un réseau STAP, normalisé par celui obtenu avec un réseau spatial pur parfait (qui sert de référence et qui correspond au cas à un seul Tap).

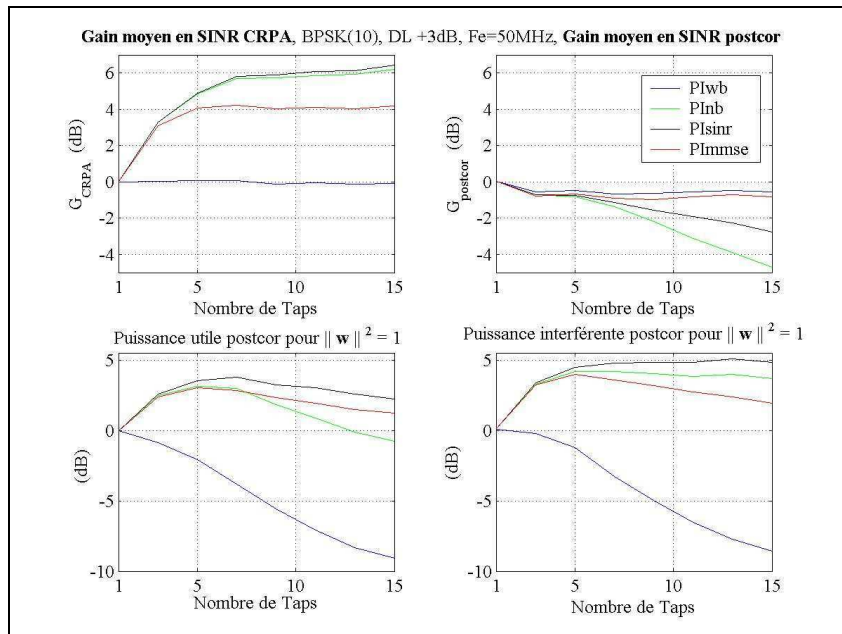


Fig. 3.5 : SINR CRPA et SINR post corrélation, BPSK(10), brouilleurs 1 & 2, Diagonal Loading +3dB.

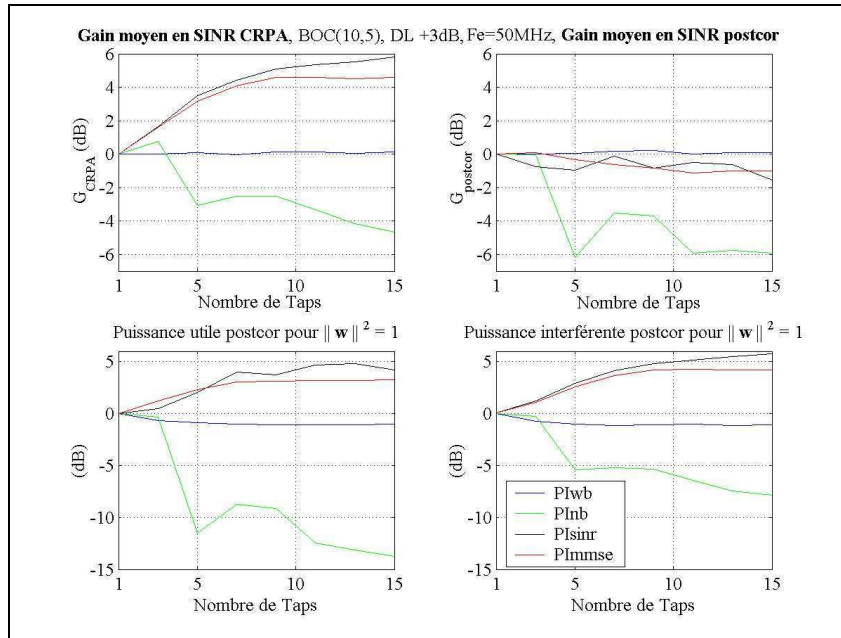


Fig. 3.6 : SINR CRPA et SINR post corrélation, BOC(10,5), brouilleurs 1 & 2, Diagonal Loading +3dB.

On note que seul le tracé du SINR du formateur ‘wb’ a la même allure en sortie de réseau et en sortie de corrélation. Ce filtre ne permet pas de gagner de la puissance utile en sortie de réseau, ni en sortie du corrélateur, mais il est capable d’éliminer les interférences. Pour la modulation BPSK, le filtre ‘nb’ est relativement proche du filtre ‘sinr’. Dans le cas des signaux BOC, il annule rapidement les lobes principaux des signaux utiles, ce qui détruit les propriétés d’autocorrélation des PRN. Les filtres ‘sinr’ et ‘mmse’, adaptés aux signaux utiles, permettent dans un premier temps de gagner en puissance utile post-corrélation, puis à terme, ils finissent par détériorer les propriétés d’autocorrélation des codes utiles. On observe ce phénomène sur la figure 3.5 ; il faudrait ajouter d’avantage de Taps pour l’observer sur la figure 3.6. Dans tous les cas, ces filtres colorent les interférences, ce qui tend à les faire ressembler aux signaux utiles, elles traversent donc mieux les corrélateurs.

En conclusion, nous avons montré dans ce chapitre est que le SINR d’un réseau spatio-temporel et le SINR post corrélation n’évoluent pas de la même façon. Dans le récepteur, la détection de satellite, la mesure de pseudo distance et la démodulation du message de navigation se font après l’étape de corrélation des signaux reçus avec le code local. Aussi proposons-nous un nouveau critère de performances : le SINR post-corrélation. C’est ce critère qui sera utilisé jusqu’à la fin de notre étude.

3.3. Paramètres Influent

A l’exception du formateur ‘wb’, les performances des différents formateurs sont liées à la matrice d’autocorrélation temporelle du signal utile (illustré par les équations 3.36 et 3.37 pour le formateur ‘nb’), donc au nombre de Taps et à la fréquence d’échantillonnage. On se propose dans ce chapitre d’évaluer les influences de ces deux paramètres.

3.3.1 Influence de la fréquence d'échantillonnage :

Les figures 3.7 à 3.11 ont été tracées pour le réseau carré r4. Pour chaque modulation, le tracé de gauche est obtenu en présence des interférents 1 & 2 (JNR 20 dB & 40 dB), celui de droite en présence des interférents 1 bis, 2 bis & 3 (JNR 40, 60 & 60 dB). De part leurs puissances et la largeur de bande de traitement considérée (40MHz), ces brouilleurs consommeraient chacun au moins 2 degrés de liberté d'un réseau spatial pur (voir parag. 2.5.1), le réseau spatial r4 serait donc incapable de les rejeter tous les 3. Le gain est (sur les figures 3.7 et 3.8) en fonction de la fréquence d'échantillonnage, pour 7 Taps. Pour chaque valeur de la fréquence d'échantillonnage, les puissances des brouilleurs sont adaptées de manière à conserver des rapports brouilleurs à bruit constants. La modulation BOC(10,5) n'est pas représentée, les tracés étant quasiment identiques à ceux obtenus avec les signaux BPSK(10).

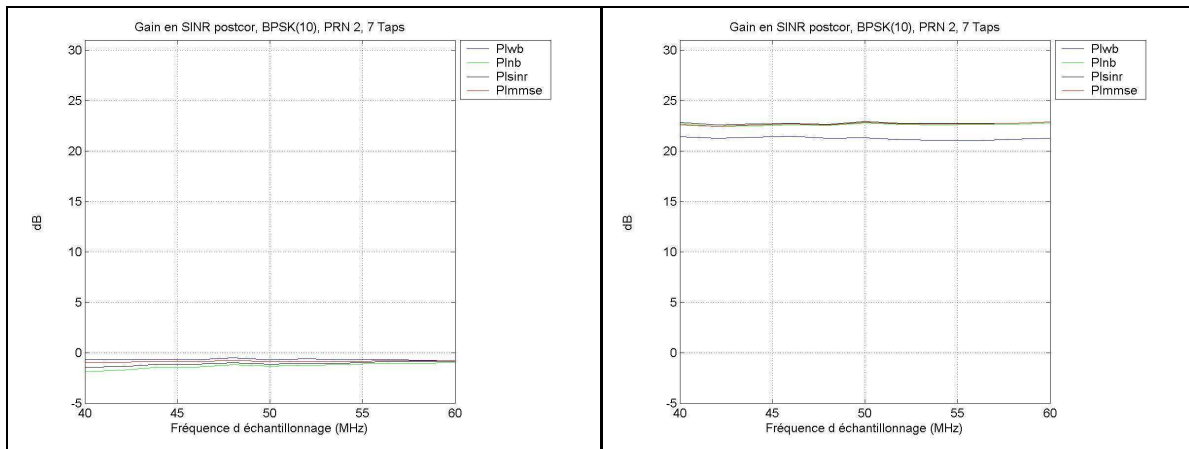


Fig. 3.7 : Effets 'larges bandes' et échantillonnage, BPSK(10)

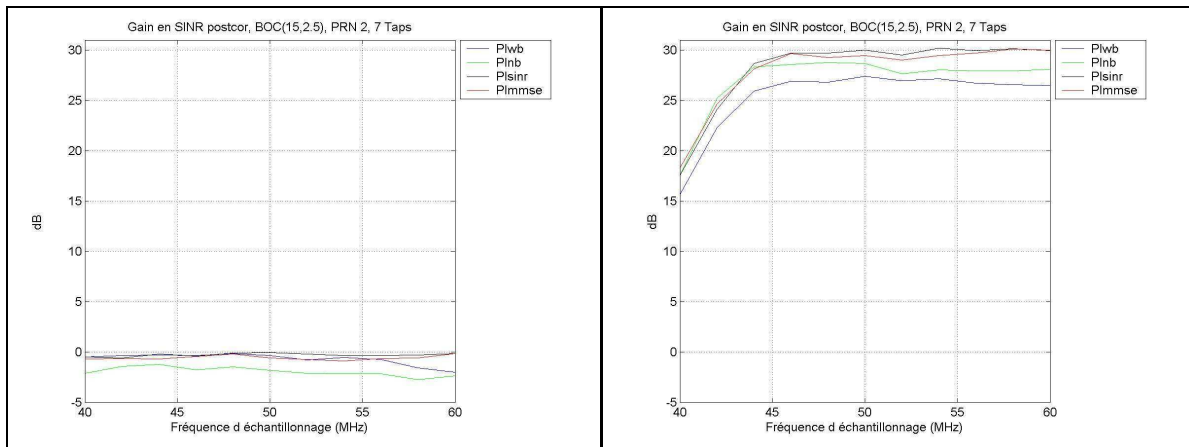


Fig. 3.8 : Effets 'larges bandes' et échantillonnage, BOC(15,2.5) cosinus

Sur les tracés de gauche, le classement des méthodes est le même qu'en bruit thermique et la fréquence d'échantillonnage n'influe peu ou pas sur les performances des méthodes. Un traitement spatio-temporel n'est pas nécessaire dans ces configurations de brouillage.

Par contre, lorsque les réseaux spatiaux sont saturés (colonne de droite), la fréquence d'échantillonnage joue un rôle. Certes, son influence reste faible sur les performances des méthodes appliquées aux modulations BPSK(10) et BOC(10,5). Par contre, dans le cas des signaux

BOC(15,2.5) (figure 3.22), une fréquence d'échantillonnage trop faible dégrade les performances de toutes les méthodes : les signaux sont sous-échantillonnés, il y a repliement sur les bords de la bande et les filtres adaptatifs coupent donc ces bords de bande. L'énergie des signaux BOC(15,2.5) se situant aux bords, ceux-ci sont dégradés.

Au vu de ces résultats et dans le but de traiter les trois modulations GNSS avec une unique architecture de réseau, dans toute la suite, la fréquence d'échantillonnage est prise à 50MHz quelle que soit la modulation traitée.

3.3.2 Influence de nombre de Taps :

De même que dans le paragraphe précédent, pour chaque modulation, le tracé de gauche est obtenu en présence des interférents 1 & 2 (JNR 20 dB & 40 dB), celui de droite en présence des interférents 1 bis, 2 bis & 3 (JNR 40, 60 & 60 dB). Le gain est maintenant représenté (sur les figures 3.9 à 3.11) en fonction du nombre de Taps utilisés.

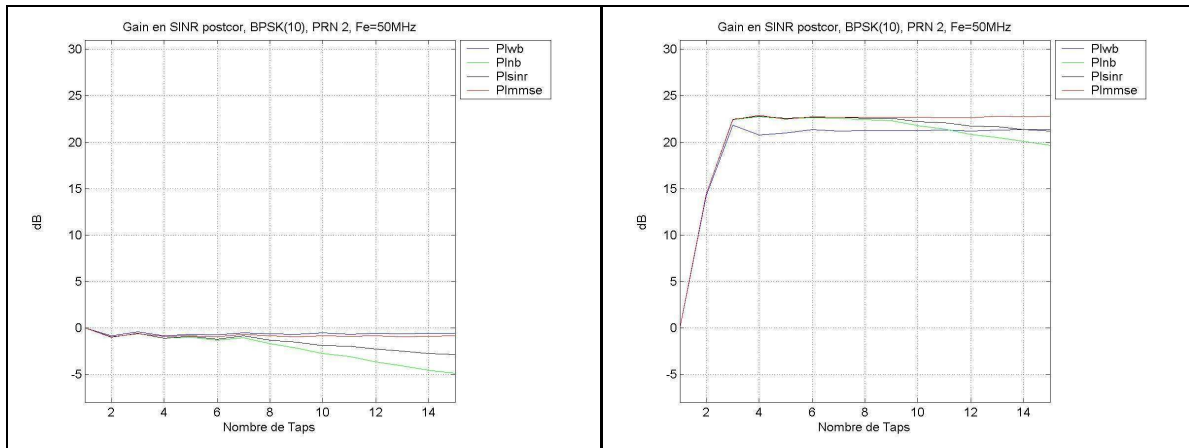


Fig. 3.9 : Effets 'larges bandes' et nombre de Taps, BPSK(10)

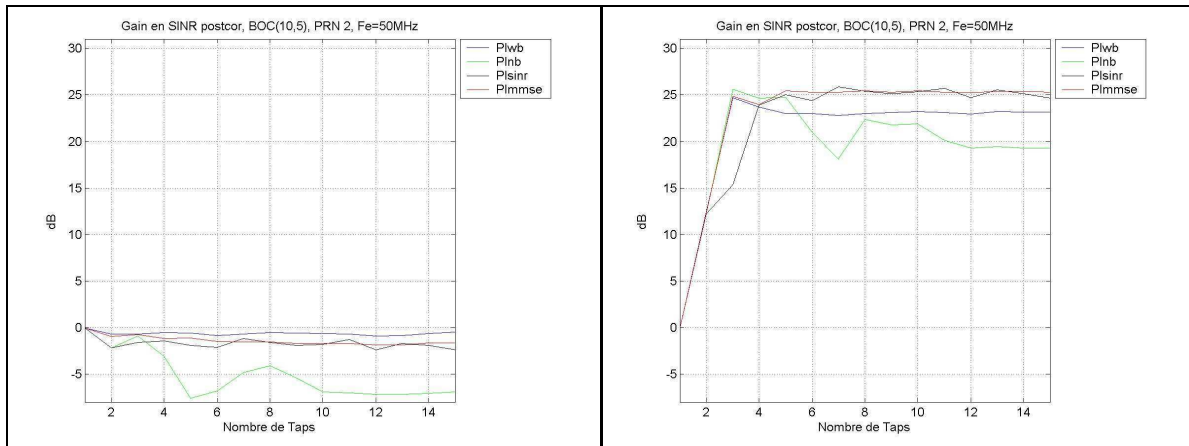


Fig. 3.10 : Effets 'larges bandes' et nombre de Taps, BOC(10,5) sinus

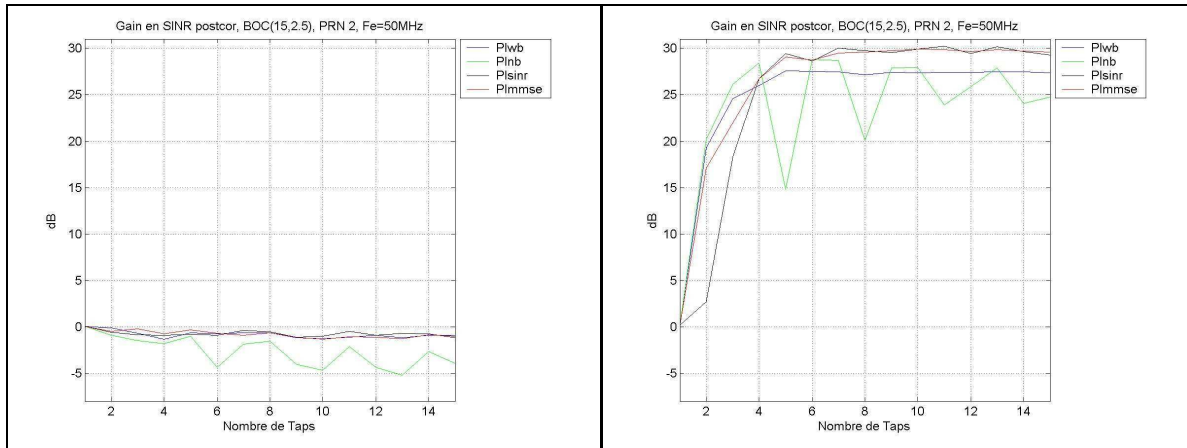


Fig. 3.11 : Effets ‘larges bandes’ et nombre de Taps, BOC(15,2,5) cosinus

Les tracés de gauche sont relativement proches de ceux obtenus en présence de bruit thermique uniquement. En effet, devant les puissances mises en jeu, seulement trois degrés de liberté du réseau spatial sont consommés. Le comportement de la matrice de corrélation est relativement proche de celui qu’on obtiendrait si le réseau était illuminé par trois sources discrètes. La décomposition en produit de Kronecker de la matrice de corrélation du réseau STAP reste donc valable, ce qui explique la concordance avec le cas non brouillé. Dans ce cas, en l’absence de défaut le traitement STAP n’apporte rien et ne peut que dégrader les performances du corrélateur pour les raisons déjà évoquées en 3.2.4.

Par contre, en présence des trois brouilleurs de forte puissance, le réseau spatial pur (1 Tap) est totalement saturé. Dans ce cas, le traitement STAP permet de gagner de 20 à 30 dB selon les modulations par rapport au traitement spatial pur. On note que ce gain de traitement et le nombre de Taps nécessaires sont d’autant plus grands que l’énergie du signal utile est loin du centre de la bande. En effet, 3 Taps sont nécessaires avec les modulations BPSK(10) pour un gain d’au mieux 23dB, 3 à 4 Taps pour un gain de 25 dB avec les signaux BOC(10,5), et 5 à 7 Taps sont nécessaires pour les signaux BOC(15,2,5) pour un gain qui peut atteindre 30dB. Cette différence de comportement sera expliquée au paragraphe 3.6.3. Retenons pour l’instant que lorsque le réseau spatial pur est saturé, la matrice de corrélation du réseau STAP ne peut plus être approchée par une matrice décomposable en produit de Kronecker et le classement des méthodes ne correspond plus au classement obtenu dans le cas d’un réseau spatial pur insaturé.

En particulier, il est intéressant d’observer qu’au-delà d’un certain nombre de Taps, l’ajout de Taps supplémentaires n’apporte plus de gain de traitement : le réseau est “dé-saturé”. Une fois le réseau dé-saturé, pour les modulations BOC, la réponse de la méthode ‘nb’ (en vert) recommence à varier avec le nombre de Taps. Or, pour une configuration de brouillage fixé, ces variations dépendent de la direction du signal utile. Il est donc difficilement possible de prévoir le comportement de cette méthode.

Toutefois, pour la configuration géométrique particulière présentée ici, et pour les trois modulations traitées, le SINR post-corrélation atteint (mais ne dépasse pas) la valeur limite de 9 dB en-dessous de la valeur obtenue sans réseau et sans brouillage (cas de référence). Aussi, la capacité du traitement STAP à compenser les effets ‘larges bandes’ des brouilleurs devra être validée par des simulations globales (parg. 3.6.2).

3.4. Robustesse aux défauts

Le traitement STAP a été proposé afin de rendre les réseaux spatiaux robustes, outre à la largeur de bande des brouilleurs, aux défauts de chaîne par l'ajout de degrés de liberté supplémentaires. On se propose dans ce chapitre d'évaluer la robustesse aux défauts. Les résultats en présence de bruit thermique seul ne sont pas présentés car les tendances observées en fonction du nombre de Taps et de la fréquence d'échantillonnage sont sensiblement les mêmes que dans le cas sans défaut. On notera juste une translation des diagrammes de gain vers le bas de quelques dixièmes de dB pour les modulations BPSK(10) et BOC(10,5) et de plus de 2 dB pour le BOC(15,2.5). La dégradation plus importante pour cette dernière modulation est principalement due au gain moyen des capteurs qui est de l'ordre de -2 dB au centre de chacun des deux lobes principaux du spectre des signaux BOC(15,2.5).

Le SINR obtenu en présence des défauts de chaîne est toujours normalisé par celui obtenu avec un réseau spatial pur parfait. Il est présenté en fonction du nombre de Taps, pour les trois modulations, en présence des défauts linéaires de chaîne. Le réseau r4 pourra être mis en présence des deux sources interférentes 1 & 2 ou des trois sources interférentes 1 bis, 2 bis & 3. Le réseau r7 pourra être mis en présence de 6 brouilleurs (voir Fig. 2.8). Les figures, 3.12 à 3.16 présentées ci-dessous, résultent de 100 simulations de Monte-Carlo sur les tirages des défauts et des interférences. L'estimation des matrices de corrélation, de même que le calcul des intercorrélations avec le code local, se fait sur 1 milliseconde (soit 50 000 échantillons).

3.4.1 Réseau à 4 capteurs :

La figure 3.12 illustre les résultats obtenus avec la modulation BPSK(10). En présence des brouilleurs 1 & 2 (en haut à gauche), les défauts dégradent les performances d'un réseau spatial pur de plus de 15dB. Avec 6 Taps utilisés, tous les formateurs permettent de restaurer à 1 dB près les performances obtenues avec un réseau spatial pur sans défaut. L'écart-type (tracé du bas sur chaque figure) est également satisfaisant à l'exception du formateur 'wb'.

La partie droite des figures illustre les résultats obtenus lorsque les trois brouilleurs de forte puissance 1 bis, 2bis & 3 sont introduits dans la simulation, pour les modulations BPSK(10) (Fig. 3.12) et BOC(10,5) & BOC(15,2.5) (Fig. 3.13). Nous constatons qu'en présence des défauts de chaîne :

- Les méthodes en '*sinr*' et '*mmse*' atteignent des performances identiques à moins de 1 dB de celles obtenues sans défaut dans la même configuration géométrique (Fig. 3.9 et 3.10). Cependant, la présence des défauts fait que le nombre de Taps nécessaire est plus important ; en particulier, le BOC(15,2.5) nécessite alors plus de Taps en présence de trois brouilleurs de forte puissance ;
- De part le nombre de degrés de liberté consommés par les brouilleurs en présence de défauts, la décomposition en produit de Kronecker de la matrice de corrélation du réseau n'est plus valable et le classement des méthodes est modifié par rapport au cas d'un réseau spatial non saturé. En particulier, le formateur 'wb' qui était le plus performant dans ce cas (parag 3.2.4) et le plus simple, affiche les moins bons résultats ;
- Enfin, le formateur '*nb*' qui présentait des oscillations en simulations parfaites pour les signaux BOC, semble partiellement stabilisé par les défauts et offre des performances intéressantes compte tenu de sa relativement faible complexité : il ne nécessite pas d'information a priori sur la modulation des signaux cibles (de même que le formateur 'wb').

CONFIDENTIEL

Fig. 3.12 : Défauts et nombre de Taps, BPSK(10), réseau r4

CONFIDENTIEL

Fig. 3.13 : Défauts et nombre de Taps, BOC(10,5) & BOC(15,2.5), réseau r4, 3 interférences.

RQ : les mêmes simulations ont été faites avec le réseau r4t (étoile à 4 éléments). Les tendances des courbes sont très voisines de celles obtenues avec le réseau r4.

L'énergie des signaux modulés en BOC(15,2.5) cosinus est concentrée en bord de bande (parg. 1.4.3.b). Or les défauts de chaîne affectent principalement le bord de bande, en particulier les défauts des filtres (voir Fig. 2.30). Aussi le réseau STAP a-t-il plus de mal à compenser les défauts pour cette modulation (Fig. 3.13 droite). Une augmentation de la bande de traitement peut permettre d'accélérer la convergence de tous les filtres envisagés, en éloignant les défauts prépondérants des lobes principaux des signaux utiles. Ceci est illustré sur la figure 3.14 ci-dessous où la bande de traitement est prise à 48MHz ; dans ce cas, le filtre laisser passer moins d'1dB de puissance interférente supplémentaire par rapport au cas 40MHz. Afin de limiter les phénomènes de repliement de spectre (voir parg. 3.3.1), la fréquence d'échantillonnage est prise à 60 MHz.

CONFIDENTIEL

Fig. 3.14 : Défauts et augmentation de la bande de passante BOC(15,2.5), réseau r4, 3 interférences.

3.4.2 Réseau à 7 capteurs :

Les courbes obtenues avec les signaux BOC(10,5) ne sont pas présentées dans ce paragraphe car elles sont très proches de celles obtenues avec la modulation BPSK(10).

Le réseau r7 disposant de plus de degrés de liberté que les réseaux r4 et r4t, il est moins sensible aux défauts, en régime non saturé. Tout se passe comme si le réseau choisissait les voies les mieux appariées pour s'adapter. Il a donc besoin de moins de Taps pour restaurer les performances obtenues en simulations parfaites. De même qu'en 3.2.4, on peut observer que l'ajout de Taps 'inutiles' peut dégrader les performances du réseau (figure 3.15) pour certains formateurs.

CONFIDENTIEL

Fig. 3.15 : Défauts et nombre de Taps, réseau spatial r7 non saturé : brouilleurs 1 bis, 2 bis & 3

Par contre, lorsque le nombre et la puissance des signaux interférents suffisent à saturer un réseau spatial pur (Fig. 3.16), le comportement en fonction du nombre de Taps est le même que pour les réseaux r4 et r4t, et ce pour tous les filtres évalués sur les 3 modulations traitées.

CONFIDENTIEL

Fig. 3.16 : Défauts et nombre de Taps, réseau spatial r7 saturé : brouilleurs 1 bis, 2 bis, 3, 4, 5 & 6

3.4.3 Synthèse :

Lorsque le nombre et la puissance des interférences ne suffisent pas à saturer un réseau spatial pur, le traitement STAP n'est pas nécessaire et n'apporte pas de gain de traitement en termes de SINR post-corrélation. Au contraire, les formateurs '*sinr*' et '*nb*' en particulier dégradent les performances de l'ensemble réseau + corrélateur en cassant les propriétés d'intercorrrelation des signaux utiles et/ou en colorant les interférences ce qui tend à leur faire mieux traverser le corrélateur. Le filtre '*wb*', indépendant de la modulation traitée, ne dégrade ni les performances, ni l'allure de la fonction d'intercorrrelation avec le code local. La dégradation engendrée par le filtre '*mmse*' est relativement faible.

On rappelle que la matrice de corrélation spatiale de signaux interférents à large bande et de forte puissance peut avoir un rang effectif supérieur à '1' (nombre de valeurs propres qui excèdent le plancher de bruit). Ceci est d'autant plus vrai lorsque des défauts de chaîne sont introduits.

Lorsque la puissance et/ou le nombre des interférences (dans la limite de $m-1$ interférences à large bande pour un réseau à m capteurs) suffisent à saturer un réseau spatial pur, le classement des méthodes est modifié. La méthode '*wb*' affiche les plus mauvaises performances de près de 10dB. Les comportements des méthodes '*sinr*' et '*mmse*' deviennent équivalents et affichent les meilleurs résultats en termes de SINR post corrélation.

Le formateur '*mmse*' est celui que nous retiendrions à l'issue de ce chapitre car il semble être le plus polyvalent. En effet, il affiche les meilleures performances à niveau de brouillage élevé et, avec le formateur '*wb*', il est le moins dégradant dans des conditions de brouillage moins sévères où un traitement STAP n'est pas nécessaire. L'inconvénient de ce formateur est qu'il nécessite la connaissance a priori de la modulation des signaux utiles, ce qui signifie qu'il en faut un pour chaque modulation à traiter.

