



**HAL**  
open science

# Simulation numérique directe de l'interaction turbulence/surface libre pour l'analyse du transfert intercomposantes.

Gaëlle Campagne

► **To cite this version:**

Gaëlle Campagne. Simulation numérique directe de l'interaction turbulence/surface libre pour l'analyse du transfert intercomposantes.. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2006. Français. NNT : . tel-00326401

**HAL Id: tel-00326401**

**<https://theses.hal.science/tel-00326401>**

Submitted on 2 Oct 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

présentée pour obtenir le titre de

### DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

École doctorale : TYFEP

Spécialité : Dynamique des Fluides

par

**Gaëlle CAMPAGNE**

### SIMULATION NUMÉRIQUE DIRECTE DE L'INTERACTION TURBULENCE/SURFACE LIBRE POUR L'ANALYSE DU TRANSFERT INTERCOMPOSANTES

*Thèse soutenue le 24 novembre 2006 devant le jury composé de*

J.-B.	CAZALBOU	<i>Enseignant-chercheur (HDR), ENSICA, Toulouse</i>	Directeur de thèse
P.	CHASSAING	<i>Professeur à l'INPT, Toulouse</i>	Examineur
J.	COUSTEIX	<i>Professeur à SUPAERO, Toulouse</i>	Examineur
L.	JOLY	<i>Enseignant-chercheur (HDR), ENSICA, Toulouse</i>	Directeur de thèse
E.	LAMBALLAIS	<i>Professeur à l'Université, Poitiers</i>	Rapporteur
J.	PIQUET	<i>Professeur à l'ECN, Nantes</i>	Rapporteur

Thèse préparée au département de Mécanique des Fluides de l'ENSICA



## Résumé

On procède à la simulation numérique directe de l'interaction turbulence-sans-cisaillement/surface-plane, par une méthode pseudo-spectrale. L'originalité de la configuration tient au fait que la turbulence est entretenue à distance par un forçage aléatoire localisé au voisinage d'un plan parallèle à la surface. L'écoulement est donc statistiquement stationnaire et la couche de surface continûment alimentée par diffusion turbulente. Les évolutions des quantités statistiques et des bilans des tensions de Reynolds sont données et permettent de préciser la structure de la couche d'interaction. Une méthode originale d'analyse et de quantification des structures élémentaires participant au transfert d'énergie intercomposantes est proposée et testée. Cette grille d'analyse permet une meilleure compréhension du contenu de la corrélation pression-déformation en présence d'une surface imperméable.

**Mots-clés :** simulation numérique directe de turbulence ; transfert intercomposantes ; surface libre ; forçage aléatoire ; méthode pseudo-spectrale.

## Abstract

A Direct Numerical Simulation of the interaction between shearless turbulence and a free-slip surface is performed using a pseudo-spectral method. The originality of the configuration stems from the generation of turbulence by a distant random forcing term localised in a slice parallel to the surface. The flow is therefore statistically steady and the surface layer is continuously fed by turbulent diffusion. The evolutions of the statistical quantities and Reynolds stresses are analysed in order to define the structure of the interaction layer. A new typology of elementary events contributing to the intercomponent energy transfers, is proposed and evaluated. This new approach allows a better understanding of the physical content of the pressure-deformation correlation, in the presence of an impermeable surface.

**Key-words :** direct numerical simulation ; turbulence ; intercomponent energy transfer ; free surface ; random force generation ; pseudo-spectral method.



## Remerciements

Les travaux exposés dans ce mémoire s'inscrivent au sein d'une recherche menée dans le Département de Mécanique des Fluides de l'École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Constructions Aéronautiques, sur l'initiative de Jean-Bernard Cazalbou, adjoint au Chef du Département, et Laurent Joly, enseignant-chercheur (HDR).

Mes remerciements et ma reconnaissance s'adressent, tout d'abord, à Jean-Bernard Cazalbou et à Laurent Joly, directeurs de ma thèse. Ils ont encadré ce travail de façon exceptionnelle, par leurs conseils avisés et leur inlassable disponibilité ; je tiens à les remercier vivement des encouragements qu'ils m'ont prodigués, de l'infatigable sollicitude qu'ils ont témoignée à mon égard, et de la confiance qu'ils ont bien voulu m'accorder pendant ces trois années de travail commun. Chacun, à sa manière, a contribué aux avancées de cette étude et m'a guidée avec bienveillance dans les choix, qu'ils soient humains ou scientifiques.

Je remercie le Professeur Lamballais, de l'Université de Poitiers, et le Professeur Piquet, de l'École Centrale de Nantes, d'avoir accepté de rapporter sur ce travail et d'avoir consacré de leur temps à la lecture attentive de mon mémoire, par un regard critique éclairé.

J'exprime ma gratitude et mes remerciements au Professeur Chassaing, de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, et au Professeur Cousteix, de SUPAERO, d'avoir pris part à mon jury de thèse, et les assure de mon profond respect.

Je remercie également l'ensemble du Département de Mécanique des Fluides, enseignants-chercheurs, doctorants et personnel, pour la convivialité et le bien-être que j'ai appréciés dans le laboratoire pendant ces trois années passées auprès d'eux.

Je salue mes amis, d'ici et d'ailleurs, et leur dis merci pour leurs encouragements tout au long de ces trois années de travail. Ils ont su être là quand le besoin s'en faisait sentir, et ne seront jamais très loin à mes yeux.

Enfin, je remercie ma famille pour leurs valeurs et leur soutien. Je tiens à relever l'appui constant de mes soeurs et à souligner la patience et le support sans faille, même à distance, de Vincent et de mes parents. À l'heure d'achever ce travail, mon ultime pensée s'adresse à mes grands-mères et à mon grand-père.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Préoccupations industrielles connexes . . . . .	2
1.2	Situation de l'étude dans une vue d'ensemble . . . . .	3
1.3	Enoncé de la problématique scientifique . . . . .	5
1.4	Organisation du mémoire . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Problématique d'une analyse du transfert intercomposantes au voisinage d'une surface de blocage</b>	<b>7</b>
2.1	Définitions . . . . .	9
2.2	Phénoménologie associée aux transferts intercomposantes . . . . .	14
2.3	Quantification de la contribution des effets de collision et de rotation dans la corrélation pression-déformation . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Méthode numérique</b>	<b>25</b>
3.1	Discrétisation temporelle . . . . .	26
3.2	Discrétisation spatiale . . . . .	30
3.3	Méthode de forçage . . . . .	39
3.4	Paramètres de la simulation . . . . .	46
<b>4</b>	<b>Caractérisation du champ turbulent</b>	<b>51</b>
4.1	Outils de caractérisation du champ turbulent . . . . .	53
4.2	Analyse asymptotique du champ au voisinage de la surface libre . . . . .	60



4.3	Configuration de référence : éléments de validation . . . . .	66
4.4	Statistiques au second ordre . . . . .	77
4.5	Bilans des tensions de Reynolds . . . . .	86
4.6	Synthèse et conclusions . . . . .	93
<b>5</b>	<b>Variations du nombre de Reynolds et de la distance à la surface libre : échelles de longueur caractéristiques</b>	<b>95</b>
5.1	Présentation des simulations effectuées . . . . .	96
5.2	Epaisseurs caractéristiques des différentes zones . . . . .	99
5.3	Effet de la distance à la surface . . . . .	112
5.4	Effet de variation du nombre de Reynolds de turbulence . . . . .	115
5.5	Synthèse et conclusions . . . . .	118
<b>6</b>	<b>Terme de corrélation pression-déformation</b>	<b>121</b>
6.1	Décomposition de la corrélation pression-déformation en effets de collision et de rotation . . . . .	123
6.2	Quantification de la répartition de la corrélation pression-déformation en événements arrivant ou s'éloignant de la surface . . . . .	129
6.3	Quantification de la répartition de la corrélation pression-déformation en événements de collision et de rotation . . . . .	131
6.4	Moyennes conditionnées de la corrélation pression-déformation . . . . .	142
6.5	Répartition des corrélations pression-déformation sur les surfaces libres . .	148
6.6	Synthèse et conclusions . . . . .	150
<b>7</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>153</b>
	<b>Annexes</b>	<b>157</b>
<b>A</b>	<b>Détails de la technique de forçage d'après Alvelius</b>	<b>157</b>
<b>B</b>	<b>Indépendance au maillage</b>	<b>161</b>

---

<b>C</b>	<b>Bilans des tensions de Reynolds</b>	<b>163</b>
C.1	<i>run_A1</i> . . . . .	163
C.2	<i>run_B1</i> . . . . .	164
C.3	<i>run_A2</i> . . . . .	165
C.4	<i>run_B2</i> . . . . .	166
C.5	<i>run_C1</i> . . . . .	167
<b>D</b>	<b>Cartographie de la surface libre</b>	<b>181</b>
D.1	Cartographie de la corrélation pression-déformation sur la surface libre . .	181
D.2	Cartographie de la pression de collision . . . . .	181
D.3	Cartographie de la pression de rotation . . . . .	182
D.4	Cartographie de la pression . . . . .	183
D.5	Cartographie du second invariant du tenseur du taux de déformation . . .	184
D.6	Cartographie de l'enstrophie . . . . .	185



# Table des figures

2.1	Effets de collision et de rotation en écoulement non-confiné . . . . .	15
2.2	Évènements susceptibles d'agir sur le transfert intercomposantes au voisinage d'une surface libre . . . . .	19
2.3	Un mécanisme possible pour la génération d'étirements de tourbillons à partir d'évènements d'impact, en vue de dessus, la surface libre étant dans le plan de la feuille . . . . .	20
2.4	Evènements d'éjection, de balayage et d'étirement tourbillonnaire liés à l'évolution d'un tourbillon en fer à cheval. . . . .	21
3.1	Schéma de principe du phénomène de repliement. . . . .	36
3.2	Définition du domaine de calcul. . . . .	37
3.3	Fonctions paire et impaire, de période $2L_z$ , définies sur la direction verticale	38
3.4	Schéma du profil de la fonction par laquelle la force est multipliée, avant injection à chaque pas de temps, pour obtenir son confinement dans le voisinage d'un plan central du domaine de calcul. . . . .	45
3.5	Schéma bidimensionnel de la limitation du nombre d'onde. . . . .	49
4.1	Coquille sphérique de rayon $\kappa$ dans l'espace de Fourier. . . . .	57
4.2	Schéma d'un tourbillon qui approche la surface libre . . . . .	64
4.3	Evolution temporelle de la moyenne volumique de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation normalisés par leur moyenne volumique finale . . . . .	69

4.4	Evolution temporelle des moyennes volumiques de chaque composante de la vitesse normalisées par la valeur finale de leur écart type . . . . .	70
4.5	Evolution verticale des tensions de Reynolds normales, parallèles aux surfaces libres . . . . .	71
4.6	Evolution verticale des tensions de Reynolds normales $\overline{u^2}$ , parallèles aux surfaces libres, par rapport aux surfaces libres supérieure et inférieure . . .	72
4.7	Evolution verticale de la pression, de la variance des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface, et de la somme de ces termes . . . . .	73
4.8	Spectre d'énergie en module de la turbulence à $t^* = 50$ . . . . .	74
4.9	Spectre énergétique tridimensionnel . . . . .	75
4.10	Evolution verticale du critère de résolution des plus petites échelles de l'écoulement . . . . .	76
4.11	Evolution verticale de l'énergie cinétique turbulente et des tensions de Reynolds dans la zone de forçage nul . . . . .	77
4.12	Evolution verticale des variances de la vortacité . . . . .	78
4.13	Evolution verticale du facteur d'isotropie . . . . .	80
4.14	Evolution verticale du paramètre de planéité . . . . .	81
4.15	Evolution verticale de l'échelle de longueur turbulente et des micro-échelles de longueur de Taylor . . . . .	82
4.16	Evolution verticale du nombre de Reynolds de turbulence basé sur l'échelle de longueur turbulente et des nombres de Reynolds basés sur les micro-échelles de longueur de Taylor, longitudinale et transversale . . . . .	84
4.17	Evolution verticale du second invariant du tenseur des taux de déformation et de l'enstrophie . . . . .	85
4.18	Bilan des tensions de Reynolds tangentes à la surface libre, tracé au sein de la couche de surface . . . . .	87
4.19	Bilan des tensions de Reynolds normales à la surface libre, tracé au sein de la couche de surface . . . . .	90
4.20	Bilan de l'énergie cinétique turbulente, tracé au sein de la couche de surface	92

5.1	Evolution verticale du facteur d'isotropie pour les cinq cas . . . . .	100
5.2	Evolution verticale zoomée du facteur d'isotropie pour les cinq cas . . . . .	101
5.3	Evolution verticale du paramètre de planéité pour les cinq cas . . . . .	102
5.4	Evolution verticale du facteur d'isotropie adimensionné par sa valeur maximale pour les cinq cas . . . . .	103
5.5	Evolution verticale, adimensionnée par $\mathcal{L}$ , du paramètre de planéité pour les cinq cas . . . . .	104
5.6	Evolutions verticales de la micro-échelle de Taylor longitudinale et de l'échelle de longueur turbulente pour les cinq cas en référence de couche de surface .	105
5.7	Evolution verticale de la micro-échelle de Taylor longitudinale pour les cinq cas, en référence de surface . . . . .	107
5.8	Evolution verticale de la micro-échelle de Taylor longitudinale pour les cinq cas, en référence de Kolmogorov . . . . .	109
5.9	Evolution verticale des tensions de Reynolds au voisinage de la surface libre, en référence de Kolmogorov . . . . .	110
5.10	Evolution verticale de l'énergie cinétique turbulente au voisinage de la surface libre, en référence de Kolmogorov . . . . .	112
5.11	Evolutions verticales de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation pour les cinq cas en référence de forçage . . . . .	113
5.12	Evolutions verticales des tensions de Reynolds pour les cinq cas en référence de forçage . . . . .	114
5.13	Evolution du nombre de Reynolds associé à la micro-échelle, mesuré à la surface, en fonction du nombre de Reynolds de turbulence, mesuré à la surface	116
6.1	Evolution verticale de la corrélation pression-déformation totale . . . . .	128
6.2	Evolution verticale de la décomposition de la corrélation pression-déformation en évènements d'étirements et de compressions . . . . .	130
6.3	Evolution verticale de la décomposition de la corrélation pression-déformation en évènements de type collision et rotation . . . . .	132

6.4	Evolution verticale de la décomposition en quatre termes de la corrélation pression-déformation . . . . .	134
6.5	Histogramme de la corrélation pression-déformation des évènements de collision en fonction du gradient vertical de la vitesse normale, au delà de la couche visqueuse lorsque la corrélation pression-déformation totale atteint son minimum, en limite de couche visqueuse, et sur la surface . . . . .	137
6.6	Histogramme de la corrélation pression-déformation en fonction du gradient vertical de la vitesse normale au delà de la couche visqueuse, lorsque la corrélation pression-déformation atteint son minimum, en limite de couche visqueuse et sur la surface libre . . . . .	140
6.7	Evolution verticale des moyennes conditionnées des quatre effets de la décomposition de la corrélation pression-déformation . . . . .	143
6.8	Evolution verticale des moyennes conditionnées des évènements d'étirement et de compression . . . . .	145
6.9	Evolution verticale du pourcentage de surface occupée par les évènements d'étirement et de compression . . . . .	146
6.10	Histogramme de la surface occupée (en %) en fonction du gradient vertical de la vitesse normale au delà de la couche visqueuse, lorsque la corrélation pression-déformation atteint son minimum, en limite de couche visqueuse et sur la surface libre . . . . .	147
6.11	Carte du champ de corrélation pression-déformation des effets de collision $\Pi_1$ sur la surface libre . . . . .	149
6.12	Carte du champ de corrélation pression-déformation des effets de rotation $\Pi_2$ sur la surface libre . . . . .	150
6.13	Carte du champ du gradient vertical de la composante normale de la vitesse sur la surface libre . . . . .	151
B.1	Evolution temporelle des énergies cinétiques turbulentes et spectre énergétique tridimensionnel . . . . .	162

C.1	Bilan des tensions de Reynolds tangentes à la surface libre, dans la zone de forçage nul . . . . .	163
C.2	Bilan des tensions de Reynolds normales à la surface libre, dans la zone de forçage nul . . . . .	164
C.3	Bilan de l'énergie cinétique turbulente, dans la zone de forçage nul . . . . .	165
C.4	Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface du <i>run_A1</i> . . . . .	166
C.5	Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface du <i>run_A1</i> . . . . .	167
C.6	Bilan de l'énergie cinétique turbulente du <i>run_A1</i> . . . . .	168
C.7	Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface du <i>run_B1</i> . . . . .	169
C.8	Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface du <i>run_B1</i> . . . . .	170
C.9	Bilan de l'énergie cinétique turbulente du <i>run_B1</i> . . . . .	171
C.10	Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface du <i>run_A2</i> . . . . .	172
C.11	Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface du <i>run_A2</i> . . . . .	173
C.12	Bilan de l'énergie cinétique turbulente du <i>run_A2</i> . . . . .	174
C.13	Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface du <i>run_B2</i> . . . . .	175
C.14	Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface du <i>run_B2</i> . . . . .	176
C.15	Bilan de l'énergie cinétique turbulente du <i>run_B2</i> . . . . .	177
C.16	Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface du <i>run_C1</i> . . . . .	178
C.17	Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface du <i>run_C1</i> . . . . .	179
C.18	Bilan de l'énergie cinétique turbulente du <i>run_C1</i> . . . . .	180
D.1	Carte du champ de corrélation pression-déformation $\Pi_{33}$ sur la surface libre	182
D.2	Carte du champ de pression de collision $P_1$ sur la surface libre . . . . .	183
D.3	Carte du champ de pression de rotation $P_2$ sur la surface libre . . . . .	184
D.4	Carte du champ de pression sur la surface libre . . . . .	185
D.5	Carte du second invariant du tenseur des taux de déformation, source de $\Pi_1$ , sur la surface libre . . . . .	186
D.6	Carte de l'enstrophie, source de $\Pi_2$ , sur la surface libre . . . . .	187





# Liste des tableaux

2.1	Développements limités des fluctuations de vitesse et de rotationnel au voisinage d'une surface de blocage de normale $z$ . . . . .	18
4.1	Définition des paramètres du forçage de la simulation. . . . .	67
4.2	Définition des paramètres de la simulation. . . . .	67
4.3	Valeurs des principaux paramètres de la simulation . . . . .	68
5.1	Principaux paramètres des différentes configurations des simulations. . . . .	97
5.2	Mesure des principaux paramètres de la simulation . . . . .	97
5.3	Mesure de la pente à l'origine de la courbe de l'isotropie en fonction de la direction normale pour les cinq cas. . . . .	103
5.4	Mesure de la position verticale du maximum de la micro-échelle longitudinale	108
6.1	Répartition des quatre effets élémentaires issus de la décomposition de la corrélation pression-déformation. . . . .	131
B.1	Définition des paramètres du forçage de la simulation servant à montrer l'indépendance au maillage. . . . .	161
B.2	Définition des paramètres de la simulation servant à montrer l'indépendance au maillage. . . . .	161



## Notations

vecteur vitesse	$\mathbf{u}$	$m.s^{-1}$
fluctuation du vecteur vitesse	$u, v, w$	$m.s^{-1}$
vorticité	$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$	$s^{-1}$
fluctuation des composantes de la vorticité	$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	$s^{-1}$
pression	$P$	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
masse volumique	$\rho$	$kg.m^{-3}$
viscosité cinématique	$\nu$	$m^2.s^{-1}$
viscosité dynamique	$\mu$	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
enstrophie	$\frac{1}{2}\omega_{ij}\omega_{ij}$	$s^{-2}$
énergie cinétique turbulente	$k = \mathbf{uu}/2$	$m^2.s^{-2}$
taux de dissipation	$\epsilon$	$m^2.s^{-3}$
dérivée partielle	$\partial_t, \partial_x$	$s^{-1}, m^{-1}$
vecteur gradient	$\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$	$m^{-1}$
divergence	$\nabla \cdot$	$m^{-1}$
dérivée particulaire	$D_t = \partial_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)$	$s^{-1}$
laplacien	$\Delta = \nabla^2$	$m^{-2}$
produit tensoriel	$\mathbf{uu} = u_i u_j$	
produit tensoriel contracté	$\mathbf{SS} = S_{ij} S_{ji}$	
tenseur des gradients de vitesse	$\nabla \mathbf{u}$	$s^{-1}$
tenseur symétrique des déformations	$\mathbf{S} = (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)/2$	$s^{-1}$
tenseur antisymétrique des déformations	$\mathbf{R} = (\nabla \mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})^T)/2$	$s^{-1}$
écart type des fluctuations de vitesse	$u', v', w'$	$m.s^{-1}$
facteur d'isotropie	$I$	
paramètre de planéité	$\mathcal{A}$	

vecteur d'onde	$\boldsymbol{\kappa}$	$m^{-1}$
nombre d'onde	$\kappa$	$m^{-1}$
nombre d'onde maximal résolu	$\kappa_{\max}$	$m^{-1}$
nombre d'onde de forçage maximum	$\kappa_f$	$m^{-1}$
spectre énergétique en module	$E(\kappa)$	$m^2 \cdot s^{-2}$
échelle de longueur de Kolmogorov	$\eta$	$m$
échelle de longueur caractéristique de la turbulence	$\ell$	$m$
micro-échelle longitudinale de Taylor	$\lambda_f$	$m$
micro-échelle transversale de Taylor	$\lambda_g$	$m$
nombre de Reynolds	$Re$	
nombre de Reynolds turbulent	$Re_T$	
nombre de Reynolds associé aux micro-échelles de Taylor	$Re_\lambda$	
nombre de Reynolds sur la surface libre	$Re_s$	
nombre de Reynolds à la frontière de la zone de forçage	$Re_f$	
direction normale aux surfaces libres	$z$	$m$
directions tangentielles aux surfaces libres	$x, y$	$m$
dimension du domaine de calcul suivant $x$	$L_x$	$m$
dimension du domaine de calcul suivant $y$	$L_y$	$m$
dimension du domaine de calcul suivant $z$	$L_z$	$m$
hauteur de la zone de forçage du domaine de calcul suivant $z$	$L_f$	$m$
nombre de points de maillage suivant $x$	$N_x$	
nombre de points de maillage suivant $y$	$N_y$	
nombre de points de maillage suivant $z$	$N_z$	
nombre d'échantillons cumulés temporellement	$N_\tau$	

moyenne d'ensemble	$\langle A(x, t) \rangle$	
moyenne spatiale volumique	$\overline{\overline{A}}(t)$	
moyenne bidimensionnelle par plan horizontal $z = \text{cte}$	$\tilde{A}(z, t)$	
moyenne 2D par plan convergée temporellement	$\overline{\overline{A}}(z)$	
notation indicielle des fluctuations de vitesse	$u_i$	$m.s^{-1}$
diffusion par fluctuation de vitesse	$\mathcal{D}_{ij}^u$	$m^2.s^{-3}$
diffusion par fluctuation de pression	$\mathcal{D}_{ij}^p$	$m^2.s^{-3}$
diffusion turbulente	$\mathcal{D}_{ij}^t$	$m^2.s^{-3}$
diffusion moléculaire ou visqueuse	$\mathcal{D}_{ij}^\nu$	$m^2.s^{-3}$
corrélation pression-déformation	$\Pi_{ij}$	$m^2.s^{-3}$
pseudo-dissipation	$\epsilon_{ij}$	$m^2.s^{-3}$



# Chapitre 1

## Introduction

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Préoccupations industrielles connexes . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Situation de l'étude dans une vue d'ensemble . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>1.3</b>	<b>Enoncé de la problématique scientifique . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>1.4</b>	<b>Organisation du mémoire . . . . .</b>	<b>6</b>

---

Nous allons présenter le sujet de ce mémoire en précisant les éléments qui facilitent l'entrée en matière et délimitent le champ de questions auxquelles nous tenterons de répondre.

Ainsi nous rappellerons brièvement les contextes industriels concernés par ce type de travaux. Nous donnerons ensuite une vue d'ensemble des recherches sur l'interaction turbulence/surface libre pour formuler enfin la problématique de ce mémoire et en donner la structure.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'étude et de la modélisation des écoulements turbulents de proche paroi, menées au sein du Département de Mécanique des Fluides de l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Constructions Aéronautiques (ENSICA).



## 1.1 Préoccupations industrielles connexes

Les modèles de turbulence mis au point dans les années 70-80 ont trouvé leurs applications dans des codes de calcul des équations de Navier-Stokes qui sont maintenant couramment utilisés en pratique, y compris dans la boucle d'optimisation de formes d'un projet d'aéronef. Les "standards industriels" correspondants sont basés sur l'utilisation de modèles à viscosité tourbillonnaire sans que l'anisotropie de la turbulence ne soit prise en compte. Un grand nombre de situations d'écoulements peut ainsi être calculé avec un certain succès. Pourtant des cas importants échappent à ce type de modélisation. Dans le cas de l'aérodynamique externe, on pourra citer les écoulements au voisinage de complexités de forme (fortes tridimensionnalité et courbure) ou résultant d'interactions (voilure-plans porteurs, fentes de bec/volet, dispositifs de contrôle). Une manière de tenir compte de l'anisotropie dans ces situations consiste à passer à des modèles au second ordre qui mettent en jeu des équations de transport pour toutes les composantes du tenseur de Reynolds. À l'heure actuelle, le gain en qualité de prédiction obtenu avec ces méthodes ne permet pas toujours de justifier le surcoût qu'elles occasionnent en termes de mise en oeuvre. La raison en est qu'à ce niveau de modélisation, le montant d'anisotropie s'établit essentiellement à partir de termes d'interaction entre fluctuation de pression et taux de déformation du mouvement d'agitation (corrélation pression-déformation) dont la schématisation est délicate. La phénoménologie et le mode d'action au voisinage de parois et/ou surfaces libres<sup>1</sup> sont en effet très mal connus voire sujets à controverse, en partie du fait de la difficulté expérimentale d'accès à de telles mesures.

Le cas de l'interaction entre la turbulence et une surface sans frottement concerne de nombreux écoulements dans le monde industriel ou d'ingénierie. Les plus courants sont ceux d'un liquide présentant une interface avec un gaz, comme par exemple, la couche de surface d'océans ou de lacs, les fluides en mouvement dans des contenants, et également beaucoup d'écoulements qui apparaissent dans des processus d'ingénierie chimique. D'un autre côté,

---

<sup>1</sup>surface libre : surface imperméable sans frottement. Il s'agit, par exemple, de la surface libre indéformable entre un liquide et un gaz.

le cas de l'interaction turbulence/surface libre, à laquelle nous allons nous intéresser dans cette étude, peut être vu comme un premier pas vers la physique de la turbulence de proche paroi, dont l'occurrence dans les écoulements réels est presque automatique. En effet, l'étude de l'interaction turbulence/surface sans glissement permet d'évaluer les effets de blocage cinématique indépendamment des effets visqueux et des effets induits par la présence quasi systématique de cisaillement moyen au voisinage d'une paroi solide.

La présente étude vise à éclaircir la phénoménologie du transfert intercomposantes associé à l'action des corrélations pression-déformation au voisinage de surfaces libres non-déformables, en vue d'améliorer la capacité prédictive des modèles au second ordre et d'en faire de véritables outils d'aide à la conception en aérodynamique externe.

C'est donc dans un contexte d'intégration à long terme de résultats de recherche aux outils de développement industriels que s'inscrit ce travail. Ces préoccupations n'apparaîtront plus dans ce rapport. Elles sont néanmoins à l'origine de l'étude.

## 1.2 Situation de l'étude dans une vue d'ensemble

Sauf dans quelques cas limites, l'agitation turbulente est un mouvement tridimensionnel dont l'énergie se répartit suivant les trois directions de l'espace. Il en résulte le plus souvent une situation anisotrope où le niveau d'énergie cinétique d'agitation associé à chacune des trois directions s'établit d'abord à partir de mécanismes de production et de destruction propres à cette direction. Il intervient ensuite un mécanisme de redistribution entre les trois directions qu'on peut associer très précisément à l'interaction entre fluctuation de pression et taux de déformation du mouvement d'agitation, appelée corrélation pression-déformation. On sait distinguer la part de transfert dont l'origine est interne au mouvement fluctuant (partie lente) et celle qui prend sa source dans le mouvement moyen (partie rapide). C'est à la première que l'on s'intéresse ici ; dans un écoulement pleinement turbulent, non-confiné et pour des niveaux d'anisotropie modérés, on observe qu'elle est assimilable à un mécanisme de retour à l'isotropie. Il n'en va pas de même lorsque l'écoulement s'effectue à proximité d'une surface imperméable (surface de blocage) : on observe dans ce

cas que le transfert intercomposantes ne s'effectue conformément au mécanisme de retour à l'isotropie qu'au delà d'une certaine distance, et qu'il est singulièrement affecté (parfois inversé) au voisinage de la surface.

La modélisation des termes de corrélation pression-déformation dans la couche de blocage est une question posée depuis les premières approches statistiques au second ordre (Launder, Reece, et Rodi, 1975). La progression dans ce domaine est conditionnée par la compréhension précise de la phénoménologie associée à la modification observée du transfert intercomposantes. Cependant, la nature des structures turbulentes responsables de cette modification ainsi que leur mode d'action font l'objet de controverses. Traditionnellement, on invoque l'effet d'impact (*splat effect*) selon lequel des masses de fluide portées par les fluctuations normales à la surface transfèrent leurs énergies dans les directions tangentielles lorsqu'elles rencontrent la surface. Cette interprétation a été remise en cause par Perot et Moin (1995) au motif que les événements d'impacts sont nécessairement associés à des éjections (*antisplat*) ayant un effet inverse, le déséquilibre entre les deux types d'évènements serait faible et ne pourrait être déterminé que par les effets visqueux, actifs au voisinage immédiat de la surface. L'argument de Perot et Moin est schématique, mais supporté par leurs résultats de simulation numérique directe. La configuration adoptée pour leurs simulations est celle de la décroissance d'une turbulence initialement homogène et isotrope<sup>2</sup> en présence de diverses surfaces de blocage : une paroi perméable idéale, une surface libre idéale, et une paroi solide. En 1996, des résultats obtenus par Walker, Leighton, et Garza-Rios dans une configuration d'écoulement analogue sont venus modérer les conclusions de Perot et Moin (1995). Les résultats en question proviennent de champs obtenus aux temps longs, contrairement à ceux utilisés par Perot et Moin (1995) qui avaient été obtenus aux temps courts. À ce stade de l'évolution, le transfert intercomposantes est sensiblement plus faible et les auteurs concluent que le déséquilibre n'est pas uniquement réglé par la viscosité. Selon Walker, Leighton, et Garza-Rios (1996), ce déséquilibre résulte du conflit entre les contributions liées au blocage cinématique et celles liées au

---

<sup>2</sup>Une turbulence isotrope est forcément homogène. L'abus de langage "turbulence homogène et isotrope" sera utilisé par la suite pour se conformer à l'usage.

mécanisme de retour à l'isotropie, qui sont présentes aux temps longs, lorsque l'anisotropie due à la présence de la surface libre devient significative. Ce dernier argument est purement cinématique, et conforme à la théorie de Hunt et Graham (1978). Il est confirmé par les récents travaux de simulations aux grandes échelles de Magnaudet et Calmet (2003), dans le cas d'un écoulement de canal plan soumis à une activité turbulente plus intense que les précédentes simulations et expériences. Les résultats basés sur la théorie de distorsion rapide obtenus par Magnaudet (2003) confirment cette dernière interprétation, et soulignent que le mécanisme de transfert énergétique intercomposantes en présence d'une surface de blocage dépend largement des caractéristiques de la turbulence : stationnaire ou instationnaire, isotrope ou non isotrope, etc.

### 1.3 Enoncé de la problématique scientifique

Dans les deux études de Perot et Moin (1995) et Walker et al. (1996), les arguments portent sur l'examen des valeurs prises par la corrélation pression-déformation, lors d'évènements énergétiques détectés dans les champs instantanés. Comme l'ont fait remarquer Brasseur et Lee (1989), les évènements les plus énergétiques ne sont pas nécessairement représentatifs du processus global de redistribution, il est donc difficile d'être conclusif en se basant sur leur seule observation. Dans la situation d'une turbulence en décroissance, on peut objecter que la surface est faiblement alimentée par absence de production liée au cisaillement moyen.

La nature des mécanismes en jeu est donc loin d'être claire, et l'on bute sur (i) la rareté ou l'inadéquation des données disponibles et (ii) sur l'absence d'une évaluation quantitative des transferts associés aux structures turbulentes des différents types (*splats* et *antisplats*).

La présente étude a pour objectif de compléter la description de ces phénomènes de transfert quand la turbulence reste stationnaire ou quasi isotrope à distance. Il nous semble que ce cas d'étude est plus représentatif des applications industrielles pour lesquelles les régions de production turbulente sont présentes dans l'écoulement et alimentent constamment les régions de surface grâce au transport turbulent. À cette fin, nous avons défini une

configuration qui est une analogie de l'expérience de grille oscillante (voir, par exemple, De Silva et Fernando, 1994). Cette configuration est caractérisée par une stationnarité statistique et une alimentation continue de la zone de blocage par diffusion turbulente depuis la zone de forçage de turbulence. Elle comporte des similarités avec la surface libre d'un écoulement de canal plan (voir, par exemple, les simulations numériques de Handler, Jr., Leighton, et Swearingen, 1993). Elle garantit cependant un cisaillement nul en moyenne dans la région proche de la surface libre.

Nous proposons donc une progression sur les deux points critiques cités précédemment. Pour se faire et en récapitulant, nous avons (i) généré des données à partir de la simulation directe d'une turbulence homogène isotrope et entretenue à distance, et (ii) appliqué une nouvelle grille d'analyse et de quantification des structures élémentaires au voisinage de la surface libre.

## 1.4 Organisation du mémoire

Le mémoire est organisé comme suit : le chapitre suivant pose la problématique du sujet, en identifiant les mécanismes physiques capables de modifier le transfert énergétique intercomposantes. Le chapitre 3 présente la méthode numérique. Nous présentons plus particulièrement la méthode de forçage localisé dans l'espace physique que nous avons mise en place dans le cadre de ce travail. Nous nous dotons au chapitre 4 des outils de caractérisation du champ turbulent. On dresse les profils des statistiques au second ordre et des bilans des tensions de Reynolds au voisinage de la surface libre. L'étude paramétrique en nombre de Reynolds fait l'objet du chapitre 5, où il est également traité de l'influence de la distance à la surface de la zone de forçage. Enfin le chapitre 6 est consacré à l'analyse des structures élémentaires responsables du transfert énergétique intercomposantes. On alimente dans ce chapitre la controverse sur la nature des événements élémentaires qui règlent l'intensité de la corrélation pression-déformation au voisinage de la surface. Après avoir dressé un bilan global des acquis de ce travail et des questions qui restent en suspens, nous concluons ce rapport sur des perspectives concrètes dans le chapitre 7.

# Chapitre 2

## Problématique d'une analyse du transfert intercomposantes au voisinage d'une surface de blocage

### Sommaire

---

<b>2.1 Définitions . . . . .</b>	<b>9</b>
2.1.1 Termes de redistribution . . . . .	9
2.1.2 Distinction partie lente/partie rapide de la corrélation pression-déformation . . . . .	10
2.1.3 Termes d'écho en présence de parois solides ou de surfaces libres	12
<b>2.2 Phénoménologie associée aux transferts intercomposantes . .</b>	<b>14</b>
2.2.1 Effets de collision et de rotation . . . . .	14
2.2.2 Effet de collision en écoulement confiné : impacts et éjections . .	16
2.2.3 Effets de rotation en écoulement confiné . . . . .	17
2.2.3.1 Surface libre idéale . . . . .	18
2.2.3.2 Paroi solide . . . . .	20
2.2.4 Discussion . . . . .	20

**2.3 Quantification de la contribution des effets de collision et de  
rotation dans la corrélation pression-déformation . . . . . 22**

---

Quand on écrit les équations des tensions de Reynolds pour un fluide incompressible, la corrélation entre fluctuation de pression et taux de déformation du mouvement fluctuant apparaît comme un terme d'échange, à trace nulle, entre les composantes normales du tenseur de Reynolds. En l'absence de confinement, ces termes traduisent un mécanisme de retour à l'isotropie observé expérimentalement et sont modélisés en conséquence. Il en va différemment lorsque l'écoulement se fait en présence d'une surface imperméable (surface de blocage) : on observe que le transfert ne s'effectue conformément au mécanisme de retour à l'isotropie qu'au-delà d'une certaine distance de la paroi, mais qu'il est singulièrement affecté en-deçà. La couche affectée est appelée *couche de surface*. Cette région comprend elle-même, au voisinage de la paroi, une sous-couche où la viscosité joue un rôle particulier, on l'appelle *couche visqueuse*. Dans le cas d'une paroi solide, il s'agit bien évidemment de la sous-couche visqueuse ; dans le cas d'une surface libre "idéale" (indéformable et sans frottement), une couche visqueuse est également identifiable, sous la couche de surface.

Comme rappelé en introduction, la modélisation des termes de corrélation pression-déformation dans la couche de surface est une question posée depuis les premières approches statistiques au second ordre (Launder, Reece, et Rodi, 1975). L'interprétation physique des modifications de transfert observées au voisinage de la paroi reste cependant matière à controverse et limite, de ce fait, les progrès en matière de modélisation.

Dans cette partie, on cherche à clarifier la problématique du sujet. L'objectif est d'identifier les mécanismes physiques capables de modifier le transfert intercomposantes et le moyen de les quantifier. Dans un premier temps, on rappelle un certain nombre de définitions liées à la description statistique de la turbulence et différentes décompositions de la fluctuation de pression. On présente ensuite les différents mécanismes identifiés dans la littérature, et pouvant avoir un effet sur le transfert intercomposantes. La troisième partie propose un moyen d'analyse des données afin de mettre en relation des aspects qualitatifs et quantitatifs.

## 2.1 Définitions

### 2.1.1 Termes de redistribution

On considère des écoulements turbulents de fluide incompressible, pour lesquels l'analyse statistique classique amène à écrire les équations de transport des tensions de Reynolds sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \overline{U_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + D_{ij}^u + D_{ij}^p + D_{ij}^\nu + \Pi_{ij} - \epsilon_{ij}$$

où

$$P_{ij} = - \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k} \right) \quad \text{est le terme de } \textit{production};$$

$$D_{ij}^u = - \frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k} \quad \text{est la } \textit{diffusion par fluctuation de vitesse};$$

$$D_{ij}^p = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \overline{p u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{p u_j}}{\partial x_i} \right) \quad \text{est la } \textit{diffusion par fluctuation de pression};$$

$$D_{ij}^\nu = \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k} \quad \text{est la } \textit{diffusion moléculaire};$$

$$\Pi_{ij} = \frac{p}{\rho} \overline{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)} \quad \text{est le terme de } \textit{corrélation pression-déformation};$$

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \overline{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right)} \quad \text{est la } \textit{pseudo-dissipation}.$$

Ces équations mettent en jeu des termes de transport (advection et diffusion) qui disparaissent en écoulement homogène, et un ensemble de sources et de puits *locaux* (production, corrélation pression-déformation et dissipation) qui provoquent, soit une variation de l'énergie cinétique turbulente ( $k = \overline{u_i u_i}/2$ ), soit des transferts entre composantes du tenseur. C'est ce mécanisme qui nous intéresse ici, et les termes qui en sont responsables sont parfaitement identifiables, il s'agit de la corrélation pression-déformation et du tenseur d'anisotropie de la dissipation :

$$e_{ij} = \epsilon_{ij} - \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij}$$



Le “regroupement de Lumley” rassemble ces deux contributions dans un terme unique :

$$\Phi_{ij} = \Pi_{ij} - e_{ij}$$

Les équations des tensions de Reynolds peuvent par suite s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \overline{U_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + D_{ij} + D_{ij}^p + D_{ij}^\nu + \Phi_{ij} - \frac{2}{3} \epsilon$$

où le mécanisme de transfert intercomposantes s'identifie au seul terme  $\Phi_{ij}$ . Parce qu'il est à trace nulle,  $\Phi_{ii} = 0$ , on qualifie ce terme ainsi que les deux contributions qui le forment ( $\Pi_{ij}$  et  $e_{ij}$ ) de *termes de redistribution*.

**Remarque** On peut également regrouper en un terme unique les contributions liées à la fluctuation de pression. Le terme résultant

$$\phi_{ij} = \Pi_{ij} + D_{ij}^p = -\frac{1}{\rho} \left( \overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} + \overline{u_j \frac{\partial p}{\partial x_i}} \right)$$

apparaît comme un terme de *corrélation vitesse-gradient de pression*. Il mêle transfert spatial et redistribution locale, et s'avère de ce fait mal adapté à l'analyse du transfert entre composantes et à sa schématisation.

### 2.1.2 Distinction partie lente/partie rapide de la corrélation pression-déformation

L'examen de l'équation de la fluctuation de pression permet d'inventorier les mécanismes à l'œuvre dans le phénomène de redistribution par la corrélation pression-déformation. En effet, si on considère l'écoulement d'un fluide incompressible dans un domaine  $\Omega$  limité par la surface  $\mathcal{S}$ , la fluctuation de pression est solution de l'équation de Poisson :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_j} = -2 \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}} \right) \quad (2.1)$$

assortie de conditions aux limites sur  $\mathcal{S}$  qui, le plus souvent, pourront être considérées comme étant de type Neumann inhomogène soit :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = \varphi \quad \text{sur } \mathcal{S} \quad (2.2)$$

où  $n$  est la normale à  $\mathcal{S}$ . Du fait de la linéarité du laplacien, on peut considérer que la fluctuation de pression est la somme de trois contributions  $p^{(s)}$ ,  $p^{(r)}$  et  $p^{(\sigma)}$  définies de la manière suivante :

- une contribution dite “lente”, uniquement liée à l’influence du mouvement fluctuant, et solution du problème

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p^{(s)}}{\partial x_j \partial x_j} = - \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}} \right) \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{(s)}}{\partial n} = 0 \quad \text{sur } \mathcal{S} \quad (2.3)$$

- une contribution dite “rapide”, liée à l’influence du mouvement moyen, et solution du problème

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p^{(r)}}{\partial x_j \partial x_j} = -2 \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{(r)}}{\partial n} = 0 \quad \text{sur } \mathcal{S} \quad (2.4)$$

- une contribution “de surface”<sup>1</sup>, solution du problème

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p^{(\sigma)}}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{(\sigma)}}{\partial n} = \varphi \quad \text{sur } \mathcal{S} \quad (2.5)$$

On transpose immédiatement cette décomposition à la corrélation pression-déformation pour définir :

- la *partie lente*

$$\Pi_{ij}^{(s)} = \frac{1}{\rho} \overline{p^{(s)} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}$$

- la *partie rapide*

$$\Pi_{ij}^{(r)} = \frac{1}{\rho} \overline{p^{(r)} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}$$

---

<sup>1</sup>parfois appelée pression de Stokes.

– la partie “de surface”

$$\Pi_{ij}^{(\sigma)} = \frac{1}{\rho} \overline{p^{(\sigma)} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}$$

### 2.1.3 Termes d'écho en présence de parois solides ou de surfaces libres

Si on revient au problème défini par (2.1) et (2.2), réécrit sous la forme

$$\Delta p = f \quad \text{avec} \quad \frac{\partial p}{\partial n} = \varphi \quad \text{sur } \mathcal{S}$$

la pression au point  $P$  peut être obtenue sous la forme :

$$p(P) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega} G(P, M) f(M) d\omega(M) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\mathcal{S}} G(P, N) \varphi(N) d\sigma(N) \quad (2.6)$$

où  $G$  est la fonction de Green du domaine  $\Omega$  pour le problème de Neumann homogène.

Considérons maintenant pour  $\Omega$  le demi-espace limité par le plan imperméable ( $xOy$ ). Si ce plan ( $\mathcal{P}$ ) est constitué d'une paroi solide, l'équation de la fluctuation normale  $w$  donne, en tenant compte de la condition d'adhérence, la condition à la limite pour la fluctuation de pression :

$$\varphi = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad \text{sur } \mathcal{P} \quad (2.7)$$

Si le plan  $\mathcal{P}$  est constitué d'une surface libre idéale (indéformable et sans frottement), on obtient :

$$\varphi = 0 \quad \text{sur } \mathcal{P} \quad (2.8)$$

Par ailleurs, on pourrait montrer en posant des hypothèses d'homogénéité en  $x$  et  $y$ , que l'intégrale de surface se réduit dans (2.6) à une intégrale sur  $\mathcal{P}$ . La méthode des images permet alors d'exprimer  $G$  en fonction de  $G_0$ , fonction de Green de l'espace entier, et

d'écrire :

$$p(P) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega} (G_0(P, M) + G_0(P, M')) f(M) d\omega(M) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} G(P, N) \varphi(N) d\sigma(N)$$

où  $M'$  est le symétrique de  $M$  par rapport à  $\mathcal{P}$ .  $G_0(P, M)$  est simplement égale à  $1/r$  si  $r$  est la distance qui sépare les points  $P$  et  $M$ . En notant  $r'$  la distance qui sépare les points  $P$  et  $M'$  et en considérant un champ de vitesse fictif dans le demi-espace inférieur ( $\Omega'$ ), symétrique du champ de vitesse réel, on pourra écrire :

$$\begin{aligned} p(P) = & - \frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega} \frac{f(M)}{r} d\omega(M) \\ & - \frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega'} \frac{f(M)}{r'} d\omega(M') \\ & + \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathcal{P}} \frac{\varphi(N)}{r} d\sigma(N) \end{aligned}$$

On peut donc considérer que la pression qui s'établit au point  $P$  en présence d'une paroi solide est la somme des trois contributions :  $p_A$ ,  $p_B$  et  $p^{(\sigma)}$ . Cette dernière s'identifie à la pression de surface introduite au paragraphe précédent, également appelée "pression de Stokes" dans Mansour, Kim, et Moin (1988) ou Bradshaw, Mansour, et Piomelli (1987) ; c'est la seule qui soit explicitement liée à la viscosité, elle disparaît d'ailleurs si  $\mathcal{P}$  matérialise une surface libre, ce qui est le cas de notre étude. La pression  $p_A$  est, *formellement*, celle qui s'établirait au point  $P$  en écoulement libre et  $p_B$  est qualifiée de *pression "d'écho"*. On notera que les fluctuations rapide et lente comportent toutes deux une contribution d'écho ( $p_B^{(s)}$  et  $p_B^{(r)}$ ).

Cette décomposition de la fluctuation de pression a été introduite par Launder et al. (1975) pour justifier la nécessité de modifier les modèles de redistribution en présence d'une paroi solide. Depuis on a souvent considéré que le terme d'écho portait l'essentiel de l'action de la surface sur le transfert intercomposantes. Ce n'est que récemment, dans

l'analyse des résultats de simulation directe de l'écoulement de canal plan, que Manceau, Wang, et Laurence (2001) ont donné quelques éléments quantitatifs sur le montant des transferts associés. Il apparaît ainsi, que  $p_B$  est faible devant  $p_A$  et agit dans le même sens que celle-ci en favorisant le retour à l'isotropie. Manceau et al. (2001) en concluent que la modification du transfert intercomposantes intervient *dans*  $p_A$ , ce qui empêche de la quantifier et d'en donner une interprétation physique précise.

## 2.2 Phénoménologie associée aux transferts intercomposantes

L'explication la plus fréquente de la singularité du transfert intercomposantes au voisinage d'une surface de blocage fait référence à "un effet de collision" (*splat*). Schématiquement, on considère qu'une masse de fluide animée d'un mouvement normal à la surface transfère son énergie dans les directions tangentielles lorsqu'elle rencontre celle-ci. Ce transfert n'a donc aucune raison d'opérer un retour à l'isotropie et, le plus souvent, s'y oppose. Cependant, il semble que le terme *splat* ait été introduit par Bradshaw et Koh (1981) dans une analyse de l'équation de la pression instantanée. Cette analyse s'inscrit dans le cadre plus général des écoulements non-confinés et introduit, en parallèle avec la notion "d'effet de collision", celle d'effet de rotation (*spin*). L'analyse de Bradshaw et Koh (1981) est reproduite dans le paragraphe ci-dessous.

### 2.2.1 Effets de collision et de rotation

Pour un fluide incompressible, l'équation de Poisson de la pression instantanée s'écrit sous la forme :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x_j \partial x_j} = - \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (2.9)$$

Cette équation peut être manipulée en introduisant les parties symétrique et antisymétrique du tenseur gradient de vitesse :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{et} \quad R_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

pour écrire :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x_j \partial x_j} = (S_{ij} + R_{ij})(S_{ij} - R_{ij}) = S_{ij}S_{ij} - R_{ij}R_{ij}$$

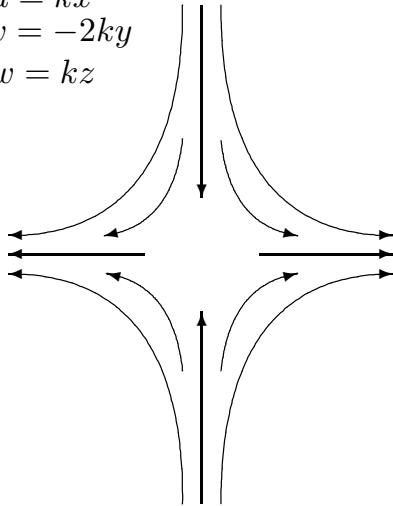
puis :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x_j \partial x_j} = S^2 - \frac{1}{2} \Omega^2$$

où  $S^2$  est le second invariant du tenseur des taux de déformation, et  $\Omega$  la norme du rotationnel. Bradshaw et Koh (1981) font remarquer que le premier terme source est significatif au voisinage de points d'arrêt et que la pression tend alors vers un maximum (dérivée seconde négative). Le second est associé à la rotation et à des minima de pression. Les deux types de contributions sont donc qualifiés de “splat” (collision) et “spin” (rotation), respectivement. La figure 2.1 illustre des événements de déformation pure (col-

**(a) collision**

$$\begin{aligned} u &= kx \\ v &= -2ky \\ w &= kz \end{aligned}$$



**(b) rotation**

$$\begin{aligned} u &= -\Omega r \sin \theta \\ v &= \Omega r \cos \theta \\ w &= 0 \end{aligned}$$

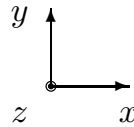
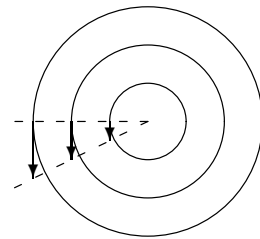


FIGURE 2.1: Effets de collision et de rotation en écoulement non-confiné

lision), définis par  $S = \text{constante}$ ,  $\Omega = 0$ , et des évènements de rotation pure, définis par  $S = 0$ ,  $\Omega = \text{constante}$ .

### 2.2.2 Effet de collision en écoulement confiné : impacts et éjections

Après Bradshaw et Koh (1981), les effets de collision (ou plutôt leur restriction aux *impacts* avec la surface) ont été considérés comme les premiers responsables de la modification du transfert intercomposantes en présence d'une surface de blocage. En effet, la combinaison d'une surpression à l'impact avec une vitesse normale dirigée vers la surface produit une corrélation pression-déformation négative dans l'équation de la tension de Reynolds relative à la fluctuation normale. Le transfert intercomposantes s'effectue donc depuis la composante normale vers les composantes tangentielles, conformément à ce qui est observé en pratique. C'est Perot et Moin (1995) qui ont fait remarquer que, pour des raisons de continuité, les évènements d'*éjection* ("*antisplat*") sont approximativement en même nombre que les évènements d'impact. Selon Perot et Moin (1995), ces évènements sont consécutifs à la conjonction de plusieurs impacts avec la surface : deux masses fluides cheminant le long de la surface après impact se rencontrent et produisent une éjection ; de ce point de vue, ils relèvent également du type générique "collision" (*splat* selon la terminologie de Bradshaw et Koh, 1981) mais s'opposent aux effets d'impact dans le transfert intercomposantes. Une conséquence évidente de l'interprétation de Perot et Moin (1995) est que, si impacts et éjections sont en équilibre, l'effet sur la corrélation pression-déformation est nul. Perot et Moin (1995) admettent cette conclusion paradoxale en remarquant que, pour leurs résultats de simulation directe d'une décroissance de turbulence homogène isotrope en présence d'une surface libre idéale, les valeurs de la corrélation pression-déformation restent faibles dans le bilan des tensions de Reynolds. Le léger déséquilibre correspondant est attribué à la viscosité : les masses fluides cheminant le long de la surface sont "usées" par les effets visqueux et ne restituent pas en éjections toute l'énergie cinétique produite par les impacts. De manière consistante, les résultats de Perot et Moin dans la simulation de la décroissance d'une turbulence homogène isotrope en présence d'une paroi solide montrent

que le déséquilibre est renforcé dans cette situation où les effets visqueux sont accentués.

Le rôle joué par la viscosité dans le déséquilibre impact-éjection est contesté par Walker et al. (1996) dans une étude ultérieure. Ces auteurs procèdent à la simulation directe du même écoulement que Perot et Moin (1995), mais les résultats sont observés aux temps longs. Selon eux, le déséquilibre entre impacts et éjections est net (trop important pour pouvoir être justifié par l'action de la viscosité) ; il résulte du conflit entre les contributions liées au blocage cinématique et celles liées au mécanisme de retour à l'isotropie, qui sont présentes aux temps longs, lorsque l'anisotropie due à la présence de la surface libre devient suffisamment importante. Implicitement, ceci revient à dire que le niveau de la corrélation pression-déformation *dans l'absolu* ne permet pas de conclure sur l'importance du transfert intercomposantes lié au blocage, mais que c'est la différence entre ce niveau et celui (hypothétique) qui serait atteint sous l'effet du seul mécanisme de retour à l'isotropie qui doit être considéré.

### 2.2.3 Effets de rotation en écoulement confiné

Du point de vue des effets de rotation, la nature de la surface de blocage, paroi solide ou surface libre, produit des effets très différents. Le tableau 2.1 présente les développements limités des fluctuations de vitesse et de rotationnel au voisinage de la paroi solide et de la surface libre (ces développements limités seront établis dans la partie 4.2 dans le cas de la surface libre). On constate que, pour les fluctuations de vitesse, la situation est similaire dans les deux cas : la composante normale est plus faible d'un ordre en  $z$  que les composantes tangentielles. Par contre, l'orientation du rotationnel bascule entre les deux situations, puisqu'il est normal à la surface libre et tangent à la paroi solide. Cette différence fondamentale justifie que, pour les effets de rotation, on distingue les deux situations. Il semble cependant nécessaire de garder à l'esprit que cette distinction, basée sur des développements limités au voisinage de la surface, pourrait être atténuée *dans la couche de surface* au-delà de la *couche visqueuse*.



Paroi solide	Surface libre
$u = a_1 z + a_2 z^2 + \mathcal{O}(z^3)$	$u = a_0 + a_2 z^2 + \mathcal{O}(z^4)$
$v = b_1 z + b_2 z^2 + \mathcal{O}(z^3)$	$v = b_0 + b_2 z^2 + \mathcal{O}(z^4)$
$w = c_2 z^2 + \mathcal{O}(z^3)$	$w = c_1 z + c_3 z^3 + \mathcal{O}(z^4)$
$\omega_x = -b_1 - 2b_2 z + \mathcal{O}(z^2)$	$\omega_x = (c_{1,y} - 2b_2) z + \mathcal{O}(z^2)$
$\omega_y = a_1 + 2a_2 z + \mathcal{O}(z^2)$	$\omega_y = (2a_2 - c_{1,x}) z + \mathcal{O}(z^2)$
$\omega_z = (b_{1,x} - a_{1,y}) z + \mathcal{O}(z^2)$	$\omega_z = b_{0,x} - a_{0,y} + \mathcal{O}(z^2)$

TABLEAU 2.1: Développements limités des fluctuations de vitesse et de rotationnel au voisinage d'une surface de blocage de normale  $z$

### 2.2.3.1 Surface libre idéale

Si on s'en tient au fait qu'au contact d'une surface libre idéale, le rotationnel est normal à la surface, les seuls événements de rotation capables de produire une fluctuation de pression sont les étirements ou compressions de tourbillon attaché, perpendiculairement à la surface libre. La fluctuation de pression étant négative au cœur du tourbillon, les étirements produisent une corrélation pression-déformation défavorable à la composante normale ( $\Phi_{33} < 0$ ), et les compressions une corrélation qui lui est favorable ( $\Phi_{33} > 0$ ). La figure 2.2 regroupe toutes les structures qu'on peut s'attendre à voir agir sur le transfert intercomposantes dans cette situation.

Toutes les structures recensées dans la figure 2.2 sont observables en pratique. Impacts et éjections sont observés, par Perot et Moin (1995) dans la simulation de l'interaction entre une turbulence homogène isotrope et une surface libre; ils le sont également par Shen, Zhang, Yue, et Triantafyllou (1999) dans la simulation de l'interaction d'une turbulence cisailée et d'une surface libre; ils sont aussi remarqués par Nagaosa (1999) et Pan et Banerjee (1995) dans des simulations de canal plan à surface libre, et enfin par Kumar, Gupta, et Banerjee (1998) dans l'étude expérimentale d'un canal plan à surface libre. La présence de tourbillons attachés est également rapportée par Shen et al. (1999), Nagaosa (1999), Pan et Banerjee (1995), Kumar et al. (1998) et Handler et al. (1993).

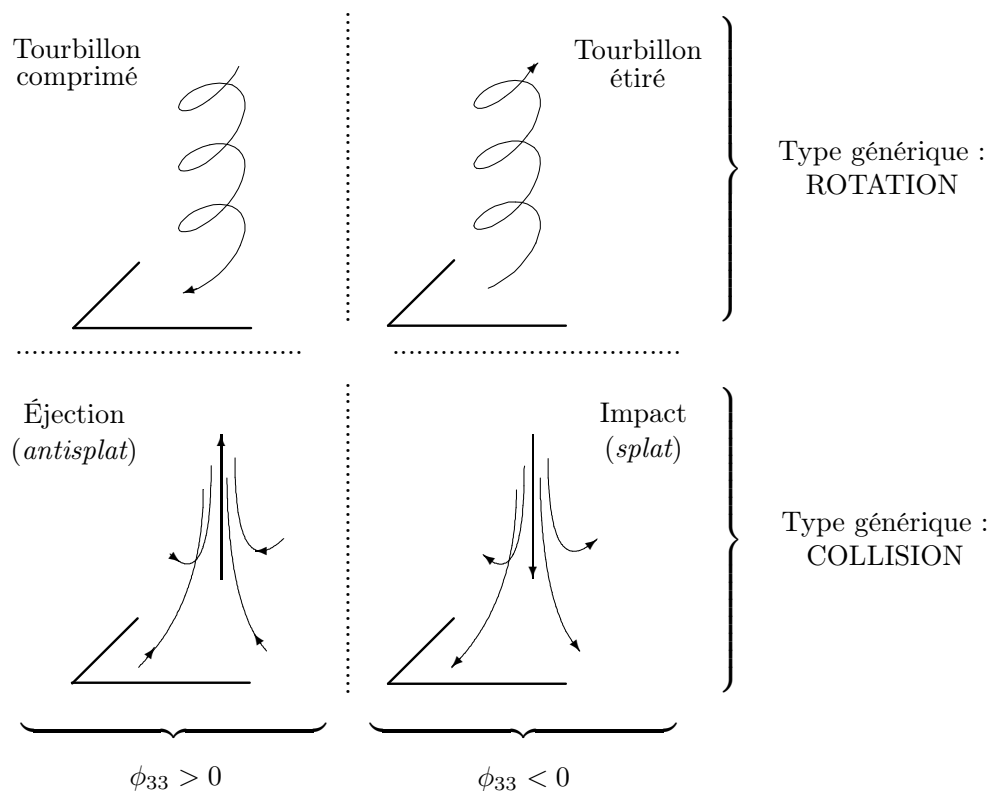


FIGURE 2.2: Évènements susceptibles d’agir sur le transfert intercomposantes au voisinage d’une surface libre

S’agissant des tourbillons attachés, trois caractéristiques importantes peuvent leur être attribuées sur la base des études citées :

- ils possèdent une durée de vie importante (Pan et Banerjee, 1995; Kumar et al., 1998) ;
- ils apparaissent le plus souvent à la périphérie des impacts (Pan et Banerjee, 1995; Kumar et al., 1998, ceci est également suggéré dans Perot et Moin (1995)) ; un mécanisme possible de génération d’un tourbillon de ce type à partir de plusieurs impacts est illustré par la figure 2.3) ;
- ils sont majoritairement du type “tourbillon étiré” (Shen et al., 1999; Pan et Banerjee, 1995; Kumar et al., 1998).

