

**This document must be cited according to its final version  
which is the Ph.D. thesis:**

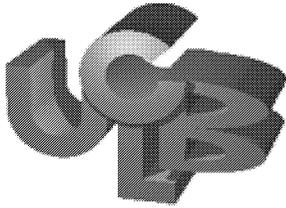
**Pascal Dufour<sup>1</sup>,  
« Contribution à la commande prédictive  
des systèmes à paramètres répartis non linéaires »,  
UCBL1, 17 Mai 2000  
Advisor : Y. Touré<sup>1</sup>.**

**All open archive documents of Pascal Dufour are available at:  
<http://hal.archives-ouvertes.fr/DUFOUR-PASCAL-C-3926-2008>**

**The professional web page (Fr/En) of Pascal Dufour is:  
<http://www.lagep.univ-lyon1.fr/signatures/dufour.pascal>**

1

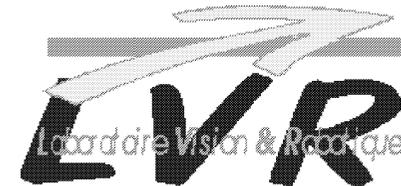
Université de Lyon, Lyon, F-69003, France; Université Lyon 1;  
CNRS UMR 5007 LAGEP (Laboratoire d'Automatique et de Génie des Procédés),  
43 bd du 11 novembre, 69100 Villeurbanne, France  
Tel +33 (0) 4 72 43 18 45 - Fax +33 (0) 4 72 43 16 99  
<http://www-lagep.univ-lyon1.fr/> <http://www.univ-lyon1.fr> <http://www.cnrs.fr>



## Contribution à la commande prédictive

## des systèmes à paramètres répartis non linéaires

Thèse soutenue par : Pascal DUFOUR  
Directeur de thèse : Pr. Youssefi TOURE



# Plan

- Position de l'étude :
  - + Classe de systèmes considérée
  - + Objectifs de commande
- Stratégie de commande :
  - + Stratégie de commande prédictive
  - + Problématiques de commande sous contraintes hors ligne et en temps réel
- Méthode de résolution :
  - + Prise en compte des contraintes
  - + Problématiques de commande non contraintes hors ligne et en temps réel
  - + Algorithme utilisé pour la commande en temps réel
- Résultats :
  - + en simulation de commande hors ligne
  - + expérimentaux de commande en temps réel

## Contexte

Conduite de procédés de plus en plus complexes :

↪ nécessité d'une **description** de plus en plus **fine**

↪ modèles de plus en plus complexes :

- aspect dynamique
- comportements physiques non linéaires
- **variables indépendantes d'espace**

↪ systèmes **non linéaires** d'équations **aux dérivées partielles**.

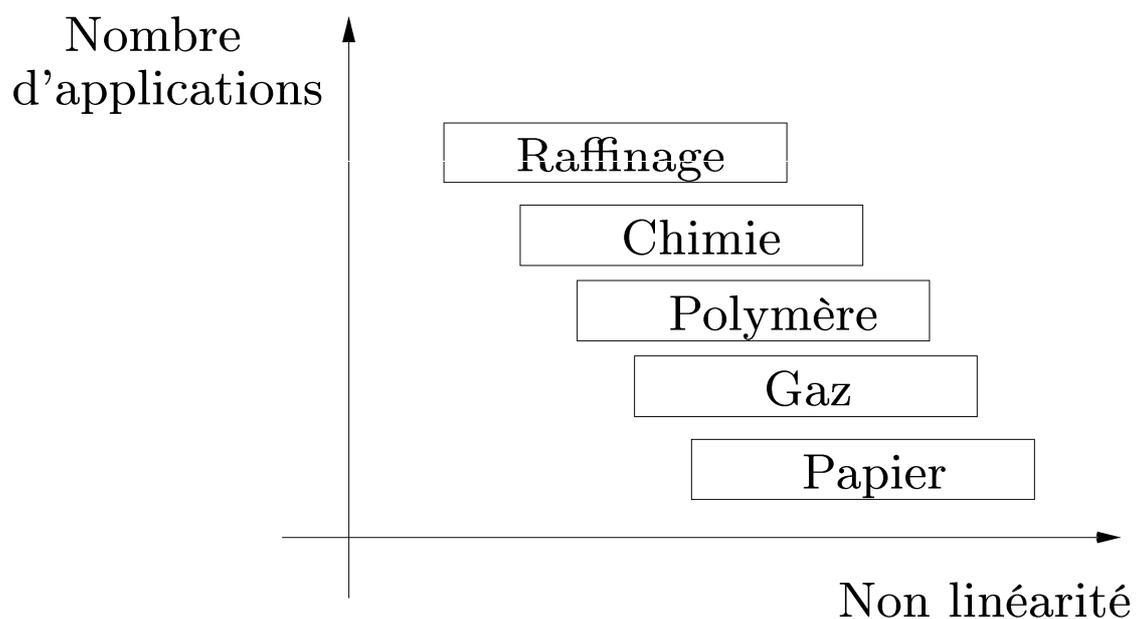
## Objectifs

**Étendre l'utilisation** de la stratégie de **commande prédictive** de systèmes décrits par des **équations aux dérivées ordinaires** à des systèmes décrits par des **équations aux dérivées partielles** .

# Applications industrielles

## de la commande prédictive

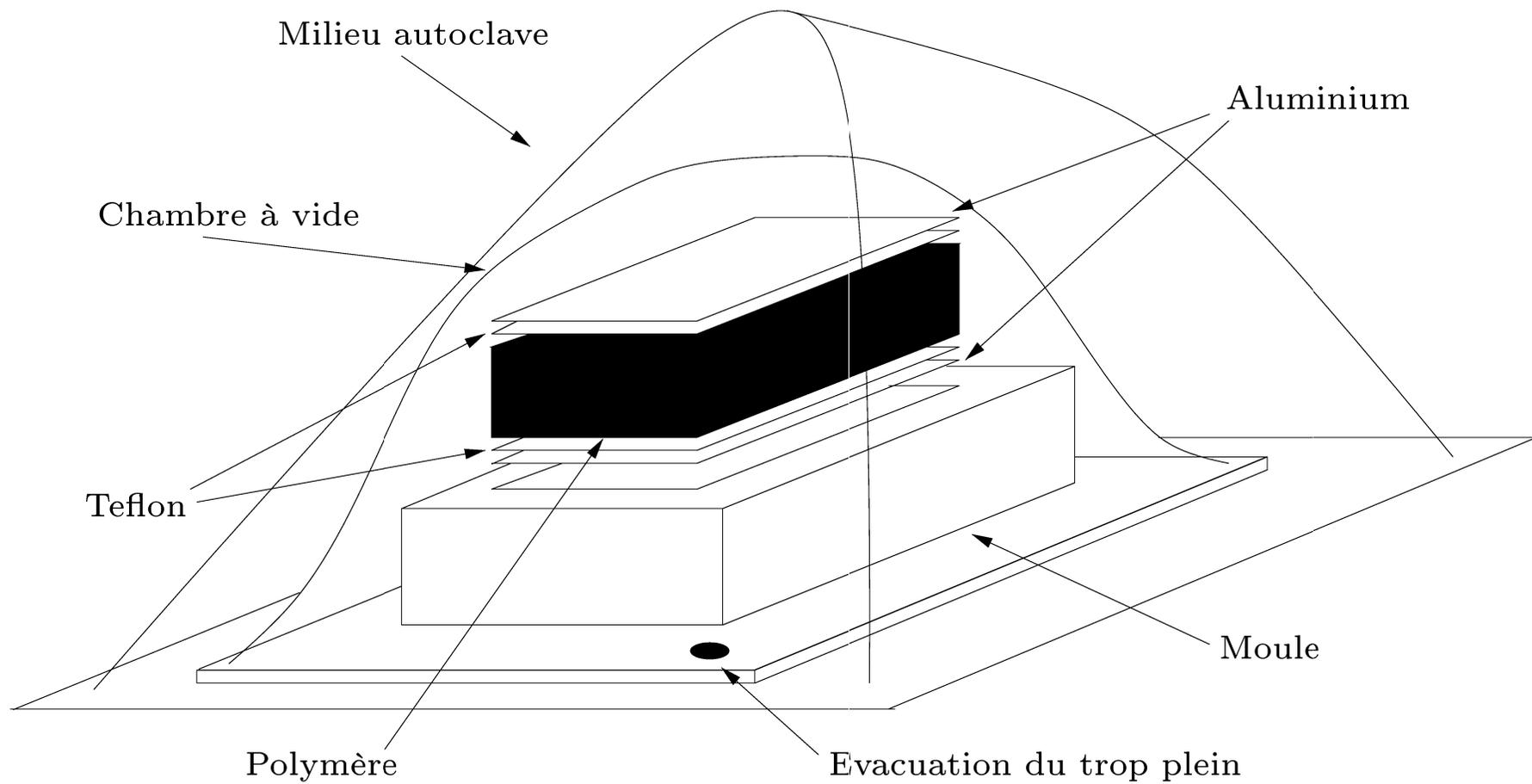
Domaines	Nombre d'applications
Raffinage	1513
Chimie	520
Alimentaire	50
Papier	46
Air et gaz	28
Polymère	16
Autre	85
Total	2258



## Démarche

- Analyser des **problèmes concrets** existants en **Génie des Procédés**.
- Étudier la faisabilité, les difficultés rencontrées pour l'extension de la stratégie de commande prédictive.
- Proposer si possible une **méthode** pour **une classe de ce type** de systèmes.

# Procédé de cuisson par autoclave

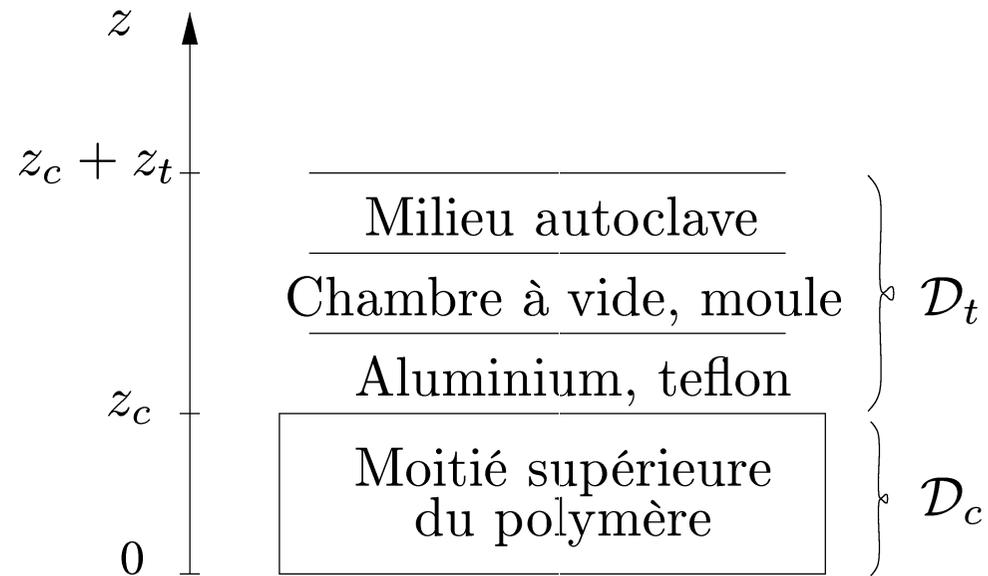


## Problématique

Détermination de la conduite optimale sujette aux contraintes :

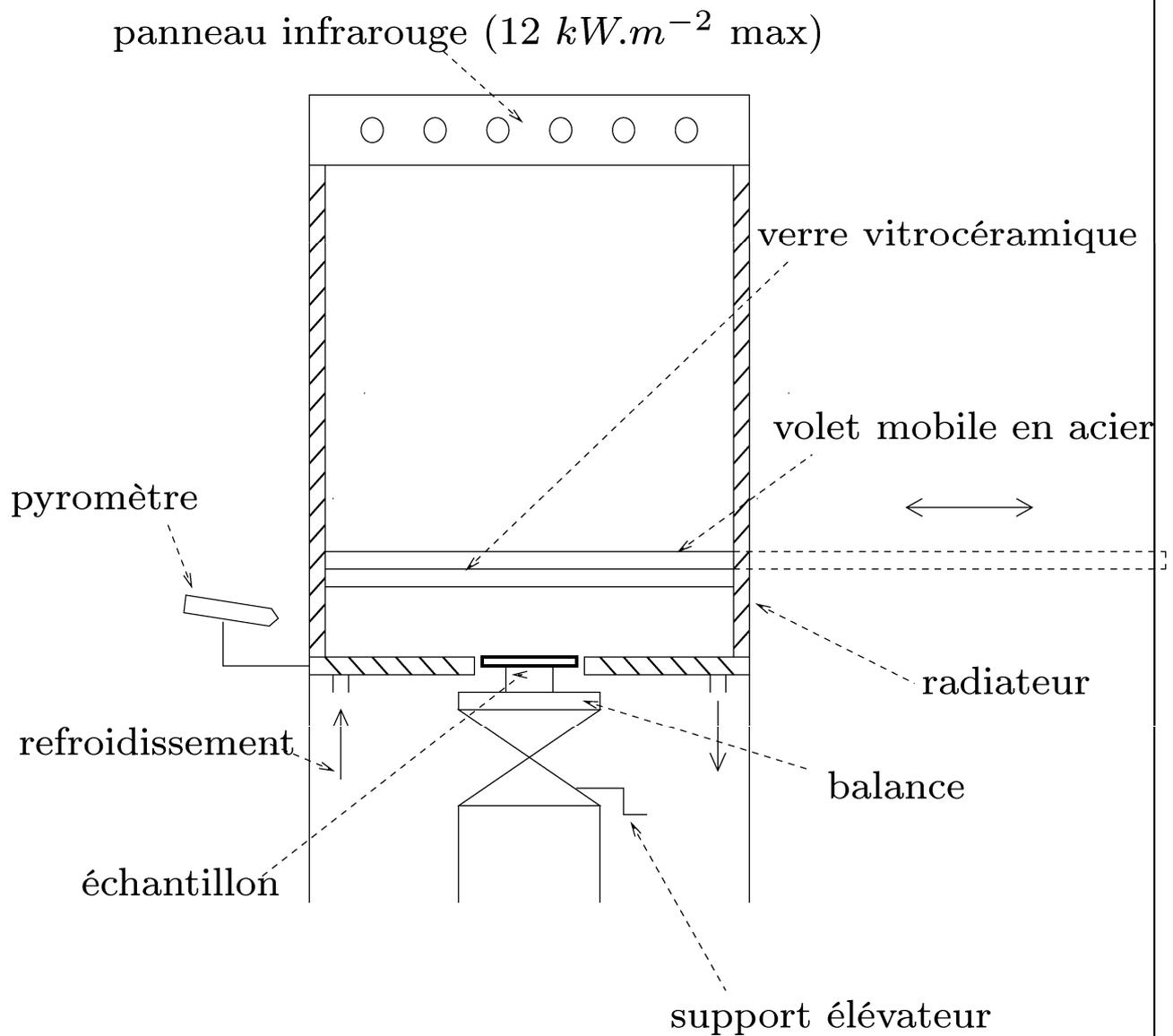
- la cuisson soit effective en temps minimal
- la différence de température entre les surfaces et le centre soit minimale
- la fin de cuisson se fasse de l'intérieur vers l'extérieur