3.5. Formateurs optimaux pour le traitement des signaux GNSS

Les formateurs précédents ont été écrits en raisonnant sur la sortie du réseau STAP. Or, nous avons pu observer que le SINR de sortie du réseau ne constitue pas un critère de performances valable pour une liaison GNSS donnée, puisque les effets des filtres adaptatifs peuvent dégrader les performances d'un corrélateur générique. Le but de ce chapitre est donc de modéliser l'ensemble réseau STAP + corrélateur afin de déterminer le filtre optimal pour le traitement des signaux GNSS.

3.5.1 La puissance de bruit :

L'expression du signal utile après corrélation a déjà été donnée au paragraphe 3.2.3. Nous nous intéressons donc à la formulation de la puissance interférente moyenne, en sortie de l'ensemble réseau STAP + corrélateur.

a) Formulation théorique :

La sortie d'un réseau spatial pur, concernant uniquement la composante due au brouillage s'écrit :

$$j_{out}(t) = \sum_s w_s^* j(t - \tau_s) \quad (3.42)$$

où τ_s désigne le retard de propagation entre le capteur s et le capteur de référence. A la sortie du réseau STAP, l'équation devient :

$$j_{out}(t) = \sum_{s,k} w_{s,k}^* j(t - \tau_s - kTe) \quad (3.43)$$

Pour exprimer la puissance interférente moyenne P_j en sortie du corrélateur, on revient à l'expression intégrale de la corrélation sur une durée T_i :

$$P_j = \frac{1}{T_i^2} \mathbb{E} \left(\left| \int_{T_i} j_{out}(t) u^*(t - \tau) dt \right|^2 \right) \quad (3.44)$$

On injecte 3.43 dans 3.44 et on développe le module carré :

$$P_j = \frac{1}{T_i^2} \mathbb{E} \left(\left| \sum_{s,k} w_{s,k}^* \int_{T_i} j(t - \tau_s - kTe) u^*(t - \tau) dt \right|^2 \right) \quad (3.45)$$

$$P_j = \frac{1}{T_i^2} \sum_{s,k} \sum_{n,l} w_{s,k}^* w_{n,l} \iint_{T_i} \mathbb{E} (j(t - \tau_s - kTe) j^*(x - \tau_n - lTe)) u^*(t - \tau) u(x - \tau) dt dx$$

Si les interférences sont de type bruit blanc, de densité spectrale de puissance σ^2 , alors 3.45 devient :

$$P_j = \frac{1}{T_i^2} \sum_{s,k} \sum_{n,l} w_{s,k}^* w_{n,l} \int_{T_i} \sigma^2 u^*(t - \tau) u(t - \tau_s + \tau_n - (k-l)Te - \tau) dt \quad (3.46)$$

Enfin, on réintroduit dans 3.46 l'expression de la fonction d'autocorrélation $r_u(t)$ du code local de puissance unité :

$$P_j = \frac{\sigma^2}{Ti} \sum_{s,k} \sum_{n,l} w_{s,k}^* w_{n,l} \cdot r_u(\tau_n - \tau_s + (l-k)Te) \quad (3.47)$$

3.47 peut être réécrit en notation matricielle comme :

$$P_j = \frac{\sigma^2}{Ti} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uj} \mathbf{w} \quad (3.48)$$

où \mathbf{R}_{uj} est la matrice d'autocorrélation d'un code local, de puissance unité, qui semblerait provenir de la direction du signal interférent. En présence de signaux bande étroite (à la traversée du filtre spatial), \mathbf{R}_{uj} peut se mettre sous la forme :

$$\mathbf{R}_{uj} = \mathbf{R}_{S,uj} \otimes \mathbf{R}_{T,u} \quad (3.49)$$

où les indices 'S' et 'T' font respectivement références aux composantes, purement spatiale et purement temporelle, de la matrice \mathbf{R}_{uj} . Dans le cas du bruit thermique, blanc spatialement :

$$\mathbf{R}_{uj} = \mathbf{I}_m \otimes \mathbf{R}_{T,u} \quad (3.50)$$

L'observation de ces formules permet de conclure que la puissance interférente en sortie du corrélateur dépend de la fonction d'autocorrélation, échantillonnée par le réseau, du code utilisé. Elle est donc liée au nombre de Taps, à la fréquence d'échantillonnage et à la modulation du code utilisé.

b) Validation :

On se propose ici de valider les expressions 3.48 et 3.50 en simulations parfaites (sans défaut technologique) et en présence du bruit thermique seul. Les figures ci-dessous représentent les gains en SINR post-corrélation, en fonction du nombre de Taps, pour les 3 modulations. Les figures sont présentées par deux sur une même ligne :

- Celle de gauche est obtenue par traitement asymptotique : la matrice de bruit est la matrice diagonale d'ordre mp (nombre de capteurs par nombre de Taps). La puissance de bruit en sortie du corrélateur est calculée à partir de 3.48 et 3.50, où on prend $\sigma^2/Ti = 1$ W.
- La figure de droite est obtenue par simulation. Le réseau est d'abord en présence du signal utile seul afin d'estimer la puissance utile post-corrélation ; puis il est en présence du bruit thermique seul. Les matrices sont estimées sur 1 milliseconde. La sortie du réseau est corrélée avec le code utile sur 1 ms. La puissance de bruit, supposée ergodique, est estimée selon 3.41.

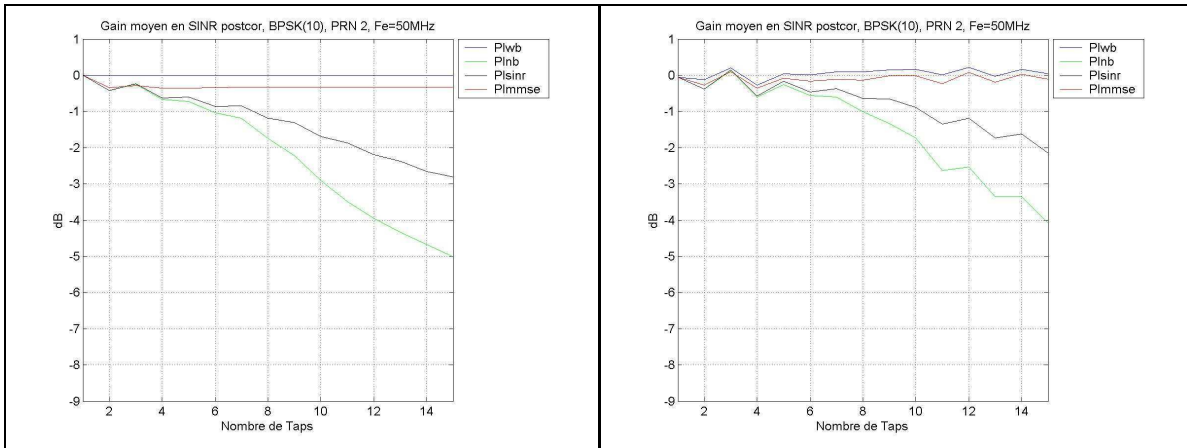


Fig. 3.17 : Modèle parfait et nombre de Taps, BPSK(10).

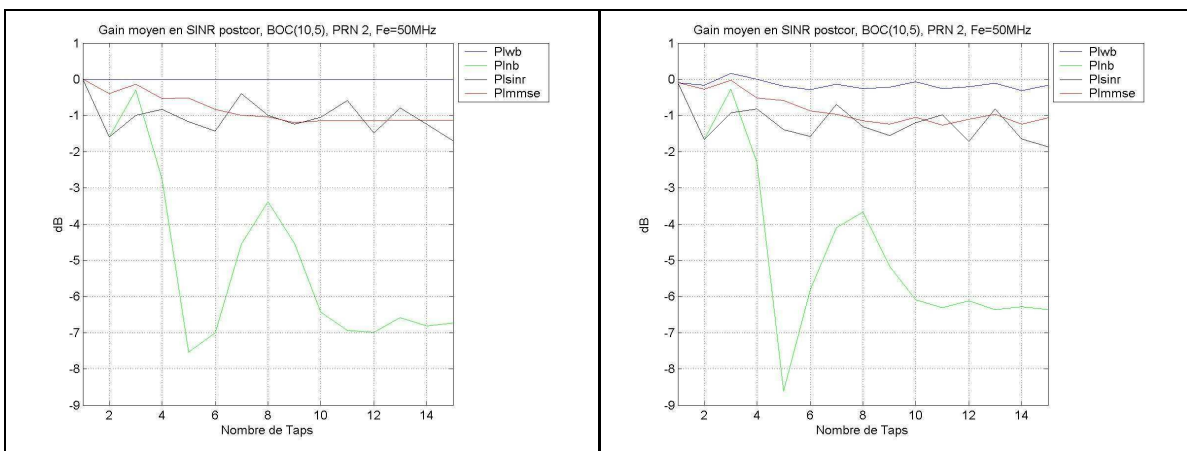


Fig. 3.18 : Modèle parfait et nombre de Taps, BOC(10,5) sinus.

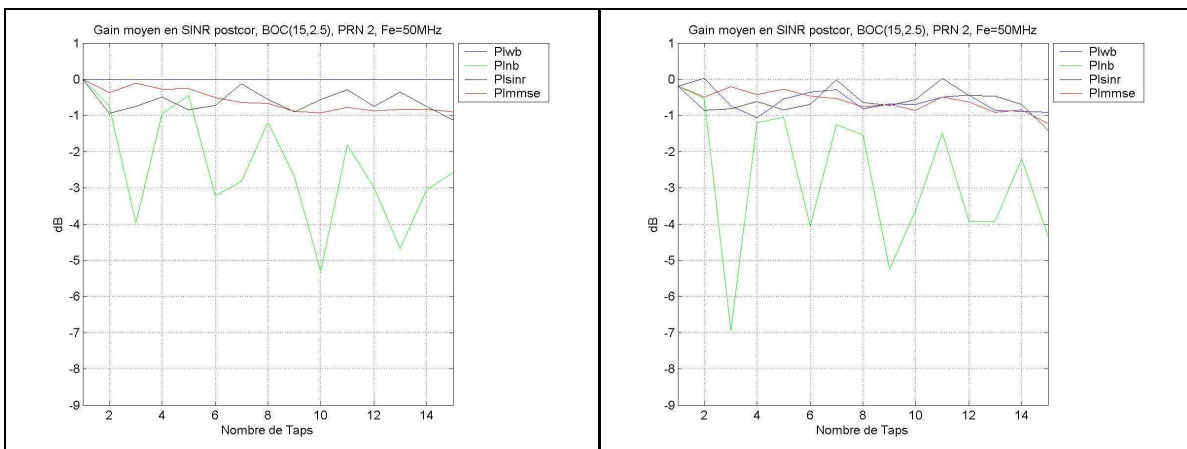


Fig. 3.19 : Modèle parfait et nombre de Taps, BOC(15,2,5) cosinus.

La formulation de la puissance de bruit est validée : les tendances sont identiques entre les simulations et le traitement asymptotique. En particulier, on retrouve l'indépendance formateur 'wb' en fonction du nombre de Taps et le caractère oscillant du formateur 'nb' appliqué aux signaux BOC.

3.5.2 Maximisation du SINR post corrélation :

On cherche maintenant à déterminer le formateur qui permet directement de maximiser le rapport signal à bruit plus interférence en sortie de l'ensemble réseau + corrélateur.

a) Formulation théorique :

On rappelle que le signal est ramené en bande de base avant corrélation, les décalages Doppler sont supposés totalement corrigés par les boucles de poursuite en fréquence du récepteur (parg. 1.3.1). D'après la formulation générale (3.12) du vecteur pondération, et l'expression 3.35 du signal utile reçu, la sortie du corrélateur correspondant à un signal utile s'écrit :

$$\begin{aligned} E_{T_i}(\mathbf{w}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) &= E_{T_i}((\mathbf{w}_S^H \mathbf{a} \times \mathbf{c}^H \mathbf{u}_T(t)) \times \sqrt{P_u} u^*(t-\tau)) \\ E_{T_i}(\mathbf{w}^H \mathbf{y}_u(t) u^*(t-\tau)) &= (\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}) \sqrt{P_u} \times \mathbf{c}^H [r_u(\tau) \quad r_u(\tau-Te) \quad \dots \quad r_u(\tau-(p-1)Te)]^T \end{aligned} \quad (3.51)$$

où ' $u(t)$ ' représente un code local de puissance unité et ' P_u ' désigne la puissance reçue du signal utile. ' \mathbf{y}_u ' est le vecteur d'état du réseau STAP ne comprenant que la composante due au signal ' u ', ' \mathbf{a} ' est le vecteur directionnel du réseau spatial pur, $\mathbf{u}_T = [u(t) \quad u(t-Te) \quad \dots \quad u(t-(p-1)Te)]^T$ et ' E_{T_i} ' désigne la moyenne temporelle d'une grandeur sur une durée ' T_i '.

On note $\mathbf{r}_{T,u}$ le vecteur corrélation temporel des signaux utiles :

$$\mathbf{r}_{T,u}(\tau) = E_{T_i}(\mathbf{u}_T(t) \times u^*(t-\tau)) = [r_u(\tau) \quad r_u(\tau-Te) \quad \dots \quad r_u(\tau-(p-1)Te)]^T \quad (3.52)$$

Le modèle bande étroite des signaux est pour l'instant conservé pour les interférences. D'après 3.49 la puissance interférente moyenne en sortie du corrélateur s'écrit :

$$P_j = \mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_{S,uj} \mathbf{w}_S \otimes \mathbf{c}^H \mathbf{R}_{T,u} \mathbf{c} \quad (3.53)$$

d'où l'expression du SINR post corrélation :

$$\boxed{SINR_{postcor}(\tau) = P_u \frac{|\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_{S,uj} \mathbf{w}_S} \times \frac{|\mathbf{c}^H \mathbf{r}_{T,u}(\tau)|^2}{\mathbf{c}^H \mathbf{R}_{T,u} \mathbf{c}}} \quad (3.54)$$

où la puissance interférente est contenue dans la matrice $\mathbf{R}_{S,uj}$. Cette dernière est la matrice de corrélation spatiale des interférences, après qu'elles aient traversé le corrélateur. Elle s'apparente à la matrice de corrélation d'un signal du même type que le code local, qui proviendrait de la même direction que les interférences, avec une puissance réduite d'un rapport BT_i (où B est la bande de traitement et T_i la durée d'intégration du corrélateur).

L'équation 3.54 permet de mieux comprendre pourquoi le formateur ' $sinr$ ' (equ. 3.17) favorise la puissance interférente en sortie du corrélateur. En effet, ce formateur maximise le SINR en sortie du réseau ; or la matrice de corrélation $\mathbf{R}_{T,u}$ est au numérateur dans l'expression du SINR réseau (equ. 3.16) et elle est au dénominateur dans l'expression 3.54 du SINR post-corrélation.

De la même manière qu'au paragraphe 2.2.2.a, l'utilisation d'un Lagrangien permet d'écrire la contrainte temporelle qui maximise le ratio 3.54 :

$$\mathbf{c} = \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \times \mathbf{r}_{T,u}(\tau) \quad (3.55)$$

et le SINR post corrélation correspondant s'écrit :

$$SINR_{postcor}(\tau) = P_u \frac{|\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_{S,uj} \mathbf{w}_S} \times \left| \mathbf{r}_{T,u}^H(\tau) \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \mathbf{r}_{T,u}(\tau) \right| \quad (3.56)$$

On pourra observer que lorsque ' τ ' est multiple de la période d'échantillonnage et inférieur au temps de traversée du FIR (c'est-à-dire lorsque le récepteur se synchronise avec une ligne à retard du FIR), la contrainte optimale se simplifie comme suit :

$$\tau = k \times Te_{k=0..p-1} \Rightarrow \mathbf{c} = \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \times \mathbf{R}_{T,u}(:, k+1) = \boldsymbol{\delta}_p(k+1) \quad (3.57)$$

avec $\boldsymbol{\delta}_p(k) = [0 \ \dots \ 010 \ \dots \ 0]^T$. Dans ce cas, la contrainte optimale est indépendante de la modulation traitée et le SINR post-corrélation se réduit à :

$$SINR_{postcor}(kTe) = P_u \frac{|\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_{S,uj} \mathbf{w}_S} \times \left| \mathbf{r}_{T,u}^H(kTe) \cdot \boldsymbol{\delta}_p(k+1) \right| \quad (3.58)$$

soit, en réinjectant 3.52 dans 3.58 :

$$SINR_{postcor}(kTe) = P_u \frac{|\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_{S,uj} \mathbf{w}_S} \times r_u(0) \quad (3.59)$$

Lorsque les interférences sont modélisées en bande étroite, leur densité de puissance n'intervient pas dans l'expression de la matrice de corrélation spatiale. La matrice $\mathbf{R}_{S,uj}$ dans 3.59 est donc identique à la matrice de corrélation spatiale du réseau. L'expression 3.59 du SINR post corrélation optimal permet donc de confirmer ce qui a été pressenti au chapitre 3.4 : lorsqu'il n'est pas nécessaire, le traitement STAP ne permet pas de gain de traitement en termes de SINR post-corrélation par rapport à un traitement spatial pur. On note également que dans ce cas, les performances du réseau sont indépendantes de la position du '1' dans le vecteur contrainte. Ceci est illustré sur la figure 3.20 ci-dessous où l'on représente le SINR post corrélation théorique normalisé par son maximum, pour un réseau disposant de 9 Taps et un PRN modulé en BPSK(10).

Finalement, le SINR post-corrélation est optimal lorsque la référence du corrélateur correspond à une ligne à retard du FIR. Dans ce cas, la contrainte temporelle optimale pour le traitement STAP consiste à placer un '1' face à la position de l'élément de référence dans le réseau et '0' partout ailleurs (formule 3.57). Dans la suite, on se place dans ce cas et on tente de déterminer la position la plus judicieuse pour l'élément de référence, en prenant en compte la blancheur imparfaite du bruit blanc et en réintroduisant le modèle, plus réaliste, large bande des interférences.

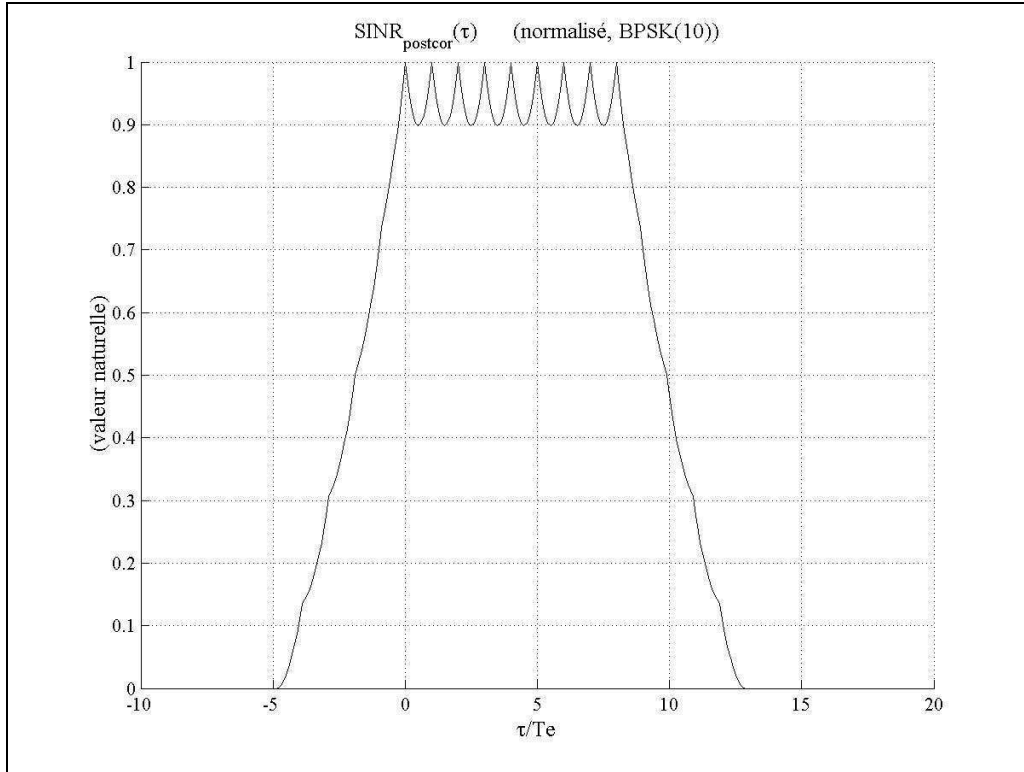


Fig. 3.20 : SINR post corrélation en fonction de la synchronisation avec le corrélateur, 9 Taps.

b) Effet du sur échantillonnage :

En pratique, les signaux reçus sont sur-échantillonnés par rapport à la bande d'entrée 'B' du réseau. La matrice de corrélation temporelle d'un bruit blanc n'est plus la matrice identité. En supposant que les filtres rejettent totalement les signaux hors bande, le terme général de la ligne 'n' et colonne 'm' de la matrice de corrélation temporelle d'un bruit blanc peut s'écrire :

$$\mathbf{R}_{T,b}(n, m) = \sigma^2 B \times \text{sinc}(\pi B |n - m| Te) \quad (3.60)$$

En réalité, la pente des filtres n'est pas infinie à $\pm B/2$. En conséquence, les valeurs propres minimales de la matrice de corrélation temporelle des signaux, correspondant aux bords de bandes 'coupés' par les filtres (voir Annexe 5), sont en dessous du plancher de bruit.

Si le réseau est toujours supposé insaturé (i.e. : la matrice de corrélation est décomposable en produit de Kronecker entre une partie spatiale et une partie temporelle), en présence de brouilleurs en bruit blanc, après adaptation à l'environnement, la partie temporelle du vecteur de pondération peut s'écrire :

$$\mathbf{w}_T = \alpha \times \mathbf{R}_{T,b}^{-1} \times \mathbf{c} \quad (3.61)$$

où \mathbf{c} est la contrainte temporelle obtenue en 3.55. Soit :

$$\mathbf{w}_T = \alpha \times \mathbf{R}_{T,b}^{-1} \times \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \times \mathbf{r}_{T,u}(\tau) \quad (3.62)$$

où ' α ' est un coefficient de normalisation. Soit, pour $\tau = (k-1)Te$ ($k=1..p$) :

$$\mathbf{w}_T = \alpha \times \mathbf{R}_{T,b}^{-1} \cdot \delta_p(k) \quad (3.63)$$

En environnement réaliste, en injectant 3.62 dans 3.54, le SINR post corrélation peut se mettre sous la forme :

$$SINR_{postcor}(\tau) = P_u \frac{|\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_{S,uj} \mathbf{w}_S} \times \frac{|\mathbf{r}_{T,u}^H(\tau) \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \mathbf{R}_{T,b}^{-1} \times \mathbf{r}_{T,u}(\tau)|^2}{\mathbf{r}_{T,u}^H(\tau) \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \mathbf{R}_{T,b}^{-1} \times \mathbf{R}_{T,u} \times \mathbf{R}_{T,b}^{-1} \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \mathbf{r}_{T,u}(\tau)} \quad (3.64)$$

Le formateur n'est donc plus optimal. Cependant un Diagonal Loading de quelques dB au-dessus du plancher de bruit thermique permet de se rapprocher des performances optimales. Ceci est illustré sur la figure 3.21 ci-dessous, sur laquelle sont représentés les SINR post-corrélation :

- calculé pour un FIR idéal (réseau temporel pur) à partir de la formule 3.56,
- calculé pour un FIR réel (formule 3.64),
- estimé pour un réseau STAP.

Ces SINR sont normalisés pour un maximum unitaire afin de comparer les allures des courbes, seuls les décalages ' τ ' multiples de la période d'échantillonnage ont été pris en compte.

On notera en particulier la bonne correspondance entre les courbes réelles calculées et estimées, lorsque le corrélateur est synchronisé avec un élément du réseau ($\tau = (k-1)Te_{(k-1..p)}$). Par contre, pour d'autres valeurs du décalage τ , les courbes estimées et calculées ne concordent plus. En effet, l'expression 3.55 de la contrainte fait apparaître le retard τ , et on suppose ensuite que le corrélateur se synchronise effectivement avec les signaux reçus pour ce même retard τ . En pratique, le corrélateur peut se synchroniser avec les signaux reçus pour un retard τ_0 autre que celui exprimé dans la contrainte. La prise en compte de la blancheur imparfaite des interférences n'est pas nécessaire pour comprendre ce phénomène. On utilise donc l'expression 3.55 de la contrainte comme valeur du vecteur de pondération temporel après adaptation à l'environnement, en fonction du retard τ exprimé dans la contrainte et du décalage τ_0 avec lequel le corrélateur se synchronise avec les signaux reçus, le SINR post corrélation s'écrit alors :

$$SINR_{postcor}(\tau, \tau_0) = P_u \frac{|\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_{S,uj} \mathbf{w}_S} \times \frac{|\mathbf{r}_{T,u}^H(\tau) \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \times \mathbf{r}_{T,u}(\tau_0)|^2}{\mathbf{r}_{T,u}^H(\tau) \mathbf{R}_{T,u} \mathbf{r}_{T,u}(\tau)} \quad (3.65)$$

où la matrice de corrélation temporelle du code local est définie positive, donc par inégalité de Cauchy Schwartz on peut écrire :

$$SINR_{postcor}(\tau, \tau_0) \leq P_u \frac{|\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_{S,uj} \mathbf{w}_S} \times \frac{|\mathbf{r}_{T,u}^H(\tau) \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \times \mathbf{r}_{T,u}(\tau)| \times |\mathbf{r}_{T,u}^H(\tau_0) \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \times \mathbf{r}_{T,u}(\tau_0)|}{\mathbf{r}_{T,u}^H(\tau) \mathbf{R}_{T,u} \mathbf{r}_{T,u}(\tau)} \quad (3.66)$$

$$SINR_{postcor}(\tau, \tau_0) \leq P_u \frac{|\mathbf{w}_S^H \mathbf{a}|^2}{\mathbf{w}_S^H \mathbf{R}_{S,uj} \mathbf{w}_S} \times |\mathbf{r}_{T,u}^H(\tau_0) \mathbf{R}_{T,u}^{-1} \times \mathbf{r}_{T,u}(\tau_0)| = SINR_{postcor}(\tau_0)$$

Finalement, le corrélateur ne se synchronise avec les signaux reçus pour le même retard que celui exprimé dans la contrainte, que si ce retard permet d'obtenir le meilleur SINR théorique (i.e. lorsque qu'il correspond à une synchronisation du corrélateur avec une ligne à retard du FIR). Par contre, pour d'autres valeurs du retard τ exprimé dans la contrainte, qui aboutiraient à un faible

SINR (voir tracés bleu et noir de la figure 3.21), le corrélateur choisit la moins mauvaise synchronisation.

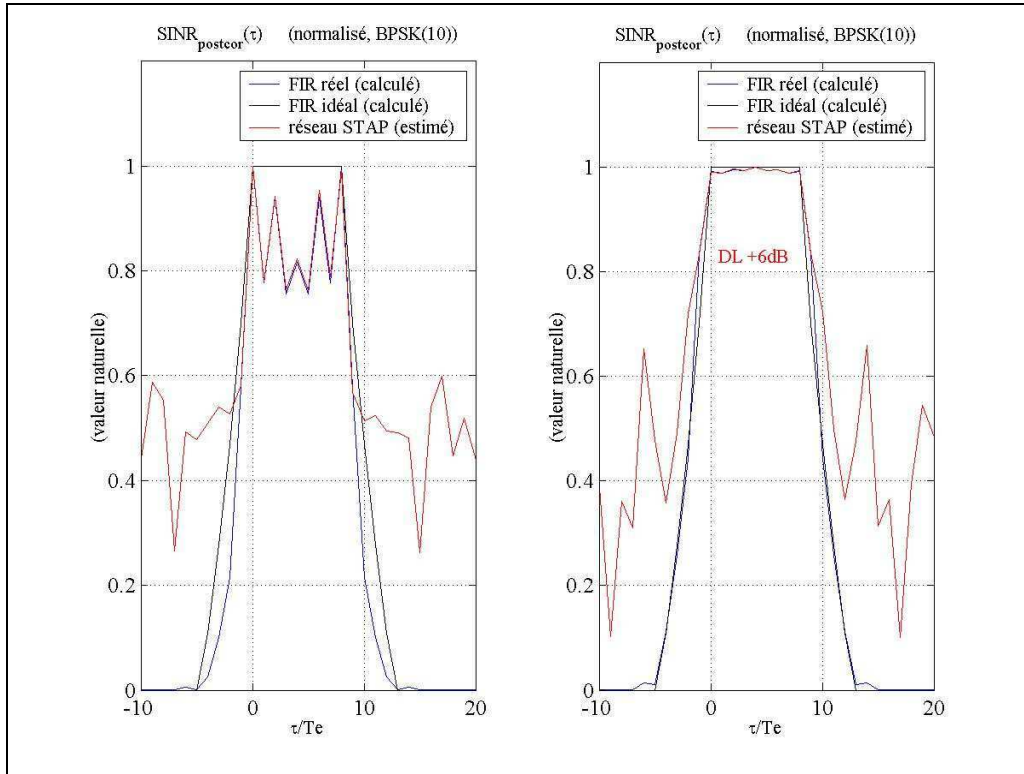


Fig. 3.21 : Effet du sur-échantillonnage des signaux en présence du bruit thermique seul, 9 Taps.

c) Effet de la saturation d'un réseau spatial pur :

Cet effet est indépendant du précédent. Lorsque le réseau spatial pur est saturé, ou qu'un brouilleur large bande est suffisamment puissant pour consommer plusieurs degrés de liberté d'un réseau spatial pur, la matrice de corrélation du réseau ne peut plus être décomposée en produit de Kronecker entre une partie spatiale et une partie temporelle : les effets spatiaux et temporels (ou fréquentiels) sont couplés. Ainsi, à scénario fixé (géométrie du réseau, position des satellites et brouilleurs), le réseau STAP ne se comporte plus de la même façon qu'un réseau temporel pur en fonction de la contrainte.

