



HAL
open science

Segmentation d'images médicales tridimensionnelles basée sur une modélisation continue du volume

Isabelle Marque

► **To cite this version:**

Isabelle Marque. Segmentation d'images médicales tridimensionnelles basée sur une modélisation continue du volume. Modélisation et simulation. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1990. Français. NNT: . tel-00338755

HAL Id: tel-00338755

<https://theses.hal.science/tel-00338755>

Submitted on 14 Nov 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée par

Isabelle MARQUE

pour obtenir le titre de

Docteur de l'Université Joseph Fourier GRENOBLE I

SPECIALITE GENIE BIOLOGIQUE ET MEDICAL

**SEGMENTATION D'IMAGES MEDICALES
TRIDIMENSIONNELLES BASEE SUR UNE MODELISATION
CONTINUE DU VOLUME**

Thèse soutenue le 20 décembre 1990 devant la commission d'examen.

J. DEMONGEOT	Président
T. COLL VICENS F. SCHMITT	Rapporteurs
P. CINQUIN R. MOHR C. ROUX	Examineurs

Thèse préparée au sein du laboratoire TIM3- IMAG

RESUME

Un certain nombre d'appareils d'imagerie comme la Tomodensitométrie X (TDM) et l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM), permettent de générer des images du corps humain sous la forme d'un ensemble de coupes parallèles. Depuis plus de 10 ans, des techniques ont été développées pour visualiser les structures anatomiques 3D sur un écran graphique. Lorsqu'on cherche à visualiser des objets ayant des caractéristiques peu stables par rapport à la densité ou que la connaissance analytique de la surface de l'objet est absolument nécessaire (pour quantifier, repérer par rapport à un environnement ou appliquer à la CAO), une étape de segmentation plus sophistiquée doit être mise en oeuvre.

Une nouvelle technique basée sur une modélisation continue du volume 3D a été développée pour segmenter des images médicales tridimensionnelles. Elle utilise les propriétés de stabilité et de différentiabilité de ce modèle, qui permet d'approximer les données initiales discrètes par une fonction densité continue et deux fois dérivables, au moyen de fonctions splines tri-cubiques. L'idée est de construire un système d'équations différentielles dont la solution stable est la surface de l'objet que l'on cherche à segmenter. Cette technique peut être appliquée aux opérateurs classiques de détection de contours : suivi d'une isodensité, du laplacien ou du maximum du gradient dans la direction du gradient. Elle est applicable en 2D comme en 3D et peut s'étendre à la recherche de points caractéristiques de la surface, tels que les extrema locaux. Les points forts de cette méthode sont de réaliser la segmentation et le suivi des éléments de contour ou surface en même temps, de donner directement une représentation analytique de la surface et de permettre dans le cas 3D de décrire automatiquement des structures complexes avec embranchements.

Des simulations sur des images de synthèse bruitées ont permis de quantifier la sensibilité au bruit de notre méthode suivant l'opérateur choisi, d'étudier l'influence de différents paramètres jouant sur notre détecteur pour déterminer les meilleures conditions d'application et enfin de détecter les sources possibles d'erreurs et leurs remèdes. Enfin, les nombreuses applications à des examens cliniques réels provenant de TDM ou d'IRM montrent l'intérêt de cette nouvelle méthode de segmentation : des tests ont été fait sur des images de crâne, de fémur et de peau en TDM, de tumeur et de ventricules cérébraux en IRM.

ABSTRACT

Several medical imaging techniques, including Computed Tomography (CT) and Magnetic Resonance Imaging (MRI) provide 3D information of the human body by means of a stack of parallel cross-sectional images. For 10 years, methods of 3D display of anatomical structures have been widely developed. But a more sophisticated edge detection step has to be performed when the object under study is not well defined by its characteristic density or when an analytical knowledge of the surface of the object is useful for later processings (to quantify, to perform an accurate estimation of the relative position of objects or to be used in CAD applications).

A new method for medical image segmentation has been developed : it uses the stability and differentiability properties of a continuous modelling of the 3D data (it consists in approximating the original discrete data by a continuous, twice differentiable fonction by means of tri-cubic spline functions). The idea is to built a system of Ordinary Differential Equations which the stable manifold is the surface of the object we are looking for. This technique has been applied to classical edge detection operators : threshold following, laplacian, gradient maximum in its direction. It can be used in 2D as well as in 3D and has been extended to seek particular points of the surface, such as local extrema. The major advantages of this method are as follows : the segmentation and boundary following steps are performed simultaneously, an analytical representation of the surface is obtained straightforwardly and complex objects in which branching problems may occur can be described automatically.

Simulations on noisy synthetic images have induced a quantization step to test the sensitiveness to noise of our method with respect to each operator, to study the influence of all the parameters in order to determine the best conditions of use and to analyze the eventual sources of errors and how to correct them. Last, this method has been applied to numerous real clinical exams : skull or femur images provided by CT, MR images of a cerebral tumor and of the ventricular system. These results show the reliability and the efficiency of this new method of segmentation.

Remerciements

Cette thèse a été réalisée dans l'équipe TIMB (Traitement de l'Information et Modélisation en Biomédecine) du laboratoire TIM3.

Je voudrais remercier de tout coeur, tous ceux qui ont pu m'aider, me soutenir et m'encourager que ce soit sur le plan scientifique ou moral.

Je pense bien sûr à Jacques Demongeot, directeur du laboratoire, et à Philippe Cinquin, mon directeur de thèse, qui m'ont accueilli dans leur équipe, m'ont fait partager leur passion pour la recherche et m'ont appris tant de choses. Je voudrais tout particulièrement exprimer ma reconnaissance à Philippe Cinquin pour son aide, sa confiance, sa gentillesse et son enthousiasme jamais démenti.

Je remercie la société Digital Design pour avoir financé ce travail par un contrat Cifre, je suis, en particulier, reconnaissante à Willen Van Rooij, Jean Lailheugue et François Germain.

Je voudrais également remercier chacun des membres de mon jury de thèse de l'honneur qu'ils m'ont fait d'assister à ma soutenance, ainsi que pour la discussion fructueuse qui en a suivi. En particulier, je voudrais exprimer mon grand plaisir d'avoir eu Tomeu Coll pour rapporteur et remercier Francis Schmitt pour l'analyse précise et instructive qu'il a fait de mon manuscrit de thèse en tant que rapporteur. Je suis très reconnaissante à Christian Roux et à Roger Mohr de s'être intéressés à mon travail et d'avoir fait partie de ce jury.

Je remercie également Maribel Chenin pour sa précieuse aide dans tous les méandres des systèmes informatiques, le Professeur Lebas pour sa gentillesse et sa disponibilité et Corinne Meunier pour les innombrables services qu'elle m'a rendus.

Et puis, un très grand merci à toutes les personnes (scientifiques convaincus, rigolos, mathématiciens tchèques, galériens,...) que j'ai pu rencontrer dans cet univers enrichissant : Laure Germain, Bruno Mazier, Catherine Lézy, Marian Hamelin, Odette Pappini, Mohamed Djaid, Guillaume Champleboux, François Estève, Philippe et Catherine Augerat, Olivier François, Jacques Vermont, Pascal Pachot, Geneviève Burnod, Bruno Cremilleux, François Leitner, Jean-Louis Mazier, Jean O'Donnel, Françoise Cinquin, Claudine Robert, Jocelyne Troccaz, Christophe Bucharles, Frédéric Berthommier, Vincent Rialle, Laurent, Line Gaborit, Pascal Sautot, Alain Perrez, Andrée Chapel, Jean Peccoud, Thierry Hervé, Jean-Louis Martiel, J.K.U., Françoise Cafette, Xavier Airbulle, Philippe Lafaute, Paul Granola et aussi Stéphane Lavallée.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I : INTRODUCTION	
.....	5
CHAPITRE II : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	
II.1 Introduction.....	13
II.2 Segmentation 3D.....	13
II.2.1 Par simple seuillage	14
II.2.2 Opérateurs différentiels	15
II.2.2.1 Utilisation de gradients 3D.....	16
II.2.2.2 Opérateurs "optimaux".....	17
II.2.2.3 Connection entre les points.....	20
II.2.3 Croissance de régions.....	23
II.2.4 Morphologie Mathématique en niveaux de gris.....	24
II.2.5 Contours Actifs	25
II.2.6 Opérateurs de diffusion	27
II.2.7 Conclusion	28
II.3 Modélisation de surface	29
II.3.1. A partir de contours	30
II.3.1.1 Triangulation.....	30
II.3.1.2 Création de contours intermédiaires.....	31
II.3.1.3 Obtention de surfaces lisses.....	33
II.3.2 A partir de données hétérogènes.....	35
II.3.2.1 Tableaux de faces de voxels.....	35
II.3.2.2 Adaptation de modèles 3D.....	37
II.3.2.3 Cas de surfaces à paramétrage "simple"	38
II.3.2.4 Cas des images de profondeur.....	38
II.3.3 Conclusion	39
CHAPITRE III : METHODOLOGIE	
III.1 Modélisation continue du volume.....	45
III.1.1 Description du modèle	46
III.1.1.1 Utilisation des splines pour la génération de courbes et surfaces	46
III.1.1.2 Construction du modèle 3D.....	49
III.1.2 Intérêt pour la visualisation 3D "directe".....	50
III.1.3 Intérêt pour la segmentation 3D.....	51
III.1.4 Conclusion	53
III.2 Construction d'un système d'équations différentielles	55
III.2.1 Cas général en 2D	55
III.2.2 Cas particulier des problèmes d'intersection de surfaces	58
III.2.3 Applications à des opérateurs de détection d'éléments frontières.....	63
III.3 Vrai 3D	
recherche d'une fin de structure	71
III.4 Extensions possibles	75

CHAPITRE IV : STRATEGIE 3D

IV.1 Introduction	81
IV.2 Suivi de surface.....	82
IV.2.1 Première approche	82
IV.2.2 Solution choisie	86
IV.3 Fin de structure	91
IV.4 Cas des embranchements	92
IV.5 Différents niveaux de contrôle	94

CHAPITRE V : SIMULATIONS AU BRUIT

V.1 Introduction	101
V.2 Méthodologie et terminologie.....	103
V.2.1 Données initiales.....	103
V.2.2 Terminologie.....	104
V.2.3 Méthodologie	104
V.3 Etude du modèle	105
V.3.1 Effet de la modélisation continue.....	106
V.3.2 Influence de l'isodensité suivie.....	108
V.3.3 Influence du paramètre β	111
V.4 Ajout de bruit gaussien.....	115
V.4.1 Influence de l'isodensité.....	115
V.4.2 Influence de β	117
V.4.3 Influence de la méthode de résolution	120
V.5 Conclusion	120

CHAPITRE VI : RESULTATS

VI.1 Méthodes de résolution de système différentiel.....	127
VI.1.1 Rappel.....	127
VI.1.2 Solutions choisies.....	129
VI.2 Evaluation du temps de calcul.....	132
VI.3 Applications.....	132
VI.3.1 Examens TDM.....	133
VI.3.2 Examens IRM.....	133
VI.3.3 Comparaison avec le système différentiel proposé par Philips et Odell.	135
VI.3.4 Analyse des résultats de la segmentation 3D	135
VI.4 Conclusion	136

CONCLUSION.....	159
------------------------	------------

REFERENCES	161
-------------------------	------------

ANNEXE

CHAPITRE I
INTRODUCTION

INTRODUCTION

Un certain nombre d'appareils d'imagerie, comme la Tomodensitométrie X (TDM) et l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM), permettent de générer des images du corps humain sous la forme d'un ensemble de coupes planes parallèles. Depuis plus de 10 ans, des nouvelles techniques de plus en plus performantes sont développées pour visualiser les structures anatomiques tridimensionnelles sur un écran graphique et fournissent des images de peau et de structures osseuses particulièrement réalistes. Un certain nombre de ces méthodes ne cherchent pas à déterminer explicitement la surface des objets à visualiser mais, pour aller plus vite, elles traitent la phase de détection de surface et de visualisation dans un même processus (par des techniques de lancer de rayon par exemple). Mais, lorsqu'on cherche à visualiser des objets ayant des caractéristiques moins spécifiques (les tissus mous en IRM par exemple), une étape de segmentation plus sophistiquée doit être mise en oeuvre. De plus, la connaissance analytique de la surface de l'objet recherché est absolument nécessaire dans un certain nombre d'applications médicales. On peut classer ces besoins dans les catégories suivantes :

1 - **isoler** une structure de son environnement afin de mieux la visualiser. En effet, lorsque plusieurs os se trouvent à proximité ou au niveau des articulations, les méthodes de visualisation volumique ne permettent pas de les dissocier : c'est par exemple le cas de la tête du fémur, qu'il faut séparer de l'os iliaque, si on cherche à voir la surface interne de l'articulation [KUB 90], ou également le cas des os du poignet.

2 - **estimer** précisément sa **position** par rapport à d'autres objets pour guider un geste thérapeutique (comme l'introduction d'un trocard pour ponctionner une tumeur cérébrale [LAV 89b, LAV 90]) ou pour calculer des doses d'irradiations en radiothérapie [BEC G 89, SCHL 90],

3 - **quantifier** l'objet par des paramètres morphologiques comme le volume, l'aire, **mesurer** des distances sur la surface,... Par exemple, en cardiologie, on a besoin d'analyser l'évolution du ventricule gauche au cours du cycle cardiaque : fraction d'éjection, analyse locale du mouvement de la paroi pour déterminer les zones pathologiques [EIH 86, BARE 86, AZH 89]. Des traitements complexes pourraient également se faire sur la surface, comme l'analyse des courbures [FAR 86] pour mettre en évidence les points singuliers (points paraboliques, hyperboliques, ombilic, en forme de selle,...) et ainsi aider les processus de matching [SAND 86, AYA 90].

4 - **mettre en correspondance** des images provenant de différents systèmes d'imagerie : on a alors besoin d'apparier des structures de référence représentées dans les 2 types d'images par leurs surfaces ou leurs volumes. Il peut s'agir de matching 3D/3D (mise en correspondance d'images de TDM, d'IRM, de Médecine Nucléaire, d'échographie,...) [PEL 89, EVA 89] ou de matching 3D/2D (par exemple images IRM ou TDM et radiographies) [LAV 90]. Ainsi, dans le cas de la Neurochirurgie assistée par ordinateur, le chirurgien a besoin de mettre en correspondance les données pré-opératoire (images TDM ou IRM où on peut localiser une tumeur cérébrale par exemple) avec les images radios per-opératoire (angiographie) afin de déterminer une stratégie opératoire (par exemple, biopsie de la tumeur sans traverser de vaisseaux). L'idée est d'utiliser des structures anatomiques internes 3D (le système ventriculaire), qu'il faut d'abord segmenter dans les 2 modalités d'imagerie, puis mettre en correspondance par un algorithme de matching 3D/2D ([LAV 89b,d]).

5 - utiliser la connaissance parfaite de l'objet pour la **création de prothèses** adaptées (fémur, hanche) [RHO 87, GRA 87, ALD 89] ou d'implants osseux (cas des traumatismes crâniens) [TOE 89] et faire le lien avec des outils de Conception Assistée par Ordinateur. Ainsi, dans le cas du fémur, la forme de la prothèse peut être modifiée précisément pour que l'insertion se fasse avec une perte minimale de masse osseuse : le processus d'insertion est simulé avant l'acte chirurgical pour localiser les volumes d'intersection entre l'os et la prothèse.

Pour atteindre ces objectifs, qui sont parfois des sujets de recherche à part entière, il est nécessaire de développer des algorithmes spécifiques de segmentation de volume tri-dimensionnel. De telles méthodes doivent tenir compte de l'énorme quantité de données à traiter : ainsi, un examen clinique standard de TDM peut fournir 30 à 50 images 512*512 sur 8 bits, soit un volume de 7 à 13 Mo. Dans de tels examens, les données n'ont pas toujours la même résolution à l'intérieur des coupes et entre chacune d'entre elles. Cette caractéristique génère des problèmes de non-continuité ou de non-adjacence de structures entre deux plans de coupe voisins. Les algorithmes de représentation de surface ou de volume doivent considérer cette anisotropie du volume, ou bien recréer au départ une isotropie du volume (par interpolation des coupes par exemple). En fait, les nouveaux appareils d'imagerie vont de plus en plus dans ce sens, i.e vers une haute résolution identique dans les 3 axes de l'espace. Dans ce cas, le volume de données à traiter est encore plus important. Il y a donc là tout un problème de gestion des données et des traitements à mettre en oeuvre, en considérant toujours la question du temps de calcul pour que l'application soit utilisable en routine clinique. Le chapitre II de cette thèse sera consacré à

une étude bibliographique des différents choix et compromis faits pour segmenter et modéliser des structures anatomiques 3D.

Pour pallier les problèmes cités ci-dessus, nous proposons dans le chapitre III une nouvelle technique de segmentation basée sur une modélisation continue du volume 3D. Nous présenterons d'abord l'intérêt d'une telle représentation des données pour la segmentation, puis l'élaboration d'une technique de suivi de points frontière 2D et 3D par construction-résolution d'un système d'équations différentielles. Cette technique est issue des méthodes de géométrie algorithmique destinées à calculer l'intersection de surfaces données implicitement.

Dans le chapitre IV, sera développée la stratégie mise en oeuvre pour suivre entièrement la surface d'un objet 3D complexe avec possibilité d'embranchements. On verra que cette méthode permet de régler un certain nombre de problèmes rencontrés habituellement lors de l'étape de reconstruction et de modélisation de la surface de l'objet.

Une première étude théorique sur les performances en qualité de notre algorithme sera présentée au chapitre V. Il s'agit de simulations sur des images de synthèse bruitées permettant de quantifier la sensibilité au bruit de notre détecteur, ainsi que l'influence des différents paramètres ajustables.

Enfin, dans le chapitre VI, des résultats seront présentés sur des examens cliniques réels provenant de TDM et d'IRM.

Ce travail s'inscrit dans un projet plus vaste consacré au Gestes Médicaux-Chirurgicaux Assistés par Ordinateur "dont le but est d'aider des médecins et des chirurgiens à planifier et à réaliser des interventions chirurgicales en utilisant des informations essentiellement issues de l'imagerie de façon rationnelle et quantitative" ([LAV 89d, LAV 90]).

CHAPITRE II
ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

II.1 Introduction.....	13
II.2 Segmentation 3D.....	13
II.2.1 Par simple seuillage	14
II.2.2 Opérateurs différentiels	15
II.2.2.1 Utilisation de gradients 3D.....	16
II.2.2.2 Opérateurs “optimaux”.....	17
a) Opérateur de Marr et Hildreth	17
b) Opérateurs de Canny, Deriche et Shen.....	19
II.2.2.3 Connection entre les points.....	20
II.2.3 Croissance de régions.....	23
II.2.4 Morphologie Mathématique en niveaux de gris	24
II.2.5 Contours Actifs	25
II.2.6 Opérateurs de diffusion.....	27
II.2.7 Conclusion	28
II.3 Modélisation de surface.....	29
II.3.1. A partir de contours	30
II.3.1.1 Triangulation.....	30
II.3.1.2 Création de contours intermédiaires.....	31
a) Interpolation élastique dynamique	31
b) Par squelette et graphe de la ligne médiane.....	32
II.3.1.3 Obtention de surfaces lisses.....	33
a) Par résolution d’un problème variationnel.....	33
b) Approche de Coons généralisée	34
II.3.2 A partir de données hétérogènes	35
II.3.2.1 Tableaux de faces de voxels.....	35
II.3.2.2 Adaptation de modèles 3D.....	37
II.3.2.3 Cas de surfaces à paramétrage "simple"	38
II.3.2.4 Cas des images de profondeur.....	38
II.3.3 Conclusion	39

II.1 Introduction

Cette thèse présente une méthode de segmentation de volume de données 3D qui permet de régler un certain nombre de problèmes liés à la modélisation de la surface. De ce fait, ce chapitre va présenter l'état de l'art de deux domaines : la segmentation 3D et la modélisation de surfaces à partir de données hétérogènes.

Ce chapitre omet volontairement certains domaines qui touchent aux problèmes de représentation et de manipulation d'objets anatomiques. On ne parlera pas des méthodes de modélisation volumique ni de leurs algorithmes de visualisation par rendu de volume (modélisation par arbres octaux ou par tableaux de voxels). En effet, le travail développé ici a pour but d'isoler des structures anatomiques de leur environnement pour faire des traitements ultérieurs nécessitant la connaissance parfaite de leurs surfaces. D'excellentes synthèses ont été faites dans le cadre de thèses axées sur ces points [TRO 87, LEZ 90].

D'autre part, on ne présentera, dans cet état de l'art, que les techniques de segmentation utilisées pour le traitement d'images médicales tridimensionnelles. En effet, un grand nombre de méthodes très performantes ont été développées pour traiter des images médicales 2D provenant de différents appareils d'imagerie (échographie, angiographie, radiologie, tomographie à émission/transmission de positrons, Médecine Nucléaire, TDM, IRM, ...). Ces méthodes sont la plupart du temps très caractéristiques de l'objet à segmenter et de la modalité d'imagerie : ces raisons, ainsi que la complexité algorithmique qu'elles nécessitent souvent, font qu'elles ne sont pas toujours directement généralisables en 3D. Des techniques très pertinentes ont également été développées dans d'autres domaines que celui du médical, comme par exemple, des systèmes experts [NAZ 84, LEVI 81] pour la segmentation et l'interprétation d'images naturelles, ou dans le cas d'images biologiques [GAR 87]. Vu l'étendue et la variété des méthodes existantes, on se restreindra donc à ne présenter que les travaux ayant donné lieu à des applications réellement tri-dimensionnelles.

II.2 Segmentation 3D

Une image représente des entités (cellules, organes, objets,...) qu'il faut caractériser afin de pouvoir les dissocier du reste de l'image (du fond ou des autres objets). Classiquement, on décompose les méthodes de segmentation en deux catégories : détection de points frontières ou segmentation par région. La première approche consiste à rechercher des discontinuités locales de la fonction niveaux de gris de l'image (appelée aussi fonction densité) et à les organiser (en segments, en courbes ou en surfaces) : ces discontinuités sont représentatives des bords de l'objet. La segmentation par région consiste à extraire les zones homogènes de

l'image suivant une ou plusieurs caractéristiques (valeur de la densité, texture,...). Ces deux approches étant duales, elles ont donné lieu à des méthodes les combinant [BOU 87, MON 87]. Différents états de l'art existent pour montrer l'éventail des méthodes existantes [ROS 76, FU 81, HAR 85, PAV 86 a,...].

Quand on passe au cas d'images tridimensionnelles, le problème peut sembler à la fois plus facile et plus difficile que dans le cas 2D. En effet, on se restreint alors à une classe limitée d'images qu'on doit pouvoir mieux caractériser par des critères bien définis. De plus, l'information donnée par la troisième dimension doit pouvoir aider à stabiliser et à contrôler les propriétés des images. Par contre, la quantité de données à traiter est considérable : dans le cas de données anisotropiques, on peut déjà avoir une vingtaine à une cinquantaine de coupes 512*512 sur 8 bits. Ainsi la complexité algorithmique et les besoins de stockage des données deviennent les points clés de la segmentation 3D. Pour obtenir des temps de calcul compatibles avec une utilisation en routine clinique, on est obligé de faire un compromis temps - qualité : des solutions simples de segmentation ont donc d'abord été implantées, en particulier le seuillage global sur tout le volume. Puis des techniques plus sophistiquées ont été mises en oeuvre afin de segmenter des structures moins facilement caractérisables.

Pour des raisons historiques et de par son importance dans la plupart des machines ou algorithmes de visualisation 3D, la technique de seuillage fait l'objet d'un paragraphe à part entière. On verra ensuite les 2 catégories classiques de segmentation : détection de points frontières et croissance de région. Les techniques qui sont présentées séparément dans les paragraphes suivants (morphologie mathématique, contours actifs, opérateurs de diffusion) auraient toutefois pu être incluses dans ces 2 catégories. On les a "particularisées" car elles avaient chacune une façon bien différente de voir le problème de la segmentation.

II.2.1 Par simple seuillage

En Tomodensitométrie, on peut mesurer un coefficient d'atténuation des rayons X en chaque point du volume étudié. Ce coefficient, caractéristique du tissu traversé, a été codifié en unité d'Hounsfield. Ainsi, une petite plage de densité correspond à un tissu donné : en particulier la peau et l'os ont très souvent des densités caractéristiques permettant de les dissocier sans ambiguïté (ou presque) de leur environnement. De même en IRM, la peau se caractérise bien par sa densité.

Actuellement, la plupart des logiciels de visualisation 3D utilisés en routine clinique ou implantés dans des machines spécialisées n'utilisent que cette technique de seuillage [UDU

86, RHO 87,...]. En pratique, elle est souvent tout à fait suffisante pour un certain nombre de surfaces. Par contre, son utilisation est rapidement limitée dans les cas suivants :

- recherche de tissus mous en IRM (ces surfaces ne peuvent pas être caractérisées par un seuil absolu),

- présence de bruit dans les données,

- effets de volumes partiels : ce phénomène provient du fait qu'une structure peut ne pas occuper le volume de tout un voxel, la densité en ce point (qui est l'intégrale de l'atténuation sur tout le voxel) ne se trouvera pas forcément dans la plage des densités de cette structure.

Ainsi, l'utilisation d'un seuil global peut générer des artéfacts sous forme de trous dans la surface (cas des orbites dans les images de crâne). Ces considérations ont amené un certain nombre de chercheurs à utiliser des opérateurs différentiels.

II.2.2 Opérateurs différentiels

Comme les bords d'un objet sur une image sont caractérisés par des discontinuités de la fonction densité, on peut les détecter suivant les 2 approches classiques suivantes :

- calcul du gradient et extraction des maxima locaux de la norme du gradient dans sa direction (ou recherche de zéros de la dérivée du gradient dans sa direction)

- calcul du laplacien et recherche des points où il s'annule.

Des études théoriques ont été menées sur le problème de la différentiation dans le cas 2D, elles ont conduit à des approches rigoureuses, soit générales, soit aboutissant à un détecteur précis, par une analyse mathématique [HAR 84, CAN 86, TOR 86, BER M. 88, CLA 89]. Le choix et l'importance du filtrage lissant préliminaire est un point essentiel, mais l'efficacité du détecteur dépend principalement de l'étape de différentiation. Ainsi, il faut tenir compte des points suivants : une recherche de passage à zéro (du laplacien ou de la dérivée du gradient) est plus facile à faire qu'une recherche d'extrema du gradient; il en est de même de l'utilisation d'un opérateur isotrope (laplacien) plutôt que des opérateurs directionnels (nécessité d'estimer d'abord la direction du gradient). Par contre, les recherches de zéro peuvent induire de fausses détections (par exemple : cas de minima locaux du gradient). De plus, dans certains cas, les points frontières détectés par le laplacien et la dérivée du gradient dans sa direction ne vont pas coïncider (cf §IV.2.3.C ou [CLA 89]).

En 3D, les mêmes problèmes se posent mais curieusement, la plupart des travaux se situent plus au niveau du choix du filtre. On verra donc en premier lieu des généralisations d'approximations du gradient sous forme de filtres simples à réaliser, conduisant à des

masques de convolution. Certains auteurs ont mis au point des opérateurs optimaux en définissant théoriquement les performances d'un "bon" détecteur suivant le modèle de discontinuité et la quantité de bruit sur les données [CAN 86, SHE 86]. En particulier, les opérateurs de Marr et de Canny ont été généralisés en 3D. Malheureusement, cette étape de filtrage suffit rarement à donner des contours ou surfaces "propres", i.e. constitués de points frontières bien connectés entre eux. On verra donc dans la dernière partie de ce paragraphe les techniques utilisées pour relier les points entre eux et éliminer les points qui correspondent au bruit.

II.2.2.1 Utilisation de gradients 3D

La première approche date de 1977 et a été proposée par LIU [LIU 77]. Elle consiste à généraliser l'opérateur de Roberts en le calculant dans 3 plans perpendiculaires passant par le voxel (i,j,k) :

$$\begin{aligned} G_x(i,j,k) &= |f(i,j,k) - f(i,j+1,k+1)| + |f(i,j+1,k) - f(i,j,k+1)| \\ G_y(i,j,k) &= |f(i,j,k) - f(i+1,j,k+1)| + |f(i,j,k+1) - f(i+1,j,k)| \\ G_z(i,j,k) &= |f(i,j,k) - f(i+1,j+1,k)| + |f(i+1,j,k) - f(i,j+1,k)| \quad (\text{Eq. II.1}) \end{aligned}$$

Morgenthaler [MORG 81] a généralisé en n dimensions la **méthode de Prewitt** pour définir des opérateurs de contours. L'idée principale est d'approximer une surface (hyperplan ou hyper-quadrique) au voisinage de chaque point pour estimer l'amplitude du gradient. Pour ce calcul, le lissage d'un hyperplan ou d'une hyper-quadrique donne les mêmes résultats, c'est la forme du voisinage (hyper-rectangle tronqué ou non, de dimension paire ou impaire) qui a une influence prépondérante sur l'approximation. On crée ainsi des filtres linéaires séparables (qui se font numériquement par de simples convolutions) dépendant uniquement du voisinage choisi. Il propose d'insérer la différence de résolution dans le calcul du gradient, soit en le pondérant, soit en créant des voisinages adaptés.

L'opérateur de Hueckel [HUE 71] a été étendu aux problèmes 3D par Zücker et Hummel [ZUC 81]. Un point frontière est considéré comme un plan passant par le centre d'une sphère. Le but est de définir ce plan (orthogonal au gradient à la surface) de façon optimale. A partir de méthodes d'analyse fonctionnelle, on aboutit à un filtre optimal nécessitant le calcul des 3 opérateurs suivants :

$$\begin{aligned}\Phi_x &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \Phi_y &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \Phi_z &= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\end{aligned}\tag{Eq. II.2}$$

Ces opérateurs sont très souvent approximés sous la forme de fenêtres 3*3*3 ou 5*5*5 pour des raisons de temps de calcul [CAP 89, ACH 86, KEN 89]. En fait, il s'agit là d'une généralisation 3D de l'opérateur de Sobel.

II.2.2.2 Opérateurs "optimaux"

Les opérateurs présentés ci-dessous utilisent tous les deux un filtrage gaussien. Ils sont très utilisés en 2D et donnent des résultats satisfaisants souvent supérieurs aux opérateurs précédents. Par contre, la condition d'optimalité est à prendre avec quelques précautions. En effet, elle est établie suivant les auteurs à partir de différents critères de "bonne" détection [HUE 71, SHA K. 79, CAN 86] et pour un modèle donné de discontinuité (en général un profil idéal en forme d'échelon). De plus, l'analyse se fait souvent dans le domaine continu pour des éléments frontières uni-dimensionnels [NAL 86]. Ainsi, dès que le point frontière n'a plus un profil tout à fait idéal, la condition d'optimalité n'est plus remplie [MIC 89] et conduit à un biais au niveau de la localisation.

a) Opérateur de Marr et Hildreth

A partir de considérations sur le traitement de l'information dans le système visuel, Marr et Hildreth [MARR 80] ont proposé une méthode de détection de contours basée sur une étape de pré-filtrage par une gaussienne symétrique 2D suivi de l'opérateur laplacien. L'opérateur, appelé également LOG ("Laplacian Of Gaussian") ou encore chapeau mexicain de par sa forme, s'écrit donc :

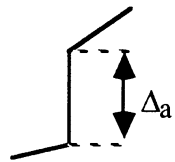
$$\nabla^2 G(r) = \frac{-1}{\pi\sigma^4} \left(1 - \frac{r^2}{2\sigma^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{2\sigma^2} \right)$$

avec $r^2 = x^2 + y^2$

(Eq. II.3)

L'intérêt du filtrage gaussien est qu'il est borné à la fois dans le domaine spatial et dans le domaine fréquentiel : il est donc le plus apte à ne pas introduire de variations inexistantes dans l'image initiale. De plus Marr a montré que différentes valeurs de σ permettaient de détecter différents niveaux de détails dans l'image mais avec toujours une localisation

correcte : plus σ est faible, plus on détectera des détails fins alors qu'un σ élevé permettra de récupérer des contours estompés. Cette segmentation à différentes échelles ("scale-space filtering") est la base de toute une classe de méthodes de filtrage [WIT 83]. En fait, plus σ est élevé, plus l'opérateur va moyennner le bruit aléatoire mais il va aussi dégrader sa capacité de résolution. De plus, Nalwa et Binford [NAL 86] ont montré que, pour un profil idéal généralisé, la localisation par l'opérateur LOG se fait avec un biais ϵ égal à :



$$\epsilon = \Delta_p * \frac{\sigma^2}{\Delta_a} \quad (\text{Eq. II.4})$$

où Δ_p représente la différence de pentes entre les 2 cotés de la discontinuité
 σ est la variance de la gaussienne
 Δ_a est l'amplitude de la discontinuité

Néanmoins, cet opérateur est très largement utilisé, entre-autres pour des applications médicales [SEIT 88, BERZ 84, MER 86], pour son caractère isotrope, sa simplicité d'implémentation et parce qu'il ne demande aucun choix de seuil (puisque qu'on recherche des zéros). Ainsi pour accélérer les calculs dans le cas 2D, on peut le décomposer facilement en une somme de 2 filtres 1D :

$$\begin{aligned} \nabla^2 G(x,y) &= h_1(x) h_2(y) + h_2(x) h_1(y) \\ \text{où } h_1(t) &= -\sqrt{K} \left(1 - \frac{t^2}{\sigma^2} \right) \exp \left(-\frac{t^2}{2\sigma^2} \right) \\ h_2(t) &= \sqrt{K} \exp \left(-\frac{t^2}{2\sigma^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{Eq. II.5})$$

La convolution par l'opérateur de Marr peut donc être implantée comme la somme d'une série de convolutions 1D (par rangée et par colonne). Une autre technique d'implémentation est sous forme de différence de 2 gaussiennes (appelé communément DOG : "Difference Of Gaussian") :

$$\text{DOG}(\sigma_e, \sigma_i) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_e)^3} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_e^2}\right) - \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_i)^3} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_i^2}\right)$$

avec $r^2 = x^2 + y^2$ en 2D et $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ en 3D (Eq. II.6)

D'autres techniques plus sophistiquées [FOR 88] existent pour accélérer les calculs dans le cas de masques de tailles importantes, certaines sont cablées.

Cet opérateur a été généralisé en 3D sous la forme approximée d'une différence de 2 gaussiennes [YLA 87, HOH 88] elles-mêmes séparables en 3 produits de filtre 1D. Le rapport entre les variances des 2 gaussiennes a été fixé à 1.6 pour Ylä-Jääski et Kübler, on a donc toujours un seul paramètre à régler. Depuis cette équipe [KUB 90] a fait des essais comparatifs sur des images de tumeur dans le cerveau et préfère les opérateurs de diffusion anisotropique (cf §II.2.6) à l'opérateur DOG.

b) Opérateurs de Canny, Deriche et Shen

Canny a élaboré un opérateur optimal dans le cas 1D à partir des critères suivants de détection de points frontières :

- bonne localisation
- bonne performance au bruit
- une seule réponse pour un point frontière

Après avoir formalisé ces critères mathématiquement et à partir de calcul variationnel, il obtient une solution générale pour détecter des profils idéaux de type échelon ("step") sous la forme d'un opérateur de largeur W :

$$f(x) = a_1 e^{\alpha x} \sin(\omega x) + a_2 e^{\alpha x} \cos(\omega x) + a_3 e^{-\alpha x} \sin(\omega x) + a_4 e^{-\alpha x} \cos(\omega x) + C$$

où $\alpha, \omega, C > 0$ et avec les conditions aux bords suivantes:

$$f(0) = 0 \quad f(W) = 0 \quad f'(0) = S \quad f'(W) = 0$$

(Eq. II.7)

Des considérations sur la forme de ce filtre ont amené Canny à l'approximer par la dérivée première d'une gaussienne:

$$f(x) = -\frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

(Eq. II.8)

L'opérateur 1D de Marr et Hildreth est quasi-identique car les maxima de l'opérateur de Canny correspondent aux zéros de l'opérateur laplacien. En 2D, Canny préconise l'usage d'opérateurs directionnels plutôt que de calculer les zéros de la dérivée seconde de l'opérateur dans la direction du gradient. Selon Canny, l'opérateur directionnel améliore la détection et la localisation du point frontière par rapport au laplacien. De plus l'amplitude de l'opérateur fournit une bonne approximation de la "force" du contour. Par contre, l'intérêt de l'opérateur de Marr est d'éviter le choix toujours délicat d'un seuil du gradient.

En 3D, Monga et Deriche [MON 86] ont proposé, en première approche, d'utiliser 3 masques séparables pour le calcul du gradient au point P(x,y,z) :

$$\begin{aligned}
G_x(x,y,z) &= -\frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right) \\
G_{yx}(x,y,z) &= -\frac{y}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right) \\
G_z(x,y,z) &= -\frac{z}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right)
\end{aligned}
\tag{Eq. II.9}$$

On détermine ainsi la direction du gradient. La deuxième étape consiste à rechercher le maxima local dans cette direction [MON 89]. L'application de tels masques en 3D demande rapidement des temps de calculs considérables : on ne peut alors qu'utiliser des tailles de fenêtres faibles ($n = 3$ ou 5). La nouvelle approche de Monga et Deriche [MON 90] consiste à implanter cet opérateur ou un approchant sous forme d'un filtre récursif. Ainsi, quelque soit la taille du masque de convolution, les temps de calculs seront identiques. Pour se faire, Deriche [DER 87, DER 90] a proposé une autre approximation 1D de l'opérateur optimal de Canny dont la performance (au sens défini par Canny) est légèrement moins bonne :

$$h(x) = (c|x| + 1) e^{-\alpha|x|} \tag{Eq. II.10}$$

Ce filtre est implanté sous forme de filtres récursifs se déplaçant en sens opposés. Il a fait de même pour implanter l'opérateur de Shen [SHE 86] qui optimise seulement les 2 premiers critères de Canny (détection et localisation) :

$$h(x) = c e^{-\alpha|x|} \tag{Eq. II.11}$$

La généralisation de ces opérateurs en 3D se fait par une succession de filtrage 1D. Le calcul du gradient nécessite alors 66 multiplications et 54 additions en chaque point, quel que soit le choix de la variance de la gaussienne (et donc la taille du masque de convolution). Comparé à l'opérateur de Zucker et Hummel, l'opérateur de Deriche donne approximativement les mêmes performances au niveau localisation mais est beaucoup moins sensible au bruit et surtout beaucoup plus rapide. Par contre, les résultats sont tout à fait similaires à ceux obtenus par la généralisation 3D de l'opérateur de Shen. Cette technique de segmentation a été testée sur des images 3D d'IRM et d'échographie. Malheureusement, sur des images bruitées, ces opérateurs ont tendance à produire des points frontières pas toujours bien connectés entre eux et posent donc le problème délicat de les grouper.

II.2.2.3 Connection entre les points

Le principal problème de toutes ces méthodes de recherche de discontinuités est de pouvoir relier les points frontières entre eux pour former un véritable contour (ou surface), d'éliminer

ceux qui correspondent au bruit et de remplir les trous éventuels. Dans le cas d'images bien contrastées, l'opérateur utilisé peut être suffisant pour obtenir effectivement un ensemble de points frontières entièrement connectés. En réalité, les phénomènes de volume partiel et le bruit inhérent à la modalité d'imagerie font que les profils des discontinuités sont rarement idéaux et bien plus souvent estompés.

Un certain nombre de techniques issues du suivi de contour dans le cas 2D ont été généralisées en 3D pour relier les "vrais" points frontières et éliminer les autres. La phase de correction de l'étape d'extraction des points frontières peut utiliser des techniques interactives ou automatiques de **Morphologie Mathématique** pour les images binaires (cf §II.2.4 pour une introduction explicative). L'élément structurant peut être appliqué une ou plusieurs fois sous forme d'une combinaison d'une érosion et d'une dilatation, être directionnel [ACH 86] ou isotrope (sphère de rayon 3 pixels [YLA 87, HOH 88]). En particulier, pour segmenter le cerveau sur des images IRM, Höhne opère une dilatation 3D suivie d'une érosion 3D pour connecter les points frontières entre eux, mais il a parfois besoin d'une phase interactive pour détruire certaines connections avec d'autres objets situés à proximité (en l'occurrence le crâne). On peut reprocher à ces méthodes de traiter uniquement des données binaires, ce qui suppose que la phase d'extraction des points frontières est quasi-parfaite : en particulier, on n'utilise plus du tout des informations pourtant intéressantes données par l'image : direction du gradient au dernier point de la chaîne ou direction globale de la chaîne, compromis du candidat "le moins pire" dans le voisinage (style seuillage par hystérésis), courbure, ... D'autre part, il y a un compromis à faire au niveau de la taille de l'élément structurant pour relier les "bonnes" chaînes entre elles (elles seront reliées si la distance qui les sépare est inférieure à la taille de l'élément structurant) sans relier entre eux 2 objets distincts mais qui seraient très proches.

Une solution proposée par Liu [LIU 77] est d'insérer une phase de correction d'erreur dans l'algorithme de suivi de surface. Chaque nouveau point frontière est testé selon le critère du gradient maximum mais aussi par rapport à un seuil adaptatif. Ce seuil dépend de la moyenne du gradient de l'ensemble des points frontières déjà validés. Si le point candidat ne répond pas à ce critère, une **procédure de retour en arrière ("backtracking")** permet de rechercher successivement dans les points validés précédemment une autre solution cohérente. Cette technique est très sensible à la qualité de l'opérateur utilisé et dépend beaucoup des points initiaux du contour (si le contour d'un objet bien net au départ tend à s'estomper, la moyenne du gradient sera trop forte pour considérer cette évaluation globale de qualité du contour). Par contre, l'aspect séquentiel de l'algorithme lui permet d'être très rapide, vu que le calcul du gradient ne se fait que sur les points voisins du point frontière courant.

L'opérateur de Canny nécessite aussi le choix d'un seuil pour le gradient afin d'éliminer les réponses trop faibles. Monga [MON 86, MON 89] a repris l'idée de Canny du **seuillage par hystérésis du gradient** pour permettre aussi de connecter les points frontières entre eux (et ainsi remplir les trous éventuels) : à partir des points dont l'amplitude du gradient est supérieure à un seuil haut T_1 , on réalise une expansion vers des points dont l'amplitude de l'opérateur est supérieure à un seuil bas T_2 ($T_2 < T_1$). Cette technique qui marche souvent très bien a l'inconvénient de demander le choix toujours délicat de 2 seuils : les seuils hauts peuvent également détruire les points frontières réels et les seuils bas permettent de garder tous les points frontières réels mais aussi le bruit. Une première amélioration a été apportée en opérant le seuillage suivant une direction privilégiée : à proximité du plan tangent orthogonal au gradient. Récemment, Monga [MON 90] a proposé une technique supplémentaire pour remplir les trous restants entre deux chaînes de points frontières. C'est une généralisation d'un algorithme de lien entre points frontières mis au point par Deriche et Cocquerez [DER 88]. A partir d'extrémités de segments de contour, on réalise récursivement une expansion vers le point voisin (le voisinage est conditionné par la direction du gradient) dont le gradient est maximal (mais reste supérieur à un seuil) jusqu'à ce qu'on soit retombé sur un point frontière ou qu'il n'y ait plus de candidats potentiels pour ce chemin créé. On applique cet algorithme dans les 3 plans XY, YZ et ZY.

Cappelletti et Rosenfeld [CAP 89] ont élaboré une **fonction de coût** permettant de suivre les contours 2D dans chaque coupe mais en utilisant l'information 3D : elle est basée sur la moyenne du gradient 3D de Zucker et Hummel sur un ensemble de points frontières, la "circularité" du point candidat (si on recherche des contours globalement circulaires) et un critère de proximité avec les contours des coupes adjacentes. Le suivi de contour se fait par un algorithme de recherche de graphe optimisant la fonction de coût.

Une dernière solution semble prometteuse lorsqu'on a **une information a priori sur la forme de l'objet** à trouver. Séqueira (cf § II.3.4 consacré à cette approche ou [SEQ 87]) ne cherche pas à obtenir une segmentation parfaite : c'est la phase de matching entre les points détectés et un modèle 3D de l'objet recherché qui va faire le lien. Cela se fait en 2 étapes : une interactive (par un expert) pour choisir et ajuster grossièrement le modèle aux données, puis une automatique pour éliminer les "faux" points frontières et opérer une mise en correspondance plus "fine". L'aspect interactif est bien sûr ce que d'autres méthodes essaient d'éviter... Cette solution est proche de la méthode des **contours actifs**. Un paragraphe est entièrement consacré à cette technique (§II.2.5). En bref, le problème de connexion de points frontières peut alors être résolu globalement par l'évolution du contour

actif vers les points détectés dans une première phase de segmentation. Cette approche est en cours de généralisation en 3D [LEI 90 a et b].

II.2.3 Croissance de régions

Ces méthodes consistent à partitionner l'image en zones présentant des propriétés d'homogénéité (variation de l'intensité lumineuse par exemple). On peut les subdiviser en 2 catégories :

- les méthodes de classification : on détermine d'abord une partition de niveaux de gris (par calcul d'histogramme) puis on utilise les relations spatiales existant entre les pixels pour former des régions

- les méthodes de croissance de régions : on regroupe itérativement des points (technique d'agrégation de points) ou ensembles de points (technique de regroupements itératifs de régions) qui ont des propriétés de connexité, en régions plus importantes suivant des critères d'homogénéité.

Généralisées en 3D, elles peuvent rapidement être lourdes à mettre en oeuvre compte tenu de la quantité de données à traiter. Pour minimiser les temps de calculs qui pourraient devenir exorbitants, un compromis est plus ou moins fait dans les applications répertoriées : soit le critère de fusion est relativement complexe mais on opère plan par plan 2D, soit un simple seuil est utilisé mais le processus d'agrégation de points se fait dans les trois directions.

Rhodes [RHO 87] se place dans cette dernière catégorie : son critère de similarité se réduit à détecter les voxels de densité comprise dans une fenêtre donnée et connectés à un certain voxel de départ fourni par l'utilisateur. L'aspect 3D de son algorithme est sa capacité à fournir une connection automatique entre les plans et ainsi de décrire des objets complexes, avec une stratégie qui minimise les déplacements entre les différentes coupes. Plus précisément, à partir des points sur une coupe (k), on teste les 9 voisins correspondant sur la coupe (k+1). Si un point agrée pour le seuil, l'algorithme de croissance de région est mis en route pour ce point. Pendant l'expansion de région, pour tous les points examinés dans la coupe (k+1), on "détruit" la connection avec les voisins sur la coupe (k) pour éviter de les tester à nouveau. Cette méthode est appliquée en clinique (pour la construction des prothèses de fémur) mais elle nécessite parfois l'interaction avec l'utilisateur pour les raisons suivantes: choix du seuil, effets de volumes partiels, mauvaise séparation entre les structures proches (par exemple : le fémur et le tibia sont connectés par une surface cartilagineuse relativement dure dont la densité est très proche de celle de l'os). Une méthode basée sur le même principe (recherche de composantes connexes) mais qui ne se fait que coupe par coupe est proposée par Suti [SUT 86].

Koenig et Laub [KOEN 88] utilisent des critères plus complexes mais restent imprécis sur leurs choix, sûrement pour des raisons industrielles et commerciales de l'entreprise Siemens! Leur méthode se décompose en 2 étapes. La première consiste en une phase d'apprentissage interactive sur une coupe caractéristique de l'ensemble du volume 3D à traiter : une analyse statistique du tissu que l'on cherche à segmenter et des structures environnantes conduit à une sélection automatique des caractéristiques déterminantes pour la segmentation. Une stratégie de classification basée sur ces caractéristiques est alors appliquée à l'ensemble des coupes formant le volume 3D et permet de générer un tableau 3D de probabilité pour chaque pixel d'appartenir à telle ou telle région. L'aspect 3D de l'algorithme réside simplement dans la propagation du vecteur des caractéristiques. Cette méthode de sélection des paramètres caractéristiques sur une coupe donnée puis de propagation de ces paramètres aux autres coupes est également proposée par d'autres auteurs [TRI 86 a, FAN R. 87].

Brunie et Miguet [BRU 88, MIG 88] ont mis au point une technique intéressante de double seuil pour segmenter les os du poignet sur des images de TDM afin de bien dissocier les différents os qui peuvent être très proches, voire se toucher.