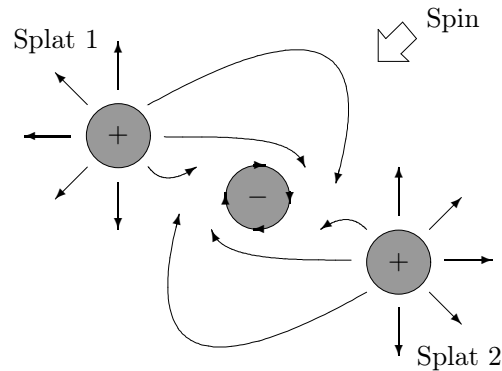


FIGURE 2.3: Un mécanisme possible pour la génération d'étirements de tourbillons à partir d'événements d'impact, en vue de dessus, la surface libre étant dans le plan de la feuille (les signes + et - représentent respectivement des zones de surpression et de dépression).

### 2.2.3.2 Paroi solide

On a vu que, dans la couche de surface d'une paroi solide, seuls les tourbillons d'axe tangent à la paroi pouvaient subsister. On ne voit pas comment ces tourbillons pourraient produire une corrélation pression-déformation dans l'équation de la composante normale. Donc, à première vue, les effets de rotation ne devraient pas intervenir directement dans le transfert intercomposantes. Ceci ne signifie pas qu'ils en soient totalement exclus : le modèle classique du tourbillon en fer à cheval, illustré dans la figure 2.4, met en jeu une séquence complexe impliquant des impacts et des éjections qui, pour leur part, contribuent au transfert. Un effet *indirect, au delà de la couche visqueuse*, ne peut pas être écarté. La figure 2.4 montre qu'un transfert intercomposantes est possible du fait de l'éjection située entre les branches du tourbillon et du "balayage" (*sweep*) qui le suit, ainsi que dans les branches étirées de ce tourbillon.

### 2.2.4 Discussion

Les paragraphes précédents semblent montrer que le transfert intercomposantes va s'établir en fonction du déséquilibre entre

- (i) les événements d'impacts ou d'étirements tourbillonnaires (pour les tourbillons d'axe normal à la surface) qui favorisent un transfert depuis la fluctuation normale vers les

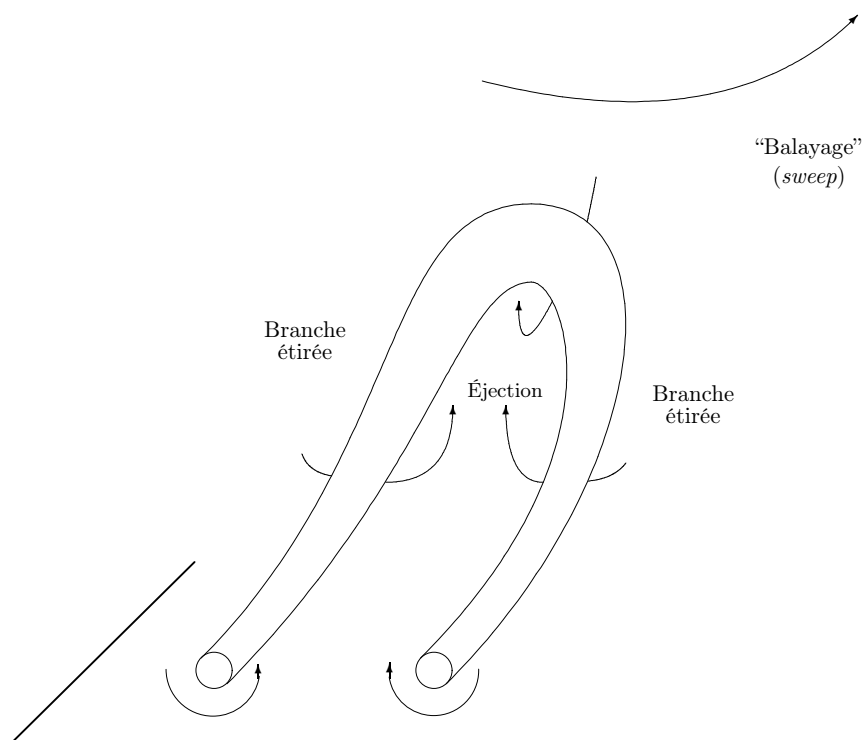


FIGURE 2.4: Événements d'éjection, de balayage et d'étirement tourbillonnaire liés à l'évolution d'un tourbillon en fer à cheval.

fluctuations tangentielles,

et

- (ii) les événements d'éjection ou de compression tourbillonnaires qui favorisent un transfert en sens inverse.

Dans le cas d'une paroi solide, on peut supposer que les mécanismes d'impact/éjection soient prépondérants et que leur déséquilibre gouverne seul le transfert intercomposantes. Ceci est conforme à ce qui est postulé par Perot et Moin (1995), mais dans un cadre plus restrictif.

Par ailleurs, et s'agissant toujours des événements d'impact et d'éjection, le raisonnement de Perot et Moin (1995), selon lequel la continuité implique un quasi équilibre entre les deux types d'événements, ne nous paraît pas entièrement correct. Pour s'en convaincre, on pourra convenir de noter  $w'_{gn}$  (respectivement  $w'_{gp}$ ) la moyenne de la composante verticale de vitesse des impacts (respectivement des éjections) repérés à une distance  $l$  de la

surface. Dans ce cas, la continuité implique que  $w'_{gn}S_{gn} = w'_{gp}S_{gp}$ , où  $S_{gn}$  et  $S_{gp}$  sont les surfaces affectées, respectivement, par les événements d'impact et d'éjection à  $z = l$ . Les ordres de grandeur des fluctuations de pression pariétales correspondantes sont alors  $\rho w'^2_{gn}$  et  $\rho w'^2_{gp}$ , et celui des transferts intercomposantes associés :

$$\rho w'^2_{gn} \times \frac{w'_{gn}}{l} \times \frac{S_{gn}}{S} \quad \text{et} \quad \rho w'^2_{gp} \times \frac{w'_{gp}}{l} \times \frac{S_{gp}}{S}$$

où  $S$  est la surface totale sur laquelle on repère les événements. En tenant compte de la continuité, les ordres de grandeur des contributions d'impact et d'éjection à la corrélation pression-déformation s'écrivent respectivement :

$$\text{Constante} \times \frac{w'^2_{gn}}{Sl} \quad \text{et} \quad \text{Constante} \times \frac{w'^2_{gp}}{Sl}$$

Donc, si les vitesses d'impact sont en moyenne plus élevées (respectivement plus faibles) que les vitesses d'éjection, le déséquilibre est possible et favorable aux composantes tangentielles (respectivement à la composante normale).

### 2.3 Quantification de la contribution des effets de collision et de rotation dans la corrélation pression-déformation

On reprend l'analyse de Bradshaw et Koh (1981) pour l'appliquer à la fluctuation de pression lente [voir équation (2.3)]. On obtient ainsi :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p^{(s)}}{\partial x_j \partial x_j} = \left( s^2 - \overline{s^2} \right) - \frac{1}{2} \left( \omega^2 - \overline{\omega^2} \right) \quad (2.10)$$

$s^2$  est maintenant le second invariant du tenseur des taux de déformation *fluctuants*, et  $\omega^2$  l'enstrophie. L'équation (2.10) montre — avec le même raisonnement que celui de Bradshaw et Koh (1981) — que si, à un instant donné, le niveau de  $s^2$  excède localement sa moyenne,

un maximum de la fluctuation de pression est produit. Parallèlement, une augmentation locale de l'enstrophie produit un minimum de fluctuation de pression. L'interprétation en terme de collision et de rotation tient toujours. Par ailleurs, on conçoit facilement, qu'en situation non-confinée, les deux types d'événement soient compatibles avec des mécanismes de retour à l'isotropie. En effet, si la tension de Reynolds relative à l'une des trois composantes de la fluctuation de vitesse se trouve augmentée, il est naturel de considérer que le nombre d'impacts ayant lieu dans la direction correspondante augmente pour alimenter les deux autres tensions de Reynolds. De même, l'effet des événements de rotation est à mettre en relation avec le mécanisme "d'étirement tourbillonnaire" (*vortex stretching*), selon lequel l'étirement d'un tourbillon selon son axe ( $\omega \nearrow$ ) induit l'étirement des tourbillons préexistants dans les directions orthogonales.

À partir de l'équation (2.10), on peut introduire une nouvelle décomposition de la fluctuation de pression permettant d'individualiser la contribution des deux types d'événements dans la pression fluctuante, en posant :

$$p^{(s)} = p_1^{(s)} + p_2^{(s)} \quad (2.11)$$

avec

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p_1^{(s)}}{\partial x_j \partial x_j} = s^2 - \overline{s^2} \quad (2.12)$$

et

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p_2^{(s)}}{\partial x_j \partial x_j} = -\frac{1}{2} (\omega^2 - \overline{\omega^2}) \quad (2.13)$$

La décomposition de l'équation (2.11) devrait permettre de quantifier sans ambiguïté le poids de chacun des types d'événements impliqués dans le transfert intercomposantes. Ainsi, au voisinage d'une surface de blocage de normale  $z$ , on obtient une décomposition de la corrélation pression-déformation où :

- les transferts consécutifs à des événements d'*impact* sont quantifiés par la moyenne des contributions de la corrélation  $2 p_1^{(s)} s_{33}$  lorsque  $s_{33}$  est négatif ;
- les transferts consécutifs à des événements d'*ejection* sont quantifiés par la moyenne

- des contributions de la corrélation  $\overline{2p_1^{(s)} s_{33}}$  lorsque  $s_{33}$  est positif;
- les transferts consécutifs à des *étirements de tourbillon* sont quantifiés par la moyenne des contributions de la corrélation  $\overline{2p_2^{(s)} s_{33}}$  lorsque  $s_{33}$  est positif;
- les transferts consécutifs à des *compressions de tourbillon* sont quantifiés par la moyenne des contributions de la corrélation  $\overline{2p_2^{(s)} s_{33}}$  lorsque  $s_{33}$  est négatif.

La classification des quatre types d'évènements, au voisinage immédiat de la surface, se fait en fonction du signe de  $s_{33}$ , c'est-à-dire de  $\partial w / \partial z$  :

- si  $\frac{\partial w}{\partial z}$  est positif, l'évènement s'éloigne de la surface libre ; d'après la classification donnée par la figure 2.2, il peut s'agir d'une éjection ou d'un tourbillon étiré ;
- si  $\frac{\partial w}{\partial z}$  est négatif, l'évènement se rapproche de la surface libre ; d'après la classification donnée par la figure 2.2, il peut s'agir d'un impact ou d'un tourbillon comprimé.

**Remarque :** Pour la partie rapide de la corrélation pression-déformation, on peut également manipuler le second membre de l'équation de Poisson en introduisant les parties symétrique et antisymétrique du tenseur des taux de déformation. On obtient :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p^{(r)}}{\partial x_j \partial x_j} = -2 \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \overline{S}_{ij} s_{ij} - \overline{R}_{ij} r_{ij}$$

sans interprétation physique évidente à première vue. Nous ne nous reviendrons pas sur cette dernière décomposition, étant donné que notre étude se consacre à la partie lente de la corrélation pression-déformation.

# Chapitre 3

## Méthode numérique

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Discretisation temporelle . . . . .</b>	<b>26</b>
3.1.1	Choix du schéma temporel . . . . .	27
3.1.2	Traitement du terme de pression . . . . .	28
<b>3.2</b>	<b>Discretisation spatiale . . . . .</b>	<b>30</b>
3.2.1	Transformation de Fourier discrète . . . . .	30
3.2.2	Calculs dans le domaine spectral . . . . .	32
3.2.3	Système discrétisé par les modèles duaux . . . . .	33
3.2.4	Méthode pseudo-spectrale . . . . .	34
3.2.4.1	Présentation . . . . .	34
3.2.4.2	Méthode d'anti-aliasing . . . . .	35
3.2.4.3	Conséquences de la configuration du domaine de calcul . . . . .	37
<b>3.3</b>	<b>Méthode de forçage . . . . .</b>	<b>39</b>
3.3.1	Montant d'énergie injectée par le forçage . . . . .	40
3.3.2	Forçage de divergence nulle . . . . .	42
3.3.3	Contrôle de l'énergie injectée . . . . .	43
3.3.4	Isotropie du forçage . . . . .	44
3.3.5	Confinement du forçage . . . . .	45



<b>3.4 Paramètres de la simulation . . . . .</b>	<b>46</b>
3.4.1 Critère de stabilité temporelle . . . . .	46
3.4.2 Critère de résolution des plus petites échelles . . . . .	47
3.4.3 Résolution des grandes structures énergétiques . . . . .	49

---

Nous présentons ici le système d'équations à résoudre pour étudier notre problème ainsi que la méthode numérique mise en place pour le résoudre. Les discrétisations temporelle et spatiale sont exposées dans les parties 3.1 et 3.2. La partie 3.3 est consacrée à la méthode de forçage, spécifique à la géométrie choisie en vue de résoudre la problématique de notre étude. Enfin la partie 3.4 présente les paramètres généraux de la simulation numérique directe que sont les critères de stabilité temporelle, de résolution des plus petites échelles et des grandes structures énergétiques.

### 3.1 Discrétisation temporelle

Dans le cadre d'une simulation instationnaire d'écoulement, l'avancement en temps du champ de vitesse résultera d'une discrétisation en temps et en espace respectant les équations de Navier-Stokes incompressibles :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \partial_t \mathbf{u} = \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} - \nabla \pi + \nu \Delta \mathbf{u} \end{cases} \quad (3.1)$$

où la pression totale spécifique est définie ainsi :

$$\pi = p/\rho + u^2/2$$

La seconde équation peut s'écrire sous la forme bloc suivante :

$$\partial_t \mathbf{u} = \mathcal{N} - \nabla \pi + \mathcal{L} \quad (3.2)$$

où  $\mathcal{N}$  représente donc les termes convectifs et  $\mathcal{L}$  les termes visqueux.

### 3.1.1 Choix du schéma temporel

Il existe un grand nombre de schémas de discrétisation temporelle. Les facteurs qui influencent le choix du schéma sont la précision, la stabilité, la capacité de stockage et les objectifs de l'étude. Parmi les schémas les plus couramment utilisés, on peut citer les schémas d'Adams-Bashforth au second ordre (AB2), les schémas de Runge-Kutta aux second et troisième ordres et les schémas de Crank-Nicholson au second ordre. Pour une description de ces différents schémas et de leur étude de stabilité, on peut par exemple se référer à Canuto, Hussaini, Quarteroni, et Zang (1991).

Le schéma temporel utilisé ici est un schéma hybride semi-implicite de type Runge-Kutta d'ordre trois (RK3) pour les termes convectifs et Crank-Nicholson (CN) pour les termes visqueux. Il trouve ses sources dans les travaux de Zang et Hussaini (1985) et Spalart, Moser, et Rogers (1991). Pour la discrétisation des termes non-linéaires, le schéma de RK3 est préféré au schéma AB2 pour plusieurs raisons : il est plus précis à un coût de calcul moindre (Lamballais, 1996) et les termes de pression sont difficilement résolus à une précision d'ordre deux par le schéma AB2.

Pour le traitement des termes visqueux, la nature explicite du schéma RK3 impose une contrainte trop stricte sur le pas du temps. Une solution consiste à rendre le traitement des termes visqueux implicite par l'utilisation d'un schéma de Crank-Nicholson.

Ce schéma comporte trois sous-pas de temps et sa précision globale est d'ordre deux. Soient  $n$  et  $n + 1$  deux temps consécutifs, l'intégration temporelle manipule deux champs intermédiaires indicés par  $p = 1, 2$  avec  $\mathbf{u}^n = \mathbf{u}^{p=0}$  et  $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^{p=3}$ .

Les trois champs sont déduits successivement l'un de l'autre à l'aide des équations :

$$\frac{\mathbf{u}^p - \mathbf{u}^{p-1}}{\Delta t} = \alpha_p \mathcal{N}^{p-1} + \beta_p \mathcal{N}^{p-2} - \gamma_p \nabla \pi^p + \frac{1}{2} \gamma_p (\mathcal{L}^{p-1} + \mathcal{L}^p) \quad (3.3)$$

Les coefficients spectraux donnés par Williamson (1980) assurent une précision à l'ordre trois sur les termes convectifs :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 8/15 & \beta_1 &= 0 \\ \alpha_2 &= 5/15 & \beta_2 &= -17/60 \\ \alpha_3 &= 3/4 & \beta_3 &= -5/12 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Le troisième terme est la somme des deux premiers :  $\gamma_p = \alpha_p + \beta_p$ .

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 8/15 \\ \gamma_2 &= 1/20 \\ \gamma_3 &= 1/3 \end{aligned} \quad (3.5)$$

### 3.1.2 Traitement du terme de pression

En turbulence à masse volumique constante, les équations de Navier-Stokes s'écrivent comme précédemment présenté dans l'équation (3.1).

La pression peut alors être calculée à partir du champ de vitesse en considérant qu'elle est la solution de l'équation de Poisson obtenue en prenant la divergence de l'équation de la dynamique (3.1), qui s'écrit :

$$\nabla^2 \pi = -\nabla(\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) \quad (3.6)$$

Cette solution est ensuite projetée sur le plan des champs solénoïdaux (voir par exemple Colella et Pao, 1999). Il est donc possible d'éliminer la pression de l'équation de la dynamique et de découpler son traitement de celui du champ de vitesse.

Dans notre travail, comme dans l'étude de Castaldi (1999), l'équation de la dynamique

est résolue par la schématisation temporelle donnée par l'équation (3.3) :

$$\frac{\mathbf{u}^p - \mathbf{u}^{p-1}}{\Delta t} = \alpha_p \mathcal{N}^{p-1} + \beta_p \mathcal{N}^{p-2} - \gamma_p \nabla \pi^p + \frac{1}{2} \gamma_p (\mathcal{L}^{p-1} + \mathcal{L}^p)$$

Une première méthode pour évaluer  $\nabla \pi^p$  consiste à scinder le pas de temps en deux étapes :

$$\frac{\mathbf{u}_*^p - \mathbf{u}^{p-1}}{\Delta t} = \alpha_p \mathcal{N}^{p-1} + \beta_p \mathcal{N}^{p-2} + \frac{1}{2} \gamma_p (\mathcal{L}^{p-1} + \mathcal{L}^p) \quad (3.7)$$

$$\frac{\mathbf{u}^p - \mathbf{u}_*^p}{\Delta t} = -\gamma_p \nabla \pi^p \quad (3.8)$$

Il est alors possible d'écrire une équation de Poisson vérifiée par le champ scalaire  $\pi^p$  à partir de l'équation (3.8) et de la contrainte satisfaite par la divergence du champ de vitesse. Castaldi (1999) a testé cette méthode à l'aide d'un schéma d'Adams-Bashforth à trois pas de temps ; elle s'est avérée très imprécise, causant la dégradation du schéma global.

En suivant les conclusions de Castaldi (1999), le traitement du terme de pression est résolu par un fractionnement en trois sous-pas proposé par Choi et Moin (1994) :

$$\frac{\mathbf{u}_*^p - \mathbf{u}^{p-1}}{\Delta t} = \alpha_p \mathcal{N}^{p-1} + \beta_p \mathcal{N}^{p-2} + \frac{1}{2} \gamma_p (\mathcal{L}^{p-1} + \mathcal{L}_*^p) \quad (3.9)$$

$$\frac{\mathbf{u}_{**}^p - \mathbf{u}_*^p}{\Delta t} = \gamma_p \nabla \pi^{p-1} \quad (3.10)$$

$$\frac{\mathbf{u}^p - \mathbf{u}_{**}^p}{\Delta t} = -\gamma_p \nabla \pi^p \quad (3.11)$$

À partir de l'équation (3.11), on obtient une équation de Poisson pour  $\nabla \pi^p$  :

$$\Delta \pi^p = \frac{1}{\gamma_p \Delta t} (\nabla \cdot \mathbf{u}_{**}^p - \nabla \cdot \mathbf{u}^p) \quad (3.12)$$

En usant de la contrainte sur la divergence du champ de vitesse nulle, l'équation de Poisson

se traduit par :

$$\Delta\pi^p = \frac{1}{\gamma_p\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}_{**}^p \quad (3.13)$$

En combinant (3.10) et (3.11) on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^* &= \mathbf{u}^p + \gamma_p(\nabla\pi^p - \nabla\pi^{p-1}) \\ &= \mathbf{u}^p + \mathcal{O}(\Delta t^2) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ce fractionnement conserve donc la précision globale du schéma à l'ordre deux.

## 3.2 Discrétisation spatiale

### 3.2.1 Transformation de Fourier discrète

A un champ périodique  $\varphi(\mathbf{x}, t)$  à valeurs dans l'espace physique, la transformation de Fourier spatiale fait correspondre une représentation  $\hat{\varphi}(\boldsymbol{\kappa}, t)$  à valeurs dans l'espace dual des nombres d'onde. La relation de transformation et sa réciproque s'écrivent :

$$\hat{\varphi}(\boldsymbol{\kappa}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \varphi(\mathbf{x}, t) \exp(-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.15)$$

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\varphi}(\boldsymbol{\kappa}, t) \exp(i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x}) d\boldsymbol{\kappa} \quad (3.16)$$

Nous notons  $\mathbf{L} = (L_x, L_y, L_z)$  le vecteur des périodes spatiales du champ  $\varphi$ . La version discrétisée de la transformation de Fourier suppose la définition de  $\varphi$  sur un maillage régulier  $\mathcal{M}$  de dimension  $\mathbf{N} = (N_x, N_y, N_z)$  où  $N_x$ ,  $N_y$  et  $N_z$  sont des entiers. Dans les algorithmes numériques de transformées de Fourier, ces entiers sont pairs. Nous présentons donc les transformées discrètes pour des entiers pairs.

Tout point  $\mathbf{x}_d = (x_p, y_p, z_p)$  de  $\mathcal{M}$  est défini par :

$$x_p = p_x L_x / N_x \text{ où } p_x \in [0, \dots, N_x]$$

$$y_p = p_y L_y / N_y \text{ où } p_y \in [0, \dots, N_y]$$

$$z_p = p_z L_z / N_z \text{ où } p_z \in [0, \dots, N_z]$$

De même dans l'espace de Fourier la représentation est donnée sur une grille de nombres d'onde  $\hat{\mathcal{M}}$  telle que tout point  $\boldsymbol{\kappa}_d = (\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$  de  $\hat{\mathcal{M}}$  est défini par :

$$\kappa_x = 2\pi q_x / L_x \text{ où } q_x \in \left[ -\frac{N_x}{2}, \dots, \frac{N_x}{2} - 1 \right]$$

$$\kappa_y = 2\pi q_y / L_y \text{ où } q_y \in \left[ -\frac{N_y}{2}, \dots, \frac{N_y}{2} - 1 \right]$$

$$\kappa_z = 2\pi q_z / L_z \text{ où } q_z \in \left[ -\frac{N_z}{2}, \dots, \frac{N_z}{2} - 1 \right]$$

L'approximation discrète de  $\varphi(\mathbf{x}, t)$  sur  $\mathcal{M}$  est notée  $\varphi(\mathbf{x}_d, t)$  et celle de  $\hat{\varphi}(\boldsymbol{\kappa}, t)$  est notée  $\hat{\varphi}(\boldsymbol{\kappa}_d, t)$ .

La transformation de Fourier discrète et la transformée inverse de cette approximation discrète s'écrivent :

$$\hat{\varphi}(\boldsymbol{\kappa}_d, t) = \frac{1}{N_x N_y N_z} \sum_{\mathbf{x}_d \in \mathcal{M}} \varphi(\mathbf{x}_d, t) \exp(-i\boldsymbol{\kappa}_d \cdot \mathbf{x}_d) \quad (3.17)$$

$$\varphi(\mathbf{x}_d, t) = \sum_{\boldsymbol{\kappa}_d \in \hat{\mathcal{M}}} \hat{\varphi}(\boldsymbol{\kappa}_d, t) \exp(i\boldsymbol{\kappa}_d \cdot \mathbf{x}_d) \quad (3.18)$$

Le module du vecteur d'onde associé au point  $[\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z]$  est  $\kappa = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2}$ .

### 3.2.2 Calculs dans le domaine spectral

Les calculs dans le domaine spectral sont présentés sur un signal monodimensionnel réel périodique  $f(x)$  afin d'alléger les notations, et sans perte de généralité. Le signal est discrétisé sur  $n = 2p$  points par période. La période est de longueur arbitraire  $2\pi$ . La périodicité implique :

$$f_j = f_{n+j} \quad (3.19)$$

Par définition, la transformation de Fourier du signal s'écrit sous forme continue :

$$\hat{f}(\kappa) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \exp(-i\kappa \cdot x) dx \quad (3.20)$$

La version discrète définit une discrétisation de l'espace de Fourier qui s'étend de 0 à  $n$  sur  $n + 1$  points avec une résolution  $\Delta\kappa = 1$ . La transformée de Fourier discrète devient alors :

$$\hat{f}_\kappa = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} f_j \exp(-i\kappa \cdot \frac{2\pi}{n} j) \quad (3.21)$$

Conformément à la commutativité de la dérivation et de l'intégration pour un signal  $f(x)$  aux bonnes propriétés de continuité :

$$\frac{\partial \hat{f}(\kappa)}{\partial \kappa} = 0 = \int_0^{2\pi} \frac{\partial f(x)}{\partial x} \exp(-i\kappa \cdot x) dx - i\kappa \hat{f}(\kappa) \quad (3.22)$$

soit

$$\widehat{\frac{\partial f}{\partial x}}(\kappa) = i\kappa \hat{f}(\kappa) \text{ et } \widehat{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}}(\kappa) = -\kappa^2 \hat{f}(\kappa) \quad (3.23)$$

La version discrète de ces relations est immédiate, avec la notation condensée des dérivées :

$$\widehat{f}_{x\kappa} = i\kappa\widehat{f}_\kappa \text{ et } \widehat{f}_{xx\kappa} = -\kappa^2\widehat{f}_\kappa \quad (3.24)$$

Pour un nombre de points  $n$  assez grand, l'erreur commise sur la valeur de la dérivée calculée de façon discrète est du même ordre de grandeur que l'erreur due à la troncature des séries de Fourier. Cette erreur dépend de la rapidité de décroissance des coefficients de Fourier, or le  $\kappa$ -ième coefficient de Fourier décroît plus vite que n'importe quelle puissance de  $\kappa$ . Pour la démonstration de ces résultats, on pourra se référer à Canuto et al. (1991). La transformée de Fourier est donc un moyen précis à l'ordre  $n$  pour calculer toute dérivée spatiale à faible coût de calcul.

### 3.2.3 Système discrétisé par les modèles duaux

Dans le cas d'un écoulement à masse volumique constante, pour un champ périodique dans deux directions ( $x$ ) et ( $y$ ), et anti-symétrique dans la troisième direction ( $z$ ), les modèles duaux sont les suivants :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 & \boldsymbol{\kappa} \cdot \hat{\mathbf{u}} &= 0 \\ \partial_t \mathbf{u} &= \nabla \cdot \mathcal{N}_1 - \nabla P + \nu \Delta \mathbf{u} & \partial_t \hat{\mathbf{u}} &= i\boldsymbol{\kappa} \cdot \hat{\mathcal{N}}_1 - i\boldsymbol{\kappa} \hat{P} - \nu \kappa^2 \hat{\mathbf{u}} \\ \Delta P &= \mathcal{N}_2 & -\kappa^2 \hat{P} &= \hat{\mathcal{N}}_2 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Il n'y a dans ce cas que deux termes non-linéaires :

$$\mathcal{N}_1 = -\mathbf{u} \otimes \mathbf{u} \quad (3.26)$$

$$\mathcal{N}_2 = -\nabla \mathbf{u} : \nabla \mathbf{u}^T \quad (3.27)$$

À noter également qu'il est vraisemblablement moins coûteux de traiter la non-linéarité de l'équation de la dynamique en faisant apparaître le rotationnel  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$  et la pression



dynamique  $\pi = P + \frac{1}{2}u^2$  :

$$\begin{aligned} \partial_t \mathbf{u} &= \mathcal{N}'_1 - \nabla \pi + \nu \Delta \mathbf{u} & \partial_t \hat{\mathbf{u}} &= \hat{\mathcal{N}}'_1 - i\kappa \hat{\pi} - \nu \kappa^2 \hat{\mathbf{u}} \\ \Delta \pi &= \mathcal{N}'_2 & -\kappa^2 \hat{\pi} &= \hat{\mathcal{N}}'_2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Les termes non-linéaires sont alors un peu différents :

$$\mathcal{N}'_1 = \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} \quad (3.29)$$

$$\mathcal{N}'_2 = \mathbf{u} \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (3.30)$$

Ce dernier choix sera celui appliqué dans le cas de notre travail.

## 3.2.4 Méthode pseudo-spectrale

### 3.2.4.1 Présentation

Le système dual qui vient d'être établi permet d'effectuer les calculs dans l'espace spectral ou dans l'espace physique. Dans l'espace physique, il est très coûteux d'effectuer des dérivations, dont l'évaluation par différence finie est non locale par nature ; par contre, le calcul des termes non-linéaires ne nécessite qu'une opération par noeud. L'utilisation du domaine spectral a l'avantage de permettre un calcul aisé des dérivées spatiales locales en nombre d'onde ; mais, il présente un inconvénient pour le calcul des termes non-linéaires qui introduisent un produit de convolution dont l'évaluation est en  $\mathcal{O}(N^2)$ . C'est pourquoi, plutôt que de s'en tenir à une méthode purement spectrale, il est avantageux d'utiliser une méthode pseudo-spectrale, où les termes non-linéaires sont calculés dans l'espace physique et les dérivées dans l'espace spectral. Cette méthode requiert l'utilisation de transformées de Fourier rapides (FFT pour Fast Fourier Transforms) qui sont utilisées pour passer de l'espace spatial à l'espace spectral, et réciproquement, et dont le coût croît en  $\mathcal{O}(N \log N)$ .

L'utilisation de cette méthode impose un espace périodique dans les trois directions, et restreint ainsi le choix des conditions aux limites de l'espace de calcul. Afin de travailler au maximum avec des nombres d'onde entiers ( $\kappa_x$  et  $\kappa_y$ ), les dimensions du domaine de calcul

dans les directions tangentielles aux surfaces libres sont fixées égales à  $2\pi$  ( $L_x = L_y = 2\pi$ ). Nous choisissons d'avoir un maillage régulier :  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ . En effet, nous cherchons à éviter tout biais numérique dans nos mesures d'anisotropie, coeur de notre étude. Comme  $L_x$  et  $L_y$  ont été auparavant fixées, la discrétisation dans la direction normale aux surfaces libres est imposée par la relation :

$$N_z = \frac{L_z}{L_x} N_x = \frac{L_z}{\Delta}$$

Il faut noter que l'algorithme de transformées de Fourier rapides prend en compte la propriété de symétrie des complexes conjugués dans l'espace spectral. Si l'espace physique est discrétisé sur  $N_x \times N_y \times N_z$  points, alors les valeurs complexes des champs dans l'espace spectral seront telles que :

- dans la direction  $\kappa_x$ , les valeurs sont obtenues pour  $\kappa_x \in [0, N_x/2]$ ,
- dans les directions  $\kappa_y$  et  $\kappa_z$ , les valeurs sont obtenues pour  $\kappa_y \in [-N_y/2 + 1, N_y/2]$  et  $\kappa_z \in [-N_z/2 + 1, N_z/2]$ .

### 3.2.4.2 Méthode d'anti-aliasing

La méthode pseudo-spectrale a pour inconvénient d'introduire des erreurs de recouvrement ou repliement (aliasing) lors du calcul des termes non-linéaires. Pour les illustrer, posons  $u_j$  et  $v_j$  tels que, pour  $j \in [0, \dots, N-1]$  :

$$\begin{aligned} u_j &= \sum_{\kappa=-N/2}^{N/2-1} \hat{u}_\kappa \exp(i\kappa x_j) \\ v_j &= \sum_{\kappa=-N/2}^{N/2-1} \hat{v}_\kappa \exp(i\kappa x_j) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Nous définissons :

$$w_j = u_j v_j \quad \text{pour} \quad j \in [0, \dots, N-1] \quad (3.32)$$

et

$$\hat{w}_\kappa = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} w_j \exp(i\kappa x_j) \quad \text{pour} \quad \kappa \in \left[ -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2} \right] \quad (3.33)$$

où  $x_j = 2\pi j/N$ . Le calcul nous donne :

$$\hat{w}_\kappa = \sum_{m+n=\kappa} \hat{u}_m \hat{v}_n + \sum_{m+n=\kappa \pm N} \hat{u}_m \hat{v}_n \quad (3.34)$$

Le deuxième terme dans l'équation (3.34) est le terme de recouvrement qui est illustré figure (3.1).

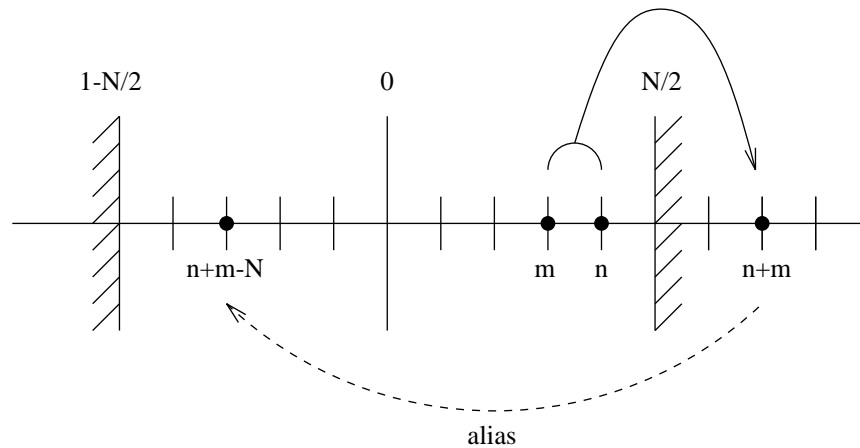


FIGURE 3.1: Schéma de principe du phénomène de repliement.

Il existe plusieurs méthodes pour supprimer les erreurs de recouvrement, les deux principales étant la méthode de troncature et la méthode de déphasage (phase shifting). Pour plus de détails, on peut se référer par exemple à Canuto et al. (1991).

La méthode de troncature est utilisée dans cette étude. Elle consiste à effectuer les quatre opérations suivantes :

- tronquer les coefficients spectraux  $\hat{u}_m$  et  $\hat{v}_n$  (où  $-N/2+1 \leq m \leq N/2$  et  $-N/2+1 \leq$

$n \leq N/2$ ) pour ne garder que les 2/3 du spectre centré en 0,

$$\hat{\tilde{u}}(m) = \begin{cases} \hat{u}(m) & \text{si } |m| \leq N/3 \\ 0 & \text{si } |m| > N/3 \end{cases}$$

$$\hat{\tilde{v}}(n) = \begin{cases} \hat{v}(n) & \text{si } |n| \leq N/3 \\ 0 & \text{si } |n| > N/3 \end{cases}$$

- calculer  $\tilde{u}(\mathbf{x})$  et  $\tilde{v}(\mathbf{x})$  issus de la troncature précédente,
- former le produit  $\tilde{u}(\mathbf{x})\tilde{v}(\mathbf{x})$  dans l'espace physique,
- prendre la transformée de Fourier du résultat précédent en ne gardant que les 2/3 du spectre centré en 0.

### 3.2.4.3 Conséquences de la configuration du domaine de calcul

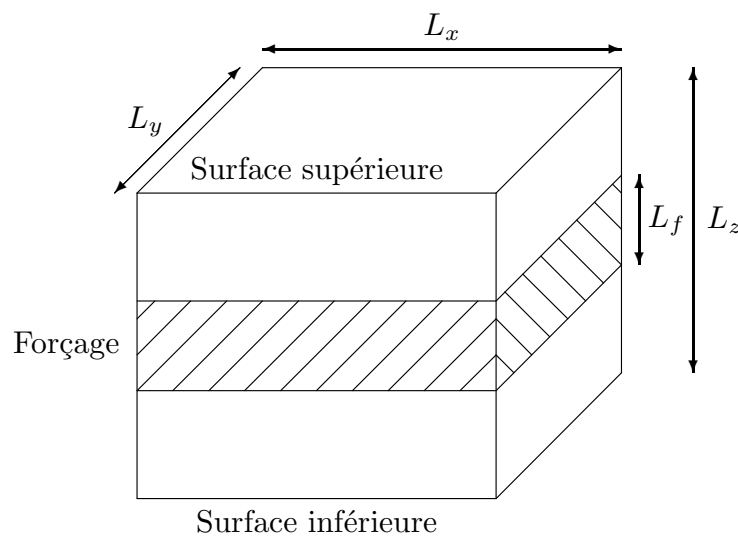


FIGURE 3.2: Définition du domaine de calcul.

La configuration d'écoulement retenue est bien adaptée aux caractéristiques du code de calcul mis en oeuvre : la figure 3.2 représente le domaine de calcul. Les directions  $x$  et  $y$  sont périodiques de période  $L_x = L_y = 2\pi$ . La direction  $z$  est la direction normale aux deux surfaces libres. Elle doit donc vérifier les conditions d'imperméabilité et d'absence de

frottement :

$$w|_{z=0} = w|_{z=z_{\max}} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_{z=0} = \frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_{z=z_{\max}} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial v}{\partial z}\bigg|_{z=0} = \frac{\partial v}{\partial z}\bigg|_{z=z_{\max}} = 0.$$

La méthode pseudo-spectrale choisie dans le cadre de cette étude impose une périodicité des champs dans les trois directions. L'application est immédiate dans les deux directions horizontales. Afin d'obtenir cette périodicité pour les transformées dans la direction verticale, il est donc nécessaire d'avoir une fonction, définie sur  $[L_z; 2L_z]$ , qui soit symétrique de la première, définie sur  $[0; L_z]$ . La figure 3.3 montre une fonction paire et une fonction impaire, de période  $2L_z$  : la plage comprise entre 0 et  $L_z$  correspond à la zone de calcul effectivement résolue, alors que celle comprise entre  $L_z$  et  $2L_z$  correspond à son image symétrique virtuelle, utile pour effectuer les transformées de Fourier. Dans l'espace physique, l'espace de calcul est de taille  $L_z$  et est discrétisé sur  $N_z$  points. La transformée de Fourier est, elle, effectuée sur l'espace de taille  $2L_z$ . Ce dernier espace comporte l'espace physique et son symétrique par rapport au plan  $z = L_z$  ; il est donc discrétisé sur  $2(N_z - 1)$  points.

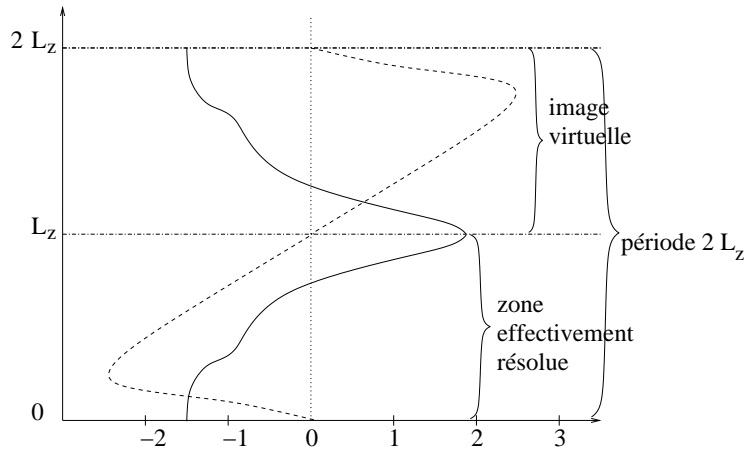


FIGURE 3.3: Fonctions paire (—) et impaire (---), de période  $2L_z$ , définies sur la direction verticale.

Il est alors effectué une transformée de Fourier bidimensionnelle dans les plans  $(x, y)$ , puis une transformée monodimensionnelle dans la direction  $(z)$ . Il faut noter que les transformées de fonctions paires étant à valeurs réelles, et respectivement les fonctions

impaires étant à valeurs imaginaires, le calcul sur un espace de dimension double (ici  $2L_z$ ) de leur transformée de Fourier ne nécessite pas plus de place mémoire que celui d'une fonction quelconque sur l'espace unitaire dont la transformée de Fourier est à valeurs complexes.

Pour calculer des gradients ou des transformées de champs, il faut tenir compte des parités de ces derniers. Voici une liste exhaustive des champs qui sont calculés et de leur parité :

- le champ de pression est pair,
- les champs de vitesse  $u$  et  $v$  sont pairs,
- le champ de vitesse  $w$  est impair,
- les champs de vorticité  $\omega_x$  et  $\omega_y$  sont impairs,
- le champ de vorticité  $\omega_z$  est pair.

Il faut noter que la parité d'un champ et celle de son gradient en  $z$  sont opposées.

### 3.3 Méthode de forçage

Dans la littérature, différentes méthodes pour forcer une turbulence homogène isotrope sans gradient de vitesse moyenne ont été exposées ; on peut en trouver une revue dans Alvelius (1999), sur laquelle se base notre étude. En s'appuyant sur Alvelius (1999), nous utilisons une force volumique aléatoire, notée  $f_i$  par la suite, appliquée dans l'espace spectral, aux faibles nombres d'onde, avec une distribution prédéterminée de la forme

$$E_{\kappa_0} = \exp [-(\kappa - \kappa_f)^2/c]$$

où  $\kappa_f$  est le nombre d'onde de forçage maximal et  $c$  un facteur de concentration. Cette force est ensuite confinée, d'après nos travaux, par une fonction porte (ou de type Heaviside) à la zone centrale du domaine de calcul : à l'intérieur de cette zone, la force est multipliée par un sinus, elle est donc strictement nulle en dehors de la zone déterminée par la fonction porte.

La force volumique introduite par Alvelius (1999) est construite pour être à divergence nulle. Cela permet d'éliminer le terme de forçage quand on prend la divergence de l'équation de la dynamique pour obtenir une équation de Poisson pour la pression. La force n'a donc pas d'influence sur la pression. Son caractère aléatoire dans le temps fait qu'elle est décorrélée du champ de vitesse et que les effets du forçage sur le champ de vitesse sont connus a priori : si le montant d'énergie injectée à chaque pas de temps discret est nommé  $P$ , le montant de la dissipation  $\epsilon$  de notre champ turbulent peut être connu, puisque, lorsque l'équilibre est atteint, la relation  $P = \epsilon$  est établie. Ceci est très intéressant pour la spécification de la viscosité en fonction de la résolution spatiale du calcul, point qui est développé plus loin, en 3.4.2. Il faut néanmoins noter que, dans notre étude, on effectue une troncature de ce forçage en dehors de la zone centrale, ainsi qu'un lissage de ce forçage par un sinus dans la zone centrale. Il faudra tenir compte d'un facteur de proportionnalité entre le montant d'énergie injectée en entrée du calcul, et celle qui est effectivement injectée dans le champ turbulent.

Il est également possible de partir d'un champ initialement au repos pour obtenir un champ turbulent généré par le forçage, ce qui garantit que la solution est indépendante des conditions initiales du champ de turbulence. Nous reprenons ici les grandes lignes de la définition du forçage tel qu'il est décrit dans Alvelius (1999).

### 3.3.1 Montant d'énergie injectée par le forçage

Alvelius (1999) considère, pour simplifier, une version des équations de Navier-Stokes où le champ de vitesse  $\mathbf{u}$  évolue en réaction directe à la force  $\mathbf{f}$  :

$$\frac{\partial}{\partial t} u_i(\mathbf{x}, t) = f_i(\mathbf{x}, t) \quad (3.35)$$

où  $f_i(\mathbf{x}, t)$  est une force aléatoire connue. Cette équation a pour solution :

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \int_{t_n}^t f_i(\mathbf{x}, \tau) d\tau + u_i(\mathbf{x}, t_n) \quad (3.36)$$

où la valeur initiale au temps  $t_n$  est supposée connue. Dans la suite de cette partie, la dépendance spatiale  $\boldsymbol{x}$  sera omise dans les notations de  $u_i$  et  $f_i$ . La force aléatoire est considérée comme étant un bruit blanc, défini temporellement avec la propriété :

$$\langle f_\kappa(t) f_\kappa(\tau) \rangle = P \delta(t - \tau) \quad (3.37)$$

La notation  $\langle \dots \rangle$  représente ici la moyenne sur une infinité de réalisations (moyenne d'ensemble), et la notation de double surligne représente la moyenne volumique dans le domaine de calcul. (Cf. les définitions de moyennes, paragraphe 4.1.1). L'énergie cinétique d'agitation vaut  $k = \overline{\overline{u_\kappa u_\kappa}}/2$ , et l'énergie injectée, c'est-à-dire le taux de variation de l'énergie cinétique d'agitation, est donc :

$$\frac{dk}{dt} = \overline{\overline{u_\kappa f_\kappa}} = \int_{t_n}^t \overline{\overline{f_\kappa(t) f_\kappa(\tau)}} d\tau + \overline{\overline{f_\kappa(t) u_\kappa(t_n)}} \quad (3.38)$$

L'apport énergétique dû au forçage, moyenné sur un pas de temps discret, est approximé par :

$$\frac{\Delta k}{\Delta t} = \frac{1}{2} \overline{\overline{f_\kappa f_\kappa}} \Delta t + \overline{\overline{u_\kappa f_\kappa}} = P_1 + P_2 \quad (3.39)$$

où  $P_1$  représente la contribution des corrélations force-force et  $P_2$  celle des corrélations vitesse-force. Le calcul dans l'espace spectral de  $P_1$  donne :

$$\begin{aligned} \frac{P_1}{\Delta t} &= \frac{1}{2} \overline{\overline{f_\kappa f_\kappa}} = \frac{1}{2} \sum \hat{f}_\kappa(\boldsymbol{\kappa}) \hat{f}_\kappa^*(\boldsymbol{\kappa}) d^3 \kappa \\ &= 2\pi \int_0^\infty \kappa^2 \langle \hat{f}_\kappa \hat{f}_\kappa^* \rangle_{\text{sph}}(\kappa) d\kappa = \int_0^\infty F(\kappa) d\kappa \end{aligned} \quad (3.40)$$

où la fonction  $F(\kappa)$  définit le spectre de la force, et où la notation  $\langle \dots \rangle_{\text{sph}}$  désigne la moyenne sur une coquille sphérique de rayon  $\boldsymbol{\kappa}$  dans l'espace de Fourier. D'après Alvelius



(1999), nous pouvons déduire de cette formule que :

$$\langle \hat{f}_\kappa \hat{f}_\kappa^* \rangle_{\text{sph}} = \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \quad (3.41)$$

### 3.3.2 Forçage de divergence nulle

Alvelius (1999) choisit d'avoir une force aléatoire sans divergence afin qu'elle n'influence pas directement la pression. Dans l'espace de Fourier, cette condition s'écrit :

$$\kappa_\kappa \hat{f}_\kappa = 0 \quad (3.42)$$

La force est donc écrite sous la forme :

$$\hat{f}_i(\boldsymbol{\kappa}, t) = A_{\text{ran}}(\boldsymbol{\kappa}, t)e_{1_i}(\boldsymbol{\kappa}) + B_{\text{ran}}(\boldsymbol{\kappa}, t)e_{2_i}(\boldsymbol{\kappa}) \quad (3.43)$$

Dans cette équation,  $\mathbf{e1}$  et  $\mathbf{e2}$  sont des vecteurs unitaires orthogonaux entre eux et à  $\boldsymbol{\kappa}$ .  $A_{\text{ran}}$  et  $B_{\text{ran}}$  sont des nombres complexes aléatoires qu'il faut maintenant déterminer. La relation (3.41) donne la condition :

$$\langle A_{\text{ran}} A_{\text{ran}}^* \rangle_{\text{sph}} + \langle B_{\text{ran}} B_{\text{ran}}^* \rangle_{\text{sph}} = \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \quad (3.44)$$

Afin que les échelles de longueur soient les mêmes dans toutes les directions, la force est choisie pour ne dépendre que du module du nombre d'onde. La forme générale de la solution est :

$$\begin{aligned} A_{\text{ran}} &= \left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} \exp(i\theta_1) g_A(\phi) \\ B_{\text{ran}} &= \left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} \exp(i\theta_2) g_B(\phi) \end{aligned} \quad (3.45)$$

où  $\theta_1, \theta_2 \in [0, 2\pi]$  et  $\phi \in [0, \pi]$  sont des nombres réels et  $g_A$  et  $g_B$  deux fonctions à valeurs

réelles. Le calcul de  $\langle A_{\text{ran}} A_{\text{ran}}^* \rangle_{\text{sph}} + \langle B_{\text{ran}} B_{\text{ran}}^* \rangle_{\text{sph}}$  donne alors :

$$\langle A_{\text{ran}} A_{\text{ran}}^* \rangle_{\text{sph}} + \langle B_{\text{ran}} B_{\text{ran}}^* \rangle_{\text{sph}} = \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \langle g_A^2(\phi) + g_B^2(\phi) \rangle_{\text{sph}} \quad (3.46)$$

$g_A$  et  $g_B$  doivent être telles que  $g_A^2 + g_B^2 = 1$ .

La force souhaitée est obtenue en générant les nombres  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\phi$  de façon aléatoire et uniformément distribuée, pour chaque nombre d'onde, et à chaque pas de temps discret.

### 3.3.3 Contrôle de l'énergie injectée

Afin de connaître a priori les propriétés de la force aléatoire, l'apport énergétique doit provenir uniquement de la corrélation force-force,  $P_1$ , qui est contrôlable. La force est donc déterminée de telle façon que la contribution de chaque nombre d'onde à  $P_2$  soit nulle à tout instant. Pour chaque nombre d'onde  $\mathbf{k}$ , ceci donne la condition suivante :

$$\text{Re} \{ A_{\text{ran}}^* \xi_1 + B_{\text{ran}}^* \xi_2 \} = 0 \quad (3.47)$$

où  $\xi_1 = \hat{u}_i e_{1i}$  et  $\xi_2 = \hat{u}_i e_{2i}$ .

D'après Alvelius (1999), nous définissons l'angle  $\psi = \theta_2 - \theta_1$ . Cet angle est généré de façon aléatoire avec une distribution uniforme sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . L'équation (3.47) donne alors pour l'angle  $\theta_1$  (démonstration détaillée dans l'Annexe A) :

$$\tan(\theta_1) = \frac{g_A(\phi) \text{Re} \{ \xi_1 \} + g_B(\phi) (\sin \psi \text{Im} \{ \xi_2 \} + \cos \psi \text{Re} \{ \xi_2 \})}{-g_A(\phi) \text{Im} \{ \xi_1 \} + g_B(\phi) (\sin \psi \text{Re} \{ \xi_2 \} - \cos \psi \text{Im} \{ \xi_2 \})} \quad (3.48)$$

L'angle  $\theta_2$  est calculé grâce à la définition de  $\psi$ . De cette manière, chaque mode de Fourier de la force est décorrélé du champ de vitesse. L'énergie injectée est uniquement donnée par  $P_1$ .

### 3.3.4 Isotropie du forçage

Le spectre du forçage  $F(\kappa)$  est choisie de la forme :

$$E_{\kappa_0}(\kappa) = A \cdot \exp \left[ \frac{-(\kappa - \kappa_f)^2}{c} \right] \quad (3.49)$$

Le spectre est actif pour des nombres d'onde  $\kappa \in [\kappa_a, \kappa_b]$ .

Afin d'être sûr que la valeur de l'énergie injectée soit égale à une valeur donnée  $P$ , la constante  $A$  doit être choisie telle que :

$$A = \frac{P}{\Delta t} \frac{1}{\int_{\kappa_a}^{\kappa_b} E_{\kappa_0}(\kappa) d\kappa} \quad (3.50)$$

Parmi les choix possibles pour  $\mathbf{e1}$  et  $\mathbf{e2}$ , Alvelius (1999) a fait le choix suivant :

$$\begin{aligned} e1_x &= \frac{\kappa_2}{(\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^{1/2}} & e1_y &= -\frac{\kappa_1}{(\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^{1/2}} & e1_z &= 0 \\ e2_x &= \frac{\kappa_1 \kappa_3}{\kappa(\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^{1/2}} & e2_y &= \frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa(\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^{1/2}} & e2_z &= -\frac{(\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^{1/2}}{\kappa} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Grâce à ce choix, l'énergie injectée aux éléments hors diagonale est nulle en moyenne, et chaque composante de la vitesse reçoit une énergie de forçage qui correspond à :

$$\begin{aligned} \langle P_x \rangle &= \langle P_y \rangle \\ &= \frac{1}{2} \langle f_x f_x \rangle \Delta t \\ &= P \left( \frac{1}{6} \langle g_B^2 \rangle + \frac{1}{2} \langle g_A^2 \rangle \right) = P \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \langle g_A^2 \rangle \right) \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\langle P_z \rangle = \frac{1}{2} \langle f_z f_z \rangle \Delta t = P \frac{2}{3} \langle g_B^2 \rangle = P \frac{2}{3} (1 - \langle g_A^2 \rangle) \quad (3.53)$$

Pour avoir  $\langle P_x \rangle = \langle P_y \rangle = \langle P_z \rangle$ , la fonction  $g_A$  doit être choisie telle que  $\langle g_A^2 \rangle = 1/2$ . Cette condition est respectée en prenant  $g_A = \sin(2\phi)$ , et on en déduit  $g_B = \cos(2\phi)$ .

Le forçage qui est utilisé est donc isotrope si nous considérons son action moyenne sur une infinité de réalisations.

### 3.3.5 Confinement du forçage

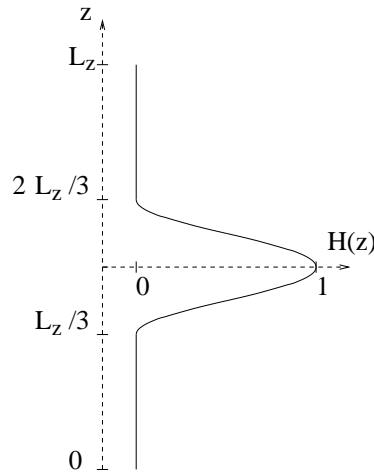


FIGURE 3.4: Schéma du profil de la fonction par laquelle la force est multipliée, avant injection à chaque pas de temps, pour obtenir son confinement dans le voisinage d'un plan central du domaine de calcul.

Le forçage opéré dans l'espace spectral, d'après la méthode d'Alvelius (1999), est présent dans l'ensemble du domaine de calcul. Pour étudier la physique du transfert intercomposantes qui s'établit au voisinage des surfaces libres, l'énergie injectée au niveau des surfaces doit être nulle. Aussi, dans le domaine physique, nous annulons la force à l'extérieur de la zone centrale hachurée sur la figure 3.2, de hauteur  $L_f$ . A l'intérieur de cette même zone, nous multiplions le champ de force utilisé dans la méthode d'Alvelius (1999) par une fonction sinus, qui varie suivant la direction ( $z$ ). Le lissage de la fonction porte par une fonction sinus permet d'éviter des irrégularités dans le profil de dissipation au niveau des frontières de la zone de forçage. Ce phénomène avait été, en effet, observé dans Campagne, Cazalbou, Joly, et Chassaing (2005).

La figure 3.4 représente le profil vertical de cette fonction qui sert au confinement de la force : la fonction  $H(z)$  annule la force à l'extérieur de la zone de forçage, ceci correspond sur le schéma aux plages comprises entre  $0$  et  $L_z/3$  et entre  $2L_z/3$  et  $L_z$  ; la fonction  $H(z)$  multiplie la force par un sinus à l'intérieur de la zone de forçage de hauteur  $L_f$  correspondant ici à la région comprise entre  $L_z$  et  $2L_z/3$ . Ainsi le forçage est localisé

dans le voisinage d'un plan central du domaine de calcul. L'énergie se répartit alors dans l'ensemble du volume de calcul par diffusion.

### 3.4 Paramètres de la simulation

Pour des raisons évidentes de moyens de calcul et de capacité mémoire, il existe des limites dans la taille de résolution de la plus petite échelle de l'écoulement et dans le choix du pas de temps lors de la discrétisation de l'espace de calcul. Nous rappelons que la méthode pseudo-spectrale employée discrétise le domaine physique en  $N_x \times N_y \times N_z$  points.

Nous allons passer en revue les paramètres qui doivent être respectés pour que la simulation soit correctement résolue et que les erreurs dues à la discrétisation temporelle soient suffisamment faibles pour justifier la dénomination de simulation directe.

#### 3.4.1 Critère de stabilité temporelle

Le nombre de Courant, défini par :

$$C = (|u| + |v| + |w|)_{\max} \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (3.54)$$

est le pas de temps normalisé utilisé dans la simulation. Dans cette équation,  $u$ ,  $v$ , et  $w$  sont les trois composantes des fluctuations de vitesse,  $\Delta t$  est le pas de temps, et  $\Delta x$  est la taille de la maille. Il faut noter que, lorsque la simulation débute avec un champ initial sans vitesse, le nombre de courant est calculé par une forme approchée de la définition précédente, avant de revenir en cours de calcul à la formule (3.54), une fois l'état stationnaire atteint.

Avec les schémas explicites, il est observé que des instabilités peuvent apparaître lorsque  $C$  dépasse une valeur critique qui est de l'ordre de l'unité. Pour des valeurs plus faibles de  $C$ , les erreurs dues à la discrétisation temporelle sont proportionnelles à  $C^2$ . Ces considérations suggèrent de prendre une faible valeur de  $C$ . Cependant, le temps de calcul nécessaire est inversement proportionnel à  $C$ , et de grands nombres de Courant conduisent à des pas

de temps élevés et permettent une durée de simulation plus courte pour un temps de restitution égal. Il faut donc choisir, parmi les valeurs acceptables pour la stabilité du schéma, la plus grande valeur de  $C$  possible. Il s'agit d'optimiser le compromis entre, d'une part, la stabilité et la précision de la simulation, et, d'autre part, le temps de calcul que l'on cherche à limiter.

D'après Eswaran et Pope (1988), pour un schéma explicite de type Runge-Kutta au second ordre, l'extrémité du spectre aux grands nombres d'onde n'est pas bien résolue pour des nombres de courant supérieurs à 1. Ils confirment la règle généralement admise que le nombre de courant doit être inférieur à 1, et remarquent que la limite du plus grand nombre d'onde acceptable est atteinte par des considérations de précision plutôt que par des considérations de stabilité numérique. Pour cette étude, suite à une étude paramétrique sur ce coefficient  $C$ , nous avons choisi un nombre de courant optimal  $C = 1$  pour toutes nos simulations, sans observer de difficultés particulières aux grands nombres d'onde.

