

# Égaliseurs multicanaux aveugles rapides et robustes aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal

Ibrahim Kacha

ibrahim.kacha@enp.edu.dz

Département d'Électronique, École Nationale Polytechnique.

# Plan de la présentation



المدرسة الوطنية المتعددة الفنون  
Ecole Nationale Polytechnique

# Plan de la présentation



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

- Position du problème et Notions préliminaires.

# Plan de la présentation



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

- Position du problème et Notions préliminaires.
- État de l'art.

# Plan de la présentation



- Position du problème et Notions préliminaires.
- État de l'art.
- Égaliseur MMSE MIMO aveugle adaptatif rapide et robuste aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.

# Plan de la présentation



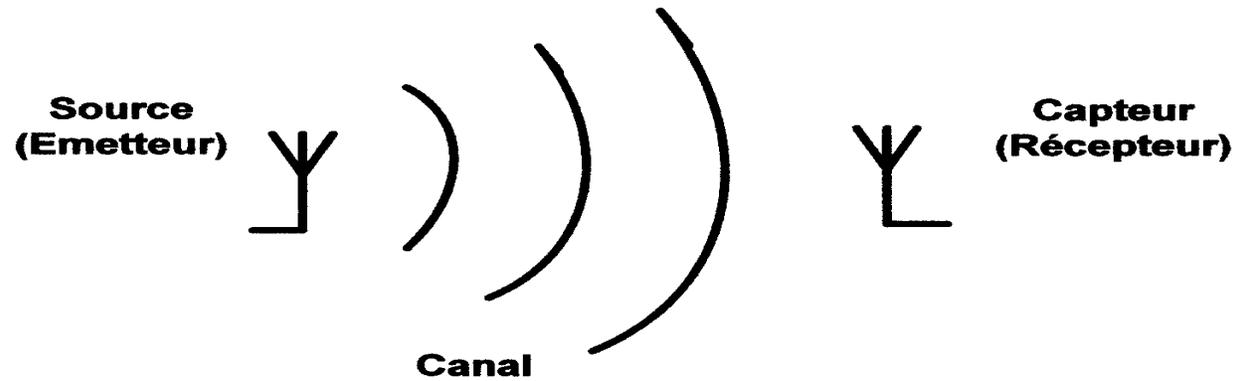
- Position du problème et Notions préliminaires.
- État de l'art.
- Égaliseur MMSE MIMO aveugle adaptatif rapide et robuste aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Égaliseur aveugle indépendant de l'ordre du canal.

# Plan de la présentation

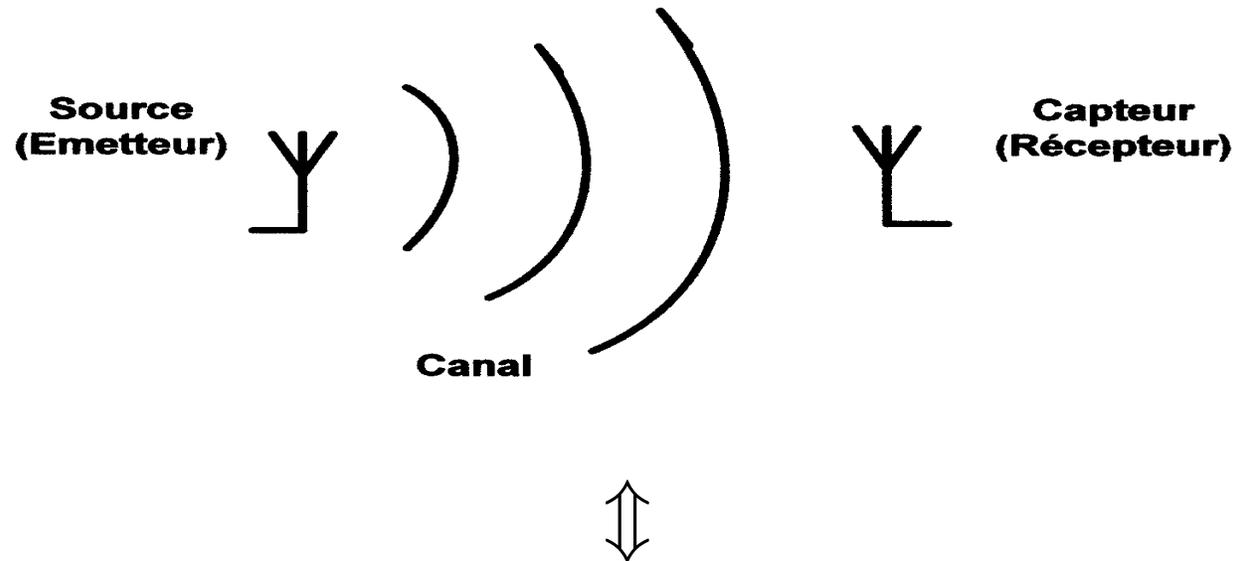
- Position du problème et Notions préliminaires.
- État de l'art.
- Égaliseur MMSE MIMO aveugle adaptatif rapide et robuste aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Égaliseur aveugle indépendant de l'ordre du canal.
- Conclusion et perspectives.

- **Position du problème et Notions préliminaires.**
- État de l'art.
- Égaliseur MMSE MIMO aveugle adaptatif rapide et robuste à l'ordre du canal.
- Égaliseur aveugle indépendant de l'ordre du canal.
- Conclusion et perspectives.

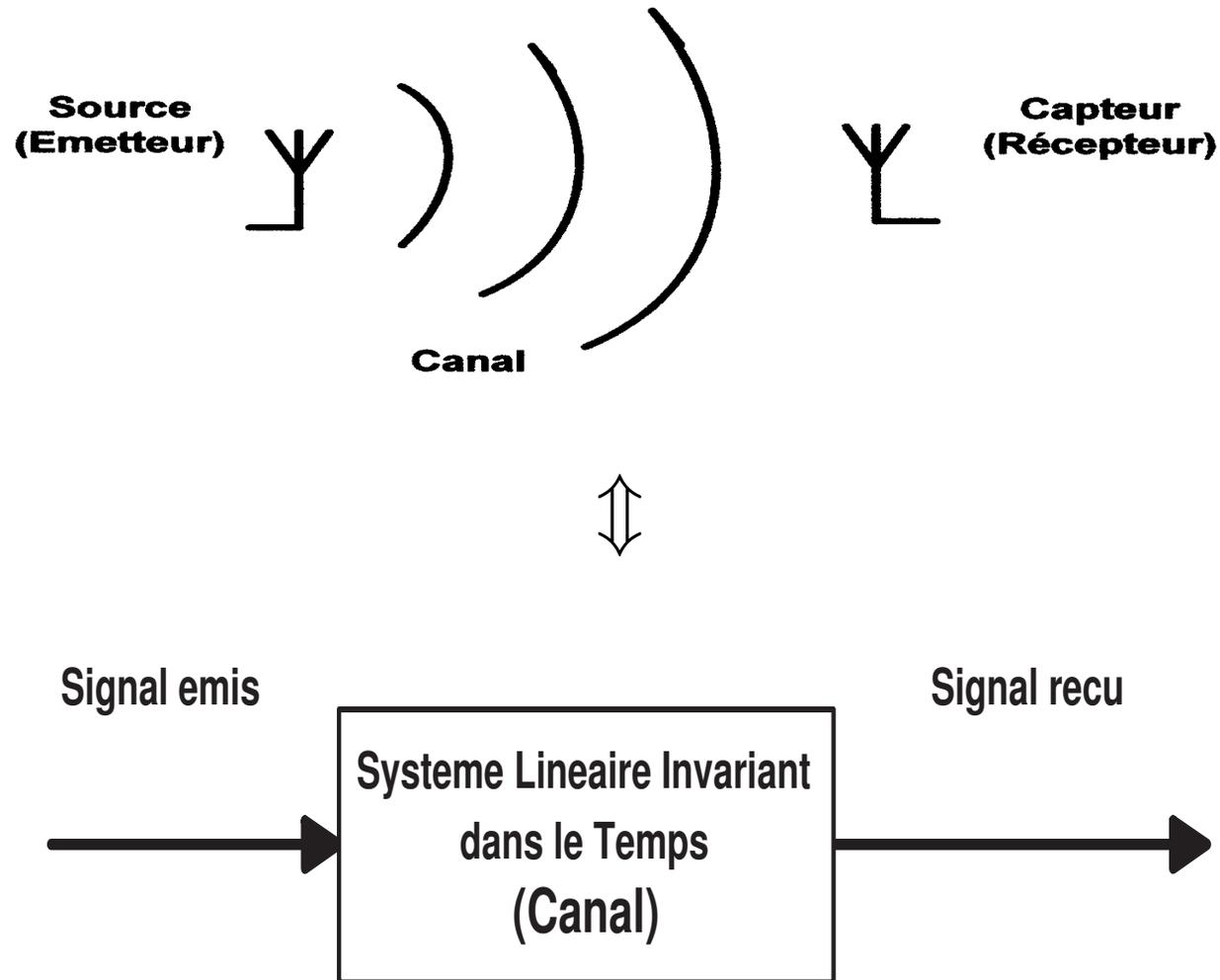
# Égalisation aveugle



# Égalisation aveugle



# Égalisation aveugle



# Égalisation aveugle

- L'égalisation (au sense classique) consiste à récupérer le signal émis à partir du signal reçu, connaissant une partie du signal émis (séquence d'apprentissage).

# Égalisation aveugle

- L'égalisation (au sense classique) consiste à récupérer le signal émis à partir du signal reçu, connaissant une partie du signal émis (séquence d'apprentissage).
- On dit que le *traitement est en aveugle (Autodidacte)* dans la situation où *aucune séquence d'apprentissage n'est disponible*.

# Égalisation aveugle

- L'égalisation (au sense classique) consiste à récupérer le signal émis à partir du signal reçu, connaissant une partie du signal émis (séquence d'apprentissage).
- On dit que le ***traitement est en aveugle (Autodidacte)*** dans la situation où ***aucune séquence d'apprentissage n'est disponible.***

Systeme d'Égalisation Aveugle.

- L'égalisation (au sense classique) consiste à récupérer le signal émis à partir du signal reçu, connaissant une partie du signal émis (séquence d'apprentissage).
- On dit que le ***traitement est en aveugle (Autodidacte)*** dans la situation où ***aucune séquence d'apprentissage n'est disponible.***

Système d'Égalisation Aveugle.



Système d'Égalisation utilisant, seulement,  
les données à la sortie du système.

# Égalisation aveugle



المدرسة الوطنية المتعددة الفنون  
Ecole Nationale Polytechnique

## Motivations

## Motivations

- Augmentation du débit utile à travers le canal de transmission.

## Motivations

- Augmentation du débit utile à travers le canal de transmission.
- Nécessaire dans certaines applications (dans le domaine militaire, en systmologie, etc).

## Motivations

- Augmentation du débit utile à travers le canal de transmission.
- Nécessaire dans certaines applications (dans le domaine militaire, en systmologie, etc).
- Meilleurs flexibilité et autonomie du système.

## Motivations

## Motivations

- Égalisation aveugle basée sur des statistiques du second ordre seulement.

## Motivations

- Égalisation aveugle basée sur des statistiques du second ordre seulement.
- Augmentation de la capacité du canal:
  - Cas SISO:  $C = \log_2(1 + \rho)$ .  
 $\rho$  étant le rapport signal sur bruit.
  - Cas MIMO (avec  $q$  sources et  $p$  capteurs) :

$$C = \log_2 \left( \det \left( \mathbf{I}_p + \frac{\rho}{q} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right),$$

$\mathbf{H}$  étant la matrice de transfert du canal, de dimension  $p \times q$ .

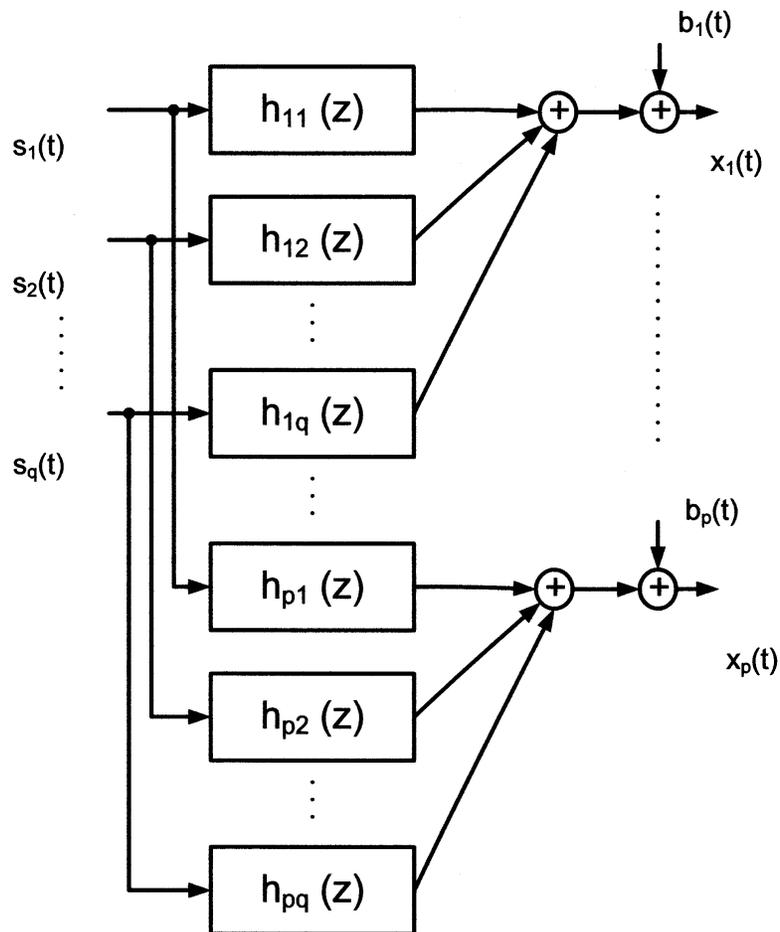
# Modèle du canal



Système MIMO RIF, d'ordre  $L$ , avec  $q$  entrées et  $p$  sorties ( $p > q$ ).

