

ANNEXES

SOMMAIRE ANNEXES

Chapitre II. Choix et analyse a priori des situations	5
I. « Géo »	5
II. « Sur quel objet ? »	7
III. « Toujours/parfois vrai »	8
IV. « Construire le symétrique »	9
III. SYMETRIQUE D'UN POINT	9
Chapitre IV. Genèse instrumentale des élèves	11
I. Alex et Chloé	11
I.1 « Géo »	11
I.2 « Pajérond »	12
I.3 « Sur quel objet ? »	15
C'est donc une description statique d'une position des points rouge et vert à un moment donné.	19
I.4 « Toujours/parfois vrai »	20
I.5 « Construire le symétrique »	24
I.6 « Rectangles à compléter »	31
II. Cédric et Iris	40
II.1 « Géo »	40
II.2 « Pajérond »	43
II.3 « Sur quel objet ? »	45
II.4 « Toujours/parfois vrai »	52
II.5 « Construire le symétrique »	59
II.6 « Rectangles à compléter »	63
III. Katia et Malek	74
III.1 « Géo »	76
III.2 « Pajérond »	77
III.3 « Sur quel objet ? »	80
III.4 « Toujours/parfois vrai »	87
III.5 « Construire le symétrique »	95
III.6 « Rectangles à compléter »	102
IV. Hanna et Idriss	111
IV.1 « Géo »	113
IV.2 « Pajérond »	114
IV.3 « Sur quel objet ? »	115
IV.4 « Toujours/parfois vrai »	119
IV.5 « Construire le symétrique »	125
IV.6 « Rectangles à compléter »	135
V. Loïc et Nadir	147
V.1 « Géo »	147
V.2 « Pajérond »	150
V.3 « Sur quel objet ? »	152
V.4 « Toujours/parfois vrai »	157
V.5 « Construire le symétrique »	160
V.6 « Rectangles à compléter »	166
VI. Phases collectives	174
VI.1 « Géo »	174
6 ^{ème} « A »	174
6 ^{ème} « B »	175

VI.2 « Pajéround » (Phase collective 6 ^{ème} « A »)	177
VI.3 « Toujours/parfois vrai » (Phase collective 6 ^{ème} « A »)	178

CHAPITRE II. CHOIX ET ANALYSE A PRIORI DES SITUATIONS

I. « GEO »

Quelques détails sur la construction de Géo et le déplacement des points.

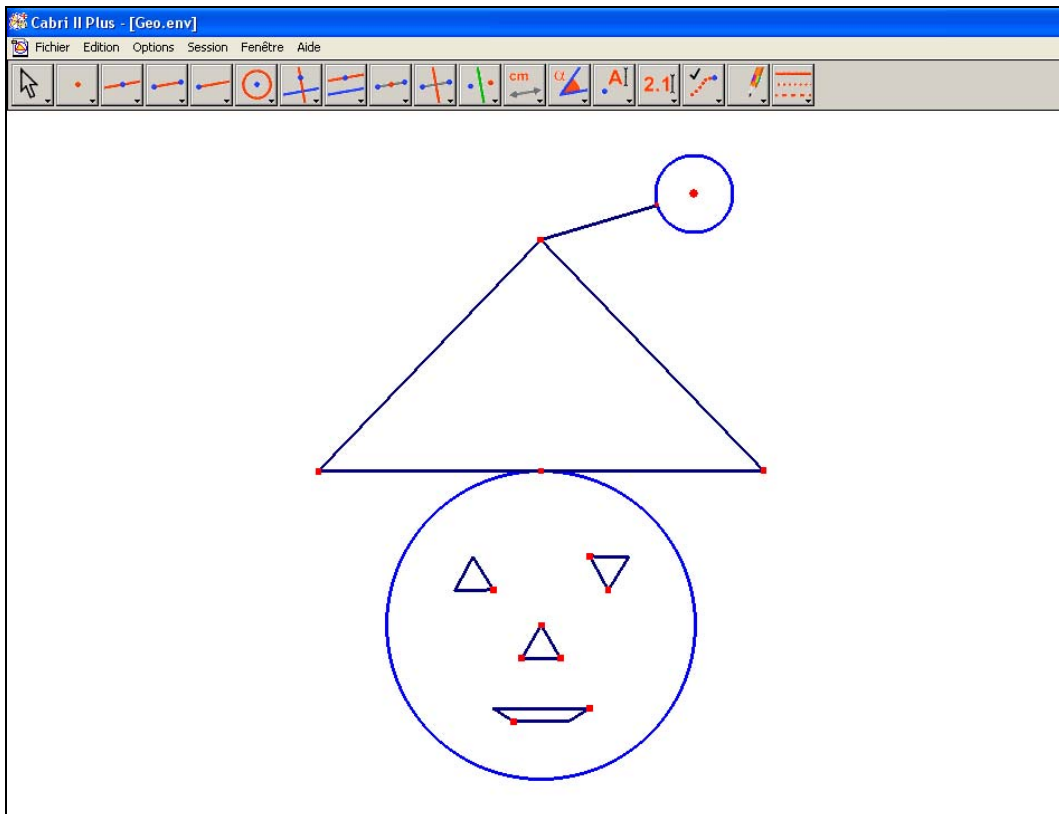


Figure 1. « Géo » à l'écran tel qu'il est présenté aux élèves

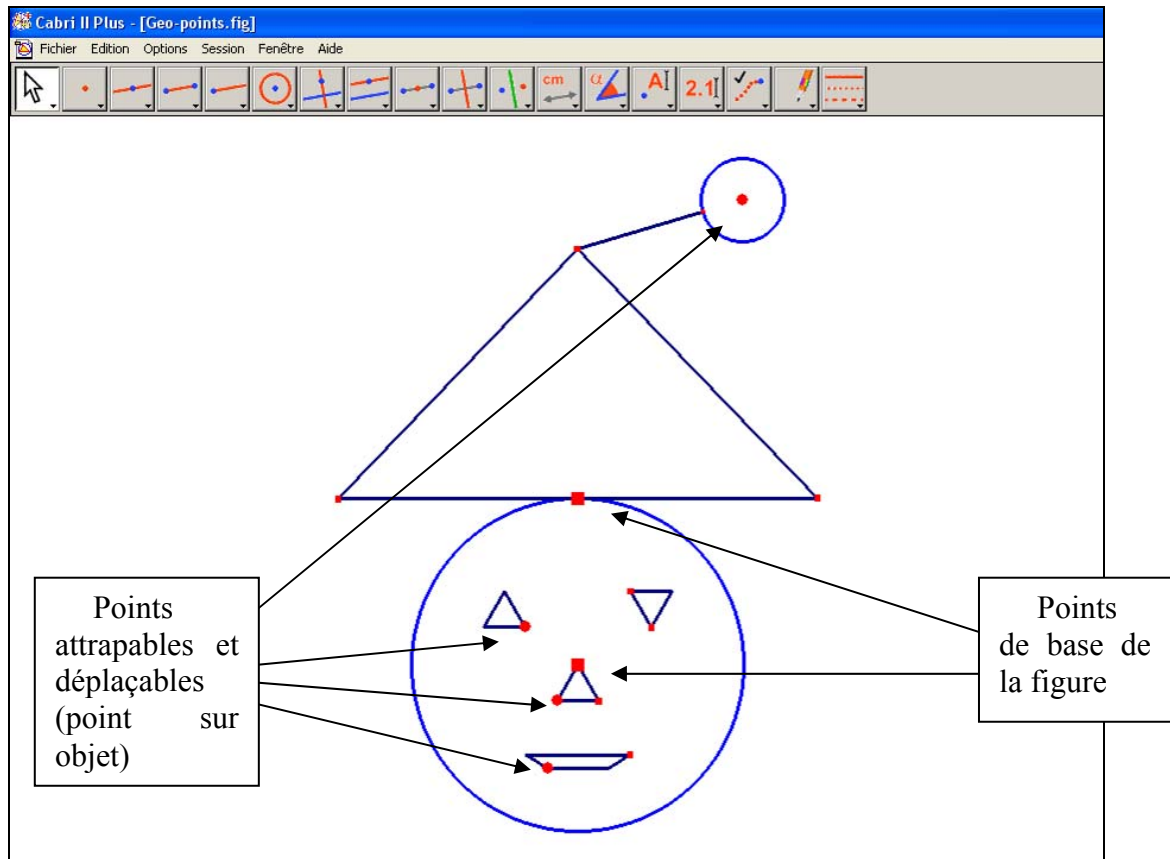


Figure 2. « Géo » : Points de base ■ ; points sur objet déplaçables ● ; les autres sont non-attractables

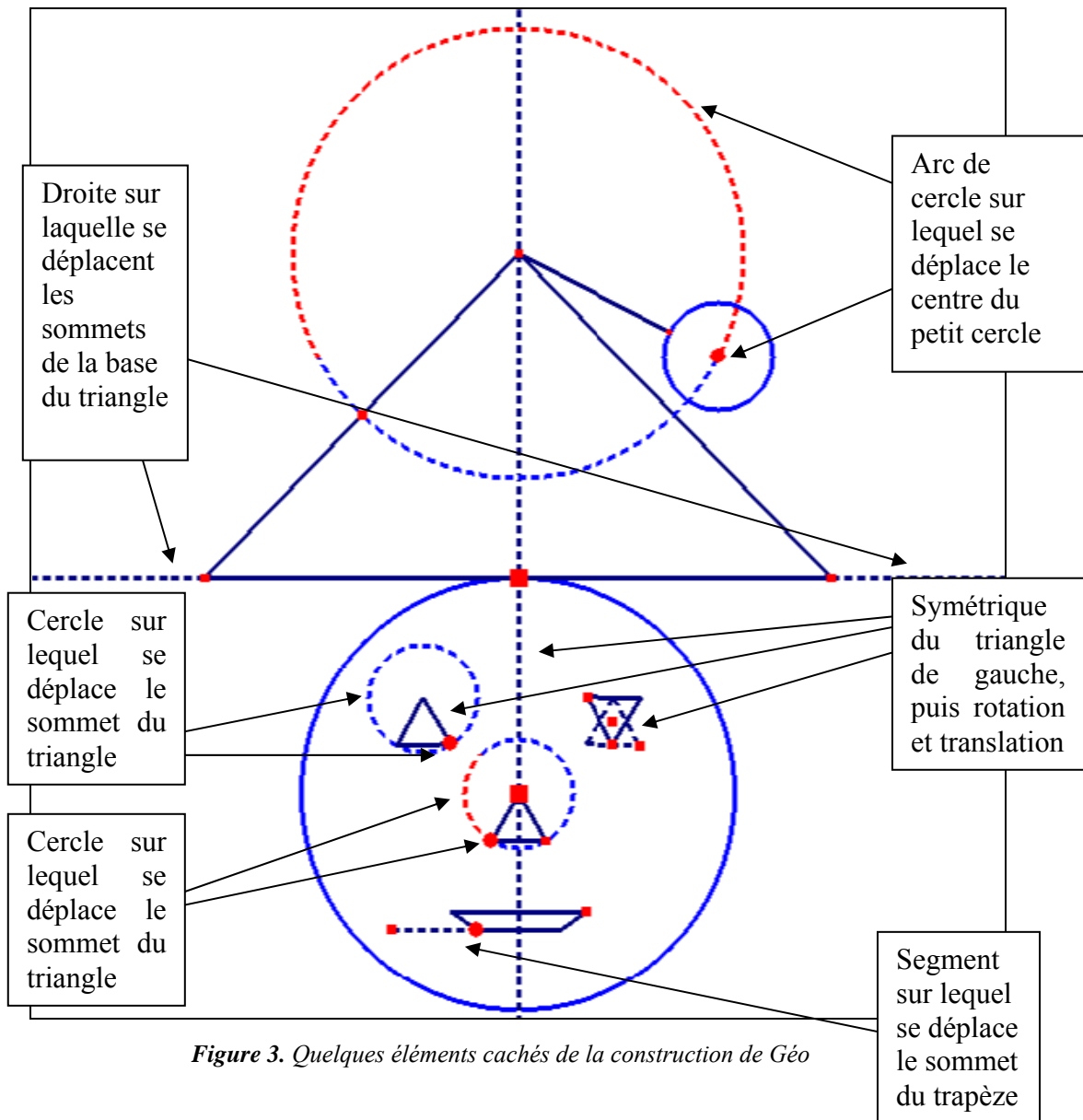


Figure 3. Quelques éléments cachés de la construction de Géo

II. « SUR QUEL OBJET ? »

Réinvestissement en classe

Voici ce qui a été après institutionnalisé après en classe par l'enseignante :

Leçon 3 : Règle, équerre et compas

III. DROITE.

1) Vocabulaire

Ce dessin représente la droite passant par les points C et D, elle se note . . CD . .

Une même droite peut avoir plusieurs noms.

Exemple :



x A B C y

La portion de cette droite limitée du côté du point D est la demi-droite d'origine D et passant par C. Elle se note \overrightarrow{DC} .

Remarque : Une droite ou une demi-droite est infinie, elle n'a pas de longueur et pas de milieu.

III. « TOUJOURS/PARFOIS VRAI »

Réinvestissement en classe

Voici ce qui a été après institutionnalisé après en classe par l'enseignante :

Afin de reprendre les éléments clés de la situation en classe, l'enseignant a fait une fiche papier qui devait être remplie par les élèves. Dans celle-ci, les figures bleue, verte et rose étaient déjà déformées, mises dans des positions dans lesquelles on puisse invalider les propriétés apparentes du dessin.

Les élèves devaient décider, comme dans la situation initiale, si :

- $(DG) \perp (BC)$?
- $(DG) \parallel (EF)$?
- $(GF) \parallel (BC)$?

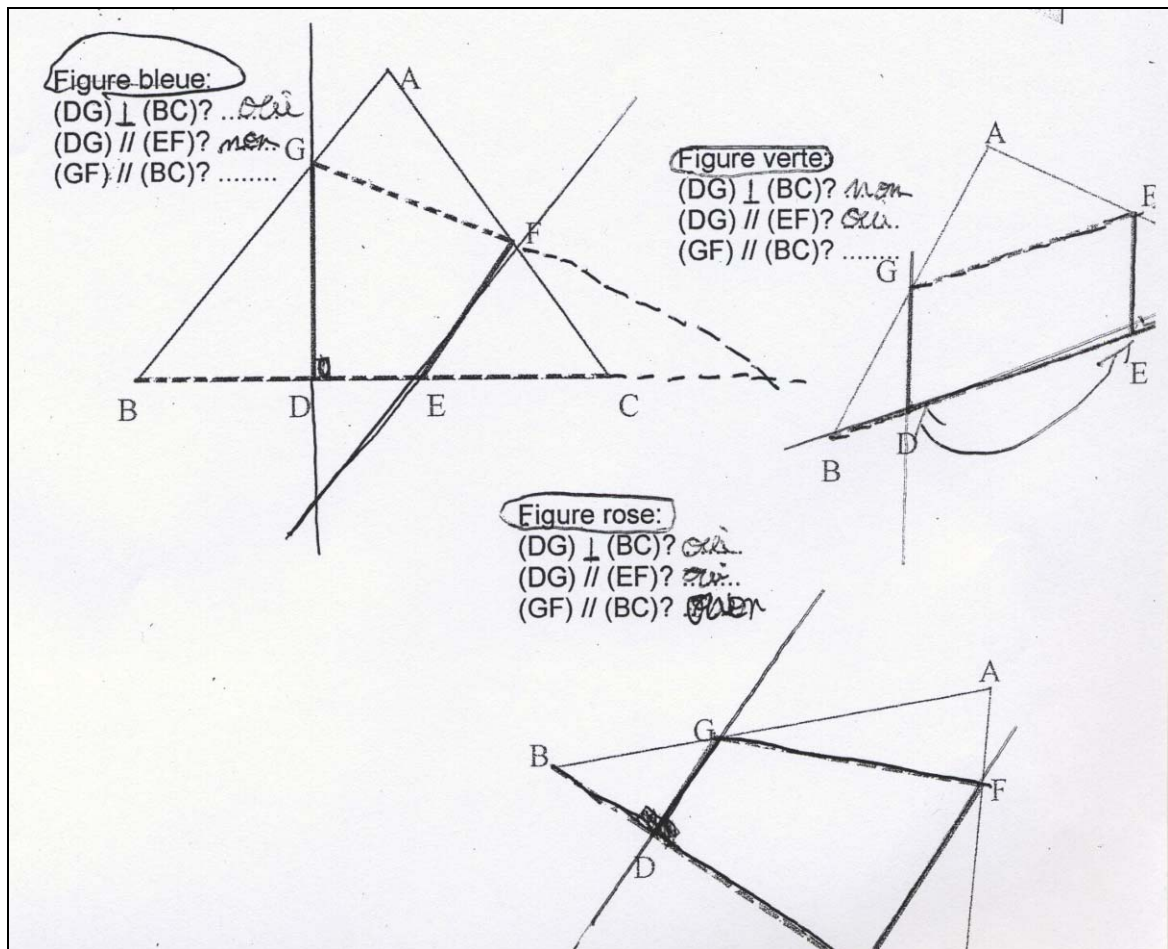


Figure 4. Fiche utilisée par l'enseignante et remplie par un élève.

IV. « CONSTRUIRE LE SYMETRIQUE »

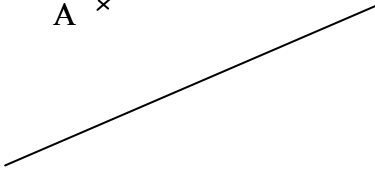
Réinvestissement en classe

Voici ce qui a été après institutionnalisé après en classe par l'enseignante :

Leçon 7 : Symétrie axiale et axes de symétrie

III. SYMETRIQUE D'UN POINT

A ×



Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (d) est le point A' tel que la droite (d) soit perpendiculaire à la droite (AA') et passe par le milieu du segment [AA'].

Si le point A est sur la droite (d) alors

Remarque : La droite (d) est un axe de symétrie du segment [AA'] donc c'est sa médiatrice.

CHAPITRE IV. GENESE INSTRUMENTALE DES ELEVES

I. ALEX ET CHLOE

Alex et Chloé sont des élèves assez moyens (moyen -). Ils ont eu beaucoup de mal à s'appropriier le déplacement et à comprendre le fonctionnement des figures en géométrie dynamique. Au cours de l'année scolaire, comme nous le verrons, ils sont restés plutôt du côté du dessin statique et leur moyen de contrôle résidait dans la mesure.

I.1 « Géo »

Dans « Géo », Chloé et Alex n'ont pas cherché à explorer vraiment tous les déplacements possibles. Ils ont commencé à ne déplacer que les formes globales, en déplaçant le grand cercle du visage et en faisant translater Géo partout dans l'écran. Ils utilisent donc le schème d'usage de « déplacement d'un objet à deux dimensions ».

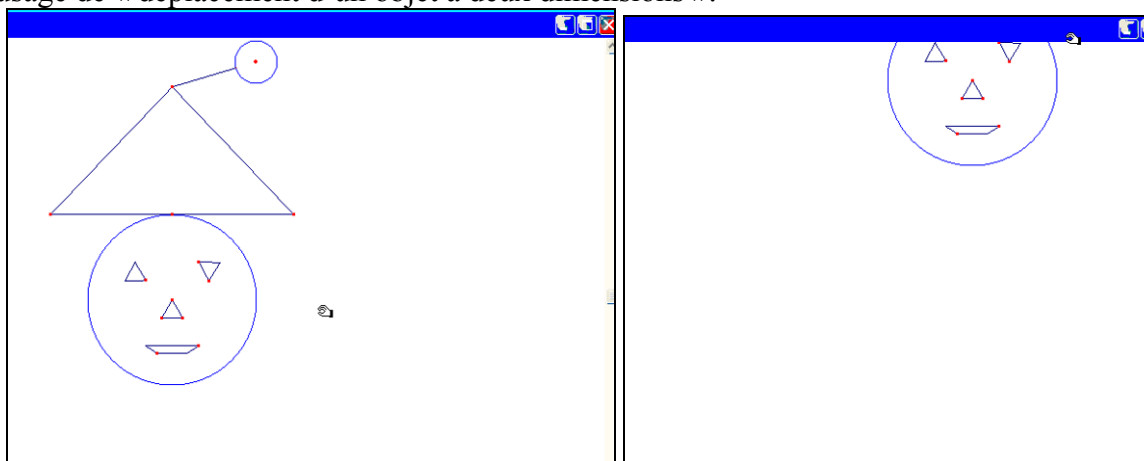


Figure 5. Ils translatent Géo partout dans l'écran

Chloé : Déplace le chapeau

Ils ont essayé ensuite avec le grand triangle du chapeau, ainsi qu'avec le petit cercle du pompon, mais aucun des deux ne pouvait être déplacé directement.

Alex a demandé alors à l'un de ses camarades comment il faisait pour bouger les objets.

Alex : Ah! Où il y a des points!

Et ce n'est qu'à ce moment-là qu'ils ont été conscients des points et de la possibilité de pouvoir aussi attraper et déplacer les points. Ils ont attrapé le point de tangence du grand cercle avec le grand triangle et l'ont déplacé. Ils ont fait tourner, ils ont agrandi et rétréci Géo. Ils l'ont beaucoup agrandi et beaucoup diminué, jusqu'à ce qu'il devienne presque un point.

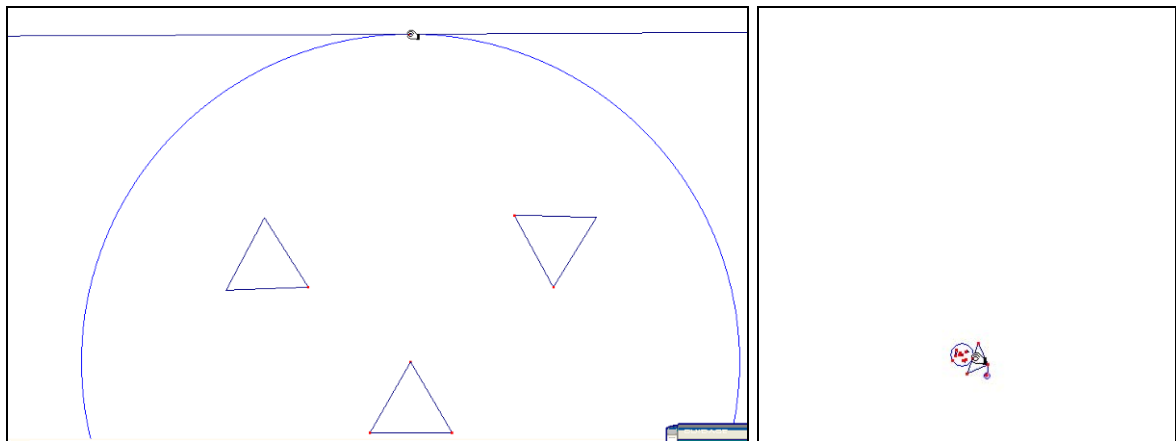


Figure 6. Chloé et Alex attrapent le point de tangence du grand cercle et du grand triangle et font varier la taille de Géo

Ils n'ont pas fait des commentaires, ils se sont amusés et n'ont émis que des expressions d'étonnement, ils n'ont exprimé aucun commentaire à propos des effets créés par le déplacement.

Ils ont essayé de déplacer un sommet du grand triangle, mais en vain car c'est un point non attrapable.

Chloé et Alex n'ont que peu exploré les déplacements possibles dans Géo. Une fois qu'ils ont trouvé un déplacement (translater tout Géo ou le faire varier de taille et d'orientation), ils s'y cantonnent. Leur exploration est donc très limitée.

Ils ont utilisé spontanément le schème de « déplacement d'un objet », mais en se limitant aux objets de dimension supérieure ou égale à 1, et ont ensuite étendu son domaine de validité aux points. Cela met en évidence que le schème d'usage de « déplacement d'un objet » ne va pas de soi mais qu'il est à construire et demande de reconnaître déjà la présence des points dans la figure, c'est-à-dire un début de concept-en-acte de point.

1.2 « Pajérond »

Alex et Chloé n'ont utilisé que la stratégie de base dans « Pajérond ». Ils n'ont pas réussi à changer de stratégie.

Leur première stratégie a donc consisté à utiliser le schème d'usage du « tracé au jugé » pour construire le cercle, en essayant de mettre le centre du cercle « bien au milieu » et qu'il passe par un des points de la carrosserie (le déplacement de la voiture permet après de voir qu'ils n'ont pas cliqué dessus).

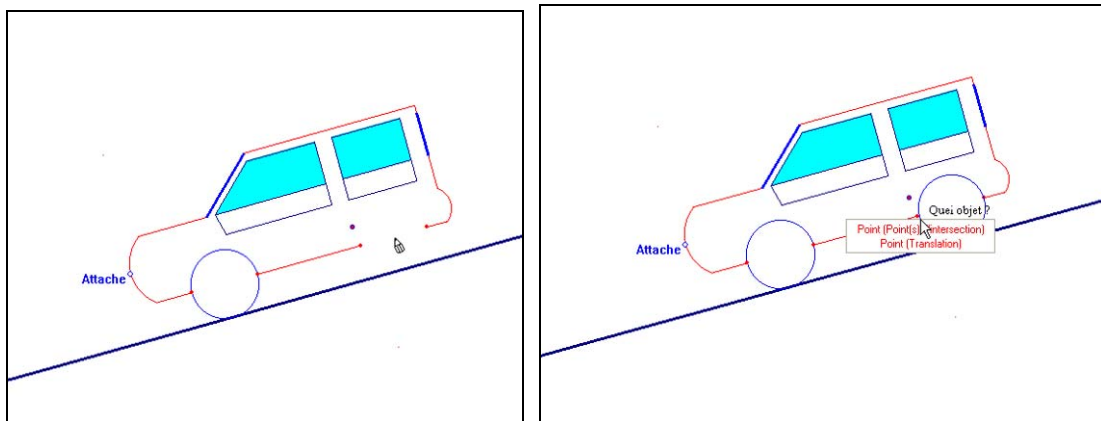


Figure 7. Ils placent un point perceptivement au milieu et ils essayent de cliquer sur un des points de la carrosserie

Chloé : Madame comme ça ?

Alex et Chloé lèvent la main et demandent à l'enseignante de venir voir leur construction.

Enseignant : Bon, dit, une voiture, c'est censé ?

Alex : Rouler ?

Enseignant : Tu l'as fait rouler ?

Alex : Hein ?

Enseignant : Ben vas-y!

Alex attrape le point "Attache" et le déplace en faisant rouler la voiture. La voiture avance et la roue reste immobile.

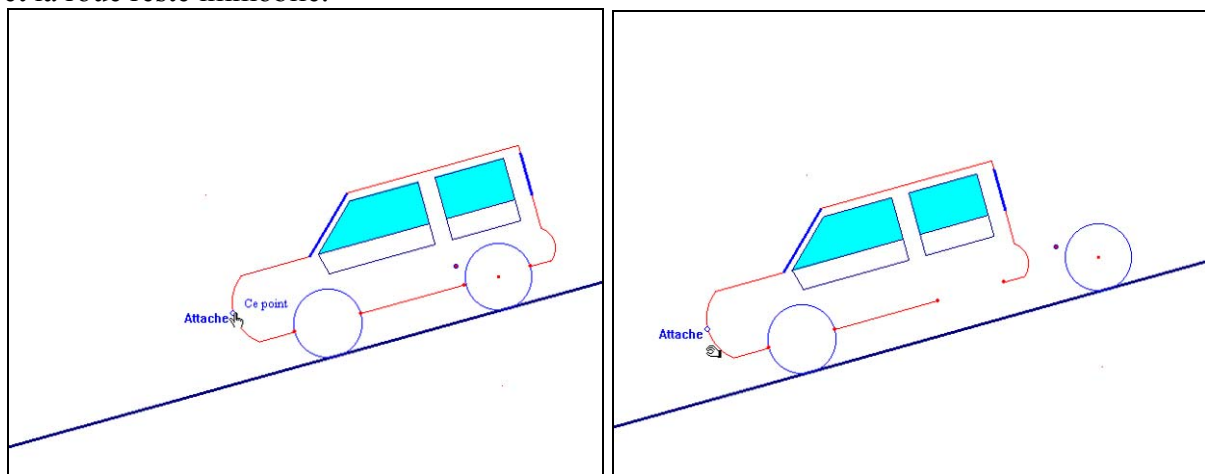


Figure 8. Lorsqu'ils déplacent, la roue ne reste pas attachée à la voiture

Chloé rigole.

Enseignant : Voilà! Le problème technique! Alors, quand on a un problème technique on essaye de le résoudre, on est d'accord ? Donc on va fermer ici, on va rouvrir Pajérond puis essayer de recommencer.

Alex : Pour faire ?

Enseignant : Pour m'avoir une roue qui tient, hein quand même. Parce que sinon c'est un peu gênant.

L'invalidation est donc possible ici grâce au contexte et Alex et Chloé comprennent bien que leur construction n'est pas correcte.

Cependant, ils ne vont pas changer de stratégie, bien que Chloé comprenne par où ils devraient faire passer le cercle :

Alex : Alors...

Chloé : Tu, tu mets **sur les deux points!**

Alex : Hein ?

Chloé : Tu vois là quand tu feras le rond

Alex : Ouais

Chloé : Eh ben tu mettras bien **dans les points** d'accord ?

Alex demande alors à Chloé de le faire.

Chloé voit donc bien que le cercle doit passer par les deux points visibles de la carrosserie. Une première étape de la dévolution se fait donc puisqu'elle sait qu'il faut trouver une manière de tracer le cercle en le faisant passer par ces deux points.

Cependant elle ne change pas vraiment de stratégie, elle plusieurs fois essaye de tracer des cercles en essayant que le centre soit bien au milieu et que le cercle ait la bonne taille, mais elle ne réussit pas ; l'invalidation se fait donc visuellement par la taille et l'emplacement du cercle, sans avoir besoin d'utiliser le déplacement.

Après plusieurs essais dans lesquels Chloé n'arrive pas à construire un cercle qui lui satisfait, elle demande à un autre élève :

Chloé : Comme tu l'as bien fait!!! Tu l'as mis où ? **Exactement... ici**

Elle montre avec la souris et elle clique sur un point qui ne se trouve pas vraiment au milieu des deux points de la carrosserie.

Chloé : Et comment tu peux **le savoir le centre** ?

Chloé veut être sûre que ce point, que son camarade a construit, soit bien « au centre » et que la construction est correcte.

Après plusieurs essais où elle fait encore des cercles qui ne lui plaisent pas par la taille ou le positionnement, Chloé décide d'explorer les outils disponibles dans le logiciel. Elle choisit alors l'outil « Distance ou longueur » et elle mesure la distance entre les deux points de la carrosserie.

Chloé : Distance ou longueur. De là, à... là. Il y a un centimètre 90! Entre ça! Bon allez, je vais essayer de trouver un centimètre 90.

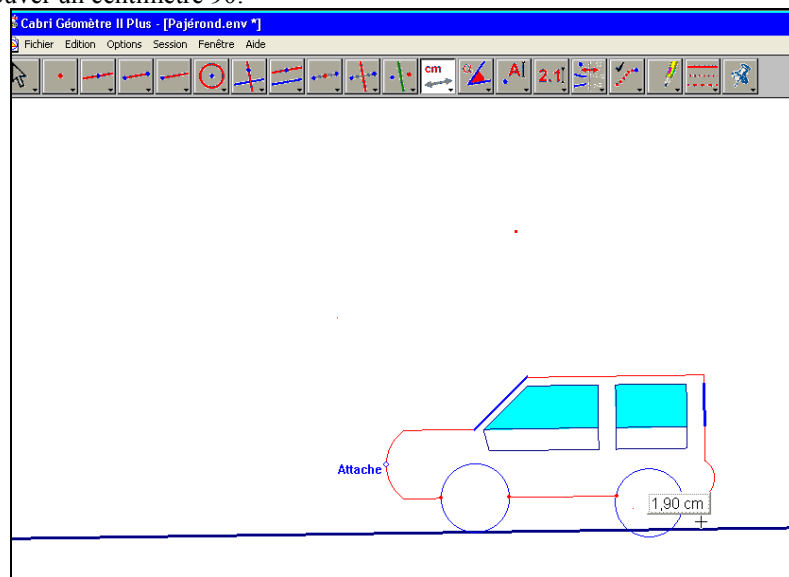


Figure 9. Chloé mesure la distance entre les deux points visibles de la carrosserie

On voit apparaître pour la première fois l'utilisation de la mesure comme un moyen pour contrôler leur travail en géométrie.

Chloé montre à l'élève qui lui avait expliqué comment déplacer la droite sur laquelle se trouve Pajérond et comment la mettre à plat. Elle attrape et déplace la droite, le cercle qu'elle avait tracé reste statique mais ça ne la gêne pas, puis elle replace la droite comme elle était auparavant.

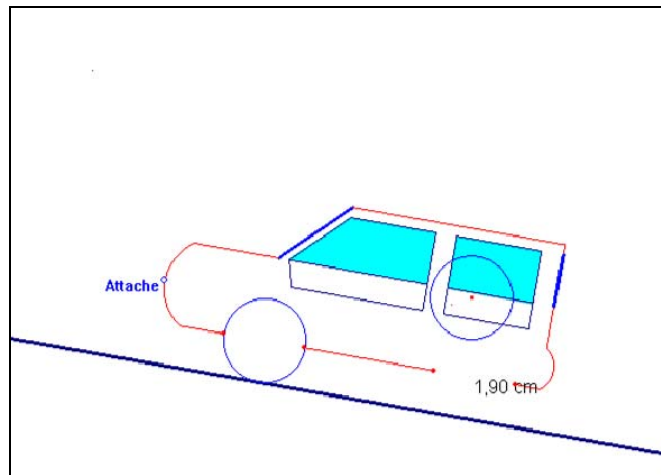


Figure 10. Chloé déplace la droite sur laquelle se trouve la voiture, mais elle n'invalide pas sa construction

Pendant la phase collective, un élève vient montrer la construction du milieu, en traçant d'abord le segment qui joint les deux points de la carrosserie, puis utilisant l'outil « Milieu », en cliquant sur le segment. L'enseignant explique que ce milieu va servir de centre du cercle.

Un autre élève vient alors manipuler l'ordinateur vidéo-projeté et il construit le cercle : il approche la souris et le logiciel propose « ce point comme centre », puis il choisit la taille qui convient visuellement, utilisant le schème de tracé par ajustement visuel. Le déplacement de la voiture ne permet pas ici l'invalidation du tracé au jugé, mais l'objectif mathématique étant la construction du milieu, cette stratégie ne peut pas être considérée comme fausse.

Après cette phase collective, Alex reprend la construction et essaye de construire le milieu directement sans passer par la construction du segment comme ça avait été fait dans la phase collective. Il essaye donc de cliquer sur les deux points directement, mais comme il ne réussit pas, il décide finalement de tracer le segment, puis il clique sur chacun des deux points d'attache en faisant bien attention de cliquer au bon endroit, puis il construit le cercle en cliquant bien au milieu du segment, puis il utilise le schème du « tracé au jugé » pour décider la taille du cercle.

Il attrape le point d'attache et il déplace la voiture pour vérifier que la roue reste bien attachée à la voiture et valider sa construction.

Chloé et Alex ne sont donc pas arrivés à dépasser la stratégie de base, ils en sont restés à essayer de construire un cercle dont le centre devait être « bien au centre » et dont la taille devait s'ajuster pour que le cercle passe visuellement par les deux points visibles de la carrosserie que Célia a bien remarqués. Le schème « déplacer un point pour tester une construction » a été introduit et bien qu'ils aient réussi à invalider une première fois, ils ont plus de mal ensuite à invalider leur construction.

1.3 « Sur quel objet ? »

Dans cette situation, Alex et Chloé sont séparés, l'un est émetteur et l'autre récepteur, puis ils inversent les rôles. Alex réussit mieux à identifier la trajectoire des points qu'il doit déplacer, et bien que sa construction ne soit pas correcte, d'après son message nous pouvons penser qu'il a identifié des trajectoires rectilignes. Il reconnaît que l'une est un segment mais n'arrive pas à l'identifier à une droite dans l'autre trajectoire. Chloé, en revanche, ne construit pas le schème « d'identification de l'objet-trajectoire » et n'arrive à envisager que certaines positions statiques d'un point.

Alex commence en tant qu'élève A émetteur, Chloé est alors réceptrice du message :
Il attrape le point E et il le déplace.

L'enseignant : Fais bouger ton point rouge!

Alex attrape le point rouge et il le déplace, en essayant au début de le déplacer en faisant des cercles, puis il suit le mouvement rectiligne du point rouge, en suivant la direction de la droite (DB) et en essayant de le faire aller au-delà de ses limites. Alex utilise donc la deuxième règle d'action du schème d'identification de la trajectoire pour pouvoir définir quelle est la trajectoire du point.

L'enseignant : Tu observes quel est son déplacement. Est-ce qu'il peut aller n'importe où ou pas ?

Alex : Non!

L'enseignant : Eh bien tu as observé... et après tu dois construire sur quel... sur quoi il se déplace.

Alex choisit l'outil "Segment" et l'enseignant lui dit : « Voilà! »

Alex : Segment

Il essaye de cliquer sur le point D, mais finalement clique sur A puis sur D, et construit le segment [AD], puis le segment [BD]. Il utilise donc la stratégie « avec les points bleus ».

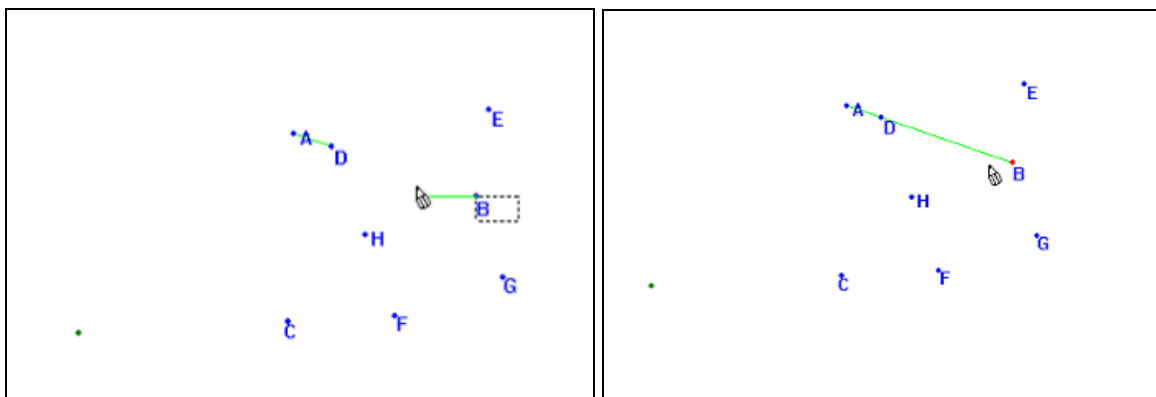


Figure 11. Il construit d'abord le segment [AD], puis le segment [BD]

Il attrape le point vert et cette fois-ci il ne cherche pas à explorer le mouvement du point, il adopte un mouvement rectiligne immédiatement en se laissant guider par le mouvement du point. Il le déplace et lorsqu'il passe par le point F et par le point C, il le fait lentement, en vérifiant que le point vert passe bien par le point F et par le point C. Il utilise donc le schème de « vérification que la trajectoire passe par les points » C et F.

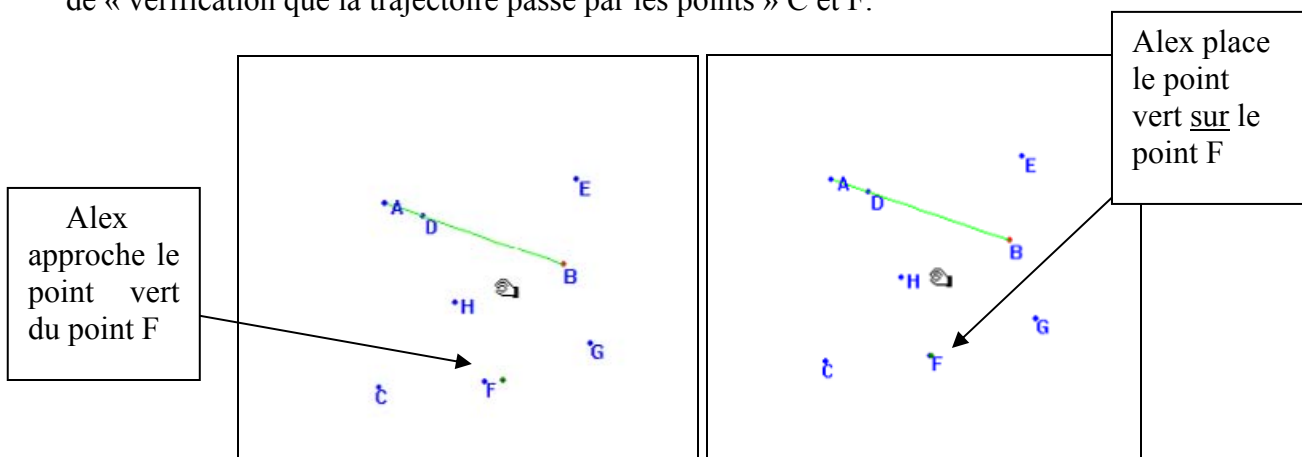


Figure 12. Il approche lentement le point vert du point F, puis il le place au dessus pour vérifier

Alex construit le segment [CF] et il écrit dans son message :

➤ **Laisser un message**

Ecris un message pour l'élève B avec qui tu travailles.
 Explique-lui comment construire ces deux objets, à partir des points bleus.

tu dois tracer un "segment" [D.B.] et un autre cur (sur) [C.F.]

Figure 13. « Chloé tu dois tracer un "segment" [DB] et un autre cur (sur) [CF] »

Nous pensons que l'utilisation de « sur [CF] », au contraire du « "segment" [DB] », indique l'identification d'une trajectoire rectiligne qui passe par les points C et F, mais qui ne se limite pas au segment [CF]. Bien que dans sa construction Alex ait construit les segments [AD] et [DB], il ne décrit dans son message que [DB].

Alex utilise donc la stratégie « avec les points bleus » pour construire les deux objets géométriques qu'il identifie : dans le premier cas, il construit les segments [AD] et [DB], mais il décrit correctement le « "segment" [DB] » ; dans le deuxième cas, il identifie la trajectoire rectiligne, mais il ne l'associe pas à la droite (CF) mais construit le segment [CF] ; dans son message il décrit « un autre (segment) cur (sur) [CF] ». Il n'utilise pas le déplacement pour valider sa construction.

Chloé reçoit le message d'Alex, elle le lit : « Chloé tu dois tracer un segment [DB] et un autre [CF] ».

Elle choisit l'outil « Segment » et elle construit le segment [DB], qui se met en bleu, et le segment [CF].

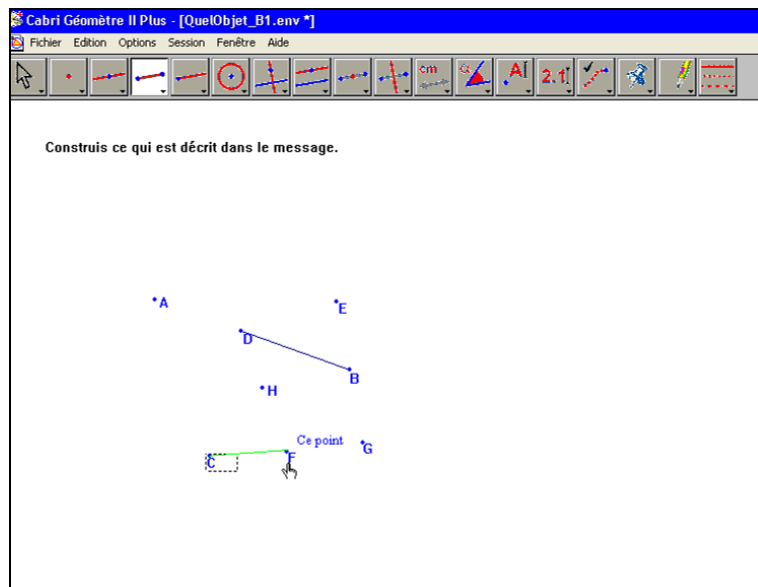


Figure 14. Chloé construit les segments [DB] et [CF]

Alex et Chloé se réunissent dans la phase de validation, pour vérifier que Chloé a bien construit ce qu'Alex lui avait demandé :

Alex : C'est juste!

Chloé : Ouais je sais

Ils appellent l'enseignant pour lui demander ce qu'ils doivent faire après :

L'enseignant : Est-ce que vous êtes d'accord ?

Alex et Chloé au même temps : Oui!

L'enseignant : C'est tout bon! Ça a marché ? C'était bien le bon point ? Alors tu (Alex) vas lui montrer parce qu'elle a pas vu elle le point rouge et le point vert. Montre-lui les deux points.

Alex colore les segments [DB] et [CF], au lieu de montrer à Chloé le fichier avec les points rouge et vert. Il n'y a donc pas d'invalidation faite.

Alex et Chloé changent de rôles et comme Chloé n'a pas construit le schéma de visualisation de la trajectoire, elle n'arrive pas à identifier la trajectoire des points qu'elle déplace.

Chloé commence par attraper le point rouge et elle le déplace. Au début elle essaye d'aller un peu partout dans l'écran, elle essaye de le déplacer vers les côtés mais le point rouge ne se déplace que sur une trajectoire rectiligne qui est presque sur une verticale. Elle décide alors de se laisser guider par la trajectoire du point.

Elle s'arrête et relit la consigne, mais elle ne comprend pas très bien ce qu'elle doit faire. Elle attrape à nouveau le point rouge et le déplace en suivant un mouvement rectiligne et en observant les limites du déplacement (le point rouge se déplace sur la demi-droite [fa)). Elle utilise donc la deuxième règle d'action du schéma d'identification de la trajectoire.

Chloé cherche dans les outils disponibles et elle choisit « Distance ou longueur » et mesure la distance entre le point e et le point vert : 0,49cm

Chloé : 49 millimètres

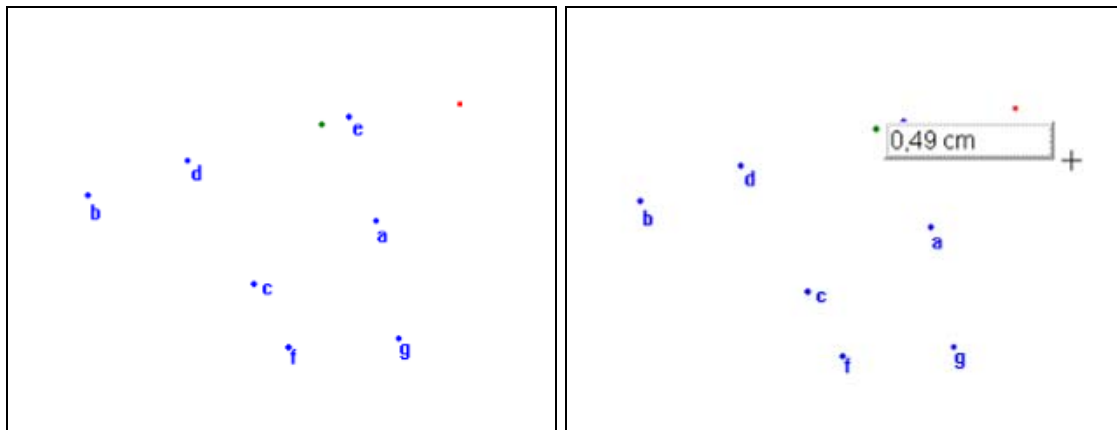


Figure 15. Chloé mesure la distance entre le point e et le point vert

On voit donc apparaître le besoin de Chloé d'utiliser la mesure pour pouvoir caractériser la position relative de ces points.

Chloé appelle l'enseignant :

Chloé : Madame on a le droit de faire comme ça ?

L'enseignant : Tout ce que tu veux t'as le droit!

Elle mesure la distance entre le point e et le point rouge : 1,93cm.

Chloé dit qu'elle a fini, l'observateur lit son message :

L'observateur : Tu crois que c'est bien ça ?

Chloé : Ben j'ai regardé, j'ai mesuré

L'observateur : Et... Mais ils te disent « où est-ce qu'ils se déplacent... le point rouge et le point vert »

Chloé : Oui mais ils me disent « Construis ces objets »

Pour Chloé « Construis ces objets » veut dans doute dire « Construis ces points », elle cherche donc à caractériser leur position et non pas à la trajectoire qu'ils décrivent :

L'observateur : Oui... ben en fait il faut lui dire où est-ce qu'il se déplace le point vert, parce que regarde (en déplaçant le point vert) moi je peux le bouger! Et c'est pas la même mesure que tout à l'heure!

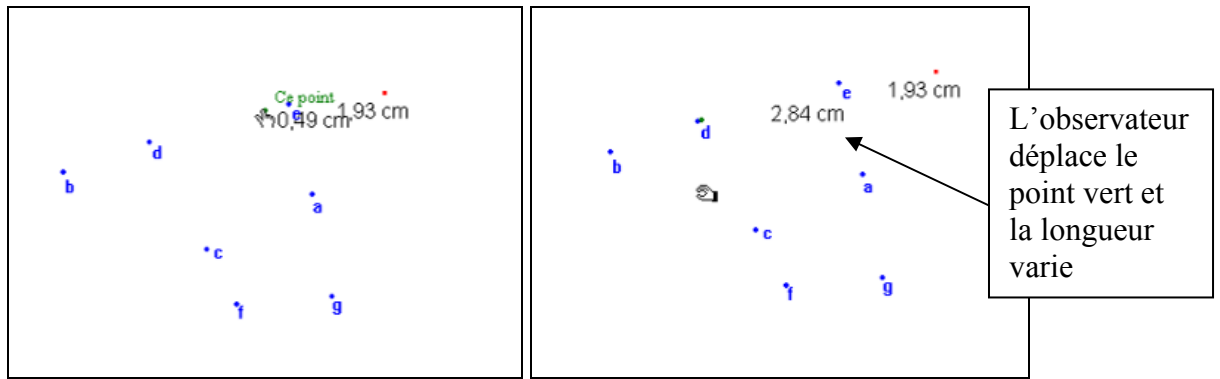


Figure 16. L'observateur montre à Chloé que si l'on déplace le point vert, la mesure entre le point vert et le point e varie

Chloé : Ah ouais!

L'observateur : Ah ouais! Donc ça sert pas en fait ces mesures (l'observateur les efface). Moi ce que je veux... moi ce que je veux savoir c'est où est-ce qu'il, où est-ce que je peux placer ce point vert, où est-ce que je peux placer le point rouge.

Chloé : Je peux placer le point rouge entre F et quoi... entre F et l'infini ?

Chloé attrape à nouveau le point rouge et elle le déplace.

Une autre élève l'aide :

Saïda : Déplace-le et regarde ce que ça fait

En déplaçant le point rouge :

Chloé: **Sur la ligne F**

Saïda : (AF)

Chloé : Au dessus, au dessus du **trait**...

Mais l'enseignant leur dit de ne pas s'aider mutuellement

Chloé : Au dessus du point A ?

Chloé écrit dans son message :

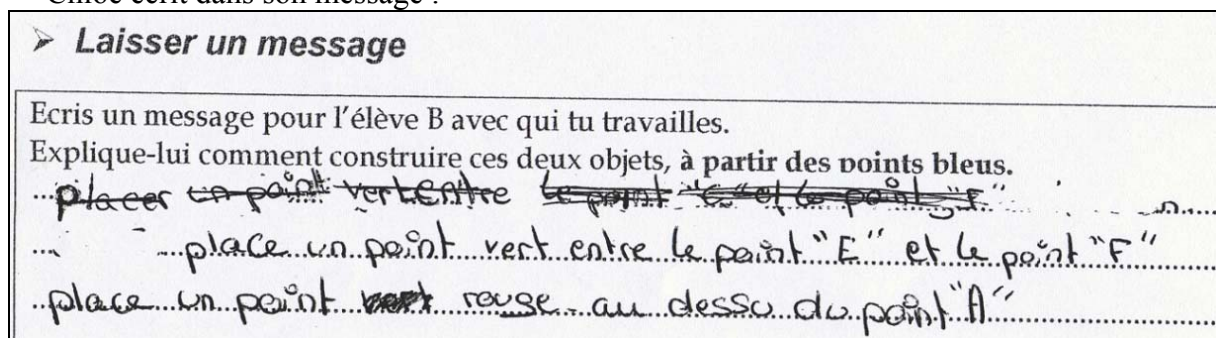


Figure 17. « Place un point vert entre le point "E" et le point "F" ; place un point rouge au dessus(s) du point "A" ».

C'est donc une description statique d'une position des points rouge et vert à un moment donné.

On voit donc que Chloé arrive à reconnaître une trajectoire rectiligne qui dépend du point F, puisqu'elle parle de « **ligne F** » et de « **trait** ». Elle ne construit pas d'objet géométrique représentant la trajectoire et dans son message elle donne une description spatio-graphique, en indiquant la position du point rouge « au dessus du point A » et du point vert « entre le point E et le point F » à partir des points bleus. Elle essaye de caractériser une position statique des points par la mesure, mais sa stratégie est invalidée. Chloé n'arrive donc pas à construire le schème de visualisation de la trajectoire.

Alex reçoit le message de Chloé et il le lit mais ne le comprend pas, alors il le relit :

Alex : « Place un point vert entre le point "E" et le point "F" », entre le point E et le point F...

Il place un point au jugé entre le point e et le point f. Puis, il le colore en vert.

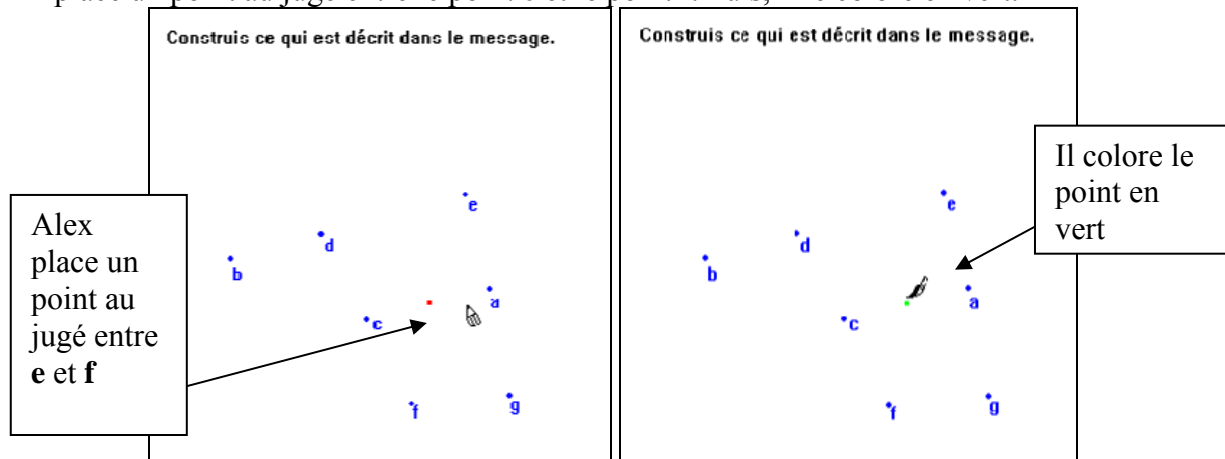


Figure 18. Alex place un point « entre e et f »

Alex : « Place un point rouge au dessous du point "A" »

Alex lit « au dessous » au lieu de « au dessus », alors il place un point au jugé au dessous du point a.

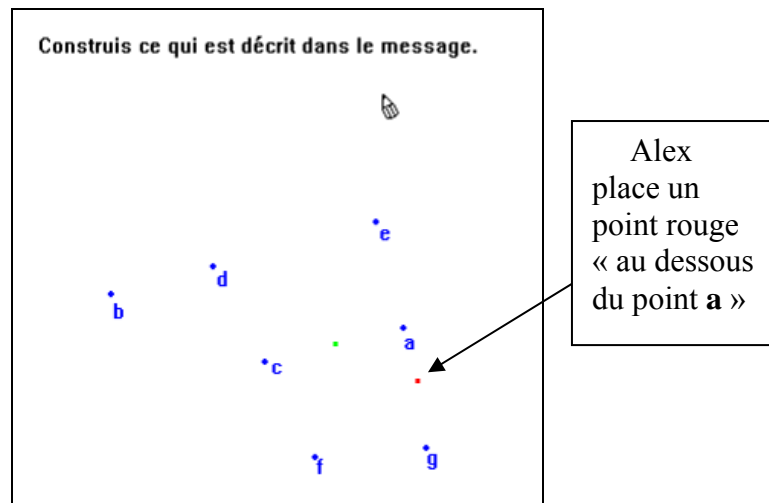


Figure 19. Alex place un point « au dessous de a »

Alex : C'est bon madame j'ai fini!

Le message paraît donc satisfaire Alex, il l'exécute tel que Chloé lui a dit de le faire. Le temps est fini.

On voit donc que Chloé arrive à reconnaître une trajectoire rectiligne qui dépend du point F, puisqu'elle parle de « **ligne F** » et de « **trait** ». Elle ne construit pas d'objet géométrique représentant la trajectoire et dans son message elle donne une description spatio-graphique, en indiquant la position du point rouge « au dessus du point A » et du point vert « entre le point E et le point F » à partir des points bleus. Elle essaye de caractériser une position statique des points par la mesure, mais sa stratégie est invalidée. Chloé n'arrive donc pas à construire le schème « d'identification de l'objet-trajectoire ».

Alex identifie deux trajectoires rectilignes et il utilise dans les deux cas une stratégie « avec les points bleus ». Dans le premier cas, celui du segment [DB], il trace le segment [AD] et le segment [DB] et dans son message ne décrit que le deuxième correctement ; dans le deuxième cas par contre, celui de la droite (CF), il construit seulement le segment [CF].

I.4 « Toujours/parfois vrai »

Cette situation permet d'introduire de manière explicite le principe-en-acte de conservation des phénomènes perceptifs en géométrie dynamique. Les élèves doivent explorer trois figures qui semblent avoir les mêmes propriétés géométriques de manière statique. Ils devront donc utiliser le déplacement pour décider de la validité des propriétés en question, pour trouver des contre-exemples leur permettant d'invalider une propriété jugée vraie a priori.

Alex et Chloé commencent par explorer la figure bleue (1).

Au début, Chloé et Alex ne lisent pas bien la consigne et ils essaient de trouver une configuration dans laquelle l'angle \widehat{AGF} soit droit. Ils utilisent le schème « d'ajustement pour satisfaire une condition » et ils déplacent le point D et le point A, mais ils n'y arrivent pas.

Chloé : On peut pas en faire un

Ils continuent à essayer, en essayant de déplacer B, C, puis ils déplacent F. Ils appellent alors l'enseignant qui leur explique qu'il faut regarder l'angle formé par les droites (GD) et (BC) :

L'enseignant : Alors, comment tu le sais ça ?

Alex : Parce que regardez là, c'est pas droit là. Ça et ça, ça fait pas 90 degrés!

L'enseignant : Ouais mais dit-donc c'est celles-là les droites qu'on regarde!

Alex : Ah mais c'est celles-là ?

L'enseignant : Tu vois c'est pour ça que je te dis de mettre des stylos. (DG) c'est celle-là, (DG). Et (BC) c'est celle-là, (BC).

Chloé : Mais on doit laisser comme ça ?

L'enseignant : Bon ben c'est pour ça que vous devez répondre. Ah! On doit les laisser comme ça c'est une bonne question ça! Je sais pas, justement...

Mais au lieu de décider de la validité de l'angle droit formé par (DG) et (BC), ils vont essayer de déterminer si (DG) et (EF) sont parallèles :

Alex : (DG) et (EF)... (DG) et (EF)...

Chloé : ça ça forme un angle droit ?

Alex : (DG) et (EF)

Chloé : Elles sont parallèles ou pas ? Moi je crois pas... sont-elles parallèles ?

L'enseignant : Bon... et ces deux là, (DG) et (EF)...

Chloé : Non moi je dirais non...

Alex : (DG) et (EF) c'est ça...

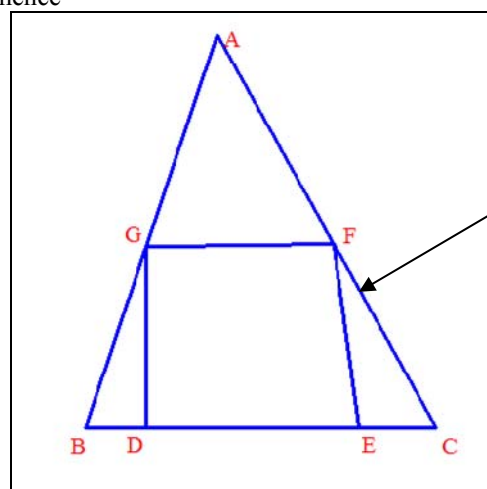
L'enseignant : Alors (DG), c'est une seule droite (en la montrant avec la souris) (EF) c'est laquelle ? Montre... Voilà! Est-ce qu'elles sont parallèles ?

Alex : Ben non!

Chloé : Ben là tu vois, c'est pas tout à fait droit, tu vois ?

Alex : Non parce que t'as déplacé la figure...

Chloé : Attends je recommence



Le segment [EF] n'est pas complètement vertical

Figure 20. « C'est pas tout à fait droit, tu vois ? »

« C'est pas tout à fait droit » peut ici faire référence au fait que le segment [EF], puisque le point F a été déplacé, n'est plus vertical comme avant, alors que [GD] oui :

<i>Figure Bleue</i>	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?		il y a un petit biais de déplacement du point.
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	oui non	X le point Fe

Figure 21. Sur leur fiche ils marquent « non » à la question (DG) et (EF) parallèles ?

Alex ne s'est pas encore approprié le principe-en-acte de conservation des phénomènes perceptifs en géométrie dynamique, alors son argument est que la droite « n'est pas droite » parce Chloé l'a déplacée. Alors ils décident de fermer le fichier et de recommencer avec la figure initiale.

Ils continuent avec la figure verte, mais ils ne déplacent pas pour vérifier la validité des propriétés :

Chloé : La figure verte... (DG) et (BC) elles sont parallèles ? (DG) et (BC)...

Alex la corrige

Chloé : Ouais perpendiculaires pardon... Comment on peut savoir s'il y a un angle droit ?

Alex : Ben regarde! C'est logique!

Chloé : Ouais

Ils ne déplacent donc pas et ils répondent oui à (DG) et (BC) perpendiculaires (le non a dû être rajouté après) et oui à (DG) et (EF) parallèles.

<i>Figure Verte</i>	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	oui non	le point D
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	oui	le point G

Figure 22. Ils répondent « oui » à (DG) et (EF) parallèles et « oui » à (DG) et (BC) perpendiculaires

Ils continuent tout de suite avec la figure rose et là ils déplacent :

Chloé : Bon la figure rose... Oh mais normalement si elles sont parallèles, **on peut pas bouger les points!**

On voit donc que Chloé essaye de vérifier la validité des propriétés géométriques et qu'elle a construit un théorème-en-acte :

« Si deux droites sont parallèles, alors on ne peut pas bouger les points »

Elle essaye de déplacer F et G, mais ils sont des points d'intersection non attrapables ; elle attrape et elle déplace D sur le segment [BC] :

Chloé : Alors que là (les segments [DG] et [EF] disparaissent) ils peuvent plus être parallèles. Ah si... Là **eux ils sont toujours parallèles en tout cas.** Après...

Alex : Alors c'est le point F... ben c'est le point D... ben c'est D et après c'est G

Chloé : Ben ouais de toute façon **dans tous les cas ça fera tout le temps un angle droit.**

Elle continue à déplacer le point D.

Chloé : Regarde, **dans tous les cas, de toute façon ça fera toujours un angle droit,** regarde!

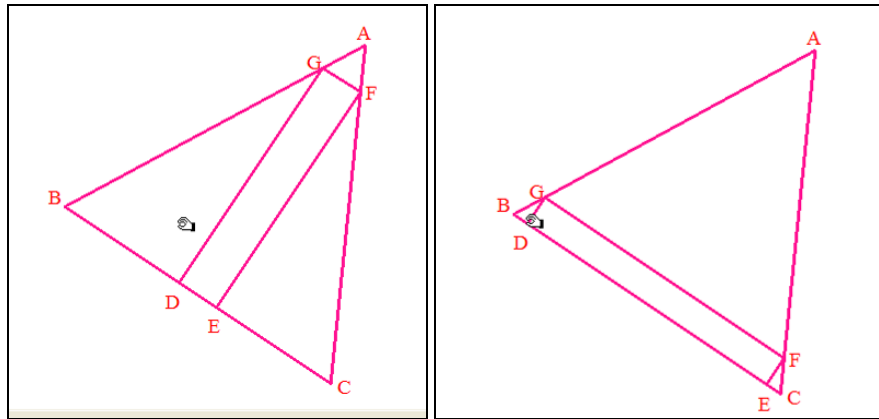


Figure 23. Chloé déplace le point D pour décider si (DG) et (EF) sont parallèles et si (DG) et (BC) sont perpendiculaires

Chloé valide donc la perpendicularité de (DG) et (BC) et le parallélisme de (EF) et (DG) .

Son utilisation de « toujours » et « dans tous les cas » montre que Chloé commence à construire le principe-en-acte de conservation des phénomènes perceptifs en géométrie dynamique: elles doivent être vraies « tout le temps », « dans tous les cas ».

L'enseignant organise une phase collective sous forme de débat, dans lequel le but est d'arriver à « en géométrie dynamique, une propriété géométrique est vraie si elle se conserve au cours du déplacement » et le contre-exemple : « si une seule fois la propriété n'est pas vérifiée, alors on dit qu'elle est fausse ».

Ils écrivent dans le cahier :

En mathématiques, pour qu'une propriété soit vraie il faut qu'elle le soit toujours, dans tous les cas. Si une seule fois, la propriété n'est pas vérifiée, alors on dit qu'elle est fausse.

L'enseignant leur demande de reprendre la fiche et les figures sur lesquelles ils avaient déjà travaillé et de vérifier leurs réponses. Elle leur demande d'écrire dans la ligne grisée de la fiche : « Est-ce que les droites (GF) et (BC) sont parallèles ? ».

Ale et Chloé reviennent sur la figure rose. Ils déplacent les points D, puis ils essayent de déplacer le point F, le point E, le point B, puis ils attrapent et ils déplacent le point A.

Chloé : **Il est pas parallèle, parce que si on le bouge...**

On voit donc que Chloé fait ici une inférence à propos des droites (GF) et (BC) : elles ne sont pas parallèles parce que si on déplace, on peut trouver une position dans laquelle elles ne sont pas parallèles.

Chloé donne la souris à Alex pour qu'il manipule :

Chloé : Tiens toi, tiens la souris

Alex : Tu voulais en faire quoi ?

Chloé : Ben ch'ais pas, t'essaye...

Alex : Tu veux que j'essaye quoi ?

Chloé : Tu, tu dis si t'arrives à... si par exemple (DG) et (BC) sont parallèles ou sont perpendiculaires...

Alex : (BC)

Chloé : Non! Oui, (BC) et (DG) sont perpendiculaires et si (DG) et (EF) sont parallèles

Alex : Ah oui! Puisque... (BC) et (DG) ben il y a un angle, un angle droit

Chloé : Oui **mais si tu le bouges ?**

Chloé a donc bien compris que pour être sûr si une propriété géométrique est vraie ou non, il faut qu'elle se conserve au cours du déplacement, elle s'est approprié le principe-en-acte de conservation des phénomènes perceptifs en géométrie dynamique introduit dans la phase collective.

Alex essaye de déplacer des points de la figure, mais il a l'air de déplacer sans avoir un objectif particulier, il utilise donc le déplacement sans finalité mathématique et ceci ne lui permet pas d'en tirer des conclusions à propos des propriétés de la figure. Il déplace sans observer les invariants ou les variations : il utilise le déplacement non finalisé mathématiquement.

Après quelques minutes Chloé lui demande :

Chloé : Bon t'as trouvé si c'était perpendiculaire ou pas ?

Alex : Quoi qui est perpendiculaire ? Perpendiculaire c'est quoi déjà ?

Chloé : Perpendiculaire c'est comme ça...

Alex : Ah avec un angle droit!

Chloé : Ouais...

Alex : Bon y a un angle droit, c'est logique!

Chloé : Ici, est-ce que y a un angle droit ?

Alex : Quand ? Comment ?

Chloé : Ici là! De, de (GD) et euh...

Alex : Comme ça là ?

Chloé : Comme ça! Ouais...

Alex : Ben oui! Regarde il est là!

Chloé : Bouge pour voir!

Alex essaye de déplacer le segment [DG] mais il n'arrive pas. L'observateur leur dit alors de déplacer le point D. Alex l'attrape et le déplace sur le segment [BC] très vite, Chloé lui demande alors d'aller plus lentement pour pouvoir observer la figure :

Chloé : Attends **c'est toujours perpendiculaire ou pas** ? Attends fais doucement, doucement!

(Alex utilise alors le cinéma-déplacement pour déplacer lentement le point D) C'est perpend, **c'est toujours un angle droit** ?

Alex : Ben oui! **Toujours un angle droit.**

Ils évaluent perceptivement la conservation de la perpendicularité et la valident. Ils écrivent : Oui (BC et DG perpendiculaires) et ils ont déplacé D.

<i>Figure Rose</i>	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	<i>Oui</i>	<i>Le D</i>
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?		

Figure 24. (DG) et (BC) sont parallèles « toujours »

Alors que dans la situation « Sur quel objet ? » Chloé avait eu plus de mal à comprendre la tâche, à construire les schèmes qui lui permettaient de la résoudre, dans « Toujours/parfois vrai » c'est elle qui comprend qu'il faut utiliser le déplacement pour décider de la validité des propriétés géométriques en question. On voit donc une évolution dans la genèse instrumentale du déplacement chez Chloé.

Alex, au contraire, ne s'est pas approprié pas le principe-en-acte de conservation des phénomènes perceptifs en géométrie dynamique. Il veut décider uniquement à partir du dessin initial si les droites sont parallèles ou perpendiculaires et lorsqu'il déplace, il n'attribue aucune signification au déplacement, mais utilise le déplacement non finalisé mathématiquement, alors qu'il avait compris le déplacement comme générant une trajectoire.

1.5 « Construire le symétrique »

Cette situation comporte trois phases : une phase de construction, dans laquelle le but est d'utiliser l'outil du logiciel pour obtenir directement le symétrique d'un point et utiliser le déplacement pour observer les variations du point M et son image par une symétrie axiale,

afin de caractériser les relations géométriques qui lient un point et son symétrique. Puis, les élèves doivent utiliser ces relations pour construire le symétrique en papier crayon et en Cabri-géomètre.

Alex et Chloé ne commencent pas par utiliser l'outil du logiciel, mais par la stratégie de base pour construire le symétrique d'un point : ils tracent une droite (d) et un point M n'appartenant pas à (d).

Chloé : « Construire le symétrique du point M par rapport à la droite (d) »... Ah c'est bon j'ai compris! Il faut construire le symétrique.

Elle choisit l'outil « Distance ou longueur » et elle mesure la distance du point m à la droite (d) (le logiciel la fournit directement : 2,34 cm).

Puis elle utilise le schème d'usage du « tracé au jugé » pour placer un point de l'autre côté de la droite (d) à la verticale de m.

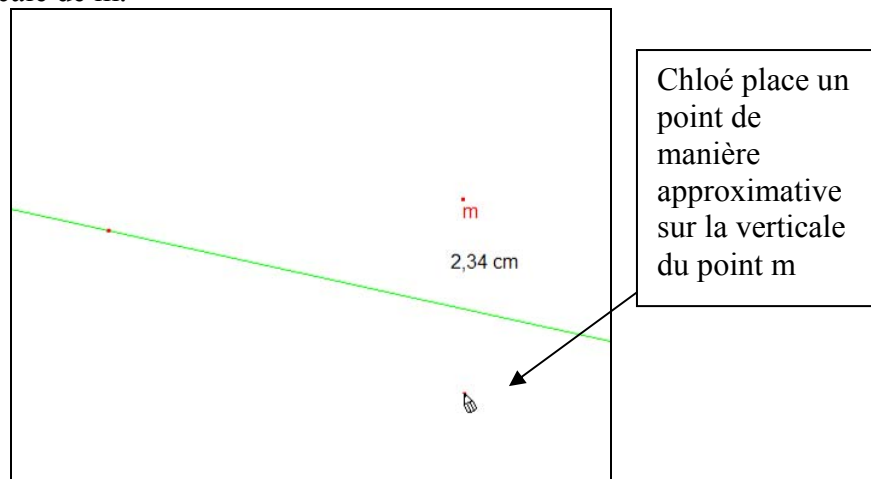


Figure 25. Chloé place un point approximativement où elle pense que le symétrique devrait se trouver

Elle utilise alors le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure ».

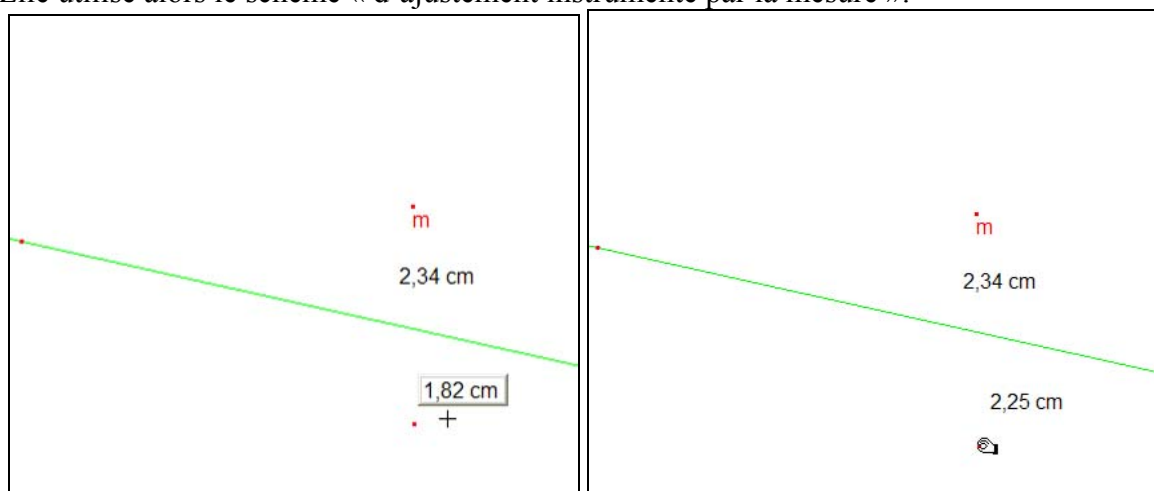


Figure 26. Chloé attrape le point placé afin d'obtenir la même distance des deux côtés

Comme elle a beaucoup de mal à le faire, elle l'efface et recommence.

Elle se rend compte que la stratégie utilisée n'est pas facile, alors elle essaye d'utiliser un outil du logiciel, et choisit l'outil « Milieu ». Elle essaye de construire le milieu d'un point qui appartient à la droite (d) et de M, mais ça ne lui convient pas.

Alex et Chloé essayent à nouveau avec la stratégie de base, en plaçant un point de manière perceptive, mesurant sa distance à la droite (d) et en ajustant sa position par déplacement.

L'enseignant passe dans les groupes en rappelant aux élèves d'explorer les outils proposés par le logiciel.

Ils utilisent à nouveau le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure ».

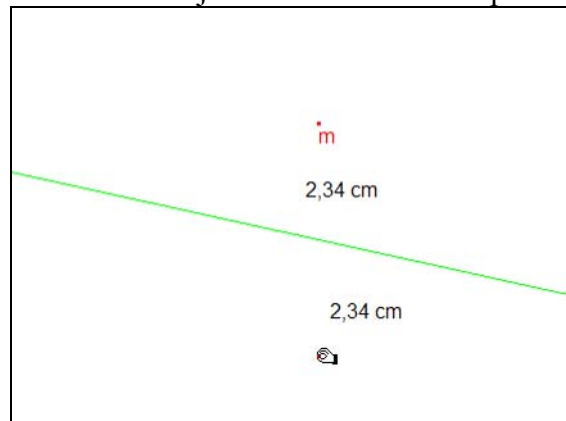


Figure 27. Ils utilisent le « déplacement pour ajuster » pour obtenir la même distance des deux côtés

Chloé : Attends je vais essayer un truc

Elle choisit l'outil « Symétrie axiale », elle clique en créant un nouveau point, puis elle clique sur la droite (d) et ils obtiennent le symétrique du point par rapport à la droite (d).

Chloé : Ah mais c'est bon regarde! Il y avait déjà ça! On s'est embêté pour rien!

L'enseignant : Ah! Non seulement vous êtes comme tu dis embêté pour rien, mais peut-être que là... Vos deux points est-ce qu'ils sont vraiment symétriques ? Regarde voir ce qu'il te fait l'ordinateur, essaies de voir la différence.

Elle reprend l'outil « Symétrie axiale » et elle essaye de construire le symétrique de m en ne cliquant que sur la droite (d). Elle construit le symétrique de (d) par rapport à (d) puis le symétrique d'un point quelconque par rapport à (d). L'enseignant l'aide et elle réussit à construire le symétrique de m par rapport à (d). Mais aucune invalidation ne se fait, les élèves recommencent et le chercheur les guide dans la construction à l'aide des messages de l'ordinateur : « Ce point », « par rapport à cette droite ».

L'appropriation de l'outil « Symétrie axiale » n'est donc pas évidente pour Chloé et Alex, qui ne cliquent que sur une droite ou sur un point en espérant que le logiciel fasse le reste.

Chloé : Maintenant faut déplacer le point m, tu veux le faire ?

Ils attrapent et déplacent le point m.

Chloé : Alors, ce qu'on observe c'est que **ça reste toujours symétrique**.

Chloé continue à déplacer le point m en faisant des cercles ou en allant vers les côtés en restant toujours à la même distance de la droite (d).

Chloé : Le point M par rapport à la droite reste toujours symétrique. Alors tu marques le point M par rapport à la droite reste toujours symétrique.

Chloé remarque donc la conservation de la symétrie au cours du déplacement et commence à construire le schème de « dépendance entre ces deux points », bien que la formulation ne porte que sur un point, comme si la relation de symétrie ne liait pas deux points mais un point et une droite.

Ils attrapent le point m et le déplacent en le faisant passer d'un côté et de l'autre de la droite (d).

Chloé : Maintenant... « Déplace le point m pour que les points M et M (M')... soient confondus.

Qu'observes-tu ? ». Qu'est-ce qu'on observe à ton avis ?

Elle continue à déplacer le point M d'un côté et de l'autre de la droite (d) mais sans le laisser sur la droite.

Chloé : Ils sont quand même symétriques même si on les inverse. Ils sont quand même symétriques même si on les inverse. Ils... sont... toujours... sy... métriques... même si on... les... inverse.

SYMETRIE AXIALE : Construire

➤ **Utiliser l'Outil « Symétrie Axiale »**

Sur une nouvelle feuille, construis une droite (d) et un point M qui ne lui appartient pas.

Construis le symétrique du point M par rapport à la droite (d). Nomme ce point M'.

Déplace le point M, la droite (d) et le point M'. Qu'observes-tu? *de point M... tout le temps*

symétrique.....

Déplace le point M pour que les points M et M' soient confondus. Qu'observes-tu? *Il reste*

toujours... symétrique... Même... si on le inverse...

Figure 28. Réponses données par Alex et Chloé aux deux premières questions

Chloé remarque donc non seulement la dépendance des points, mais la conservation de la symétrie, sans justifier sur quels critères elle s'appuie.

Alex et Chloé doivent maintenant tracer la droite (MM') et constater les variations de (d) et (MM') pour donner une caractérisation géométrique de ces deux droites. Puis on leur demande de construire I, le point d'intersection de (MM') et (d) et d'observer les variations.

Chloé : Est-ce que t'as compris le deuxième ?

Ils appellent l'enseignant pour demander de l'aide.

Chloé : On n'a pas compris le point « Observer », en fait, « Construis la droite... »

L'enseignant : Bon alors, construisez la droite (MM') déjà. Tu traces une droite qui passe par M et par M'.

Chloé : Alors je mets ça et ça ?

L'enseignant : Par le M et le M'.

Chloé se trompe au moment de construire la droite (MM') et elle clique d'abord sur un point quelconque, puis sur M'. Au lieu d'effacer et de recommencer, elle déplace le point M et elle ajuste M et M' de manière à ce que la droite tracée passe visuellement par M et M'.

L'utilisation du schéma « d'ajustement pour obtenir une condition » est ici fondée sur l'invariant opératoire « une droite qui passe par un point dans une position donnée, passe toujours par ce point », ce qui montre la difficulté de construire le principe-en-acte de conservation des phénomènes perceptifs en géométrie dynamique.

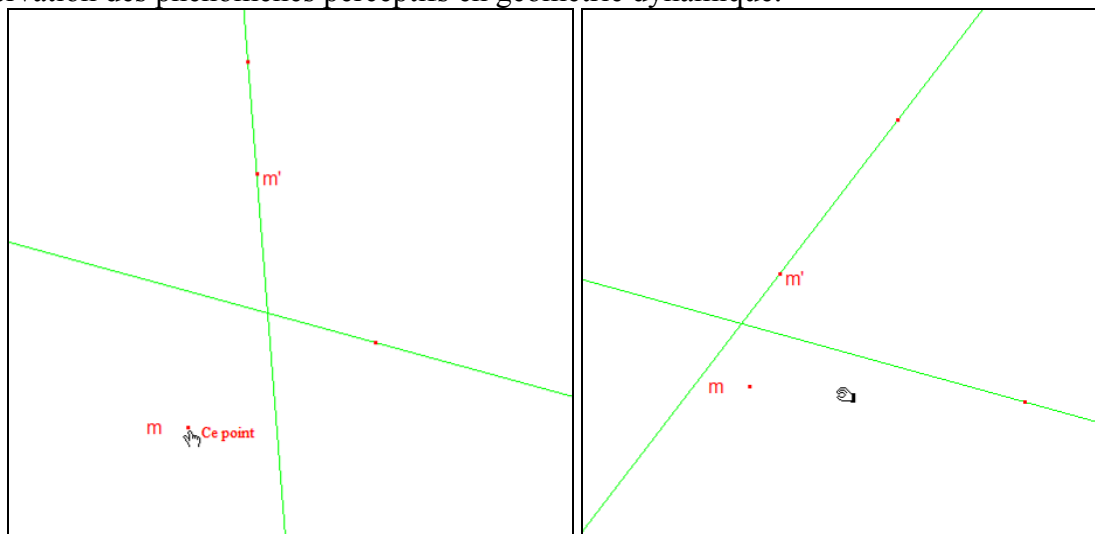


Figure 29. Chloé utilise le déplacement pour ajuster la droite tracée sur les points M et M'

Chloé : Voilà! Pile! Après...

Mais après avoir lu la consigne (Construis la droite (MM')). Déplace le point M et la droite (d) . Qu'observes-tu sur (MM') et (d) ? La droite (MM') coupe la droite (d) en I . Qu'observes-tu sur I et $[MM']$?), elle efface la droite et elle la reconstruit en passant par M et par M' . Nous pensons qu'elle a invalidé sa construction au jugé en lisant la consigne et sachant qu'elle devait déplacer une fois de plus le point M .

Elle essaye de déplacer le point M' mais n'y arrive pas. L'invariant opératoire portant sur les points non-atrapables n'a pas été encore acquis. Puis, elle attrape et déplace le point M en le faisant passer d'un côté et de l'autre de la droite (d) et en allant vers les côtés.

Chloé : Regarde ce que ça fait, ça... **On peut inverser mais ça reste dessus...**

Pour Chloé il paraît surprenant que les points « restent dessus » c'est-à-dire sur la droite qu'ils ont tracée, même lorsqu'on les fait passer d'un côté et de l'autre de la droite, alors que la droite a été tracée à partir de ces points.

Elle attrape et elle déplace le point M et elle le place sur la droite (d) en le superposant avec M' , mais elle ne fait aucune remarque.

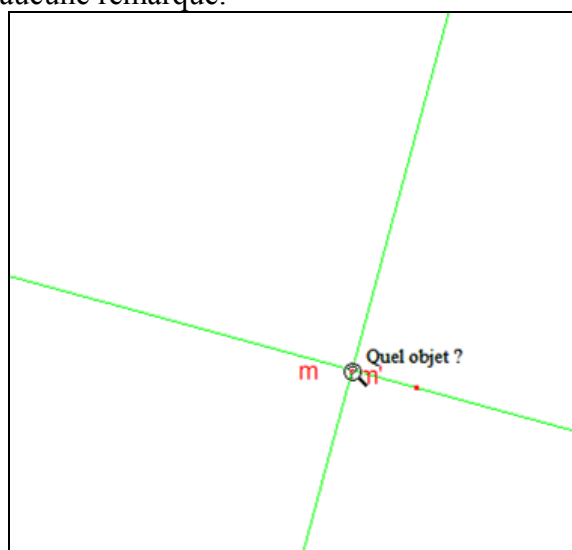


Figure 30. Chloé place les points M et M' sur la droite (d)

Chloé : Alors en fait, qu'observes-tu sur... Alors euh... la droite ne bouge... la droite bouge de droite à gauche... et les points... la droite... la droite bouge de droite à gauche... droite à gauche... et les points... partent sur la droite.