### 3.4.2 Critère de résolution des plus petites échelles

Pour pouvoir considérer que nous effectuons des simulations numériques directes, les mécanismes actifs aux plus petites échelles doivent être convenablement résolus. Pour cela, la taille de la plus petite échelle de l'écoulement ne doit pas être trop faible par rapport à la taille de discrétisation spatiale de notre espace de calcul.

La plus petite échelle représentée dans la simulation est de l'ordre de  $1/\kappa_{\max}$  où  $\kappa_{\max}$  est le plus grand nombre d'onde résolu dans le code de calcul. Les plus petites échelles du champ turbulent sont de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov  $\eta$ , à laquelle on associe le nombre d'onde  $\kappa_\eta$ . Rappelons qu'il existe trois échelles de Kolmogorov :  $\eta$  l'échelle de longueur,  $\tau$  l'échelle de temps et  $v$  l'échelle de vitesse définies comme suit :

$$\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4} \quad \tau = (\nu/\epsilon)^{1/2} \quad v = (\nu\epsilon)^{1/4} \quad (3.55)$$

La quantité adimensionnelle  $\kappa_{\max}\eta$  est donc généralement utilisée pour fixer la résolution du champ de vitesse.

D'après Eswaran et Pope (1988), le champ turbulent est bien résolu quand  $\kappa_{\max}\eta$  est supérieur ou égal à 1. La configuration de notre domaine de calcul, avec un forçage centré verticalement (Cf. figure 3.2), présente un taux de dissipation maximal au centre du domaine de calcul et décroissant fortement à l'approche de la surface libre ; ceci sera davantage discuté ultérieurement, au cours du chapitre 4. Ainsi  $\eta$  croît à l'approche des surfaces, et la quantité adimensionnelle  $\kappa_{\max}\eta$  subit la même variation. Nous cherchons à évaluer les transferts intercomposantes au voisinage d'une surface libre, et donc à avoir à la fois un nombre de Reynolds élevé et un critère de résolution sévère à l'approche de la surface libre. Nous choisissons un critère de résolution global tel que  $\kappa_{\max}\bar{\eta} = 1.5$  pour l'ensemble de nos simulations (la notation  $\bar{\eta}$  représente la moyenne spatiale volumique dans notre espace de calcul, Cf. 4.1.1), et nous vérifierons à l'issue de notre calcul que le critère de résolution local  $\kappa_{\max}\bar{\eta}$  est supérieur ou égal à 1 pour toute hauteur du domaine de calcul, au voisinage de la surface libre comme loin de celle-ci (la notation  $\bar{\eta}$  représente la moyenne par plans).

La valeur du critère de résolution  $\kappa_{\max}\bar{\eta}$  que nous avons choisie est plus faible que celles de Castaldi (1999) et de Bretonnet (2003). Ceci traduit une maximisation de la valeur du nombre de Reynolds. Cette valeur respecte les recommandations de Eswaran et Pope (1988) et permet de restituer l'action des mécanismes actifs aux grands nombres d'onde.

Le nombre d'onde maximum  $\kappa_{\max}$  est le module du plus grand nombre d'onde qui soit convenablement décrit dans l'espace spectral. Le module du vecteur d'onde  $\boldsymbol{\kappa} = [\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z]$  est  $\kappa = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2}$ . Dans l'espace spectral, les valeurs complexes des champs sont telles que, dans la direction  $\kappa_x$ , les valeurs sont obtenues pour  $\kappa_x \in [0, N_x/2]$ , et dans les directions  $\kappa_y$  et  $\kappa_z$ , les valeurs sont obtenues pour  $\kappa_y \in [-N_y/2 + 1, N_y/2]$  et  $\kappa_z \in [-N_z/2 + 1, N_z/2]$ . La méthode de calcul des spectres utilise la moyenne sur des calottes sphériques de rayon  $\kappa$ . Le module du plus grand nombre d'onde pour lequel cette calotte est entièrement décrite est donc  $N/2$ . Cette limitation est illustrée dans le cas bidimensionnel sur la figure 3.5.

La méthode d'anti-aliasing utilisée dans cette étude restreint la gamme des nombres d'onde représentatifs en ne gardant que les 2/3 du spectre centré en zéro. Le nombre d'onde maximum est donc  $\kappa_{\max} = \min(N_x, N_y, N_z)/3$ . À partir de la définition de l'échelle de Kolmogorov donnée par l'équation (3.55), nous pouvons calculer la viscosité cinématique

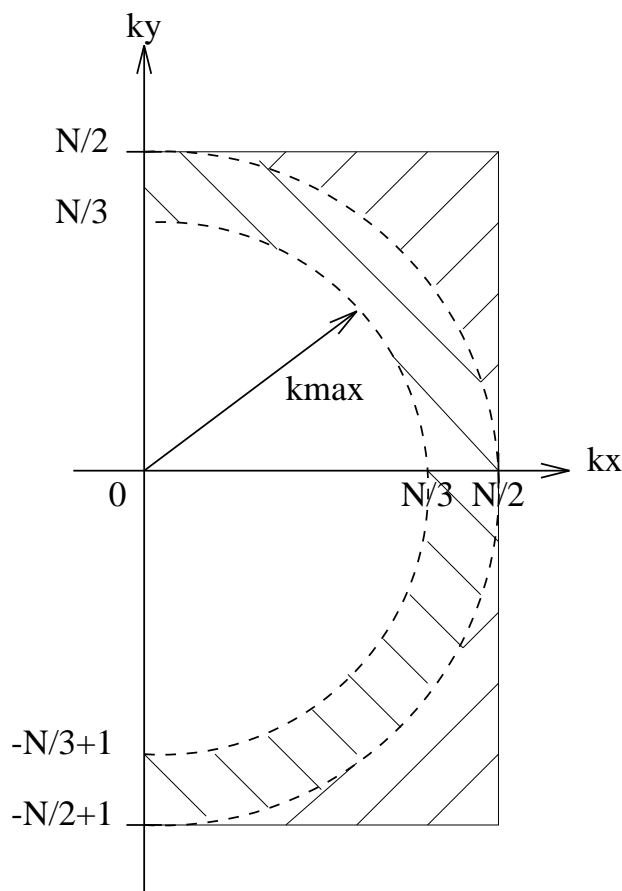


FIGURE 3.5: Schéma bidimensionnel de la limitation du nombre d'onde.

minimale pour que notre simulation soit bien résolue :

$$\nu_{min} = \left( \left( \kappa_{max} \eta \frac{3}{\min(N_x, N_y, N_z)} \right)^4 \epsilon \right)^{1/3} \quad (3.56)$$

Plus le critère de résolution  $\kappa_{max} \eta$  est élevé, plus cette viscosité est grande, et moins le nombre de Reynolds de turbulence est grand.

### 3.4.3 Résolution des grandes structures énergétiques

Les plus grandes structures de l'écoulement, les tourbillons porteurs d'énergie, ont pour échelle de longueur caractéristique l'échelle de longueur intégrale du champ de vitesse



$\ell$ . D'après Eswaran et Pope (1988), pour justifier l'utilisation de conditions aux limites périodiques,  $\ell$  doit rester suffisamment petite devant la taille de notre domaine de calcul,  $L_x$ ,  $L_y$  ou  $L_z$ . Les auteurs indiquent que pour une bonne représentativité, la valeur de  $\ell/L$  (où  $L$  est le minimum de  $L_x$ ,  $L_y$  et  $L_z$ ) doit rester plus petite que 0.3.

Dans notre étude, la dynamique aux grandes échelles est imposée par le forçage spectral qui est utilisé dans la zone centrale de notre domaine de calcul. Dans la définition de celui-ci, il faudra donc en tenir compte et vérifier que la valeur de l'échelle intégrale qui est établie respecte bien le critère de résolution  $\ell < L/3$ .

# Chapitre 4

## Caractérisation du champ turbulent

### Sommaire

---

<b>4.1 Outils de caractérisation du champ turbulent . . . . .</b>	<b>53</b>
4.1.1 Moyennes statistiques . . . . .	53
4.1.2 Grandeurs caractéristiques de l'écoulement . . . . .	56
4.1.2.1 Calcul des spectres en module . . . . .	56
4.1.2.2 Echelles caractéristiques de la turbulence . . . . .	57
<b>4.2 Analyse asymptotique du champ au voisinage de la surface libre . . . . .</b>	<b>60</b>
4.2.1 Fluctuations de vitesse, pression et vorticité . . . . .	61
4.2.2 Termes des bilans des tensions de Reynolds . . . . .	64
4.2.2.1 Termes du bilan des tensions de Reynolds normales relatives aux fluctuations de vitesse parallèles à la surface . . . . .	65
4.2.2.2 Termes du bilan des tensions de Reynolds normales relatives aux fluctuations de vitesse perpendiculaires à la surface . . . . .	66
<b>4.3 Configuration de référence : éléments de validation . . . . .</b>	<b>66</b>
4.3.1 Paramètres de simulation de l'écoulement . . . . .	67
4.3.2 Obtention d'un régime stationnaire . . . . .	68

4.3.3	Absence de cisaillement . . . . .	69
4.3.4	Axisymétrie autour de la direction perpendiculaire aux surfaces libres . . . . .	70
4.3.5	Symétrie verticale du domaine de calcul . . . . .	71
4.3.6	Champ de pression moyenné . . . . .	72
4.3.7	Spectre énergétique . . . . .	74
4.3.8	Critère local de résolution des plus petites échelles de l'écoulement	76
<b>4.4</b>	<b>Statistiques au second ordre . . . . .</b>	<b>77</b>
4.4.1	Tensions de Reynolds . . . . .	77
4.4.2	Variances de la vortacité . . . . .	78
4.4.3	Isotropie du champ . . . . .	79
4.4.4	Profils des échelles de longueurs caractéristiques et leurs nombres de Reynolds associés . . . . .	82
4.4.5	Second invariant du tenseur des taux de déformation et enstrophie	84
<b>4.5</b>	<b>Bilans des tensions de Reynolds . . . . .</b>	<b>86</b>
4.5.1	Bilan de la tension de Reynolds normale relative aux fluctuations de vitesse parallèles à la surface . . . . .	87
4.5.2	Bilan de la tension de Reynolds normale relative aux fluctuations de vitesse perpendiculaires à la surface . . . . .	89
4.5.3	Bilan de l'énergie cinétique turbulente . . . . .	91
<b>4.6</b>	<b>Synthèse et conclusions . . . . .</b>	<b>93</b>

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'établissement d'un champ turbulent à partir d'un forçage localisé dans l'espace physique. Tout d'abord, nous définissons les outils permettant de caractériser le champ turbulent. Ensuite, nous présentons les principales caractéristiques du champ, à savoir l'établissement d'un régime stationnaire, le spectre énergétique en module, et l'homogénéité du champ turbulent. La partie B des annexes montre l'indépendance au maillage de ces propriétés, ce qui valide le choix du critère de résolution des plus petites échelles. Les parties 4.4 et 4.5 entrent plus en détail dans les

caractéristiques du champ turbulent : la partie 4.4 présente les statistiques au second ordre du champ, telles que les profils des tensions de Reynolds, des variances de la vorticité, de l'isotropie du champ, des échelles de longueurs caractéristiques et des nombres de Reynolds associés ; la partie 4.5 traite des bilans des tensions de Reynolds. Enfin nous dressons une synthèse des résultats présentés, ainsi que de brèves conclusions guidant la suite de l'étude.

## 4.1 Outils de caractérisation du champ turbulent

### 4.1.1 Moyennes statistiques

Nous introduisons ici les moyennes statistiques qui seront utilisées dans cette étude. L'analyse statistique des écoulements turbulents s'effectue sur la base de moyennes d'ensemble : la moyenne d'ensemble d'une fonction aléatoire  $A(\mathbf{x}, t)$  est définie comme la moyenne arithmétique, quand  $N$  tend vers l'infini, d'une collection de  $N$   chantillons  $A_n(\mathbf{x}, t)$ ,  $n = 1, \dots, N$  correspondants chacun à une réalisation possible de l'écoulement, soit :

$$\langle A(\mathbf{x}, t) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n=N} A_n(\mathbf{x}, t) \quad (4.1)$$

Soient  $\lambda$  et  $\mu$  deux constantes et  $A$  et  $B$  deux fonctions aléatoires quelconques de  $(\mathbf{x}, t)$  qui sont décomposées en moyenne centrée et fluctuation :

$$A = \langle A \rangle + a \quad \text{avec} \quad \langle a \rangle = 0 \quad (4.2)$$

$$B = \langle B \rangle + b \quad \text{avec} \quad \langle b \rangle = 0 \quad (4.3)$$

Cet opérateur vérifie en moyenne les propriétés suivantes :

$$\langle \lambda A + \mu B \rangle = \lambda \langle A \rangle + \mu \langle B \rangle \quad (4.4)$$

$$\langle A \cdot B \rangle = \langle A \rangle \cdot \langle B \rangle + \langle a \cdot b \rangle \quad (4.5)$$

$$\left\langle \frac{\partial A}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle A \rangle}{\partial t} \quad (4.6)$$

$$\left\langle \frac{\partial A}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial \langle A \rangle}{\partial x_j} \quad (4.7)$$

En pratique, cette moyenne n'est utilisée que lorsque les informations issues d'une simulation numérique sont accessibles rapidement et à coût réduit, car elle nécessite de répéter un nombre important de simulations. De ce fait, en simulation numérique directe, on utilise d'autres types de moyenne statistique si la configuration particulière de l'écoulement le permet.

Outre l'estimation probabiliste directe précédente, les valeurs moyennes au sens statistique du terme peuvent s'obtenir à partir d'opérateurs appliqués à une seule trajectoire  $A(t)$  relative à une seule réalisation quelconque de la fonction aléatoire. Pour cela, il faut que le processus considéré soit ergodique.

Ces deux types d'estimation deviennent équivalents lorsque certaines propriétés statistiques de la fonction aléatoire considérée sont invariantes par translation spatiale ou temporelle. Ainsi, pour un processus homogène et ergodique restreint à l'ordre 2 (Cf. Chassaing, 2000, par exemple), la moyenne d'ensemble se confond avec la moyenne spatiale volumique sur notre espace de calcul  $D$ , définie comme suit :

$$\overline{\overline{A}}(t) = \lim_{D \rightarrow \infty} \frac{1}{D} \iiint_D A(\mathbf{x}, t) dV \quad (4.8)$$

En supposant le processus ergodique, ce qui est généralement admis dans les processus physiques, l'utilisation de la moyenne spatiale volumique est permise en situation de turbulence homogène. Cette moyenne est calculée pour une seule réalisation sur  $N_x \times N_y \times N_z$  points et nous étudierons son évolution temporelle.

Si une grandeur est homogène dans un plan horizontal  $z = \text{cte}$ , la moyenne par plans peut être utilisée :

$$\tilde{A}(z, t) = \lim_{\Pi_{xy} \rightarrow \infty} \frac{1}{\Pi_{xy}} \iint_{\Pi_{xy}} A(\mathbf{x}, t) \, d\sigma \quad (4.9)$$

Cette moyenne est donc calculée sur  $N_x \times N_y$  points. Grâce à cette moyenne, nous pouvons étudier l'évolution verticale des statistiques à un instant donné, ou l'évolution temporelle de la moyenne dans un plan donné. Il faut remarquer que, dans tout l'espace de calcul, le nombre de structures d'échelle de longueur caractéristique  $L_z/N_z$  sera  $N_x \times N_y \times N_z$ . Par contre, dans un plan, il ne sera que de  $N_x \times N_y$ . Pour les plus grosses structures de l'écoulement, la convergence des moyennes horizontales ne sera donc pas nécessairement assurée et pourra entraîner des variations de ces moyennes dont il faudra tenir compte.

Afin d'améliorer cette convergence des moyennes horizontales, une troisième moyenne est définie grâce à la propriété de stationnarité de l'écoulement ; celle-ci sera étudiée ultérieurement, dans la partie 4.3.2. Il s'agit d'effectuer une moyenne temporelle de la moyenne par plans, en définissant les échantillons à différents instants. Afin d'assurer l'indépendance des échantillons entre eux, on fixe la période d'échantillonnage à la moitié du temps caractéristique des plus grands tourbillons, dont la définition est donnée plus loin. Cette moyenne s'écrit :

$$\bar{A}(z) = \sum_{N_\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{N_\tau} \left[ \lim_{\Pi_{xy} \rightarrow \infty} \frac{1}{\Pi_{xy}} \iint_{\Pi_{xy}} A(\mathbf{x}, \tau) \, d\sigma \right] \quad (4.10)$$

Cette moyenne est donc calculée sur  $N_x \times N_y \times N_\tau$  échantillons.

Enfin, les dernières propriétés géométriques de la configuration peuvent être utilisées pour améliorer encore la convergence de ces diverses moyennes horizontales. L'invariance par rotation autour de l'axe  $z$  permet de cumuler les corrélations faisant intervenir les composantes tangentielles de la fluctuation. En outre, la symétrie par rapport au plan central, au milieu de la zone hachurée sur la figure 3.2, est utilisée pour moyennner les grandeurs entre les deux plans situés à égale distance de chaque surface libre. Dans ce cas,

la moyenne horizontale et temporelle améliorée est calculée sur  $2 N_x \times N_y \times N_\tau$  points pour les corrélations faisant intervenir la composante normale de la fluctuation, et sur  $4 N_x \times N_y \times N_\tau$  points pour les corrélations faisant intervenir les composantes tangentiels de la fluctuation.

Implicitement, les résultats présentés seront moyennés dans tous les cas de façon optimale en fonction de leurs propriétés, en conservant les notations introduites à ce stade.

Il va de soi que les propriétés (4.2) à (4.7) s'appliquent à chacune des trois moyennes définies ultérieurement.

## 4.1.2 Grandeurs caractéristiques de l'écoulement

Nous présentons ici les techniques utilisées dans le calcul des spectres énergétiques en module, puis dans celui des échelles caractéristiques de la turbulence.

### 4.1.2.1 Calcul des spectres en module

L'énergie d'agitation turbulente  $\frac{1}{2}\overline{u_i u_i}$  se répartit continuellement sur une gamme de tourbillons selon un spectre en nombre d'onde  $E(\kappa)$ . En turbulence homogène et isotrope (THI), le tenseur spatial des corrélations doubles de fluctuations de vitesse s'écrit :

$$Q_{i,j}(\mathbf{r}, t) = \overline{u_i(\mathbf{x}, t)u_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t)} \quad (4.11)$$

En utilisant les relations de réciprocity du théorème de Kintchine (Cf. Chassaing, 2000, par exemple), la transformée de Fourier de cette grandeur introduit le tenseur spectral tridimensionnel  $\phi_{i,j}(\boldsymbol{\kappa}, t)$  en vecteur d'onde  $\boldsymbol{\kappa}$  associé au vecteur séparation  $\mathbf{r}$  :

$$Q_{i,j}(\mathbf{r}, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \phi_{i,j}(\boldsymbol{\kappa}, t) \exp(i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}) \, d\boldsymbol{\kappa} \quad (4.12)$$

$$\phi_{i,j}(\boldsymbol{\kappa}, t) = \frac{1}{8\pi^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} Q_{i,j}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}) \, d\mathbf{r} \quad (4.13)$$

On peut montrer que, pour une turbulence homogène isotrope,  $E(\kappa) = 2\pi\kappa^2\phi_{i,i}(\kappa)$ .

En pratique, l'égalité de Parseval nous permet d'écrire :

$$\frac{1}{2} \overline{u_i u_i} = \int_0^\infty E(\kappa) d\kappa = \frac{1}{2} \int_0^\infty \hat{\mathbf{u}} \hat{\mathbf{u}}^* d\kappa \quad (4.14)$$

Une méthode de calcul consiste à prendre la moyenne de  $\hat{\mathbf{u}} \hat{\mathbf{u}}^*$  sur une coquille sphérique

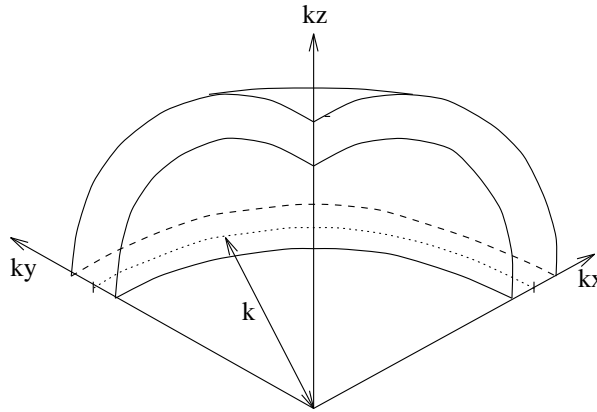


FIGURE 4.1: Coquille sphérique de rayon  $\kappa$  dans l'espace de Fourier.

de rayon  $\kappa$  dans l'espace de Fourier, comme illustré sur la figure 4.1. Cette moyenne, notée  $\langle \dots \rangle_{\text{sph}}$ , a déjà été définie dans la section 3.3.1. On obtient alors l'égalité suivante :

$$\int_0^\infty E(\kappa) d\kappa = 2\pi \int_0^\infty \kappa^2 \langle \hat{\mathbf{u}} \hat{\mathbf{u}}^* \rangle_{\text{sph}} d\kappa \quad (4.15)$$

#### 4.1.2.2 Echelles caractéristiques de la turbulence

Dans le cadre de notre étude, la turbulence établie dans le domaine de calcul n'est ni homogène ni isotrope du fait de la présence des deux surfaces libres. Cependant, les résultats généraux d'analyse spectrale obtenus dans le cadre THI sont utiles pour donner l'ordre de grandeur des principales échelles caractéristiques de la turbulence. Il est vrai par ailleurs que la zone où l'énergie cinétique turbulente et son taux de dissipation sont les plus élevés dans notre configuration est la zone centrale du domaine de calcul (Cf. figure 3.2), où la turbulence peut être considérée comme relevant de la THI. En revanche, ces grandeurs



décroissent fortement à l'approche des surfaces libres, zone anisotrope, comme nous le verrons plus tard.

En THI, les moyennes des tensions de Reynolds vérifient  $\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2}$ . L'énergie cinétique turbulente  $k = \frac{1}{2}\overline{u_i u_i} = \int_0^\infty E(\kappa) d\kappa$  s'écrit donc  $k = \frac{3}{2}\overline{u^2}$ . En accord avec la plupart des auteurs, comme par exemple Vincent et Meneguzzi (1991), l'échelle de vitesse caractéristique des fluctuations est définie par :

$$u_{\text{car}} = \left( \frac{2}{3} \int_0^\infty E(\kappa) d\kappa \right)^{1/2} \quad (4.16)$$

Comme démontré notamment par Tennekes et Lumley (1972), le taux de dissipation (ou montant moyen de dissipation énergétique par unité de masse)  $\bar{\epsilon}$  est calculé par :

$$\bar{\epsilon} = 2\nu \int_0^\infty \kappa^2 E(\kappa) d\kappa \quad (4.17)$$

D'après Rotta (1951), l'échelle de longueur intégrale, ou macro-échelle de Taylor, est calculée dans l'espace spectral pour une THI par :

$$\Lambda = \frac{\int_0^\infty \kappa^{-1} E(\kappa) d\kappa}{\int_0^\infty E(\kappa) d\kappa} \quad (4.18)$$

On lui associe le temps caractéristique des tourbillons porteurs d'énergie :

$$\tau = \frac{\Lambda}{u_{\text{car}}} \quad (4.19)$$

Dans notre étude, on distingue la macro-échelle longitudinale de Taylor  $\Lambda_x^u$  de la macro-

échelle transversale de Taylor  $\Lambda_x^w$ , où :

$$\Lambda_x^u(z) = \int_0^\infty \frac{\overline{u(x, y, z)u(x + \alpha, y, z)}}{\overline{u(x, y, z)u(x, y, z)}} d\alpha \quad (4.20)$$

$$\Lambda_x^w(z) = \int_0^\infty \frac{\overline{w(x, y, z)w(x + \alpha, y, z)}}{\overline{w(x, y, z)w(x, y, z)}} d\alpha \quad (4.21)$$

La micro-échelle de Taylor est définie de telle façon que  $\overline{(\partial u_i / \partial x_i)^2} \sim 2u^2 / \lambda^2$ . En spectral, on pourra calculer la micro-échelle par :

$$\lambda = \left[ \frac{\int_0^\infty E(\kappa) d\kappa}{\int_0^\infty \kappa^2 E(\kappa) d\kappa} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.22)$$

Dans notre étude, on distingue également la micro-échelle longitudinale de Taylor  $\lambda_f$  et la micro-échelle transversale de Taylor  $\lambda_g$ . La micro-échelle longitudinale de Taylor  $\lambda_f = \lambda_x^u$  est associée aux gradients des fluctuations tangentielles de vitesse et la micro-échelle transversale de Taylor  $\lambda_g = \lambda_x^w$  est associée aux gradients des fluctuations normales de vitesse :

$$\frac{1}{(\lambda_x^u)^2} = \frac{1}{2\overline{u^2}} \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} \quad (4.23)$$

$$\frac{1}{(\lambda_x^w)^2} = \frac{1}{2\overline{w^2}} \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2} \quad (4.24)$$

En THI, on vérifie la relation  $\lambda_f = \sqrt{2}\lambda_g$ .

La définition des échelles de Kolmogorov, représentatives des petites structures, a été donnée dans la partie 3.4.2 par l'équation (3.55), elle est rappelée ici :

$$\eta = (\nu^3 / \epsilon)^{1/4} \quad \tau = (\nu / \epsilon)^{1/2} \quad v = (\nu \epsilon)^{1/4}$$

Les nombres de Reynolds associés aux micro-échelles de Taylor et aux macro-échelles

de Taylor sont définis par :

$$Re_\lambda = \lambda\sqrt{1.5k}/\nu \quad Re_\Lambda = \Lambda\sqrt{1.5k}/\nu$$

Le nombre de Reynolds de turbulence, basé sur l'échelle de longueur turbulente  $\ell = k^{3/2}/\epsilon$  est également défini par :

$$Re_T = k^2/(\nu\epsilon)$$

Le nombre de Reynolds de turbulence peut être interprété comme le rapport des temps caractéristiques de la diffusion moléculaire et de la diffusion turbulente sur une même distance.

Le nombre de Reynolds associé à la micro-échelle de Taylor peut être interprété comme le rapport entre l'échelle de temps caractéristique des tourbillons énergétiques  $\Lambda/u_{car}$  (qui est proportionnelle à  $\lambda^2/\nu$ , d'après Tennekes et Lumley, 1972) et l'échelle de temps  $\lambda/u_{car}$  caractéristique des gradients de vitesse.

On peut montrer que les échelles de longueur du champ turbulent homogène isotrope sont proportionnelles entre elles selon les relations :

$$\frac{\Lambda}{\lambda} \sim Re_\lambda \quad \text{et} \quad \frac{\lambda}{\eta} \sim Re_\lambda^{1/2} \quad (4.25)$$

## 4.2 Analyse asymptotique du champ au voisinage de la surface libre

Nous reprenons ici en détail l'analyse asymptotique classique (voir par exemple Handler et al., 1993) basé sur les développements limités des fluctuations de vitesse et de pression au voisinage de la surface. Nous pourrions en déduire l'expression de grandeurs plus complexes, telles que les termes des bilans des tensions de Reynolds, étudiés dans la partie 4.5. Ceci permettra ensuite de pouvoir valider les résultats obtenus, et de les commenter.

### 4.2.1 Fluctuations de vitesse, pression et vorticité

La surface libre est placée en  $z = 0$ . Les conditions à la limite sont les suivantes :

– condition d'imperméabilité

$$w|_{z=0} = 0$$

– absence de cisaillement

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=0} = 0$$

Nous écrivons les développements limités à l'ordre 4 suivant  $z$  des fluctuations de vitesse et de pression :

$$u = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \mathcal{O}(z^4) \quad (4.26)$$

$$v = b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + b_3 z^3 + \mathcal{O}(z^4) \quad (4.27)$$

$$w = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + c_3 z^3 + \mathcal{O}(z^4) \quad (4.28)$$

$$\frac{p}{\rho} = p_0 + p_1 z + p_2 z^2 + p_3 z^3 + \mathcal{O}(z^4) \quad (4.29)$$

Les conditions aux limites donnent  $c_0 = 0$  et  $a_1 = b_1 = 0$ .

L'équation de la continuité pour les fluctuations de vitesse donne :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.30)$$

Par dérivation par rapport à  $z$  de l'équation de continuité écrite pour les fluctuations de vitesse, puis par commutation de l'ordre des dérivées, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.31)$$

On écrit cette égalité à la surface, et l'absence de cisaillement donne :

$$\left. \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right|_{z=0} = 0 \quad (4.32)$$

On peut donc en déduire :  $c_2 = 0$ .

De même la dérivation de l'équation de la dynamique pour la fluctuation normale à la surface  $w$  implique :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4.33)$$

En écrivant cette relation en  $z = 0$ , compte-tenu de (4.32), et comme la vitesse normale  $w$  est nulle sur la surface et que

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{z=0} = 0, \quad (4.34)$$

il reste la relation :

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (4.35)$$

Et le coefficient à l'ordre 1 du développement limité de la fluctuation de pression est donc nul :  $p_1 = 0$ .

L'étude de l'équation de la dynamique pour les fluctuations tangentielles de vitesse permet également d'exprimer les coefficients à l'ordre 3 de leurs développements limités.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (4.36)$$

Par dérivation de l'équation (4.36) par rapport à  $z$ , et en inversant l'ordre des dérivées, on obtient pour  $z = 0$  après simplifications :

$$\left. \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} \right|_{z=0} = 0 \quad (4.37)$$

Donc il en découle que  $a_3 = 0$ . La même relation s'obtient pour la fluctuation  $v$  :  $b_3 = 0$ .

Les développements limités se simplifient donc :

$$u = a_0 + a_2 z^2 + \mathcal{O}(z^4) \quad (4.38)$$

$$v = b_0 + b_2 z^2 + \mathcal{O}(z^4) \quad (4.39)$$

$$w = c_1 z + c_3 z^3 + \mathcal{O}(z^4) \quad (4.40)$$

$$\frac{p}{\rho} = p_0 + p_2 z^2 + p_3 z^3 + \mathcal{O}(z^4) \quad (4.41)$$

De la même façon, on peut exprimer les développements limités des fluctuations de rotationnel à l'aide de ceux des fluctuations de vitesse. En effet,

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4.42)$$

$$\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.43)$$

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.44)$$

D'où les développements limités à l'ordre 4 suivants pour les fluctuations du rotationnel de vitesse :

$$\omega_x = (c_{1,y} - 2b_2) z + \mathcal{O}(z^3) \quad (4.45)$$

$$\omega_y = (2a_2 - c_{1,x}) z + \mathcal{O}(z^3) \quad (4.46)$$

$$\omega_z = (b_{0,x} - a_{0,y}) + (b_{2,x} - a_{2,y}) z^2 + \mathcal{O}(z^3) \quad (4.47)$$

où la notation  $(\cdot, x_i)$  en indice représente la dérivée partielle par rapport à  $x_i$ .

Conformément à ce qui avait été annoncé plus haut, on vérifie la parité des fonctions  $u, v, p, \omega_z$  et l'imparité des fonctions  $w, \omega_x, \omega_y$ .

À partir des développements limités du rotationnel de vitesse, on peut déduire la structure tourbillonnaire de l'écoulement spécifique d'une zone de blocage par surface libre : l'axe des tourbillons sur la surface est nécessairement perpendiculaire à celle-ci. Ainsi cette condition locale contraint la structure tourbillonnaire au voisinage de la surface libre, comme le

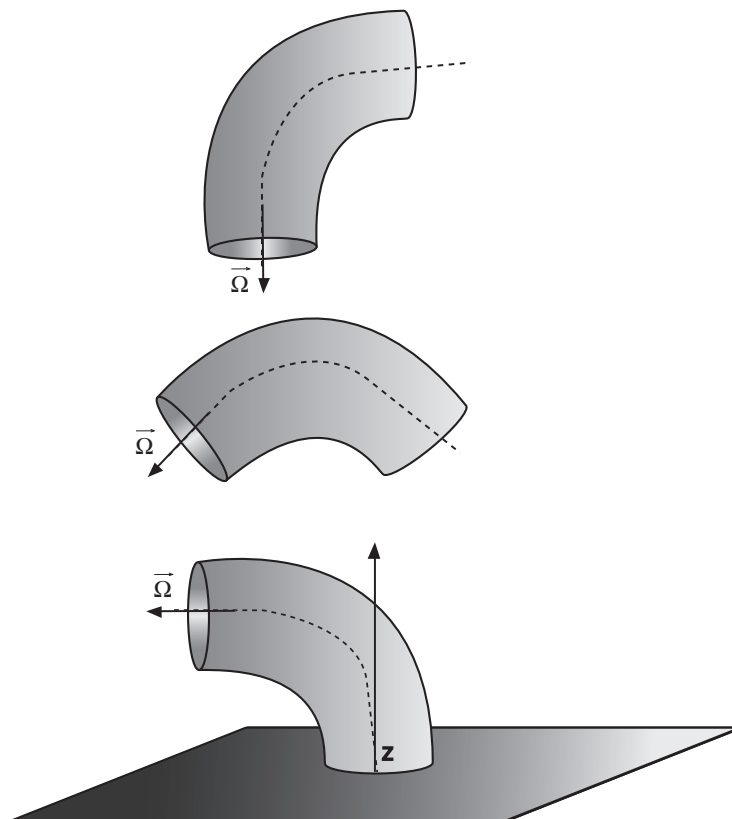


FIGURE 4.2: Schéma d'un tourbillon qui approche la surface libre ; l'axe du tourbillon n'a pas de direction privilégiée loin de la surface, alors qu'au voisinage de celle-ci, son axe est nécessairement perpendiculaire à la surface.

schématise la figure 4.2.

#### 4.2.2 Termes des bilans des tensions de Reynolds

Les équations de transport des composantes du tenseur de Reynolds  $\overline{u_i u_j}$  sont facilement obtenues à partir des équations de Navier-Stokes. Quand l'écoulement est stationnaire à moyenne nulle, ces équations prennent la forme simplifiée suivante :

$$0 = \underbrace{-\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}}_{\mathcal{D}_{ij}^u} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \overline{p u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{p u_j}}{\partial x_i} \right)}_{\mathcal{D}_{ij}^p} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k}}_{\mathcal{D}_{ij}^\nu} + \underbrace{\frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}_{\Pi_{ij}} - \underbrace{2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}}_{\epsilon_{ij}} \quad (4.48)$$

où  $\mathcal{D}_{ij}^u$ ,  $\mathcal{D}_{ij}^p$  et  $\mathcal{D}_{ij}^\nu$  représentent, respectivement, la diffusion par fluctuation de vitesse, la diffusion par fluctuation de pression et la diffusion moléculaire ;  $\Pi_{ij}$  représente la corrélation pression-déformation et  $\epsilon_{ij}$  est la pseudo-dissipation. Ces équations sont valides à l'extérieur de la zone de forçage, sinon un terme de production correspondant à la force aléatoire serait ajouté dans le membre de droite de l'équation précédente. En considérant les symétries de notre problème, seules les composantes  $\overline{u^2}$  ( $\equiv \overline{v^2}$ ) et  $\overline{w^2}$  du tenseur de Reynolds sont non nulles. Leurs équations de transport prennent la forme suivante :

$$0 = -\frac{\partial \overline{u^2 w}}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u^2}}{\partial z^2} + 2 \frac{\overline{p \partial u}}{\rho \partial x} - 2 \nu \frac{\overline{\partial u}}{\partial x_k} \frac{\overline{\partial u}}{\partial x_k} \quad (4.49)$$

$$0 = -\frac{\partial \overline{w^3}}{\partial z} - 2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\overline{p}}{\rho} w \right) + \nu \frac{\partial^2 \overline{w^2}}{\partial z^2} + 2 \frac{\overline{p \partial w}}{\rho \partial z} - 2 \nu \frac{\overline{\partial w}}{\partial x_k} \frac{\overline{\partial w}}{\partial x_k} \quad (4.50)$$

#### 4.2.2.1 Termes du bilan des tensions de Reynolds normales relatives aux fluctuations de vitesse parallèles à la surface

L'équation-bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface libre est donnée par la relation (4.49), elle comporte quatre termes : la diffusion par fluctuation de vitesse, notée  $\mathcal{D}_{11}^u$  ; la diffusion visqueuse, notée  $\mathcal{D}_{11}^\nu$  ; la corrélation pression-déformation, notée  $\Pi_{11}$  ; et la dissipation, notée  $\epsilon_{11}$ .

Grâce aux développements limités des fluctuations de vitesse obtenus précédemment, on peut écrire :

$$\mathcal{D}_{11}^u = -\frac{\partial \overline{u^2 w}}{\partial z} = -\overline{a_0^2 c_1} + \mathcal{O}(z^2) \quad (4.51)$$

$$\mathcal{D}_{11}^\nu = \nu \frac{\partial^2 \overline{u^2}}{\partial z^2} = 4 \nu \overline{a_0 a_2} + \mathcal{O}(z^2) \quad (4.52)$$

$$\Pi_{11} = 2 \frac{\overline{p \partial u}}{\rho \partial x} = 2 \overline{p_0 a_{0,x}} + \mathcal{O}(z^2) \quad (4.53)$$

$$\epsilon_{11} = -2 \nu \frac{\overline{\partial u}}{\partial x_k} \frac{\overline{\partial u}}{\partial x_k} = 2 \nu \left( \overline{a_{0,y}^2} + \overline{a_{0,x}^2} \right) + \mathcal{O}(z^2) \quad (4.54)$$



### 4.2.2.2 Termes du bilan des tensions de Reynolds normales relatives aux fluctuations de vitesse perpendiculaires à la surface

L'équation-bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface libre est donnée par la relation (4.50), elle comporte cinq termes : la diffusion par fluctuation de vitesse, notée  $\mathcal{D}_{33}^u$  ; la diffusion par fluctuation de pression, notée  $\mathcal{D}_{33}^p$  ; la diffusion visqueuse, notée  $\mathcal{D}_{33}^\nu$  ; la corrélation pression-déformation, notée  $\Pi_{33}$  ; et la dissipation, notée  $\epsilon_{33}$ .

Grâce aux développements limités des fluctuations de vitesse obtenus précédemment, les développements limités de ces cinq termes au voisinage de la surface libre en  $z = 0$  s'écrivent :

$$\mathcal{D}_{33}^u = -\frac{\partial \overline{w^3}}{\partial z} = \mathcal{O}(z^2) \quad (4.55)$$

$$\mathcal{D}_{33}^p = -2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\overline{p}}{\rho} w \right) = -2 \overline{p_0 c_1} + \mathcal{O}(z^2) \quad (4.56)$$

$$\mathcal{D}_{33}^\nu = \nu \frac{\partial^2 \overline{w^2}}{\partial z^2} = 2 \nu \overline{c_1^2} + \mathcal{O}(z^2) \quad (4.57)$$

$$\Pi_{33} = 2 \frac{\overline{p}}{\rho} \frac{\partial w}{\partial z} = 2 \overline{p_0 c_1} + \mathcal{O}(z^2) \quad (4.58)$$

$$\epsilon_{33} = -2 \nu \frac{\partial w}{\partial x_k} \frac{\partial w}{\partial x_k} = 2 \nu \overline{c_1^2} + \mathcal{O}(z^2) \quad (4.59)$$

## 4.3 Configuration de référence : éléments de validation

Dans cette partie, et jusqu'à la fin du chapitre, nous utiliserons les résultats obtenus dans une première simulation. L'écoulement correspondant sera considéré comme notre "configuration de référence". Il nous permet de dresser un premier tableau des caractéristiques générales du mouvement fluctuant, d'introduire plusieurs définitions ; il fournit un cadre pour l'analyse des simulations qui seront présentées ultérieurement et pour lesquelles on a fait varier nombre de Reynolds et distance entre la zone de forçage et la surface.

Les résultats obtenus dans cette configuration de référence ont fait l'objet d'une commu-

nication à la conférence ECCOMAS CFD 2006 (Campagne, Cazalbou, Joly, et Chassaing, 2006).

Nous partons d'un champ initial au repos. La turbulence est générée par la seule action du forçage. Ce forçage, confiné dans la zone centrale, est stationnaire et doit conduire, au bout d'un temps "suffisant", à l'établissement d'un champ de turbulence stationnaire en moyenne et vérifiant les propriétés d'homogénéité et de symétrie en moyenne mentionnées précédemment pour cette configuration d'écoulement.

Nous vérifierons ici que les résultats possèdent bien ces propriétés, que le champ obtenu est "réaliste" du point de vue de la turbulence, avant de passer à la présentation des statistiques au second ordre et des bilans des tensions de Reynolds dans les parties suivantes.

### 4.3.1 Paramètres de simulation de l'écoulement

$\kappa_f$	$\kappa_{\min}$	$\kappa_{\max}$	$P$	$c$
4	2	6	0.025	0.05

TABLEAU 4.1: Définition des paramètres du forçage de la simulation.

Le tableau 4.1 définit les paramètres de forçage utilisés dans la configuration de référence. Le paramètre  $P$  est la densité d'énergie injectée par la fonction de forçage à chaque pas de temps. Le paramètre  $c$  correspond à un facteur de concentration du spectre de forçage ; il est fixé à la valeur 0.05 pendant toutes les simulations effectuées dans notre étude.

$L_x$	$L_y$	$L_z$	$L_f$	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$N_\tau$
$2\pi$	$2\pi$	$7\pi/4$	$7\pi/12$	192	192	168	498

TABLEAU 4.2: Définition des paramètres de la simulation.

Le tableau 4.2 définit les principaux paramètres de lancement de la simulation. Notons que la résolution spatiale est isotrope ( $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ ), et que les longueurs du domaine de calcul  $L_x$  et  $L_y$  sont fixées égales à  $2\pi$ . Ainsi le choix de la résolution spatiale, du nombre

de points dans une direction, de la proportion  $L_f/L_z$  de la zone forcée, et de la taille du domaine en  $z$  imposent la valeur des autres paramètres du tableau 4.2.

Le tableau 4.3 donne les caractéristiques de l'écoulement normées par deux jeux d'échelles de références :

- les échelles caractéristiques à la surface : les valeurs  $k_s$  et  $\epsilon_s$  de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation à la surface ; le nombre de Reynolds de turbulence correspondant  $Re_s$  est donc défini par  $k_s^2/(\nu\epsilon_s)$  ;
- les échelles caractéristiques dans la zone de forçage : les valeurs  $k_f$  et  $\epsilon_f$  de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation à la frontière de la zone de forçage ; le nombre de Reynolds de turbulence correspondant  $Re_f$  est donc défini par  $k_f^2/(\nu\epsilon_f)$ .

$Re_s$	$z_f^*$	$Re_f$	$\tilde{z}_f$	$\nu$
76.5	1.20	132.5	2.33	$2.0 \cdot 10^{-3}$

TABLEAU 4.3: Valeurs des principaux paramètres de la simulation. La distance entre la surface libre inférieure et la frontière de zone de forçage est notée  $z_f = (L_z - L_f)/2$  et est donnée à la fois en références de surface et en références de zone de forçage.

Les quantités adimensionnées par les échelles caractéristiques de surface seront notées par une étoile en exposant, et celles adimensionnées par les échelles caractéristiques du forçage par un tilde.

### 4.3.2 Obtention d'un régime stationnaire

Tout d'abord, il doit être vérifié que les statistiques obtenues sont bien stationnaires lorsque le forçage agit sur un champ initialement au repos. La figure 4.3 présente l'évolution temporelle de la moyenne volumique de l'énergie cinétique turbulente  $\overline{k}$  et du taux de dissipation  $\overline{\epsilon}$ . Ces deux grandeurs sont rapportées à leur valeur finale. Le temps est adimensionné par le temps caractéristique de retournement des tourbillons porteurs d'énergie  $\tau$ , défini par la formule (4.19). (Pour toutes les figures qui présentent des évolutions temporelles, le temps sera adimensionné de cette manière).

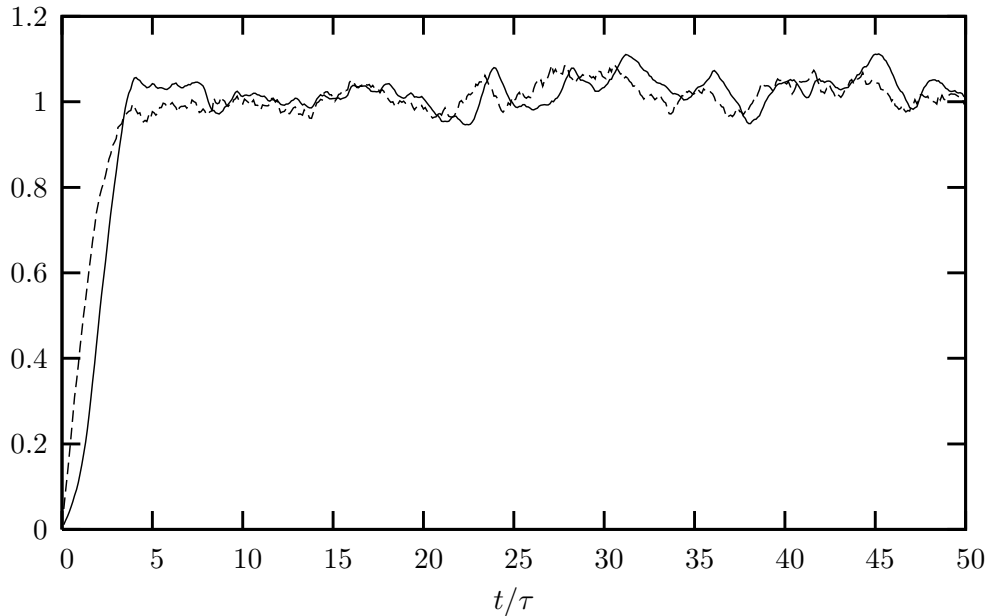


FIGURE 4.3: Evolution temporelle de la moyenne volumique de l'énergie cinétique turbulente (---) et du taux de dissipation (—), normalisés par leur moyenne volumique finale.

Conformément aux résultats d'Alvelius (1999), aussi bien l'énergie cinétique turbulente que le taux de dissipation se stabilisent en fluctuant légèrement, autour de valeurs constantes. Pour cette simulation, le champ turbulent se stabilise après une période transitoire de 5 temps caractéristiques. C'est le temps nécessaire pour que la turbulence initiée dans la zone centrale de forçage occupe par diffusion l'ensemble du domaine de calcul.

Pendant la période transitoire, le comportement entre  $\overline{k}$  et  $\overline{\epsilon}$  diffère : l'énergie cinétique turbulente augmente légèrement plus tôt que le taux de dissipation. Ce décalage traduit l'établissement de la cascade énergétique qui transfère, en moyenne, l'énergie des grandes échelles énergétiques, où l'intensité du forçage est maximale, vers les petites échelles dissipatives.

### 4.3.3 Absence de cisaillement

Dans notre étude, la production de la turbulence n'est pas induite par un gradient de vitesse moyenne. L'absence de champ moyen peut être vérifiée sur la figure 4.4. Celle-ci

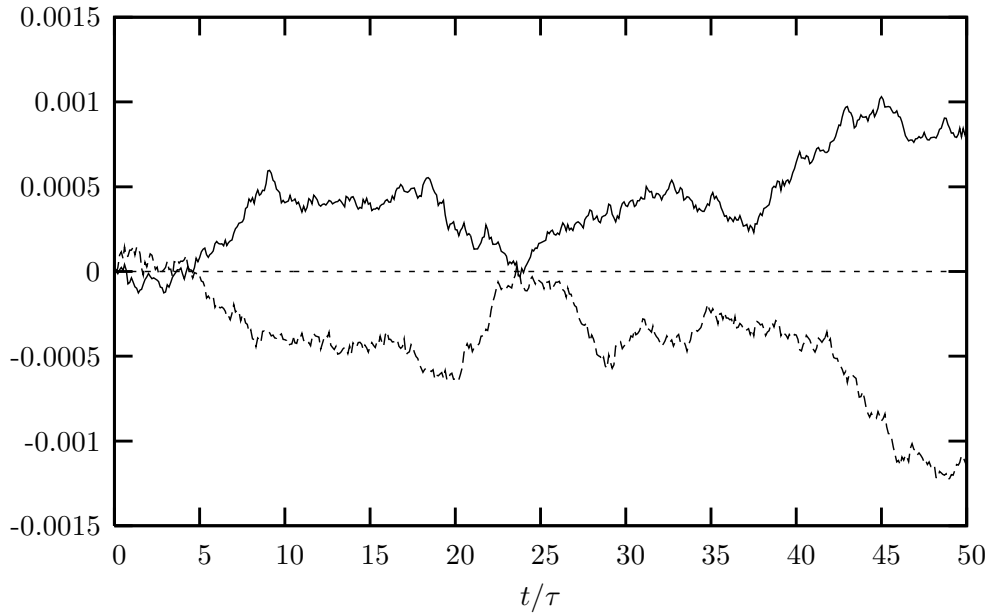


FIGURE 4.4: Evolution temporelle des moyennes volumiques de chaque composante de la vitesse normalisées par la valeur finale de leur écart type :  $\bar{U} / \left( \sqrt{\overline{u^2}} \right) \Big|_{t_f}$  (—),  $\bar{V} / \left( \sqrt{\overline{v^2}} \right) \Big|_{t_f}$  (- -),  $\bar{W} / \left( \sqrt{\overline{w^2}} \right) \Big|_{t_f}$  (⋯).

présente les évolutions temporelles des moyennes volumiques des trois composantes de la vitesse, normalisées par la valeur finale de leur écart type. On peut effectivement vérifier que les moyennes volumiques des trois composantes de la vitesse sont nulles à moins de 0.15 % près.

#### 4.3.4 Axisymétrie autour de la direction perpendiculaire aux surfaces libres

On doit vérifier que le champ de vitesse obtenu dans la simulation possède des propriétés d'axisymétrie par rapport à la direction perpendiculaire aux surfaces libres. La figure 4.5 présente l'évolution verticale des tensions de Reynolds normales dans les deux directions parallèles aux surfaces libres  $x$  et  $y$ . La surface libre se trouve en bas du graphe, la borne supérieure de l'axe des ordonnées correspond au plan médian du domaine de calcul. Les

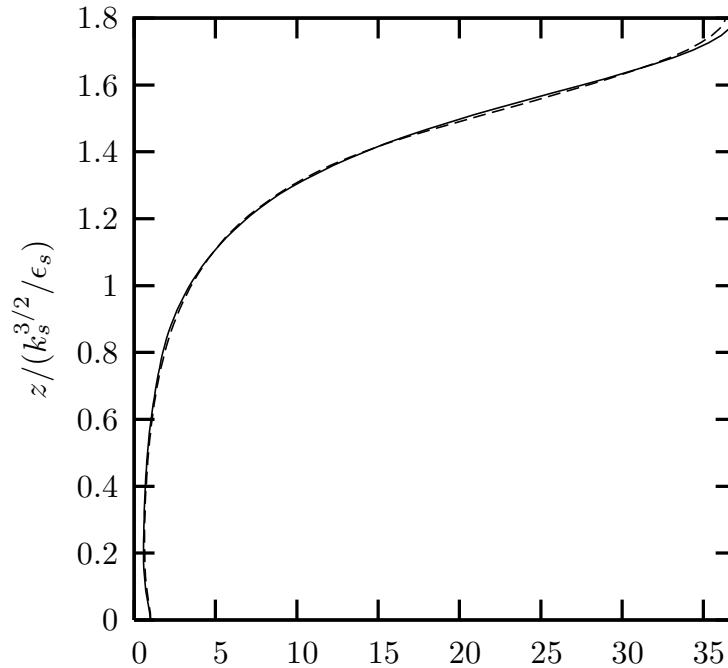


FIGURE 4.5: Evolution verticale des tensions de Reynolds normales, parallèles aux surfaces libres :  $\overline{u^2}/k_s$  (—) et  $\overline{v^2}/k_s$  (---).

profils des tensions de Reynolds  $\overline{u^2}$  et  $\overline{v^2}$  se superposent quasiment parfaitement sur toute la hauteur du domaine de calcul. L'écart le plus net entre les deux courbes se situe dans la zone de forçage, qui n'est pas au coeur de l'étude. Ainsi l'écoulement peut être considéré comme axisymétrique autour de l'axe  $z$ .

### 4.3.5 Symétrie verticale du domaine de calcul

Pour accélérer la convergence des statistiques utiles dans la cadre de l'étude, on utilise la symétrie du domaine de calcul par rapport au plan médian (Cf. schéma 3.2). Deux surfaces libres ont été simulées dans la configuration de calcul. Ainsi il faut vérifier cette symétrie sur les grandeurs mesurées, par exemple, sur les tensions de Reynolds normales, parallèles aux surfaces libres. Leur évolution verticale est tracée sur la figure 4.6. Pour pouvoir les comparer directement, les surfaces libres inférieure et supérieure ont été placées toutes deux sur le bas du graphe. On constate que les deux évolutions dans la partie haute et basse du domaine de calcul se superposent quasiment parfaitement sur toute la hauteur du

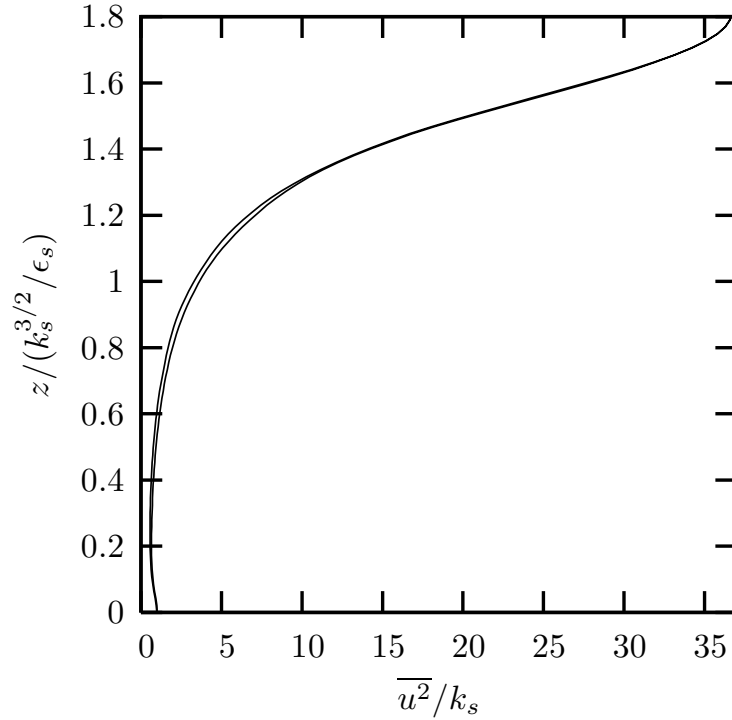


FIGURE 4.6: Evolution verticale des tensions de Reynolds normales  $\overline{u^2}$ , parallèles aux surfaces libres, par rapport aux surfaces libres supérieure et inférieure (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

domaine de calcul. La symétrie verticale statistique de la configuration de calcul est donc correctement vérifiée, ici, sur les statistiques à l'ordre deux. Ceci a également été vérifié sur des statistiques d'ordre plus élevé; la symétrie verticale, comme l'axisymétrie autour de l'axe  $z$ , sont correctement vérifiées dans notre configuration de calcul.

### 4.3.6 Champ de pression moyenné

L'équation de la dynamique du champ moyen s'écrit de façon générale :

$$\rho \frac{D\overline{U}_i}{Dt} = \rho \overline{F}_i - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u_i u_j}) \quad (4.60)$$

Compte tenu des simplifications inhérentes à la configuration étudiée (champ de vitesse moyen nul, et homogénéité dans les plans  $xy$ ), l'équation (4.60) de la dynamique du champ

moyen, écrite suivant la direction perpendiculaire aux surfaces libres, devient :

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w^2}) \quad (4.61)$$

et donc

$$\bar{P} + \rho \overline{w^2} = \text{Constante} \quad (4.62)$$

La figure 4.7 présente l'évolution verticale de cette quantité  $\bar{P} + \rho \overline{w^2}$ , normalisée par  $k_s$ .

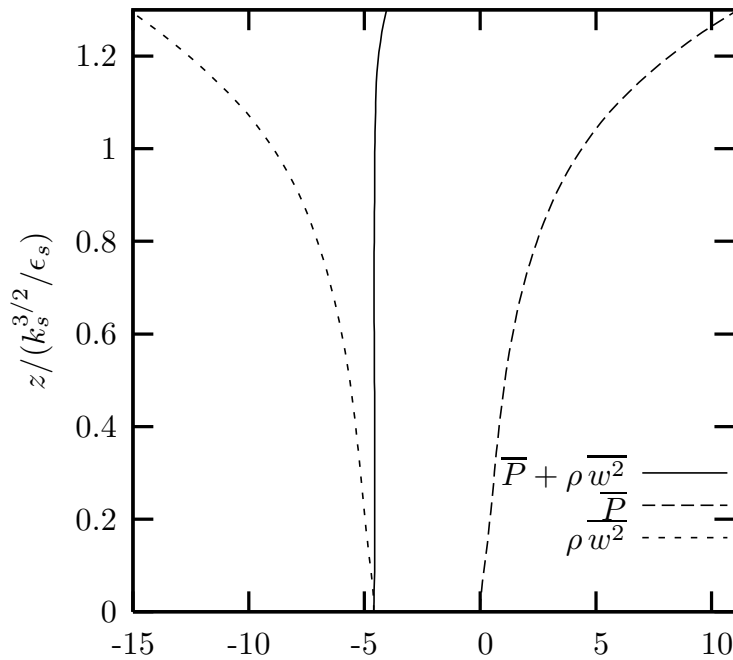


FIGURE 4.7: Evolution verticale de la pression  $\bar{P}$ , de la variance des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface  $\rho \overline{w^2}$ , et de la somme de ces termes  $\bar{P} + \rho \overline{w^2}$  (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

Cette dernière est bien égale à une constante sur toute la hauteur utile du domaine de calcul. On observe cependant une légère divergence dans la zone de forçage, peut-être due à un défaut de convergence statistique, lié à la taille importante des structures générées dans cette région. Cette vérification permet de valider le champ de pression moyen obtenu, par rapport à l'évolution verticale des tensions de Reynolds. On vérifie ainsi la validité de



l'équation de la dynamique suivant  $z$ .

### 4.3.7 Spectre énergétique

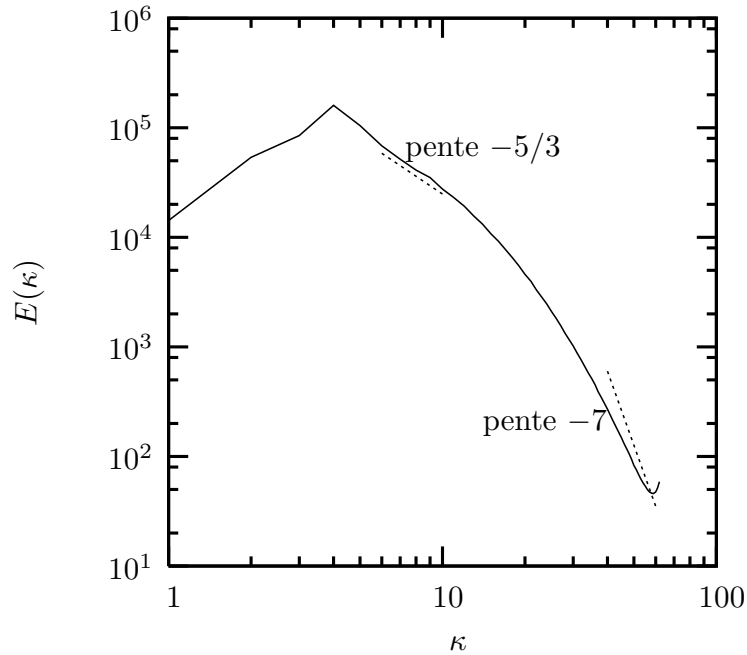


FIGURE 4.8: Spectre d'énergie en module de la turbulence à  $t^* = 50$ .