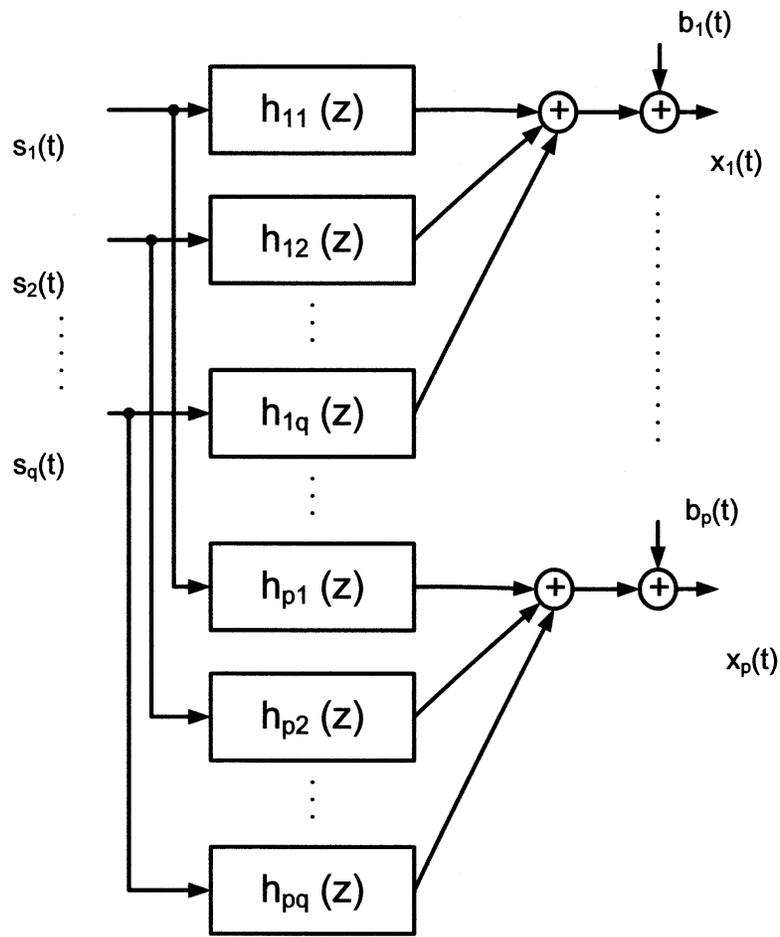
# Modèle du canal

Systeme MIMO RIF, d'ordre  $L$ , avec  $q$  entrées et  $p$  sorties ( $p > q$ ).



# Modèle du canal

Système MIMO RIF, d'ordre  $L$ , avec  $q$  entrées et  $p$  sorties ( $p > q$ ).



$$h_{i,j}(z) = \sum_{k=0}^L h_{i,j}(k) z^{-k}, \text{ modélise}$$

le canal de propagation entre la  $j$ -ème source et le  $i$ -ème capteur.

# Modèle du canal



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

# Modèle du canal



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

On pose

# Modèle du canal

On pose

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_p(t) \end{bmatrix}$$

# Modèle du canal

On pose

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_p(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}(t) = \sum_{k=0}^L \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(t-k) + \mathbf{b}(t),$$

# Modèle du canal

On pose

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_p(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}(t) = \sum_{k=0}^L \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(t-k) + \mathbf{b}(t),$$

avec

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} h_{11}(k) & \cdots & h_{1q}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{p1}(k) & \cdots & h_{pq}(k) \end{bmatrix},$$

# Modèle du canal

On pose

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_p(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}(t) = \sum_{k=0}^L \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(t-k) + \mathbf{b}(t),$$

avec

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} h_{11}(k) & \cdots & h_{1q}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{p1}(k) & \cdots & h_{pq}(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_q(t) \end{bmatrix},$$

# Modèle du canal

On pose

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_p(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}(t) = \sum_{k=0}^L \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(t-k) + \mathbf{b}(t),$$

avec

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} h_{11}(k) & \cdots & h_{1q}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{p1}(k) & \cdots & h_{pq}(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_q(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}(t) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_p(t) \end{bmatrix}.$$

# Modèle du canal

On pose

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_p(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}(t) = \sum_{k=0}^L \mathbf{H}(k) \mathbf{s}(t-k) + \mathbf{b}(t),$$

avec

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} h_{11}(k) & \cdots & h_{1q}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{p1}(k) & \cdots & h_{pq}(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_q(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}(t) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_p(t) \end{bmatrix}.$$

La matrice  $\mathbf{H}(z) = \sum_{k=0}^L \mathbf{H}(k) z^{-k}$  de dimensions  $p \times q$ , est une fonction de transfert polynômiale

inconnue, causale et stable.

# Hypothèses

**H1:** La matrice  $H(z)$  est irréductible et à colonnes réduites

$$\Leftrightarrow \text{rank}(H(z)) = q, \forall z \text{ et } \text{rank}(\mathbf{H}(0)) = q.$$

**H2:** Le signal émis (non-observable)  $s(t)$  est une séquence i.i.d de moyenne nulle et de puissance unité

$$\Leftrightarrow E(\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t + \tau)^H) = \delta(\tau)\mathbf{I}_q.$$

**H3:** Le bruit additif  $\mathbf{b}(t)$  est blanc temporellement et spatialement et est decorré au signal émis

$$\Leftrightarrow E(\mathbf{b}(t)\mathbf{b}(t + \tau)^H) = \sigma_b^2\delta(\tau)\mathbf{I}_p \text{ et } E(b_i(t_n)s_j^*(t_m)) = 0.$$

# Modèle de données



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

# Modèle de données

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

$$\mathbf{x}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - N + 1) \end{bmatrix}$$

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

$$\mathbf{x}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - N + 1) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t),$$

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

$$\mathbf{x}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - N + 1) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t),$$

avec

$$\mathbf{H}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) \end{bmatrix}$$

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

$$\mathbf{x}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - N + 1) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t),$$

avec

$$\mathbf{H}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{n \times d};$$

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

$$\mathbf{x}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - N + 1) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t),$$

avec

$$\mathbf{H}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{n \times d}: \text{ Matrice de filtrage (Sylvestre),}$$

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

$$\mathbf{x}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - N + 1) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t),$$

avec

$$\mathbf{H}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{n \times d}: \text{ Matrice de filtrage (Sylvestre),}$$

$$\mathbf{s}_m(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{s}(t - m + 1) \end{bmatrix},$$

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

$$\mathbf{x}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - N + 1) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t),$$

avec

$$\mathbf{H}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{n \times d}: \text{ Matrice de filtrage (Sylvestre),}$$

$$\mathbf{s}_m(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{s}(t - m + 1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{b}(t - N + 1) \end{bmatrix},$$

# Modèle de données

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

$$\mathbf{x}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - N + 1) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t),$$

avec

$$\mathbf{H}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) & & \mathbf{0} \\ & & & \ddots & \\ & & & & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{n \times d}: \text{ Matrice de filtrage (Sylvestre),}$$

$$\mathbf{s}_m(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{s}(t - m + 1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{b}(t - N + 1) \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} m = N + L, \\ n = Np, \\ d = qm. \end{cases}$$

On empile  $N$  observations successives du signal reçu  $\mathbf{x}(t)$ :

$$\mathbf{x}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - N + 1) \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t),$$

avec

$$\mathbf{H}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}(0) & \cdots & \mathbf{H}(L) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{n \times d}: \text{ Matrice de filtrage (Sylvestre),}$$

$$\mathbf{s}_m(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{s}(t - m + 1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_N(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{b}(t - N + 1) \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} m = N + L, \\ n = Np, \\ d = qm. \end{cases}$$

Si  $H(z)$  vérifie l'hypothèse **H1**, alors pour  $N > qL$ , la matrice  $\mathbf{H}_N$  est à rang colonne plein (i.e.

$$\text{rank}(\mathbf{H}_N) = d).$$

# Insuffisances des techniques aveugles



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

- Sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.

# Insuffisances des techniques aveugles



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

- Sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Complexité de calcul élevée.

- Sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Complexité de calcul élevée.
- **Indéterminations:**

- Sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Complexité de calcul élevée.
- **Indéterminations:**  
Problème **inhérent** aux systèmes d'identification / égalisation aveugle.

- Sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.

- Complexité de calcul élevée.

- **Indéterminations:**

Problème **inhérent** aux systèmes d'identification / égalisation aveugle.

Si  $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{H}(z)] \mathbf{s}(t)$  et  $\mathbf{R}$  une matrice non singulière

- Sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Complexité de calcul élevée.
- **Indéterminations:**

Problème **inhérent** aux systèmes d'identification / égalisation aveugle.

Si  $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{H}(z)] \mathbf{s}(t)$  et  $\mathbf{R}$  une matrice non singulière

$$\Rightarrow \mathbf{x}(t) = ([\mathbf{H}(z)] \mathbf{R}) (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(t)) = [\mathbf{H}'(z)] \mathbf{s}'(t)$$

- Sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Complexité de calcul élevée.
- **Indéterminations:**

Problème **inhérent** aux systèmes d'identification / égalisation aveugle.

Si  $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{H}(z)] \mathbf{s}(t)$  et  $\mathbf{R}$  une matrice non singulière

$$\Rightarrow \mathbf{x}(t) = ([\mathbf{H}(z)] \mathbf{R}) (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(t)) = [\mathbf{H}'(z)] \mathbf{s}'(t)$$

avec  $\mathbf{H}'(z) = \mathbf{H}(z) \mathbf{R}$  et  $\mathbf{s}'(t) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(t)$

- Sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Complexité de calcul élevée.
- **Indéterminations:**

Problème **inhérent** aux systèmes d'identification / égalisation aveugle.

Si  $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{H}(z)] \mathbf{s}(t)$  et  $\mathbf{R}$  une matrice non singulière

$$\Rightarrow \mathbf{x}(t) = ([\mathbf{H}(z)] \mathbf{R}) (\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(t)) = [\mathbf{H}'(z)] \mathbf{s}'(t)$$

avec  $\mathbf{H}'(z) = \mathbf{H}(z)\mathbf{R}$  et  $\mathbf{s}'(t) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{s}(t)$

$\Rightarrow \mathbf{H}(z)$  et  $\mathbf{s}(t)$  sont identifiables à une matrice constante non singulière prés.

# Plan de la présentation



- Position du problème et Notions préliminaires.
- **État de l'art.**
- Égaliseur MMSE MIMO aveugle adaptatif rapide et robuste au erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Égaliseur aveugle indépendant de l'ordre du canal.
- Conclusion et perspectives.

# État de l'art



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

# État de l'art



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

Deux tendances:

Deux tendances:

- Amélioration des techniques d'estimation de l'ordre du canal (A. P. Liavas *et al* 1999, W. H. Gerstaecker and D. P. Taylor 2003, P. J. Green and D. P. Taylor 2004, etc.)

Deux tendances:

- Amélioration des techniques d'estimation de l'ordre du canal (A. P. Liavas *et al* 1999, W. H. Gerstaecker and D. P. Taylor 2003, P. J. Green and D. P. Taylor 2004, etc.)
- Développement de techniques d'identification / égalisation aveugle robustes aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.

# État de l'art



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

Quelques méthodes d'identification / égalisation aveugles  
robustes aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal

Quelques méthodes d'identification / égalisation aveugles robustes aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal

- Méthode de la prédiction linéaire (X. Li and H. Fan 2000).

Algorithme LPA: *Linear Prediction Algorithm*

## Quelques méthodes d'identification / égalisation aveugles robustes aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal

- Méthode de la prédiction linéaire (X. Li and H. Fan 2000).

Algorithme LPA: *Linear Prediction Algorithm*

- Méthode des égaliseurs mutuellement référencés (D. Gesbert *et al* 1997).

Algorithme MRE: *Mutually Referenced Equalizers*

## Quelques méthodes d'identification / égalisation aveugles robustes aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal

- Méthode de la prédiction linéaire (X. Li and H. Fan 2000).

Algorithme LPA: *Linear Prediction Algorithm*

- Méthode des égaliseurs mutuellement référencés (D. Gesbert *et al* 1997).

Algorithme MRE: *Mutually Referenced Equalizers*

- Méthode des matrices de corrélation décalées (H. Gazzah *et al* 2002).

Algorithme GRDA: *Gazzah, Regalia, Delmas, Abed-Meraim*

- Méthodes d'optimisation sous contraintes (M. K. Tsatsanis and Z. Xu 1999). *Algorithme GSC: Generalized Sidelobe Cancellers*

- Méthodes d'optimisation sous contraintes (M. K. Tsatsanis and Z. Xu 1999). *Algorithme GSC: Generalized Sidelobe Cancellers*
- Méthode sous-espace robuste (A. Gorokhov *et al* 1999).  
*Algorithme RSFA: Robust Subspace Fitting Algorithm*

- Méthodes d'optimisation sous contraintes (M. K. Tsatsanis and Z. Xu 1999). *Algorithme GSC: Generalized Sidelobe Cancellers*
- Méthode sous-espace robuste (A. Gorokhov *et al* 1999).  
*Algorithme RSFA: Robust Subspace Fitting Algorithm*
- Méthode de la décomposition en produit extérieur (Z. Ding 1997).  
*Algorithme OPDA: Outer-Product Decomposition Algorithm*

- Méthodes d'optimisation sous contraintes (M. K. Tsatsanis and Z. Xu 1999). *Algorithme GSC: Generalized Sidelobe Cancellers*
- Méthode sous-espace robuste (A. Gorokhov *et al* 1999).  
*Algorithme RSFA: Robust Subspace Fitting Algorithm*
- Méthode de la décomposition en produit extérieur (Z. Ding 1997).  
*Algorithme OPDA: Outer-Product Decomposition Algorithm*
- Méthode de lissage au sens des moindres carrés (L. Tong and Q. Zhao 1999). *Algorithme LSS: Least Square Smoothing*