II.2.4 Morphologie Mathématique en niveaux de gris

La base de cette théorie ensembliste [SER 87] est d'analyser systématiquement les relations entre un objet et son environnement à l'aide d'éléments géométriques de référence appelés éléments structurants. Les opérations simples d'érosion ou de dilatation sur des images binaires conduisent à toute une classe de primitives d'opérateurs lorsque l'on fait varier la taille, la forme des éléments structurants (linéaires, dodécagonaux) et la complexité des relations (par combinaison et/ou itération de ces primitives avec des primitives booléennes telles que l'union, l'intersection,...). Ainsi, l'ouverture, combinaison d'une érosion suivie d'une dilatation, a pour effet d'éliminer les parties d'un objet plus étroites que l'élément structurant. L'application de ces techniques à des images binaires a été développée dans un paragraphe précédent (cf II.2.2.3) et concerne la connection des points frontières.

La généralisation de ces opérateurs à des images de niveaux de gris au moyen d'éléments structurants volumiques (2 axes d'espace et un d'intensité) permet de créer des primitives d'extraction nouvelles comme les primitives de concavité qui intègrent la notion de rayon de courbure. La connaissance a priori de l'image à traiter fixe le choix de l'élément structurant et la gestion des primitives à mettre en place. Le Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau a généré une méthode générale de segmentation indépendante du problème

étudié, constituée d'un ensemble de méta-règles et d'une base de données intégrant les connaissances médicales de l'expert et les primitives de traitement d'images [BLO 87].

Ainsi, les applications en segmentation d'images médicales 2D sont nombreuses : détection de tumeurs cérébrales et de nodules mammaires sur des images d'IRM [PRE 87], localisation de micro-calcifications en mammographie [GER 90], analyse du tissu pulmonaire [DEH 88], recherche de lésions microscopiques cérébrales caractéristiques de la maladie d'Alzheimer [BART 88],... Dans ces applications, on traite soit une image 2D soit un ensemble de coupes 2D séparément. Par exemple, les critères de segmentation de la tumeur [PRE 87] sont de rechercher les maxima locaux ou absolus par l'algorithme des RH-maxima et d'utiliser des primitives de concavité pour exploiter la forme géométriquement arrondies des tumeurs.

Acharya [ACH 88, ACH 89] se place dans le cas général de segmentation d'un objet quelconque dans un volume de données 3D. Il opère coupe par coupe sur les images 2D en niveaux de gris avec un opérateur de base qui peut être le gradient morphologique classique ou un opérateur signé de détection de points frontières avec des éléments structurants 1D de taille et d'amplitude variables. L'aspect 3D de son algorithme réside seulement dans la définition de l'espace de recherche et de ce qu'il appelle des "contraintes de propagation". Le but est de réduire le volume 3D à traiter, pour des impératifs de temps de calcul mais aussi pour minimiser des fausses détections. L'idée est classique : elle consiste à rechercher le contour sur la coupe suivante à proximité de celui que l'on vient de déterminer. On opère donc une simple dilatation sur le contour binaire pour focaliser la recherche dans une petite zone. Une proposition plus originale consiste à utiliser l'information issue des projections (orthogonales aux plans de coupes) qui se font souvent en même temps que l'examen 3D en TDM. Les contours 2D des projections permettent de bien délimiter les bords de l'objet.

II.2.5 Contours Actifs

Lorsqu'on a une information globale a priori sur la forme de l'objet recherché, une technique possible de segmentation est d'utiliser les contours actifs ("snakes") introduit par Kass, Witkin et Terzopoulos [KAS 87, TER 88]. Depuis cette approche a été reprise par de nombreux auteurs [AMI 88, DEM 89, VAN 89]. Après avoir choisi interactive-ment une courbe englobant l'objet recherché, on la laisse évoluer en la soumettant à des forces internes (représentant l'élasticité et la régularité de la courbe) et des forces externes (attractives vers les points frontières locaux). Le modèle se déforme donc sous l'action de ces forces jusqu'à atteindre une position d'équilibre représentant un minimum d'énergie et qui doit

correspondre au contour désiré. Formellement, on cherche à minimiser l'énergie de la courbe définie par :

$$E = E_{\text{int}} + E_{\text{ext}} + E_{\text{image}}$$

où :

* E_{int} représente l'énergie interne de la courbe, elle impose la régularité et la rigidité du modèle.

$$E_{\text{int}} = \int_{\Omega} (\alpha |v'|^2 + \beta |v''|^2) ds$$

où $v(s) = (x(s), y(s))$ représente les points du contour $\Omega(s)$ (Eq. II.12)

Si $\alpha = 0$, on retrouve le critère de minimisation remplie par les fonctions splines d'interpolation.

* E_{image} tend à amener la courbe vers les points frontières selon un critère de minimisation du potentiel $P(x,y)$:

$$P(x,y) = -|\nabla(x,y)|^2 = -\|\mathbf{grad}(x,y)\|^2$$

et
$$E_{\text{image}} = \int_{\Omega} P(v) ds$$
 (Eq. II.13)

La courbe est donc attirée vers les maxima du gradient.

* E_{ext} impose les contraintes externes définies par l'utilisateur (par exemple un point fixe).

On minimise l'énergie totale en résolvant l'équation d'évolution associée par une méthode de différences finies. On obtient alors un système linéaire qui revient à inverser une matrice positive symétrique pentadiagonale.

Un certain nombre d'améliorations ont été proposées pour résoudre des problèmes inhérents à la méthode originale de Terzopoulos :

- au lieu de minimiser le périmètre du contour, on peut minimiser la surface intérieure au contour [FRA 89] et ainsi segmenter plus facilement des structures non convexes.

- pour connecter des points frontières obtenus dans une première phase de segmentation, on peut simuler un potentiel à partir de ces données binaires convoluées par un filtre (une gaussienne par exemple) pour attirer le contour actif vers ces points [LEI 90 a et b, COH 90].

- la résolution de l'équation d'évolution se fait en discrétisant la courbe en un certain nombre de points sur lesquels on calcule le champ de forces. Deux solutions ont été proposées pour faire intervenir un bilan des forces à partir de chaque segment de courbe compris entre 2 points de la subdivision initiale de la courbe. L'intérêt est de diminuer le

nombre de points dans la discrétisation de la courbe et de rendre les résultats plus stables du fait de "l'intégration" du champ de force le long du segment de courbe.

* F. Leitner [LEI 90 a,b] modélise la courbe initiale par des B-splines et intègre les champs de forces en chaque point du polygone de contrôle représentant la courbe. L'équation d'évolution de la courbe est alors établie pour les points de contrôle qui, par leurs déplacements, assurent un contrôle local (et non plus ponctuel) de la courbe. L'algorithme est, de plus, adaptatif puisque, lors d'une forte variation de la forme d'un segment de courbe, on peut rajouter de nouveaux points de contrôle (par des techniques classiques de subdivision) afin de mieux approximer la courbe résultante.

* La solution préconisée par Cohen [COH 90] reste plus proche du modèle initial de Terzopoulos : elle consiste à utiliser une technique d'éléments finis pour la résolution de l'équation d'évolution plutôt que des différences finies.

Dans chacune de ces 2 dernières méthodes, l'extension 3D se fait pour le moment de la même façon, c'est-à-dire coupe par coupe : on utilise le résultat final de la coupe précédente comme courbe initiale pour la nouvelle coupe à traiter. L'intérêt supplémentaire de la méthode par des splines est qu'elle permet une modélisation de la surface directement à partir des points de contrôle des B-splines. Pour chacune de ces techniques, des extensions 3D (réel ballon 3D dans un cas, points de contrôle 3D de la surface dans l'autre cas) sont en cours de développement.

II.2.6 Opérateurs de diffusion

Le point de départ de ces opérateurs est le modèle classique de Marr et Hildreth [MARR 80] généralisé par Witkin [WIT 83]. On convolue le signal par des gaussiennes de variances croissantes et on définit à chaque échelle les points frontières comme des maxima du gradient ainsi régularisé (ou comme des zéros du laplacien). Witkin a montré que cela revenait à résoudre l'équation de la chaleur avec le signal comme condition initiale. L'inconvénient majeur de cette méthode est la mauvaise localisation des points frontières, due au phénomène de diffusion. Perona et Malik [PER 90] proposent de diffuser le signal de manière sélective, uniquement aux points de gradients faibles (les points frontières étant caractérisés par des gradients forts) selon un seuil à déterminer. Le principal problème inhérent à ce critère est qu'il suppose que les fluctuations dues au bruit ont un gradient plus faible que celui des points frontières. Kübler [KUB 90] a utilisé cette technique sur des images de cerveau provenant d'IRM.

Une amélioration a été proposée par Francine Catté et Tomeu Coll [CAT 90] permettant de distinguer les gradients forts dus au bruit de ceux correspondants à des variations

significatives de l'image. L'hypothèse de départ est de considérer que le bruit est d'origine stochastique (gradient fort mais de moyenne nulle localement). On applique donc un noyau régularisant (en l'occurrence une gaussienne) sur le gradient avant de le seuiller. On obtient alors l'équation suivante (dont on a prouvé l'existence et l'unicité de la solution) :

$$\frac{du}{dt} - \text{div} (g (|G* \text{grad}(u)| \text{grad}(u))) = 0$$

$$u(0) = u_0 \quad (\text{Eq.II.14})$$

où G représente le noyau régularisant
g : la fonction de seuillage

Tomeu Coll a appliqué cette méthode à des images de tumeur cérébrale provenant d'IRM et travaille actuellement sur l'extension 3D de cet algorithme. L'utilisation des méthodes d'analyse non linéaire constitue véritablement un champ nouveau d'investigation pour les problèmes de segmentation, qui semble très prometteuse [MUM 85, MORE 88, KOEP 90].

Toutefois on peut reprocher à ce type de méthodes, telles qu'elles existent actuellement, de nécessiter l'interaction de l'utilisateur, d'abord pour le choix du seuil sur le gradient mais surtout de devoir décider du temps t pour lequel on arrête le processus de diffusion : en effet, telle qu'est construite l'équation d'évolution en fonction du temps, le système ne passe jamais par une position d'équilibre stable mais a toujours tendance à diffuser plus, estompant au fur et à mesure du temps toutes les inhomogénéités.

II.2.7 Conclusion

Un nombre important de méthodes de segmentation 3D ont été développées. La plupart d'entre elles donnent des résultats satisfaisants lorsque les images initiales sont bien contrastées. Mais dès que les contours s'estompent (que ce soit dû à un mauvais rapport signal sur bruit ou à une pathologie), elles nécessitent toutes une phase d'interaction pour améliorer, voire corriger les résultats. Ainsi, une étude comparative en qualité et en temps a été faite sur des images de cerveau provenant de différentes modalités d'imagerie (TDM, IRM, TEP par émission et transmission) [CHE C. 88]. Les détecteurs testés en 2D sont ceux de Sobel, Roberts, Kirsch, Marr-Hildreth [MAR 80], Haralick [HAR 84], Shen-Castan [SHE 86], et Nalwa-Binford [NAL 86]. Les conclusions des auteurs ne font que confirmer les constatations précédentes. La solution qu'ils préconisent est d'utiliser une connaissance a priori sur la forme des objets à détecter pour améliorer ces méthodes. Le problème reste donc ouvert.

II.3 Modélisation de surface

Les premières visualisations 3D ont consisté en une représentation en fil de fer. Depuis, des méthodes diverses de modélisation de surfaces à partir de voxels ou de contours (résultats d'une étape préliminaire de segmentation du volume), ont permis de donner des images réalistes ombrées.

L'intérêt de modéliser une surface est de pouvoir faire des traitements multiples et répétés comme la visualisation, le zoom, quantifier par des paramètres morphologiques (volume, aire) ou appliquer des outils de CAO (pour la construction de prothèses par exemple),... Des méthodes d'approximation de surfaces (triangulation, carreaux de Coons, Bézier, de B-splines ou de Beta-splines) ont été développées initialement pour des objets "techniques" (bateau, avion, automobile,...) puis pour la synthèse d'images. On se référera à la synthèse de Böhm [BOH 84] sur toutes les techniques de modélisation de surface et à l'étude comparative de Barsky [BARS 84] concernant les modèles 3D à base de surfaces de forme libre ("free-form surfaces"). Depuis, des méthodes ont été développées spécifiquement pour des applications médicales (tableaux de faces de voxels, interpolation élastique dynamique).

Dans le cas de surfaces anatomiques, le problème se pose différemment si les données segmentées proviennent d'un volume initial isotrope ou non. En effet, si le résultat de la segmentation est un ensemble de contours à relier, des techniques spécifiques de reconstruction de surface ou de volume vont être utilisées. L'interpolation de surface à partir de contours pose 2 types de problèmes :

- donner une cohérence topologique à la surface : i.e. résoudre les ambiguïtés lorsqu'il y a plusieurs contours par coupe; se donner des critères amenant à une surface réaliste au sens anatomique (une surface lisse par exemple),

- faire les correspondances entre les points de chacun des contours.

Trois types de méthodes ont été proposées : triangulation, création de contours intermédiaires ou obtention de surfaces lisses. On verra donc précisément comment ces méthodes font face à ces problèmes.

Quand on part d'un volume de données isotropes, l'étape de segmentation fournit un ensemble considérable de points qu'il faut organiser, structurer, approximer, voire compacter. On retrouve dans cette catégorie de méthodes, l'approche par tableaux de faces de voxels et l'adaptation de modèles 3D. Enfin, on verra dans un dernier paragraphe, des

techniques spécifiques aux approximations de surfaces paramétrées en $z = f(x,y)$ (“range data”).

II.3.1. A partir de contours

Les données initiales sont constitués d’un ensemble de contours nécessitant une phase d’interpolation du fait de la distance inter-coupe. Ces contours sont le résultat d’une étape préliminaire de segmentation.

II.3.1.1 Triangulation

On cherche à reconstruire la surface en interpolant les contours par des facettes triangulaires. Différents critères d’interpolation sont utilisés :

- maximiser le volume du polyèdre composé par tous les triangles dans le cas d’un objet concave; dans le cas d’un objet convexe, on cherchera plutôt à minimiser ce volume [KEP 75]

- minimiser la surface du polyèdre formé par les triangles [FUC 77, FUC 88]

Dans chacune de ces approches, le problème de la triangulation se ramène à une recherche de plus court chemin dans un graphe. Des améliorations ont été apportées pour traiter le cas des embranchements et des trous dans les objets [PIZ 86, SCHW 86] par ajout de singularités suivant des heuristiques mais elles peuvent demander l’interaction de l’utilisateur.

Dernièrement, J.D. Boissonnat [BOI 88] a proposé d’utiliser la triangulation de Delaunay pour appairer les points de contours de 2 coupes adjacentes. La triangulation est donc faite automatiquement coupe par coupe et autorise les contours multiples dans un plan de coupe en introduisant des singularités dans la surface. Cette méthode a été testée pour de nombreuses applications médicales : coeur [AYA 89], cerveau, ventricules cérébraux et articulation de la hanche [AYA 90]. Des algorithmes spécifiques de visualisation 3D permettent d’avoir des images lissées.

L’intérêt de ces méthodes est de représenter l’information de façon concise et facilement manipulable. On peut ainsi calculer facilement des paramètres quantitatifs comme le volume et utiliser cette représentation dans le cas de fabrication de prothèses ou d’implants sur des stations de C.A.O (et même étudier les propriétés mécaniques des objets). De plus, les algorithmes existants actuellement sont en général très performants : celui de Boissonnat qui ne nécessite pas de machine spécialisée, met 70 ms par point (sur un SUN 3).

Pourtant, cette technique peut être critiquée pour les raisons suivantes:

- l'approximation polygonale des contours supprime les irrégularités et les détails qui peuvent être très importants pour le diagnostic (fracture, suture,...). En fait, il faudrait qu'il n'y ait aucune compression des données (i.e. chaque pixel du contour est un sommet d'un polygone) pour obtenir une représentation précise et réaliste. Malheureusement, le nombre de facettes serait considérable, cela augmente alors la complexité et les temps de calculs de l'algorithme de reconstruction et diminue l'intérêt de cette technique.

- malgré les algorithmes de lissage de surfaces composées de facettes, les images sont quand même de moins bonne qualité que celles obtenues à partir de surface de forme libre (avec des splines par exemple) [BARS 84].

- des modes de reconstruction heuristiques même astucieux ne sont pas adaptés pour interpoler des contours complexes comme ceux existants sur les coupes tomographiques de crâne dans le cas de traumatismes importants [SCHW 88, TRO 87, SEQ 87].

Par contre, cette technique garde son intérêt pour un certain nombre d'applications comme la constitution d'un atlas numérique (la triangulation est faite une fois pour toute [BARI 85 a]), pour les vaisseaux sanguins (structures tubulaires [BARI 85 b]) ou encore pour être un outil de base en CAO.

II.3.1.2 Création de contours intermédiaires

Le principe de ces méthodes est de ne pas s'astreindre à former une surface à partir des contours, ni de la modéliser. L'idée est de créer des contours intermédiaires et d'utiliser les algorithmes de visualisation d'objets formés de voxels ou les machines spécialisées style Pixar.

a) Interpolation élastique dynamique [LIN 88, LIN 89].

Cette technique est totalement locale puisqu'elle n'utilise l'information que de deux coupes adjacentes : elle ne nécessite donc pas de mémoire de stockage importante. Elle a l'immense intérêt d'être entièrement automatique et de traiter les problèmes d'embranchement (une fois les correspondances faites entre les contours).

Le principe est de déterminer le champ de forces agissant sur un contour C1 pour le déformer de sorte qu'il ressemble au contour C2. Cela se fait en 4 étapes.

1- superposition des 2 contours; pour chaque point du contour C1, on recherche le segment le plus proche du contour C2 par un critère de distance et un critère qui mesure la dissimilarité d'orientation,

2- calcul du vecteur déplacement entre le point de C1 et le segment de C2,

3- calcul du champ de forces, somme pondérée des vecteurs déplacement entre les deux contours,

4- mise en place d'un processus itératif pour générer les contours intermédiaires.

Si un contour se sépare en plusieurs branches, on interpole successivement le contour de départ vers chacun des contours finaux. Le nombre final d'itérations est choisi comme étant le nombre minimal obtenu pour chacun des embranchements.

D'autre part, pour éviter de trop grands changements dans la forme et la position spatiale des contours intermédiaires (au cas où les contours de base ne soient pas bien superposés), la trajectoire de leurs centres respectifs doit être spécifiée (en général, elle est considérée comme linéaire).

Pour obtenir une surface plus régulière que celle donnée par le tableau de voxels, Lin [LIN 89] applique un algorithme d'interpolation de surface basé sur une minimisation fonctionnelle (cf § II.3.5).

b) Par squelette et graphe de la ligne médiane

Contrairement à la plupart des techniques vues précédemment, cette approche [ROL 89] travaille sur toute la région interne au contour. L'information est codée sous forme de graphe de la ligne médiane de type squelettisation exacte et réversible (Fig. II.1). Le pouvoir descripteur du graphe (rétrécissements, proéminences,...) permet d'évaluer facilement la différence entre deux coupes.

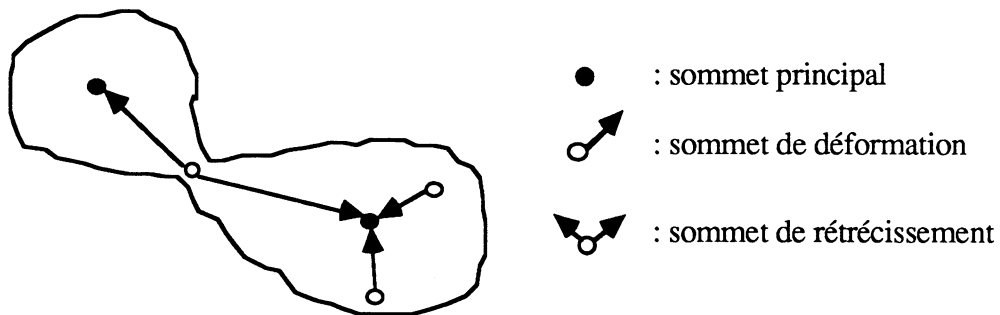


Figure II.1 : exemple de graphe de la ligne médiane

La première étape de cette méthode est primordiale : elle consiste à choisir une stratégie hiérarchisée (évaluation au niveau des noeuds principaux puis des déformations), qui est en fait une combinaison de cas bien caractéristiques (grossissement, décalage, bruit, embranchement, trous).

Après décomposition du problème en sous-stratégies possibles, des priorités d'action permettent de gérer les déformations possibles de graphes et d'inférer cette stratégie à la construction de nouvelles coupes. Cette inférence est opérée de manière hiérarchique : elle

est d'abord appliquée aux sommets principaux puis aux rétrécissements et aux déformations. La dernière étape consiste à reconstruire le volume 3D. A partir de n graphes intermédiaires, on génère de nouvelles coupes dans un processeur de visualisation qui travaille en structure voxel.

II.3.1.3 Obtention de surfaces lisses

Un certain nombre d'auteurs considèrent que la modélisation de surfaces par triangulation ou par tableaux de voxels ne fournissent pas des approximations suffisamment régulières des structures anatomiques 3D réelles. Ils proposent donc des techniques différentes de lissage de surfaces mais qui, pour certains, n'ont pas encore le même degré d'avancement (soit au niveau théorique, soit sur le plan applicatif) que les autres méthodes présentées précédemment.

a) Par résolution d'un problème variationnel

Xu et Lu [XU 88] comme Lin [LIN 89] utilisent les travaux de Grimson [GRI 83] pour considérer le problème de la reconstruction de surface comme celui d'une minimisation fonctionnelle. Le critère de base est que la surface reconstruite à partir des contours doit être la plus lisse possible, donc que la somme des courbures de la surface $S(x,y)$ doit être minimale. On cherche donc à minimiser :

$$\Theta (S(x,y)) = \int \left(\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \right)^2 \right) dx dy \quad (\text{Eq. II.15})$$

où $S(x,y)$ représente la surface en coordonnées cartésiennes.

En fait, ce critère de minimisation admet une unique solution parmi les fonctions continues sur \mathbb{R}^2 répondant aux conditions d'interpolation demandées, donnée par les splines de type plaque mince [DUC 76, DUC 80], comme combinaison linéaire des éléments de base :

$$D_m(P, P_i) = |P - P_i|^2 \text{ LOG } |P - P_i|^2$$

où $P = (x,y)$, $P_i = (x_i, y_i)$ et
 $| \cdot |$ représente une norme euclidienne

(Eq. II.16)

Poutant, aucun des auteurs n'utilise cette solution analytique.

Lin propose une transformation de l'ensemble des contours de départ en une grille pour rendre la surface paramétrisable en coordonnées cartésiennes. Intuitivement, cela revient à ouvrir et à déplier le cylindre représentatif de la surface. Dans le cas d'embranchements, Lin

opère séparément la transformation puis le calcul de minimisation pour la structure centrale terminée par une des branches. La représentation 3D complète est obtenue en prenant l'union de ces surfaces (comme il l'a déjà fait pour l'interpolation élastique dynamique).

Xu et Lu résolvent le problème de minimisation en considérant l'équation d'Euler correspondante qu'ils approximent par la méthode des différences finies. Finalement, on obtient un système linéaire qui est en général de très grande taille et qu'on résout par des méthodes itératives. Lin approxime les dérivées partielles de l'équation (Eq. II.15) par des différences finies et l'intégrale par une double somme discrète. Le problème de minimisation est résolu itérativement en utilisant la méthode de projection du gradient.

Seul Lin montre des résultats réels (avec 2 ou 3 embranchements) qui montrent effectivement une visualisation 3D de l'objet plus lisse que le simple empilement des contours. Ces 2 méthodes permettent de reconstruire la surface mais pas de la modéliser : on n'a donc aucun compactage ni structuration des données. D'autre part, certaines surfaces complexes ne vont pas pouvoir subir la transformation en coordonnées cartésiennes (cas de courbes non mono-valuées).

b) Approche de Coons généralisée

Kehtarnavaz et Figueiredo [KEH 88] utilisent une généralisation de l'approche de Coons pour extrapoler la surface à partir d'une décomposition des contours en segments de courbes similaires. Cela se fait en 3 étapes :

- segmentation du contour 3D : on décompose le contour dans le repère de Frenet (vecteurs tangent **T**, normal **N**, binormal **B**) et on considère la norme du vecteur de Darboux :

$$g(s) = \|\Omega(s)\| = (\rho(s)^2 + \tau(s)^2)^{1/2}$$

où $\rho(s)$ et $\tau(s)$ représente respectivement la courbure et la torsion de la courbe. Le contour est alors décomposé en segments de courbe séparés par des points de cassure correspondant aux maxima de la courbure totale $g(s)$ (ou aux zéros de la dérivée dg/ds). Dans le cas de contour 2D, ces points de cassure correspondent aux maxima de la courbure. Comme les données peuvent être bruitées, on calcule les dérivées après lissage des données initiales par des B-splines quintiques, soit :

$$x^{(i)}(s) = (x(s) * B(s))^{(i)} = x(s) * B^{(i)}(s)$$

- matching des segments : on définit un descripteur 3D de chaque segment de courbe, basé sur une approximation par des polynômes d'ordre 2 de la courbure et de la torsion et

une mesure de dissimilarité entre 2 segments. A partir de la correspondance entre 2 points de cassure, on évalue la mesure de dissimilarité pour toutes les combinaisons possibles de fusion de segments (du contour moins segmenté) et de correspondance entre segments, afin de la minimiser. La complexité de l'algorithme est au maximum en $O(n^3m^2)$ où n et m représentent le nombre de segments de chaque contour (avec $n > m$).

- formation de la surface paramétrée : on utilise des fonctions cardinales ou des sinus cardinales.

Cette technique a été utilisée pour reconstruire la surface du coeur à partir d'images de Tomographe à Emission de Positrons (PET).

II.3.2 A partir de données hétérogènes

Le volume de départ étant isotrope, la phase de segmentation permet de décrire entièrement la surface. La première méthode présentée suppose que la segmentation est parfaite dans le sens où elle donne un ensemble de points parfaitement connectés. Les techniques suivantes sont des méthodes d'approximation de surfaces et ont l'intérêt supplémentaire (entre-autres) de pouvoir s'adapter à un manque local d'information .

II.3.2.1 Tableaux de faces de voxels

La méthode la plus répandue et qui a donné lieu à de nombreuses applications cliniques est celle basée sur la modélisation Cuberille. Elle a été développée par des chercheurs de l'Université de Philadelphie [LIU 77, HER 78, ART 81, UDU 82, HER 88, GOR 89, UDU 90 a] pour représenter, manipuler et visualiser la surface d'objets anatomiques. Le volume de données est représenté par un ensemble d'éléments cubiques élémentaires appelés voxels, dont la dimension représente la résolution de l'appareil d'imagerie utilisé. Pour obtenir des voxels isotropes, on interpole parfois les données initiales et on obtient ainsi les coupes intermédiaires nécessaires.

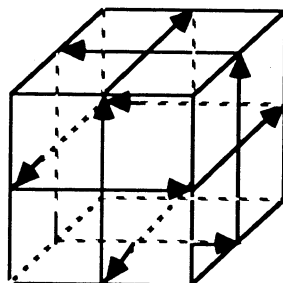


Figure II.2 : association des 3 circuits dirigés sur un voxel. Ces circuits

sont utilisés dans les définitions d'adjacence et de connectivité

La surface de l'objet est alors décrite comme un ensemble connexe de faces de voxels. La phase de segmentation se réduit en général à un seuillage afin d'obtenir un tableau 3D binaire, plus facile et plus rapide à traiter. On parle de 0-voxel et de 1-voxel correspondant respectivement au fond et à l'objet. La surface est définie comme un graphe dirigé où les noeuds sont les centres des faces d'un 1-voxel frontière (i.e. au moins une face ou une arête suivant le type d'adjacence choisie, est commune à un 0-voxel) et les liens sont des arêtes. On associe à chaque voxel 3 sens de parcours (Fig. II.2) et on définit des notions d'adjacence et de connectivité pour chacune de ces orientations (Fig II.3). Chaque voxel a donc 2 arêtes entrantes et 2 sortantes. Ainsi, la recherche de la surface de l'objet revient à rechercher une composante connexe du graphe dirigé à partir d'une face donnée. Il faut de plus "marquer" les noeuds qui ont déjà été visités sans que cette liste ne devienne trop longue.

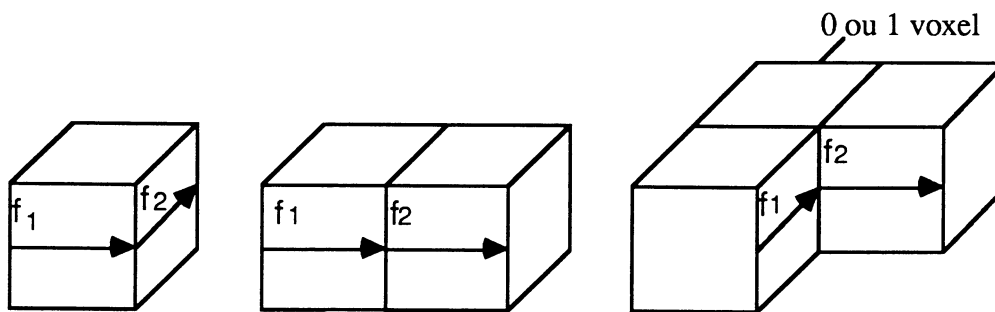


figure II.3 : définition d'un choix d'adjacence. Les 2 faces de voxels f1 et f2 sont dits T1-adjacent si un des trois cas ci-dessus est vérifié

Dernièrement, Gordon et Udupa [GOR 89, UDU 90 a] ont proposé une amélioration qui consiste à n'utiliser que 2 sens de parcours sur un voxel (au lieu de 3). L'algorithme ainsi modifié visite seulement 1/3 des faces de voxels de la surface 2 fois et conduit à une économie de temps substantiel (35%). Ainsi la seule recherche de la surface (sans codage du calcul de la normale à la surface pour la visualisation 3D) nécessite 8.6 mn pour un crâne constitué de 350 000 faces.

Ces algorithmes sont implantés sur les tomodesitomètres GE 8800 et 9800 sous forme d'un package nommé 3D98 destiné à visualiser des structures 3D [UDU 86] et à effectuer des mesures sur ces surfaces (package 3D98MS, [TRI 86 b]). Le succès de cette méthode est dû à la simplicité des algorithmes et à leur indépendance vis-à-vis de l'architecture des machines.

II.3.2.2 Adaptation de modèles 3D

L'idée de base de ces méthodes est d'utiliser une connaissance a priori sur la forme des organes ou des structures anatomiques pour créer préalablement des modèles 3D de ces objets. Ainsi, les problèmes de cohérence topologique et anatomique de la surface (problèmes de correspondance entre les différentes sous-parties de l'objet) sont réglés une fois pour toute au niveau de la création de ces modèles et non pas pendant l'étape de modélisation. De plus, le manque éventuel d'information (dû à un espacement entre coupes ou à une segmentation défailante localement) est suppléé par l'information globale donnée par le modèle. Ces méthodes devraient permettre de structurer fortement des objets même complexes et d'avoir un très bon compactage des données. Les points délicats concernent la création des modèles 3D et la mise en correspondance avec les données réelles.

La première approche et encore actuellement la plus avancée, a été proposée par Séqueira [SEQ 87, SEQ 90, BECH 89, PIN 89] Elle utilise des primitives de forme libre (B-splines) et règle un certain nombre de problèmes interactivement. Après une étape de segmentation qui peut très bien ne pas être parfaite, l'utilisateur sélectionne et positionne globalement sur ces données la primitive 3D qui décrit le mieux l'objet étudié (par rotation, translation, homothétie et affinité). La phase suivante de matching se fait automatiquement en 3 étapes:

- * sélection des données segmentées compatibles avec le modèle (par analyse de la distribution des distances entre les points et la primitive)
- * ré-échantillonnage du modèle pour obtenir une distribution uniforme des points de contrôle des B-splines
- * optimisation du modèle en utilisant les propriétés locales des B-splines. Cette étape consiste en une séquence d'optimisations locales qui privilégie toujours les déplacements importants [PIN 89].

Cette dernière phase peut nécessiter à nouveau l'interaction de l'expert. Une approche Intelligence Artificielle devrait permettre de préciser à l'expert le point délicat dans la phase de matching.

Une autre approche consiste à généraliser la méthode des contours actifs dans le cas de données 3D (cf §II.2.5). Cette fois, l'étape de segmentation est incluse dans le processus de mise en correspondance entre le modèle anatomique et les données : en effet, la primitive 3D est modifiée par l'action de forces internes (représentant l'élasticité et la régularité du modèle) et externes (attractives vers les maxima du gradient) jusqu'à une position d'équilibre représentant la surface recherchée. Au laboratoire TIMB, F. Leitner [LEI 90 a] travaille actuellement sur des surfaces modélisées également par des B-splines : le champ de forces

est alors appliqué directement sur les points du polygône de contrôle. La solution proposée par Cohen [COH 90] consiste à appliquer des forces de pression à un ballon 3D interne à la structure recherchée, qui va gonfler jusqu'à se coller à la surface de l'objet.

II.3.2.3 Cas de surfaces à paramétrage "simple"

Un certain nombre de méthodes simplifient le problème de reconstruction 3D en se plaçant dans des cas où la surface peut être représentée en coordonnées cylindriques ou sphériques : en général, cela se fait pour l'étude d'un organe donné (particulièrement en cardiologie) ou pour une application bien précise (acquisition d'une surface par triangulation active : laser + caméra [SCH F. 86, DU 88, CHAM 91]. Ces méthodes sont souvent très performantes (en temps et en qualité) pour ces applications mais ne sont hélas pas généralisables dans tous les cas. Par exemple, dans le cas du ventricule gauche du coeur en échocardiologie, un modèle déjà assez sophistiqué est de considérer que tout point de la surface est donné par ses coordonnées (r, θ, φ) dans un repère centré sur le point milieu du grand axe du coeur [BRE 87]. L'interpolation se réduit donc à déterminer la fonction $r(\theta, \varphi)$ dont on connaît un ensemble de points $r_i(\theta_i, \varphi_i)$. L'étape d'approximation peut alors se faire par une procédure standard d'approximation de surfaces.

Une autre approche possible est la représentation par solides simples, comme des sphères qui s'intersectent [ORO 79] mais ce modèle est surtout adapté à la visualisation de molécules.

Un autre exemple qui n'a pas été testé sur des structures anatomiques est pourtant très intéressant. A partir de données laser, Du [DU 88] propose de reconstruire la surface par carreaux de Béziers ou par facettes triangulaires de Bernstein-Bézier ayant une continuité G^1 ou G^2 (respectivement continuité du plan tangent ou de la courbure). Il a développé un algorithme adaptatif qui, à partir d'une approximation grossière de la surface, affine successivement la représentation de l'objet aux endroits les moins bien approchés. La surface de test, bien que paramétrée en méridien et parallèle, est en fait très complexe puisqu'il s'agit d'une sculpture d'un buste de Victor Hugo.

II.3.2.4 Cas des images de profondeur

Des techniques spécifiques ont été développées dans le cas d'images de profondeur ("range data") où la surface peut se caractériser en coordonnées cartésiennes $z = f(x, y)$ [SCH J. 89]. Ces images peuvent provenir de systèmes caméra-laser : il faut les analyser afin d'interpréter la scène transcrite et reconnaître les objets en présence. On opère une segmentation de la

surface en régions ayant chacune des propriétés géométriques similaires : pour cela, on utilise la géométrie différentielle pour classer tous les points de la surface en 8 labels donnés par les signes des courbures moyennes et gaussiennes [BES 88]. Différents algorithmes sont proposés pour regrouper ces points en éléments de surface plane ou quadrique [FAU 88], ou pour mettre en évidence les discontinuités des courbures ou surfaces afin de détecter les frontières entre plusieurs nappes [BRA 85, FAN T. 87]. Toutes ces méthodes ont l'intérêt de caractériser les surfaces localement par des paramètres stables (i.e. intrinsèque à la surface et robuste au bruit) [SAND 86] qui peuvent également être utiles dans des problèmes de matching de surfaces. Pour utiliser cette représentation ultérieurement (dans les machines de CAO), Naik et Jain [NAI 88] proposent de lisser chacune de ces régions par des éléments de surfaces composés de B-splines.

Sander et Zucker [SAND 90] ont proposé récemment de généraliser cette méthode à des images médicales 3D. En effet, on recherche toujours à caractériser et à reconstruire une surface mais on ne peut pas la caractériser aussi facilement que dans les cas précédents. Le volume de données est préalablement segmenté par l'opérateur 3D de Zucker et Hummel [ZUC 81]. A partir de cette première estimation du gradient à la surface, on affine ce résultat en calculant les courbures et directions principales en chaque point de la surface par des méthodes de minimisation sous contraintes. La visualisation 3D finale est obtenue à partir d'éléments de surfaces quadriques.

II.3.3 Conclusion

Le but de la modélisation de surfaces à partir des données hétérogènes (ensemble de points ou contours) est double : c'est bien sûr d'approximer une surface cohérente au sens anatomique à l'ensemble de points ou contours constituant l'objet, mais aussi de permettre une structuration de l'objet ainsi représenté (en sous parties ou en branches) ainsi qu'un certain compactage.

Actuellement, deux types de représentation de surface ont donné lieu à des algorithmes très performants aboutissant à des produits finis (voire commercialisés) : il s'agit des méthodes par triangulation et par tableaux de faces de voxels. L'une et l'autre ont pourtant chacune des inconvénients :

- la représentation par facettes est relativement mal vue des médecins de par la compression qu'elle opère sur les données sous forme d'approximation polygonale. Cela ne correspond effectivement pas au caractère lisse et régulier des surfaces anatomiques. De plus, les différents appareils d'imagerie vont fournir de plus en plus (dans un avenir

relativement proche) des volumes de données isotropes qui, après segmentation, vont moins nécessiter une étape de reconstruction de surface qu'une de modélisation. Ainsi, la quantité de données à gérer va estomper les performances et sûrement aussi, l'intérêt des méthodes de triangulation.

- les représentations des surfaces de voxels nécessitent déjà des données isotropes. Elles ont l'intérêt de pouvoir traiter tout type de surfaces, même les plus complexes. Par contre, elles n'offrent aucun caractère de compactage ni de structuration hiérarchisée de l'objet. De plus, les surfaces ainsi représentées n'ont aucun caractère de régularité. Ainsi, Lin préfère maintenant avoir une étape supplémentaire de reconstruction de surface à partir de critères sur la courbure [LIN 88] après avoir préconisé l'empilement de contours dans un processeur voxel.

En fait on peut s'étonner de ne pas avoir plus d'applications utilisant les propriétés de flexibilité et de contrôle local des méthodes basées sur les surfaces dites de forme libre (type carreaux de Bézier, B-splines ou Beta-splines). En effet, les objets anatomiques présentent souvent des surfaces ayant un caractère lisse. Il est vrai aussi que les objets même simples présentent parfois des surfaces complexes, si bien qu'il peut être difficile de les représenter par une approche globale. Une façon judicieuse de modéliser une telle surface est de la subdiviser en un nombre plus ou moins grand de sous parties représentables par des éléments de surface (type carreau ou triangle). En effet, il est toujours préférable d'avoir une approche locale en modélisation de surfaces afin de pouvoir modifier localement sa forme. Ce type de méthode a en plus l'intérêt de pouvoir s'adapter à des critères mathématiques (dérivabilité à l'ordre n de la surface) ou à des critères géométriques (continuité du plan tangent, de la courbure). En jouant sur des facteurs de lissage, on peut approximer plus ou moins la surface jusqu'à l'interpoler.

Pour que de telles méthodes d'approximation de surfaces soient applicables à des structures anatomiques complexes, une solution possible est de s'aider de techniques de modélisation du solide [CAS 87] ou encore de modèles 3D conçus à partir d'information a priori sur la forme des objets à représenter. De telles solutions ont sûrement beaucoup d'avenir.

CHAPITRE III

METHODOLOGIE

METHODOLOGIE

III.1 Modélisation continue du volume	45
III.1.1 Description du modèle	46
III.1.1.1 Utilisation des splines pour la génération de courbes et surfaces	
.....	46
a) Interpolation de courbes	46
b) Utilisation de B-splines	47
c) Conditions aux bords	48
d) Approximation de courbes par des splines	48
e) Approximation de surfaces	49
III.1.1.2 Construction du modèle 3D	49
III.1.2 Intérêt pour la visualisation 3D "directe"	50
III.1.3 Intérêt pour la segmentation 3D	51
III.1.4 Conclusion	53
III.2 Construction d'un système d'équations différentielles	55
III.2.1 Cas général en 2D	55
III.2.2 Cas particulier des problèmes d'intersection de surfaces	58
III.2.3 Applications à des opérateurs de détection d'éléments frontières	63
a) Isodensité	63
b) Opérateur laplacien	65
c) Opérateur "Point d'inflexion"	66
d) Combinaison de plusieurs opérateurs	68
e) De la synchronisation des messages nerveux à une nouvelle technique	
de segmentation	70
III.3 Vrai 3D	
recherche d'une fin de structure	71
III.4 Extensions possibles	75

Introduction

La plupart des primitives de base du traitement d'images numériques sont des approximations de définitions existant initialement dans le domaine continu : ainsi la géométrie discrète a ses notions de distance, de droite, de convexité propres; de même, les opérateurs différentiels tels que le gradient, le laplacien ou l'opérateur de Canny sont discrétisés et appliqués au moyen d'opérateurs de convolution. L'intérêt est bien sûr de limiter les temps de calculs.

Une autre approche consiste à considérer l'image numérique comme la discrétisation sur une grille régulière d'un signal continu multidimensionnel, sur lequel on peut appliquer les opérateurs continus. Retrouver ce signal est un problème classique d'approximation de fonction continue à partir de données discrètes. Dès lors que l'on s'est donné cette représentation continue de l'image, on va pouvoir appliquer des méthodes analytiques classiques pour tout traitement sur l'image : calcul différentiel, résolution d'équation, intégration,...

Ph. Cinquin a développé cette nouvelle modélisation d'images d'abord en 2D puis en 3D [CIN 87 a] : il utilise des produits tensoriels de splines unidimensionnelles comme technique d'approximation. La première partie de ce chapitre présente la construction de ce modèle. Une application intéressante dans le cas d'images médicales 3D est la visualisation 3D de structures anatomiques suivant le procédé de "rendu de volume". Ce modèle, plus complexe à mettre en oeuvre que les autres modélisations volumiques (comme celle de Cuberille) permet d'éviter les calculs d'approximations qui se font à différents niveaux de l'algorithme de visualisation. Mais le point fort de ce modèle est de permettre une évaluation stable des opérateurs différentiels. Cette propriété est essentielle pour les problèmes de segmentation d'images 2D ou 3D. De plus, on verra dans la deuxième partie de ce chapitre qu'on peut élaborer de nouvelles techniques de suivi de contour (ou de surface) grâce à ce modèle : ces techniques sont issues de méthodes de géométrie algorithmique destinées à déterminer l'intersection de surfaces données implicitement. Le chapitre suivant est entièrement consacré à la façon dont on va pouvoir décrire la surface d'un objet dans un volume de données 3D.

III.1 Modélisation continue du volume

Les données initiales sont constituées d'un ensemble de m coupes parallèles, sur lesquelles est représentée une fonction densité discrète $f_k(i,j)$, $k \in \{ 1..m \}$ en chaque point (i,j) de la $k^{\text{ème}}$ coupe. La durée de l'examen radiologique étant directement proportionnelle au nombre de coupes obtenues, le radiologue essaie de réduire ce nombre suivant le type d'examen.

Ainsi, les données initiales ont en général un caractère anisotropique : la résolution d'un pixel entre 2 coupes adjacentes est souvent bien inférieure à celle existant à l'intérieur d'un plan de coupe; par exemple, sur certains examens provenant d'IRM, les coupes sont espacées de 6 mm alors que la résolution à l'intérieur des plans de coupes est de 1mm^2 . En pratique, en modélisation volumique, un ré-échantillonnage des données initiales est souvent opéré, en interpolant linéairement les coupes afin d'obtenir un volume numérique isotrope dans les 3 directions de l'espace. Ce volume est alors constitué d'éléments de volume communément appelés voxels.

Au lieu d'utiliser des éléments discrets pour modéliser les données initiales, Ph. Cinquin [CIN 87] a proposé une représentation par des éléments continus 3D qui sont constitués de fonctions B-splines tri-cubiques. On approxime ainsi, suivant un critère à préciser, les données discrètes $f_k(i,j)$ par une fonction densité f continue et deux fois dérivable. La fonction densité s'écrit alors analytiquement en tout point (x,y,z) , du volume :

$$f(x,y,z) = \sum_{i,j,k} \alpha_{ijk} * B(x-i) * B(y-j) * B(z-k)$$

où $B()$ est la B-spline cubique de base (Eq.III.1.1)

Après avoir vu succinctement comment se fait cette approximation, on verra l'intérêt de cette modélisation par rapport aux représentations discrètes dans le but de visualiser ou de segmenter les données 3D. L'objectif de ce paragraphe est simplement de montrer la richesse de ce modèle, d'en expliquer les choix et de préciser l'apport pour la visualisation et la segmentation 3D. On se référera aux thèses de Philippe Cinquin [CIN 87 a] et de Catherine Lézy [LEZ 90] pour plus de précision sur l'élaboration de ce modèle.

III.1.1 Description du modèle

On rappellera d'abord l'intérêt des fonctions splines pour l'interpolation et le lissage de courbes, ainsi que les différents critères pouvant exister. Ces quelques explications seront utiles dans toute la suite de ce mémoire. On verra ensuite comment on peut généraliser ces notions en 3D.

III.1.1.1 Utilisation des splines pour la génération de courbes et surfaces

a) Interpolation de courbes

Considérons une partition τ de l'intervalle $[a,b]$ de \mathbb{R} :

$$a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b,$$

et un ensemble de n points $y_i, i = 1..n$

On cherche à interpoler ces n données par une fonction f telle que $f(x_i) = y_i, i = 1..n$.

Les fonctions polynômiales par morceaux de degré k ($1 \leq k \leq n$) ont été proposées comme solution à ce problème pour leur caractère local (ainsi, une modification locale de la courbe va affecter modérément tout le reste de la courbe). On se restreint ici à l'étude de celles de degré 3.

Soit S_τ l'ensemble des polynômes de degré 3 par morceaux sur la partition τ , 2 fois continument dérivables. S_τ est un espace vectoriel de dimension $(n+2)$. On montre qu'il existe une fonction unique σ de S_τ qui vérifie $\sigma(x_i) = y_i, i = 1..n$. Cette fonction vérifie également une condition de minimisation :

$$\forall f \in C^2[a,b] \text{ et vérifiant } f(x_i) = y_i, i = 1..n, f \neq \sigma,$$

$$\varepsilon = \int_a^b (\sigma''(x))^2 dx < \int_a^b (f''(x))^2 dx$$

(Eq.III.1.2)

Cette propriété est à l'origine de la terminologie : "spline" est le nom anglais pour désigner une latte de bois flexible. Si on fait passer une telle latte par des pivots, elle prend une position d'équilibre minimisant une approximation de son énergie de flexion ξ .

On peut généraliser ces définitions et théorèmes à des polynômes par morceaux de degré k ($1 \leq k \leq n$). On parle alors de spline linéaire si $k = 1$ et de spline quadrique si $k = 2$.

b) Utilisation de B-splines

Pour plus de commodités dans tous les calculs de splines, on les exprime sous la base des B-splines d'ordre k qui ont l'intérêt d'être à support borné.