La figure 4.8 représente le spectre d'énergie de la turbulence en module obtenu en fin de simulation  $t^* = 50$ . Le spectre est moyenné dans le temps en utilisant  $N_t$  échantillons.

Il présente plusieurs caractéristiques. Tout d'abord, l'injection d'énergie pour  $\kappa = 4$  est nettement visible sur le graphe 4.8; ceci correspond au maximum d'énergie injectée par forçage dans la zone centrale. Ensuite, pour des nombres d'onde plus grands, le spectre présente une plage de décroissance limitée en  $\kappa^{-5/3}$ , appelée plage de Kolmogorov, qui est caractéristique d'une turbulence pleinement développée. L'étendue de cette plage devrait augmenter avec le nombre de Reynolds de l'écoulement. Au delà de cette plage, la pente du spectre augmente de façon importante, traduisant la présence de la coupure dissipative.

À la limite de résolution du spectre, apparaît une légère remontée du spectre, typique d'une sous-résolution aux plus grands nombres d'onde. Elle résulte en fait d'un bon com-

promis entre la valeur atteinte par le nombre de Reynolds de la turbulence et la résolution des plus petites échelles. Cette légère remontée peut être réduite en augmentant le critère de résolution des plus petites échelles (Cf. partie 3.4.2). La figure 4.9 permet de vérifier

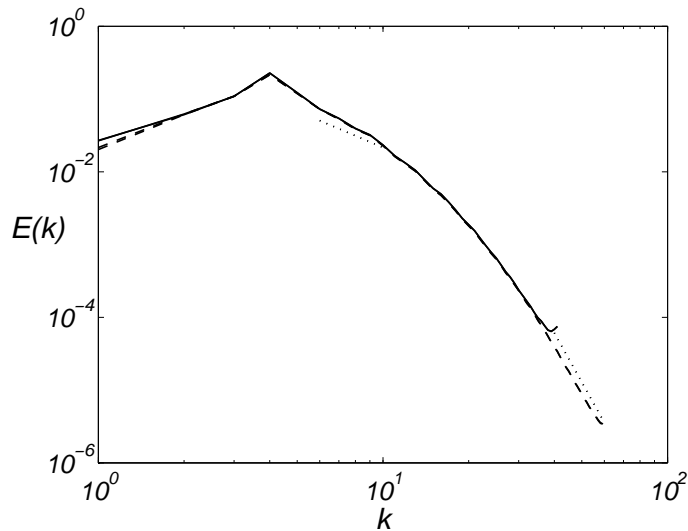


FIGURE 4.9: Spectre énergétique tridimensionnel à  $t^* = 60$ .  $\kappa_{\max}\bar{\bar{\eta}} = 1.5$  (—),  $\kappa_{\max}\bar{\bar{\eta}} = 2$  (---).

ce point. On y a porté les résultats obtenus dans des simulations préliminaires, présentées dans l'article du Congrès Français de Mécanique, CFM 2005 (Campagne, Cazalbou, Joly, et Chassaing, 2005), où la même configuration d'écoulement a été simulée une première fois avec  $\kappa_{\max}\bar{\bar{\eta}} = 1.5$  comme critère de résolution, puis  $\kappa_{\max}\bar{\bar{\eta}} = 2$  dans une simulation surrésolue. On voit que les deux spectres coïncident pour les deux résolutions choisies. En outre, on observe que la légère remontée du spectre en limite de résolution, c'est-à-dire aux grands nombres d'onde, obtenue avec le maillage le plus grossier, n'influence pas le reste du spectre ; de plus, les autres grandeurs étudiées ne semblent pas affectées par cette sous-résolution. Ceci valide donc le critère de résolution retenu.

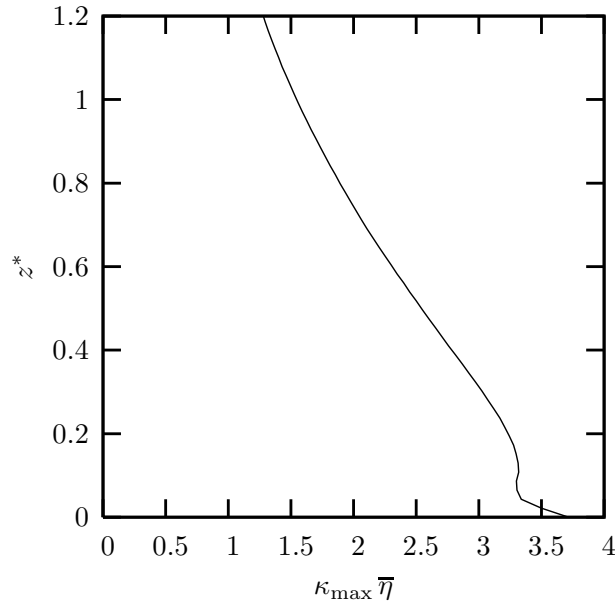


FIGURE 4.10: Evolution verticale du critère de résolution des plus petites échelles de l'écoulement.

### 4.3.8 Critère local de résolution des plus petites échelles de l'écoulement

À partir des résultats obtenus, la valeur de l'échelle de longueur de Kolmogorov  $\eta$  peut être calculée. Le produit  $\kappa_{\max} \bar{\eta}$  ne dépend que de  $z$ , son profil est tracé sur la figure 4.10 dans la zone libre de forçage. Dans toute cette zone,  $\kappa_{\max} \bar{\eta}$  est supérieur ou égal à 1. Il augmente sensiblement au voisinage de la surface ( $\times 3.5$ ), l'écoulement est d'autant mieux résolu dans cette zone. Comme nous l'avons indiqué dans la partie 3.4.2, la satisfaction de ce critère nous permet d'assurer que, une fois l'état stationnaire établi, le champ turbulent est spatialement résolu, tout en maximisant la valeur du nombre de Reynolds de turbulence.

Au vue de l'évolution verticale de  $\kappa_{\max} \bar{\eta}$ , on peut dire que la résolution hors de la zone de forçage est largement satisfaisante. La légère remontée du spectre aux grands nombres, observée précédemment, et donc l'accumulation d'énergie, reflètent donc une sous-résolution dans la zone de forçage. Ceci ne concerne donc pas la zone d'étude, c'est-à-dire le voisinage des surfaces libres.

## 4.4 Statistiques au second ordre

### 4.4.1 Tensions de Reynolds

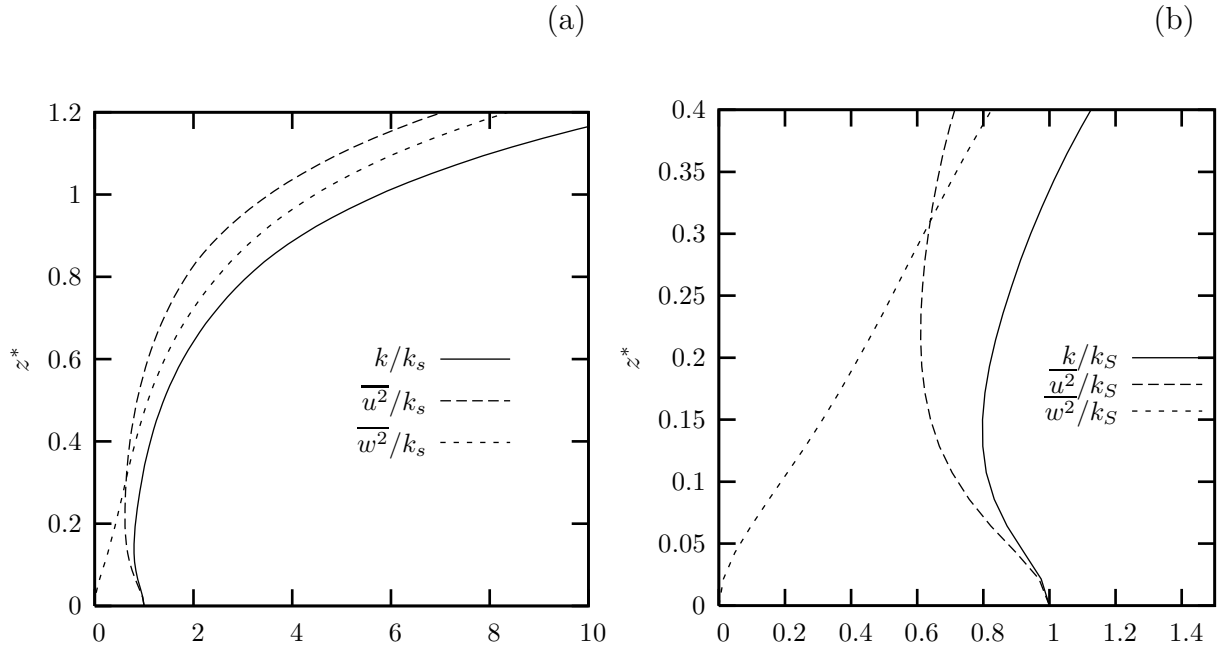


FIGURE 4.11: (a) Evolution verticale de l'énergie cinétique turbulente et des tensions de Reynolds dans la zone de forçage nul, (b) Evolution verticale de l'énergie cinétique turbulente et des tensions de Reynolds au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

La figure 4.11 présente l'évolution verticale de l'énergie cinétique turbulente et des tensions de Reynolds, adimensionnées par  $k_s$ . L'extrémité supérieure du graphe correspond à la limite inférieure de la zone de forçage. Le maximum de chacune de ces trois grandeurs se situe dans cette zone de production. Le calcul des tensions de Reynolds tangentes à la surface libre, notées  $\overline{u^2}$  sur le graphe, bénéficie du cumul statistique des valeurs des tensions  $\overline{u^2}$  et  $\overline{v^2}$ . La notation  $\overline{u^2}$  sera utilisée par la suite pour alléger l'écriture. À partir de la zone de production, les trois quantités décroissent jusqu'à la surface libre. En s'approchant de la surface, la tension de Reynolds normale à la surface ( $\overline{w^2}$ ) est forcée à zéro par la condition d'imperméabilité, alors que les tensions de Reynolds tangentes à la surface augmentent de façon significative, jusqu'à atteindre un maximum local à la surface. Le transfert d'énergie intercomposantes pourrait contribuer à ce maximum local, mais le profil d'énergie cinétique

turbulente présente lui aussi un maximum local à la surface. Celui-ci ne peut en aucune manière être justifié par le transfert d'énergie intercomposantes.

Les résultats de simulations de Perot et Moin (1995) et de Walker et al. (1996) sur une surface libre idéale montrent aussi une telle augmentation. Les deux études ont suggéré que cette remontée d'énergie cinétique était due à une diminution de la dissipation dans cette zone. Les bilans des tensions de Reynolds, présentés dans la partie 4.5, confirment cette interprétation.

#### 4.4.2 Variances de la vorticité

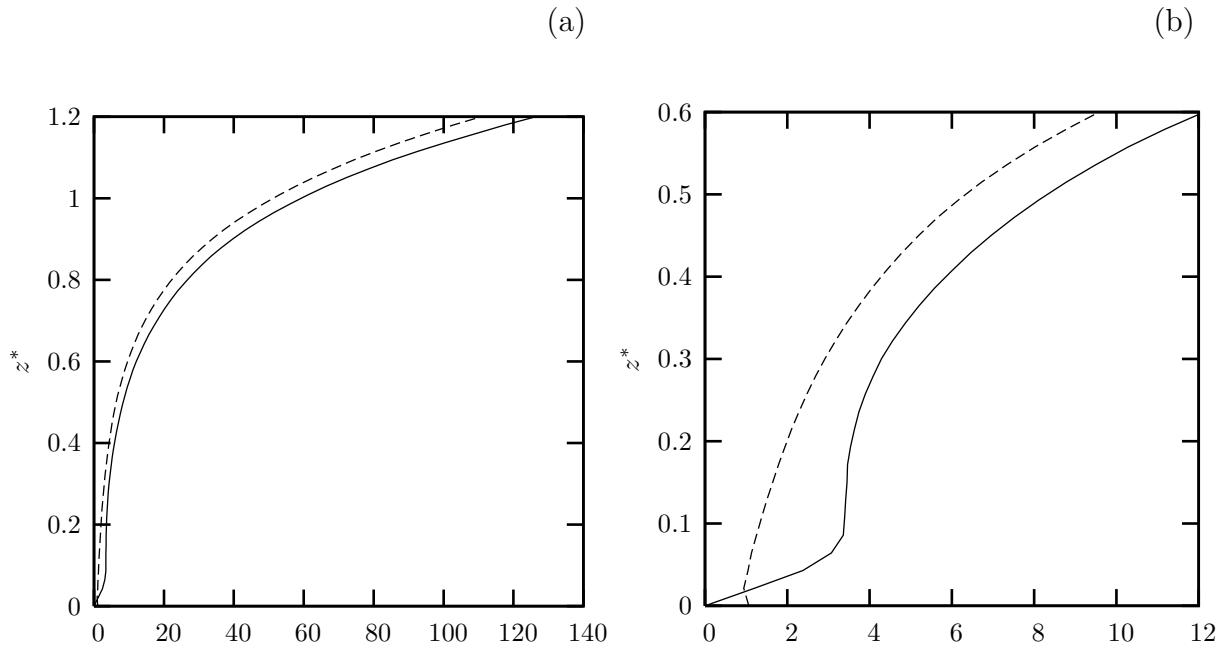


FIGURE 4.12: (a) Evolution verticale des variances de la vorticité dans la zone de forçage nul, (b) Evolution verticale des variances de la vorticité au voisinage de la surface libre :  $\overline{\omega_x^2}$  (—) et  $\overline{\omega_z^2}$  (---) (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

La figure 4.12 présente l'évolution verticale des variances des trois composantes de la vorticité, adimensionnées par  $\epsilon_s/k_s$ . L'extrémité supérieure du graphe 4.12-a correspond à la limite inférieure de la zone de forçage. Le maximum de chacune de ces deux grandeurs se situe dans cette zone de production. Les variances des composantes de la vorticité tangentes à la surface libre, notées  $\overline{\omega_x^2}$  sur le graphe, bénéficient du cumul des valeurs des variances

de la vorticité  $\overline{\omega_x^2}$  et  $\overline{\omega_y^2}$ . La notation  $\overline{\omega_x^2}$  sera utilisée par la suite pour alléger l'écriture. En d  c  , les trois quantités décroissent jusqu'à la surface libre. Lorsque l'on s'approche de la surface, les composantes de la vorticité tangentes à la surface ( $\overline{\omega_x^2}$ ) sont forc  es    zéro à la surface par les conditions aux limites de surface libre, alors que la composante de la vorticité perpendiculaire à la surface atteint une valeur non nulle au voisinage de la surface. Ce comportement est également observé dans les résultats de simulations d'écoulement de canal plan à surface libre de Leighton, Swaan, et Handler (1991). Les conditions aux limites de surface sans glissement imposent aussi l'annulation des gradients normaux à la surface de la composante normale de vorticité. Il en va de même pour  $\overline{\omega_z^2}$ , ceci se vérifie sur la figure 4.12-b où l'on observe l'annulation de la pente de  $\overline{\omega_z^2}$  au voisinage de la surface. Ce gradient normal, nul à la surface, est un résultat également obtenu dans les simulations de turbulence en décroissance au voisinage d'une surface libre de Walker et al. (1996).

### 4.4.3 Isotropie du champ

La différence de comportement entre les deux tensions de Reynolds  $\overline{u^2}$  et  $\overline{w^2}$  est mise en évidence par l'évolution du facteur d'isotropie défini par  $I = w'/u'$ , où  $u'$  et  $w'$  sont les écarts types des composantes tangentielles et normales des fluctuations de vitesse. La figure 4.13 présente l'évolution verticale de cette grandeur. Au centre de la zone de forçage ( $z_c$ ), la turbulence est très légèrement anisotrope ( $I \approx 0.9$ )    l'avantage de la composante horizontale de la fluctuation de vitesse. Comme le champ de la force aléatoire est isotrope, ceci est probablement dû au confinement suivant la composante  $z$  du forçage.    la frontière inférieure de la zone de forçage et en se rapprochant de la surface, le facteur d'isotropie commence à croître jusqu'à atteindre un maximum qui vaut 1.16 pour  $z_s^* = 0.79$ .    cet endroit,  $w'$  est donc plus grand que  $u'$ , ce qui est en adéquation avec les expériences de diffusion turbulente depuis une source plane (expériences de grille oscillante, voir par exemple De Silva et Fernando, 1994), où le facteur d'isotropie varie entre 1.1 et 1.3. Après avoir atteint son maximum, le facteur d'isotropie décroît jusqu'à s'annuler à la surface libre. Nous pouvons considérer que la région comprise entre la surface libre et  $z_s$  est la région

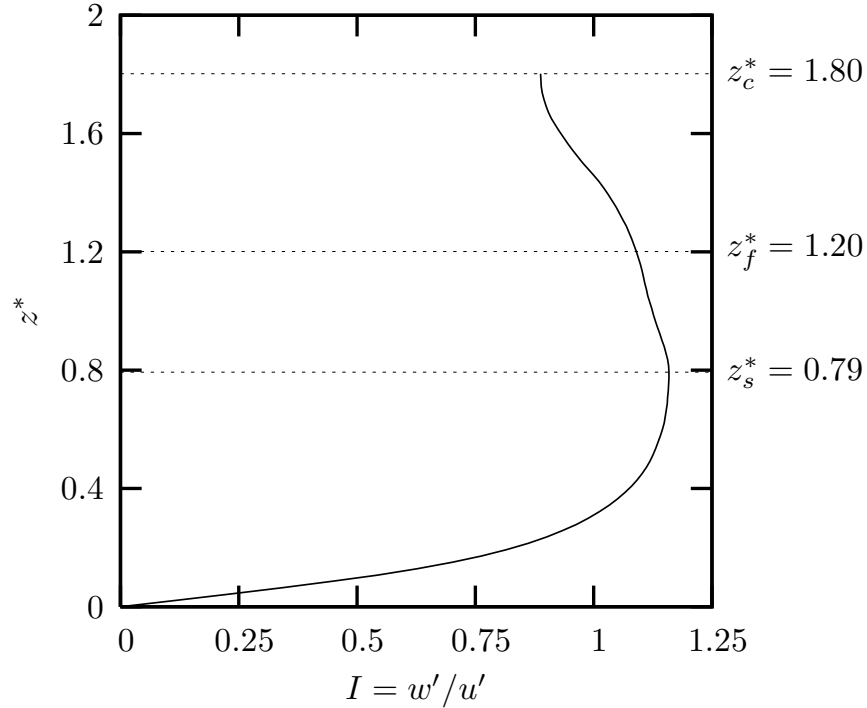


FIGURE 4.13: Evolution verticale du facteur d'isotropie. Les lignes pointillées à  $z = z_c$ ,  $z = z_f$  et  $z = z_s$  indiquent, respectivement, le plan médian, la frontière inférieure de la zone de forçage et la frontière supérieure de la couche de surface (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

influencée par la surface, nous l'appellerons donc *couche de surface*. La région comprise entre la limite inférieure de la zone de forçage et la couche de surface sera appelée *zone de diffusion*.

On définit le paramètre de planéité (ou paramètre de Lumley, Cf. Lumley et Newman, 1977)  $\mathcal{A}$  par la formule suivante :

$$\mathcal{A} = 1 - \frac{9}{8}(\mathbf{II}_b - \mathbf{III}_b) \quad (4.63)$$

où  $\mathbf{II}_b$  et  $\mathbf{III}_b$  sont les deuxième et troisième invariants du tenseur d'anisotropie  $b_{ij}$ .

$$\mathbf{II}_b = b_{ij}b_{ji} , \quad \mathbf{III}_b = b_{ik}b_{kj}b_{ji} \quad (4.64)$$

avec

$$b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{\overline{k}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad (4.65)$$

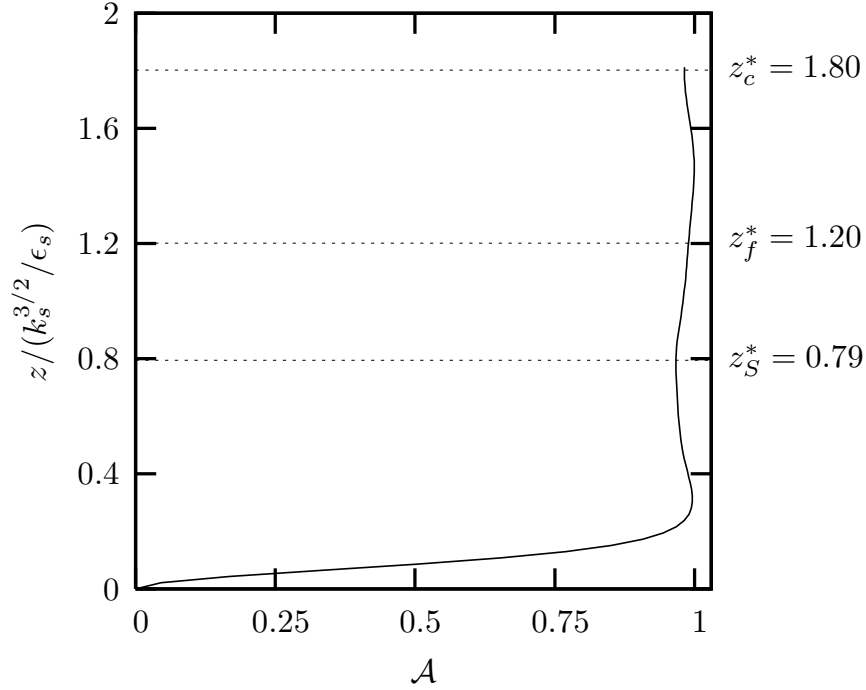


FIGURE 4.14: Evolution verticale du paramètre de planéité  $\mathcal{A}$ . Les lignes pointillées à  $z = z_c$ ,  $z = z_f$  et  $z = z_s$  indiquent, respectivement, le plan médian, la frontière inférieure de la zone de forçage et la frontière supérieure de la couche de surface (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

Le paramètre de planéité  $\mathcal{A}$  permet de mesurer l'écart à l'état limite d'une turbulence à deux composantes. Il tend vers l'unité en turbulence isotrope, et vers zéro lorsque l'une des fluctuations s'annule tandis que les deux autres restent non nulles. Ce paramètre est d'usage fréquent en modélisation lorsque l'on adapte des modèles dit "à grand nombre de Reynolds de turbulence" au traitement de la turbulence de paroi. La figure 4.14 présente son évolution verticale dans notre écoulement. Les limites du plan médian, de la frontière inférieure de la zone de forçage et de la frontière supérieure de la couche de surface sont tracées en lignes pointillées. La frontière supérieure de la couche de surface correspond à un minimum local de  $\mathcal{A}$ . En deçà, le paramètre de planéité croît légèrement, tout en



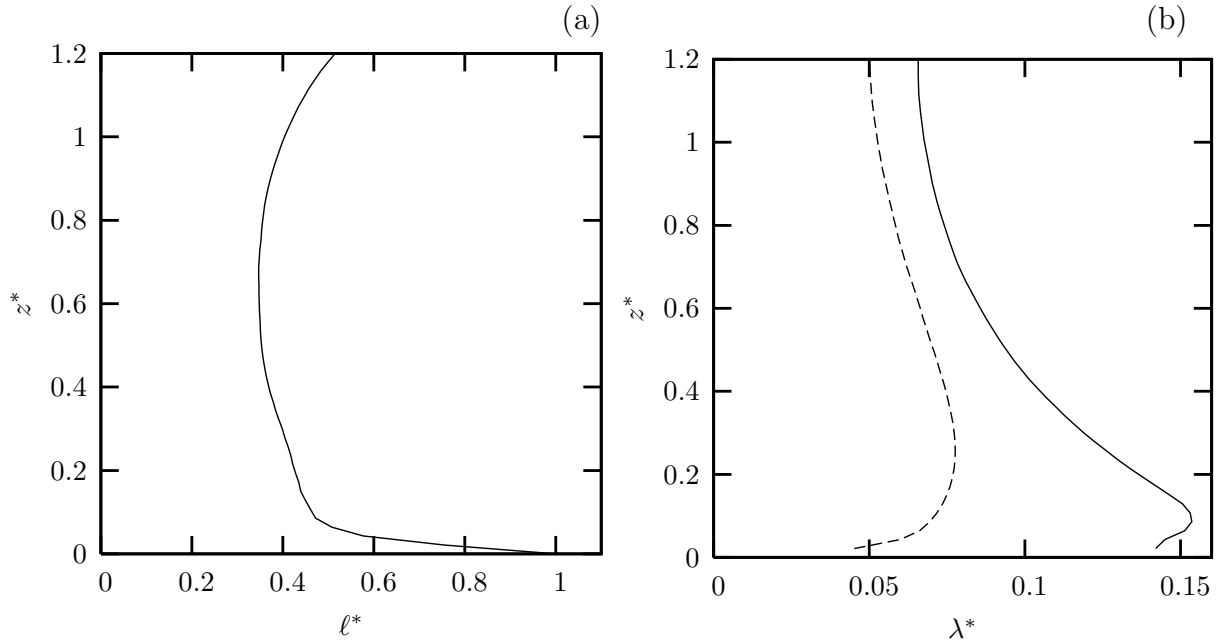


FIGURE 4.15: (a) Evolution verticale de l'échelle de longueur turbulente  $\ell^*$ . (b) Evolution verticale des micro-échelles de longueur de Taylor  $\lambda_f^*$  (—) et  $\lambda_g^*$  (---) (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

restant inférieur à l'unité. À partir de  $z = 0.35 k_s^{3/2}/\epsilon_s$ , le paramètre de planéité décroît rapidement, et de façon non linéaire (inflexion), contrairement au facteur d'isotropie  $I$ , jusqu'à s'annuler sur la surface libre. Ainsi le profil du paramètre de planéité donne une autre mesure de la différence de comportement entre les tensions de Reynolds parallèles et perpendiculaires à la surface.

#### 4.4.4 Profils des échelles de longueurs caractéristiques et leurs nombres de Reynolds associés

La figure 4.15 présente les évolutions verticales de plusieurs échelles de longueur : l'échelle de longueur turbulente  $\ell = k^{3/2}/\epsilon$ , les micro-échelles de Taylor, longitudinale et transversale  $\lambda_f$  et  $\lambda_g$ . Rappelons que la micro-échelle longitudinale de Taylor  $\lambda_f = \lambda_x^u$  est associée aux gradients des fluctuations tangentielles de vitesse et que la micro-échelle transversale de Taylor  $\lambda_g = \lambda_x^w$  est associée aux gradients des fluctuations normales de vitesse (Cf. section 4.1.2.2). Notons que  $\lambda_g$  n'est pas définie à la surface.

Dans la zone de diffusion, l'échelle de longueur turbulente et les micro-échelles de Taylor se comportent différemment : la première décroît légèrement, alors que les secondes augmentent. Dans cette région, les deux micro-échelles de Taylor sont approximativement proportionnelles, le rapport entre elles étant égal à environ 1.30, ce qui est légèrement inférieur à  $\sqrt{2}$ , valeur obtenue en turbulence isotrope. En turbulence purement diffusive, toutes les échelles de longueur devraient augmenter avec la distance à la source. Cependant, un tel comportement repose sur l'hypothèse d'affinité, hypothèse qui n'est ici pas satisfaite. En effet, la taille limitée de la zone de diffusion contrarie de façon évidente l'hypothèse d'affinité. C'est vraisemblablement la raison de la décroissance de  $\ell$  dans cette zone,  $\ell$  étant plus sensible au confinement que les micro-échelles.

Dans la région affectée par la présence de la surface, les évolutions des différentes échelles de longueur présentent quelques similarités. Les trois échelles augmentent de façon constante quand on s'approche de la surface, sauf à son voisinage immédiat où elles subissent un changement brutal :  $\ell$  présente une augmentation soudaine, alors que les micro-échelles diminuent. Cette région de changement brutal correspond à ce qui est usuellement appelé *couche visqueuse* (Cf. Magnaudet, 2003; Hunt et Graham, 1978). Nous pouvons ici estimer la hauteur  $z_v$  de cette couche visqueuse par la position du maximum de  $\lambda_f$ , soit  $z_v^* \approx 0.09$ .

Les évolutions de Taylor des micro-échelles longitudinale et transversale dans la couche visqueuse sont similaires à celles obtenues dans les simulations numériques directes de Handler et al. (1993) et de Shen et al. (1999). On note cependant que  $\lambda_g$  décroît beaucoup plus modérément chez ces auteurs que dans notre configuration.

Les évolutions des nombres de Reynolds basés sur l'échelle de longueur turbulente et sur les micro-échelles de Taylor sont tracées sur la figure 4.16. On rappelle que les nombres de Reynolds basés sur les micro-échelles de Taylor sont définis par  $Re_\lambda = \lambda\sqrt{1.5k}/\nu$ .

Les trois nombres de Reynolds décroissent de manière consistante dans la zone de diffusion. Dans la couche de surface, les variations des nombres de Reynolds présentent les mêmes caractéristiques que celles des échelles de longueur : une variation moyenne dans la majorité de la couche de surface, suivie d'un changement brutal dans la couche visqueuse.

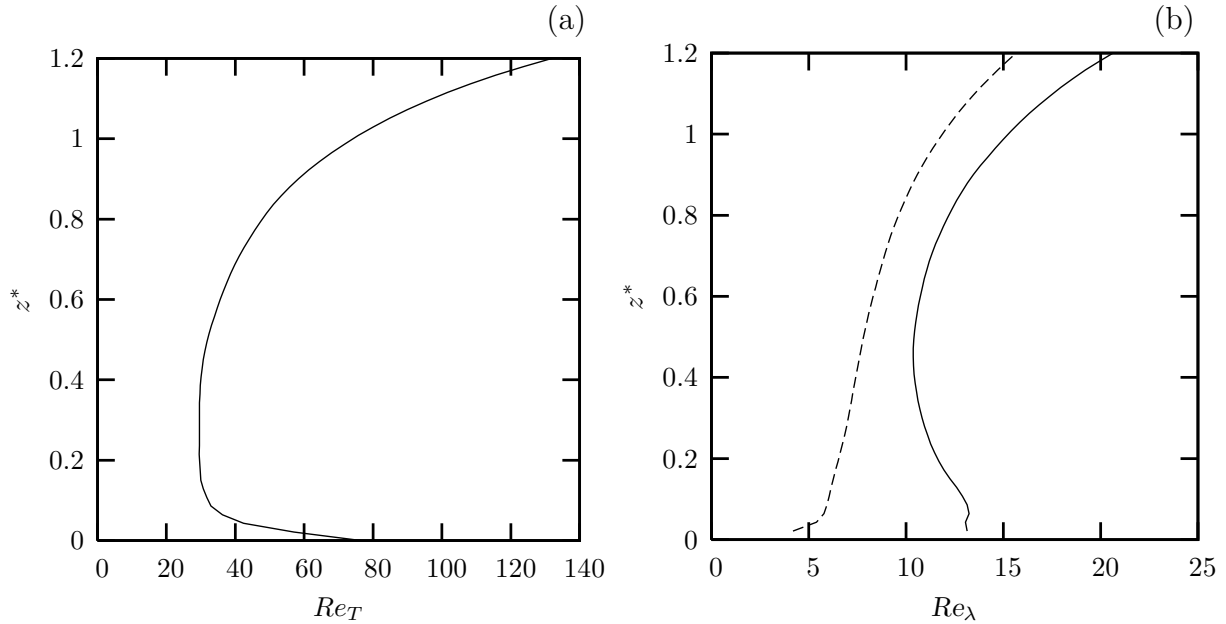


FIGURE 4.16: (a) Evolution verticale du nombre de Reynolds de turbulence basé sur l'échelle de longueur turbulente  $\ell$ . (b) Evolution verticale des nombres de Reynolds basés sur les micro-échelles de longueur de Taylor, longitudinale et transversale  $\lambda_f$  (—) et  $\lambda_g$  (---). A la frontière supérieure de la couche de surface ( $z = z_s$ ), on a  $Re_T = 48$  et  $Re_{\lambda_f} = 13$  et, à la surface ( $z=0$ ),  $Re_T = 76$  et  $Re_{\lambda_f} = 13$ .

On peut ici remarquer que leurs valeurs ne sont pas faibles dans ce qui est appelé la couche visqueuse : le nombre de Reynolds de turbulence et le nombre de Reynolds basé sur la micro-échelle de Taylor longitudinale atteignent des valeurs qui sont comparables à celles obtenues à la frontière supérieure de la couche de surface. L'étude des bilans des tensions de Reynolds, dans la partie suivante 4.5 montrera aussi que la diffusion turbulente n'est pas négligeable par rapport à la diffusion visqueuse dans cette région de proche voisinage de la surface libre. L'appellation "couche visqueuse" sera cependant conservée dans la suite de l'étude.

#### 4.4.5 Second invariant du tenseur des taux de déformation et enstrophie

On s'intéresse ici aux évolutions verticales du second invariant du tenseur des taux de déformation et de l'enstrophie, ces dernières intervenant dans la décomposition de la

pression introduite dans la partie 2.3. Elles sont, en effet, les sources des équations de Poisson des pressions  $p_1$  et  $p_2$ , auxquelles on associe les effets de collision et de rotation. On interprète naturellement l'énstrophie comme une mesure de l'activité tourbillonnaire, tandis que le second invariant du tenseur des taux de déformation mesure des phénomènes de déformation pure.

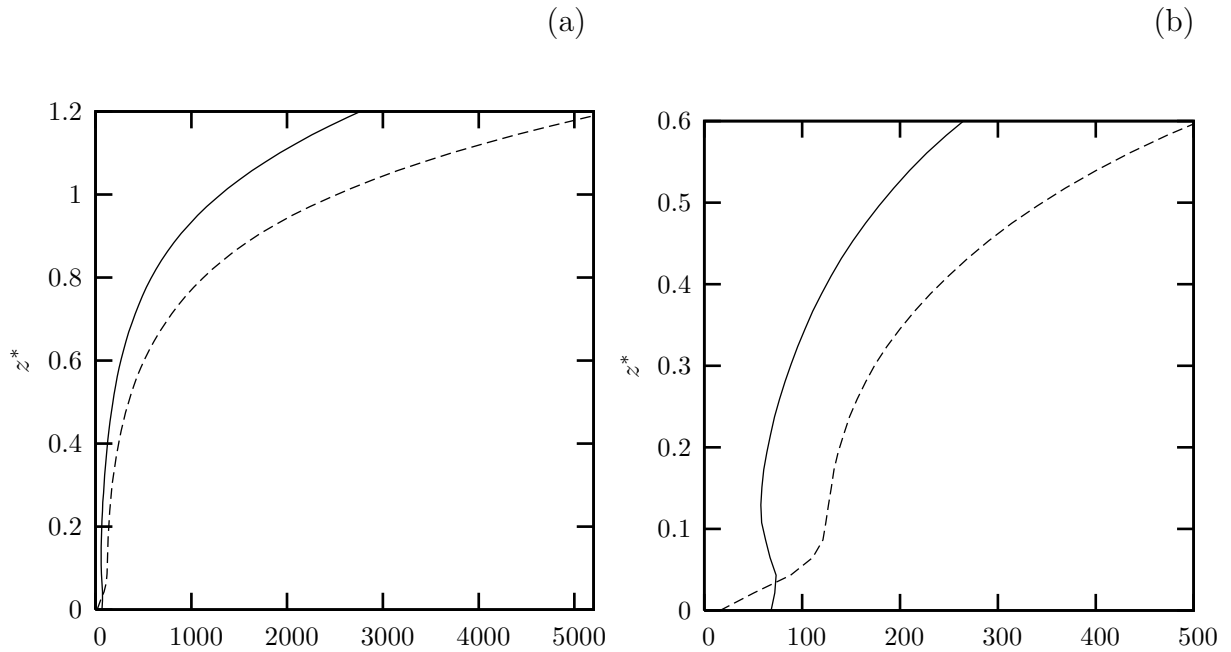


FIGURE 4.17: (a) Evolution verticale du second invariant du tenseur des taux de déformation  $\overline{s^2}$  (—) et de l'énstrophie  $\overline{\omega^2}$  (---) dans la zone de forçage nul, (b) Zoom de la figure (a) au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

La figure 4.17 présente l'évolution verticale de ces deux grandeurs, adimensionnées par  $(\epsilon_s/k_s)^2$ .

L'extrémité supérieure du graphe 4.17-a correspond à la limite inférieure de la zone de forçage. Les valeurs maximales du second invariant du tenseur des taux de déformation et de l'énstrophie se situent dans cette zone de production. En deçà les deux quantités décroissent jusqu'à la surface libre; les pentes de décroissance sont fortes à la frontière de la zone de forçage, et diminuent en s'approchant de la surface. La décroissance des pentes semble se ralentir en entrant dans la couche de surface, comme on peut le voir sur le graphe agrandi de la figure 4.17-b : le second invariant ne varie que très modérément dans la plage  $0.1 \leq$

$z^* \leq 0.25$ , il en va de même pour l'enstrophie dans la plage  $0.1 \leq z^* \leq 0.3$ . Dans la région correspondant à la couche visqueuse ( $z^* \leq 0.1$ ), le second invariant présente un maximum local (modéré) avant d'atteindre une valeur non nulle à la surface. Ce comportement est à mettre en parallèle avec les variations de l'énergie cinétique turbulente et des tensions de Reynolds. L'augmentation de l'énergie cinétique turbulente et des tensions de Reynolds tangentes à la surface  $\overline{u^2}$  est traduite par l'augmentation du second invariant du tenseur des taux de déformation dans la zone proche de la surface libre. Cette dernière est moins nette que celle des tensions de Reynolds tangentes à la surface  $\overline{u^2}$ , ou que celle de l'énergie cinétique turbulente, car elle tient compte aussi de la variation de la tension de Reynolds  $\overline{w^2}$ , qui, elle, décroît jusqu'à s'annuler à la surface. À la frontière de la couche visqueuse, l'enstrophie se stabilise avant de décroître rapidement pour atteindre une valeur faible mais non nulle à la surface. Cette variation est à mettre en parallèle avec les variations des variances des composantes de la vorticité. La forte diminution de l'enstrophie au voisinage de la surface libre est un résultat également observé dans les simulations d'une turbulence en décroissance sans cisaillement de Walker et al. (1996).

De l'examen croisé du second invariant et de l'enstrophie, on retiendra que les comportements de ces deux sources des équations de Poisson pour la fluctuation de pression (i) semblent affectés de la même manière dans la couche de surface et (ii) se différencient nettement dans la couche visqueuse.

## 4.5 Bilans des tensions de Reynolds

Les équations de transport des composantes non nulles du tenseur de Reynolds ont été établies précédemment (Cf.  quations 4.49 et 4.50). On peut en déduire celle de l'énergie cinétique turbulente :

$$0 = \underbrace{-\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u_i u_i w}}{\partial z}}_{\mathcal{D}^u} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\overline{p}}{\rho} w \right)}_{\mathcal{D}^p} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \overline{k}}{\partial z^2}}_{\mathcal{D}^\nu} - \underbrace{\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}}_{\epsilon} \quad (4.66)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\mathcal{D}^t}$

Tous les termes des équations (4.49), (4.50) et (4.66) peuvent être calculés à partir des résultats des simulations numériques. La structure détaillée de ces bilans est présentée dans les paragraphes suivants.

#### 4.5.1 Bilan de la tension de Reynolds normale relative aux fluctuations de vitesse parallèles à la surface

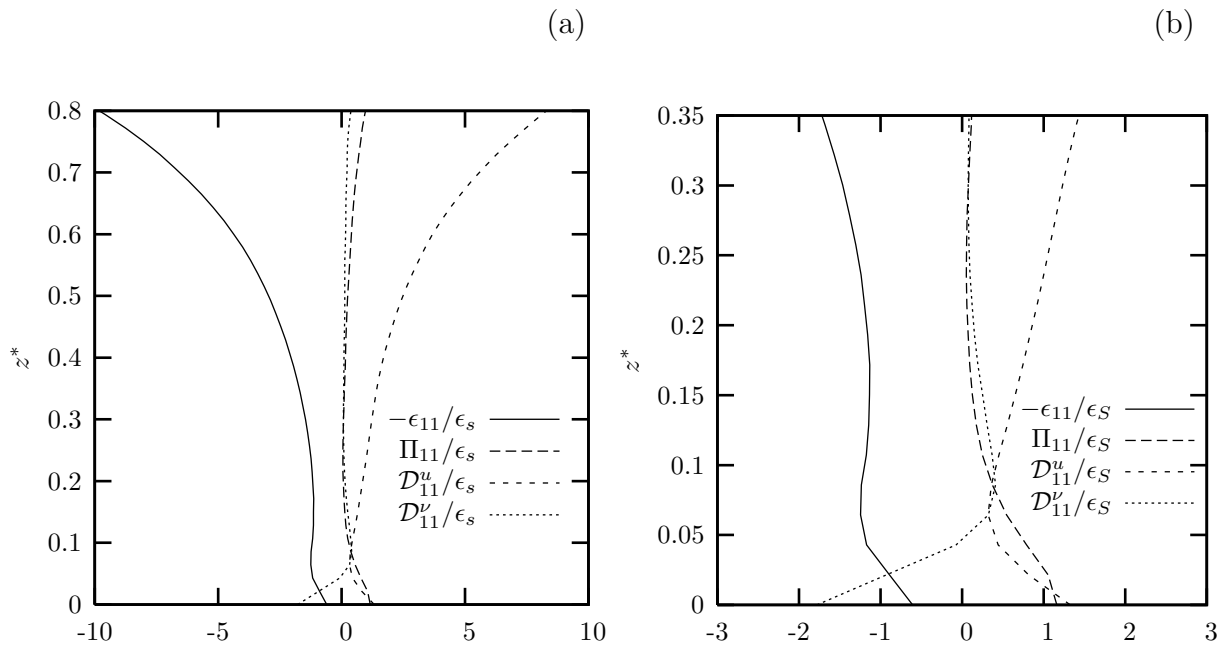


FIGURE 4.18: (a) Bilan des tensions de Reynolds tangentes à la surface libre ( $\overline{u^2}$ ), tracé au sein de la couche de surface, (b) Zoom de la courbe (a) au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

Le bilan de  $\overline{u^2}$  dans la couche de surface est présenté sur la figure 4.18. Dans la région de diffusion, ce bilan ressemble beaucoup à ce qui peut être observé dans la partie supérieure de la couche de surface ; c'est pourquoi nous ne l'avons pas reproduit sur la figure 4.18. Dans cette zone, les deux termes dominants sont la perte due à la dissipation et le gain dû à la diffusion turbulente depuis la zone de forçage (par les fluctuations de vitesse uniquement, car la diffusion par fluctuation de pression est nulle dans l'équation 4.49). Ceci diffère des précédentes études : en situation de turbulence en décroissance, Perot et Moin

(1995) et Walker et al. (1996), les termes dominants sont les termes de dissipation et de décroissance temporelle, ce dernier est nul dans notre configuration ; dans l'écoulement de canal plan à surface libre de Handler et al. (1993) ou Swean Jr., Leighton, Handler, et Swearingen (1991), le bilan possède un terme significatif supplémentaire, le terme de production ; il en est de même dans le bilan présenté par Shen et al. (1999) pour une turbulence cisailée. La corrélation pression-déformation participe à notre bilan par une contribution positive, certes faible, mais qui peut être soulignée. Sachant que l'écoulement est légèrement anisotrope dans cette région ( $w' \approx 1.15u'$ ), le terme de corrélation pression-déformation agit dans le sens du retour à l'isotropie. Lorsque la surface libre approche, la dissipation et la diffusion turbulente restent les termes dominants, tandis que le terme de pression-déformation est très faible pour  $z^* \approx 0.3$ . Il faut noter que c'est autour de cette même ordonnée que le facteur d'isotropie vaut 1. Le mécanisme de retour à l'isotropie dans le processus de transfert énergétique intercomposantes est ainsi vérifié dans cette zone.

Il n'en est pas de même dans la couche visqueuse : tous les termes du bilan sont du même ordre de grandeur. Les phénomènes visqueux (diffusion et dissipation) contribuent tous deux négativement au bilan, ils sont équilibrés par les termes de diffusion turbulente et de corrélation pression-déformation. Cet équilibre exact entre termes visqueux et termes non visqueux confirme le fait que la "couche visqueuse" n'est pas entièrement dominée par la viscosité, et qu'une telle appellation peut être trompeuse sous certaines circonstances. Ce résultat est observé également dans les simulations de Perot et Moin (1995), mais pas dans celles de Walker et al. (1996) ; il est très bien vérifié dans les simulations de turbulence cisailée à proximité d'une surface libre de Shen et al. (1999) et dans celles d'un canal plan à surface libre de Handler et al. (1993).

La valeur du terme de corrélation pression-déformation montre clairement que, dans cette région, le transfert énergétique intercomposantes est important et qu'il agit dans le sens d'une augmentation de l'anisotropie. Si l'on se réfère à la phénoménologie de collision (splat/anti-splat) introduite par Perot et Moin (1995), et présentée dans la partie introductive. Ceci s'interprète comme un déséquilibre entre impacts et éjections, en faveur des impacts.

L'évolution du taux de dissipation dans cette région est particulière : après avoir atteint un maximum local modéré à la frontière supérieure de la couche visqueuse ( $\epsilon_{11} \approx 1.2\epsilon_s$ ), le taux de dissipation décroît jusqu'à valoir la moitié de ce maximum sur la surface libre ( $\approx 0.6\epsilon_s$ ). Ce résultat est conforme aux observations de Perot et Moin (1995) et de Walker et al. (1996). Il appuie l'interprétation de ces auteurs qui suggèrent que cet effet est responsable de l'augmentation de  $\overline{u^2}$  à la surface libre. Il est également observable chez Shen et al. (1999) et Handler et al. (1993). Il faut noter cependant que la valeur de la corrélation pression-déformation, autre contribution à  $\overline{u^2}$ , est environ le double du déficit de dissipation à la surface ( $\Pi_{11} = 1.16\epsilon_s$ ). Un dernier point qui mérite d'être mentionné réside dans le fait qu'au sein de la couche visqueuse, la diffusion turbulente apparaît comme anti-diffusive. Actuellement nous ne sommes pas capables de donner une explication de ce résultat. Nous pouvons seulement noter que le caractère contre-gradient de la diffusion par fluctuation de vitesse peut se justifier par la phénoménologie de Prandtl<sup>1</sup> ; or celle-ci trouve ses limites quand les échelles de longueur caractéristiques du mouvement fluctuant sont du même ordre que la distance à la surface, ce qui est le cas ici. En outre, le caractère anti-diffusif de la diffusion par fluctuation de vitesse est nettement observé dans les simulations d'une turbulence cisailée à proximité d'une surface libre dans Shen et al. (1999) et dans celles d'un canal plan à surface libre dans Handler et al. (1993). Il n'est pas, en revanche, observé dans les simulations de turbulence en décroissance aux temps courts dans Perot et Moin (1995) où la diffusion turbulente est quasi-nulle à la surface, ni dans celles de Walker et al. (1996) où la diffusion turbulente est même légèrement négative.

### 4.5.2 Bilan de la tension de Reynolds normale relative aux fluctuations de vitesse perpendiculaires à la surface

La figure 4.19 montre le bilan de  $\overline{w^2}$  dans la couche de surface. En comparaison avec le bilan de  $\overline{u^2}$ , celui-ci comporte un terme de plus : la diffusion par fluctuation de pression. Ce

<sup>1</sup>phénoménologie qui explique le mode d'opération de la diffusion turbulente, à partir de la répartition des signes de chacune des fluctuations de la corrélation, en fonction du gradient en présence.



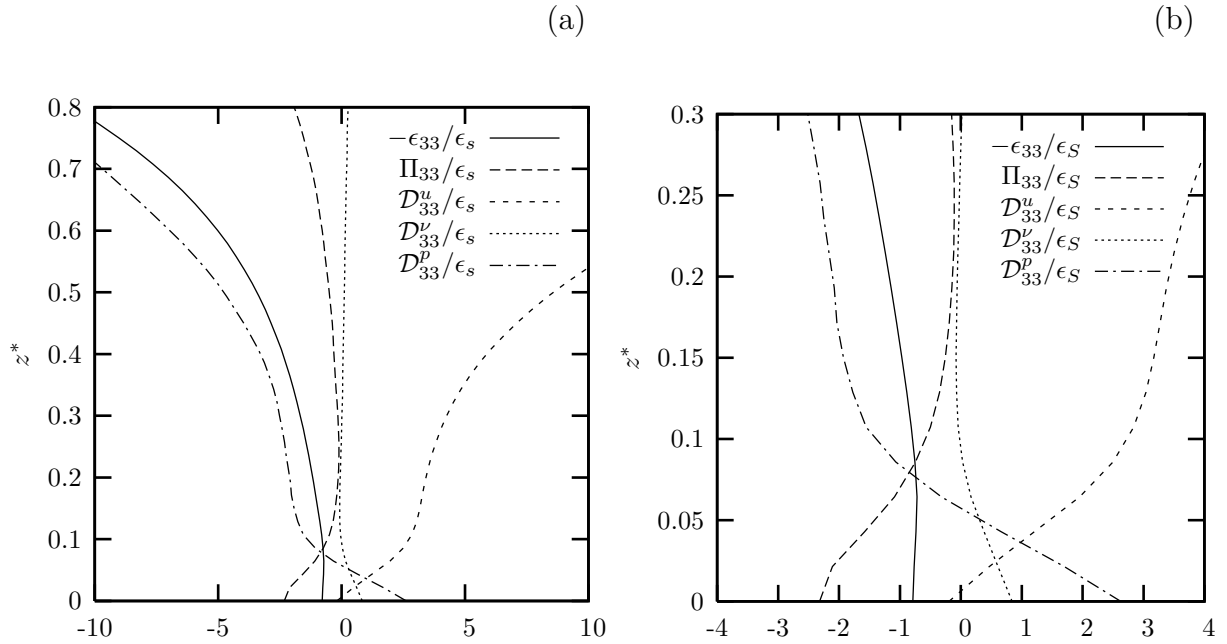


FIGURE 4.19: (a) Bilan des tensions de Reynolds normales à la surface libre ( $\overline{w^2}$ ), tracé au sein de la couche de surface, (b) Zoom de la courbe (a) au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

terme sera regroupé avec celui correspondant à la diffusion par la fluctuation de vitesse au sein d'un terme global de "diffusion turbulente". Entre la frontière supérieure de la couche de surface et  $z^* \approx 0.3$ , le bilan des tensions de Reynolds normales à la surface présente les mêmes caractéristiques que celui des tensions de Reynolds tangentielles :

- (i) les termes dominants sont la diffusion turbulente depuis la zone de forçage et la dissipation,
- (ii) le déséquilibre entre diffusion turbulente et dissipation est équilibré par la corrélation pression-déformation, qui agit conformément au mécanisme de retour à l'isotropie.

Cependant il faut noter que la diffusion par la fluctuation de vitesse atteint ici des valeurs plus grandes que le terme correspondant dans le bilan de  $\overline{u^2}$ . Ceci est également vrai quand on considère la diffusion turbulente dans son ensemble, toutefois dans une moindre mesure. Il faut noter aussi que le terme de diffusion par fluctuation de pression est anti-diffusif, ce qui correspond au comportement usuel de ce terme (voir le modèle de Lumley, 1978).

Dans la couche visqueuse, tous les termes contribuent de façon significative à l'équilibre du bilan, excepté dans le voisinage très proche de la surface libre, où la diffusion par fluctuation de vitesse s'annule. Dans cette région, la dissipation et la corrélation pression-déformation contribuent toutes deux négativement au bilan. Comme nous l'attendions, la corrélation pression-déformation contrarie le retour à l'isotropie. Les contributions positives au bilan proviennent des termes de diffusion par fluctuation de pression et de diffusion visqueuse. Les contributions non visqueuses ( $\mathcal{D}_{33}^p$  et  $\Pi_{33}$ ) sont du même ordre de grandeur et nettement plus fortes ( $\times 3$  à la surface) que les contributions visqueuses ( $\epsilon_{33}$  et  $\mathcal{D}_{33}^u$ ), qui sont aussi du même ordre de grandeur entre elles. Une autre caractéristique de ce bilan au sein de la couche visqueuse réside dans le fait que la diffusion par fluctuation de pression, qui était anti-diffusive à l'entrée de la couche de surface, est ici devenue diffusive. Comme nous l'avons déjà mentionné, ceci est en désaccord avec le comportement usuel de ce terme. Ce comportement de la diffusion par fluctuation de pression dans la couche visqueuse est également observé dans la simulation d'une turbulence en décroissance, aux temps courts, par Perot et Moin (1995), et dans la simulation d'une configuration de canal plan à surface libre par Handler et al. (1993). Dans les simulations d'une turbulence en décroissance, aux temps longs, de Walker et al. (1996), et dans celles d'une turbulence cisailée à proximité d'une surface libre de Shen et al. (1999), diffusions par les fluctuations de vitesse et par les fluctuations de pression ne sont pas distinguées, mais il semble bien que la diffusion par fluctuation de pression soit de nature diffusive au sein de la couche visqueuse.

### 4.5.3 Bilan de l'énergie cinétique turbulente

Le bilan de l'énergie cinétique turbulente dans la couche de surface est tracé sur la figure 4.20. Les termes de diffusion turbulente ont été regroupés en un seul terme. Le niveau d'énergie cinétique turbulente à la frontière de la couche de surface résulte principalement de la diffusion turbulente depuis la zone de forçage et de la dissipation, la diffusion visqueuse étant négligeable. Ceci est en accord avec ce qui a été dit précédemment sur les bilans des tensions de Reynolds. Dans la région visqueuse, la dissipation et la diffusion visqueuse sont

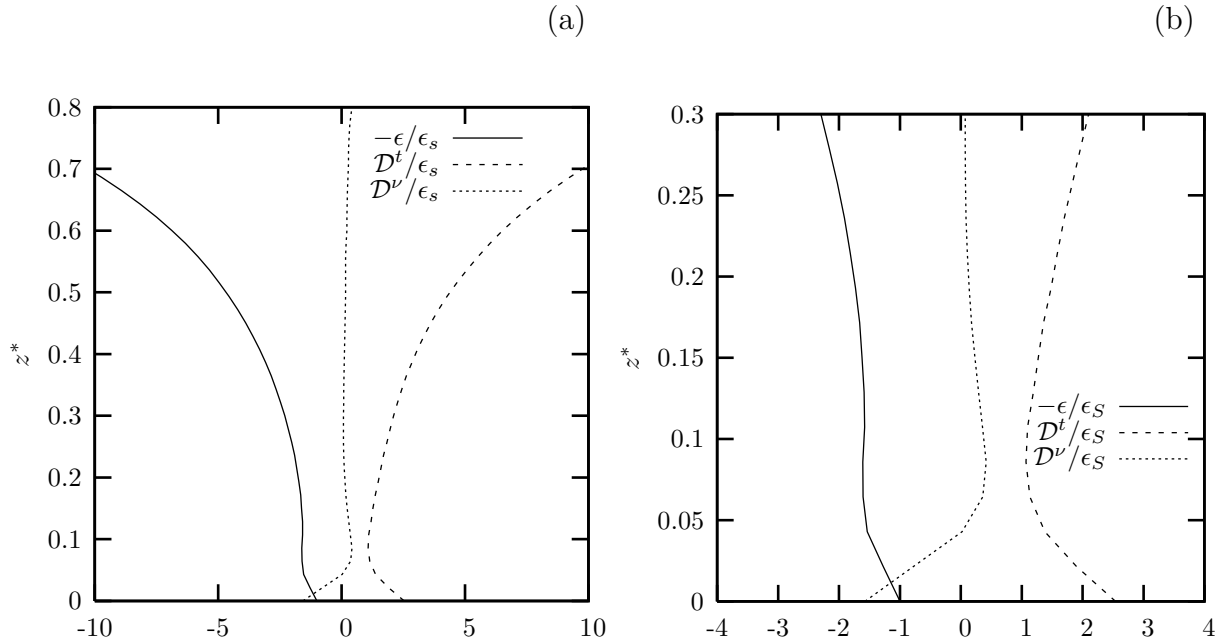


FIGURE 4.20: (a) Bilan de l'énergie cinétique turbulente, tracé au sein de la couche de surface, (b) Zoom de la courbe (a) au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

comparables et contribuent négativement au bilan d'énergie cinétique turbulente. Elles sont compensées par la diffusion turbulente. Comme dans le bilan de  $\overline{u^2}$ , nous pouvons observer un déficit de dissipation à la surface, qui est probablement la principale raison de la remontée d'énergie cinétique turbulente dans cette zone. Regrouper les termes de diffusion par fluctuations de vitesse et de pression en un seul terme permet de montrer que la diffusion turbulente dans son ensemble se comporte comme un processus anti-diffusif dans la couche visqueuse. Ce comportement inhabituel contribue également à l'augmentation du niveau de l'énergie cinétique turbulente à la surface libre. Il est également observé dans les simulations de turbulence en décroissance aux temps longs dans Walker et al. (1996), mais plus difficile à retracer dans les simulations de canal plan à surface libre dans Handler et al. (1993) où les deux contributions à la diffusion turbulente ne sont pas regroupées.

## 4.6 Synthèse et conclusions

Les résultats présentés dans ce chapitre à la suite d'une première simulation, considérée comme notre configuration de référence, apportent quelques éclaircissements sur l'interaction entre une turbulence et une surface libre. L'originalité de la configuration est due au forçage de la turbulence continu dans le temps et sans cisaillement moyen. Elle permet d'obtenir un écoulement statistiquement stationnaire, où la turbulence est quasi-isotrope à une certaine distance de la surface libre, et où la diffusion turbulente alimente continûment la couche de surface.

L'étude des statistiques a permis d'identifier une couche de surface où le facteur d'isotropie répond à la différence de condition à la limite imposée par la surface aux deux composantes de la vitesse. Les changements brutaux dans les profils des tensions de Reynolds et des échelles de longueur caractéristiques mettent en évidence la présence d'une sous-région localisée au voisinage très proche de la surface, au sein de la couche de surface. Cette région est usuellement appelée couche visqueuse. Dans les conditions particulières de cette première simulation, ces deux régions sont nettement différenciées, la couche de surface est environ dix fois plus épaisse que la couche visqueuse.

L'examen des bilans des tensions de Reynolds confirme le bien-fondé de cette partition de l'écoulement : la partie supérieure de la couche de surface présente le même type d'équilibre que celui d'une turbulence purement diffusive, alors que la structure de ces bilans est complètement modifiée dans la couche visqueuse.

En résumé, trois conclusions majeures peuvent être mises en avant à ce niveau de l'étude :

- La corrélation pression-déformation est un terme important dans le voisinage très proche de la surface libre. Notre résultat est davantage en accord avec les résultats obtenus par Perot et Moin (1995) dans leur simulation de turbulence décroissante au voisinage d'une surface libre aux temps courts qu'avec les résultats de Walker et al. (1996) dans la même configuration mais aux temps longs. Ceci appuie l'interprétation de Walker et al. (1996) selon laquelle l'anisotropie, présente aux temps

longs dans leur simulation, est responsable du mécanisme de retour à l'isotropie superposé à la phénoménologie splat/anti-splat. Ce mécanisme perturbe l'équilibre entre les deux types d'évènements ; il en découle un niveau plus faible de corrélation pression-déformation à la surface libre. Dans notre configuration, l'anisotropie reste proche de l'unité loin de la surface libre, la corrélation pression-déformation est donc faible à l'extérieur de la région visqueuse, mais contribue fortement au bilan près de la surface. Nous pouvons donc supposer un net déséquilibre entre splats et anti-splats, à l'avantage des premiers.