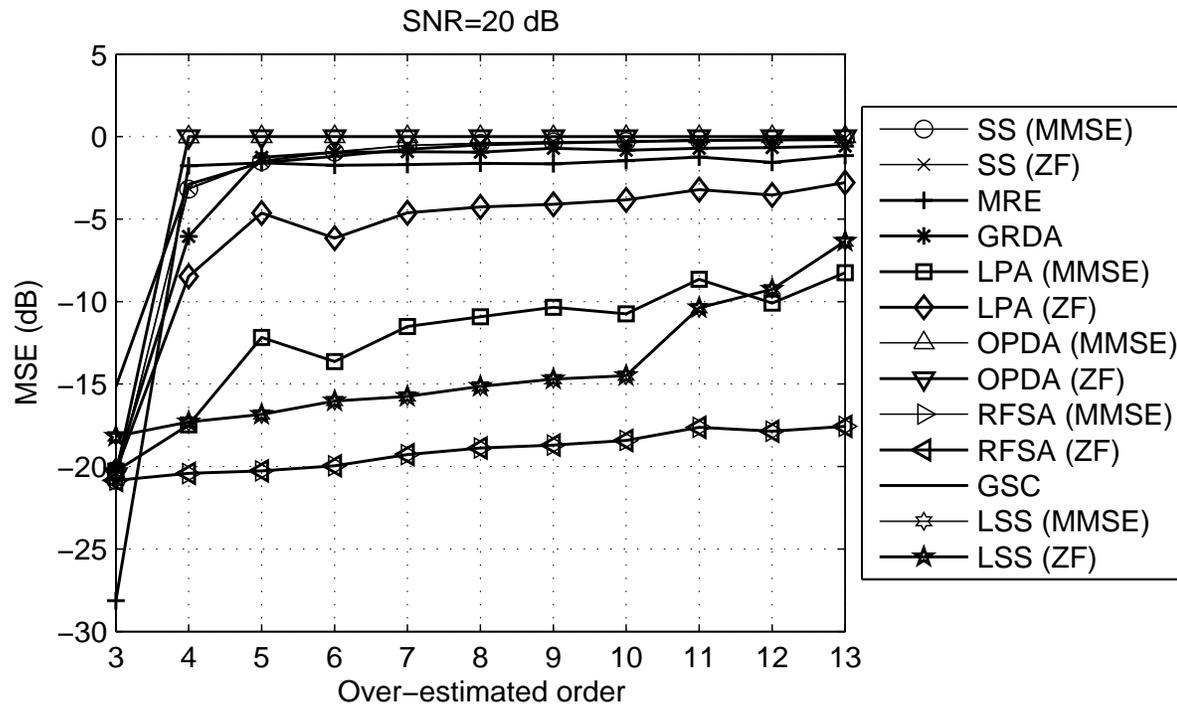
# Comparaison des performances



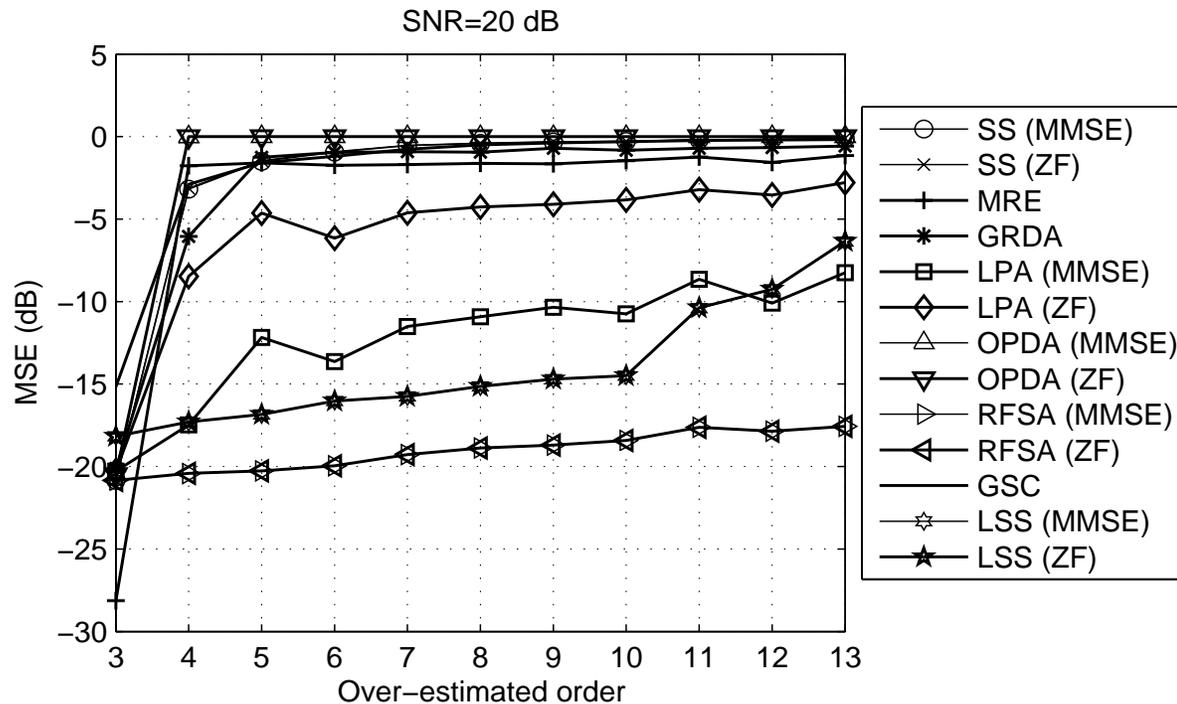
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

## Robustesse aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal

## Robustesse aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal



## Robustesse aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal



Canal SIMO ( $p = 1$ , l'ordre exacte  $L = 4$ ),  $s(t)$  une séquence iid QAM4, nombre d'échantillons

$K = 500$ , retard d'égalisation  $\tau = 4$ , taille de la fenêtre d'observation  $N = 6$ .

Nous avons proposé deux alternatives:

- La première, destinée à des canaux MIMO, présente une faible sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal. Cette sensibilité est d'autant plus faible que la contrainte imposée est linéaire ou le nombre d'échantillons est large.
- La deuxième, destinée à des canaux SIMO, est totalement indépendante de l'ordre du canal.

# Plan de la présentation



- Position du problème et Notions préliminaires.
- État de l'art.
- **Égaliseur MMSE MIMO aveugle adaptatif rapide et robuste aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.**
- Égaliseur aveugle indépendant de l'ordre du canal.
- Conclusion et perspectives.

# Égaliseur MMSE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

# Égaliseur MMSE

Modèle de données d'un canal MIMO RIF:

$$\mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t).$$

# Égaliseur MMSE

Modèle de données d'un canal MIMO RIF:

$$\mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t).$$

Filtre égaliseur MMSE à retard  $\tau$ :

$$\mathbf{V}_\tau = \arg \min_{\mathbf{V}} E(\|\mathbf{s}(t - \tau) - \mathbf{V}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2) = \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{G}_\tau,$$

# Égaliseur MMSE

Modèle de données d'un canal MIMO RIF:

$$\mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t).$$

Filtre égaliseur MMSE à retard  $\tau$ :

$$\mathbf{V}_\tau = \arg \min_{\mathbf{V}} E(\|\mathbf{s}(t - \tau) - \mathbf{V}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2) = \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{G}_\tau,$$

avec

$$\mathbf{C}_N \stackrel{\text{def}}{=} E(\mathbf{x}_N(t) \mathbf{x}_N^H(t)) = \mathbf{H}_N \mathbf{H}_N^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_n$$

# Égaliseur MMSE

Modèle de données d'un canal MIMO RIF:

$$\mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t).$$

Filtre égaliseur MMSE à retard  $\tau$ :

$$\mathbf{V}_\tau = \arg \min_{\mathbf{V}} E(\|\mathbf{s}(t - \tau) - \mathbf{V}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2) = \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{G}_\tau,$$

avec

$$\mathbf{C}_N \stackrel{\text{def}}{=} E(\mathbf{x}_N(t) \mathbf{x}_N^H(t)) = \mathbf{H}_N \mathbf{H}_N^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_n$$

$$\mathbf{G}_\tau \stackrel{\text{def}}{=} E(\mathbf{x}_N(t) \mathbf{s}^H(t - \tau)) = \mathbf{H}_N(:, \tau q + 1 : (\tau + 1)q).$$

# Égaliseur MMSE

Modèle de données d'un canal MIMO RIF:

$$\mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t).$$

Filtre égaliseur MMSE à retard  $\tau$ :

$$\mathbf{V}_\tau = \arg \min_{\mathbf{V}} E(\|\mathbf{s}(t - \tau) - \mathbf{V}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2) = \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{G}_\tau,$$

avec

$$\mathbf{C}_N \stackrel{\text{def}}{=} E(\mathbf{x}_N(t) \mathbf{x}_N^H(t)) = \mathbf{H}_N \mathbf{H}_N^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_n$$

$$\mathbf{G}_\tau \stackrel{\text{def}}{=} E(\mathbf{x}_N(t) \mathbf{s}^H(t - \tau)) = \mathbf{H}_N(:, \tau q + 1 : (\tau + 1)q).$$

Si  $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{n \times d}$  est une base orthonormale du sous espace signal (sous espace généré par les colonnes de  $\mathbf{H}_N$ ), alors

$$\mathbf{V}_\tau = \mathbf{W} \tilde{\mathbf{V}}_\tau, \quad \tilde{\mathbf{V}}_\tau \in \mathbb{C}^{d \times q}.$$

# Égalisation aveugle



المدرسة الوطنية المتعددة الفنون  
Ecole Nationale Polytechnique

# Égalisation aveugle

Cas d'un retard nul ( $\tau = 0$ ):

$$\mathbf{C}_N \mathbf{W} \tilde{\mathbf{V}}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{C}_N(p+1:n, :) \mathbf{W} \tilde{\mathbf{V}}_0 = \mathbf{0}.$$

# Égalisation aveugle

Cas d'un retard nul ( $\tau = 0$ ):

$$\mathbf{C}_N \mathbf{W} \tilde{\mathbf{V}}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{C}_N(p+1:n,:) \mathbf{W} \tilde{\mathbf{V}}_0 = \mathbf{0}.$$

Si on pose  $\mathbf{T} = \mathbf{C}_N(p+1:n,:) \mathbf{W}$  alors pour  $N > qL + 1$ , on a

$$\mathbf{T} \tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{V}} = \tilde{\mathbf{V}}_0 \mathbf{R}$$

$\text{rank}(\tilde{\mathbf{V}}) = q$

$\mathbf{R}$  est une matrice  $q \times q$  inversible donnée.

# Implémentation



المدرسة الوطنية المتعددة الفنون  
Ecole Nationale Polytechnique

# Implémentation



## Cas SIMO

## Cas SIMO

$$\tilde{\mathbf{v}} = \arg \min_{\|\mathbf{z}\|=1} \mathbf{z}^H \mathbf{Q} \mathbf{z},$$

## Cas SIMO

$$\tilde{\mathbf{v}} = \arg \min_{\|\mathbf{z}\|=1} \mathbf{z}^H \mathbf{Q} \mathbf{z},$$

avec

$$\mathbf{Q} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{T}^H \mathbf{T}.$$

## Cas SIMO

$$\tilde{\mathbf{v}} = \arg \min_{\|\mathbf{z}\|=1} \mathbf{z}^H \mathbf{Q} \mathbf{z},$$

avec

$$\mathbf{Q} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{T}^H \mathbf{T}.$$

$$\Rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{W} \tilde{\mathbf{v}} = r \mathbf{v}_0,$$

$r$  étant une constante scalaire non nulle.

# Implémentation



المدرسة الوطنية المتعددة الفنون  
Ecole Nationale Polytechnique

# Implémentation



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

## Cas MIMO

## Cas MIMO

$$\mathbf{T}\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{0} \quad \Leftrightarrow \quad (\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{T})\text{vec}(\tilde{\mathbf{V}}) = \mathbf{0}.$$

## Cas MIMO

$$\mathbf{T}\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{0} \quad \Leftrightarrow \quad (\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{T})\text{vec}(\tilde{\mathbf{V}}) = \mathbf{0}.$$

Comme

$$\tilde{\mathbf{V}}(1 : q, 1 : q) = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \times & \ddots & \vdots \\ \times & \times & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rank}(\tilde{\mathbf{V}}) = q,$$

## Cas MIMO

$$\mathbf{T}\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{T})\text{vec}(\tilde{\mathbf{V}}) = \mathbf{0}.$$

Comme

$$\tilde{\mathbf{V}}(1 : q, 1 : q) = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \times & \ddots & \vdots \\ \times & \times & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rank}(\tilde{\mathbf{V}}) = q,$$

alors

$$\begin{array}{l} \mathbf{T}\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{0} \\ \text{rank}(\tilde{\mathbf{V}})=q \end{array} \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{V}} = -\text{vec}^{-1}(\mathcal{J}\mathbf{A}^\# \mathbf{a}) + \mathcal{J}_{0,q,d-q},$$

# Implémentation



المدرسة الوطنية المتعددة الفنون  
Ecole Nationale Polytechnique

# Implémentation



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

## Cas MIMO

## Cas MIMO

avec

$$\mathcal{J}_{j,k,l} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{j \times k} \\ \mathbf{I}_k \\ \mathbf{0}_{l \times k} \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{a} = \text{vec}(\mathbf{T} \mathcal{J}_{0,q,d-q}),$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{T}) \mathcal{J},$$

$$\mathcal{J} = \text{diag}(\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \dots, \mathcal{J}_q),$$

$$\mathcal{J}_k = \mathcal{J}_{k,d-k,0}, \quad k = 1, \dots, q.$$

## Cas MIMO

avec

$$\mathcal{J}_{j,k,l} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{j \times k} \\ \mathbf{I}_k \\ \mathbf{0}_{l \times k} \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{a} = \text{vec}(\mathbf{T} \mathcal{J}_{0,q,d-q}),$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I}_q \otimes \mathbf{T}) \mathcal{J},$$

$$\mathcal{J} = \text{diag}(\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \dots, \mathcal{J}_q),$$

$$\mathcal{J}_k = \mathcal{J}_{k,d-k,0}, \quad k = 1, \dots, q.$$

Or,  $\mathbf{V} = \mathbf{W} \tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{V}_0 \mathbf{R}$ , où  $\mathbf{R}$  est une matrice non singulière.

- $\mathbf{C}_N(t) = \beta \mathbf{C}_N(t-1) + \mathbf{x}_N(t) \mathbf{x}_N^H(t)$

- $\mathbf{C}_N(t) = \beta \mathbf{C}_N(t-1) + \mathbf{x}_N(t) \mathbf{x}_N^H(t)$
- La mise à jour de  $\mathbf{W}(t)$  est obtenue en utilisant l'algorithme YAST (R. Badeau *et al* 2005) avec une complexité de calcul de l'ordre de ( $O(nd)$ ) (au lieu de  $O(n^3)$  en utilisant une EVD).

- $\mathbf{C}_N(t) = \beta \mathbf{C}_N(t-1) + \mathbf{x}_N(t) \mathbf{x}_N^H(t)$
- La mise à jour de  $\mathbf{W}(t)$  est obtenue en utilisant l'algorithme YAST (R. Badeau *et al* 2005) avec une complexité de calcul de l'ordre de ( $O(nd)$ ) (au lieu de  $O(n^3)$  en utilisant une EVD).
- Par application de l'approximation de la projection  
 $\mathbf{C}_N(t) \mathbf{W}(t) \approx \mathbf{C}_N(t) \mathbf{W}(t-1)$  on obtient une mise à jour de  $\mathbf{T}$  en  $O(nd)$  opérations :  $\mathbf{T}(t) = \beta \mathbf{T}(t-1) + \mathcal{J}_{p,n-p,0}^T \mathbf{x}_N(t) \mathbf{y}^H(t)$ .