## Domaines spatiaux

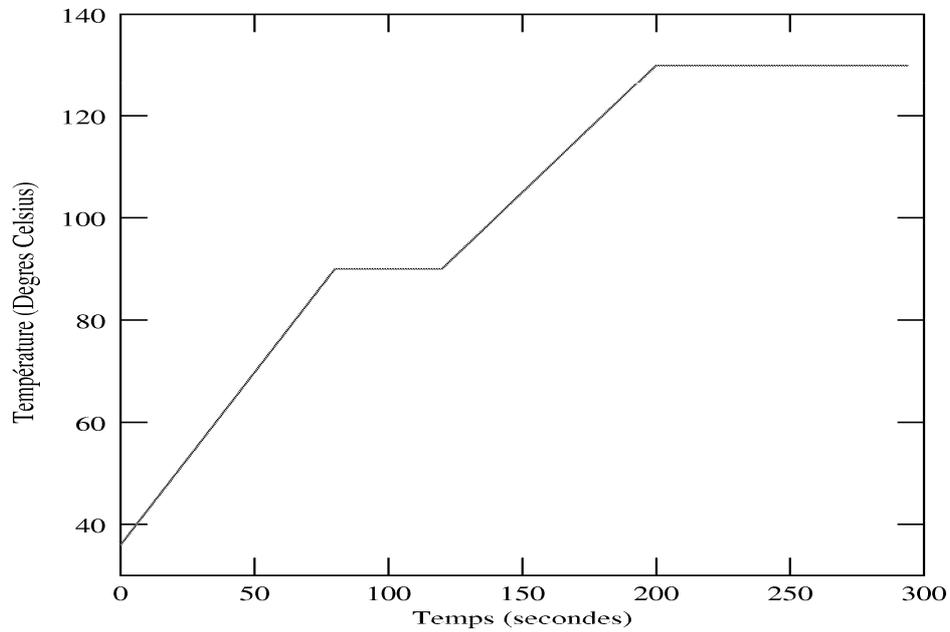


# Séchage de peinture

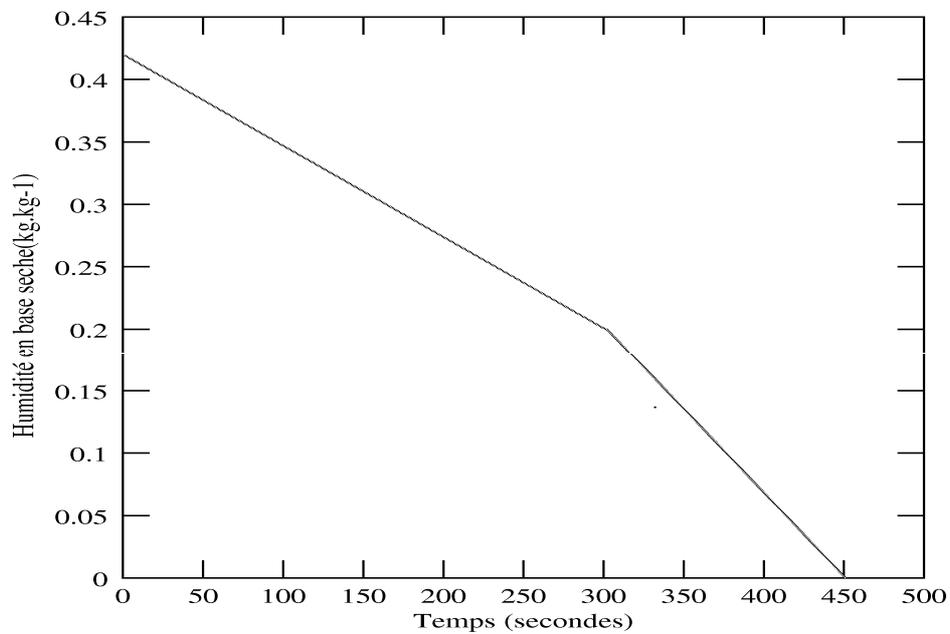
## par rayonnement infrarouge



# Problématique de commande

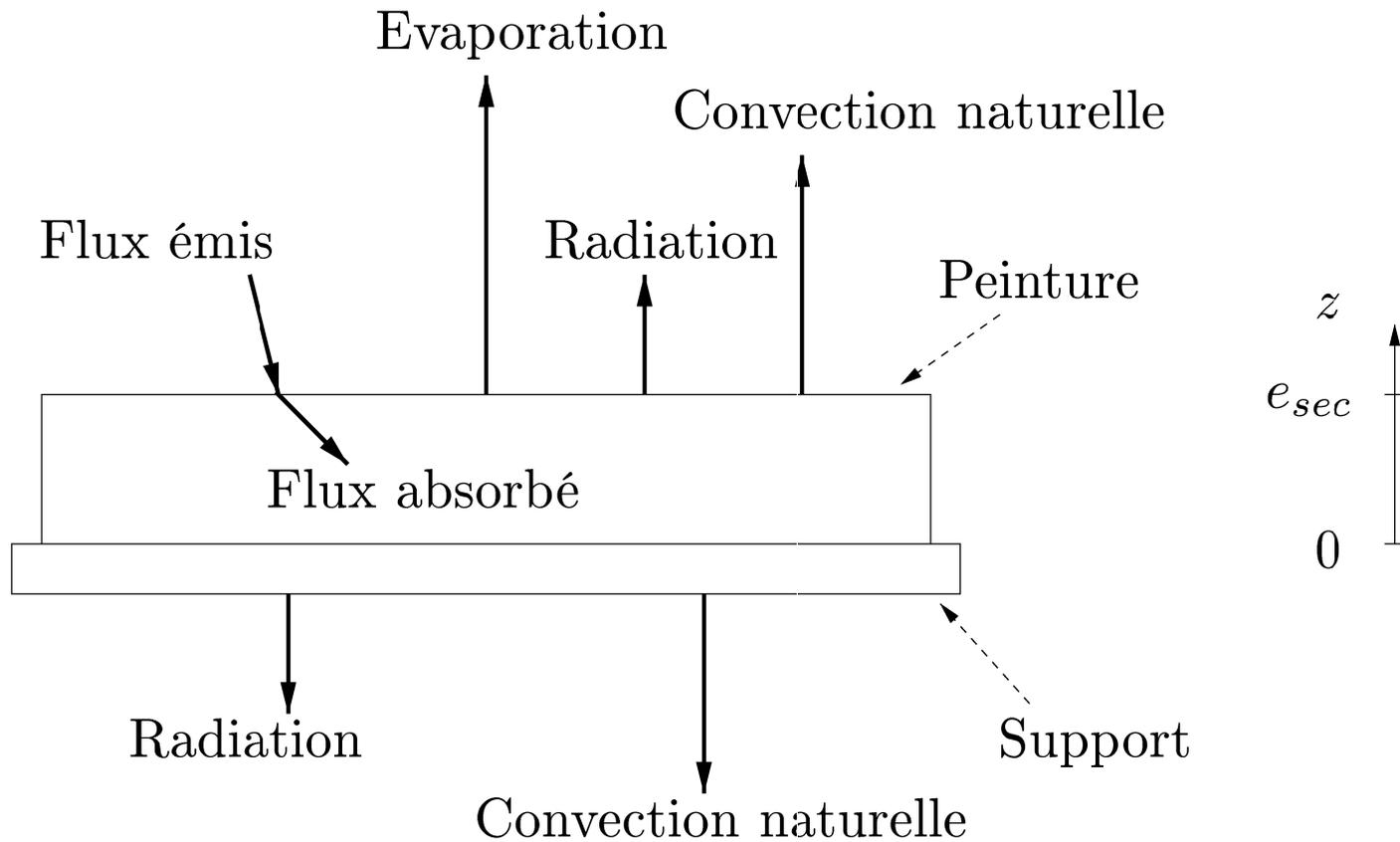


## Trajectoire de référence en température



## Trajectoire de référence en humidité

# Domaines spatiaux



**Classe formelle de systèmes**

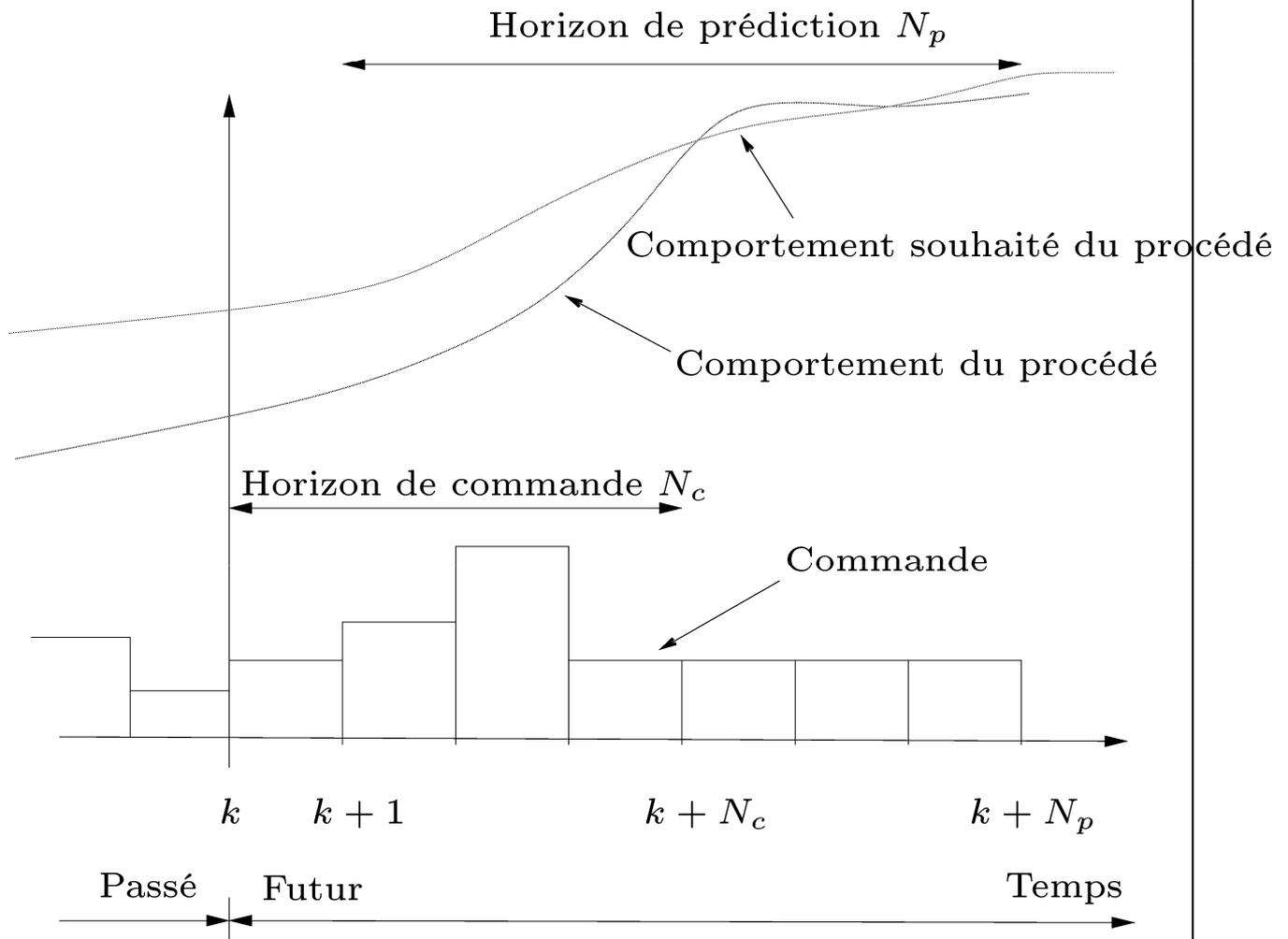
**non linéaires considérée**

$$(\mathcal{S}_{NL}) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial t} = F_d(x) \text{ sur } \Omega \times ]0, +\infty[ \\ F_b(x, u) = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times ]0, +\infty[ \\ y_m = Cx \text{ sur } \bar{\Omega} \times ]0, +\infty[ \\ x(z, 0) = x_i(z) \text{ avec } z \in \bar{\Omega} \end{array} \right. \quad (1)$$

avec les opérateurs  $F_d$  et  $F_b$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_d(.) = \left| \begin{array}{l} A(., \nabla.) \text{ pour } (\mathcal{S}_1) \\ A + f(.) \text{ pour } (\mathcal{S}_2) \end{array} \right. \\ F_b(., u) = \left| \begin{array}{l} h(., u) + B(., \nabla.) \text{ pour } (\mathcal{S}_1) \\ h(., u) + B \text{ pour } (\mathcal{S}_2) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2)$$

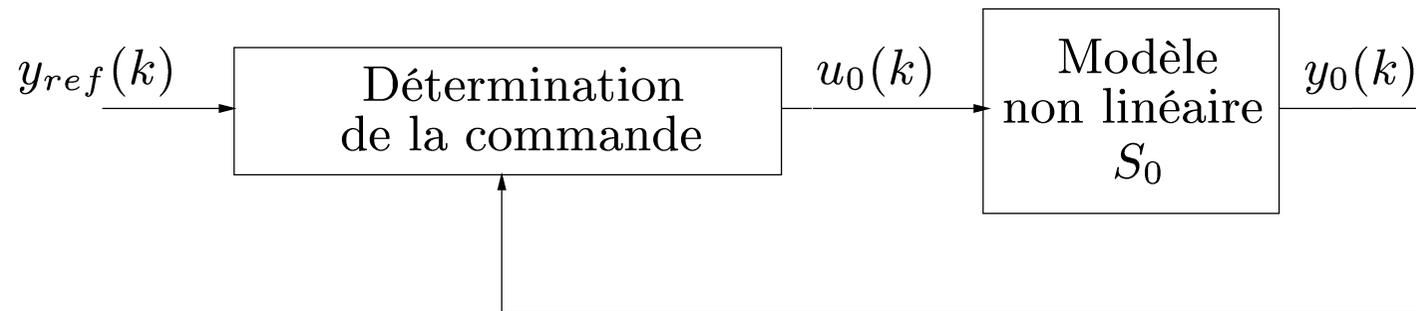
# Stratégie de commande prédictive



Problèmes engendrés :

- aspect temps réel
- synthèse : choix des horizons
- aspects structurels (faisabilité a priori, stabilité)

## Structure de commande hors ligne



## Problème de commande hors ligne sous contraintes

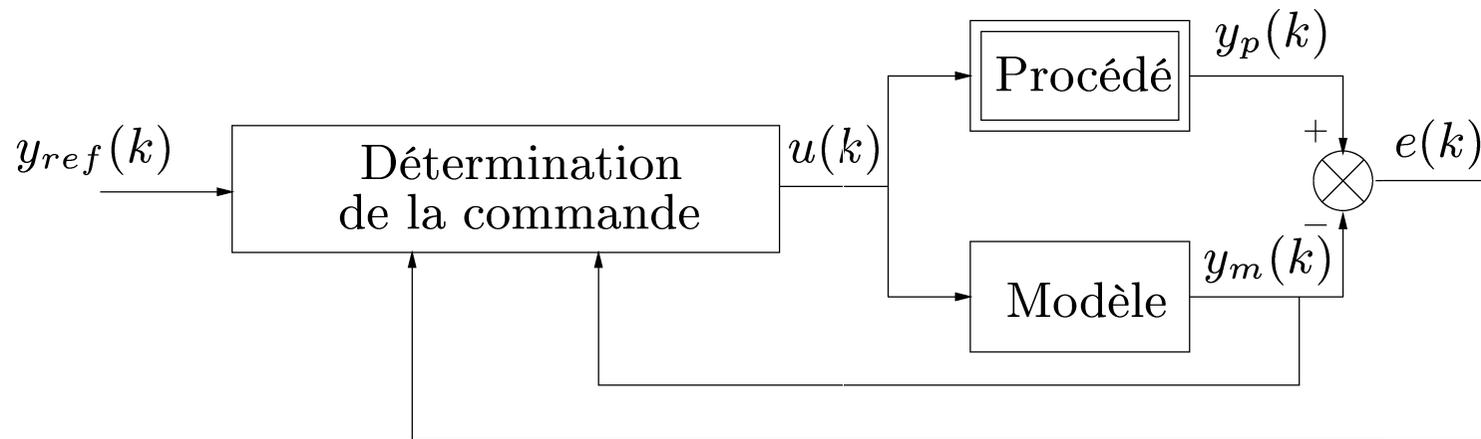
$$\min_{\tilde{u}_0} J(\tilde{u}_0) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} g(u_0(j-1), y_0(j))$$

$$\tilde{u}_0 = [u_0(k) \dots u_0(k + N_c - 1)]^T$$

$$c_i(u_0(j-1), y_0(j)) \leq 0 \quad (i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J} = \{k+1, \dots, k+N_p\})$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial x_0}{\partial t} = F_d(x_0) \text{ sur } \Omega \times ]0, +\infty[ \\
 & F_b(x_0, u_0) = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times ]0, +\infty[ \\
 & y_0 = Cx_0 \text{ sur } \bar{\Omega} \times ]0, +\infty[ \\
 & x_0(z, 0) = x_{0.i}(z) \text{ avec } z \in \bar{\Omega}
 \end{aligned} \right\} (\mathcal{S}_0) \tag{3}$$