Ils n'arrivent donc pas à caractériser géométriquement les droites (MM') et (d) l'une par rapport à l'autre. Ils n'observent que des déplacements spatio-graphiques.

L'enseignant (à toute la classe) : Pour les observations, on attend de vous que vous disiez comment sont la droite (MM') et la droite (d) , comment elles sont l'une par rapport à l'autre et que vous disiez aussi où est placé le point I

Ils ne comprennent pas la suite, alors ils appellent l'enseignant :

Chloé : Madame nous n'avons pas de droite (I) ?

L'enseignant : Je n'ai ?

Chloé : Je n'ai pas de droite (I) ? Enfin nous n'avons...

L'enseignant : Non, tu as un point I , le point I est à l'intersection des deux, là! C'est à vous de le placer.

Ils construisent le point I à l'intersection de (MM') et de (d) .

Chloé : Alors... La droite (MM) , c'est ça... coupe la droite I , qu'observes-tu sur I , M ... **Faut que tu bouges le point I pour voir ce qui se passe.**

Alex essaye d'attraper et de déplacer le point I mais il n'y arrive pas. L'invariant opératoire portant sur les points non-atrapables n'a pas été encore acquis.

Chloé : Ah mais t'arrives pas... La droite (MM) ch'ais pas quoi... Faut observer ce qui se passe I et

M et l'autre M.

Alex attrape le point M et il le déplace, au début il le déplace en s'approchant de la droite (d) et en essayant de garder toujours la même direction, puis il explore un peu plus et il déplace le point M vers les côtés.

Chloé : Ben I reste toujours sur l'inter... sur l'intersection. Alors, le I reste... sur... l'intersection.

<p>➤ Observer</p> <p>Construis la droite (MM'). Déplace le point M et la droite (d). Qu'observes-tu sur (MM') et (d) ?</p> <p>.....</p> <p>La droite (MM') coupe la droite (d) en I. Qu'observes-tu sur I et [MM'] ? <i>I reste à l'intersection</i></p> <p>.....</p>
--

Figure 31. Chloé et Alex remarque « I reste à l'intersection »

Chloé n'observe que donc que la conservation de l'intersection des deux droites et le fait que I reste toujours à cette intersection.

Chloé : Maintenant faut expliquer la construction sur le cahier

Ils construisent sur le cahier un point, une droite (d) et le symétrique du point par rapport à cette droite.

Alex trace une droite en suivant presque une des petites lignes horizontales du cahier, puis, il trace une droite à peu près verticale, il place le point I à l'intersection des deux droites et il place deux points à peu près à la même distance de la droite horizontale. Il code l'égalité de longueur de IM et IM'.

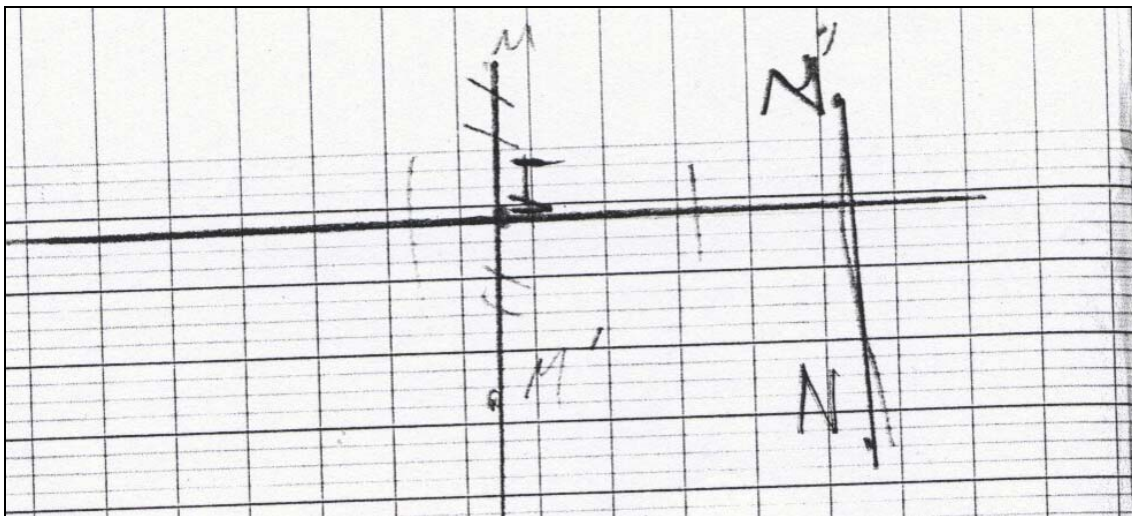


Figure 32. Construction du symétrique sur le cahier

Une fois la construction dans le cahier finie, les élèves doivent maintenant passer à la construction dans Cabri sans l'outil « Symétrie axiale » :

Alex : Je comprends pas quand il dit construire quand N' symétrique à N de M par rapport à (d).

L'enseignant : Alors on a un point N on veut trouver celui qui est en face, on n'a pas le droit à l'outil « Symétrie axiale », il faut trouver par d'autres moyens.

Alex : Mais...

L'enseignant : Sans l'outil de l'ordinateur

Alex : Avec un autre...

L'enseignant : Avec d'autres outils de l'ordinateur mais pas celui-là, celui-là on n'a pas le droit de l'utiliser.

Chloé : T'as compris ? J'ai pas compris moi!

Alex : Tu fais un point sans la... le...

Chloé : Sans le.. ah ouais ok! Alors faut faire un point N...

Elle construit un point N quelconque.

Chloé : Eh ben on va faire **à la bonne méthode**...

Elle utilise la stratégie de base, en utilisant le schème d'usage de « tracé au jugé » d'un point de l'autre côté de la droite (d), puis le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure ».

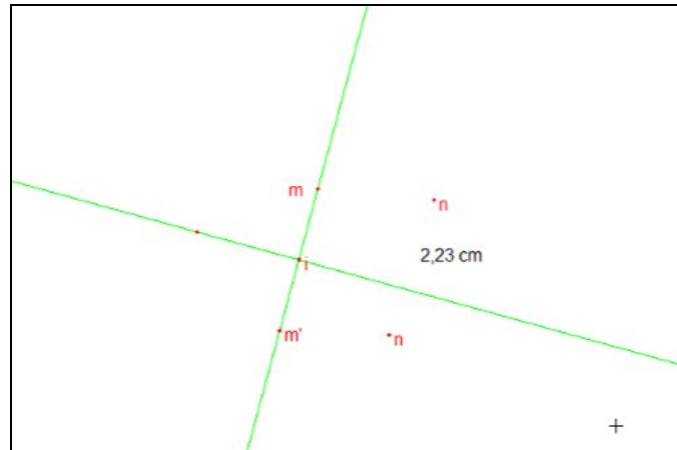


Figure 33. Ils placent « le symétrique » de manière perceptive

Chloé demande de l'aide pour nommer ce point N', alors l'observateur profite pour invalider leur construction :

L'observateur : Mais, il faut... Alors... Je vais vérifier...

Il utilise le schème du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement » pour montrer que s'il déplace le point N initial, N' reste statique.

L'observateur : Ah! **Quand je bouge le N, le N', il reste pas pareil!**

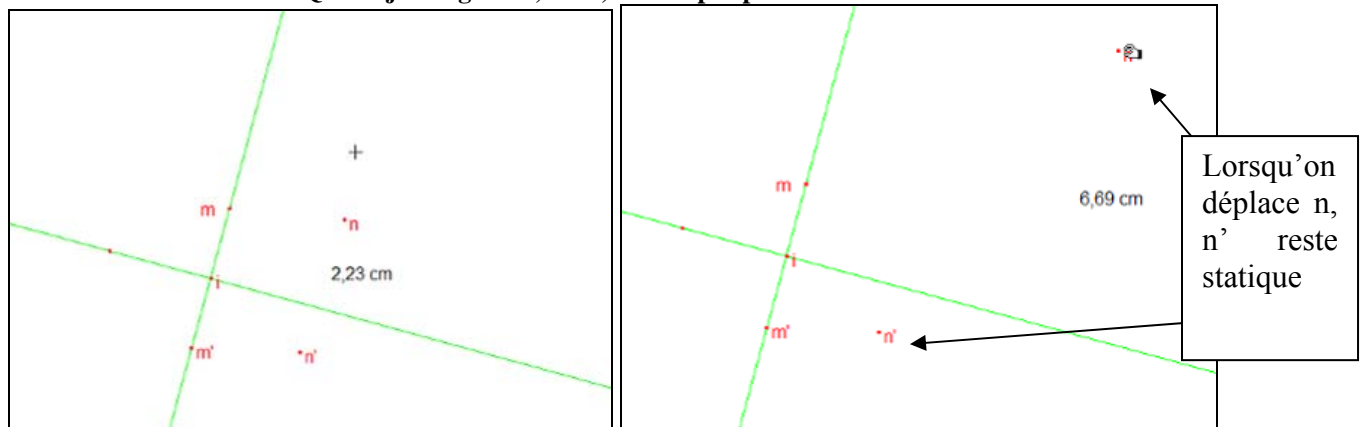


Figure 34. Lorsqu'on déplace le point N, N' reste statique

Le déplacement permet donc d'invalider leur construction. Comme dans la première partie ils ont pu constater la dépendance des points M et M' et construire le schème de dépendance, ils arrivent à invalider leur construction :

Chloé : Ouais! Faut que...

Chloé attrape et déplace le point N' qu'elle a construit au jugé.

L'observateur : Donc il faut...

Chloé : **Il faut l'attacher!**

L'observateur : Il faut arriver, exactement! (Il efface le point N') à le construire de manière à ce qu'il reste attaché. Comme quand je bouge le M... Quand je bouge le M, mon M' il bouge en même temps et ça bouge pareil!

Chloé : On peut faire avec des punaises ?

L'observateur : Non parce qu'on veut que ça bouge! On veut que ça bouge!

Chloé et Alex ne réussissent pas à trouver la stratégie qui convient. Dans la première phase, ils ont eu du mal à caractériser géométriquement les variations de (MM') , (d) et I au cours du mouvement et ils sont restés à une caractérisation en termes de dépendance et de conservation de la symétrie.

La stratégie de base, qui consiste à placer un point perceptivement où devrait se trouver le symétrique, mesurer la distance de la droite aux deux points et utiliser le déplacement pour ajuster et obtenir la même mesure des deux côtés, a été la seule stratégie qu'Alex et Chloé ont testée.

Grâce à la première phase, dans laquelle ils ont construit le schème de dépendance entre les points M et M' , ils ont pu invalider leur stratégie dans la troisième phase lorsqu'ils ont vu que N' ne se déplaçait pas au même temps que N . Chloé conclut alors : « Il faut l'attacher! ». Puisqu'ils n'ont pas associé de propriétés géométriques à la symétrie, ils ne peuvent pas les utiliser pour réaliser la construction sans l'outil « Symétrie axiale ».

1.6 « Rectangles à compléter »

Cette situation était la dernière de l'année et c'est une situation de construction dans laquelle on devait pouvoir juger l'état dans lequel se trouvent les élèves dans leur genèse instrumentale et en particulier, leur appropriation du déplacement pour valider une construction.

Alex et Chloé commencent par travailler sur le rectangle bleu (1) dans lequel ils doivent compléter un angle manquant. Leur première action consiste à choisir l'outil « Distance ou longueur » et mesurer les segments $[LE]$ et $[BL]$:

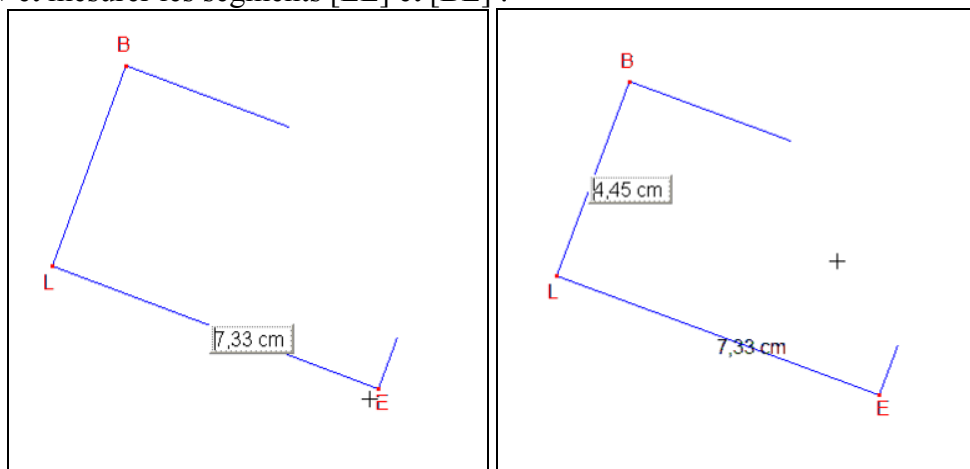


Figure 35. La première action de Chloé et Alex est de mesurer les côtés du rectangle

Chloé explique ce qu'elle veut faire :

Chloé : Je vais essayer de... De relier par le point en fait ici (elle montre avec la souris l'endroit où devrait se placer à peu près le quatrième sommet du rectangle BLEU), de mettre un point, enfin! Je sais pas encore comment! Pour euh... pour relier tout et que ça fasse la même mesure.

Leur stratégie va donc être contrôlée à tout moment par la mesure des côtés du rectangle.

Elle cherche dans les outils disponibles et elle essaye d'utiliser « Symétrie axiale », mais elle n'obtient pas ce qu'elle voudrait.

Elle passe par tous les outils et avec Alex, ils choisissent de tracer un segment, partant de B et qui suive la même direction que $[Bx]$. Puis ils mesurent la longueur de ce segment (6,66cm).

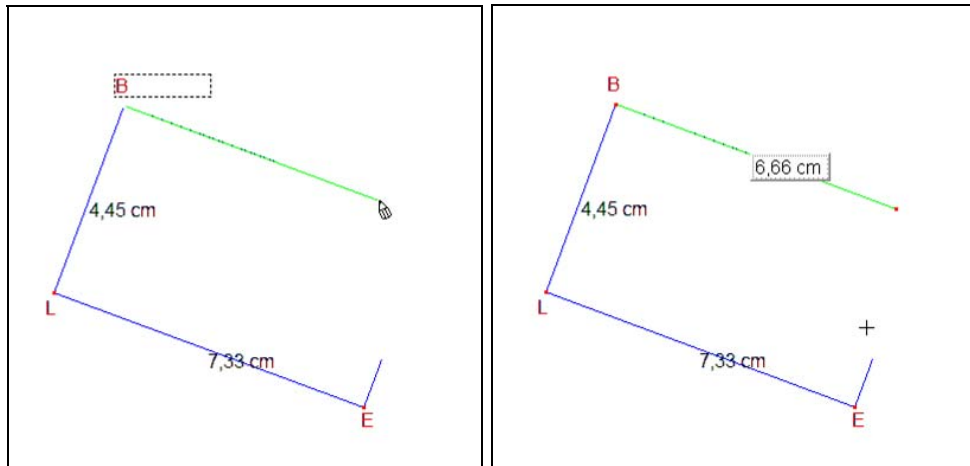


Figure 36. Ils tracent un segment partant de B et ils mesurent pour contrôler leur construction

Ils utilisent alors le déplacement pour ajuster pour avoir à peu près la même longueur que [LE] (7,33 cm).

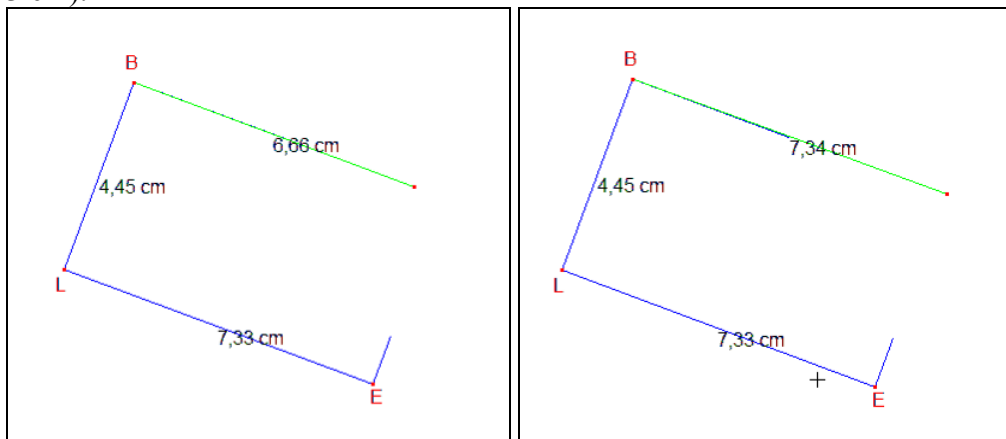


Figure 37. Ils utilisent le déplacement pour ajuster et obtenir la même longueur que EL

Chloé : Maintenant on va relier ça aussi...

Elle trace le segment qui relie E à l'extrémité du segment. Et ils mesurent la longueur de ce segment : 4,50 cm, alors que [BL] fait 4,45 cm.

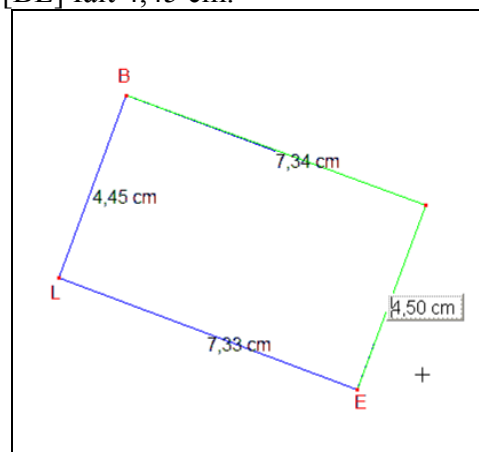


Figure 38. $BL = 4,45\text{cm}$ alors que le côté opposé mesure 4,50cm

Chloé : 4,50... Oula! Attends on va essayer de le...

Elle attrape le quatrième sommet et elle le déplace, utilisant le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure », sauf que lorsqu'elle le déplace, la figure ne reste pas un rectangle.

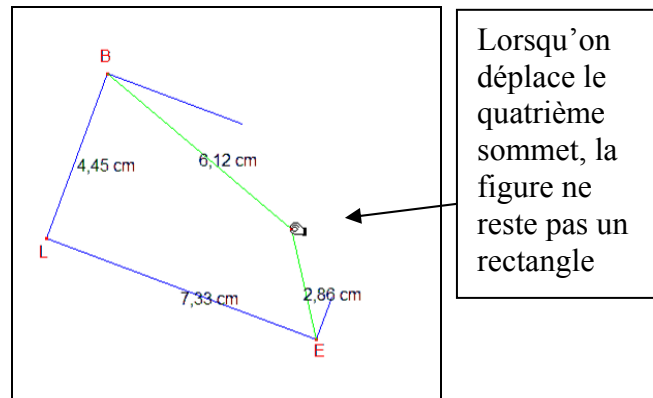


Figure 39. Ils utilisent le déplacement pour ajuster, qui devrait permettre aussi l'invalidation de la construction faite

Chloé : Qu'est-ce que j'ai fait!

Elle déplace à nouveau le point jusqu'à obtenir une position qui lui convienne : BL a à peu près la même longueur que le côté opposé, ce qui n'est pas le cas de EL et le côté opposé.

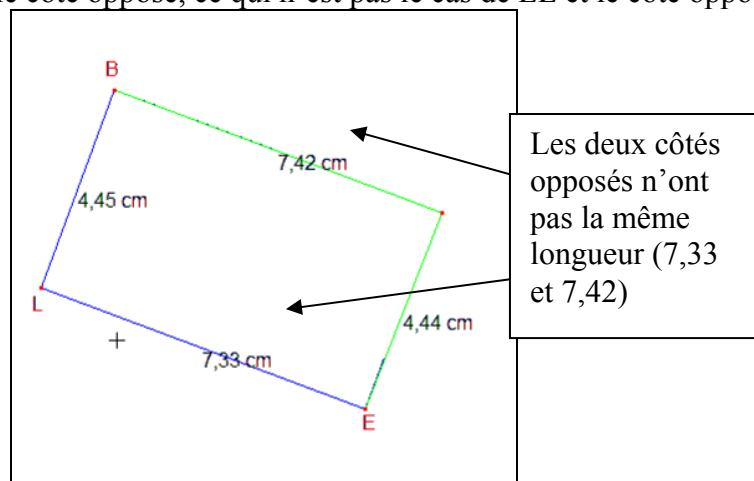


Figure 40. Ils obtiennent deux côtés opposés de « presque » même mesure (4,45 cm et 4,44 cm) et deux côtés de mesures très différentes (7,33 cm et 7,42 cm)

Ils n'ont donc pas invalidé leur construction.

L'enseignant : Qu'est-ce que ça veut dire comme ça ?

Chloé : Et ben ça l'est que... Là en fait je voulais mettre ce segment sur... le... la moitié de ce...

L'enseignant : Et bien SUR le segment de quelle couleur ? Tu voulais le mettre sur...

Chloé : Sur le segment... enfin la moitié de segment bleu

L'enseignant : En fait t'as bien envie de le mettre pile sur le bleu! Voilà! Et à l'ordinateur il faut lui dire que tu veux accrocher au bleu quand tu vas construire le segment.

Chloé : Faut mettre des punaises ?

L'enseignant : Non! ça c'est de la triche! Parce que ça bougera pas pendant un moment, mais si j'enlève la punaise ça se remet à bouger. Donc en fait... essayez de trouver une solution...

L'enseignant essaye donc de les guider dans la stratégie qu'ils devraient utiliser, mais ils n'arrivent pas à la mettre en œuvre.

Ils attrapent le point E et ils le déplacent, mais ils remettent la construction comme avant.

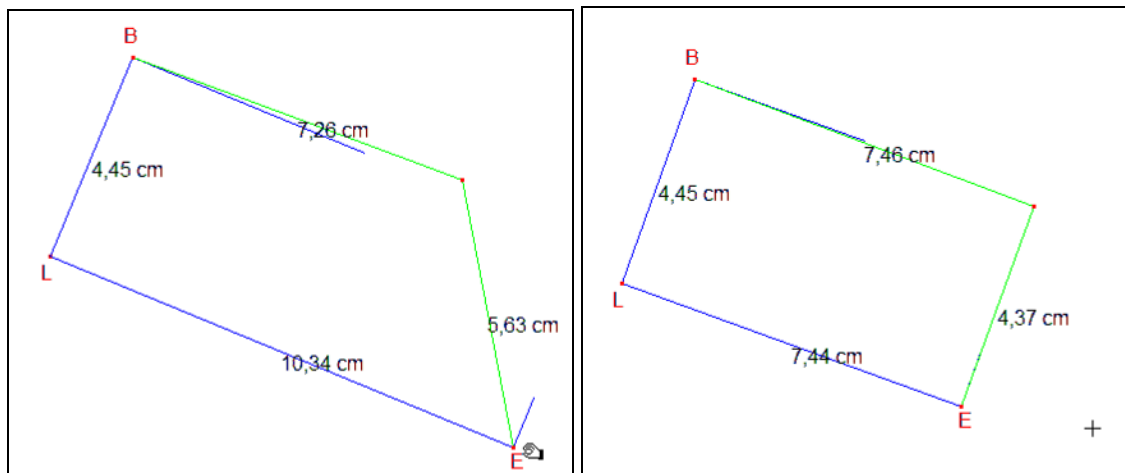


Figure 41. Le déplacement du point E devrait permettre l'invalidation de la construction, mais ils la remettent comme avant

Ils cherchent dans les outils comment « accrocher » le segment aux côtés incomplets du rectangle bleu.

Ils choisissent l'outil « Droite » et ils tracent la droite qui passe par B et par un point appartenant à la demi-droite [Bx]. Ils effacent les segments tracés auparavant ainsi que la droite, alors qu'elle était bien construite.

Ils essayent d'utiliser l'outil « Droite parallèle », mais ils n'arrivent pas à l'utiliser comme ils veulent (ils ont cliqué d'abord sur L, puis ils montrent [Bx], puisqu'ils veulent que ça passe par là, mais ils obtiennent la droite (LE)).

Chloé : Madame! On n'y arrive pas! On n'arrive pas trop en fait à **accrocher!** En fait à savoir... **quelles sont les choses à accrocher...**

L'enseignant : Alors... là ce que vous voulez c'est l'agrandir!

Chloé : Oui!

L'enseignant : Bon! Quand on agrandit, **c'est pas seulement un segment qu'on trace, c'est quoi ce qu'on trace si on agrandit autant qu'on veut ?**

Chloé : Ben c'est une droite!

L'enseignant : Une droite! On peut agrandir des deux côtés! Et gommer après ce qui dépasse. Bon! Si tu veux construire une droite, tu as déjà choisi l'outil. Ensuite, ta droite si tu l'accroches par dessus, tu vas l'accrocher à **deux endroits**, tu vas l'accrocher là (Chloé a la souris sur le point E, alors elle clique dessus, puis elle commence à suivre la direction de la demi-droite [Ey]). Et tu vas l'accrocher où aussi ? (Chloé suit la direction de [Ey]) Mais là c'est du vide là! (obstacle de l'hétérogénéité du plan) (Chloé change la direction de la droite et elle se dirige vers (EL)). Tu vas l'accrocher à quel...

L'enseignant utilise donc la notion de « agrandir » pour les faire passer de la construction de segment à droite, et essaye de les guider dans la construction en passant par un point appartenant aux côtés incomplets.

Alex essaye d'intervenir, mais Chloé reprend la direction [Ey]

L'enseignant : Tu la montes, mais **c'est quoi qui te donne la direction ?**

Chloé reprend la direction de (EL).

L'enseignant : Comment tu sais que t'es **bien droit ?** Quand ta droite verte elle vient où ?

Alex : Quand elle vient **sur le... bleu**

L'enseignant : Vient sur le bout bleu! Et bien accroche la moi au bout bleu!

Alex a compris qu'il faut que la droite suive la direction du côté bleu.

Chloé emmène la souris sur le point L.

L'enseignant : Mais **quel bout bleu** Chloé ?

Elle emmène la souris vers la demi-droite [Bx].

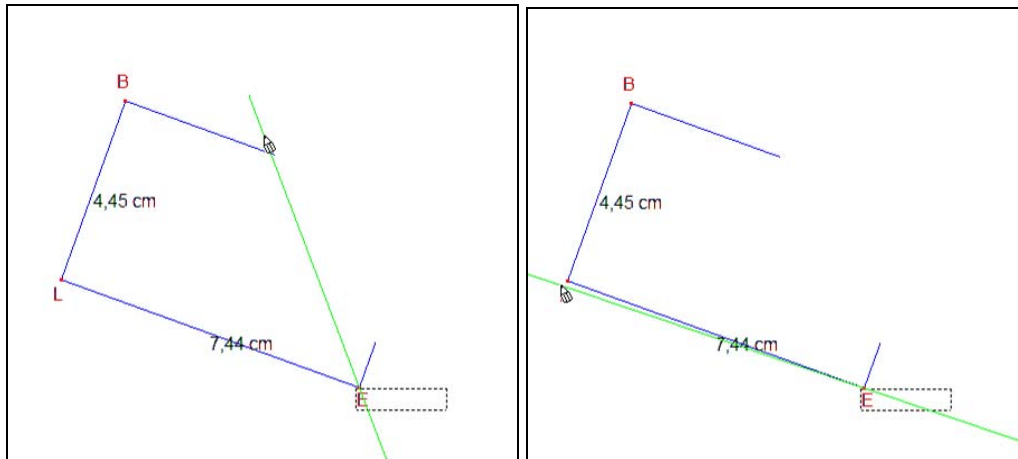


Figure 42. Sur quel « bout bleu » est-ce qu'il faut cliquer ?

L'enseignant : Ecoute Alex aussi ! Il dit de l'accrocher à quel bout bleu ?

Alex : Lui là!

L'enseignant : Lui là! Eh ben vas me l'accrocher à lui là!

Elle met la souris sur [Ey] et elle clique dessus.

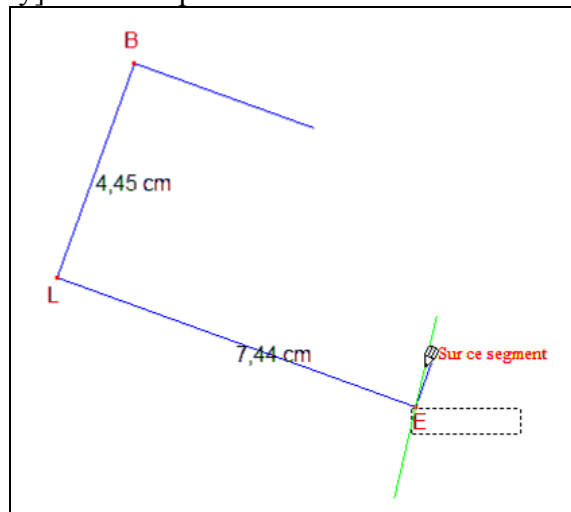


Figure 43. Sur le segment [Ey]

Chloé : Sur ce segment

L'enseignant : Tu veux l'accrocher là ? Eh ben voilà!

Chloé : Ah bravo! Et maintenant tu peux... On va voir...

Ils tracent la droite passant par B et par un point appartenant à [Bx].

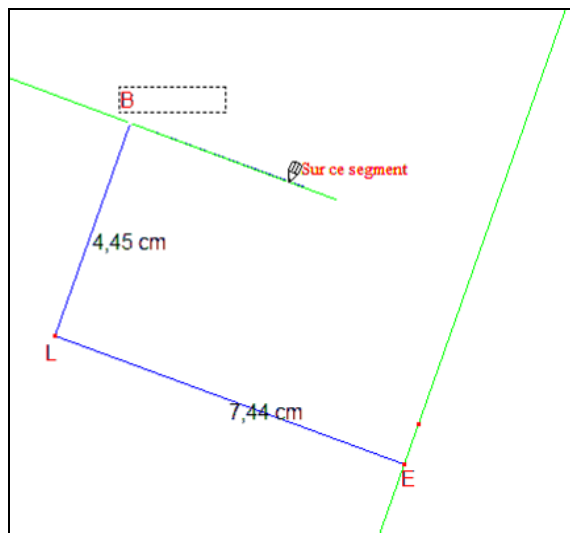


Figure 44. Sur le segment [Bx]

Chloé : C'est bon! Maintenant tu prends les mesures ?

Ils essayent de mesurer directement mais ils se rendent compte qu'il faut placer un point à l'intersection. Ils mesurent et ils obtiennent des segments de même mesure, ça les satisfait.

La validation vient donc de l'égalité des longueurs des segments, ce qui ne les incite pas à utiliser le déplacement pour valider leur construction.

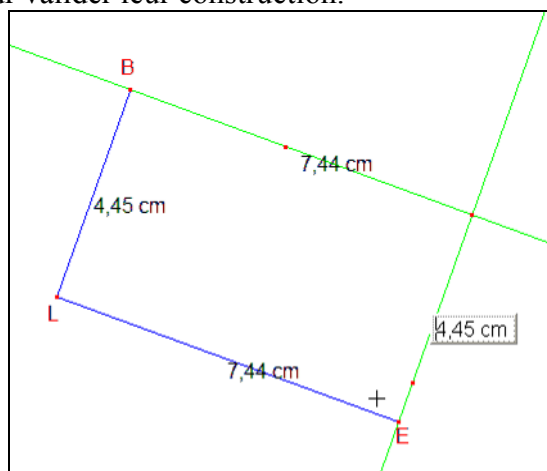


Figure 45. La mesure valide leur construction

Chloé : Alors maintenant on va essayer de faire pareil, sauf que là y a pas la droite.

Chloé veut utiliser la même stratégie qu'elle vient d'utiliser dans le rectangle rose (2), sauf que celui-ci n'a pas deux côtés incomplets, mais un seul sur lequel ils peuvent cliquer.

Alex : Ben il faut faire pareil...

Chloé : Ben on peut le faire! Regarde ! Attends! Je vais essayer un truc...

Elle prend l'outil « Droite » et elle clique sur le point S, mais comme elle n'a pas de segment sur lequel cliquer, elle ne sait pas quoi faire :

Chloé : En fait non ça marche pas... On peut aussi faire hyper droit...

Elle cherche donc à tracer une droite « hyper droite », c'est-à-dire verticale.

Chloé : Comme ça!

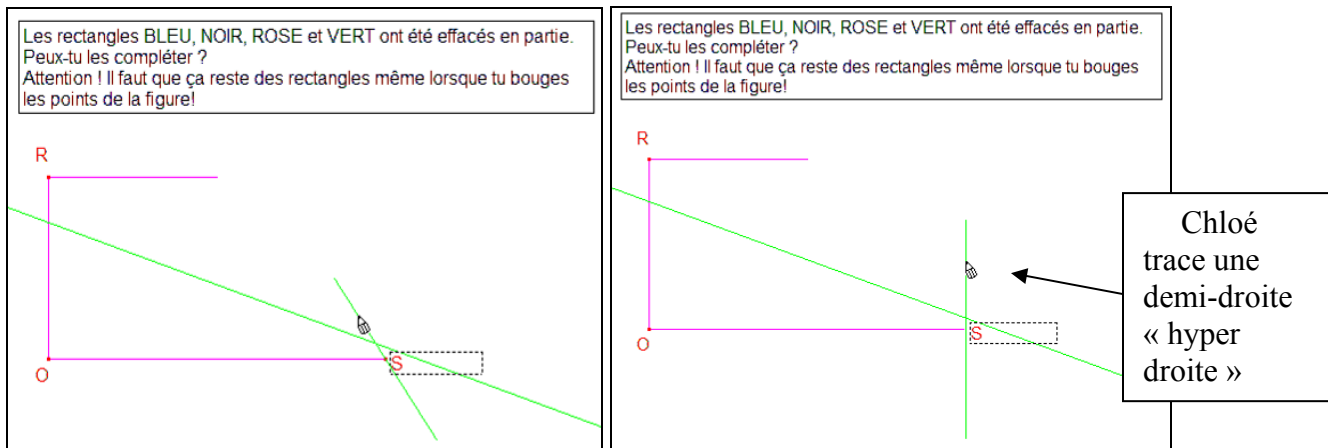


Figure 46. Par sa position, le rectangle rose peut inciter le tracé de droites verticales et horizontales

Puis elle trace la droite passant par R et elle clique sur le côté incomplet [Rx].

Chloé : Et voilà!

Elle met un point à l'intersection des deux droites et elle mesure les segments pour valider sa construction. Comme la mesure des côtés leur convient, ils ne sentent pas le besoin de déplacer pour ajuster ou pour valider leur construction, la mesure leur suffit pour décider.

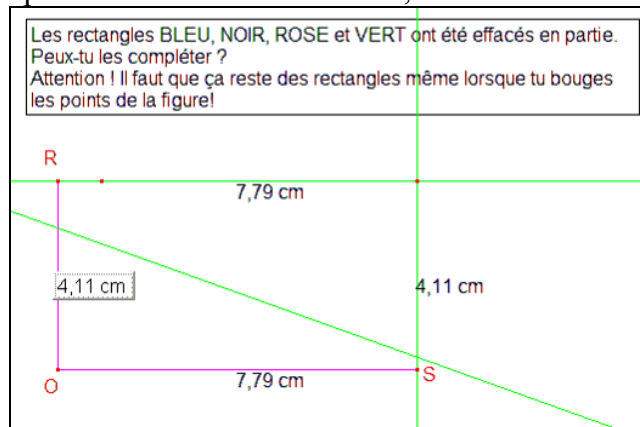


Figure 47. La mesure des côtés du rectangle rose leur permet de valider leur construction

Ils n'ont pas encore acquis le schème « déplacer pour valider une construction ».

Pour le rectangle noir, Chloé trace une droite verticale passant par I et une droite « à peu près » horizontale passant par N et par un point qui appartient à la droite verticale tracée. Puis, elle place un point sur la droite horizontale, pour que ça ressemble à la stratégie utilisée dans les rectangles bleu et rose où il fallait cliquer sur un segment.

Sans donner d'explication, ils effacent la droite horizontale et la droite verticale.

Ils construisent une demi-droite horizontale partant de N, puis un segment vertical de I à la demi-droite tracée.

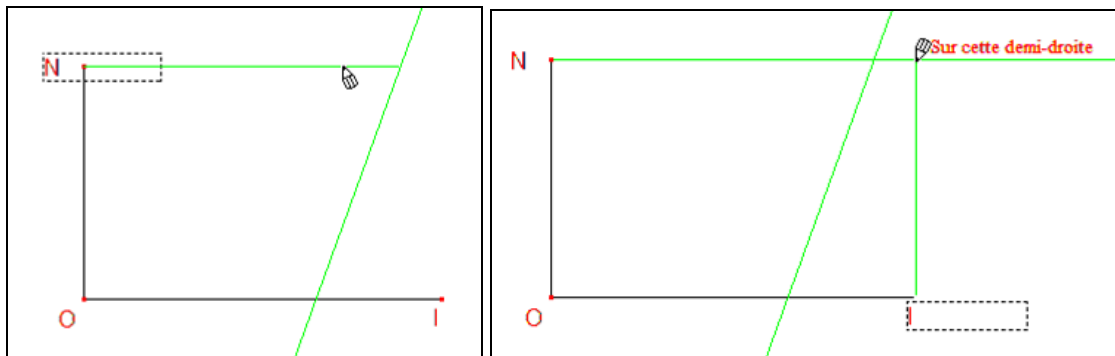


Figure 48. Ils tracent une demi-droite horizontale et un segment vertical

Chloé : Voilà! Maintenant on va prendre les mesures!

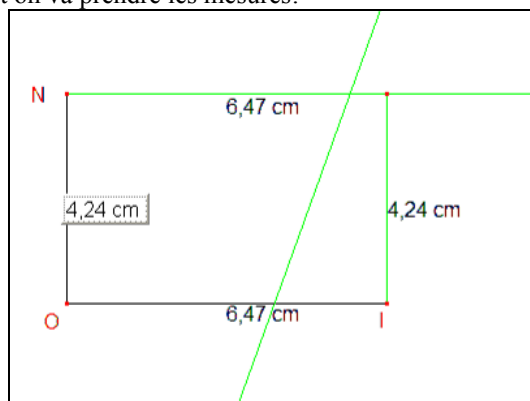


Figure 49. La mesure leur permet de valider leur construction

A nouveau, les mesures des côtés valident leur construction de manière statique et ils ne ressentent pas le besoin de déplacer.

Ils continuent avec le segment [VE]. Ils tracent des demi-droites partant de V, [Vx], et de E, [Ey], qui sont visuellement « à peu près » perpendiculaires à [VE].

Ils essayent de tracer un segment partant d'un point qui appartient à [Vx] et qui va jusqu'à un point appartenant à [Ey] de manière à ce que ça fasse un « rectangle », mais qui ressemble plutôt à un parallélogramme.

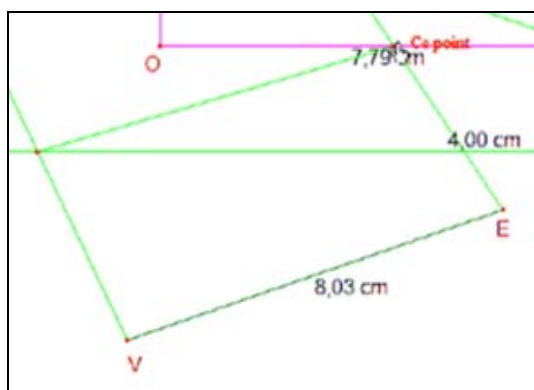


Figure 50. Ils mesurent deux côtés du quadrilatère tracé

Ils mesurent les côtés pour valider leur construction, mais ils ne mesurent que deux côtés (8,03 cm et 4,00 cm).

L'enseignant vient :

Chloé : Alors, qu'est-ce qu'on fait ?

L'enseignant : Ben déjà on va vérifier que vous avez des rectangles de partout!
Ils attrapent le point V et ils le déplacent et le quadrilatère vert se déforme en laissant voir que ce n'est pas un rectangle.

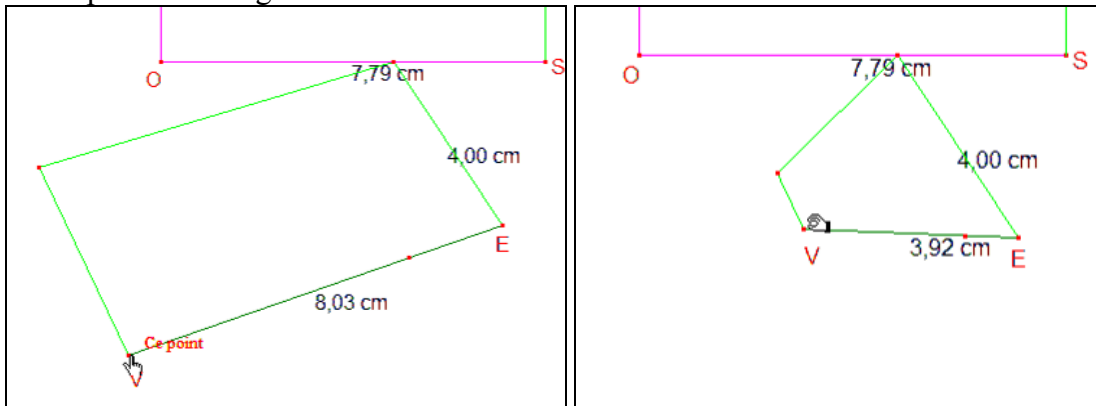


Figure 51. Le déplacement du quadrilatère invalide la construction

Chloé : Bon ben là **c'est pas sûr** par contre!

L'enseignant : C'est pas un magnifique rectangle, c'est à dire qu'il faudrait qu'on lui rajoute des choses pour que ce soit un rectangle celui-là! Parce que là quand même il se déforme peut-être un petit peu trop! Alors essayez de me corriger celui-là et contrôlez les autres avant que j'arrive!

Chloé : D'accord!

L'enseignant : Pensez à ce qu'il perd, à ce qui va pas!

Ils arrivent à invalider leur construction, ils effacent les segments construits et ne laissent que [VE]. Cependant, ils ne changent pas de stratégie : ils construisent des droites perceptivement, en essayant qu'elles soient perpendiculaires à [VE] visuellement. Puis ils tracent un segment à peu près parallèle à [VE].

Chloé : Ah! Mais ça c'est un carré! ça c'est pas un rectangle!

Ils contrôlent les mesures des côtés du quadrilatère construit : 5,98 cm ; 4,42 cm ; 6,04 cm ; 4,61 cm. Même si les mesures devraient leur permettre de décider, ils ne font pas de remarques.

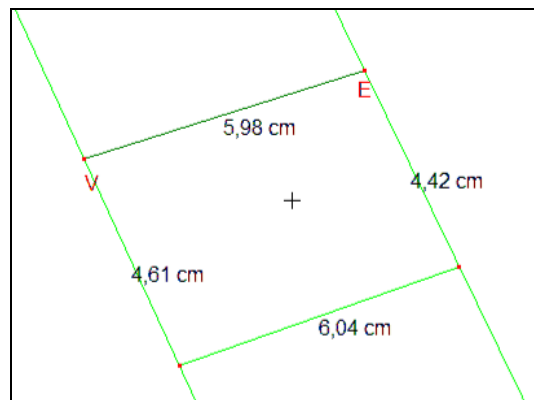


Figure 52. Ils mesurent les côtés du quadrilatère : 5,98 cm ; 4,42 cm ; 6,04 cm ; 4,61 cm

On voit donc que Chloé et Alex utilisent la mesure comme moyen de validation leur construction. Leurs stratégies et l'orientation des rectangles rose et noir, ne les incitent pas à utiliser le déplacement et ils ne valident leur construction que grâce aux mesures des côtés.

Le déplacement pour valider n'est donc pas encore acquis. L'enseignant doit donc intervenir et leur demander de déplacer pour qu'ils invalident leur construction.

Alex et Chloé n'ont pas réussi à s'appropriier pleinement le déplacement. Ils ont construit les schèmes :

- d'usage du « déplacement d'un objet » ;

- « d'ajustement instrumenté par la mesure », qu'ils ont construit et qui n'est pas apparu spontanément ;
- Alex a construit le déplacement pour visualiser une trajectoire, bien qu'il n'ait pas caractérisé correctement la droite (CF) ; alors que Chloé ne se l'est pas approprié ;
- Chloé a utilisé le schème de « déplacement pour valider une conjecture/propriété » dans la situation « Toujours/parfois vrai », alors qu'Alex déplaçait sans attribuer un objectif mathématique ;
- Dans la situation « Rectangles à compléter », ils n'utilisent pas le schème de « déplacement pour valider une construction », ce qui montre la lenteur de la construction du schème et l'obstacle que peut constituer la mesure ;
- ils ont construit aussi des schèmes d'usage du « tracé au jugé » et ne se sont pas appropriés des outils tels que « Droite parallèle ».

Leur genèse instrumentale reste très assez limitée, mais on peut voir une évolution par rapport à « Géo », où ils ont dû même construire les schèmes d'usage de « déplacement d'un objet » pour pouvoir déplacer des points, au passage à l'invalidation de constructions erronées dans « Toujours/parfois vrai », passant par la construction du schème « d'ajustement instrumenté par la mesure ».

II. CEDRIC ET IRIS

Cédric et Iris sont des élèves moyen et faible. Ils constituent un des deux binômes assez moyens. Cependant leur genèse instrumentale est plus riche que celle d'Alex et Chloé.

II.1 « Géo »

L'exploration des déplacements possibles dans « Géo » faite par Cédric et Iris est très riche. Ils ont essayé de déplacer presque tous les points et les objets de la figure. Au début, ils ont commencé par chercher les points et les objets pouvant être déplacés, utilisant ainsi le schème d'usage de « recherche des points qui bougent », puis une fois qu'ils connaissaient les effets qui pouvaient être obtenus, ils ont commencé à contrôler les points déplacés.

Cédric et Iris essayent d'abord de déplacer les sommets du grand triangle, puis ils attrapent le grand cercle du visage et ils translatent Géo.

Ils attrapent le sommet du triangle des yeux, un point déplaçable, et ils font tourner les yeux de Géo. Puis ils attrapent le centre du grand cercle et ils agrandissent Géo.

Ils essayent d'attraper et de déplacer un sommet du trapèze de la bouche, mais celui-ci ne peut pas être déplacé directement. Puis ils essayent d'attraper le trapèze mais il est non attrapable.

Ils essayent de déplacer un autre sommet du grand triangle du chapeau, mais ce point est non attrapable. Puis ils tentent de déplacer le trapèze constituant la bouche. Ils alternent donc leurs déplacements entre les points et les formes globales (cercle, quadrilatère, triangle).

Ils attrapent à nouveau le grand cercle et ils translatent Géo ; puis ils attrapent le centre du grand cercle en faisant varier la taille de Géo. Ils le rétrécissent beaucoup, jusqu'à ce qu'il ne soit presque plus qu'un point ; puis ils l'agrandissent jusqu'à ce qu'on ne voie plus qu'une partie de Géo.

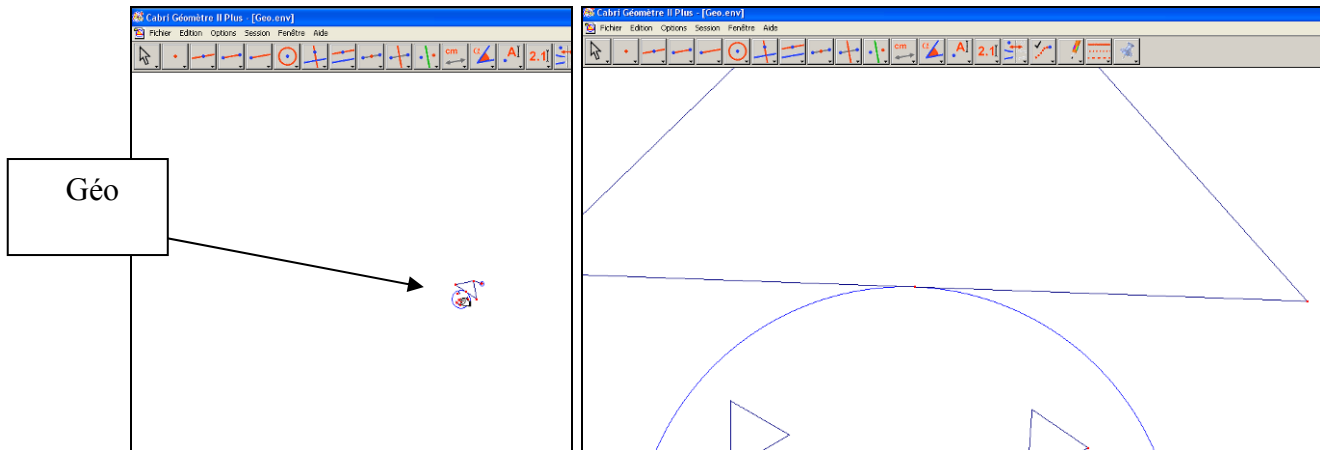


Figure 53. Cédric et Iris agrandissent et rétrécissent Géo

Le déplacement du point qui leur permet de faire varier la taille et l'orientation de Géo devient de plus en plus contrôlé (contrôle des effets graphiques obtenus par le déplacement).

Ils attrapent le point de tangence du grand cercle et du grand triangle et ils agrandissent et rétrécissent à nouveau Géo. Puis, ils attrapent le centre du petit cercle du pompon et ils le font tourner.

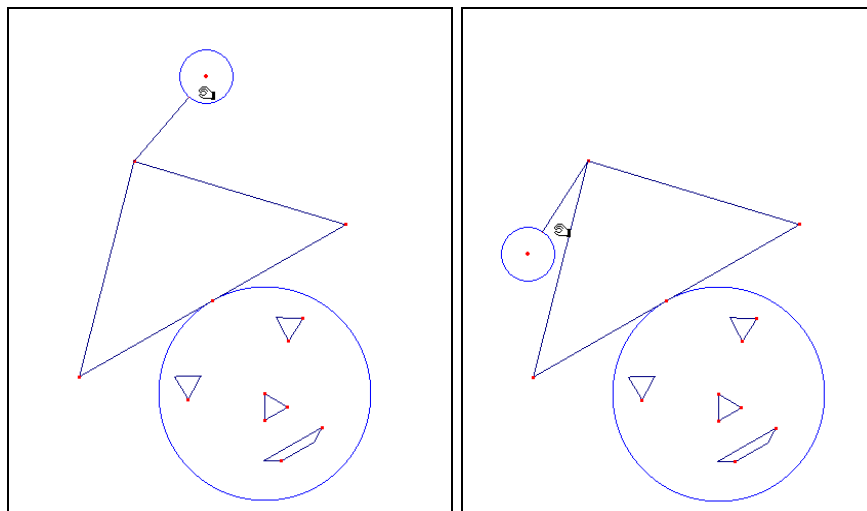


Figure 54. Ils font tourner le pompon

Ils attrapent le sommet du trapèze de la bouche déplaçable et ils font varier la forme du trapèze. Puis ils essaient d'attraper des sommets des triangles des yeux non attrapables.

Ils attrapent à nouveau le centre du grand cercle, puis le point de tangence du grand cercle et du triangle, en faisant varier la taille de Géo. Pour pouvoir l'attraper, le logiciel leur propose « Cercle » ou « Triangle », alors Cédric dit à Iris :

Cédric : Mets cercle, mets cercle...

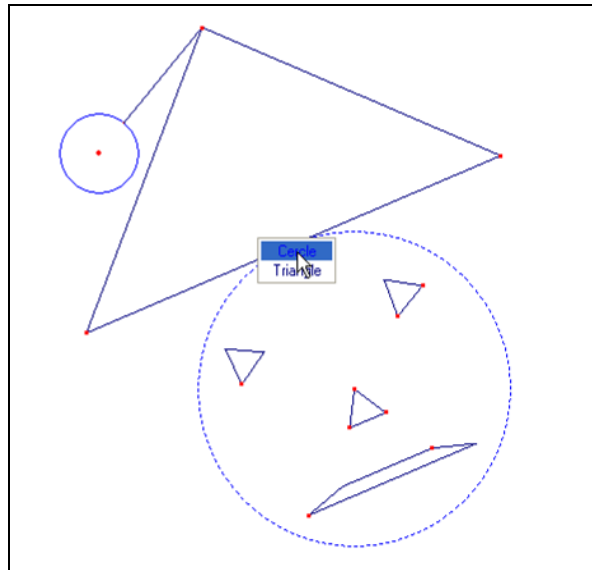


Figure 55. « Cercle » ou « Triangle » ?

Ils utilisent donc le schème d'usage « traitement d'une ambiguïté lorsqu'on veut déplacer un point ». Comme ils avaient déjà attrapé et déplacé ce point, ils savent ce qu'ils doivent faire pour pouvoir attraper et déplacer ce point.

Ils essayent d'attraper le petit cercle, puis ils attrapent le centre de ce cercle et ils font bouger le pompon.

Ils essayent d'attraper le trapèze. Puis, le grand triangle et ses sommets.

Ils attrapent une nouvelle fois le point de tangence du cercle et du triangle et ils rétrécissent et agrandissent Géo, puis ils le font tourner.

Une dernière fois, ils essayent d'attraper des sommets des triangles des yeux, ils essayent aussi d'attraper ces triangles, puis ils attrapent le sommet d'un de ces triangles qui permet de faire tourner les yeux de Géo.

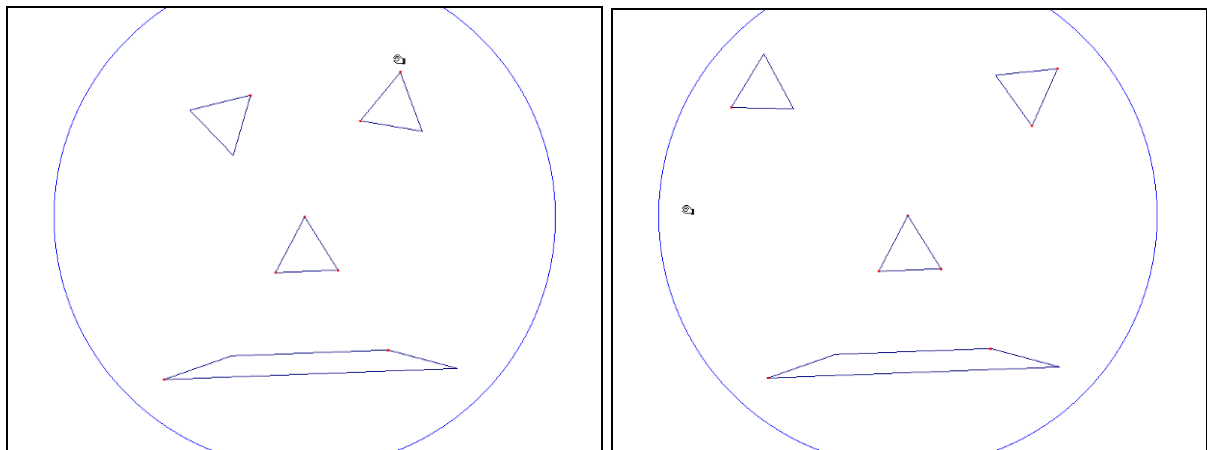


Figure 56. Ils font tourner les yeux de Géo

L'exploration de Cédric et Iris est très riche. Ils ont déplacé tous les points déplaçables, sauf celui qui permet de faire tourner le nez et modifier la taille et la forme du triangle du chapeau. Ils ont aussi déplacé ou essayé de déplacer toutes les formes globales (cercles, triangles, trapèze).

Ils n'ont pas fait de remarques à propos des effets obtenus grâce au déplacement, mais ils font très attention aux messages du logiciel et cela leur permet de pouvoir contrôler les effets graphiques qu'ils veulent obtenir selon le point qu'ils déplacent.

Ils ont commencé par explorer la figure et les déplacements possibles, mais une fois qu'ils avaient plus de connaissances sur les effets produits, ils ont contrôlé ce qu'ils déplaçaient et ce qu'ils observaient.

On voit apparaître deux schèmes d'usage : le schème d'usage du « traitement d'une ambiguïté » et le schème de « recherche des points qui bougent ».

II.2 « Pajéron »

Cédric et Iris commencent par utiliser le schème d'usage du « tracé au jugé » pour construire le cercle, mais le centre du cercle n'étant pas très proche du milieu des deux points de la carrosserie, le cercle tracé ne convient pas. Cependant, même si statiquement le tracé pourrait être invalidé, ils ne le font pas.

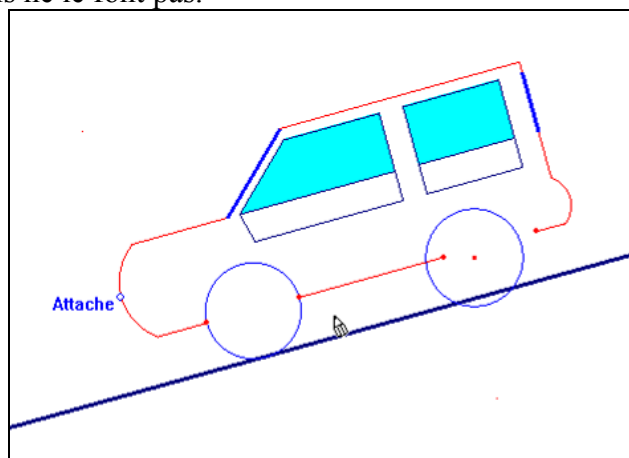


Figure 57. Le tracé de la roue au jugé ne convient pas

L'enseignant vient et leur demande de recommencer, en fermant le fichier sans enregistrer et en l'ouvrant à nouveau. Ils recommencent en essayant de mettre le centre du cercle, perceptivement, bien au milieu des deux points et en choisissant une taille qui convienne. Comme le point choisi n'est pas exactement au milieu, le cercle passe soit par un point d'accroche soit par l'autre, mais ne passe pas par les deux. Ils essayent alors une deuxième fois.

Iris : Là, là tu dois la faire marcher pour voir si elle tombe pas.

Iris dit à Cédric de déplacer la voiture pour voir si la roue « ne tombe pas ». Cédric attrape le point d'attache et il déplace la voiture. La voiture se déplace mais la roue reste sur place.

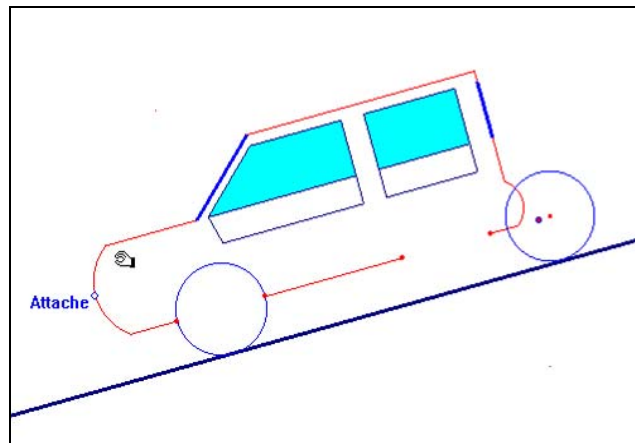
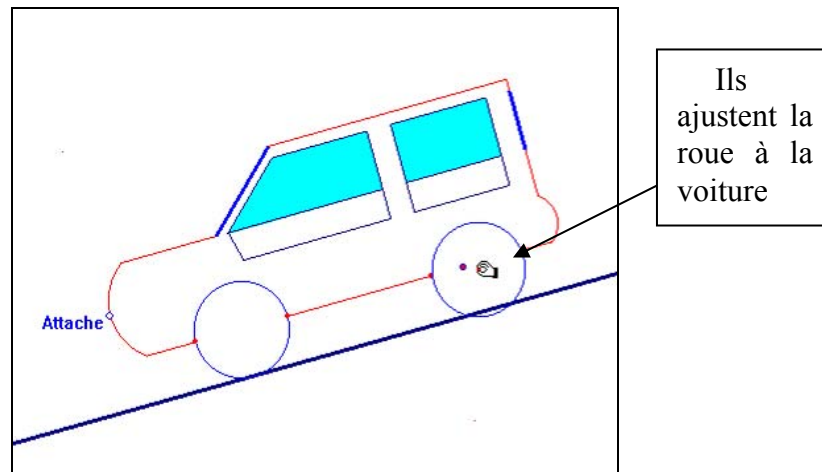


Figure 58. Ils déplacent la voiture, mais la roue reste immobile

Comme ils voient que ça ne marche pas, alors ils attrapent le centre de la roue, ils la déplacent et ils essaient de l'ajuster à la voiture de manière qu'elle ait la bonne taille et qu'elle soit au bon emplacement. Ils utilisent donc le schème « d'ajustement pour satisfaire une condition ».



Ils ajustent la roue à la voiture

Figure 59. Ils utilisent le schème « ajustement pour satisfaire une condition »

Ils utilisent donc le déplacement pour ajuster la roue à la voiture.

Ils attrapent une nouvelle fois le point d'attache et ils déplacent utilisant le schème de « déplacement pour valider une construction ».

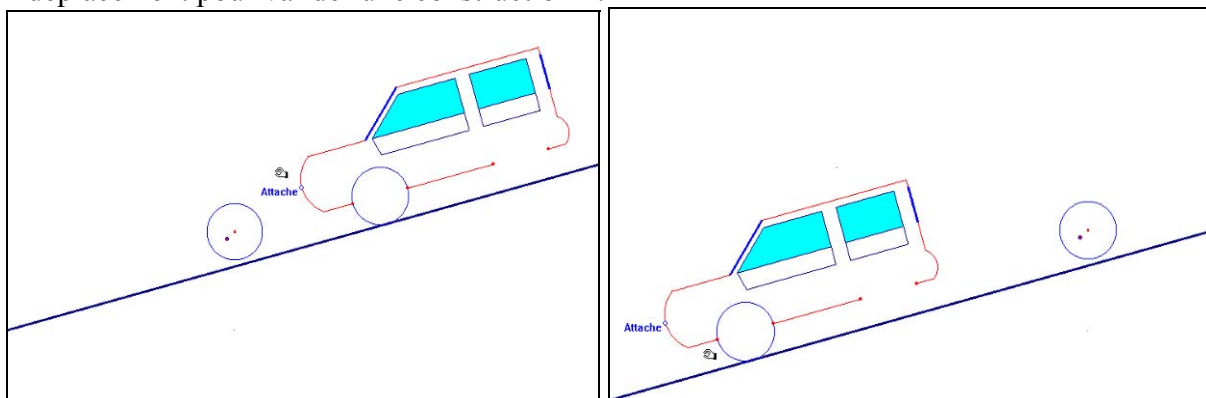


Figure 60. Ils déplacent la voiture à nouveau, mais la construction est invalidée

Ils punaient la roue arrière pour qu'elle reste bien accrochée, puis ils essayent de déplacer la voiture mais celle-ci ne bouge plus à cause des punaises. Ils essayent plusieurs fois mais ils n'y arrivent pas.

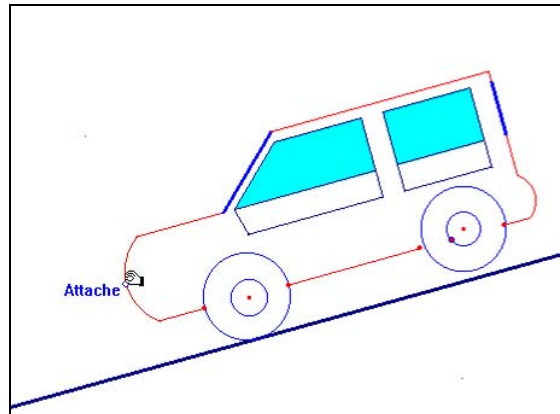


Figure 61. Ils essayent de déplacer la voiture, après avoir mis des « Punaises » sur les deux points de la carrosserie pour « attacher » la roue à la voiture, mais ils ne peuvent plus la déplacer

L'enseignant vient et essaye de déplacer la voiture mais elle n'arrive pas, alors ils ferment le fichier et ils recommencent.

Ils recommencent en faisant à nouveau un cercle dont le centre se trouve perceptivement bien au milieu des deux points d'accroche. C'est la quatrième fois qu'ils reprennent cette stratégie. Ils prennent à nouveau l'outil « Punaise » et ils voudraient punaiser le cercle construit à la voiture, alors ils mettent des punaises sur les deux points de la carrosserie par où devrait passer le cercle. Ils essayent de déplacer la voiture, mais la voiture ne roule plus. Cédric appelle à nouveau l'enseignant et l'observateur lui explique qu'il a mis des clous et qu'elle ne peut pas rouler.

Une fois enlevées les punaises, lorsqu'on fait rouler la voiture, leur construction est invalidée.

Cédric et Iris utilisent maintes fois la stratégie de base, même après avoir déplacé et avoir invalidé leur construction. Ils essayent d'utiliser l'outil « Punaise », mais celui-ci ne leur permet pas « d'accrocher » la roue à la voiture tout en permettant qu'elle roule encore.

Ils ont utilisé le déplacement pour ajuster leur construction, en déplaçant le centre de la roue pour essayer de le mettre à la bonne place et pour donner au cercle la bonne taille. A chaque fois, le déplacement de la voiture a permis d'invalider le cercle/roue construit mais pas la stratégie.

Une seule stratégie a été mise en œuvre (« au jugé »). Les élèves invalident leur construction à quatre reprises, mais ne remettent pas en cause leur stratégie de construction. Ils mobilisent le schème « d'ajustement pour satisfaire une condition » et de « déplacement pour valider une construction ». Mais ils n'évoluent pas dans les stratégies mobilisées.

II.3 « Sur quel objet ? »

Cédric commence en tant qu'émetteur, Iris réceptrice. Comme nous allons le voir, Iris sera très exigeante par rapport au vocabulaire utilisé par Cédric. Après le changement de rôles, lorsqu'Iris sera émettrice et Cédric récepteur, les nombreux essais de construction d'Iris ne laisseront pas le temps à Cédric de jouer le rôle de récepteur.

Exploration de Cédric :

Cédric attrape et déplace le point rouge. Au début, il se laisse guider par le mouvement du point rouge, puis il essaye de forcer un peu et de voir quelles sont les limites du déplacement de ce point.

Cédric : Ah je sais madame! Sur AB...

Il continue à déplacer le point rouge en essayant de le faire aller au-delà du point B et au-delà du point D et là il voit :

Cédric : Non! De D à B!

Il attrape le point rouge, mais comme celui-ci se trouve sur le point D, il doit utiliser le schème de traitement d'une ambiguïté. C'est donc la seconde fois qu'il se retrouve dans cette situation. Ici la couleur peut aider à choisir : le point D est désigné par l'expression « Point D » qui est écrite en bleu et le point rouge est désigné par l'expression « Point (Point sur un objet) » qui est écrite en rouge.

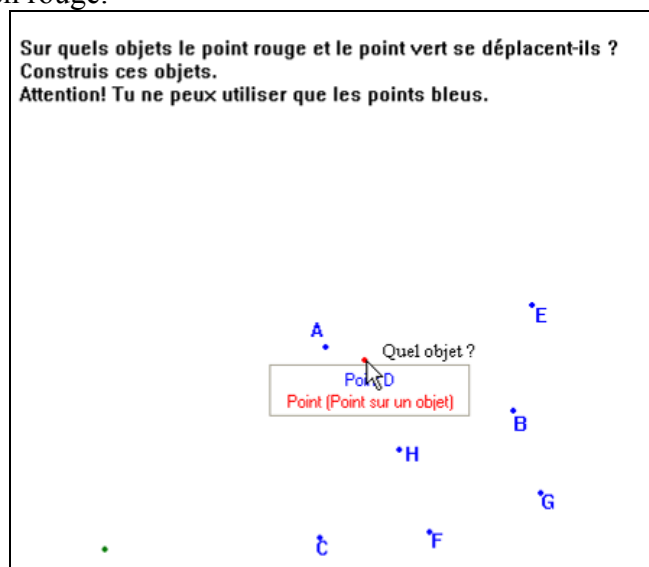


Figure 62. Schème d'usage du « traitement d'une ambiguïté » : il sélectionne le point rouge

Cédric attrape et déplace le point vert.

Cédric : Sur C... sur la droite (C)...

Il déplace très vite le point vert d'un côté à l'autre de la droite (CF).

Cédric essaye de construire le segment [DB], il clique sur D puis il clique juste à côté du point B, construisant un segment [DB'], avec B' libre. Au lieu de supprimer le segment construit pour recommencer, il attrape le point B et il le déplace jusqu'au point B'. Il utilise donc le schème déplacement pour ajuster sa construction. Il modifie la situation pour qu'elle corresponde à la solution qu'il a commencé à construire.

Nous pourrions dire que pour Cédric, le concept-en-acte de point n'est qu'une trace/tâche, qu'on peut mettre les deux points l'un sur l'autre, il n'y a alors qu'une seule tâche, donc un seul point. C'est un traitement graphique de la situation.

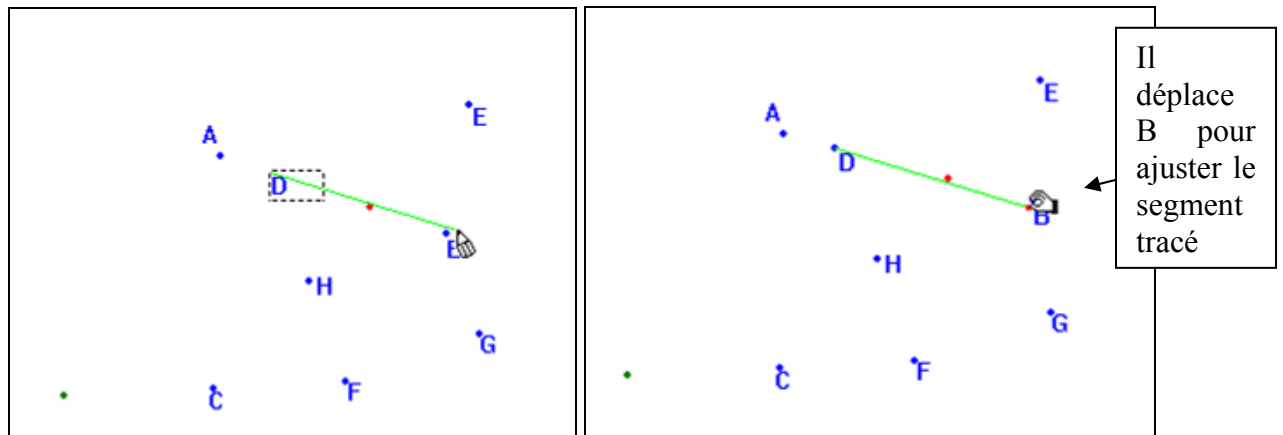


Figure 63. Utilisation du schème « ajustement pour satisfaire une condition »

Cédric attrape le point rouge et valide sa construction en vérifiant que la trajectoire du point rouge correspond au segment construit ; il vérifie aussi que le point rouge ne puisse pas aller au-delà de D, ni jusqu'au point A.

Le schème « d'identification de l'objet-trajectoire » fonctionne bien chez Cédric, l'intention de l'élève est celle de construire le segment [DB], mais le schème d'usage de construction d'un segment par deux points donnés n'est pas disponible.

Il efface le point B', supprime donc du même coup le segment construit et essaye une nouvelle fois de construire le segment [DB]. Mais à nouveau, il ne clique pas sur D mais à côté du point D, créant un point D' puis clique sur B. Il attrape D' et il le déplace pour ajuster le segment tracé en essayant de placer D' sur point D ; comme il a du mal à le mettre exactement sur D, il l'efface.

Il construit finalement le segment [DB], en faisant très attention avant de cliquer : il attend les messages du logiciel « Ce point » pour cliquer sur le point. Puis, il construit une droite passant par le point C, puisque c'est le point qu'il a identifié comme appartenant à la trajectoire, et par le point vert. Il met en place donc la stratégie « utilisation du point mobile pour caractériser la trajectoire ».

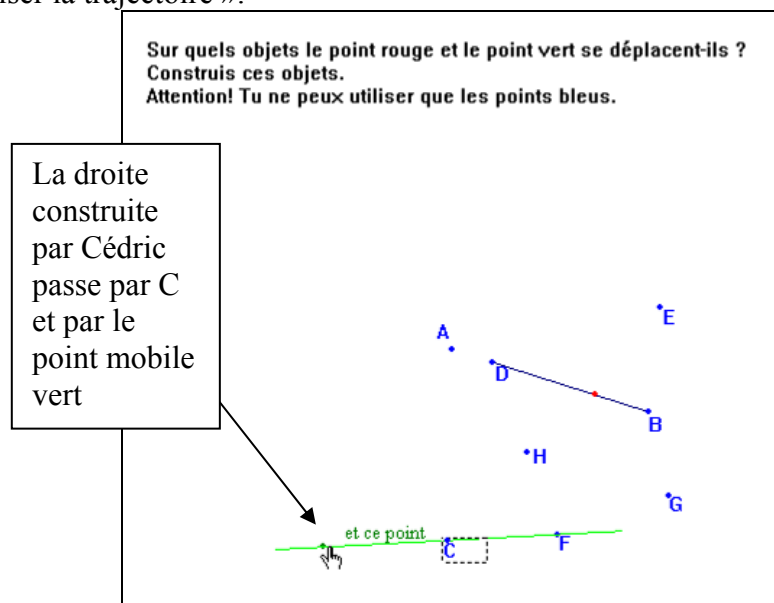


Figure 64. Cédric trace la droite passant par C et par le point vert

Cédric : j'ai pris... j'ai appuyé sur la... touche segment...
Cédric passe à la rédaction du message.

Cédric explique à l'observateur ce qu'il veut écrire à Iris :

Cédric : J'ai pris le segment

L'observateur : Lequel ?

Cédric : [DB]...

Il écrit sur la fiche : « J'ai pris le segment DB. J'ai pris la droite de C »

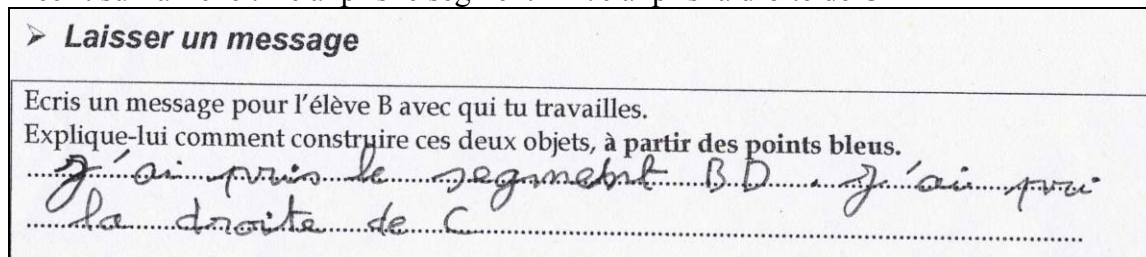


Figure 65. Message de Cédric à Iris

Cédric attrape et déplace le point vert. La droite qu'il a tracée dépend du point vert, mais comme le point vert est un point sur objet sur la droite (BC), alors le point vert paraît se déplacer sur la droite (BC).

Cédric a donc bien construit le schème d'identification de la trajectoire d'un point. Il identifie correctement les deux trajectoires rectilignes, le segment [DB] et la droite, bien qu'il ne réussisse pas à caractériser la droite correctement. Il la décrit en n'utilisant que le point C, point qu'il a identifié comme appartenant à la trajectoire du point vert. Pour Cédric, une lettre ou un point semble suffire pour caractériser une droite.

Décryptage du message et validation :

Iris reçoit le message de Cédric et après l'avoir lu, elle dit n'avoir rien compris. Elle attrape le point A et elle le déplace. Puis elle choisit l'outil « Segment » et elle construit le segment [AD]. Elle se met à construire des points, puis les efface ainsi que le segment construit.

Iris : J'ai rien compris!

Iris appelle l'enseignante qui les incite à avancer.

Iris : Madame mais j'ai rien compris de ce qu'il m'a écrit!

L'enseignant lui dit d'écrire ce qui ne va pas, ce qui la gêne. L'observateur lui dit d'essayer de construire quelque chose, mais Iris insiste sur le fait que l'expression « j'ai pris » du message la gêne.

Iris discute alors avec sa voisine pour essayer de comprendre le message écrit par Cédric.

Sa voisine relit plusieurs fois le message :

Elève : « J'ai pris le segment »... Ah ben si! ça doit être ça! « J'ai pris le segment BD », tu dois tracer le segment [DB].

Iris : BD... tout à l'heure je l'ai pris ça marchait pas...

Elle construit alors le segment [DB] et celui-ci devient bleu.

Elève : Et ensuite une droite C...

Iris prend l'outil « Droite » et elle trace une droite passant par le point C, elle lui donne une direction qu'elle choisit.

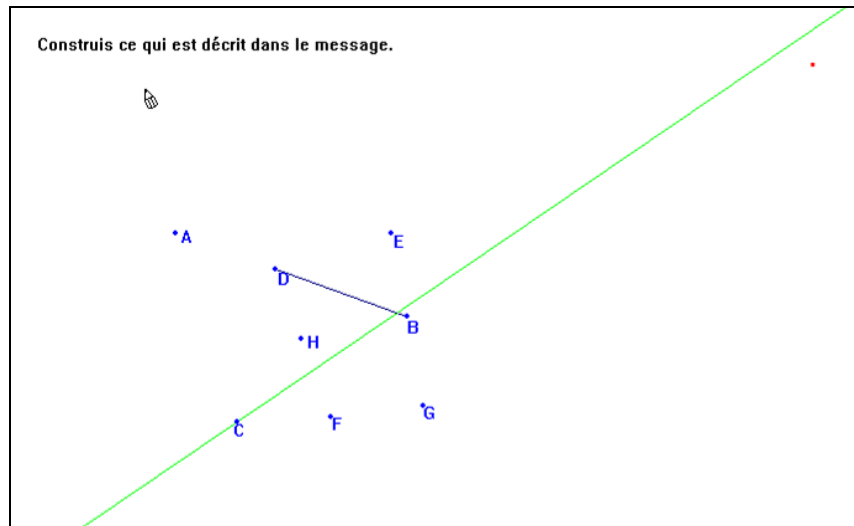


Figure 66. Construction d'Iris à partir du message de Cédric

Dans la phase de validation, Iris commence par dire à Cédric qu'elle n'a pas compris son message puisqu'il dit « j'ai pris ».

Iris : Tu dis, tu dis « j'ai pris »!

Cédric : Ben oui! J'ai pris le segment...

Iris : Le segment est même pas tracé!

Ils regardent la construction d'Iris, mais ne l'invalident pas. Cédric trouve un point rouge construit par Iris, il l'attrape et il le déplace sur le segment [DB].

Ils ouvrent le fichier A mais sans les constructions de Cédric. Cependant, Iris ne déplace pas les points rouge et vert, au contraire, elle punaise le point rouge. Elle essaye alors de le déplacer mais comme il est punaisé, elle ne peut pas le déplacer.

Ils n'invalident donc pas le message de Cédric et son manque de précision par rapport à la description de « la droite C ».

Ils changent de rôles, Iris devient émettrice et Cédric récepteur.

Iris essaye d'attraper le point rouge et le point vert mais elle n'y arrive pas (difficulté à utiliser le schème d'usage de déplacement d'un point).

Elle prend l'outil « Droite », mais au lieu de cliquer sur le point vert, elle le déplace un peu. Au lieu de cliquer et relâcher la souris pour désigner le point, l'élève garde le bouton de la souris enfoncé, déplaçant ainsi le point qu'elle voulait désigner.

Elle clique une nouvelle fois sur l'outil « Droite », et elle attrape à nouveau le point vert, le déplace un peu, le lâche, puis elle attrape le point rouge, le déplace un peu et elle le lâche.

Elle attrape le point rouge et le déplace en se laissant guider par le déplacement du point, puis elle essaye un peu d'emmener le point ailleurs dans la fenêtre. Elle le reprend le point rouge une deuxième fois et cette fois elle essaye de l'emmener un peu plus loin et d'aller au-delà du point F.

Puis elle s'assure bien que la trajectoire décrite par le point rouge est une demi-droite, que le point rouge ne peut pas aller au-delà du point F et que la trajectoire passe par le point A en se plaçant bien sur le point A.

Elle utilise donc le schème de « vérification que la trajectoire passe par un point » et elle valide sa conjecture : la demi-droite passe par le point A.

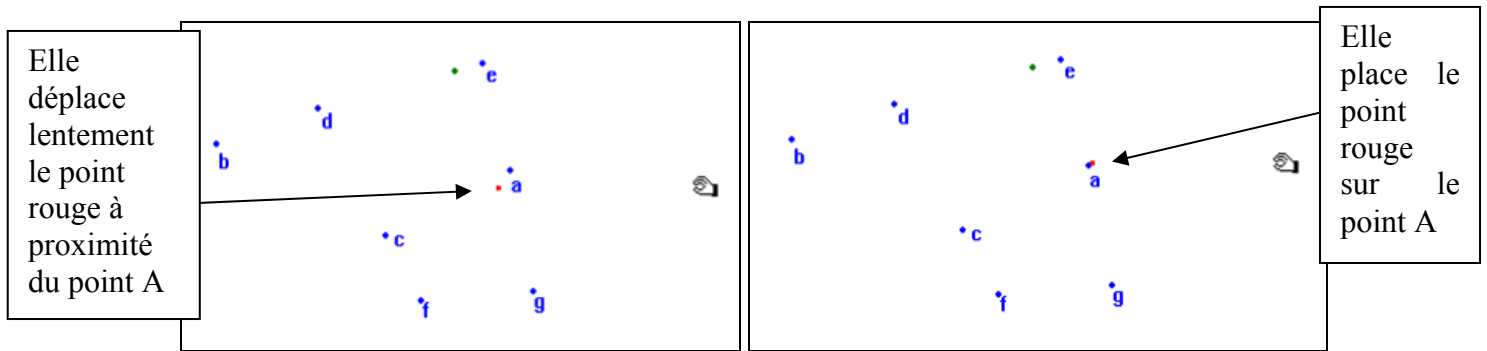


Figure 67. Utilisation du schème de « vérification que la trajectoire passe par le point A »

Elle attrape le point vert et elle le déplace en suivant la trajectoire rectiligne, en se laissant guider par le mouvement du point et en faisant très attention aux limites du déplacement, jusqu'où peut aller le point vert.

Elle attrape le point rouge et elle vérifie à nouveau la trajectoire de ce point, puis elle choisit l'outil « Segment » et en essayant de construire un segment, elle rencontre la même difficulté que précédemment : elle clique sur le point F et elle le déplace un peu. Elle le lâche, puis elle le reprend et elle le déplace à nouveau. Le déplacement reste très local mais suffisant pour voir quels autres points se déplacent lorsqu'on déplace F (B, C et le point rouge se déplacent).

Puis, elle attrape le point A et elle le déplace, seul le point rouge se déplace en même temps. Son déplacement n'est plus local, elle explore un peu plus en déplaçant A plus largement.

Iris attrape le point rouge et elle le déplace, en utilisant à nouveau le schème de « vérification que la trajectoire passe par les points » A et F.

Elle construit un segment partant d'un point D' quelconque situé entre e et le point mobile vert et allant jusqu'au point vert. Puis elle attrape D' et elle le déplace pour l'amener sur le point D.

On retrouve le fonctionnement inverse de Cédric. Elle utilise le schème « d'ajustement pour satisfaire une condition » pour adapter sa construction aux contraintes de la situation.

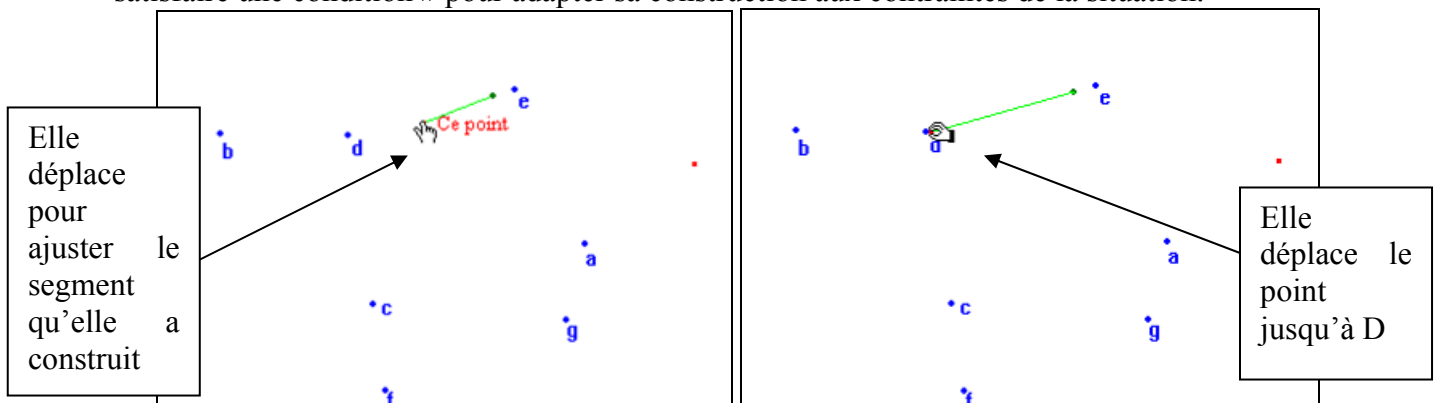


Figure 68. Utilisation du schème « ajustement pour satisfaire une condition »

Elle efface le point D' et elle recommence. Elle construit à nouveau un segment partant d'un point quelconque situé à peu près sur le segment [DE], puis elle clique sur E. Elle attrape le point D et elle l'approche du point quelconque construit, mais elle décide de le remettre à peu près où il était avant et de déplacer le point quelconque et le placer sur D.