- L'extraction du vecteur propre dominant de  $\mathbf{F} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{Q}^{-1}$  (i.e. vecteur propre mineur de  $\mathbf{Q}$ ) est obtenu en utilisant la méthode des puissance

$$\tilde{\mathbf{v}}(t) = \frac{\mathbf{F}(t)\tilde{\mathbf{v}}(t-1)}{\|\mathbf{F}(t)\tilde{\mathbf{v}}(t-1)\|}.$$

- La mise à jour du vecteur  $\mathbf{A}^\# \mathbf{a}$  est obtenue en partant de l'expression

$$\mathbf{A}^\# = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H .$$

- La mise à jour du vecteur  $\mathbf{A}^\# \mathbf{a}$  est obtenue en partant de l'expression

$$\mathbf{A}^\# = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H.$$

- Ainsi le coût de calcul du filtre

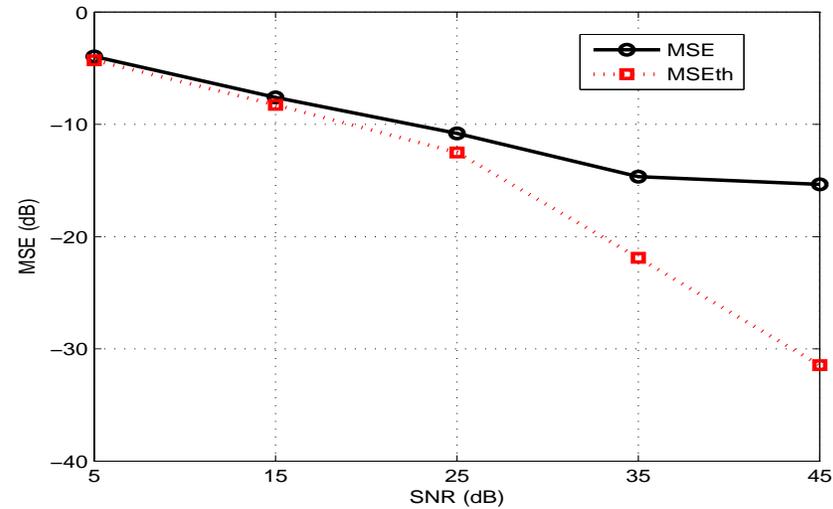
$$\tilde{\mathbf{V}} = -\text{vec}^{-1}(\mathcal{J} \mathbf{A}^\# \mathbf{a}) + \mathcal{J}_{0,q,d-q},$$

est réduit à  $O(qnd)$  opérations par itération au lieu de  $O(qn^3)$ .

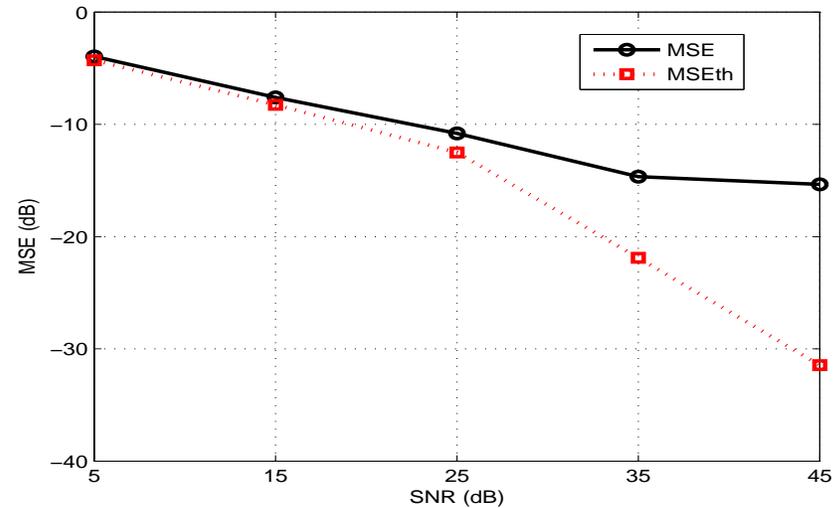
# Sélection du retard de l'égaliseur



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

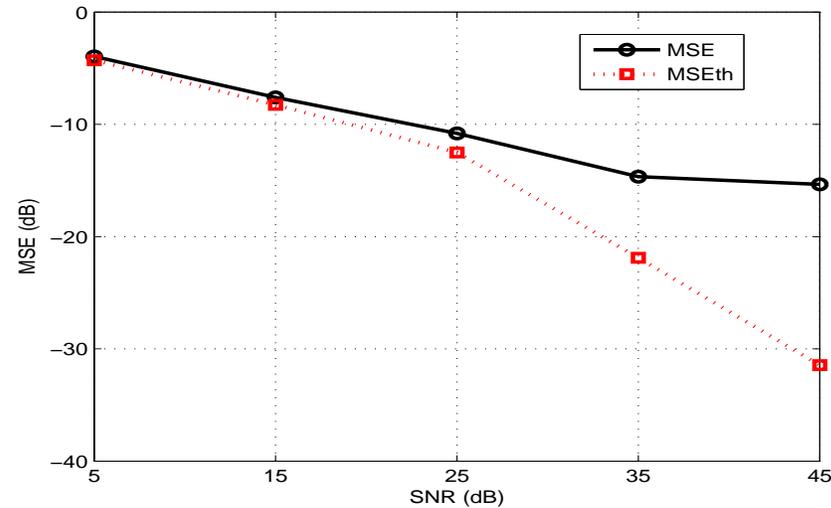


# Sélection du retard de l'égaliseur



- L'estimation aveugle du filtre MMSE à retard nul, présente une baisse en performances par rapport à une estimation non aveugle.

# Sélection du retard de l'égaliseur



- L'estimation aveugle du filtre MMSE à retard nul, présente une baisse en performances par rapport à une estimation non aveugle.
- L'égalisation avec retard non nul améliore les performances.

## Cas d'un traitement en bloc

1. Estimer  $\tilde{\mathbf{s}}(t)$ , en utilisant  $\mathbf{V}$  calculé précédemment, i.e.  $\tilde{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{V}^H \mathbf{x}_N(t)$ .
2. Estimer  $\hat{\mathbf{s}}(t)$  à partir du modèle  $\tilde{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{R}^H \mathbf{s}(t) + \tilde{\mathbf{e}}(t)$ , en utilisant un algorithme BSS (e.g. ACMA de A. J. van der Veen *et al* 1996) et en effectuant une décision sur les symboles.

3. Calculer

$$\bullet \mathbf{G}_\tau = \frac{1}{K} \sum_{t=\tau}^{K+\tau-1} \mathbf{x}_N(t) \hat{\mathbf{s}}^H(t - \tau)$$

$$\bullet \mathbf{V}_\tau = \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{G}_\tau$$

## Cas adaptatif

Pour chaque instant  $t$ :

1. Estimer  $\tilde{\mathbf{s}}(t)$ , en utilisant  $\mathbf{V}(t)$  calculé précédemment, i.e.  $\tilde{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{V}^H(t)\mathbf{x}_N(t)$ .
2. Estimer  $\hat{\mathbf{s}}(t)$  à partir du modèle  $\tilde{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{R}^H \mathbf{s}(t) + \tilde{\mathbf{e}}(t)$ , en utilisant l'algorithme A-CMS (A. Belouchrani and K. Abed-Meraim 1996) et en effectuant une décision sur les symboles.
3. Mise à jour de  $\mathbf{W}(t)$  et  $\mathbf{Z}(t) = (\mathbf{W}^H(t)\mathbf{C}_N(t)\mathbf{W}(t))^{-1}$  en utilisant YAST (Badeau *et al* 2005)
4. Calculer
  - $\mathbf{z}(t) = \mathbf{W}(t)\mathbf{Z}(t)\mathbf{W}^H(t)\mathbf{x}_N(t)$
  - $\mathbf{V}_\tau(t) = \beta\mathbf{V}_\tau(t-1) + \mathbf{z}(t)\hat{\mathbf{s}}^H(t-\tau)$

# Analyse asymptotique des performances



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

Asymptotiquement (i.e. pour un nombre d'échantillons  $K$  très grand), cette perte en performance est donnée par

$$\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{K \rightarrow +\infty} K E(\widehat{\text{MSE}}_{opt} - \text{MSE}_{opt}) = \text{trace}(\mathbf{C}_N \boldsymbol{\Sigma}_v),$$

Asymptotiquement (i.e. pour un nombre d'échantillons  $K$  très grand), cette perte en performance est donnée par

$$\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{K \rightarrow +\infty} K E(\widehat{\text{MSE}}_{opt} - \text{MSE}_{opt}) = \text{trace}(\mathbf{C}_N \boldsymbol{\Sigma}_v),$$

$\boldsymbol{\Sigma}_v$  matrice de covariance asymptotique de  $\hat{v}_0$  donnée par

$$\boldsymbol{\Sigma}_v = \mathbf{M} \boldsymbol{\Sigma}_c \mathbf{M}^H,$$

$\Sigma_c$  est la matrice de covariance asymptotique du vecteur aléatoire  $\hat{\mathbf{c}}_N = \text{vec}(\hat{\mathbf{C}}_N)$  donnée par

$$\Sigma_c = \kappa \tilde{\mathbf{c}}_N \tilde{\mathbf{c}}_N^H + \sum_{k=-(m-1)}^{m-1} \mathbf{C}_{N,k}^T \otimes \mathbf{C}_{N,k}^H,$$

$$\tilde{\mathbf{c}}_N = \text{vec}(\mathbf{C}_N - \sigma_b^2 \mathbf{I}_n),$$

$$\kappa_s = \text{cum}(s(t), s^*(t), s(t), s^*(t)),$$

$\mathbf{C}_{N,k}$  matrice de corrélation du vecteur  $\mathbf{x}_N(t)$ ,  $\kappa_s$  est le kurtosis du signal d'entrée  $s(t)$ .

$\mathbf{M}$  est une matrice donnée par

$$\mathbf{M} = r \left( \mathbf{I}_n - \frac{\mathbf{v}\mathbf{v}^H}{\|\mathbf{v}\|^2} \right) [(\tilde{\mathbf{v}}^T \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{\Gamma} - \mathbf{W}\mathbf{M}_2\mathbf{M}_1],$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}^T(:, 1) \otimes (\lambda_1 \mathbf{I}_n - \mathbf{C}_N)^\# \\ \vdots \\ \mathbf{W}^T(:, d) \otimes (\lambda_d \mathbf{I}_n - \mathbf{C}_N)^\# \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_1 = [(\mathbf{C}_N \mathcal{J}_{p,n-p,0} \mathbf{T})^T \otimes \mathbf{I}_d] \mathbf{U}_{n,d} \mathbf{\Gamma}^* \mathbf{U}_{n,n} \\ + [\mathbf{I}_d \otimes (\mathbf{T}^H \mathcal{J}_{p,n-p,0}^T \mathbf{C}_N)] \mathbf{\Gamma} \\ + (\mathcal{J}_{p,n-p,0} \mathbf{T})^T \otimes \mathbf{W}^H + \mathbf{W}^T \otimes (\mathbf{T}^H \mathcal{J}_{p,n-p,0}^T),$$

$$\mathbf{M}_2 = \tilde{\mathbf{v}}^T \otimes \mathbf{Q}',$$

$$\mathbf{U}_{\alpha,\beta} = \sum_{i=1}^{\alpha} \sum_{j=1}^{\beta} (\mathbf{e}_i^{\alpha} [\mathbf{e}_j^{\beta}]^T) \otimes (\mathbf{e}_j^{\beta} [\mathbf{e}_i^{\alpha}]^T),$$

$$\mathbf{Q}' = \begin{cases} \mathbf{Q}^{\#}, & \text{dans le cas d'une contrainte quadratique} \\ \mathcal{J}_1 (\mathcal{J}_1^T \mathbf{Q} \mathcal{J}_1)^{-1} \mathcal{J}_1^T, & \text{dans le cas d'une contrainte linéaire} \end{cases}$$

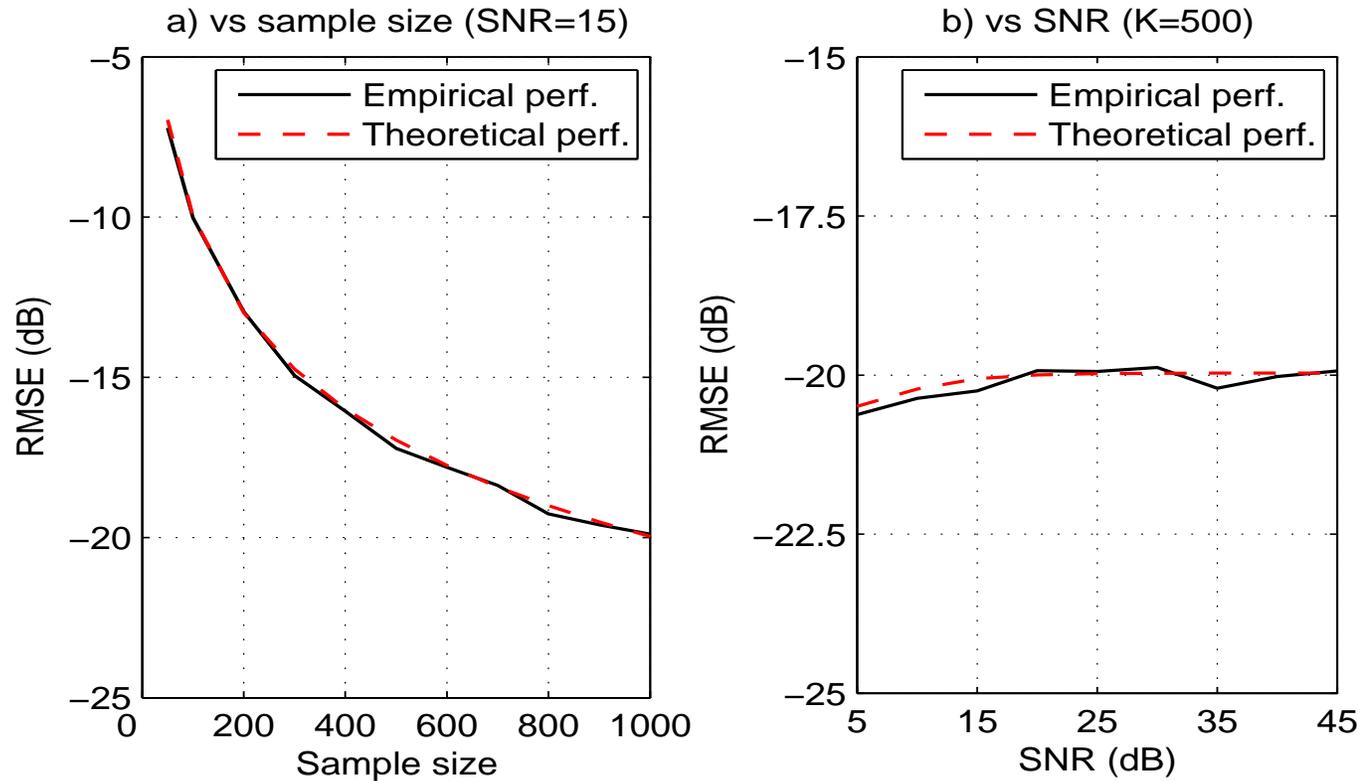
$\mathbf{v}$  filtre égaliseur aveugle correspondant à  $\mathbf{v}_0$ ,  $\mathbf{U}_{\alpha,\beta}$  est une matrice de

permutation,  $\mathbf{e}_k^l$  est le  $k$ -ème vecteur-colonne de la matrice  $\mathbf{I}_l$  et

$\lambda_1 > \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d$  sont les  $d$  principales valeurs propres de la matrice

$\mathbf{C}_N$  associées aux vecteurs propres  $\mathbf{W}(:, 1), \dots, \mathbf{W}(:, d)$ , respectivement.

# Analyse asymptotique des performances



*Perte asymptotique en performances: contrainte quadratique.*

# Simulations



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

- Canaux SIMO et MIMO dont les coefficients sont générés aléatoirement, pour chaque exécution, suivant une **distribution gaussienne complexe**.