## Structure de commande en temps réel par modèle interne



## Commande en temps réel :

### modèle de variation

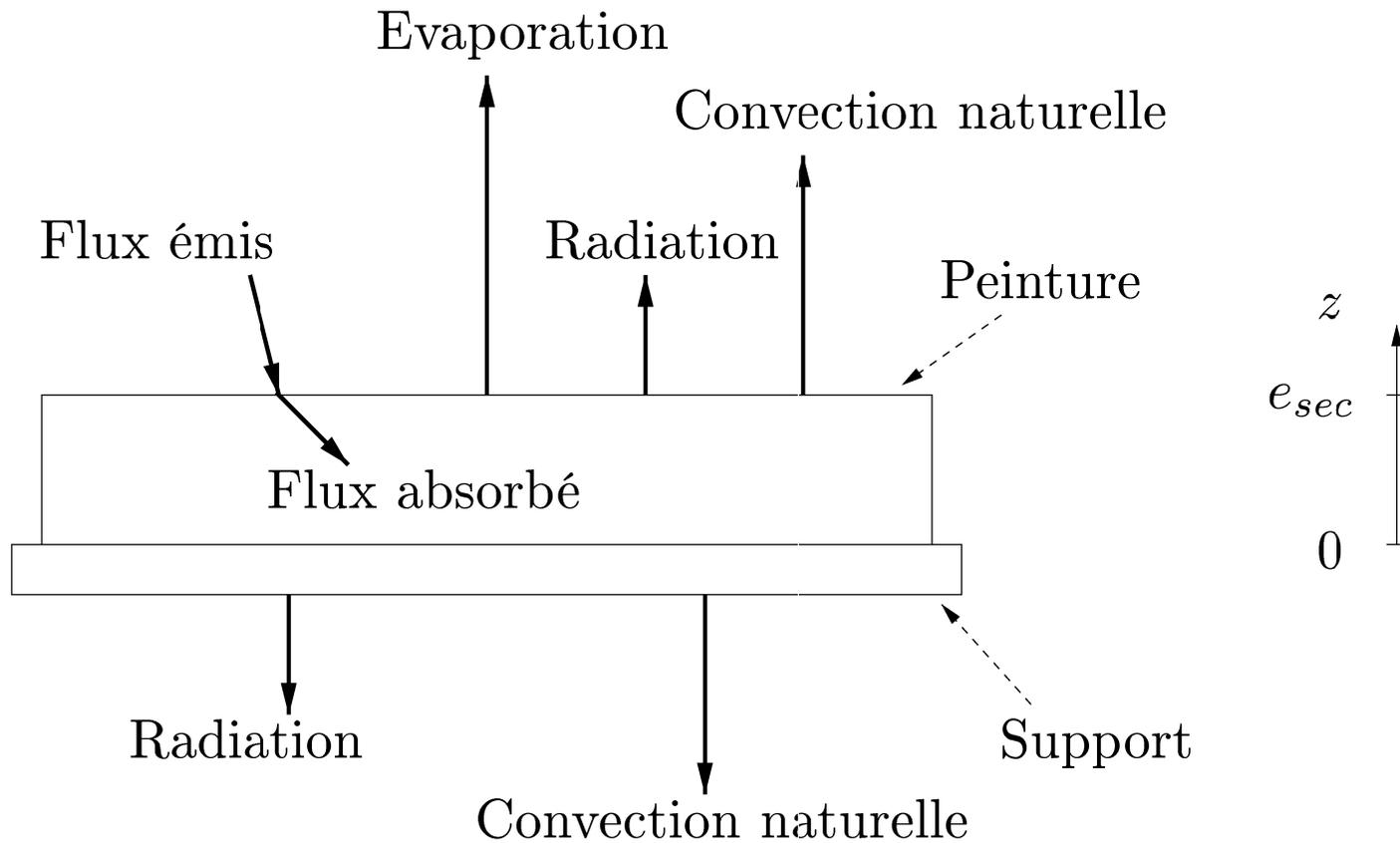
En **linéarisant** le modèle autour de  $(\mathcal{S}_0)$  caractérisé par  $(u_0, x_0, y_0)$ , la définition des variations vérifiant :

$$\begin{cases} u(k) = u_0(k) + \Delta u(k) \\ x(k) = x_0(k) + \Delta x(k) \\ y_m(k) = y_0(k) + \Delta y_m(k) \end{cases} \quad (4)$$

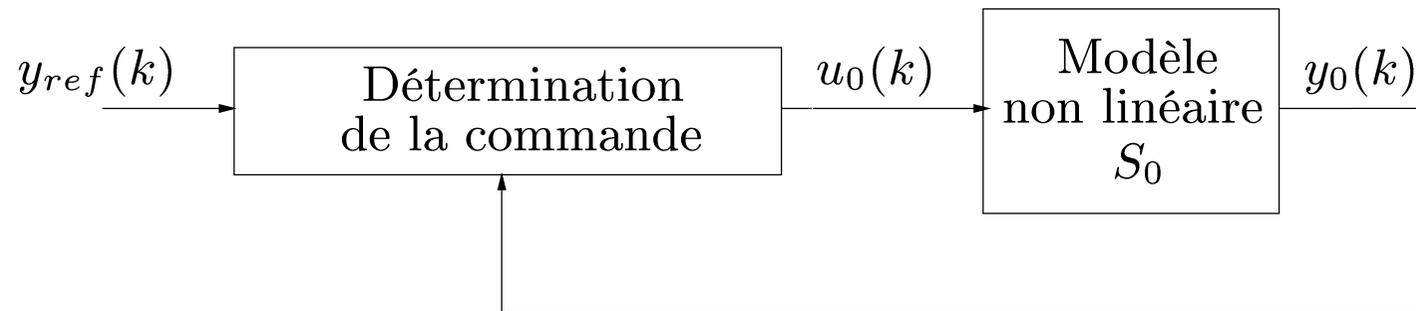
permet d'obtenir :

$$(\mathcal{S}_{LTV}) \begin{cases} \frac{\partial \Delta x}{\partial t} = \frac{\partial F_d}{\partial x|_{(\mathcal{S}_0)}} \Delta x \text{ sur } \Omega \times ]0, +\infty[ \\ \frac{\partial F_b}{\partial x|_{(\mathcal{S}_0)}} \Delta x + \frac{\partial F_b}{\partial u|_{(\mathcal{S}_0)}} \Delta u = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times ]0, +\infty[ \\ \Delta y_m = C \Delta x \text{ sur } \bar{\Omega} \times ]0, +\infty[ \\ \Delta x(z, 0) = 0 \text{ avec } z \in \bar{\Omega} \end{cases} \quad (5)$$

# Domaines spatiaux



## Structure de commande hors ligne



## Problème de commande hors ligne sous contraintes

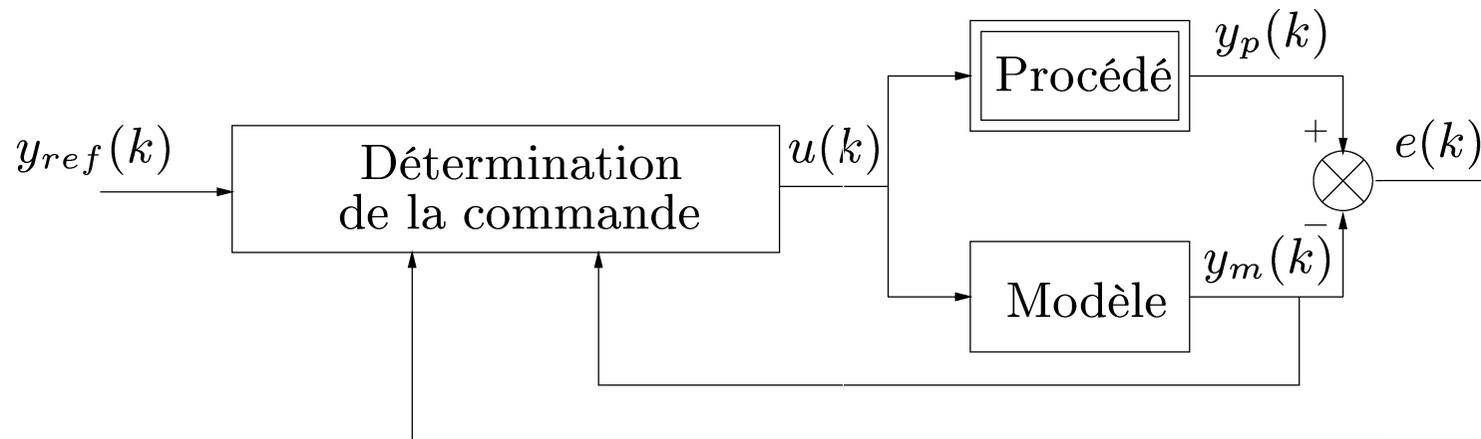
$$\min_{\tilde{u}_0} J(\tilde{u}_0) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} g(u_0(j-1), y_0(j))$$

$$\tilde{u}_0 = [u_0(k) \dots u_0(k + N_c - 1)]^T$$

$$c_i(u_0(j-1), y_0(j)) \leq 0 \quad (i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J} = \{k+1, \dots, k+N_p\})$$

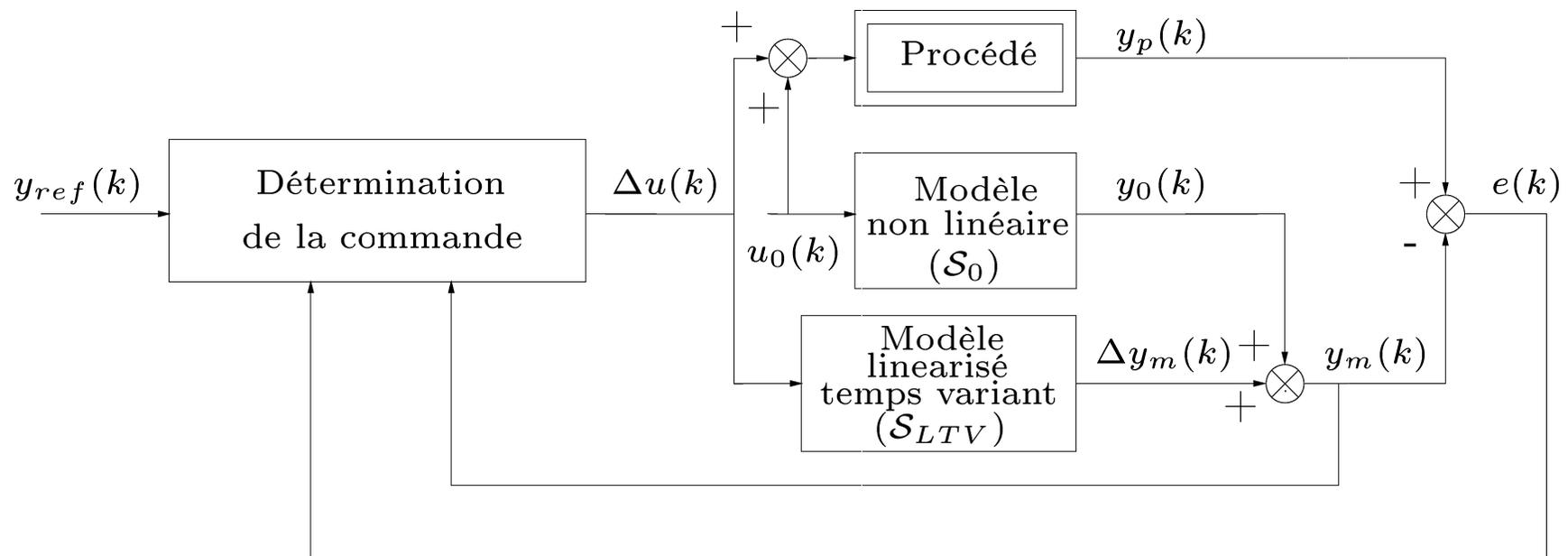
$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial x_0}{\partial t} = F_d(x_0) \text{ sur } \Omega \times ]0, +\infty[ \\
 & F_b(x_0, u_0) = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times ]0, +\infty[ \\
 & y_0 = Cx_0 \text{ sur } \bar{\Omega} \times ]0, +\infty[ \\
 & x_0(z, 0) = x_{0.i}(z) \text{ avec } z \in \bar{\Omega}
 \end{aligned} \right\} (\mathcal{S}_0) \tag{3}$$

## Structure de commande en temps réel par modèle interne



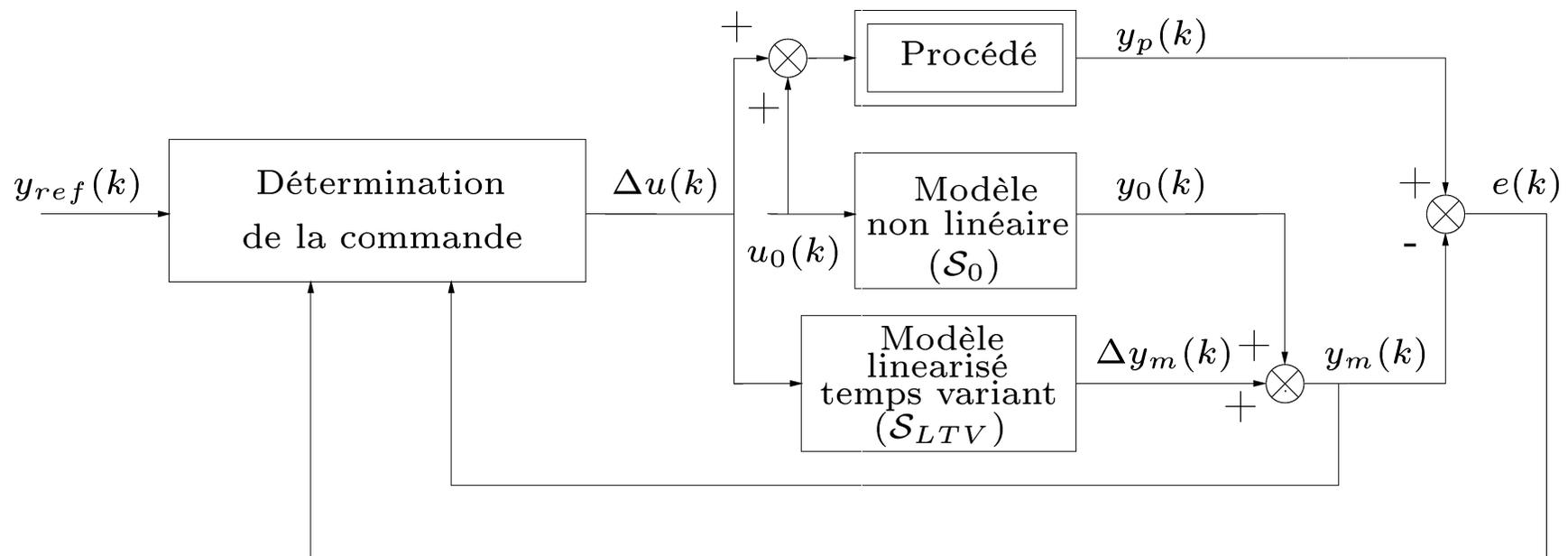
# Structure de commande en temps réel

## par modèle interne linéarisé temps variant



# Structure de commande en temps réel

## par modèle interne linéarisé temps variant



## Problème de commande en temps réel sous contraintes

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \min_{\Delta \tilde{u}} J(\Delta \tilde{u}) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} g(\Delta u(j-1), \Delta y_m(j)) \\
 \Delta \tilde{u} = [\Delta u(k) \dots \Delta u(k + N_c - 1)]^T \\
 c_i(\Delta u(j-1), \Delta y_m(j)) \leq 0 \quad (i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}) \\
 (\mathcal{S}_{LTV}) \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial \Delta x}{\partial t} = \frac{\partial F_d}{\partial x|_{(S_0)}} \Delta x \text{ sur } \Omega \times ]0, +\infty[ \\
 \frac{\partial F_b}{\partial x|_{(S_0)}} \Delta x + \frac{\partial F_b}{\partial u|_{(S_0)}} \Delta u = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times ]0, +\infty[ \\
 \Delta y_m = C \Delta x \text{ sur } \bar{\Omega} \times ]0, +\infty[ \\
 \Delta x(z, 0) = 0 \text{ avec } z \in \bar{\Omega}
 \end{array} \right. \quad (6)
 \end{array} \right.$$