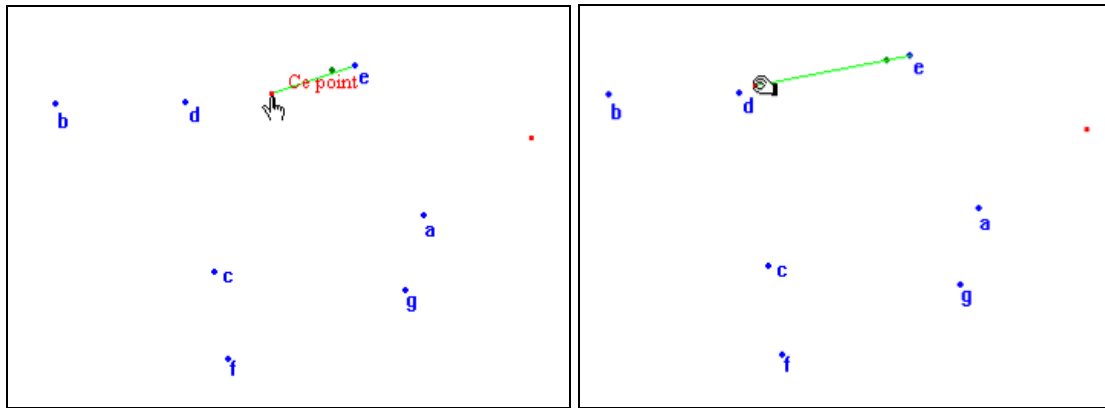


Figure 69. *A nouveau, utilisation du schème « ajustement pour satisfaire une condition »*

Iris utilise donc le déplacement pour ajuster comme élément de sa construction : elle utilise la stratégie « utilisation du point mobile pour caractériser sa trajectoire » et elle déplace le point mobile pour compléter le segment.

Iris : C'est bon hein ?

Iris attrape le point vert et elle le déplace pour vérifier que le segment construit correspond bien à la trajectoire du point vert. Elle ne peut pas invalider par déplacement sa construction, mais elle mobilise bien le schème de « déplacement pour valider ».

Elle choisit l'outil « Segment », elle attrape le point rouge et elle le déplace en le plaçant entre le point F et le point A. Puis elle attrape le point F et elle le déplace un peu.

L'observateur : Il est où le point rouge ? Il se déplace où ? Mais il se déplace sur quoi ? Attends, il se déplace sur quoi ?

Iris : Sur un segment

L'observateur : Ah bon ? Vas-y! Fais le dépla, bouge-le! Bouge-le!

Iris le déplace, elle l'emmène jusqu'à F, montrant bien qu'elle essaye d'aller plus loin, puis elle le déplace vers A.

Iris : On peut pas le déplacer entre...

L'observateur : Ah!

Iris : Sur une droite! (Elle continue à le déplacer en allant jusqu'à F) Ah non! Sur une demi-droite!

Elle choisit l'outil « Demi-droite », elle hésite à cliquer sur le point F, puis elle clique sur le point rouge et sur le point A. Elle attrape le point rouge et elle le déplace jusqu'au point F.

Elle utilise la stratégie « utilisation du point mobile pour caractériser sa trajectoire » et elle le déplace pour compléter la demi-droite.

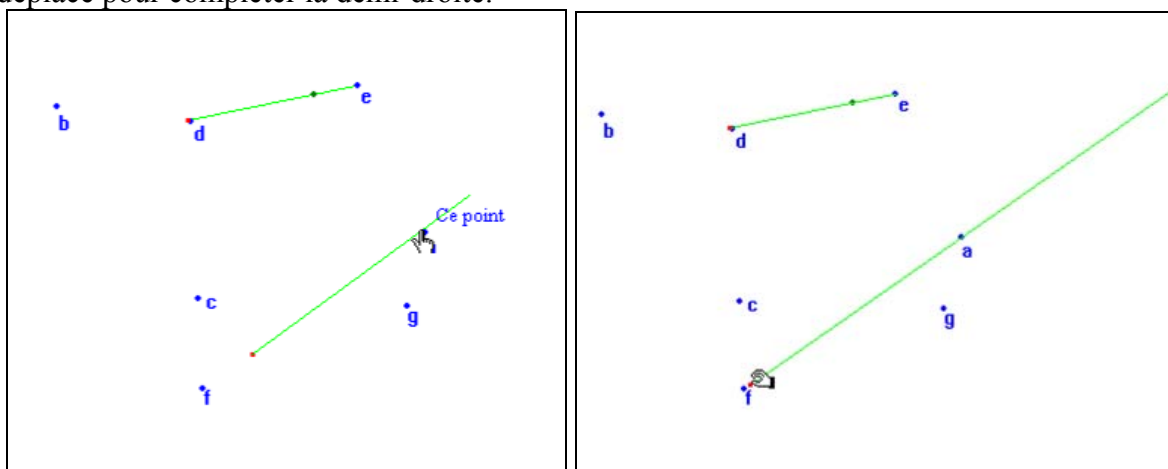


Figure 70. *Utilisation de la stratégie « à partir du point mobile » et ajustement par le déplacement du point mobile*

Iris décide d'effacer la demi-droite tracée.

Elle trace la demi-droite d'origine le point rouge et passant par A. Puis, elle attrape le point rouge et elle le déplace jusqu'à F pour « compléter » la demi-droite.

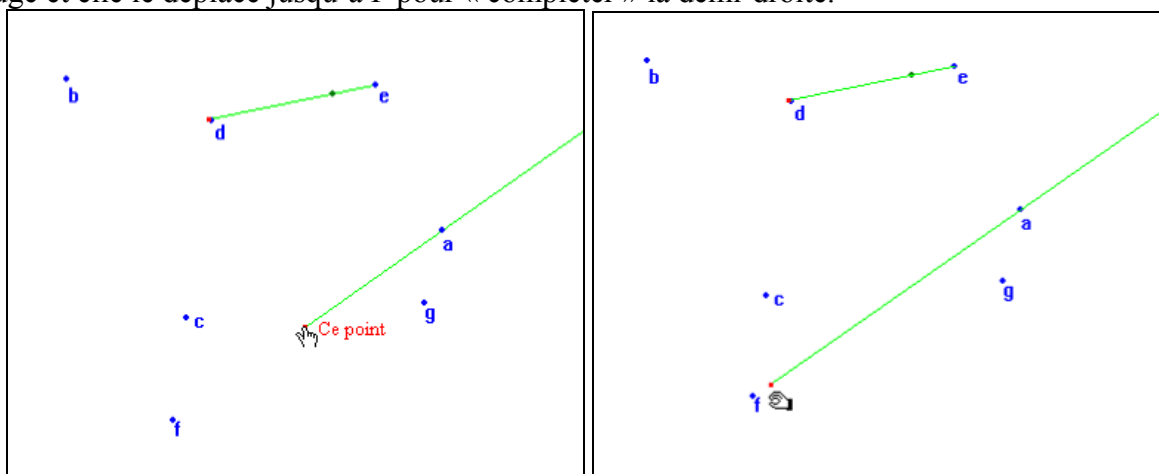


Figure 71. Une nouvelle fois, elle construit une demi-droite à partir du point mobile et « ajuste » par déplacement

L'observateur essaye de lui faire comprendre qu'il faut qu'elle finisse pour que son binôme puisse continuer avec la suite.

Iris identifie les deux trajectoires rectilignes. Elle arrive même à les caractériser en fonction des points bleus, puisqu'elle essaye de construire le segment [DE] et la demi-droite [FA], elle utilise même le schéma de vérification que la trajectoire passe par les points F et A.

Cependant, dans les deux cas Iris revient sur sa construction, elle l'efface et elle utilise le déplacement pour ajuster comme partie de sa stratégie. Dans le cas du segment, elle préfère construire un segment [D'E], où D' est un point quelconque placé à peu près sur le segment [DE], puis déplacer ce point jusqu'à D pour « compléter » le segment. Dans le cas de la demi-droite, Iris décide finalement de construire la demi-droite à partir du point rouge et passant par A et d'utiliser également le déplacement du point rouge pour compléter la demi-droite.

Iris identifie donc les trajectoires, mais elle ne réussit pas à les construire correctement.

Il n'y a pas de rédaction de message ni de phase de décryptage du message par Cédric.

II.4 « Toujours/parfois vrai »

Cédric lit la consigne : (DG) et (BC) perpendiculaires ?

Il explore les outils disponibles et il choisit l'outil « Droite perpendiculaire » mais il a du mal à l'utiliser : par quel point ? Perpendiculaire à quel segment ? Il réussit à l'utiliser, bien qu'en général, il ne réussisse pas à construire ce qu'il voulait construire au début.

Dans la figure bleue (1), ils construisent la perpendiculaire au segment [DG], passant par D. Comme cette droite se confond avec (BC), Cédric dit : « ben oui regarde! C'est perpendiculaire! ». Cédric veut donc décider à partir du dessin statique, sur lequel il essaye de construire avec des outils du logiciel une perpendiculaire pour vérifier la validité de cette propriété.

Il y a ici une instrumentation de la perception par la construction de la droite perpendiculaire et le constat de sa « confusion » avec la droite

Ils construisent la perpendiculaire à (BC) passant par B :

Cédric : Oui là faut marquer oui! (pour la perpendicularité)

Un élève : On a déplacé

Cédric : Ah mais d'abord faut déplacer!

Iris : Ben... on les a déplacés!

Ils attrapent le point A et ils le déplacent un peu, puis ils attrapent le point F et ils le déplacent aussi un peu, (EF) ne reste pas parallèle à (DG).

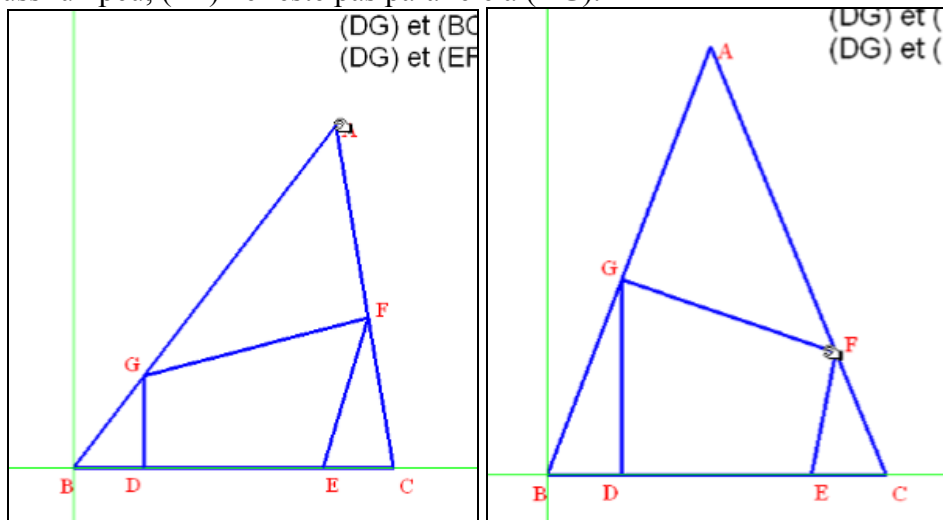


Figure 72. Ils déplacent le point A, puis le point F, dans la figure bleue

Ils essayent d'attraper C, mais ils attrapent le segment [AC] et ils le déplacent :

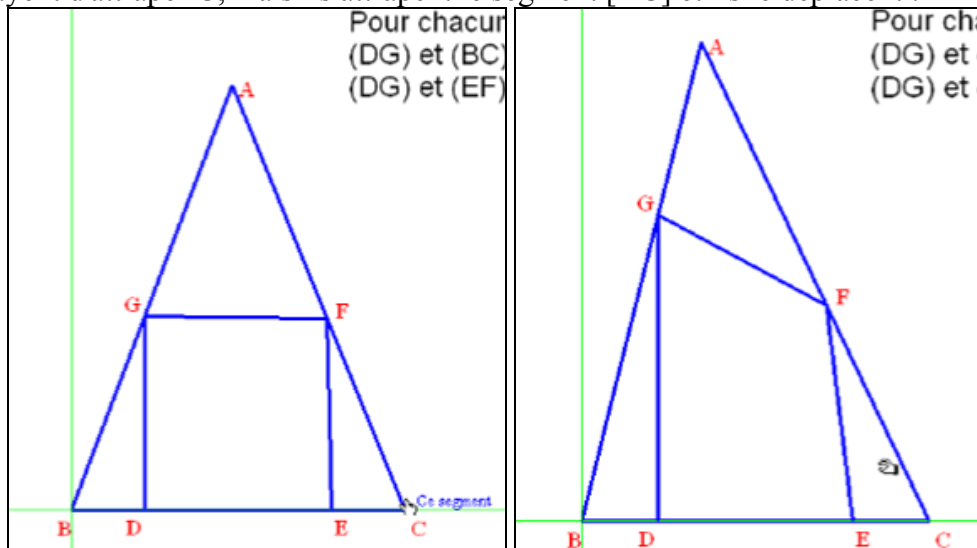


Figure 73. Ils essayent de déplacer le point A, mais déplacent en réalité le segment [AC]

Ils essayent d'attraper et déplacer E mais ils n'y arrivent pas, puis ils essayent avec D et avec B (ce dernier est non attrapable).

Ils essayent d'attraper le point F, mais ils attrapent à nouveau le segment [AC] et ils le déplacent. Ils utilisent le schème d'usage de « recherche des points qui bougent ».

Cédric : Tu vas marquer quoi ?

Iris : **Perpendiculaires, oui!**

Cédric : Oui ben faut marquer les points qu'on fait...

Iris : Mais j'ai bougé le ...

Cédric : A! G, F...

Iris : Non! **Le G il bouge pas!**

Cédric : Ce qui bouge!

Iris : A, F!

Cédric : Et le C!

Iris : Et le C aussi!

Figure Bleue	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	Oui	a F C
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	Non	a F C
(BC) EA // (GF)		

Figure 74. « Oui » à la perpendicularité

Cédric : (DG)... (DG)... sont-ils... parallèles...
 Il prend l'outil « Droite parallèle » et il essaye de tracer la parallèle à (DG) passant par F, il clique sur le segment [DG] et il essaye de cliquer sur F.
 Iris : (DG) pas (DF) !
 Cédric : (DG) et... et (EF) !
 Il n'arrive pas à cliquer sur F alors il clique sur [EF].
 Iris : Tu peux pas faire les deux en même temps !
 Ils réessayent mais ils finissent par construire la parallèle à [BC] passant par D, soit (BC), puis la parallèle à [DG] passant par D, soit (DG).
 Iris : **Oui, elle est parallèle**
 Cédric : **Non c'est (DG) !**
 Ils tracent la parallèle à [EF] passant par F.
 Iris : **Oui, ils sont parallèles !**
 Cédric : **Attends d'abord faut bouger les points !**
 Iris : **Mais ça fera pareil !**
 Ils attrapent le point F et ils le déplacent, la droite (EF) ne reste pas parallèle à (DG). Ils le remettent à peu près comme avant.

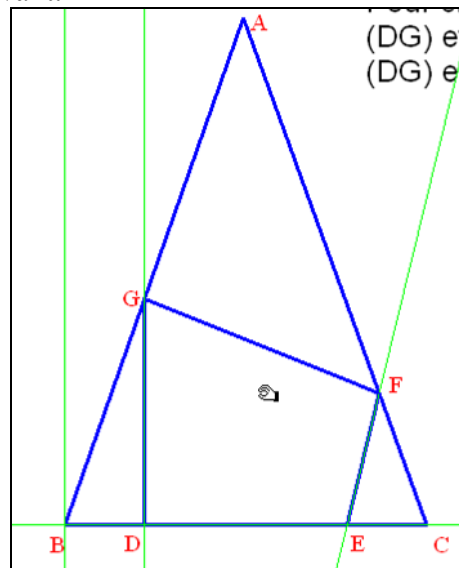


Figure 75. Ils déplacent le point F qui devrait leur permettre de conclure sur la non conservation du parallélisme

Figure Bleue	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	Oui	a F C
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	Non	a F C
(BC) EA // (GF)		

Figure 76. Ils répondent oui avant de déplacer et ensuite non

On voit donc comment Cédric commence à s'appropriier le déplacement pour valider une conjecture. Au début il décide si une propriété est vraie ou fausse sur le dessin statique en utilisant les outils du logiciel pour instrumenter sa perception. Puis une fois qu'ils commencent à déplacer et à observer les variations de la figure, Cédric utilise le déplacement pour décider si leur conjecture peut être validée ou pas.

Sur la figure verte (2), ils tracent la perpendiculaire à (DG) passant par D, qui n'est pas (BC) puisque (DG) et (BC) ne sont pas perpendiculaires ; puis ils tracent la perpendiculaire à (BC) passant par B.

L'enseignant fait une phase collective, un débat, dans lequel le but est d'arriver à « en géométrie dynamique, une propriété géométrique est vraie si elle se conserve au cours du déplacement » et le contre-exemple : « si une seule fois la propriété n'est pas vérifiée, alors on dit qu'elle est fausse ».

Pendant la phase collective, Cédric et Iris colorent les segments [DG], [EF] et [BC] en rouge dans la figure bleue (1), dans la figure verte (2) et dans la figure rose (3).

Ils reviennent à la figure verte (2) et ils tracent la parallèle au segment [EF] passant par F, soit (EF). Ils attrapent le point G et ils le déplacent, la droite perpendiculaire au segment [DG] passant par D ne reste pas confondue avec [BC].

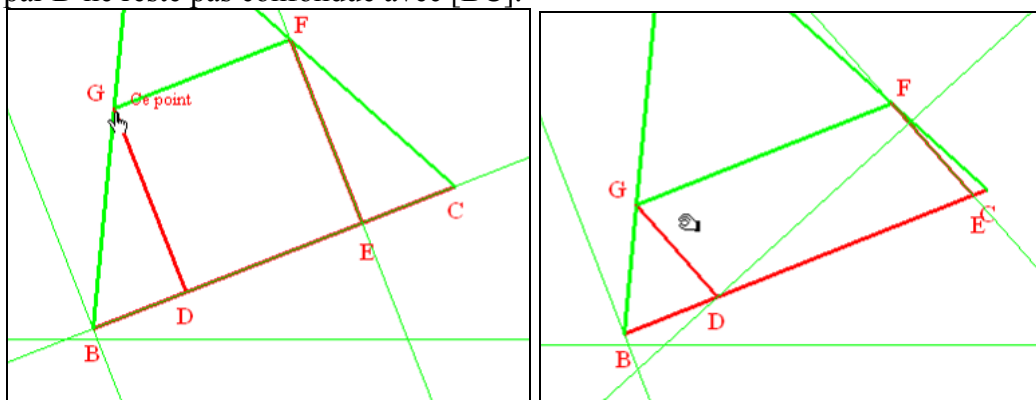


Figure 77. Ils déplacent G et la perpendiculaire à [GD] passant par D ne se confond plus avec (BC)

Ils effacent toutes les droites tracées dans la figure bleue et la verte.

L'observateur : Dans la verte, est-ce que (DG) et (BD) sont perpendiculaires ?

Iris : Mmmmmmm... Oui!

Cédric : (BD), (BC)...

Iris : **Faut bouger les points aussi!**

Iris devient donc consciente qu'il faut déplacer pour décider si la propriété se conserve au cours du déplacement ou pas.

Ils attrapent et ils déplacent le point D, mais ils le remettent comme avant et ils n'invalident pas la non perpendicularité.

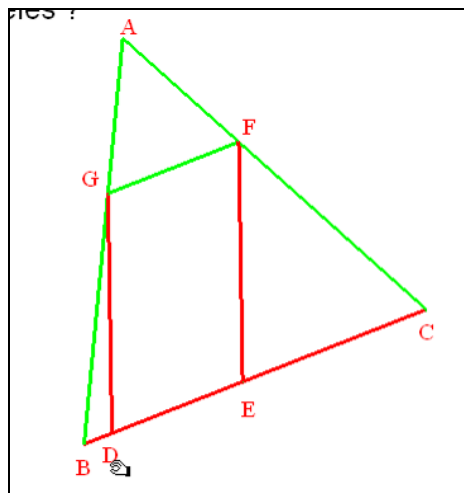


Figure 78. Cédric et Iris déplacent le point D

Cédric : Oui!

Iris : ça c'est (BD) et (BC)...

Cédric : (BC) et (GF)!

Iris : Mais non!

Cédric : Dans la ligne grisée!

Iris : C'est n'importe quoi! C'est (DG) et (BC)!

Cédric observe (GF) et (BC), alors que Iris observe (DG) et (BC), mais aucun des deux ne reconnaît la non perpendicularité.

Ils attrapent et ils déplacent G , mais comme ils le déplacent très peu, ils pensent qu'il ne peut pas être déplacé. Ils attrapent A et ils le déplacent sur la médiatrice de $[BC]$.

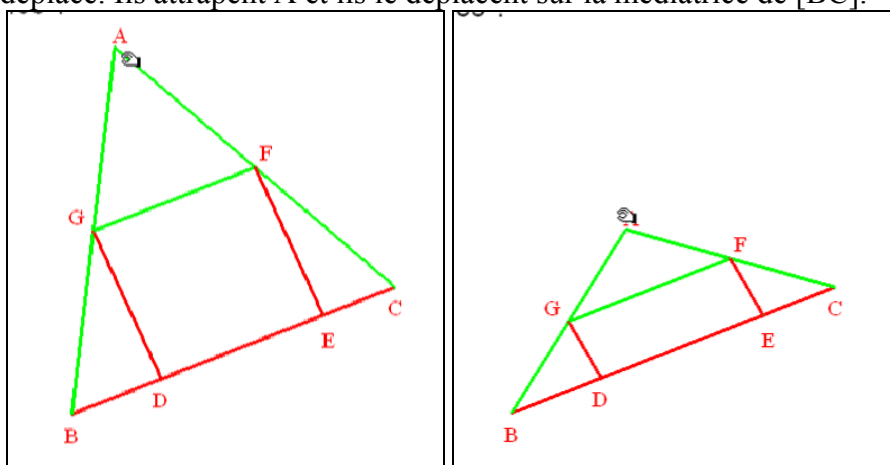


Figure 79. Ils déplacent le point A

Iris : ça reste tout le temps pareil! Regarde, monte comme ça!

Ils attrapent le point G et ils le déplacent sur le segment AB .

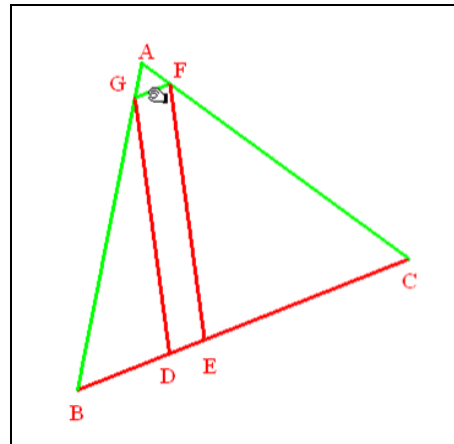


Figure 80. Le déplacement du pont G leur permet de valider la conservation du parallélisme

Iris : C'est parallèle et c'est perpendiculaire aussi!

Dans leur fiche ils répondent « oui » à la perpendicularité et au parallélisme.

Figure Verte	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	oui	A D C
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	oui	A D C

Ils n'invalident donc pas la perpendicularité dans la figure. Le parallélisme est plus facilement reconnu et les déplacements qu'ils font leur ont permis de l'observer plus facilement.

Le schème de validation d'une propriété par déplacement n'est pas complet puisqu'il n'y a pas reconnaissance de la perte de la propriété. Ils ne possèdent pas les invariants leur permettant de faire l'invalidation.

Ils continuent avec la figure rose. Ils prennent l'outil « Droite parallèle » et ils essaient de construire une droite parallèle, mais Iris dit à Cédric :

Iris : Non! Il faut prendre la main et faut bouger!

On voit donc l'influence de l'intervention de l'enseignant.

Ils attrapent le point D et ils le déplacent.

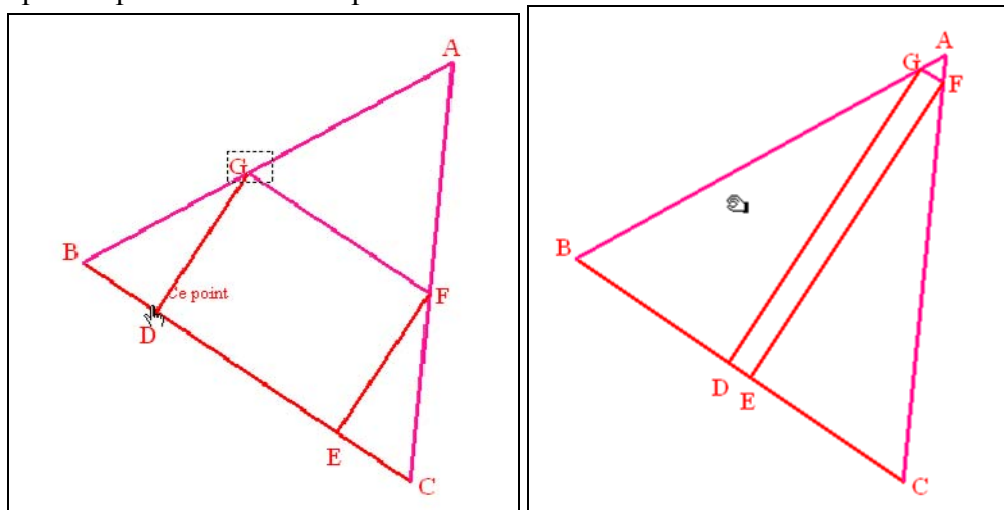


Figure 81. Cédric et Iris déplacent le point D dans la figure rose (3)

Iris : C'est bon! Maintenant bouge le BC! Ben bouge le B!
 Cédric essaye de déplacer le point B mais il est non attrapable.
 Iris : Bouge le C, bouge le C!
 Cédric essaye de déplacer le point B, mais il est non attrapable.
 Iris : Bouge le C, bouge le C!
 Cédric essaye d'attraper le point C, mais il attrape le segment [AC] et il le déplace un peu (très peu).
 Iris : Bouge le A! Le A!
 Iris veut donc essayer de déplacer tous les points de la figure pour décider quelles propriétés sont vraies et lesquelles sont fausses. Elle utilise le schème d'usage de « recherche des points qui bougent » et le schème de « déplacement d'un point pour tester la construction ».
 Cédric attrape le point A et il le déplace, (GF) et (DE) ne restent pas parallèles, alors que (DG) et (EF) restent parallèles.

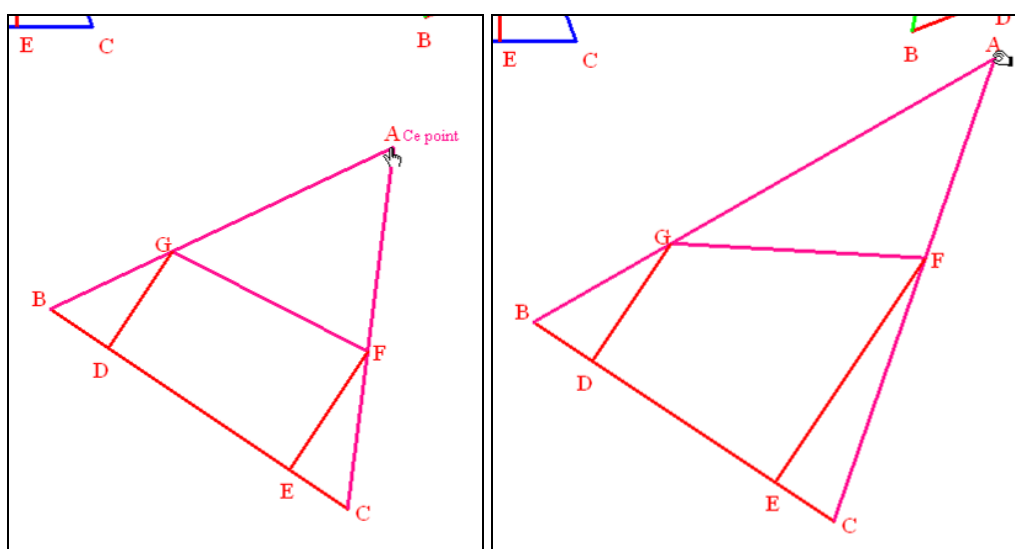


Figure 82. Ils déplacent le point A dans la figure rose (3)

Iris : **Il est pas parallèle regarde!**
 Iris invalide donc la propriété « (GF) et (BD) parallèles ».
 Ils continuent à déplacer le point A et ils utilisent le schème de « déplacement pour analyser les variations de la figure au cours du mouvement ».
 Iris : Perpendiculaires ?
 Ils prennent l'outil « Droite perpendiculaire » et ils tracent la perpendiculaire à (DG) passant par B, soit (BC), puis la perpendiculaire à (BC) passant par B. Sans déplacer, ils concluent :
 Iris : **Oui c'est perpendiculaire!**
 Cédric : Là au premier c'est non et après c'est oui!
 Dans leur fiche ils répondent « oui » à (DG) et (BD) perpendiculaires, « non » à (DG) et (EF) parallèles et « non » à (BC) et (GF) parallèles.
 Cédric : Et quels points on a bougé ?
 Iris : On a bougé le A...
 Cédric : Le C, le G
 Iris : Non on n'a pas bougé le F!
 Cédric : Il bouge pas!
 Iris essaye de le déplacer.
 Iris : Et le D ?

Pour décider de la validité de la propriété «(BC) et (GF) parallèles ? », ils tracent la parallèle à (BD) passant par B, soit (BC), et la parallèle à (GF) passant par F, soit (GF), et ils déplacent le point D :

Iris : **Si ça reste toujours...**

Mais la droite disparaît :

Iris : Ah! J'ai rien dit!

Cédric : Non regarde! Même si tu vois pas! Regarde

Iris utilise alors le schème du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement » et elle montre à Cédric une position dans laquelle les droites (GF) et (BC) se coupent.

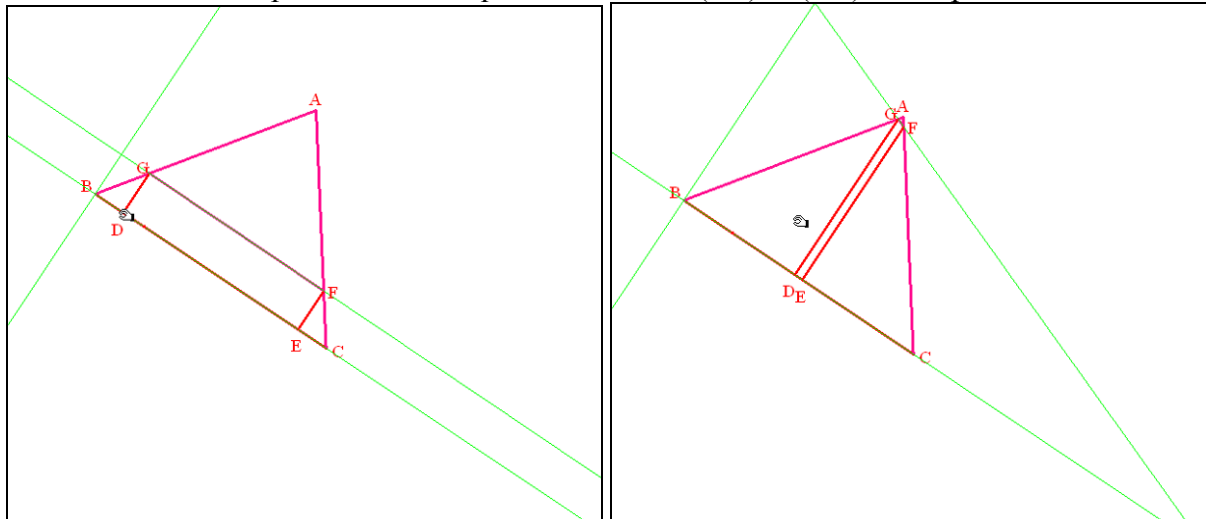


Figure 83. Iris utilise le schème du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement » pour montrer à Cédric que les droites ne sont pas parallèles

Iris : Non regarde! **ça se tord!** Tu vois ?

Cédric : Ah ouais! Ouais carrément !

Figure Rose	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	oui	A C G
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	Non	A C G
	Non	

Figure 84. Ils invalident le parallélisme des droites (GF) et (BC) (troisième ligne grisée)

Iris utilise donc le schème du dessin contre-exemple obtenu par déplacement pour invalider la conjecture « (GF) et (BC) parallèles » et pour montrer à Cédric pourquoi elle peut réfuter cette propriété. Dans cet épisode, il apparaît clairement que c'est un état particulier de la figure qui permet aux élèves de décider s'il y a encore parallélisme ou pas, en l'occurrence pas. Le déplacement utilisé est un photo-déplacement. Leurs difficultés précédentes sont donc bien sur la reconnaissance perceptive du parallélisme et de la perpendicularité. Ils essaient d'ailleurs d'instrumenter cette perception par la construction de droites parallèles et perpendiculaires.

Dès le début de la situation, Cédric et Iris cherchent à décider si les propriétés sont vraies ou fausses en construisant des droites parallèles et perpendiculaires, avec lesquelles ils ont beaucoup de mal, puisqu'en général ils n'arrivent pas à construire les objets qu'ils cherchaient à construire au début. Mais une fois qu'ils comprennent qu'ils doivent déplacer pour voir si les propriétés se conservent ou pas au cours du déplacement, ils décident de déplacer tous les

points possibles. Le rôle de l'intervention de l'enseignante paraît être déterminant pour que ce binôme se mette à déplacer les points.

La reconnaissance de la perpendicularité pose des problèmes, en particulier dans la figure verte.

Ils construisent le schéma du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement » et celui-ci leur permet d'invalider les conjectures et les propriétés qui sont fausses et d'argumenter entre eux sur la validité des propriétés géométriques de la figure.

II.5 « Construire le symétrique »

Dans cette situation, Cédric était absent et Iris se retrouve seule. Les remarques qu'elle fait sur les variations de M et de M' restent du côté spatio-graphiques et ne caractérisent pas géométriquement les propriétés qui les relient.

Lors de la construction du symétrique, Iris commence par tracer une droite (axe) horizontale, puis elle l'efface et elle trace une droite inclinée. Elle place sur la feuille un point M qui n'appartient à cette droite puis explore les outils disponibles pour construire le symétrique de M par rapport à la droite tracée.

Elle trouve l'outil « Symétrie axiale », elle explore un peu plus les outils du logiciel, puis elle revient et elle choisit l'outil « Symétrie axiale ».

Elle s'approche du point M et le logiciel lui propose « Symétrie de ce point », elle clique, puis elle clique sur la droite et elle obtient le symétrique de M . Puis elle refait une deuxième fois.

Elle essaye de cliquer une troisième fois sur le point M , mais elle l'attrape et elle le déplace et le symétrique de M se déplace au même temps.

Iris a une difficulté récurrente lors de la construction, elle ne relâche pas le bouton de la souris et donc déplace le point au lieu de le sélectionner.

Elle attrape le point M à nouveau et elle le déplace en lui faisant faire des allers-retours d'un côté et de l'autre de la droite.

Elle active involontairement la trace du point M et de son symétrique M' et elle attrape et déplace le point M , les points M et M' laissent leur trace lorsqu'ils sont déplacés.

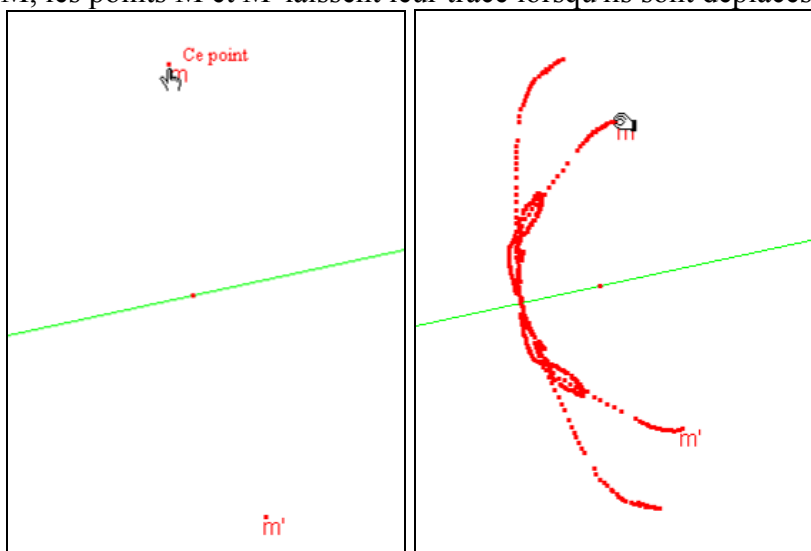


Figure 85. Iris active la trace des points M et M' et déplace le point M

Elle essaye d'attraper la trace, de l'effacer, mais elle n'y arrive pas. Elle attrape à nouveau le point M et elle le déplace poursuivant l'affichage de la trace.

Elle appelle alors l'observateur pour qu'il enlève la trace, puis l'observateur lui montre que ça peut être intéressant lorsqu'on contrôle le déplacement et il lui explique comment l'utiliser.

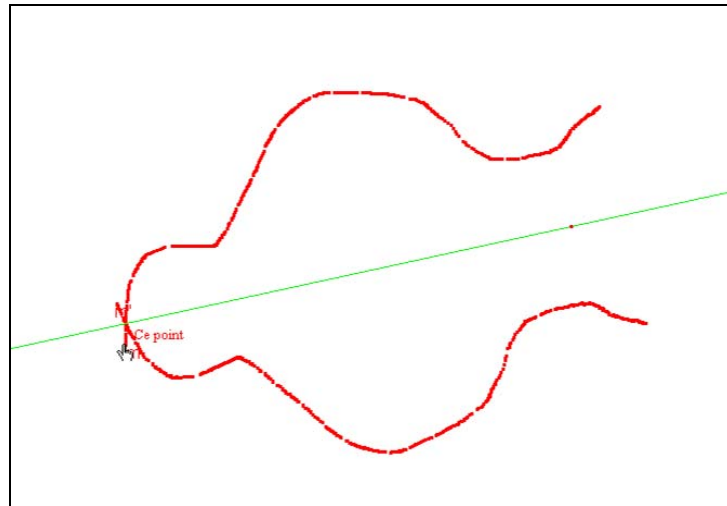


Figure 86. Utilisation de l'outil « Trace » et déplacement du point M contrôle par l'observateur

Iris essaye d'attraper le point M' qui n'est pas attrapable, puis elle attrape et elle déplace le point M. Dans sa fiche, elle écrit qu'elle constate que « les deux (M et M') bouge en même temps ».

➤ **Utiliser l'Outil « Symétrie Axiale »**

Sur une nouvelle feuille, construis une droite (d) et un point M qui ne lui appartient pas.

Construis le symétrique du point M par rapport à la droite (d). Nomme ce point M'.

Déplace le point M, la droite (d) et le point M'. Qu'observes-tu? *ils deux bouge en même temps*

Déplace le point M pour que les points M et M' soient confondus. Qu'observes-tu ?

Figure 87. « Les deux bouge en même temps »

Elle n'identifie pas les conditions dans lesquelles les deux points sont confondus.

Elle trace la droite (MM') et elle construit le point d'intersection de (MM') et l'axe de symétrie (elle nomme (d) la droite (MM') au lieu de l'axe).

Elle attrape le point M et elle le déplace, au début en allant vers les côtés, puis en s'approchant de l'axe de symétrie et en s'éloignant.

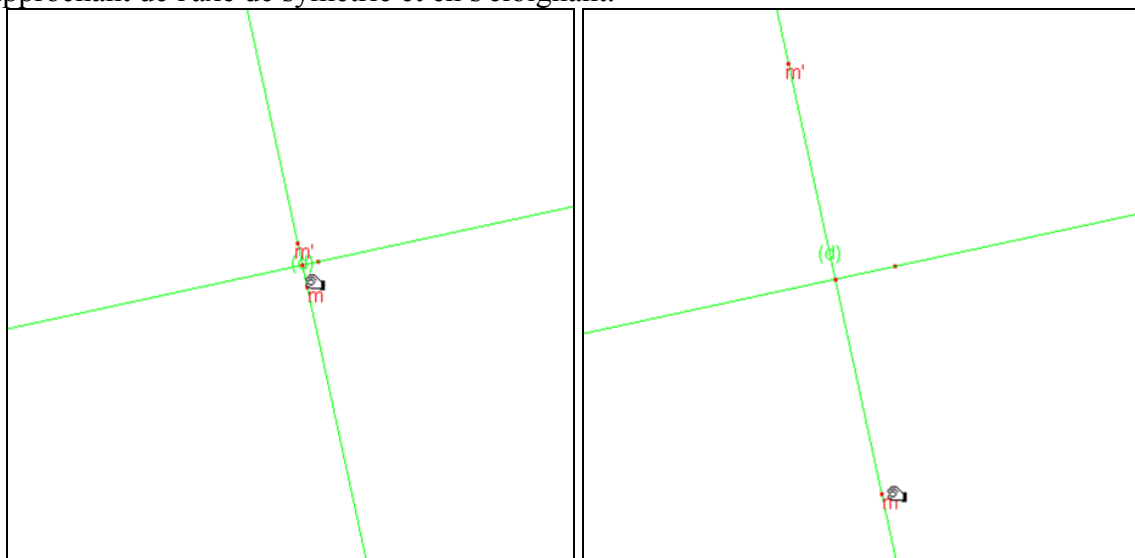


Figure 88. Déplacement du point M en le rapprochant et l'éloignant de l'axe

Iris constate et note sur sa fiche que « la droite (d) reste sur la droite et le point M et M' se déplace de gauche à droite et de haut en bas ». Elle reste donc une description spatio-graphique du déplacement de M et M' et ne caractérise pas géométriquement la position relative des deux droites.

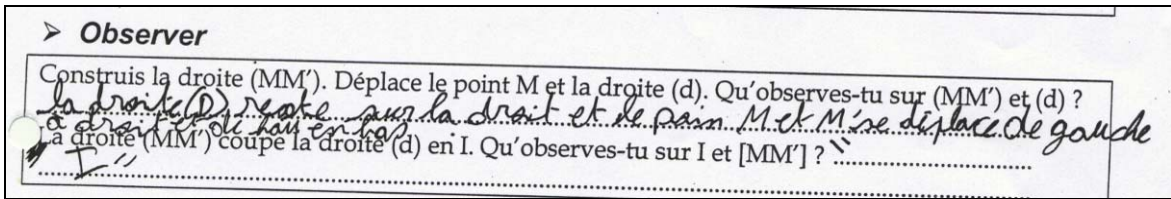


Figure 89. « la droite (d) reste sur la droite et le point M et M' se déplace de gauche à droite et de haut en bas »

Iris nomme le point d'intersection des deux droites I et elle essaye de l'attraper et le déplacer ; puis elle essaye de déplacer le point M', puis finalement elle attrape et elle déplace le point M. Elle n'écrit que « I » dans sa fiche.

Iris doit faire la même construction de M et son symétrique par rapport à une droite sur le cahier (pas de trace écrite).

L'enseignant guide Iris dans sa construction :

L'enseignant : Alors Iris, oui, il faut que t'ais là quoi ?

Iris : Un angle droit ?

L'enseignant : Il faut que t'ais un angle droit! Si tu veux avoir un angle droit, tu glisses ta règle (règle-équerre) contre, tu glisses, tu glisses, tu glisses, tu glisses, tu glisses! Et il faut passer par le point M, il est où le point M là je le vois pas ? Il faut une croix où tu as le point M! Fais-moi voir une croix avec le point M ?

(...)L'enseignant : Voilà! Là c'est (...)! Et après t'es... Et cette longueur tu la reportes de l'autre côté...

Iris doit maintenant construire le symétrique d'un point N dans Cabri, sans utiliser l'outil « Symétrie axiale ».

Elle place un point N qui n'appartient pas à la droite verte (elle a mis en rouge la droite (MM')). Elle construit une droite passant par N, mais la direction qu'elle a choisie ne paraît pas la satisfaire, alors elle l'attrape et elle l'ajuste, en la mettant de manière à ce qu'elle soit perceptivement perpendiculaire à la droite verte.

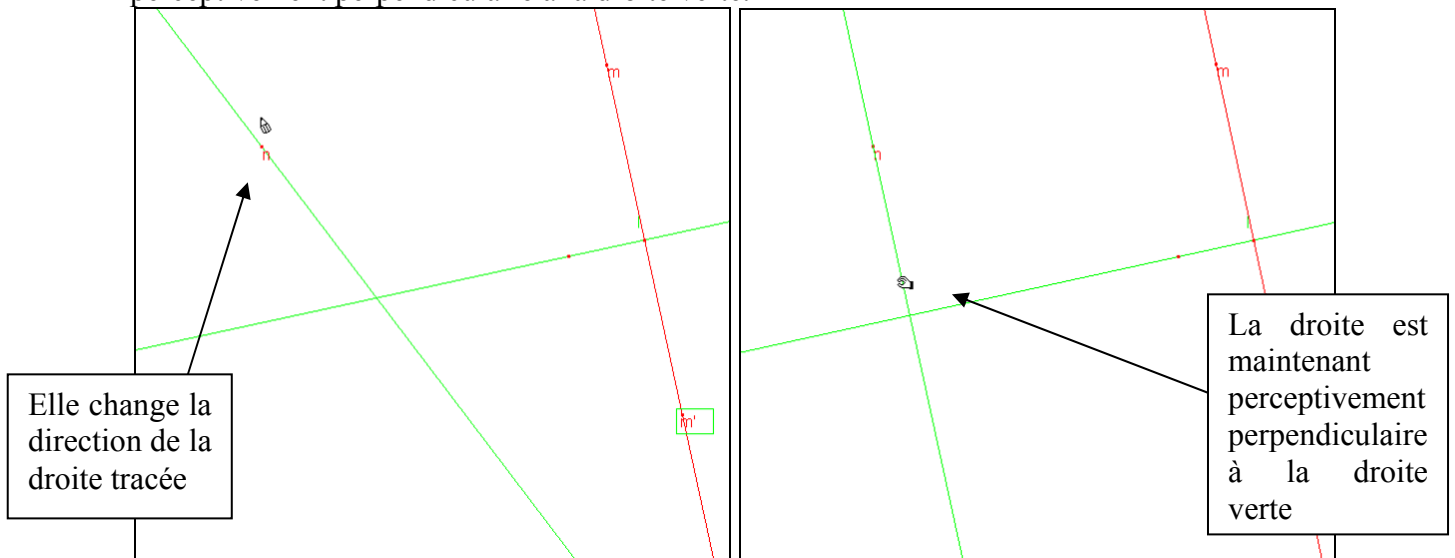


Figure 90. Iris utilise le déplacement pour ajuster la direction de la droite passant par N pour qu'elle soit perceptivement perpendiculaire à la droite verte

Mais le temps est fini.

Iris se retrouve seule dans cette situation, elle n'interagit pas avec d'autres élèves et elle ne demande pas à l'enseignant de la guider dans son exploration ou dans la construction.

Dans son exploration de la figure dans la première phase, sans le vouloir elle active la trace des points M et M' et elle observe le déplacement des deux points, ce qui lui permet d'observer la dépendance des deux points au cours du mouvement. Elle ne caractérise pas géométriquement les variations de la figure, mais reste dans une description spatiale du mouvement de la droite (MM'), « de gauche à droite ».

Nous n'avons pas de trace écrite de la construction d'Iris dans le cahier, mais dans Cabri elle ne commence pas par la stratégie de base qui consiste à construire N' au jugé. Elle passe directement à la construction d'une droite passant par N, qu'elle ajuste par déplacement pour la rendre perceptivement perpendiculaire à l'axe.

Pour ce qui est du schème d'usage de construction d'un objet, Iris a encore des difficultés pour sélectionner un point sans le déplacer.

II.6 « Rectangles à compléter »

Cédric et Iris commencent par le rectangle bleu (1).

Cédric : Tu veux mesurer ?

Ils choisissent l'outil de mesure de longueurs.

Cédric : C'est comment pour mesurer ?

Ils cliquent sur B et sur L et ils obtiennent la longueur BL : 4,45cm.

Cédric : Et là je vais faire pareil...

Ils tracent un segment à partir du point E et ils mesurent : 4,61cm.

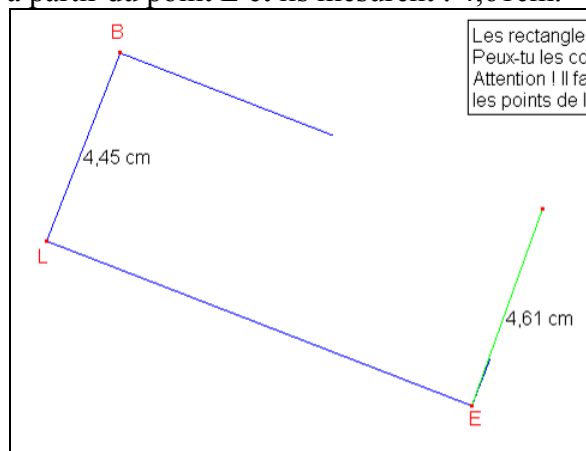


Figure 91. Ils cherchent à avoir deux segments de même mesure

Ils effacent la longueur du segment, le rétrécissent un peu, puis ils mesurent à nouveau : 4,24cm.

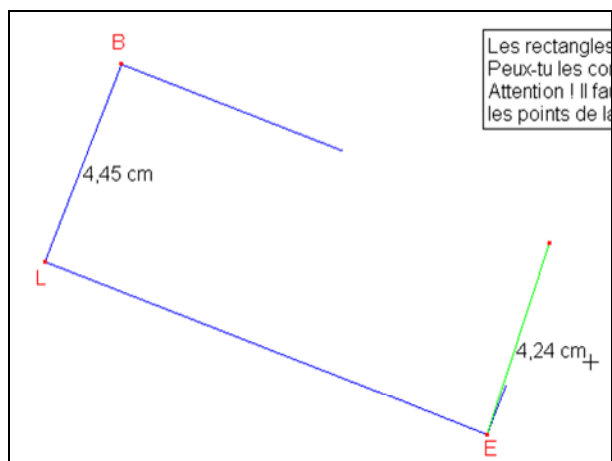


Figure 92. Ils mesurent une nouvelle fois après avoir déplacé

Il n'y a pas de notion de mesure dynamique

Ils recommencent, ils attrapent l'extrémité du segment, ils la déplacent, agrandissent le segment et le mesurent une nouvelle fois : 4,35 cm. Le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » n'est pas complètement acquis.

Iris : Laisse comme ça et tu bouges le truc, comme ça t'as toujours le truc.

Cédric attrape l'extrémité du segment et il ajuste la longueur du segment par déplacement pendant qu'Iris lui indique vers où aller. Ils changent donc de stratégie : ils ne remesurent pas à chaque fois, mais mettent en place cette fois-ci le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure n'est pas complètement construit ».

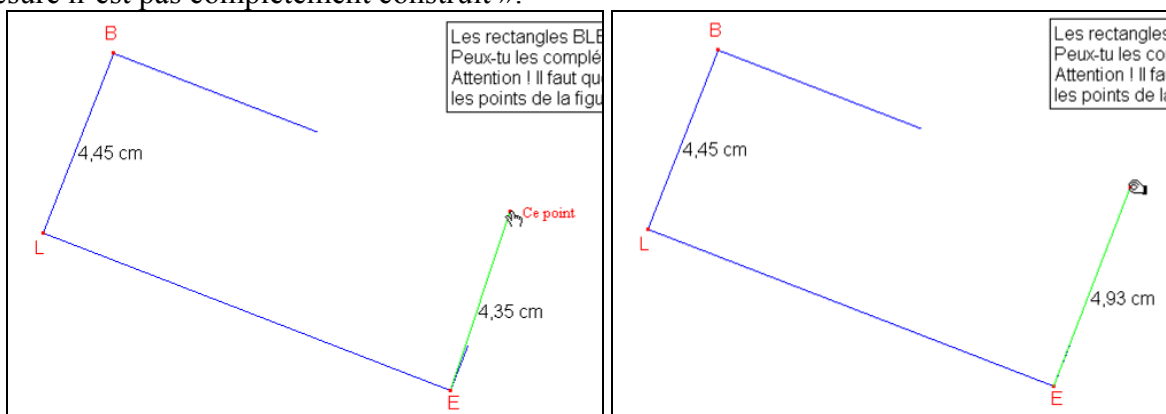


Figure 93. Ils utilisent le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » pour avoir des segments de même longueur

Iris : Là c'est bon! Fais lui en bleu... C'est tous des rectangles ou non ?

Ils colorent le segment en bleu, puis ils tracent le segment qui relie B à ce segment et ils le colorent en bleu.

Ils attrapent le point B et ils le déplacent, comme le côté incomplet [Bx] « dépasse », Cédric propose de l'effacer.

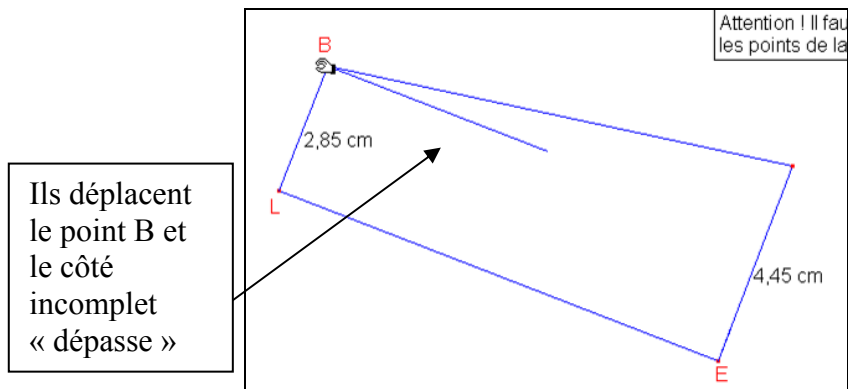


Figure 94. Ils déplacent le point B pour valider leur construction

Ils attrapent le point B et ils le déplacent pour ajuster et obtenir la même mesure des deux côtés, mais ils n'y arrivent plus, ils obtiennent 4,45 d'un côté et 4,46 de l'autre.

Ils attrapent le quatrième sommet du quadrilatère (celui qu'ils ont construit) et le déplacent. Le côté incomplet, [Ey], « dépasse », alors Cédric propose à nouveau d'effacer « le petit ».

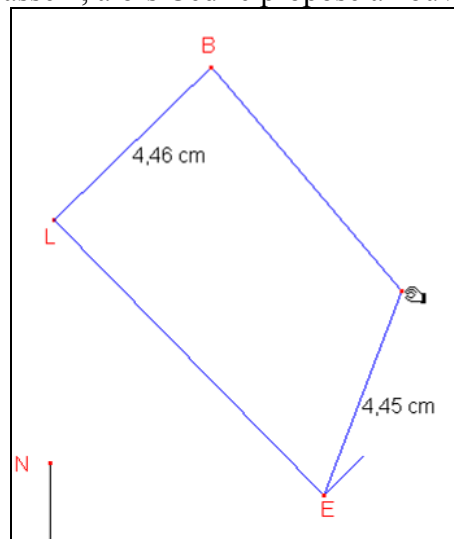


Figure 95. Ils déplacent le quatrième sommet construit pour valider leur construction

Cédric et Iris n'invalident donc pas leur construction. Le fait de pouvoir mettre la figure comme un trapèze ne paraît pas les déranger.

Ils attrapent à nouveau le quatrième sommet et ils déforment la figure, ils n'invalident pas leur construction, puis ils ajustent par déplacement pour à avoir à nouveau les deux côtés opposés mesurés de même longueur et que le quadrilatère ait une forme de rectangle.

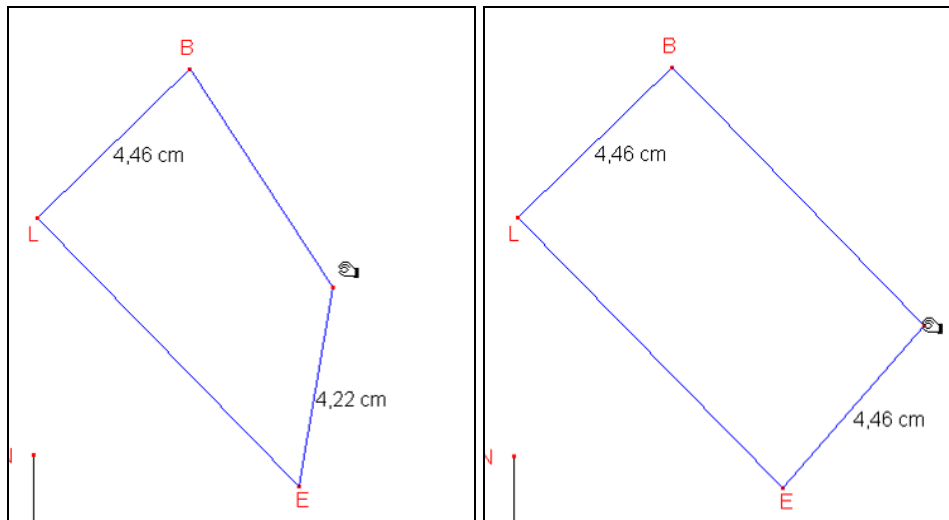


Figure 96. Ils utilisent le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure »

On retrouve la même difficulté que dans « Toujours/parfois vrai », à savoir l'identification de la conservation d'une propriété géométrique au cours du déplacement. Que la figure ne soit plus un rectangle ne les surprend pas.

Iris attrape le point E et elle le déplace, en continuant à déformer la figure :

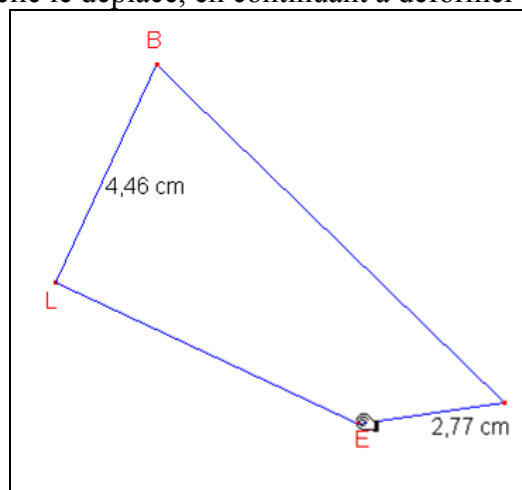


Figure 97. Iris déplace le point E pour invalider la construction

Iris : C'est pas un rectangle ça ?

Cédric : Si!

Iris veut donc invalider la construction, mais Cédric la valide et Iris ne réfute pas.

Ils déplacent une nouvelle fois pour ajuster et avoir la même longueur des deux côtés.

Ils essayent d'ajuster la longueur de [BL] en déplaçant L, mais sa longueur ne varie pas lorsqu'on déplace L.

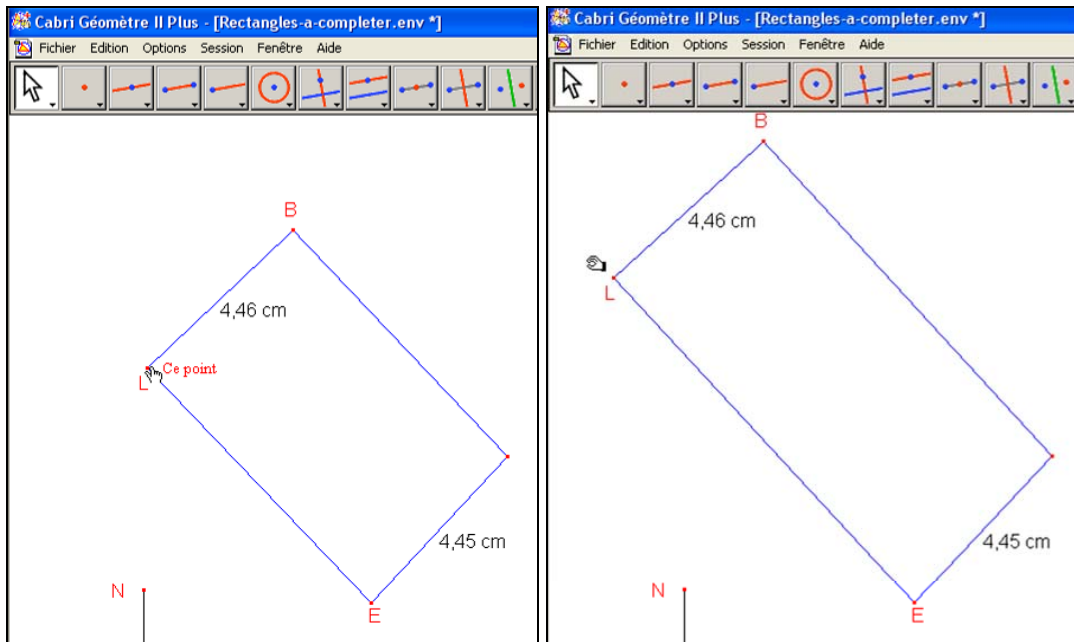


Figure 98. Ils déplacent le point L pour ajuster et avoir deux côtés opposés de même mesure

Ils attrapent le point L et ils le déplacent, ils font croiser le quadrilatère :

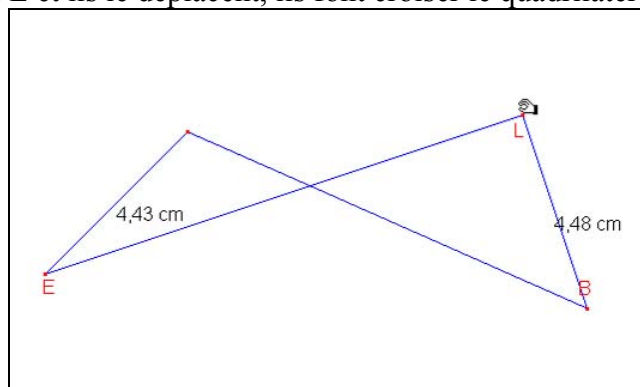


Figure 99. Cédric déplace le point L et met la figure dans une position qui invalide leur construction

Cédric : Pas trop un rectangle...

Cédric est donc conscient qu'au moins dans cette position là, la figure n'est pas un rectangle. Mais leur préoccupation est d'obtenir les deux côtés opposés de même longueur. Ils remettent donc le quadrilatère comme avant et ils réussissent à avoir 4,47cm des deux côtés, ce qui paraît les satisfaire.

Une position particulière leur permet de décider si la figure est mais cette position n'a pas valeur de contre e-exemple ici, contrairement à ce qui s'est passé dans la situation « Toujours/ parfois vrai ».

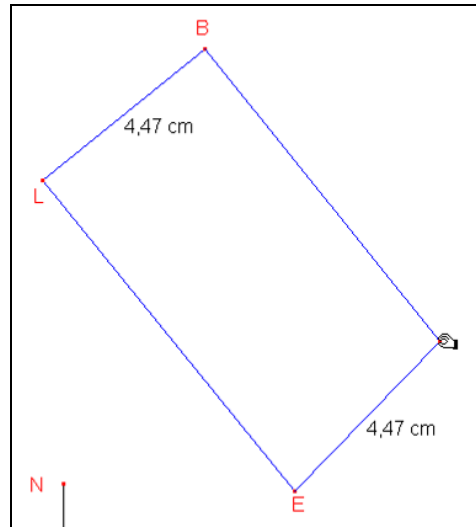


Figure 100. Ils utilisent le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » pour obtenir deux segments opposés de même mesure

Cédric et Iris décident alors de continuer avec le rectangle rose (2). Ils commencent par mesurer la longueur RO et obtiennent 3,39cm. Ils tracent un segment partir de S qui est à peu près vertical et ils mesurent sa longueur : 3,26cm.

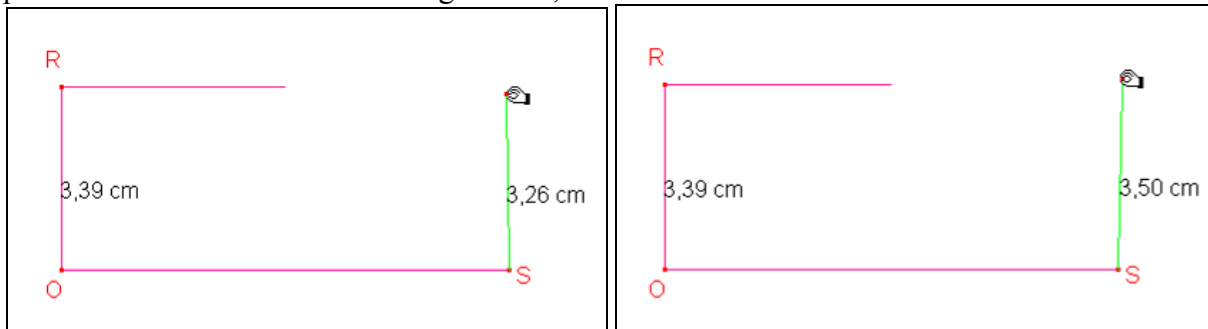


Figure 101. Ils utilisent le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » pour obtenir à nouveau deux segments opposés de même mesure

Ils attrapent l'extrémité du segment et ils la déplacent pour obtenir la même longueur que OR. Ils déplacent aussi R. Le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » est maintenant en place, alors qu'il ne l'était pas pour le rectangle précédent.

Ils tracent un segment, [XY], qui relie le côté à l'extrémité du segment tracé, en cliquant sur le côté incomplet et en allant jusqu'à l'extrémité du segment tracé auparavant.

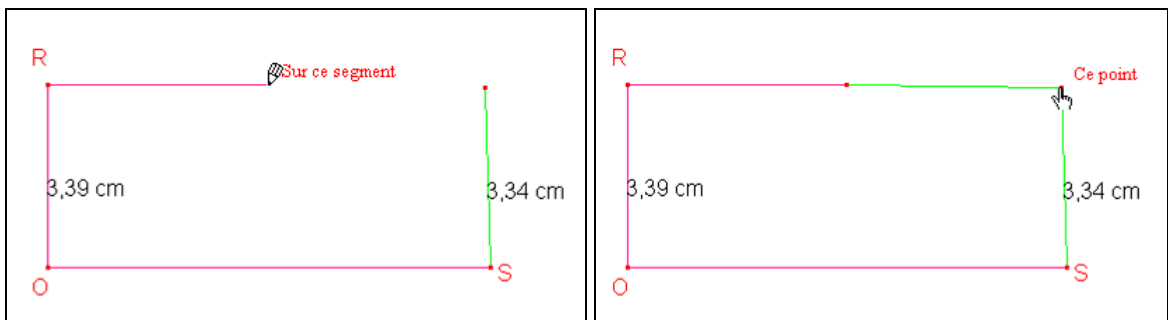


Figure 102. Ils utilisent le schème du « crayon » pour prolonger le segment [Rx]

Comme Iris n'est pas satisfaite du fait que les deux segments mesurés n'aient pas la même mesure, Cédric attrape le point R et il le déplace pour enfin obtenir 3,34cm des deux côtés.

Cédric : Ben attends! D'abord faut mesurer pour voir si c'est bien ça!
 [OS] mesure 8,29cm, puis il mesure la distance du point R à Y, extrémité du segment tracé à partir de S, 8,18cm.

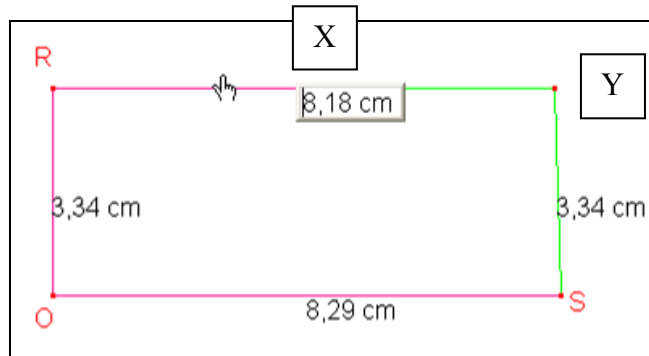


Figure 103. Deux côtés opposés de même mesure (3,34cm) et deux non

Ils attrapent alors Y et ils le déplacent pour ajuster la longueur des segments tracés et obtenir la même mesure que OS. Lorsqu'ils réussissent à avoir 8,29cm, OR n'a pas la même mesure que YS.

Leur validation vient donc de la mesure X côtés et d'avoir des Y opposés de même

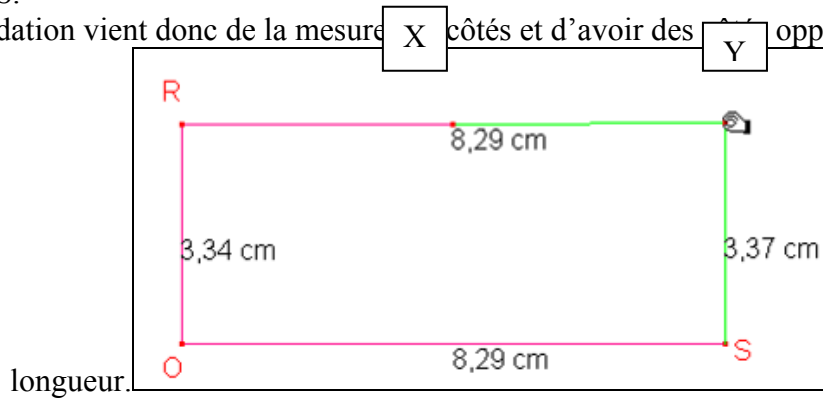


Figure 104. Ils utilisent le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » pour obtenir à nouveau deux segments opposés de même mesure

Ils effacent le segment [XY], ainsi que le côté incomplet [Rx], pour pouvoir tracer un segment qui relie directement R à Y.

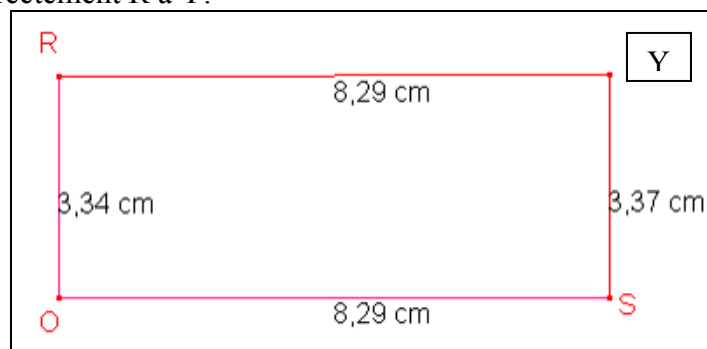


Figure 105. Ils obtiennent deux côtés opposés de même mesure (3,34cm) et deux non

Cédric et Iris se contentent donc d'avoir deux côtés opposés de même mesure, puisque les deux autres n'ont pas exactement la même mesure.

Ils reviennent sur la figure bleue et ils attrapent et déplacent le point B, puis le point L et ils laissent le quadrilatère bleu (1) dans une position où il est croisé.

Puis ils attrapent le point R dans la figure rose (2) et ils le déplacent un peu, puis ils attrapent le point O et ils le déplacent beaucoup, en explorant les variations du quadrilatère.

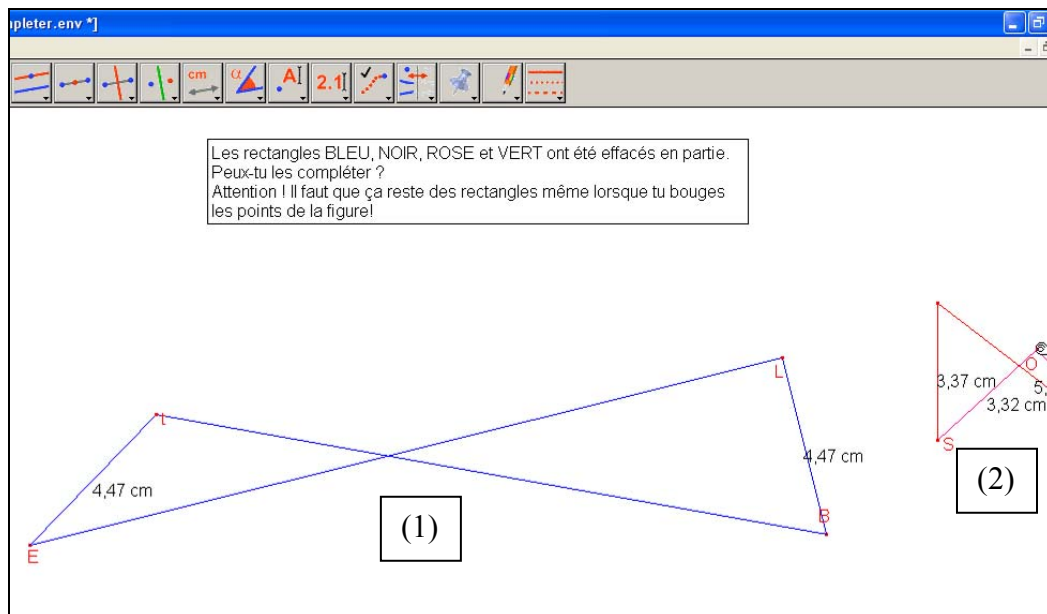


Figure 106. *Quadrilatère bleu (1) croisé et quadrilatère rose (2) croisé*

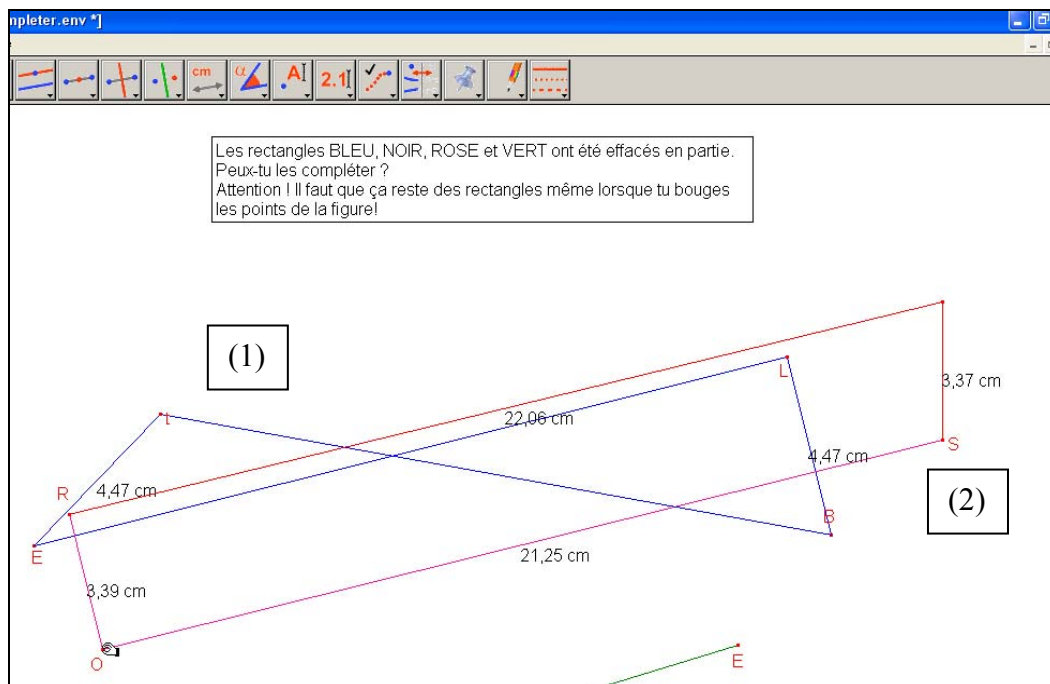


Figure 107. *Quadrilatère bleu (1) croisé, quadrilatère rose (2) un « presque » rectangle*

Iris demande à un autre élève, Mounir, de valider leur construction :

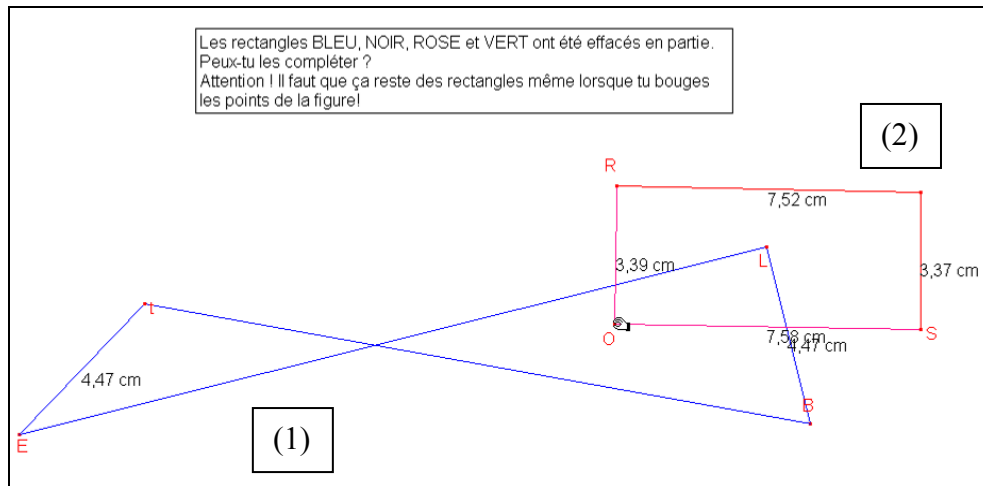


Figure 108. Iris déplace le point O dans la figure rose (2) et elle demande à Mounir de la valider

Iris : Mounir, c'est un rectangle ?

Mounir : Ben si c'est un rectangle...

Nous pensons que la validation de Mounir peut venir de l'état de la figure rose (2) au moment où Iris lui montre leur construction

Iris déplace le point R et par moments le quadrilatère ressemble plus à un trapèze. Puis elle déplace la souris vers la gauche et comme R se déplace sur la perpendiculaire à (OS) passant par O, le quadrilatère prend la forme d'un rectangle.

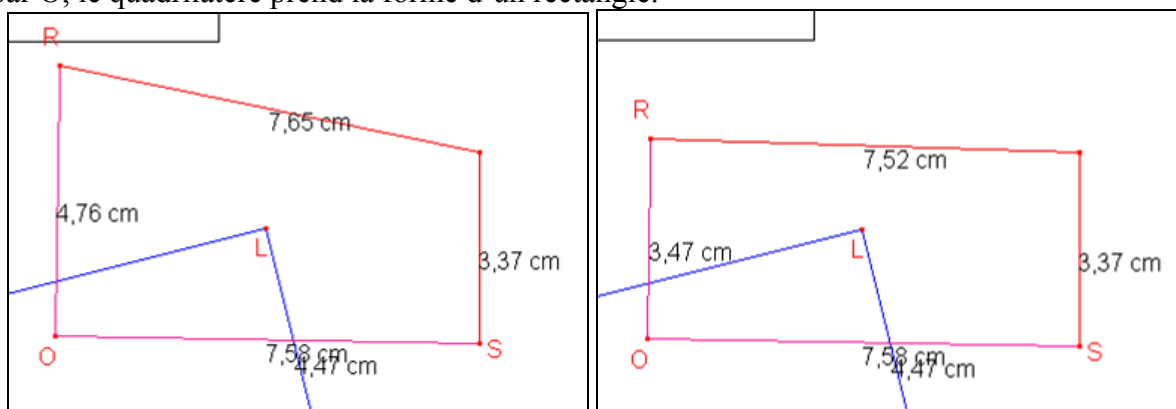


Figure 109. Ils essayent de revenir à la forme rectangle et d'obtenir des côtés opposés de même mesure

Cédric et Iris reviennent une fois de plus sur le quadrilatère bleu (1). Ils attrapent le point E et ils le déplacent en croisant et décroisant le quadrilatère. Puis ils attrapent le point L et ils font la même chose. Ils déplacent tous les points du quadrilatère et ils essayent de le remettre comme un rectangle.

L'observateur vient et leur fait recommencer la construction du rectangle bleu. Ils tracent une demi-droite partant du point E dans le rectangle bleu (1), et qui suit perceptivement la direction de [Ey]. Mais l'observateur attrape et déplace le point L et leur montre que la demi-droite ne reste pas alignée avec [Ey]. Cédric propose à nouveau d'effacer [Ey] qui dépasse mais l'observateur leur explique qu'il faut compléter le rectangle tel qu'il est. Cédric efface la demi-droite tracée.

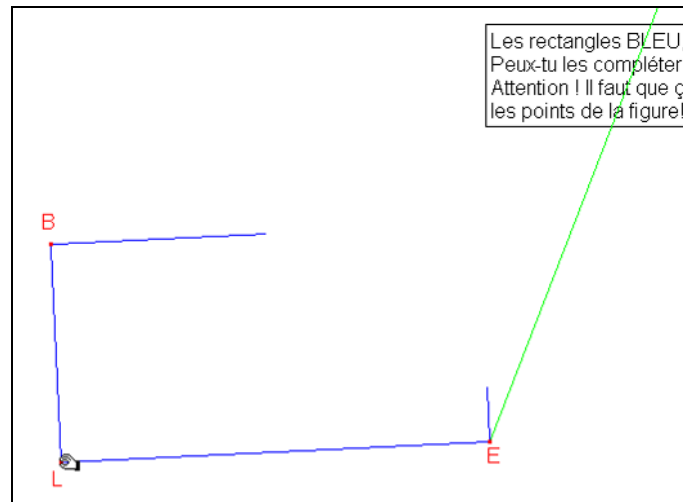


Figure 110. L'observateur utilise le déplacement pour invalider leur construction

Cédric : Faut mettre un point là (sur [Ey])

L'observateur : Ouais...

Cédric : Et après on continue et après ça va rester collé.

L'observateur : Ouais!

Cédric met un point sur [Ey], qu'il place à l'extrémité du segment. Il prend l'outil « Demi-droite » et il trace une demi-droite partant de ce point-là et ayant la même direction que [Ey]. Mais à nouveau, l'observateur leur montre, qu'en déplaçant le point L, la demi-droite ne conserve pas la même direction que [Ey].

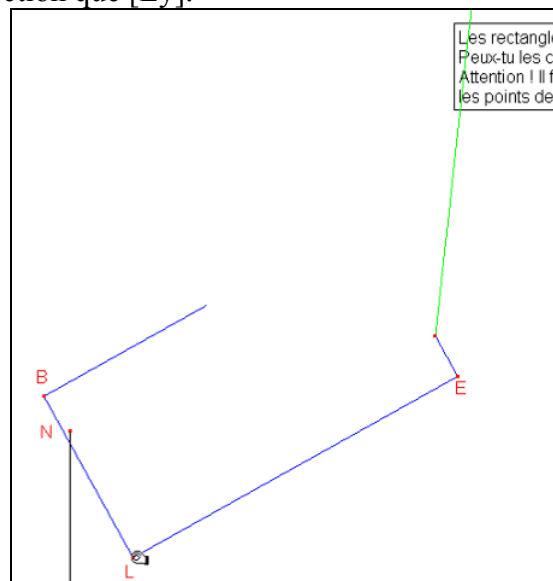


Figure 111. L'observateur utilise le déplacement pour invalider à nouveau leur construction

L'observateur : Qu'est-ce qu'on veut de cette demi-droite ? Qu'elle soit comment ?

Iris : Ben **droite**...

L'observateur : Comment ? Mais comment par rapport à...

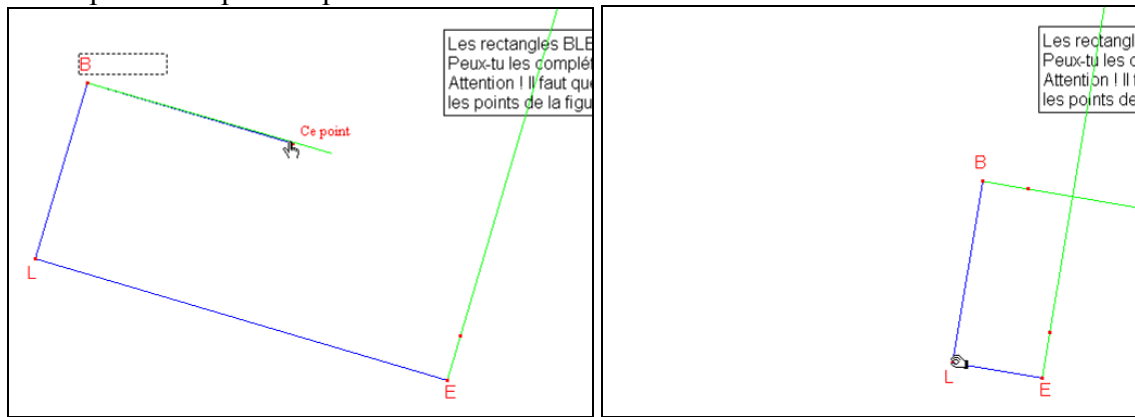
Cédric : **Accrochée, accrochée avec ça**...