- Canaux **SIMO** et **MIMO** dont les coefficients sont générés aléatoirement, pour chaque exécution, suivant une **distribution gaussienne complexe**.
- Les signaux d'entrée sont des séquences **iid** appartenant à un alphabet fini de phase et d'amplitude à quatre états **QAM4**.

- Canaux **SIMO** et **MIMO** dont les coefficients sont générés aléatoirement, pour chaque exécution, suivant une **distribution gaussienne complexe**.
- Les signaux d'entrée sont des séquences **iid** appartenant à un alphabet fini de phase et d'amplitude à quatre états **QAM4**.
- Indice de performances (traitement en bloc), le MSE moyen:

$$\text{MSE} = \frac{1}{qK} \sum_{t=\tau}^{K+\tau-1} \|\mathbf{s}(t - \tau) - \hat{\mathbf{V}}_{\tau}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2.$$

- Indice de performances (traitement adaptatif), le MSE instantané:

$$\text{MSE}(t) = \frac{1}{q} \|\mathbf{s}(t - \tau) - \hat{\mathbf{V}}_{\tau}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2$$

- Indice de performances (traitement adaptatif), le MSE instantané:

$$\text{MSE}(t) = \frac{1}{q} \|\mathbf{s}(t - \tau) - \hat{\mathbf{V}}_{\tau}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2$$

- Le MSE optimal est donné par

$$\text{MSE}_{opt} = \frac{1}{q} E(\|\mathbf{s}(t - \tau) - \mathbf{V}_{\tau}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2) = \frac{1}{q} \text{trace}(\mathbf{I}_q - \mathbf{G}_{\tau}^H \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{G}_{\tau}).$$

- Indice de performances (traitement adaptatif), le MSE instantané:

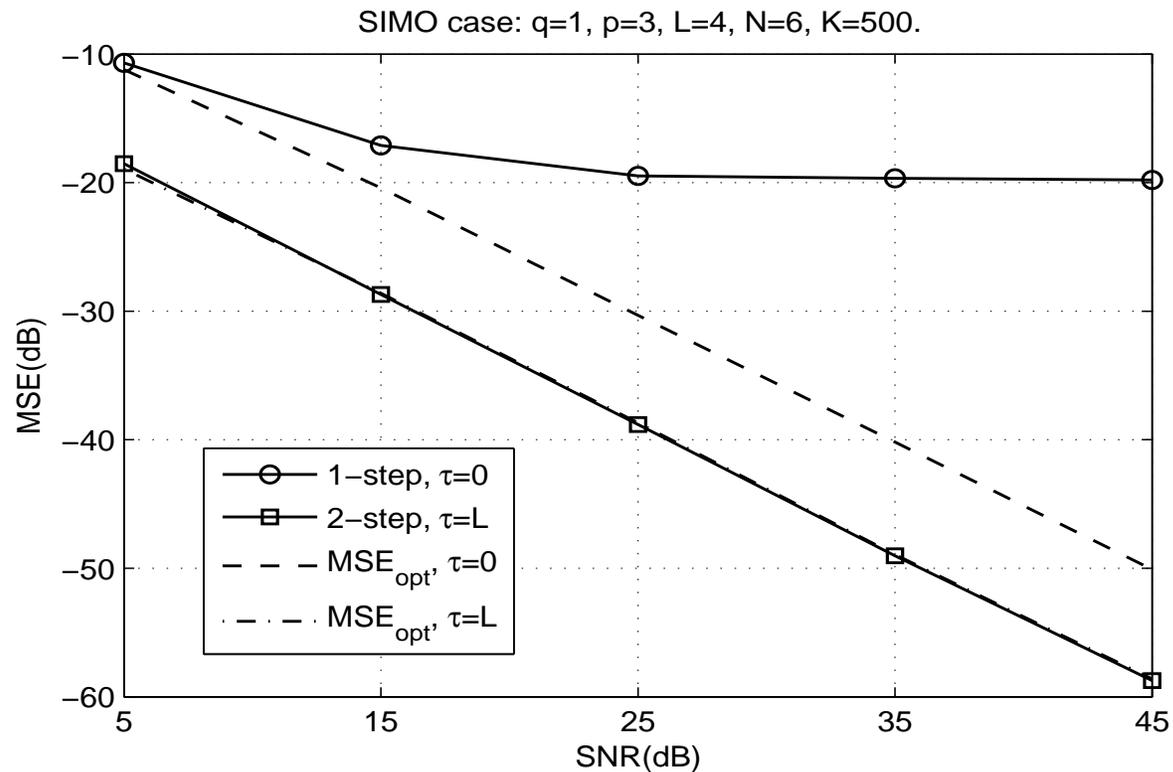
$$\text{MSE}(t) = \frac{1}{q} \|s(t - \tau) - \hat{\mathbf{V}}_{\tau}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2$$

- Le MSE optimal est donné par

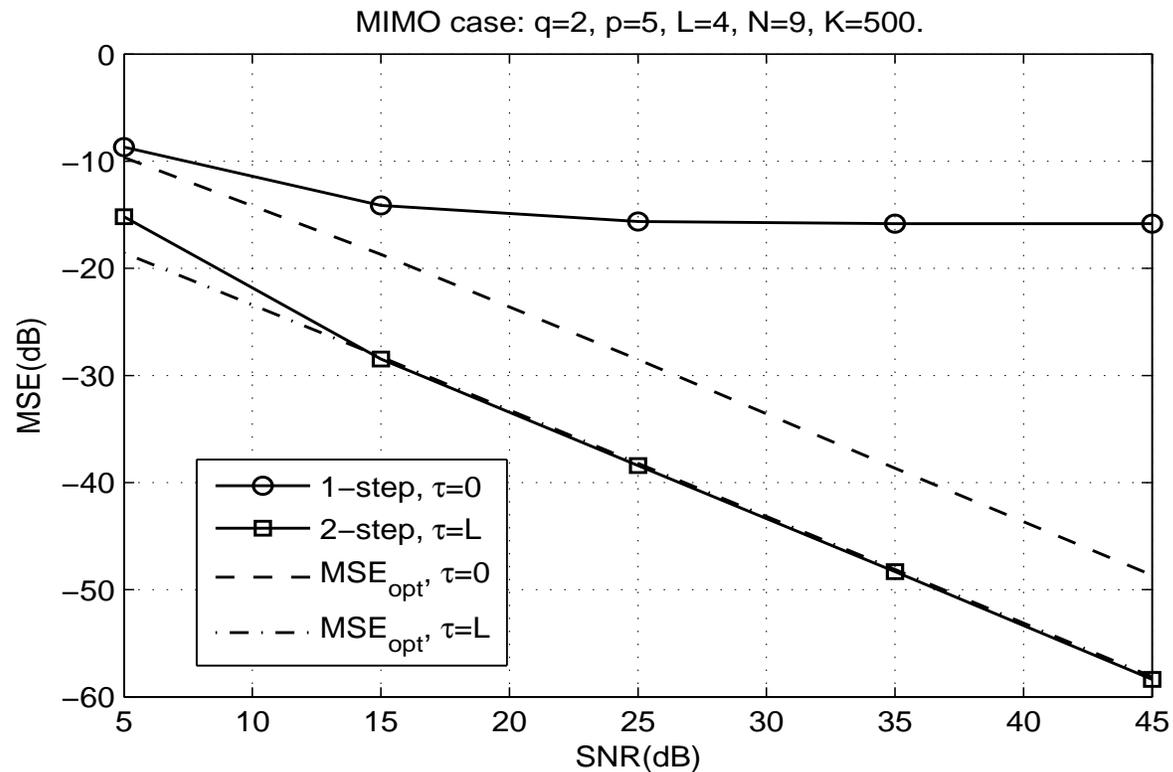
$$\text{MSE}_{opt} = \frac{1}{q} E(\|s(t - \tau) - \mathbf{V}_{\tau}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2) = \frac{1}{q} \text{trace}(\mathbf{I}_q - \mathbf{G}_{\tau}^H \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{G}_{\tau}).$$

- Le rapport signal à bruit (SNR: Signal to Noise Ration) est défini par

$$\text{SNR} = -20 \log(\sigma_b).$$

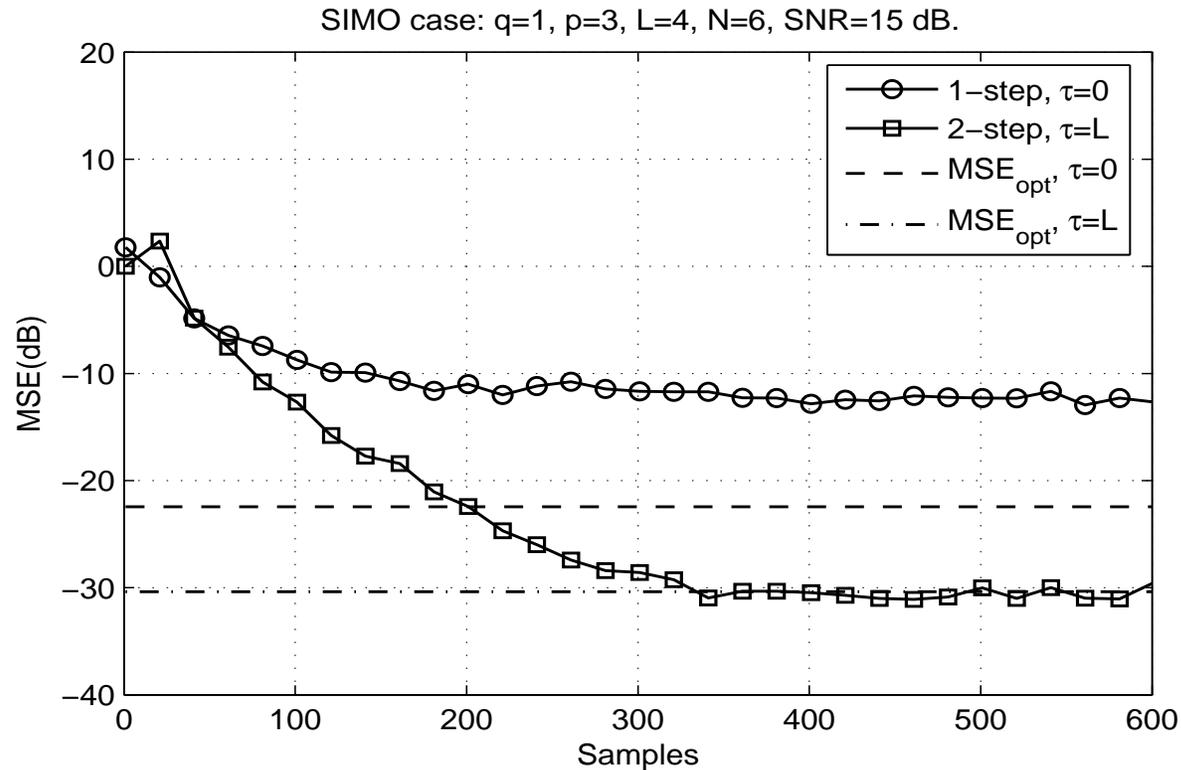


*Performances de l'égaliseur, cas SIMO.*



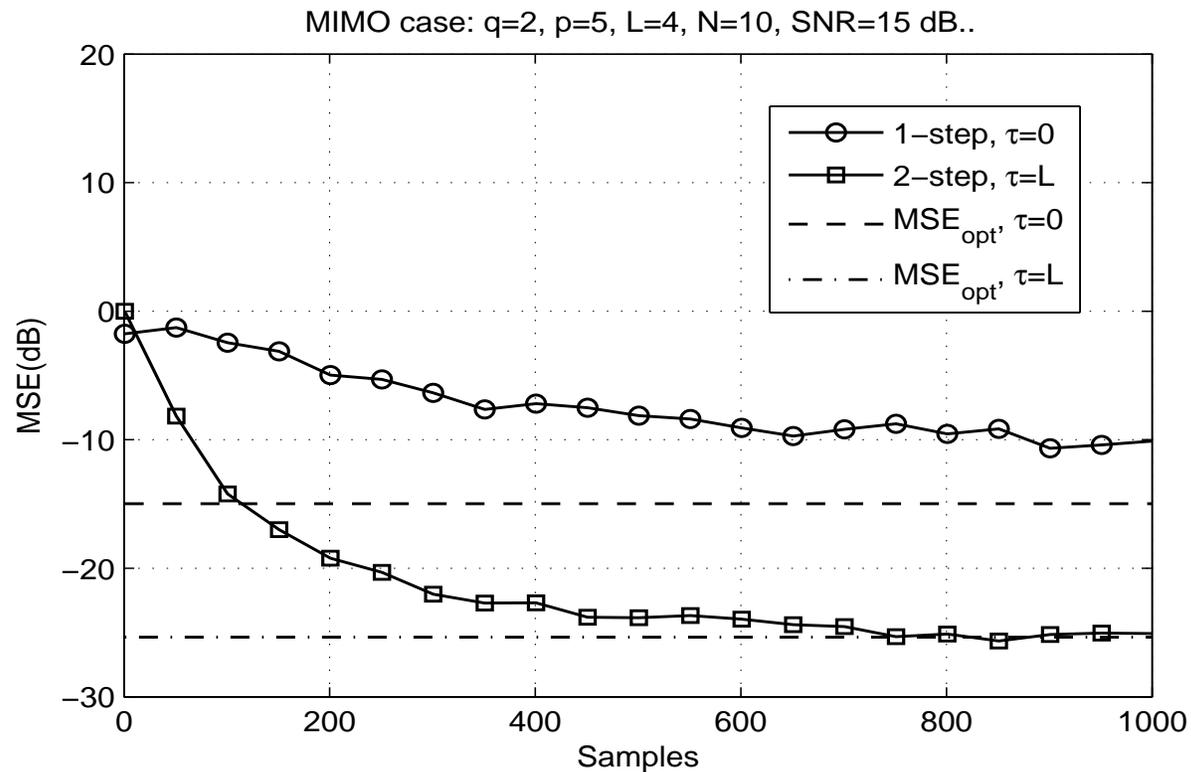
*Performances de l'égaliseur, cas MIMO.*