Afin d'exploiter les résultats obtenus en traitement spatial pur, on cherche toujours la contrainte linéaire sous forme d'un produit de Kronecker : il s'agit alors de déterminer la contrainte temporelle \mathbf{c} optimale lorsque la matrice de corrélation du réseau STAP ne peut plus être décomposée en une partie spatiale et une partie temporelle. Après adaptation à l'environnement, le vecteur de pondération du réseau s'écrit :

$$\mathbf{w} = \alpha \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{w}_{os} \otimes \mathbf{c}) = \alpha \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{w}_{os} \otimes \mathbf{I}_p) \mathbf{c} \quad (3.67)$$

où \mathbf{R} est la matrice de corrélation du réseau spatio-temporel, \mathbf{w}_{os} la contrainte spatiale et α un coefficient de normalisation.

D'après l'expression de la matrice de corrélation de l'ensemble réseau + corrélateur (equ. 3.48 où on inclue la puissance interférente dans la matrice de corrélation) l'expression 3.35 des signaux utiles et 3.52 du vecteur de corrélation temporel, le SINR post-corrélation s'écrit alors :

$$SINR_{postcor}(\tau) = P_u \frac{\left| \mathbf{w}^H (\mathbf{a} \otimes \mathbf{r}_{T,u}(\tau)) \right|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{uj} \mathbf{w}} \quad (3.68)$$

Afin d'isoler la contrainte temporelle, on réécrit 3.68 sous la forme :

$$SINR_{postcor}(\tau) = P_u \frac{\left| \mathbf{c}^H \mathbf{A} \mathbf{r}_{T,u}(\tau) \right|^2}{\mathbf{c}^H \mathbf{B} \mathbf{c}} \quad (3.69)$$

Avec :

$$\begin{cases} \mathbf{A} = (\mathbf{w}_s^H \otimes \mathbf{I}_p) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{a} \otimes \mathbf{I}_p) \\ \mathbf{B} = (\mathbf{w}_s^H \otimes \mathbf{I}_p) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_{uj} \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{w}_s \otimes \mathbf{I}_p) = \mathbf{B}^H \end{cases} \quad (3.70)$$

D'où les expressions de la contrainte optimale (obtenue en utilisant un Lagrangien) et du SINR correspondant :

$$\boxed{\mathbf{c}_{opt} = \beta \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{r}_{T,u}(\tau)} \quad (3.71)$$

$$SINR_{postcor-opt} = \left| \mathbf{r}_{T,u}^H \mathbf{A}^H \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{r}_{T,u} \right|(\tau) \quad (3.72)$$

où β est un coefficient de normalisation.

Cette dernière expression de la contrainte optimale nécessite la connaissance a priori de la direction d'arrivée du signal utile (vecteur directionnel du réseau dans \mathbf{A} (equ. 3.70)) et de la matrice de corrélation des interférences et du bruit après traversée du corrélateur du récepteur GNSS (matrice \mathbf{R}_{uj} dans \mathbf{B} (equ. 3.70)). Ces informations ne sont pas disponibles en pratique. Aussi, afin de se situer par rapport à la meilleure solution théorique, compare-t-on les performances de ce formateur avec celles du formateur obtenu en système parfait non saturé (équation 3.55 au paragraphe 3.5.2.a) pour des retards τ multiples de la période d'échantillonnage. Lorsque τ est inférieur à la durée du FIR, ceci revient à choisir une ligne à retard du FIR comme référence temporelle du réseau.

Ceci est illustré sur la figure 3.22 où le réseau est en présence des 3 brouilleurs en bruit blanc 1 bis, 2 bis & 3 (Fig. 2.8, JNR 40, 60 & 60dB). Sur la figure de gauche le réseau est temporel pur, sur celle de droite il s'agit du réseau carré à 4 capteurs et 9 TAPS. Le formateur 'classique' est en rouge (equ. 3.55), l'optimal théorique en vert (equ. 3.71). Les tracés sont normalisés de sorte que les sorties des filtres FIR et du formateur STAP 'classique' aient même maximum.

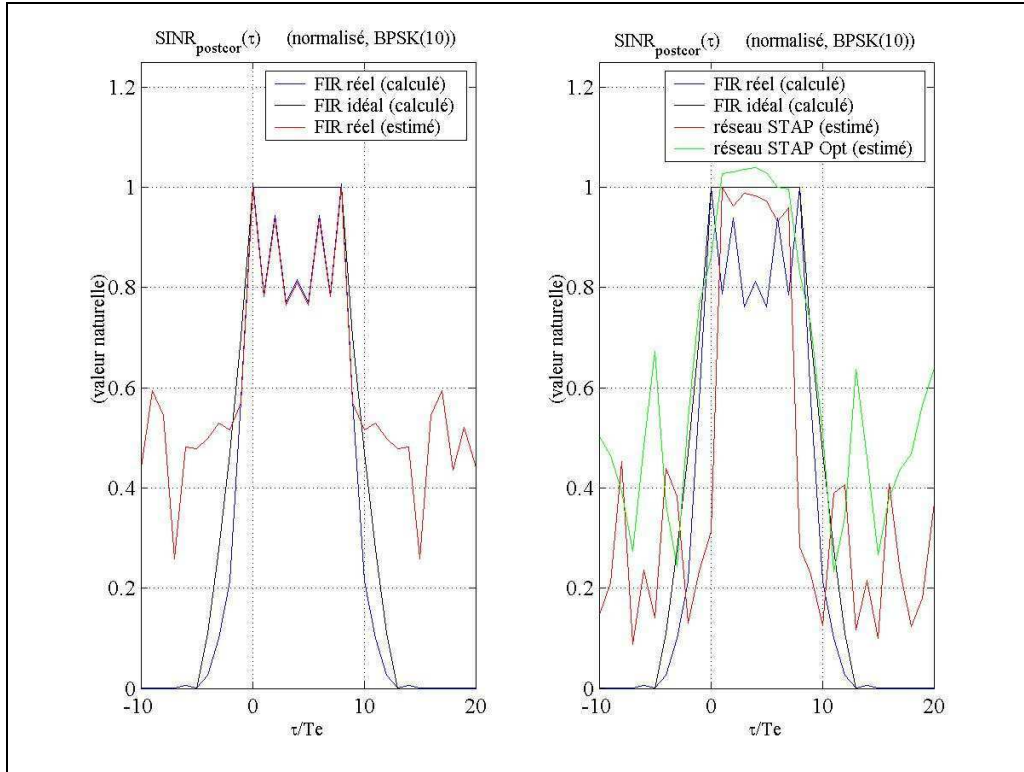


Fig. 3.22 : Effets de la saturation du réseau spatial pur r4 sur les performances du réseau STAP r4 avec 9Taps, Diagonal Loading +6dB.

En filtrage temporel pur (FIR seul), il n'y a pas de différence entre ces deux formateurs, un seul est donc représenté. En réseau STAP, l'écart de performances n'est que de l'ordre du dB. En outre, nous avons pu observer, en simulations, qu'appliquée avec la contrainte spatiale de l'inversion de puissance, la substitution de la contrainte spatiale au vecteur directionnel du réseau (eq. 3.70) est quasiment sans influence sur les performances de ce formateur. Par contre une mauvaise connaissance de la matrice de corrélation des interférences post corrélation peut rapidement dégrader ses performances.

Finalement, on peut observer que le choix de l'élément de référence du réseau placé à une extrémité d'un FIR peut engendrer une dégradation des performances d'un réseau STAP alors qu'un réseau temporel pur est insensible à ces effets. Ce phénomène est donc dû à un couplage des propriétés spatio-temporelles des signaux. Lorsque la saturation augmente d'avantage, le choix d'un élément de référence 'proche' de la périphérie peut engendrer le même type de dégradation.

L'implémentation du filtre optimal semble peu réaliste en pratique, principalement à cause de la difficulté à accéder à la matrice de corrélation des interférences, après corrélation avec le code local. Devant le faible écart de performances en regard de l'écart de complexité entre le formateur optimal et sa forme simplifiée sous l'hypothèse 'bande étroite', on retiendra le plus simple des deux, décrit en 3.5.2.a. Afin de garantir de bonnes performances à niveau élevé de brouillage, le choix de l'élément de référence se porte sur l'élément central d'un FIR. Dans ce cas, on est à environ 1 dB de la solution optimale en termes de SINR post corrélation et d'après 3.57, la contrainte temporelle s'écrit simplement :

$$\mathbf{c}_{wb,centré} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & (p+1)/2 & \dots & p \end{bmatrix}^T, \quad (p \text{ impair}) \quad (3.73)$$

Par rapport au formateur ‘ wb ’ déjà évoqué, le meilleur compromis performances/complexité pour le traitement des signaux de navigation consiste simplement à décaler le ‘1’ au centre du vecteur contrainte, donc à choisir une référence temporelle au centre des FIR.

On a vu pour l’approche ‘ $mmse$ ’ au paragraphe 3.2.2, que la colonne à privilégier dans la matrice de corrélation temporelle $\mathbf{R}_{T,u}$ du code local dépend directement du choix de la référence temporelle du réseau. Ce formateur ayant été retenu à l’issue du chapitre 3.4 précédent, il peut être intéressant de choisir pour ce formateur une référence au centre du FIR, conduisant à choisir, pour le vecteur contrainte temporel, la colonne centrale de $\mathbf{R}_{T,u}$ (voir equ. 3.27). Cette nouvelle contrainte sera testée au chapitre 3.6 suivant.

3.6. Performances

Dans un premier temps, on évalue l’impact des effets Doppler (négligés jusqu’ici) sur les performances d’un réseau STAP. On compare ensuite les performances des formateurs ‘ wb ’ (equ. 3.28), ‘ $wb,centré$ ’ (equ. 3.73), ‘ $mmse$ ’ (equ. 3.25) et ‘ $mmse,centré$ ’.

3.6.1 Effets Doppler :

En présence de Doppler, on peut s’attendre à une variation des performances des algorithmes STAP. En effet, les contraintes spatiales, définies précédemment, ont été calculées de manière à sommer de façon cohérente les échantillons successivement reçus. En présence de décalages Doppler, cette cohérence peut être perdue.

Lorsque la distance satellite - récepteur varie au cours du traitement, les signaux reçus peuvent se mettre sous la forme :

$$\mathbf{s}_T(t) = \exp(2i\pi.F_{Dop}.t) \times [s(t) \quad s(t-Te) \quad \dots \quad s(t-(p-1)Te)]^T \bullet \mathbf{DOP} \quad (3.74)$$

où l’opérateur ‘ \bullet ’ désigne le produit de Hadamard (produit terme à terme), $F_{Dop} = v/\lambda$ avec v la vitesse radiale du satellite relativement au récepteur et

$$\mathbf{DOP} = [1 \quad \exp(-2i\pi F_{Dop} / Fe) \quad \dots \quad \exp(-2i\pi(p-1)F_{Dop} / Fe)]^T \quad (3.75)$$

Dés lors, si on se place dans le cas d’un réseau insaturé, en présence de brouilleurs à bruit, la décomposition en produit de Kronecker des matrices de covariance permet d’établir que la matrice de corrélation temporelle des signaux utiles, utilisée pour l’expression des SINR, doit être remplacée par :

$$\mathbf{R}_{T,u,Dop} = \mathbf{R}_{T,u} \bullet \mathbf{DOP} \cdot \mathbf{DOP}^H \quad (3.76)$$

Les Fréquences Doppler étant très petites devant les fréquences porteuses, l’effet sur la matrice de corrélation spatiale du réseau est négligé. La fréquence Doppler est ensuite supposée totalement compensée par les boucles de poursuite en fréquence du récepteur GNSS (parg. 1.3.1) avant l’entrée du corrélateur. Ainsi, en présence d’effets Doppler, les SINR de sortie de réseau et SINR post-corrélation peuvent s’exprimer en fonction de ces mêmes grandeur sans Doppler, en introduisant 3.76 dans 3.16 et 3.54 par :

$$\frac{SINR_{Dop}}{SINR} = \frac{\mathbf{c}^H (\mathbf{R}_{T,u} \bullet \mathbf{DOP} \cdot \mathbf{DOP}^H) \mathbf{c}}{\mathbf{c}^H \mathbf{R}_{T,u} \mathbf{c}} \quad (3.77)$$

$$\frac{SINR_{postcor_{Dop}}}{SINR_{postcor}} = \frac{|\mathbf{c}^H (\mathbf{r}_{T,u}(\tau) \bullet \mathbf{DOP})|^2}{|\mathbf{c}^H \mathbf{r}_{T,u}(\tau)|^2} \times \frac{SINR}{SINR_{Dop}}$$

On notera que l'effet sur le SINR post-corrélation est fonction de l'inverse de l'effet produit sur le SINR de sortie du réseau.

Pour un récepteur immobile, les fréquences Doppler maximales des signaux GNSS sont de l'ordre de 4 kHz. Si le récepteur se déplace à moins de 400 ms⁻¹, ces fréquences Doppler restent inférieures à 6 kHz. Il est apparu que les signaux BOC (15,2.5) sont les plus sensibles aux effets Doppler. La figure 3.23 ci-dessous montre l'évolution des performances en fonction du décalage Doppler dans le cas défavorable des signaux BOC (15,2.5).

Les variations de performances, en SINR post corrélation, dues aux effets Doppler sont de l'ordre de 10⁻⁴ dB pour le formateur 'nb', et de l'ordre de 10⁻⁵ pour les autres formateurs. Les effets Doppler sont donc négligeables et ne seront pas pris en compte dans la suite de ce document.

RQ : certaines simulations du chapitre 3.4 ont été refaites avec un décalage Doppler de 6 kHz : les performances moyennes et l'écart type sont en effet conservés.

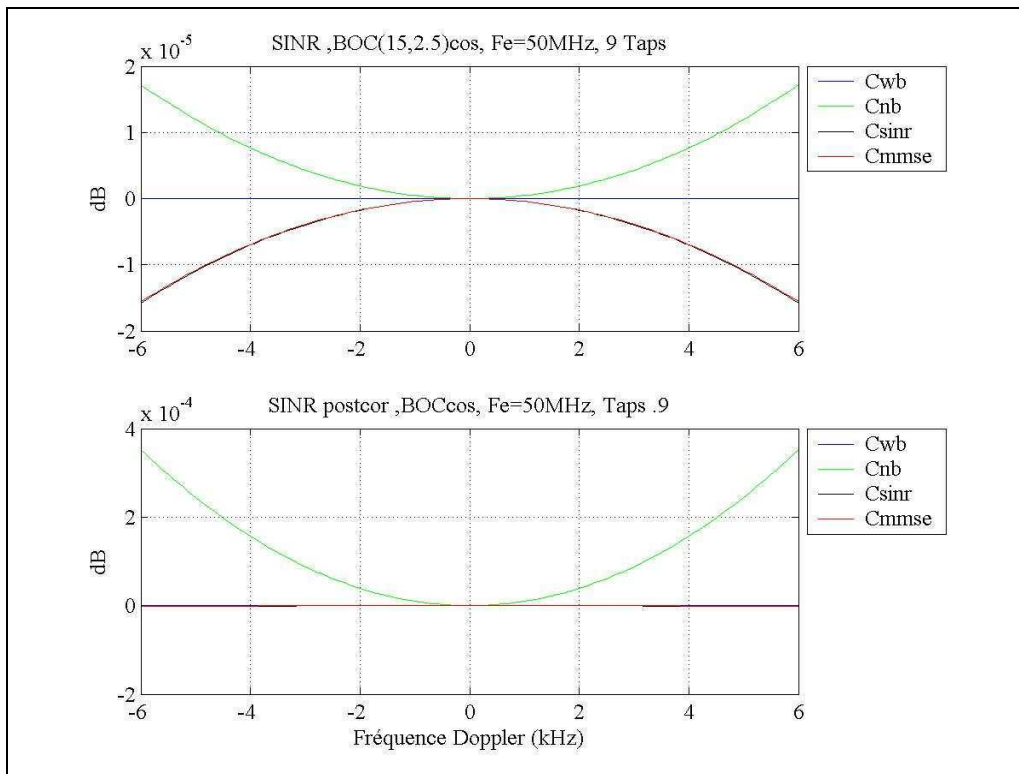


Fig. 3.23 : Evaluation de l'impact des effets Doppler

3.6.2 Robustesse aux défauts :

On ne teste dans cette partie que les deux formateurs respectivement retenus à l'issu des chapitres 3.4 et 3.5 : le formateur optimal sous hypothèse bande étroite, et le formateur '*mmse*'. Ces deux formateurs sont testés en prenant comme référence un Tap à une extrémité du FIR ou au centre (indice 'centre' sur les figures).

Sur la figure 3.24 ci-dessous, les 3 brouilleurs 1 bis, 2bis & 3 ont été simulés dans le cas du réseau parfait (à gauche) puis en présence des défauts de chaîne (à droite). Un signal utile est présent à une élévation de 10° et un azimut de 45° . Un Diagonal Loading de $_dB$ est appliqué.

CONFIDENTIEL

Fig. 3.24 : Déappairage et nombre de Taps, BOC(10,5), 3 brouilleurs, DL +_dB.

CONFIDENTIEL

Fig. 3.25 : Impact des défauts de chaîne sur le traitement STAP global.

La figure 3.26 permet de comprendre la baisse de performance relative à la modulation BOC(15,2.5). Elle est obtenue pour un tirage aléatoire des défauts en présence des interférences 1bis, 2bis & 3, le satellite utile est le satellite 1 (élévation 10° , azimut 45° , voir Fig. 2.8). Un Diagonal Loading de $_dB$ est appliqué. Dans ce scénario, le satellite utile est trop proche des interférences pour restaurer le SINR post-corrélation ; toutefois l'allure spectrale des filtres est représentative du cas général. Les défauts affectant principalement les bords de bande (parg. 2.5.2), le comportement du filtre STAP est difficilement prévisible et contrôlable en bords de bande, même pour les filtres de type '*mmse*' qui exploitent la connaissance de la densité spectrale de puissance utile. Le même scénario simulé en système sans défaut conduit à un filtre assez plat sur toute la bande pour les formateurs '*wb*' et '*wb,centré*'. Comme évoqué au chapitre 3.4, il semble que les défauts peuvent rapidement faire perdre plusieurs dB de gain au niveau des lobes principaux des signaux modulés en BOC(15,2.5).

La figure 3.26 permet également de vérifier la synchronisation du corrélateur avec le Tap central du FIR, ce qui implique un biais de $(p-1)Te/2$, équivalent à la demi-durée du FIR, sur l'estimation du temps de propagation satellite – récepteur.

Conformément aux prévisions, le formateur '*wb,centré*' affiche la meilleure robustesse aux effets large bande et aux défauts linéaires de chaîne. C'est le formateur que nous retenons à l'issue de cette étude. L'écart de performances n'est que des quelques dixièmes de dB par rapport au formateur '*mmse,centré*', mais l'intérêt de la méthode vient surtout de son indépendance vis-à-vis de la modulation traitée. Un unique formateur permettra donc de traiter les différentes formes d'onde utilisées en radionavigation par satellite. Par contre, l'effet pervers de la contrainte centré est le biais équivalent à la demi-durée du FIR qu'elle engendre sur l'estimation du temps de propagation satellite – récepteur.

CONFIDENTIEL

Fig. 3.26 : Filtrage STAP et BOC(15,2.5), $_Taps$, 3 Interférences en présence des défauts de chaîne, Diagonal Loading + $_dB$.

3.6.3 Puissance maximum rejetable :

En fonction de leur puissance, les effets de la largeur de bande et les défauts de chaîne font augmenter le rang effectif des interférences et limitent donc la capacité de réjection du réseau. On a vu d'après l'équation 3.59 que le formateur retenu ne permet pas de gain de traitement sur la puissance utile par rapport à un filtre spatial pur, mais permet de mieux rejeter les interférences.

Dans ce dernier paragraphe, on évalue donc numériquement, en fonction de la modulation, du nombre de signaux interférents et de leur puissance, le nombre de Taps nécessaires pour ramener la puissance interférente moyenne totale post-corrélation en dessous des seuils de 3 et 5 dB au dessus du niveau obtenu sans réseau et sans interférence.

Les figures suivantes résultent de 100 simulations de Monte-Carlo sur les tirages de bruit et des défauts le cas échéant. Seul le formateur '*wb,centré*' a été simulé sur le réseau carré r_4 , un diagonal Loading de $_dB$ est appliqué. Le réseau pourra être mis en présence des interférences 1 & 2 (colonne de gauche) où 1, 2 & 3 (colonne de droite) (voir Fig. 2.8), à ceci près que tous les signaux sont reçus avec le même JNR repéré sur l'axe des abscisses. La recherche du nombre de Taps nécessaire n'est pas poursuivie au-delà de 35 Taps, ce qui dépasse déjà la capacité technologique actuelle. Le nombre de Taps est incrémenté par pas de 2, afin de conserver un nombre impair, nécessaire à la contrainte centrée. Les tracés en haut des figures représentent le nombre de Taps minimum permettant d'éliminer les interférences. Pour le nombre de Taps retenu pour chacun des seuils à 3dB (trait continu) et 5dB (pointillés), on présente également l'écart-type, correspondant, de la puissance interférente post-corrélation. Les résultats pour les signaux modulés en BOC(10,5) ne sont pas présentés car ils sont bornés par ceux des autres modulations et très proches de ceux obtenus avec les signaux BPSK(10).

CONFIDENTIEL

Fig. 3.27 : Puissance interférente rejetable en système sans défaut, r4, Diag Load +_dB, PIwbcentré.

CONFIDENTIEL

Fig. 3.28 : Puissance interférente rejetable en présence des défauts de chaîne, r4, Diag Load +_dB, PIwbcentré.

On note que le corrélateur BOC(15,2.5) nécessite “rapidement” 3 Taps, mais lorsque la puissance interférente augmente d’avantage, il offre globalement une meilleure robustesse aux résidus d’interférences sur la bande, puisque moins de Taps sont nécessaires pour les rejeter. Cette conclusion peut paraître surprenante sachant que nous avons vu au paragraphe 3.3.2 et au chapitre 3.4 que d’une part, le gain de traitement du réseau STAP, par rapport au traitement spatial pur, est plus élevé pour les modulations BOC que BPSK (ce qui semble indiquer que le corrélateur BOC est plus sensible aux résidus d’interférences en sortie du réseau spatial pur que le corrélateur BPSK), et d’autre part, l’ensemble réseau + corrélateur nécessite plus de Taps pour faire converger le SINR lorsqu’il traite les signaux BOC(15,2.5).

Les figures 3.29 et 3.30 ci-dessous permettent de lever cette contradiction dans le cas sans défaut et en présence des interférences 1bis, 2bis & 3.

La figure 3.29 présente la puissance utile et la puissance interférente en sortie de l'ensemble réseau + corrélateur et la puissance interférente en sortie du réseau seul, en fonction du nombre de Taps, pour les signaux BOC(15,2.5) et BPSK(10). On note que pour les signaux BPSK, la puissance interférente décroît moins rapidement en sortie du corrélateur qu'en sortie du réseau. Dans le cas des signaux BOC, la tendance est inversée et de plus, à faible nombre de Taps, le filtre adaptatif peut détériorer les signaux utiles, ce qui explique le plus grand besoin en Taps de l'ensemble réseau + corrélateur BOC(15,2.5).

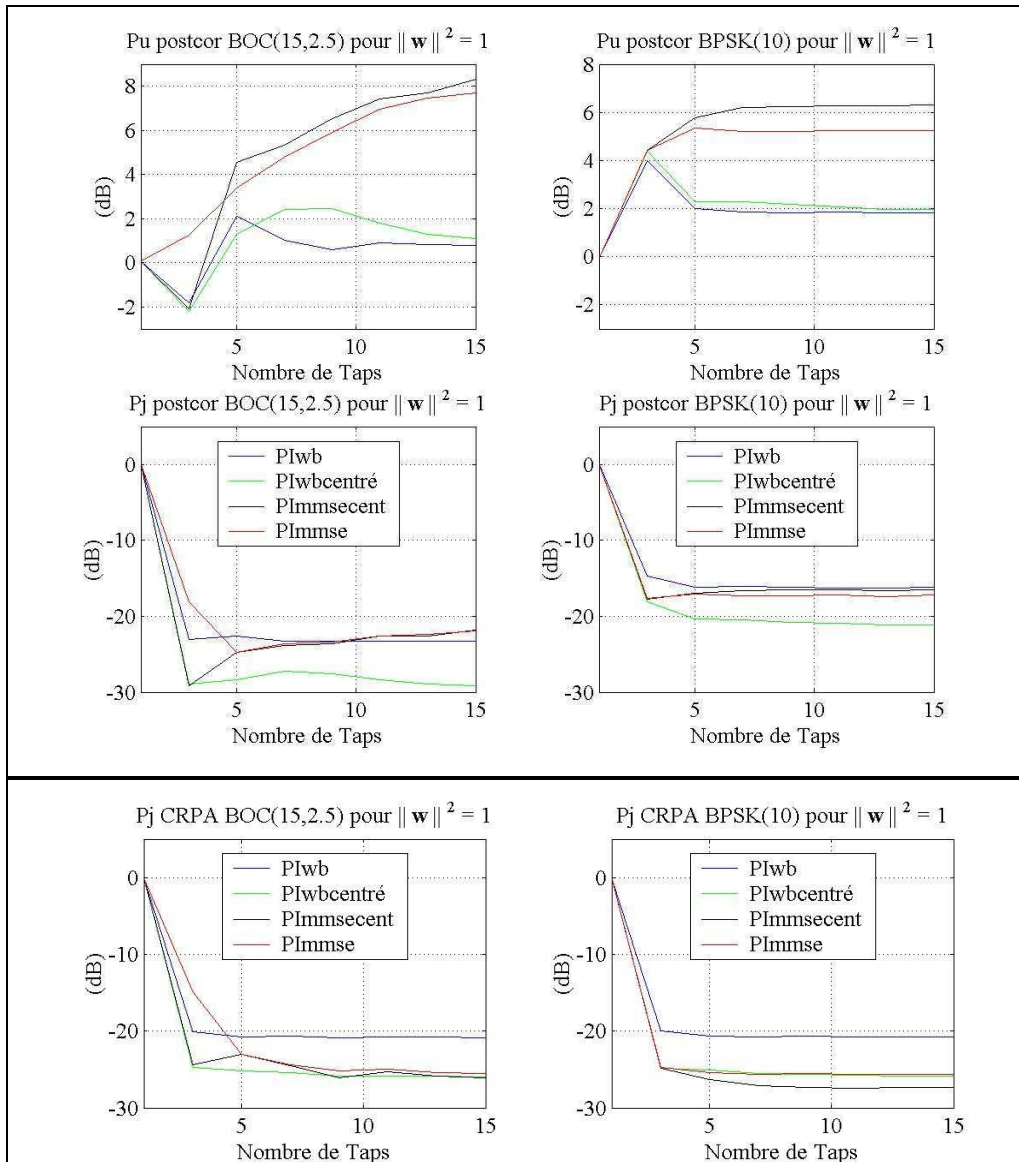


Fig. 3.29 : Nombre de Taps et effet sur les signaux en système sans défaut, r4, Diag Load +_dB, PIwbcentré.