L'observateur: Accrochée avec ça, alors on va l'accrocher avec ça!

Ils tracent la demi-droite partant de E et passant par le point que Cédric a placé sur [Ey]. Lorsqu'ils déplacent, la demi-droite « reste accrochée ».

Cédric : C'est à dire que là (il montre avec la souris l'extrémité de [Bx]) on va mettre un point, on va mettre une demi-droite qui part de là (il montre avec la souris le point B), au point là et après ça va s'accrocher.

Ils mettent un point sur [Bx], ils tracent la demi-droite partant de B et passant par ce point là, et ils déplacent le point L pour vérifier.



Iris : C'est bon!

C'est l'intervention de l'observateur qui permet d'invalider la stratégie et incite les élèves à poursuivre leur recherche, sans lui ils seraient restés à la manipulation de leurs quadrilatères croisé ou pas

Dans le rectangle rose (2), ils placent un point à l'extrémité de [Rx], ils tracent la demi-droite partant de R et passant par ce point-là. Puis ils veulent utiliser la même stratégie à partir de S, mais il n'y a pas côté incomplet sur lequel placer un point. Ils cliquent d'abord sur l'outil « Demi-droite », mais ils laissent la souris appuyée et lorsqu'ils l'avancent vers le rectangle rose, l'outil choisi change et se met sur « Droite perpendiculaire » ; ils cliquent sur S, ils attendent la rétroaction du logiciel pour obtenir une droite mais rien n'apparaît, ils cliquent à nouveau sur S (« Perpendiculaire à ce segment ») et la perpendiculaire à (OS) passant par S est tracée.

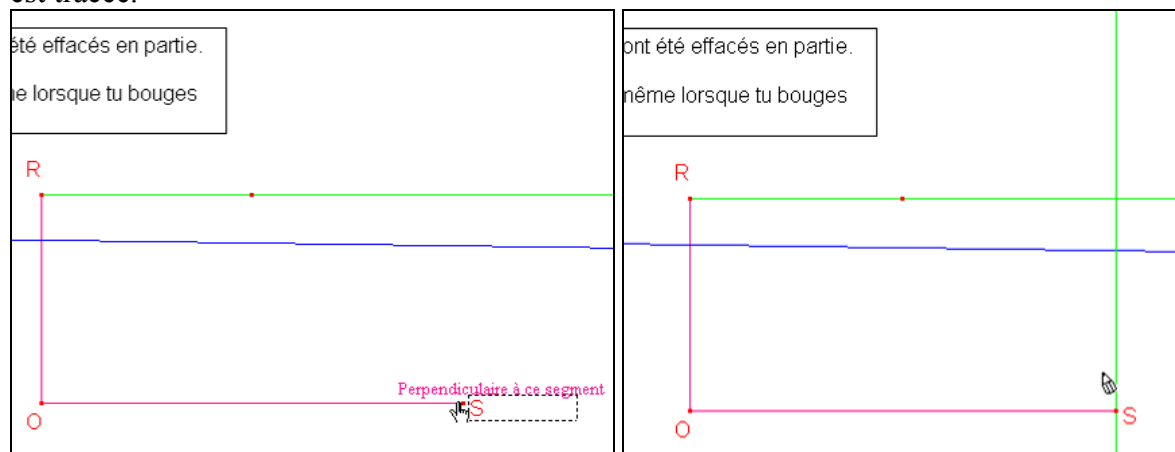


Figure 112. Ils construisent la perpendiculaire à [OS] passant par S

Ils attrapent le point O et ils déplacent pour valider leur construction. Cela paraît aussi être dû à l'intervention de l'observateur.

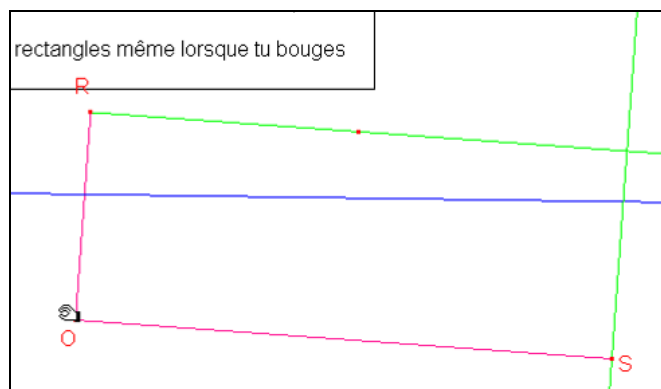


Figure 113. Ils déplacent le point O pour valider leur construction

Ils continuent alors avec le rectangle noir. Ils choisissent l'outil « Droite parallèle » cette fois-ci et ils cliquent sur le point I , puis ils s'approchent du point N et le logiciel leur propose « Parallèle à ce segment », ils cliquent dessus et ils obtiennent la parallèle à (ON) passant par I .

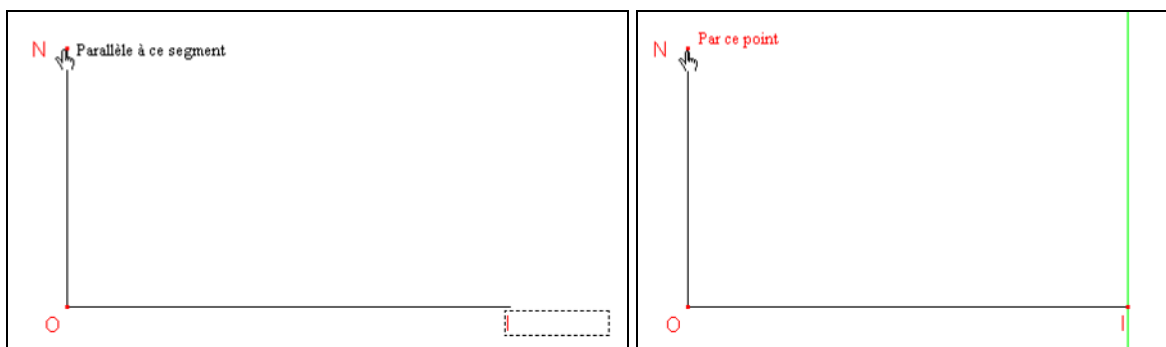


Figure 114. Ils construisent le rectangle utilisant « Droite parallèle », ils ont cliqué sur I puis cliquent sur N

Ils cliquent sur $[OI]$, le segment se met à clignoter, puis ils s'approchent du point N mais ils ne savent pas quoi faire. Ils ne maîtrisent donc pas la construction de droites parallèles. Ils pointent les deux sommets du rectangle à partir desquels les côtés manquants doivent être construits.

Ils prennent l'outil « Droite perpendiculaire », ils cliquent sur N puis ils cliquent sur la droite tracée auparavant, parallèle à (ON) passant par I , et la perpendiculaire à (ON) passant par N est tracée.

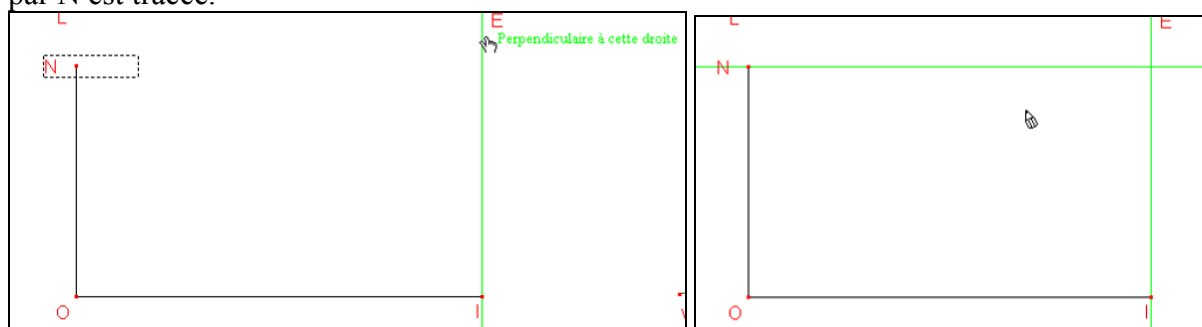


Figure 115. Les élèves ont déjà construit la parallèle à (ON) passant par I . Ils sont en train de construire le quatrième côté du rectangle. Toujours avec l'outil « droite parallèle », ils ont cliqué sur $[OI]$, s'approchent de N .

Cédric et Iris ont passé presque vingt minutes à faire des quadrilatères croisés en changeant les données du problème. Ils n'ont pas invalidé leur construction, bien qu'ils aient à plusieurs reprises déplacé les sommets de la figure bleue. Ils ont même demandé à un camarade de la

valider. Ce n'est qu'avec l'intervention et l'aide de l'observateur qu'ils recommencent et ils utilisent les côtés incomplets qu'ils voulaient effacer pour « accrocher » une demi-droite au rectangle et compléter l'angle manquant.

Dans leurs stratégies erronées, ils se sont appuyés surtout sur la mesure et l'égalité de longueurs de deux côtés opposés. Pour cela, ils se sont servis du déplacement pour ajuster et avoir des côtés de même longueur.

Dans le rectangle rose, ils construisent la perpendiculaire au segment [OS] passant par S correctement, grâce à une erreur de manipulation (ils cliquent sur « Demi-droite », laissent la souris appuyée et l'outil change à « Droite perpendiculaire »).

Dans le rectangle noir, ils ont utilisé la construction d'une parallèle et d'une perpendiculaire pour le compléter.

Cédric et Iris ont déplacé mais n'ont pas validé ou invalidé leur construction. Sans l'intervention de l'observateur, ils n'auraient pas tiré de conclusion de leur déplacement.

Pendant, même s'ils étaient conscients que la figure n'était pas un rectangle (Iris le dit à un moment: « C'est pas un rectangle ça ? », puis plus tard Cédric dit : « Pas trop un rectangle... »), ils n'ont pas invalidé complètement leur construction ni leur stratégie. Le schème « déplacer pour valider une construction » n'est donc pas complètement construit chez ce binôme.

Bilan de la genèse instrumentale du déplacement chez Cédric et Iris :

Cédric et Iris se sont assez bien approprié le déplacement.

Dès le début, leur exploration de Géo est très riche. Ils déplacent presque tous les points déplaçables, et ils déplacent ou essaient de déplacer toutes les formes globales. Ils commencent par explorer les déplacements possibles, puis ils contrôlent les déplacements des points en fonction des effets qu'ils veulent obtenir. Ils ont construit le schème d'usage de « recherche des points qui bougent », ainsi que le schème d'usage du « traitement d'ambiguïté pour déplacer un point », que Cédric a ensuite utilisé dans « Sur quel objet ? ».

Dans la situation « Sur quel objet ? », Cédric réussit à construire le schème d'identification de la trajectoire d'un point, alors que du côté d'Iris, ce schème n'est peut-être pas complètement construit. Cédric arrive à identifier les deux trajectoires, le segment et la droite ; il caractérise correctement le segment en fonction des points bleus, mais pour caractériser la droite il ne donne qu'un seul point, le point C. Iris de son côté, identifie les deux trajectoires rectilignes. Elle les caractérise même en fonction des points bleus, mais pour les construire elle utilise le déplacement pour ajuster comme partie de sa stratégie. Elle « complète » alors l'objet géométrique par déplacement. Le concept-en-acte de trajectoire a deux aspects : (i) un point dans toutes les positions possibles et (ii) l'objet géométrique sur lequel se déplace le point. Iris a construit la première partie du concept-en-acte, mais apparemment la deuxième n'est complètement construite.

Les deux, Cédric et Iris, utilisent le schème « d'ajustement pour satisfaire une condition ».

Dans « Toujours/parfois vrai », Cédric et Iris l'utilisent au début que des dessins statiques. Mais, suite au rappel de l'enseignante et à l'institutionnalisation de la conservation de la propriété au cours du déplacement, ils comprennent qu'ils doivent déplacer pour voir si les propriétés se conservent ou pas au cours du déplacement. Ils déplacent alors tous les points possibles. Ils arrivent à identifier la plupart des invariants des figures correctement, bien que la reconnaissance de la perpendicularité ou la non perpendicularité leur pose parfois des problèmes. Le schème du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement » leur permet

d'invalider des conjectures, mais leur permet aussi d'argumenter entre eux sur la validité des propriétés géométriques de la figure.

Dans cette situation, ils instrumentent la perception pour décider de la validité de la perpendicularité et le parallélisme. Cependant on remarque une difficulté de la construction d'une parallèle/perpendiculaire : Cédric désigne d'abord la direction puis le point, et cela paraît ne pas fonctionner.

Quand au déplacement pour valider une construction, ça reste encore difficile à utiliser de manière efficace. Ils l'utilisent spontanément dans leurs constructions pour vérifier si leur stratégie peut être validée, mais ils n'invalident pas quand leur construction est erronée et ne changent pas de stratégie. Comme nous l'avons vu dans la situation sur les rectangles, même s'ils avaient des doutes sur la validité de leur construction, ils ne l'ont pas invalidé et n'ont pas recommencé. Il a fallu que l'observateur intervienne et leur rappelle qu'ils n'avaient pas le droit d'effacer les côtés incomplets, pour qu'ils changent de stratégie.

III. KATIA ET MALEK

Katia et Malek ont un bon niveau mathématique. Ils se sont investis dans les séances avec Cabri, et sont restés toujours très intéressés et enthousiastes.

III.1 « Géo »

Katia et Malek n'effectuent pas beaucoup de déplacements, mais une fois qu'ils ont compris comment ça fonctionne, ils les utilisent de manière contrôlée pour donner à Géo une forme ou une orientation particulière.

Ils commencent par attraper et déplacer le point de tangence du grand cercle et du triangle, en faisant tourner et en agrandissant et rétrécissant Géo.

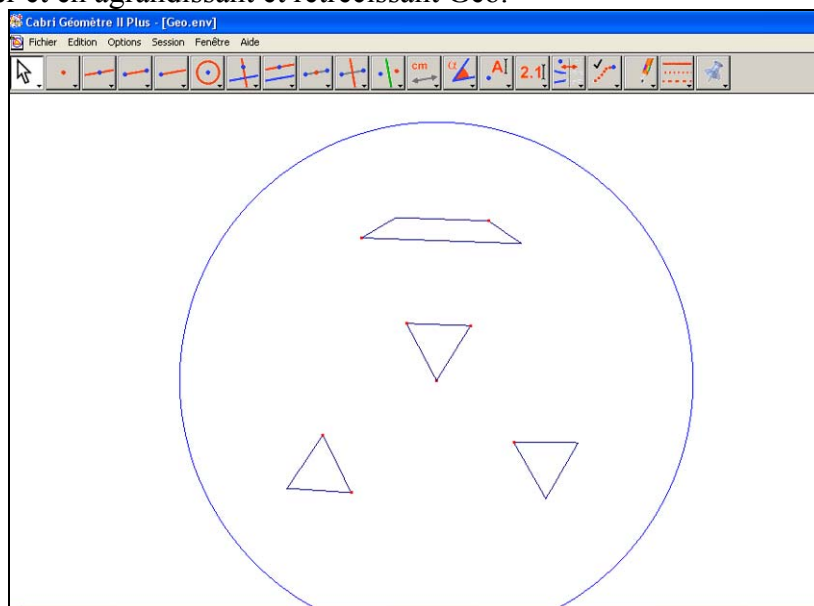


Figure 116. Katia et Malek retournent et agrandissent Géo

Puis, ils attrapent le grand cercle et ils translatent Géo.

Ils attrapent une nouvelle fois le point de tangence du grand cercle et du triangle et ils rétrécissent et agrandissent et font tourner Géo, mais cette fois-ci ils contrôlent leurs déplacements, la taille et l'orientation de Géo.

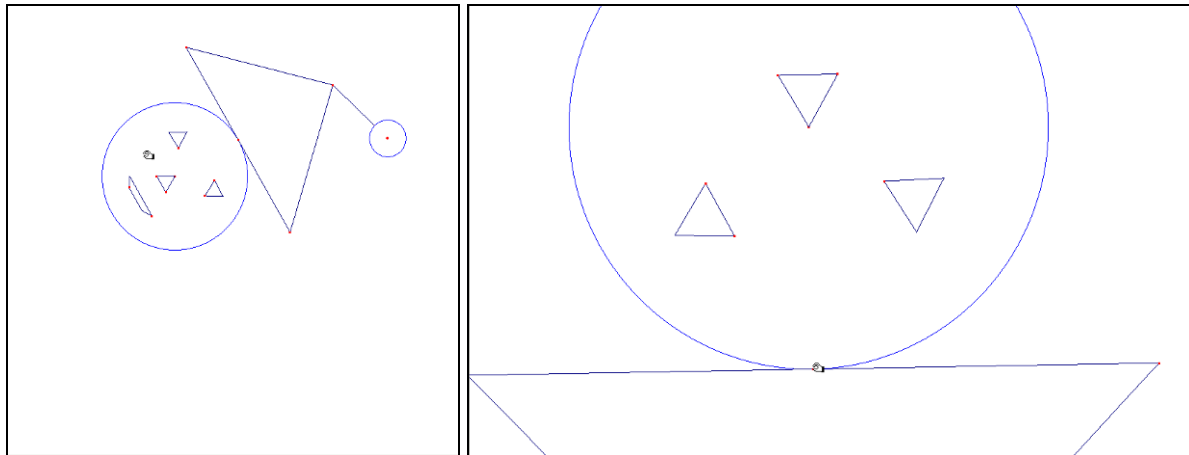


Figure 117. Katia et Malek contrôlent la taille et l'orientation de Géo

Comme ils n'arrivent plus à attraper le point de tangence du cercle et du triangle, ils attrapent le grand cercle et ils translatent Géo jusqu'à ce que le point soit visible et pouvoir l'attraper.

Ils essaient d'attraper et de déplacer le grand triangle, mais celui-ci ne peut pas être déplacé directement.

Ils attrapent une nouvelle fois le point de tangence et ils agrandissent à nouveau Géo et le retournent, puis le remettent comme avant.

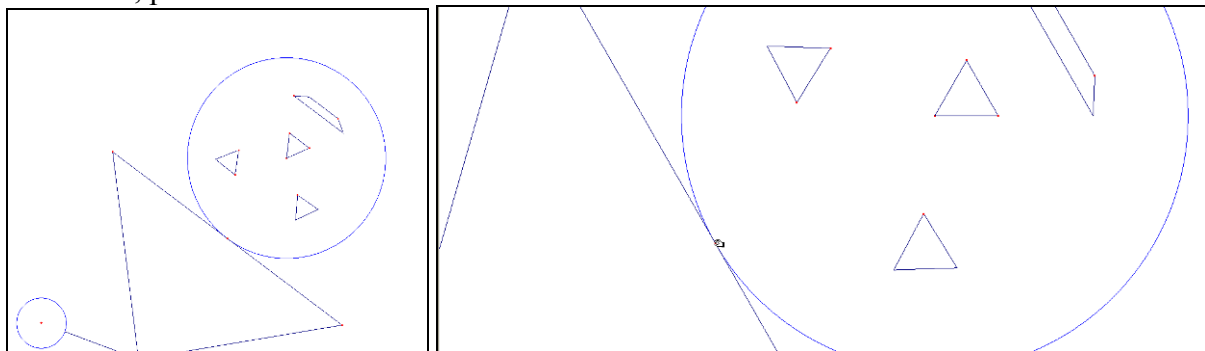


Figure 118. Katia et Malek agrandissent et retournent Géo en contrôlant les déplacements qu'ils font

Katia et Malek n'explorent donc pas beaucoup de déplacements. Ils commencent dès de début à attraper un point et un cercle et ils alternent les deux déplacements, en utilisant parfois l'un pour pouvoir réaliser l'autre. Ils contrôlent donc les déplacements qu'ils font pour donner à Géo une taille ou une orientation particulière. Ceci montre déjà un début d'instrumentation du déplacement.

III.2 « Pajéron »

Leur première stratégie consiste à construire un cercle au jugé.

Ils ont commencé par construire un cercle en utilisant le schème d'usage du « tracé au jugé ».

Malek : Il faut faire avancer la voiture

L'utilisation du schème « déplacer pour valider une construction » apparaît donc spontanément, probablement en raison du contexte. La voiture avance et la roue reste statique

:

Malek : Elle est restée!

Katia : Notre roue elle est restée!

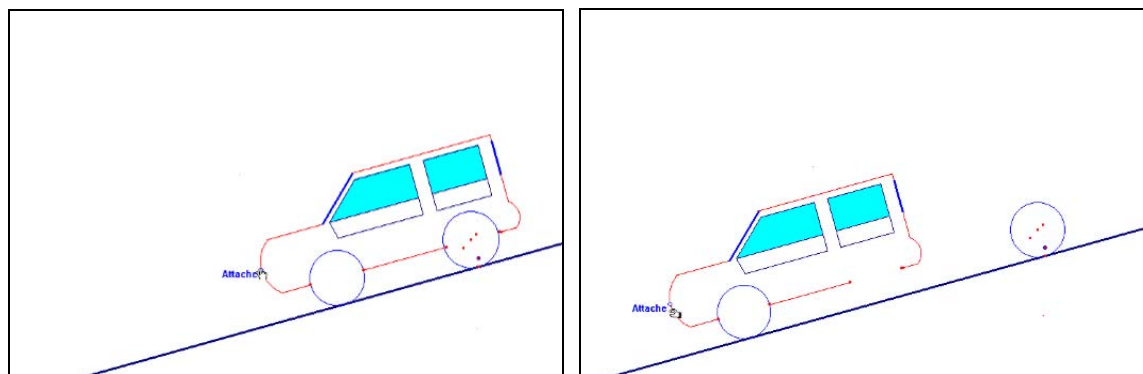


Figure 119. La voiture avance, mais « Notre roue elle est restée! »

Ils invalident alors leur construction, mais ils ne vont pas remettre en cause leur stratégie, ils continuent à essayer de mettre le centre « bien au milieu » et de tracer un cercle ayant à peu près la bonne taille. Après plusieurs essais, l'enseignant intervient :

Enseignant : Alors, là vous progressez bien.... C'est où pile au bon endroit ?

Malek : **Au milieu** ... il y a pas... ?

Enseignant : Vous allez chercher ?

Katia et Malek savent que le point doit se trouver au milieu des deux points de la carrosserie et que pour ce faire, ils doivent construire ce milieu. Ils décident alors d'explorer les outils du logiciel. Ils essaient d'utiliser « droite perpendiculaire » mais ils n'y arrivent pas, puis décident d'essayer l'outil de mesure de longueur, mais comme ils n'arrivent pas à l'utiliser, ils décident de construire d'abord le segment qui joint les deux points visibles de la carrosserie. Ils reprennent l'outil de mesure de longueur, ils cliquent sur le segment et ils obtiennent la longueur du segment tracé.

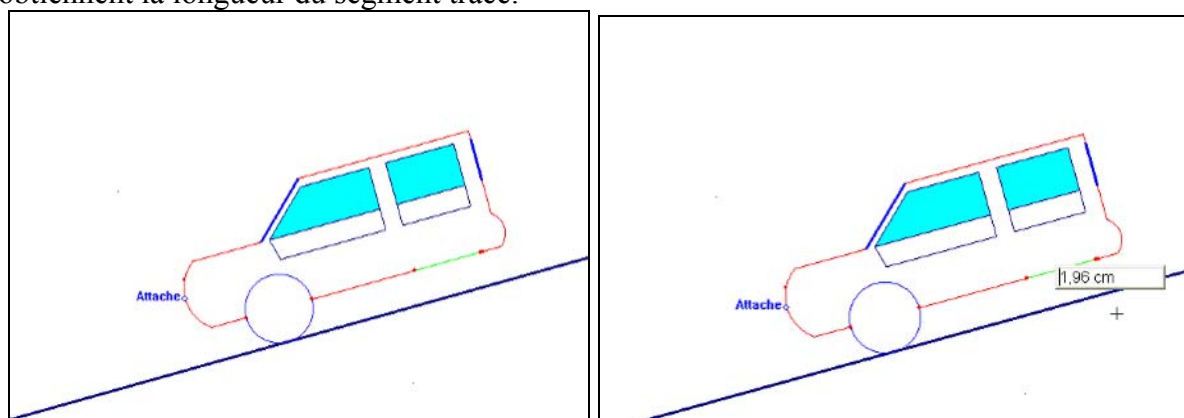


Figure 120. Katia et Malek mesurent la longueur du segment qui joint les deux par lesquels doit passer le cercle

Katia et Malek aimeraient pouvoir placer le point au milieu. En papier crayon, la stratégie consisterait à mesurer, diviser par deux et placer à cette distance-là le milieu. Leur stratégie est donc proche de celle du papier crayon.

Ils construisent alors un cercle, en utilisant le schème d'usage du « tracé au jugé », dont le centre se trouve sur le segment construit ; comme il n'est pas tout à fait au milieu, ils voient que le cercle ne peut pas passer par les deux points de la carrosserie.

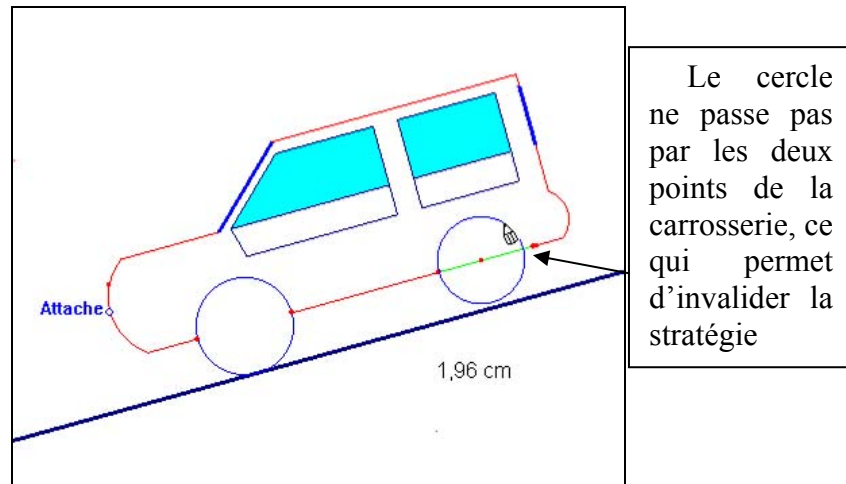


Figure 121. Ils construisent un cercle dont le centre se trouve sur le segment construit

Ils décident alors de continuer à chercher dans les outils disponibles du logiciel et ils trouvent l'outil « Milieu ». Ils construisent le milieu des deux points de la carrosserie, en cliquant d'abord sur un point puis sur l'autre. Puis ils construisent le cercle en utilisant le schème d'usage du « tracé au jugé », c'est-à-dire sans cliquer sur un des points de la carrosserie, mais en choisissant la taille du cercle perceptivement, en prenant comme centre le milieu du segment construit.

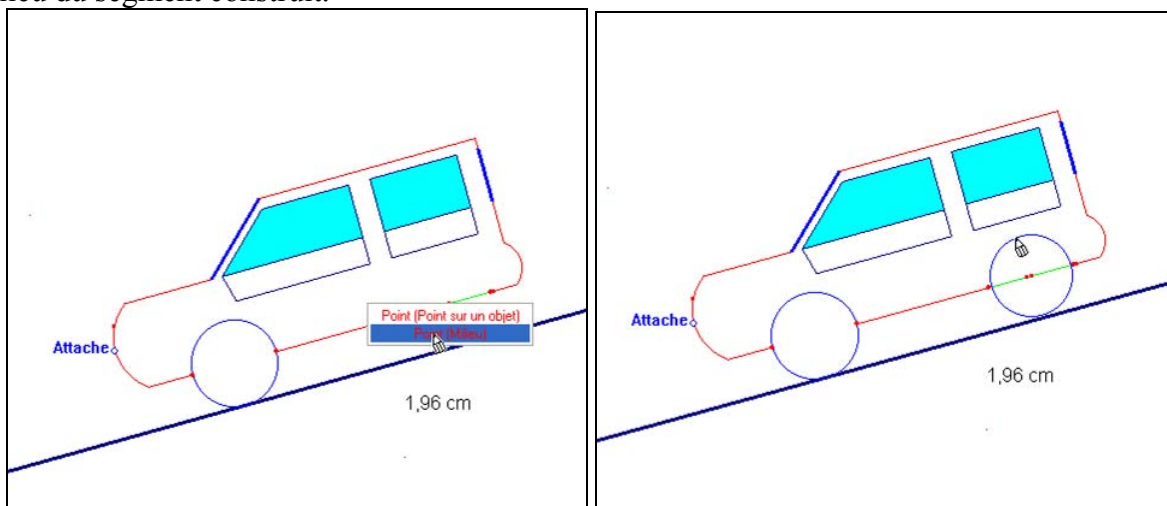


Figure 122. Une fois construit le milieu, ils cliquent sur « Point (Milieu) » et ils choisissent la taille du cercle qui convient

Même si visuellement leur construction paraît correcte, ils attrapent le point d'attache et ils déplacent la voiture :

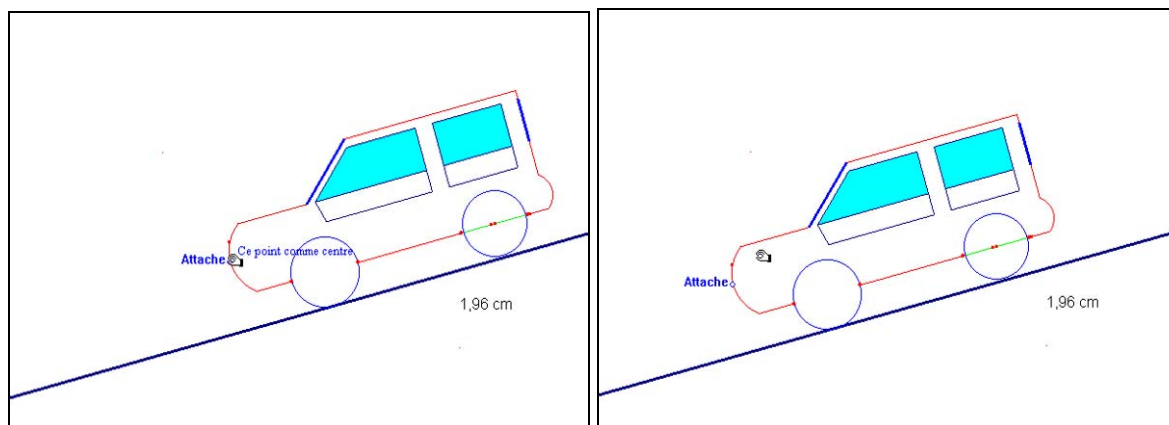


Figure 123. Même si perceptivement ils pourraient valider, ils déplacent pour être sûrs

Leur construction est donc validée. Cette construction est validée par le déplacement, bien que le tracé soit fait au jugé, car le cercle conserve sa taille et se déplace avec la voiture. L'objectif de la situation étant la construction du milieu passant par l'outil et non pas la construction du cercle, on peut considérer cette stratégie comme correcte.

L'enseignant choisira Katia pour jouer le rôle d'élève-sherpa et montrer à la classe leur stratégie de construction du milieu dans la phase collective. Une fois le milieu est construit, l'enseignant demande à Cédric de jouer le rôle d'élève-sherpa pour construire le cercle. Cédric construit un cercle « au jugé », bien que l'enseignant ait voulu institutionnaliser la construction du cercle passant par un des points de la carrosserie.

Nous voyons donc que Katia et Malek sont passés par la stratégie de base et ont utilisé spontanément le déplacement pour valider leur construction. Ils ont compris très vite que leur construction devait passer par l'utilisation d'outils du logiciel. Ils ont essayé d'abord d'autres outils, mais ne réussissant pas à faire une construction qui leur convienne, ils ont continué à chercher et ont trouvé l'outil « Milieu ». Ils ont tracé le cercle de centre le milieu construit et ont choisit la taille au jugé, et bien que leur construction avait l'air correcte, ils ont ressenti le besoin de déplacer pour valider leur construction.

III.3 « Sur quel objet ? »

Katia est émettrice et Malek récepteur :

Elle commence par attraper et déplacer le point rouge, au début en suivant le mouvement du point rouge, puis en essayant de le faire sortir de sa trajectoire.

Puis elle attrape et elle déplace le point vert, cette fois-ci en suivant sa trajectoire.

Katia : Ah ben lui il est sur une droite! (...) Ah en fait j'ai compris! **Le point vert il est sur une droite... et le point rouge il est sur un segment! Sur le segment... [DB]!**

Katia comprend donc très vite quelle est la tâche et elle identifie la trajectoire des deux points, en caractérisant en particulier à partir des points bleus la trajectoire du point rouge.

Elle attrape et elle déplace le point vert très rapidement, d'un extrême à l'autre de l'écran, en restant surtout dans la « partie blanche » (dans les extrémités droite et gauche de l'écran) et pas dans la partie où il y a les points bleus. Elle continue à déplacer le point vert, mais cette fois-ci elle le fait plus lentement.

L'enseignant fait un rappel sur l'activité :

« On observe où se déplacent le point rouge et le point vert ; on construit sur quoi ils se déplacent, on doit le construire avec l'ordinateur, et une fois que c'est construit, on écrit le message. »

Katia attrape et déplace le point D, puis elle construit le segment [DB].

Saïda : Une droite! C'est une droite là! On construit une demi-droite ? Non! Une droite!

Katia prend d'abord l'outil « Demi-droite » et elle voudrait construire une demi-droite, perceptivement, qui passe par le point vert, C et F, mais elle se trompe au moment de cliquer et elle l'efface.

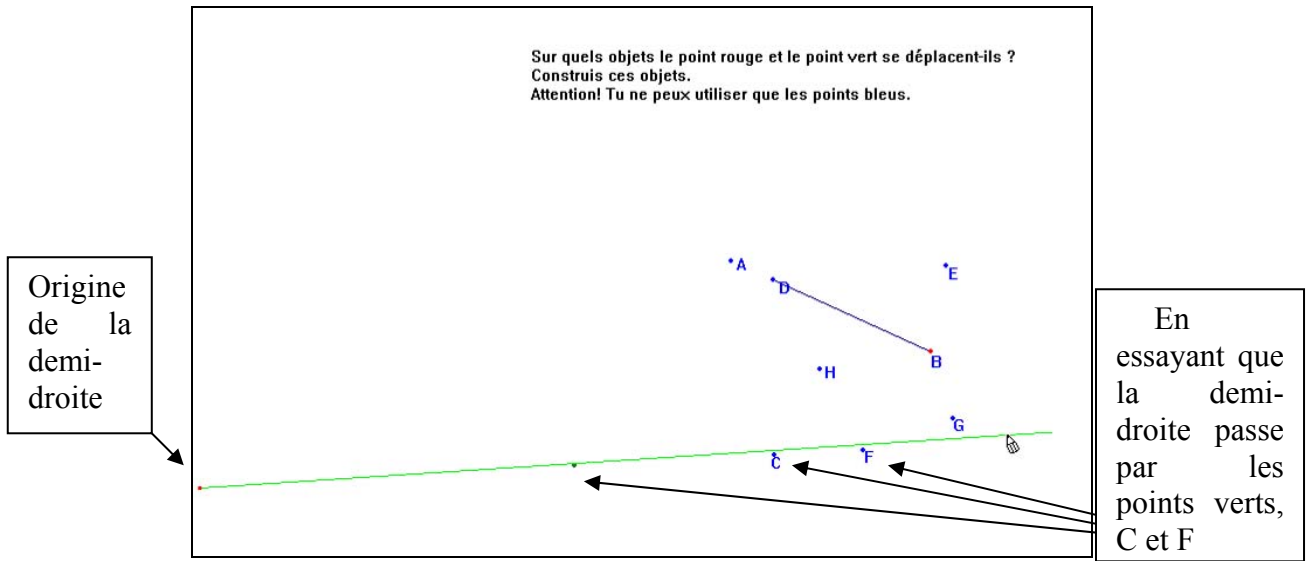


Figure 124. Katia essaye de tracer une demi-droite passant par le point vert, C et F

Elle prend alors l'outil « Droite » et elle trace une droite passant par le point vert, mais elle ne sait pas quelle direction choisir, alors elle trace une quelconque puis l'efface.

Elle change alors de stratégie et elle utilise le schème de matérialisation d'une droite : elle place un point à côté du point vert et un autre sur le point vert.

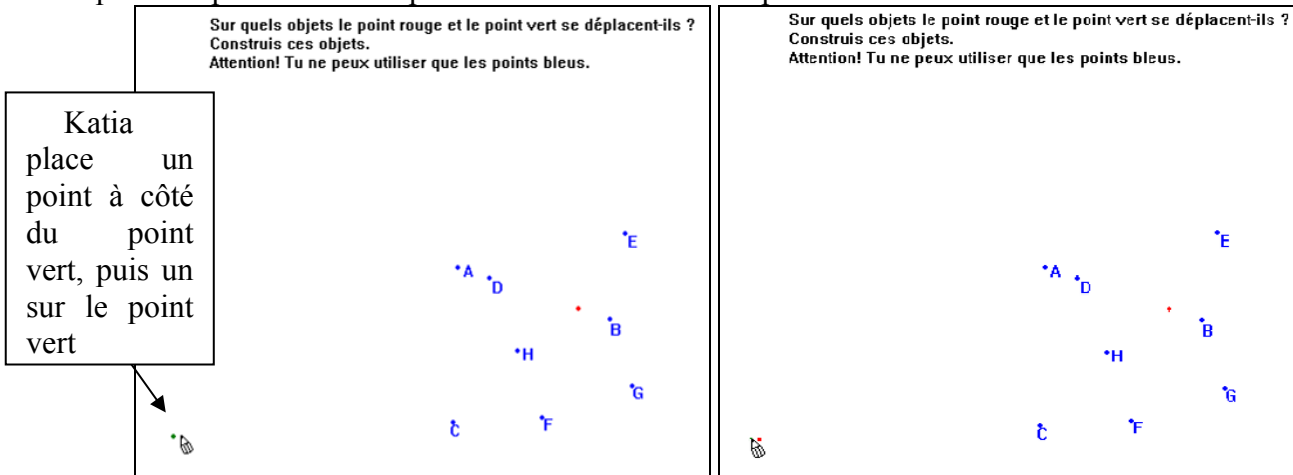


Figure 125. Katia place des points pour pouvoir tracer la droite décrite par le point vert

Elle attrape le point vert, elle le déplace vers la partie droite de l'écran et elle construit un autre point pour pouvoir tracer la droite.



Figure 126. Elle place un deuxième point pour pouvoir tracer la droite

Elle prend l'outil « Droite » et elle trace la droite passant par un des points de gauche et passant par le point à droite.

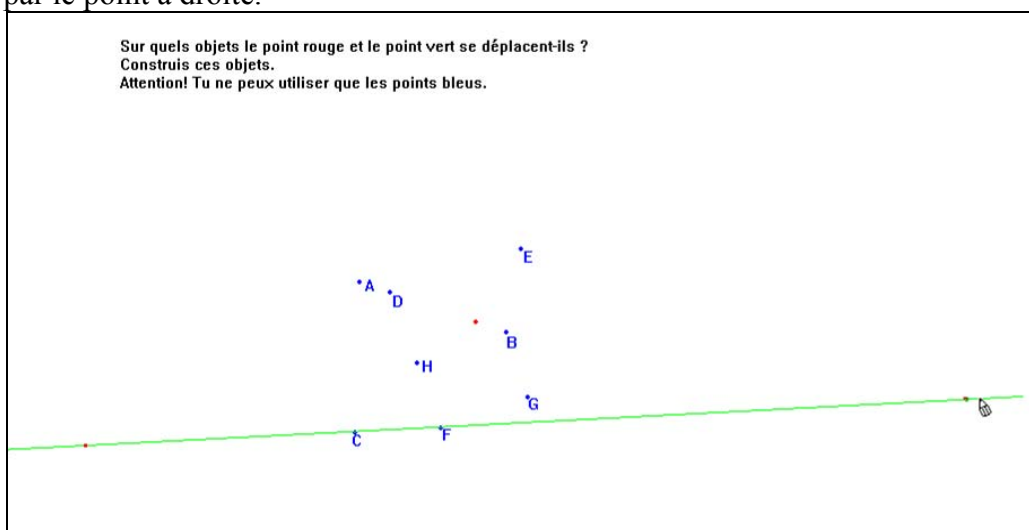


Figure 127. Katia trace la droite utilisant les points supplémentaires qu'elle a placés

Katia écrit dans son message pour Malek : « J'ai tracer un point sur le point vert et j'ai déplacé le point vert ».

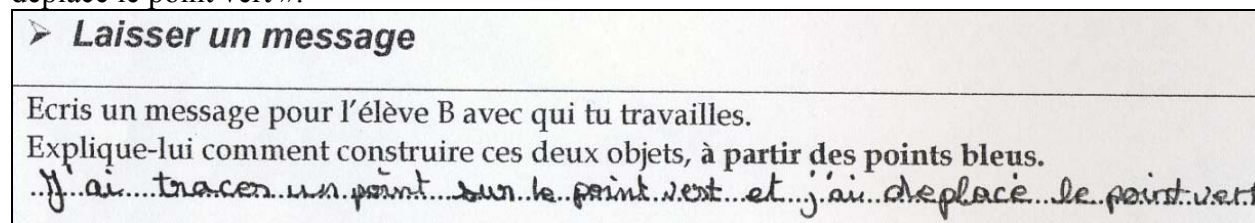


Figure 128. Message de Katia à Malek

Katia a donc construit le schème de visualisation de la trajectoire, elle a identifié le segment [DB] et elle a identifié la trajectoire du point vert à une droite, mais elle n'a pas su la caractériser à partir des points bleus. Elle a construit alors le schème de matérialisation d'une trajectoire par une droite et c'est à partir de cette stratégie qu'elle a écrit son message à Malek, en lui décrivant les pas qu'elle a suivis : elle a placé un point sur le point vert, puis elle

a déplacé le point vert et elle a placé un autre point dessus ; et elle a tracé à partir de ces deux points la droite qui représente la trajectoire du point vert.

Malek reçoit le message de Katia, mais comme il n'a que des points bleus, ils sont obligés de passer directement à la phase de validation.

Malek : Le point vert il est où ?

Katia construit une droite passant par le point C et visuellement passant plutôt par G que par F. Puis, elle construit le segment [DB].

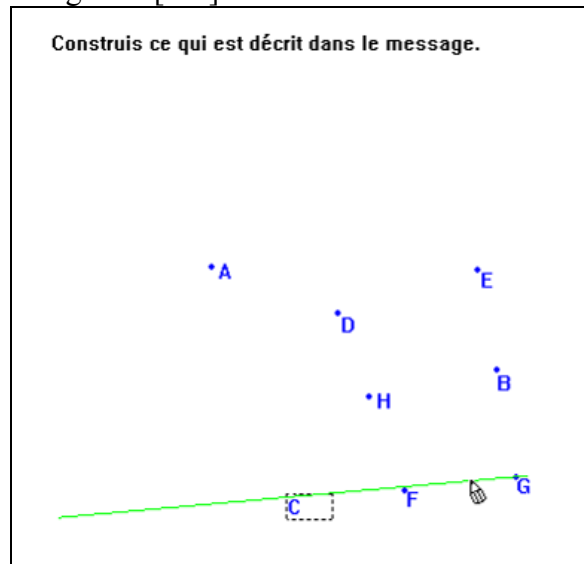


Figure 129. Katia trace une droite passant par le point C pour montrer à Malek la trajectoire du point vert

Malek construit le segment [DB] et il veut placer un point sur ce segment, alors il demande où le placer exactement :

Malek : Il est où ?

Katia : Il est **quelque part sur le segment**

Ils prennent l'outil « Point »

Malek : N'importe ?

Katia : Ouais! **De toute façon on peut le déplacer ici.**

Pour Katia peut importe où l'on place le point sur le segment [DB] puisqu'il peut prendre n'importe quelle position sur le segment. Elle a construit le concept-en-acte de trajectoire.

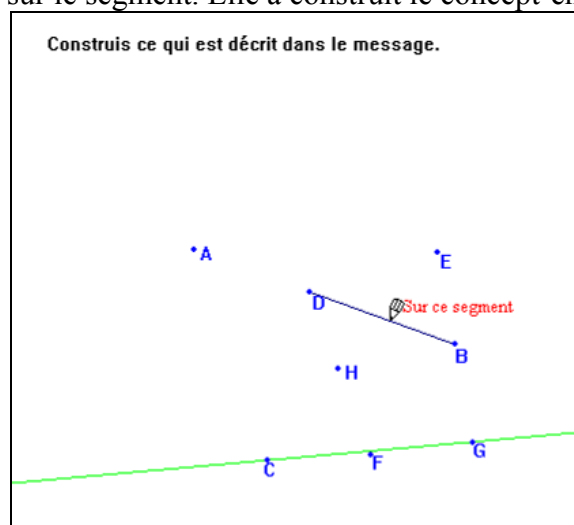


Figure 130. Où exactement placer le point sur le segment [DB]

Malek place un point sur le segment [DB], puis un point sur la droite construite.

Mais il voit ce que d'autres élèves ont fait et ils se posent des questions sur la construction de la droite. Alors ils ouvrent le fichier A1 sur lequel a travaillé Katia afin de vérifier la trajectoire du point rouge et du point vert. Katia dit à Malek de déplacer le point rouge pour observer sa trajectoire. Il le déplace :

Malek : Ah ouais!

Katia : Et lui (le point vert) essaye de le déplacer pour voir...

Malek en le déplaçant : Ah! Que sur la ligne!

Malek s'arrête sur C et sur F, il utilise alors le schème de « vérification que la trajectoire passe par un point » et ceci lui permet d'invalider la construction faite par Katia :

Malek : Et regarde le G est dehors.

Il efface la droite tracée et il construit d'abord le segment [CF] ; il l'efface, puis il construit la demi-droite [CF) construite visuellement passant par F. Finalement, il efface la demi-droite et il construit la droite passant par C et qui passe visuellement par F. Puis il place un point sur cette droite.

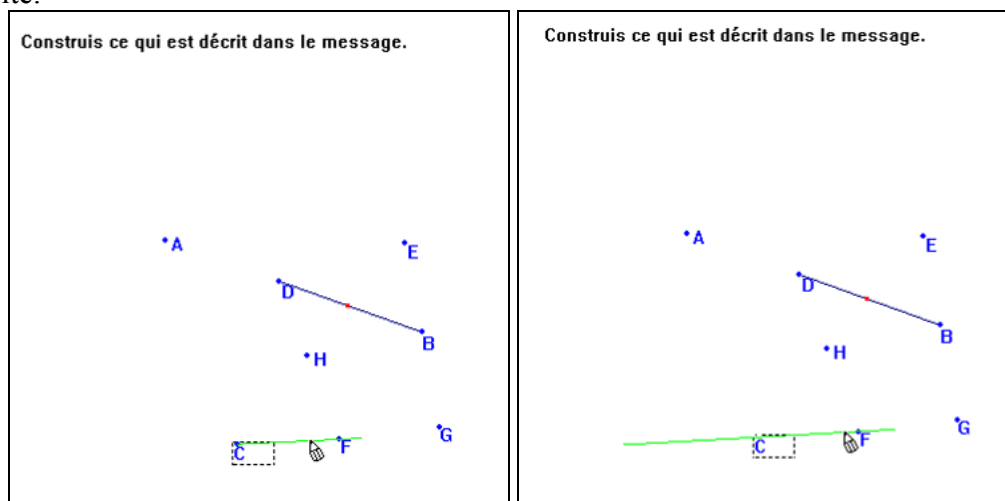


Figure 131. Malek construit d'abord la demi-droite [CF), puis la droite (CF)

Nous pouvons donc conclure que lorsque Malek dit : « Ah! Que sur la ligne! », c'est parce qu'il avait identifié une trajectoire rectiligne ; mais d'après les tracés qu'il fait, segment, puis demi-droite, puis finalement droite, nous pouvons penser que Malek n'avait pas identifié la trajectoire à une droite. Il avait « visualisé » la droite, puisqu'il ne s'arrête pas à construire un segment ou une demi-droite, mais il continue à chercher la « ligne » qui s'adapte à la trajectoire du point vert.

Ils changent de rôles, Malek est émetteur et Katia réceptrice. Malek a pu manipuler le point rouge et le point vert dans la phase de validation, ce qui lui donne un avantage face à certains élèves, comme Chloé, qui n'avaient travaillé que sur le fichier B dans cette phase.

Malek choisit d'abord l'outil « Droite », puis il décide de déplacer avant de construire.

Il attrape et il déplace le point vert, en se laissant guider par sa trajectoire rectiligne et il essaye d'explorer ses limites. Il s'arrête et il se met tout de suite à déplacer le point rouge.

Il attrape et il déplace le point rouge, en essayant vraiment de voir ses limites : d'un côté il peut se déplacer infiniment, alors que de l'autre il est bloqué par le point F.

Il attrape le point rouge et il le déplace à nouveau.

Il dit qu'il a fini. L'observateur lit son message : « Le point rouge et le point vert. Le point rouge se déplace sur une demi-droite ».

L'observateur : Quelle demi-droite ? Laquelle ?

Malek : Sur la demi-droite F... Il y a que un point sur la demi-droite.

L'observateur : Quel point ?

Malek : Sur la demi-droite F... Si je lui dis sur la demi-droite F et après sur le...
 L'observateur : T'es sûr qu'une demi-droite on peut la définir à partir d'une seule lettre ?
 Malek : Ah non!
 L'observateur : Ah non! Tu crois qu'elle va pouvoir le construire après ?

Il attrape le point rouge et il le déplace autour du point A, en utilisant le schème de « vérification que la trajectoire passe par un point ».

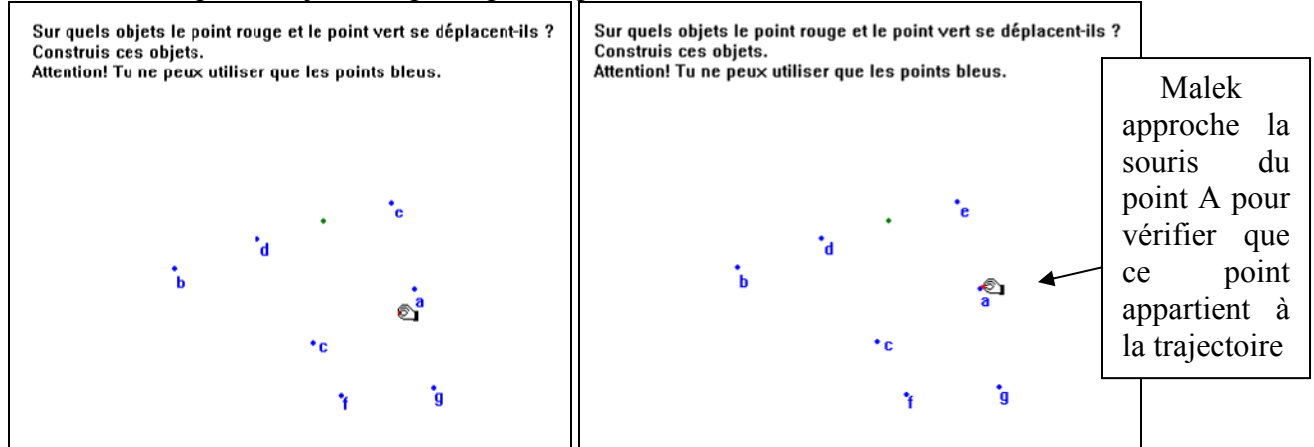
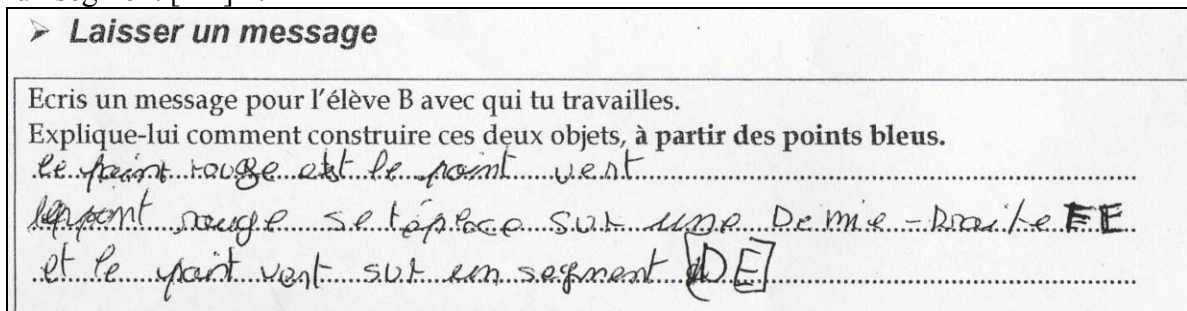


Figure 132. Malek déplace le point rouge autour du point A pour vérifier que A appartient à la trajectoire

Malek : Ah ça y est! Je sais! (...) ça y est!

Il écrit dans son message « le point rouge se déplace sur la demi-droite FE et le point vert sur un segment [DE] ».



Katia lit le message : « Le point rouge se déplace... ici il y a écrit le point rouge se déplace... le point rouge se déplace sur une demi-droite FE... demi-droite ? »

Elle prend l'outil « Demi-droite » et elle construit la demi-droite [FE).

Elle prend l'outil « Segment » et elle construit un segment mais elle se trompe au moment de cliquer. Elle efface le segment et la demi-droite.

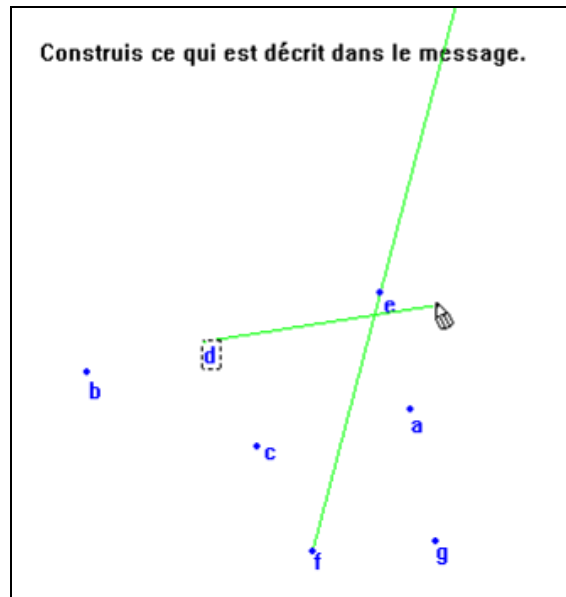


Figure 133. Construction de Katia

Malek vient travailler avec Katia dans la phase de validation.

Malek : C'est par A! Je me suis trompé!

Il construit la demi-droite [FA). Puis il place un point sur la demi-droite.



Figure 134. Demi-droite [FA) et pas [FE) comme il avait écrit dans son message

Malek : Voilà! D'ailleurs si tu le déplaces, il va aller jusqu'au point F et il va pas partir... Et après là c'est...

Il construit le segment [DE] et il place un point dessus.

Malek : Madame! Elle a réussi!

Katia et Malek ont tous les deux construit le schème de visualisation de la trajectoire. Ils identifient les trajectoires rectilignes et ils les identifient correctement (segment, droite ou demi-droite), mais ils ont un peu de mal à les caractériser en fonction des points bleus. Katia recourt à la construction de points supplémentaires pour tracer la droite représentant la trajectoire du point vert. Malek, lui, a du mal à caractériser la demi-droite à partir de deux points, il n'identifie que le point F d'abord, puis, une fois que l'observateur le questionne, il utilise le schème de « vérification que la trajectoire passe par le point » A et il arrive à caractériser la demi-droite [FA).

La première phase de validation a permis à Malek de commencer à se familiariser avec la tâche et à construire des schèmes lui permettant d'identifier la trajectoire.

III.4 « Toujours/parfois vrai »

Cette situation permet d'introduire de manière explicite le principe-en-acte de conservation des phénomènes perceptifs en géométrie dynamique. Les élèves doivent explorer trois figures qui semblent avoir les mêmes propriétés géométriques de manière statique. Ils devront donc utiliser le déplacement pour décider de la validité des propriétés en question, pour trouver des contre-exemples leur permettant d'invalidier une propriété jugée vraie a priori. Comme nous allons voir, au début Katia et Malek décident sur des dessins statiques, puis ils déplacent pour décider de la validité des propriétés.

Katia et Malek explorent la figure bleue (1) :

Ils mesurent l'angle formé par les droites (GD) et (FG) ($90,0^\circ$) et en conséquence répondent oui à la question : « (DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ? ».

Malek : T'as fait quoi alors ?

Katia : J'ai écrit oui! (...) ça se voit! Après c'était lequel qu'il faut faire ?

Malek : (DG) et (EF)

Katia : (DG)...

Malek : Sont-elles parallèles ?

Katia essaye d'utiliser l'outil « Droite parallèle » mais n'y arrive pas.

Katia : Ah! Faut mesurer!

Elle prend l'outil de mesure et elle mesure la longueur FE (3,90 cm).

Katia : Ah non! C'est là qu'il faut mesurer!

Malek : C'est pas grave! On fait lequel ?

Katia : ça (de E) à ça (à D)

Malek efface la mesure de FE et il mesure FG (4,15 cm) et DE (4,15 cm).

Katia : Oui, oui ils sont parallèles.

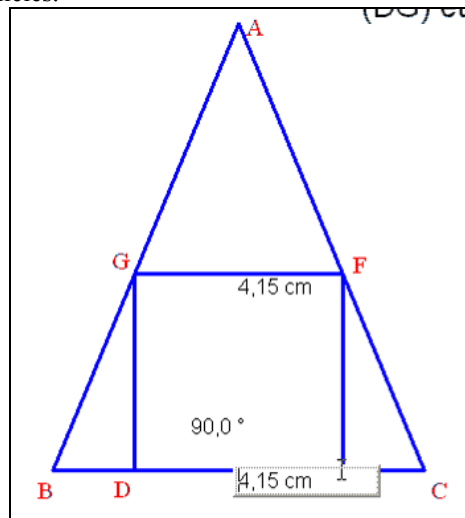


Figure 135. Katia et Malek mesurent pour décider si (GD) et (EF) sont parallèles

On voit donc ici que Katia et Malek utilisent la mesure pour décider si les droites (DG) et (EF) sont parallèles. Comme $GF = ED$, alors ils concluent « oui, les droites sont parallèles ». Cette conception de parallèles s'appuie sans doute dans le théorème-en-acte que nous pouvons formuler ainsi :

« Si deux points, l'un appartenant à une droite D et l'autre à une droite D', sont à même distance que deux autres points, l'un de D et l'autre de D', alors les deux droites D et D' sont parallèles ».

Ce théorème est erroné, il manque la condition que les deux segments définis par les deux points sont parallèles.

Mais Katia et Malek vont se rendre compte que pour décider de la validité de ces propriétés, ils doivent d'abord déplacer. La consigne de noter les points déplacés a pu jouer un rôle dans cette prise de conscience comme on peut le remarquer dans l'exclamation de Katia :

Malek : Après c'est figure verte...

Katia : Il faut noter les points qu'on déplace!

Malek : Ah!!!

Ils attrapent alors F et ils le déplacent et GF et DE n'ont plus la même mesure :

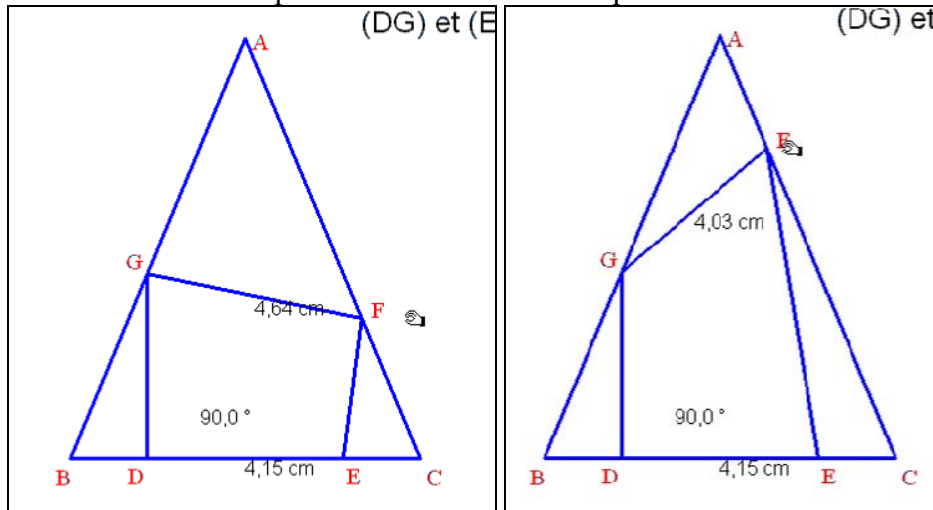


Figure 136. Ils déplacent le point F et GF et DE n'ont plus la même mesure

Malek : T'as vu ?

Ils déplacent F sur le segment [AC], puis le remettent dans sa position précédente, de façon à ce que GF et ED aient la même mesure.

Katia : Note les points qu'on fait...

Malek : On met lesquels ?

Katia : Le F...

Ils essayent de déplacer le point G, puis ils attrapent et déplacent D.

Malek : Le D...

Mais cette fois-ci, ils laissent la figure dans une position très différente de la position initiale : ils commencent donc à comprendre que le but de cette situation est de trouver des positions qui permettent, soit d'invalider les conjectures soit de conclure qu'elles sont vraies après avoir utilisé plusieurs déplacements.

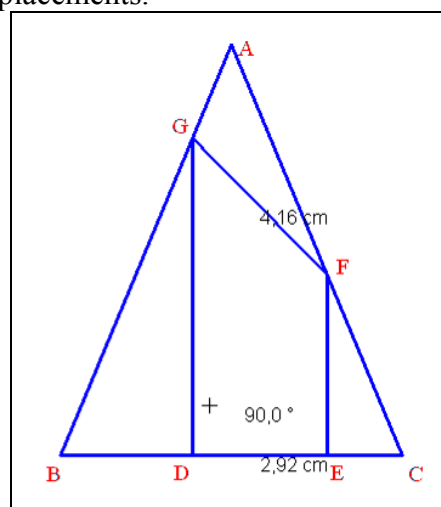


Figure 137. Ils commencent à laisser la figure dans des positions autres que l'initiale

Ils attrapent et déplacent le point E et ils le superposent avec le point D, en formant un triangle GFE et dans lequel on voit bien que (FE) et (GD) ne sont pas parallèles : ils mettent donc en œuvre le schème du dessin contre-exemple obtenu par déplacement.

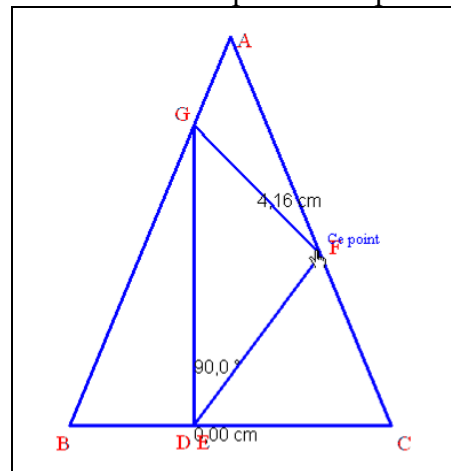


Figure 138. Schème du dessin contre-exemple : (DG) et (EF) ne sont pas parallèles

Katia : Le E...

Malek : Le A... oui le A!

Katia et Malek essayent donc tous les déplacements possibles (D, E, F et A) avant de pouvoir décider si une propriété géométrique est vraie ou fausse.

On voit donc une première évolution dans la stratégie utilisée par Katia et Malek : au début ils se contentent d'utiliser la mesure pour décider si les propriétés sont vraies ou fausses, puis décident de déplacer tous les points de la figure pour pouvoir la valider.

Cependant, Katia et Malek n'abandonnent pas l'utilisation de la mesure et dans la figure verte (2), ils commencent par mesurer l'angle formé par (GD) et (BC) ($90,0^\circ$). Ils marquent « oui » dans leur fiche. Puis ils profitent pour mesurer le même angle dans la figure rose ($90,0^\circ$). On peut noter la force de la mesure qui peut faire obstacle au déplacement pour valider. Cette force de la mesure provient de la géométrie de l'environnement papier crayon apprise à l'école élémentaire.

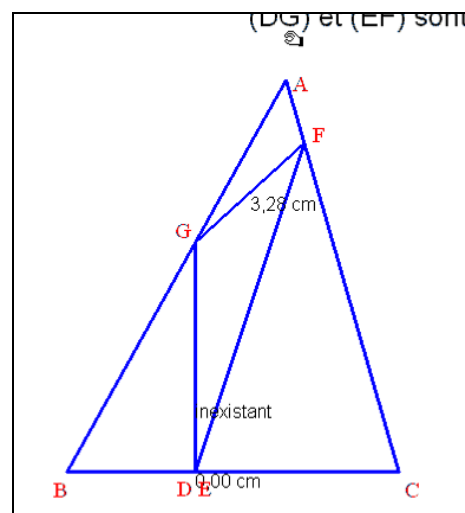


Figure 139. Ils déplacent le point A, entre autres

Dans la figure verte, ils commencent par mesurer l'angle formé par (GD) et (BC) ($90,0^\circ$). Ils marquent oui dans leur fiche.

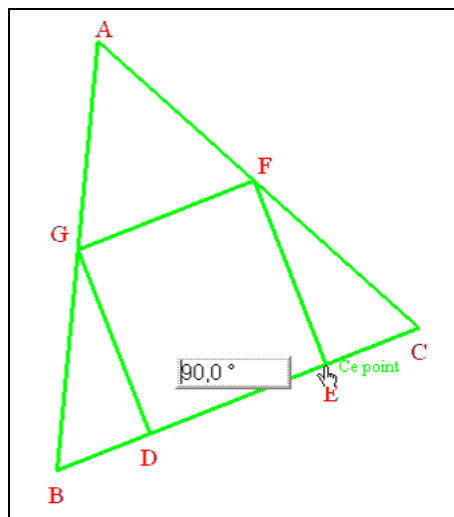


Figure 140. Ils mesurent l'angle formé par (GD) et (BC) dans la figure verte

Puis ils profitent pour mesurer le même angle dans la figure rose ($90,0^\circ$).

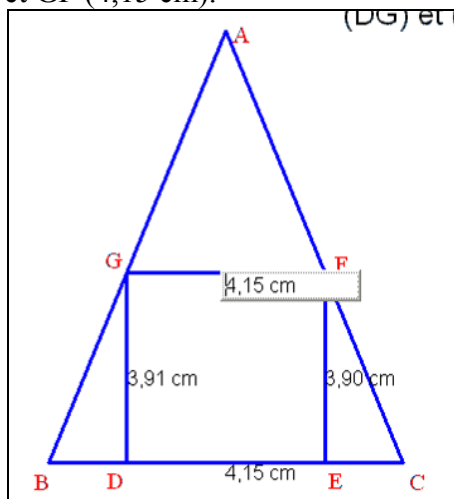
L'enseignant organise une phase collective, un débat, dans lequel le but est d'arriver à « en géométrie dynamique, une propriété géométrique est vraie si elle se conserve au cours du déplacement » et le contre-exemple : « si une seule fois la propriété n'est pas vérifiée, alors on dit qu'elle est fausse ».

Ils écrivent dans le cahier :

« En mathématiques, pour qu'une propriété soit vraie il faut qu'elle le soit toujours, dans tous les cas. Si une seule fois, la propriété n'est pas vérifiée, alors on dit qu'elle est fausse. »

L'enseignant leur demande de reprendre la fiche et les figures sur lesquelles ils avaient déjà travaillé et de vérifier leurs réponses. Elle leur demande d'écrire dans la ligne grisée de la fiche : « Est-ce que les droites (GF) et (BC) sont parallèles ? ».

Katia et Malek reprennent la figure bleue et ils mesurent les longueurs GD (3,91 cm) et FE (3,90 cm), puis DE (4,15 cm) et GF (4,15 cm).



Katia : Essaye de bouger...

Katia a donc bien compris que s'ils veulent décider si deux droites sont parallèles ou perpendiculaires, il faut les déplacer avant de dire « oui » ou « non ».

Malek attrape le segment [AC] et il le déplace.

Katia : Non!

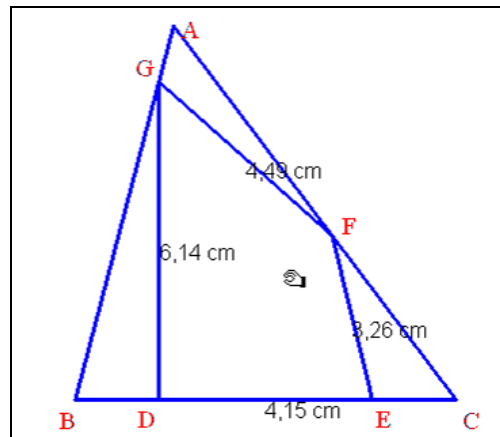


Figure 141. (GF) et (BC) ne sont pas parallèles

Ils répondent « non » dans leur fiche à la question « (BC) et (GF) sont-elles parallèles ? » :

Figure Bleue	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	oui	F, D, E, A
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	Non	F, D, E
BC, GF sont parallèles.	non	

Ils essayent de remettre la figure comme elle était au début, en déplaçant le point F, puis en déplaçant le point E en essayant d'avoir GD et EF de la même mesure.

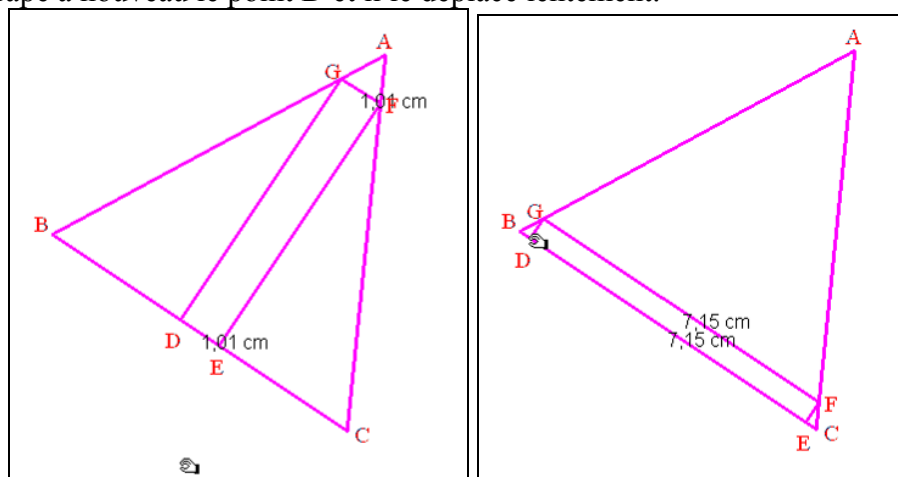
Ils continuent avec la figure rose (3), ils mesurent GF et DE.

Katia : Mais il faut les bouger!

Malek déplace peu le point D.

Katia : Ah ouais! Lui il est perpendiculaire!

Malek attrape à nouveau le point D et il le déplace lentement.



Katia : Ouais ils sont perpendiculaires.

Ici on voit apparaître l'utilisation du cinéma-déplacement, en déplaçant lentement, qui leur permet de valider la propriété « les droites (DG) et (BC) sont perpendiculaires ».

Ils essayent de déplacer le point F, mais comme ils ne peuvent pas, ils déplacent le point D.

Ils continuent avec la figure verte, dans laquelle mesurent ED et GF (3,73 cm les deux). Ils attrapent et déplacent le point D, en faisant utiliser le cinéma-déplacement en faisant « balancer » (GD) et (EF) parallèlement, d'un côté et de l'autre.

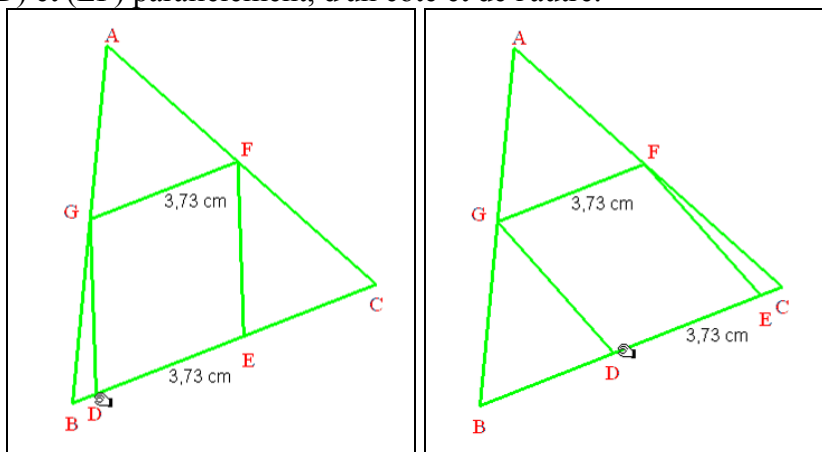


Figure 142. (DG) et (EF) se « balancent » parallèlement ; de plus, GF et ED conservent la même distance

Ils essaient de déplacer le point F, mais ils n'y arrivent pas. Ils déplacent à nouveau le point D, puis ils attrapent et ils déplacent le point G, sur le segment AB, en allant jusqu'aux extrémités A et B.

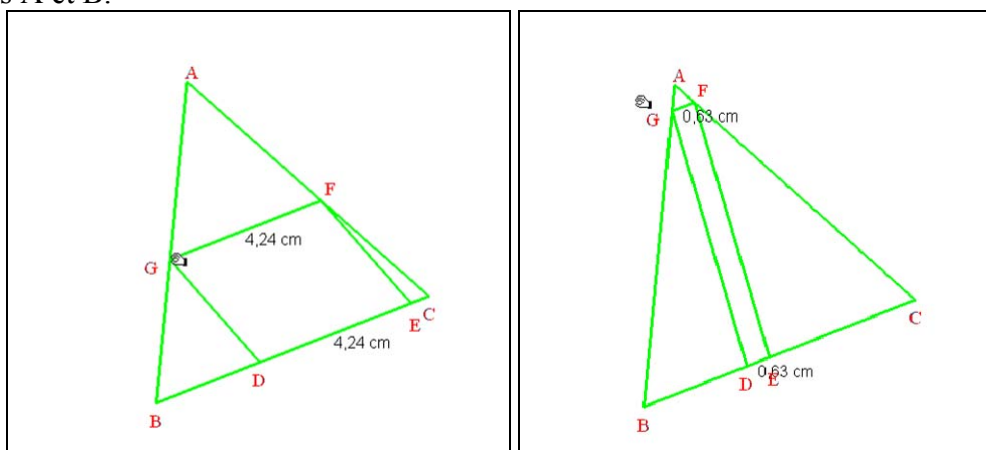


Figure 143. Les droites restent parallèles

Katia : **Mais ils sont parallèles!**

Katia identifie les invariants de la figure grâce au déplacement.

Ils ont donc déplacé tous les points sauf le point A

Katia et Malek décident de revenir sur la figure bleue (1) pour pouvoir décider s'ils valident ou non le parallélisme entre les droites (BC) et (GF) :

Malek : Ah on a tout mis oui nous! T'as tout mis oui!

Katia : Euh... non

Malek : Sauf un! Sauf lui! Le deuxième. Il faut mettre non les trois là ? Non les trois ?

Figure Bleue	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	oui	F, D, E, A
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	NON	F, D, E
BC, GF sont parallèles.	NON	

Katia explore la figure bleue pour pouvoir décider quoi répondre :

Katia : (BC) et (GF) c'est ça ? (BC) et (GF)...

Elle attrape et elle déplace le point F et elle essaye de déplacer le point G.

Katia : Non! (les droites (GF) et (BC) ne sont pas parallèles)

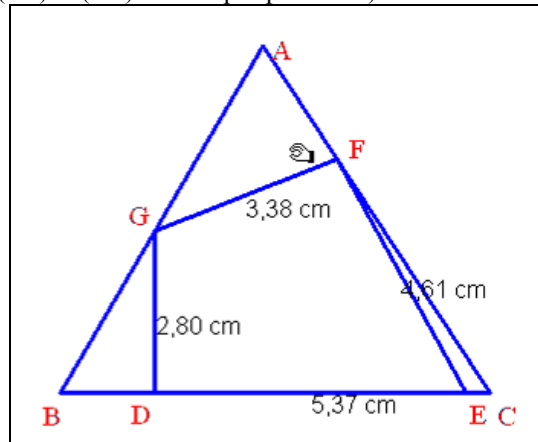


Figure 144. Katia déplace le point F pour décider si (GF) et (BC) sont parallèles

Le déplacement utilisé ici par Katia est contrôlé : elle sait ce qu'elle déplace, elle sait ce qu'elle observe et elle peut conclure sur la propriété qu'elle observe. Elle s'est donc approprié le déplacement pour valider une conjecture, lorsqu'ils rencontrent un contre-exemple, ils invalident.

Katia décide alors d'explorer à nouveau la figure rose (3). Elle utilise le schème d'usage de « recherche des points qui bougent », en essayant de déplacer le point G, puis B, puis elle attrape le point D et elle le déplace. Elle essaye aussi d'attraper le point E, puis elle attrape et déplace le point A. Elle déplace donc tous les points de la figure.

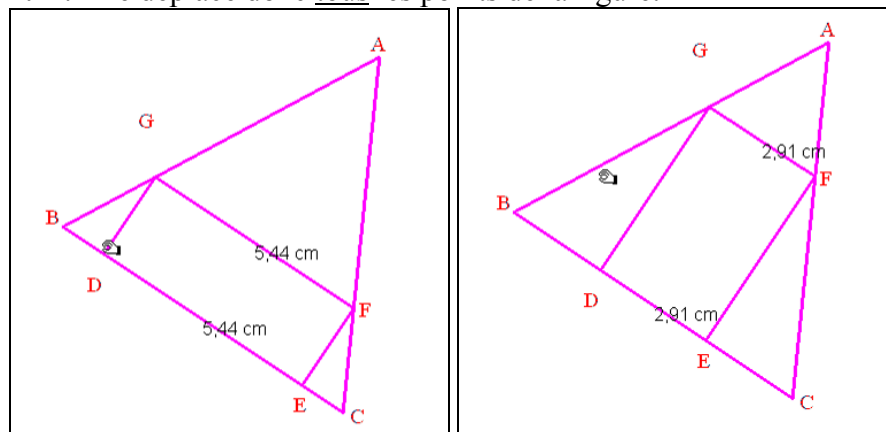


Figure 145. Ils déplacent le point D dans la figure rose (3)

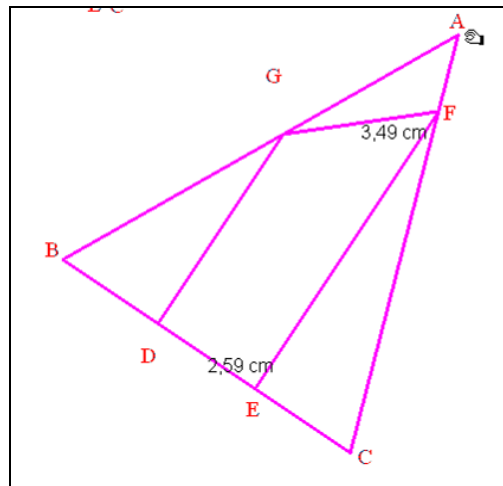


Figure 146. Le déplacement du point leur permet de dire que les droites (GF) et (BC) ne sont pas parallèles

Malek : Ah ouais!

Katia laisse le point A dans une position dans laquelle on voit bien que (GF) et (BC) ne sont pas parallèles. Elle utilise donc le schéma du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement ».

Ils répondent « oui » (DG) et (BC) perpendiculaires et « non » à (DG) et (EF) parallèles, bien que nous pensons que cette réponse correspondait à (GF) et (BC) parallèles, puisque c'était cette propriété qu'ils ont invalidée.

Figure Rose	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	oui	A, G,
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	NON	

Figure 147. Réponses de Katia et Malek

Ils reviennent finalement à la figure verte, ils attrapent et ils déplacent le point A, mais celui-ci ne se déplace que sur la médiatrice de [BC] et cela choque un peu Malek :

Malek : Ai regarde le problème là!

Katia : Pas de problème! Il est parallèle!

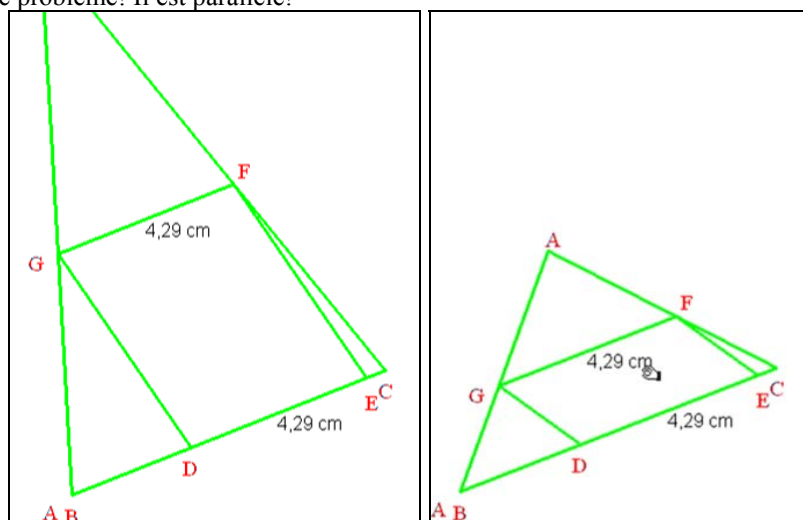


Figure 148. Katia déplace le point A dans la figure verte (2), mais ça choque un peu Malek

Ils répondent « oui » au parallélisme et « oui » à la perpendicularité :

<i>Figure Verte</i>	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	Oui	D, G
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	Oui	A, G

Figure 149. Réponses de Katia et Malek : ils n’invalident pas la perte de la perpendicularité

Katia et Malek n’invalident donc pas la perpendicularité dans la figure verte. Le parallélisme est plus facilement identifiable par le mouvement de (DG) et (EF) qui se « balancent » lorsqu’on utilise le cinéma-déplacement, alors que la perpendicularité est plus difficile à invalider par un contrôle uniquement perceptif.

Dans cette situation Katia et Malek ont construit plusieurs schèmes. Bien qu’au début, ils commencent par décider si les propriétés sont vraies ou fausses à partir des dessins statiques, une fois qu’ils commencent à utiliser le déplacement, ils utilisent le schème du dessin contre-exemple obtenu par déplacement ; ils identifient les invariants de la figure au cours du déplacement, ce qui leur permet de valider ou invalider leurs conjectures.

Comme on a pu le voir, dans le cas de cette situation, ils ont bien construit un schème de « déplacement pour valider » le parallélisme ; ils contrôlent les déplacements qu’ils font, en particulier, ils contrôlent ce qu’ils observent et ceci leur permet de décider si une propriété est vraie ou fausse.

Pour la perpendicularité, l’invariant spatial est absent et empêche le schème du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement » de fonctionner, et non l’oubli des points à déplacer.

III.5 « Construire la symétrie »

Katia et Malek commencent par tracer une droite (d) qu’ils mettent « bien horizontale » et un point M qui n’appartient pas à cette droite.

Ils cherchent dans les outils disponibles celui qui leur permettrait de construire la symétrique de M par rapport à la droite tracée et ils trouvent « Symétrie axiale ». Ils cliquent sur le point, puis ils cliquent sur la droite et ils obtiennent le symétrique de M qu’ils nomment M'. Leur appropriation de l’outil se fait donc immédiatement.

Ils attrapent et ils déplacent le point M, en l’approchant la droite, en l’éloignant de la droite, en allant vers les côtés.