Leurs expressions se simplifient lorsque la partition τ est uniforme, soit $x_{i+1} - x_i = h =$ constante. On parle alors de **B-splines uniformes**. Dans ce cas, les fonctions de base $B_{i,k}$ se déduisent les unes des autres par translation : une seule fonction permet donc de construire la base :

$$B_{i,k}(x) = B_k(x - i \cdot h)$$

Expression de la B-spline cubique uniforme : (Fig III.1)

Posons $u = \frac{\bar{u} - \bar{u}_i}{h} = \frac{\bar{u} - j \cdot h}{h}$

si $u \leq 0$ ou $u \geq 4$ $B(u) = 0$

si $0 \leq u \leq 1$ $B(u) = b_{-0}(u) = u^3 / 6$

si $1 \leq u \leq 2$ $B(u) = b_{-1}(u) = (1 + 3u + 3u^2 - 3u^3) / 6$

si $2 \leq u \leq 3$ $B(u) = b_{-2}(u) = (4 - 6u^2 + 3u^3) / 6$

si $3 \leq u \leq 4$ $B(u) = b_{-3}(u) = (4 - u)^3 / 6$

(Eq.III.1.3)

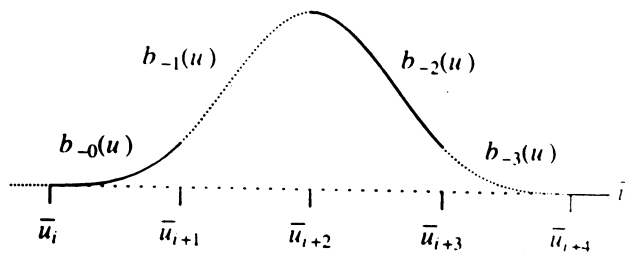


Figure III.1 : B-splines uniformes cubiques

c) Conditions aux bords

Le problème d'interpolation, dans le cas de splines cubiques revient à résoudre un problème de n équations à $(n+2)$ inconnues. Il y a donc 2 indéterminations à ce système qui peuvent être levées par la connaissance des dérivées premières ou secondes aux extrémités de la courbe (en a et b). Mais, lorsqu'on n'a aucune information supplémentaire, les 2 équations restantes sont obtenues par ce qu'on appelle les conditions de bords qui peuvent être :

- conditions de bouts libres ("free end conditions") : $f''(a) = f''(b) = 0$

la courbure aux extrémités est nulle.

- redondance des points de contrôle ("not a knot") : $a_0 = a_1$ et $a_{n+1} = a_n$

La courbe est alors tangente au polygone de contrôle à ces extrémités.

- estimation de f' , f'' en a et b :

pour cela, on interpole les 4 premières valeurs (resp. les 4 dernières) par un polynôme d'ordre 4.

d) Approximation de courbes par des splines

Quand l'information initiale est bruitée, ou que l'on veut imposer des conditions de régularité à la fonction résultante, on cherche une courbe approximant les données (x_i, y_i) suivant le critère de minimisation suivant :

$$\rho \int_a^b (f''(x))^2 dx + (1-\rho) \sum_{i=1}^n \omega_i (f(x_i) - y_i)^2 \quad (\text{Eq.III.1.4})$$

Le premier terme correspond à une énergie de flexion et le second à une énergie de lissage. On montre qu'il existe une unique fonction $\sigma \in H^2[a,b]$ qui vérifie ce critère; cette fonction a des propriétés analogues à la spline cubique d'interpolation vue précédemment.

On peut également se donner un critère plus simple à minimiser, sur l'ensemble des fonctions de l'espace S_τ :

$$\sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2 \quad (\text{Eq.III.1.5})$$

On parle alors de splines de lissage aux moindres carrés.

e) Approximation de surfaces

Un grand nombre de travaux concernent ce sujet. Dans notre cas, puisqu'il s'agit d'étendre la solution en 3D, les considérations de temps de calcul nécessaire sont à prendre en compte d'une façon cruciale. Différentes solutions ont été proposées par P. Cinquin [CIN 87] dans le cas d'images bi-dimensionnelles. On ne présente ici que la solution finale choisie.

On cherche à écrire la surface $f(x,y)$ sous forme d'un produit tensoriel de B-splines :

$$f(x,y) = \sum_{i,j=0}^{n+1} \alpha_{ij} * B(x-i) * B(y-j) \quad (\text{Eq.III.1.6})$$

Le choix dans le cas des images 2D s'est porté sur les splines aux moindres carrés car elles conduisent à un système simple et rapide à résoudre. On minimise donc :

$$\sum_{i,j=1}^n (f(x_i, y_i) - z_{ij})^2 \quad (\text{Eq.III.1.7})$$

dans l'espace des produits tensoriels de polynômes de degré 3 par morceaux.

III.1.1.2 Construction du modèle 3D

L'idée est de construire une fonction $f(x,y,z)$ de classe C^2 qui approxime la fonction densité discrète $f_k(i,j)$. Cette fonction est construite en généralisant en 3D la construction de surfaces à partir de produit tensoriel de B-splines. De par la géométrie des données initiales (bonne

résolution dans les plans de coupe, faible entre les coupes), il est préférable d'effectuer un lissage à l'intérieur des coupes et d'interpoler dans la troisième dimension. La résolution du système correspondant peut se faire en décomposant le problème en 3 sous-problèmes unidimensionnels. Les conditions aux bords ont été choisies de façon à optimiser en temps de calcul l'inversion des matrices; les quelques artéfacts résultants se situent sur les bords extérieurs des images, zones non significatives dans la plupart des cas.

Les derniers travaux de C. Lézy [LEZ 90] concernent le choix des solutions d'approximations et de conditions aux bords pour obtenir la meilleure restitution des images et minimiser les erreurs imputées à ce modèle. Suivant la modalité d'imagerie, elle préconise le lissage dans les 3 directions de l'espace (cas de la Médecine Nucléaire) ou l'interpolation un point sur 2 (en TDM et IRM) dans les plans de coupes : cette dernière solution génère moins d'oscillations que le lissage 2D et permet même de compacter les données. Les conditions aux bords pour l'interpolation doivent être la redondance des points de contrôle (intérêt également pour le compactage final).

III.1.2 Intérêt pour la visualisation 3D “directe”

Un certain nombre de méthodes de visualisation 3D [HOH 88, LEVO 88, TRO 87] consistent à ne pas rechercher entièrement la surface de l'objet à visualiser mais à ne considérer que la partie visible de l'objet dans une direction d'observation donnée. Cette technique est particulièrement intéressante lorsque l'on cherche à visualiser tout un ensemble d'objets facilement segmentables ou un objet dont la surface est particulièrement complexe à modéliser. Son domaine d'application de prédilection est tout ce qui touche au crâne : les techniques de suivi de surface peuvent devenir délicates en cas de dégâts balistiques (crâne en “mille” morceaux) et les rendus de surface ont tendance à lisser la surface du crâne (et donc à mettre moins en évidence les détails anatomiques très fins comme les sutures). Un certain nombre d'articles récents tendent à comparer les techniques de rendu de volume et de surface [UDU 90, RUS 89, LANG 90] et l'apport respectif de l'une et l'autre.

La modélisation continue du volume est tout à fait adaptée à ce mode de représentation. En effet, la faible résolution entre 2 coupes impose d'interpoler les données initiales afin d'obtenir un volume numérique isotrope. En général, une simple interpolation linéaire est utilisée pour générer de nouvelles coupes intermédiaires. Ici, l'interpolation est beaucoup plus fine puisqu'elle impose la continuité des dérivées premières et secondes. Ainsi on a une **meilleure stabilité** non seulement de la densité mais aussi **des dérivées premières et secondes**. La première application de ce modèle continu est de permettre des agrandissements d'images de meilleure qualité que ceux utilisant une simple interpolation

bilinéaire. Il en est de même du reformattage de coupes dans des plans quelconques, voire orthogonal au plan de coupes initiales.

Les **méthodes de lancer de rayon** en vue de visualiser le volume de données dans une direction particulière sont applicables à ce modèle : la recherche de l'intersection entre un rayon et la surface de l'objet recherché peut se faire à un niveau sub-voxel sans interpolation supplémentaire et ainsi permettre une localisation précise de la surface. Si on utilise une technique de visualisation par Z-buffer, on obtiendra une surface plus régulière que celle obtenue à partir de tableaux de voxels. Lorsqu'on cherche à **éclairer** l'objet détecté par une source lumineuse, les calculs de l'intensité réfléchie font intervenir la normale à la surface de l'objet, qui n'est autre que le gradient de la surface au point considéré. Par notre modèle, les opérateurs différentiels du premier ordre, et donc le gradient sont continus et dérivables. Du fait de cette propriété de continuité du gradient, l'image de la scène 3D éclairée, obtenue à partir de ces normales à la surface, sera donc plus régulière et sans les artéfacts dus au bruit, au phénomène d'aliasage ("aliasing", i.e. l'échantillonnage des données ne permet pas de bien suivre les fortes variations de la surface) ou de transitions entre objets différents. En fait, en modélisation cuberille, pour avoir des images de très bonne qualité, Udupa approxime également la normale à la surface en considérant un voisinage $4*4*4$ [UDU 86]. On a donc pu obtenir de très belles visualisations 3D pour tout ce qui concerne les structures osseuses en TDM, cette méthode a également été appliquée en Médecine Nucléaire [LEZ 90].

Malheureusement, le surcoût de calcul nécessaire à l'élaboration de ce modèle devient difficile à justifier principalement pour deux raisons :

- on assiste à une amélioration des appareils d'imagerie dans le sens d'une plus grande précision volumique des données (i.e. vers une information réellement isotrope). L'interpolation entre les coupes initiales ne sera donc plus nécessaire.

- l'utilisation en routine clinique de la visualisation 3D nécessite des algorithmes tournant quasiment en temps réel.

C. Lézy propose donc un modèle hybride où le modèle continu ne serait utilisé que pour le calcul de la normale à la surface (i.e. du gradient 3D), car c'est le point clé de la qualité du rendu de volume. L'évaluation de la densité utiliserait le modèle discret.

III.1.3 Intérêt pour la segmentation 3D

La mauvaise résolution entre 2 coupes successives rend difficile l'application directe d'opérateurs 3D de détection de surface (type Marr, Canny ou autres). Il faut soit créer de nouvelles coupes intermédiaires par interpolation des données initiales, soit faire intervenir la différence de résolution existant dans la troisième dimension dans le calcul de l'opérateur

différentiel comme le propose Morgenthaler [MORG 81]. Dans le cas contraire, les algorithmes de suivi de surface vont avoir du mal à trouver des points frontières adjacents dans toutes les directions. Ceux proposés par Udupa et d'autres ne sont applicables que pour des données isotropes.

D'autre part, la modélisation continue du volume permet une évaluation stable d'opérateurs différentiels tels que le gradient ou le laplacien. Or, ces opérateurs sont très utilisés pour la détection des points frontières : c'est donc bien un "plus" indéniable pour la segmentation. En fait, cette constatation est à rapprocher des **travaux de Torre et Poggio** [TOR 86] sur la détection de contour, qui consistent à donner une justification rigoureuse du filtrage et du type de filtrage, avant l'étape de différentiation, au moyen de la théorie de la régularisation. En effet, la détection des points frontières est essentiellement un problème de différentiation numérique. Mais comme la différentiation amplifie les composantes hautes fréquences, elle augmente également celles qui correspondent au bruit : on perd donc en stabilité et en continuité dans les calculs de dérivées par rapport aux données initiales. Torre et Poggio ont montré que c'était typiquement un problème mal posé au sens classique d'Hadamard (un problème est dit bien posé si sa solution existe, est unique et dépend continument des données initiales). Des techniques rigoureuses, dites de régularisation, existent pour transformer un problème mal posé en problème bien posé. Une technique possible est de convoluer le signal avec un opérateur de stabilisation (qui revient à une étape de filtrage) satisfaisant les conditions de Tikhonov [TIK 77]. Une grande variété de fonctions vérifient ces conditions : fonctions de Hermite, gaussienne,... Ainsi, l'opérateur de Marr [MARR 80], composé d'un filtrage gaussien suivi du laplacien répond à ces critères. Il en est de même de différents types d'interpolation et d'approximation par des splines cubiques. Il y a donc bien adéquation de notre modèle continu avec la théorie de Torre et Poggio. Pour des raisons de temps de calculs, vu les quantités énormes de données à traiter, notre critère de régularisation revient simplement à utiliser des B-splines aux moindres carrés. Nous n'avons donc pas de paramètre de régularisation adaptable au degré de bruitage des images initiales (si ce n'est l'ordre de compactage des données qui a été fixé empiriquement à 2). La venue de machines plus puissantes redonnent de l'intérêt à des critères d'approximation plus complexes. Le phénomène d'oscillations existants sur certaines images pourrait ainsi être limité en utilisant un paramètre de régularisation optimum suivant un critère à déterminer. Les méthodes de validation croisée ont d'ores et déjà montré leurs intérêts en 1D [SHA B. 89] comme en 2D [LAU 72, UTR 78, UTR 79, GIR 87].

Un dernier point important concerne l'intérêt de ce filtrage spline par rapport à d'autres plus en vogue actuellement (Marr, Canny). En effet un certain nombre d'auteurs [TOR 86, FER 87] ont montré la très grande ressemblance entre le filtre gaussien et la spline cubique de

base; dans leur analyse de la détection de points frontières, ces deux filtres se situent au même niveau de traitement. Il est donc inutile de vouloir calculer des opérateurs complexes tels que celui de Marr ou de Canny sur le modèle continu puisque que notre filtrage par approximation spline est tout à fait équivalent, il a l'intérêt supplémentaire d'être à support borné. D'autre part, des travaux récents [MIC 89] ont montré que la forme du filtre n'est pas essentielle, à condition bien sûr de répondre aux conditions de Tikhonov. En effet, le filtrage pour la segmentation n'est qu'une étape intermédiaire en vue d'une binarisation de l'image : il en est tout autrement de l'opérateur de différentiation. De plus, un filtre particulier peut donner de meilleurs résultats pour des points frontières ayant des profils de densités particuliers (comme l'opérateur de Canny pour des profils idéaux) mais comme la forme d'un point frontière peut être quelconque, ce "plus" perd de son importance. Notons que Ferrari et al [FER 87, SANK 88] proposent une implémentation récursive du filtrage B-spline ainsi qu'une architecture spécialisée.

III.1.4 Conclusion

Alors que le modèle continu perd un peu de son intérêt pour la visualisation 3D vu que l'on va de plus en plus vers des volumes de données 3D isotropes, il reste essentiel pour la segmentation par détection de points frontières. En effet, l'étape de pré-filtrage nécessaire avant toute étape de différentiation se fait lors de la construction de ce modèle. De plus, l'approximation de la densité par des splines cubiques est tout à fait équivalent au filtrage gaussien, de par la très grande ressemblance de la B-spline de base et de la fonction gaussienne.

Ce modèle pourrait ne servir qu'à stabiliser les calculs des opérateurs de différentiation comme le gradient ou le laplacien. On pourrait donc simplement appliquer des méthodes classiques de détection de contour en rediscrétisant les données. En fait, le modèle continu va permettre de faire mieux en créant de nouvelles techniques de suivi de points frontières en 2D comme en 3D.

III.2 Construction d'un système d'équations différentielles

Pour exploiter au mieux le modèle continu, on se propose de voir le problème du suivi de contour comme un problème analytique classique de suivi de ligne de niveau d'une surface représentée de façon continue par $z=f(x,y)$ [WEN 85]. Une solution possible est de construire un système d'équations différentielles, dont la solution stable est le contour (la surface dans le cas 3D) de l'objet que l'on cherche à segmenter. La résolution de ce système à partir d'un point de ce contour (respectivement de la surface) doit permettre de suivre le contour ou la surface recherchée.

On verra deux façons différentes de construire de tels systèmes dans le cas 2D et on comparera les solutions trouvées. Puis cette méthode sera appliquée à trois types d'opérateurs de détection de contours : recherche d'isodensité, laplacien et maximum du gradient dans la direction du gradient. L'élaboration de ces systèmes se fait pour suivre des contours dans des plans quelconques du volume de données. On verra également comment suivre une courbe de l'espace 3D pour atteindre un point particulier de la surface, comme un extréma local. La façon dont on va opérer pour suivre entièrement la surface d'un objet dans le volume 3D sera traitée ultérieurement (cf chapitre IV).

III.2.1 Cas général en 2D

Considérons une fonction densité f définie continue et de classe C^n ($n \geq 2$) sur un domaine D de \mathbb{R}^2 et un opérateur différentiable H_f faisant intervenir f et ses dérivées d'ordre inférieur à $(n-1)$ (typiquement H_f peut représenter l'opérateur laplacien). On cherche à suivre l'ensemble des points vérifiant :

$$H_f(x,y) = 0 \quad (\text{Eq. III.2.1})$$

Pour plus de commodités dans les notations, cet opérateur est noté H dans les équations.

Cette courbe est représentée en coordonnées paramétriques par

$$x = x(t)$$

$$y = y(t)$$

De par les propriétés de dérivabilité de f , H_f est définie, continue et dérivable au moins une fois sur le domaine D . On peut donc dériver l'équation 2.1 par rapport à t :

$$x'(t) \frac{\partial H}{\partial x} + y'(t) \frac{\partial H}{\partial y} = 0 \quad (\text{Eq. III.2.2})$$

La courbe recherchée peut être représentée par l'intégrale de cette équation différentielle, dont une solution particulière est le système hamiltonien d'énergie H_f :

$$\begin{aligned}x'(t) &= \frac{\partial H}{\partial y} \\y'(t) &= -\frac{\partial H}{\partial x}\end{aligned}\tag{Eq. III.2.3}$$

D'autres solutions simples peuvent être envisagées, comme par exemple une solution normalisée de (Eq. III.2.3) permettant d'éviter que x' et y' ne prennent des valeurs trop grandes :

$$\begin{aligned}x'(t) &= \frac{\partial H}{\partial y} \frac{1}{G_H} \\y'(t) &= -\frac{\partial H}{\partial x} \frac{1}{G_H}\end{aligned}$$

où $G_H = \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2}$

(Eq. III.2.4)

Le cas où le gradient G_H est nul correspond à un point singulier de ces 2 systèmes différentiels qui sera étudié ultérieurement.

La résolution numérique de ce système à partir d'un point initial (x_0, y_0) vérifiant $H_f(x_0, y_0) = 0$ devrait permettre de déterminer l'équation paramétrée de la courbe recherchée. Mais ce système n'est pas stable : la moindre perturbation qui écarte la courbe de la ligne de niveau étudiée n'a aucun moyen d'être corrigée. On ajoute donc à ce système un terme correcteur qui ramène la trajectoire vers la courbe $H_f = 0$ dans le sens des plus petites valeurs de $|H_f|$ ou de H_f^2 , soit :

$$\frac{d(H^2)}{dt} = -H^2\tag{Eq. III.2.5}$$

qui se développe :

$$2H \frac{d(H)}{dt} = -H^2\tag{Eq. III.2.6}$$

Pour les points tels que $H_f \neq 0$, on doit donc avoir :

$$\frac{dH(x(t), y(t))}{dt} = -\frac{1}{2} H\tag{Eq. III.2.7}$$

soit :

$$x'(t) \frac{\partial H}{\partial x} + y'(t) \frac{\partial H}{\partial y} = -\frac{1}{2} H\tag{Eq. III.2.8}$$

dont une solution particulière est donnée par :

$$\begin{aligned}x'(t) &= -\frac{1}{2} \frac{\partial H}{\partial x} \frac{H}{G_H^2} \\y'(t) &= -\frac{1}{2} \frac{\partial H}{\partial y} \frac{H}{G_H^2}\end{aligned}\tag{Eq. III.2.9}$$

pour les points de gradient G_H non nul.

On remarquera que les points vérifiant $H_f = 0$ apportent bien une contribution nulle à ce terme correcteur, ce qui étend le domaine de validité du système donné par (Eq. III.2.9). Par contre, les points tels que $G_H = 0$ demandent à nouveau un traitement spécial.

Le système final d'équations différentielles permettant de suivre l'ensemble des points vérifiant $H_f(x,y) = 0$ à partir d'un point solution s'obtient en combinant le terme de "suivi de contour" (Eq. III.2.3) et le terme "de rappel" (Eq. III.2.9). Le poids relatif accordé à chaque terme est représenté par le paramètre β :

$$\begin{aligned} x'(t) &= \frac{1}{G_H} \left(\frac{\partial H}{\partial y} - \beta \frac{\partial H}{\partial x} \frac{H}{G_H} \right) \\ y'(t) &= \frac{1}{G_H} \left(-\frac{\partial H}{\partial x} - \beta \frac{\partial H}{\partial y} \frac{H}{G_H} \right) \\ \text{et } G_H &= \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2} \end{aligned} \quad (\text{Eq. III.2.10})$$

Ce système peut être résolu par toute méthode de résolution d'équations différentielles avec conditions initiales. Les conditions d'arrêt de la résolution du système différentiel peuvent être diverses et sont données par le contexte :

- recherche d'un contour fermé
- on sort des bornes de définition de la fonction densité f ou de la restriction du domaine à une zone pré-définie
- point caractéristique de la surface ou du contour.

Etude des singularités :

Si $G_H = 0$, le terme suivi de contour non normalisé s'annule et le terme correcteur n'est plus défini. En fait, un point dont le gradient de l'opérateur ainsi que l'opérateur est nul, doit se trouver dans une zone localement homogène. Un tel cas n'est possible que si le système est mal initialisé (loin du contour recherché) ou si la méthode de résolution n'est pas suffisamment apte à s'adapter au contexte (méthode à pas fixe par exemple). Ainsi, le système est initialisé de façon à suivre les contours correspondant à des maxima du gradient. En conséquence, les valeurs de G_H seront toujours très importantes. On a donc choisi de modifier G_H en G_H' pour éviter les cas où il pourrait s'annuler, pour un problème quelconque de mauvaise initialisation :

$$G_H' = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2} \quad (\text{Eq. III.2.11})$$

Evaluation du paramètre β :

Intuitivement, le premier terme du système différentiel représente une composante de déplacement (appelé terme "suivi de contour" dans toute la suite) alors que le second terme est en quelque sorte une "force de rappel" vers la courbe recherchée.

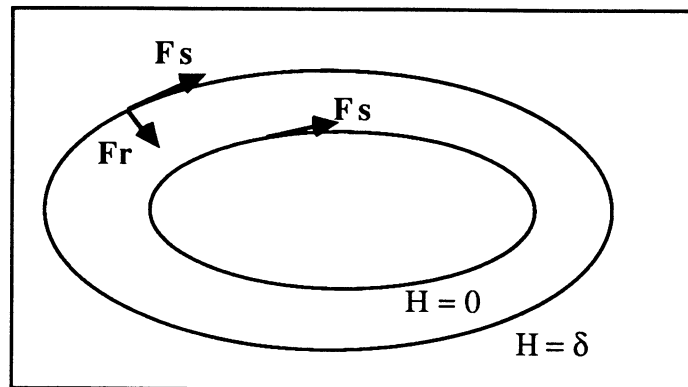


Figure III.2 : influence de la force de rappel F_r

Le terme "suivi de contour" a une norme $F_s = 1$.

Le terme "force de rappel" a une norme $F_r = \beta * |H_f(x,y)| / G_H$

d'où un rapport entre les 2 termes de :

$$r = \left| \frac{F_r}{F_s} \right| = \beta \frac{|H|}{G_H} = \beta \frac{|H|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2}} \quad (\text{Eq. III.2.12})$$

L'influence du terme correcteur dépend linéairement du choix du paramètre β . On verra plus précisément dans la partie "simulations" (cf §V.3) que ce paramètre permet à l'algorithme de s'adapter à des images plus ou moins bruitées.

Les choix des méthodes de résolution de tels systèmes différentiels ainsi que leurs conditions de stabilité et de convergence seront discutés au chapitre VI.

III.2.2 Cas particulier des problèmes d'intersection de surfaces

On peut poser le problème différemment. Philips et Odell [PHI 84] ont proposé une nouvelle méthode pour calculer numériquement l'intersection de 2 surfaces de l'espace 3D définies implicitement. Cette méthode consiste également à construire un système différentiel dont la solution stable est l'intersection recherchée. Après avoir développé l'originalité de leur méthode, nous verrons comment elle s'applique à notre problème de segmentation et analyserons les liens très étroits entre les 2 systèmes d'équations différentielles obtenus.

a) Explications :

Considérons 2 surfaces de l'espace 3D définies implicitement par 2 fonctions deux fois continûment dérivables :

$$\begin{aligned} f(P) &= 0 && \text{en tout point } P = (x, y, z) \text{ de } \mathbb{R}^3 \\ g(P) &= 0 \end{aligned}$$

L'idée est de construire un système différentiel d'équations différentielles ordinaires :

$$P'(t) = Z(P(t)) \quad \text{où } P(t) = (x(t), y(t), z(t)) \quad (\text{Eq. III.2.13})$$

de telle sorte que si ces surfaces ont une intersection non vide S , alors S soit une variété stable de ce système. On construit ce système de sorte que les trajectoires solutions s'approchent asymptotiquement de S .

On veut définir $Z(P)$ en tout point P de \mathbb{R}^3 , de sorte que $P(t)$ recherche et suive l'intersection S quand t augmente. $Z(P)$ doit donc satisfaire les 3 conditions suivantes :

- (i) si $f(P) \neq 0$, la trajectoire doit se diriger vers la surface $f(P) = 0$
- (ii) si $g(P) \neq 0$, la trajectoire doit se diriger vers la surface $g(P) = 0$
- (iii) si P se trouve sur les 2 surfaces $f(P) = 0$ et $g(P) = 0$, alors la trajectoire doit rester tangente à la courbe intersection S .

Dans la suite on utilise les vecteurs normaux unitaires aux 2 surfaces que l'on note :

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{grad} f}{|\mathbf{grad} f|} \quad \text{et} \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{grad} g}{|\mathbf{grad} g|}$$

La condition (i) est posée de sorte que $P(t)$ tende à diminuer f suivant l'équation suivante

$$\frac{d(f(P)^2)}{dt} = -f(P)^2 \quad (\text{Eq. III.2.14})$$

Remarquons que cette condition est celle utilisée pour la construction de notre force de rappel (cf Eq. 3.5). On développe (Eq. III.2.14) en substituant $Z(P)$ à $P'(t)$:

$$2 |f| \langle \mathbf{grad} f, Z(P) \rangle = -f(P)^2 \quad (\text{Eq. III.2.15})$$

soit :

$$\langle \mathbf{n}, Z(p) \rangle = \frac{-f(P)}{2 |\mathbf{grad} f|} \quad (\text{Eq. III.2.16})$$

On fait de même pour g :

$$\langle \mathbf{m}, Z(p) \rangle = \frac{-g(P)}{2 |\mathbf{grad} g|} \quad (\text{Eq. III.2.17})$$

Les équations (2.16) et (2.17) vérifient bien les conditions (i) et (ii) que l'on s'était posées.

La condition (iii) impose que P(t) se déplace suivant la tangente de S.

Supposons n et m non parallèles. On note a le produit vectoriel entre les vecteurs n et m :

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{n} \wedge \mathbf{m}}{|\mathbf{n} \wedge \mathbf{m}|}$$

En tout point de l'intersection S des 2 surfaces, a est le vecteur unitaire tangent à S.

Si a est bien défini, la condition (iii) veut que P(t) soit tangent à S quand P est proche de l'intersection S, soit :

$$\langle \mathbf{a}, \mathbf{Z}(p) \rangle = Q(d(P)) \quad (\text{Eq. III.2.18})$$

où d(P) est une mesure de la distance de P à S

Q(d) est une fonction positive qui tend vers 0 quand d est grand (lorsqu'on se trouve loin de l'intersection S, on ne se déplace donc pas suivant la tangente à la courbe) et qui devient très grande quand d est proche de 0.

Les choix se sont portés sur :

$$d(P) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{f}{|\text{grad } f|} \right)^2 + \left(\frac{g}{|\text{grad } g|} \right)^2 \right) \quad (\text{Eq. III.2.19})$$

qui est une approximation du premier ordre de la distance euclidienne de P à S.

Q(d) mesure la taille de la composante du champ Z(P) dans la direction tangente à S, on a donc choisi (Fig III.3):

$$Q(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < s < e_1 \\ H\left(\frac{s - e_1}{e_2 - e_1}\right) & \text{si } e_1 < s < e_2 \\ 0 & \text{si } e_2 < s \end{cases}$$

avec $H(s) = 1 - 3s^2 + 2s^3$ (Eq. III.2.20)

De la même façon, on module les deuxièmes membres des équations (Eq. III.2.16 et 2.17) afin que Z(P) ne puisse pas devenir trop grand. On remplace donc ces équations par :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{n}, \mathbf{Z}(p) \rangle &= G\left(\frac{f(P)}{|\text{grad } f|}\right) \\ \langle \mathbf{m}, \mathbf{Z}(p) \rangle &= G\left(\frac{g(P)}{|\text{grad } g|}\right) \end{aligned} \quad (\text{Eq. III.2.21})$$

où G() est une fonction impaire définie par :

$$G(s) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < s < e_3 \\ -H\left(\frac{e_4 - s}{e_4 - e_3}\right) & \text{si } e_3 < s < e_4 \\ -1 & \text{si } e_4 < s \end{cases} \quad (\text{Eq. III.2.22})$$

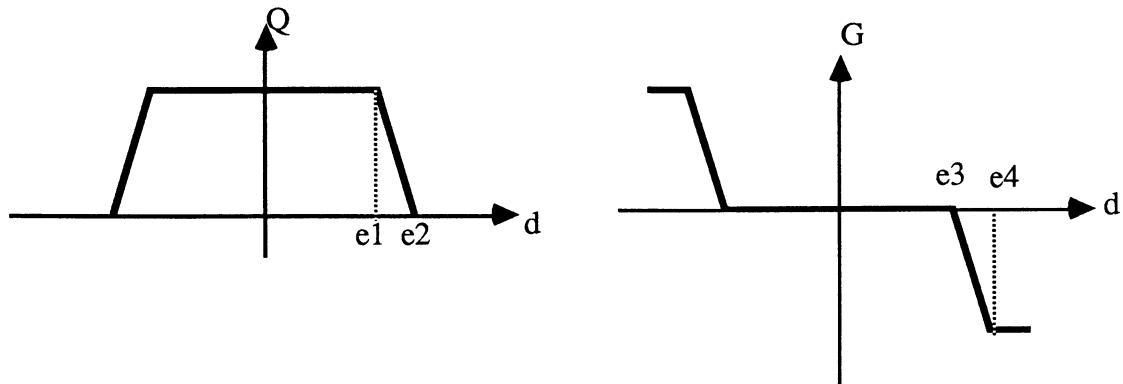


Figure III.3 : Les fonctions $Q(\)$ et $D(\)$ déterminent respectivement l'amplitude des composantes de $Z(P)$ dans la direction tangente à S et celle qui ramène à S

Les paramètres e_1 , e_2 , e_3 et e_4 doivent être ajustés de sorte que les trajectoires solutions approchent la courbe intersection S rapidement sans générer d'oscillations numériques. Une contrainte essentielle est que $e_2 > e_3$ pour que les 2 composantes puissent interagir ensemble. On remarque que plus e_1 et e_2 sont petits, plus la trajectoire plongera abruptement vers l'intersection avec des risques croissants d'oscillations. e_3 définit en quelque sorte la précision que l'on veut avoir pour définir la courbe intersection. Si e_3 est grand, le système est facile à résoudre mais conduit à une trajectoire pouvant s'éloigner sensiblement de la courbe intersection.

b) application

Le système final est donc :

$$\begin{pmatrix} n_1 & n_2 & n_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G\left(\frac{f(P)}{|\text{grad } f|}\right) \\ G\left(\frac{g(P)}{|\text{grad } g|}\right) \\ Q\left(\left(\frac{f}{|\text{grad } f|}\right)^2 + \left(\frac{g}{|\text{grad } g|}\right)^2\right) \end{pmatrix} \quad (\text{Eq. III.2.23})$$

Dans notre cas, on recherche l'intersection de la surface $f(P) = H_f(P) = 0$ avec un plan de coupe :

$$g(P) = z - z_0 = 0$$

On a donc :

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{grad} \mathbf{g}}{|\mathbf{grad} \mathbf{g}|} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{n} \wedge \mathbf{m} = \begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial y} \\ -\frac{\partial H}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix}$$

soit le système :

$$\frac{1}{|\mathbf{grad} H|} \left(x'(t) \frac{\partial H}{\partial x} + y'(t) \frac{\partial H}{\partial y} \right) = G \left(\frac{H(x,y)}{|\mathbf{grad} H|} \right)$$

$$\frac{1}{|\mathbf{grad} H|} \left(x'(t) \frac{\partial H}{\partial y} - y'(t) \frac{\partial H}{\partial x} \right) = Q \left(\left(\frac{H(x,y)}{|\mathbf{grad} H|} \right)^2 \right) \quad (\text{Eq. III.2.24})$$

ou encore :

$$x'(t) = \frac{1}{G_H} \left(\frac{\partial H}{\partial y} Q \left(\left(\frac{H}{|\mathbf{grad} H|} \right)^2 \right) + \frac{\partial H}{\partial x} G \left(\frac{H}{|\mathbf{grad} H|} \right) \right)$$

$$y'(t) = \frac{1}{G_H} \left(-\frac{\partial H}{\partial x} Q \left(\left(\frac{H}{|\mathbf{grad} H|} \right)^2 \right) + \frac{\partial H}{\partial y} G \left(\frac{H}{|\mathbf{grad} H|} \right) \right) \quad (\text{Eq. III.2.25})$$

c) comparaison des 2 systèmes :

Si on compare les deux systèmes obtenus (Eq. III.2.10 et 2.25) par ces formalisations différentes, on remarque qu'ils se ressemblent beaucoup puisqu'ils sont constitués tous les deux des mêmes termes d'avancement et de "force de rappel", la seule différence réside dans le type de pondération de ces 2 termes.

Chez Philips et Odell, les deux termes sont modulés afin qu'aucun ne puisse prendre des valeurs trop importantes. L'influence de l'un ou l'autre peut même s'annuler si elle est jugée inutile. En particulier, le terme "suivi de contour" intervient dans le système différentiel suivant un critère de proximité réglé par la fonction $Q(d)$ alors que dans notre cas, il intervient toujours : tout se passe comme si " $Q(d) = 1$ " était toujours vérifié, soit encore:

$$\left(\frac{H(x,y)}{|\mathbf{grad} H|} \right)^2 < e1$$

Tout se passe comme si on avait choisi un $e1$ très grand, ce qui signifierait donc qu'on accepte des variations importantes de la fonction H_f autour de 0. En fait, on va toujours

initialiser le système différentiel avec un point proche de la structure recherchée; de plus, il faut faire en sorte de ne pas trop s'en éloigner, puisque le risque de s'en écarter pourrait amener à suivre une autre structure (du fait de la proximité parfois même critique des structures anatomiques). C'est donc au niveau de l'intégration du système différentiel qu'il faut veiller à ne pas accepter de trop grandes variations de $P(t)$.

Ainsi, dans tous nos tests, le rapport $(H / |\text{grad } H|)$ reste toujours faible : on peut donc valablement toujours faire intervenir ce terme "suivi de contour" en restant cohérent avec les hypothèses de Philips et Odell. De plus, imposer un terme d'avancement constant permet de minimiser le risque de bouclage autour de points particuliers dans le cas de zone bruitée.

En ce qui concerne la force de rappel, le même critère de minimisation a été utilisé pour la déterminer dans les 2 systèmes. Philips a opté de la moduler par un coefficient dépendant de la valeur du rapport $(H_f / |\text{grad}(H_f)|)$ et qui varie entre 0 et 1 pour éviter de trop grandes valeurs de $Z(P)$. Dans notre cas, ce rôle est joué par le paramètre:

$$r = \frac{\beta * |H_f|}{G_H}$$

C'est donc la même dépendance suivant le rapport de H_f sur le gradient de H_f mais dans notre cas, vu qu'il n'y a pas de modulation, le risque que la force de rappel devienne trop importante subsiste (ou qu'elle reste toujours trop faible suivant la valeur de β et qu'elle n'intervienne donc jamais dans le système différentiel).

L'intérêt de la méthode de Philips est de pouvoir mieux jouer sur les 2 termes du système différentiel suivant le contexte, mais elle nécessite d'ajuster 4 paramètres au départ, ce qui est toujours délicat. Au niveau du calcul, elle demande 4 tests de comparaison supplémentaires. Dans le chapitre VI, nous verrons plus précisément l'intérêt pratique de ces 2 systèmes.

III.2.3 Applications à des opérateurs de détection d'éléments frontières

Cette méthode de construction-résolution de système différentiels permet de suivre des points frontières caractérisés par un opérateur de détection donné. Cet opérateur doit être choisi suivant le contexte. Nous verrons d'abord le plus simple, le suivi d'une isodensité puis le laplacien et l'opérateur "point d'inflexion".

a) Isodensité

Dans les images de TDM, l'intensité en un pixel de l'image est une caractéristique de la structure anatomique rencontrée. Ainsi, un certain nombre de tissus peuvent être caractérisés par leur numéro d'Hounsfield, directement lié à la densité numérisée sur l'image. Ce simple

critère de segmentation est utilisable pour suivre la surface de la peau ou de l'os en TDM et de la peau en IRM.

Il faut remarquer que pour cette technique de seuillage, après modélisation continue du volume, on prend finalement en compte tout un voisinage de points de par l'intervention de $4*4*4$ coefficients (correspondant à $13*13*4$ voxels du volume initial). Ce seuillage perd donc de son caractère strictement local.

L'opérateur permettant de suivre une ligne d'isodensité donnée "iso" est défini par :

$$Hf(x,y) = f(x,y) - \text{iso}$$

On a donc :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y}$$

d'où le système à résoudre :

$$\begin{aligned} x'(t) &= \frac{1}{G_f} \left(\frac{\partial f}{\partial y} - \beta \frac{\partial f}{\partial x} \frac{(f - \text{iso})}{G_f} \right) \\ y'(t) &= \frac{1}{G_f} \left(-\frac{\partial f}{\partial x} - \beta \frac{\partial f}{\partial y} \frac{(f - \text{iso})}{G_f} \right) \\ \text{et } G_H &= \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \end{aligned} \quad (\text{Eq. III.2.26})$$

Notons que le terme "suivi de contour" est donné par la direction orthogonale au gradient de densité.

Le rapport entre les termes "force de rappel" et "suivi de contour" est alors :

$$r = \frac{|F_r|}{|F_s|} = \frac{\beta (f - \text{iso})}{G_f} \quad (\text{Eq. III.2.27})$$

Le choix de β permet une souplesse plus ou moins grande sur le suivi de l'isodensité : plus β est grand, plus la force de rappel peut devenir importante et donc plus la trajectoire sera proche de la ligne de niveau "iso" et moins elle s'en écartera. En fait, on verra, dans le chapitre V sur les simulations, que les performances de l'opérateur sont conservées sur une grande plage de valeurs de β ($1 \leq \beta \leq G_f/2$) : le choix de β qui aurait pu être délicat, n'est donc pas déterminant.

Le principal inconvénient de cet opérateur est bien entendu de devoir fixer une densité caractéristique : en effet, un tel choix est parfois difficile à faire interactivement et encore plus automatiquement. D'autre part, une densité n'est que rarement un paramètre stable de toute une structure 3D.

b) Opérateur laplacien

Il est défini par :

$$H_f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \nabla_f \quad (\text{Eq. III.2.28})$$

Les avantages de cet opérateur sont de rechercher des points où il s'annule (cela ne nécessite donc pas des critères de seuils comme pour les opérateurs qu'il faut maximiser) et d'être isotrope (contrairement aux opérateurs directionnels). Par contre, la nécessité de faire intervenir des dérivées secondes le rend très sensible au bruit. Cet opérateur est très souvent utilisé du fait de sa simplicité de calcul et combiné à un opérateur de filtrage préliminaire (de type gaussien par exemple). Dans notre cas, l'opération de filtrage est réalisée grâce à la modélisation continue du volume (cf §III.1). L'inconvénient majeur de cet opérateur est de détecter de "faux" points frontières. En effet, un zéro du laplacien peut également être un minima du gradient. Différentes techniques existent pour éliminer ces éventualités [CLA 89]. Comme notre recherche est séquentielle à partir d'un point du contour vérifiant la propriété du gradient maximum, on peut valablement considérer rester à proximité du contour et donc ne pas rencontrer des minima du gradient.

Calcul des dérivées premières :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nabla}{\partial x} &= \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} \\ \frac{\partial \nabla}{\partial y} &= \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} \end{aligned} \quad (\text{Eq. III.2.29})$$

La fonction densité f étant une combinaison de splines cubiques (polynômes par morceaux d'ordre 3), l'opérateur laplacien est donc bien défini, continu et dérivable sur le volume de données mais ses dérivées premières ne sont pas continues.

La construction du système différentiel peut se faire sans l'existence des dérivées secondes de l'opérateur (on peut toujours les calculer par des méthodes de différences finies si cela est nécessaire pour une méthode de résolution de système différentiel), mais on risque des problèmes d'oscillations au niveau de l'intégration du système (problème "stiff") vu que les dérivées premières ne sont pas continues. Les expérimentations pratiques ont effectivement mis en évidence ce problème et nous ont conduit à combiner plusieurs opérateurs (cf § III.2.3.d). On étudiera plus précisément ce problème au paragraphe VI.1.

c) Opérateur "Point d'inflexion"

Une technique très souvent utilisée pour détecter des points frontières est de suivre les points de norme maximale du gradient : c'est ce qu'on appelle aussi rechercher les lignes de crêtes de l'image. Cette technique ne peut pas être généralisée directement par construction d'un système différentiel. En effet une fois trouvé un maximum local, il n'y a aucun moyen d'en sortir : l'algorithme sera toujours attiré par ce point.

Une solution proposée [CIN 87a], consiste à généraliser la notion de point d'inflexion unidimensionnel en 2D. Après avoir montré comment il se construit, nous verrons qu'on retrouve un opérateur plus connu (le laplacien directionnel).

1) Explication :

Un point M de la surface S donné par $z=f(x,y)$ est dit point frontière s'il est point d'inflexion de la courbe Γ : intersection de la surface S et du plan Π normal à S contenant la verticale.

Calcul de la courbe Γ :

Un point M de la surface a pour coordonnées $(x, y, z = f(x,y))$

Les 2 vecteurs tangents à la surface sont :

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\partial f}{\partial x} \end{pmatrix} \text{ et } \frac{\partial M}{\partial y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Le vecteur normal unitaire \mathbf{n} à la surface au point M est donc donné en normalisant le vecteur :

$$\frac{\partial M}{\partial x} \wedge \frac{\partial M}{\partial y} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial f}{\partial x} \\ -\frac{\partial f}{\partial y} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Notons } p = \frac{\partial f}{\partial x} / \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \text{ et } q = \frac{\partial f}{\partial y} / \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

La courbe Γ intersection entre la surface S et le plan vertical normal à S peut être paramétrée de la façon suivante :

$$\Gamma : t \rightarrow h(t) = f(x + tp, y + tq)$$

$M(x,y)$ est considéré point frontière s'il est un point d'inflexion de la courbe Γ :
soit $h''(t=0) = 0$

Calcul de $h''(t)$:

$$h'(t) = p \frac{\partial f}{\partial x} + q \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$h''(t) = p^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2pq \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + q^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

(Eq. III.2.30)

Notons: $r = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$; $s = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$; $t = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

On en déduit :

$$M(x,y) \text{ est dit point frontière ssi} \\ p^2 r + 2psq + q^2 t = 0$$

(Eq. III.2.31)

2) lien avec un autre opérateur plus connu

Un opérateur de différentiation largement utilisé (Canny [CAN 86], Clark [CLA 89], ...) consiste à rechercher les points correspondant à des maxima du gradient dans la direction du gradient ou encore aux zéros de la dérivée première du gradient dans cette direction.

Soit \mathbf{n} le vecteur unitaire donnant la direction du gradient de f et $\mathbf{n1}$ un vecteur orthogonal à \mathbf{n} de sorte que $(\mathbf{n}, \mathbf{n1})$ forme une base orthonormée directe du plan.

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}} \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Soit (u,v) la nouvelle paramétrisation suivant la base $(\mathbf{n}, \mathbf{n1})$. La matrice de passage entre ces 2 bases est donnée par :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & -q \\ q & p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

La dérivée directionnelle de f le long du gradient est donné par :

$$\frac{\partial f}{\partial u} = p \frac{\partial f}{\partial x} + q \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} = p \frac{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)}{\partial x} + q \frac{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)}{\partial y} = p^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2pq \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + q^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (\text{Eq. III.2.32})$$

En utilisant les mêmes notations pour r, s et t que précédemment, on retrouve donc bien l'opérateur "point d'inflexion" de Philippe Cinquin :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} = h''(t=0) \quad (\text{Eq. III.2.33})$$

Relation avec le laplacien :

On peut montrer la relation existant entre cet opérateur et le laplacien [CLA 89, PIE 90]:

$$\nabla_f^2 = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \pm \|\text{grad } f\| * \tau \quad \text{où } \tau \text{ est la courbure moyenne :}$$

$$\tau = \frac{|q^2 r - 2 p s q + p^2 t|}{\|\text{grad } f\|^4} = \frac{|f_y^2 f_{xx} - 2 f_x f_y f_{xy} + f_x^2 f_{yy}|}{(f_x^2 + f_y^2)^3} \quad (\text{Eq. III.2.34})$$

Ainsi les zéros de ces opérateurs ne coïncident en des points de gradient non nuls que si la courbure moyenne est nulle. L'intérêt du laplacien est d'être plus simple à calculer et d'être linéaire mais il ne localise pas les points frontières ayant des courbures très fortes comme les coins : il ne peut donc pas être appliqué dans de telles recherches [MIC 89]. Par contre, si la courbure du point est faible, ils donnent tous les deux des résultats tout à fait similaires.

Calcul des dérivées de cet opérateur :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = p^2 \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + 2p(r^2 + s^2) + 2qs(t+r) + 2pq \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y} + q^2 \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2}$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = q^2 \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} + 2q(t^2 + s^2) + 2ps(t+r) + 2pq \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} + p^2 \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y} \quad (\text{Eq. III.2.35})$$

Comme pour l'opérateur laplacien, les dérivées ne sont pas continues. On a donc également risque d'instabilité au niveau de l'intégration du système différentiel, on en reparlera au paragraphe VI.1.

d) Combinaison de plusieurs opérateurs

Les opérateurs de différentiation (laplacien et point d'inflexion) sont très sensibles au bruit, du fait qu'ils nécessitent le calcul des dérivées d'ordre 2 (au moins). Ceci ne fait

qu'augmenter le risque d'instabilité de la résolution du système différentiel évoqué précédemment.

Des tests sur des images de synthèse (cf IV.4) ainsi que sur des images réelles ont corroboré ces constatations. D'autre part, dans le système différentiel destiné à suivre une isodensité, le terme "suivi de contour", qui ne fait intervenir que le gradient au point considéré est très souvent suffisant pour déterminer un contour peu bruité. Par contre le terme "force de rappel" qui fait intervenir l'écart entre la densité et celle recherchée est parfois sujet à caution : une structure anatomique peut ne pas toujours être caractérisée aussi précisément par une densité unique (en particulier pour les images IRM). Il semble plus juste de ramener le contour vers des points frontières caractérisés par une propriété plus générale comme par exemple le passage à zéro du laplacien ou du "point d'inflexion".

La solution retenue est donc d'utiliser le terme "suivi de contour" donné par le gradient de la densité et de calculer le terme "force de rappel" à partir des opérateurs de différentiation type "zero-crossing", d'où le système suivant :

$$\begin{aligned} x'(t) &= \frac{\partial f}{\partial y} \frac{1}{G_f} - \beta \frac{\partial H}{\partial x} \frac{H}{G_H^2} \\ y'(t) &= -\frac{\partial f}{\partial x} \frac{1}{G_f} - \beta \frac{\partial H}{\partial y} \frac{H}{G_H^2} \end{aligned} \quad (\text{Eq. III.2.36})$$

Nous verrons dans la partie tests (chapitre IV) et résultats (chapitre V) que cette classe d'opérateurs est très intéressante pour la segmentation.

Autres collaborations :

Une autre solution est de faire collaborer 2 types d'images parfaitement calibrées l'une par rapport à l'autre pour le calcul des différents termes du système différentiel.

Ainsi, en IRM, l'utilisation de différentes séquences de perturbation de champ magnétique permet d'acquérir des images différentes correspondant exactement à la même zone de la structure étudiée : image de densité de certains atomes, de temps de relaxation T1 ou T2. Ces images apportent des informations différentes sur les structures étudiées. En ce qui concerne le cerveau, Menhart [MEN 88] segmente le liquide cérébro-spinal et les ventricules à partir de l'image des temps T2 et des résultats de segmentation du crâne établis sur les images de densité de spin. On peut très bien imaginer d'utiliser ensemble ces images pour le calcul séparé des termes suivi de contour et force de rappel.