# Simulations



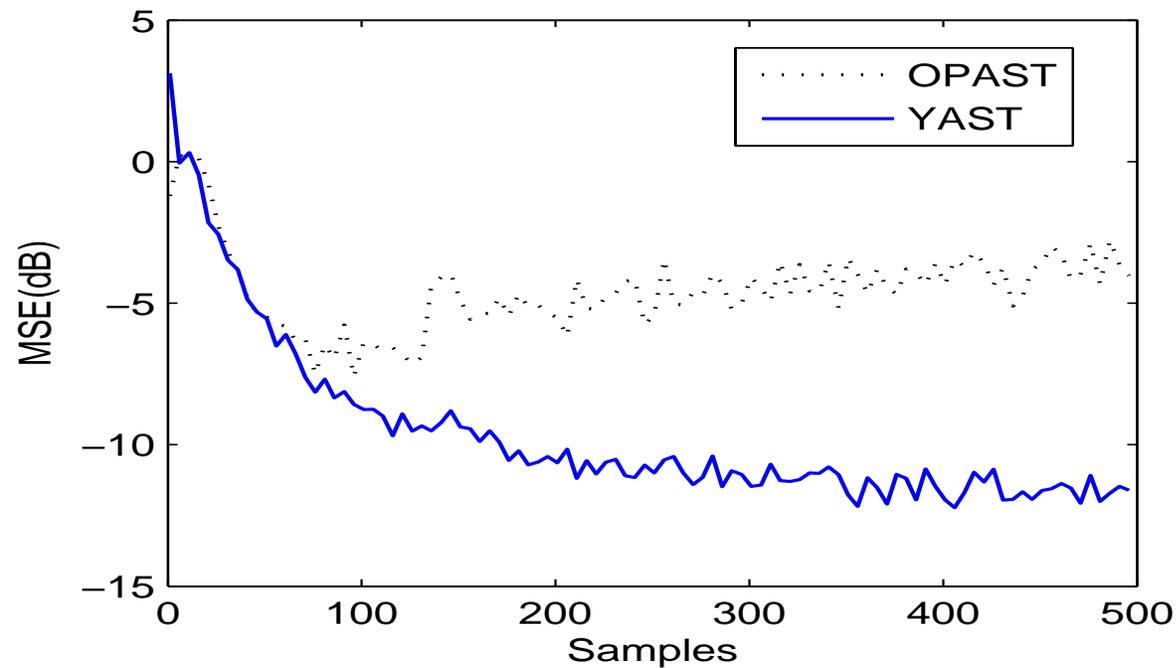
*Convergence de l'égaliseur adaptatif, cas SIMO.*

# Simulations



*Convergence de l'égaliseur adaptatif, cas MIMO.*

# Simulations



*Convergence de l'algorithme d'égalisation adaptatif dans le cas d'un canal variable dans le temps.*

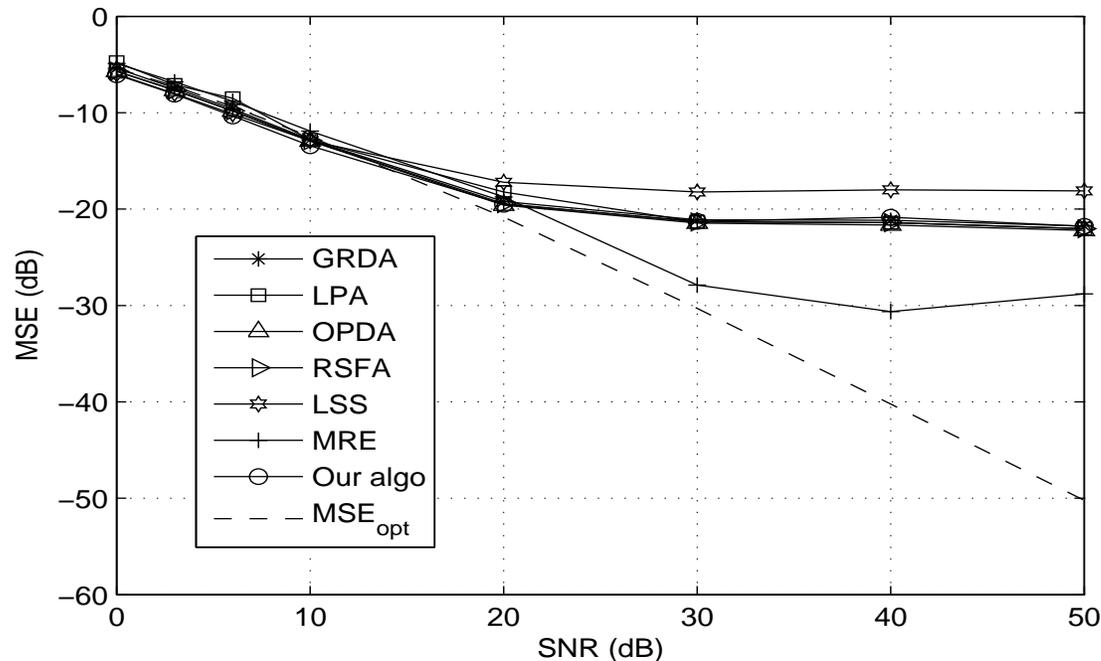
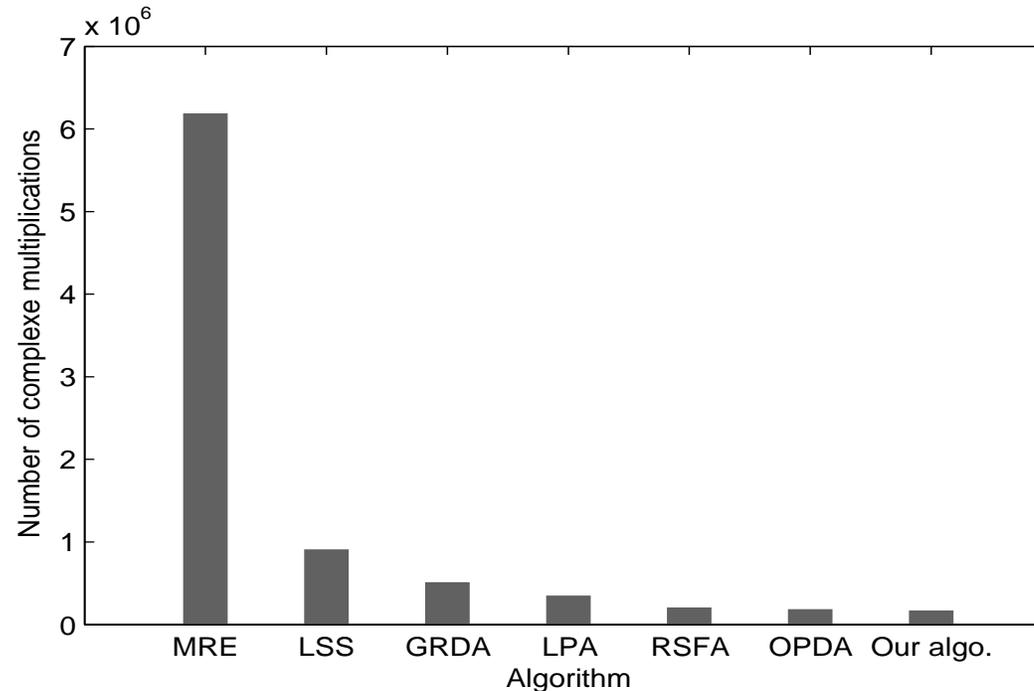


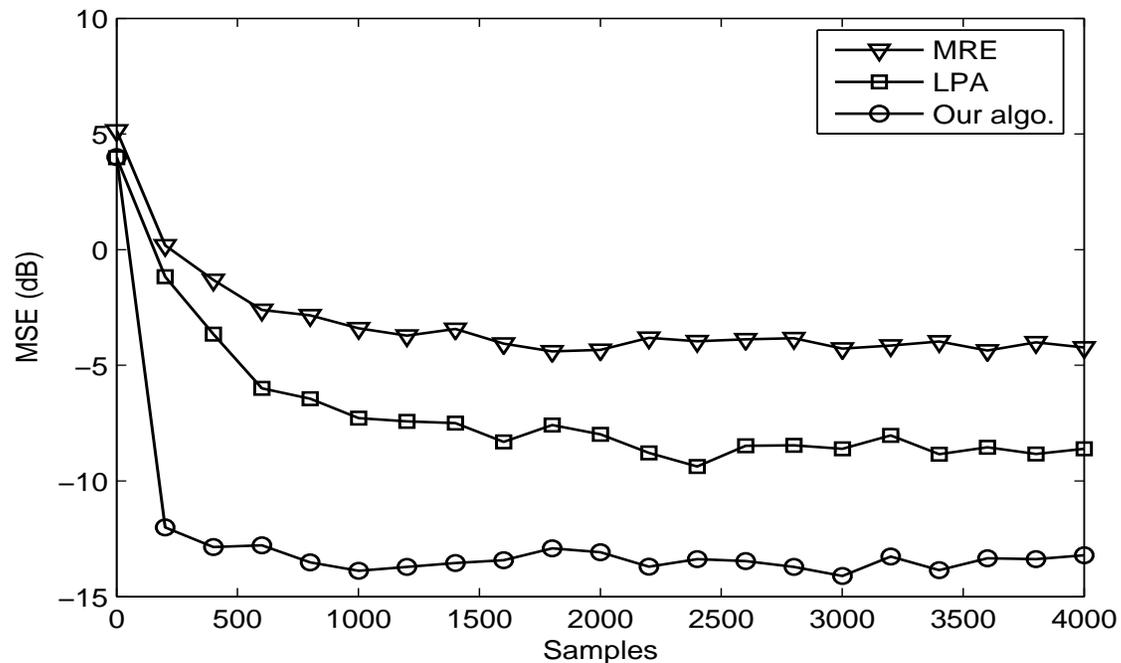
Figure 1: *Comparison des performances d'égaliseurs SIMO ( $q = 1, p = 3, L = 4, N = 6$ ), dans le cas d'un traitement en bloc.*



*Comparison des coûts de calcul d'algorithmes d'égalisation SIMO*

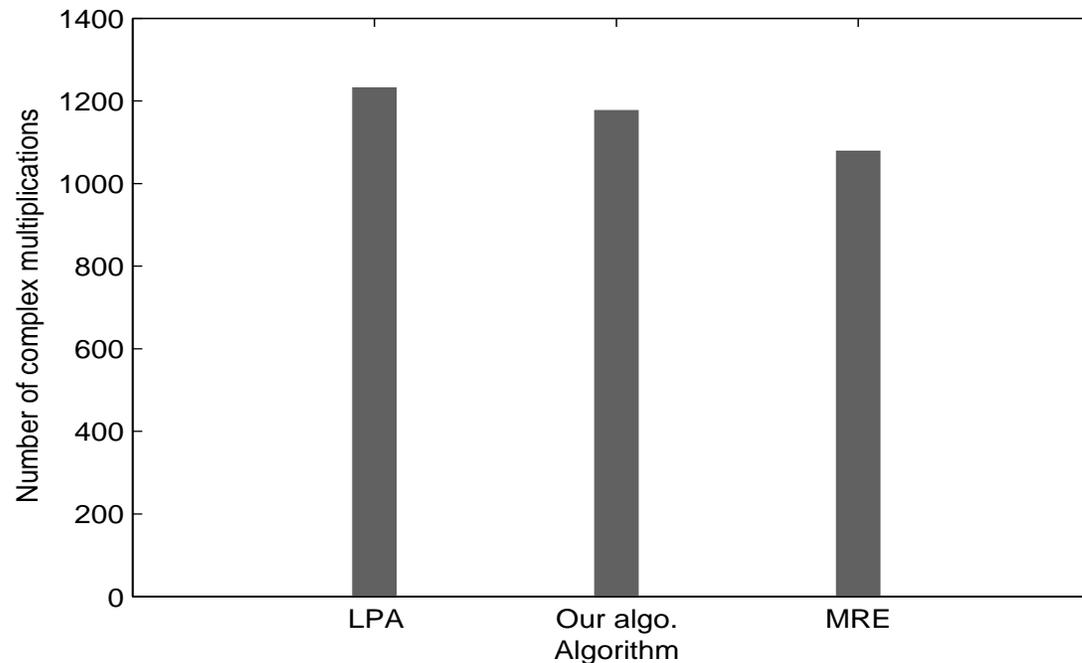
*( $q = 1$ ,  $p = 3$ ,  $L = 4$ ,  $N = 6$ ), dans le cas d'un traitement en bloc.*

# Simulations



*Comparison des performances d'égaliseurs SIMO*

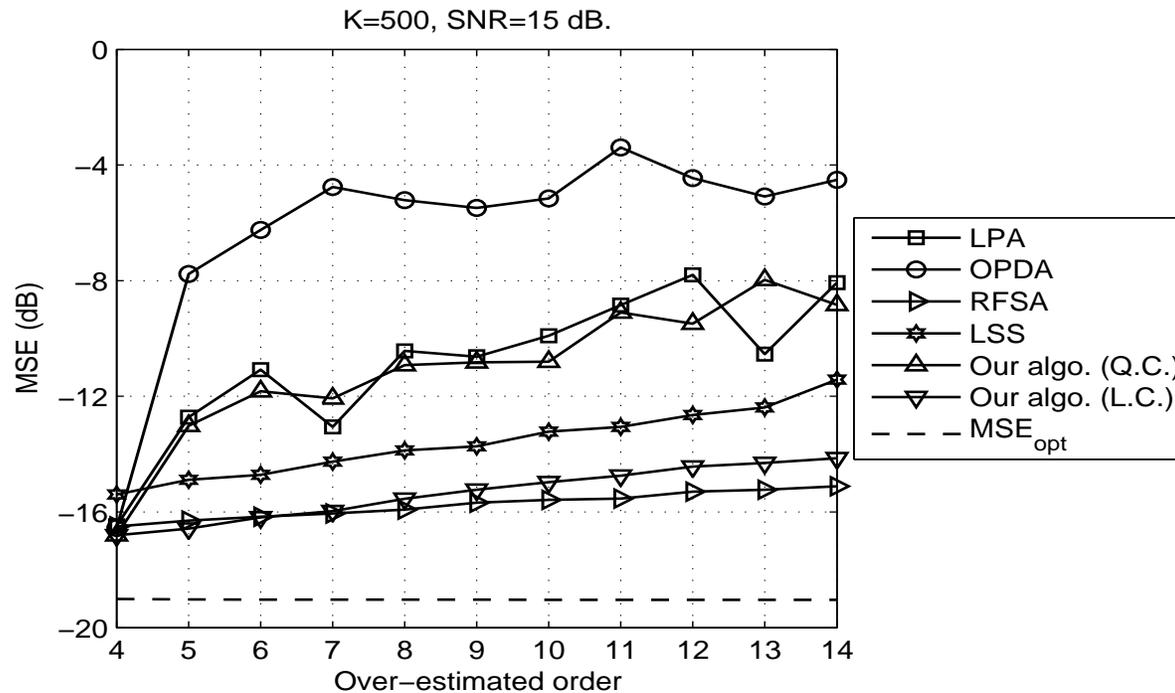
*( $q = 1, p = 3, L = 4, N = 6$ ), dans le cas d'un traitement adaptatif.*