- La couche appelée visqueuse n'est pas dominée par les effets visqueux : les termes visqueux ne sont pas prépondérants dans le bilan, et les nombres de Reynolds de turbulence caractéristiques de cette zone sont égaux ou même plus grands que ceux enregistrés dans la partie supérieure de la couche de surface.
- Les termes de diffusion turbulente présentent un comportement plutôt non conventionnel dans la couche visqueuse. La diffusion turbulente par fluctuation de vitesse est "anti-diffusive" dans le bilan des tensions de Reynolds tangentielles, et la diffusion par fluctuation de pression est "diffusive" dans le bilan des tensions de Reynolds normales. Il en résulte que la diffusion turbulente de l'énergie cinétique turbulente prise dans son ensemble est anti-diffusive dans la couche visqueuse. Du point de vue de la modélisation, il pourra être délicat de reproduire un tel comportement avec un schéma de diffusion gradient : Cazalbou et Chassaing (2002) ont montré qu'un tel modèle engendrait de sévères problèmes de vraisemblance (réalisabilité).

# Chapitre 5

## Variations du nombre de Reynolds et de la distance à la surface libre : échelles de longueur caractéristiques

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Présentation des simulations effectuées . . . . .</b>	<b>96</b>
<b>5.2</b>	<b>Épaisseurs caractéristiques des différentes zones . . . . .</b>	<b>99</b>
5.2.1	Mesure de l'épaisseur de la couche de surface . . . . .	99
5.2.1.1	Normalisation par les échelles de surface . . . . .	99
5.2.1.2	Définition d'une mesure de l'épaisseur de la couche de surface par une échelle caractéristique . . . . .	101
5.2.1.3	Correspondance entre la mesure de l'épaisseur de la couche de surface et les échelles caractéristiques du mouvement . . . . .	105
5.2.2	Mesure de l'épaisseur de la couche visqueuse . . . . .	107
5.2.2.1	Normalisation par les échelles de surface . . . . .	107
5.2.2.2	Normalisation par les échelles de Kolmogorov mesurées à la surface . . . . .	109

<b>5.3</b>	<b>Effet de la distance à la surface . . . . .</b>	<b>112</b>
<b>5.4</b>	<b>Effet de variation du nombre de Reynolds de turbulence . .</b>	<b>115</b>
<b>5.5</b>	<b>Synthèse et conclusions . . . . .</b>	<b>118</b>

---

L’objet de ce chapitre est l’étude des échelles qui régissent la physique de la turbulence s’établissant au voisinage de la surface libre. Nous avons ainsi mené plusieurs simulations pour tester les adimensionnements possibles dans la région de la surface libre et de la frontière de la zone de forçage. La première partie présente les différents paramètres des simulations, puis les adimensionnements sont testés et validés dans les différentes zones. Enfin nous commentons l’effet de la distance séparant la surface libre et la zone de production, ainsi que la variation du nombre de Reynolds de turbulence à la surface, sur la physique s’établissant au voisinage de la surface libre.

## 5.1 Présentation des simulations effectuées

Différents cas d’écoulement ont fait l’objet de simulations. Elles diffèrent essentiellement par la valeur de l’extension de la zone de diffusion, et par celle du nombre de Reynolds. Cette dernière, imposée par la valeur de la viscosité, résulte de l’application du critère de résolution des plus petites échelles en  $\kappa_{\max}\eta$ . Les plus grands nombres de Reynolds atteints correspondent ainsi classiquement aux cas les plus maillés. Nous avons donc généré plusieurs bases de données, dont les tableaux 5.1 et 5.2 récapitulent les principales caractéristiques. Les paramètres du forçage restent les mêmes pour toutes les simulations et correspondent à ceux de notre configuration de référence (Cf. tableau 4.1). Celle-ci est désormais notée *run\_A1*.

Le tableau 5.1 détaille les paramètres géométriques caractéristiques de ces simulations, tels que le nombre de noeuds de maillage, la taille du domaine de calcul, et le nombre d’échantillons temporels utilisés pour obtenir les statistiques. La hauteur de la zone de forçage est notée  $L_f$  (Cf. schéma du domaine de calcul sur la figure 3.2). Dans tous les cas de calcul, elle est choisie égale à la distance entre la surface libre et la frontière de la zone

	$L_x$	$L_y$	$L_z$	$L_f$	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$N_\tau$
run_A1	$2\pi$	$2\pi$	$7\pi/4$	$7\pi/12$	192	192	168	498
run_B2	$2\pi$	$2\pi$	$7\pi/4$	$7\pi/12$	384	384	336	1768
run_B1	$2\pi$	$2\pi$	$7\pi/6$	$7\pi/18$	192	192	112	498
run_C1	$2\pi$	$2\pi$	$7\pi/6$	$7\pi/18$	384	384	224	1870
run_A2	$2\pi$	$2\pi$	$2\pi$	$2\pi/3$	384	384	384	1206

TABLEAU 5.1: Principaux paramètres des différentes configurations des simulations.

de forçage. Au delà du régime transitoire initial, le nombre d'échantillons indépendants utilisés pour cumuler les statistiques est noté  $N_\tau$ . Le nombre de points de maillage et la taille du domaine de calcul sont étroitement liés par la contrainte d'isotropie de la résolution spatiale et par la taille de domaine ( $2\pi$ ) imposée dans les deux directions tangentielles.

Les simulations ont été effectuées sur 12 processeurs *IBM Power 4* de l'IDRIS. Leurs principales caractéristiques sont une mémoire de 40 Goctets pour une performance crête réservée de 76 Gflops. La simulation possédant le plus grand nombre de noeuds de maillage a nécessité un calcul de plus de 2500 heures.

	$Re_s$	$z_f^*$	$Re_f$	$\tilde{z}_f$	$\nu$	$Re_{\lambda_s}$	$Re_{\lambda_f}$
run_A1	76.5	1.21	132.5	2.34	$2.0 \cdot 10^{-3}$	13	20
run_B2	230	0.99	357	2.27	$7.9 \cdot 10^{-4}$	21.5	34
run_B1	85	0.94	157	1.33	$2.0 \cdot 10^{-3}$	13	22.5
run_C1	315	0.73	446	1.23	$7.9 \cdot 10^{-4}$	25	38.5
run_A2	152	1.29	306	2.93	$7.9 \cdot 10^{-4}$	18	31

TABLEAU 5.2: Mesure des principaux paramètres de la simulation. La distance entre la surface libre inférieure et la frontière de zone de forçage est notée  $z_f = (L_z - L_f)/2$  et est donnée à la fois en référence de surface et en référence de zone de forçage.

Le tableau 5.2 donne les principales caractéristiques des cinq simulations. Pour chacune, la distance entre la frontière de la zone de forçage et la surface libre inférieure est donnée à la fois en références de surface ( $k_s, \epsilon_s$ ), et en références de forçage ( $k_f, \epsilon_f$ ). Les nombres de Reynolds de turbulence et les nombres de Reynolds associés à la micro-échelle  $\lambda_f$  sont donnés à ces deux hauteurs : sur la surface et en frontière de zone de forçage. La plage des nombres de Reynolds de turbulence à la surface s'étend de 76 à 315 ; en frontière de zone



de production, elle se répartit entre 132 et 446. Celle des nombres de Reynolds associés à la micro-échelle longitudinale s'étend de 13 à 25 à la surface, et de 20 à 38.5 en frontière de zone de forçage.

Diverses normalisations des quantités de base, telles que l'énergie cinétique turbulente et les tensions de Reynolds, sont testées sur les cinq configurations dans la partie 5.2 afin de mettre en valeur des paramètres intervenant dans la physique de la turbulence au voisinage de la surface.

Les simulations *run\_C1* et *run\_B2* présentent toutes deux une valeur relativement élevée du nombre de Reynolds à la surface (respectivement 315 et 230), pour une distance variable entre surface libre et frontière de zone de forçage (respectivement 0.73 et 0.99 en références de surface ; et 1.23 et 2.27 en références de forçage). Il en va de même pour les simulations *run\_B1* et *run\_A1* dans une gamme de nombres de Reynolds de turbulence à la surface plus faibles et plus proches (respectivement 76 et 85). L'étude croisée de ces deux cas permet donc une mesure de l'effet de cette distance sur la structuration de l'écoulement au voisinage de la surface libre ; cette étude est présentée dans la partie 5.3.

Par ailleurs, les simulations *run\_B1* et *run\_B2* présentent quelques similarités dans leur configuration : la distance entre la surface et la frontière de la zone de forçage, adimensionnée par les références  $k_s$  et  $\epsilon_s$  prises à la surface, est quasiment la même dans les deux simulations : elle vaut respectivement 0.94 et 0.99. En revanche, l'écart des nombres de Reynolds de turbulence est significatif : respectivement 85 et 230 sur la surface libre, et respectivement 157 et 357 en frontière de zone de forçage. La comparaison entre les simulations *run\_A1* et *run\_A2* se pose dans les mêmes termes : la distance entre surface libre et zone de forçage, adimensionnée par les références  $(k_s, \epsilon_s)$ , est approximativement la même (respectivement 1.21 et 1.29) pour un nombre de Reynolds de turbulence différent à la surface (respectivement 76 et 152). Ainsi ces quatre cas, pris deux à deux, permettent une étude de l'effet du nombre de Reynolds au voisinage de la surface libre. La partie 5.4 y sera consacrée.

## 5.2 Epaisseurs caractéristiques des différentes zones

Toutes les quantités présentées jusqu'à maintenant ont été normées par les références de surface  $(k_s, \epsilon_s)$ . Il est cependant possible d'utiliser d'autres jeux d'échelles :

- Au niveau de la surface libre, une normalisation de type Kolmogorov  $(\nu, \epsilon_s)$ , ou de type unités visqueuses<sup>1</sup>  $(\sqrt{k_s}, \nu)$ .
- Dans la zone de diffusion, une normalisation basée sur les quantités mesurées en limite de zone de forçage  $(k_f, \epsilon_f)$ .

Les résultats obtenus dans le cas de référence ont mis en évidence la présence d'une couche de surface, au sein de laquelle on peut distinguer une sous couche dite visqueuse. Il s'agira ici d'identifier les échelles qui permettent de mesurer l'extension de ces deux couches indépendamment du nombre de Reynolds ou de la distance séparant la zone de production et la surface.

### 5.2.1 Mesure de l'épaisseur de la couche de surface

#### 5.2.1.1 Normalisation par les échelles de surface

La figure 5.1 présente le profil vertical du facteur d'isotropie dans l'ensemble du domaine de calcul pour les cinq cas étudiés. La direction normale à la surface libre, portée en ordonnée, est adimensionnée par les références de surface  $(k_s, \epsilon_s)$ . On constate que le niveau d'anisotropie dans la zone de forçage se situe entre 0.8 et 0.9. Cette valeur varie avec la distance entre surface libre et frontière de zone de forçage ; plus celle-ci est importante, plus les valeurs atteintes par le facteur d'isotropie sont importantes. Dans le cas où la distance entre surface libre et limite de forçage est suffisamment grande, il devrait exister une région de diffusion pure, dans laquelle le facteur d'isotropie croît lentement pour se stabiliser à la valeur caractéristique comprise entre 1.1 et 1.3 (d'après les expériences de grille oscillante de De Silva et Fernando, 1994). Aucun des jeux de données générés ne présente une zone de stabilisation nette du facteur d'isotropie, avant que celui-ci ne se mette à décroître en

<sup>1</sup>Par analogie avec certaines lois de paroi où la vitesse de frottement  $u_\tau$  est remplacée par  $\sqrt{k}$ , en considérant que  $k \propto u_\tau^2$  en zone logarithmique.

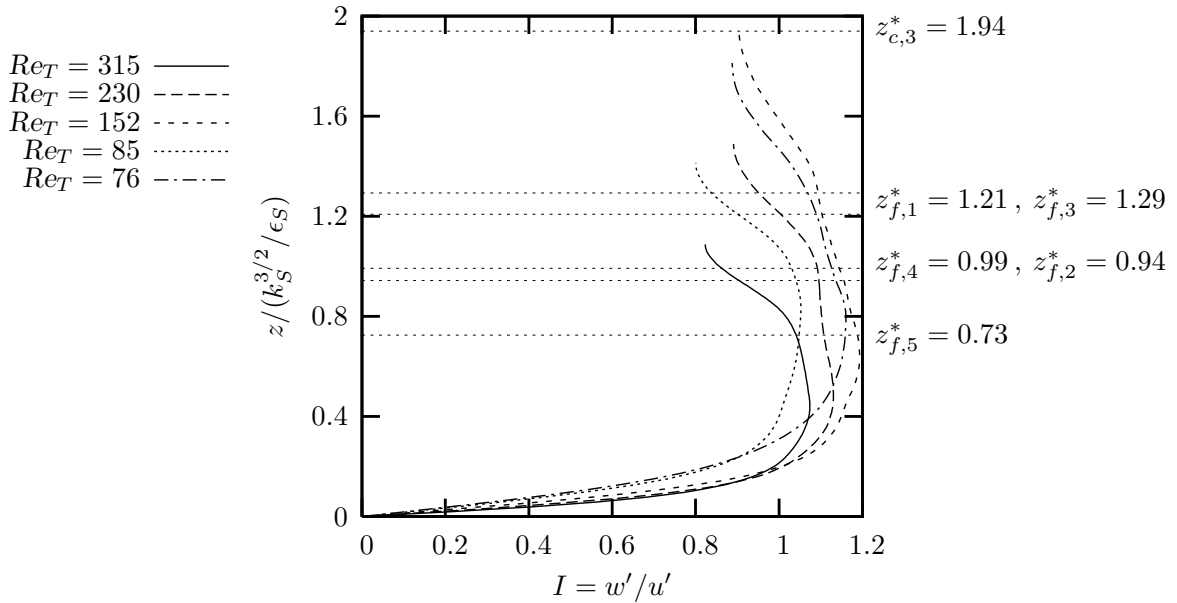


FIGURE 5.1: Evolution verticale du facteur d'isotropie pour les cinq cas. Les lignes pointillées à  $z = z_c$  et  $z = z_f$  indiquent, respectivement, le plan médian et la frontière inférieure de la zone de forçage. Les indices 1, 2, 3, 4 et 5 correspondent respectivement aux cas *run\_A1*, *run\_B1*, *run\_A2*, *run\_B2* et *run\_C1* (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

direction de la surface. Néanmoins, le cas  $Re_s = 152$  présente des valeurs de  $I$  qui atteignent 1.2 – valeur bien incluse dans la plage observée pour ce paramètre en situation de diffusion pure.

La figure 5.2 se focalise sur la plage où  $I$  décroît depuis sa valeur maximale jusqu'à s'annuler à la surface. La décroissance du facteur d'isotropie est linéaire, en première approximation, à l'approche de la surface. Curieusement, l'anisotropie ne semble pas affectée par les effets visqueux induits à proximité de la surface libre (voir par exemple l'évolution de la micro-échelle dans cette zone sur la figure 4.15). Par ailleurs, il apparaît que la valeur de la pente à l'origine de la courbe du facteur d'isotropie en fonction de la direction normale à la surface est une fonction croissante du nombre de Reynolds de turbulence.

La figure 5.3-a présente le profil vertical du paramètre de planéité  $\mathcal{A}$  dans l'ensemble du domaine de calcul pour les cinq cas étudiés. Ce paramètre a été défini précédemment par la relation (4.63), conformément à la proposition de Lumley et Newman (1977). La direction perpendiculaire à la surface est encore normalisée par les références de surface ( $k_s$ ,

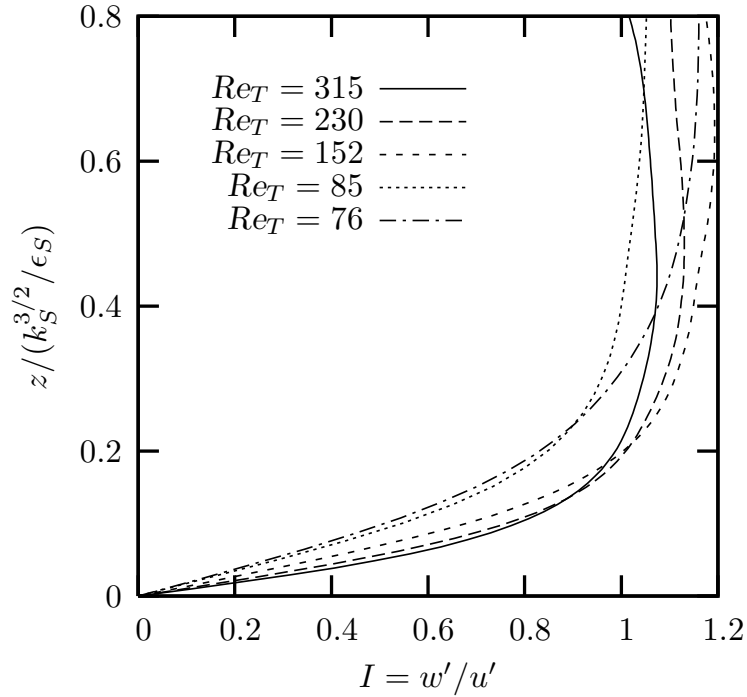


FIGURE 5.2: Evolution verticale du facteur d'isotropie pour les cinq cas zoomée au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

$\epsilon_s$ ). Les cinq évolutions sont largement similaires dans la zone de diffusion et dans la partie supérieure de la couche de surface :  $\mathcal{A}$  est quasiment constant, autour d'une valeur très légèrement inférieure à l'unité. La figure 5.3-b se focalise sur la plage où  $\mathcal{A}$  décroît depuis sa valeur maximale jusqu'à s'annuler à la surface. On constate que l'étendue de cette plage varie à l'inverse du nombre de Reynolds de turbulence à la surface : plus ce nombre de Reynolds est grand, plus la plage de décroissance est restreinte. En outre, contrairement au facteur d'isotropie, le paramètre de planéité ne décroît pas linéairement à la surface, il présente une inflexion à son voisinage immédiat.

### 5.2.1.2 Définition d'une mesure de l'épaisseur de la couche de surface par une échelle caractéristique

La couche de surface a été définie comme l'épaisseur de la région affectée par la présence de la surface libre. Idéalement, l'épaisseur de la couche de surface pourrait être définie

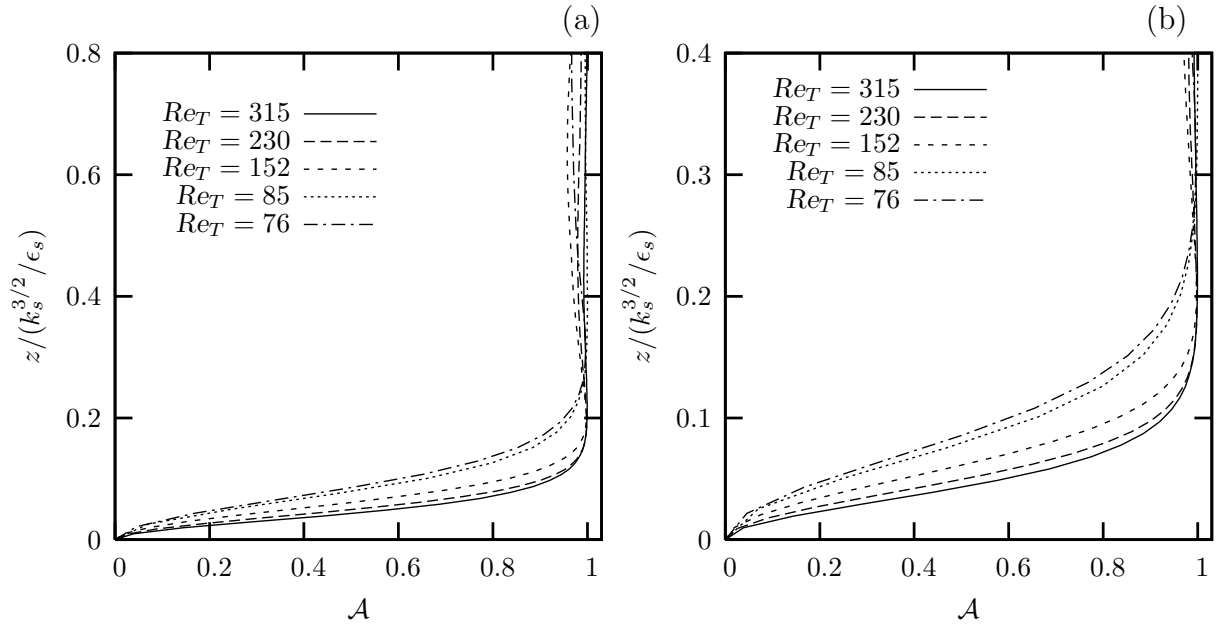


FIGURE 5.3: (a) Evolution verticale du paramètre de planéité  $\mathcal{A}$  pour les cinq cas. (b) Zoom de la figure (a) au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

par l'ordonnée du point où le facteur d'isotropie atteint le plateau caractéristique d'une situation de diffusion pure. Comme on l'a vu précédemment, la localisation de ce point est délicate du fait de l'absence de plateau net et d'irrégularité sur le profil de  $I$ . Dans la partie 4.4.3, on a également établi une correspondance entre un minimum du paramètre de planéité et la frontière de la couche de surface. Ce minimum est très "diffus" et difficile à localiser avec précision. On va donc rechercher ici une mesure moins ambiguë de l'épaisseur de la couche de surface. Nous suggérons d'utiliser la pente à l'origine du facteur d'isotropie puisque :

- elle traduit la rapidité avec laquelle le facteur d'isotropie décroît dans le voisinage immédiat de la surface libre ;
- l'allure du facteur d'isotropie ne présente pas de variation observable à l'échelle de la couche visqueuse au voisinage de la surface.

On note  $\mathcal{L}$  l'inverse de la pente à l'origine de la courbe du facteur d'isotropie en fonction de la direction normale à la surface ( $z$ ). La pente à l'origine est calculée à partir du premier point du maillage hors de la surface, suivant la direction normale.

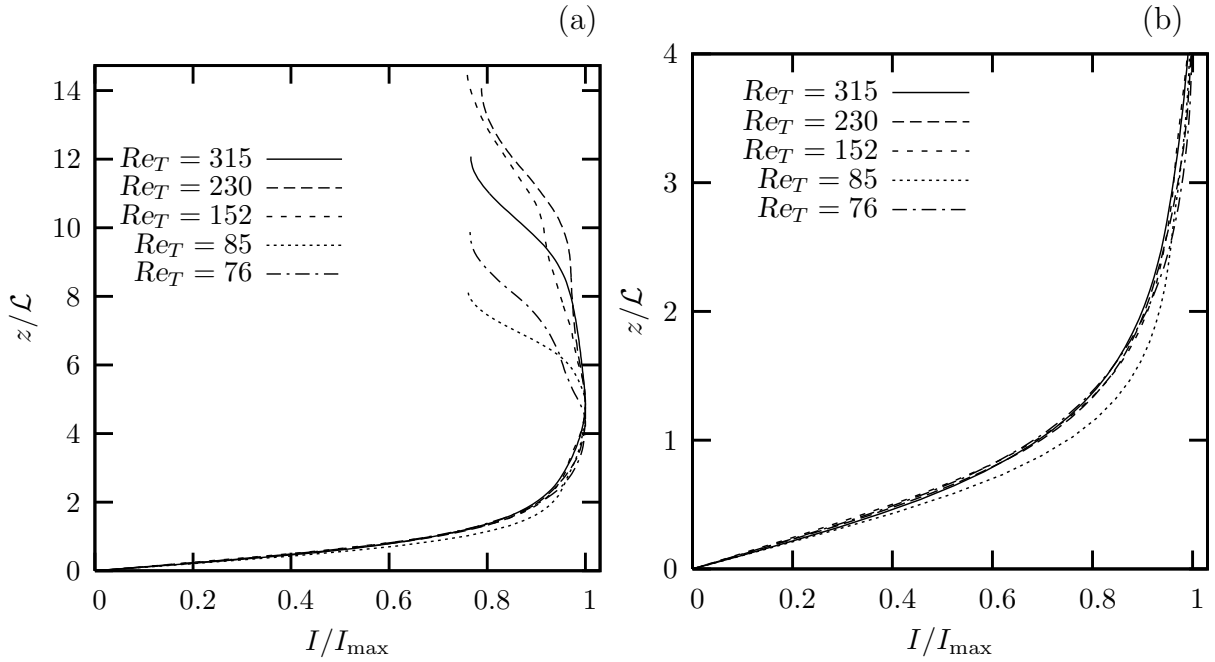


FIGURE 5.4: (a) Evolution verticale du facteur d'isotropie adimensionné par sa valeur maximale pour les cinq cas. (b) Zoom de la figure (a) au voisinage de la surface libre (la direction normale est normalisée par  $\mathcal{L}$ ).

Le tableau 5.3 contient les valeurs de cette longueur  $\mathcal{L}$  en valeur brute et adimensionnée par la longueur caractéristique  $k_s^{3/2}/\epsilon_s$ . Ainsi normée,  $\mathcal{L}$  décroît lorsque le nombre de Reynolds de turbulence à la surface croît.

	run_A1	run_B1	run_A2	run_B2	run_C1
$Re_s$	76	85	152	230	315
$\mathcal{L}$	0.2801	0.2258	0.2138	0.1959	0.1524
$\mathcal{L} \epsilon_s / k_s^{3/2}$	0.1837	0.1726	0.1317	0.1058	0.0900

TABEAU 5.3: Mesure de la pente à l'origine de la courbe de l'isotropie en fonction de la direction normale pour les cinq cas.

La figure 5.4 présente le profil du facteur d'isotropie en fonction de la coordonnée  $z$  adimensionnée par la longueur  $\mathcal{L}$  pour les cinq configurations traitées. Pour chaque courbe, la valeur du facteur d'isotropie a été rapportée à son maximum, de manière à mieux visualiser la position du maximum de  $I$  pour l'ensemble des cas traités. On constate que ce maximum est toujours atteint pour une valeur de  $z/\mathcal{L}$  comprise entre 4.3 et 4.8. Entre la

surface et  $z = 4\mathcal{L}$  (Cf. figure 5.4-b), les cinq courbes se superposent remarquablement. On pourra en conclure que la longueur  $\mathcal{L}$ , inverse de la pente à l'origine de la courbe du facteur d'isotropie, permet de quantifier l'épaisseur de la couche de surface, indépendamment de la valeur du nombre de Reynolds de turbulence à la surface.

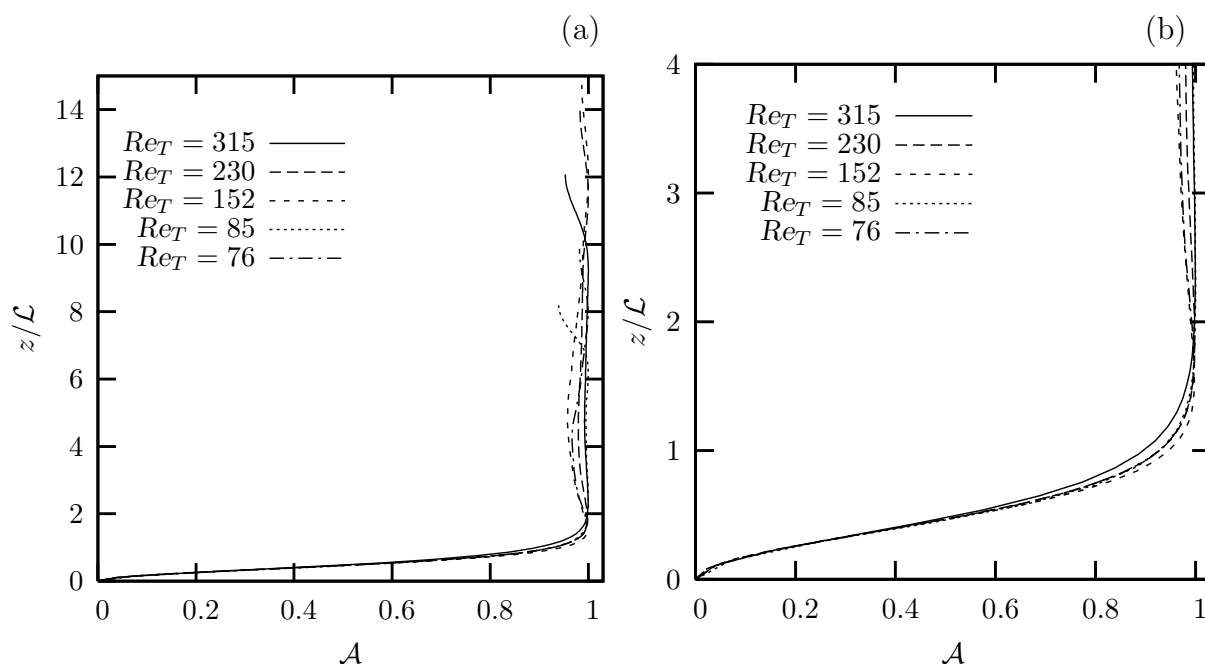


FIGURE 5.5: Evolution verticale du paramètre de planéité  $\mathcal{A}$  pour les cinq cas au voisinage de la surface libre, la direction normale est normalisée par  $\mathcal{L}$ , l'inverse de la pente à l'origine du profil de l'isotropie.

L'évolution du paramètre de planéité porté sur la figure 5.5 vient confirmer ces conclusions. On observe également une bonne superposition des profils dans la zone comprise entre  $z = 0$  et  $z = 4\mathcal{L}$ . La position du minimum, indicative de la frontière supérieure de la couche de surface, varie ici aussi entre  $z/\mathcal{L} = 4.3$  et  $4.8$ . On retiendra donc que l'épaisseur de la couche de surface peut être mesurée par la pente à l'origine du profil de  $I$ . Cette épaisseur vaut quatre à cinq fois la valeur de  $\mathcal{L}$ .

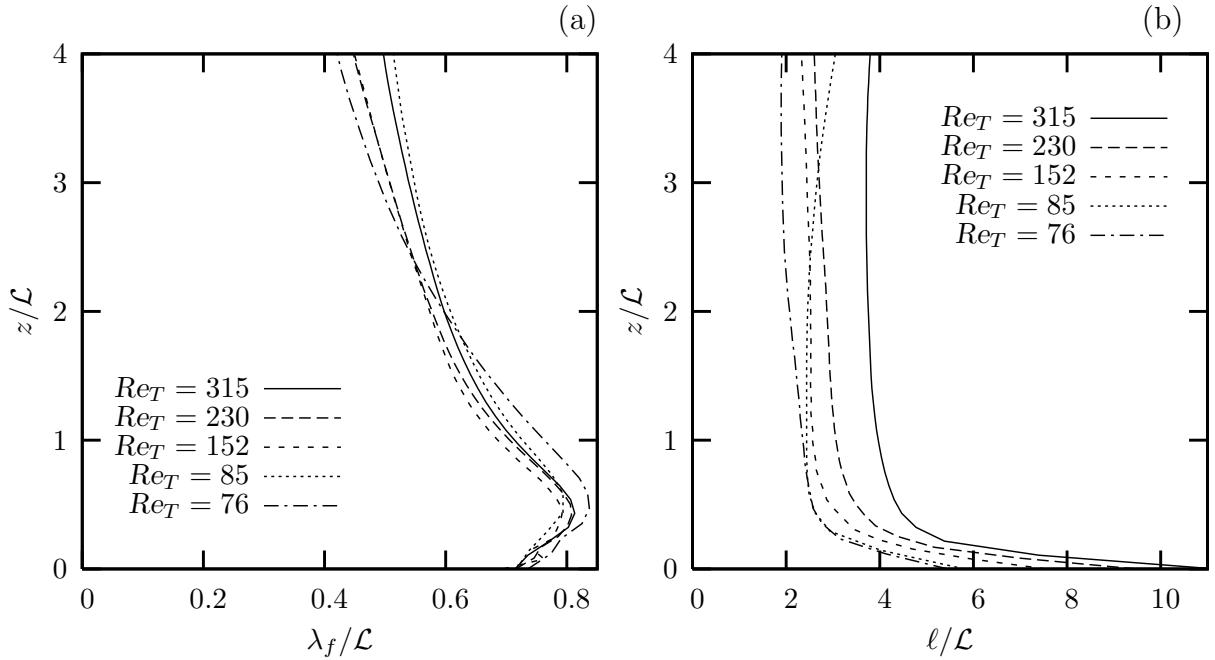


FIGURE 5.6: (a) Évolution verticale de la micro-échelle de Taylor longitudinale  $\lambda_f$  pour les cinq cas au voisinage de la surface libre. (b) Évolution verticale de l'échelle de longueur turbulente  $\ell$  au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées par  $\mathcal{L}$ , l'inverse de la pente à l'origine de l'isotropie).

### 5.2.1.3 Correspondance entre la mesure de l'épaisseur de la couche de surface et les échelles caractéristiques du mouvement

Si la définition de  $\mathcal{L}$  constitue une mesure satisfaisante de l'épaisseur caractéristique de la couche de surface, elle ne possède pas d'interprétation en terme d'échelle caractéristique du mouvement. Dans ce paragraphe, nous allons examiner les connexions possibles entre  $\mathcal{L}$  et deux échelles plus faciles à interpréter physiquement : la micro-échelle et l'échelle de longueur turbulente.

Le tracé des profils de ces deux échelles adimensionnées par  $\mathcal{L}$  permet un tel examen. La courbe d'évolution de la micro-échelle longitudinale est tracée sur la figure 5.6-a pour les cinq cas traités. Il est frappant de constater qu'avec cette normalisation, les courbes se superposent avec très peu de dispersion. On notera en particulier que :

- la valeur de la micro-échelle à la surface s'établit pour tous les cas aux alentours de 0.7 avec une dispersion inférieure à 5 % ;



- dans la partie supérieure de la couche de surface ( $z/\mathcal{L} = 4$ ), et si on exclut les cas *run\_C1* et *run\_B1* ( $Re_s = 315$  et  $85$  respectivement) qui sont les plus confinés, la valeur de la micro-échelle s'établit pour les trois cas restants aux alentours de  $0.43$  avec une dispersion inférieure à  $6\%$ .

Dans le coeur de la couche de surface, la superposition ne se dégrade pas franchement, on note cependant que la localisation du maximum de la micro-échelle varie en  $z/\mathcal{L}$ .

La courbe d'évolution de l'échelle de longueur turbulente  $\ell$ , adimensionnée en échelle caractéristique de la couche de surface  $\mathcal{L}$ , est tracée sur la figure 5.6-b pour les cinq cas traités. Dans la partie haute de la couche de surface, on retrouve la distinction déjà observée pour les micro-échelles entre cas confinés et non-confinés. Les échelles de longueur relatives aux cas non-confinés (*run\_B2*, *run\_A2* et *run\_A1* avec  $Re_s = 230, 152$  et  $76$ , respectivement) varient modérément dans la couche de surface, avant d'augmenter fortement dans la couche visqueuse. La valeur atteinte à la surface varie du simple au double pour les valeurs extrêmes du nombre de Reynolds. À la frontière supérieure de la couche de surface, l'échelle de longueur varie entre  $2\mathcal{L}$  et  $2.5\mathcal{L}$  pour les trois cas les moins confinés. Pour les cas les plus confinés, la décroissance observée en zone de diffusion (Cf. figure 4.15-a) semble se poursuivre en couche de surface. Les valeurs observées à la frontière de la couche de surface ( $z = 4\mathcal{L}$ ) sont supérieures à celles observées pour les trois autres cas :  $3\mathcal{L}$  pour le cas *run\_B1* et  $4\mathcal{L}$  pour le cas *run\_C1*.

Il ressort de cet ensemble de considérations que même en excluant les cas considérés comme confinés, il est difficile d'établir un parallèle entre  $\mathcal{L}$  et une valeur particulière de l'échelle  $\ell$ . En revanche, on pourra considérer que la valeur de  $\mathcal{L}$  est étroitement liée à celle de la micro-échelle longitudinale dans la couche de surface. Pour fixer les idées, on retiendra que

$$\lambda_f(z = 0) \approx 0.7\mathcal{L} \quad \text{ou} \quad \lambda_f(z = z_s) \approx 0.43\mathcal{L}$$

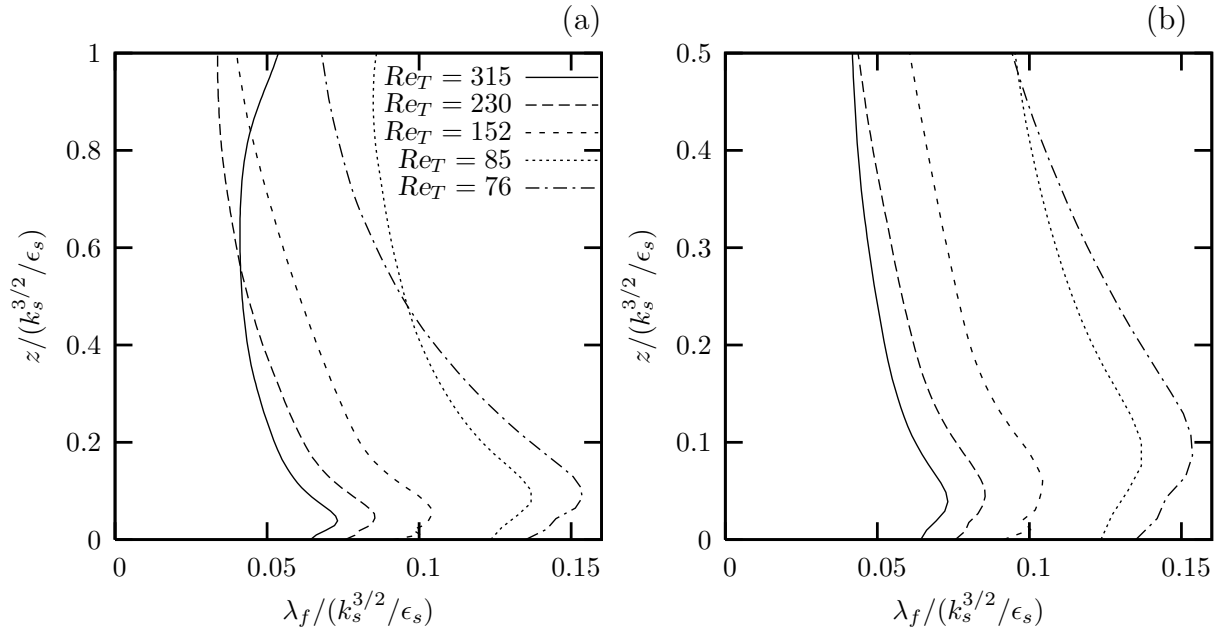


FIGURE 5.7: (a) Evolution verticale de la micro-échelle de Taylor longitudinale  $\lambda_f$  pour les cinq cas. (b) Zoom de la figure (a) au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

soit, en considérant que  $z_s \approx 4.5 \mathcal{L}$  :

$$z_s \approx 6 \lambda_f(z = 0) \quad \text{ou} \quad z_s \approx 10 \lambda_f(z = z_s)$$

## 5.2.2 Mesure de l'épaisseur de la couche visqueuse

### 5.2.2.1 Normalisation par les échelles de surface

Dans le chapitre 4, l'étude de l'évolution verticale de la micro-échelle de Taylor longitudinale nous a renseignés sur la présence et l'épaisseur de la couche visqueuse. Cette dernière a été définie comme la hauteur à laquelle est atteint le maximum de la micro-échelle longitudinale ( $\lambda_f$ ). La figure 5.7 présente l'évolution verticale de  $\lambda_f$  pour les cinq cas traités. Toutes les quantités présentées sont adimensionnées par les références de surface ( $k_s$ ,  $\epsilon_s$ ). Comme sur la figure 4.15-b, on observe que les micro-échelles longitudinales augmentent avec la distance à la zone de forçage, conformément au comportement attendu en turbulence diffusive. Les cas les plus confinés, *run\_B1* et *run\_C1*, décroissent dans la

partie supérieure du graphe et en direction de la surface, du fait de la proximité avec la zone de production. Avec la normalisation utilisée, la plage de valeurs de  $\lambda_f$  est large, elle varie du simple au double entre les cas plus extrêmes. Le maximum atteint par la micro-échelle

	run_A1	run_B1	run_A2	run_B2	run_C1
$Re_s$	76	85	152	230	315
$\left(\lambda_f/(k_s^{3/2}/\epsilon_s)\right)_{\max}$	$1.536 \cdot 10^{-1}$	$1.368 \cdot 10^{-1}$	$1.044 \cdot 10^{-1}$	$0.854 \cdot 10^{-1}$	$0.732 \cdot 10^{-1}$
$\left(z/(k_s^{3/2}/\epsilon_s)\right)_{\lambda_{f,\max}}$	$8.63 \cdot 10^{-2}$	$1.010 \cdot 10^{-1}$	$6.06 \cdot 10^{-2}$	$4.43 \cdot 10^{-2}$	$3.88 \cdot 10^{-2}$
$\left(z/(\nu^3/\epsilon_s)^{1/4}\right)_{\lambda_{f,\max}}$	2.23	2.81	2.62	2.61	2.90
$\left(z/(\nu/\sqrt{k_s})\right)_{\lambda_{f,\max}}$	6.60	8.50	9.21	10.1	12.2

TABLEAU 5.4: Mesure de la position verticale du maximum de la micro-échelle de Taylor longitudinale  $\lambda_f$  pour les cinq cas, la position est normalisée en référence de surface, en référence de type Kolmogorov, et en unités visqueuses.

longitudinale pour chaque simulation diminue quand le nombre de Reynolds de turbulence à la surface augmente. Dans le même temps, la position du maximum se rapproche de la surface. Définies par la position du maximum, les épaisseurs de la couche visqueuse pour les cinq cas sont récapitulées dans le tableau 5.4. Au vue de leurs valeurs normalisées en références de surface ( $k_s$ ,  $\epsilon_s$ ), il est manifeste que ce jeu d'échelles ne permet pas de caractériser l'épaisseur de la couche visqueuse indépendamment du nombre de Reynolds de turbulence : l'écart entre valeurs minimale et maximale atteint 89 %.

Dans le but de trouver une normalisation adéquate pour cette épaisseur, nous allons maintenant considérer deux jeux d'échelles faisant intervenir la viscosité, et l'une ou l'autre des grandeurs locales  $\epsilon_s$  et  $k_s$ . On obtient ainsi l'échelle de longueur de Kolmogorov  $(\nu^3/\epsilon_s)^{1/4}$  et l'échelle dite visqueuse  $\nu/\sqrt{k_s}$  introduites précédemment. La tableau 5.4 donne la position du maximum de  $\lambda_f$  avec ces deux normalisations. On observe qu'avec la normalisation  $\nu/\sqrt{k_s}$ , l'épaisseur de la couche visqueuse augmente uniformément avec le nombre de Reynolds, l'écart entre valeurs minimale et maximale étant de 60 %. En revanche, la normalisation en échelle de Kolmogorov ne présente pas d'évolution consistante en fonction du nombre de Reynolds de turbulence, et l'écart entre valeurs minimale et

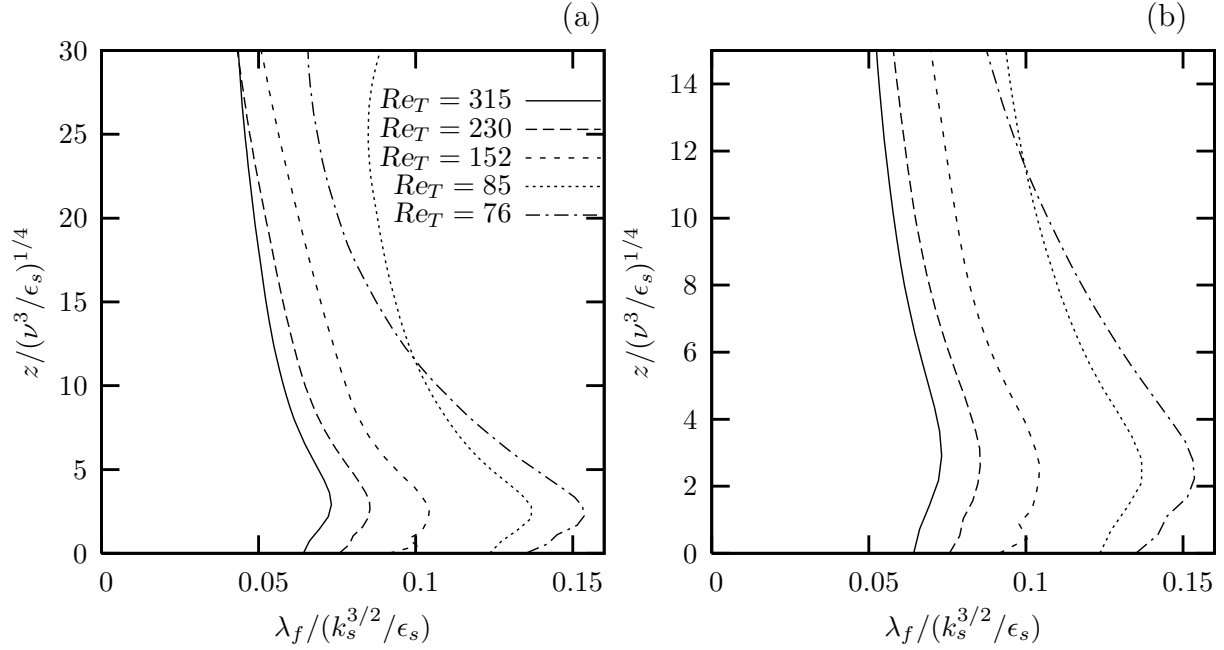


FIGURE 5.8: (a) Evolution verticale de la micro-échelle de Taylor longitudinale  $\lambda_f$  pour les cinq cas; la direction normale est adimensionnée par  $(\nu^3/\epsilon_s)^{1/4}$ . (b) Zoom de la figure (a) au voisinage de la surface libre ( $\lambda_f$  est normalisée en référence de surface,  $z$  est normalisée en référence de type Kolmogorov).

maximale chute à 26 %. Nous allons donc maintenant examiner plus en détail la possibilité de normaliser l'épaisseur de la couche visqueuse avec cette échelle.

### 5.2.2.2 Normalisation par les échelles de Kolmogorov mesurées à la surface

La figure 5.8 présente encore l'évolution verticale de la micro-échelle de Taylor longitudinale  $\lambda_f$ . On a conservé la normalisation en référence de surface pour la micro-échelle, mais la direction normale à la surface est maintenant rapportée à l'échelle de longueur de Kolmogorov. Dans la zone de turbulence diffusive ainsi que dans la partie supérieure de la couche de surface, les cinq profils possèdent les mêmes propriétés que dans la représentation de la figure 5.7 : la croissance de la micro-échelle avec l'augmentation de la distance à la zone de forçage se fait plus ou moins lentement, en fonction du degré de confinement de l'écoulement. Dans la partie inférieure de la couche de surface, et plus précisément dans ce qui a été défini comme la couche visqueuse, les cinq micro-échelles de Taylor augmentent jusqu'à leur maximum, avant de décroître rapidement à la surface. Ce maximum est atteint

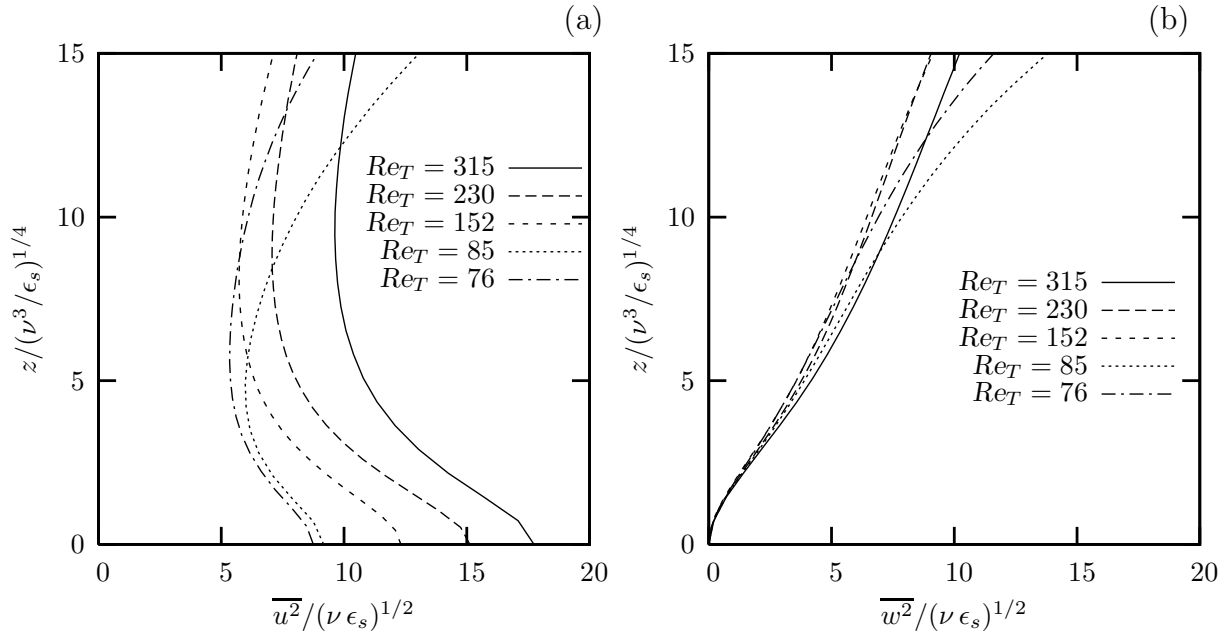


FIGURE 5.9: (a) Evolution verticale des tensions de Reynolds tangentes à la surface libre au voisinage de celle-ci pour les cinq cas. (b) Evolution verticale des tensions de Reynolds normales à la surface libre au voisinage de celle-ci pour les cinq cas (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

pour une hauteur qui est comprise entre 2.2 et 2.9  $(\nu^3/\epsilon_s)^{1/4}$  pour l'ensemble des simulations. Compte tenu du peu de dispersion autour de cette valeur (26 %), de l'absence de tendance nette en fonction du nombre de Reynolds de turbulence et de l'observation des profils, l'épaisseur de la couche visqueuse nous semble pouvoir être normalisée par l'échelle de longueur de Kolmogorov. Nous retiendrons donc que cette épaisseur vaut approximativement 2.6 fois la valeur de l'échelle de longueur de Kolmogorov mesurée à la surface. Si la normalisation en échelles de Kolmogorov permet de faire coïncider la position des maximums, elle ne permet pas en revanche de faire coïncider les valeurs des maximums eux-mêmes : le choix a donc été fait de tracer la micro-échelle normalisée en référence de surface afin de faciliter la comparaison avec la figure 5.7.

On s'intéresse maintenant aux profils verticaux des tensions de Reynolds, de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation, également normalisés par les échelles de Kolmogorov  $(\nu, \epsilon_s)$ . La figure 5.9-a présente l'évolution verticale des tensions de Reynolds tangentielles  $\overline{u^2}$ , normalisées par  $\sqrt{\nu\epsilon_s}$ , en fonction de la direction normale à la surface,

normalisée par  $\eta_s = (\nu^3/\epsilon_s)^{1/4}$ . Aucune similarité ne se dessine parmi les cinq courbes. Dans la couche visqueuse, pour  $z$  inférieur à environ 5 fois l'échelle de longueur de Kolmogorov mesurée à la surface, les valeurs des tensions de Reynolds parallèles à la surface augmentent avec le nombre de Reynolds de turbulence à la surface. La normalisation de type Kolmogorov ne semble donc pas caractéristique de l'évolution des tensions de Reynolds tangentes à la surface, dans la couche visqueuse.

En revanche, l'évolution des tensions de Reynolds normales à la surface paraît gouvernée par ce jeu d'échelles, dans la couche visqueuse. En effet, le profil vertical des tensions de Reynolds normales à la surface  $\overline{w^2}$ , adimensionnées de la même façon que  $\overline{u^2}$  sur la figure 5.9-a, est présenté sur la figure 5.9-b. On s'intéresse plus particulièrement aux évolutions dans la couche visqueuse, pour  $z/\eta_s < 2.5$ . Sur la surface libre, les tensions de Reynolds  $\overline{w^2}$  partent, toutes les cinq, de zéro, puis elles coïncident parfaitement jusqu'à cette hauteur. Au delà, les évolutions des tensions de Reynolds normales deviennent plus disparates.

On retiendra qu'à l'inverse de  $\overline{u^2}$ , la tension de Reynolds relative à la fluctuation normale peut être normalisée par les échelles de Kolmogorov dans la couche visqueuse indépendamment des effets du nombre de Reynolds de turbulence.

La figure 5.10 présente l'évolution verticale de l'énergie cinétique turbulente et de son taux de dissipation, adimensionnés par les échelles de Kolmogorov. Les profils d'énergie cinétique turbulente reflètent les évolutions de la contrainte de Reynolds  $\overline{u^2}$  et ne seront pas commentés davantage. S'agissant du taux de dissipation, la valeur normalisée à la surface est nécessairement égale à l'unité. Lorsque l'on s'éloigne de la surface, tout en restant dans la couche visqueuse, les cinq évolutions sont similaires : une nette augmentation de la dissipation, suivie d'une plage approximativement constante. Hors de la couche visqueuse, les taux de dissipation augmentent significativement, et de façon plus ou moins rapide selon la valeur du nombre de Reynolds de turbulence à la surface ; plus ce nombre de Reynolds est grand, moins l'augmentation de la dissipation se fait rapidement, celle-ci étant toujours exprimée en référence de Kolmogorov. Si l'on s'en tient à la couche visqueuse, on pourra donc considérer que le profil du taux de dissipation est convenablement normé par les

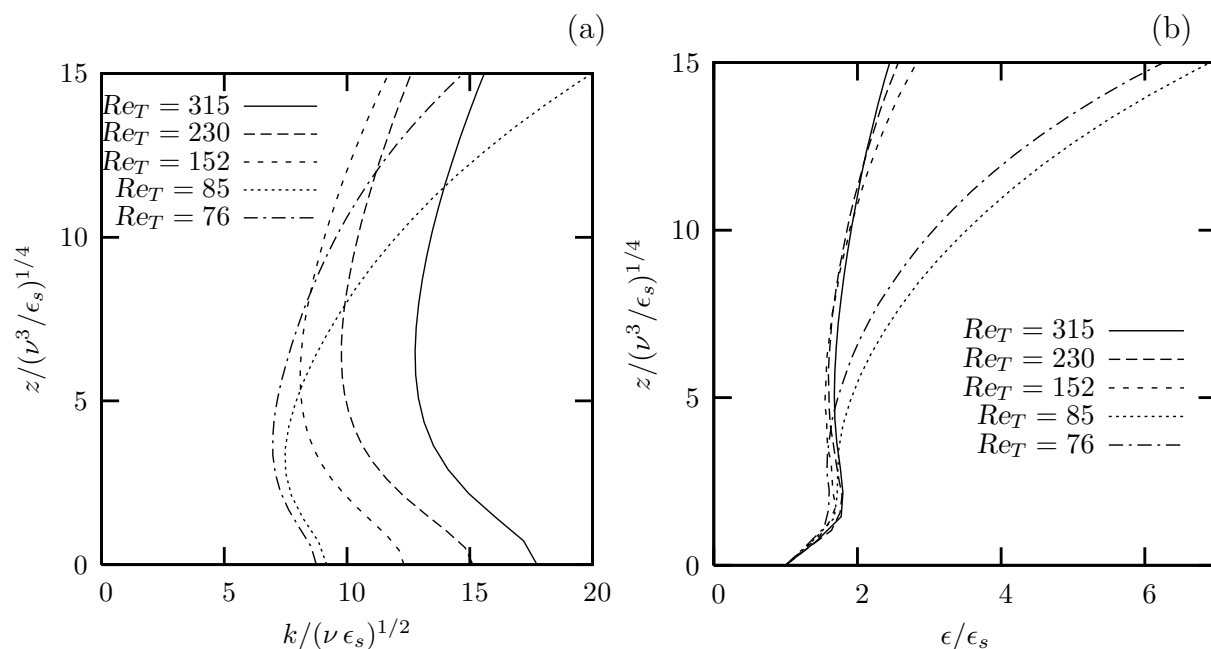


FIGURE 5.10: (a) Evolution verticale de l'énergie cinétique turbulente au voisinage de la surface libre pour les cinq cas. (b) Evolution verticale du taux de dissipation  $\epsilon$  au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

échelles de Kolmogorov.

### 5.3 Effet de la distance à la surface

Dans cette partie, on examine les évolutions à partir de la zone de forçage de quelques grandeurs, telles que l'énergie cinétique turbulente, le taux de dissipation et les tensions de Reynolds, en référence de forçage ( $k_f$ ,  $\epsilon_f$ ) pour les cinq simulations. Ceci permet de comparer directement les différentes distances entre surface libre et frontière de zone de forçage, et donc de visualiser l'effet de confinement sur ces grandeurs.