Une telle collaboration entre plusieurs images peut être mise en place d'une autre façon. En effet, la densité, même lissée par notre pré-filtrage B-spline, peut rester peu stable sur des images bruitées. On pourrait donc effectuer un filtrage spécifique sur l'image pour mettre en

évidence les zones homogènes (technique de croissance de régions par exemple). Sur l'image ainsi traitée, les objets à segmenter auraient des caractéristiques plus stables au niveau de la densité : l'isodensité à suivre serait donc à déterminer sur cette image et interviendrait dans le calcul de la force de rappel. Par contre le terme "suivi de contour" pourrait continuer à se faire sur l'image initiale car il ne fait intervenir que le gradient (l'image lissée par des B-splines donne à-priori une meilleure estimation de l'opérateur de différentiation). Cette solution rentre tout à fait dans le cadre des méthodes de coopération région-contour. Elle a été testée en utilisant un nouveau type de filtrage issu de l'interprétation des images par un réseau de neurones. Cette méthode de filtrage a été développée au sein du laboratoire TIMB par Frédéric Berthommier, elle est présentée succinctement dans le paragraphe suivant.

e) De la synchronisation des messages nerveux à une nouvelle technique de segmentation

F. Berthommier [BER 89, BER 90] a développé un réseau de neurones prenant en compte l'aspect temporel du transfert des informations dans le système nerveux et le principe de synchronisation des trains de potentiels d'action sur les fréquences stimulantes dans le système auditif. En concordance avec des études et expérimentations neurophysiologiques, il privilégie le critère d'homogénéité des entrées au détriment des informations incohérentes en utilisant une mesure de corrélation entre les contenus de canaux ayant une relation de proximité. Ces principes ont été généralisés au traitement d'images.

Ainsi le filtrage 1D d'un signal $F(x)$ discrétisé peut être réalisée en étudiant le voisinage autour de $F(x)$ au moyen de l'opérateur $S(x)$ défini par :

$$S(x) = \sum_{\xi = -v}^{\xi = +v} \text{sinc}(\Delta\omega(x, \xi) * t)$$

où $\Delta\omega(x, \xi) = K(F(x) - F(x+\xi))$

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(t)}{t} \quad (\text{Eq. III.2.37})$$

Généralisé en 2D, cet opérateur tend à faire ressortir les régions homogènes et à minimiser les zones de gradient important. Ce traitement de l'information est effectivement très intéressant grâce à ses propriétés de résistance au bruit. Appliqué sur des images de tumeur cérébrale provenant d'IRM, il a permis de bien isoler la partie centrale de la tumeur et la zone correspondant à l'infiltration périphérique : ainsi les zones homogènes ont une réponse maximale stable, elles sont séparées les unes des autres par des minima d'intensité (cf §VI.3)

Le résultat de ce filtrage a donc été utilisé pour stabiliser le terme de rappel dans le calcul du système différentiel. Soit $F(x,y)$ la réponse de l'image au filtre $S(x,y)$:

$$F(x,y) = S(x,y) * f(x,y)$$

Ici, "*" représente l'opérateur de convolution.

Le terme de rappel est calculé de la même façon que précédemment, il s'écrit donc :

$$\begin{aligned} x'(t) &= - \frac{\partial F}{\partial x} \frac{F}{1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2} \\ y'(t) &= - \frac{\partial F}{\partial y} \frac{F}{1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2} \end{aligned} \quad (\text{Eq. III.2.38})$$

On combine les 2 termes du système différentiel pour obtenir une équation du type (Eq.III.2.36). Remarquons que si le gradient de F est nul (même si F est non nul), le terme de rappel s'annule; il en est de même en cas de zéro de l'opérateur F . En effet, lorsqu'on se trouve au minimum de l'opérateur F , on se trouve bien sur le contour réel de l'objet et la force de rappel n'a donc plus à intervenir.

D'autre part, on pourrait se demander pourquoi on n'essaie pas d'utiliser uniquement l'image filtrée dans l'élaboration du système différentiel. La raison en est simple : comme les points où l'opérateur F est nul, correspondent aussi à des zéros du gradient, le terme "suivi de contour" qui n'utilise que le gradient serait donc nul, il n'y aurait donc pas possibilité de suivre le contour.

III.3 Vrai 3D : recherche d'une fin de structure

Cette technique de construction de système différentiel peut être généralisée pour rechercher une courbe de l'espace 3D ou des points particuliers de la surface de l'objet.

Une première application possible est la recherche d'une courbe dans un plan quelconque de l'espace. Les systèmes différentiels établis précédemment peuvent être appliqués directement dans de tels cas, en opérant seulement un changement de variables correspondant au changement de repère. Un exemple concret est présenté au paragraphe IV.1.1.

Un autre cas intéressant est de pouvoir déterminer des positions extrémales de l'objet dans la direction orthogonale aux coupes. En effet, l'examen standard conduit à un certain nombre

de coupes parallèles distantes d'une certaine quantité. Ainsi, un objet peut avoir une intersection non vide avec une coupe et disparaître sur la suivante (Fig III.4). Connaître la position exacte supérieure ou inférieure de cet objet permettra par la suite une meilleure modélisation de sa surface.

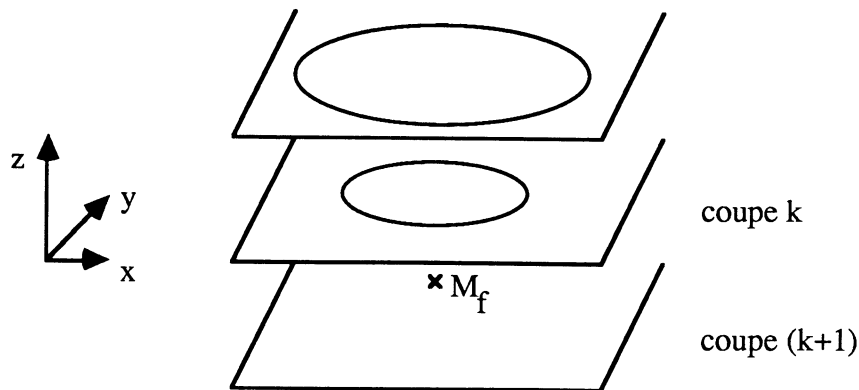


Figure III.4 : disparition d'un objet pour une coupe donnée

Supposons donc que l'on recherche un minimum local en z de la surface de l'objet étudié; cette surface n'est définie que sous une forme implicite par l'équation suivante :

$$H_f(x, y, z) = 0 \quad (\text{Eq. III.3.1})$$

La courbe qui doit atteindre ce minima local à partir d'un point $M_0(x_0, y_0, z_0)$ de la surface peut être représentée en coordonnées paramétriques par :

$$x = x(t); y = y(t); z = z(t)$$

avec la condition initiale pour $t = 0$:

$$x(0) = x_0; y(0) = y_0; z(0) = z_0;$$

Considérons la surface $z = z(x, y)$. Un minima local (cf Fig. III.5) est défini par :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (\text{Eq. III.3.2})$$

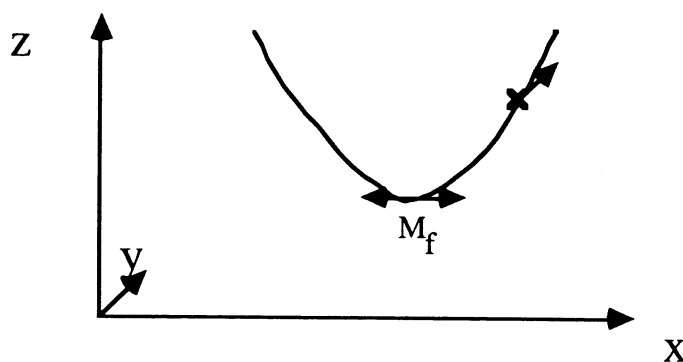


Figure III.5 : le minima local M_f de l'objet correspond à un point d'inflexion de la surface $z = z(x, y)$

Pour atteindre ce point à partir d'un point quelconque de la surface, il suffit de se déplacer inversement au gradient à la surface $z = z(x,y)$, soit donc :

$$\begin{aligned}x'(t) &= -\frac{\partial z}{\partial x} \\y'(t) &= -\frac{\partial z}{\partial y}\end{aligned}\tag{Eq. III.3.3}$$

Les dérivées partielles de z par rapport à x et y ne sont pas connues explicitement. Pour les calculer, considérons z comme une fonction de x et y . En dérivant (Eq. III.3.1) respectivement par rapport à x et à y , on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial H}{\partial z} &= 0\end{aligned}\tag{Eq. III.3.4}$$

En combinant les relations III.3.3 et III.3.4, on obtient :

$$\begin{aligned}x'(t) &= -\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial x} / \frac{\partial H}{\partial z} \\y'(t) &= -\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial y} / \frac{\partial H}{\partial z}\end{aligned}\tag{Eq. III.3.5}$$

Le cas $\frac{\partial H}{\partial z} = 0$ est une singularité qui sera étudiée ultérieurement.

Il manque encore une condition pour déterminer $z'(t)$. On l'obtient en utilisant le fait que la courbe doit rester sur la surface $H_f = 0$.

En dérivant l'équation $H_f(x(t), y(t), z(t)) = 0$ par rapport à t , on obtient :

$$x'(t) \frac{\partial H}{\partial x} + y'(t) \frac{\partial H}{\partial y} + z'(t) \frac{\partial H}{\partial z} = 0\tag{Eq. III.3.6}$$

On remplace x' et y' par les valeurs données à l'équation III.3.5 :

$$z'(t) = -\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2}{\left(\frac{\partial H}{\partial z}\right)^2}\tag{Eq. III.3.7}$$

Pour les mêmes raisons de stabilité que celles vues précédemment, on ajoute à ce système différentiel un terme correcteur qui tend à ramener la trajectoire sur la surface étudiée, d'où le système final :

$$\begin{aligned}
x'(t) &= \frac{\frac{\partial H}{\partial x}}{\frac{\partial H}{\partial z}} - \beta \frac{\partial H}{\partial x} \frac{H}{G_H^2} \\
y'(t) &= \frac{\frac{\partial H}{\partial y}}{\frac{\partial H}{\partial z}} - \beta \frac{\partial H}{\partial y} \frac{H}{G_H^2} \\
z'(t) &= - \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2}{\left(\frac{\partial H}{\partial z}\right)^2} - \beta \frac{\partial H}{\partial z} \frac{H}{G_H^2}
\end{aligned}
\tag{Eq. III.3.8}$$

Conditions d'arrêt :

La résolution du système différentiel s'arrête lorsqu'on estime avoir atteint le minimum local, c'est-à-dire que les dérivées de z par rapport à x et y soient proches de zéro. De par la relation (Eq.III.3.3), la condition revient à :

$$\begin{aligned}
&|x'(t)| < \text{seuil} \\
\text{et } &|y'(t)| < \text{seuil}
\end{aligned}$$

Ce seuil dépend de la précision que l'on veut avoir pour ce minimum. En étudiant les relations III.3.5, on remarque que plus on s'approche du point recherché, plus x' et y' diminuent, et donc moins on va vite vers le minima. Il est donc inutile de se fixer un seuil trop faible qui ne ferait que demander des temps de calculs supplémentaires pour une précision excessive sur la position du point recherché (vu les approximations faites au niveau du pixel).

Non-unicité de la solution :

Cette méthode permet de déterminer uniquement un **minimum local** : il peut très bien exister un autre minimum un peu plus loin. Des tests de vérification devront donc être mis en place pour s'en assurer (partir d'un autre point initial, s'écarter de la solution trouvée et voir si l'algorithme converge toujours vers le même point,..).

Etude des singularités :

Le système différentiel n'est plus défini si :

$$\frac{\partial H}{\partial z} = 0$$

Deux cas sont possibles :

- soit les dérivées partielles de H par rapport à x et y sont également nulles : il s'agit d'un point d'inflexion qui peut être un minimum local,
- soit l'une est non nulle : localement le point a une forme topologiquement équivalente à un cylindre. La solution proposée est de se déplacer vers les z décroissants

dans un plan normal aux coupes initiales en résolvant le système différentiel classique de suivi de surface (cf Eq. IV.1) jusqu'à trouver un point tel que :

$$\frac{\partial H}{\partial z} \neq 0$$

En fait, cette situation a peu de chance d'arriver puisqu'on se place toujours en un point de départ proche du minimum à atteindre et où donc $\partial H/\partial z \neq 0$.

Cette méthode se généralise très facilement à la recherche d'un minimum local dans une autre direction (suivant x, y ou une direction quelconque). D'autres systèmes sont à créer pour rechercher des points particuliers de la surface, comme ce qui se fait en analyse de courbures (points parabolique, ombilic, selle,...)

III.4 Extensions possibles

Les systèmes différentiels précédents permettent de suivre des éléments uni-dimensionnels. En 3D tout le problème va être de gérer la recherche de l'ensemble des points qui constituent la surface de l'objet recherché. En fait, on aurait envie d'avoir un contrôle plus local (et non plus ponctuel) dans la recherche de l'élément suivant, c'est-à-dire faire intervenir un élément de surface bidimensionnel dans la construction du système différentiel.

On a vu que la résolution du système différentiel permettait d'avoir très facilement une interpolation du contour par des splines d'ordre 3 et donc d'en déterminer les points de contrôle. L'idée initiale fut donc d'essayer de faire intervenir ces points de contrôle dans la construction du système différentiel. Comme le déplacement d'un point de contrôle conditionne l'évolution d'un élément de contour (en 2D) ou de surface (en 3D), il faut qu'il intègre l'information locale à cet élément de surface. Ce problème est évidemment délicat à formaliser.

Une approche duale a été mise au point au laboratoire par Frank Leitner [LEI 90]. Elle utilise le principe des contours actifs (cf bibliographie II.2.5) mais au lieu de déplacer classiquement des points par un champ de forces extérieurs et intérieurs, on modélise la courbe par des fonctions splines, et on intègre les champs de forces locaux sur les coefficients de contrôle qui vont donc faire évoluer la courbe vers le minimum d'énergie recherché. L'intérêt de cette méthode par rapport aux "snakes" classiques est d'avoir un contrôle véritablement local et non plus ponctuel de l'évolution de la courbe. De plus, on obtient directement une modélisation de la courbe (ou de la surface dans le cas 3D). Une généralisation de cette méthode en 3D est en cours. L'intérêt, par rapport à la méthode développée dans cette thèse, est de pouvoir incorporer la forme a priori de la surface de

l'objet recherché (quand elle existe!) dans le processus de segmentation. On a également une plus grande stabilité au bruit, vu les conditions de régularité imposées aux courbes et surfaces recherchées, mais il y a un risque non négligeable de lisser de petites variations de la surface qui peuvent être importantes au niveau diagnostic (légère fracture, tissu nécrosé).

CHAPITRE IV
STRATEGIE 3D

STRATEGIE 3D

IV.1 Introduction.....	81
IV.2 Suivi de surface.....	82
IV.2.1 Première approche.....	82
a) Détermination des points initiaux	82
b) Résumé de l'algorithme.....	84
c) Modélisation de la surface	85
d) 1er point critique.....	86
e) 2ème point critique	86
IV.2.2 Solution choisie.....	86
a) Obtention automatique de toutes les composantes de l'objet	88
b) Processus de vérification	89
c) Segmentation adaptative	89
d) Modélisation de la surface.....	90
IV.3 Fin de structure.....	91
IV.4 Cas des embranchements.....	92
IV.5 Différents niveaux de contrôle.....	94

IV.1 Introduction

La fonction densité f dépend maintenant de 3 variables d'espace $f(x,y,z)$. La segmentation 3D consiste à déterminer une surface et non plus des courbes de l'espace. Une solution simple consiste à segmenter les courbes séparément dans chacun des plans de coupes puis à utiliser des algorithmes de modélisation (par facettes par exemple) pour les relier entre elles. Des solutions plus élaborées sont celles proposées en modélisation cuberille: elles consistent à mettre au point des algorithmes de suivi de surfaces les plus rapides possible, afin de déterminer toute la surface. En fait, la généralisation des techniques de suivi de contour en trois dimensions est surtout un problème de gestion de l'ensemble des points de la surface, car il faut être sûr d'être passé par tous les points (sans en oublier), une seule fois et de connaître les relations d'adjacence qui les lient (nécessaire pour calculer le gradient à la surface dans les algorithmes de lancer de rayon et également pour stocker intelligemment la surface dans le but de la "manipuler " facilement). Etant donné que ces algorithmes vont travailler sur des tableaux de données très importants, les considérations de temps de calcul et de place mémoire sont également à prendre en compte. Pour ces raisons, ils traitent très souvent des images binaires 3D, résultat d'une première étape de segmentation (par seuillage).

Notre originalité est la mise au point d'un algorithme de suivi de surface selon des critères plus complexes qu'un simple seuillage et qui permet de modéliser facilement la surface de l'objet recherché. Nous nous sommes attachés à rendre cet algorithme le plus général possible, afin de pouvoir segmenter tout type d'objet sans connaissance a priori sur sa forme ou son environnement. Par contre, il est structuré de façon à ce que des heuristiques puissent être rajoutées facilement à différents niveaux du processus de segmentation (ponctuel, local ou global). L'optique de cette approche est de pouvoir non seulement déterminer entièrement la surface d'un objet, mais aussi de la modéliser facilement grâce à une représentation analytique (sous la forme d'un produit tensoriel de splines par exemple). L'intérêt d'une telle modélisation de la surface est qu'elle est déjà largement utilisée dans de nombreux domaines comme la synthèse d'images ou la CAO et peut donc bénéficier de toutes les techniques sophistiquées qui ont été mises au point (visualisation 3D, quantification, manipulation en vue de créations de prothèses,...)

Nous verrons donc nos choix pour suivre la surface d'un objet quelconque afin de pouvoir décrire automatiquement des objets complexes (cas des embranchements) et de modéliser leur surface. La dernière partie de ce chapitre sera consacrée aux différents niveaux de contrôle de la segmentation.

IV.2 Suivi de surface

On cherche donc à suivre la surface vérifiant $H_f(x,y,z) = 0$ où H_f est un opérateur ayant les mêmes caractéristiques que ceux du paragraphe III.2.1. Le choix du paramétrage de la surface est très important, puisqu'il induit le sens de la recherche.

La géométrie des données initiales (ensemble de coupes parallèles, toutes orthogonales à l'axe des z) a conduit à utiliser des coordonnées semi-paramétriques

$$x = x(t,h)$$

$$y = y(t,h)$$

$$z = z(h)$$

En fait, l'orientation de ces coupes initiales est souvent choisie par le radiologue pour mieux voir les structures qui l'intéressent et correspond donc à la meilleure façon de le décrire. Dans le cas contraire (i.e. la modalité d'imagerie ne le permet pas et on ne peut pas non plus déplacer le patient), si l'orientation optimum est connue (comme pour le coeur), on peut très bien lancer le processus de segmentation sur un ensemble de coupes parallèles mais ayant une orientation donnée par rapport aux coupes initiales (il s'agit en fait d'un "reformattage").

IV.2.1 Première approche

Une solution simple est donc de résoudre les systèmes différentiels indépendamment dans chacun des plans de coupes initiales. Ces différents contours devront ensuite être reliés. Le premier problème à régler consiste à déterminer des points initiaux dans chacune des coupes, pour permettre le démarrage de la résolution du système différentiel. Cela se fait de la façon suivante :

a) Détermination des points initiaux

Supposons que l'on connaisse un point $M_0(x_0, y_0, z_0)$ de la surface et considérons un plan Π vertical quelconque passant par M_0 (il doit donc contenir l'axe des z). Soit (u,z) le paramétrage utilisé pour définir ce plan. L'idée est de résoudre le système différentiel dans ce plan. Il s'écrit alors :

$$\begin{aligned} u'(t) &= \frac{1}{G_H} \left(\frac{\partial H}{\partial z} - \beta \frac{\partial H}{\partial u} \frac{H}{G_H} \right) \\ z'(t) &= \frac{1}{G_H} \left(-\frac{\partial H}{\partial u} - \beta \frac{\partial H}{\partial z} \frac{H}{G_H} \right) \\ \text{et } G_H &= \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial z}\right)^2} \end{aligned} \quad (\text{Eq. IV.1})$$

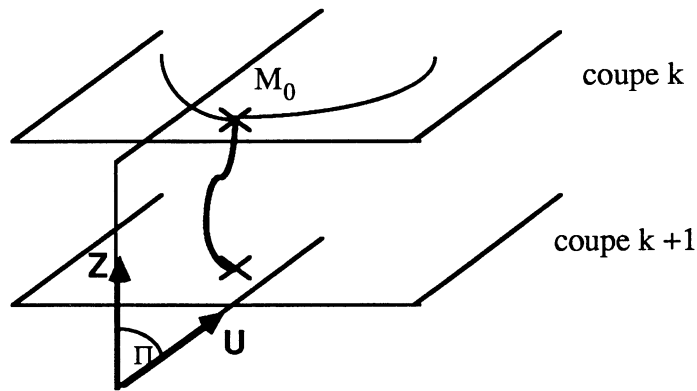


Figure IV.1 : recherche d'un point initial sur la coupe suivante

Soit $\mathbf{n} (n_1, n_2, 0)$ le vecteur orthonormal au plan Π ($n_1^2 + n_2^2 = 1$). La matrice de passage entre l'ancienne base (x, y, z) et la nouvelle (u, v, z) est donc :

$$P = \begin{pmatrix} n_2 & n_1 & 0 \\ -n_1 & n_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{Eq. IV.2})$$

On en déduit la dérivée partielle :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u} = n_2 \frac{\partial H}{\partial x} - n_1 \frac{\partial H}{\partial y} \quad (\text{Eq. IV.3})$$

En résolvant ce système à partir du point M_0 , on va suivre la surface verticalement et donc trouver des points d'intersection entre la trajectoire et les plans de coupes. Chacun de ces points sera utilisé pour initialiser la résolution du système différentiel dans le plan de coupe auquel il appartient (Fig. IV.2).

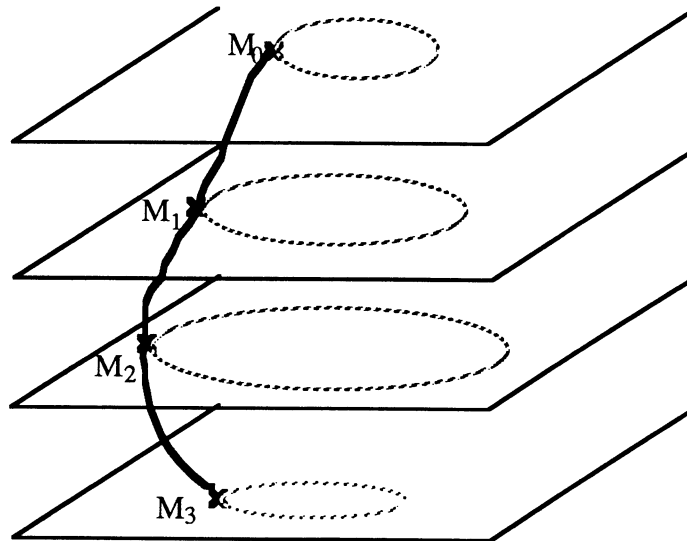


Figure IV.2 : recherche de points initiaux M_i sur chaque coupe

Le seul point qui semble délicat est la choix du plan de départ Π . En effet, s'il était vraiment mal choisi, l'intersection entre ce plan et l'objet étudié peut être très limitée (une ou deux coupes par exemple). En fait cela se corrige facilement : à partir du dernier point trouvé, on change l'orientation du plan de façon conséquente ($\pm 30^\circ$ par exemple) et on relance la résolution du système différentiel dans ce nouveau plan. On peut se prévenir de tels cas limites en choisissant parmi tous les plans verticaux celui qui contient la normale à la surface de l'objet au point M_0 . La normale à la surface recherchée est donnée par le gradient de l'opérateur utilisé pour caractériser cette surface, soit :

$$\mathbf{u}_0 = \begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial y} \\ \frac{\partial H}{\partial z} \end{pmatrix}_{M_0} \quad (\text{Eq. IV.4})$$

b) Résumé de l'algorithme

* choix interactif d'un point M_0 appartenant à la surface de l'objet que l'on cherche à segmenter

* calcul du gradient \mathbf{n} à la surface en ce point (donné par Eq. 4.4): ce vecteur définit le plan Π nécessaire à la recherche des points initiaux

* recherche de points initiaux sur toutes les coupes : on résoud le système différentiel donné par (Eq. IV.1) dans le plan vertical passant par M_0 et contenant le vecteur \mathbf{n} .

* à partir des points M_i , intersection de la trajectoire trouvée dans l'étape précédente et des plans de coupes initiaux, on résoud dans chacun de ces plans les système différentiel correspondants.

Cette approche pose 2 questions :

- permet-elle de décrire toute la surface de l'objet ?
- la surface peut-elle être correctement modélisée ?

c) Modélisation de la surface

Nous allons montrer que les contours risquent de ne pas être correctement reliés. En effet, dans chacune des coupes (définies par les plans Π_i), le paramètre t de la surface est donné par le pas de résolution du système différentiel. Comme ce paramètre est calculé indépendamment dans chaque plan, son évolution n'est donc pas comparable de l'une à l'autre. Dans le cas où l'objet recherché se caractérise en chacune des coupes par des contours fermés (ce qui est quasiment toujours le cas), on peut "normaliser" les paramètres t de sorte qu'ils soient compris entre 0 et 1 afin de les comparer entre eux.

Soit t_n la valeur du paramètre correspondant au dernier point trouvé d'un contour donné. On note t_{n+1} le paramètre du point suivant, qui doit être aussi le premier point du contour (puisque l'on recherche un contour fermé). On choisit :

$$t_{n+1} = t_n + (t_n - t_{n-1})$$

et on "normalise" le paramètre t en posant $t'_i = t_i / t_{n+1}$.

Le paramétrage t'_i est toujours compris entre 0 et 1 en supposant que $t'_0 = t_0 = 0$

La surface segmentée peut alors s'écrire sous la forme (après normalisation de z entre 0 et 1)

$$\begin{aligned} x &= x(t, h) \\ y &= y(t, h) \\ z &= \alpha * h + \beta \end{aligned} \quad \forall t, h \in [0, 1]$$

L'obtention d'un point M de paramétrage quelconque t compris entre t_i et t_{i+1} se fait très facilement en interpolant les points M_i et M_{i+1} par un spline cubique d'interpolation : il n'y a quasiment pas de calcul supplémentaire vu que l'on connaît $x(t_i)$, $x'(t_i)$, $y(t_i)$ et $y'(t_i)$ (il s'agit en fait de l'interpolation de Hermitte). Pour modéliser chaque contour par des B-splines régulières, on utilise une discrétisation de t régulière sur $[0, 1]$. Des règles simples donnent les relations existantes entre les coefficients des B-splines et les valeurs x , x' , y et y' aux points de discrétisation. De là, on peut interpoler ces valeurs dans la direction de l'axe des z pour obtenir la surface sous la forme d'une bicubique paramétrée.

d) 1er point critique

Il concerne la façon dont on fait le lien entre les paramétrages des différents contours : la normalisation, qui consiste à rendre tous les pas de résolution des systèmes différentiels compris entre 0 et 1, n'est en fait qu'une remise à une échelle uniforme de tous les paramètres. C'est considérer qu'il n'existe qu'une transformation linéaire entre les paramétrages de 2 contours consécutifs. Toutes les transformations élastiques locales seront donc mal modélisées et seront source d'oscillations sur la surface résultante.

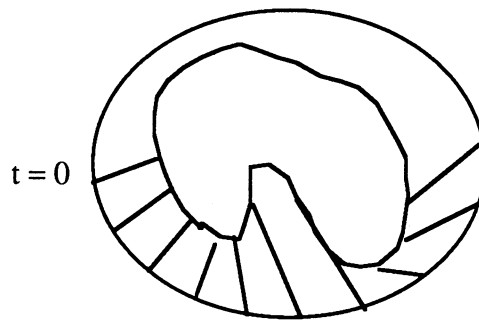


Figure IV.3 : exemple de mauvaises correspondances entre 2 contours adjacents

e) 2ème point critique

Si l'objet recherché est complexe (i.e. il se divise en plusieurs embranchements), on peut avoir des problèmes pour récupérer toute sa surface puis pour le décrire. En effet l'obtention des points initiaux peut ne donner qu'une partie de la structure étudiée : ainsi dans le cas d'un objet en forme de Y, on obtiendra que les points initiaux d'une seule branche. Il faudrait faire appel à des connaissances a priori sur l'objet recherché pour relancer la procédure d'obtention de nouveaux points initiaux en vue de décrire la seconde branche. Une solution plus simple et plus générale est proposée dans le paragraphe suivant.

IV.2.2 Solution choisie

Pour pallier les problèmes vus précédemment, nous proposons l'algorithme suivant :

- 1) on part à nouveau avec un point M_0 de la surface de l'objet recherché. Ce point est le point initial de la résolution du système différentiel dans le plan de coupe correspondant. Dans toute la suite, on supposera que le critère de fin de la résolution est l'obtention d'un contour fermé.

2) Plutôt que de rechercher un seul point sur la coupe suivante par la méthode de détermination de points initiaux, on va appliquer cette méthode pour tout un ensemble de points du contour que l'on vient de trouver (cf Fig IV.4). A partir des points M_i appartenant au contour de la coupe k (appelé **contour de base**), on résoud de nouveaux systèmes différentiels dans des plans Π_i verticaux passant respectivement par un point M_i et orthogonal au contour en ce point. On va ainsi déterminer des chemins qui vont jusqu'à la coupe suivante. Le critère de fin de la résolution de ces systèmes différentiels est alors qu'on ait atteint la coupe suivante ($z = (k+1)$).

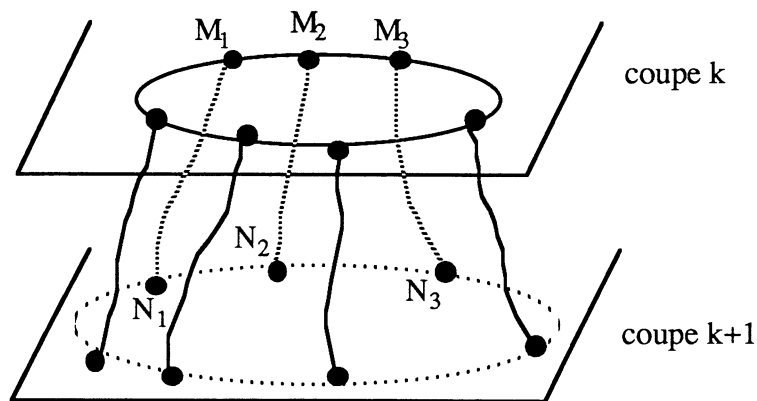


Figure IV.4 : détermination d'un ensemble de chemins qui suivent la surface du contour de la coupe k à la coupe suivante

3) L'étape suivante consiste à résoudre le système différentiel dans le plan $(k+1)$ à partir d'une des extrémités N_i trouvés sur ce plan. On vérifie en même temps que les autres extrémités appartiennent au contour qui se dessine. Les points N_i qui n'appartiennent pas à ce contour seront les points de départ de nouvelles résolutions de système différentiel. On pourra ainsi trouver tous les contours de la coupe $(k+1)$ qui sont liés au contour de base de la coupe (k) (Fig. IV.5).

Un exemple réel est donné au chapitre VI (Fig. VI.10 et 11) à partir de la segmentation d'une tumeur cérébrale provenant d'IRM.

Nous allons voir maintenant les différents points d'intérêt de cette méthode.

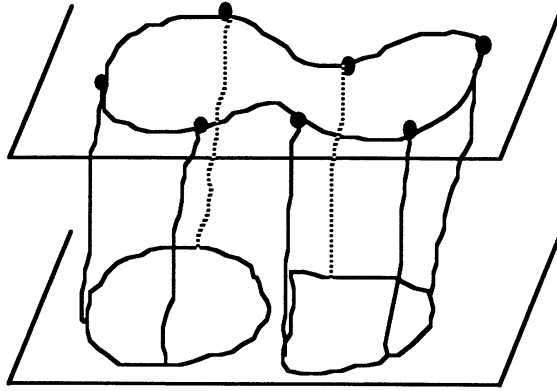


Figure IV.5 : détermination de tous les contours reliés au contour de base

a) Obtention automatique de toutes les composantes de l'objet

Nous allons montrer que cette méthode permet de déterminer la surface d'un objet quasiment quelconque (anneaux de Moebius exceptés...). Prenons le cas de la figure IV.6.

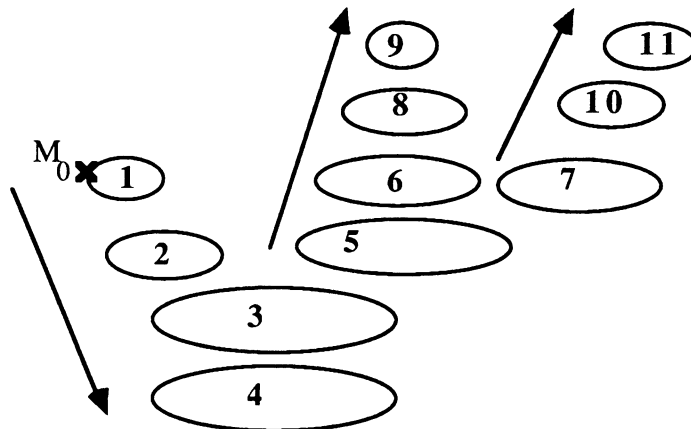


Figure IV.6 : Exemple de recherche des différentes composantes d'un objet. Les numéros indiquent l'ordre de recherche des contours.

Le point initial M_0 permet de trouver le contour (1). La recherche de chemins vers la coupe suivante permet d'initialiser la recherche de contours sur cette coupe et de déterminer l'unique contour (2) connecté à (1). On fait de même de coupe suivante en coupe suivante (recherche de haut en bas). Une fois arrivé à la dernière coupe à traiter (ou si on n'a plus trouvé de nouveaux contours), on fait des recherches vers les coupes précédentes à partir de **tous** les contours déjà trouvés (recherche de bas en haut). Trois cas sont possibles :

* tous les chemins appartiennent à un contour préalablement trouvé (telle la relation entre (4) et (3))

* un certain nombre de points (voire tous) du contour de base ne sont pas reliés à un contour précédent (liaison (3) - (2) par exemple). Ces points vont alors permettre de déterminer une autre composante de l'objet (cas de la liaison (3) - (5)).

* aucun chemin n'atteint la coupe précédente contour (9)), on est donc arrivé sur l'extrémité de cette composante de l'objet que l'on détermine par résolution du système différentiel de recherche de fin de structure. Ce cas est développé au paragraphe IV.3.

L'algorithme s'arrête lorsqu'on a effectué des recherches à partir de tous les contours vers les coupes précédentes et vers les coupes suivantes. Tous les éléments qui constituent l'objet vont être trouvés ainsi que les différents liens qui les unissent.

b) Processus de vérification

Cette méthode a l'intérêt supplémentaire d'inclure en même temps un mécanisme de recherche d'erreurs. En effet chaque lien entre 2 contours est affecté d'une orientation (suivant ou précédent) et ne sera validé que s'il est à nouveau établi lorsque la recherche se fera dans l'autre sens (vers les coupes précédentes ou vers les coupes suivantes). Ainsi, dans un environnement bruité, un chemin peut amener vers un point qui donne naissance à un nouveau contour. Mais par la suite, quand le sens des recherches s'inverse, il se peut qu'on ne trouve aucun lien entre ce contour et celui de la coupe précédente, ce contour sera alors éliminé.

c) Segmentation adaptative

Deux paramètres permettent de jouer sur la façon plus ou moins "fine" dont va se faire la segmentation. La stratégie 3D choisie privilégie les plans de coupes : dans tout ce qui a été présenté, on recherchait les contours dans des plans correspondant aux coupes initiales. En fait, grâce au modèle continu, on peut très bien faire ces recherches dans des plans intermédiaires parallèles aux plans de coupes. Ceci peut être particulièrement intéressant si l'examen radiologique a été fait avec peu de coupes : dans ces cas-là, la différence de résolution d'un voxel à l'intérieur du plan de coupe et entre 2 coupes est alors très importante (rapport 1/5). Ce paramètre, appelé pas en z et noté **pas_z**, peut être fixé au départ ou changé de valeur suivant le contexte (lors d'un embranchement ou d'une très grande variation de l'objet par exemple). On peut très bien imaginer opérer de la façon suivante pour avoir le meilleur compromis temps - qualité : le pas en z est fixé initialement à une valeur importante (par exemple 2 fois l'espace entre 2 coupes jointives). On obtiendra alors une représentation "grossière" de l'objet qui peut être affinée aux endroits voulus en

diminuant sensiblement ce pas. Ces endroits peuvent être soit choisis interactivement soit déterminés automatiquement lors de fortes variations entre 2 contours.

Le deuxième paramètre, appelé pas en t et noté **pas_t**, joue également sur la finesse de la segmentation : il s'agit du pas existant entre 2 recherches de chemins vers une coupe adjacente. Ce pas peut être fixé à l'avance en étant défini par une mesure de distance entre 2 points ou varier adaptativement suivant le contexte par affinements successifs. Plus il sera faible, mieux la surface sera décrite.

d) Modélisation de la surface

Cette méthode a également un intérêt pour la description de la surface de l'objet. En effet, on n'obtient pas seulement des contours, mais aussi des chemins les reliant. Chaque paramètre t_j^k du contour de la coupe (k) est donc mis en correspondance avec la paramètre adéquat t_j^{k+1} du contour de la coupe suivante à pas_t près. Ainsi, s'il y a une variation locale importante sur un seul des 2 contours adjacents, elle va pouvoir être décrite correctement. Même si le pas pas_t entre 2 recherches est important, le risque de mauvaise correspondance entre 2 segments de courbes est diminué (vu que les longueurs sont plus faibles) et surtout l'erreur ne se répercutera pas sur tout l'ensemble du contour. Il y a également moyen de diminuer ce pas pas_t lors de fortes variations locales entre 2 segments de contours.

En fait, cette recherche de chemins permet d'aller plus loin dans la modélisation de la surface. A partir des segments de courbes et des chemins les reliant entre eux (cf Fig IV.7), on peut créer des carreaux de surface ("patches") de type Coons ou autre. Remarquons également que pour chaque segment de courbe, on a en plus la connaissance des dérivées partielles grâce aux système différentiel.

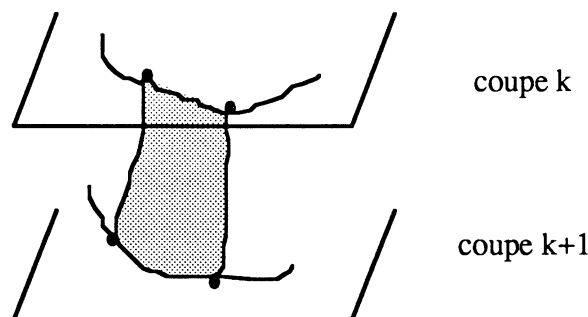


Figure IV.7 : création de carreaux de surface.

On est donc en mesure de modéliser toute la surface d'un objet par carreaux de surface. Il reste à décrire plus proprement les jonctions entre plusieurs composantes de l'objet (cf § IV.4).

IV.3 Fin de structure

La recherche d'une extrémité est nécessaire lorsqu'un objet disparaît dans une direction donnée. De par notre façon de modéliser la surface, cette recherche revient à chercher des extrema locaux suivant la direction orthogonale aux coupes (axe des z). La méthode et l'élaboration du système différentiel adéquat ont été expliqués au paragraphe III.3.

Le premier point à clarifier est de savoir quand il faut lancer une telle recherche de façon à ce que tout soit fait automatiquement et sans connaissance a priori sur l'objet étudié. Le deuxième point concerne la façon dont cet extremum va intervenir dans la modélisation de la surface.

L'observation d'une fin de structure va se faire lors de la recherche systématique de chemins partant d'un contour donné vers une coupe adjacente : c'est le cas si aucun chemin n'aboutit à cette coupe (en fait les chemins reviennent sur le contour de base). On choisit alors un point quelconque du contour de base, et on résoud le système différentiel donné par l'équation (Eq. III.3.8, cf §III.3). Supposons que l'on recherche un **minimum**. L'étape suivante est de vérifier qu'il s'agit bien de l'extremum recherché et non d'un minimum local. Deux cas pathologiques peuvent se produire (Fig IV.8):

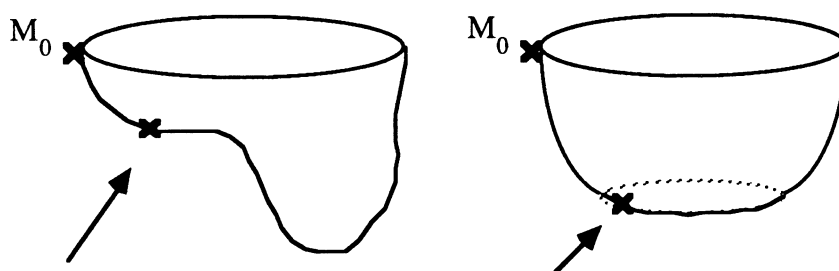


Figure IV.8 : 2 cas d'erreur dans la recherche d'un minimum à partir du point initial M_0

A gauche : cas d'un méplat

A droite : cas du fond plat

* on a trouvé le minimum d'un pallier intermédiaire, le point extrême de la structure est en fait plus loin.

* le minimum ne se réduit pas à une point mais à toute une surface (cas du fond plat): on va effectivement trouver un minimum mais il ne représentera pas la réalité.

Nous avons choisi de faire l'étape de vérification en même temps que celle de la description de la fin de structure

Description de la fin de structure :

Pour rester dans l'esprit de la modélisation de surface choisie, on va rechercher un ensemble de courbes allant du minimum M à des points régulièrement espacés P_i du contour de base. Pour chaque P_i , on considère le plan vertical passant par P_i et le minimum M , et on résoud dans ce plan le système différentiel donné par (Eq. IV.1) qui permet de suivre la surface caractérisée par la relation $H_f(x, y, z) = 0$. On vérifie en même temps qu'aucun des points de la trajectoire n'est situé en dessous du minimum M . Dans le cas contraire, on recherchera un nouveau minimum à partir du point situé le plus bas de la trajectoire en résolvant le système différentiel de recherche de fin de structure. Cette opération peut se faire plusieurs fois jusqu'à ce que cette fin de structure puisse être correctement décrite. Finalement, la fin de structure sera décrite par un ensemble de triangles de surface (ou de carreaux dégénérés puisqu'une des 4 courbes se réduit à un point).

Dans le cas du fond plat, on se trouve dans une situation où l'ensemble des points correspondant à un minimum ne se réduit plus à un point. Il va donc être mal décrit par cet ensemble de triangles de surface. On relance donc la recherche d'un contour dans le plan parallèle aux coupes et à cette altitude minimale.

IV.4 Cas des embranchements

Considérons un objet se séparant en 2 composantes. L'étape de segmentation va donc détecter un contour de base puis sur la coupe suivante, 2 contours séparés (notés (1) et (2)). Notre but est de décrire cet embranchement par des carreaux de surface (Fig. IV.9) en supposant qu'il est de type selle ("saddle").

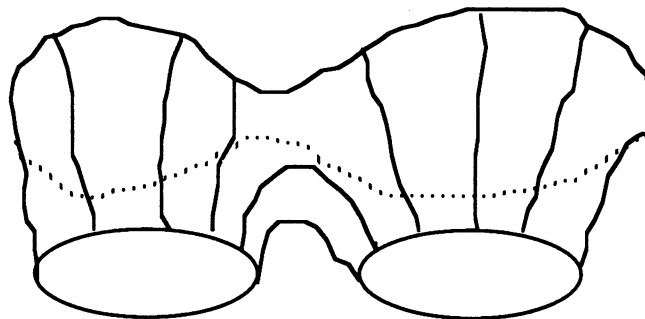


Figure IV.9 : but final de la description de l'embranchement

La méthodologie est la suivante :

* en partant de chaque point du contour (1), on recherche des chemins qui mènent au contour de base (comme pour toute recherche de lien vers une coupe adjacente)

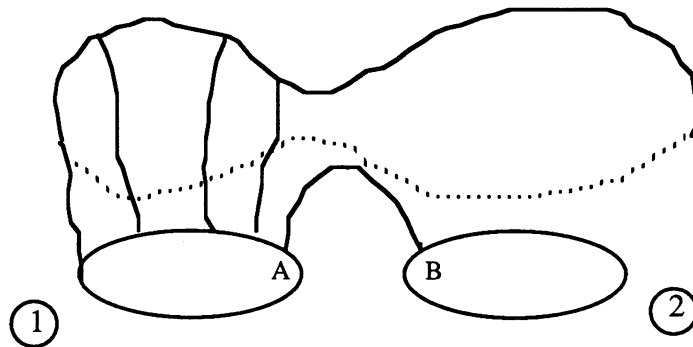


Figure. IV.10 : 1ere étape : recherche de chemins de (1) vers le contour de base

* à proximité de la 2ème branche, les chemins n'iront plus vers le contour de base mais vers le contour (2). En prenant le premier et le dernier de ces chemins (courbes (AB) et (CD)), on va pouvoir créer un carreau de surface s'appuyant sur ces 2 courbes et sur les 2 segments de contour correspondants (courbes (AC) et (BD)) et faire ainsi le lien entre les 2 composantes de l'objet. C'est le carreau hachuré en gris sur la figure suivante :

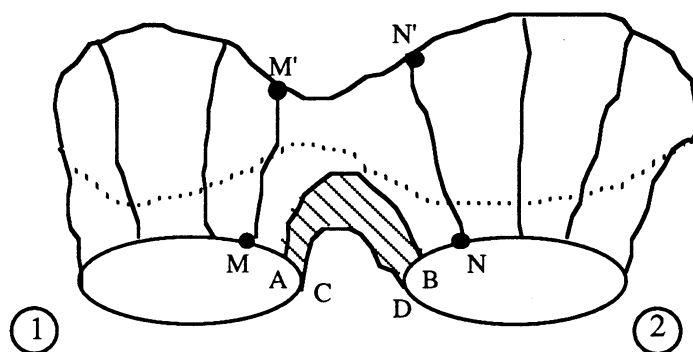


Figure IV.11 : finition de la description de l'embranchement.

* puis, à partir du point B du contour (2) jusqu'au point D en passant par le point N, on recherche des chemins allant au contour de base; on fait de même pour le contour (1).

* Les 2 carreaux qui finissent la description de l'embranchement peuvent avoir des formes particulières. Le premier se base sur le dernier chemin reliant le contour (1) et le

contour de base : (MM'), sur un segment du contour de base (M'N'), sur le premier chemin du contour (2) après la jonction (NN') et sur la courbe (AB). Le dernier carreau est le symétrique de celui-ci par rapport à la jonction. Remarquons que B et N peuvent être confondus.

Un exemple réel est donné au chapitre VI (Fig. VI.12) à partir de la segmentation d'une tumeur cérébrale sur des images provenant d'IRM.

La généralisation de cette méthode à 3 jonctions est plus délicate. En effet, 2 cas sont possibles : les 3 branches peuvent être reliées par un élément de surface commun ou bien une des branches sépare les 2 autres. Ce dernier cas est assez simple puisqu'il revient à rechercher séparément 2 jonctions à 2 branches par la méthode exposée précédemment. Par contre pour le 1er cas, il faut déterminer l'élément central et surtout le modéliser. Si l'on veut généraliser à trois jonctions ou plus, il est nécessaire de comprendre la topologie de l'objet pour pouvoir le décrire proprement. Une approche de type système expert est nécessaire afin d'établir des règles pour contrôler les différents essais de lien entre les branches et pour choisir alors la description de surface la plus adaptée.

Pour le moment, seule la procédure pour décrire un objet à 2 composantes a été implantée.

IV.5 Différents niveaux de contrôle

Nous avons donc mis en place un algorithme général de segmentation 3D qui permet de suivre la surface d'un objet à partir d'une propriété la caractérisant, soit au niveau de sa densité, soit au niveau de ses éléments frontières (laplacien ou dérivée du gradient dans la direction du gradient). Dans un grand nombre de cas, cet algorithme sera suffisant pour obtenir correctement la surface de l'objet recherché. Par contre, si les données sont bruitées, des erreurs peuvent survenir et entraîner toute une cascade d'erreurs puisqu'elles vont être propagées dans la troisième dimension. En effet, si à un moment donné, un faux contour est détecté (dû au bruit), on va lui rechercher des liens dans les coupes adjacentes, et ainsi déterminer toute une structure fautive. Un autre cas probable est celui où deux structures sont, à un moment donné, très proches. En présence de bruit, il se peut qu'on ne les dissocie pas : c'est l'exemple du fémur et de l'os iliaque qu'on peut avoir du mal à séparer si la zone cartilagineuse est bruitée.

