



HAL
open science

Développement et commande T-S d'une machine de rééducation des membres inférieurs en chaîne musculaire fermée

Lynda Seddiki

► **To cite this version:**

Lynda Seddiki. Développement et commande T-S d'une machine de rééducation des membres inférieurs en chaîne musculaire fermée. Automatique / Robotique. Université de Reims - Champagne Ardenne, 2008. Français. NNT : . tel-00346008

HAL Id: tel-00346008

<https://theses.hal.science/tel-00346008>

Submitted on 10 Dec 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE

Pour obtenir le diplôme de

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE REIMS CHAMPAGNE ARDENNE

Spécialité : Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal

Par

Lynda SEDDIKI

**Développement et commande T-S d'une
machine de rééducation des membres
inférieurs en chaîne musculaire fermée**

Soutenue à l'Université de Reims Champagne Ardenne le 28 octobre 2008

Devant le jury composé de :

Mohamed DJEMAI	Professeur, LAMIH, Université de Valenciennes	Examineur
Sylvie GALICHET	Professeur, LISTIC, Ecole Polytechnique de Savoie	Rapporteur
Kevin GUELTON	Maître de Conférences, CReSTIC, Université de Reims	Co-Directeur
Noureddine MANAMANNI	Professeur, CReSTIC, Université de Reims	Examineur
Philippe POIGNET	Professeur, LIRMM, Université de Montpellier	Rapporteur
Jean Marc POPOT	Directeur du CRITT-MDTS, Charleville Mézières	Invité
Janan ZAYTOON	Professeur, CReSTIC, Université de Reims	Directeur

REMERCIEMENTS

Au terme de ces trois années de thèse passées au CReSTIC, j'ai le plaisir d'exprimer ma reconnaissance et mes remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin au bon déroulement de ma thèse.

Ce travail de thèse a été effectué au Centre de Recherche en Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication (CReSTIC) de l'Université de Reims Champagne Ardenne, sous la direction du Professeur Janan Zaytoon. Je tiens à le remercier pour sa confiance, sa gentillesse ainsi que pour son regard avisé sur mes travaux.

J'exprime mes sincères remerciements à mon co-directeur de thèse, Kevin Guelton qui, tout au long de ces années m'a encouragé et conseillé. Je le remercie également pour toutes les discussions, suggestions et ses précieux conseils. Je n'oublierais jamais son aide, sa sympathie et sa bonne humeur. Sans lui, je n'aurais pas découvert cette thématique passionnante qui associe l'automatique à la biomécanique. Je profite donc de cette occasion pour le remercier très chaleureusement. Merci Kevin !

Je tiens à remercier les membres du jury, notamment Sylvie Galichet et Philippe Poignet pour avoir accepté le lourd et minutieux travail dévolu aux rapporteurs.

Merci également à Mohamed Djemaï et Noureddine Manamanni qui ont bien voulu examiner mon travail.

Je remercie également Jean Marc Popot Directeur du CRITT-MDTS d'avoir accepté l'invitation à participer au jury de soutenance.

J'adresse un merci particulier à mes nombreux collègues du CReSTIC, dont je ne pourrais citer tous les noms, pour l'ambiance chaleureuse durant ces années de thèse.

Parallèlement à mon travail de thèse, j'ai effectué des enseignements dans le cadre d'un contrat d'ATER à l'Université de Valenciennes. Je remercie les responsables d'enseignements du département GEII qui m'ont fait confiance, je souhaiterais également remercier les chercheurs du LAMIH pour leur gentillesse. Je n'oublierai jamais leur soutien moral durant la phase finale de ma thèse.

Merci à ceux qui m'ont fait l'amitié et la surprise de venir me soutenir le jour de la soutenance: Christophe et Sébastien. J'exprime toute ma gratitude à ce dernier pour notre fructueuse collaboration.

Pour finir, mes remerciements les plus profonds vont à ma famille. Merci à mes parents, qui m'ont offert la possibilité de poursuivre et de terminer mes études dans la sérénité. Leur présence durant la dernière ligne droite de la thèse m'a fait beaucoup de bien. Merci à mes sœurs Nassima

et Lamia, à mes frères Saïd, Samir et Youcef, à mon beau frère Faouzi, à mes neveux Rayan, Wassim et Céline pour leurs tendresse, même s'ils étaient loin... leurs petites attentions au téléphone me donnaient du courage pour mener à bien mon travail.

A mes amis : Mounia, Djawida, Fadia, Fazia, Zahia, Dalila, Loubna, Hanane, Lila, Amel, Bénito, Nora, Nordine et Mohamed... Je ne saurais citer tous les noms, que chacun trouve ici ma profonde gratitude.

Enfin, il m'est très agréable d'exprimer toute ma gratitude, ma reconnaissance et mes très vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail de thèse.

TABLE DES MATIERES

Table des Matières.....	1
Introduction générale.....	3
Chapitre 1. Etat de l'art sur la rééducation des membres inférieurs.....	7
1.1. Introduction.....	7
1.2. Segments et articulations du membre inférieur.....	7
1.2.1 Amplitudes de l'articulation coxo-fémorale.....	9
1.2.2 Amplitudes articulaires du genou.....	10
1.2.3 Amplitudes articulaires de la cheville.....	12
1.3. Anatomie fonctionnelle et physiologie du membre inférieur.....	13
1.3.1 Complexe musculaire du membre inférieur.....	14
1.3.2 Chaînes musculaires du membre inférieur.....	15
1.3.2.1 Exercices en chaîne musculaire ouverte.....	17
1.3.2.2 Exercices en chaîne musculaire fermée.....	18
1.4. Pathologies et techniques de rééducation du membre inférieur.....	19
1.4.1 Principales pathologies musculaire et ligamentaires du membre inférieur.....	19
1.4.2 De l'évaluation à la rééducation.....	20
1.4.3 Techniques de rééducation et de renforcement musculaire du membre inférieur.....	21
1.5. Dispositifs techniques d'aides à la rééducation et de renforcement musculaire des membres inférieurs.....	24
1.5.1 Dispositifs mécaniques de rééducation et de renforcement musculaire non motorisés.....	25
1.5.2 Dispositifs de rééducation et de renforcement musculaire robotisés.....	26
1.5.3 Complémentarité des dispositifs de rééducation en CMO et CMF.....	29
1.6. Conclusion.....	29
Chapitre 2. Concept « Sys-Rééduc » et structure de commande générique pour machines de rééducation.....	31
2.1. Introduction.....	31
2.2. Concept de la machine de rééducation Sys-Rééduc.....	31
2.2.1 Chaînes cinématiques en robotique.....	32
2.2.2 Concept cinématique de la machine Sys-Rééduc.....	34
2.3. Conception et réalisation de Sys-Rééduc.....	36
2.3.1 Structure mécanique.....	36
2.3.2 Instrumentation et capteurs de Sys-Rééduc.....	39
2.3.3 Architecture électronique de Sys-Rééduc.....	40
2.4. Structures de commandes des machines de rééducation.....	41
2.4.1 Commande des robots manipulateurs.....	41
2.4.2 Structure de commandes existantes pour machines de rééducation.....	43
2.5. Structure de contrôle commande des machines de rééducation.....	44
2.6. Modélisation dynamique de la machine de rééducation Sys-Rééduc.....	46
2.7. Conclusion.....	49
Chapitre 3. Etage de Commande Continue :	
Approche non quadratique pour la synthèse de lois de commande en suivi de trajectoires des multimodèles T-S descripteurs.....	51
3.1. Introduction.....	51
3.2. Conditionnement du modèle dynamique de la machine Sys-Rééduc.....	52
3.2.1 Ecriture du modèle Sys-Rééduc sous forme d'un multimodèle T-S descripteur perturbé... ..	52
3.2.2 Rappels sur les modèles flous de type T-S.....	53

3.2.3	Réécriture d'un représentant T-S de Sys-Rééduc	55
3.3.	Synthèse de commande en suivi de trajectoire des systèmes descripteurs perturbés de type T-S	57
3.3.1	Positionnement du problème de suivi de trajectoire des multimodèles T-S descripteurs ...	58
3.3.2	Conditions quadratiques de convergence en suivi de trajectoires des systèmes T-S sous forme descripteur.....	61
3.3.3	Conditions non quadratiques de convergence en suivi de trajectoires des systèmes T-S sous forme descripteur.....	66
3.4.	Résultats numériques et simulations sur Sys-Rééduc	72
3.5.	Conclusion	76

Chapitre 4. Générateur de Consignes :

Mouvements de rééducation et d'entraînement pour la machine Sys-Rééduc79

4.1.	Introduction.....	79
4.2.	Principes de la génération de consigne et paramétrisation pour Sys-Rééduc.....	80
4.3.	Caractérisation des phases élémentaires de mouvements pour Sys-Rééduc	81
4.4.	Génération de trajectoires lors de phases de rééducation passives.....	82
4.5.	Génération de trajectoires en phases de rééducation actives.....	84
4.5.1	Types d'exercices musculaires lors d'une phase élémentaire.....	84
4.5.2	Caractérisation dynamique des phases élémentaires.....	86
4.5.2.1	Mouvement isocinétique.....	88
4.5.2.2	Mouvement isotonique	88
4.5.2.3	Entraînement à position et charge contrôlée	88
4.6.	Combinaison de phases élémentaires et génération de trajectoires complexes.....	89
4.6.1	Exercices de flexion-extension et de rotation interne-externe isocinétique	89
4.6.2	Exercices de flexion-extension isotonique.....	91
4.6.3	Etirement isométrique.....	92
4.6.4	Exercices de flexion-extension à modes combinés.....	94
4.7.	Validation expérimentale de l'approche générique de contrôle-commande	94
4.7.1	Modèle dynamique de Multi-Iso et synthèse d'une commande non-PDC.....	95
4.7.2	Trajectoire de consigne	98
4.7.3	Résultats de simulations	100
4.7.4	Validation expérimentale.....	101
4.8.	Conclusion	102

Conclusion et perspectives.....103

Références personnelles107

Références bibliographiques.....109

Annexe.....125

Liste des figures et tableaux 129

INTRODUCTION GENERALE

"Vivre en étant handicapé moteur est toujours quelque chose de douloureux. Le handicap constitue une blessure du corps et de l'esprit qui se cicatrise plus ou moins bien et qui, selon les personnes, les circonstances, les situations, le milieu matériel et humain dans lequel nous pouvons être amenés à évoluer, peut se remettre à saigner plus ou moins abondamment".

Jean Pierre Chevance, Psychologue.

La déficience motrice touche environ 8 millions de personnes en France, soit 13.4% de la population Française¹. Ces déficiences résultent de lésions du système nerveux central qui sont en générale de causes accidentelles. Celles-ci surviennent soit pendant les périodes anté-périnatale (Infirmes Moteurs Cérébraux), soit à un âge plus avancé suite à un accident de la route, un accident domestique ou encore lors d'exercices physiques... A titre d'illustration, selon l'Association de Prévention Routière², chaque année, près de 3000 personnes sont lourdement handicapées suite à un accident de la route. La principale préoccupation de sujets atteints d'un handicap moteur concerne leur capacité de récupération des aptitudes motrices déficientes. La rééducation permet alors, lorsque cela est possible, une récupération partielle et parfois totale des aptitudes motrices. Dans ce cadre, les exercices de rééducation permettent de couvrir un large spectre de fonctions telles que, par exemple, le renforcement musculaire, la récupération d'amplitudes articulaires ou la reprogrammation neuro-sensorielle... Durant les dernières décennies, les recherches scientifiques menées dans le domaine de l'ingénierie médicale et de la rééducation ont conduit à des avancées importantes. Ainsi, des robots de rééducation et/ou de suppléance (orthèses actives, prothèses, exosquelettes...) ont été réalisés dans le but d'aider les thérapeutes lors de tâches complexes et répétitives. Le robot permet alors la réalisation de mouvements prédéterminés constituant le cœur de l'exercice physique à réaliser. De plus, l'utilisation d'un dispositif de rééducation suite à l'apparition du déficit permet une récupération rapide de la fonction motrice. La robotique de suppléance permet quant à elle de faciliter notablement la réalisation de tâche quotidienne (domotique, levé de chaise, prise d'objet, etc.) [Enjalbert 01]. Par ailleurs, l'utilisation de dispositifs robotisés s'est largement répandue dans le domaine de l'entraînement sportif. En effet, l'ajout d'actionneurs contrôlés permet d'étendre la gamme de mouvements proposés afin d'atteindre des objectifs spécifiques ne pouvant pas être réalisés par les machines d'entraînement traditionnelles dont le principe se limite au déplacement d'une charge pesante [Anaes 01]. Ainsi, la réalisation de tels dispositifs nécessitent, outre l'expertise médicale nécessaire à la formalisation des besoins, des connaissances variées issues de nombreuses disciplines telles que : la robotique, la biomécanique, la mécanique, l'automatique, l'électronique...

La robotique de rééducation et d'entraînement a connu un essor considérable ces dernières années. Des dispositifs motorisés ont été conçus et sont généralement basés sur des architectures proches de celles des machines à poids rencontrées dans les salles de musculation. Par exemple, parmi les plus répandus en milieu clinique, les machines « isocinétiques » permettent la réalisation d'exercices d'entraînement et/ou de rééducation au cours desquelles l'étirement musculaire se fera à vitesse constante [Buchbauer 03]. Celles-ci sont généralement dotées d'une architecture cinématique simple à un ou deux degrés de

¹ Direction Départementale de la Jeunesse et des Sports : <http://www.ddjs-ain.jeunesse-sports.gouv.fr/>

² Association Prévention Routière : <http://www.preventionroutiere.asso.fr>

liberté centrés sur l'articulation à mettre en mouvement. En tant que systèmes robotisés, l'évolution de ces dispositifs d'entraînements consiste, par exemple, en la définition de nouvelles architectures mécaniques permettant la réalisation de mouvements complexes respectant les contraintes physiologiques et biomécaniques de l'utilisateur. Ainsi, la définition des trajectoires de référence, du domaine atteignable ou encore la prise en compte de la biomécanique articulaire nécessite un travail collaboratif entre les experts du domaine médical et les concepteurs du système robotisé. Du point de vue de l'automatique, l'objectif est de garantir un fonctionnement sécuritaire pour l'utilisateur tout en assurant la réalisation des mouvements selon les performances souhaitées par le corps médical. L'automatique permet alors la définition de structures de commande assurant la stabilité du système régulé au cours des mouvements réalisés mais permet aussi de prendre en compte les interactions de l'utilisateur avec le dispositif de rééducation pour générer des trajectoires physiologiquement cohérentes. C'est dans cet esprit que des travaux antérieurs ont été entrepris au CReSTIC³ et ont conduit au développement d'une machine de rééducation et d'entraînement des membres inférieurs en chaîne musculaire ouverte [Moughamir 99] et, plus récemment, au prototypage d'un dispositif de rééducation des membres supérieurs [Denève 07].

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre d'un projet régional « CPER SYSREEDUC » dont l'objectif est la conception et le développement d'un système capable d'évaluer et d'aider à la rééducation des membres inférieurs. Le nouveau système doit respecter les contraintes physiologiques et biomécaniques des membres inférieurs de manière personnalisée et adaptée aux différentes pathologies dont peut souffrir un patient donné. Ce projet régional implique quatre équipes de recherche : le LACM⁴ pour l'analyse et la modélisation biomécanique de l'articulation du genou [Agnesina 06]; l'équipe « Signal Image et Connaissance » du CReSTIC pour la réalisation d'un simulateur virtuel de l'articulation du genou [Jonquet 07]; l'équipe « Automatique et Systèmes Hybrides » du CReSTIC pour la définition du cahier des charges ainsi que pour la réalisation d'une architecture de commande adaptée et enfin le CRITT-MDTS⁵ de Charleville-Mézières pour la réalisation mécanique de la machine de rééducation.

L'objectif de ce travail de recherche est donc la conception et la commande d'un nouveau dispositif de rééducation des membres inférieurs. La démarche adoptée suit un processus long et jalonné de plusieurs grandes étapes : étude de l'existant et définition des objectifs en termes de rééducation et d'entraînement, conception de l'architecture mécanique, dimensionnement des actionneurs, étude de la partie commande, validation expérimentale et enfin étude clinique. Notons que, de par l'ampleur du travail à effectuer, l'ensemble de ce processus ne peut être réalisé au cours d'une seule thèse et, par conséquent, les deux derniers points feront l'objet d'une étude ultérieure. Ce manuscrit est composé de quatre chapitres :

Le premier chapitre présente le contexte de ce travail de thèse. Dans un premier temps, la terminologie liée à l'anatomie des membres inférieurs ainsi que la description de leurs pathologies les plus courantes sont présentées. Puis, un état de l'art sur les techniques et les outils de rééducation des membres inférieurs est proposé. Ces différents points permettent de mettre en évidence l'intérêt de la réalisation d'une machine de rééducation et d'entraînement en chaîne musculaire fermée des membres inférieurs.

³ Centre de Recherche en STIC, Université de Reims Champagne-Ardenne.

⁴ Laboratoire d'Analyse des Contraintes Mécaniques, Université de Reims Champagne-Ardenne.

⁵ Centre Régional d'Innovation et de Transfert de Technologie, Matériaux Dépôts et Traitements de Surfaces, Charleville-Mézières.

Au cours du second chapitre, sur la base des contraintes biomécaniques et physiologiques liées à la rééducation des membres inférieurs en chaîne musculaire fermée, la description cinématique et mécanique du nouveau dispositif, nommé « Sys-Rééduc », est présentée. Puis, une approche générique de contrôle-commande est proposée pour les machines de rééducation. Cette dernière doit répondre aux exigences posées en termes de sécurité par l'utilisation de dispositifs robotisés de rééducation, à savoir : garantir la stabilité en suivi de trajectoire du système sur l'ensemble de son espace de fonctionnement. Cette stabilité doit notamment tenir compte de l'interaction du dispositif robotisé avec l'utilisateur tout en lui permettant une conduite par action volontaire. L'architecture de contrôle-commande proposée est composée de deux étages. Le premier étage garanti la stabilité en suivi de trajectoire du système (dispositif robotisé + utilisateur) et constitue l'objet du troisième chapitre. Le second étage, détaillé au quatrième chapitre, permet la conduite volontaire du dispositif par l'utilisateur via un générateur de consigne utilisant la mesure des interactions entre l'utilisateur et le dispositif de rééducation. Enfin, un modèle dynamique de Sys-Rééduc, utile à la synthèse de lois de commande, est proposé.

Lors du troisième chapitre, la synthèse d'une loi de commande garantissant la stabilité en suivi de trajectoire du système est développée. Le modèle dynamique de Sys-Rééduc étant non linéaire, une approche de commande avancée est nécessaire. Parmi les approches non linéaires, le choix est porté sur la synthèse d'une commande floue basée sur une modélisation de type Takagi-Sugeno [Takagi 85]. En effet, ce type de multimodèles présente l'intérêt d'étendre les théories de la commande linéaire aux systèmes non linéaires par le biais de la résolution d'un ensemble d'inégalités linéaires matricielles [Boyd 94]. D'autre part, pour les systèmes mécaniques à inerties variables tel que Sys-Rééduc, une réécriture du modèle dynamique sous forme descripteur d'état permet de faciliter la résolution de ces inégalités matricielles [Guelton 03][Guelton 08]. Ainsi, une contribution de ce travail de thèse consiste en la proposition d'une méthodologie de synthèse de lois de commande non linéaire garantissant la stabilité en suivi de trajectoire pour la classe des systèmes dynamiques représentés par des multimodèles de type Takagi-Sugeno sous forme descripteur. Notons que, le système Sys-Rééduc étant soumis aux efforts appliqués par l'utilisateur, un critère H_∞ est employé afin d'atténuer les perturbations externes au modèle dynamique.

Le quatrième chapitre présente l'étage de génération de consigne permettant à l'utilisateur de réaliser des mouvements volontaires suivant des protocoles d'entraînement et/ou de rééducation spécifique. La réalisation d'un mouvement complet de rééducation peut être considérée comme la succession de phases élémentaires déclenchées par des actions spécifiques de l'utilisateur (dépassement de seuils de forces, etc.) [Manamanni 05a]. Ainsi, dans un premier temps, ces phases élémentaires sont exprimées selon les besoins spécifiques en termes de rééducation. Ensuite, des machines à états, spécifiques aux protocoles de rééducation définis par le corps médical, sont proposées afin de coordonner l'ensemble des phases élémentaires. Les paramètres accessibles aux cliniciens pour la formalisation des protocoles de rééducation sont alors définis. Notons que pour l'heure, la nouvelle machine Sys-Rééduc proposée au cours de cette étude n'est pas encore disponible pour une validation expérimentale. Néanmoins, l'application de l'approche globale de contrôle-commande proposée au cours de cette thèse est présentée sur la machine Multi-Iso de rééducation des membres inférieurs en chaîne musculaire ouverte disponible au CReSTIC.

Chapitre 1. Etat de l'Art sur la Rééducation des Membres Inférieurs

1.1 Introduction

Les membres inférieurs sont un moyen de locomotion permettant à l'homme de se soutenir et de se déplacer en marchant. Ils sont formés de trois segments corporels : la cuisse, la jambe et le pied. Ces segments forment un ensemble poly-articulé relié au tronc par la ceinture pelvienne. Au voisinage des articulations s'insèrent les muscles dont la contraction produit le mouvement via les ligaments et les tendons. Chaque muscle du corps humain possède une ou plusieurs fonctions contribuant à un mouvement ou le maintient en équilibre d'une posture donnée. Maintenir une posture équilibrée et stable ou poursuivre une trajectoire précise lors de la réalisation d'un mouvement revient donc à coordonner l'ensemble des segments corporels. D'un point de vue neurophysiologique, la réalisation du mouvement est contrôlée par le système nerveux central. Les signaux de commandes et de retours d'informations sont véhiculés par le système nerveux périphérique. Enfin, le complexe musculo-squelettique permet la réalisation fonctionnelle du mouvement.

Les membres inférieurs comptent parmi les organes majeurs pour la mobilité et l'autonomie de l'homme. Cependant, ils sont sujets à de nombreuses pathologies pouvant produire un handicap perceptible pour la réalisation de tâches ordinaires (marche, levé, maintien de la posture orthostatique...). Ainsi, lorsqu'une pathologie survient, une rééducation adaptée doit permettre une récupération rapide de l'autonomie et des fonctions motrices du sujet atteint. Pour cela, un ensemble de protocoles de rééducation, prescrits par des médecins, sont mis en œuvre par des thérapeutes et adapté à chaque individu.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux systèmes de rééducation des membres inférieurs et dans un premier temps au système musculo-squelettique ainsi qu'aux principales contraintes articulaires qui lui sont associées. Ensuite, après une brève revue des pathologies les plus courantes, nous nous intéresserons aux principales techniques de rééducation. Ainsi, une discussion permettra de mettre en évidence les avantages et les inconvénients des techniques de rééducation basés sur des exercices en chaîne musculaire ouverte (CMO) par rapport à celles basées sur des exercices en chaîne musculaire fermée (CMF). Puis, un aperçu des machines d'assistance au mouvement et/ou à la rééducation fonctionnelle sera proposé. Notons que l'objectif de ce chapitre n'est pas de constituer une revue détaillée de toutes les pathologies et protocoles de rééducation. En effet celles-ci sont très nombreuses et ne peuvent faire l'objet d'une synthèse exhaustive. Ceci-dit, l'ensemble des éléments apportés au sein de ce chapitre permettra de dégager l'intérêt du concept proposé dans cette thèse.

1.2 Segments et articulations du membre inférieur

Le corps humain est considéré comme un ensemble de segments rigides poly-articulés. Ainsi, les articulations possèdent chacune un ou plusieurs degrés de liberté et à chaque segment peut-être associé un repère permettant de le positionner dans l'espace. L'analyse du mouvement humain peut, par convention, être réalisée par rapport à trois plans de références,

encore appelés plans anatomiques qui sont le plan sagittal, le plan frontal et le plan transversal, ainsi que trois axes anatomiques qui sont l'axe antéro-postérieur, l'axe transversal et l'axe vertical (figure 1.1).

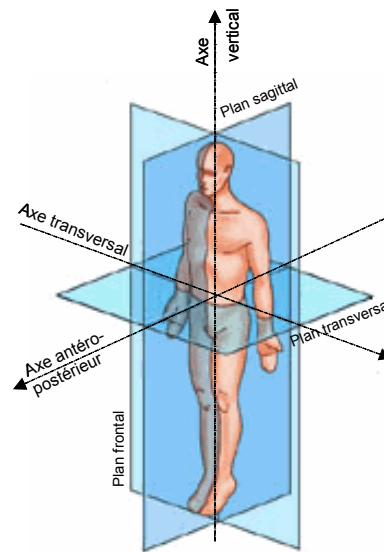


Figure 1.1. Les plans anatomiques.
[www.coloradospineinstitute.com]

Chaque segment du corps humain est défini par un point dit « proximal », qui est la position de son centre articulaire le plus proche du tronc, et un point dit « distal » dont le centre articulaire est le plus éloigné du tronc. Le membre inférieur est constitué de trois segments corporels : la cuisse, la jambe et le pied. Ces segments sont articulés par trois liaisons (cf. figure 1.2) :

- l'articulation coxo-fémorale, reliant le membre inférieur à la hanche et, par extension au tronc.
- le genou, reliant la cuisse à la jambe
- la cheville, reliant la jambe au pied.

Notons qu'une liaison exogène subsiste lorsque le membre inférieur est en contact avec l'environnement extérieur. Celle-ci s'effectue, pour la majeure partie des tâches ordinaires (marche, posture orthostatique, levé...) au niveau du contact pied-sol.

D'un point de vue squelettique, les membres inférieurs sont constitués de nombreux os dont les principaux sont le fémur pour la cuisse, le tibia et le péroné pour la jambe et enfin l'ensemble tarsien pour le pied. Ce dernier ensemble complexe ne sera pas détaillé ici.

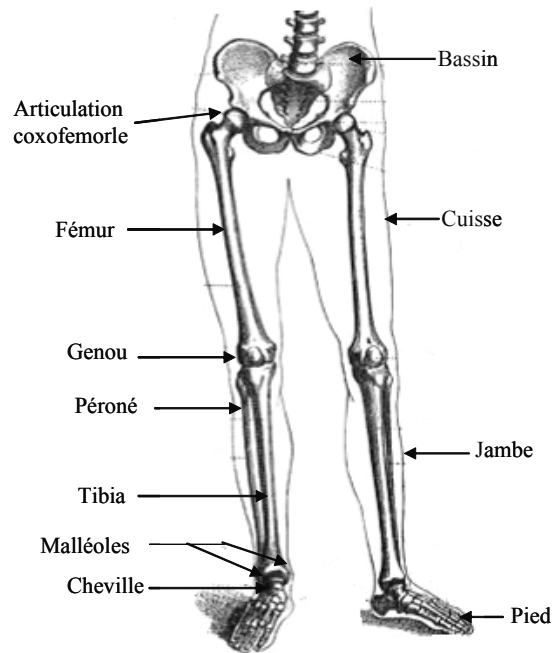


Figure 1.2. Le membre inférieur, segments et articulations

Dans ce chapitre notre intérêt sera porté essentiellement sur les mouvements des membres inférieurs. Dans ce cadre, la prise en compte des amplitudes des mouvements articulaires est une nécessité pour le dimensionnement du dispositif de rééducation développé au cours de cette thèse.

1.2.1 Amplitudes de l'articulation coxo-fémorale

L'articulation coxo-fémorale est la liaison proximale du membre inférieur. Elle a pour fonction d'orienter la cuisse dans toutes les directions de l'espace. C'est une articulation à trois axes et à trois degrés de liberté définissant une liaison rotule quasiment parfaite. Le premier axe est appelé « axe transversal » autour duquel s'effectuent les mouvements de flexion-extension de la hanche et est situé dans le plan frontal. Le second axe est appelé « axe antéro-postérieur » autour duquel s'effectuent les mouvements d'adduction-abduction et est situé dans le plan sagittal. Enfin, le troisième axe, appelé « axe vertical » permet les mouvements de rotations interne et externe. La figure (1.3.a) présente un sujet en décubitus dorsal avec la hanche en flexion maximale de 110° par rapport à l'horizontal. La figure (1.3.b) présente l'amplitude maximale du mouvement de la hanche en extension avec le sujet en décubitus ventral. L'amplitude maximum est de 30° par rapport à l'horizontal. Notons que l'amplitude de la flexion de la hanche est variable suivant la position du genou. En effet, la figure (1.3.d) montre que, si le sujet est debout avec le genou étendu, la flexion maximale de la hanche n'est que de 90° . A contrario, cette dernière peut atteindre 150° lorsque le genou est fléchi (figure 1.3.c). Par ailleurs, lors du mouvement d'abduction de la hanche, l'extrémité distale du membre mobilisé s'écarte du plan sagittal pour une amplitude maximale de 40° . Pour le mouvement d'adduction de la hanche, où l'extrémité distale du membre mobilisé se rapproche du plan sagittal, l'amplitude maximale peut atteindre 30° . Enfin, la rotation interne et externe de la hanche ont respectivement pour amplitudes maximales 40° et 50° . D'une manière générale et usuelle l'articulation coxo-fémorale est nommée, par abus de langage, articulation de la hanche [Kapandji 85].

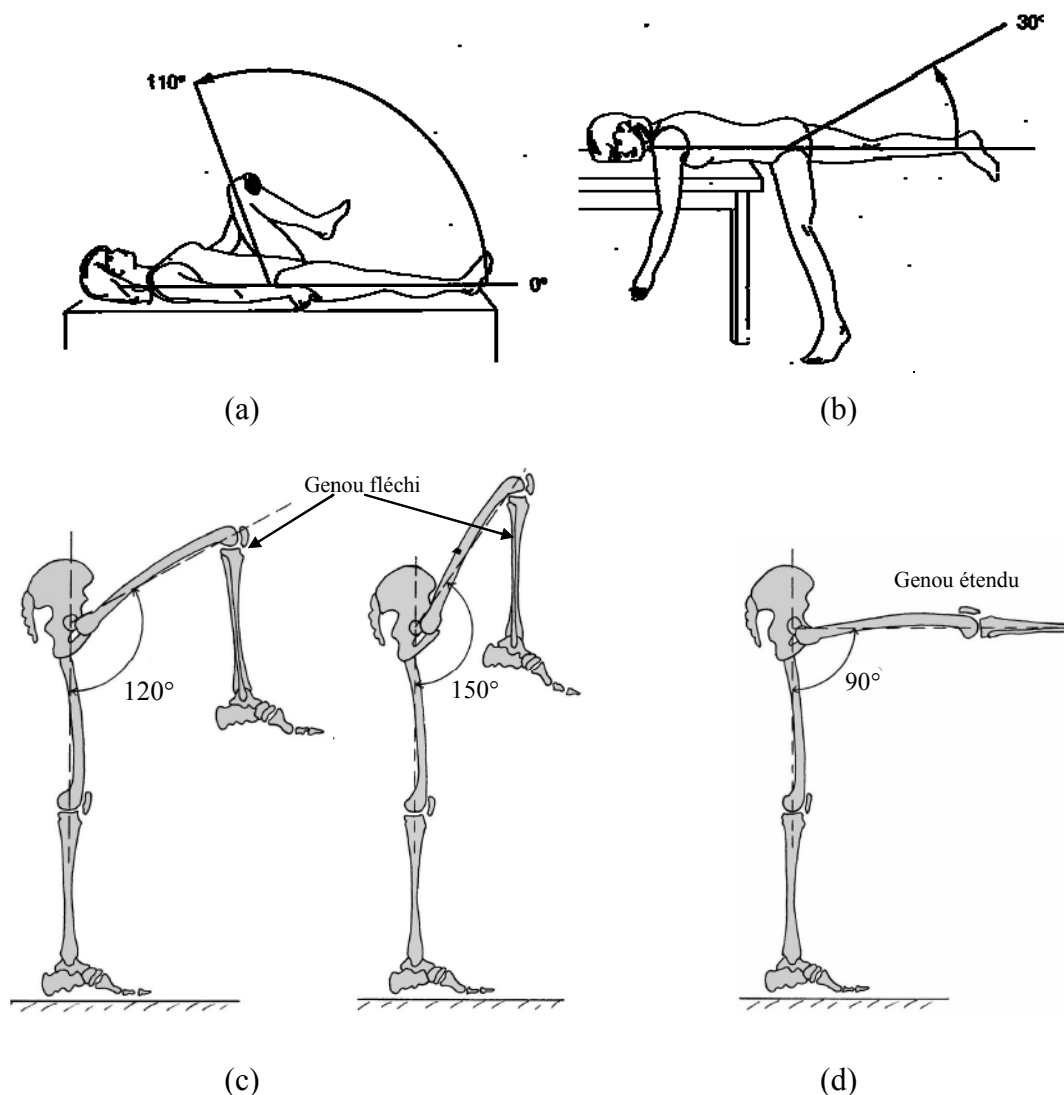


Figure 1.3. Amplitudes des mouvements de la hanche

1.2.2 Amplitudes articulaires du genou

Le genou est l'articulation distale de la cuisse. Il suscite l'intérêt de la communauté biomécanicienne du fait de sa complexité et de la multiplicité de ses pathologies. Dans [Kapandji 85], le genou est principalement décrit comme une articulation à un seul degré de liberté que constitue la flexion-extension. Accessoirement un deuxième degré de liberté est considéré. Il s'agit de la rotation autour de l'axe longitudinal de la jambe, également appelé rotation interne-externe de la jambe, qui peut être réalisé lorsque le genou est fléchi. Au regard de ces considérations, les modèles biomécaniques les plus anciens considèrent la jambe comme un simple pendule dont le mouvement reflète la flexion-extension du genou dans le plan sagittal [Bull 98]. Avec l'amélioration des techniques d'analyses, cette vision plane est devenue obsolète et des modèles bidimensionnel [Eihab 93] puis tridimensionnel [Blankvoort 91][Pandy 97][Zhu 99][Hefzy 01][Manamanni 05b], ont été proposés afin de mieux prendre en compte les caractéristiques de cette articulation. Par ailleurs, des études récentes ont mis en évidence que, du point de vue anatomique, la description cinématique des mouvements de l'articulation du genou comporte six axes et six degrés de liberté [Riener 05]. Ceux-ci sont

présenté figure (1.4) et consistent en trois rotations et trois translations organisées en chaîne cinématique simple [Seddiki 05].

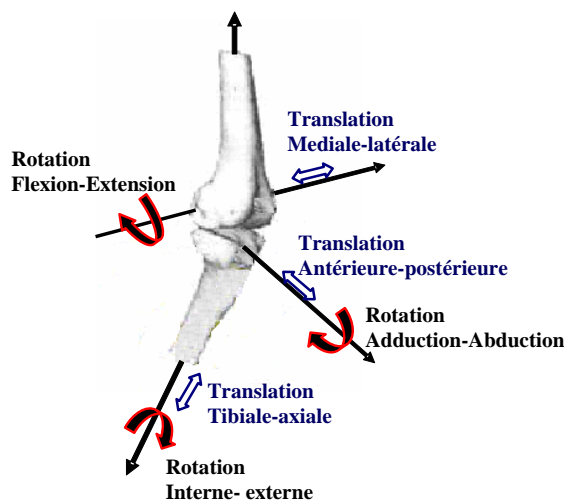


Figure 1.4. Description cinématique des mouvements de l'articulation du genou

Notons qu'il est communément admis que les amplitudes des mouvements de translation sont négligeables vis-à-vis des amplitudes des mouvements pour des tâches ordinaires (marche, levé de chaise...). Ainsi, dans cette thèse, seul les trois axes de rotations seront considérés, c'est-à-dire :

- l'axe médio-latéral autour duquel s'effectue la flexion-extension.
- l'axe antéro-postérieur autour duquel s'effectue l'adduction-abduction.
- l'axe tibial autour duquel s'effectue la rotation interne-externe.

Les amplitudes du mouvement de flexion-extension du genou varient entre 0° en hyper-extension et 150° en hyper-flexion. La figure (1.5 a) montre que la flexion du genou peut atteindre 160° quand le sujet est en position accroupie [Kapandji 85]. Par ailleurs, les rotations interne et externe admettent respectivement des amplitudes maximales 30° et 40° (figure 1.5 b).

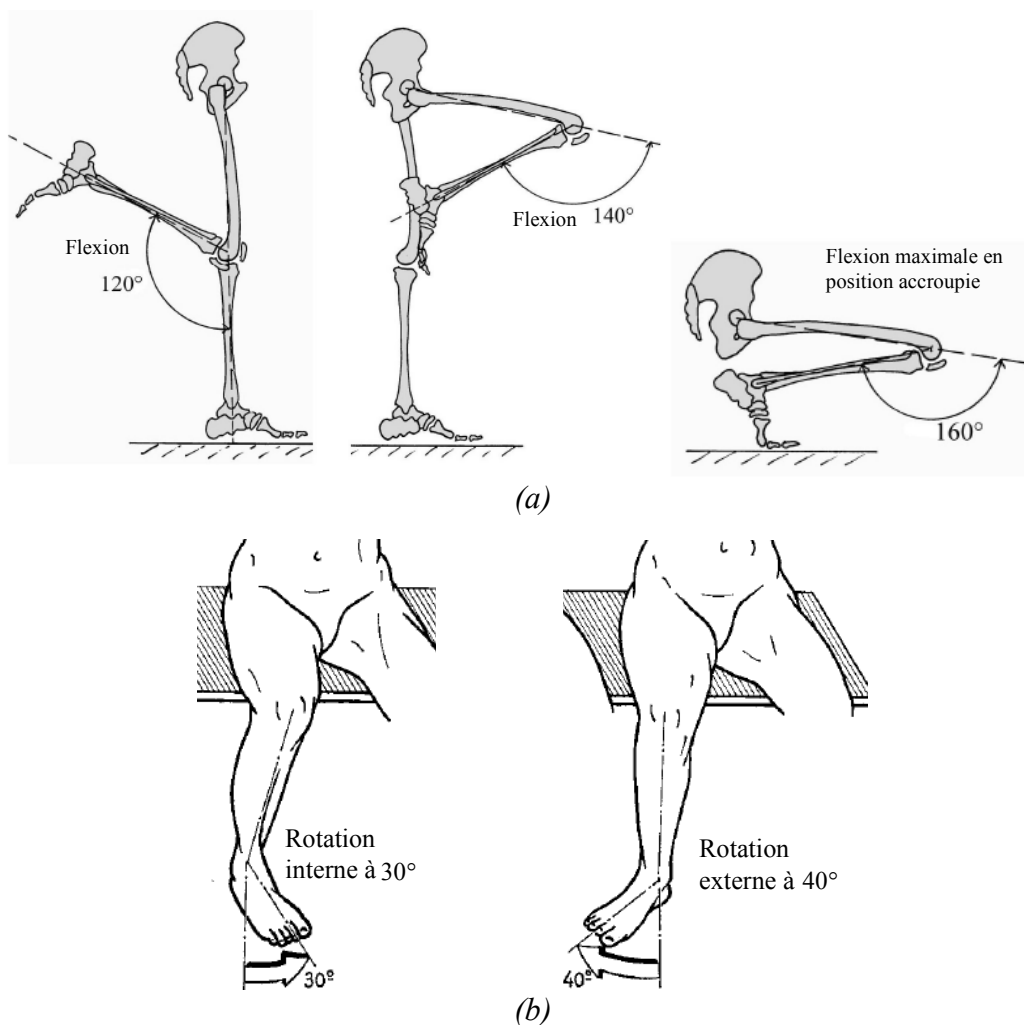


Figure 1.5. Amplitudes des mouvements du genou

1.2.3 Amplitudes articulaires de la cheville

La cheville est l'articulation distale de la jambe. Elle permet d'orienter le pied dans toutes les directions. De manière simpliste, nous pouvons considérer que les trois axes de rotation de cette articulation se coupent approximativement au centre des malléoles. Les mouvements de flexion-extension du pied, appelés généralement dorsiflexion-flexion plantaire, se font autour d'un axe dans le plan frontal passant par les deux malléoles. L'adduction-abduction du pied est réalisée autour de l'axe longitudinal de la jambe. Enfin, les mouvements de pronation-supination, sont réalisés autour de l'axe longitudinal du pied. La figure (1.6 a) montre que l'amplitude de la flexion plantaire et, respectivement, de la dorsi-flexion peuvent atteindre 50° et 20° [Kapandji 85]. En ce qui concerne l'adduction-abduction de la cheville (figure 1.6 b), les amplitudes maximales peuvent atteindre respectivement 35° et 45° . Enfin, les mouvements de pronation-supination admettent des amplitudes maximales respectives de 15° et 40° .

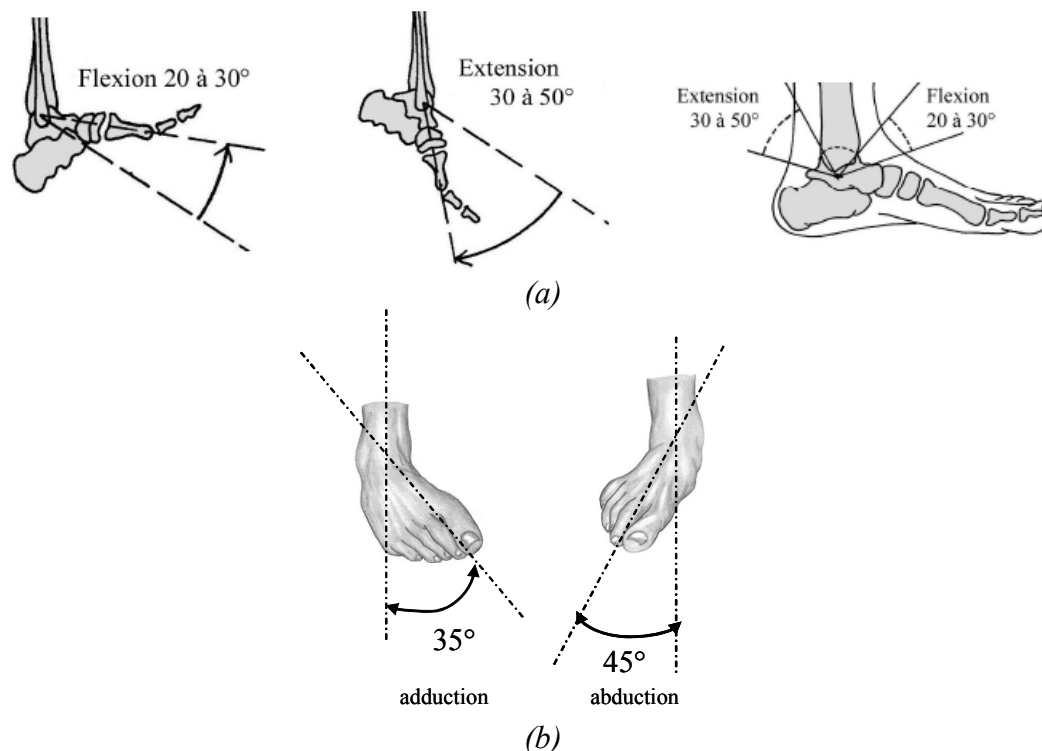


Figure 1.6. Amplitudes des mouvements de la cheville

1.3 Anatomie fonctionnelle et physiologie du membre inférieur

Dans cette partie le complexe musculo-squelettique du membre inférieur sera considéré. Celui-ci est constitué de l'ensemble des muscles, os et articulations contribuant aux mouvements des membres inférieurs. Ainsi, par abus de langage, chaque segment considéré rigide peut être confondu avec les os le constituant (ex : la cuisse et le fémur). On parlera alors de segment osseux. A chaque muscle peut être associé plusieurs tendons dont les points d'insertion sont situés sur les parties osseuses afin de générer une sollicitation qui permettra la mise en mouvement des segments. De plus, afin de maintenir la stabilité articulaire, un ensemble de ligaments relie les parties osseuses des différents segments. Lorsque toutes les insertions d'un même muscle sont reliées à un même segment, on parle de muscle mono articulaire. A contrario, lorsque les insertions d'un muscle sont reliées à plusieurs segments, on parle de muscle poly-articulaire. Notons que, de ce fait, les fonctions d'un muscle sont très différentes selon qu'il est mono ou poly-articulaire. Le grand nombre, la diversité, la complexité des muscles et parfois leurs redondances permettent de générer de nombreuses configurations segmentaires conduisant à une maîtrise fine de la réalisation d'un mouvement. Néanmoins, dans cette section, il ne s'agit pas de traiter en détail l'anatomie descriptive du membre inférieur mais simplement de rappeler certaines structures anatomiques et leurs rôles dans le mouvement humain. Une description sommaire de l'ensemble des muscles et de leurs contributions aux mouvements ordinaires permettra de définir les principales chaînes musculaires qu'il conviendra de renforcer en présence d'un déficit moteur quelconque. Pour plus de détail sur l'anatomie descriptive du membre inférieur, le lecteur peut s'appuyer sur les ouvrages de [Kapandji 85] et [Berryman 03].

1.3.1 Complexe musculaire du membre inférieur

De par leur capacité à changer de tonicité et de longueur, les muscles sont les éléments actifs du système locomoteur. Leur rôle est d'assurer la rééquilibration permanente d'une posture sur ses appuis ou d'assurer la dynamique d'un mouvement, c'est-à-dire des mouvements de segments les uns par rapport aux autres. La figure (1.7) présente la vue antérieure et postérieure des membres inférieurs ainsi que les muscles qui les composent.

Lorsqu'un muscle se contracte, il produit un mouvement en exerçant une force sur les tendons. Ces tendons transmettent alors une force appliquée aux points d'insertions musculaires qui, par le biais d'un bras de levier vis-à-vis du centre articulaire génèrent un couple moteur contribuant au mouvement d'une articulation donné. Pour un mouvement donné, plusieurs muscles peuvent apporter une contribution qui peut être dite agoniste ou antagoniste. Les muscles agonistes, sont ceux responsables du mouvement. Les muscles antagonistes sont ceux s'opposant au même mouvement et, par conséquent, contribuent à la stabilité articulaire. Ainsi, un muscle peut être agoniste ou antagoniste selon le mouvement considéré. Par ailleurs, la mobilisation d'une articulation nécessite le recrutement coordonné de groupes musculaires agonistes et antagonistes.

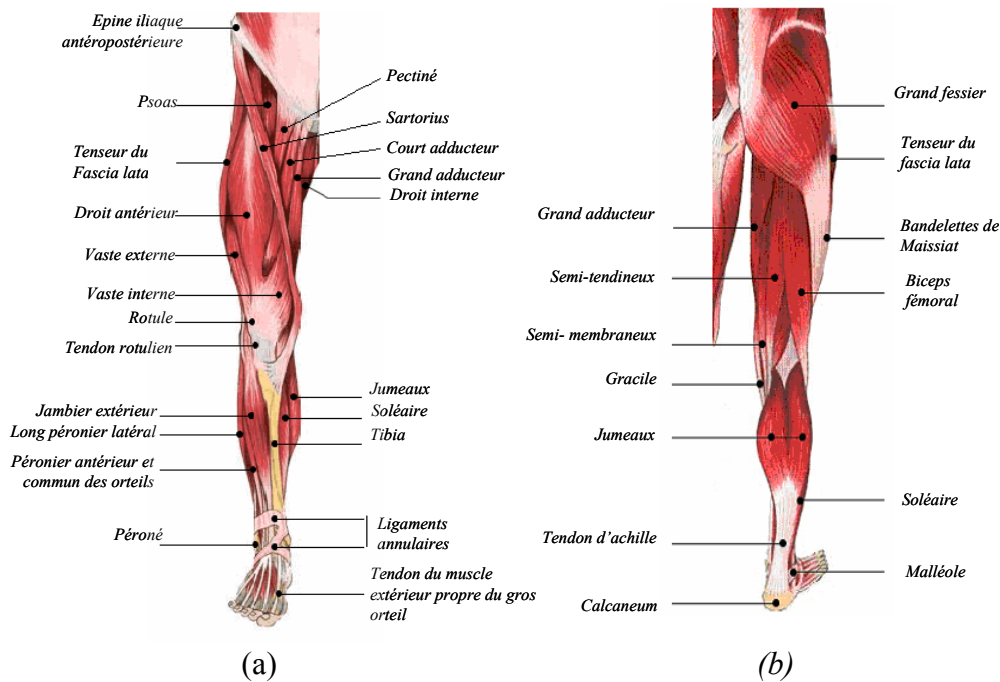


Figure.1.7. Vue antérieure (a) et postérieure (b) du membre inférieur

La figure (1.8) présente un exemple simplifié lors de l'extension du genou. Dans cet exemple, seuls les quadriceps et les ischio-jambiers sont considérés. Ainsi, pour générer le mouvement d'extension du genou, les quadriceps se contractent, ils sont alors agonistes. Simultanément, afin d'atténuer l'entorse du genou, les ischio-jambiers s'étirent en générant une force contre motrice, ils sont alors antagonistes. Naturellement, pour un mouvement de flexion du genou, les rôles agonistes et antagonistes des quadriceps et des ischio-jambiers s'inversent par rapport à l'extension.