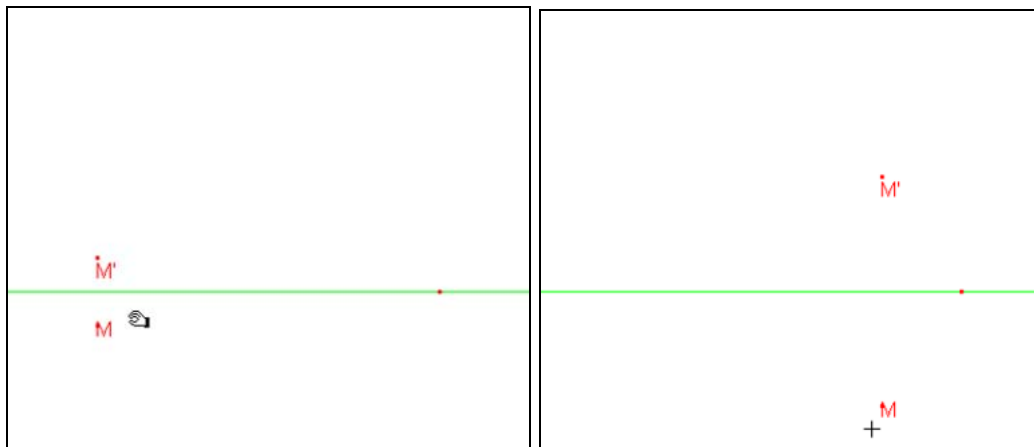


Figure 150. Ils déplacent le point M de droite à gauche, en restant du même côté de la droite (d)

Ils analysent les variations des points M et M' en termes de déplacement symétrique :
 « Quand on déplace M ; M' (image de M) se déplace symétriquement. »

➤ **Utiliser l'Outil « Symétrie Axiale »**

Sur une nouvelle feuille, construis une droite (d) et un point M qui ne lui appartient pas.

Construis le symétrique du point M par rapport à la droite (d) . Nomme ce point M' .

Déplace le point M , la droite (d) et le point M' . Qu'observes-tu? *Quand on déplace*

M ; M' (se image de M) se déplace symétriquement

Déplace le point M pour que les points M et M' soient confondus. Qu'observes-tu? *C'est*

la même chose

Figure 151. M' image de M se déplace symétriquement

Ils doivent déplacer M pour que les points M et M' soient confondus, alors ils attrapent et ils déplacent le point M en s'approchant et en s'éloignant de la droite (d) .

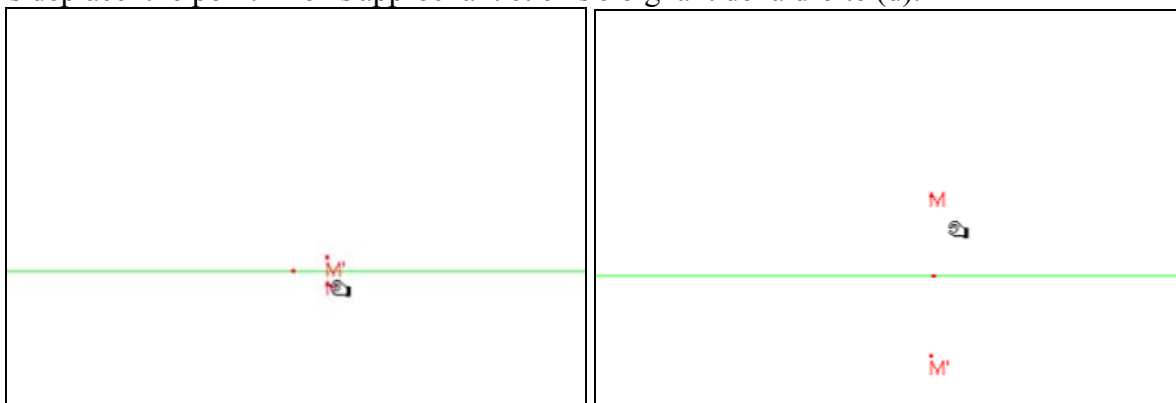


Figure 152. Ils déplacent M en le rapprochant de la droite (d)

Ils essayent d'attraper le point M' mais ils n'y arrivent pas. Ils attrapent le point M et ils le rapprochent de la droite (d) , ils lui font faire des petits sauts d'un côté et de l'autre de la droite (d) , mais ils le laissent pas le point M sur la droite.

Dans leur fiche ils écrivent « C'est la même chose (M' se déplace symétriquement) ».

Ils tracent la droite qui passe par M et par M' , ils déplacent d'abord le point M , mais ils ne font pas de remarques ; puis ils déplacent la droite (d) et ils sont surpris que « tout bouge en même temps ». Ils déplacent très vite sans observer les variations des deux droites au cours du mouvement.

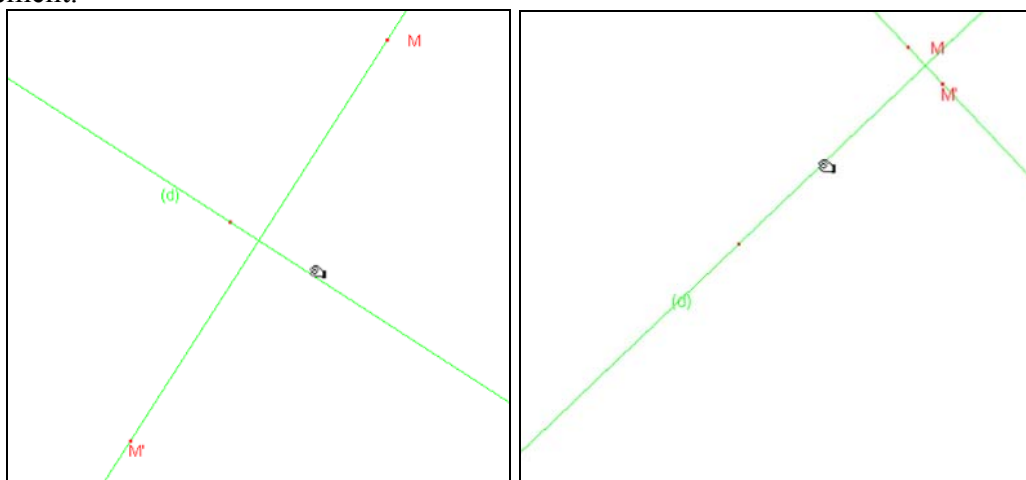


Figure 153. Ils déplacent la droite (d) et tout « bouge en même temps »

Malek : **Tout bouge sauf le point M**

Katia : Tout bouge

Malek : Non pas le point M

Ils attrapent et déplacent à nouveau la droite (d) mais cette fois-ci ils font plus attention à ce qu'ils observent, ils constatent que tout bouge sauf le point M.

Ils construisent le point I, à l'intersection de (MM') et de (d).

L'enseignant essaye de guider la classe en leur disant qu'il faut observer comment elles sont placées les droites (MM') et (d).

Ils déplacent M pour observer les variations de I au cours du mouvement.

Katia : Ah mais il est collé à la droite...

Ils remarquent donc que le point I reste à l'intersection, mais n'arrivent pas à le caractériser géométriquement.

Ils attrapent et ils déplacent la droite (d) en faisant varier la distance entre M et M'.

Ils attrapent et ils déplacent M en l'éloignant et en le rapprochant de la droite (d).

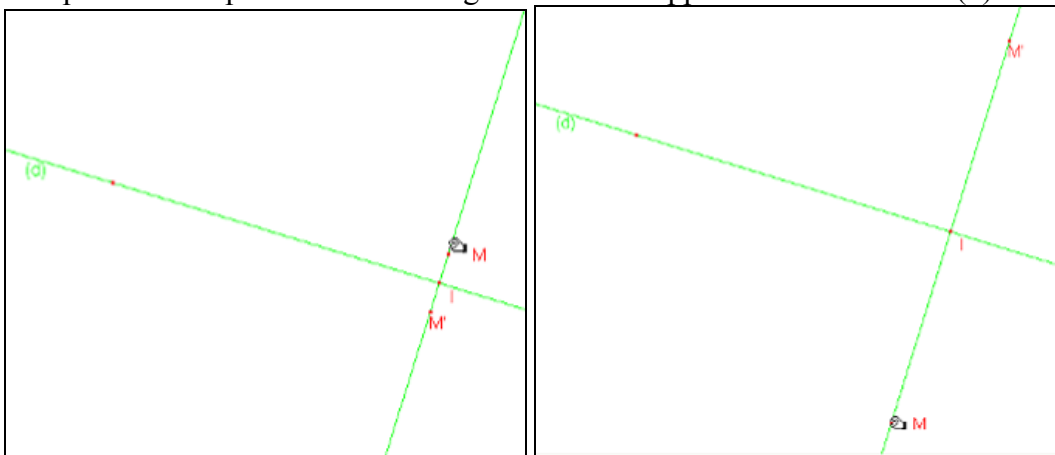


Figure 154. Ils déplacent le point M pour analyser les variations des droites (MM') et (d)

Malek : Il (le point I) bouge que quand on déplace la droite (MM').

L'observateur : Est-ce qu'il y aurait peut-être autre chose ? Est-ce qu'il y aurait peut-être autre chose ? Est-ce que tu vois une autre particularité ?

Ils attrapent et ils déplacent la droite (d), puis l'observateur leur demande de s'arrêter un peu et d'observer (sans que (d) soit horizontale) :

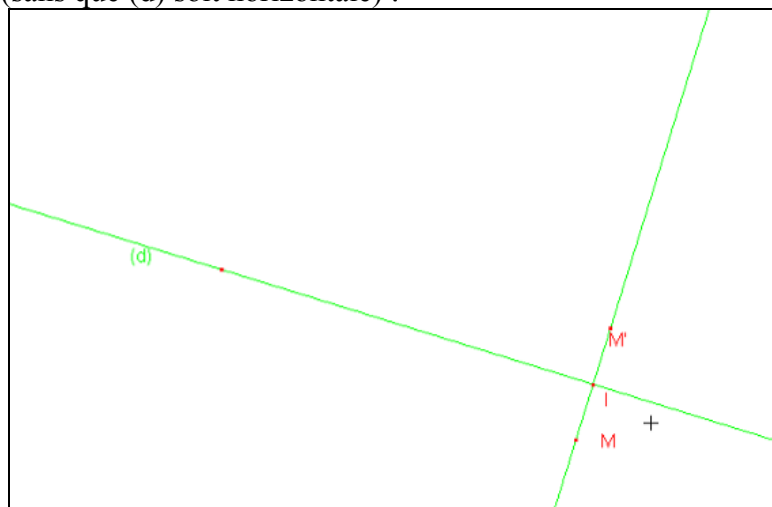


Figure 155. « Qu'est-ce qu'on observe ? »

L'observateur : Tu vois pas quelque chose par rapport à...

Katia : **Il est tout le temps au milieu! Il est tout le temps au milieu!**

Afin de valider leur conjecture, ils mesurent MI et IM' et ils déplacent.

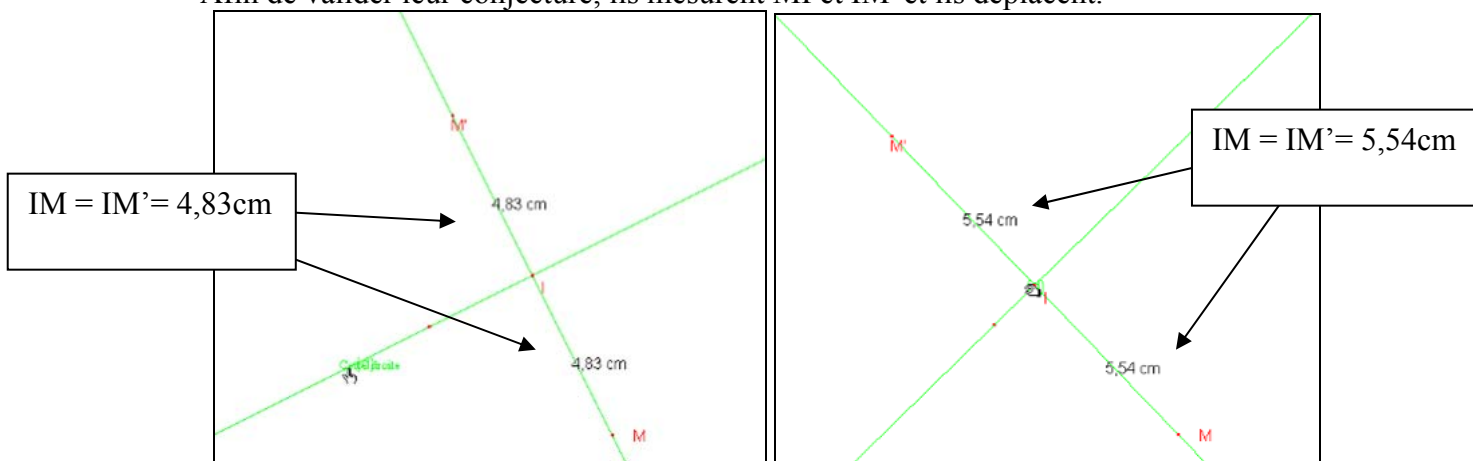


Figure 156. Ils mesurent les distances IM et IM' , puis ils utilisent le déplacement pour vérifier l'équidistance

Malek : Ah ! tout le temps à la même... à la même distance de M , de M à I et de M' à I ...

Ils écrivent dans leur fiche : « Le point I reste toujours à la même distance de M et de M' . »

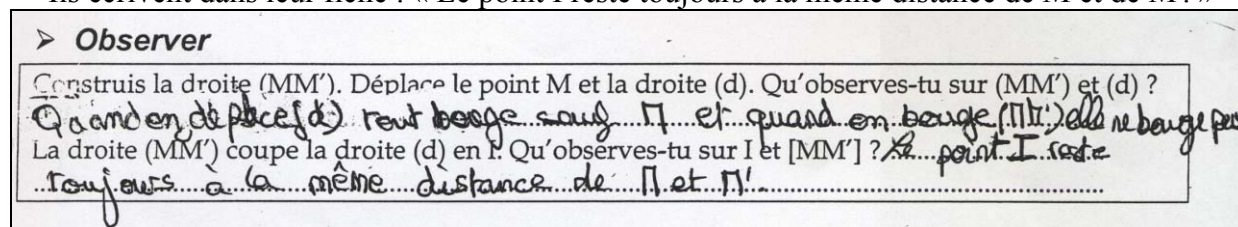


Figure 157. « Le point I reste toujours à la même distance de M et de M' . »

Sur le cahier, ils doivent réaliser la même construction, soit construire le symétrique d'un point M par rapport à une droite (d) .

Katia et Malek tracent une droite (d) qui n'est ni horizontale ni verticale et qui ne suit donc pas les carreaux. Ils tracent un segment $[MM']$ perpendiculaire à (d) et ils codent l'égalité de longueur d'une part et d'autre de la droite (d) .

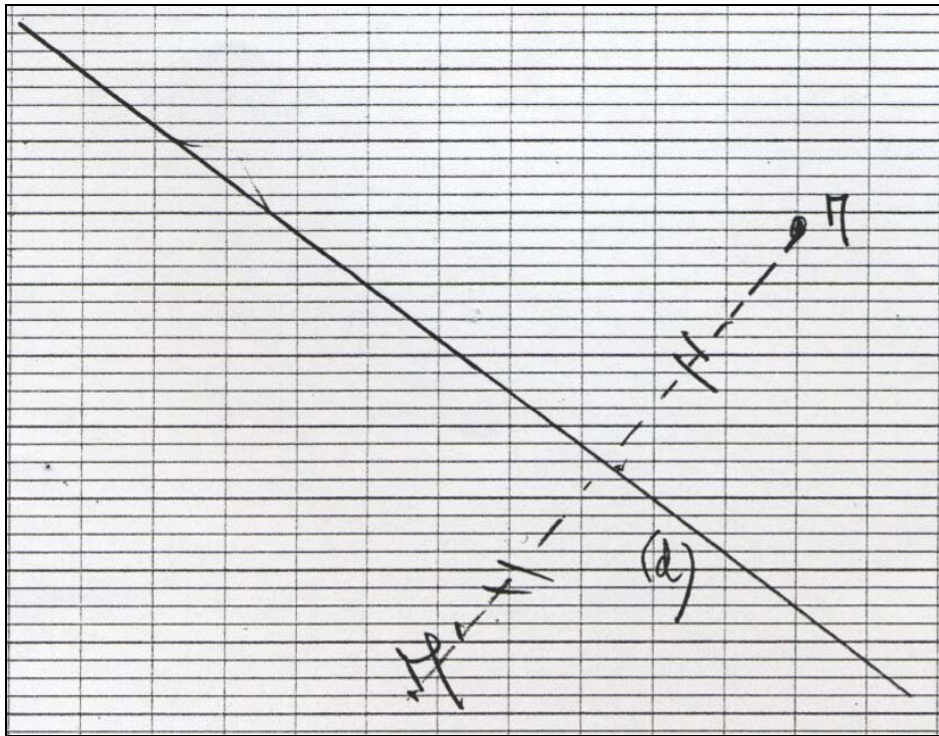


Figure 158. Construction de Katia sur le cahier

L'observateur : Alors maintenant il va falloir construire le symétrique d'un point N (qu'il construit sur Cabri), mais sans utiliser l'outil « Symétrie axiale ». (Il attrape et il déplace le point N) Et il va falloir que quand je bouge N, et il faut quand je bouge le N, le symétrique bouge pareil...

Pour construire le symétrique du point N par rapport à la droite (d) (en rouge), Katia et Malek commencent d'abord mesurer la distance de N à la droite à (d) (le logiciel fournit cette distance directement, ils obtiennent 3,46 cm). Puis ils utilisent le schème d'usage du « tracé au jugé » et ils placent un point au jugé suivant une direction perpendiculaire à (d) à partir de N. Ils mesurent la distance de ce point à la droite (d) (2,85 cm). Comme ça ne leur convient pas, ils effacent la mesure et le point. Ils n'ont pas besoin de déplacer pour invalider leur construction, puisque la mesure leur suffit pour invalider.

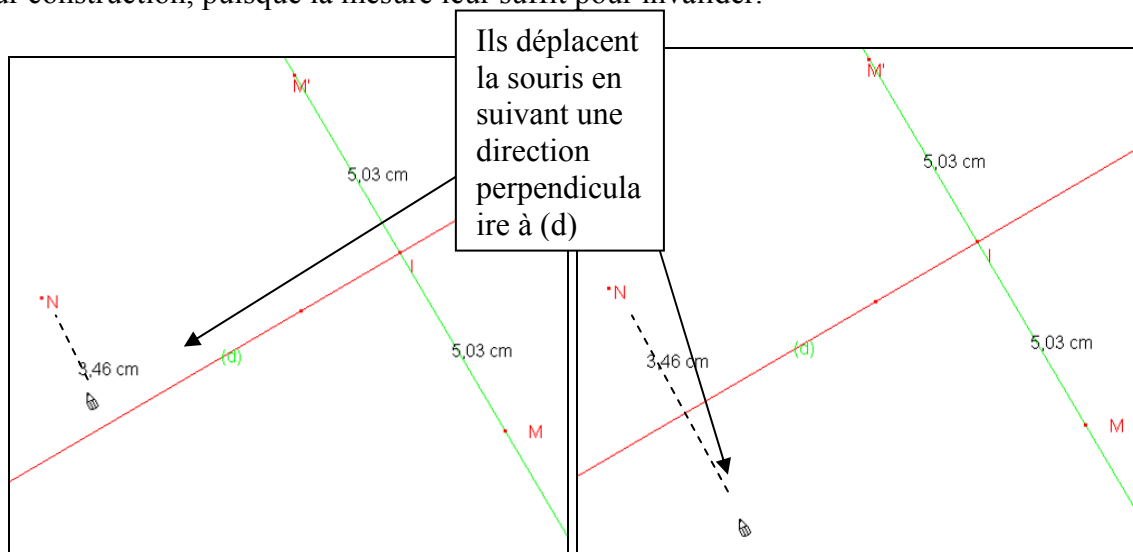


Figure 159. Katia et Malek placent un point par ajustement visuel non instrumenté

Ils effacent la distance de N à (d) et ils décident alors de placer un point « au jugé » sur (d) qui se trouverait perceptivement à l'intersection de (d) et de la perpendiculaire à (d) passant par N. C'est à partir de ce point-là qu'ils utiliseront le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure ».

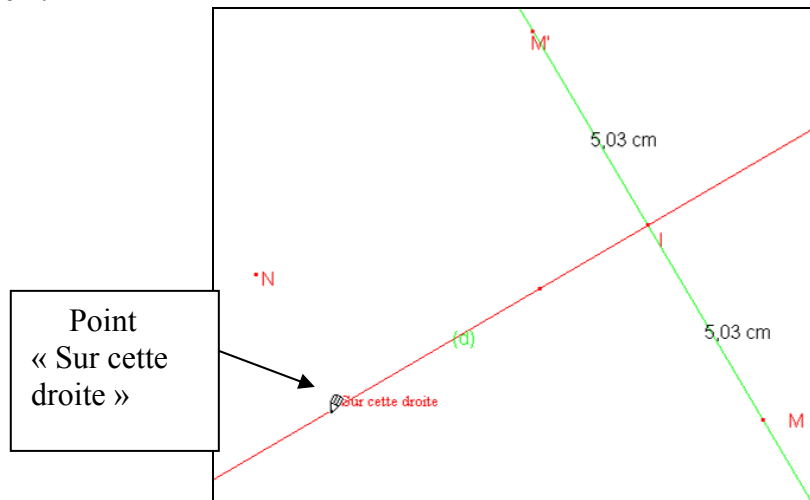


Figure 160. Ils placent un point sur (d) pour avoir un « point I » de repère sur (d)

Ils mesurent la distance de N à ce point, puis ils utilisent le schème d'usage « du tracé au jugé » pour placer le « symétrique de N » par rapport à (d). Ils mesurent la distance de ce point au point sur (d) et ajustent par déplacement.

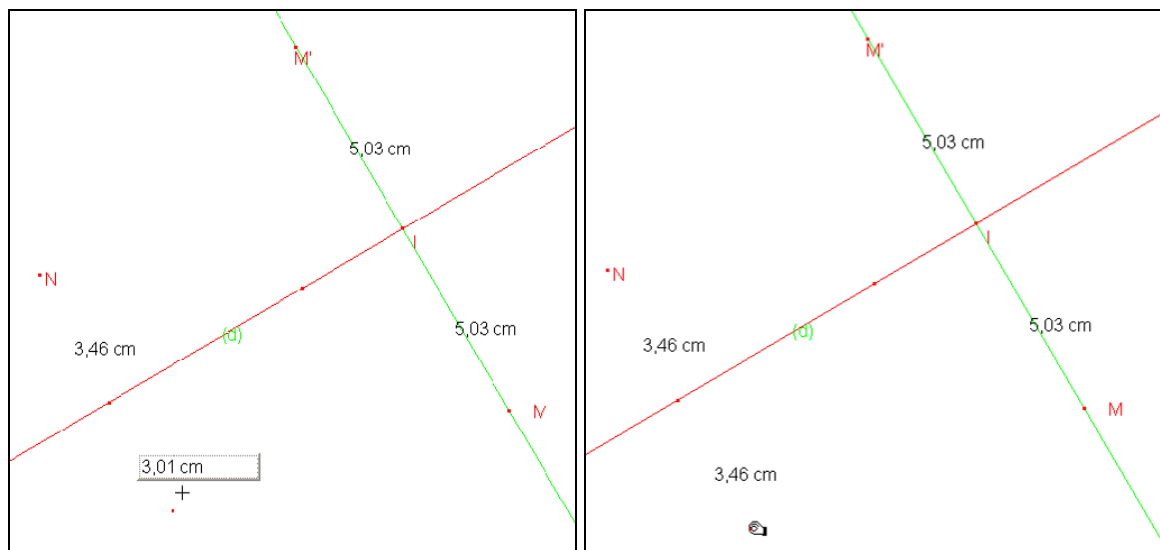


Figure 161. Schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » pour construire le symétrique de N par rapport à la droite (d) (en rouge)

Katia : Déplace-le!

Une fois qu'ils obtiennent 3,46 cm des deux côtés de la droite, ils nomment ce point N' et ils attrapent N et le déplacent pour valider leur construction : N' ne bouge pas.

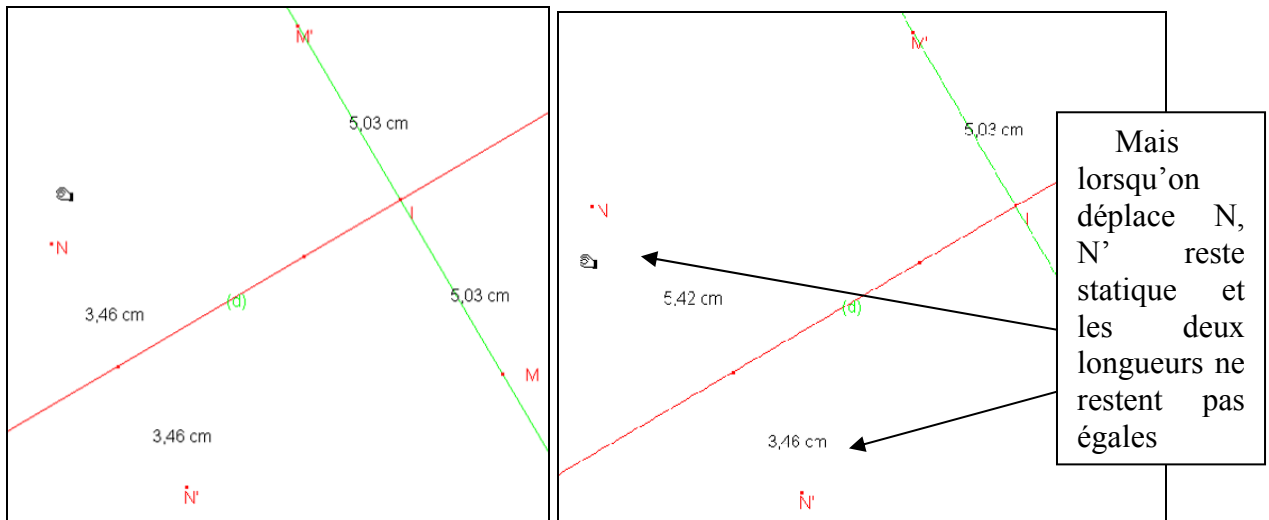


Figure 162. Ils déplacent N pour valider leur construction

Katia : Ah ! Il est lié!

Le ton dans lequel Katia dit cette phrase, montre qu'elle vient de comprendre que le point M' est lié au point M et que N et N' doivent avoir le même comportement.

Le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » n'empêche pas Katia et Malek d'utiliser le schème de « déplacement pour valider leur construction ».

Ils essayent de remettre N de manière à obtenir 3,46 cm à nouveau, mais ils ont beaucoup de mal. Alors ils décident d'essayer une autre stratégie : ils tracent le segment [NN'] et ils déplacent N de manière ce que N, N' et le point sur (d) soient alignés.

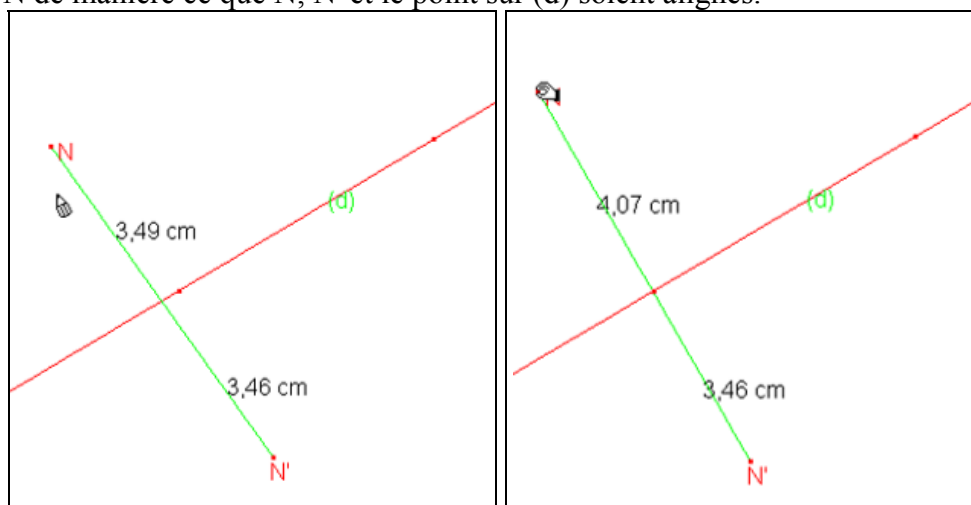


Figure 163. Ils essaient d'aligner les points N, N' et celui qui appartient à (d)

Katia : Il faut que le point il soit avec...

Katia et Malek se sont approprié l'outil « Symétrie axiale ». Ils ont construit le symétrique du point M avec l'outil sans aucun problème, mais ils n'ont pas réussi à le faire sans l'outil. Dans la première phase, leurs observations leur ont permis de construire le schème de dépendance entre les points M et M', mais ils n'ont caractérisé les variations de (MM'), I et (d) qu'avec l'aide du chercheur et de l'enseignant.

Ils ont utilisé le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » dans leur stratégie pour construire le symétrique du point N sans l'outil du logiciel ; mais comme nous l'avons vu, ils utilisent de manière spontanée le déplacement pour vérifier si leur construction peut être

validée. Comme nous allons voir, ils peuvent alterner ces deux types de déplacement sans remettre en question leurs stratégie d'ajustement.

III.6 « Rectangles à compléter »

Katia et Malek commencent à travailler sur la figure bleue ; ils tracent un segment qui perceptivement suit la direction de $[Ey]$ et qui a à peu près la même taille que $[BL]$. Ils utilisent le schème d'usage du « tracé au jugé ».

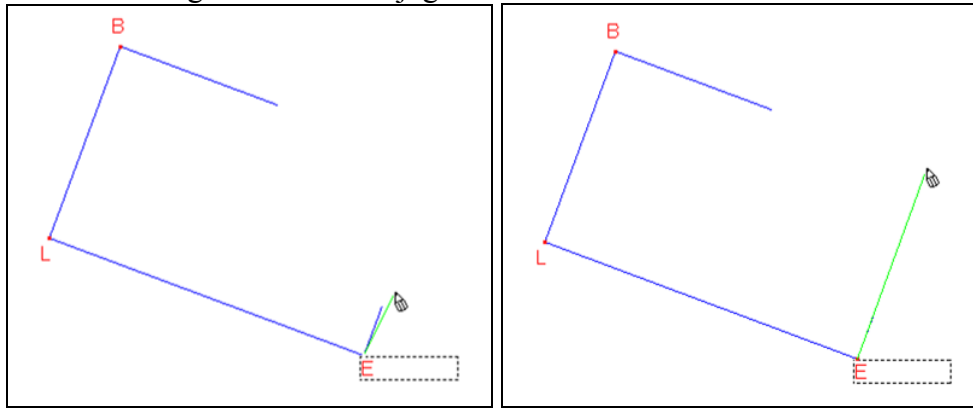


Figure 164. « Tracé au jugé » d'un segment qui se superpose perceptivement avec $[Ey]$

Puis ils tracent le segment qui joint B à l'extrémité du segment tracé précédemment.

Puis, ils attrapent le quatrième sommet qu'ils ont construit et le déplacent pour valider leur construction. Ils rient lorsqu'ils voient que la figure se déforme et ne reste pas un rectangle.

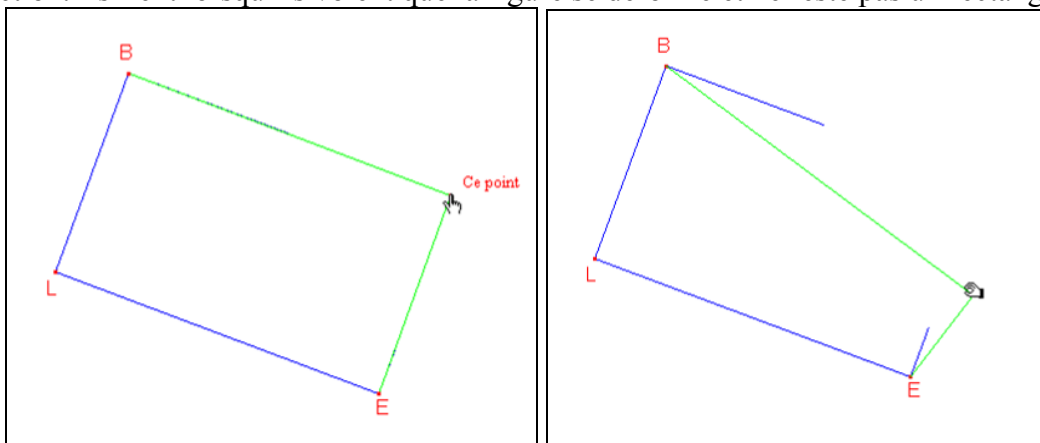


Figure 165. Ils déplacent le quatrième sommet construit pour valider leur construction

Leur utilisation du schème de déplacement pour valider est donc spontanée.

Ils remettent la figure comme avant, puis ils déplacent le point E pour s'assurer que la construction ne peut pas être validée :

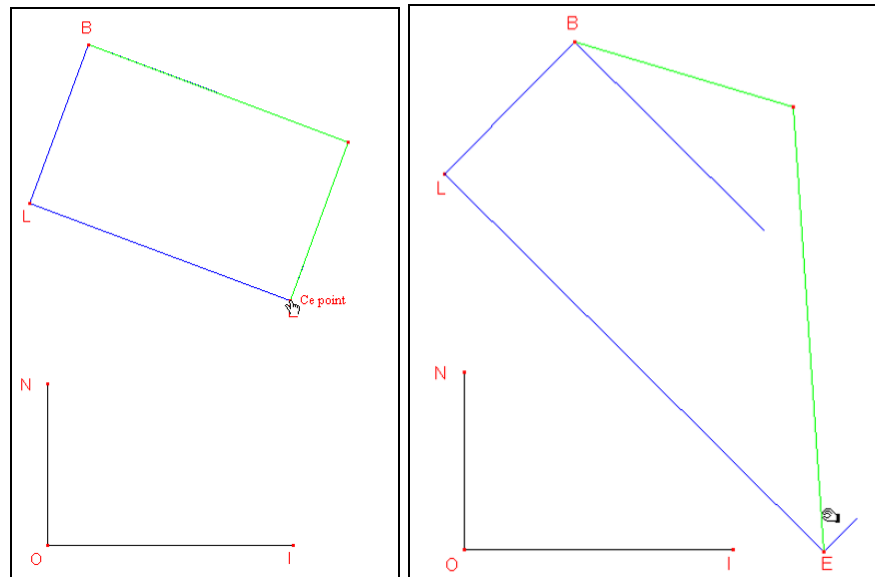


Figure 166. Ils la remettent comme avant, mais ils déplacent E pour valider leur construction

Malek : Ah non! C'était mal

Katia : Non, c'est juste!

Malek : Non...

Katia : Si si!

Malek : Ah bon ?

Katia : ça reste un rectangle, non ?

Malek, en mettant la figure de manière à ce qu'on voit que ce n'est pas un rectangle : Non, ça fait un rectangle ça ? Je sais comme il est fait un rectangle!

Malek invalide leur construction, il utilise le schème du dessin contre-exemple pour montrer à Katia que leur construction est incorrecte. Malek remet la figure comme avant, puis il efface le quatrième sommet construit.

Ils placent un point « au bout » de chacun des segments incomplets [Bx] et [Ey] puis ils construisent des segments allant de ces points à un quatrième sommet placé perceptivement.

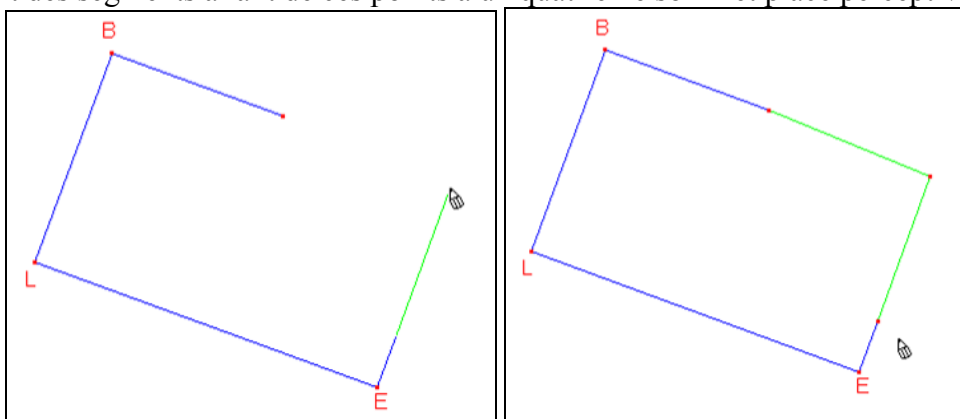


Figure 167. Ils complètent l'angle manquant « par morceaux », traçant des segments qui suivent la direction

Malek : Non c'est pas droit!

Mais les segments ne sont pas « droits », alors Malek invalide sa construction.

Malek : Comment on fait ?

Katia : Ben j'en sais rien moi!

Malek : On essaye celui-là ?

Ils décident de continuer avec le rose.

Malek : Je sais comment faire!

Il prend l'outil « Demi-droite » et il utilise le schème d'usage du « tracé au jugé » pour tracer une demi-droite horizontale à partir de R qui se superpose visuellement avec [Rx].

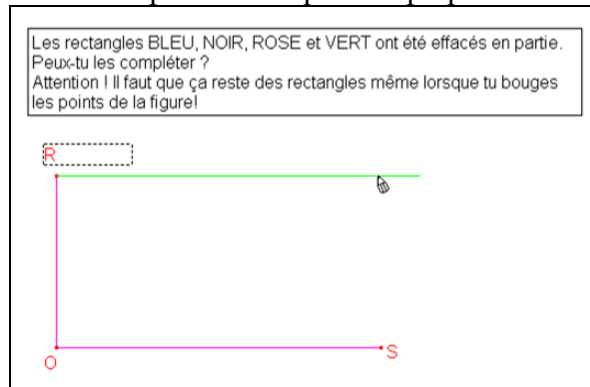


Figure 168. Demi-droite tracée « au jugé » en s'aidant de l'orientation du rectangle rose (2)

Il trace une demi-droite « au jugé » à partir de S, en essayant qu'elle soit verticale.

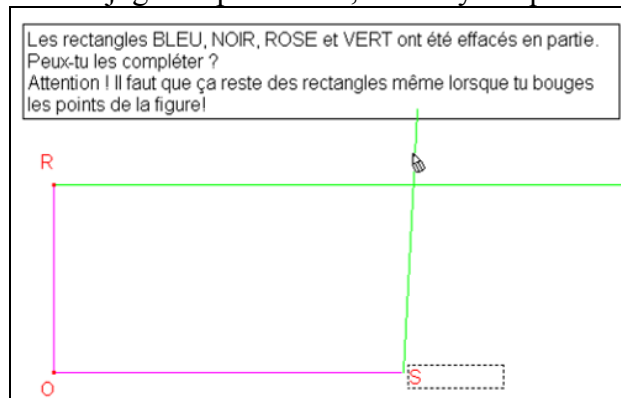


Figure 169. Tracé d'une demi-droite à partir de S « au jugé », en essayant qu'elle soit verticale

Malek : Comment on fait pour voir si elle est droite ?

Malek ne réussit pas à faire une demi-droite complètement verticale, alors il veut vérifier qu'elle soit « droite ».

Malek : Comment je fais pour faire un angle, avec c'est ça ?

Katia : Ben oui...

Katia lui indique où cliquer pour mesurer l'angle formé par les deux demi-droites tracées (88,4°).

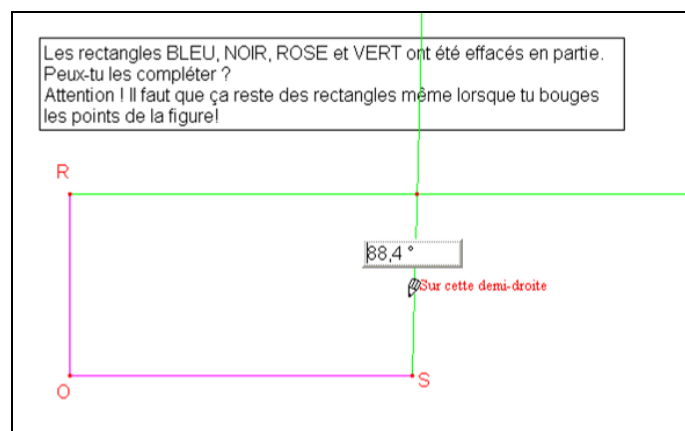


Figure 170. Ils mesurent l'angle formé par les deux demi-droites tracées

Malek : Non c'est pas bon!

Katia : Eh c'est pas la peine de l'effacer! Tu peux la bouger là-bas!

A nouveau c'est Katia qui indique à Malek d'utiliser le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure », pour obtenir un angle de 90° :

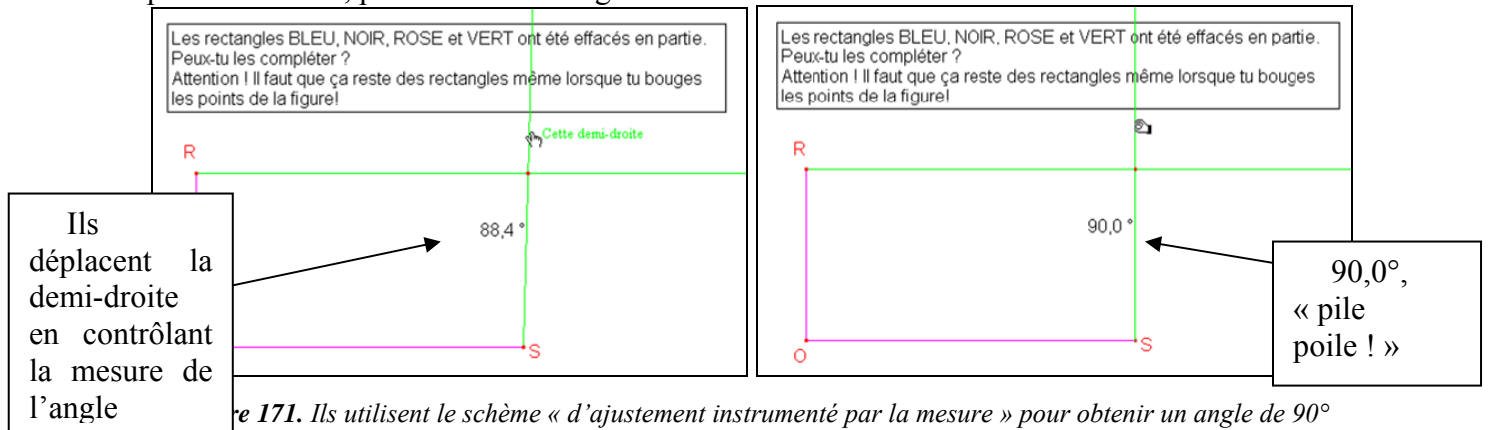


Figure 171. Ils utilisent le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » pour obtenir un angle de 90°

Malek : Pile poile!

Il attrape et il délace le point O pour vérifier que sa construction est correcte et il voit que ça ne marche pas.

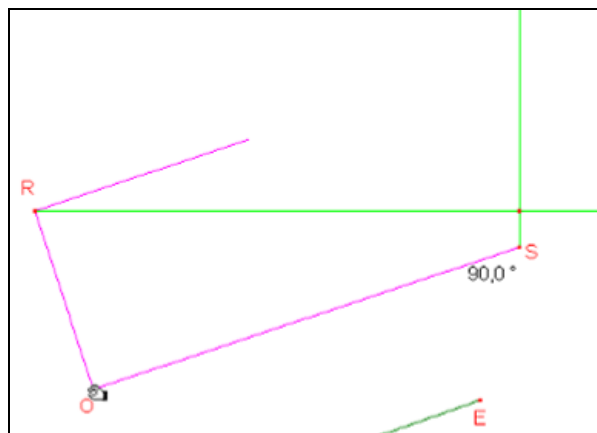


Figure 172. Ils déplacent pour valider leur construction, mais elle est invalidée

Malek : Eh ben non!

Malek utilise donc le déplacement pour valider sa construction de manière spontanée, sans que l'enseignant lui ait dit de le faire.

L'enseignant : C'est jolie comme ça! Mais est-ce que si je bouge ça va ?

Malek : Non!

L'enseignant : C'est ça qui te gêne! Et le bleu (le rectangle bleu)! Pourquoi vous ne faites pas le bleu ?

Malek prend l'outil « Segment » et il dit : C'est facile le bleu!

Katia : Non fais pas ça! Fais pas ça! Mets celui-là!

Katia lui montre l'outil « Demi-droite » :

Katia : Mais non!

Malek : Si si, vas-y! Clique sur le point! Et regarde bien sur le trait bleu, jusqu'à ce qu'il lui ait plus, jusqu'à ce qu'il lui ait plus... Comme jusqu'à ce qu'il lui ait plus... (Katia essaye de superposer le plus possible la demi-droite avec le segment [Ey]) Mmmm... Essaye de monter! Mmmm...

Encore, essaye de monter! C'est pas grave qu'il y a deux, trois petits points... (Katia clique dessus)

Et fais pareil de ce côté (pour [Bx])

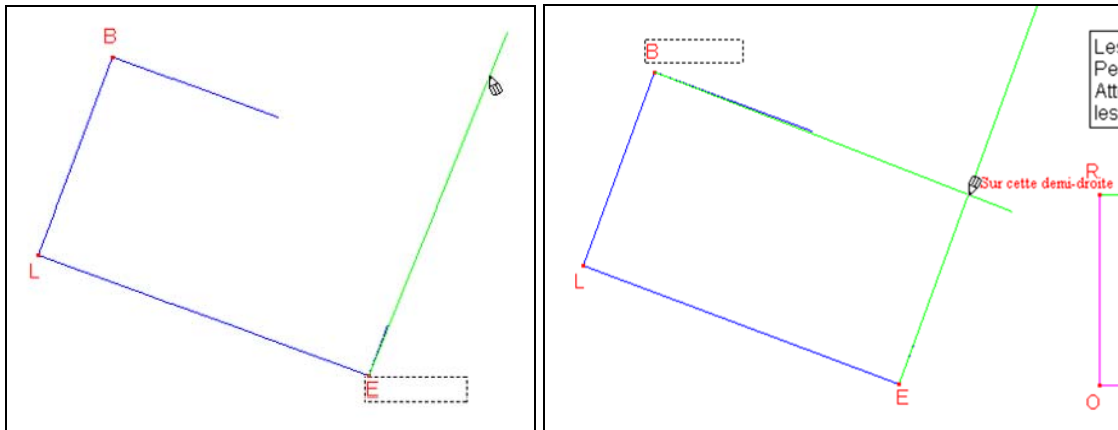


Figure 173. Même stratégie de « tracé au jugé » avec des demi-droites

Katia clique sur B, puis elle essaye de superposer la demi-droite avec [Bx].

Malek : tire bien!

Katia emmène la souris jusqu'à la première demi-droite tracée et elle clique dessus.

Malek : Voilà! Et voilà! ça y est, on en a fait une!

Katia efface les deux demi-droites, puis elle attrape et elle déplace le point B qui ne se déplace que sur la perpendiculaire à (EL) passant par L.

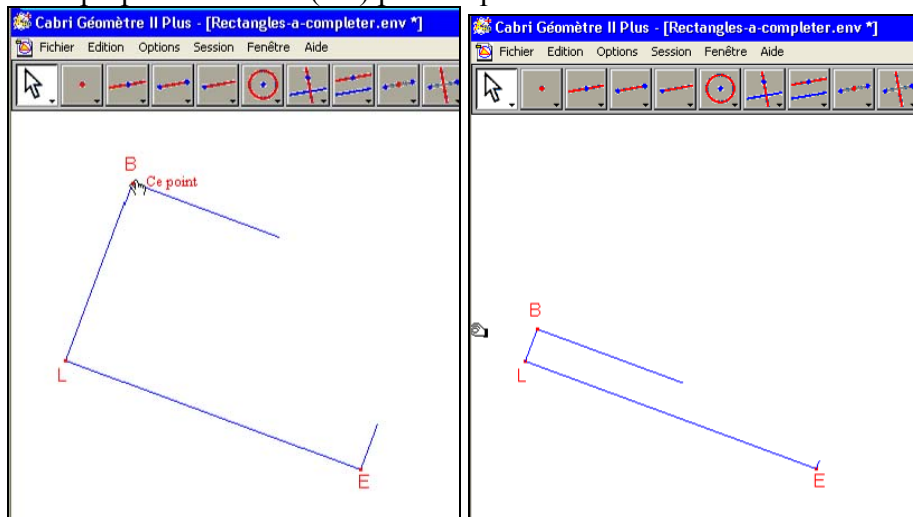


Figure 174. Katia déplace le point B dans la figure bleue

Elle essaye alors après d'attraper et de prolonger segment [Ey]. Puis elle attrape et elle déplace le point L, elle déplace B aussi, en essayant de "fermer" le rectangle, mais lorsqu'elle déplace le point B, les segments changent de taille proportionnellement et donc elle n'arrive pas à le refermer.

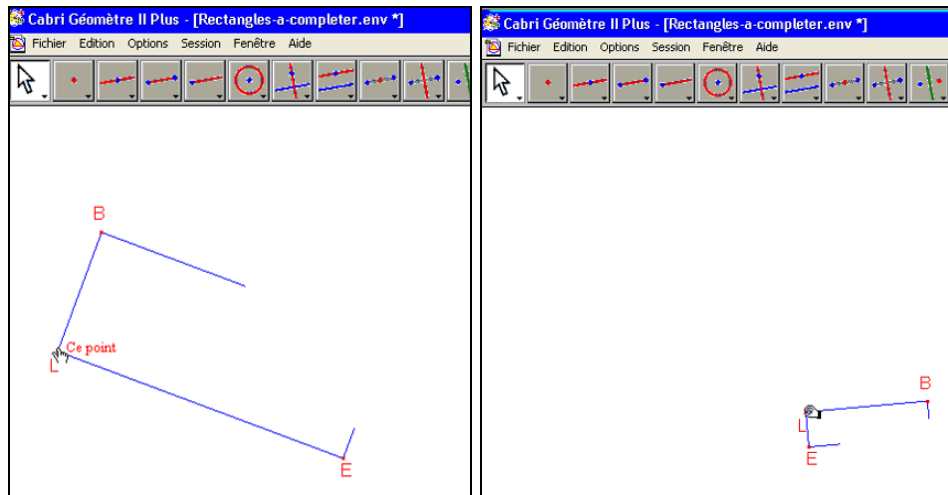
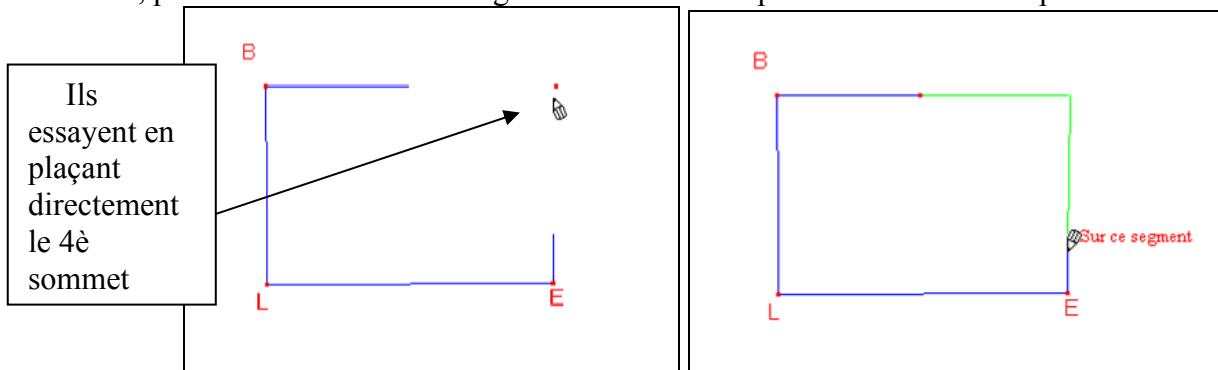


Figure 175. Est-ce qu'on peut refermer le rectangle ?

Ils placent un point perceptivement où devrait se trouver le quatrième sommet du rectangle bleu, puis ils construisent des segments en reliant ce point aux côtés incomplets du rectangle.



Ils essayent en plaçant directement le 4^e sommet

Figure 176. Schème d'usage du «tracé au jugé» pour un point

Ils déplacent immédiatement le point B pour vérifier leur construction, mais ils l'invalident :

Malek : Ah non!

Katia : Ah ça marche pas!

Ils reviennent à la stratégie de base, en traçant des segments à partir de B et de E et en les superposant visuellement avec les côtés incomplets du rectangle, en essayant qu'ils soient bien droits », ils construisent des segments trop courts qui ne coïncident pas en un point.

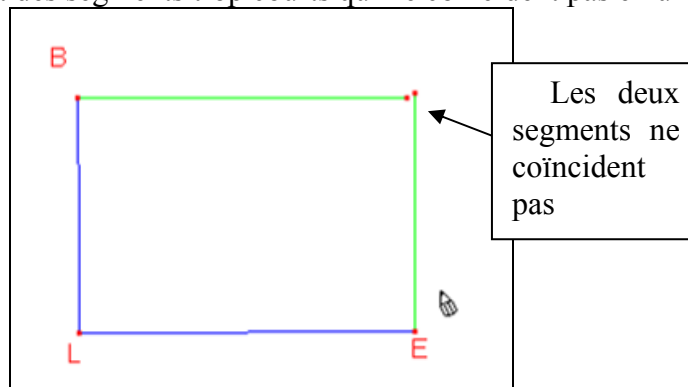


Figure 177. L'invariant de rectangle fermé leur permet d'invalider leur construction

Ils recommencent et ils essaient d'utiliser l'outil « Droite », en cliquant sur les côtés incomplets du rectangle, mais en choisissant la direction visuellement.

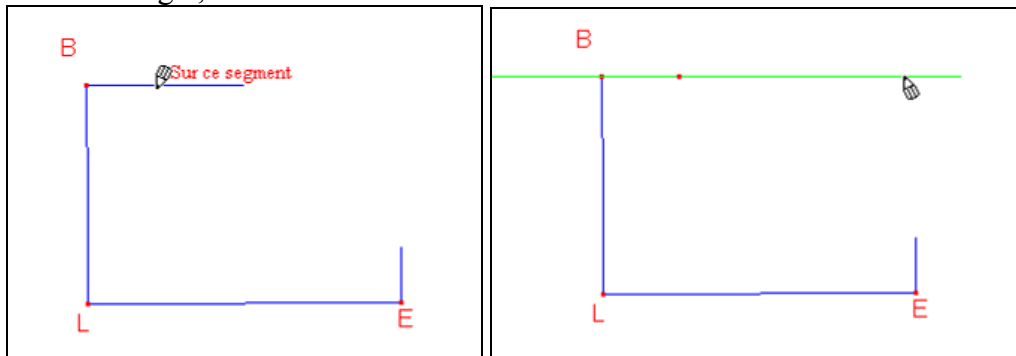


Figure 178. Même stratégie de « tracé au jugé » avec des droites

Visuellement la construction paraît correcte, alors ils ne ressentent pas le besoin de valider leur construction.

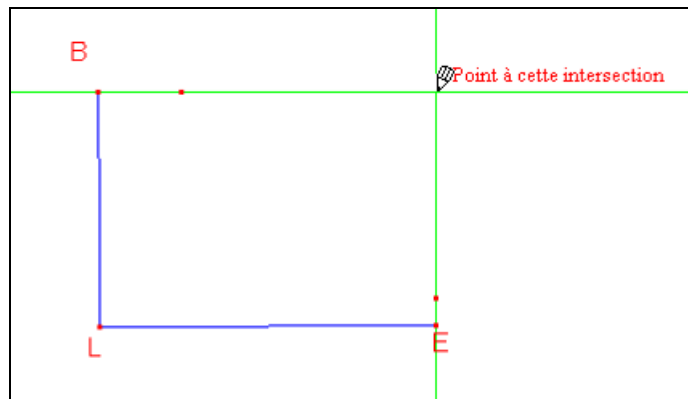


Figure 179. Ils valident leur construction, ils ne ressentent pas le besoin de déplacer

Ils veulent utiliser la même stratégie dans le rectangle rose, mais après avoir cliqué sur [Rx], l'observateur intervient et les guide dans le tracé de la droite passant par R et par un point appartenant au côté incomplet [Rx] :

L'observateur : Cette droite tu veux qu'elle passe par quoi ?

Katia : Par R

L'observateur : Par R

Malek : **Ah ouais!**

L'observateur : Alors dis lui de passer par R!

Ils cliquent sur R :

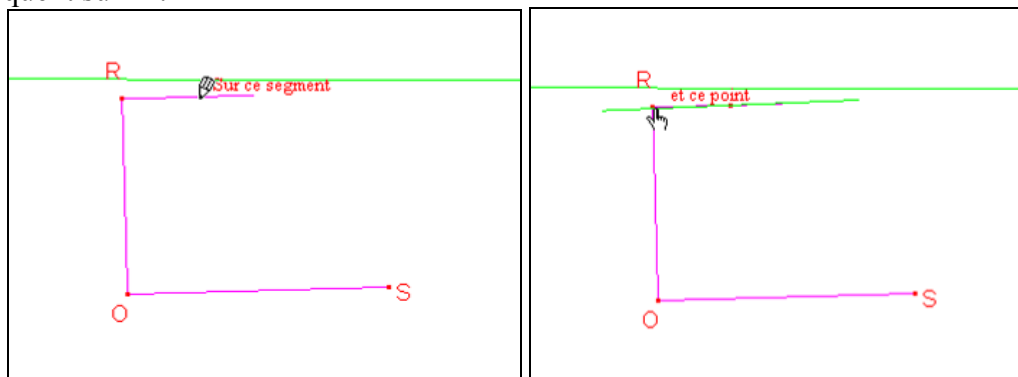


Figure 180. Guidés par l'observateur, ils cliquent sur le sommet et sur le côté

Katia n'est pas contente parce qu'elle n'est « pas droite ».

Malek : Ben non parce que le truc...

L'observateur : Ben non parce que (OS) elle est pas droite

Katia : Ah oui!

L'observateur (après avoir déplacé le point O) : Mais est-ce qu'elle est droite par rapport à ce segment-là [OR] ? Est-ce que ça fait... Qu'est-ce qu'on voudrait que ça fasse ? (en montrant l'angle formé par (OR) et la nouvelle droite tracée).

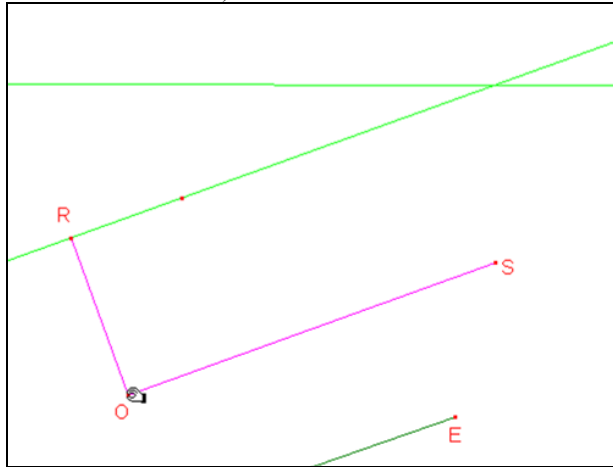


Figure 181. Ils valident la construction par déplacement

Katia : Que ça reste comme ça

L'observateur : Que ça reste comme ça, mais comment ? Par rapport à (OR) ?

Malek : Euh... parallèle, euh! Perpen... euh... perpendiculaire

Katia : Parallèle ouais

L'observateur : Ouais... Perpendiculaire ou parallèle à (OS). Ok...

Malek en montrant où il manque le quatrième côté du rectangle rose : Maintenant il faut faire pareil mais là...

Le déplacement du point O par l'observateur et l'intervention sur la relation entre [OR] et [OR] a permis de les convaincre de la validité de la construction.

Ils tracent d'abord la droite (OS), puis ils tracent une droite passant par S et par un point qui appartient à une droite (Rx) et qui est perceptivement perpendiculaire à (OS).

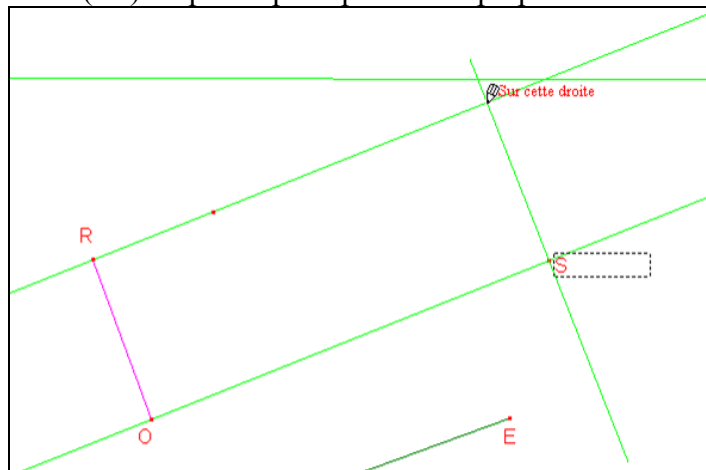


Figure 182. Ils tracent une droite perceptivement perpendiculaire à (OS)

Afin de valider leur construction, ils mesurent l'angle formé par les droites (Rx) et la droite tracée passant par S ($92,7^\circ$).

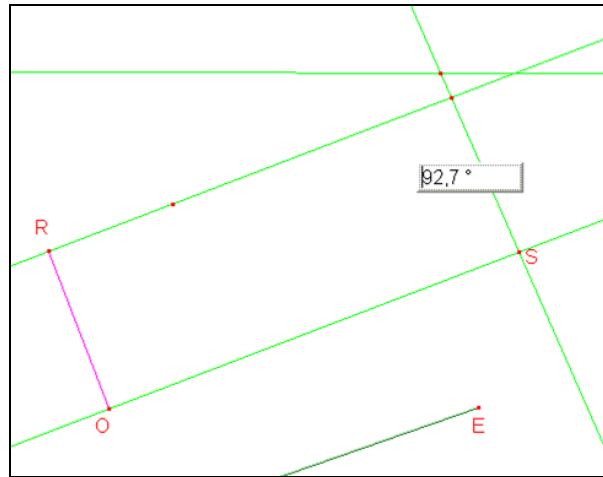


Figure 183. Ils mesurent l'angle formé par la droite (Rx) et la droite tracée passant par S

Katia en montrant l'angle mesuré : Mais ici c'est pas un angle droit!

Ils attrapent et déplacent le point O, la droite tracée par S reste statique et l'angle varie.

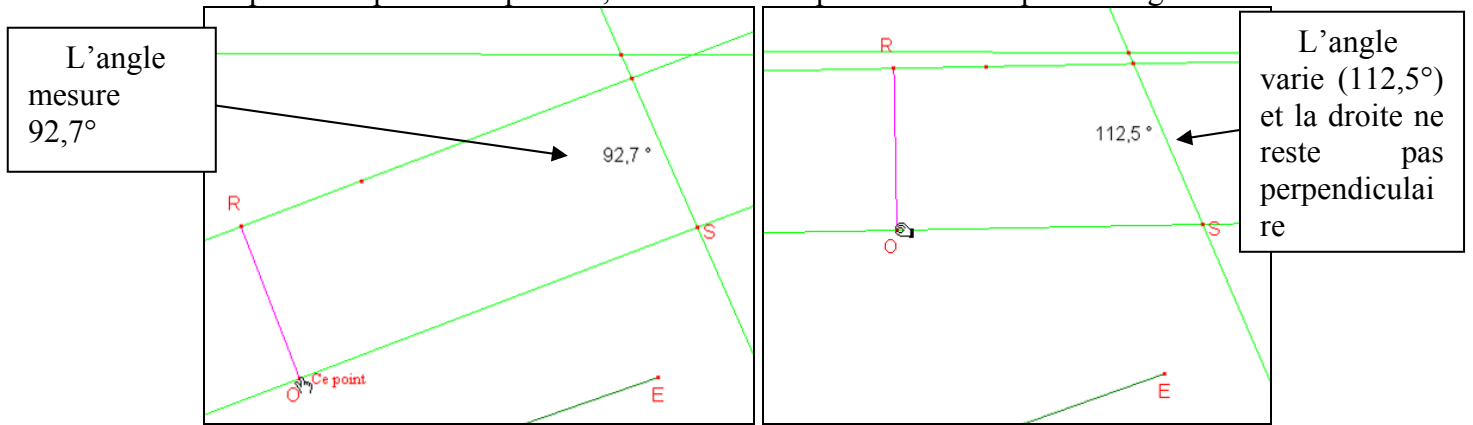


Figure 184. Mais lorsqu'on déplace le point O, l'angle n'est pas droit

Ils utilisent alors le schème « d'ajustement instrumenté par la mesure » pour obtenir un angle de 90°.

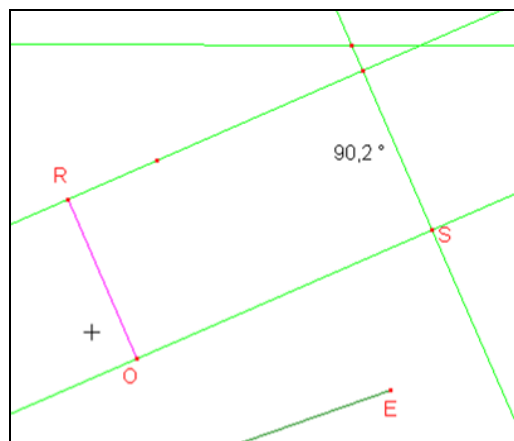


Figure 185. Ils ajustent par déplacement pour obtenir un angle droit

Puis, ils attrapent et ils déplacent le point S pour « valider leur construction », mais l'angle ne reste pas droit. Ils n'invalident pas et remettent la figure comme avant.

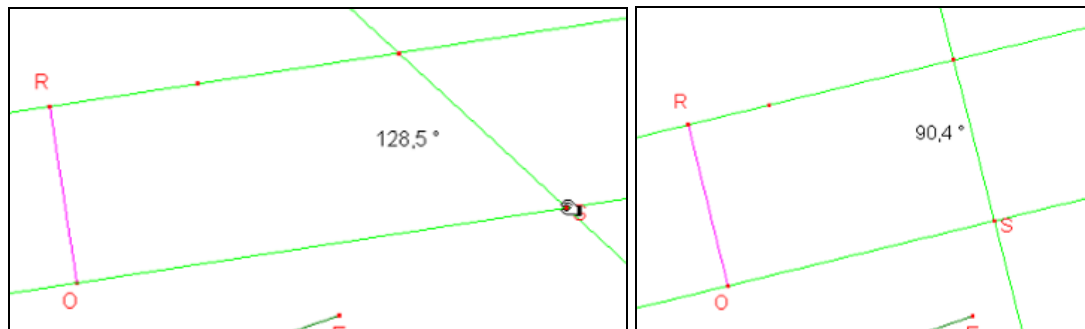
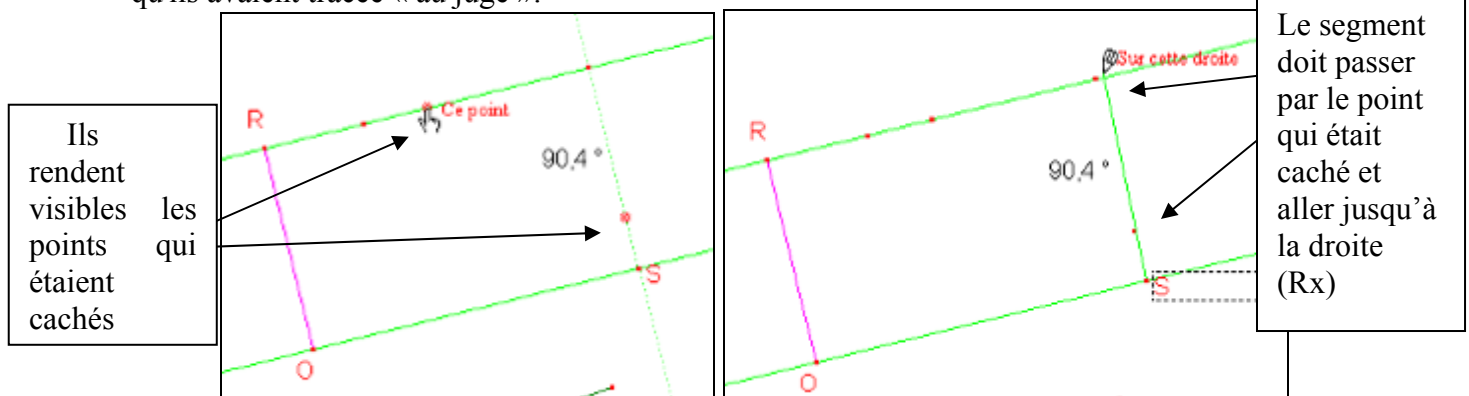


Figure 186. Ils déplacent pour valider leur construction, mais l'angle ne reste pas droit

Finalement, ils cliquent sur l'outil « Cacher/montrer » et ils rendent visibles les points qui avaient été cachés aux extrémités des côtés incomplets du rectangle et ils cachent la droite qu'ils avaient tracée « au jugé ».



Puis ils tracent le segment qui joint S à la droite (Rx) en utilisant le schème d'usage du « tracé au jugé », de manière à que le segment passe perceptivement sur le point qui avait été caché. Cette dernière stratégie ne peut être invalidée que par le déplacement du point placé « au jugé » sur la droite passant par R. En effet, dans la construction du rectangle à terminer rose, le morceau de côté [Rx] a une longueur égale à $OS/2$. Cela entraîne que le quatrième sommet construit au jugé par les élèves sur le prolongement du côté [Rx] reste à une distance égale aussi à $OS/2$ du point x caché. Cela suffit à conserver le rectangle au cours du déplacement.

Katia : Parallèle! Parallèle!

Malek : Et c'est ce que j'ai voulu faire tout à l'heure! Ben oui!

Malek clique sur la droite (Rx), mais Katia lui dit : « Non, pas parallèle à cette droite! »

Alors il clique sur le segment [OR], puis sur le segment qui avait été construit passant par S et la parallèle à (OR) passant par un point de ce segment apparaît.

Katia et Malek ne réussissent donc pas à utiliser la stratégie correcte. Ils tracent la droite (Rx) correctement avec l'aide du chercheur.

Ils utilisent le déplacement :

- pour ajuster et obtenir par exemple un angle de 90° ;
- pour valider leur construction ;

Ils utilisent de manière spontanée le déplacement pour valider leur construction sans que l'enseignant ni personne leur dise de le faire, cependant une fois qu'ils ont invalidé, ils ont beaucoup de mal à changer de stratégie.

Au cours de la genèse instrumentale du déplacement Katia et Malek ont construit plusieurs schèmes.

La situation « Sur quel objet » nous a permis d'observer le schème « de matérialisation de la droite » utilisé par Katia pour construire une droite. Ce schème est issu du tracé d'une droite en papier crayon avec la règle où l'on cherche à avoir une meilleure précision. De son côté, Malek a construit dans cette même situation le schème de « vérification que la trajectoire passe par deux points », qu'il a utilisé d'abord au cours de la phase de validation en tant qu'élève B, récepteur du message, puis en tant qu'émetteur pour caractériser la trajectoire rectiligne qu'il avait identifiée.

Ils ont aussi construit le schème de « vérification de l'équidistance », lorsqu'ils analysaient les variations de la figure dans « Construire le symétrique ». Ils ont fait d'abord la conjecture que le point I était le milieu de $[MM']$, alors ils ont mesuré les distances IM et IM' et ils ont déplacé, vérifiant alors l'équidistance et non pas le fait que I est milieu de MM' .

La situation « Toujours/parfois vrai » leur a permis de construire le schème du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement ». Au début ils ont commencé par décider de la validité des propriétés dans des dessins statiques. Mais lorsqu'ils ont compris qu'il fallait déplacer, ils ont utilisé dans un premier temps le schème d'usage de « recherche des points qui bougent » et ont déplacé tous les points de la figure, pour utiliser le schème du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement » dans un deuxième temps, en laissant la construction dans une position qui leur permettait de conclure sur la non validité des propriétés en question.

Le schème d'action instrumentée « déplacer pour valider une construction » s'est construit au cours de l'année. Il est immédiatement à l'œuvre dans « Pajérond » mais on peut supposer que le contexte de la voiture le favorisait et qu'il n'est pas lié alors à l'idée de valider une construction géométrique. Les situations suivantes montrent en effet que la validation de propriétés peut être faite par Katia et Malek sur des dessins statiques et que le déplacement pour ajuster et la vérification par des mesures sur des dessins statiques coexistent avec le déplacement pour valider une construction ou pour valider une propriété, signe de l'appropriation incomplète du schème de déplacement pour valider une construction.

L'institutionnalisation par l'enseignante dans « Parfois/toujours vrai » a joué un rôle important dans la prise de conscience de la nécessité de déplacer tous les points pour valider une propriété ou une construction. La construction du schème de « déplacement pour valider » se fait donc grâce à la construction du schème de recherche de tous les points que l'on peut attraper et déplacer (schème de « recherche des points qui bougent »).

Le schème de « déplacement pour valider une construction » interagit sur le schème de dépendance dans la situation « Construire le symétrique » et permet ainsi à Katia de prendre pleinement conscience de la dépendance de M' par rapport à M , dépendance qui n'avait pas été remarquée de cette façon dans la première partie de la situation alors que la consigne était justement d'observer le comportement de M et M' (ils avaient vu qu'ils se déplaçaient « symétriquement »). On voit ainsi comment la mise en œuvre d'un schème peut constituer une opportunité pour que se construise un invariant, ici la notion de dépendance entre points. Cela confirme aussi qu'une tâche d'observation a eu peu d'effet alors qu'une tâche de construction au moment de la validation par le déplacement amène les élèves à analyser plus en profondeur un phénomène.

IV. HANNA ET IDRIS

Hanna et Idriss sont des élèves moyens (moyen +).

Hanna et Idriss sont dans une classe différente à celle des trois binômes précédents, dans laquelle le déroulement de la situation peut parfois changer d'une classe à l'autre.

IV.1 « Géo »

Dans la première situation, « Géo », Hanna essaye d'attraper et de déplacer des points, mais elle n'y arrive pas. Idriss essaye alors de la guider en lui indiquant ce qu'elle doit déplacer, mais ça ne l'aide pas :

Idriss : Prends-la du bout du nez, du nez...

Puis il lui explique la règle d'action :

Idriss : fais bouger comme ça... **reste appuyé dessus et fais comme ça ...**

Hanna a donc besoin de s'approprier cette règle d'action, pour pouvoir construire le schème de « déplacement d'un objet ». Une fois qu'elle réussit à attraper les points, elle attrape un des sommets des triangles constituant les yeux et elle le déplace en faisant tourner les yeux. Puis elle déplace le petit cercle du pompon du chapeau en le faisant passer d'un côté et de l'autre du chapeau.

Ils essayent de déplacer les sommets du grand triangle du chapeau de Géo mais ces points sont non-atrapables. Ils attrapent et ils déplacent le sommet du trapèze de la bouche qui permet de changer la forme. Puis ils attrapent le centre du grand cercle et ils le déplacent en faisant varier la taille de Géo et en le faisant tourner.

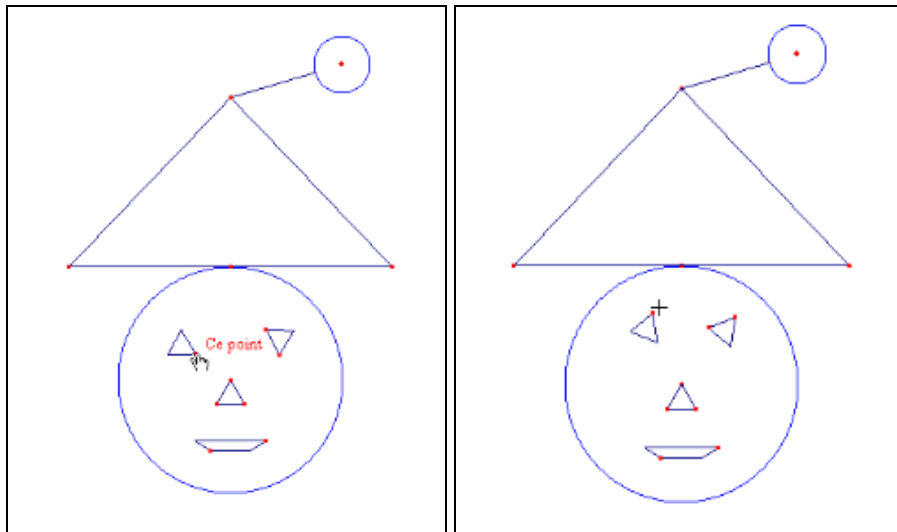


Figure 187. Ils déplacent le sommet du triangle des yeux qui permet de les faire tourner

Ils essayent de déplacer les sommets du grand triangle du chapeau de Géo mais ces points ne peuvent pas être déplacés directement.

Ils attrapent et ils déplacent le point du trapèze de la bouche qui permet de changer l'expression de Géo.

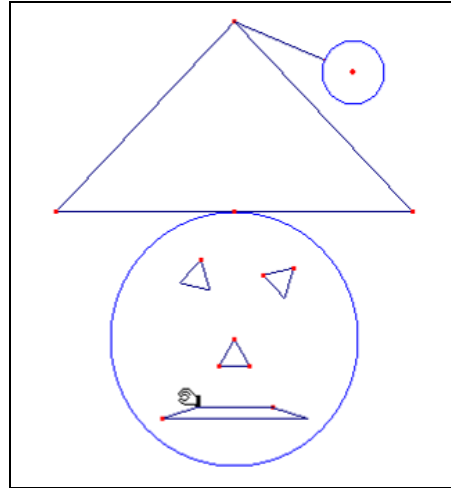


Figure 188. Ils changent la forme du trapèze représentant la bouche

Puis ils attrapent le centre du grand cercle et ils le déplacent en faisant varier la taille de Géo et en le faisant tourner.

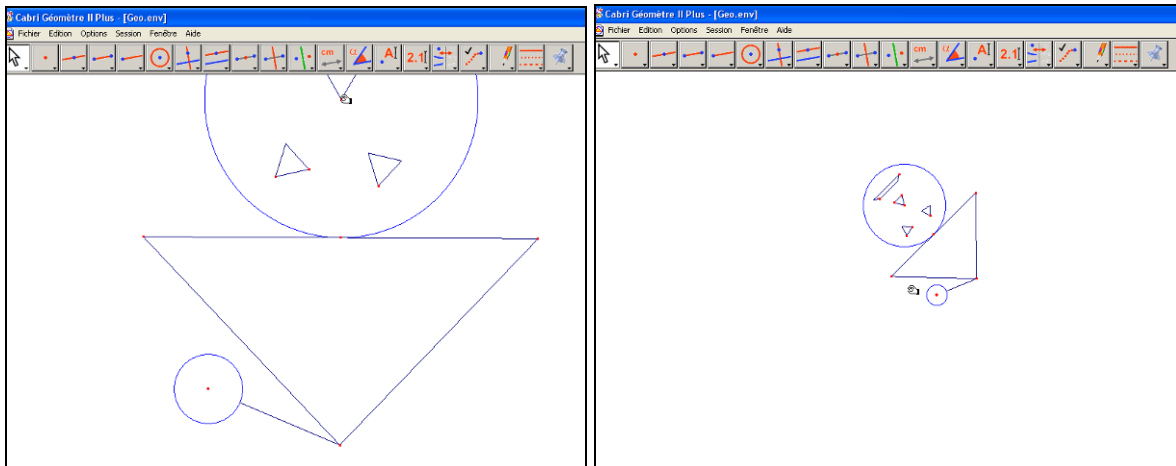


Figure 189. Ils font varier la taille et l'orientation de Géo en déplaçant le centre du grand cercle

Hanna et Idriss ont donc des problèmes au début à manipuler la souris pour pouvoir réaliser des déplacements, mais une fois Idriss explique à Hanna qu'il faut « rester appuyé dessus », ils explorent plusieurs déplacements. Ils changent l'orientation des yeux, ils font varier la taille et la forme de la bouche, la taille et l'orientation de Géo.

IV.2 « Pajéron »

Hanna et Idriss ne changent pas de stratégie dans cette situation. Ils ne ressentent pas le besoin de déplacer et perdent beaucoup de temps sans savoir quoi faire.

Au début ils construisent des cercles qui ne conviennent pas, puis ils construisent un cercle dont le centre est perceptivement au milieu des points visibles de la carrosserie et qui a à peu près la bonne taille. Comme la construction a paraît correcte de manière statique, ils ne déplacent pas.

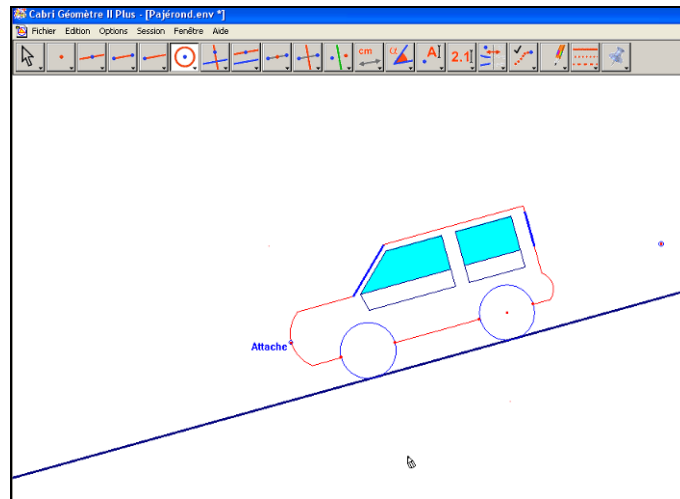


Figure 190. Ils construisent une roue qui peut être validée statiquement

Ne sachant plus quoi faire, ils font des dessins à côté, jusqu'à ce que l'enseignante intervienne et leur demande de recommencer. Lorsqu'ils ouvrent le fichier, ils déplacent la voiture avant d'avoir construit la roue. Alors ils construisent une fois de plus la roue « au jugé », puis ils déplacent :

Idriss : **Ah! Mais après il faut voir si ça roule, si ça marche!**

Ils déplacent la voiture et la roue reste statique. Ils la font rouler en avant et en arrière mais la roue reste toujours statique.

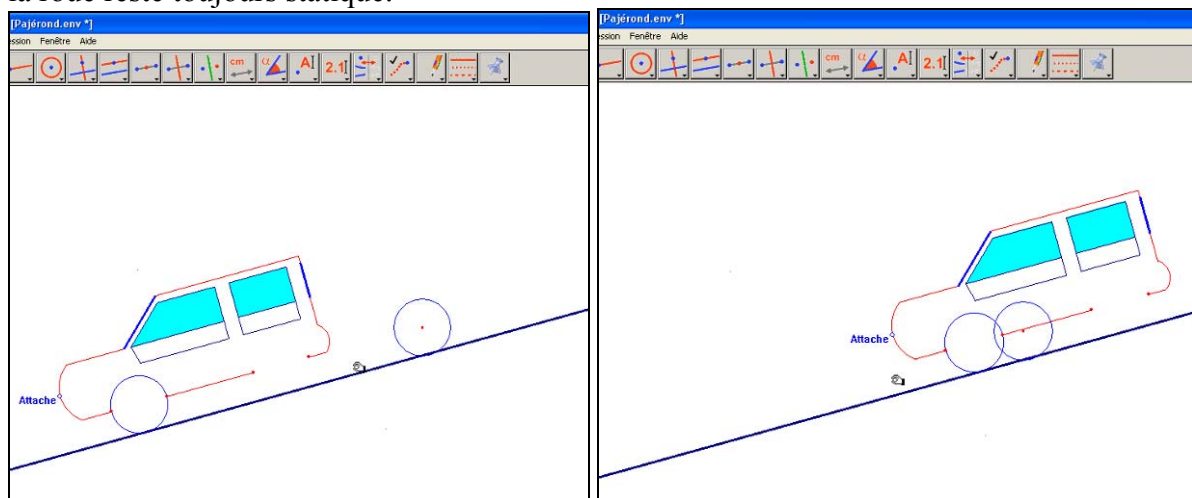


Figure 191. Ils déplacent la voiture, mais la roue reste statique

Comme ils avaient perdu beaucoup de temps à attendre, Hanna et Idriss n'ont pas le temps d'essayer d'autres stratégies.

Ils commencent par utiliser la stratégie de base et ils ont un dessin qui pourrait être validée statiquement. Ce n'est qu'après qu'ils comprennent qu'ils doivent déplacer et qu'ils invalident leur construction, mais ils n'ont plus le temps d'essayer une autre stratégie.

IV.3 « Sur quel objet ? »

Hanna commence comme émettrice et Idriss comme récepteur.

Hanna commence par déplacer le point rouge, en essayant d'abord de le déplacer partout dans l'écran.