Comme beaucoup de travaux [NAG 84, LEVI 81, NAZ 84, GAR 87] qui se font sur la segmentation, nous avons dissocié la partie véritablement détection d'éléments frontières de tout ce qui pouvait concerner les contrôles sur les résultats de la segmentation. Les

processus de contrôle peuvent intervenir à différents niveaux pour guider, contrôler et évaluer le processus de segmentation. Ils sont en général fortement liés à l'information a priori que l'on peut avoir sur le type d'images à traiter et se caractérisent par des propriétés statistiques ou géométriques. Une autre façon de les distinguer est de les classer suivant le niveau de détection auxquels ils participent : ponctuel, local ou global.

Dans notre algorithme, le **contrôle ponctuel** se fait dans l'étape de construction du système différentiel au moyen de la force de rappel. A chaque itération, une correction est apportée dans la recherche de l'élément frontière suivant pour qu'il réponde au critère de segmentation fixé.

Le **contrôle local** peut concerner un voisinage de points, un segment de courbe ou tout autre contour : des calculs simples se font pour vérifier la cohérence de ces éléments frontières par rapport à des critères classiques utilisant des propriétés statistiques ou géométriques. Ces critères peuvent être basés sur des calculs de :

- moyenne et écart type de la densité, du gradient ou du laplacien;
- longueur et/ou surface inscrite dans un contour fermé pour éliminer des contours trop petits;
- réduction de zone, propriétés géométriques du contour (contour fermé, connexe par exemple);
- lien avec les autres éléments de contour (cf § IV.2.2 b).

Les seuils limites sont remis à jour au fur et à mesure de la recherche de la surface. Ces différents critères peuvent être combinés entre eux pour former soit une fonction de coût, soit pour estimer un risque d'erreur possible. Au delà de seuils fixés à l'avance, un critère pourra éliminer directement le contour en question.

Au **niveau global**, les contrôles ne sont donnés qu'en concordance avec des connaissances a priori sur la forme de l'objet à détecter. Par exemple, dans le cas du fémur, il y a un risque non négligeable de détecter l'os iliaque avec le fémur sur une coupe donnée. Un simple test au niveau de la longueur du contour trouvé montre un accroissement important par rapport aux contours précédents. Il reste alors à éliminer ce qui est cotyle et ce qui ne l'est pas. Deux types d'information peuvent aider à faire cette séparation : cette confusion ne peut se faire qu'à des endroits où l'os du fémur a une forme globalement ronde sur les plans de coupes. D'autre part, les liens point à point avec le contour précédemment trouvé sur la coupe adjacente vont indiquer la partie du contour relié avec la surface du fémur déjà validée. On pourra ainsi éliminer toute une partie de la courbe. Cette procédure de tests

peut s'insérer facilement dans le programme général de segmentation sans qu'on ait à changer sa structure.

En fait, toute cette série de contrôles pourrait être combinée en un ensemble de règles au sein d'un système expert. De tels approches ont déjà été réalisées dans le cas 2D d'images naturelles [LEVI 81, NAZ 84,...] ou en cytologie [GAR 87] et ont l'intérêt de pouvoir s'adapter à de nombreux types d'images grâce à une palette d'actions différentes qui suivent le contexte local des données. Il y a là une extension possible de notre logiciel de segmentation.

CHAPITRE V

SIMULATIONS AU BRUIT

SIMULATIONS AU BRUIT

V.1 Introduction.....	101
V.2 Méthodologie et terminologie.....	103
V.2.1 Données initiales	103
V.2.2 Terminologie	104
V.2.3 Méthodologie.....	104
V.3 Etude du modèle.....	105
V.3.1 Effet de la modélisation continue	106
V.3.2 Influence de l'isodensité suivie	108
a) Tests sur un objet simple	108
b) Cas particuliers.....	109
V.3.3 Influence du paramètre β	111
a) Introduction	111
b) Etude sur l'isodensité correspondant au gradient max.....	112
c) Extension à d'autres densités.....	113
d) Extensions à d'autres opérateurs	113
e) Conclusion	114
V.4 Ajout de bruit gaussien.....	115
V.4.1 Influence de l'isodensité	115
V.4.2 Influence de β	117
a) Recherche d'isodensité.....	117
b) Opérateurs différentiels	119
V.4.3 Influence de la méthode de résolution.....	120
V.5 Conclusion	120

V.1 Introduction

Un des facteurs les plus importants d'un "bon" détecteur de contours est sa sensibilité au bruit. En effet, le bruit dans les images à traiter peut avoir différentes origines : bruit électronique du système d'acquisition, méthode de reconstruction choisie, discrétisation des propriétés physiques continues détectées, manque de séparabilité de différents constituants caractérisés par des densités Hounsfield proches, effets de volume partiel, etc ...

Il est donc fondamental que notre détecteur puisse supporter un certain pourcentage de bruit par rapport au signal réel. Chercher à quantifier ce pourcentage permet non seulement de connaître la qualité du détecteur (et de le comparer aux autres) mais aussi d'analyser les erreurs possibles de détection (et ainsi de repérer les endroits sujets aux erreurs de détection).

Typiquement une étude statistique sur un détecteur de contour se fait de la façon suivante : on crée une discontinuité sur 2 régions homogènes dans une fenêtre ($n*n$) de l'image, la taille de la fenêtre dépendant du champ du détecteur. La discontinuité peut avoir des formes variées : le contour idéal est en marche d'escalier; on trouve aussi des formes en toit ou en forme d'impulsion (Fig. V.1). On rajoute du bruit (en général blanc gaussien) à ces profils et on étudie les variations de différents paramètres en fonction du bruit : pourcentages de "faux-positif", de "vrai-positif", erreur de positionnement, erreur sur la direction de l'élément de contour. Souvent, l'étude se fait sur un profil idéal [NAL 86].

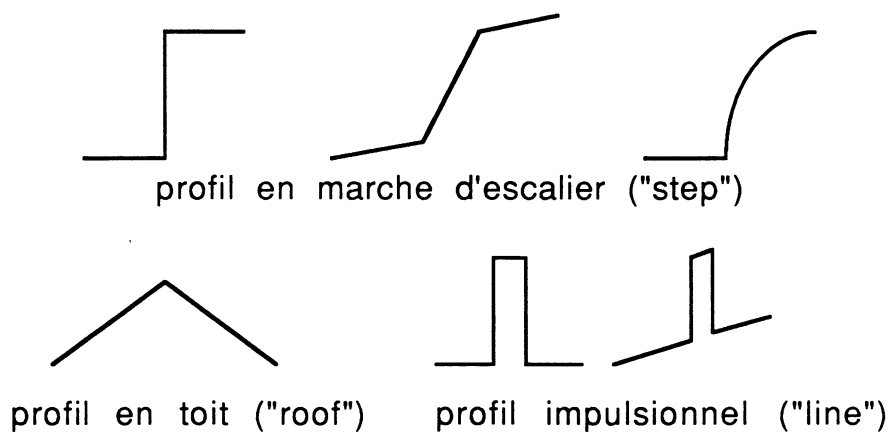


Figure V.1 : exemples de profils de contours

Dans notre cas, le détecteur a la particularité d'opérer le suivi de contours en même temps que la détection d'éléments frontières. Une telle étude ne permettrait pas de mettre en valeur l'effet "adaptatif" et "correctif" de notre algorithme. Il est donc préférable de le tester plus globalement sur une forme simple (un disque par exemple). D'autre part, il faut pouvoir dissocier les erreurs commises dans les phases successives de la segmentation : bruit ajouté par la modélisation continue, par la segmentation sur le modèle continu, par la discrétisation des contours pour être superposable aux images initiales. On étudiera donc séparément ces différentes étapes.

La segmentation sur le modèle continu permet d'obtenir des éléments de contours avec une précision sub-pixel : c'est donc à ce niveau que l'on étudiera l'erreur de positionnement des points de contours par rapport au contour initial. On définit les notions de "vrai-positif" et "faux-positif" de la façon suivante :

- un **Vrai-Positif** (VP) est un point dont la position est à $\pm \delta$ pixel de la position réelle. Ce paramètre a été fixé à 0.7 pixels car cette distance correspond à la longueur d'une demi-diagonale d'un pixel (choix précédemment fait dans [NAL 86]).

- un **Faux-Positif** (FP) n'est pas un point du contour (au sens défini précédemment) mais est considéré comme tel. Rechercher le pourcentage de FP dans les contours détectés n'est pas forcément intéressant, vu que c'est tout la force de notre méthode de trouver un point qui soit le meilleur compromis pour le contour entre sa position et sa caractéristique de point frontière par rapport aux points préalablement trouvés.

Une telle étude "statistique" peut également permettre de mettre en valeur l'influence des différents paramètres qui jouent sur l'algorithme, et ainsi faciliter les choix à faire : influence des isodensités, de l'opérateur différentiel H_f utilisé, du coefficient β qui équilibre les composantes "suivi de contour" et "force de rappel" dans le système différentiel, de la méthode de résolution d'un tel système.

Après avoir expliqué la méthodologie choisie pour cette étude, on étudiera l'influence des différents paramètres jouant sur la segmentation (modèle continu, isodensité, proximité ou juxtaposition d'objets,...) sans ajout de bruit. Puis ces différents paramètres seront testés en présence d'un bruit additif gaussien.

Il est évident que d'autres simulations auraient pu être faites pour tester notre algorithme au bruit. Les choix qui ont été fait ici, ont fortement été influencés par les travaux de Nalwa et Binford [NAL 86].

V.2 Méthodologie et terminologie

V.2.1 Données initiales

Les considérations précédentes ont amené à étudier le comportement de l'algorithme sur l'objet simple suivant : l'image est composée d'un disque plein de densité homogène $D1$ placé dans un fond de densité constante $D0$ (Fig. V.2)

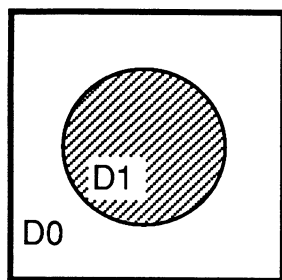
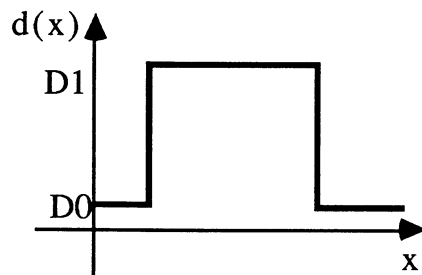


image de test



profil de densité le long d'un diamètre du disque

Figure V.2 : 1er jeu de test : un seul objet homogène dans l'image

D'autres études ont été faites sur 2 cylindres imbriqués ayant des densités différentes.

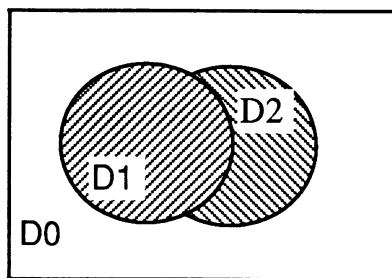


image de test

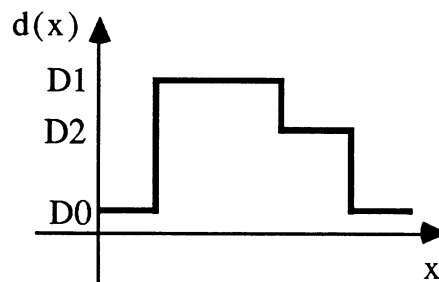


Figure V.3 : 2^{ème} jeu de test : objets imbriqués de densités différentes

Une troisième étude consiste à tester l'influence d'un autre objet très voisin. Les 2 objets ont la même densité et sont espacés seulement d'un pixel sur les parties des objets en regard. Compte-tenu de la discrétisation du cercle sur un maillage, la distance réelle sur l'image varie de 1 à 1.7 pixels pour que les 2 disques ne se touchent jamais.

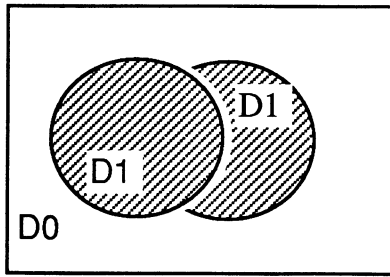
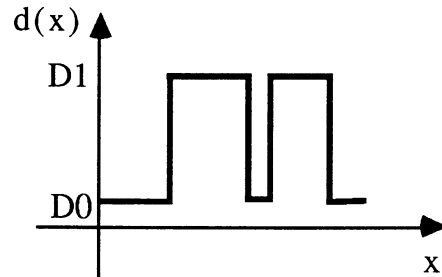


image de test



profil de densité le long d'un diamètre du disque

Figure V.4 : 3^{eme} jeu de test : objets juxtaposés de densités identiques

Les tests ont été faits sur des images 256*256 stockées sur 8 bits (la densité varie donc de -127 à +127); on a choisi $D0 = 25$; $D1 = 75$; soit une amplitude du signal égale à 50. Le rayon du disque est de 20 pixels.

Le choix de la forme circulaire de l'objet à détecter se justifie par le fait que les éléments frontières ont ainsi toutes les orientations possibles de la direction du gradient.

V.2.2 Terminologie

On appelle **rapport signal sur bruit** (noté S/B) le rapport :

$$\frac{S}{B} = \frac{D1 - D0}{\sigma_{\text{bruit}}}$$

où * $(D1 - D0)$ représente l'amplitude existant entre les 2 régions homogènes, i.e. de la discontinuité .

* σ_{bruit} est la déviation standard du bruit.

On appelle **bruit gaussien de moyenne nulle et de variance s^2** un bruit distribué selon une loi de probabilité :

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} s^2} e^{-\left(\frac{x^2}{2s^2}\right)}$$

V.2.3 Méthodologie

Pour chaque contour segmenté, on calcule le centre et le rayon du cercle approximant au mieux (au sens des moindres carrés) l'ensemble des points du contour (cf annexe). Ce rayon est noté R_{lis} et le rayon du cercle initial est noté R_{init} . En faisant varier l'amplitude du

bruit ou d'autres paramètres de la segmentation (pour un niveau de bruit donné), on obtiendra des courbes pour les fonctions suivantes :

- centre et rayon du cercle approximé
- erreur de positionnement du contour par rapport au rayon lissé (R_{lis})
- erreur de positionnement du contour par rapport au rayon initial (R_{init})

L'**erreur de positionnement** de l'ensemble du contour segmenté par rapport au cercle initial (R_{init}) ou au cercle lissé (R_{lis}) est calculé par la formule suivante :

$$\epsilon_{R_{init}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (R(i) - R_{init})^2}}{n} \qquad \epsilon_{R_{lis}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (R(i) - R_{lis})^2}}{n}$$

- où n est le nombre de points du contour segmenté
 $R(i)$ donne la distance du $i^{\text{ème}}$ point du contour par rapport au centre du cercle initial (resp. lissé).
 R_{init} est le rayon du cercle initial (resp. lissé : R_{lis}).

On testera également les valeurs de densité des points de contours segmentés en calculant la moyenne et l'**écart-type** ϵ_H de la valeur de l'opérateur.

$$m_H = \sum_{i=1}^n \frac{H(i)}{n}$$

$$\epsilon_H = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n H(i)^2}}{n}$$

- où n est le nombre de points du contour segmenté
 $H(i)$ donne la valeur de l'opérateur du $i^{\text{ème}}$ point du contour

On calculera également le **taux de Vrai-Positif** (VP) par rapport au nombre total de points sur la courbe, suivant le critère suivant : un point est déclaré VP si sa position par rapport au cercle initial est inférieure à 0.7 pixel (cette distance correspond à la demi diagonale d'un pixel).

Les courbes seront paramétrées en fonction de l'isodensité suivie, du rapport signal sur bruit et du paramètre β (qui équilibre les 2 termes "suivi de contour" et "force de rappel" dans le système différentiel)

V.3 Etude du modèle

Dans toute cette partie, aucun bruit gaussien n'a été ajouté. Après avoir étudié l'influence de la modélisation continue du volume, nous verrons l'influence de différents paramètres

pouvant jouer sur la segmentation : choix de l'opérateur (isodensité, laplacien, point d'inflexion), plage de validité du paramètre β suivant l'opérateur choisi, choix de la méthode de résolution.

V.3.1 Effet de la modélisation continue

Cette première influence est déterminante, car la qualité de tout traitement ultérieur, que ce soit pour visualiser ou pour segmenter, dépend de cette phase. Pendant sa thèse, Catherine Lézy [LEZ 90] a travaillé tout particulièrement sur les meilleurs choix à faire aux niveaux des critères de lissage et d'interpolation, des conditions aux bords,... afin d'obtenir le meilleur résultat possible. On ne présentera ici que les conséquences sur la segmentation du modèle décrit au paragraphe III.1.

Les fonctions splines de lissage créent des oscillations lors de fortes variations de la fonction qu'elles cherchent à approximer. Ainsi le profil idéal modélisé par notre méthode sera légèrement modifié : la pente de la courbe au niveau de la discontinuité initiale ne sera plus infinie (vu que la fonction doit être continue), il y aura en plus quelques variations de la densité autour de ce point (Fig. V.5 a). Remarquons que le point du profil modélisé qui donne la localisation réelle de la discontinuité initiale correspond à un point d'inflexion, i.e. de gradient maximum.

Dans le cas particulier des 2 cylindres tangents (Fig. V.4), la valeur de la densité dans la zone entre les 2 disques dépend de l'espace les séparant : en effet, comme on utilise des splines de lissage (et non d'interpolation), la fonction qui modélise la densité ne passe pas forcément par les densités de tous les points du maillage mais approxime "au mieux" ces valeurs. Ainsi, si la distance entre les 2 disques de densité 75 est de 2 pixels, la densité sera de 29.5 au lieu de 25 mais si cette distance n'est plus que de 1 pixel, la densité atteindra seulement 53.8, soit une diminution de plus de 50% de l'écart de densité par rapport à celui existant réellement (Fig V.5 b)! Le lissage utilisé dans les coupes 2D a donc tendance à diminuer les différences de densité entre 2 objets voisins et donc leur pouvoir de séparabilité.

Le phénomène d'oscillations est représenté sur l'image du disque par des anneaux concentriques et très proches, de densité soit plus fortes soit plus faibles. La discrétisation initiale du disque sur une grille de pixels fait que ces anneaux n'ont pas partout la même épaisseur (Fig. V.6).

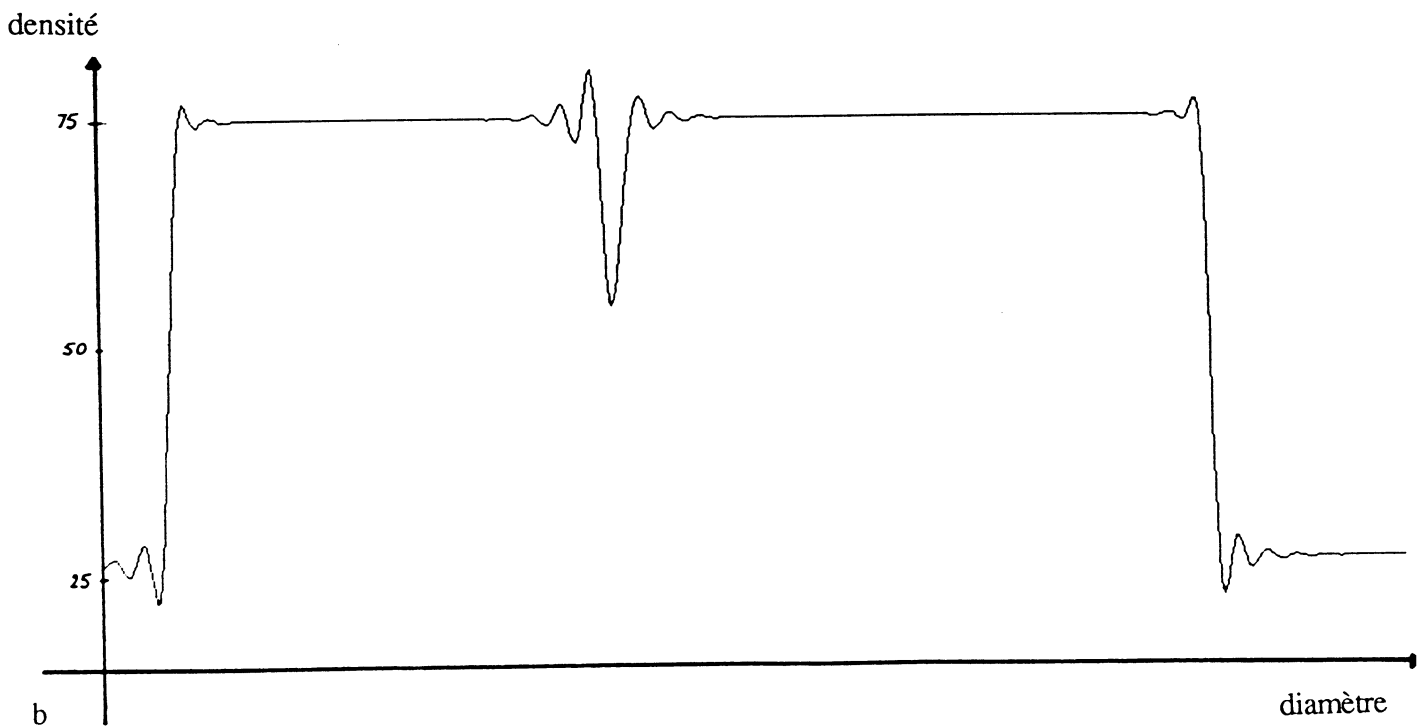
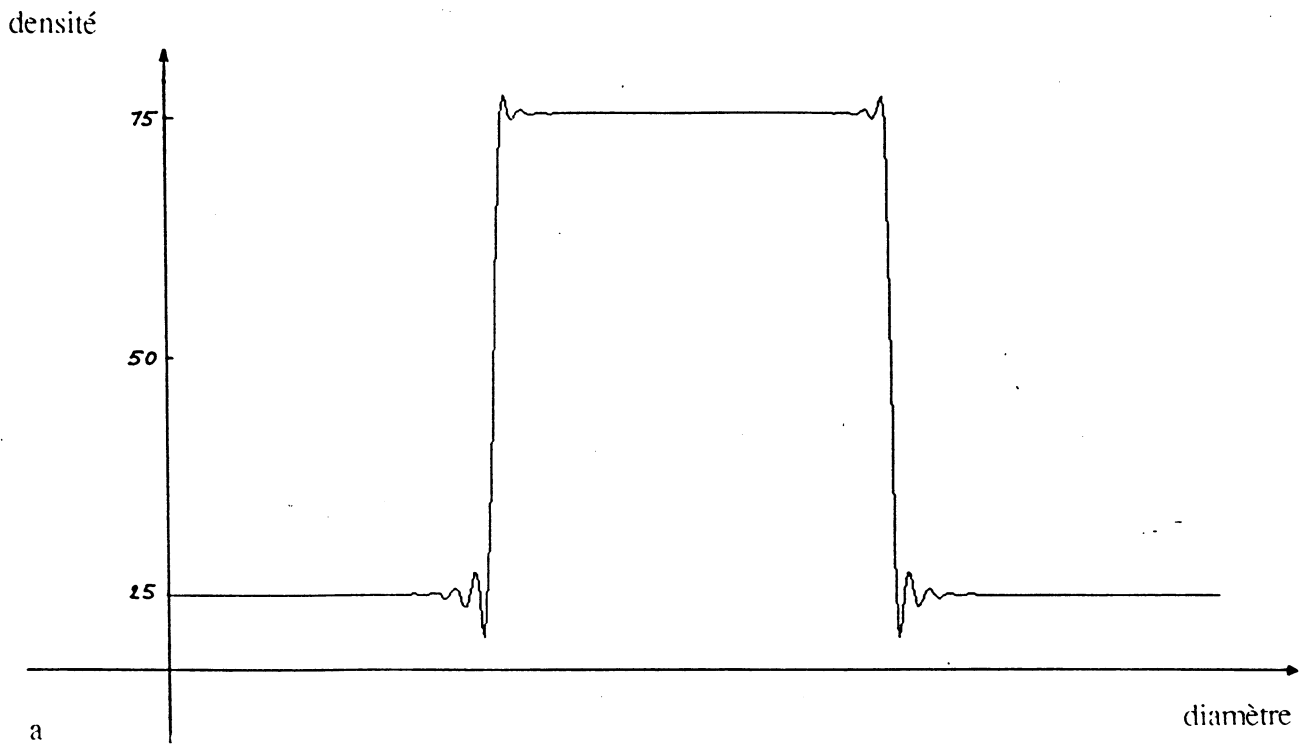


Figure V.5 : profils de densité le long d'un diamètre du ou des disques, de l'image modélisée par le modèle continu.
 a) cas d'un disque seul
 b) cas de 2 objets juxtaposés et séparés par 1 pixel

Pour la segmentation comme pour la visualisation 3D, il est nécessaire d'améliorer l'étape de modélisation pour diminuer les oscillations dues aux splines de lissage. Le choix proposé par C Lézy dans sa thèse [LEZ 90] consiste à interpoler un point sur 2 dans le plan des coupes : cette solution ne peut qu'améliorer l'étape de segmentation.

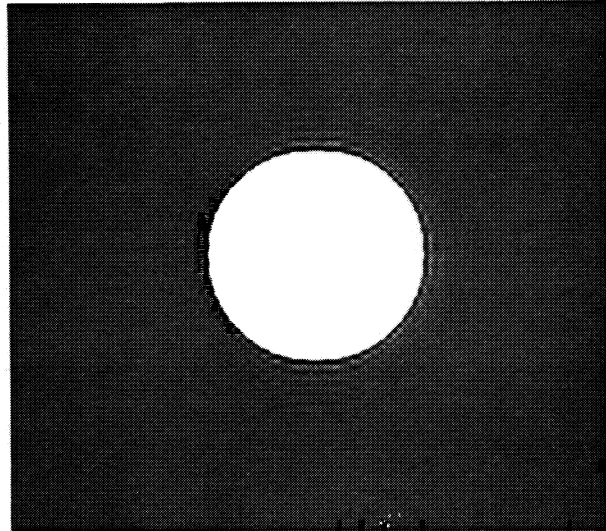


Figure V.6 : reconstitution de l'image du disque non bruitée après l'étape de modélisation continue. On remarque des anneaux concentriques autour du disque qui sont dus aux oscillations engendrées par les fonctions splines utilisées.

V.3.2 Influence de l'isodensité suivie

a) Tests sur un objet simple (Fig V.7)

En premier lieu, précisons que le centre du cercle est stable à 0.03 pixel près.

La variation du rayon lissé en fonction de l'isodensité suivie est quasi-linéaire. Pour des seuils variant de 25 (densité du fond) à 75 (densité du disque), on obtient un écart maximal de 1 pixel; de plus le cercle le plus proche du cercle initial est celui correspondant à un seuil de 50, ce qui correspond aux points de gradients maximum. En fait la variation n'est pas véritablement linéaire : elle met en valeur le profil de la densité modélisé autour de la discontinuité et a donc une forme très légèrement de fonction "tangente hyperbolique".

L'erreur de positionnement par rapport au rayon lissé $\epsilon_{R_{lis}}$ est constante et vaut 0.1 pixel. Par contre, l'erreur de positionnement par rapport au rayon initial $\epsilon_{R_{init}}$ varie de 0.1 à 0.5 pixel, le minimum étant obtenu pour le seuil correspond au point d'inflexion (i.e. 50). Il est intéressant de voir que cette courbe est symétrique.

La courbe des taux de Vrais-Positifs confirme les résultats précédents. Ainsi 100% des points se trouvent à moins de 0.7 pixel du cercle initial pour les contours obtenus avec des densités variant de 30 à 70. Pour les densités extrêmes (seuil=25 ou 75), les taux plus

faibles (respectivement 93 ET 83%) s'expliquent par le fait que les contours obtenus sont des cercles soit plus grand soit plus faible (à 0.5 pixel près) que le cercle initial.

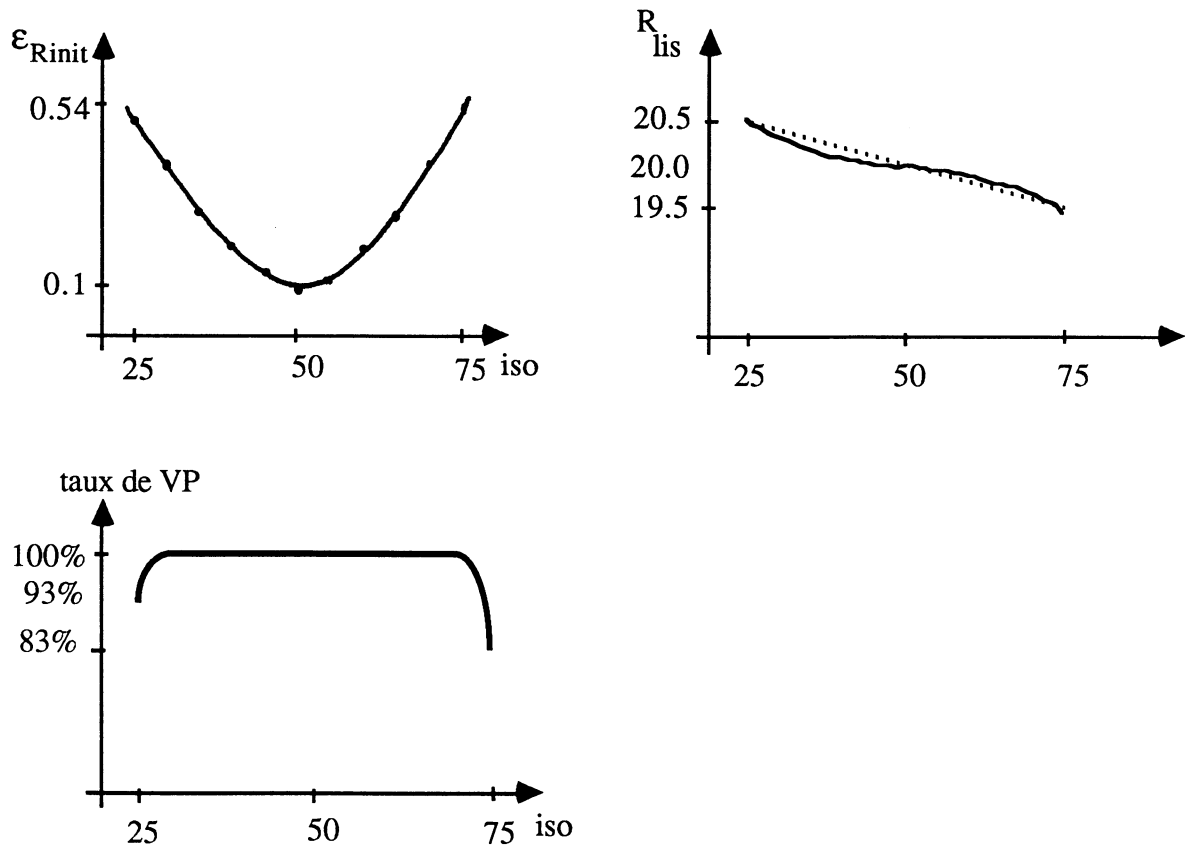


Figure V.7 : courbes fonction de l'isodensité dans la cas d'une image non bruitée

b) Cas particuliers

Un premier type d'erreur peut déjà être mis en évidence dans les 2 cas suivants : on choisit un seuil légèrement supérieur à la densité du disque ($iso > 75$) ou on choisit un seuil égal à la densité du disque mais le point initial est légèrement à l'intérieur du disque. Dans ces 2 cas on se trouve **au niveau des oscillations créées par les fonctions splines**. En effet, nous avons vu au paragraphe V.3.1 que l'image du disque après modélisation était constituée d'anneaux concentriques de densités oscillant autour soit de celle du disque (D1) soit de celle du fond (D0). La discrétisation du disque initial fait que ces anneaux n'ont pas partout la même épaisseur. Ainsi, à certains endroits, on peut passer de l'anneau extérieur à l'anneau intérieur et obtenir un contour en forme de croissant au lieu d'un cercle. Cette particularité a été observée pour des images réelles dans le cas du fémur mais l'erreur provenait plutôt du bruit très important sur les images.

Cas de 2 objets emboîtés : (Fig. V.3)

On recherche le contour du disque de densité la plus élevée ($D1=75$). L'objet voisin qui l'intersecte a une densité plus faible ($D2=50$). On trouve des contours exacts avec les mêmes caractéristiques que précédemment pour des seuils variant de 51 à 75. Pour des seuils plus faibles (de 25 à 50), le contour englobe les 2 disques. Par contre, si on cherchait le contour du disque de densité plus faible ($D2$), on ne pourrait faire varier la densité que de 25 à 50 et on obtiendrait dans tous les cas le contour des 2 cylindres (Fig V.8)!

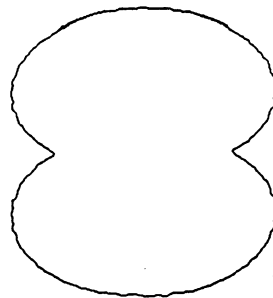


Figure V.8 : cas particuliers de 2 cylindres emboîtés :
on ne peut pas toujours les séparer

Voilà donc une restriction importante : si on recherche le contour d'un objet intersectant d'autres objets de densités plus fortes **ET** plus faibles, la segmentation ne permettra pas d'isoler l'objet recherché et réunira tous les objets de densité supérieure ou égale à la densité de l'objet recherché.

Mais si l'objet n'est relié qu'à des objets de densités plus fortes (cas $D1 < D0$ et $D1 < D2$), on obtiendra le contour exact en choisissant un seuil strictement inférieur à $D0$ et $D2$.

Cas de 2 objets voisins (Fig. V.4)

On a vu que, si la distance séparant les 2 objets est de 1 pixel, la zone entre ces 2 objets a une densité bien supérieure à celle du fond ($D \approx 54$) après l'étape de modélisation. De ce fait, on trouve des contours exacts pour des seuils supérieurs à 55 avec les mêmes caractéristiques statistiques que celles d'un disque seul. Pour des densités plus faibles, on obtiendra l'ensemble des 2 objets.

Ces 2 derniers cas montrent combien il est important que notre algorithme ait des performances au bruit valables sur toute une plage de seuils, en premier lieu pour faciliter son choix (sans perdre en fiabilité) mais aussi pour être capable de le dissocier d'un environnement complexe. On continuera donc d'étudier la validité de cette méthode de segmentation en présence de bruit sur une échelle importante de seuils. On a pu remarquer

que les résultats (pourcentage de VP, ϵ_{Rlis} , ϵ_{Rinit}) étaient symétriques par rapport à la densité $D=50$. On ne continuera donc l'analyse statistique que pour des densités supérieures ou égales à 50.

V.3.3 Influence du paramètre β

a) Introduction

β est le paramètre permettant d'équilibrer les termes "suivi de contour" (noté F_s) et "force de rappel" (F_r) dans le système différentiel :

$$\begin{aligned}x'(t) &= \frac{1}{G_H} \left(\frac{\partial H}{\partial y} - \beta \frac{\partial H}{\partial x} \frac{H}{G_H} \right) \\y'(t) &= \frac{1}{G_H} \left(-\frac{\partial H}{\partial x} - \beta \frac{\partial H}{\partial y} \frac{H}{G_H} \right) \\ \text{et } G_H &= \sqrt{1 + \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2}\end{aligned}$$

Le rapport $r = r(\beta)$ entre ces 2 termes est donné par

$$r = \left| \frac{F_r}{F_s} \right| = \beta \frac{|H|}{G_H} = \beta \frac{|H|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2}}$$

Ce rapport varie linéairement en fonction de β et de H_f . Il est inversement proportionnel au gradient G_H . Ainsi, plus on s'écarte de la courbe " $H_f = 0$ ", plus la force de rappel devient importante dans la résolution du système différentiel. Le choix de β va influencer sur la vitesse à laquelle la trajectoire va atteindre la courbe " $H_f = 0$ " et sur les fluctuations autour de cette courbe. Plus on augmente β , plus la trajectoire va être conditionnée à rester proche de la courbe recherchée mais plus on risque des phénomènes d'oscillations autour de cette courbe (cf § III.2). Ce paramètre semble donc délicat à choisir, d'autant plus que le rapport $r(\beta)$ dépend de la dynamique des images (via le gradient G_H). Les tests et expérimentations vont prouver le contraire.

Tout le problème est de choisir à partir de quel moment et dans quelle mesure on va faire intervenir une force de rappel dans le système différentiel. L'étude des caractéristiques des contours se fera donc sur une plage importante de β : entre 0 et le gradient G_H . Notons que le point qui initialise la résolution du système différentiel est situé légèrement à l'intérieur du cercle recherché (à 0.5 pixel exactement), sa densité vaut 67.9.

b) Etude sur l'isodensité correspondant au gradient max

Un cercle est effectivement trouvé pour β compris entre 0 et (gradient max /2). Au dessus, les fortes oscillations dues à une force de rappel trop importante même pour des points situés très proches de la courbe d'isodensité font que la trajectoire peut se retrouver dans une zone homogène sans pouvoir en sortir ou nécessite beaucoup d'itérations pour se stabiliser à la densité recherchée.

Le cas $\beta=0$ est intéressant : on ne fait intervenir aucune force de rappel. On trouve un contour très proche du cercle initial (erreur de positionnement ϵ_{Rinit} de 0.17 pixel) mais dont la densité varie beaucoup (écart-type de la densité par rapport à iso=50 : $\epsilon_d=8$). Quand on regarde plus précisément les résultats, on s'aperçoit que la densité des points du contour décroît constamment de sa valeur au point initial (67.9) jusqu'au point final (47.4). La nécessité d'une force de rappel dans le système différentiel est donc évidente, il faut maintenant déterminer quelle doit être son influence.

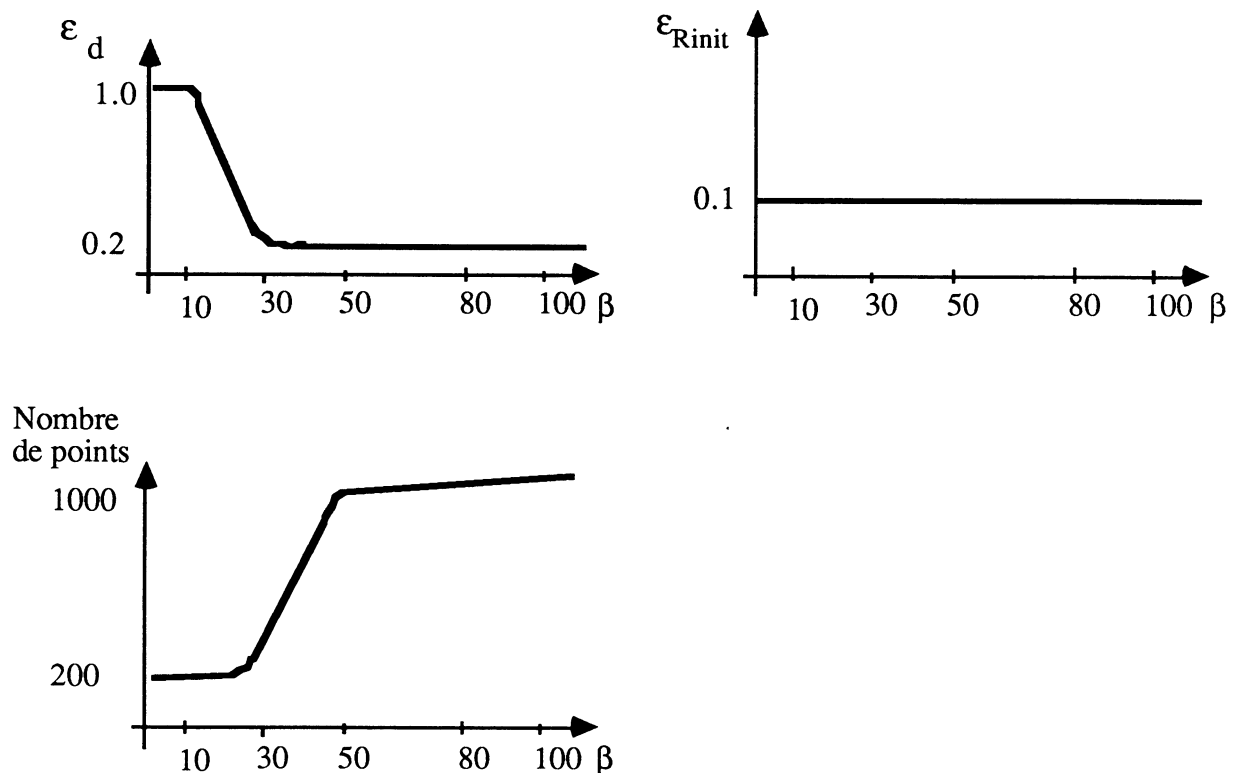


Figure V.9 : Courbes fonction de β dans la cas d'une image non bruitée

Pour β compris entre 0.5 et 100, on obtient une erreur de positionnement quasi-constante : $\epsilon_{Rinit} = 0.1$. Par contre, au niveau de l'erreur sur la densité, on observe 2 plages :

$$\epsilon_d \sim 1.0 \text{ pour } \beta \in [1..10]$$

$$\epsilon_d \sim 0.25 \text{ pour } \beta \in [25..100]$$

On s'aperçoit de plus, que le nombre de points constituant les contours augmente avec β . Il y a là une apparente contradiction entre une parfaite stabilité en positionnement et un écart évident au niveau de l'isodensité suivie. L'explication est la suivante : pour un β élevé, la moindre variation de la fonction densité impliquera une réponse forte pour le terme "force de rappel" : la trajectoire "avance" moins et à la limite, aurait tendance à osciller autour de l'isodensité recherchée. L'algorithme de résolution du système différentiel doit adapter son pas de résolution en le diminuant fortement : l'écart entre 2 points se réduit alors à 0.1 pixel et conduit à des contours de plus de 1000 points alors que pour des β faibles (≤ 20), l'écart entre 2 points du contour sera d'environ 0.5 pixels, d'où des contours de 230 points environ. Dans le cas d'un β élevé, le fait de se déplacer très peu (0.1 pixel pour chaque pas) permet un meilleur contrôle de l'algorithme autour de l'isodensité recherché (ce qui explique l'amélioration de l'écart-type ϵ_d de la densité et l'absence d'oscillations visibles vu les si faibles déplacements effectués). Par contre, on y perd en temps de calcul.

2^{ème} série de tests :

Pour comparer véritablement les contours suivant le paramètre β , on a relancé l'algorithme de segmentation en faisant en sorte que l'écart entre 2 points consécutifs du contour soit de 0.1 pixel pour tous les β : on a adapté le pas de résolution du système différentiel dans ce but. On obtient alors des contours ayant approximativement le même nombre de points : les résultats sont alors identiques pour tout $\beta > 1$ (écart-type sur la densité égale à 0.25). Le meilleur contrôle de l'isodensité suivie est donc à imputer au pas de résolution de l'algorithme et non au paramètre β .

c) Extension à d'autres densités

Quand on change l'isodensité recherchée (iso= 60; iso=70), le contour ne se situe plus sur des points de gradient maximum. On va quand même trouver les mêmes caractéristiques de stabilité que précédemment : erreur de positionnement ϵ_{Rinit} constant sur toute la plage de β compris entre 1 et 100 (respectivement 0.2 et 0.4), écart-type de la densité égale à 0.2 pour $\beta > 20$, sinon de l'ordre de 1.1.

d) Extensions à d'autres opérateurs

Les opérateurs laplacien et "point d'inflexion" ont été testés, soit lorsqu'ils intervenaient seuls dans la construction du système différentiel, soit quand ils étaient combinés avec le gradient (cf § III.2.3 d). Dans ce dernier cas, seule la "force de rappel" les utilise. La plage des valeurs du paramètre β est toujours imposé par la dynamique des images :

$$r = \left| \frac{F_r}{F_s} \right| = \beta \frac{|H|}{G_H} = \beta \frac{|H|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2}}$$

Du fait des problèmes de stabilité dus aux discontinuités des dérivées intervenant dans le système différentiel, la résolution des systèmes correspondants se fait uniquement par la méthode de Gear-Adams. Ce problème sera développé plus précisément dans le paragraphe VI.1.

Pour le **laplacien**, comme pour l'opérateur "**point d'inflexion**", l'erreur de positionnement ϵ_{Rinit} du contour par rapport au cercle initial est stable sur une large plage de valeur de β : elle vaut 0.22 pixel si le laplacien intervient dans les 2 termes du système différentiel (cas 1) et 0.15 s'il n'intervient que dans la force de rappel (cas 2). Par contre le nombre d'itérations pour la résolution par la méthode de Gear dans le cas (1) croît sensiblement dès que $\beta > 5$

Pour la combinaison gradient + point d'inflexion, l'erreur de positionnement est relativement stable et minimale pour des β compris entre 1 et 30 ($\epsilon_{Rinit} = 1.5$) mais augmente pour des valeurs de β plus grandes alors que la combinaison avec le laplacien reste stable même pour des β plus importants (Figure V.14).

e) Conclusion

L'étude montre la nécessité de faire intervenir une "force de rappel" dans le système différentiel. Les performances de la segmentation sont stables sur une large plage de valeurs de β dont la limite supérieure dépend de la dynamique des images et du critère de segmentation : pour les recherches d'isodensité, cette limite peut aller jusqu'à (1/2 * gradient moyen sur le contour) mais elle est bien plus faible pour les autres opérateurs. Cette "insensibilité" de l'algorithme au paramètre β (en fait, il s'adapte!) est intéressante car elle permet à l'algorithme de s'en affranchir si les conditions de segmentation changent. Il reste à vérifier cette propriété en présence de bruit.

Pour les opérateurs utilisant des dérivées de la fonction densité, on remarque que les opérateurs combinés (gradient + laplacien ou point d'inflexion) donne de meilleurs résultats que s'ils interviennent seuls dans la construction du système différentiel.

V.4 Ajout de bruit gaussien

On fait varier le rapport signal sur bruit entre 1.2 et 10, le seuil de 50 à 65 et β entre 0 et la valeur maximale du gradient. Pour donner plus de clarté au niveau des courbes fonction du rapport S/B, on utilise une échelle logarithmique. Quelle que soit l'amplitude du bruit, un contour plus ou moins précis a toujours été trouvé. Parfois, le point initial choisi pour toutes les recherches de contours était dans un environnement trop bruité et ne permettait pas d'aboutir à un résultat : l'algorithme boucle autour de quelques points. Mais en changeant de point de départ, on est toujours arrivé à obtenir un "pseudo"-cercle.

V.4.1 Influence de l'isodensité

Le centre du cercle varie au maximum de ± 0.3 pixels. Cette variation, qui reste faible s'explique par les irrégularités locales des contours par rapport au cercle standard : comme on le voit sur la photo (Fig V.10), les contours restent la plupart du temps très proches du cercle initial à quelques exceptions près, où l'algorithme peut suivre une zone bruitée à l'intérieur du disque. Ce sont ces erreurs qui font osciller le centre du cercle approximé.