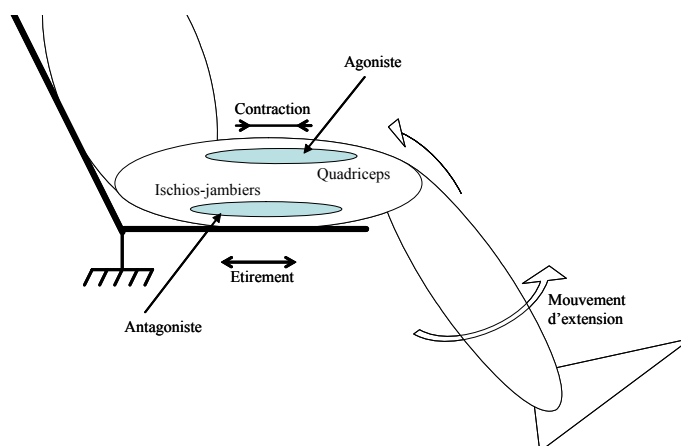


Figure 1.8. Rôles agonistes et antagonistes au cours d'un mouvement d'extension du genou

1.3.2 Chaînes musculaires du membre inférieur

Les chaînes musculaires du membre inférieur contribuent au mouvement des trois articulations : hanche, genou et cheville, ainsi qu'au mouvement des articulations sacro-iliaques. Chaque exercice du membre inférieur sollicite donc des groupes musculaires bien précis qui participent de manière agoniste ou antagoniste, à un mouvement bien considéré. Les tableaux (1.1), (1.2) et (1.3) récapitulent respectivement pour le genou, la hanche et la cheville, l'ensemble des muscles recrutés ainsi que leur rôle agoniste ou antagoniste pour chaque mouvement réalisable [Busquet 03].

Tableau 1.1. Récapitulatif des muscles recrutés pour les mouvements du genou

MUSCLES	Mouvements du genou			
	Flexion	Extension	Rotation interne	Rotation Externe
* muscle agoniste × muscle antagoniste				
Illo-psoas				
Quadriceps fémoral	×	*		
Tenseur du fascia lata	×	*		
Gracile	*	×	*	×
Semi-membraneux	*	×	*	×
Semi-tendineux	*	×	*	×
Biceps fémoral	*	×	×	*
Sartorius	*	×	*	×
Poplité	*	×	*	×
Gastrocnémien	*	×		

Tableau 1.2. Récapitulatif des muscles recrutés pour les mouvements de la hanche

MUSCLES * muscle agoniste × muscle antagoniste	Mouvements de la Hanche					
	Flexion	Extension	Abduction	Adduction	Rotation interne	Rotation externe
Illo-psoas	*	×	*	×	×	*
Quadriceps fémoral	*	×				
Tenseur du fascia lata	*	×	*	×	*	×
Pectiné	*	×	×	*	×	*
Grand adducteur	×	*	×	*	*×	*×
Petit adducteur	*	×	×	*	×	*
Long adducteur	*	×	×	*	×	*
Gracile	*	×	×	*	*	×
Droit antérieur	*	×				
Grand fessier	×	*	*	×	×	*
Moyen fessier	×	*	*	×	*	×
Petit fessier			*	×	*	×
Ischio-jambier	×	*				
Semi-membraneux	×	*			*	×
Semi-tendineux	×	*			*	×
Biceps fémoral	×	*			×	*
Sartorius	*	×	*	×	×	*
Piriforme			*	×	×	*
Carré fémoral			×	*	×	*
Obturateur interne et externe			×	*	×	*

Tableau 1.3. Récapitulatif des muscles recrutés pour les mouvements de la cheville

MUSCLES * muscle agoniste × muscle antagoniste	Mouvements de la cheville			
	Flexion dorsale	Flexion plantaire	Inversion	Eversion
Gastrocnémien	×	*	*	×
Tibial antérieur	*	×	*	×
Tibial postérieur	×	*	*	×
Extenseur commun des orteils	*	×	×	*
Extenseur propre de l'hallux	*	×	*	×
Fléchisseur des orteils	×	*	*	×
Long fléchisseur de l'hallux	×	*	*	×
Soléaire	×	*	*	×
Long fibulaire	×	*	×	*
Court fibulaire	×	*	×	*

Notons que ces tableaux ne présentent les contributions des muscles que pour des mouvements génériques et que, pour des mouvements combinés, les actions des muscles peuvent varier selon la position des articulations (hanche, genou et cheville). C'est par exemple le cas des rotateurs internes de la hanche (tenseur du fascia lata, petit et moyen fessiers) qui deviennent rotateurs externes au cours d'une rotation interne maximale de la hanche.

D'autre part, la réalisation d'un mouvement donné, impliquant plusieurs articulations du membre inférieur, n'entraîne pas systématiquement le recrutement de l'ensemble des muscles

contributeurs à une seule articulation, tels qu'ils sont décrits dans les tableaux précédents. Ainsi, des chaînes musculaires sont mise en œuvre de manière coordonnée pour la réalisation d'un mouvement complexe impliquant plusieurs articulations [Busquet 03]. Parmi les chaînes musculaires, les plus représentatives des mouvements du membre inférieur sont :

- La chaîne série d'extension antérieure qui sollicite le quadriceps, les releveurs du pied et les extenseurs des orteils. Elle permet de mettre en mouvement simultanément les articulations de la hanche, du genou et de la cheville pour une extension des membres inférieurs.
- La chaîne série d'extension postérieure est formée par la synergie entre les ischio-jambiers et les gastrocnémiens, aidée par le soléaire sous-jacent. Elle constitue la chaîne musculaire complémentaire de la chaîne série d'extension antérieure afin de réaliser une extension du genou non contraignante pour l'articulation fémoro-patellaire.
- La chaîne série latérale comprend le hauban latéral actif formé essentiellement par le moyen fessier, le tenseur du fascia lata et les muscles fibulaires (rétromaléolaires latéraux).
- La chaîne série médiale comprend le hauban médial actif formé essentiellement par les adducteurs, les muscles de la patte d'oie et les rétromaléolaires médiaux. L'élément central de cette chaîne contrôle le valgus physiologique du genou.
- La chaîne de triple extension ou triple retrait se différencie de la chaîne d'extension antérieure par le fait qu'elle associe l'appareil extenseur (antérieur) du genou aux muscles fléchisseurs plantaires et des orteils.
- La chaîne de flexion entraîne la flexion de l'iliaque (rotation postérieure), de la hanche, du genou, de la cheville, du pied, de la voûte plantaire et des orteils.
- La chaîne d'extension entraîne l'extension de l'iliaque (rotation antérieure), la hanche, le genou, la cheville, le pied, la voûte plantaire et les orteils (appui sur les métatarsiens).
- La chaîne d'ouverture entraîne l'ouverture de l'iliaque, l'adduction du fémur, la rotation externe du fémur, la rotation externe du tibia et la supination du pied.
- La chaîne de fermeture entraîne la fermeture de l'iliaque, l'adduction du fémur, la rotation interne du fémur, la rotation interne du tibia et la pronation du pied.

A ce stade, nous pouvons constater que la réalisation d'un mouvement du membre inférieur met en œuvre des mécanismes complexes qui peuvent être interprétés par l'action combinée d'une ou plusieurs chaînes musculaires. La nature du mouvement à réaliser peut alors être distingué en deux catégories d'exercices selon que la mise en série des chaînes musculaires constitue une chaîne ouverte ou fermée. On parle alors d'exercices en chaîne musculaire ouverte (CMO) ou chaîne musculaire fermée (CMF) [Ellenbecker 01].

1.3.2.1 Exercices en chaîne musculaire ouverte

Les exercices en chaîne musculaire ouverte se caractérisent par le recrutement de groupes musculaires d'une chaîne série permettant le mouvement d'un segment de manière mono articulaire. Ainsi, le recrutement musculaire est le résultat de la dynamique des forces

s'appliquant sur le segment mis en mouvement. De manière stricte, pour le membre inférieur, un exercice de flexion-extension du genou s'effectue en chaîne musculaire ouverte si la résultante dynamique de la force \vec{F}_d s'opposant au mouvement est perpendiculaire à l'axe longitudinal de la jambe. La figure (1.9) présente, de manière simplifiée, les mouvements de flexion et extension du genou en CMO. Notons que lors d'un exercice en CMO, le recrutement des muscles agonistes est nettement supérieur à celui des antagonistes. Ce dernier point soulève l'un des inconvénients majeur des exercices en CMO qui conduisent à un déséquilibre du complexe musculaire et articulaire du genou pouvant entraîner une sollicitation importante des ligaments croisés antérieurs [Morrissey 00][Hooper 01]. Enfin, de manière usuelle, une définition des exercices en CMO est communément admise par les cliniciens : il s'agit d'un exercice des membres inférieurs durant lequel le pied est libre au cours du mouvement [Viel 03].

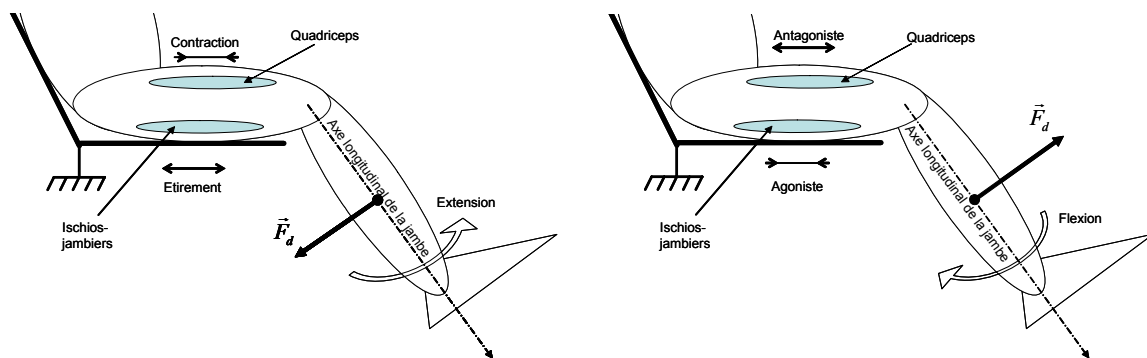


Figure 1.9. Exercices en CMO

1.3.2.2 Exercices en chaîne musculaire fermée

Les exercices en chaîne musculaire fermée se caractérisent par le recrutement de groupes musculaires de plusieurs chaînes séries entraînant le mouvement de plusieurs segments de manière poly-articulée. De même que pour les exercices en CMO, le recrutement musculaire est le résultat de la dynamique des forces s'appliquant sur les segments mis en mouvement. De manière stricte, pour le membre inférieur, un exercice de flexion-extension s'effectue en chaîne musculaire fermée si la résultante dynamique de la force \vec{F}_d , appliquée à l'extrémité du segment (force de contact pied / environnement extérieur), s'opposant au mouvement est colinéaire à l'axe longitudinal de la jambe. La figure (1.10) présente, de manière simplifiée, les mouvements de flexion et extension du membre inférieur en CMF. Notons que lors d'un exercice en CMF, le recrutement des muscles agonistes et antagonistes est plus équilibré et simultané. De ce fait, l'ensemble des muscles péri-articulaires contribue à la mise en mouvement de l'ensemble des articulations du membre inférieur. La mise en tension est donc symétrique et contribue à l'augmentation de la stabilité articulaire. Ces constatations permettent de mettre en évidence l'un des avantages majeurs des exercices en CMF au niveau du genou puisque, l'équilibre articulaire étant garanti, une nette diminution des sollicitations des ligaments croisés antérieurs est observée [Mikkelsen 00][Morrissey 00][Hooper 01].

De manière usuelle, une définition des exercices en CMF est communément admise par les cliniciens : un exercice des membres inférieurs est considéré en CMF si les extrémités du membre inférieur (Hanche et pieds) sont fixées ou suffisamment résistantes pour que le mouvement s'opère entre celles-ci [Viel 03].

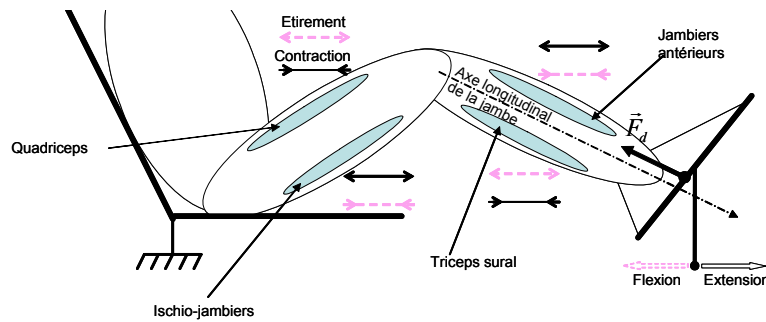


Figure 1.10. Exercices en CMF

1.4 Pathologies et techniques de rééducation du membre inférieur

L'appareil locomoteur de l'Homme s'adapte à chaque situation ou position du corps humain. Toutefois, il arrive qu'il soit sollicité en dehors de son domaine opérationnel. En effet, en ce qui concerne le membre inférieur, des traumatismes peuvent apparaître dès les premiers pas [Quesnot 06]. Par exemple, ils peuvent survenir suite à des chutes, des activités sportives ou au cours du vieillissement. Ainsi pour une pathologie donnée, un programme de rééducation peut être mis en oeuvre afin de faciliter, lorsque cela est possible, une récupération des fonctions motrices.

1.4.1. Principales pathologies musculaire et ligamentaires du membre inférieur

Les pathologies du membre inférieur sont nombreuses et peuvent être regroupées en deux catégories : les troubles musculo-squelettiques et les troubles dus à une lésion du système nerveux central (SNC) et périphérique (SNP).

Les troubles musculo-squelettiques concernent principalement les sportifs, les travailleurs, et sont dus principalement à une hyper-sollicitation ou une sollicitation inhabituelle des membres inférieurs :

- Les lésions musculaires sont des déchirures complètes ou partielles des muscles. Elles provoquent la formation d'hématomes par rupture des vaisseaux sanguins avoisinants.
- Les lésions ligamentaires touchent principalement l'articulation du genou. Elles se caractérisent par des déchirures partielles ou complètes des ligaments croisés antérieurs, postérieurs ou encore latéraux. De plus, ces lésions peuvent être éventuellement accompagnées d'un arrachement de l'insertion ligamentaire sur la partie osseuse. Les mécanismes en cause sont des forces violentes de rotation, de compression et de torsion du genou au cours d'un mouvement du membre inférieur.
- Les lésions des ménisques peuvent être de petites atteintes par compression voir une déchirure partielle ou complète des différentes parties anatomiques. Ces traumatismes sont souvent associés à des lésions ligamentaires et capsulaires. Elles sont souvent générées par une rotation de la jambe bloquée, une rotation de la cuisse, des chocs latéraux ou encore une arthrose du genou. La lésion des ménisques touche principalement les sportifs de haut niveau.
- Les fractures de la rotule se présentent sous différentes formes : transversale ou longitudinale. Leurs causes sont un impact direct lors d'une chute sur le genou, d'un choc frontal ou d'un écrasement.

- Les tendinites sont des inflammations des tendons qui peuvent conduire, dans un cas extrême au niveau de l'articulation du genou, à une déchirure complète de l'insertion du ligament rotulien sur la pointe de la rotule.

Parmi les troubles musculo-squelettiques, il existe également des pathologies évoluant au cours du temps telles que : la coxarthrose et la gonarthrose, qui sont des lésions ostéo-articulaires, respectivement de l'articulation coxo-fémorale et l'articulation du genou. Elles se caractérisent par une dégénérescence des cartilages et des composantes osseuses de ces articulations.

Les troubles du SNC et du SNP sont quand à eux des maladies d'origines accidentelles ou génétiques qui altèrent les fonctions motrices à leurs sources, c'est-à-dire au niveau du contrôle sensori-moteur où l'ordre de réalisation d'un mouvement est normalement généré. Ces maladies sont :

- Les Myopathies, qui sont dues à des lésions médullaires et qui peuvent avoir des origines génétiques (exp. Myopathie de Duchenne).
- D'autres formes de lésions médullaires, d'origines accidentelles, entraînent la paralysie des membres inférieurs et/ou supérieurs. Celles-ci sont dues à des lésions de la moelle épinière dont le rôle est de véhiculer les informations de contrôle musculaire émis par le système nerveux central. Ainsi, une paralysie plus ou moins importante peut-être observée selon la localisation de la lésion. En effet, pour les sujets paraplégiques (paralysie des membres inférieurs), la lésion est située en dessous de la septième vertèbre cervicale et au dessus de la deuxième vertèbre lombaire. Par ailleurs, les lésions situées au dessus de la septième cervicale provoquent, quand à elle, une tétraplégie (paralysie des membres inférieurs et des membres supérieurs).
- L'hémiplégie est une maladie due à une lésion cérébrale et qui est généralement d'origine accidentelle. Elle touche le patient de manière controlatérale à l'atteinte cérébrale.

Notons que généralement, aux troubles du SNC et du SNP s'associent une dégénérescence musculaire. En effet, la diminution de l'activité motrice entraîne une perte des tissus musculaire au profit de la formation de tissus adipeux.

D'autres pathologies liées aux accidents cérébraux existent : les accidents vasculaires cérébraux (AVC), les Infirmités Motrices Cérébrales (IMC) et les Sclérose en Plaques (SEP). L'objectif n'est pas ici de décrire toutes les pathologies existantes tant elles sont nombreuses et, par conséquent, ne peuvent faire l'objet d'une revue exhaustive dans le cadre de ce travail de thèse. Pour plus de détails sur l'étendue des pathologies du membre inférieur, le lecteur peut se référer à l'ouvrage [Buchbauer 03].

1.4.2 De l'évaluation à la rééducation

La prise en charge et l'établissement de programmes de rééducation ne peuvent être effectués qu'à partir d'un diagnostic médical d'une pathologie ainsi qu'un suivi longitudinal tout au long de la période de rééducation. Ainsi, des outils d'évaluations sont développés afin de faciliter le diagnostic et le suivi longitudinal d'un patient.

Le diagnostic médical est généralement établi à partir d'un interrogatoire, d'un examen visuel, de palpations et d'imageries [Béthoux 03]. De plus, et notamment pour les sujets sportifs, des tests d'efforts sur machines dites « isocinétiques » sont couramment utilisés [Rochcongar 04][Chanussot 05]. Enfin, de manière anecdotiques et, lorsque cela s'avère

nécessaire, l'examen clinique peut être complété par une analyse tridimensionnelle du mouvement [Wattelain 99][Armand 07].

L'évaluation est donc effectuée par des tests manuels (test de Lachman,...) mais peut aussi faire appel à des outils d'évaluation dont l'utilisation est régie par des normes internationales [Béthoux 03]. Ainsi, la mise en correspondance et la comparaison interindividuelle est simplifiée. Parmi ces outils d'évaluation, les machines isocinétiques sont très utilisées [Anaes 01]. En effet, les tests sur machines isocinétique permettent de détecter un déficit musculaire entre deux membres et, par exemple dans le cas de l'articulation du genou, d'évaluer les contributions des muscles fléchisseurs et extenseurs (quadriceps et ischio-jambiers) [Rochcongar 04].

1.4.3 Techniques de rééducation et de renforcement musculaire du membre inférieur

Il existe différentes techniques de rééducation des membres inférieurs : la rééducation passive et la rééducation active [Pierron 05].

La rééducation passive vise à la récupération des mobilités, en termes d'amplitude du mouvement, des membres atteints [Neiger 98]. Ainsi, elle permet principalement la rééducation des pathologies articulaires et ligamentaires. Dans ce cas, le complexe musculaire n'est pas moteur et les mouvements sont induits par une manipulation externe. Les manipulations peuvent être réalisées par un thérapeute, on parle alors de thérapie manuelle, ou par un dispositif d'aide au mouvement, on parle dans ce cas de thérapie assistée. Par exemple, la figure (1.11) présente la manipulation par un kinésithérapeute d'un patient pour la mobilisation combinée en flexion, adduction et rotation interne de la hanche.



Figure 1.11. Mobilisation combinée en flexion, adduction et rotation interne de la hanche

Un autre exemple, présenté figure (1.12), illustre l'utilisation d'un dispositif électromécanique d'aide au mouvement pour la mobilisation passive du genou (Arthromoteur Attelle Kinetec genou prima Advance).

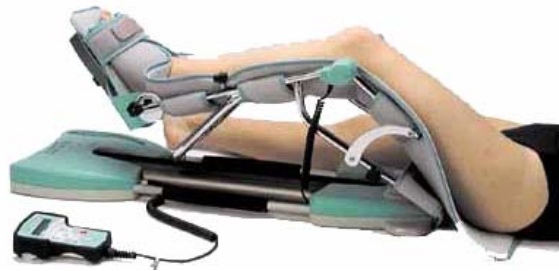


Figure 1.12. Mobilisation passive du genou

Quand la rééducation passive est effectuée lors d'un mouvement, on parle de mode de rééducation « conduit ». Par ailleurs, un autre mode passif, réalisé en immobilisant les membres inférieurs en butées articulaires, vise à améliorer la souplesse du complexe musculo-tendineux et ligamentaire, il s'agit du mode d'« étirement passif » [Neiger 98].

Par opposition à la rééducation passive, la rééducation active vise à l'amélioration de la coordination motrice et du renforcement musculaire. L'amélioration de la coordination motrice se fait par l'intermédiaire d'un mode dit « assisté » où les mouvements, induits par le patient, sont aidés par une manipulation externe. En ce qui concerne le renforcement musculaire, le complexe musculaire est moteur et, dans certains cas, résistant vis-à-vis d'un mouvement induit par une manipulation externe. Tout comme pour la rééducation passive, les manipulations en rééducation active peuvent être réalisées soit par un thérapeute, soit par un dispositif technique et instrumenté de rééducation généralement appelée sous le terme générique d'« ergomètre ». Par exemple la figure (1.13) présente le renforcement musculaire de la chaîne de triple extension des membres inférieurs où le mouvement est induit par la manipulation d'un kinésithérapeute ou le patient est supposé lui résister.



Figure 1.13. Rééducation active de la chaîne de triple extension des membres inférieurs

La figure (1.14) présente la rééducation active sur un vélo ergomètre. Dans ce cas, le renforcement musculaire est induit par la résistance de l'ergomètre lors du mouvement de pédalage du sujet.



Figure 1.14. Rééducation active sur un vélo ergomètre

Notons que, la précision et l'expertise du geste d'un thérapeute sont difficilement reproductibles par une machine. Cette expertise ne peut donc être supprimée ni remplacée dans un protocole de rééducation complet. Cependant, l'utilisation d'ergomètre ou de machine de rééducation permet un travail de fond du patient lorsque les protocoles de rééducation nécessitent une grande série d'exercices ou que les efforts mis en œuvre sont suffisamment importants pour déstabiliser le mouvement que devrait induire le thérapeute.

L'ensemble de ces techniques de renforcement entraîne un travail musculaire qui peut-être caractérisé par l'équilibration ou la déséquilibration des couples moteurs (induit par l'activité musculaire) par rapport aux couples résistants (induit par la manipulation externe). Ainsi, trois types de contractions musculaires sont distingués [Boileau 95]:

- La contraction « isométrique » résulte d'une contraction musculaire où la force développée est égale à la résistance induite par la manipulation externe. Dans ce cas, la longueur du muscle reste stable et on parle de renforcement statique. Il n'y a pas de mouvement du segment considéré.
- La contraction « concentrique » est une contraction musculaire où la force développée est supérieure à la résistance offerte par la manipulation externe. Dans ce cas, le muscle se rétracte, sa longueur diminue et on parle de renforcement dynamique.
- La contraction « excentrique » est une contraction musculaire où la force développée est inférieure à la résistance offerte par la manipulation externe. Dans ce cas, le muscle s'étire tout en restant contracté, sa longueur augmente et l'on parle une fois de plus de renforcement dynamique [Middleton 04].

D'autre part, avec l'introduction de dispositifs technique d'aide à la rééducation, d'autres modes ont été introduits sur la base des caractéristiques cinématiques ou dynamiques de la contraction musculaire. Ainsi, nous pouvons distinguer:

- La contraction « isocinétique » qui consiste en un étirement ou un raccourcissement du muscle à vitesse constante lors d'une contraction concentrique ou excentrique.
- La contraction « isotonique » qui consiste en une contraction musculaire à force constante (par exemple les machines à poids).

La figure (1.15) résume l'ensemble des modes généralement rencontrées pour la rééducation des membres inférieurs.

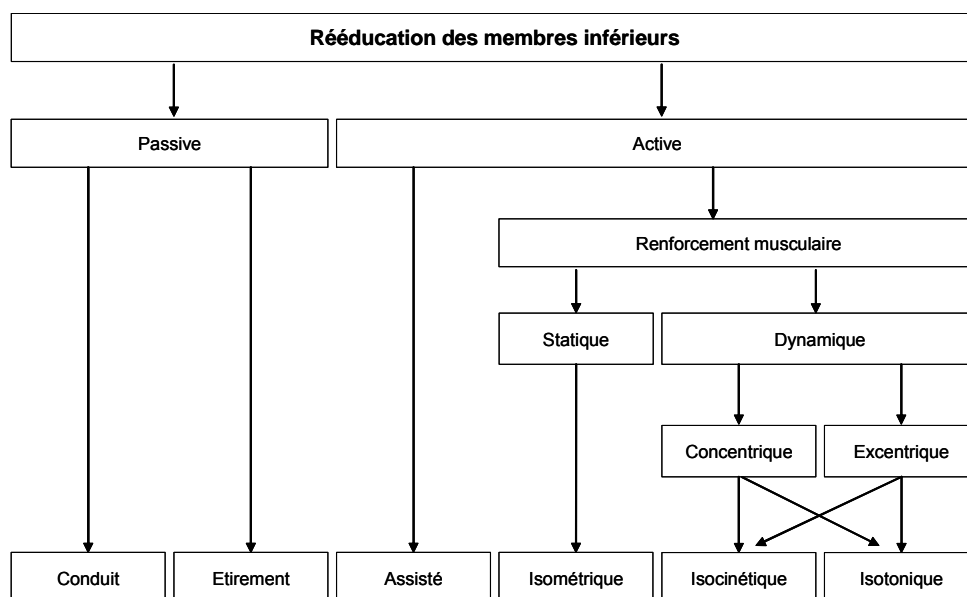


Figure 1.15. Les modes de renforcements musculaires

L'intérêt de la rééducation est la récupération rapide de la fonction motrice tout en respectant la physiologie du muscle et sa capacité de récupération qui diffère d'un individu à l'autre. Ainsi, un autre mode de rééducation a été proposé [Moughamir 99][Afilal 05]. Celui-ci, appelé mode « physiocinétique », est basé sur la réalisation combinée du mode assisté et des modes de rééducation dynamiques, ou l'objectif est l'adaptation d'un patient ou d'un sportif vis-à-vis de mouvements de références préenregistrés.

Enfin, de nouvelles technologies pour le renforcement musculaire sont apparues ces dernières années. Celles-ci, basés sur la stimulation externe des fibres musculaires, permettent un renforcement musculaire sans activité volontaire de la part du patient. Ainsi, la stimulation musculaire externe la plus répandue se base sur l'activité myo-électrique. Celle-ci permet le recrutement des fibres musculaire par le biais d'un signal électrique émis par des électrodes superficielles (posées à même la peau) ou interne. Cette technique, appelée électrostimulation fonctionnelle est également à l'origine de nombreuses études visant la restauration du mouvement des personnes paralysées [Hunt 98][Brodard 01][Guiraud 06]. Un autre type de stimulation externe a été récemment proposée [Cherouali 04]. Celle-ci se base sur la stimulation mécanique du muscle. Ainsi, l'application de faibles vibrations au cours d'un mouvement de rééducation permet l'activation de la boucle neuromusculaire gamma dont le rôle permet de réaliser une contraction réflexe lors de l'étirement d'un muscle.

1.5 Dispositifs techniques d'aides à la rééducation et de renforcement musculaire des membres inférieurs

Ces dernières années, l'assistance aux techniques de rééducation fonctionnelle a fait l'objet de nombreuses études [Dallaway 95][Riener 05][Zabaleta 07]. En effet, un grand nombre de machines, de robots de rééducation et/ou d'assistance aux mouvements ont été conçues. Ceux-ci ont été développés afin de répondre à des besoins spécifiques exprimés par les médecins rééducateurs. Ces dispositifs peuvent être présentés selon trois catégories : les systèmes d'aides aux mouvements de la vie quotidienne [Enjalbert 01], les systèmes permettant un réapprentissage des fonctions motrices [Dallaway 95][Riener 05][Colombo 05]

et les systèmes dévolus au renforcement musculaire [Moughamir 99][Anaes 01]. Dans le cadre de ce travail de thèse, seuls les systèmes dédiés au renforcement musculaires des membres inférieurs seront abordés. Ces systèmes de rééducation ont pour objectifs la restauration des performances musculaires des sujets pathologiques ou sportifs.

1.5.1. Dispositifs mécaniques de rééducation et de renforcement musculaire non motorisés

Les dispositifs mécaniques de rééducation non motorisés sont des machines qui ne génèrent pas de mouvements mais qui permettent l'application de forces ou couples résistants aux mouvements réalisés par un sujet. Dans ce cas, seuls les modes de rééducations actifs simples peuvent être mis en œuvre. De par leurs faibles coûts, ces dispositifs sont très fréquemment utilisés en milieu clinique, dans les cabinets de kinésithérapie mais aussi dans les salles de remise en forme. Par exemple, les vélos ergomètres (cf. figure 1.14) permettent, par l'action d'un frein, d'appliquer un couple résistant à l'action de pédalage du sujet. Dans ce cas, il s'agit de rééducation en CMF. D'autres types de mécanismes permettent la réalisation du mode de rééducation isotonique. C'est le cas des machines à poids tels que les bancs de musculation ou encore les presses inclinées. Notons que de nombreux dispositifs mécaniques ont été développés suivant le renforcement du groupe musculaire visé. A titre d'exemple, la figure (1.16) présente une machine à poids permettant la rééducation isométrique et isotonique des quadriceps en CMO lorsque le sujet est en position assise ou la rééducation isotonique des ischio-jambiers en CMO lorsque le sujet est en position couchée. De même, la figure (1.17) présente une presse inclinée permettant la rééducation isométrique et isotonique des membres inférieurs en CMF.

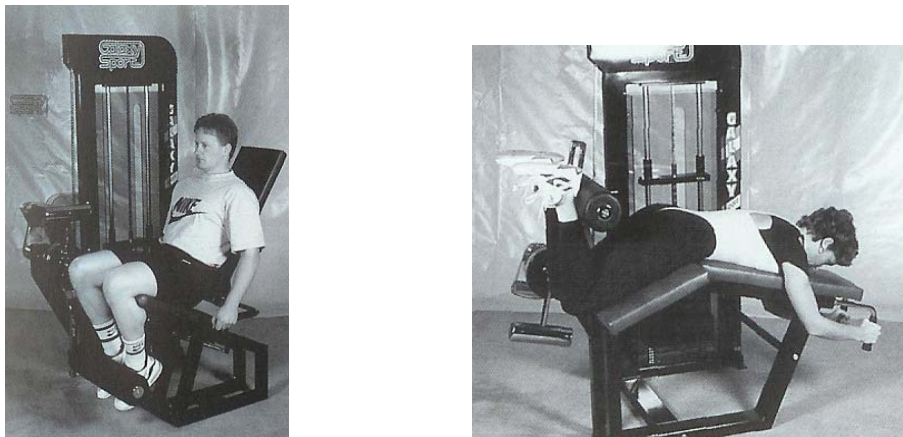


Figure 1.16. Banc de musculation pour la rééducation isotonique en CMO des quadriceps et ischio-jambiers

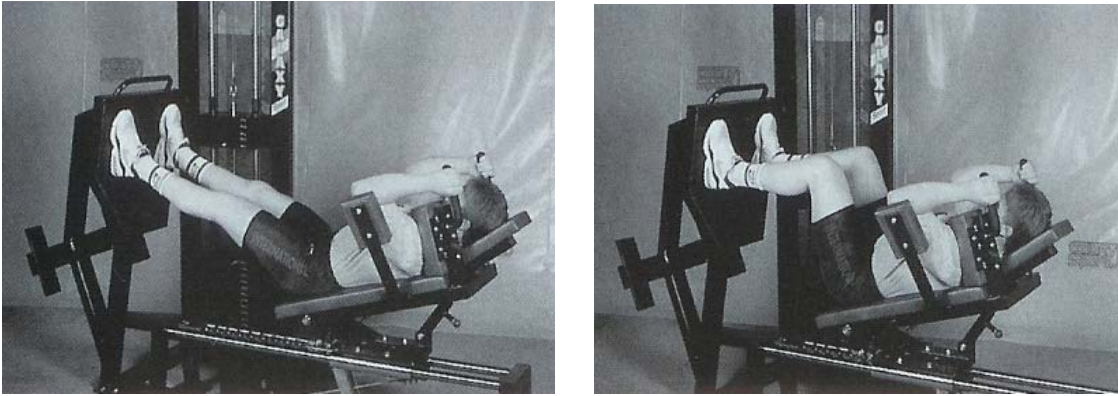


Figure 1.17. Presse inclinée pour la rééducation isotonique des membres inférieurs en CMF

1.5.2 Dispositifs de rééducation et de renforcement musculaire robotisés

Avec l'avènement de la robotique, de nouvelles machines ont vu le jour. Celles-ci permettent de reproduire le comportement dynamique des machines à poids présentées précédemment, c'est-à-dire le mode de rééducation isotonique. De plus, les trajectoires des mouvements de rééducation étant spécifiables en termes de positions, vitesses et d'accélération, ces dispositifs robotisés permettent la réalisation de nombreux modes de rééducations présentés précédemment figure (1.15) (isocinétique, assistés, conduits...). De manière usuelle en milieu clinique, malgré l'étendue des modes de rééducation réalisables, ces machines sont dénommées sous l'appellation de « machines isocinétique ». Elles sont généralement dotées d'instruments de mesure permettant, en plus de la rééducation, l'évaluation des fonctions motrices d'un patient. Dans ce cas, elles remplissent le rôle de dynamomètres automatisés [Kaufman 91]. De ce fait, l'évaluation, associée à la génération automatisée du mouvement, permet de prendre en compte l'interaction du sujet avec la machine. Ces systèmes interactifs et contrôlables, qui apportent une aide considérable aux cliniciens, ont montrés leur efficacité dans le domaine de la rééducation [Anaes 01]. De plus, le caractère reproductible des séries d'exercices proposés par les dispositifs robotisés permettent l'évaluation des progrès réalisés de chaque sujet mais aussi leur évaluation interindividuelle [Bardis 04].

Les machines de rééducation les plus répandues sont des dispositifs mécaniques à un seul degré de liberté se substituant à la rotation principale de l'articulation visée. Dans ce cas, seule la rééducation en CMO est possible. Ces machines sont asservies généralement en position, vitesse et force. Elles permettent la réalisation des mouvements angulaires contrôlés et sont équipées de dispositifs d'enregistrement du couple et de la force appliqués par le sujet ainsi que de l'angle parcouru au cours du temps. Pour exemple, les machines Cybex et Biodex détiennent la plus grande part de marché pour la rééducation des membres inférieurs selon l'axe de flexion-extension du genou (voir figure 1.18).



Figure 1.18. La machine Cybex

Dans le but d'étendre l'utilisation de ce type de machines à d'autres articulations, la société suisse Con-trex a proposée une machine dite « poly-articulaire », à géométrie configurable, permettant la rééducation en CMO des membres inférieurs mais aussi des membres supérieurs. Celle-ci, présentée figure (1.19) dans deux de ses configurations est nommée Multi-Joint.



Figure 1.19. Multi-joints de Con-trex

De même, pour la rééducation des membres inférieurs en CMO, la machine « Multi-Iso », présentée figure (1.20), a été développée au laboratoire CReSTIC de l'Université de Reims Champagne-Ardenne dans le cadre d'un partenariat avec la société Myosoft [Moughamir 99]. Cette machine, disposant de l'ensemble des modes de rééducation présentés précédemment (cf figure 1.15), est exploitée dans un contexte de recherche et a permis le développement de nouveaux modes de rééducation, notamment les modes physiocinétique [Afilal 05] et la stimulation mécanique de la boucle neuromusculaire gamma [Cherouali 04][Manamanni 05a].



Figure 1.20. Multi-Iso

D'autres dispositifs ont été développés afin de permettre une rééducation en CMF. Ainsi, selon la définition des exercices en CMF présentée au paragraphe (1.3.2.2), ces dispositifs sont constitués d'un support mobile sur lequel repose le pied. De manière générale, ces machines permettent la flexion-extension du membre inférieur par le biais d'une translation suivant son axe longitudinal en extension complète.

La figure (1.21) présente la machine « Moflex » dédiée à la rééducation en CMF dans sa configuration pour les membres inférieurs. Notons que cette machine est actionnée par un ensemble de filins. Cette technologie à l'avantage d'être peu coûteuse mais présente un inconvénient lors de mouvements rapides. En effet, après la phase de poussée et lors d'un retour rapide en flexion du membre inférieur, une détente des filins peut survenir et entraîner une discontinuité du mouvement rendant délicate l'utilisation par le patient.



Figure 1.21. La machine Moflex

La figure (1.22) présente la machine « Leg press » développée par la société Con-trex, mise sur le marché en 2006 et peu répandue en milieu clinique. Cette machine de rééducation des membres inférieurs en CMF est constituée de deux transferts linéaires permettant la flexion-extension des membres inférieurs. Notons que celle-ci permet le mouvement simultané des deux membres inférieurs rendant possible son utilisation dans le cadre de symétrisations des fonctions motrices. Ce dispositif est très robuste et peut supporter des forces de poussée allant jusqu'à 600 kN . Néanmoins, ce dispositif présente un inconvénient dans la mesure où il contraint le pied à garder une orientation fixe tout au long d'un mouvement. En effet, un mouvement de flexion-extension du membre inférieur est naturellement accompagné d'une rotation interne-externe du pied.



Figure 1.22. Leg press de Con-Trex

1.5.3 Complémentarité des dispositifs de rééducation en CMO et CMF

Les techniques de rééducations en CMO et en CMF sont complémentaires pour la rééducation des membres inférieurs et interviennent à différentes étapes de la rééducation définies au travers des protocoles établis par les médecins. En effet, la première permet de renforcer des groupes musculaires isolés alors que la seconde vise le recrutement des groupes musculaires agonistes et antagonistes contribuant à la réalisation d'un mouvement complet des membres inférieurs. Pour des raisons purement techniques, il n'est pas possible de réaliser un dispositif mécanique capable de reproduire simultanément ces deux méthodes de rééducation.

Les machines de rééducations en CMO sont largement utilisées en milieu clinique car elles permettent un renforcement musculaire rapide. Cependant, elles provoquent des contraintes au niveau du complexe ligamentaire (ligaments croisés antérieurs) et peuvent également engendrer des douleurs importantes (essentiellement rotuliennes) lors d'une utilisation intensive [Lutz 93][Bynum 95]. De plus, cette technique crée, lors d'une utilisation prolongée, un déséquilibre dû à une mise en tension musculaire asymétrique du complexe articulaire ciblé.

La rééducation en CMF fait, quant à elle, l'objet d'attentions particulières pour son aptitude à stabiliser les articulations tout en assurant des exercices proches de ceux utilisés dans la vie courante (marche, levé de chaise etc...). Ainsi, l'ensemble des muscles péri-articulaires contribue à la mise en mouvement de l'articulation. La mise en tension se fait donc de manière symétrique et contribue à l'augmentation de la stabilité articulaire. Par conséquent, il a été constaté une diminution des douleurs antérieures du genou (douleurs rotuliennes) lors d'une rééducation en CMF par rapport à la CMO [Steinkamp 93][O'Connor 93]. Notons que le bénéfice de la rééducation en CMF est obtenu, à l'inverse de la rééducation en CMO, pour une durée relativement longue.

Ainsi, les deux techniques de rééducation, en CMO et CMF, sont complémentaires et permettent d'atteindre des objectifs de rééducation spécifiques à chaque pathologie. Par exemple, au cours d'un protocole de rééducation à long terme, il pourrait être proposé, dans un premier temps, des exercices en CMF pour une stabilisation de l'ensemble du complexe articulaire tout en préservant l'articulation des contraintes générées par la CMO. Dans un second temps, lorsque l'état clinique du patient le permet, une rééducation en CMO pourra être proposée pour un renforcement musculaire spécifique tout en maintenant l'équilibre articulaire acquis en CMF. Ces constatations sont corroborées par les études cliniques réalisées par [Mikkelsen 00][Morrissey 00][Hooper 01]. Ainsi, dans [Mikkelsen 00], une étude comparative sur les deux techniques de rééducation en CMO et CMF a été effectuée sur 44 sujets de 18 à 40 ans présentant une pathologie du ligament croisé antérieur. Cette étude a permis de montrer que la combinaison des deux techniques de rééducation est excellente et garantit le retour rapide des sportifs sur le terrain.

1.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de se familiariser avec le vocabulaire anatomique relatif aux membres inférieurs et aux principales chaînes musculaires le constituant. Un état de l'art des différentes techniques de rééducation et de renforcement musculaire a été présenté ainsi que les différents dispositifs de rééducation les plus utilisés dans le milieu clinique. D'autre part, la complémentarité des techniques de rééducations dites en chaîne musculaire ouverte et en chaîne musculaire fermée a été mise en évidence pour la rééducation des membres inférieurs. Les machines de rééducation en CMO ont fait l'objet de nombreux développements et sont

maintenant très utilisés en milieu clinique. A contrario, le développement des machines en CMF est plus récent et leur utilisation en milieu clinique est à ce jour limitée. L'objectif de ce travail de thèse est la réalisation d'une machine de rééducation en CMF dans le but de garantir une rééducation fine du membre inférieur dans son ensemble tout en garantissant la sécurité à l'utilisateur. Le chapitre suivant présente le concept cinématique de la nouvelle machine de rééducation en chaîne musculaire fermée proposée, ainsi que la structure de commande retenue.

Chapitre 2. Concept « Sys-Rééduc » et Structure de Commande Générique pour Machines de Rééducation

2.1 Introduction

Sur la base des besoins exprimés en rééducation des membres inférieurs, le chapitre précédent a permis de mettre en évidence les atouts des exercices en CMF. En effet, les techniques de rééducation en chaîne musculaire fermée fournissent de bons résultats pour la récupération rapide des fonctions motrices et le renforcement musculaire des membres inférieurs tout en garantissant l'équilibre dynamique des articulations.

Ce deuxième chapitre présente les concepts relatifs à la nouvelle machine de rééducation des membres inférieurs en CMF faisant l'objet principal de ce travail de thèse. Le développement de cette machine, nommée « Sys-Rééduc », s'appuie sur un savoir faire du CReSTIC reconnu dans le développement de machines d'entraînement et de rééducation. La réalisation d'un premier prototype a fait l'objet d'un partenariat avec le Centre Régional de l'Innovation et de Transfert de Technologie de Charleville Mézières (CRITT-MDTS) dans le cadre du projet régional CPER-SysRééduc.

La première partie de ce chapitre est consacrée au concept cinématique de la machine Sys-Rééduc ainsi que son architecture mécanique et matérielle. Aussi, ce concept cinématique répond à un ensemble de contraintes biomécanique et physiologiques qui seront également présentées dans ce chapitre.

La deuxième partie présente l'architecture de contrôle en temps réel, issue du savoir faire acquis lors de la conception des machines Multi-Iso [Moughamir 99] et machine à bras [Denève 07], qui permettra l'implémentation dans un environnement temps réel les lois de commande proposées dans le cadre de cette thèse.

La troisième partie présente l'approche de contrôle/commande générique proposée pour les machines de rééducation. Celle-ci répond à la problématique posée par les objectifs d'utilisation en terme de rééducation. Il s'agit de garantir la stabilité du système à commander (la machine Sys-Rééduc) afin de garantir une utilisation sécuritaire sur l'ensemble de l'espace de fonctionnement du système tout en permettant une conduite volontaire par l'utilisateur.

2.2 Concept de la machine de rééducation Sys-Rééduc

L'objectif de nos travaux est de développer une machine de rééducation des membres inférieurs permettant de réaliser des exercices en chaîne musculaire fermée. Pour qu'un dispositif puisse réaliser ce type d'exercices, sa structure cinématique doit satisfaire certaines contraintes. Par analogie aux systèmes robotisés, l'ensemble mécanique constitué des membres inférieurs et du dispositif de rééducation est un ensemble de segments rigides poly-articulés. En effet, l'homme est souvent considéré en biomécanique du mouvement comme un système mécanique poly-articulé et autocontrôlé [Winter 90][Allard 00]. Ainsi, avant de

présenter le concept cinématique de Sys-Réeduc, quelques rappels élémentaires sur les structures cinématiques en robotique sont nécessaires.

2.2.1 Chaînes cinématiques en robotique

Un système mécanique, que l'on appellera également mécanisme, est un ensemble de corps rigides C_i également appelés segments. Chaque segment est soumis à des actions mécaniques à distance ou de contact. Dans le cadre de ce travail, seuls les mécanismes poly-articulaires où il existe une liaison de contact entre les différents solides, sont considérés. Ainsi, les segments sont liés par l'intermédiaire de liaisons, notées L_i . Le nombre de degrés de liberté (ddl) d'une liaison est égal au nombre minimal de paramètres variables qui déterminent la position d'un corps dans son contexte. Par exemple, le mouvement de rotation entre deux segments est régi par une liaison pivot, encore appelée liaison rotoïde, représentée par le symbole de la figure (2.1 a). Par ailleurs, la liaison qui permet un mouvement de translation est la liaison glissière, encore appelée liaison prismatique représentée par le symbole de la figure (2.1 b). Notons que ces deux liaisons constituent les liaisons élémentaires permettant de décrire l'ensemble des systèmes articulés existants. Ainsi, en associant deux à six de ces articulations élémentaires il est possible de définir tout types d'articulations complexes. Par exemple, une rotule est modélisée en associant trois rotoïdes d'axes concourants, un pivot glissant par une liaison rotoïde et une liaison prismatique d'axes concourants. De même, la position et l'orientation d'un corps libre évoluant dans l'espace est représenté par l'association de trois articulations prismatiques et de trois articulations rotoïdes.



Figure 2.1. Symboles des liaisons rotoïde et prismatique

Il existe deux grandes familles de chaînes cinématiques : les chaînes cinématiques simples qui sont telles que tous les corps C_i ont au plus deux liaisons L_i , et les chaînes cinématiques complexes, dont, au moins, un des corps a plus de deux liaisons.

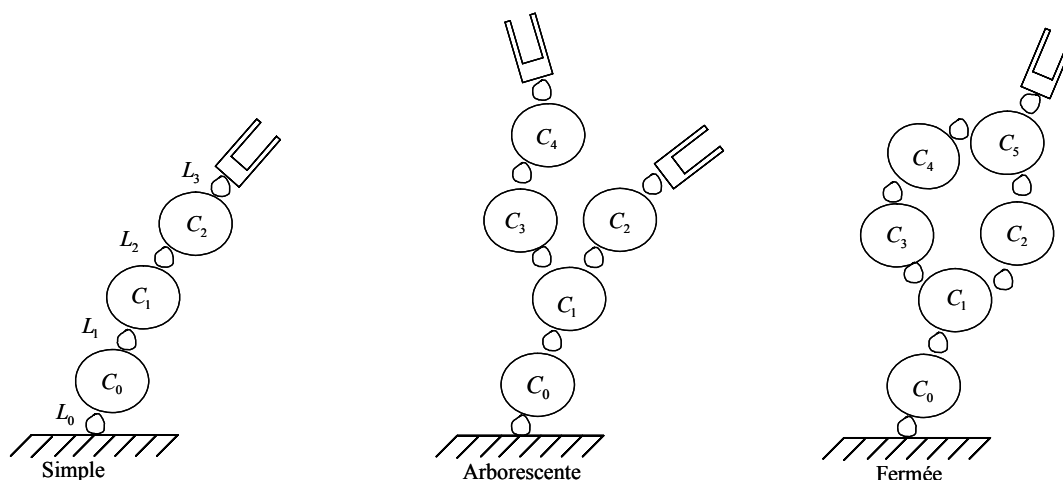


Figure 2.2. Les différents types de chaînes cinématiques

Par extension, Les chaînes cinématiques simples et complexes se subdivisent à leur tour en chaînes ouvertes simples, fermées ou arborescentes présentées figure (2.2) [Khalil 99].

Parmi ces structures, on distingue également les architectures cinématiques séries ou parallèles. Les architectures séries sont composées de plusieurs segments reliés deux à deux en chaînes cinématiques ouvertes. Elles sont largement utilisées, en particulier pour les robots manipulateurs et généralement associées à un organe terminal (figure 2.3), appelé effecteur, pouvant réaliser de nombreuses tâches telles que la préhension [Khalil 99].