La figure 5.11 présente les évolutions de l'énergie cinétique turbulente (figure 5.11-a) et de son taux de dissipation (figure 5.11-b) en fonction de la distance à la zone de forçage. Toutes les grandeurs sont normées par les échelles de forçage ( $k_f$ ,  $\epsilon_f$ ). La limite de la zone de forçage correspond au sommet du graphe, l'axe des distances est orienté vers le bas. L'énergie cinétique turbulente et la dissipation diminuent logiquement avec la distance à la zone de forçage. Dans le cas idéal où le nombre de Reynolds de turbulence et la dis-

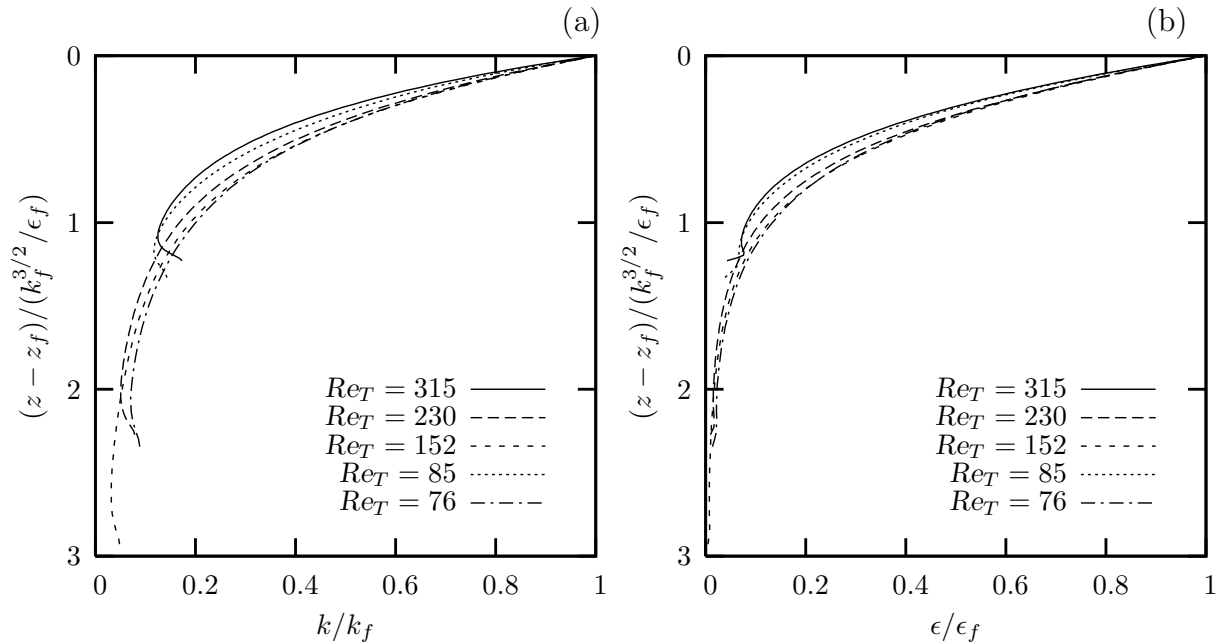


FIGURE 5.11: (a) Evolution verticale de l'énergie cinétique turbulente pour les cinq cas. (b) Evolution verticale du taux de dissipation pour les cinq cas. Toutes les données sont normalisées en référence de forçage ( $k_f$ ,  $\epsilon_f$ ).

tance seraient tous deux “suffisamment” grands, les caractéristiques de la décroissance par diffusion devraient être uniquement déterminées par les propriétés du champ turbulent en limite de zone de forçage; toutes les courbes devraient alors se superposer dans la zone de diffusion. Ceci semble correctement vérifié pour les évolutions correspondant aux cas *run\_B2* ( $Re_s = 230$ ), *run\_A2* ( $Re_s = 152$ ) et *run\_A1* ( $Re_s = 76$ ) dans une zone qui s'étend de  $(\tilde{z} - \tilde{z}_f) = 0$  jusqu'aux environs de 1.5. En revanche, dans les simulations correspondant aux cas *run\_C1* ( $Re_s = 315$ ) et *run\_B1* ( $Re_s = 85$ ), la zone de diffusion est manifestement influencée par la présence de la surface : la décroissance est sensiblement accentuée par rapport aux trois cas précédemment cités. La comparaison des courbes d'énergie cinétique turbulente et de dissipation, correspondant aux cas *run\_A1* et *run\_B1*, obtenues pour des nombres de Reynolds très proches (76 et 85 respectivement) montre que c'est essentiellement la proximité entre la zone de forçage et la surface qui est responsable de l'accroissement des décroissances. Même si l'influence du nombre de Reynolds semble plus faible, la comparaison entre les courbes obtenues dans les cas faiblement confinés d'une part, et dans les cas



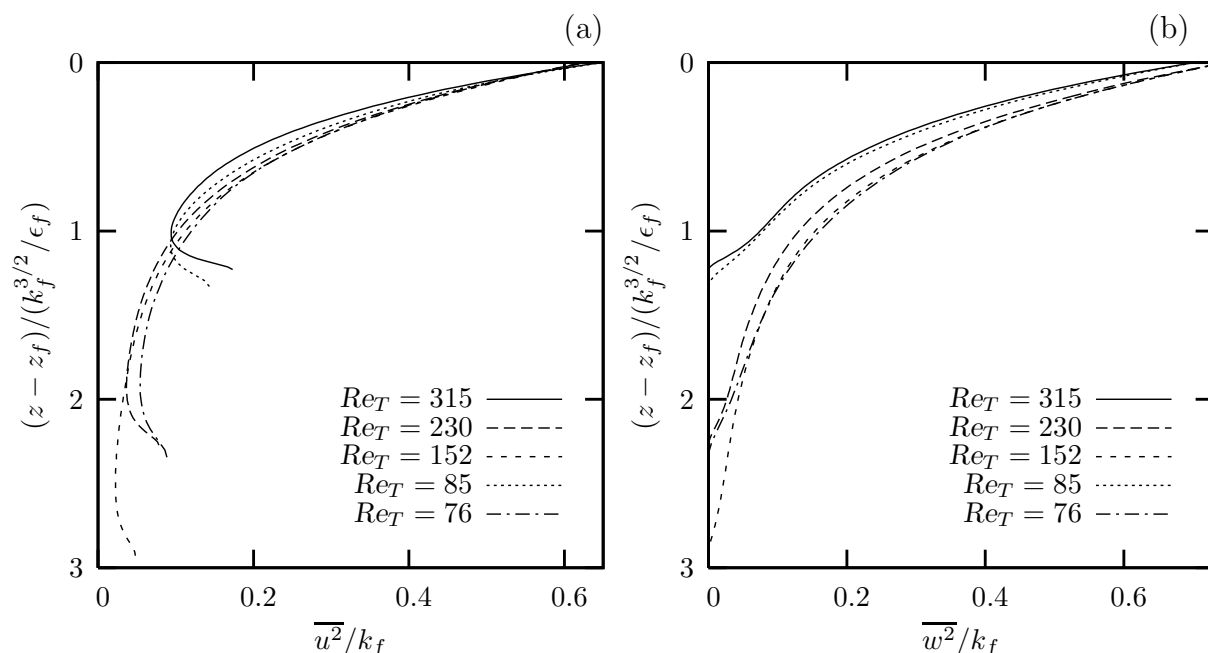


FIGURE 5.12: (a) Evolution verticale des tensions de Reynolds tangentes à la surface libre pour les cinq cas. (b) Evolution verticale des tensions de Reynolds normales à la surface libre pour les cinq cas. Toutes les données sont normalisées en référence de forçage  $(k_f, \epsilon_f)$ .

confinés d'autre part, montre une tendance consistante à l'accentuation des décroissances avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

La figure 5.12 présente la décroissance des tensions de Reynolds avec les mêmes conventions que la figure 5.11. La comparaison entre les différentes courbes est rendue un peu plus délicate du fait d'un niveau d'anisotropie en limite de forçage qui varie légèrement d'une simulation à l'autre, les courbes sont ainsi légèrement décalées au sommet du graphe. On y observe cependant les mêmes effets que pour les décroissances d'énergie cinétique turbulente et de dissipation.

On conclura de cet examen que la présence de la surface affecte significativement la structure de l'écoulement en zone de diffusion dans les cas *run\_C1* et *run\_B1*. On ne peut pas en déduire ipso facto la réciproque : que la proximité du forçage modifie la structure de la couche de surface dans ces deux cas. Il conviendra cependant de garder cette possibilité à l'esprit.

## 5.4 Effet de variation du nombre de Reynolds de turbulence

Dans cette dernière partie, nous nous intéressons à l'effet de variation du nombre de Reynolds de turbulence au voisinage de la surface libre. On a déjà évoqué dans les paragraphes précédents l'influence du nombre de Reynolds de turbulence sur l'évolution des principales grandeurs étudiées : l'isotropie, l'énergie cinétique turbulente, le taux de dissipation, les tensions de Reynolds, et les échelles de longueur caractéristiques de l'écoulement. Nous cherchons ici à déterminer comment évoluent les épaisseurs de couche de surface et de couche visqueuse en fonction du nombre de Reynolds de turbulence.

Nous avons vu précédemment que les épaisseurs de couche de surface et de couche visqueuse sont liées, respectivement, à la micro-échelle et à l'échelle de longueur de Kolmogorov, mesurées à la surface :

$$z_s \approx 6 \lambda_s \quad \text{où} \quad \lambda_s = \lambda_f(z=0) \quad (5.1)$$

$$z_v \approx 2.6 (\nu^3/\epsilon_s)^{1/4} \quad (5.2)$$

Quelle que soit la valeur du nombre de Reynolds de turbulence, l'épaisseur de la couche de surface est fixe quand elle est mesurée par la longueur  $\mathcal{L}$  (définie précédemment), qui elle-même s'exprime en fonction de  $\lambda_f$  mesurée à la surface. Quant à la couche visqueuse, son épaisseur, mesurée par l'échelle de longueur de Kolmogorov, est aussi insensible aux variations du nombre de Reynolds de turbulence à la surface. Le rapport de ces deux épaisseurs s'exprime ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{z_s}{z_v} &\approx \frac{6}{2.6} \frac{\lambda_s \epsilon_s^{1/4}}{\nu^{3/4}} \approx 2.3 \frac{\lambda_s (\nu \epsilon_s)^{1/4}}{\nu} \\ &\approx 2.3 \frac{\lambda_s \sqrt{k_s}}{\nu} \left[ \frac{k_s^2}{\nu \epsilon_s} \right]^{-1/4} \end{aligned} \quad (5.3)$$

On définit le nombre de Reynolds associé à la micro-échelle de Taylor  $\lambda_f$ , mesuré à la surface, par :

$$Re_\lambda = \frac{\lambda_s \sqrt{k_s}}{\nu}$$

On rappelle que le nombre de Reynolds de turbulence à la surface vaut :

$$Re_s = \frac{k_s^2}{\nu \epsilon_s}$$

Ainsi le rapport des épaisseurs de la couche de surface sur la couche visqueuse devient :

$$\frac{z_s}{z_v} \approx 2.3 Re_\lambda Re_s^{-1/4} \quad (5.4)$$

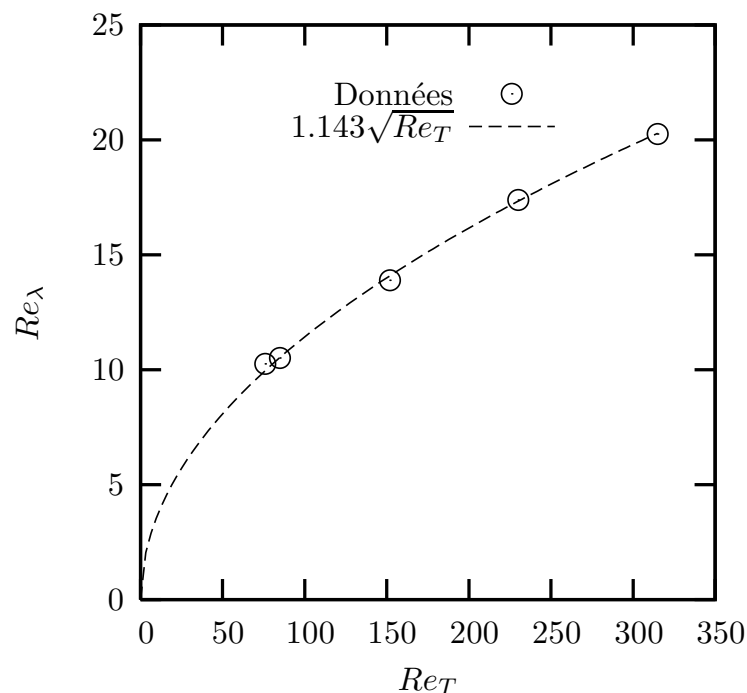


FIGURE 5.13: Evolution du nombre de Reynolds associé à la micro-échelle, mesuré à la surface, en fonction du nombre de Reynolds de turbulence, mesuré à la surface. La courbe pointillée représente l'approximation aux moindres carrés sous la forme  $a \cdot \sqrt{x}$ .

On va maintenant rechercher s'il existe une relation entre le nombre de Reynolds associé

à la micro-échelle de Taylor et le nombre de Reynolds de turbulence, tous deux mesurés à la surface. La figure 5.13 représente l'évolution du nombre de Reynolds associé à la micro-échelle en fonction du nombre de Reynolds de turbulence, pour les cinq cas de calcul. L'approximation des moindres carrés de la courbe sous la forme  $a \cdot x^b$ , définie par ces cinq cas, nous donne  $b = 0.493$  comme valeur d'exposant. Au vue de cette valeur, proche de la fonction racine carrée, nous traçons alors l'approximation aux moindres carrés sous la forme  $a \cdot \sqrt{x}$ . La valeur de  $a$  s'établit à 1.143 dans ce cas. Cette dernière approximation est celle qui est portée en trait discontinu sur la figure 5.13. La correspondance entre les points issus des cinq cas de calcul et l'approximation en  $Re_\lambda = 1.143\sqrt{Re_s}$  est excellente. Notons que les cas confinés (*run\_C1* et *run\_B1*) ne se distinguent pas des cas non-confinés au niveau du suivi de la loi  $Re_\lambda \propto \sqrt{Re_s}$ ; ceci est rassurant par rapport aux réserves faites en fin de partie précédente : il ne semble pas y avoir d'effet de confinement sur l'établissement et la structuration de la couche de surface.

Le rapport des épaisseurs de la couche de surface sur la couche visqueuse s'exprime alors :

$$\frac{z_s}{z_v} \approx 2.6 Re_s^{1/4} \quad \text{ou} \quad \frac{z_s}{z_v} \approx 2.0 \sqrt{Re_\lambda} \quad (5.5)$$

Lorsque le nombre de Reynolds de turbulence augmente, le ratio  $z_s/z_v$  augmente logiquement, notamment par une diminution relative de l'épaisseur de couche visqueuse (par rapport à la zone affectée par les effets de blocage).

En THI, il existe une relation similaire à celle obtenue ici entre les échelles de longueur de l'écoulement (micro-échelle et échelle de Kolmogorov); il est marquant de retrouver une telle relation au voisinage de la surface libre. Ce rapport simple entre les nombres de Reynolds à la surface et le ratio des épaisseurs de couche de surface et de couche visqueuse permet de donner directement une mesure de la structure de l'écoulement au voisinage de la surface libre. Les seules grandeurs  $k$ ,  $\epsilon$ ,  $\lambda$ , mesurées à la surface, et  $\nu$ , permettent de déterminer les épaisseurs relatives des différentes couches qui s'établissent à proximité de la surface.

## 5.5 Synthèse et conclusions

Ce chapitre discute des échelles caractéristiques de la physique de l'écoulement proche de la surface libre. Plusieurs simulations ont été traitées permettant d'obtenir des paramètres d'écoulements différents au voisinage de la surface et à la frontière de la zone de forçage.

Deux échelles de longueur semblent caractériser la région à proximité de la surface libre : l'échelle de longueur  $\mathcal{L}$  définie comme la pente à l'origine de l'évolution verticale du facteur d'isotropie, ou, de manière apparemment équivalente, la micro-échelle de Taylor  $\lambda_f$  à la surface, et l'échelle de longueur de Kolmogorov  $(\nu^3/\epsilon_s)^{1/4}$ . Les couches de surface obtenues à l'issue des différentes simulations se superposent avec un bon degré d'approximation lors de l'adimensionnement par la longueur  $\mathcal{L}$ . L'épaisseur de la couche de surface vaut alors  $4.5 \mathcal{L}$  ; la micro-échelle de Taylor vaut alors  $0.43 \mathcal{L}$  à la limite de la couche de surface et  $0.7 \mathcal{L}$  à la surface. Il semble donc exister une relation de proportionnalité entre épaisseur de couche de surface et micro-échelle de Taylor.

Quant à la couche visqueuse, celle-ci est paramétrable avec l'échelle de longueur de Kolmogorov ; son épaisseur mesure alors environ 2.6 fois l'échelle de longueur de Kolmogorov. Bien que les effets visqueux ne soient pas les seuls agissant dans la couche visqueuse, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, ils semblent déterminer l'épaisseur de la couche visqueuse : la normalisation par  $(\nu, \epsilon_s)$  permet de faire coïncider les épaisseurs de celle-ci, quelle que soit la valeur de nombre de Reynolds de turbulence à la surface.

La distance entre zone de forçage et surface libre a été discutée ; il s'avère que la présence de la surface influence nettement la structure de l'écoulement en zone de diffusion dans les cas confinés. La proximité du forçage ne semble pas toutefois modifier la structure qui s'établit au voisinage de la surface, et notamment l'établissement des couches de surface et visqueuse.

Les cinq cas de calcul permettent d'obtenir la relation entre le nombre de Reynolds associé à la micro-échelle et le nombre de Reynolds de turbulence,  $Re_\lambda$  variant en fonction de  $\sqrt{Re_s}$ . Le rapport des épaisseurs de couche de surface et de couche visqueuse s'exprime

alors en fonction de l'un ou l'autre de ces deux nombres de Reynolds :

$$\frac{z_s}{z_v} \approx 2.6 Re_s^{1/4} \quad \text{ou} \quad \frac{z_s}{z_v} \approx 2.0 \sqrt{Re_\lambda}$$

Il apparaît ainsi que les mesures de l'énergie cinétique turbulente, de son taux de dissipation et de la micro-échelle à la surface, et la valeur de la viscosité déterminent entièrement la structure de l'écoulement qui s'établit au voisinage de la surface libre.



# Chapitre 6

## Terme de corrélation pression-déformation

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Décomposition de la corrélation pression-déformation en ef-</b>	
	<b>fets de collision et de rotation . . . . .</b>	<b>123</b>
6.1.1	Solution des équations des pressions de collision et de rotation . . . . .	123
6.1.2	Décomposition de la corrélation pression-déformation . . . . .	125
6.1.3	Vérification . . . . .	127
<b>6.2</b>	<b>Quantification de la répartition de la corrélation pression-</b>	
	<b>déformation en évènements arrivant ou s'éloignant de la surface</b>	<b>129</b>
<b>6.3</b>	<b>Quantification de la répartition de la corrélation pression-</b>	
	<b>déformation en évènements de collision et de rotation . . . . .</b>	<b>131</b>
6.3.1	Profil vertical de la corrélation pression-déformation répartie en évènements de collision et de rotation . . . . .	132
6.3.2	Profil vertical des quatre types d'évènements élémentaires . . . . .	134
6.3.3	Histogrammes de la corrélation pression-déformation, décomposée en évènements de collision et de rotation, en fonction de la valeur du gradient vertical de la vitesse normale à la surface . . . . .	136



6.3.4	Histogrammes de la corrélation pression-déformation en fonction de la valeur du gradient vertical de la vitesse normale à la surface	139
<b>6.4</b>	<b>Moyennes conditionnées de la corrélation pression-déformation</b>	<b>142</b>
6.4.1	Evolutions des moyennes conditionnées et du facteur $A$	144
6.4.2	Histogrammes de la surface occupée en fonction de la valeur du gradient vertical de la vitesse normale à la surface	145
<b>6.5</b>	<b>Répartition des corrélations pression-déformation sur les surfaces libres</b>	<b>148</b>
<b>6.6</b>	<b>Synthèse et conclusions</b>	<b>150</b>

Ce chapitre traite du terme de corrélation pression-déformation qui quantifie le transfert énergétique intercomposantes au voisinage de la surface libre. Tout d'abord nous rappelons la décomposition de la corrélation pression-déformation en deux termes  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$ , représentatifs des événements de collision et de rotation respectivement. Cette décomposition, transposée de Bradshaw et Koh (1981), a été présentée dans la partie 2.3. Elle distingue quatre effets intervenant dans les mécanismes de transfert énergétique intercomposantes : les impacts et éjections ("splat" dans Bradshaw et Koh, 1981), et les tourbillons étirés et comprimés ("spin" dans Bradshaw et Koh, 1981). Par souci de clarté, ces dernières contributions sont renommées, respectivement, accélérations tourbillonnaires et décélérations tourbillonnaires. Nous donnons ici quelques détails sur la mise en oeuvre pratique de cette décomposition dans nos simulations. Ensuite nous discutons des profils verticaux de la corrélation pression-déformation. D'abord nous séparons les contributions des événements arrivant sur la surface et de ceux s'en éloignant. Nous commentons cette analyse au regard de celle des travaux antérieurs, ceci aboutit à une conclusion surprenante en terme d'évènements dominants la répartition de la corrélation pression-déformation. Ensuite nous voyons comment la décomposition en effets de type collision/rotation permet d'éclaircir les interrogations soulevées. Les histogrammes de ces différentes corrélations pression-déformation en fonction de la valeur du gradient vertical de la composante normale de la vitesse sont présentés pour chacune des décompositions. Enfin nous présentons

dans la partie 6.5 les champs instantanés des corrélations pression-déformation comparés à ceux du gradient vertical de la composante normale de la vitesse.

## 6.1 Décomposition de la corrélation pression-déformation en effets de collision et de rotation

On précise ici quelques points concernant l'application pratique de ce qui a été présenté dans le chapitre 2, intitulé problématique d'une analyse du transfert intercomposantes au voisinage d'une surface de blocage, et plus précisément dans la partie 2.3, traitant de la typologie des événements constitutifs de la corrélation pression-déformation.

### 6.1.1 Solution des équations des pressions de collision et de rotation

Les pressions de collision et de rotation sont définies par les équations (2.12) et (2.13) que l'on transpose ici sous la forme :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p_1^{(s)}}{\partial x_j \partial x_j} = s^2 - \tilde{s}^2(z, t) \quad (6.1)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p_2^{(s)}}{\partial x_j \partial x_j} = -\frac{1}{2} \left[ \omega^2 - \tilde{\omega}^2(z, t) \right] \quad (6.2)$$

Par rapport au formalisme (2.12) et (2.13), on note le passage des moyennes d'ensemble aux moyennes par plan, notées par les tildes. Les caractéristiques de stationnarité et d'homogénéité moyenne de notre écoulement permettent ce passage, nous en verrons un peu plus loin la raison.

Les pressions de collision  $p_1^{(s)}$  et de rotation  $p_2^{(s)}$ , désormais notées  $p_1$  et  $p_2$  pour alléger l'écriture, sont calculées à partir de la double intégration d'un laplacien avec des conditions aux limites identiques à celles qui s'appliquent à la fluctuation de pression, soit :

- périodicité sur les frontières latérales du domaine ;

– nullité de la composante normale du gradient sur les surfaces libres.

Si les solutions aux équations (6.1) et (6.2) existent, elles sont définies à une constante additive près. Ce problème d'unicité est résolu en imposant que les fluctuations  $p_1$  et  $p_2$  soient centrées en moyenne volumique dans le domaine de calcul :

$$\overline{\overline{p_1}} = \overline{\overline{p_2}} = 0$$

Une condition d'existence de la solution aux équations (6.1) et (6.2) s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} -\rho \iiint_{\mathcal{D}} \left( s^2 - \widetilde{s^2}(z, t) \right) dv &= \iint_S \frac{\partial p_1}{\partial n} d\sigma \\ \frac{\rho}{2} \iiint_{\mathcal{D}} \left( \omega^2 - \widetilde{\omega^2}(z, t) \right) dv &= \iint_S \frac{\partial p_2}{\partial n} d\sigma \end{aligned}$$

À tout instant, le second membre est strictement nul du fait des conditions aux limites imposées aux deux fluctuations. Il nous faut donc vérifier qu'il en va de même pour les premiers membres. En explicitant les intégrales triples, les premiers membres vont s'exprimer ici sous la forme :

$$\begin{aligned} -\rho \int_0^{L_z} \left[ \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} s^2 dx dy \right] dz &+ \rho L_x L_y \int_0^{L_z} \widetilde{s^2}(z) dz \\ \frac{\rho}{2} \int_0^{L_z} \left[ \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \omega^2 dx dy \right] dz &- \frac{\rho}{2} L_x L_y \int_0^{L_z} \widetilde{\omega^2}(z) dz \end{aligned}$$

où  $L_x$ ,  $L_y$  et  $L_z$  sont les dimensions du domaine de calcul dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Dans les deux cas, on reconnaît entre crochets les moyennes par plan  $\widetilde{s^2}(z, t)$  et  $\widetilde{\omega^2}(z, t)$ . On vérifie donc que les premiers membres de la condition d'existence sont identiquement nuls à chaque instant. C'est la raison du choix des moyennes par plan dans les équations (6.1) et (6.2).

### 6.1.2 Décomposition de la corrélation pression-déformation

Comme nous l'avons vu précédemment, la décomposition de l'équation (2.11) devrait permettre de quantifier sans ambiguïté le poids de chacune des quatre contributions au transfert intercomposantes. Ainsi, au voisinage d'une surface de blocage de normale  $z$ , on obtient une décomposition de la corrélation pression-déformation suivant le signe de  $s_{33}$ , c'est-à-dire de  $\partial w / \partial z$  :

- si  $\frac{\partial w}{\partial z}$  est positif, l'évènement s'éloigne de la surface libre ; d'après la classification donnée par la figure 2.2, il peut s'agir d'une éjection, si l'on s'intéresse à la corrélation  $\overline{2 p_1 s_{33}}$ , ou d'une accélération tourbillonnaire, si l'on s'intéresse à la corrélation  $\overline{2 p_2 s_{33}}$  ;
- si  $\frac{\partial w}{\partial z}$  est négatif, l'évènement se rapproche de la surface libre ; d'après la classification donnée par la figure 2.2, il peut s'agir d'un impact, si l'on s'intéresse à la corrélation  $\overline{2 p_1 s_{33}}$ , ou d'une décélération tourbillonnaire, si l'on s'intéresse à la corrélation  $\overline{2 p_2 s_{33}}$ .

Afin de faciliter l'interprétation et la classification des évènements en quatre types distincts, on choisit des fluctuations de pression de signe constant ; pour cela, on ajoute une constante aux pressions de collision  $p_1$  et de rotation  $p_2$  dans le calcul des corrélations pression-déformation. La valeur minimale du champ de pression de collision dans tout le domaine de calcul, à un instant donné, est soustraite à la pression  $p_1$  ; la valeur maximale du champ de pression de rotation dans tout le domaine de calcul, à un instant donné, est soustraite à la pression  $p_2$ . Ainsi  $\Delta p_1 = p_1 - p_{1,\min}$  est toujours positif, il apparaît comme un champ de surpressions représentatif des évènements de collision. De même,  $\Delta p_2 = p_2 - p_{2,\max}$  est toujours négatif, et apparaît comme un champ de dépressions représentatif de l'activité tourbillonnaire. Les corrélations pression-déformation sont insensibles à ces décalages de pressions puisque :

$$\overline{2 \Delta p_1 \frac{\partial w}{\partial z}} = 2 \left( \overline{p_1 \frac{\partial w}{\partial z}} - p_{1,\min} \overline{\frac{\partial w}{\partial z}} \right) = \overline{2 p_1 \frac{\partial w}{\partial z}} \quad (6.3)$$

$$\overline{2 \Delta p_2 \frac{\partial w}{\partial z}} = 2 \left( \overline{p_2 \frac{\partial w}{\partial z}} - p_{2,\max} \overline{\frac{\partial w}{\partial z}} \right) = \overline{2 p_2 \frac{\partial w}{\partial z}} \quad (6.4)$$

Donc, pour résumer notre grille d'analyse du contenu de la corrélation pression-déformation, on pourra considérer que :

- les transferts consécutifs à des événements d'*impacts* sont quantifiés par la moyenne des contributions (négatives) à la corrélation  $\overline{2 \Delta p_1 s_{33}}$ , lorsque  $s_{33}$  est négatif ; cette contribution est notée  $\Pi_{1,c}$ <sup>1</sup> ;
- les transferts consécutifs à des événements d'*éjections* sont quantifiés par la moyenne des contributions (positives) à la corrélation  $\overline{2 \Delta p_1 s_{33}}$  lorsque  $s_{33}$  est positif ; cette contribution est notée  $\Pi_{1,e}$ <sup>2</sup> ;
- les transferts consécutifs à des *accélérations tourbillonnaires* sont quantifiés par la moyenne des contributions (négatives) à la corrélation  $\overline{2 \Delta p_2 s_{33}}$  lorsque  $s_{33}$  est positif ; cette contribution est notée  $\Pi_{2,e}$  ;
- les transferts consécutifs à des *décélérations tourbillonnaires* sont quantifiés par la moyenne des contributions (positives) à la corrélation  $\overline{2 \Delta p_2 s_{33}}$  lorsque  $s_{33}$  est négatif ; cette contribution est notée  $\Pi_{2,c}$ .

Précisons la définition de ce qu'on appelle une *contribution* à la corrélation pression-déformation dans la suite du chapitre. Soit  $A$  la moyenne temporelle de la proportion d'aire occupée sur les plans  $(xy)$  par les événements en provenance de la surface. Un événement moyen est défini par sa moyenne conditionnée de corrélation pression-déformation, c'est-à-dire la valeur de sa corrélation pression-déformation rapportée à l'aire sur laquelle l'évènement existe. On note  $\bar{\Pi}^+$  la moyenne conditionnelle de la corrélation pression-déformation des événements moyens ayant un gradient de vitesse positif (au voisinage de la surface, ceci signifie en provenance de la surface), et  $\bar{\Pi}^-$  la moyenne conditionnée de la corrélation pression-déformation des événements moyens ayant un gradient de vitesse négatif (au voisinage de la surface, ceci signifie en direction de la surface). La corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  s'exprime alors :

$$\Pi_{33} = A \bar{\Pi}^+ + (1 - A) \bar{\Pi}^-$$

---

<sup>1</sup>où l'indice  $c$  signifie compression.

<sup>2</sup>où l'indice  $e$  signifie étirement.

On distingue donc deux *contributions* à la corrélation pression-déformation : celle issue des évènements en provenance de la surface, notée  $\Pi_e$  (égale à  $A \bar{\Pi}^+$ ), et celle issue des évènements en direction de la surface, notée  $\Pi_c$  (égale à  $(1 - A) \bar{\Pi}^-$ ).

Notons que les termes de corrélations pression-déformation, issus de ces quatre sous-groupes, sont affectés par le décalage de pression introduit précédemment. En effet, on considère, d'une part, la moyenne conditionnelle de  $\frac{\partial w}{\partial z}$  quand celui-ci est positif, notée  $\left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_e$ , et d'autre part,  $\frac{\partial w}{\partial z}$  quand celui-ci est négatif, notée  $\left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_c$ . Ces deux moyennes sont non nulles, c'est leur somme qui vaut zéro. Il faudra donc les retrancher pour obtenir la valeur des quatre corrélations pression-déformation.

Justifions le signe des contributions de chaque évènement élémentaire au transfert énergétique intercomposantes :

- l'évènement d'impact puise de l'énergie aux composantes normales à la surface pour nourrir les deux composantes tangentielles ; ainsi il crée une contribution négative à la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  ;
- l'évènement d'éjection puise de l'énergie aux composantes tangentes à la surface pour nourrir la composante normale ; il crée ainsi une contribution positive à la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  ;
- l'évènement de décélération tourbillonnaire est associé à une compression axiale du tourbillon par conservation du moment cinétique ( $\frac{\partial w}{\partial z} < 0$ ) ; ceci crée donc une contribution positive à la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  ;
- l'évènement d'accélération tourbillonnaire est associé à un étirement axial du tourbillon par conservation du moment cinétique ( $\frac{\partial w}{\partial z} > 0$ ) ; ceci crée donc une contribution négative à la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$ .

### 6.1.3 Vérification

Les résultats présentés dans ce chapitre sont tous issus de la simulation *run\_A2*. On pourra se référer au chapitre précédent pour connaître les paramètres et caractéristiques de ce cas. Rappelons simplement qu'il s'agit du cas le moins confiné, et que la valeur du

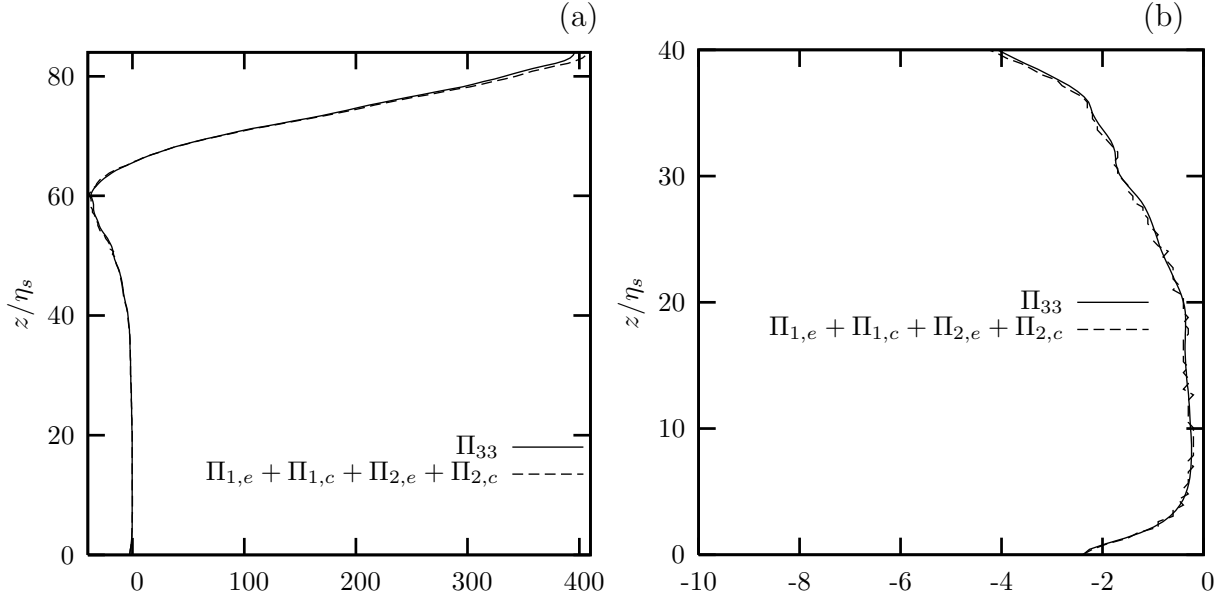


FIGURE 6.1: (a) Evolution verticale de la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  (—) et de la somme des quatre corrélations pression-déformation  $\Pi_{1,e} + \Pi_{1,c} + \Pi_{2,e} + \Pi_{2,c}$  (- -), dans tout le domaine de calcul. (b) Zoom de la figure (a) dans la couche de surface (ici  $z_s = 28.4\eta_s$ ) (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

nombre de Reynolds de turbulence atteinte à la surface est de 152. Les variations de la corrélation pression-déformation ayant lieu sur une épaisseur du même ordre de grandeur que celle de la couche visqueuse, les résultats qui suivent seront présentés, le plus souvent, en références de Kolmogorov mesurées à la surface. Nous localisons les différents plans de la configuration de calcul en fonction de  $\eta_s$  afin de se repérer sur les profils des quantités mesurées. Le plan médian du domaine de calcul est situé à une distance égale à  $83.5\eta_s$  de la surface; la limite de la zone de forçage se situe à  $55.5\eta_s$  de la surface; les épaisseurs de couche de surface et de couche visqueuse mesurent respectivement  $28.4\eta_s$  et  $2.62\eta_s$ . Le plan où la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  atteint son minimum se situe à une distance de la surface égale à  $8.3\eta_s$ .

La figure 6.1 représente les évolutions verticales de la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  et de la somme des quatre corrélations pression-déformation  $\Pi_{1,e} + \Pi_{1,c} + \Pi_{2,e} + \Pi_{2,c}$  issues de la décomposition introduite précédemment. La superposition de ces deux courbes est excellente dans la zone de forçage nul, un très léger décalage apparaît cependant au coeur de la zone de forçage. Ceci peut s'expliquer par le fait que les structures de

l'écoulement sont plus grosses dans cette région que dans le reste de la zone d'étude, et de ce fait, la statistique est probablement moins bien convergée. La figure 6.1-b grossit la zone proche de la surface; la correspondance entre les deux courbes reste tout à fait satisfaisante. Cette vérification préliminaire nous a paru indispensable, dans la mesure où les modes de calcul de la corrélation pression-déformation, d'une part, et des quatre contributions spécifiques, d'autre part, sont indépendants.

## 6.2 Quantification de la répartition de la corrélation pression-déformation en évènements arrivant ou s'éloignant de la surface

On examine ici la répartition des différentes contributions à la corrélation pression-déformation selon le signe du gradient vertical de la vitesse normale  $\frac{\partial w}{\partial z}$ , c'est-à-dire selon le fait que l'écoulement soit localement soumis à une compression ou à un étirement dans la direction  $z$ . Dans la limite  $z = 0$ , l'étirement correspond à un mouvement en provenance de la surface, et la compression à un mouvement en direction de la surface.

La figure 6.2 présente le profil vertical de la décomposition du terme de corrélation pression-déformation regroupant, d'une part, les évènements d'étirement ( $\frac{\partial w}{\partial z}$  positif), et, d'autre part, celui regroupant les évènements de compression ( $\frac{\partial w}{\partial z}$  négatif). L'ordre de grandeur de chacun de ces termes est 30 fois plus important que celui de la corrélation pression-déformation totale  $\Pi_{33}$  au voisinage de la surface. Les évolutions verticales de ces termes, largement similaires, au signe près, ne doivent pas cacher que leur somme, égale à  $\Pi_{33}$ , est négative sur toute la hauteur du domaine de calcul (Cf. figure 6.1). Ceci signifie que ce sont les évènements d'étirement, qui pèsent le plus dans la corrélation pression-déformation totale. On vérifie ceci sur le zoom effectué sur la figure 6.2-b au voisinage de la surface libre, et sur lequel on a replié l'une des deux contributions. Ceci va à l'encontre de la vision classique selon laquelle le transfert énergétique intercomposantes, à la surface, est



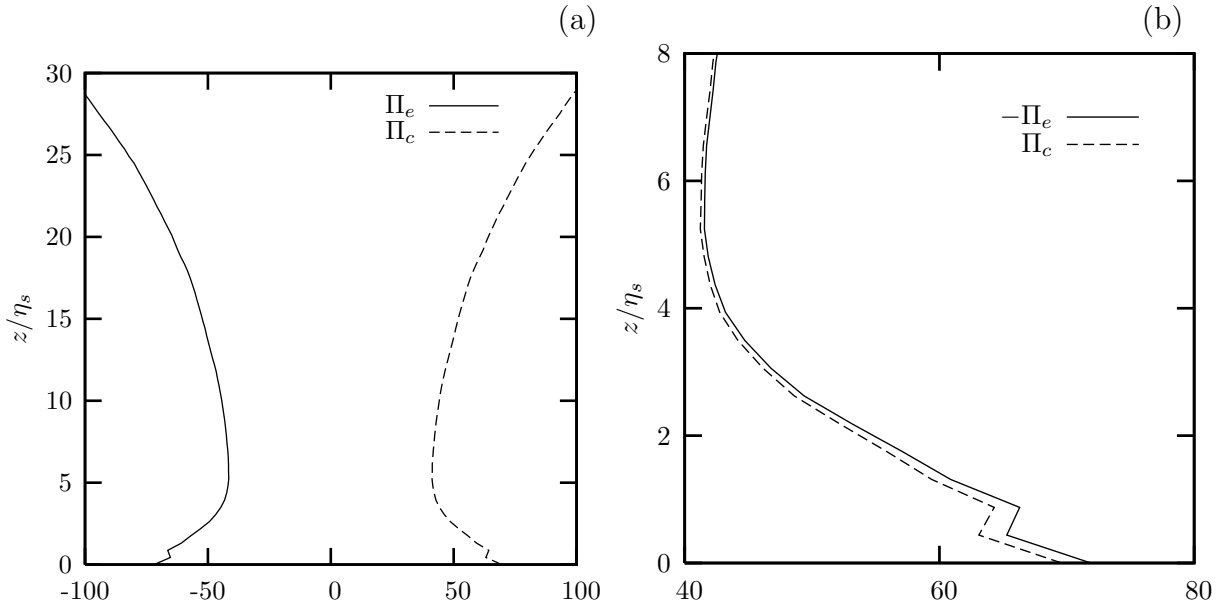


FIGURE 6.2: (a) Evolution verticale de la décomposition de la corrélation pression-déformation en deux types d'évènements, étirements  $\Pi_e$ , et compressions  $\Pi_c$ , dans la couche de surface. (b) Zoom de l'évolution verticale de  $-\Pi_e$  et de  $\Pi_c$ , au voisinage de la surface libre (la distance à la surface  $z$  est normalisée en référence de Kolmogorov).

régi par la compétition entre les évènements d'impact et d'éjection (ou splat/anti-splat), le déséquilibre entre ces deux types d'évènements, à l'avantage des premiers, fixant la valeur de la corrélation pression-déformation. Ici, la résultante des évènements de compression et d'étirement est bien négative ; mais, ce déséquilibre est à l'avantage des évènements en provenance de la surface libre. Or, dans la vision classique impact/éjection, les éjections créent une corrélation pression-déformation positive, comme nous l'avons détaillé plus en amont.

Il ne sera pas possible de résoudre ce paradoxe sans considérer que les mouvements en direction ou en provenance de la surface comportent une composante rotationnelle, dont il faut tenir compte pour expliquer le signe final de la corrélation pression-déformation.

D'après les évolutions verticales de la corrélation pression-déformation décomposée en évènements d'étirement et de compression, on retiendra que :

- i) les évènements associés à des mouvements en provenance de la surface (étirements) créent une contribution négative à la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  totale ;

- ii) les évènements associés à des mouvements en direction de la surface (compressions) créent une contribution positive à la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  totale ;
- iii) les évènements d'étirement participent davantage à la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  que les évènements de compression ;

Ceci va à l'encontre du schéma classique du déséquilibre entre impacts et éjections, au bénéfice des premiers, qui est à l'origine de la valeur négative de la corrélation pression-déformation. On va chercher à éclairer ce résultat surprenant à l'aide de la décomposition présentée dans la partie 6.1.2.

### 6.3 Quantification de la répartition de la corrélation pression-déformation en évènements de collision et de rotation

	compression $\Pi_c$	étirement $\Pi_e$
collision $\Pi_1$	impact $\Pi_{1,c} < 0$	éjection $\Pi_{1,e} > 0$
rotation $\Pi_2$	décélération tourbillonnaire $\Pi_{2,c} > 0$	accélération tourbillonnaire $\Pi_{2,e} < 0$

TABLEAU 6.1: Répartition des quatre effets élémentaires issus de la décomposition de la corrélation pression-déformation.

La décomposition introduite dans la partie 6.1.2 permet de décrire le contenu de la corrélation pression-déformation à partir de quatre évènements élémentaires : éjection, impact, décélération et accélération tourbillonnaire. Le tableau 6.1 récapitule ces quatre

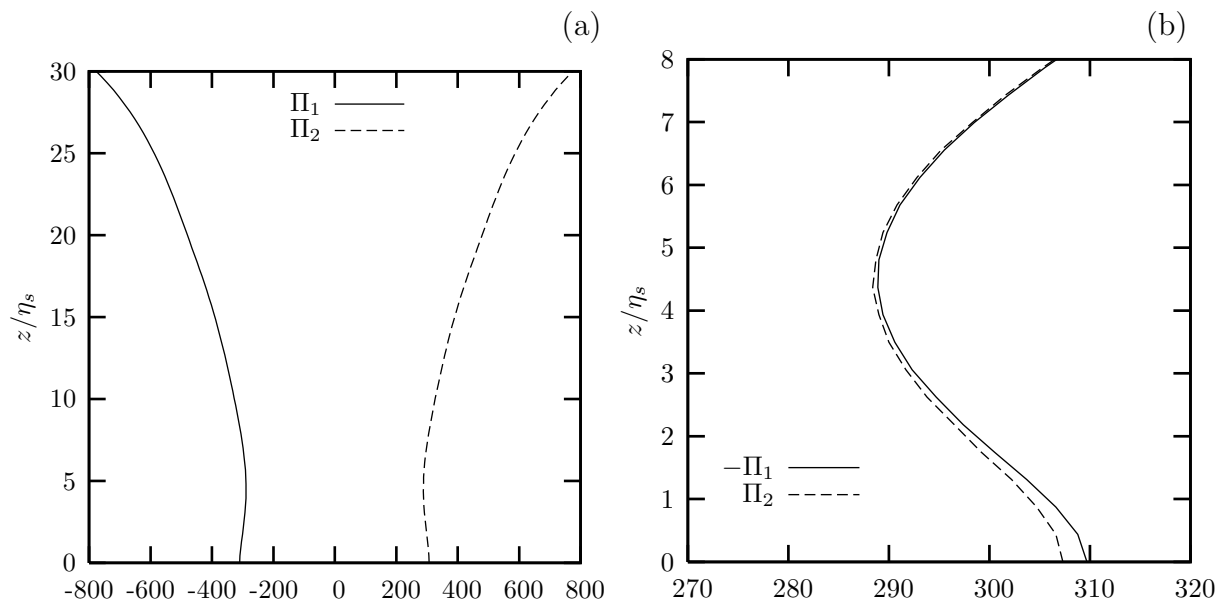


FIGURE 6.3: (a) Evolution verticale de la décomposition de la corrélation pression-déformation en deux types d'évènements, collision  $\Pi_1$  et rotation  $\Pi_2$ , dans la couche de surface. (b) Zoom de l'évolution verticale de  $-\Pi_1$  et  $\Pi_2$  au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

effets et leur contribution à la corrélation pression-déformation. Cette décomposition souligne le fait qu'à la fois, l'enstrophie et le second invariant du tenseur de déformation sont des sources pour la corrélation pression-déformation. C'est pourquoi il est légitime de s'intéresser à la façon dont ces deux types d'effets, collision et rotation, participent à la corrélation pression-déformation, et donc aux mécanismes de transfert intercomposantes.

### 6.3.1 Profil vertical de la corrélation pression-déformation répartie en évènements de collision et de rotation

Les sources des équations de Poisson (Cf. équations 2.12 et 2.13), qui sont le second invariant du tenseur de déformation et l'enstrophie, donnent deux champs de pression,  $p_1$  et  $p_2$ , représentatifs, respectivement, des évènements de collision et de rotation.

On s'intéresse, tout d'abord, aux termes de la corrélation pression-déformation  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$ , regroupant, d'une part, les effets de collision et, d'autre part, les effets de rotation. La figure 6.3-a présente le profil vertical de ces deux termes. L'ordre de grandeur de chacun

de ces termes est environ 130 fois plus important que celui de la corrélation pression-déformation totale  $\Pi_{33}$  à la surface. Cette dernière a été rappelée sur la figure 6.1. On constate que ces deux évolutions sont très similaires dans l'ensemble de la couche de surface ; leurs sources (le second invariant du tenseur de déformation et l'enstrophie, respectivement pour  $\Pi_1$  et pour  $\Pi_2$ ) ont des comportements comparables dans cette région (Cf. figure 4.17). À l'approche de la surface libre, dans la couche visqueuse, le transfert énergétique inter-composantes est plus sollicité du fait de l'anisotropie imposée par la présence des surfaces libres. On constate, en effet, que les deux termes de corrélation pression-déformation regroupant les évènements de type collision et de type rotation augmentent en valeur absolue, au sein de la couche visqueuse, en s'approchant de la surface.

La figure 6.3-b est un agrandissement de la zone proche de la surface, les évolutions verticales de  $\Pi_2$  et de  $\Pi_1$  replié ( $-\Pi_1$ ) sont tracées et peuvent ainsi être comparées directement avec plus de précision. Les deux évolutions sont superposées au delà d'environ 2 fois l'épaisseur de la couche visqueuse. En deçà, la corrélation pression-déformation regroupant les évènements de type collision augmente davantage, en valeur absolue, que celle regroupant les évènements de type rotation. Ceci semble refléter les évolutions des sources au voisinage de la surface : l'enstrophie diminue fortement dans la couche visqueuse, alors que le second invariant est quasiment constant, voire augmente très légèrement.

Sur toute la hauteur du domaine de calcul, la résultante de la corrélation pression-déformation des évènements de type collision est négative, alors que celle des évènements de type rotation est positive. D'après la décomposition en quatre types d'effets élémentaires proposée précédemment, on peut en déduire que (i) les impacts sont plus efficaces que les éjections à générer de la corrélation pression-déformation, et (ii) que les décélérations tourbillonnaires le sont plus que les accélérations tourbillonnaires. Les deux types d'évènements associés à des mouvements en direction de la surface, impact et décélération tourbillonnaire, participent donc chacun davantage à la corrélation pression-déformation, que leurs homologues respectifs, associés à des mouvements en provenance de la surface, éjection et accélération tourbillonnaire. Cependant nous avons vu, dans la partie précédente (Cf. partie 6.2), que ce sont les évènements d'étirements qui créent davantage de corrélation

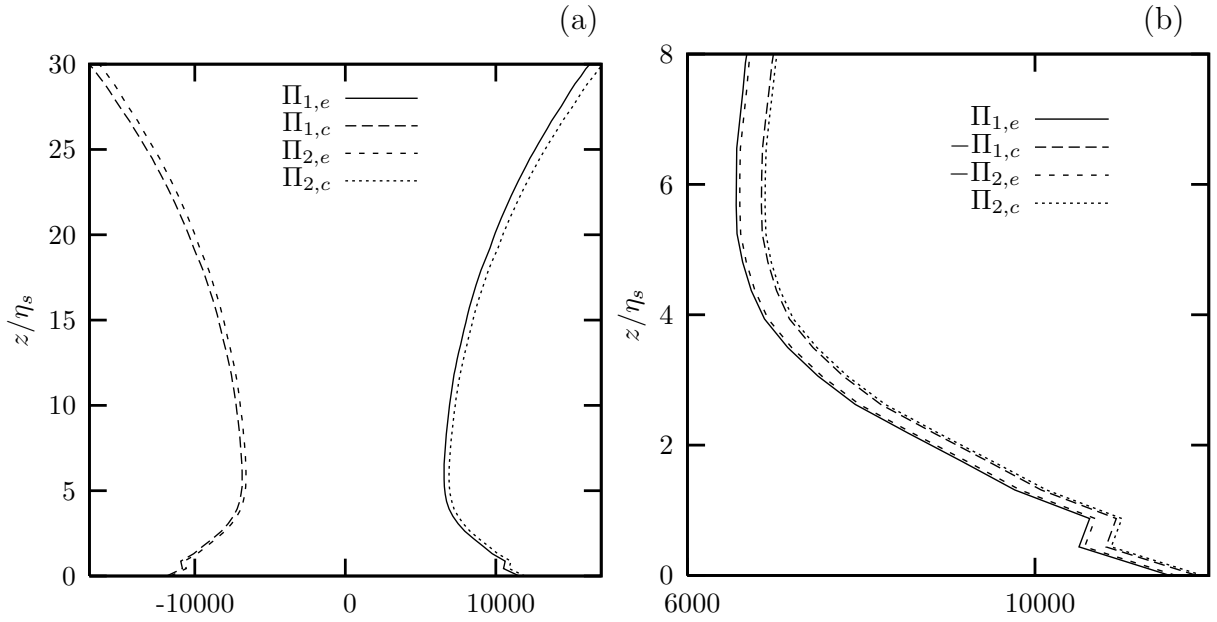


FIGURE 6.4: (a) Evolution verticale de la décomposition en quatre termes de la corrélation pression-déformation au voisinage de la surface libre :  $\Pi_{1,e}$ ,  $\Pi_{1,c}$ ,  $\Pi_{2,e}$  et  $\Pi_{2,c}$  dans la couche de surface. (b) Evolution verticale de  $\Pi_{1,e}$ ,  $-\Pi_{1,c}$ ,  $-\Pi_{2,e}$  et  $\Pi_{2,c}$  au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

pression-déformation que les évènements de compressions. Ceci n'est pas incompatible, dans la mesure où l'on doit considérer qu'au sein d'un mouvement en direction de la surface, les effets d'impacts et de décélérations tourbillonnaires s'opposent du point de vue de la corrélation pression-déformation. De même, au sein d'un mouvement en provenance de la surface, les effets d'éjections et d'accélération tourbillonnaires produisent des effets inverses sur le niveau de la corrélation. Le fait que cette corrélation soit globalement négative indique simplement que le déséquilibre impact/éjection ( $\Pi_1 < 0$ ) est supérieur au déséquilibre décélération/accélération tourbillonnaire ( $\Pi_2 > 0$ ), en valeur absolue.

### 6.3.2 Profil vertical des quatre types d'évènements élémentaires

La figure 6.4-a présente le profil vertical des quatre termes issus de la décomposition de la corrélation pression-déformation. La corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  est donc la somme des quatre termes, que sont les contributions à la corrélation pression-déformation des évènements d'impacts, d'éjections, de décélérations et d'accélération tourbillonnaires.

Ces quatre termes sont du même ordre de grandeur en valeur absolue et présentent des évolutions très similaires sur toute la hauteur du domaine de calcul. Leur ordre de grandeur est 5000 fois plus important que celui de leur somme ; il est également 30 plus important que celui de leur somme deux à deux : impacts et éjections d'une part, et décélérations et accélérations tourbillonnaires d'autre part.

On compare ces quatre contributions à la corrélation pression-déformation sur la figure 6.4-b, où sont tracées les évolutions verticales de  $\Pi_{1,e}$ ,  $-\Pi_{1,c}$ ,  $-\Pi_{2,e}$  et  $\Pi_{2,c}$  au voisinage de la surface libre. Notons à nouveau la similarité de ces quatre évolutions sur ce zoom. On constate que les courbes représentant  $\Pi_{1,e}$  et  $-\Pi_{2,e}$  sont très proches l'une de l'autre, et qu'il en est de même pour les courbes de  $-\Pi_{1,c}$  et  $\Pi_{2,c}$  ; le niveau de ces dernières est plus élevé que celui des premières. Ceci est en parfaite cohérence avec les conclusions tirées de l'étude de la figure 6.3 : au sein des évènements de collision, c'est-à-dire en comparant les valeurs absolues de  $\Pi_{1,e}$  et de  $\Pi_{1,c}$ , ce sont les impacts qui imposent le signe de la contribution à la corrélation pression-déformation, c'est-à-dire qui imposent le sens du transfert intercomposantes. De même, au sein des évènements de rotation, c'est-à-dire en comparant les valeurs absolues de  $\Pi_{2,e}$  et de  $\Pi_{2,c}$ , ce sont les décélérations tourbillonnaires qui imposent le signe de la contribution à la corrélation pression-déformation.

Pour s'intéresser désormais aux évènements sous la forme rapprochement/éloignement à la surface, il faut comparer les contributions à la corrélation pression-déformation en fonction du signe du gradient vertical de vitesse normale. Pour  $\frac{\partial w}{\partial z}$  négatif, c'est-à-dire pour des mouvements en direction de la surface, la courbe de  $-\Pi_{1,c}$  est légèrement en dessous de la courbe de  $\Pi_{2,c}$  ; c'est donc l'effet des décélérations tourbillonnaires qui domine celui des impacts. En parallèle, pour  $\frac{\partial w}{\partial z}$  positif, c'est-à-dire pour des mouvements en provenance de la surface, la courbe de  $\Pi_{1,e}$  est légèrement en dessous de la courbe de  $-\Pi_{2,e}$  ; c'est donc l'effet des accélérations tourbillonnaires qui domine celui des éjections. On explique ainsi le résultat surprenant obtenu dans la partie 6.2, selon lequel les évènements associés à des mouvements en direction de la surface (compressions) participent à la corrélation pression-déformation positivement, alors que ceux associés à des mouvements en provenance de la surface (étirements) y participent négativement. Ce résultat paraissait alors

délicat à interpréter, car il ne tenait pas compte des évènements de type rotation dans le transfert intercomposantes. En effet, l'image classique de ces mécanismes sous la forme du déséquilibre impact/éjection, présentée notamment dans Perot et Moin (1995) et Walker et al. (1996), se limite aux contributions dues aux évènements de type collision.

### 6.3.3 Histogrammes de la corrélation pression-déformation, décomposée en évènements de collision et de rotation, en fonction de la valeur du gradient vertical de la vitesse normale à la surface

La figure 6.5 présente les histogrammes de la corrélation pression-déformation  $\Pi_1$  (courbes de gauche) et de la corrélation pression-déformation  $\Pi_2$  (courbes de droite) en fonction du gradient de vitesse instantané vertical. Il s'agit des valeurs de la corrélation pression-déformation prises sur les deux plans symétriques par rapport au plan médian du domaine de calcul ; celles-ci sont normalisées par le taux de dissipation sur la surface. Le gradient de vitesse est lui normalisé par  $\epsilon_s/k_s$ . Les histogrammes sont tracés pour différents plans de bas en haut : le plan de la surface, puis le plan situé à la limite de la couche visqueuse, et enfin le plan, situé au delà de la couche visqueuse (mais inclus dans la couche de surface), dans lequel la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  atteint son minimum.

On remarque que, dans chaque plan, les répartitions de  $\Pi_1$  et de  $\Pi_2$  sont sensiblement symétriques. En effet, pour une même valeur du gradient de vitesse, la valeur atteinte par  $\Pi_1$  est très proche, en valeur absolue, de celle atteinte par  $\Pi_2$ . Par exemple, au sein des évènements s'approchant de la surface ( $\frac{\partial w}{\partial z}$  négatif), dans chaque plan, l'allure de l'histogramme lié aux évènements de collision est globalement la même, au signe près, que celle de l'histogramme lié aux évènements de rotation. Ceci implique un lien étroit entre, ici, impacts et décélérations tourbillonnaires. En fait, ces deux évènements n'existent pas l'un sans l'autre ; tout mouvement de collision s'accompagne d'un mouvement de rotation, et réciproquement.

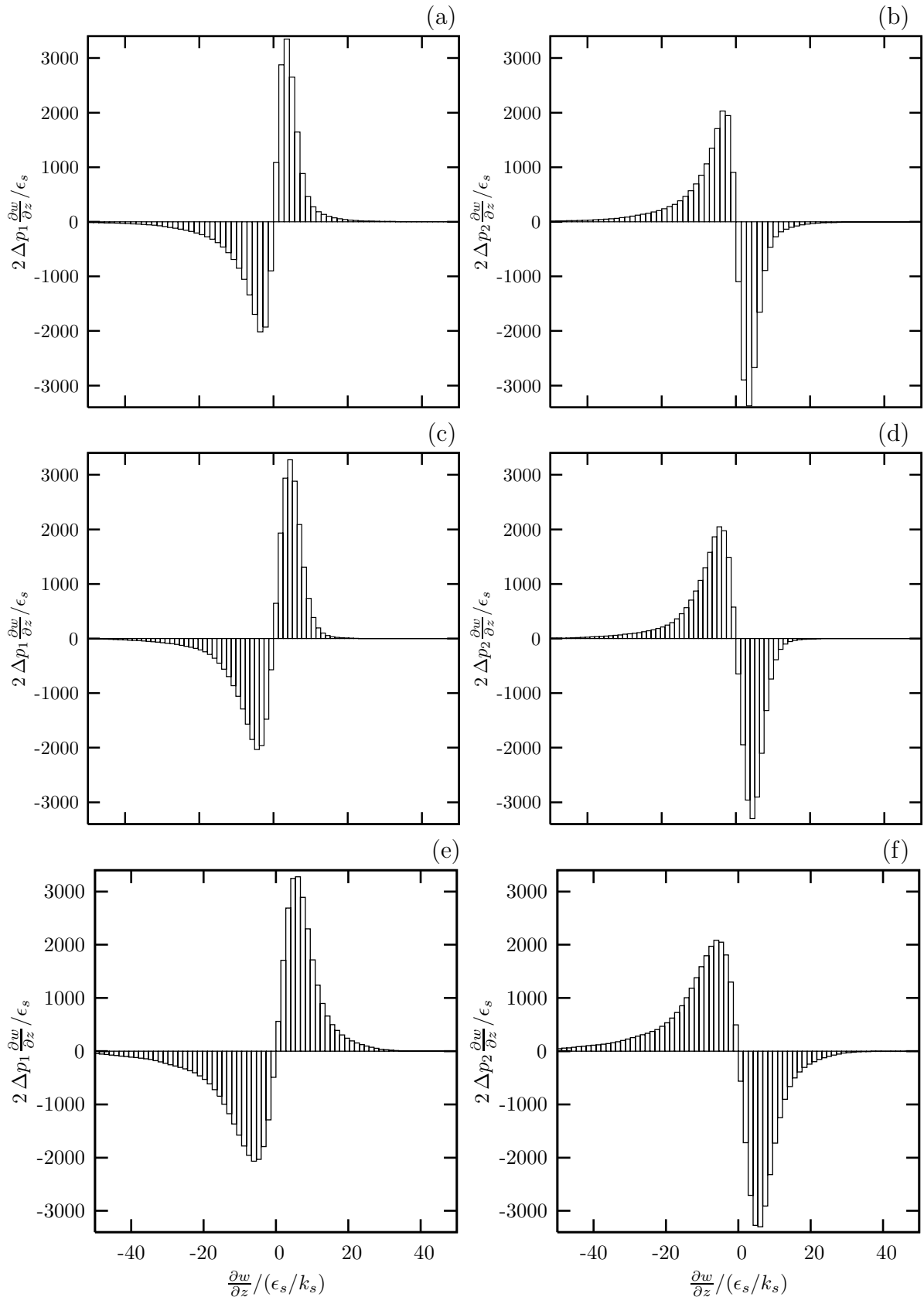


FIGURE 6.5: Histogramme des valeurs de la corrélation pression-déformation des évènements de collision (gauche) et de rotation (droite) en fonction du gradient vertical de la vitesse normale, (a) et (b) au delà de la couche visqueuse lorsque la corrélation pression-déformation atteint son minimum, (c) et (d) en limite de couche visqueuse, et (e) et (f) sur la surface.