**Pour les contraintes dures :**

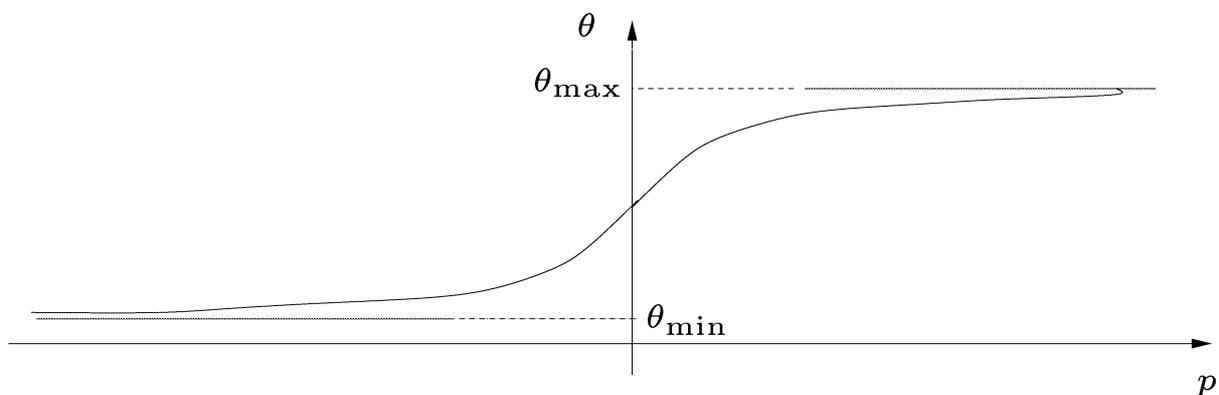
**méthode de transformation**

A partir de la variable contrainte  $\theta$  :

$$\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$$

on introduit une nouvelle variable non contrainte  $p$  telle que :

$$\theta = f(p) = \frac{1}{2}(\theta_{\max} + \theta_{\min}) + \frac{1}{2}(\theta_{\max} - \theta_{\min}) \tanh(p)$$



**Pour les contraintes souples :**

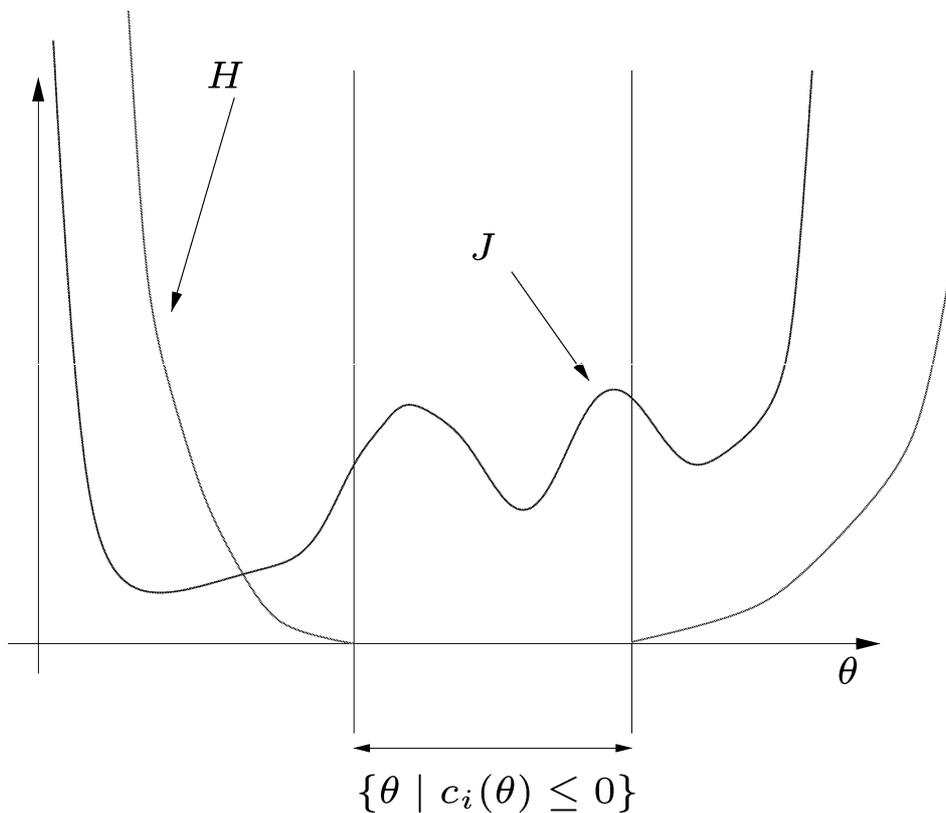
**méthode de pénalités externes**

A partir des  $n_{co.ext}$  contraintes considérées :

$$c_i(\theta) \leq 0 \quad (7)$$

on définit le nouveau critère à minimiser :

$$\begin{cases} h_i(c_i(\theta)) = \max^2[0, c_i(\theta)] \\ H(c_i(\theta)) = \sum_{i=1}^{n_{co.ext}} h_i(c_i(\theta)) \\ J_{tot}(\theta) = J(\theta) + wH(c_i(\theta)) \end{cases} \quad (8)$$



## Problème final de commande hors ligne pénalisé

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \min_{\tilde{p}_0} J_{tot}(\tilde{p}_0) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} \{g(p_0(j-1), y_0(j)) + w \sum_{i=1}^{n_{co.ext}} h(c_i(p_0(j-1), y_0(j)))\} \\
 \tilde{p}_0 = [p_0(k) \dots p_0(k + N_c - 1)]^T \\
 u_0(.) = f(p_0(.)) \\
 (\mathcal{S}_0) \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial x_0}{\partial t} = F_d(x_0) \text{ sur } \Omega \times ]0, +\infty[ \\
 F_b(x_0, u_0) = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times ]0, +\infty[ \\
 y_0 = Cx_0 \text{ sur } \bar{\Omega} \times ]0, +\infty[ \\
 x_0(z, 0) = x_{0.i}(z) \text{ avec } z \in \bar{\Omega}
 \end{array} \right.
 \end{array} \right. \quad (9)$$

## Problème final de commande en temps réel pénalisé

$$\min_{\Delta \tilde{p}} J_{tot}(\Delta \tilde{p}) = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} \{g(\Delta p(j-1), \Delta y_m(j)) + w \sum_{i=1}^{n_{co.ext}} h(c_i(\Delta p(j-1), \Delta y_m(j)))\}$$

$$\Delta \tilde{p} = [\Delta p(k) \dots \Delta p(k + N_c - 1)]^T$$

$$\Delta u(.) = f(\Delta p(.))$$

$$(\mathcal{S}_{LTV}) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta x}{\partial t} = \frac{\partial F_d}{\partial x|_{(S_0)}} \Delta x \text{ sur } \Omega \times ]0, +\infty[ \\ \frac{\partial F_b}{\partial x|_{(S_0)}} \Delta x + \frac{\partial F_b}{\partial u|_{(S_0)}} \Delta u = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times ]0, +\infty[ \\ \Delta y_m = C \Delta x \text{ sur } \bar{\Omega} \times ]0, +\infty[ \\ \Delta x(z, 0) = 0 \text{ avec } z \in \bar{\Omega} \end{array} \right.$$

## Résolution du problème d'optimisation pénalisé

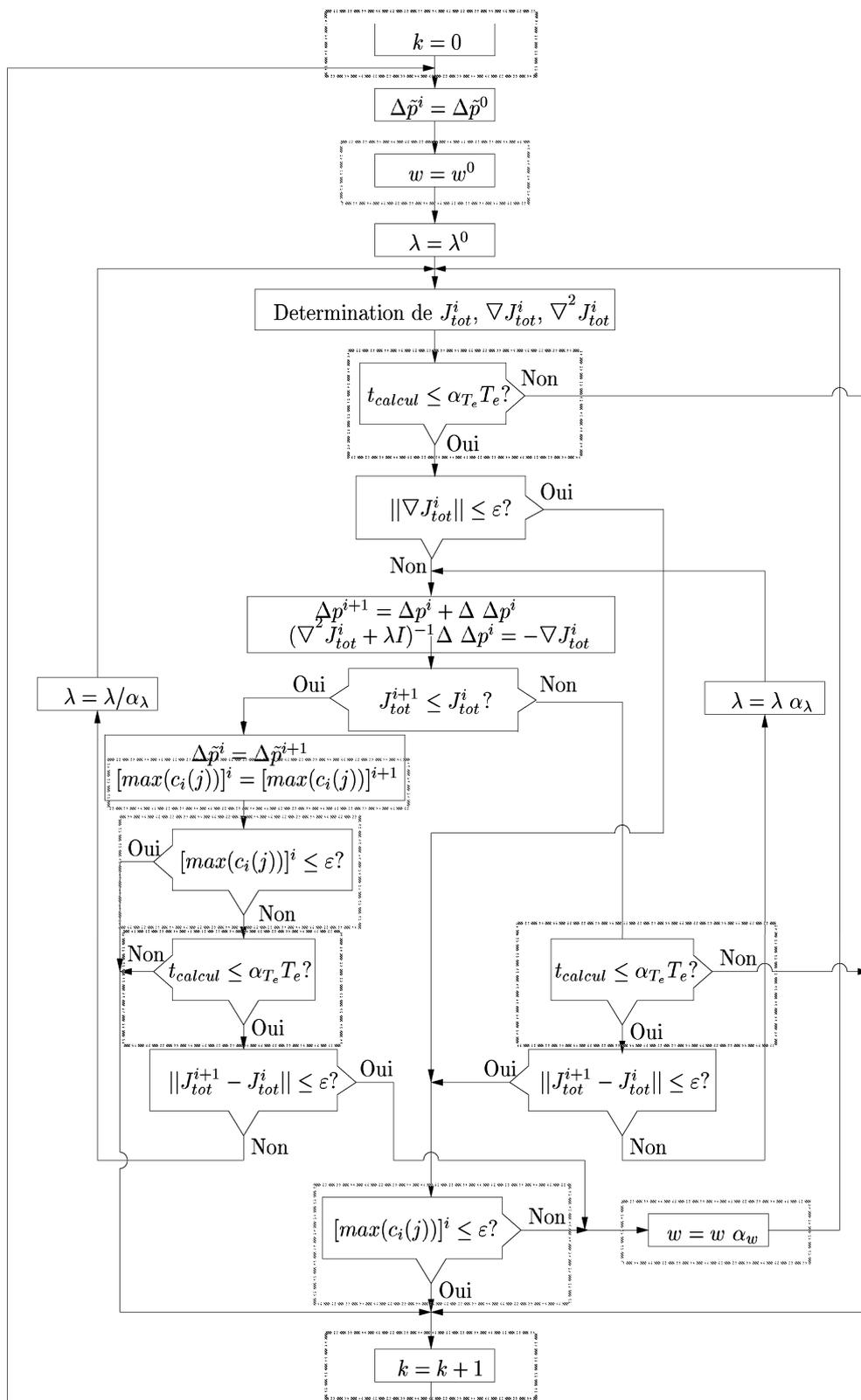
Avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt :

$$\begin{cases} \theta^{i+1} = \theta^i + \Delta\theta^i & (\text{avec } \theta = \tilde{p}_0 \text{ ou } \theta = \Delta\tilde{p}) \\ (\nabla^2 J_{tot}^i + \lambda I)\Delta\theta^i = -\nabla J_{tot}^i \end{cases} \quad (11)$$

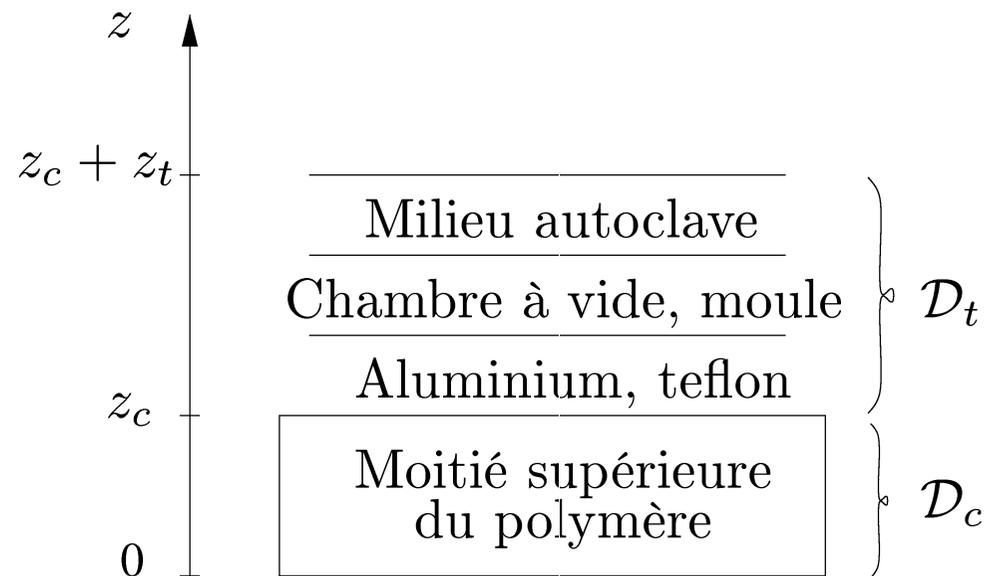
Il est nécessaire de :

- résoudre le modèle (dans les deux cas)
- résoudre les  $N_c$  modèles de sensibilités :
  - effectué a priori si le modèle est linéaire (commande en temps réel)
  - effectué à chaque instant et à chaque itération si le modèle est non linéaire (problème d'optimisation hors ligne)