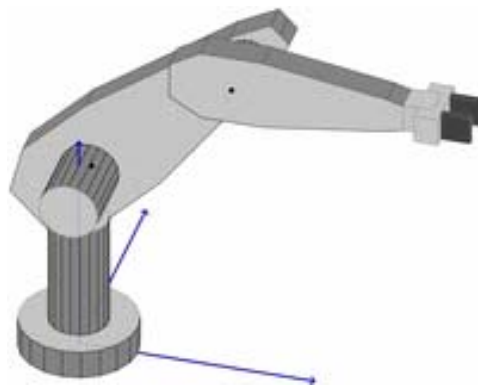


Figure 2.3. Robot manipulateur « Puma »

Les structures parallèles, sont des chaînes cinématiques complexes et fermées [Kleinfinger 86] [Khalil 86]. Parmi celles-ci, on cite l'une des structures parallèles la plus utilisée: la plate-forme de Stewart (figure 2.4). Notons, que les robots parallèles nécessitent une commande souvent complexe et difficile à mettre en œuvre. En revanche, leur structure mécanique augmente la rigidité, la précision du mouvement à réaliser et permettent un meilleur équilibrage statique [Merlet 97][Khalil 99].



Figure 2.4. Structure parallèle « plate-forme de Stewart »

La figure (2.5) présente de manière simplifiée les structures à chaînes cinématiques ouvertes et fermées.

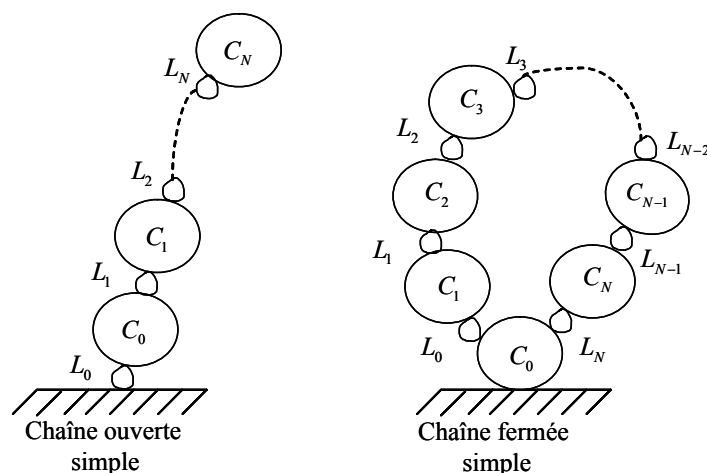


Figure 2.5. Chaînes cinématiques ouvertes et fermées

2.2.2 Concept cinématique de la machine Sys-Rééduc

Rappelons que, tel qu'il a été défini au chapitre 1, pour qu'un mouvement de rééducation du membre inférieur soit considéré comme un exercice en CMF, ses deux extrémités doivent être fixées ou suffisamment résistantes pour que le mouvement s'opère entre celles-ci [Viel 03]. Il est possible de considérer que les deux articulations extrêmes du membre inférieur sont la hanche et la liaison du pied sur un support. Afin de réaliser cette contrainte, le choix effectué du mécanisme de la machine Sys-rééduc suppose que la hanche est fixe par rapport au bâti et que le mouvement est engendré par un support mobile sur lequel repose le pied. De plus, afin de pouvoir développer une chaîne cinématique permettant la réalisation de mouvement en CMF, et par analogie aux systèmes robotisés, l'ensemble mécanique constitué du membre inférieur et du dispositif de rééducation doit former une chaîne cinématique fermée.

Pour chacun des membres inférieurs, la chaîne cinématique, présentée à la figure (2.6), se compose des corps C_0 , C_1 , C_2 , C_3 et C_4 . Ces corps représentent respectivement le bâti de la machine, la cuisse, la jambe, le pied du sujet et le support mobile de la machine sur lequel le pied sera en appui. La liaison entre deux corps successifs est représenté par le symbole L_i , avec $i = 0, \dots, 5$.

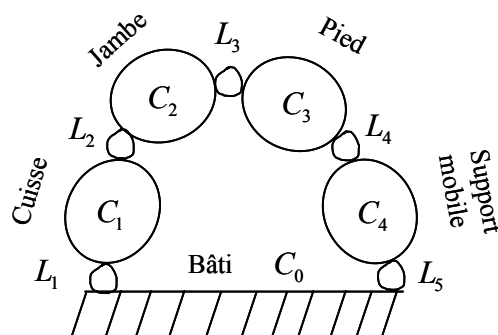


Figure 2.6. Chaîne cinématique du dispositif de rééducation des membres inférieurs en CMF

La conception cinématique du nouveau dispositif, revient donc à définir la nature des liaisons L_i :

- L_1 correspond à la liaison entre le bâti et la cuisse. Le sujet est assis sur un siège fixé au bâti de la machine, le tronc et le bassin sont supposés fixes par rapport à celui-ci. La liaison cinématique résultante est une liaison rotule correspondant à l'articulation coxo-fémorale de la hanche.
- L_2 correspond au genou. Sa cinématique complexe à six degrés de liberté a fait l'objet d'une étude antérieure pour l'évaluation fine de ses mouvements [Seddiki 05]. Notons que seuls les mouvements du genou selon l'axe principal de flexion-extension et l'axe de rotation interne-externe suffisent à la définition cinématique du concept Sys-Réeduc. En effet, au cours d'un exercice en chaîne musculaire fermée, ces deux rotations permettent de solliciter la majeure partie des groupes musculaires impliqués pour la mise en mouvement de l'articulation du genou (cf chapitre 1).
- L_3 et L_4 correspondent respectivement à la cheville et à la liaison du pied sur son support. Notons que celles-ci peuvent être réduites à une seule liaison $L_{3/4}$. En effet, on peut considérer que le pied est fixe sur le support mobile. Dans ce cas, ces deux corps sont solidaires et constituent un unique corps rigide. Cette hypothèse permet de simplifier la chaîne cinématique en supprimant le pied de celle-ci. De ce fait, $L_{3/4}$ est constituée de deux liaisons pivots. La première réalise la dorsi-flexion/flexion plantaire notée L_{fd} et la seconde, la rotation interne-externe du pied notée L_{ie} .
- L_5 représente la liaison entre le support mobile et le bâti de la machine. Celle-ci est réalisée par une liaison glissière suivant l'axe longitudinal défini par le membre inférieur en extension complète.

La figure (2.7) présente le concept cinématique retenu pour la machine de rééducation des membres inférieurs dans le plan sagittal. Notons qu'ici, la structure cinématique n'est présentée que pour un seul des deux membres inférieurs. En effet, les fonctions de chacun des membres inférieurs étant symétriques, le dispositif final sera composé de deux structures cinématiques identiques présentées figure (2.7) pour chacun des membres inférieurs. Cette particularité permettra alors la mise en place de futurs protocoles de rééducation, par exemple pour la symétrisation des fonctions motrices dans le cas d'une hémiplégie (cf chapitre 1).

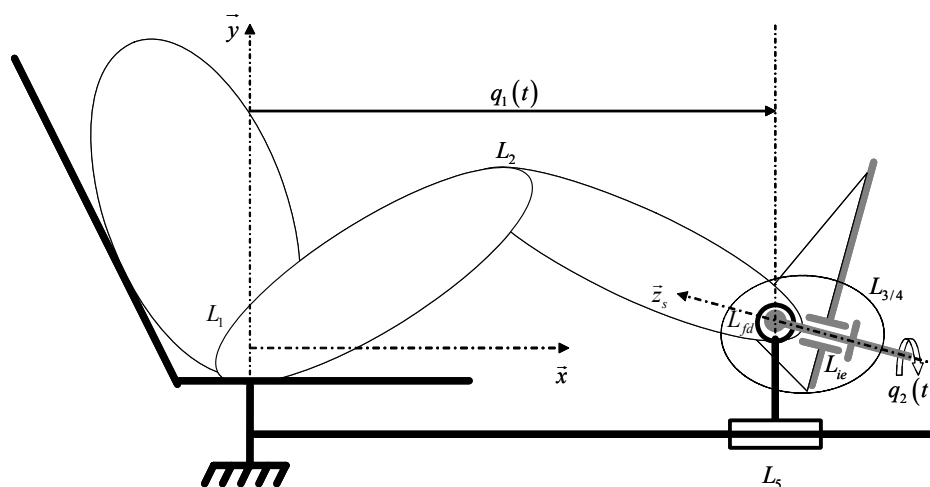


Figure 2.7. Concept cinématique de Sys-Réeduc dans le plan sagittal

Compte tenu de la cinématique présentée figure (2.7), seul la rotation interne-externe du pied (représentée par la liaison L_{ie} suivant l'axe \vec{z}_s et repérée par la variable $q_2(t)$) et le mouvement de translation du support mobile (représenté par la liaison L_5 suivant l'axe \vec{x} et repéré par la variable $q_1(t)$) suffisent pour solliciter la majeure partie des articulations et des groupes musculaires du membre inférieur. Notons qu'un réglage supplémentaire est proposé afin d'ajuster l'angle d'inclinaison du pied qui restera fixe au cours du mouvement afin de solliciter la dorsi-flexion/flexion plantaire de la cheville dans différentes gammes de son étendue de mouvement.

En terme de rééducation, la translation L_5 engendre la flexion extension du membre inférieur, c'est-à-dire les mouvements de flexion-extension de la hanche et du genou mais aussi de la dorsi-flexion/flexion plantaire de la cheville. Ce mouvement de translation, réalisé en CMF, permet donc la rééducation et/ou l'entraînement des complexes musculo-tendineux fléchisseurs et extenseurs du membre inférieur tout en limitant les contraintes appliquées aux ligaments croisés [O'connor 93][Lutz 93]. De plus, la rotation L_{ie} du support mobile associée au réglage de l'angle d'inclinaison du pied permettent la rotation interne/externe du genou ainsi que de solliciter la dorsi-flexion/flexion plantaire de la cheville dans différentes gammes de son étendue de mouvement. Ainsi, la réalisation d'un mouvement complexe en CMF engendré par les liaisons L_5 et L_{ie} rendent possible la mise en tension, de manière sélective, d'une zone musculaire bien précise. La rééducation ou le renforcement musculaire peut ainsi être pratiqué de façon spécifique au cours d'un mouvement ciblé. Par exemple, le mouvement du membre inférieur avec le pied en rotation externe et en extension favorise le renforcement des ischio-jambiers internes et le mouvement du membre inférieur avec le pied en rotation interne et en extension favorise le renforcement des ischio-jambiers externes [Rochcongar 04]. Cette particularité de pouvoir effectuer des rotations interne-externe du pied, confère à la machine Sys-Rééduc son originalité vis-à-vis des dispositifs robotisés existants (voir le paragraphe (1.5.2) du chapitre 1).

2.3 Conception et réalisation de Sys-Rééduc

Le dispositif de rééducation des membres inférieurs en chaîne musculaire fermée constitue un système robotisé. Ainsi, trois parties sont à prendre en considération pour sa conception : La conception mécanique, le choix des instrumentations et capteurs et l'architecture matérielle de contrôle-commande.

2.3.1 Structure mécanique

La structure mécanique de Sys-Rééduc est réalisée, conformément à la structure cinématique proposée précédemment, en partenariat avec le CRITT-MDTS dans le cadre du projet CPER Sys-Rééduc. Ainsi, Sys-Rééduc comporte, pour chaque membre inférieur, un transfert linéaire motorisé réalisant la translation L_5 . Cette dernière met alors en mouvement un support mobile réalisant la rotation L_{ie} et permettant le réglage de l'inclinaison du pied. Enfin, un siège inclinable permet la réalisation des exercices de renforcement musculaire en position assise ou couchée.

La figure (2.8) présente le type de transferts linéaires retenus pour réaliser la translation L_5 . Ceux-ci sont de conception Bosch-Rexroth⁶. Leurs course utile est ramenée à $1.3m$ afin de toucher un large panel d'utilisateurs en prenant en compte la longueur maximale du membre inférieur en extension complète d'un sujet de grande taille. De plus, ces transferts linéaires sont actionnés chacun par un moteur réducteur ramenant le système à une capacité d'entraînement dont la charge maximale suivant l'axe de translation est de $150kg$ pour une vitesse maximale de $2m/s$. Notons que ces valeurs ont été choisies afin de permettre aussi bien une rééducation à faible charge qu'un entraînement sportif à charge élevée. Enfin, les deux modules linéaires sont montés sur des rails permettant d'ajuster leur écartement afin d'adapter le système à la morphologie de chaque utilisateur, sa variation est comprise entre $37cm$ et $60cm$.

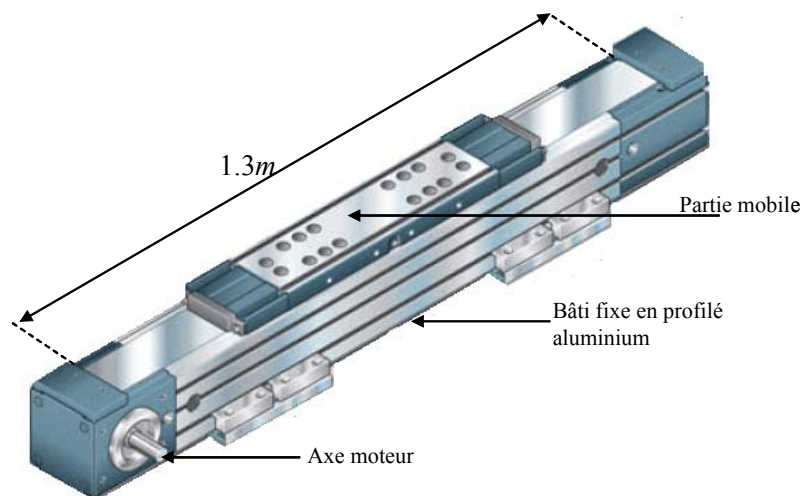


Figure 2.8. Module linéaire MKR Bosch-Rexroth

La figure (2.9) présente le support mobile réalisé pour chacun des membres inférieurs. Il permet la motorisation du mouvement de rotation interne-externe du pied (L_{ie}). Ainsi, le pied repose sur une semelle mise en rotation par un moteur-réducteur (Gammatic⁷). Celui-ci permet d'engendrer un couple maximum de $20N.m$ pour une vitesse maximum de $10\text{ tours}/s$. Cette semelle est ajustable en profondeur - par un ensemble de calles - afin de pouvoir aligner l'axe de dorsiflexion/flexion plantaire de la cheville avec l'axe de rotation permettant le réglage de l'inclinaison du pied. Ce système de réglage de l'inclinaison du pied est constitué d'une tige de fixation à huit positions comprises entre -20° et 50° conformément aux limites angulaire de la dorsiflexion/flexion plantaire de la cheville (cf. chapitre 1, paragraphe 1.2.3) [Kapandji 85]. Enfin, une fixation, qui n'est pas présenté ici, permet de maintenir le pied en contact avec le support mobile.

Le réglage de l'inclinaison du siège (fixe au bâti) se fait par l'intermédiaire d'une barre passant dans un guide et autorisant une amplitude de 0° correspondant à la position allongée du siège et à 80° correspondant à la position assise.

⁶ Rexroth Bosch Group, www.boschrexroth.fr

⁷ Gammatic, www.gammatic.com

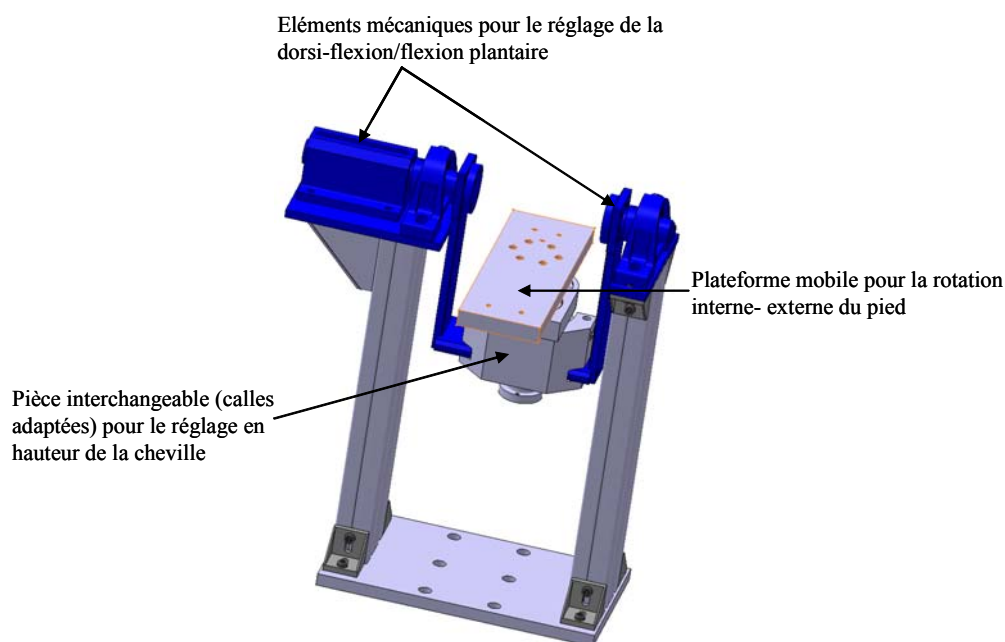


Figure 2.9. Support mobile de Sys-Rééduc

La figure (2.10) présente la partie mécanique de la machine Sys-Rééduc dans son ensemble.

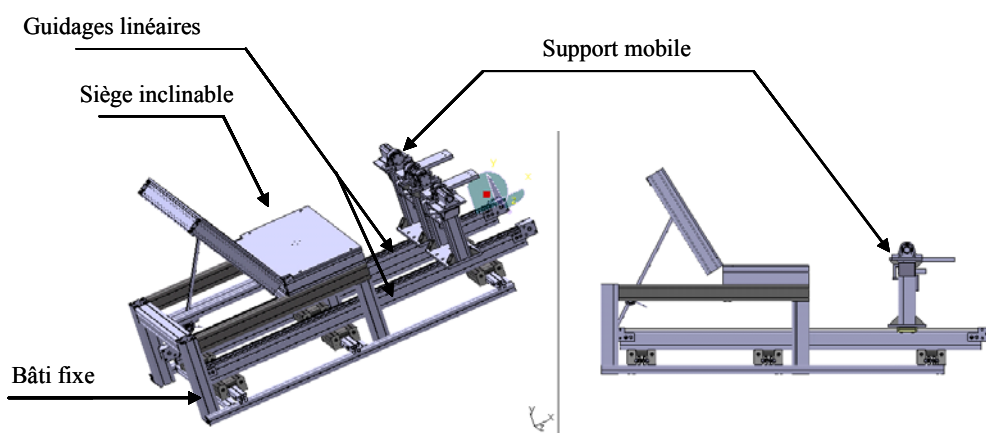


Figure 2.10. Partie mécanique de la machine Sys-Rééduc.

Le dispositif Sys-Rééduc est présenté à la figure (2.11). La structure cinématique à deux degrés de liberté, pour chacun des membres inférieurs, permet de solliciter des groupes musculaires spécifiques et confère à Sys-Rééduc son originalité, vis-à-vis des dispositifs existants. En effet, ce type de mouvements combinés, très contraignants pour le complexe musculo-squelettique des membres inférieurs, est couramment rencontré lors de tâches quotidiennes (par exemple montée d'escalier en colimaçon) mais aussi lors d'exercices physiques intenses (jambe fléchie en appui sur le pied en rotation interne chez les joueurs de tennis). On comprend alors l'intérêt qu'un tel dispositif peut susciter pour la rééducation de patients atteints de déficiences motrices mais aussi pour l'entraînement et le renforcement musculaire de sportifs de haut niveau.



Figure 2.11. Premier prototype du dispositif Sys-Réeduc réalisé en partenariat avec le CRITT-MDTS de Charleville-Mézières.

2.3.2 Instrumentation et capteurs de Sys-Réeduc

La machine Sys-Réeduc étant un système robotisé de rééducation, un ensemble de capteurs doit être mis en œuvre afin de permettre son automatisation, de garantir la sécurité de l'utilisateur mais aussi d'évaluer la performance réalisée au cours des exercices. Ainsi, chaque moteur-réducteur est doté de codeurs incrémentaux permettant la mesure des mouvements de translation $q_1(t)$ pour L_5 et de rotation $q_2(t)$ pour L_{ie} . De plus, des capteurs (butées mécaniques) placés en début et en fin de course sur les guidages linéaires, et dont la position peut être réglée en fonction de chaque utilisateur, permettent de générer d'éventuels arrêts d'urgences afin de garantir la sécurité au cours des exercices de rééducation. Enfin, deux capteurs d'efforts tridimensionnels permettent la mesure des forces et couples appliqués par l'utilisateur sur la machine [Boucher 05]. Ces derniers ont une double fonction :

- Evaluer l'efficacité, la performance et l'amélioration des aptitudes motrices au cours d'un programme de rééducation et/ou d'entraînement. Ces mesures permettront alors des analyses ultérieures par les médecins et biomécaniciens.
- Mesurer, en temps réel, la force appliquée par le sujet sur la machine afin de déduire sa volonté d'action et ainsi de réaliser le mouvement souhaité. Le retour de force et la génération de consigne seront explicités dans le chapitre 4.

Notons que ces capteurs d'efforts ont été réalisés en partenariat avec le Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Université de Poitiers (UMR CNRS 6610) spécifiquement pour cette application. Leur géométrie ne sera pas détaillée dans ce mémoire car ils font l'objet de développements confidentiels. La figure (2.12), présente l'emplacement du capteur de force tridimensionnel sous la semelle du support mobile.

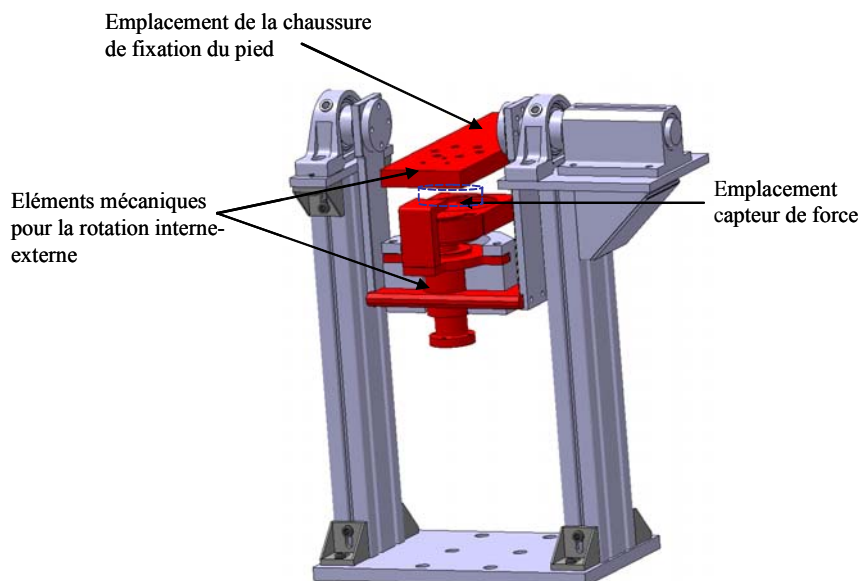


Figure 2.12. Emplacement du capteur de force

2.3.3 Architecture électronique de Sys-Rééduc

Les lois de commandes développées au cours de cette thèse et qui seront présentées dans la suite de ce mémoire seront mises en œuvre dans l'environnement temps réel xPc-Target de Matlab Simulink. L'objectif de l'architecture électronique de contrôle-commande est donc de véhiculer l'information émanant de cet environnement afin de le convertir en un signal de puissance permettant aux actionneurs (moteurs-réducteurs) de générer le mouvement mais aussi de récupérer les informations émanant des capteurs afin de garantir une commande adéquate. Une architecture électronique temps réel générique est communément employée au CReSTIC et a déjà été mise en œuvre dans le cadre de la commande de la machine de rééducation des membres inférieurs « Multi-Iso » [Briquet 99][Lesieur 06] [Seddiki 07] mais aussi, plus récemment, pour la commande d'un robot de rééducation des membres supérieurs [Denève 07]. Cette architecture électronique est basée sur l'utilisation d'un PC hôte sur lequel sont développées les lois de commandes et d'un PC cible qui permet leur réalisation en temps réel. La communication entre le PC hôte et le PC cible est gérée via un réseau ethernet (TCP/IP). Enfin, un réseau CANOpen et une carte d'acquisition analogique/numérique permettent de gérer les communications en temps réel entre le PC cible et les variateurs de vitesse ainsi que de collecter les informations émanant des différents capteurs. La figure (2.13) présente l'architecture électronique temps réel retenue pour la machine Sys-Rééduc.

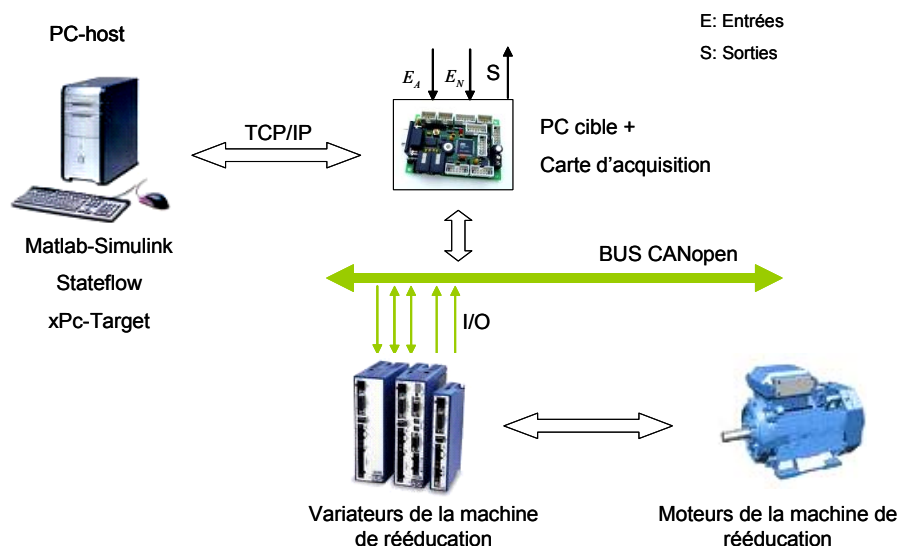


Figure 2.13. Architecture électronique temps réel de Sys-Réeduc.

2.4 Structures de commandes des machines de rééducation

L'architecture matérielle de la machine Sys-Réeduc ayant été défini, il convient maintenant de proposer une structure de commande adéquate pour la réalisation des tâches de rééducation dans un environnement sécurisé pour l'utilisateur. Comme il a été précisé précédemment, un dispositif de rééducation actif constitue un système robotisé. Il est donc naturel dans ce cas de s'intéresser aux structures de commande classiquement employées pour les robots manipulateurs [Khalil 99]. Or, la particularité de tels dispositifs de rééducation consiste en la présence d'un utilisateur dont les mouvements autocontrôlés sont à prendre en compte du fait de leurs interactions avec les mouvements (tâches) réalisés par le système robotisé. Ainsi, dans cette partie, un bref rappel des structures de commande classiquement utilisées en robotique est effectué. Puis, une structure de commande hybride, actuellement utilisée sur la machine Multi-Iso de rééducation des membres inférieurs en CMO ainsi que sur un nouveau prototype pour la rééducation des membres supérieurs, est présentée [Zaytoon 01][Moughamir 01][Denève 07]. Notons que cette structure hybride, bien qu'efficace d'un point de vue fonctionnel, peut poser certains problèmes, notamment en termes de stabilité lors de la commutation entre différentes lois de commande continues. De ce fait, une nouvelle structure de commande pour machines de rééducation, basée sur un générateur de consigne et un correcteur en suivi de trajectoires avec rejet de perturbations externes, est proposé dans la dernière partie de ce chapitre.

2.4.1 Commande des robots manipulateurs

Selon les tâches à réaliser par un robot manipulateur, trois grandes familles de lois de commandes sont généralement appliquées : la commande en mouvement, la commande en force et la commande hybride en force-position.

Les lois de commande en mouvement sont les plus utilisées dans le milieu industriel. Celles-ci nécessitent généralement une bonne connaissance du système à commander et de son environnement. Parmi ces approches, la plus classique est la commande de type Proportionnelle-Intégrale-Dérivée (PID). Cette dernière est relativement simple à implémenter. En effet, pour de nombreuses applications peu complexes, un réglage intuitif suffit mais ne

permet pas de garantir la stabilité du système en boucle fermée sur l'ensemble de son espace de fonctionnement. Pour de telles lois de commande, l'approche la plus répandue, permettant de prouver la stabilité du système commandé, consiste à étudier l'évolution d'un modèle linéarisé en boucle fermée dans le domaine fréquentiel [Delarminat 93]. Les lois de commande linéaires de type PID ne sont donc valables que pour des tâches comportant de faibles dynamiques ou lorsque les articulations du robot à commander sont découplées. Lorsque les tâches à accomplir par un robot comportent de fortes dynamiques et que le modèle de celui-ci est non linéaire, une autre approche peut-être l'utilisation d'une loi de commande linéarisante [Krener 84][Hunt 93]. Celle-ci permet le découplage dynamique des articulations en utilisant une boucle de rétroaction non linéaire basée sur un modèle en dynamique inverse du robot. L'utilisation d'un modèle en dynamique inverse nécessite la mesure (en temps réel) ou la connaissance (à priori) des grandeurs caractéristiques des mouvements à réaliser (positions, vitesses et accélérations). Lors de la mesure en temps réel de ces grandeurs, les informations proviennent de différents capteurs. Néanmoins, lors de la mise en correspondance de données hétérogènes, l'utilisation d'un modèle en dynamique inverse peut conduire à des erreurs d'approximations [Guelton 03]. Dans ce cas, pour des systèmes à fortes dynamiques, la mise en œuvre de telles lois de commande peut s'avérer délicate. Lorsque les caractéristiques du mouvement sont connues à priori, il est possible de remplacer les variables réelles par celles des trajectoires désirées. On parle alors de commande linéarisante prédictive [Khalil 99][Ginhoux 03]. Dans ce cas, tous les calculs leurs correspondant peuvent être fait hors ligne, ce qui réduit la complexité des calculs nécessaires en temps réel. D'autre part, pour le découplage des articulations un terme est introduit afin d'anticiper la dynamique du système. Ce terme correspond aux couples estimés à partir du modèle en dynamique inverse en utilisant les valeurs désirées des positions, vitesses et accélérations au lieu des valeurs mesurées. Ces calculs sont alors stockés en mémoire pour être utilisés lors de la mise en œuvre de la commande mais, dans ce cas, des problèmes de synchronisation peuvent survenir. Il existe d'autres types de commande en mouvement, notamment la commande non linéaire par retour d'état, encore peu utilisée en milieu industriel et qui sera explicitée dans la suite de ce manuscrit.

La seconde famille de lois de commande très utilisée en milieu industriel est la commande en force dont les principes de base ont été développés dans les années 1980, [Whitney 87][Siciliano 99]. Celle-ci prend tout son sens lorsque l'effecteur en mouvement entre en contact avec une surface rigide ou déformable. C'est le cas, par exemple, des robots d'usinage ou d'assemblage mais aussi des dispositifs de rééducations où l'effecteur du système contrôlable est en interaction (contact) avec l'utilisateur. Ainsi, le contact du sujet avec le système robotisé est pris en compte et, d'un point de vue des sensations ressenties par l'utilisateur, on parle de retour haptique. Dans le cadre d'applications industrielles, lorsque la mesure des efforts de contact n'est pas nécessaire, une commande dite en « compliance passive » dont la mise en œuvre est relativement simple peut-être utilisée [Whitney 79][Joo 98]. Celle-ci permet de diminuer les efforts de contacts en interposant, entre l'effecteur et le robot, un dispositif se déformant sous l'effet des efforts de contact. De ce fait, une certaine élasticité est conférée à l'ensemble de la structure robotisée et permet de minimiser les erreurs de positionnement [Whitney 87][Khalil 99]. Par ailleurs, une commande par raideur active peut également être réalisée dans l'espace articulaire et, dans ce cas, le robot se comporte comme un ressort à raideur programmable [Whitney 77][Salisbury 80]. Enfin, un concept de commande par « impédance » permettant d'obtenir un comportement pré-spécifié entre la position de l'effecteur et l'effort de contact a été proposé par [Hogan 85]. Cette approche permet le contrôle de la raideur et de l'amortissement, ainsi que de l'inertie dans certains schémas de commande [Carignan 00][Carignan 03].

En utilisant les méthodes de commande en mouvement et en force citées précédemment de manière exclusive, nous ne pouvons pas faire suivre au robot une trajectoire de consigne selon un effort. Afin de répondre à ce problème, des structures de commande avec consigne d'effort ont été proposées afin d'asservir les robots simultanément en effort et en position. Dans ce cadre, la commande hybride force-position a fait l'objet de plusieurs études [Raibert 81][Pandian 96][Vukobracic 98][Dombre 03][Ju 05]. Celle-ci met en jeu deux boucles d'asservissement, l'une pour la position et l'autre pour l'effort. Le passage d'une boucle vers l'autre nécessite de définir une loi de commutation qui désigne le type de commande à employer selon la tâche à réaliser. Notons que le coût de calcul en ligne des lois de commandes hybrides en force-position est relativement élevé et, par conséquent, son utilisation est réduite à des systèmes de faible complexité. De plus, une perturbation en mouvement appliquée lors de l'utilisation de la commande en effort n'est pas compensée. Par conséquent, le passage d'un contrôleur à l'autre engendre des discontinuités du signal de commande pouvant conduire à des mouvements brutaux du système robotisé [Yi 91][Fisher 91][Joly 97][Shen 05].

2.4.2 Structures de commandes existantes pour machines de rééducation

Les machines de rééducation qui existent aujourd'hui dans le milieu hospitalier sont généralement asservies par des lois de commandes classiques en force, position et vitesse [Anaes 01] telles que celles introduites précédemment. En effet, pour un exercice de rééducation donné, une trajectoire désirée doit être suivie par l'ensemble constitué de l'utilisateur et de la machine. D'un point de vue global, cette constatation amène dans un premier temps l'automaticien à employer des structures de commande en mouvement. Cependant, il ne faut pas perdre de vue que l'utilisateur constitue un système autorégulé dont les mouvements entreront en interaction avec ceux réalisés artificiellement par le système robotisé. Cette interaction se situe, dans notre cas, au niveau des efforts de contacts entre les pieds et les supports mobiles de Sys-Réeduc. De ce fait, il semble naturel d'utiliser une loi de commande en force afin de gérer cette interaction. Par ailleurs, rappelons que l'utilisation exclusive de commande en mouvement et en force ne permet pas de faire suivre au robot une trajectoire de consigne selon un effort. La commande des dispositifs d'entraînements et de rééducation doit répondre à des besoins biomécaniques qui consistent à maîtriser la vitesse et les efforts articulaires de l'utilisateur. Ainsi, l'utilisation d'une structure de commande hybride en force, position et vitesse a été proposée pour la commande de la machine de rééducation Multi-Iso [Moughamir 99]. Notons que les protocoles de rééducation évoluent en fonction des besoins cliniques exprimés pour répondre à de nombreuses pathologies. Ainsi une approche méthodologique de conception du système de contrôle commande a été développée sur Multi-Iso et un contrôleur séquentiel a été proposé [Moughamir 01]. Cette structure de commande permet la commutation successive de lois de commandes en force, position et vitesse afin de répondre à des objectifs précis en termes de suivi de trajectoires physiologiques.

La principale contrainte, en terme de commande pour une machine de rééducation, est de garantir la sécurité de l'utilisateur. Or, de manière générale, la commutation entre plusieurs contrôleurs continus pose certains problèmes vis-à-vis de la continuité du signal de commande [Liberzon 03]. De ce fait, des à-coups peuvent être ressentis par l'utilisateur lors des commutations entre ceux-ci. De plus, bien que fonctionnelles, ces lois de commandes, synthétisées à l'aide d'outils issus de l'automatique linéaire, ne permettent pas de garantir la stabilité de la machine de rééducation, ni le rejet des perturbations externes, sur l'ensemble de l'espace opérationnel [Seddiki 06][Seddiki 07].

Afin de minimiser la discontinuité du signal de commande, une structure hybride, basée sur la somme pondérée de composantes de force et d'impédance a été proposée pour assurer une commutation en douceur entre lois de commande [Denève 07]. Cette approche constitue une extension de celle proposée par [Moughamir 01] et le passage d'une commande à l'autre se fait suivant une fonction de pondération proportionnelle à l'erreur de position. Ainsi, la commande en force agit lorsque l'erreur de position est faible et, réciproquement, la commande en impédance l'emporte sur la commande en force lorsque l'erreur de position est importante.

2.5 Structure de contrôle commande proposée pour machines de rééducation

Les commandes citées ci-dessus sont simple à mettre en œuvre mais la vérification de leurs propriétés de stabilité ne peut-être obtenue d'une manière systématique sur l'ensemble de l'espace opérationnel de Sys-Rééduc. De plus, celles-ci ne garantissent pas la robustesse du système en boucle fermée vis-à-vis des incertitudes de modélisation des robots mais aussi des perturbations externes auxquels ils peuvent être soumis. Il existe plusieurs approches permettant la synthèse de lois de commande robustes. Parmi celles-ci, la synthèse H_∞ , dont la robustesse vis-à-vis des perturbations externes à la dynamique du système a été fortement étudié, et l'une des plus utilisée [Zhou 96][Duc 99]. Notons que la stabilité et le principe de robustesse sont les principales contraintes dans le cadre d'une application aux dispositifs de rééducation. En effet, garantir la stabilité du système Sys-Rééduc tout en atténuant l'effet des perturbations externes à la dynamique de ce système permet de garantir une sécurité optimale à l'utilisateur. Dans cette optique, l'une des contributions de ce travail de thèse consiste en la proposition d'une nouvelle structure de contrôle-commande pour machines de rééducation. L'objectif est, d'une part, d'utiliser un schéma de contrôle qui permettra de garantir la stabilité de la machine soumise à des perturbations externes de manière systématique afin d'assurer une utilisation sécuritaire sur l'ensemble de son espace de fonctionnement. Cette structure de contrôle commande, qui doit également permettre une conduite volontaire de la machine par l'utilisateur, est présentée figure (2.14) et basée sur deux étages :

- un étage de génération de consignes qui, par le biais de la mesure de l'effort de l'utilisateur sur la machine ainsi que la prise en compte des caractéristiques environnementale (positions, vitesses...), doit permettre la génération de trajectoires de rééducation à faire suivre par le système robotisé.
- un étage continu, constitué du dispositif de rééducation en interaction avec l'utilisateur et d'un contrôleur continu devant permettre le suivi de trajectoire (émanant du générateur de consigne) en temps réel. Notons que, afin de garantir une sécurité optimale pour l'utilisateur, Le contrôleur continu utilisé doit également minimiser ou rejeter les effets de l'interaction entre l'utilisateur et la machine sur le mouvement de rééducation à réaliser.

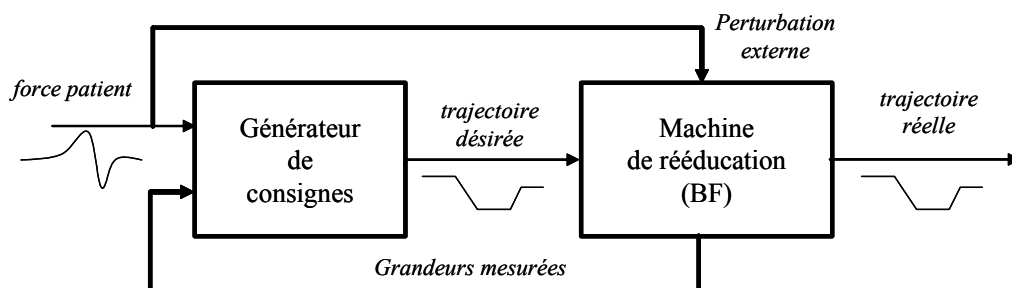


Figure 2.14. Structure de contrôle-commande d'une machine de rééducation

Vu dans son ensemble, un système robotisé de rééducation constitue une interaction entre l'utilisateur et le dispositif robotisé (figure 2.15). Il en résulte que les mouvements de l'utilisateur, dont il a seul le contrôle, sont contraints par les mouvements réalisés par le système robotisé dont la commande est obtenue artificiellement. En effet, les mouvements humains sont « contrôlés » par le système nerveux central (SNC) et ceux du robot par un calculateur numérique (contrôleur de l'étage continu). De plus, du point de vue du système robotisé, les mouvements humains sont de nature « imprévisible ». De ce fait, la conception et la synthèse de ce correcteur artificiel doivent garantir la stabilité du système tout en tenant compte de l'interaction avec le sujet.

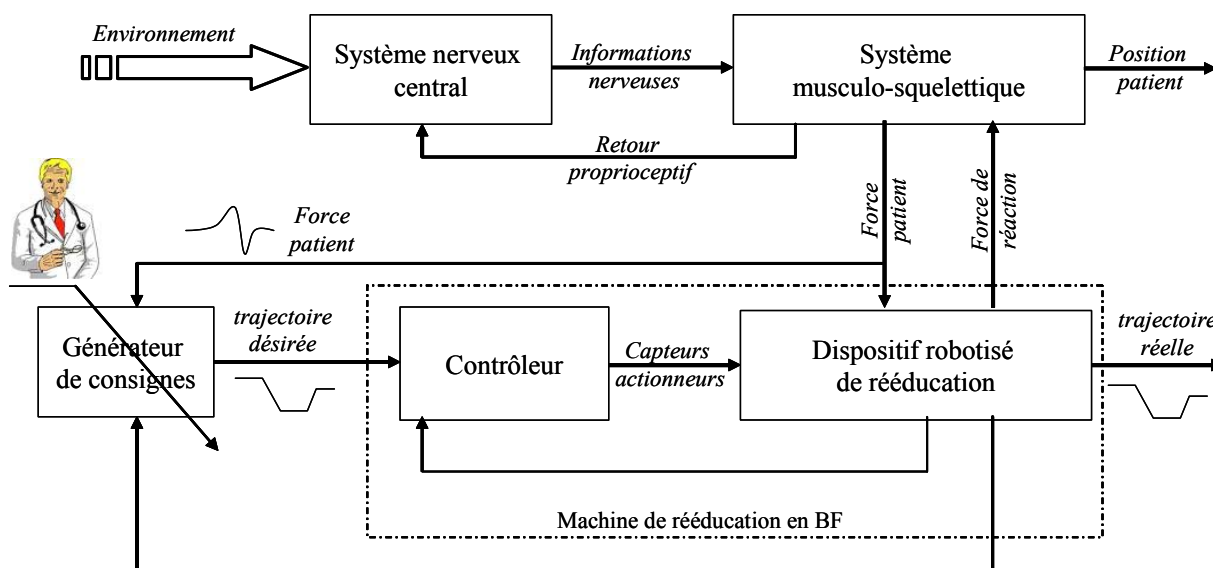


Figure 2.15. Structure de commande d'un système de rééducation

Le choix, qui sera explicité dans la suite de ce manuscrit, consiste à synthétiser un contrôleur robuste pour l'étage continu capable de rejeter (ou d'atténuer) les effets de l'interaction entre le sujet et la machine tout en garantissant la stabilité et le suivi de trajectoire de consigne. Notons que seul, l'utilisation de ce contrôleur robuste ne confère pas un rôle actif à l'utilisateur. Ainsi, même si l'interaction utilisateur/machine est rejetée par l'étage continu, le générateur de consigne, quant à lui, permet d'imposer le mouvement à réaliser par l'ensemble du dispositif sur la base de la mesure de cette interaction. L'utilisateur retrouve donc un rôle actif dans la mesure où l'interprétation par le générateur de consigne de

son action sur le dispositif robotisé permet de tenir compte de son comportement volontaire. Notons que ce générateur de consigne est paramétrable par le clinicien afin de mettre en œuvre une rééducation et/ou un renforcement musculaire adapté et individualisé selon chaque utilisateur.

2.6 Modélisation dynamique de la machine de rééducation Sys-Rééduc

Afin d'assurer la stabilité en suivi de trajectoire du dispositif Sys-Rééduc, une approche formelle de synthèse de loi de commande est nécessaire. Cette dernière sera présentée au chapitre suivant et nécessite la connaissance d'un modèle dynamique de la machine Sys-Rééduc.

Le dispositif Sys-Rééduc présenté à la section (2.3) est composé d'un sujet humain en interaction avec un système robotisé permettant la mise en mouvement contraint de chacun des deux membres inférieurs. La partie mécanique étant strictement symétrique, seule la modélisation du système pour un membre inférieur sera considérée. De plus, le contrôle des actions effectuées par l'utilisateur ne pouvant se faire par l'intermédiaire d'une commande artificielle, seul le système isolé de l'utilisateur, présenté figure (2.16) est considéré. La loi de commande synthétisée au chapitre 3 devra alors garantir l'atténuation des effets de l'utilisateur sur le dispositif robotisé.

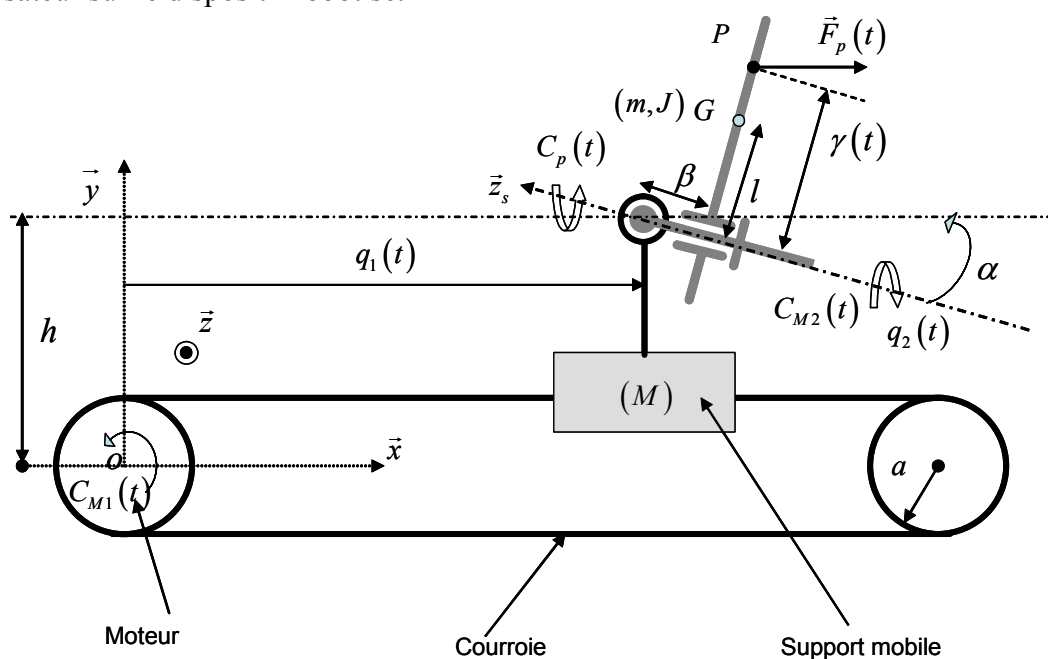


Figure 2.16. Principe mécanique du dispositif Sys-Rééduc

$C_{M1}(t)$ et $C_{M2}(t)$ représentent respectivement les couples moteurs permettant la mise en mouvement des degrés de liberté associés à $q_1(t)$ et $q_2(t)$, tel que :

- $q_1(t)$ correspond au mouvement de translation du support mobile suivant l'axe \vec{x} ;
- $q_2(t)$ correspond au mouvement de rotation du support mobile suivant l'axe \vec{z}_s .

De fait, les vecteurs d'entrées et de sorties peuvent être définis respectivement par :

$$u(t) = [C_{M1}(t) \quad C_{M2}(t)]^T \quad (2.1)$$

$$y(t) = [q_1(t) \quad q_2(t)]^T \quad (2.2)$$

Les sollicitations externes sont $\vec{F}_p(t)$ et $C_p(t)$. Ils correspondent respectivement à l'effort de poussée qu'applique l'utilisateur sur le système et le couple engendré par l'action de l'utilisateur suivant l'axe de rotation \vec{z}_s . Notons que la variable $\gamma(t)$ permet de localiser le point d'application de la résultante des forces appliquées par l'utilisateur (Centre de Pression). Ainsi, on peut définir le vecteur des perturbations externes par :

$$\varphi(t) = [f_{p/x}(t) \quad \gamma(t)f_{p/z}(t)]^T \quad (2.3)$$

$f_{p/x}(t)$ et $f_{p/z}(t)$ représentent, respectivement, les projections de la force $F_p(t)$ sur les axes \vec{x} et \vec{z} .

Les paramètres de la machine Sys-Réeduc sont résumés dans le tableau (2.1). Ceux-ci ont été déterminés lors de la conception mécanique (cf. paragraphe 2.3.1) à l'aide du logiciel de CMAO Catia et/ou issus de données constructeurs.

Tableau 2.1. Paramètres du modèle dynamique de Sys-Réeduc

Param.	Désignation	Valeur
M	Masse du support mobile en translation	14kg
m	Masse du support mobile en rotation	4kg
J	Inertie du support mobile	0.26kg / m ²
a	Rayon de la poulie-courroie réalisant la translation suivant l'axe \vec{x}	0.0461m
r_{m1}	Rapport de réduction du motoréducteur réalisant la translation	10
r_{m2}	Rapport de réduction du motoréducteur réalisant la rotation	50
h	Hauteur bâtis/axe de rotation du support mobile	0.6m
β	Distance entre l'axe de la cheville et l'axe de rotation du support mobile	0.01m
l	Distance entre l'axe de rotation et le centre de gravité du support	0.05m
α	Angle entre l'axe horizontal du bâti et l'axe de rotation du support mobile	20°

Le modèle dynamique de la machine de rééducation Sys-Réeduc est obtenu à partir des équations de Lagrange données par :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial (E_c - E_p)}{\partial q_i} = \Gamma_i \quad (2.4)$$

où q_i et Γ_i sont respectivement la coordonnée et la force généralisée associés au degré de liberté i , E_c est l'énergie cinétique et E_p l'énergie potentielle de gravité du système.