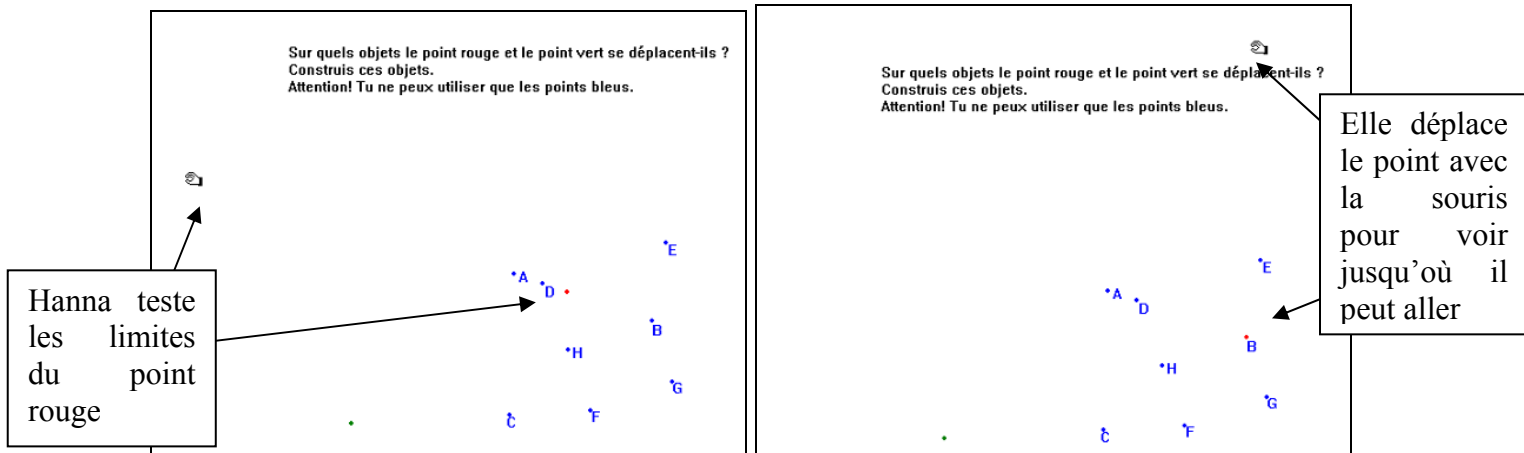


Figure 192. Hanna tente de déplacer le point rouge partout dans l'écran

Hanna : Ah je sais! Regarde!

Puis elle commence à comprendre et elle déplace en suivant la trajectoire du point.

Hanna : Le point rouge **reste sur...**

Elle comprend donc que le point rouge appartient à un objet géométrique et qu'il ne peut pas être déplacé partout. Elle reprend le point rouge et elle continue à le déplacer très vite.

Hanna : Tu fais comme ça, **il se déplace que sur B et D.**

Elle continue à le déplacer, en essayant de le faire sortir du segment [DB] en observant quelles sont les limites du point. Puis elle le déplace en suivant sa trajectoire.

Hanna : Ouais il se déplace que sur DB

Avant de construire la trajectoire du point rouge, Hanna attrape et déplace le point vert, en essayant à nouveau de le faire sortir de sa trajectoire, mais cette fois-ci elle essaye beaucoup moins et se laisse guider assez vite par le mouvement du point vert.

Hanna : Mais **il reste toujours sur CF...**

L'observateur : Sur... quoi CF ?

Hanna : Sur la droite (CF)... (en cliquant sur les outils) « Droite », « Segment »!

Elle choisit l'outil « Segment » et elle trace le segment [DB]. Puis elle attrape le point rouge et elle le déplace pour valider sa construction et vérifier que le segment [DB] construit représente bien la trajectoire décrite par le point rouge.

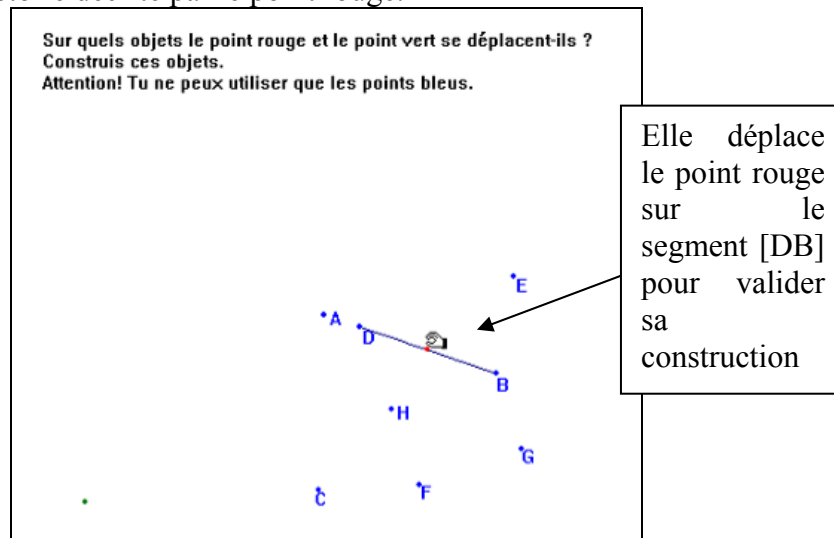


Figure 193. Elle utilise le déplacement pour tester sa construction et vérifier que le segment [DB] représente la trajectoire du point rouge

Elle prend l'outil « Droite » et elle trace la droite (CF).

Elle attrape le point D, puis elle vérifie l'appartenance du point rouge au segment [DB] et du point vert à la droite (CF).

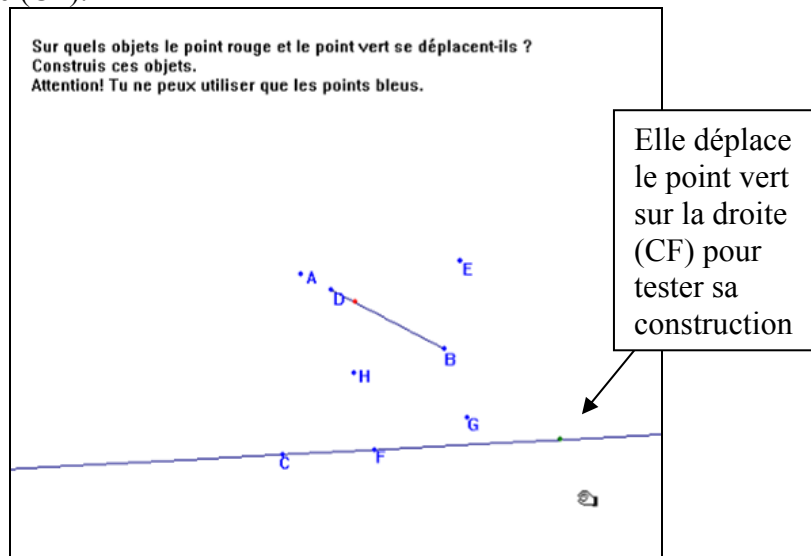


Figure 194. Elle utilise le déplacement pour tester sa construction et vérifier que la droite construite représente la trajectoire du point vert

Hanna écrit sur sa fiche "J'ai tracer un segment DB, puis j'ai tracer une droite CF".

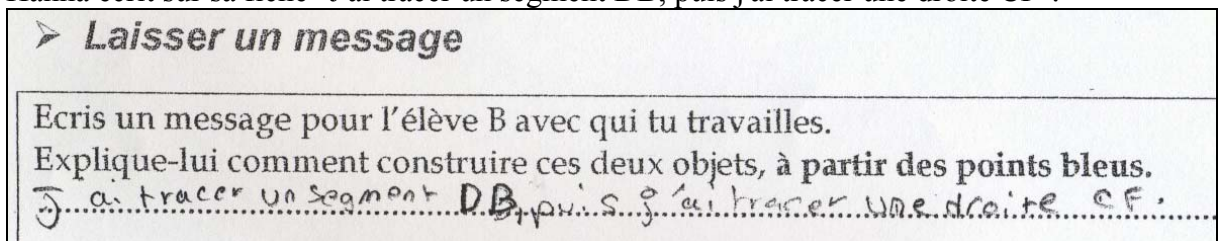


Figure 195. Message de Hanna à Idriss

Hanna identifie donc sans problème la trajectoire décrite par les points rouge et vert et les caractérise géométriquement de manière correcte en fonction des points bleus.

Idriss reçoit le message de Hanna et au début il a un peu de mal à comprendre ce qu'il doit faire.

Idriss : "Construis ce qui est écrit dans le message"

Idriss lit le message et il choisit l'outil « Segment », il trace le segment [BD] et il devient bleu.

Idriss: "Puis j'ai tracé une droite CF"... CF...

Il prend l'outil « Droite » et il trace la droite qui passe par les points C et F qui devient bleue.

Dans la phase de validation, Hanna vient voir la construction d'Idriss. D'abord elle valide la construction d'Idriss, puis elle le questionne à propos de la construction. Par la proximité du point G à la droite (CF), Hanna pense qu'Idriss a tracé la droite passant par G :

Hanna : Pourquoi il y a G ? Tu t'es trompé!

Idriss : Non j'ai pas mis du tout! Tu m'as dit, tu m'as dit : "tracer un segment DB", j'ai tracé un segment [DB]

Hanna : ça c'est juste!

Idriss : Après, "j'ai tracé une droite CF", j'ai tracé la droite (CF)!

Hanna : Et ouais et le G là...

Idriss : Après le G je sais pas ce qu'il fait là, c'est pas moi qui l'a mis là...

(...)

Idriss : Parce que moi j'ai pas touché le G!

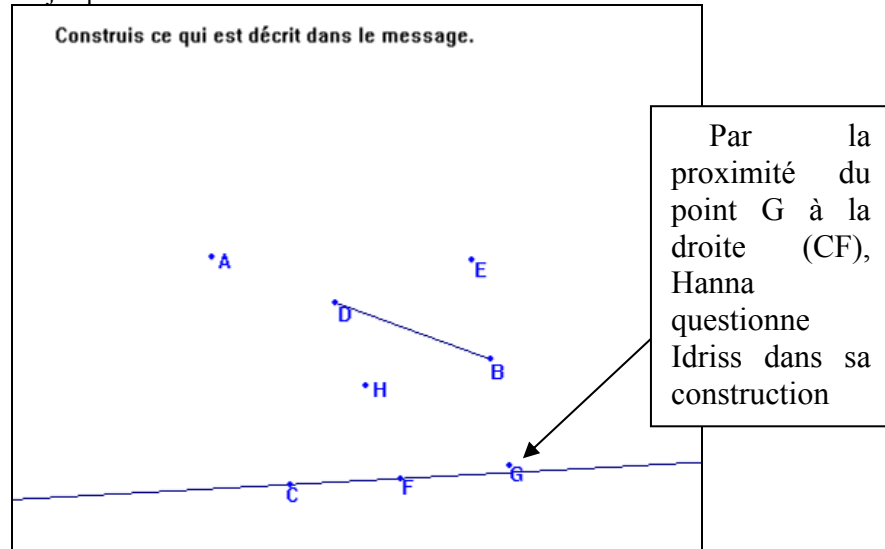


Figure 196. Hanna questionne Idriss sur sa construction

Ils ouvrent le fichier sur lequel Hanna a travaillé et elle lui montre comment elle déplace le point rouge et où il se déplace.

Hanna : Je peux pas aller plus loin. Et là ça veut dire il reste que sur le... qu'est-ce que tu observes là ? Tu peux pas aller plus loin

Hanna déplace le point trop vite et Idriss n'arrive pas bien à voir ce qu'elle veut lui montrer :

Idriss : Attends, arrête toi...

Hanna : Non mais qu'est-ce que tu observes ?

Idriss : Laisse...

Dans cette classe l'enseignant n'a pas fait le changement de rôle des élèves, alors Hanna revient à être émettrice. Comme elle sait ce qu'elle doit faire, elle attrape le point rouge et elle le déplace, elle le déplace très vite. Au début elle essaye de le déplacer en horizontale mais elle se rend compte que la trajectoire du point rouge est plutôt verticale, alors elle explore ses limites, en regardant si le point peut aller au-delà du point F et si de l'autre côté le déplacement est borné ou pas.

Hanna choisit l'outil « Demi-droite » et elle trace la demi-droite [FA], en cliquant sur le point F puis sur le point A.

Elle attrape le point vert, elle le déplace un peu et elle comprend très rapidement quelle est la trajectoire décrite par le point. Elle choisit l'outil « Segment » et construit le segment [DE].

Hanna écrit sur la fiche « Trace un segment DE. Trace une demi-droite FA »

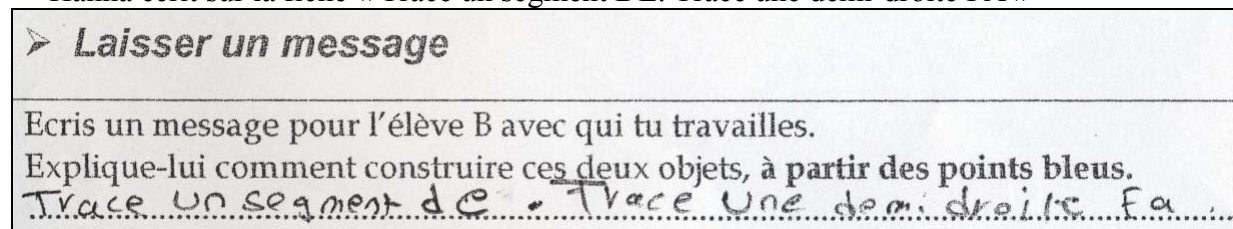


Figure 197. Message de Hanna à Idriss

Idriss reçoit le message et il le lit :

Idriss : "Trace un segment DE"

Il prend l'outil « Segment » et il construit le segment [DE].

Idriss : "Trace une demi-droite FA"

Il prend l'outil « Demi-droite » et il trace la demi-droite [FA].

Dans la phase de validation, ils ferment le fichier sur lequel Idriss a travaillé et ils ouvrent le fichier sur lequel Hanna a travaillé, ils déplacent le point rouge et ils disent : « il se déplace sur la demi-droite FA ».

Ils appellent l'enseignant pour lui montrer qu'ils ont réussi et qu'ils ont validé leurs constructions.

Au début, Hanna essaye de déplacer le point rouge hors de sa trajectoire. Une fois elle comprend que le point n'est pas un point libre, mais un point sur un objet, elle explore la trajectoire décrite par le point, en essayant en particulier d'aller au-delà des limites. Elle réussit à caractériser les objets géométriques décrits par les points rouge et vert en fonction des points bleus sans aucun problème et son message est clair, en permettant à Idriss de les suivre sans problème.

Hanna construit le schème d'identification de la trajectoire d'un point et utilise le déplacement pour valider sa construction et vérifier que sa construction décrit bien la trajectoire des points rouge et vert.

IV.4 « Toujours/parfois vrai »

Hanna et Idriss sont dans une classe différente de celle des trois premiers binômes que nous avons présentés. Dans cette classe, pour la situation « Toujours/parfois vrai », l'enseignante a commencé par une phase collective dans laquelle il s'agissait de décider quelles étaient les vraies propriétés géométriques de la figure et d'utiliser le déplacement pour valider la construction.

Hanna et Idriss commencent par observer la figure verte (2) de manière statique et ils commencent à décider si les propriétés demandées sont vraies ou fausses :

Hanna : BG... Attends, DG, DG c'est ça! BC... C'est pas perpendiculaire!

Idriss : Moi je sais, moi je sais! Il y a pas de perpendiculaire! Où tu veux qu'il y ait une perpendiculaire là ?

Hanna : (DG) et (BC) sont-elle perpendiculaires ? Non!

Idriss : Ah faut déplacer les points !

Hanna : Ben non c'est pas, c'est pas... Ah les bouger ?

L'enseignant : Ben c'était un rectangle tout à l'heure!

Hanna : Comment ?

L'enseignant : C'était un rectangle tout à l'heure !

Hanna : Oui...

L'enseignant : Pourquoi c'était pas...

Hanna : Non...

Idriss : Parce qu'il se déformait...

L'enseignant : Parce qu'il se déformait!

L'enseignant utilise ce qui a été fait pendant la phase collective pour leur rappeler qu'avant de décider si une propriété est vraie ou pas, il faut déplacer les points de la figure.

Idriss : Vas-y ! Bouge !

Ils attrapent le point D dans la figure verte et ils le déplacent.

Hanna : ça se balance, tout ça se balance !

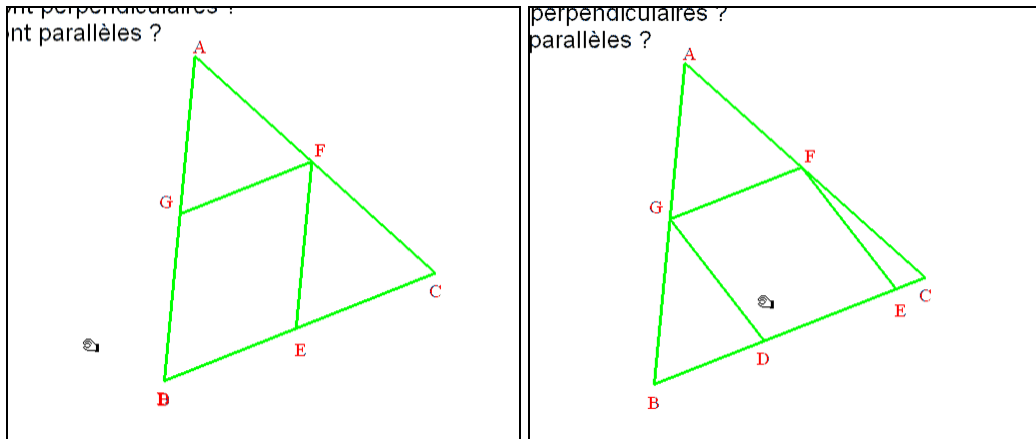


Figure 198. « Tout se balance » lorsqu'on déplace le point D

Idriss : Attends! Regarde!

Il essaye de déplacer le point E, qui n'est pas attrapable, puis il déplace à nouveau le point D de manière à ce que D soit sur C et que la droite (EF) n'existe pas, formant ainsi un triangle.

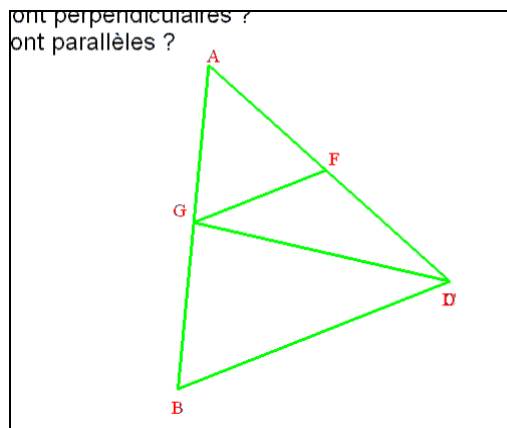


Figure 199. Idriss déplace D sur C, pour obtenir une figure limite et ainsi invalider la perpendicularité entre (DG) et (BC)

Hanna : C'est un triangle!

Idriss : C'est un triangle!

Hanna : Donc c'est pas des droites perpendiculaires...

Hanna conclut alors que (GD) et (BC) ne sont pas perpendiculaires.

Idriss : On va le laisser comme ça (GFCD triangle), attends!

Idriss décide d'explorer la figure rose (3), il attrape le point D et il le déplace pour comparer le comportement de la figure verte et de la figure rose.

Hanna : C'est un segment...

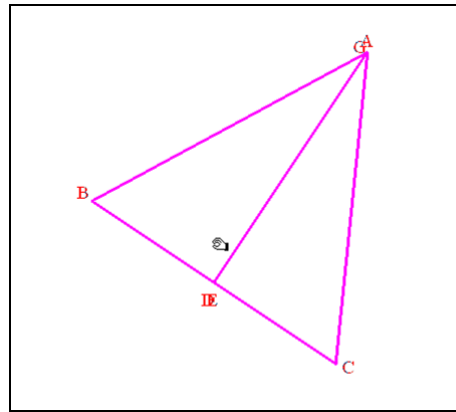


Figure 200. Ils déplacent les points de la figure rose (3) à la recherche de figures limites

Ils laissent la figure comme ça, de manière à ce que DEGF forme un segment.

Ils attrapent le point D dans la figure bleue (1) et ils le déplacent, en le laissant de manière à ce que GDEF fasse un triangle.

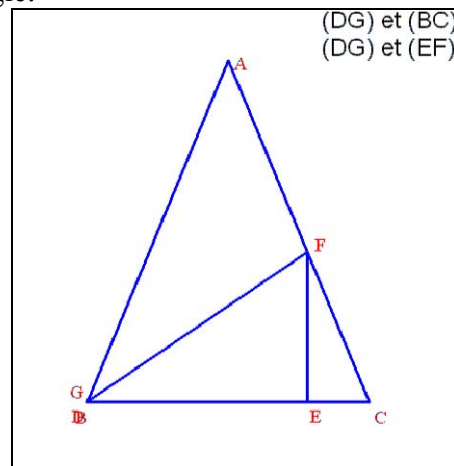


Figure 201. Ils déplacent les points de la figure bleue (1) à la recherche de figures limites

Idriss : Donc c'est tous pas des triangles... (...) Bon ben... sont perpendiculaires ? Non! Mais celui-là (il montre la figure rose avec la souris) on dirait trop un rectangle...

Hanna : Remets-le droit! Remets-le bien! Parce que G... y a un truc...

Hanna attrape le point D dans la figure verte et elle le remet comme avant. Ils essayent de faire de même dans les autres figures, mais comme ils n'y arrivent pas, ils décident d'ouvrir une nouvelle fois le fichier.

Hanna : On a bougé quels points déjà ? Ce point là (D) ?

Ils attrapent et ils déplacent le point D, puis le point G dans la figure verte.

Idriss : (DG), attends (DG) c'est ça...

Hanna : (DG)... et je regarde ce qu'il fait...

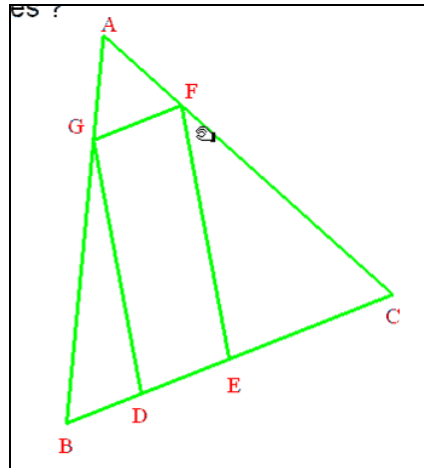


Figure 202. Ils déplacent pour décider de la validité de la perpendicularité entre (DG) et (BC)

Idriss : Et (BC) , (BC) c'est ça...

Hanna : (GD) ... il fait ça...

Idriss : Non, donc non...

Hanna : (GD) ... G et D... On a bougé B... bouge pas...

Hanna et Idriss décident que les droites (DG) et (BC) ne sont pas perpendiculaires.

Hanna explore d'autres déplacements, elle déplace le point A, sur la médiatrice de BC :

Hanna : Le G et D et le A... (...) Sont parallèles ? (DG) et (EF) ? Ah elles sont parallèles! (DG) et (EF)

Idriss : Non parce que si tu les bouges elles sont pas parallèles! Exemple...

Hanna déplace le point D pour montrer à Idriss que les droites sont parallèles, alors que lui il pense qu'elles ne peuvent pas l'être à cause de la position de « triangle » qu'ils ont trouvé au début :

Hanna : Si regarde!

Idriss : Ouais euh... Vas jusqu'au bout! Non mais vas jusqu'au bout...

Hanna : Parce qu'elles disparaissent!

Elle attrape et elle déplace le point G :

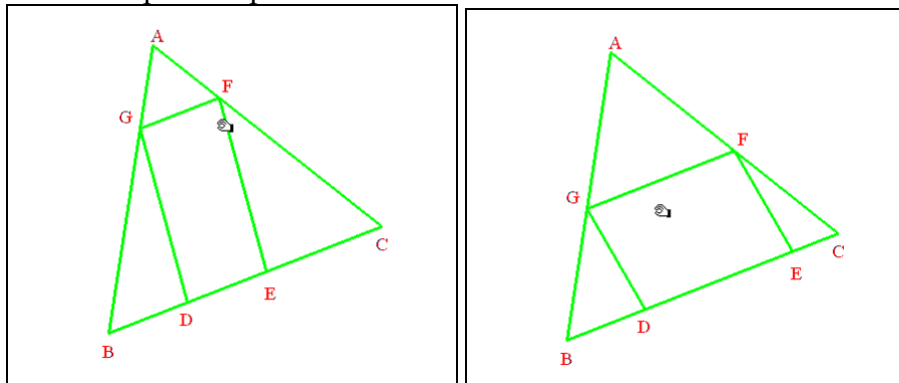


Figure 203. Ils déplacent pour valider le parallélisme

Hanna : Ben oui regarde, c'est parallèle!

Idriss : On met on a déplacé le point D

Hanna : D, G, E, F... Non pas le F, pardon!

Hanna arrive donc à convaincre à Idriss que les deux droites sont parallèles. Elle utilise un cinéma-déplacement (en déplaçant le point en continu) pour valider cette propriété et montrer à Idriss qu'elle se conserve au cours du mouvement, lorsqu'on déplace les différents points de la figure.

Ils continuent avec la figure bleue (1). Ils attrapent et ils déplacent le point D :

Hanna : Voilà! Regarde! Non ce n'est pas toujours...

Idriss essaye de déplacer le point G, puis il déplace D en le rapprochant de B. Hanna lui demande de bouger B.

Hanna : Bouge B s'il te plaît... B et C

Il essaye de les attraper mais il n'y arrive pas. Puis il attrape et il déplace A.

Hanna : Regarde si elles sont parallèles...

Hanna et Idriss commencent à contrôler plus leurs déplacements. Ils font attention à ce qu'ils déplacent (« Bouge B s'il te plaît...B et C ») et ils font attention à ce qu'ils observent (« Regarde si elles sont parallèles »).

Ils déplacent A, puis ils essayent d'attraper G. Ils attrapent le point F et ils le déplacent très peu. Ils reprennent D et ils le déplacent. Ils déplacent A pour diminuer la taille du triangle.

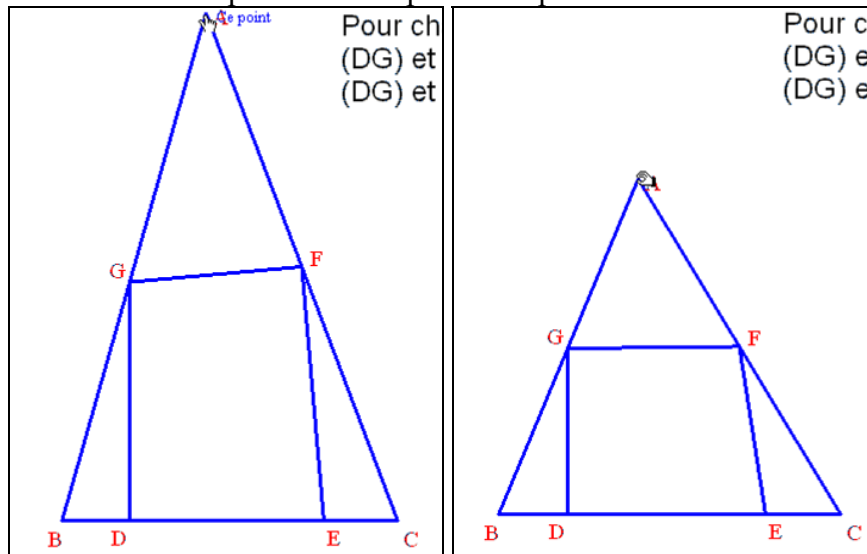


Figure 204. Ils invalident le parallélisme

Hanna : Est-ce que c'est parallèle ?

Idriss : Ah... euh... non!

Dans leur fiche, ils répondent « non » à la perpendicularité de (BC) avec (GD) et « non » au parallélisme entre (DG) et (EF). Ils n'ont donc pas reconnu la conservation de la perpendicularité, bien que les segments en jeu soient dans des positions verticales et horizontales.

Ils explorent la figure rose (3). Ils attrapent le point D et Hanna reconnaît la conservation du parallélisme :

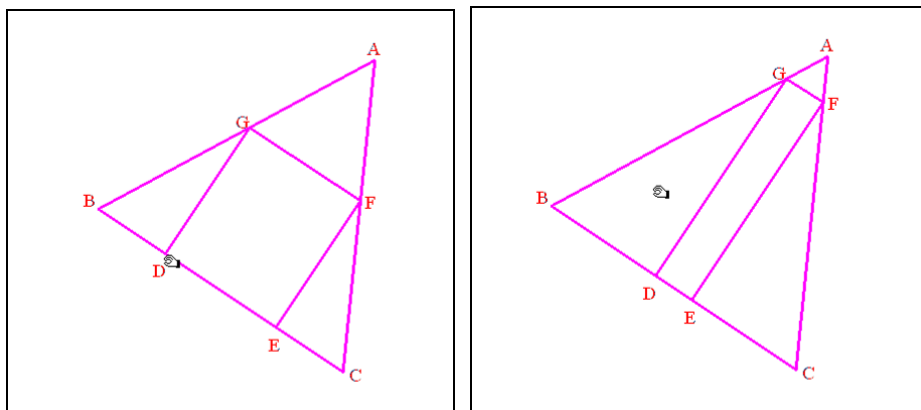


Figure 205. « Déjà c'est parallèle »

Hanna : Déjà c'est parallèle parce que regarde!
 Idriss : Ouais c'est parallèle et c'est perpendiculaire...
 Hanna : C'est pas perpendiculaire...

Ils essayent de déplacer E, F et B. Puis ils attrapent A et ils le déplacent :

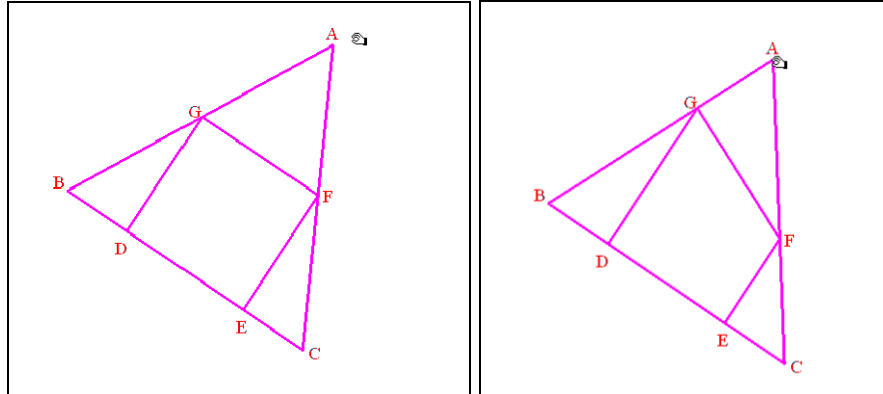


Figure 206. Ils déplacent le point A

Hanna : Regarde !
 Idriss : (DG) et (BC)...
 Hanna : Perpendiculaires ? Perpendiculaires c'est non!
 (...)
 Hanna : Et parallèles! Oui!

Ils répondent dans leur fiche « non » à la perpendicularité de (DG) et (BC) et « oui » au parallélisme de (GF) et (BC). A nouveau, ils n'ont pas reconnu la conservation de la perpendicularité au cours du déplacement.

Ils disent à l'observateur qu'ils ont fini, il lit leurs réponses et il les questionne à propos de leurs réponses sur la figure bleue (ils ont répondu « non » à la perpendicularité) :

Hanna : Ben déjà... Ben déjà parce que pour moi c'est (DG) et (BC)... ça se... c'est par perpendiculaire...

L'observateur : Pourquoi ?

Hanna : Parce que quand je bouge là il bouge pas...

Elle attrape et elle déplace le point D.

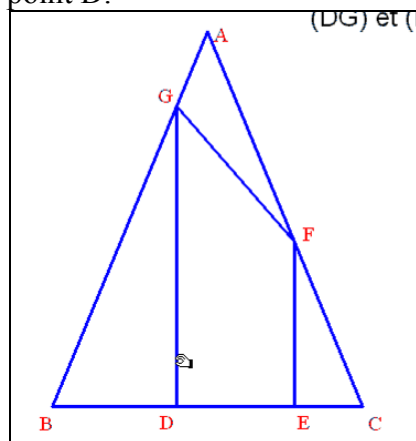


Figure 207. Ils déplacent le point D dans la figure bleue (1)

L'observateur : Quand tu bouges le D, qu'est-ce qui se passe ? Qu'est-ce qui te gêne ?

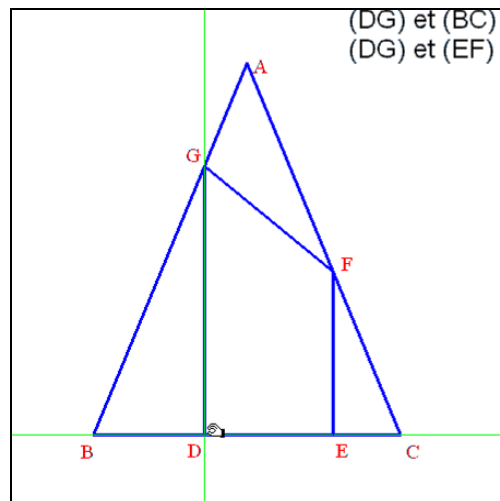
Hanna : ça bouge... ce segment...

L'observateur : La question c'est pas ça, la question c'est est-ce que (DG) et (BD) sont perpendiculaires

Hanna : Ben non parce qu'elles se touchent pas, elles se coupent pas...

L'observateur : Ah ben moi je peux les faire couper

Il trace la droite (DG) et la droite (DB) et il leur demande de déplacer le point D :



L'observateur : Est-ce que ça t'aide ? Qu'est-ce que t'as envie de dire ?

Hanna : Ben là **elles** (les droites tracées, (DG) et (BC)) **se touchent mieux...**

L'observateur : Elles se touchent mieux ! Mais elles se touchent comment ? (...)

Hanna : **Ben... y a un angle droit...**

L'observateur : Ah ! Ok ! Et quand tu bouges D qu'est-ce qui se passe ? Cet angle droit...

Hanna : Ben il (l'angle droit) touche cette droite

Idriss : **Donc elle** ((DG)) **est perpendiculaire** (implicitement à (BC))

On voit donc que pour Hanna et Idriss il est plus facile d'identifier le parallélisme que la perpendicularité. Ils ont utilisé le schème d'usage de « recherche des points qui bougent » pour observer quelles propriétés se conservent et lesquelles non. Pour le schème de « déplacement pour valider une propriété », c'est la reconnaissance perceptive de la perpendicularité ou non-perpendicularité (respectivement parallélisme) qui fait défaut à ces deux élèves.

IV.5 « Construire la symétrie »

Hanna et Idriss au début ne comprennent pas très bien quelle est la tâche qu'ils doivent faire. Ils commencent par essayer de construire le symétrique de M par rapport à une droite sans utiliser l'outil du logiciel, puis avec l'aide d'un élève, ils utiliseront l'outil qui leur permet de construire le symétrique directement.

Ils commencent par tracer une droite (d) et un point M qui n'appartient pas à la droite.

Hanna : Construire la symétrique du point M par rapport à la droite (d)... M quoi ?

Idriss : Euh...

Hanna : M ch'ais pas quoi... Déplace le point M, la droite (d), le point M... Ça veut dire quoi... alors construire la symétrique, la symétrique c'est quoi ?

Idriss : Construire la symétrique du point M par rapport à la droite (d)... ça veut dire que...

Hanna : Je trace une droite

Idriss : Ben non...

Hanna : Mais si la symétrique !

Idriss : Madame ?

Hanna : Ben si la symétrique ! Ben moi là, puisque là y a droite, là y a ce point... le point M il doit être là.

Elle montre avec la souris l'endroit où devrait se trouver à peu près le symétrique de M par rapport à (d). Hanna prend l'outil « Point », elle va avec la souris jusqu'au point M, puis elle commence à suivre une direction à peu près perpendiculaire à (d), puis elle commence à suivre une direction horizontale et elle place un point perceptivement. Elle utilise le schème d'usage du « tracé au jugé ».

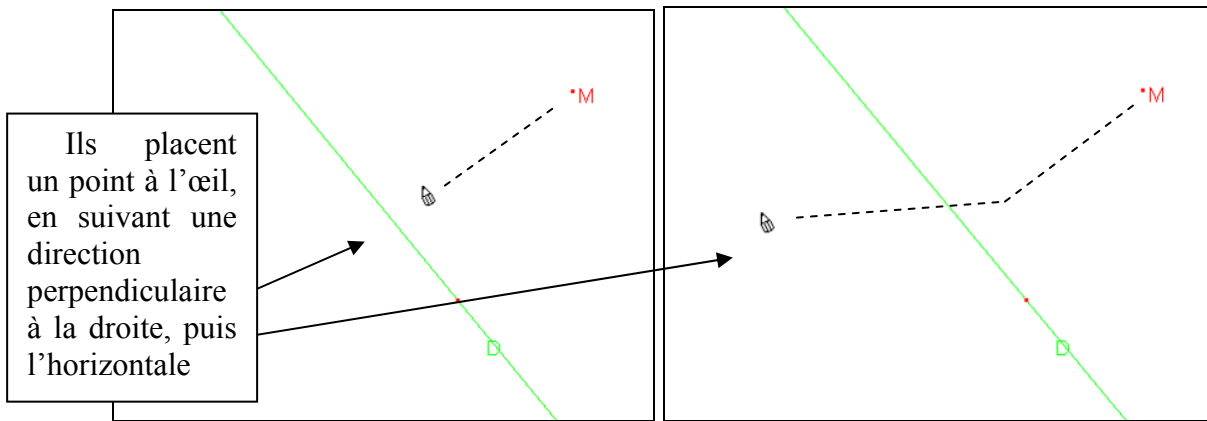


Figure 208. Schème d'usage du « tracé au jugé »

Hanna : Là

Idriss : Non attends là j'ai une idée. Ah! Mais non! Non, non, non! Vas-y! Supprimer! Supprimer! Regarde tu fais...

Il prend l'outil de mesure de longueurs et il mesure la distance de M à la droite (d) : 4,74cm.

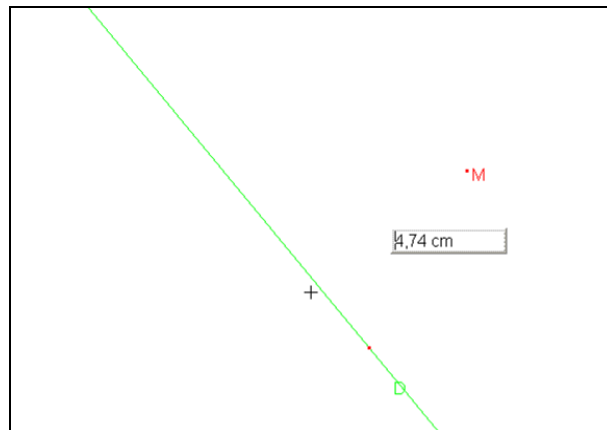


Figure 209. Mesure de la distance de M à la droite (d)

Puis, comme ils ne peuvent pas reporter cette mesure avec cet outil, alors ils effacent cette longueur.

Hanna demande à l'enseignant : Madame, ça veut dire par exemple puisque j'ai ça, je dois mettre M mais de l'autre côté ?

L'enseignant : Et faut le mettre de l'autre côté! Alors faut le mettre de l'autre côté en utilisant ce que sait faire l'ordinateur.

Hanna prend l'outil « Droite » et elle trace une droite passant par M et par un point qui appartient à la droite (d), de manière à ce qu'elle soit perceptivement perpendiculaire à (d).

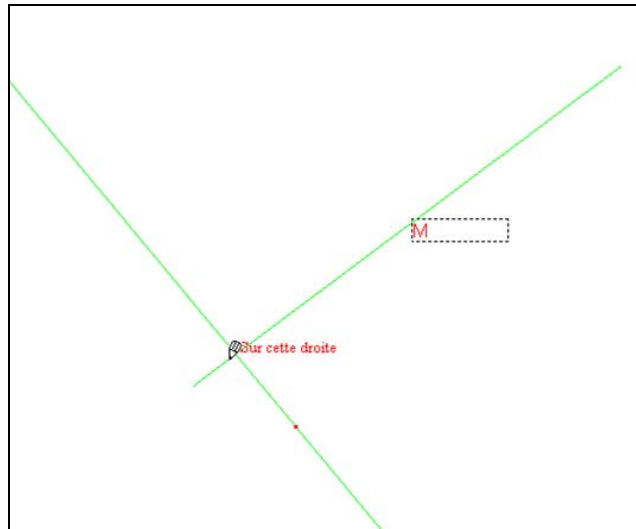


Figure 210. Hanna trace une droite passant par M et perceptivement perpendiculaire à la droite (d) (schème d'usage du « tracé au jugé »)

Mais ils effacent cette droite. Ils essaient de chercher dans les outils disponibles dans le logiciel, puis une élève les aide en leur disant quel outil utiliser, « Symétrie axiale », et comment l'utiliser :

Elève : Appuyez là dessus

Hanna : Là ? (Elle clique sur « Médiatrice »)

Elève : Non à côté ; et t'appuis sur la droite

Idriss : T'as vu ? J'en étais sûr que c'était ça!

Hanna : Là ? (Elle clique sur le point par lequel ils ont défini la droite)

Elève : Oui!

Idriss : Mais non!

Elève : Mais non! Pas là! Sur la droite!

Ils cliquent sur la droite, mais comme ils avaient déjà cliqué sur le point sur (d), alors ils obtiennent le symétrique de ce point qui est lui-même. Ils cliquent à nouveau sur l'outil, puis sur la droite, qui se met à clignoter, mais rien ne se passe :

Elève : ça marche pas ? Eh ben... Eh ben...

Ils cliquent une fois de plus sur l'outil « Symétrie axiale », ils cliquent sur M, ils passent sur la droite (d), et comme ils voient que la flèche devient une main et un message s'affiche, ils cliquent sur le point par lequel a été défini la droite (d) et ils obtiennent le symétrique de M par rapport à celle-ci.

Hanna : Oui c'est bon, j'ai trouvé!

Idriss : Et maintenant tu l'appelle M!

Ils attrapent et ils déplacent le point M.

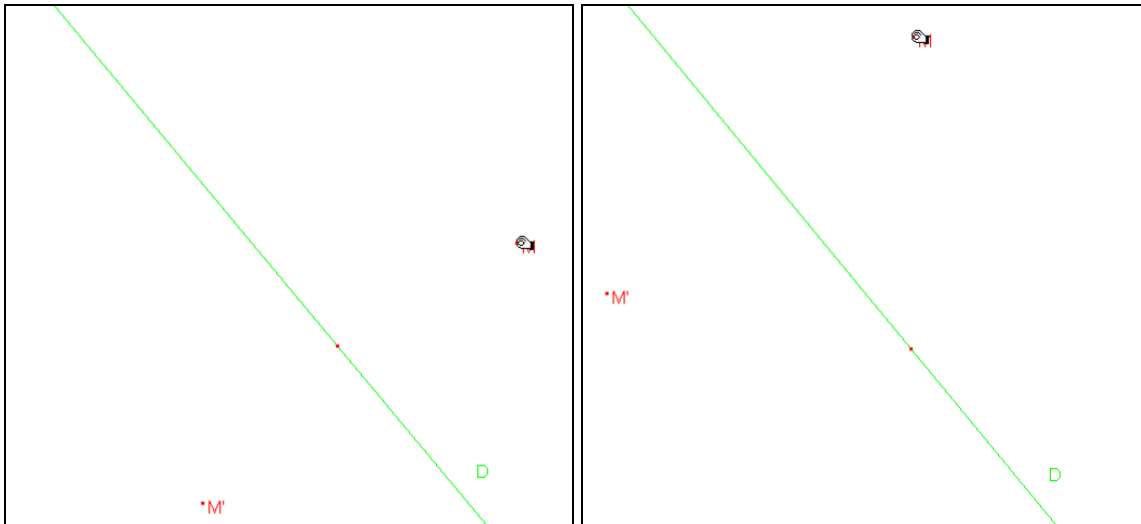


Figure 211. Hanna déplace le point M

Hanna : ça veut dire que je dois déplacer ce point, ce point et la droite ?

L'enseignant : Oui, tu essayes de les bouger un par un, tu prends ton temps de bien observer, ça vous aidera après. Qu'est-ce qui se passe quand je bouge le point M ?

Hanna : Quand je bouge le point M ... Ça bouge la symétrique du point M ...

L'enseignant : Ah ben oui! Qu'est-ce qui se passe quand je bouge la droite (d) ?

Hanna : Y a que le...

L'enseignant : Ah! Tu vois!

Hanna : **Mais ils sont toujours symétriques!**

L'enseignant : Eh oui ils restent symétriques mais t'as qu'un qui bouge... Et ensuite tu regardes ce qui se passe quand tu bouges le point M' aussi.

L'enseignant essaye donc de les guider dans leurs observations et dans l'appropriation du déplacement pour constater les variations de M , M' et (d) au cours du mouvement.

Hanna déplace la droite (d) :

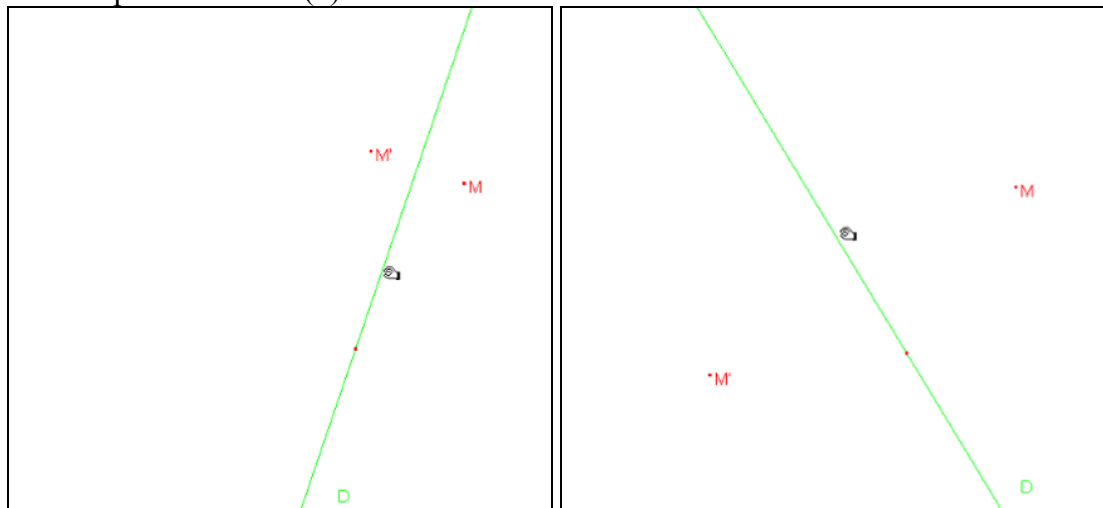


Figure 212. Hanna déplace la droite (d)

Hanna : Il reste... symétrique

L'enseignant : Vas-y avec le point M' , attrape-le!

Hanna : C'est lui ?

L'enseignant : Oui!

Elle essaye d'attraper le point M' et de le déplacer directement mais elle n'y arrive pas.

L'observateur vient et leur demande de déplacer le point M :

Hanna : Quand je bouge le point M
 L'observateur : Ouais
 Hanna : ça bouge le point aussi...
 L'observateur : Oui...
 Hanna : Le point symétrique...
 L'observateur : Et t'as utilisé quoi ?
 Hanna : J'ai...
 Idriss : ça là, le...
 Hanna : ça... Symétrique axiale...
 L'observateur : Et quand tu bouges la droite ?
 Hanna : ça bouge le M'...
 L'observateur : Ouais... le M il bouge pas...
 Hanna : Mais quand je dois bouger le M' et ben ça bouge pas...
 L'observateur : Et ouais! Et à ton avis pourquoi il bouge pas ?
 Hanna : Parce que c'est euh... la symétrie! Qu'il peut pas bouger...

Ils attrapent la droite (d) et ils la déplacent, en l'approchant de M et en l'éloignant, en la rapprochant et en l'éloignant, jusqu'à ce qu'ils la mettent de manière à ce que M et M' soient sur la droite et se superposent.

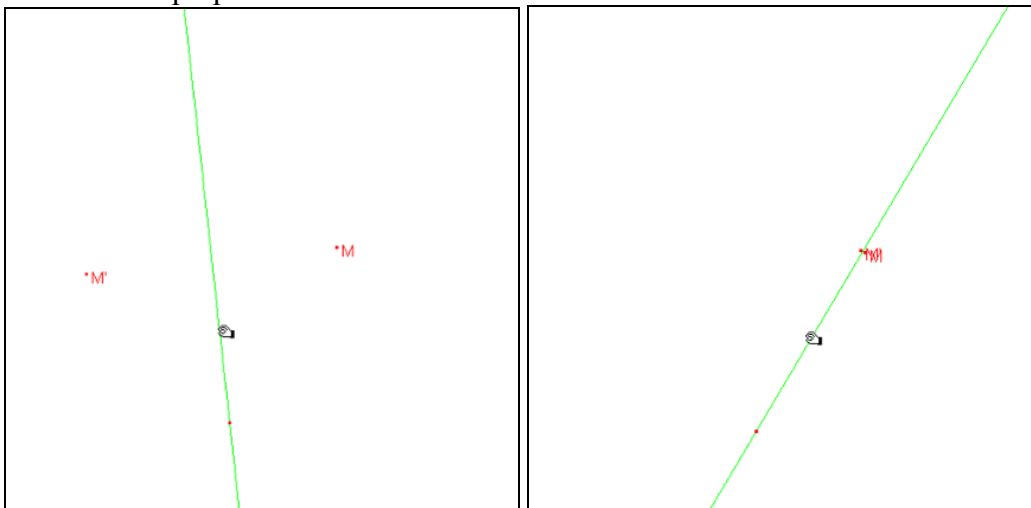


Figure 213. Hanna déplace la droite (d) pour que les points soient confondus

Idriss : Regarde! Oh! (...) Voilà, elles sont plus symétriques là!
 Hanna : Elles sont toujours symétriques!
 Idriss : Elles sont superposées aussi!

Ils attrapent et ils déplacent le point M afin de noter leurs observations.

Hanna : Madame, pour les confondre on doit échanger en fait ? Pour les confondre...
 L'enseignant : Alors, les confondre c'est les superposer, c'est à dire qu'ils doivent venir l'un sur l'autre. Voilà! Donc si je veux les mettre l'un sur l'autre où ils se mettent tous les deux ?

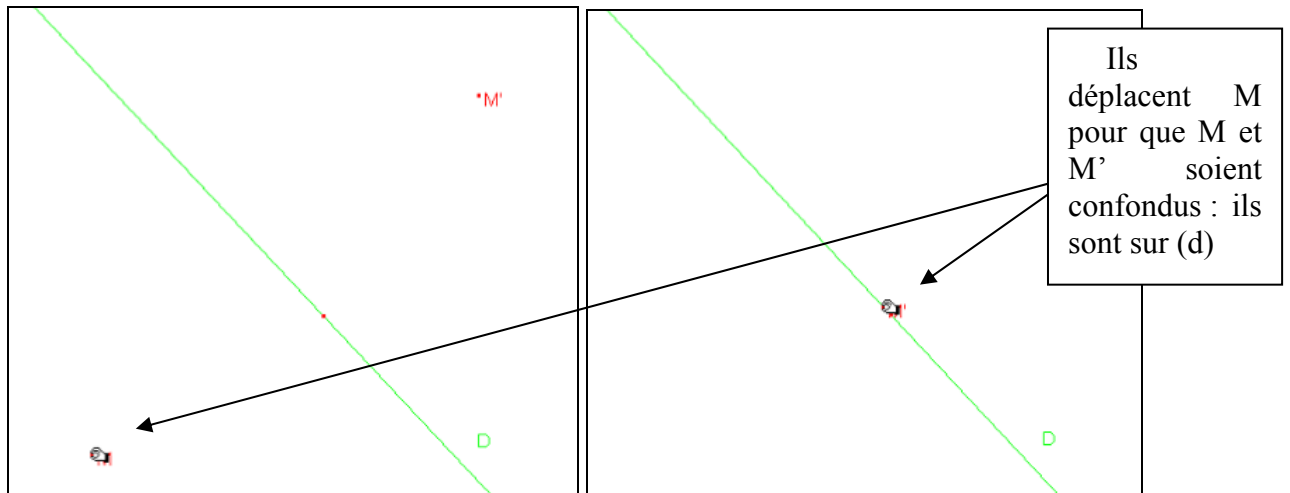


Figure 214. Hanna et Idriss superposent les points M et M' sur la droite (d)

L'enseignant : Où est-ce ils se mettent quand tu veux qu'ils soient l'un sur l'autre ?

Hanna : Sur la droite ?

L'enseignant : Obligé ! Est-ce qu'ils peuvent se mettre confondus s'ils ne sont pas sur la droite ?

Hanna : Ben non, s'ils sont pas symétriques après !

Grâce à l'intervention de l'enseignant, Hanna et Idriss constatent que les points M et M' doivent être sur la droite (d) pour pouvoir être confondus, sauf « s'ils sont pas symétriques » (si l'un est sur la droite et l'autre non).

Sur leur fiche ils notent : « Le point M et M' bouge en même temps et quand je bouge la droite bouge le point M' . ». Et pour que M et M' soient confondus « Il se confond sur la droite (D) . »

► **Utiliser l'Outil « Symétrie Axiale »**

Sur une nouvelle feuille, construis une droite (d) et un point M qui ne lui appartient pas.
 Construis le symétrique du point M par rapport à la droite (d) . Nomme ce point M' .
 Déplace le point M , la droite (d) et le point M' . Qu'observes-tu? *le point M et M' bouge en même temps et quand je bouge la droite bouge le point M*
 Déplace le point M pour que les points M et M' soient confondus. Qu'observes-tu? *Il se confond sur la droite (D).*

Figure 215. Observations d'Hanna et Idriss

Hanna et Idriss tracent la droite (MM') et ils la déplacent pour que le point par lequel a été tracé la droite (d) soit à l'intersection de (d) avec (MM') . Ils appellent I ce point.

Ils attrapent le point I et ils le déplacent et la droite (d) est déplacée avec. Le point I ne reste pas à l'intersection, mais ils le remettent à l'intersection de (MM') et (d) .

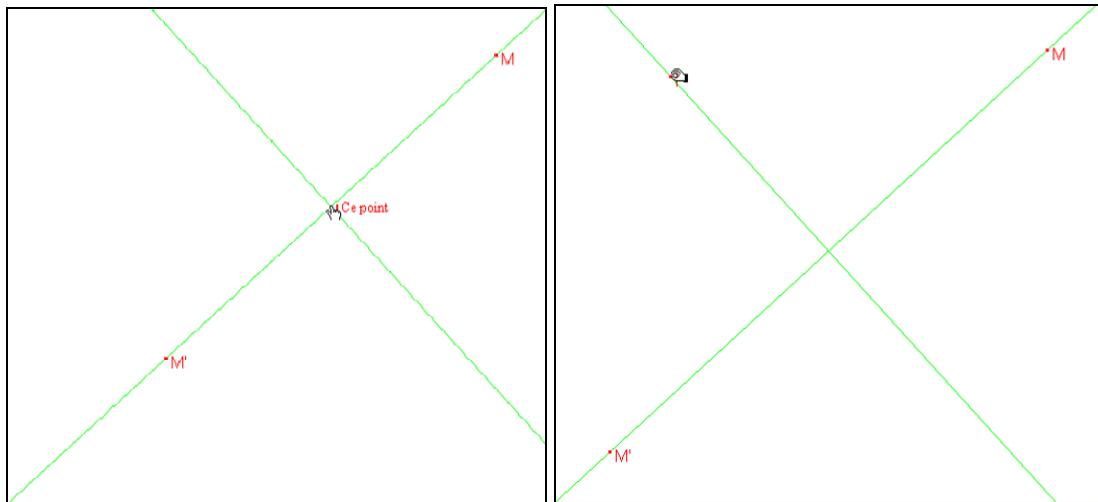


Figure 216. Ils déplacent le point I par lequel a été tracée la droite (d)

Ils utilisent donc le déplacement pour obtenir cette configuration. Ils appellent I ce point.

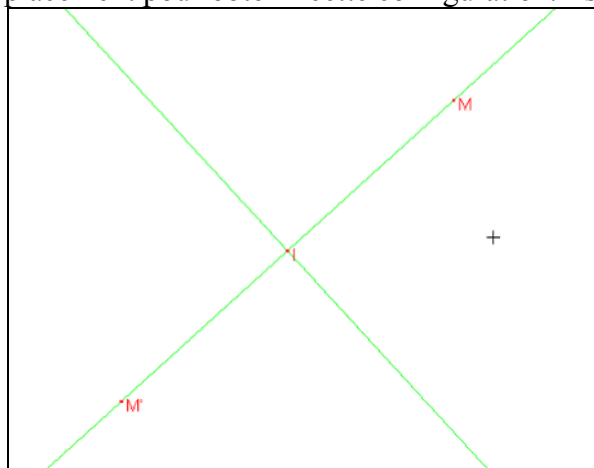


Figure 217. Schème « d'ajustement pour satisfaire une condition » afin que I soit à l'intersection

Ils attrapent le point I et ils le déplacent, la droite (d) est déplacée avec. Le point I ne reste pas à l'intersection, mais ils remettent à l'intersection de (MM') avec (d) .

Ils notent : « Le point M bouge et pas le point M' . »

Ils ne constatent donc que les relations de dépendance entre M , M' et (d) , et ne constatent pas les propriétés géométriques qui le relie.

L'enseignant vient les guider dans leurs observations :

L'enseignant : Alors vous vous êtes sur les déplacements, sur tout ce qui bouge, mais mon stylo et la droite (MM') ils sont comment tous les deux ?

Hanna : Perpendiculaires ?

L'enseignant : Vous l'avez écrit quelque part ? On a bien l'impression effectivement. Et de la même façon votre point I ici il est comment par rapport à ces deux droites ? A vue d'œil ou même si on bouge on va en avoir l'impression ? Il est comment ?

Hanna : Le milieu ?

L'enseignant : Eh ben on va peut-être l'écrire aussi ça. Et ça, ça va vous aider ensuite à faire le dessin sur le cahier. Donc l'objectif pour aujourd'hui c'est d'arriver à faire la construction sur le cahier et l'utiliser après.

Ils écrivent dans leur fiche : « ça bouge la droite I et le point M' ils sont perpendiculaires le point I et le milieu de droite. »

➤ **Observer**

Construis la droite (MM') . Déplace le point M et la droite (d) . Qu'observes-tu sur (MM') et (d) ?
 de point M bouge et pas le point M'

La droite (MM') coupe la droite (d) en I . Qu'observes-tu sur I et $[MM']$?
 Sa bouge la droite I et le point M il sont perpendiculaire. le point I et le milieu de droite

Figure 218. Observations d'Hanna et Idriss

Sur le cahier, ils tracent une droite (d) et une droite qui la coupe en I , sur laquelle ils placent M et M' de part et d'autre de (d) .

L'enseignant : Alors après il faut me coder. Là on doit voir l'angle droit et ces longueurs elles doivent être comment ?

Hanna : Ben... de la même longueur ?

L'enseignant : Oui! Vérifie! Si c'est le cas, tu codes!

Ils codent l'angle droit et $IM=IM'$:

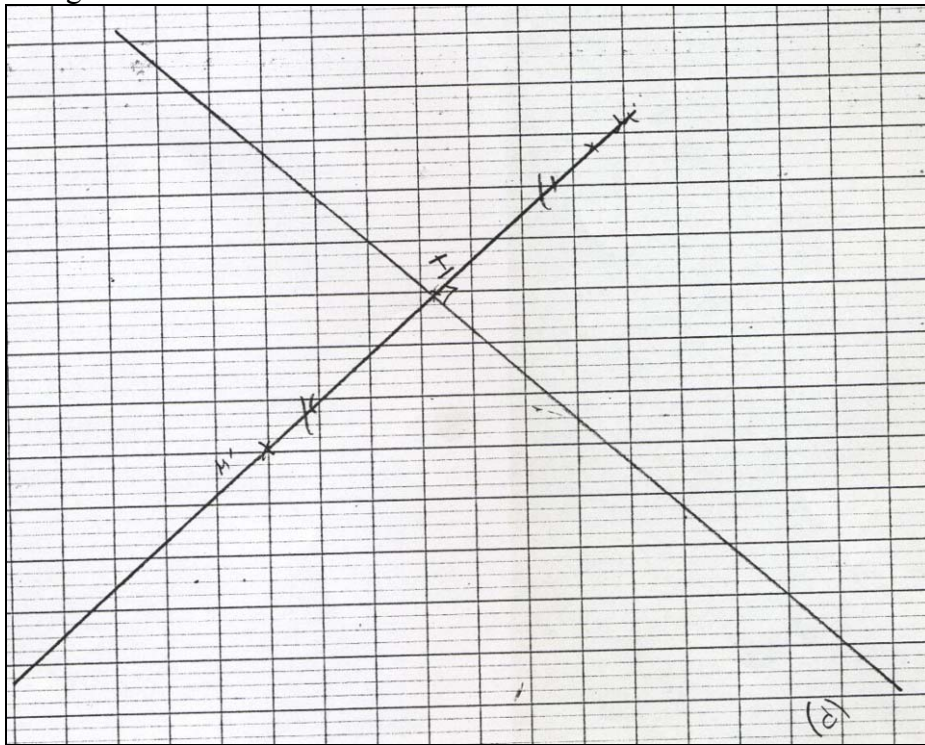


Figure 219. Construction de Hanna et Idriss sur le cahier du symétrique de M par rapport à (d)

Pour faire la même construction dans Cabri sans l'outil « Symétrie axiale », ils commencent par placer un point N , puis ils placent un point perceptivement où ils pensent que devrait être placé le symétrique de N par rapport à (MM') , qu'ils nomment N' .

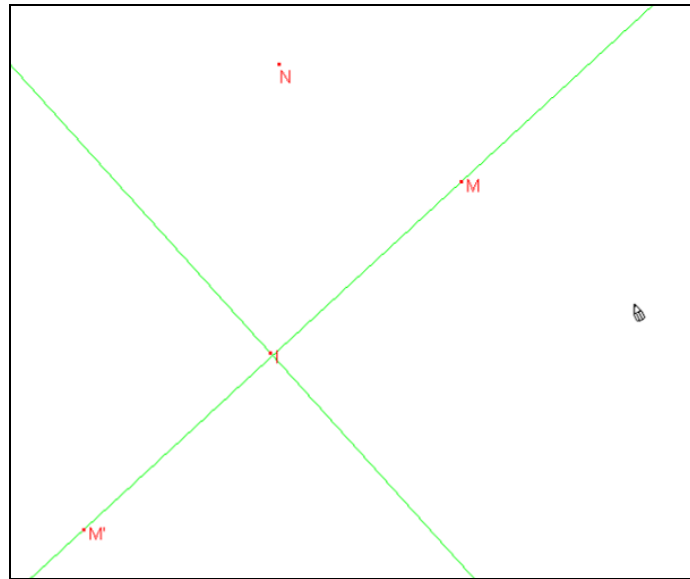


Figure 220. Schème d'usage du « tracé au jugé » pour placer le point

Ils attrapent N et ils le déplacent et N' reste statique. Puis ils attrapent N' et ils le déplacent et N ne bouge pas.

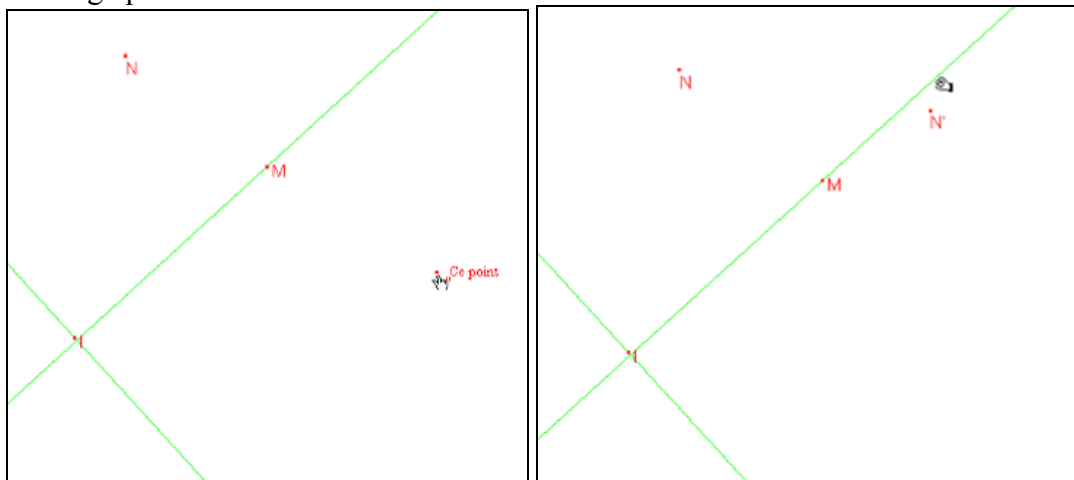


Figure 221. Hanna déplace le point N' et elle voit que les points ne se déplacent même pas ensemble et ne restent pas symétriques.

Hanna : Non ça marche pas...

Hanna a construit le schème de dépendance et ceci lui permet d'invalider sa construction, N et N' devraient se déplacer au même temps.

Elle appelle l'observateur pour lui montrer :

Hanna : J'ai fait symétrique, mais ça...

Elle attrape le point N' et elle le déplace :

Hanna : ça, ça, ça fait pas symétrique

Elle attrape N et elle le déplace aussi

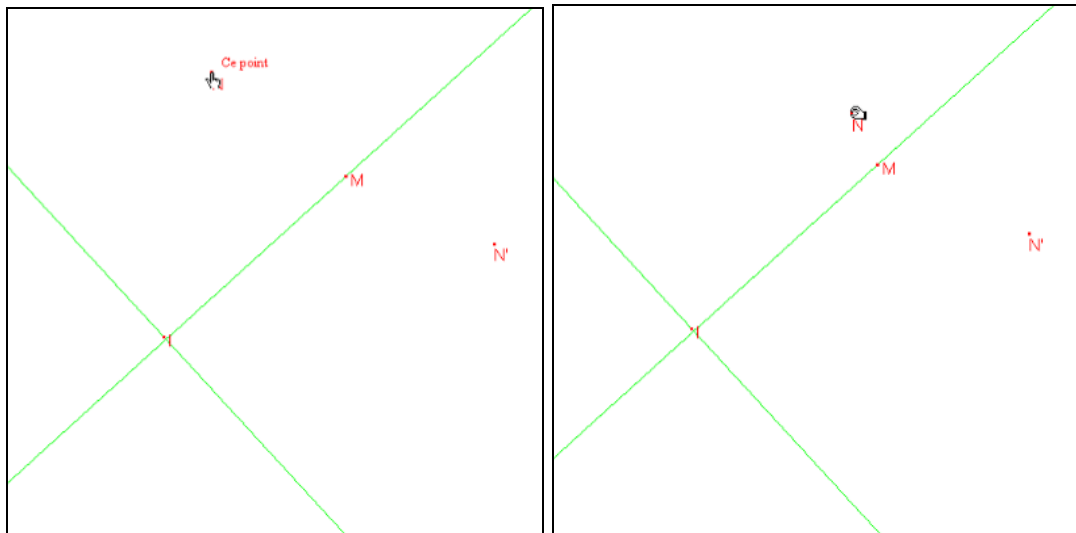


Figure 222. Hanna déplace le point N et elle voit que les points ne se déplacent même pas ensemble et ne restent pas symétriques.

L'observateur : Ouais, alors qu'est-ce qu'on peut faire ? (Il efface N') Alors... Comment t'avais construit sur ton cahier ?

Hanna : Sur mon cahier ? Ben j'ai mesuré...

L'observateur : Oui... T'as mesuré... Et qu'est-ce que t'as fait avant ?

Hanna : D'abord j'ai pris une droite...

L'observateur : Une droite et après ?

Hanna : Je, je l'ai nommé (d) et après j'ai mis le point M

L'observateur : Oui et après ?

Hanna : Qui soit pas sur la droite et **j'ai mesuré de la droite au point M**

L'observateur : Mais là t'as codé quoi ? T'as codé quoi ?

Hanna : ça fait para, perpendiculaire ?

L'observateur : T'as fait une perpendiculaire, alors il faut dire à l'ordinateur ce que tu veux faire

Hanna avait donc utilisé la mesure pour faire sa construction dans le cahier et elle n'a surement pas utilisé la perpendicularité. Ils n'ont codé l'angle droit et l'égalité de mesure qu'après l'intervention de l'enseignant.

Ils prennent l'outil « Droite perpendiculaire » et ils tracent la perpendiculaire à la droite (MM') passant par N . Ils essaient de déplacer cette perpendiculaire pour que M soit à l'intersection des deux droites, mais comme ils n'y arrivent pas, ils la suppriment. Ils la tracent une nouvelle fois en faisant bien attention cette fois de cliquer sur le point M . mais ils obtiennent le même résultat.

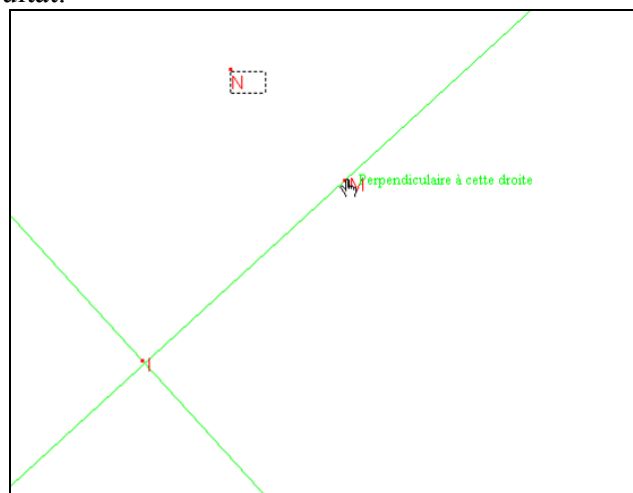


Figure 223. La perpendiculaire à (MM') passant par N devrait passer par M

Hanna et Idriss constatent au début que la dépendance entre les points M , M' et la droite (d) , mais ils ne caractérisent géométriquement les relations entre (MM') et (d) que lorsque l'enseignant intervient. Ils identifient alors la perpendicularité et l'égalité de longueur de IM et IM' . Mais ils n'utilisent pas ces propriétés lorsqu'ils font leur construction dans leur cahier, puisque les deux droites tracées ne sont pas perpendiculaires, mais ils codent leurs figures lorsque l'enseignant leur dit de le faire.

Ils ont utilisé la stratégie de base pour essayer de construire le symétrique de N , lequel ils ont essayé de construire par rapport à (MM') . Ils n'essayent pas d'utiliser le déplacement pour ajuster, puisqu'en déplaçant N et N' , ils comprennent que leur construction est erronée. La construction du schème de dépendance dans la première phase leur permet de l'invalider.

Quand l'observateur leur dit d'utiliser la perpendicularité, ils construisent la perpendiculaire à (MM') qui passe par N , mais comme ils voudraient que M soit à l'intersection de la perpendiculaire et de (MM') et que ce n'est pas le cas, cela les gêne.

IV.6 « Rectangles à compléter »

Hanna et Idriss réussissent à trouver la stratégie correcte pour pouvoir prolonger les côtés du rectangle en cliquant sur les côtés incomplets, mais ils ne réussissent pas à construire des droites perpendiculaires utilisant les outils du logiciel. Cependant, ils décident à un moment donné de recommencer et ils n'utilisent plus la stratégie gagnante.

Ils commencent par tracer des segments, partant des côtés incomplets, pour compléter l'angle qui manque dans le rectangle bleu (1). Comme les deux segments ne se touchent pas, ils effacent un des segments et ils complètent à partir de l'autre.

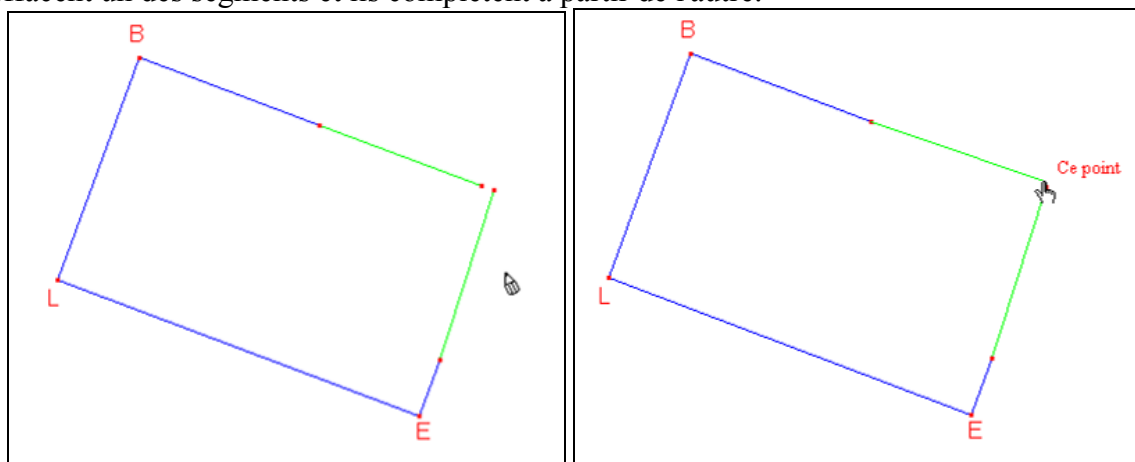


Figure 224. Ils commencent par utiliser le schème « du crayon »

Ils attrapent le point L et ils le déplacent pour valider leur construction, mais la figure ne reste pas un rectangle. Ils la remettent comme si c'était un rectangle, puis ils la déplacent de manière à ce que les côtés de la figure se croisent, ils utilisent donc le schème du dessin contre-exemple obtenu par déplacement pour s'assurer que leur construction ne peut pas être validée.

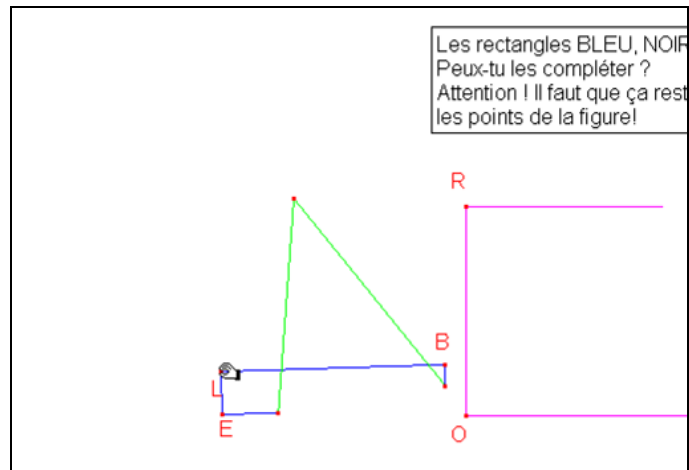


Figure 225. Ils utilisent le schème du « dessin contre-exemple obtenu par déplacement » pour invalider leur construction du rectangle à l'aide de deux segments

L'observateur : Ah! Qu'est-ce qui s'est passé ? T'as tracé comment ?

Hanna : Avec des segments

L'observateur : Hein ?

Hanna : Avec des segments, il faut que je les trace avec des droites

Hanna efface les segments, mais elle laisse les points sur les côtés incomplets à partir desquels elle avait tracé les segments pour compléter l'angle.

Hanna commence à tracer la droite, elle clique d'abord sur le point qui se trouve sur [Bx], puis elle commence à aller vers l'endroit où devrait se trouver le quatrième sommet en superposant la droite avec [Bx].

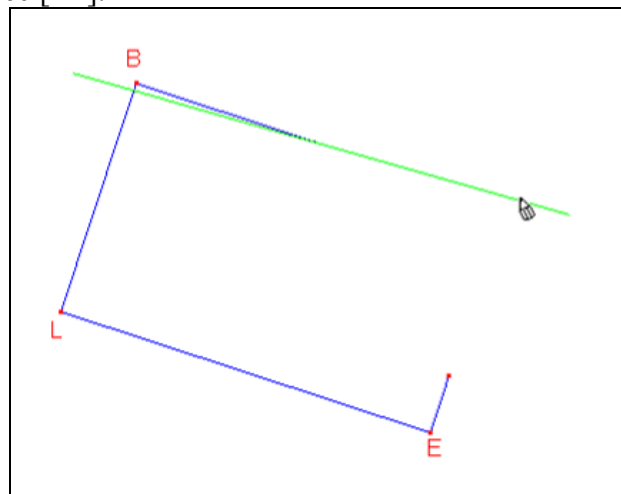


Figure 226. Tracé de la droite « au jugé »

Puis Idriss lui dit : « Par ce point », alors elle déplace la souris sur B et elle clique dessus.

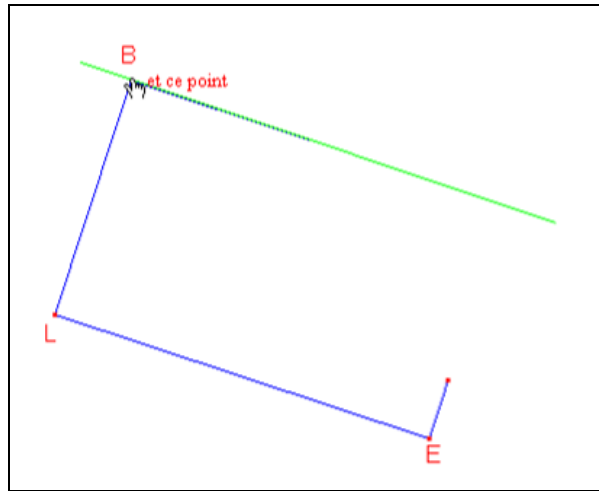


Figure 227. Tracé de la droite passant par B

Puis elle trace une autre droite en cliquant sur E, puis sur le point appartenant à [Ey].

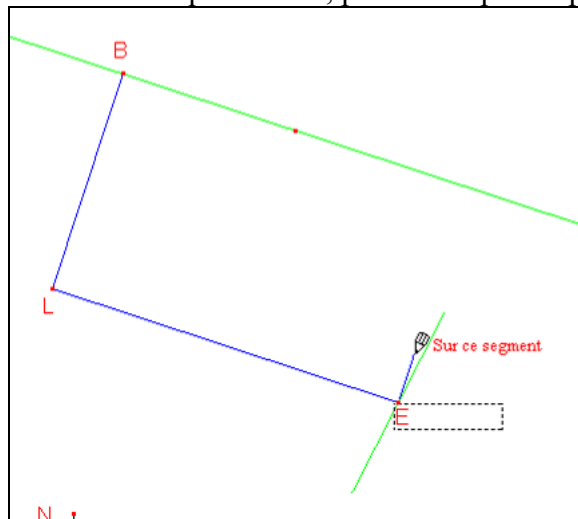


Figure 228. Droite passant par E et par un point appartenant à [Ey]

Ils attrapent et déplacent le point L pour valider leur construction :

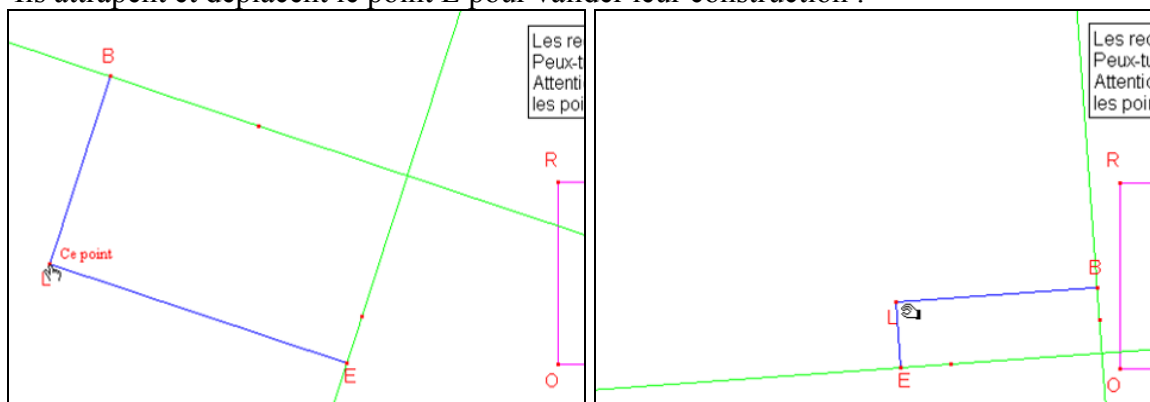


Figure 229. Ils déplacent le point L pour valider leur construction

Hanna et Idriss utilisent donc le déplacement pour valider leur construction de manière spontanée.

Ils continuent avec le rectangle rose (2), ils tracent la droite passant par le point R et ils cliquent sur le côté incomplet [Rx].

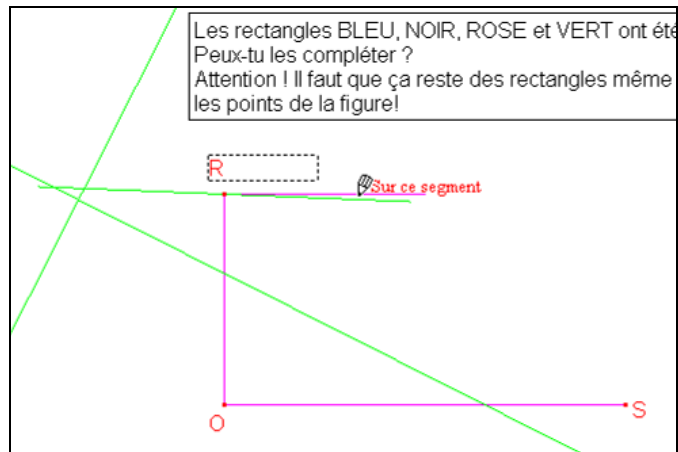


Figure 230. Droite passant par R et par un point appartenant à $[Rx]$

Puis ils tracent une droite passant par S, à peu près verticale, et ils cliquent sur la droite tracée auparavant.

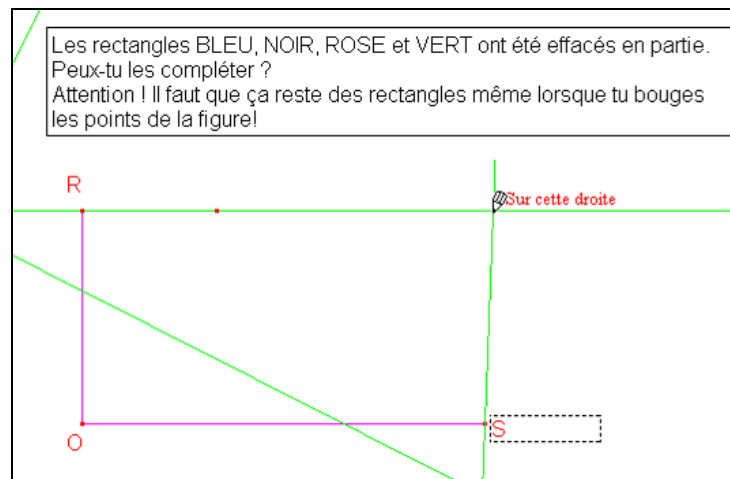


Figure 231. Ils tracent une droite perceptivement perpendiculaire à $[OS]$

Puis ils attrapent le point sur la droite et ils le déplacent, la droite passant par S ne reste pas perpendiculaire à (OS) , mais ils ajustent pour qu'elle soit à peu près perpendiculaire.

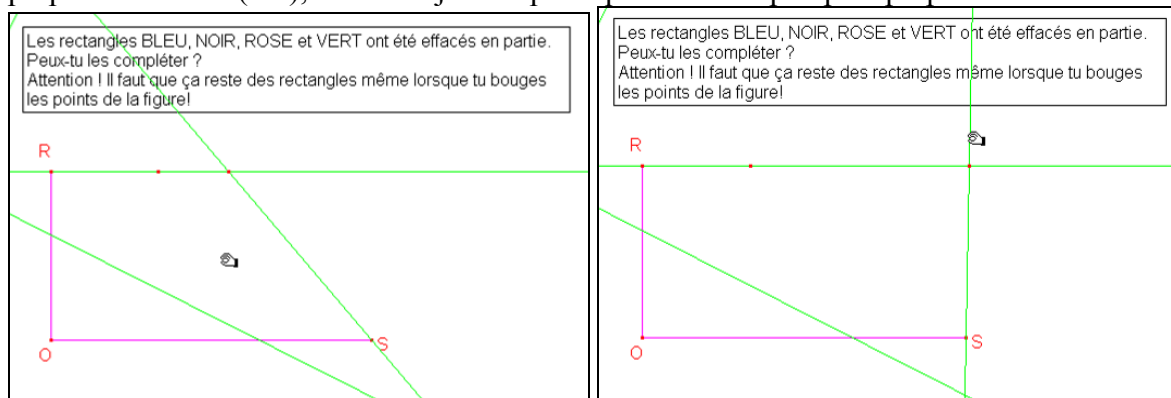


Figure 232. Hanna et Idriss utilisent le schème « d'ajustement » pour satisfaire ici la condition de perpendicularité à (OS) .

Ils attrapent alors le point O et le déplacent pour valider leur construction, mais leur déplacement du point O ne permet pas l'invalidation de cette construction. En effet, dans la construction du rectangle à terminer rose, le morceau de côté $[Rx]$ a une longueur égale à

OS/2. Cela entraîne que le quatrième sommet construit au jugé par les élèves sur le prolongement du côté [Rx] reste à une distance égale aussi à OS/2 du point x caché. Cela suffit à conserver le rectangle au cours du déplacement.