*Comparison des coûts de calcul d'algorithmes d'égalisation SIMO*

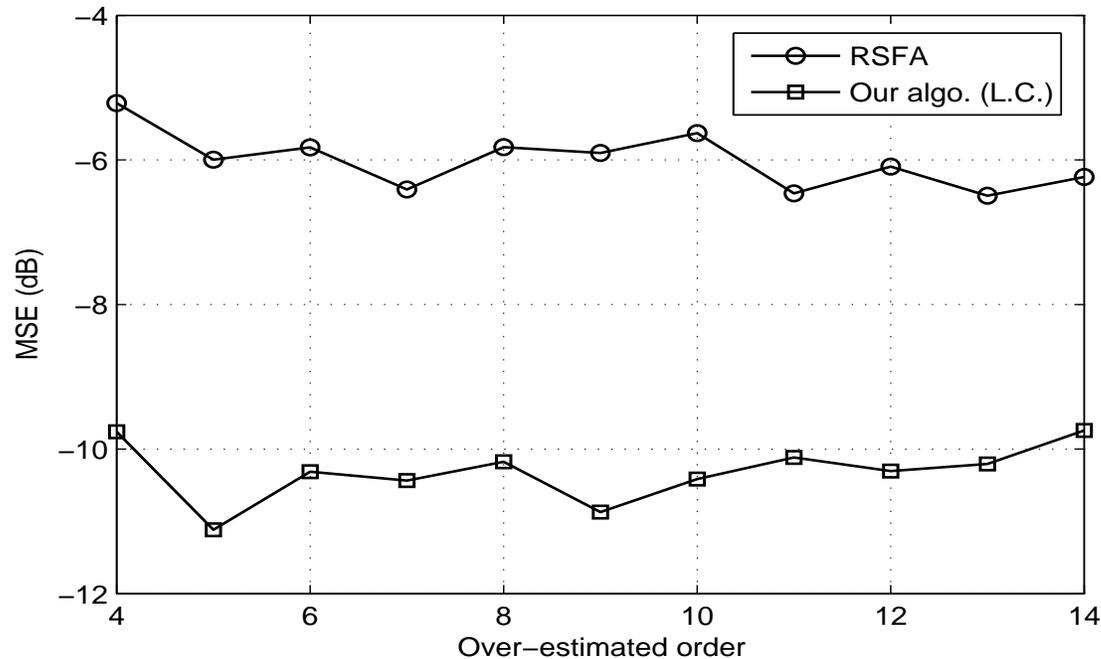
*( $q = 1$ ,  $p = 3$ ,  $L = 4$ ,  $N = 6$ ), dans le cas d'un traitement adaptatif.*

# Simulations



*Comparaison de Robustesse (aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal), l'ordre exacte est  $L = 4$ .*

# Simulations



*Comparaison de Robustesse (aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal), cas d'un canal à évanouissement en fréquence, l'ordre exacte est  $L = 4$ .*

# Plan de la présentation



- Position du problème et Notions préliminaires.
- État de l'art.
- Égaliseur MMSE MIMO aveugle adaptatif rapide et robuste aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- **Égaliseur aveugle indépendant de l'ordre du canal.**
- Conclusion et perspectives.

# Égaliseur MMSE



المدرسة الوطنية المتعددة الفنون  
Ecole Nationale Polytechnique

# Égaliseur MMSE

Modèle de données d'un canal SIMO RIF:

$$\mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t).$$

# Égaliseur MMSE

Modèle de données d'un canal SIMO RIF:

$$\mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t).$$

Filtre égaliseur MMSE à retard  $\tau$ :

$$\mathbf{v}_\tau = \arg \min_{\mathbf{z}} E(|s(t - \tau) - \mathbf{z}^H \mathbf{x}_N(t)|^2) = \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{g}_\tau,$$

# Égaliseur MMSE

Modèle de données d'un canal SIMO RIF:

$$\mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t).$$

Filtre égaliseur MMSE à retard  $\tau$ :

$$\mathbf{v}_\tau = \arg \min_{\mathbf{z}} E(|s(t - \tau) - \mathbf{z}^H \mathbf{x}_N(t)|^2) = \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{g}_\tau,$$

avec

$$\mathbf{C}_N \stackrel{\text{def}}{=} E(\mathbf{x}_N(t) \mathbf{x}_N^H(t)) = \mathbf{H}_N \mathbf{H}_N^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_n.$$

# Égaliseur MMSE

Modèle de données d'un canal SIMO RIF:

$$\mathbf{x}_N(t) = \mathbf{H}_N \mathbf{s}_m(t) + \mathbf{b}_N(t).$$

Filtre égaliseur MMSE à retard  $\tau$ :

$$\mathbf{v}_\tau = \arg \min_{\mathbf{z}} E(|s(t - \tau) - \mathbf{z}^H \mathbf{x}_N(t)|^2) = \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{g}_\tau,$$

avec

$$\mathbf{C}_N \stackrel{\text{def}}{=} E(\mathbf{x}_N(t) \mathbf{x}_N^H(t)) = \mathbf{H}_N \mathbf{H}_N^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_n.$$

$$\mathbf{g}_\tau \stackrel{\text{def}}{=} E(\mathbf{x}_N(t) s^*(t - \tau)) = \mathbf{H}_N(:, \tau + 1).$$

# Égalisation aveugle



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

# Égalisation aveugle

$$\mathbf{C}_N \mathbf{v}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) \\ \mathbf{0}_{(n-p) \times n} \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v}_0 = \mathbf{0}.$$

# Égalisation aveugle

$$\mathbf{C}_N \mathbf{v}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) \\ \mathbf{0}_{(n-p) \times n} \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v}_0 = \mathbf{0}.$$

$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}_N(p+1 : n, :)$ . La sélection de la direction de  $\mathbf{v}_0$  dans le noyau de  $\bar{\mathbf{C}}$ , se fait parmi les vecteurs à norme unité, maximisant l'énergie à la sortie de l'égaliseur:

# Égalisation aveugle

$$\mathbf{C}_N \mathbf{v}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) \\ \mathbf{0}_{(n-p) \times n} \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v}_0 = \mathbf{0}.$$

$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}_N(p+1 : n, :)$ . La sélection de la direction de  $\mathbf{v}_0$  dans le noyau de  $\bar{\mathbf{C}}$ , se fait parmi les vecteurs à norme unité, maximisant l'énergie à la sortie de l'égaliseur:

$$\mathbf{v} = \arg \max_{\mathbf{z} \in \text{null}_r(\bar{\mathbf{C}})} E(\|\mathbf{z}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2) \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{v}} = \arg \max_{\|\tilde{\mathbf{z}}\|=1} (\tilde{\mathbf{z}}^H \mathbf{B} \tilde{\mathbf{z}}),$$

# Égalisation aveugle

$$\mathbf{C}_N \mathbf{v}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) \\ \mathbf{0}_{(n-p) \times n} \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{\mathbf{C}} \mathbf{v}_0 = \mathbf{0}.$$

$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}_N(p+1 : n, :)$ . La sélection de la direction de  $\mathbf{v}_0$  dans le noyau de  $\bar{\mathbf{C}}$ , se fait parmi les vecteurs à norme unité, maximisant l'énergie à la sortie de l'égaliseur:

$$\mathbf{v} = \arg \max_{\mathbf{z} \in \text{null}_r(\bar{\mathbf{C}})} E(\|\mathbf{z}^H \mathbf{x}_N(t)\|^2) \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{v}} = \arg \max_{\|\tilde{\mathbf{z}}\|=1} (\tilde{\mathbf{z}}^H \mathbf{B} \tilde{\mathbf{z}}),$$

$\mathbf{B} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{A}^H \mathbf{C}_N \mathbf{A}$ . Les colonnes de la matrice  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times p}$  forment une base orthonormale de  $\text{null}_r(\bar{\mathbf{C}})$  et le vecteur  $\tilde{\mathbf{v}} \in \mathbb{C}^p$  est tel que  $\mathbf{v} = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{v}}$ .

- Les colonnes de  $\mathbf{A}$  forment une base orthonormale du sous espace mineur de la matrice  $\mathbf{Q} \stackrel{\text{def}}{=} \bar{\mathbf{C}}^H \bar{\mathbf{C}}$ .

- Les colonnes de  $\mathbf{A}$  forment une base orthonormale du sous espace mineur de la matrice  $\mathbf{Q} \stackrel{\text{def}}{=} \bar{\mathbf{C}}^H \bar{\mathbf{C}}$ .
- Mise à jour de la matrice  $\mathbf{Q}(t)$ :

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}(t) &= \beta^2 \mathbf{Q}(t-1) + \mathbf{q}_1(t) \mathbf{q}_1^H(t) + \mathbf{q}_2(t) \mathbf{q}_2^H(t) \\ \mathbf{q}_1(t) &= \sigma(t-1) (\beta \mathbf{x}'(t-1) + \lambda(t-1) \mathbf{x}_N(t)), \\ \mathbf{q}_2(t) &= j\sigma(t-1) \left( \beta \mathbf{x}'(t-1) - \frac{1}{\lambda(t-1)} \mathbf{x}_N(t) \right), \\ \mathbf{x}'(t) &= \bar{\mathbf{C}}^H(t) \mathbf{x}_{N-1}(t), \quad \sigma(t) = \sqrt{\frac{\lambda(t)}{1 + \lambda(t)^2}}, \\ \lambda(t) &= \frac{1}{2} (\|\mathbf{x}_{N-1}(t)\|^2 + \sqrt{4 + \|\mathbf{x}_{N-1}(t)\|^4}).\end{aligned}$$

- $\mathbf{A}(t)$  est mise à jour par application de l'algorithme FDPM (X. G. Doukopoulos 2004) sur les vecteurs  $\mathbf{q}_1(t)$  et  $\mathbf{q}_2(t)$ .

- $\mathbf{A}(t)$  est mise à jour par application de l'algorithme FDPM (X. G. Doukopoulos 2004) sur les vecteurs  $\mathbf{q}_1(t)$  et  $\mathbf{q}_2(t)$ .
- Le vecteur  $\mathbf{x}'(t) = \bar{\mathbf{C}}^H(t)\mathbf{x}_{N-1}(t)$  est calculé en  $O(np)$  opérations, en utilisant la propriété du décalage-invariant de la matrice de covariance.

- $\mathbf{A}(t)$  est mise à jour par application de l'algorithme FDPM (X. G. Doukopoulos 2004) sur les vecteurs  $\mathbf{q}_1(t)$  et  $\mathbf{q}_2(t)$ .
- Le vecteur  $\mathbf{x}'(t) = \bar{\mathbf{C}}^H(t)\mathbf{x}_{N-1}(t)$  est calculé en  $O(np)$  opérations, en utilisant la propriété du décalage-invariant de la matrice de covariance.
- Par application de l'approximation de la projection  $\mathbf{C}_N(t)\mathbf{A}(t) \approx \mathbf{C}_N(t)\mathbf{A}(t-1)$  on obtient une mise à jour de  $\mathbf{B}$  en  $O(np)$  opérations :

$$\mathbf{B}(t) = \beta\mathbf{B}(t-1) + \mathbf{b}(t)\mathbf{b}^H(t), \quad \mathbf{b}(t) = \mathbf{A}^H(t)\mathbf{x}_N(t).$$

- L'extraction du vecteur propre dominant de  $\mathbf{B}(t)$  est obtenu en utilisant la méthode des puissance

$$\tilde{\mathbf{v}}(t) = \frac{\mathbf{B}(t)\tilde{\mathbf{v}}(t-1)}{\|\mathbf{B}(t)\tilde{\mathbf{v}}(t-1)\|}.$$

- L'extraction du vecteur propre dominant de  $\mathbf{B}(t)$  est obtenu en utilisant la méthode des puissance

$$\tilde{\mathbf{v}}(t) = \frac{\mathbf{B}(t)\tilde{\mathbf{v}}(t-1)}{\|\mathbf{B}(t)\tilde{\mathbf{v}}(t-1)\|}.$$

- Le coût de calcul global est de l'ordre  $O(np)$  opérations par itération.

## Cas d'un traitement en bloc

1. Estimer  $\hat{s}(t)$ , en utilisant  $\mathbf{v}$  calculé précédemment et en effectuant une décision sur les symboles.

2. Calculer

$$\bullet \quad \mathbf{g}_\tau = \frac{1}{K} \sum_{t=\tau}^{K+\tau-1} \mathbf{x}_N(t) \hat{s}^*(t - \tau)$$

$$\bullet \quad \mathbf{v}_\tau = \mathbf{C}_N^{-1} \mathbf{g}_\tau$$

## Cas adaptatif

Pour chaque instant  $t$ :

1. Estimer  $\hat{s}(t)$ , en utilisant  $\mathbf{v}(t)$  calculé précédemment et en effectuant une décision sur les symboles.
2. Mettre à jour  $\mathbf{v}_\tau(t)$  en résolvant le problème

$$\min_{\mathbf{v}} E(|s(t - \tau) - \mathbf{v}^H \mathbf{x}_N(t)|^2)$$

- via la technique du gradient stochastique normalisé (NSG)  
(coût de calcul  $O(np)$  opérations par itération).
- via la technique des moindres carrés récursive (RLS)  
(coût de calcul  $O(n^2)$  opérations par itération).

# Simulations



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
Ecole Nationale Polytechnique

## Estimation du sous espace mineur

## Estimation du sous espace mineur

- La dimension du sous espace mineur est  $p = 3$  et celle du sous espace total est  $n = Np = 18$ , le SNR= 20dB. L'erreur d'estimation du sous espace

$$\gamma(t) = \frac{\text{trace}(\mathbf{A}(t)^H \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1^H \mathbf{A}(t))}{\text{trace}(\mathbf{A}(t)^H \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_2^H \mathbf{A}(t))},$$

$\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  sont les valeurs exactes des sous espaces majeur et mineur, respectivement.

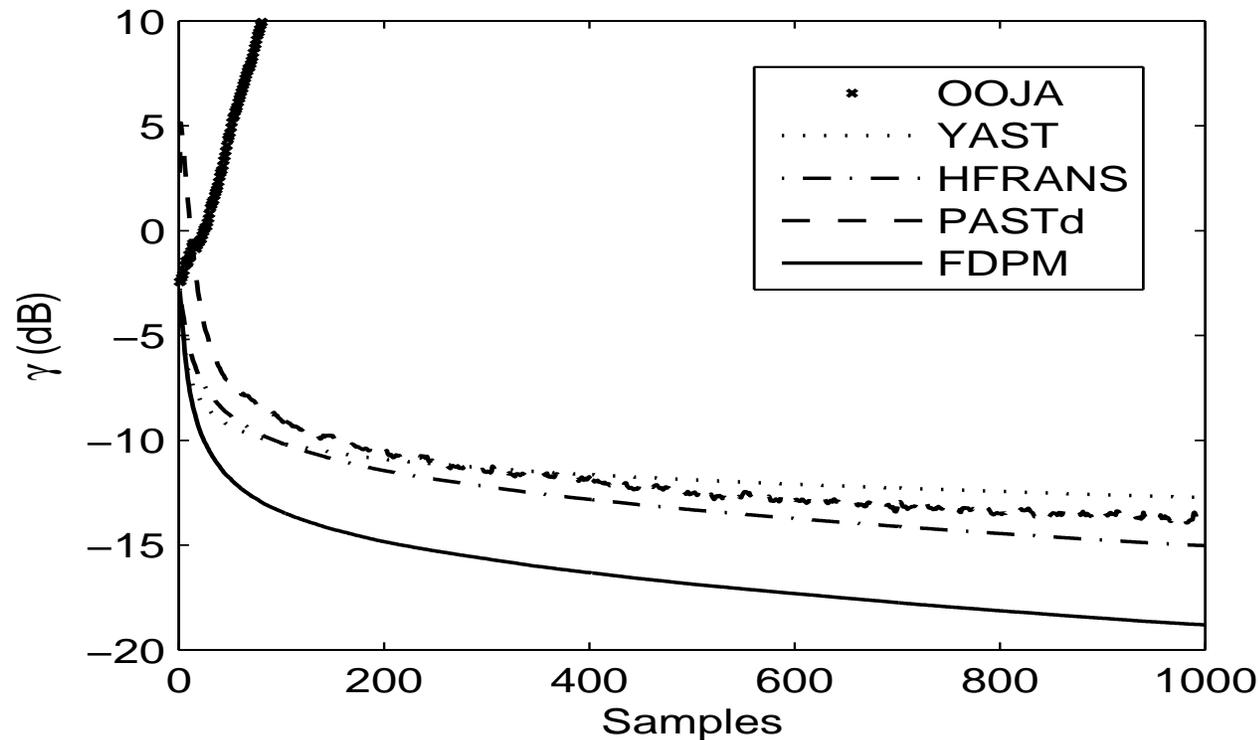
## Estimation du sous espace mineur

- La dimension du sous espace mineur est  $p = 3$  et celle du sous espace total est  $n = Np = 18$ , le SNR= 20dB. L'erreur d'estimation du sous espace

$$\gamma(t) = \frac{\text{trace}(\mathbf{A}(t)^H \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1^H \mathbf{A}(t))}{\text{trace}(\mathbf{A}(t)^H \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_2^H \mathbf{A}(t))},$$

$\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  sont les valeurs exactes des sous espaces majeur et mineur, respectivement.