La figure 3.30 permet de comprendre les différences d'évolution de la puissance interférente entre la sortie du corrélateur et la sortie du réseau, en système sans défaut, dans le même environnement interférent que ci-dessus. Elle présente la densité de puissance sur la bande en entrée du système (en haut à gauche), en sortie d'un réseau STAP à 3 Taps (en bas à gauche), en sortie

d'un réseau spatial pur (en haut à droite) et une coupe DOA/fréquence du diagramme de rayonnement de ce même réseau (en bas à droite).

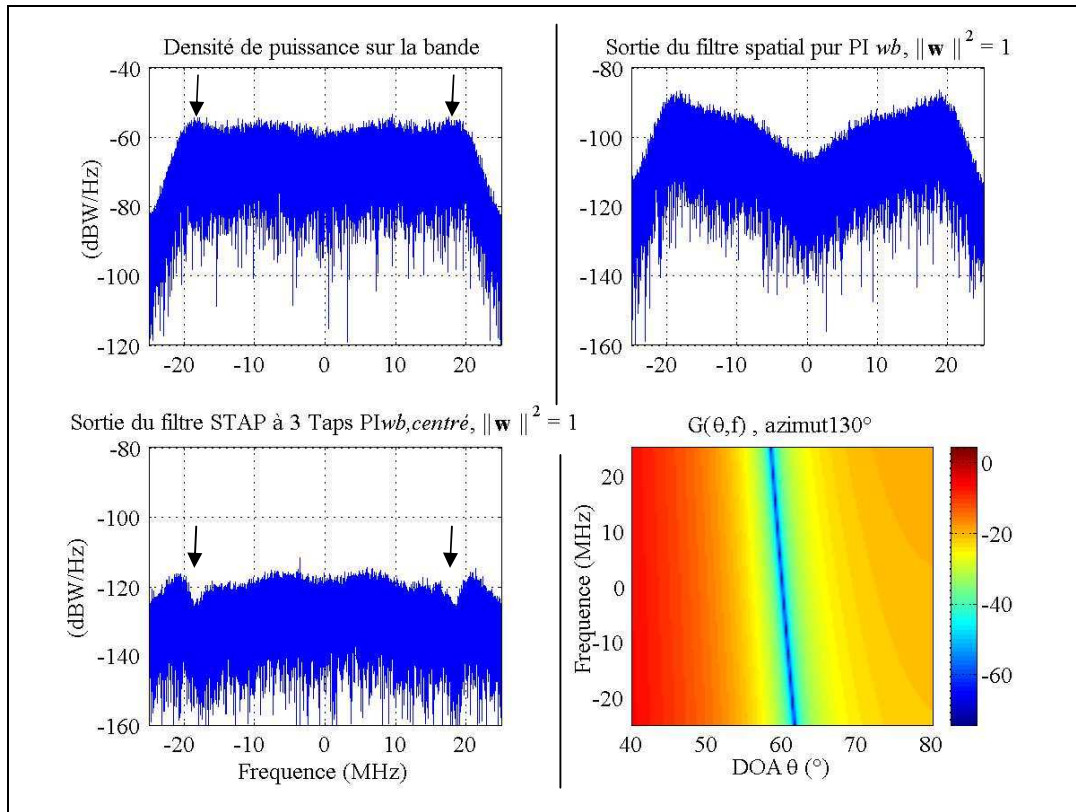


Fig. 3.30 : Densité de puissance en sortie du réseau spatial et STAP, système sans défaut, r4, Diag Load +_dB.

En présence d'interférences en bruit blanc, l'allure de la densité de puissance sur la bande est celle du banc de filtres RF (Fig. 2.30). Dans ce cas, le réseau spatial pur est saturé par effet large bande, il ne peut pas éliminer toute la puissance interférente, l'allure de la densité de puissance en sortie de traitement est donc due au diagramme du filtre spatial. Pour simplifier, considérons un réseau spatial linéaire, le déphasage inter-capteurs est une fonction de $f \times \sin(\theta)$. Pour un signal donné, le réseau minimise donc la puissance pour un ensemble $f \times \sin(\theta) = cte$. Le filtre spatial coupe le centre de la bande dans la DOA réelle du signal (pour un signal de densité de puissance paire en bande de base). Le 'trou' créé dans le diagramme de rayonnement se déplace ensuite angulairement dans la bande de manière à conserver le produit $f \times \sin(\theta)$ constant (partie droite de la figure 3.30). Ceci explique les meilleures performances du corrélateur BPSK avec un filtre spatial pur puisque ce corrélateur ne laisse passer que l'énergie présente au centre de la bande.

Lorsque le réseau dispose de Taps, il élargi la bande coupée. Lorsqu'il en a la possibilité, le réseau crée des trous plus profonds que l'excédent de puissance perçue. Aussi le réseau à 3 Taps coupe-t-il d'avantage aux environs de la fréquence de coupure du banc de filtres RF (en bas à gauche de la figure 3.30) où l'on peut observer, avant traitement, une densité de puissance sensiblement supérieure au centre de la bande (en haut à gauche de la figure 3.30). Ce qui explique pourquoi la puissance interférente diminue plus rapidement, avec l'ajout de Taps, en sortie de l'ensemble réseau + corrélateur BOC(15,2.5) puisque ce corrélateur ne laisse passer que la puissance située autour de ± 15 MHz.

Lorsque le nombre de Taps augmente d'avantage, le réseau est "dé-saturé" et les interférences sont ramenées en-dessous du plancher de bruit. La densité de puissance en sortie du réseau correspond donc au bruit thermique ayant traversé le banc de filtres RF ; elle a la même allure qu'en haut à gauche de la figure 3.30 mais globalement décalée vers le bas du JNR total, soit 63dB dans le cas présent.

Finalement, en traitement spatial pur, l'ensemble réseau + corrélateur BPSK(10) est le plus robuste à l'effet large bande. Par contre, en traitement spatio-temporel, l'ensemble réseau + corrélateur BOC(15,2.5) devient rapidement plus robuste. Notons toutefois qu'à faible nombre de Taps, le filtre adaptatif peut dégrader les signaux BOC.

En présence des défauts, on a pu noter lors de simulations complémentaires, une tendance du réseau à "couper" les bords de bande. Or le corrélateur BOC(15,2.5) ne laisse passer que la puissance située en bord de bande, d'où sa meilleure capacité de réjection des interférences. En contrepartie, le réseau détériore également les signaux utiles (Fig. 3.26, parag. 3.6.2). Les performances sont donc très dépendantes du tirage des défauts, d'où l'écart-type, de la puissance interférente post-corrélation, relativement important pour les signaux BOC sur la figure 3.28. L'ajout de Taps supplémentaires, pour la même configuration interférente, permettrait de réduire cet écart-type, et la dégradation engendrée sur les signaux utiles. Le corrélateur BPSK laisse passer l'énergie présente au centre de la bande, où l'effet des défauts est plus faiblement marqué (parag. 2.5.2.a), l'écart-type reste donc faible, même en présence des défauts de chaîne.

CONFIDENTIEL

3.7. Convergence de la réponse des réseaux STAP

De la même manière que dans le chapitre 2.4 pour les réseaux spatiaux, ce chapitre traite de la stabilité de la réponse des réseaux spatio-temporels parfaits, en termes de SINR et de phase, en fonction du nombre d'échantillons utilisés pour estimer les matrices de covariance. Dans un premier temps, l'effet d'une contrainte conjuguée - symétrique sur la réponse en phase du réseau est étudié. Puis, des résultats de simulation sont présentés.

3.7.1 Contrainte conjuguée – symétrique :

On se place sous l'hypothèse de brouilleurs en bruit blanc, de rang effectif unitaire. La matrice de corrélation du réseau est donc décomposable en produit de Kronecker entre une partie spatiale \mathbf{R}_S et une partie temporelle \mathbf{R}_T . On peut vérifier que \mathbf{R}_T est symétrique par rapport à l'antidiagonale (voir Annexe 5, b) et hermitienne, elle est donc centrohermitienne et son inverse l'est également (voir Annexe 1) :

$$\mathbf{R}_T^{-1} = \mathbf{J} \mathbf{R}_T^{-1*} \mathbf{J}. \quad (3.78)$$

où \mathbf{J} est la matrice antidiagonale (Annexe 1). Supposons maintenant que le réseau dispose de $2p+1$ Taps et que l'on minimise sa puissance de sortie à l'aide d'une contrainte temporelle linéaire c conjuguée - symétrique :

$$\mathbf{c} = [c_p \quad \cdots \quad c_1 \quad c_0 \quad c_1^* \quad \cdots \quad c_p^*]^T \text{ et } c_0 \in \Re \Rightarrow \mathbf{c} = \mathbf{J}\mathbf{c}^* \quad (3.79)$$

Après adaptation à l'environnement, et en utilisant 3.78 et 3.79, le vecteur de pondération \mathbf{w}_T obtenu vérifie alors :

$$\mathbf{w}_T = \alpha \mathbf{R}_T^{-1} \mathbf{c} = \alpha (\mathbf{J} \mathbf{R}_T^{-1*} \mathbf{J}) (\mathbf{J} \mathbf{c}^*) = \alpha \mathbf{J} (\mathbf{R}_T^{-1} \mathbf{c})^* = \mathbf{J} \mathbf{w}_T^* \quad (3.80)$$

où α est un coefficient réel de normalisation. Le vecteur de pondération \mathbf{w}_T est donc également conjugué - symétrique.

Si l'élément central du FIR est choisi comme référence pour la mesure des phases, la réponse en fréquence due à la partie temporelle du filtre s'écrit alors :

$$\begin{aligned} H(f) &= \mathbf{w}_T^H \mathbf{e}f \\ \mathbf{e}f &= [\exp(2i\pi.f.p.Te) \quad \cdots \quad 1 \quad \cdots \quad \exp(-2i\pi.f.p.Te)]^T \end{aligned} \quad (3.81)$$

où $\mathbf{e}f$ est conjugué - symétrique. Sous ses conditions, en utilisant (3.81) et les résultats de l'Annexe 1, on montre que la fonction de transfert $H(f)$ du filtre est réelle :

$$H^*(f) = (\mathbf{w}_T^*)^H \mathbf{e}f^* = (\mathbf{J} \mathbf{w}_T)^H \mathbf{J} \mathbf{e}f = \mathbf{w}_T^H \mathbf{J} \mathbf{J} \mathbf{e}f = \mathbf{w}_T^H \mathbf{e}f = H(f) \quad (3.82)$$

Finalement, si la contrainte temporelle est conjuguée - symétrique, le jitter en phase du filtre STAP est le même que celui du filtre spatial pur (éventuellement modulo 180°).

3.7.2 Résultats de simulations :

Les figures de ce chapitre représentent le gain moyen du réseau (SINR en sortie du réseau normalisé par le SINR d'un capteur seul), l'écart-type de ce gain calculé à partir des valeurs en dB et la moyenne des sauts de phase exprimée en degré. Les signaux utiles arrivent de deux directions, une favorable (satellite 2 au zénith) et une défavorable (satellite 1 proche de l'horizon et d'un brouilleur). Sur les figures, chaque source est repérée par son angle d'élévation.

La configuration géométrique est statique, tous les signaux sont stationnaires au sens large, chaque scénario est simulé 100 fois en système sans défaut. Les variations de réponse du réseau sont donc uniquement liées aux erreurs d'estimation des matrices de corrélation et non à des effets de dynamique du porteur, des satellites ou des brouilleurs.

Il ne s'agit ici d'étudier que la convergence de la réponse des différents formateurs et non les performances absolues. Afin de réduire le temps de calcul, on a donc ici simulé le gain de sortie du réseau et non le gain du réseau STAP plus corrélateur. On présente les cas des modulations BPSK(10) et BOC(15,2.5), qui bornent les résultats obtenus avec les signaux BOC(10,5).

Dans un premier temps, tel qu'on l'a évoqué dans le cas spatial pur (parag.2.4.1), on s'intéresse à la différence de comportement d'un filtre adaptatif lorsque celui-ci est appliqué aux échantillons qui ont servi à l'estimer (partie gauche des figures) où lorsqu'il est appliqué à d'autres échantillons (partie droite des figures). Dans les deux cas, les gains moyens sont estimés en appliquant le filtre

sur le même nombre d'échantillons que ceux qui ont servi à l'estimer. Un Diagonal Loading de $_dB$ est appliqué. La figure 3.31 illustre cette différence, en présence des interférences 1 & 2.

CONFIDENTIEL

Fig. 3.31 : Taille des échantillons, estimation et application des filtres adaptatifs, $r7$, 2 brouilleurs.

En termes de sauts de phase moyens et d'écart-type des sauts et du gain, le comportement du réseau est globalement le même dans les deux cas. Seul le gain moyen du réseau, à faible nombre d'échantillons, est sensible aux échantillons auxquels on applique le filtre ; en effet, dans ce cas là, le filtre s'adapte aux propriétés instantanées des signaux et non à leurs propriétés moyennes. Or la densité spectrale de puissance d'un signal stationnaire peut fluctuer si elle est estimée sur peu de points. Ceci explique l'allure décroissante du gain moyen en fonction du nombre d'échantillons sur la partie gauche de la figure, et l'allure croissante sur la partie droite. Après convergence, le filtre est adapté aux propriétés moyennes de signaux stationnaires, les quatre formateurs convergent donc vers les mêmes valeurs à moins de 1 dB près dans les deux cas. Dans la suite, on se place dans le cas où le filtre est appliqué aux échantillons qui n'ont pas servi à l'estimer. Ce cas est plus réaliste pour un système temps réel, puisqu'il ne nécessite pas de stocker les échantillons le temps de calculer et d'appliquer le filtre, ce qui rallongerait artificiellement le temps de propagation satellite - récepteur pour les signaux utiles.

On rappelle que si le formateur ' wb ' est indépendant de la modulation traitée, le formateur ' $mmse$ ' requiert la connaissance de la fonction d'autocorrélation des signaux utiles. Dans le cas des signaux BPSK, en présence de bruit thermique uniquement (Fig. 3.32), on observe qu'une augmentation du Diagonal Loading de **CONFIDENTIEL** agit principalement sur les sauts de phase, ce qui réduit leur moyenne et leur écart-type. Dans le cas des signaux BOC(15,2.5), si les réponses en amplitude convergent indépendamment du formateur (voir écart-type du gain, figure 3.33), ce n'est pas le cas de la réponse en phase. Les sauts de phases dus au formateur ' $mmse$ ' non centré sont en moyenne plus de deux fois supérieurs à ceux des autres formateurs, y compris à ceux de sa version symétrisée : ' $mmsecent$ ' (les signaux GNSS étant réels, la fonction d'autocorrélation est paire et la colonne centrale de la matrice de corrélation temporelle $\mathbf{R}_{T,u}$ est symétrique). On peut donc vérifier ici que le fait de rendre la contrainte symétrique permet de stabiliser la réponse en phase.

CONFIDENTIEL

Fig. 3.32 : Taille des échantillons, bruit thermique, réseau r4, _ Taps, BPSK(10).

CONFIDENTIEL

Fig. 3.33 : Taille des échantillons, bruit thermique, réseau r4, _ Taps, BOC(15,2.5).

Lorsque des interférences sont introduites (Fig. 3.34), les conclusions restent les mêmes : les réponses des quatre formateurs convergent de la même façon en termes d'amplitude, et ce, quelle que soit la modulation traitée. Concernant la réponse en phase des filtres, on note que le formateur '*mmse*' dessiné pour des signaux BOC (tracé de droite) engendre des sauts de phase relativement importants. Cette instabilité augmente avec le niveau des interférences. Par contre, si la contrainte est rendue symétrique, la réponse en phase est stabilisée et passe rapidement sous les 10° en moyenne. Quant au formateur '*wb*', la réponse en phase est stable, que le '1' de la contrainte soit centré ou à une extrémité.

CONFIDENTIEL

CONFIDENTIEL

Fig. 3.34 : Taille des échantillons, 2 brouilleurs, réseau r4, _ Taps.

Finalement, sur l'ensemble de cette analyse, nous retiendrons le formateur '*wbcentré*'. En termes de SINR réseau + corrélateur, ses performances sont voisines de celles du formateur '*mmsecentre*'. Les conclusions sont identiques quant à la convergence des réponses en amplitude et phase. Ce formateur présente en outre l'avantage d'être indépendant de la modulation traitée et peut donc être appliqué simultanément à tous les signaux GNSS. Dans ce cas, pour la détermination du Diagonal Loading à appliquer pour le calcul des pondérations, le scénario dimensionnant est l'environnement non brouillé.

CONFIDENTIEL

3.8. Conclusions sur le traitement STAP

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés au traitement STAP (Space Time Adaptive Processing) afin de robustifier les filtres spatiaux face aux effets large bande et aux défauts linéaires de la chaîne RF. En effet, le traitement spatio-temporel permet d'augmenter le nombre de degrés de liberté d'un réseau, sans augmenter son nombre de capteurs (et donc sa taille). Une première analyse a montré qu'avec un traitement STAP, pour une liaison satellite donnée, le SINR de sortie du réseau ne constitue pas une bonne indication des performances d'antibrouillage des signaux GNSS. En effet, le traitement STAP peut dégrader les performances du corrélateur d'un récepteur GNSS générique. Aussi, avons nous défini un nouveau critère de performances adapté au traitement STAP des signaux GNSS : le SINR post-corrélation.

CONFIDENTIEL

CONFIDENTIEL

Globalement, un réseau STAP ainsi défini ne permet pas de gain de traitement en termes de puissance utile en sortie de la chaîne réseau + corrélateur, mais il permet de mieux rejeter les signaux interférents de forte puissance en présence de défauts linéaires de chaîne.

Outre la robustesse aux défauts technologiques et aux effets large bande, le traitement STAP peut également permettre de rejeter plus de sources interférentes à bande étroite qu'un réseau spatial pur et ce, même si certains des ces signaux sont dans la même direction que des satellites utiles. La figure 3.35 illustre ce constat pour un signal utile en modulation BPSK(10), dans le cas d'un système sans défaut, pour le formateur '*Plwb, centré*'. Le réseau est en présence de deux CWI ('*1' à la fréquence centrale F_0 de la bande et '*2' à $F_0 - 5$ MHz) et d'un brouilleur en bruit blanc sur toute la bande ('*3'). La partie supérieure de la figure 3.35 présente les diagrammes de rayonnement du réseau aux fréquences F_0 et $F_0 - 5$ MHz. La partie en bas à gauche de la figure propose une coupe fréquence – angle d'incidence dans le plan des brouilleurs 2 et 3.

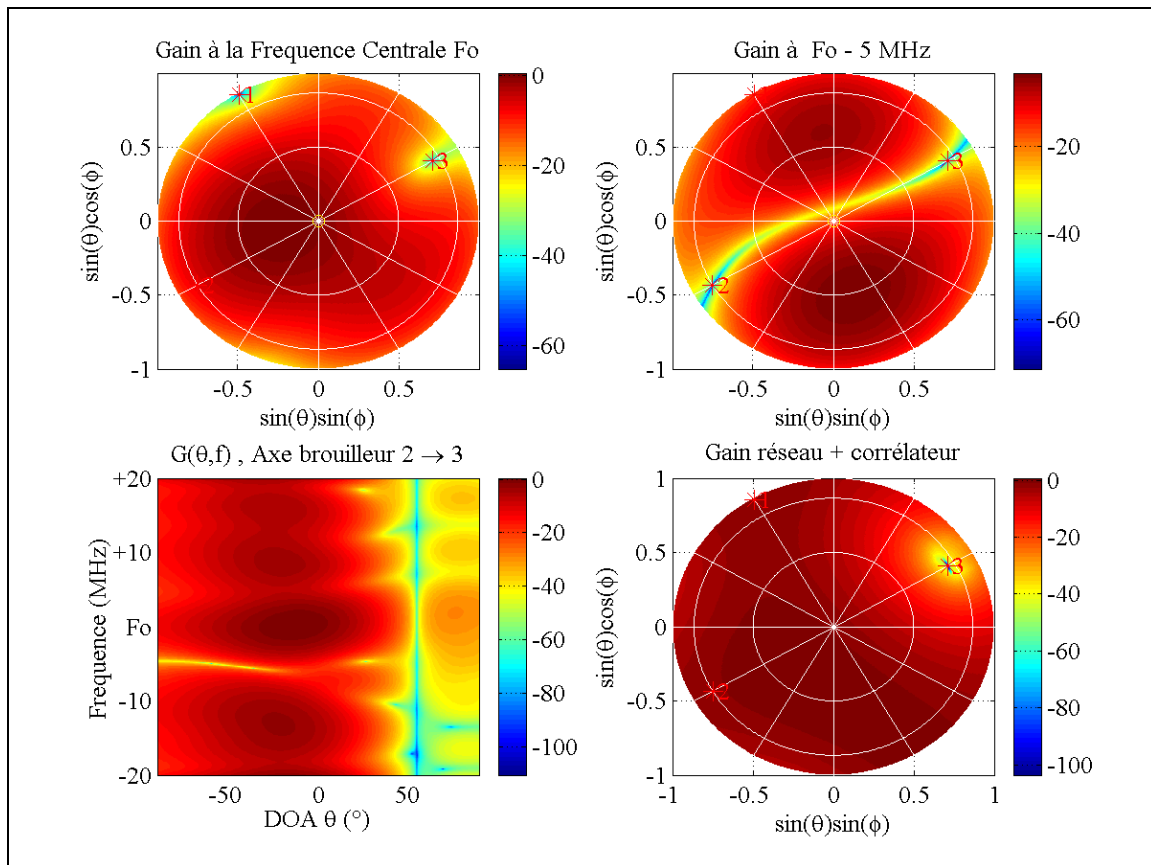


Fig. 3.35 : Diagrammes de rayonnement et de Gain CRPA + Corrélateur, réseau carré r4, _Taps.

On peut vérifier que le réseau place des trous face aux 3 signaux interférents. Dans le cas des CWI, les trous sont suffisamment sélectifs en fréquence pour permettre la réception de signaux utiles issus de la même direction. La partie en bas à droite permet de le vérifier, elle représente le diagramme de gain de l'ensemble réseau + corrélateur normalisé par celui correspondant à un capteur seul sans interférence. Conformément à ce que nous venons d'expliquer, le gain maximum de l'ensemble est voisin de 0 dB, un trou est visible dans la direction du brouilleur large bande mais pas en direction des CWI. Dans le cas des signaux BOC(15,2.5), une CWI, située à $F_0 \pm 15$ MHz et dans la même direction qu'un satellite utile, entraînerait une dégradation inférieure à 3dB sur le SINR post-corrélation.

CONFIDENTIEL

4. Les phénomènes de Couplage

Cette dernière partie se propose d'aborder le problème des phénomènes de couplage et de leur impact sur les performances d'antibrouillage des filtres adaptatifs. Après une rapide description qualitative, un formalisme mathématique est présenté. L'impact des phénomènes de couplage sur les performances des réseaux spatiaux et spatiaux temporels est analysé et présenté à travers des simulations numériques.

4.1. Les Antennes élémentaires

Plusieurs types d'antennes peuvent être envisagés pour former un réseau. Toutefois, pour les applications de radionavigation par satellite, les réseaux décrits dans la littérature sont souvent à base de patches. Un patch est réalisé en métallisant la surface d'un matériau diélectrique dit substrat, ce qui a pour effet de modifier localement la longueur d'onde du signal reçu. Les ouvrages [24] et [25] proposent une étude détaillée de ce type de capteurs. Leurs principaux attraits sont les suivants :

- Faibles poids et encombrement ;
- Faible coût ;
- Conformable ;
- Facilité de créer une polarisation linéaire ou circulaire ;
- Facilité de choisir la fréquence de résonance et l'impédance ;
- Possibilité de concevoir des antennes bi - fréquences, voire bi - polarisations.

Notons que le faible encombrement et en particulier la faisabilité d'antennes bi - fréquences sont déterminants pour notre application. Les inconvénients de ce type de technologie sont :

- Faible efficacité (voir plus bas) ;
- Faible puissance transmissible ($\sim 100\text{W}$) ;
- Faible bande passante (grand facteur Q) ;
- Faible pureté de polarisation.

Les propriétés des patches dépendent de leur géométrie, de leur composition, mais également de la technique d'alimentation utilisée. En particulier, la bande passante B d'un patch est sensible au mode d'alimentation. Parmi les techniques possibles, on distingue en particulier les alimentations par :

- Lignes
 - o Facile à définir et à réaliser ;
 - o Peuvent perturber le diagramme de rayonnement théorique du patch ;
 - o $B \sim 2$ à 5% ;
- Câble coaxial
 - o Facile à définir et à mettre en œuvre ;
 - o $B \sim 2$ à 5% ;
- Couplage de proximité ou par ouverture rayonnante
 - o Plus difficile à définir et à mettre en œuvre ;
 - o $B \sim 13\%$, voire plus.

Pour notre application, les bandes de traitement requises (40MHz sur L1 et 30MHz sur L2) sont voisines de 2.5%. L'utilisation de patchs alimentés par des câbles coaxiaux est donc tout à fait envisageable. C'est le mode que nous utiliserons pour la suite de cette étude.

S'il est facile de concevoir un patch pour une fréquence de résonance, une impédance et une polarisation données, il y a toutefois des règles à respecter. En particulier, on ne pourra pas réaliser un patch aussi petit que l'on veut sans affecter ses performances. On se propose de décrire quelques relations de bases intervenant dans le dessin d'un patch [24 ; 25]. On désigne respectivement par L , W et h la longueur, la largeur et l'épaisseur d'un patch rectangulaire (voir Fig. 4.1).

La fréquence de résonance d'un patch dépend de sa dimension et de la constante ou permittivité relative ϵ_r du diélectrique :

$$(f_r)_{010} = \frac{c}{2L_{eff} \sqrt{\epsilon_{reff}}} \quad (4.1)$$

où c désigne la célérité d'une onde dans le vide et L_{eff} et ϵ_{reff} font référence aux propriétés efficaces du patch (qui incluent les effets de bord). On donne :

$$\begin{aligned} \epsilon_{reff} &= \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[1 + 12 \frac{h}{W} \right]^{-1/2} \\ L_{eff} &= L + h \times 0.824 \frac{(\epsilon_r + 0.3)[W/h + 0.264]}{(\epsilon_r - 0.258)[W/h + 0.8]} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Pour une fréquence de résonance donnée, on peut donc diminuer la surface du patch en choisissant un diélectrique de permittivité élevée et en ajustant l'épaisseur h du patch. Ajoutons, que si l'on souhaite réaliser une polarisation circulaire, selon la technique d'alimentation retenue, le patch doit être carré ($L = W$) ou presque carré ($L \sim W \times [1 + 1/Q_t]$).

La bande passante d'un patch, pour un taux d'onde stationnaire donné (TOS), dépend du facteur de qualité Q du patch. Le TOS, quant à lui, dépend de l'adaptation entre l'impédance Z_{in} du patch et l'impédance Z_L de charge (du circuit) au travers du coefficient de réflexion Γ :

$$\begin{aligned} TOS &= \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \\ \Gamma &= \frac{Z_{in} - Z_L}{Z_{in} + Z_L} \end{aligned} \quad (4.3)$$

où l'impédance du patch dépend de la position des alimentations et l'impédance d'un câble coaxial dépend de ses rayons. Le facteur de qualité quantifie le rapport "énergie emmagasinée" sur "énergie perdue" pendant une période. Il est composé de plusieurs termes :

$$\frac{1}{Q_t} = \frac{1}{Q_{rad}} + \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_{sw}} \quad (4.4)$$

avec : Q_t : facteur de qualité total ;

Q_{rad} : facteur de qualité dû aux pertes de rayonnement ;
 Q_c : facteur de qualité dû aux pertes ohmiques ;
 Q_d : facteur de qualité dû aux pertes diélectriques ;
 Q_{sw} : facteur de qualité dû aux ondes de surface (négligeable si h très petit).

Le facteur dû aux pertes ohmiques est proportionnel à la hauteur du patch et le facteur dû aux pertes par rayonnement est proportionnel à l'inverse de la hauteur. En général, pour un substrat très fin, ce dernier terme est prépondérant. Finalement, la bande passante du patch, pour un TOS fixé, est donnée par :

$$\begin{aligned}
 Q_t &\approx Q_{rad} \propto \frac{\epsilon_r}{h} \\
 \frac{\Delta f}{f_0} &= \frac{TOS - 1}{Q_t \sqrt{TOS}} \propto \frac{h}{\epsilon_r}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

D'après 4.5, on note que la bande passante augmente si l'épaisseur augmente ou ϵ_r diminue. La miniaturisation d'un patch nécessitant un fort ϵ_r (equ. 4.1 et 4.2), elle implique donc également une diminution de sa bande passante.