Si l'on s'intéresse un peu plus en détail à l'histogramme lié aux événements de collision (colonne de gauche), on remarque que, pour des valeurs du gradient de vitesse identiques en valeur absolue, la contribution à la corrélation pression-déformation des éjections est plus importante que celle des impacts quand on considère les plus faibles valeurs du gradient de vitesse ; ceci n'est plus vrai pour des valeurs plus grandes du gradient de vitesse. En outre, la corrélation pression-déformation, résultant des impacts, existe sur une plage plus large des valeurs du gradient de vitesse. L'intégrale de cet histogramme est négative ; ceci signifie, comme nous l'avons déjà dit, que ce sont les impacts qui participent davantage à  $\Pi_1$  que les éjections. Autrement dit, la majeure partie de la corrélation pression-déformation des éjections est établie pour des gradients de vitesse faibles, elle ne suffit pas à équilibrer la corrélation pression-déformation négative créée par les impacts, notamment par les événements ayant des gradients de vitesse importants.

Si l'on s'intéresse un peu plus en détail à l'histogramme lié aux événements de rotation (colonne de droite), on obtient des conclusions similaires et symétriques : pour des valeurs équivalentes du gradient de vitesse en valeur absolue, l'intensité de la corrélation pression-déformation des accélérations tourbillonnaires est plus importante que celle des décélérations tourbillonnaires quand on considère les plus faibles valeurs du gradient de vitesse, alors que ceci n'est plus vrai pour les valeurs plus grandes du gradient de vitesse. En outre, la corrélation pression-déformation des décélérations tourbillonnaires existe sur une plage plus large des valeurs du gradient de vitesse normale. L'intégrale de cet histogramme est positive ; ceci signifie, comme nous l'avons déjà dit, que ce sont les décélérations tourbillonnaires qui participent davantage à  $\Pi_2$  que les accélérations tourbillonnaires. Autrement dit, la majeure partie de la corrélation pression-déformation des accélérations tourbillonnaires est établie pour des gradients de vitesse faibles, ceci ne suffit pas à équilibrer la corrélation pression-déformation positive créée par les décélérations tourbillonnaires, notamment par les événements relatifs aux gradients de vitesse importants.

La répartition des corrélations pression-déformation  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  subit l'influence de la distance à la surface. En analysant les courbes de haut de bas, c'est-à-dire en se rapprochant au fur et à mesure de la surface, on constate que chacune des quatre aires des

histogrammes, correspondant à  $\Pi_{1,e}$ ,  $\Pi_{1,c}$ ,  $\Pi_{2,e}$  et  $\Pi_{2,c}$ , grossit. Ceci apparaissait déjà sur les évolutions verticales de ces quatre contributions, qui augmentaient en valeur absolue à proximité de la surface (figure 6.4). Il apparaît notamment des évènements à fort gradient de vitesse, en valeur absolue, dans les deux corrélations pression-déformation, et de façon plus marquée pour les évènements associés à des mouvements en direction de la surface, c'est-à-dire avec un gradient négatif. Ceci est cohérent avec la légère remontée des niveaux de corrélations pression-déformation regroupées en évènements de type collision et de type rotation (figure 6.3).

### 6.3.4 Histogrammes de la corrélation pression-déformation en fonction de la valeur du gradient vertical de la vitesse normale à la surface

La figure 6.6 présente les histogrammes des corrélations pression-déformation  $\Pi_{33}$  en fonction des valeurs du gradient vertical de la vitesse normale à la surface  $w$  dans différents plans. Les histogrammes de la corrélation pression-déformation détaillent la répartition dans chaque plan de celle-ci, qui a été moyennée par plan sur la figure 6.2.

Les figures 6.6-a à 6.6-c tracent les histogrammes dans des plans de plus en plus proches de la surface : le plan tracé sur la figure 6.6-a se situe au minimum de la corrélation pression-déformation, et celui de la figure 6.6-b se situe en limite de couche visqueuse. La figure 6.6-c trace la répartition de la corrélation pression-déformation en fonction de la valeur du gradient vertical de la vitesse normale, dans les plans de la surface.

Les figures 6.6-b et 6.6-c sont tracées avec des échelles identiques, et peuvent donc être directement comparées :

- dans les deux plans de la surface et à la limite de la couche visqueuse, la majeure partie de la corrélation pression-déformation des deux types d'évènements (étirements, compressions) provient d'évènements ayant un faible gradient de vitesse, c'est-à-dire  $\frac{\partial w}{\partial z}$  petit ;

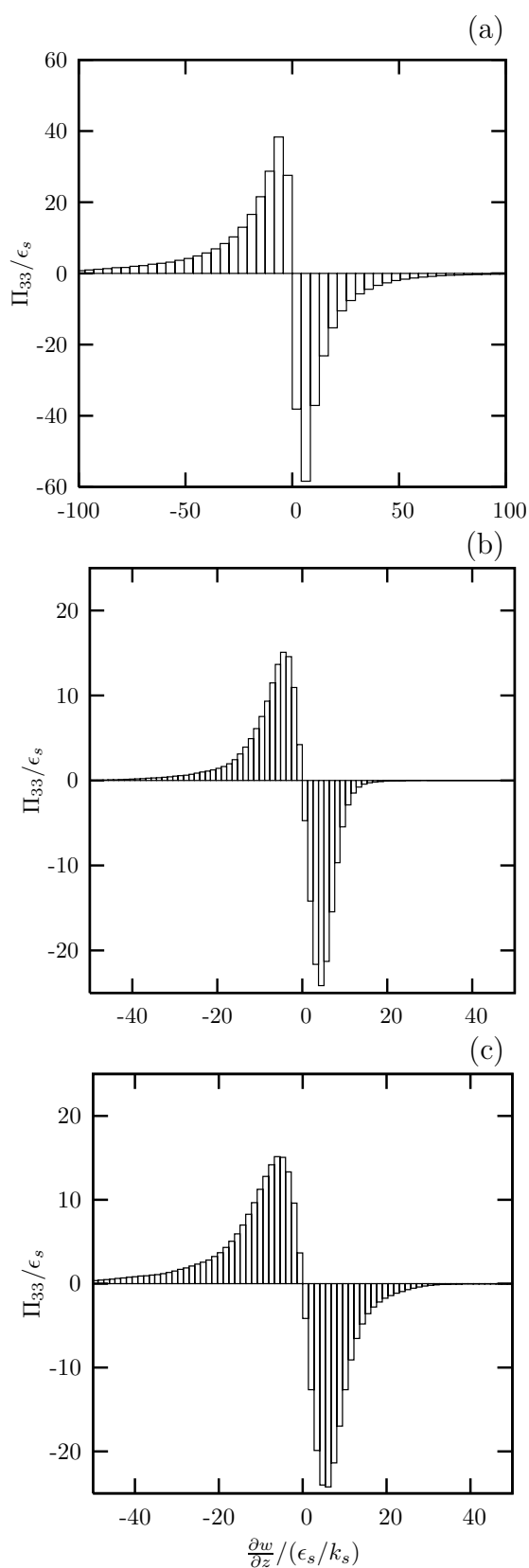


FIGURE 6.6: Histogramme des valeurs de la corrélation pression-déformation en fonction du gradient vertical de la vitesse normale  $\partial w/\partial z$ , (a) au delà de la couche visqueuse, lorsque la corrélation pression-déformation atteint son minimum, (b) en limite de couche visqueuse et (c) sur la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

- il existe des gradients de vitesse  $\frac{\partial w}{\partial z}$  négatifs relativement importants, c'est-à-dire correspondant à des évènements de compressions; mais ces gradients participent seulement en faible proportion à  $\Pi_{33}$  total;
- le déséquilibre, à l'avantage des évènements d'étirements, s'explique par une plus grande quantité de corrélation pression-déformation, due aux évènements de faible gradient de vitesse;
- la principale différence entre l'histogramme sur la surface et celui à la limite de la couche visqueuse réside dans le fait que la valeur absolue du gradient de vitesse est plus forte à la surface qu'en limite de couche visqueuse; cependant la répartition a la même allure dans les deux plans.

La figure 6.6-c représente la répartition de la corrélation pression-déformation en fonction du gradient vertical de la vitesse normale dans le plan où cette corrélation  $\Pi_{33}$  est la plus faible. L'allure de l'histogramme est la même que dans les deux plans étudiés précédemment; on note cependant la forte augmentation des gradients de vitesse, qui entraîne l'augmentation des valeurs des corrélations pression-déformation. Le déséquilibre existe entre les évènements de compressions, et d'étirements, à l'avantage de ces derniers. Néanmoins ce déséquilibre est plus faible, ce qui est cohérent avec le fait que la corrélation pression-déformation totale est diminuée dans le plan en question.

Les histogrammes de  $\Pi_{33}$  (figure 6.6) possèdent la même allure que ceux de la figure 6.5, présentant la répartition des contributions  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  en fonction du gradient vertical de vitesse. L'ordre de grandeur des valeurs atteintes par la corrélation pression-déformation est beaucoup plus faible que dans le cas des contributions des effets de collision et de rotation. En effet,  $\Pi_{33}$  résulte de la somme des histogrammes des colonnes de droite et de gauche de la figure 6.5.

Au final, il conviendra de retenir que :

- i) s'agissant des effets de collision, l'effet d'impact participe davantage à la corrélation pression-déformation  $\Pi_1$  que l'effet d'éjection; parallèlement l'effet de décélération tourbillonnaire participe davantage à la corrélation pression-déformation  $\Pi_2$  que l'ef-

fet d'accélération tourbillonnaire ;

- ii) un mouvement en direction de la surface (compression) combine un effet d'impact et un effet de décélération tourbillonnaire ; ces deux effets sont de signe opposés, et c'est le dernier qui domine dans la contribution de cette classe d'évènement à la corrélation pression-déformation ;
- iii) un mouvement en provenance de la surface (étirement) combine un effet d'éjection et un effet d'accélération tourbillonnaire ; ces deux effets sont encore de signe opposé, et c'est le dernier qui domine dans la contribution de cette classe de mouvement à la corrélation pression-déformation ;
- iv) ainsi, la contribution des évènements liée à des mouvements en provenance de la surface (étirements) à la corrélation pression-déformation est négative, et celle des évènements liée à des mouvements en direction de la surface (compressions) est positive. La résultante  $\Pi_{33}$  étant négative, ce sont les premiers qui participent le plus à la corrélation pression-déformation totale.

Ces conclusions s'appliquent à l'ensemble des évènements relatifs à chaque classe. Sans information sur la "fréquence" de chaque classe d'évènement, on ne peut pas pour l'instant les transposer à un "évènement moyen". C'est ce à quoi nous allons nous intéresser dans le paragraphe suivant.

## 6.4 Moyennes conditionnées de la corrélation pression-déformation

Les moyennes conditionnées par le gradient de vitesse vertical, introduites dans le paragraphe 6.1.2, nous permettent d'étudier un "évènement moyen", associé aux mouvements en provenance (étirements) ou en direction de la surface (compressions). Pour chacun de ces deux évènements moyens, on pourra distinguer la part de corrélation pression-déformation

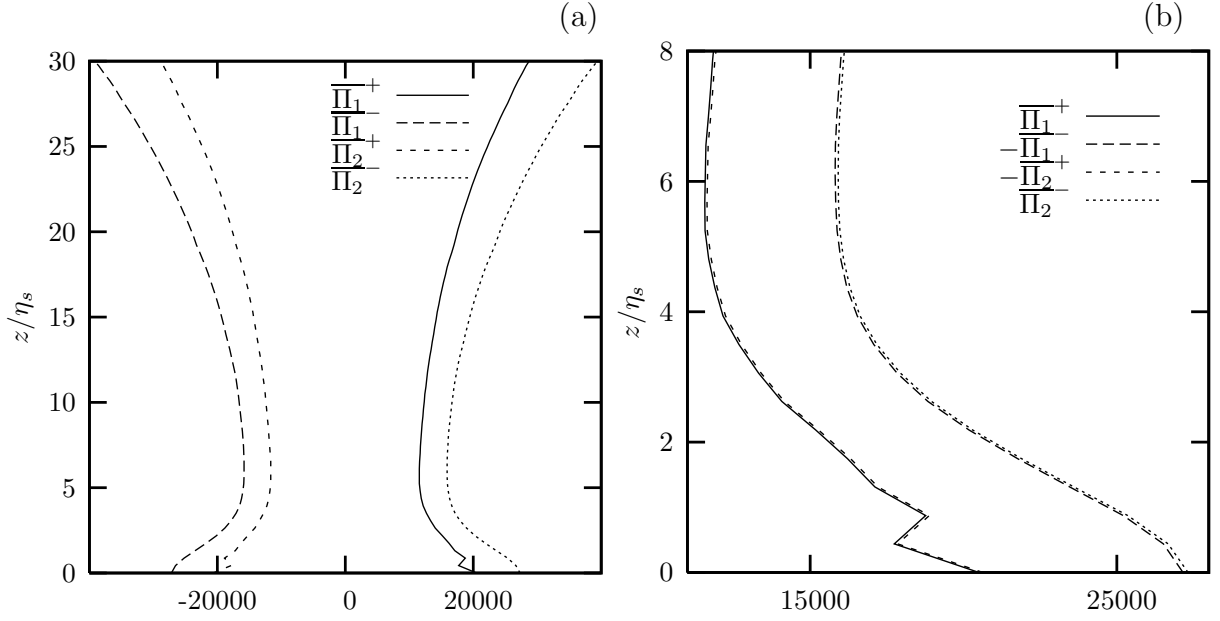


FIGURE 6.7: (a) Evolution verticale des moyennes conditionnées des quatre effets de la décomposition de la corrélation pression-déformation,  $\overline{\Pi}_1^+$ ,  $\overline{\Pi}_1^-$ ,  $\overline{\Pi}_2^+$  et  $\overline{\Pi}_2^-$ , dans la couche de surface. (b) Evolution verticale de  $\overline{\Pi}_1^+$ ,  $-\overline{\Pi}_1^-$ ,  $-\overline{\Pi}_2^+$  et  $\overline{\Pi}_2^-$  au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

qui revient à l'effet de rotation et à l'effet de collision ; on a :

$$\overline{\Pi}^+ = \overline{\Pi}_1^+ + \overline{\Pi}_2^+ \quad \text{et} \quad \overline{\Pi}^- = \overline{\Pi}_1^- + \overline{\Pi}_2^- \quad (6.5)$$

La relation qui lie la corrélation pression-déformation aux moyennes conditionnées :

$$\Pi_{33} = A\overline{\Pi}^+ + (1 - A)\overline{\Pi}^-, \quad (6.6)$$

montre que chacune des contributions à la corrélation pression-déformation peut être élevée si l'évènement moyen est intense (valeur élevée de la moyenne conditionnée) ou si la proportion d'aire concernée est grande.

### 6.4.1 Evolutions des moyennes conditionnées et du facteur $A$

La figure 6.7-a présente l'évolution verticale des moyennes conditionnées relatives aux deux types d'évènements avec, pour chaque type, la séparation des effets de collision et de rotation, dans la couche de surface. Par rapport à la figure 6.4 présentant les profils des contributions brutes à la corrélation pression-déformation, les évolutions moyennées se détachent davantage les unes des autres. Pour les contributions négatives à la corrélation pression-déformation, l'effet de l'impact moyen est nettement plus intense que celui de l'accélération tourbillonnaire moyenne. Pour les contributions positives, c'est l'effet de la décélération tourbillonnaire moyenne qui est plus intense que l'effet de l'éjection moyenne. Afin de comparer les valeurs absolues de ces contributions, on trace les évolutions verticales de  $\overline{\Pi}_1^+$ , de  $-\overline{\Pi}_1^-$ , de  $-\overline{\Pi}_2^+$  et de  $\overline{\Pi}_2^-$  au voisinage de la surface libre, sur la figure 6.7-b. On peut alors visualiser le comportement très similaire des moyennes conditionnées au sein des évènements de compressions, impacts et décélérations tourbillonnaires, comme au sein des évènements d'étirements, éjections et accélérations tourbillonnaires. Ceci appuie une des conclusions précédemment énoncées : tout effet de collision s'accompagne d'un effet de rotation, dirigé dans la même direction par rapport à la surface. En outre, l'évènement moyen de compression est plus intense que l'évènement moyen d'étirement.

Cette conclusion se retrouve nettement sur la figure 6.8. Celle-ci présente l'évolution verticale des moyennes conditionnées de la corrélation pression-déformation relatives à chacun des deux types d'évènements moyens, étirements et compressions. L'écart d'intensité au voisinage de la surface est très net, et en faveur des évènements associés à des mouvements en direction de la surface, c'est-à-dire de la combinaison impact/décélération tourbillonnaire. On remarquera également que  $\overline{\Pi}^+$  étant négatif, et  $\overline{\Pi}^-$  étant positif, la balance éjection/accélération tourbillonnaire au sein de l'évènement moyen d'étirement est très nettement en faveur de l'effet d'accélération tourbillonnaire ; de même, la balance impact/décélération tourbillonnaire au sein de l'évènement moyen de compression est très nettement en faveur de l'effet de décélération tourbillonnaire.

La figure 6.9 vient étayer les conclusions précédentes ; elle présente l'évolution verticale

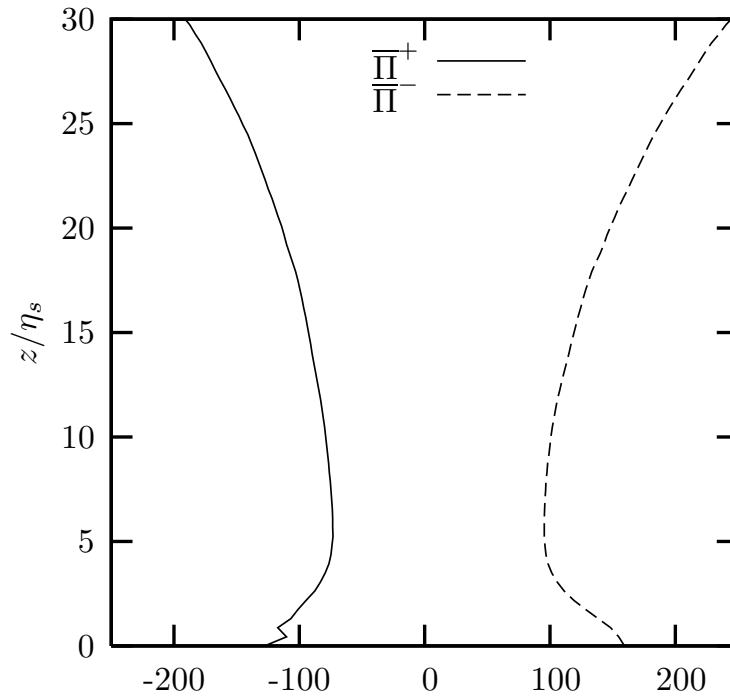


FIGURE 6.8: Evolution verticale des moyennes conditionnées des deux types d'évènements, ceux associés à des mouvements en provenance de la surface  $\overline{\Pi}^+$  (étirement) et ceux associés à des mouvements en direction de la surface  $\overline{\Pi}^-$  (compression), au voisinage de la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

de la proportion d'aire occupée, d'une part, par les évènements d'étirements, et, d'autre part, par les évènements de compressions. Il apparaît une nette dissymétrie dans ce pourcentage, au profit des évènements d'étirements; ces derniers occupent plus de 56 % de chacun des plans au voisinage de la surface libre. Notons que, même loin de la surface, ce déséquilibre, certes réduit, se maintient à l'avantage des évènements d'étirements. Ceci doit pouvoir se justifier par le fait que, en THI, deux particules ont tendance à s'éloigner l'une de l'autre, plutôt qu'à se rapprocher.

#### 6.4.2 Histogrammes de la surface occupée en fonction de la valeur du gradient vertical de la vitesse normale à la surface

La figure 6.10 présente les répartitions de l'aire occupée en fonction de la valeur du gradient vertical de la vitesse normale  $\frac{\partial w}{\partial z}$ . Les histogrammes sont tracés pour différentes



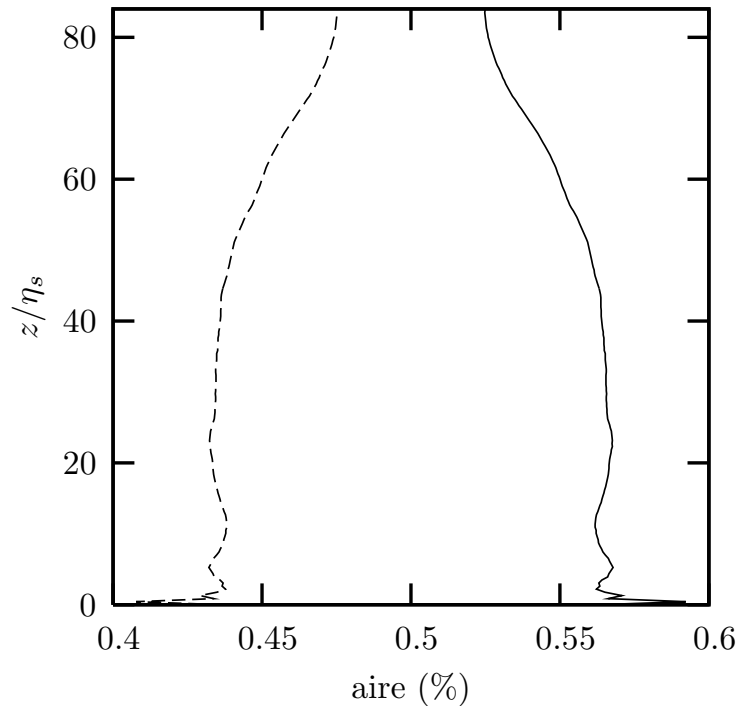


FIGURE 6.9: Evolution verticale du pourcentage de surface occupée par les évènements d'étirement  $A$ , et par les évènements de compression  $(1 - A)$  sur toute la hauteur du domaine de calcul (la distance à la surface est normalisée en référence de Kolmogorov).

distances de la surface. Sur la figure 6.10-a, il s'agit du plan situé au delà de la couche visqueuse (mais inclus dans la couche de surface), dans lequel la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  atteint son minimum. Sur la figure 6.10-b, il s'agit du plan situé à la limite de la couche visqueuse, et enfin sur la figure 6.10-c, il s'agit du plan de la surface.

Chaque histogramme présente la même allure, à savoir : le plus important pourcentage d'aire est occupé par des évènements d'étirements ( $\partial w / \partial z$  positif), à faible gradient de vitesse. Par continuité,  $\partial w / \partial z$  est nul en moyenne par plan. Les évènements de compressions compensent leur moindre nombre par des gradients de vitesse plus forts. Ceci est cohérent avec l'évolution verticale des contributions dues aux évènements d'étirements et de compressions (figure 6.8). On peut visualiser ceci par une forte intensité des évènements de compressions, peu nombreux mais efficaces en terme de corrélation pression-déformation, juxtaposée à des évènements nombreux mais peu intenses d'étirements.

Lorsque l'on se rapproche de la surface, l'histogramme se tasse, tout en se décalant vers

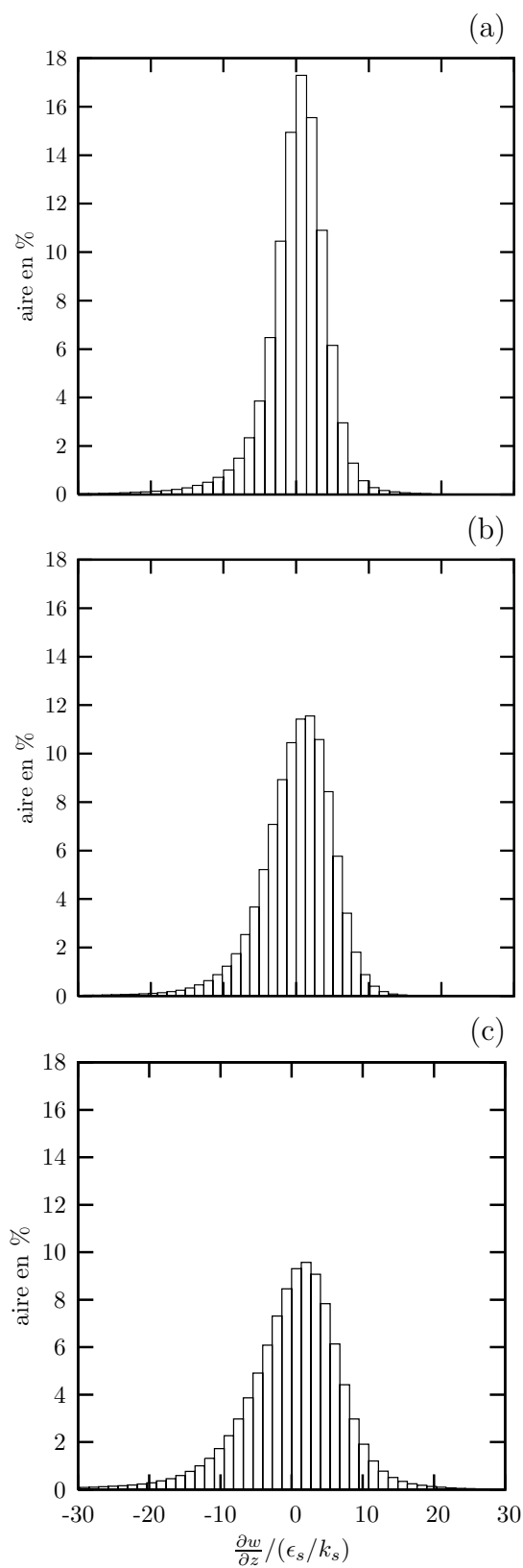


FIGURE 6.10: Histogramme de la surface occupée (en %) en fonction du gradient vertical de la vitesse normale  $\partial w / \partial z$ , (a) au delà de la couche visqueuse, lorsque la corrélation pression-déformation atteint son minimum, (b) en limite de couche visqueuse, et (c) sur la surface libre (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

les  $\partial w/\partial z$  positifs, c'est-à-dire en amplifiant légèrement le déséquilibre en nombre entre évènements de compressions, et évènements d'étirements, au bénéfice de ces derniers. Loin de la surface, la plage de valeurs du gradient de vitesse est relativement réduite, il existe principalement des évènements à faible gradient de vitesse. Lorsque l'on s'approche de la surface, la plage de valeurs du gradient vertical de vitesse s'élargit, notamment en ce qui concerne les gradients négatifs, correspondant aux évènements de compressions.

Pour résumer, reprenons l'image que l'on peut se faire des mécanismes mis en oeuvre au voisinage de la surface : des masses de fluides rapides et peu nombreuses arrivent sur la surface, tandis que les masses de fluide relativement lentes et nombreux s'en éloignent. Ce sont les remontées de fluide lent qui dominent dans la corrélation pression-déformation et fixent son signe.

## 6.5 Répartition des corrélations pression-déformation sur les surfaces libres

Les figures 6.11 et 6.12 présentent respectivement les cartes de la corrélation pression-déformation relatives aux effets de collision ( $\Pi_1$ ) et de rotation ( $\Pi_2$ ) sur la surface libre à un instant donné. La figure 6.13 présente la carte du gradient vertical de la composante normale de la vitesse  $\frac{\partial w}{\partial z}$  sur la surface libre. Ces trois cartes possèdent le même code de couleur, centré en zéro. Remarquons la périodicité des champs en  $x$  et en  $y$ . Comme la composante  $w$  de la vitesse est nulle sur les surfaces libres, les zones où son gradient vertical est négatif correspondent au cas où des masses de fluide s'approchent de la surface libre (évènements de compressions), et les zones où le gradient vertical de cette vitesse est positif correspondent au cas où des masses de fluide s'en éloignent (évènements d'étirements).

Au regard de ces trois figures, on constate que lorsque le fluide s'approche normalement de la surface (évènement de compression), la corrélation pression-déformation  $\Pi_1$  est négative, et la corrélation pression-déformation  $\Pi_2$  est positive. Ceci correspond donc d'une part à un impact en ce qui concerne les effets de type collision, et d'autre part à une

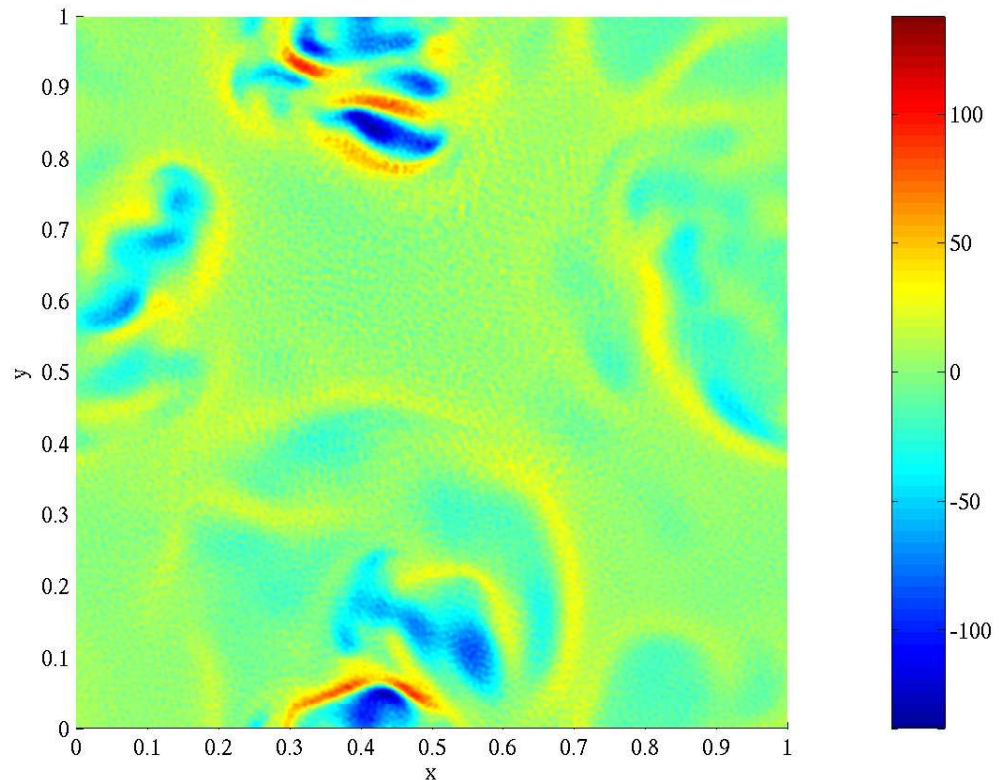


FIGURE 6.11: Carte du champ de corrélation pression-déformation des effets de collision  $\Pi_1$  sur la surface libre (les données sont brutes, sans normalisation).

décélération tourbillonnaire en ce qui concerne les effets de type rotation. On peut voir une telle configuration au milieu gauche ou au milieu droit des cartes de la surface libre, représentées sur les figures 6.11, 6.12 et 6.13. De même, lorsque le fluide s'éloigne normalement de la surface libre (événement d'étirement), la corrélation pression-déformation  $\Pi_1$  est positive, et la corrélation pression-déformation  $\Pi_2$  est négative. Ceci correspond donc d'une part à une éjection en ce qui concerne les effets de type collision, et d'autre part à une accélération tourbillonnaire en ce qui concerne les effets de type rotation. On peut voir une telle configuration au coeur de la grosse structure en bas et en haut des cartes de la surface libre, représentées sur les figures 6.11, 6.12 et 6.13.

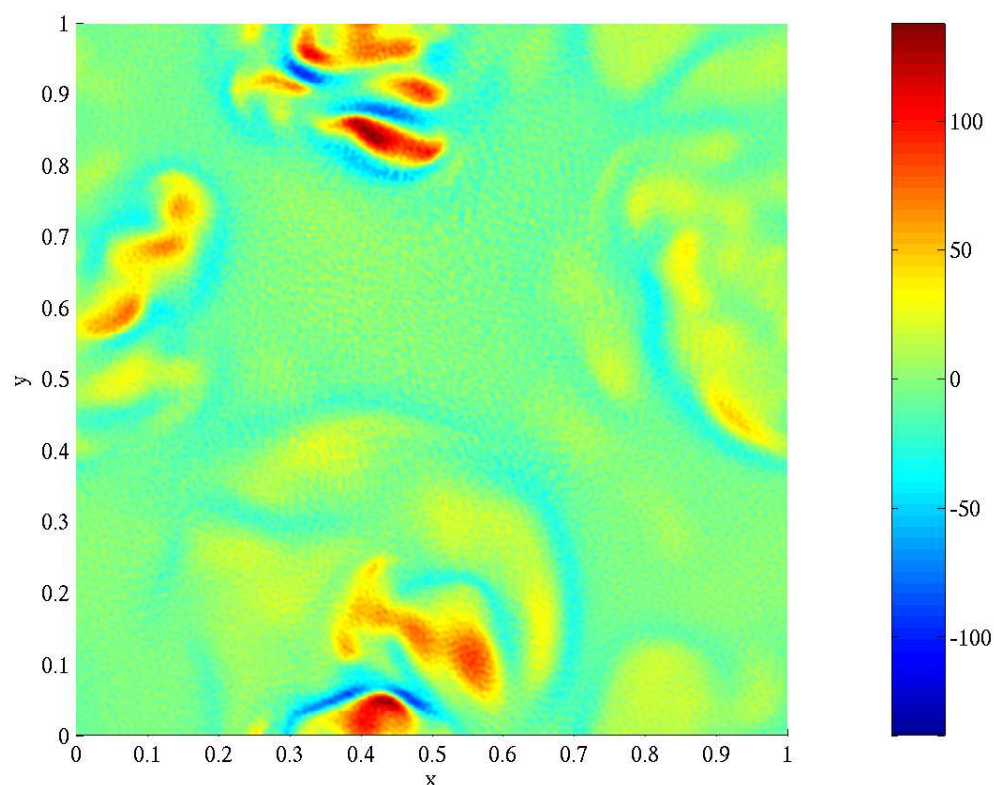


FIGURE 6.12: Carte du champ de corrélation pression-déformation des effets de rotation  $\Pi_2$  sur la surface libre (les données sont brutes, sans normalisation).

## 6.6 Synthèse et conclusions

Les principales conclusions établies dans ce chapitre peuvent se résumer ainsi :

- i) Les quatre effets repérés par la décomposition présentée précédemment ne sont pas indépendants les uns des autres : chaque effet de collision s'accompagne d'un effet de rotation, et réciproquement. L'effet d'impact est donc lié à l'effet de décélération tourbillonnaire, et l'effet d'éjection à l'effet d'accélération tourbillonnaire ;
- ii) au sein de chaque effet, désormais décomposé selon son mouvement vis-à-vis de la surface, c'est l'effet de type rotation qui domine l'effet de type collision : pour les événements s'approchant de la surface (compressions), l'effet de décélération tourbillonnaire participe davantage à la corrélation pression-déformation que l'effet d'im-

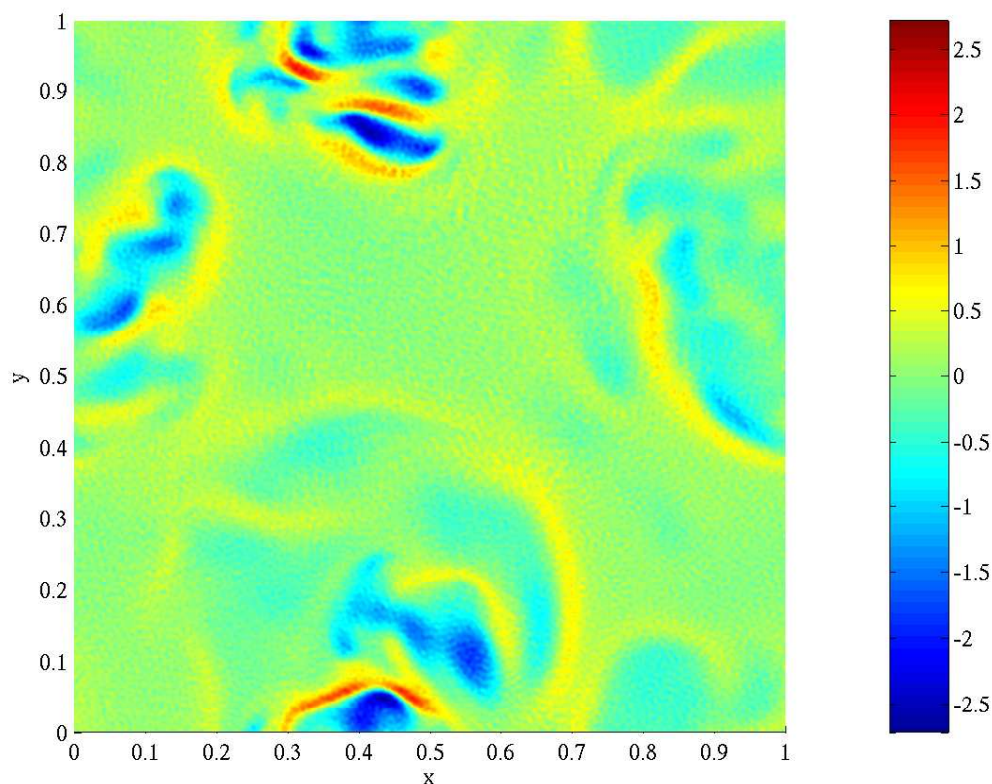


FIGURE 6.13: Carte du champ du gradient vertical de la composante normale de la vitesse  $\frac{\partial w}{\partial z}$  sur la surface libre (les données sont brutes, sans normalisation).

pact ; parallèlement, c'est l'effet d'accélération tourbillonnaire qui participe davantage à la corrélation pression-déformation que l'effet d'éjection, en ce qui concerne les événements s'éloignant de la surface (étirements) ;

- iii) ainsi, la contribution à la corrélation pression-déformation des événements d'étirements est négative, et celle des événements de compressions est positive. La résultante  $\Pi_{33}$  étant négative, ce sont les événements d'étirements qui participent le plus à la corrélation pression-déformation totale ;
- iv) au sein des événements de collision, l'effet d'impact participe davantage à la corrélation pression-déformation  $\Pi_1$  que l'effet d'éjection ; parallèlement, l'effet de décélération tourbillonnaire participe davantage à la corrélation pression-déformation  $\Pi_2$  que l'ef-

fet d'accélération tourbillonnaire ; ceci n'a d'intérêt qu'en comparant les écarts internes au sein des effets de collision, d'une part, et au sein des effets de rotation, d'autre part. La différence entre ces écarts régit la corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  ;

- v) l'évènement moyen de compression est nettement plus intense (en terme de corrélation pression-déformation) que l'évènement moyen d'étirement ; l'image que l'on peut se faire de ce mécanisme associe un petit nombre d'évènements intenses à une majorité d'évènements de faible intensité ; le résultat net est en faveur des évènements les plus nombreux.

Ces résultats viennent bousculer l'image classique des mécanismes s'établissant au voisinage d'une surface libre. Celle-ci se base principalement sur la vision des effets de collision, que sont l'effet d'impact et l'effet d'éjection. Elle ne tient pas compte des effets de rotation, intervenant pourtant également dans la corrélation pression-déformation.

On vient de voir que la prise en compte de ces effets était essentielle à l'explication des déséquilibres qui fixent le niveau de la corrélation pression-déformation au voisinage de la surface libre.

# Chapitre 7

## Conclusions et perspectives

Cette thèse a pour objet l'étude de l'interaction entre une turbulence non cisailée et une surface de glissement plane. Elle est basée sur des simulations numériques directes qui donnent accès aux réalisations instantanées constitutives des transferts énergétiques intercomposantes.

Les travaux antérieurs portant sur la turbulence au voisinage de la surface libre présentent quelques défauts de cohérence pour l'analyse des structures turbulentes responsables du transfert. Nous avons adopté une démarche par forçage à distance, dans une couche parallèle à la surface de blocage, qui ne souffre pas des mêmes défauts. L'écoulement obtenu constitue ainsi un cadre privilégié pour l'analyse et la mesure des corrélations pression-déformation. On se trouve en effet dans une situation stationnaire, où une couche de surface est continûment alimentée par diffusion turbulente, en l'absence de cisaillement moyen. Nous avons clairement identifié cette couche de surface à la zone de variation rapide de l'isotropie. Au sein de celle-ci, nous avons distingué une sous-couche visqueuse de diminution significative de la micro-échelle de Taylor. L'examen des bilans des tensions de Reynolds a confirmé cette partition de l'écoulement. La corrélation pression-déformation joue un rôle primordial dans cette sous-couche visqueuse, et négligeable au delà. Donc, malgré cette appellation classique, la couche dite visqueuse voit s'exprimer d'autres mécanismes de type source que celui de la dissipation. Les nombres de Reynolds de turbulence  $y$  sont d'ailleurs



du même ordre, voire plus grands que ceux enregistrés dans la partie supérieure de la couche de surface.

Nous avons également discuté le comportement des diffusions turbulentes dans la couche visqueuse. Contrairement à la situation habituelle, la diffusion par fluctuation de pression est diffusivo dans le bilan des tensions de Reynolds normales, et la diffusion turbulente par fluctuation de vitesse est anti-diffusive dans le bilan des tensions de Reynolds tangentiels. Au bilan, la diffusion turbulente de l'énergie cinétique est anti-diffusive dans la couche visqueuse.

Nous avons mené plusieurs simulations qui diffèrent par la valeur du nombre de Reynolds de turbulence à la surface, et par la distance séparant la zone de forçage et la surface. Nous avons identifié deux échelles de longueurs qui semblent caractériser convenablement la région à proximité de la surface libre : l'échelle de longueur  $\mathcal{L}$  définie comme l'inverse de la pente à l'origine de l'évolution verticale du facteur d'isotropie, et l'échelle de longueur de Kolmogorov mesurée à la surface,  $\eta_s = (\nu^3/\epsilon_s)^{1/4}$ . L'épaisseur de la couche de surface est de l'ordre de  $4.5 \mathcal{L}$ , et  $\mathcal{L}$  est de l'ordre de  $2.3 \lambda$ , quel que soit le nombre de Reynolds de turbulence à la surface, dans la plage étudiée. L'épaisseur de la couche visqueuse est convenablement mesurée en échelles de longueur de Kolmogorov par  $2.6 \eta_s$ . À partir des cinq cas de calcul, nous avons obtenu une relation de dépendance entre le nombre de Reynolds associé à la micro-échelle et le nombre de Reynolds de turbulence,  $Re_\lambda \propto \sqrt{Re_T}$ . Il est remarquable que ce résultat, classique en THI libre, se retrouve ici dans une situation fortement anisotrope, en présence d'une surface de blocage. Les épaisseurs de la couche de surface,  $z_s$ , et de la couche visqueuse,  $z_v$ , évoluent donc comme suit :

$$\frac{z_s}{z_v} \approx 2.6 Re_T^{1/4} \quad \text{ou} \quad \frac{z_s}{z_v} \approx 2.0 \sqrt{Re_\lambda}$$

Ainsi les mesures de l'énergie cinétique turbulente, son taux de dissipation, la micro-échelle à la surface, et la valeur de la viscosité suffisent à déterminer entièrement la structure de l'écoulement au voisinage de la surface libre.

---

S'agissant du transfert intercomposantes, la littérature s'accorde sur le fait que son niveau s'établit au voisinage de la surface en fonction du déséquilibre splat/antisplat. Si l'on s'en tient à la définition originale de ces mécanismes par Bradshaw et Koh, nous avons montré que le déséquilibre splat/antisplat ne permettait pas une représentation cohérente du transfert intercomposantes. Il est nécessaire de considérer également un déséquilibre accélération/décélération tourbillonnaire (correspondant aux *spin* dans la terminologie de Bradshaw et Koh). Dans les faits, accélération tourbillonnaire et antisplat coexistent nécessairement au sein des mouvements qui s'effectuent à partir de la surface. De même, décélération tourbillonnaire et splat coexistent nécessairement dans les mouvements qui s'effectuent en direction de la surface. Physiquement, il convient de considérer que le transfert intercomposantes est déterminé par le déséquilibre entre ces deux types d'évènements combinés. La balance qui s'établit alors entre les effets de rotation et de collision au sein de chacun des évènements combinés conduit à un résultat inverse de celui attendu si l'on s'en tient à une phénoménologie de type splat/antisplat. Nous avons également pu montrer que ces deux types d'évènements étaient marqués par une forte dissymétrie, les mouvements dirigés vers la surface sont plus intenses et moins fréquents que les mouvements s'effectuant depuis la surface. Cette caractéristique est également essentielle pour se faire une représentation cohérente du transfert intercomposantes.

La perspective principale de ce travail est l'application de cette même grille de lecture au cas de la paroi adhérente. Le bénéfice de cette décomposition, dont le principe tient toujours, sera évalué dans le cas de la paroi. Ce dernier correspond à un champ d'applications plus large que celui de la surface libre indéformable. Notons que la prise en compte des conditions aux limites avec adhérence nécessitera la modification du code de calcul. La structure de l'écoulement au voisinage de la surface ne sera plus la même, notamment en raison du passage d'une vorticité normale à une vorticité tangente à la surface. On peut s'attendre à une modification de la balance entre effets de collision et de rotation au sein de chacun des évènements combinés.

En terme de modélisation, les perspectives de notre travail peuvent s'appuyer sur les

deux points suivants : - la meilleure compréhension de la nature des déséquilibres qui fixent le niveau de la corrélation pression-déformation ; - la normalisation des épaisseurs de couche de surface et de couche visqueuse. Le premier point pourra être mis à profit pour déterminer la nature des modifications à apporter aux formulations en turbulence libre, quand les modèles doivent être mis en oeuvre en présence de surface imperméable. Le second point permet, quant à lui, une forme de calibration de la distance d'activation de ces modifications. Par ailleurs, les résultats obtenus soulèvent des questions sur la modélisation de la diffusion turbulente dans la couche visqueuse. Son comportement, localement anti-diffusif, requiert là encore un traitement particulier.

# Annexe A

## Détails de la technique de forçage d'après Alvelius

Nous proposons ici une démonstration de la formule (3.48) à partir de l'équation (3.47).

La condition suivante est vérifiée :

$$\operatorname{Re} \{A_{\text{ran}}^* \xi_1 + B_{\text{ran}}^* \xi_2\} = 0 \quad (\text{A.1})$$

avec

$$A_{\text{ran}} = \left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} \exp(i\theta_1) g_A(\phi) \quad (\text{A.2})$$

$$B_{\text{ran}} = \left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} \exp(i\theta_2) g_B(\phi) \quad (\text{A.3})$$

Les expressions conjuguées se déduisent facilement des précédentes :

$$A_{\text{ran}}^* = \left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} \exp(-i\theta_1) g_A(\phi) \quad (\text{A.4})$$

$$B_{\text{ran}}^* = \left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} \exp(-i\theta_2) g_B(\phi) \quad (\text{A.5})$$

L'équation (A.1) devient :

$$\operatorname{Re} \{A_{\text{ran}}^* \xi_1\} = -\operatorname{Re} \{B_{\text{ran}}^* \xi_2\} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \{A_{\text{ran}}^*\} \operatorname{Re} \{\xi_1\} - \operatorname{Im} \{A_{\text{ran}}^*\} \operatorname{Im} \{\xi_1\} &= -\operatorname{Re} \{B_{\text{ran}}^*\} \operatorname{Re} \{\xi_2\} \\ &\quad + \operatorname{Im} \{B_{\text{ran}}^*\} \operatorname{Im} \{\xi_2\} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

avec

$$\operatorname{Re} \{A_{\text{ran}}^*\} = \left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} g_A(\phi) \cos(\theta_1) \quad (\text{A.8})$$

$$\operatorname{Im} \{A_{\text{ran}}^*\} = -\left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} g_A(\phi) \sin(\theta_1) \quad (\text{A.9})$$

$$\operatorname{Re} \{B_{\text{ran}}^*\} = \left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} g_B(\phi) \cos(\theta_2) \quad (\text{A.10})$$

$$\operatorname{Im} \{B_{\text{ran}}^*\} = -\left( \frac{F(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \right)^{1/2} g_B(\phi) \sin(\theta_2) \quad (\text{A.11})$$

Comme  $\theta_2 = \psi + \theta_1$ , on a :

$$\cos(\theta_2) = \cos(\psi) \cos(\theta_1) - \sin(\psi) \sin(\theta_1) \quad (\text{A.12})$$

$$\sin(\theta_2) = \sin(\psi) \cos(\theta_1) + \cos(\psi) \sin(\theta_1) \quad (\text{A.13})$$

On obtient alors la formule développée suivante :

$$\begin{aligned} &g_A(\phi) \cos(\theta_1) \operatorname{Re} \{\xi_1\} + g_A(\phi) \sin(\theta_1) \operatorname{Im} \{\xi_1\} \\ &= -g_B(\phi) \left[ \cos(\psi) \cos(\theta_1) - \sin(\psi) \sin(\theta_1) \right] \operatorname{Re} \{\xi_2\} \\ &\quad - g_B(\phi) \left[ \sin(\psi) \cos(\theta_1) + \cos(\psi) \sin(\theta_1) \right] \operatorname{Im} \{\xi_2\} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

En factorisant par les cosinus et sinus de  $\theta_1$ , l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} & \sin(\theta_1) \left[ g_A(\phi) \operatorname{Im} \{\xi_1\} - g_B(\phi) (\sin(\psi) \operatorname{Re} \{\xi_2\} - \cos(\psi) \operatorname{Im} \{\xi_2\}) \right] \\ &= -\cos(\theta_1) \left[ g_A(\phi) \operatorname{Re} \{\xi_1\} + g_B(\phi) (\sin(\psi) \operatorname{Im} \{\xi_2\} + \cos(\psi) \operatorname{Re} \{\xi_2\}) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

On retrouve donc la formule (3.48) :

$$\tan(\theta_1) = \frac{\sin(\theta_1)}{\cos(\theta_1)} = \frac{g_A(\phi) \operatorname{Re} \{\xi_1\} + g_B(\phi) (\sin \psi \operatorname{Im} \{\xi_2\} + \cos \psi \operatorname{Re} \{\xi_2\})}{-g_A(\phi) \operatorname{Im} \{\xi_1\} + g_B(\phi) (\sin \psi \operatorname{Re} \{\xi_2\} - \cos \psi \operatorname{Im} \{\xi_2\})} \quad (\text{A.16})$$



# Annexe B

## Indépendance au maillage

Les résultats présentés dans cette section B sont issus de la simulation présentée dans l'article du Congrès Français de Mécanique, CFM 2005 (Campagne, Cazalbou, Joly, et Chassaing, 2005). L'indépendance au maillage a été testée en simulant un écoulement où la viscosité a été fixée, avec deux maillages différents :  $128^3$  et  $192^3$ . La viscosité a été fixée par le critère  $\kappa_{\max}\eta = 2$  dans le cas le moins résolu.

$\kappa_f$	$\kappa_{\min}$	$\kappa_{\max}$	$P$	$c$
4	2	6	0.1	0.05

TABLEAU B.1: Définition des paramètres du forçage de la simulation servant à montrer l'indépendance au maillage.

Le tableau B.1 définit les paramètres de forçage de la simulation. Le paramètre  $P$  est le seul paramètre qui est modifié comparativement au cas présenté précédemment, il est ici égal à 0.1 (au lieu de 0.025).

$L_x$	$L_y$	$L_z$	$L_f$	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$N_\tau$
$2\pi$	$2\pi$	$2\pi$	$\pi/2$	192	192	192	117

TABLEAU B.2: Définition des paramètres de la simulation servant à montrer l'indépendance au maillage.

Le tableau B.2 définit les principaux paramètres de lancement de la simulation. La



résolution spatiale est isotrope ( $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ ), et les longueurs du domaine de calcul  $L_x$ ,  $L_y$  et  $L_z$  sont toutes égales à  $2\pi$ .

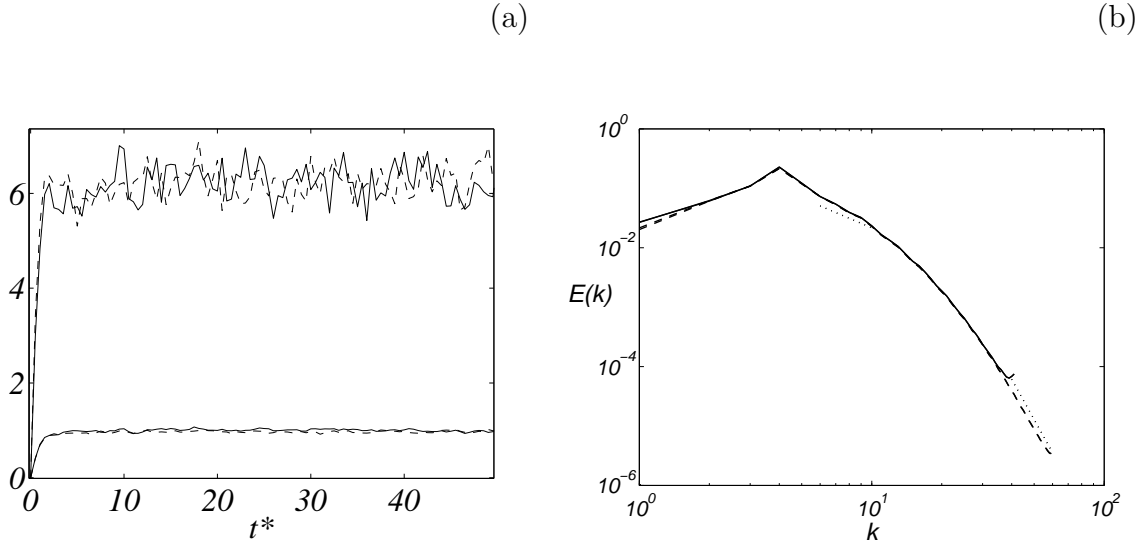


FIGURE B.1: (a) Evolution temporelle des énergies cinétiques turbulentes, normalisées par la valeur finale de la moyenne volumique, en moyenne volumique et dans le plan  $z = 0$ , et (b) Spectre énergétique tridimensionnel à  $t^* = 60$ .  $N_x \times N_y \times N_z = 128^3$  (—),  $N_x \times N_y \times N_z = 192^3$  (---).

La figure B.1-a présente les évolutions temporelles de la moyenne volumique de l'énergie cinétique turbulente et de sa valeur au centre de la zone de forçage ; ces grandeurs atteignent le même niveau d'équilibre pour les deux résolutions.

La figure B.1-b montre les spectres énergétiques en module de la turbulence. On constate que les deux spectres coïncident pour les deux résolutions choisies. En outre, on observe que la légère remontée du spectre en limite de résolution, c'est-à-dire aux grands nombres d'onde, obtenue avec le maillage le plus grossier, n'influence pas le reste du spectre ; de plus, les autres grandeurs étudiées ne semblent pas affectées par cette sous-résolution. Ceci valide donc le critère de résolution retenu.

# Annexe C

## Bilans des tensions de Reynolds

### C.1 *run\_A1*

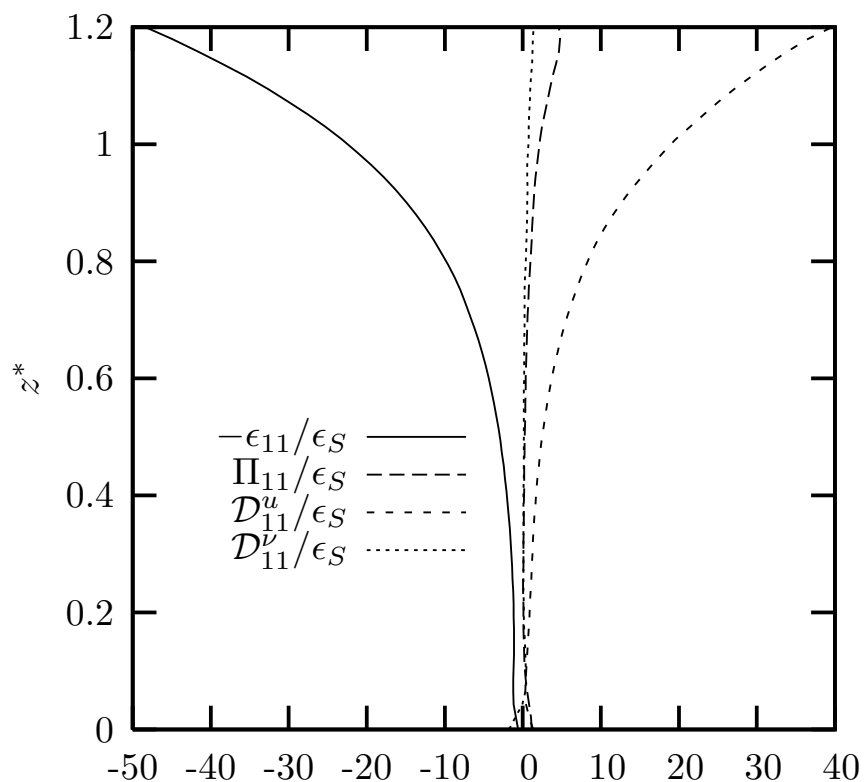


FIGURE C.1: Bilan des tensions de Reynolds tangentes à la surface libre ( $\bar{u}^2$ ) dans la zone de forçage nul (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

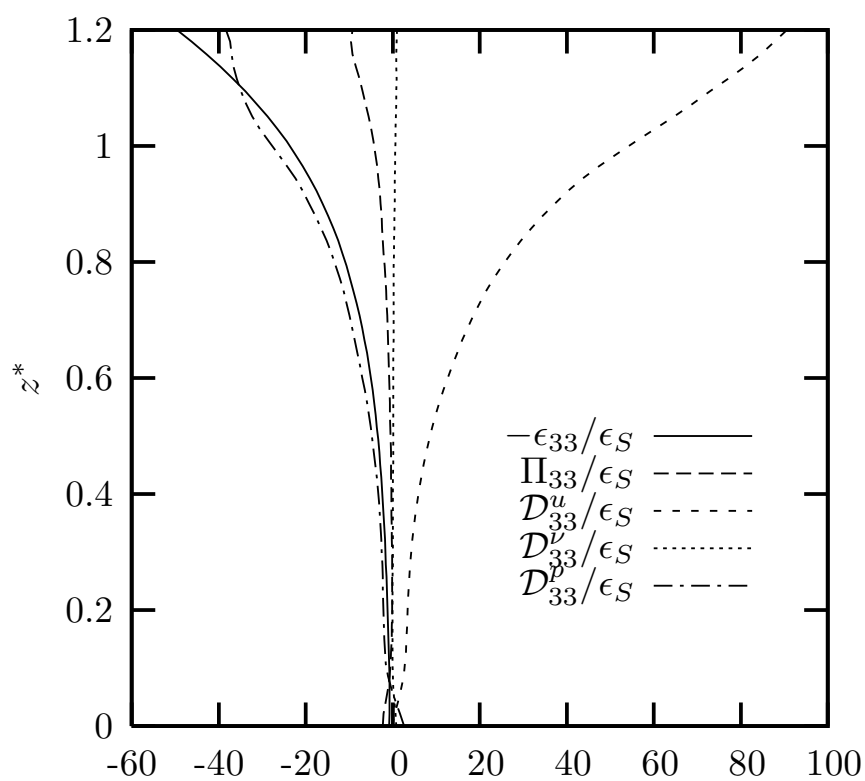


FIGURE C.2: Bilan des tensions de Reynolds normales à la surface libre ( $\bar{w}^2$ ) dans la zone de forçage nul (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

## C.2 *run\_B1*

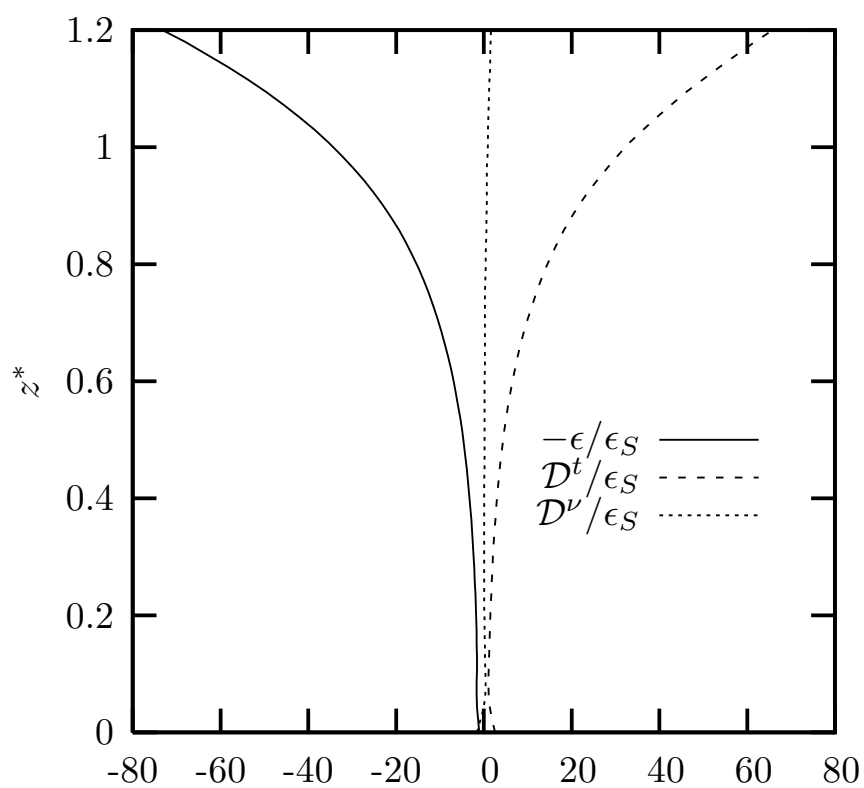


FIGURE C.3: Bilan de l'énergie cinétique turbulente, dans la zone de forçage nul (toutes les données sont normalisées en référence de surface).