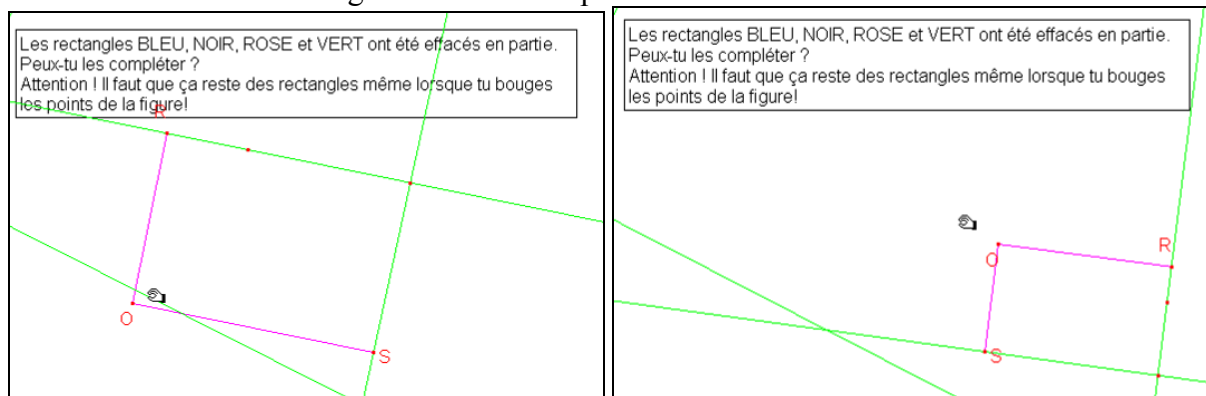


Figure 233. Ils déplacent le point O et valide leur construction bien que la perpendicularité ai été réalisée au jugé

Mais Hanna attrape le point sur côté incomplet [Rx] et elle le déplace, le quadrilatère ne reste pas un rectangle :

Hanna : Non, c'est pas... ça marche pas!

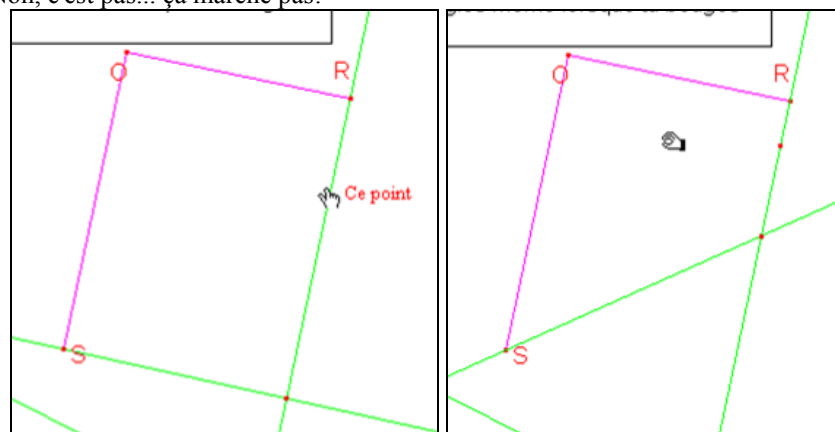


Figure 234. Hanna déplace le point sur le côté incomplet [Rx] qui lui permet d'invalider la construction

Ils invalident leur construction et ils effacent les deux droites tracées. Ils ont donc utilisé le déplacement pour valider, et invalider.

Ils reviennent alors sur le rectangle bleu (1). Ils attrapent le point E, puis le point L et le point B pour vérifier que leur construction peut être validée.

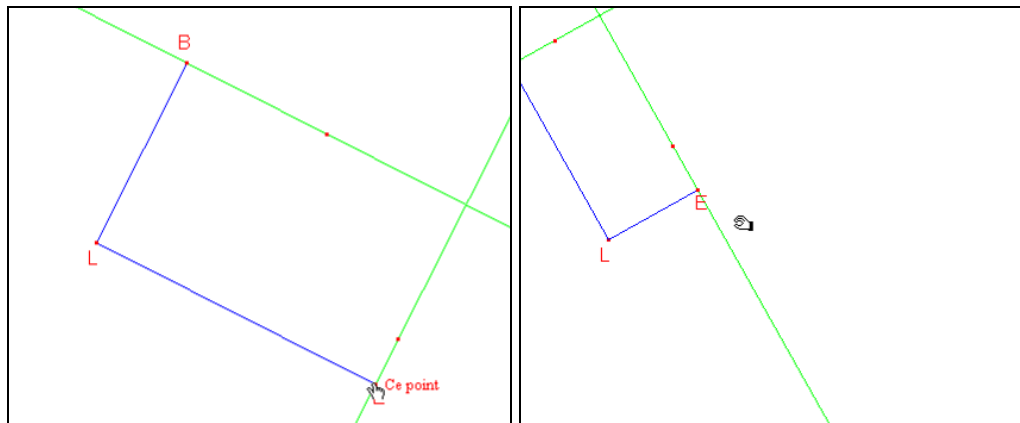


Figure 235. Ils déplacent le point E pour vérifier que leur construction peut être validée

Ils continuent alors avec le segment [VE] (rectangle vert (4)). Ils tracent une droite passant par V et qui soit perceptivement perpendiculaire à (VE) :

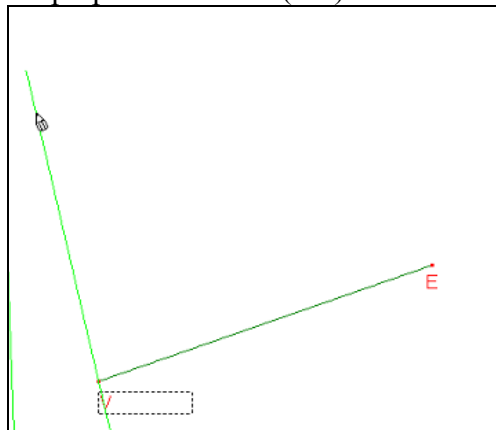


Figure 236. Schème d'usage du « tracé au jugé » pour obtenir une droite perpendiculaire perceptivement

Idriss : **Perpendiculaire à cette droite, à ce segment...**

Hanna : Mais non, mais il faut que ça passe par là (elle montre le point V avec la souris)

Idriss : Oui mais **il faut que ce soit perpendiculaire à ce segment!**

Idriss essaye donc d'expliquer à Hanna qu'il faudrait que cette droite soit perpendiculaire au segment [VE], mais elle continue, elle trace aussi une droite passant par E qui soit perceptivement perpendiculaire à [VE].

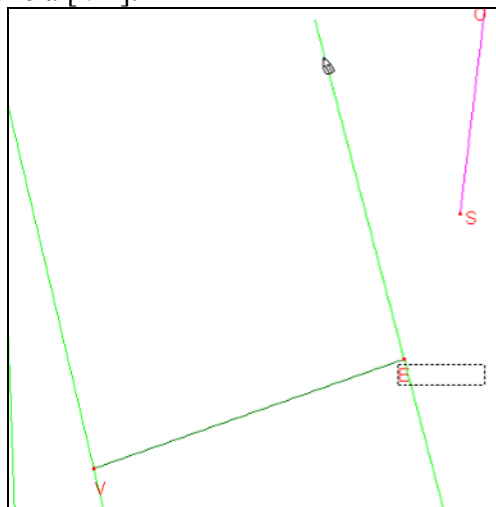


Figure 237. Tracé d'une deuxième droite « au jugé » perceptivement perpendiculaire à [VE]

Puis elle trace une droite qui soit à peu près parallèle à [VE].

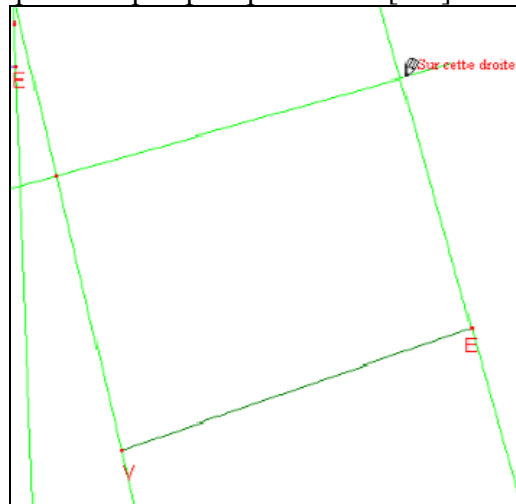


Figure 238. Tracé « au jugé » d'une droite perceptivement parallèle à [VE]

Elle attrape le point E et elle le déplace pour vérifier la validité de sa construction, mais ils ne l'invalident pas, peut-être par la ressemblance avec un parallélogramme.

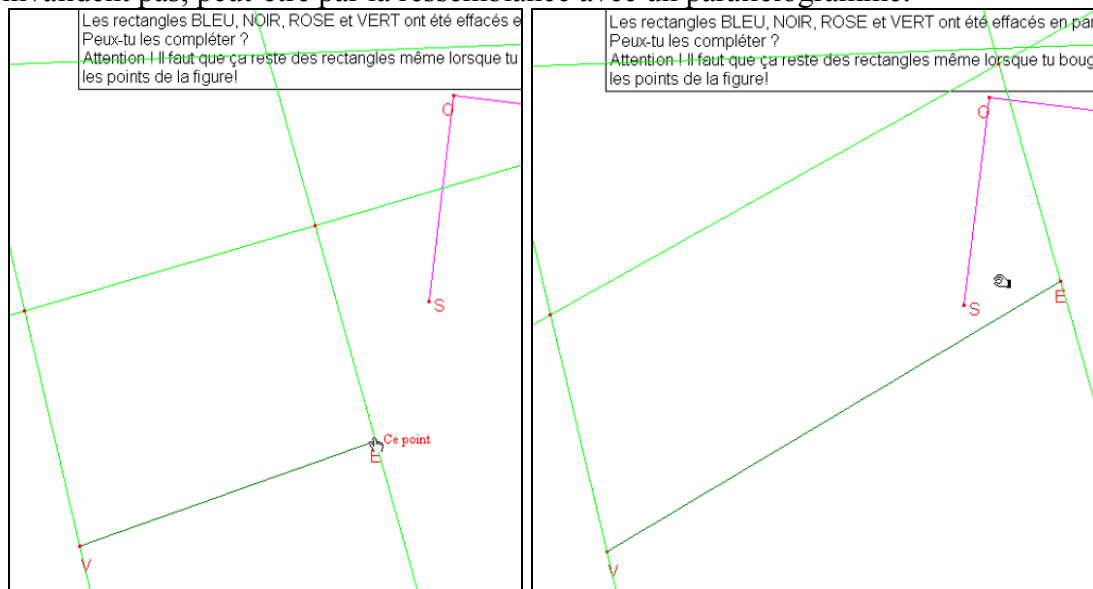


Figure 239. Ils déplacent le point E pour valider leur construction

Ils décident alors d'effacer tout, dans les trois figures (bleue, rose et verte) et de recommencer. Ils refont sur la figure bleue le tracé de droites prolongeant les côtés incomplets. La construction est validée par déplacement du point L.

Idriss demande à Hanna de le laisser faire, il prend l'outil « Droite perpendiculaire », il clique d'abord sur V et il attend. Puis, il s'approche du segment [VE] et comme la souris devient une main et que le message « Perpendiculaire à ce segment » s'affiche, il clique dessus.

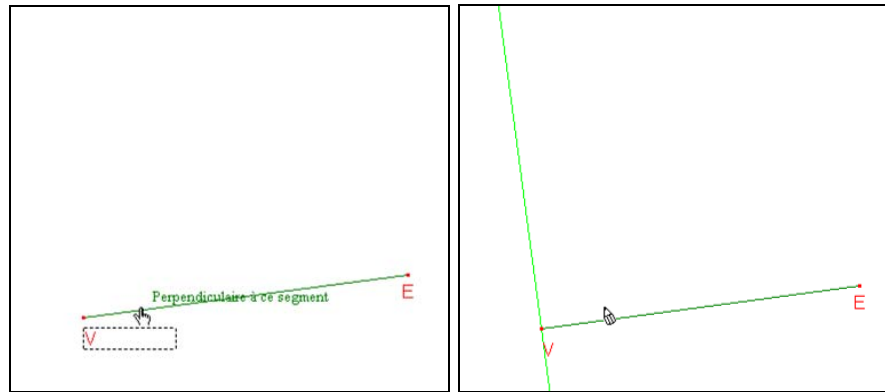


Figure 240. Idriss construit la perpendiculaire à $[VE]$ passant par V

Idriss : Oh! Ch'uis trop fort!
Mais il l'efface et il décide de revenir sur la figure bleue.

Il utilise une nouvelle fois la stratégie de base, en traçant des segments, mais lorsqu'il déplace le point L, il voit que ça ne marche pas et il efface les segments.

Il prend alors l'outil « Demi-droite », mais il utilise la même stratégie en cliquant sur les points sur les côtés incomplets et d'essayer de prolonger les côtés en choisissant la direction perceptivement.

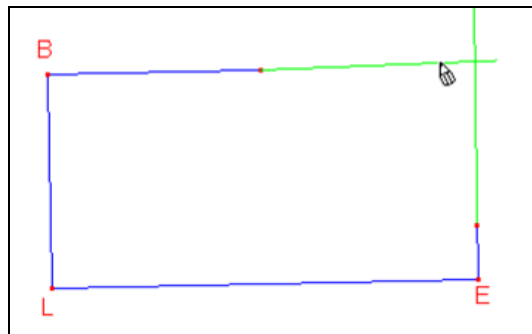


Figure 241. Schème d'usage du « tracé au jugé » avec des demi-droites pour prolonger les côtés du rectangle

Mais cette stratégie ne paraît pas les satisfaire, alors ils effacent les deux demi-droites et Idriss décide de tracer le segment qui joint les deux points qui se trouvent sur les côtés incomplets formant l'angle à compléter :

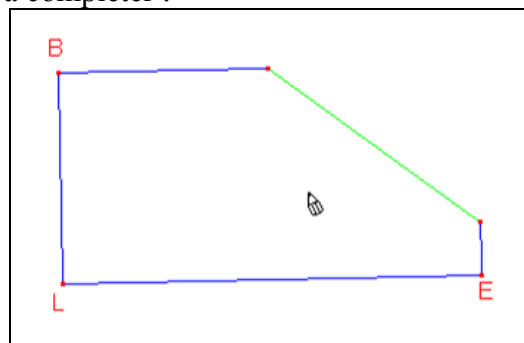


Figure 242. Ils essayent de tracer un segment reliant les deux côtés incomplets

Puis il attrape ces points là et il essaye de les déplacer pour « étirer » des côtés incomplets et compléter l'angle.

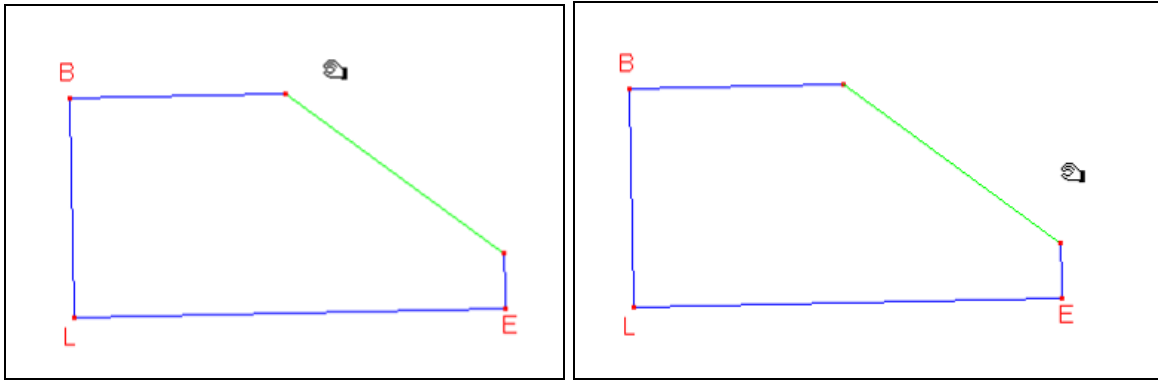


Figure 243. Ils déplacent les points sur $[Ey]$ et sur $[Bx]$ pour « étirer » le segment

Hanna décide alors de tracer une droite passant par le point sur $[Ey]$ et qui se superpose avec $[Ey]$, mais un élève lui dit : « Passant par le point E! »

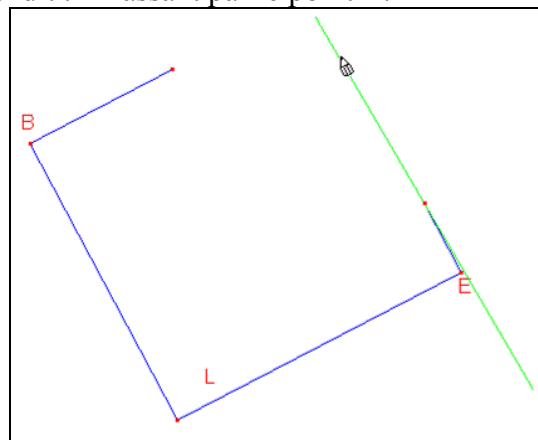


Figure 244. Hanna commence à tracer la droite « au jugé »

Alors elle clique sur E.

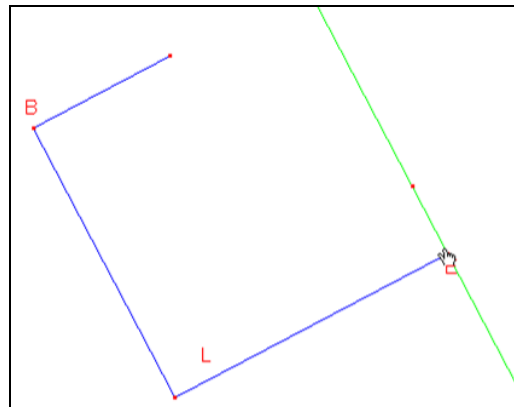


Figure 245. Grâce à l'intervention d'un autre élève, ils tracent la droite passant par E

Puis elle clique sur le point appartenant à $[Bx]$, elle commence à aller vers l'emplacement où devrait se trouver le quatrième sommet, mais l'élève à nouveau lui dit : « Par ce point là non, par le point B! Par le point B! », alors elle clique sur B :

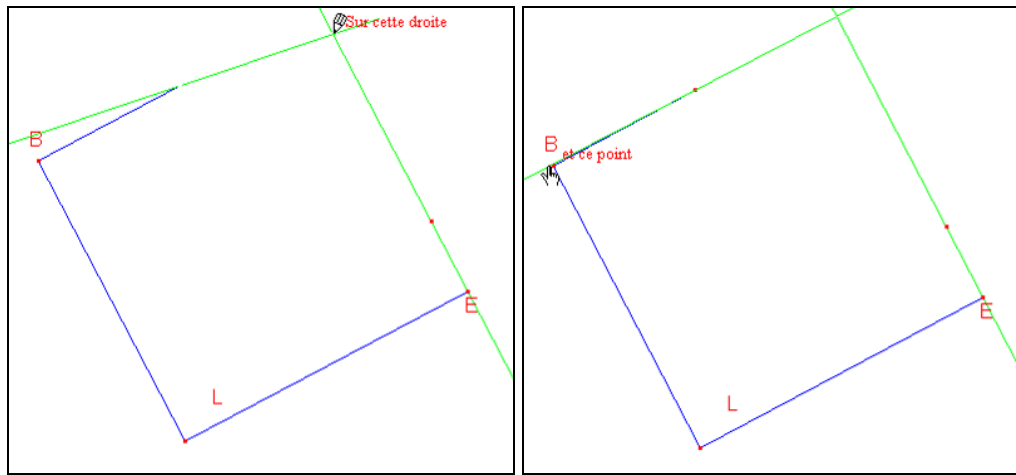


Figure 246. Hanna voulait tracer la droite « au jugé », mais l'élève lui dit de la tracer passant par B

Ils attrapent L et ils le déplacent pour valider leur construction :

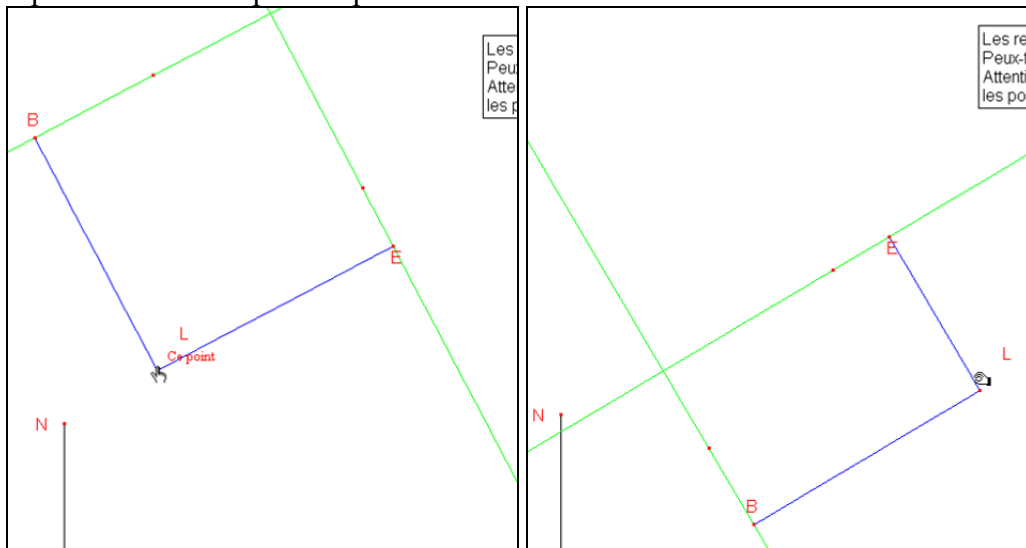


Figure 247. Ils déplacent le point L pour valider leur construction

Ils poursuivent avec la figure noire (3) par le tracé de droites « au jugé ». Hanna prend l'outil « Droite », elle clique sur N, puis elle hésite avant de cliquer en choisissant seulement la direction.

Idriss : Passant par le point O...

Un élève : Mais non là y a pas besoin!

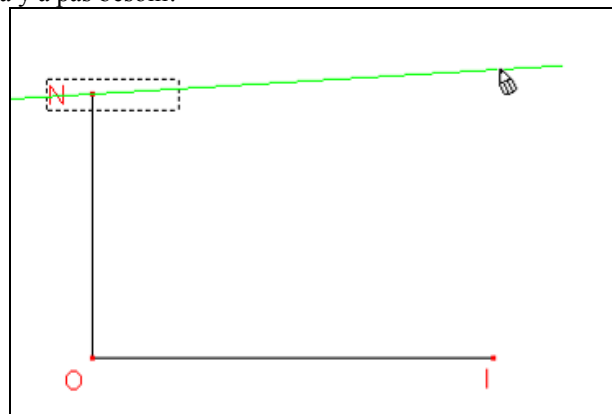


Figure 248. Schème d'usage de « tracé au jugé » pour obtenir une droite perceptivement perpendiculaire à $[ON]$

Elle clique alors, en essayant que la droite soit à peu près horizontale. Puis elle trace une droite « à peu près » verticale.

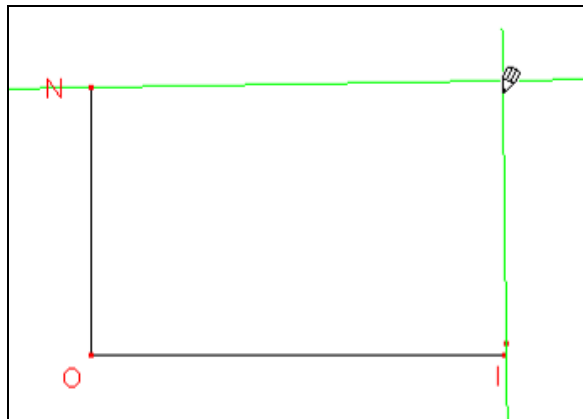


Figure 249. Schème d'usage de « tracé au jugé » pour obtenir une droite perceptivement perpendiculaire à [OI]

Idriss relit la consigne puis il dit :

Idriss : **Ben il y en a qu'un qui peut rester un rectangle!** C'est le, le, le bleu...

Pour Idriss, la seule des quatre figures qui peut rester un rectangle est le rectangle bleu. Hanna retourne au rectangle bleu (1), attrape le point L et le déplace.

Hanna : **Bon il y a le bleu qui reste... Lui (le noir) il va pas rester par contre**

Elle attrape le point O dans la figure noire (3) et elle le déplace pour invalider leur construction :

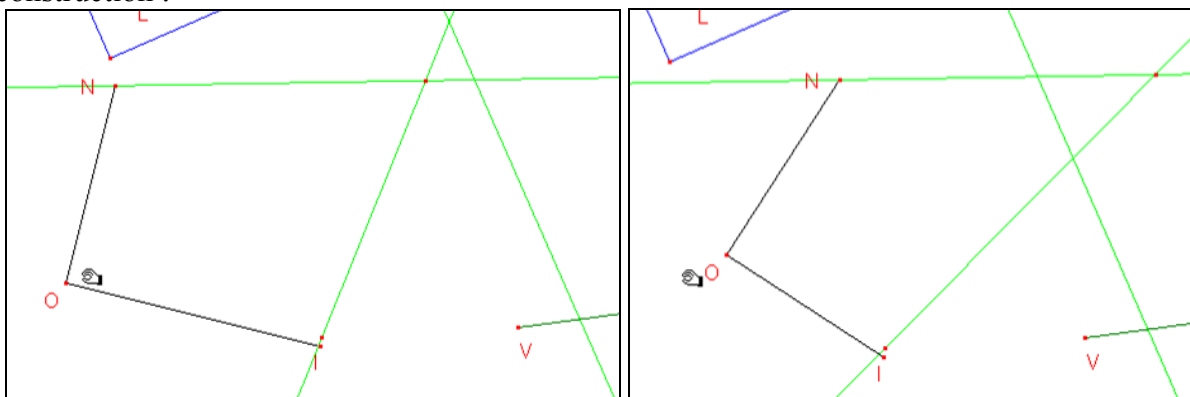


Figure 250. Ils déplacent le point O pour valider leur construction

Ils continuent avec la figure rose (2). Hanna trace une droite passant par S de manière à ce qu'elle soit à peu près parallèle à (OR), puis elle trace une droite passant par un point appartenant à [Rx] et qui se superpose visuellement avec Rx.

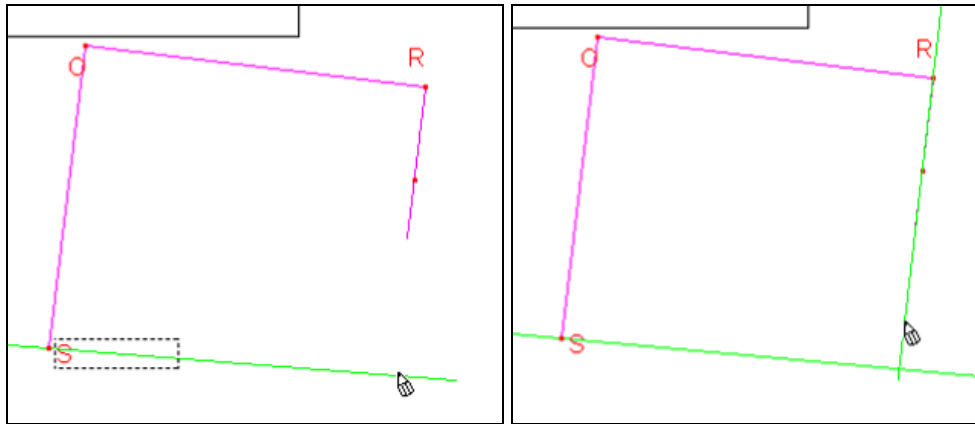
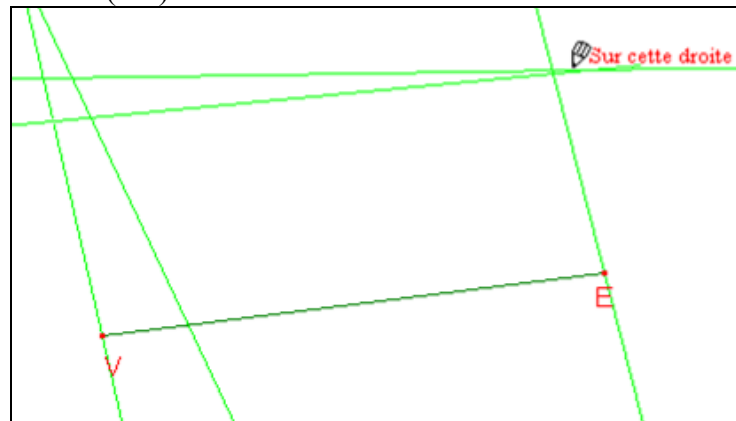


Figure 251. Schème d'usage de « tracé au jugé » pour obtenir une droite perceptivement perpendiculaire à [OS] et une autre à [OR]

Puis elle trace à nouveau une droite passant par V, puis une autre passant par E, et une autre à peu près parallèle à (VE).



L'enseignante passe mais elle n'invalide pas le travail des élèves.

Dans cette situation, Hanna et Idriss commencent plutôt bien puisqu'ils passent assez vite de la stratégie de base dans la figure bleue (1), en complétant l'angle par des segments, à la stratégie correcte, en traçant des droites qui passent par un point sur le côté incomplet et le sommet qui lui correspond. Cependant une fois qu'ils décident de tout effacer, après ils ne réussissent pas à utiliser cette stratégie que lorsqu'un autre élève leur dit comment faire.

Ils ne réussissent pas à construire la perpendiculaire. Ils essayent plusieurs fois en ajustant par déplacement, mais ils ne passent pas par la construction explicite de la perpendiculaire ; Idriss essaye de guider Hanna en lui disant de construire une perpendiculaire, mais elle ne fait pas attention, puis il essaye avec l'outil, il construit la perpendiculaire au segment [VE] passant par V correctement, mais il l'efface juste après.

Hanna et Idriss utilisent de manière spontanée le déplacement pour valider leur construction. Hanna et Idriss invalident leur construction lorsqu'elle n'est pas correcte (dans la plupart des cas) et bien qu'ils changent de stratégie une fois qu'ils ont invalidé leur construction, ils ne trouvent pas toujours la stratégie correcte.

Dans leur genèse instrumentale, Hanna et Idriss se sont approprié le déplacement pour valider. Comme nous l'avons vu dans les situations sur la symétrie et les rectangles, ils l'utilisent spontanément pour vérifier si leur construction peut être validée ou pas. Hanna l'a même utilisé pour valider sa construction dans « Sur quel objet ? » et vérifier que les objets géométriques qu'elle avait construits, représentent la trajectoire des points déplaçables.

Hanna a construit sans problème le schème de visualisation de la trajectoire. Au début elle a essayé de déplacer le point hors de sa trajectoire, puis une fois elle comprend la tâche, elle déplace et elle observe quel est l'objet décrit par la trajectoire du point, en observant en particulier quels sont les limites de l'objet décrit. Les messages qu'elle a écrits sont clairs et bien qu'elle n'utilise pas de crochets ou de parenthèses pour définir les segments et les droites, elle est très précise dans le vocabulaire qu'elle utilise, ce qui a permis à Idriss de construire les objets sans problème.

Quant à la situation « Toujours/parfois vrai », on a pu observer que Hanna et Idriss reconnaissent le parallélisme, alors que la perpendicularité ils n'arrivent pas à l'identifier. D'après le dialogue entre Hanna et l'observateur, nous pouvons penser que le problème vient du fait que la figure a des segments, mais qu'avec des droites « qui se croisent », ils pourraient peut-être la reconnaître plus facilement.

Ils ont construit le schème du dessin contre-exemple, qu'ils utilisent après pour argumenter entre eux lorsqu'un des deux pense que leur construction peut être validée et l'autre non.

V. LOÏC ET NADIR

Loïc est un des meilleurs élèves de cette classe. Nadir est un élève faible, mais très enthousiaste dans les séances avec Cabri. Comme Loïc a plus de connaissances mathématiques, Nadir se laisse guider souvent par Loïc et les stratégies qu'il propose.

V.1 « Géo »

Loïc et Nadir essaient d'abord de déplacer un des triangles formant un œil, puis le grand triangle du chapeau.

Ils attrapent le grand cercle et ils translatent tout Géo. Puis ils essaient d'attraper le grand triangle du chapeau et le petit cercle du pompon du chapeau. Ils attrapent et ils déplacent le centre de ce cercle et ils font tourner le pompon d'un côté à l'autre.

Ils essaient d'attraper le trapèze de la bouche, puis ils essaient avec le triangle du nez.

Ils attrapent à nouveau le grand cercle du visage en le translatant, mais ça ne les intéresse pas, ils continuent alors dans leur recherche des déplacements possibles.

Ils essaient de déplacer les sommets du grand triangle du chapeau, en faisant attention au message du logiciel « Ce point », mais ce point est non attrapable.

Ils déplacent à nouveau le centre du petit cercle du pompon, en essayant de voir quelles sont les limites de son déplacement.

Ils attrapent un des sommets du triangle formant le nez et ils le déplacent en déformant la forme du grand triangle du chapeau ; puis, ils attrapent et ils déplacent un sommet d'un des triangles des yeux qui permet de faire tourner les yeux de Géo. Ils laissent le chapeau et les yeux dans une position différente de celle du début.

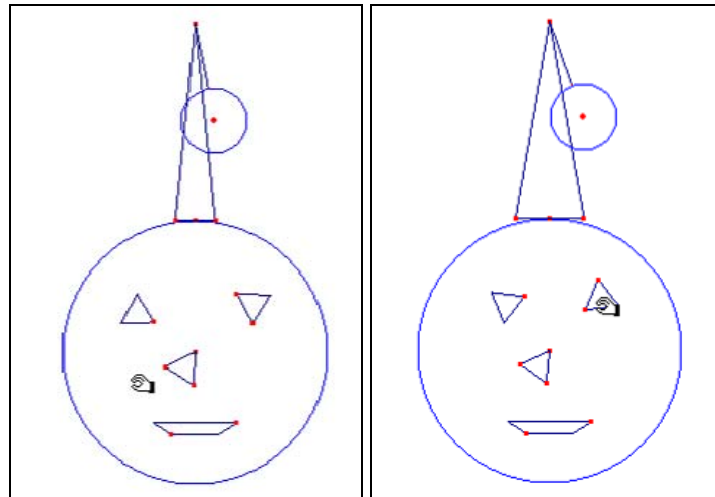


Figure 252. *Ils font tourner les yeux de Géo*

Ils attrapent et ils déplacent le sommet du trapèze de la bouche en changeant l'expression de Géo comme s'il était triste.

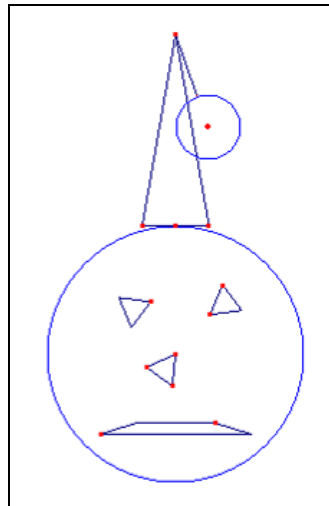


Figure 253. *Ils changent la forme de la bouche*

Ils essayent de déplacer le trapèze, puis ils attrapent et déplacent le centre du petit cercle en le faisant faire des tours. Nadir compare le mouvement du cercle à celui des manèges à la foire.

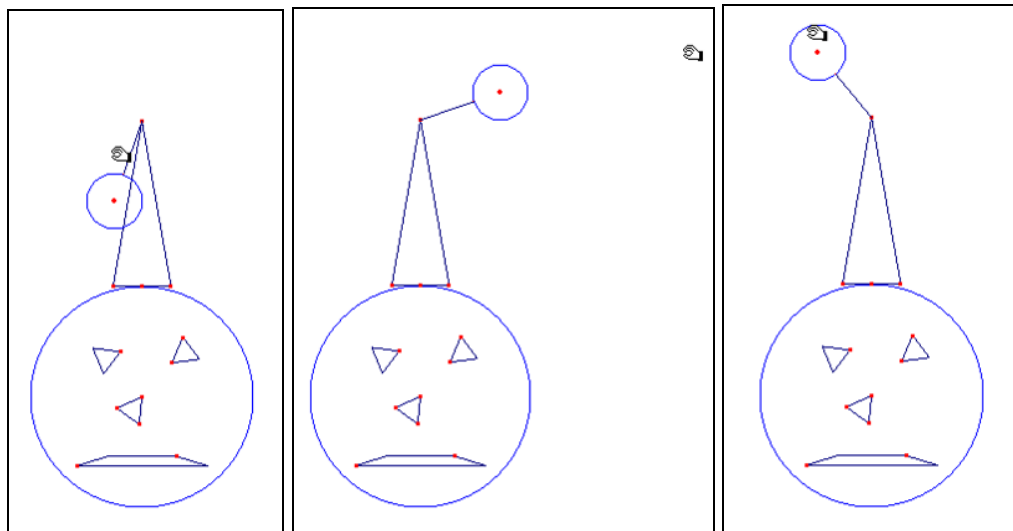


Figure 254. Ils font tourner le pompon « comme les manèges à la foire »

Ils essayent de déplacer un des sommets du grand triangle, puis ils attrapent et déplacent le point de tangence du grand cercle et du grand triangle et ils agrandissent et rétrécissent Géo. Ils attrapent et ils déplacent le sommet du triangle des yeux en les faisant tourner.

Puis Nadir demande comment le mettre à l'envers, alors Loïc attrape le point de tangence du cercle et du triangle et il retourne Géo et le laisse à l'envers.

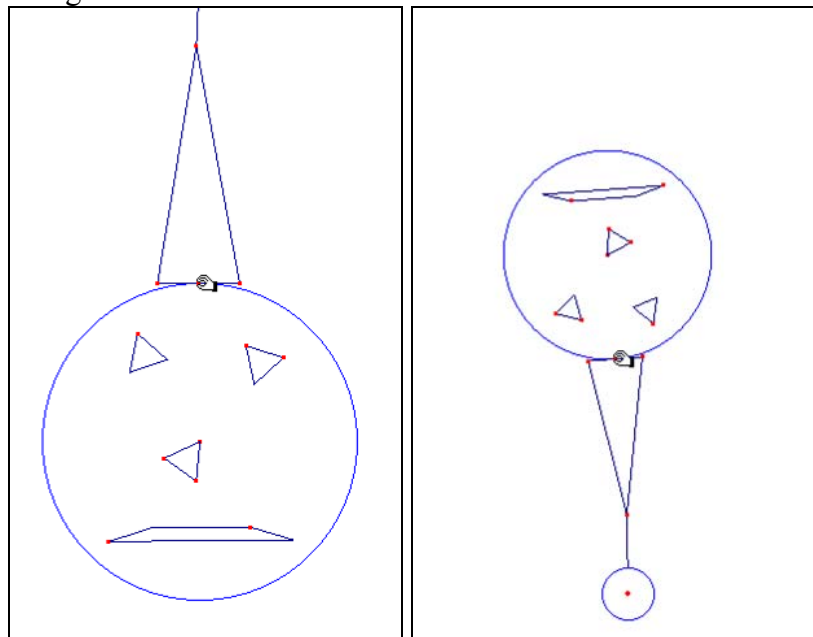


Figure 255. Déplacement du point de tangence pour retourner Géo

Ils attrapent le sommet du trapèze de la bouche et ils le déplacent un peu. Ils déplacent le sommet du triangle du nez en agrandissant au maximum le chapeau de Géo, puis ils choisissent une taille assez grande, mais qu'ils puissent voir à l'écran.

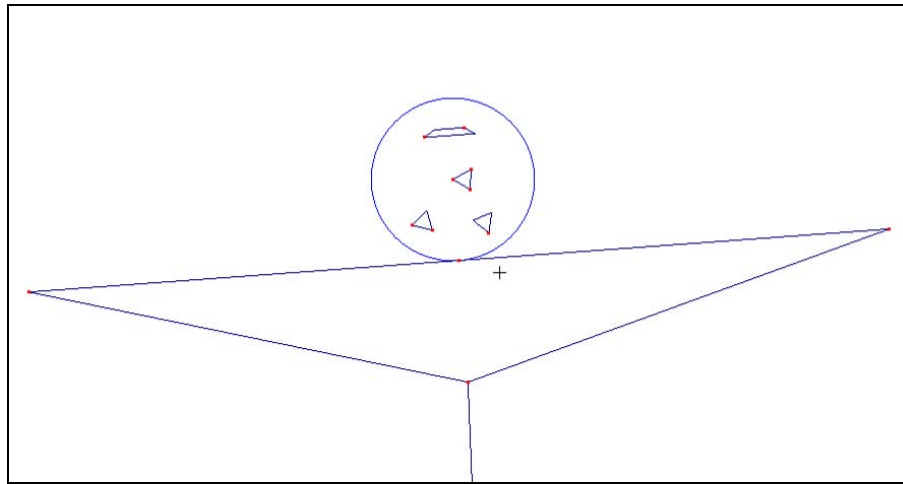


Figure 256. Ils agrandissent le chapeau de Géo

Ils attrapent à nouveau le point de tangence du cercle et du triangle et ils retournent Géo, ils choisissent la taille de Géo « pour qu'on voit tout son chapeau ».

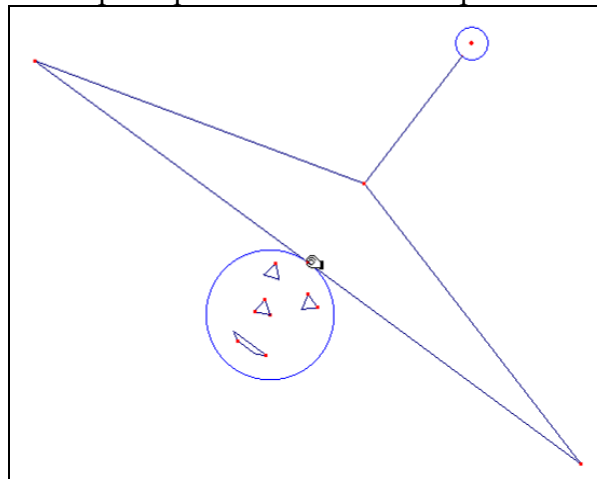


Figure 257. Ils retournent et adaptent la taille de Géo pour qu'il rentre dans l'écran

Loïc et Nadir ont déplacé presque tous les points déplaçables, sauf le centre du grand cercle. Ils ont de plus essayé de déplacer presque tous les points de la figure et les formes globales (ils ont déplacé le grand cercle et translaté Géo).

Une fois qu'ils ont découvert les déplacements possibles et les effets, ils ont contrôlé les points qu'ils déplaçaient pour donner à Géo une forme ou une orientation particulière (Loïc sait quel point attraper pour retourner Géo). On peut donc dire que Loïc et Nadir commencent à construire le schème « d'ajustement pour satisfaire une condition ».

V.2 « Pajérond »

Loïc et Nadir commencent par construire un cercle perceptivement, mais comme il ne s'ajuste pas perceptivement, ils recommencent. Loïc construit alors un cercle plus précis (perceptivement) de manière à ce que le centre du cercle soit « plus au milieu » des deux points de la carrosserie et que la taille convienne. Le cercle passe par un point de la droite.

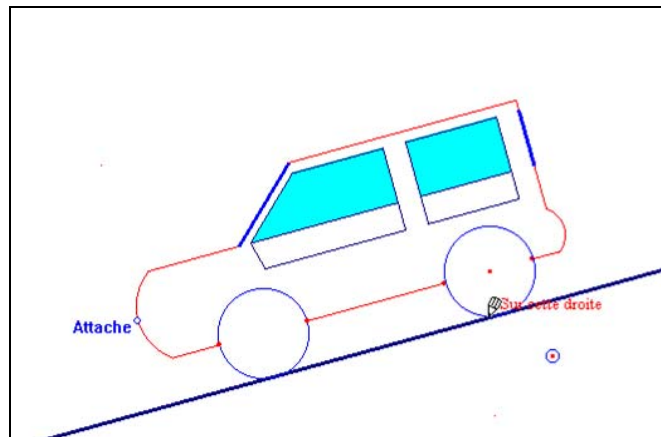


Figure 258. Tracé du cercle passant par un point sur la droite

Ils attrapent le point d'attache et ils déplacent la voiture et la roue reste immobile.

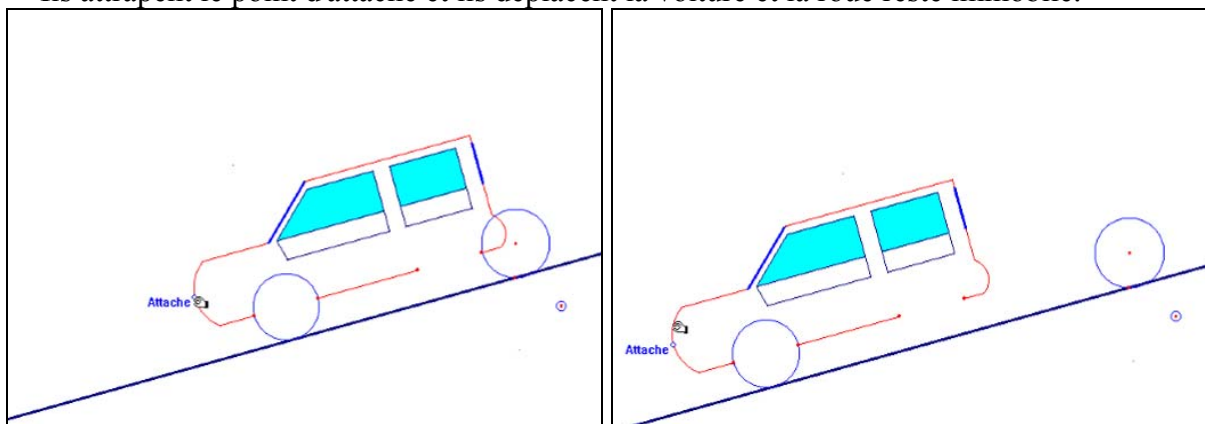


Figure 259. Ils déplacent la voiture pour valider leur construction, mais la roue reste immobile

Ils attrapent et ils déplacent le centre du cercle construit, et ils ajustent le cercle de manière à ce qu'il passe perceptivement par les deux points de la carrosserie. Puis ils attrapent le point d'attache et ils déplacent la voiture mais la roue reste toujours statique alors que la voiture avance.

Ils attrapent le point appartenant à la droite et par lequel a été construit le cercle et ils le déplacent. Ce point se déplace seulement sur la droite, mais il permet de faire varier la taille du cercle.

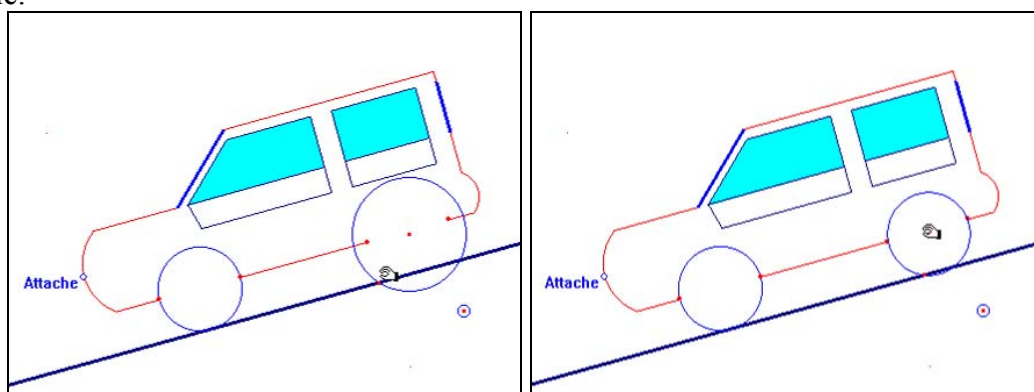


Figure 260. Ils utilisent le schème « d'ajustement pour satisfaire une condition » pour adapter la roue à la voiture

Une fois qu'ils ont choisi la taille, ils essaient à nouveau de déplacer la voiture, mais la roue reste à sa place pendant que la voiture avance.

Ils choisissent l'outil « Punaise » et ils essaient de punaiser d'abord le centre du cercle. Ils déplacent la voiture mais ça ne marche pas, la voiture avance et la roue n'avance pas avec elle. Ils essaient alors en punaisant d'autres points du cercle mais ça ne marche pas. Ils n'ont pas besoin de déplacer beaucoup la voiture pour voir que la roue ne reste pas attachée à la voiture.

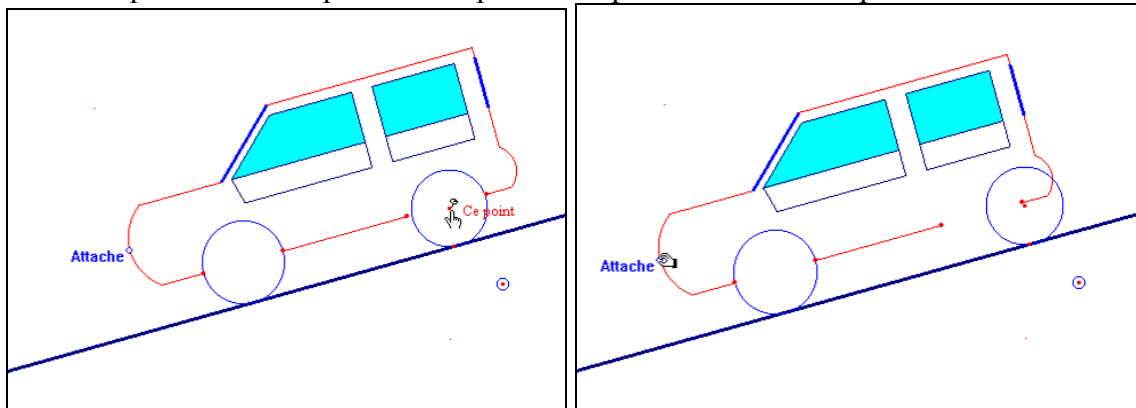


Figure 261. Ils punaisent le centre du cercle, puis déplacent pour valider leur construction

Ils cherchent dans les outils du logiciel disponibles et ils choisissent « Symétrie axiale », ils essaient de l'utiliser mais ils n'arrivent pas.

Ils punaisent les deux points de la carrosserie par lesquels devraient passer la roue et ils essaient de déplacer la voiture, mais ils ne peuvent plus la déplacer.

Loïc et Nadir n'ont pas réussi à trouver la stratégie correcte. Ils ont essayé d'ajuster la stratégie de base par déplacement, en déplaçant le centre de la roue et le point par lequel passe le cercle pour ajuster sa taille, mais lorsqu'ils ont déplacé, la roue continuait à rester statique.

Le déplacement de la voiture pour valider leur construction est apparu de manière spontanée et n'a pas posé de problèmes.

Ils ont utilisé le punaisage pour essayer de fixer la roue à la voiture. Cette stratégie n'apparaît pas par la suite, le contexte les a sûrement incités à l'utiliser.

V.3 « Sur quel objet ? »

Loïc joue le rôle d'émetteur et Nadir de récepteur.

Loïc commence par attraper le point rouge et le déplacer. Il se laisse guider d'abord par le mouvement du point, puis il essaye de le déplacer ailleurs, mais il comprend très vite sur quel objet se déplace le point rouge.

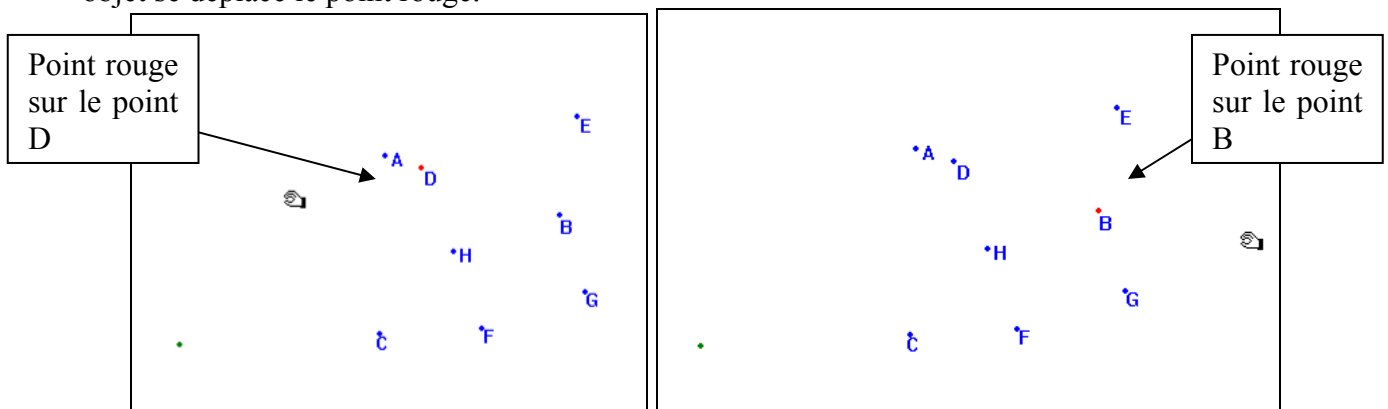


Figure 262. Loïc déplace le point rouge en allant jusqu'à D et B

Loïc : Ah! J'ai compris!

Il lit la consigne, puis il attrape et il déplace le point vert. Il le déplace assez vite, mais il s'arrête et il vérifie bien que les points C et F appartiennent à la trajectoire décrite par le point vert. Il utilise donc le schème de « vérification que la trajectoire du point vert passe par » C et par F.

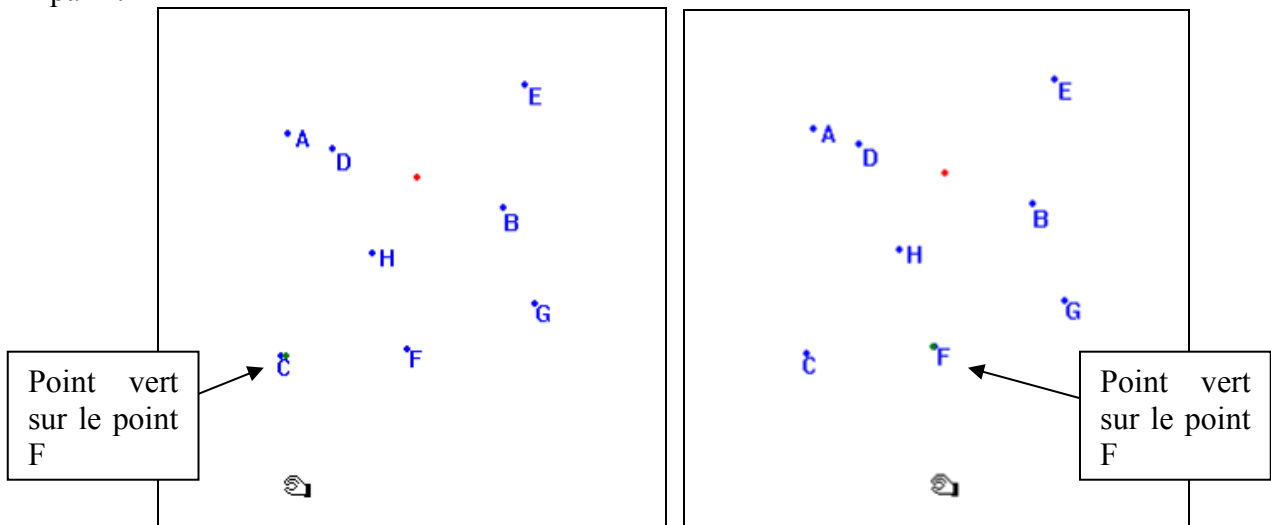


Figure 263. Loïc utilise le schème de « vérification que la trajectoire passe par » les points C et F

Loïc : « A partir des points bleus, construis l'objet sur lequel se déplace le point rouge. »

Il prend l'outil « Segment », il essaye de cliquer sur le point D mais le logiciel lui propose « Point D » ou « Point (Point sur un objet) A ». Il recommence, il clique sur D, il s'approche du point rouge et il hésite, puis il clique sur le point B.

Il attrape le point rouge et il le déplace pour valider sa construction et vérifier que la trajectoire du point rouge est le segment [BD] construit.

Loïc : Ouais, c'est bon!

Il prend l'outil « Droite » et il clique sur le point vert (stratégie utilisant le point mobile pour le tracé de la droite) et sur le point F, et il hésite à cliquer aussi sur le point C.

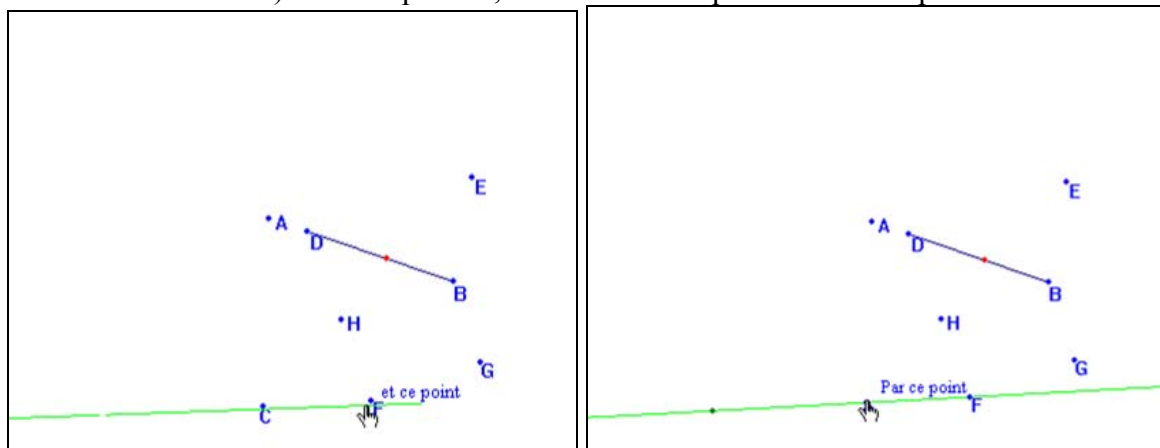


Figure 264. Droite passant par le point vert, le point F et le point C ?

Puis, il attrape le point C et il le déplace pour valider la construction de la droite et l'appartenance de ce point à la droite tracée par le point vert et par F :

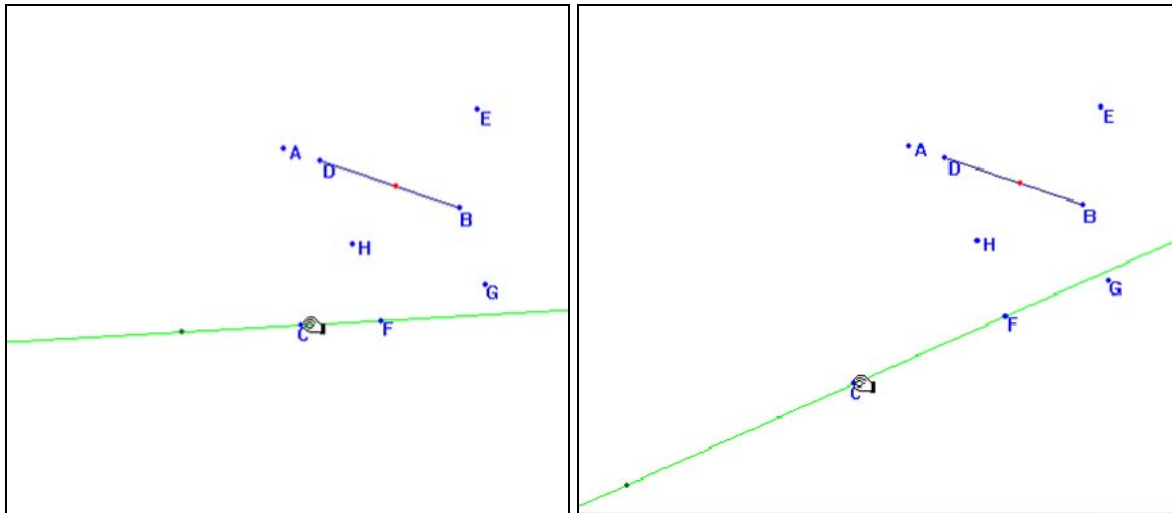


Figure 265. Loïc déplace le point C pour valider sa construction et l'appartenance du point à la droite

Puis il déplace le point vert aussi pour vérifier que la droite tracée décrit bien la trajectoire du point vert :

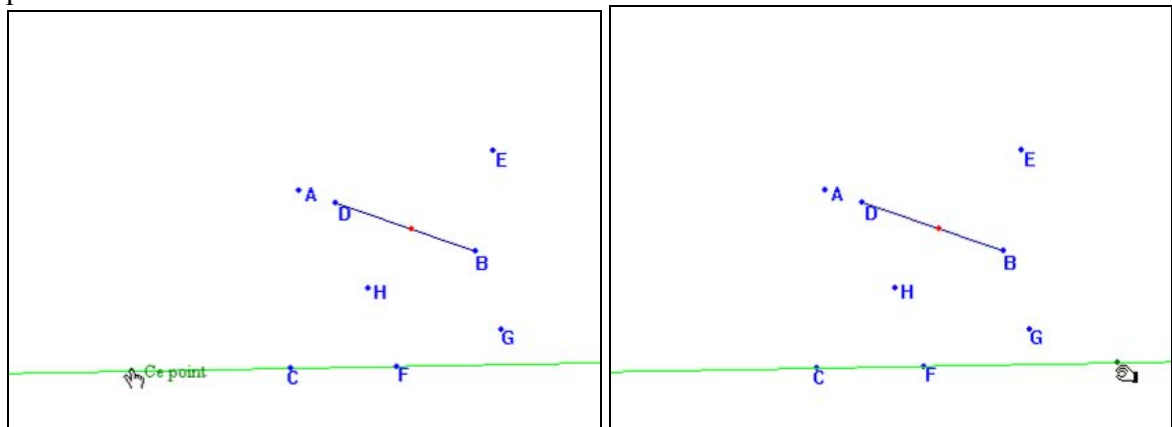


Figure 266. Loïc déplace le point vert sur la droite tracée

Loïc demande à l'enseignant : Quand ils viendront ils auront que les points bleus ?

L'enseignant : Oui ils n'auront que les bleus! Hein! Attention!

Loïc écrit dans son message : « Trace un segment [DB] et une droite passant par C et F puis place un point rouge sur le segment [DB] et sur la droite passant par C et F. »

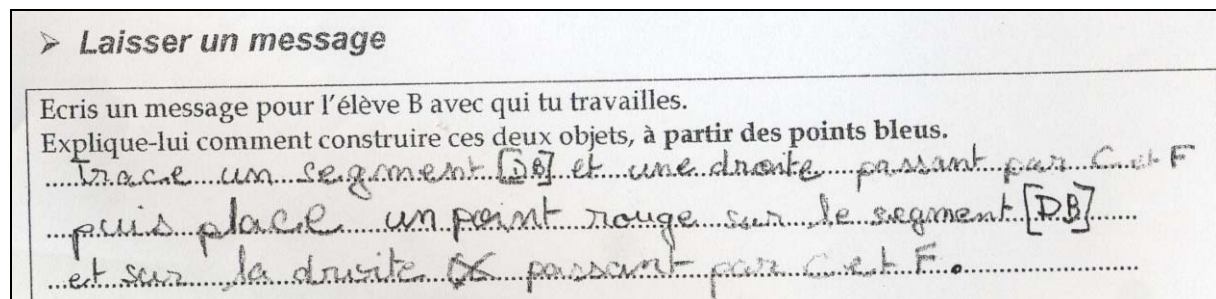


Figure 267. Message de Loïc à Nadir

Nadir reçoit le message de Loïc et il commence par choisir l'outil « Segment ». Il trace le segment [DB].

Nadir : Et après une droite passant sur C et F.

Il prend l'outil « Droite », il clique sur F, puis il choisit la direction de manière à ce que la droite passe perceptivement par C, mais il ne clique pas sur C. Il utilise donc le schème d'usage du « tracé au jugé ».

Nadir : Place un point rouge, un point rouge sur le segment [DB]. Un point rouge... Le truc pour la couleur c'est ça ?

Il prend l'outil « Couleur », et il colore en rouge les points D et B. Puis il colore en rouge les points C et F.

Un autre élève : Regarde toi t'as pas compris! Parce que regarde « Place un point rouge SUR le segment » et toi t'as, toi t'as mis les points d'extrémité, il faut mettre un point sur le segment

Nadir : Ah! T'es sûr ?

L'autre élève : Ouais...

Nadir place un point sur le segment [DB].

Phase de validation :

Nadir : C'est bon, c'est ça qu'il fallait faire ?

Loïc : Ouais!

Ils ouvrent le fichier sur lequel a travaillé Loïc et il dit à Nadir de déplacer le point rouge.

Nadir déplace un peu et il dit immédiatement : il reste que sur le segment.

Loïc : Segment [DB].

Loïc et Nadir sont dans la classe où le changement de rôle ne s'est pas effectué, alors Loïc est à nouveau émetteur.

Il attrape et il déplace le point vert, il le déplace en allant jusqu'aux extrémités du segment [DE] et il comprend très vite quel est l'objet décrit. Puis il attrape le point rouge et il le déplace lentement en faisant attention à l'objet décrit par la trajectoire de celui-ci.

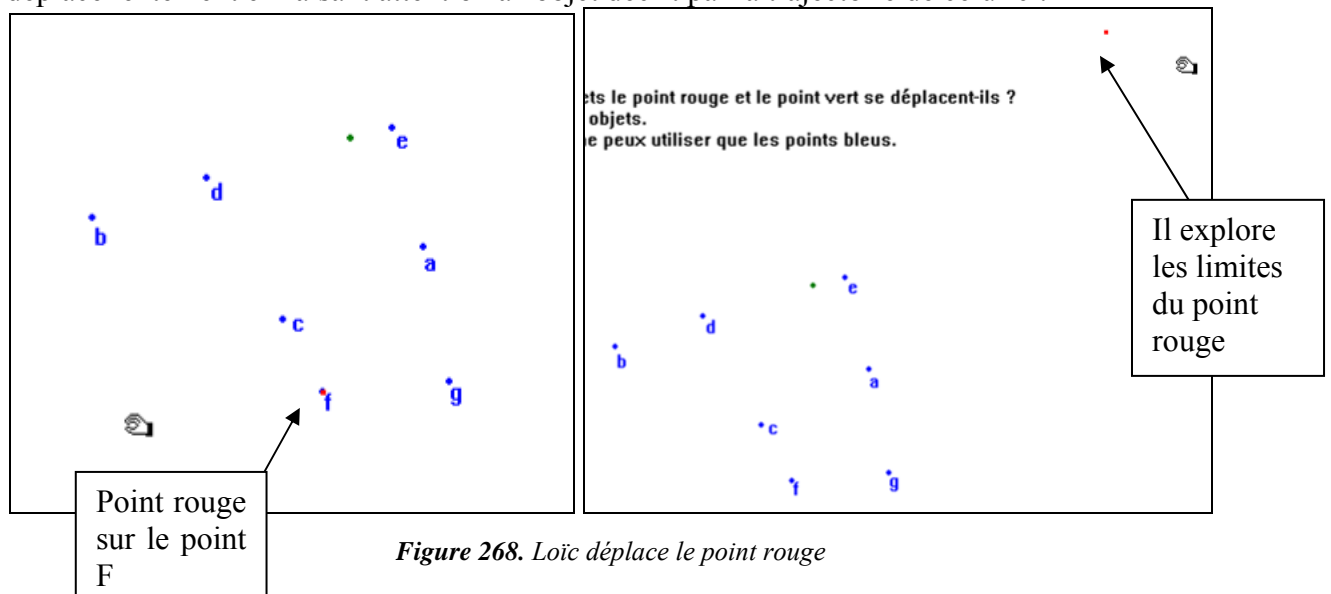


Figure 268. Loïc déplace le point rouge

Loïc : Ah! J'ai tout compris ce que c'était!

Il choisit l'outil « Demi-droite » d'abord, mais avant de la tracer il décide de vérifier, alors il attrape le point rouge et il le déplace. Il prend l'outil « Demi-droite » et il clique sur le point F, puis sur le point rouge.

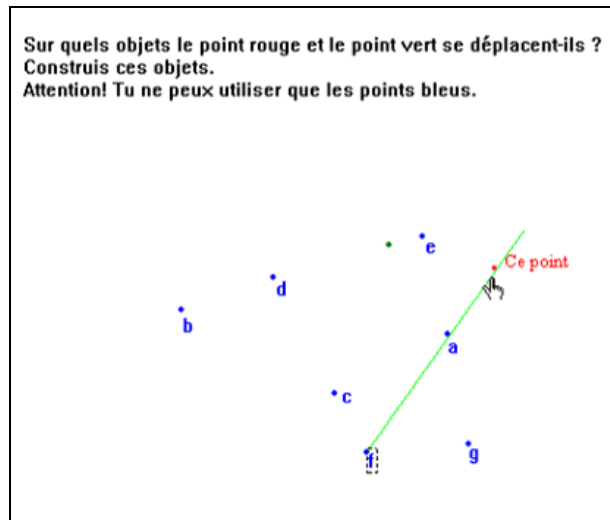


Figure 269. Il trace à nouveau la demi-droite passant par le point mobile (stratégie utilisant le point mobile)

Puis il construit le segment [DE].

Il écrit dans son message : « trace un segment [DE] puis place un point vert dessus. trace une demi-droite [Fa] puis place un point rouge dessus. »

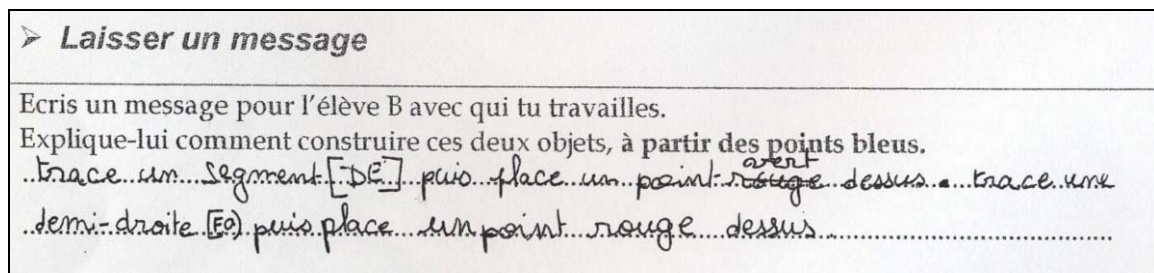


Figure 270. Message de Loïc à Nadir en fonction des points bleus

Loïc a donc bien identifié la demi-droite [FA], comme il avait identifié la droite (CF) dans la première partie, mais il ne construit pas cet objet en fonction de ces points mais en fonction des points mobiles. Il y a donc un conflit entre ce qu'il écrit dans les messages pour décrire l'objet géométrique représenté par la trajectoire des points mobiles et ce qu'il construit.

Nadir reçoit le message de Loïc :

Nadir : Alors, trace un segment [DE], un segment [DE]...

Il prend l'outil « Segment » et il construit le segment [DE].

Nadir : et un point vert dessus

Il place un point sur le segment, puis il le colore en vert.

Nadir : trace une demi-droite

Il clique sur l'outil, il attend que le message « Demi-droite » s'affiche, puis il clique dessus. Il clique d'abord sur F, puis il s'approche de A mais il ajuste la direction de la demi-droite pour qu'elle passe perceptivement par A.

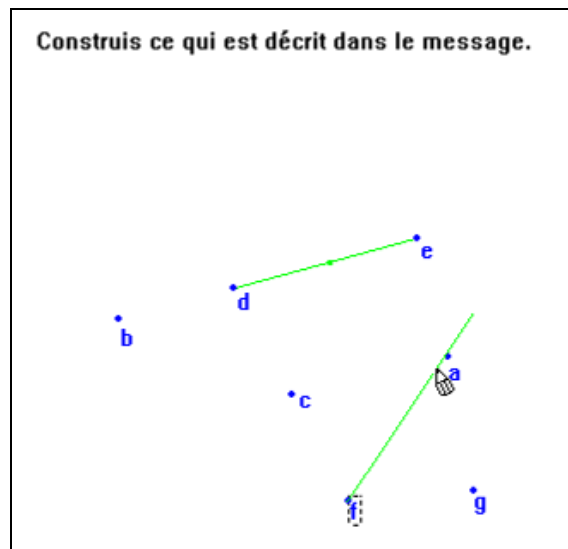


Figure 271. A nouveau, utilisation du schème d'usage du « tracé au jugé » de la demi-droite

Dans la phase de validation, ils ouvrent directement le fichier sur lequel Loïc a travaillé et ils attrapent le point rouge et le déplacent, puis le point vert.

Loïc a donc construit le schème de visualisation de la trajectoire d'un point. Il identifie la trajectoire des points par déplacement sans hésiter et identifie les objets géométriques à représenter facilement. Il utilise le schème de vérification que la trajectoire passe par les points C et F pour caractériser la droite décrite par le point vert dans la première partie. Cependant, dans le cas de la droite et de la demi-droite dans la deuxième partie, il utilise les points mobiles dans la construction au lieu d'utiliser les points bleus. Pourtant les messages de Loïc sont clairs et il caractérise correctement en fonction que des points bleus les objets à tracer. Puisqu'il demande à l'enseignant si les autres « quand ils viendront ils auront que les points bleus ? », nous pensons que le conflit entre la construction et les messages peut venir d'une mauvaise interprétation de sa part sur ce qui peut ou ne peut pas être fait lors de la construction.

Nadir de son côté, trace la droite et la demi-droite perceptivement, il clique sur un des points puis il donne la direction à la droite ou demi-droite de manière perceptive, sans cliquer sur le deuxième point qui la définit. Ceci peut venir d'un manque de connaissances mathématiques et instrumentales.

V.4 « Toujours/parfois vrai »

Loïc et Nadir commencent par explorer la figure bleue (1). Ils essaient d'attraper d'abord le point B, puis ils attrapent le point D et ils le déplacent. Loïc comprend parfaitement quelle est la tâche :

Loïc : Je regarde si c'est perpendiculaire... et si ça reste...

L'observateur : si ça reste ?

Loïc : un angle droit...

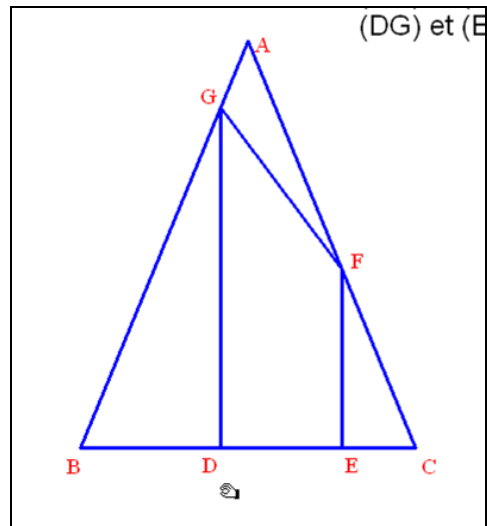


Figure 272. Loïc déplace le point D et il observe si la perpendicularité se conserve ou non

Nadir attrape le point E et il le déplace un peu. Puis, ils attrapent le point D et ils déplacent, et ils attrapent et déplacent le point E et ils obtiennent un dessin contre-exemple par déplacement :

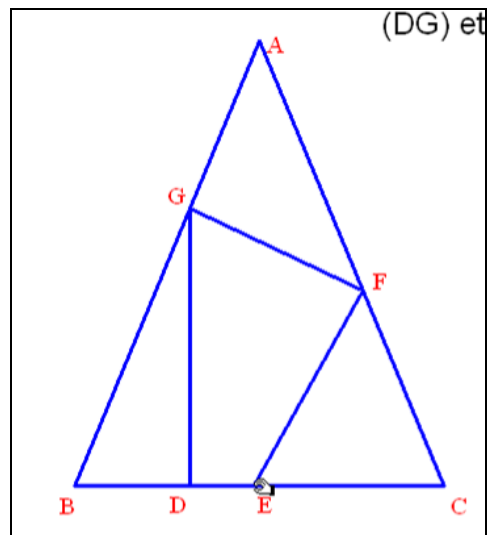


Figure 273. Ils déplacent les points D et E

Ils répondent dans leur fiche : « oui », (DG) et (BC) sont perpendiculaires et ils ont déplacé D, et « non », (DG) et (EF) ne sont pas parallèles et ils ont déplacé D et E.

Figure Bleue	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	oui	D
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	non	D et E

Figure 274. Ils ne déplacent que les points D et E pour décider de la validité des propriétés de la figure

Ils continuent alors avec la figure verte (2). Ils attrapent et ils déplacent le point D sur le segment [BC].

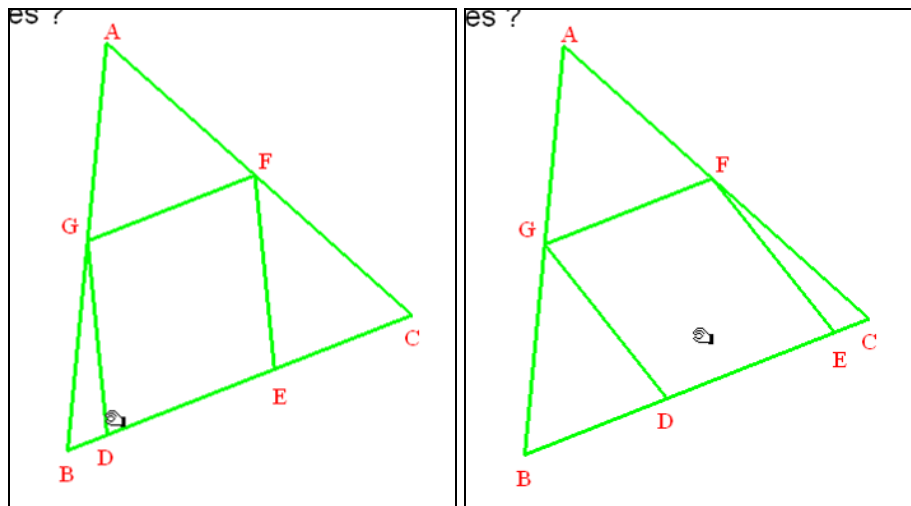


Figure 275. Ils déplacent seulement le point D dans la figure verte (2)

Le déplacement du point D paraît leur suffire, alors ils n’explorent pas d’autres déplacements. Ils répondent dans leur fiche : « non » à la perpendicularité, ils ont déplacé D, et « oui » au parallélisme, ils ont déplacé D aussi.

Figure Verte	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	non	D
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	oui	D

Figure 276. Ils ne déplacent que le point D pour décider de la validité des propriétés de la figure verte (2)

Bien qu’ici leurs réponses soient correctes, ils n’explorent pas assez la figure et ils se contentent de déplacer un seul point avec lequel ils invalident la non perpendicularité et valident de façon erronée le parallélisme.

Ils continuent avec la figure rose (3). Ils attrapent et ils déplacent le point D, comme ils l’ont fait dans les figures précédentes.

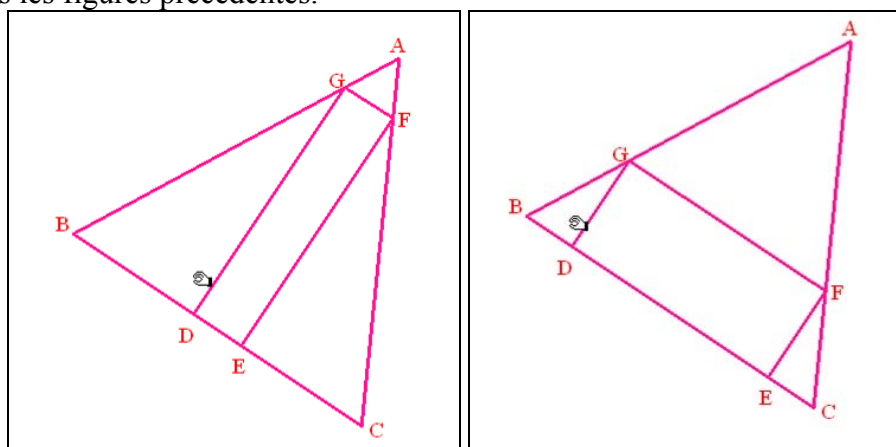


Figure 277. Ils ne déplacent que le point D dans la figure rose (3)

Ils essayent d’attraper et de déplacer le point E, mais ce point est non attrapable.

Ils répondent dans leur fiche : « oui », (DG) et (BC) sont perpendiculaires et ils ont déplacé le point D, et « oui », (DG) et (EF) sont parallèles et ils ont déplacé D.

<i>Figure Rose</i>	Réponse	Note les points que tu déplaces
(DG) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?	oui	D
(DG) et (EF) sont-elles parallèles ?	oui	D

Figure 278. Ils ne déplacent que le point D et décident de la validité des propriétés de la figure rose (3)

Loïc et Nadir comprennent très vite que pour décider si une propriété est vraie ou fausse, ils doivent déplacer des points de la figure. Dans la première figure qu'ils explorent, la figure bleue (1), ils déplacent les points D et E et cela leur suffit pour conclure sur les deux propriétés demandées. Ils essayent de déplacer d'autres points comme le point B, mais comme ils sont punaisés, ils ne peuvent pas être déplacés. Dans les deux figures suivantes, la verte (2) et la rose (3), ils ne déplacent que le point D. Ils n'explorent pas d'autres points déplaçables de la figure et bien que leurs réponses soient vraies, leur exploration reste très limitée. Ils utilisent donc le schème de « déplacement pour valider une conjecture/propriété » seulement sur un ensemble incomplet de points et n'utilisent pas le schème d'usage de « recherche des points qui bougent ».

Il aurait fallu une intervention de l'enseignant pour leur montrer que la propriété « (FG) et (BC) parallèles ? » dans la figure rose (3) ne peut être invalidée que par le déplacement du point A.

V.5 « Construire la symétrie »

Pas de trace écrite des réponses données par Loïc et Nadir dans cette situation.

Loïc et Nadir commencent par tracer une droite (d) et placer un point m qui n'appartient pas à (d).

Loïc : Construis le symétrique... C'est quoi le symétrique ? C'est quoi la symétrie déjà ? C'est quoi déjà une symétrie axiale... Le symétrique

L'observateur : Cherche un petit peu...

Ils trouvent tout de suite l'outil « Symétrie axiale », ils cliquent sur le point m qui se met à clignoter, puis ils cliquent sur la droite et le symétrique de m apparaît. Ils le nomment m'.

L'observateur : Ah! Qu'est-ce que t'as fait ?

Loïc : J'ai fait le point symétrique...

L'observateur : Maintenant ils te disent « Déplace le point M »

Ils attrapent le point m et ils le déplacent, d'abord en passant m d'un côté et de l'autre de la droite (d), puis en restant dans un même côté, en déplaçant le point parallèlement à la droite (d). Ils utilisent un déplacement assez large du point m, ce qui est à noter car au début, les élèves déplacent sur une petite zone.

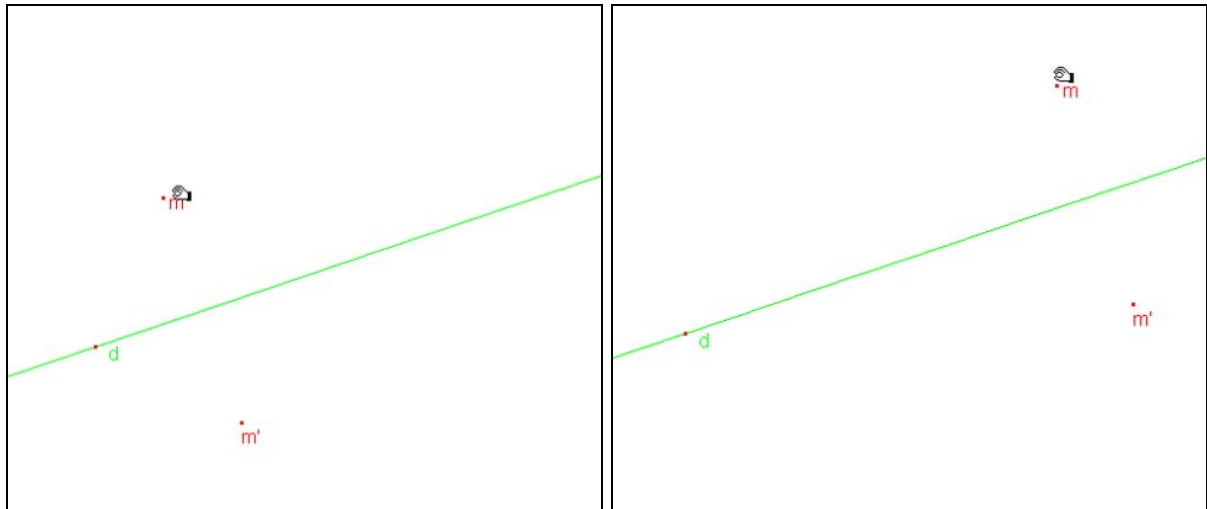


Figure 279. Déplacement du point m , assez large, pour analyser les variations de m et m'

L'observateur : Qu'est-ce qui se passe quand on déplace le point m ?