Enfin, un dernier paramètre important dans la définition d'un patch est l'efficacité e_0 . En raisonnant en termes d'émission, elle est définie comme le ratio entre la puissance rayonnée et la puissance reçue. Elle est composée de plusieurs termes qui font référence aux mêmes sources de pertes que dans le facteur de qualité :

$$e_0 = e_r e_{cdsw} \tag{4.6}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 e_r &= 1 - |\Gamma|^2 \\
 e_{cdsw} &= \frac{Q_t}{Q_{rad}}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

L'efficacité diminue lorsque l'épaisseur du substrat ou son ϵ_r augmente.

Le Gain G du patch est directement proportionnel à sa directivité D et à l'efficacité e_0 .

$$G = e_0 D \tag{4.8}$$

où la directivité du patch augmente avec sa surface.

Finalement, nous retiendrons que la miniaturisation de la taille des patches implique un compromis vis-à-vis des performances. En effet, on peut réaliser un patch très petit, pour une fréquence de résonance donnée, en choisissant un diélectrique de constante élevée. Cependant, cette augmentation de la constante diélectrique implique une diminution de la bande passante et de l'efficacité du patch, donc du gain. Or ce gain diminue également avec la surface du patch.

4.2. Le couplage : aspect qualitatif

Le couplage entre capteurs dépend [25] de leurs positions relatives, de leurs dimensions et propriétés électriques. En général, il est attribué aux champs qui existent à l'interface air - diélectrique. Ces champs peuvent être décomposés principalement en ondes spatiales diffractées par les bords des patches (décroissance en $1/\rho$), en ondes d'ordre supérieur (décroissance en $1/\rho^2$), en ondes de surface (décroissance en $1/\rho^{1/2}$) et en ondes de fuite (décroissance en $\exp(-\lambda\rho)/\rho^{1/2}$). Ainsi les ondes spatiales et d'ordre supérieur sont prépondérantes pour des capteurs rapprochés alors que les ondes de surface sont prépondérantes pour des séparations plus importantes ($\sim 10\lambda$ [29]) ; ces dernières existent et se propagent dans le diélectrique, leur excitation est fonction de l'épaisseur du substrat, elles peuvent être atténuées en plaçant des cavités entre les patches.

Le couplage entre 2 patches peut être caractérisé par la conductance mutuelle (calculée d'après la formulation champ lointain du modèle des cavités). Cette grandeur présente des oscillations en fonction de la distance bord à bord des patches, toutefois elle est décroissante monotone pour des espacements inférieurs à $\lambda/2$.

Minimiser la dimension des patches présente donc un challenge important car cela permet d'augmenter la distance bord à bord des patches pour un même positionnement des centres.

Le couplage engendre [22] d'une part une augmentation du rapport axial (dégradation de la polarisation circulaire) et des pertes par réflexion ; il engendre d'autre part une asymétrie des diagrammes de rayonnement des patches, ce qui entraîne des erreurs de pointage du réseau et également une moins bonne réjection des signaux de forte puissance (voir chapitres suivants).

Enfin, selon [26], le couplage affecte également la fréquence de résonance des patches.

L'asymétrie des diagrammes de rayonnement résulte d'un 'mélange' des sorties des capteurs, sortie que l'on aurait en l'absence de couplage. Ce phénomène peut être décrit au moyen d'une matrice d'impédance mutuelle (chapitre 4.3). Si les effets du 'mélange' dépendent de la direction d'arrivée des signaux, la matrice d'impédance mutuelle ne dépend que des caractéristiques électriques et géométriques du réseau. Aussi peut-on imaginer des techniques de compensation de ces effets par traitement du signal. Par contre, les effets de dépolarisation des capteurs ne seront pas étudiés dans cette thèse.

4.3. Formulation Mathématique

Suivant nos sources bibliographiques, on quantifie les phénomènes de couplage à l'aide de différents paramètres. En particulier, les articles à vocation théorique se réfèrent le plus souvent à la matrice d'impédance mutuelle \mathbf{Z} afin de présenter la théorie du couplage et de la mettre en équation. Par contre, les articles à vocation applicative se réfèrent plus souvent à la matrice de dispersion \mathbf{S} (Scattering matrix) qui semble plus facilement mesurable. Il convient donc d'établir le lien entre les différents paramètres caractéristiques des phénomènes de couplage.

Par définition, l'inverse de la matrice d'impédance mutuelle est la matrice d'admittance mutuelle \mathbf{Y} :

$$\mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\mathbf{B} \quad (4.9)$$

où \mathbf{G} désigne la conductance et \mathbf{B} la susceptance mutuelle du réseau. Les matrices \mathbf{Y} et \mathbf{S} sont alors liées par les relations [27] :

$$\begin{aligned}\mathbf{S} &= [\mathbf{I}_m - \tilde{\mathbf{Y}}] \times [\mathbf{I}_m + \tilde{\mathbf{Y}}]^{-1} \\ \tilde{\mathbf{Y}} &= [\mathbf{I}_m - \mathbf{S}] \times [\mathbf{I}_m + \mathbf{S}]^{-1}\end{aligned}\quad (4.10)$$

où les lignes de \mathbf{Y} sont normalisées par l'admittance modale caractéristique d'un capteur isolé qui serait identique au capteur de la ligne correspondante ; la matrice $\tilde{\mathbf{Y}}$ résultante est donc : $\tilde{\mathbf{Y}}_{ij} = \mathbf{Y}_{ij} / \mathbf{Y}_i$, où \mathbf{Y}_i est l'admittance modale du $i^{\text{ème}}$ capteur isolé. Le terme \mathbf{S}_{ij} désigne la part d'énergie reçue par le capteur j qui est re-rayonnée par le capteur i .

D'une manière générale, les auteurs s'accordent pour décrire mathématiquement les effets du couplage. On citera en particulier D.M. Pozar [28] et I.J. Gupta [29] qui ont une approche 'antennes' et s'attachent à décrire les phénomènes de couplage [28] ou leurs effets sur les performances d'un réseau [29]. On peut également citer E.M Friel, K.M. Pasala et T. Svantesson qui ont une approche 'traitement du signal' et étudient les méthodes de traitement robustes aux effets de couplage pour la minimisation de puissance (Friel et Pasala [30]) ou l'estimation de directions d'arrivées (Svantesson [31]).

Le modèle général pour un réseau spatial pur est le suivant : une onde incidente sur le réseau induit des courants à la surface des capteurs, la tension \mathbf{v} en circuit fermé sur une impédance de charge \mathbf{Z}_L est alors reliée à la tension en circuit ouvert \mathbf{v}_o par (méthode des moments) :

$$\mathbf{v} = \mathbf{Z}_L [\mathbf{Z} + \mathbf{Z}_L \mathbf{I}_m]^{-1} \mathbf{v}_o \quad (4.11)$$

En l'absence de couplage mutuel, \mathbf{Z} serait diagonale. Si tous les capteurs sont identiques, on note Z_A leur impédance d'entrée et on exprime alors la tension hors couplage \mathbf{v}_{hc} :

$$\mathbf{v}_{hc} = Z_L / [Z_A + Z_L] \mathbf{v}_o \quad (4.12)$$

Finalement, la tension en présence de couplage est reliée à la tension hors couplage par :

$$\mathbf{v} = [Z_A + Z_L] \times [\mathbf{Z} + \mathbf{Z}_L \mathbf{I}_m]^{-1} \mathbf{v}_{hc} \quad (4.13)$$

On introduit alors la matrice de couplage \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = [Z_A + Z_L] \times [\mathbf{Z} + \mathbf{Z}_L \mathbf{I}_m]^{-1} \quad (4.14)$$

Par construction, les matrices \mathbf{Z} , \mathbf{Y} , \mathbf{S} et \mathbf{C} sont symétriques et les coefficients de la matrice \mathbf{C} dépendent implicitement de la fréquence. On peut donc écrire le modèle général suivant pour décrire la réponse du réseau à un signal incident s :

$$\mathbf{y}(f) = \mathbf{C}(f) \times \mathbf{a}_f(\boldsymbol{\theta}) s(f) + \mathbf{b}(f) \quad (4.15)$$

Tous les articles, issus de la bibliographie abordant les méthodes de traitement robustes au couplage, se placent dans un contexte bande étroite et travaillent sur le modèle suivant :

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \times \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})s(t) + \mathbf{b}(t) \quad (4.16)$$

Nous allons voir dans le chapitre suivant que ce modèle n'est pas valide pour notre étude. En effet, les variations des coefficients de couplage au sein de la bande ne peuvent pas être négligées dans le contexte GNSS.

La matrice \mathbf{C} , permettant de décrire les phénomènes de couplage ne dépend donc que des caractéristiques géométriques et électriques du réseau. Elle est indépendante de la direction d'arrivée des signaux. Toutefois, l'effet du couplage dépend des directions d'arrivée. La déformation des diagrammes de rayonnement des patches vient du produit matriciel " $\mathbf{C} \times \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})$ ", qui décrit la sortie de chaque capteur en présence des autres éléments du réseau.

4.4. Evaluation de l'impact du couplage sur L1

4.4.1 Caractéristiques de l'antenne simulée :

Un patch a été dessiné et simulé sous HFSS 10 (logiciel de simulation support 3D pour les RF et conception sans fil), il est représenté sur la figure 4.1. Il a été défini pour résonner à 1575 MHz. La minimisation des phénomènes de couplage n'a pas été prise en compte dans le dessin.

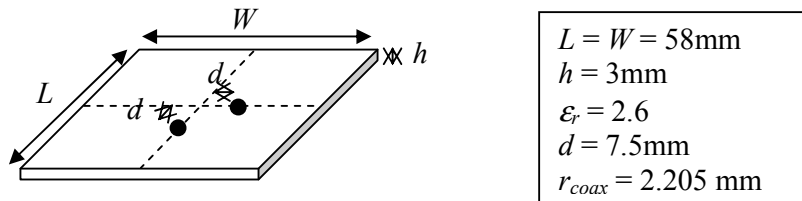


Fig. 4.1 : Schéma du patch simulé pour L1.

Afin d'obtenir une polarisation circulaire, chaque patch est alimenté par deux câbles coaxiaux positionnés sur deux médianes du patch (points noirs sur la figure 4.1). Le rayon des câbles fixe leur impédance, leur position sur le patch fixe l'impédance du patch. Les câbles sont reliés par un coupleur hybride parfait (voir Fig. 4.2) introduisant un déphasage de 90° entre les deux voies.

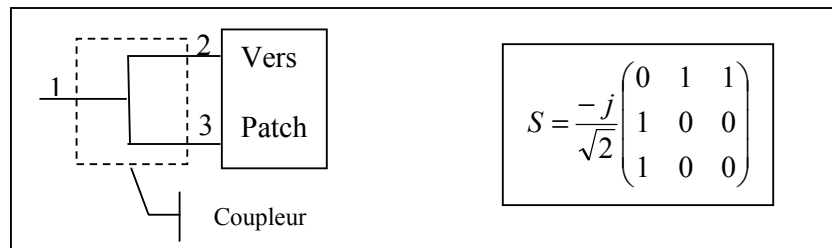


Fig. 4.2 : Modèle d'un coupleur hybride parfait.

Le coefficient de réflexion (S11) de l'ensemble patch + hybride et son diagramme de rayonnement sont calculés sous Ansoft Designer à partir des sorties de HFSS 10 pour le patch seul, ils sont représentés sur la figure 4.3. On peut y vérifier que le patch résonne bien à la fréquence choisie.

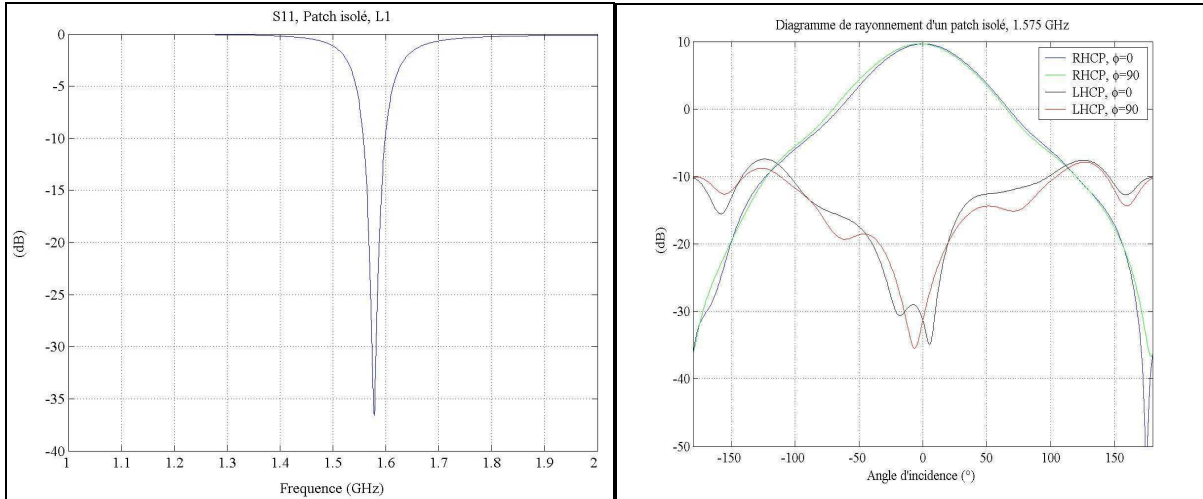


Fig. 4.3 : Coefficient de réflexion et diagramme de rayonnement du patch simulé sur L1.

4.4.2 Caractéristiques du réseau simulé :

Le réseau simulé est carré à 4 capteurs, la numérotation est représentée sur la figure 4.4 ci-dessous.

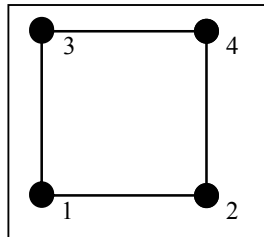


Fig. 4.4 : Numérotation du réseau r4.

Ses paramètres de couplages ont été calculés à la fréquence centrale de L1 pour différents espacements inter-capteurs ($\lambda_{L1} = 19.04\text{cm}$). On présente les résultats obtenus pour les matrices **S** et **C** sur la figure 4.5 ci-dessous.

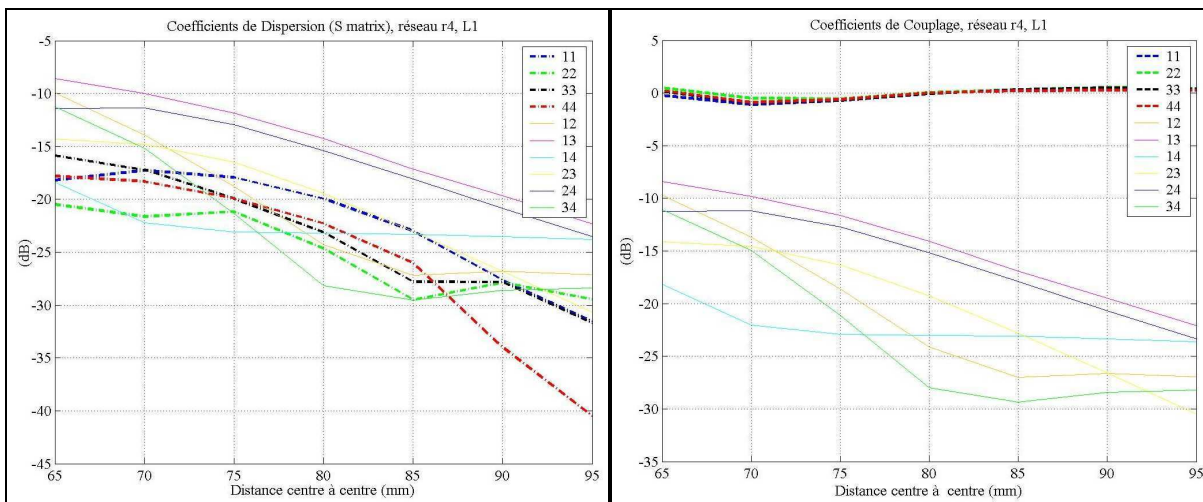


Fig. 4.5 : Coefficients de couplage et distance inter-patches.

A l'exception des termes diagonaux de la matrice de couplage, on note que le rapprochement des capteurs cause une augmentation rapide des coefficients de couplage. On note également une très bonne correspondance des termes non diagonaux des matrices **S** et **C**. Enfin, la stabilité des termes diagonaux de la matrice de couplage indique que la sortie d'un capteur due aux signaux réellement incidents sur ce capteur est peu modifiée par les phénomènes de couplage par rapport à la sortie que l'on aurait eu en l'absence de couplage.

On fixe maintenant l'espacement inter-capteurs à 95 mm entre les centres des capteurs, soit approximativement la demi-longueur d'onde de L1, on observe alors l'évolution dans la bande des coefficients de la matrice **C** (Fig. 4.6). La première conclusion suggérée par cette figure est que tous les coefficients non diagonaux évoluent fortement dans la bande et surtout qu'ils n'évoluent pas de la même façon en fonction de la fréquence. Le modèle bande étroite (equ. 4.16) est donc inadapté pour décrire les phénomènes de couplage. De même on ne pourra pas espérer corriger les phénomènes de couplage par multiplication par une simple matrice 'spatiale' de mélange : la dimension fréquentielle est obligatoirement à prendre en compte.

On note également que les coefficients entre deux capteurs sur le même axe (1-2 et 3-4 ou 1-3 et 2-4) évoluent de la même façon, mais ne sont pas rigoureusement égaux. Cet écart ne devrait pas exister si le réseau était parfaitement symétrique ; cette dissymétrie est due la position des alimentations. En effet, les patches sont disposés par 'copier-coller' : le positionnement des alimentations reste le même pour tous les patches du réseau. Une rotation de 90° entre les patches adjacents du réseau permettrait d'avoir un positionnement symétrique des alimentations. Toutefois, l'effet sur les performances de réjection du réseau est peu perceptible (voir parag. 4.5.2).

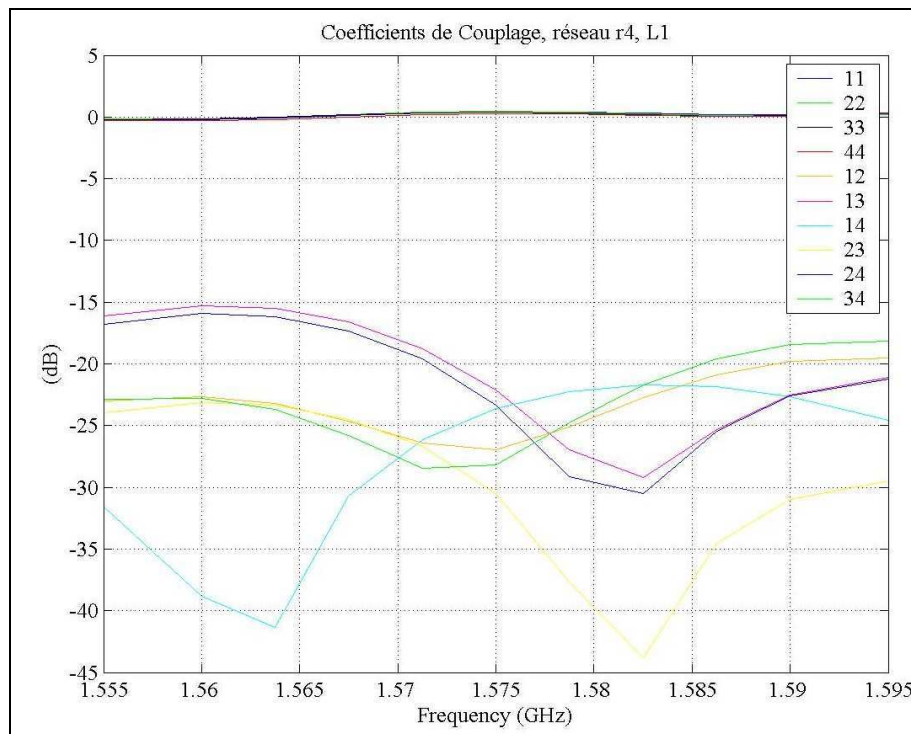


Fig. 4.6 : Variation des coefficients de couplage du réseau r4 dans la bande L1.

4.4.3 Performances des filtres adaptatifs en présence de Couplage :

a) Cas spatial pur :

Dans un premier temps, on considère le cas d'un réseau spatial pur. L'espacement inter-capteurs est de 95mm, soit approximativement la demi-longueur d'onde de L1. La figure 4.7 ci-dessous résulte d'une simulation globale (voir parag. 2.3.1), elle est obtenue à partir d'une observation de la constellation GPS faite par ½ heure sur une journée, de manière à parcourir l'ensemble des configurations géométriques possibles. On présente le gain moyen du réseau spatial pur pour un panorama des méthodes de traitement présentées au chapitre 2.2. Le but est de voir si une d'elles semble naturellement plus robuste. Les résultats présentés sont d'abord moyennés sur 100 simulations de Monte-Carlo sur les tirages de bruit et des défauts, puis sur les 48 observations journalières. Le gain moyen du réseau est borné par ses valeurs minimales et maximales sur les 48 observations. La figure est séparée en deux, de gauche à droite, on observe les performances en présence de bruit thermique puis en présence des brouilleurs 1 & 2. Dans chacun des deux cas, on trace les performances sans défaut, en présence des défauts d'antenne uniquement, en présence des défauts des filtres uniquement puis antennes plus filtres, phénomènes de couplage seuls et enfin, en présence de tous les défauts y compris le couplage.

CONFIDENTIEL

Fig. 4.7 : Impact du couplage sur le traitement Spatial pur global.

En première observation, dans le cas du bruit thermique on note que le couplage introduit un certain écart-type géométrique : les performances des méthodes dépendent de la position des signaux cibles. En effet, l'écart de performances des formateurs '*Power Inv*' et '*Multi MPDR*' en fonction de la répartition géométrique des sources utiles est quasiment nul avec ou sans défauts des antennes et des filtres. Lorsque le couplage est présent, on note que les performances de ces filtres varient avec la position des sources.

Lorsque deux brouilleurs sont introduits, les dégradations de performances dues aux phénomènes de couplage sont du même ordre de grandeur que les dégradations dues aux autres défauts. De plus, le couplage affecte l'ensemble des méthodes dans des proportions similaires et ne modifie pas le classement obtenu en systèmes parfaits.

La figure 4.8 permet de comprendre les observations faites en présence du bruit thermique seul. Elle présente, pour la fréquence centrale de L1, le module et la phase de chacun des éléments du vecteur directionnel du réseau en présence de couplage ($\mathbf{C} \times \mathbf{a}$) normalisé par la valeur du même élément hors couplage (\mathbf{a}). On se place dans le plan perpendiculaire au réseau passant par les capteurs 1 et 4. Cette distorsion des diagrammes de rayonnement explique les écarts de performances obtenus en présence du bruit thermique seul, en fonction des DOA utiles. Les distorsions introduites sur les déphasages inter-capteurs restent inférieures à 10° en valeur absolue et sont maximales pour les forts dépointages. Si on choisit de représenter les autres défauts de chaîne par un produit matriciel avec le vecteur directionnel, la matrice des défauts sera diagonale et les effets indépendants des DOA.

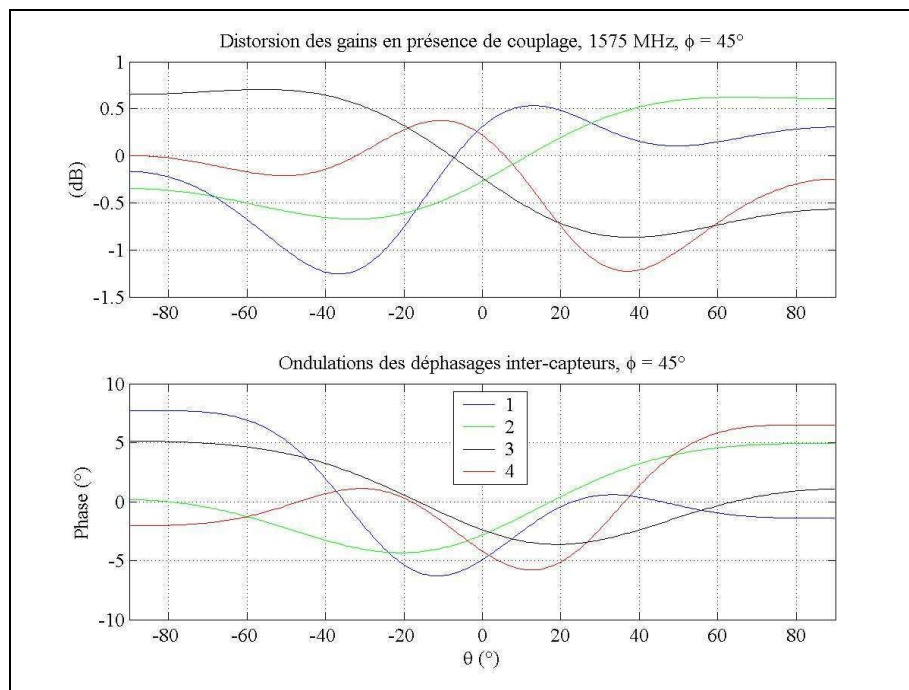


Fig. 4.8 : Distorsion de la réponse du réseau r4 sur L1 (selon l'axe capteur 1 → 4).

Si les phénomènes de couplage sont les seuls défauts pris en compte avec les valeurs des coefficients de la figure 4.6, le rang apparent des brouilleurs va augmenter avec leur puissance, comme pour le cas des autres défauts linéaires de chaîne. L'effet est d'autant plus marqué que la puissance interférente est élevée.

Par contre, si on suppose les coefficients de couplage constants sur la bande (modèle bande étroite du couplage), l'effet sur les valeurs propres de la matrice de corrélation \mathbf{R} du réseau est négligeable, et ce, même en présence d'un niveau global d'interférences de 63 dB de JNR (brouilleurs 1bis, 2bis & 3) et des coefficients correspondant à un espacement de 65mm (voir fig. 4.5). Aussi les performances des filtres sont-elles très peu affectées dans ce cas. En outre, les valeurs propres sans défaut peuvent être restaurées à quelques centièmes de dB près en appliquant la correction suivante à \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} \rightarrow \tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{C}^{-H} \quad (4.17)$$

Ce qui suggère deux conclusions. D'une part, la dégradation des performances engendrée par les phénomènes de couplage est principalement due à l'évolution non cohérente sur la bande des termes non diagonaux de la matrice \mathbf{C} de couplage. D'autre part, la connaissance a priori de la dépendance fréquentielle des coefficients de \mathbf{C} pourrait permettre de découpler les sorties du réseau. Cette voie est évaluée au paragraphe 4.4.4.

b) Cas du traitement STAP :

On se replace maintenant dans le cas où les coefficients de couplage ne sont pas supposés connus a priori et on évalue la robustesse des traitements STAP aux phénomènes de couplage, les traitements considérés sont ceux décrits précédemment et appliqués avec la contrainte spatiale de l'inversion de puissance. On présente sur la figure 4.9 ci-dessous le gain post-corrélation obtenu à l'aide d'un réseau STAP disposant de $_T$ Taps, normalisé par celui qu'on obtiendrait sans réseau et sans interférences. Les scénarii à 2 et 3 brouilleurs déjà décrits sont simulés avec la globalité de la constellation GPS (24 heures échantillonnées à 1 point par heure). De même que précédemment, on observe qu'en présence du bruit thermique seul, le couplage engendre un certain écart-type géométrique. En présence de 2 brouilleurs, le réseau STAP restaure les performances obtenues en système parfait (sauf ' wb '). Par contre, lorsque le nombre et la puissance des brouilleurs augmente, le réseau à $_T$ Taps se révèle inefficace contre le couplage, alors même qu'il est robuste aux autres défauts de chaîne (sauf ' wb ').

CONFIDENTIEL

Fig. 4.9 : Impact du couplage sur le traitement STAP global.