- Comparaison des performances des algorithmes suivants
  - OOJA (K. Abed-Meraim *et al* 2000).
  - PASTd (B. Yang *et al* 1995).
  - YAST (R. Badeau *et al* 2005).
  - HFRANS (S. Attalah *et al* 2006).
  - FDPM (X. G. Doukopoulos 2004).



*Performances des algorithmes de suivi de sous-espaces mineurs.*

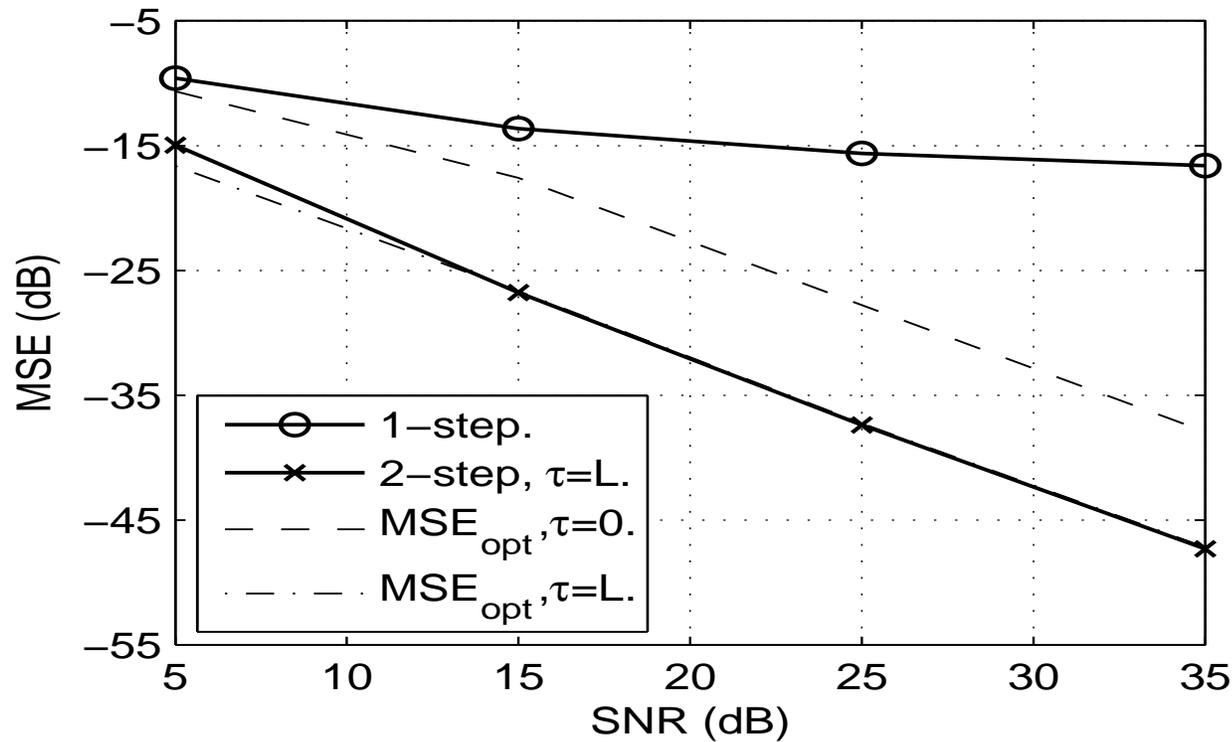
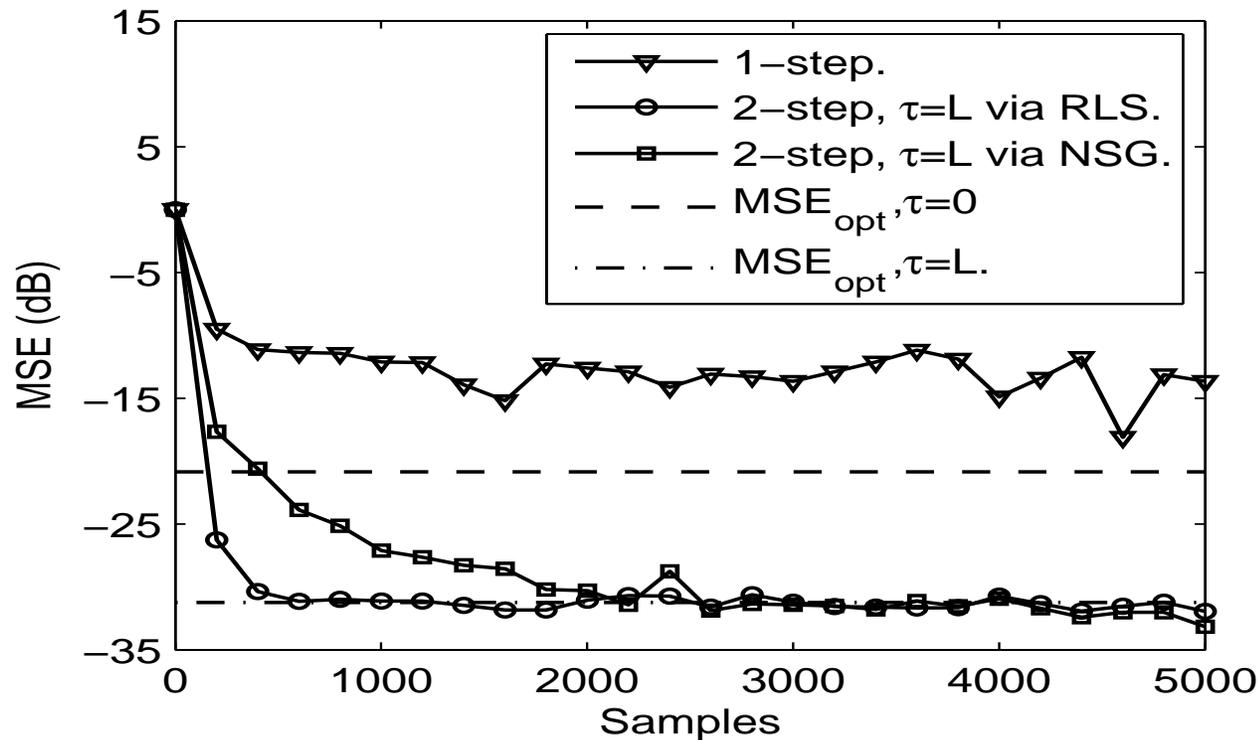


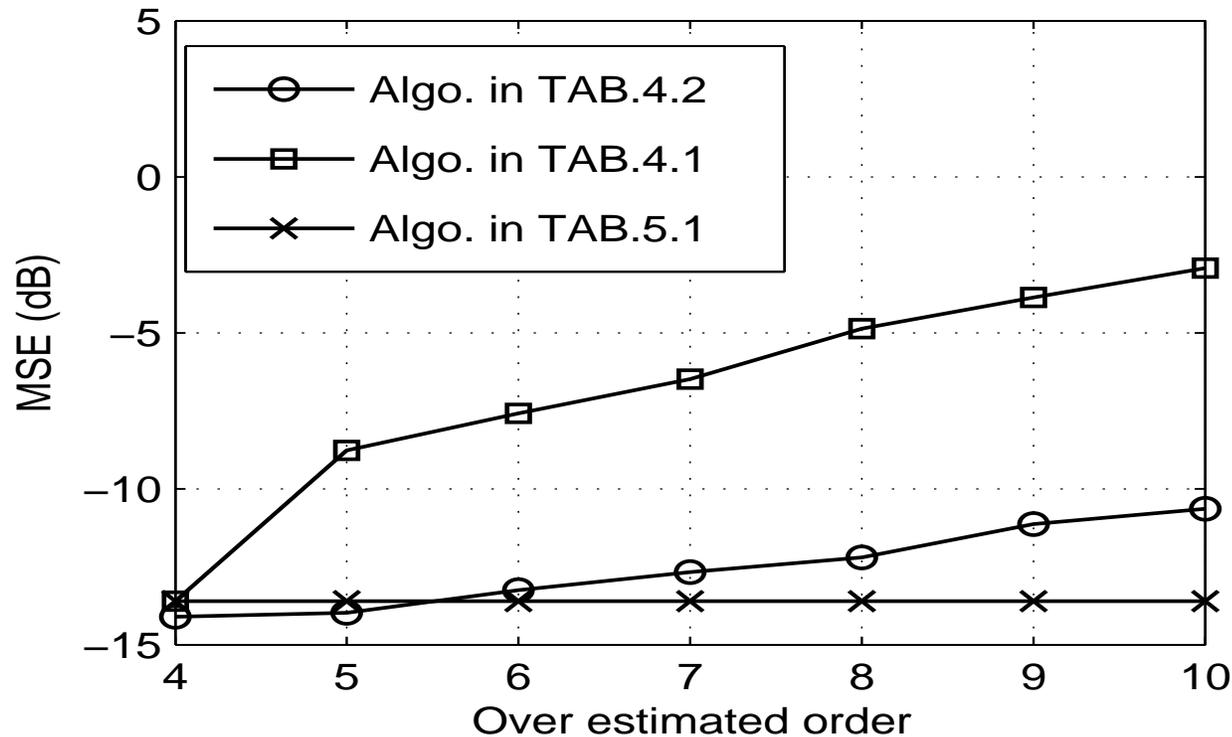
Figure 2: *Performance de l'égaliseur.*

# Simulations



*Convergence de l'égaliseur adaptatif.*

# Simulations



*Robustesse aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal. L'ordre exacte  $L = 4$ .*

# Plan de la présentation



- Position du problème et Notions préliminaires.
- État de l'art.
- Égaliseur MMSE MIMO aveugle adaptatif rapide et robuste aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
- Égaliseur aveugle indépendant de l'ordre du canal.
- **Conclusion et perspectives.**

# Conclusion

- Nous avons traité deux problèmes fondamentaux en égalisation aveugle:
  - La sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
  - Complexité de calcul élevé.

# Conclusion

- Nous avons traité deux problèmes fondamentaux en égalisation aveugle:
  - La sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
  - Complexité de calcul élevé.
- Nous avons proposé deux alternatives:
  - La première, destinée à des canaux MIMO, présente une faible sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal. Cette sensibilité est d'autant plus faible que la contrainte imposée est linéaire ou le nombre d'échantillons est large.
  - La deuxième, destinée à des canaux SIMO, est totalement indépendante de l'ordre du canal.

- Nous avons traité deux problèmes fondamentaux en égalisation aveugle:
  - La sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal.
  - Complexité de calcul élevé.
- Nous avons proposé deux alternatives:
  - La première, destinée à des canaux MIMO, présente une faible sensibilité aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal. Cette sensibilité est d'autant plus faible que la contrainte imposée est linéaire ou le nombre d'échantillons est large.
  - La deuxième, destinée à des canaux SIMO, est totalement indépendante de l'ordre du canal.
- Dans les deux approches nous avons inclu une procédure dite à *deux étapes* qui, d'une part, permet de compenser la baisse en performances comparée au cas non-aveugle, d'autre part elle permet de choisir des retards d'égalisation non-nuls.

# Conclusion

- Pour les deux approches, nous avons développé, des implémentations adaptatives rapides, ayant une complexité de calcul linéaire, avec une vitesse de convergence rapide comparée aux méthodes existantes.

# Conclusion

- Pour les deux approches, nous avons développé, des implémentations adaptatives rapides, ayant une complexité de calcul linéaire, avec une vitesse de convergence rapide comparée aux méthodes existantes.
- Pour la première approche, nous avons effectué une analyse asymptotique des performances, dont les résultats théoriques sont en parfaite concordance avec ceux obtenus par simulation.

# Conclusion

- Pour les deux approches, nous avons développé, des implémentations adaptatives rapides, ayant une complexité de calcul linéaire, avec une vitesse de convergence rapide comparée aux méthodes existantes.
- Pour la première approche, nous avons effectué une analyse asymptotique des performances, dont les résultats théoriques sont en parfaite concordance avec ceux obtenus par simulation.
- dans le cas où les paramètres du canal sont variables dans le temps, l'utilisation de l'algorithme YAST (R. Badeau *et al* 2000) comme suiveur de sous-espace dominant donne de meilleurs résultats que ceux obtenus en utilisant OPAST (K. Abed-Meraim *et al* 2000).

- Combiner ces critères d'égalisation aveugle que nous avons établis, à des schémas d'égalisation classique (avec une séquence d'apprentissage très courte), pour ainsi aboutir à des schémas d'égalisation semi-aveugle, et qui aurons pour avantages une simplicité dans leur mise en oeuvre pratique et des niveaux de performances très satisfaisants.

- Combiner ces critères d'égalisation aveugle que nous avons établis, à des schémas d'égalisation classique (avec une séquence d'apprentissage très courte), pour ainsi aboutir à des schémas d'égalisation semi-aveugle, et qui auront pour avantages une simplicité dans leur mise en oeuvre pratique et des niveaux de performances très satisfaisants.
- Extension de ces techniques proposées au cas où les signaux émis sont corrélés temporellement

- Combiner ces critères d'égalisation aveugle que nous avons établis, à des schémas d'égalisation classique (avec une séquence d'apprentissage très courte), pour ainsi aboutir à des schémas d'égalisation semi-aveugle, et qui aurons pour avantages une simplicité dans leur mise en oeuvre pratique et des niveaux de performances très satisfaisants.
- Extension de ces techniques proposées au cas où les signaux émis sont corrélés temporellement
- Implémentation des algorithmes développés sur carte DSP, en vue d'une application temps réel.