# Algorithme de commande



## Procédé d'autoclave : domaines spatiaux



## Modèle non linéaire

## à commande frontière

$$\left. \begin{aligned} \rho_t c_{p_t} \frac{\partial T}{\partial t} &= k_t \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \text{ sur } \mathcal{D}_t, t > 0 \\ \rho_c c_{p_c} \frac{\partial T}{\partial t} &= k_c \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho_c (-\Delta H_r) r \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} &= r \\ r &= A e^{-\frac{E_a}{RT}} \alpha^m (1 - \alpha)^n \end{aligned} \right\} \text{ sur } \mathcal{D}_c, t > 0$$

avec les conditions aux limites :

$$\left. \begin{aligned} T(z_c + z_t, t) &= T_a(t) \\ \frac{\partial T}{\partial z}(z_c^-, t) &= \frac{k_t}{k_c} \frac{\partial T}{\partial z}(z_c^+, t) \\ T(z_c^-, t) &= T(z_c^+, t) \\ \frac{\partial T}{\partial z}(0, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ avec } t > 0$$

avec les conditions initiales :

$$T(z, 0) = T_0 \text{ avec } z \in \mathcal{D}_c \cup \mathcal{D}_t$$

$$\alpha(z, 0) = 0^+ \text{ avec } z \in \mathcal{D}_c$$

## Problème d'optimisation sous contraintes

$$\min_{\tilde{T}_a} J(\tilde{T}_a) = \frac{1}{2} \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} \frac{1}{[r(0, j)]^2} \quad (12)$$

avec :

$$\tilde{T}_a = [T_a(k) \dots T_a(k + N_c - 1)]^T \quad (13)$$

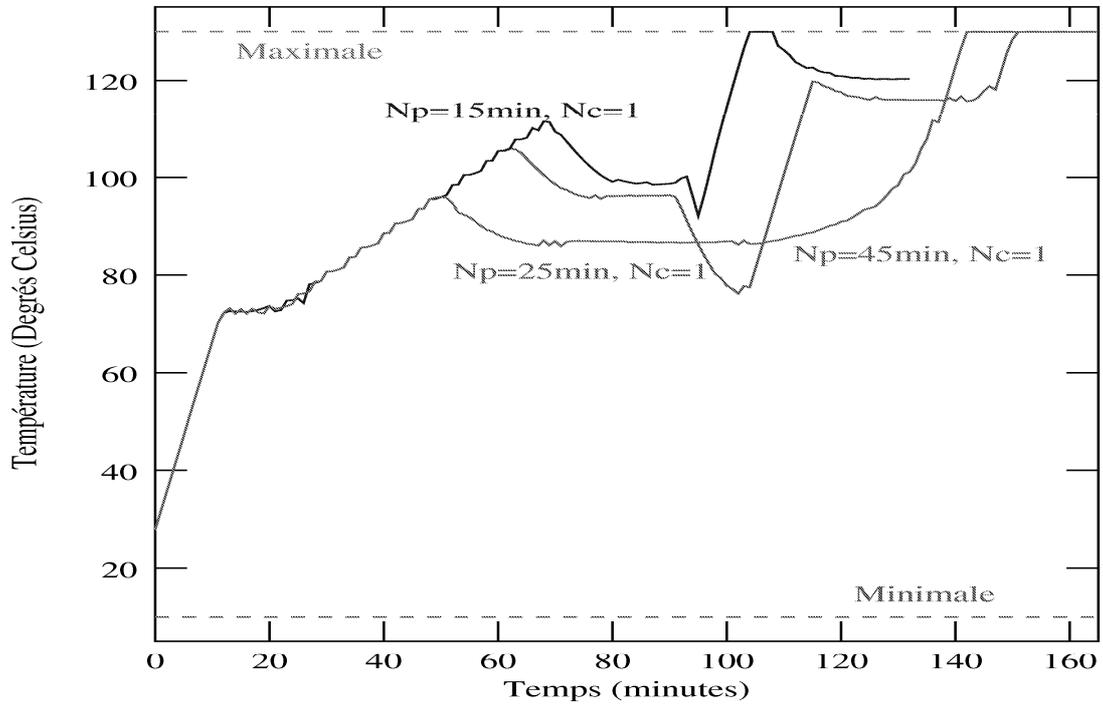
avec les contraintes :

$$T_{a. \min} \leq T_a(j - 1) \leq T_{a. \max} \quad (j \in \mathcal{J}) \quad (14)$$

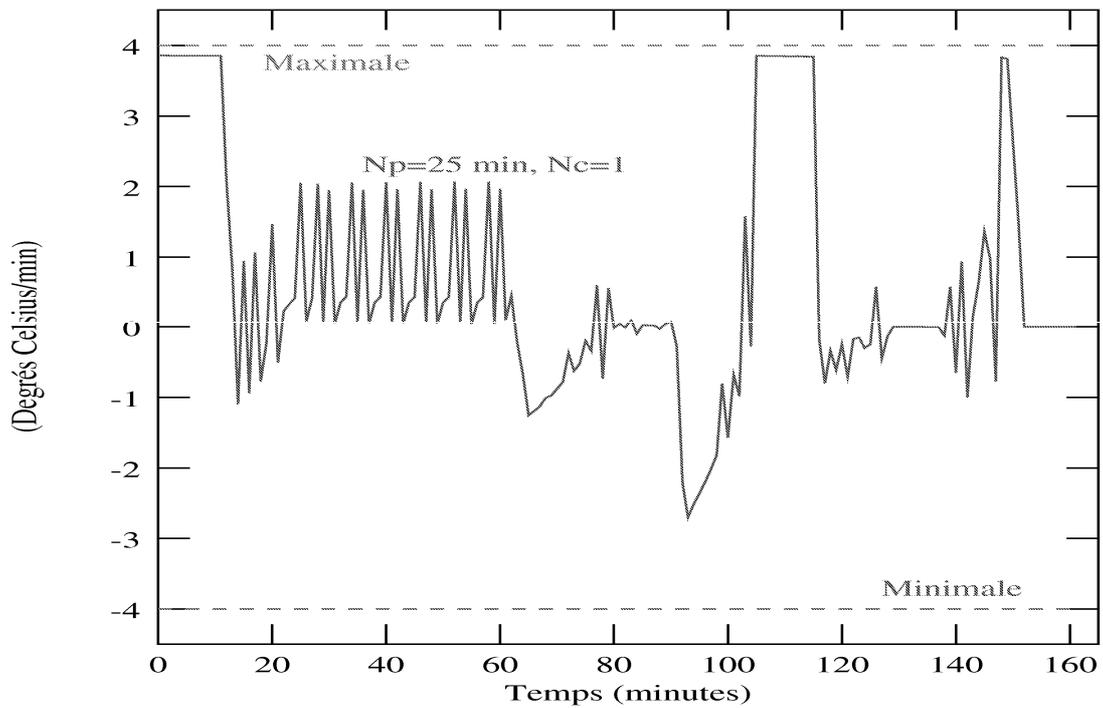
$$\Delta T_{a. \min} \leq \frac{T_a(j-1) - T_a(j-2)}{T_e} \leq \Delta T_{a. \max} \quad (j \in \mathcal{J}) \quad (15)$$

$$\Delta T_{\min}(j) \leq T(z_c, j) - T(0, j) \leq \Delta T_{\max}(j) \quad (j \in \mathcal{J}) \quad (16)$$