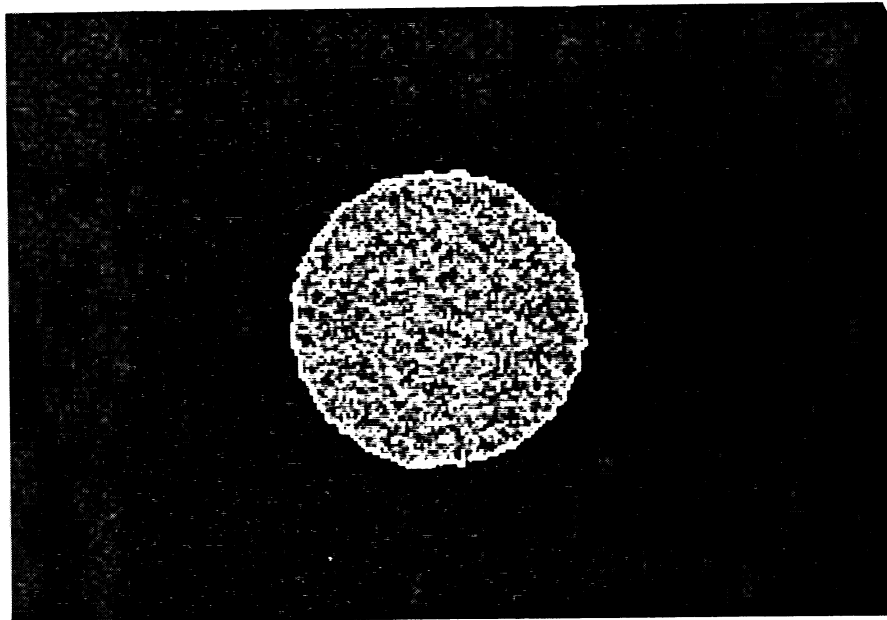


Figure V.10 : image d'un disque dont le rapport S/B vaut 1.7. Le contour a été obtenu pour $\beta = 1$ et iso = 50 (i.e. maximum du gradient)

Toutes les courbes paramétrées par le rapport S/B (pourcentage de Vrais-Positifs, rayon lissé, erreur de positionnement par rapport au rayon lissé ou au rayon initial : Fig V.11) amènent à une même constatation : les performances de l'algorithme diminuent quand on s'éloigne de l'isodensité correspondant aux points d'inflexion (iso=50). Pour ce seuil, les résultats sont extrêmement performants quel que soit le niveau de bruit ajouté : le rayon lissé

est toujours égal au rayon initial ($r_0=20.0$), l'erreur de positionnement par rapport au cercle initial est au maximum de 0.3 pixel, le pourcentage de points frontières situés à moins de 0.7 pixels est toujours supérieur à 95%. Pour une plage de seuils compris entre 50 et 60 inclus (en fait entre 40 et 60 vu la symétrie des résultats, ce qui fait 40% de l'ensemble des densités possibles), l'erreur de positionnement par rapport au cercle initial reste inférieure à 0.7 pixels pour des rapports signal sur bruit S/B supérieurs à 1.7 et le pourcentage de Vrais-Positifs reste supérieur à 75% dans les mêmes conditions. Pour un seuil égal à 65 on obtient le même résultat si $S/B > 2.0$.

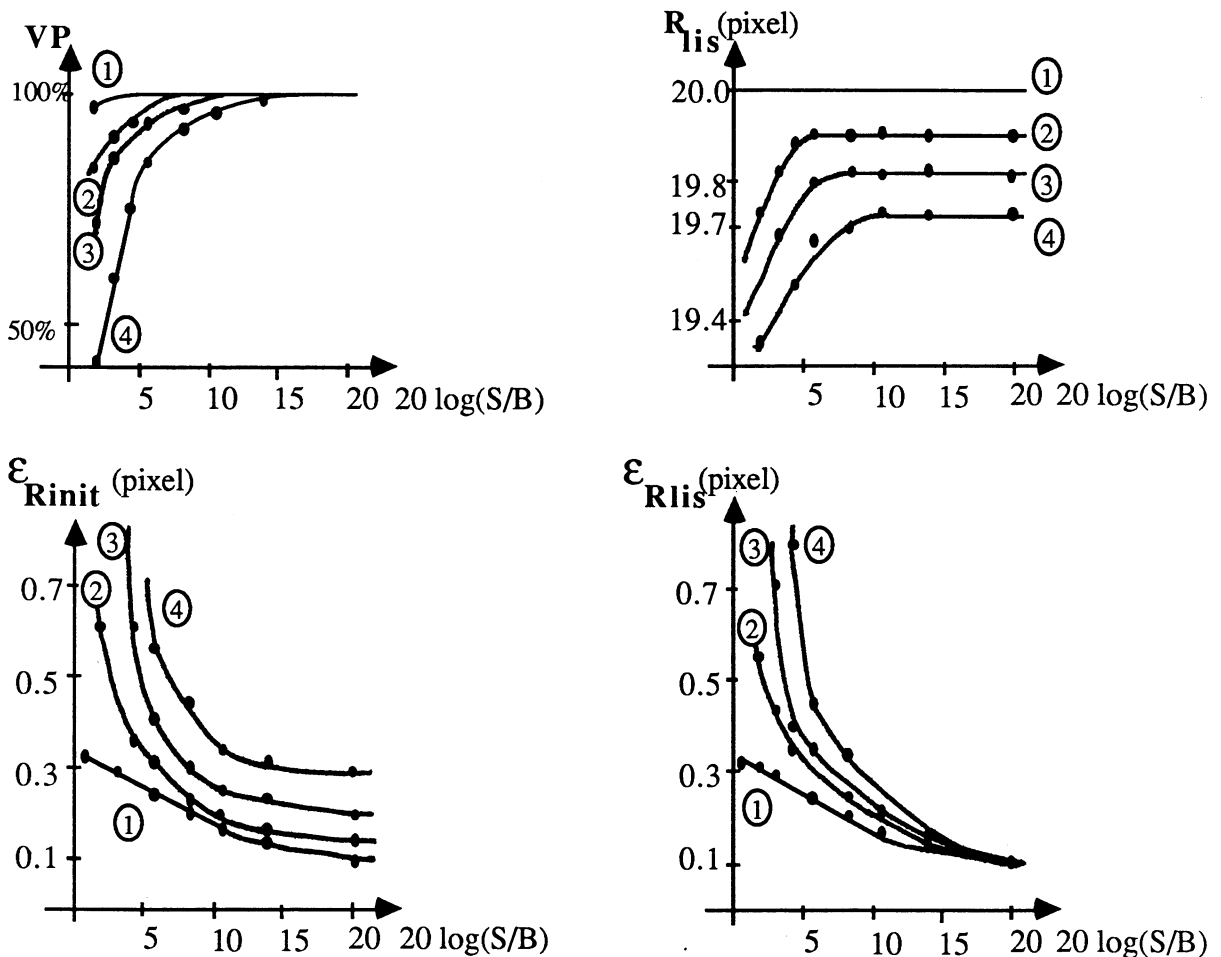


Figure V.11 : influence du bruit sur les contours. Les courbes 1 à 4 correspondent respectivement aux recherches des isodensités 50, 55, 60 et 65.

Ces excellents résultats sont à rapprocher de ceux obtenus par Nalwa et Binford [NAL 86]. Leur opérateur consiste à approximer (aux moindres carrés) les profils de densité sous la forme d'une surface 1D orientée, en forme de tangente hyperbolique pour le cas de profils idéaux. On obtient ainsi une position et une direction de l'élément frontière détecté. Pour des rapports $S/B > 2.5$, l'erreur de positionnement reste inférieure à $1/3$ et la localisation angulaire est faite à 10 degré près. Le taux de VP est de 78% pour un $S/B = 3.0$. Notons

que, dans notre cas, les calculs d'erreurs de positionnement sont faits à partir de tous les points frontières trouvés (et pas seulement pour les vrais-positifs comme le fait Nalwa).

V.4.2 Influence de β (Fig V.12 et V.13)

a) Recherche d'isodensité

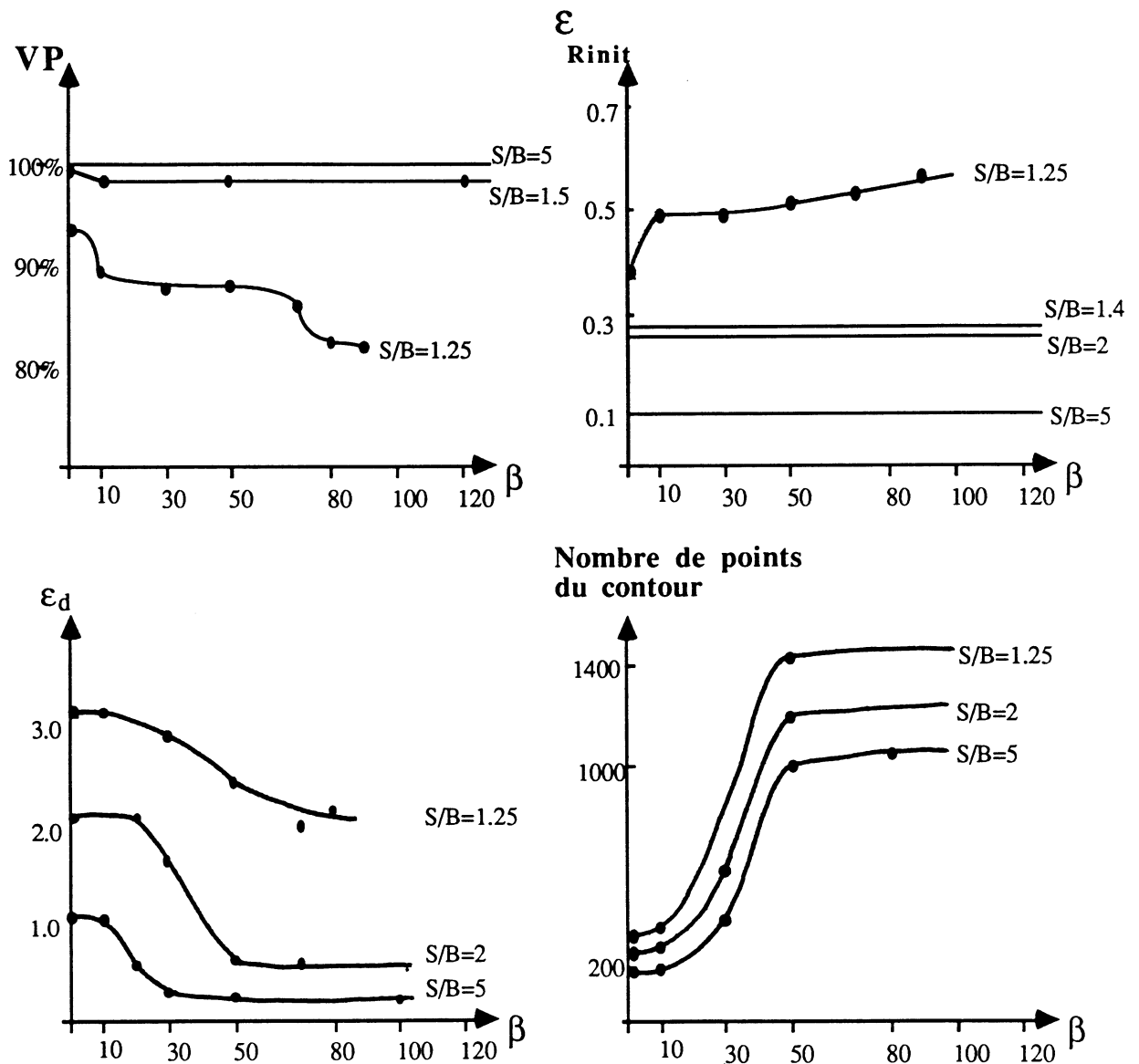


Figure V.12 : influence de β sur des images bruitées. Recherche de l'isodensité 50 correspondant au gradient maximum.

Les conclusions établies sur les images non bruitées se confirment : jusqu'à un certain pourcentage de bruit, les performances de l'algorithme sont stables pour une grande plage de β (entre 1 et 100). Pour l'isodensité 50 et des rapports signal sur bruit $S/B \geq 1.4$, l'écart en positionnement ϵ_{Rinit} est stable quelque soit $\beta \in [0.5, 100]$. Par contre, si on augmente

encore l'amplitude du bruit, on obtiendra un meilleur résultat ($\epsilon_{Rinit} = 0.37$) pour des β faibles (compris entre 0.5 et 3). Au dessus l'écart sera approximativement de 0.5, soit des taux de Vrais-Positifs d'environ 94% pour des β faibles, qui chutent à 82% pour des β plus élevés.

Quand on s'écarte du seuil optimal, ce phénomène tend à s'amplifier : la stabilité quel que soit β n'existe que pour des rapports $S/B > 3.0$ (cas iso=60; minimum de VP : 97%; $\epsilon_{Rinit} = 0.3$); pour des rapports S/B plus faibles, on aura toujours des meilleurs résultats pour des β faibles (entre 0.5 et 5).

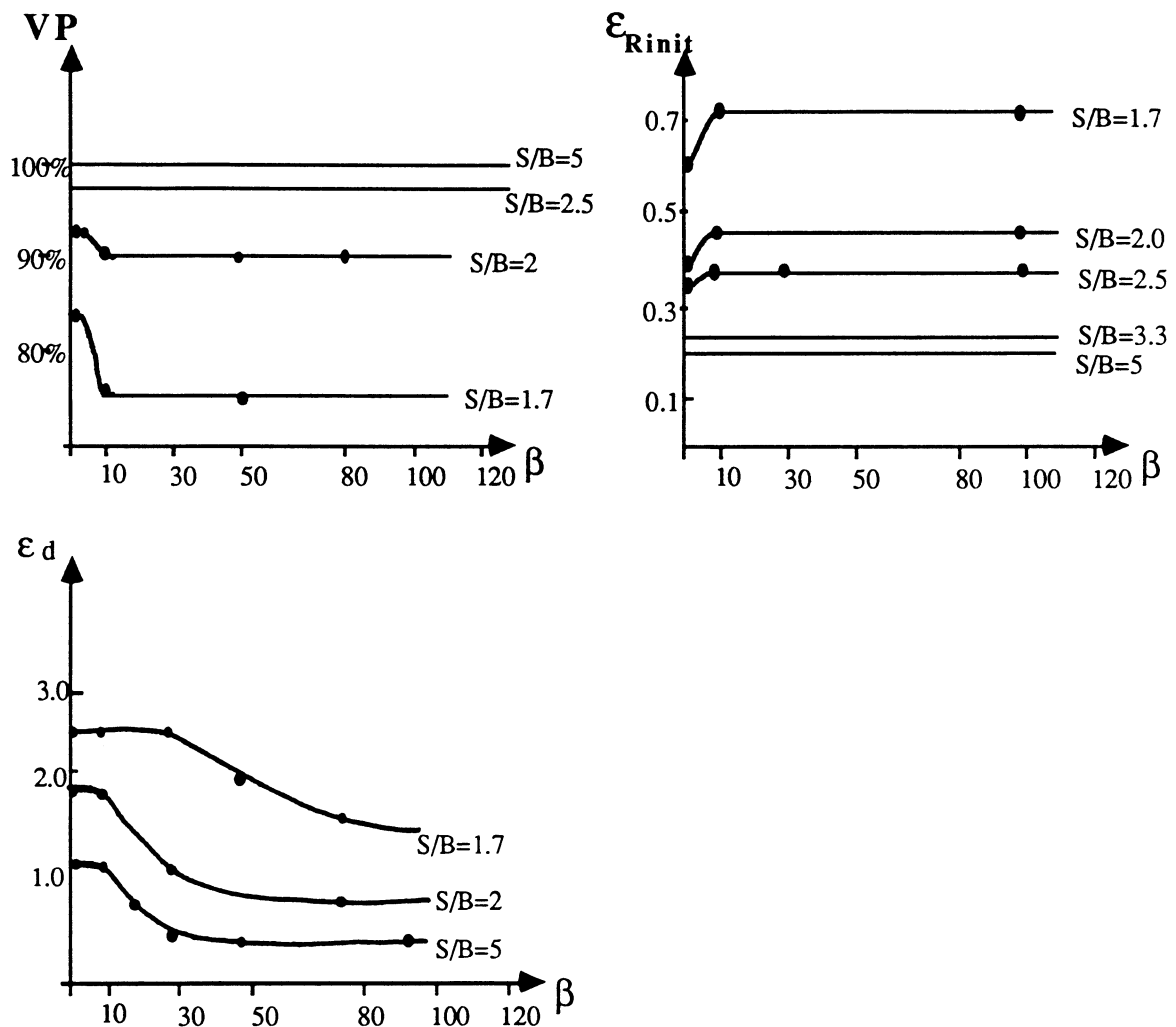


figure V.13 : influence de β sur des images bruitées. Recherche pour l'isodensité 60.

En ce qui concerne la densité le long du contour trouvé, le suivi de l'isodensité recherchée se fait toujours mieux pour des β élevés mais cela se fait au détriment du positionnement (cf commentaires dans le cas non bruité § V.3.3)

b) Opérateurs différentiels (Fig. V.14)

Comme on pouvait s'y attendre avec des opérateurs utilisant des dérivées d'ordre 2 de la densité, les performances au bruit sont bien moins bonnes. Seule la combinaison du gradient et de l'opérateur différentiel intervenant seulement dans la "force de rappel" donnent des résultats justes et reproductibles. Ainsi, dans le cas du laplacien et pour un rapport signal sur bruit S/B de 2.5, l'erreur de positionnement ϵ_{Rinit} du contour par rapport au cercle initial vaut 0.25 pixel (soit 100% de Vrai-Positifs) mais ce résultat n'est stable que sur une petite plage de β (β compris entre 0.5 et 5).

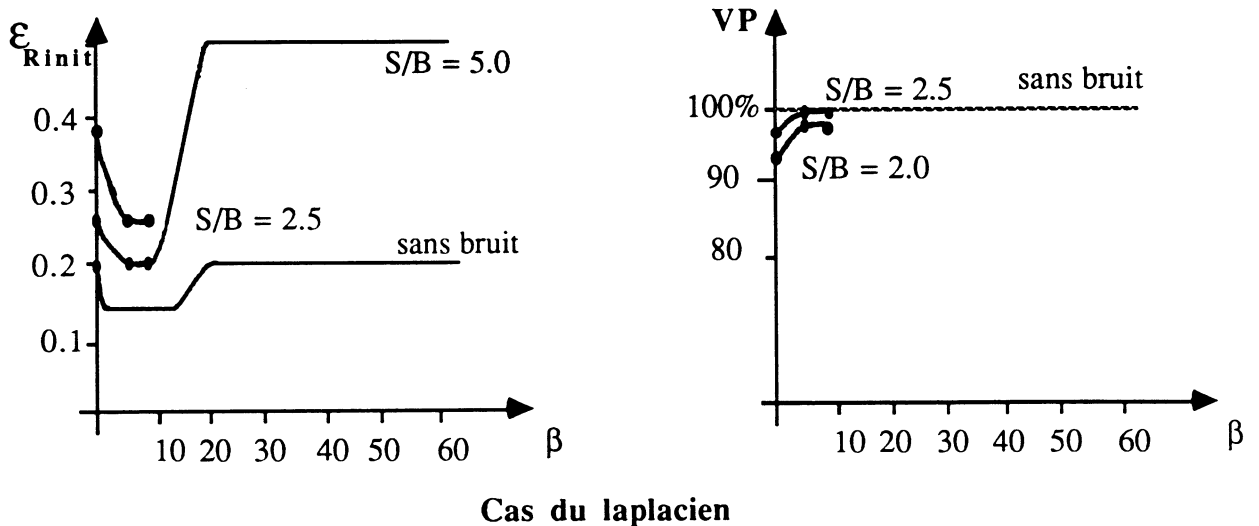
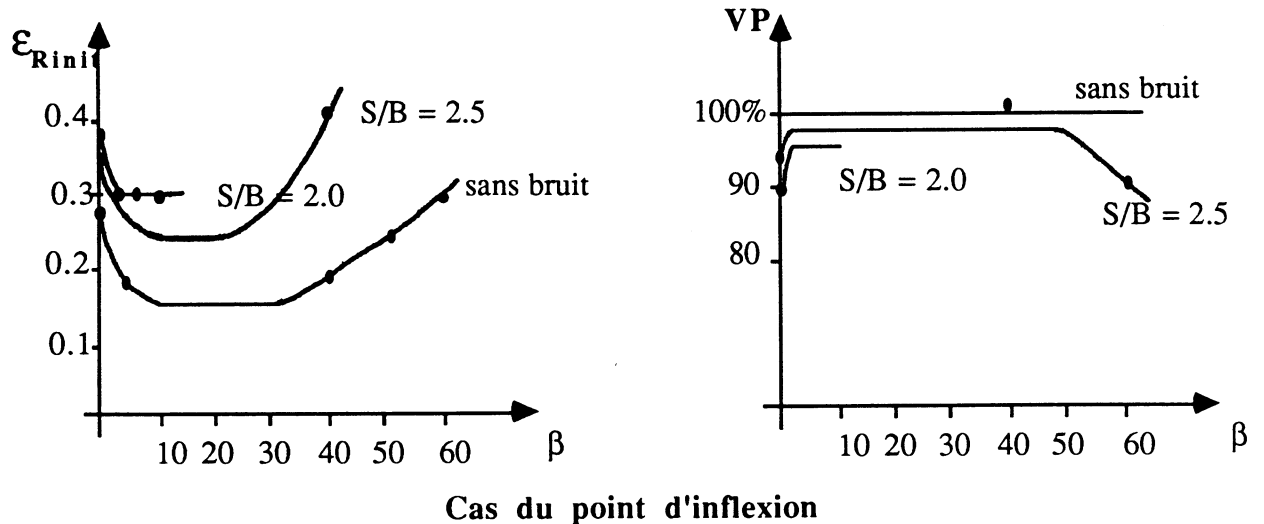


Figure V.14 : Influence de β sur des images bruitées, cas des combinaisons gradient + opérateur différentiel

Pour la combinaison avec le point d'inflexion, on obtient des résultats légèrement plus stables suivant β que pour le laplacien. Ainsi, pour des β importants, les résultats se détériorent moins brutalement. D'autre part, on obtient des résultats convenables ($\epsilon_{Rinit} = 0.33$) pour un rapport S/B de 2. Cette amélioration s'explique dans le calcul des dérivées de l'opérateur, où le problème de discontinuité des dérivées tierces de la fonction densité f est estompé par la combinaison de ces dérivées avec des fonctions continues f' et f'' (cf Eq. III.2.35).

V.4.3 Influence de la méthode de résolution

En ce qui concerne les opérateurs différentiels tel que le laplacien ou le point d'inflexion, la méthode de Runge-Kutta ne donne pas de résultats fiables (cf § VI.1), dépendant beaucoup trop du point initial choisi. On utilisera donc toujours la méthode de Gear-Adams.

Pour les recherches d'isodensité, les différentes options de Gear (calcul de la jacobienne par différences finies ou calcul des dérivées secondes réelles, ...) donnent des résultats similaires même pour des taux de bruit élevés. On note une très légère amélioration pour des conditions très bruitées et un seuil bien différent de celui correspondant au gradient maximum par rapport à la méthode de Runge-Kutta.

V.5 Conclusion

Cette étude statistique est intéressante à plus d'un titre : elle a permis de **quantifier la sensibilité au bruit** de notre méthode suivant l'opérateur choisi, d'étudier l'**influence de différents paramètres** jouant sur notre détecteur (coefficient β qui équilibre les termes "suivi de contour" et "force de rappel", méthode de résolution de système différentiel, point initial) pour déterminer les meilleures conditions d'application et enfin de **détecter les sources possibles d'erreurs** et leurs remèdes.

En ce qui concerne l'opérateur "**suivi d'isodensité**", on a vu que de très bonnes performances au bruit étaient conservées sur une large plage de seuil (autour de l'isodensité correspondant au gradient maximum) et de valeurs de β (β compris entre 1 et $1/2 \cdot \text{gradient moyen du contour}$). Ainsi, l'erreur de positionnement des points frontières par rapport au contour initial reste inférieure à 0.7 pixels pour des rapports signal sur bruit supérieurs à 1.7 pour 40% des valeurs possibles d'isodensité (par rapport à l'amplitude de la discontinuité). Pour le choix de la méthode de résolution du système différentiel, la méthode de Gear n'améliore les résultats par rapport à celle de Runge-Kutta que pour des rapports S/B vraiment très faibles (de l'ordre de 1.7). Comme les images que nous avons à traiter sont

quand même de meilleure qualité, on ne l'utilisera donc pas pour cet opérateur puisqu'elle demande plus de temps de calculs (cf §VI.2 pour les chiffres exacts).

Les opérateurs différentiels tels que le laplacien et "point d'inflexion" ont l'intérêt de ne plus faire intervenir le choix d'une densité caractéristique mais, par contre, ils sont très sensibles au bruit. On ne les fait intervenir que dans la "force de rappel" pour avoir de meilleurs résultats mais on ne pourra les utiliser que sur des images relativement peu bruitées ($S/B > 2.5$) pour être sûr de leurs performances. Les paramètres de ces 2 opérateurs sont également plus délicats à choisir : la plage des valeurs de β possibles est assez réduite, l'influence du point initial est beaucoup plus sensible et seule la méthode de Gear permet une résolution stable du système différentiel correspondant.

Cette étude a également permis d'analyser les erreurs possibles de segmentation (mauvais choix du point initial, isodensité à suivre trop élevée). Pour l'opérateur suivi d'isodensité, le choix du seuil peut devenir délicat si l'objet dont on recherche le contour est intersecté par des objets de densités quelconques, ou s'il se trouve très proche d'autres objets de densités voisines de la sienne. Le fait que les performances de l'algorithme restent bonnes sur une grande plage de seuils permet de privilégier l'environnement pour le choix de l'isodensité à suivre (on n'a pas besoin qu'elle corresponde toujours aux points d'inflexion) : cette constatation est un point clé pour l'application de cette méthode à des images réelles. Si les images sont peu bruitées, on a tout intérêt à utiliser l'opérateur laplacien ou point d'inflexion.

Une restriction importante a été soulevée : par cette méthode, on ne peut pas isoler un objet situé parmi d'autres objets de densités plus élevées ET plus faibles. De tels cas imposent de contrôler les résultats de la segmentation au moyen de critères basés sur des connaissances à priori.

CHAPITRE VI

RESULTATS

RESULTATS

VI.1 Méthodes de résolution de système différentiel.....	127
VI.1.1 Rappel.....	127
a) Problème de Cauchy	127
b) Méthode à 1 pas	128
c) Méthode à pas multiples	129
VI.1.2 Solutions choisies	129
a) Recherche d'isodensité.....	129
b) Suivi d'opérateurs composés	131
VI.2 Evaluation du temps de calcul.....	132
VI.3 Applications.....	132
VI.3.1 Examens TDM.....	133
VI.3.2 Examens IRM.....	133
VI.3.3 Comparaison avec le système différentiel proposé par Philips et Odell..	136
VI.3.4 Analyse des résultats de la segmentation 3D	136
VI.4 Conclusion	138

Introduction

Les logiciels ont été écrits en FORTRAN sur un VAX 780 puis transposés sur un VAX 6000. Ils utilisent comme données initiales le tableau de coefficients élaboré à partir de la modélisation continue du volume. Toutes les densités et leurs dérivées sont donc calculées avec ce modèle et non à partir des images initiales. Par contre, les récentes modifications faites par Catherine Lézy [LEZ 90] pour améliorer la qualité du modèle continu n'ont pas été testées au niveau de la segmentation.

Avant de voir les résultats de notre méthode sur des images provenant d'exams cliniques de TDM et d'IRM, on présentera les choix faits pour la résolution des systèmes d'équations différentielles et les temps de calcul nécessaires en 2D et en 3D.

VI.1 Méthodes de résolution de système différentiel

VI.1.1 Rappel

a) Problème de Cauchy

La résolution numérique d'équations différentielles nécessite de s'être assuré de l'existence et de l'unicité d'une solution. On se restreint ici aux équations et systèmes d'équations d'ordre 1. Classiquement, on parle de problème de Cauchy :

Soit $a \leq t_0 \leq b$, $\alpha \in \mathbb{R}$ et $f : [a,b] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

On cherche une fonction y continue et dérivable $y : [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant :

$$t \mapsto y(t)$$

$$\forall t \in [a,b] \quad y'(t) = f(t, y(t)) \text{ et } y(t_0) = \alpha$$

Le théorème de Péano dit que si f est continue par rapport aux 2 variables, le problème de Cauchy possède une solution locale sur un sous-intervalle de $[a,b]$. Si on a la condition supplémentaire sur f , d'être lipschitzienne par rapport à la deuxième variable, (i.e $\exists L$ tel que $\forall (t, y_1), (t, y_2) \in [a,b] \times \mathbb{R} \quad |f(t, y_1) - f(t, y_2)| \leq L |y_1 - y_2|$) alors il y a existence et unicité d'une solution globale sur $[a,b]$.

Les solutions numériques pour résoudre ce type d'équations différentielles se divisent en 2 catégories suivant que l'approximation y_n de $y(x_n)$ fait intervenir les valeurs de x_{n-1}, y_{n-1} (méthodes à un pas) ou de $x_{n-1}, \dots, x_{n-k}, y_{n-1}, \dots, y_{n-k}$ (méthodes à pas multiples).

Dans toute la suite, pour des raisons de commodité de l'exposé, on supposera que les points de discrétisation $t_n \in [a, b]$ sont équidistants et on appellera h le pas d'intégration :

$$t_n = a + nh.$$

b) Méthode à 1 pas

La méthode de résolution la plus simple est celle d'**Euler** :

$$y_{n+1} = y_n + h f(t_n, y_n)$$

$$y_0 = \alpha$$

Elle revient à confondre la courbe et sa tangente.

La méthode de **Runge-Kutta** d'ordre q consiste à utiliser des valeurs intermédiaires pour mieux approximer l'expression :

$$y(t+h) - y(t) = \int_t^{t+h} f(u, y(u)) du$$

On écrit :

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{j=1}^q b_j f(t_{nj}, y_{nj})$$

où t_{nj} et y_{nj} sont des points intermédiaires. Les coefficients b_j sont calculés à partir de la formule de Taylor.

L'évaluation des méthodes de résolution d'équations différentielles se fait à partir de différents critères :

(on écrit le problème de Cauchy sous la forme $y_{n+1} = y_n + \Phi(t_n, y_n, h)$)

* convergence :

Il faut que l'erreur de discrétisation $e_n = y_n - y(t_n)$ diminue lorsque h diminue, soit :

$$\lim_{h \rightarrow 0} (\max_{n=0, \dots, N} |y_n - y(t_n)|) = 0$$

* stabilité :

On doit pouvoir évaluer l'erreur de discrétisation en fonction de h et connaître la répercussion des erreurs globales sur les calculs ultérieurs. Une méthode est dite théoriquement stable si une petite perturbation sur les données (y_0, Φ) n'entraîne qu'une petite perturbation sur la solution, et ceci indépendamment de h .

* **consistance** :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\max_{n=0, \dots, N-1} \left| \frac{y_{n+1} - y_n}{h} - \Phi(t_n, y(t_n), h) \right| \right) = 0$$

Une condition nécessaire et suffisante est que $\Phi(x, y, h=0) = f(x, y)$

De plus, le pas de résolution doit être contrôlé pour que l'erreur de discrétisation soit inférieure à un seuil.

c) Méthode à pas multiples

Les méthodes de type Runge-Kutta sont utilisées pour leur efficacité, leur démarrage immédiat, leur convergence, leur possibilité de changer de pas en cours d'intégration. Mais elles ont l'inconvénient de ne pas tenir compte des informations recueillies depuis le début de l'intégration et qui peuvent aider à maintenir une certaine concordance entre la solution approchée et la solution exacte. Les méthodes à pas multiples permettent d'éviter cet inconvénient mais elles ont, elles aussi, leurs (difficulté de changement de pas, problème pour les démarrer,...)

La méthode générale pour calculer y_{n+k} a pour formule :

$$\alpha_k y_{n+k} + \alpha_{k-1} y_{n+k-1} + \dots + \alpha_0 y_n = h (\beta_k f_{n+k} + \dots + \beta_0 f_n)$$

On parle de méthode explicite si $\beta_k = 0$ (implicite dans le cas contraire).

On établit de telles formules par 2 grandes catégories de méthodes :

- l'une consiste à remplacer la fonction $t \rightarrow f(t, y(t))$ par un polynôme d'interpolation et à intégrer : $y' = f(t, y)$ (méthodes d'Adams),
- l'autre consiste à approcher la dérivée $y'(t)$ en un point $y'(t_{n+k})$ (méthode de différentiation rétrograde).

De même que pour les méthodes à un pas, on introduit des notions de convergence, de stabilité et de consistance.

VI.1.2 Solutions choisies

a) Recherche d'isodensité

Le système à résoudre est le suivant :

$$\begin{aligned}
x'(t) &= \frac{1}{G_f} \left(\frac{\partial f}{\partial y} - \beta \frac{\partial f}{\partial x} \frac{(f - \text{iso})}{G_f} \right) = \phi_1(t, x, y, h) \\
y'(t) &= \frac{1}{G_f} \left(-\frac{\partial f}{\partial x} - \beta \frac{\partial f}{\partial y} \frac{(f - \text{iso})}{G_f} \right) = \phi_2(t, x, y, h) \\
\text{et } G_H &= \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}
\end{aligned}$$

La fonction f étant de classe C^2 , les fonctions Φ_1 et Φ_2 sont continues sur ce domaine et vérifient les conditions de Lipschitz. Ce système admet donc bien une solution unique.

La première méthode de résolution choisie est celle de Gear (méthode par différentiation rétrograde) que l'on trouve en standard dans la librairie IMSL. C'est une méthode multi-pas qui est préconisée pour sa capacité à traiter des fonctions à très grandes variations locales (conditions dites "stiff") et qui est utilisée par Philips et Odell pour des problèmes similaires d'intersection de surfaces données implicitement (cf §III.2.2 ou [PHI 84]). Sur un VAX 780, cette méthode peut prendre beaucoup de temps, surtout si l'image initiale est bruitée. De plus, on peut difficilement modifier le pas d'intégration alors que cela peut être nécessaire, soit quand il devient trop grand (on peut alors obtenir des points sur le contour distants de plus d'un pixel), soit quand il devient trop petit (il y a alors risque de bouclage autour de quelques points).

Ces raisons nous ont amenées à tester d'autres solutions pour résoudre des systèmes différentiels d'ordre 1. En particulier, une méthode simple à 1 pas, celle de Runge-Kutta à l'ordre 4, a fait ses preuves sur des images de synthèse et des images réelles. En effet, puisque Φ_1 et Φ_2 vérifient les conditions de Lipschitz, cette méthode est stable, converge mais n'est pas A-stable (elle n'autorise pas de pas d'intégration "trop" grands). Un processus de contrôle de ce pas doit donc être utilisé pour que l'erreur de discrétisation reste inférieure à un seuil donné. De plus, pour mieux contrôler le processus de résolution, on impose une variation minimale et maximale de x et y entre 2 itérations. En général, l'écart entre 2 points consécutifs du contour doit être compris entre 0.2 et 0.8.

Des tests précis ont été faits pour comparer ces 2 méthodes sur un ensemble d'images réelles (images de tumeur, de coeur (IRM) et de fémur (TDM)) et montrent la parfaite cohérence des contours trouvés. Des études quantitatives ont permis d'évaluer leurs performances respectives sur des images bruitées (bruit additif gaussien, cf §V.4.3). On note seulement une très légère amélioration dans les cas de conditions très bruitées (rapport signal sur bruit de 1.7) pour la méthode de Gear. Les images provenant d'examen cliniques étant bien sûr de bien meilleure qualité que ces conditions extrêmes, on utilisera donc toujours la méthode de Runge-Kutta.

b) Suivi d'opérateurs composés

Dans le cas de la composition gradient + laplacien (ou de l'opérateur "point d'inflexion"), l'opérateur différentiel fait intervenir des dérivées secondes de la densité (de classe C^2) : cet opérateur est donc bien continu et dérivable mais ses dérivées premières ne sont plus continues. Ainsi, quelle que soit la méthode de résolution choisie, on s'expose à des problèmes d'instabilité. Effectivement, l'application de la méthode de Runge-Kutta présentée au paragraphe précédent ne fournit pas de résultats fiables et reproductibles.

Une solution mathématiquement valable serait d'augmenter les propriétés de dérivabilité de la fonction densité et la rendre au moins de classe C^3 ou mieux de classe C^4 pour renforcer la stabilité des méthodes de résolution des systèmes différentiels (afin de vérifier les conditions de Lipschitz). Cette solution a au départ plusieurs inconvénients :

- l'utilisation de polynômes d'ordre plus élevé risque de générer des oscillations;
- si on applique directement le critère de lissage utilisé pour les splines tri-cubiques (splines aux moindres carrés avec un compactage de 1 point sur 2), les données initiales vont être fortement lissées (la densité va se calculer sur un voisinage $6*6*6$);
- cette solution est lourde en calculs supplémentaires.

Ce dernier argument tombe tout de suite vu les performances des nouvelles machines. De plus, cette solution devient intéressante si on utilise d'autres critères de lissage plus adaptés à ce type de problème : splines d'ajustement où le paramètre de régularisation est optimisé par validation croisée [UTR 78, UTR 79, GIR 87] ou encore splines type plaque mince [DUC 80] dont le critère de minimisation se rapproche le plus des problèmes "physiques" (il s'agit de la linéarisation de l'énergie de flexion d'une plaque mince). Ces solutions n'ont, hélas, pas pu être testées dans le cadre de cette thèse.

Néanmoins, des tests sur des images de synthèse ont montré qu'on pouvait tout de même résoudre de tels systèmes différentiels avec la méthode de Gear, avec une stabilité suffisante, à condition de se restreindre à certaines contraintes :

- le rapport signal sur bruit doit rester supérieur ou égal à 2.5 si on veut être sûr des performances et de leur reproductibilité (cf § V.4.2.b)
- le point initial doit être choisi précisément pour éviter de suivre une autre ligne de zéro de l'opérateur différentiel
- l'influence de la force de rappel ne doit pas devenir trop grande; le paramètre β doit être choisi en conséquence. Un système qui pondérerait cette force, comme le font Philips et Odell (cf § III.2.2), serait sûrement plus adapté.

Cette méthode a donc été utilisée sur des images réelles et donne des résultats très intéressants pour la segmentation.

VI.2 Evaluation du temps de calcul

Les premiers tests ont été fait sur un VAX 780 sur des images de tumeur cérébrale, dans le cas de recherche d'isodensité, avec la méthode de Runge-Kutta. Il est intéressant de rappeler les temps de calcul nécessaires sur une telle machine vu qu'un grand nombre de micro-ordinateurs actuels ont approximativement ces performances.

La recherche d'un contour (en 2D) demande en moyenne 5ms par point. Sur un Vax 6000-440, ce temps se réduit approximativement à 1.4 ms par point.

Dans le cas 3D, on a segmenté cette tumeur cérébrale en 110 s : elle est constitué de 10 contours (de taille variant de 50 à 300 points), 2 embranchements et 4 fins de structure. Ce temps est multiplié par 2 si on fait une recherche plus fine des chemins menant à une coupe adjacente (pour chaque pixel du contour). Pour ces dernières conditions, la segmentation demande 60 s sur un VAX 6000.

VI.3 Applications

Les images IRM testées proviennent d'un imageur de type GE-CGR Magniscan. Les séries de coupes peuvent être horizontales, sagittales ou frontales, les images sont de taille 256*256. Un examen typique de l'encéphale comprend des coupes jointives épaisses de 9 mm.

Le tomodensitomètre utilisé est un appareil CE 12000 de GE-CGR qui fournit des images 512*512 pixels pour des champs de 210 mm. Pour constituer des volumes de données satisfaisants, le radiologue a constitué des ensembles de coupes entrelacées.

Le tableau suivant (Fig VI.1) récapitule les différentes caractéristiques des examens traités. Il faut noter également que tous les tests ont été faits pour la même valeur du paramètre β , qui équilibre les 2 termes des systèmes différentiels ("suivi de contour" et "terme de rappel") : $\beta = 1$.

	modalité d'imagerie	taille des images	nombre de coupes	épaisseur et espacement des coupes
crâne	TDM	512	43	5 / 3 mm
fémur	TDM	512	52	5 / 2 mm
coeur	IRM	256	17	5 / 9 mm
tumeur cérébrale	IRM	256	20	5 / 9 mm
ventricules cérébraux	IRM	256	23	5 / 9 mm

Figure VI.1 : récapitulatif des images traitées

VI.3.1 Examens TDM

A partir des images de la tête, on peut déterminer la surface de la **peau** ou du **crâne**. Le suivi d'isodensité est tout à fait adapté à ce type d'images. Les images de la figure VI.3 correspondent aux zones orbitales moins faciles à segmenter, du fait de la faible épaisseur d'os (et donc de signal sur les images).

Le cas du **fémur** est plus délicat. En effet, les images initiales sont extrêmement bruitées : la texture striée rend la segmentation particulièrement difficile. L'examen a été fait sur une personne âgée qui souffrait de décalcification; de plus, le cartilage de la tête fémorale a une densité très proche de celle de l'os. On obtient donc des contours assez bruités, peu lisses, surtout dans la partie proche de l'os iliaque (Fig. VI.4). Une solution est de les lisser arbitrairement : un exemple est montré à la figure VI.4 c) en utilisant des splines de lissage régularisées [LAU 87].

VI.3.2 Examens IRM

Comme il s'agit d'un **coeur arrêté** (de chien), la segmentation des images peut se faire également par suivi d'isodensité. Cet examen est particulièrement intéressant dans le sens où il montre que toutes les cavités ont bien été détectées par l'algorithme, et ceci automatiquement à partir d'un seul point de la surface du coeur donné interactivement (Fig VI.5 a et b). L'épaisseur des coupes étant de 5 mm, les phénomènes de volumes partiels sont extrêmement importants. Ainsi, le choix du seuil va conditionner l'appartenance ou non de ces zones à la surface finale (Fig. VI.6). Une visualisation 3D de l'extérieur du coeur

(Fig. VI.5 c) a été faite après modélisation de sa surface par des B-splines bi-cubiques (cf §IV.1.1 et [SEIG 87]).

C'est sur des images d'une **tumeur cérébrale** que la majorité des tests ont été faits. Elles sont particulièrement intéressantes pour tester une méthode de segmentation pour plusieurs raisons. Il faut pouvoir détecter 2 zones, une correspondant à la partie centrale de la tumeur et l'autre à la partie nécrosée périphérique. De plus, ces 2 zones ne sont pas très homogènes, ce qui les rend délicates à segmenter. Le suivi d'isodensité avec des seuils bien différents permet de bien les dissocier (Fig. VI.7 a et b).

D'autre part, différents tests ont été fait à partir de ces images :

- la figure VI.7 c) montre un exemple de segmentation dans une coupe orthogonale aux images initiales, calculée à partir du modèle continu. Ce résultat montre bien que le système différentiel présenté au paragraphe IV.1.2 (Eq. IV.1) peut effectivement être résolu dans tout plan quelconque du volume de données. Il faut également remarquer que ce cas est assez extrême puisque le modèle continu n'a été calculé qu'à partir de 20 coupes.

- on présente également le résultat (Fig. VI.8) de l'opérateur proposé par F. Berthommier qui tend à faire ressortir les régions homogènes et à minimiser les zones de gradient élevé (cf § III.2.3.d pour plus d'explications ou [BER 89]). La combinaison de cet opérateur, utilisé uniquement dans le terme de rappel avec le terme habituel de "suivi de contour" sur les images initiales, permet également de suivre les contours de la tumeur : le résultat de la segmentation a été superposé sur l'image initiale et celle traitée. L'obtention de la partie centrale ou de la partie périphérique dépend du choix du point initial. Cette expérience est intéressante car elle montre bien que l'on peut faire intervenir plusieurs types d'images pour calculer les différents termes du système différentiel.

Une visualisation 3D par Z-buffer a été faite de la partie centrale de la tumeur (Fig. VI.7 d). Le programme de visualisation 3D pour des objets quelconques avec embranchements n'ayant pas encore été réalisé, on ne peut pas encore montrer la partie nécrosée périphérique du fait de sa complexité.

Enfin, des tests du suivi du laplacien et de l'opérateur "point d'inflexion" ont été appliqués à des images de **ventricules cérébraux** (Fig. VI.9) : les résultats sont identiques à ceux obtenus par le suivi d'isodensité. Comme cela a déjà été signalé au paragraphe VI.1, on a pu obtenir un résultat fiable et juste à condition de choisir précisément le point initial (correspondant à un maximum du gradient et à un zéro du laplacien). La visualisation 3D n'a pu se faire de par la complexité de ces structures. De plus, il faut noter que, vu l'épaisseur des coupes (9mm), les ventricules n'apparaissent que sur 4 coupes : il est donc difficile de conclure sur leur forme sans connaissance a priori.

VI.3.3 Comparaison avec le système différentiel proposé par Philips et Odell

Des premiers tests qualitatifs ont été faits sur les images de tumeur et de fémur : les résultats étaient tout à fait équivalents à ceux obtenus avec notre méthode. Par contre, on peut sûrement espérer de meilleurs résultats pour les combinaisons d'opérateurs différentiels (gradient + laplacien ou gradient + point d'inflexion) pour le choix parfois délicat du paramètre β équilibrant les termes suivi de contour et de rappel.

VI.3.4 Analyse des résultats de la segmentation 3D

Dans le chapitre IV, on a exposé une caractéristique de notre méthode de segmentation 3D qui permet de relier les points de contours de 2 coupes successives afin de faciliter la modélisation de la surface de l'objet. A partir de points régulièrement espacés sur un des contours, on suit la surface dans des plans orthogonaux au plan des coupes (et au contour au point considéré) jusqu'à atteindre un point du contour de la coupe suivante (par résolution d'un système différentiel adéquat (cf IV.2.2)). La figure VI.10 montre le résultat de tels recherches dans le cas de la tumeur cérébrale pour 2 niveaux de coupe différents et 2 isodensités différentes. La figure VI.11 montre le résultat de la segmentation sur la tumeur en entier. On peut remarquer que, dans la plupart des cas, les chemins transverses aux contours correspondent bien à une surface lisse englobant l'ensemble des contours. Dans quelques cas (donnés par les flèches sur la figure VI.10) on note une fluctuation de la courbe. Ce phénomène est une conséquence, non pas de l'usage des splines, mais du type d'interpolation que l'on fait sur les données : en effet, dans la construction du modèle continu, on opère une interpolation dans la 3^{ème} direction sur les densités et non sur les structures anatomiques réelles. Ainsi, s'il y a une forte variation de l'objet entre 2 coupes, il peut se créer un phénomène de "pallier" dans l'espace inter-coupe (Fig. VI.2). Ce phénomène est d'autant plus accentué que l'espace entre 2 coupes successives est grand. Ces "palliers" peuvent avoir des formes plus curieuses suivant les différences de densités pouvant exister dans la zone des fortes variations de la structure étudiée.

Dans le cas de la tumeur, cette distance est effectivement de 9 mm alors que la taille d'un pixel dans une coupe initiale vaut 1 mm². Les nouveaux appareils d'imagerie allant de plus en plus vers une meilleure résolution des données, on peut vraisemblablement espérer que ces phénomènes de pallier vont s'atténuer, voir disparaître. En attendant, la solution proposée est de lisser ces chemins (par des splines régularisées par exemple) pour que

l'interpolation corresponde plus à celle qui se ferait sur la surface de la structure anatomique et qu'elle tende à réaliser une surface lisse.

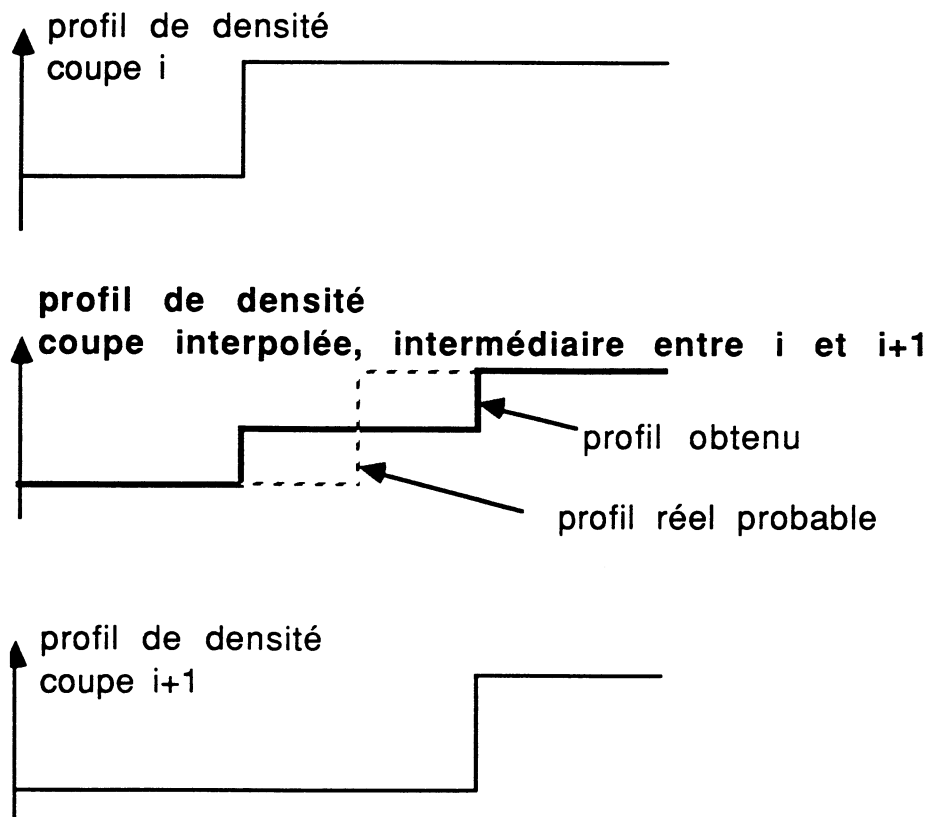


Figure VI.2 : erreur créée par le type d'interpolation sur les densités

Une autre caractéristique de notre méthode de segmentation est de permettre de décrire un embranchement entre 2 structures (cf § IV.4) à partir d'un ensemble de chemins les reliant entre eux. Le but final est modéliser la surface en utilisant ces chemins pour la création des carreaux de surface. La figure VI.12 montre un exemple réel d'une telle recherche de chemins : le test s'est fait sur l'examen IRM de la tumeur, pour l'isodensité correspondant à la zone nécrosée. Cette zone tumorale se sépare en 2 composantes ayant une longue partie en parallèle. On a donc recherché un ensemble de chemins susceptibles de les relier. Comme dans les exemples précédents, on remarquera le phénomène de "pallier" sur l'un de ces chemins.