Enfin, on évalue l'influence du nombre de Taps sur la robustesse des réseaux aux phénomènes de couplage. Seuls les phénomènes de couplage sont pris en compte. Le signal utile est issu du satellite 1 (voir Fig. 2.8). On s'intéresse au SINR post-corrélation en fonction du nombre de Taps,

normalisé par celui d'un réseau spatial pur parfait. En présence des brouilleurs 1 & 2, de la même manière que sur la figure 4.7, les performances du réseau spatial pur sont dégradées d'une quinzaine de dB. Par contre, dès le $_{\circ}$ Tap les performances obtenues en systèmes sans défaut sont restaurées.

Cependant, lorsque le niveau d'interférences augmente, les conclusions ne sont plus les mêmes. On présente sur la figure 4.10 les résultats obtenus en présence des brouilleurs 1bis, 2bis & 3, le signal utile est modulé en BOC(10,5) sinus. Après une première phase d'amélioration des performances avec l'augmentation du nombre de Taps, on observe un 'plateau' pour un nombre de Taps allant de $_{\circ}$ à $_{\circ}$, puis les performances augmentent de nouveau et convergent, à partir de $_{\circ}$ Taps, vers la même valeur que dans le cas sans défaut (voir Fig. 3.24) pour les formateurs utilisant une contrainte temporelle symétrique. Le tirage des défauts n'étant pas aléatoire, l'écart-type statistique est dû aux erreurs d'estimation de la matrice de covariance du réseau et il est négligeable.

CONFIDENTIEL

Fig. 4.10 : Couplage et nombre de Taps, r4, 3 Interférences.

Les figures obtenues pour les signaux BPSK(10) et BOC(15,2.5) ne sont pas présentées car dans les deux cas, on constate le même type de comportement. Pour les signaux BPSK(10) cependant, le 'plateau' est d'avantage marqué alors qu'il est quasiment inexistant dans le cas des signaux BOC(15,2.5). Finalement, avec ce type de méthode, le nombre total d'éléments du réseau (capteurs et Taps), permettant de restaurer les performances obtenues en système parfait, dépasse la limite de $_{\circ}$ éléments (limite technologique raisonnable en début de thèse).

Par contre, si on adopte le modèle bande étroite du couplage, dans cette même configuration de brouillage et avec les coefficients correspondant à un espacement de 65mm, l'évolution en fonction du nombre de Taps du SINR réseau + corrélateur est la même, à moins d'un dB près, que dans le cas sans défaut (Fig. 3.24). On doit toutefois noter que même s'ils sont constants sur la bande, les coefficients de couplage induisent une distorsion du vecteur directionnel du réseau. Cette distorsion peut pénaliser des filtres adaptatifs pour lesquels la contrainte spatiale consiste à protéger une direction de l'espace, ce qui est le cas dans [20] (voir par. 2.5.2.d). Par contre, un filtre aveugle est insensible à cet effet.

De la même manière que pour les autres défauts de chaîne, la difficulté vient donc du fait que les coefficients de couplages évoluent dans la bande (Fig. 4.6). Or les effets des couplages évoluent également en fonction des DOA (Fig. 4.8), ce qui les rend plus difficile à corriger, sans information a priori, que les autres défauts qui en sont indépendants.

4.4.4 Correction des effets de couplage :

Afin de limiter le besoin en Taps face aux phénomènes de couplage, on se propose d'évaluer le gain de traitement que peut apporter la connaissance a priori des coefficients de couplage. Comme illustré sur la figure 4.11, on se propose de découpler les sorties du réseau avant le traitement STAP. Le découplage est réalisé, après filtrage et échantillonnage des signaux, en multipliant les sorties fréquentielles des voies spatiales du réseau par la matrice $C^{-1}(f)$.

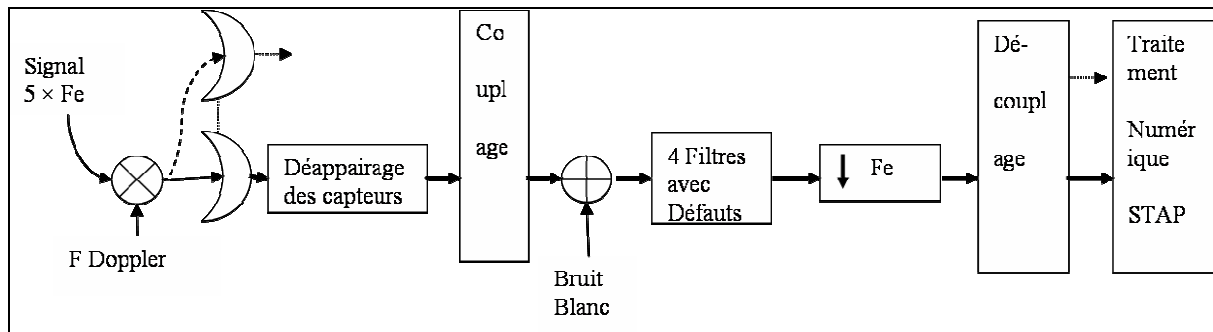


Fig. 4.11 : Architecture du réseau et proposition de méthode de découplage.

Dans un premier temps, on suppose connaître parfaitement $C(f)$ et être capable de synthétiser parfaitement le filtre numérique inverse. Après cette étape, et en l'absence de tout autre défaut, la multiplication par $C^{-1}(f)$ de la sortie du réseau (equ. 4.15) aboutit à :

$$\mathbf{y}_{\text{découpl}}(f) = \mathbf{a}_f(\boldsymbol{\theta})s(f) + \mathbf{C}^{-1}(f) \times \mathbf{b}(f) \quad (4.18)$$

Le bruit thermique est donc coloré par cette opération.

La figure 4.12 illustre les effets du couplage et du découplage sur la répartition spatiale de l'énergie au centre de la bande perçue par un réseau spatial pur. Le réseau est en présence des signaux interférents 1bis, 2bis & 3. On présente les diagrammes obtenus avec un estimateur de Capon lorsque les sorties du réseau :

- ne sont pas couplées (en haut à gauche),
- sont couplées selon le modèle large bande (equ. 4.15) et avec les coefficients de la figure 4.6 (en haut à droite),
- sont couplées et découplées dans ce même cas (en bas à droite),
- et enfin (en bas à gauche), lorsque les sorties sont couplées selon le modèle bande étroite (equ. 4.16) et avec les coefficients correspondants à un espacement inter-capteurs de 65mm (voir figure 4.5).

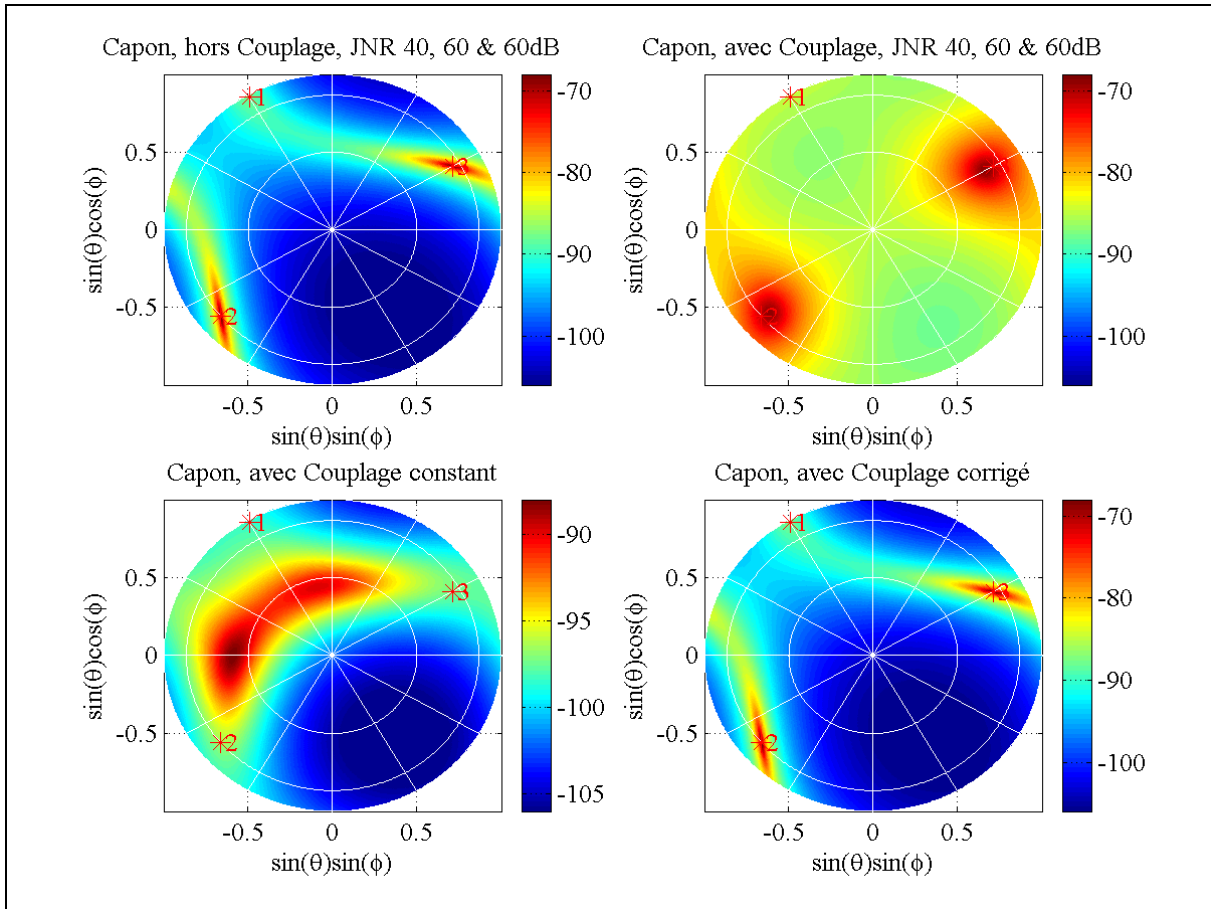


Fig. 4.12 : Impact du couplage sur les DOA apparentes, r4, 3 Interférences.

Hors couplage on observe un étalement spatial des signaux, principalement des deux plus puissants. Pour chacun de ces deux signaux, l'étalement relativement monodirectionnel et les maxima d'énergie correspondent aux DOA réelles des signaux. En présence de couplage large bande, l'étalement devient omnidirectionnel, les maxima d'énergie ne correspondent plus exactement aux DOA réelles des signaux. Enfin, en présence de couplage bande étroite, les coefficients de couplage étant de 10 à 15dB plus forts que le cas précédent au centre de la bande, la configuration perçue par le réseau ne ressemble plus du tout à la configuration réelle : les brouilleurs sont bien plus étalés et déplacés que précédemment. En contrepartie, la densité spatiale de puissance est diminuée de près de 20dB ; aussi, cette configuration ne perturbe-t-elle pas les algorithmes d'élimination (parg. 4.4.3.a). Lorsque la matrice fréquentielle de découplage est appliquée, les diagrammes hors couplages sont restaurés dans tous les cas. Toutefois, dans le cas large bande, les effets du couplage sur les performances du réseau ne sont pas totalement compensés pour autant.

CONFIDENTIEL

CONFIDENTIEL

Fig. 4.13 : Découplage et nombre de Taps, r4, 3 Interférences.

En outre, la correction est très sensible aux erreurs commises sur le filtre de découplage. En effet, lorsque la réponse en fréquence du filtre est approchée par des FIR, quel qu'en soit l'ordre, aucun gain de traitement n'a été observé par rapport au cas non corrigé. Notons que les FIR testés ont été synthétisés à partir de la technique d'échantillonnage en fréquence, laquelle induit des oscillations, entre les points échantillonnés, sur la réponse en fréquence du filtre synthétisé.

Enfin, en présence des autres défauts de chaîne (Fig. 4.14), la correction permet un gain de traitement au niveau du plateau qui est $_ \text{dB}$ plus haut que dans le cas non corrigé (Fig. 4.10), mais il faut toujours plus de $_ \text{Taps}$ pour compenser à 1dB près les effets des phénomènes de couplage. En effet, si on ne considère que les défauts des filtres et le couplage, l'impact des défauts sur les signaux incidents peut être modélisé par une matrice \mathbf{H} telle que :

$$\mathbf{H}(f) = \mathbf{D}(f) \times \mathbf{C}(f) \quad (4.19)$$

où la matrice \mathbf{D} est la matrice diagonale représentant les défauts des filtres, ses termes sont proches de l'unité sur la bande utile (voir Fig. 2.30). Après correction du "couplage en système parfait", les signaux incidents sont donc toujours couplés car la matrice de couplage équivalente \mathbf{C}_{eq} s'écrit :

$$\mathbf{C}_{eq} = \mathbf{C}^{-1}(f) \times \mathbf{D}(f) \times \mathbf{C}(f) \quad (4.20)$$

et la correction n'est donc pas parfaite.

CONFIDENTIEL

Fig. 4.14 : Découplage et nombre de Taps en présence des autres défauts, r4, 3 Interférences.

Des modèles mathématiques peuvent permettre d'approcher les coefficients de couplage dans des cas simples. En pratique, ces coefficients dépendent de la géométrie du réseau, de la géométrie et de la composition des capteurs mais également de la position des alimentations, du cheminement des câbles et des éventuels éléments rayonnants environnants. Aussi, leur connaissance précise nécessite-t-elle des mesures sur une structure aussi proche que possible de celle du porteur. Finalement, devant les difficultés à accéder à la matrice de couplages et à synthétiser correctement le filtre de découplage, de surcroît en présence d'autres défauts, on ne poursuit pas cette voie. Un effort technologique devra être fait afin de limiter les phénomènes de couplage. On évalue alors la puissance interférente maximum rejetable en présence des phénomènes de couplage.

4.4.5 Puissance interférente maximum rejetable :

De la même manière qu'au paragraphe 3.6.3, on évalue ici numériquement, en fonction de la modulation, du nombre de signaux interférents et de leur puissance, le nombre de Taps nécessaires pour ramener la puissance interférente moyenne totale post corrélation en-dessous des seuils de 3 et 5 dB au-dessus du niveau obtenu sans réseau et sans interférence.

Les figures suivantes résultent de 10 simulations de Monte-Carlo lorsque le couplage seul est pris en compte et de 100 simulations de Monte-Carlo lorsque tous les défauts sont pris en compte. Seul le formateur '*wb,centré*' a été simulé sur le réseau carré r4, un diagonal Loading de $_dB$ est appliqué. Le réseau pourra être mis en présence des interférences 1 & 2 ou 1, 2 & 3 (Fig. 2.8), à ceci près que tous les signaux sont reçus avec le même JNR, indiqué sur l'axe des abscisses. Comme précédemment, la recherche du nombre de Taps nécessaire n'est pas poursuivie au-delà de $_Taps$. Pour le nombre de Taps retenu pour chacun des seuils à 3 et 5dB, on présente également l'écart-

type de la puissance interférente post-corrélation. Les résultats pour les signaux modulés en BOC(10,5) ne sont pas présentés, ils sont bornés par ceux des autres modulations et très proches de ceux obtenus avec les signaux BPSK(10).

En présence du couplage seul (Fig.4.15), à l'inverse du cas 'tous défauts hors couplage' présenté au paragraphe 3.6.3, on note que les allures de courbes pour les signaux BPSK(10) et BOC(15,2.5) sont très proches, en particulier dans le cas à 3 interférences. En effet, les phénomènes de couplages n'affectent pas spécialement les bords de bande, à la différence des autres défauts, ce qui limite l'influence de la répartition spectrale des modulations. En-dessous d'un certain seuil de puissance, $_Taps$ sont suffisants pour compenser les phénomènes de couplage. Ces seuils (**CONFIDENTIEL**) correspondent approximativement aux niveaux pour lesquels un réseau sans défaut nécessite 3 Taps pour ramener la puissance interférente post-corrélation en-dessous du seuil de 3dB, pour l'ensemble des modulations traitées (Fig. 3.27). En d'autres termes, c'est lorsque le réseau sans défaut nécessite des Taps pour lutter contre l'effet large bande. En présence de deux interférences, le réseau dispose encore théoriquement d'un degré de liberté spatial. Dans ce cas, s'il est difficile de ramener la puissance interférente en-dessous du seuil de 3dB, il reste encore possible de la ramener en-dessous du seuil de 5dB. Par contre, lorsque tous les degrés de liberté spatiaux sont requis, ces deux seuils en JNR sont très proches.

CONFIDENTIEL

Fig. 4.15 : Puissance interférente rejetable en présence de couplage, r_4 , Diag Load +_dB, PIwbcentré.

Lorsque tous les défauts sont pris en compte (Fig. 4.16), on observe de nouveau un écart de performances entre les signaux BPSK(10) et BOC(15,2.5). Cet écart est expliqué au paragraphe 3.6.3, il est dû aux défauts hors couplage mais il semble largement accentué en présence de couplage. Le nombre de Taps nécessaires est en général plus élevé que dans les cas 'couplage seul' et 'défauts de chaîne hors couplage' (Fig. 3.28), mais il reste inférieur à la somme des nombres de Taps nécessaires pour chacun de ces 2 cas.

CONFIDENTIEL

CONFIDENTIEL

Fig. 4.16 : Puissance interférente rejetable en présence de tous les défauts, r4, Diag Load +_dB, PIwbcentré.

Enfin, en présence de tous les défauts, dans le cas des signaux BPSK, les seuils en JNR de dégradation des performances de réjection du réseau STAP sont les mêmes qu'en présence du couplage seul. Par contre, dans le cas des signaux BOC(15,2.5) ces seuils peuvent être repoussés de 10 à 15dB.

Finalement, si on considère les phénomènes de couplage seuls, on peut empiriquement énoncer le principe de base suivant : tant que le réseau sans défaut ne nécessite pas de Taps pour lutter contre l'effet large bande, _ Taps suffisent à restaurer ses performances en présence de couplage. Par contre, si la puissance interférente augmente d'avantage, le nombre de Taps nécessaire augmente rapidement.

4.5. Evaluation de l'impact de Couplage sur L2

On s'intéresse maintenant à la bande L2, de fréquence centrale 1227.6 MHz. La longueur d'onde au centre de la bande L2 est donc supérieure à celle de L1. Les signaux BOC(15,2.5) ne sont pas émis sur cette bande. On réduit donc la bande de traitement du réseau à 30 MHz contre 40MHz sur L1. Ces deux phénomènes ont une conséquence commune : les effets large bande sont moins ressentis sur L2 que sur L1 (voir equ. 2.2 et parag. 2.5.1). Par contre, les capteurs sont plus étendus que ceux prévus pour L1, la distance bord à bord est donc réduite, d'où une augmentation prévisible des coefficients de couplage. D'après le principe de base énoncé au paragraphe 4.4.5, on peut légitimement s'interroger sur les effets des phénomènes de couplage sur la bande L2.

4.5.1 Caractéristiques de l'antenne simulée :

Un patch a été dessiné et simulé sous HFSS 10 (voir Fig. 4.17). Il a été défini pour résonner à 1227 MHz. La minimisation des phénomènes de couplage n'a pas été prise en compte dans le dessin. Le même diélectrique est utilisé pour les patches de L1 et L2. Le capteur de L2 a donc un côté plus grand de plus de 28 % par rapport à celui de L1.

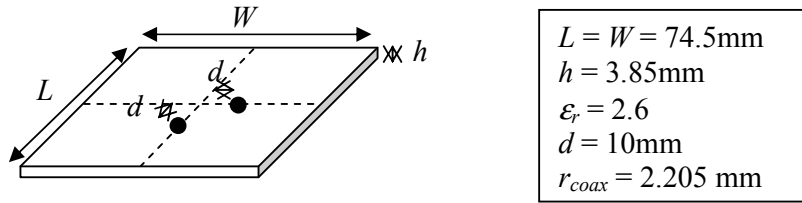


Fig. 4.17 : Schéma du patch simulé pour L2.

De la même manière que sur L1, chaque patch est alimenté par deux câbles coaxiaux positionnés sur deux médianes du patch, afin d’obtenir une polarisation circulaire. Le rayon des câbles fixe leur impédance et leur position fixe l’impédance du patch. Les câbles sont reliés par un coupleur hybride parfait (voir Fig. 4.2) introduisant un déphasage de 90° entre les deux voies.

Le coefficient de réflexion (S11) de l’ensemble patch + hybride et son diagramme de rayonnement sont représentés sur la figure 4.18. On peut y vérifier que le patch résonne bien à la fréquence choisie.

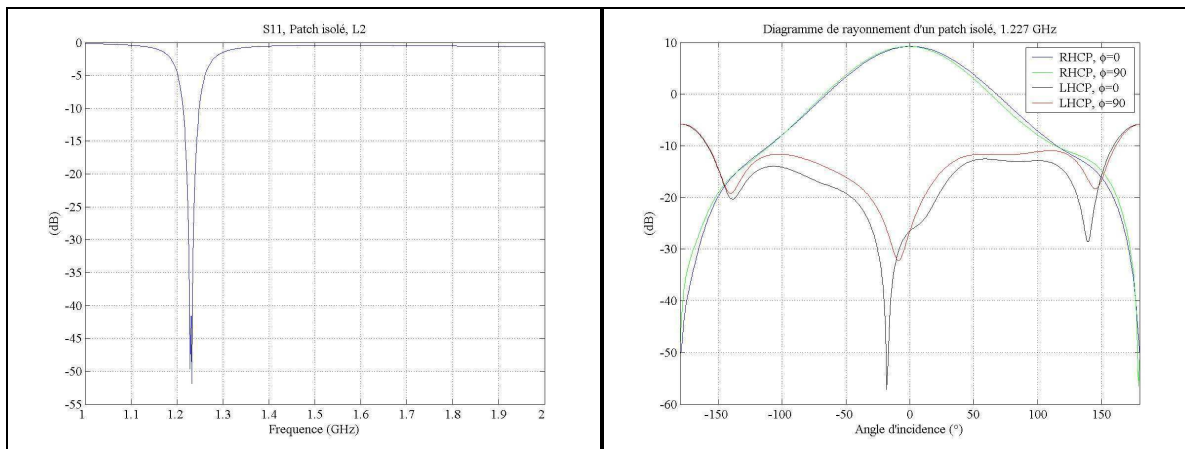


Fig. 4.18 : Coefficient de réflexion et diagramme de rayonnement du patch simulé sur L2.

4.5.2 Réseau r4, séparation de 95mm :

a) Caractéristiques du réseau simulé :

Le réseau simulé est le même que sur L1 : l’espacement inter-capteurs est conservé à la demi longueur d’onde de L1, il est donc inférieur à la demi-longueur d’onde de L2 de plus de 28%. L’objectif est ici double : il s’agit d’évaluer l’effet de ce rapprochement en regard de la longueur d’onde sur les phénomènes de couplage, et également d’évaluer l’importance d’une symétrie dans le positionnement des alimentations entre les différents capteurs du réseau (évoqué au paragraphe 4.4.2). Dans une configuration, les patches du réseau sont donc disposés par ‘copier-coller’ du patch de la figure 4.17 : le positionnement des alimentations est le même pour tous les patches du réseau (partie gauche de la plupart des figures de ce paragraphe). Dans la seconde configuration, une rotation de 90° entre les patches adjacents du réseau permet d’avoir un positionnement symétrique des alimentations (partie droite de la plupart des figures de ce paragraphe).

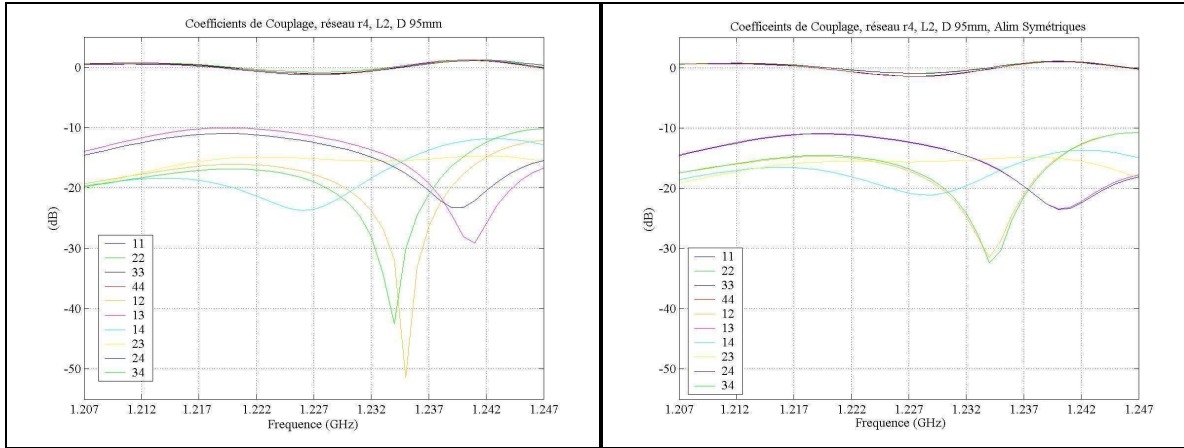


Fig. 4.19 : Variation des coefficients de couplage du réseau r4 dans la bande L1.

La figure 4.19 présente l'évolution dans la bande des coefficients de couplage pour chacune des configurations décrites ci-dessus. On peut vérifier que le positionnement symétrique des alimentations a bien l'effet escompté : les coefficients entre deux capteurs sur le même axe (1-2 et 3-4 ou 1-3 et 2-4, voir Fig. 4.4) sont égaux dans toute la bande. De la même manière, cette configuration du réseau engendre des distorsions symétriques par rapport à la normale du réseau sur le vecteur directionnel (voir Fig. 4.20).

On note également que les valeurs maximales des coefficients de couplage hors diagonale sont environ 5 dB plus élevées que sur L1 (Fig. 4.6) ce qui n'est pas étonnant puisque l'espacement inter-capteurs est plus petit relativement à la longueur d'onde de L2. De la même manière, les distorsions maximales induites sur le vecteur directionnel du réseau sont environs 3 fois plus élevées que sur L1 (Fig. 4.8) tant pour les valeurs en dB de l'amplitude que pour les déphasages.

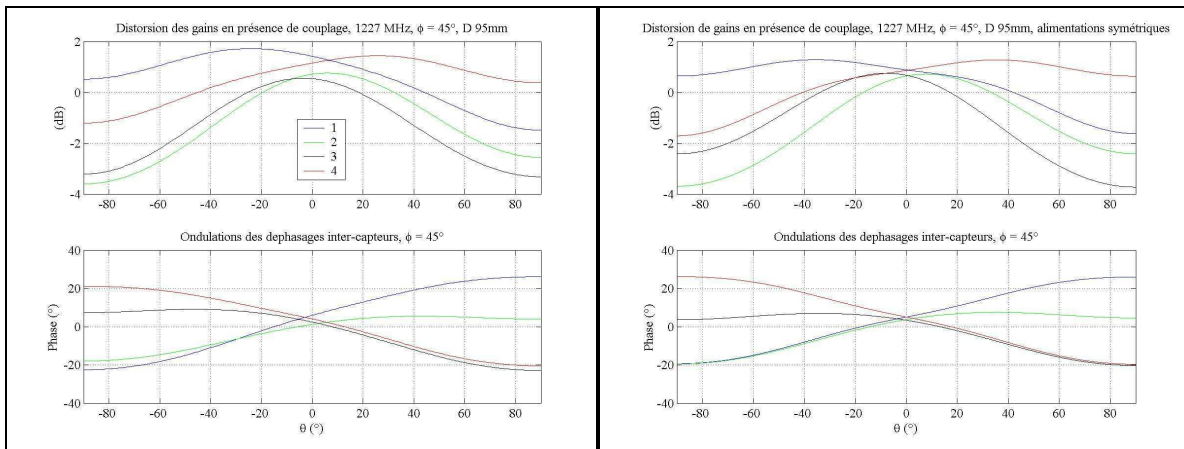


Fig. 4.20 : Distorsion de la réponse du réseau r4 sur L2, séparation de 95 mm.

Par contre, outre cette symétrisation des diagrammes, on n'observe pas de modification notable, en fonction du positionnement des alimentations, des allures ou des valeurs des différents paramètres du couplage présentés sur les figures 4.19 et 4.20.

b) Puissance maximum rejetable :

De la même manière qu'aux paragraphes 3.6.3 et 4.4.5, on évalue ici numériquement, en fonction du nombre de signaux interférents et de leur puissance, le nombre de Taps nécessaires pour

ramener la puissance interférente moyenne totale post-corrélation en-dessous des seuils de 3 et 5 dB au-dessus du niveau de référence.