# Résultats

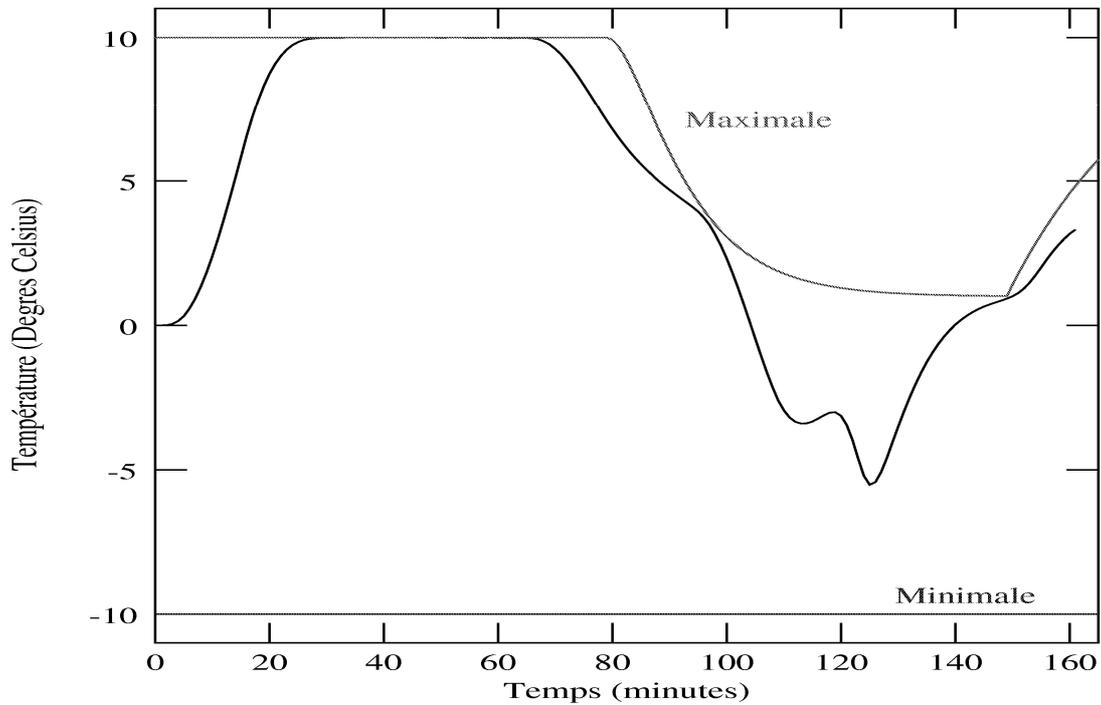


## Amplitude de la commande

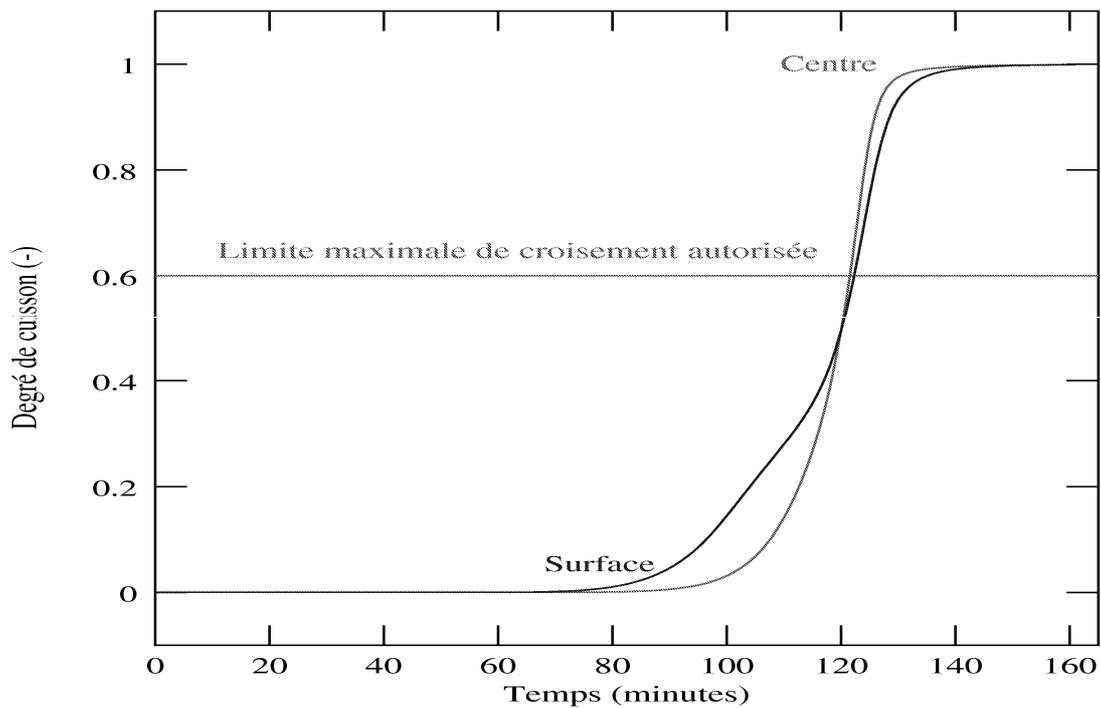


## Vitesse de la commande

## Résultats avec $N_p = 25$ min, $N_c = 1$

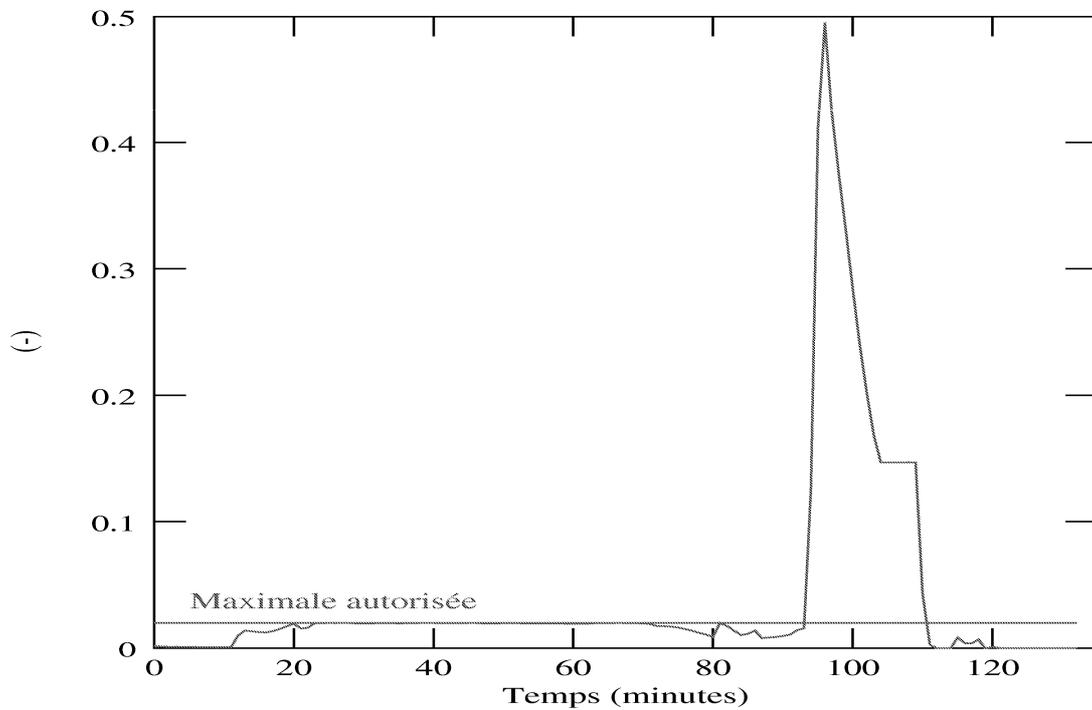


Différence de température entre la surface et le centre

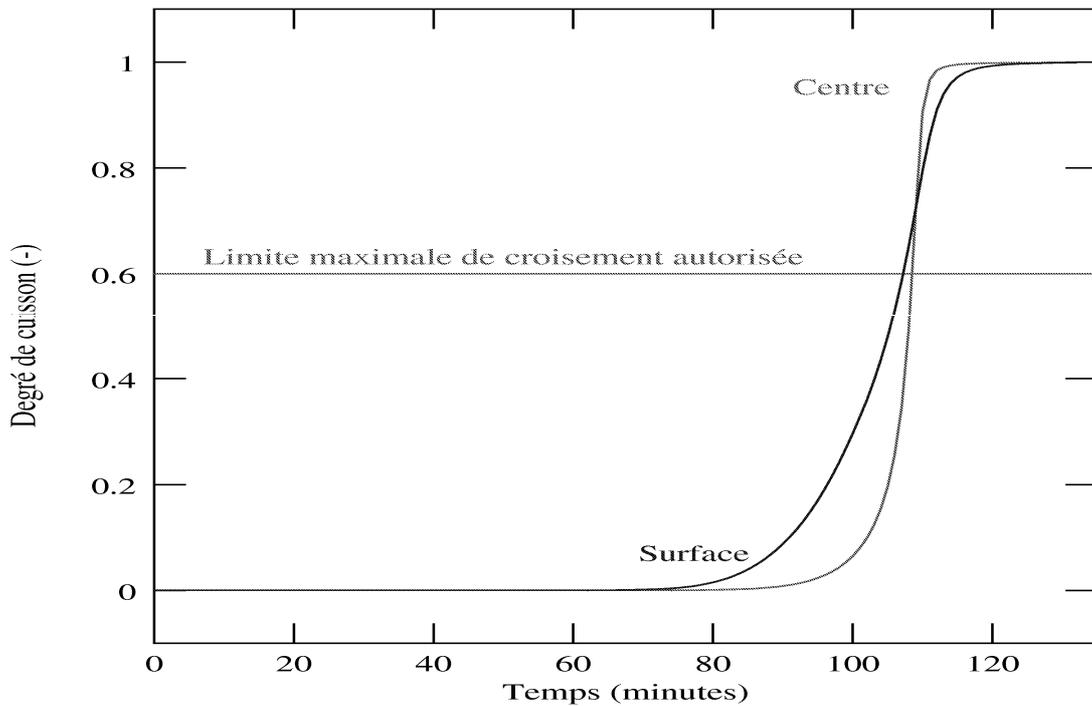


Degrés de cuisson

# Résultats avec $N_p = 15$ min, $N_c = 1$

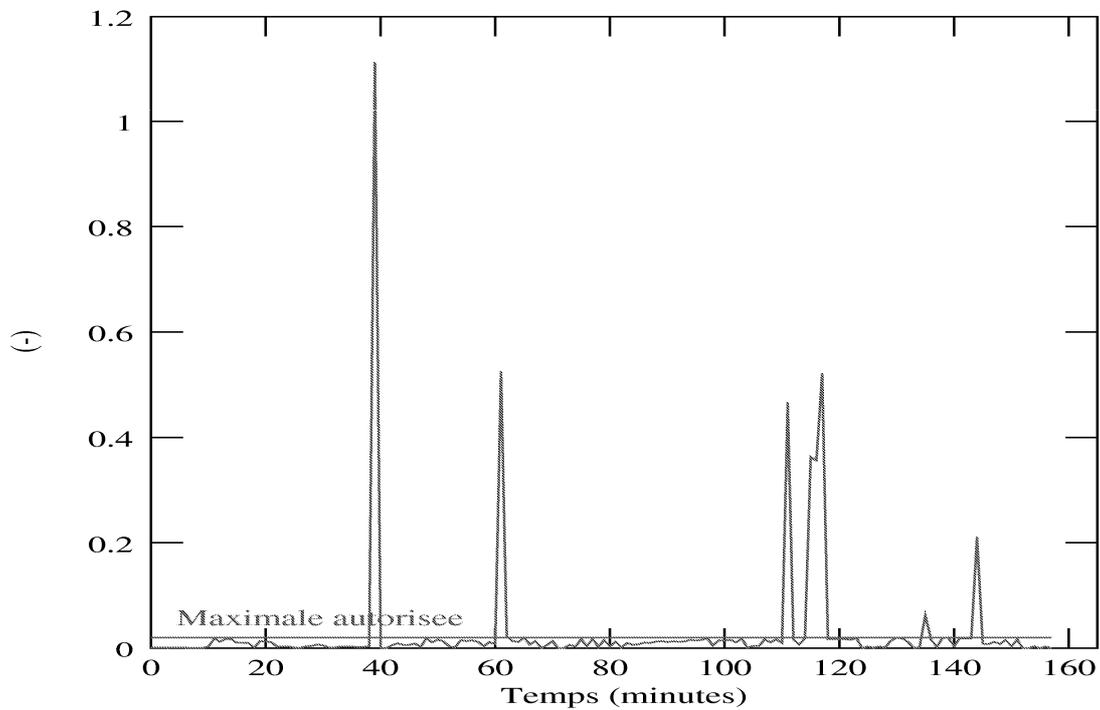


Valeur max. des contraintes sur l'horizon de prédiction

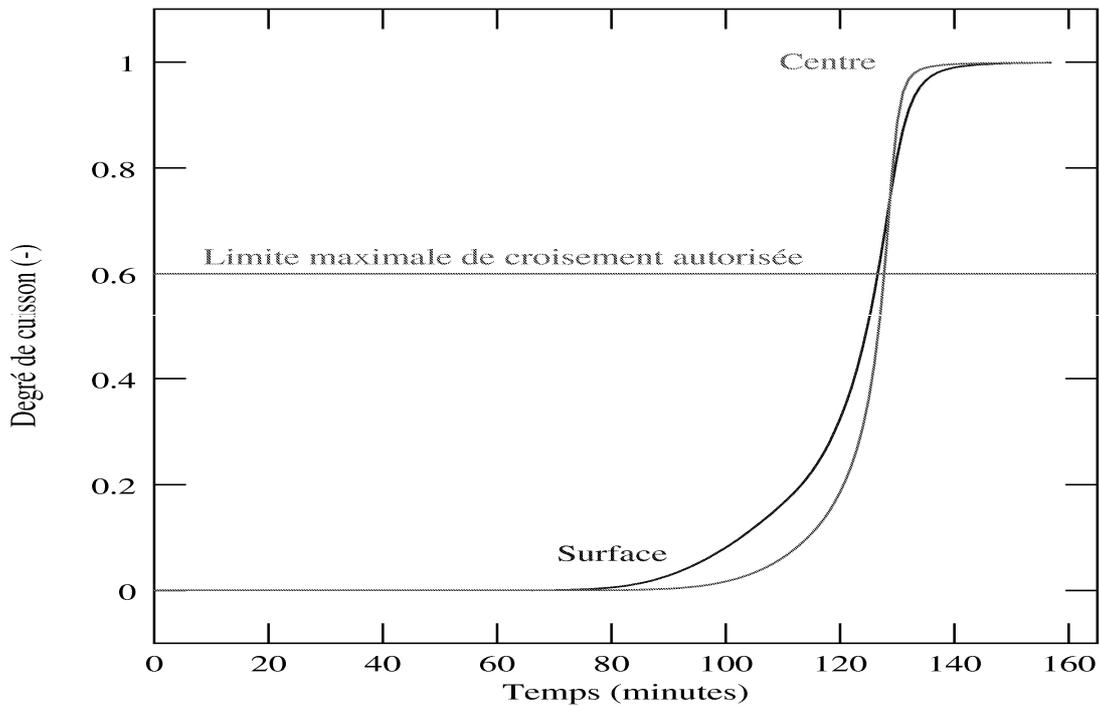


Degrés de cuisson

# Résultats avec $N_p = 25$ min, $N_c = 10$

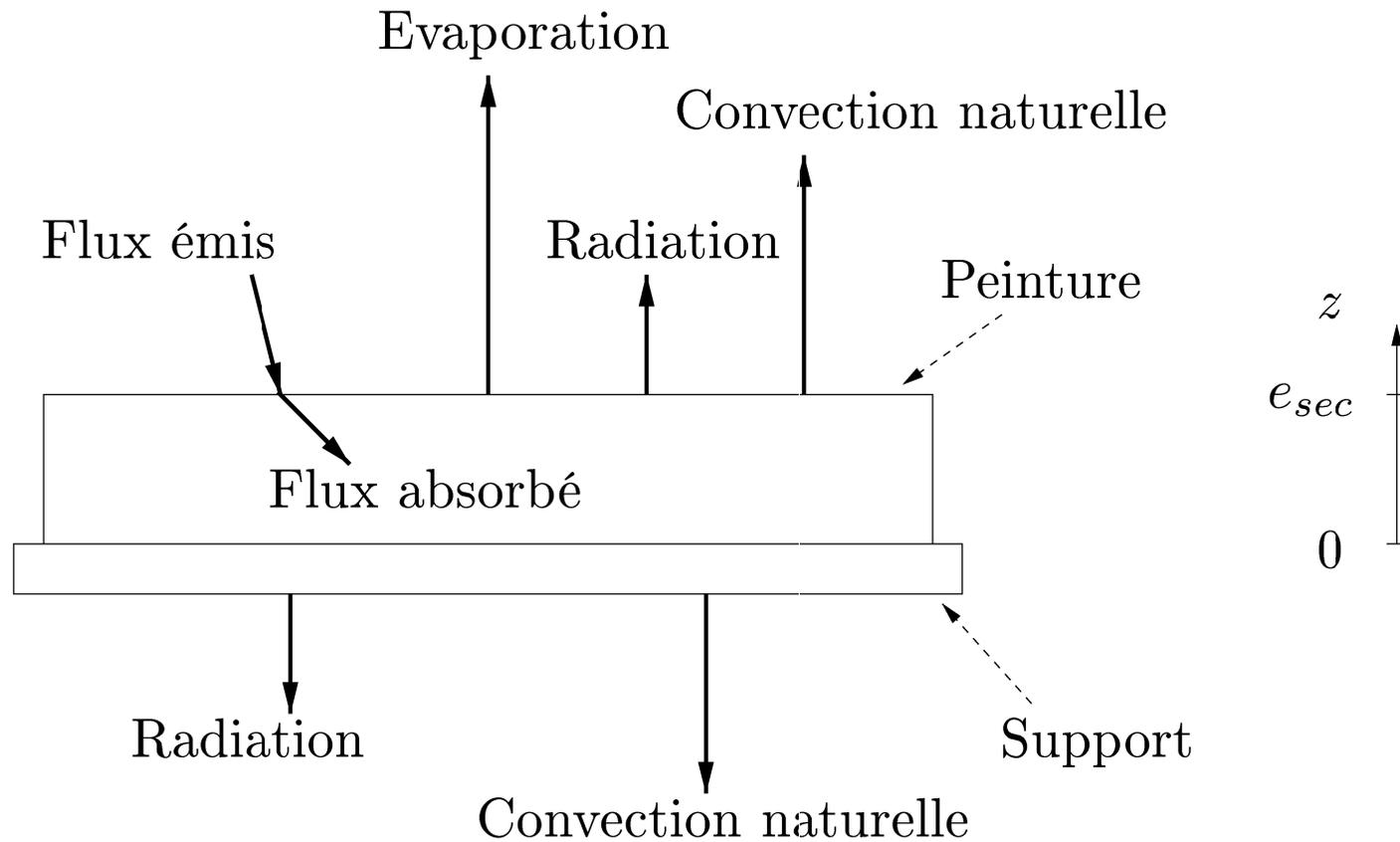


Valeur max. des contraintes sur l'horizon de prédiction



Degrés de cuisson

## Séchage de peinture : domaines spatiaux



## Bilan énergétique

Hypothèse : **uniformité de la température  $T$ .**

$$\begin{cases} (\rho_p C_p(\bar{\chi}, T)e_p + \rho_s C_s e_s) \frac{\partial T}{\partial t} = - \sum_{i=1}^5 P_i + P_{abs} \\ T(0) = T_0 \end{cases} \quad (17)$$

avec les différentes pertes  $P_i$  :

$$\begin{cases} P_1 = h_c(T - T_{air}), P_2 = \sigma_2(T^4 - T_{air}^4) \\ P_3 = h_c(T - T_{sup}), P_4 = \sigma_4(T^4 - T_{sup}^4) \\ P_5 = l_v(T)\dot{m}(\bar{\chi}, T) \end{cases} \quad (18)$$

et la puissance radiative absorbée :

$$P_{abs} = \alpha_{ir}(\bar{\chi})\varphi_{ir}(t) \quad (19)$$

## Bilan massique

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [D_{eff}(\chi, T) \frac{\partial \chi}{\partial z}] \text{ pour } 0 < z < e_{sec}, t > 0$$

$$\text{avec } D_{eff}(\chi, T) = \frac{D_0 \exp\left(\frac{-a}{\chi}\right) \exp\left(\frac{-Ea}{RT}\right)}{(1+\phi\chi)^2}$$

avec les conditions aux limites :

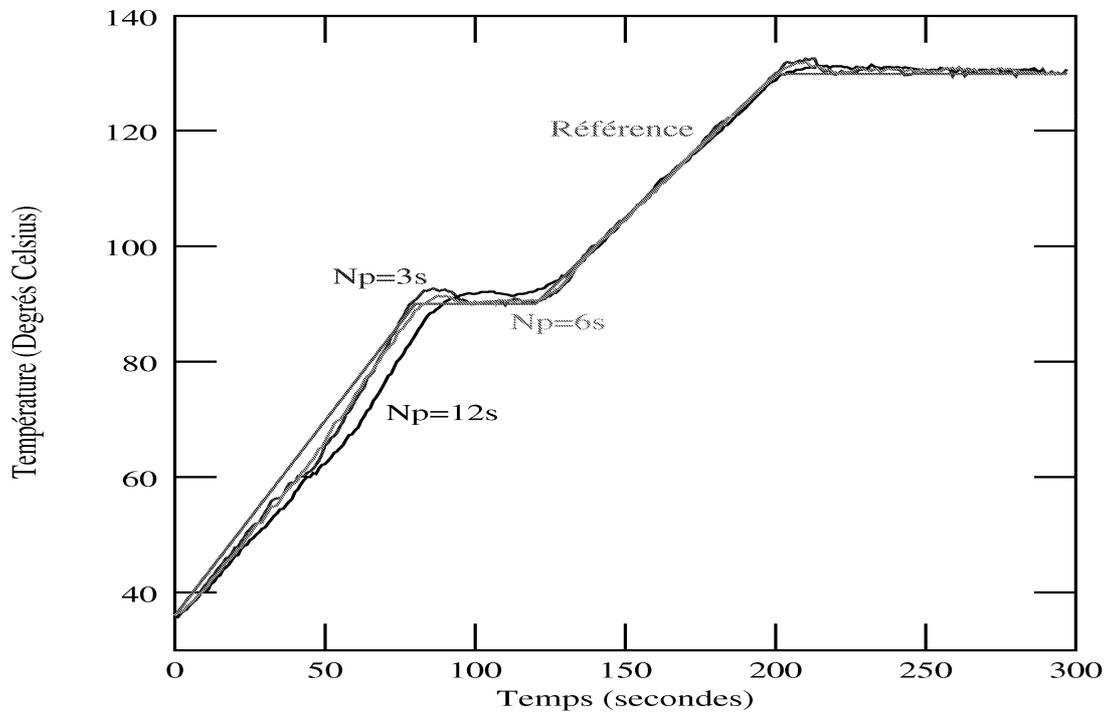
$$-D_{eff}(\chi, T) \frac{\partial \chi}{\partial z} = \frac{\dot{m}(\bar{\chi}, T)}{\rho} \text{ pour } z = e_{sec}, t > 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial z} = 0 \text{ pour } z = 0, t > 0$$

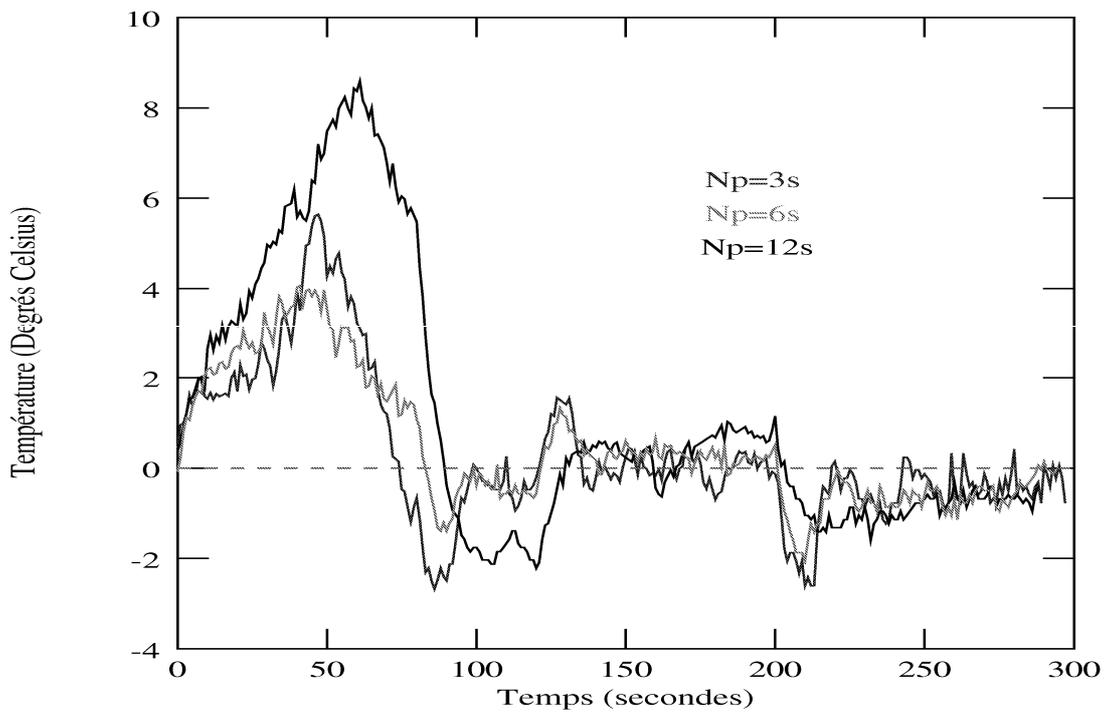
avec la condition initiale :