VI.4 Conclusion

Ainsi, la diversité des images traitées et leurs résultats montrent la validité de notre méthode de segmentation d'images médicales 3D. De plus, les temps de calcul nécessaires à l'algorithme sont d'ores et déjà faibles, sans qu'aucune optimisation n'ait été faite.

Un certain nombre de points nécessitent encore des développements :

- il est en effet, dommage de ne pas avoir plus de stabilité numérique dans la résolution des systèmes différentiels correspondant à des opérateurs différentiels d'ordre 2 (laplacien ou point d'inflexion). La modélisation continue du volume par des splines quintiques devrait être une priorité. Il y aura alors bien sûr une étape de choix des meilleurs critères de lissage ou d'interpolation pour éviter des problèmes d'oscillations de ces splines.

- une méthode de segmentation a été élaborée de façon à régler ce problème en utilisant uniquement des informations de base (spatiales ou différentielles) sur les images : ainsi, tout type d'image peut être traité. Pour mieux contrôler les processus de segmentation, la seule solution est d'insérer des connaissances a priori sur la forme des objets à traiter. Il est important de bien dissocier ces 2 étapes (une de base et une correspondant à une certaine interprétation des résultats intermédiaires) afin que cette connaissance n'influe pas trop sur les différents choix possibles de détection de contours ou surfaces et qu'on puisse ainsi traiter tous cas pathologiques sans a priori trop forts. Suivant l'application médicale, il faut donc choisir des critères de contrôle et les insérer à différents niveaux (local ou global) du processus de segmentation. Il y a là une approche système expert à mettre en œuvre.

- le dernier point concerne une véritable modélisation de la surface et sa visualisation 3D. On a tous les éléments pour structurer la surface et la décrire par carreaux de surface. Il reste maintenant à faire le lien avec une machine de CAO : ce travail est en cours sur une station de travail EUCLID.

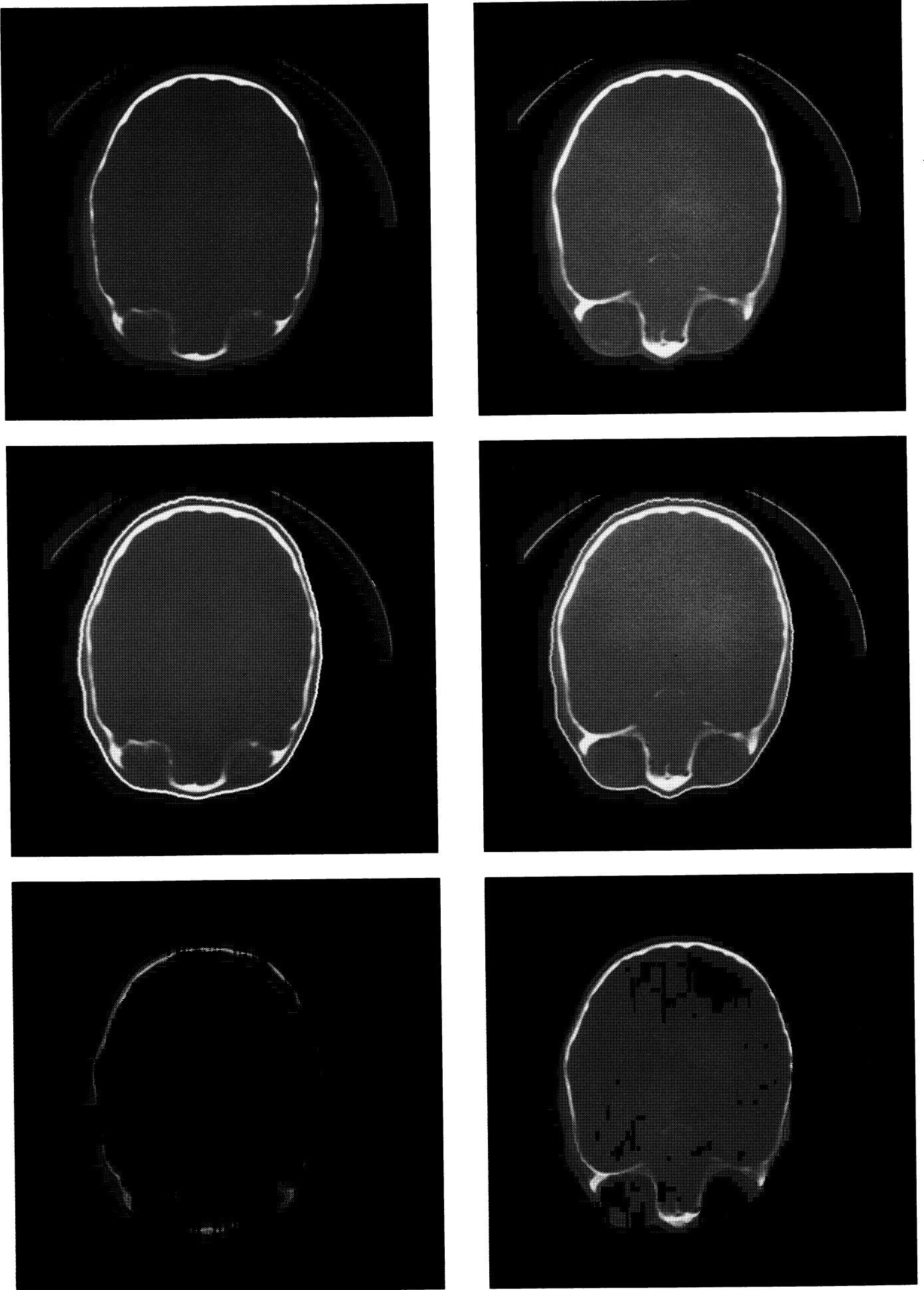


Figure VI.3 : 2 coupes de crâne (TDM)
de haut en bas : images initiales, contours de la peau, contours de l'os

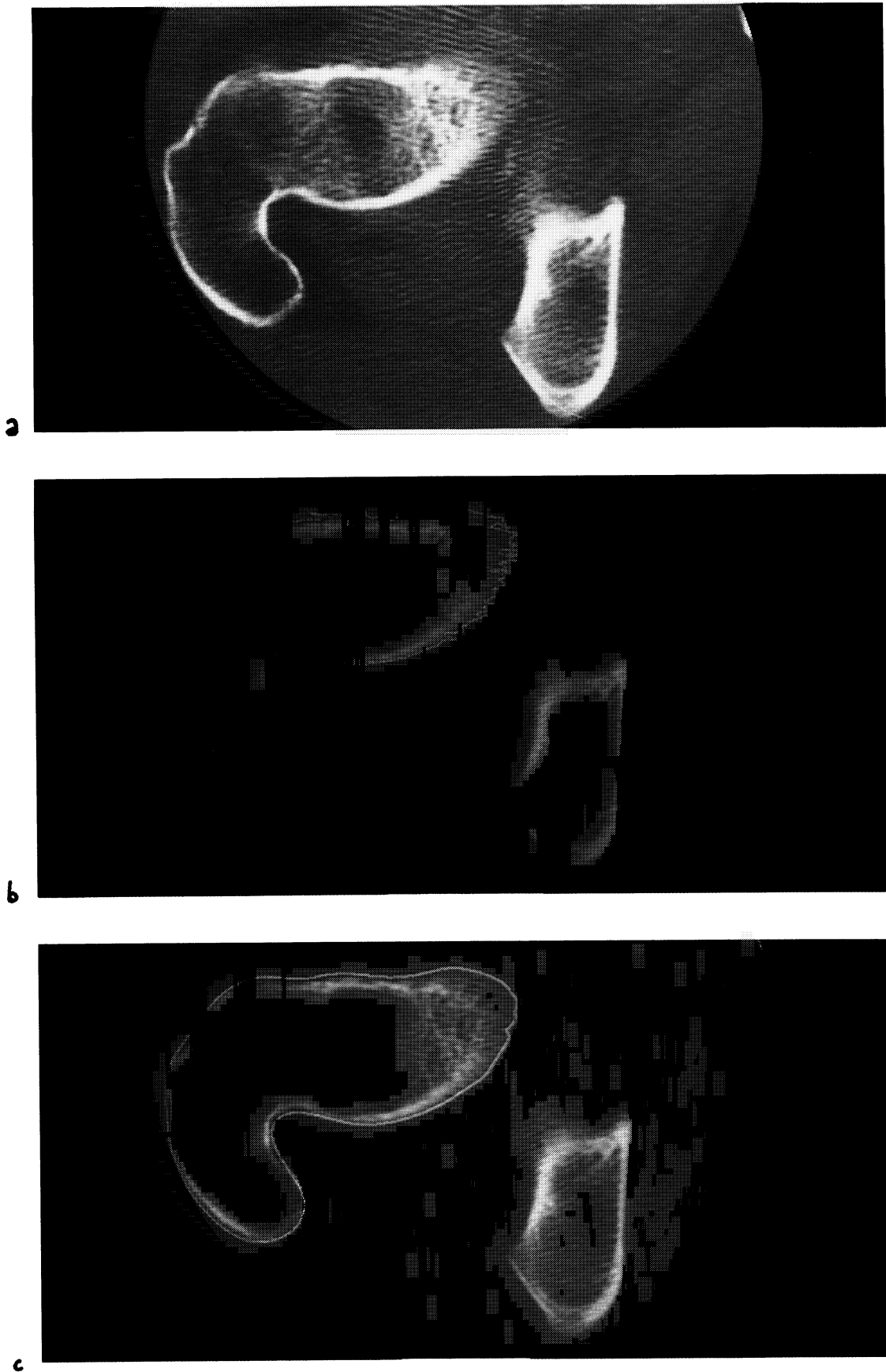


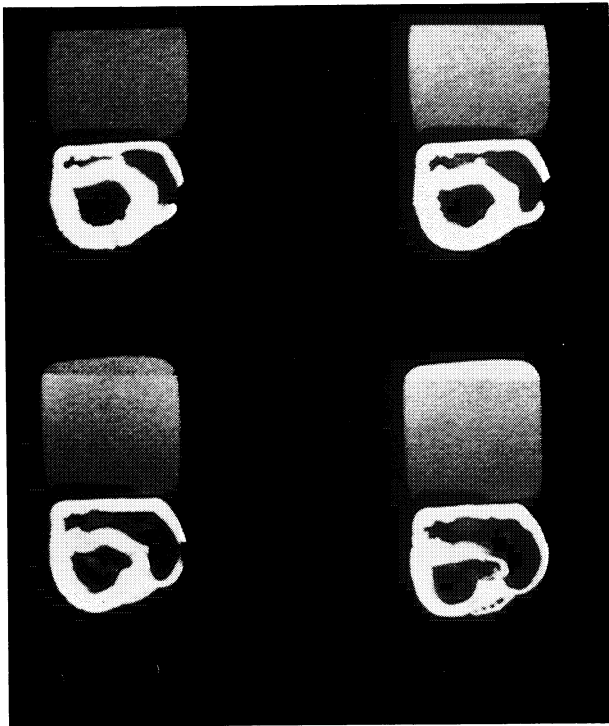
Figure VI.4 : Image de fémur (TDM)

La texture striée rend la segmentation particulièrement délicate

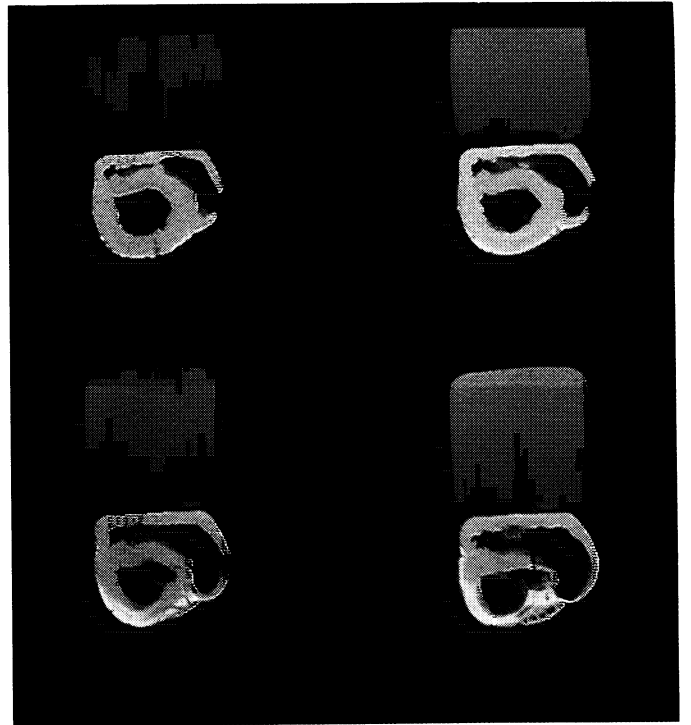
a) image initiale

b) superposition du contour

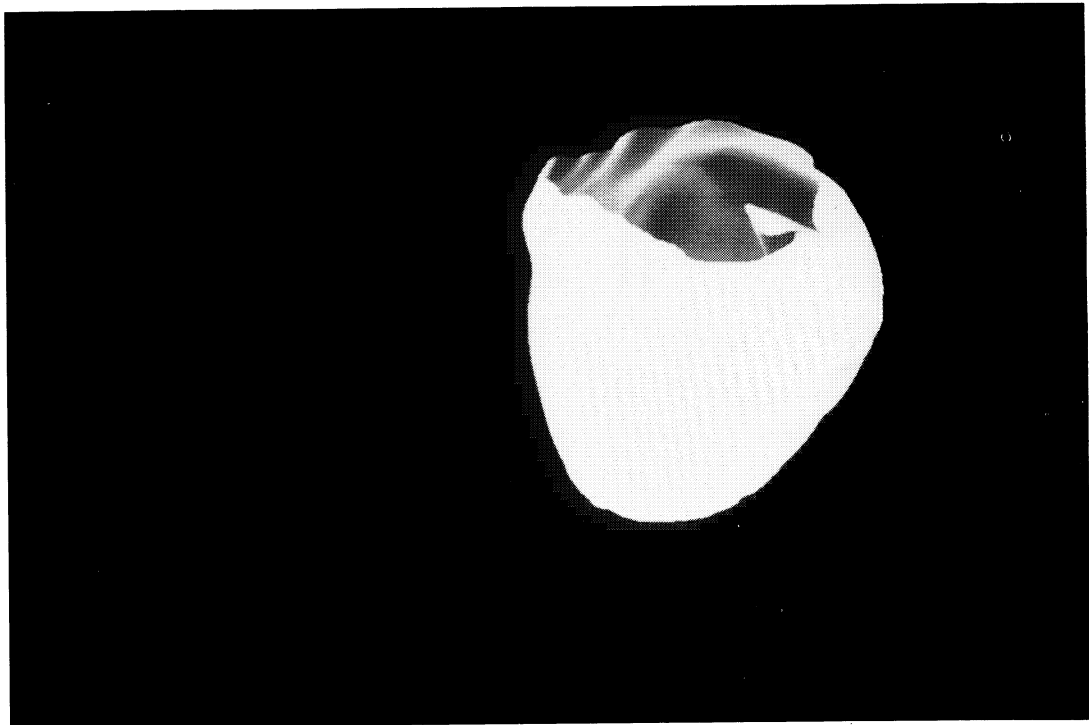
c) superposition du contour lissé par des splines régularisées



a



b



c

Figure VI.5 : images d'un coeur arrêté de chien (IRM) :
a) 4 coupes initiales jointives
b) superposition de l'ensemble des contours trouvés à partir d'un seul point initial
c) visualisation 3D de l'extérieur du coeur

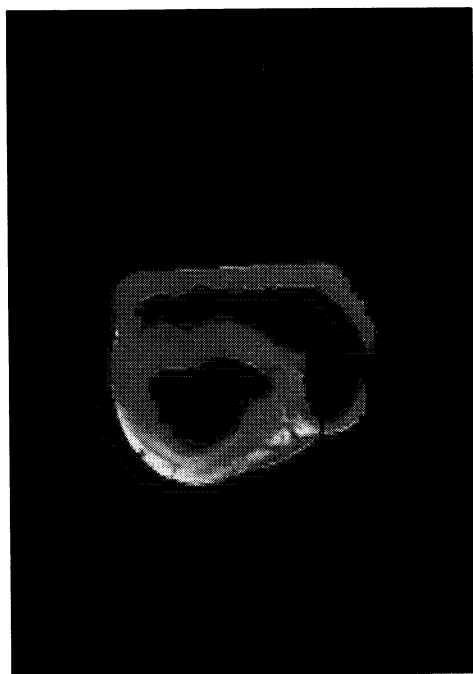
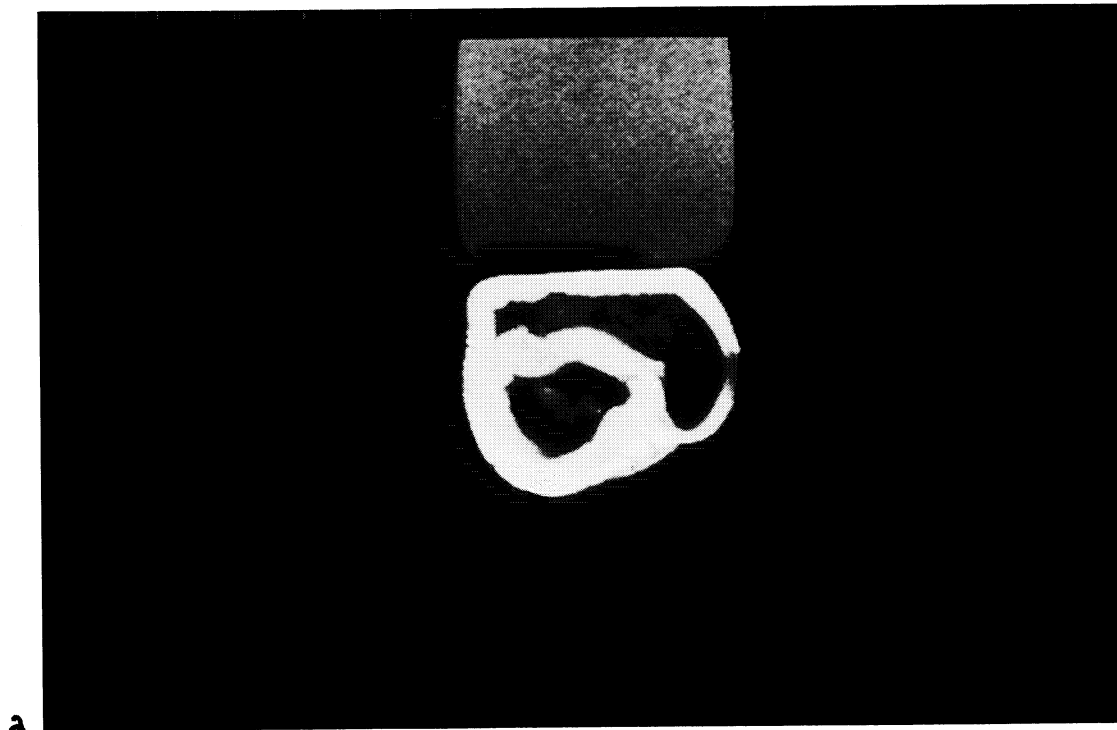
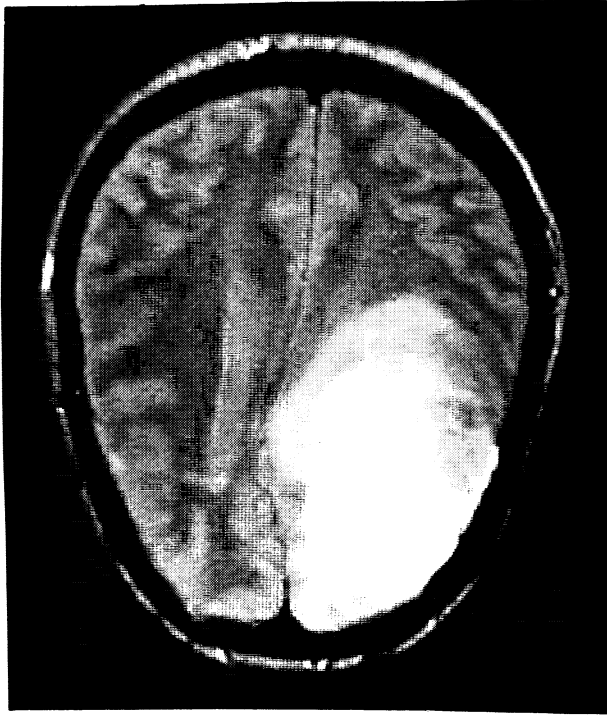


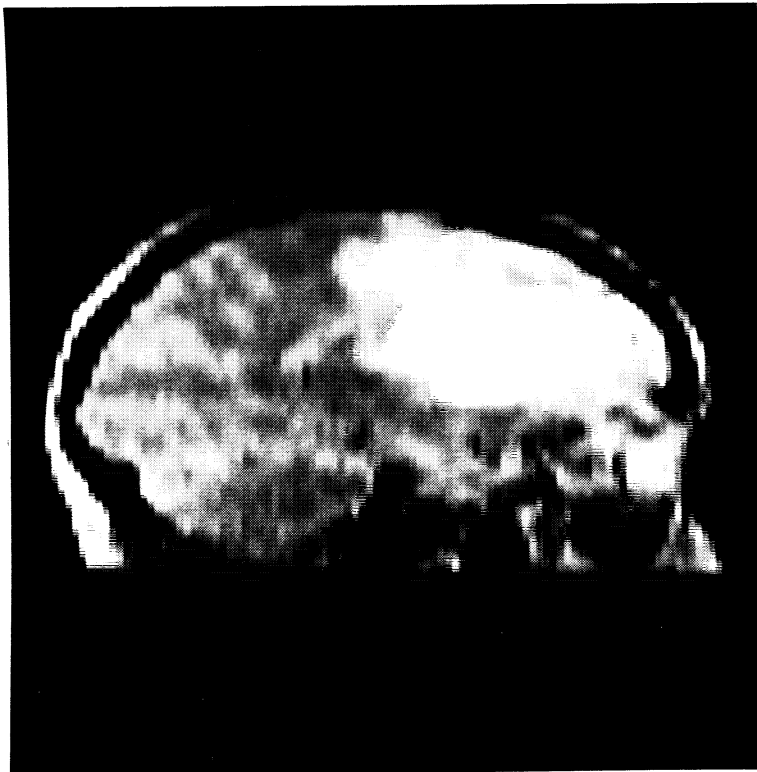
Figure VI.6: images d'un coeur arrêté de chien (IRM) : présence de volumes partiels
a) coupe initiale
b) superposition des contours obtenus pour une isodensité élevée
c) superposition des contours obtenus pour une isodensité faible



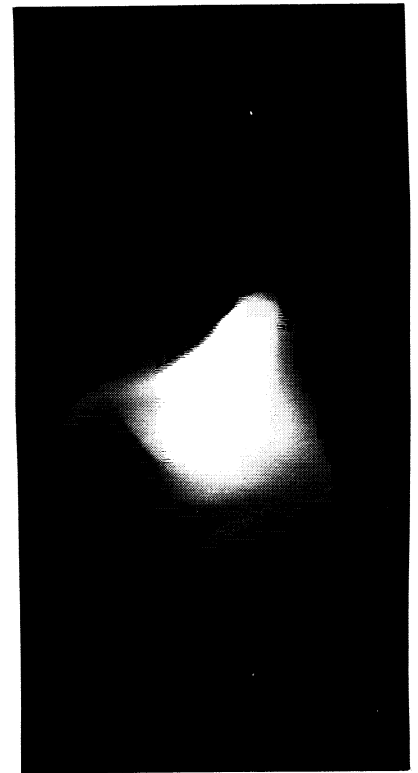
a



b



c



d

Figure VI.7 : segmentation d'une tumeur cérébrale (IRM)
a) l'isodensité forte donne la partie centrale de la tumeur
b) l'isodensité faible étend la tumeur à la zone nécrosée
c) reformattage d'une coupe dans un plan orthogonal aux coupes initiales et superposition du contour déterminé dans ce plan
d) visualisation 3D de la tumeur (en Z-buffer)

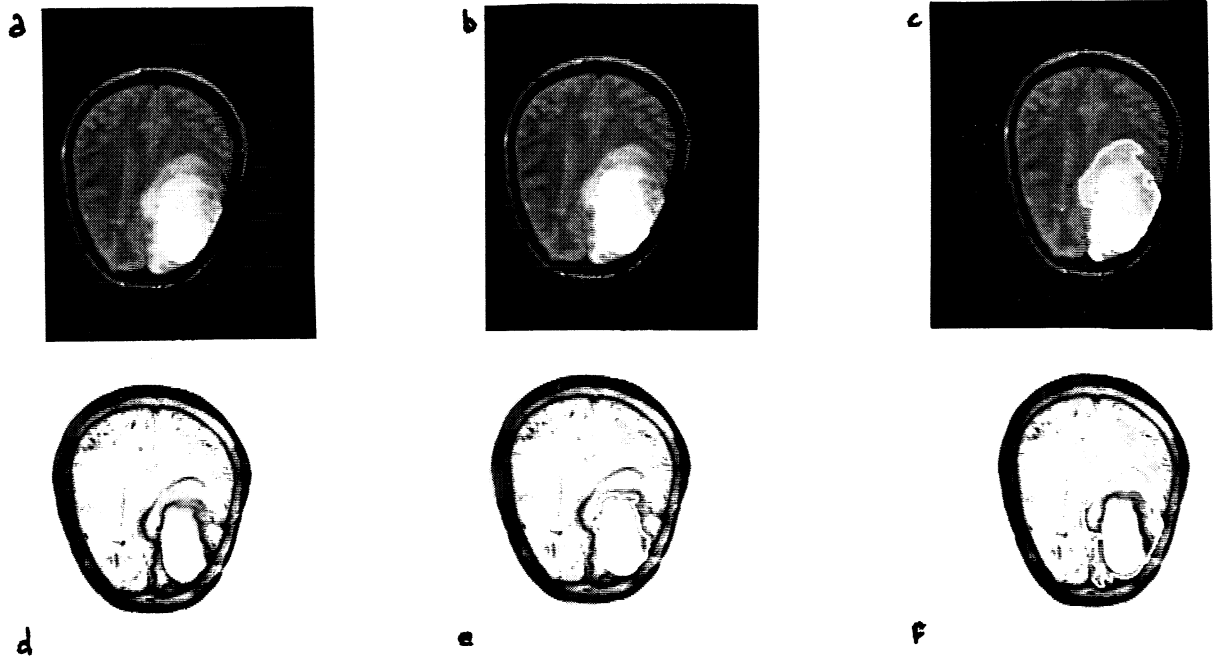
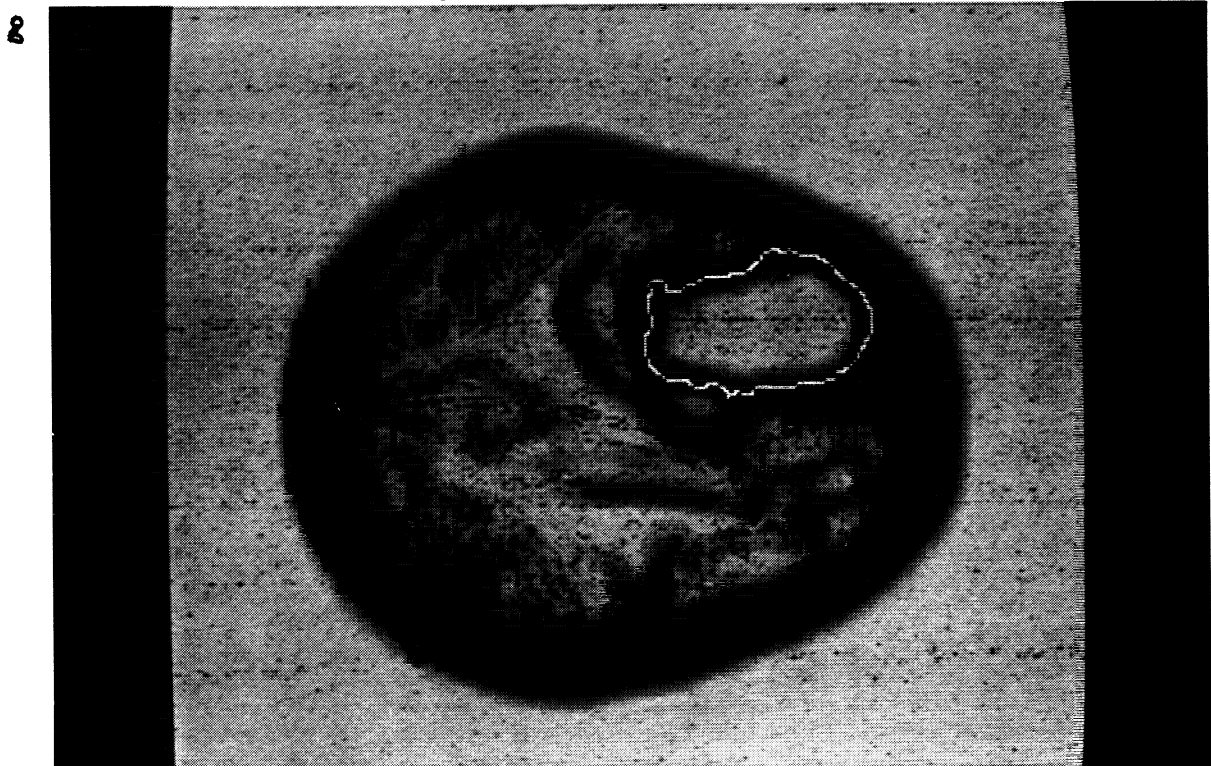
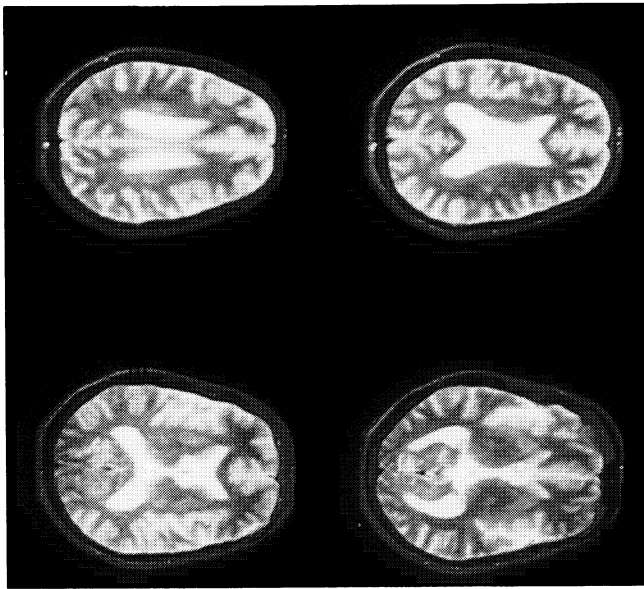


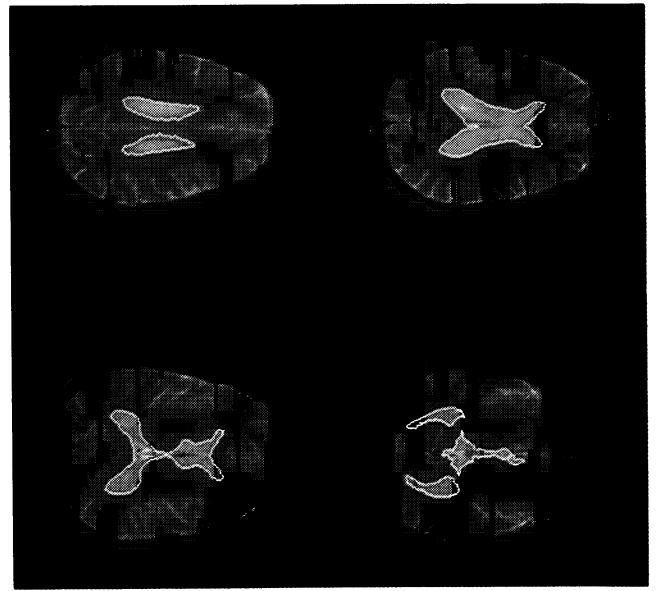
Figure VI.8 : image de tumeur cérébrale (IRM)

Les images a) b) et c) représentent la même coupe initiale, d) e) et f) montrent le résultat du filtrage proposé par F. Berthommier. Les contours de la partie centrale de la tumeur (b, e et g) et de la partie nécrosée (c et f) ont été obtenus par l'élaboration d'un système différentiel combinant l'information de l'image initiale et de l'image filtrée.

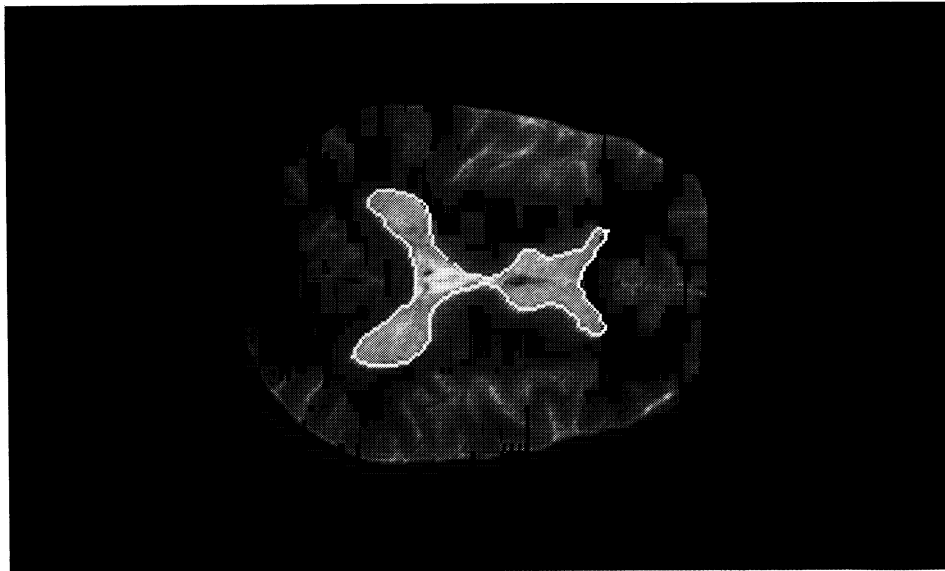




a



b



c

Figure VI.9 : 4 coupes jointives de ventricules cérébraux (IRM)

a) images initiales

b) superposition des contours obtenus par recherche des zéros du laplacien

c) zoom d'un des résultats

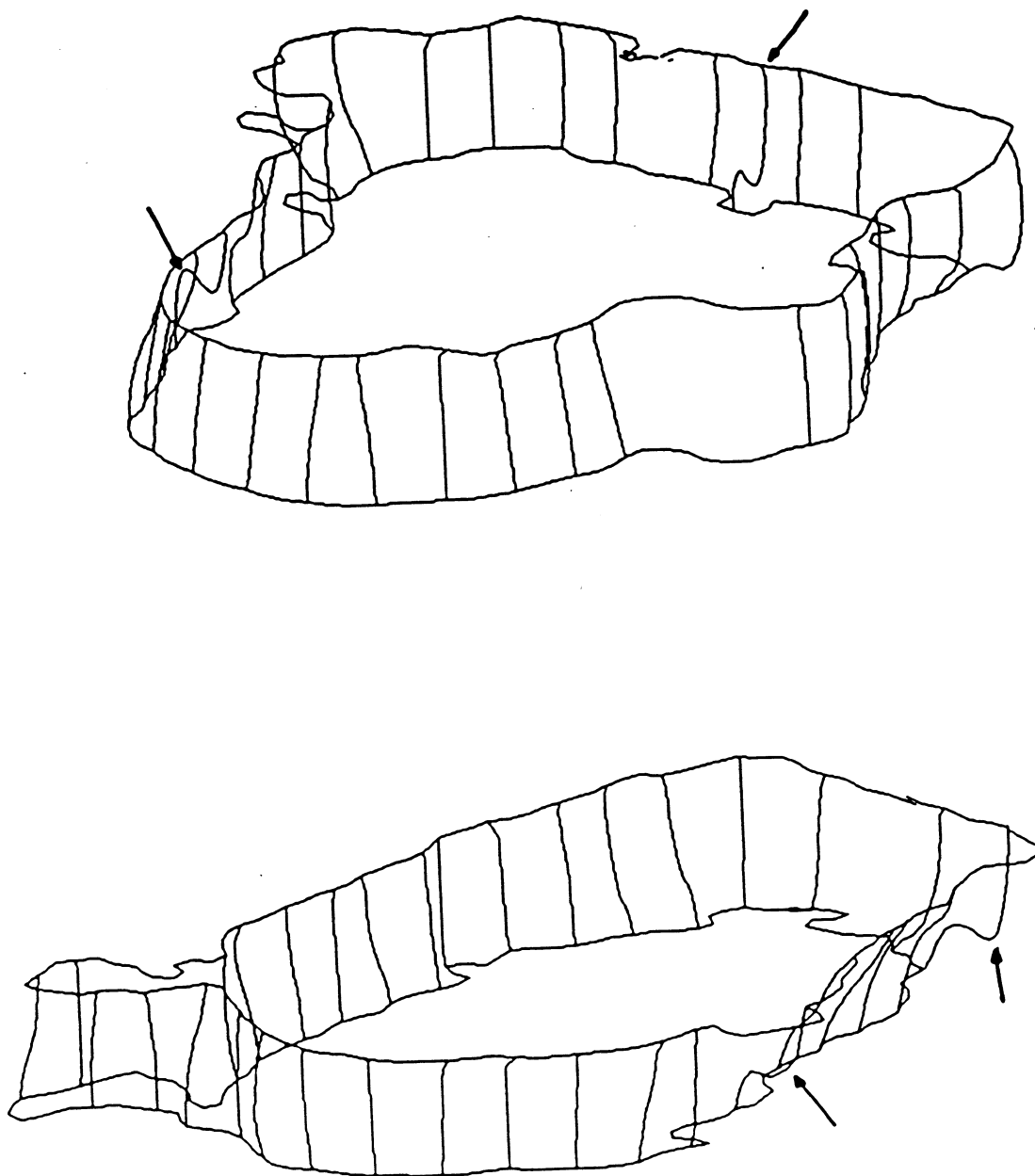


Figure VI.10 : Résultats de la segmentation 3D de la tumeur cérébrale entre 2 coupes successives : 2 cas de détermination de chemins reliant 2 contours pour 2 niveaux de coupes différents et 2 isodensités différentes. Les flèches montrent les quelques cas de chemins pathologiques où existe un phénomène d' "oscillations" provenant du choix de l'interpolation 3D sur les densités.

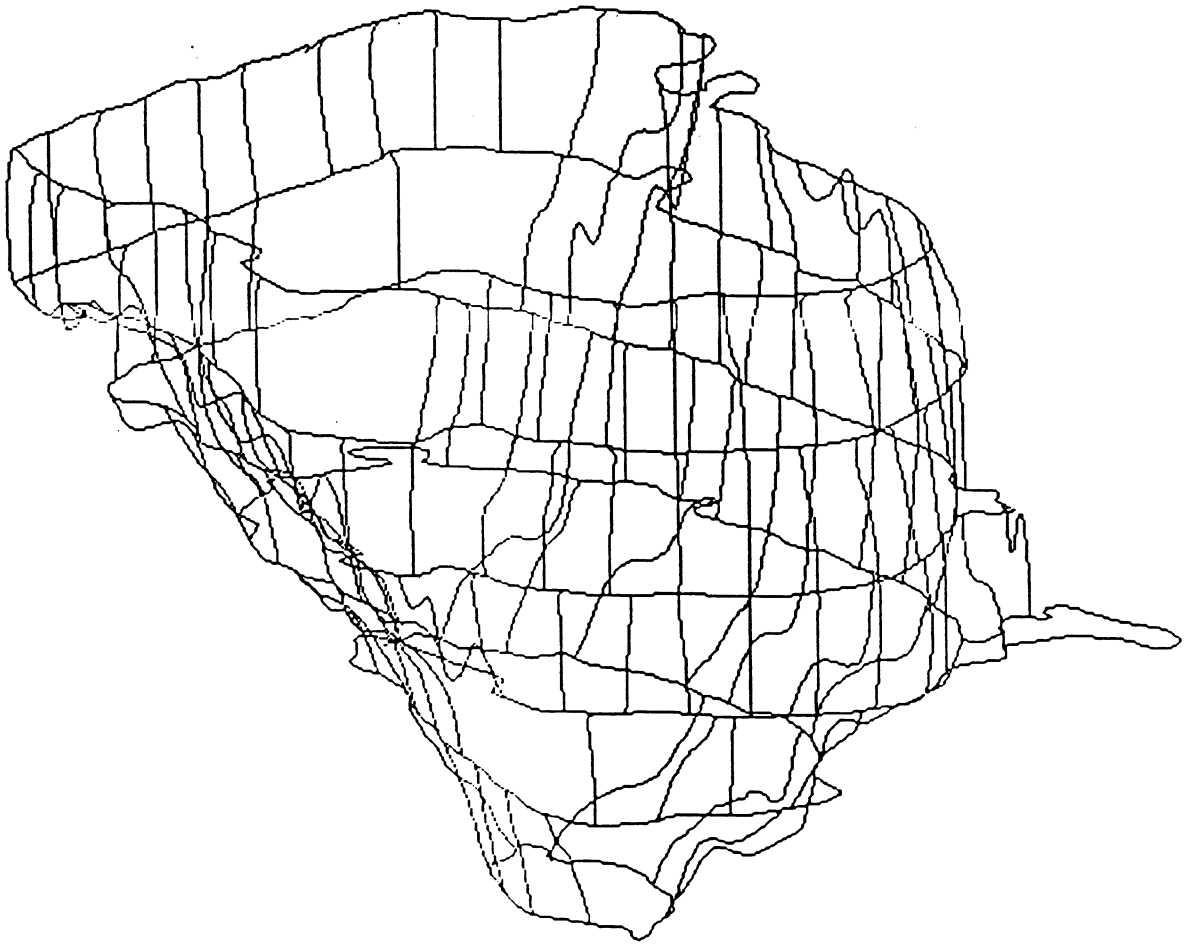


Figure VI.11 : Résultat de la segmentation de la tumeur cérébrale en entier

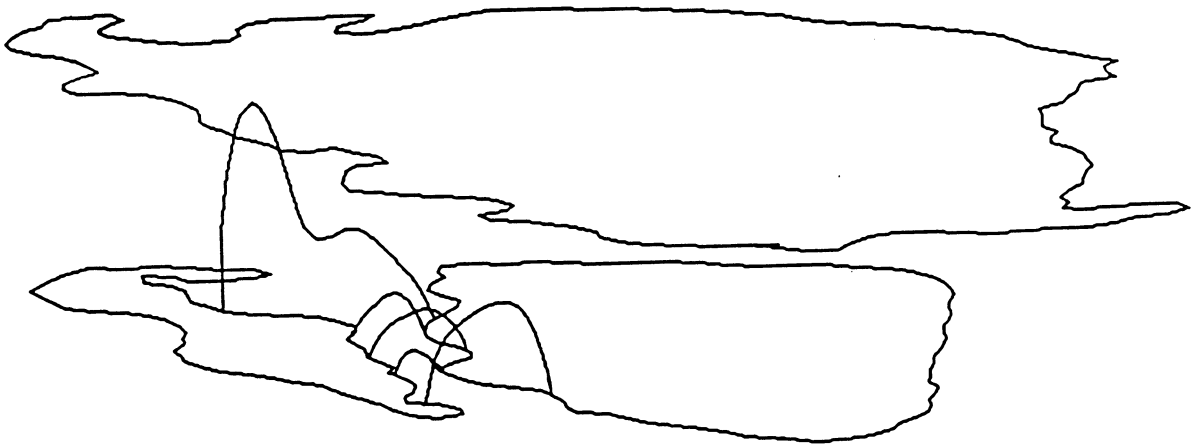


Figure VI.12 : Cas d'un embranchement : résultat obtenu sur un exemple réel (tumeur IRM)
Le contour de base se sépare en 2 composantes; une recherche de chemins entre les 2 contours de la coupe suivante va permettre de créer des carreaux de surface pour décrire cette liaison.

CONCLUSION

CONCLUSION

Une nouvelle méthode de segmentation d'images médicales tri-dimensionnelles a donc été développée et testée sur des examens cliniques réels. L'originalité de notre approche réside dans les points suivants :

- l'opérateur de détection des points frontières 3D est dissocié en 2 étapes bien séparées : le filtrage préliminaire, nécessaire à toute différentiation numérique, s'insère dans l'élaboration du modèle continu du volume. Ce modèle permet ainsi une évaluation stable des opérateurs différentiels du premier et du second ordre.

- l'étape d'extraction des points frontières et leur suivi se font simultanément par construction-résolution d'un système différentiel. Ce système est élaboré par une même méthode et appliqué à différents opérateurs différentiels : suivi d'une isodensité, des zéros du laplacien ou de la dérivée première du gradient dans la direction du gradient. Cette technique est applicable en 2D comme en 3D et peut s'étendre à la recherche de points caractéristiques de la surface, tels que les extrema locaux. Il s'agit donc d'une méthode séquentielle de détection de points frontières qui permet non seulement d'être rapide mais aussi d'obtenir une représentation analytique de la surface.

- à partir de cette technique de segmentation, un algorithme général a été développé permettant de décrire des objets à peu près quelconques (avec possibilité d'embranchements), sans connaissance a priori sur leurs formes. Ce point nous a semblé important afin de pouvoir traiter une gamme importante de structures anatomiques, pathologiques ou non, et de ne pas trop influencer le processus de détection de points frontières par des règles directives. Ainsi, les heuristiques définissant plus précisément les caractéristiques des objets à détecter sont utilisées uniquement au niveau de processus de contrôle intervenant localement ou globalement.

Des simulations sur des images de synthèse bruitées ont permis de quantifier la sensibilité au bruit de notre méthode suivant l'opérateur choisi, d'étudier l'influence de différents paramètres jouant sur notre détecteur pour déterminer les meilleures conditions d'application et enfin de détecter les sources possibles d'erreurs et leurs remèdes. On a pu ainsi mettre en évidence les très bonnes performances au bruit de notre méthode (l'erreur de positionnement du contour par rapport à la réalité reste toujours inférieure à 0.7 pixel pour des rapports signal à bruit $S/B > 1.7$ dans le cas du suivi d'une isodensité et pour des $S/B \geq 2.5$ dans le cas des opérateurs différentiaux).

Enfin, les nombreuses applications à des examens cliniques réels provenant de TDM ou d'IRM montrent l'intérêt de cette nouvelle méthode de segmentation : des tests ont été fait sur des images de crâne, de fémur et de peau en TDM, de tumeur et de ventricules cérébraux en IRM.