Loïc : m' il se déplace... pareil!

Ils attrapent m et ils le rapprochent de la droite (d). Puis il continue à le déplacer parallèlement à la droite (d).

L'observateur : Déplace la droite maintenant...

Ils attrapent la droite (d) et ils déplacent lentement la droite.

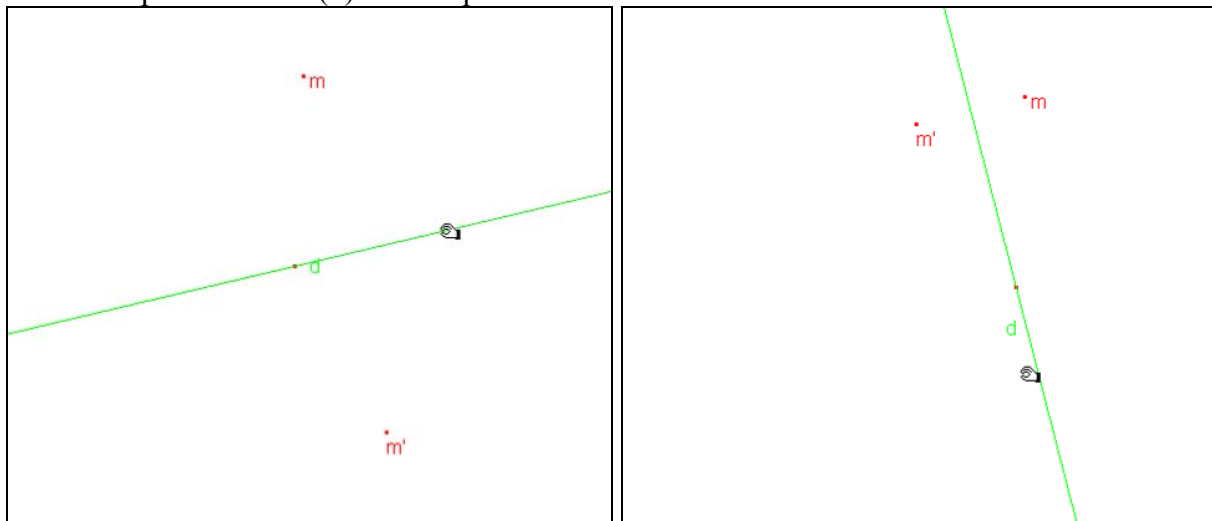


Figure 280. Déplacement de la droite (d) pour analyser les variations de m , m' et (d)

Loïc : **Ben ça reste quand même symétrique...**

Loïc constate donc la conservation de la symétrie.

Loïc essaye de déplacer le point m' .

L'observateur : Et le m' ?

Loïc : On peut pas le bouger...

L'observateur : A ton avis pourquoi tu peux pas le bouger ?

Loïc : Parce qu'il est accr, comme s'il était accroché au point m

On voit donc comment Loïc commence à construire l'invariant opératoire de dépendance des points m et m' .

Loïc : Déplace le point m ... pour que les points...

Loïc attrape le point m et il le déplace pour que les points m et m' soient confondus sur la droite (d). Puis il reprend m , il le déplace en s'éloignant de la droite (d) et il réessaye de les confondre.

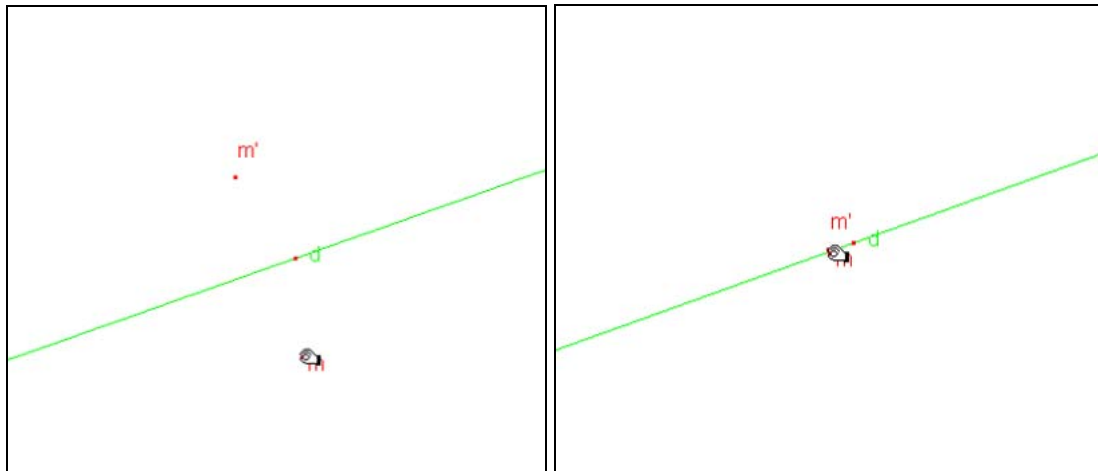


Figure 281. Déplacement du point m pour que m et m' soient confondus

Ils attrapent le point m et ils le déplacent pour qu'ils ne soient plus confondus et ils tracent la droite (mm').

Loïc attrape et déplace d'abord le point m , mais Loïc remarque quelque chose de particulier. Il fait une conjecture.

Loïc : Attends!

Il attrape la droite (d) et il la déplace en faisant varier la direction de la droite (d) et de (mm'), afin de valider sa conjecture ; puis il attrape à nouveau (d) et il la déplace de sorte que la droite (d) soit horizontale, et que (mm') soit donc verticale.

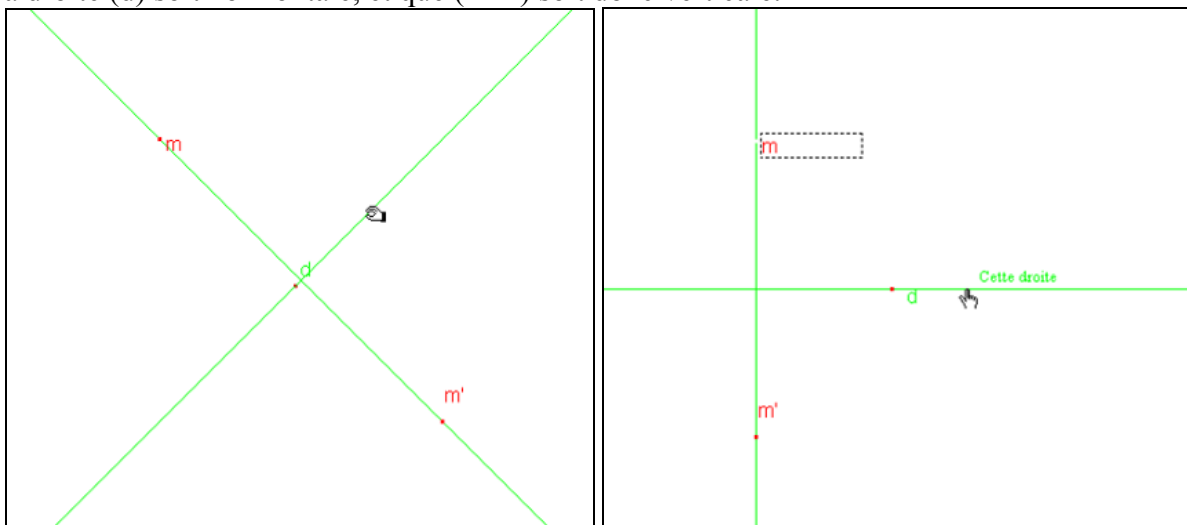


Figure 282. Loïc construit le schème de « vérification que deux droites sont perpendiculaires »

Loïc : C'est perpendiculaire, oui!

Ici, Loïc fait donc d'abord la conjecture « les droites (d) et (mm') sont perpendiculaires », alors pour valider sa conjecture, Loïc utilise le déplacement pour mettre la figure dans une position particulière qui lui permet de la valider visuellement. Il construit alors le schème de « vérification que deux droites sont perpendiculaires ». Ce schème repose sur le concept-en-acte de perpendicularité « deux droites horizontale et verticale sont perpendiculaires ».

Nadir : Tu marques quoi ?

Loïc : Ils sont... perpendiculaires...

Loïc construit le point d 'intersection de (mm') et (d), il l'appelle i .

Nadir : Bouge le point i !

Il essaye de le bouger mais comme il n'arrive pas, alors il attrape le point m et il le déplace.

Nadir : Non le point i !

Nadir n'a donc pas construit le théorème-en-acte : « un point construit n'est pas attrapable ».

Mais Loïc continue à déplacer le point m , puis il attrape la droite (d) et il la déplace.

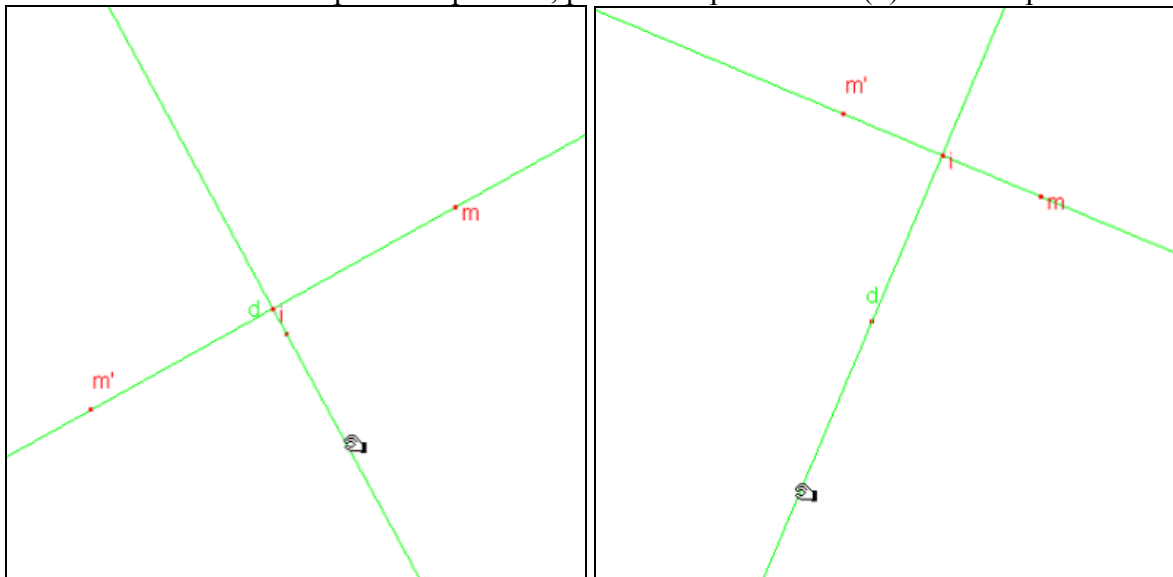


Figure 283. Déplacement de la droite (d) pour constater les variations de I

Nadir : Et le point i ...

Loïc : On ne peut pas le bouger...

Il lui montre en essayant de l'attraper et le déplacer. Loïc a donc construit ce théorème-en-acte puisqu'il peut l'expliquer à Nadir, sans essayer de bouger le point i .

Nadir : i ...

Loïc : i reste...

Nadir : reste... reste...

Loïc : accroché...

Ils remarquent donc l'impossibilité de déplacer i , mais ils ne le caractérisent pas géométriquement.

Nadir attrape le point m et il le déplace.

Loïc : Attends! Mais non, mais faut rien faire! Faut faire sur le cahier!

Nadir : Faut faire quoi ?

Loïc : Faut faire ce qu'on a fait mais sur le cahier!

Nadir et Loïc construisent sur leur cahier le symétrique de M par rapport à une droite (d) .

L'enseignant : Alors il me manque quelque chose là. Cette longueur-là c'est la même que celle-là tu m'as dit ? Pourtant là ça me paraît plus petit...

Nadir : Je, j'ai pas mesuré!

L'enseignant : Eh ben mesure! Tu peux mesurer c'est fait exprès! Et normalement il doit y avoir un angle, on montre que ça reste bien droit! Donc tu dois avoir un angle droit aussi que tu codes!

Nadir : Au bout de combien de centimètres t'as fait ?

Loïc : Là 3 et là 3...

Ils utilisent donc l'équidistance dans leur construction.

Dans Cabri, ils doivent construire le symétrique d'un point N par rapport à (d) , sans utiliser l'outil « Symétrie axiale ». Loïc et Nadir placent donc un point n qui n'appartient pas à (d) .

Loïc regarde ce que fait le binôme à côté.

Le binôme à côté de Loïc et Nadir, Michel et Maeva, ont identifié l'équidistance de M et M' à (d) et la perpendicularité de (MM') et de (d) dans la première phase. Dans leur construction dans Cabri du symétrique de N sans l'outil du logiciel, ils utilisent d'abord la

perpendicularité pour le tracé du symétrique de N. Puis, l'enseignant et l'observateur les guident un peu et ils arrivent à utiliser l'outil « Cercle » pour construire le symétrique de N correctement.

Pendant qu'ils discutent avec l'enseignant et l'observateur, Loïc observe leur construction :

Loïc leur dit : Mais c'est pas perpendiculaire! C'est symétrique! Symétrique de m... Alors là j'ai rien compris...

Cette remarque de Loïc explicite qu'il pense que « on peut construire avec un seul outil le symétrique ».

Une fois qu'ils ont réussi, Loïc applique directement la stratégie utilisée par Michel et Maeva :

Loïc : Merci Michel!

Il commence donc par construire la perpendiculaire à (d) passant par n.

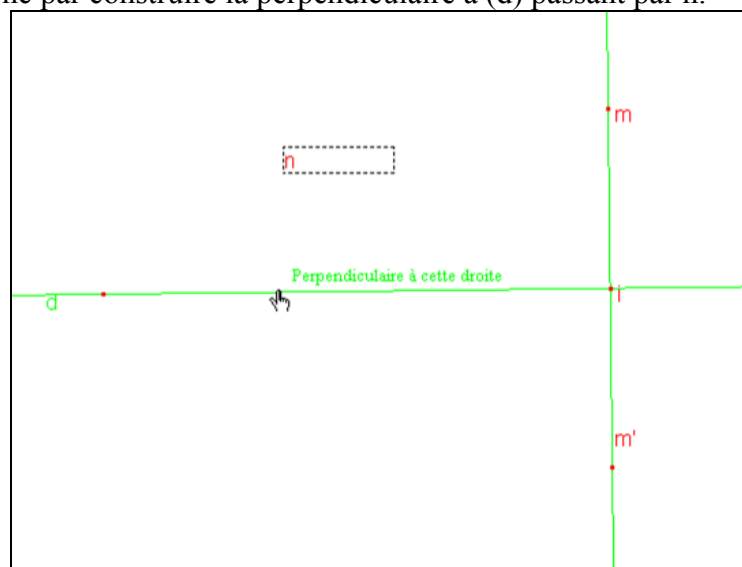


Figure 284. « Perpendiculaire à cette droite » ((d)) et passant par n où il a déjà cliqué

Puis il construit le cercle de centre le point d'intersection de la perpendiculaire tracée avec la droite (d), et qui passe par n.

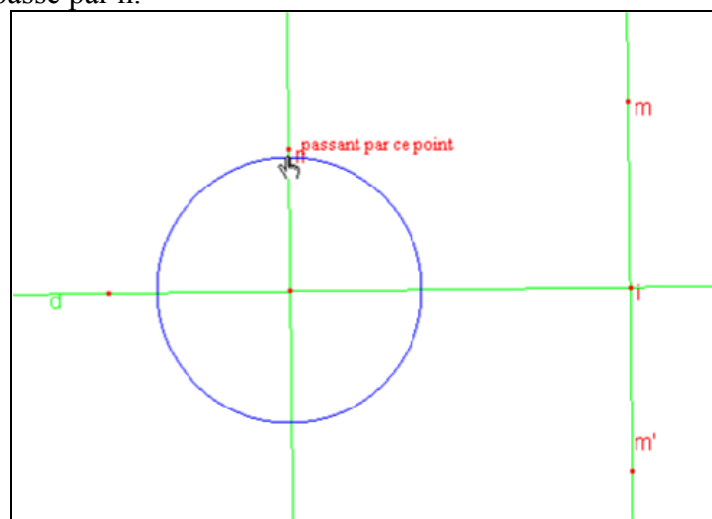


Figure 285. Il construit le cercle de centre le point d'intersection de (d) et la perpendiculaire à (d) passant par n, et passant par n

Puis il place un point à l'intersection de la perpendiculaire passant par n et du cercle et il nomme ce point n' .

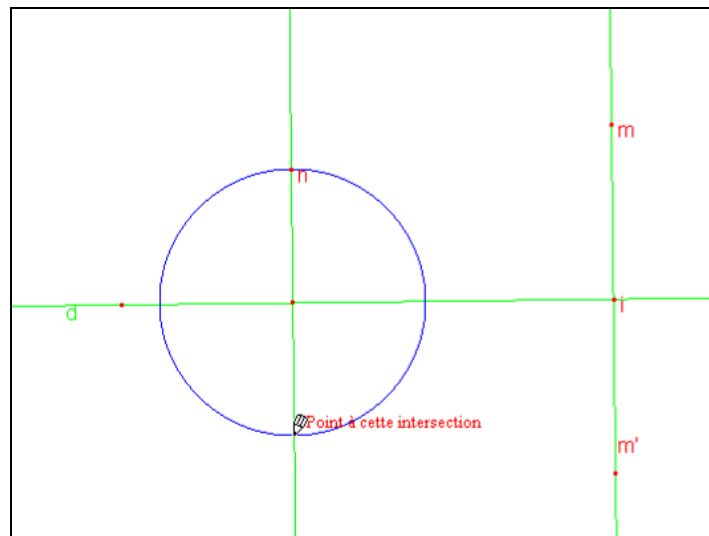


Figure 286. Il construit le point d'intersection : il obtient n'

Il ne déplace ni n , ni (d) pour valider sa construction. L'enseignant valide leur construction sans utiliser le déplacement.

Cela montre que le schème de « déplacement pour valider une construction » n'est pas présent chez eux quand il s'agit de valider leur propre construction.

Loïc et Nadir n'ont pas identifié l'équidistance de m et m' à la droite (d) ni identifié i comme milieu de $[mm']$, mais ils ont identifié la perpendicularité de (mm') et de (d) . Lorsqu'ils identifient la perpendicularité, les droites (d) et (mm') ne sont pas verticale/horizontale, alors pour valider leur conjecture, ils attrapent la droite (d) et ils font varier la direction des deux droites en les mettant en position verticale/horizontale. Ce schème, de vérification que deux droites sont perpendiculaires par déplacement, s'appuie d'une part sur le concept-en-acte que les droites perpendiculaires sont verticales et horizontales et d'autre part sur une particularité du logiciel qui est celle que si on met les droites verticales/horizontales, elles seront lisses et il n'y aura pas de sauts de pixels.

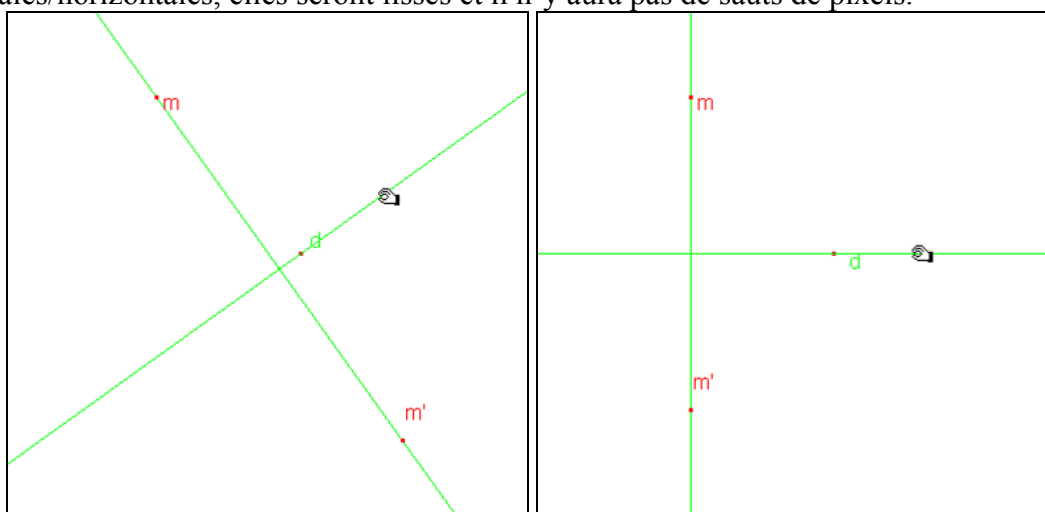


Figure 287. Déplacement de la droite (d) pour que les deux droites soient horizontale et verticale (elles sont lisses)

Malheureusement, il n'y a pas de phase d'essai et erreur dans leur construction du symétrique de N sans l'outil du logiciel puisqu'ils ont simplement refait ce qu'ont fait leurs voisins. Nous n'avons donc pas obtenu d'informations sur leur propre démarche. En revanche, Loïc a su répéter la construction faite, ce qui est un signe d'une certaine compréhension du processus de construction.

V.6 « Rectangles à compléter »

Dans cette situation, Loïc et Nadir vont utiliser une unique stratégie : la construction de droites perpendiculaires, bien qu'ils aient parfois des problèmes à utiliser cet outil.

Ils commencent par le rectangle bleu (1), en essayant d'utiliser l'outil « Symétrie axiale », mais ils n'arrivent pas à l'utiliser dans leur construction. Alors ils essaient avec un autre outil, ils choisissent l'outil « Droite perpendiculaire » et ils construisent la perpendiculaire au côté incomplet $[Ey]$, passant par un point appartenant à $[Bx]$.

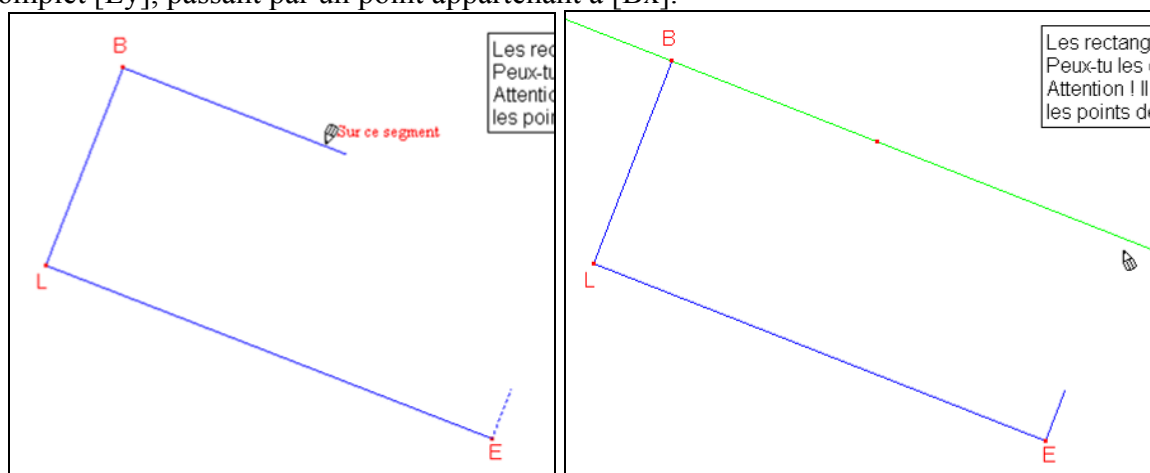


Figure 288. Tracé de la perpendiculaire à $[Ey]$ et passant par un point appartenant à $[Bx]$

Ils essaient de tracer la droite passant par E, utilisant l'outil « Droite perpendiculaire », mais ils cliquent comme avant, sur $[Ey]$ puis sur la droite qui passe par B, alors ils obtiennent la même droite que précédemment et elles se superposent. Le schéma d'usage du tracé de la perpendiculaire est incorrect.

Ils essaient une nouvelle fois, mais cette fois ils cliquent d'abord sur la droite passant par B, puis sur $[Ey]$ et ils obtiennent la droite qu'ils cherchaient.

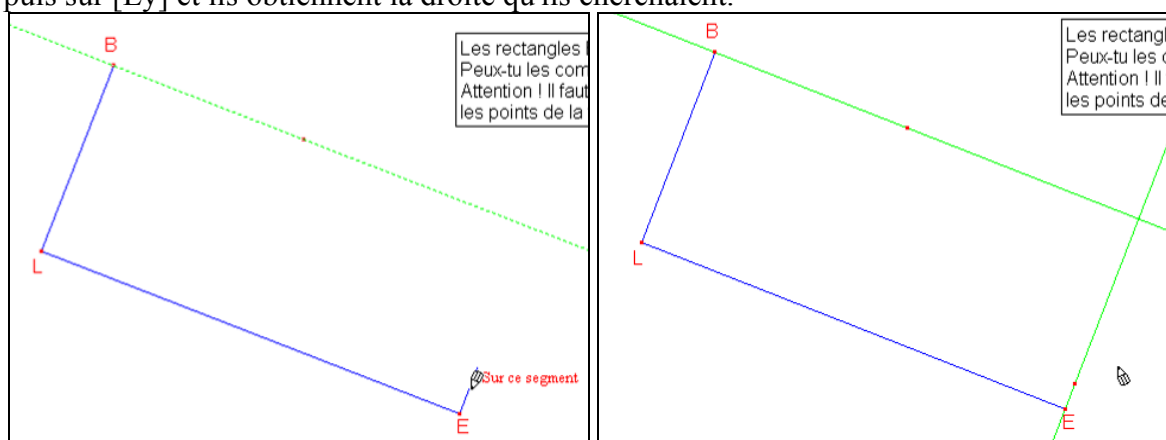


Figure 289. Tracé de la perpendiculaire la droite tracée précédemment et passant par un point appartenant à $[Ey]$

Ils placent un point à l'intersection des deux droites, ils tracent les segments de ce point à E et de ce point à B, ils les colorent en bleu et ils cachent les droites tracées. Puis ils attrapent le point E et ils le déplacent pour valider leur construction. Ils ne valident pas en déplaçant le point L ou B.

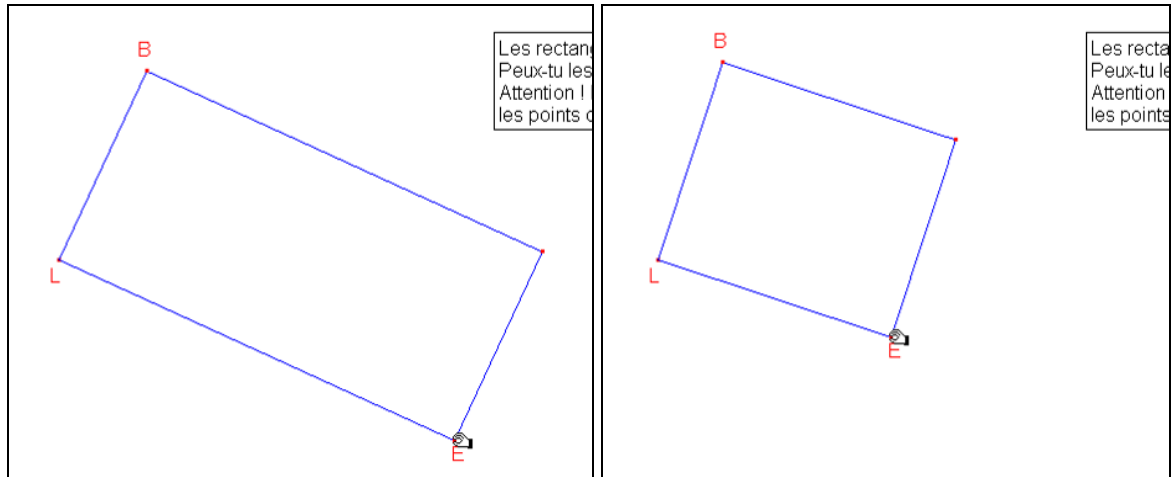


Figure 290. Ils déplacent le point E pour valider leur construction

Ils continuent alors avec le rectangle rose (2). Ils prennent l'outil « Droite perpendiculaire ». Ils cliquent d'abord sur S, « Par ce point », puis ils cliquent sur [Rx], « Perpendiculaire à ce segment », et ils obtiennent la perpendiculaire à (OS) passant par S.

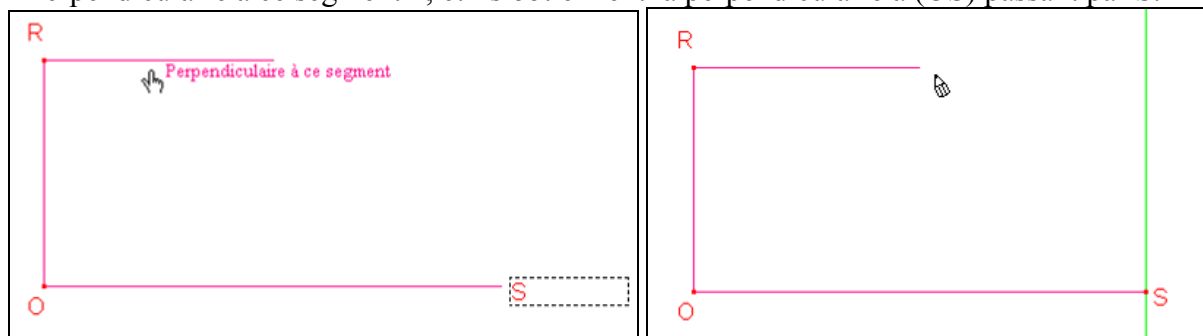


Figure 291. Tracé de la perpendiculaire au segment [Rx] et passant par S

Puis ils hésitent : ils ne savent pas s'ils doivent cliquer d'abord sur [Rx], « Perpendiculaire à ce segment », ou cliquer d'abord sur la droite qui vient juste d'être tracée, « Perpendiculaire à cette droite ». Finalement ils cliquent sur [Rx], puis sur la droite, mais ils obtiennent la même droite.



Figure 292. Tracé de la perpendiculaire à [Rx] et passant par un point appartenant à la droite perpendiculaire à [OS] passant par S

Ils recommencent en cliquant cette fois d'abord sur la droite perpendiculaire passant par S, « Perpendiculaire à cette droite » (à la droite passant par S), puis sur [Rx], « Sur ce segment » (passant par un point appartenant à ce segment), et ils obtiennent la perpendiculaire à (OR) passant par R.

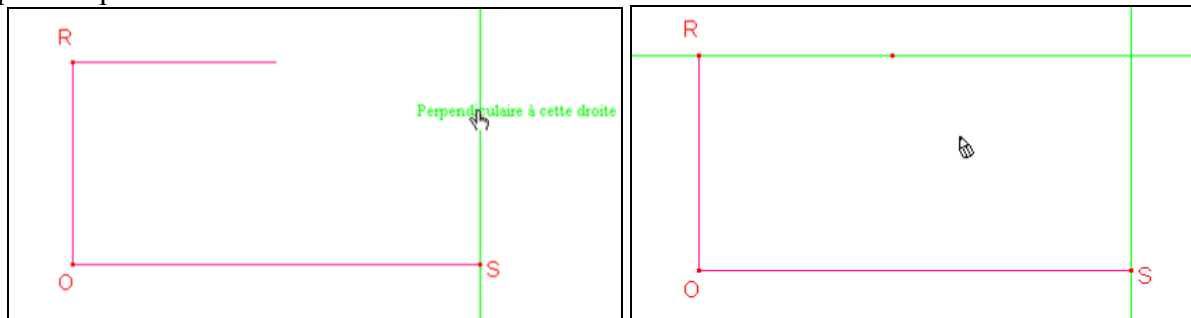


Figure 293. Tracé de la perpendiculaire à la droite perpendiculaire à [OS] passant par S et passant par un point appartenant à [Rx]

Ils utilisent la même procédure que dans la figure bleue (1) : ils placent le point d'intersection des deux droites, ils construisent les segments reliant R et S à ce point, ils colorent les segments et ils cachent les droites.

Ils attrapent le point S et ils le déplacent pour valider leur construction.

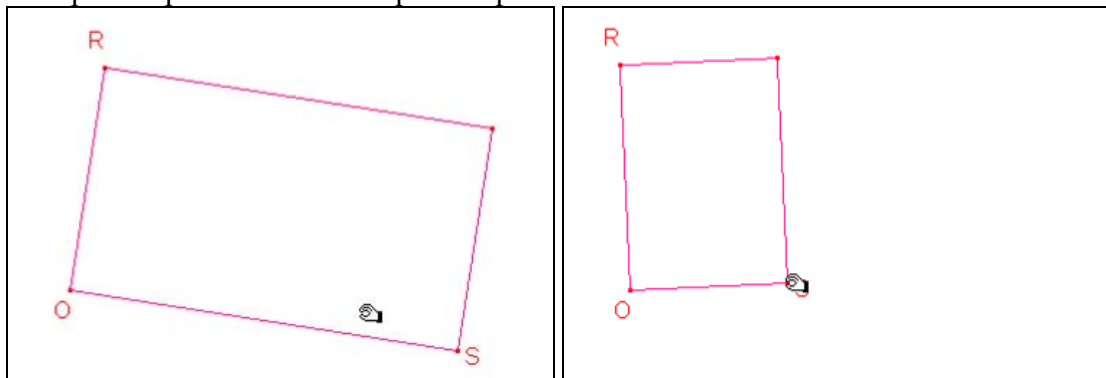


Figure 294. Ils déplacent le point S pour valider leur construction

Ils nomment **j** le quatrième sommet du rectangle bleu (1) et **p** le quatrième sommet du rectangle rose (2).

Ils continuent avec le rectangle noir (3). Ils prennent l'outil « Droite perpendiculaire », ils cliquent d'abord sur le segment [NO], puis ils cliquent sur le segment [OI] et ils obtiennent la droite (OI). Ils effacent cette droite.

Ils reprennent l'outil « Droite perpendiculaire », ils cliquent sur le segment [OI], puis sur le point I et ils obtiennent la droite perpendiculaire à (OI) passant par I.

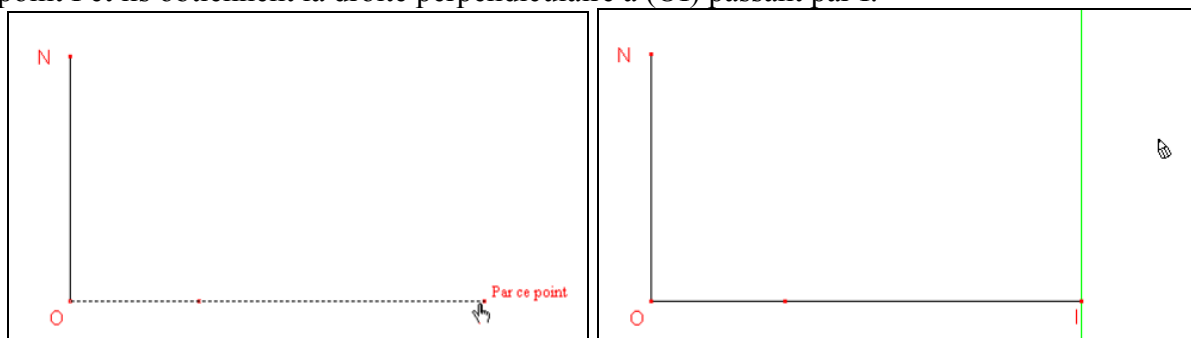


Figure 295. Tracé de la perpendiculaire à [OI] passant par I

Puis, ils cliquent sur [ON], puis sur N et ils obtiennent la perpendiculaire à [ON] passant par N. Ils placent le point d'intersection des deux droites, ils tracent les segments de ce point à N et de ce point à I, ils cachent les droites, colorent les segments en noir et nomment le quatrième sommet **m**. Ils ne valident pas leur construction par déplacement. Ceci peut être dû au fait qu'ils sont sûrs de la validité de leur construction, comme ils l'avaient fait dans « Construire le symétrique ».

Ils finissent avec la figure verte (4). Avec l'outil « Droite perpendiculaire », ils construisent (d), la perpendiculaire au segment [VE] passant par E, et (d'), la perpendiculaire à [VE] passant par V.

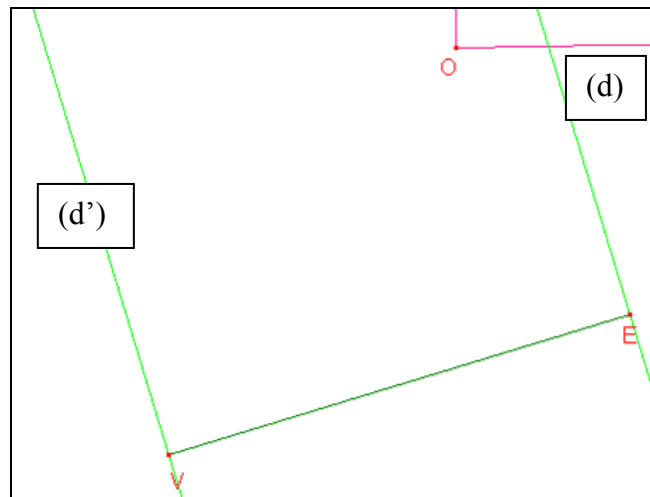


Figure 296. Ils commencent par tracer la perpendiculaire à [VE] passant par E, (d), et la perpendiculaire à [VE] passant par V, (d')

Puis, ils hésitent à cliquer sur (d'). Après un moment de réflexion, ils cliquent sur (d) et sur le segment [VE], alors ils obtiennent (VE). Ils l'effacent.

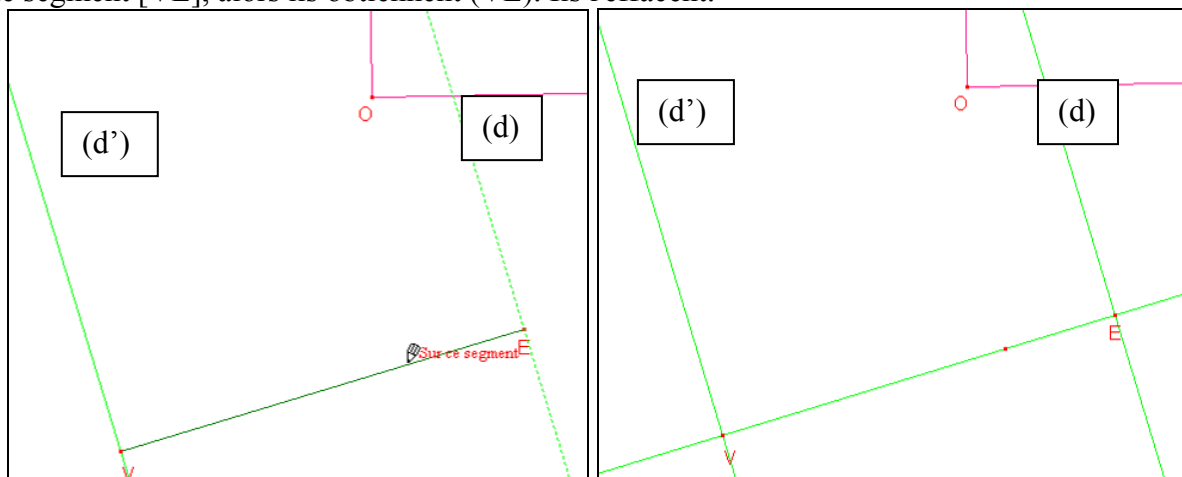


Figure 297. Perpendiculaire à (d) passant par un point appartenant à [VE], ils obtiennent (VE)

Loïc : Alors, comment faire...

Ils construisent un segment sur la droite (d), à partir de E.

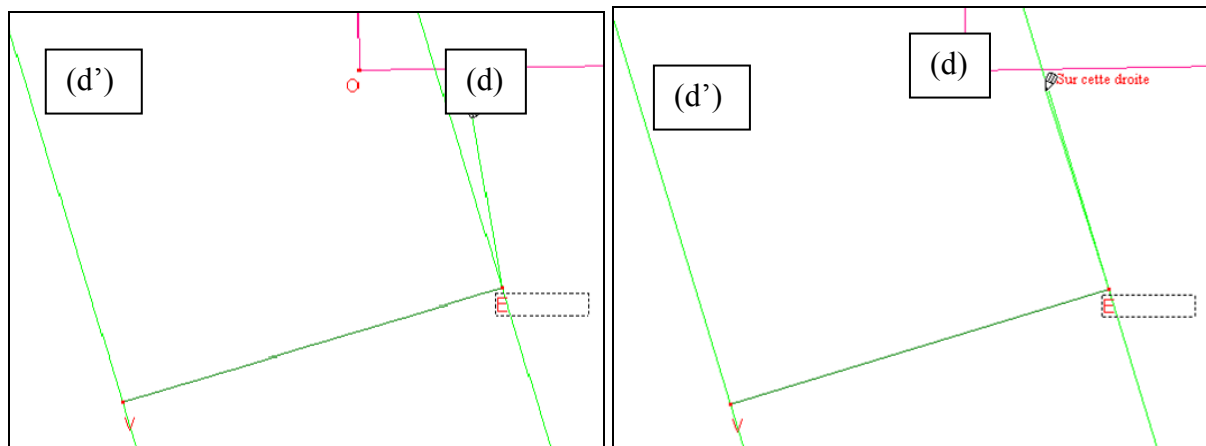


Figure 298. Tracé d'un segment sur (d) à partir de E

Puis Loïc commence à construire un segment sur (d') partant de V, mais Nadir lui dit de ne pas le faire comme ça alors il arrête.

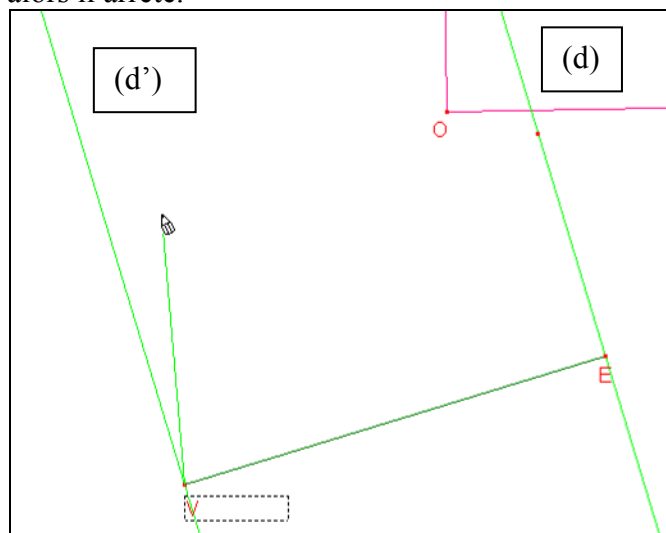


Figure 299. Loïc commence à tracer un segment « au jugé » sur la droite (d')

Loïc prend l'outil « Droite perpendiculaire », il clique sur la droite (d), puis il hésite. Il recommence, il prend l'outil, il clique sur « Segment » cette fois-ci, puis sur l'extrémité du segment placé sur (d), et ils obtiennent la perpendiculaire voulue.

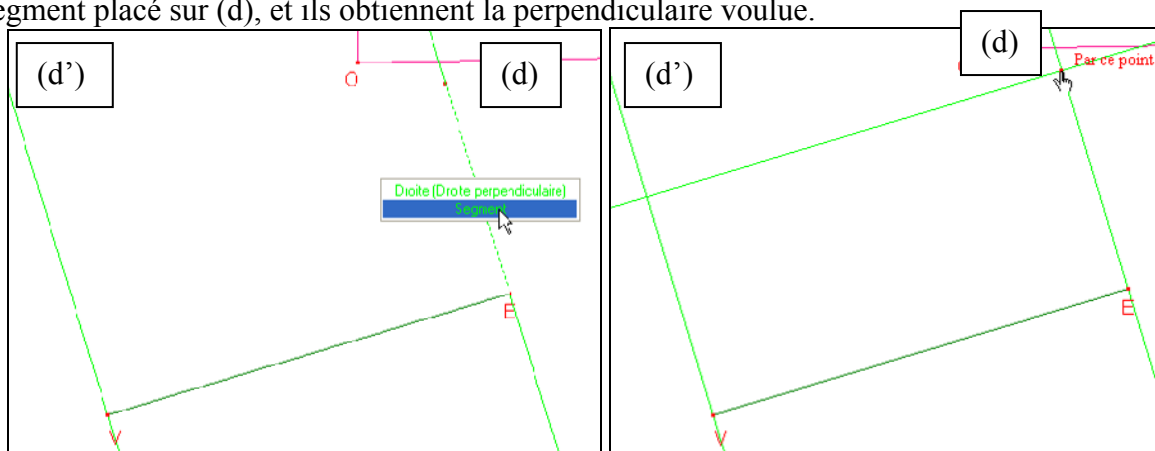


Figure 300. Tracé de la perpendiculaire au segment sur la droite (d), passant par l'extrémité du segment

Ils placent le point d'intersection de (d') avec cette perpendiculaire, ils l'appellent **u**, et **i** le point d'intersection de (d) et de la perpendiculaire. Ils tracent les segments [Vu], [Ei] et [iu], et ils cachent les droites.

L'enseignant vient voir leur construction :

L'enseignant : Ben moi je crois pas trop ce que je vois, j'aime bien voir des figures (...) des figures, puis vous m'expliquez pourquoi vous avez fini, pourquoi elle sont justes... Faut nous justifier, faut nous convaincre que ce sont bien des rectangles! Le premier je voudrais être sûr que c'est un rectangle!

Alors ils prennent l'outil de mesure d'angles et ils mesurent les quatre angles dans chaque figure. Ils obtiennent 90° partout. Ils valident donc leurs constructions par la mesure des angles. Peut-être parce que déplacer n'est pas une justification mathématique et que l'enseignant leur a demandé une justification qui convainque.

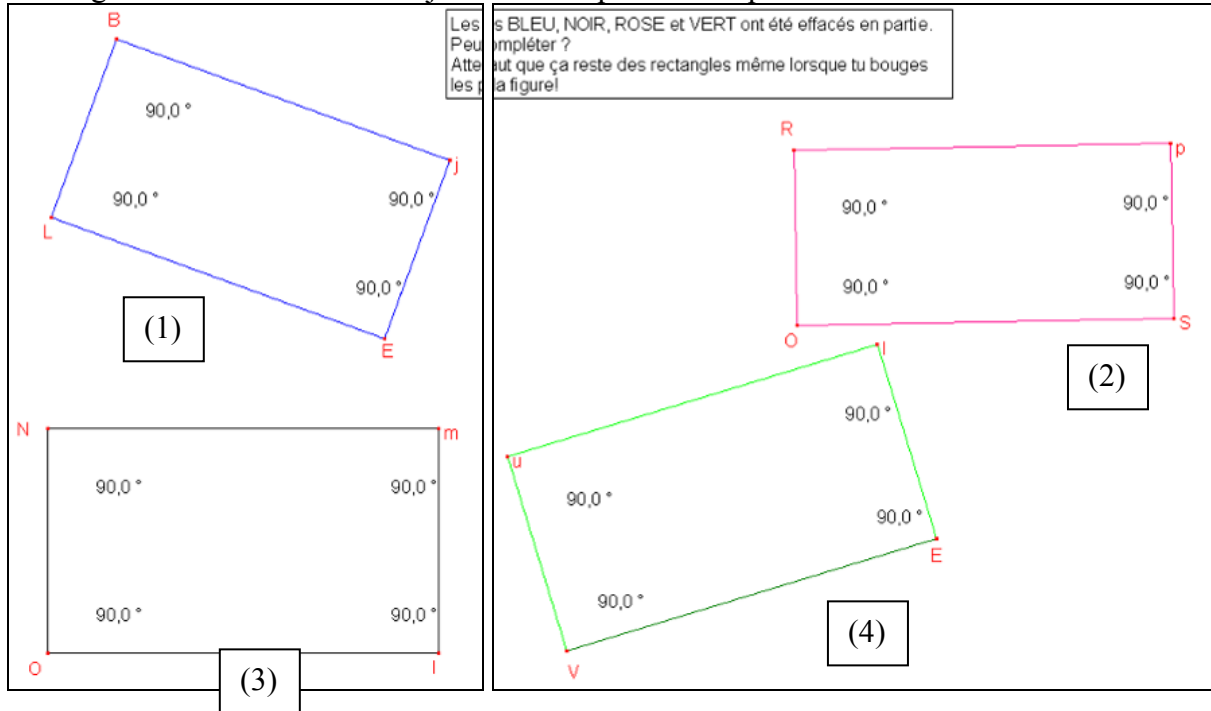


Figure 301. Loïc et Nadir mesurent les quatre angles dans les quatre figures

Nadir : Bouge-les maintenant!

Loïc attrape le point **i** dans le rectangle vert (4) et il le déplace. Puis il attrape le point **V** et il le déplace.

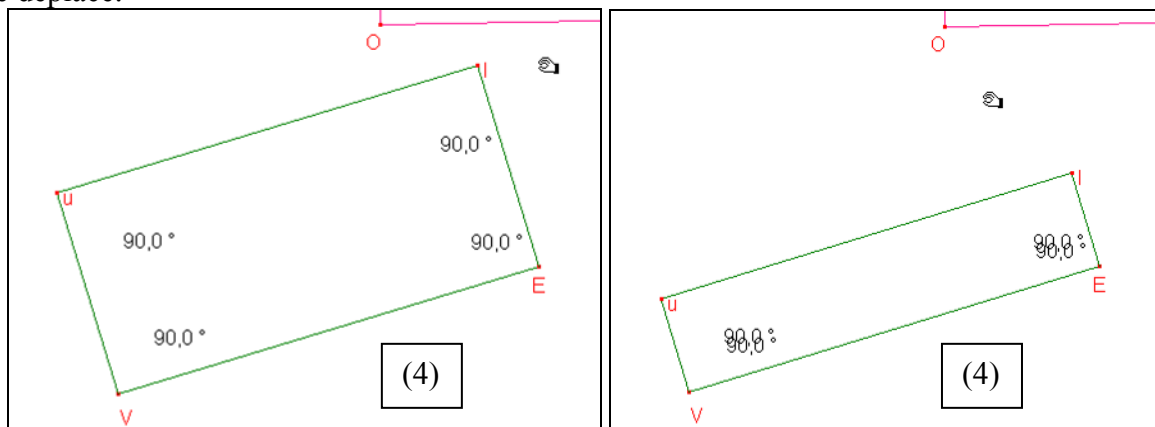


Figure 302. Ils déplacent le point **i** pour valider la conservation des angles dans leur construction

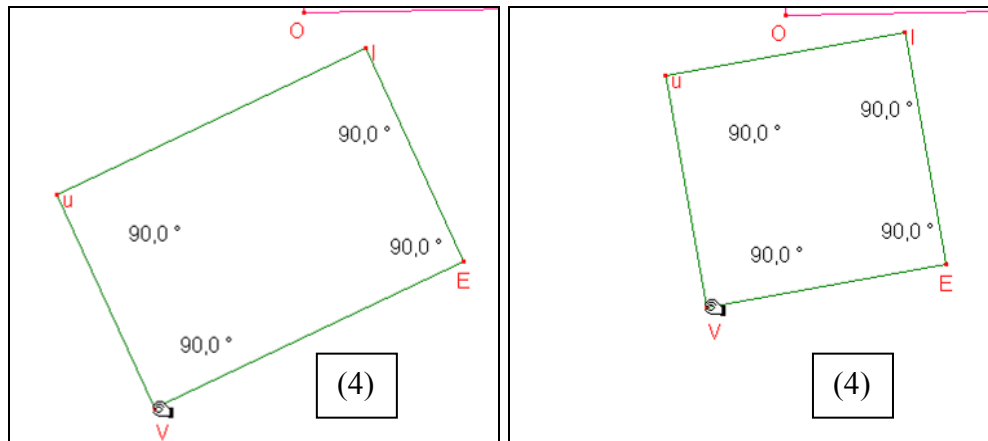


Figure 303. Ils déplacent aussi le point V pour valider leur construction

Ils attrapent le point R dans le rectangle rose (2) et ils le déplacent, puis le point O.

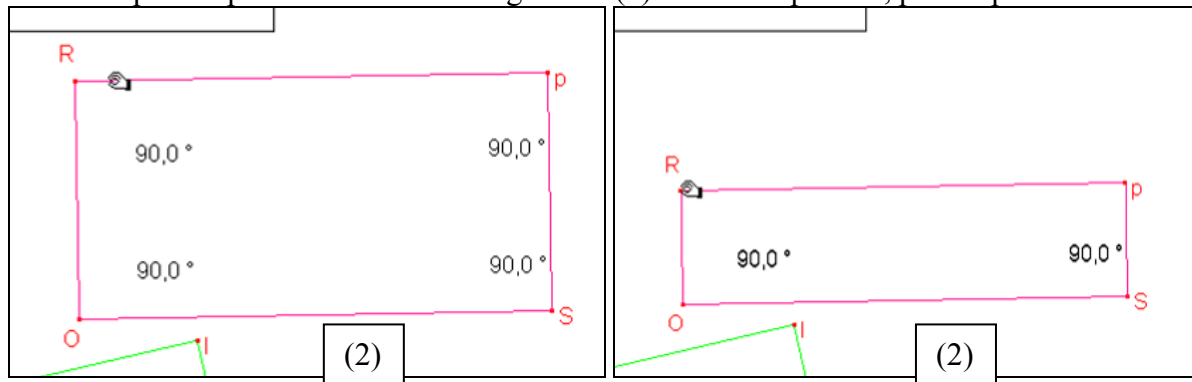


Figure 304. Ils déplacent le point R dans la figure rose (2)

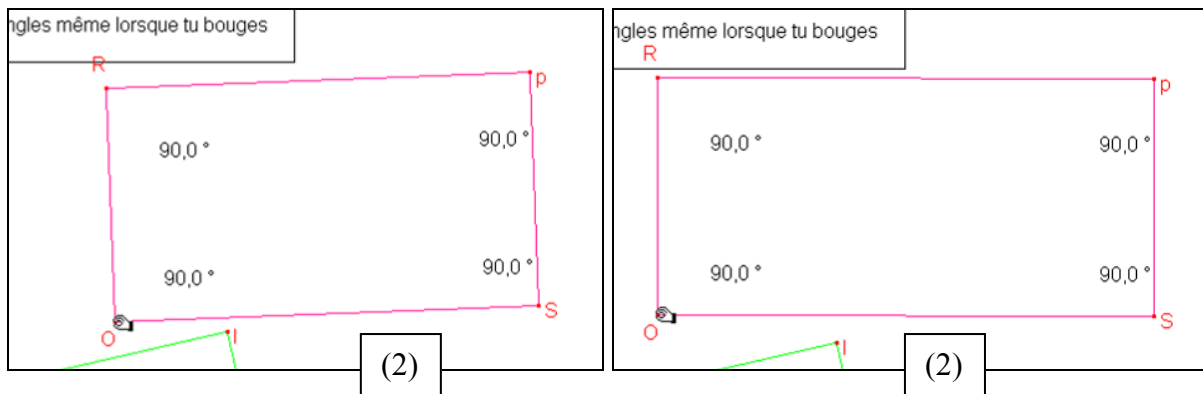


Figure 305. Ils déplacent le point O dans la figure rose

Ils ont recours ici au « déplacement pour valider une construction » assisté par la mesure. Pour eux, ce déplacement est plus fort que le seul déplacement, car la mesure donne explicite la propriété caractéristique du rectangle. C'est en fait le résultat de la conjonction des schèmes de Nadir et Loïc, puisque Loïc seul n'aurait pas déplacé.

Loïc et Nadir réussissent donc à construire les quatre rectangles correctement. Dans le rectangle bleu (1), ils n'utilisent pas la stratégie attendue, en prolongeant les côtés par la construction d'une droite ou d'une demi-droite passant par un point appartenant au côté incomplet, mais dès le début, ils ne construisent que des droites perpendiculaires. Cependant, ils ont des problèmes avec l'utilisation de l'outil, puisqu'ils se trompent plusieurs fois au

moment de cliquer sur un segment et ils finissent par construire des droites parallèles qui se superposent.

Dans les deux premiers rectangles, le bleu (1) et le rose (2), ils utilisent le déplacement pour valider leur construction une fois qu'ils ont fini, mais dans le rectangle noir (3) et le vert (4), ils ne l'utilisent plus. Ils supposent que leur stratégie, puisqu'elle ne change pas, doit être correcte dans les autres constructions.

Finalement, lorsque l'enseignant leur demande de justifier de façon à ce qu'elle soit convaincue que ce sont bien des rectangles, ils passent par la mesure des quatre angles dans chaque figure. Ils obtiennent des angles de 90° et Loïc valide leurs constructions de manière statique. Nadir demande à Loïc de déplacer les figures et les angles droits se conservent.

Lors de l'exploration de Géo, Loïc et Nadir ont déplacé et essayé de déplacer presque tous les points de la figure, ils ont de plus essayé de déplacer toutes les formes globales. Lorsqu'ils ont compris quels effets pouvaient être obtenus à partir d'un déplacement spécifique, ils ont contrôlé les points qu'ils déplaçaient pour donner à Géo une forme ou une orientation particulière. Ceci montrait déjà un début d'appropriation du déplacement très riche et productif.

Dans la situation « Sur quel objet ? », Loïc était l'élève émetteur et Nadir le récepteur. Loïc a pu construire le schème de visualisation de la trajectoire d'un point par déplacement. Il a identifié la trajectoire des points et il les a caractérisés géométriquement en fonction des points bleus de manière très précise dans ses messages, bien que dans la construction de la droite et de la demi-droite il utilise les points mobiles. Il a construit le schème de « vérification que la trajectoire passe par un point » pour caractériser la droite décrite par le point vert.

Dans la situation « Toujours/parfois vrai », Loïc et Nadir utilisent dès le début le déplacement pour décider si les propriétés sont vraies ou fausses. Ils identifient les invariants dans les trois figures correctement, bien que leur exploration des points déplaçables soit très limitée, puisqu'ils déplacent les points D et E dans la première figure et ils ne déplacent que le point D dans les deux autres. Il aurait donc fallu mettre en défaut leur stratégie en les faisant travailler sur une propriété qui ne puisse être invalidée que par le déplacement du point A. Il n'ont donc pas construit le schème d'usage de « recherche des points qui bougent », ni la règle d'action du schème « déplacer pour valide » : déplacer **tous** les points de la figure pour vérifier que les propriétés se conservent au cours du déplacement.

Dans « Construire le symétrique », Loïc fait la conjecture que « les droites (d) et (mm') sont perpendiculaires » et pour valider sa conjecture, il met en œuvre le schème de vérification que deux droites sont perpendiculaires par déplacement en déplaçant la droite (d) et en les mettant verticale/horizontale. Ce schème s'appuie sur plusieurs invariants opératoires portant sur le fonctionnement des figures en géométrie dynamique et la conservation des propriétés géométriques au cours du déplacement et sur le théorème-en-acte que deux droites verticale/horizontale sont perpendiculaires.

Quant au déplacement pour valider une construction, il est apparu spontanément dans « Pajérond », mais ceci ne les a pas aidés à trouver la stratégie gagnante. Dans la construction des rectangles, ils l'utilisent au début pour valider leur construction, puis une fois qu'ils sont sûrs de leur stratégie, ils ne l'utilisent plus : l'assurance que les propriétés géométriques sont satisfaites garantit pour eux la validité, du moins pour Loïc, et il devient inutile de valider.

Loïc est donc entré dans la géométrie théorique, alors que Nadir n'est pas encore entré. Ceci avait été observé par Rolet (1996) avec des Professeurs des Ecoles en formation.

VI. PHASES COLLECTIVES

VI.1 « Géo »

6^{ème} « A »

Sur l'appropriation du déplacement et comment attraper et déplacer un point :

Cédric : On peut le faire bouger

L'enseignant : Chloé, tu écoutes Mounir, c'est lui qui dit ce que tu fais. Après si tu as une idée tu l'écris, tu le feras toi. Mounir vas-y!

Mounir : Sur la pointe du chapeau, ben on clique sur le point et on peut le faire tourner.

Chloé : Sur la pointe du chapeau ?

L'enseignant : Débrouille-toi avec ce qu'il te dit!

Chloé clique sur « la pointe du chapeau », le sommet du grand triangle qui relie le chapeau au pompon ; elle n'essaye pas vraiment de l'attraper et de le déplacer.

L'enseignant : Alors si sa consigne n'est pas assez précise, levez la main, essayez de les aider! Je n'interviens pas. Ambre

Ambre : Il faut mettre la flèche sur le centre du rond du chapeau, là-haut...

Mais Ambre doit lui répéter :

Ambre : Il faut que tu mettes la flèche, tu cliques sur le centre du point là... du chapeau, sur le centre...

Chloé : Du cercle ?

Ambre : Oui!

L'enseignant : Eh ben vas-y, tu essaies!

Chloé clique sur le centre du petit cercle du pompon comme Ambre lui a dit mais elle ne l'attrape, ni ne le déplace. Elle clique une fois de plus et rien ne se passe.

L'enseignant : Elle a cliqué... On a toujours un petit souci technique, hein ? Peut-être vous allez trouver une solution je pense. Carl!

Carl : Faut rester appuyé

L'enseignant : Faut rester appuyé, et oui, il faut rester pour que quand tu appuies comme ça, tu te transformes en main!

Chloé laisse la souris appuyée, le pointeur se transforme en main et elle commence à déplacer le centre du petit cercle.

Explicitation par l'enseignant d'un schème gestuel pour attraper un point qui ne va pas de soi pour les élèves.

Ce qu'on déplace et ce qu'on observe :

L'enseignant : Allez ma fille! Et qu'est-ce que tu regardes pendant que tu fais ça Chloé, ce coup-ci tu peux nous le dire! Qu'est-ce que tu observes quand tu fais bouger comme ça ?

Chloé : J'observe... le, le trait...qui bouge, enfin, le cercle...

L'enseignant : Oui le cercle qui bouge, le pompon on pourrait dire, le trait. Bon André tu dis quoi toi ?

André : La main

L'enseignant : On peut observer la main hein, la main qui saisit, qui permet de faire bouger. Est-ce que quelqu'un a une autre idée de ce qu'on pourrait essayer de faire bouger ? Et puis me dire ce qu'on regarde aussi! Allez on va changer, cette fois ce sera Alex qui manipulera. Qui peut lui dire ce qu'il essaie ? Cédric!

Cédric : Sinon il peut baisser la tête... enfin...

Alex attrape le grand cercle et il translate Géo pendant que l'enseignant parle.

L'enseignant : Baisser la tête. Baisser la tête mais en faisant quoi ?

Alex arrête de déplacer Géo et il essaye d'attraper et de déplacer le point de tangence du grand cercle et du grand triangle pendant que Cédric essaye d'expliquer ce qu'il veut dire.

Cédric : Ben sur un point... du, du rond... Ben il peut cliquer, il peut l'agrandir, il peut rétrécir.

L'enseignant : Voilà, exactement! T'as été très précis! Il t'a dit d'attraper quoi Alex, il t'a dit d'attraper ?

Alex : Un, un, un, un point ?

L'enseignant : Un point du rond et de regarder quoi ?

Alex : La main et...

L'enseignant : La main et puis...

Alex : Et puis... Le, le point ?

L'enseignant : Oui le point, ben tu regardes pas que le point quand tu le déformes comme ça ?

Alex : Ben lui je regarde la tête

L'enseignant : Oui tu regardes la tête, juste avant on regarde quoi ? Une dernière proposition après vous travaillerez vous

Kora : On peut agrandir ou rétrécir la bouche

L'enseignant : On peut agrandir ou rétrécir la bouche, est-ce que quelqu'un se souvient comment on fait pour agrandir ou rétrécir ? Quelqu'un que j'ai pas entendu encore, Saïda tu sais ?

Saïda vient manipuler à l'écran l'ordinateur vidéo-projeté. Elle essaye d'abord avec un sommet du trapèze, puis elle attrape l'autre sommet et elle essaye de le déplacer. Comme elle déplace la souris perpendiculairement au segment sur lequel se déplace le point, elle n'arrive pas à le déplacer beaucoup et les changements ne sont pas très visibles.

L'enseignant : Oh ! Celui-là marche pas très bien... Pourtant on a bien la main

L'enseignant intervient alors : elle prend la souris et elle agrandit Géo. Saïda reprend la souris, elle essaye de déplacer à nouveau un sommet du trapèze puis l'autre, elle l'attrape et elle le déplace très doucement et le trapèze se déforme.

L'enseignant : Voilà, là il fait vraiment la tête. Tu le fais sourire un petit peu s'il te plaît ?

Saïda attrape le sommet du trapèze qui permet de le déformer et elle le met de manière à faire Géo sourire.

L'enseignant : Parfait jeune fille! Tu peux retourner à ta place.

6^{ème} « B »

Ils ouvrent le fichier et l'enseignant demande :

L'enseignant : Saïd il fallait faire quoi ?

Saïd : On devait déplacer... Géo

L'enseignant : On devait déplacer Géo. Bon, Maeva elle a la souris en main, qu'est-ce que tu lui proposes de faire ? (secondes de silence) Elle elle ne fait rien toute seule, Maeva tu me laisses la souris, tu l'as dans ta main mais pour l'instant tu ne fais que ce qui t'est dit. Alors Saïd on veut déplacer Géo, qu'est-ce que tu lui fais ?

Saïd : Ben je sais pas... Tourner son nez ?

Maeva essaye d'attraper le triangle du nez mais celui-ci est non attrapable. Elle prend la flèche pour s'assurer de bien pouvoir attraper les points et les déplacer, puis elle attrape le centre du grand cercle et elle agrandit et elle rétrécit Géo, mais elle s'arrête. Elle essaye d'attraper un autre sommet du triangle du nez mais il est non attrapable.

L'enseignant : Alors qu'est-ce que tu peux lui dire mieux peut-être mieux dans ta consigne ? Est-ce que tu lui dis de tourner son nez, alors elle essaye de se débrouiller comme elle peut. Essaye de lui faire une phrase peut-être plus précise, qu'elle comprenne mieux ce que tu veux qu'elle fasse. Propose-lui quelque chose de précis, qu'elle sache ce qu'elle a à faire. (Silence)

L'enseignant : Si ça te vient pas tout de suite, si tu veux tu réfléchis dans ta tête, est-ce que quelqu'un voit ce qu'on pourrait proposer à Maeva d'essayer, de faire ? Essayez de lui faire une phrase un peu précise. Marie!

Marie propose encore de faire bouger le nez. Maeva essaye à nouveau d'attraper et de déplacer le triangle du nez, puis elle essaye avec les sommets du triangle mais à nouveau elle agrandit et rétrécit tout Géo.

L'enseignant : Elle essaie hein, elle vous écoute hein. Mais... peut-être vous n'êtes pas encore précis. Qui peut essayer encore mieux ? Samuel!

Samuel : Ben, au lieu de cliquer sur le, sur le, euh... c'est un triangle, non ? Au lieu de cliquer sur le haut, tu cliques sur les deux du bas, sur un des deux.

L'enseignant : Bon, alors on devient plus précis tu lui dis de cliquer sur un des deux, c'est ça ?

Maeva essaye avec le sommet non attrapable, puis elle attrape et elle déplace un sommet de ce triangle qui permet de faire tourner le nez et de déformer le chapeau de Géo.

L'enseignant : Alors là elle sait mieux ce qu'il faut qu'elle fasse. Ah! Tout de suite ça a l'air de vous plaire! Donc, est-ce que Maeva tu pourrais me faire une phrase précise : qu'est-ce que tu as fait précisément et pourquoi ?

Maeva : Euh... j'ai cliqué sur euh... le... le point euh... en bas. A gauche du triangle et après (...) le chapeau (...)

L'enseignant : D'accord! Donc quand on veut déplacer une partie et bien on précise ce qu'on bouge et on observe si ça bouge le nez ou pas. Est-ce que vous avez observé, tu peux retourner à ta place, est-ce que vous avez observé quelque chose d'autre bouger chez Géo ? (...)

Nicolas vient manipuler à l'écran de l'ordinateur vidéo-projeté pour faire bouger le chapeau. L'enseignant demande aux élèves de donner une consigne précise pour qu'il puisse faire bouger le chapeau. Yann demande, avant de donner la consigne, s'il veut faire bouger le chapeau ou le pompon.

Yann : Faut cliquer sur l'extrémité gauche du nez.

Nicolas attrape le point le sommet du triangle et il le fait bouger en déformant le chapeau.

L'enseignant : Et Nicolas ça te satisfait ? Vas-y! Rebouge encore un petit coup ? Qu'est-ce que tu regardes quand tu bouges comme ça ? Qu'est-ce que tu regardes au moment où tu bouges l'extrémité du nez ?

Nicolas : Le chapeau

L'enseignant : Donc fais moi une phrase précise! Qu'est-ce que tu fais, qu'est-ce que tu observes ?

Nicolas : Si je clique sur l'extrémité gauche, le chapeau bouge.

L'enseignant : D'accord, donc quand on clique sur un bout du nez, le chapeau bouge.

L'enseignant explicite une relation de dépendance, mais elle oublie de dire de déplacer, cliquer seulement ne permet pas de déplacer.

Un déplacement spécifique avec un but particulier :

Avant de passer à la suite, l'enseignant demande aux élèves s'ils ont des questions :

Oscar : Comment, comment on fait pour comme tout à l'heure il a zoomé on peut dire ?

L'enseignant : Pour zoomer, pour avoir en gros ou en petit, est-ce que quelqu'un peut lui dire un petit peu comment on zoome ? Michel!

Sam attrape le centre du grand cercle et il commence à le déplacer.

Michel : Oh... ben voilà il le fait Sam!

L'enseignant : Il le fait Sam, alors Sam tu fais quoi ? Décris nous ce que tu fais parce que là on voit qu'une main qui bouge! Décris-nous un peu ce que t'es en train de faire. (Silence) Qu'est-ce que t'attrapes et qu'est-ce que tu fais ? Allez M. B. si t'es fort. Si tu veux zoomer tu fais quoi ?

Sam : Ch'ais pas!

L'enseignant : Ah ben attends c'est pas ch'ais pas! Sinon tu vas aller au fond, maintenant tu te donnes un peu de mal.

Oscar lui demande à lui : Comment tu fais ? Comment tu fais ? Tu cliques sur quoi ?

Sam : Sur ça, tu prends ça...

Oscar : Ah ok!

L'enseignant : Qu'est-ce que tu fais quand tu fais comme ça ?

Sam attrape à nouveau le point et il le déplace en faisant non seulement changer de taille Géo, mais aussi en le faisant tourner. L'enseignant le punit et elle lui demande de quitter sa place.

L'enseignant : Qui peut me dire quand on veut zoomer, on fait une phrase précise pour expliquer

ce qu'on fait. Vas-y!

Saïd : On clique sur la, la, la pointe du nez, euh... et euh on recule et on avance et ça le fait agrandir

L'enseignant : Voilà! On clique sur la pointe du nez et après on recule ou on avance et après on voit si ça grossit ou pas

Baptiste : Madame! La pointe du nez c'est le centre du cercle!

L'enseignant : La pointe du nez c'est le centre du cercle, on peut dire on clique sur le centre du cercle et après on regarde ce qu'on observe. Autre chose quoi qui bouge ?

Saïd : Ben la bouche

L'enseignant : La bouche, la bouche aussi elle bouge. Puis après on pourrait expliquer comment on la fait bouger.

L'enseignante oublie encore d'explicitier le déplacement une fois que l'on clique

VI.2 « Pajérond » (Phase collective 6^{ème} « A »)

L'enseignant demande à Katia de venir montrer sa stratégie. L'enseignant avait vu que Katia et Malek avaient réussi à trouver l'outil « Milieu » et qu'ils l'avaient construit correctement. Elle ne montre pas aux élèves les stratégies erronées.

L'enseignant : Katia tu viens s'il te plaît! Pendant ce temps on est bien attentif, vous le ferez après tous seuls! (...) Alors qu'est-ce que tu dois nous dire Katia ? Où il fallait mettre le centre de la roue ? Qu'est-ce que vous avez qu'il fallait qu'il soit placé où à peu près le centre de la roue ?

Katia : Ben au milieu!

L'enseignant : Alors tu pourrais nous montrer là-bas s'il te plaît ? Où tu le mettrais ?

Katia : Ben il faut que... En fait il faut, il faut qu'on fait d'abord des choses avant pour trouver le milieu

L'enseignant : Alors, toi tu veux trouver le milieu, tu peux nous montrer rapidement juste comme ça à vue d'œil où il faudrait mettre le milieu, où tu le mettrais

Katia montre avec la souris où devrait se trouver le milieu : « Là »

L'enseignant : Bon, alors le centre de la roue tout le monde a compris qu'il devait être par là, mais le par là, vous arriviez pas à l'accrocher, alors toi tu nous as dit « il faut qu'on arrive à le mettre au milieu », alors on t'écoute, comment vous avez fait, dis nous!

Katia : Ben moi, nous, moi d'abord, fin nous d'abord on a tracé un segment

L'enseignant : Vas-y! Montre-nous!

Katia construit le segment qui relie les deux points par lesquels doit passer la roue :

L'enseignant : Voilà! Le segment vous voyez s'est dessiné en vert et tu continues, et du coup votre idée après c'était quoi ?

Katia : Après, après on a cherché dans les objets, du coup on a vu qu'il y avait un « Milieu »

Enseignant : Y en a un qui s'appelle « Milieu » et du coup pour le segment vous avez cherché son ?

Katia (et d'autres élèves de la classe) : Milieu

L'enseignant : Bon, tu vas nous le placer ? Alors on regarde les messages, quels sont-ils ces messages ? Tu peux nous les lire s'il te plaît?

Katia : Il y a écrit « Milieu de ce segment »

L'enseignant : Bon, alors le milieu là, le point que tu as là, il va servir de quoi pour la roue ?

Katia : Eh ben de milieu

L'enseignant : Oui de milieu, on dit aussi de ?

Certains élèves disent : de centre

L'enseignant : de centre! Alors est-ce que quelqu'un veut venir prendre la suite parce que là ils bloquaient, alors qui est-ce qui est capable de me faire une roue qui reste accrochée ? Cédric, tu viens s'il te plaît ? Et après vous travaillerez à nouveau tous seuls, vous pourrez le refaire pour ceux qui n'avaient pas trouvé. (à Cédric) Tu peux nous la finir ? Sur quel outil tu vas ? On ne veut plus un milieu, on veut quoi ?

Cédric : Le cercle

L'enseignant : Le cercle tu vas chercher et tu nous liras bien les messages que te donne l'ordinateur ; tu t'arrêtes quand tu as un message

Cédric : Sur ce segment

L'enseignant : Sur ce segment... Approche toi encore un peu, y a pas autre chose qui est dit ?

Cédric : Sur ce point comme centre ?

L'enseignant : Ah! Lis nous, redis nous, j'ai pas bien entendu

Cédric : Ce point comme centre

L'enseignant : Alors il te demande quoi l'ordinateur là

Cédric : Si je veux faire le cercle sur ce point là ?

L'enseignant : Oui si tu veux avoir ce point qui sert de ?

Cédric : Milieu!

L'enseignant : De ?

Cédric : Centre!

L'enseignant : Alors tu veux ou tu veux pas ?

Cédric : Oui!

L'enseignant : Bon alors vas y, clique un coup et tu ne lâches pas, t'avances, t'agrandit, t'as cliqué ?

Cédric clique sur le segment, juste à côté du milieu

L'enseignant : Vas-y tu cliques! Allez, allez! Grossit grossit grossit grossit, tu ne lâches pas tout de suite, tu ne lâches pas

Cédric clique sur la droite

L'enseignant : Vous arrêtez quand vous pensez que c'est bon... Qui pense que c'est bon à peu près... Alors je vais vous donner un truc pour qu'on gagne un peu de temps, t'as pas tou lâché ? Bon c'est pas grave on recommencera après... Pour savoir pile quand il faut s'arrêter, il faut écouter l'ordinateur qui vous donne d'autres messages. Alors ce message tu va nous le regarder, tu vas être très attentif, va chercher "Cercle" là-haut! Comme tu l'as pris tout à l'heure, voilà! Le message du centre tu l'as bien entendu! Tu l'avais respecté, ça allait bien. Tu reviens, tu vas chercher le centre du cercle. Voilà! Tu cliques, ce point comme centre, tu maintiens, tu agrandis... Voilà! Tu cliques, vas-y! Et tu t'arrêteras... Regarde là! Ne bouge plus! Tu veux que ta roue aille jusqu'où

L'enseignant montre sur la projection la roue avec sa main

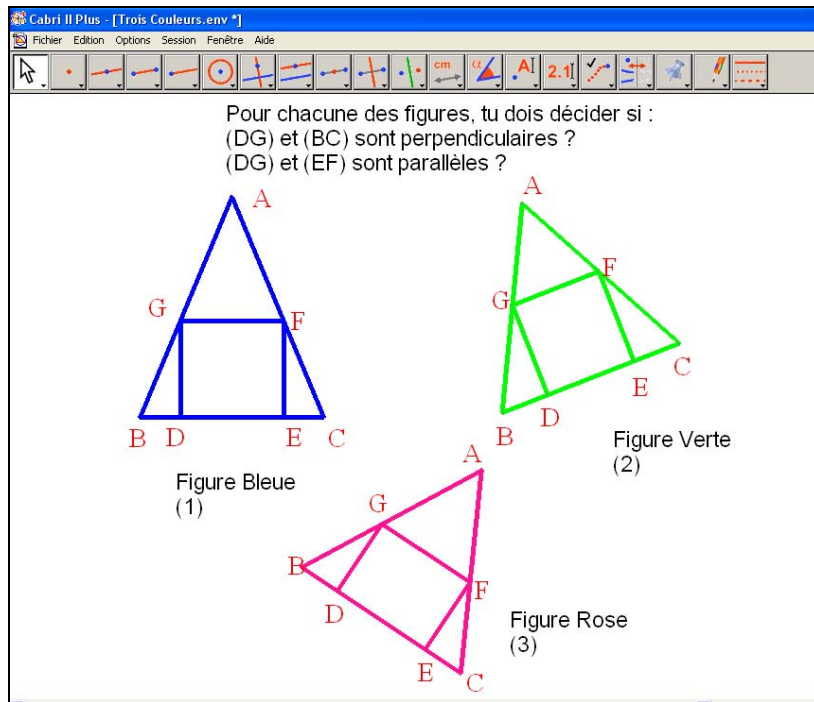
Cédric : Jusqu'aux deux points

L'enseignant : Alors jusqu'aux deux points! Donc tu emmène ta souris pour te rapprocher... du point et là on voit l'accrocher, c'est ça qui vous manquait! Elle tenait pas votre roue! Vous aviez des roues qui partaient de tous les côtés, parce que vous l'avez pas accrochée à la voiture, donc ici est-ce qu'elle bien accrochée ? On teste voir ?

Cédric a choisi la taille de la roue visuellement sans cliquer sur les points de la carrosserie comme le voulait l'enseignant

Ils attrapent le point d'accroche et ils la déplacent et la roue reste accrochée à la voiture. La construction est alors validée visuellement.

VI.3 « Toujours/parfois vrai » (Phase collective 6^{ème} « A »)



L'enseignante demande aux élèves de dire si les droites (DG) et (BC) sont perpendiculaires, en les faisant voter : 20 pour oui, 1 pour non.

(DG) et (EF) parallèles : 9 oui, 12 non.

Parmi ceux qui ont dit que « oui », les deux droites sont parallèles, l'enseignant demande à Iris de venir manipuler à l'écran de l'ordinateur vidéo-projeté et montrer que ces droites sont parallèles.

L'enseignant lui demande de colorer d'abord en rouge les deux droites (DG) et (EF).

7 élèves continuent à dire que « oui » elles sont bien parallèles, ce qui est naturel puisque rien n'a été modifié.

L'enseignant : Carl pourquoi t'es pas convaincu toi ?

Carl : Parce que si on bouge...

L'enseignant : Parce que quoi ?

Carl : On bouge un point...

L'enseignant : On bouge un point et puis alors ?

Carl : Et après ça se coupe...

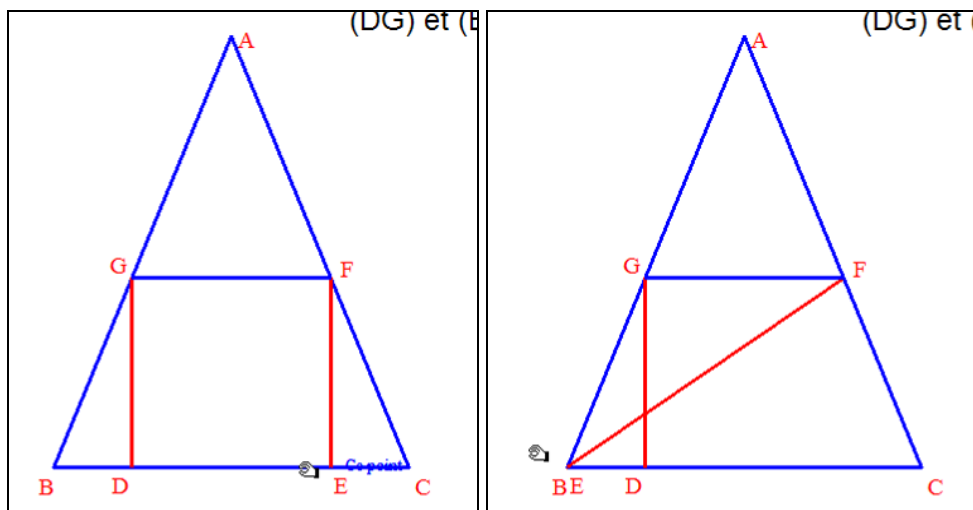
L'enseignant : Et alors ça se ?

Les élèves : Coupe!

L'enseignant : ça se penche! Eux ils les ont mises et ça se penche comme ça, quand ils bougent un point. Ben viens nous le montrer. Parce que moi quand je les regarde, je les regarde bien droit, op!

Parallèles! Et toi tu nous dis on bouge, ça se penche!

Carl vient manipuler l'ordinateur vidéo-projeté et il déplace le point E de manière à ce que E vienne se superposer avec B et que (EF) et (DG) se coupent. Utilisation du schème du dessin contre-exemple obtenu par déplacement pour montrer à la classe que les droites ne sont pas parallèles. C'est vraiment un moyen pour argumenter.



L'enseignant : Ah oui ben alors là toi t'es bien convaincu que les deux elles sont pas parallèles là!
D'accord! Mais dites-moi, ça veut dire qu'elles sont jamais parallèles ?

Les élèves : Ben non!

L'enseignant : Parce que des fois elles sont bien parallèles ? (Elle utilise ses bras pour montrer des droites parallèles) Et puis des fois elles sont pas ? (Elle croise ses bras pour montrer des droites qui se croisent) Alors, des fois oui, des fois non. Ça vous gêne pas ça ? Ben non, des fois oui, des fois non... Qu'est-ce qu'on va voter à votre avis ? Des fois oui des fois non ?

Les élèves : Non !

L'enseignant : Comment ça non ? Moi je dis des fois oui, des fois non, des fois elles sont, des fois elles sont pas, comme ça on est tranquilles.

Ambre : Parce que des parallèles même si tu bouges les points, ça reste toujours parallèle!

L'enseignant : ça reste ?

Ambre : Toujours parallèles!

L'enseignant : Toujours! C'est à dire qu'on va dire en mathématiques (...) On va dire en maths c'est parallèle seulement si c'est ? T'as dit si c'est ?

Ambre : Perpendiculaire... euh! Parallèle!

L'enseignant : Non mais t'avais dit un mot important

Ambre : Toujours

L'enseignant : T'as dit si c'est toujours parallèle! ça veut dire si j'arrive UNE FOIS à le mettre dans une position où c'est pas parallèle, ça peut être comme ça (elle montre avec ses bras des droites sécantes), ça peut être comme ça (elle montre des segments non parallèles mais qui ne se coupent pas). Si une fois c'est pas parallèle, ça suffit pour que ce soit ?

Les élèves : Jamais parallèles!

L'enseignant : Alors c'est pas jamais parallèles, mais on va dire ?

Les élèves : Parallèles!

L'enseignant : Si on nous dit de (...) on va dire « Non c'est pas ? »

Les élèves : Parallèles!

Ils écrivent alors dans leur cahier :

En mathématiques, pour qu'une propriété soit vraie il faut qu'elle le soit toujours, dans tous les cas. Si une seule fois, la propriété n'est pas vérifiée, alors on dit qu'elle est fausse.

L'enseignant leur demande de reprendre la fiche et les figures sur lesquelles ils avaient commencé à travailler pour vérifier leurs réponses.

L'enseignant : Pour vérifier bien que vous avez essayé que ça marchait TOUT LE TEMPS. Comment on peut essayer que ça marche tout le temps, dans les figure qu'on a ? Qu'est-ce qu'on va essayer de faire ?

Un élève : On bouge les points

L'enseignant : On va bouger ?

L'élève : Les points

L'enseignant : On va bouger ?

L'élève : TOUS les points!

L'enseignant : TOUS les points!