Les coordonnées du centre de gravité du support mobile sont données dans le repère cartésien $(o, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par :

$$\overline{OG}_{/x} = q_1(t) + \beta \cos(\alpha) + b \cos(q_2(t)) \quad (2.5)$$

$$\overline{OG}_{/y} = h - \beta \sin(\alpha) + d \cos(q_2(t)) \quad (2.6)$$

$$\overline{OG}_{/z} = l \sin(q_2(t)) \quad (2.7)$$

avec $b = l \sin(\alpha)$ et $d = l \cos(\alpha)$

Considérant (2.5), (2.6) et (2.7), les coordonnées de la vitesse du centre de gravité du support mobile sont données dans le repère cartésien $(o, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par:

$$V_{G/x} = \dot{q}_1(t) - b\dot{q}_2(t) \sin(q_2(t)) \quad (2.8)$$

$$V_{G/y} = -d\dot{q}_2(t) \sin(q_2(t)) \quad (2.9)$$

$$V_{G/z} = l\dot{q}_2(t) \cos(q_2(t)) \quad (2.10)$$

Dés lors, l'énergie cinétique du système peut être écrite ainsi :

$$E_c = \frac{1}{2}(M + m) [V_{G/x}^2(t) + V_{G/y}^2(t) + V_{G/z}^2(t)] + \frac{1}{2} J \dot{q}_2^2(t) \quad (2.11)$$

C'est-à-dire :

$$E_c = \frac{1}{2}(M + m) [\dot{q}_1^2(t) + l^2 \dot{q}_2^2(t) - 2b\dot{q}_1(t) \dot{q}_2(t) \sin(q_2(t))] + \frac{1}{2} J \dot{q}_2^2(t) \quad (2.12)$$

où J est l'inertie du support mobile.

L'énergie potentielle de gravité du système peut s'écrire :

$$E_p = mgh - mg\beta \sin(\alpha) + mgd \cos(q_2(t)) \quad (2.13)$$

où g est la norme de l'accélération de la pesanteur.

Finalemment, en substituant (2.12), (2.13) dans (2.4) et, en considérant les forces généralisées $\Gamma_i(t) = u_i(t) - \varphi_i(t)$, les équations du mouvement peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$M(q_1, q_2)\ddot{q}(t) + C(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2)\dot{q}(t) + G(q_1, q_2)q(t) = Ru(t) + S\varphi(t) \quad (2.14)$$

où $q(t) = [q_1(t), q_2(t)]^T$ est le vecteur contenant les coordonnées généralisées du système,

$u(t) = [C_{M1}(t) \ C_{M2}(t)]^T$ le vecteur contenant les couples moteurs (entrées) ainsi que :

$$M(q_2) = \begin{bmatrix} M+m & -(M+m)b\sin(q_2(t)) \\ -(M+m)b\sin(q_2(t)) & (M+m)l^2 + J \end{bmatrix} \text{ la matrice d'inertie,}$$

$$C(q_2, \dot{q}_2) = \begin{bmatrix} 0 & -(M+m)b\dot{q}_2(t)\cos(q_2(t)) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ la matrice de Coriolis,}$$

$$G(q_2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -mgd \frac{\sin(q_2(t))}{q_2(t)} \end{bmatrix} \text{ la matrice de gravitation,}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{m1}/a & 0 \\ 0 & r_{m2} \end{bmatrix} \text{ la matrice de transformation des couples moteurs en forces généralisées}$$

$$\text{et } S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ la matrice de transfert des perturbations externes.}$$

Notons que le système décrit par (2.14) est non linéaire. Une méthodologie de synthèse de commande appropriée est proposée au chapitre suivant.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé la conception d'une nouvelle machine de rééducation des membres inférieurs en chaîne musculaire fermée nommée « Sys-Rééduc ». Celle-ci est constituée de deux dispositifs robotisés identiques pour chacun des deux membres inférieurs. Ainsi, dans un contexte de rééducation et/ou de renforcement musculaire, les mouvements de chacun des membres inférieurs sont contraints individuellement par une translation motorisée agissant principalement sur la flexion extension du membre inférieur et d'une rotation agissant sur le mouvement de rotation interne-externe de la jambe. Après avoir introduit les caractéristiques cinématiques et la conception mécanique de Sys-Rééduc, l'architecture matérielle de contrôle-commande a été présentée. Notons que celle-ci reprend, dans un but de standardisation des matériels disponibles au CReSTIC, les mêmes architectures que celles employées durant les travaux antérieurs au laboratoire [Moughamir 99][Denève 07]. Les structures mécaniques et électroniques de Sys-Rééduc ayant été présentées, un bref aperçu des techniques de commande des systèmes robotisés a été exposé. Une nouvelle structure de commande pour machines de rééducation a été proposée et le modèle dynamique de Sys-Rééduc a été présenté. La structure de commande se base sur l'utilisation d'un unique contrôleur continu non linéaire dont la nature reste à définir et d'un générateur de consigne permettant de conférer un caractère actif à l'utilisateur vis-à-vis des mouvements de

rééducation réalisés. Le chapitre suivant sera consacré à la caractérisation de l'étage de commande continu ainsi qu'à sa synthèse dans l'objectif de garantir le suivi des trajectoires de consigne tout en atténuant les perturbations externes au dispositif robotisé. Ensuite, le chapitre 4 se consacrera à la formalisation du générateur de consigne qui, sur la base de la mesure des interactions entre l'utilisateur et la machine permettra de générer les trajectoires souhaitées et qui seront imposées en temps réel à l'étage de commande continu selon le type de rééducation souhaité (isocinétique, isométrique, isotonique...).

Chapitre 3. Etage de Commande Continue : Approche Non Quadratique pour la Synthèse de lois de commande en Suivi de Trajectoires des Multimodèles T-S Descripteurs

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, la structure de commande retenue pour Sys-Réeduc a été présentée. Celle-ci est basée sur un étage de régulation continue de la partie mécanique du système de rééducation ainsi que sur un générateur de consigne permettant la réalisation de tâches (mouvements) spécifiques à un exercice donné. L'objet de ce chapitre est la formalisation de l'étage de régulation continue. Les objectifs de commande définis dans la section (2.5) mettent en évidence le besoin de garantir le suivi des trajectoires imposées par le générateur de consigne ainsi que l'atténuation des perturbations externes à la machine (solicitations externes de l'utilisateur). Pour se faire, une loi de commande doit être synthétisée et la stabilité en suivi de trajectoire doit être formellement établie afin de garantir la sécurité de l'utilisateur. Par conséquent, une modélisation réaliste du système a été proposée au chapitre précédent. La structure mécanique de Sys-Réeduc conduit à un modèle dynamique non linéaire. De ce fait, la synthèse d'une loi de commande ainsi que l'obtention d'un critère de stabilité ne peuvent être effectués de manière rigoureuse que par l'emploi de techniques issues du domaine de l'automatique non linéaire. Parmi les approches de commande non linéaire, la commande floue de type Takagi-Sugeno (T-S) [Takagi 85] a fait récemment l'objet de nombreux travaux [Tanaka 98][Tanaka 01][Sala 05] etc. En effet, l'intérêt de cette approche est qu'elle permet d'étendre certaines techniques de synthèse de lois de commande linéaire au cas des systèmes non linéaires. D'autre part, il est communément admis qu'un système flou de type T-S permet une approximation universelle des systèmes non linéaires [Tanaka 01]. Plus précisément, l'obtention d'un modèle T-S par découpage en secteurs non linéaires permet la représentation exacte, sur un espace compact de l'espace d'état, d'un modèle non linéaire affine en la commande [Tanaka 01]. Dans ce cas nous parlerons des multimodèles de type T-S.

Dans un premier temps, sur la base du modèle dynamique de Sys-Réeduc, un multimodèle de type T-S sera présenté. Par ailleurs, une représentation sous forme descripteur d'état [Dai 89][Taniguchi 01] sera préférée à une forme T-S classique, non pas pour sa capacité à représenter les systèmes singuliers mais pour l'intérêt qu'elle apporte au cas des systèmes mécaniques à inerties variables [Guelton 03][Shulte 06][Shulte 09]. De fait, des conditions de stabilité en suivi de trajectoire seront proposées pour la classe des systèmes T-S descripteurs utilisant une fonction de Lyapunov quadratique puis non quadratique ainsi qu'un critère H_∞ permettant l'atténuation des perturbations externes. Enfin, une validation en simulation de l'approche proposée sera présentée.

3.2 Conditionnement du modèle dynamique de la machine Sys-Réeduc

3.2.1 Ecriture du modèle Sys-Réeduc sous forme d'un multimodèle T-S descripteur perturbé

L'objectif de cette partie est l'écriture d'un représentant exacte du modèle dynamique de Sys-Réeduc présenté au chapitre 2 de telle sorte qu'une loi de commande en suivi de trajectoire puisse être synthétisée. On rappelle que le modèle dynamique de la machine Sys-Réeduc est donné par :

$$M(q_1, q_2)\ddot{q}(t) + C(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2)\dot{q}(t) + G(q_1, q_2)q(t) = Ru(t) + S\varphi(t) \quad (3.1)$$

où $q(t) = [q_1(t), q_2(t)]^T$ est le vecteur contenant les coordonnées généralisées du système,

$u(t) = [C_{M1}(t) \ C_{M2}(t)]^T$ le vecteur contenant les couples moteurs (entrées) ainsi que :

$$M(q_2) = \begin{bmatrix} M+m & -(M+m)b \sin(q_2(t)) \\ -(M+m)b \sin(q_2(t)) & (M+m)l^2 + J \end{bmatrix} \text{ la matrice d'inertie,}$$

$$C(q_2, \dot{q}_2) = \begin{bmatrix} 0 & -(M+m)b\dot{q}_2(t) \cos(q_2(t)) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ la matrice de Coriolis,}$$

$$G(q_2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -mgd \frac{\sin(q_2(t))}{q_2(t)} \end{bmatrix} \text{ la matrice de gravitation,}$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{m1}/a & 0 \\ 0 & r_{m2} \end{bmatrix} \text{ la matrice de transformation des couples moteurs en forces généralisées}$$

$$\text{et } S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ la matrice de transfert des perturbations externes.}$$

On choisit le vecteur d'état du système $x(t) = [q_1(t) \ q_2(t) \ \dot{q}_1(t) \ \dot{q}_2(t)]^T$, (3.1) peut s'écrire sous la forme d'une représentation d'état généralisée donnée par :

$$\begin{cases} E(x(t))\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) + H(x(t))\varphi(t) \\ y(t) = C(x(t))x(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\text{où } x(t) = [q_1(t) \ q_2(t) \ \dot{q}_1(t) \ \dot{q}_2(t)]^T, \text{ et } E(x(t)) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}, \ A(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -G & -C \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix}, \ H = \begin{bmatrix} 0 \\ S \end{bmatrix}.$$

Notons que la forme d'état (3.2) est appelée forme Descripteur. Celle-ci, décrit une classe de systèmes comprenant ceux pouvant s'écrire sous la forme d'une représentation d'état

« classique » mais aussi les systèmes singuliers [Luenberger 77][Dai 89]. Notons de plus que cette forme constitue une représentation naturelle des systèmes mécaniques et permet notamment d'améliorer sensiblement la recherche de gains de commande stabilisant les systèmes à inertie variable [Guelton 03][Schulte 06][Guelton 08].

3.2.2 Rappels sur les modèles flous de type T-S

Un multimodèle de type T-S représente le comportement non linéaire d'un système par une composition de règles du type *Si-Alors*, concaténant un ensemble de sous-modèles localement linéaires [Takagi 85]. Chaque conclusion d'une règle représente un modèle linéaire local qui exprime la dynamique du système autour d'un point de fonctionnement particulier. L'ensemble des modèles locaux représente la dynamique du système globale sur un espace compact \wp de l'espace d'état. Les multimodèles de type T-S sont décrits sur \wp par des règles floues du type :

$$\underline{\text{Si}} z_1(t) \text{ est } F_i^1 \text{ Et } \dots \text{ Et } z_p(t) \text{ est } F_i^p \text{ Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases}, i = 1, \dots, r \quad (3.3)$$

où F_i^j est l'ensemble flou, r est le nombre de règles du modèle T-S, $z_1(t), \dots, z_p(t)$ sont les variables de prémisses fonctions de l'état où des grandeurs mesurées du système, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrées, $y(t) \in \mathbb{R}^q$ est le vecteur de sortie du système, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'état, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est la matrice d'entrée du système, $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$ est la matrice de sortie.

En adoptant une défuzzification barycentrique, un multimodèle correspondant aux règles floues (3.3) est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

avec $z(t) = [z_1(t) \quad z_2(t) \quad \dots \quad z_p(t)]$ et pour $i = 1, \dots, r$, $h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}$,

$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_i^j(z_j(t))$ où $F_i^j(z_j(t))$ est la valeur de la fonction d'appartenance $z_j(t)$ dans l'ensemble flou F_i^j .

Notons que dans ce cas, les fonctions $h_i(z(t)) \geq 0$ possèdent la propriété de somme convexe

$$\forall t \geq 0, \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1.$$

Remarque : Pour un système non linéaire donné, il existe trois manières d'obtenir un multimodèle de type T-S :

- La première est basée sur l'identification [Sugeno 88][Gasso 00]. Ainsi, à partir de données d'entrées et de sorties, on identifie un ensemble de modèles linéaires locaux autour de points de fonctionnements interconnectés par un ensemble de règles floues.
- La deuxième approche est basée sur la linéarisation d'un modèle non linéaire autour d'un ensemble de points de fonctionnement judicieusement choisis [Murray-Smith 97][Ma 98][Tanaka 01]. L'ensemble des modèles linéaires obtenus sont alors interconnectés par des fonctions d'appartenances de type gaussiennes, triangulaires, ... etc.
- Une troisième approche, appelée « Découpage par secteurs non linéaires » consiste en une transformation polytopique convexe des systèmes non linéaires. Le multimodèle obtenu représente alors le modèle non linéaire de manière exacte sur un espace compact des variables d'état [Tanaka 01][Morère 01].

Seule l'approche par secteurs non linéaires ne constitue pas une approximation vis-à-vis du modèle non linéaire considéré. Dans ce cas, l'ensemble de validité du modèle T-S dépend de l'espace engendré sur lequel les fonctions non linéaires considérées sont définies. De manière générale, le découpage peut-être effectué en considérant le lemme suivant.

Lemme 1. [Morère 01]

Pour $x \in [-b, a]$, $a, b \in \mathbb{R}^+$ $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bornée sur $[-b, a]$ alors il existe deux fonctions $w_1(x)$ et $w_2(x)$ ainsi que deux réels α et β tels que :

$$f(x) = \alpha.w_1(x) + \beta.w_2(x) \quad (3.5)$$

$$w_1(x) + w_2(x) = 1, w_1(x) \geq 0, w_2(x) \geq 0$$

Preuve :

On considère la fonction $f(x)$ bornée tel que $\underline{f} \leq f(x) \leq \bar{f}$, on peut toujours écrire :

$$f(x) = \alpha.w_1(x) + \beta.w_2(x) \text{ avec } \alpha = \bar{f}, \beta = \underline{f}, w_1 = \frac{f(x) - \underline{f}}{\bar{f} - \underline{f}} \text{ et } w_2 = \frac{\bar{f} - f(x)}{\bar{f} - \underline{f}}.$$

Exemple :

On considère le modèle non linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = \sin(x(t)) \quad (3.6)$$

qui peut être réécrit sous la forme :

$$\dot{x}(t) = \frac{\sin(x(t))}{x(t)} x(t) \quad (3.7)$$

La non linéarité à traiter est donc $f(x(t)) = \frac{\sin(x(t))}{x(t)} \in \left[\frac{\sin(x_0)}{x_0}, 1 \right]$ que l'on peut écrire à l'aide du lemme 1 pour $x \in \mathbb{R}$:

$$f(x(t)) = 1 \cdot \underbrace{\frac{(\sin(x(t))/x(t)) - (\sin(x_0)/x_0)}{1 - (\sin(x_0)/x_0)}}_{w_1} + \frac{\sin(x_0)}{x_0} \cdot \underbrace{\frac{1 - (\sin(x(t))/x(t))}{1 - (\sin(x_0)/x_0)}}_{w_2} \quad (3.8)$$

On obtient alors le multimodèle correspondant :

$$\begin{cases} \underline{\text{Si}} x(t) \text{ est } w_1(x(t)) \underline{\text{Alors}} \dot{x}(t) = 1 \cdot x(t) \\ \underline{\text{Si}} x(t) \text{ est } w_2(x(t)) \underline{\text{Alors}} \dot{x}(t) = \frac{\sin(x_0)}{x_0} \cdot x(t) \end{cases} \quad (3.9)$$

Remarque : le nombre de règles croît en 2^q avec q le nombre de non linéarités à prendre en compte.

3.2.3 Réécriture d'un représentant T-S de Sys-Réeduc

On considère le modèle descripteur non linéaire (3.2), les non linéarités de ce modèle sont contenues au sein des matrices $E(x(t))$ et $A(x(t))$ données par :

$$f_1(q_2(t)) = \sin(q_2(t)) \quad (3.10)$$

$$f_2(q_2(t), \dot{q}_2(t)) = \dot{q}_2(t) \cos(q_2(t)) \quad (3.11)$$

$$f_3(q_2(t)) = \frac{\sin(q_2(t))}{q_2(t)} \quad (3.12)$$

Remarque : les fonctions (3.10) et (3.12) sont bornées sur \mathbb{R} telles que $f_1(q_2(t)) \in [-1, 1]$ et $f_3(q_2(t)) \in [\varpi, 1]$. En revanche, la fonction (3.11) n'est pas bornée. Néanmoins, les moteurs permettant la rotation interne-externe sont dimensionnés pour une vitesse maximale de rotation \bar{q}_2 . Par conséquent, on peut considérer que $f_2(q_2(t), \dot{q}_2(t)) \in [-\bar{q}_2, \bar{q}_2]$. Dans ce cas, le sous-espace maximal sur lequel un modèle T-S représentera exactement le système (3.2) est défini par $\wp = \{x / x(t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times [-\bar{q}_2, \bar{q}_2]\}$. Notons que le domaine atteignable de l'espace d'état est également réduit par les caractéristiques techniques de la machine. En effet, les contraintes de conception présentées au chapitre 2 ne justifient pas l'écriture d'un modèle T-S sur \wp . Les paramètres définis au cahier des charges imposent les courses utiles

$q_1(t) \in [0, 1.3]$ (m) et $q_2(t) \in \left[-\frac{\pi}{9}, \frac{2\pi}{9}\right]$ (rad) ainsi que les vitesses maximales $\bar{q}_1 = 2$ (m/s) et $\bar{q}_2 = 10,47$ (rad/s).

Dans ce cadre de l'application à Sys-Réeduc et compte tenu des contraintes technologiques imposées par le cahier des charges, les découpages par secteurs non linéaires de (3.10), (3.11) et (3.12) sont donnés par :

$$f_1 \begin{cases} [q_2, \bar{q}_2] \rightarrow [f_1, \bar{f}_1] \\ q_2 \rightarrow \sin(q_2) = \bar{f}_1 \cdot w_{11}(q_2) + \underline{f}_1 \cdot w_{12}(q_2) \end{cases} \quad (3.13)$$

avec $\underline{q}_2 = -\frac{\pi}{9}$, $\bar{q}_2 = \frac{2\pi}{9}$, $\underline{f}_1 = -\sin\left(\frac{\pi}{9}\right)$, $\bar{f}_1 = \sin\left(\frac{2\pi}{9}\right)$, $w_{11}(q_2) = \frac{\sin(q_2) - \underline{f}_1}{\bar{f}_1 - \underline{f}_1}$ et

$$w_{12}(q_2) = \frac{\bar{f}_1 - \sin(q_2)}{\bar{f}_1 - \underline{f}_1}.$$

De même :

$$f_2 \begin{cases} [q_2, \bar{q}_2] \times [\dot{q}_2, \bar{\dot{q}}_2] \rightarrow [f_2, \bar{f}_2] \\ (q_2, \dot{q}_2) \rightarrow \dot{q}_2 \cos(q_2) = \bar{f}_2 \cdot w_{21}(q_2, \dot{q}_2) + \underline{f}_2 \cdot w_{22}(q_2, \dot{q}_2) \end{cases} \quad (3.14)$$

avec $\bar{\dot{q}}_2 = -\underline{\dot{q}}_2 = 10,47$ (rad/s), $\underline{f}_2 = \underline{\dot{q}}_2 \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right)$, $\bar{f}_2 = \bar{\dot{q}}_2$, $w_{21}(q_2, \dot{q}_2) = \frac{\dot{q}_2 \cos(q_2) - \underline{f}_2}{\bar{f}_2 - \underline{f}_2}$ et

$$w_{22}(q_2, \dot{q}_2) = \frac{\bar{f}_2 - \dot{q}_2 \cos(q_2)}{\bar{f}_2 - \underline{f}_2}.$$

Enfin :

$$f_3 \begin{cases} [q_2, \bar{q}_2] \rightarrow [f_3, \bar{f}_3] \\ q_2 \rightarrow \frac{\sin(q_2)}{q_2} = \bar{f}_3 \cdot w_{31}(q_2) + \underline{f}_3 \cdot w_{32}(q_2) \end{cases} \quad (3.15)$$

avec $\underline{f}_3 = \frac{\sin(\underline{q}_2)}{\underline{q}_2}$, $\bar{f}_3 = \frac{\sin(\bar{q}_2)}{\bar{q}_2}$, $w_{31}(q_2) = \frac{(\sin(q_2)/q_2) - \underline{f}_3}{\bar{f}_3 - \underline{f}_3}$ et

$$w_{32}(q_2) = \frac{\bar{f}_3 - (\sin(q_2)/q_2)}{\bar{f}_3 - \underline{f}_3}.$$

En considérant (3.13), (3.14) et (3.15), un multimodèle T-S représentant exactement le descripteur non linéaire (3.2) sur le compact de l'espace d'état $x(t) \in [q_1, \bar{q}_1] \times [q_2, \bar{q}_2] \times [\dot{q}_1, \bar{\dot{q}}_1] \times [\dot{q}_2, \bar{\dot{q}}_2]$ est donné par :

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^2 v_k(q_2) E_k \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 h_i(q_2, \dot{q}_2) (A_i x(t) + Bu(t) + H\varphi(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\text{avec } E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M+m & (M+m)b\bar{f}_1 \\ 0 & 0 & (M+m)b\bar{f}_1 & (M+m)l^2 + J \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M+m & (M+m)b\underline{f}_1 \\ 0 & 0 & (M+m)b\underline{f}_1 & (M+m)l^2 + J \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & (M+m)b\bar{f}_2 \\ 0 & mgd\bar{f}_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & (M+m)b\underline{f}_2 \\ 0 & mgd\underline{f}_3 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -(M+m)b\bar{f}_2 \\ 0 & mgd\bar{f}_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -(M+m)b\underline{f}_2 \\ 0 & mgd\underline{f}_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

et les fonctions d'appartenances $v_1(\cdot) = w_{11}(\cdot) = 1 - v_2(\cdot)$, $h_1(\cdot) = w_{21}(\cdot)w_{31}(\cdot)$, $h_2(\cdot) = w_{22}(\cdot)w_{31}(\cdot)$, $h_3(\cdot) = w_{21}(\cdot)w_{32}(\cdot)$ et $h_4(\cdot) = w_{22}(\cdot)w_{32}(\cdot)$.

3.3 Synthèse de commande en suivi de trajectoire des systèmes descripteurs perturbés de type Takagi-Sugeno

A ce stade, un multimodèle T-S de Sys-Réeduc a été défini en (3.16). L'objectif est maintenant de proposer une méthodologie de synthèse de lois de commande pour ce type de systèmes garantissant le suivi de trajectoire ainsi que la robustesse vis-à-vis des perturbations externes. Les notions élémentaires de synthèse de lois de commande floues de type Takagi-Sugeno sont présentées en annexe.

Afin de stabiliser ce type de systèmes, les lois de commandes dites PDC (Parallel Distributed Compensation) sont communément utilisées [Wang 95][Wang 96]. L'intérêt majeur de ce type de contrôleurs est qu'ils possèdent la même structure d'interconnexions que les multimodèles à partir desquels ils sont synthétisés. Cette particularité permet alors d'étendre, pour les systèmes non linéaires, certaines théories issues de la commande des systèmes linéaires [Tanaka 01].

De nombreux travaux traitent de l'analyse de stabilité des modèles T-S [Tanaka 01][Sala 05 et références incluses]. Ceux-ci se basent essentiellement sur la seconde méthode de Lyapunov afin d'aboutir, lorsque cela est possible, à la formulation d'un problème d'inégalités linéaires matricielles (LMI) [Boyd 94]. La résolution de ce problème LMI, par des outils de l'optimisation convexe [Gahinet 95], conduit alors à l'obtention des gains de

commande et/ou d'observateur relatifs à la stabilisation et/ou l'estimation de l'état du système considéré.

La stabilisation par retour d'état a été abordée dans la littérature pour plusieurs classes de systèmes représentés par des modèles T-S. Par exemple, les modèles avec incertitudes paramétriques bornées [Rotea 89], avec retard [Yoneyama 99][Lin 06][Yu 08], etc. De plus, des critères de performances tels que le placement de pôles des modèles locaux [Delprat 08], l'introduction de performances H_∞ [Khargonekar 90][Tanaka 96][Masubuchi 97], ou encore le critère du cercle [Zhou 05], ont également été utilisés.

Dans le cadre du suivi de trajectoires des multimodèles T-S perturbés, [Tseng 01] a proposé une approche basée sur un modèle de référence et un critère H_∞ minimisant l'erreur de poursuite. Les conditions ainsi obtenues sont mises sous forme BMI (Bilinear Matrix Inequality) et s'avèrent difficiles à résoudre avec les outils classiques de l'optimisation convexe. Plus récemment, des conditions moins conservatives ont été proposées par [Manamanni 07]. Par ailleurs, dans le cas incertain, une approche similaire a été proposée par [Tong 02] mais au détriment de la confusion entre l'erreur d'observation et l'erreur de poursuite menant à des conditions BMI inapplicables [Chadli 06]. Dans [Taniguchi 99], une commande floue basée sur la linéarisation de l'erreur de poursuite a été établie en utilisant une approche de type PDC reposant sur un modèle de référence non linéaire. Enfin, sur la base de ces approches, des conditions de convergence en suivi de trajectoire des modèles perturbés ont été proposées sous forme LMI par [Mansouri 05][Mansouri 09]. Notons que d'autres conditions robustes ont été proposées pour le retour de sortie sur la base d'approches LFT (Linear Fractional Transformation) [Zerar 08]. Néanmoins, ces approches n'ont pas été retenues car elles conduisent à des conditions extrêmement conservatives du fait de l'apparition d'un grand nombre de termes croisés dans l'écriture de la boucle fermée.

Les premières conditions de stabilité pour la classe des multimodèles sous forme descripteur ont été établies par [Taniguchi 01][Wang 01]. Depuis, plusieurs travaux ont traité de la stabilisation des descripteurs, notamment la robustesse paramétrique [Bouarar 07a], la prise en compte de retards [Fridman 02] ou encore l'utilisation de performance H_∞ [Tanaka 96][Bouarar 07b][Guerra 07]. Néanmoins, peu de travaux traitent de la convergence en suivi de trajectoire des modèles descripteur. L'objectif de cette partie est de proposer une méthodologie de synthèse de loi de commande basée sur des conditions LMI assurant la convergence de l'erreur de poursuite ainsi que la robustesse vis-à-vis des perturbations externes.

3.3.1 Positionnement du problème de suivi de trajectoire des multimodèles T-S descripteurs

Soit la classe des multimodèles de type T-S descripteur perturbés représentée par :

$$\sum_{k=1}^e v_k(z(t)) E_k \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t) + H_i \varphi(t)\} \quad (3.17)$$

où e et r sont respectivement le nombre de règles associées au membre de gauche et au membre de droite, $\forall t, v_k(z(t)) \geq 0, h_i(z(t)) \geq 0, \sum_{k=1}^e v_k(z(t)) = 1$ et $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$. $E_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $H_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$ avec n la taille du vecteur d'état $x(t)$, m la taille du vecteur d'entrée $u(t)$ et p la taille du vecteur des perturbations externes $\varphi(t)$.

Notations :

Dans la suite de ce chapitre, afin d'alléger les notations mathématiques, nous considérerons les notations suivantes :

$$X_h = \sum_{i=1}^r h_i X_i, \quad Y_{hv} = \sum_{k=1}^e \sum_{i=1}^r v_k h_i Y_{ik} \quad \text{et} \quad Z_{h hv} = \sum_{k=1}^e \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r v_k h_i h_j Y_{ijk} .$$

De façon usuelle, le multimodèle (3.17) peut se réécrire en utilisant le vecteur d'état augmenté $x^*(t) = [x^T(t) \quad \dot{x}^T(t)]^T$ et les notations définies ci-dessus tel que :

$$E^* \dot{x}^*(t) = A_{hv}^* x^*(t) + B_h^*(t) u(t) + H_h^* \varphi(t) \quad (3.18)$$

avec $E^* = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A_{hv}^* = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_h & -E_v \end{bmatrix}$, $B_h^* = \begin{bmatrix} 0 \\ B_h \end{bmatrix}$ et $H_h^* = \begin{bmatrix} 0 \\ H_h \end{bmatrix}$, $h = 1, \dots, i$ et $v = 1, \dots, k$.

On considère le modèle de référence donné par :

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r \tau(t) \quad (3.19)$$

avec $A_r \in \mathbb{R}^{n \times n}$ une matrice Hurwitz, $B_r \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $\tau(t) \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'entrée du modèle de référence.

Remarque : La synthèse d'une loi de commande assurant le suivi de trajectoires nécessite tout d'abord le choix d'un modèle de référence adéquat. Le choix de celui-ci contraint la synthèse du correcteur. En effet, il permet de fixer la dynamique du signal de référence et son influence sur les résultats issus de la résolution des LMI n'est pas à négliger. De manière naturelle pour le suivi de trajectoire des modèles T-S, un modèle de référence reprenant la même structure d'interconnexion pourrait être utilisé [Taniguchi 01]. Or, dans la pratique, ce modèle de référence devant être réglé selon des critères simples de spécification des performances, une représentation d'état linéaire s'avère plus approprié. En effet, la spécification des performances d'un système dynamique (dépassement, temps de réponse, etc.) n'est pas aisé dans le cas non linéaire. D'autre part, rapelons que le modèle de référence retenu dans [Taniguchi 01] est autonome. Bien que celui permet, de manière théorique, de fixer la dynamique de la boucle fermée, il ne permet pas la poursuite de trajectoires imposées par un dispositif externe de génération de consigne. Ce dernier point justifie la forme du modèle de référence (3.19) retenu pour cette étude.

On pose $x_r^*(t) = [x_r^T(t) \quad \dot{x}_r^T(t)]^T$, (3.19) peut se réécrire :

$$E^* \dot{x}_r^*(t) = A_r^* x_r^*(t) + B_r^* \tau(t) \quad (3.20)$$

avec $A_r^* = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_r & -I \end{bmatrix}$ et $B_r^* = \begin{bmatrix} 0 \\ B_r \end{bmatrix}$.

On considère la loi de commande de type non-PDC définie par :

$$u(t) = - \left(\sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^e h_i(z(t)) v_k(z(t)) K_{ik} \right) (L(x(t)))^{-1} (x(t) - x_r(t)) \quad (3.21)$$

avec $K_{ik} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ et $L(x(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ les matrices de gains de retour d'état.

En utilisant les notations précédentes, (3.21) peut se réécrire :

$$u(t) = -K_{hv} (L(x(t)))^{-1} (x(t) - x_r(t)) \quad (3.22)$$

Remarque : $L(x(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est une matrice de gain inversible pouvant être, dans le cas général, non linéaire et dont la structure sera définie et justifiée par la suite (démonstration des théorèmes 1 et 2).

On pose $e^*(t) = x^*(t) - x_r^*(t)$ l'erreur de suivi de trajectoire, (3.22) peut se réécrire :

$$u(t) = -K_{hv}^* e^*(t) \text{ avec } K_{hv}^* = \begin{bmatrix} K_{hv} (L(x(t)))^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Considérant la définition de l'erreur de suivi de trajectoire, il est possible d'écrire :

$$\dot{e}^*(t) = \dot{x}^*(t) - \dot{x}_r^*(t) \quad (3.24)$$

En multipliant à gauche par la matrice E^* , la fonction (3.24) devient :

$$E^* \dot{e}^*(t) = E^* \dot{x}^*(t) - E^* \dot{x}_r^*(t) \quad (3.25)$$

En considérant les équations (3.18), (3.20) et (3.25), la dynamique de l'erreur de suivi de trajectoire s'écrit :

$$E^* \dot{e}^*(t) = A_{hv}^* x^*(t) + B_h^* u(t) + H_h^* \varphi(t) - A_r^* x_r^*(t) - B_r^* \tau(t) \quad (3.26)$$

En substituant la fonction (3.23) la dynamique de la boucle fermée s'exprime par :

$$E^* \dot{e}^*(t) = (A_{hv}^* - B_h^* K_{hv}^*) e^*(t) + (A_{hv}^* - A_r^*) x_r^*(t) + H_h^* \varphi(t) - B_r^* \tau(t) \quad (3.27)$$

On pose $\tilde{e}(t) = \begin{bmatrix} e^*(t) \\ x_r^*(t) \end{bmatrix}$ et $\tilde{\varphi}(t) = \begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \tau(t) \end{bmatrix}$, (3.27) peut être réécrite telle que :

$$\tilde{E} \dot{\tilde{e}}(t) = \tilde{A}_{hhv} \tilde{e}(t) + \tilde{H}_h \tilde{\varphi}(t) \quad (3.28)$$

$$\text{avec } \tilde{E} = \begin{bmatrix} E^* & 0 \\ 0 & E^* \end{bmatrix}, \tilde{A}_{hhv} = \begin{bmatrix} (A_{hv}^* - B_h^* K_{hv}^*) & A_{hv}^* - A_r^* \\ 0 & A_r^* \end{bmatrix}, \tilde{H}_h = \begin{bmatrix} H_h^* & -B_r^* \\ 0 & B_r^* \end{bmatrix}.$$

Dès lors, s'il peut-être établi que le système augmenté (3.28) est stable, alors le suivi de trajectoire du système (3.17) est garanti via la loi de commande (3.21) et le modèle de référence (3.19). La figure (3.1) présente l'implantation détaillée de l'approche de commande en suivi de trajectoire proposée.

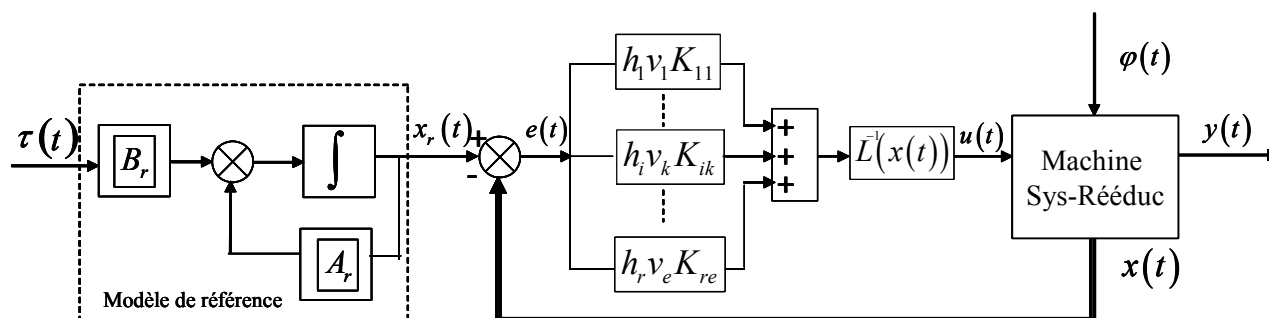


Fig. 3.1. Schéma de commande en suivi de trajectoire.

La méthodologie de synthèse d'une loi de commande adaptée consiste donc à déterminer les gains K_{ik} et $L(x(t))$ permettant de garantir les objectifs de commande souhaités.

3.3.2 Conditions quadratiques de convergence en suivi de trajectoires des systèmes T-S sous forme descripteur

L'objectif est la synthèse des gains K_{ik} et $L(x(t))$ permettant d'assurer la stabilité de la boucle fermée (3.27) et, par conséquent, de garantir la convergence de l'erreur de suivi $e(t) = x(t) - x_r(t)$ tout en atténuant l'influence des perturbations externes. Pour cela, on propose une synthèse H_∞ dont la définition est donnée par :

Définition 1. : [Alazard 99]

On appelle norme H_∞ du transfert $T_{e\varphi}$ entre φ et e :

$$\|T_{e\varphi}\|_\infty = \sup_{\|\varphi(t)\|_2 \neq 0} \frac{\|e(t)\|_2}{\|\varphi(t)\|_2} \quad (3.29)$$

$$\text{avec } \|\sigma(t)\|_2^2 = \int_0^\infty \sigma^T(t) \sigma(t) dt \quad (3.30)$$

L'objectif est de déterminer une loi de commande qui atténue l'effet des perturbations externes $\varphi(t)$ sur la grandeur à stabiliser $e(t)$, c'est-à-dire qui minimise le transfert entre φ et e tel que $\|T_{e\varphi}\|_\infty < \eta$ avec η le taux d'atténuation. Dans ce cas, on peut réécrire le critère H_∞ sous la forme :

$$\int_0^\infty e^T(t) e(t) dt - \eta^2 \int_0^\infty \varphi^T(t) \varphi(t) dt < 0 \quad (3.31)$$

Le théorème suivant fourni des conditions suffisantes permettant la synthèse d'une loi de commande (3.21) assurant la stabilité quadratique du système en boucle fermée (3.27) sous la performance H_∞ (3.31).

Théorème 1 :

La stabilité quadratique du système en boucle fermée (3.27) est garanti pour une atténuation des perturbations externes $\tilde{\phi}(t)$ selon le taux $\delta = \eta^2$, s'il existe les matrices K_{jk} , $Z_{11} = Z_{11}^T > 0$, $Z_{41} = Z_{41}^T > 0$, Z_{13} , Z_{14} , Z_{23} , Z_{24} , Z_{33} , Z_{34} , Z_{43} , Z_{44} , tel que, pour tout $i = 1, \dots, r$, $j = 1, \dots, r$ et $k = 1, \dots, e$:

$\min_{\mathbb{R}^+} \delta$ tel que $\Upsilon_{ijk} < 0$

$$\text{avec } \Upsilon_{ijk} = \begin{bmatrix} Z_{13}^T + Z_{13} & (*) & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ Z_{33} + Z_{23}^T & Z_{43}^T + Z_{43} & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ Z_{13}^T + Z_{13} & Z_{13}^T + Z_{13} & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \chi_{41ijk} & \chi_{42ijk} & 0 & \chi_{44k} & (*) & (*) & (*) \\ \chi_{51} & \chi_{52} & 0 & \chi_{54k} & \chi_{55} & 0 & (*) \\ 0 & 0 & 0 & H_i^T & 0 & -\delta I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -B_r^T & B_r^T & 0 & -\delta I \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

et $\chi_{41ijk} = Z_{14}^T + A_i Z_{11} - E_k Z_{13} - B_i K_{jk} + A_i Z_{11}^T - E_k Z_{33} - A_r Z_{11}^T + Z_{33}$,

$\chi_{42ijk} = Z_{34}^T + A_i Z_{11} - E_k Z_{23} - B_i K_{jk} + A_i Z_{41} - E_k Z_{43} - A_r Z_{41} + Z_{43}$,

$\chi_{44k} = -Z_{14}^T E_k^T - E_k Z_{14} - Z_{34}^T E_k^T + Z_{34}^T - E_k Z_{34} + Z_{34}$, $\chi_{51} = A_r Z_{11}^T - Z_{33} + Z_{24}^T$,

$\chi_{52} = Z_{44}^T + A_r Z_{41} - Z_{43}$, $\chi_{54k} = -Z_{34} - Z_{24}^T E_k^T - Z_{44}^T E_k^T + Z_{44}^T$ et $\chi_{55} = -Z_{44}^T - Z_{44}$.

Preuve :

Soit la fonction quadratique de Lyapunov donnée par :

$$V_Q(\tilde{e}(t)) = \tilde{e}^T(t) \tilde{E} \tilde{Z}^{-1} \tilde{e}(t) > 0 \quad (3.33)$$

où \tilde{Z} est une matrice à coefficients constants de $\mathbb{R}^{4n \times 4n}$. Cette fonction (3.33) nécessite :

$$\tilde{E} \tilde{Z}^{-1} = \tilde{Z}^{-T} \tilde{E} > 0 \quad (3.34)$$

En multipliant (3.34) à gauche et à droite respectivement par \tilde{Z}^T et \tilde{Z} on obtient :

$$\tilde{Z}^T \tilde{E} = \tilde{E} \tilde{Z} > 0 \quad (3.35)$$

On pose $\tilde{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{21} & Z_{22} \\ Z_{13} & Z_{14} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{41} & Z_{42} \\ Z_{33} & Z_{34} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix}$, la fonction (3.35) implique :

$$\begin{bmatrix} Z_{11}^T & 0 & Z_{31}^T & 0 \\ Z_{12}^T & 0 & Z_{32}^T & 0 \\ Z_{21}^T & 0 & Z_{41}^T & 0 \\ Z_{22}^T & 0 & Z_{42}^T & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{21} & Z_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{41} & Z_{42} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} > 0 \quad (3.36)$$

d'où $Z_{11}^T = Z_{11} > 0$, $Z_{21}^T = Z_{31}$, $Z_{41}^T = Z_{41} > 0$, $Z_{12} = 0$, $Z_{22} = 0$, $Z_{32} = 0$, $Z_{42} = 0$.

En considérant le modèle augmenté (3.28), l'objectif est d'obtenir les gains K_{hv} et L permettant le suivi de trajectoire tout en assurant l'atténuation de l'effet des perturbations $\tilde{\phi}(t)$ sur l'erreur de suivi $\tilde{e}(t)$. Pour cela on considère le critère H_∞ (3.31) que l'on peut ré-exprimer en fonction de l'erreur de suivi augmenté $\tilde{e}(t)$ tel que :

$$\int_{t_0}^{t_f} \tilde{e}^T(t) \tilde{Q} \tilde{e}(t) dt \leq \eta^2 \int_{t_0}^{t_f} \tilde{\phi}^T(t) \tilde{\phi}(t) dt \quad (3.37)$$

$$\text{avec } \tilde{Q} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Au regard de la fonction candidate de Lyapunov quadratique (3.33), le système en boucle fermée (3.27) est stable et assure le suivi de trajectoire de (3.17) via la loi de commande (3.21) sous la performance H_∞ (3.37), si :

$$\dot{V}_Q(\tilde{e}(t)) + \tilde{e}^T(t) \tilde{Q} \tilde{e}(t) - \eta^2 \tilde{\phi}^T(t) \tilde{\phi}(t) \leq 0 \quad (3.38)$$

C'est-à-dire si :

$$\dot{\tilde{e}}^T(t) \tilde{E} \tilde{Z}^{-1} \tilde{e}(t) + \tilde{e}^T(t) \tilde{E} \tilde{Z}^{-1} \dot{\tilde{e}}(t) + \tilde{e}^T(t) \tilde{Q} \tilde{e}(t) - \eta^2 \tilde{\phi}^T(t) \tilde{\phi}(t) \leq 0 \quad (3.39)$$

Sachant que $\tilde{E} \tilde{Z}^{-1} = \tilde{Z}_{11}^{-T} \tilde{E}$, (3.39) devient :

$$\dot{\tilde{e}}^T(t) \tilde{E} \tilde{Z}^{-1} \tilde{e}(t) + \tilde{e}^T(t) \tilde{Z}^{-T} \tilde{E} \dot{\tilde{e}}(t) + \tilde{e}^T(t) \tilde{Q} \tilde{e}(t) - \eta^2 \tilde{\phi}^T(t) \tilde{\phi}(t) \leq 0 \quad (3.40)$$

En substituant (3.28) dans (3.40) on obtient :

$$\begin{aligned} & \tilde{e}^T(t) \left(\tilde{A}_{hhv}^T \tilde{Z}^{-1} + \tilde{Z}^{-T} \tilde{A}_{hhv} + \tilde{Q} \right) \tilde{e}(t) \\ & + \tilde{\phi}^T(t) \tilde{H}_h^T \tilde{Z}^{-1} \tilde{e}(t) + \tilde{e}^T(t) \tilde{Z}^{-T} \tilde{H}_h \tilde{\phi}(t) - \eta^2 \tilde{\phi}^T(t) \tilde{\phi}(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

que l'on peut réécrire sous la forme quadratique:

$$\begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{\phi} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{A}_{hhv}^T \tilde{Z}^{-1} + \tilde{Z}^{-T} \tilde{A}_{hhv} + \tilde{Q} & \tilde{Z}^{-T} \tilde{H}_h \\ \tilde{H}_h^T \tilde{Z}^{-1} & -\eta^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{\phi} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.42)$$

d'où (3.38) est vérifiée si et seulement si:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{hhv}^T \tilde{Z}^{-1} + \tilde{Z}^{-T} \tilde{A}_{hhv} + \tilde{Q} & \tilde{Z}^{-T} \tilde{H}_h \\ \tilde{H}_h^T \tilde{Z}^{-1} & -\eta^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.43)$$

En multipliant (3.43) à gauche par $\begin{bmatrix} \tilde{Z}^T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$ et à droite par $\begin{bmatrix} \tilde{Z} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$, on obtient :

$$\begin{bmatrix} \tilde{Z}^T \tilde{A}_{hhv}^T + \tilde{A}_{hhv} \tilde{Z} + \tilde{Z}^T \tilde{Q} \tilde{Z} & \tilde{H}_h \\ \tilde{H}_h^T & -\eta^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.44)$$

Que l'on peut réécrire sous sa forme étendue en considérant les matrices définies en (3.28) sous la forme :

$$\begin{bmatrix} Z_{13}^T + Z_{13} + Z_{11}^T Z_{11} & \begin{pmatrix} Z_{14} + Z_{33}^T + Z_{11}^T A_h^T - Z_{13}^T E_v^T \\ -Z_{11}^T L^T K_{hv}^T B_h^T \\ + Z_{21} A_h^T - Z_{33}^T E_v^T - Z_{21} A_r^T \end{pmatrix} & Z_{33}^T + Z_{23} + Z_{11}^T Z_{21} & Z_{24} - Z_{33}^T + Z_{21} A_r^T & 0 & 0 \\ \begin{pmatrix} Z_{14}^T + A_h Z_{11} - E_v Z_{13} \\ -B_h K_{hv} L^{-1} Z_{11} \\ + A_h Z_{21}^T - E_v Z_{33} \\ -A_r Z_{21}^T + Z_{33} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{34} + Z_{34}^T - Z_{14}^T E_v^T - Z_{34}^T E_v^T \\ -E_v Z_{14} - E_v Z_{34} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{43} + Z_{34}^T + A_h Z_{21} - E_v Z_{23} \\ -B_h K_{hv} L^{-1} Z_{21} \\ + A_h Z_{41} - E_v Z_{43} - A_r Z_{41} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Z_{44} - Z_{34}^T - E_v Z_{24} \\ -E_v Z_{44} \end{pmatrix} & H_h & -B_r \\ Z_{33} + Z_{23} + Z_{21}^T Z_{11} & \begin{pmatrix} Z_{21}^T A_h^T - Z_{23}^T E_v^T \\ -Z_{21}^T L^T K_{hv}^T B_h^T \\ + Z_{41}^T A_h^T - Z_{43}^T E_v^T \\ -Z_{41}^T A_r^T + Z_{43}^T + Z_{34} \end{pmatrix} & Z_{43} + Z_{43}^T + Z_{21}^T Z_{21} & Z_{41}^T A_r^T - Z_{43}^T + Z_{44} & 0 & 0 \\ Z_{24}^T - Z_{33} + A_r Z_{21}^T & Z_{44}^T - Z_{34} - Z_{24}^T E_v^T - Z_{44}^T E_v^T & A_r Z_{41} - Z_{43} + Z_{44}^T & -Z_{44}^T - Z_{44} & 0 & B_r \\ 0 & H_h^T & 0 & 0 & -\eta^2 I & 0 \\ 0 & -B_r^T & 0 & B_r^T & 0 & -\eta^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.45)$$

Remarque : Une manière pratique d'aboutir à des conditions LMI est de choisir $Z_{11} = Z_{21}$ et $L = Z_{11}$ constantes dans le cas quadratique.