Comme sur L1 (Fig. 3.27) entre les signaux BPSK(10) et BOC(15,2.5) et pour les mêmes raisons (parg. 3.6.3), on peut observer un écart de $_Taps$ nécessaires entre les signaux BPSK(10) et BOC(10,5), dans le cas de forte puissance interférente et en l'absence de défauts. On ne présente ici que les résultats obtenus pour la modulation BPSK qui constitue le cas le plus défavorable.

En l'absence de défauts (Fig. 4.21), conformément aux prévisions, l'effet large bande se fait moins ressentir par rapport au traitement sur L1 (Fig. 3.27), la différence est d'autant plus grande que le niveau de brouillage augmente.

CONFIDENTIEL

Fig. 4.21 : Puissance interférente rejetable en système parfait, r_4 , $d = 95mm$, Diag Load +_dB, PIwbcentré.

Lorsque les phénomènes de couplage sont pris en compte (Fig. 4.22), la différence entre les courbes avec ou sans positionnement symétriques des alimentations n'est pas significative. En présence de 3 interférences, on note que le besoin en Taps augmente rapidement approximativement à partir du niveau de puissance pour lequel le réseau sans défaut nécessite 3 Taps pour lutter contre l'effet large bande (Fig. 4.21). On note également que ce besoin en Taps augmente moins vite que sur L1 puisqu'un réseau disposant de $_Taps$ est capable de rejeter 3 interférences de 100 dB de JNR sur L2 en présence de couplage, contre 65 dB sur L1. Les diminutions de la largeur de bande et de la dimension du réseau (relativement à la longueur) d'onde compensent l'augmentation des coefficients de couplage.

Dans la suite, le positionnement des alimentations n'est pas pris symétrique.

CONFIDENTIEL

Fig. 4.22 : Puissance interférente rejetable en présence de couplage, r4 (gauche), r4 symétrique (droite), d 95mm.

La figure 4.23 présente les nombres de Taps nécessaires pour éliminer les interférences en présence des défauts hors couplage (partie gauche) et de tous les défauts (partie droite). Concernant les défauts hors couplage, la largeur de bande du banc de filtres RF vaut 30 MHz, les écarts de fréquence centrale et de largeur de bande sont toujours pris aléatoirement dans [0 2 MHz], et le nombre d'oscillations de la réponse des capteurs dans la bande est toujours pris aléatoirement dans [0 2] (voir parag. 2.5.2). Dans ce cas, l'effet des défauts est comparable à ce qui a été observé sur L1 (Fig. 3.27) jusqu'à environ 90 dB de JNR. Lorsque tous les défauts sont pris en compte, la tendance des courbes reste assez proche du cas 'défauts hors couplage' jusqu'aux environs de 60 dB de JNR, après quoi l'évolution se rapproche d'une moyenne des cas 'couplage seul' et 'défauts hors couplage'. Tout se passe comme si le déappariement de voies neutralisait en partie les phénomènes de couplage ; en particulier on n'observe plus les seuils d'évolution rapide du besoin en Taps visibles dans le cas 'couplage seul' sur L2 ou dans les cas 'couplage seul' et 'tous défauts' sur L1 (Fig. 4.15 et 4.16).

CONFIDENTIEL

Fig. 4.23 : Puissance interférente rejetable, défauts de chaînes (gauche), tous les défauts (droite), r4, d = 95mm.

Finalement, malgré l'augmentation des coefficients de couplage, pour un même espacement inter-capteurs, l'effet des phénomènes de couplage semble moins pénalisant sur L2 que sur L1.

4.5.3 Réseau r4, séparations de 85 et 90mm :

En vue de réduire les dimensions des réseaux, on s'intéresse ici à l'impact du rapprochement des capteurs sur les phénomènes de couplage et sur les capacités de réjection des réseaux.

La figure 4.24 présente l'évolution dans la bande des coefficients de couplage pour des espacements inter-capteurs de 90 et 85 mm. Globalement, on observe que le rapprochement affecte peu les valeurs maximales des plus forts coefficients. Par exemple, le coefficient 1-3 atteint -10 dB pour des espacements de 95 et 90 mm, il atteint -9dB pour un espacement de 85 mm. Par contre, le niveau moyen sur la bande est plus élevé et l'écart entre les différents coefficients est réduit : les coefficients les plus faibles augmentent et la plage de variation sur la bande de l'ensemble des coefficients est réduite.

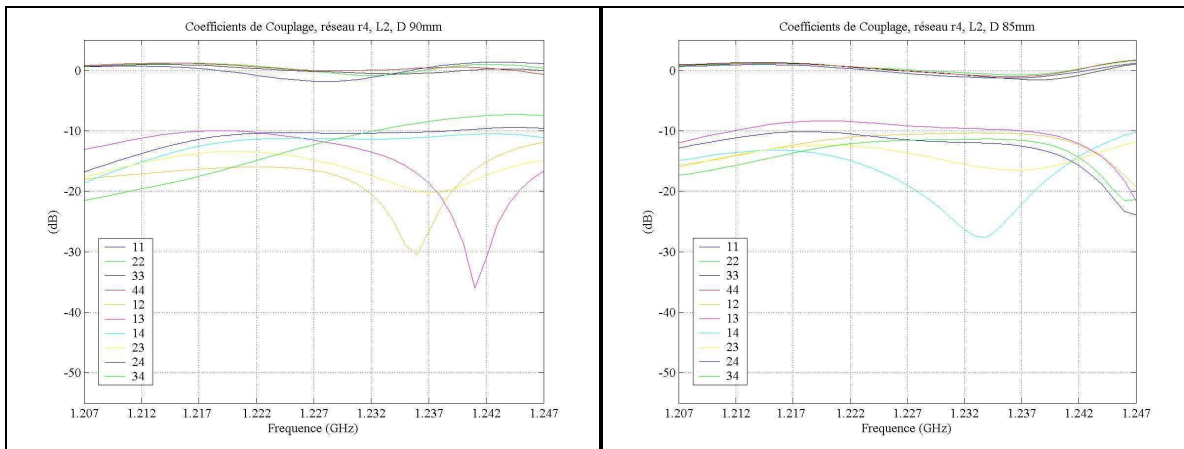


Fig. 4.24 : Variation des coefficients de couplage du réseau r4 dans la bande L2, séparations de 90 et 85 mm.

La figure 4.25 montre que les distorsions induites sur le vecteur directionnel du réseau, au centre de la bande, sont augmentées par rapport à une séparation de 95 mm (Fig. 4.19). Par contre, les déformations au centre de la bande ne semblent pas plus importantes pour une séparation de 85 mm que pour une séparation de 90 mm. On évalue alors l'effet des phénomènes de couplage sur la capacité de rejection d'un réseau dont les capteurs sont espacés de 85 mm.

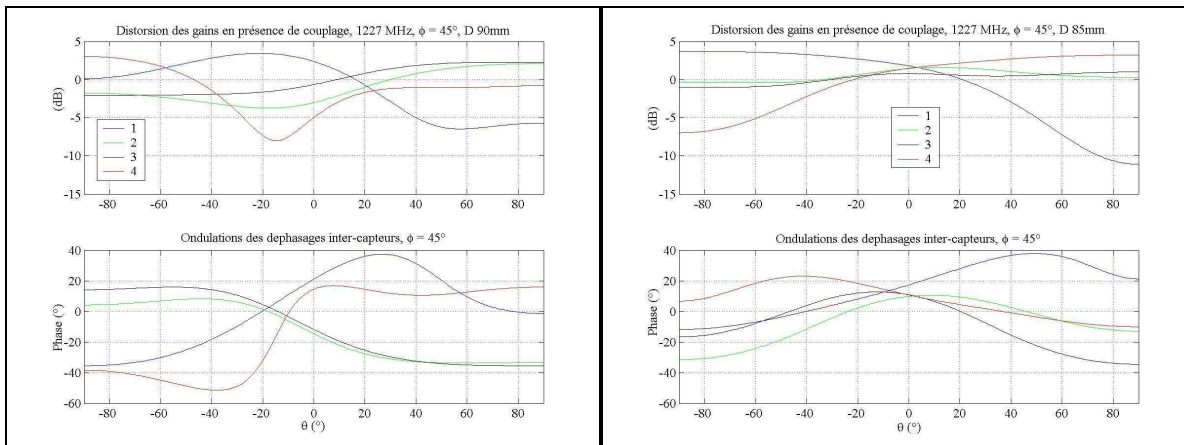


Fig. 4.25 : Distorsion de la réponse du réseau r4 sur L2, séparations de 90 et 85 mm.

La figure 4.26 présente le nombre de Taps nécessaires pour ramener la puissance interférente en-dessous des seuils de 3 et 5 dB au-dessus du niveau de référence. Sur la partie gauche de la figure le réseau est sans défaut, sur la partie droite les phénomènes de couplage sont pris en compte.

CONFIDENTIEL

Fig. 4.26 : Puissance interférente rejetable, système parfait (gauche), couplage (droite), r4, d = 85mm.

Dans le cas sans défaut, on observe que le rapprochement des capteurs permet encore de réduire sensiblement l'effet large bande lorsque 3 interférences de très forte puissance ($JNR > 75\text{dB}$) sont présentes. Par contre, en présence de ces 3 interférences et des phénomènes de couplage, on observe deux seuils d'augmentation du nombre de Taps requis. Ces seuils correspondent aux valeurs de JNR pour lesquels le réseau sans défaut a besoin de 3 puis 5 Taps pour lutter contre l'effet large bande. Au-delà, le réseau peut difficilement éliminer les interférences, toutefois un écart important en nombre de Taps requis est visible pour atteindre les seuils de 3 ou 5 dB au dessus du niveau obtenu avec un capteur seul en présence de bruit thermique. Finalement, le comportement du réseau se rapproche de ce qui a été observé sur L1 : les phénomènes de couplages ne dégradent significativement les performances d'un réseau STAP que lorsque l'effet large bande se fait ressentir sur un réseau sans défaut.

4.5.4 Réseau r7 sur L2, séparation de 95mm :

On s'intéresse enfin au cas du réseau r7 hexagonal à sept capteurs. La numérotation des éléments est présentée sur la figure 4.27. L'espacement inter-capteurs est de 95 mm (demi-longueur d'onde de L1). Les patches simulés sont ceux de la figure 4.17, dessinés pour résonner sur L2, ils sont positionnés sur le réseau par 'copier-coller', la disposition des alimentations n'est donc pas symétrique.

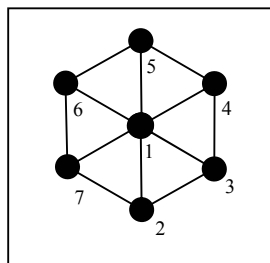


Fig. 4.27 : Numérotation du réseau r7.

L'évolution dans la bande des coefficients de couplage est présentée sur la figure 4.28. On peut observer que le gain des capteurs est sensiblement plus élevé en bords de bande. L'évolution

des coefficients non diagonaux est comparable à celle des coefficients du réseau carré r4, pour le même espacement inter-capteurs. On n'observe pas de symétrie particulière parmi les coefficients de couplage entre le capteur central et les différents capteurs périphériques.

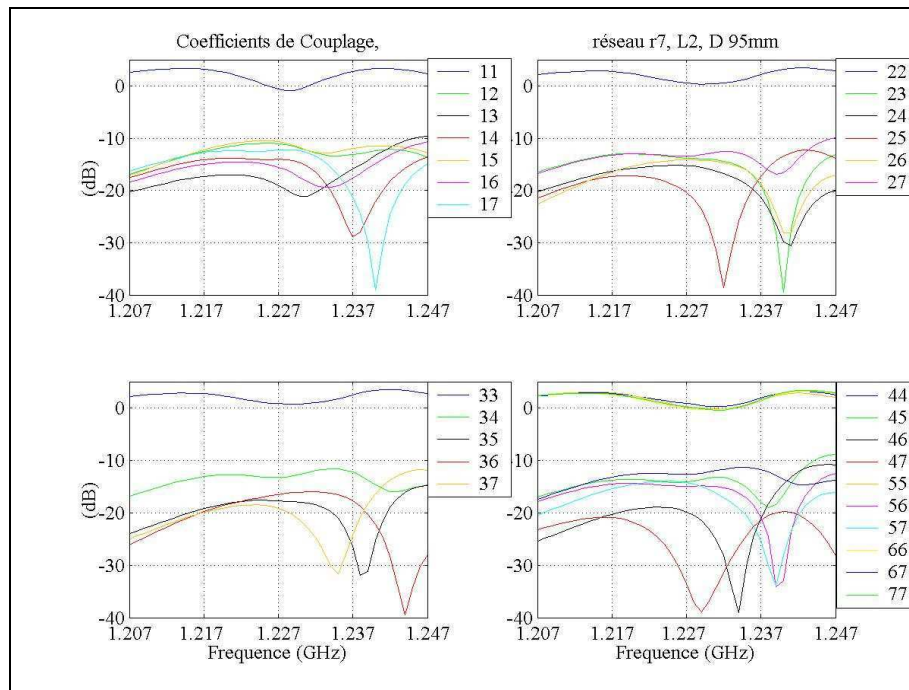


Fig. 4.28 : Variation des coefficients de couplage du réseau r7 dans la bande L2.

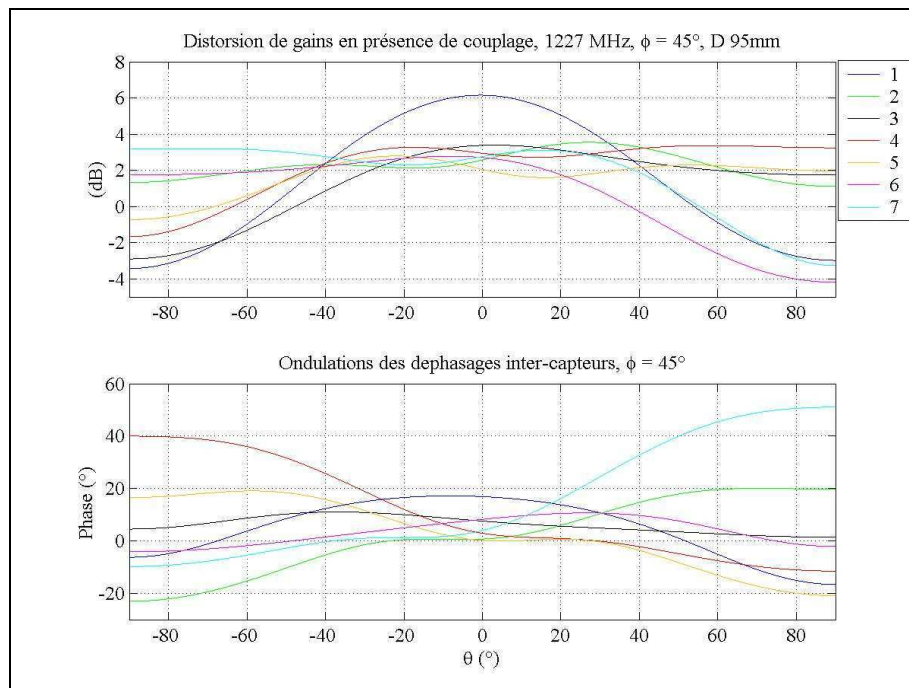


Fig. 4.29 : Distorsion de la réponse du réseau r7 sur L2, séparation de 95 mm.

La figure 4.29 présente les distorsions induites sur le vecteur directionnel au centre de la bande. Il apparaît que la directivité du capteur central est augmentée par les phénomènes de couplage, son gain est augmenté de 6 dB à incidence normale et est diminué de 3 dB à incidence

rasante. On peut vérifier à partir des tracés des capteurs 4 et 7 que les éléments périphériques ont tendances à déplacer leur gain vers les incidences rasantes du réseau. De même, les distorsions induites sur la phase du vecteur directionnel sont maximales pour les incidences rasantes.

La figure 4.30 présente le nombre de Taps nécessaires pour ramener la puissance interférente en-dessous des seuils de 3 et 5 dB au-dessus du niveau obtenu pour un capteur seul en présence de bruit thermique. Sur la partie gauche de la figure le réseau est sans défaut, sur la partie droite les phénomènes de couplage sont pris en compte.

CONFIDENTIEL

Fig. 4.30 : Puissance interférente rejetable, système parfait (gauche), couplage (droite), $r7$, $d = 95\text{mm}$, $DL +_{\text{dB}}$.

Dans le cas sans défaut, on observe qu'en présence de trois interférences, le réseau spatial $r7$ dispose encore de suffisamment de degrés de liberté pour être quasiment insensible à l'effet large bande. Par contre, en présence de six interférences, tous les degrés de liberté du réseau sont consommés et le besoin en Taps, pour lutter contre l'effet large bande, augmente plus rapidement que sur le réseau $r4$ plus petit. En particulier, le réseau nécessite au minimum $_Taps$ pour rejeter six interférences, même de faible puissance.

En présence de six interférences et des phénomènes de couplage, de la même manière que sur le réseau $r4$, on observe un seuil d'augmentation rapide du nombre de Taps requis. Ce seuil correspond approximativement au JNR pour lequel le réseau sans défaut à besoin de Taps supplémentaires pour lutter contre l'effet large bande. Au-delà, le réseau peut difficilement éliminer les interférences, toutefois un écart important en nombre de Taps requis est visible pour atteindre les seuils de 3 ou 5 dB au dessus du niveau obtenu avec un capteur seul en présence de bruit thermique. Lorsque seulement trois interférences sont présentes, le réseau dispose encore de la moitié de ses degrés de liberté spatiaux, le nombre de Taps augmente toujours avec la puissance des interférences, mais il n'y a pas de seuil sur le niveau de JNR.

CONFIDENTIEL

Finalement, le comportement du réseau se rapproche de celui du réseau carré $r4$: les phénomènes de couplages ne dégradent significativement les performances d'un réseau STAP que lorsque l'effet large bande se fait ressentir sur un réseau sans défaut.

4.6. Synthèse

Dans cette partie 4, nous nous sommes intéressés aux antennes et phénomènes de couplage. Ces derniers sont attribués aux champs qui existent à l'interface air - diélectrique. Ils engendrent un mélange des sorties des capteurs, ce qui contribue à déformer leurs diagrammes de rayonnement.

Les phénomènes de couplage peuvent être décrits à l'aide d'une matrice de mélange dont les coefficients évoluent dans la bande. De la même manière que pour les autres défauts de chaîne, cette dépendance en fréquence des coefficients de couplage engendre une augmentation du rang du sous-espace interférent, ce qui dégrade la capacité de réjection des réseaux. Cette matrice de mélange est indépendante des signaux reçus et en particulier de leurs DOA. Par contre, l'effet des phénomènes de couplage dépend des DOA considérées, ce qui les rend plus difficile à compenser que les autres défauts par traitement STAP.

CONFIDENTIEL

5. Conclusion générale

Au cours de cette thèse, nous avons identifié une faiblesse des systèmes de navigation par satellite. En dépit des propriétés des codes d'étalement utilisés, la faible puissance des signaux émis les rend sensibles à des interférences de forte puissance. En particulier, le code civil étant de courte durée, le spectre du signal est un spectre de raie et il est plus sensible à une interférence bande étroite mal placée. Le spectre des signaux militaires est continu, ce qui rend ces signaux plus sensibles à des interférences à large bande. De nombreuses études ont déjà été menées sur des filtres fréquentiels adaptatifs pour lutter contre le problème du brouillage, mais ces systèmes se révèlent inefficaces dans le cas de brouilleurs de forte puissance et à grande occupation spectrale.

Nous avons étudié, au cours de cette thèse, une autre voie basée sur l'utilisation de réseaux d'antennes, également adaptatifs, visant à rejeter les brouilleurs de forte puissance. Afin d'assurer une interchangeabilité totale avec une antenne générique, le réseau d'antenne sera placé en amont d'un récepteur classique et devra avoir un faible encombrement. De plus nous n'avons pu considérer que les réseaux mono-sorties, afin de minimiser l'interface avec le récepteur.

Le traitement spatial pur

Plusieurs classes de filtres spatiaux ont été envisagées selon la nature, linéaire ou quadratique, de la contrainte utilisée pour minimiser la puissance de sortie du réseau, et selon les informations a priori utilisées pour écrire la contrainte.

Les contraintes quadratiques ont rapidement été éliminées car la réponse du réseau s'est avérée trop instable pour être compatible avec un récepteur générique. L'exploitation des positions des satellites utiles pour écrire la contrainte n'a pas non plus été retenue, de part la contrainte de réseau mono-sortie, cette information supplémentaire peut permettre d'améliorer le SINR moyen, mais pas forcément la précision de localisation à complexité calculatoire équivalente, à cause de l'exigence mono-sortie du réseau.

Finalement, nous avons concentré notre étude autour des filtres adaptatifs dits "aveugles". Ces filtres se comportent bien face à des interférences à bande faible ou à puissance peu élevée. Si la bande brouillée et/ou la puissance interférente augmentent le nombre de signaux que le filtre pourra rejeter est réduit. En outre, les défauts technologiques de la chaîne RF dégradent la capacité de réjection des filtres, ils déforment la réponse en fréquence des différents canaux du réseau, ce qui étale artificiellement la région d'arrivée des signaux interférents et les rend plus difficiles à éliminer. En réponse à cette faiblesse des systèmes, nous avons envisagé la solution du filtrage adaptatif spatio-temporel (STAP).

Le traitement STAP

Le traitement spatio-temporel permet d'augmenter le nombre de degrés de liberté sans augmenter le nombre de capteurs (et donc la taille) des réseaux. Le filtre résultant est en mesure de rejeter plus d'interférences à bande étroite et est naturellement robuste aux multitrajets des signaux de forte puissance.

Cependant, ce type de filtre peut dégrader la qualité des signaux GNSS. Afin de prendre en compte cet aspect, nous avons modélisé la réponse de l'ensemble réseau STAP + corrélateur GNSS. Nous en avons déduit la forme du filtre le mieux adapté à notre contexte. Il résulte d'un compromis

complexité / performances et est capable de traiter simultanément les différentes modulations (BPSK et BOC) utilisées en Radionavigation par satellite. Globalement, le réseau STAP permet de mieux rejeter les signaux interférents de forte puissance en présence de défauts linéaires de chaîne.

CONFIDENTIEL

Les phénomènes de couplage

Enfin, nous nous sommes intéressés aux phénomènes de couplage qui n'ont pas été pris en compte jusque là. Ces phénomènes sont attribués aux champs qui existent à l'interface air - diélectrique. Ils engendrent un mélange des sorties des capteurs, ce qui contribue à déformer leurs diagrammes de rayonnement.

De la même manière que les autres défauts de chaîne, les phénomènes de couplage évoluent au sein de la bande de traitement. Le modèle permettant de les prendre en compte est indépendant des signaux interférents, et en particulier de leurs directions d'arrivées sur le réseau. Par contre l'effet des phénomènes de couplage est largement dépendant de ces directions. Cette dépendance spatio-fréquentielle les rend plus difficiles à compenser que les autres défauts par traitement STAP.

CONFIDENTIEL

Finalement, les phénomènes de couplages ne dégradent significativement les performances d'un réseau STAP que lorsque l'effet large bande se fait ressentir sur un réseau sans défaut.

CONFIDENTIEL

Miniaturisation des réseaux : un point dur technologique

Une clé de l'antibrouillage des signaux de navigation est la dimension des réseaux, qui peut constituer un obstacle à certaines applications. Les phénomènes de couplage constituent le facteur le plus limitant face au problème de miniaturisation des réseaux. Mais ce n'est pas le seul.

Nous avons vu que le nombre de Taps (lignes à retard) nécessaire pour éliminer des interférences à bande large en présence de défauts augmente avec la puissance des signaux à rejeter. C'est particulièrement le cas des signaux BOC dont l'énergie est éloignée du centre de la bande. Or les défauts des filtres agissent principalement sur les bords des bandes de traitement. La réponse des algorithmes d'élimination est donc mal maîtrisée en bord de bande. Une augmentation de la bande passante des filtres peut réduire cet effet, mais accentue l'effet large bande et diminue, en même temps, le seuil de puissance interférente à partir duquel les phénomènes de couplage pénalisent les algorithmes d'élimination.

A puissance de calcul fixée, la miniaturisation des réseaux passe donc par la limitation des phénomènes de couplage et de leurs variations dans la bande, mais également par la limitation des défauts des filtres RF en bord de bande.

ANNEXE 1 Quelques matrices spéciales [2]

a) Matrice antidiagonale \mathbf{J} :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Soit \mathbf{x} un vecteur colonne : $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$, on peut observer les propriétés suivantes :

- $\mathbf{J}^2 = \mathbf{I}$
- $\mathbf{J}^T = \mathbf{J}$
- $\mathbf{J} \cdot \mathbf{x} = [x_n \ \cdots \ x_2 \ x_1]^T$ et donc $\mathbf{x}^T \mathbf{J} = [x_n \ \cdots \ x_2 \ x_1]$

C'est-à-dire : \mathbf{J} est symétrique et est sa propre inverse ; le produit à gauche d'un vecteur colonne par \mathbf{J} a pour effet d'inverser l'ordre de ses éléments, de même que le produit à droite d'un vecteur ligne par \mathbf{J} .

b) Matrice persymétrique :

Une matrice persymétrique est une matrice $N \times N$ symétrique par rapport à l'antidiagonale. Exemple pour une matrice 4×4 :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{22} & a_{12} \\ a_{41} & a_{31} & a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$

On vérifie alors :

- $a_{i,j} = a_{N+1-j, N+1-i}$
- $\mathbf{A}^T = \mathbf{J} \mathbf{A} \mathbf{J}$
- $\mathbf{A} = \mathbf{J} \mathbf{A}^T \mathbf{J}$

Et, si \mathbf{A} est inversible, \mathbf{A}^{-1} vérifie les mêmes propriétés :

$$\mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{J} \mathbf{A}^T \mathbf{J})^{-1} = \mathbf{J}^{-1} (\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{J}^{-1} = \mathbf{J} \mathbf{A}^{-T} \mathbf{J}$$

c) Matrice centrohermitienne :

Une matrice centrohermitienne est persymétrique et hermitienne. Elle vérifie les propriétés suivantes :

- $a_{i,j} = a_{j,i}^* = a_{N+1-j, N+1-i} = a_{N+1-i, N+1-j}^*$
- $\mathbf{A} = \mathbf{A}^H = \mathbf{J} \mathbf{A}^* \mathbf{J}$

\mathbf{A}^{-1} vérifie les mêmes propriétés.

ANNEXE 2 Répartition des satellites GPS vus par une antenne dans le plan horizontal.

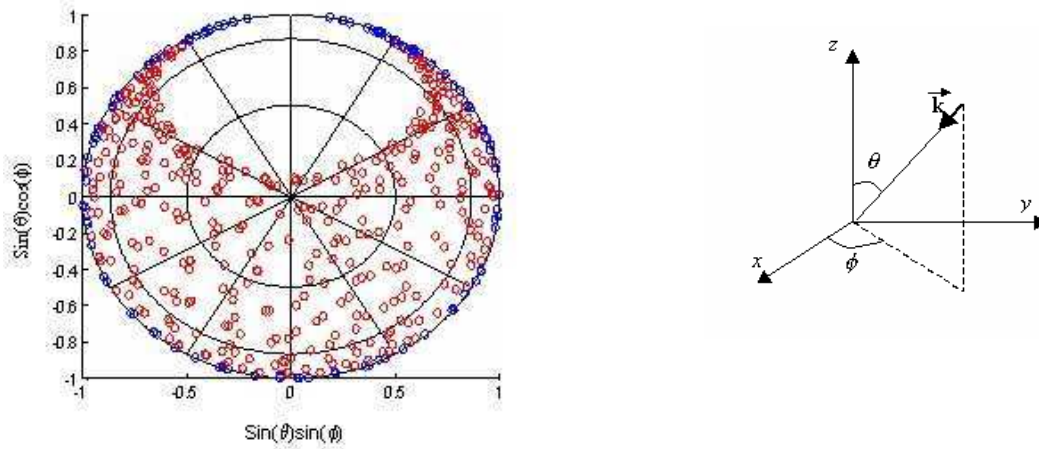


Fig. A2.1 : Antenne à Vernon (Lon 1°5, lat 49°1), 1 relevé des positions par ½ heure sur 24 heures.