### C.3 *run\_A2*

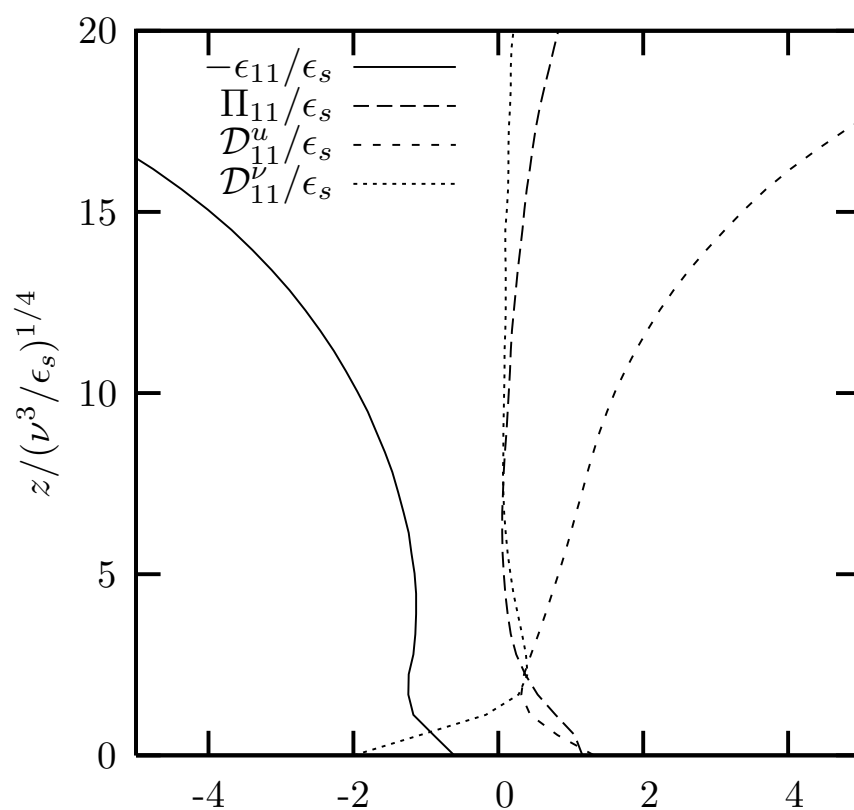


FIGURE C.4: Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface ( $\bar{u}^2$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run\_A1* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

## C.4 *run\_B2*

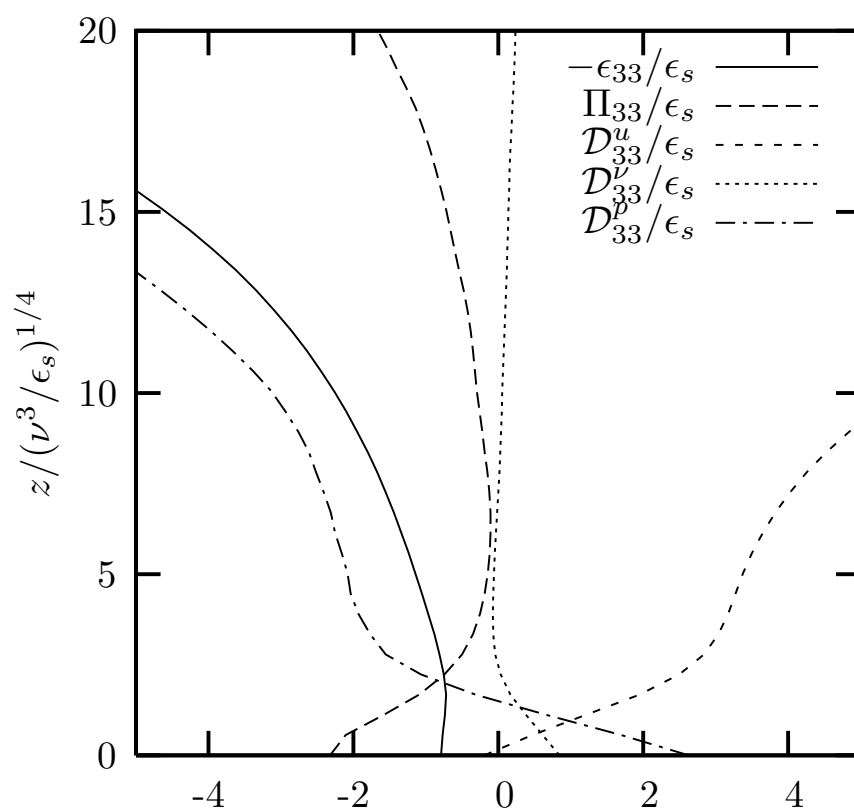


FIGURE C.5: Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface ( $\overline{w^2}$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run\_A1* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

## C.5 *run\_C1*

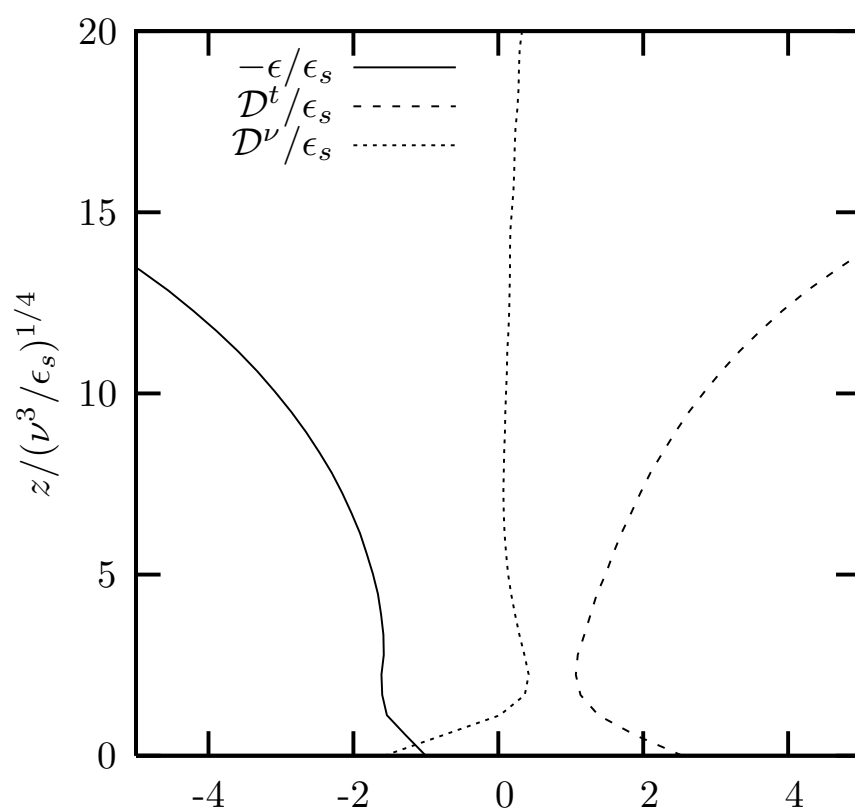


FIGURE C.6: Bilan de l'énergie cinétique turbulente  $k$  au voisinage de la surface dans le cas *run\_A1* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

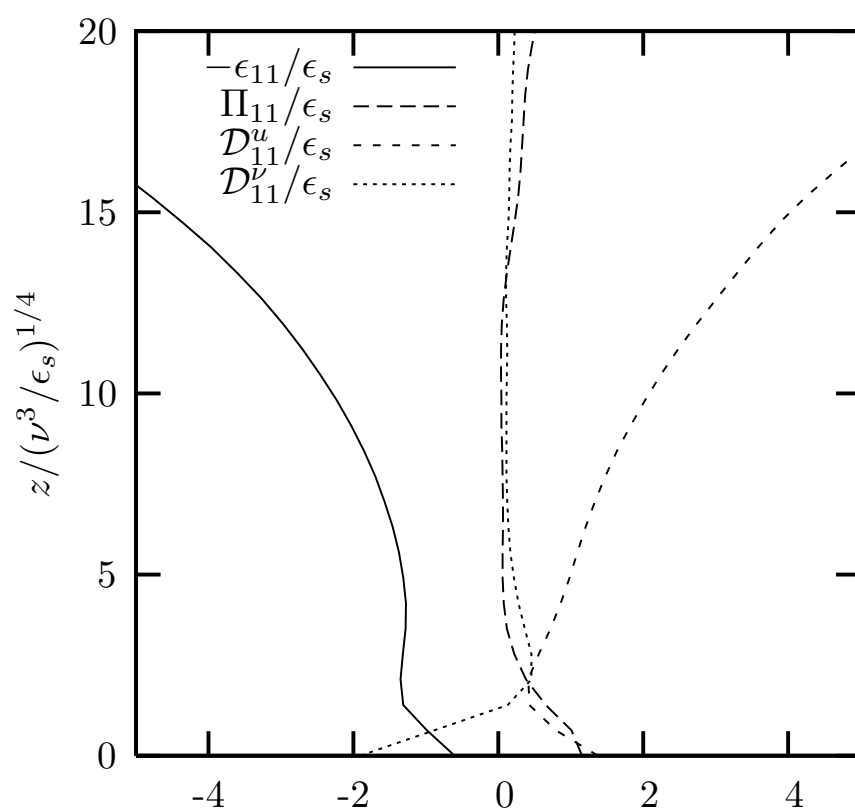


FIGURE C.7: Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface ( $\overline{u^2}$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run\_B1* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).



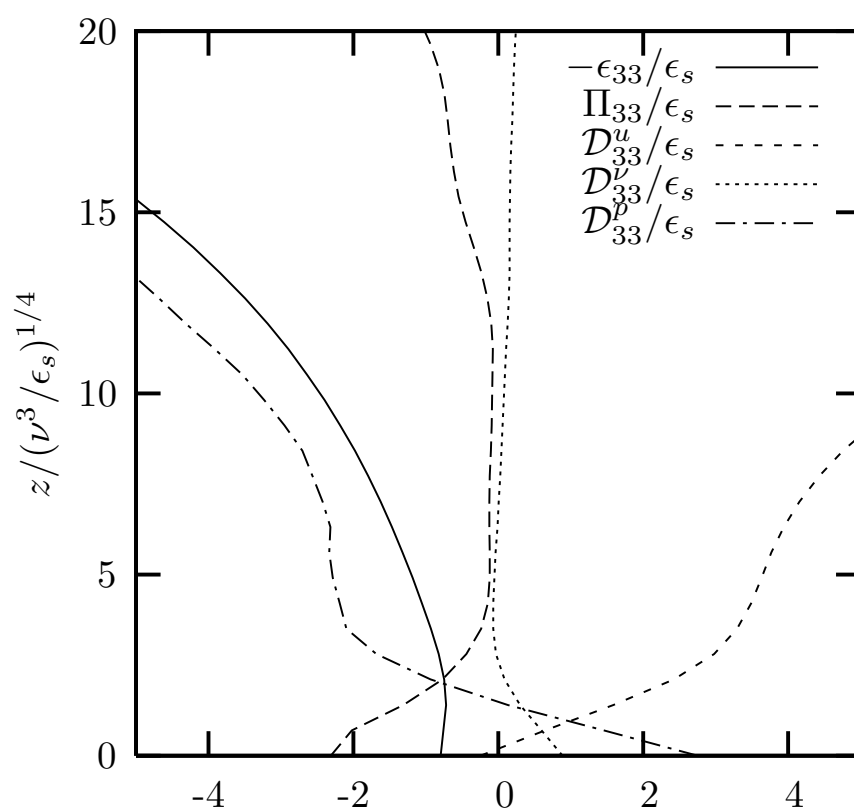


FIGURE C.8: Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface ( $\overline{w^2}$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run.B1* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

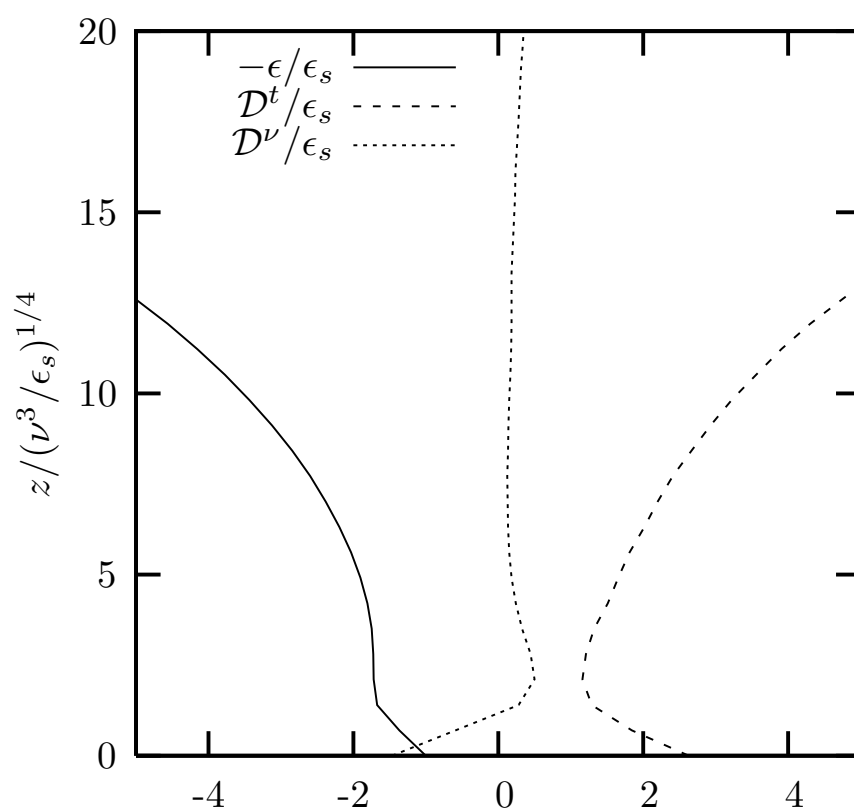


FIGURE C.9: Bilan de l'énergie cinétique turbulente  $k$  au voisinage de la surface dans le cas *run\_B1* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

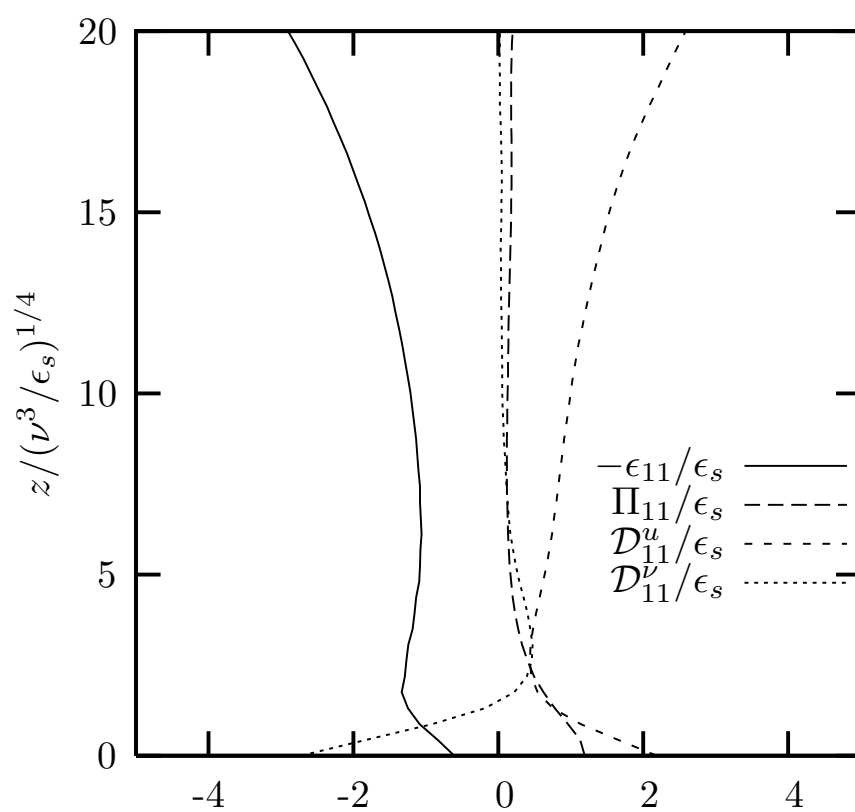


FIGURE C.10: Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface ( $\bar{u}^2$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run\_A2* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

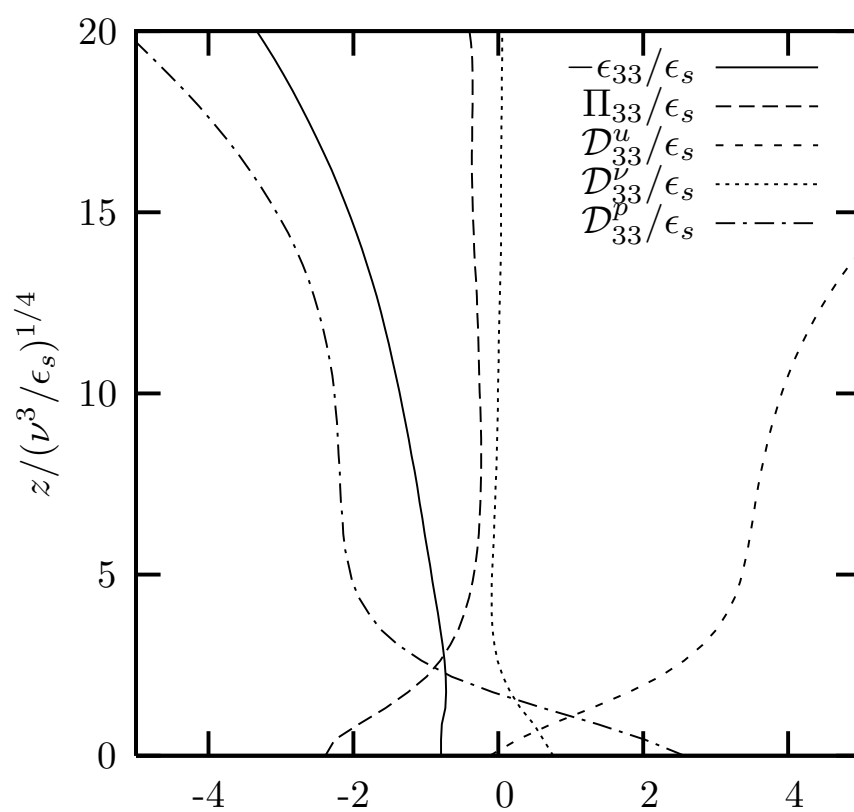


FIGURE C.11: Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface ( $\overline{w^2}$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run\_A2* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

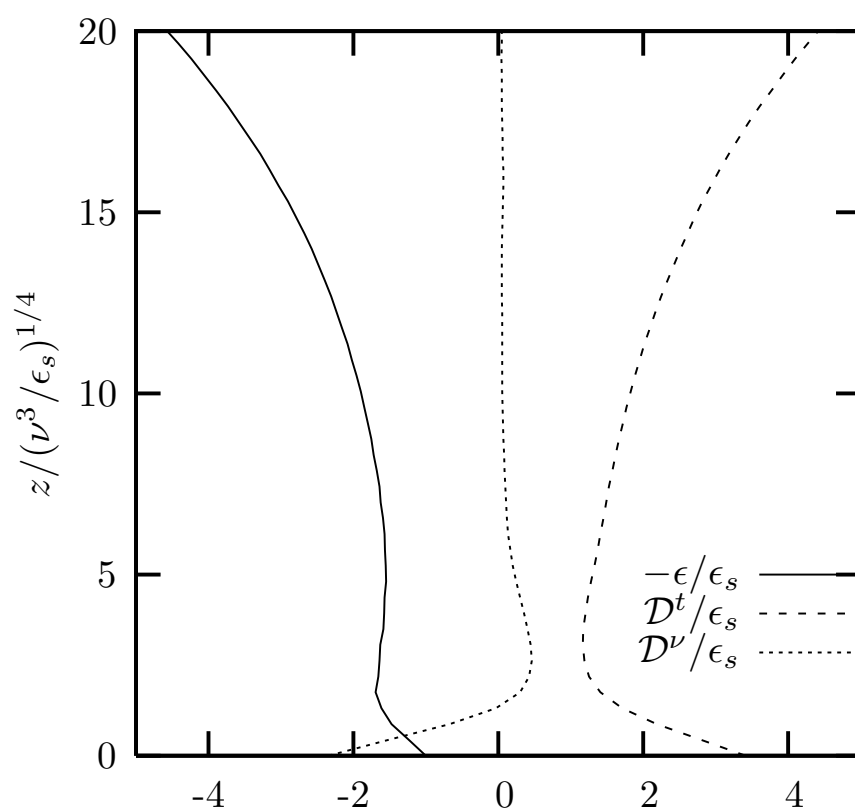


FIGURE C.12: Bilan de l'énergie cinétique turbulente  $k$  au voisinage de la surface dans le cas *run\_A2* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

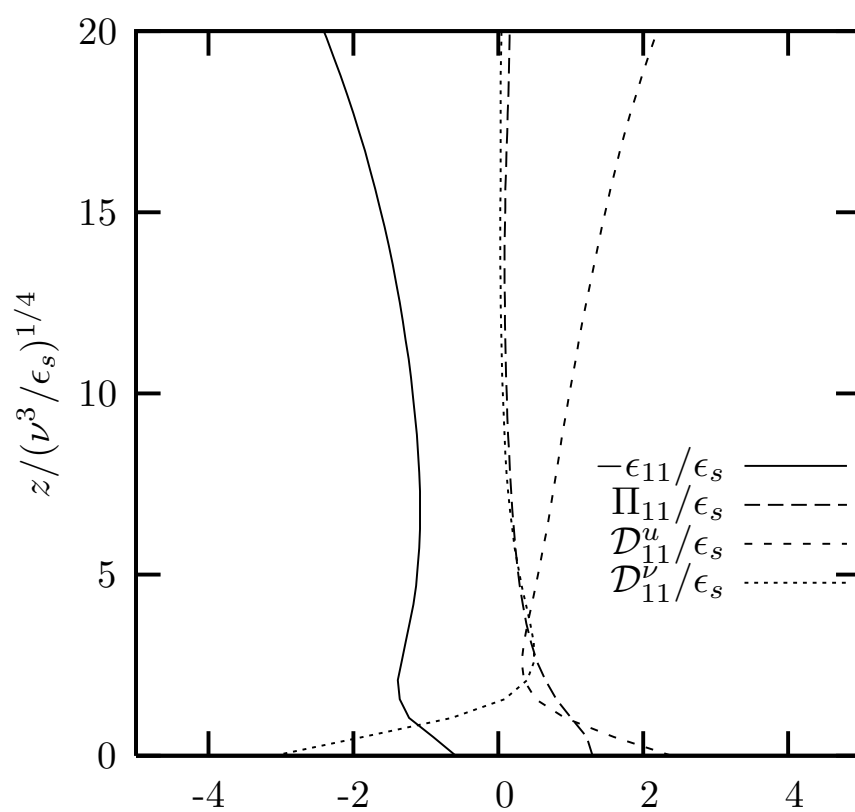


FIGURE C.13: Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface ( $\bar{u}^2$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run\_B2* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

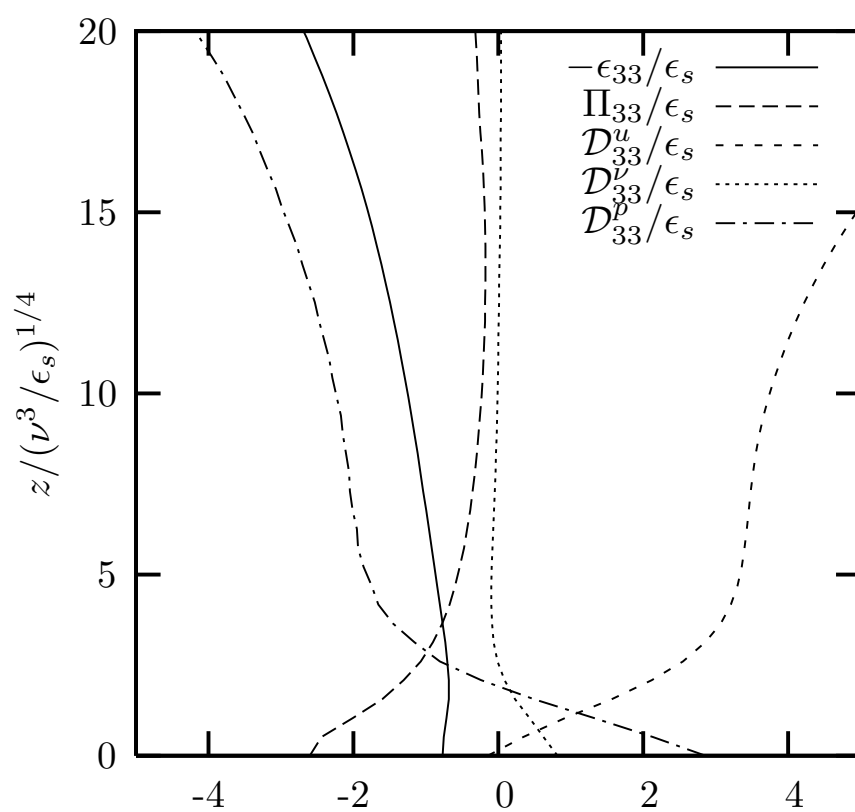


FIGURE C.14: Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface ( $\overline{w^2}$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run\_B2* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

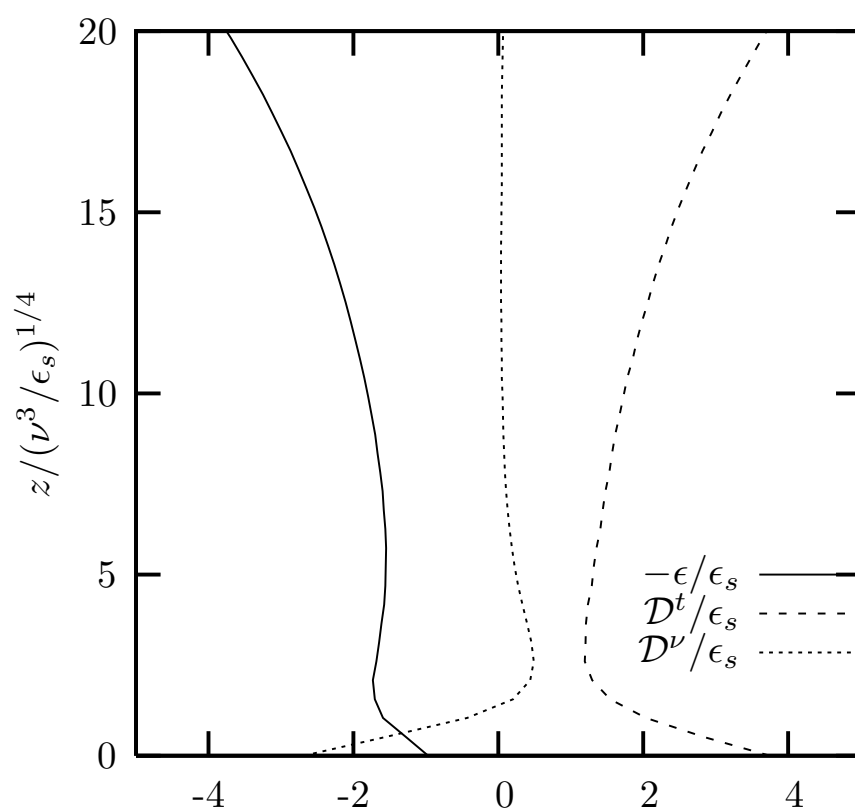


FIGURE C.15: Bilan de l'énergie cinétique turbulente  $k$  au voisinage de la surface dans le cas *run\_B2* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).



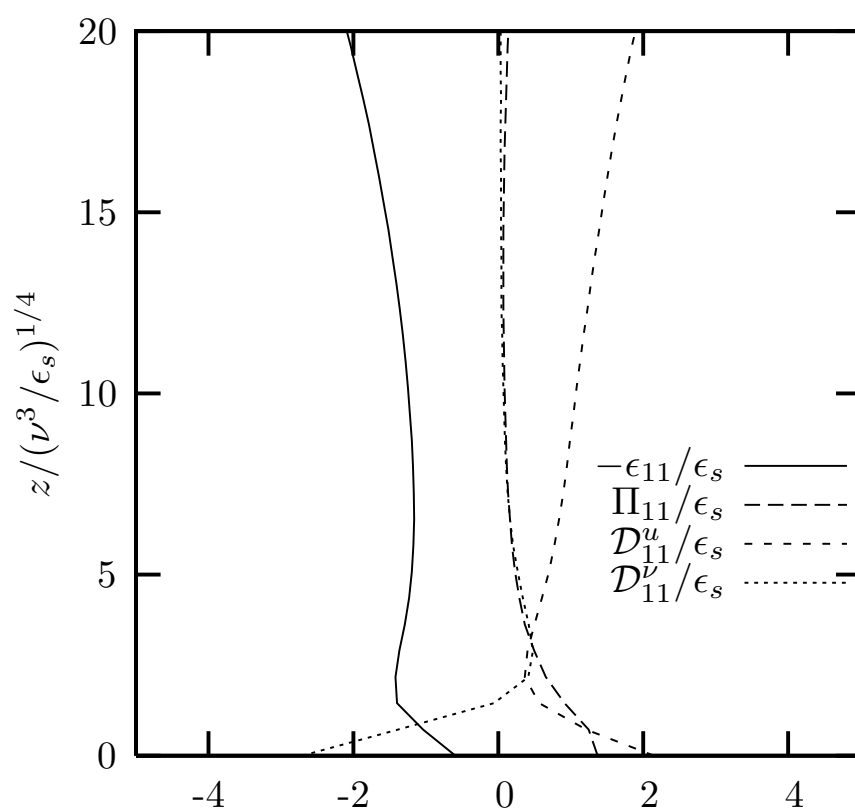


FIGURE C.16: Bilan des tensions de Reynolds parallèles à la surface ( $\bar{u}^2$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run\_C1* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

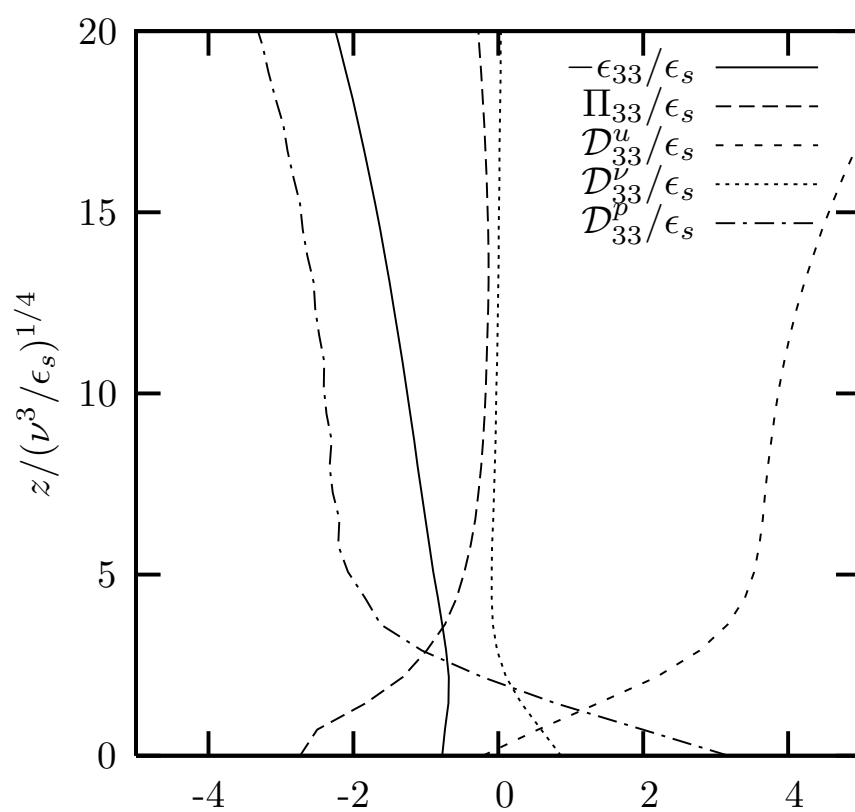


FIGURE C.17: Bilan des tensions de Reynolds perpendiculaires à la surface ( $\overline{w^2}$ ) au voisinage de la surface dans le cas *run\_C1* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

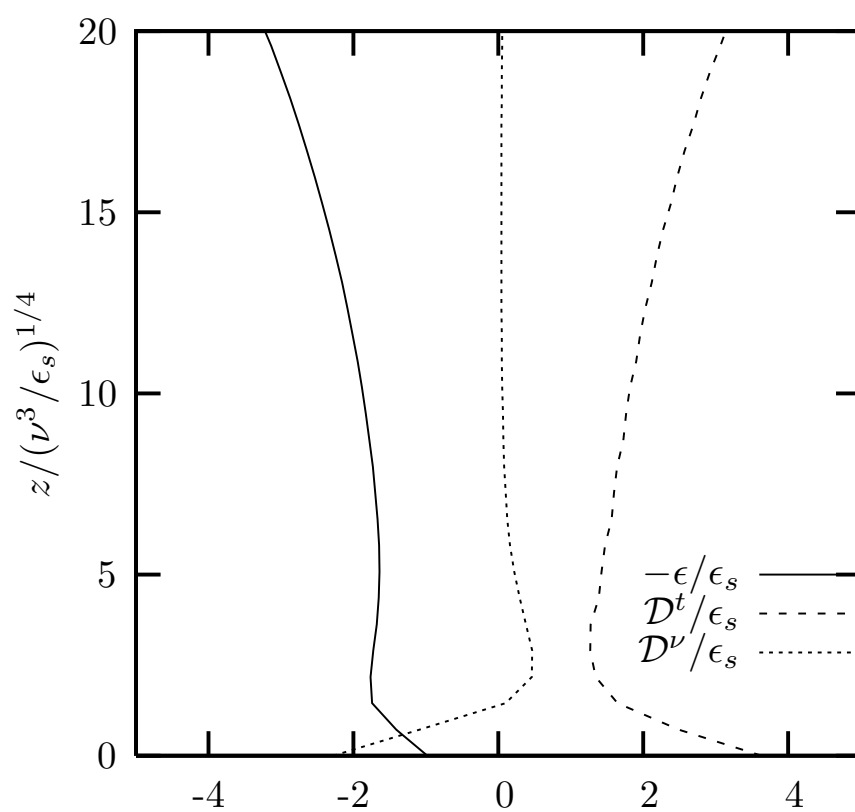


FIGURE C.18: Bilan de l'énergie cinétique turbulente  $k$  au voisinage de la surface dans le cas *run\_C1* (toutes les données sont normalisées en référence de Kolmogorov).

# Annexe D

## Cartographie de la surface libre

D.1 Cartographie de la corrélation pression-déformation  
sur la surface libre

D.2 Cartographie de la pression de collision

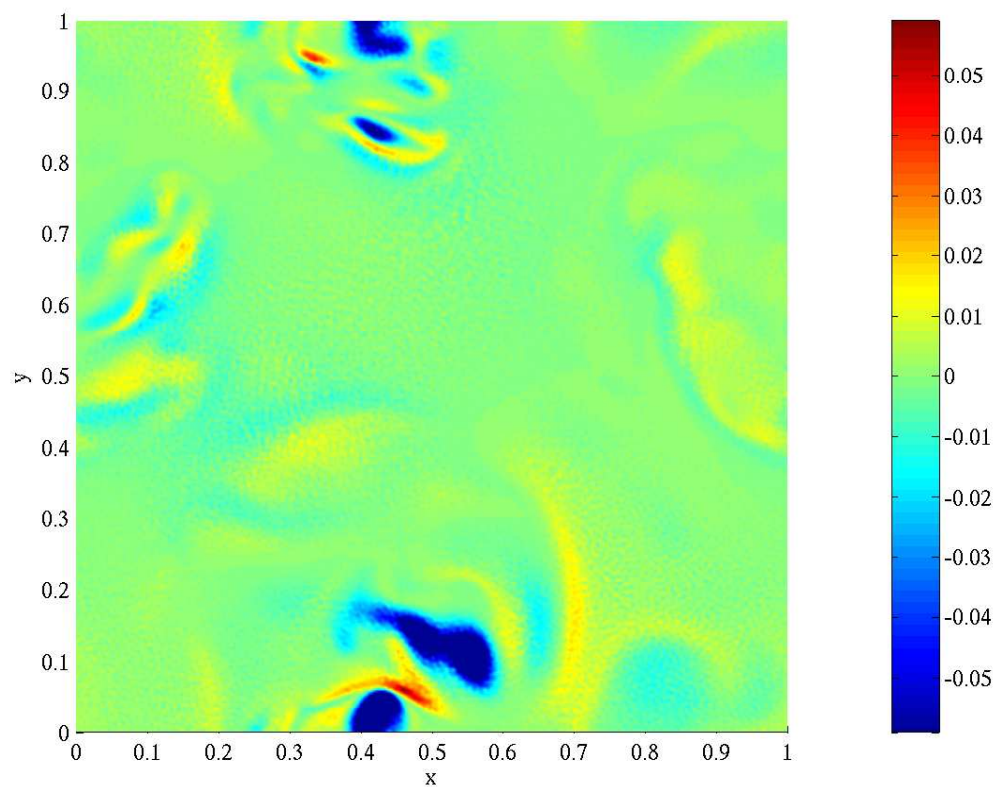


FIGURE D.1: Carte du champ de corrélation pression-déformation  $\Pi_{33}$  sur la surface libre (les données sont brutes, sans normalisation).

### D.3 Cartographie de la pression de rotation

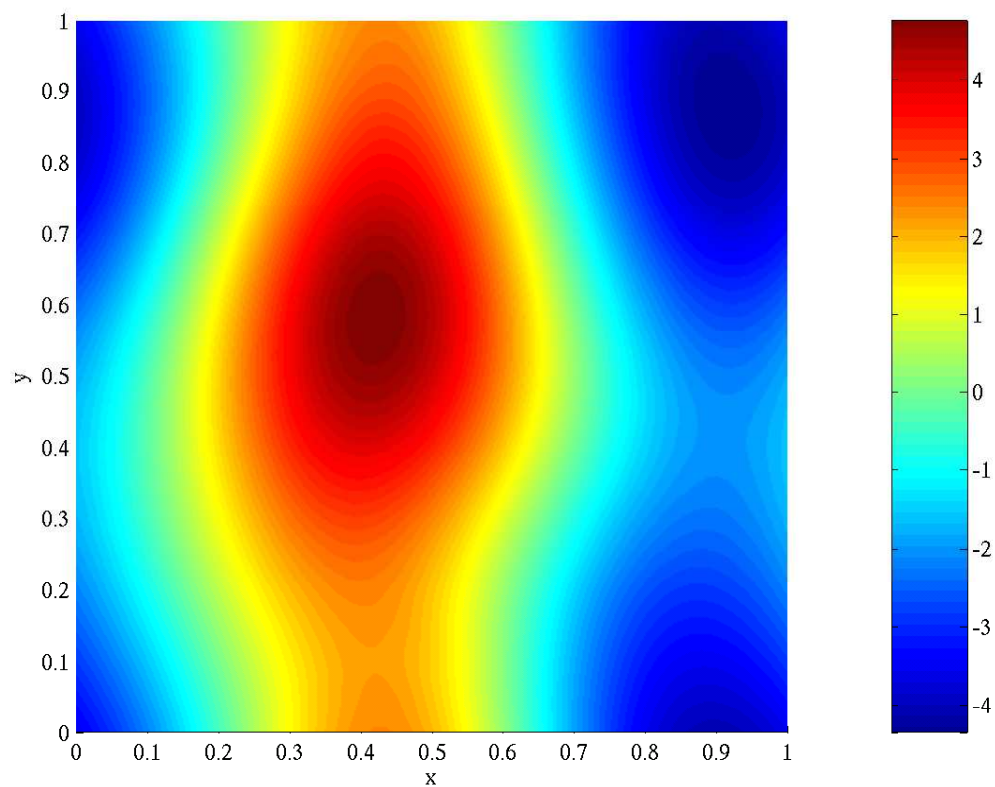


FIGURE D.2: Carte du champ de pression de collision  $P_1$  sur la surface libre (les données sont brutes, sans normalisation).

## D.4 Cartographie de la pression

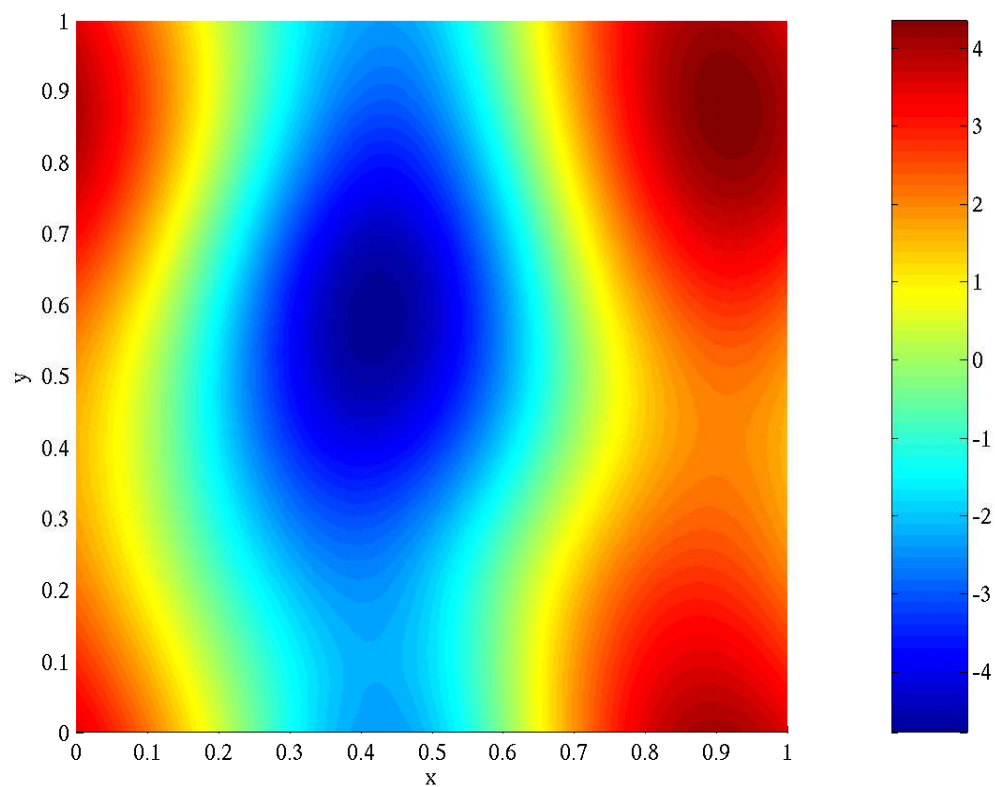


FIGURE D.3: Carte du champ de pression de rotation  $P_2$  sur la surface libre (les données sont brutes, sans normalisation).

## D.5 Cartographie du second invariant du tenseur du taux de déformation

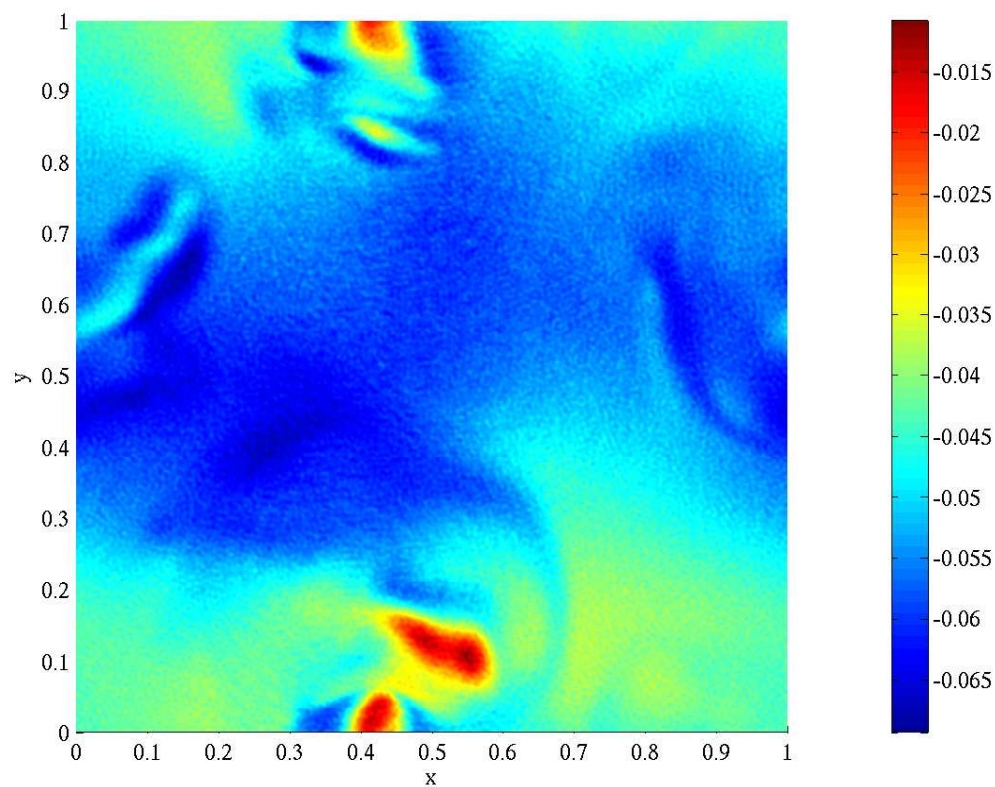


FIGURE D.4: Carte du champ de pression sur la surface libre (les données sont brutes, sans normalisation).

## D.6 Cartographie de l'enstrophie



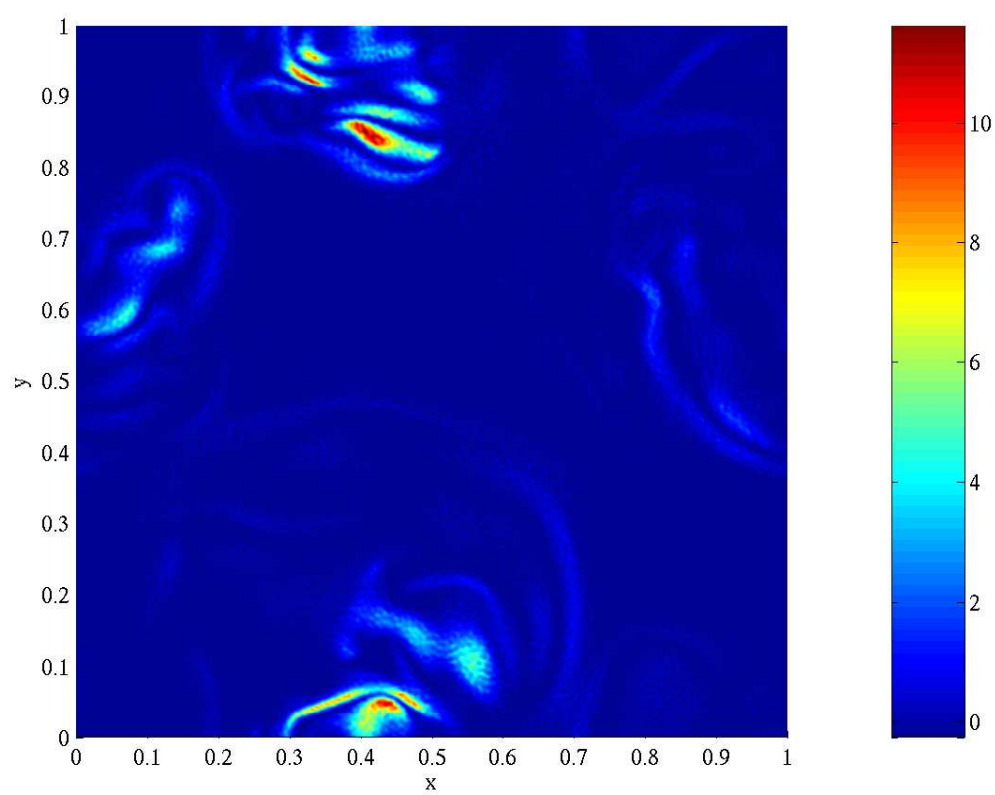


FIGURE D.5: Carte du second invariant du tenseur des taux de déformation, source de  $\Pi_1$ , sur la surface libre (les données sont brutes, sans normalisation).

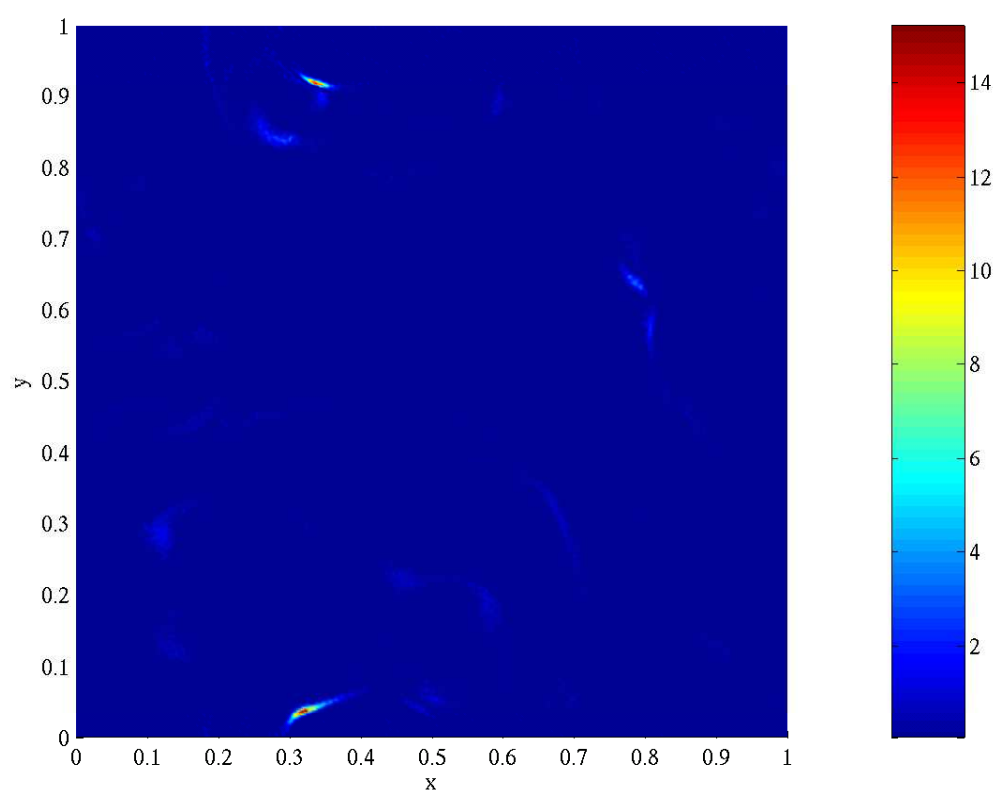


FIGURE D.6: Carte de l'enstrophie, source de  $\Pi_2$ , sur la surface libre (les données sont brutes, sans normalisation).



# Bibliographie

- Alvelius, K.** Random forcing of three-dimensional homogeneous turbulence. *Phys. Fluids*, 11(7) :1880–1889, 1999.
- Bradshaw, P. et Koh, Y. M.** A note on poisson’s equation for pressure in a turbulent flow. *Phys. Fluids*, 24(4) :777, 1981.
- Bradshaw, P., Mansour, N. N. et Piomelli, U.** On local approximations of the pressure-strain term in turbulence models. In *CTR, Proceedings of the Summer Program*, pages 159–164, 1987.
- Brasseur, J. G. et Lee, M. J.** Pressure-strain rate events in homogeneous turbulent shear flow. *Advances in Turbulence 2, Springer-Verlag*, page 306, 1989.
- Bretonnet, L.** *Simulations numériques directes d’une turbulence à densité variable*. Thèse d’état, INPT, 2003.
- Campagne, G., Cazalbou, J.-B., Joly, L. et Chassaing, P.** Etude par simulation directe de l’interaction turbulence/surface plane sans cisaillement en vue de l’analyse des transferts intercomposantes. *Congrès Français de Mécanique*, 17ème, 2005.
- Campagne, G., Cazalbou, J.-B., Joly, L. et Chassaing, P.** Direct numerical simulation of the interaction between unsheared turbulence and a free-slip surface. *ECCOMAS CFD*, 2006.
- Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A. et Zang, T. A.** *Spectral methods in fluid dynamics*. Springer, 2nd edition edition, 1991.

- Castaldi, S.** *Simulation numérique directe d'une turbulence homogène isotrope en présence d'inhomogénéités massiques.* Thèse d'état, INPT, 1999.
- Cazalbou, J.-B. et Chassaing, P.** The structure of the solution obtained with reynolds-stress-transport models at the free-stream edges of turbulent flows. *Phys. Fluids*, 14 : 597–611, 2002.
- Chassaing, P.** *Turbulence en mécanique des fluides.* Cepadues, 2000.
- Choi, H. et Moin, P.** Effect of the computational time step on numerical solutions of turbulent flows. *J. Comp. Physics*, 113 :1–4, 1994.
- Colella, P. et Pao, K.** A projection method for low speed flows. *J. Comp. Physics*, 149 : 245–269, 1999.
- De Silva, I. P. D. et Fernando, H. J. S.** Oscillating grids as a source of nearly isotropic turbulence. *Phys. Fluids*, 6(7) :2455–2464, 1994.
- Eswaran, V. et Pope, S.B.** An examination of forcing in direct numerical simulations of turbulence. *Comput. Fluids*, 16 :257–278, 1988.
- Handler, R. A., Jr., T. F. Swean, Leighton, R. I. et Swearingen, J. D.** Length scales and the energy balance for turbulence near a free surface. *AIAA J.*, 31(11) : 1998–2007, 1993.
- Hunt, J. C. R. et Graham, J. M. R.** Free-stream turbulence near plane boundaries. *J. Fluid Mech.*, 84(part 2) :209–235, 1978.
- Kumar, S., Gupta, R. et Banerjee, S.** An experimental investigation of the characteristics of free-surface in channel flow. *Phys. Fluids*, 10(2) :437–456, 1998.
- Lamballais, E.** *Simulations numériques de la turbulence dans un canal plan tournant.* Thèse d'état, INPG, 1996.

- Lauder, B. E., Reece, G. J. et Rodi, W.** Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, 68 :537, 1975.
- Leighton, R. I., Swain, T. F. et Handler, R.A.** *Interaction of vorticity with a free surface in turbulent open channel flow.* Paper. 91-0236, AIAA, 1991. 29th Aerospace Sciences Meeting January 7-10, Reno, Nevada.
- Lumley, J.L. et Newman, G.** The return to isotropy of homogeneous turbulence. *J. Fluid Mech.*, 82(Part 1) :161–178, 1977.
- Lumley, J. L.** Computational modelling of turbulent flows. *Advances in Applied Mechanics*, 18 :123–176, 1978.
- Magnaudet, J.** High-Reynolds-number turbulence in a shear-free boundary layer : revisiting the Hunt-Graham theory. *J. Fluid Mech.*, 484 :167–196, 2003.
- Magnaudet, J. et Calmet, I.** Statistical structure of high-reynolds-number turbulence close to the free surface of an open-channel flow. *J. Fluid Mech.*, 474 :355–378, 2003.
- Manceau, R., Wang, M. et Laurence, D.** Inhomogeneity and anisotropy effects on the redistribution term in reynolds-averaged navier-stokes modelling. *J. Fluid Mech.*, 438 :307–338, 2001.
- Mansour, N. N., Kim, J. et Moin, P.** Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 194 :15, 1988.
- Nagaosa, R.** Direct numerical simulation of vortex structures and turbulent scalar transfer across a free surface in a fully developed turbulence. *Phys. Fluids*, 11(6) :1581–1595, 1999.
- Pan, Y. et Banerjee, S.** A numerical study of free-surface turbulence in channel flow. *Phys. Fluid*, 7(7) :1649–1664, 1995.
- Perot, B. et Moin, P.** Shear-free turbulent boundary layers. part 1. Physical insights into near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 295 :199–227, 1995.

- Rotta, J.** Statistische theorie nichthomogener turbulenz (i). *Zeitschrift für Physik*, 129 : 547–572, 1951.
- Shen, L., Zhang, X., Yue, D. K. P. et Triantafyllou, G. S.** The surface layer for free-surface turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, 386 :167–212, 1999.
- Spalart, P.R., Moser, R.D. et Rogers, M.M.** Spectral methods for navier-stokes equations with one infinite and two periodic directions. *J. Comp. Physics*, 96 :297–324, 1991.
- Swan Jr., T.F., Leighton, R.I., Handler, R.A. et Swearingen, J.D.** Turbulence modeling near the free surface in an open channel flow. *AIAA Paper*, pages 91–0613, 1991.
- Tennekes, H. et Lumley, J. L.** *A first course in turbulence*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1972.
- Vincent, A. et Meneguzzi, M.** The spatial structure and statistical properties of homogeneous turbulence. *J. Fluid Mech.*, 225 :1–20, 1991.
- Walker, D. T., Leighton, R. I. et Garza-Rios, L. O.** Shear-free turbulence near a flat free surface. *J. Fluid Mech.*, 320 :19–51, 1996.
- Williamson, J.H.** Low-storage runge-kutta schemes. *J. Comput. Fluids*, 35 :48–56, 1980.
- Zang, T.A. et Hussaini, M.Y.** Numerical experiments on subcritical transition mechanisms. *AIAA paper*, pages 85–0296, 1985.