On effectue le changement de variable $\eta^2 = \delta$ et on procède à un réarrangement de la matrice (3.45) en permutant les colonnes 2-3 et les lignes 2-3 :

$$\left[\begin{array}{cccccc} Z_{13}^T + Z_{13} + Z_{11}Z_{11}^T & Z_{33}^T + Z_{23} + Z_{11}Z_{11}^T & \Xi_{13hhv} & Z_{24} - Z_{33}^T + Z_{11}A_r^T & 0 & 0 \\ Z_{33} + Z_{23}^T + Z_{11}Z_{11}^T & Z_{43}^T + Z_{43} + Z_{11}Z_{11}^T & \Xi_{23hhv} & Z_{41}^T A_r^T - Z_{43}^T + Z_{44} & 0 & 0 \\ \Xi_{31hhv} & \Xi_{32hhv} & \Xi_{33v} & \Xi_{34v} & H_h & -B_r \\ Z_{24}^T - Z_{33} + A_r Z_{11}^T & A_r Z_{41} - Z_{43} + Z_{44}^T & Z_{44}^T - Z_{34} - Z_{24}^T E_v^T - Z_{44}^T E_v^T & -Z_{44}^T - Z_{44} & 0 & B_r \\ 0 & 0 & H_h^T & 0 & -\delta I & 0 \\ 0 & 0 & -B_r^T & B_r^T & 0 & -\delta I \end{array} \right] \leq 0 \quad (3.46)$$

avec :

$$\begin{aligned} \Xi_{13hhv} &= Z_{14} + Z_{33}^T + Z_{11}A_h^T - Z_{13}^T E_v^T - Z_{11}^T (Z_{11}^{-T}) K_{hv}^T B_h^T + Z_{11}A_h^T - Z_{33}^T E_v^T - Z_{11}A_r^T \\ \Xi_{23hhv} &= Z_{21}^T A_h^T - Z_{23}^T E_v^T - Z_{11}^T (Z_{11}^{-T}) K_{hv}^T B_h^T + Z_{41}^T A_h^T - Z_{43}^T E_v^T - Z_{41}^T A_r^T + Z_{43}^T + Z_{34} \\ \Xi_{31hhv} &= Z_{14}^T + A_h Z_{11} - E_v Z_{13} - B_h K_{hv} (Z_{11}^{-1}) Z_{11} + A_h Z_{11}^T - E_v Z_{33} - A_r Z_{11}^T + Z_{33} \\ \Xi_{32hhv} &= Z_{43} + Z_{34}^T + A_h Z_{11} - E_v Z_{23} - B_h K_{hv} (Z_{11}^{-1}) Z_{11} + A_h Z_{41} - E_v Z_{43} - A_r Z_{41} \\ \Xi_{33v} &= Z_{34} + Z_{34}^T - Z_{14}^T E_v^T - Z_{34}^T E_v^T - E_v Z_{14} - E_v Z_{34} \\ \Xi_{34v} &= Z_{44} - Z_{34}^T - E_v Z_{24} - E_v Z_{44} \end{aligned}$$

Notons que les deux premiers blocs peuvent se réécrire sous la forme :

$$\begin{aligned} &\left[\begin{array}{cc} Z_{13}^T + Z_{13} + Z_{11}Z_{11}^T & Z_{33}^T + Z_{23} + Z_{11}Z_{11}^T \\ Z_{33} + Z_{23}^T + Z_{11}Z_{11}^T & Z_{43}^T + Z_{43} + Z_{11}Z_{11}^T \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{cc} Z_{13}^T + Z_{13} & Z_{33}^T + Z_{23} \\ Z_{33} + Z_{23}^T & Z_{43}^T + Z_{43} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} Z_{11} \\ Z_{11} \end{array} \right] I \left[\begin{array}{cc} Z_{11}^T & Z_{11}^T \end{array} \right] \end{aligned}$$

D'où, en appliquant le complément de Schur [Boyd 94][El Ghaoui 97] on obtient :

$$\left[\begin{array}{cccccc} Z_{13}^T + Z_{13} & Z_{33}^T + Z_{23} & Z_{11} & \Xi_{14hhv} & \Xi_{15h} & 0 & 0 \\ Z_{33} + Z_{23}^T & Z_{43}^T + Z_{43} & Z_{11} & \Xi_{24hhv} & \Xi_{25} & 0 & 0 \\ Z_{11}^T & Z_{11}^T & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Xi_{41hhv} & \Xi_{42hhv} & 0 & \Xi_{44v} & \Xi_{45v} & H_h & -B_r \\ \Xi_{51} & \Xi_{52} & 0 & \Xi_{54v} & -Z_{44}^T - Z_{44} & 0 & B_r \\ 0 & 0 & 0 & H_h^T & 0 & -\delta I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -B_r^T & B_r^T & 0 & -\delta I \end{array} \right] \leq 0 \quad (3.47)$$

avec :

$$\begin{aligned} \Xi_{14hhv} &= Z_{14} + Z_{11}A_h^T - Z_{13}^T E_v^T - K_{hv}^T B_h^T + Z_{11}A_h^T - Z_{33}^T E_v^T - Z_{11}A_r^T + Z_{33}^T \\ \Xi_{15h} &= Z_{11}A_r^T - Z_{33}^T + Z_{24h} \\ \Xi_{24hhv} &= Z_{34} + Z_{11}A_h^T - Z_{23}^T E_v^T - K_{hv}^T B_h^T + Z_{41}^T A_h^T - Z_{43}^T E_v^T - Z_{41}^T A_r^T + Z_{43}^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Xi_{25} &= Z_{41}^T A_r^T - Z_{43}^T + Z_{44} \\
 \Xi_{41hhv} &= Z_{14}^T + A_h Z_{11} - E_v Z_{13} - B_h K_{hv} + A_h Z_{11}^T - E_v Z_{33} - A_r Z_{11}^T + Z_{33} \\
 \Xi_{42hhv} &= Z_{34}^T + A_h Z_{11} - E_v Z_{23} - B_h K_{hv} + A_h Z_{41} - E_v Z_{43} - A_r Z_{41} + Z_{43} \\
 \Xi_{44v} &= -Z_{14}^T E_v^T - E_v Z_{14} - Z_{34}^T E_v^T + Z_{34}^T - E_v Z_{34} + Z_{34} \\
 \Xi_{45v} &= -Z_{34}^T - E_v Z_{24} - E_v Z_{44} + Z_{44} \\
 \Xi_{51} &= A_r Z_{11}^T - Z_{33} + Z_{24}^T \\
 \Xi_{52} &= Z_{44}^T + A_r Z_{41} - Z_{43} \\
 \Xi_{54v} &= -Z_{34} - Z_{24}^T E_v^T - Z_{44}^T E_v^T + Z_{44}^T
 \end{aligned}$$

La condition (3.47) s'écrit sous la forme $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^e h_i(z(t)) h_j(z(t)) v_k(z(t)) \Upsilon_{ijk} < 0$ avec Υ_{ijk} défini en (3.32). Ainsi, une manière évidente d'obtenir des conditions suffisantes sous forme LMI est de considérer que chacun des termes composant la somme (3.47) sont négatifs sachant que pour tout $i=1, \dots, r$, $j=1, \dots, r$ et $k=1, \dots, e$, $h_i(z(t)) \geq 0$, $h_j(z(t)) \geq 0$ et $v_k(z(t)) \geq 0$. Ceci conduit aux conditions exprimées au théorème 1. ■

3.3.3 Conditions non quadratiques de convergence en suivi de trajectoires des systèmes T-S sous forme descripteur

Les conditions exprimées aux théorèmes 1 sont conservatives. En effet, plusieurs points contribuent au pessimisme des conditions LMI (3.32) :

- Le résultat (3.47) est obtenu en considérant que tous les termes Υ_{ijk} doivent être négatifs. Or l'équilibre arithmétique de la somme autoriserait certains termes positifs compensés par d'autres négatifs pour aboutir à un résultat globalement négatif. Ce type de conservatisme peut-être réduit par l'application de lemmes de relaxation tels que ceux proposés par [Tanaka 98][Tuan 01][Liu 03] (cf. annexe).
- Les conditions (3.32) ne tiennent pas compte des fonctions d'appartenances $h_i(z(t)) \geq 0$, $h_j(z(t)) \geq 0$ et $v_k(z(t)) \geq 0$. Des résultats récents ont été proposés afin de réduire cette source de conservatisme [Sala 07][Arino 08].
- De nombreuses variables de décisions sont communes à l'ensemble des conditions LMI (3.32). Cette source de conservatisme est principalement due au recours à la fonction candidate de Lyapunov quadratique (3.33) (\tilde{Z} constante). L'emploi d'une fonction candidate de Lyapunov non quadratique [Guerra 04], telles que les fonctions continues par morceaux [Johansson 99][Rantzer 00][Bernal 04], les fonctions de Lyapunov « floues » [Tanaka 03][Feng 06][Tanaka 07], contribuent à réduire le pessimisme des conditions de stabilité mais nécessite la reformulation du problème LMI.

Récemment, des conditions de stabilité non-quadratiques pour les systèmes descripteur de type T-S, utilisant une fonction candidate de Lyapunov floue, ont été proposées [Bouarar 08]. Dans le cadre de ce travail de thèse, on s'intéresse plus particulièrement à la formulation du problème de synthèse H_∞ d'une loi de commande (3.21) assurant le suivi de trajectoire des

systèmes descripteurs perturbés (3.17). Pour cela, on utilise la fonction candidate de Lyapunov non quadratique donnée par :

$$V_{NQ}(\tilde{e}(t)) = \tilde{e}^T(t) \tilde{E}(\tilde{Z}(x(t)))^{-1} \tilde{e}(t) > 0 \quad (3.48)$$

Le résultat est résumé par le théorème suivant :

Théorème 2 [Seddiki 08]:

Soient $\forall z(t)$, $\xi \in \{1, \dots, e-1\}$, $\psi \in \{1, \dots, r-1\}$, $\dot{h}_\psi \geq \mu_\psi$ et $\dot{v}_\xi \geq \rho_\xi$. Le suivi de trajectoire du système en boucle fermée (3.27) est garanti avec atténuation des perturbations externes $\tilde{\phi}(t)$ selon le taux $\delta = \eta^2$, s'il existe les matrices K_{jk} , $Z_{11jk} = Z_{11jk}^T > 0$, $Z_{41jk} = Z_{41jk}^T > 0$, Z_{13ij} , Z_{14ij} , Z_{23ij} , Z_{24ij} , Z_{33ij} , Z_{34ij} , Z_{43ij} , Z_{44ij} , telles que, pour tout $i=1, \dots, r$, $j=1, \dots, r$ et $k=1, \dots, e$:

$\min_{\mathbb{R}^+} \delta$ tel que : $Z_{11i\xi} - Z_{11ie} \geq 0$, $Z_{11\psi k} - Z_{11rk} \geq 0$, $Z_{41i\xi} - Z_{41ie} \geq 0$, $Z_{41\psi k} - Z_{41rk} \geq 0$ et

$$\begin{bmatrix} \chi_{11ijk} & (*) & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ \chi_{21ijk} & \chi_{22ijk} & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ Z_{11jk} & Z_{11jk} & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \chi_{41ijk} & \chi_{42ijk} & 0 & \chi_{44ijk} & (*) & (*) & (*) \\ \chi_{51ijk} & \chi_{52ijk} & 0 & \chi_{54ijk} & \chi_{55ij} & 0 & (*) \\ 0 & 0 & 0 & H_i^T & 0 & -\delta I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -B_r^T & B_r^T & 0 & -\delta I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.49)$$

avec $\chi_{11ijk} = Z_{13ij}^T + Z_{13ij} - \left(\sum_{\xi=1}^{e-1} \rho_\xi (Z_{11i\xi} - Z_{11ie}) + \sum_{\psi=1}^{r-1} \mu_\psi (Z_{11\psi k} - Z_{11rk}) \right)$,

$$\chi_{21ijk} = Z_{33ij} + Z_{23ij}^T - \left(\sum_{\xi=1}^{e-1} \rho_\xi (Z_{11i\xi} - Z_{11ie}) + \sum_{\psi=1}^{r-1} \mu_\psi (Z_{11\psi k} - Z_{11rk}) \right),$$

$$\chi_{22ijk} = Z_{43ij}^T + Z_{43ij} - \left(\sum_{\xi=1}^{e-1} \rho_\xi (Z_{41i\xi} - Z_{41ie}) + \sum_{\psi=1}^{r-1} \mu_\psi (Z_{41\psi k} - Z_{41rk}) \right),$$

$$\chi_{41ijk} = Z_{14ij}^T + A_i Z_{11jk} - E_k Z_{13ij} - B_i K_{jk} + A_i Z_{11jk}^T - E_k Z_{33ij} - A_r Z_{11jk}^T + Z_{33ij},$$

$$\chi_{42ijk} = Z_{34ij}^T + A_i Z_{11jk} - E_k Z_{23ij} - B_i K_{jk} + A_i Z_{41jk} - E_k Z_{43ij} - A_r Z_{41jk} + Z_{43ij},$$

$$\chi_{44ijk} = -Z_{14ij}^T E_k^T - E_k Z_{14ij} - Z_{34ij}^T E_k^T + Z_{34ij}^T - E_k Z_{34ij} + Z_{34ij}, \quad \chi_{51ijk} = A_r Z_{11jk}^T - Z_{33ij} + Z_{24ij}^T,$$

$$\chi_{52ijk} = Z_{44ij}^T + A_r Z_{41jk} - Z_{43ij}, \quad \chi_{54ijk} = -Z_{34ij} - Z_{24ij}^T E_k^T - Z_{44ij}^T E_k^T + Z_{44ij}^T \text{ et } \chi_{55ij} = -Z_{44ij}^T - Z_{44ij}.$$

Preuve :

Soit la fonction non quadratique de Lyapunov (3.48) réécrite en tenant compte des notations définies au paragraphe (3.3.1) et en considérant une structure d'interconnexion en triple somme similaire à l'équation de la boucle fermée (3.27) :

$$V_{NQ}(\tilde{e}(t)) = \tilde{e}^T(t) \tilde{E} \tilde{Z}_{hhv}^{-1} \tilde{e}(t) > 0 \quad (3.50)$$

De même que pour l'approche quadratique, la condition suivante est requise :

$$\tilde{E} \tilde{Z}_{hhv}^{-1} = \tilde{Z}_{hhv}^{-T} \tilde{E} > 0 \quad (3.51)$$

En posant $\tilde{Z}_{hhv} = \begin{bmatrix} Z_{11hv} & Z_{12hhv} & Z_{21hh} & Z_{22hhv} \\ Z_{13hh} & Z_{14hh} & Z_{23hh} & Z_{24hh} \\ Z_{31hh} & Z_{32hhv} & Z_{41hv} & Z_{42hhv} \\ Z_{33hh} & Z_{34hh} & Z_{43hh} & Z_{44hh} \end{bmatrix}$, on obtient les conditions $Z_{11hv}^T = Z_{11hv} > 0$,

$$Z_{21hh}^T = Z_{31hh}, Z_{41hv}^T = Z_{41hv} > 0, Z_{12hhv} = 0, Z_{22hhv} = 0, Z_{32hhv} = 0, Z_{42hhv} = 0.$$

Notons qu'ici, le choix d'interconnexion des matrices $Z_{11hv} \dots Z_{44hh}$ n'est pas effectué arbitrairement mais de manière à obtenir une structure d'interconnexion minimale des LMI en triple somme (cf. équation (3.60)).

Au regard de la fonction candidate de Lyapunov non quadratique (3.50) et du critère H_∞ (3.37), le système en boucle fermée (3.27) est stable et assure le suivi de trajectoire du système (3.16) si la condition suivante est vérifiée :

$$\dot{V}_{NQ}(\tilde{e}(t)) + \tilde{e}^T(t) \tilde{Q} \tilde{e}(t) - \eta^2 \tilde{\phi}^T(t) \tilde{\phi}(t) \leq 0 \quad (3.52)$$

C'est-à-dire si :

$$\tilde{e}^T(t) \tilde{E} \tilde{Z}_{hhv}^{-1} \dot{\tilde{e}}(t) + \tilde{e}^T(t) \tilde{E} \dot{\tilde{Z}}_{hhv}^{-1} \tilde{e}(t) + \tilde{e}^T(t) \tilde{E} \tilde{Z}_{hhv}^{-1} \dot{\tilde{e}}(t) + \tilde{e}^T(t) \tilde{Q} \tilde{e}(t) - \eta^2 \tilde{\phi}^T(t) \tilde{\phi}(t) \leq 0 \quad (3.53)$$

Notons que la condition (3.53) a une forme similaire à (3.39) avec un terme supplémentaire $\tilde{e}^T(t) \tilde{E} \dot{\tilde{Z}}_{hhv}^{-1} \tilde{e}(t)$ due au caractère non linéaire de la matrice \tilde{Z}_{hhv} . De ce fait, en suivant le même chemin que pour la preuve du théorème 1, (3.53) est vérifiée si et seulement si :

$$\begin{bmatrix} \tilde{Z}_{hhv}^T \tilde{A}_{hhv}^T + \tilde{A}_{hhv} \tilde{Z}_{hhv} + \tilde{Z}_{hhv}^T \tilde{Q} \tilde{Z}_{hhv} + \tilde{Z}_{hhv}^T \tilde{E} \dot{\tilde{Z}}_{hhv}^{-1} \tilde{Z}_{hhv} & \tilde{H}_h \\ \tilde{H}_h^T & -\eta^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.54)$$

Sachant que $\tilde{Z}_{hhv}^T \tilde{E} = \tilde{E} \tilde{Z}_{hhv} > 0$, on peut écrire $\tilde{Z}_{hhv}^T \tilde{E} \dot{\tilde{Z}}_{hhv}^{-1} \tilde{Z}_{hhv} = \tilde{E} \tilde{Z}_{hhv} \dot{\tilde{Z}}_{hhv}^{-1} \tilde{Z}_{hhv}$. De plus :

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{hhv} \dot{\tilde{Z}}_{hhv}^{-1} \tilde{Z}_{hhv} &= \tilde{Z}_{hhv} \dot{\tilde{Z}}_{hhv}^{-1} \tilde{Z}_{hhv} + \dot{\tilde{Z}}_{hhv} - \dot{\tilde{Z}}_{hhv} \\ &= \tilde{Z}_{hhv} \dot{\tilde{Z}}_{hhv}^{-1} \tilde{Z}_{hhv} + \dot{\tilde{Z}}_{hhv} \tilde{Z}_{hhv}^{-1} \tilde{Z}_{hhv} - \dot{\tilde{Z}}_{hhv} \\ &= \frac{d(\tilde{Z}_{hhv} \tilde{Z}_{hhv}^{-1})}{dt} \tilde{Z}_{hhv} - \dot{\tilde{Z}}_{hhv} \\ &= -\dot{\tilde{Z}}_{hhv} \end{aligned} \quad (3.55)$$

En considérant (3.55), l'équation (3.54) peut se réécrire :

$$\begin{bmatrix} \tilde{Z}_{hhv}^T \tilde{A}_{hhv}^T + \tilde{A}_{hhv} \tilde{Z}_{hhv} + \tilde{Z}_{hhv}^T \tilde{Q} \tilde{Z}_{hhv} - \tilde{E} \dot{\tilde{Z}}_{hhv} & \tilde{H}_h \\ \tilde{H}_h^T & -\eta^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.56)$$

De la même manière, en suivant le chemin emprunté pour la preuve du théorème 1, (3.56) est vérifiée, en choisissant $Z_{11hv} = Z_{21hv}$ et $L(x(t)) = Z_{11hv}$ non constantes, si et seulement si :

$$\Omega_{hhv} = \begin{bmatrix} \chi_{11hhv} & (*) & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ \chi_{21hhv} & \chi_{22hhv} & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ Z_{11hv} & Z_{11hv} & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \chi_{41hhv} & \chi_{42hhv} & 0 & \chi_{44hhv} & (*) & (*) & (*) \\ \chi_{51hhv} & \chi_{52hhv} & 0 & \chi_{54hhv} & \chi_{55hh} & 0 & (*) \\ 0 & 0 & 0 & H_h^T & 0 & -\delta I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -B_r^T & B_r^T & 0 & -\delta I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.57)$$

et $\chi_{11hhv} = Z_{13hh}^T + Z_{13hh} - \dot{Z}_{11hv}$, $\chi_{21hhv} = Z_{33hh} + Z_{23hh}^T - \dot{Z}_{11hv}$, $\chi_{22hhv} = Z_{43hh}^T + Z_{43hh} - \dot{Z}_{41hv}$,
 $\chi_{41hhv} = Z_{14hh}^T + A_h Z_{11hv} - E_v Z_{13hh} - B_h K_{hv} + A_h Z_{11hv}^T - E_v Z_{33hh} - A_r Z_{11hv}^T + Z_{33hh}$,
 $\chi_{42hhv} = Z_{34hh}^T + A_h Z_{11hv} - E_v Z_{23hh} - B_h K_{hv} + A_h Z_{41hv} - E_v Z_{43hh} - A_r Z_{41hv} + Z_{43hh}$,
 $\chi_{44hhv} = -Z_{14hh}^T E_v^T - E_v Z_{14hh} - Z_{34hh}^T E_v^T + Z_{34hh}^T - E_v Z_{34hh} + Z_{34hh}$, $\chi_{51hhv} = A_r Z_{11hv}^T - Z_{33hh} + Z_{24hh}^T$,
 $\chi_{52hhv} = Z_{44hh}^T + A_r Z_{41hv} - Z_{43hh}$, $\chi_{54hhv} = -Z_{34hh} - Z_{24hh}^T E_v^T - Z_{44hh}^T E_v^T + Z_{44hh}$
 et $\chi_{55hh} = -Z_{44hh}^T - Z_{44hh}$.

Afin d'obtenir des conditions LMI, il faut maintenant traiter les termes \dot{Z}_{11hv} et \dot{Z}_{41hv} . Sachant que les fonctions d'appartenances $h_i(z(t))$ et $v_k(z(t))$, pour $i=1, \dots, r$ et $k=1, \dots, e$, possèdent les propriétés de sommes convexes, i.e $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$ et $\sum_{k=1}^e v_k(z(t)) = 1$, on peut écrire $\dot{h}_r(z(t)) = -\sum_{i=1}^{r-1} \dot{h}_i(z(t))$ et $\dot{v}_e(z(t)) = -\sum_{k=1}^{e-1} \dot{v}_k(z(t))$. De ce fait les termes dérivés peuvent être réécrits tels que :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{W}}_{hv} &= \frac{d}{dt} \left(\sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^e h_i(z(t)) v_k(z(t)) \tilde{W}_{ik} \right) \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^e \dot{h}_i(z(t)) v_k(z(t)) \tilde{W}_{ik} + \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^e h_i(z(t)) \dot{v}_k(z(t)) \tilde{W}_{ik} \\ &= \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{k=1}^e \dot{h}_i(z(t)) v_k(z(t)) (\tilde{W}_{ik} - \tilde{W}_{rk}) + \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^{e-1} h_i(z(t)) \dot{v}_k(z(t)) (\tilde{W}_{ik} - \tilde{W}_{ie}) \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^e h_i(z(t)) v_k(z(t)) \left(\sum_{\psi=1}^{r-1} \dot{h}_\psi(z(t)) (\tilde{W}_{\psi k} - \tilde{W}_{rk}) + \sum_{\xi=1}^{e-1} \dot{v}_\xi(z(t)) (\tilde{W}_{i\xi} - \tilde{W}_{ie}) \right) \end{aligned} \quad (3.58)$$

On considère, $\forall \xi = 1, \dots, e-1$, $\forall \psi = 1, \dots, r-1$, $\dot{v}_\xi \geq \rho_\xi$ et $\dot{h}_\psi \geq \mu_\psi$ les bornes inférieures des dérivées des fonctions d'appartenances. (3.58) peut donc être minorée par :

$$\dot{W}_{hv} \geq \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^e h_i(z(t)) v_k(z(t)) \left(\sum_{\psi=1}^{r-1} \mu_\psi (W_{\psi k} - W_{rk}) + \sum_{\xi=1}^{e-1} \rho_\xi (W_{i\xi} - W_{ie}) \right) \quad (3.59)$$

avec $W_{\psi k} - W_{rk} \geq 0$ et $W_{i\xi} - W_{ie} \geq 0$.

De ce fait, en utilisant la propriété (3.59), la condition (3.57) peut être majorée telle que :

$$\Omega_{h hv} \leq \sum_{i=1}^r \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^e h_i(z(t)) h_j(z(t)) v_k(z(t)) \begin{bmatrix} \bar{\chi}_{11ijk} & (*) & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ \bar{\chi}_{21ijk} & \bar{\chi}_{22ijk} & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ Z_{11jk} & Z_{11jk} & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \chi_{41ijk} & \chi_{42ijk} & 0 & \chi_{44ijk} & (*) & (*) & (*) \\ \chi_{51ijk} & \chi_{52ijk} & 0 & \chi_{54ijk} & \chi_{55ij} & 0 & (*) \\ 0 & 0 & 0 & H_i^T & 0 & -\delta I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -B_r^T & B_r^T & 0 & -\delta I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.60)$$

$$\text{et } \bar{\chi}_{11ijk} = Z_{13ij}^T + Z_{13ij} - \left(\sum_{\xi=1}^{e-1} \rho_\xi (Z_{11i\xi} - Z_{11ie}) + \sum_{\psi=1}^{r-1} \mu_\psi (Z_{11\psi k} - Z_{11rk}) \right),$$

$$\bar{\chi}_{21ijk} = Z_{33ij} + Z_{23ij}^T - \left(\sum_{\xi=1}^{e-1} \rho_\xi (Z_{11i\xi} - Z_{11ie}) + \sum_{\psi=1}^{r-1} \mu_\psi (Z_{11\psi k} - Z_{11rk}) \right),$$

$$\bar{\chi}_{22ijk} = Z_{43ij}^T + Z_{43ij} - \left(\sum_{\xi=1}^{e-1} \rho_\xi (Z_{41i\xi} - Z_{41ie}) + \sum_{\psi=1}^{r-1} \mu_\psi (Z_{41\psi k} - Z_{41rk}) \right),$$

$$\chi_{41ijk} = Z_{14ij}^T + A_i Z_{11jk} - E_k Z_{13ij} - B_i K_{jk} + A_i Z_{11jk}^T - E_k Z_{33ij} - A_r Z_{11jk}^T + Z_{33ij},$$

$$\chi_{42ijk} = Z_{34ij}^T + A_i Z_{11jk} - E_k Z_{23ij} - B_i K_{jk} + A_i Z_{41jk} - E_k Z_{43ij} - A_r Z_{41jk} + Z_{43ij},$$

$$\chi_{44ijk} = -Z_{14ij}^T E_k^T - E_k Z_{14ij} - Z_{34ij}^T E_k^T + Z_{34ij}^T - E_k Z_{34ij} + Z_{34ij}, \quad \chi_{51ijk} = A_r Z_{11jk}^T - Z_{33ij} + Z_{24ij}^T,$$

$$\chi_{52ijk} = Z_{44ij}^T + A_r Z_{41jk} - Z_{43ij}, \quad \chi_{54ijk} = -Z_{34ij} - Z_{24ij}^T E_k^T - Z_{44ij}^T E_k^T + Z_{44ij}^T \quad \text{et } \chi_{55ij} = -Z_{44ij}^T - Z_{44ij}.$$

Ceci conduit aux conditions exprimées au théorème 2. ■

Remarque: Les conditions proposées au théorème 2 sont moins conservatifs que celles proposées au théorème 1. Néanmoins l'approche non quadratique nécessite la connaissance à-priori des bornes inférieures μ_ψ et ρ_ξ , pour $\psi = 1, \dots, r-1$ et $\xi = 1, \dots, e-1$, des dérivées des fonctions d'appartenances. Or l'obtention de ces valeurs peut s'avérer délicate pour certaines applications. Dans ce cas, un compromis peut-être obtenu, au prix d'une perte de conservatisme de l'approche purement non quadratique en choisissant les matrices $L = Z_{11}$ et Z_{41} constantes de sorte que $\dot{Z}_{11} = 0$ et $\dot{Z}_{41} = 0$ dans (3.57). Une approche similaire a été proposée dans le cadre de la stabilisation des modèles descripteurs par [Guerra 07]. Sur la

base de la condition (3.57) le corollaire du théorème 2 suivant permet de résoudre cet inconvénient.

Corollaire 1 :

Le suivi de trajectoire du système en boucle fermée (3.27) est garanti avec atténuation des perturbations externes $\tilde{\phi}(t)$ selon le taux $\delta = \eta^2$, s'il existe les matrices K_{jk} , $Z_{11} = Z_{11}^T > 0$, $Z_{41} = Z_{41}^T > 0$, Z_{13ij} , Z_{14ij} , Z_{23ij} , Z_{24ij} , Z_{33ij} , Z_{34ij} , Z_{43ij} , Z_{44ij} , tel que, pour tout $i=1, \dots, r$, $j=1, \dots, r$ et $k=1, \dots, e$:

min δ :

$$\begin{bmatrix} \chi_{11ijk} & (*) & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ \chi_{21ijk} & \chi_{22ijk} & (*) & (*) & (*) & 0 & 0 \\ Z_{11,jk} & Z_{11,jk} & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \chi_{41ijk} & \chi_{42ijk} & 0 & \chi_{44ijk} & (*) & (*) & (*) \\ \chi_{51ijk} & \chi_{52ijk} & 0 & \chi_{54ijk} & \chi_{55ij} & 0 & (*) \\ 0 & 0 & 0 & H_i^T & 0 & -\delta I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -B_r^T & B_r^T & 0 & -\delta I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.61)$$

avec : $\chi_{11ijk} = Z_{13ij}^T + Z_{13ij}$, $\chi_{21ijk} = Z_{33ij} + Z_{23ij}^T$, $\chi_{22ijk} = Z_{43ij}^T + Z_{43ij}$,
 $\chi_{41ijk} = Z_{14ij}^T + A_i Z_{11} - E_k Z_{13ij} - B_i K_{jk} + A_i Z_{11}^T - E_k Z_{33ij} - A_r Z_{11}^T + Z_{33ij}$,
 $\chi_{42ijk} = Z_{34ij}^T + A_i Z_{11} - E_k Z_{23ij} - B_i K_{jk} + A_i Z_{41} - E_k Z_{43ij} - A_r Z_{41} + Z_{43ij}$,
 $\chi_{44ijk} = -Z_{14ij}^T E_k^T - E_k Z_{14ij} - Z_{34ij}^T E_k^T + Z_{34ij} - E_k Z_{34ij} + Z_{34ij}$, $\chi_{51ijk} = A_r Z_{11}^T - Z_{33ij} + Z_{24ij}^T$,
 $\chi_{52ijk} = Z_{44ij}^T + A_r Z_{41} - Z_{43ij}$, $\chi_{54ijk} = -Z_{34ij} - Z_{24ij}^T E_k^T - Z_{44ij}^T E_k^T + Z_{44ij}$ et $\chi_{55ij} = -Z_{44ij}^T - Z_{44ij}$.

Remarque : En terme de conservatisme, le théorème 2 inclus trivialement le corollaire 1 qui lui-même inclus le théorème 1. Ce point est illustré par la figure (3.2).

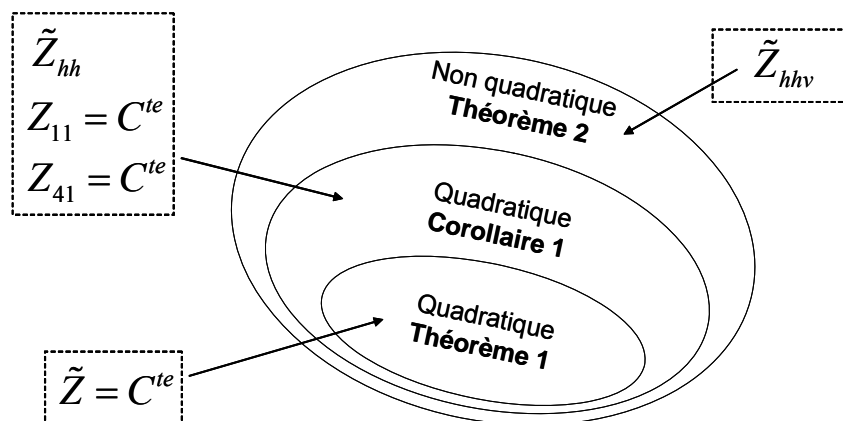


Figure 3.2 : Illustration du conservatisme des approches proposées.

3.4 Résultats numériques et simulations sur Sys-Réeduc

Les conditions de stabilité en suivi de trajectoire ont été établies pour une classe générique de systèmes descripteurs. Dans cette partie, la méthodologie de synthèse de loi de commande est explicitée et validée en simulation sur la base du modèle dynamique de Sys-Réeduc (3.2). Conformément au schéma d'implantation présenté en figure (3.1) et selon les paramètres nécessaires à la résolution des LMI présentées aux théorèmes 1-2 et le corollaire 1, la synthèse d'une loi de commande assurant le suivi de trajectoires nécessite tout d'abord le choix d'un modèle de référence adéquat. Rappelons que ce dernier permet de fixer la dynamique du signal de référence et son influence sur les résultats issus de la résolution des LMI n'est pas à négliger. L'objectif de cette partie est donc d'explicitier le choix du modèle de référence utilisé pour le dispositif Sys-Réeduc. On rappelle la forme du modèle de référence donnée de manière générique par l'équation (3.19) :

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r \tau(t) \quad (3.62)$$

Dans le cadre de l'application au modèle Sys-Réeduc, l'objectif est de faire suivre l'état de référence $x_r(t)$ par l'état $x(t)$ du système (3.18). Selon (3.62), le modèle de référence contient une entrée $\tau(t)$ ayant pour fonction de régler l'évolution du signal $x_r(t)$. De ce fait, l'entrée pratique de l'étage de commande continue de Sys-réeduc (cf. figure 3.1) n'est autre que le signal $\tau(t)$ alors que le cas idéal consisterais en la possibilité d'imposer le signal de référence $x_r(t)$. Le choix du modèle de référence doit donc être effectué de telle sorte que la dynamique du signal $x_r(t)$ soit proche de celle du signal $\tau(t)$. Ici, le modèle de référence (3.62) est choisi de telle sorte que les transferts de chaque variable d'entrée vers la variable d'état associée correspondent à un ensemble de filtres passe-bas du premier ordre donnés dans le domaine fréquentiel par :

$$\frac{x_{ri}(p)}{\tau_i(p)} = \frac{1}{1 + \kappa p}, \text{ pour } i = 1, \dots, 4$$

Soit, dans le domaine temporel donnés par (3.62) avec $A_r = -\frac{1}{\kappa} I_{4 \times 4}$ et $B_r = \frac{1}{\kappa} I_{4 \times 4}$.

Il va de soit que, plus la valeur du temps de réponse κ sera faible, plus la dynamique du signal de référence $x_r(t)$ sera proche du signal d'entrée $\tau(t)$. Cependant, il n'est pas possible de choisir κ aussi petit que possible. En effet, la diminution du temps de réponse conduit à l'augmentation des contraintes associées au problème LMI à résoudre et par conséquent à la dégradation des performances souhaitées. Le tableau (3.1) illustre ce phénomène après résolution des problèmes LMI issus du corollaire 1 pour $\kappa = \{\frac{1}{400}, \frac{1}{100}, \frac{1}{50}, \frac{1}{30}, \frac{1}{20}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, 1\}$ à l'aide de la LMI Toolbox de Matlab [Gahinet 95].

Tableau 3.1 : Evolution du taux d'atténuation η en fonction des valeurs de κ (corollaire 1)

κ	1/400	1/100	1/50	1/30	1/20	1/10	1/5	1
η	19.9875	9.9749	7.0355	5.4311	4.4154	3.0817	2.1201	1.5903

Rappelons que l'utilisation du corollaire 1 permet de s'affranchir de la connaissance à priori des valeurs minimales des dérivées des fonctions d'appartenances v_k et h_i au prix d'une augmentation sensible du pessimisme de la résolution LMI. En effet, dans la pratique il s'avère délicat de définir quelles sont les valeurs minimales de ces fonctions. Afin d'illustrer la conservativité relative des théorèmes 1, 2 et du corollaire 1, des résultats obtenus avec les valeurs $\rho_1 = -5.2327$, $\mu_1 = -28.8384$, $\mu_2 = -43.6048$ et $\mu_3 = -28.7430$ choisis, après simulation pour un $\kappa = \frac{1}{10}$ sont présentés table (3.2). Notons que ces valeurs ont été relevées suite à la simulation numérique du modèle de référence en supposant la convergence de l'erreur de suivi de trajectoire. Ainsi, pour des raisons pratiques, afin d'estimer les bornes inférieurs des fonctions d'appartenances, nous avons supposé les variables de prémisses congrues à la dynamique des signaux de références ($z(t) \equiv x_r(t)$).

Tableau 3.2 : Comparaison des taux d'atténuation obtenus pour les théorèmes 1-2 et le corollaire 1.

Théorème 1	Corollaire 1	Théorème 2
$\eta = 8.1709$	$\eta = 3.0817$	$\eta = 0.048$

Le résultat obtenu par la résolution du corollaire 1 pour $\kappa = \frac{1}{10}$ fournit un bon compromis entre la dynamique du signal de référence $x_r(t)$ et le taux d'atténuation $\eta = 3.0817$. La résolution du problème LMI (3.61) conduit à la synthèse d'une loi de commande donnée par :

$$u(t) = - \left(\sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^2 h_i(z(t)) v_k(z(t)) K_{ik} \right) (Z_{11})^{-1} (x(t) - x_r(t)) \quad (3.63)$$

$$\text{avec : } K_{11} = \begin{bmatrix} -33.2690 & -0.8128 & 660.0514 & 14.2361 \\ -7.9455 & -13.3568 & 157.6020 & 244.4651 \end{bmatrix},$$

$$K_{12} = \begin{bmatrix} -33.2693 & -0.1037 & 660.0595 & 0.3839 \\ 7.9549 & -13.3562 & -157.8613 & 244.5319 \end{bmatrix},$$

$$K_{21} = \begin{bmatrix} -33.2691 & -0.0054 & 660.0563 & 1.0741 \\ -7.9455 & -13.3567 & 157.6019 & 244.4642 \end{bmatrix},$$

$$K_{31} = \begin{bmatrix} -33.2690 & -0.8128 & 660.0514 & 14.2363 \\ -7.9455 & -13.2399 & 157.6019 & 243.4855 \end{bmatrix},$$

$$K_{32} = \begin{bmatrix} -33.2693 & -0.1037 & 660.0595 & 0.3840 \\ 7.9550 & -13.2390 & -157.8627 & 243.5470 \end{bmatrix},$$

$$K_{41} = \begin{bmatrix} -33.2691 & -0.0054 & 660.0563 & 1.0748 \\ -7.9455 & -13.2397 & 157.6022 & 243.4810 \end{bmatrix},$$

$$K_{42} = \begin{bmatrix} -33.2694 & 0.7037 & 660.0644 & -12.7777 \\ 7.9550 & -13.2392 & -157.8621 & 243.5496 \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$Z_{11} = \begin{bmatrix} -0.3900 & 0 & -1.5669 & 0.0001 \\ 0 & -0.3880 & 0 & -1.5692 \\ -1.5669 & 0 & 20.4455 & -0.0032 \\ 0.0001 & -1.5692 & -0.0032 & 20.3726 \end{bmatrix}.$$

De ce fait, d'après la seconde méthode de Lyapunov et, conformément au corollaire 1, la loi de commande (3.63) assure le suivi de trajectoire de Sys-Réeduc (3.1). Afin d'illustrer l'atténuation des perturbations externes, une simulation est réalisée en imposant des efforts externes surpassant les caractéristiques physiologiques des efforts que pourrait appliquer un patient sur Sys-Réeduc. Ces efforts sont donnés par :

$$f_p(t) = \frac{37.5}{a} \sin(6t) \quad (3.64)$$

$$C_p(t) = 20 \sin(5t) \quad (3.65)$$

Les mouvements simulés sont présentés aux figures (3.3) et (3.4). Le mouvement de translation du support mobile correspond à une extension isocinétique du membre inférieur de vitesse $\dot{q}_1 = 1 \text{ m/s}$ réalisée entre $t = 1 \text{ s}$ et $t = 2 \text{ s}$ à partir de la position initiale $q_1(0) = 0.1 \text{ m}$. Ce mouvement de translation est combiné à un mouvement de rotation interne-externe choisi, dans le cadre de cette simulation, sinusoïdale tel que $q_2 = -\frac{\pi}{4} \cos(2t)$. Ces résultats de simulation illustrent les performances obtenues en suivi de trajectoire de la loi de commande synthétisée. En effet, on constate que le vecteur des perturbations externes imposé est parfaitement compensé par la commande et que les trajectoires simulées sont superposées aux trajectoires désirées.

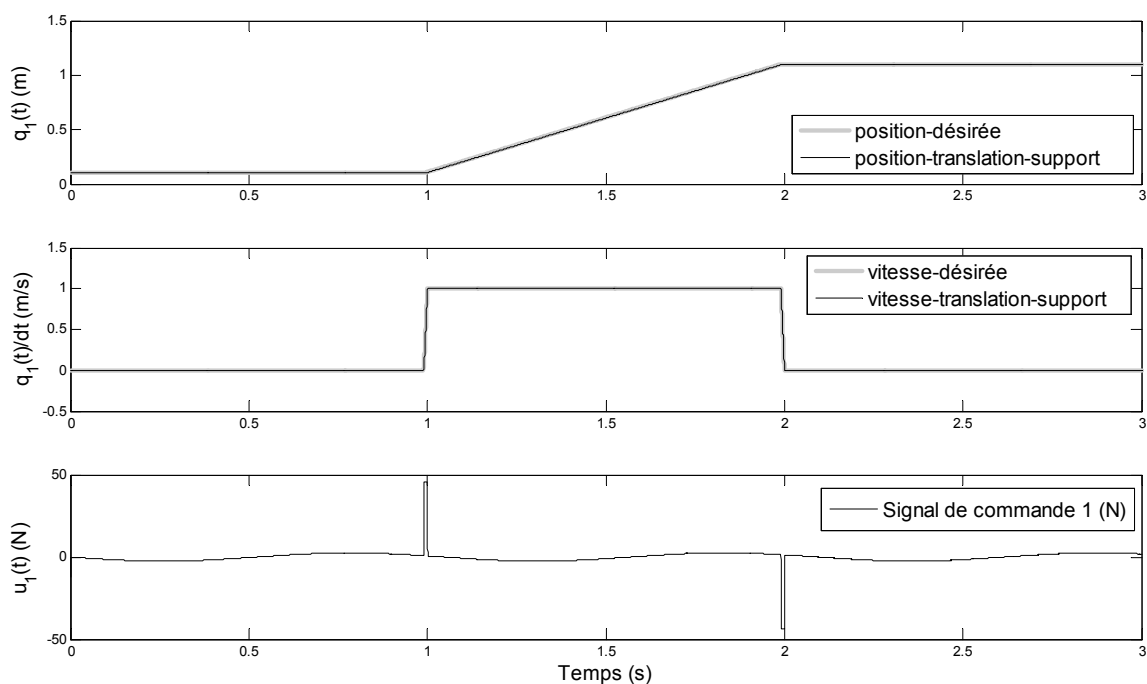


Figure 3.3. Suivi de trajectoire en translation du support mobile de Sys-Réeduc.

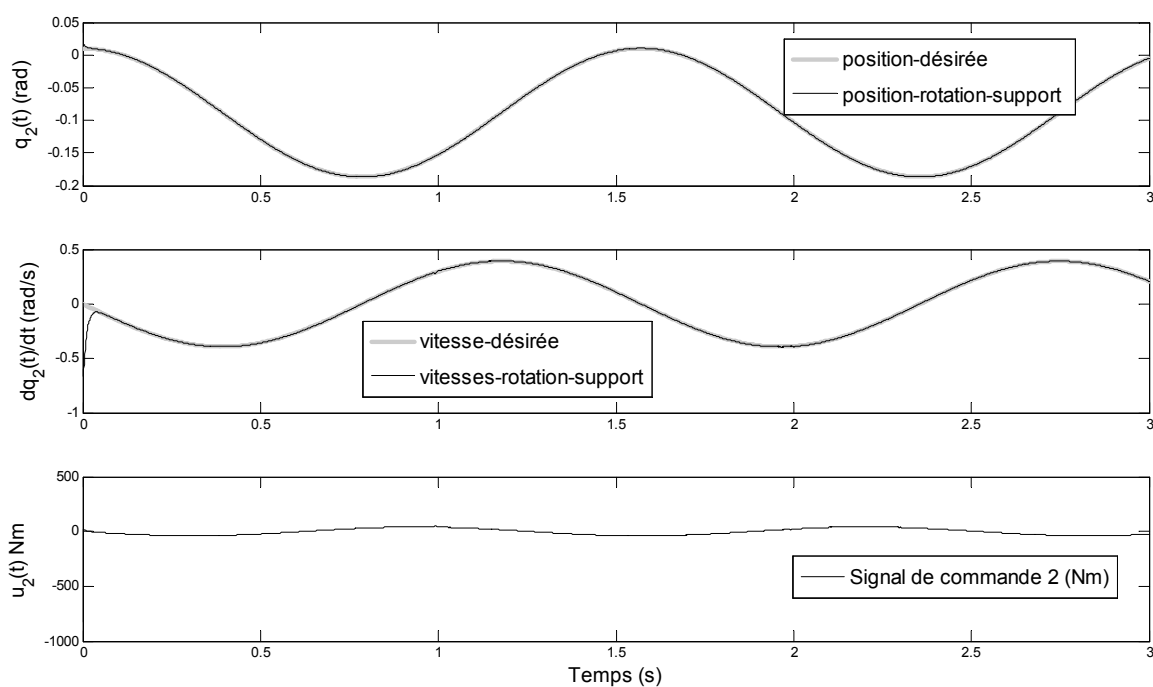


Figure 3.4. Suivi de trajectoire en rotation du support mobile de Sys-Réeduc.

La figure (3.5) présente un autre exemple en simulation pour un mouvement d'extension du membre inférieur sur la machine Sys-Réeduc, il illustre l'efficacité de l'approche de commande proposée pour des perturbations externes (efforts du patient) considérée comme extrêmes d'un point de vue « physiologique ». Soit l'effort du patient simulé par :

$$f_p(t) = 500 \sin(6t) + 250 \sin(30t) + 125(60t) + \text{rand}(t) \quad (3.66)$$

Dans ce signal, la fonction $rand(t)$ est utilisée pour simuler un bruit de mesure de l'effort appliqué par l'utilisateur. Celle-ci correspond à un bruit gaussien de variance 1000 pour une période d'échantillonnage de $0.01s$. Cette simulation montre que la loi de commande synthétisée via le critère H_∞ atténue convenablement les perturbations externes et que celles-ci sont compensées par le signal d'entrée.

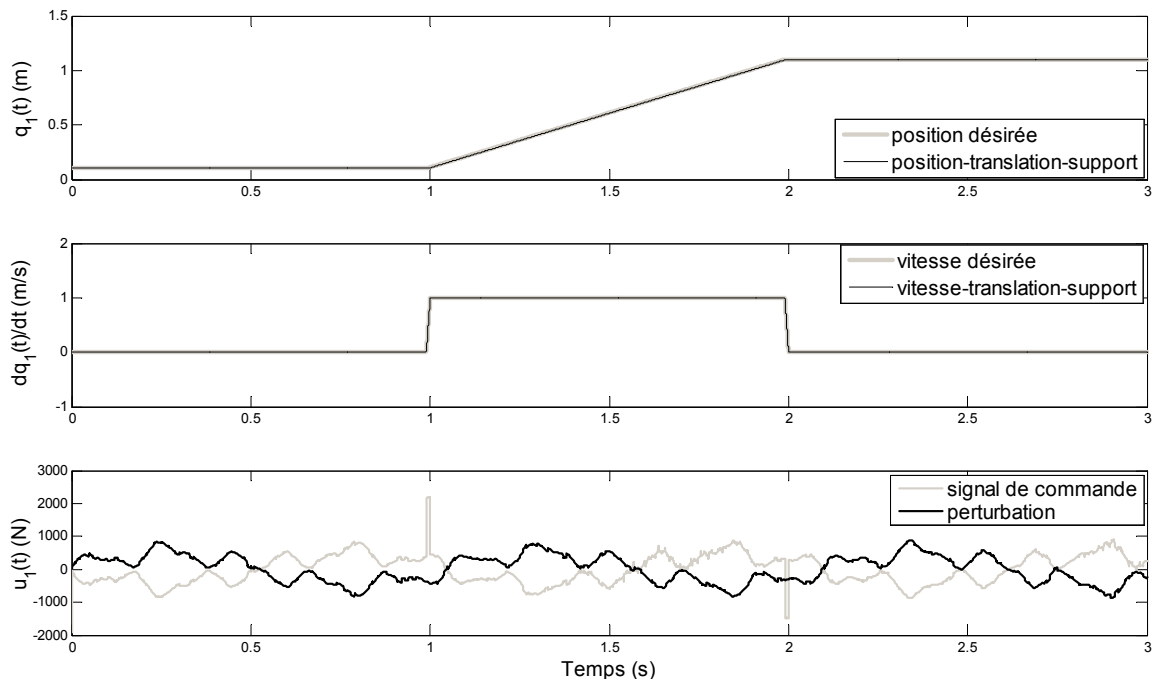


Figure 3.5. Comportement du système soumis à des perturbations externes et à un bruit de mesure.