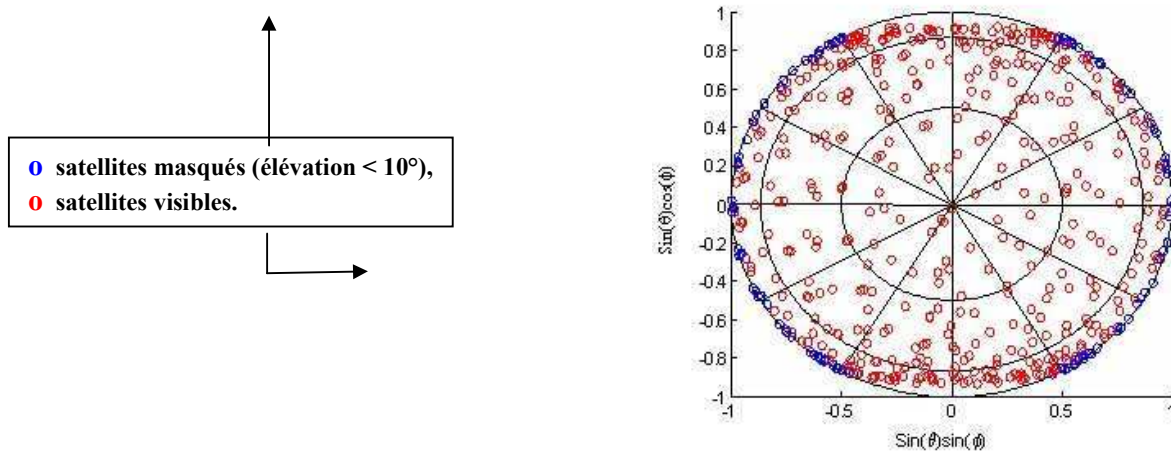


Fig. A2.2 : Antenne à l'équateur, 1 relevé des positions par ½ heure sur 24 heures.

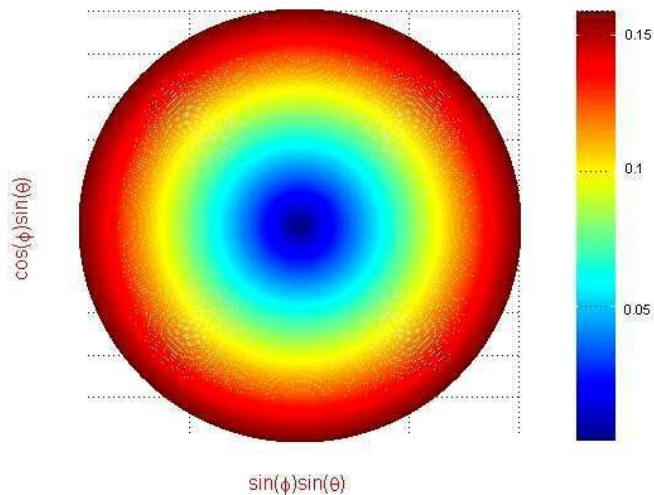
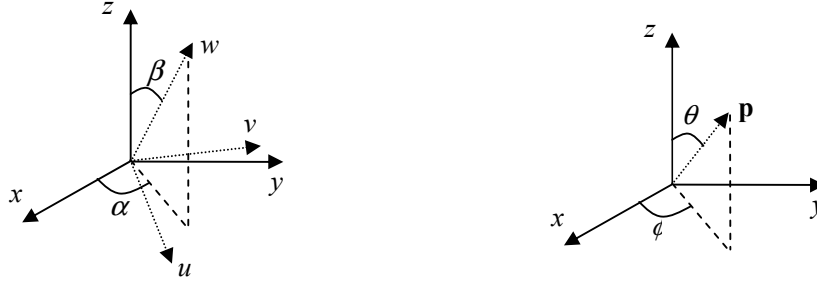


Fig. A2.3 : Modèle approché de la densité de probabilité de voir un satellite d'élévation θ , d'azimut ϕ (Coordonnées dans le repère lié à une antenne dans le plan horizontal).

ANNEXE 3 Angle d'incidence et changement de base



(x, y, z) et (u, v, w) 2 bases directes. Dans la base (u, v, w) , (u, v) définit un plan horizontal par rapport à la surface de la terre, (w) est dirigé vers le ciel. (x, y, z) est une base locale du porteur, (x, y) définit le plan du porteur, (z) est dirigé vers le haut. Les deux bases sont positionnées l'une par rapport à l'autre d'après les paramètres angulaire (α, β) . On s'intéresse à l'expression du sinus de l'angle d'incidence d'un rayon dans les deux bases.

Soit un vecteur unitaire \mathbf{p} défini par ses paramètres angulaires dans les 2 bases :

$$\mathbf{p}_{(x,y,z)} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) \sin(\theta) \\ \sin(\phi) \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} ; \quad \mathbf{p}_{(u,v,w)} = \begin{pmatrix} \cos(\phi_r) \sin(\theta_r) \\ \sin(\phi_r) \sin(\theta_r) \\ \cos(\theta_r) \end{pmatrix}$$

On définit les matrices de rotation de base :

$$\mathbf{R}_\alpha = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; \quad \mathbf{R}_\beta = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{pmatrix}$$

On peut alors écrire les relations de changement de base suivantes :

$$\mathbf{p}_{(x,y,z)} = \mathbf{R}_\alpha \mathbf{R}_\beta \mathbf{p}_{(u,v,w)} \quad \text{et} \quad \mathbf{p}_{(u,v,w)} = \mathbf{R}_\beta^T \mathbf{R}_\alpha^T \mathbf{p}_{(x,y,z)}$$

D'où :

$$\begin{pmatrix} \cos(\phi_r) \sin(\theta_r) \\ \sin(\phi_r) \sin(\theta_r) \\ \cos(\theta_r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) \cos(\phi - \alpha) \sin(\theta) - \sin(\beta) \cos(\theta) \\ \sin(\phi - \alpha) \sin(\theta) \\ \sin(\beta) \cos(\phi - \alpha) \sin(\theta) + \cos(\beta) \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

Or les angles d'incidence sont définis sur $[0 ; \pi]$, d'où finalement :

$$\sin(\theta_r) = \sqrt{1 - \cos^2(\theta_r)}$$

$$\sin(\theta_r) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta) \cos^2(\phi - \alpha) \sin^2(\theta) - \cos^2(\beta) \cos^2(\theta) - \sin(2\beta) \sin(\theta) \cos(\theta) \cos(\phi - \alpha)}$$

ANNEXE 4 Estimation non paramétrique de DOA [13]

Soit un réseau spatial sans défaut disposant de m capteurs. On considère un vecteur directionnel générique $\mathbf{a}(\theta, \phi)$ du réseau et on observe la puissance en sortie de formation de faisceau pour chaque couple (θ, ϕ) testé. On considère ici 2 formateurs particuliers : le formateur conventionnel (FFC, décrit au parag. 2.1.3) et le formateur de Capon (parag. 2.2.2.a).

a) FFC :

Le vecteur pondération \mathbf{w} du réseau vaut :

$$\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta, \phi)$$

La puissance moyenne en sortie du réseau est donc :

$$P(\theta, \phi) = E(\mathbf{w}^H \mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t) \mathbf{w}) = \mathbf{a}^H(\theta, \phi) \mathbf{R} \mathbf{a}(\theta, \phi)$$

Considérons le cas où un unique signal bande étroite est arrivé de la direction (θ_0, ϕ_0) avec la puissance P_0 , alors en remplaçant \mathbf{R} par son expression (2.47), la puissance de sortie s'écrit :

$$\begin{aligned} P(\theta, \phi) &= \mathbf{a}^H(\theta, \phi) \{ P_0 \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{a}^H(\theta_0, \phi_0) + \sigma^2 \mathbf{I} \} \mathbf{a}(\theta, \phi) \\ P(\theta, \phi) &= P_0 \left| \mathbf{a}^H(\theta, \phi) \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0) \right|^2 + \sigma^2 \mathbf{a}^H(\theta, \phi) \mathbf{a}(\theta, \phi) \end{aligned}$$

Et d'après Cauchy-Schwartz :

$$\begin{aligned} P(\theta, \phi) &\leq P_0 \left| \mathbf{a}^H(\theta, \phi) \mathbf{a}(\theta, \phi) \right| \left| \mathbf{a}^H(\theta_0, \phi_0) \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0) \right| + \sigma^2 \mathbf{a}^H(\theta, \phi) \mathbf{a}(\theta, \phi) \\ P(\theta, \phi) &\leq m(mP_0 + \sigma^2) = P(\theta_0, \phi_0) \end{aligned}$$

La puissance de sortie est maximale uniquement si $\theta = \theta_0$ et $\phi = \phi_0$.

La résolution de cet estimateur est liée au lobe du réseau, elle est donnée par θ_{3dB} (equ. 2.45).

b) Capon :

Comme précédemment, on considère un vecteur directionnel générique du réseau, mais on cherche cette fois à minimiser la contribution de toutes les autres directions. Le vecteur pondération est celui du formateur MPDR (equ. 2.53 & 2.58) :

$$\mathbf{w} = \left[\mathbf{a}^H(\theta, \phi) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \phi) \right]^{-1} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \phi)$$

La puissance moyenne en sortie du réseau est donc :

$$P(\theta, \phi) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta, \phi) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta, \phi)}$$

De même que précédemment, en présence d'un unique signal bande étroite, on peut écrire :

$$P(\theta, \phi) = \sigma^2 \left/ \left(m - \frac{P_0}{\sigma^2} \frac{|\mathbf{a}^H(\theta, \phi) \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0)|^2}{1 + m \frac{P_0}{\sigma^2}} \right) \right.$$

Et de la même façon, d'après Cauchy-Schwartz on a :

$$P(\theta, \phi) \leq P_0 + \frac{\sigma^2}{m} = P(\theta_0, \phi_0)$$

Où la puissance de sortie est maximale uniquement si $\theta = \theta_0$ et $\phi = \phi_0$.

La méthode de Capon procure une résolution supérieure à la FFC puisque pour chaque direction testée on minimise la contribution des autres sources à la puissance totale en sortie du réseau.

La figure A4.1 illustre cette observation, on y présente la répartition spatiale de l'énergie vue par le réseau carré r4 au centre de la bande, lorsque celui-ci est en présence des signaux à large bande 1 & 2 (voir Fig2.8), respectivement 20 & 40 dB au dessus du plancher de bruit thermique. La sortie de l'estimateur FFC est normalisée par m^2 de manière à avoir la même dynamique pour les 2 graphes.

Les 2 estimateurs détectent bien un maximum d'énergie pour une direction correspondant à la DOA réelle de chaque signal : les estimateurs sont non biaisés. Toutefois, la résolution n'est pas la même dans les 2 cas : sur la partie gauche de la figure (Capon) on note une certaine étendue spatiale apparente du signal 2 en particulier (JNR = 40dB) due à l'effet large bande (voir parag. 2.5.1) ; sur la partie droite de la figure (FFC), ce même signal semble provenir d'une région bien plus vaste.

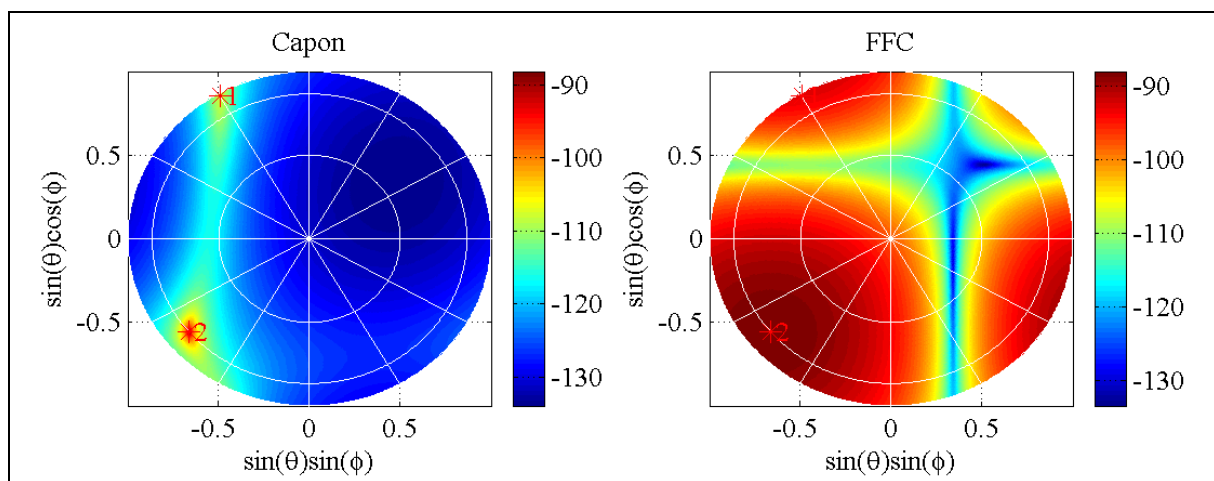


Fig. A4.1 : Comparaison des estimateurs de DOA de Capon et FFC sur le réseau r4.

ANNEXE 5 Matrice de corrélation d'un signal échantillonné

a) Préambule :

On considère l'étude des signaux complexes échantillonnés à la fréquence Fe . On se place dans l'espace E_N des vecteurs composés de N points successifs de ces signaux.

Soit la famille $(\mathbf{e}f_n)_{n=0..N-1}$ définie par :

$$\begin{cases} f_n = \frac{n}{N} Fe, \quad Te = 1/Fe \text{ et} \\ \mathbf{e}f_n = [1 \quad \exp(-2i\pi \cdot f_n \cdot Te) \quad \cdots \quad \exp(-2i\pi \cdot f_n \cdot (N-1)Te)]^T \end{cases}$$

On calcule le produit scalaire de 2 termes de cette famille :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}f_k^H \mathbf{e}f_p &= \sum_{n=0}^{N-1} \exp(-2i\pi(f_p - f_k)nTe) = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\exp\left(-2i\pi \frac{p-k}{N}\right) \right)^n \\ \mathbf{e}f_k^H \mathbf{e}f_p &= \frac{1 - \exp(-2i\pi(p-k))}{1 - \exp\left(-2i\pi \frac{p-k}{N}\right)} = N \times \delta_{k,p} \end{aligned}$$

La famille $(\mathbf{e}f_n)_{n=0..N-1}$ constitue donc une base orthogonale de E_N .

b) Valeurs propres :

La matrice \mathbf{R} de corrélation d'ordre N d'un signal ' $x(t)$ ' échantillonné s'écrit :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r(0) & r(Te) & \cdots & \cdots & r((N-1)Te) \\ r(-Te) & r(0) & r(Te) & & \vdots \\ \vdots & r(-Te) & r(0) & r(Te) & \vdots \\ \vdots & & r(-Te) & r(0) & r(Te) \\ r(-(N-1)Te) & \cdots & \cdots & r(-Te) & r(0) \end{bmatrix}$$

où $r(t)$ la fonction d'autocorrélation du signal.

Supposons que la Densité Spectrale de Puissance (DSP) du signal puisse être approchée par un spectre discret de N points régulièrement espacés en fréquence :

$$S(f) \cong \sum_{n=0}^{N-1} P_n \cdot \delta(f - f_n)$$

Alors \mathbf{R} peut s'écrire :

$$\mathbf{R} = TF^{-1}[\mathbf{e}f \cdot \mathbf{e}f^H \times S(f)](t=0) \text{ avec } \mathbf{e}f = [1 \quad \exp(-2i\pi \cdot f \cdot Te) \quad \dots \quad \exp(-2i\pi \cdot f \cdot (N-1)Te)]^T$$

donc :

$$\mathbf{R}(l, c) = TF^{-1} \left[\exp(-2i\pi f [l-c]Te) \times \sum_{n=0}^{N-1} P_n \cdot \delta(f - f_n) \right] (t=0)$$

$$\mathbf{R}(l, c) = \left[\delta(t - [l-c]Te) * \sum_{n=1}^{N-1} P_n \exp(2i\pi f_n t) \right] (t=0)$$

$$\mathbf{R}(l, c) = \sum_{n=1}^{N-1} P_n \exp(-2i\pi f_n [l-c]Te).$$

Finalement :

$$\mathbf{R} = \sum_{n=0}^{N-1} P_n [\mathbf{e}f_n \mathbf{e}f_n^H]$$

\mathbf{R} est donc diagonalisable dans la base orthogonale décrite ci-dessus, ses valeurs propres sont les coefficients du spectre discrétisé du signal. Dans ce cas, l'approximation discrète du spectre doit être calculée de la manière suivante :

$$P_n = \frac{1}{N^2} \mathbf{e}f_n^H \mathbf{R} \mathbf{e}f_n = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} r[(k-p)Te] \exp(-2i\pi \cdot f_n (k-p)Te)$$

avec, si E désigne l'espérance mathématique :

$$r[(k-p)Te] = E(x(t-pTe)x^*(t-kTe))$$

et donc :

$$P_n = \frac{1}{N^2} E \left(\sum_{k=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} x(t-pTe)x^*(t-kTe) \exp(-2i\pi \cdot [f_n (k-p)Te + t-t]) \right)$$

$$P_n = \frac{1}{N^2} E \left(\sum_{p=0}^{N-1} x(t-pTe) \exp(-2i\pi \cdot f_n [t-pTe]) \sum_{k=0}^{N-1} x^*(t-kTe) \exp(2i\pi \cdot f_n [t-kTe]) \right)$$

$$P_n = \frac{1}{N^2} E \left(\left| \sum_{p=0}^{N-1} x(t-pTe) \exp(-2i\pi \cdot f_n [t-pTe]) \right|^2 \right)$$

$$P_n = \frac{1}{N^2} E(S_{x(t)}(f_n))$$

où $S_{x(t)}(f_n)$ représente le module carré de la TFD de 'x' calculée à un instant 't' et prise à la fréquence 'f_n'.

Finalement, les valeurs propres de \mathbf{R} représentent N^{-2} fois la moyenne statistique des coefficients du module carré de la Transformée de Fourier Discrète du signal. Soit, à condition que la densité de puissance du signal considéré soit suffisamment régulière : les valeurs propres de \mathbf{R} représentent les puissances moyennes de chacune des N sous bandes (régulièrement espacées) de la densité spectrale de puissance du signal.

En pratique, la base orthogonale diagonalisant \mathbf{R} ne correspond pas tout à fait à (e^{jf_n}) . On choisit alors d'en proposer une représentation en positionnant les valeurs propres de \mathbf{R} aux fréquences les plus caractéristiques de la base de vecteurs propres $(\mathbf{v}_p)_{p=1..N}$ obtenue. Ces fréquences $(f_p)_{p=1..N}$ sont déterminées de la manière suivante :

$$f_p = \arg \max_f \left(\frac{\|e^{jf} \cdot \mathbf{v}_p\|}{\|e^{jf}\| \times \|\mathbf{v}_p\|} \right)$$

Les coefficients du spectre discrétisé du signal ne sont plus régulièrement espacés en fréquence, cependant ils permettent tout de même d'approcher l'allure du spectre réel. Cette approximation se vérifie d'autant mieux que le nombre de Taps augmente. Ces remarques sont illustrées sur la figure A4.1 ci-dessous à partir d'un bruit blanc complexe et d'un PRN modulé en BOC(15,2.5) cosinus. Les signaux traversent un banc de quatre filtres passe-bas de Chebyshev en cascade d'ordres 2, 4, 4, 2 et de fréquences de coupure 40MHz pour le premier et 20MHz pour les suivants, ils sont ensuite échantillonnés à 50 MHz.

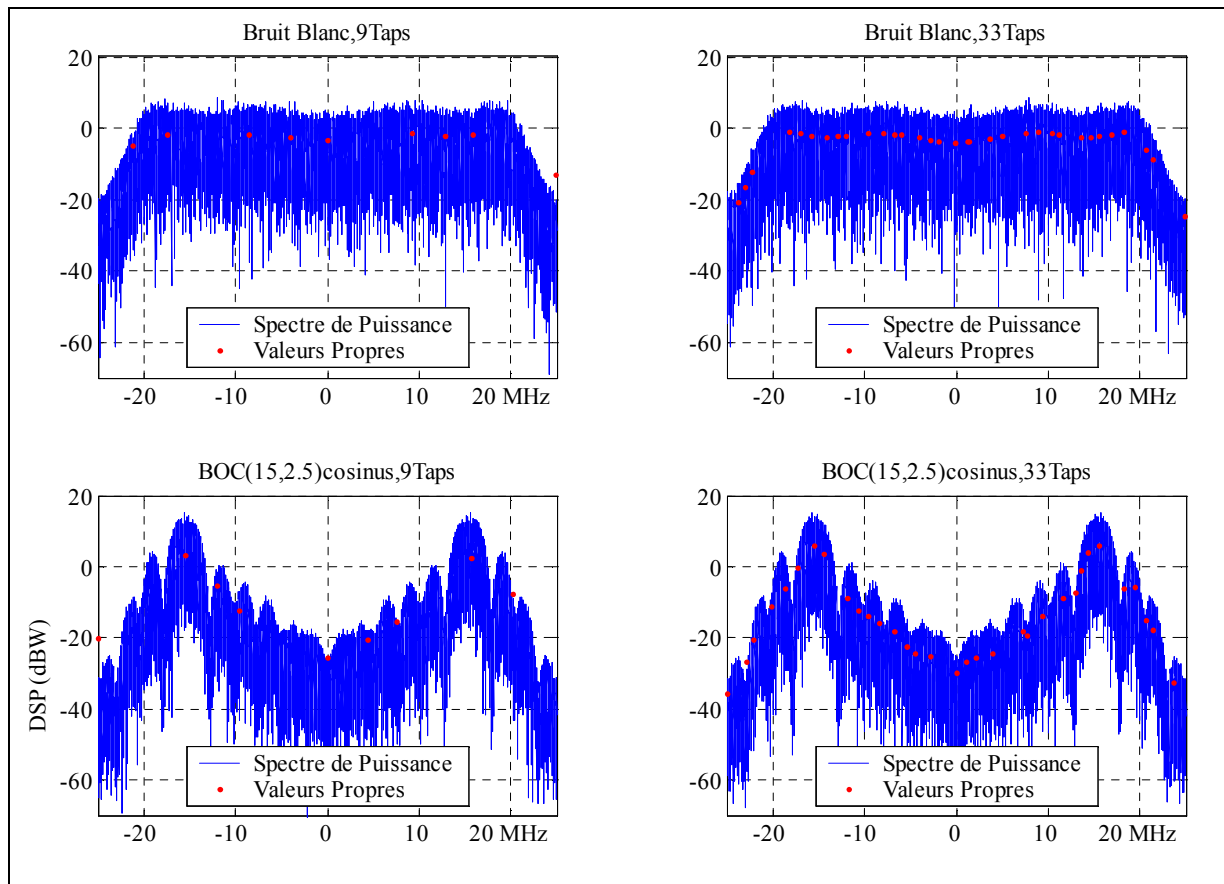


Fig. A5.1 : Valeurs propres des matrices de corrélation temporelles.

BIBLIOGRAPHIE

Partie I

- [1] **“Vulnerability Assessment of the Transportation Infrastructure Relying on the Global Positioning System”**, John A. Volpe for the Office of the Assistant Secretary for Transportation Policy, U.S. Department of Transportation, August 29, 2001.
- [2] **“Techniques de Robustesse aux Brouilleurs pour les Récepteurs GPS”**, Thèse R. Jr. Landry, Décembre 1997.
- [3] **“Understanding GPS: Principles and Applications”**, Elliot D. Kaplan, 1996 Artech House, inc.
- [4] **“A GPS Tutorial”**, JAVAD Positioning System.
- [5] **“L1 band part of Galileo Signal in Space ICD (SIS ICD)”**, Galileo Joint Undertaking, 2005.
- [6] **“BOC(x,y) signal acquisition techniques and performances”**, N. Martin, V. Leblond, G. Guillotel, V. Heiries, THALES Avionics.
- [7] **“Binary Offset Carrier Modulations for Radionavigation”**, J.W. Betz, Journal of The Institute of Navigation Vol.48, No.4 Winter 2001-2002
- [8] **“BOC Modulation Waveforms”**, A.R. Pratt, J.I.R Owen.
- [9] **“Candidate Designs for an Additional Civil Signal in GPS Spectral Bands”**, J.W. Betz, The MITRE Corporation, Major D.B. Goldstein, GPS Joint Program Office, Janvier 2002.
- [10] **“GPS/Galileo Interference Analysis Cross Correlation and Doppler Analysis in L1”**, O. Nouvel, CNES DTS/AE/TTL/RN/2001-061.
- [11] **“GPS and Galileo Interoperability: Where are we? Needs and Benefits for Cartography.”**, S. Hernandez Ariño, D. Cocho Gonzales.

Partie II

- [12] **“Optimum Array Processing, Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory”**, H. L. Van Trees, WILEY-INTERSCIENCE 2002.
- [13] **“Introduction au Traitement d’Antennes”**, O. Besson.
- [14] **“Adaptive Antenna Arrays for Interference Cancellation in GPS and Glonass Receivers”**, D-J. Moelker, E. Van der Pol, Dr. Y. Bar-Ness, IEEE 1996.
- [15] **“An Optimal Array Processor for GPS Interference Cancellation”**, D-J. Moelker, Dr. Y. Bar-Ness, IEEE 1996.

- [16] **“A New Adaptive Antenna Array for GNSS Interference Cancellation.”**, G. Carrie, F. Vincent, T. Deloues, D. Pietin, A. Renard, Proc. 39th Asilomar Conf. Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, Oct. 2005. (IEEE)
- [17] **“Study of the User Equivalent Range Error for Global Navigation Satellite System”**, F. Petitprez, Master Thesis, ENSICA, DLR, August 2004.
- [18] **“Sample Size Considerations for Adaptive Arrays”**, D. M. Boroson, IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRIC SYSTEMS, vol. AES-16, n^o4, July 1980, pp446-451.
- [19] **“How Narrow is Narrowband?”**, M. Zatman, IEE Proc. Radar, Sonar Navig., Vol 145, No.2, April 1998.
- [20] **“Wideband Cancellation of Interference in a GPS Receive Array”**, R.L. Fante, J.J. Vaccaro, IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRIC SYSTEMS, vol. 36, n^o2, April 2000.
- [21] **“Small Controlled Reception Pattern Antenna (S-CRPA) Design and Test Results”**, Dr. H-W. Tseng and Atterberg, Proceedings of 26th JSDE Conference, Ventura County, CA, October 2000.
- [22] **“Miniaturization of L1/L2 Anti-Jam GPS Antenna Array”**, Z-B. Lin, R. Castillo, J. J-Q. Lin, S. Robin, Sensor Systems, ION GPS 2002, 24-27 Sept 2002, Portland, OR.
- [23] **“Jammer Cancellation with Adaptive Arrays for GPS Signals”**, A. Gecan, P. Flikkema, A. D. Snider, IEEE 1996.

Partie III

- [20] **“Wideband Cancellation of Interference in a GPS Receive Array”**, R.L. Fante, J.J. Vaccaro, IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRIC SYSTEMS, vol. 36, n^o2, April 2000.

Partie IV

- [24] **“Microstrip Antenna Design Handbook”** R.Garg, P. Bhartia, I. Bahl, A. Ittipiboon, ARTECH HOUSE.
- [25] **“Antenna Theory, Third Edition, Analysis and Design”** Constantine A. Balanis, WILEY-INTERSCIENCE 2005.
- [22] **“Miniaturization of L1/L2 Anti-jam GPS Antenna Array”**, Z-B. Lin, R. Castillo, J. J-Q. Lin, S. Robin, Sensor Systems, ION GPS 2002, 24-27 September 2002, Portland, OR.
- [26] **“Characterizing the Effects of Mutual Coupling on the Performance of a Miniaturized GPS Adaptive Antenna Array”**, B. Rama Rao, J.H. Williams, C.D. Boshen, J.T. Ross, E.N. Rosario, R.J. Davis, The MITRE Corporation, ION GPS 2000, 19-22 Sept. 2000, Salt Lake City, UT.

- [27] **“Technique for Extension of Small Antenna Array Mutual-Coupling Data to Larger Antenna Arrays”**, M.C. Bailey, NASA Technical Paper 3603, August 1996.
- [28] **“Input Impedance and Mutual Coupling of Rectangular Microstrip Antennas”**, D. M. Pozar, IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION, vol. AP-30, n° 6, November 1982.
- [29] **“Effects of Mutual Coupling on the Performance of Adaptive Arrays”**, I. J. Gupta, A. A. Ksienski, IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION, vol. AP-31, n° 5, September 1983.
- [30] **“Effects of Mutual Coupling on the Performance of STAP Antenna Arrays”**, E. M. Friel, K. M. Pasala, IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS, Vol. 36, n°2 April 2000.
- [31] **“Methods of Mitigating the Effects of Mutual Coupling in Antenna Arrays: A Signal Processing Approach”**, Thomas Svantesson, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.