$$\chi(z, 0) = x_i(z) \text{ pour } 0 \leq z \leq e_{sec}$$

# Trajectoire de température

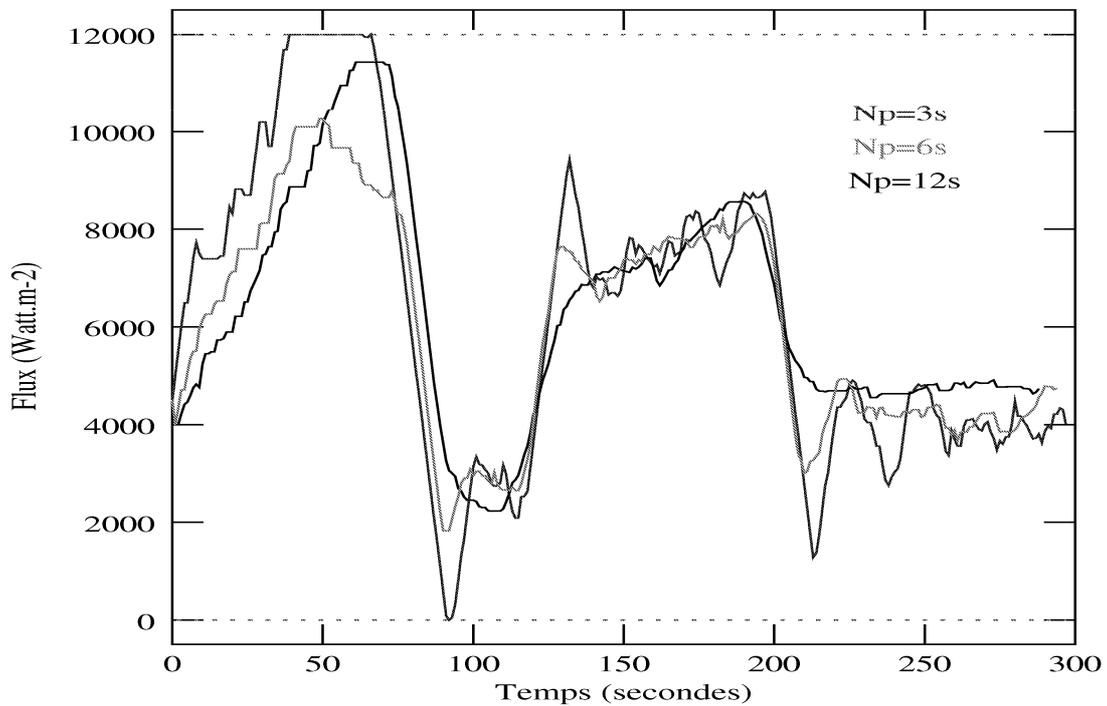


## Poursuite de trajectoire

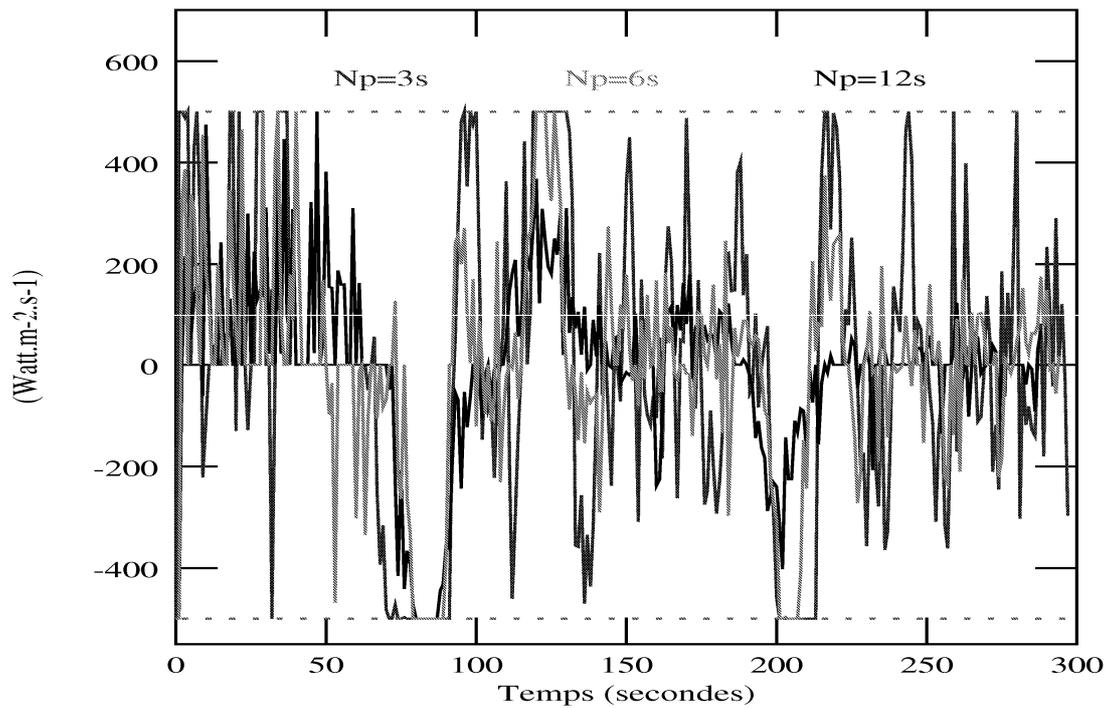


## Écart de poursuite

# Trajectoire de température

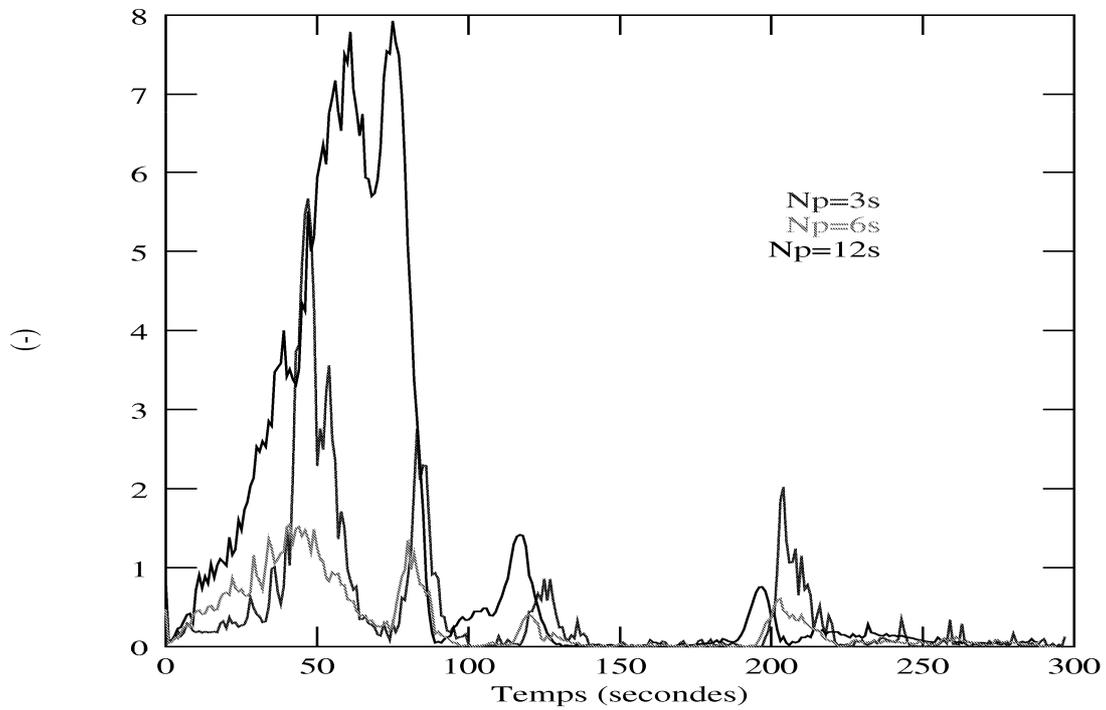


## Amplitude de la commande

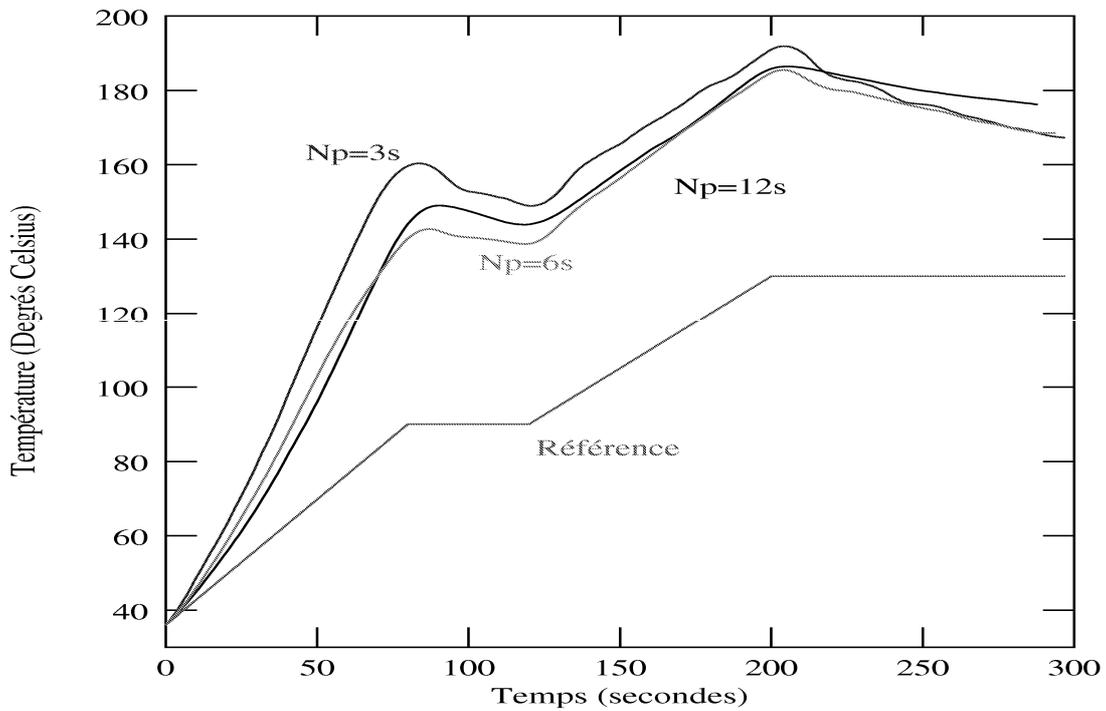


## Vitesse de la commande

# Trajectoire de température

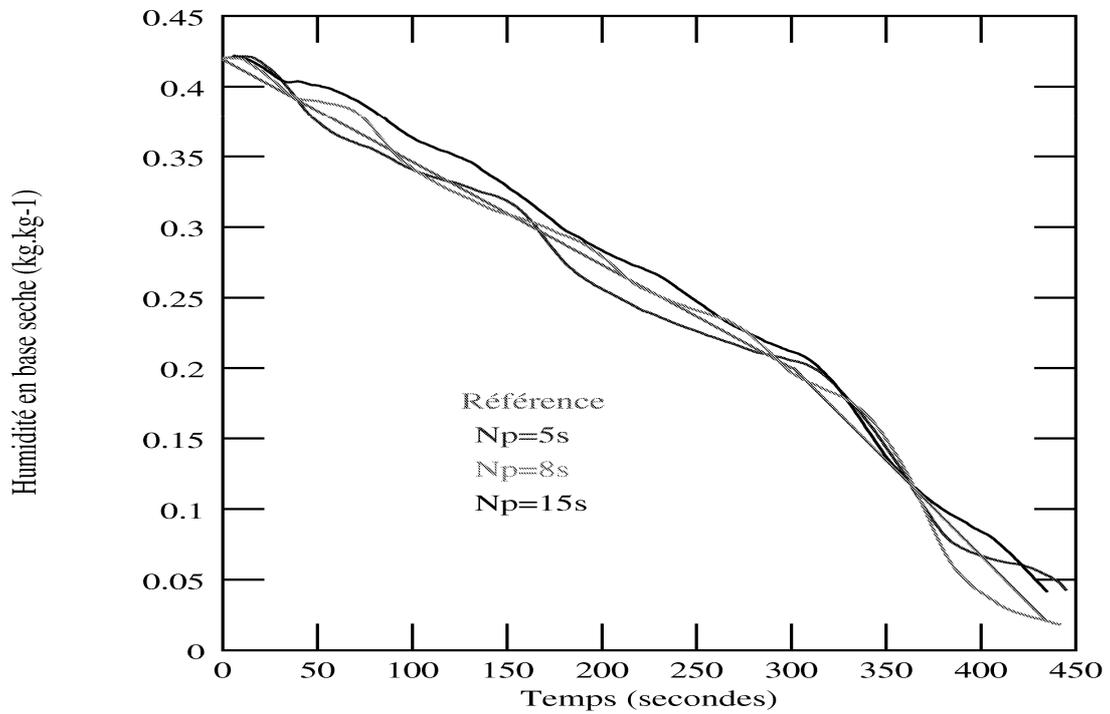


## Critère de performance normalisé

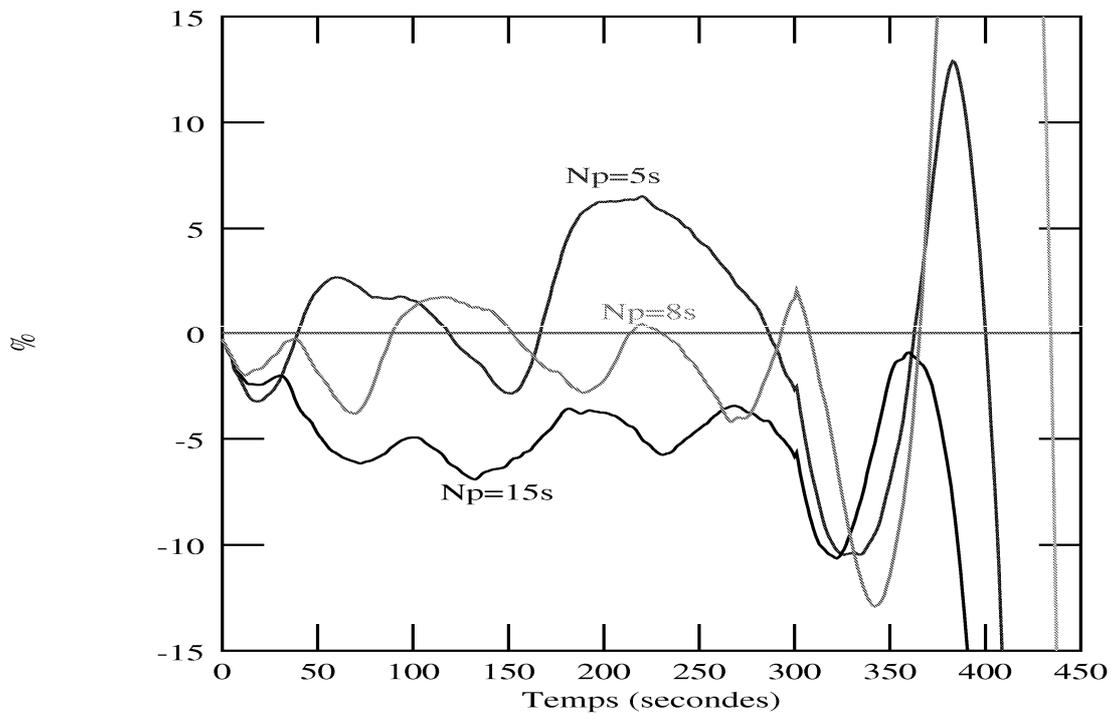


## Sortie du modèle

# Trajectoire d'humidité

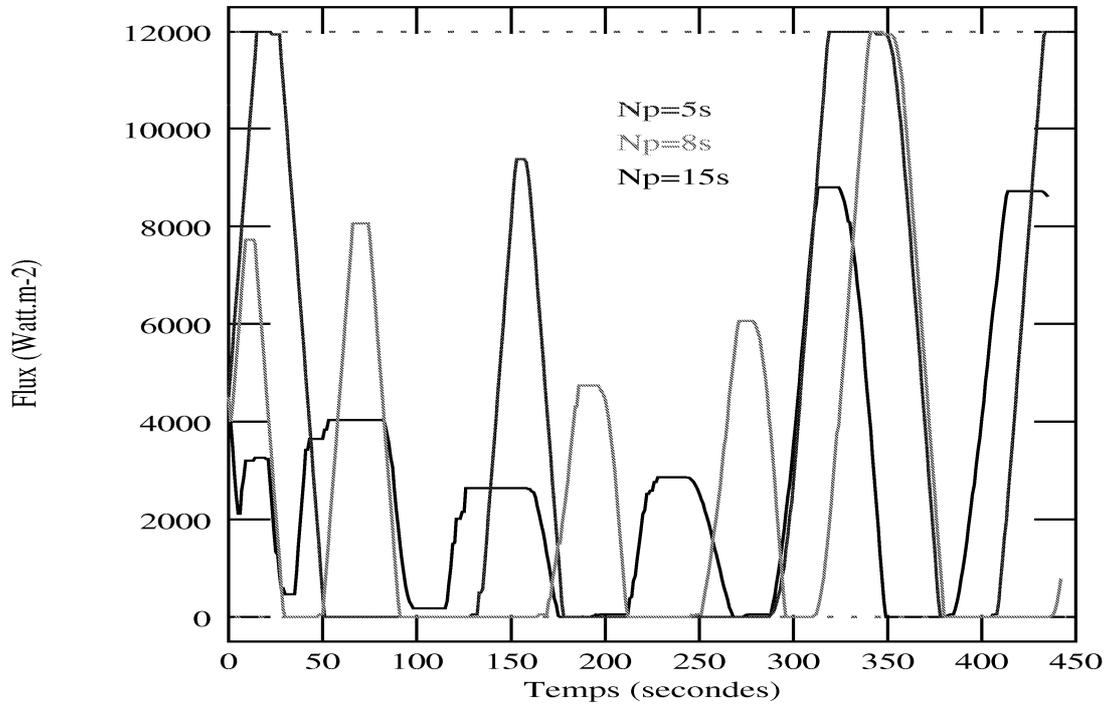


## Poursuite de trajectoire

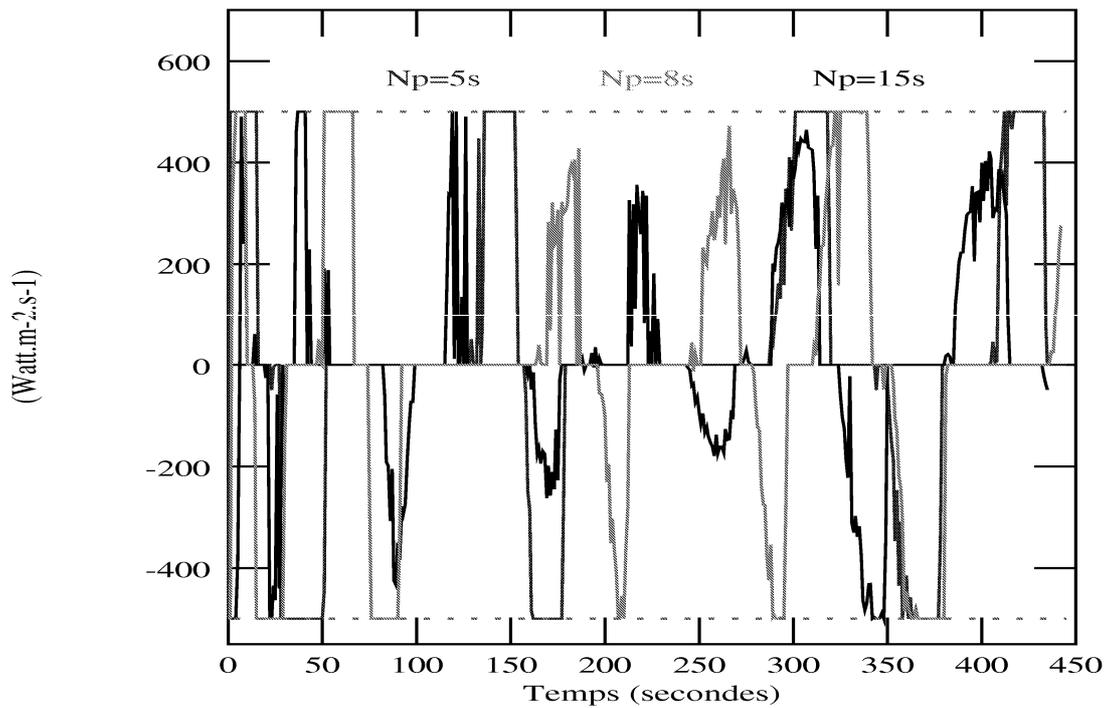


## Écart de poursuite

# Trajectoire d'humidité

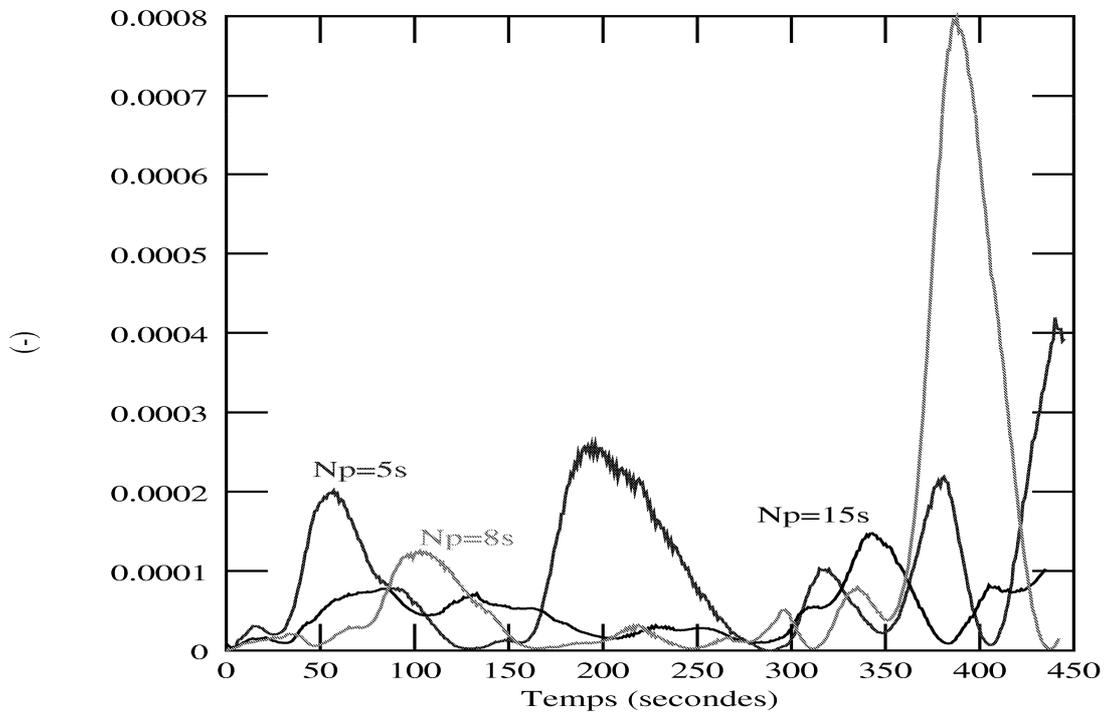


## Amplitude de la commande

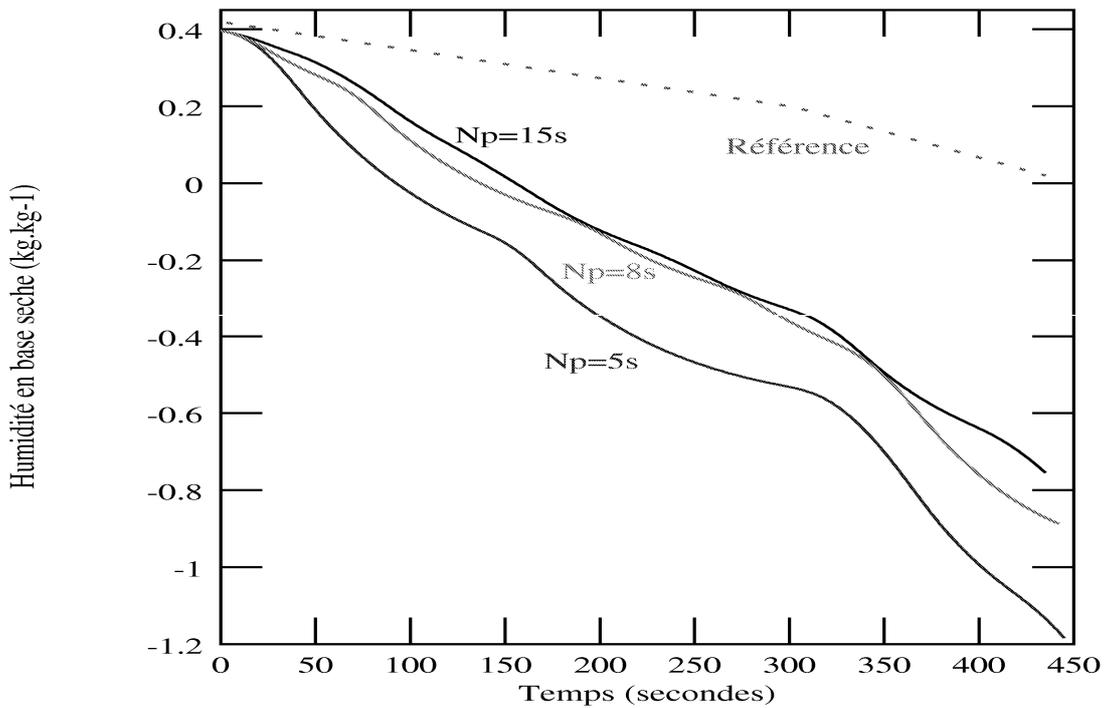