3.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, l'étage de commande continu de Sys-Réeduc a été abordé. Celui-ci est basé sur une loi de commande non linéaire assurant le suivi de trajectoires de références tout en atténuant les perturbations externes que constitue l'action de l'utilisateur sur le dispositif robotisé. Afin de réaliser la synthèse de cette loi de commande, un modèle dynamique non-linéaire de la machine Sys-Réeduc a été établi. Ensuite, des conditions LMI permettant la recherche systématique des gains de retour d'état ont été proposées. Celles-ci se basent sur la réécriture du modèle non linéaire sous la forme d'un multimodèle descripteur de type Takagi-Sugeno. Dans un premier temps, les conditions de stabilité ont été proposées pour la classe générique des modèles descripteurs T-S sur la base d'une fonction candidate de Lyapunov quadratique. Afin de réduire le conservatisme de ces conditions, une approche basée sur l'utilisation d'une fonction de Lyapunov non-quadratique a été présentée. Néanmoins, cette approche s'avère délicate à mettre en œuvre car elle nécessite la connaissance a priori des valeurs minimale des dérivées des fonctions d'appartenance dont l'obtention n'est pas aisée dans la pratique. Afin de palier à ce problème, un corollaire a été proposé et a permis la synthèse d'une loi de commande dont les performances en suivi de trajectoire ont été illustrées par la simulation d'un mouvement isocinétique de la machine Sys-Réeduc.

L'étage de commande continu ayant été présenté, il convient maintenant de définir l'étage de génération de consigne permettant à l'utilisateur de réaliser des mouvements volontaires

suivant des protocoles d'entraînement et/ou de rééducation spécifiques. Celui-ci fera l'objet des développements présentés lors du chapitre suivant.

Chapitre 4. Générateur de Consigne: Mouvements de Rééducation et d'Entraînement pour la Machine Sys-Réeduc

4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, l'étage de commande continue du système mécanique que constitue le dispositif de rééducation a été proposé. Celui-ci assure un comportement sécuritaire en garantissant la stabilité de la machine de rééducation en suivi de trajectoire quelque soit l'action réalisée par l'utilisateur. En effet, l'action humaine a été considérée comme une perturbation externe à la dynamique du système dont les effets ont été atténués par le biais d'un critère H_∞ . Néanmoins, cet étage ne permet pas, à lui seul, la conduite volontaire du système par l'utilisateur. Ainsi, si l'interaction utilisateur/machine est rejetée par l'étage continu, l'étage de génération de consigne doit permettre d'imposer le mouvement à réaliser par l'ensemble du dispositif sur la base de la mesure de cette interaction. Ceci est basé sur la possibilité de créer des situations d'interaction suscitant des réactions de la part de l'utilisateur pour le motiver à fournir des efforts appropriés aux mouvements imposés et ressentis. Ce principe est basé sur le concept de la préhension dite « Haptique ». Dans ce cas, un rôle actif pourra être donné à l'utilisateur dans la mesure où l'interprétation par le générateur de consigne de son action sur le dispositif robotisé doit permettre de tenir compte de son comportement volontaire.

Le retour haptique est une technique qui offre de larges horizons dans le domaine de la rééducation. Bon nombre de thérapeutes et de chercheurs se sont saisis de ce principe dans l'objectif d'améliorer la prise en charge du handicap. Ainsi, de nouvelles approches d'évaluation et de rééducation des fonctions cognitives et motrices ont été développées [Rizzo 97]. Dans ce chapitre, le concept de retour « haptique » est considéré pour un objectif de rééducation motrice dans le but de faire suivre en temps réel des mouvements spécifiques qui procureront une sensation d'efforts prédéterminés sans gêne pour l'utilisateur. Rappelons qu'un mouvement de rééducation peut-être vu comme une succession de mouvements élémentaires qui, exécutés selon une séquence préalablement définie, conduiront à la génération d'une trajectoire paramétrable par le clinicien. Ainsi, l'ensemble des protocoles de rééducation peut-être définie par l'association de machines à états discrets déclenchant une succession de comportements dynamique à imposer au système.

Dans un premier temps, les besoins spécifiques en termes de rééducation seront traduits sous la forme de comportements dynamiques élémentaires. Ensuite, des machines à états seront proposées afin de coordonner l'ensemble des phases élémentaires nécessaires à la réalisation de mouvements complexes de rééducation données. L'ensemble des paramètres accessibles aux cliniciens, pour chaque type de mouvement, sera alors défini. Enfin une validation expérimentale de l'approche globale de contrôle-commande proposée sera présentée sur un dispositif disponible au CReSTIC.

4.2 Principes de la génération de consigne et paramétrisation pour Sys-Rééduc

Les protocoles de rééducation génériques utilisés dans le milieu hospitalier sont une succession de phases de mouvements élémentaires φ_i . Ainsi, chaque séance d'entraînement ou de rééducation peut-être définie par un enchaînement de plusieurs phases φ_i de mouvement élémentaires qu'il convient de paramétrer selon les besoins de l'utilisateur. Par conséquent, l'objectif est de fournir aux cliniciens un outil leurs permettant de créer ou de choisir une suite de mouvements élémentaires définissant un protocole d'entraînement adapté à une pathologie donnée. La figure (4.1) présente, de manière synthétique, la succession des phases élémentaire d'un profil d'entraînement. On nome φ_i la *i*ème phase. Celle-ci débute à l'instant t_i sous les conditions initiales CI_i et se termine à l'instant t_{i+1} conduisant aux conditions finales CF_i .

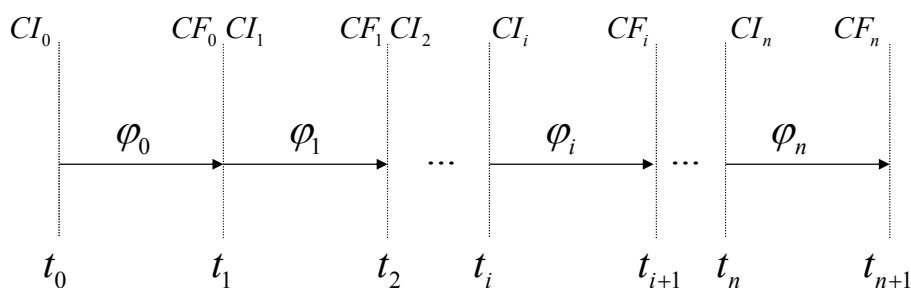


Figure 4.1. Succession de phases élémentaires

De manière générale, afin de garantir la cohérence des transitions entre phases, il est nécessaire de choisir $\forall i = 1, \dots, n$, $CI_i = CF_{i-1}$. De plus, afin d'obtenir un protocole réalisable de manière cyclique par l'utilisateur, il est nécessaire de choisir $CI_0 = CF_n$.

L'ensemble des phases élémentaires φ_i , nécessaire à la réalisation d'un mouvement complexe de rééducation, peut donc être défini et paramétré par le clinicien. La synthèse du générateur de consigne pour un protocole donné peut être générée de manière systématique en fonction des phases élémentaires choisies. Le principe de ce générateur est présenté à la figure (4.2). Notons que celui-ci doit permettre une conduite volontaire du sujet vis-à-vis du mouvement réalisé. L'introduction du générateur de consigne au sein du schéma de commande confère alors un caractère haptique à Sys-Rééduc. En effet, l'interaction de l'utilisateur sur la machine par le biais de la mesure des efforts $f_{p/x}(t)$ (effort de poussée de l'utilisateur sur le support mobile de la machine) et $C_{p/z_s}(t)$ (couple de force de l'utilisateur sur le support mobile) ainsi que la mesure des positions courantes de la machine $q_1(t)$ (position du support selon l'axe \bar{x}) et $q_2(t)$ (position du support selon l'axe \bar{z}_s) peuvent être considérés afin de fournir les trajectoires de consignes $\tau(t) = [q_{1c}(t) \quad q_{2c}(t) \quad \dot{q}_{1c}(t) \quad \dot{q}_{2c}(t)]^T$, voir figure (2.14) Chapitre 2. L'étage de commande continue se chargera alors de garantir le suivi de trajectoire de la machine de rééducation (voir chapitre 3).

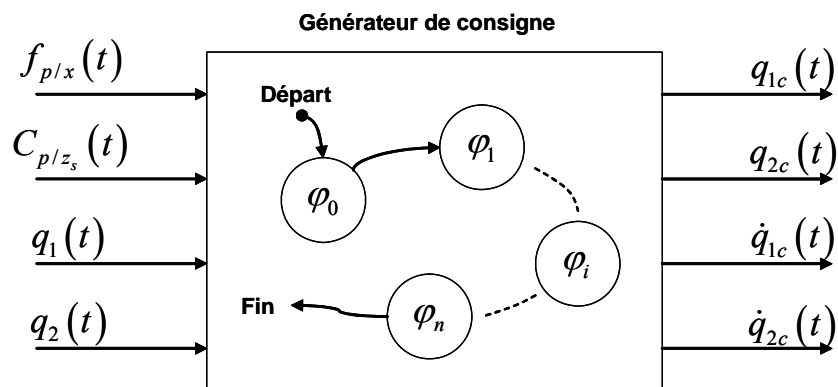


Figure 4.2. Entrées-sorties du générateur de consigne incluant les phases élémentaires

Dés lors, il convient de définir, pour chaque mouvement élémentaire, l'ensemble des paramètres caractéristiques accessible par le clinicien, ainsi que l'ensemble des conditions permettant d'assurer la cohérence de l'enchaînement entre deux phases.

4.3 Caractérisation des phases élémentaires de mouvements pour Sys-Rééduc

Le schéma de principe de Sys-Rééduc est rappelé figure (4.3) pour le membre droit. Notons que la structure mécanique de Sys-Rééduc confère un fonctionnement parfaitement symétrique du membre gauche par rapport au membre droit. De ce fait, afin d'alléger la présentation des modes de rééducation, seul les caractéristiques relatives aux mouvements du membre droit seront explicitées dans la suite de ce chapitre.

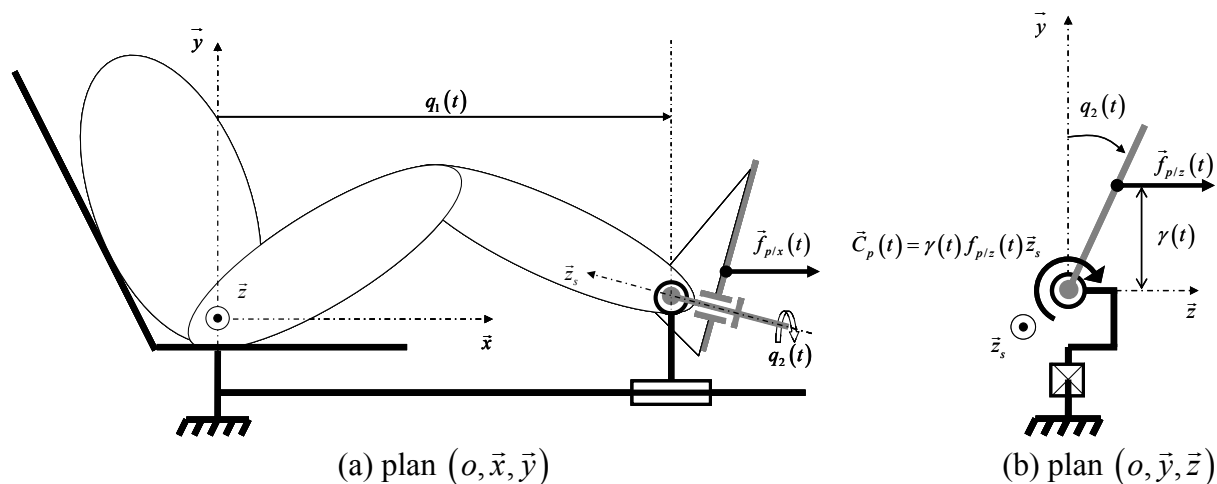


Figure 4.3 : Conventions de signes pour les actions de l'utilisateur sur Sys-Rééduc

On définit les actions élémentaires de l'utilisateur telles que :

- la poussée, caractérisée par une force $f_{p/x}(t) > 0$ appliquée par l'utilisateur suivant \vec{x} ;

- la traction, caractérisée par une force $f_{p/x}(t) < 0$ appliquée par l'utilisateur suivant \vec{x} ;
- la torsion externe, caractérisée par un couple $C_{p/z_s}(t) > 0$ (sens horaire pour le membre droit) suivant l'axe \vec{z}_s ;
- la torsion interne, caractérisée par un couple $C_{p/z_s}(t) < 0$ (sens trigonométrique pour le membre droit) suivant l'axe \vec{z}_s ;

et les mouvements élémentaires du dispositif Sys-Réeduc tels que :

- l'extension, caractérisée par une vitesse $\dot{q}_1(t) > 0$ du support mobile suivant l'axe \vec{x} ;
- la flexion, caractérisée par une vitesse $\dot{q}_1(t) < 0$ du support mobile suivant l'axe \vec{x} ;
- la rotation externe, caractérisée par une vitesse angulaire $\dot{q}_2(t) > 0$ de la semelle du support mobile ;
- la rotation interne, caractérisée par une vitesse angulaire $\dot{q}_2(t) < 0$ de la semelle du support mobile ;

Remarque : Dans le cas du membre gauche, les conventions adoptées pour le couple $C_{p/z_s}(t)$ et la vitesse de rotation $\dot{q}_2(t)$ sont inversées.

Pour définir un exercice complet de rééducation ou d'entraînement, le clinicien doit choisir les caractéristiques de chacune des phases successives après avoir sélectionné :

- le nombre $n+1$ de phases élémentaires à réaliser au cours d'un exercice d'entraînement ou de rééducation spécifique,
- les conditions initiales $q_1(0)$ et $q_2(0)$,
- les amplitudes maximales des mouvements réalisables par la machine au cours des exercices $[q_1 \quad \bar{q}_1]$ et $[q_2 \quad \bar{q}_2]$,

Dans la suite, la caractérisation de l'ensemble des phases élémentaires réalisables par Sys-Réeduc est proposée.

4.4 Génération de trajectoires lors de phases de rééducation passives

Lors de phases passives, l'action de l'utilisateur n'est pas prise en compte par le générateur de consigne et la machine exécute des mouvements imposés. Trois types de mouvements sont proposés pour chacun des degrés de liberté de Sys-Réeduc :

- Arrêt en position courante : Ce mode est activé, de manière exclusive, lorsqu'aucun autre mode ne l'est.
- Déplacement positif à vitesse constante : Ce mode est activé entre les instants t_i et t_{i+1} , tant que la position courante reste strictement inférieure à la limite supérieure de l'amplitude du mouvement considéré ou qu'une phase active ou d'arrêt soit enclenchée.

- Déplacement négatif à vitesse constante : Ce mode est activé entre les instants t_i et t_{i+1} , tant que la position courante reste strictement supérieur à la limite inférieure de l'amplitude du mouvement considéré ou qu'une phase active ou d'arrêt soit enclenchée.

Afin d'illustrer la définition d'un exercice cyclique de rééducation passive, un exemple est donné pour une trajectoire de flexion-extension par :

- les paramètres initiaux $n = 3$, $q_1(0) = 0,1m$, $\bar{q}_1 = 1m$ et $\underline{q}_1 = 0,1m$;
- la séquence : $\{\varphi_0 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_1 : \text{mouvement d'extension}\} \rightarrow \{\varphi_2 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_3 : \text{mouvement de flexion}\}$.
- les conditions de transition $T_{0 \rightarrow 1} : t = t_0 + 1s$; $T_{1 \rightarrow 2} : q_1(t) = \bar{q}_1$; $T_{2 \rightarrow 3} : t = t_2 + 1s$; $T_{3 \rightarrow 0} : q_1(t) = \underline{q}_1$;

Cette séquence peut alors être réécrite de manière systématique sous la forme d'une machine à états discrets présentée à la figure (4.4). Notons que, de manière à assurer une utilisation sécuritaire, une demande d'arrêt peut-être effectuée quelque soit l'instant et la phase réalisée au cours d'un exercice.

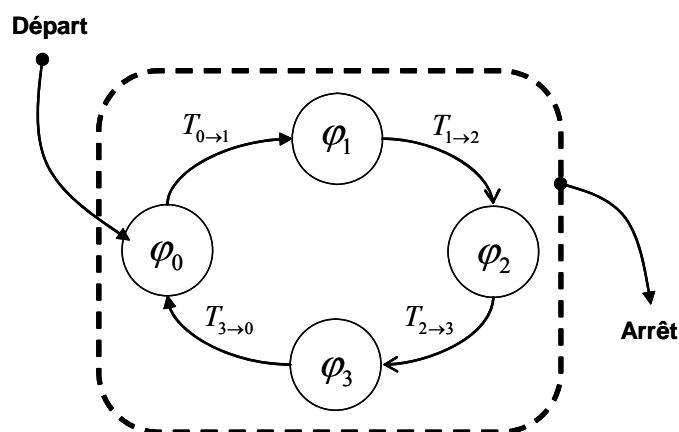


Figure 4.4 : Machine à états discrets d'un mouvement cyclique de rééducation passive

La figure (4.5) présente quant à elle l'évolution temporelle des trajectoires de consigne $q_{1c}(t)$ et $\dot{q}_{1c}(t)$.

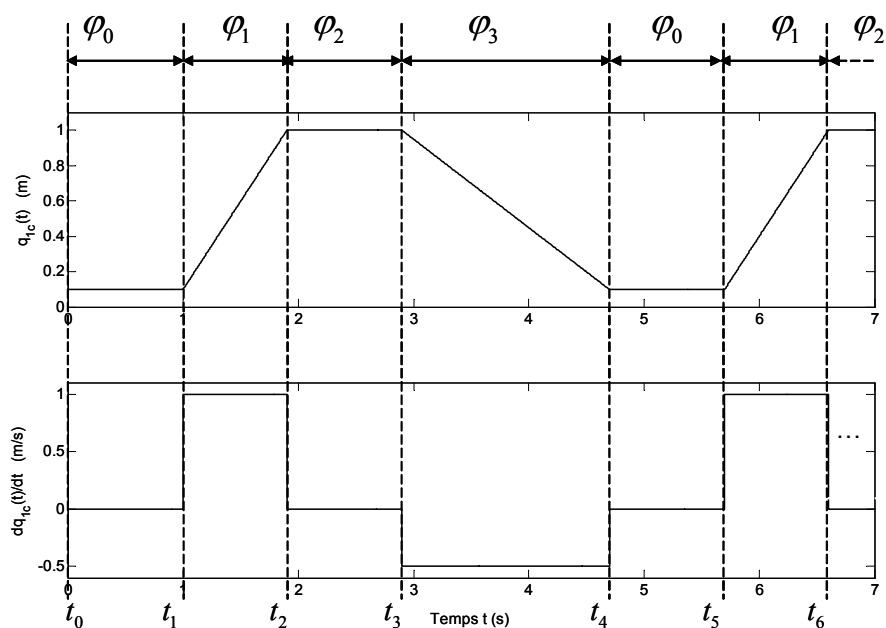


Figure 4.5 : Evolution temporelle d'une trajectoire générée pour un mouvement cyclique de rééducation passive.

4.5 Génération de trajectoire en phases de rééducation actives

Lors de phases actives, l'action de l'utilisateur est prise en compte par le générateur de consigne et la machine exécute des mouvements relatifs à cette interaction. La caractérisation des exercices réalisés durant ces phases doit prendre en compte le type de travail musculaire souhaité (concentrique ou excentrique) mais aussi le type de trajectoires à suivre (isocinétique, isotonique, etc., voir chapitre 1, paragraphe 1.4.3). Notons que, de manière à fournir un comportement sécuritaire pour l'utilisateur, l'alternance entre phase passive et phase active doit être respectée. Dans ce cas, l'enclenchement d'une phase active est réalisé sur le dépassement d'un seuil de force s_T pour un mouvement de translation et s_R pour un mouvement de rotation interne-externe du support mobile.

4.5.1 Types d'exercices musculaires lors d'une phase élémentaire

Sur la base des conventions présentées à la figure (4.3), il est possible de définir les types de contractions musculaires en fonction des efforts appliquées par l'utilisateur et des caractéristiques cinématiques des mouvements réalisés. Ceux-ci sont résumés à la figure (4.6) pour les mouvements de translation. Ainsi, on distingue quatre quadrants dans le plan force-vitesse caractérisant le type de travail musculaire :

- $Q_{1.1}$, $Q_{1.3}$: l'effort de l'utilisateur $f_{p/x}$ est appliqué dans le sens du mouvement imposé au dispositif, c'est-à-dire $\text{signe}(f_{p/x}(t)) = \text{signe}(\dot{q}_1(t))$, le travail musculaire est concentrique.
- $Q_{1.2}$, $Q_{1.4}$: l'effort de l'utilisateur est appliqué dans le sens opposé du mouvement imposé au dispositif, c'est-à-dire $\text{signe}(f_{p/x}(t)) = -\text{signe}(\dot{q}_1(t))$, le travail musculaire est excentrique.

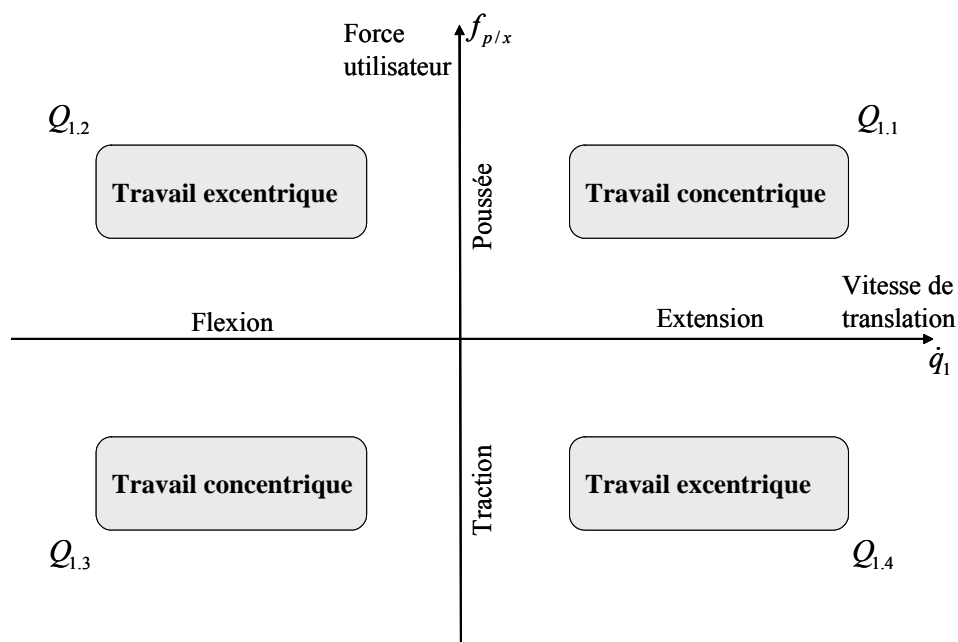


Figure 4.6 : Caractérisation des travaux musculaires en fonction des efforts de l'utilisateur et des caractéristiques cinématiques du mouvement de translation

De même que pour le mouvement de translation, pour les mouvements de rotations interne-externe de Sys-Réeduc, il est possible de définir quatre quadrants dans le plan Couple-Vitesse de rotation relatifs aux types de contractions musculaires. Ceux-ci sont présentés figure (4.7) et sont définis par :

- $Q_{2.1}, Q_{2.3}$: le couple C_{p/z_s} est appliqué par l'utilisateur dans le sens de la rotation imposé à la semelle du support mobile, c'est-à-dire $\text{signe}(C_{p/z_s}(t)) = \text{signe}(\dot{q}_2(t))$, le travail musculaire est concentrique.
- $Q_{2.2}, Q_{2.4}$: le couple C_{p/z_s} est appliqué par l'utilisateur dans le sens opposé de la rotation imposé à la semelle du support mobile, c'est-à-dire $\text{signe}(C_{p/z_s}(t)) = -\text{signe}(\dot{q}_2(t))$, le travail musculaire est excentrique.

Dés lors, pour chaque phase élémentaire d'un protocole de rééducation, le clinicien peut sélectionner le type de travail musculaire souhaité.

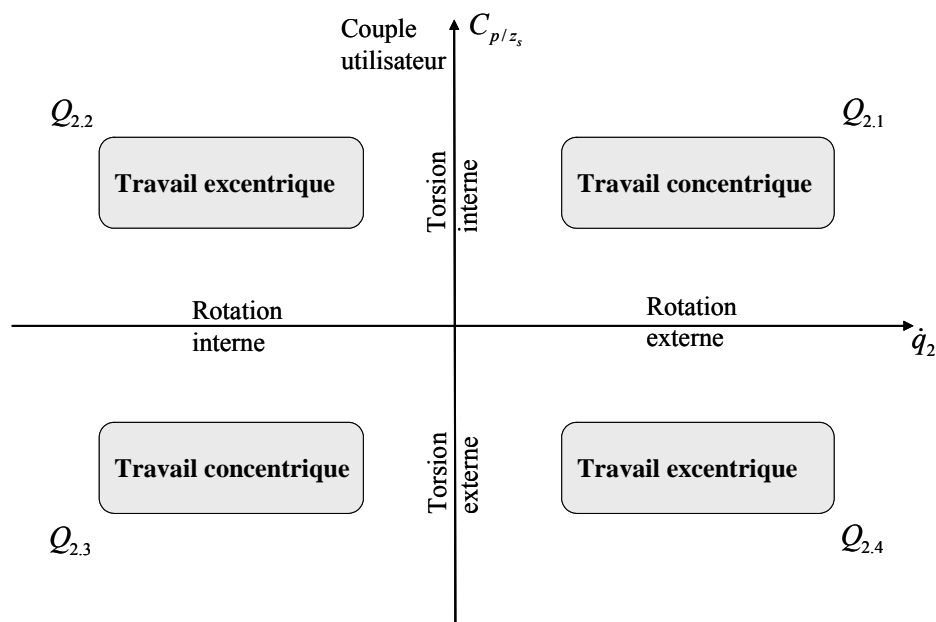


Figure 4.7 : Caractérisation des travaux musculaires en fonction des efforts de l'utilisateur et des caractéristiques cinématiques du mouvement de rotation

Le type de travail musculaire ayant été défini pour chaque mouvement, il convient maintenant de définir les différentes caractéristiques dynamiques du mouvement à réaliser pour une phase de rééducation donnée.

4.5.2 Caractérisation dynamique des phases élémentaires

L'objectif est de faire suivre, en temps réel, des mouvements spécifiques permettant un retour haptique à l'utilisateur. C'est-à-dire, des mouvements offrant à l'utilisateur la sensation d'efforts relatifs à des mouvements virtuels pré-établis. Par conséquent, afin d'établir le caractère haptique de la génération de trajectoires, le dispositif Sys-Réeduc doit être capable de contraindre le mouvement de l'utilisateur. En d'autres termes, le dispositif robotisé doit appliquer une force résistante en fonction de la force appliquée par l'utilisateur selon le type de mouvement souhaité.

Pour une phase élémentaire active φ_i donnée, le comportement global du système Sys-Réeduc doit prendre en compte les interactions entre l'utilisateur et le dispositif robotisé selon le choix du type de mouvement souhaité par le clinicien. Ainsi, de manière générale, cette interaction est définie par la relation liant l'effort appliqué par l'utilisateur sur la machine et la réaction, que l'on dénommera réaction virtuelle, de la machine sur l'utilisateur. Le principe fondamental de la dynamique permet d'écrire la relation suivante :

$$\begin{cases} \vec{F}_p(t) + \vec{F}_{rv}(t) = m_v \vec{a}_{sc} \\ \vec{C}_p(t) + \vec{C}_{rv}(t) = \vec{\delta}_{sc} \end{cases} \quad (4.1)$$

où $\vec{F}_p(t) = [f_{p/x} \quad f_{p/y} \quad f_{p/z}]^T$ est le vecteur de la force mesurée de l'utilisateur, $\vec{F}_{rv}(t) = [f_{r/x} \quad f_{r/y} \quad f_{r/z}]^T$ est la réaction virtuelle du support sur l'utilisateur,

$\vec{C}_p(t) = [C_{p/x_s} \quad C_{p/y_s} \quad C_{p/z_s}]^T$ est le couple mesuré de l'utilisateur, $\vec{C}_{rv}(t) = [C_{rv/x} \quad C_{rv/y} \quad C_{rv/z}]^T$ est la réaction virtuelle du support sur l'utilisateur, m_v est la masse virtuelle du système à déplacer, $\vec{a}_{sc} = \ddot{q}_{1c}\vec{x}$, $\vec{\delta}_{sc} = J_v\ddot{q}_{2c}\vec{z}_s$ et J_v est l'inertie virtuelle du système à mettre en rotation.

La paramétrisation d'un mouvement peut donc être réalisé par le biais des masses et inerties virtuelles (m_v, J_v) du système à déplacer et des efforts virtuels (F_{rv}, C_{rv}). D'après (4.1), le modèle virtuel restreint aux projections sur les axes commandées de Sys-Réeduc est donné par:

$$\begin{cases} f_{p/x}(t) + f_{rv/x}(t) = \alpha_1 m_v \ddot{q}_{1c} \\ C_{p/z_s}(t) + C_{rv/z_s}(t) = \alpha_2 J_v \ddot{q}_{2c} \end{cases} \quad (4.2)$$

où, α_k sont des paramètres relatifs au type de travaux musculaires choisis, c'est-à-dire, pour $k=1$ ou 2 :

- $\alpha_k = 1$ si le quadrant $Q_{k.1}$ ou $Q_{k.3}$ est sélectionné (exercice concentrique);
- $\alpha_k = -1$ si le quadrant $Q_{k.2}$ ou $Q_{k.4}$ est sélectionné (exercice excentrique).

De manière évidente, l'obtention des trajectoires de consignes est donnée, dans le cas général, par :

$$\begin{cases} \dot{q}_{1c} = \frac{1}{\alpha_1 m_v} \int_{t_i}^t [f_{p/x}(\tau) + f_{rv/x}(\tau)] d\tau \\ \dot{q}_{2c} = \frac{1}{\alpha_2 J_v} \int_{t_i}^t [C_{p/z_s}(\tau) + C_{rv/z_s}(\tau)] d\tau \end{cases} \quad (4.3)$$

et

$$\begin{cases} q_{1c} = \frac{1}{\alpha_1 m_v} \int \int_{t_i}^t [f_{p/x}(\tau) + f_{rv/x}(\tau)] d\tau^2 \\ q_{2c} = \frac{1}{\alpha_2 J_v} \int \int_{t_i}^t [C_{p/z_s}(\tau) + C_{rv/z_s}(\tau)] d\tau^2 \end{cases} \quad (4.4)$$

Notons que, afin d'alléger la présentation, les équations sont ici données à la fois pour la translation et la rotation du support mobile. Toutefois, leurs fonctionnements peuvent-être considérés indépendants et, par conséquent, il est possible de définir une succession de phases élémentaires différentes pour la translation et la rotation. Celles-ci se réaliseront en parallèle de manière synchrone ou asynchrone. L'objectif est maintenant de caractériser l'évolution des efforts virtuels pour une phase donnée selon les modes de mouvements classiquement utilisés en rééducation et/ ou en entraînement musculaire (voir paragraphe 1.4.3, chapitre 1).

4.5.2.1 Mouvement isocinétique

Un exercice isocinétique est décrit par un mouvement à vitesse constante v_1 prédéterminée par le clinicien. Ainsi, pour la translation et selon le quadrant choisi, les équations des trajectoires de consignes (4.2)-(4.4) deviennent :

$$\dot{q}_{1c} = \alpha_1 v_1 \text{ et } q_{1c} = \alpha_1 v_1 t + q_{1c}(t_i) \quad (4.5)$$

De même, pour la rotation interne-externe à vitesse constante v_2 , les équations des trajectoires de consignes sont données par :

$$\dot{q}_{2c} = \alpha_2 v_2 \text{ et } q_{2c} = \alpha_2 v_2 t + q_{2c}(t_i) \quad (4.6)$$

Remarque : lors d'un mouvement isocinétique, l'utilisateur applique un effort auquel il rencontre une résistance qui s'adapte à ses propres capacités. En effet, la vitesse du mouvement étant constante, l'effort de réaction sera opposé quelque soit l'effort appliqué sur le support de la machine.

4.5.2.2 Mouvement isotonique

Un exercice isotonique est décrit par un mouvement où l'effort de réaction est constant. Celui-ci peut-être assimilé au fonctionnement d'une machine à poids. De ce fait, lors d'un mouvement isotonique, l'effort de réaction imposé permet de simuler l'effet d'une charge pesante constante de masse et d'inertie virtuelles m_v et J_v s'opposant à l'effort de l'utilisateur, c'est-à-dire :

$$f_{rv/x} = -\text{signe}(f_{p/x}(t)) m_v g, \text{ avec } m_v \text{ (kg) constant ;} \quad (4.7)$$

$$C_{rv/z_s} = -\text{signe}(C_{p/z_s}(t)) C, \text{ avec } C \text{ (Nm) constant.} \quad (4.8)$$

Remarque : Le caractère concentrique et excentrique ne dépend que de l'amplitude de l'action de l'utilisateur sur la machine. En effet, pour un exercice concentrique, l'utilisateur doit fournir un effort supérieur à la charge pour entraîner le support mobile. Lorsque l'utilisateur fourni un effort inférieur à la charge, le support mobile entraîne le membre inférieur de celui-ci qui doit résister en exerçant un effort et le mouvement est excentrique.

4.5.2.3 Entraînement à position et charge contrôlée

L'objectif de cet exercice est d'imposer un effort virtuel ressenti par l'utilisateur de manière variable selon la position du support mobile. C'est-à-dire $f_{r/x}(t) = f(q_1(t))$ et $C_{r/z_s}(t) = g(q_2(t))$. Cette relation peut-être obtenue, soit par un enregistrement préalable d'une trajectoire effectué par un utilisateur « expert ». Dans ce cas, on parlera d'entraînement physiocinétique [Afilal 05]. Une autre possibilité est d'imposer un comportement dynamique relatif à un objet ou phénomène physique virtuel. Dans ce cas, on parlera de retour haptique.

Par exemple, la mise en mouvement d'un système masse ressort virtuel peut-être suggéré à l'utilisateur tel que :

$$f_{r/x}(t) = -K_1(q_1(t) - q_1(t_i)) \quad (4.9)$$

$$C_{r/z_s}(t) = -K_2(q_2(t) - q_2(t_i)) \quad (4.10)$$

où K_1 et K_2 sont des paramètres relatifs aux raideurs souhaitées respectivement suivant les axes des degrés de liberté q_1 et q_2 .

Remarque : L'utilisation d'un ressort permet de réaliser un étirement isométrique, c'est-à-dire avec des longueurs musculaires constantes et un travail mécanique nul, lorsque l'action de l'utilisateur s'équilibre avec celle de la machine.

4.6. Combinaison de phases élémentaires et génération de trajectoires complexes

4.6.1 Exercices de flexion-extension et de rotation interne-externe isocinétique

Les exercices de rééducation de flexion-extension ou de rotation interne-externe isocinétique sont efficaces pour le renforcement musculaire (cf. chapitre 1, paragraphe 1.4.3). L'avantage est une diminution des risques de blessure par excès de charge. En effet, dans le cas d'un mouvement isocinétique, la vitesse étant artificiellement régulée, l'effort de l'utilisateur est le seul facteur qui agit sur la réaction de la machine. Ainsi, il y a moins de risques de surcharge de l'articulation.

La figure (4.8) illustre un exemple d'exercice cyclique de flexion-extension donné par :

- les paramètres initiaux $n = 3$, $q_1(0) = 0,1m$, $\bar{q}_1 = 1m$ et $\underline{q}_1 = 0,1m$;
- la séquence : $\{\varphi_0 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_1 : \text{mouvement isocinétique concentrique, quadrant } Q_{1.1}\} \rightarrow \{\varphi_0 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_2 : \text{mouvement isocinétique concentrique, quadrant } Q_{1.3}\}$, avec s_1 le seuil de force.

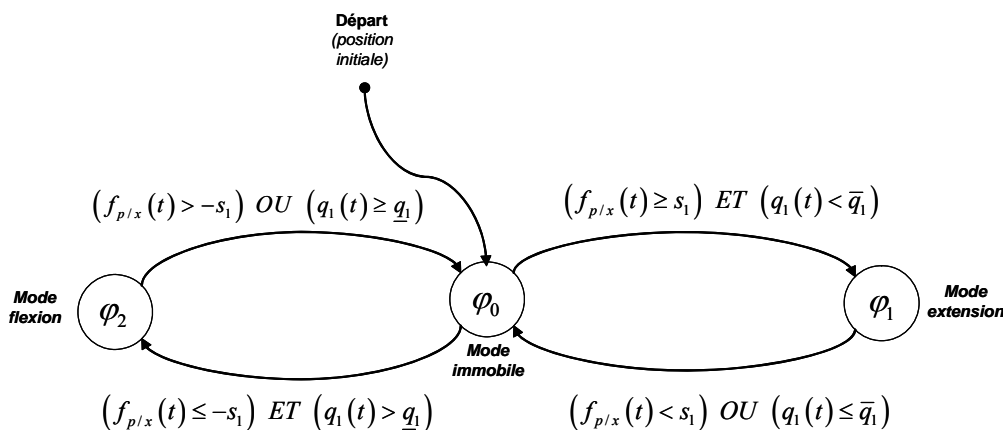


Figure 4.8. Machine à états d'un mouvement de flexion-extension isocinétique

- la phase φ_0 est un état dans lequel le support de la machine Sys-Rééduc est immobile dans sa position courante.
- la phase φ_1 est l'état où la machine de rééducation effectue un mouvement d'extension isocinétique de son support mobile à une vitesse constante.
- la phase φ_2 est l'état où la machine de rééducation effectue un mouvement de flexion isocinétique du support mobile à une vitesse constante.

Le passage d'une phase à l'autre est régi par les conditions de transitions qui dépendent de la force appliquée par le sujet sur le support mobile ainsi que de sa position courante :

- au démarrage du système, la phase φ_0 , i.e. le mode d'arrêt est activé.
- le passage de la phase φ_0 à la phase φ_1 s'effectue si la force de l'utilisateur $f_{p/x}(t)$ est supérieure à un seuil s_1 prédéterminé par le thérapeute et si la position courante du support mobile n'a pas atteint la limite supérieure de l'espace opérationnel ($\bar{q}_1 = 1m$).
- le passage de la phase φ_1 au mode d'arrêt s'effectue si la force $f_{p/x}(t)$ passe sous le seuil s_1 ou si la position courante du support mobile a atteint la limite supérieure de l'espace opérationnel (correspondant à l'extension maximale des membres inférieurs fixée à $\bar{q}_1 = 1m$).
- le passage du mode d'arrêt (phase φ_0) à la phase φ_2 s'effectue si la force $f_{p/x}(t)$ est inférieur à un seuil ($-s_1$) et que la position courante du support mobile n'a pas atteint la limite inférieure de l'espace opérationnel ($\underline{q}_1 = 0.1m$).
- le passage de la phase φ_2 au mode d'arrêt s'effectue si la force $f_{p/x}(t)$ passe au dessus du seuil ($-s_1$) ou si la position courante du support mobile a atteint la limite inférieure de l'espace opérationnel (flexion maximale autorisée pour les membres inférieurs $\underline{q}_1 = 0.1m$).

La figure (4.9) illustre le comportement de la machine à états représentée par la figure (4.8) avec des conditions sur la force qu'exerce l'utilisateur sur la machine. Cette dernière est supposée sinusoïdale. La phase φ_0 correspond au mode immobile (le seuil de force exigé n'est pas atteint). La seconde phase φ_1 correspond au mode actif à vitesse constante positive, c'est-à-dire à un mouvement de translation concentrique (quadrant $Q_{1,1}$) pour un seuil de force $s_1 = \bar{f}_{p/x} = 20 N$. La phase φ_2 correspond à un mouvement concentrique (quadrant $Q_{1,3}$) pour un seuil de force $\underline{f}_{p/x} = -s_1 = -20 N$.

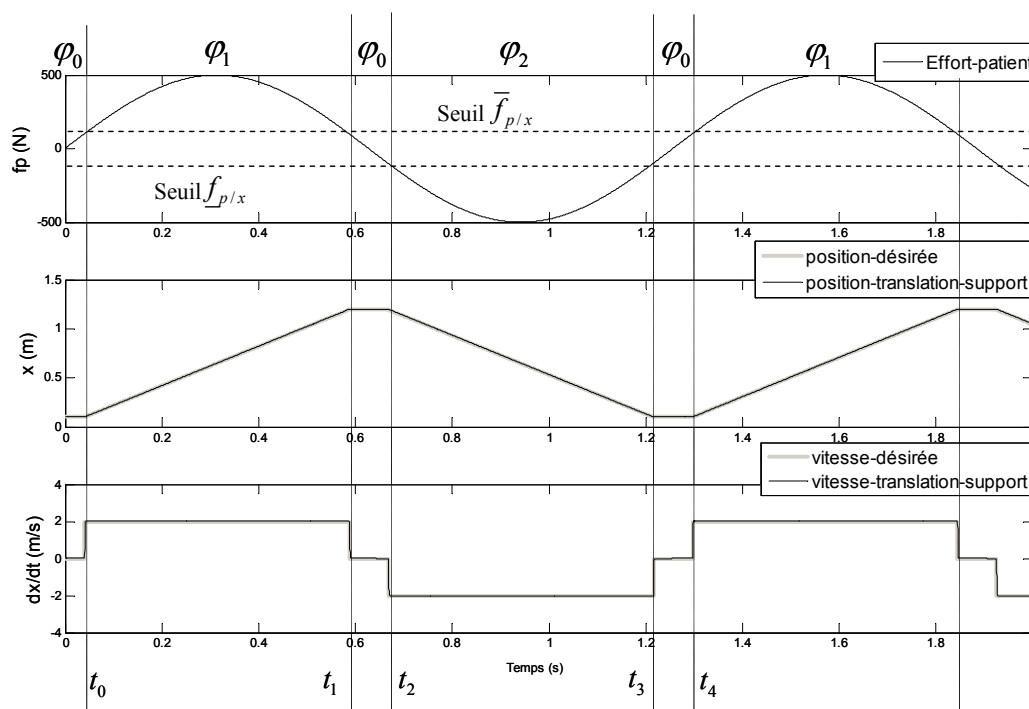


Figure 4.9. Mouvement de flexion-extension isocinétique

4.6.2 Exercices de flexion-extension isotonique

Un exercice isotonique de flexion-extension est décrit par un mouvement à charge imposée qui va s'opposer à l'effort de l'utilisateur. La charge exercée sur le muscle (force imposée) reste constante au cours du mouvement. La résistance isotonique comprend deux phases distinctes : concentrique et excentrique. Chaque phase possède des propriétés physiologiques uniques et séparées et, par conséquent, des bénéfices très différents.

Pour un mouvement de type concentrique, l'utilisateur doit fournir un effort supérieur à la charge pour entraîner le support mobile, sinon le mouvement s'arrête. Pour le mouvement excentrique, le support mobile entraîne le membre inférieur de l'utilisateur qui doit résister en exerçant une force suffisante pour que le mouvement continue. Si la force exercée par le sujet dépasse un seuil, l'appareil s'arrête pour éviter le mouvement dans l'autre sens.

La figure (4.10) illustre un exercice cyclique isotonique avec une charge constante $f_{rv/x}$ et un seuil de force $s_1 = \bar{f}_{p/x}$ décrit par :

- les paramètres initiaux $n = 3$, $q_1(0) = 0,1m$, $\bar{q}_1 = 1m$, $\underline{q}_1 = 0,1m$,
- la séquence : $\{\varphi_0 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_1 : \text{mouvement isotonique concentrique}\} \rightarrow \{\varphi_0 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_2 : \text{mouvement isotonique concentrique}\}$.

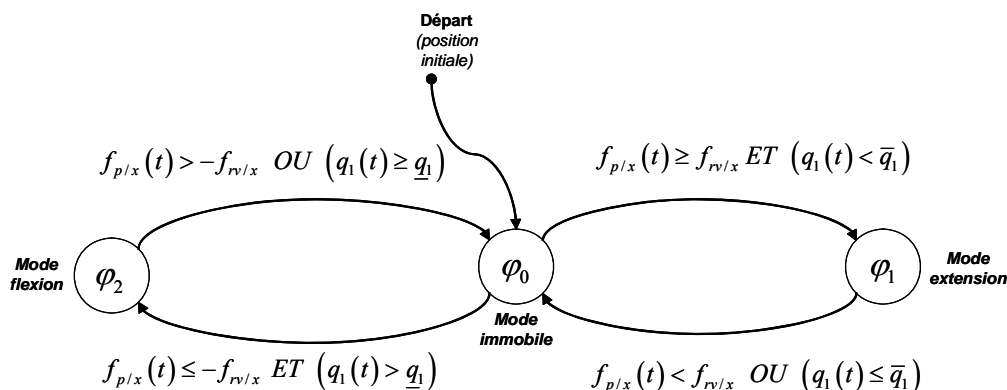


Figure 4.10. Machine à états d'un mouvement de flexion-extension isotonique

La figure (4.11) présente le comportement de la machine à état représenté par la figure (4.10) pour une charge constante $f_{rv/x} = 80 N$. Elle illustre un exercice de flexion-extension isotonique avec un seuil de force $s_1 = \bar{f}_{p/x} = 85 N$. Ce dernier doit être supérieur à la charge imposée pour entraîner le support mobile. Le mouvement est alors de type isotonique concentrique.

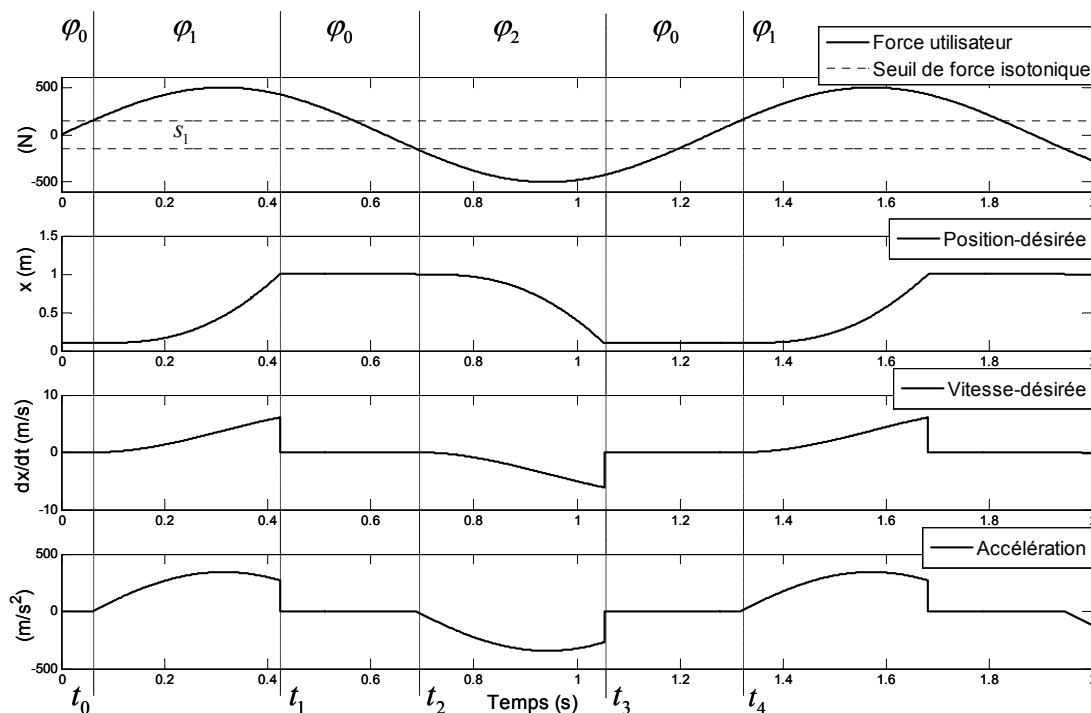


Figure 4.11. Mouvement isotonique sur la machine Sys-Rééduc

4.6.3 Étirement isométrique

Un étirement consiste à solliciter un groupe musculaire à force constante en différents points d'équilibre. Cet exercice permet de travailler la souplesse musculaire ainsi que d'augmenter l'amplitude articulaire, de multiplier les fibres musculaires pour un développement harmonieux du muscle. Il est notamment utilisé pour la prévention des lésions musculaires et tendineuses. Deux types d'étirements peuvent être réalisés : passif ou actif.

Lors d'exercices d'étirements, la machine effectue un mouvement isocinétique à faible vitesse à partir d'une position initiale x_{init} . L'utilisateur applique alors une force s'opposant au mouvement et, lorsque celle-ci atteint un seuil de force préprogrammé s_1 , la machine s'arrête. De plus, dans le cas d'étirement passif, si l'utilisateur augmente son effort (au delà du seuil s_2), la machine effectue un mouvement isocinétique à faible vitesse dans le sens de l'effort appliqué. En contrepartie, lors d'un exercice d'étirement actif, la machine reste immobile quelque soit l'effort appliqué au delà du seuil s_1 .