D'autre part, cette technique de construction-résolution de systèmes différentiels peut être appliquée à d'autres types d'images, autres que médicales ou 3D. En effet, c'est une méthode originale de suivi de contour sur des images 2D, qui a l'intérêt de compacter sous une forme rigoureuse, un ensemble de critères généralement utilisés dans des fonctions de coût (norme et direction du gradient, laplacien, proximité de points candidats, compromis du candidat le "moins" pire,...)

Une dernière étape de modélisation de surface est encore nécessaire pour que la surface de l'objet décrite par notre méthode, soit utilisable dans des applications comme celles présentées dans le chapitre introduction (mise en correspondance d'objets 3D provenant de différentes modalités d'imagerie, utilisation par des outils de CAO,...) Comme notre technique de segmentation apporte des informations supplémentaires sur la structure de l'objet et sur sa description, une modélisation par carreaux de surface est particulièrement bien adaptée et ne demande plus qu'à être implantée...

REFERENCES

- [ACH 86] R. S. Acharya, C. Benchimol, O. Lis, H. Wechsler, Analysis of 3D Biomedical Images, Proceed of 8th. Int. Conf on Pattern Recognition , Oct. 27-31, Paris 1986, pp 720-721.
- [ACH 88] R. S. Acharya, A 3D Image Segmentation Algorithm, NATO ASI Series, Vol F44, Signal Processing and Pattern Recognition in Nondestructive Evaluation of Materials, Beauport, 19/08/1987, Springer-Verlag 1988, pp 241-255
- [ACH 89] R. S. Acharya, Mathematical Morphology for Multidimensional Image Analysis, SPIE 1092 Medical Imaging III : Image Processing, 1989, pp 338-350
- [ALD 89] G. Aldinger, W. Küsswetter, CAD/CAM/CAO In Total Hip Replacement, Proceedings CAR'89, Berlin, june 89, Lemke H.U. ed., Springer-Verlag, pp 343-347
- [AMI 88] A.A. Amini, S. Tehrani, T.E. Weymouth, Using Dynamic Programming for Minimizing the Energy of Active Contours in the Presence of Hard Constraints, Proceed. of IEEE June 1988, pp 95-99
- [ART 81] E. Artzy, G. Frieder, G.T. Herman, The Theory, Design, Implementation and Evaluation of a Three-Dimensional Surface Detection Algorithm, CGIP 15, 1981, pp 1-24
- [AYA 88] N. Ayache, J.D. Boissonnat et all, Building Highly Structured Volume Representations in 3D Medical Images, Proceed. of the 3rd Symposium, Computer Assisted Radiology, Berlin, June 89, pp 765-772
- [AYA 90] N. Ayache, J.D. Boissonnat, L. Cohen, et al, Steps toward the Automatic Interpretation of 3D Images, NATO ASI Series, 3D Imaging in Medicine, Ed. K.H. Höhne, Springer-Verlag, June 25-29 1990, Travemünde (FRG), pp 107-120
- [AZH 89] H.Azhari, E. Grenadier, U. Dinnar, R. Beyar, D.R. Adam, M.L. Marcus, S. Sideman, Quantitative Characterization and Sorting of Three-Dimensional Geometries: Application to Left Ventricules In Vivo, IEEE Trans. on Medical Imaging, Vol. 36, n° 3, March 89, pp 322-332
- [BAC 89] S. Back, H. Neumann, H.S. STiehl, On Segmenting Computed Tomograms, CAR'89, pp 691-696
- [BARE 86] Barett, Dynamic 3D Shaded Surface Display of LV, Atrium and Aorta from CINE-CT, Proceed of Computers in Cardiology, Oct 7-10, 1986, Boston (MA), pp 491-494
- [BARI 85a] G. Barillot, B. Gibaud, L.M. Luo, J.M. Scarabin, 3D Representation of Anatomical Structures from CT Examinations, SPIE 602, Biostereometrics'85, Cannes, Dec 1985, pp 307-314
- [BARI 85b] G. Barillot, B. Gibaud, L.M. Luo, J.M. Scarabin, J.L. Coatrieux, 3D Reconstruction of Cerebral Blood Vessels, IEEE CG&A, Vol. 5, n°12, Dec. 1985, pp 13-19
- [BARN 85] R.E. Barnhill, Surfaces in Computer Aided Geometric Design: A Survey With New Results, CAGD 2 (1985), pp 1-17

- [BARS 82] B.A. Barsky, End Conditions and Boundary Conditions for Uniform B-Spline Curve and Surface Representations, Computers in Industry 3, n°1/2, pp 17-29, 1982
- [BARS 83] B.A. Barsky, J.C. Beatty, Controlling the Shape of Parametric B-Spline and Beta-Spline Curves, Proc. of Graphics Interface'83, pp 223-232
- [BARS 84] B.A. Barsky, A Description and Evaluation of Various 3-D Models, IEEE CG&A, Jan 1984, pp 38-52
- [BARS 89] B.A. Barsky, T.D. DeRose, Geometry Continuity of Parametric Curves: Three Equivalent Characterizations, IEEE CG&A, Nov. 1989, pp 60-68
- [BART 88] G.T. Bartoo, Y.Kim, R.M. Haralick, D. Nochlin, S.M. Sumi, Mathematical Morphology Techniques for Image Processing Applications in Biomedical Imaging, Proc. SPIE Vol. 914 Medical Imaging II, 1988, pp 466-472
- [BECH 89] D. Bechmann, J. Sequeira, Computing a Free-Form Patch from its Boundary Characteristics, Actes de PIXIM 89, 25-29 Septembre, 1989, Paris, pp 93-108
- [BEC G. 89] G. Becker, R. Lohrum, et al, Presentation and Evaluation of 3D Dose Distributions in Radiotherapy Planning, Proceedings CAR'89, Berlin, juin 89, Lemke H.U. ed., Springer-Verlag, pp 254-261
- [BEC J. 86] J.M. Beck, R.T. Farouki, J.K. Hinds, Surface Analysis Methods, IEEE CG&A, Dec 86, pp 18-36
- [BEL 89] Z.W. Bell, A Bayesian/Monte Carlo Segmentation Method for Images Dominated by Gaussian Noise, IEEE PAMI Vol. 11, N° 9, Sep. 1989, pp 985-990
- [BER F. 89] F. Berthommier, un nouveau principe pour comprendre la perception: la synchronisation des messages nerveux, Actes Workshop Sc. Cognitives Chichilianne, mars 89, Ed E. Decamp, 219-231, Lasco 3, Grenoble 89
- [BER F. 90] F. Berthommier, O. François, P. Cinquin, I. Marque & J. Demongeot, Asymptotic behavior of neural networks and image processing, Self-Organisation, Emerging properties and Learning, Ed. A. Babloyantz, Plenum Press, NATO Series, 1990
- [BER M. 88] M. Bertero, T. Poggio, V. Torre, Ill-posed Problems in Early Vision, Proceed. of IEEE, 1988
- [BERZ 84] V. Berzins, Accuracy of Laplacian Edge Detectors, CVGIP 27, 1984, pp 195-210
- [BES 88] P. J. Besl, R. C. Jain, Segmentation Through Variable-Order Surface Fitting, IEEE PAMI 10, N°2, March 88, pp.162-192
- [BLO 87] I. Bloch, F. Preteux, F. Boulanger, F. Soussaline, A Meta-model for Segmentation Problems in Mathematical Morphology, Information Processing in Medical Imaging, Utrecht (The Netherlands), June 1987. pp 45-64.
- [BOH 84] W. Böhm, G. Farin, J. Kahmann, A Survey of Curve and Surface Methods in CAGD, CAGD 1, 1984, pp 1-60
- [BOI 88] J.D. Boissonnat, Shape reconstruction from planar cross-sections. CVGIP 44,n°1, oct. 1988, pp 1-29.

- [BOO 78] C. De Boor, A Practical Guide to Splines, Springer Verlag, Berlin, New-York, (1978)
- [BOU 87] S. Bouakaz, Approche Stochastique de la Segmentation d'Images : un Modèle de Coopération entre les primitives de Régions et Frontières, Thèse, Grenoble, 1987
- [BRA 85] M. Brady, J. Ponce, A. Yuille, H. Asada, Describing Surfaces, CVGIP 32, 1985, pp 1-28
- [BRE 87] L. Brevdo, S. Sideman, R. Beyar, A Simple Approach to the Problem of 3D Reconstruction, CVGIP 37, 1987, pp 420-427
- [BRU 87] L. Brunie, S. Miguët, Reconstruction 3D du Poignet : une Nouvelle Méthode de Segmentation, Rapport de DEA ENSIMAG (Grenoble), 1987
- [CAN 86] J.F. Canny, A Computational Approach to Edge Detection, IEEE PAMI 8, N°6, Nov. 86, pp 679-698.
- [CAP 89] J.P. Cappelletti, A. Rosenfeld, Three-Dimensional Boundary Following, CVGIP 48, 1989, pp 80-92
- [CAS 87] M.S. Casale, Free-Form Solid Modelling with Trimmed Surface Patches, IEEE CG&A, Vol. 1, 1987, pp 33-42
- [CAT 90] F. Catté, P.L. Lions, J.M. Morel, T. Coll, Image Selective Smoothing and Edge Detection by Non Linear Diffusion (submitted)
- [CAT 91] F. Catté, T. Coll, Détection d'Arêtes par Diffusion Non-Linéaire, 1st European Conf. on Mathematics Applied to Biology and Medicine, January 7-11, 1991, Grenoble, pp 388-389
- [CHA 84] J.M. Chassery, C. Garbay, An Iterative Segmentation Method Based on a Contextual Color and Shape Criterion, IEEE PAMI 6, N°6, Nov. 84, pp. 794-800.
- [CHE C. 88] C.T. Chen, J.S. Chou, W.C. Lin, C. Pelizzari, Edge and Surface Searching in Medical Images, Proc of SPIE Vol. 914 Medical Imaging II (1988), pp 594-599
- [CHE J. 88] J.J. Chen, T.M. Ozsoy, Predictor-Corrector Type of Intersection Algorithm for C^2 Parametric Surfaces, CAD Vol 20, N° 6, Aug 1988, pp 347-352
- [CHE L. 89] L.S. Chen, M.R. Sontag, Representation, Display, and Manipulation of 3D Digital Scenes and their Medical Applications, CVGIP 48, 1989, pp 190-216
- [CHE P. 85] P. Chenin, M. Cosnard, Y. Gardan, F. Robert, Y. Robert, P. Witomski, Mathématiques et CAO: Méthodes de base, Hermès 1985
- [CHE S 89] S.Y. Chen, W.C. Lin, C.T. Chen, An Expert System for Medical Image Segmentation, SPIE 1092 Medical Imaging III : Image Processing, 1989, pp 162-172
- [CIN 87a] P. Cinquin, Application des Fonctions-Spline au Traitement d'Images Numériques, Thèse d'Etat, Université Joseph Fourier, Grenoble 1987
- [CIN 87b] P. Cinquin, C. Goret, I. Marque, S. Lavallée, Morphoscopie et modélisation continue d'images tridimensionnelles. 6th congress AFCET-RFIA, Antibes 1987, pp 543-550.

- [CIN 87c] P. Cinquin, C. Goret, Une Nouvelle Technique de Modélisation Continue d'images tridimensionnelles, Actes de COGNITIVA, Mai 1987, Paris, pp 63-68
- [CLA 89] J.J. Clark, Authenticating Edges Produced by Zero-Crossing Algorithms, IEEE PAMI Vol. 11, N° 1, Jan 1989, pp 43-57
- [COH 89] L.D. Cohen, On Active Contour Models, Rapport de Recherche INRIA N° 1075, Août 1989 and in Proceed. of NATO ASI Active Perception and Robot Vision, Matara, July 1989
- [COH 90] L.D. Cohen, I. Cohen, A Finite Element Method Applied to New Active Contour Models and 3D Reconstruction from Cross-Sections, Proceed. of 3rd Int. Conf. on Computer Vision, Dec 4-7, 1990, Osaka (Japan)
- [DEH 88] O. Dehoux, Analyse d'images Histologiques de Tissus Osseux et Pulmonaire, Thèse de Doctorat, Université Rennes I, Oct. 88
- [DEM 89] Y. Demazeau, O. Bourdon, M. Lebrasseur, Contours et Illusions de Contours : un gabarit élastique pour l'extraction de formes, Actes de Workshop Régional de Sciences Cognitives, LASCO3, Chichilianne, Mars 1989
- [DER 87] R. Deriche, Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. International Journal of Computer Vision, 1 (2) : 167, May 1987
- [DER 88] R. Deriche, J.P. Cocquerez, An Efficient Method to Build Early Image Description, in International Conf. on Pattern Recognition, Rome, 1988
- [DER 90] R. Deriche, Fast Algorithms for Low-Level Vision, IEEE PAMI 12,n°1, January 1990, pp 78-87
- [DIE 77] P. Dierckx, An Algorithm for Least Squares Fitting of Cubic Spline Surfaces to Functions on a Rectilinear Mesh over a Rectangle, Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 3, n° 2, 1977, pp 113-117
- [DUC 76] J. Duchon, Interpolation de Fonctions à 2 Variables Suivant le Principe de la Flexion des Plaques Minces, RAIRO, Analyse Numérique 10, n°12, 1976, pp 5-12
- [DUC 80] J. Duchon, Fonctions Splines Homogènes à Plusieurs Variables, Thèse de Doctorat, Grenoble, Fév. 1980
- [DU 88] W.H Du, Etude sur la Représentation de Surfaces Complexes : Application à la Reconstruction de Surfaces Echantillonnées, Thèse de l'ENST, 10 octobre 88, Paris
- [EIH 78] S. Eiho, M. Kuwahara, M. Fujita, S. Sasayama, C. Kawai, Automatic Processing of Cineangiographic Images of Left Ventricle, Proc. of the 4th Int. Conf. on Pattern Recognition, Kyoto 1978, pp 740-742
- [EIH 86] S. Eiho, M. Kuwahara, M. Fujita, T. Matsuda, T. Sakurai, C. Kawai, 3-D Reconstruction of the Left Ventricle from Magnetic Resonance Images, Proceed of Computers in Cardiology, Oct 7-10, 1986, Boston (MA), pp 51-56
- [EVA 89] A.C Evans, S. Marett, L. Collins, T.M. Peters, Anatomical-Functional Correlative Analysis of the Human Brain Using Three Dimensional Imaging Systems, SPIE 1092 Medical Imaging III : Image Processing, 1989, pp 264-274

- [FAN 87] R.T. Fan, S.S. Trivedi, L.L. Fellingham, A. Gamboa-Aldeco, Soft Tissue Segmentation and 3D Display from Computerized Tomography and Magnetic Resonance Imaging, Proc. of SPIE Vol. 767 Medical Imaging, 1987, pp 494-504
- [FAN 87] T.J. Fan, G. Medioni, R. Nevatia, Segmented Description of 3D Surfaces, IEEE Int. Conf. of Robotics Automation, RA 3-(6), Dec. 1987, pp 527-538
- [FAR 86] R.T. Farouki, The Characterization of Parametric Surface Sections, CVGIP 33, 1986, pp 209-236
- [FAU 88] O.D. Faugeras, M. Hebert, E. Pauchon, Vision Artificielle en Dimension 3, Actes du 2eme Atelier Scientifique de Traitement d'Images : Du Pixel à l'Interprétation (I), Aussois (Savoie), 19-22 Avril, 1988, pp 1-94
- [FER 87] L.A. Ferrari, P.V. Sankar, S. Shinnaka, J. Slansky, Recursive Algorithms for Implementing Digital Image Filters, IEEE PAMI 9, n°3, May 1987, pp 461-466
- [FOR 88] M. R. B. Forshaw, Speeding Up the Marr-Hildreth Edge Operator, CVGIP 41, 1988, pp 172-185
- [FU 81] K.S. Fu, J.K. Hui, A Survey on Image Segmentation, Pattern Recognition 13, 1981, pp 3-16
- [FUC 77] H. Fuchs, M. Kedem and S.P. Uselton, Optimal surface reconstruction from planar contours, Commun. Ass. Comput. Mach, Vol 20, Oct. 1977, pp 693-702
- [FUC 88] H. Fuchs, S.M. Pizer, J.L. Creasy, J.B. Renner, J.G. Rosenman, Interactive, Richly Cued Shaded Display of Multiple 3D Objects in Medical Images, Proc. SPIE Vol 914 Medical Imaging II, 1988, pp 842-849
- [FUD 88] M. Fuderer, The Information Content of MR Images, IEEE Trans. on Medical Imaging, Vol. 7, n° 4, Dec 1988, pp 368-380
- [GAR 87] C. Garbay, Quelques propositions pour la réalisation d'un système expert de segmentation d'images, Traitement du Signal, Vol. 4, N°3, 1987 pp. 229-237
- [GEA 71] C.W. Gear, Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations, Prentice-Hall, New-Jersey, 1971
- [GER 90] L. Germain, A. Sebbar, A. Strauss, Détection de Microcalcifications à Partir de Mammographies Digitalisées, Actes des Journées Francophones d'Informatique Médicale de Nimes, 12-22 Mars, 1990, pp. 133-138
- [GIR 87] D. Girard, Un Algorithme Simple et Rapide Pour la Validation Croisée Généralisée sur des Problèmes de Grande Taille, Rapport de Recherche IMAG RR 669-M-, Mai 1987
- [GOR 89] D. Gordon and J. Udupa, Fast Surface tracking in 3D Binary Images. CVGIP 45, pp 196-214 (1989)
- [GRA 87] J.W. Granholm, D.D. Robertson, P.S. Walker, P.C. Nelson, Computer Design of Custom Femoral Stem Prostheses, IEEE CG&A, Feb 87, pp 26 -35
- [GRI 83] W.E.L. Grimson, Surface Consistency Constraints in Vision, CVGIP 24, 1983, pp 28-51

- [HAR 84] R.M. Haralick, Digital Step Edges from Zero-Crossings of Second Directional Derivatives, IEEE PAMI 6, 1984, pp 58-68
- [HAR 85] R.M. Haralick, L.G. Shapiro, Image Segmentation Techniques, CVGIP 29, 1985, pp 100-132
- [HAR 87] R.M. Haralick, S.R. Sternberg, X. Zhuang, Image Analysis Using Mathematical Morphology, IEEE PAMI Vol. 9, N° 4, July 87, pp 532-550
- [HER 78] G.T. Herman, H.K. Liu, Dynamic Boundary Surface Detection, CGIP 7, 1978, pp 130-138
- [HER 88] G.T. Herman, The Tracking Of Boundaries In 3D Medical Images, Proc Int. Conf on Pattern Recognition, Rome, Nov 88, pp 998-1003.
- [HOH 86] K.H. Höhne, R. Bernstein. "Shading 3D Images from CT Using Gray-Level Gradients, IEEE Trans. on Medical Imaging Vol.5, N°1, March 86, pp 45-47
- [HOH 87] K.H. Höhne, Volume Rendering of 3D Tomographic Imagery, Information Processing in Medical Imaging, Utrecht (The Netherlands), June 1987, pp 403-412.
- [HOH 88] K.H. Höhne, M. Bomans, A. Pommert, M. Riemer, U. Tiede, 3D Segmentation And Display of Tomographic Imagery, Proc. Int. Conf. on Pat. Recog., Rome, Nov. 1988, pp 1271-1276
- [HOU 77] H.S Hou, Least-Squares Image Restauration Using Spline Basis Functions, IEEE Trans. on Computers, Vol C-26, n°9, Sept. 1977, pp 856-873
- [HUE 71] M.T. Hueckel. An operator which locates edges in digitized pictures, J. Ass. Comput. Mach. 18, 1971, pp 113-125
- [KAL 89] A. Kalvin, S. Peleg, A 3D Multiresolution Segmentation Algorithm for Surface Reconstruction from CT Data, SPIE 1092 Medical Imaging III : Image Processing, 1989, pp 173- 182
- [KAL 89] A. Kalvin, S. Peleg, A 3D multiresolution Algorithm for Surface Reconstruction from CT data, SPIE Vol. 1092 Medical Imaging III : Image Processing, 1989, pp 173-182
- [KAR 88] N. Karssemeijer, Three-Dimensional Stochastic Organ-Models For Segmentation in CT-Scans, Proc. of SPIE Vol. 1030 Biostereometrics'88-5th Int. Meeting, 1988, pp 177-184
- [KAS 87] M. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos, Snakes: Active Contour Models, Proceed. of Int. Conf. on Computer Vision, London 1987, pp 259-268
- [KEH 88] N. Kehtarnavaz, R.J.P. De Figueiredo, A Framework for Surface Reconstruction from 3D Contours, CVGIP 42, 1988, pp 32-47
- [KEN 89] D.N. Kennedy, P.A. Filipek, V.S. Caviness, Anatomic Segmentation and Volumetric Calculations in Nuclear Magnetic Resonance Imaging, IEEE Trans. on Medical Imaging, Vol. 8, n° 1, March 1989, pp 1-7
- [KEP 75] E. Keppel, Approximating Complex Surface by Triangulation of Contour Lines, IBM Jour. Res. Develop, n°19, January 1975, pp 2-11

- [KOEN 88] H.A. Koenig, G. Laub, Tissue Discrimination in Magnetic Resonance 3D Data Sets, Proc. SPIE Vol 914 Medical Imaging II, 1988, pp 669-672
- [KOEP 90] G. Koepler, J.M. Morel, S. Solimini, Segmentation by Minimizing Functional and the Merging methods, Rapport du CEREMADE, Université Paris-Dauphine
- [KUB 90] O. Kübler, G. Gerig, Segmentation and Analysis of Mutidimensional Data-Sets in Medicine, NATO ASI Series, 3D Imaging in Medicine, Ed. K.H. Höhne, Springer-Verlag, June 25-29 1990, Travemünde (FRG), pp 63-81
- [LANE 80] J.M. Lane, R.F. Riesenfeld, A Theoretical Development for the Computer Genration and Display of Piecewise Polynomial Surfaces, IEEE PAMI 2, n° 1, Jan. 1980, 35-46
- [LANG 90] P. Lang, P. Steiger, et al, Three Dimensional Reconstruction of MR Images: Comparison of Surface and Volume Rendering Techniques, 10th Conf. on Computer Applications in Radiology SCAR 90, Anaheim (California), June 13-16, 1990, pp 520-526
- [LAU 72] P.J. Laurent. Approximation et optimisation. Hermann, Paris (1972).
- [LAU 87] P.J. Laurent, Courbes ouvertes ou fermées par B-splines régularisées, Rapport de Recherche IMAG RR 652 -M- (Grenoble), Mars 1987
- [LAV 89a] Lavallée S., A New System for Computer Assisted Neurosurgery, Proceedings of IEEE Engineering Medicine Biology Society conf., Yongmin Kim ed., Seattle (USA), Nov. 89, part 3, pp 926-927, 1989
- [LAV 89b] Lavallée S., Cinquin P., Demongeot J., Benabid A.L., Marque I., Djaid M., Computer Assisted Driving of a Needle into the Brain, Proceedings CAR'89, Berlin, juin 89, Lemke H.U. ed., Springer-Verlag, 1989, pp 416-420
- [LAV 89c] Lavallée S., Cinquin P., Demongeot J., Benabid A.L., Marque I., Djaid M., Computer Assisted Interventionist Imaging : the Instance of Stereotactic Brain Surgery, Proceedings Medinfo 89, Singapore, dec. 1989, pp 613-617
- [LAV 89d] Lavallée S., Gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur : application à la neurochirurgie stéréotaxique, Thèse Génie Biologique et Médical, Grenoble, France, décembre 1989
- [LAV 90] S. Lavallée, P. Cinquin, Computer Assisted Medical Interventions, Nato ASI Series, Vol F60, "3D Imaging in Medicine", Ed. K.H. Höhne, pp 301-312
- [LEE 83] C.H. Lee, Restoring Spline Interpolation of CT Images, IEEE Trans. on Medical Imaging 2, n° 3, Sep 1983, pp 142-149
- [LEI 90] F. Leitner, Segmentation par Courbes de Bézier Elastiques : "Snakes Splines", Rapport de DEA Informatique (Grenoble), Juin 1990
- [LEI 90] Leitner F., Berthommier F., Marque I, et al , Neural Networks, differential systems and segmentation of medical images, Proceed. of From pixels to Features: Parallelism in Image Processing, Esprit BRA 303J Workshop, Bonas (France), pp 173-194, August 27 - Sept. 1, 1990
- [LEVI 81] M.D. Levine, S.I. Shaheen, A Modular Computer Vision System for Picture Segmentation and Interpretation, IEEE PAMI 3, N°5, Sept. 81, pp 540-556.

- [LEVO 88] M. Levoy, Direct Visualization of Surfaces from Computed Tomography Data, Proc. SPIE Vol 914 Medical Imaging II, 1988, pp 828-837
- [LEVO 90] M. Levoy, A Hybrid Ray-Tracer for Rendering Polygon and Volume Data, IEEE CG&A, March 90, pp 33-40
- [LEZ 90] C. Lézy, Etude d'une Modélisation Continue des Volumes Numériques : Application à la Visualisation de Structures Anatomiques, Thèse de l'Université Joseph Fourier (Grenoble), Décembre 1990
- [LIN 88] W.C. Lin, C.C. Liang, C.T. Chen, Dynamic Elastic Interpolation for 3D image Reconstruction from Serial Cross Sections, IEEE Medical Imaging - Vol. 7, N° 3 - Sept. 88, pp 225-232.
- [LIN 89] W.C Lin, S.Y. Chen, A New Surface Interpolation Technique for Reconstructing 3D Objects from Serial Cross-Sections, CVGIP 48, 1989, 124-143
- [LIP 90] L.M. Lipschitz, S.M. Pizer, A Multiresolution Hierarchical Approach to Image Segmentation Based on Intensity Extrema, IEEE PAMI 12, n°6, June 1986, pp 529-540
- [LIU 77] H.K. Liu, Two and Three Dimensional Boundary Detection, CGIP 6,1977, pp 123-134
- [MAE 88] E. Maeland, On the Comparison of Interpolation Methods, IEEE Trans. on Medical Imaging 7, n° 3, Sep. 1988, 213-217
- [MAG 88] M. Magnusson, R. Lenz, P.E. Danielsson, Evaluation of Methods for Shading Surface Display of CT-Volumes, Int. Conf. on Pattern Recognition, Rome, 1/10/88, pp 1287-1292
- [MARR 80] D. Marr, E. Hildreth, Theory of Edge Detection, Proc. R. Soc. London. B. 207, 1980,187-217
- [MARQ 89] I. Marque , P. Cinquin, Segmentation d'images 3D par Construction d'un Système Différentiel , 7ème Congrès AFCET-RFIA, Paris, 907-922, Nov. 89
- [MARQ 90] I. Marque, S. Lavallée,C. Goret-Lézy, P. Cinquin, Towards a medical image analysis system based on the continuous modelling, Proceed. of the 10th Symposium on Computer Assisted Radiology, SCAR 90, Anaheim (California), June 1990, pp 191-198
- [MARQ 90] Marque I, Leitner F. Lavallée S., Cinquin P., 2D and 3D segmentation based on differential equations and "spline snakes", Proceedings of the Conference on Curves and Surfaces, Chamonix, June 1990
- [McL 88] G.F. McLean, M.E. Jernigan, Hierarchical Edge Detection, CVGIP 44, 1988, pp 350-366
- [MEN 88] W.Menhardt, K.H. Schmidt, Computer Vision on Magnetic Resonance Images, Pattern Recognition Letters 8, 1988, pp 73-85
- [MER 86] M.B. Merickel, C.S. Carman, A.H. Adams, Utilization of Local and Global Information for Automated Contour Extraction in Biomedical Imagery, 8th Int. Conf. on Pattern Recognition, Oct. 27-31, Paris, 1986, pp 940-942

- [MIC 89] E. De Michelli, B. Caprile, P. Ottonello, V. Torre, Localization and Noise Edge Detection, IEEE PAMI Vol. 11, N° 10, Oct. 1989, 1106-1117
- [MON 86] O. Monga, R. Deriche, A New Three Dimensional Boundary Detection. Proc. International Conference on Pattern Recognition, Paris, 1986, p. 739-740
- [MON 87] O. Monga, B. Wrobel-Dautcourt, Segmentation d'images : vers une méthodologie, Traitement du Signal. Vol.4, N°3, 1987, p. 169-193.
- [MON 89] O. Monga, R. Deriche, 3D edge detection using recursive filtering, application to scanner images, Proceed. of IEEE Conf. on Pattern Recognition, San Diego, June 89.
- [MON 90] O. Monga, R. Deriche, G. Malandrain, J.P Cocquerez, Recursive Filtering and Edge Closing : Two Primary Tools for 3D Edge Detection, Proceed. of 1st European Conf. on Computer Vision, March 1990, Nice
- [MORG 81] M. Morgenthaler and A. Rosenfeld. Multidimensional Edge Detection by Hypersurface Fitting, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, PAMI-3, N° 4, July 81, pp 482-486.
- [MORE 88] J.M. Morel, S. Solimini, Segmentation of Images by Variational Methods : A Constructive Approach, Revista Matematica de la Universidad Complutense de Madrid, Vol. 1, n° 1,2,3, 1988, pp 169- 182
- [MUM 85] D. Mumford, J. Shah, Boundary Detection by Minimizing Functionals, Image Understanding, 1988, Ed. S. Ullman and W. Richards
- [MUR 90] MURIM Multidimensional Reconstruction and Imaging in Medicine: State of the Art report, EEC DG XIII, Advanced Informatics in Medicine, January 1990
- [NAG 84] M. Nagao, Control Strategies in Pattern Analysis, Pattern Recognition, Vol. 17, N°1, 1984, pp. 45-46.
- [NAI 88] S.M. Naik, R.C. Jain, Spline-Based Surface Fitting on Range Images for CAD Applications, Proc. Computer Vision and Pat. Recog., Ann Arbor, 5/6/88, pp 249-253
- [NAL 86] V.S. Nalwa, T.O Binford, On Detecting Edges, IEEE PAMI 8, N°6, Nov. 86, pp 699-714.
- [NAZ 84] A.M. Nazif, M.D. Levine, Low Level Image Segmentation : An Expert System, IEEE PAMI 6, N°5, Sept. 84, p. 555-577.
- [ORO 79] J. O'Rourke, N. Badjer, Decomposition of Three-Dimensional Objects into Spheres, IEEE PAMI, Vol. 1, n° 3, 1979, pp 295-305
- [PAV 82] T. Pavlidis, Algorithms for Graphics and Image Processing, Computer Science Press (1982)
- [PAV 86b] T. Pavlidis, A Critical Survey of Image Analysis Methods, 8th Int. Conf. on Pattern Recognition, Oct 27-31, Paris, 1986, pp 502-511
- [PAV 86] T. Pavlidis, Comments on "Low Level Segmentation: An Expert System", IEEE PAMI 8, N° 5, Sep 86, 675-676

- [PEL 89] C.A Pelizzari, G.T.Y Chen, et al., Accurate Three Dimensional Registration of CT, PET, and/or MR Images of the Brain, *Journal of Computer Assisted Tomography* 13 (1), 1989, pp 20-26
- [PER 90] P. Perona, J. Malik, Scale-Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion, *IEEE PAMI*, Vol. 12, n°7, July 1990, pp 629-639
- [PHI 84] M.B Phillips and G. Odell, An algorithm for Locating and Displaying the intersection of 2 Arbitrary Surfaces. *IEEE CG&A*, Sept. 1984, pp 48-58
- [PIE 90] M.A. Piech, Decomposing the Laplacian, *IEEE PAMI*, Vol. 12, n° 8, Aug. 1990, pp 830-831
- [PIN 89] F. Pinson, Ajustement de primitives d'objets de forme libre sur un ensemble de données réelles, Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, Juin 1989
- [PIZ 86] S.M. Pizer, H. Fuchs, C. Mosher, L. Lifshits, 3D Shaded Graphics in Radiotherapy and Diagnostic Imaging, 7th Annual Conf. on Computer Graphics, Vol. 3, Anaheim (California), 1986
- [PIZ 88] S.M. Pizer, J.M. Gauch, L.M. Lifshitz, Interactive 2D and 3D Object Definition in Medical Images Based on Multiresolution Image Descriptions, *Proc. of SPIE Vol. 914 Medical Imaging II*, 1988, 438-444
- [PIZ 89] S.M. Pizer, H. Fuchs, M. Levoy, 3D Display with Minimal Predefinition, *Proceedings CAR'89*, Berlin, juin 89, Lemke H.U. ed., Springer-Verlag, 1989, pp 723-735
- [PRE 87] F. Preteux, Description et Interprétation des Images par la Morphologie Mathématique: Application à l'Imagerie Médicale, Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Paris VI, Oct. 1987
- [POG 85] T. Poggio, H. Voorhees, A. Yuille, A Regularized Solution To Edge Detection, *AI Memo MTA 833*, MIT AI Lab., May 1985
- [QIA 89] W. Qian, M.S. Lei, The Segmentation of 3-D Image and Space Markov Cubic Mesh Models, *Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 23-26 May 89, Glasgow (Scotland), Vol 3, pp 1663-1666
- [RHO 87] M. Rhodes, Y. Kuo, S. Rothman, C. Woznick, An Application of Computer Graphics and Networks to Anatomic Model and Prosthesis Manufacturing, *IEEE CG&A*, Feb 87, pp 12-25
- [ROB 89] R.A. Robb, C. Barillot, Interactive Display and Analysis of 3-D Medical Images, *IEEE Trans. on Medical Imaging* 8, n° 3, Sep. 1989, 217-226
- [ROL 89] F. Rolland, A. Montanvert, J.M. Chassery, Reconstruction de volumes à partir de Coupes Sériées, *Actes de PIXIM 89*, 25-29 Septembre, 1989, Paris, pp 511-525
- [ROS 76] A. Rosenfeld and A. Kak. *Digital image processing*. New York: Academic, 1976.
- [ROS 76] A. Rosenfeld and A. Kak. *Digital image processing*. New York: Academic, 1976.
- [RUS 89] H. Rusinek, N. Karp, C. Cutting, Three-dimensional Rendering of Medical Images : Surface and Volume Approach, *SPIE Vol. 1092 Medical Imaging III : Image Processing*, 1989, pp 204-211

- [SAH 88] P.K. Sahoo, S. Soltani, A.K. Wong, A Survey of Thresholding Techniques, CVGIP 41, 1988, 233-260
- [SAN 86] P.T. Sander, S.W. Zucker, Stable Surface Estimation, Proc. of the Int. Conf. on Pattern Recognition, Paris 1986, pp 1165-1167
- [SAN 88] P.T. Sander, On reliably inferring differential structure from three-dimensional images. PhD thesis, Mac Gill University, 1988.
- [SAN 88] P. Sander, On reliably inferring differential structure from three-dimensional images. PhD thesis, Mac Gill University, 1988.
- [SANK 88] P.V. Sankar, L.A. Ferrari, Simple Algorithms and Architectures for B-Spline Interpolation, IEEE PAMI 10, n° 2, March 1988, pp 271-276
- [SAN 90] P.T. Sander, S.W. Zucker, Inferring Surface Trace and Differential Structure from 3D Images, IEEE PAMI Vol. 12, n°9, Sept. 1990, pp 833-854
- [SCHL 90] W. Schlegel, Computer Assisted Radiation Therapy Planning, NATO ASI Series, 3D Imaging in Medicine, Ed. K.H. Höhne, Springer-Verlag, June 25-29 1990, Travemünde (FRG), pp 399- 410
- [SCH F. 86] F.J.M. Schmitt, B.A. Barsky, W.H. Du, An Adaptative Subdivision Method for Surface Fitting from Sampled Data, SIGGRAPH'86 Conf. Proc., Vol 20, N° 4, Dallas, Aug 18-22, pp 179-188
- [SCH J. 89] J.P. Schmidt, Segmentation de Surfaces 3D dans des Images de Profondeur : une Etape Indispensable à la Reconstruction Non Guidée par le But, Rapport de DEA Informatique, Septembre 1989
- [SCHW 86] E.L. Schwartz, Computational Neuro-Anatomy, 7th Annual Conf. on Computer Graphics, Vol. 3, Anaheim (California), 1986
- [SCHW 88] E.L. Schwartz, B. Merker, E. Wolfson, A. Shaw, Applications of Computer Graphics and Image Processing to 2D and 3D Modeling of the Functional Architecture of Visual Cortex, IEEE CG&A, Jul 88, pp 18-23
- [SEIG 87] F. Seigneur, F. Collin, Création d'un atlas du cerveau en 3 dimensions, Rapport de projet de fin d'études de l'ENSIMAG (Grenoble), Juin 1987
- [SEIT 88] A. Seit, K. Tsui, P. Nickolls, S. Hunyor, Use of the $\nabla^2 G$ Operator in Automated Border Extraction in Echocardiographic Images, Proc. of SPIE Vol. 914 Medical Imaging II, 1988, pp 751-759
- [SEQ 87] J. Sequeira, Modélisation Interactive d'Objets de Forme Complexe à Partir de Données Hétérogènes. Application à la Représentation Géométrique des Organes du Corps Humain. Thèse d'Etat. Université de Franche-Comté- Besançon. Nov. 1987
- [SEQ 90] J. Sequeira, F. Pinson, Matching Free-Form Primitives with 3D Medical Data to Represent Organs and Anatomical Structures, NATO ASI Series, 3D Imaging in Medicine, Ed. K.H. Höhne, Springer-Verlag, June 25-29 1990, Travemünde (FRG), pp 159-171
- [SER 87] J. Serra, Advances in Mathematical Morphology , 1987 (Academic Press)

- [SHA B. 89] B. Shahraray, D.J. Anderson, Optimal Estimation of Contour Properties by Cross-Validated Regularization, IEEE PAMI Vol. 11, N° 6, June 1989, pp 600-610
- [SHA K. 79] K.H. Shanmugan, F.M. Dichey, J.A. Green, An Optimal Frequency Domain Filter for Edge Detection in Digital Pictures, IEEE PAMI 1, 1979, pp 37-49
- [SHA M. 87] M. Shantz, S.L. Lien, Shading Bicubic Patchès, ACM Computer Graphics, Vol. 21, n° 4, July 1987, pp 189-196
- [SHE 86] J. Shen, S. Castan, An optimal Linear Operator for edge Detection, in IEEE Conf. on Vision and Pattern Recognition, June 1986
- [STA 89] L.H. Staib, J.S.Duncan, Parametrically Deformable Contour Models, Proceed. of IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, San Diego (California), 1989, pp 98-103
- [SUT 86] Y. Suto, M. Kato, T. Ozeki, et all, Three-Dimensional Display of X-ray CT Image, The Visual Computer, Vol. 2, 1986, pp 90-96
- [TER 88] D. Terzopoulos, A. Witkin, M. Kass, Constraints on deformable Models : Recovering 3D Shape and Non Rigid Motion, Artificial Intelligence, Vol. 36, 1988, pp 91-123
- [THE 86] R. Théodor, Initiation à l'analyse Numérique, Ed. Masson, 1986
- [TIE 90] U. Tiede, K.H. Höhne, et al, Investigation of Medical 3D Rendering Algorithms, IEEE CG&A, March 90, pp 41-53
- [TIK 77] A.N. Tikhonov, V.Y. Arsenin, Solutions of Ill-Posed Problem, Winston, Washington D.C, 1977
- [TOE 89] K.D. Toennies, G.T. Herman, J.K. Udupa, Surface Registration for the Segmentation of Implanted Bone Grafts, Proceedings CAR'89, Berlin, juin 89, Lemke H.U. ed., Springer-Verlag, 1989, pp 381-385
- [TOR 86] V. Torre, T.A. Poggio, On Edge Detection, IEEE PAMI 8, n° 2, March 1986, pp 147-163
- [TRI 86a] S.S. Trivedi, G.T. Herman, J.K. Udupa, Segmentation into Three Classes Using Gradients, IEEE Trans. on Medical Imaging, Vol. 5, N°2, June 86, 116-119
- [TRI 86b] S.S Trivedi, Measurements of 3D Displays in the Clinical Environment, 7th Annual Conf. on Computer Graphics, Vol 3, Anaheim (California), 1986
- [TRO 87] Y. Troussel, Visualisation d'Objets Médicaux Tridimensionnels, Thèse de Docteur Ingénieur de l'ENST, 26 octobre 87, Paris
- [UDU 82] J. Udupa, S. Srihari, G.T. Herman. Boundary Detection in Multidimensions. IEEE PAMI 4, n°1, Jan. 1982, pp 41-50.
- [UDU 86] J.K Udupa, G.T. Herman, S. Chen, et all, 3D98 : a Turnkey System for the 3D Display and Analysis of Medical Object in CT Data, Proceed. of SPIE 671, 1986, pp 154-168
- [UDU 90a] J.K. Udupa, V. G. Ajjanagadde, Boundary and Object labelling in Three-Dimensional Images, CVGIP 51, 1990, pp 355-369

- [UDU 90b] J.K. Udupa, H.M. Hung, A Comparison of Surface and Volume Rendering Methods, 10th Conf. on Computer Applications in Radiology SCAR 90, Anaheim (California), June 13-16, 1990, pp 464-470
- [UTR 78] F. Utreras Diaz, Utilisation des Programmes de Calcul de Paramètres d'Ajustement dans le Lissage par Fonctions Splines, Rapport de Recherche Imag RR 121, Mai 1978
- [UTR 79] F. Utreras Diaz, Utilisation de la Méthode de Validation Croisée pour le Lissage par Fonctions Spline à une ou deux Variables, Thèse (Grenoble)
- [VAN 89] D. Vandermeulen, P. Suetens, J. Gybels, G. Marchal, A. Oosterlinck, Delineation of Neuroanatomical Objects Using Deformable Models, Proceedings CAR'89, Berlin, juin 89, Lemke H.U. ed., Springer-Verlag, 1989, pp 645-649
- [WEI 88] I. Weiss, 3D Shape Representation by Contours, CVGIP 41, 1988, pp 80-100
- [WEN 85] T. Wendlinger, Construction, Etude et Représentation Graphique de Surfaces Définies par des Relevés de Points, Thèse Strasbourg, 1985
- [WIT 83] A. Witkin, Scale-space Filtering, Proceed. of IJCAI, Karlsruhe, West Germany, 1983, pp 1019-1021
- [XU 88] S.B. XU, W.X. LU, Surface Reconstruction of 3D Objects in Computerized Tomography, CVGIP 44, pp 270-278 (1988).
- [YLA 87] J. Ylä-Jääski, O. Kübler, Automatic Segmentation and Fast Display of Medical 3D Images, 5th Scandinavian Conf. on Image Analysis, Stockohm, June 87, pp 375-382
- [ZUC 81] S.W. Zucker and R.A. Hummel. A three dimensional edge operator. IEEE PAMI 3, May 1981.

ANNEXE

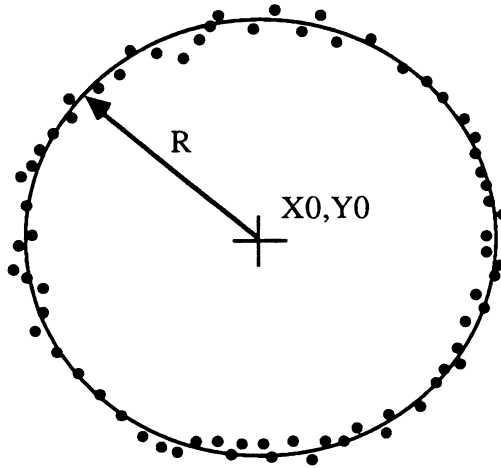
APPROXIMATION D'UN CERCLE AUX MOINDRES CARRES

Soit $M_i = (X_i, Y_i)$, $i = 1..N$, un ensemble de points que l'on cherche à approximer par un cercle au sens des moindres carrés. On cherche à minimiser la quantité :

$$E = \sum_1 ((X_i - X_0)^2 + (Y_i - Y_0)^2 - R^2)^2$$

avec :

X_0, Y_0 : centre du cercle recherché
 R : rayon du cercle recherché



On linéarise le problème en écrivant :

$$E = \sum_i (A_i X_0 + B_i Y_0 - C_i - R')^2$$

avec :

$$\begin{aligned} A_i &= -2 X_i \\ B_i &= -2 Y_i \\ C_i &= -X_i^2 - Y_i^2 \\ R' &= R^2 - X_0^2 - Y_0^2 \end{aligned} \quad (\text{Eq. A1})$$

Ceci s'écrit matriciellement : $E = (A \cdot X - B)^t (A \cdot X - B)$ avec :

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_i & B_i & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_N & B_N & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_i \\ \vdots \\ C_N \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ R' \end{pmatrix}$$

La solution de ce problème linéaire est donnée par :

$$X = (A^t A)^{-1} A^t B$$

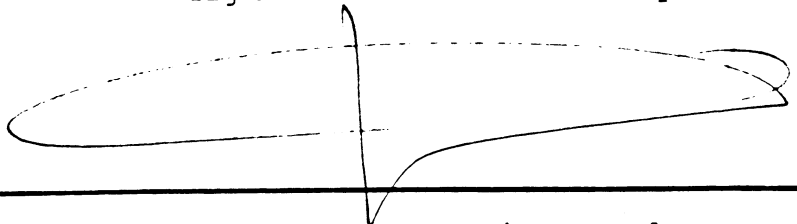
AVIS DU JURY SUR LA REPRODUCTION DE LA THESE SOUTENUE

- 1) Type de thèse (+ discipline) : Génie Biologique et Médical.....
.....
- 2) Titre de la thèse : Segmentation d'images médicales tridimensionnelles
basée sur une modélisation continue du volume.....
.....
- 3) Nom de l'auteur et prénom : MARQUE Isabelle.....
- 4) Membres du jury : Philippe CINQUIN, Toméu COLL VINCENS, Roger MOHR,
Christian ROUX, Francis SCHMITT.....
.....
- 5) Président du jury : Jacques DEMONGEOT.....
- 6) Date de la soutenance : 20.12.1990.....

7) Reproduction de la thèse soutenue :

- a - Thèse pouvant être reproduite en l'état
- b - Thèse ne pouvant être reproduite
- c - Thèse pouvant être reproduite APRES CORRECTIONS SUGGEREES
au cours de la soutenance.

Signature du Président du Jury



- CAS C : après la soutenance, DANS UN DELAI DE 3 MOIS, le Directeur de thèse veille à l'exécution des corrections demandées au candidat par le jury.

RESUME

Un certain nombre d'appareils d'imagerie comme la Tomodensitométrie X (TDM) et l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM), permettent de générer des images du corps humain sous la forme d'un ensemble de coupes parallèles. Depuis plus de 10 ans, des techniques ont été développées pour visualiser les structures anatomiques 3D sur un écran graphique. Lorsqu'on cherche à visualiser des objets ayant des caractéristiques peu stables par rapport à la densité ou que la connaissance analytique de la surface de l'objet est absolument nécessaire (pour quantifier, repérer par rapport à un environnement ou appliquer à la CAO), une étape de segmentation plus sophistiquée doit être mise en oeuvre.

Une nouvelle technique basée sur une modélisation continue du volume 3D a été développée pour segmenter des images médicales tridimensionnelles. Elle utilise les propriétés de stabilité et de différentiabilité de ce modèle, qui permet d'approximer les données initiales discrètes par une fonction densité continue et deux fois dérivables, au moyen de fonctions splines tri-cubiques. L'idée est de construire un système d'équations différentielles dont la solution stable est la surface de l'objet que l'on cherche à segmenter. Cette technique peut être appliquée aux opérateurs classiques de détection de contours : suivi d'une isodensité, du laplacien ou du maximum du gradient dans la direction du gradient. Elle est applicable en 2D comme en 3D et peut s'étendre à la recherche de points caractéristiques de la surface, tels que les extrema locaux. Les points forts de cette méthode sont de réaliser la segmentation et le suivi des éléments de contour ou surface en même temps, de donner directement une représentation analytique de la surface et de permettre dans le cas 3D de décrire automatiquement des structures complexes avec embranchements.

Des simulations sur des images de synthèse bruitées ont permis de quantifier la sensibilité au bruit de notre méthode suivant l'opérateur choisi, d'étudier l'influence de différents paramètres jouant sur notre détecteur pour déterminer les meilleures conditions d'application et enfin de détecter les sources possibles d'erreurs et leurs remèdes. Enfin, les nombreuses applications à des examens cliniques réels provenant de TDM ou d'IRM montrent l'intérêt de cette nouvelle méthode de segmentation : des tests ont été fait sur des images de crâne, de fémur et de peau en TDM, de tumeur et de ventricules cérébraux en IRM.