## Vitesse de la commande

# Trajectoire d'humidité



## Critère de performance normalisé



## Sortie du modèle

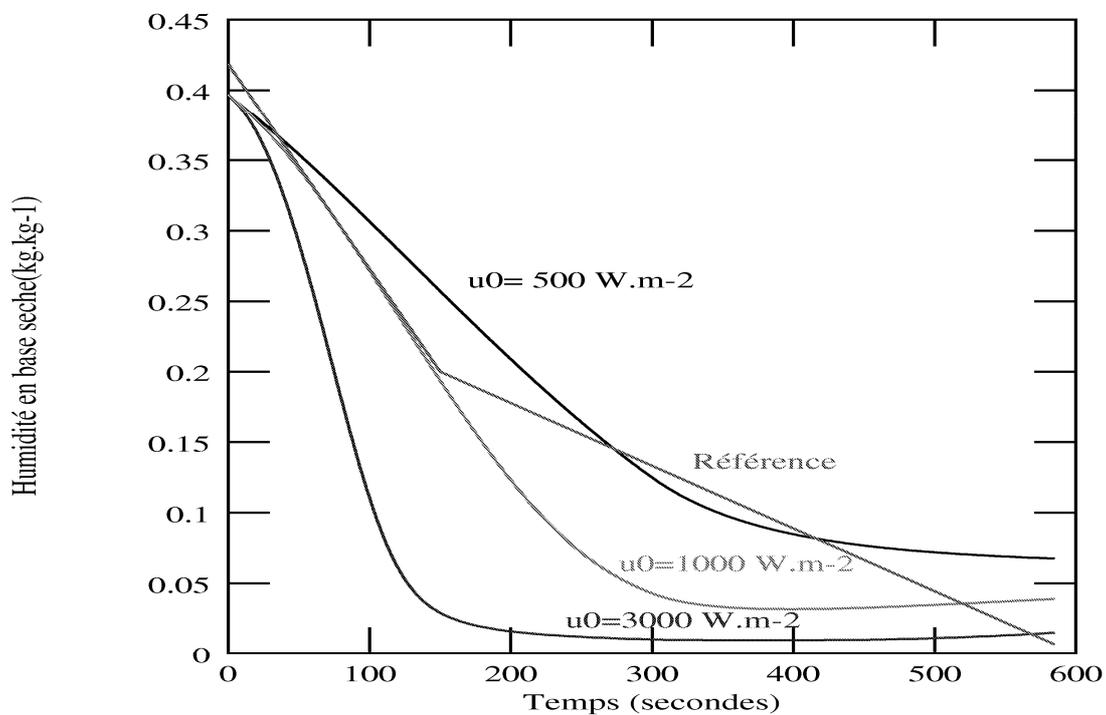
## Conclusions

- Extension de l'utilisation de la structure de commande prédictive à des problèmes concrets :
  - ↪ comportements physiques fortement non linéaires
  - ↪ systèmes d'équations aux dérivées partielles
- Prise en compte de l'aspect temps réel :
  - ↪ détermination hors-ligne d'un comportement a priori nominal
  - ↪ comportement ajusté en temps réel
- Influence des horizons :
  - ↪ interprétation du comportement
  - ↪ aspect pluridisciplinaire

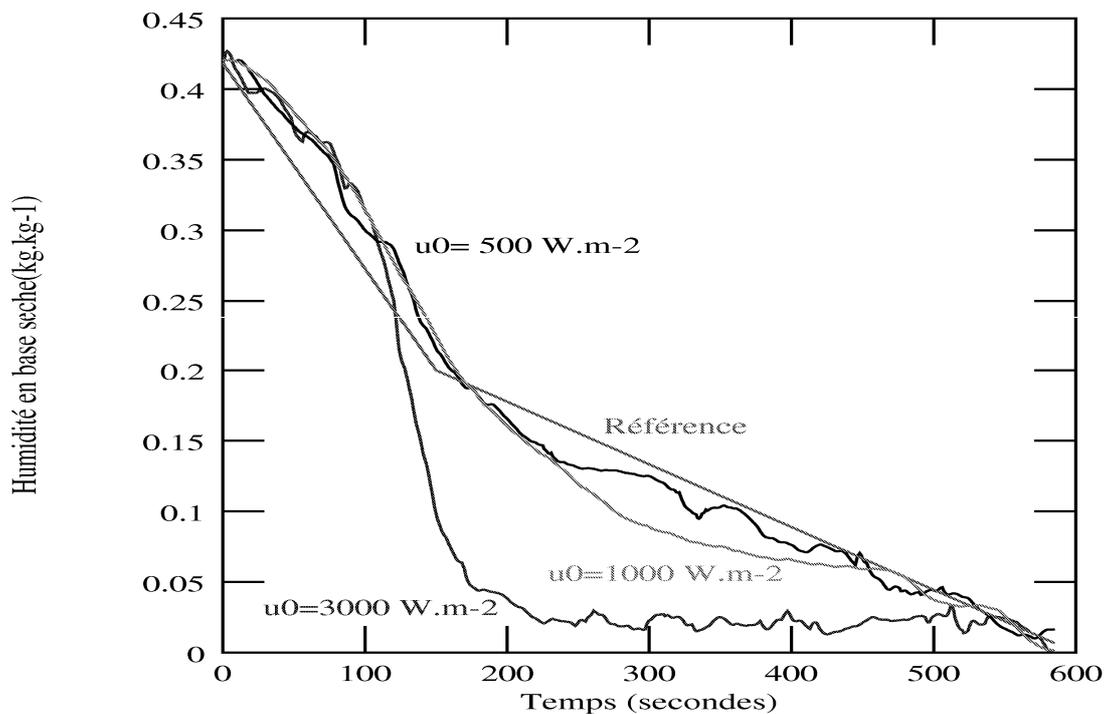
## Perspectives

- Pour des grandeurs non mesurées ou trop bruitées : observateur à horizon glissant passé
- Stabilité de la boucle fermée

## Trajectoire d'humidité (2)



### Sortie du modèle ( $\mathcal{S}_0$ )



### Poursuite de trajectoire