La figure (4.12) illustre un exercice d'étirement passif décrit par :

- les paramètres initiaux $n = 3$, $q_1(0) = \bar{q}_1$, $\bar{q}_1 = 1m$ et $\underline{q}_1 = 0,1m$;
- la séquence : $\{\varphi_0 : \text{mouvement isocinétique excentrique}\} \rightarrow \{\varphi_1 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_2 : \text{mouvement isocinétique concentrique}\} \rightarrow \{\varphi_1 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_0 : \text{mouvement isocinétique excentrique}\}$.

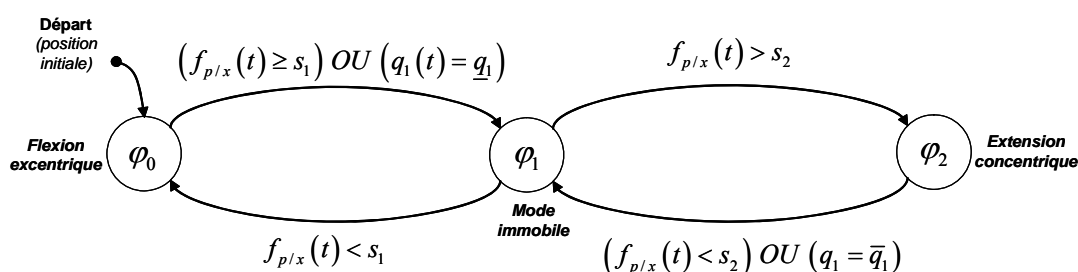


Figure 4.12. Machine à états pour un mouvement d'étirement isométrique

Au démarrage du système, le support mobile est positionné dans un état initial prédéfini. Les états discrets correspondent à :

- la phase φ_0 correspond au mode actif à faible vitesse (négative) où le support mobile effectue un mouvement excentrique à vitesse constante.
- la phase φ_1 est l'état où le support de la machine de rééducation effectue un temps d'arrêt dans sa position courante, à cet instant le membre inférieur subit un étirement isométrique.
- la phase φ_2 est un état où le support mobile de la machine effectue un mouvement d'extension avec une vitesse constante.

Les transitions entre états discrets sont décrit par :

- le passage de la phase φ_0 à la phase φ_1 s'effectue quand l'utilisateur applique un effort $f_{p/x}(t) > s_1$ s'opposant au mouvement ou, si la position courante du support atteint la limite inférieure de l'espace opérationnel $q_1 = \underline{q}_1(m)$.
- le passage de la phase φ_1 à la phase φ_2 s'effectue si la force $f_{p/x}(t)$ est supérieure au seuil s_2 .

- le passage de la phase φ_2 à la phase φ_1 s'effectue lorsque l'utilisateur applique un effort $f_{p/x}(t) < s_2$ ou que la position courante du support mobile a atteint la limite supérieure de l'espace opérationnel ($\bar{q}_1 = 1m$).
- Enfin, le passage de la phase φ_1 à la phase φ_0 qui s'effectue si la force $f_{p/x}(t)$ passe au dessous du seuil s_1 .

Notons qu'afin de garantir une exécution correcte de la séquence, il est nécessaire de choisir $s_2 > s_1$. Ainsi, l'intervalle $[s_1, s_2]$ correspond à une « bande morte » dans laquelle l'étirement peut avoir lieu.

4.6.4 Exercices de flexion-extension à modes combinés

Du fait des fonctions multiples d'un muscle (moteur, stabilisateur et amortisseur de chocs), la phase d'entraînement et de rééducation doit contenir un ensemble de mouvements de rééducation nécessaires pour une récupération rapide du membre lésé et un renforcement musculaire adéquat. En effet, dans de nombreuses activités motrices naturelles, le muscle subit un cycle « étirement-raccourcissement » dans la mesure où, par exemple une contraction concentrique (raccourcissement) est souvent précédée d'une contraction excentrique (étirement). Dans ce cas, des mouvements à modes combinés, intégrant par exemple des phases isotoniques et des phases isocinétiques, peuvent être réalisés afin de solliciter un maximum de groupes musculaires pour différents types de contractions [Albert 97]. Ainsi, par le biais des phases élémentaires proposées, le médecin peut définir tout type de séquences en fonction des besoins relatifs à la pathologie ou aux performances souhaitées du sujet réalisant l'exercice.

4.7 Validation expérimentale de l'approche générique de contrôle-commande proposée

Au cours de ce travail de thèse, le concept d'un nouveau dispositif de rééducation des membres inférieurs en chaîne musculaire fermée, nommé Sys-Réeduc, a été proposé. La partie opérative (mécanique, actionneurs) de celle-ci a été réalisée en partenariat avec le CRITT MDTS de Charleville-Mezière et livrée en décembre 2007. Pour des raisons indépendantes de ce travail de thèse (Appel d'offres, délais de livraison des fournisseurs non respectés, prise en main du matériel difficile...), la machine Sys-Réeduc n'a pu être réalisée dans des délais favorables à sa mise en œuvre et à sa validation expérimentale. Toutefois, afin de valider l'approche de contrôle commande proposée au chapitre 3 et 4, une mise en œuvre de celle-ci est proposée dans la suite de ce chapitre sur un dispositif de rééducation des membres inférieurs en chaîne musculaire ouverte développée précédemment et disponible au CReSTIC : La machine Multi-Iso [Moughamir 99]. Celle-ci est présentée figure (4.13).



Figure 4.13. Machine de rééducation : Multi-Iso.

4.7.1 Modèle dynamique de Multi-Iso et synthèse d'une commande non-PDC

Afin de réaliser la synthèse d'une loi de commande non-PDC assurant le suivi de trajectoire adéquate (cf. chapitre 3), un modèle dynamique de Multi-Iso est nécessaire. La figure (4.14) présente le principe mécanique de la machine Multi-Iso. Il consiste à appliquer un couple, généré par un moteur électrique, au bras mobile. Une structure mécanique à parallélogramme déformable permet de supposer que le couple du moteur $u(t)$ correspond au couple appliqué au niveau des genoux sous l'hypothèse de l'alignement de l'axe de rotation des genoux (noté K dans le plan (y, z)) et de la liaison pivot du bras mobile de Multi-Iso.

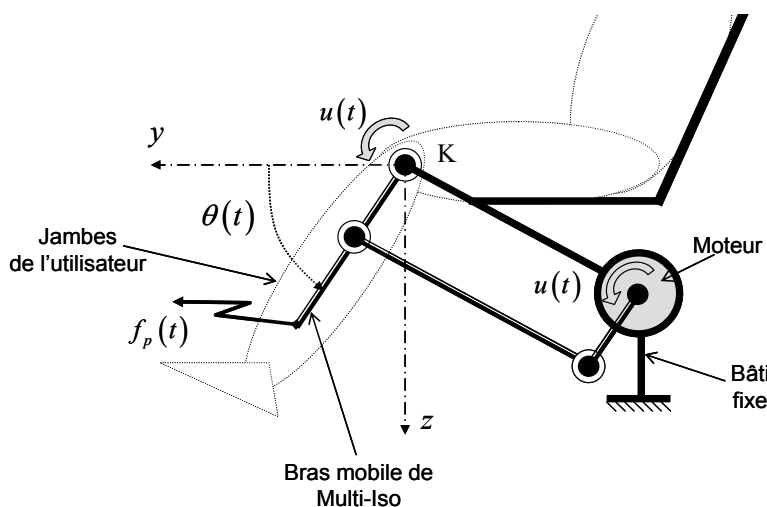


Figure 4.14. Principe mécanique de la machine de rééducation Multi-Iso.

Le modèle dynamique de Multi-Iso est donné par [Moughamir 99]:

$$J_m \ddot{\theta}(t) + (f_m - k |\dot{\theta}(t)|) \dot{\theta}(t) - M_1 \cos \theta(t) - M_2 \sin \theta(t) = u(t) + L \cdot f_p(t) \quad (4.11)$$

où $u(t)$ est le couple moteur, $f_p(t)$ est la force appliquée par l'utilisateur sur le bras de la machine, $\theta(t)$ est la position angulaire du bras par rapport à l'axe horizontal. Les paramètres du modèle sont définis dans le tableau (4.1).

Tableau 4.1. Paramètres du modèle dynamique de la machine Multi-Iso.

Paramètre	Désignation	Valeur	Unité
J_m	Inertie	33.8	kgm^2
f_m	Frottements visqueux	103.6	$N(rad/s)^{-1}$
M_1	Coefficient gravitation	110	Nm
M_2	Coefficient gravitation	31	Nm
L	Longueur du bras	0.5	m
k	Coefficient de Coriolis	70	$Nm(rad/s)^{-1}$

Notons qu'une première étude concernant la commande T-S de Multi-Iso a été proposée [Seddiki 06][Seddiki 07]. Néanmoins, dans cette étude, seule la stabilisation, et non le suivi de trajectoire, a été abordé. De plus, les conditions de stabilité proposées dans [Seddiki 06][Seddiki 07] ne tiennent pas compte du caractère singulier du modèle dynamique (4.11) nécessitent alors la réduction de l'espace opérationnel. En effet, le système (4.11) admet une position singulière en $\theta = 0$, il peut alors être réécrit sous la forme d'un descripteur d'état non linéaire justifiant l'approche proposée au chapitre 3. Ainsi une forme descripteur non linéaire de (4.11) peut être donnée par :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & J_m\theta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ M_1 \cos \theta(t) + M_2 \sin \theta(t) & \theta(t)(k|\dot{\theta}(t)| - f_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \theta(t) \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ L\theta(t) \end{bmatrix} f_p(t) \quad (4.12)$$

Par conséquent, l'approche proposée au chapitre 3 pour la synthèse de la loi de commande sur la base d'un modèle non linéaire sous forme descripteur s'avère adéquate pour la machine Multi-Iso. Il convient alors de réécrire (4.12) sous la forme d'un multimodèle descripteur de type Takagi-Sugeno. Pour ce faire, nous constatons que les non linéarités contenues dans le modèle (4.12) ne sont pas bornées sur \mathbb{R} . Cependant, l'espace opérationnel du bras de la machine est défini par : $\theta \in [0 \ 2\pi/3]$ (rad) et $\dot{\theta} \in [-2\pi \ 2\pi]$ (rad.s⁻¹). Par conséquent, un découpage par secteur non linéaire (cf. chapitre 3, paragraphe 3.2.2) peut-être employé [Morère 01][Tanaka 01]. Le système (4.12) contient les fonctions non linéaires suivantes :

$$f_1(\theta(t)) = \theta(t) \quad (4.13)$$

$$f_2(\theta(t)) = M_1 \cos \theta(t) + M_2 \sin \theta(t) \quad (4.14)$$

$$f_3(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = \theta(t) \left(k |\dot{\theta}(t)| - f_m \right) \quad (4.15)$$

Que l'on peut réécrire telles que :

1)

$$f_1(\theta(t)) = \theta(t) = \bar{\theta} \cdot w_{11}(\theta(t)) + \underline{\theta} \cdot w_{12}(\theta(t)) \quad (4.16)$$

telle que $w_{11}(\theta(t)) = \frac{\theta(t) - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}}$, $w_{12}(\theta(t)) = \frac{\bar{\theta} - \theta(t)}{\bar{\theta} - \underline{\theta}}$ avec $\underline{\theta} = 0 \text{ rad}$ et $\bar{\theta} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$.

2)

$$f_2(\theta(t)) = M_1 \cos(\theta(t)) + M_2 \sin(\theta(t)) = \bar{f}_2 \cdot w_{21}(\theta(t)) + \underline{f}_2 \cdot w_{22}(\theta(t)) \quad (4.17)$$

telle que $w_{21}(\theta) = \frac{(M_1 \cos(\theta) + M_2 \sin(\theta)) - \underline{f}_2}{\bar{f}_2 - \underline{f}_2}$ et $w_{22}(\theta) = \frac{\bar{f}_2 - (M_1 \cos(\theta) + M_2 \sin(\theta))}{\bar{f}_2 - \underline{f}_2}$

avec $\bar{f}_2 = -\underline{f}_2 \approx 114,28$.

3)

$$f_3(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = \theta(t) \left(k |\dot{\theta}(t)| - f_m \right) = \bar{f}_3 \cdot w_{31}(\theta, \dot{\theta}) + \underline{f}_3 \cdot w_{32}(\theta, \dot{\theta}) \quad (4.18)$$

telle que $w_{31}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{\theta(k|\dot{\theta}| - f_m)}{\bar{\theta} f_m}$, $w_{32}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{\bar{\theta}(k\bar{\theta} - f_m) - \theta(k|\dot{\theta}| - f_m)}{\bar{\theta} f_m}$ avec

$\bar{f}_3 = \bar{\theta}(k\bar{\theta} - f_m)$, $\underline{f}_3 = -f_m \bar{\theta}$, $\underline{\theta} = 0 \text{ rad}$ et $\bar{\theta} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ et $\bar{\dot{\theta}} = -\underline{\dot{\theta}} = 2\pi(\text{rad.s}^{-1})$.

Ainsi, en considérant (4.16), (4.17) et (4.18), un multimodèle T-S représentant exactement le descripteur non linéaire (4.12) peut être donné par :

$$\sum_{k=1}^2 w_{1k}(\theta) E_k \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^8 h_i(\theta, \dot{\theta}) (A_i x(t) + B_i u(t) + H_i \varphi(t)) \quad (4.19)$$

où $x(t) = [\theta(t), \dot{\theta}(t)]^T$ est le vecteur d'état du système et :

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & J_m \bar{f}_1 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & J_m \underline{f}_1 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \bar{f}_2 & \bar{f}_3 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \underline{f}_2 & \underline{f}_3 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \bar{f}_2 & \bar{f}_3 \end{bmatrix}, \\
 A_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \underline{f}_2 & \underline{f}_3 \end{bmatrix}, \quad A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \bar{f}_2 & \bar{f}_3 \end{bmatrix}, \quad A_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \underline{f}_2 & \underline{f}_3 \end{bmatrix}, \quad A_7 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \bar{f}_2 & \bar{f}_3 \end{bmatrix}, \quad A_8 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \underline{f}_2 & \underline{f}_3 \end{bmatrix}, \quad B_{1,4} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{f}_1 \end{bmatrix}, \\
 B_{5,8} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{f}_1 \end{bmatrix}, \quad H_{1,4} = \begin{bmatrix} 0 \\ L\bar{f}_1 \end{bmatrix}, \quad H_{5,8} = \begin{bmatrix} 0 \\ L\underline{f}_1 \end{bmatrix}, \quad v_1(\cdot) = w_{11}(\cdot) = 1 - v_2(\cdot), \quad h_1(\cdot) = w_{21}(\cdot)w_{31}(\cdot), \\
 h_2(\cdot) &= w_{22}(\cdot)w_{31}(\cdot), \quad h_3(\cdot) = w_{21}(\cdot)w_{32}(\cdot), \quad h_4(\cdot) = w_{22}(\cdot)w_{32}(\cdot), \quad h_5(\cdot) = w_{21}(\cdot)w_{31}(\cdot), \\
 h_6(\cdot) &= w_{22}(\cdot)w_{31}(\cdot), \quad h_7(\cdot) = w_{21}(\cdot)w_{32}(\cdot) \text{ et } h_8(\cdot) = w_{22}(\cdot)w_{32}(\cdot).
 \end{aligned}$$

La synthèse d'une loi de commande de type non-PDC (cf. chapitre 3, équation (3.21)) est réalisée en résolvant, par le biais de la boîte à outils Matlab LMI toolbox [Gahinet 95], les conditions décrites au théorème 2. Dans ce cas, la loi de commande non-PDC suivante garanti la stabilité en suivi de trajectoire :

$$u(t) = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^8 v_k h_i K_{ik} Z_{11}^{-1} (x(t) - x_r(t)) \quad (4.20)$$

tel que : $x_r(t)$ est la trajectoire de référence.

avec : $K_{11} = 10^6 [-0.0062 \quad 1.2134]$, $K_{12} = 10^5 [-0.0161 \quad 2.8368]$, $K_{21} = 10^6 [-0.0061 \quad 1.2071]$, $K_{22} = 10^5 [-0.0152 \quad 2.7714]$, $K_{31} = 10^6 [-0.0054 \quad 1.0878]$, $K_{32} = 10^6 [-0.0072 \quad 1.5058]$, $K_{41} = 10^6 [-0.0053 \quad 1.0861]$, $K_{42} = 10^5 [-0.0064 \quad 1.4514]$, $K_{51} = 10^6 [-0.0203 \quad 3.8348]$, $K_{52} = 10^5 [-0.0580 \quad 9.3124]$, $K_{61} = 10^6 [-0.0200 \quad 3.8395]$, $K_{62} = 10^5 [-0.0529 \quad 8.9302]$, $K_{71} = 10^6 [-0.0160 \quad 3.2576]$, $K_{72} = 10^5 [-0.0236 \quad 5.0503]$, $K_{81} = 10^6 [-0.0155 \quad 3.2290]$, $K_{82} = 10^5 [-0.0164 \quad 4.2474]$, $Z_{11} = \begin{bmatrix} -0.4936 & -0.7351 \\ -0.7351 & 45.4864 \end{bmatrix}$ et la performance H_∞ donnée par le taux d'atténuation $\eta = 10$.

4.7.2 Trajectoire de consigne

La synthèse de la loi de commande assurant le suivi de trajectoire du dispositif de rééducation Multi-Iso perturbé ayant été réalisée, il convient maintenant de définir un générateur de consigne adéquat. Notons que celui-ci reprend le principe de fonctionnement décrit précédemment pour la machine Sys-Réeduc et a été proposé dans [Seddiki 07]. La trajectoire de consigne choisie pour la validation de l'approche de contrôle-commande est un exercice isocinétique. La succession de ses phases élémentaires est présenté figure (4.15) et comprend les conditions suivantes :

- les paramètres initiaux $n = 3$, $\theta_1(0) = 0$, $\bar{\theta} = 2\pi/3$ et $\underline{\theta} = 0$;

- la séquence : $\{\varphi_0 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_1 : \text{mouvement isocinétique concentrique à vitesse } \alpha_e\} \rightarrow \{\varphi_0 : \text{phase d'arrêt}\} \rightarrow \{\varphi_2 : \text{mouvement isocinétique concentrique à vitesse } \alpha_c\}$.

Tel que :

- la phase φ_0 est l'état où la machine de rééducation doit rester immobile dans sa position courante.
- la phase φ_1 est l'état où la machine de rééducation effectue un mouvement de montée isocinétique de son bras mobile avec une vitesse angulaire constante α_e ($rad.s^{-1}$). Le mouvement des membres inférieurs réalisé correspond alors à l'extension de l'articulation des genoux dans le plan sagittal.
- le bras mobile de la machine effectue un temps d'arrêt dans sa position courante durant la phase φ_0 .
- la phase φ_2 est l'état où la machine de rééducation effectue un mouvement de descente isocinétique de son bras mobile avec une vitesse angulaire constante α_c ($rad.s^{-1}$). Le mouvement des membres inférieurs réalisé correspond alors à la flexion de l'articulation des genoux dans le plan sagittal.

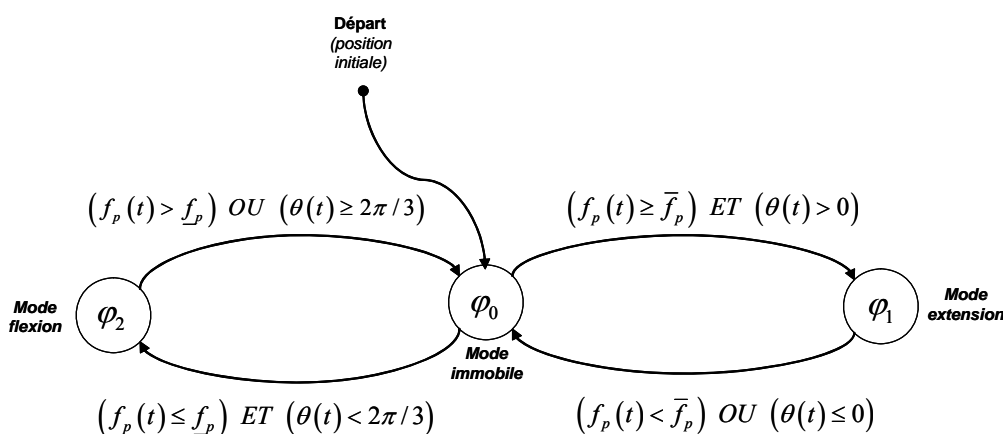


Figure 4.15. Machine à états d'un mouvement isocinétique de la machine Multi-Iso.

Le passage d'une phase à l'autre est régi par des règles de transitions qui dépendent de la force appliquée par l'utilisateur sur le bras mobile ainsi que de sa position courante :

- au démarrage du système, le mode d'arrêt est activé.
- le passage de la phase φ_0 à la phase φ_1 s'effectue si la force de l'utilisateur $f_p(t)$ est supérieure à un seuil \bar{f}_p prédéterminé par le thérapeute et si la position courante du bras mobile n'a pas atteint (ou éventuellement dépassé) la limite inférieure de l'espace opérationnel ($\theta = 0$).

- le passage de la phase φ_1 au mode d'arrêt s'effectue si la force $f_p(t)$ passe sous le seuil \bar{f}_p (après avoir été supérieure à ce seuil) ou si la position courante du bras mobile a atteint la limite inférieure de l'espace opérationnel (correspondant à l'extension maximum des membres inférieurs fixée à $\theta = 0$). Ainsi, l'intégrité physique de l'utilisateur est respectée en écartant les possibilités d'hyper-extension de l'articulation du genou.
- le passage du mode d'arrêt (phase φ_0) à la phase φ_2 s'effectue si la force $f_p(t)$ est inférieure à un seuil \underline{f}_p et que la position courante du bras mobile n'a pas atteint la limite supérieure de l'espace opérationnel ($\theta = 2\pi/3$).
- le passage de la phase φ_2 au mode d'arrêt s'effectue si la force $f_p(t)$ passe au dessus du seuil \underline{f}_p (après avoir été inférieure à ce seuil) ou si la position courante du bras mobile a atteint la limite supérieure de l'espace opérationnel (correspondant à la flexion maximum autorisée pour les membres inférieurs $\theta = 2\pi/3$). Ainsi, l'intégrité physique de l'utilisateur est respectée en écartant les positions contraignantes en hyper-flexion de l'articulation du genou.

4.7.3 Résultats de simulation

La figure (4.16) décrit les résultats de la simulation d'un mouvement de flexion-extension du membre inférieur. Les paramètres de génération de la trajectoire peuvent être fixés au préalable par le corps médical afin de répondre à des besoins de rééducation spécifiques et adaptés à la pathologie d'un patient donné. Ils sont ici fixés tels que les seuils d'activation des mouvements isocinétiques correspondent à $\bar{f}_p = -\underline{f}_p = 80 N$ avec des vitesses de montées et descentes du bras mobile de $\alpha_e = -\alpha_c = \pi/3 \text{ rad.s}^{-1}$. Les phases de la simulation présentée correspondent à la séquence suivante :

- la position angulaire initiale de la machine est $\theta_0 = \pi/9$.
- à partir de $t = 0 s$, l'utilisateur applique un effort positif signifiant sa volonté d'entreprendre une extension des membres inférieurs. Tant que cet effort ne dépasse pas le seuil \bar{f}_p , le bras reste immobile (phase φ_0).
- à partir de $t_0 = 0,1 s$, la force $f_p(t)$ dépasse le seuil \bar{f}_p et le bras mobile effectue un mouvement de montée isocinétique à la vitesse α_e (phase φ_1 , extension des membres inférieurs).
- à partir de $t_1 = 0,43 s$, la force $f_p(t)$ passe sous le seuil \bar{f}_p et reste supérieur au seuil \underline{f}_p jusqu'à $t_2 = 0,6 s$. Durant cette phase, l'utilisateur signifie sa volonté d'effectuer un mouvement isocinétique dans le sens opposé au précédant. Le bras reste immobile (phase φ_0) pendant un court instant (jusqu'à ce que la force appliquée passe sous le seuil \underline{f}_p).

- à partir de $t_2 = 0,6 s$, la force $f_p(t)$ passe sous le seuil \bar{f}_p et le bras mobile effectue un mouvement de descente isocinétique à la vitesse α_c (phase φ_2 , flexion des membres inférieurs).

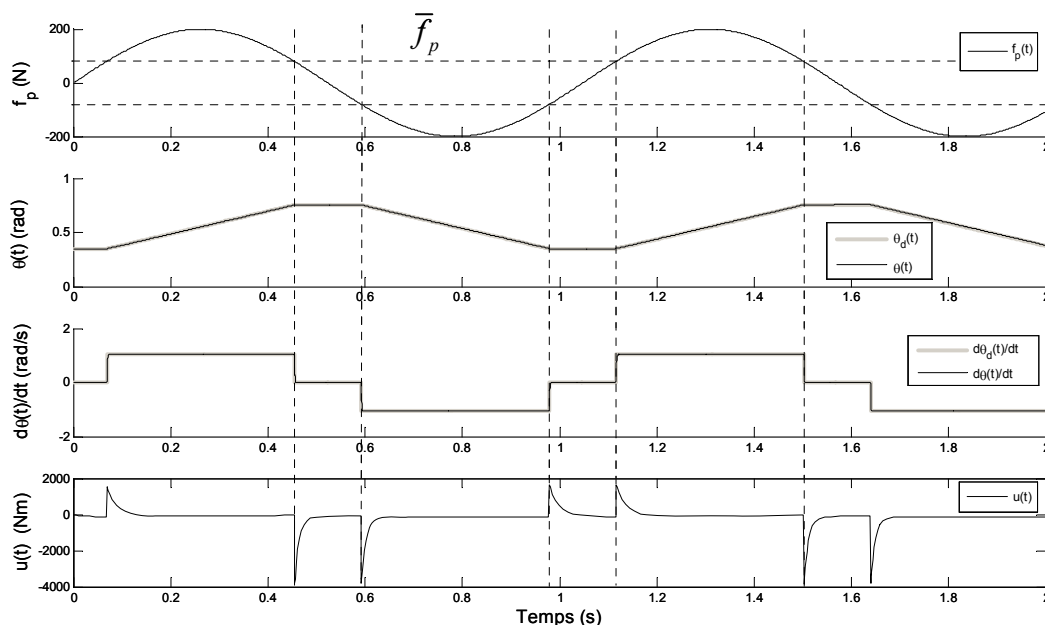


Figure 4.16. Simulation du système global incluant l'étage de génération de consigne de la machine Multi-Iso.

4.7.4 Validation expérimentale

La commande en temps réel a été réalisée sous l'environnement xPC Target® de Matlab®. La fréquence d'échantillonnage utilisée pour la communication en temps réel est de $1ms$. Les seuils de commutation \bar{f}_p et \underline{f}_p sont fixés respectivement à $100N$ et $-100N$. Les vitesses de montée et descente isocinétique sont fixées telles que $\alpha_c = -\alpha_e = \pi/3 \text{ rad.s}^{-1}$. Notons que pour des raisons de précaution, l'utilisateur étant placé sur un prototype expérimental, l'espace opérationnel est réduit de telle sorte que $\theta \in [\pi/9 \quad \pi/2] \text{ (rad)}$. Les mouvements réalisés par l'utilisateur consistent à tester le passage d'une phase à l'autre en réalisant une succession d'efforts appliqués sur le bras mobile. Ceux-ci reprennent le fonctionnement décrit par la machine à états discrets présentée précédemment (cf. figure 4.15).

Les résultats expérimentaux, présentés à la figure (4.17) sont conformes à ceux obtenus en simulation. Ils permettent de vérifier l'exécution du mouvement isocinétique imposé par le générateur de consigne en fonction de l'effort appliqué par l'utilisateur sur le bras mobile. On constate que le suivi de trajectoire est assuré tout en atténuant l'effort de l'utilisateur par l'étage de commande continu. Toutefois, on remarque que l'allure du signal de vitesse mesuré présente des fluctuations autour de la vitesse désirée. En effet, cette mesure correspond à la vitesse réelle de l'axe du moteur et non à celle du bras mobile. Ainsi, ces fluctuations sont absorbées par le système d'entraînement mécanique et ne sont donc pas ressenties par l'utilisateur. Par ailleurs, la dynamique de la loi de commande proposée étant importante, du fait du critère H_∞ , le signal $u(t)$ est sensible aux bruits de mesure et présente également des fluctuations. Cependant, celles-ci n'affectent pas la qualité du mouvement dans la mesure où ce bruit est absorbé par la constante de temps de l'ensemble motoréducteur.

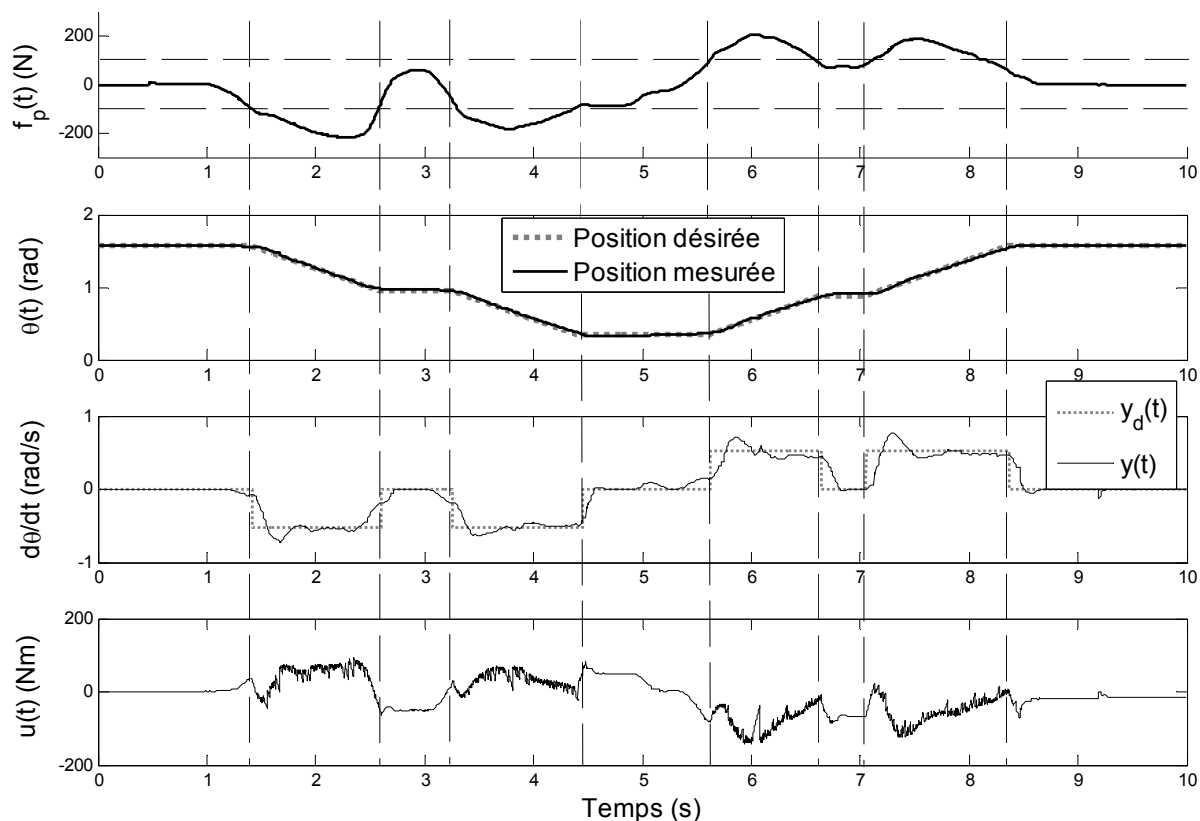


Figure 4.17. Validation expérimentale de la structure de contrôle-commande proposée.

4.8 Conclusion

Au cours de ce chapitre, la formalisation du générateur de consigne pour Sys-Réeduc a été proposée. Ainsi, les différents types de mouvement ont été exprimés de manière à définir des phases élémentaires paramétrables par les cliniciens qui leurs permettront de définir les entraînements adaptés à chaque utilisateur. En effet, afin de permettre la conduite volontaire du mouvement par l'utilisateur, un générateur de consignes, basé sur un automate à états discrets, a été proposé. Celui-ci permet au système mécanique de se mouvoir si et seulement si l'action de l'utilisateur est supérieure à un seuil. Les paramètres de génération de la consigne peuvent être fixés au préalable par les thérapeutes afin de répondre à des besoins de rééducation spécifiques et adaptés à la pathologie de chaque patient. Ils correspondent ici aux efforts minimaux que doivent appliquer les utilisateurs afin de mettre en mouvement la machine de rééducation ainsi qu'à des contraintes liées aux mouvements du dispositif garantissant son utilisation en toute sécurité. La génération de trajectoires ayant été présentée, une validation expérimentale de l'approche de contrôle-commande proposée au cours de cette thèse, implanté au sein d'un banc d'essai expérimental disponible au CReSTIC, a montré la faculté du système de rééducation à suivre une trajectoire imposée à l'utilisateur. La stabilité sur l'ensemble de l'espace opérationnel confère à la machine un caractère sécuritaire dès lors qu'elle permet d'écarter tout mouvement imprévisible de la machine.

Conclusion et perspectives

L'objectif de ce travail de recherche était la conception et la commande d'un nouveau dispositif de rééducation des membres inférieurs. Au terme d'une étude d'antériorité sur les techniques et les outils de rééducation des membres inférieurs présentés au premier chapitre de ce manuscrit, il est apparu que la réalisation d'un dispositif robotisé de rééducation et d'entraînement en chaîne musculaire fermée (CMF) s'avère pertinente. En effet, ce type d'entraînement, bien que complémentaire aux exercices en chaîne musculaire ouverte (CMO), comporte de nombreux avantages puisqu'il se rapproche du type de contractions les plus fréquentes lors de tâches quotidiennes (marche, levé de chaise, etc.). De plus les exercices en CMF contribuent à la diminution des douleurs articulaires pendant et après l'exercice physique puisque, contrairement aux exercices en CMO, ils permettent l'équilibre des tensions musculo-tendineuses du complexe articulaire ciblé.

Au cours du second chapitre, il a été établi que pour un exercice d'entraînement et/ou de rééducation en CMF, le système mécanique/biomécanique que constitue les membres inférieurs en interaction avec le dispositif robotisé doit former une chaîne cinématique fermée. En effet, il est communément admis en biomécanique et en physiologie qu'un exercice de rééducation et/ou d'entraînement en CMF du membre inférieur s'effectue le pied en appui sur un support (contrairement aux exercices en CMO où le pied est libre). Fort de ces constatations, une structure cinématique de la nouvelle machine, nommée Sys-Rééduc, a été proposée et la réalisation mécanique d'un premier prototype a pu être entreprise en partenariat avec le CRITT-MDTS de Charleville-Mézières (voir figure 2.11, chapitre 2).

La contribution de ce travail de thèse ne se limite pas à la conception mécanique du système Sys-Rééduc. En effet, le développement d'un tel dispositif nécessite l'étude de sa partie commande qui constitue le cœur de métier de l'équipe Automatique et Systèmes Hybrides du CReSTIC au sein de laquelle se sont déroulés ces travaux. Ainsi, une approche générique de contrôle-commande a été proposée pour les machines de rééducation. Cette dernière répond aux exigences posées en termes de sécurité pour l'utilisateur qui sont :

- garantir la stabilité du système sur l'ensemble de son espace de fonctionnement.
- tenir compte de l'interaction du dispositif robotisé avec l'utilisateur tout en lui permettant une conduite par action volontaire.

L'architecture de contrôle-commande proposée est composée de deux étages. L'idée est de garantir le suivi de trajectoire générée par l'action volontaire de l'utilisateur. Ainsi, le premier étage assure la stabilité en suivi de trajectoire du système (dispositif robotisé + utilisateur) tout en atténuant les efforts de l'utilisateur sur la réalisation de celle-ci. Le second étage doit quant à lui permettre la conduite volontaire du dispositif par l'utilisateur via un générateur de consigne utilisant la mesure de ses interactions avec le dispositif de rééducation.

La synthèse d'une commande H_∞ assurant le suivi de trajectoire ainsi que l'atténuation des perturbations externes que représentent les efforts appliqués par l'utilisateur sur la machine a fait l'objet du troisième chapitre. Le modèle dynamique de Sys-Rééduc étant non linéaire, le choix s'est porté sur la synthèse d'une commande floue de type Takagi-Sugeno (T-S) [Takagi 85]. En effet, ce type de multimodèles T-S présente l'intérêt d'étendre les théories de la commande linéaire aux systèmes non linéaires par le biais de la résolution d'un ensemble d'inégalités linéaires matricielles (LMI) [Boyd 94]. D'autre part, pour les systèmes mécaniques à inerties variables tels que Sys-Rééduc, une réécriture du modèle dynamique sous forme descripteur d'état permet de faciliter la résolution de ces inégalités matricielles

[Guelton 03]. Ainsi, la contribution théorique principale de ce travail de thèse a consisté en la proposition d'une méthodologie de synthèse de loi de commande non linéaire garantissant la stabilité en suivi de trajectoire pour la classe des systèmes dynamiques représentés par des multimodèles de type T-S sous forme descripteur. La difficulté de ce type d'approche consiste en l'obtention d'un ensemble de conditions LMI pouvant être résolu par les outils classiques de l'optimisation convexe [Gahinet 95]. Ainsi, une première approche a été proposée par le biais d'une fonction candidate de Lyapunov quadratique. Néanmoins, les conditions de stabilité apportées par cette approche sont conservatives puisque la recherche d'une matrice de Lyapunov commune à l'ensemble des modèles locaux du multimodèle T-S considéré restreint l'ensemble des solutions du problème LMI. De plus, ce conservatisme ne permet pas de garantir l'obtention d'une performance H_∞ optimale lorsqu'une solution existe. Afin de relâcher les conditions LMI, une approche non quadratique, basée sur l'utilisation d'une fonction candidate de Lyapunov floue a été proposée. Toutefois, cette approche comporte un inconvénient majeur puisqu'elle nécessite la connaissance, à priori, des valeurs des bornes inférieures des dérivées temporelles des fonctions d'appartenances dont l'obtention est délicate lors d'une application à un système physique. Afin de remédier à ce problème, un compromis entre l'approche quadratique et non quadratique a été proposé selon une idée reprise pour la synthèse de loi de commande des systèmes descripteurs proposée par [Guerra 07]. La méthodologie de synthèse de loi de commande ayant été présentée, une simulation numérique du système Sys-Rééduc a montré l'efficacité de l'approche proposée pour le suivi d'une trajectoire isocinétique représentant les capacités maximales de la machine.

L'étape de génération de consigne permettant à l'utilisateur de réaliser des mouvements volontaires suivant des protocoles d'entraînement et/ou de rééducation spécifiques a été présenté au chapitre 4. La réalisation de mouvements complets de rééducation a été considérée comme une succession de phases élémentaires déclenchées par des actions spécifiques de l'utilisateur (dépassement de seuils de forces, etc.). Ainsi, les différents types de mouvements ont été exprimés de manière à définir des phases élémentaires qui permettront aux cliniciens de paramétrer les entraînements adaptés à chaque utilisateur (isocinétique, isotonique, etc.). Par ailleurs, il a été mis en évidence que le dispositif Sys-Rééduc permet le renforcement musculaire selon l'ensemble des modes contractiles réalisables par les membres inférieurs, à savoir : (Flexion, extension) et/ou (Rotation interne, externe) / concentrique ou excentrique. Le dispositif Sys-Rééduc dispose donc d'un panel important de mouvements spécifiques de renforcement musculaire. Des machines à états, spécifiques aux protocoles de rééducation définis, ont été proposées afin de coordonner l'ensemble des phases élémentaires. Notons que les paramètres de génération de la consigne peuvent être fixés au préalable par les thérapeutes afin de répondre à des besoins de rééducation spécifiques et adaptés à la pathologie de chaque patient. Ces paramètres correspondent notamment aux efforts minimaux que doivent appliquer les utilisateurs afin de mettre en mouvement la machine de rééducation ainsi qu'à des contraintes liées aux mouvements du dispositif garantissant son utilisation en toute sécurité.

La génération de trajectoires ayant été présentée, une validation expérimentale de l'approche globale de contrôle commande proposée au cours de cette thèse s'avère nécessaire. Notons que pour l'heure, la nouvelle machine Sys-Rééduc n'est pas encore disponible pour une validation expérimentale. Néanmoins, l'application de l'approche globale de contrôle-commande proposée a été présentée sur la machine de rééducation en CMO Multi-Iso disponible au CReSTIC (cf. figure 1.20, chapitre 1). Un protocole de rééducation isocinétique a été traduit sous forme de machine à état et la structure de commande proposée a été implantée dans l'environnement temps réel de Matlab xPc-Target. Des tests expérimentaux

ont alors confirmé le fonctionnement sécuritaire du système et la bonne exécution des trajectoires isocinétique déclenchées par l'action de l'utilisateur sur la machine.

Les perspectives de ce travail de thèse sont nombreuses. Bien entendu, à court terme, le développement du premier prototype de Sys-Rééduc devra être achevé. Pour cela, la structure de commande devra être implantée dans un environnement temps réel pour Sys-Rééduc. Des tests en situations réelles permettront alors de valider l'approche de commande proposée et des essais sur sujets volontaires permettront de finaliser la mise au point du nouveau prototype.

Par ailleurs, une interface homme-machine ergonomique permettant aux utilisateurs d'accéder à l'ensemble des paramètres accessibles pour la définition des séries d'entraînements devra être réalisée. Le logiciel comportera alors une base de données qui permettra de recueillir l'ensemble des informations mesurées lors des entraînements (force développée, vitesse...). L'ensemble de ces informations permettra donc aux cliniciens de maîtriser l'historique des informations afin d'assurer un suivi longitudinal du sujet. Ce suivi permettra ainsi de vérifier les progrès effectués par le sujet mais aussi d'adapter en conséquence les traitements proposés.

Bien entendu le développement d'une nouvelle machine de rééducation ne se limite pas à sa mise au point. Le cas échéant, des modifications structurelles du prototype devront être réalisées afin de permettre des études cliniques qui valideront l'efficacité de Sys-Rééduc en termes de rééducation et/ou d'entraînement. En effet, l'utilisation d'un prototype pour des expérimentations sur une population d'utilisateurs nécessite une autorisation accordée suite à un avis donné par exemple par le Comité Consultatif National d'Éthique⁸ dont les critères sont souvent très stricts en termes de sécurité d'utilisation (accessibilité, manœuvrabilité, etc.). Ce n'est qu'alors qu'une batterie de tests cliniques pourront être entrepris. Tout d'abord, l'évaluation de l'augmentation des performances musculaires d'une population de sujets sains au cours d'un protocole d'entraînement étalé sur plusieurs mois devra être réalisé. La moitié de cette population effectuera ses entraînements sur Sys-Rééduc et l'autre moitié sur une machine d'entraînement en CMO. Cette étude permettra non seulement de confirmer le gain en termes de performance et de renforcement musculaire apporté par Sys-Rééduc mais aussi de réaliser une étude comparative des deux techniques de rééducation en CMO et CMF.

Par ailleurs, de nouveaux protocoles de rééducation pourront être imaginés en concertation étroite avec les experts médicaux. Par exemple, nous pourrions tirer parti des caractéristiques géométriques de Sys-Rééduc. En effet, la présence de deux structures robotisées identiques mais indépendantes et dédiées à chacun des deux membres inférieurs permettra d'imaginer de nouveaux protocoles de rééducation, par exemple pour les patients atteints d'hémiplégie. Ces derniers souffrent d'une déficience motrice latéralisée se manifestant par une diminution des performances du membre atteint par rapport au membre sain. Ainsi, un protocole de symétrisation pourrait consister en la réalisation de séries d'exercices qui conduirait le membre lésé à suivre les mouvements réalisés par le membre sain avec une augmentation progressive de la difficulté. Une étude clinique pourra alors être entamée en comparant les performances obtenues par une population saine à celles obtenue par une population de sujets pathologiques.

D'autre part, il ne faut pas perdre de vue que ce travail s'inscrit dans le cadre du projet régional « CPER SYS-REEDUC ». Par conséquent, l'une des priorités sera également l'intégration des travaux réalisés par les différents partenaires du projet. Ainsi, via les mesures

⁸ CNNE, <http://www.cene-ethique.fr/>

effectuées lors d'entraînements sur la machine Sys-Rééduc, la mise en œuvre du simulateur virtuel de l'articulation du genou proposé par l'équipe « Signal Image et Connaissance » du CReSTIC permettra de fournir aux praticiens des informations relatives à la cinématique du mouvement mais aussi d'affiner les trajectoires des mouvements à réaliser de manière spécifique et adaptée à chaque utilisateur. D'autre part, les modèles biomécaniques réalisés au cours des travaux de nos partenaires du projet permettront une évaluation des efforts articulaires et notamment des couples moteurs réalisés par le sujet et qui peuvent être considérés comme un signal émis par le système nerveux central pour la réalisation d'une tâche particulière. De plus, en associant à l'instrumentation disponible sur Sys-Rééduc un système de mesure électromyographique (EMG), il serait également possible d'évaluer de manière précise, et en complément de l'estimation des couples articulaires, les influences de chaque muscle ou groupes musculaires sur la réalisation du mouvement. L'étude de ces couples moteurs associés à celle des enregistrements EMG permettrait alors une meilleure compréhension des pathologies rencontrées.

D'un point de vue théorique, les approches proposées pour le suivi de trajectoire des multimodèles T-S descripteurs ne se limitent pas à la seule application aux machines de rééducation. En effet, les conditions de stabilité sont données sous forme de LMI et sont génériques vis-à-vis de la classe des systèmes dynamiques non linéaires considérée. Par ailleurs, il pourrait être intéressant d'introduire, au sein des conditions de stabilité, des contraintes permettant de limiter les entrées des systèmes dynamiques de manière à ne pas saturer les actionneurs. De même, les contraintes sur les sorties permettraient de restreindre l'espace opérationnel des systèmes selon les exigences imposées par la sécurité de son utilisation. Les perspectives dans ce domaine foisonnent et concernent, outre l'élargissement des classes de systèmes considérés (systèmes incertains, systèmes à retard, etc.), la diminution du conservatisme inhérent à la résolution de problèmes LMI. Ainsi, dans cette thèse, des conditions non quadratiques ont été proposées afin de relâcher les conditions LMI. Néanmoins, un inconvénient de ces approches a été soulevé puisqu'il nécessite la connaissance a priori de paramètres difficilement accessible dans le cadre d'applications concrètes. Une des pistes importantes pourraient alors être de rechercher des conditions non quadratiques qui permettraient de s'affranchir de la connaissance de ces paramètres. Notons par ailleurs que, les approches non quadratiques employées au cours de cette thèse ne sont valables que pour les systèmes non linéaires de classe C^1 . Une autre piste pourrait alors également être la recherche de conditions non quadratiques pour des systèmes non linéaires de classe C^0 voir même, des systèmes comportant des discontinuités telles que les systèmes à commutations. L'objectif étant la généralisation des résultats à la plus large classe de systèmes possibles.

Références personnelles

Publications relatives aux travaux de thèse

- [1] **L. Seddiki, K. Guelton, et J. Zaytoon**, "*Suivi de trajectoire d'un dispositif de rééducation des membres inférieurs*", Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA'08, Bucarest, Roumanie, septembre 2008.
- [2] **L. Seddiki, K. Guelton, S. Moughamir, B. Mansouri, J. Zaytoon**, "*Modélisation T-S et commande H-infini d'une machine de rééducation des membres inférieurs*", JESA, n° spécial « Robotique et Handicap » vol 41, pp. 199-218, 2007.
- [3] **L. Seddiki, K. Guelton, S. Leteneur, J. Zaytoon**, "*Concept and simulation of "Sys-Réeduc": closed muscular chain lower limbs rehabilitation device*", International Conference On Rehabilitation Robotics IEEE ICORR'07, Noordwijk, the Netherlands, June 13-15, 2007.
- [4] **L. Seddiki, K. Guelton, B. Mansouri, J. Zaytoon**, "*H-infinity Takagi-Sugeno fuzzy control of a lower limbs rehabilitation device*", International Conference On Control Application IEEE CCA, Munich ,Germany, pp. 927-932, 4-6 October 2006.
- [5] **L. Seddiki, K. Guelton, B. Mansouri, J. Zaytoon**, "*Commande H-infini d'une machine de rééducation des membres inférieurs basée sur une modélisation floue T-S*", Rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications, LFA 2006, Toulouse, pp. 239-246, Octobre 2006.
- [6] **L. Seddiki, K. Guelton, L. Afilal, J. Zaytoon**, "*A 6 degrees of freedom kinematical model of the knee for the design of a new rehabilitation device*", 3rd IFMBE European Medical and Biological Engineering Conference EMBEC'05. Prague, République Tchèque, n° 2134, 20-25 Novembre 2005.

Publications relatives aux travaux de DEA

- [1] **L. Seddiki, A. Rabhi, N.K. M'Sirdi, Y. Delanne**, "*Analyse comparative des modèles de contact pneu chaussée*", e-STA, n° spécial « modélisation et identification », vol. 3, 1, 2006. (article sélectionné à CIFA'06).
- [2] **L. Seddiki, A. Rabhi, N.K. M'Sirdi, Y. Delanne**, "*Analyse comparative des modèles de pneumatiques, contact roue-sol*", Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA'06, Bordeaux, 30-31 mai et 1er juin 2006.

Références bibliographiques

A

- Afilal 05. Afilal, L.e., N. Manamanni, S. Moughamir, J. Zaytoon. "*Méthode et système de personnalisation d'un appareil d'exercices physiques.*" Brevet n° 2870134, 18 novembre 2005, 22 pages, France.
- Agnesina 06. Agnesina, G., R. Taiar, W. Bertucci, A. Lodini, "*Model of the knee for understanding the squat movement biomechanics.*" Proceeding of the IFAC Symposium on Modelling and Control in Biomedical Systems, Reims, 2006.
- Alazard 99. Alazard, D., C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, G. Ferreres. "*Robustesse et commande optimale.*" Cepaduc, 1999.
- Albert 97. Albert, M., "*Entraînement musculaire et isocinétisme excentriques, en pratique sportive et en rééducation.*" Traduction d'Eric Viel. Edition Paris, Masson, 1997.
- Allard 00. Allard, P., J.P. Blanchi. "*Analyse du mouvement humain par la biomécanique.*" 2ème édition, Décarie Ed., Montréal, 2000.
- Anaes 01. Anaes. "*Les appareils d'isocinétisme en évaluation et en rééducation musculaire: intérêt et utilisation.*" Agence National d'Accréditation et d'Evaluation en Santé, février 2001.
- Arino 08. Arino, C.V.L., "*Relaxed LMI conditions for control of nonlinear Takagi-Sugeno models.*" thèse de doctorat, Université polytechnique de Valencia, Espagne, 2008.
- Armand 07. Armand, S., E. Watelain, E. Roux, M. Mercier, F-X. Lepoutre. "*Linking clinical measurement and kinematic gait patterns of toe-walking using fuzzy decision trees.*" Gait & Posture, vol. 25, pp.475-484, 2007.

B

- Bardis 04. Bardis C., E. Kalamara, G. Loucaides, M. Michaelides, P. Tsalis, "*Intramachine and intermachine reproducibility of concentric performance: A study of the Con-Trex MJ and the Cybex Norm dynamometers.*" Isokinetics and Exercise Science, vol. 12, n°2, pp. 91-97, 2004.

- Bernal 04. Bernal, M., P. Husek. "*Picewise quadratic stability of affine takagi-sugeno fuzzy control systems.*" In Proceeding of Advanced Fuzzy Neural Control Conference, Oulu, pp. 157-162, 2004.
- Berryman 03. Berryman Reese., N. "*Bilan musculaire et sensitif.*", Bases et techniques, édition Maloine, 2003.
- Béthoux 03. Béthoux, F., P. Calmels. "*Guide des outils de mesure et d'évaluation en médecine physique et de réadaptation.*" Edition Frison-Roche, 2003.
- Blankvoort 91. Blankvoort, L., J. H. Kuiper, R. Huiskes, J.H. Grootenboer. "*Articular contact in a three dimensional model of the knee.*" Journal of Biomechanics, vol. 24, N° 11, pp. 1019-1031, 1991.
- Boileau 95. Boileau, G., M. Genty, P. Thoumie. "*Les stratégies de renforcement musculaire/ Association nationale des médecins spécialistes de rééducation.*" Edition Frison-Roche, 1995.
- Bouarar 07a. Bouarar T. K. Guelton, N. Manamanni. "*LMI stability conditions for Takagi-Sugeno uncertain descriptors.*" IEEE International Conference on Fuzzy Systems, London, UK, juillet 2007.
- Bouarar 07b. Bouarar T. K. Guelton, N. Manamanni. "*LMI based H_∞ controller design for incertain Takagi-Sugeno descriptors subject to external disturbances.*" 3rd IFAC Workshop on Advanced Fuzzy/Neural Control, Valenciennes, 2007.
- Bouarar 08. Bouarar T. K. Guelton, N. Manamanni, P. Billaudel. "*Fuzzy Lyapunov stabilisation of uncertain Takagi-Sugeno descriptor systems.*" 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, France, 2008.
- Boucher 05. Boucher, M. "*Limites et précision d'une analyse mécanique de la performance sur ergocycle instrumenté.*" Thèse de doctorat de l'université de Poitiers, 2005.
- Boyd 94. Boyd, S., L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, "*Linear matrix inequalities in system and control theory.*" Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
- Briquet 99. Briquet, B. "*Conception et développement de l'architecture électronique d'une machine d'entraînement et de rééducation des membres inférieurs.*" CNAM Reims, 1999.
- Brodard 01. Brodard, R. "*MotionMaker – WalkTrainer – WalkMaker : concept d'entraînement de musculation et de mobilisation des membres inférieurs,*

- puis d'entraînement et d'assistance à la marche pour paraplégique.*"
Edition FSC, rév.2003 ; CH-1844. 2001.
- Buchbauer 03. Buchbauer, J., K. Steininger. "*Techniques de renforcement musculaire en rééducation:traumatologie du sport, pathologie de l'appareil locomoteur.*"
Edition Paris Maloine, 2003.
- Bull 98. Bull, A.M.J., A.A. Amis. "*Knee joint motion : Description and measurement.*" Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H, Journal of Engineering in Medicine, vol. 212, n° 5, pp. 357-372, 1998.
- Busquet 03. Busquet, L. "*Les chaînes musculaires, Membres inférieurs.*" Tome 4.
Edition Paris Frison-Roche, 2003.
- Bynum 95. Bynum. E.B, R.L. Barrack, A.H. Alexander. "*Open versus closed chain kinetic exercices after anterior cruciate ligament reconstruction: A prospective randomized study.*" American Journal of Sports Medicine, vol. 23, n° 4, pp. 401-406, 1995.

C

- Carignan 00. Carignan, C,R., et K.R. Cleary. "*Closed-loop force control for haptic simulation of virtual environments.*" Haptics-e, vol. 1, n° 2, pp.1-14, 2000.
- Carignan 03. Carignan, C,R., et D.L. Akin. "*Using robots for astronaut training.*" IEEE Control Systems Magazine, pp. 46-59, Avril 2003.
- Chadli 06. Chadli, M., A. Elhajjaji, "*Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties- comment on.*" Fuzzy Sets and Systems, vol. 157, n°9, pp. 1276-1281, 2006.
- Chanussot 05. Chanussot. J.C, R-G. Danowski. "*Rééducation en traumatologie du sport. Membre inférieur et rachis.*" Edition Masson, 2005.
- Cherouali 04. Cherouali, T. "*Caractérisation et implantation de la stimulation mécanique de la boucle neuromusculaire gamma sur une machine isocinétique.*"
Thèse de doctorat de l'université de Reims Champagne Ardenne, France, 2004.
- Colombo 05. Colombo, G., R. Schreier, A. Mayr, H. Plewa, R. Rudiger Rupp. "*Novel tilt table with integrated robotic stepping mechanism: Design principles and clinical application.*" IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics, pp. 227-230. 2005.

D

- Dai 89. Dai, L., "*Singular control systems.*" Springer, Berlin, 1989.
- Dallaway 95. Dallaway, J.L., R. D.Jackson, P. H.A. Timmers. "*Rehabilitation robotics in europe.*" IEEE Transaction in Rehabilitation Engineering, vol. 3, n° 1, pp.35-45, 1995.
- Delarminat 93. Delarminat, P. "*Automatique, commande des systèmes linéaires.*" Hermès, Paris, 1993.
- Delprat 08. Delprat, S., P. F. Toulotte, T. M. Guerra, J. Boonaert, "*Vehicle spacing control using robust fuzzy control with pole placement in LMI region.*" IFAC International Journal of Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 21, n° 5, pp. 756-768, 2008.
- Denève 07. Denève, A. "*Développement et commande d'un robot pour la rééducation des membres supérieurs.*" Thèse de doctorat à l'université de Reims Champagne-Ardenne, 2007.
- Dombre 03. Dombre, E., G. Duchemin, P. Poignet., F. Pierrot. "*DERMAROB : A safe robot for reconstructive surgery.*" IEEE Transactions on Robotics and Automation, Special Issue on Medical Robotics, vol. 19, n° 5, pp.876–884, 2003.
- Duc 99. Duc, G., S. Font. "*Commande H_∞ et μ -analyse : des outils pour la robustesse.*" Hermès, Paris, 1999.

E

- Eihab 93. Eihab, A.R., M.S. Hefzy. "*A two dimensional dynamic anatomical model of the human knee joint.*" Journal of Biomechanical Engineering, vol. 115, pp. 357-365, 1993.
- El Ghaoui 97. El Ghaoui, L. "*LMI approach for control: an introduction.*" Control Summer School Grenoble, Robust Identification and Control: LMI approach , pp. 1-25, 1997.
- Ellenbecker 01. Ellenbecker T.S., G.J. Davies. "*Closed kinetic chain exercices. A comprehensive guide to multiple joint exercices.*" Human Kinetic, 2001.
- Enjalbert 01. Enjalbert, M., M. Busnel, J.C. Gabus. "*Robotique, domotique et handicap.*" Rencontres en rééducation, n° 16, édition Masson, 2001.

F

- Feng 06. Feng, G., "A survey on analysis and design of model based fuzzy control systems." IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 14, 5, pp. 676-697, 2006.
- Fisher 91. Fisher, W.D. et M. Shahid Mujtaba. "Hybrid position/force control: a correct formulation." Rapport technique, Hewlett Packard, octobre 1991.
- Fridman 02. Fridman, E., U. Shaked. " H_∞ control of non linear state delay descriptor systems: An LMI approach." Linear Algebra and its Applications, vol. 351-352, pp. 271-302, 2002.

G

- Gahinet 95. Gahinet, P., A. Nemirovski, A.J. Laub, M. Chilali, "LMI control toolbox for use with MATLAB." The mathworks partener series. 1995.
- Gasso 99. Gasso, K., G. Mourot, A. Boukhriss, J. Ragot. "Optimisation de la structure d'un modèle de Takagi-Sugeno." Actes des rencontres francophones LFA, pp. 233-240, Valenciennes, 1999.
- Ginhoux 03. Ginhoux, R. "Compensation des mouvements physiologiques en chirurgie robotisée par commande prédictive.", Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur -Strasbourg I-, décembre 2003.
- Guelton 03. Guelton K. "Estimation des caractéristiques du mouvement humain en station debout. Mise en œuvre d'observateurs flous sous forme descripteur ." thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2003.
- Guelton 08. Guelton, K., S. Delprat, T.M. Guerra, «An alternative to inverse dynamics joint torques estimation in human stance based on a Takagi-Sugeno unknown inputs observer in the descriptor form », Control Engineering Practice, vol. 16, n° 12, pp. 1414-1426, 2008.
- Guerra 04. Guerra, T.M., L. Vermeiren, "LMI based relaxed non quadratic stabilisation conditions for nonlinear systems in Takagi-Sugeno's form." Automatica, vol. 40, 5, pp. 823-829, 2004.
- Guerra 07. Guerra, T.M., M. Bernal, A. Kruszewski, M. Afroun, "A way to improve results for the stabilisation of continuous time fuzzy descriptor models."

- Proceeding of the 46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, LA, USA, Decembre 2007.
- Guiraud 06. Guiraud, D., T. Stieglitz, G. Taroni, J.L. Divoux. "*Original electronic design to perform epimysial and neural stimulation in paraplegia.*" J. Neural Eng., 3, pp. 276-286, 2006.

H

- Hefzy 01. Hefzy, M.S., A.R. Eihab. "*Three dimentional dynamic anatomical modeling of the human knee joint.*" C.R.C, press, L.L.C.
- Hogan 85. Hogan, N. "*Impedance control: An approach to manipulation.*" parts I-III. ASME, J. Dyn. Sys. Meas. Contr, 107, n°1, PP.1-24, 1985.
- Hooper 01. Hooper. D. M., M. C. Morrissey, W.I. Drechsler, D. Morissey, J.B. King. "*Open and closed kinetic chain execrcises in the early period after anterior cruciate ligament reconstrction.*" Am.J.Sports Medecine, 29, N°2, pp.167-174. 2001.
- Hunt 93. Hunt, L,R. and J. Turi. "*A new algorithm for constructing approximate transformations for nonlinear systems.*" IEEE Trans. Autom. Contr; 38, n°10, pp. 1553-1556, 1993.
- Hunt 98. Hunt, K.J., M. Munih, N. Donaldson, F.M.D. Barr. "*Investigation of the hammerstein hypothesis in te modeling of electrically stimulated muscle.*" IEEE Trans. Biomed. Eng., 45, pp. 998-1009. 1998.

J

- Johansson 99. Johansson M., A. Rantzer, K. Arzen, "*Piecewise quadratic stability of fuzzy systems.*" IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 7, pp. 713-722, 1999.
- Joly 97. Joly, L. D. "*Commande hybride position-force pour la téléopération : une approche Basée sur des analogies mécaniques.*" thèse de doctorat, Université de Paris 6, 1997.
- Jonquet 07. Jonquet, A., "*Contribution à la modélisation de l'articulation du genou : outils géométriques et cinématiques.*" thèse de doctorat à l'université de Reims Champagne Ardenne, 2007.
- Joo 98. Joo, S., and F. Miyazaki. "*Development of variable RCC for and its application.*" In proceeding of the IEEE, RSJ Int. Conf. Intel. Robots and Systems, pp.1328-1332, 1998.

- Ju 05. Ju, M-S., Lin, C-C-K., Lin, D-H., Hwang, I-S., Chen, S-M. "A rehabilitation robot with force position hybrid fuzzy controller: Hybrid fuzzy control of rehabilitation robot." IEEE Trans. Neur. Syst. Reh.Eng, 13, n°3, Sept 2005.

K

- Kapandji 85. Kapandji, I.A. " *Physiologie articulaire. Membre inférieur: La hanche, le genou, la cheville, le pied, la voûte plantaire.*" Edition S.A. Maloine, 1985.
- Kaufman 91. Kaufman, K. R., K.N. An, W.J. Litchy, B.F. Morrey, E.Y.S. Chao."Dynamic joint forces during knee isokinetic exercise." Amer. Jour. Sports Med. 19, n°3, pp. 305-316, 1991.
- Khalil 86. Khalil, W., Kleinfinger J.F. "A new geometric notation for open and closed- loop robots." Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, San Francisco, pp. 525-531, 1986.
- Khalil 99. Khalil, W., Dombre, E. "Modélisation identification et commande des robots." Edition Paris Hermès, 1999.
- Khargonekar 90. Khargonekar, P. P., I. R. Petersen, K. Zhou, "Robust stabilization of uncertainty linear systems: Quadratic stabilizability and H_∞ control theory." IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 35, n°. 3, pp. 356-361, 1990.
- Kim 00. Kim, E., H. Lee. "New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems." IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 8, n°. 5, pp. 523-534, October 2000.
- Kleinfinger 86. Kleinfinger, J-F., W. Khalil. "Dynamic modelling of closed chain robots." Proc. Symp. On Industrial Robots, Bruxelles, pp.401-412, 1986.
- Krener 84. Krener, A.J. "Approximate linearisation by state feedback and coordinate change." Syst. Contr.Letters, 5, pp.181-185, 1984.

L

- Lam 07. Lam, H, K., F. H. F. Leung, "LMI- based stability and performance conditions for continuous time nonlinear systems in Takagi-Sugeno's form." IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, part B: Cybernetics, vol. 37, n°. 5, pp. 1396-1406, October 2000.
- Lesieur 06. Lesieur, J. "Conception et développement d'une machine à bras." CNAM, Reims, 2006.

- Liberzon 03. Liberzon, D. "*Switching in systems and control.*" Edition Boston Birkaiser, 2003.
- Lin 06. Lin C., Q. G. Wang, T. H. Lee, "*Delay-dependent LMI conditions for stability and stabilisation of T-S fuzzy systems with bounded time-delay.*" Fuzzy Sets and Systems, vol. 157, pp. 1229-1247, 2006.
- Liu 03. Liu, X., O. Zhang, "*New approaches to Hinfinity controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI.*" Automatica, vol. 39, 9, pp. 1571-1582, 2003.
- Luenberger 77. Luenberger, D.G., "*Dynamic equation in descriptor form.*" IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-22, pp. 312-321, 1977.
- Lutz 93. Lutz, G.E., R.A. Palmitier, K.N. An. "*Comparaison of tibio-fémoral joint forces during open kinetic chain and closed kinetic chain exercices.*" J. Bone Joint Surg, 75 A, pp. 732-739, 1993.

M

- Ma 98. Ma, X.J., Z.Q. Sun, Y.Y. He, "*Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer.*" IEEE Transction on Fuzzy Systems, vol. 6, 1, pp. 41-50, 1998.
- Manamanni 05a. Manamanni, N., L. Afilal, S. Moughamir, T. Cherouali, J. Zaytoon. "*Characterization and implementation of mechanical stimulation on isokinetic machines.*" Elsevier, Control Engineering Practice, 13(9): 1151-1161, 2005.
- Manamanni 05b. Manamanni, N., S. Moughamir, M.A. Gasmi, J. Zaytoon. "*A Dynamic three dimensional tibio femoral modeling.*" Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference, Shanghai, China, pp.2989-2992, septembre 2005.
- Manamanni 07. Manamanni, N. B. Mansouri, A. Hamzaoui, J. Zaytoon, "*Relaxed conditions in tracking control design for T-S fuzzy model.*" Journal of intelligent and fuzzy systems, vol. 18, 2, pp. 185-210, 2007.
- Mansouri 05. Mansouri, B., "*Contribution à la synthèse de lois de commandes en poursuite de trjectoire pour les systèmes flous de type Takagi-Sugeno incertains.*" Thèse de doctorat, Université de Reims Champagne Ardenne, 2005.

- Mansouri 09. Mansouri, B., N. Manamanni, K. Guelton, A. Kruszewski, T.M. Guerra, "Output feedback LMI tracking control conditions with H^∞ criterion for uncertain and distributed T-S models." *Information Science*, vol. 179, n°4, pp. 446-457, 2009.
- Masubuchi 97. Masubuchi, I., Y. Kamitane, A. Ohara, N. Suda, " *H^∞ control for descriptor systems: A matrix inequality approach.*" *Automatica*, vol. 33, 4, pp. 669-673, 1997.
- Merlet 97. Merlet, J-P. "Les robots parallèles." Edition Paris Hermès, 1997.
- Middleton 04. Middleton, P., C. Montero. "*Le travail musculaire excentrique: intérêts dans la prise en charge thérapeutique du sportif.*" Elsevier. *Annales de réadaptation et de médecine physique*, 47, pp. 282-289.
- Mikkelsen 00. Mikkelsen, C., S. Werner, E. Eriksson. "*Closed kinetic chain alone compared to combined open and closed kinetic chain exercises for quadriceps strengthening after anterior cruciate ligament reconstruction with respect to return to sports: a prespective matched follow-up study.*" *Knee Surg. Sports Traumatol, Arthrosc*, 8, pp. 337-342.
- Morère 01. Morère, Y., "*Mise en œuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno.*" Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2001.
- Morrissey 00. Morrissey, M.C. "*Effects of open versus closed kinetic chain training on knee laxity in the early period after anterior cruciate ligament reconstruction.*" *Knee Surg. Sports Traumatol, Arthrosc*, 8, pp. 343-348. 2000.
- Murray-Smith 97. Murray-Smith, R., T.A. Johansen, T.A., (eds) "*Multiple model approach to modelling and control.*" Taylor & Francis, London 1997.
- Moughamir 99. Moughamir S. "*Conception et développement d'une machine d'entraînement et de rééducation des membres inférieurs.*" Thèse de doctorat de l'université de Reims Champagne Ardenne, France, 1999.
- Moughamir 01. Moughamir, S., J. Zaytoon, N. Manamanni, L. Afilal. "A system approach for control development of lower-limbs training machines." *Control Engineering Practice*, pp. 287-299, 2001.

N

- Neiger 98. Neiger, H., P. Gosselin. "*Les étirements musculaires analytiques manuels. Techniques passives.*" Edition Maloine, 1998.

O

- O'connor 93. O'connor, J.J. "*Can muscle co-contraction protect knee ligaments after injury or repair.*" J.Sports Med, 21, 3, pp. 438-444, 1993.

P

- Pandian 96. Pandian, S.R., S. Kawamura. "*Hybrid force/position control for robot manipulators based on a D-type learning law.*" Robotica, 14, n°1, pp.9-51, 1996.
- Pandy 97. Pandy, M.G., K. Sasaki, S. Kim. "*A three dimensional musculoskeletal model of the human knee joint. Part 1: Theoretical construction.*" Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, 1, pp.87-108, 1997.
- Pierron 05. Pierron G., A. Leroy, G. Péninou, M. Dufour, C. Génot. "*Kinésithérapie 2, membre inférieur, bilans, techniques passives et actives.*" Edition : Flammarion, médecine sciences 2005.

Q

- Quesnot 06. Quesnot, A., J.-C. Chanussot, R.-G. Danowski. "*Rééducation de l'appareil locomoteur: du grand enfant à l'adulte.*" Volume 1 : membre inférieur. Edition : Masson 2006.

R

- Raibert 81. Raibert, M.H., et J.J. Craig. "*Hybrid position-force control of manipulators.*" Transaction of ASME, Journal of Dynamic Systems, measurement and control, vol. 102, pp. 126-133, 1981.
- Rantzer 00. Rantzer A., M. Johansson. "*Picewise quadratic stability of fuzzy systems.*" IEEE Trans. On Fuzzy Systems, vol. 45, pp. 629-637, 2000.
- Riener 05. Riener, R., M. Frey, M. Bernhardt, T. Nef, G. Colombo. "*Human centred rehabilitation robotics.*" IEEE International Conference in Rehabilitation Robotics, pp.319-324, 2005.

- Rizzo 97. Rizzo A.A, J.G. Buckwalter, "*Virtual reality and cognitive assessment and rehabilitation: the state of the art.*" Stud Health Technol Inform, vol. 44, pp. 123-45, 1997.
- Rochcongar 04. Rochcongar, P. "*Evaluation isocinétique des extenseurs et fléchisseurs du genou en médecine du sport: revue de la littérature.*" Anales de réadaptation et de médecine physique, vol. 47, pp. 274-281, 2004.
- Rotea 89. Rotea M. A., & P. P. Khargonekar, "*Stabilisation of uncertain systems with norm bounded uncertainty: A control Lyapunov function approach.*" SIAM J. Contr. Optimiz, vol. 27, 1, pp. 1462-1476, 1989.

S

- Sala 05. Sala, A., T.M Guerra, R. Babuska, "*Perspectives of fuzzy systems and control.*" Fuzzy Sets & Systems, vol. 153, 3, pp. 432-444, 2005.
- Sala 07. Sala, A., C. Arino, "*Relaxed stability and performance conditions for Takagi-Sugeno fuzzy systems with knowledge on membership function overlap.*" Systems, Man and Cybernetics, Part B, IEEE Transaction, vol. 37, 3, pp. 727-732, 2007.
- Salisbury 80. Salisbury, J.K. "*Active stiffness control of a manipulator in cartesian coordinates.*" Proceeding of the 19th IEEE Conference on Decision and Control, 1980.
- Schulte 06. Schulte, H., K. Guelton, "*Modelling and simulation of two-link robot manipulators based on Takagi Sugeno fuzzy descriptor systems.*" Proc. IEEE ICIT06, Int. Conf. on Industrial Technology, Mumbai, India, December 2006.
- Schulte 09. Schulte, H., K. Guelton, "*Descriptor modelling toward control of two links pneumatic robot manipulators: a T-S multimodel approach.*" Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, (accepted, in press, doi: 10.1016/j.nahs.2008.11.003), 2009.
- Seddiki 05. Seddiki, L., K. Guelton, L. Afilal, J. Zaytoon. "*A 6 degrees of freedom kinematical model of the knee for the design of a new rehabilitation device.*" 3rd European Medical and Biological Engineering Conference EMBEC'05. Prague, République Tchèque, n° 2134, 20-25 Novembre 2005.
- Seddiki 06. Seddiki, L., K. Guelton, B. Mansouri, J. Zaytoon. "*H-infinity Takagi-Sugeno fuzzy control of a lower limbs rehabilitation device*", International

- Conference On Control Application IEEE CCA, Munich ,Germany, pp. 927-932, 4-6 October 2006.
- Seddiki 07. Seddiki, L., K. Guelton, S. Moughamir, B. Mansouri, J. Zaytoon. "*Modélisation T-S et commande Hinf d'une machine de rééducation des membres inférieurs.*" Journal Européen des Systèmes Automatisés, RS-JESA, vol. 41 (2), pp.199-218, 2007.
- Seddiki 08. Seddiki, L., K. Guelton, J. Zaytoon. "*Suivi de trajectoire d'un dispositif de rééducation des membres inférieurs*», Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA'08, Bucarest, Roumanie, septembre 2008.
- Shen 05. Shen, Y., et K. Hüper. "*A joint space formulation for compliant Motion Control of Robot Manipulators*". IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, juillet 2005.
- Siciliano 99. Siciliano, B., et L. Villani. "*Robot force control.*" Kluwer Academic Publishers. International Series in Engineering and Computer Science, 540, 1999.
- Steinkamp 93. Steinkamp. L.A., M.F. Dillingham, M.D. Markel. "*Biomechanical consideration in patellofemoral joint rehabilitation.*" Am. J.Sports Med, vol. 21, n° 3, pp. 438-444, 1993.
- Sugeno 88. Sugeno, M., G.T. Kang, "*Structre identification of fuzzy mode.*" Fuzzy Sets & Systems, vol. 28, n° 3, pp. 15-33, 1888.

T

- Tadanari 99. Taniguchi, T., K. Tanaka, H. O. Wang. "*Universal trajectory tracking control using fuzzy descriptor systems.*" Proceeding of the 38th Conference on Decision & Control, Phoenix, Arizona USA, December, 1999.
- Takagi 85. Takagi, T., M. Sugeno, "*Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control.*" IEEE Transaction on System Man and Cybernetics, vol. 15, n° 1, pp. 116-132, 1985.
- Tanaka 92. Tanaka, K., M. Sugeno, "*Stability analysis and design of fuzzy control systems.*" Fuzzy Sets and Systems, vol. 12, pp. 135-156, 1992.
- Tanaka 96. Tanaka, K., T.Ikeda, H. O. Wang, "*Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability, H_∞*

- control theory, and linear matrix inequalities.*" IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 4, pp. 1-13, 1996.
- Tanaka 98. Tanaka, K., T. Ikeda, H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI based designs." IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 6, pp. 250-265, 1998.
- Tanaka 01. Tanaka, K., H. O. Wang. "Fuzzy control systems design and analysis. A linear matrix inequality approach." Wiley, New York, 2001.
- Tanaka 03. Tanaka, K., T. Hori, H.O. Wang, "A multiple Lyapunov function approach to stabilisation of fuzzy control systems." IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 11, n°. 4, pp. 582-589, 2003.
- Tanaka 07. Tanaka, K., H. Ohtake, H. O. Wang. "A descriptor system approach to fuzzy control system design via fuzzy Lyapunov functions." IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 15, n°. 3, pp. 333-341, Juin 2007.
- Taniguchi 99. Taniguchi, T., K. Tanaka, K. Yamafuji, H.O. Wang. "Fuzzy descriptor systems: Stability analysis and design via LMIs." Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California, Juin 1999.
- Taniguchi 00. Taniguchi, T., K. Tanaka, H.O. Wang. "Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following control." IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 8, n°. 4, pp. 442-452, Août 2000.
- Taniguchi 01. Taniguchi, T., K. Tanaka, H.O. Wang. "Model construction, rule reduction and robust compensation for generalised form of Takagi-Sugeno fuzzy systems." IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 9, 4, pp. 525-537, 2001.
- Tong 02. Tong, S. T. Wang, H.X. Li "Fuzzy robust tracking control for uncertain nonlinear." IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 9, n°. 2, pp. 324-332, 2002.
- Tseng 01. Tseng, C.S., B-S. Chen, H-J. Uang. "Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model." IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 9, n°. 3, pp. 381-392, Juin 2001.
- Tuan 01. Tuan, H.D., P. Apkarian, T. Narikiyo, Y. Yamamoto. "Parametrized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design." IEEE Transaction on Fuzzy Systems, vol. 9, n°. 2, pp. 324-332, 2001.

V

- Viel 03. Viel, E., M. Esnault. "*Récupération du sportif blessé. De la rééducation en chaîne fermée au stretching en chaîne musculaires.*" Edition Masson 2003.
- Vukobravac 98. Vukobravac, M., R. Stojic, Y. Ekalo. "*Contribution to the position-force control of manipulation robots interacting with dynamic environment.*" *Automatica*, vol. 34, n° 10, pp. 219-1226, 1998.

W

- Wang 95. Wang, H.O., K. Tanaka, M. Griffin. "*Parallel distributed compensation of nonlinear systems by Takagi-Sugeno fuzzy model.*" *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, pp. 531-538, 1995.
- Wang 96. Wang, H.O., K. Tanaka, M. Griffin. "*An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues.*" *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, vol. 4, n° 1, Février 1996.
- Wang 01. Wang, Y., Q. L. Zhang, W. Q. Liu. "*Stability analysis and design for T-S fuzzy descriptor systems.*" *Proceeding of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, Florida USA, December 2001.
- Wattelain 99. Wattelain, E. "*Proposition d'une méthodologie d'analyse du mouvement : Application à la marche du sujet hémiplegique.*" Thèse de doctorat de l'université de Lille 2, 1999.
- Whitney 77. Whitney, D.E. "*Force feedback control of manipulator fine motions.*" *ASME J. Dyn.Syst. Meas. Contr*, vol. 107, pp.91-97, 1977.
- Whitney 79. Whitney, D.E., and J.L., Nevins. "*What is the remote center of compliance and what can it do?*", in *proceeding of the 9th Inter. Symp. Indus. Robots*, pp. 135-152, 1979.
- Whitney 87. Whitney, D.E. "*Historical perspective and state of the art in robot force control.*" *Int. Journal of Robotics Research*, pp.3-14, 1987.
- Winter 90. Winter, D.A. "*Biomechanics and motor control of human movement.*" *Wiley Inters. Publ.*, 2nd Ed., New York, 143p.

Y

- Yi 91. Yi, B.J., I.D. Walker, D. Tesar, R. A. Freeman. "*Geometric stability in force control.*" *IEEE Int. Conf.Rob.Aut.* pp.281-286, 1991.

- Yoneyama 99. Yoneyama, J., A. Ichikawa, "*H-infinity control for Takagi-Sugeno fuzzy descriptor systems.*" In Proc. IEEE Int. Conf. Syst. Man Cybern, vol. 3, pp. 28-33 Tokyo, Japan, 1999.
- Yu 08. Yu, K-W., C-H. Lien, "*Robust H_∞ control for uncertain T-S fuzzy systems with state and input delays.*" Chaos, Solitons and Fractals, vol. 37, pp. 150-156 2008.

Z

- Zabaleta 07. Zabaleta, H., M. Bureau, G. Eizmendi, E. Olaiz, J. Medina, M. Perez. "*Exoskeleton design for functional rehabilitation in patients with neurological disorders and stroke.*" IEEE ICORR, Reh. Robotics, June 2007.
- Zaytoon 01. Zaytoon, J., S. Moughamir, N. Manamanni, L. Afilal, L. Angeloz. "*Formal specifications of sequential control for training machines for the lower limbs.*" IEEE- EMBS, pp. 3468-3471, 2001.
- Zerar 08. Zerar, M., K. Guelton, N. Manamanni, "*Linear Fractional Transformation Based H-infinity output stabilisation for Takagi-Sugeno fuzzy models.*" Mediterranean Journal of Measurement and Control, vol. 4, n°3, pp. 111-121, 2008.
- Zhou 96. Zhou, K., J.C. Doyle, K. Glover. "*Robust and optimal control.*" Prentice hall, Inc. Upper Saddle River, New Jersey, 1996.
- Zhou 05. Zhou, W. N., P. Y. Meng . "*LMI based H-infinity control design with regional stability constraint for T-S fuzzy system.*" Proc. of the Fourth Inter. Conf. on Machine Learning and Cybernetic, Guangzhou, pp. 18-21, 2005.
- Zhu 99. Zhu, Y., J.X. Chen, S. Xiao. "*3D knee modelling and biomechanical simulation.*" Computing in Science & Engineering, pp. 82-87.

Annexe

Stabilité des multimodèles de type T-S

Soit le multimodèle T-S suivant:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{a.1})$$

Basé sur la seconde méthode de Lyapunov, le théorème suivant donne les conditions suffisantes permettant de garantir la stabilité quadratique des multimodèles de type T-S.

Théorème a.1 : [Tanaka 92]

L'équilibre d'un multimodèle continu, décrit par l'équation (a.1), est asymptotiquement stable en boucle ouverte s'il existe une matrice P commune définie positive telle que :

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (\text{a.2})$$

Preuve : Elle est directe en utilisant la fonction de Lyapunov quadratique suivante :

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t) \quad \text{avec } P > 0 \quad (\text{a.3})$$

Basé sur la seconde méthode de Lyapunov, précisant que la solution converge asymptotiquement vers 0 si :

$$\dot{V}(x(t)) < 0 \quad (\text{a.4})$$

$$\dot{V}(x(t)) < 0 \Leftrightarrow \sum h_i(z(t)) (A_i^T P + P A_i) < 0 \quad (\text{a.5})$$

avec : $h_i(z(t)) \geq 0$, et la dernière somme de (a.5) est vérifiée si les conditions suivantes sont vraies :

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, r \quad \blacksquare$$

Les conditions de stabilité obtenues dans le théorème a.1 sont conservatives puisqu'elles ne prennent pas en compte certaines caractéristiques des fonctions d'interpolation non linéaires, elles ne peuvent être que suffisantes. Aussi, pour obtenir ces conditions on cherche une solution à un problème d'optimisation en considérant que, pour qu'une somme soit négative, chacun des termes de cette somme doivent être négatifs alors que pour la somme entière cette condition n'est pas nécessaire. En effet, il est évidemment possible de chercher des solutions aux conditions (a.5) qui autoriseraient certains termes de la somme à être

positifs alors que l'ensemble restera négatif. Dans ce cas, on obtient des conditions de stabilité dites « relâchées », c'est-à-dire moins conservatives.

Stabilisation des multimodèles de type T-S

La loi de commande classiquement utilisée pour stabiliser les multimodèles de type T-S est la loi de commande PDC [Wang 96] de la forme :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i x(t) \quad (\text{a.6})$$

où $K_i \in \mathbb{R}^{m.p}$ est le gain de retour relatif au $i^{\text{ème}}$ modèle.

La synthèse d'une loi de commande revient à déterminer pour chaque modèle local une matrice de gains K_i en utilisant la résolution LMI [Boyd 94][Gahinet 95]. L'idée principale de cette approche de commande est de calculer une loi de commande linéaire par retour d'état, pour chaque sous modèle du multimodèle de type T-S.

Pour obtenir les conditions de stabilisation, il suffit d'obtenir l'expression de la boucle fermée, c'est-à-dire de substituer (a.6) dans (a.1), ainsi l'expression obtenue est la suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left(A_i x(t) - B_i \sum_{j=1}^r h_j(z(t)) K_j x(t) \right) \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) x(t) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i^2(z(t)) G_{ii} x(t) + 2 \sum_{i < j}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} x(t) \end{aligned} \quad (\text{a.7})$$

avec $G_{ij} = A_i - B_i K_j$

On aboutie alors aux conditions « suffisantes » de stabilité en boucle fermée des multimodèles de type T-S présentées au théorème a.2:

Théorème a.2 : [Wang 96]

L'équilibre du multimodèle (a.1) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice $P > 0$ telle que les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\begin{aligned} G_{ii}^T P + P G_{ii} &< 0, \quad \text{avec } G_{ij} = A_i - B_i K_j \\ \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) &< 0, \quad i < j \end{aligned} \quad (\text{a.8})$$

pour tout $i, j = 1, 2, \dots, r$, exceptées les paires (i, j) telles que $h_i(z(t)) h_j(z(t)) = 0, \forall t$.

Remarque : la démonstration de ce théorème a.2 suit la même démarche que celle du théorème a.1.

L'obtention du régulateur PDC consiste donc à déterminer les matrices de gains de retour d'état K_j satisfaisant les conditions du théorème a.2 pour une matrice P définie positive.

Le fait d'utiliser les conditions (a.8) permet de réduire un peu le conservatisme des résultats puisqu'il n'est pas obligatoire d'avoir tous les sous modèles croisés $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ stables.

Pour calculer les matrices de retour d'état, généralement la synthèse quadratique basée sur l'existence d'une matrice $P > 0$ commune est la plus utilisée. Cette technique s'avère suffisante et facile à mettre en œuvre pour un certain nombre de modèles non linéaires, mais s'avère très pessimiste pour d'autres modèles de grande taille. Généralement la synthèse quadratique revient à résoudre un problème d'optimisation convexe impliquant les LMIs (Linear Matrix Inequality) [Gahinet 95]. Plusieurs méthodes efficaces de résolution des problèmes d'optimisation convexes ont été développées [Zhou 96][Tanaka 98][Tanaka 01].

Plusieurs types de schémas de relaxation ont été proposés dans la littérature :

- Dans le cas où le nombre de variables impliquées dans la résolution LMI est très important, [Tuan 01] (cf. théorème a.3) a proposé une relaxation qui n'introduit pas de variables supplémentaires. Il se base sur une réécriture des sommes constituant les conditions de stabilité.
- Un autre schéma de relaxation proposé par [Liu 03] (cf. théorème a.4) et qui correspond à une extension de [Kim 00]. Cette proposition nécessite l'ajout de variables supplémentaires, ce qui peut engendrer des problèmes au solvers LMI dans le cas où le nombre de sous modèles augmente. Il se base sur l'introduction d'une matrice supplémentaire dans les conditions de stabilité.
- Le schéma de relaxation du théorème a.5 se base sur le nombre de règles floues actives à un instant donné [Tanaka 98].

Théorème a.3: [Tuan 01]

$$1. G_{iik} < 0, i = 1, 2, \dots, r \quad (\text{a.9})$$

$$\frac{1}{r-1} G_{iik} + \frac{1}{2} (G_{ijk} + G_{jik}) < 0, 1 \leq i \neq j \leq r \quad (\text{a.10})$$

2.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{r-1} G_{iik} & Q_{ij} \\ Q_{ij} & \frac{1}{r-1} G_{jjk} \end{bmatrix} < 0, \frac{1}{2} (G_{ijk} + G_{jik}) \leq Q_{ij}, 1 \leq i < j \leq r. \quad (\text{a.11})$$

Théorème a.4: [Liu 03]

$$1. G_{ii}^T P + P G_{ii} + (s-1) Q < 0, 1 < s \leq r \quad (\text{a.12})$$

2.

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - Q \leq 0, i < j.$$

Théorème a.5: [Tanaka 98]

$$1. G_{ii}^T P + P G_{ii} + (s-1)Q < 0, 1 < s \leq r \quad (\text{a.13})$$

$$2. \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - Q \leq 0, i < j. \quad (\text{a.14})$$

Robustesse vis à vis des perturbations

Soit le multimodèle de type T-S soumis à des perturbations externes s'écrivant sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) A_i x(t) + B_i u(t) + \varphi(t) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{a.15})$$

où $\varphi(t)$ représente la perturbation externe de borne supérieure connue $\varphi_{\text{sup}} \leq \|\varphi(t)\|$ et $y(t)$ est la sortie à réguler. La définition de la norme H_∞ est nécessaire, une faible valeur de cette dernière indique un faible effet des perturbations, le but est alors de déterminer des lois de commande qui permettent de minimiser cette norme, en l'occurrence une meilleure atténuation η appelé aussi : performance H_∞ quadratique.

Le théorème suivant donne une condition suffisante assurant la stabilité du système (a.15), ainsi qu'une performance H_∞ quadratique :

Théorème a.6: [Boyd 94]

En considérant le modèle (a.15), la norme H_∞ est assurée pour un taux d'atténuation inférieur à η si et seulement si il existe une fonction de Lyapunov quadratique $V(x) = x^T P x$ telle que :

$$\frac{dV(x)}{dt} + p^T p - \eta^2 \varphi^T \varphi < 0 \quad (\text{a.16})$$

La condition (a.16) peut être écrite en ajoutant une matrice de pondération à la variable à réguler [Tseng 01] :

$$\frac{dV(x)}{dt} + p^T Q p - \eta^2 \varphi^T \varphi < 0 \text{ avec } Q > 0 \quad (\text{a.17})$$

Liste des figures et tableaux

• Figures :

Figure 1.1. Les plans anatomiques.....	8
Figure 1.2. Le membre inférieur, segments et articulations.....	9
Figure 1.3. Amplitudes des mouvements de la hanche.....	10
Figure 1.4. Description cinématique des mouvements de l’articulation du genou.....	11
Figure 1.5. Amplitudes des mouvements du genou.....	12
Figure 1.6. Amplitudes des mouvements de la cheville.....	13
Figure 1.7. Vue antérieure (a) et postérieure (b) du membre inférieur.....	14
Figure 1.8. Rôles agonistes et antagonistes au cours d’un mouvement d’extension du genou.....	15
Figure 1.9. Exercices en CMO.....	18
Figure 1.10. Exercices en CMF.....	19
Figure 1.11. Mobilisation combinée en flexion, adduction et rotation interne de la hanche.....	21
Figure 1.12. Mobilisation passive du genou.....	22
Figure 1.13. Rééducation active de la chaîne de triple extension des membres inférieurs.....	22
Figure 1.14. Rééducation active sur un vélo ergomètre.....	23
Figure 1.15. Les modes de renforcement musculaires.....	24
Figure 1.16. Banc de musculation pour la rééducation isotonique en CMO des quadriceps et ischio-jambiers...	25
Figure 1.17. Presse inclinée pour la rééducation isotonique des membres inférieurs en CMF.....	26
Figure 1.18. La machine Cybex.....	27
Figure 1.19. Multi-joints de Con-trex.....	27
Figure 1.20. Multi-Iso.....	27
Figure 1.21. La machine Moflex.....	28
Figure 1.22. Leg press de Con-Trex.....	28
Figure 2.1. Symboles des liaisons rotoïdes et prismatiques.....	32
Figure 2.2. Les différents types de chaînes cinématiques.....	32
Figure 2.3. Robot manipulateur « Puma ».....	33
Figure 2.4. Structure parallèle « plate-forme de Stewart ».....	33
Figure 2.5. Chaînes cinématiques ouvertes et fermées.....	34
Figure 2.6. Chaîne cinématique du dispositif de rééducation des membres inférieurs en CMF.....	34
Figure 2.7. Concept cinématique de Sys-Rééduc dans le plan sagittal.....	35
Figure 2.8. Module linéaire MKR Bosch-Rexroth.....	37
Figure 2.9. Support mobile de Sys-Rééduc.....	38
Figure 2.10. Partie mécanique de la machine Sys-Rééduc.....	38
Figure 2.11. Premier prototype du dispositif Sys-Rééduc réalisé en partenariat avec le CRITT-MDTS de Charleville Mézières.....	39
Figure 2.12. Emplacement du capteur de force.....	40
Figure 2.13. Architecture électronique temps réel de Sys-Rééduc.....	41
Figure 2.14. Structure de contrôle-commande d’une machine de rééducation.....	45
Figure 2.15. Structure de commande d’un système de rééducation.....	45
Figure 2.16. Principe mécanique du dispositif Sys-Rééduc.....	46
Figure 3.1. Schéma de commande en suivi de trajectoire.....	61
Figure 3.2. Illustration du conservatisme des approches proposées.....	71
Figure 3.3. Suivi de trajectoire en translation du support mobile de Sys-Rééduc.....	75
Figure 3.4. Suivi de trajectoire en rotation du support mobile de Sys-Rééduc.....	75
Figure 3.5. Comportement du système soumis à des perturbations externes et à un bruit de mesure.....	76
Figure 4.1. Succession de phases élémentaires.....	80
Figure 4.2. Entrées-sorties du générateur de consigne incluant les phases élémentaires.....	81
Figure 4.3. Conventions de signes pour les actions de l’utilisateur sur Sys-Rééduc.....	81
Figure 4.4. Machine à états discrets d’un mouvement cyclique de rééducation passive.....	83
Figure 4.5. Evolution temporelle d’une trajectoire générée pour un mouvement cyclique de rééducation passive	84
Figure 4.6. Caractérisation des travaux musculaires en fonction des efforts de l’utilisateur et des caractéristiques cinématiques du mouvement de translation.....	85
Figure 4.7. Caractérisation des travaux musculaires en fonction des efforts de l’utilisateur et des caractéristiques cinématiques du mouvement de rotation.....	86
Figure 4.8. Machine à états d’un mouvement de flexion-extension isocinétique.....	89

Figure 4.9. Mouvement de flexion-extension isocinétique	91
Figure 4.10. Machine à états d'un mouvement de flexion-extension isotonique	92
Figure 4.11. Mouvement isotonique sur la machine Sys-Rééduc	92
Figure 4.12. Machine à états pour un mouvement d'étirement isométrique	93
Figure 4.13. Machine de rééducation : Multi-Iso	95
Figure 4.14. Principe mécanique de la machine de rééducation Multi-Iso	95
Figure 4.15. Machine à états d'un mouvement isocinétique de la machine Multi-Iso	99
Figure 4.16. Simulation du système global incluant l'étage de génération de consigne de la machine Multi-Iso	101
Figure 4.17. Validation expérimentale de la structure de contrôle-commande proposée	102

• **Tableaux :**

Tableau 1.1. Récapitulatif des muscles recrutés pour les mouvements du genou	15
Tableau 1.2. Récapitulatif des muscles recrutés pour les mouvements de la hanche	16
Tableau 1.3. Récapitulatif des muscles recrutés pour les mouvements de la cheville	16
Tableau 2.1. Paramètres du modèle dynamique de Sys-Rééduc	47
Tableau 3.1. Evolution du taux d'atténuation η en fonction des valeurs de κ (corollaire 1)	72
Tableau 3.2. Comparaison des taux d'atténuation obtenus pour les théorèmes 1-2 et le corollaire 1	73
Tableau 4.1. Paramètres du modèle dynamique de la machine Multi-Iso	96

Développement et commande T-S d'une machine de rééducation des membres inférieurs en chaîne musculaire fermée

Résumé : Cette étude s'inscrit dans le cadre d'un projet régional ayant pour objectif la conception et la commande d'une machine de rééducation des membres inférieurs. Le premier chapitre a permis de mettre en évidence les atouts d'une rééducation en chaîne musculaire fermée (CMF). En effet, cette technique de rééducation permet la récupération rapide des fonctions motrices et le renforcement musculaire des membres inférieurs tout en garantissant l'équilibre dynamique des articulations. Le second chapitre présente alors le concept cinématique d'une nouvelle machine de rééducation en CMF ainsi que sa structure de contrôle-commande générique. Le troisième chapitre traite la partie continue de cette structure de commande afin d'assurer la stabilité en suivi de trajectoire du système robotisé tout en atténuant les efforts de l'utilisateur sur le dispositif. Ainsi, une méthodologie de synthèse de loi de commande non linéaire garantissant la stabilité en suivi de trajectoire pour la classe des multimodèles de type Takagi-Sugeno sous forme descripteur a été proposée. Pour ce faire, des conditions LMIs ont été obtenues sur la base de la théorie de Lyapunov. Le quatrième chapitre traite le générateur de consigne qui permet, quant à lui, la conduite volontaire du dispositif par l'utilisateur via la mesure de ses interactions avec le dispositif de rééducation. La structure de commande est validée en simulation pour le nouveau dispositif Sys-Rééduc et, ce dernier n'étant pas pour l'heure disponible pour des tests en situation réelle, une validation expérimentale a été proposée sur la machine Multi-Iso de rééducation en chaîne musculaire ouverte disponible au CReSTIC.

Mots-clés : dispositif de rééducation, chaîne musculaire fermée, multimodèles Takagi-Sugeno, forme descripteur, commande non linéaire, suivi de trajectoire, atténuation des perturbations, LMI.

Abstract : This study was supported by the "Région Champagne Ardenne" within the framework of the CPER "Sys-Rééduc" project which aims to design and control a new lower limb rehabilitation device. In the first chapter, a brief state of the art of rehabilitation techniques is done and the interest of developing a closed muscular chain (CMC) device is pointed out. Indeed, CMC rehabilitation techniques have interesting skills for the recovery of motor functions and muscle strengthening of the lower limbs as well as ensuring the dynamic joint equilibrium. Then, in the second chapter, the kinematical concept of the new rehabilitation device in CMC and its control structure is proposed. The third chapter deals with the continuous level of the control structure. Its aim is to ensure the stability and the trajectory tracking of the mechanical system whatever the patient's effect to the machine is. Thus, a Takagi-Sugeno model based tracking control law design is proposed for a class of nonlinear descriptors. The stability conditions are written into LMIs based on the second Lyapunov method. The fourth chapter deals with the proposed trajectory generator allowing the voluntary control of the system by the patient. The proposed control structure is then validated in simulation on the new Sys-Rééduc concept and, since it is not available for a real time implementation yet, an experimental validation is proposed on an open muscular chain rehabilitation device available at the CReSTIC.

Keys words : rehabilitation device, closed muscular chain, Takagi-Sugeno models, descriptor form, nonlinear control, trajectory tracking, disturbance attenuation, LMI.